

A large, stylized graphic of a wave, rendered in a vibrant yellow color, set against a dark blue background. The wave is depicted with multiple horizontal strokes, giving it a sense of motion and depth. It curves from the bottom left towards the top right, with its crest pointing towards the upper right corner. The overall design is minimalist and modern.

RIO DE JANEIRO
10 A 14 NOV 91

V SIMPÓSIO LUSO BRASILEIRO
DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS

IX SIMPÓSIO BRASILEIRO
DE RECURSOS HÍDRICOS

V SIMPÓSIO LUSO-BRASILEIRO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS (SILUSB)

AMBIENTE

MISTURA DE FLUIDOS POR EFEITOS DENSIMÉTRICOS. DESCARGA LOCALIZADA E INSTANTÂNEA

* M.J. Valente Neves e F.F.M. Veloso Gomes **

* Doutor em Engenharia Civil, Professor Auxiliar da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal

**Doutor em Engenharia Civil, Professor Associado da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal

RESUMO

O presente trabalho diz respeito aos "thermals", escoamentos convectivos provocados pela rápida libertação de um fluido no seio de um outro de diferente densidade, com o qual se mistura. É um assunto com interesse prático em diversos domínios, designadamente, escoamentos geofísicos e ambiente. Inicialmente é apresentado um modelo teórico algo simplificado mas com interesse para problemas de engenharia, conforme exemplo de aplicação incluído. Segue-se um modelo mais elaborado, possivelmente mais correcto do ponto de vista formal, que permite uma melhor compreensão dos mecanismos envolvidos, nomeadamente, a influência dos efeitos densimétricos. Finalmente, descreve-se o trabalho experimental realizado, através do qual foi possível fixar um conjunto de parâmetros necessário à aplicação dos modelos.

1. INTRODUÇÃO

São frequentes as situações em que, em determinado local, se desenvolve um fenómeno conducente à rápida libertação de um certo volume de um fluido no seio de um outro de diferente densidade, com o qual se mistura. Seja ρ_o a massa volúmica do fluido libertado e seja ρ_a a massa volúmica do fluido receptor. Um caso típico que configura a situação acima referida e no qual $\rho_o > \rho_a$, corresponde à libertação de uma gota num fluido menos denso. Numa outra escala temos, por exemplo, o caso da descarga de lamas no mar - Fig. 1 - que pode apresentar a particularidade de a densidade do fluido ambiental variar com a profundidade, situação que designaremos por "estratificação".

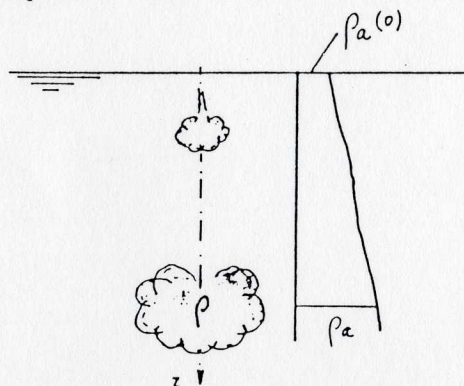


Fig. 1 - Desenvolvimento de um "thermal"

A diferença de velocidade relativamente ao fluido ambiental dá origem a turbilhões que o arrastam para o interior da nuvem em movimento, promovendo a mistura entre os dois fluidos. Desta forma a nuvem torna-se mais diluída e, em consequência, diminui a concentração de poluentes. De resto, também a densidade e a velocidade diminuem, podendo atingir-se uma situação de equilíbrio em que, canceladas as forças responsáveis pelo movimento, a nuvem ficaria pairando no meio receptor, sem chegar a atingir o fundo.

No campo oposto, isto é, $\rho_o < \rho_a$, originando consequentemente movimento ascendente, encontramos casos como o das núvens de cúmulo, gases libertados por explosões e outros no domínio do ambiente e dos escoamentos geofísicos. Parece opinião corrente que nos casos citados os mecanismos de transporte e mistura são basicamente semelhantes, consentindo, por isso, o mesmo tratamento metodológico. Um ponto comum destes escoamentos, designados por "thermals" na linguagem científica de raiz inglesa, é o carácter praticamente instantâneo da libertação do fluido. Assim se distinguem das plumas, que se caracterizam por uma emissão contínua. O estudo das plumas e a sua relação com problemas de poluição, como sejam as descargas de efluentes gasosos através de chaminés, ou de águas residuais através de exdutores submarinos, são tratados, por exemplo, por NEVES 1985.

O presente trabalho refere-se, contudo, aos "thermals" e, antes de mais, levanta-se uma questão de terminologia. Aparentemente, nem em inglês é fácil encontrar uma designação adequada, pelo que "thermal" parece surgir como solução de recurso, possivelmente introduzida por SCORER 1957. Aqui, à falta de designação mais sugestiva, utilizaremos o termo "nuvem", também usado em inglês para descrever o escoamento ("The cloud ...").

Estudos sobre este tipo de escoamento foram realizados, por exemplo, por SCORER 1957, WANG 1971, ESCUDIER e MAXWORTHY 1973 e KOH 1983. No entanto, algumas questões importantes não receberam ainda resposta adequada. É o caso, por exemplo, da taxa de expansão da nuvem, indispensável para caracterizar o seu volume e, por conseguinte, a concentração. Tratar-se-á de uma constante universal ou, ao invés, variará e, nesse caso, quais os parâmetros condicionantes? Haverá ou não lugar à consideração de uma massa adicional, correspondente ao fluido que se encontrava em repouso e passou a ficar interessado no movimento? Enfim, também o efeito de grandes diferenças de densidade não está suficientemente esclarecido, conforme reconheceu TURNER 1986 quando numa revisão do conceito de arrastamento, de que foi um dos introdutores (MORTON, TAYLOR e TURNER 1956) escreveu: "Embora para alguns escoamentos geofísicos se possa aceitar como razoável a aproximação de Boussinesq, o problema da mistura entre fluidos de diferentes densidades é uma questão fundamental que merece mais atenção".

2 . MODELO SIMPLIFICADO, COM ESTRATIFICAÇÃO

2.1 . Análise sem intervenção da equação da quantidade de movimento

A geometria da nuvem não é fácil de qualificar em termos precisos. Assemelha-se a uma "couve-flor" mas, para efeitos de cálculo, há quem a tenha associado a um hemisfério. Mostrar-se-á na continuação que não é forçoso concretizar uma forma geométrica, pelo que, representando por b a semi-largura da nuvem, a superfície e o volume serão genericamente expressos por:

$$\text{superfície} = K_a b \quad (1)$$

$$\text{volume} = K_v b \quad (2)$$

Para o que se segue, é dispensável quantificar os parâmetros K_a e K_v .

Se designarmos por E o caudal que é arrastado para o interior da nuvem, as variações temporais do volume e da massa poderão ser expressas por

$$\frac{d}{dt} K_v b^3 = E \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} K_v \rho b^3 = \rho_a E \quad (4)$$

Nestas circunstâncias,

$$\frac{d}{dt} \rho b^3 = \rho_a \frac{d}{dt} b^3 = \frac{d}{dt} \rho_a b^3 - b^3 \frac{d\rho_a}{dt} \quad (5)$$

ou seja,

$$\frac{d}{dt} (\rho - \rho_a) b^3 = -b^3 \frac{d\rho_a}{dt} \quad (6)$$

O primeiro membro está relacionado com o comportamento da força de impulsão que actua sobre a nuvem,

$$f = K_v (\rho - \rho_a) g b^3 \quad (7)$$

e, portanto, a eq.(6) significa que a variação dessa força é devida à variação da massa volúmica do fluido ambiental. Em particular, se ρ_a for constante, f também o será.

Consideremos agora a relação cinemática

$$u = \frac{dz}{dt} \quad (8)$$

onde u representa a velocidade média e z a coordenada vertical, positiva para baixo. Introduzamos as variáveis g' e G , definidas por

$$g' = \frac{\rho - \rho_a}{\rho_a(o)} g \quad (9)$$

$$G = \frac{g}{\rho_a(o)} \frac{d\rho_a}{dz} \quad (10)$$

onde $\rho_a(o)$ representa um valor de referência da massa volúmica, por exemplo, o valor de ρ_a para $z = 0$. A variável g' representa a chamada "aceleração aparente" e G está relacionado com a frequência de Brunt-Vaisala. Tendo em conta as três últimas equações, a eq.(6) pode escrever-se sob a forma

$$\frac{d}{dz} g' b^3 = -G b^3 \quad (11)$$

mais conveniente para o que se segue. Será agora altura de fazer intervir a clássica hipótese de arrastamento introduzida por MORTON, TAYLOR e TURNER 1956, segundo a qual a velocidade de arrastamento é proporcional à velocidade da nuvem, u . Nessas condições,

$$E = K_a b^2 \alpha' u \quad (12)$$

onde α' representa justamente o coeficiente de arrastamento. Tendo em conta (12) e (8), a eq.(3) conduz a

$$\frac{db}{dz} = \frac{\alpha' K_a}{3 K_v} = \alpha \quad (13)$$

onde α representa a taxa de expansão da núvem. Curiosamente, α seria igual a α' no caso de uma esfera pois, nessa situação, $K_a = 4\pi$ e $K_v = 4\pi/3$. Talvez daí o facto de, por vezes, se designar α por coeficiente de arrastamento, a nosso ver com pouca propriedade.

Se aceitarmos que α é constante no domínio em estudo (hipótese adiante discutida com mais pormenor) da eq.(13) retira-se

$$b = \alpha z + b_o \quad (14)$$

ou seja, a núvem tem uma expansão linear.

A concentração média c é inversamente proporcional ao volume, pelo que a diluição S se pode exprimir por

$$S = \frac{c_o}{c} = \left(\alpha \frac{z}{b_o} + 1 \right)^3 \quad (15)$$

Repare-se que a diluição aumenta praticamente com o cubo da distância. Será ainda de realçar a importância de que a avaliação de α se reveste, por exemplo, para estudos de poluição. Uma pequena diferença repercute-se de forma extremamente acentuada no cálculo da diluição. Encontrando-se referências a valores de α desde 0.1 até 0.33, o reflexo desta discrepância em termos de diluições é da ordem de 1 para 36. No presente trabalho serão descritas experiências realizadas pelo primeiro autor que apontam para $\alpha \approx 0.25$, valor que, de resto, parece reunir o maior consenso.

No caso de G ser constante, isto é, de variação linear de ρ_a , a integração da eq.(11) conduz a

$$\frac{g' b^3}{g'_o b_o^3} = 1 - \frac{H}{4\alpha} \left[\left(\frac{b}{b_o} \right)^4 - 1 \right] \quad (16)$$

onde o parâmetro H é definido por

$$H = \frac{G b_o}{g'_o} \quad (17)$$

Torna-se fácil, então, calcular o nível z_m onde $g' = 0$, isto é, o nível onde desaparecem os efeitos gravíticos em virtude da estratificação:

$$\frac{z_m}{b_o} = \frac{1}{\alpha} \left[\left(1 + \frac{4\alpha}{H} \right)^{1/4} - 1 \right] \quad (18)$$

Ter-se-á reparado que algumas conclusões, possivelmente as maior interesse em estudos de engenharia porque habilitam ao cálculo das diluições, foram já obtidas sem recorrer à equação da quantidade de movimento. No entanto, para conhecer os aspectos cinemáticos torna-se necessária a sua inclusão, que será analisada no ponto seguinte.

2.2 . Equação da quantidade de movimento

A equação da quantidade de movimento será escrita sob a forma

$$\frac{d}{dt} [(\rho + K_M \rho_a) K_v b^3 u] = K_v (\rho - \rho_a) g b^3 = f \quad (19)$$

O coeficiente K_M pressupõe que há uma determinada massa de fluido ambiental (massa adicional) interessada no escoamento, à semelhança do que acontece com o movimento de um corpo sólido (p.ex. no caso de uma esfera $K_M = 0.5$). A eventual inclusão de uma força de resistência foi discutida por ESCUDIER e MAXWORTHY 1973, que concluíram pela sua irrelevância.

O tratamento da eq.(19) torna-se complexo se houver estratificação. No sentido de se obter uma solução prática para problemas de engenharia admitir-se-á $\rho \approx \rho_a \approx \rho_a(o)$, o que corresponde à aproximação de Boussinesq, tida por aceitável quando as diferenças de densidade são pequenas. Claro que se trata de um conceito relativo, cuja validade será discutida mais adiante, a propósito das experiências realizadas. Admitindo essa aproximação e que K_M e K_v se mantêm constantes na região em estudo, a eq.(19) pode ser escrita sob a forma

$$\frac{d}{dt} u b^3 = \frac{1}{1 + K_M} g' b^3 \quad (20)$$

Esta equação, conjuntamente com (11) e (13), constituem o sistema de equações fundamentais para o estudo do escoamento. Após tratamento algo elaborado, que se omite por razões de espaço, encontram-se as expressões que relacionam o tempo e a velocidade com a distância percorrida pela núvem:

$$\left(\frac{G}{1+K_M}\right)^{1/2} t = \arcsin \frac{H_*}{F_*} + \arcsin \frac{1}{F_*} \quad (21)$$

$$\frac{u}{u_o} = \left(\frac{b_o}{b}\right)^3 \left(\frac{F_*^2 - H_*^2}{F_*^2 - 1}\right)^{1/2} \quad (22)$$

As novas variáveis H_* e F_* têm o seguinte significado:

$$H_* = \frac{H}{4\alpha} \left[\left(\alpha \frac{z}{b_o} + 1 \right)^4 - 1 \right] \quad (23)$$

$$F_* = [(1 + K_M) H F + 1]^{1/2} \quad (24)$$

sendo F o número de Froude densimétrico definido por

$$F = \frac{u_o^2}{g' b_o} \quad (25)$$

Conclui-se da eq.(22) que o nível z_T correspondente à anulação da velocidade é dado por

$$\frac{z_T}{b_o} = \frac{1}{\alpha} \left\{ \left[\frac{4\alpha}{H} (1 + F_*) + 1 \right]^{1/4} - 1 \right\} \quad (26)$$

Embora seguindo metodologia diferente e mais geral do que KOH 1983, chegou-se a resultados práticos idênticos, cujo interesse poderá ser ilustrado através do exemplo que se segue.

2.3 . Exemplo de aplicação

Considere-se a hipótese de uma descarga de lamas feita por um barco numa zona marítima com 30 metros de profundidade, cujas águas apresentam à superfície uma massa volúmica de 1023Kg/m³ e no fundo 1026Kg/m³. O raio inicial da nuvem é de 2m, a massa volúmica igual a 1029Kg/m³ e a velocidade inicial irrelevante. Pretende-se calcular a profundidade atingida pela nuvem e a correspondente diluição.

Resolução

Admitindo que a densidade da água do mar varia linearmente com a profundidade, teremos:

$$H = \frac{b_o}{\rho_o - \rho_a(o)} \frac{d\rho_a}{dz} = \frac{2}{1029 - 1023} \times \frac{1026 - 1023}{30} = 0.0333$$

e, consequentemente,

$$z_m = \frac{2}{0.25} \left[\left(1 + \frac{4 \times 0.25}{0.0333} \right)^{1/4} - 1 \right] = 10.9m$$

Por outro lado, como $u_o = 0$, resulta $F = 0$ e $F_* = 1$. Portanto:

$$z_T = \frac{2}{0.25} \left\{ \left[\frac{4 \times 0.25}{0.0333} (1 + 1) + 1 \right]^{1/4} - 1 \right\} = 14.4m$$

isto é, a nuvem não chegaria a atingir o fundo.

Para o cálculo da diluição S admitir-se-á uma posição intermédia entre z_m e z_T , seja $z = 12.6m$, pelo que

$$S = \left(0.25 \times \frac{12.6}{2} + 1 \right)^3 = 17$$

3 . MODELO MENOS SIMPLIFICADO (SEM ESTRATIFICAÇÃO)

Conforme se assinalou em 2.1, se não houver estratificação a força de impulsão f - eq.(7) - mantém-se constante, podendo escrever-se

$$f = K_v(\rho - \rho_a)gb^3 = f_o = K_v(\rho_o - \rho_a)gb_o^3 \quad (27)$$

Torna-se fácil, então, integrar a eq.(19), obtendo-se

$$u = u_o + \frac{\rho - \rho_a}{\rho + K_M \rho_a} g t \quad (28)$$

O posterior desenvolvimento matemático complica-se com a presença de u_o , pelo que nos limitaremos a tratar do caso em que a descarga é feita sem velocidade inicial.

As experiências adiante descritas parecem elucidativas quanto ao facto de que a névem exhibe comportamentos distintos conforme se trate de zonas próximas ou afastadas da origem. De resto, isso pode ser constatado pela simples observação do movimento de uma gota num líquido menos denso. A gota não adquire imediatamente a forma típica representada ao fundo da Fig.1. Durante algum tempo é visível uma espécie de apêndice superior, conforme se esquematiza no topo dessa figura. Daí que passemos a considerar inicialmente uma "zona de estabelecimento do escoamento" (ZFE, "zone of flow establishment"), com uma extensão z_e , só depois surgindo a "zona de escoamento estabelecido" (ZEF, "zone of established flow"). Representando por α_e a taxa de expansão em ZFE e mantendo α para ZEF, da integração da eq.(13) resulta:

$$\begin{aligned} \text{i) } ZFE (z \leq z_e) \\ \frac{db}{dz} = \alpha_e \quad ; \quad b = b_o + \alpha_e z \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } ZEF (z > z_e) \\ \frac{db}{dz} = \alpha \quad ; \quad b = (b_o + \alpha_e z_e) + \alpha (z - z_e) \end{aligned} \quad (30)$$

Passaremos, agora, a analisar as duas zonas separadamente.

Zona de estabelecimento

Tendo em atenção as eq.(28),(27) e (8), é possível escrever

$$\left[\left(\frac{b}{b_o} \right)^3 + \beta_e \right] \frac{dz}{dt} = \beta_e g t \quad (31)$$

onde

$$\beta_e = \frac{\Delta_o}{1 + K_{Me}} \quad (32)$$

sendo

$$\Delta_o = \frac{\rho_o - \rho_a}{\rho_a(o)} \quad (33)$$

Admitiremos que na zona de estabelecimento K_M é constante e representado por K_{Me} . Por sua vez a relação b/b_o pode ser expressa em função de z através da eq.(29), pelo que a integração da eq.(31) conduz a:

$$(\alpha_e z_e)^4 + 4(\alpha_e z_e)^3 + 6(\alpha_e z_e)^2 + 4(1 + \beta_e)(\alpha_e z_e) = \frac{2\alpha_e}{1 + K_{Me}} t^2 \quad (34)$$

Esta equação foi tornada adimensional pela introdução das escalas

$$l_s = b_o \quad ; \quad t_s = \left(\frac{b_o}{\Delta_o g} \right)^{1/2} \quad ; \quad u_s = \frac{l_s}{t_s} = (\Delta_o g b_o)^{1/2} \quad (35)$$

e considerando os valores relativos

$$z_s = \frac{z}{l_s} \quad ; \quad t_s = \frac{t}{t_s} \quad ; \quad u_s = \frac{u}{u_s} \quad (36)$$

Tendo em conta as eq.(29), (27) e (28) é possível escrever

$$\text{- Raio:} \quad b_s = \frac{b}{b_o} = 1 + \alpha_e z_s \quad (37)$$

$$\text{- Diluição:} \quad S_s = \frac{\rho_o - \rho_a}{\rho - \rho_a} = b_s^3 \quad (38)$$

$$\text{- Velocidade:} \quad u_s = \frac{t_s}{(1 + K_{Me}) b_s^3 + \Delta_o} \quad (39)$$

O comportamento assintótico quando z tende para zero é o seguinte:

$$b_* = 1 \quad ; \quad S_* = 1 \quad ; \quad t_* = [2(1 + K_M + \Delta_o)]^{1/2} z_*^{1/2} \quad ; \quad u_* = \left(\frac{2z_*}{1 + K_M + \Delta_o} \right)^{1/2} \quad (40)$$

Zona de escoamento estabelecido

O ponto de partida para o relacionamento de z com t continuará a ser a eq.(31), mas agora b será representado pela eq.(30). A integração conduz a

$$[\alpha(z_* - z_{*,*})]^4 + 4A[\alpha(z_* - z_{*,*})]^3 + 6A^2[\alpha(z_* - z_{*,*})]^2 + 4(A^3 + \beta)[\alpha(z_* - z_{*,*})] = \frac{2\alpha}{1 + K_M}(t_*^2 - t_{*,*}^2) \quad (41)$$

onde

$$A = 1 + \alpha_* z_{*,*} \quad ; \quad \beta = \frac{\Delta_o}{1 + K_M} \quad (42)$$

O raio, diluição e velocidade são agora calculados por

$$b_* = A + \alpha(z_* - z_{*,*}) \quad (43)$$

$$S_* = \frac{\rho_o - \rho_a}{\rho - \rho_a} = b_*^3 \quad (44)$$

$$u_* = \frac{t_*}{(1 + K_M)b_*^3 + \Delta_o} \quad (45)$$

Comportamento assintótico quando z tende para infinito:

$$b_* = \alpha z_* \quad ; \quad S_* = (\alpha z_*)^3 \quad ; \quad t_* = \left[\frac{\alpha^3(1 + K_M)}{2} \right]^{1/2} z_*^2 \quad ; \quad u_* = [2\alpha^3(1 + K_M)]^{-1/2} z_*^{-1} \quad (46)$$

Como seria de esperar, a velocidade tende a diminuir com a distância.

4. EXPERIÊNCIAS LABORATORIAIS

4.1. Descrição

Um dos principais objectivos do trabalho experimental consistia em analisar a influência da densidade nas características do escoamento, designadamente no caso de densidades muito elevadas, que possam pôr em causa a aproximação de Boussinesq. Para o efeito utilizou-se um tanque com uma secção transversal de $0.45 \times 0.45 \text{ m}^2$, o qual se enchia com água potável até à altura de 0.50 m, descarregando-se à superfície pequenos volumes de soluções mais densas que a água, às quais se juntava permanganato de potássio para efeitos de visualização. Outro aspecto que se pretendeu analisar foi o da influência que o volume inicial poderia ter sobre o escoamento. Trabalhou-se por isso com volumes variáveis, desde um mínimo de 0.3 ml até um máximo de 5 ml -Quadro 1- podendo avançar-se desde já que dentro desta gama não foram notadas diferenças de comportamento.

Quadro 1 - Condições relativas a cada experiência.

Experiência	Solução	ρ_o (Kg/m ³)	Volume (ml)
1	Cloreto de sódio	1063	0.5
2	" "	"	1.0
3	" "	"	2.0
4	" "	"	4.0
5	" "	1182	5.0
6	" "	"	3.0
7	" "	"	1.0
8	" "	"	0.3
9	Cloreto de cálcio	1458	0.3
10	" "	"	1.0
11	" "	"	4.0

O volume era medido com uma seringa, utilizada para encher colheres hemisféricas com dimensões variáveis, adequadas aos volumes a descarregar. A descarga era feita cuidadosamente, para evitar velocidade inicial. As paredes do tanque eram transparentes, em perspex, uma delas com uma escala métrica que permitiu

medir, para níveis z espaçados de 5 cm, o diâmetro horizontal $2b$ e o tempo t necessário para atingir esse nível. Cada experiência era repetida um certo número de vezes, entre seis e doze, em ordem à obtenção de valores médios representativos.

4.2 . Resultados experimentais

Os resultados destas experiências estão representados nas Fig. 2 e 3. A primeira sugere que na zona onde foi efectivamente medido o raio horizontal ($z. > 10$), se pode aceitar um desenvolvimento linear com uma taxa de expansão $\alpha = 0.25$, independente da densidade. Em virtude da rapidez do movimento na sua fase inicial não foi possível efectuar medições directas em zonas mais próximas da origem, isto é, avaliar α_e directamente. De resto, tendo em atenção a reduzida extensão da zona em causa, seria naturalmente um processo sujeito a erros relativos apreciáveis. Recorreu-se, por isso, a um processo indirecto, baseado na cinemática do escoamento, conforme adiante se indicará.

Os aspectos cinemáticos são ilustrados na Fig. 3, onde se representa t_e em função de z_e . Uma primeira observação é a de que, longe da origem, os resultados parecem realmente confirmar a tendência assintótica prevista pela eq.(46). Essa assíntota fornece, possivelmente, a maneira mais prática de avaliar K_M . No caso presente, com $\alpha = 0.25$, parece que se pode tomar $K_M \approx 0$. De resto, foram esses os valores considerados para confrontar a eq.(41), solução geral para a zona de escoamento estabelecido, com os resultados experimentais. Note-se, por outro lado, que para distâncias relativamente pequenas, o comportamento da eq.(41) é bastante sensível aos parâmetros α_e , z_{e*} e K_{Me} , relativos à zona de estabelecimento do escoamento, pelo que o ajustamento dessa equação aos resultados experimentais constituiu o critério conducente à fixação desses parâmetros - Quadro 2 -.

Quadro 2 - Parâmetros seleccionados

ρ_o (Kg/m ³)	Origem virtual	Zona de estabelecimento			Zona de escoamento estabelecido	
	z_{v*}	K_{Me}	α_e	z_{e*}	K_M	α
1063	4.0	0.5	0.26	2	0	0.25
1182	6.9	0.5	0.43	4	0	0.25
1458	8.4	0.5	0.47	5	0	0.25

Uma questão que merece alguma reflexão é o facto de os maiores valores de α_e estarem associados aos maiores valores de z_{e*} . É uma situação que só se compreende se houver alguma "décalage" nas rectas que traduzem o desenvolvimento linear da núvem, isto é, se houver origens virtuais diferentes, conforme esquematiza a Fig. 4, de onde se deduz

$$z_{v*} = \frac{z_{e*}(\alpha_e - \alpha) + 1}{\alpha} \quad (47)$$

A Fig.2 permite aceitar esta explicação, embora para valores de ρ_o tão diferentes como 1063Kg/m³ e 1458Kg/m³ a "décalage" seja tão pequena que pode ser ignorada para efeitos práticos. Contudo, merece referência o facto de que o estabelecimento do escoamento é tanto mais rápido quanto mais próximas forem as densidades da núvem e do fluido envolvente.

5 . CONCLUSÕES

No presente trabalho começou-se por analisar o movimento de um fluido libertado instantaneamente no seio de um outro de diferente densidade, eventualmente variável com a profundidade. Chegou-se a um conjunto de resultados com interesse prático, mas houve que admitir algumas hipóteses simplificativas, designadamente a aproximação de Boussinesq e o princípio da semelhança ao longo de todo o trajecto. São simplificações que suscitam reservas quando existem apreciáveis diferenças de densidade, razão que esteve na origem do desenvolvimento de um modelo teórico que não faz apelo às referidas simplificações (em contrapartida, só foi considerado o caso de ambiente com densidade uniforme).

Fundamentalmente, o modelo pressupõe a existência de uma zona inicial, dita "zona de estabelecimento do escoamento", onde se desenvolvem os mecanismos de transição para a "zona de escoamento estabelecido". Tal modelo foi confrontado com um conjunto de experiências laboratoriais, com a particularidade da utilização de fluidos muito densos. Principais conclusões:

(i) Embora a extensão cresça com a densidade -Quadro 2 -, a zona de estabelecimento é relativamente curta, tendo-se deduzido para os casos estudados um comprimento máximo de $5b_o$, onde b_o representa o raio inicial da núvem;

(ii) Na zona de escoamento estabelecido, e independentemente da densidade, será de admitir uma taxa de expansão constante e próxima de $\alpha = 0.25$, bem como $K_M \approx 0$, indício de que, nessa zona, a massa adicional é irrelevante. A origem virtual parece, no entanto, depender da densidade, ficando tanto mais afastada da origem real, quanto maior for essa densidade;

(iii) Na zona de estabelecimento será de considerar K_M próximo do valor correspondente à esfera rígida, isto é $K_{Me} = 0.5$. Por sua vez, nessa zona, a taxa de expansão parece crescer com a densidade, tendo-se chegado a obter $\alpha_e = 0.47$. Repete-se que se estabeleceu uma distinção entre os parâmetros "taxa de expansão (α)" e "coeficiente de arrastamento (α')", embora relacionados pela eq.(13). Pela análise da geometria da nuvem será possível deduzir α' , assunto que esperamos poder vir a desenvolver no futuro, no sentido de melhor esclarecer a relação entre arrastamento e efeitos densimétricos.

6. AGRADECIMENTOS

O trabalho experimental aqui descrito foi realizado na Arizona State University (USA) a quem, designadamente na pessoa do Prof. Harindra Fernando, se agradecem as facilidades concedidas. Igualmente se deve um agradecimento à NATO Scientific Affairs Division, Centro de Engenharia Civil da Universidade do Porto / Instituto Nacional de Investigação Científica e Instituto de Hidráulica e Recursos Hídricos, da Universidade do Porto.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ESCUDIER, M.P. & MAXWORTHY, T. 1973 On the motion of turbulent thermals. J. Fluid Mech., 61, 541-552.
- KOH, R.C.Y. 1983 Ocean disposal of municipal wastewater: impacts on the coastal environment". National Oceanic and Atmospheric Administration, vol. 1, 129-175.
- MORTON, B.R., TAYLOR, G.I., & TURNER, J.S. 1956 Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources. Proc. Roy. Soc. A 234,
- NEVES, M.J.V. 1985 Estudo de jactos turbulentos. PhD thesis, Universidade do Porto, Portugal.
- SCORER, R.S. 1957 Experiments on convection of isolated masses of buoyant fluid. J. Fluid Mech., 2, 583.
- TURNER, J.S. 1986 Turbulent entrainment: the development of the entrainment assumption, and its application to geophysical flows. J. Fluid Mech., 173, 431-471.
- WANG, C.P. 1971 Motion of an isolated buoyant thermal. The Physics of Fluids, vol. 14, 1643-1647.