U.PORTO

FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA UNIVERSIDADE DO PORTO

ESTUDOS DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NO DIMENSIONAMENTO DOS PILARES DE PONTES

DIOGO AUGUSTO SANTOS PEREIRA ROCHA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Mário Jorge de Seixas Pimentel

JUNHO DE 2016

Mestrado Integrado em Engenharia Civil 2015/2016

Departamento de Engenharia Civil

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

http://www.fe.up.pt

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2015/2016 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2016*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

À minha família.

A parte que ignoramos é muito maior que tudo quanto sabemos.

Platão

Agradecimentos

Gostaria de agradecer o apoio e ajuda dada por todos que estiveram ao meu lado durante esta época em que estive a realizar a dissertação:

- Ao meu orientador, Professor Mário Pimentel, por ajudar sempre que necessitei, e por orientar todo este percurso;
- À minha família e amigos por apoiarem sempre que precisei.

RESUMO

No dimensionamento de pilares de betão armado os efeitos de segunda ordem podem ser determinados através de métodos simplificados, tais como os preconizados no Eurocódigo 2 (EC2). No entanto, no caso de pilares esbeltos de pontes estes métodos podem conduzir a dimensionamentos demasiado conservativos. O primeiro objetivo deste trabalho consiste na elaboração de um estudo paramétrico pondo em evidência as diferenças que podem ser obtidas no cômputo dos momentos de segunda ordem em pilares do tipo consola utilizando para o efeito tanto os métodos simplificados preconizados no EC2 como o método geral que consiste na realização de uma análise não linear material e geométrica. O segundo objetivo consiste na análise e dimensionamento de um pilar de uma ponte com cerca de 43m de altura, permitindo pôr em prática num caso real as metodologias estudadas no âmbito da dissertação.

PALAVRAS-CHAVE: Momentos de segunda ordem, Método baseado numa rigidez nominal, Método baseado numa curvatura nominal, Análise não linear geométrica e material

ABSTRACT

Second order effects in reinforcement concrete columns can be taken into account in the design stage using the simplified approaches proposed in codes of practice such as the Eurocode 2 (E2). However, in some cases, such as bridge columns, the resulting design can be overly conservative because these methods tend to overestimate the second order effects in tall and slender cantilever columns. One objective of this dissertation is the elaboration of a parametric study highlighting the differences that can be obtained in the second order effects for cantilever columns designed with the methods based on the nominal stiffness and nominal curvature prescribed in the EC2 with those based on the general method. The latter implies performing a geometrical and material nonlinear analysis. A second objective is the analysis and design of one column of a real bridge, employing the methods studied in the scope of this work.

KEYWORDS: Second order effects, Method based on nominal stiffness; method based on nominal curvature; Geometric and material nonlinear analysis.

Índice Geral

AGRADECIMENTOS v

RESUMO vii

ABSTRACT ix

ESTUDOS DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NO DIMENSIONAMENTO DOS PILARES DE PONTES i

Índice Geral xi

1 INTRODUÇÃO 1

1.1 ASPETOS GERAIS 1

1.2 OBJETIVOS GERAIS 2

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO 2

2 Enquadramentos dos efeitos de segunda ordem em pilares de 3

pontes 3

3 ANÁLISE DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM EM PEÇAS COMPRIMIDAS 7

3.1 FUNDAMENTOS 7

3.1.1. COEFICIENTE DE FLUÊNCIA 10

3.1.2. Comprimento efetivo 11

3.1.3. Esbelteza 10

3.1.4. Imperfeições geométricas 11

3.2. ABORDAGENS REGULAMENTARES 12

3.2.1. Métodos de analise. 12

3.2.2. Método da Rigidez Nominal 14

3.2.3 Método da Curvatura Nominal 14

4 ESTUDOS PARAMETRICOS 17

4.1 MÉTODO DE ANÁLISE 17

4.2 CASOS REALIZADOS COM O MÉTODO DE RIGIDEZ NOMINAL 20

4.3 CASOS REALIZADOS COM O MÉTODO DA CURVATURA NOMINAL 26

4.4 COMPARAÇÃO ENTRE O MÉTODO DA RIGIDEZ NOMINAL E O MÉTODO DA CURVATURA NOMINAL 31

4.5 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS SEGUNDO O EC2 COM O MÉTODO NÃO LINEAR 33

5 *CASOS DE ESTUDO* 43

5.1 INTRODUÇÃO AO CASO REAL - VIADUTO SOBRE A RIBEIRA DE LONGRA 45

5.2 ANÁLISE DO PILAR 5 ATRAVÉS DOS MÉTODOS DO EC2 48

5.3 MODELAÇÃO DO PILAR DO VIADUTO 54

6 CONCLUSÕES 59
Bibliografia 61
Anexos 1
A 2

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.1- Secções e tipo de estruturas típicas, AASHTO (1994). 4

Fig.2. Momentos de primeira e segunda ordem 8

Fig.3. Carga crítica numa barra 8

Fig.4. Dimensionamento de um elemento 9

Fig.5. Comprimento efetivo de encurvadura [7] 10

Fig.6-Exemplo de como determinar K, Faria & Pimentel (2014). 13

Fig.7.Elemento analisado neste capítulo 17

Fig.8.Gráfico dos momentos resistentes e atuantes, fazendo variar a excentricidade de primeira ordem (e1) e a taxa de armadura. 23

Fig. 9.Gráficos dos momentos resistentes e atuantes, fazendo variar a esbelteza e a taxa de armadura 24

Fig. 10.Gráfico dos momentos resistentes e atuantes, onde a condicionante é o esforço axial. 25

Fig. 11.Gráfico dos momentos resistentes e atuantes, onde a variável condicionante é a excentricidade. 28

Fig.12.Gráfico dos momentos resistentes e atuantes, onde a variável condicionante é a esbelteza. 29

Fig. 13.Gráfico dos momentos resistentes e atuantes, onde a variável condicionante é o esforço axial. 30

Fig.14.Graficos dos momentos atuantes e resistentes. 32

Fig. 15. Gráficos do programa Diana 9.4.4 documentation section 6.1.2 Tension Softening. ... 35

Fig. 16. Imagem de Diana 9.4.4 documentattion 4.6.2 Class-II and Class-III beams, Manie (2011). 35

Fig.17.Exemplo da aplicação do método Gauss no elemento e de Simpson na secção. 36

Fig.18.Análise introduzida no programa DIANA 36

Fig.19.Ábacos dos casos de estudo. 40

Fig.20.Ábacos dos casos de estudo 43

Fig.21.Perfil longitudinal do viaduto sobre a Ribeira de Longra. 45

Fig.22.Perfil transversal do viaduto sobre a Ribeira de Longra 46

Fig.23. Secção dos pilares 46

Fig.24. Direções das forcas e momentos 47

Fig. 25.Eixo da secção. 48

Fig.26.Inércia da armadura em x 49

Fig.27.Divisão da secção 51

Fig.28.Parâmetros a colocar no Programa Diana 54

Fig 29. Secção do elemento carregada por uma flexão composta..... 5

ÍNDICE DE QUADROS (TABELAS)

Tabela 1- Guia geral para seleção de pilares. 5
Tabela 2.Casos iniciais elementares..... 18
Tabela 3.Dados do betão C30/37 segundo o Eurocódigo 2 (in NP EN 1992-1-1 2010) 18
Tabela 4.Dados do aço A500, segundo o Eurocódigo 2 (in NP EN 1992-1-1 2010)..... 18
Tabela 5. Valores do esforço axial..... 19
Tabela 6.Alturas dos casos de estudo 20
Tabela 7. Momentos atuantes totais, com n=0,4 e λ=50. 22
Tabela 8.Momentos resistentes, com n=0,4 e e λ=50 22
Tabela 9.Momentos atuantes, com n=0,4 e e1/h=0,5..... 23
Tabela 10. Momentos resistentes, com n=0,4 e e1/h=0,5. 24
Tabela 11.Momentos atuantes, com λ=50 e e1/h=0,5..... 25
Tabela 12.Momentos resistentes, com λ=50 e e1/h=0,5 25
Tabela 13.Momentos atuantes, com n=0,4 e λ=50..... 27
Tabela 14.Momentos resistentes, com n=0,4 e λ=50 27
Tabela 15.Momentos atuantes, n=0,4 e e1/h=0,5 28
Tabela 16.Momentos resistentes, com n=0,4 e e1/h=0,5..... 28
Tabela 17.Momentos atuantes, com λ=50, e1/h=0,5..... 29
Tabela 18.Momentos resistentes, com λ=50, e1/h=0,5. 29
Tabela 19.Valores das variáveis. 33
Tabela 20.Valores de armadura a usar no programa Diana..... 34
Tabela 21.Momentos máximos dos métodos simples e do programa Diana 37
Tabela 22.Esforços no pilar 5..... 47
Tabela 23.Dados do pilar 5 48
Tabela 24.Momentos atuantes totais, resultantes da aplicação do MRN. 50
Tabela 25.Momentos resistentes. 51
Tabela 26.Verificação da flexão desviada. 52
Tabela 27.Momentos de segunda ordem resultantes da aplicação do MCN. 52
Tabela 29.Verificação da flexão desviada 53
Tabela 30.Momentos resultantes da análise não linear geométrica..... 55

1
INTRODUÇÃO

1.1 ASPETOS GERAIS

Os efeitos de segunda ordem em pilares traduzem-se pelo aumento do momento fletor devido à ação de esforços de compressão e podem ser quantificados estabelecendo as equações de equilíbrio na configuração deformada. Estes efeitos dependem essencialmente do esforço axial de compressão que o elemento está sujeito e da sua esbelteza. No caso de pilares pouco esbeltos estes efeitos podem ser desprezados. Esta dissertação foca-se precisamente em peças esbeltas, mais precisamente em pilares de pontes, nos quais aos efeitos de segunda ordem têm maior influência no valor dos esforços finais de dimensionamento, o que levará a situações específicas que o Eurocódigo 2 (EC2) pode não abranger.

O EC2 preconiza dois métodos simplificados para avaliar os efeitos de segunda ordem: o método baseado numa rigidez nominal (MRN) e o método baseado numa curvatura nominal (MCN). Ambos são métodos bastante usados para o dimensionamento de pilares correntes. No entanto, as soluções provenientes destes métodos podem não ser as melhores para elementos com elevado esforço axial de compressão, excentricidade ou até esbelteza. Em pilares de pontes onde estes casos são predominantes, o momento nominal de segunda ordem decorrente da aplicação destes métodos pode atingir valores muito elevados, conduzindo eventualmente a a obras sobredimensionadas.

Existem outros métodos mais rigorosos, no entanto são mais complexos e exigem mais tempo ao projetista, mas cuja aplicação se pode revelar essencial no caso de os métodos simplificados se revelarem demasiado conservativos.

Esta dissertação tem em vista a comparação destes diferentes métodos, através do estudo de um pilar em consola, a peça que mais se assemelha a um pilar típico de uma ponte. Este estudo contempla a realização de análises paramétricas com o intuito de avaliar o domínio de aplicabilidade dos métodos simplificados e permitir a análise crítica dos resultados obtidos no dimensionamento dos pilares de uma ponte pertencente ao caso de estudo real. Pretende-se ainda ilustrar a aplicação das diferentes metodologias no dimensionamento do pilar de uma ponte.

1.2 OBJETIVOS GERAIS

O objetivo principal deste trabalho é avaliar da melhor forma os efeitos de segunda ordem em pilares de pontes, para que seja possível chegar rapidamente à solução mais económica, gastando assim menos recursos. Serão efetuados estudos paramétricos em peças comprimidas, usando métodos simplificados baseados em análises elásticas de primeira ordem, como o MRN e o MCN. Posteriormente, avançar-se-á para métodos mais refinados e complexos, com auxílio do programa DIANA 9.4.4, onde é feita uma análise não linear geométrica e material. Estes métodos exigem mais tempo de análise e um maior gasto de recursos. No entanto é expectável que forneçam valores dos esforços mais próximos do que uma pessoa acha que é a realidade. Com base nestes estudos será possível analisar com maior precisão casos reais, podendo assim saber que método usar ou então o que é possível mudar para que se obtenha uma solução mais económica.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 1 é feita uma breve apresentação da dissertação, explicando em que esta consiste, quais são os seus objetivos e como está organizada.

O capítulo 2 consiste numa breve explicação do uso dos pilares esbeltos.

No capítulo 3 é explicado quais os fundamentos dos métodos disponibilizados pelo EC2, mostrando ao leitor as condições em que os efeitos de segunda ordem devem ser considerados, e que parâmetros devemos ter em conta na sua análise. É ainda explicado em que consiste o método baseado na rigidez nominal e o método baseado na curvatura nominal.

No capítulo 4 é apresentado um estudo paramétrico que consiste na análise e apresentação dos resultados de diversos casos, usando o programa DIANA e os métodos disponibilizados pelo EC2.

No capítulo 5 é analisado o caso real, aplicando os métodos simplificados e a análise não linear geométrica e material.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões.

2
PILARES DE PONTES

Os pilares de pontes são elementos estruturais que têm como objetivo principal transferir as cargas verticais do tabuleiro para as fundações e resistir às cargas horizontais que atuam na ponte. Atualmente existe uma grande variedade de pilares e é possível classificá-los pela:

- Secção – sólido, oco, circular, retangular, octogonal, etc;
- Estrutura – encastrados no tabuleiro ou articulados (recebendo as cargas de apoios fixos ou deslizantes);
- Configuração Estrutural - pilar único, conjunto de pilares, pilar tipo parede e pilar tipo cabeça de martelo.

A sua escolha para a obra deve ser baseada em requerimentos estruturais, funcionais e geométricos. Por exemplo, para pilares altos a melhor secção é a oca, pois exige menos betão, tornando a estrutura mais leve. Secções circulares são ótimas em situações onde é necessário garantir rigidez em várias direções. Os pilares tipo cabeça de martelo são muito usados em ambientes urbanos, por haver pouco espaço disponível. Os pilares do tipo parede são usados em rios, pois são esbeltos e oferecem pouca resistência à corrente. Na Fig.1, as secções de (a) a (h) são aquelas tipicamente usadas em terra e as secções de (i) a (o) são as secções usadas em meio aquático. As últimas três estruturas são o pilar tipo parede, o pilar tipo cabeça de martelo e o pilar tipo estrutura pórtico, respetivamente, AASHTO (1994).

As combinações destes requerimentos limitam a escolha de pilares, chegando-se assim ao pilar ideal para uma dada situação. Pode-se dizer que por existir um número infinito de situações onde poderão ser construídas pontes, também irá existir um número infinito de combinações de requerimentos que darão origem a novos pilares, cada um ideal para a sua situação.

Nos últimos anos o aspeto estético tem ganho grande peso na escolha do tipo de pilar, no entanto, este não deve de forma alguma comprometer os requerimentos anteriores, pois para um engenheiro a segurança está acima de tudo.

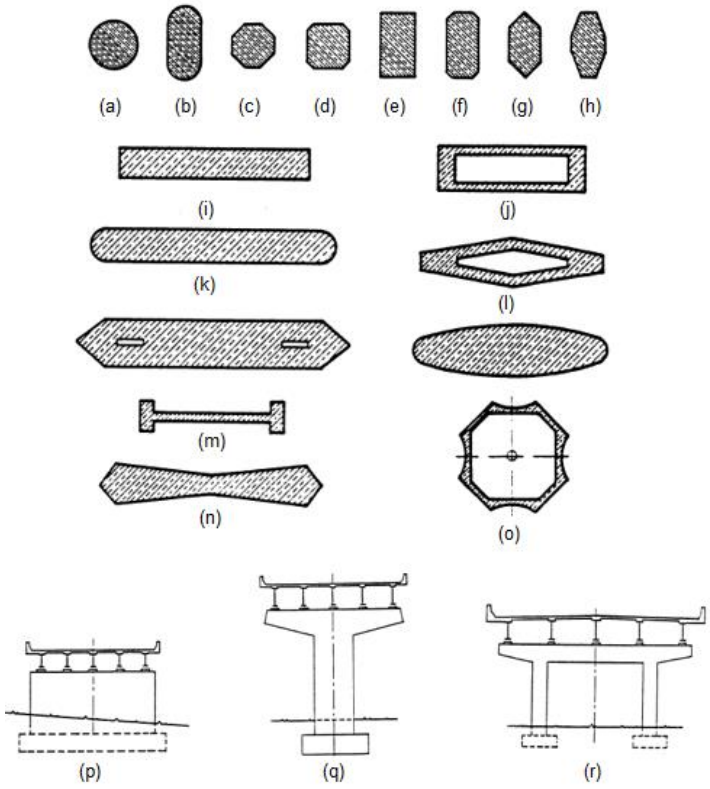


Fig.1- Secções e tipo de estruturas típicas, *AASHTO (1994)*.

Como foi referido, os pilares têm como objetivo transmitir as cargas do tabuleiro às fundações, sendo essas cargas em geral muito elevadas. As cargas principais são:

- Cargas permanentes;
- Ações variáveis;
- Ações Acidentais.

As cargas permanentes são referentes ao peso próprio da estrutura, o peso do equipamento fixo e dos revestimentos, entre outros. As ações variáveis por outro lado são cargas "em movimento", por exemplo, veículos e pessoas a passar no tabuleiro, variação da temperatura, gelo/degelo, vento, pressão hidrodinâmica e fricção entre o tabuleiro e os pilares. Por fim existem as cargas acidentais. Neste grupo enquadram-se aquelas em que o meio onde se encontram inseridas tem maior influência, como meios mais propícios a terramotos, a impacto de barcos ou detritos na estrutura, a explosões, a acidentes rodoviários/ferroviários, a acidentes na construção, entre outros.

Dado o meio em que a ponte é construída, o projetista tem de ter em conta as cargas que necessitam de atenção especial pois não é algo que se possa fazer mecanicamente e esperar um desempenho igual ao das restantes pontes que foram construídas da mesma maneira, mas em meios diferentes.

Os pilares das pontes estão sujeitos a grandes forças de compressão. Se compararmos pilares em tudo semelhantes, exceto na altura, o mais esbelto é o que estará submetido aos maiores esforços. Isto deve-se principalmente aos efeitos de segunda ordem. Antes de entrar nesta matéria, é mostrado no quadro seguinte um guia geral de quando usar pilares altos ou pilares baixos.

Tabela 1- Guia geral para seleção de pilares.

Tabuleiro de aço		
Em água	Pilar alto	Pilar tipo parede ou cabeça de martelo; secção oca para a maior parte dos casos;
	Pilar baixo	Pilar tipo parede ou cabeça de martelo; secção solida; construção em consola;
Em terra	Pilar alto	Pilar do tipo cabeça de martelo (Fig1q); ou estrutura porticada (Fig1r); secção oca em caso de eixo único e solida em caso de um pórtico;
	Pilar baixo	Pilar do tipo cabeça de martelo e estrutura porticada; secção solida;
Tabuleiro de betão pré-fabricado e pré-esforçado		
Em água	Pilar alto	Pilar do tipo parede ou cabeça de martelo; secção oca para a mais parte dos casos;
	Pilar baixo	Pilar tipo parede ou cabeça de martelo; secção solida; construção em consola; encastramento;
Em terra	Pilar alto	Pilar do tipo cabeça de martelo e estrutura porticada; secção oca em caso de eixo único e sólida em caso de um pórtico;
	Pilar baixo	Pilar do tipo cabeça de martelo e estrutura porticada; secção solida;
Tabuleiro de betão in-situ		
Em água	Pilar alto	Pilar de um eixo; o tabuleiro é normalmente construído pelo método dos avanços sucessivos ou deslocamento sucessivos; secção oca;
	Pilar baixo	Pilar tipo parede; secção solida;
Em terra	Pilar alto	Pilar único ou conjunto de pilares; secção solida para a maior parte dos casos
	Pilar baixo	Pilar único ou conjunto de pilares; secção solido;

3

ANÁLISE DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM EM PEÇAS COMPRIMIDAS

3.1 FUNDAMENTOS

O EC2 apresenta dois métodos de análise linear que podem ser aplicados em varias casos, no entanto há que fazer um estudo prévio do caso para não simular uma situação que não corresponde à realidade. Como tal, é necessário ver em que bases foram criados estes métodos, o que assumiram, e o que incluíram, sendo que, mesmo sendo de carácter linear, incluem efeitos não lineares, como é o caso das imperfeições geométricas e da fluência do betão. Esta dissertação estuda também estes parâmetros e como chegar a melhores dados, comparando posteriormente com métodos não lineares e não geométricos e, finalmente, comparando com casos reais. Deste modo é possível verificar se pelo EC2 não existe grande disparidade de resultados para este tipo de situações, o que poderá permitir aos Engenheiros poupar tempo, por não terem de fazer vários métodos lineares e não lineares, simples e complexos, para validar valores. Poderá também permitir poupar dinheiro, sendo que o resultado chegado é o mais próximo do caso mais económico.

O momento atuante total de uma peça pode ser traduzida por:

$$M = M0ed + M2 \tag{3.1}$$

$$M0ed = N \times e1 \tag{3.2}$$

$$M2 = N \times y \tag{3.3}$$

$M0ed$ Momento inicial, de 1ª ordem;
M2 Momento de segunda ordem;
$e1$ desvio inicial (força horizontal e/ou imperfeição geométrica);
y desvios devido à deformação.

Ao momento inicial é acrescentado um segundo momento provocado pelos efeitos de segunda ordem. Este momento resulta quando uma peça é submetida a forças de compressão, deformações irão surgir na peça e quanto mais agravadas forem maior serão os momentos de segunda ordem.

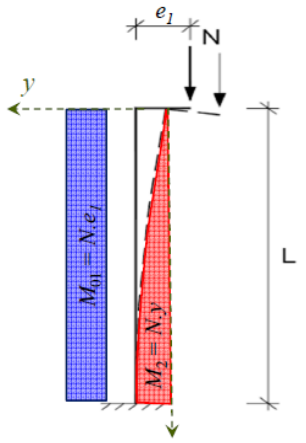


Fig.2. Momentos de primeira e segunda ordem

A curvatura, y, pode ser escrita da seguinte forma:

$$y = C1 \times \sin(k \times z) + C2 \times \cos(\mathrm{k} \times \mathrm{z}) \qquad ,k = \sqrt{\frac{N}{EI}} \tag{3.4}$$

A equação diferencial que rege o problema é a seguinte:

$$\begin{cases} M2 = N \times y \\ -\frac{M}{EI} = \frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dz^2} \end{cases} \tag{3.5}$$

$$N \times y = EI \times \frac{d^2y}{dz^2}$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} + \frac{N}{EI} = 0 \tag{3.6}$$

As condições fronteira são:

$z = 0 \rightarrow \quad y = 0 \rightarrow \quad C2 = 0$
$z = l0 \rightarrow \quad y = 0 \rightarrow \quad C1 = 0 \vee k \times l0 = n \times \pi$

A carga crítica de encurvadura (ou carga de Euler) obtém-se fazendo $n = 1$:

$$k \times l0 = \pi \Leftrightarrow NE = \frac{\pi^2 EI}{l0^2} \tag{3.7}$$

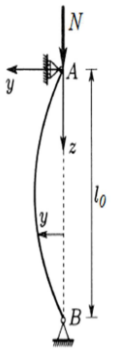


Fig.3. Carga crítica numa barra

No entanto os modelos do EC2 foram feitos para serem aplicados no dimensionamento, como tal, o momento atuante resultante da aplicação dos métodos é igual ao momento resistente último da peça. O momento resistente último é igual à soma entre o momento de primeira ordem e o momento de segunda ordem nominal. A palavra nominal surge pois, caso a peça colapse devido à encurvadura, significa que não foi atingido o momento resistente, e o momento nominal será maior do que o verdadeiro momento de segunda ordem. A expressão da curvatura usada nos métodos é:

$$y = \frac{1}{r} \times \frac{l^2}{c}$$

A diferença entre estes dois métodos reside no modo como definem a curvatura, $\frac{1}{r}$, segundo determinado eixo. O Método de Rigidez Nominal sugere que:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \tag{3.8}$$

Na rigidez da peça, EI, considera-se o efeito da fendilhação, da não linearidade do comportamento do betão e do aço, e a fluência do betão. Os momentos totais resultam da majoração dos efeitos de primeira ordem. Por outro lado, o Método de Curvatura Nominal afirma que:

$$\frac{1}{r} = \frac{2\varepsilon yd}{0{,}9d} \tag{3.9}$$

Onde $\frac{1}{r}$ irá ser fixo (independente do momento) e amplificado para ter em conta os efeitos da fissuração e da fluência, não tem em conta os efeitos de 1ª ordem.

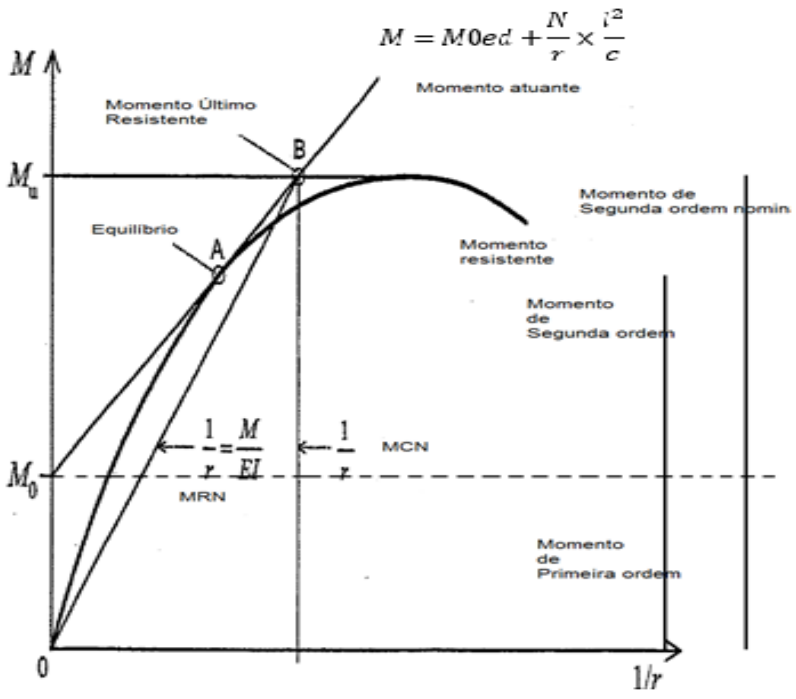


Fig.4. Dimensionamento de um elemento

Os parâmetros presentes nos métodos de análise dos efeitos de segunda ordem do EC2 que necessitam de uma introdução e análise previa, de modo a compreender o porquê de assumir dados valores, são:

- Coeficiente de Fluência;
- Esbelteza;
- Comprimento efetivo;
- Imperfeições geométricas.

3.1.1. Coeficiente de Fluência

Fluência é um fenómeno que ocorre no betão quando sujeito a uma carga durante um longo período de tempo, provocando uma deformação elástica instantânea (deformação elástica diferida), seguida de uma deformação que se processa no tempo (deformação plástica diferida). A fluência pode ser calculada e integrada nos cálculos por duas formas, calculando a deformação da peça sob uma carga durante um longo período de tempo, fazendo uma analise da peça, considerando uma força adicional, ou determinando o coeficiente de fluência efetivo, dado pelo EC2. O segundo modo é igualmente correto e muito mais fácil de aplicar, e traduz se da seguinte forma:

$$\varphi ef = \varphi(\infty, t0) \times \frac{M0Eqp}{M0Ed} \tag{3.10}$$

$\varphi(\infty, t0)$ valor final do coeficiente de fluência, de acordo com o EC2, 3.1.4;
$M0Eqp$ momento fletor de primeira ordem na combinação de ações quase permanentes (SLS, estado limite de utilização);
$M0Ed$ momento fletor de primeira ordem na combinação de ações de cálculo (ULS, estado limite último).

A expressão 1, também garante o coeficiente de fluência para o caso de peças esbeltas, tal é provado no capitulo 4 Bo, Second order effects in slender concrete structures (2005)

3.1.2. Comprimento efetivo

Por definição, o comprimento de encurvadura de uma coluna (perfeita) é o comprimento de uma coluna biarticulada com idêntica carga critica, Jacinto. Por outras palavras o comprimento efetivo é aquele visto numa coluna onde está aplicada a carga critica (Euler). Em condição fronteira perfeitas o $l0$ dá:

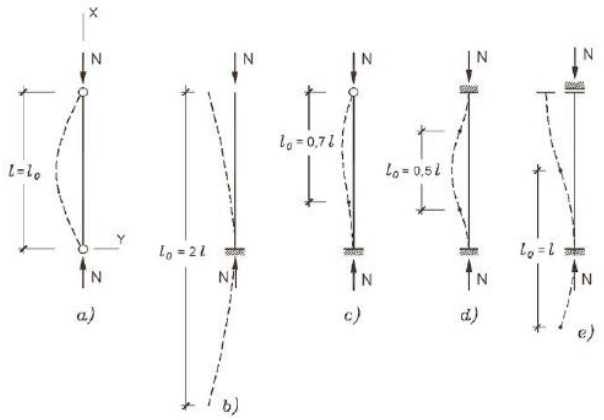


Fig.5. Comprimento efetivo de encurvadura [7]

Como é possível observar o comprimento efetivo é contabilizado sendo o comprimento entre pontos de inflexão. No caso desta dissertação, onde o objetivo do autor é analisar e dimensionar um pilar de uma ponte, o comprimento efetivo a adotar é o da Fig.3b. Um dos pontos de inflexão, no caso de uma consola encastrada, está no topo desta, coincidente com o apoio livre. O outro ponto de inflexão encontra-se a uma distância do encastramento de valor igual ao comprimento da peça, sendo o apoio encastrado o ponto máximo de flexão, imaginando que a peça está impedida de se deslocar em ambas as extremidades (tanto a real como a imaginária), Chen & Duan (2014).

3.1.3. Esbelteza

O conceito de esbelteza esta ligada com a altura e a secção da peça, sendo quanto mais alta a peça e pequena a secção, maior será a esbelteza. O coeficiente de esbelteza de uma peça em relação a uma dada direção é demonstrado pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{l0}{i} \tag{3.11}$$

l0 comprimento efetivo;
i raio de giração da secção de betão não fendilhado

3.1.4. Imperfeições geométricas

As imperfeições geométricas estão relacionadas com as tolerâncias de execução que provém da execução da peça. Contabilizamos este conceito ao adicionar uma excentricidade (e1), que multiplicada pela carga axial irá originar um momento. Este será adicionado aos momentos de primeira ordem.

3.2. ABORDAGENS REGULAMENTARES

3.2.1. Métodos de analise.

No presente subcapítulo são explicadas algumas particularidades dos parâmetros introduzidos no subcapítulo anterior.

Nos casos em que os valores do coeficiente de esbelteza das peças sejam menores que um certo limite é possível desprezar os efeitos de segunda ordem. Esse valor corresponde à esbelteza limite:

$$\lambda\text{lim} = 20 \times \text{A} \times \text{B} \times \text{C} \times \sqrt{n} \qquad (3.12)$$

$A = 1/(1 + 0{,}2\varphi ef)$	se φef não é conhecido, poderá utilizar-se A=0,7;
$B = \sqrt{(1 + 2\omega)}$	se ω não é conhecido, poderá utilizar-se B=1,1;
$C = 1{,}7 - rm$	se rm não é conhecido, poderá utilizar-se C=0,7;
φef	coeficiente de fluência efetivo;
$\omega = As \cdot fyd/(Ac \cdot f_{cd})$	taxa mecânica de armadura;
As	área total da secção das armaduras longitudinais;
$n = Ned/(Acfcd)$	esforço normal reduzido;
$rm = M01/M0$	razão de momentos.

Este parâmetro inicialmente não incluía a taxa mecânica de armadura, e muitas pessoas achavam que o coeficiente de fluência efetiva era de pouca importância e difícil de determinar, acabando por desprezá-lo. De acordo com Bo (2004), em 2001, o Professor J. Hellesland demonstrou que em muitos casos o coeficiente de esbelteza limite era inseguro, o que o levou a realizar um estudo mais rigoroso acerca do caso, concluindo que sem a taxa de armadura e sem o coeficiente de fluência, o coeficiente de esbelteza limite seria inseguro para quando a peça era pouco armada, e bastante conservativo para peças com uma taxa de armadura média/alta.

Em relação ao comprimento efetivo, há casos onde o elemento tem apoios elásticos nas extremidades, isto significa que o valor do comprimento efetivo estará algures entre os valores da Fig.5. O EC2 disponibiliza expressões que permitem calcular estes valores. Estas expressões possuem um comportamento linear e são conservativos para enquadrar efeitos não lineares que possam surgir. Para pilares contraventados :

$$l_0 = 0.5l\sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0.45 + k_1}\right)\left(1 + \frac{k_2}{0.45 + k_2}\right)} \qquad (3.13)$$

Para pilares não contraventados [6]:

$$l_0 = l \times \max\left\{\sqrt{1 + 10\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right)\left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right)\right\}; \qquad (3.14)$$

$k1, k2$ flexibilidade relativa dos encastramentos parciais das extremidades 1 e 2, respetivamente;

$$k = \left(\frac{\theta}{M}\right) \cdot \left(\frac{EI}{l}\right) \tag{3.15}$$

θ rotação dos elementos que se opõem à rotação para o momento fletor M;
EI rigidez de flexão do elemento comprimido;
l altura livre do elemento comprimido entre ligações de extremidade.

No estudo de estruturas, os casos mais correntes apresentam elementos comprimidos adjacentes concorrentes no mesmo nó, que contribuem para a rotação de encurvadura. Deverá substituir (EI/l) na definição de k por $[(EI/l)a + (EI/l)b]$, sendo a e b o elemento comprimido (pilar) situado respetivamente, acima e abaixo do nó.

$$k1 = \frac{\left(\frac{EIa}{la}\right)+\left(\frac{EIb}{lb}\right)}{\left(\frac{M}{\theta c}\right)+\left(\frac{M}{\theta d}\right)} \tag{3.16}$$

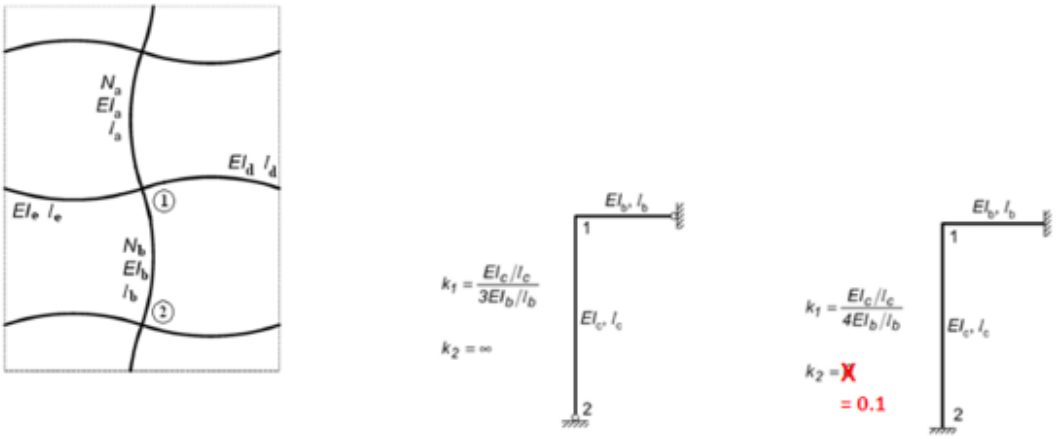


Fig.6-Exemplo de como determinar K, *Faria & Pimentel (2014).*

A carga crítica é o valor do esforço axial de compressão que caso seja ultrapassado num dado elemento, à mínima perturbação da coluna desencadeia uma repentina deformação lateral, conhecida por encurvadura.

$$NB = \frac{\pi^2 \times EI}{l0^2} \tag{3.17}$$

EI rigidez do elemento;
$l0$ comprimento efetivo.

3.2.2. Método da Rigidez Nominal

O momento de cálculo total proveniente deste método, resulta da majoração dos efeitos de primeira ordem, nomeadamente:

$$MEd = M0Ed\left(1 + \frac{\beta}{\frac{NB}{NEd}1}\right) \quad (3.18)$$

M0ed momento de primeira ordem;
β coeficiente que depende da distribuição dos momentos de primeira e de segunda ordem;
Ned valor de cálculo do esforço normal;
NB carga de encurvadura baseada na rigidez nominal.

O EC2 permite, para casos isolados de secção transversal constante e solicitados por um esforço normal constante, admitir que o momento de segunda ordem tem uma distribuição sinusoidal, ou seja:

$$\beta=\frac{\pi^2}{C0} \quad (3.19)$$

$c0$ coeficiente que depende da distribuição do momento de primeira ordem.

A rigidez nominal é devidamente reduzida para ter em conta a influência do comportamento não linear dos materiais, da fluência e da fendilhação, e traduz-se da seguinte forma:

$$EI = KcEcdIc + KsEsIs \quad (3.20)$$

Ecd valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão;
Ic momento de inércia da secção transversal de betão;
Es valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço das armaduras;
Is momento de inércia das armaduras, em relação ao centro da área do betão;
Kc coeficiente de que toma em conta os efeitos da fendilhação, da fluência, da esbelteza e dos esforços
Ks coeficiente que toma em conta a contribuição das armaduras.

$$Ks = 1$$

$$Kc = \frac{k1k2}{1+\varphi ef} \quad (3.21)$$

$$k1 = \sqrt{\frac{fck}{20}} \quad (3.22)$$

$$k2 = n \cdot \frac{\lambda}{170} \leq 0{,}20 \quad (3.23)$$

n esforço normal reduzido, $\frac{Ned}{Acfcd}$;
λ coeficiente de esbelteza, $\frac{l0}{\sqrt{\frac{Ic}{Ac}}}$

O método está indicado para o cálculo de efeitos de segunda ordem em estruturas estaticamente indeterminadas, como seja o caso de estrutura porticadas.

3.2.3 Método da Curvatura Nominal

O momento total, proveniente deste método resulta da soma dos momentos de primeira ordem com os da segunda ordem, nomeadamente:

$$Med = M0ed + M2 \tag{3.24}$$

$M0ed$ momento de primeira ordem, incluindo o efeito de imperfeições;
$M2$ momento nominal de segunda ordem.

$$M2 = Ned \cdot e2 \tag{3.25}$$

Ned valor de cálculo do esforço normal;
$e2$ deslocamento, em que:

$$e2 = \left(\frac{1}{r}\right) \cdot \frac{lo^2}{c} \tag{3.26}$$

$\frac{1}{r}$ curvatura;
$l0$ comprimento efetivo;

c coeficiente dependente da distribuição da curvatura.

O coeficiente c depende da distribuição da curvatura toral, em casos de secção transversal constante $c = 10(\approx \pi^2$, corresponde a uma distribuição sinusoidal das curvaturas). Se o momento de primeira ordem for constante $c = 8$. Este parâmetro é diferente de $c0$ pois este depende da curvatura correspondente unicamente ao momento de primeira ordem. A curvatura é estimada com base na capacidade de cedência da peça, em compressão e em tensão, e para elementos de secção transversal constante e simétrica escreve se da seguinte forma:

$$\frac{1}{r} = Kr \cdot K\varphi \cdot \frac{1}{r0} \tag{3.27}$$

Kr fator de correção dependente do esforço normal;
$K\varphi$ coeficiente que tem em conta a fluência;
$\frac{1}{r0} = \frac{\varepsilon yd}{0{,}45d}$;
$\varepsilon yd = \frac{fyd}{Es}$;
d altura útil.

O fator de correção Kr é introduzido com vista a reduzir a curvatura em casos que a cedência por tração das armaduras não é atingida, e traduz se em:

$$Kr = \frac{nu - n}{nu - nbal} \leq 1 \tag{3.28}$$

n esforço normal reduzido, $\frac{Ned}{Acfcd}$;
Ned valor de cálculo do esforço normal;
$nu = 1 + w$;
$nbal$ valor de n correspondente ao momento resistente máximo, segundo o EC2 poderá utilizar-se o valor 0,4;
w taxa de armadura, $= \frac{Asfyd}{ACfcd}$;
As área total da secção das armaduras;
Ac área da de secção transversal de betão.

O efeito da fluência deverá ser considerado através do seguinte coeficiente:

$$K\varphi = 1 + \beta\varphi ef \geq 1 \quad (3.29)$$

φef coeficiente de fluência efetivo;
$\beta = 0{,}35 + \frac{fck}{200} - \frac{\lambda}{150}$;
λ coeficiente de esbelteza

4
ESTUDOS PARAMÉTRICOS

4.1 MÉTODO DE ANÁLISE

Os estudos paramétricos são estudos realizados com fim do compreender melhor o caso de estudo. Como tal é estudado um pilar de configuração simples, sendo esta consola de betão C30/37, secção constante 0,5*0,8 m^2, de altura, armadura, esbelteza e esforços variáveis. O aço é do tipo A500.

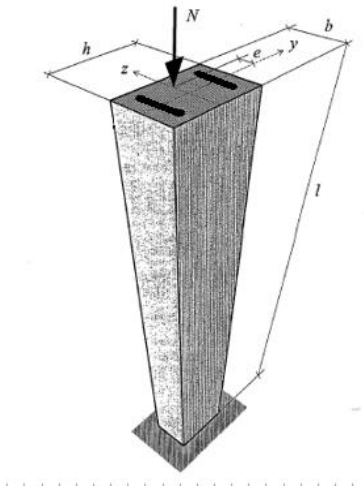


Fig.7.Elemento analisado neste capítulo

São calculados 136 casos, agrupados pelos métodos do EC2 (MRN e MCN) e pelas armaduras assumidas (taxas mecânicas de armadura ω=[0,1; 0,2; 0,3; 0,4]). Como tal, para cada método e para cada armadura existem 17 casos onde são variados os restantes parâmetros.

Tabela 2.Casos iniciais elementares

Caso	e1/h	λ	N
Caso 1	0,5	50	0,4
Caso 2	0,5	50	0,1
Caso 3	0,5	30	0,1
Caso 4	0,5	70	0,4
Caso 5	0,5	90	0,8
Caso 6	0,15	50	0,4
Caso 7	0,15	50	0,1
Caso 8	0,15	70	0,4
Caso 9	0,15	90	0,8
Caso 10	1	50	0,4
Caso 11	1	50	0,1
Caso 12	1	70	0,4
Caso 13	1	90	0,8
Caso 14	0,5	30	0,4
Caso 15	0,5	50	0,2
Caso 16	0,5	50	0,6
Caso 17	0,3	50	0,4

É realizado um grande número de casos para ter melhor noção do funcionamento do Método de Rigidez Nominal e do Método da Curvatura Nominal, saber qual a gama de situações que levam a melhores resultados e, por outro lado, que situações desprezar, pois os valores começam a divergir. Para cada caso é calculado o momento resistente - MRd, e o momento atuante - MEd.

É apresentado os dados que são comuns aos dois métodos, como a inércia, o tipo de betão e aço.

Tabela 3.Dados do betão C30/37 segundo o Eurocódigo 2 (in NP EN 1992-1-1 2010)

$\boldsymbol{fck}$ $(\boldsymbol{MPa})$	$\boldsymbol{fck,cube}$ $(\boldsymbol{MPa})$	$\boldsymbol{fcm}$ $(\boldsymbol{MPa})$	$\boldsymbol{fctm}$ $(\boldsymbol{MPa})$	$\boldsymbol{fck,0,05}$ $(\boldsymbol{MPa})$	$\boldsymbol{fck,0,95}$ $(\boldsymbol{MPa})$	$\boldsymbol{Ecm}$ $(\boldsymbol{GPa})$	$\boldsymbol{\varepsilon c1}$ (‰)	$\boldsymbol{\gamma c}$
30	37	38	2,9	2	3,8	33	2,2	1,5

Tabela 4.Dados do aço A500, segundo o Eurocódigo 2 (in NP EN 1992-1-1 2010)

$fyd\ (MPa)$	$Es\ (GPa)$	γs
500	200	1,15

O valor de cálculo da tensão de rotura à compressão do betão (f_{cd}) é dado por:

$$fcd = \frac{fck}{\gamma c} \tag{4.1}$$

$$fcd = \frac{30}{1,5} = 20\ MPa$$

De forma análoga, o valor de cálculo da tensão de rotura à compressão (fyd), é 435MPa.

A inercia estudada é a maior, e o seu valor é:

$$I = \frac{b \times h^3}{12} \tag{4.2}$$

$$I = \frac{0{,}5 \times 0{,}8^3}{12} = 0{,}0213(3) m^4$$

Os restantes parâmetros são variáveis e já se encontram definidos, exceto o esforço axial e a altura.

O esforço axial atuante é dado pela expressão:

$$Ned = n \times b \times h \times fcd \tag{4.3}$$

Onde, $n = 0{,}1; 0{,}2; 0{,}4; 0{,}6; 0{,}8$

$$Ned = n \times 0{,}5 \times 0{,}8 \times 20 \times 10^3$$
$$Ned = n \times 8000\ KN$$

Tabela 5. Valores do esforço axial

n	Ned
0,1	800
0,2	1600
0,4	3200
0,6	4800
0,8	6400

A altura (*l*), neste caso de estudo, é o dobro do comprimento efetivo, e é calculada através da esbelteza e do momento de inércia. A esbelteza é a razão entre o comprimento efetivo e o momento de inércia:

$$\lambda = \frac{l0}{i} \tag{4.4}$$

$$\lambda = 30, 50, 70, 90$$

O momento de inércia é a raiz da razão entre a inércia e a área, e como estas são constantes, o momento de inércia também será constante:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \tag{4.5}$$

$$i = \sqrt{\frac{0{,}0213(3)}{0{,}4}} = 0{,}23094\ m$$

Com isto são facilmente calculados o comprimento efetivo e a altura, resultando os seguintes valores:

Tabela 6.Alturas dos casos de estudo

λ	$l0\ (m)$	$l\ (m)$
30	6.93	3,464
50	11.55	5.774
70	16.17	8,083
90	20,78	10,39

4.2 CASOS REALIZADOS COM O MÉTODO DE RIGIDEZ NOMINAL

Neste subcapítulo é resolvido um caso, para demonstrar ao leitor um exemplo de como é chegado ao momento total atuante segundo o método de rigidez nominal, os restantes encontram se solucionados no Anexo A1. O caso 17, com uma taxa de armadura de 0,2%, é um caso perto do ideal, porque o valor do momento atuante é próximo do valor do momento resistente, não sendo necessário efetuar iterações. Como já foi dito, a peça é uma consola de secção constante 0,5*0,8 m^2, o betão é C30/37, e o aço A500. As tensões médias de rotura à compressão e à tração aos 28 dias são, respetivamente, 38 e 2.9 MPa. o módulo de elasticidade do betão é de 33 GPa e do aço é de 200 GPa, o comprimento efetivo é 11,55 metros e a distância das faces da peça à armadura é 5 centímetros, o valor do coeficiente de fluência é 2, o esforço axial de cálculo é de 3200 KN e o esforço axial para a combinação quase permanente é 1600 KN, por fim, a excentricidade inicial é 24 centímetros.
Para começar são calculados os valores dos esforços atuantes de primeira ordem:

$$Ned = 3200$$
$$M0ed = Ned * e1$$
$$M0ed = 3200 * 0{,}24$$
$$M0ed = 768\ KNm$$

Os valores para as cargas na combinação quase permanente são feitos de forma semelhante:

$$NCQP = 1600$$
$$MCQP = Ned * e1$$
$$MCQP = 1600 * 0{,}24$$
$$MCQP = 384\ KNm$$

De seguida é calculada a rigidez nominal (3.22):

$$EI = KcEcdIc + KsEsIs$$
$$Kc = \frac{k1k2}{1 + \varphi ef}$$
$$k1 = \sqrt{\frac{30}{20}}$$
$$k1 = 1{,}2247$$
$$k2 = 0{,}4 \times \frac{50}{170}$$
$$k2 = 0{,}1176$$

O efeito da fluência é tido em consideração no cálculo da rigidez nominal, e o EC2 aconselha usar o coeficiente de fluência efetivo, por ser mais simples, que considera uma deformação por fluência (curvatura) correspondente à ação quase permanente.

$$\varphi ef = \frac{\varphi(\infty, t0) \times M0Eqp}{M0Ed}$$
$$\varphi ef = \frac{2 \times 1600}{3200}$$
$$\varphi ef = 1Kc = \frac{1{,}2247 \times 0{,}1176}{1+1}$$
$$Kc = 0{,}072044$$
$$Ecd = \frac{33}{1{,}2}$$
$$Ecd = 27{,}5\ GPa$$
$$Ic = 0{,}0213(3) m^4$$
$$Ks = 1$$
$$Es = 200\ GPa$$
$$Is = Is + As \times d^2$$
$$Is = w \times Ac \times \frac{fcd}{fyd} \times 0{,}35^2$$
$$Is = 0{,}2 \times 0{,}4 \times 0{,}04598 \times 0{,}1225$$
$$Is = 0{,}000451\ m^4$$
$$EI = 0{,}072044 \times 27{,}5 \times 10^3 \times 0{,}02133 + 1 \times 200 \times 10^3 \times 0{,}000451$$
$$EI = 13245{,}7\ KNm^2$$

Agora é determinada a carga de Euler, ou a carga de encurvadura baseada na rigidez nominal:

$$NB = \frac{\pi^2 \times EI}{l0^2}$$
$$NB = (\pi^2 \times 13245{,}7)/11{,}547^2$$
$$NB = 9802{,}43\ KN$$

Antes de aplicar o método da rigidez nominal, falta calcular um ultimo parâmetro, que é o coeficiente que depende da distribuição dos momentos de primeira e de segunda ordem chamado β:

$$\beta = \frac{\pi^2}{c0}$$
$$\beta = \frac{\pi^2}{12}$$
$$\beta = 0{,}822467$$

Tendo todos os componentes necessários é aplicado o método da rigidez nominal:

$$MEd = M0ed\left[1 + \frac{\beta}{\frac{NB}{NEd} - 1}\right]$$
$$MEd = 768\left[1 + \frac{0{,}822467}{\frac{9802{,}42}{3200} - 1}\right]$$
$$MEd = 1074{,}145\ KNm$$

Este é o momento total que a peça sofre quando sujeita a estas condições.

Para determinar o momento resistente é necessário primeiro calcular a expressão da peça em equilíbrio quando a armadura superior e inferior estão em cedência. Esses cálculos estão no Anexo 2, resultando assim a expressão:

$$\mu = \frac{w\times(1-\frac{2a}{h})-2v\times(0{,}514v-0{,}5)}{2} \quad (4.6)$$

O momento resistente é dado por:

$$MRd = \mu \times b \times h^2 \times fcd$$
$$\mu = \frac{0{,}2 \times (1 - 2 \times 0{,}0625) - 2 \times 0{,}4 \times (0{,}514 \times 0{,}4 - 0{,}5)}{2}$$
$$\mu = 0{,}20526$$
$$MRd = 0{,}20526 \times 0{,}5 \times 0{,}8^2 \times 20000$$
$$MRd = 1313{,}664\ KNm$$

Dos 68 casos estudados, 27 foram selecionados para integrarem tabelas e gráficos, facilitando assim a avaliação dos dados, podendo facilmente chegar-se a uma conclusão. Dos restantes casos, alguns serão usados mais à frente (casos 15, 16 e 17) e outros deram valores de segunda ordem muito grandes e não serão usados. A tabela 7 tem como constante o esforço normal reduzido, n=0,4 (que equivale a um esforço axial de 3200 KN) e a esbelteza de 50 (que equivale a uma altura de 11,547 m).

Tabela 7. Momentos atuantes totais, com n=0,4 e λ=50.

SI= KNm		e1/h	
w	0,15	0,5	1
0,1	694	2311	4623
0,2	537	1790	3581
0,3	485	1619	3238
0,4	460	1533	3067

Tabela 8.Momentos resistentes, com n=0,4 e e λ=50

SI=KNm		e1/h	
w	0,15	0,5	1
0,1	1033	1033	1033
0,2	1313	1313	1313
0,3	1593	1593	1593
0,4	1873	1873	1873

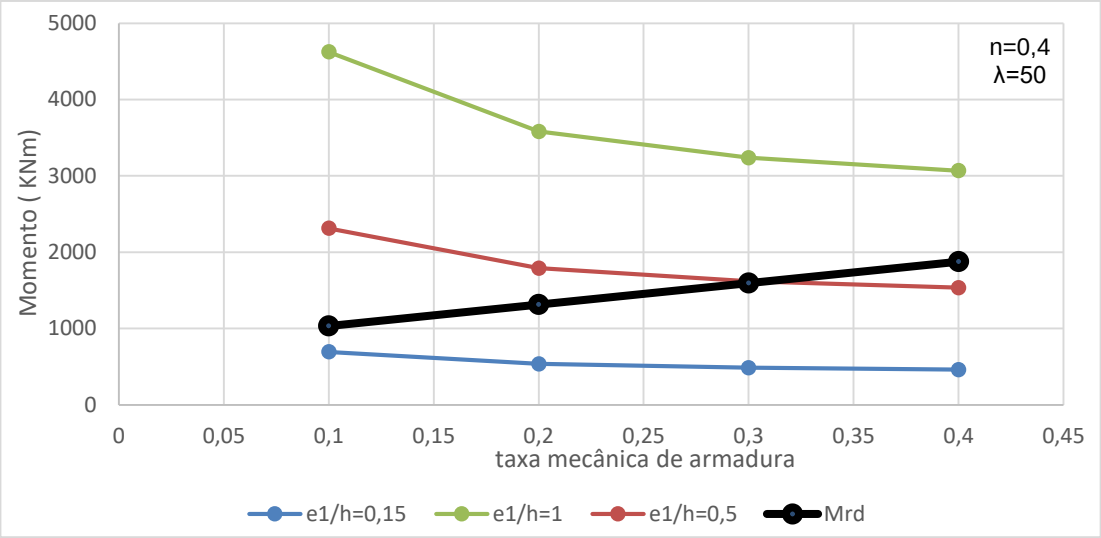


Fig.8.Gráfico dos momentos resistentes e atuantes, fazendo variar a excentricidade de primeira ordem (e1) e a taxa de armadura.

Como é possível verificar, para casos em que a excentricidade é muito elevada (e1/h=1), ou para casos que a armadura é muito reduzida (w<0,3), os momentos atuantes serão sempre superiores aos momentos resistentes da peça. A melhor solução para esta situação é garantir uma excentricidade baixa, como são os casos onde e1/h=0,15, em que todas as taxas de armaduras garantem a segurança da peça, por o momento atuante ser inferior ao momento resistente. Isto deve-se ao facto deste método majorar os efeitos de primeira ordem. Se a excentricidade é pequena significa que o momento de primeira ordem também será pequeno, logo a majoração deste valor não será muito significativa.

A próxima situação a analisar será para quando se tem como constante o esforço normal reduzido, n=0,4 (que equivale a um esforço axial de 3200 KN) e a excentricidade reduzida 0,5 (que equivale a uma excentricidade de 0,4 m).

Tabela 9.Momentos atuantes, com n=0,4 e e1/h=0,5

SI=KNm	λ		
w	30	50	70
0,1	1579	2311	5850
0,2	1444	1790	2661
0,3	1393	1619	2093
0,4	1366	1534	1856

Tabela 10. Momentos resistentes, com n=0,4 e e1/h=0,5.

SI=KNm	λ		
w	30	50	70
0,1	1034	1034	1034
0,2	1314	1314	1314
0,3	1594	1594	1594
0,4	1874	1874	1874

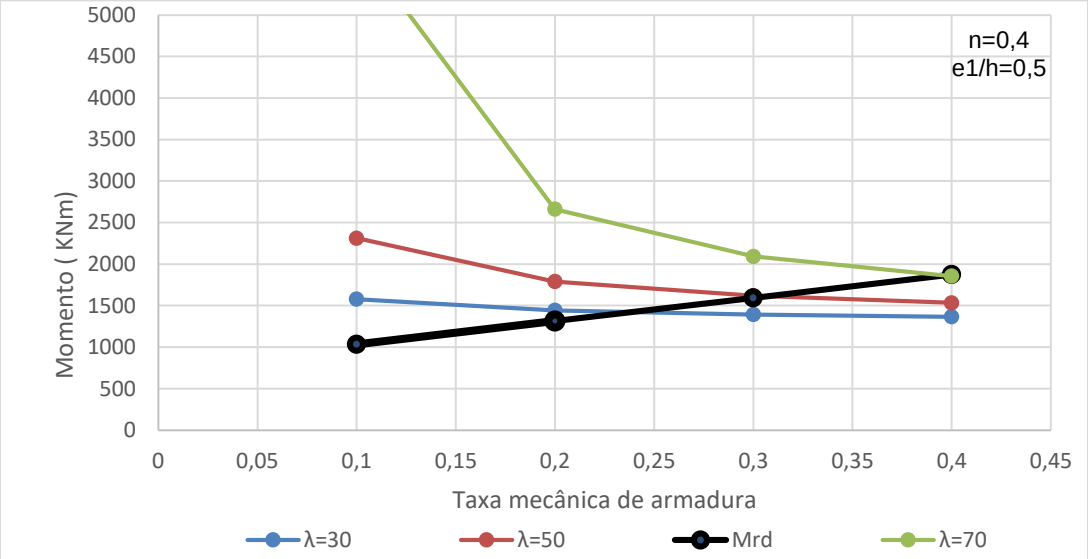


Fig. 9.Gráficos dos momentos resistentes e atuantes, fazendo variar a esbelteza e a taxa de armadura

Nesta situação, os casos em que se verifica a segurança da peça são poucos, devido ao facto de usarmos uma excentricidade adimensional e_1/h = 0,5. Este valor pode ser um pouco excessivo, pois implica que a força está a ser aplicada a uma distância igual a metade da altura da secção em relação ao centro. Aliando este facto à esbelteza moderadamente elevada, como no caso em que λ=70 (corresponde a uma altura de 8,083 metros para uma secção de 0,5*0,8 m^2), o momento atuante é muito elevado, sendo que para casos onde a armadura é reduzida os valores são irrazoáveis. Para os restantes casos, à medida que a taxa de armadura se aproxima dos 0,3 o momento resistente torna-se superior ao momento atuante, tornando válido o dimensionamento da peça.

A última situação a analisar será para quando tem como constante a esbelteza, λ=0,5 (que equivale a uma altura de 5,7735 m) e a excentricidade reduzida 0,5 (que equivale a uma excentricidade de 0,4 m).

Tabela 11.Momentos atuantes, com λ=50 e e1/h=0,5

SI=KNm	n		
w	0,2	0,4	0,6
0,1	895	2312	4267
0,2	767	1790	3074
0,3	724	1619	2685
0,4	703	1534	2492

Tabela 12.Momentos resistentes, com λ=50 e e1/h=0,5

SI=KNm	n		
w	0,2	0,4	0,6
0,1	788	1034	1016
0,2	1068	1314	1296
0,3	1348	1594	1576
0,4	1628	1874	1856

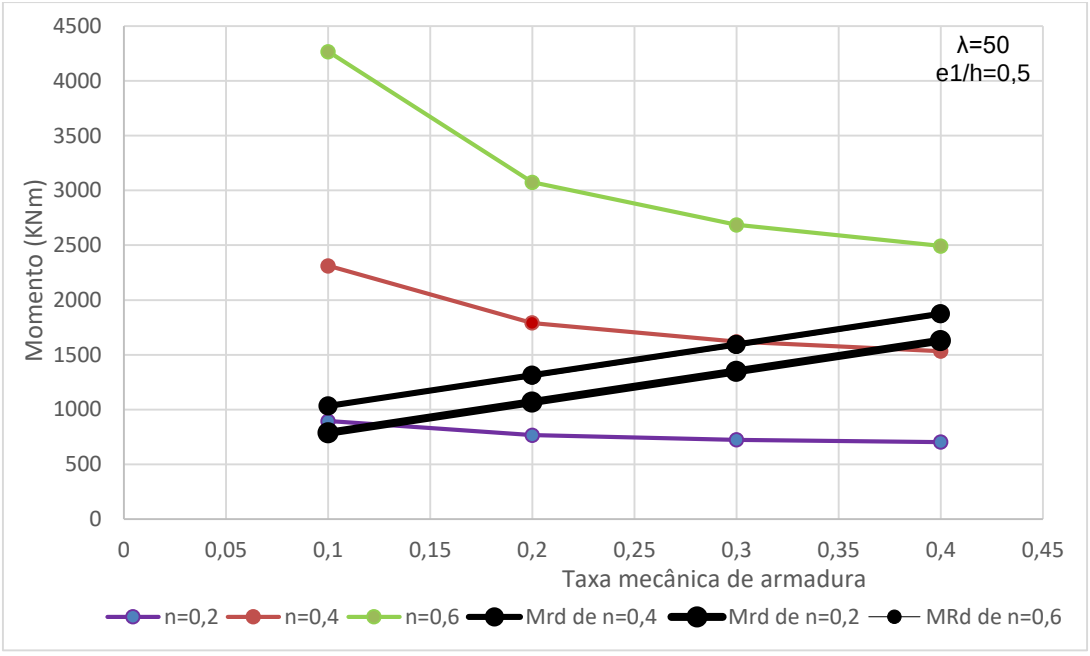


Fig. 10.Gráfico dos momentos resistentes e atuantes, onde as variáveis são o esforço axial e a taxa de armadura.

Como antes foi dito, estamos a considerar uma excentricidade algo de excessiva (esforço axial reduzido de 0,6), de modo que os momentos atuantes serão elevados especialmente os momentos de primeira ordem. Para um esforço axial reduzido "baixo" existe um sobredimensionamento da armadura, enquanto para um esforço axial reduzido "normal" o dimensionamento é ideal é próximo da taxa de armadura de 0,3.

Dos três gráficos conclui-se que para peças muitos esbeltas, é preferível ter a peça bem construída para evitar excentricidades excessivas, que irão conduzir a momentos de primeira ordem elevados. Também é possível ver que os momentos de segunda ordem têm uma forte correlação com a esbelteza, e para armaduras pequenas, elementos de esbeltezas moderadas possuem momentos bastantes elevados.

4.3 CASOS REALIZADOS COM O MÉTODO DA CURVATURA NOMINAL

Neste subcapítulo é revisto o mesmo caso que no subcapítulo 3.2, caso 17. Segundo o Método da Curvatura Nominal, este caso está perto do ideal, e assim é mais fácil ao leitor comparar os métodos, sendo o caso exemplificado o mesmo. Os dados iniciais já se encontram devidamente explicados no subcapítulo 3.2, por isso, começa-se por calcular a curvatura 1/r:

$$\frac{1}{r} = Kr \times K\varphi \times \frac{1}{r0}$$
$$Kr = \frac{1{,}2 - 0{,}4}{1{,}2 - 0{,}4} \leq 1$$
$$Kr = 1$$
$$K\varphi = 1 + 1 \times \left(0{,}35 + \frac{30}{200} - \frac{50}{150}\right)$$
$$K\varphi = 1{,}16667$$
$$\frac{1}{r0} = \frac{\frac{435}{200 \times 10^3}}{0{,}45 \times 0{,}75}$$
$$\frac{1}{r0} = 0{,}00644$$
$$\frac{1}{r} = 1 \times 1{,}1667 \times 0{,}00644$$
$$\frac{1}{r} = 0{,}007519$$

Agora é calculado o deslocamento de segunda ordem, e2:

$$e2 = \frac{1}{r} \times \frac{l0^2}{c}$$
$$e2 = 0{,}007519 \times \frac{11{,}54701^2}{10}$$
$$e2 = 0{,}100247\ m$$

O momento nominal de segunda ordem, vem segundo a expressão:

$$M2 = NEd \times e2$$
$$M2 = 3200 \times 0{,}100247$$
$$M2 = 320{,}7901\ KNm$$

O momento atuante final é a soma do momento de primeira ordem com o momento nominal de segunda ordem:

$$MEd = M0Ed + M2$$
$$MEd = 768 + 320{,}7901$$

$$MEd = 1088{,}79\ KNm$$

Para determinar o momento resistente é necessário primeiro calcular a expressão da peça em equilíbrio quando a armadura superior e a inferior estão em cedência. Esse s cálculos estão no Anexo 2, resultando assim a expressão:

$$\mu = \frac{w\times(1-\frac{2a}{h})-2v\times(0{,}514v-0{,}5)}{2}$$

O momento resistente é dado por:

$$MRd = \mu \times b \times h^2 \times fcd$$
$$\mu = \frac{0{,}2 \times (1 - 2 \times 0{,}0625) - 2 \times 0{,}4 \times (0{,}514 \times 0{,}4 - 0{,}5)}{2}$$
$$\mu = 0{,}20526$$
$$MRd = 0{,}20526 \times 0{,}5 \times 0{,}8^2 \times 20000$$
$$MRd = 1313{,}664\ KNm$$

Dos restantes 68 casos, 27 foram postos em gráficos, da mesma maneira que o capitulo 3.3, para ser mais fácil a análise dos dados obtidos e para ser passível uma futura análise entre ambos. A primeira tabela, tem como constante o esforço normal reduzido, n=0,4 (que equivale a um esforço axial de 3200 KN) e a esbelteza de 50 (que equivale a uma altura de 11,547 m).

Tabela 13.Momentos atuantes, com n=0,4 e λ=50

SI=KNm	e1/h		
w	0,15	0,5	1
0,1	705	1601	2881
0,2	705	1601	2881
0,3	705	1601	2881
0,4	705	1601	2881

Tabela 14.Momentos resistentes, com n=0,4 e λ=50

SI=KNm	e1/h		
w	0,15	0,5	1
0,1	1034	1034	1034
0,2	1314	1314	1314
0,3	1594	1594	1594
0,4	1874	1874	1874

Os momentos são todos iguais, para a mesma excentricidade, devido ao Kr. Este parâmetro é sempre o mesmo para valores de esforço axial reduzido iguais ou menores que 0,4, assumindo-se para Kr o valor de 1. A armadura é contabilizada neste parâmetro e como o Kr só varia para valores de esforço axial acima de 0,4, os momentos são iguais para diferentes armaduras. Os restantes parâmetros não são dependentes da armadura, como tal, para as mesmas circunstâncias, são sempre iguais.

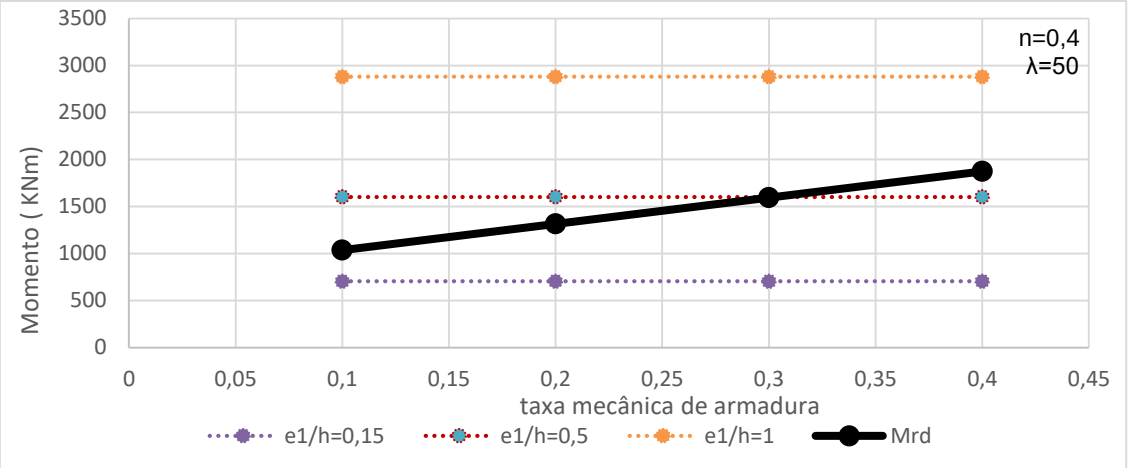


Fig. 11.Gráfico dos momentos resistentes e atuantes, onde a variável condicionante é a excentricidade.

A variável de peso é a excentricidade que é diretamente proporcional ao momento de primeira ordem, que somado com o momento de segunda ordem origina um momento atuante que depende principalmente da excentricidade.

O próximo situação a analisar será para quando tem como constante o esforço normal reduzido, n=0,4 (que equivale a um esforço axial de 3200 KN) e a excentricidade reduzida 0,5 (que equivale a uma excentricidade de 0,4 m).

Tabela 15.Momentos atuantes, n=0,4 e e1/h=0,5

SI=KNm		λ	
w	30	50	70
0,1	1409	1601	1837
0,2	1409	1601	1837
0,3	1409	1601	1837
0,4	1409	1601	1837

Tabela 16.Momentos resistentes, com n=0,4 e e1/h=0,5

SI=KNm		λ	
w	30	50	70
0,1	1034	1034	1033,664
0,2	1314	1314	1313,664
0,3	1594	1594	1594
0,4	1874	1874	1874

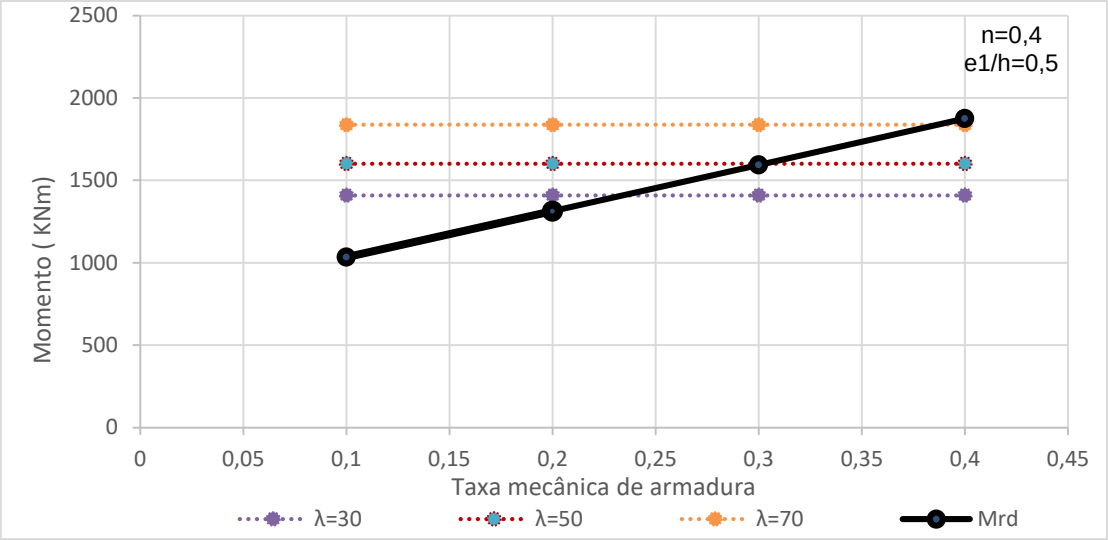


Fig.12.Gráfico dos momentos resistentes e atuantes, onde a variável condicionante é a esbelteza.

O coeficiente ($K\varphi$) que tem em conta a fluência, também tem em conta a esbelteza, e é esse o parâmetro que varia ao variar a esbelteza. No entanto, o momento de segunda ordem tem pouco peso comparado com o momento de primeira ordem, e é por isso que o gráfico x Fig. 12 se apresenta com as retas dos momentos atuantes próximas entre si. Para uma esbelteza moderadamente alta, nestas condições, é idealmente necessária uma taxa de armadura de 0,4.

Tal como no subcapítulo 3.3, a última situação a analisar será para quando se tem como constante a esbelteza, λ=0,5 (que equivale a uma altura de 5,7735 m) e a excentricidade reduzida 0,5 (que equivale a uma excentricidade de 0,4 m).

Tabela 17.Momentos atuantes, com λ=50, e1/h=0,5.

SI=KNm	n		
w	0,2	0,4	0,6
0,1	800	1601	2264
0,2	800	1601	2281
0,3	800	1601	2294
0,4	800	1601	2305

Tabela 18.Momentos resistentes, com λ=50, e1/h=0,5.

SI=KNm	n		
w	0,2	0,4	0,6
0,1	788	1034	1016
0,2	1068	1314	1296
0,3	1348	1594	1576
0,4	1628	1874	1856

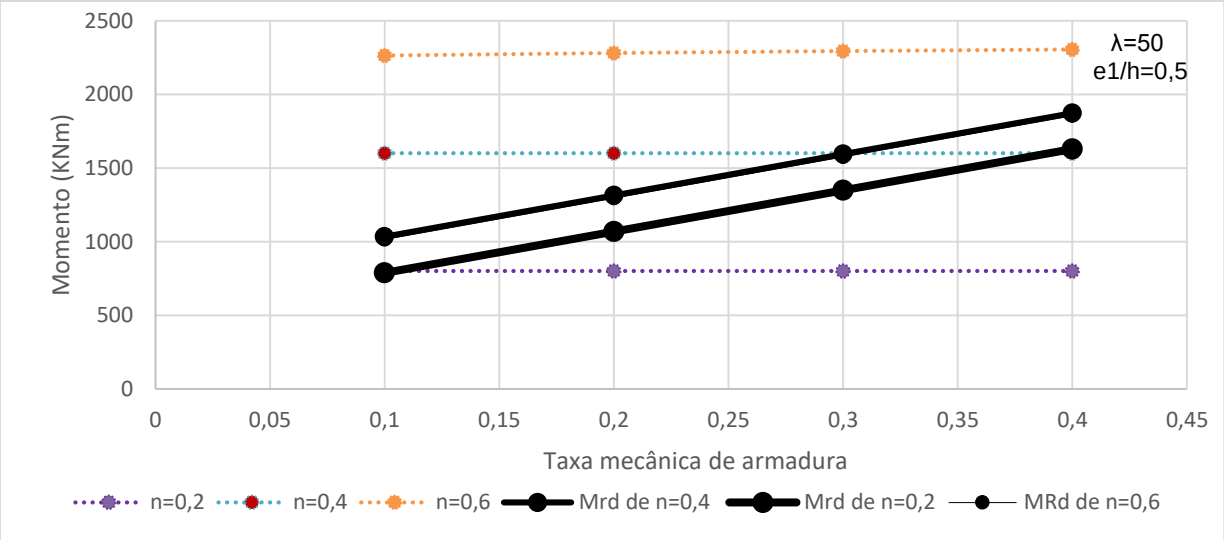


Fig. 13.Gráfico dos momentos resistentes e atuantes, onde a variável condicionante é o esforço axial.

Neste gráfico, a variável presente no eixo das abcissas é o esforço axial reduzido e, tal como a excentricidade, são ambos parâmetros para o momento de primeira ordem, resultando assim em gráficos semelhantes. A armadura não faz variar o momento pois o Kr assume um valor superior a 1. Não é possível tirar mais conclusões a partir deste gráfico, a não ser o facto de o momento de primeira ordem ter grande influência no resultado final, e que com mais armadura, mesmo em casos que o esforço axial reduzido é superior a 0,4 (o momento atuante deixa de ser constante para diferentes armaduras), só o momento resistente aumenta significativamente.

Dos três gráficos conclui-se que a armadura não é um fator importante quando estamos a lidar com esforços reduzidos inferiores a 0,4, porque os momentos atuantes totais serão sempre iguais. Os efeitos de primeira ordem são uma componente de grande peso comparados com os momentos de segunda ordem. Deste modo, a conclusão a que se chega em ambos os métodos é semelhante: a peça tem de ser bem executada de modo a que as excentricidades e imperfeições sejam mínimas, evitando assim momentos de primara ordem elevados.

4.4 COMPARAÇÃO ENTRE O MÉTODO DA RIGIDEZ NOMINAL E O MÉTODO DA CURVATURA NOMINAL

Através da comparação entre os dois métodos, verificam-se pequenas diferenças entre as suas soluções. No entanto, para os casos estudados, é possível perceber que a excentricidade reduzida 0,5, que corresponde a uma excentricidade de 0,24 metros, e esta devia ser o limite superior e não um valor intermédio, pois esse valor já leva a peça quase ao limite. Como tal, considera-se um novo intervalo de resultados, onde a excentricidade reduzida pode assumir valores de 0,15, 0,3 e 0,5.

O que o autor concluiu destes dados, é que o método da rigidez nominal é mais conservativo do que o método da curvatura nominal. Para determinado método, quando o momento atuante intersecta o momento resistente significa que estes são iguais, sendo essa armadura a usar para o dimensionamento da peça nessa situação. Nos casos onde os momentos atuantes dos dois métodos intersectam o momento resistente no mesmo ponto, quer dizer que a armadura é a ideal, exemplo disso encontra se na Fig.18 primeiro gráfico, onde os momentos atuantes de ambos os métodos, com um esforço axial reduzido de 0,4, excentricidade reduzida de 0,5 e esbelteza de 50, intersectam o momento resistente quando a taxa de armadura é igual a 0,3, significando assim que para esta situação a armadura perfeita é 55,17cm^2. Mas poucas são as vezes que a armadura ideal é igual para os dois métodos, observando agora as curvas da excentricidade reduzida de 0,3, a curva dos momentos resistentes intersecta os outras duas curvas em pontos diferentes, visto que os dois métodos são essencialmente diferentes, mas têm o mesmo objetivo, as armaduras ideais pouco variam. Cada método tem a sua armadura ideal, no entanto falta agora saber qual é a mais correta a usar e se é possível diminuir mais a armadura garantindo ainda segurança.

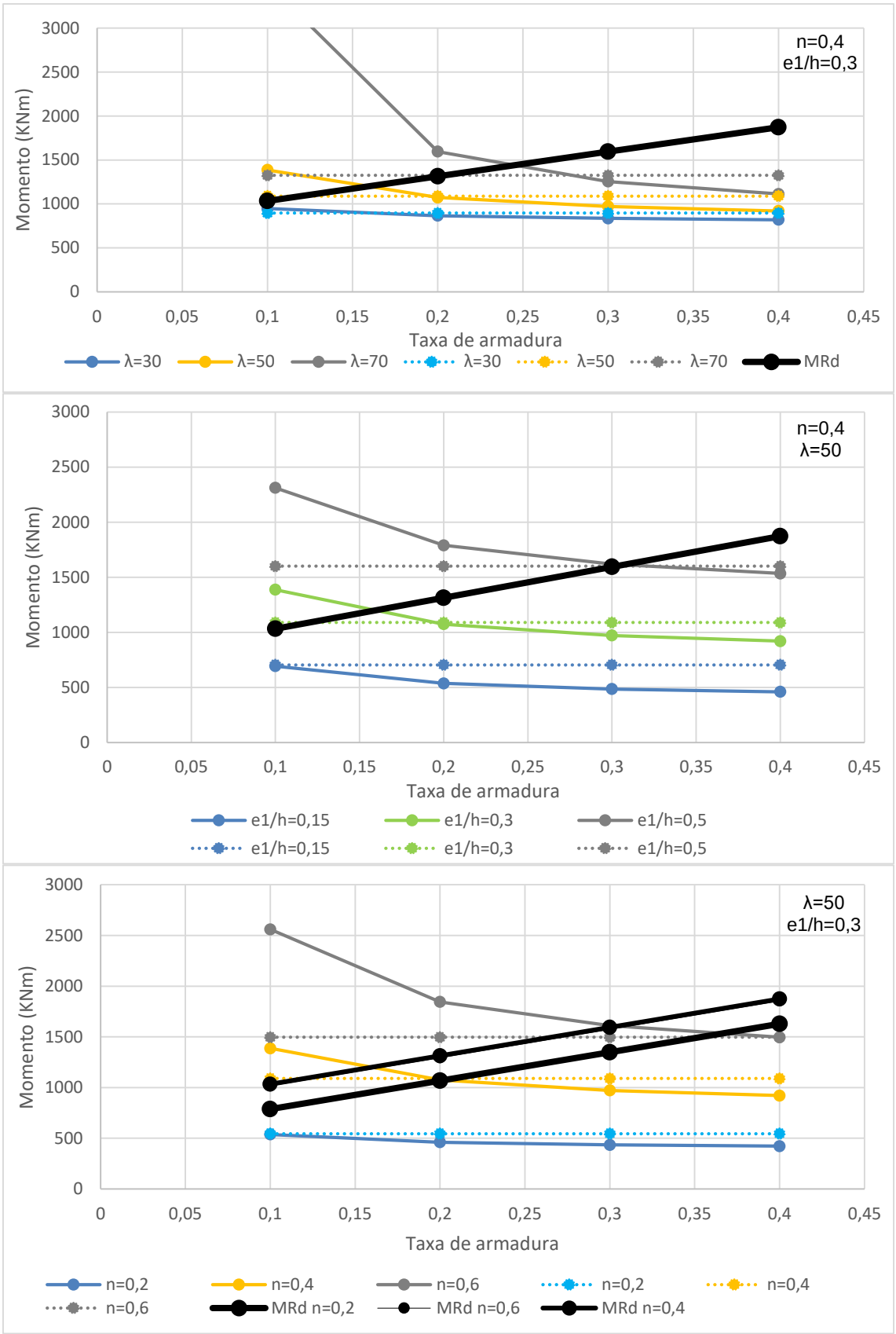


Fig.14.Graficos dos momentos atuantes e resistentes (a tracejado os momentos atuantes previstos pelo MCN e a cheio os do MRN).

4.5 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DO EC2 COM O MÉTODO NÃO LINEAR

O programa utilizado para fazer uma análise não linear é o DIANA 9.4.4. Através desta ferramenta é possível avaliar o elemento considerando fatores físicos como a plasticidade, fendilhação, fluência, entre outros, com grande precisão, em vez de os simplificar como é feito nos métodos do EC2. A análise geométrica linear considera o equilíbrio da configuração indeformada e que os esforços são diretamente proporcionais aos deslocamentos nodais. A análise não linear é mais generalizada.

Para ser passível uma comparação correta entre os métodos, estes têm de se encontrar sob as mesmas condições. Os casos vistos no início deste capítulo são referentes a situações predefinidas onde o caso ideal, em muitos deles, está longe de acontecer. De modo a que haja coerência no trabalho, o autor pegou nos casos predefinidos e ajustou a taxa mecânica de armadura até que o resultado fosse o ideal. Tomando uma armadura inicial, foram feitas iterações até chegar a armadura ideal para a situação estudada. Desta vez foram estudados 24 casos: 12 segundo o método baseado numa rigidez nominal e 12 segundo o método baseado numa curvatura nominal.

Tabela 19.Valores das variáveis.

	λ	$e1/h$	n
caso 1	50	0,15	0,4
caso 2	50	0,3	0,4
caso 3	50	0,15	0,2
caso 4	50	0,3	0,2
caso 5	30	0,15	0,4
caso 6	30	0,3	0,4
caso 7	30	0,15	0,2
caso 8	30	0,3	0,2
caso 9	70	0,15	0,4
caso 10	70	0,3	0,4
caso 11	70	0,15	0,2
caso 12	70	0,3	0,2

Tabela 20.Valores de armadura a usar no programa Diana

	w inicial	MEd (MRN)	w final	MEd (MRN)
caso 1	0,2	537	0,058	918
caso 2	0,2	1074	0,151	1176
caso 3	0,2	230	0,021	568
caso 4	0,2	460	0,055	663
caso 5	0,2	433	0,006	772
caso 6	0,2	866	0,081	980
caso 7	0,2	205	0,001	443
caso 8	0,2	410	0,030	517
caso 9	0,2	798	0,136	1134
caso 10	0,2	1597	0,238	1421
caso 11	0,2	278	0,059	674
caso 12	0,2	557	0,101	792
	w inicial	MEd (MCN)	w final	MEd (MCN)
caso 1	0,2	705	0,001	705
caso 2	0,2	1089	0,120	1089
caso 3	0,2	352	0,001	352
caso 4	0,2	544	0,0129	544
caso 5	0,2	513	0,001	513
caso 6	0,2	897	0,051	897
caso 7	0,2	256	0,001	256
caso 8	0,2	448	0,001	448
caso 9	0,2	940	0,067	941
caso 10	0,2	1325	0,204	1325
caso 11	0,2	470	0,001	470
caso 12	0,2	662	0,055	662

Sabendo a armadura ideal para cada caso, é aplicado agora o método geral, usando o programa DIANA 9.4.4. Este é capaz de analisar o comportamento não linear geométrico da peça, dando informações mais precisas, como o momento atuante, que será comparado com os momentos acima calculados. Os elementos estudados foram modelados no programa DIANA 9.4.4, a geometria e as propriedades físicas são as mesmas que as dos métodos do EC2 (exceto a armadura).

Existem ainda outras propriedades que não foram consideradas, pois não eram necessárias para a análise linear, no entanto é necessário defini-las para a análise não linear geométrica. A fendilhação está relacionada com o amolecimento da tensão – perda de rigidez- e o DIANA dá-nos 5 tipos de funções que relacionam estes dois parâmetros:

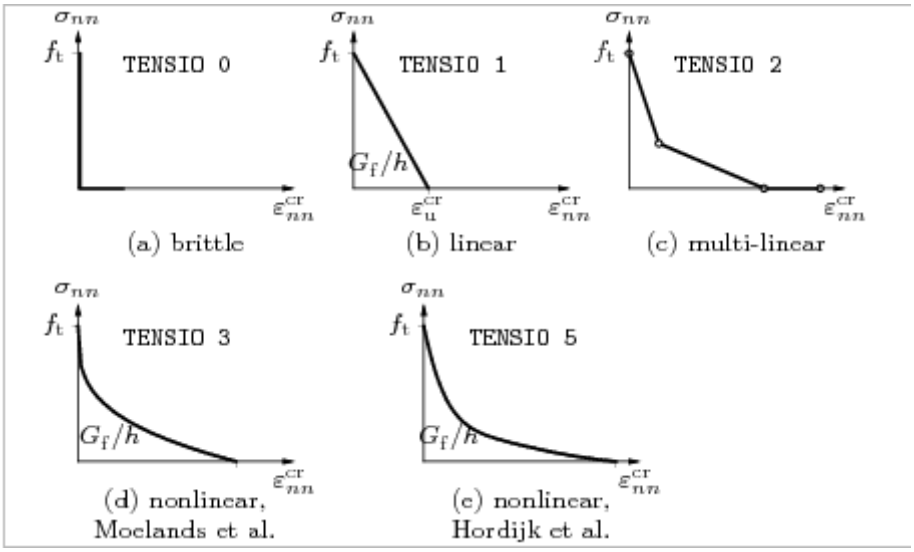


Fig. 15. Gráficos do programa Diana 9.4.4 documentation section 6.1.2 Tension Softening.

Para simplificar, é considerada a situação apresentada no gráfico TENSIO 1, Fig19b, onde é possível observar que a resistência será diretamente proporcional á fendilhação.

O próximo passo é verificar o critério de cedência a usar, que neste caso será o critério Von Mises, critério esse que consiste numa aproximação ao critério de Tresca.

A próxima propriedade a definir é a energia de fratura, tendo sido definido um valor igual a $100\ N.m/m^2$.

Por fim é necessário considerar o número de pontos de integração e o tipo de integração corrida na análise do elemento e da secção. Esta fase é importante, porque programa DIANA 9.4.4 examina as fibras da secção, que correspondem aos pontos de integração, determinando assim se a secção já fendilhou ou continua a resistir aos esforços. Os pontos de integração dependem do tipo de secção, e da precisão que é pedida ao programa, quantos mais pontos tiver a secção mais precisa serão os resultados. Caso a secção seja irregular, é primeiro definido a secção dividindo em quadriláteros (subsecções). Os pontos de integração são aplicados em cada subsecção e ao verificar os pontos de cada subsecção é possível verificar a secção toda, tal é como será feito no próximo capitulo. Em relação aos tipos de integração são disponibilizadas duas opções: método de Gauss ou método de Simpson.

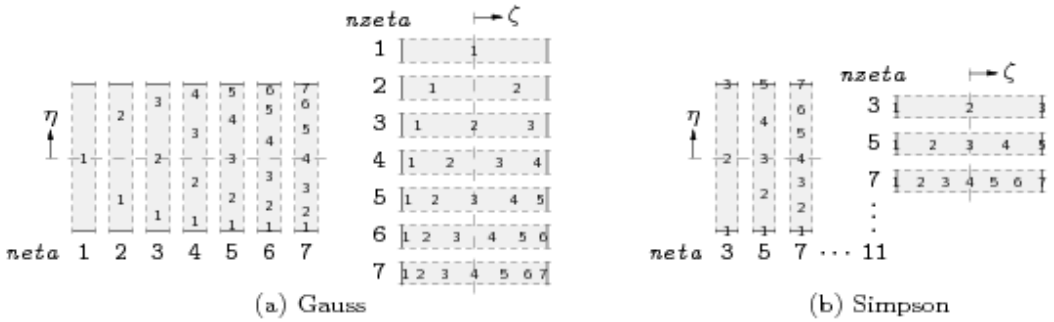


Fig. 16. Tipos de integração ao nível da secção. Manie (2011).

Para este estudo, a integração ao longo do eixo do elemento finito é efetuada usando o método de Gauss com dois pontos de integração. Uma vez que foram utilizados elementos finitos com 3 nós, entre cada nó do elemento existe uma secção para integração numérica. A integração ao nível da secção foi efetuada pelo método de Simpson.

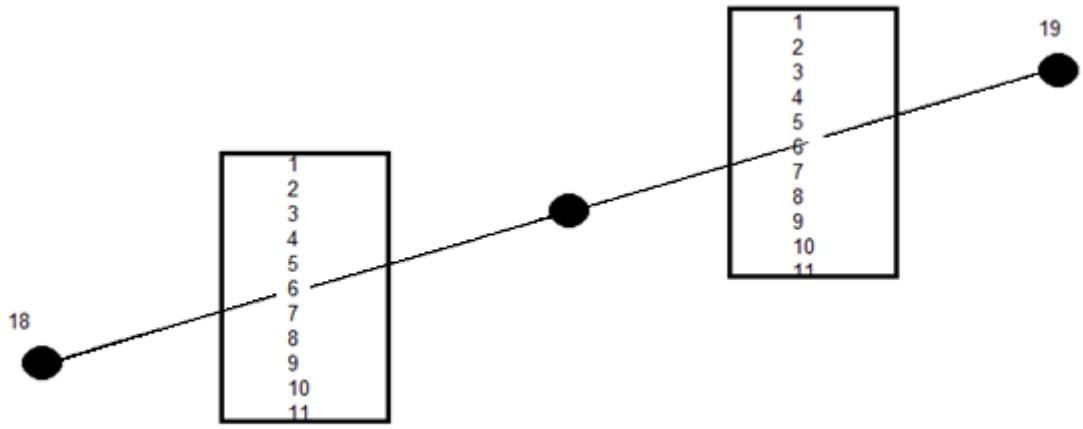


Fig.17.Exemplo da aplicação do método Gauss no elemento e de Simpson na secção.

Determinado as propriedades geométricas, físicas e o tipo de integração a usar é por fim definido o tipo de análise não linear geométrica a introduzir no programa. A análise introduzida para este caso de estudo é:

```
*NONLIN
 BEGIN EXECUT
   BEGIN LOAD
     LOADNR 1
     BEGIN STEPS
       BEGIN EXPLIC
         ARCLEN
         SIZES 0.1(40)
       END EXPLIC
     END STEPS
   END LOAD
   BEGIN ITERAT
     CONVER  DISPLA  OFF
     MAXITE 50
   END ITERAT
 END EXECUT
 BEGIN OUTPUT
   FILE "lamb30_f"
   DISPLA  TOTAL  TRANSL  GLOBAL
   FORCE  REACTI  ROTATI  GLOBAL
   FORCE  REACTI  TRANSL  GLOBAL
   STRAIN  CRACK  GREEN
   STRAIN  TOTAL  GREEN  GLOBAL  INTPNT
   STRESS  TOTAL  CAUCHY  GLOBAL  INTPNT
   STRESS  TOTAL  FORCE  LOCAL
   STRESS  TOTAL  MOMENT LOCAL
 END OUTPUT
 TYPE  GEOMET
*END
```

Fig.18.Análise introduzida no programa DIANA

A sigla LF representa o Fator de Carga (ou *Load Factor*), ou seja, é um coeficiente que é multiplicado pelas forças a serem aplicadas, e este é máximo quando a peça colapsa. Se o fator for maior que 1.0, significa que a peça aguenta as cargas inicialmente aplicadas e ainda mais, como tal a peça está sobredimensionada. Caso o fator de carga é menor que 1.0, significa que a peça não consegue aguentar os esforços previstos, logo a peça está subdimensionada. É de referir que nas análises efetuadas tanto o esfoço axial como a força horizontal são incrementadas simultaneamente.

Tabela 21.Momentos máximos dos métodos simples e do programa Diana

	MEd (MRN)	W	MEd (Diana)	LF
caso 1	918	0,059	864	1,64
caso 2	1176	0,150	1210	1,28
caso 3	568	0,0212	709	2,97
caso 4	663	0,055	916	2,01
caso 5	772	0,006	702	1,68
caso 6	980	0,081	1030	1,25
caso 7	443	0,001	674	3,23
caso 8	517	0,030	899	2,15
caso 9	1134	0,136	953	1,57
caso 10	1421	0,238	1440	1,24
caso 11	674	0,059	734	2,63
caso 12	792	0,101	1020	1,85

	MEd (MCN)	W	MEd (Diana)	LF
caso 1	705	0,001	732	1,5
caso 2	1089	0,120	1130	1,2
caso 3	352	0,001	700	2,91
caso 4	544	0,013	746	1,67
caso 5	513	0,001	698	1,66
caso 6	897	0,051	953	1,15
caso 7	256	0,001	671	3,21
caso 8	448	0,001	788	1,91
caso 9	941	0,067	855	1,43
caso 10	1325	0,204	1360	1,18
caso 11	470	0,001	709	2,51
caso 12	662	0,055	832	1,57

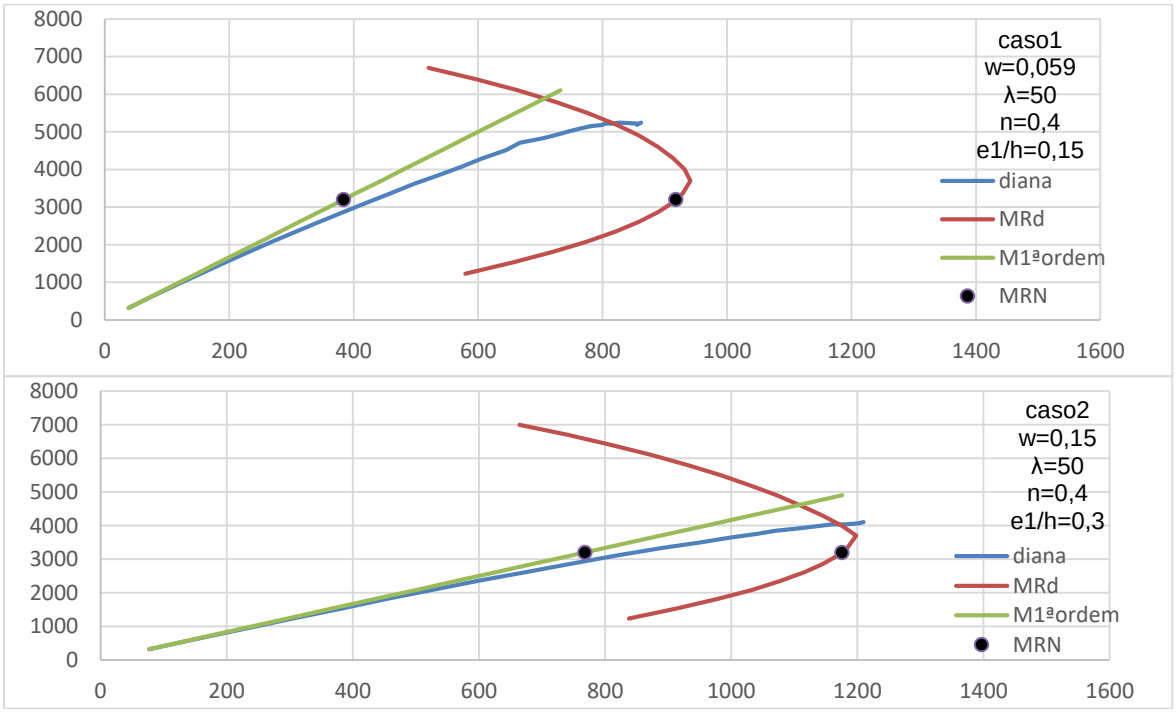
Segundo o método baseado numa rigidez nominal, os casos de estudo nos quais o factor de carga é mais próximo da unidade (e por isso traduzindo um sobredimensionamento menos acentuado) são o caso 2, caso 6 e caso 10. Dos ábacos da Fig19. é possível ver quais os esforços, axial e flexão, que levam a peça à rotura, se esse momento é o máximo e a grandeza do momento de

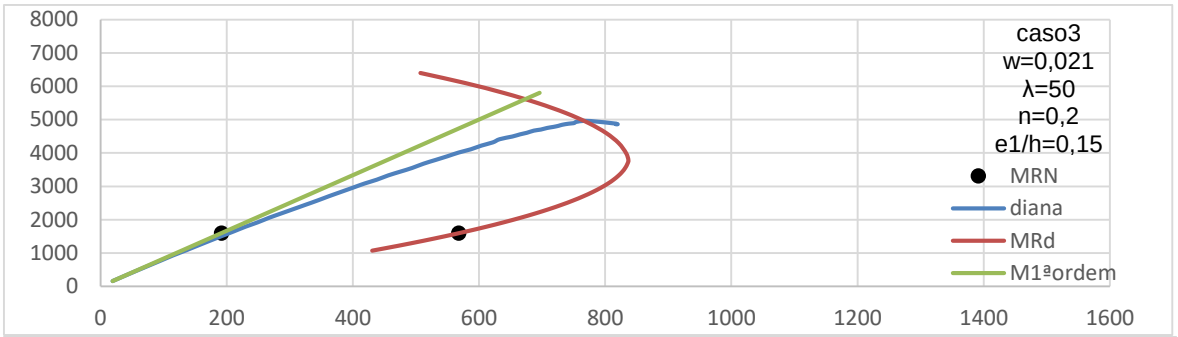
segunda ordem real. A curva azul é dos dados provenientes do programa DIANA, e quando cruza, a curva vermelha, significa que a peça atingiu o seu limite.

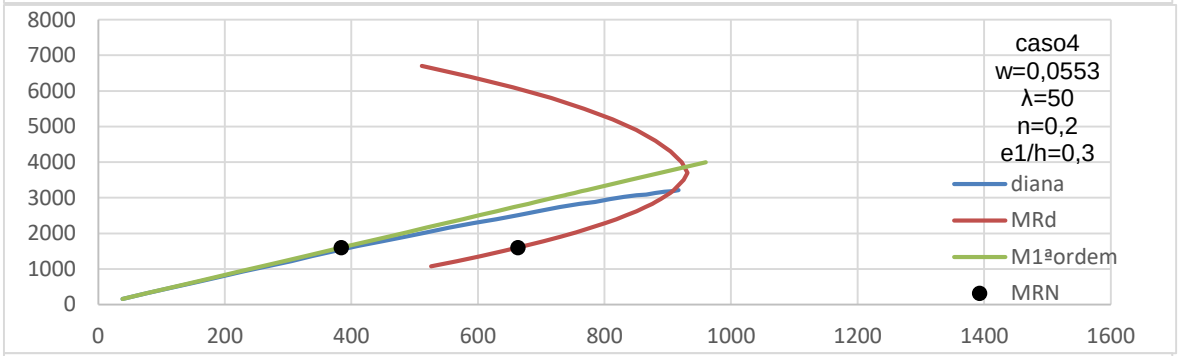
O momento máximo da curva vermelha é o momento resistente da peça para dados esforços, e por intersetar, aproximadamente nesse mesmo ponto, com a curva azul é um indício que a peça está bem dimensionada. Os ábacos dos restantes casos, a curva do programa DIANA não intersecta a curva dos momentos resistentes no ponto máximo, e dado que o fator de carga é superior a 1, todos esses casos estão sobredimensionados. Tal deve se ao fato de os esforços serem pequenos (esforço axial reduzido de 0,2 e/ou a excentricidade reduzida de 0,15).

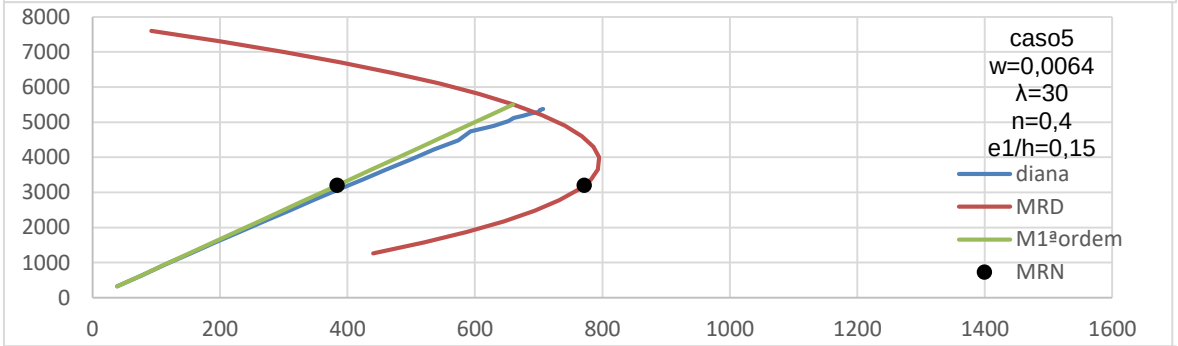
Nos ábacos existem dois pontos que não são distinguidos na legenda. O ponto preto que se encontra à esquerda representa o momento de primeira ordem para aquele caso, e o segundo ponto preto representa o momento total atuante usando aquele método de análise dos efeitos de segunda ordem. O primeiro ponto está sempre contido na reta verde, enquanto o segundo ponto idealmente tem de estar contido na reta vermelha, próximo do momento máximo. Caso o segundo ponto não esteja próximo do momento máximo significa que o esforço aplicado é muito pequeno, estando deste modo a peça sobredimensionada, por outro lado, caso o segundo ponto não intersecta a reta vermelha significa que o elemento não está fendilhado e para dado esforço axial reduzido é possível ter um momento total atuante maior do que foi calculado pelo método de análise dos efeitos de segunda ordem. Deste modo é possível ver o quão afastado deu a solução do método baseado numa rigidez nominal da situação ideal, para os diferentes casos.

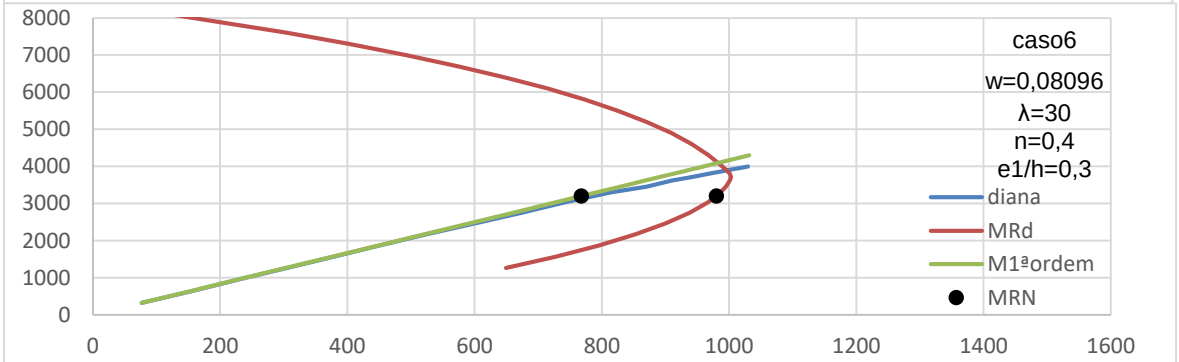
Por fim, é possível ver a influencia da esbelteza nos momentos de segunda ordem reais. Estes são possíveis de determinar subtraindo o momento de primeira ordem ao momento resistente. Ao comparar os casos onde só difere a esbelteza (por exemplo: caso 2, 6 e 10) é possível ver o impacto que tem os momentos de segunda ordem em peças esbeltas.

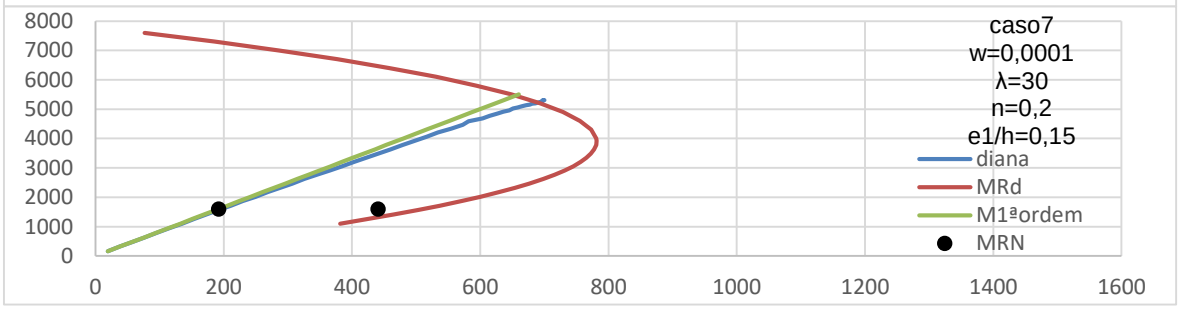



caso3
w=0,021
λ=50
n=0,2
e1/h=0,15
MRN
diana
MRd
M1ªordem


caso4
w=0,0553
λ=50
n=0,2
e1/h=0,3
diana
MRd
M1ªordem
MRN


caso5
w=0,0064
λ=30
n=0,4
e1/h=0,15
diana
MRD
M1ªordem
MRN


caso6
w=0,08096
λ=30
n=0,4
e1/h=0,3
diana
MRd
M1ªordem
MRN


caso7
w=0,0001
λ=30
n=0,2
e1/h=0,15
diana
MRd
M1ªordem
MRN

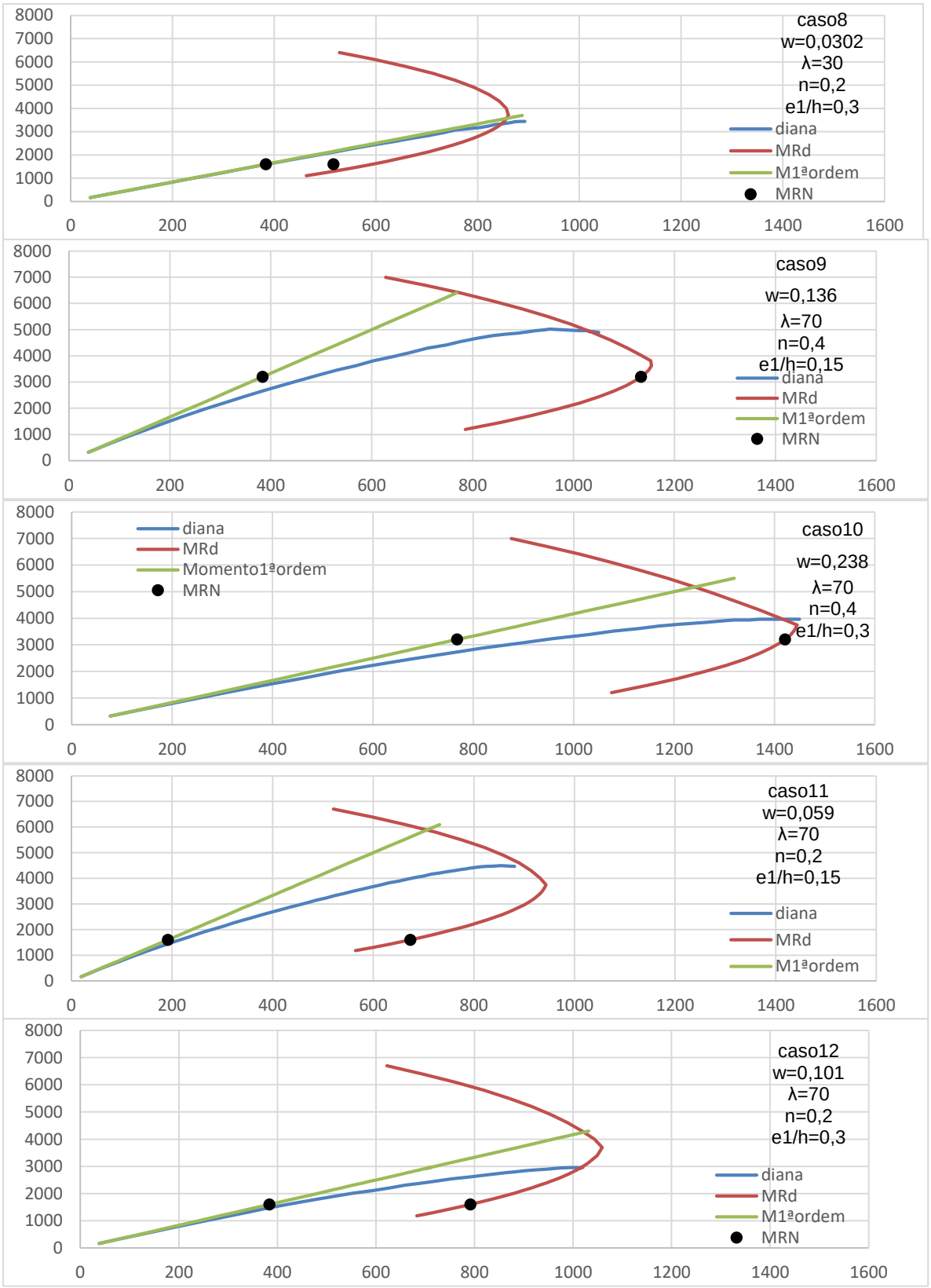
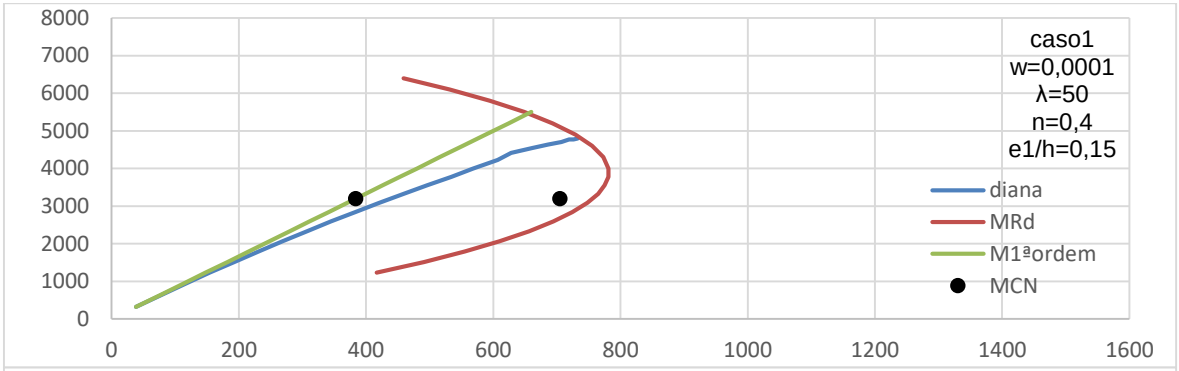
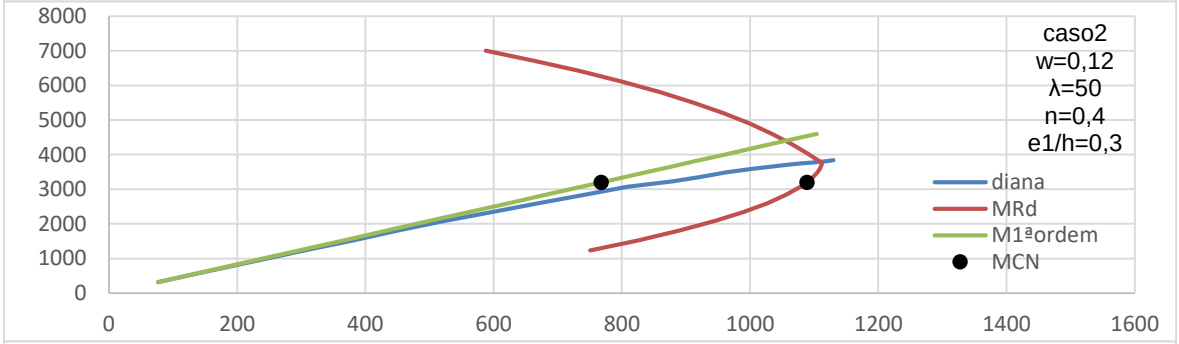
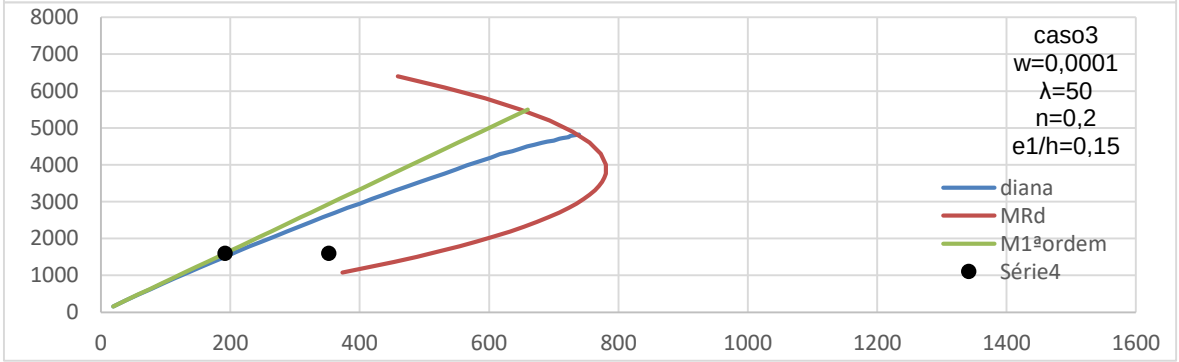


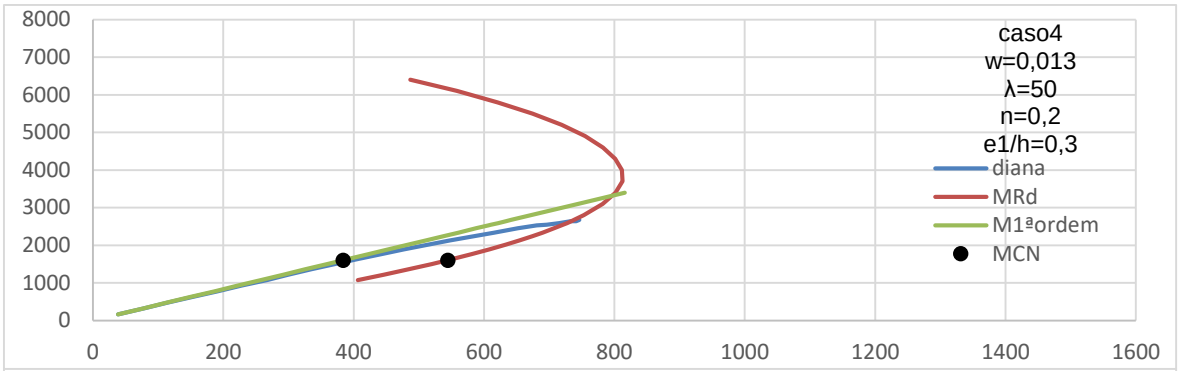
Fig.19.Ábacos dos casos de estudo.

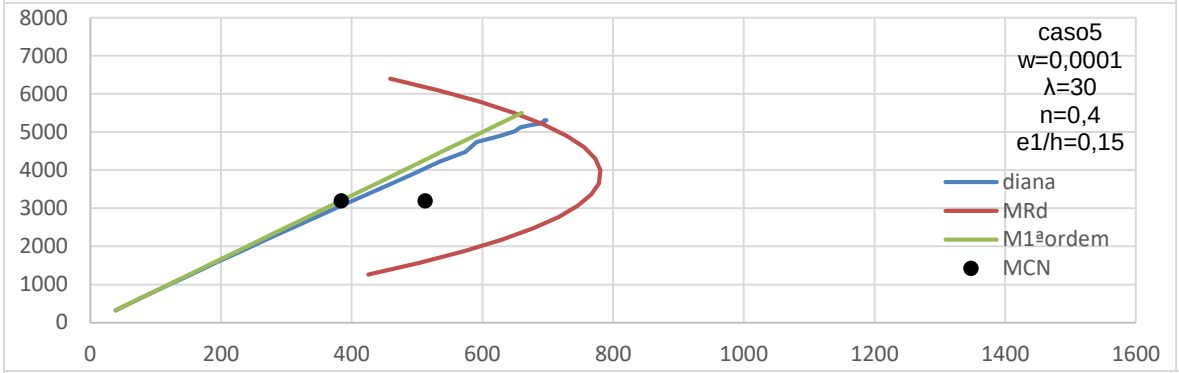
Para o método baseado numa curvatura nominal, os casos ideais, segundo a tabela 21, são: caso 1, caso 2, caso 6, caso 10, porque o momento máximo do método do EC2 é próximo do momento máximo dado pelo programa Diana. Olhando para o abaco da Fig.20 caso 1, é possível ver que a peça não cedeu ao atingir o momento calculado pelo MCN, mas sim pouco depois com o aumento do fator de carga, isto deve se ao facto de a peça ter sido sobredimensionada. No mesmo ábaco nota se ainda que o valor do momento do MCN não intersecta a linha dos momentos resistentes, isto significa que para esta situação o elemento não fendilha, e na verdade para aquele esforço axial reduzido o elemento consegue aguentar um momento maior do que aquele calculado pelo MCN. De resto, o que se conclui é algo semelhante ao apresentado no método baseado na rigidez nominal.

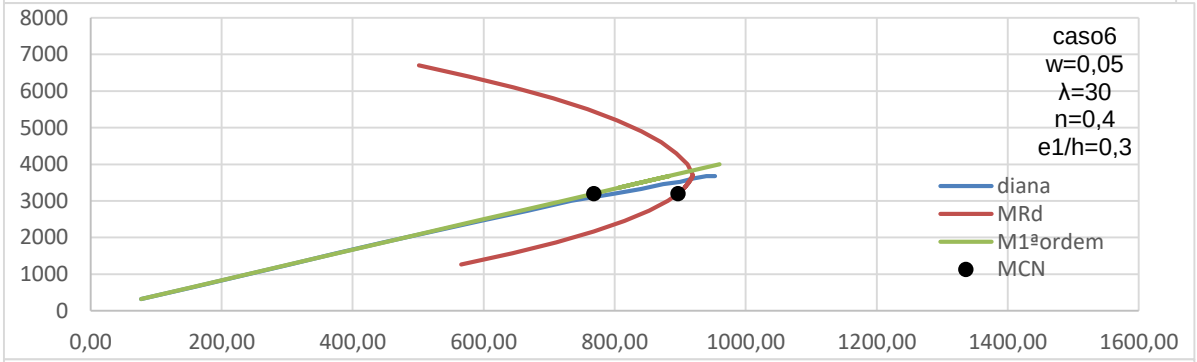


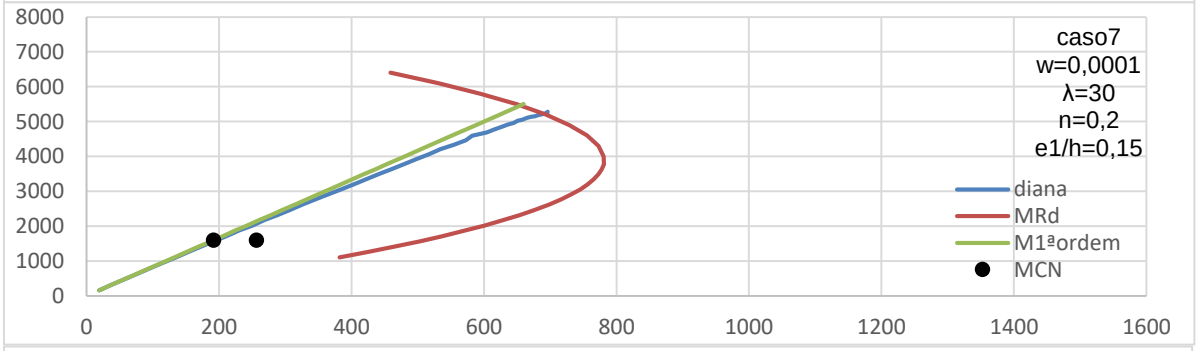


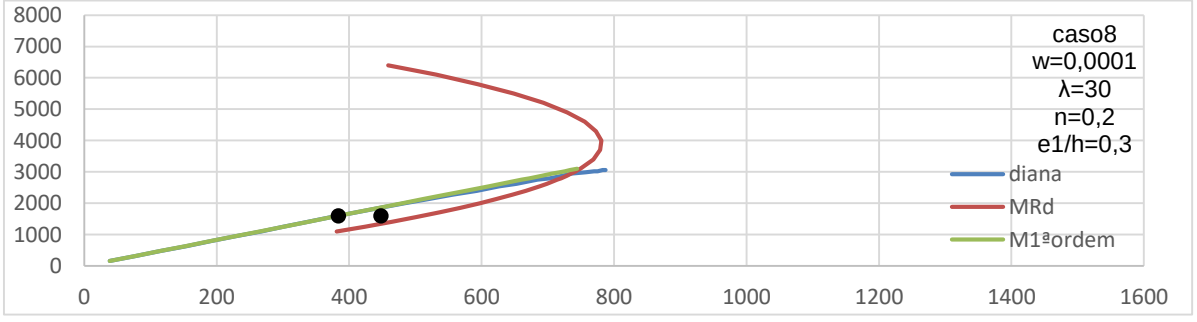



caso4
w=0,013
λ=50
n=0,2
e1/h=0,3
diana
MRd
M1ªordem
MCN
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600


caso5
w=0,0001
λ=30
n=0,4
e1/h=0,15
diana
MRd
M1ªordem
MCN
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600


caso6
w=0,05
λ=30
n=0,4
e1/h=0,3
diana
MRd
M1ªordem
MCN
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0,00
200,00
400,00
600,00
800,00
1000,00
1200,00
1400,00
1600,00


caso7
w=0,0001
λ=30
n=0,2
e1/h=0,15
diana
MRd
M1ªordem
MCN
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600


caso8
w=0,0001
λ=30
n=0,2
e1/h=0,3
diana
MRd
M1ªordem
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600

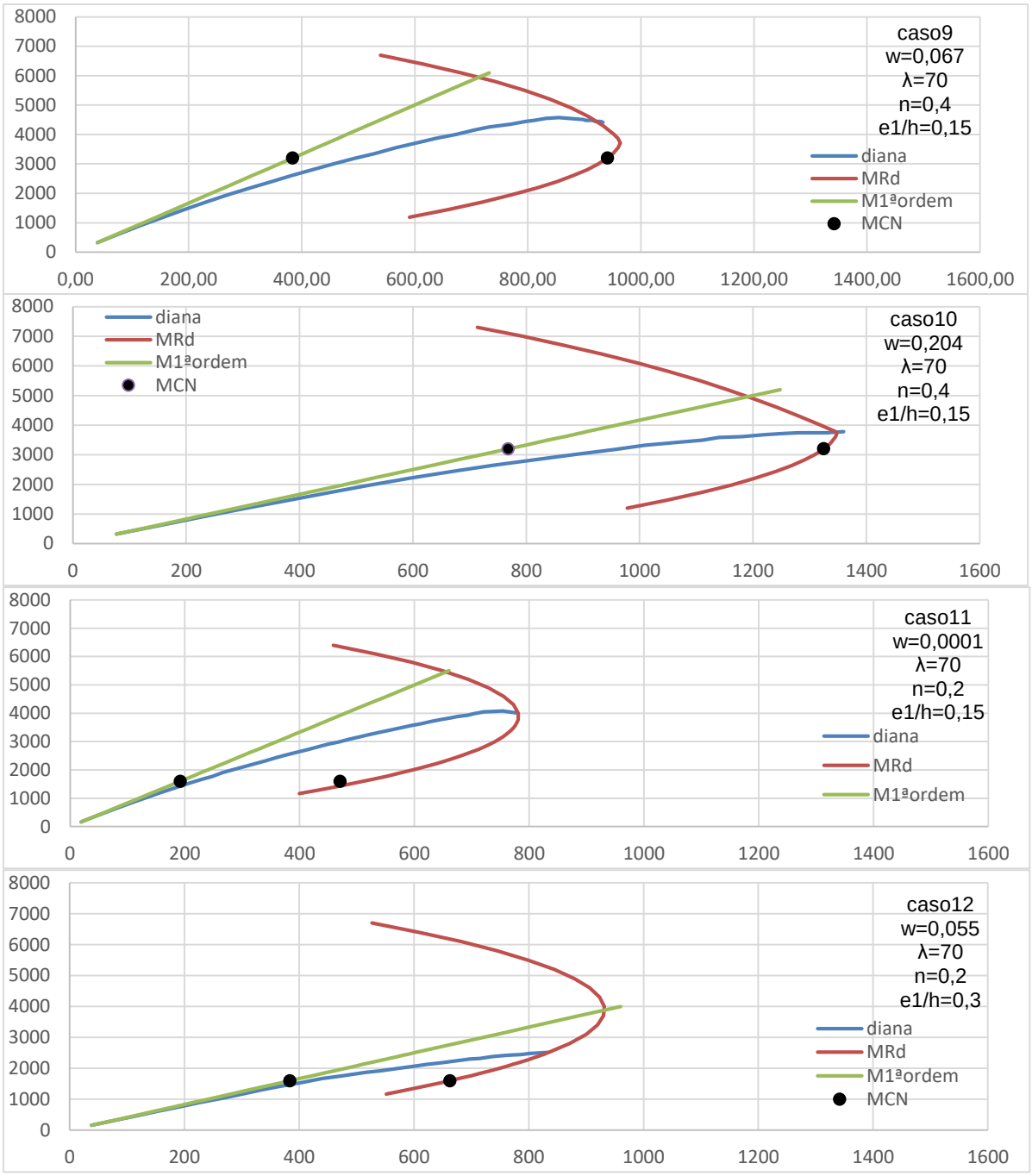


Fig.20.Ábacos dos casos de estudo

De todos os casos estudados, as armaduras ideais encontradas foram todas para a mesma situação, quando se tem uma maior excentricidade e maior esforço axial. Os métodos do EC2 só conseguem determinar bem os efeitos de segunda ordem se os esforços de primeira ordem forem grandes, caso contrário apenas dá estimativas conservativas que levarão a peças sobredimensionadas. É possível observar-se ainda que o método baseado numa rigidez nominal é mais conservativo que o método baseado numa curvatura nominal.

5
CASOS DE ESTUDO

5.1 INTRODUÇÃO AO CASO REAL - VIADUTO SOBRE A RIBEIRA DE LONGRA

O Viaduto sobre a Ribeira de Longra, cuja construção teve início em 2003 e terminou em 2005, é uma obra de arte integrada na A11/IP9, no Lanço Braga-Guimarães-IP4/A4, no sublanço Vizela-Felgueira na Ligação à EN 207. No projeto são fornecidos os dados suficientes para se poder criar um modelo no programa Robot, determinando os esforços mais críticos nos pilares. Depois de definir qual o pilar que possui esforços mais críticos para o problema, são calculados os efeitos de segunda ordem desse mesmo pilar usando os métodos do EC2 e o programa DIANA. Deste modo é possível verificar se os métodos simplificados dão aproximações razoáveis ao caso real e se o pilar da ponte se encontra bem dimensionado, através de uma análise não linear geométrica deste no programa Diana.

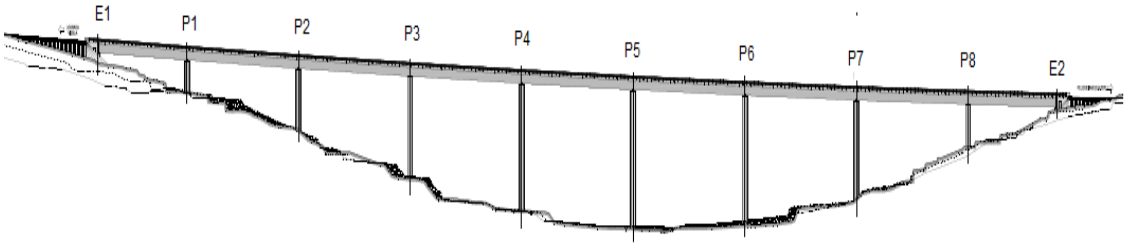


Fig.21.Perfil longitudinal do viaduto sobre a Ribeira de Longra.

O viaduto é composto por dois tabuleiros afastados por 0,10 metros, cada um tem 502 metros de comprimento e é dividido em duas parcelas de 46,6 metros, que se encontram nas pontas do viaduto, e sete parcelas com 58,4 metros. A secção do tabuleiro e do caixão e tem 14,05 metros de comprimento.

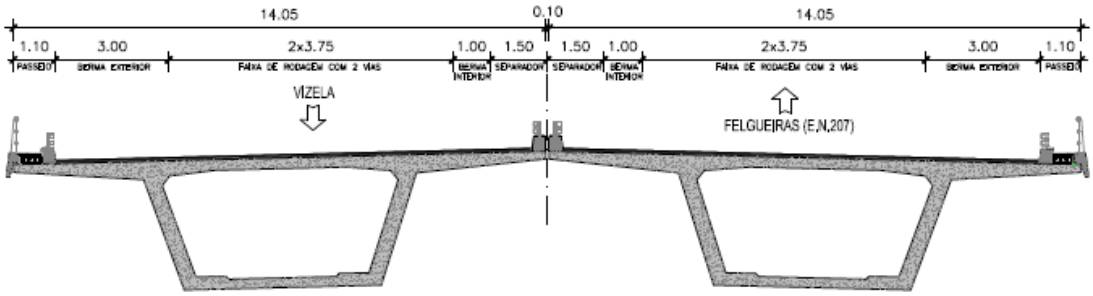


Fig.22.Perfil transversal do viaduto sobre a Ribeira de Longra

O viaduto é composto por 8 conjuntos de pilares, os dois primeiros e o último (P1, P2 e P8) têm aparelhos de deslizamento guiado no alinhamento do tabuleiro, enquanto os restantes pilares têm apoios fixos e os encontros têm aparelhos de deslizamento guiados associados a aparelhos anti-sísmicos de duplo efeito. A secção é igual em todos os pilares, em forma de polígono oco que se assemelha a um retângulo, com ligeiros chanfros. A armadura que foi usada na construção do pilar é de 0,071228m^2, o que corresponde a uma taxa de armadura de 0,25.

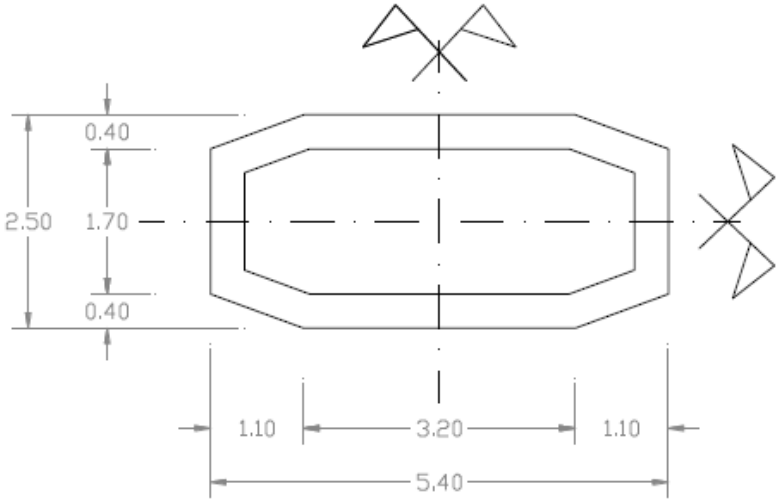


Fig.23. Secção dos pilares

A direção de maior inercia da secção é perpendicular ao alinhamento do tabuleiro.

As cargas aplicadas são retiradas do Regulamento de Segurança e Ações (RSA), e são as seguintes:

- Peso próprio dos elementos estruturais;
- Restantes cargas permanentes (RCP);
- Ações variáveis;
- Variações de temperatura;
- Ação do vento.

No anexo A.5 é especificado os valores de cada uma. Só de notar que são tomadas algumas simplificações em relação ao vento. A pressão que o vento exerce sobre a ponte é tomada como

um valor constante em toda a estrutura de $1{,}35KN/m^2$, e a altura do veiculo sobre a ponte é de 2 metros.

O viaduto é modelado no programa Robot Structural Analysis, os dados acima indicados são aplicados no modelo, e são feitas combinações de cargas para ser analisadas (21, 2004):

- ELU 1: 1,35(peso próprio+RCP)+1,5(sobrecarga distribuída+carga de faca +frenagem+0,6×vento);
  ELU 2: 1,35(peso próprio+RCP)+1,5(sobrecarga distribuída+carga de faca +frenagem-0,6×vento);
- ELU 3: 1,35(peso próprio+RCP)+1,5((sobrecarga distribuída+carga de faca +frenagem)×0,6+vento);
- ELU 4: 1,35(peso próprio+RCP)+1,5((sobrecarga distribuída+carga de faca +frenagem)×0,6-vento).

Calculadas estas combinações, é escolhido o pilar cujo os esforços combinados com a sua esbelteza melhor se enquadram nesta tese. Os esforços são colocados em tabelas para ser possível uma análise mais fácil, estas tabelas estão no anexo A1.5.

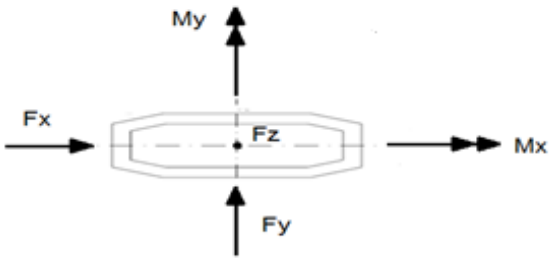


Fig.24. Direções das forcas e momentos

Os pilares 3 e 5 são os mais desfavoráveis, e dado que o pilar 5 é bastante mais esbelto que o outro, é feito uma análise a volta do pilar 5.

Tabela 22.Esforços no pilar 5.

	n	Fx (KN)	Fy (KN)	Fz (KN)	Mx (KNm)	My (KNm)	Mz (KNm)
ELU 1	0,273	-64	-449,89	33771	16680	-2813	0
ELU 2	0,263	-69	449,89	32592	-16680	-3026	0
ELU 3	0,253	-38	-749,82	31380	27799	-1685	0
ELU 4	0,247	-41	749,82	30673	-27799	-1813	0

5.2 ANÁLISE DO PILAR 5 ATRAVÉS DOS MÉTODOS DO EC2

Ao usar os métodos do EC2 neste pilar mais complexo e esbelto, vamos verificar que método é melhor para ser usado numa analise inicial, e no fim é comparada com a análise não linear geométrica para verificar se a estimativa feita por esse método é realmente boa ou simplesmente só se pode ser usado para casos simples e mais comuns.

O pilar 5 tem esforços em 3 direções e momentos em 2 direções (Fx, Fy, Fx, Mx, My), isto significa que será necessário fazer uma análise à flexão desviada. Os métodos simplificados não permitem determinar logo qual é a resultante do momento das duas direções, como tal, é calculado os momentos atuantes totais para cada direção, e depois é calculada a resultante da combinação dos momentos.

Os parâmetros comuns aos dois métodos são os seguintes:

Tabela 23.Dados do pilar 5

Ec=	34	Gpa
fcm=	43	Mpa
fctm=	3,2	Mpa
h=	5,4	m
b=	2,6	m
e=	0,4	m
A=	5,3117	m^2
Iy=	16,5	m^4
Ix=	4,7	m^4
A500	500	Mpa
c=	0,04	m
Es=	200	Gpa
c0=	12	
λy=	49,7	
λx=	92,6	
φ=	2	
l=	43,8	m

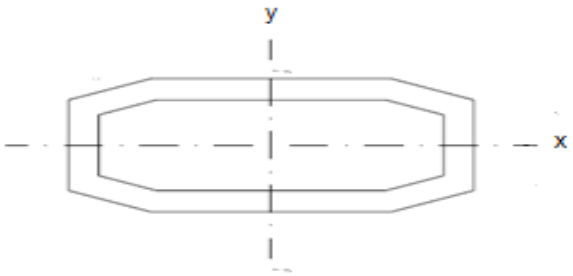


Fig. 25.Eixo da secção.

O método baseado numa rigidez nominal é aplicado de forma igual ao que é explicado no capítulo 4.2, no entanto será explicado como se chegou à inercia das armaduras, pois esta secção não é comum e são tomadas algumas considerações para chegar a um valor plausível deste parâmetro. Para as armaduras paralelas e diagonais ao eixo em que esta a ser calculada a inercia considera--se que a sua área se encontra num ponto a meio da armadura. Por exemplo:

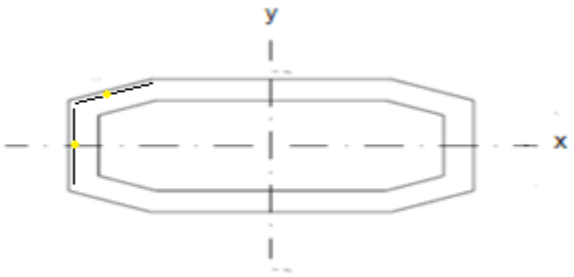


Fig.26.Inercia das armaduras em relação ao eixo y.

Na Fig.26 cada ponto amarelo representa a armadura em que está inserida, e a inércia de cada armadura é calculada por:

$$I = A \times d^2 \tag{5.2}$$

A área da armadura;
d distancia ao eixo.

A armadura perpendicular ao eixo é determinada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} dI &= dA \times x^2 \\ dI &= a \times dx \times x^2 \\ I &= \int_0^L a \times x^2 dx \\ I &= \frac{a \times L^3}{3} \end{aligned} \tag{5.3}$$

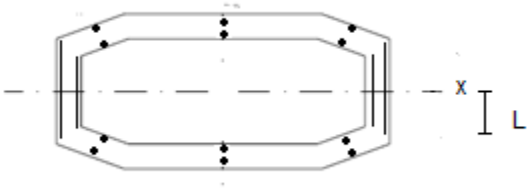


Fig.27.Inércia da armadura em x

A área de armadura a considerar em cada parte da secção é calculada com base na armadura real que é usada na construção do pilar do viaduto, considera-se que a disposição delas na secção é igual para todos os casos estudados neste capítulo. O mesmo é feito para a outra direção.

As imperfeições geométricas a considerar são calculadas com base no que o EC2 aconselha:

$$ei = \theta i \times \frac{l0}{2} \tag{5.4}$$

$$\theta i = \theta 0 \times \alpha n \times \alpha m \tag{5.5}$$

$\theta 0 = \frac{1}{200}$;
$\alpha n = \frac{2}{\sqrt{l}}$; $\frac{2}{3} \leq \alpha n \leq 1$;
$\alpha m = \sqrt{0{,}5(1 + 1m)}$
m número de elementos verticais que contribuem para o efeito total

$$\theta i = \frac{1}{200} \times \frac{2}{3} = 0{,}0033333$$

$$ei = 0{,}003333 \times \frac{87{,}6284}{2} = 0{,}14605\ m$$

O momento devido à imperfeição geométrica é aplicado na direção de menor inercia.

Tendo em conta tudo isto, é chegado aos seguintes momentos atuantes totais:

Tabela 24.Momentos atuantes de cálculo totais, resultantes da aplicação do MRN.

SI=KNm	W	0,2	0,25	0,3
ELU 1 NEd=33771	My	27849	25525	24002
	Mx	ND	ND	95910
EUL 2 NEd=32592	My	27440	25204	23738
	Mx	ND	ND	76769
ELU 3 NEd=31380	My	45035	41456	39112
	Mx	ND	ND	50860
ELU 4 NEd=30673	My	44629	41140	38849
	Mx	ND	210700	46187

Os momentos que não deram solução são devido ao fato de a carga atuante é maior que a carga de encurvadura e como tal, o MRN não chega a uma solução para estes casos.

O outro parâmetro a ser mudado é o amolecimento da tensão de tração, isto é, a perda da resistência com a abertura das fendas. Como neste caso, é pretendido o momento resistente da peça, mal é ultrapassado a sua resistência acaba aí o carregamento da peça, por outras palavras é considerado que a fibra correspondente perde totalmente a resistência apos fendilhação. Como tal, é escolhido o gráfico a) da Fig.15, que retrata o que é aqui explicado.

A determinação dos momentos resistentes foi efetuada por via numérica, com recurso a uma discretização da secção em fibras. Isto deve-se ao facto de a geometria da secção ser complexa e inviabilizar a determinação analítica do diagrama de interação.

A geometria e a disposição da armadura no modelo são as mesmas que a do pilar do viaduto, como é indicado no documento no anexo A.7. No entanto, para simular uma secção irregualar no programa Diana, é necessario dividir a sua secção por quadrilateros. A soma deste quadrilateros resulta na secção que queremos definir. A secção é dividida em 8 quadrilateros, e o método de integração e o número de pontos integração do elemento serão: direção longitudinal - método Gauss com 2 pontos de integração; secção transversal - método de Simpson com 7 pontos de integração. O número de 7 pontos de integração pelo método de Simpson, significa que em cada face de cada quadrilátero estão 7 pontos de integração em cada direção, logo, por cada um existem 49 pontos de integração.

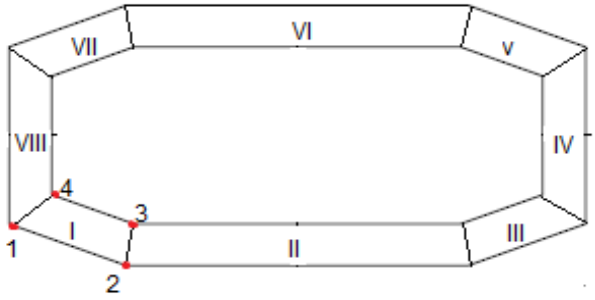


Fig.28.Divisão da secção

No topo do elemento é aplicado um esforço axial correspondente à combinação de ações em estudo e dois momentos na direção x e y. Os momentos são incrementados até se atingir a rotura. A resultante dos momentos resistentes tem o mesmo ângulo que a resultante dos momentos atuantes determinados segundo os métodos do EC2.

Tabela 25.Momentos resistentes.

SI=KNm	W	0,3
ELU 1	My	18000
	Mx	72800
EUL 2	My	23300
	Mx	71600
ELU 3	My	52600
	Mx	67100
ELU 4	My	21900
	Mx	71300

É só calculada o momento resistente para uma taxa de armadura de 0,3, porque, como foi verificado na tabela 24, ao pilar com menores armaduras já colapsou.

A verificação da flexão desviada é feita da seguinte forma:

$$\frac{\sqrt{MEdx^2+MEdy^2}}{\sqrt{MRdx^2+MRdy^2}} \leq 1 \quad (5.6)$$

Tabela 26.Verificação da flexão desviada.

W	0,3
ELU 1	1,32
ELU 2	1,07
ELU 3	0,75
ELU 4	0,81

Para uma taxa de armadura de 0,3, o pilar não aguenta os esforços das duas primeiras combinações, logo o pilar, segundo este método, foi subdimensionado. A solução está próxima de uma taxa de armadura de 0,35.

Passando agora para o método da curvatura nominal, os parâmetros a definir são rapidamente calculados, não existindo nenhuma complicação nem necessidade de considerar ou assumir certos valores, como foi feito no método da rigidez nominal.

Os momentos atuantes são iguais para as diferentes armaduras devido ao esforço axial reduzido ser menor que o ponto de balanceamento (n=0,4), originando um coeficiente Kr igual para os diferentes casos.

Tabela 27.Momentos de segunda ordem resultantes da aplicação do MCN.

SI=KNm	w	0,1/0,2/0,25/0,3
ELU 1 NRd=33771	My	44586
	Mx	56707
EUL 2 NRd=32592	My	43612
	Mx	55039
ELU 3 NRd=31380	My	53043
	Mx	50436
ELU 4 NRd=30673	My	53145
	Mx	50762

Os momentos resistentes são os seguintes expostos na tabela 28

Tabela 28. Momentos resistentes.

SI=KNm	w	0,1	0,2	0,25	0,3
ELU 1 NRd=33771	MRdy	35400	44300	48900	52500
	MRdx	46000	56300	61400	66700
EUL 2 NRd=32592	MRdy	35600	45200	48300	53200
	MRdx	45500	56500	60800	66900
ELU 3 NRd=31380	MRdy	60700	54500	60600	113660
	MRdx	42800	51900	56800	70970
ELU 4 NRd=30673	MRdy	43000	53500	60300	114200
	MRdx	41500	51600	57600	71050

A flexão desviada para as diferentes situações é calculada segundo a expressão 5.6 e é apresentada na seguinte tabela:

Tabela 29.Verificação da flexão desviada

w	0,1	0,2	0,25	0,3
ELU 1	1,24	1,00	0,92	0,85
ELU 2	1,22	0,97	0,90	0,82
ELU 3	0,99	0,97	0,88	0,54
ELU 4	1,23	0,99	0,88	0,54

Segundo o método baseado numa curvatura nominal a peca necessita de uma taxa de armadura de 0,2.

Os dois métodos dão resultados bastantes diferentes. Como já foi visto, o método baseado numa rigidez nominal é mais conservativo do que o método baseado numa curvatura nominal. No entanto, as soluções de ambos costumam ser próximas. Neste caso o mesmo não acontece devido ao fato da peça ter pouca inércia na direção x para uma tão grande esbelteza, por consequente a carga critica é sempre menor que a carga axial aplicada no método baseado numa rigidez nominal, levando a momentos atuantes de grandes proporções.

5.3 ANÁLISE NÃO LINEAR DO PILAR DO VIADUTO

Neste subcapítulo, é feita uma análise não linear do elemento, de forma semelhante ao que foi feito no subcapítulo 4.5. No entanto, desta vez não sabemos qual é a armadura ideal, por isso são feitas tentativas de modo que a armadura seja próxima da armadura ideal.

O modelo geométrico a usar é o mesmo que o criado no capitulo anterior, ou seja, a geometria e a disposição das armaduras são as mesmas. Em relação as propriedades físicas do material e o modo de integração, os parâmetros a escolher são os seguintes:

```
'MATERIALS'
   1    YOUNG    2.00000E+11
     POISON   3.00000E-01
     YIELD     VMISES
     YLDVAL   4.35000E+08
   2 YOUNG    14.165E+09
     POISON   0.20
     CRACK    1
     CRKVAL   1.35E+06
     TENSIO   1
     GF       100.0
     TAUCRI   1
     BETA     0.2
     YIELD    VMISES
     YLDVAL   20.0E+06
'DATA'
1    NINTEG   2     7     7
     NUMINT GAUSS simpso simpso
```

Fig.29.Parâmetros a colocar no Programa Diana

A seguir é estabelecido uma armadura inicial, esta será mudada sempre que no fim da análise se se verificar que o fator de carga é bastante superior a 1.

Os esforços que são aplicados na barra são três forças, uma axial, e as outras em cada direção principal (simular os momentos em cada direção). Os valores destes, são os mesmo que os retirados do programa Robot, ou seja, são os esforços de primeira ordem que estão na Tabela 22.

Tendo isto estabelecido, é feita a análise não linear do elemento, extraindo os momentos resistentes para dada situação.

Tabela 30.Momentos resultantes da análise não linear geométrica.

SI=KNm		w=0,1	LF	w=0,2	LF
ELU 1	My	37070	1,84	40300	1,99
	Mx	40900	1,84	45500	1,99
EUL 2	My	37600	1,88	41200	2,04
	Mx	40600	1,88	45100	2,04
ELU 3	My	61500	1,88	69000	2,06
	Mx	30400	1,88	37900	2,06
ELU 4	My	61800	1,9	69300	2,07
	Mx	30300	1,9	38000	2,07

Para ser facilitada a análise final é colocada nos ábacos da Fig.29, Fig.30 e Fig31, os dados das Tabelas 28 e 30.

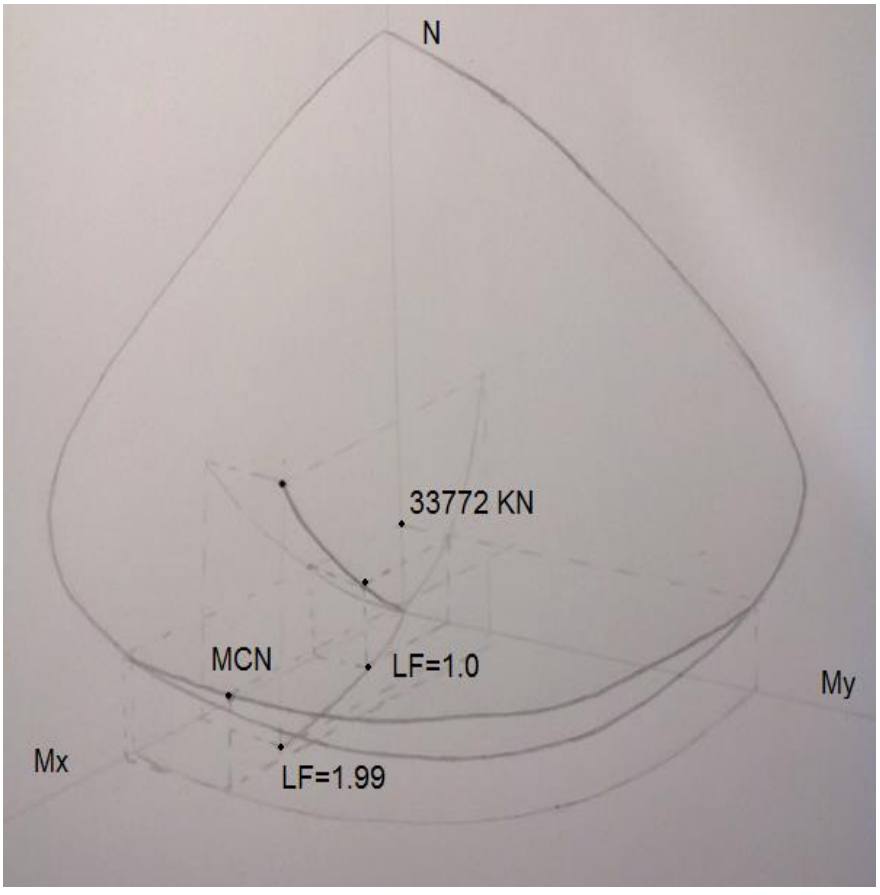


Fig.30. Ábaco tridimensional da aplicação das cargas.

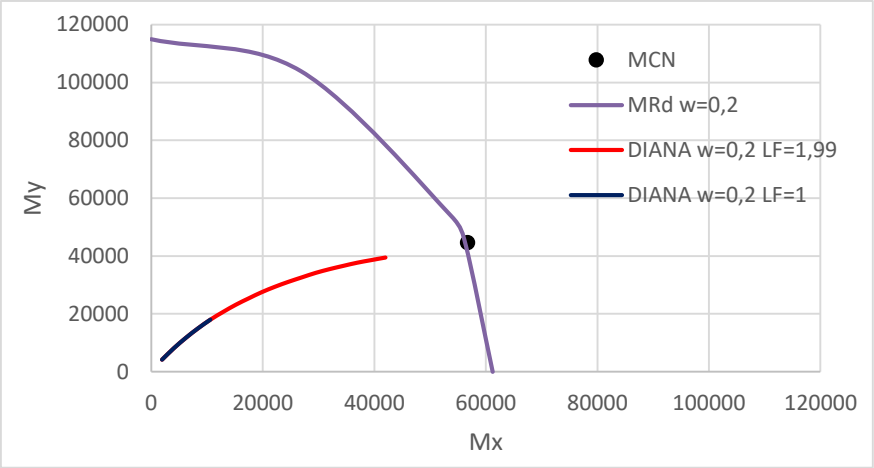


Fig.31.Ábaco dos momentos para N=33772 KN e w=0,2

A Fig.30 e a Fig.31, representa a relação entre a força axial de compressão e os momentos na direção x e y ao ser aplicados no pilar modelado no programa DIANA com uma taxa de armadura de 0,2%. A Fig.30 é uma representação aproximada com base nos ábacos da Fig.19, Fig.20 e Fig.31. A superfície do bolbo representa os esforços resistentes da peça. O momento resultante da aplicação do MCN está na superfície do bolbo, no plano de Mx e My quando o esforço axial de compressão é de 33771,67 KN. A reta dos esforços atuantes originada pelo programa DIANA intersecta o plano, onde se encontra o momento de MCN, num ponto bastante distante das curvas dos momentos resistente. Logo, das figuras é possível perceber que, segundo o programa DIANA, o elemento consegue aguentar quase o dobro dos esforços aplicados com 0,0569m^2 de armadura, como tal é necessário fazer uma nova análise com menos armadura.

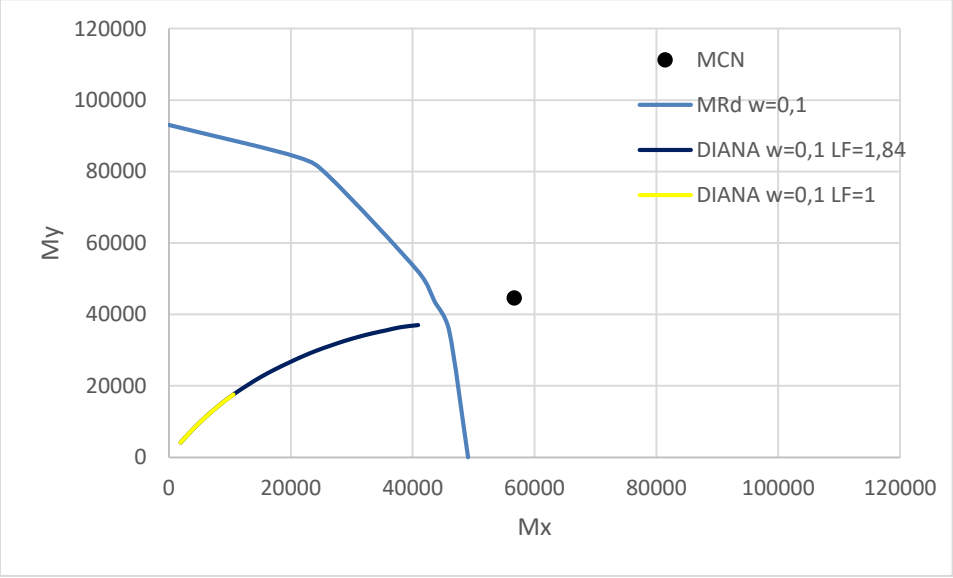


Fig.32.Ábaco dos momentos para N=33772 KN e w=0,2

O Fator de carga quando a armadura e 0,1 ainda é elevado, mostrando assim que 0,028506 m^2 é mais do que suficiente para aguentar os esforços aplicados no elemento.

No entanto, mesmo com toda a informação em cima apresentada, não é possível ainda perceber se a peça entrou em cedência ou não (se atingiu a superfície do bolbo de esforços), como tal é retirado do programa DIANA os dados necessários para criar o ábaco da Fig.33, e da Fig.34. Estes ábacos relacionam a deformada com o fator de carga da fibra mais distante do encastramento, mostrando que quando este elemento está próximo do fator de carga máximo o deslocamento aumenta sem que o fator de carga varie significativamente até que deixe de aumentar. E como é possível de verificar, na direção y, o elemento atinge a rotura com uma deformada significativamente maior, devido ao fato de ser a direção de menor inercia. Por outro lado, em relação à direção de maior inercia, o elemento não se deforma tanto, mas atinge também a rotura.

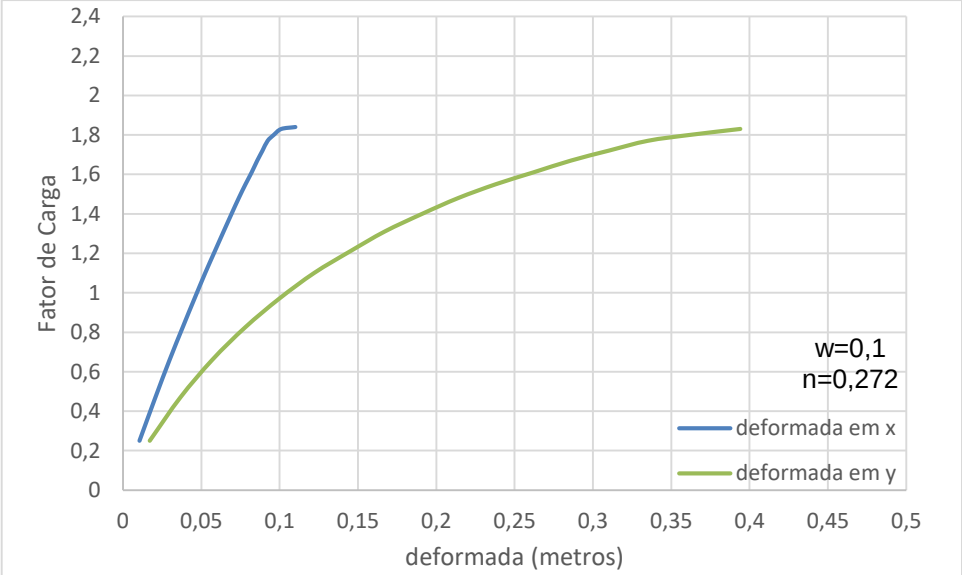


Fig.33. Relação entre o fator de carga e a deformada para uma taxa de armadura de 0,1.

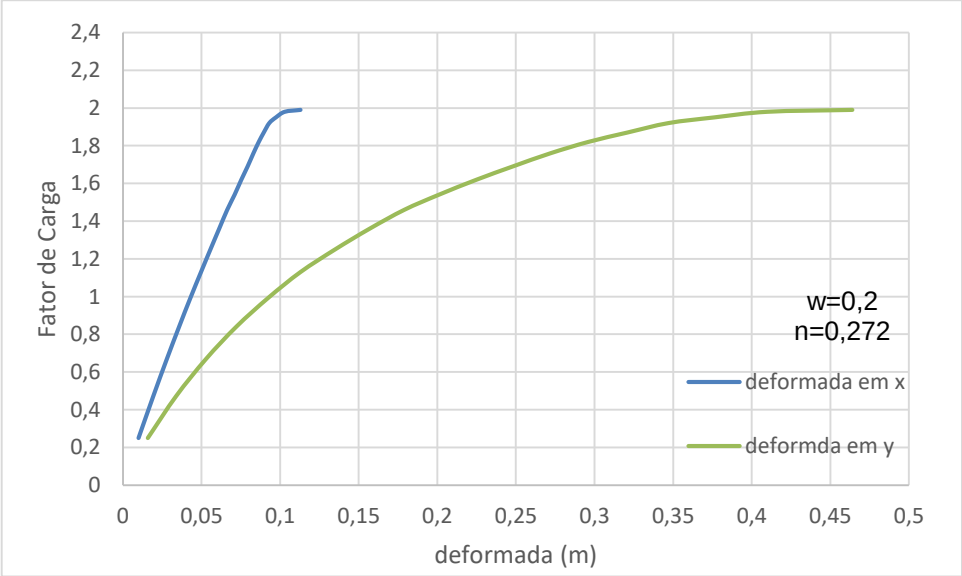


Fig.34.Relação entre o fator de carga e a deformada para uma taxe de armadura de 0,2.

6
CONCLUSÕES

O estudo paramétrico desenvolvido no Capítulo 4 permitiu concluir que os métodos de análise dos efeitos de segunda ordem do EC2 apresentam resultados conservativos quando aplicados a pilares esbeltos (λ >50) com níveis de esfoço axial reduzido (n<0.3), característicos de pilares de pontes, tal como se constata nos resultados apresentados na Fig.19 e na Fig20.

No que diz respeito ao caso de estudo analisado, os esforços axiais reduzidos do viaduto variam entre 0,17 e 0,27 e, como tal, a aplicação dos métodos de análise dos efeitos de segunda ordem do EC2 resulta momentos de dimensionamento muito maiores do que aqueles obtidos através de uma análise não linear material e geométrica.. Este fato, aliado à geometria da secção do tabuleiro (pouca inércia na direção x) e à grande esbelteza da peça, leva aos valores dos momentos determinados pelo MCN e MRN sejam bastantes conservativos, especialmente para o último método. Segundo o MRN é necessária uma taxa de armadura que ronda os 0,35 ou seja, o pilar 5 necessita de 0,0997m^2 para aguentar os esforços aplicados, por outro lado, segundo o MCN o pilar precisa de uma taxa de armadura de 0,2, ou seja, precisa de 0,0569m^2. Por fim, depois de realizada a análise não linear geométrica através do programa DIANA, conclui-se que na verdade 0,0285m^2(w=0,1) é suficiente para que o elemento aguente os esforços aplicados.

Numa fase inicial de um projeto de uma ponte, é preferível aplicar método baseado numa curvatura nominal a fim de determinar os efeitos de segunda ordem na estrutura. No entanto estes dados só servem como uma aproximação conservativa da solução e uma análise não linear geométrica e material é recomendada para determinar com mais precisão a armadura necessária para dada situação.

Ao nível de desenvolvimentos futuros importa referir que será útil avaliar a influência da forma de aplicação das cargas nos resultados obtidos através da análise não linear. Neste trabalho as cargas foram aplicadas todas de forma proporcional, isto é, tanto o esfoço axial como as forças horizontais foram incrementadas proporcionalmente. Importará avaliar os resultados obtidos quando o esfoço axial é aplicado numa primeira fase e se mantém constante, e apenas os momentos são incrementados na fase seguinte.

Bibliografia

21, D. N. (2004). *Calculos-Longra_Rev_A.doc.*

AASHTO, L. (1994). *Bridge Design Specifications.* Washington, D.C: American Association of State Highway and Transportation Officials.

Bo, W. (2004). Effective Creep Ratio. Em W. Bo, *Second order effects in slender concrete structures.*

Bo, W. (2005). *Second order effects in slender concrete structures .*

Chen, W.-F., & Duan, L. (2014). *Bridge Engineering Handbook.* CRC Press LLC.

Espectros de Resposta - RSA. (s.d.). Obtido de http://www.civil.ist.utl.pt/~luisg/rsa.htm

Faria, R., & Pimental, M. (s.d.). Pilares Efeitos de 2ª ordem.

ICS. (in NP EN 1992-1-1 2010). *Eurocódigo 2 - Projecto de estruturas de betão Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios.* Portugal.

ISEL. (s.d.). Capítulo 7. Em ISEL, *Betão Estrutural I.*

Lima, L. (s.d.). Capítulo 2 - Critérios de Resistência (Escoamento/Plasticidade. Em L. Lima.

Manie, J. (2011). 18.1.2 Shear Retention Relations. Em *User's Manual--Release9.4.4--Teacher Edition.*

Manie, J. (2011). 4.6.2 Class-II and Class-III beams. Em J. Manie, *User's Manual -- Release 9.4.4 -- Teacher Edition.*

Manie, J. (2011). *User's Manual -- Release 9.4.4 -- Teacher Edition.*

Nilson, A. H. (1997). Chapter 9 Slender Columns. Em A. H. Nilson, *DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES .* The McGraw-Hill Companies,Inc.

User's Manual -- Release 9.4.4 -- Teacher Edition. (2011).

VIFE.E.180.LONG.C, D. N. (2004). *Anexo C-1.*

VIFE.E.180.LONG.M, D. N. (2004). *Memo_Longra.*

Anexos

ANEXO A 2

A1. RESULTADOS DOS 136 CASOS INICIAIS 2

A2. CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE 5

A3. DADOS DA SECÇÃO DO TABULEIRO 7

A4. DADOS DA SECÇÃO DO PILAR 8

A5. AÇÕES CONSIDERADAS NA MODELAÇÃO DO VIADUTO 9

A6. ESFORÇOS NAS BASES DOS PILARES DO VIADUTO 10

A7. DISPOSIÇÃO DAS ARMADURAS NO PILAR 5 DO VIADUTO 13

A
Anexo

A.1. RESULTADOS DOS 136 CASOS INICIAIS.

Tabela A1.2.1. Momentos iniciais para uma taxa de armadura de 0,1.

	MRN	e2/h	MCN	e2/h	MRd
caso 1	2312	0,40	1601	0,13	1034
caso 2	383	0,10	400	0,13	567
caso 3	342	0,03	352	0,05	567
caso 4	5850	1,79	1837	0,22	1034
caso 5	ND	ND	3324	0,15	735
caso 6	694	0,12	705	0,13	1034
caso 7	102	0,01	128	0,05	567
caso 8	1755	0,54	941	0,22	1034
caso 9	ND	ND	1532	0,15	735
caso 10	4623	0,81	2881	0,13	1034
caso 11	683	0,07	672	0,05	567
caso 12	11699	3,57	3117	0,22	1034
caso 13	ND	ND	5884	0,15	735
caso 14	1579	0,12	1409	0,05	1034
caso 15	895	0,20	800	0,13	788
caso 16	4267	0,61	2264	0,09	1016
caso 17	1387	0,24	1089	0,13	1034

Tabela A1.2.2. Momentos iniciais para uma taxa de armadura de 0,2.

	MRN	e2/h	MCN	e2/h	Mrd
caso 1	1790	0,20	1601	0,13	1314
caso 2	352	0,05	400	0,13	847
caso 3	331	0,02	352	0,05	847
caso 4	2661	0,54	1837	0,22	1314
caso 5	ND	ND	3451	0,17	1015
caso 6	537	0,06	705	0,13	1314
caso 7	99	0,01	128	0,05	847
caso 8	798	0,16	941	0,22	1314
caso 9	ND	ND	1659	0,17	1015
caso 10	3581	0,40	2881	0,13	1314
caso 11	662	0,03	672	0,05	847
caso 12	5322	1,08	3117	0,22	1314
caso 13	ND	ND	6011	0,17	1015
caso 14	1444	0,06	1409	0,05	1314
caso 15	767	0,10	800	0,13	1068
caso 16	3074	0,30	2281	0,09	1296
caso 17	1074	0,12	1089	0,13	1034

Tabela A1.2.3. Momentos iniciais para uma taxa de armadura de 0,3.

	MRN	e2/h	MCN	e2/h	Mrd
caso 1	1619	0,13	1601	0,13	1594
caso 2	341	0,03	400	0,13	1127
caso 3	327	0,01	352	0,05	1127
caso 4	2093	0,32	1837	0,22	1594
caso 5	ND	ND	3550	0,19	1295
caso 6	486	0,04	705	0,13	1594
caso 7	98	0,00	128	0,05	1127
caso 8	628	0,10	941	0,22	1594
caso 9	ND	ND	1758	0,19	1295
caso 10	3238	0,26	2881	0,13	1594
caso 11	655	0,02	672	0,05	1127
caso 12	4187	0,64	3117	0,22	1594
caso 13	ND	ND	6110	0,19	1295
caso 14	1393	0,04	1409	0,05	1594
caso 15	724	0,07	800	0,13	1348
caso 16	2685	0,20	2294	0,10	1576
caso 17	971	0,08	1089	0,13	1594

Tabela A1.2.4. Momentos iniciais para uma taxa de armadura de 0,4.

	MRN	e2/h	MCN	e2/h	Mrd
caso 1	1534	0,10	1601	0,13	1874
caso 2	336	0,10	400	0,13	1407
caso 3	326	0,01	352	0,05	1407
caso 4	1856	0,23	1837	0,22	1874
caso 5	ND	ND	3629	0,21	1575
caso 6	460	0,03	705	0,13	1874
caso 7	98	0,00	128	0,05	1407
caso 8	557	0,07	941	0,22	1874
caso 9	ND	ND	1837	0,21	1575
caso 10	3068	0,20	2881	0,13	1874
caso 11	651	0,02	672	0,05	1407
caso 12	3713	0,45	3117	0,22	1874
caso 13	ND	ND	6189	0,21	1575
caso 14	1366	0,03	1409	0,05	1874
caso 15	703	0,05	800	0,13	1628
caso 16	2492	0,15	2305	0,10	1856
caso 17	920	0,06	1089	0,13	1874

A.2. CALCULO DO MOMENTO RESISTENTE.

O momento resistente é calculado com base que, a armadura superior e a armadura inferior são iguais e estão ambas em cedência.

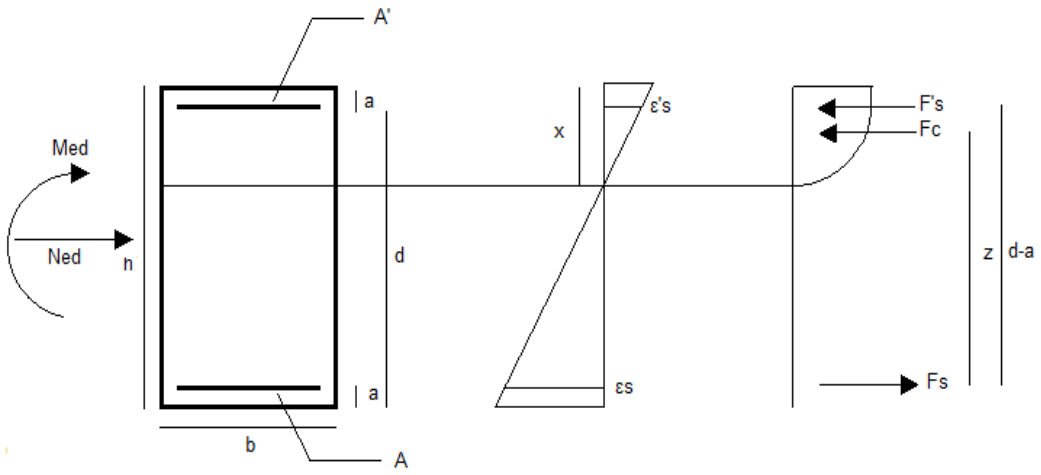


Fig 35. Secção do elemento carregada por uma flexão composta

$$\begin{cases} NEd = Fc + F's - Fs \\ MEd + NEd \times \left(\frac{h}{2} - a\right) = F's \times (d-a) + Fc \times (d - 0{,}416x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} NEd = 0{,}81 \times bhfcd \\ MEd + NEd \times \left(\frac{h}{2} - a\right) = A'fyd \times (d-a) + 0{,}81 \times bhfcd \times -(d - 0{,}416x) \end{cases}$$

Depois, divide se o primeiro membro por $bhfcd$, e o segundo por bh^2fcd:

$$\begin{cases} \upsilon = 0{,}81 \times \frac{x}{d} \\ \mu + \upsilon \times \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h}\right) = \frac{A'fyd}{bh^2fcd} \times (d-a) + 0{,}81 \times \frac{x}{d} \times \left(\frac{d}{h} - \frac{0{,}416x}{h}\right) \end{cases}$$

Visto que, $\alpha = \frac{x}{h}$, $A' = \frac{A}{2}$, $w = \frac{Afyd}{bh^2fcd}$:

$$\begin{cases} \upsilon = 0{,}81 \times \alpha \\ \mu + \upsilon \times \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h}\right) = \frac{1}{2} \times w \times \left(\frac{d}{h} - \frac{a}{h}\right) + 0{,}81 \times \alpha \times \left(\frac{d}{h} - 0{,}416\alpha\right) \end{cases}$$

E que, $\frac{d}{h} = \frac{h-a}{h} = 1 - \frac{a}{h}$:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\upsilon}{0{,}81} \\ \mu + \upsilon \times \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h}\right) = \frac{1}{2} \times w \times \left(1 - \frac{2a}{h}\right) + 0{,}81\alpha\left(1 - \frac{a}{h} - 0{,}416\alpha\right) \end{cases}$$

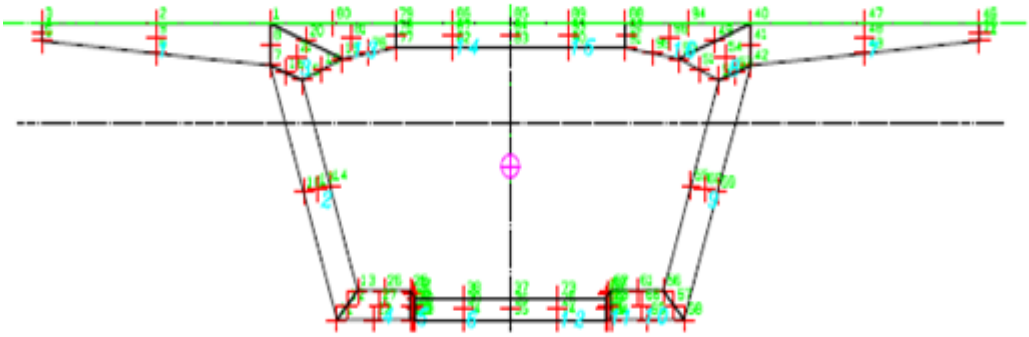
$$\mu + \upsilon \times \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h}\right) = \frac{1}{2} \times w \times \left(1 - \frac{2a}{h}\right) + \upsilon \times \left(1 - \frac{a}{h} - 0{,}514\upsilon\right)$$

$$\mu + \upsilon \times \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} - 1 + \frac{a}{h} + 0{,}514\upsilon\right) = \frac{1}{2} \times w \times \left(1 - \frac{2 \times a}{h}\right)$$

$$\mu + v \times (0{,}514v - 0{,}5) = \frac{1}{2} \times w \times \left(1 - \frac{2 \times a}{h}\right)$$

$$\mu = \frac{w \times (1 - \frac{2a}{h}) - 2v \times (0{,}514v - 0{,}5)}{2}$$

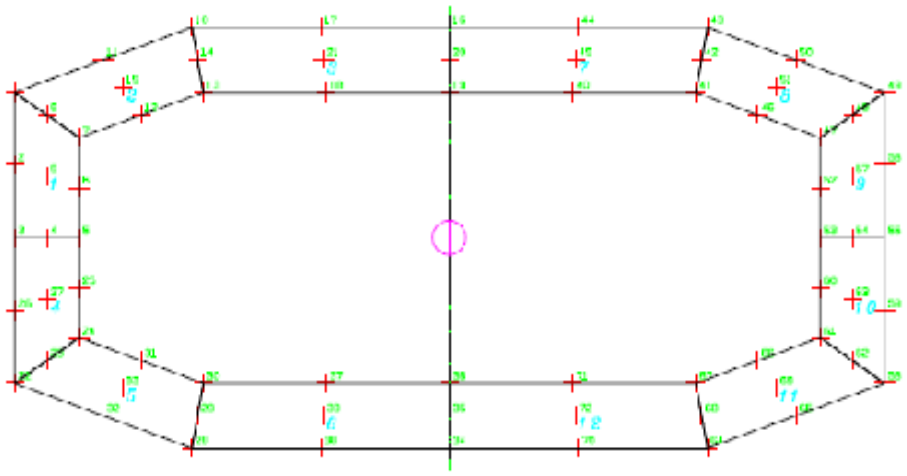
A.3. DADOS DA SECÇÃO DO TABULEIRO.



CROSS-SECTION DATA

Cross-section area	0.86442E+01	m2
Shear area - Bending about Z-axis	0.20991E+01	m2
Shear area - Bending about Y-axis	0.54452E+01	m2
Torsional moment of inertia I	0.26364E+02	m4
Moment of inertia about Y-axis	0.99208E+02	m4
Moment of inertia about Y-axis (Shear Lag)	0.99208E+02	m4
Moment of inertia about Z-axis	0.13446E+02	m4
Moment of inertia about Z-axis (Shear Lag)	0.13446E+02	m4
Warping moment of inertia	0.18353E+02	m4
Bending axis origin - Eccentricity ey	-1.12918	m
Bending axis origin - Eccentricity ez	0.00000	m
Main axis angle	0.00000	Deg
Shear axis origin - Eccentricity ey	-1.63851	m
Shear axis origin - Eccentricity ez	0.00000	m
Main axis angle - Shear	0.00000	Deg
Y-below : Gravity centre - minY	2.27082	m
Y-above : Gravity centre - maxY	1.12918	m
Z-left : Gravity centre - minZ	7.02500	m
Z-right : Gravity centre - maxZ	7.02500	m
Perimeter exposed to drying (outside)	32.69583	m
Perimeter (inside)	16.11943	m

A.4. DADOS DA SECÇÃO DO PILAR



C R O S S - S E C T I O N D A T A

Cross-section area	0.53117E+01	m2
Shear area - Bending about Z-axis	0.12011E+01	m2
Shear area - Bending about Y-axis	0.37622E+01	m2
Torsional moment of inertia I	0.13678E+02	m4
Moment of inertia about Y-axis	0.16483E+02	m4
Moment of inertia about Y-axis (Shear lag)	0.16483E+02	m4
Moment of inertia about Z-axis	0.47508E+01	m4
Moment of inertia about Z-axis (Shear lag)	0.47508E+01	m4
Warping moment of inertia	0.19604E+01	m4
Bending axis origin - Eccentricity ey	0.00000	m
Bending axis origin - Eccentricity ez	0.00000	m
Main axis angle	0.00000	Deg
Shear axis origin - Eccentricity ey	0.00000	m
Shear axis origin - Eccentricity ez	0.00000	m
Main axis angle - Shear	0.00000	Deg
Y-below : Gravity centre - minY	1.30000	m
Y-above : Gravity centre - maxY	1.30000	m
Z-left : Gravity centre - minZ	2.70000	m
Z-right : Gravity centre - maxZ	2.70000	m
Perimeter exposed to drying (outside)	14.68188	m
Perimeter (inside)	11.87675	m

A.5. AÇÕES CONSIDERADAS NA MODELAÇÃO DO VIADUTO.

- **Ações permanentes:**

  - Peso Próprio……...Considerado automaticamente pelo programa de cálculo
  - Tapete de betuminoso…….……2.2kN/m2
  - Passeio ……..……..3.75kN/m
  - Viga de Bordadura……...3.75kN/m
  - Guarda Corpos…….0.50kN/m
  -Guarda de Segurança…… ……0.50kN/m

- **Ações Variáveis**:

- Sobrecarga uniforme de 4kN/m em todo o tabuleiro mais uma sobrecarga linear de 50kN/m na posição mais desfavorável de acordo com o Artº41.1 do RSA.
- Veículo tipo I com um peso total de 600kN/m de acordo com o Artº41.2 do RSA

- **Variações de temperatura:**

  Variação uniforme de temperatura:
  $\Delta TU = \pm 15\ ^{\circ} C$.
  O coeficiente de dilatação térmica considerou-se igual a 10-5 ºC-1.
  Variação diferencial de temperatura:
  $\Delta DT = 10\ ^{\circ} C$

- **Ação do vento:**

  A Ação do vento foi simulada através de forças estáticas aplicadas aos pilares e ao tabuleiro, tendo sido considerada uma rugosidade tipo II e zona B.

A.6. ESFORÇOS NAS BASES DOS PILARES DO VIADUTO.

Tabela A.6.1. Esforços na base dos pilares para a combinação Estado Limite Último 1 (ELU 1).

	Fx (KN)	Fy (KN)	Fz (KN)	Mx (KNm)	My (KNm)	Mz (KNm)
P1	0	-573,77	28178,89	8212,07	0	-147,51
P2	0	-458,15	30061,19	11075,21	0	-756,32
P3	-167,72	-522,67	31528,6	15011,83	-5328,86	0
P4	-81,54	-467,21	33085,13	16304,39	-3295,88	0
P5	-64,21	-449,89	33771,67	16679,58	-2813,35	0
P6	-79,31	-457,18	33174,7	16073,04	-3247,73	0
P7	-153,2	-467,5	31732,93	13645,63	-5029,56	0
P8	0	-653,02	28679,3	13234,88	0	1020,21

Tabela A.6.2. Esforços na base dos pilares para a combinação Estado Limite Último 2 (ELU 2).

	Fx (KN)	Fy (KN)	Fz (KN)	Mx (KNm)	My (KNm)	Mz (KNm)
P1	0	573,77	26987,95	-8212,07	0	147,51
P2	0	458,15	28874,49	-11075,21	0	756,32
P3	-177,71	522,67	30347	-15011,83	-5646,33	0
P4	-88,42	467,21	31903,47	-16304,39	-3574,02	0
P5	-69,08	449,89	32592,82	-16679,58	-3026,47	0
P6	-85,86	457,18	31994,19	-16073,04	-3516,18	0
P7	-162,49	467,5	30549,15	-13645,63	-5334,5	0
P8	0	653,02	27490,89	-13234,88	0	-1020,21

Tabela A.6.3. Esforços na base dos pilares para a combinação Estado Limite Último 3 (ELU 3).

	Fx (KN)	Fy (KN)	Fz (KN)	Mx (KNm)	My (KNm)	Mz (KNm)
P1	0	-956,28	25793,07	13686,78	0	-245,85
P2	0	-763,59	27592,91	18458,69	0	-1260,54
P3	-100,32	-871,11	29144,27	25019,72	-3187,42	0
P4	-48,92	-778,68	30698,73	27173,98	-1977,47	0
P5	-38,46	-749,82	31380,63	27799,31	-1685,15	0
P6	-47,97	-761,97	30790,97	26788,4	-1964,18	0
P7	-91,92	-779,16	29345,89	22742,71	-3017,69	0
P8	0	-1088,37	26290,22	22058,14	0	1700,35

Tabela A.6.4. Esforços na base dos pilares para a combinação Estado Limite Último 4 (ELU 4).

	Fx (KN)	Fy (KN)	Fz (KN)	Mx (KNm)	My (KNm)	Mz (KNm)
P1	0	956,28	25078,51	-13686,78	0	245,85
P2	0	763,59	26880,89	-18458,69	0	1260,54
P3	-106,32	871,11	28435,32	-25019,72	-3377,9	0
P4	-53,05	778,68	29989,73	-27173,98	-2144,35	0
P5	-41,38	749,82	30673,32	-27799,31	-1813,01	0
P6	-51,9	761,97	30082,67	-26788,4	-2125,25	0
P7	-97,49	779,16	28635,62	-22742,71	-3200,66	0
P8	0	1088,37	25577,18	-22058,14	0	-1700,35

Tabela A.6.5. Esforços na base dos pilares para a combinação Estado Limite Último 5 (ELU 5).

	Fx (KN)	Fy (KN)	Fz (KN)	Mx (KNm)	My (KNm)	Mz (KNm)
P1	0	2104,99	16452,56	-26782,31	0	-39,7
P2	0	232,18	17705,97	-6622,17	0	-105,36
P3	333,5	53,72	18943,23	-1706,7	10595,92	0
P4	162,05	9,5	20081,23	-384	6550,09	0
P5	127,37	3,31	20588,24	-144,98	5580,46	0
P6	155,11	7	20165,62	-286,49	6351,65	0
P7	301,69	40,08	19081,53	-1315,71	9904,45	0
P8	0	677	16811,23	-12279,31	0	232,4

Tabela A.6.6. Esforços na base dos pilares para a combinação Estado Limite Último 6 (ELU 6).

	Fx (KN)	Fy (KN)	Fz (KN)	Mx (KNm)	My (KNm)	Mz (KNm)

P1	0	7016,65	16454,31	-89274,36	0	-132,35
P2	0	773,93	17699,46	-22073,89	0	-351,2
P3	100,52	179,06	18940,34	-5689	3193,59	0
P4	48,65	31,67	20086,14	-1280	1966,33	0
P5	38,32	11,03	20588,21	-483,25	1678,9	0
P6	46,07	23,32	20161,36	-954,97	1886,54	0
P7	90,56	133,59	19084,26	-4385,7	2973,25	0
P8	0	2256,65	16817,17	-40931,03	0	774,65

A.7. DISPOSIÇÃO DAS ARMADURAS NO PILAR 5 DO VIADUTO.

