

Matemática@ XXI: Conexões Surpreendentes

Marli Duffles Donato Moreira

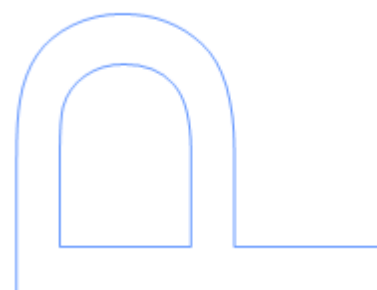
Doutoramento em Ensino e Divulgação das Ciências
Unidade de Ensino das Ciências
2016

Orientador

Rosa Antónia Tomás Ferreira, Professora Auxiliar
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Coorientador

José Carlos Santos, Professor Auxiliar
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto





AGRADECIMENTOS

Esta tese carrega a contribuição de muita gente. Não poderia listar aqui todos os nomes que, de forma direta ou indireta, colaboraram com este trabalho. Sou muito grata a todas estas pessoas e peço, antecipadamente, desculpas pelas inevitáveis omissões.

A todos os meus professores, de ontem e de sempre, especialmente à querida Professora Estela Kaufman Fainguelernt (*in memoriam*), pelo exemplo de amor e dedicação aos alunos, e pelo incentivo em continuar o meu caminho de aprimoramento profissional;

Aos meus orientadores, Professora Rosa Antónia e Professor José Carlos, pela disponibilidade e o apoio a mim dispensados durante todo este percurso académico;

Ao Professor João Paiva, a primeira pessoa da Faculdade de Ciências que respondeu aos meus contactos, incentivando-me a ingressar no Programa de Doutoramento, por sua atenção e auxílio sempre que precisei;

À querida Paula Marques, que me auxiliou, com interesse e dedicação, durante todo o curso, nas questões de natureza administrativa;

À amiga Belmira Mota que foi uma presença constante de apoio e estímulo, por sua colaboração fundamental na realização deste trabalho;

Às queridas Sónia, Graça, Cristina e Lucinda por todo o convívio amigável e ajuda para a realização da gincana;

Aos queridos Carla e Luciano que muito me ajudaram, especialmente nas questões tecnológicas digitais;

Ao Diretor Pedagógico do Externato de Vila Meã, Sr. António Barbeitos, por sua acolhida generosa ao projeto *Matemátic@XXI* na Escola;

Às professoras do Externato de Vila Meã que participaram do projeto com todo o empenho;

A todos os funcionários da Escola que sempre me receberam com muito carinho e atenção;

Aos queridos alunos do Externato de Vila Meã que são a essência deste trabalho e, com sua alegria e compromisso, tornaram possível a gincana;

Aos colegas e amigos, do lado de cá e de lá do Atlântico, pelo encorajamento e afeto;

À minha família, pela comunhão em todos os momentos, pela torcida e pelo carinho de sempre.

Muito obrigada a todos!

Trabalho realizado no âmbito do Programa de Bolsa de Estudos para Doutorado Pleno no Exterior financiado pela CAPES/Brasil –
Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
através do processo 8783/13-6.



Ministério da Educação/Brasil

RESUMO

Este trabalho nasceu de uma grande preocupação com o problema do insucesso escolar em Matemática ao nível do ensino básico, com a intenção de contribuir para a transformação deste cenário. Como tal, foi desenhada uma competição matemática de natureza inclusiva, Matemátic@XXI, destinada a promover a enculturação matemática dos alunos bem como uma relação mais positiva com a Matemática, tendo as tecnologias digitais desempenhado um papel mediador entre a cultura matemática e os alunos. O projeto desta intervenção pedagógica baseou-se em três principais pilares teóricos: (i) a conceção de enculturação matemática (Bishop, 1991), (ii) a Teoria da Atividade (Leontiev, 1978) e (iii) o conceito de indissociabilidade entre cognição e afetividade nos contextos de aprendizagem (Damásio, 2011; Chacón, 2000). Estes autores sustentam que a aprendizagem é um fenómeno social e cultural. De acordo com Bishop, a educação matemática deve ser um processo de enculturação, um envolvimento com a matemática, uma apropriação dos objetos da cultura matemática construída ao longo da história humana. Este processo é interpessoal e ocorre essencialmente nas interações professor-aluno e aluno-aluno. Através da interação em pequenos grupos, os alunos partilham significados e a apropriação de objetos matemáticos. Leontiev sugere que o mundo externo objetivo materializa e acumula a experiência histórico-social da humanidade. A apropriação deste mundo objetivo é estabelecida pela atividade humana que promove uma relação dialética entre a realidade externa e a estrutura da consciência. Damásio afirma que emoção e cognição são instâncias indissociáveis do pensamento humano. Chacón declara o papel essencial da afetividade na aprendizagem matemática. A comunicação é de importância vital neste processo de apropriação dos bens da cultura humana (educação). Além disso, a integração das tecnologias digitais na dinâmica do trabalho nas escolas não pode mais ser adiada (Costa, 2011).

Quatorze equipas, de 11 alunos cada (com idade entre 12 a 15 anos de idade), participaram, de Janeiro a Junho de 2015, dos cinco torneios da gincana escolar Matemátic@XXI, que teve lugar em uma escola pública no norte de Portugal. Os desafios da competição foram publicados em WebQuests, que serviram como plataformas de acesso aos objetos matemáticos no âmbito de um processo de enculturação. O trabalho

foi supervisionado por seis professores de matemática e apoiado pela investigadora com recurso a grupos fechados no Facebook. Três questões de investigação nortearam a intervenção pedagógica Matemátic@XXI: 1) Como a Matemátic@XXI contribuiu para o desenvolvimento de uma relação mais positiva dos alunos para com a matemática? 2) Como a Matemátic@XXI contribuiu para a enculturação matemática dos alunos? e 3) Como funcionou a Matemátic@XXI na forma de um artefato digital de mediação da atividade dos alunos?. Esta investigação baseou-se na metodologia Design Research (DBRC, 2003). As principais fontes de dados foram as produções dos alunos (revistas e publicações no Facebook), entrevistas e questionários.

Os resultados deste trabalho indicam que a abordagem cultural para o ensino de matemática, num contexto que integra os elementos afetivos e cognitivos sustentado por recursos digitais, favorece a enculturação matemática e o estabelecimento de relações mais positivas dos alunos para com a matemática. Neste sentido, a Matemátic@XXI obteve sucesso em seus objetivos e sugere, também, alguns caminhos para futuras investigações.

Palavras-chave

Ensino de Matemática; Enculturação Matemática; Competições Inclusivas; Afetividade; Tecnologias Digitais.

ABSTRACT

This research stemmed from a great concern about the problem of low achievement in Mathematics, at the level of basic education. The main goal was to contribute to the transformation of this scenario. As such, a mathematical competition of inclusive nature was designed, Math@XXI, aimed at promoting the students' mathematical enculturation as well as a more positive relationship with Mathematics; digital technologies played a mediating role between the mathematical culture and the students. The design of this educational intervention was based on three major theoretical pillars: (i) the notion of Mathematical Enculturation (Bishop, 1991), (ii) on Activity Theory (Leontiev, 1978) and (iii) the concept of inseparability between cognition and affect in learning's contexts (Damásio, 2011; Chacón, 2000). These authors sustain that learning is a social and cultural phenomenon. According to Bishop, mathematics education must be an enculturation process, an involvement with mathematics, an appropriation of the objects of the mathematical culture that has been built throughout Human History. This process is interpersonal and occurs essentially within the teacher-student and student-student interactions. Through interaction in small groups, students share meanings and appropriate mathematical objects. Leontiev suggests that the external objective world materializes and accumulates the socio-historical experience of humankind. The appropriation of this objective world is given by the human activity that promotes a dialectical relationship between the external reality and the structure of consciousness. Damásio states that emotion and cognition are inseparable instances of human thought. Chacón declares the essential role of affect in mathematics learning. Communication is of vital importance in this process of appropriation of the assets of human culture (education). Furthermore, digital technologies can no longer be delayed as crucial to the dynamic work in schools (Costa, 2011).

Fourteen teams, of 11 students each (aged 12 to 15 years-old), participated, from January to June 2015, in the five tournaments of Math@XXI, which took place in a public school in northern Portugal. The challenges of the competition were offered through WebQuests, which gave participants access to mathematical objects and fostered enculturation processes. The work was supervised by six math teachers and supported by the

researcher with the help of closed groups in Facebook. Based on Math@XXI, three research questions were raised: 1) How does Math@XXI contribute to the development of students' positive affect toward math? 2) How does Math@XXI contribute to students' mathematics enculturation? and 3) How does Math@XXI work as a digital mediator artifact of student activity?. These questions were addressed in a design-based research endeavor (DBRC, 2003). The main data sources were the participants' productions (magazines and posts on Facebook), interviews and surveys.

The results of this research point out that the cultural approach for teaching math, in a context which integrates the affective and cognitive elements supported by digital resources, favor mathematics enculturation and the establishment of more positive relations of students towards mathematics. In this sense, Math@XXI was successful in its goals and also suggests some future avenues for research.

Keywords

Mathematical Teaching; Mathematical Enculturation; Inclusive Competitions; Affect; Digital Technologies.

Aos meus queridos *Atletas da Matemática*
do Externato de Vila Meã
que com toda a alegria e empenho
fizeram acontecer a gincana Matemátic@XXI.

“Como ser educador sem uma utopia?

Eu poderia sintetizar todo o meu posicionamento dizendo que só faz sentido insistirmos em educação se for possível conseguir por meio dela um desenvolvimento pleno, e (...) Tudo se resume em atingirmos melhor qualidade de vida e maior dignidade da humanidade como um todo e isso se manifesta no encontro de cada indivíduo com outros.”

Ubiratan D'Ambrosio, 2009, pp. 9-10.

“Educating people mathematically consists of much more than just teaching them some mathematics. It is much more difficult to do, and the problems and issues are much more challenging. (...) ”

It is not enough merely to teach them mathematics, we need also to educate them about mathematics, to educate them through mathematics, and to educate them with mathematics. Teaching children to do mathematics emphasises knowledge as 'a way of doing'. A mathematical education seems to me, in contrast, to be essentially concerned with 'a way of knowing'.

That then speaks to me of a cultural perspective on mathematical knowledge.”

Alan Bishop, 1991, p.3.

ÍNDICE GERAL

CAPÍTULO I – Introdução

1.1. Enquadramento e pertinência do estudo.....	1
1.1.1. <i>Matemátic@XXI</i> : A proposta pedagógica.....	15
1.2. Objetivos e questões de investigação.....	16
1.3. Organização da tese.....	18

CAPÍTULO II – Quadro teórico

2.1. Enculturação matemática.....	21
2.1.1. O ensino de matemática numa perspetiva cultural.....	22
2.1.2. O currículo escolar e as seis atividades matemáticas universais...	26
2.1.3. Os valores da cultura matemática ocidental.....	29
2.2. Teoria da Atividade.....	38
2.2.1. A atividade na relação homem/mundo e o desenvolvimento humano.....	38
2.2.2. A apropriação dos objetos da cultura humana e a aprendizagem.	43
2.3. Afetividade na aprendizagem matemática.....	46
2.4. Articulação dos referenciais teóricos na investigação <i>Matemátic@XXI</i>	57

CAPÍTULO III – Revisão de literatura: Conexões surpreendentes

3.1. Aprendizagem matemática e a ludicidade: As competições inclusivas.....	61
3.2. Tecnologias digitais e interdisciplinaridade: A educação matemática para o século XXI.....	68
3.2.1. Interdisciplinaridade: A Matemática não está isolada.....	69
3.2.2. Tecnologias digitais no ensino de matemática.....	75
3.2.2.1. <i>WebQuest</i> : Uma ferramenta cognitiva para o ensino da Matemática.....	79
3.2.2.2. <i>Facebook</i> : Uma rede social para a enculturação matemática	82

CAPÍTULO IV – A intervenção pedagógica ***Matemática@XXI: Conexões Surpreendentes***

4.1. A gincana <i>Matemática@XXI</i> : Organização e funcionamento.....	90
4.1.1. A escola.....	90
4.1.2. As professoras e as equipas participantes.....	91
4.1.3. Descrição da gincana.....	93
4.2. Descrição dos torneios.....	109
4.2.1. O primeiro torneio.....	109
4.2.2. O segundo torneio.....	118
4.2.3. O terceiro torneio.....	126
4.2.4. O quarto torneio.....	133
4.2.5. O quinto torneio.....	140

CAPÍTULO V – Metodologia de investigação

5.1. <i>Design Research</i>	145
5.2. Recolha e tratamento de dados.....	152
5.2.1. Tipos de dados.....	152
5.2.2. Fontes de dados.....	153
5.2.3. Técnicas de tratamento de dados.....	156

CAPÍTULO VI – Os resultados da gincana escolar ***Matemática@XXI***

6.1. Panorama geral.....	160
6.1.1. Retrato inicial.....	160
6.1.2. Satisfação dos alunos com a gincana.....	168
6.1.3. Avaliação da gincana pelos alunos: pontos positivos / pontos negativos.....	176
6.1.4. As Tecnologias Digitais na gincana <i>Matemática@XXI</i>	180
6.1.5. Afetividade.....	199
6.1.6. As Produções das equipas.....	200
6.1.7. Avaliação final.....	234
6.1.8. Sinais de mudança.....	240
6.1.9. Entrevista com os alunos.....	243
6.2. As equipas <i>Marretas</i> e <i>Genious of Math</i>	246
6.2.1. Domínio cognitivo.....	247
6.2.2. Domínio tecnológico.....	261
6.2.3. Domínio afetivo.....	264

CAPÍTULO VII – Conclusões

7.1. Síntese do estudo.....	277
7.2. Conclusões do estudo.....	279
7.2.1. O papel da intervenção pedagógica <i>Matemática@XXI</i> no desenvolvimento de uma relação mais positiva dos alunos com a Matemática.....	279
7.2.2. O papel da intervenção pedagógica <i>Matemática@XXI</i> na enculturação matemática dos alunos.....	280
7.2.3. O papel de mediação do artefacto digital <i>Matemática@XXI</i> na atividade matemática dos alunos.....	282
7.3. Reflexão final.....	285

REFERÊNCIAS.....	287

ANEXOS.....	297

Anexo1. Tarefas das quatro <i>WebQuests</i>	299
Anexo 2. Tarefas do torneio final.....	311
Anexo 3. Tarefas extra.....	341
Anexo 4. Questionários.....	345
1. Questionário inicial.....	346
2. Questionário do 1º Torneio.....	351
3. Questionário dos 2º e 3º Torneios.....	352
4. Questionário do 4º Torneio.....	353
5. Questionário Final.....	355
Anexo 5. Protocolo da entrevista com os alunos.....	357

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Resultado PISA-2012 em matemática.....	6
Figura 2. Pilares teóricos da intervenção pedagógica <i>Matemátic@XXI: Conexões Surpreendentes</i>	19
Figura 3. Planos de funcionamento das funções psicológicas humanas.....	39
Figura 4. Esquema gráfico da atividade (ações) do sujeito direcionada a um objeto, mediada por uma ferramenta.....	40
Figura 5. Estrutura geral da atividade humana.....	41
Figura 6. Atividade humana dividida em ações.....	42
Figura 7. Mural de um dos grupos fechados da gincana escolar <i>Matemátic@ XXI</i>	83
Figura 8. Mural de um dos grupos fechados da gincana escolar <i>Matemátic@ XXI</i> com a publicação do <i>link</i> da 4ª <i>WebQuest</i>	86
Figura 9. <i>Printscreen</i> da página oficial da escola na <i>internet</i> com o anúncio da gincana escolar <i>Matemátic@XXI</i>	89
Figura 10. Sumário do perfil das seis professoras-treinadoras da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	91
Figura 11. Sumário do perfil das equipas participantes da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	92
Figura 12. Modelo da Teoria da Atividade de Leontiev aplicado à intervenção pedagógica <i>Matemátic@XXI</i>	94
Figura 13. Excerto do mural do <i>Facebook</i> do Externato de Vila Meã convidando os alunos do 3º ciclo para a participação na gincana <i>Matemátic@XXI</i>	95
Figura 14. Excertos dos murais do <i>Facebook</i> de duas equipas participantes na gincana.....	96
Figura 15. Trecho do mural no <i>Facebook</i> da equipa <i>Kings</i> com a publicação dos cinco torneios.....	97
Figura 16. Revistas editadas por algumas equipas participantes da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	97
Figura 17. <i>Printscreen</i> da página oficial do Externato de Vila Meã na <i>internet</i> com os resultados parciais das 14 equipas participantes na gincana <i>Matemátic@XXI</i>	98
Figura 18. Alunos durante o 5º torneio da gincana <i>Matemátic@XXI</i> com as equipas trabalhando nas tarefas finais sem recurso à <i>internet</i>	99
Figura 19. Publicação do Resultado Final da gincana <i>Matemátic@XXI</i> no mural do grupo fechado da equipa <i>Os Mercenários</i> , equipa classificada em 1º lugar.....	100
Figura 20. Alunos recebendo a medalha da 1ª gincana <i>Matemátic@XXI</i> (acima) e a apresentação do Circo Matemático para as equipas (abaixo).....	101

Figura 21. Excertos do mural do <i>Facebook</i> do Externato de Vila Meã com a publicação das fotos do passeio ao Porto das duas equipas campeãs da gincana <i>Matemátic@XXI</i> ..	102
Figura 22. Excerto de um diálogo no <i>Facebook</i> entre um aluno e a investigadora.....	103
Figura 23. Encontros presenciais da equipa 7Sete da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	104
Figura 24. Organização dos cinco torneios da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	105
Figura 25. Resultados das 12 equipas finalistas da gincana escolar <i>Matemátic@ XXI</i>	106
Figura 26. Classificação das tarefas matemáticas.....	107
Figura 27. Exemplo de tarefa de exploração proposta na gincana <i>Matemátic@XXI</i>	107
Figura 28. Exemplo de problema proposto na gincana <i>Matemátic@XXI</i>	108
Figura 29. Publicação do 1º torneio do <i>Matemátic@XXI</i> no grupo fechado de uma equipa no <i>Facebook</i>	109
Figura 30. Página da Introdução da 1ª <i>WebQuest</i> da gincana escolar <i>Matemátic@ XXI</i> .	110
Figura 31. Página das Tarefas da 1ª <i>WebQuest</i> da gincana escolar <i>Matemátic@ XXI</i>	110
Figura 32. Tarefas da 1ª <i>WebQuest</i> da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	111
Figura 33. <i>Printscreen</i> da página Tarefas da 1ª <i>WebQuest</i> da gincana <i>Matemátic@XXI</i> .	112
Figura 34. Excerto da página <i>Processo</i> da 1ª <i>WebQuest</i> com as instruções de trabalho para as equipas.....	113
Figura 35. Excerto da página <i>Processo</i> da 1ª <i>WebQuest</i> com o convite para os alunos utilizarem o <i>Facebook</i> como canal de comunicação.....	114
Figura 36. Excerto da página <i>Recursos</i> da 1ª <i>WebQuest</i> com o material selecionado disponível na <i>web</i>	114
Figura 37. Excerto da página <i>Avaliação</i> da 1ª <i>WebQuest</i> com a pontuação das tarefas..	115
Figura 38. Excerto da página <i>Avaliação</i> da 1ª <i>WebQuest</i> com o inquérito de avaliação a ser respondido individualmente pelos alunos.....	116
Figura 39. Excerto da página <i>Conclusão</i> da 1ª <i>WebQuest</i> com o painel de azulejos “Les Océans”	116
Figura 40. Excerto da página <i>Conclusão</i> da 1ª <i>WebQuest</i> com a exposição do Serralves e a poesia de Millôr Fernandes.....	117
Figura 41. Excerto da página <i>Conclusão</i> da 1ª <i>WebQuest</i> com o desafio para os alunos de criação de um objeto artístico com o tema <i>Triângulo</i>	117
Figura 42. Excertos dos murais dos grupos fechados no <i>Facebook</i> de algumas equipas com as fotos das entregas das revistas do 1º torneio da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	118
Figura 43. Publicação do 2º torneio da gincana escolar <i>Matemátic@ XXI</i> no grupo fechado do <i>Facebook</i> da equipa <i>Matematix</i>	119
Figura 44. Página de <i>Introdução</i> do 2º torneio da gincana escolar <i>Matemátic@ XXI</i> com o tema <i>Número 7</i>	119
Figura 45. Página das Tarefas da 2ª <i>WebQuest</i> da gincana escolar <i>Matemátic@ XXI</i>	120
Figura 46. Tarefas da 2ª <i>WebQuest</i> da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	120
Figura 47. <i>Printscreen</i> da página Tarefas da 2ª <i>WebQuest</i> da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	121
Figura 48. Excerto da página <i>Processo</i> da 2ª <i>WebQuest</i> com as instruções de trabalho para as equipas.....	122
Figura 49. Excerto da página <i>Recursos</i> da 2ª <i>WebQuest</i> com o material selecionado disponível na <i>web</i>	122
Figura 50. Excerto da página <i>Avaliação</i> da 2ª <i>WebQuest</i>	123
Figura 51. Excerto da página <i>Conclusão</i> da 2ª <i>WebQuest</i> com o vídeo das 7 Maravilhas de Portugal.....	124
Figura 52. Excerto do mural no <i>Facebook</i> da equipa 11 Mosqueteiros.....	124

Figura 53. Excerto do mural no <i>Facebook</i> da equipa <i>Os Mercenários</i> com o registo da entrega da revista relativa ao 2º torneio.....	125
Figura 54. Publicação do 3º torneio da gincana <i>Matemática@XXI</i> no grupo fechado do <i>Facebook</i> da equipa <i>7Sete</i>	126
Figura 55. Página da Introdução da 3ª <i>WebQuest</i> da gincana escolar <i>Matemática@ XXI</i>	127
Figura 56. Página das Tarefas da 3ª <i>WebQuest</i> da gincana escolar <i>Matemática@ XXI</i>	128
Figura 57. Tarefas da 3ª <i>WebQuest</i> da gincana <i>Matemática@XXI</i>	128
Figura 58. <i>Printscreen</i> da página Tarefas da 3ª <i>WebQuest</i> da gincana <i>Matemática@XXI</i> ..	129
Figura 59. Excerto da página <i>Avaliação</i> da 3ª <i>WebQuest</i>	130
Figura 60. Excerto da página <i>Conclusão</i> da 3ª <i>WebQuest</i> com o fractal de Mandelbrot.....	131
Figura 61. Excerto do mural do <i>Facebook</i> com uma comunicação no período de interrupção letiva da Páscoa.....	131
Figura 62. Excertos dos murais dos grupos fechados no <i>Facebook</i> de algumas equipas com as entregas das revistas do 3º torneio da gincana <i>Matemática@XXI</i>	132
Figura 63. Publicação do 4º torneio da gincana escolar <i>Matemática@ XXI</i> no grupo fechado do <i>Facebook</i> da equipa <i>Matematix</i>	133
Figura 64. Página da <i>Introdução</i> da 4ª <i>WebQuest</i> da gincana escolar <i>Matemática@ XXI</i>	134
Figura 65. Página das <i>Tarefas</i> da 4ª <i>WebQuest</i> da gincana escolar <i>Matemática@ XXI</i>	134
Figura 66. Tarefas da 4ª <i>WebQuest</i> da gincana <i>Matemática@XXI</i>	135
Figura 67. <i>Printscreen</i> da página <i>Tarefas</i> da quarta <i>WebQuest</i> da gincana <i>Matemática@XXI</i>	136
Figura 68. Excerto da página <i>Avaliação</i> da quarta <i>WebQuest</i>	137
Figura 69. Excerto da página da <i>Conclusão</i> da quarta <i>WebQuest</i>	138
Figura 70. Excertos dos murais dos grupos fechados no <i>Facebook</i> das equipas <i>11 Mosqueteiros</i> e <i>Os Mercenários</i> registando a entrega das revistas do quarto torneio da gincana <i>Matemática@XXI</i>	139
Figura 71. Pontualidade de entrega das revistas e pontuação das equipas ao final dos torneios digitais.....	140
Figura 72. Alunos ao chegarem à escola para a realização do torneio final da gincana <i>Matemática@XXI</i>	141
Figura 73. Excerto do mural do grupo fechado do <i>Facebook</i> da equipa <i>Prostudents</i> com um questionamento sobre o torneio final da gincana <i>Matemática@XXI</i>	142
Figura 74. Exemplos de tarefas tipo A e tipo B do último torneio da gincana <i>Matemática@XXI</i>	143
Figura 75. Tarefa opcional do último torneio da gincana <i>Matemática@XXI</i>	144
Figura 76. <i>Matemática@XXI: design experiment</i> – um sistema complexo de intervenção.....	149
Figura 77. <i>Matemática@XXI: os ciclos iterativos das quatro WebQuests</i>	151
Figura 78. Modelo teórico do artefacto pedagógico <i>Matemática@XXI</i>	152
Figura 79. Instrumentos de recolha de dados utilizados na intervenção pedagógica <i>Matemática@XXI</i>	154
Figura 80. Sumário da relevância das fontes de dados da intervenção <i>Matemática@XXI</i> face às questões de investigação.....	155
Figura 81. Questionário inicial de avaliação.....	161

Figura 82. Nuvem de palavras sobre a motivação dos alunos para participar na gincana.....	162
Figura 83. Nuvem de palavras sobre a conceção dos alunos sobre a Matemática.....	163
Figura 84. Nuvem de palavras sobre a motivação dos alunos para fazer Matemática.....	163
Figura 85. Nuvem de palavras sobre as capacidades dos alunos em Matemática.....	164
Figura 86. Nuvem de palavras sobre a associação que os alunos fazem com a Matemática.....	165
Figura 87. Nuvem de palavras sobre os sentimentos dos alunos quando aprendem Matemática.....	165
Figura 88. Nuvem de palavras sobre o que os alunos gostariam de dizer sobre a Matemática.....	166
Figura 89. Mensuração de concordância com Escala Likert de 1 a 4; n é o número de respostas.....	167
Figura 90. Retrato inicial com as opiniões dos alunos acerca da Matemática.....	168
Figura 91. Mensuração de concordância com Escala Likert de 0 a 2; n é o número de respostas.....	170
Figura 92. Satisfação dos alunos com a gincana.....	171
Figura 93. Nuvem de palavras com as respostas ao inquérito do 2º torneio: “Se um colega meu me perguntasse sobre a Gincana <i>Matemátic@XXI</i> , eu diria...”.....	172
Figura 94. Nuvem de palavras com as respostas ao inquérito do 3º torneio: “Se um colega meu me perguntasse sobre a Gincana <i>Matemátic@XXI</i> , eu diria...”.....	173
Figura 95. Nuvem de palavras com as respostas ao inquérito do 4º torneio: “Se um colega meu me perguntasse sobre a Gincana <i>Matemátic@XXI</i> , eu diria...”.....	175
Figura 96. Categorização das respostas dos alunos aos questionários de avaliação dos cinco torneios.....	177
Figura 97. Algumas respostas dos alunos sobre o que mais gostaram/não gostaram na gincana <i>Matemátic@XXI</i>	178
Figura 98. Frequências relativas das categorias/pontos positivos das respostas aos questionários de avaliação da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	179
Figura 99. Frequências relativas das categorias/pontos negativos das respostas aos questionários de avaliação da gincana <i>Matemátic@XXI</i>	180
Figura 100. Nível de concordância dos alunos em relação à utilização das tecnologias digitais na gincana <i>Matemátic@XXI</i>	181
Figura 101. Exemplo de partilha dentro dum grupo fechado.....	182
Figura 102. <i>Printscreen</i> do mural da equipa <i>Os Mercenários</i> exibindo um diálogo entre os participantes e a investigadora ocorrido num domingo à noite.....	183
Figura 103. Manifestação da apropriação dos objetos matemáticos através do <i>Facebook</i>	185
Figura 104. Expressão de emoções através do <i>Facebook</i>	186
Figura 105. Símbolos e gestos usados na expressão de emoções no <i>Facebook</i>	187
Figura 106. Uso do <i>Facebook</i> para publicação da segunda <i>WebQuest</i>	188
Figura 107. Convite à participação no Torneio Final Presencial publicado nos grupos fechados do <i>Facebook</i>	188
Figura 108. Uso do <i>Facebook</i> para saudação.....	189
Figura 109. Uso do <i>Facebook</i> para registo de fotos dos encontros.....	190
Figura 110. Foto das alunas <i>Genious of Math</i> com uma revista da equipa.....	190
Figura 111. Uso do <i>Facebook</i> para registo dos encontros na escola.....	191

Figura 112. Uso do <i>Facebook</i> para comunicação de evento.....	191
Figura 113. Uso do <i>Facebook</i> para informações.....	192
Figura 114. Uso do <i>Facebook</i> “fora de horas”.....	193
Figura 115. Apresentação do objeto matemático <i>Triângulo</i>	194
Figura 116. Uso do <i>Facebook</i> para divulgação da cultura matemática.....	195
Figura 117. Uso do <i>Facebook</i> para sensibilização.....	196
Figura 118. O <i>Facebook</i> como um espaço de autoria.....	198
Figura 119. Estados emocionais dos alunos durante a realização das tarefas da gincana <i>Matemática@XXI</i>	199
Figura 120. Trabalho da equipa 7Sete com as resoluções das tarefas 1 e 2 do primeiro torneio.....	203
Figura 121. Prefácio da Revista editada pela equipa <i>Team Lopes</i> no primeiro torneio...	204
Figura 122. Trabalho da equipa <i>Team Lopes</i> com a resolução da tarefa 3 do primeiro torneio.....	206
Figura 123. Trabalho da equipa <i>Marretas</i> com a resolução da tarefa 4 do primeiro torneio.....	208
Figura 124. Trabalho da equipa <i>Os Mercenários</i> com a resolução da tarefa extra do primeiro torneio.....	209
Figura 125. Trabalho da equipa <i>Kings</i> com a resolução das tarefas 1 e 2 do segundo torneio.....	211
Figura 126. Trabalho da equipa A. C. <i>Vila Meã</i> com a resolução da tarefa 3 do segundo torneio.....	212
Figura 127. Trabalho da equipa <i>Os Mercenários</i> com a resolução das tarefas 4 e extra do segundo torneio.....	214
Figura 128. Trabalho da equipa <i>11 Mosqueteiros</i> com a resolução das tarefas 1 e extra do terceiro torneio.....	216
Figura 129. Trabalho da equipa <i>The Wolves</i> com a resolução da tarefa 2 do terceiro torneio.....	218
Figura 130. Trabalho da equipa <i>Genious of Math</i> com a resolução da tarefa 3 do terceiro torneio.....	220
Figura 131. Trabalho da equipa <i>Os Mercenários</i> com a resolução da tarefa 4 do terceiro torneio.....	222
Figura 132. Trabalho da equipa <i>Os Amarantinos</i> com a resolução das tarefas 1 e extra do quarto torneio.....	224
Figura 133. Trabalho da equipa <i>11 Mosqueteiros</i> com a resolução das tarefas 2 e 3 do quarto torneio.....	225
Figura 134. Trabalho da equipa <i>Prostudents</i> com a resolução das tarefas 4 e extra do quarto torneio.....	226
Figura 135. Trabalho da equipa <i>11 Mosqueteiros</i> com a resolução das tarefas do torneio final.....	228
Figura 136. Trabalho da equipa <i>Craques da Matemática</i> com a resolução das tarefas do torneio final.....	230
Figura 137. Trabalho da equipa <i>The Wolves</i> com a resolução das tarefas do torneio final.....	231
Figura 138. Trabalho da equipa <i>Kings</i> com a resolução da tarefa extra do torneio final..	232
Figura 139. Participação dos alunos no torneio final da gincana <i>Matemática@XXI</i>	233
Figura 140. Pontos conquistados pelas equipas nas duas etapas da gincana <i>Matemática@XXI</i>	233
Figura 141. Excerto do mural do <i>Facebook</i> equipa <i>Marretas</i> com o inquérito de avaliação final da gincana.....	235

Figura 142. Avaliação dos alunos em relação ao torneio final.....	236
Figura 143. Avaliação dos alunos em relação à gincana <i>Matemática@XXI</i>	237
Figura 144. Gráfico com a percentagem de alunos que gostariam que a gincana <i>Matemática@XXI</i> continuasse na escola.....	238
Figura 145. Nuvem de palavras relativa à pergunta sobre o que mais gostaram os alunos na gincana.....	239
Figura 146. Relatório de atividades da escola em relação à gincana <i>Matemática@XXI</i>	240
Figura 147. Avaliação dos alunos sobre a mudança de perceção em relação à matemática.....	241
Figura 148. Mudanças na perceção dos alunos em relação à matemática.....	242
Figura 149. Avaliação dos alunos sobre a participação na gincana.....	242
Figura 150. Caracterização das equipas <i>Marretas</i> e <i>Genious of Math</i>	247
Figura 151. Partes da revista da equipa <i>Marretas</i> do segundo torneio.....	249
Figura 152. Partes da revista da equipa <i>Marretas</i> do quarto torneio.....	250
Figura 153. 100% de presença da equipa <i>Marretas</i> no torneio final.....	251
Figura 154. Tarefa relativa ao Teorema de Tales realizada pela equipa <i>Marretas</i> no torneio final.....	252
Figura 155. Tarefa relativa ao Triângulo de Pascal realizada pela equipa <i>Marretas</i> no torneio final.....	253
Figura 156. Tarefa extra realizada pela equipa <i>Marretas</i> no torneio final.....	254
Figura 157. Partes da revista da equipa <i>Genious of Math</i> do segundo torneio.....	256
Figura 158. 45,5% de presença da equipa <i>Genious of Math</i> no torneio final.....	257
Figura 159. Tarefa relativa ao Teorema de Tales realizada pela equipa <i>Genious of Math</i> no torneio final.....	258
Figura 160. Tarefa relativa ao Triângulo de Sierpinski.....	259
Figura 161. Tarefa extra realizada pela equipa <i>Genious of Math</i> no torneio final.....	260
Figura 162. Categorização das situações de comunicação com recurso ao <i>Facebook</i> publicadas nos murais das equipas <i>Marretas</i> e <i>Genious of Math</i>	262
Figura 163. Frequências relativas das categorias das situações de comunicação com recurso ao <i>Facebook</i> publicadas nos murais das equipas <i>Marretas</i> (109 posts) e <i>Genious of Math</i> (113 posts)	263
Figura 164. Transcrição de trechos da entrevista com dois alunos da equipa <i>Marretas</i>	265
Figura 165. Excerto da revista relativa ao primeiro torneio da equipa <i>Genious of Math</i> .	266
Figura 166. Excerto da revista relativa ao quarto torneio da equipa <i>Genious of Math</i> ...	267
Figura 167. Parte de um diálogo pelo <i>Facebook</i> da investigadora com uma aluna da equipa <i>Genious of Math</i>	268
Figura 168. Parte de um diálogo pelo <i>Facebook</i> da investigadora com uma aluna da equipa <i>Genious of Math</i>	269
Figura 169. Parte de um diálogo pelo <i>Facebook</i> da investigadora com uma aluna da equipa <i>Marretas</i>	269
Figura 170. Ilustrações dos objetos matemáticos sete e <i>infinito</i> feitas pela equipa <i>Marretas</i>	270
Figura 171. Página de uma revista da equipa <i>Genious of Math</i>	271

Figura 172. Excerto do mural do <i>Facebook</i> da equipa <i>Marretas</i>	271
Figura 173. Página de uma revista da equipa <i>Genious of Math</i>	272
Figura 174. Parte de um diálogo pelo <i>Facebook</i> entre a investigadora e uma aluna da equipa <i>Marretas</i>	273
Figura 175. Capa duma revista da equipa <i>Genious of Math</i>	273
Figura 176. Diálogo digital entre a investigadora e uma aluna da equipa <i>Genious of Math</i>	274
Figura 177. A emoção expressa numa figura por uma aluna da equipa <i>Marretas</i>	275

CAPÍTULO I

Introdução

Este capítulo inicia-se pela contextualização da investigação realizada e a justificação de sua pertinência. Posteriormente, apresento os objetivos e as questões que nortearam o presente estudo fazendo, em seguida, uma descrição sucinta da estrutura de organização da tese.

1.1. Enquadramento e pertinência do estudo

A matemática¹ entrelaça-se com a História da Humanidade desde os seus primórdios. Nas diferentes civilizações e circunstâncias, em lugares e épocas distintos, a matemática revela-se como expressão do pensamento e da atividade humana associando-se às culturas dos povos (Eves, 2004; Katz, 2010). Por exemplo, nos tempos antigos, no Egito e na Mesopotâmia, a matemática ligava-se fundamentalmente às necessidades imediatas de contagem, mensuração, cálculos em geral, divisão de terras e bens, e atividade comercial (Eves, 2004).

Na Grécia Antiga, há cerca de 2500 anos, desenvolveu-se uma matemática de carácter formal, lógico-dedutivo. Em particular, foi introduzida a percepção de que um determinado resultado particular poderia/deveria ser generalizado. Mais que isso, inaugurou-se a preocupação em justificar, com um encadeamento de proposições verdadeiras, as propriedades observadas:

¹ Utilizarei, neste primeiro momento, letra inicial minúscula para **matemática** porque, posteriormente, **Matemática**, com letra maiúscula, será usada para designar o conjunto de conhecimentos desta disciplina que é reconhecido pela sociedade ocidental, conforme Bishop (1991).

Pela primeira vez na matemática, como em outros campos, o homem começou a formular questões fundamentais como “*Por que* os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais?” e “*Por que* o diâmetro de um círculo divide esse círculo ao meio?”. Os processos empíricos do Oriente antigo, suficientes o bastante para responder questões na forma de *como*, não mais bastavam para as indagações mais científicas na forma de *por quê*. (...) Assim, a matemática, no sentido moderno da palavra, nasceu nessa atmosfera de racionalismo e em uma das novas cidades comerciais localizadas na costa oeste da Ásia Menor. Segundo a tradição a geometria demonstrativa começou com Tales de Mileto, um dos “sete sábios” da Antiguidade, durante a primeira metade do sexto século a.C. (Eves, 2004, p.94)

A História testemunha que a matemática se originou e desenvolveu da vontade de compreensão que o homem tem diante do mundo. A matemática que hoje conhecemos é resultado de uma construção histórica de mais de 4000 anos, um património científico e cultural da humanidade.

A História regista, igualmente, a presença da matemática nos espaços educativos. Antes mesmo de existirem escolas, tais como as conhecemos hoje, a matemática fazia parte da educação das pessoas instruídas. Assim se deu com os escribas egípcios, os comerciantes babilónios, os membros da Escola Pitagórica, os alunos da Academia de Platão, e assim por diante no tempo.

Bishop (1991) sustenta uma visão da matemática como um fenómeno cultural que transcende as fronteiras das diferentes sociedades tal como acontece com a música ou o desporto. Segundo o autor, a matemática é uma construção cultural erigida historicamente a partir das contribuições de diversas civilizações que ultrapassa as demarcações históricas e geográficas. Assim, a beleza de um teorema como o de Pitágoras pode ser apreciada em qualquer tempo e lugar assim como uma oratória de Haendel.

Mathematics is a cultural phenomenon and as such, it transcends societal boundaries in the same way that music does, or religion, science, art, dance or sport. (...) When we talk of the power of the mathematical method, we don't see this power as being seen within narrow societal boundaries, we imagine it being visible anywhere and everywhere. (p. 16)

Certamente a matemática constitui-se num rico acervo, historicamente construído, de conceitos, ideias, relações, procedimentos, processos e estruturas. Como as demais ciências, é ensinada de geração a geração. Assim é nos nossos dias. A matemática faz parte do currículo escolar da educação básica em todas as partes

do mundo. Desta forma, a matemática desempenha, socialmente, um importante papel na educação formal.

A matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos. Neste sentido, seria impensável que não se proporcionasse a todos a oportunidade de aprender matemática de um modo realmente significativo, do mesmo modo que seria inconcebível eliminar da escola básica a educação literária, científica ou artística. Isto implica que todas as crianças e jovens devem ter possibilidade de contactar, a um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da matemática e de apreciar o seu valor e a sua natureza. (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 17)

Em nossos dias, torna-se ainda mais evidente a relevância do papel social da matemática dada à sua ubiquidade na sociedade do conhecimento e da informação, marcada fortemente pelos aparatos tecnológicos. Ernest (1998) sublinha este lugar social de destaque atribuído à matemática, que a faz penetrar nas práticas do mundo do trabalho, das relações sociais, da vida cotidiana atual.

Mathematics is one of the great cultural achievements of humankind. Every schooled person understands the rudiments of number and measures and sees the world through this quantifying conceptual framework. By these means mathematics provides the language of the socially all-important practices of work, commerce, and economics. In addition, digital computers and the full range of information technology applications are all regulated by and speak to each other exclusively in the language of mathematics, and they would not be possible without it. Thus mathematics is essential to the modern technological way of life and the social outlook that accompanies it. (...) So mathematics might be said to have, in addition to a mundane utilitarian role, an epistemological role, an ideological role, and even a mystical role in human culture. (...) It is both the language of the everyday world of commercial life and that of an unseen and perfect virtual reality. It includes both free-ranging ethereal speculation and rock-hard certainty. (Ernest, 1998, p. xi)

Considerando o lugar que a matemática ocupa na História e na cultura humana, a aprendizagem matemática torna-se, em nossos dias, uma necessidade para o exercício pleno da cidadania. Desta forma, a educação matemática deve assumir outros contornos no sentido de responder às novas demandas de aprendizagem desta sociedade fortemente tecnológica e globalizada. Esta é a razão e a motivação primeira deste trabalho.

O século XXI é fortemente caracterizado por dois aspetos basilares: a globalização da economia e a revolução tecnológica alicerçada no desenvolvimento das tecnologias digitais de informação e comunicação. Estes fatores impactaram decisivamente a maneira de viver nas civilizações contemporâneas no que diz respeito ao mundo do trabalho, do lazer e das relações sociais. Como exemplo, podemos citar o comércio *online*, as redes sociais e as inúmeras profissões que se valem da *internet* para seu exercício.

A escola deve preparar os alunos para o exercício da cidadania na sociedade atual. Desta forma, a integração das tecnologias digitais na dinâmica de trabalho das escolas é inadiável.

Numa época em que é tão saliente a força das imagens e tão poderosos os meios de acesso à informação, de comunicação e de interacção entre os indivíduos, deixa de fazer sentido que o processo educativo continue a assentar fundamentalmente na organização, simplificação e transmissão dos conteúdos pelo professor e pelos manuais em que o seu trabalho habitualmente se apoia. (Costa, 2011, p. 121)

A escola, enquanto instituição social, precisa responder, em cada tempo e lugar, às necessidades educativas da sociedade em que está inserida. Por sua vez, no decorrer da História, o ensino da matemática, seus objetivos e pressupostos alteraram-se, de acordo com as diferentes propostas curriculares vigentes.

Esta questão da adequação dos currículos escolares às realidades sociais é antiga. Nos idos anos 90 do século passado, Freudenthal (1991) já questionava se o ensino de matemática nas escolas acompanhava o desenvolvimento social.

As a useful tool mathematics has conquered and covered a rich variety of fast expanding fields of science and society, and as a tool it has become indispensable to a quickly growing crowd of people. People increasing use mathematics more often than they are aware of. They use mathematics because they cannot do without it. That is mathematics as an activity of discovering and organizing in an interplay of content and form; later on we will have to ask the question of whether mathematics teaching has really caught up with this development. (Freudenthal, 1991, p. 15)

É tempo de promover mudanças no diálogo pedagógico. Os alunos devem ser desafiados a ver na escola um espaço atrativo para novas conquistas e crescimento pessoal. No entanto, a organização do processo de ensino e de

aprendizagem permanece a mesma do passado. No início do século XX, Courant (2000) também apontava para este descompasso no processo de ensino e de aprendizagem da matemática e criticava o ensino baseado em repetição mecânica de procedimentos que não conduz ao desenvolvimento intelectual almejado.

O ensino da Matemática tem algumas vezes degenerado em exercício repetitivo e vazio de solução de problemas, o que pode desenvolver capacitação formal mas não conduz a uma real compreensão ou maior independência intelectual. (Courant, 2000, Prefácio)

Soma-se a este descompasso na prática pedagógica, a dificuldade gerada pela concepção generalizada socialmente de que a matemática é uma disciplina para os *génios*. Só os alunos com uma inteligência excepcional são capazes de aprendê-la. “A Matemática é geralmente tida como uma disciplina extremamente difícil, que lida com objectos e teorias fortemente abstractas, mais ou menos incompreensíveis (...) atraindo pessoas com o seu quê de especial” (Ponte, 1992, p. 1).

As crenças e as concepções dos alunos, professores e sociedade em geral, com relação à matemática e ao seu ensino constituem-se, desta forma, num forte obstáculo para a mudança necessária na cultura escolar (NCTM, 1991). Há, também, uma percepção generalizada de que o insucesso escolar é compreensível e, de uma certa forma, herdado dos antepassados. Esta concepção, notadamente elitista, têm-se perpetuado ao longo dos anos, entre professores, pais e alunos:

A generalidade das pessoas aceita com naturalidade quase desconcertante as dificuldades de aprendizagem em Matemática das crianças e adolescentes e os consequentes maus resultados obtidos pela maioria dos estudantes. De certo modo, as dificuldades passam de uma geração a outra e elas constituem o pano de fundo da desculpabilização social e individual para o fenómeno do chamado “insucesso” da matemática escolar. (ME, 1997, p. 34)

Este cenário conduz, como era de se esperar, a resultados aquém dos desejados na realidade educacional no que compete à matemática. Os nossos estudantes não estão aprendendo matemática, aquela matemática necessária para a sua vida. Os dados recentes do Relatório da UNESCO *EFA Global Monitoring Report 2013/4* expressam esta situação em todo o mundo: “Quality education is at the heart of the Education for All goals, but many countries are not even ensuring that their children achieve the most basic skills in reading and mathematics” (p. 191). Este documento atesta o baixo desempenho estudantil em matemática mesmo nos países mais ricos.

Soma-se a este relatório, os dados do PISA² 2012, aplicado em 34 países membros da OCDE³ e outros países convidados, num total de 65 países participantes, que revelam, igualmente, a não consecução das metas educacionais por grande parte destes países. O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) iniciou-se em 2000 e repete-se de três em três anos. É direcionado para estudantes no final do ensino básico, com 15 anos de idade, que têm o desempenho avaliado numa escala de seis níveis de proficiência (níveis 1 e 2 - baixa proficiência; 5 e 6 - alta proficiência). A figura 1 apresenta os resultados em matemática da 5ª edição do PISA, em 2012, para Portugal e Brasil em comparação com Shanghai-China (1º lugar) e Peru (65º lugar) e a média da OCDE. Nesta edição, mais de 510.000 estudantes participaram representando um total de 28 milhões de alunos de várias regiões do mundo.

Países	Pontuação	Posição no ranking de 65 países	Percentual de alunos com baixo desempenho	Percentual de alunos com alto desempenho
Média-OCDE	494		23,1	12,6
Shanghai-China	613	1º	3,8	55,4
Portugal	487	31º	24,9	10,6
Brasil	391	58º	67,1	0,8
Peru	368	65º	74,6	0,6

Figura 1. Resultado PISA-2012 em matemática.

Os resultados referentes à média da OCDE no PISA-2012 indicam apenas 12,6 % dos estudantes apresentam um alto desempenho em matemática, situação que piora no índice brasileiro (0,8%) e português (10,6%). Por outro lado, os alunos com um baixo desempenho em matemática são quase um quarto do total em Portugal (24,9%), próximo à média da OCDE (23,1%), e mais de dois terços no Brasil (67,1%). Os dados do Brasil e de Portugal são inferiores aos da média da OCDE, conforme a figura 1. Esses dados revelam que grande parte dos alunos brasileiros

² PISA: Programme for International Student Assessment. O objetivo do PISA é produzir indicadores que contribuam para a discussão da qualidade da educação nos países participantes, de modo a subsidiar políticas de melhoria do ensino básico. A avaliação procura verificar até que ponto as escolas de cada país participante estão preparando seus jovens para exercer o papel de cidadãos na sociedade contemporânea. (Fonte: INEP/Brasil)

³ OCDE: Organização para Cooperação e Desenvolvimento Económico.

e portugueses não apresenta a competência matemática necessária para sua inserção na sociedade, seja no mercado de trabalho, seja para a continuidade de seus estudos em nível superior. Tais resultados apontam para um desencontro de linguagens no ensino da matemática: por um lado, a linguagem da escola, linear e centrada no professor, com seu modelo de ‘transmissão’ de conteúdos e, por outro, a linguagem do século XXI, da informação globalizada, da tecnologia digital, interconectada, interdisciplinar, múltipla, de interações em rede, de construção de significados.

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (BRASIL, 2006, p. 40)

Assim sendo, apresenta-se diante de nós um cenário desafiante: o insucesso em matemática da ampla maioria dos nossos alunos. D’Ambrosio (2009) afirma que esta problemática abrange diversas dimensões abrangendo, entre outras, as emoções e a razão.

O processo de aquisição do conhecimento é, portanto, essa relação dialética saber/fazer, impulsionado pela consciência, e se realiza em várias dimensões. Das várias dimensões na aquisição do conhecimento destacamos, como as mais conhecidas e interpretadas nas teorias do conhecimento, a *sensorial*, a *intuitiva*, a *emocional* e a *racional*. (...) Tudo se complementa num todo que é o comportamento e que tem como resultado o conhecimento. (pp. 21-22)

A dimensão afetiva na aprendizagem matemática tem sido destacada, desde o final do século XX, em muitas pesquisas em educação da matemática (Chacón, 2000, 2003; Maasz & Schloeglmann, 2006). A influência da afetividade dos alunos na sua relação com a matemática é do conhecimento de investigadores e professores da disciplina há algum tempo. Na minha experiência como professora de matemática presenciei inúmeras situações, dentro e fora de sala de aula, que atestam a forte vinculação entre as dimensões afetiva e cognitiva na aprendizagem da matemática e como, em muitos casos, as dificuldades na aprendizagem da matemática têm origem em estados afetivos negativos. Os resultados da investigação de Lopes (1997) são um bom exemplo do forte vínculo entre os fatores afetivos e a aprendizagem matemática:

A relação de cada jovem-aluno com a Matemática só muito raramente é que é neutra: os jovens ou gostam ou não gostam. No conjunto de alunos observados só o Nuno A. declarou que, para ele, a Matemática lhe era indiferente. Os restantes ou tinham uma relação boa ou má e identificaram os factos marcantes, relativos à Matemática, na história do seu desenvolvimento como pessoas que ora estavam ligados aos professores que tiveram, ora estavam ligados a retenções de determinado ano lectivo. Normalmente o sucesso em Matemática é associado ao gosto pelos conteúdos, ou ao entender-se bem com o professor. (p. 192)

Neste trabalho, Lopes (1997) apresenta, dentre outros, o depoimento da aluna Sónia, do 9º ano do Ensino Básico de uma escola de Portugal, sobre a sua relação pessoal com a matemática: “E foi por causa da Matemática... Aquilo eram problemas e contas e eu fazia tudo mal!... E foi desde aí que comecei a... detestar, mesmo, porque depois nunca mais consegui tirar positiva na minha vida... [...] É por isso que eu nunca gostei mesmo de Matemática...” (p. 172). A experiência relatada por esta aluna não é um episódio isolado nas salas de aula de matemática. Estas situações escolares põem em evidência o papel da afetividade na aprendizagem matemática.

O conceito de afetividade comporta diferentes definições e perspetivas epistemológicas. Hannula, Evans, Philippou e Zan (2004) referem que a afetividade tem sido tema de interesse da investigação em educação matemática por diferentes razões. Um foco de estudo é o papel das emoções no pensamento matemático em geral ou, em particular, na resolução de problemas. Outro foco de interesse da investigação é o papel desempenhado pelos afetos na aprendizagem matemática e no contexto de sala de aula. Hannula *et al.* (2004) afirmam que há uma diversidade de perspetivas na abordagem da afetividade na educação matemática:

Affective variables can be seen as indicative of learning outcomes or as predictive of future success. Partly because of this diversity in the research areas, but also partly because of the different epistemological perspectives of researchers, there is considerable diversity in the theoretical frameworks used in the conceptualization of affect in mathematics education. (p. 107)

A afetividade, segundo McLeod (1992), comporta três elementos que se distinguem segundo a intensidade e a estabilidade: crenças, atitudes e emoções. Estes aspetos variam de um polo mais intenso e menos estável (emoções) a outro menos intenso e mais estável (crenças). As atitudes ocupam um lugar intermediário nesta escala.

DeBellis e Goldin (1997) consideram que a afetividade comporta, além destes três elementos, os valores. Segundo Hannula (2004), não há clareza e acordo entre os investigadores da área de educação matemática no que diz respeito às definições teóricas destes quatro conceitos relacionados à afetividade: “Most research on affect in mathematics education has used one or more of these four concepts. However, the theoretical foundation beneath these concepts is not quite clear” (p. 107).

Chacón (2000) adota a perspetiva da afetividade constituída por emoções, atitudes e crenças e sublinha a importância destes elementos na aprendizagem matemática:

In recent years, various researchers have made it clear that the elements of affect (emotions, attitudes and beliefs) of the students are key factors in understanding their behavior in mathematics. The central role played by beliefs and the emotions in success or failure in mathematics has been noted by various mathematics education researchers. (p. 149)

Damásio (2011) sublinha a indissociabilidade entre emoção e cognição no pensamento humano.

As emoções não são um luxo. Funcionam como guias internos e ajudam-nos a transmitir aos outros certos sinais que também podem guiar os seus comportamentos. As emoções não são intangíveis. Contrariamente à opinião científica tradicional, a vivência das emoções é tão cognitiva como qualquer percepção. É o resultado de uma curiosa conciliação fisiológica com o qual o cérebro se transformou num público atento, obrigatório, prisioneiro mesmo, das atividades teatrais do corpo. (p. 20)

Para Chacón (2003, p. 20), “as *crenças* matemáticas são um dos componentes do conhecimento subjetivo implícito do indivíduo sobre a matemática, seu ensino e sua aprendizagem”. O conceito de *atitude* é definido por Chacón (2003, p. 21) como sendo uma “predisposição avaliativa (isto é, positiva ou negativa) que determina as intenções pessoais e influi no comportamento.” As *emoções*, na perspetiva de Chacón (2003, p. 22), “são respostas organizadas além da fronteira dos sistemas psicológicos, incluindo o fisiológico, o cognitivo, o motivacional e o sistema experiencial”.

Chacón (2003) distingue entre duas estruturas da afetividade a serem consideradas no processo de ensino e de aprendizagem da matemática: o *afeto local* e o *afeto*

global. O *afeto local* diz respeito aos estados afetivos experimentados pelo aluno no decorrer de uma atividade matemática.

O *afeto global* considera um cenário mais complexo e o contexto social em que ocorre. Chacón (2003, p.55) define o *afeto global* “como o resultado das rotas seguidas (no indivíduo) no *afeto local*, estabelecidas com o sistema cognitivo, que vão contribuindo para a construção de estruturas gerais do conceito de si mesmo e para as crenças sobre a matemática e sua aprendizagem.”

Utilizo, nesta tese, a abordagem ampla do conceito de afetividade adotada por Chacón (2000) que engloba emoções, atitudes e crenças assim como emprego a perspectiva de Damásio (2011) com relação à emoção em estreita ligação com a cognição. Interessa-me, em particular, perceber de que forma a experiência dos alunos nas atividades propostas influencia a estrutura do *afeto global*, a sua identidade em relação a matemática.

A problemática do insucesso escolar dos nossos alunos em matemática, ao nível do ensino básico, é o cenário deste trabalho e uma grande preocupação que partilho com os educadores matemáticos em diversos países do mundo todo. Este problema não é novo e está diretamente ligado às práticas de educação da matemática escolar. Fainguelernt (2003) relaciona o insucesso na matemática com o insucesso da escola em geral:

A escola, privilegiando a memorização e a repetição, automatiza o aluno. Faz assim do ato de aprender apenas uma acumulação de informações já organizadas e pré-selecionadas, destinadas a um aluno padronizado e fora da realidade. Não contribui para o desenvolvimento da reflexão e do espírito crítico, bem como da sua formação profissional. O fracasso no ensino de Matemática é decorrente do fracasso do ensino em geral. (p. 27)

A autora aponta como causa do fracasso dos alunos na matemática as práticas pedagógicas pautadas na repetição e na memorização. Sugere que “a Matemática deve ser construída diariamente e não somente aprendida e repetida e que também é possível estabelecer a conexão entre o ensino de Matemática e o de outras áreas de conhecimento” (p. 28).

Fainguelernt (2003) sustenta que o ensino de matemática deve favorecer a uma educação para a liberdade e a autonomia. Também D’Ambrosio (2009) destaca o

papel da matemática no contexto mais geral da educação. O autor conceitua a matemática como uma estratégia social de percepção do mundo:

Vejo a disciplina *matemática* como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural. (...) Vejo *educação* como uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo gerada por esses mesmos grupos culturais, com a finalidade de se manterem como tal e de avançarem na satisfação de necessidades de sobrevivência e de transcendência. Consequentemente, matemática e educação são estratégias contextualizadas e totalmente interdependentes. (pp. 7-8)

O problema do insucesso escolar na matemática não é limitado pelas fronteiras geopolíticas. Professores de diferentes países o conhecem bem. Ponte (1994) constata esta situação: “Como bem o sabem os professores, o insucesso nesta disciplina é uma realidade incontornável. [...] O insucesso não só existe como tende a agravar-se” (p. 24). O autor afirma que este problema deriva do papel social atribuído à matemática:

A razão fundamental porque há insucesso em Matemática é que esta disciplina é socialmente concebida precisamente para conduzir ao insucesso. Resulta da função que lhe é atribuída no sistema educativo e que é interiorizada por todos os intervenientes no processo de ensino-aprendizagem. Na verdade, o grande papel da Matemática é o de servir de instrumento de selecção dos alunos. [...] Assim, a Matemática é ensinada de modo a ser difícil. Tudo começa pelos currículos, que apontam para a abstracção precoce e privilegiam a quantidade dos assuntos em relação à qualidade da aprendizagem. [...] Aquilo que se ensina e aquilo que se aprende é uma caricatura da Matemática tal como é praticada pelos matemáticos que fazem investigação, quer em domínios de Matemática pura, quer em problemas de Matemática aplicada. O que se passa na aula de Matemática resulta num jogo sem qualquer sentido para os alunos. (pp. 25-26)

Ponte (1994) acredita que a solução para este problema passa por mudanças nos objetivos do ensino da matemática escolar e na alteração da concepção social dominante com respeito à matemática. “É possível reorientar o ensino desta disciplina de modo a torná-la uma experiência escolar de sucesso” (p. 26). Neste sentido faz-se necessário, segundo o autor, promover uma visão da Matemática “como uma ciência em permanente evolução” associada aos problemas de cada época. Suscitar, igualmente, transformações nas práticas pedagógicas, no desenho curricular, no sistema educativo e na sociedade em geral. Ponte defende uma perspectiva inclusiva para o ensino da matemática: “Para combater esse insucesso a

principal medida passa por alterar este papel, retirando-lhe a função selectiva e mostrando como esta ciência pode constituir – para todos – uma actividade intelectual gratificante e enriquecedora” (p. 26).

Ponte (1994) está de acordo com Fainguelernt (2003) quanto à inserção do insucesso na matemática escolar num quadro de insucesso mais geral do sistema educativo.

O insucesso em Matemática não depende apenas das características da disciplina nem das concepções dominantes acerca da sua aprendizagem. Em boa parte ele resulta igualmente do insucesso escolar em geral. Sem se renovar profundamente a escola, tornando-a um espaço motivante de trabalho e de crescimento pessoal e social, o problema do insucesso tenderá a perpetuar-se, na Matemática como nas restantes disciplinas. (p. 26)

Bishop (1991) sustenta que este insucesso, em grande medida, deve-se a uma prática de ensino de matemática inadequada. O autor afirma que estas práticas inadequadas revestem-se das seguintes características: (i) impessoalidade – as diferenças e os interesses individuais dos alunos não são levados em conta, (ii) homogeneização – todos os alunos devem aprender a mesma matemática, da mesma forma e no mesmo período de tempo, (iii) não afetividade – a cognição é considerada em separado das concepções, emoções e atitudes que moldam a cultura escolar matemática e, (iv) tecnicidade – o domínio das técnicas é sobrevalorizado em detrimento dos aspectos de significação e compreensão dos conceitos e ideias, bem como dos componentes socioculturais da matemática.

As práticas de educação da matemática escolar compreendem normas, crenças, significados e concepções que delineiam uma determinada cultura escolar. Expressam, também, num dado momento, o que a escola e a sociedade privilegiam como conhecimento necessário para a escolarização dos sujeitos. Estas práticas desempenham um papel fundamental no que diz respeito ao sucesso ou fracasso dos alunos na matemática escolar (Bishop, 1991; Fainguelernt, 2003; Ponte, 1994). Desta forma, a matemática é, enquanto componente curricular, um objeto culturalmente construído e historicamente condicionado (Pinto, 2011). As questões *o que ensinar?*, *como ensinar?*, *para quê?* e *para quem?* têm diferentes respostas no decorrer do tempo.

Assim, a escola de nossos dias encontra-se frente a um conflito que demanda respostas distintas daquelas que têm sido dadas até hoje. Se, por um lado, a

sociedade se torna cada vez mais tecnológica e globalizada, altamente dependente da linguagem matemática, por outro lado, a escola básica, um pouco por todo o mundo, tem falhado no objetivo de ensinar matemática às crianças e aos jovens (Bishop, 1991). E, facto ainda mais sério, a experiência escolar tem desenvolvido e agravado a repulsa de grande parte dos alunos em relação à matemática:

Ensinar Matemática como um produto acabado, tem-se revelado problemático para sucessivas gerações de professores. Muitos alunos acham que a disciplina não faz qualquer sentido e que não vale a pena esforçarem-se para aprender. Outros lutam para sobreviver, aprendendo a resolver diversos tipos de exercícios e desenvolvendo significados parciais que, muitas vezes, envolvem sérios equívocos. Por isso, há muito tempo que matemáticos e professores preocupados com este problema procuram encontrar outras formas de apresentar a Matemática aos alunos. (Ponte, 2010, pp. 13-14)

Como já referi, os resultados de diversos estudos internacionais confirmam este cenário de insucesso no campo da Educação Matemática. Estamos, assim, diante de um grande dilema: o homem do século XXI necessita de muita matemática no seu dia a dia e a escola não tem alcançado sucesso na incumbência de prepará-lo para tal realidade. Em consequência, o ensino da matemática protagoniza um sério conflito: a matemática, ainda que desempenhe socialmente um importante papel e esteja presente nas escolas de todo o mundo, é, ao mesmo tempo, uma das disciplinas menos compreendidas e estimadas pelos alunos.

Bishop (1991) afirma que a Educação é um processo social, intencional e deliberado de transmissão cultural e que este processo exige escolhas por parte dos educadores. O autor refere que a matemática é um fenómeno pan-cultural (existe em todas as culturas), sendo considerada, atualmente, como uma das mais importantes disciplinas do currículo escolar. Segundo Bishop, as práticas dominantes no ensino da matemática a nível mundial - currículo orientado por técnicas, aprendizagem impessoal e ensino baseado em manuais escolares - são as causas dos problemas na Educação Matemática das crianças e jovens. Estas práticas sustentam-se em falsas premissas que precisam ser questionadas. De acordo com Bishop (1991), a principal delas é o ensino da matemática baseado numa abordagem *top-down* do conhecimento onde o currículo é desenhado a partir da necessidade de formação de matemáticos de alto nível e, também, de uma visão homogénea dos interesses dos alunos. Desta forma, o ensino da matemática em moldes tradicionais caracteriza-se por ser desumanizado, despersonalizado e descontextualizado.

It is of course no accident that we have the technique curriculum, impersonal learning and text teaching. These have all evolved to meet conditions which have existed and they are all based on certain assumptions. They are dominant practices – all there can be found in all countries of the world – because of these assumptions. But these assumptions now need questioning and, in the context of a mathematical education, I believe that they are all false assumptions. (Bishop, 1991, p. 12)

Bishop (1991, p. 3) propõe, então, outra perspetiva para a Educação Matemática: a enculturação matemática. Propõe movermo-nos de uma ênfase no conhecimento como um modo de fazer (*a way of doing*) para um modo de conhecer (*a way of knowing*). Para o autor, não basta ensinar matemática aos alunos, há que educá-los *a respeito* da matemática, *através* da matemática e *com* a matemática. Critica, assim, a prática tecnicista, impessoal e pautada em manuais escolares utilizada atualmente no ensino da matemática nas escolas de todo o mundo:

Because it is dehumanised, depersonalised and (of course) decontextualised, it has been felt necessary to remove all references to values and other cultural associations in order presumably for the mathematics to retain its 'purity'. What has mathematics as a culture to do with people? (...) It should be clear by now that, fundamentally, education for me must be recognised as being a social process, and therefore a mathematical education must also have at its core the assumption of being a social process. (...) the social, the human, the essentially interpersonal nature of education is so often ignored in the rush for the acquisition of mathematical techniques and in the desire for so-called efficiency in mathematics education. (Bishop, 1991, pp. 13-14)

Há uma convergência entre o processo de enculturação preconizado por Bishop (1991) e o conceito de apropriação dos objetos da cultura humana que, segundo Leontiev (1978), se dá pela Educação. Para Leontiev, o conhecimento é historicamente elaborado pela Humanidade e encontra-se objetivado, fixado nos objetos da cultura, tanto materiais quanto intelectuais. O processo social de humanização ocorre pela apropriação deste patrimônio histórico-cultural. Desta forma, a educação é o processo que permite a continuidade da história. É a transmissão dos resultados da cultura humana de geração para geração:

O movimento da história só é, portanto, possível com a transmissão, às novas gerações, das aquisições da cultura humana, isto é, com educação. Quanto mais progride a humanidade, mais rica é a prática sócio-histórica acumulada por ela, mais cresce o papel específico da educação e mais complexa é a sua tarefa. (Leontiev, 1978, p. 291)

Leontiev (1978) preconiza que o mundo exterior objetivo materializa e acumula a experiência sócio-histórica da Humanidade. A apropriação deste mundo objetivo se dá pela atividade que faz a mediação entre o sujeito e o objeto (Teoria da Atividade). A atividade humana, essencialmente social, promove uma relação dialética entre a realidade exterior (objetividade) e a estrutura da consciência (subjetividade).

Através da atividade, mediada por instrumentos físicos e simbólicos, ambos, sujeito e objeto, modificam-se e dá-se a formação das faculdades específicas do homem (consciência). Este processo de apropriação dos bens da cultura humana (educação) ocorre pela comunicação e, portanto, necessita da mediação de outros homens. Aí está o papel que cabe essencialmente ao professor: a função de mediador. Cabe ao professor apresentar aos alunos os conhecimentos e promover a apropriação destes objetos da cultura humana pelos alunos. É importante ressaltar que o aluno precisa desenvolver uma atividade para apropriar-se do objeto. Para Leontiev, a educação escolar tem um papel humanizador e a atividade docente é essencialmente de mediação entre o aluno e o conhecimento. É o professor quem dirige e controla o processo educativo através da organização de atividades de ensino que visem o desenvolvimento dos alunos e a ampliação de seus horizontes culturais pela “apropriação dos resultados da atividade cognitiva das gerações precedentes” (Leontiev, 1978, p. 266).

Assim sendo, Leontiev sublinha a importância do papel do professor já que a apropriação dos objetos da cultura humana pelos alunos não se dá de forma espontânea e direta. Faz-se necessária a mediação pelo professor entre o aluno e o conhecimento. Este autor considera que o desenvolvimento do psiquismo humano (funções mentais) dá-se em atividade. É a aprendizagem que engendra o desenvolvimento do aluno e não o contrário.

1.1.1. *Matemátic@XXI*: A proposta pedagógica

Este trabalho, *Matemátic@XXI: Conexões Surpreendentes*, é uma investigação em Educação Matemática conduzida com o propósito de contribuir com respostas práticas à problemática do insucesso na aprendizagem matemática descrita anteriormente. Neste sentido, foi concebida uma intervenção pedagógica baseada

numa epistemologia centrada na construção histórico-cultural do conhecimento matemático. Esta intervenção pedagógica tomou a forma de uma gincana matemática escolar, de natureza inclusiva. As atividades foram propostas aos alunos num ambiente virtual de aprendizagem, *WebQuests*, e foram formuladas a partir de temas integradores. A rede social *Facebook* foi utilizada para a publicação das tarefas (*WebQuests*) bem como para a comunicação entre os participantes e a investigadora, durante a gincana.

A gincana *Matemátic@XXI* desenvolveu-se no período de janeiro a junho de 2015, em contexto para além da sala de aula, com alunos do 3º ciclo do ensino básico do Externato de Vila Meã⁴, escola pública localizada no concelho de Amarante, no interior norte de Portugal.

Apoiar o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática na escola básica a partir de uma perspetiva de enculturação e promover o gosto pela disciplina e pela sua aprendizagem constituem-se como os objetivos educacionais da gincana *Matemátic@ XXI*. Com este propósito, considerou-se o ambiente educacional segundo uma abordagem de ecologia de aprendizagem que o compreende como um sistema complexo no qual concorrem múltiplas variáveis: alunos, professores, conhecimento, recursos, crenças, emoções, valores, etc. A perspetiva ecológica tem em conta a interrelação entre todos estes elementos, não sendo possível analisar isoladamente nenhuma destas variáveis.

1.2. Objetivos e questões de investigação

O objetivo principal desta investigação consistiu em desenvolver um ambiente digital para a Educação Matemática na escola básica que contribuísse para responder à questão do insucesso dos alunos na matemática escolar e oferecesse aos professores um instrumento pedagógico fundamentado numa perspetiva cultural para o ensino da matemática. Para orientar o desenho deste instrumento pedagógico, as seguintes premissas teóricas foram consideradas:

- (i) caráter **inclusivo**: todos os alunos podem aprender e a intervenção dirige-se a todos, independentemente das suas habilidades e desempenhos;

⁴ A Direção do Externato de Vila Meã autorizou a identificação da escola manifestando-se favoravelmente à vinculação do nome da instituição ao projeto *Matemátic@XXI: Conexões Surpreendentes*.

- (ii) a **atividade** tece o vínculo entre o aluno (sujeito) e os conteúdos matemáticos (objeto);
- (iii) a matemática deve ser aprendida de maneira **interdisciplinar**;
- (iv) a aprendizagem não é uma questão meramente cognitiva, a **afetividade** desempenha um papel de extrema relevância neste processo;
- (v) as novas **tecnologias digitais** podem potencializar e ampliar as ações educativas;
- (vi) a matemática é um **bem sociocultural** que tem um papel importante na escolarização básica de todos os estudantes; desta forma, os objetos matemáticos devem ser apropriados por cada aluno num **processo social interativo e colaborativo**.

Tendo por base os pressupostos enunciados, esta investigação possui os seguintes objetivos específicos:

- (i) promover uma relação mais positiva dos alunos com a matemática e com a aprendizagem matemática;
- (ii) promover a enculturação matemática dos alunos a partir de uma abordagem histórica, interdisciplinar e inclusiva, desenvolvendo o trabalho colaborativo dos estudantes;
- (iii) integrar as tecnologias digitais no ensino da matemática.

Relativamente a estes objetivos, a partir da gincana *Matemátic@ XXI*, este trabalho abrangeu três domínios de investigação orientados pelas seguintes questões:

I. Domínio afetivo

- (1) De que modo a intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* contribuiu para o desenvolvimento de uma relação mais positiva dos alunos com a matemática e com a aprendizagem matemática?

II. Domínio cognitivo

- (2) De que modo a intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* contribuiu para a enculturação matemática dos alunos?

III. Domínio tecnológico

- (3) De que modo o artefato digital *Matemátic@XXI* funcionou como instrumento de mediação da atividade matemática dos alunos?

1.3. Organização da tese

Esta tese organiza-se em sete capítulos. Este capítulo I constitui-se numa parte introdutória, abrangendo o enquadramento e pertinência do estudo e a proposta da investigação com seus objetivos e questões orientadoras. No capítulo II são apresentados os três pilares teóricos deste trabalho: (1) a perspectiva de Enculturação Matemática de Bishop (1985, 1988, 1991, 2004, 2008a, 2008b); a Teoria da Atividade de Leontiev (1978) e a conceção de indissociabilidade entre Afetividade e Cognição na aprendizagem matemática (Damásio, 2011; Chacón, 2000, 2003). No capítulo III são discutidas as conexões entre ludicidade e a aprendizagem matemática num cenário de competições inclusivas, bem como a urgência em se abordar a Educação Matemática do século XXI de maneira interdisciplinar e recorrendo às tecnologias digitais de forma integradora. O capítulo IV é dedicado à descrição da gincana *Matemátic@XXI* e seus cinco torneios, isto é, neste capítulo descreve-se a intervenção pedagógica em que se centra este trabalho. A metodologia de investigação seguida neste trabalho é descrita no capítulo V. O capítulo VI é destinado à apresentação e discussão dos resultados da gincana escolar *Matemátic@XXI*. No capítulo VII são apresentadas as conclusões deste estudo bem como algumas das suas limitações. São ainda propostas algumas questões para estudos futuros e indicadas algumas implicações deste estudo para a prática letiva.

CAPÍTULO II

Quadro teórico

Esta investigação sustenta-se em três perspetivas teóricas: (i) *Enculturação Matemática* de Bishop (1985, 1988, 1991, 2004, 2008a, 2008b), (ii) *Teoria da Atividade* de Leontiev (1978), e (iii) a *conjugação entre afetividade e cognição* na aprendizagem matemática (Chacón, 2000, 2003; Damásio, 2011). Neste capítulo, procuro descrever cada uma destas perspetivas argumentando acerca da sua adequabilidade para a realização da intervenção pedagógica *Matemátic@ XXI: Conexões Surpreendentes* e para a base teórica desta investigação no que diz respeito aos domínios da Pedagogia, da Psicologia do Desenvolvimento e da Neurociência (Figura 2).

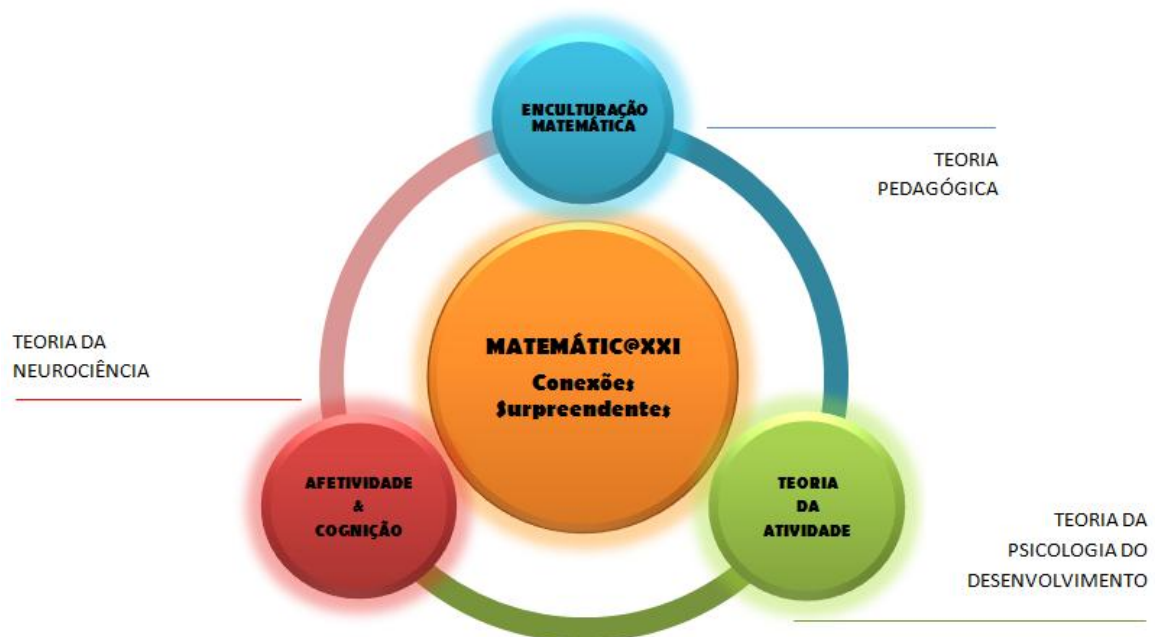


Figura 2. Pilares teóricos da intervenção pedagógica *Matemátic@XXI: Conexões Surpreendentes*.

A principal convergência destas concepções teóricas é o enraizamento da matemática no fenómeno social. Elas compartilham uma visão da matemática, e da Educação Matemática, tecida pela cultura dos homens no decurso da História. Concebem a matemática como um bem cultural da Humanidade e, como tal, deve ser disponibilizado, pela Educação, a todos os homens. Os objetos matemáticos são objetos culturais criados pelo homem na sua relação com o mundo, para compreendê-lo e transformá-lo. A consideração dos objetos matemáticos, e todo seu sistema de conceitos, como uma construção social, historicamente determinada, dá suporte a uma perspectiva similar para o seu ensino. Permite propor aos estudantes um trabalho pedagógico participativo e colaborativo, numa concepção problematizadora e criativa, conetada com a vida e as outras ciências. A aprendizagem matemática torna-se, desta forma, o processo de (re)construção destes objetos por cada aluno, desenvolvido num ambiente colaborativo de interação social. Nesta perspectiva, a Educação Matemática insere-se nos objetivos mais amplos da Educação enquanto processo de desenvolvimento das capacidades individuais de cada pessoa.

Todas as pessoas precisam de desenvolver as suas próprias capacidades e preferências, bem como interpretar as mais variadas situações e tomar decisões fundamentadas relativas à sua vida pessoal, social ou familiar. A educação matemática pode contribuir, de um modo significativo e insubstituível, para ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos não dependentes mas pelo contrário competentes, críticos e confiantes nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a matemática. Isto implica que todas as crianças e jovens devem desenvolver a sua capacidade de usar a matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo. (Abrantes, 1999, pp. 17-18)

A Educação é um processo essencialmente comunicativo. Segundo Vigotski (2008), a comunicação e a vida em sociedade viabilizam-se pela linguagem; a linguagem é o instrumento mais complexo de mediação do homem com o mundo e caracteriza-o como um ser social, histórico e cultural. Vigotski assinala a relação fundamental entre o pensamento e a linguagem: “O pensamento não é simplesmente expresso em palavras; é por meio delas que ele passa a existir” (pp. 156-157). O autor destaca, também, a importância da comunicação no processo de desenvolvimento cognitivo humano:

A relação entre o pensamento e a palavra é um processo vivo; o pensamento nasce através das palavras. Uma palavra desprovida de

pensamento é uma coisa morta, e um pensamento não expresso por palavras permanece uma sombra. (...) O pensamento e a linguagem, que refletem a realidade de uma forma diferente daquela da percepção, são a chave para a compreensão da natureza da consciência humana. As palavras desempenham um papel central não só no desenvolvimento do pensamento, mas também na evolução histórica da consciência como um todo. Uma palavra é um microcosmo da consciência humana. (Vigotski, 2008, pp. 189-190)

Assim, também no processo de ensino e de aprendizagem da matemática, a comunicação cumpre um papel essencial. Na sociedade atual, altamente marcada por tecnologias digitais, faz-se necessária a construção de uma nova cultura escolar que incorpore estes meios digitais de comunicação e informação. A gincana escolar *Matemátic@XXI*, em que o *Facebook* foi utilizado como principal canal de comunicação entre os participantes e a investigadora, pretende contribuir para a construção desta nova cultura de ensino-aprendizagem.

2.1. Enculturação matemática

Enculturação matemática⁵ é o processo de apropriação pelos alunos dos objetos matemáticos construídos ao longo da História Humana (Bishop, 1985, 1988, 1991, 2004, 2008a, 2008b). Este processo está profundamente enredado com a socialização e abrange a linguagem, os valores, as técnicas e as práticas da cultura matemática estabelecida. A enculturação matemática é, portanto, um processo intencional de envolvimento com a cultura matemática e de interação entre cada aluno e aqueles que partilham desta cultura. Desta forma, é um processo pessoal de re-criação dos objetos matemáticos que tem como principal objetivo o desenvolvimento de cada aluno. Cada pessoa apropria-se da cultura matemática segundo o seu próprio ritmo e interesses. Bishop (1991) critica o tratamento impessoal e homogéneo tipicamente adotado no ensino da matemática.

The social interactions will also vary according to the different personality and interests of the children. No two children are identical and therefore the ways they interact will differ. As a result, no two people will develop an identical conception of their shared culture. Cultural learning is therefore a re-creative act on the part of every person. Each young person and every new generation of young people re-creates the cultural symbols and values of their culture, 'lives' and validates them within their lifetime, and then engages with the next generation who in

⁵ Bishop faz a distinção entre dois processos que podem ocorrer na educação matemática: a enculturação e a aculturação. Para fins deste trabalho, não considerarei o processo de aculturação, fenómeno relevante em contextos marcados por conflitos culturais. Para o aprofundamento do tema, ver Bishop, A. J. (2002).

their turn re-create, redefine, and therefore 're-live' them.
(p. 88)

Conforme Bishop, a apropriação dos objetos da cultura matemática dá-se de forma pessoal e diferenciada. Cada aluno construirá o seu significado próprio para o conceito estudado num processo de recriação daquele objeto matemático. Desta forma, o autor defende um ensino de matemática que coloque a ênfase na reconstrução cultural por cada aluno da cultura matemática partilhada.

2.1.1. O ensino da matemática numa perspetiva cultural

O ensino da matemática numa perspetiva cultural é a proposta de Bishop para a educação matemática. Esta abordagem considera a matemática como um bem cultural a ser disponibilizado a todos os alunos. O foco deixa de estar no domínio das técnicas matemáticas e transfere-se para o desenvolvimento dos alunos, na sua apropriação da forma matemática de perceber, organizar e interagir no mundo.

Teaching children to do mathematics emphasizes knowledge as 'a way of doing'. A mathematical education seems to me, in contrast, to be essentially concerned with 'a way of knowing'. That then speaks to me of a cultural perspective on mathematical knowledge. (Bishop, 1991, p. 3)

A perspetiva educacional sugerida por Bishop é inclusiva, pois considera as necessidades e interesses de cada aluno (e de todos os alunos) no seu percurso escolar. O autor, desta forma, contrapõe-se a um formato excludente e selectivo para a matemática escolar. Conforme Bishop (2008a), nem todos os alunos seguirão uma carreira profissional com base matemática (o que demanda um treinamento robusto no fazer matemático), mas todos os alunos poderão beneficiar-se de uma educação que desenvolva a reflexão sobre a matemática e a compreensão dos seus conceitos. Esta é a educação matemática que capacita o aluno para o exercício da cidadania.

A mathematical education must not only encourage mathematical activity, but also offer the experiences of reflecting *about* mathematics. Also, while a mathematical training can certainly benefit those who succeed, what *educationally* does it offer those who don't? Those who will not become professional mathematicians do not need mathematical training, but they do need mathematical education which will, in a democracy, empower them to understand and ultimately to evaluate the

activities of practicing mathematicians in all walks of life. Competence without a reflective perspective is no education. (p. 157)

Assim sendo, a escolaridade básica exige a definição de opções a nível pedagógico e curricular. Estas escolhas envolvem a clarificação dos seus pressupostos filosóficos, educacionais e didáticos. Atualmente, a prática pedagógica predominante no ensino de matemática apresenta um caráter excludente e elitista. O currículo escolar da escola básica tem sido desenhado a partir da necessidade de formar matemáticos e outros profissionais da área das ciências exatas. Conforme Bishop (2004), o ensino de matemática da escola básica pautado neste objetivo é inadequado, pois não contempla o interesse da totalidade dos alunos.

If we assume that cultural influences work at the meso-level of schools as educational institutions, then we can see for example that the curriculum structures have generally evolved to suit the preparation of an elite minority of students who will study mathematics at university. If we then consider the majority of school pupils who either never go on to study more mathematics or who don't even go to university, this elitist mathematics education can be thought of as highly inappropriate. It contributes significantly to the widespread problems of alienation felt by many students towards mathematics in particular and also towards schooling in general. (pp. 2-3)

Bishop (1985) enfatiza que o processo de ensino e de aprendizagem é um processo entre pessoas e propõe uma abordagem para o ensino da matemática que considere a característica interpessoal da Educação. Desta forma, a dinâmica da sala de aula de matemática, segundo o autor, deve ser orientada para a partilha da cultura matemática e o desenvolvimento de significados matemáticos pelos alunos.

Fundamental to our understanding of mathematics classrooms is the fact that one is dealing with people. It may seem trivial to say this but the fact can easily be overlooked when discussing details of lesson components, for example, or pupil ability, or motivation, or any other psychological or mathematical construct. [...] Recognition of this social construction of phenomena leads me to propose a new orientation for mathematics education. This orientation views mathematics classroom teaching as *controlling the organization and dynamics of the classroom for the purposes of sharing and developing mathematical meaning*. (p. 26, itálico no original)

A Educação é um processo social e, da mesma forma, a Educação Matemática deve ser compreendida. Não se pode prescindir do caráter interpessoal de todo o processo educativo e, como tal, deve levar em conta as diferenças de necessidades

e propósitos dos protagonistas da cena escolar. Bishop (1985, 1988, 1991) critica a uniformização do ensino da matemática. Ensinar matemática para todos não quer dizer ensinar a mesma matemática para todos. As diferenças individuais, sociais e culturais devem ser respeitadas, valorizadas e consideradas no desenho curricular. A matemática deve ser entendida como um conhecimento gerado culturalmente e, assim, as diferentes culturas e sociedades produzem diferentes matemáticas.

The thesis is therefore developing that mathematics must now be understood as a kind of cultural knowledge, which all cultures generate but which need not necessarily 'look' the same from one cultural group to another. Just as all human cultures generate language, religious beliefs, rituals, food-producing techniques, etc., so it seems to all human cultures generate mathematics. Mathematics is a pan-human phenomenon. Moreover, just as each cultural group generates its own language, religious belief, etc., so it seems that each cultural group is capable of generating its own mathematics. (Bishop, 1988, p. 180)

Como já referi, a proposta de Bishop é a da enculturação matemática. Isto pressupõe que os alunos sejam *envolvidos* pela forma matemática de olhar o mundo, compreendê-lo e transformá-lo. A enculturação matemática tem como alvo a iniciação dos alunos na cultura matemática partilhada, nos seus conceitos, seus símbolos e seus valores. Esse processo interpessoal adquire uma feição particular para cada aluno e ocorre, essencialmente, na atividade pessoal do estudante em interação com o professor e os seus colegas de classe.

Through activities, with reinforcement and negotiation, the child becomes enculturated into ways of thinking, behaving, feeling and valuing. (...) A child then, in a particular classroom group, with a particular teacher, in a particular school, in a particular society, participates in a very particular educational experience. And if the subject matter is mathematics, the child participates in a very particular kind of mathematical educational experience. (Bishop, 1991, p. 15)

Bishop (1991) distingue cinco níveis de apropriação social da matemática: (i) cultural, (ii) social, (iii) institucional, (iv) pedagógico e (v) individual. Estes diferentes níveis de apropriação se entrelaçam na construção da compreensão da matemática, respetivamente como: (i) um fenómeno cultural, suprassocial, presente nas diversas civilizações; (ii) uma resultante das forças políticas e ideológicas das diferentes sociedades; (iii) a disciplina presente nas instituições educacionais, nos seus currículos, recursos, exames; (iv) aquela matemática praticada nas salas de aula, com alunos e professores reais; e (v) a matemática de cada aluno, na sua perspetiva pessoal. Desta forma, cada aluno apropria-se da cultura matemática partilhada de uma maneira muito particular, inserido num contexto mais amplo que

envolve sua classe, sua escola e sua realidade sociocultural. A aprendizagem é um processo individual e marcado pela realidade pessoal de cada aluno.

The child, as the individual learner and meaning maker, brings a personal dimension to the enterprise – from their family, from their history, from their home ‘culture’. No two learners are alike and therefore even if the value messages being transmitted can be considered the ‘same’, the message received will certainly be different because the receivers are different. The receiver contributes the conceptual context which gives meaning to the message, so that any communication is differentially affected by the personality of the individual. (Bishop, 1991, p. 15)

Desta forma, a Educação Matemática, a partir da perspectiva cultural, deve oportunizar experiências matemáticas distintas aos diferentes alunos e comunidades e as várias experiências devem, então, alimentar o processo educativo, na sua natureza viva e dinâmica e interpessoal. Abreu, Bishop e Presmeg (2002) destacam que a aprendizagem pode acontecer em diferentes contextos de conhecimento e práticas sociais, dentro e fora da escola. A transição entre contextos escolares e não escolares em que a matemática é vivenciada de forma diversa deve fazer parte da dinâmica educativa como também a valorização das múltiplas abordagens sócio culturais do conhecimento matemático. Valorizar as experiências matemáticas que os alunos trazem para a escola é dar a eles a oportunidade de estabelecerem conexões entre o aprendizado escolar e a vida social.

Instead of continuing the myth that the only mathematics being learnt by students is that being taught in school mathematics classes, there is now the possibility for learners to develop appropriate and meaningful relationships between the mathematical knowledge they are learning both inside and outside school in a variety of situations. Instead of relying on traditional teaching approaches that have marginalized any other knowledge, culture, and values besides those of formal school mathematics, and therefore those ‘other’ learners also, there is now the possibility of developing more socially and culturally responsive learning environments, and several projects have started exploring these possibilities. For these possibilities to be realized, much depends of course on changing the formal educational structures that determine and shape the particular mathematics education practice experienced by the students in their schools. [...] However, much also depends upon the development of new and significant conceptualisations. One of the fundamental beliefs that the authors of this book share is that the constructs, theories and conceptualisations which sustain and define current mathematics education practices that must be addressed if significant change in those practices is to be achieved. (pp. 3-4)

Nesta perspetiva, a matemática não deve ser vista como um *pacote* pronto a ser transmitido da mesma maneira para todos e igualmente *absorvido* por todos os alunos. Cada aluno comunica, negocia, relaciona e dá significado ao que lhe é ensinado. É o indivíduo que aprende e que produz significado. Por outras palavras, a educação matemática, numa perspetiva cultural, baseia-se no princípio da promoção do desenvolvimento de cada aluno a partir de uma experiência matemática única e pessoal num determinado contexto sociocultural.

Perhaps it seems rather strange, or at least unnecessary, to have a social 'level' called *individual* but I feel it is most important to recognize that when viewing mathematics education as a social process it is the individual who negotiates, integrates, and makes sense of, the different value messages existing. The child does not arrive in school as an empty vessel, nor does the child offer nothing to the educational enterprise. (Bishop, 1991, p. 15)

2.1.2. O currículo escolar e as seis atividades matemáticas universais

A matemática é uma ciência pan-cultural, isto é, está presente na história de diferentes civilizações (Bishop, 1991). Assim não é adequado referirmo-nos à matemática como a uma só, mas às matemáticas que as diversas culturas produziram e produzem ao longo do tempo. Os registos históricos revelam-nos a existência de inúmeros sistemas de numeração, diferentes modos de medição, muitas geometrias e assim por diante nos diversos domínios matemáticos. Cada povo concebeu uma matemática com características próprias e para atender às suas demandas específicas. Assim, podemos referir-nos à matemática egípcia, à matemática grega, à matemática hindu, à matemática africana e muitas outras.

There is not, from this perspective, *one* mathematics – indeed it is perhaps fitting that in English, and in some other languages also, the word 'mathematics' is in plural form. There are, clearly, different mathematics – we have seen plenty of evidence of different numbers and counting systems, different location terms, different measures, different designs and technology, different games, and different ways of explaining. We can read of Chinese mathematics, Greek mathematics, Roman mathematics, African mathematics, Islamic mathematics, Indian mathematics, and Neolithic mathematics to mention just a few. (Bishop, 1991, p. 56)

Entretanto, não obstante as diferenças, Bishop sustenta que há uma raiz comum às diferentes matemáticas praticadas pelos povos. O autor defende a tese de que o

acervo matemático de que hoje dispomos tem origem em seis atividades universais: contagem, localização, medição, desenho, jogo e explicação. A Matemática⁶ internacionalizada com a qual lidamos hoje em dia é o produto de convergências multiculturais, de elaborações ocorridas internamente e entre civilizações, e que resultou de um determinado itinerário de desenvolvimento histórico privilegiado. Bishop (1991) afirma que a Matemática escolar valorizada pela cultura ocidental “is certainly not the product of *one* culture, nor is the result of the activities of one cultural group. It has a truly multi-cultural past (p. 57). Assim, o autor refere que a Matemática que ensinamos nas escolas é o produto de um determinado percurso histórico-cultural: “Mathematics is therefore not just a subset of all the mathematics which different cultures have developed, it is a particular line of knowledge development which has been cultivated by certain cultural groups until it has reached the particular form which we know today” (Bishop, 1991, p. 57).

Assim, a matemática é fenómeno pan-cultural que teve origem em determinado período da história humana, estendeu-se por diferentes grupos sociais para atender demandas específicas a partir das seis atividades referidas presentes nas diversas civilizações. Estas seis atividades universais, realizadas em interação ou separadamente, são a génese da tecnologia matemática simbólica que hoje conhecemos e continuam dando origem a novos conceitos matemáticos. Conforme Bishop (1991), “If they *are* universal, and if I have argued successfully that they are *significant* activities for the development of mathematical aspects of culture, then the corollary must be that all cultures develop mathematics – that *mathematics is a pan-cultural phenomenon*” (p. 55, itálico no original).

Estas seis atividades universais devem fazer parte do currículo escolar de matemática numa perspetiva de enculturação (Bishop, 1991). O currículo é o elemento que permite a objetivação da proposta educativa de enculturação matemática na escola. Desta forma, considerando-se que a enculturação matemática é um processo interpessoal e interativo, social, inclusivo, formal, institucionalizado, intencional e responsável e que deve ocupar-se dos conceitos, significados, processos e valores da cultura matemática, o currículo escolar é pensado como uma estrutura de conhecimento que fornece suporte para a humanização e socialização dos estudantes: “Mathematical enculturation needs to be conceptualised as a social interactive process carried out within a certain knowledge frame but with the goal of recreating and redefining that frame” (Bishop, 1991, p. 89). O currículo como estrutura de conhecimento matemático deve

⁶ Bishop (1991) utiliza o M maiúsculo para referir-se à Matemática partilhada pela cultura ocidental.

favorecer o desenvolvimento dos alunos e a interação social: “Therefore in considering the Mathematics curriculum, which is the ‘object’ of concern, I must seek a way to define the knowledge frame which will allow personality to flourish and social interaction to happen. (Bishop, 1991, p. 91)

A escola é o ambiente institucional para a enculturação matemática das crianças e dos jovens. Bishop (1991) destaca o protagonismo dos professores neste processo. Os professores são os enculturadores e principais responsáveis pela enculturação dos seus alunos, e não o sistema de ensino: “much depends on the enculturators, the decisions they take, the roles they play and the responsibility with which they approach their tasks. It is the enculturators who must be accountable for the whole process, not the education system” (p. 91).

Nesta perspetiva, o currículo escolar é a estrutura objetiva que organiza a cultura matemática em determinadas atividades adequadas e deve atender, segundo Bishop, a cinco princípios básicos: (i) representatividade – o currículo deve representar a cultura matemática em termos de simbologia e valores; (ii) formalidade – o currículo deve objetivar o nível formal desta cultura; (iii) acessibilidade – o currículo deve ser acessível a todos os alunos; (iv) poder explicativo – o currículo deve enfatizar a Matemática como recurso de explicação dos fenómenos; (v) amplo e fundamental – o currículo deve apresentar uma variedade de contextos que exibam o poder explicativo da Matemática para um amplo espetro de fenómenos.

A estrutura do currículo, numa perspetiva de enculturação matemática, deve contemplar três componentes essenciais: (i) a *componente simbólica*, que diz respeito à tecnologia simbólica da Matemática, organizado segundo as seis atividades universais – contar, localizar, medir, desenhar, jogar e explicar; (ii) a *componente social*, que se refere às múltiplas aplicações da Matemática à vida na sociedade; e (iii) a *componente cultural*, que aborda o fenómeno matemático presente nas diversas culturas humanas (Bishop, 1991).

A organização da componente simbólica do currículo tem como base os conceitos matemáticos explorados a partir das seis atividades universais. A estruturação curricular sustentada por estas seis atividades dá a oportunidade de explorar as componentes social e cultural do currículo. Através desta estrutura curricular fica facilitada a referência às formas matemáticas empregadas por outros povos, o que atende à perspetiva cultural para o ensino da Matemática.

In fact the structure to be adopted for the symbolic technology will be based on the six universal activities (...) Since these are universal, and since they developed the significant Mathematical concepts and ideas, it will be sensible to use this structure to develop the ideas with children. As Mathematics is part of their culture it will be important to reflect that cultural basis in the structure of their Mathematics curriculum. (Bishop, 1991, p. 96)

Esta composição do currículo da Matemática permite, ainda, associar à tecnologia simbólica matemática desenvolvida a partir das seis atividades universais, os valores subjacentes à cultura matemática, o que será discutido na seção seguinte.

2.1.3. Os valores da cultura matemática ocidental

A matemática, como qualquer outra manifestação da cultura humana, traz em si valorizações e concepções das sociedades que a compartilham. A compreensão de toda a cultura dá-se a partir da identificação do quadro de valores que sustenta a organização social em questão.

Bishop (1991, 2008b) refere que a Matemática (ocidental) está, enquanto fenómeno cultural, igualmente embebida em valores, embora nem sempre estes sejam expressos e conhecidos com clareza. Tais valores são endossados socialmente, ainda que de forma implícita, inconsciente e acrítica. Da mesma forma, um conjunto de valores sustenta as práticas adotadas no ensino da Matemática. O ensino da Matemática, concebido numa perspetiva cultural, não pode deixar de explicitar e explorar pedagogicamente estes valores.

Therefore we must try to come to grips with the values of Mathematics if we are to understand them sufficiently to enculturate our children properly. It is all too easy ... to become totally engrossed in the symbolic and manipulative aspects of mathematics through the technique curriculum, and thereby ignore values entirely. This of course does not mean that we don't teach values at present. On the contrary, I am convinced that we do teach them, unconsciously, implicitly and, of greater concern for education, uncritically. (Bishop, 1991, p. 61)

A ausência do trabalho pedagógico com os valores que fazem parte da cultura matemática partilhada socialmente conduz a um esvaziamento das práticas educativas transformando o ensino da Matemática num mero treino de técnicas e procedimentos. Tal situação empobrece o processo de ensino-aprendizagem da

Matemática e alimenta uma visão negativa da Matemática, dissociada da vida e desprovida de sentido para grande parte dos estudantes.

Values in mathematics education are the deep affective qualities which education fosters through the school subject of mathematics. They appear to survive longer in peoples' memories than does conceptual and procedural knowledge, which unless it is regularly used tends to fade. Research indicates that the negative features of these values lead subsequently to a dislike of mathematics as adults and hence to negative parental influence. (Bishop, 2008b, p. 232)

No âmbito escolar, é muito importante perceber e discutir de que forma estes valores e as suas interações influenciam a vida na sociedade atual. Os valores de uma determinada cultura funcionam como um elemento de coesão e de identificação social e é tema indispensável no cenário escolar.

My concern is rather that in discussing education in relation to Mathematics, it is critical to consider balances and interactions between values within society. Education, as an intentional pursuit, must be concerned with choices. Mathematics education is no different and the choices must therefore concern not just the various symbolizations and conceptualizations of Mathematics, but the values also. (Bishop, 1991, p. 83)

Bishop (2008b) apresenta os valores que fazem parte da Matemática (ocidental) servindo-se de pares complementares a partir das componentes ideológica, sentimental e social que constituem a cultura matemática que partilhamos.

(...) in "Western" mathematics development, the predominant ideological values concern the ideas of "rationalism" and "objectism", the sentimental values (...) are those of "control" and "progress", while the sociological values refer to societal relationships regarding mathematical knowledge, such as "openness" and "mystery". (p. 235)

O autor sustenta que estes valores influenciaram a configuração da Matemática tal como é hoje. Cabe ressaltar que tais valores não são universais nem estão necessariamente associados às diferentes matemáticas dos diferentes povos. Referimo-nos à Matemática enquanto disciplina internacionalizada partilhada na sociedade ocidental atual.

That is, the activities of counting, locating, measuring, designing, playing and explaining have, individually and in interaction, been instrumental in developing the complex symbolizations and conceptualizations of Mathematics, as we know the internationalized discipline today. This particular symbolic technology, however, is only one kind, and is the result of a particular set of cultural interactions and societal developments. Other cultures have generated and will generate, I am

sure, other symbolic technologies, and we can now understand the existence of other mathematics. (Bishop, 1991, p. 82)

Segundo Bishop, a componente ideológica da cultura matemática configura-se a partir do par de valores *racionalismo* e *objetivismo*; a componente sentimental, que diz respeito às atitudes, define-se pela dupla *controle* e *progresso*; e a componente sociológica transita entre os valores *abertura* e *mistério*. Este conjunto de pares de valores que compõem a cultura matemática ocidental - objetivismo/racionalismo, controle/progresso, mistério/abertura – é relevante socialmente e deve manter-se explícito no processo de enculturação matemática dos alunos.

The particular societal developments which have given rise to Mathematics have also ensured that it is a product of various values; values which have been recognized to be of significance in those societies. Mathematics, as a cultural phenomenon, only makes sense if those values are also made explicit. (Bishop, 1991, p. 82)

A invisibilidade facultada a este conjunto de valores que dão sustentação à Matemática influi decisivamente nas práticas educacionais. Não é claro, nem mesmo para muitos professores, por exemplo, que o currículo tecnicista desenvolvido na maioria das escolas por todo o mundo prioriza o objetivismo (os conceitos matemáticos são tratados como objetos), o controle (a Matemática controla os fenómenos) e o mistério (a Matemática não é compreensível pela maioria das pessoas).

Mathematics, as it is perceived and presented through education in many countries today, is I suggest characterisable as objective fact, supporting a feeling of control over our environment through science and technology, but which remains largely a mystery. Moreover, as I said earlier, the values are principally unknown – they are developed unconsciously, implicitly and uncritically. In that sense then, Mathematics teaching is reduced to being merely Mathematics training – a pointless exercise if one is never going to use the Mathematics. (Bishop, 1991, p. 83)

Estas opções obscurecem, quase que por completo, os valores complementares referentes ao racionalismo, ao progresso e à abertura, o que restringe a compreensão no ensino da Matemática. Bishop afirma que é necessário um rearranjo na composição dos valores na educação matemática dos nossos dias e que isto é mesmo um dever daqueles que trabalham na área da educação matemática em prol da sociedade e da cultura. A sua preferência recai numa Educação Matemática que dê destaque ao racionalismo, ao progresso e à abertura:

“In particular I personally seek a Mathematical education which emphasizes rationalism over objectivism, which is concerned more with progress than with control, and which develops in society more openness and less mystery.” (Bishop, 1991, p. 84)

O *racionalismo* é uma componente ideológica da cultura matemática e está mesmo no centro daquilo que compreendemos como Matemática. Conforme Bishop (1991), “Rationalism is at the heart of Mathematics. If one had to choose a single value which has guaranteed the power and authority of Mathematics (and the ideal of Mathematicians) it is rationalism” (p.62).

Desde os tempos das antigas civilizações egípcia e grega, o poder da razão foi estabelecido como fundamento da Matemática. Racionalismo está ligado à lógica, à razão, ao poder explicativo da Matemática e a um processo dedutivo de raciocínio. É a componente que permite identificarmos a Matemática com um mecanismo próprio de teorização. É a partir de um conjunto de premissas e do encadeamento lógico de proposições que chegamos às conclusões, aos teoremas matemáticos.

O racionalismo diferencia-se do paradigma de *tentativa e erro*, das regras práticas, da sabedoria tradicional, do processo de conhecimento por indução e por analogias. Neste sentido, a Matemática distingue-se das ciências naturais. Enquanto as ciências naturais validam os seus resultados empiricamente, a Matemática utiliza critérios lógicos internos de consistência e completude. É necessário ensinar aos alunos o poder do racionalismo em termos de explicação, de abstração e de teorização dos fenómenos. É importante que os estudantes percebam que o racionalismo é uma forma particular de conhecimento de tal maneira que possam apreciar e compreender a linguagem matemática.

A componente ideológica da cultura matemática complementar ao racionalismo é o *objetivismo*. Bishop (1991, 2008a) identifica como objetivismo aquela visão de mundo formada por imagens e objetos materiais. O objetivismo da Matemática favorece uma visão objetiva (não subjetiva, não pessoal) da realidade. A origem das ideias matemáticas está na interação do homem com os objetos materiais pelo uso da intuição e da imaginação. Os matemáticos trabalham com as ideias como se objetos fossem; eles objetivam as ideias, concretizam abstrações. Assim sendo, racionalismo e objetivismo são duas componentes complementares na atividade matemática. Este é um dinamismo que deve ser explorado no ensino da Matemática.

What is now particularly important to realize is that in Mathematics it is also the power of 'objectivising' those abstractions which enables them to be handled so precisely. This situation must also be attended to in education. (...) Thus, as well as encouraging children to develop their ability to abstract, we need also to encourage them in the ways of concretising and objectivising abstract ideas. (Bishop, 1991, pp. 66-67)

A linguagem matemática, com o seu extenso repertório de símbolos e representações (que são objetos matemáticos), permite operar com as ideias de forma concreta (objetivamente). A natureza axiomática da Matemática tem bases intuitivas, objetivas.

Rationalism emphasises the logic of reasoning but objectism gave Mathematics the intuitive basis for the search for the 'atoms' of argument. What, after all, are axioms if they are not the elementary particles of reasoning from which complex propositions, theorems and proofs are constructed? (Bishop, 1991, p. 68)

A sociedade tecnológica dos nossos dias favorece a visão materialista do mundo como se fosse um complexo mecanismo. Esta visão materialista do mundo tem reflexo na Matemática, ao mesmo tempo que contribui para seu desenvolvimento. Os fenómenos físicos, por exemplo, são matematizados para serem compreendidos, descritos e até determinados. A Matemática, com o seu poder explicativo e a sua linguagem formal, contribui para esta visão materialista do mundo. De acordo com Bishop (1991), esta interrelação entre os valores inerentes à Matemática e o seu papel na sociedade deve ser tema de reflexão no âmbito da Educação Matemática.

Mathematics is inextricably entwined with objectism and that perspective inevitably implies certain values, as we have seen. It is the interaction between these values and others present in society which determine effects of the Mathematical influence, and Mathematical *Education* has a duty to encourage reflection on those values. (Bishop, p. 69)

O *controle* é uma componente sentimental da cultura matemática e está relacionado com sentimentos e atitudes fomentados pela Matemática. O sentimento de *controle* está relacionado com a componente ideológica *objetivismo*. O materialismo associado ao *objetivismo* alimenta sentimentos de controle e segurança do homem diante da natureza. O conhecimento matemático está ligado ao poder de explicar, controlar e prever fenómenos naturais. Bishop (1991) destaca a relação do progresso científico com o desenvolvimento da Matemática.

The development of science through Mathematics shows us the well-known progression from description, through explanation to prediction, and as science with its applications has grown in respectability, and acceptability, so the pace of scientific research has increased. In all fields the thrust is towards control of environment, or matter, and the tools are of course Mathematical. (Bishop, 1991, p. 70)

O poder explicativo da Matemática, e o controle a ele associado, estendeu-se, nos nossos dias, para o campo das ciências humanas e sociais. Desta forma, o homem é objetivado, ou seja, torna-se um objeto de análise científica. Bishop (1991) assinala que, também nas ciências humanas e sociais, a Matemática é usada como ferramenta de controle:

What we can see, though, is that Mathematics, through science, is again being used to further our control over the environment, in this case the social environment, and the idea of Mathematics as a *tool* for gaining that control is once again being strongly reinforced. (Bishop, 1991, p. 70)

Bishop (1991) defende que os procedimentos, técnicas e factos matemáticos dão ao seu utilizador um forte sentimento de controle e segurança. Por exemplo, ao tratar matematicamente uma coleção desordenada de dados representativos de um determinado fenómeno, a organização, a estrutura e o padrão do fenómeno são revelados. Isto gera um sentimento de controle e segurança sobre o fenómeno em estudo.

Desde a Grécia Antiga, os homens utilizam-se da Matemática para interpretar a Natureza. A Matemática é, então, uma tecnologia simbólica de conhecimento e controle do meio ambiente. O avanço da tecnologia torna este sentimento ainda mais intenso e generalizado na sociedade atual, conferindo à Matemática um poder de controle e segurança sobre todo o mundo.

It was the Greeks who first sought a Mathematical interpretation of the whole universe, and it was they who first postulated the Mathematical *design* of nature. Since that time, ... designing has had a great deal to do with environmental control, and Mathematical designing offers an infinitely generalisable tool, a powerful symbolic technology for creating environmental control and therefore a kind of security in our ever-changing world. (Bishop, 1991, p. 72)

A componente sentimental da cultura matemática complementar ao controle é o *progresso*. Enquanto o controle é de carácter estático, o progresso diz respeito ao sentimento e à atitude que representam o dinamismo da Matemática (Bishop,

1991). O progresso está associado aos sentimentos de crescimento, de desenvolvimento e de mudança. O desenvolvimento da Matemática permite que o desconhecido se torne conhecido: “Mathematics developed because it proved itself” (Bishop, 1991, p. 72). A Matemática oferece uma explicação racional para os fenômenos, o que proporciona um sentimento excitante de que podemos saber mais, de que podemos avançar no conhecimento das coisas. Além disto, é possível crescer em termos de conhecimento acumulado. O estudante de Matemática também pode experimentar este sentimento de progresso, por exemplo, quando resolve um determinado problema com sucesso e percebe que aqueles conceitos e procedimentos podem ser utilizados para resolver outros problemas da mesma natureza.

Os matemáticos estão sempre frente a novos desafios e problemas em aberto. Isto ocorre porque percebem que podem gerar novos conhecimentos, novas alternativas e perspectivas. O desenvolvimento das geometrias não-euclidianas exemplifica este aspeto. Conforme Bishop (1991), o espírito de progresso está bem presente na atualidade: “Nowadays, in Mathematics, this spirit is very strong – definitions, procedures, algorithms, axioms, proofs, are capable of rich variation, and the exploration of alternatives is a powerful source of new research” (p. 73).

Por outro lado, o ambiente fortemente marcado pela tecnologia, nas nossas sociedades, propicia, igualmente, uma perspectiva de progresso na Matemática. Os computadores tornaram possíveis processos, cálculos e simulações com uma rapidez e eficiência sem precedentes. O grande desenvolvimento tecnológico atual traz, de forma concomitante, soluções e problemas a serem enfrentados. O *stock* de novos produtos tecnológicos cresce em descompasso com as necessidades sociais, fomentando a criação de demandas e consumos supérfluos. Isto cria inúmeros problemas económicos e ambientais que todos nós conhecemos bem (por exemplo, o descarte do lixo eletrónico, pois os produtos tecnológicos tais como *smartphones*, computadores, baterias etc., tornam-se obsoletos em um prazo cada vez mais curto).

Bishop (1991) chama a atenção para o facto de que as componentes sentimentais complementares da cultura matemática - controle e progresso - trazem intrinsecamente possibilidades de construção e destruição. Salaria que não é possível desligar a Matemática dos valores que lhe estão subjacentes e, assim sendo, a educação matemática deve assumir a responsabilidade de explorar pedagogicamente esta questão.

(...) [It] is impossible to treat Mathematics as if it were value-free. These complementary feelings of control and progress, which, so constructively, have enabled Mathematical culture to develop and prosper, have at the same time shown us their own destructive potential. The Mathematico-technological world-view has its dangers as well as its benefits, once again. We are at a highly significant phase of our culture's development, in that these values of control and progress are really being put to the test. Only in this generation has it become technologically possible to completely destroy the world and all its cultures. (pp. 74-75)

Abertura é uma componente sociológica da cultura matemática. Diz respeito às relações entre as pessoas e nas instituições em consideração ao conhecimento matemático. A abertura está ligada ao facto das verdades matemáticas, suas proposições e ideias, estarem abertas ao exame de todos, de forma geral (Bishop, 1991). A Matemática lida com factos, por exemplo, o teorema de Pitágoras (um facto matemático), e não com opiniões, e as suas verdades podem ser verificadas por qualquer pessoa, em qualquer lugar do mundo. Nos domínios da Matemática, a partir dos gregos da Antiguidade, não é suficiente acreditar que algo é verdadeiro, tem que se provar este facto, demonstrá-lo pelas leis da lógica. Desta forma, o conhecimento matemático é verdadeiro e considerado um saber universal, puro, aberto e seguro, que não envelhece. A sua veracidade não depende de lugar, de cultura, de partidos políticos. Os objetos matemáticos não são objetos tangíveis, materiais. “Drawn triangles may suffer sorts of defects but the abstract triangle offers ‘truths’ about which one can feel secure, and which anyone can verify over and over again not by drawing, although that can help, but by proof” (Bishop, 1991, p. 75). Assim, o conhecimento matemático é despersonalizado, segue regras formais gerais, e está aberto a todos, qualquer um pode possuí-lo. É a lógica matemática que irá convencer as pessoas da verdade das suas conclusões: “Formalising makes the idea explicit, makes it an object even, open to criticism and objective analysis, and thereby shareable” (Bishop, 1991, p. 76).

O valor da componente sociológica da cultura matemática - abertura - deve ser trabalhado na educação matemática a fim de construir uma perspetiva aberta e democrática para o conhecimento: “...the educational imperative is clearly there to demonstrate, and critically evaluate, the value of openness as represented by Mathematical knowledge” (Bishop, 1991, p. 77).

A componente sociológica da cultura matemática complementar à abertura é o *mistério*. Embora o conhecimento matemático seja reconhecido pelo seu carácter de

acessibilidade, paradoxalmente, ainda há uma cultura de mistério em relação à Matemática.

Even though it is the most widely taught subject in the whole world, it is still one of the most 'opaque' of subjects and one which most people worry about and feel ignorant about. Moreover it is not just the people-in-the-street who feel that Mathematics is a mystery; the Mathematician can also feel this too. (Bishop, 1991, p. 78)

Este mistério que envolve a Matemática é cultivado, de certa forma, pelos próprios matemáticos. De acordo com Santos (2007), esta imagem de isolamento não corresponde à realidade vivida pelos matemáticos:

A imagem do matemático genial a trabalhar num isolamento magnífico numa torre de marfim tem pouquíssima correspondência com a realidade. Mesmo naqueles poucos matemáticos que mais deram a impressão de se adequarem a esse estereótipo, como Newton ou Gauss, sabe-se que isso se deveu em grande parte em terem dificuldade em encontrarem interlocutores adequados e não a falta de vontade de trocar ideias. (p. 7)

Desde os pitagóricos que se promove esta aura de mistério em torno dos matemáticos e de suas atividades. A atividade matemática é associada com a atividade divina. Por trabalharem com objetos abstratos, o campo de trabalho de alguns matemáticos é desconhecido por grande parte de seus próprios colegas. "The same aspect is familiar to all of us, since mystery in Mathematics is related to the fact that one is dealing with abstractions. The more abstract the ideas become, the less contextualized they will be and therefore the less meaningful also" (Bishop, 1991, p. 80).

A matemática é um produto cultural e, como referi anteriormente, está associada a valores compartilhados socialmente. Assim sendo, a matemática ensinada hoje nas nossas escolas traz consigo os valores inerentes à cultura ocidental e que influenciam a conceção que alunos e professores (e, também, os pais) desenvolvem sobre a matemática e a sua aprendizagem. Desta forma, tornar explícitos estes valores (objetivismo/racionalismo, controle/progresso, mistério/abertura) é tarefa da educação matemática no sentido de preparar alunos críticos e capazes de associar o conhecimento matemático à vida e a outros campos do conhecimento. A visão tecnicista e excludente da matemática partilhada no âmbito escolar decorre, em grande medida, desta falta de consciência e de crítica com relação aos valores implícitos à matemática ocidental. Conforme Bishop

(2008b), a maioria dos professores de matemática não tem a percepção dos valores que transmitem quando ensinam matemática. Este é um problema no campo da Educação Matemática que se impõe a todos nós.

Dealing with issues of democracy in mathematics education clearly requires engaging with values, and this is problematic at the present time because not only do we not know what currently happens with values teaching in mathematics classrooms, or why, but we have even less idea of how potentially controllable such values teaching is by teachers. In addition, whereas it appears to be relatively easy in the teaching of humanities and arts subjects to record, discuss and develop values teaching and learning, this is not the case at present in mathematics teaching. Most mathematics teachers would not even consider that they are teaching any values when they teach mathematics. Changing that perception may prove to be one of the biggest hurdles to be overcome. (p.232)

O projeto Matemátic@XXI pretende contribuir para um trabalho pedagógico que sublinhe os valores do *racionalismo* - a matemática tem um forte poder explicativo -, do *progresso* - a matemática é uma ciência em desenvolvimento e que produz mudanças - e da *abertura* – o conhecimento matemático é acessível a todos.

2.2. Teoria da Atividade

A Teoria da Atividade originou-se nos trabalhos desenvolvidos, na primeira metade do século XX, por Vigotski, Leontiev e Luria no campo da Psicologia Histórico-Cultural ou, também chamada, Sócio-Histórica. Desenvolveu-se no contexto da Revolução Russa e tem raízes na Teoria Marxista. Tem como fundamentação a construção sócio-histórica da relação homem-mundo e a mediação desta relação por instrumentos. Destaca o papel mediador da cultura, particularmente da linguagem, no desenvolvimento das funções mentais superiores dos homens.

2.2.1. A atividade na relação homem/mundo e o desenvolvimento humano

A Teoria da Atividade de Leontiev (1978) sublinha o papel central da atividade humana na relação do Homem (sujeito) com o Mundo (objeto). É pela atividade que o homem se torna homem. O homem constitui-se como tal mediante a sua atividade no interior de uma dada cultura. A atividade é uma relação dialética entre

o homem e o mundo real e ocorre pela mediação de ferramentas físicas e simbólicas. Segundo Leontiev (1978), “o homem é um ser de natureza *social*, que tudo o que tem de humano nele provém da sua vida em *sociedade*, no seio da *cultura* criada pela humanidade” (p. 279). O autor considera a História do Homem como um processo com dupla determinação: a das leis biológicas e a das leis sócio-históricas. As mudanças biológicas adaptativas no Homem (hominização) terminam com o início da história social da humanidade. A partir daí, todo o desenvolvimento humano (humanização) é determinado por necessidades sócio-históricas e é transmitido às gerações seguintes culturalmente, não por herança biológica. Segundo a Psicologia Histórico-Cultural, o ser humano tem uma dupla natureza: biológica e cultural. Desta forma, as funções psicológicas humanas obedecem a quatro planos de funcionamento/desenvolvimento como indicado na figura 3.

Planos de desenvolvimento das funções psicológicas humanas	BIOLÓGICO	FILOGÉNESE: espécie humana; limites e possibilidades
		ONTOGÉNESE: ser humano, indivíduo
	CULTURAL	SOCIOGÉNESE: histórico-cultural
		MICROGÉNESE: pessoal

Figura 3. Planos de funcionamento das funções psicológicas humanas.

O pressuposto central da Psicologia Social de Leontiev (1978) é o de que o ser humano constitui-se como tal na sua relação com o outro social. O indivíduo desenvolve-se a partir da sua atividade no meio sociocultural em que vive. A relação do homem com o mundo, com a natureza, é mediada pela atividade. Segundo Leontiev (1978), o trabalho é a atividade fundamental da sociedade humana e cristaliza no seu produto - os fenómenos externos da cultura material e intelectual - as aquisições evolutivas da humanidade.

No decurso da sua história, a humanidade empregou forças e faculdades enormes. A este respeito, milênios de história social contribuíram infinitamente mais que milhões de anos de evolução biológica. Os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das faculdades e propriedades humanas acumularam-se e transmitiram-se de gerações em gerações. Por consequência, estas aquisições devem necessariamente ser fixadas. Ora, nós vimos que na era do domínio das leis sociais elas não se fixavam sob a forma de particularidades morfológicas, de variações fixadas pela hereditariedade. Fixavam-se sob uma forma original, exterior (“esotérica”). Esta nova forma de

acumulação da experiência filogenética pôde aparecer no homem, na medida em que a atividade especificamente humana tem um caráter produtivo, contrariamente à atividade animal. Esta atividade produtiva dos homens, fundamental entre todas, é a atividade do trabalho. O trabalho, realizando o processo de produção (sob as duas formas, material e intelectual) imprime-se no seu produto. (p. 176)

A aprendizagem no ser humano dá-se através da sua atividade no seu meio social (ações compartilhadas, cooperação) num processo de assimilação dos conhecimentos acumulados pela Humanidade ao longo da sua História.

O homem encontra na sociedade e no mundo transformado pelo processo sócio-histórico os meios, aptidões e saber-fazer necessários para realizar a atividade que mediatiza a sua ligação com a natureza. Para fazer os seus meios, as suas aptidões, o seu saber-fazer o homem deve entrar em relações com os outros homens e com a realidade humana material. É no decurso do desenvolvimento destas relações que se realiza o processo da ontogênese humana, tal como o desenvolvimento do animal no seu meio natural, o desenvolvimento do homem tem um caráter ecológico (quer dizer que depende das condições exteriores), mas não é um processo de adaptação em sentido próprio, biológico do termo, como é o caso para a evolução animal. (Leontiev, 1978, p. 185)

Desta forma, Leontiev (1978) destaca o caráter essencialmente social da aprendizagem humana que ocorre durante o processo de desenvolvimento e de educação de cada indivíduo. O desenvolvimento das funções psíquicas humanas é um fenómeno preponderantemente sócio-histórico e não biológico e adaptativo ao meio natural. Cada geração recebe das gerações anteriores um mundo de objetos e de fenómenos e é na apropriação deste legado sócio-histórico que se dá o desenvolvimento dos indivíduos. O desenvolvimento psíquico do homem (funções psicológicas superiores) depende da atividade empreendida para a apropriação dos objetos da cultura humana (Figura 4).

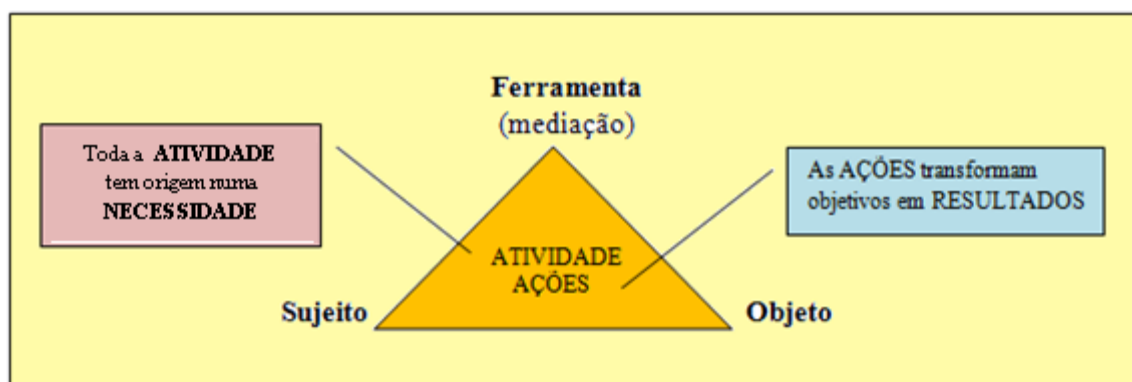


Figura 4. Esquema gráfico da atividade (ações) do sujeito direcionada a um objeto, mediada por uma ferramenta.

A atividade origina-se numa necessidade e dirige-se a um objeto. É alimentada por um motivo que é a objetivação da necessidade. Conforme Moretti (2007), a atividade humana parte de uma intenção para satisfazer às necessidades, naturais ou criadas, do homem.

Assim, para que uma atividade se configure como humana é essencial que seja movida por uma intencionalidade. Essa intencionalidade, por sua vez, busca responder à satisfação das necessidades que se impõem ao homem em sua relação com a natureza. Se por um lado essas necessidades podem ser de ordem biológica como alimentar-se, abrigar-se, reproduzir-se, ou seja, necessidades que são comuns aos animais, por outro lado, no decorrer da história, à medida que o homem domina o processo de satisfação dessas necessidades imediatas, passa a criar para si novas necessidades não vinculadas necessariamente à satisfação das condições físicas e que, portanto, tornam-se necessidades especificamente humanas (...) (p. 81)

A atividade realiza-se mediante ações que, por sua vez, são dirigidas por objetivos. As ações desenvolvem-se através de operações, que dependem dos meios e circunstâncias disponíveis para a sua execução. Desta forma, a atividade está sempre ligada a um motivo e direcionada a um objeto (Figura 5).

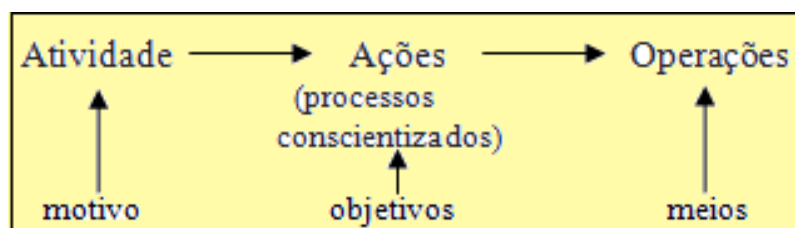


Figura 5. Estrutura geral da atividade humana.

A estrutura da atividade humana, segundo Leontiev (1978), distingue-se em essência da atividade animal por conta da relação entre o objeto e a motivação da atividade. Enquanto na atividade animal há uma relação imediata entre o objeto da atividade e a necessidade que motivou a ação do animal, coincidindo, desta maneira, objeto e motivo da atividade, na atividade humana esta relação tornou-se mediatizada socialmente, não havendo uma coincidência entre o objeto e o motivo da atividade. Isto ocorreu, ao longo da História, devido à divisão da atividade humana em unidades menores de ação quando, nas comunidades primitivas, se estabeleceu a divisão do trabalho. De acordo com Leontiev (1978), “o trabalho humano é (...) uma atividade originariamente social, assente na cooperação entre indivíduos que supõe uma divisão técnica (...) das funções do trabalho; assim, o

trabalho é uma ação sobre a natureza, ligando entre si os participantes, mediatizando a sua comunicação” (p. 81).

Vejamos um exemplo: numa atividade de caça por um animal, há uma relação direta entre o motivo (o abate) e o objeto (a presa). Numa atividade de caça por um grupo de homens caçadores, há uma divisão de tarefas: um homem é responsável por direcionar o animal para a armadilha, outro, construir a armadilha, outro, abater o animal e assim por diante. A estrutura da atividade coletiva humana é composta, desta forma, de ações individuais diferenciadas, segundo uma divisão técnica do trabalho (divisão de tarefas).

No exemplo da caça, a atividade *caça ao animal* divide-se em várias ações individuais: *espantar o animal*, *prender o animal na armadilha*, *matar o animal*, etc. As ações individuais passam a ter uma relação indireta, mediada, com o motivo da atividade. Desta forma, o que dá sentido às ações individuais são as relações sociais existentes. Aparece, então, a relação entre o objetivo de cada ação e o motivo da atividade como um todo. Assim sendo, a consciência do indivíduo, no que diz respeito às suas ações, funciona com relações indiretas, mediadas. Na atividade humana a relação entre a ação e o seu motivo é mediada pelas outras ações realizadas por outros integrantes do grupo social (Figura 6).

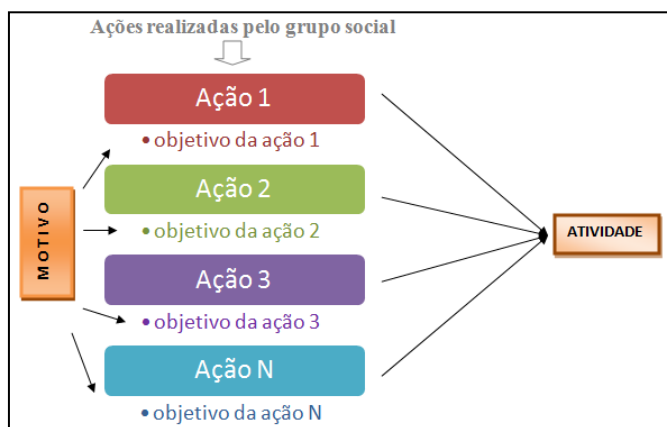


Figura 6. Atividade humana dividida em ações.

A atividade social humana, e seu reflexo no psiquismo⁷, passam, então, a apresentar-se segundo uma estrutura mediatizada. A atividade humana realiza o

⁷ Psiquismo, segundo Leontiev (1978), diz respeito ao conjunto das funções e faculdades psíquicas; à estrutura da consciência, do pensamento.

processo de apropriação dos objetos culturais e cria no homem aptidões e funções psíquicas novas.

Assim, a atividade complexa dos animais superiores, submetida a relações naturais entre coisas, transforma-se, no homem, numa atividade submetida a relações sociais desde a sua origem. Esta é a causa imediata que dá origem à forma especificamente humana do reflexo da realidade, a consciência humana. (...) Com a ação, “esta unidade” principal da atividade humana, surge assim “a unidade” fundamental, social por natureza, do psiquismo humano, o sentido racional para o homem daquilo para que a sua atividade se orienta. (...) Doravante, está presente ao sujeito a ligação que existe entre o objeto de uma ação (o seu fim) e o gerador da atividade (o seu motivo). (Leontiev, 1978, pp. 84-86)

2.2.2. A apropriação dos objetos da cultura humana e a aprendizagem

A aprendizagem é uma atividade que envolve necessidades e motivos e ocorre por meio de ações e operações. A Teoria da Atividade de Leontiev (1978) sustenta que a aprendizagem se processa mediante ações e interações no seio de uma dada cultura. A atividade engloba o pensar e o fazer que se alimentam reciprocamente.

Leontiev (1978) sublinha o papel essencial da atividade do indivíduo, na sua relação real com o mundo, para o processo de apropriação do conhecimento (aprendizagem e desenvolvimento individual).

Quando nasce, o indivíduo não encontra o “nada” de Heidegger, mas de um modo objetivo, transformado pela atividade de gerações. Todavia este mundo de objetos, encarnando as faculdades humanas que se formaram no processo de desenvolvimento da prática sócio histórica, não é de imediato percebido como tal pelo indivíduo. Para que a natureza do mundo circundante, este aspecto humano dos objetos, surja ao indivíduo ele tem que exercer uma atividade efetiva em relação a eles, uma atividade adequada (se bem que não idêntica, evidentemente) à que eles cristalizaram para si. Bem entendido, isto aplica-se igualmente aos fenômenos objetivos ideais criados pelo homem – à língua, aos conceitos e às ideias, às criações da música e das artes plásticas. Assim, o indivíduo, a criança, não é apenas “colocada” diante do mundo dos objetos humanos. Para viver deve agir (ativamente e) adequadamente neste mundo. (p. 254)

Além disso, Leontiev (1978) ressalta a necessidade, também indispensável, da mediação social no processo de aprendizagem. A educação é um processo

essencialmente interpessoal e comunicativo: “A outra condição é que as relações do indivíduo com o mundo dos objetos humanos sejam mediatizadas pelas suas relações com os homens, que sejam inseridas no processo de comunicação” (p. 254).

Leontiev (1978) destaca a articulação da atividade essencialmente social dos seres humanos com os processos de formação da consciência (Duarte, 2002). É pela atividade no mundo real que o homem desenvolve as suas capacidades psíquicas. Desta forma, o desenvolvimento de aptidões e capacidades dos indivíduos acontece pela apropriação do legado histórico-cultural das gerações precedentes, e este processo é essencialmente social e comunicativo, mediatizado pelas relações com os outros homens.

Em que consiste, portanto, a apropriação pelos indivíduos da experiência acumulada pelos homens no decurso da história da sociedade humana e concretizada nos produtos objetivos da sua atividade coletiva, apropriação que é ao mesmo tempo um processo de formação das faculdades e funções humanas? Sublinhemos antes de mais nada que se trata sempre de um processo *ativo*. Para se apropriar de um objeto ou um fenómeno, há que efetuar a atividade correspondente à que é concretizada no objeto ou fenómeno considerado. Assim, dizemos que uma criança se apropria de um instrumento, isto significa que aprendeu a servir-se dele corretamente e já se formaram nela as ações e operações motoras e mentais necessárias para esse efeito. (Leontiev, 1978, p. 341)

A Teoria da Atividade de Leontiev (1978), ao sublinhar a articulação da atividade humana (essencialmente social) com os processos de formação da consciência, constitui-se num referencial teórico valioso para analisar o processo de aprendizagem. O autor afirma que “... cada indivíduo aprende a ser um homem. O que a natureza lhe dá ao nascer não lhe basta para viver em sociedade. É-lhe ainda preciso adquirir o que foi alcançado no decurso do desenvolvimento histórico da sociedade humana” (p. 285). Leontiev (1978) assinala o papel da educação, enquanto processo de comunicação e interação entre os homens, na promoção das faculdades humanas:

As aquisições do desenvolvimento histórico das aptidões humanas não são simplesmente *dadas* aos homens nos fenómenos objetivos da cultura material e espiritual que os encarnam, mas são aí apenas *postas*. Para se apropriar destes resultados, para fazer deles *as suas* aptidões, “os órgãos da sua individualidade”, a criança, o ser humano, deve entrar em relação com os fenómenos do mundo circundante através de outros homens, isto é, num processo de comunicação com eles. Assim, a criança *aprende* a atividade adequada. Pela sua função este processo é, portanto, um processo de *educação*. (p. 290)

A Teoria da Atividade sustenta, desta maneira, que a consciência humana se desenvolve em *comunicação* e *diálogo* com a realidade objetiva que é a cultura humana. O potencial de mudança e transformação dos seres humanos e suas coletividades é realizado nesta interação. Desta forma, Leontiev (1978) destaca o papel imprescindível e de grande relevância da educação na transmissão dos bens culturais de uma geração à outra, sem a qual o progresso histórico da humanidade se inviabilizaria.

É evidente que a educação pode ter e tem efetivamente formas muito diversas. (...) Mas o ponto principal que deve ser bem sublinhado é que este processo deve *sempre* ocorrer sem o que a transmissão dos resultados do desenvolvimento sócio-histórico da humanidade nas gerações seguintes seria impossível, e impossível, conseqüentemente, a continuidade do progresso histórico. (...) Se o nosso planeta fosse vítima de uma catástrofe que só pouparia as crianças pequenas e na qual pereceria toda a população adulta, isso não significaria o fim do gênero humano, mas a história seria inevitavelmente interrompida. Os tesouros da cultura continuariam a existir fisicamente, mas não existiria ninguém capaz de revelar às novas gerações o seu uso. As máquinas deixariam de funcionar, os livros ficariam sem leitores, as obras de arte perderiam a sua função estética. A história da humanidade teria de recomeçar. O movimento da história só é, portanto, possível com a transmissão, às novas gerações, das aquisições da cultura humana, isto é, com educação. (Leontiev, 1978, pp. 290-291)

A aprendizagem significativa da Matemática só acontece com a experiência ativa do aluno no processo de apropriação dos objetos da cultura. Isto significa uma atitude fundamental do aluno perante o conhecimento: o aluno é um protagonista da cena pedagógica e não um elemento passivo e recetor de saberes prontos.

A experiência prática mostra também que o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio, uma repetição de palavras pela criança, semelhante à de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo. (Vigotski, 2008, p. 104)

A apropriação dos objetos matemáticos promove novos níveis de desenvolvimento do pensamento dos alunos.

Ao se apropriar de um instrumento, o homem incorpora as necessidades e capacidades humanas ali objetivadas por gerações anteriores. Isso significa que os objetos humanos não são somente físicos, mas neles há atividade, experiência humana acumulada. A

apropriação dessa riqueza acumulada nos objetos é um elemento fundamental no processo de humanização dos indivíduos. Do mesmo modo, o conhecimento científico (...) é uma síntese da atividade material e intelectual produzida pelas gerações anteriores. Sua apropriação está estritamente ligada a uma efetiva reorganização dos processos psíquicos das crianças, ou seja, a um aumento na qualidade de generalizações conceituais que a aprendizagem confere ao pensamento, ao surgimento de formas especiais de conduta, à modificação da atividade das funções psíquicas e à criação de novos níveis de desenvolvimento humano. (Eidt & Duarte, 2007, p. 4)

Segundo a Teoria da Atividade, uma aprendizagem é significativa quando o aluno interioriza o conhecimento materializado no objeto cultural em estudo e o transforma num instrumento cognitivo próprio. Este processo desenvolve o pensamento do aluno em termos de conteúdo e forma. Conforme Sforni (2003), a educação é o processo de aquisição dos instrumentos cognitivos necessário para o desenvolvimento pleno do ser humano.

A apropriação da cultura é propiciada pela educação, tendo a educação escolar um papel significativo. Dessa forma, o acesso ao ensino não é apenas direito do cidadão, ou apenas necessário à formação para o trabalho; nem se destina a desenvolver resistência ou adequação do indivíduo à sociedade; mas é condição para aquisição de instrumentos cognitivos que permitam o trânsito consciente no interior da sociedade em que está inserido, é o meio de se adquirir competência no uso de signos, códigos e instrumentos desenvolvidos socialmente. Por ser humano, somente por ser humano, cada indivíduo, estando em uma sociedade letrada, deve ter acesso a essa cultura (p. 21).

2.3. Afetividade na aprendizagem matemática

Aprender Matemática é uma necessidade para a inserção cidadã dos jovens na sociedade atual. É, portanto, um direito dos alunos, de todos os alunos, e um dever da Escola. O ensino da Matemática, na forma como vem sendo praticado na maioria dos países, é impessoal, homogeneizado, tecnicista e não afetivo, além de excludente (Bishop, 1991, 2004, 2008a, 2008b). Esta abordagem pedagógica *tecnicista* e *não afetiva* tem resultado num quadro de insucesso na aprendizagem matemática da maioria dos nossos alunos.

A afetividade e a cognição são instâncias inseparáveis do pensamento humano e segundo Hannula (2001), são duas faces da mesma moeda:

Emotion and cognition are seen as two complementary aspects of mind. These two have some phenomenological differences that make it reasonable to separate them. Cognition is neuron-based information processing, whereas emotions include other physiological reactions, too. However, this splitting of mind into emotion and cognition is only an analytical tool, and the interaction between the two is so intense, that neither can be fully understood in separation from the other. Rather, emotion and cognition are seen as two sides of the same coin. (p. 27)

O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2014) refere que o ensino focado nas técnicas e procedimentos, que não promove as conexões da matemática com outros saberes e dentro da própria matemática, conduz a um esvaziamento de significados por parte dos alunos: “Too much focus is on learning procedures without any connection to meaning, understanding, or the applications that require these procedures. (...) As a result, too few students (...) are attaining high levels of mathematics learning (p. 3). O NCTM (2014) sustenta como um dos seus princípios orientadores para a matemática escolar a promoção de uma aprendizagem com compreensão pelos alunos: “An excellent mathematics program requires effective teaching that engages students in meaningful learning through individual and collaborative experiences that promote their ability to make sense of mathematical ideas and reason mathematically” (p.5).

A Matemática é um produto histórico-social que faz parte do legado cultural das diferentes civilizações; é um produto da razão (cognição) e do desejo (afetividade) do Homem de compreender e explicar o mundo. Desta forma, o ensino da Matemática deve explorar a conexão da Matemática com a Vida e a Cultura dos povos desenvolvendo nos alunos uma afetividade positiva para com a disciplina e a capacidade de empregar a Matemática para uma leitura do mundo (D'Ambrosio, 2009). Maasz e Schloeglmann (2006) reforçam esta conceção da Matemática como um produto desenvolvido por várias culturas ao longo da História e sublinham o seu importante papel nas sociedades atuais:

In this sense mathematics is a product of the human mind and the possibilities of human rational thinking. Many cultures use mathematics to organize their social and economic life; furthermore mathematics is an important tool for many occupations that is often hidden in the context. Therefore we find mathematics in the curricula of all countries and mathematics education is a universal concern even if there are specific problems depending on the cultural and economic conditions. (pp. 3-4)

Os objetivos gerais do ensino da Matemática escolar - dominar a linguagem matemática, resolver problemas, analisar e interpretar factos, estabelecer conexões e compreender os fenómenos, selecionar e trabalhar com informações (NCTM, 2014) - serão alcançados, numa perspetiva cultural e inclusiva, na medida em que a aprendizagem for concebida como um processo conjugado de afetividade e cognição.

A palavra *afetividade* tem origem etimológica no Latim⁸: *afficere* e *affectum* significam *produzir impressão*, enquanto que *affectus*, particípio passado do verbo *afficere*, tem o significado de *tocar, comover o espírito, unir, fixar*. Assim sendo, afetividade, em sentido vasto, refere-se àquilo que nos liga (ou desliga) a algo ou alguém.

Segundo Goldin (2002), a afetividade é um sistema interno de representações dos indivíduos que inclui informações das configurações afetivas e cognitivas de si próprio e dos outros. Abrange, igualmente, as informações referentes ao ambiente externo, físico e social, além das expectativas socioculturais. DeBellis e Goldin (1997) sustentam que a afetividade constitui um sistema representacional paralelo e decisivo para a cognição.

Assim, por exemplo, um aluno que habitualmente sente medo e baixa autoconfiança ao realizar as tarefas matemáticas, possui um sistema interno de representações negativo de si próprio em relação à Matemática. Por outro lado, aquele aluno que tem um bom desempenho escolar em Matemática apresenta sentimentos de satisfação, autoconfiança e orgulho. Goldin (2002) sublinha o papel central desempenhado pela afetividade na atividade matemática. O autor destaca a interação entre afetividade e cognição e sua influência, positiva ou negativa, na aprendizagem dos alunos:

When individuals are doing mathematics, the affective system is not merely auxiliary to cognition - it is central. However affect as a representational system is *intertwined with cognitive representation*. Affective configurations can stand for, evoke, enhance or subdue, and otherwise interact with cognitive configurations in highly context-dependent ways. The very metaphors used in thinking may carry positive or negative affect. (p. 60)

⁸ Vocabulário Etimológico de Francesco Bonomi; disponível em www.etimo.it

Nos nossos dias, os trabalhos de investigação em neurociência têm auxiliado na compreensão mais apurada do papel da afetividade e das funções mentais no processo de aprendizagem. Damásio (2011) afirma que corpo e mente atuam de maneira integrada no organismo humano. Diz ainda que o homem responde aos estímulos físicos e socioculturais do ambiente com a totalidade do seu organismo em ação (corpo e cérebro). Neste sentido, Damásio sustenta que a educação deve abolir de vez a premissa da separação entre os processos cognitivo e emocional e considera totalmente injustificada esta cisão.

A ideia de que a mente emerge do organismo inteiro como um conjunto pode ser, pelo menos inicialmente, encarada como contraintuitiva. Ultimamente, o conceito de mente mudou-se do etéreo sítio nenhum que ocupava no século XVII para a sua atual residência no cérebro ou perto dele, o que constitui uma despromoção mas continua a ser uma posição digna. (...) O que sugiro é que a mente emerge, sem qualquer sombra de dúvida, da atividade de circuitos neurais, mas que a evolução deu forma a muitos desses circuitos de acordo com necessidades funcionais do organismo, e que uma mente normal só acontecerá se esses circuitos contiverem representações básicas do organismo, e se continuarem a representar os novos estados do organismo em ação. Em suma, os circuitos neurais representam o organismo continuamente quando este é perturbado pelos estímulos físicos e socioculturais ambientes, e quando atua nesses ambientes. (Damásio, 2011, p. 290)

Conforme Damásio (2011), os processos mentais resultam das interações cérebro-corpo e são afetados “pelos estímulos físicos e socioculturais” (p. 290). Para este autor “os sentimentos exercem uma poderosa influência sobre a razão” (p. 313) e “os sistemas cerebrais requeridos pelos primeiros estão enredados nos que são necessários para os segundos, e que esses sistemas específicos estão entrelaçados com os que regulam o corpo” (p. 313).

No domínio do ensino e da aprendizagem da Matemática, especificamente, parece que as emoções são exacerbadas e polarizadas entre o amor (de poucos) e o ódio (de muitos). Não é raro ver alunos que acompanham bem as aulas e o desenrolar de conteúdos das diferentes disciplinas, porém não apresentam bons resultados em Matemática. Muitos alunos desistem de investir algum esforço na aprendizagem matemática. É muito comum, no ambiente escolar, ouvirmos frases que expressam fortes emoções quando os alunos se referem à Matemática: *odeio essa matéria, nem adianta tentar... não tenho jeito, adoro aulas de desafios*, etc. Se é certo que em qualquer empreendimento humano, a afetividade está presente, também o é no processo de aprendizagem. Não aprendemos somente com o cérebro, mas num

complexo de interação corpo e mente. A separação entre corpo e cérebro é ilusória e, mais do que isto, prejudicial para a compreensão dos mecanismos de apropriação de conhecimento pelos alunos. A proposta de Damásio (2011) é uma conceção integrada de corpo e cérebro⁹ como um organismo único que interage com o ambiente.

(...) o corpo e o cérebro são em geral conceptualizados como duas coisas separadas, tanto na estrutura como na função. A ideia de a interação com o ambiente envolver todo o organismo, e não apenas o corpo ou o cérebro, é frequentemente esquecida, se é que chega a ser considerada. Todavia, quando vemos, tocamos, saboreamos ou cheiramos, tanto o corpo como o cérebro participam na interação com o ambiente. (p. 288)

Damásio (2011) sustenta que razão e emoção são duas faculdades humanas indissociáveis. A emoção é parte integrada na resposta do corpo às diferentes situações vivenciadas pela pessoa e está relacionada diretamente com o funcionamento cerebral.

Eu vejo a essência da emoção como a coleção de mudanças no estado do corpo que são induzidas numa infinidade de órgãos através das terminações das células nervosas sob o controlo de um sistema cerebral dedicado, o qual responde ao conteúdo dos pensamentos relativos a uma determinada entidade ou acontecimento. (...) Em conclusão, a emoção é a combinação de um *processo avaliatório mental*, simples ou complexo, com *respostas disposicionais a esse processo*, na sua maioria *dirigidas ao corpo propriamente dito*, resultando num estado emocional do corpo, mas também *dirigidas ao próprio cérebro* (núcleos neurotransmissores no tronco cerebral), resultando em alterações mentais adicionais. (Damásio, 2011, p. 189)

Desta forma, um ambiente de ensino que se pretenda rico em experiências de aprendizagem deve valorizar os aspetos cognitivos e afetivos de forma integrada, auxiliando o estabelecimento de uma cultura escolar de Matemática mais positiva e inclusiva que estimule os alunos e alimente a sua autoconfiança. É muito comum nas nossas escolas, dada a cultura excludente em relação à Matemática, os alunos sentirem-se, a priori, incapazes de aprender Matemática.

Com base neste referencial, não é sustentável o paradigma que identifica o ensino e a aprendizagem da Matemática como um exercício puramente racional em que

⁹ Damásio (2011) utiliza as palavras *cérebro* e *mente* com significados distintos: “O **cérebro humano e o resto do corpo formam um organismo indissociável**, unificado por meio de circuitos reguladores neurais e bioquímicos mutuamente interativos; (...) **As operações fisiológicas a que chamamos mente** derivam de um todo estrutural e funcional e não apenas do cérebro: os fenómenos mentais só podem ser entendidos satisfatoriamente no contexto da interação do organismo com o meio ambiente. (pp. 21-22, grifo nosso)

não haja interferências das crenças, dos valores, das atitudes e das emoções vivenciadas por alunos e professores. Goldin (2002) salienta que a concepção de que a matemática é uma atividade apenas racional é um mito popular: “Research in mathematics education has tended to focus principally on cognition, and far less on affect. This may be due, in part, to the popular myth that mathematics is a purely intellectual endeavor in which emotion plays no essential role” (p. 59).

Desde o século passado, muitas investigações em educação matemática centraram o seu foco no papel da afetividade no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e no contexto sociocultural deste processo (D'Ambrosio, 1985, 2009; McLeod, 1988, 1989, 1992, 1994; Chacón, 2000, 2003; Goldin, 1987, 1988, 1998, 2000, 2002; Maasz & Schloeglmann, 2006, ME, 1999). Estes autores contribuíram para fortalecer a ideia da interrelação entre afetividade e cognição na aprendizagem matemática.

A aprendizagem não é uma questão meramente cognitiva. Os aspectos afetivos estão igualmente envolvidos e são muitas vezes determinantes. Não apenas a motivação para aprender é essencial, como a natureza dessa motivação influencia o modo como os alunos se envolvem nas tarefas e aprendem. (ME, 1999, p 27)

No ensino da Matemática, considerar o papel da afetividade é de extrema relevância dado que é um problema comum nas escolas a disposição negativa de grande parte dos alunos perante esta disciplina como também diversos casos de bloqueio emocional dos estudantes para a aprendizagem matemática. Frequentemente, estes problemas são percebidos como *dificuldades herdadas* já que muitos pais dizem compartilhar destes mesmos problemas.

A dimensão afetiva como um sistema interno de representações inclui vários componentes. Neste trabalho consideramos, conforme Chacón (2003), a afetividade a partir dos descritores básicos *crenças*, *atitudes* e *emoções*. As crenças matemáticas “são um dos componentes do conhecimento subjetivo implícito do indivíduo sobre a matemática, seu ensino e sua aprendizagem” (Chacón, 2003, p. 20). As crenças dos alunos decorrem da sua experiência com a Matemática e também do seu contexto sociocultural.

A atitude é “uma predisposição avaliativa (isto é, positiva ou negativa) que determina as intenções pessoais e influi no comportamento” (Chacón, 2003, p. 21). É, por exemplo, muito comum a atitude de valorização da Matemática, uma atitude positiva, associada à crença que a Matemática é uma disciplina difícil e abstrata só

acessível para génios, crença que traz efeitos negativos para a aprendizagem dos alunos.

As emoções “são respostas organizadas além da fronteira dos sistemas psicológicos, incluindo o fisiológico, o cognitivo, o motivacional e o sistema experiencial” (Chacón, 2003, p. 22).

Chacón (2003) afirma que as crenças, atitudes e emoções são elementos que interagem de forma cíclica durante o processo de aprendizagem do aluno. A experiência nas atividades matemáticas provoca emoções que, por sua vez, interferem nas atitudes e nas crenças do aluno que, em seu turno, influenciam novas atitudes e emoções. A autora defende que estes elementos são forças a serem acionadas no âmbito da educação matemática:

Se o objetivo é melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática, parece conveniente levar em conta os fatores afetivos dos alunos e professores. As emoções, atitudes e crenças atuam como forças impulsionadoras da atividade matemática. Em muitos casos atuam como forças de resistência à mudança. (Chacón, 2003, p. 24)

Ao sublinhar o papel da afetividade na aprendizagem matemática, Chacón (2000, 2003) distingue duas abordagens possíveis para a análise deste papel: (i) *local affect*, que diz respeito ao estado afetivo experimentado pelo aluno durante a realização de uma tarefa matemática específica, e (ii) *global affect*, que está ligado à estrutura afetiva individual construída por este aluno com base na sua experiência nas atividades matemáticas anteriores. A autora realça a importância de se considerar a abordagem de *global affect* na aprendizagem matemática, que compõe um cenário complexo (contexto sociocultural em interação com os outros) e que contribui para a construção da identidade social do aluno.

I understand by global affect the result of the routes followed (in the individual) in the local affect, which continually contribute to the construction of general structures of the concept of oneself and of beliefs about mathematics and its learning. The global affect has been explored through complex scenarios. The complex scenarios consider the person in his socio-cultural context and in interaction with others. They take into account the learning of mathematics as an element which contributes to the construction of the young person's social identity, contextualising the emotional reactions in the social reality that produces them. Thus, as regards evaluation of the subjects' emotional dimension, two different paths to be taken into account in the cognitive and affective processes in the learning of mathematics can be recognised (...) And another, which has to do with the socio-cultural influences on the individual and the

ways in which this information is internalised, and shapes his belief structure (global affect). (Chacón, 2000, p. 151)

Assim, quando observamos um aluno durante uma atividade matemática e percebemos-lo curioso e confiante, estamos identificando um estado afetivo local positivo (local affect) deste estudante. Por outro lado, quando um aluno comporta-se entusiasmado e autoconfiante em relação às atividades matemáticas em geral, isto revela uma identidade positiva construída em sua trajetória escolar com a matemática (global affect). Goldin (2002) também chama a atenção para a distinção entre estas duas abordagens ao analisar a afetividade na educação matemática: (i) a *afetividade local*, transitória e ligada a um determinado contexto, e (ii) a *afetividade global*, de longo prazo e em multi-contexto.

It is important to be able to discuss affective competencies and affective structures, in a way somewhat analogous to discussions of cognitive competencies and structures. Among the important constructs here are the distinction between local (transient, special-context) and global (long-term, multi-context) affect; the notion of affective pathways and networks (recurring sequences and links among emotional states), with accompanying meanings to the affective configurations; defense mechanisms (affective structures that serve to protect the individual from experiences of emotional hurt or pain); and processes of change in global affect (e.g., passage by an individual from long-held anger to forgiveness). (p. 61)

Sendo assim, o aluno constrói a sua identidade própria em relação à Matemática a partir da sua experiência afetiva e cognitiva ao longo da sua vida escolar. Goldin (2002) define esta identidade própria como o “spectrum of related affect and cognition, growing as the child learns and grows, that eventually may take the form of answers to the question, ‘Who am I?’ in relation to mathematics” (p. 62).

Do mesmo modo, Hannula, Evans, Philippou e Zan (2004) ressaltam a interação entre emoções e cognição: “It is well known that emotions are not only consequences of cognitive processing; they also affect cognition in several ways: emotions bias attention and memory and activate action tendencies. However, there is no detailed understanding of this interaction” (p. 108).

A questão de como a afetividade interfere, contribuindo ou dificultando, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática demanda uma investigação mais ampla e aprofundada (Chacón, 2000, 2003; Hannula, 2012, Hannula *et al.* 2004).

The review of research on mathematics-related affect indicates that the dominant framework of beliefs, emotions and attitudes is not sufficiently broad to incorporate all research in this area. (...) In particular, studies that focus on the dynamics of emotional or motivational states in a classroom or other learning community are still rare. Mathematics educators seem not yet to have ventured into these areas. (Hannula, 2012, p. 155)

Maasz e Schloeglmann (2006) sublinham o carácter sociocultural da aprendizagem matemática e destacam que os afetos são uma construção social inserida num determinado grupo social. Atestam, também, que os processos cognitivos inerentes às aprendizagens matemáticas apresentam-se sempre impregnados de afetos, motivações e humores.

Mathematics learning is always embedded in the social context. On the one hand mathematics is a cultural product and cultural products always require social learning to introduce an individual into the 'culture'. On the other hand mathematics learning in school takes place within a social group and discourses and learning conditions within the group are central elements of the learning process. Mathematics learning as a cognitive process encompasses only one of several central aspects of individual learning. All mental processes are always inseparably combined with affects. There exists no pure cognitive processes on the individual level, these processes are always embedded and strongly influenced by affects, motivation, moods etc. But affects are also a social construction within a social group and group values have a deep influence on learning conditions within a group. (p. 4)

Similarmente, Lopes (1997) define a emoção como um estado de prontidão que influi na interação do sujeito com o meio e sublinha a necessidade de considerá-la num projeto educacional, destacando a relevância dos aspetos afetivos nas salas de aula de Matemática (um grupo social específico). Salaria, também, que cada aluno traz consigo uma história de experiências com a Matemática (afetividade global), que raramente é neutra do ponto de vista emocional, e que isso deve ser considerado pelo professor. Ignorar os fatores afetivos é, segundo esta autora, comprometer o sucesso no processo de ensino e reforçar um cenário de exclusão.

(...) alguns obstáculos de que os alunos são portadores normalmente são referentes a uma série de insucessos sistemáticos que foram aceites de uma forma resignada como que fazendo parte do respectivo património de incapacidade: 'há jovens que não nasceram para a Matemática'; 'coitado, ele (a) até se esforça mas não dá a Matemática'; 'o meu filho sai a mim: também nunca dei para a Matemática!'. (p. 192)

A história pessoal de cada aluno com a Matemática condicionará a sua identidade perante a disciplina (*global affect*). Este fenómeno ocorre, primordialmente, na dinâmica das interações sociais da sala de aula. Essencialmente, o processo de

ensino e aprendizagem é um fenómeno comunicativo em que se conjugam pensamento e emoção (Vigotski, 2008). O ensino e a aprendizagem realizam-se em contexto de interação social em que o pensamento e a palavra se unem com a emoção:

O pensamento propriamente dito é gerado pela motivação, isto é, por nossos desejos e necessidades, nossos interesses e emoções. Por trás de cada pensamento há uma tendência afetivo-volitiva, que traz em si a resposta ao último 'por que' de nossa análise do pensamento. Uma compreensão plena e verdadeira do pensamento de outrem só é possível quando entendemos sua base afetivo-volitiva. (p. 187)

Numa outra publicação, Vigotski (1932/1999) destaca, de modo semelhante a Damásio (2011) e Maaz e Schloeglmann (2006), o carácter sociocultural das emoções, situando-as no conjunto das demais funções mentais. As emoções integram um sistema mental dinâmico de interdependências, conexões e movimentos que é alimentado pela vida social.

Psychology teaches that emotions are not an exception different from other manifestations of our mental life. Like all the other mental functions, emotions do not remain in the connection in which they are given initially by virtue of the biological organization of the mind. In the process of social life, feelings develop and former connections disintegrate; emotions appear in new relations with other elements of mental life, new systems develop, new alloys of mental functions and unities of a higher order appear within which special patterns, interdependencies, special forms of connection and movement are dominant. (p. 244)

Conforme destaca Toassa (2009), Vigotski atribui aos afetos um papel orientador em relação aos processos de pensamento.

A dinâmica própria aos processos de pensamento e seu desenvolvimento, não é, pois, de natureza meramente intelectual: sua fonte imediata é afetiva (termo amplo que (...) inclui as idéias, motivos, necessidades, motivações, interesses), fundamentando-se em necessidades concretas da pessoa na relação com sua realidade, nos porquês do pensar, nas fontes psicossociais dos problemas que o pensamento deve resolver. A orientação afetiva apresenta a relação vital da pessoa (corpo e mente) com seu meio, impedindo a transformação do pensamento numa seqüência de abstrações vazias e autoexplicativas. No sentido inverso, também o pensamento verbalizado priva o afeto do carácter impulsivo, explosivo presente nos seus estágios primitivos, intelectualizando-os. (p. 265)

Considerando-se os autores citados, não podemos minimizar a importância, e mesmo a essencialidade, dos fatores afetivo-emocionais no desenvolvimento cognitivo dos alunos, particularmente no que diz respeito à aprendizagem matemática. Desvincular a cognição da afetividade no âmbito do pensamento humano, conforme sustenta Damásio (2011), é um erro:

Não me parece sensato excluir as emoções e os sentimentos de qualquer concepção geral da mente, muito embora seja exatamente o que vários estudos, científicos e respeitáveis, fazem quando separam as emoções e os sentimentos dos sistemas cognitivos. (...) as emoções e os sentimentos são considerados entidades diáfanas, incapazes de partilhar o palco com o conteúdo palpável dos pensamentos, muito embora emoções/sentimentos constantemente qualifiquem os pensamentos. (p. 212)

Desta forma, integrar afetividade e cognição no processo de aprendizagem matemática é um desafio para os educadores matemáticos. A cultura escolar que partilhamos na atualidade precisa ser reexaminada se quisermos reverter o quadro de insucesso na matemática escolar da maioria dos nossos alunos. Damásio (2011) refere o *erro de Descartes* a uma concepção de separação entre mente e corpo que ainda prevalece na cultura ocidental. Este erro está ligado à célebre frase de Descartes do *Discurso do Método* (1637) - «Penso, logo existo» – que é “precisamente o oposto do que julgo ser verdade acerca das origens da mente e da relação entre a mente e o corpo. (...) Este é o erro de Descartes: a abissal separação entre o corpo e a mente” (p. 317-318).

Precisamos reconciliar a razão e a emoção nas nossas salas de aula de Matemática compreendendo que a mente humana “deve ser relacionada com um organismo completo, com um corpo e cérebro integrados e em interação com o ambiente físico e social” (Damásio, 2011, p. 321).

Conhecer a relevância dos sentimentos nos processos da razão não quer dizer que a razão é menos importante do que os sentimentos, que tenha de ser posta em segundo plano ou que deva ser menos cultivada. Pelo contrário, ter em conta o papel impregnador dos sentimentos poderá dar-nos a oportunidade de realçarmos os seus efeitos positivos e reduzirmos os seus potenciais efeitos prejudiciais. (p. 314)

É pressuposto teórico deste trabalho que o sucesso na aprendizagem matemática dos alunos está diretamente ligado ao desenvolver de uma afetividade positiva perante a Matemática. Assim, foi adotado o conceito amplo de afetividade

apresentado por Chacón (2003): “uma extensa categoria de sentimentos e de humor (estados de ânimo) que geralmente são considerados como algo diferente da pura cognição” (p.20). Este conceito de afetividade, conforme Chacón (2000), inclui as crenças, atitudes e emoções: “various researchers have made it clear that the elements of affect (emotions, attitudes and beliefs) of the students are key factors in understanding their behaviour in mathematics” (p. 149). Interessa-nos, particularmente, tendo em conta o contexto de interação social em que deve processar-se a enculturação matemática (Bishop, 1991), perceber o impacto do trabalho desenvolvido ao longo da intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* na afetividade dos alunos em relação à Matemática e à sua aprendizagem.

2.4. Articulação dos referenciais teóricos na investigação *Matemátic@XXI*

A investigação *Matemátic@XXI* fundamentou-se em três referenciais teóricos, como já referido neste capítulo. Estes três pilares, a *Enculturação Matemática* de Bishop, a *Teoria da Atividade* de Leontiev e a conjugação entre *Afetividade e Cognição* na aprendizagem matemática, articulam-se como base de apoio da presente investigação. Um ponto importante de convergência entre as três teorias e este trabalho é a conceção epistemológica da Matemática como um produto cultural desenvolvido pelas sociedades ao longo da História. A Matemática é considerada como uma construção humana à qual todos os sujeitos devem ter acesso durante seu percurso escolar.

Na investigação *Matemátic@XXI*, que foi constituída a partir da metodologia de *design research*, os alunos, organizados em equipas, entraram em contacto com os objetos da cultura matemática pela sua atividade desenvolvida na gincana, de natureza inclusiva. Desta forma, a *enculturação matemática* dos alunos ocorreu em *atividade* (resolução das tarefas ao longo dos cinco torneios da gincana) através da mediação do artefacto pedagógico *Matemátic@XXI* assente em *WebQuests* e no *Facebook*. A intervenção pedagógica transcorreu em um ambiente interativo e colaborativo (grupos fechados no *Facebook* formados entre as equipas e a investigadora) que privilegiou a comunicação de ideias e a partilha de significados e emoções. Assim, a conjugação entre *afetividade e cognição* foi experimentada pelos alunos na sua participação na gincana *Matemátic@XXI*.

Assim sendo, este trabalho estruturou-se a partir de três domínios dos quais derivaram os objetivos da investigação: domínio afetivo – desenvolvimento de uma relação mais positiva dos alunos em relação à Matemática e sua aprendizagem -, domínio cognitivo – conceção de um ambiente pedagógico para a Educação Matemática numa perspetiva cultural -, e domínio tecnológico – integração dos recursos digitais ao processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. A partir das três teorias que compuseram o quadro teórico desta investigação, o produto pedagógico *Matemátic@XXI* foi concebido, implementado e avaliado tendo em vista estes três objetivos.

CAPÍTULO III

Revisão de literatura:

Conexões surpreendentes

A Matemática tem a incumbência de responder, enquanto disciplina escolar presente nos currículos da escola básica em diversas sociedades, à necessidade primeira da educação que é a de propiciar a compreensão do mundo em que vivemos e de nós próprios e da nossa ação neste mundo. O ensino da Matemática é um fenómeno sócio-histórico; acontece na interação entre as pessoas de um tempo e lugar específicos. Assim sendo, deve propiciar o diálogo dos alunos com o mundo atual, com a vida, com a sua realidade.

A existência, porque humana, não pode ser muda, silenciosa, nem tampouco pode nutrir-se de falsas palavras, mas de palavras verdadeiras, com que os homens transformam o mundo. Existir, humanamente, é *pronunciar* o mundo, é modificá-lo. O mundo *pronunciado*, por sua vez, se volta problematizado aos sujeitos *pronunciantes*, a exigir deles novo *pronunciar*. (Freire, 2010, p. 90)

A palavra *matemática* deriva do grego *mathēmatikē* que é a junção do radical *mathema* que significa compreensão, explicação, conhecimento e *thike* que se refere à arte, à técnica. Assim, podemos dizer que, etimologicamente, Matemática designa a arte do conhecimento. A história da Matemática, assim como a história das demais ciências, é escrita pelos homens em busca da compreensão do mundo e de si próprios.

Vigotski (2008) defende que o aluno precisa aprender para se desenvolver, “... o único tipo positivo de aprendizado é aquele que caminha à frente do desenvolvimento, servindo-lhe de guia...” (p. 130). Vigotski sustenta que a aprendizagem precede o desenvolvimento do sujeito e sublinha a importância do aprendizado escolar para a formação da consciência reflexiva.

O aprendizado escolar induz o tipo de percepção generalizante, desempenhando assim um papel decisivo na conscientização da criança dos seus próprios processos mentais. Os conceitos científicos, com o seu sistema hierárquico de inter-relações, parecem constituir o meio no qual a consciência e o domínio se desenvolvem, sendo mais tarde transferidos a outros conceitos e a outras áreas do pensamento. A consciência reflexiva chega à criança através dos portais dos conhecimentos científicos. (p. 115)

Considerando-se a necessidade da aprendizagem para o desenvolvimento dos homens e o papel de destaque desempenhado pela Matemática na escola básica, o ensino desta disciplina deve orientar-se para as conexões que surpreendem e auxiliam os alunos a *pronunciar* o mundo. Torna-se premente, para o bom êxito da educação escolar, retirar a Matemática deste lugar isolado, excludente e inacessível que ela ocupa na maioria das salas de aula pelo mundo afora. É preciso fazer conexões: (1) trazer a Matemática para perto dos alunos, para a sua experiência, para a sua realidade; (2) explorar as relações da Matemática com a vida, com a história humana, com a arte, com as ciências em geral; (3) conectar afetividade e cognição dando espaço para a ludicidade no espaço escolar; (4) interligar as seis atividades matemáticas universais (Bishop, 1991): contar, localizar, medir, desenhar, jogar, explicar; (5) inter-relacionar pessoas e saberes com a utilização das tecnologias de comunicação e de informação para ampliar as possibilidades de conexões em todo o tempo, em qualquer lugar.

A escola tem justamente a função de ajudar os alunos a desenvolver as suas capacidades e de cultivar a sua disposição para usá-las mesmo que (sobretudo quando!) isso envolva algum esforço de pensamento. Só neste contexto faz sentido a ‘aquisição’ de conhecimentos, se pretendemos que estes não se tornem superficiais ou mesmo totalmente irrelevantes na primeira oportunidade. (ME, 1999, p. 22)

A intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* organizou-se a partir do pressuposto que o ensino da Matemática deve oportunizar aos alunos estabelecer conexões deste saber com a vida em todas as suas dimensões. A educação matemática,

inserida dentro de um projeto amplo de educação para todos, deve almejar a humanização dos alunos; por outras palavras, a Matemática deve tornar-se uma chave de leitura e transformação da realidade que desafie os alunos a estabelecer *conexões surpreendentes*: as conexões que dão sentido ao mundo.

A educação que se impõe aos que verdadeiramente se comprometem com a libertação não pode fundar-se numa compreensão dos homens como seres vazios a quem o mundo ‘encha’ de conteúdos; (...) Não pode ser a do depósito de conteúdos, mas a da problematização dos homens em suas relações com o mundo. (...) Quanto mais se problematizam os educandos, como seres no mundo e com o mundo, tanto mais se sentirão desafiados. Tão mais desafiados, quanto mais obrigados a responder ao desafio. Desafiados, compreendem o desafio na própria ação de captá-lo. Mas, precisamente porque captam o desafio como um problema em suas conexões com outros, num plano de totalidade e não como algo petrificado, a compreensão resultante tende a tornar-se crescentemente crítica, por isto, cada vez mais desalienada. (Freire, 2010, pp. 77-80)

3.1. Aprendizagem matemática e a ludicidade: As competições inclusivas

Uma das seis atividades matemáticas universais enunciadas por Bishop (1991) é a do jogo. Jogar é uma atividade presente em inúmeras civilizações no decorrer da História. O jogo é uma atividade lúdica que desenvolve a identidade social de um grupo cultural e promove a integração simbólica. Podemos, como exemplo, citar o futebol e o tanto que mobiliza as emoções e os recursos em países de todo o mundo.

O jogo pode ser uma estratégia de ensino para a socialização dos alunos e que permite integrar os aspetos cognitivos e afetivos no ambiente educativo. Bishop (1991) afirma que a atividade universal do jogo é um fenómeno social e tem um papel significativo no desenvolvimento das culturas e das ideias matemáticas.

Playing may seem initially to be a rather strange activity to include in a collection of activities relevant to the development of mathematical ideas, until one realises just how many games have mathematical connections. It is even more important to include it, when approaching Mathematics education from an anthropological and culture perspective, because of the vast documentation of games, and playing, around the world. One is forced then to realize just how significant ‘play’ has been in the development of culture. (pp. 42-43)

Entre as várias modalidades de jogo praticadas pelo mundo estão os jogos de disputa, de competição, muito comuns nas diferentes sociedades, que desafiam os seus participantes a superarem o concorrente. Os jogos promovem sentimentos de prazer e satisfação nos seus praticantes. Também permitem uma representação da realidade, estabelecem regras, processos, tarefas e critérios, tal como a Matemática, e, desta forma, estimulam a formalização e o pensamento abstrato (Bishop, 1991).

Games are often valued by mathematicians because of their rule-governed behavior which it is said, is like mathematics itself. I think that it is not too difficult to imagine how the rule-governed criteria of mathematics have developed from the pleasures and satisfactions of rule-governed behavior in games. (...) And there is no doubt that people everywhere, adults and children, enjoy participating in the rule-bound behavior of games, perhaps because they are, unlike reality, social settings where the players all know the rules and all agree to play by those rules. Perhaps we all secretly wish for more consistency in our social reality? (p. 45).

Bishop salienta a importância da atividade do jogo para o desenvolvimento da Matemática e sublinha a relevância de se explorar esta atividade no ensino de Matemática numa perspectiva cultural.

There is no doubt in my mind, nor do I hope in the reader's by now, that playing is a crucial activity for mathematical development, and I hope therefore that the anthropological and cross-cultural data base will be filled out more to enable us to exploit educationally the significance of this universal activity for cultural growth. (Bishop, 1991, p. 48)

A atividade do jogo é essencialmente educativa enquanto forma de humanização, promovendo o desenvolvimento social, emocional e intelectual dos alunos. No jogo, os alunos interagem entre si, conhecem os seus limites, respeitam regras, tomam decisões, criam expectativas, desenvolvem autonomia e parcerias, aprendem a colaborar (Grando, 2015; Tahan, 2005; Vigotski, 1998). Além disto, o ambiente lúdico do jogo propicia a expressão de emoções e, ao mesmo tempo, estimula a busca por resultados, por conhecimento, e promove a criatividade e a comunicação (D'Ambrosio, B. S., 1989).

O jogo promove um cenário social complexo de relações entre cognição e afetividade o que favorece a motivação e o interesse dos alunos nas atividades educativas. Desta forma, no contexto lúdico promovido pela atividade do jogo, o aluno tem a oportunidade de partilhar valores, ideias e práticas no seu contexto

social. Chacón (2000) refere que estes elementos são fundamentais para a construção da sua identidade social em relação à Matemática (*global affect*).

Along with the detection of the significant relations that may be established between cognition and affect, and their possible uses in teaching and learning mathematics, I consider it necessary – and data corroborates this – to understand the affective dimension of the student in relation to mathematics in more complex scenarios (*global affect*), which allows us to contextualise the emotional reactions in the social reality that produces them. We need to focus not only on the processes of cognitive reasoning but on the processes of evaluation. It is important to know and understand the system of values, ideas and practices of the context (the culture), since these perform the function of establishing an order which allows the individual to orient himself and supplies him a code of communication. (p. 166)

As competições matemáticas fazem parte de um amplo leque de atividades matemáticas disponibilizadas, atualmente, aos alunos, em todo o mundo. Tipicamente realizadas em contexto para além da sala de aula, as competições matemáticas revestem-se de diferentes formatos, segundo seus objetivos, público alvo e durações. Desde o final do século XIX, registam-se a ocorrência das competições matemáticas. Kenderov (2009) refere que, em 1885, na Roménia, realizou-se uma competição matemática com a participação de 70 alunos do ensino primário. Não se pode descartar a possibilidade de terem sido realizadas competições matemáticas anteriores a esta. Segundo o autor, a competição de Eötvös, realizada na Hungria, em 1894, foi a precursora das competições matemáticas contemporâneas destinadas a alunos do secundário. Esta competição tinha como objetivos avaliar competências para além do domínio das técnicas:

The competitors were given four hours to solve three problems (no interaction with other students or teachers was allowed). The problems in the Eötvös competition were designed to check creativity and mathematical thinking, not just acquired technical skills. In particular, the students were asked to provide a proof of a statement. The Eötvös competition model is now widely spread and still dominates a large portion of competition scene. (p. 14)

As competições matemáticas que, inicialmente, restringiam-se aos domínios das escolas, ampliaram, em 1959, o seu espaço de abrangência com a realização da 1ª Olimpíada Internacional de Matemática (IMO), na Romênia. Participaram do evento sete países: Bulgária, Checoslováquia, República Democrática da Alemanha, Hungria, Polónia e União Soviética. Desde então, a IMO acontece anualmente (exceto em 1980), sediada em diferentes países, com um número de participantes

cada vez maior. Atualmente, a IMO é a competição matemática de maior notoriedade. De acordo com Kenderov (2009), as IMO influenciaram, de maneira direta ou indireta, um enriquecimento das atividades matemáticas propostas aos alunos.

Kenderov (2009) sublinha a diversidade de opções de competições matemáticas existentes na atualidade, envolvendo milhões de alunos, professores e outros intervenientes: “Hundreds of competitions and competition-like events with national, regional, and international importance are organized every year. A remarkable international cooperation and collaboration gradually emerged in this field” (p.16).

As competições matemáticas podem ser classificadas em inclusivas, quando destinadas a todos os alunos, ou exclusivas, se têm como alvo os alunos mais talentosos na disciplina. As Olimpíadas Internacionais de Matemática são um exemplo de competições de natureza exclusiva.

Além das Olimpíadas Internacionais de Matemática, são realizadas, em diversos países, as olimpíadas nacionais de Matemática. Por exemplo, em Portugal, desenvolvem-se as Olimpíadas Portuguesas de Matemática (OPM) e, no Brasil, as Olimpíadas Brasileiras de Matemática (OBM), bem como as Olimpíadas Brasileiras da Escola Pública (OBMEP), destinadas a todos os alunos das escolas públicas brasileiras. A 7 de junho de 2016, realizar-se-á 12^a OBMEP, com a participação de 17. 839.424 alunos de 47.474 escolas públicas brasileiras, abrangendo 5.544 municípios¹⁰.

De forma diversa das competições exclusivas, as competições de natureza inclusiva são dirigidas a todos os alunos, independentemente do seu maior ou menor desempenho escolar. Este tipo de competições tem recebido uma atenção crescente por parte da comunidade educacional e do público em geral (Kenderov, Rejali, Bussi et al., 2009; Stockton, 2012). Embora os alunos lidem com desafios matemáticos, estes são vistos por eles como sendo acessíveis e relacionados com o seu dia-a-dia, favorecendo o seu envolvimento na procura de uma resolução. As competições inclusivas proporcionam a criação de um ambiente educacional desafiador que estimula a participação e torna o processo de aprendizagem motivador, interessante e agradável (Freiman & Vézina, 2006).

¹⁰ http://www.obmep.org.br/mapa_enc_insc_2016.htm

Freiman e Appelbaum (2011) destacam os aspetos de natureza afetiva que as competições matemáticas (inclusivas) favorecem, em particular, o gosto, a auto-eficácia e o interesse pela Matemática. A estes aspetos, Kenderov et al. (2009) acrescentam o desenvolvimento de capacidades de ordem superior como a resolução de problemas.

A interação social experimentada durante as competições promove um contexto de relações culturais que favorece o desenvolvimento individual de cada aluno. Estudos internacionais têm demonstrado que as atividades fora do âmbito de sala de aula contribuem positivamente para a promoção de uma atitude positiva dos alunos em relação à escola e à Matemática (Morris, 1987; Barbeau & Taylor, 2009; Simpkins, Davis-Kean & Eccles, 2006; Jones & Simons, 2000). Alguns autores sustentam que o envolvimento dos alunos em atividades extracurriculares de matemática e ciência pode determinar futuras escolhas académicas destes jovens (Simpkins et al, 2006).

Muitas são as competições matemáticas de natureza inclusiva disponibilizadas, atualmente, aos estudantes. Por exemplo, a Canguru sem Fronteiras¹¹, iniciada na Austrália, no início dos anos 80, uma das primeiras competições inclusivas a alcançar um grande número de alunos, mais de 6 milhões em todo o mundo.

Outros projetos, também de natureza inclusiva, surgiram nos últimos tempos, com um propósito de atrair os alunos para a Matemática e fomentar o gosto pela disciplina. Os Campeonatos de Matemática SUB12 e SUB14¹², promovidos pela Universidade do Algarve, em Portugal, são exemplos destas iniciativas. Os SUB12 e SUB14 (SUBs) desenvolveram-se como competições de resolução de problemas baseada na *web*. Estes campeonatos foram destinados a alunos das escolas das regiões do Algarve e do Alentejo, dos 5.º / 6.º anos (SUB12) e 7.º / 8.º anos (SUB14) do Ensino Básico. De acordo com o Reitor da Universidade do Algarve, João Guerreiro, estes campeonatos visavam aproximar os alunos da Matemática:

No domínio da matemática, um enorme esforço foi realizado através de diversas iniciativas, de que os campeonatos SUB12 e SUB14 são disso exemplo. As iniciativas foram sempre lançadas com o fito de disseminar sementes, de sublinhar o interesse da matemática, de mobilizar as escolas, de lançar debates, de aproximar jovens de distinta proveniência, em suma, de animar atividades em torno da matemática.

¹¹ <http://www.mathkang.org/>

¹² <http://fctec.ualg.pt/matematica/5estrelas/>

(Carreira, Amado, Tomás-Ferreira, Silva, Rodriguez, Jacinto, Amaral, Nobre, Martins, Reis, & Mestre, 2012, p. 3)

O SUBs foram campeonatos desenvolvidos com recurso às tecnologias digitais, de caráter inclusivo, com o incentivo à procura de ajuda, e, notadamente com o estímulo dado aos alunos a melhorarem suas resoluções dos problemas propostos através do *feedback* que a equipa de professores do projeto disponibilizava pela *web*:

(...) o Departamento de Matemática lançou, no final de 2004, o Campeonato de Matemática SUB12. A 1ª edição do campeonato decorreu entre janeiro e junho de 2005, com a colocação online, quinzenalmente, na página Web do SUB12, de um problema de matemática que os alunos resolviam, em casa ou na escola, enviando as respetivas respostas, por correio eletrónico, para o e-mail do SUB 12. De imediato, a organização dava uma resposta ao aluno, informando se a resolução estava certa ou se era ainda necessário acrescentar ou corrigir algum aspeto do processo apresentado. A oportunidade dada aos alunos de melhorarem ou corrigirem as suas respostas, dentro do prazo permitido para a resolução de cada problema, tornou-se uma marca dos campeonatos. (Carreira et al., 2012, pp. 14-15)

Na sua 8ª edição (2011/2012), os SUBs contaram com um número de participantes que superou todas as edições anteriores: o SUB12 teve mais de 2000 participantes e o SUB14 contou, no início, com mais de 800. A adesão dos alunos aos SUBs e a sua motivação em participar destes campeonatos fica evidente na fala de um dos vencedores da competição em dois momentos distintos, 2005, quando participou do SUB12, e em 2007, já no SUB14:

A sensação de vencer, seja o que for, é sempre boa. Foi como se tivesse saído um peso enorme de cima de mim, fiquei muito mais tranquilo e pensei finalmente: “Consegui!”. Senti-me muito bem com todos os votos de Parabéns que me foram dados, e foi uma honra ter ganho o concurso pela minha escola¹³. (Carreira et al., 2012, p. 15)

Os campeonatos SUB12 e SUB14 foram fontes de inspiração para este trabalho, seja por sua natureza inclusiva, ou pelo recurso às tecnologias digitais, ou ainda, pelo propósito essencial de promover uma relação mais positiva dos alunos com a Matemática.

¹³ Entrevista realizada em 2012 a Guilherme Grave, 1º classificado na Final do SUB12 de 2005 e 2º classificado na Final do SUB14 em 2007.

Assim sendo, a intervenção pedagógica *Matemática@XXI* foi concebida como uma competição escolar de carácter inclusivo, formativo e amistoso. Tomou a forma de uma gincana matemática em que equipas compostas de onze alunos, como as equipas de futebol, disputaram entre si cinco torneios. Os alunos foram convidados a participar do projeto de forma livre; não houve nenhuma vinculação desta atividade com a avaliação escolar regular.

O propósito de se ter adotado este formato para a intervenção pedagógica *Matemática@XXI* foi a premissa de que este ambiente lúdico contribui para a integração dos aspetos afetivos e cognitivos no processo educativo. Além disto, favorece o desenvolvimento de uma atitude positiva diante da Matemática e estimula a participação dos alunos em atividades escolares. A formação de equipas de alunos auxilia o trabalho colaborativo e favorece a aprendizagem de todos os participantes, incluindo aqueles que têm mais dificuldade em Matemática, promovendo o sucesso escolar de todos os alunos.

As competições de carácter inclusivo têm, prioritariamente, um propósito de enriquecimento educacional e destinam-se a alunos de diferentes níveis escolares e aptidão para a matemática (Stockton, 2012; Freiman & Applebaum, 2011). Desta forma, as competições matemáticas apresentam-se como uma atividade para o desenvolvimento do aluno segundo diferentes competências e habilidades:

As competições matemáticas constituem uma atividade extracurricular que pode ser um complemento valioso ao trabalho em sala de aula e, em particular, um meio de tornar visível e de promover a criatividade matemática. Constituem um espaço de enriquecimento do pensamento matemático, uma vez que não obedecem à rigidez dos currículos nem aos padrões mais convencionais de tratamento dos tópicos matemáticos. Para além de contribuírem para a aprendizagem e o desenvolvimento intelectual dos alunos, melhoram os seus hábitos de raciocínio, a construção de significados matemáticos e a comunicação. (Carreira et al., 2012, p. 40)

As competições matemáticas inclusivas, por sua natureza lúdica, constituem-se como um ambiente pedagógico desafiante onde a cognição e a afetividade se expressam de forma categórica, com forte impacto na motivação dos alunos e no desenvolvimento de uma relação mais positiva com a Matemática: “A natureza desafiante e competitiva de atividades de enriquecimento curricular parece estar associada ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos

alunos e a sentimentos positivos relativos à matemática” (Carreira, Tomás-Ferreira & Amado, 2013, p. 543).

3.2. Tecnologias digitais e interdisciplinaridade: A educação matemática para o século XXI

Que educação matemática se mostra adequada para o século XXI? Certamente é aquela que contempla a interdisciplinaridade e agrega as novas tecnologias digitais. A escola precisa repensar e transformar suas práticas a fim de preparar os alunos para a cidadania na sociedade atual. Os estudantes do século XXI são diferentes daqueles que frequentavam nossas salas de aula há duas décadas. “Assume-se, deste modo, que o desenvolvimento das tecnologias acelerou a presença de informação e comunicação na sociedade e, conseqüentemente, na escola, obrigando-a por isso a protagonizar transformações que a adéquem às alterações sociais” (Pedro, 2015, p. 32).

De acordo com Schweiger (2006), estamos vivendo uma revolução comparável à invenção da imprensa: “The use of computers seems to be a new cultural technique which is likely to start a revolution comparable with the invention of writing and reading or later in history with printing techniques” (p. 64).

A Matemática tornou-se, no nosso século, uma poderosa ferramenta de controle, organização, condução, representação e comunicação de inúmeros fenômenos sociais. Desde uma simples tabela de resultados de um campeonato de futebol à mais complexa análise económica de um país, a Matemática é a base objetiva e racional para as decisões e tomadas de posição:

Mathematics is perceived today as one of the most powerful social means for planning, optimizing, steering, representing and communicating social affairs created by mankind. By the development of modern information and communication technologies (ICT) based on mathematics, this social impact of mathematics came to full power: Mathematics is now universally used in all domains of society, and there is nearly no political decision-making process, in which mathematics is not used as the rational argument and the objective base replacing political judgements and power relations. (Keitel, 2006, p. 11)

Desta forma, a educação matemática do século XXI deve fazer uso das tecnologias digitais e capacitar os alunos a integrarem a Matemática num campo mais amplo de saberes para a compreensão da sua realidade e o exercício crítico da cidadania.

Isto corresponde ao que o PISA (Programme for International Student Assessment) define como literacia matemática:

Mathematical Literacy is defined in PISA as the capacity to identify, understand and engage in mathematics as well as to make well-founded judgements about the role that mathematics plays in an individual's current and future life as a constructive, concerned and reflective citizen. (OECD, 2003, p.20)

Em conformidade com esta conceção, D'Ambrosio (2009) sustenta que a aprendizagem matemática deve promover a compreensão pelos alunos das diferentes situações da realidade, bem como a capacidade de resolver problemas contextualizados e explicar fenómenos:

O acesso a um maior número de instrumentos e de técnicas intelectuais dá, quando devidamente contextualizado, muito maior capacidade de enfrentar situações e de resolver problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação. Isto é aprendizagem por excelência, isto é, a capacidade de explicar, de aprender e compreender, de enfrentar, criticamente, situações novas. Aprender não é mero domínio de técnicas, de habilidades, nem a memorização de algumas explicações e teorias. (pp. 118-119)

Em consonância com estas ideias, Bishop (1985) defende que o ensino de matemática deve ter como principal objetivo o compartilhamento e desenvolvimento de significados para os objetos matemáticos estudados:

Finally, and arguably most importantly, it can connect with the individual's knowledge of real world situations. It is obvious therefore that no two people will have the same sets of connections and meanings, and in particular teacher and learner will have very different meanings associated with mathematics. The teacher will "know" the ideas she is teaching in terms of the connections they make with the rest of her mathematical knowledge. The learner however is the "meaning maker" in the educational enterprise and must establish the connections between the new idea and her existing knowledge, if the idea is to be learnt meaningfully. [...] The educational goal we are concerned with here then, is that of sharing, and developing, mathematical meaning. (p.26)

3.2.1. Interdisciplinaridade: A Matemática não está isolada

O processo de aprendizagem é, essencialmente, um processo de estabelecer relações, fazer conexões (Bishop, 1985; Morin, 1999; D'Ambrosio, 2009). Bishop (1985) refere que a construção de significado pelo aluno de um conceito matemático realiza-se na medida em que ele é capaz de fazer as conexões com os

outros saberes: “A new idea is meaningful to the extent that it makes connections with the individual’s present knowledge. It can connect with the individual’s knowledge of other topics and ideas in mathematics but it can also connect with knowledge of other subjects outside mathematics” (p. 26).

A fragmentação da ciência e a especialização disciplinar é, em certa medida, uma consequência do acelerado progresso do conhecimento científico das últimas décadas. Entretanto, a excessiva fragmentação do conhecimento limita a percepção do fenómeno estudado em sua totalidade.

Morin (1999) enumera sete saberes necessários para a educação do futuro: (1) as cegueiras do conhecimento: o erro e a ilusão; (2) os princípios do conhecimento pertinente; (3) ensinar a condição humana; (4) ensinar a identidade terrena; (5) enfrentar as incertezas; (6) ensinar a compreensão; (7) a ética do gênero humano.

O autor defende uma mudança de paradigma na educação: “Até meados do século XX, a maioria das ciências obedecia ao princípio de redução que diminui o conhecimento de um todo ao conhecimento das suas partes” (Morin, 1999, p. 46) – este é o paradigma cartesiano de simplificar aquilo que é complexo para compreender o fenómeno em estudo. A *educação do futuro*, segundo Morin (1999), deve mover-se de uma visão fracionada e simplificada dos fenómenos para uma visão de totalidade e de complexidade. A *educação do futuro* deve promover um *conhecimento pertinente*, aquele que articula o contexto, o global, o multidimensional e o complexo dos problemas, desenvolvendo no aluno um olhar polidisciplinar dos saberes:

Para articular e organizar os conhecimentos e assim reconhecer e conhecer os problemas do mundo é necessário uma reforma de pensamento. Ora esta reforma é paradigmática e não programática: é a questão fundamental para a educação, porque ela respeita à nossa aptidão em organizar o conhecimento. A este problema universal está confrontada a *educação do futuro*, porque há a inadequação cada vez mais ampla, profunda e grave entre, por um lado, os nossos saberes desunidos, divididos, compartimentados e, por outro, realidades ou problemas cada vez mais polidisciplinares, transversais, multidimensionais, transnacionais, globais, planetários. (Morin, 1999, pp. 39-40)

Desta forma, a interdisciplinaridade está presente no conceito de *conhecimento pertinente* enunciado por Morin (1999), aquele conhecimento que permite um olhar global da realidade, que estabelece as relações das partes com o todo:

A supremacia de um conhecimento fragmentado segundo as disciplinas torna muitas vezes incapaz de operar o vínculo entre as partes e as totalidades e deve dar lugar a um modo de conhecimento capaz de apreender os objectos nos seus contextos, nas suas complexidades, nos seus conjuntos. É necessário desenvolver a aptidão natural da inteligência humana para situar todas as suas informações num contexto e num conjunto. É necessário ensinar os métodos que permitem apreender as relações mútuas e influências recíprocas entre partes e todo num mundo complexo. (p. 17)

Pombo, Guimarães e Levy (1994) também defendem a ideia de uma educação que promova uma abordagem dos fenómenos respeitando a sua complexidade e o carácter de incompletude do conhecimento. Desta forma, a abordagem pluridisciplinar do ensino hoje presente nas nossas escolas deve ser redesenhada por um olhar integrador que restitua a complexidade ao fenómeno estudado, complexidade entendida como a ligação entre a unidade e a multiplicidade.

Não se trata de propor soluções de regresso a formas unitárias de saber, irrecuperáveis, doravante impossíveis e mesmo indesejáveis na sua postura dogmática, acabada e totalitária. Trata-se apenas de estabelecer sínteses locais, regionais, limitadas e provisórias, suscetíveis de permitir uma perspetivação compreensiva de esferas alargadas da realidade natural e humana. O limite dessas sínteses, a sua incompletude, poderá então ser lido e entendido, não como o resultado de um estado de carência do nosso conhecimento, mas como um sintoma da **complexidade** do mundo em que vivemos, um sinal e uma consequência da globalidade, interdependência e carácter interactuante da maior parte dos problemas atuais. O sentido da complexidade poderá assim ser recuperado enquanto princípio compreensivo e orientador. (Pombo, Guimarães & Levy, 1994, p. 17, realce no original)

A Matemática não está isolada: compõe, com as demais disciplinas escolares, um painel para a compreensão da realidade. “Meaningful teaching and learning of mathematics cannot occur in an isolated place if one takes seriously the understanding of mathematics as a human means to understanding reality and to solving problems in it” (Dörfler & McLone, 1986, p. 76).

O ensino da Matemática na escola básica, para promover um *conhecimento pertinente*, requer a articulação com as demais ciências e a vida quotidiana. Os alunos precisam ser desafiados a perceberem, e a utilizarem, o poder da Matemática para explicar os fenómenos, para resolver os problemas e para dar respostas a questões de diferentes campos da atividade humana. A experiência de fazer uso da Matemática em diferentes situações precisa ser estimulada nas salas

de aula. Podemos visualizar a matemática escolar no centro de uma rede complexa de conexões com os demais saberes. Estas conexões são recíprocas; a Matemática está presente nas outras ciências e, ao mesmo tempo, as outras ciências são fonte para a Matemática. Ou ainda, o ensino da Matemática numa perspectiva interdisciplinar é aquele que promove a construção de conexões com outro saberes e práticas.

This interrelationship between mathematics and other subjects has undergone both quantitative and qualitative change. (...) In the nineteenth century mathematics was of a contextual character, its fundamental concepts and methods had a standard interpretation, they were implicitly defined, by their use in physics for instance. Since then dramatic changes have taken place. The axioms were transformed into formal, hypothetical assumptions about relations and properties of undefined basic objects (non-euclidean geometry, abstract algebra). Simultaneously and strongly related with this development an enormous extension of the field of applications of mathematics was achieved; social sciences, economics, political sciences, i.e. practically all fields of scientific research were opened to mathematical methods. This process was heavily accelerated by the advent of electronic computers in recent decades. (Dörfler & McLone, 1986, p. 75)

Embora não haja um consenso na literatura sobre a definição do conceito de interdisciplinaridade (Pombo *et al.*, 1994), esta pode ser entendida como um caminho intermédio na linha contínua da integração disciplinar onde os extremos sejam a pluridisciplinaridade (divisão disciplinar rígida) e a transdisciplinaridade (nível máximo de integração disciplinar). Desta forma, a interdisciplinaridade é entendida como uma abordagem pedagógica que promove a integração disciplinar a partir das relações entre os saberes: “Nesta perspectiva, a aprendizagem é, em grande parte, uma questão de estabelecer relações, ver as mesmas coisas de outros ângulos ou noutros contextos” (ME, 1999, p. 26).

São várias as experiências e as práticas que convergem para o foco interdisciplinar. É comum a percepção dos professores de que a excessiva fragmentação do conhecimento, em disciplinas desligadas entre si, acarreta, para os alunos, uma experiência empobrecida de aprendizagem. A interdisciplinaridade aspira a uma visão integral do conhecimento, na sua riqueza, coerência e articulações. A história da matemática pode promover um olhar integrador sobre a disciplina estabelecendo pontes com o contexto cultural.

O problema da excessiva partição dos saberes na escola é antigo. Furinghetti e Somaglia (1998) fazem referência a esta questão citando um autor italiano, Gino

Loria¹⁴, que em 1890, século XIX, sugeria a utilização da história da matemática apoiando uma abordagem interdisciplinar na escola.

Among historians the Italian, Gino Loria, who was very interested in problems of mathematical instruction, strongly supported the introduction into schools of what he terms 'interdisciplinarity', i.e. a way of teaching which emphasises the links between the different disciplines. In the paper (Loria, 1890) he points out the importance of history in promoting it. The basic idea (...) is that history of mathematics can help to see the genesis of ideas and the connections among the various subjects, thus making the culture transmitted in school a homogeneous body of knowledge. (Furinghetti & Somaglia, 1998, p. 48)

O propósito de trabalhar a Matemática de forma interdisciplinar vem ao encontro da necessidade de se construir uma visão menos fragmentada e mais conectada desta ciência com tudo o que a envolve. Destacar as pontes de ligação entre os diversos tópicos da Matemática assim como com as demais ciências pode auxiliar aos alunos na apropriação de conceitos e ideias que estão presentes em diferentes situações de estudo. Maasz e Schloeglmann (2006) afirmam que a enculturação matemática dos alunos pode promover a racionalidade como forma de pensamento e, desta forma, sustentar uma sociedade democrática.

On the one hand, mathematics education can ensure an enculturation in mathematics, and in so doing, propagate a form of thinking and doing which fits the rationality of the 'social order'. (...) In this way, mathematics education can support the development of 'functional' competencies. On the other hand, mathematics education can play important functions in developing empowering competencies. Like 'literacy', so does 'mathematical literacy' provide a necessary foundation for a well-functioning democracy, as well. (Maasz & Schloeglmann, 2006, p. 8)

Nesta investigação, adotamos o conceito de interdisciplinaridade proposto por Piaget: "Intercâmbio mútuo e integração recíproca entre várias ciências. Esta cooperação tem como resultado um enriquecimento recíproco" (Pombo, Guimarães & Levy, 1994, p. 93). A abordagem interdisciplinar adotada na intervenção pedagógica *Matemática@XXI* promoveu uma integração de olhares num ambiente escolar notadamente marcado pela estruturação disciplinar do conhecimento. O propósito foi o de explorar as conexões matemáticas, internas e com outras áreas do conhecimento científico, como também com as situações da vida cotidiana, construindo pontes entre os saberes que, na escola, se encontram separadas em diferentes áreas disciplinares, conforme sugere Carreira (2010):

¹⁴ Loria, G. (1890). *Rivista bibliografica: Treutlein, P. Das geschichtliche Element in mathematischen Unterrichte der hoheren Lehranstalten. Periodico di Matematica*, 5, 59-61.

O conceito de conexões matemáticas é suficientemente elástico para podermos olhá-lo de múltiplas formas. Desde logo, é natural pensar em conexões, relações e ligações frutuosas entre tópicos matemáticos. Tem igualmente todo o sentido considerar as conexões da Matemática com a realidade que nos envolve, numa direcção que nos aproxima das aplicações da Matemática ou da actividade de construir e explorar modelos matemáticos. Importa também pensar a relação da Matemática com outras áreas do saber, com outras disciplinas, e o ainda difícil diálogo interdisciplinar ou a ainda incompreendida pedagogia do trabalho de projecto. (p. 1)

Na intervenção pedagógica *Matemátic@XXI*, os torneios foram concebidos de forma a explorar esta visão interdisciplinar da matemática. Os quatro primeiros torneios, de carácter digital, tomaram a forma de *WebQuests*. Cada uma destas *WebQuests* foi construída a partir de um tema matemático (Triângulo, Número 7, Infinito e Moda) que funcionou como elemento de integração entre as diferentes tarefas propostas. As quatro tarefas apresentadas em cada *WebQuest* abordaram conceitos matemáticos que exploravam a conexão com (i) a História; (ii) a Matemática; (iii) outras ciências; e (iv) a vida quotidiana, propiciando aos alunos estabelecer relações de significado entre as diferentes áreas do conhecimento. As tarefas propostas aos alunos na gincana *Matemátic@XXI* foram criadas segundo a abordagem de currículo de enculturação matemática proposta por Bishop (1991) contemplando as três dimensões: simbólica, social e cultural.

A abordagem interdisciplinar adotada na intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* estruturou-se a partir de uma perspetiva de ecologia de aprendizagem, em que todos os elementos (alunos, professores, tarefas, recursos tecnológicos, conhecimento, etc.) do ambiente pedagógico se inter-relacionam e são interdependentes. Nesta perspetiva, o ambiente pedagógico *Matemátic@XXI* foi concebido para favorecer as conexões que promovessem significado e sentido pessoal, conforme van Oers (2006):

(...) consciousness and context are co-evolving phenomena that constitute an ecological system, in which the elements are dialectically related and mutually dependent. As far as human interactions with contexts have to do with creating and processing meaning and personal sense, human consciousness manifests itself in a form we can call 'cognition'. Like consciousness in general, cognition (from this point of view) is equally to be seen as an ecological concept: cognition can only be understood in relation to its function of meaningfully relating an individual to its context. The term 'cognitive', then, refers to all psychological processes that are involved in building and maintaining meaningful relationships with the (physical and cultural) world, or in trying to understand the nature and exigencies of this condition. (p. 115)

3.2.2. Tecnologias digitais no ensino de matemática

As tecnologias digitais de informação e de comunicação (TIC) caracterizam e influenciam fortemente a maneira de viver da sociedade dos nossos dias. De facto, as novas tecnologias modificaram as nossas atividades cotidianas, desde as mais simples – como uma compra de mercado – até às mais complexas – como a adesão a petições públicas de natureza política. Assim, as tecnologias digitais inauguraram novos modos de ser e estar no mundo; as práticas quotidianas dos sujeitos alteraram-se e, de igual modo, devem modificar-se os fazeres da escola, numa perspetiva de ecologia escolar.

O advento destas novas tecnologias imprimiu um ritmo veloz, *online*, ao quotidiano assim como um encurtamento de distâncias e a derrubada de fronteiras. O mundo tornou-se uma aldeia global onde os factos, acontecimentos, informações e conhecimento estão disponíveis, a partir de um acesso à *internet*, quase que instantaneamente.

This new development is called globalization of knowledge: the technological integration of new representation forms and the distribution of knowledge in a global net of knowledge represent the greatest challenge for a restructuring of political power and decision making processes about the way, in which information is gained and used, available to anybody everywhere with access to the internet. Information and communication technologies are the fundament for communication which is an essential aspect of globalization: access to and exchange of information and knowledge from anywhere in the world, quickly and cheaply. (Keitel, 2006, p. 17)

As informações e comunicações entre pessoas passaram a ter um carácter de instantaneidade. Tudo isso de maneira global. Desta forma, a comunicação rápida, a imensa quantidade de informações e a reformulação do conhecimento conferem um carácter absolutamente novo à sociedade atual e ao modo de vida do homem (Costa & Carvalho, 2006; Maaz & Schloeglmann, 2006; McLuhan, 1996; Zuffo, 1997). Neste contexto, a escola também precisa incorporar mudanças na prática pedagógica (Carvalho, 2008; Silva & Gomes, 2003).

Nesta mudança de paradigma, não é possível, hoje, ignorar o potencial das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) e particularmente da Internet. Com a passagem de um mundo de átomos para um mundo de "bits" assistimos ao surgimento da Sociedade de Informação e à sua expansão através do desenvolvimento das redes de computadores que permitem aos cidadãos aceder a enormes mananciais de informação,

comunicar com uma rapidez nunca antes existente para qualquer ponto do globo e assumirem-se não só como consumidores de informação e conhecimento mas também como criadores e fontes dessa mesma informação e conhecimento. Forma-se, deste modo, uma rede *globalizada* de informação e comunicação pela integração de diferentes níveis da escala geográfica, possibilitando pensar a renovação e o redimensionar da escola como uma *comunidade de aprendizagem*. (Silva & Gomes, 2003, pp. 2-3)

Os alunos que cursam hoje o ensino básico são adolescentes nascidos no século XXI para os quais a tecnologia é transparente. Isso quer dizer que estes jovens convivem com o telemóvel, o computador, a internet, a TV por cabo e os jogos eletrónicos desde que nasceram; estão acostumados à ação e à interatividade. O professor, neste novo tempo, pode utilizar-se destas novas tecnologias para efetivamente mobilizar a atenção e proporcionar um ensino de qualidade a esses alunos. Maasz & Schloeglmann (2006) sublinham a natureza social do processo de aprendizagem e apontam para o novo cenário escolar para o ensino da Matemática. As novas tecnologias abrem novas oportunidades e desafios para o ensino e a aprendizagem da Matemática, ações inseridas numa nova dinâmica social.

A further important extension of the understanding of mathematics learning was the study of the social conditions of learning. Learning is always a social process, too. On the one hand the classroom is a social place, on the other hand learning is always embedded in a culture. However, not only is learning a social process, mathematics is also the result of a cultural process and therefore the learning of mathematics is also influenced by cultural developments. In particular, computers and technology in general have had a tremendous influence. New technology opens new opportunities for learning experiments and for using computers as a tool, but it also leads to difficult questions. (p.3)

Esse professor é desafiado, então, a passar de uma postura de (re) transmissor de conhecimentos para desempenhar um papel de criador e gestor de ambientes de aprendizagem (Oblinger & Oblinger, 2005). A integração das tecnologias digitais ao ensino potencializam novas formas de aprendizagem. O acesso fácil a um volume muito grande de informações é, frequentemente, causa de dispersão e desordem para os alunos. A informação precisa ser organizada, inter-relacionada e analisada para gerar conhecimento. Desta forma, o professor deve assumir o papel de mediador no processo de seleção e organização de dados, estabelecer desafios, oferecer suporte e orientar os seus alunos para uma aprendizagem ativa, que os prepare para a cidadania crítica e participativa na sociedade da informação e do conhecimento do século XXI (Costa & Carvalho, 2006).

A possibilidade de interagir com especialistas nas mais diferentes áreas do saber e o acesso directo às fontes de informação são duas dessas potencialidades, para destacar apenas algumas das suas facetas mais significativas e que justificam uma atenção especial por parte da Escola e dos agentes educativos. Para muitos, e como para qualquer outro objectivo educacional, é aos professores que cabe em última instância essa tarefa. É pelo menos essa a expectativa que neles se deposita, como agentes privilegiados que são na preparação global dos nossos jovens, independentemente da área curricular em que trabalham e do nível de ensino ou da disciplina que leccionam. (Costa & Carvalho, 2006, p. 9)

Neste cenário, as mídias digitais abrem novas possibilidades para o trabalho educacional. Assim como as tecnologias anteriores - o papel e o lápis, o quadro negro e o giz, a televisão e o rádio - as novas tecnologias trazem renovadas potencialidades e desafios para a educação. A escola precisa redefinir-se como um espaço de conhecimento partilhado, de encontros e diálogos, de produção de significados e cultura, com a integração das tecnologias de informação e comunicação na ecologia escolar.

Além disto, a Matemática passa a desempenhar um papel extremamente relevante nesta nova sociedade da informação: o mundo está fortemente matematizado e compreendê-lo requer domínio da linguagem matemática (Keitel, 2006). Portanto, preparar os alunos para este mundo tecnológico e matematizado é atribuição da escola do século XXI.

The social role and impact of mathematics has dramatically changed by the development of modern information technologies based on mathematics. Mathematics is ascribed a new utility value, which has never before been so strongly indubitable as it is now. (...) Mathematics and information technology not only provide descriptions and explanations of existing reality, but they also create new reality: As a basis of social technologies like arithmetical models for election modes, taxation models, calculation of interests and investment, calculation of costs and pensions etc., mathematical models are transformed into reality, establish and institutionalize a new kind of reality. (Keitel, 2006, p. 18)

Tikhomirov (1981) já se referia ao papel do computador na reorganização do pensamento humano, influenciando o modo como o ser humano pensa e conhece. Para Tikhomirov, o computador desempenha um papel de mediador da atividade humana. Villarreal e Borba (2010) assinalam uma ação mútua de influência entre seres humanos e computador. O computador, segundo os autores, promove uma

reorganização do pensamento humano. Apresentam o construto *seres-humanos-com-mídias* que expressa esta interação: o computador moldando o ser humano e o ser humano moldando o computador, o sistema constituído por ser humano-computador como reorganizador da atividade humana. Considerando este sistema, o computador não apenas funciona como ferramenta de auxílio para a atividade, mas transforma esta mesma atividade, numa relação dialética de influências. Há uma relação tão próxima entre computador e ser humano que não faz sentido falar-se numa dicotomia. Desta forma, a produção de conhecimento dá-se coletivamente, envolvendo atores humanos e não humanos (mídias). O coletivo *seres-humanos-com-mídias* é a unidade produtora de conhecimento:

(...) cognition is not an individual enterprise, but rather collective in nature; and (...) cognition includes tools, devices, artifacts and media with which knowledge is produced. The media are components of the epistemic subject, being neither auxiliary nor supplementary, but an essential, constitutive part of it. They are so relevant that different media lead to the production of different knowledge. (Villarreal & Borba, 2010, p. 51)

De acordo com Maasz e Schloeglmann (2006), as novas tecnologias têm, assim, um papel importante na construção do conhecimento humano e, em especial, no que concerne à educação matemática. De forma geral, as TIC reorganizam e moldam as atividades das pessoas, permitindo a realização de tarefas que, sem elas, não poderiam ser realizadas. Além disto, há que destacar a possibilidade de alargamento do tempo e espaço da escola que a integração das TIC no trabalho escolar propicia.

But the new technologies dramatically change the condition for tool use. They include not only widespread possibilities for calculating; they are also tools for thinking. Regarding this situation, we should be alert to new challenges this development brings; the new technologies include a big challenge for mathematics education to rethink the learning process regarding the new tool and to develop new methods to include the new tool if it is useful. (Maasz & Schloeglmann, 2006, p. 4)

Conforme referido anteriormente, a escola do século XXI tem à sua frente o desafio urgente de integrar¹⁵ as novas tecnologias no trabalho educativo. Desta forma, as novas tecnologias desempenharam um papel fundamental no desenvolvimento da

¹⁵ No que diz respeito à presença das tecnologias digitais no ensino, as terminologias *uso*, *utilização* ou *integração* são usadas na literatura sem que haja um consenso quanto à definição de cada termo. Adotei, neste trabalho, o significado de *integração* associado a uma mudança nas práticas pedagógicas. Para maiores detalhes, ver Rocha (2014).

intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* que foi concebida em suporte digital com recurso à *internet* (*WebQuests*). As atividades dos alunos e as comunicações entre os participantes desenvolveram-se, preponderantemente, através da rede social *Facebook*.

3.2.2.1. *WebQuest*: Uma ferramenta cognitiva para o ensino da Matemática

As *WebQuests* são ferramentas cognitivas que oferecem a possibilidade de agregar Recursos Educativos Digitais (RED) na construção de unidades de ensino, com objetivos pedagógicos específicos. Oportunizam a criação de um ambiente de aprendizagem estimulante a partir da integração de três instâncias: o aluno (sujeito), a tecnologia (ferramenta) e o conteúdo (objeto). Desta forma, as *WebQuests* atuam como ferramentas de mediação entre o aluno e o conhecimento, em conformidade com a Teoria da Atividade (Leontiev, 1978).

As *WebQuests* constituem actividades de pesquisa orientada, sobretudo na Web e baseiam-se em tarefas autênticas, desafiantes e, por isso, facilitadoras da aprendizagem, quer individual, quer em grupo. Estes são, aliás, os seus principais alicerces e os ingredientes capazes de motivar os alunos e de os envolver, de forma activa, nas aprendizagens escolares.(...) A autenticidade das tarefas é, aliás, uma das mais-valias desta estratégia pedagógica, em especial quando comparada com aquilo que os alunos habitualmente são chamados a fazer, tanto em termos de conteúdo, como em termos de processos de trabalho e o que esses processos exigem do ponto de vista cognitivo. (Costa & Carvalho, 2006, p. 10)

As *WebQuests* foram inicialmente propostas, em 1995, pelo professor Bernie Dodge e seu colaborador Tom March, da Universidade de San Diego, Califórnia. Têm um formato voltado para o desenvolvimento da autonomia do estudante e de uma postura participativa e colaborativa.

A estrutura de uma *WebQuest* é composta por seis partes e obedece ao seguinte formato:

- (1) Introdução: Apresentação do tema integrador da *WebQuest* com uma orientação geral aos alunos sobre as atividades propostas;
- (2) Tarefas: Descrição das atividades propostas;
- (3) Processo: Descrição das etapas do trabalho e orientações para o trabalho;

- (4) Recursos: Apresentação de uma lista de referências a serem consultadas para a realização das tarefas; todos os recursos estão disponíveis na *web*;
- (5) Avaliação: Explicitação dos critérios de pontuação de cada atividade proposta;
- (6) Conclusão: Resumo do trabalho acompanhado de uma reflexão sobre o que foi aprendido.

Costa e Carvalho (2006) defendem a ideia de que a utilização das *WebQuests* como estratégia pedagógica auxilia o desenvolvimento de algumas “competências sócio-cognitivas essenciais indispensáveis para o indivíduo se desenvolver na sociedade do conhecimento” (p. 12). As *WebQuests* podem ser uma alternativa metodológica para o trabalho do professor integrando os recursos digitais neste processo. Além disto, ajudam os alunos a desenvolver as capacidades de pesquisa, de comunicação, de colaboração e de participação social:

Ensinar é um processo complexo e, no contexto do uso da internet como recurso, exige mudanças na postura do professor, em sua forma de pensar, preparar as aulas e atuar em sala, levando-o a buscar metodologias e recursos que melhor se apliquem ao conteúdo a ser ensinado. Diante deste contexto, a metodologia *WebQuest* pode ser uma alternativa, pois além de aliar as novas tecnologias ao desenvolvimento da aprendizagem, não exige altas habilidades computacionais do professor, e sim sabedoria para inventar modos de usar os atrativos da Web para que os alunos construam conhecimentos consistentes, robustos e significativos. Além disso, ambientes que privilegiam a aprendizagem colaborativa, como é o caso das *WebQuests*, visam ir além da relação entre ensinar e aprender, pretendem formar um aluno autônomo, crítico e consciente de sua responsabilidade individual e social. A aprendizagem ocorre baseada na troca de informações e no trabalho coletivo, a participação de todos os envolvidos é essencial, e o papel do professor nesse processo é indispensável, para direcionar o desenvolvimento das atividades, incitar discussões nos grupos e criar situações que privilegiem a comunicação entre os alunos. (Oliveira & Antunes, 2014, p. 843)

O papel do computador pode ser considerado numa perspectiva psicológica, de relação com a atividade humana, como mediador da atividade e gerador de um nível de pensamento qualitativamente diferente (Villarreal & Borba, 2010). Esta perspectiva está em conformidade com a Teoria da Atividade de Leontiev (1978) que afirma que a atividade humana é sempre mediada por ferramentas físicas ou simbólicas, papel desempenhado pelas *WebQuests*. Assim, as *WebQuests* sustentam um processo de reorganização dos processos de criação, de busca e armazenamento de informações, além do estabelecimento de novas formas de relações e comunicação no ambiente escolar.

Herrero (2014) enumera várias características do trabalho pedagógico desenvolvido através das *WebQuests* a partir de uma experiência com formação inicial de professores:

- Son herramientas muy versátiles, lo que permite emplearlas en diversos contextos y situaciones.
- Requieren um trabajo de investigación por parte del alumno o usuário.
- Em general fomentan la creatividad tanto del educando como del educador.
- Refleja toda la potencialidad de las herramientas informáticas que ofrece la Web 2.0
- Se trata de uma herramienta (WebQuest) muy útil ya que aporta al mismo tiempo información relevante y orientación para utilizarla.
- La WebQuest permite desarrollar estrategias de búsqueda, análisis y selección de información relevante em Internet.
- Estimulan la motivación y el interés por aprender.
- Facilita el aprendizaje cooperativo.
- Se adquieren competencias digitales.
- Desde el punto de vista didáctico el profesorado pasa a ser um mediador entre el alumnado y el aprendizaje.
- Se incrementa el espíritu crítico, la capacidad de extraer las propias conclusiones y desarrollar um pensamiento individual.
- El estudiante pasa a ser el protagonista absoluto de su propio proceso de aprendizaje.

(pp. 389-390)

As *WebQuests* podem tornar-se, então, uma ferramenta cognitiva de grande valor na mediação do processo de ensino e de aprendizagem a partir de um novo paradigma pedagógico, em que a atividade do aluno seja o elemento central do processo, a complexidade do conhecimento possa ser introduzida nas tarefas escolares e o trabalho colaborativo seja exercitado (Costa & Carvalho, 2006):

(...) acreditamos que as *WebQuests*, se bem concebidas e estruturadas, são uma estratégia de trabalho que em muito pode contribuir para uma mudança substancial nos modos de ensinar e aprender que a Escola habitualmente oferece. Uma mudança substancial e substantiva pelo que implica, por exemplo, em termos da acção a desempenhar pelos alunos no processo de aprendizagem (um papel activo, em vez de serem meros recipientes passivos), pelo realismo e complexidade dos problemas que é suposto serem colocados numa *WebQuest*, pela multiplicidade de perspectivas com que é esperado que esses problemas sejam examinados e, não menos importante, pela oportunidade dos alunos trabalharem juntos na resolução desses mesmos problemas. (pp. 17-18)

Na intervenção pedagógica *Matemátic@XXI*, utilizamos as *WebQuests* como plataforma pedagógica virtual para a divulgação das tarefas a serem cumpridas

pelas equipas no decorrer da gincana escolar. Os quatro primeiros torneios da gincana foram desenvolvidos a partir de *WebQuests*. Para cada *WebQuest*, as equipas tinham que produzir/editar uma revista com as soluções das tarefas propostas, o que sublinha o caráter de autoria do trabalho desenvolvido pelos alunos. As *WebQuests* foram publicadas no *Facebook*, nos grupos fechados de cada equipa. Acreditamos que a conjugação das potencialidades pedagógicas das *WebQuests* com o *Facebook* permitiram conceber uma nova forma de aprendizagem, para além da sala de aula tradicional, instaurando um novo paradigma pedagógico.

3.2.2.2. *Facebook*: Uma rede social para a enculturação matemática

O *Facebook* é uma rede social criada por Mark Zuckerberg e seus colegas da Universidade de Harvard, Estados Unidos. O seu lançamento ocorreu a 4 de fevereiro de 2004 e, em 4 de outubro de 2012, o *Facebook* alcançava a marca de um bilhão de usuários¹⁶, conquistando a posição de maior rede social do mundo. O *website* é gratuito para os usuários que criam perfis pessoais e disponibilizam fotos e informações que são partilhadas de acordo com suas opções de privacidade. No mural de cada usuário aparecem as publicações da sua rede de contatos (*amigos do Face*). Muitos são os recursos disponíveis no mural de cada usuário: (1) *curtir/gostar* - permite manifestar gosto pelo conteúdo publicado; (2) *comentar* - permite escrever a opinião pessoal sobre determinado conteúdo publicado; (3) *compartilhar* – permite publicar o conteúdo visualizado na sua cronologia ou na cronologia de um *amigo*, ou na de um grupo.

O *Facebook* disponibiliza a possibilidade de se criarem grupos de contatos de diferentes níveis de privacidade. Qualquer pessoa pode encontrar um grupo fechado e saber quem são seus membros; porém, somente os membros têm acesso às publicações do grupo. Podem-se, também, produzir eventos com hora e data marcadas e convidar pessoas da rede social para aderir a esses eventos.

Vivemos numa sociedade globalizada e assente em tecnologias digitais. Estes novos objetos culturais modificam a nossa maneira de viver pelo que a sua integração no processo educativo é inadiável. As tecnologias digitais móveis

¹⁶ Reportagem da Folha de São Paulo: disponível em <http://www1.folha.uol.com.br/tec/2012/10/1163808-facebook-mostra-o-raio-x-de-1-bilhao-de-usuarios.shtml> (acessado em 21 de dezembro de 2015).

disponíveis com acesso à *internet* tais como *smartphones*, *tablets* e *iPhones* trazem novas possibilidades de abordagens pedagógicas, novas formas de agir e interagir, pensar e sentir:

Equacionar hoje o futuro da escola e da aprendizagem é algo que não pode ser feito sem se considerar a influência das tecnologias digitais, nomeadamente das tecnologias digitais em rede, como parte de um fenómeno muito mais amplo directamente relacionado com o impacto dessas mesmas tecnologias na sociedade em geral: uma sociedade fortemente marcada pela mudança e uma escola que continua a mostrar grandes dificuldades em se ajustar às exigências que o Século XXI coloca aos cidadãos em geral e aos jovens em particular. (Costa, 2011, pp. 136-137)

O processo de ensino e de aprendizagem é essencialmente um processo de comunicação. Comunicam-se ideias, conceitos, factos, dúvidas, discordâncias, afetos, valores, informações. O *Facebook*, como uma rede de comunicação de ampla utilização pelos jovens no seu dia-a-dia, pode desempenhar um papel fundamental como ferramenta pedagógica e como meio de comunicação no cenário escolar, favorecendo a construção de redes de interações presenciais e digitais e a atividade colaborativa. O *Facebook* amplia o potencial comunicativo e de interação entre os sujeitos, pela rutura das barreiras físico-temporais e pela possibilidade comunicativa em múltiplos formatos (palavra escrita, figuras, objetos digitais – fotos, vídeos, etc.). Além disto, estimula a expressão das emoções de cada utilizador disponibilizando figuras *emoticons* com este propósito. A figura 7 mostra um excerto do mural de um grupo fechado do *Facebook* de uma das equipas participantes da gincana *Matemátic@XXI*.

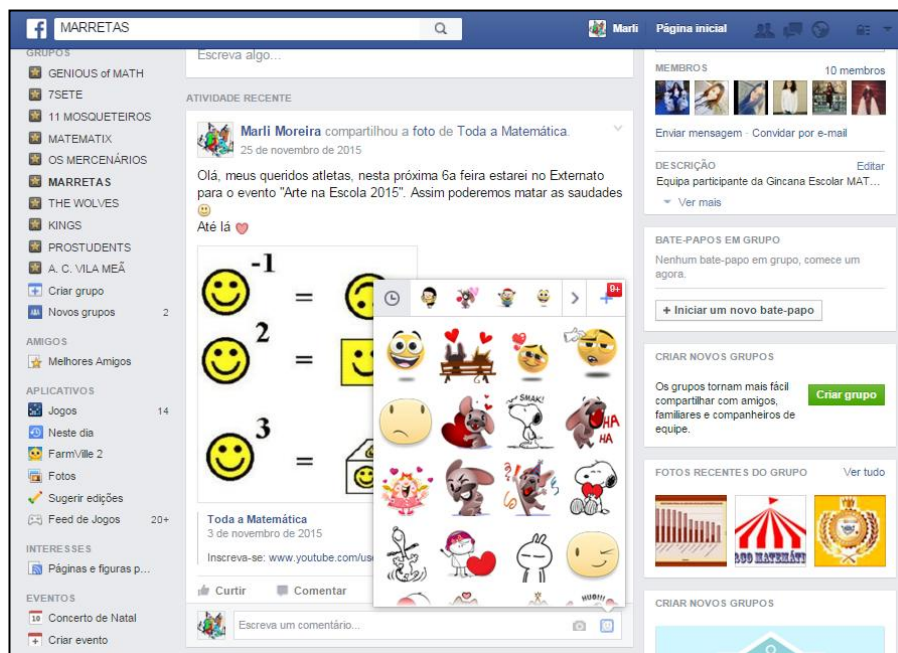


Figura 7. Mural de um dos grupos fechados da gincana escolar *Matemátic@XXI*.

Segundo Alencar, Moura e Bitencourt (2013), a crescente disponibilidade dos dispositivos móveis nas escolas cria uma oportunidade para os professores no sentido de “uma aliança entre a estratégia pedagógica desenvolvida (...) e a mobilização espontânea dos discentes nesses espaços, o que pode ser um facilitador do trabalho pedagógico” (p.87).

As mídias sociais abrem um espaço de compartilhamento de conteúdos diversos em que cada um é, ao mesmo tempo, consumidor e produtor; cada usuário é também um autor de conteúdos, o que promove uma atitude ativa no processo comunicativo. Este espaço digital facilita e amplia a comunicação, a interação e o trabalho colaborativo.

Allegretti, Hessel, Hardagh e Silva (2012) concebem a utilização do *Facebook* nas escolas numa perspectiva de cibercultura - a cultura do século XXI – favorecendo uma aprendizagem interativa e colaborativa.

Em nosso entendimento, o uso educacional do Facebook justifica-se, também, pela coerência com as tendências educacionais na cibercultura: noção do conhecimento como uma construção individual e coletiva, a aprendizagem participativa, a autoria e coautoria, o compartilhamento, a integração das tecnologias digitais ao currículo, a comunicação e aprendizagem interativas e a possibilidade de transgressão do currículo escolar tradicional. (pp. 54-55)

Os verbos utilizados pelos usuários do *Facebook* denotam as ações experimentadas na rede: gostar, comentar, compartilhar, publicar, visualizar, etc. Estas ações desenvolvem um sentido de participação, estimulam a socialização e a cidadania. O *Facebook* disponibiliza um ambiente de conectividade que favorece a aprendizagem interativa e colaborativa, tornando possível a instauração de um novo paradigma pedagógico. O que confere ao *Facebook* uma vantagem em relação a outras mídias sociais tais como *blogs* ou páginas da *internet* é o facto de os alunos já terem o hábito de utilizar esta rede social frequentemente; assim, a comunicação faz-se naturalmente.

Desta forma, as novas tecnologias digitais de comunicação e informação transformam o cenário social e podem contribuir para uma reorganização da escola (ecologia escolar) muito além da sua componente instrumental (Silva & Gomes, 2003) tornando possíveis novas formas de interação, de pensamento e de aprendizagem:

Entendemos que as TICE¹⁷ não são apenas meros instrumentos que possibilitam a emissão/recepção deste ou daquele conteúdo informacional, também podem contribuir fortemente para renovação da estrutura ecologia cognitiva e organizacional da educação e da escola, com fortes repercussões ao nível da organização dos espaços e tempos de estudo, das relações e interações com as fontes de *saber* e das metodologias de promoção e construção do conhecimento. (p. 3)

O *Facebook* pode cumprir um papel de instrumento de mediação na enculturação matemática dos alunos, disponibilizando para os alunos um ambiente amigável e dinâmico para a expressão das ideias, conceitos e emoções de forma espontânea e agregando os atributos de instantaneidade, acessibilidade, flexibilidade e disponibilidade à comunicação escolar. Além disto, o recurso pedagógico ao *Facebook* abre a possibilidade do desenvolvimento de uma experiência, pessoal e coletiva, com a Matemática, seus objetos, processos e personagens, atuando como um elemento de motivação para a aprendizagem.

O Facebook pode ser utilizado como um recurso/instrumento pedagógico importante para promover uma maior participação, interação e colaboração no processo educativo, (...) consideramos que esta rede social virtual pode desempenhar um papel de excelência no debate de temáticas escolares, consolidadas na colaboração e na partilha de saberes entre os seus membros e entre estes e a comunidade. (Bemhaja, 2014, p. 522)

A comunicação desenvolvida no interior de grupos fechados propicia aos alunos a formação de um sentimento de equipa, de integração simbólica, auxiliando na construção da identidade do grupo; favorece a interação com os colegas e com os professores bem como o trabalho colaborativo.

De acordo com Silva e Gomes (2003), o recurso às mídias digitais pode, também, proporcionar uma ampliação das potencialidades da sala de aula tradicional, transpondo as fronteiras escolares de tempo e espaço, configurando-se como um espaço digital do saber (ciberespaço), para toda a hora e para qualquer lugar, promovendo uma cultura de aprendizagem colaborativa:

Alteram-se dimensões já consagradas no campo da prática docente, como a distribuição de tempos e dos espaços, agora associadas ao uso de estratégias educativas suportadas por tecnologias que alteram e amplificam as dimensões de eficiência e de qualidade nos processos educativos. Vale a pena enfatizar que a acção das TIC pode operar uma mudança radical na acção do professor e do aluno. No entanto, a

¹⁷ TICE: Tecnologias de Informação e Comunicação aplicadas à Educação.

verdadeira mudança decorre da mudança na cultura educativa: uma cultura de aprendizagem colaborativa, procurando a superação da matriz identitária individualista por meio de acções sociais, seja do ponto de vista das interacções seja das representações. Neste campo, há ainda muito a fazer na cultura educacional. (pp. 12-13)

No decurso da intervenção pedagógica *Matemátic@XXI*, fizemos uso de grupos fechados na rede social *Facebook* como meio de comunicação e troca de informações entre os participantes, de partilha de ideias e emoções, de interação e de aprendizagem. A gincana escolar *Matemátic@XXI* também utilizou o *Facebook* como plataforma virtual de publicação das *WebQuests* com as tarefas a serem realizadas pelos alunos (Figura 8).



Figura 8. Mural de um dos grupos fechados da gincana escolar *Matemátic@ XXI* com a publicação do link da 4ª *WebQuest*.

Desta forma, o *Facebook* foi utilizado como ambiente virtual para o desenvolvimento de uma aprendizagem colaborativa com a participação e o envolvimento de todos os alunos na consecução de um objetivo comum: a vitória da sua equipa na gincana *Matemátic@XXI*.

A gincana foi desenhada a partir de três princípios teóricos: (i) a atividade do aluno está no centro do processo de apropriação do conhecimento (Leontiev, 1978); (ii) a educação matemática deve ser concebida como um processo social interativo que introduza os alunos na cultura matemática (enculturação matemática - Bishop,

1991), e (iii) afetividade e cognição são instâncias indissociáveis do pensamento humano (Damásio, 2011).

Neste sentido, o *Facebook* foi pensado como um espaço virtual de aprendizagem colaborativa onde estes três princípios teóricos pudessem entrelaçar-se na experiência dos participantes da gincana *Matemátic@XXI*. Nesta medida, o *Facebook*, associado às *WebQuests*, desempenharam um papel de ferramenta mediadora no processo de apropriação dos objetos matemáticos pelos alunos e proporcionaram oportunidades de desenvolvimento de habilidades socioemocionais várias, tais como a comunicação, a partilha e o trabalho em equipa, favorecendo, deste modo, uma relação mais positiva dos alunos para com a Matemática.

CAPÍTULO IV

A intervenção pedagógica Matemátic@XXI: Conexões Surpreendentes

A intervenção pedagógica *Matemátic@XXI: Conexões Surpreendentes*¹⁸ desenvolveu-se no Externato de Vila Meã, uma escola integrante da rede pública portuguesa, fundada em 1964, localizada em Vila Meã, Amarante, no norte de Portugal. As atividades desta intervenção foram realizadas no contexto de uma gincana escolar, fora da sala de aula, e de livre adesão, contando com o apoio direto de seis professoras de matemática das turmas dos alunos envolvidos na gincana. Participaram na gincana 155 alunos do 3º ciclo do Ensino Básico, no período de janeiro a junho de 2015 (Figura 9).



Figura 9. Printscreen da página oficial da escola na internet com o anúncio da gincana escolar *Matemátic@XXI*.

¹⁸ Utilizarei, daqui em diante, a designação mais curta *Matemátic@XXI* em lugar do nome completo *Matemátic@XXI: Conexões Surpreendentes*.

Neste capítulo começo por apresentar a escola onde decorreu o *Matemátic@XXI* e os participantes do estudo. Seguidamente, descrevo o funcionamento da gincana.

4.1. A gincana *Matemátic@XXI*: Organização e funcionamento

4.1.1. A escola

O Externato de Vila Meã (EVM) é uma escola da rede pública portuguesa. A escola é frequentada por mais de 1500 alunos distribuídos pelos 2º e 3º ciclos do Ensino Básico e pelo Ensino Secundário¹⁹ e conta com um corpo docente estável, em que todos os professores são profissionalizados. O EVM dispõe de 53 salas de aula equipadas com videoprojetores e/ou quadros interativos, seis laboratórios e três salas de informática. Este estabelecimento de ensino espalha-se por cinco blocos, um pavilhão gimnodesportivo, dois campos de jogos e dois recreios, sendo um deles coberto.

A escola ocupa um lugar de especial relevância na dinâmica educacional, cultural, social e económica da região tendo sido distinguida, em 2015, com o Prémio de Escola-Mérito Institucional 2013/2014 conferido pelo Ministério de Educação e Ciência de Portugal. No seu *Projeto Educativo 2011-2014*, o EVM estabelece como visão da instituição “procurar continuamente constituir-se como uma escola de excelência, responsável pela formação de crianças e jovens dotados de elevada competência técnica, científica e humana, capazes de se assumirem com êxito enquanto atores e autores da sociedade” (p. 4).

O número de alunos por turma está entre os 24 e os 28 estudantes, a não ser no caso de a turma integrar algum aluno com necessidades educativas especiais. Neste caso, são formadas por um número máximo de 20 alunos, de acordo com a legislação em vigor.

A biblioteca da escola foi o espaço físico onde se realizaram os encontros semanais dos alunos com a investigadora. Segundo o *Projeto Educativo 2011-2014* do EVM “A Biblioteca Escolar/Espaço do Conhecimento deve constituir-se como um núcleo da organização pedagógica da escola vocacionado para as atividades culturais e para a informação, constituindo um instrumento essencial do desenvolvimento do

¹⁹ No Brasil, estes ciclos de ensino correspondem ao 2º segmento do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio.

currículo escolar” (p.54). A biblioteca localiza-se no edifício principal do EVM. Está dividida em cinco zonas funcionais, dentre as quais se encontra a zona Audiovisual/Multimédia onde os alunos têm acesso aos computadores com *internet*.

4.1.2. As professoras e as equipas participantes

Participaram diretamente da intervenção pedagógica *Matemátic@XXI*, seis professoras de matemática do Externato de Vila Meã, sob a Coordenação Pedagógica da Professora Belmira Mota, Coordenadora do Departamento Curricular de Matemática e Ciências Experimentais da escola. A fim de resguardar as identidades, as professoras-treinadoras serão nomeadas por duas letras. Cada equipa participante da gincana ficou sob a responsabilidade de uma professora-treinadora. O papel das professoras foi essencialmente o de apoio e incentivo às equipas, sobretudo quando se mostravam mais desanimadas ou quando os alunos se lhes dirigiam, explicitamente, com alguma dúvida acerca do trabalho proposto. O título de *treinadoras* foi usado em analogia ao futebol, mas não com um sentido de serem elementos que iriam treinar os alunos das equipas para terem sucesso no seu trabalho na gincana; as treinadoras das equipas serviam essencialmente de elementos de motivação. Desta forma, as seis professoras foram responsáveis pelas catorze equipas da gincana *Matemátic@XXI* conforme a seguir:

Professora CM: 2 equipas - *Os Mercenários* e *Matematix*

Professora LA: 2 equipas - *The Wolves* e *A. C. Vila Meã*

Professora GA: 1 equipa – *11 Mosqueteiros*

Professora PM: 3 equipas – *Prostudents*, *Os Amarantinos* e *Os Matraquilhos*

Professora SL: 4 equipas – *7Sete*, *Marretas*, *Team Lopes* e *Kings*

Professora AO: 2 equipas – *Genious of Math* e *Craques da Matemática*

A figura 10 apresenta um sumário do perfil das seis professoras-treinadoras que participaram da gincana *Matemátic@XXI*.

Prof. ^{as}	Faixa etária	Qualificação profissional	Turmas que lecionou no ano letivo de 2014-2015 (com participantes da gincana)	
			7º ano	8º ano
			100% das turmas participaram da gincana	62,5% das turmas participaram da gincana
CM	20-30	Licenciatura		Turma 1
LA	40-50	Licenciatura	Turmas 4 e 8	
GA	30-40	Licenciatura		Turma 5
PM	40-50	Licenciatura	Turma 2	Turmas 2 e 4
SL	30-40	Licenciatura	Turmas 1, 5, 6 e 7	Turma 8
AO	40-50	Licenciatura	Turma 3	

Figura 10. Sumário do perfil das seis professoras-treinadoras da gincana *Matemátic@XXI*.

A formação das equipas da gincana *Matemátic@XXI* foi livre e contou com alunos de 13 turmas dos 7.º e 8.º anos do 3.º ciclo do Ensino Básico do EVM. Os 155 alunos participantes da gincana *Matemátic@XXI* organizaram-se em 14 equipas de 11 alunos cada, exceto a equipa Kings que contou com 12 atletas. A faixa etária dos alunos foi de 12 a 15 anos. A participação masculina (56%) foi ligeiramente maior que a participação feminina (44%) ainda que as equipas fossem bastante diferentes quanto a este quesito.

As equipas foram nomeadas por seus próprios integrantes.

A figura 11 apresenta a caracterização das 14 equipas participantes da gincana *Matemátic@XXI*.

Equipas	Divisão		Percentual de participantes ativos no grupo do Facebook ²⁰	Turmas envolvidas		Professora-treinadora
	Alunos	Alunas		7º ano	8º ano	
1. Os Mercenários	4 alunos	7 alunas	100 %		Turma 1	CM
2. The Wolves		11 alunas	55 %	Turmas 4 e 8	Turma 1	LA
3. 11 Mosqueteiros	7 alunos	4 alunas	100 %		Turma 5	GA
4. Prostudents	6 alunos	5 alunas	55 %		Turma 2	PM
5. 7 Sete	8 alunos	3 alunas	100 %	Turma 7		SL
6. Marretas	3 alunos	8 alunas	91 %	Turmas 5 e 6		SL
7. Genius of Math	4 alunos	7 alunas	91 %	Turma 3		AO
8. A. C. Vila Meã		11 alunos	100 %	Turmas 4, 5 e 8		LA
9. Os Amaranthinos	5 alunos	6 alunas	55 %	Turmas 2 e 5		PM
10. Team Lopes	9 alunos	2 alunas	82 %		Turma 8	SL
11. Kings	11 alunos	1 aluna	83 %	Turma 1		SL
12. Craques da Matemática	5 alunos	6 alunas	91 %	Turma 3		AO
13. Matematix	5 alunos	6 alunas	100 %		Turma 1	CM
14. Os Matraquilhos	9 alunos	2 alunas	9 %		Turma 4	PM
TOTAL	87 alunos	68 alunas		13 turmas		
155 participantes	(56%)	(44%)		8 turmas	5 turmas	
				do 7º ano	do 8º ano	

Figura 11. Sumário do perfil das equipas participantes da gincana *Matemátic@XXI*.

4.1.3. Descrição da gincana

A gincana escolar *Matemátic@XXI* fundamentou-se no modelo de competições matemáticas de natureza inclusiva em contexto para além da sala de aula (Freiman & Vézina, 2006; Kenderov, Rejali, Bussi et al., 2009; Freiman & Appelbaum, 2011; Stockton, 2012). Deste modo, dirigiu-se a todos os alunos do 3º Ciclo do Ensino Básico do EVM e constituiu-se num conjunto de quatro torneios digitais (*WebQuests*) e um torneio final presencial. O desenho das atividades foi pensado de modo a todos os participantes poderem ter sucesso na competição, independentemente do seu desempenho escolar. Na verdade, a própria perspetiva

²⁰ Os alunos que não tinham perfil no *Facebook* acessavam o conteúdo do seu grupo por meio dos colegas de equipa.

teórica de enculturação matemática (Bishop, 1991) contribui para o caráter inclusivo da gincana.

A gincana escolar *Matemátic@XXI* foi inspirada nos torneios de futebol, por isso as equipas participantes foram constituídas por 11 atletas e acompanhadas por um treinador, a professora de matemática da turma. Os 155 alunos participantes (68 meninas e 87 meninos) organizaram-se, livremente, em 14 equipas. Uma equipa, excecionalmente, contou com 12 alunos. O caráter lúdico de competição inclusiva funcionou como elemento de motivação dos alunos. Houve, igualmente, a promoção de uma forma colaborativa de aprendizagem e a responsabilização de cada atleta pelo desempenho geral da equipa.

Esta gincana escolar foi desenhada como um artefato mediador entre os alunos e os objetos matemáticos em conformidade com a Teoria da Atividade (Leontiev, 1978). Segundo esta teoria, como vimos no Capítulo II, a relação do Homem (sujeito) com o Mundo (objeto, no caso deste trabalho, os objetos matemáticos) dá-se sempre de forma mediada por artefatos materiais ou simbólicos.

Assim sendo, na intervenção pedagógica *Matemátic@XXI*, a promoção da enculturação matemática (Bishop, 1991) esteve associada com a atividade de cada aluno (Leontiev, 1978) em interação social (conjugação entre afetividade & cognição – Chacón, 2000, 2003; Damásio, 2011) com seus colegas e professores com recurso às tecnologias digitais (Figura 12).



Figura 12. Modelo da Teoria da Atividade de Leontiev aplicado à intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* (ferramenta cognitiva²¹).

²¹ Ferramentas cognitivas são as tecnologias que possibilitam uma aprendizagem significativa e ativa dos alunos, na construção do conhecimento, na comunicação, na colaboração, na reflexão.

Desta forma, na *Matemátic@XXI*, as equipas (sujeitos) tiveram acesso, por sua atividade, à cultura matemática (objetos), pela mediação das *WebQuests*. A mediação social foi promovida entre os alunos que resolveram as tarefas em equipas, com a ajuda da investigadora e das professoras participantes, com recurso ao *Facebook*. A interação entre todos os participantes, de forma virtual ou presencial, deu-se de forma colaborativa e afetiva.

A apresentação da gincana escolar *Matemátic@XXI* foi realizada pela investigadora ao diretor da escola a 28 de outubro de 2014. Em novembro, com a autorização da direção pedagógica para a realização da gincana e deste estudo no EVM, a investigadora reuniu-se com as professoras de matemática do 3.º ciclo do Ensino Básico da escola para a apresentação de todo o projeto.

A adesão das professoras ao projeto foi espontânea, sendo elas as principais divulgadoras da gincana junto dos alunos e, também, as suas principais incentivadoras. Os alunos fizeram a inscrição na gincana *Matemátic@XXI* diretamente com as suas professoras de matemática.

Ficou decidido, entre as professoras e a investigadora, que só participariam na gincana os alunos dos 7.º e 8.º anos, já que os de 9.º ano têm exames nacionais, o que poderia ser um fator de dificuldade na gestão do tempo para a realização das tarefas. Os alunos foram, então, convidados a participar na gincana diretamente pela investigadora, que visitou todas as turmas de 7.º e 8.º anos da escola para lhes apresentar o projeto (Figura 13). Nesta época, a escola contava com oito turmas de 7.º ano e oito turmas de 8.º ano no 3.º Ciclo do Ensino Básico. Um total de 35% dos alunos da escola deste ciclo de ensino inscreveu-se na gincana, o que envolveu alunos de todas as oito turmas do 7.º ano e de cinco turmas do 8.º ano, o que corresponde a mais de 81% das turmas destes anos envolvidas na gincana.



Figura 13. Excerto do mural do Facebook do Externato de Vila Meã convidando os alunos do 3º ciclo para a participação na gincana *Matemátic@XXI*.

Como já referido anteriormente, as equipas foram constituídas por alunos de diferentes turmas do 7.º e 8.º anos, com idades entre 12 e 15 anos. Estas equipas eram heterogéneas quanto ao desempenho escolar dos alunos em Matemática, bem como à sua constituição em género.

A adesão dos alunos ao projeto foi livre e não sujeita à avaliação escolar regular. As equipas podiam ser formadas por alunos de diferentes turmas e séries. As atividades desenvolvidas não tinham uma vinculação direta com o currículo escolar.

No início da gincana, foram criados grupos fechados no *Facebook* para cada equipa, em conjunto com a investigadora, com o objetivo de ser um canal de comunicação, acompanhamento e ajuda ao trabalho dos alunos. Através deste canal, as atividades da gincana foram propostas e a investigadora deu apoio e prestou ajuda aos alunos que tal solicitaram (Figura 14).



Figura 14. Excertos dos murais do Facebook de duas equipas participantes na gincana.

A gincana escolar *Matemátic@XXI* foi organizada em cinco torneios (Figura 15), sendo que o primeiro torneio se iniciou a 12 de janeiro de 2015. Os quatro primeiros torneios tiveram formato digital (*WebQuests*) com quatro tarefas em cada um deles. As equipas tiveram um prazo médio de um mês para realizarem cada um destes quatro torneios digitais.



Figura 15. Trecho do mural no Facebook da equipa Kings com a publicação dos cinco torneios.

Como produto final para cada um dos torneios digitais (*WebQuests*), as equipas deveriam apresentar uma revista da sua autoria, impressa ou eletrónica, com as resoluções das tarefas propostas (Figura 16).



Figura 16. Revistas editadas por algumas equipas participantes da gincana Matemátic@XXI.

Todas as tarefas da gincana foram pontuadas. Cada torneio digital valia 30 pontos, o que perfazia um total de 120 pontos para os quatro primeiros torneios. O torneio final também valia 120 pontos. A informação relativa à pontuação de cada tarefa com os critérios de avaliação estava disponível para os alunos nas *WebQuests*. A correção de todas as tarefas foi realizada pela investigadora. No final dos quatro torneios digitais, foi divulgado um resultado parcial da gincana *Matemátic@XXI* com os pontos alcançados pelas 14 equipas inscritas (Figura 17). Os trabalhos foram entregues pela investigadora às equipas com as devidas correções e pontuações. Assim, os alunos puderam preparar-se para o torneio final.

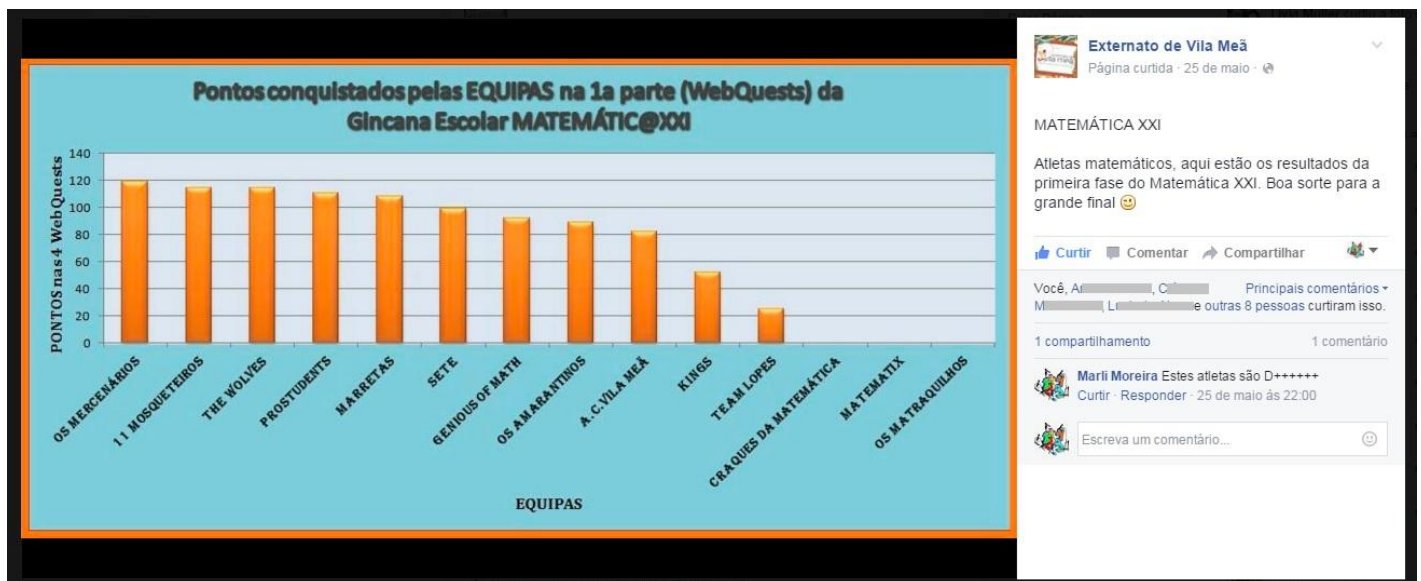


Figura 17. *Printscreen* da página oficial do Externato de Vila Meã na *internet* com os resultados parciais das 14 equipas participantes na gincana *Matemátic@XXI*.

O quinto torneio (torneio final) foi presencial, não permitiu recurso à *internet* e teve a duração aproximada de uma hora. Foi realizado na escola, em 29 de maio de 2015, com a presença de 12 equipas finalistas (Figura 18). Os alunos resolveram, organizados nas suas equipas, duas tarefas e uma questão extra.



Figura 18. Alunos durante o 5º torneio da gincana *Matemátic@XXI* com as equipas trabalhando nas tarefas finais sem recurso à *internet*.

Cabe referir que as equipas *Craques da Matemática*, *Matematix* e *Os Matraquilhos*, embora não tenham somado pontos na primeira fase da gincana, não foram desclassificadas da competição, e foram convidadas a participarem na próxima fase. Esta opção está em conformidade com o caráter inclusivo da gincana.

As equipas foram classificadas pelo número de pontos conquistados nos cinco torneios da gincana. A pontuação máxima que poderia ser alcançada na competição era de 240 pontos. Das catorze equipas que iniciaram a gincana, doze equipas compareceram ao torneio final (doze equipas finalistas), o que configura um total de 86 pontos percentuais de conclusão do projeto pelos participantes. Duas equipas desistiram da participação na gincana.

No evento comemorativo de encerramento da competição, a 8 de junho de 2015, houve a divulgação do resultado final da gincana *Matemátic@XXI* (Figura 19). À semelhança de um torneio final de futebol, foram declaradas campeãs as duas equipas que conquistaram mais pontos. Cada um dos 133 alunos participantes que chegaram à final recebeu uma medalha de *atleta da matemática*. Houve, também, o

sorteio de cinco calculadoras eletrônicas entre todos os alunos além de uma intervenção pelo Circo Matemático²² (Figura 20).



Figura 19. Publicação do Resultado Final da gincana *Matemática@XXI* no mural do grupo fechado da equipa Os Mercenários, equipa classificada em 1º lugar.

²² Associação portuguesa sem fins lucrativos ligada à LUDUS que tem como objetivo: “Maravilhar, divertir e atrair para a matemática mediante a realização de atividades lúdicas variadas. A Matemática Recreativa levada à cena: um espaço de degustação intelectual baseada na magia matemática!”. < <http://ludicum.org/cm/>>



Figura 20. Alunos recebendo a medalha da 1ª gincana *Matemátic@XXI* (acima) e a apresentação do Circo Matemático para as equipas (abaixo).

As duas equipas que mais pontuaram na gincana, *Os Mercenários* e *The Wolves*, foram premiadas com um passeio de natureza cultural e recreativa à cidade do Porto, realizada em 15 de dezembro de 2015. Os alunos das duas equipas visitaram a Biblioteca da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto e assistiram à sessão “Vida, uma História Cósmica” no Planetário do Porto acompanhados da investigadora e de duas professoras da escola (Figura 21).



Figura 21. Excertos do mural do Facebook do Externato de Vila Meã com a publicação das fotos do passeio ao Porto das duas equipas campeãs da gincana *Matemática@XXI*.

Cada *WebQuest* foi concebida a partir de um tema matemático que funcionou como elemento de integração entre as diferentes tarefas propostas, explorando-se a visão interdisciplinar do conhecimento matemático e as suas conexões para a compreensão da Matemática como um todo. Para cada tema foram propostas quatro tarefas que estabeleciam as quatro conexões surpreendentes da gincana: (i) com a História da Matemática; (ii) com a Matemática; (iii) com as outras ciências; e (iv) com a vida quotidiana. Este modelo das quatro conexões surpreendentes foi utilizado na construção das quatro *WebQuests* que compuseram a 1ª parte da gincana.

Os quatro temas trabalhados foram: o triângulo, o número 7, o infinito e a moda. Estes temas foram escolhidos por abrangerem as quatro grandes áreas do ensino da Matemática contempladas no currículo do Ensino Básico: Geometria e Medida, Números e Operações, Álgebra e Organização e Tratamento de dados. Estes temas foram escolhidos pela possibilidade ampla de conexões que disponibilizavam

para o trabalho interdisciplinar pretendido. As tarefas propostas nas *WebQuests* não tiveram uma vinculação direta ao currículo escolar vigente. Pretenderam promover nos alunos uma relação mais confiante e agradável com a Matemática na perspectiva da construção, por cada aluno, de uma afetividade geral positiva (*global affect* - Chacón, 2000, 2003) em relação à disciplina.

Durante a gincana, os alunos puderam solicitar, em qualquer momento, ajuda das professoras, na escola, e da investigadora, através do *Facebook*. A legitimidade desta procura de ajuda foi sempre reforçada junto dos alunos, quer pelas professoras quer pela investigadora. A título de exemplo, a figura 22 ilustra uma instância de solicitação de ajuda à investigadora através do *Facebook*.

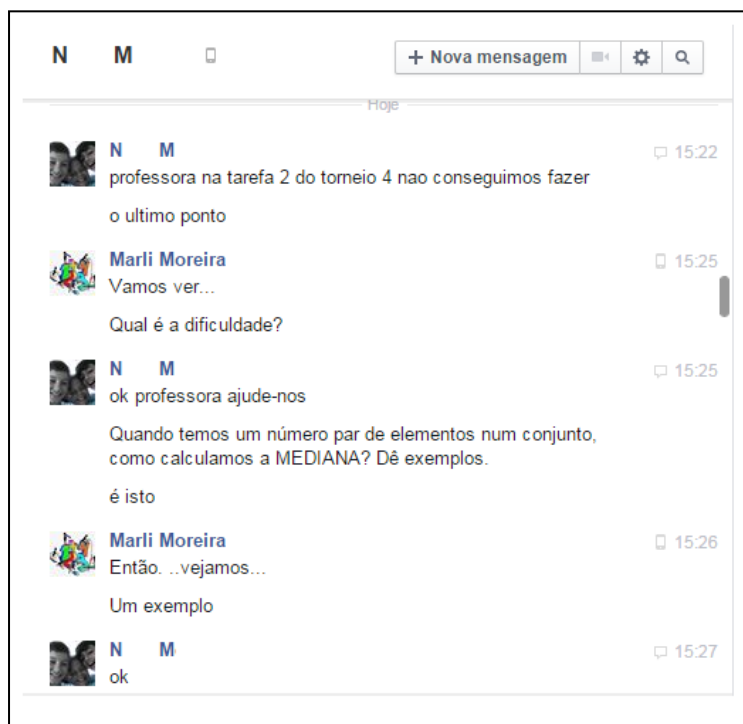


Figura 22. Excerto de um diálogo no *Facebook* entre um aluno e a investigadora.

A mediação da investigadora deu-se de duas maneiras distintas: (i) presencialmente, na escola, em todas as quartas-feiras, durante todo o horário escolar; e (ii) virtualmente, nos grupos fechados formados com cada equipa na rede social *Facebook*, em qualquer dia e horário.

Os encontros presenciais das quartas-feiras, na biblioteca da escola, foram-se tornando cada vez mais valorizados pelos alunos, dada a presença regular das equipas. Não havia nenhuma obrigatoriedade das equipas comparecerem na

biblioteca para o encontro com a investigadora e nem um horário pré-estabelecido para estes encontros. Simplesmente, os alunos sabiam da presença da investigadora na escola e recorriam a ela para lhe colocar dúvidas ou apenas partilhar aspetos do seu trabalho.

O objetivo destes encontros era o de acompanhar o trabalho dos alunos, dar apoio às equipas que requisitassem ajuda e incentivar os alunos para o trabalho. Na biblioteca, havia computadores com acesso à *internet*, o que incentivava também as equipas a permanecer no local para realizarem seu trabalho (Figura 23).



Figura 23. Encontros presenciais da equipa 7Sete da gincana Matemática@XXI.

As *WebQuests* e o *Facebook* permitiram experimentar uma nova *sala de aula*, para além da sala de aula tradicional, favorecendo uma ampliação das suas fronteiras e possibilidades (Costa & Carvalho, 2006). Por exemplo, houve diálogos e intervenções dos alunos, entre si e com a investigadora, em horários que extrapolaram o tempo e o espaço da escola. Nos finais de semana, à noite e mesmo no período de recesso escolar da Páscoa, os diálogos foram frequentes. Cumpre, também, ressaltar como a Matemática esteve presente na conversação digital entre os alunos em contexto fora da escola.

Os princípios teóricos subjacentes à perspetiva pedagógica da gincana escolar *Matemática@XXI* são os da enculturação matemática (Bishop, 1991). O currículo

para a enculturação matemática, como já referido no Capítulo II, objetiva-se como um esquema de conhecimento que fornece suporte para a humanização e a socialização dos estudantes. Este modelo (estrutura curricular por temas integradores) foi utilizado na construção de todas as quatro *WebQuests* que compuseram os torneios digitais da gincana (Figura 24). A lógica de currículo adotada, diferentemente da escola tradicional, não é linear e nem centrada no domínio das técnicas, privilegiando as conexões dos saberes.

Torneio	Conexões	Tarefas/Temas
1º torneio (digital) (1ª WebQuest) Tema: TRIÂNGULO publicada em 12/01/2015	História	1. Apresentar Pitágoras, as suas ideias e realizações.
	Matemática	2. Teorema de Pitágoras
	Geografia	3. Circuncentro do triângulo imaginário formado por três pontos extremos de Portugal
	Vida quotidiana	4. Área total de um telhado
2º torneio (digital) (2ª WebQuest) Tema: NÚMERO 7 publicada em 13/02/2015	História	1. Apresentar Tales de Mileto, as suas ideias e realizações.
	Matemática	2. Números primos
	Física	3. Arco-Íris
	Vida quotidiana	4. Distâncias em mapas
3º torneio (digital) (3ª WebQuest) Tema: INFINITO publicada em 13/03/2015	História	1. Apresentar Georg Cantor, as suas ideias e realizações.
	Matemática	2. Número de Ouro e os números irracionais
	Ciências	3. A água
	Vida quotidiana	4. Cálculo de uma medicação tomada em doses 'infinitas'
4º torneio (digital) (4ª WebQuest) Tema: MODA publicada em 20/04/2015	História	1. Apresentar Blaise Pascal e Pierre de Fermat
	Matemática	2. Média, Moda e Mediana
	Estatística	3. Tratamento de dados
	Vida quotidiana	4. Análise de resultados de um campeonato de Futebol
5º torneio (presencial) final, sem recurso à internet realizado em 29/05/2015)	Tarefa A	1. Sobre um tema da História da Matemática
	Tarefa B	2. Sobre um problema da vida quotidiana
	Tarefa extra	3. Palavras Cruzadas sobre os temas trabalhados nos torneios anteriores

Figura 24. Organização dos cinco torneios da gincana *Matemática@XXI*.

Todas as doze equipas finalistas alcançaram sucesso na realização das tarefas da gincana. Ressalta-se que metade das equipas finalistas alcançou um resultado

acima de 85 pontos percentuais nas tarefas realizadas. Na figura 25, estão registados os pontos somados por cada equipa finalista.

Equipas ²³	Pontos alcançados na gincana	Pontos alcançados/ Total de pontos (%)
OS MERCENÁRIOS	239	99,6%
THE WOLVES	236	98,3%
11 MOSQUETEIROS	234	97,5%
PROSTUDENTS	229	95,4%
7 SETE	217	90,4%
MARRETAS	206	85,8%
GENIOUS OF MATH	161	67,1%
A. C. VILA MEÃ	149	62,1%
OS AMARANTINOS	147	61,3%
TEAM LOPES	145	60,4%
KINGS	140	58,3%
CRAQUES DA MATEMÁTICA	118	49,2%

Figura 25. Resultados das 12 equipas finalistas da gincana escolar *Matemática@ XXI*.

Segundo Ponte (2010), a aprendizagem matemática dos alunos “assenta na actividade que os alunos levam a cabo na sala de aula e esta, por sua vez, depende muito das tarefas apresentadas pelo professor” (p. 9). O autor distingue quatro tipos fundamentais de tarefas segundo a sua complexidade (o grau de dificuldade na percepção do aluno) e estrutura: exercício, problema, exploração e investigação. Conforme esta classificação, o exercício é a tarefa de menor complexidade e de estrutura mais fechada e a investigação é a tarefa de natureza mais aberta e de maior complexidade. A classificação das tarefas está diretamente ligada ao nível de conhecimento dos alunos em matemática. Assim, por exemplo, uma tarefa, que é um problema para uns, pode ser classificada como um exercício para outros. Atendendo aos pressupostos teóricos da enculturação matemática e considerando-se o nível de escolaridade dos alunos participantes, as tarefas propostas nas *WebQuests* da gincana escolar *Matemática@XXI* foram, predominantemente, de dois tipos: problemas e exploração. Os problemas têm complexidade elevada e são de natureza fechada e as tarefas de exploração são de complexidade reduzida e estrutura aberta (Figura 26).

²³ Os nomes das equipas foram escolhidos livremente pelos alunos participantes.

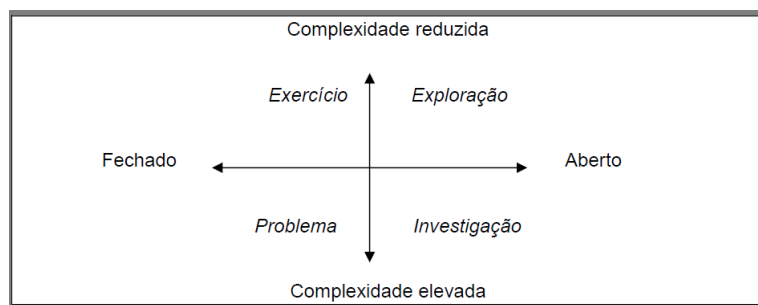


Figura 26. Classificação das tarefas matemáticas. (Fonte: Ponte, 2010, p.21)

A figura 27 mostra a tarefa três do primeiro torneio (Tema: Triângulo) como um exemplo de uma tarefa de exploração proposta na gincana. Esta tarefa apresenta uma abordagem interdisciplinar entre a Geografia e a Matemática.

A Matemática está ligada a inúmeros campos do conhecimento humano. Nesta parte do vosso trabalho, vão abordar um tema que assenta na ligação entre a Matemática e a Geografia. Vocês devem descobrir, no mapa de Portugal Continental, quais são os 3 pontos extremos localizados mais a ocidente, mais a oriente e mais a sul. Vocês deverão divulgar o problema de uma empresa de telecomunicações que precisa instalar uma torre de transmissão de sinal digital em um local equidistante destes 3 pontos extremos de Portugal Continental, com o objetivo de melhor cobrir toda a região. Imaginem um TRIÂNGULO cujos vértices coincidam com estes 3 pontos extremos. Vocês deverão encontrar o CIRCUNCENTRO deste TRIÂNGULO imaginário. Qual deverá ser o local indicado para a instalação desta torre de transmissão? Na vossa resposta a esta tarefa, devem incluir uma figura (desenho, esquema, etc) que ilustre a situação e devem explicar bem o processo de resolução.

Figura 27. Exemplo de tarefa de exploração proposta na gincana *Matemátic@XXI*.

Nesta tarefa, o circuncentro é o objeto matemático de estudo e a sua nomeação explícita visa identificá-lo dentro do processo de apropriação pelos sujeitos da atividade (Leontiev, 1978). Este tema ainda não havia sido trabalhado pelos alunos no contexto de sala de aula.

A tarefa quatro do terceiro torneio (Tema: Infinito) é um exemplo de um problema, como apresentado na figura 28.

Reparem na figura abaixo !!! É a representação de um quadrado cujo lado 1 unidade de medida. O quadrado está dividido em partes coloridas... Imaginem que esta divisão continua **infinitamente**...



Com esta ideia na cabeça, resolvam o problema a seguir:

A D. Cacilda está com uma doença rara chamada *Infinítite* aguda 😊. O seu filho Firmino ficará responsável pela medicação da mãe. Para o tratamento completo, ela terá que tomar 1 litro do remédio *Matemazil* 😊, mas não de uma só vez. A medicação deverá ser tomada diariamente seguindo a dosagem prescrita pelo médico. Assim, no 1º dia, a D. Cacilda deverá tomar metade do conteúdo (1 litro) do remédio. No 2º dia, deverá tomar metade do conteúdo que restou após o 1º dia. No 3º dia de tratamento, a D. Cacilda deverá tomar metade do conteúdo do medicamento que restou no recipiente após os 1º e 2º dias de tratamento. Seguindo esta regra, o Firmino dará a dose de medicação diária de que a sua mãe necessita para curar-se da doença. O Firmino está muito preocupado com a saúde da sua mãe. É um filho muito dedicado 😊. Ele pediu a vossa ajuda para completar a tabela abaixo e responder às questões seguintes:

DATA	DOSE DA MEDICAÇÃO A SER TOMADA (NESTE DIA) PELA D. CACILDA	TOTAL DA MEDICAÇÃO JÁ TOMADA PELA D. CACILDA ATÉ ESTA DATA (inclusive)
1º dia		
2º dia		
3º dia		
4º dia		
5º dia		
6º dia		
7º dia		
8º dia		
9º dia		
10º dia		
...	...	...
20º dia (1ª mês de tratamento)		

- Quanto tempo deverá durar o tratamento da D. Cacilda?
- Qual a quantidade total de medicação que a D. Cacilda deverá tomar para completar o seu tratamento?

Figura 28. Exemplo de problema proposto na gincana *Matemática@XXI*.

Para a resolução de todas as tarefas, os alunos deviam consultar os recursos online disponibilizados nas *WebQuests*. Estes recursos compreendiam todo o material previamente selecionado pela investigadora para apoiar o trabalho dos alunos. Incluíam vídeos educacionais, *links* para acesso a conteúdos matemáticos e de outras áreas disponibilizados na *web*, etc.

4.2. Descrição dos torneios

Nas secções seguintes, apresento os cinco torneios que compuseram a gincana *Matemátic@XXI*. Descrevo, inicialmente, as quatro *WebQuests* que compuseram os torneios digitais e, em seguida, o torneio final presencial.

4.2.1. O primeiro torneio

O primeiro torneio, em formato digital, iniciou-se a 12 de janeiro de 2015 com a publicação, através do link <https://sites.google.com/site/matematicxxi/>, da primeira *WebQuest* com o tema *Triângulo* nos 14 grupos fechados do *Facebook* correspondentes às 14 equipas inscritas na gincana *Matemátic@XXI* (Figura 29).



Figura 29. Publicação do primeiro torneio do *Matemátic@ XXI* no grupo fechado de uma equipa no *Facebook*.

A primeira *WebQuest* (tema *Triângulo*) compunha-se de seis páginas correspondentes às seis partes características de uma *WebQuest*, como mostrado na figura 30: Introdução, Tarefas, Processo, Recursos, Avaliação e Conclusão.

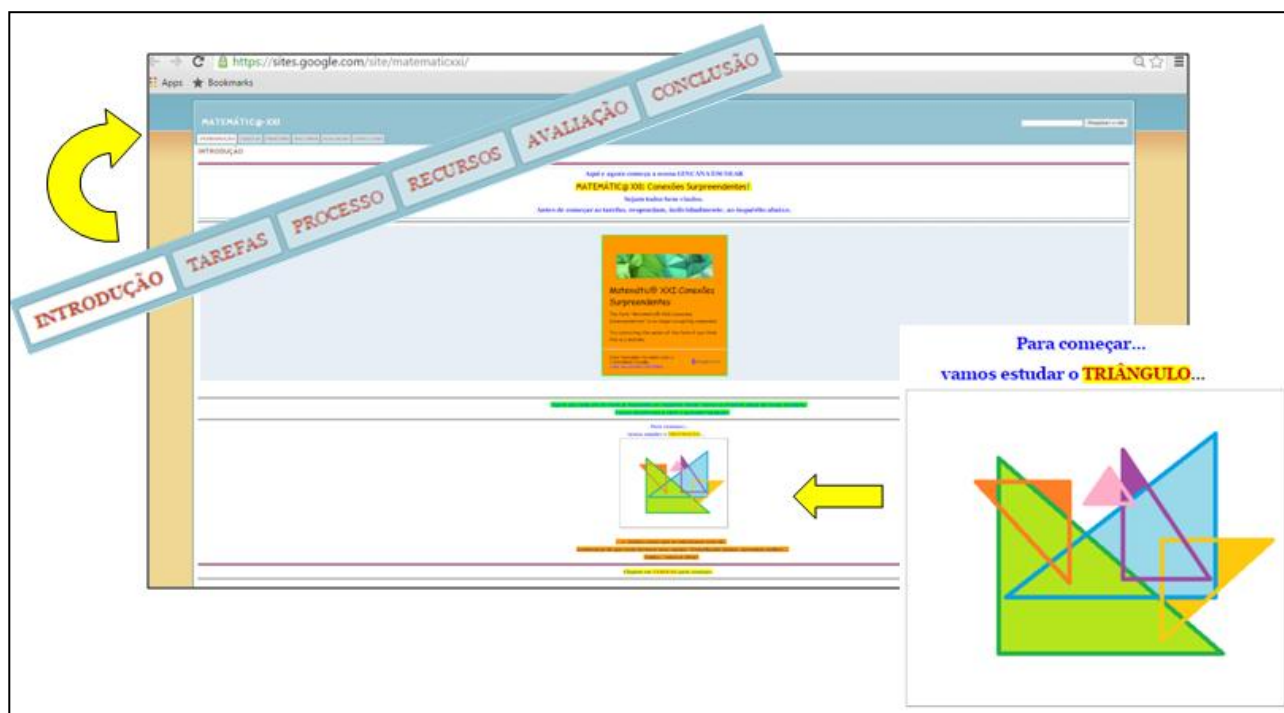


Figura 30. Página da Introdução da primeira WebQuest da gincana escolar Matemática@ XXI.

Na primeira página, fez-se um convite aos alunos para o estudo do tema *Triângulo* e um questionário inicial para ser respondido *online*. Este questionário inicial tinha o propósito de traçar um perfil, de forma geral, das concepções dos alunos acerca da Matemática e sua aprendizagem. Na segunda página, relativa às *Tarefas*, apresentou-se o trabalho que cada equipa deveria realizar: a edição de uma *Revista de Ciências e Cultura*. (Figura 31).



Figura 31. Página das Tarefas da primeira WebQuest da gincana escolar Matemática@ XXI.

Em cada torneio digital, as quatro partes da revista que as equipas deveriam editar diziam respeito às quatro conexões surpreendentes dos diferentes saberes - (i) História; (ii) Matemática; (iii) outras ciências; e (iv) vida quotidiana. Para cada uma destas partes da revista, a equipa deveria apresentar a resolução da tarefa correspondente.

Desta forma, neste primeiro torneio, as quatro secções da revista exibiriam as resoluções dos alunos para as tarefas propostas como indicado na figura 32.

Secção da Revista	Tarefa a ser realizada pelas equipas
(i) HISTÓRIA	Apresentar Pitágoras, suas ideias e realizações.
(ii) MATEMÁTICA	Dar a conhecer o Teorema de Pitágoras.
(iii) CIÊNCIAS	Encontrar e desenhar o Circuncentro do triângulo imaginário formado por três pontos extremos de Portugal.
(iv) VIDA QUOTIDIANA	Calcular a área total de um telhado ²⁴ .

Figura 32. Tarefas da primeira WebQuest da gincana Matemática@ XXI.

A figura 33 mostra as quatro tarefas propostas como apresentadas na primeira WebQuest, com as quatro secções destacadas.

²⁴ Tarefa adaptada da prova de matemática do PISA.

1) HISTÓRIA

TAREFA 1

A Matemática faz parte da História da Humanidade.

As grandes civilizações matemáticas baseiam-se na observação e mediram as primeiras respostas para perguntas do seu tempo. Assim foi com uma grande personalidade da história da matemática, conhecida por todo o mundo: **PITÁGORAS**.



A esta tarefa compete-lhe escrever uma reportagem para a próxima edição da revista "O Teorema" de **PITÁGORAS**. A nossa equipa tem que apresentar Pitágoras, as suas ideias e realizações. Deixa a tua reportagem, as questões e respostas sobre as suas realizações.

- Quem foi Pitágoras? Onde e quando nasceu? Que livros escreveu da sua biografia?
- O que foi Pitágoras de tão importante para que o seu nome tenha dado origem ao Teorema?
- O que é que Pitágoras tem a ver com o **TRANSVULGO**?

2) MATEMÁTICA

TAREFA 2

A Matemática é uma ciência dos números, das formas e das relações.

Os **TEOREMAS** são elementos essenciais da construção da Matemática. Pitágoras ficou para sempre associado a um teorema em dois campos.

A nossa tarefa é agora escrever um texto que explique as respostas às questões:

- O que é um **TEOREMA**?
- Qual é o **TEOREMA DE PITÁGORAS**?
- Como podemos provar que o **TEOREMA DE PITÁGORAS** é verdadeiro? Apresenta uma demonstração do teorema.

3) CONEXÕES SURPREENDENTES

TAREFA 3

A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

A Matemática está ligada a muitos campos do conhecimento humano.

Para parte da nossa tarefa, são dadas algumas questões que se encontram ligadas entre o **MATHEMATICS** e a **Geografia**.

Temos de fazer um mapa de Portugal Continental, que vá de 0 a 2 pontos e mostre as localidades mais a sul e a norte e mais a leste e a oeste.



Muito depois de fazer o problema de uma empresa de telecomunicações que precisa de saber a sua rede de transmissão de sinal digital em sua rede.

Seguindo o Teorema de Pitágoras, podemos encontrar a distância entre as localidades mais a sul e a norte e mais a leste e a oeste.

Seguindo o **TEOREMA DE PITÁGORAS**, podemos encontrar a distância entre as localidades mais a sul e a norte e mais a leste e a oeste.

Muito depois de fazer o problema de uma empresa de telecomunicações que precisa de saber a sua rede de transmissão de sinal digital em sua rede.

Seguindo o Teorema de Pitágoras, podemos encontrar a distância entre as localidades mais a sul e a norte e mais a leste e a oeste.

Seguindo o **TEOREMA DE PITÁGORAS**, podemos encontrar a distância entre as localidades mais a sul e a norte e mais a leste e a oeste.

Muito depois de fazer o problema de uma empresa de telecomunicações que precisa de saber a sua rede de transmissão de sinal digital em sua rede.

Seguindo o Teorema de Pitágoras, podemos encontrar a distância entre as localidades mais a sul e a norte e mais a leste e a oeste.

Seguindo o **TEOREMA DE PITÁGORAS**, podemos encontrar a distância entre as localidades mais a sul e a norte e mais a leste e a oeste.

4) TEMA GEOGRÁFICO

TAREFA 4

A Matemática está presente no nosso dia-a-dia.

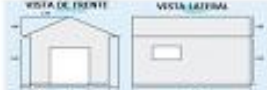
O Teorema de Pitágoras é utilizado em muitas situações do dia-a-dia. Este teorema permite-nos calcular a distância entre dois pontos no plano.

O Teorema de Pitágoras é utilizado em muitas situações do dia-a-dia. Este teorema permite-nos calcular a distância entre dois pontos no plano.



O Teorema de Pitágoras é utilizado em muitas situações do dia-a-dia. Este teorema permite-nos calcular a distância entre dois pontos no plano.

O Teorema de Pitágoras é utilizado em muitas situações do dia-a-dia. Este teorema permite-nos calcular a distância entre dois pontos no plano.



O Teorema de Pitágoras é utilizado em muitas situações do dia-a-dia. Este teorema permite-nos calcular a distância entre dois pontos no plano.

O Teorema de Pitágoras é utilizado em muitas situações do dia-a-dia. Este teorema permite-nos calcular a distância entre dois pontos no plano.

Figura 33. Printscreen da página Tarefas da primeira WebQuest da gincana Matemática@ XXI.

Na terceira página, relativa ao *Processo*, estavam apresentados os passos a serem seguidos pelas equipas para a realização das tarefas propostas anteriormente. A figura 34 exibe um excerto desta página da primeira *WebQuest*.



Figura 34. Excerto da página *Processo* da primeira *WebQuest* com as instruções de trabalho para as equipas.

Na página *Processo* havia também um aviso importante que lembrava aos alunos a possibilidade de solicitar ajuda aos professores e à investigadora sempre que necessário. Além disto, estabelecia o *Facebook* como um canal de comunicação *online* entre os alunos e a investigadora. Era requisitado aos alunos que utilizassem este canal para partilhar as suas descobertas, emoções e dificuldades (Figura 35). A expressão das emoções era vivamente incentivada para percebermos de que forma evoluíam os afetos dos alunos durante a gincana.



Figura. 35. Excerto da página *Processo* da primeira WebQuest com o convite para os alunos utilizarem o Facebook como canal de comunicação.

Na quarta página, *Recursos*, apresentava-se todo o material (vídeos, links de páginas) selecionado previamente e disponível na *internet* para o trabalho dos alunos (Figura 36).

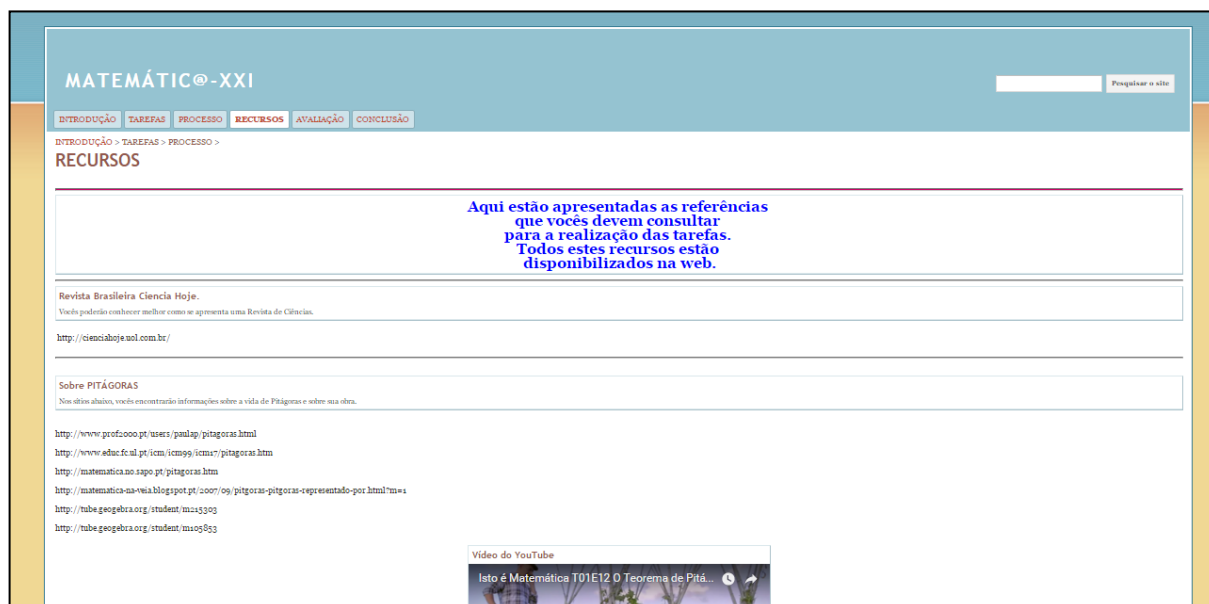


Figura 36. Excerto da página *Recursos* da primeira WebQuest com o material selecionado disponível na web.

Na quinta página, *Avaliação*, estava descrita a forma de avaliação da gincana com o número de pontos e os critérios adotados para a pontuação das tarefas (Figura 37).

MATEMÁTIC@-XXI

INTRODUÇÃO TAREFAS PROCESSO RECURSOS **AVALIAÇÃO** CONCLUSÃO

AVALIAÇÃO

A Gincana Escolar **MATEMÁTIC@ XXI** valerá **200 pontos**, no total.
Os 4 torneios somarão **100 pontos** e haverá uma **ETAPA FINAL PRESENCIAL** valendo mais **100 pontos**.

Os primeiros 100 pontos serão conquistados no decorrer dos 4 torneios da Gincana Escolar.
Este é o nosso primeiro torneio e valerá 25 pontos.
A pontuação conquistada por tua equipa levará em conta:

- . a correção das respostas;
- . a clareza e a correção dos textos escritos;
- . a pontualidade na entrega dos trabalhos;
- . a cooperação entre todos os participantes e
- . a criatividade apresentada na resolução das tarefas.

No quadro abaixo, está apresentada a pontuação de cada tarefa.

TAREFA	PONTOS
1	05
2	05
3	05
4	05
total	20

Figura 37. Excerto da página *Avaliação* da primeira *WebQuest* com a pontuação das tarefas.

Também fazia parte da página de *Avaliação* um inquérito²⁵ *online* de avaliação cuja participação era pontuada visando estimular os alunos para uma prática de autoavaliação (Figura 38).

²⁵ Os questionários aplicados na gincana estão disponíveis no Anexo 4. Os objetivos e as respostas a estes inquéritos são tratados no Capítulo VI.

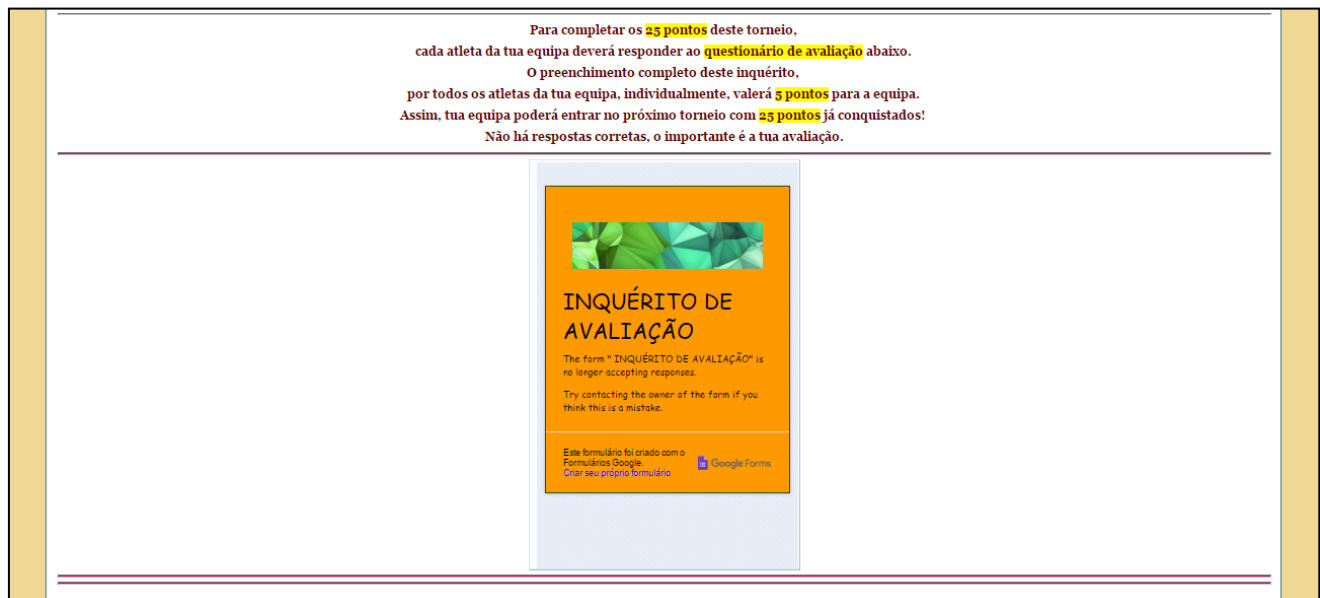


Figura 38. Excerto da página *Avaliação* da primeira WebQuest com o inquérito de avaliação a ser respondido individualmente pelos alunos.

Na sexta página, *Conclusão*, última parte da WebQuest *Triângulo*, para concluir os trabalhos sobre o tema, apresenta-se aos alunos a conexão da Matemática com a Arte através das seguintes obras: (i) o painel de azulejos *Les Océans* exposto na Estação de Metro Oriente, em Lisboa (Figura 39); (ii) a exposição, no Museu Serralves, da artista Monir Shahroudy, no Porto; e (iii) a poesia Matemática de Millôr Fernandes (Figura 40). Os alunos foram também desafiados a criarem um objeto artístico com este tema, o que valeu pontos extra na gincana (Figura 41).



Figura 39. Excerto da página *Conclusão* da primeira WebQuest com o painel de azulejos "Les Océans".

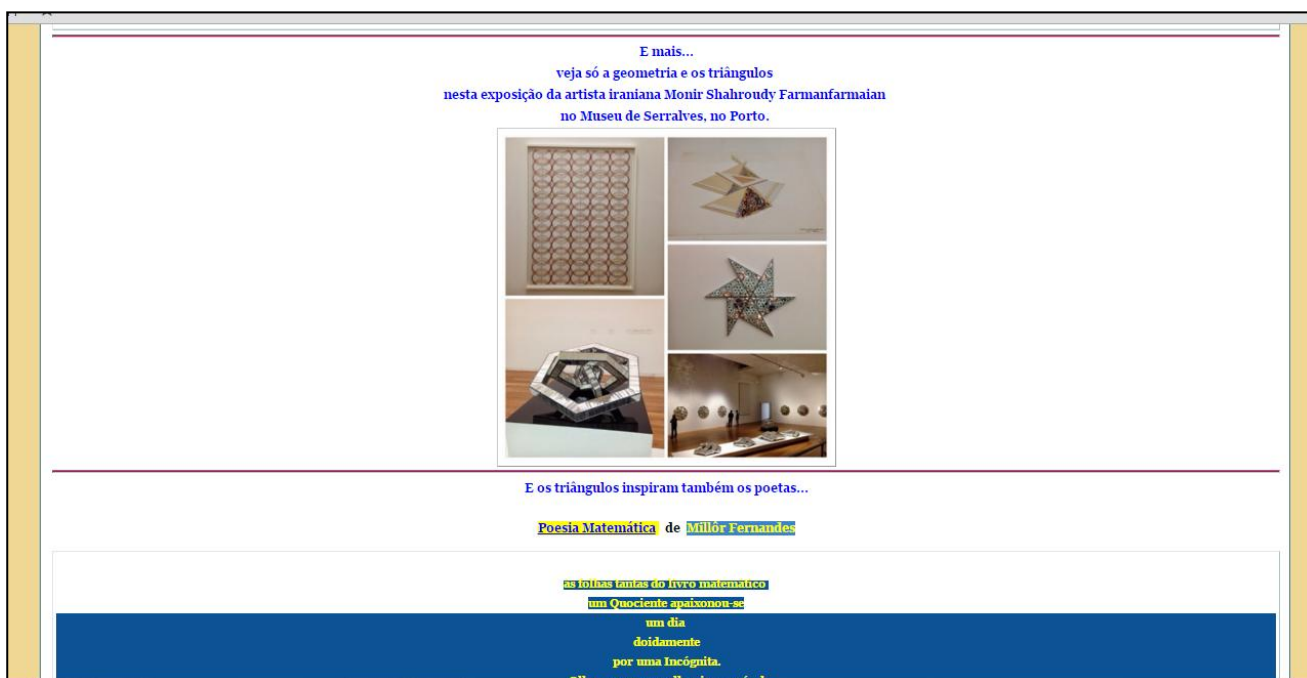


Figura 40. Excerto da página *Conclusão* da primeira WebQuest com a exposição do Serralves e a poesia de Millôr Fernandes.

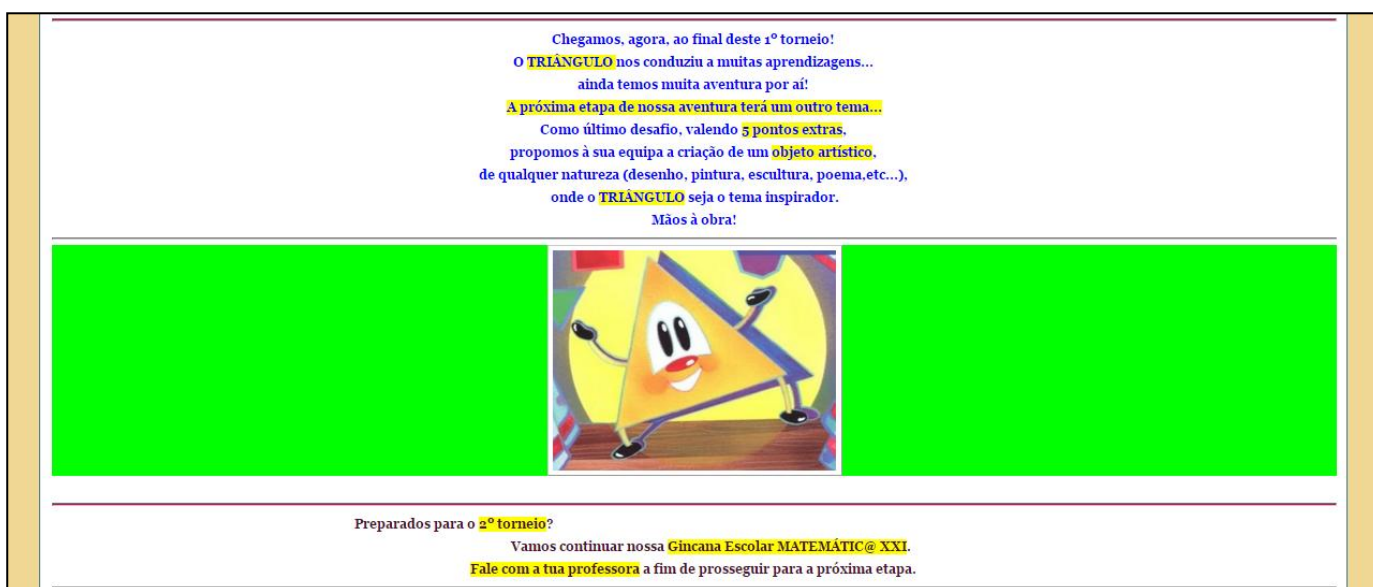


Figura 41. Excerto da página *Conclusão* da primeira WebQuest com o desafio para os alunos de criação de um objeto artístico com o tema *Triângulo*.

A conclusão do primeiro torneio ocorreu a 12 de fevereiro de 2015 com a entrega à investigadora das revistas elaboradas pelas equipas participantes. Este momento foi marcado por uma atmosfera de muito entusiasmo e sentimentos de realização. As equipas encontraram-se com a investigadora na biblioteca da escola e o evento foi registado em fotos (Figura 42). Nove equipas fizeram a entrega do trabalho na data marcada, duas atrasaram a entrega e três não cumpriram esta tarefa.



Figura 42. Excertos dos murais dos grupos fechados no Facebook de algumas equipas com as fotos das entregas das revistas do primeiro torneio da gincana Matemática@XXI.

4.2.2. O segundo torneio

O segundo torneio, em formato digital, iniciou-se a 13 de fevereiro de 2015 com a publicação, através do link <https://sites.google.com/site/matematicxxi2/>, da segunda WebQuest com o tema Número 7 nos 14 grupos fechados do Facebook (Figura 43).

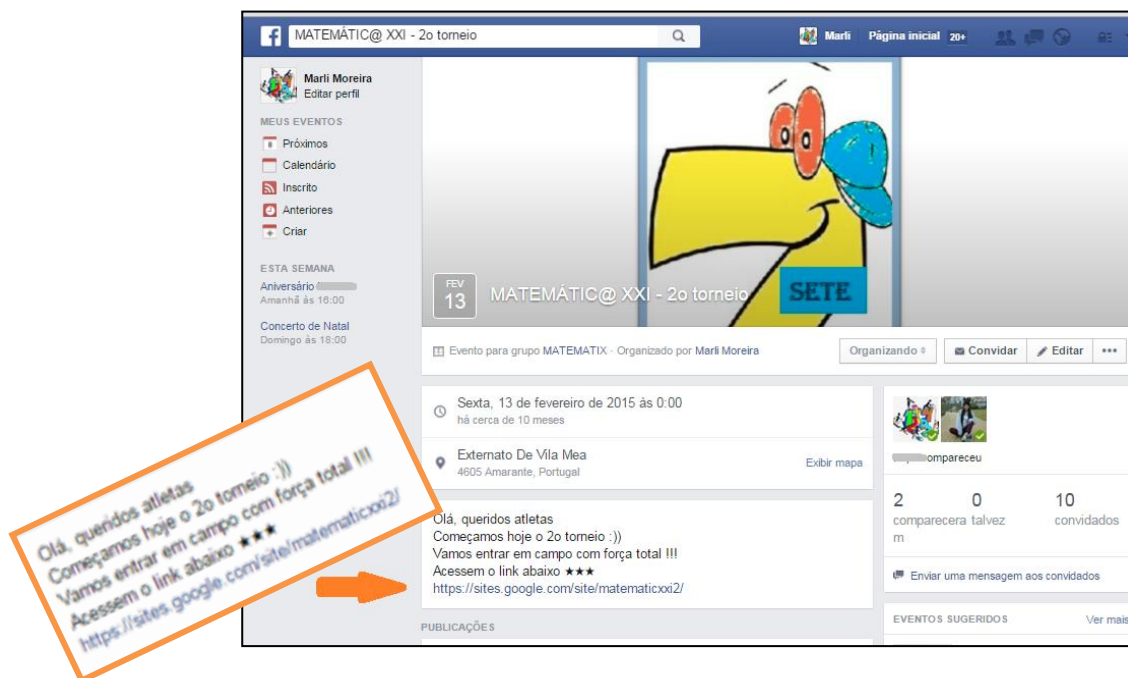


Figura 43. Publicação do 2º torneio da gincana escolar *Matemátic@ XXI* no grupo fechado do Facebook da equipa *Matematix*.

A segunda *WebQuest* compõe-se numa estrutura análoga à primeira. A primeira página, *Introdução*, convidava os atletas ao trabalho com o tema do segundo torneio da gincana *Matemátic@XXI* (Figura 44).



Figura 44. Página de *Introdução* do segundo torneio da gincana escolar *Matemátic@ XXI* com o tema *Número 7*.

Na segunda página, relativa às *Tarefas*, apresentava-se o trabalho que cada equipa deveria realizar. Como no primeiro torneio, as equipas deveriam elaborar uma *Revista de Ciências e Cultura*. Era este o segundo número da revista a entrar em circulação (Figura 45).



Figura 45. Página das *Tarefas* da segunda *WebQuest* da gincana escolar *Matemátic@ XXI*.

Analogamente ao torneio anterior, as quatro partes da revista que as equipas deveriam editar diziam respeito às quatro tarefas propostas (com as conexões surpreendentes), conforme mostrado na figura 46.

Secção da Revista		Tarefa a ser realizada pelas equipas
(i)	HISTÓRIA	Apresentar Tales de Mileto, suas ideias e realizações.
(ii)	MATEMÁTICA	Dar a conhecer os Números Primos.
(iii)	CIÊNCIAS	Estudar o Arco-Íris.
(iv)	VIDA QUOTIDIANA	Calcular distâncias em mapas.

Figura 46. *Tarefas* da segunda *WebQuest* da gincana *Matemátic@ XXI*.

A figura 47 mostra as quatro tarefas propostas como apresentadas na segunda *WebQuest*, com as quatro secções destacadas.

Figura 47. Printscreen da página *Tarefas* da segunda WebQuest da gincana *Matemátic@ XXI*.

Na terceira página, relativa ao *Processo*, eram indicados os passos a serem seguidos pelas equipas para a realização das tarefas propostas. A legitimidade dos pedidos de ajuda às professoras e à investigadora continuou realçada bem como a sugestão do uso do *Facebook* como canal de comunicação *online* em que, entre outros aspetos, os alunos poderiam expressar as suas emoções ao longo do seu trabalho (Figura 48).



Figura 48. Excerto da página *Processo* da segunda *WebQuest* com as instruções de trabalho para as equipas.

Na quarta página, *Recursos*, indicava-se o material (vídeos, *links* de páginas) selecionado previamente e disponível na *internet* para o trabalho dos alunos (Figura 49).

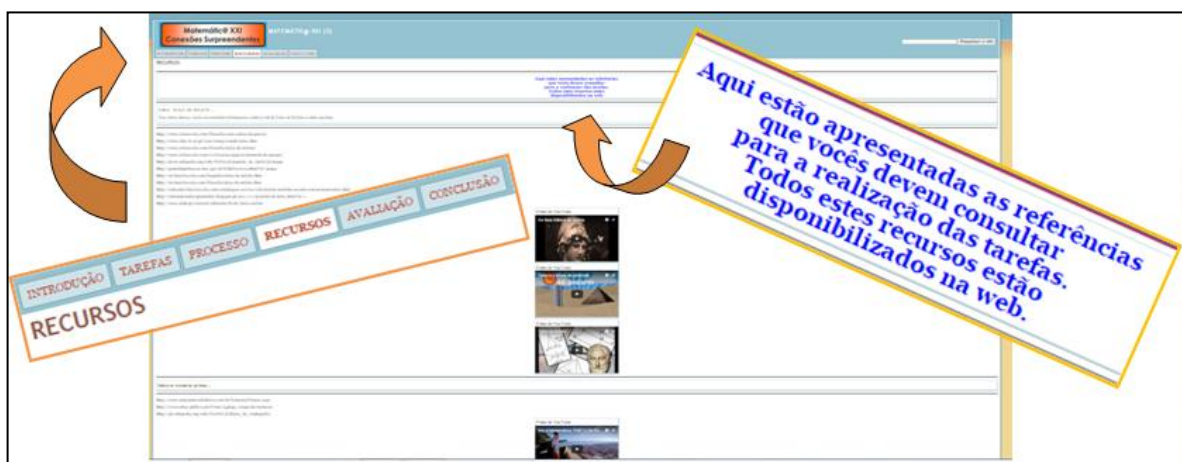


Figura 49. Excerto da página *Recursos* da 2ª *WebQuest* com o material selecionado disponível na *web*.

Na quinta página, *Avaliação*, além da descrição da forma de avaliação da gincana, havia um desafio para os alunos: inventar um problema que tivesse como resposta o *Número 7*. Também fazia parte da página de *Avaliação* um inquérito *online* (Figura 50).



Figura 50. Excerto da página *Avaliação* da segunda *WebQuest*.

Na sexta página, *Conclusão*, última parte da *WebQuest* sobre o *Número 7*, para mostrar aos alunos como a Matemática e seus objetos (neste caso, o número 7 e seu simbolismo cultural) está em toda a parte, apresenta-se o filme com as *7 Maravilhas de Portugal*, vídeo disponibilizado no *YouTube*. Além disto, faz-se o convite às equipas a continuarem com a participação na gincana *Matemátic@XXI* (Figura 51).

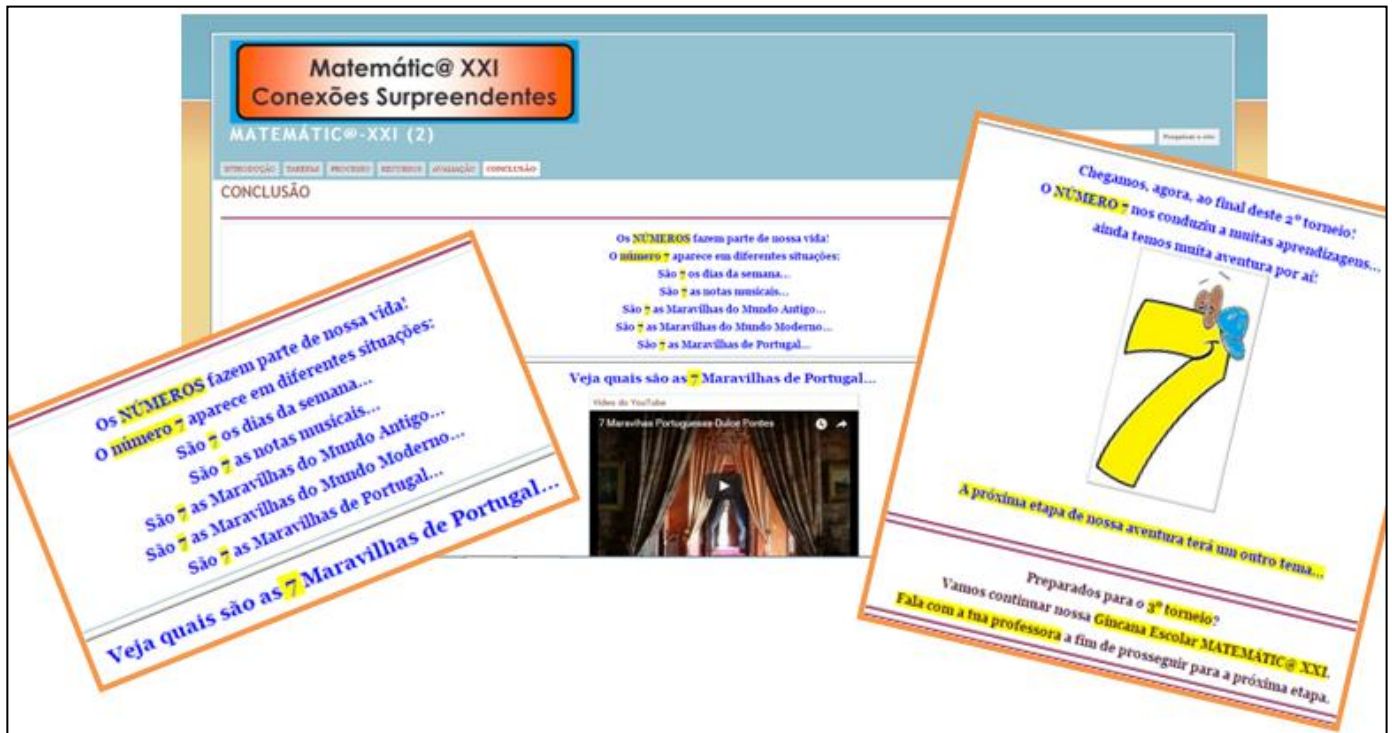


Figura 51. Excerto da página Conclusão da segunda WebQuest com o vídeo das 7 Maravilhas de Portugal.

A conclusão do segundo torneio ocorreu a 20 de março de 2015 com a entrega à investigadora das revistas elaboradas pelas equipas participantes. A figura 53 apresenta a comunicação feita pelo Facebook, nesta data, com a saudação da investigadora e a informação de que estava na escola para receber os trabalhos das equipas (Figura 52).



Figura 52. Excerto do mural no Facebook da equipa 11 Mosqueteiros.

Como no torneio anterior, este foi um momento de conquista e muito entusiasmo. As equipas encontraram-se com a investigadora na biblioteca da escola. A equipa *Os Mercenários* antecipou a entrega do trabalho para 11 de março, nove dias antes da data marcada (Figura 53). Seis equipas fizeram a entrega do trabalho na data agendada, três atrasaram a entrega e quatro não cumpriram com a segunda *WebQuest*.

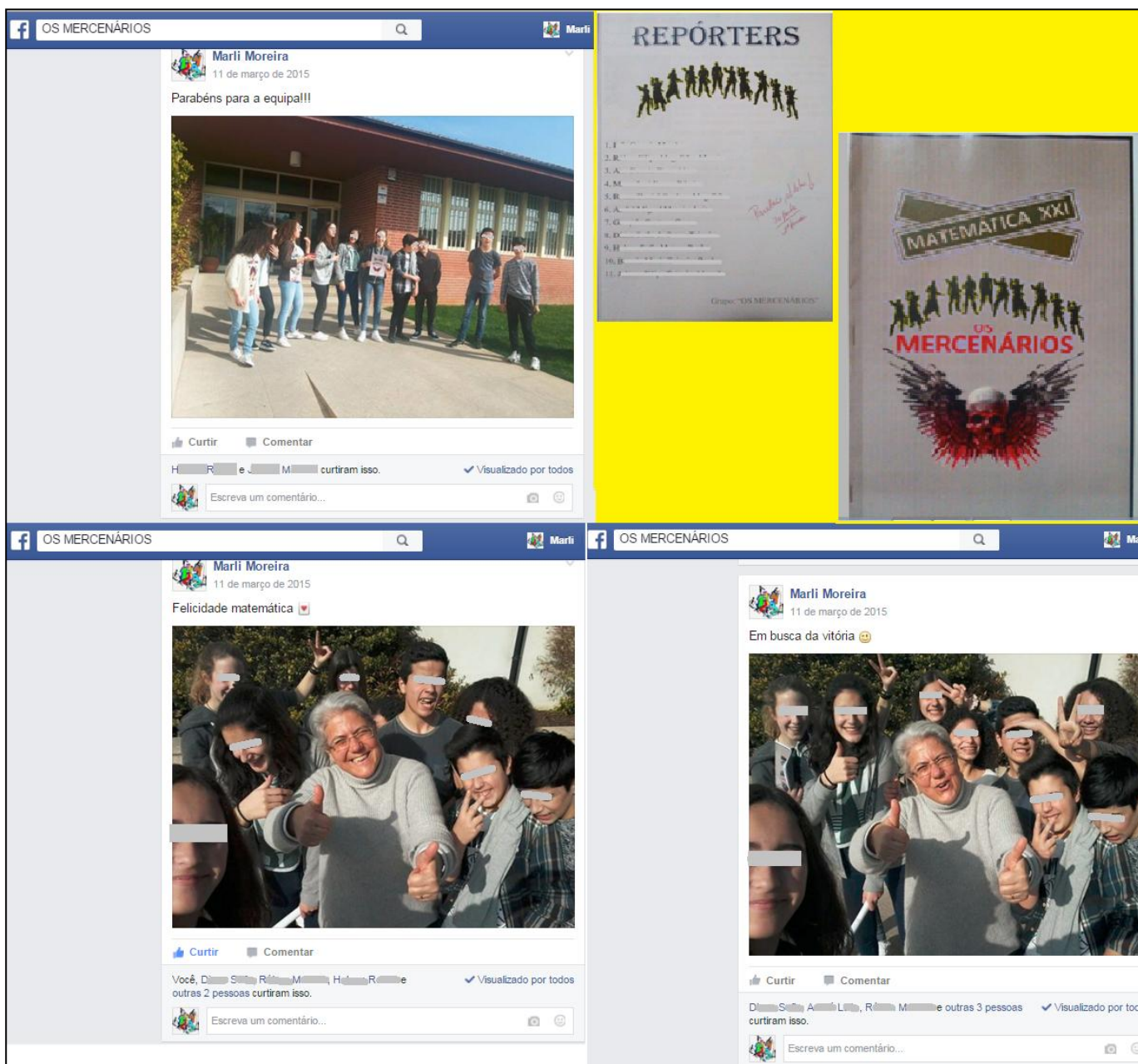


Figura 53. Excerto do mural no Facebook da equipa *Os Mercenários* com o registo da entrega da revista relativa ao segundo torneio.

4.2.3. O terceiro torneio

O terceiro torneio, em formato digital, iniciou-se a 13 de março de 2015 com a publicação, através do link <https://sites.google.com/site/matematicxxi3/>, da terceira WebQuest com o tema *Infinito* nos 14 grupos fechados do Facebook (Figura 54).



Figura 54. Publicação do terceiro torneio da gincana *Matemátic@XXI* no grupo fechado do Facebook da equipa 7Sete.

A estrutura da terceira WebQuest era inteiramente análoga à das WebQuests anteriores (Figura 55).

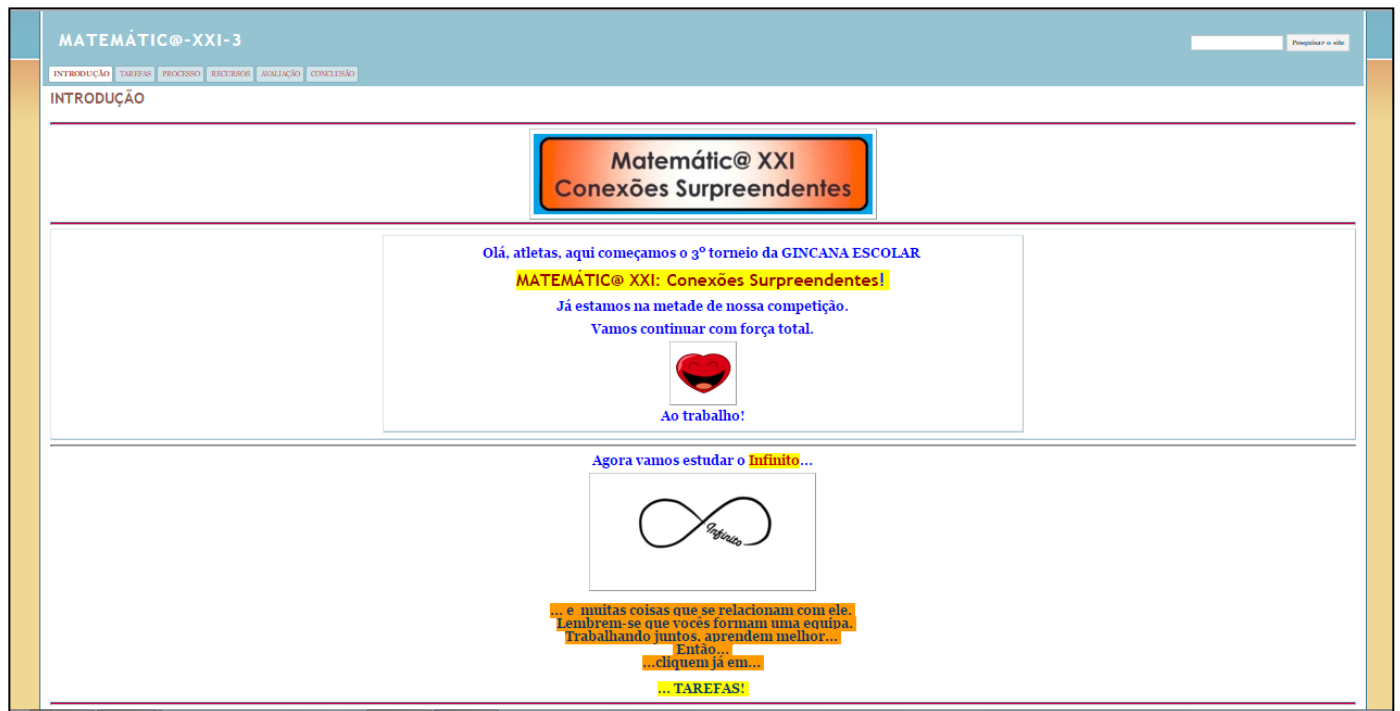


Figura 55. Página da *Introdução* da terceira *WebQuest* da gincana escolar *Matemátic@ XXI*.

Na primeira página, *Introdução*, convidava-se os alunos para o estudo do tema *Infinito*. Na segunda página, *Tarefas*, apresentava-se o trabalho que cada equipa deveria realizar, nos mesmos moldes das *WebQuests* já realizadas (Figura 56).

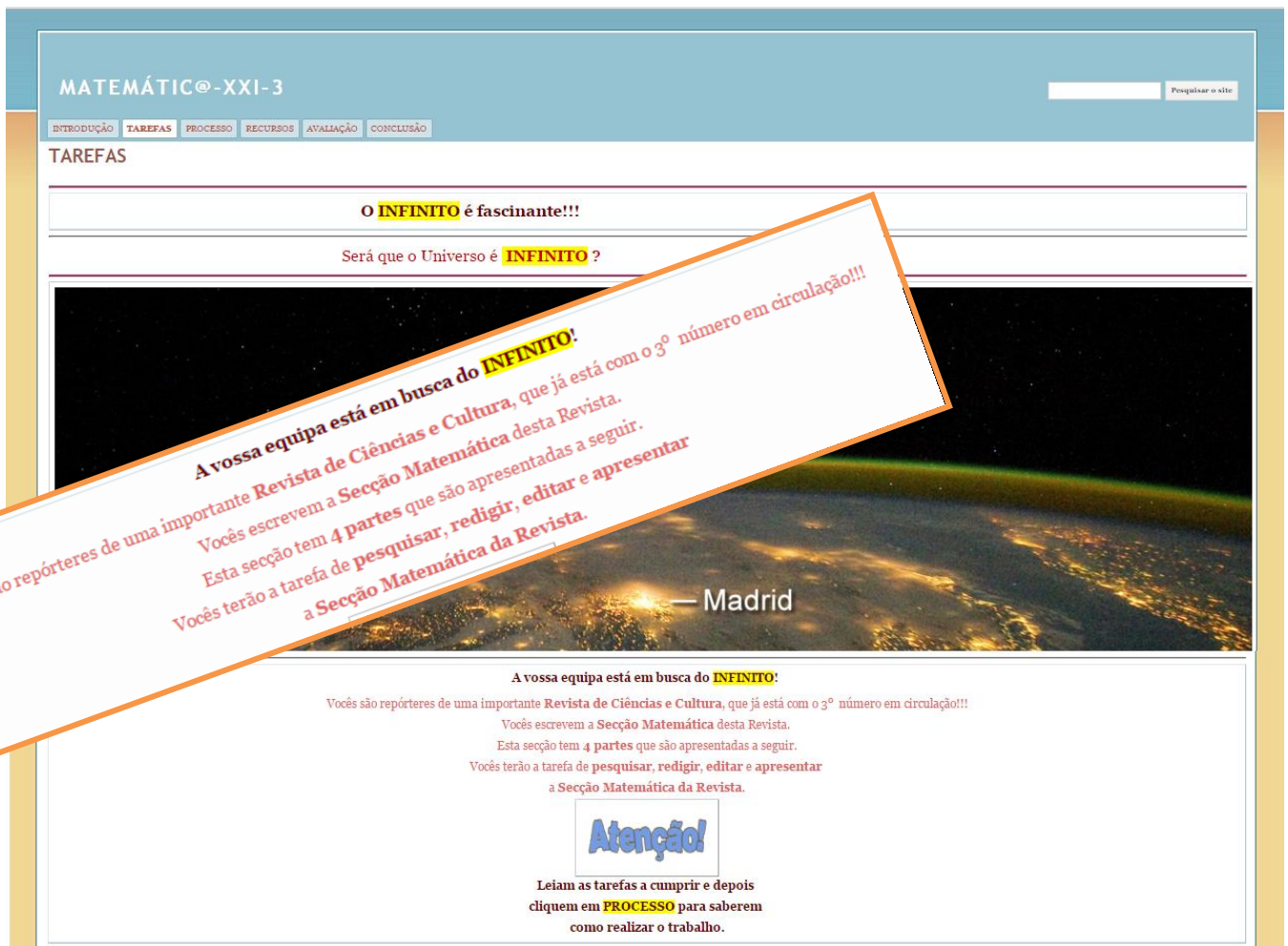


Figura 56. Página das *Tarefas* da terceira *WebQuest* da gincana escolar *Matemática@ XXI*.

Desta vez, a missão era editar o terceiro número da *Revista de Ciências e Cultura* com as respostas às quatro tarefas propostas, conforme mostrado na figura 57.

Secção da Revista	Tarefa a ser realizada pelas equipas
(i) HISTÓRIA	Apresentar Georg Cantor, suas ideias e realizações.
(ii) MATEMÁTICA	Dar a conhecer o número de ouro e os números irracionais.
(iii) CIÊNCIAS	Estudar a água.
(iv) VIDA QUOTIDIANA	Calcular as doses de uma medicação <i>infinita</i> .

Figura 57. *Tarefas* da terceira *WebQuest* da gincana *Matemática@ XXI*.

A exemplo dos torneios anteriores, na terceira página - *Processo* - estavam apresentados os passos a serem seguidos pelas equipas para a realização das tarefas propostas e, na quarta página, *Recursos*, apresentava-se todo o material (vídeos, *links* de páginas) selecionado previamente e disponível na *internet* para apoiar o trabalho dos alunos. Na quinta página, *Avaliação*, além da descrição dos critérios de avaliação da gincana havia um desafio para os alunos: desenhar um fractal – o *triângulo de Sierpinski*. Esta página de *Avaliação* continha ainda um inquérito de avaliação *online* para ser respondido individualmente pelos alunos, análogo ao inquérito da WebQuest anterior (Figura 59).

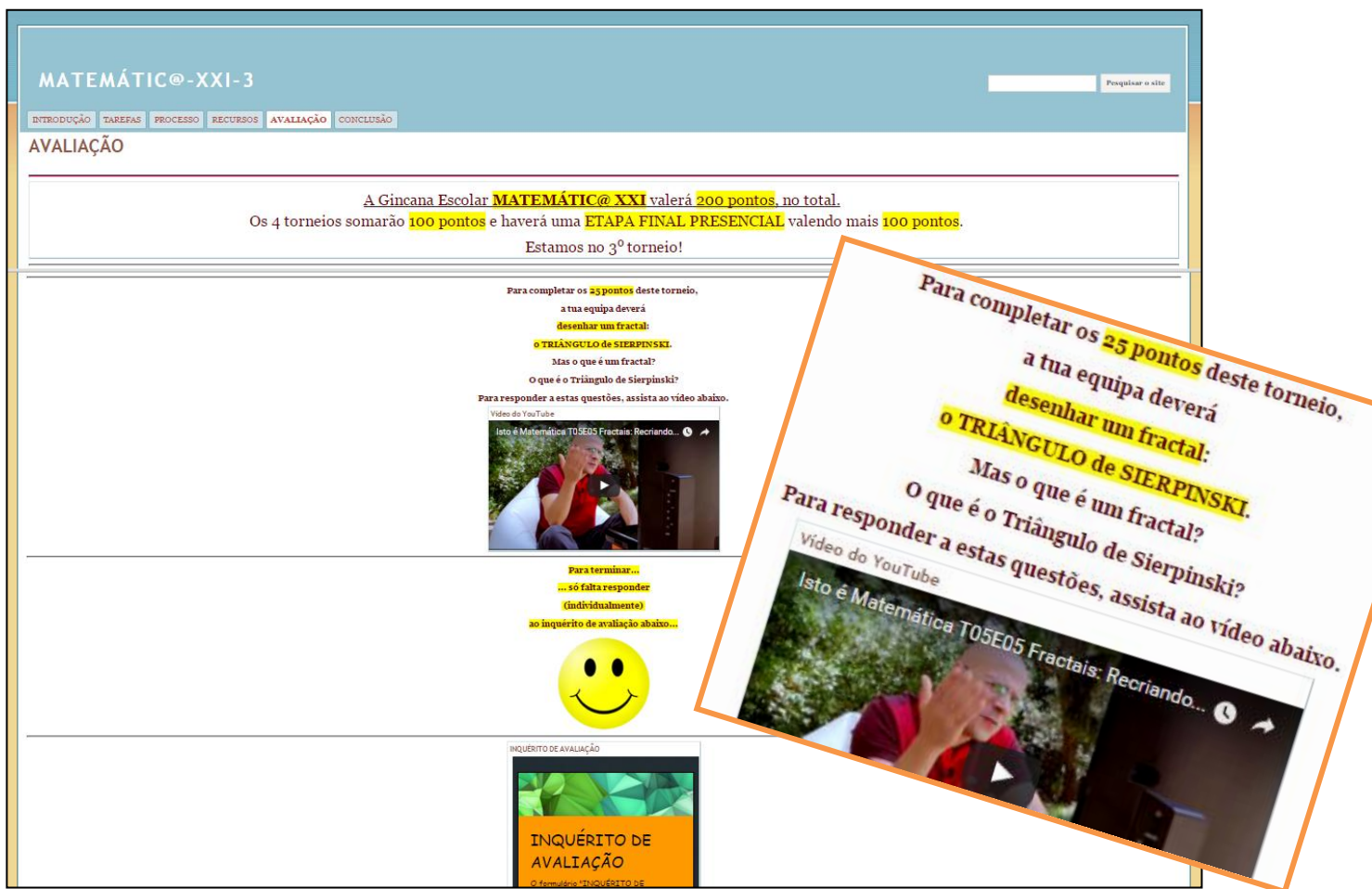


Figura 59. Excerto da página *Avaliação* da terceira WebQuest.

Na sexta página, *Conclusão*, última parte da WebQuest sobre o *Infinito*, apresentava-se aos alunos o *fractal de Mandelbrot* e convidava-se a continuarem a sua participação na gincana *Matemátic@XXI* (Figura 60).

Cabe referir que este terceiro torneio da gincana *Matemátic@XXI* teve o seu percurso interrompido pelo período de férias escolares da Páscoa, de 23 de março

a 6 de abril de 2015. Apesar de não haver aulas neste período de tempo, os alunos deram prosseguimento às suas tarefas da gincana e o Facebook foi fundamental para a comunicação entre estes e a investigadora (Figura 61).

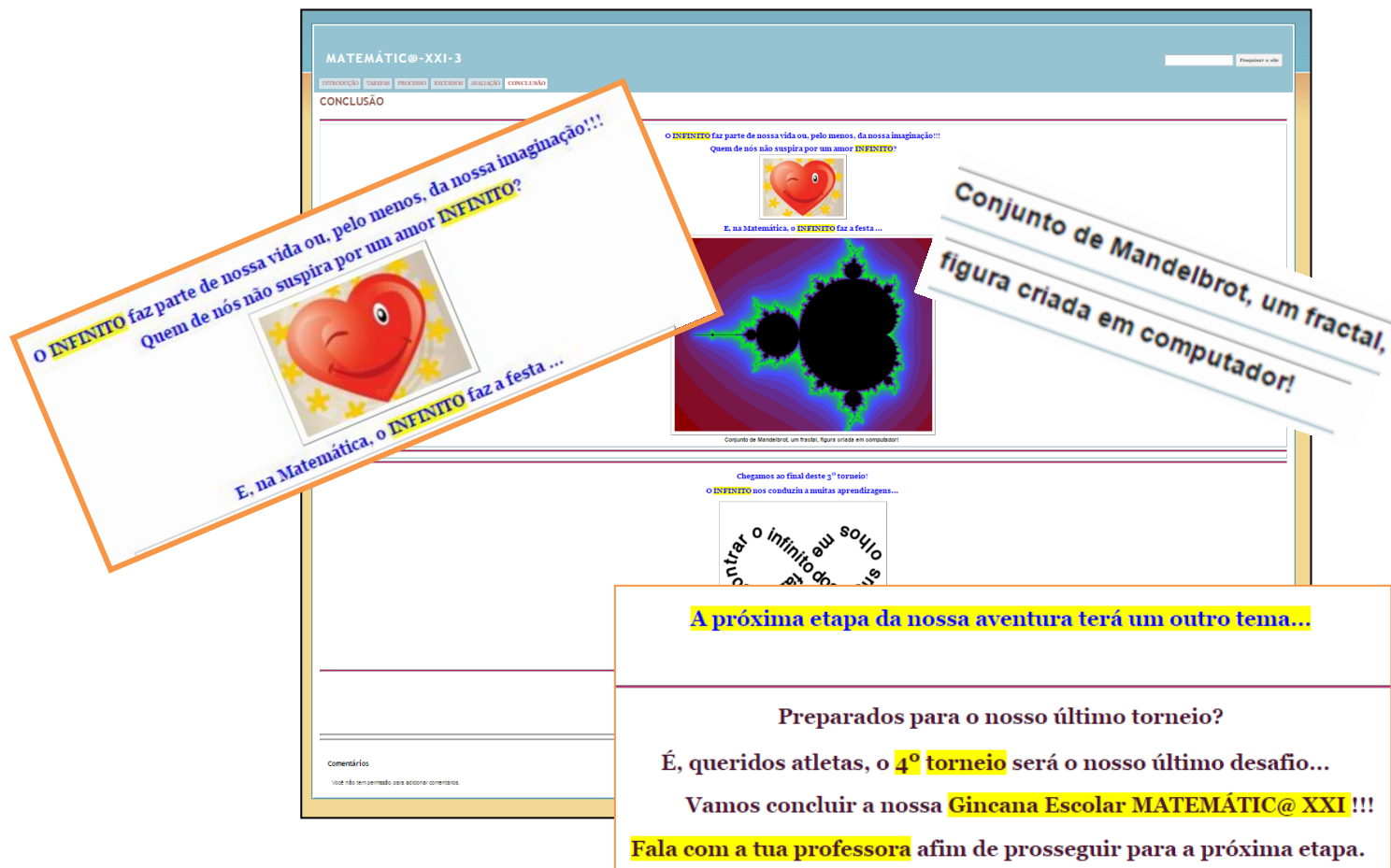


Figura 60. Excerto da página *Conclusão* da terceira WebQuest com o fractal de Mandelbrot.

A conclusão do terceiro torneio ocorreu a 15 de abril de 2015 com a entrega à investigadora das revistas elaboradas pelas equipas participantes (Figura 62). Como de costume, as equipas encontraram-se com a investigadora na Biblioteca da escola. Seis equipas fizeram a entrega do trabalho na data marcada, quatro atrasaram-se e quatro não cumpriram com a tarefa.

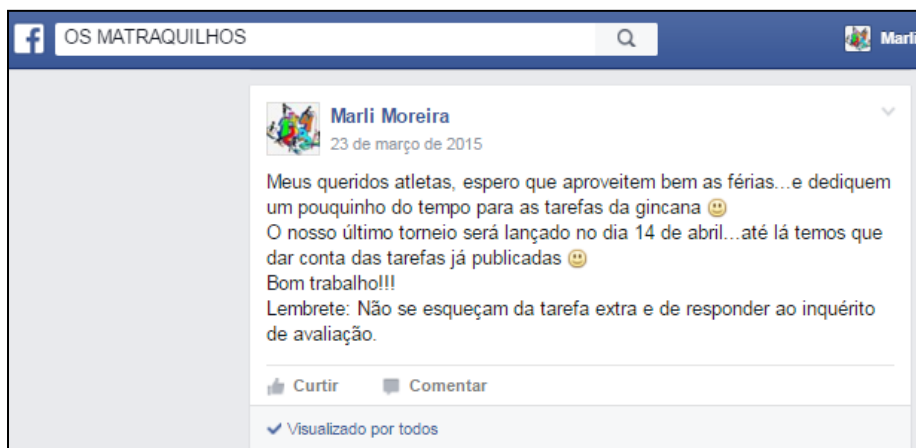


Figura 61. Excerto do mural do Facebook com uma comunicação no período de interrupção letiva da Páscoa.



Figura 62. Excertos dos murais dos grupos fechados no Facebook de algumas equipas com as entregas das revistas do terceiro torneio da gincana Matemática@XXI.

4.2.4. O quarto torneio

O quarto e último torneio, em formato digital, iniciou-se a 20 de abril de 2015 com a publicação, através do link <https://sites.google.com/site/matematicxxi4/>, da quarta WebQuest com o tema *Moda* nos 14 grupos fechados do Facebook (Figura 63).



Figura 63. Publicação do quarto torneio da gincana escolar *Matemátic@ XXI* no grupo fechado do Facebook da equipa *Matematix*.

A estrutura da quarta WebQuest manteve-se inalterada. Na primeira página, *Introdução*, havia um convite aos alunos para o estudo do tema *Moda* (Figura 64).

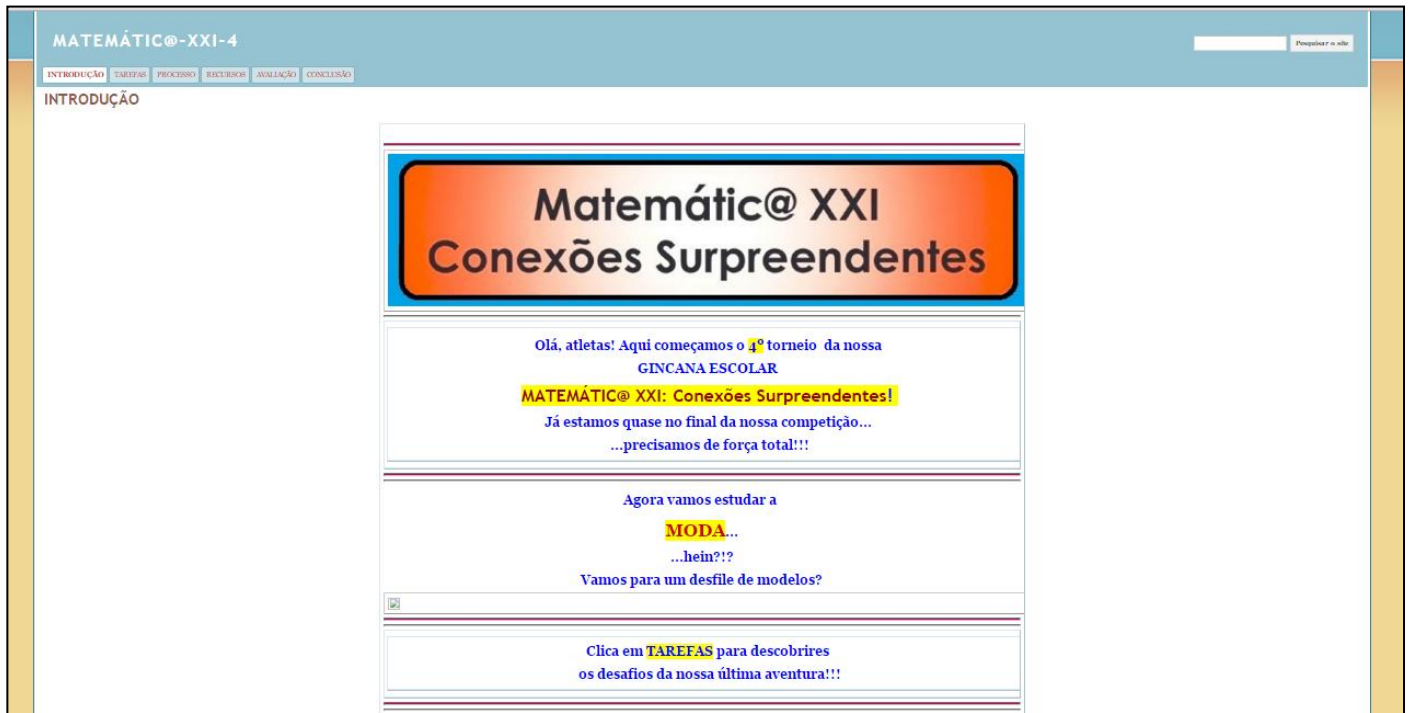


Figura 64. Página da *Introdução* da quarta *WebQuest* da gincana escolar *Matemátic@ XXI*.

Conforme os torneios anteriores, na segunda página, *Tarefas*, apresentava-se o trabalho que cada equipa deveria realizar (Figura 65).

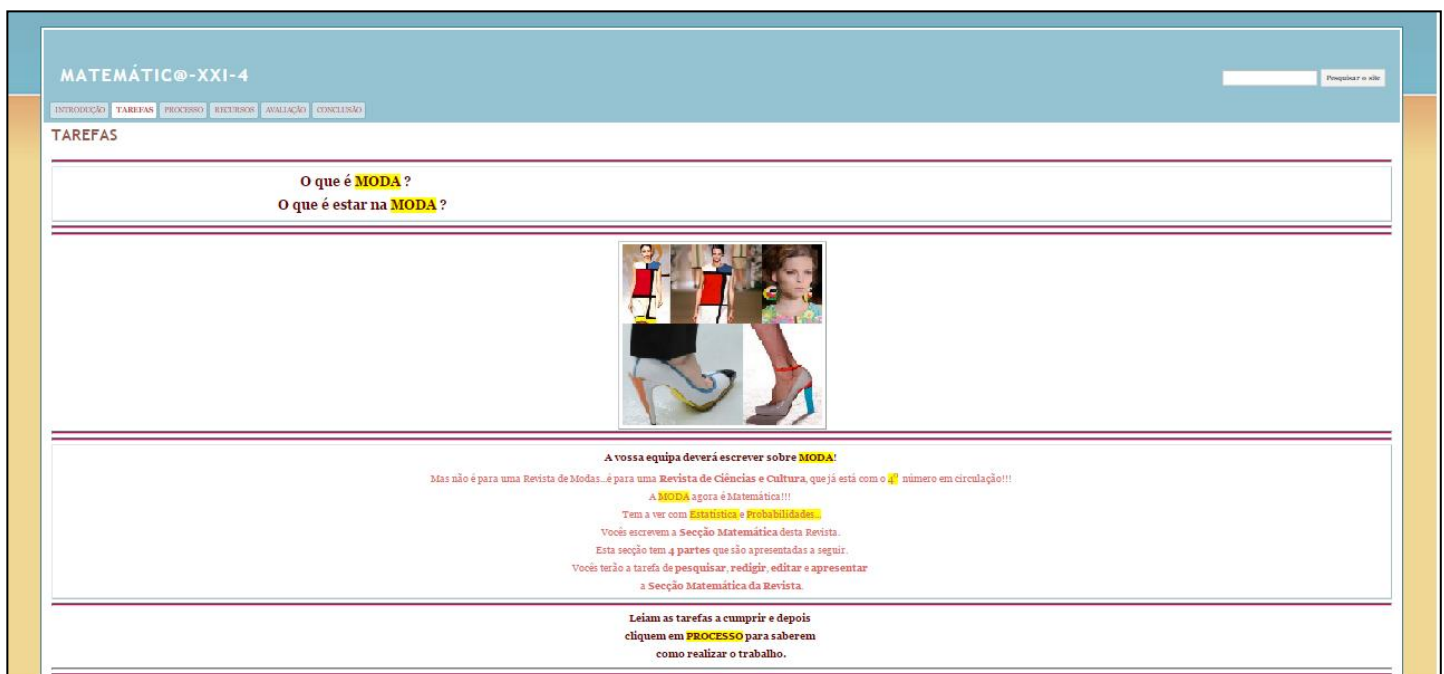


Figura 65. Página das *Tarefas* da quarta *WebQuest* da gincana escolar *Matemátic@ XXI*.

Mantendo a abordagem interdisciplinar das *WebQuests* já realizadas, as equipas deveriam, agora, editar o quarto número da *Revista de Ciências e Cultura* com as respostas às quatro tarefas propostas, conforme apresenta a figura 66.

Secção da Revista	Tarefa a ser realizada pelas equipas
(i) HISTÓRIA	Apresentar Blaise Pascal e Pierre de Fermat.
(ii) MATEMÁTICA	Pesquisar sobre média, moda e mediana.
(iii) CIÊNCIAS	Fazer o tratamento de dados de uma pesquisa.
(iv) VIDA QUOTIDIANA	Analisar os dados de um campeonato de futebol

Figura 66. Tarefas da quarta *WebQuest* da gincana *Matemátic@ XXI*.

A figura 67 mostra as quatro tarefas propostas como apresentadas na quarta *WebQuest*, com as quatro secções destacadas.

ALGEBRA

Tarefa 1

A Matemática e suas aplicações das atividades, das formas e das relações

MÉDIA, MODA E MEDIANA são conceitos muito importantes da Estatística



A nova tarefa é, agora, encontrar uma sequência entre os dados de **MODA**. Formas adequadas de sequências:

- Se $M_1 = 10$, $M_2 = 20$, $M_3 = 30$, $M_4 = 40$, $M_5 = 50$
- Se $M_1 = 10$, $M_2 = 20$, $M_3 = 30$, $M_4 = 40$, $M_5 = 50$
- Se $M_1 = 10$, $M_2 = 20$, $M_3 = 30$, $M_4 = 40$, $M_5 = 50$
- Se $M_1 = 10$, $M_2 = 20$, $M_3 = 30$, $M_4 = 40$, $M_5 = 50$

GEOMETRIA

Tarefa 2

A Matemática faz parte da História da Humanidade

Os matemáticos que se dedicaram a estudar as formas e as medidas, de forma a entender as formas e as medidas, são chamados de **Geometria**.

Euclides e **Pitágoras** são dois dos maiores matemáticos da história.



A nova tarefa é, agora, encontrar uma sequência entre os dados de **GEOMETRIA**. Formas adequadas de sequências:

- Se $G_1 = 10$, $G_2 = 20$, $G_3 = 30$, $G_4 = 40$, $G_5 = 50$
- Se $G_1 = 10$, $G_2 = 20$, $G_3 = 30$, $G_4 = 40$, $G_5 = 50$
- Se $G_1 = 10$, $G_2 = 20$, $G_3 = 30$, $G_4 = 40$, $G_5 = 50$
- Se $G_1 = 10$, $G_2 = 20$, $G_3 = 30$, $G_4 = 40$, $G_5 = 50$

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Tarefa 3

A Matemática ajuda nos estudos e nas atividades do dia a dia

PROBABILIDADE é a parte da Matemática que estuda as possibilidades de ocorrência de um evento.



A nova tarefa é, agora, encontrar uma sequência entre os dados de **PROBABILIDADE**. Formas adequadas de sequências:

- Se $P_1 = 10$, $P_2 = 20$, $P_3 = 30$, $P_4 = 40$, $P_5 = 50$
- Se $P_1 = 10$, $P_2 = 20$, $P_3 = 30$, $P_4 = 40$, $P_5 = 50$
- Se $P_1 = 10$, $P_2 = 20$, $P_3 = 30$, $P_4 = 40$, $P_5 = 50$
- Se $P_1 = 10$, $P_2 = 20$, $P_3 = 30$, $P_4 = 40$, $P_5 = 50$

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Tarefa 4

A Matemática está presente no nosso dia a dia

PROBABILIDADE é a parte da Matemática que estuda as possibilidades de ocorrência de um evento.



A nova tarefa é, agora, encontrar uma sequência entre os dados de **PROBABILIDADE**. Formas adequadas de sequências:

- Se $P_1 = 10$, $P_2 = 20$, $P_3 = 30$, $P_4 = 40$, $P_5 = 50$
- Se $P_1 = 10$, $P_2 = 20$, $P_3 = 30$, $P_4 = 40$, $P_5 = 50$
- Se $P_1 = 10$, $P_2 = 20$, $P_3 = 30$, $P_4 = 40$, $P_5 = 50$
- Se $P_1 = 10$, $P_2 = 20$, $P_3 = 30$, $P_4 = 40$, $P_5 = 50$

Figura 67. Printscreen da página Tarefas da quarta WebQuest da gincana Matemátic@ XXI.

Da mesma forma que os torneios anteriores, na terceira página, relativa ao *Processo*, estavam apresentados os passos a serem seguidos pelas equipas para a realização das tarefas propostas, e na quarta página, *Recursos*, era oferecida uma lista com o material disponibilizado na *internet* para consulta dos alunos.

Na quinta página, *Avaliação*, propunha-se aos alunos o desenho do *Triângulo de Pascal* assim como a resposta individual ao inquérito de avaliação *online* (Figura 68).



Figura 68. Excerto da página *Avaliação* da quarta *WebQuest*.

Na sexta página, *Conclusão*, apresentou-se aos alunos uma entrevista da modelo Carla Matadinho concedida à Sociedade Portuguesa de Matemática. Além disto, os alunos foram convidados a prepararem-se para o Torneio Final Presencial (Figura 69).



Figura 70. Excertos dos murais dos grupos fechados no *Facebook* das equipas *11 Mosqueteiros* e *Os Mercenários* registando a entrega das revistas do quarto torneio da gincana *Matemátic@XXI*.

A figura 71 apresenta a situação de cada equipa ao final dos quatro torneios digitais, com a pontuação conquistada e a pontualidade na entrega das revistas referentes a cada *WebQuest*. Esta primeira etapa da gincana *Matemátic@XXI* valia 120 pontos.

PONTUALIDADE DE ENTREGA DAS REVISTAS EDITADAS PELAS EQUIPAS

EQUIPA	1º TORNEIO	2º TORNEIO	3º TORNEIO	4º TORNEIO	Total de pontos conquistados nos torneios digitais -1ª parte da Gincana Matemática@XXI-
Os Mercenários		Antecipou a entrega.			119
The Wolves					118
11 Mosqueteiros					114
Prostudents					110
Marretas					108
7 Sete					99
Genious of Math					92
Os Amarantinos					89
A. C. Vila Meã					91
Kings					52
Team Lopes					25 (equipa participou do torneio presencial)
Craques da Matemática					Zero (equipa participou do torneio presencial)
Os Matraquilhos					Zero (equipa desistente)
Matematix					Zero (equipa desistente)

LEGENDA:

	Entrega pontual
	Entrega com atraso
	Não entregou

Figura 71. Pontualidade de entrega das revistas e pontuação das equipas ao final dos torneios digitais.

4.2.5. O quinto torneio

O quinto e último torneio da gincana foi presencial, realizado na escola, a 29 de maio de 2015, com a participação de doze equipas. Estiveram presentes 105 alunos, o que representa 79% de adesão (adesão livre, como o foram os outros torneios) em relação aos alunos que chegaram à final da gincana (Figura 72). Este torneio final realizou-se fora do horário de aula, numa sexta-feira à tarde, em tempo livre. Visto que a competição se estendeu por cinco meses letivos, este índice elevado de participação aponta para um forte comprometimento e motivação dos alunos em relação ao trabalho na gincana. Cabe ressaltar que a participação durante toda a gincana foi de livre adesão e não havia nenhum critério de eliminação das equipas durante toda a competição. Cito, como exemplo, a equipa *Craques da Matemática* que teve dificuldades durante a gincana para a edição das revistas (realizaram muitas tarefas, mas não conseguiram organizar o trabalho em equipa) e, desta forma, não entregou nenhum dos trabalhos dos torneios digitais. Entretanto participaram do torneio final presencial com sucesso.



Figura 72. Alunos ao chegarem à escola para a realização do torneio final da gincana *Matemática@XXI*.

Este último torneio teve um caráter diferente dos quatro que o precederam. Os torneios digitais somaram 120 pontos como pontuação máxima e este quinto torneio também valeu 120 pontos. Do ponto de vista competitivo, visto que a pontuação da etapa final presencial era igual à da etapa digital, era como se as equipas pudessem alterar completamente o quadro de classificação parcial já divulgado. Este aspeto estimulou os alunos a se prepararem para o último torneio (Figura 73).

O torneio final tinha também um objetivo avaliativo da aprendizagem com as *WebQuests* (em termos da apropriação que os alunos tinham feito dos objetos matemáticos estudados) já que os alunos não tiveram acesso à *internet* como nos torneios digitais e também não puderam solicitar ajuda da investigadora, nem das professoras presentes. As tarefas do torneio final versaram sobre os temas trabalhados previamente nas *WebQuests*.

Todos os alunos realizaram as tarefas simultaneamente, organizados nas suas equipas respetivas. As equipas trabalharam de forma autónoma, durante, aproximadamente, uma hora, em três tarefas: duas tarefas obrigatórias e uma opcional. Todas as equipas realizaram a tarefa opcional.



Figura 73. Excerto do mural do grupo fechado do Facebook da equipa *Prostudents* com um questionamento sobre o torneio final da gincana *Matemática@XXI*.

As tarefas não eram iguais para as diferentes equipas, mas guardavam similaridade entre si em termos de estrutura e grau de dificuldade. Tanto a estrutura quanto o grau de dificuldade destas tarefas assemelharam-se aos das tarefas anteriormente propostas nas *WebQuests*.

Havia dois tipos de tarefas: as Tarefas tipo A - sobre um tema da História da Matemática - e a Tarefas tipo B - sobre um problema da vida quotidiana (Figura 74). Cada equipa sorteou para si uma tarefa de cada tipo. A tarefa opcional era a mesma para todas as equipas: Palavras Cruzadas sobre os temas trabalhados nos torneios anteriores (Figura 75).

A Matemática faz parte da História da Humanidade.



Handwritten: *Pascals*

TAREFA A-12

Blaise Pascal (1623-1662) foi um matemático, físico e filósofo francês nascido em Clermont-Ferrand, França. O seu interesse pelas ciências manifestou-se muito cedo. Na matemática, contribuiu especialmente para o desenvolvimento da geometria e da teoria das probabilidades. O triângulo de Pascal é um triângulo aritmético com propriedades muito interessantes.

A tua tarefa é descobrir (e executar) uma maneira de transformar o triângulo de Pascal representado abaixo no triângulo de Sierpinski (as lado).



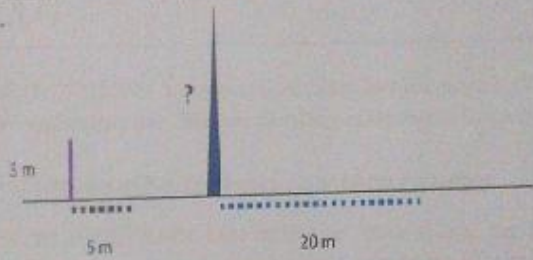
Use dois lápis de duas cores diferentes.



A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

TAREFA B-12

Um bastão de 3m colocado verticalmente sobre o terreno plano projeta uma sombra de 5m. Se no mesmo instante, uma torre projeta uma sombra de 20m, então a altura da torre é..... 12 m.....



$$\frac{3}{?} = \frac{5}{20}$$

$$\Rightarrow ? \times 5 = 20 \times 3$$

$$\Rightarrow ? = \frac{20 \times 3}{5}$$

$$\Rightarrow ? = 12 \text{ m}$$

Figura 74. Exemplos de tarefas tipo A e tipo B do último torneio da gincana Matemática@XXI.

A tarefa opcional neste último torneio, assim como nas *WebQuests*, tinha como objetivo principal explorar uma abordagem lúdica de um (ou vários) temas matemáticos.

EQUIPA: Rafael e Alana

Tarefa extra (vale 20 pontos)

Matemáticas Surpreendentes

Complete os espaços do quadro à direita com as palavras corretas de acordo com as instruções do quadro à esquerda.

HORIZONTAIS	VERTICAIS
1. Aquilo que não tem fim	1. Número não racional
2. O que ocorre mais vezes	2. Lugar onde nasceu Tales
3. Matemático que mediu a altura da Pirâmide de Quéops	3. Afirmação que pode ser provada
4. O número irracional Φ	13 Um dos matemáticos que inventou a Teoria das probabilidades
5. Nome de um dos lados do triângulo retângulo	14 Sequência numérica que modela o crescimento dos coelhos
6. Matemático que inventou os números transfinitos	15.O maior lado de um triângulo retângulo
7. Matemático muito famoso nascido em Samos	16.Nome do matemático que escreveu o livro dos <i>Elementos</i>
8. Número que só tem 2 divisores	17.Objeto geométrico gerado por um padrão que se repete
9. Um triângulo numérico	18.Ângulo que mede 90º
10. Um triângulo fractal	
11. Ciência dos números, das formas e das relações	

The crossword puzzle grid shows the following words filled in:

- HORIZONTALS:**
 - 1. infinito
 - 2. maioria
 - 3. Teorema
 - 4. Ouro
 - 5. cateto
 - 6. Cantor
 - 7. Pitágoras
 - 8. primo
 - 9. Triângulo de Pascal
 - 10. Triângulo de Sierpinski
 - 11. Teoria dos Números
- VERTICALS:**
 - 1. Irracional
 - 2. Mileto
 - 3. Demonstração
 - 13. Laplace
 - 14. Sequência de Fibonacci
 - 15. Hipotenusa
 - 16. Euclides
 - 17. Fractal
 - 18. Reto

Figura 75. Tarefa opcional do último torneio da gincana *Matemátic@XXI*.

CAPÍTULO V

Metodologia de investigação

As principais características deste trabalho de investigação são o seu carácter intervencionista e seu perfil pragmático. O seu principal objetivo foi o de conceber, implementar e avaliar um produto educacional dentro do sistema complexo de ensino e de aprendizagem da Matemática que leve em conta a indissociabilidade entre a cognição e a afetividade, que promova a enculturação matemática dos alunos e que incorpore as tecnologias digitais nas práticas educativas.

Este produto educacional tomou a forma de uma gincana escolar, *Matemátic@XXI*, descrita no capítulo anterior. Neste capítulo, apresento as opções metodológicas tomadas, fundamentando-as em relação com os objetivos da investigação realizada e o quadro teórico em que se sustenta. Descrevo as principais características da metodologia de investigação adotada.

5.1. *Design Research*

Tendo em conta as características e objetivos deste trabalho, o desenho metodológico da investigação realizada foi o de *design research* (*design experiment*²⁶). “Design experiments have both a pragmatic bent – ‘engineering’ particular forms of learning - and a theoretical orientation - developing domain

²⁶ Os termos *design experiments* e *design research* foram originalmente utilizados com o mesmo significado na pesquisa em Educação (Brown, 1992). Atualmente, a metodologia de *design research* (*design based research* - DBR) abrange uma família de estudos de natureza intervencionista, pragmática e orientada por princípios teóricos. Adotei, neste trabalho, a definição de Collins et al. (2004) para *design experiments*: “a way to carry out formative research to test and refine educational designs based on theoretical principles derived from prior research” (p. 18).

specific theories by systematically studying those forms of learning and the means of supporting them” (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer & Schauble, 2003, p. 9).

A metodologia de *design research* é adequada para desenhar soluções e artefactos que levem em consideração as múltiplas variáveis práticas e disciplinares intrincadas nos processos de ensino e de aprendizagem, como é o caso da intervenção pedagógica *Matemática@XXI*. É uma metodologia importante para a compreensão do como, quando e por que inovações educacionais funcionam na prática (DBRC, 2003). Sublinho o carácter pragmático desta investigação que seguiu uma abordagem de *engineering research*. Conforme Burkhardt (2006), a perspectiva do *engineering research* em Educação prioriza o desenho de produtos e processos que funcionem bem na prática.

First, we need an established research-based methodology for taking the design research approach forward to produce processes and tools that work well in practice with teachers and students who are typical of the target groups. I shall argue that this methodology is already in place, and describe how it works. This is the research approach that is characteristic of engineering disciplines, with *new or better products and processes* as the primary outcomes, so we call it the *engineering research* approach. Direct *impact* on practice is the main criterion of quality, though engineering research also delivers new *insights* – and journal articles. Secondly, we need reliable models of the process of educational change. (pp. 121-122)

Segundo Collins, Joseph & Bielaczyc (2004, p.21) “Design experiments are contextualized in educational settings, but with a focus on generalizing from those settings to guide the design process. They fill a niche in the array of experimental methods that is needed to improve educational practices.”

A metodologia de *design research* (DR) foi introduzida na investigação em Educação por Ann Brown (1992) e Alan Collins (1992), nos anos 90 do século XX. Esta metodologia já era utilizada em áreas do conhecimento caracterizadas pela multidisciplinaridade e complexidade, tal como, a engenharia.

A aplicação da metodologia de *design research* em Educação visa resolver problemas em situações práticas, levando em consideração o contexto educacional como um sistema complexo (*ecologia da aprendizagem*) e no qual concorrem múltiplas variáveis. O conceito de ecologia de aprendizagem pretende sintetizar a complexidade e a interação entre os diversos elementos envolvidos no sistema

educativo, tais como, as tarefas propostas, os diferentes discursos, as normas de participação, as ferramentas e materiais usados e as práticas do professor.

Design experiments therefore constitute a means of addressing the complexity that is a hallmark of educational settings. Elements of a learning ecology typically include the tasks or problems that students are asked to solve, the kinds of discourse that are encouraged, the norms of participation that are established, the tools and related material means provided, and the practical means by which classroom teachers can orchestrate relations among these elements. We use the metaphor of an ecology to emphasize that designed contexts are conceptualized as interacting systems rather than as either a collection of activities or a list of separate factors that influence learning. (Cobb et al., 2003, p. 9)

Design Research (DR) é uma metodologia que permite testar e aperfeiçoar ambientes de aprendizagem inovadores que vem ganhando espaço na pesquisa em Educação, nos últimos anos. Edelson (2006) discorre sobre a abordagem de engenharia para o *design research* em que o suporte teórico para o desenvolvimento do produto ganha uma relevância maior a fim de uma generalização posterior:

The engineering approach to design research assumes that the designer is engaged in these local learning processes and asks how the local lessons that a designer learns in order to make decisions about the design procedure, problem analysis, and design solution can be made explicit and public to serve the needs of a larger community. It is important to recognize that the role that design research can play in the larger research endeavor is not hypothesis testing. The appropriate product for design research is warranted theory. As such, the challenge for design research is to capture and make explicit the implicit decisions associated with a design process, and to transform them into generalizable theories. (p. 102)

DR é uma metodologia de caráter fortemente intervencionista. Brown (1992) afirma “I attempt to engineer interventions that not only work by recognizable standards but are also based on theoretical descriptions that delineate why they work, and thus render them reliable and repeatable” (p. 143). DR mostra-se adequada como metodologia para a pesquisa e projeto de ambientes de aprendizagem baseados em novas tecnologias. “Design-based research, by grounding itself in the needs, constraints, and interactions of local practice, can provide a lens for understanding how theoretical claims about teaching and learning can be transformed into effective learning in educational settings” (DBRC, 2003, p. 8).

DR é uma metodologia orientada para promover mudanças na prática educacional. Wang e Hannafin (2005) salientam as características da DR tais como a flexibilidade, iteratividade e orientação para o mundo real:

design-based research as a systematic but flexible methodology aimed to improve educational practices through iterative analysis, design, development, and implementation, based on collaboration among researchers and practitioners in real-world settings, and leading to contextually-sensitive design principles and theories. (p. 6)

Esta metodologia tem como propósito produzir teoria e intervenções na prática educacional. De acordo com DBRC (2003), as características principais da DR são: (i) ser pragmática, intervencionista: conjugando teoria e prática, ressaltando o papel da teoria para fundamentar e melhorar a prática e resolver problemas do ambiente educativo; (ii) ser ancorada (*grounded*): o desenvolvimento de produtos educacionais norteia-se e apoia-se em investigações pertinentes (teoria e prática) conduzidas em contextos reais de prática, com sujeitos reais procurando resolver problemas reais; (iii) contemplar iteratividade, iteratividade e flexibilidade: a experiência ou intervenção desenvolve-se em ciclos (pesquisa e desenvolvimento) com a participação de todos os atores (alunos, professores e investigadores) e, durante todo o processo de investigação, os produtos educacionais estão sujeitos à mudança; (iv) ser integradora: comportando vários procedimentos de pesquisa (qualitativos e quantitativos) nas fases de preparação, desenvolvimento e implementação; (v) ser contextualizada: os resultados das pesquisas alimentam o projeto em desenvolvimento e contribuem para além do cenário do estudo, servindo de base para outros projetos e investigações.

Thus, design experiments always have two faces: prospective and reflective. (...) On the prospective side, designs are implemented with a hypothesized learning process and the means of supporting it in mind in order to expose the details of that process to scrutiny. An equally important objective is to foster the emergence of other potential pathways for learning and development by capitalizing on contingencies that arise as the design unfolds.

On the reflective side, design experiments are conjecture-driven tests, often at several levels of analysis. The initial design is a conjecture about the means of supporting a particular form of learning that is to be tested. During the conduct of the design study, however, more specialized conjectures are typically framed and tested. For example, during a classroom design experiment, an initial conjecture about a prospective interaction between characteristics of tasks as they are realized in the classroom and student responses may be tested. If this conjecture is refuted, alternative conjectures can be generated and tested. (Cobb et al., 2003, p 10)

O artefato educacional *Matemátic@XXI* foi desenhado como um *design experiment* apoiado nos princípios teóricos (i) da Teoria da Atividade de Leontiev (1978), (ii) da Enculturação Matemática de Bishop (1985, 1988, 1991, 2004, 2008) e (iii) da conjugação entre afetividade e cognição na aprendizagem matemática (Chacón, 2000, 2003; Damásio, 2011). Foi aprimorado iterativamente na prática por ciclos de análise das micro-intervenções sucessivas (quatro *WebQuests*).

Matemátic@XXI compreendeu três momentos de investigação: 1º momento - Preparação da experiência; 2º momento - Experimentação; 3º momento – Análise retrospectiva (Figura 76). É importante notar que estes momentos comunicaram-se entre si e realimentaram-se num processo cíclico de refinamento da experiência (Amiel & Reeves (2008).

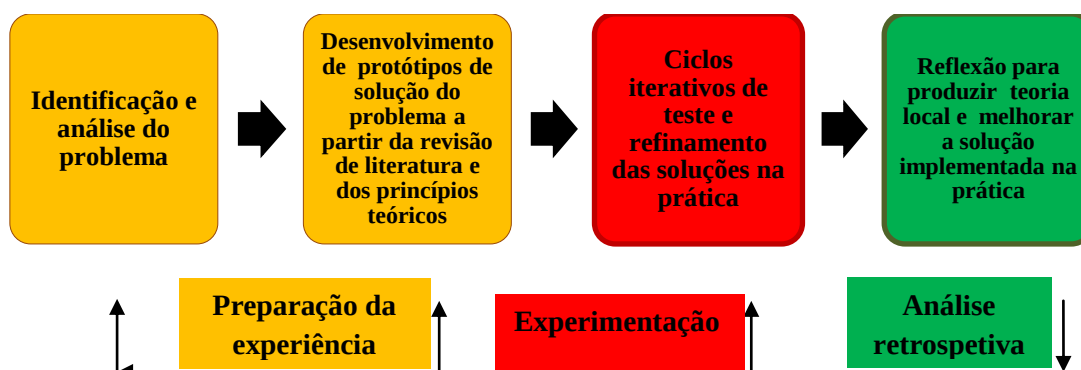


Figura 76. *Matemátic@XXI*: *design experiment* - um sistema complexo de intervenção.

O primeiro momento, denominado *Preparação da Experiência*, compreende a identificação e análise do problema e o desenvolvimento de protótipos de solução do problema a partir da revisão de literatura e dos princípios teóricos que norteiam o *design*. O segundo momento, denominado *Experimentação*, abrange os ciclos iterativos de teste e refinamento das soluções na prática. O terceiro momento, denominado *Análise Retrospectiva*, envolve a reflexão, a partir das múltiplas realidades e dimensões, para produzir teoria local e propor soluções práticas para o problema real.

Cronograma da investigação:

(i) Preparação da Experiência: Julho a Dezembro/2014

Nesta etapa foram identificados os aspetos teóricos que dizem respeito à perspetiva de aprendizagem adotada e aos objetivos (o desenvolvimento de uma afetividade positiva dos alunos com a Matemática a partir de uma experiência de enculturação matemática apoiada em tecnologias digitais) e a construção do modelo para as *WebQuests*, a preparação das tarefas, a formação dos grupos fechados no *Facebook*, o diálogo com as professoras.

(ii) Experimentação: Janeiro a Junho/2015

Nesta etapa foram exploradas, pelos alunos participantes, as tarefas propostas nas quatro *WebQuests* que compuseram a gincana escolar. Durante esta etapa, o ambiente pedagógico como um todo foi sendo refinado. O uso do *Facebook* como meio de comunicação foi incrementado. Como fase final da gincana, houve um quinto torneio presencial sem recurso à *internet*.

(iii) Análise Retrospectiva: Julho a Dezembro/2015

Nesta etapa foi analisada a totalidade dos dados recolhidos tendo por base a teoria e os objetivos da intervenção pedagógica.

Nesta investigação, como já referido, a questão da influência da afetividade dos alunos na aprendizagem matemática foi substancial. Em particular, colocou-se a hipótese de que o insucesso dos alunos em Matemática se pode dever, em grande parte, a bloqueios e obstáculos de natureza afetiva que vão se construindo ao longo da sua vida escolar, muitas vezes reforçados por conceções restritivas socialmente alimentadas. Desta forma, em todos os momentos da intervenção houve uma especial atenção para este elemento (afetividade) em interação com as outras variáveis que compuseram a ecologia de aprendizagem da intervenção pedagógica *Matemática@XXI* (equipas, tarefas, recursos digitais, objetos matemáticos, professoras, etc).

A intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* foi construída tendo por base quatro temas integradores: *Triângulo*, *Número 7*, *Infinito* e *Moda*. A cada tema integrador correspondeu uma *WebQuest* da gincana escolar, sendo cada *WebQuest* relacionada a um ciclo iterativo de teste (Figura 77). Cada torneio foi desenhado a partir da experiência no torneio anterior. Assim, por exemplo, o tempo de realização das *WebQuests* tornou-se mais flexível, adaptado ao momento escolar em curso (exames, recesso da Páscoa) como, também, o encontro semanal presencial com a investigadora que, no decorrer da gincana, foi ganhando mais importância da parte dos alunos. Este *design* pretendeu promover um enfoque cultural e interdisciplinar para o ensino da Matemática. Além disto, apresenta uma abordagem curricular não linear e não cumulativa para a Matemática básica.

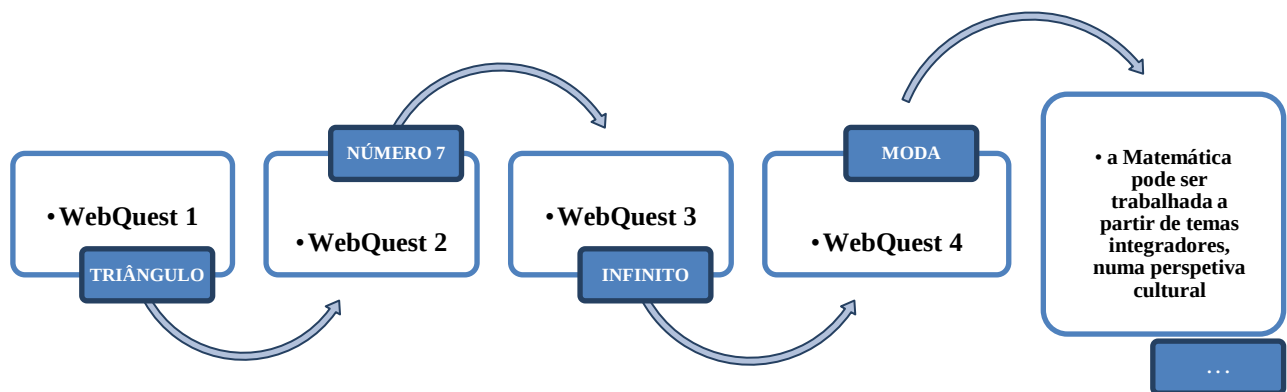


Figura 77. *Matemátic@XXI*: os ciclos iterativos das quatro *WebQuests*.

Matemátic@XXI, como um artefacto pedagógico, teve sua atenção voltada para o impacto direto deste produto na prática, numa situação real de ensino e de aprendizagem, apoiado numa perspectiva de *engineering* para o *design research* (Burkhardt, 2006; Edelson, 2006). Desta forma, o principal indicador de qualidade do produto é o resultado prático alcançado.

Nossa intenção é que o artefacto pedagógico *Matemátic@XXI* possa ser (re) utilizado pelos professores para explorar qualquer tema matemático numa perspectiva de enculturação matemática. Assim, a partir deste modelo (Figura 78) podemos construir novos ciclos de quatro temas das quatro áreas matemáticas trabalhadas no Ensino Básico: Geometria e Medida, Números e Operações, Álgebra e Organização e Tratamento de dados. Estes temas serão sempre abordados num enfoque interdisciplinar, ressaltando as conexões com a História, a Matemática, as outras ciências e a vida quotidiana. Para uma segunda edição da

gincana podemos, por exemplo, trabalhar com os temas *quadrado*, o número *googol*, *sequência* e *média* para criar as quatro *WebQuests* (os quatro torneios digitais) da competição.

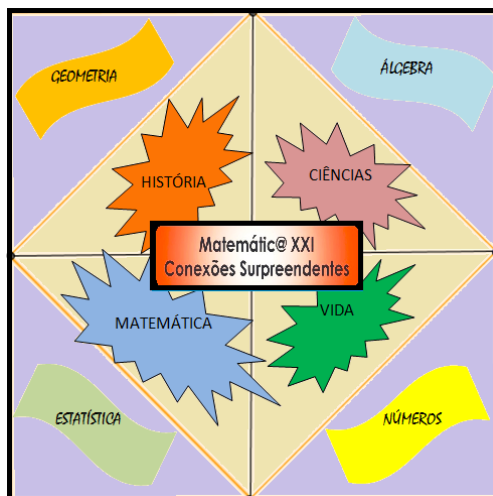


Figura 78. Modelo teórico do artefacto pedagógico *Matemática@XXI*.

5.2. Recolha e tratamento de dados

Matemática@XXI é uma gincana escolar construída a partir dos pressupostos teóricos explicitados nos Capítulos II e III desta tese, a saber: (i) o ensino da Matemática deve fundamentar-se numa abordagem cultural (*Enculturação Matemática* de Bishop, 1985, 1988, 1991, 2004, 2008), (ii) a atividade tece o vínculo entre o aluno (sujeito) e os conteúdos matemáticos (objeto) (*Teoria da Atividade* de Leontiev (1978); e (iii) a aprendizagem não é um processo meramente cognitivo e deve-se considerar a *conjugação entre afetividade e cognição* na aprendizagem matemática (Chacón, 2000, 2003; Damásio, 2011). Por ser concebida como um *design experiment*, os dados foram analisados numa perspetiva de ecologia de aprendizagem em que atuam múltiplas variáveis interdependentes. A complexidade da situação de ensino e aprendizagem é considerada e o olhar da investigação dirige-se para o todo da experiência.

5.2.1. Tipos de dados

Os dados recolhidos no decorrer da investigação alimentaram o processo de reflexão do fenómeno pedagógico e o refinamento da intervenção. Sublinhe-se a abordagem do fenómeno como um sistema complexo (ecologia de aprendizagem) em que não se tem a pretensão de controlar nem de isolar variáveis. Cada fonte de dado apresentou uma relevância particular em relação às questões de investigação

pertencentes aos domínios afetivo, cognitivo e tecnológico abrangidos pelo estudo. Assim sendo, este trabalho comporta dados de natureza qualitativa e quantitativa.

Conforme Collins, Joseph e Bielaczyc (2004), na metodologia do *design research*, as observações do investigador dirigem-se para aspetos qualitativos e quantitativos do *design* para perceber como os diversos elementos da intervenção interagem na prática.

Because design experiments are set in learning environments, there are many variables that cannot be controlled. Instead, design researchers try to optimize as much of the design as possible and to observe carefully how the different elements are working out. Such observation entails both qualitative and quantitative observations, just as Consumer Reports evaluates products in terms of both qualitative and quantitative measures. (...) Design experiments have some fundamental limitations. Because they are carried out in the messy situations of actual learning environments, such as classrooms or afterschool settings, there are many variables that affect the success of the design, and many of these variables cannot be controlled. Design researchers usually end up collecting large amounts of data, such as video records of the intervention and outputs of the students' work, in order to understand what is happening in detail. (p. 19)

A partir dos dados da *Matemática@XXI*, tivemos a intenção de olhar para os aspetos qualitativos e quantitativos que caracterizam a intervenção em contexto real a fim de contribuir para a melhoria das práticas pedagógicas em educação matemática. Esta perspetiva de transformação da realidade é compatível com o paradigma sociocrítico de investigação que, conforme Coutinho (2004, p. 442), “tem como finalidade a implementação de práticas educativas facilitadoras do desenvolvimento autónomo, libertador e crítico de futuros cidadãos activos e intervenientes nas mudanças sociais”.

5.2.2. Fontes de dados

Foram utilizadas as seguintes fontes de dados:

1. recolha documental das produções dos alunos no âmbito das *WebQuests* e torneio final (quatro revistas elaboradas por cada uma das equipas e o trabalho realizado no torneio final);
2. recolha documental das publicações nos murais dos grupos fechados das catorze equipas com a investigadora no *Facebook* (textos, fotos, figuras, etc);

3. respostas a dois questionários *online* destinados aos alunos participantes, um no início e outro no final da gincana;
4. respostas a quatro questionários *online* dirigidos aos alunos participantes, no final de cada *WebQuest*;
5. entrevistas semiestruturadas com alunos participantes, ao final da gincana.

Para proceder a uma avaliação, na prática, do produto pedagógico *Matemátic@XXI* e interpretar as diferentes variáveis envolvidas neste contexto educacional real, utilizamos das cinco fontes de dados referidas bem como de múltiplos métodos de análise (quantitativos e qualitativos). O recurso a diversas fontes de dados e métodos de mensuração do mesmo fenómeno permite uma triangulação dos dados, o que confere uma maior credibilidade às conclusões do estudo (Stake, 2009).

Na figura 79 são apresentados, seguindo uma ordem cronológica, os instrumentos de recolha de dados utilizados nos diferentes momentos da intervenção pedagógica *Matemátic@XXI*, a saber: os torneios digitais (1º, 2º, 3º, 4º), o torneio final presencial (5º) e a final comemorativa onde foram divulgados os resultados das equipas e conhecidas as duas equipas campeãs.

Instrumentos de recolha de dados	Instrumentos de recolha de dados (1, 2, 3, 4, 5 e 6)						
	Data Inicial (2015)	1º Torneio	2º Torneio	3º Torneio	4º Torneio	5º Torneio	Final Comemorativa
1. Questionário inicial	12/Jan	1, 2, 5 e 6					
2. Questionários (4 WQs)	13/Fev		2, 5 e 6				
3. Questionário Final	13/Mar			2, 5 e 6			
4. Entrevistas	20/Abr				2, 5 e 6		
5. Produção dos alunos/equipas	29/Mai					3, 5 e 6	
6. Comunicações no Facebook	8/Jun						4 e 6

Figura 79. Instrumentos de recolha de dados utilizados na intervenção pedagógica *Matemátic@XXI*.

A figura 80 apresenta um sumário da relevância de cada uma destas cinco fontes de dados da intervenção *Matemátic@XXI* face a cada uma das três questões de investigação: (1) De que modo a intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* contribuiu para o desenvolvimento de uma relação mais positiva dos alunos com a Matemática e com a aprendizagem matemática? (2) De que modo a intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* contribuiu para a enculturação matemática dos alunos? (3) De que modo o artefato digital *Matemátic@XXI* funcionou como instrumento de mediação da atividade matemática dos alunos?

Os três domínios de investigação estão identificados por cores diferentes e a intensidade das cores utilizadas reflete a contribuição de cada fonte de dados para as questões de investigação. Assim, quanto maior a intensidade da cor empregada, maior a relevância daquela fonte de dados para a questão destacada.

Fonte de dados	1ª Questão de investigação	2ª Questão de investigação	3ª Questão de investigação
	Domínio afetivo	Domínio cognitivo	Domínio tecnológico
Produção dos alunos (revistas e trabalho final)			
Publicação no <i>Facebook</i>			
Questionários inicial e final			
Questionários das <i>WebQuests</i>			
Entrevistas com alunos			

Figura 80. Sumário da relevância das fontes de dados da intervenção *Matemátic@XXI* face às questões de investigação.

Cabe ressaltar que, o *Facebook*, enquanto canal de comunicação *online* entre alunos (equipas) e a investigadora, constituiu-se como uma fonte de dados de geração contínua e deu acesso direto às percepções dos alunos e às suas conversas. Este material de interação virtual permitiu o acompanhamento da participação dos alunos revelando elementos de diferentes dimensões envolvidos

no fenómeno em estudo (atitudes, conceções, emoções, apropriação dos objetos matemáticos, utilização das tecnologias digitais, etc.) e foi parte central dos dados da investigação. Na busca de compreensão do papel da afetividade na aprendizagem matemática dos alunos (em interação com os demais elementos do cenário educativo), é essencial ter acesso aos significados e percepções que os alunos vão desenvolvendo ao longo da intervenção pedagógica. Neste sentido, os registos no *Facebook* foram centrais para revelar a perspectiva dos alunos.

Fiz a opção de descrever os diferentes instrumentos de recolha de dados, em seus pormenores, juntamente com os resultados por eles revelados. Desta forma, no capítulo VI descrevo estes instrumentos em estreita ligação com o momento em que eles foram aplicados. Esta abordagem visa favorecer uma percepção mais próxima da dinâmica real do fenómeno em conformidade com a perspectiva de ecologia de aprendizagem.

5.2.3. Técnicas de tratamento de dados

A opção metodológica desta investigação comporta procedimentos mistos de tratamento de dados, métodos qualitativos e quantitativos. De acordo com Brown (1992): “I prefer a mixed approach, suiting the method to the particular data. I mix and match qualitative and quantitative methodologies in order to describe the phenomena...” (p. 156).

As técnicas de tratamento de dados utilizadas foram a análise estatística e a análise de conteúdo, conforme os dados eram de natureza quantitativa ou qualitativa, respetivamente. No que diz respeito aos questionários utilizados como instrumentos de recolha de dados referentes à gincana *Matemática@XXI*, todos eles foram disponibilizados *online* e não houve identificação individual dos respondentes, somente se identificava a equipa. Os questionários estavam inseridos na *WebQuest* que estava em curso na gincana. O questionário final, por tratar do torneio final presencial sem recurso à *internet*, foi publicado diretamente no mural dos grupos fechados das equipas.

Para tratamento dos dados qualitativos, utilizou-se a análise de conteúdos por categorização bem como o recurso ao software *NVivo* que disponibiliza a geração de nuvens de palavras a partir da frequência que elas aparecem no texto analisado,

o que permite depreender as principais ideias comunicadas. A escala de mensuração de atitude Likert²⁷ foi também usada para o tratamento das respostas dos alunos aos questionários.

No total, foram aplicados seis questionários aos alunos: um questionário inicial (com 98 respondentes), quatro questionários de avaliação no final de cada uma das *WebQuests* (com 63, 63, 67 e 45 respondentes, respetivamente) e um questionário de avaliação ao final do último torneio (com 65 respondentes). Estes questionários estão reproduzidos no Anexo 4.

²⁷ A escala Likert foi desenvolvida por Rensis Likert (1932) e permite quantificar dados qualitativos. É utilizada em questionários para mensurar o grau de concordância dos respondentes em relação às afirmações propostas. O tipo mais comum é o de cinco pontos que percorre uma escala de total concordância (5 pontos) a total discordância (1 ponto).

CAPÍTULO VI

Os resultados da gincana escolar Matemátic@XXI

Este capítulo contém a apresentação e análise dos resultados referentes à intervenção pedagógica *Matemátic@XXI*. No sentido de avaliar o produto pedagógico *Matemátic@XXI*, buscamos verificar os efeitos alcançados na implementação desta intervenção junto dos alunos do 3º ciclo do ensino básico do Externato de Vila Meã, no período de janeiro a junho de 2015. De acordo com a metodologia de investigação utilizada, *design research*, os resultados do produto no contexto real de experimentação constituem o foco prioritário de análise. Conforme Burkhardt (2006), o impacto direto na prática, com alunos e professores reais, é o principal critério de qualidade do produto pedagógico em questão.

A análise dos dados baseou-se na conceção de que o ambiente de ensino e de aprendizagem é um sistema complexo em que todos os elementos - alunos/equipas, objetos matemáticos, instrumentos tecnológicos, professores, afetividade, cognição, etc. - interagem num contexto de ecologia de aprendizagem. A partir desta perspetiva de ecologia de aprendizagem e tendo em vista as três questões de investigação que abrangem os domínios afetivo, cognitivo e tecnológico, interessa-nos, particularmente, perceber em que medida o produto pedagógico digital *Matemátic@XXI* (com recurso ao *Facebook* e às *WebQuests*) funcionou como um artefacto de mediação para a enculturação matemática e o desenvolvimento de uma relação mais positiva dos alunos com a Matemática.

A fim de melhor compreender o fenómeno em estudo, este capítulo foi dividido em duas partes: (i) Panorama geral; e (ii) As equipas *Marretas* e *Genious of Math*. A

primeira parte foi subdividida em nove secções para uma apresentação geral dos resultados alcançados na gincana escolar *Matemátic@XXI*. A secção seguinte diz respeito aos dois casos selecionados, abordando-se os resultados referentes aos domínios cognitivo, tecnológico e afetivo a partir de um olhar mais detalhado para as equipas *Marretas* e *Genious of Math*. A escolha destas duas equipas para representarem todo o conjunto de dados da intervenção deveu-se ao facto delas ocuparem as posições centrais no ranking do resultado final da gincana (na ordenação de pontos conquistados pelas doze equipas finalistas, as equipas *Marretas* e *Genious of Math* ocuparam a sexta e a sétima posições, respetivamente).

Convém ressaltar que a divisão deste capítulo foi realizada como uma opção metodológica de exploração dos dados. Porém, ela não reflete uma disjunção destes domínios no que se refere à sua interação e interdependência no cenário pedagógico numa perspetiva de ecologia de aprendizagem.

6.1. Panorama geral

Esta secção subdivide-se em nove partes com a intenção de oferecer uma visão ampla do impacto na prática do produto pedagógico *Matemátic@XXI*, ressaltando os elementos mais significativos com relação aos propósitos de investigação deste trabalho: (i) a *afetividade* dos alunos em relação à matemática e à experiência na gincana, (ii) o processo de *enculturação matemática* dos alunos e (iii) o *uso das tecnologias digitais* na gincana.

6.1.1. Retrato inicial

No início do primeiro torneio da gincana *Matemátic@XXI*, os alunos foram convidados a responder individualmente a um questionário *online*, publicado junto à primeira *WebQuest*. Este questionário inicial, composto de 52 questões, sendo 21 abertas e 31 fechadas, visava retratar as motivações dos alunos para a participação na gincana, as suas conceções sobre a Matemática e a sua relação com a disciplina. Obtiveram-se 98 respostas a este questionário (um pouco mais de 63%

do total de participantes) e os alunos não foram identificados para que pudessem expressar-se livremente.

A seguir, apresentam-se os dados e a análise referentes a este questionário inicial.

PRIMEIRA PARTE

A primeira parte deste questionário foi composta por 21 perguntas abertas em que os alunos foram solicitados a completar as frases de acordo com as suas opiniões (Figura 81).

Matemátic@ XXI: Conexões Surpreendentes

Olá atleta!

Vais participar, com a tua equipa, na Gincana Escolar Matemátic@ XXI no Externato de Vila Meã.
Será uma grande aventura!

Em cada torneio, tu e a tua equipa terão muitos desafios a vencer!
Para começar, peço a tua colaboração respondendo às perguntas deste inquérito.
As tuas respostas serão úteis para uma Investigação em Ensino da Matemática desenvolvida na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Não existe resposta certa e elas não valem pontos na Gincana. Tu não serás identificado.
O objetivo deste inquérito é conhecer a tua opinião sobre a Matemática. Espero que sejas sincero.
Obrigada pela tua colaboração!

Considerando as tuas próprias atitudes em relação à Matemática, completa as frases seguintes com as palavras que faltam.

* Required

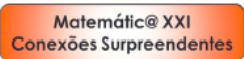





Figura 81. Questionário inicial de avaliação.

Foram selecionadas sete questões para compor este retrato global das equipas participantes no início da gincana. O recurso utilizado para analisar as respostas a estas perguntas foi o *software NVivo* que permite construir gráficos de palavras (nuvens de palavras) a partir da frequência com que estas aparecem nos textos originais. As palavras empregadas um maior número de vezes nas respostas dos alunos aparecem no gráfico em maior tamanho. Assim, analisando estes gráficos podemos depreender os significados para o quadro geral das respostas às questões analisadas.

1ª questão: Eu decidi participar desta Gincana porque...

A partir da análise das respostas a esta primeira questão, pode-se concluir que a principal motivação da maioria dos alunos para a participação na gincana foi a de aprender Matemática (Figura 82). Muitos referiram²⁸ que seria divertido e que queriam aprender a gostar de Matemática: “posso aprender mais sobre matemática e ter mais conhecimentos”, “quero aprender a gostar de matemática”, “é divertido e aprendemos mais”, “acho que será divertido mesmo estudando uma disciplina por vezes um pouco complicada”.



Figura 82. Nuvem de palavras sobre a motivação dos alunos para participar na gincana.

2ª questão: A Matemática é...

A partir da análise das respostas a esta segunda questão, pode-se concluir que a maioria dos alunos concebe a Matemática como uma disciplina muito importante para a vida, sendo, contudo, complicada e desafiante (Figura 83). Muitos alunos revelam uma atitude ambígua para com a disciplina: “por vezes estranha, confusa, mas que faz muito sentido e jeito”, “importante, complicada e desafiante”, “emocionante!”, “complicada”, “um desafio”.

²⁸ Mantive, em todas as situações citadas, as escritas dos alunos como apresentadas no original, não procedi a nenhum tipo de correcção.

4ª questão: **As minhas capacidades em Matemática são...**

A partir da análise das respostas a esta quarta questão, pode-se concluir que o conjunto de alunos é bastante heterogéneo quanto à sua avaliação de capacidades em Matemática. Uma parte significativa dos alunos avalia as suas capacidades em Matemática como sendo boas. Entretanto, muitos alunos julgam-se medianos em Matemática (Figura 85): “boas”, “boas mas admito que muita coisa me confunde”, “são relativamente boas”, “médias n sou aluna de ‘muito bom’ mas tento dar o meu melhor”, “boas mas podiam ser melhor”, “medianas”, “suficientes”. Alguns alunos admitem dificuldades em matemática, pois reconhecem ter capacidades “mínimas”, “um bocado más” ou mesmo “limitadas” na disciplina.



Figura 85. Nuvem de palavras sobre as capacidades dos alunos em Matemática.

5ª questão: **Quando escuto a palavra “Matemática” eu...**

A partir da análise das respostas a esta quinta questão, pode-se concluir que a palavra *matemática* suscita nos alunos *pensamentos* e *sentimentos*²⁹ de diferentes naturezas e, muitas vezes, opostos (Figura 86). Uma parte significativa dos alunos associa a palavra *Matemática* a emoções: “sinto-me livre”, “sinto a obrigação de ser melhor!”, “sinto o peso da disciplina!”, “sinto me bem”, “sinto que a coisas boas e más”, “sinto-me feliz”, “quase que choro”, “fico ansioso”. Alguns alunos associam a Matemática a *pensamentos* de naturezas diversas: “penso em cálculos e mais cálculos o que para mim é divertido”, “eu penso em números”, “penso em confusão”, “penso que chegarei mais longe em Matemática”, “fico a pensar naquela

²⁹ Nas suas respostas a esta questão, os alunos utilizaram-se, frequentemente, dos verbos *pensar* e *sentir*.

7ª questão: O que eu gostaria de dizer sobre a Matemática é...

A partir da análise das respostas a esta sétima questão, pode-se concluir que a maioria dos alunos é de opinião que a *Matemática é muito importante* (Figura 88). Muitos se referem à Matemática com sendo divertida, interessante e fixe³⁰: “que é muito fixe”, “que é interessante”, “é indispensável para o dia a dia”, “que a matemática ajuda-nos em várias fases da nossa vida”, “que é desafiante”, “divertida”, “que tem coisas engraçadas e divertidas”, “que não é fácil mas muito divertida”, “que acho essencial”.



Figura 88. Nuvem de palavras sobre o que os alunos gostariam de dizer sobre a Matemática.

SEGUNDA PARTE

A segunda parte do questionário inicial era composta por 31 questões fechadas nas quais os alunos deveriam marcar o seu grau de concordância com as afirmações propostas. Cinco destas questões tinham o objetivo de conhecer melhor as concepções dos alunos acerca da Matemática: “A Matemática é um conjunto de procedimentos que temos de memorizar”, “A Matemática serve para resolver problemas”, “Matemática significa pesquisar novas ideias”, “A Matemática é útil”, “Sinto uma grande satisfação quando consigo resolver problemas”. Nas suas respostas, os alunos deveriam marcar o grau de adesão a estas afirmações escolhendo uma opção entre: *concordo totalmente*, *concordo*, *discordo*, *discordo totalmente*. Estes dados foram tratados segundo a metodologia da escala Likert de 4 pontos em que as respostas foram quantificadas segundo a tabela abaixo.

³⁰ Em Portugal, os adjetivos *fixe* e *giro* são utilizados com significado de interessante, de qualidades positivas.

Escala Likert (valor por questão)

Nível de concordância	Concordo totalmente	Concordo	Discordo	Discordo totalmente
Pontos	4	3	2	1

Os dados revelaram um nível elevado de concordância dos respondentes com as afirmações propostas (Figura 89).

Desta forma, os alunos consideram que a *Matemática é útil, serve para resolver problemas, consiste em um conjunto de procedimentos que devem memorizar e significa pesquisar novas ideias*. Além disto, *sentem uma grande satisfação quando conseguem resolver problemas*.

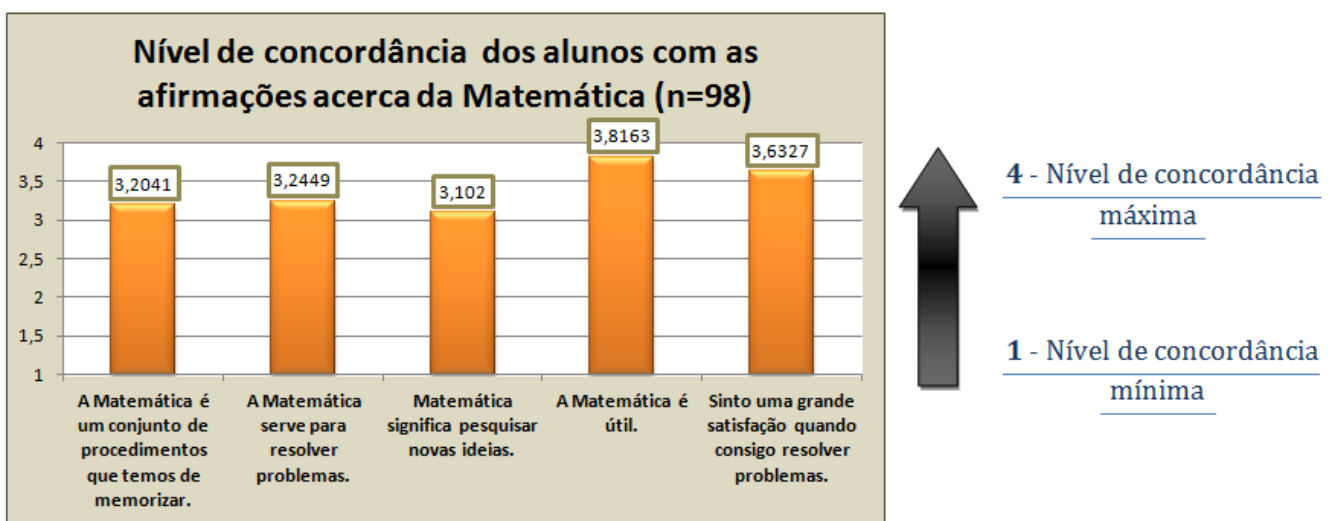


Figura 89. Mensuração de concordância com Escala Likert de 1 a 4; n é o número de respostas.

SÍNTESE

A figura 90 mostra um retrato inicial com as concepções dos alunos construído a partir das respostas ao inquérito inicial da gincana *Matemátic@XXI*. Este retrato revela que os alunos, em geral, têm uma concepção da Matemática como um conhecimento útil para a sua vida e socialmente importante. Expressa, também, que os alunos sentem-se felizes e inteligentes quando têm sucesso na aprendizagem matemática. Por outro lado, admitem que a Matemática parece-lhes um tanto complicada e desafiante, julgando-se medianos no que concerne às suas capacidades na disciplina. Relacionam-na com a memorização de procedimentos.

A decisão de participar da gincana *Matemátic@XXI* foi baseada na vontade de aprender Matemática.

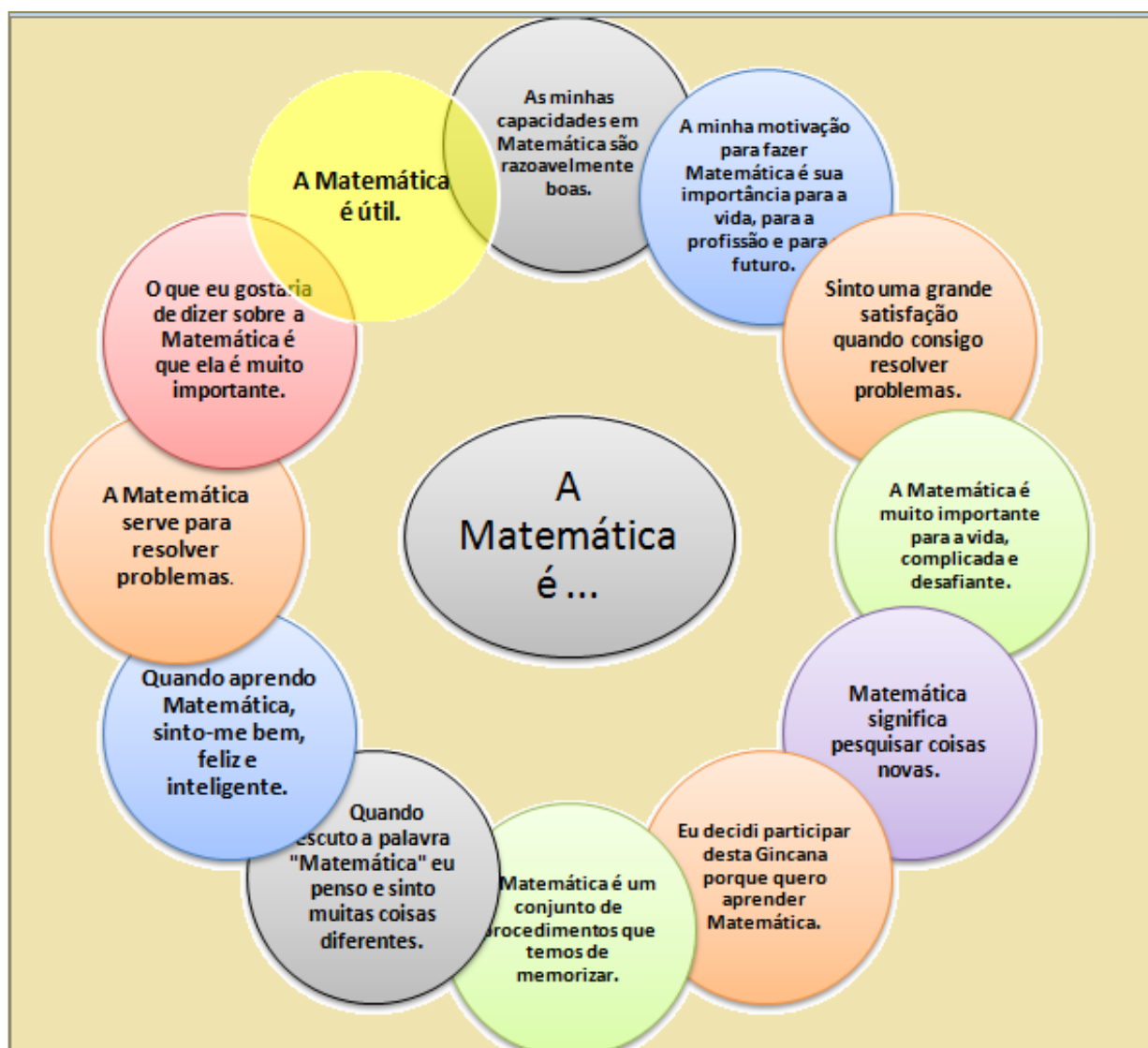


Figura 90. Retrato inicial com as opiniões dos alunos acerca da Matemática.

6.1.2. Satisfação dos alunos com a gincana

No final de cada um dos quatro torneios digitais, os alunos responderam individual e anonimamente a um questionário *online* que pretendia recolher as suas opiniões sobre a sua participação na gincana. Compunha-se de perguntas fechadas e abertas. Utilizaram-se quatro questões fechadas e uma questão aberta destes inquéritos com o objetivo identificar o grau de satisfação e a perceção dos alunos em relação à gincana *Matemátic@XXI*.

As quatro questões fechadas repetiram-se nos inquéritos realizados ao final dos quatro torneios para que se pudesse acompanhar a evolução das perceções dos alunos quanto à gincana. Para cada uma das quatro questões, os alunos deveriam exprimir o seu nível de concordância com a afirmação proposta: *concordo totalmente, concordo parcialmente, discordo totalmente*: (i) As tarefas que realizaste na Gincana Escolar *Matemátic@XXI* foram desafiantes e interessantes; (ii) Participar da Gincana Escolar *Matemátic@XXI* está sendo/foi giro; (iii) As tarefas que realizei na Gincana Escolar *Matemátic@XXI* contribuíram para o meu aprendizado em Matemática e (iv) A minha experiência na *Matemátic@XXI* me fez gostar mais de Matemática. Os dados foram tratados utilizando-se a escala de mensuração de atitude Likert. Cada opção foi quantificada numa escala de 0 a 2, conforme a tabela abaixo.

Escala Likert (pontos por questão)

Nível de concordância	Concordo totalmente	Concordo parcialmente	Discordo totalmente
Pontos	2	1	0

Esta metodologia permitiu mensurar o nível de adesão dos alunos às afirmações apresentadas, quantificando as variáveis qualitativas. Desta forma, observando o gráfico de mensuração do grau de concordância dos alunos com as quatro afirmações sobre a gincana *Matemátic@XXI* (Figura 91) percebemos que este grau de concordância é muito elevado (muito próximo do valor máximo 2).

Duma forma geral, os alunos expressaram uma avaliação muito positiva em relação à gincana *Matemátic@XXI*. Avaliaram as *tarefas realizadas na gincana como sendo desafiantes e interessantes, julgaram que estas tarefas contribuíram para o seu aprendizado em matemática, acharam ‘giro’ participar da gincana e concordaram que esta experiência os fez gostar mais de Matemática*. Além disto, esta avaliação positiva dos alunos com relação à gincana permaneceu estável no decorrer dos quatro torneios digitais, como se verifica na figura 91.

MENSURAÇÃO DO GRAU DE CONCORDÂNCIA DOS ALUNOS COM AS 4 AFIRMAÇÕES SOBRE A GINCANA MATEMÁTIC@XXI
(Escala Tipo-Likert de 0 a 2; n é o número de respostas)

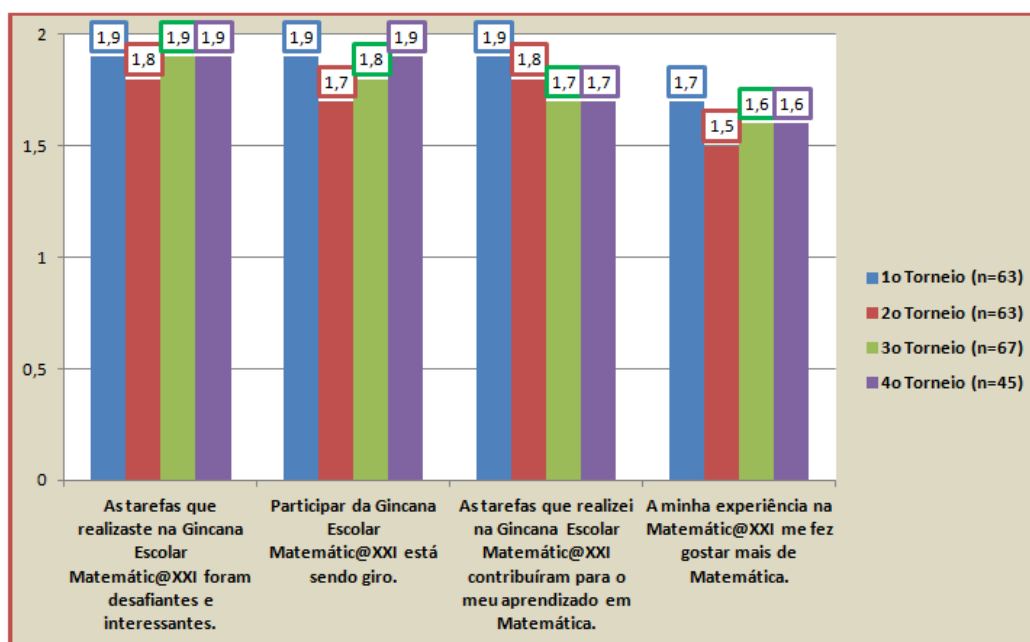


Figura 91. Mensuração de concordância com Escala Likert de 0 a 2; n é o número de respostas.

Com o propósito de expressar numericamente esta avaliação dos alunos em relação à gincana como um todo, consideramos estas quatro afirmações em conjunto, fazendo o somatório dos pontos de cada afirmação. Assim, o grau de concordância dos alunos a estas quatro afirmações expressariam a sua percepção geral sobre a gincana *Matemátic@XXI*. Como meio de medição deste grau de satisfação pela participação na competição, estabelecemos uma escala Likert de 0 a 8 pontos como na tabela a seguir.

O grau de satisfação máximo é expresso pela marcação do aluno em *concordo totalmente* para as quatro afirmações apresentadas ($2 \times 4 = 8$ pontos) e o grau de satisfação mínimo ocorre quando ele marca *discordo totalmente* para as mesmas afirmações ($0 \times 4 = 0$ pontos).

Escala Likert

Valor para as quatro questões	
Valor mínimo de concordância	Valor máximo de concordância
0	8

Assim, a medida de satisfação dos alunos com a gincana *Matemátic@XXI* teve média de 7,0714 numa escala de 0 a 8, o que representa *um nível muito elevado de*

satisfação (Figura 92). Este nível de satisfação manteve-se estável durante os quatro torneios digitais.

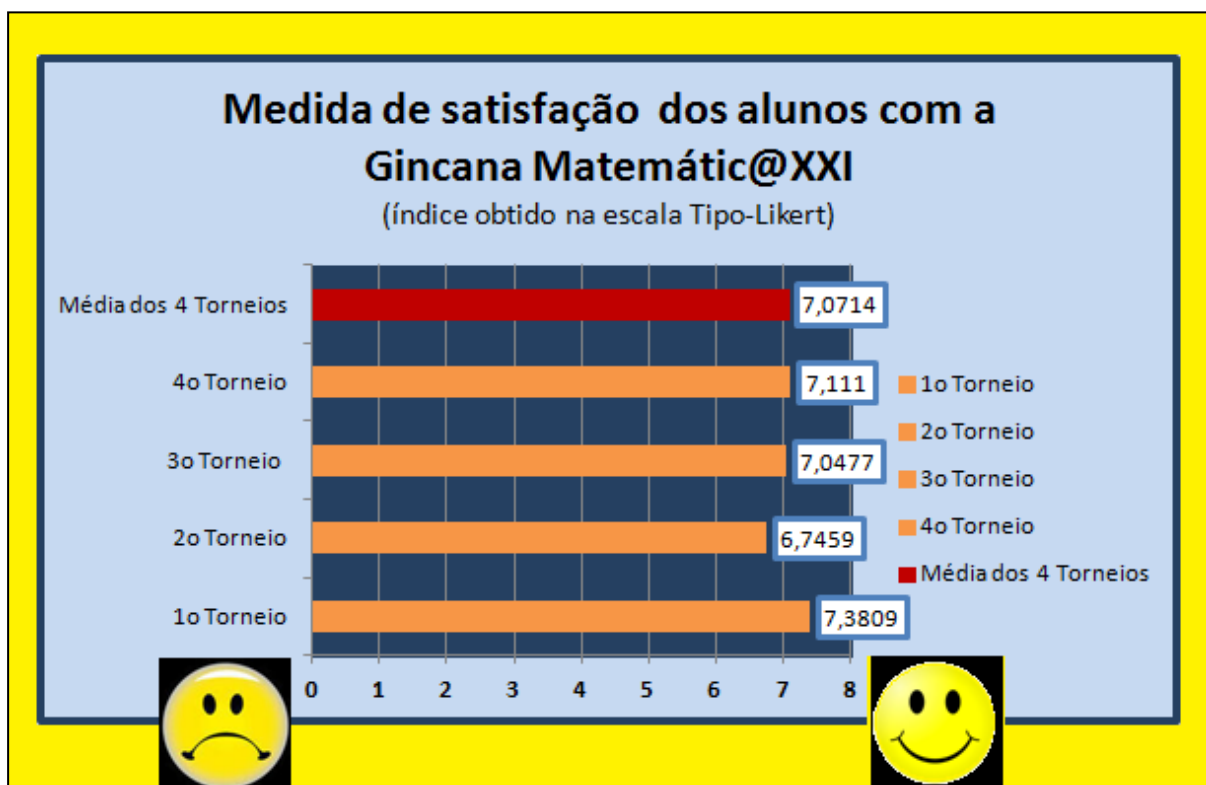


Figura 92. Satisfação dos alunos com a gincana.

No final dos segundo, terceiro e quarto torneios digitais, o questionário de avaliação *online* incluiu uma pergunta aberta, que se repetiu nos três inquéritos, para ser completada pelos alunos: *Se um colega meu me perguntasse sobre a Gincana Matemátic@XXI, eu diria...*. Esta questão tinha como objetivo aprofundar o conhecimento sobre a perceção dos alunos em relação à gincana. Procedemos a uma análise de conteúdo com uma abordagem quantitativa das respostas a esta questão, pelo software *NVivo*, a partir da *palavra* como unidade de análise. Como resultado, apresentamos três nuvens de palavras geradas a partir da frequência das palavras nas respostas dos alunos nos três momentos referidos.

PRIMEIRO MOMENTO

No questionário referente ao segundo torneio, dez equipas (71,4% das equipas participantes) responderam à questão, embora as respostas tenham sido dadas individualmente pelos alunos. Todas as respostas foram de natureza positiva,

Muitos comentários dos alunos referem o seu agrado em relação à gincana e envolvem também aspetos relativos à sua aprendizagem matemática: “que é muito divertido e ajuda a perceber a lógica da matemática”, “que foi uma experiência diferente e divertida”, “que é muito divertido e aprende-se bastante”, “que é muito divertida porque aprendemos coisas novas”. Outros destacam as emoções sentidas

devido à participação na gincana: “que tem sido espetacular”, “é a melhor experiência do mundo”, “que estou a adorar participar”, “que é muito divertido e que também deveria entrar no jogo pois aprende-se muito e ganha-se novos conhecimentos”.

A gincana também ajudou a despertar o gosto pela Matemática, como referem muitos participantes: “que é uma gincana muito boa porque me ajudou a gostar mais da matemática, afinal a matemática não é ‘sem interesse’”, “que é muito divertido e que também deveria entrar no jogo pois aprende-se muito e ganha-se novos conhecimentos”, “que foi uma experiência única e excelente foi bom também para testar os meus limites”.

TERCEIRO MOMENTO

No questionário referente ao quarto torneio, nove equipas (64,3% das equipas participantes) responderam à questão proposta, com os alunos manifestando-se individualmente. 100% das respostas foram de elogios à gincana, mantendo a avaliação positiva dos inquéritos anteriores. A figura 95 mostra a nuvem de palavras gerada a partir da resposta de cada aluno. As palavras “muito” e “fixe” aparecem, mais uma vez, como as mais frequentemente usadas pelos alunos, seguidas da palavra “participar”. Este facto sublinha a *ampla satisfação dos alunos em relação à participação na gincana*, facto este que se manteve inalterado durante todos os torneios.



Figura 95. Nuvem de palavras com as respostas ao inquérito do 4º torneio: “Se um colega meu me perguntasse sobre a Gincana Matemátic@XXI, eu diria...”.

Destacamos comentários dos alunos que expressam além do contentamento com a participação na gincana, a sua animação e gosto com aquilo que aprenderam: “era muito engraçado e ao participar eu tinha ficado estupefacto com aquilo que aprendi”, “foi espetacular (quero mais)”, “que é divertida e nos aprendemos muito com ela”, “que é muito fixe, giro, importante e que estava a aprender muito sobre a matemática!!! =D”. Ressaltem-se, ainda, as expressões que aludem aos estados emocionais positivos experimentados pelos alunos no decorrer da gincana: “que era fixe, divertida, animada, alegre...”, “que gostei”, “que adorei”, “que é super divertida e deveria participar”, “que foi divertido e de “quebrar a cabeça””.

6.1.3. Avaliação da gincana pelos alunos: pontos positivos / pontos negativos

Um dos aspetos importantes a considerar na análise do desempenho prático do produto pedagógico *Matemátic@XXI* é a avaliação que os alunos fizeram desta gincana em termos de pontos positivos e pontos negativos da sua experiência.

Neste sentido, nos questionários realizados no final dos cinco torneios da gincana, foram propostas duas questões abertas, que se repetiram nesses cinco momentos de avaliação. Estas questões solicitavam aos alunos que *contassem um pouco mais...* e dissessem o que mais tinham gostado/não gostado na gincana.

As respostas dos alunos foram submetidas a uma análise de conteúdo por categorização (Bardin, 2013). Foram criados dois conjuntos de respostas, um conjunto com os pontos positivos assinalados pelos alunos e outro conjunto com os pontos negativos. Em cada um destes conjuntos as respostas foram agrupadas em categorias por analogia. Desta forma, identificamos cinco categorias que emergiram para cada conjunto de respostas dos alunos às duas questões.

Compondo o primeiro conjunto, aspetos positivos, as respostas dos alunos foram organizadas nas seguintes categorias: A. *Trabalho em equipa*, B. *Aprendizagem matemática*, C. *Desafios/diversão*, D. *Tudo* (satisfação geral) e E. *Outros*. O segundo conjunto de respostas, aspetos negativos, deu origem às categorias: F. *Dificuldades com o trabalho em equipa*, G. *Dificuldades em algumas tarefas específicas*, H. *Dificuldades na administração do tempo*, I. *Nada* (satisfação geral) e J. *Outros*.

A partir desta categorização, procedemos à contagem do número de eventos (unidades de registos) de cada categoria em cada conjunto de respostas dos alunos (pontos positivos/ pontos negativos) nos cinco diferentes momentos de avaliação no decorrer da gincana. Na figura 96 apresentam-se as frequências relativas de cada categoria no conjunto de respostas dos alunos para os cinco torneios.

Definição operatória			Frequências relativas de cada categoria em relação ao total de itens/respostas				
			1º Torneio	2º Torneio	3º Torneio	4º Torneio	5º Torneio
Pontos positivos	A. Trabalho em equipa	Respostas em que os alunos expressam seu gosto em trabalhar em equipa e colaborativamente.	27%	20%	37,5%	26%	30,4%
	B. Aprendizagem matemática	Respostas em que os alunos manifestam seu contentamento com a aprendizagem matemática realizada através da gincana.	33%	60%	35%	40%	32,1%
	C. Desafios/diversão	Respostas em que os alunos referem a satisfação com os desafios da gincana bem como a diversão em participar da mesma.	11%	7%	10%	8,5%	12,5%
	D. Tudo (satisfação geral)	Respostas em que os alunos dizem gostar de tudo, sem especificar alguma situação.	18%	4%	10%	17%	12,5%
	E. Outros	Respostas que incluem situações de diferentes naturezas.	11%	9%	7,5%	8,5%	12,5%
Pontos negativos	F. Dificuldades com o trabalho em equipa	Respostas em que os alunos expressam suas dificuldades em organizar o trabalho em equipa.	22%	8,8%	6,5%	4%	6%
	G. Dificuldades em algumas tarefas específicas	Respostas em que os alunos manifestam suas dificuldades em realizar tarefas específicas.	24%	17,6%	16,1%	7%	3%
	H. Dificuldades na administração do tempo	Respostas em que os alunos referem a dificuldade em administrar o tempo para realização das tarefas em simultâneo com as outras obrigações escolares.	4%	11,8%	26%	15%	12%
	I. Nada (satisfação geral)	Respostas em que os alunos dizem não ter nada de negativo a apontar, gostaram de tudo.	36%	17,6%	14,9%	41%	61%
	J. Outros	Respostas que incluem situações de diferentes naturezas.	14%	44,1%	32%	33%	18%

Figura 96. Categorização das respostas dos alunos aos questionários de avaliação dos cinco torneios.

A partir da análise destes dados, depreende-se que, no decorrer dos cinco torneios, o que mais agradou à maioria dos alunos participantes na gincana Matemátic@XXI foi, em primeiro lugar, a experiência da aprendizagem matemática e, em segundo lugar, a oportunidade de trabalhar em equipa. Como pontos negativos da sua experiência na gincana, em três torneios - o primeiro, o quarto e o quinto – a maior parte dos alunos revela não ter nada a apontar como negativo, gostaram de tudo. Nos segundo e terceiro torneios, a maioria dos alunos refere como pontos negativos situações diversas como “não sei”, “tamanho” ou “elaborar os textos”. Contraditoriamente, muitos alunos apontaram como ponto negativo o fato da gincana “acabar tao de pressa” o que denota um gosto pela experiência vivida e não o oposto.

A título de exemplificação, apresentamos na figura 97 algumas respostas selecionadas dentre os dois conjuntos - aspetos positivos e aspetos negativos - referentes a cada uma das categorias apresentadas. A intenção é apenas ilustrar melhor cada categoria que emergiu dos dados.

Respostas dos alunos às duas questões em relação à gincana: "O que mais gostaste?" e "O que não gostaste?"	
Pontos positivos	A. Trabalho em equipa
	"trabalhar com os meus colegas", "de fazer os trabalhos em grupos", "trabalhar em equipa", "de fazer o trabalho com as minhas amigas", "gostei de trabalhar em grupo", "de trabalhar em equipa com os meus amigos", "fazer o trabalho em grupo", "fazer a tarefa em grupo", "gostei de fazer um trabalho de equipa", "de estar com os meus amigos".
	B. Aprendizagem matemática
	"Gostei de aprender mais sobre Pitágoras", "de fazer a minha demonstração do teorema de pitágoras", "de aprender mais", "aprendi mais coisas importantes de matemática que nunca cheguei a imaginar", "descobrir coisas novas", "aprender o teorema de Tales", "aprender mais sobre a matemática", "aprender com a matemática", "resolver exercícios", "numero 7", "os triângulos", "aprender", "aprender mais sobre o infinito", "de fazer as tarefas", "resolver os problemas", "aprender o que é o número de ouro", "responder a tarefa 3", "de pesquisar", "descobrir", "pesquisar sobre a água", "fazer o gráfico de barras", "responder as tarefas", "de pesquisar a vida de Tales", "de descobrir a água", "de descobrir a vida de Pitágoras".
	C. Desafios/diversão
	"gostei imenso dos nossos desafios", "foi divertido e desafiante", "dos desafios", "de perceber que a matemática é divertida", "aprender mais e divertir-me com a matemática", "ser divertido", "Tudo! Foi muito engraçado esta atividade".
Pontos negativos	D. Tudo (satisfação geral)
	"tudo", "gostei de tudo!", "de tudo", "tudo (mesmo tudo)", "amei tudo", "adorei tudo", "foi tudo espetacular".
	E. Outros
	"não sei", "a professora marli nos ter ajudado nas nossas dificuldades", "dos torneios do dia 29", "o tempo que passamos para cumprir as tarefas e os REBOCADOS!!! 😊", "ficar em 18".
	F. Dificuldades com o trabalho em equipa
	"do facto de alguns membros da equipa não se terem esforçado tanto como outros", "de uns trabalhar mais outros menos", "da quantidade de membros", "nem sempre os elementos da equipa estarem disponíveis", "de algumas pessoas não colaborarem com o trabalho", "alguns trabalharem e outros não", "de alguns não fazerem nada".
Pontos negativos	G. Dificuldades em algumas tarefas específicas
	"de alguns exercícios", "eu não gostei da tarefa 2", "da tarefa 4, era muito confuso", "da tarefa 3", "da história de pitágoras", "problemas complicados", "algumas tarefas eram maçudas", "ser difícil algumas coisas", "ser difícil (so um pouco)", "do 3º torneio e achei que era difícil".
	H. Dificuldades na administração do tempo
	"de não entregar as tarefas a tempo", "como tínhamos muitos testes e pouco tempo não de para fazer muito bem o trabalho", "ter testes intercalados com as entregas dos trabalhos", "o tempo que nos dão", "da falta de tempo", "ter que fazer as tarefas muito à pressa", "não termos entregue os trabalhos a tempo", "estar pressionado com o tempo", "não termos muito tempo para realizarmos todas as tarefas", "de muitas vezes pensar em desistir pó não conseguir acabar as tarefas todas a tempo".
Pontos negativos	I. Nada (satisfação geral)
	"nada foi tudo ótimo", "gostei de tudo os desafios tudo 😊", "nada", "adorei tudo!", "também gostei do trabalho todo", "de nada", "não houve nada que não gostei", "praticamente gostei de tudo", "não sei (gostei de tudo)", "gostei de tudooooo", "gostei de tudo!!!", "adorei tudo que fizemos enquanto EQUIPA", "eu adorei tudo é impossível não gostar de todo o que passamos", "gostei de tudo, mas já acabou 😊".
	J. Outros
	"acabar tao cedo", "ter de trabalhar nas férias", "escrever", "ter muitas perguntas", "que alguns tenham desistido", "fazer textos", "de acabar o trabalho", "de procurar uma coisa e me aparecer outra", "de acabar as tarefas", "de acabar tao de pressa", "nao gostei muito de responder aos inqueritos", "não sei", "o 2º torneio já ter acabado", "dimensão da tarefa", "tamanho", "elaborar os textos", "o desafio já estar a acabar...".

Figura 97. Algumas respostas dos alunos sobre o que mais gostaram/não gostaram na gincana *Matemática@XXI*.

Associada aos dados categorizados, uma análise mais pormenorizada das respostas de cada aluno remete-nos à conclusão que a maioria dos alunos gostou de aprender “mais coisas importantes de matemática que nunca cheguei a imaginar”, de “responder as tarefas”, “de perceber que a matemática é divertida” e de “trabalhar em equipa com os meus amigos”. Muitos alunos sublinham o seu gosto em terem aprendido temas matemáticos específicos – gostei de “aprender mais sobre o infinito”, “aprender o que é o número de ouro” e “fazer o gráfico de barras” – o que revela uma satisfação com a sua experiência de enculturação matemática.

Por outro lado, muitos alunos referem ter sentido dificuldades com a organização do trabalho, seja pelo facto de “algumas pessoas não colaborarem com o trabalho” ou devido a “algumas tarefas eram maçudas”, ou mesmo porque “não termos muito tempo para realizarmos todas as tarefas”.

A figura 98 exhibe a distribuição das frequências relativas das categorias referentes aos pontos positivos destacados pelos alunos nas suas respostas aos questionários relativos aos cinco torneios. Neste gráfico, fica evidente que a aprendizagem matemática foi o ponto positivo mais destacado pelos alunos.

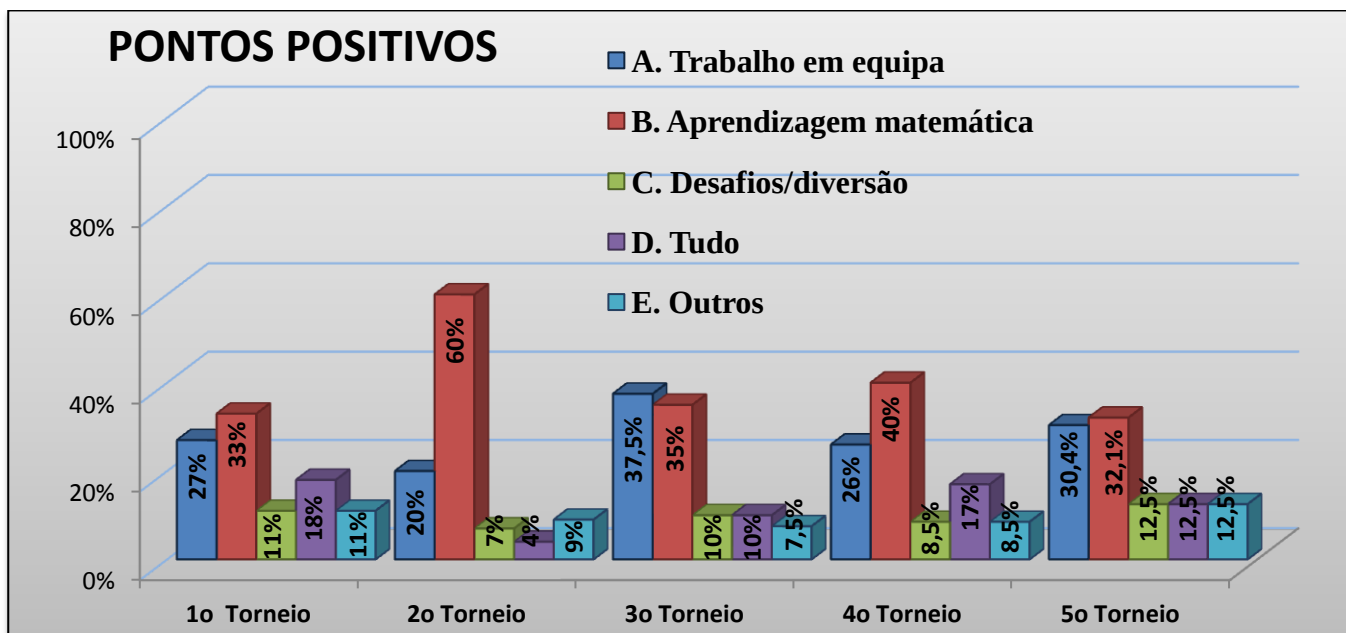


Figura 98. Frequências relativas das categorias/pontos positivos das respostas aos questionários de avaliação da gincana Matemática@XXI.

A figura 99 exibe a distribuição das frequências relativas das categorias referentes aos pontos negativos destacados pelos alunos nas suas respostas aos questionários relativos aos cinco torneios. Neste gráfico, fica evidente que nos primeiro, quarto e quinto torneios a maioria dos alunos não tem nada a declarar como ponto negativo da sua experiência na gincana. Nos segundo e terceiro torneios, a categoria que regista mais respostas é a de *outros* que, como mostrado na figura 97, inclui opiniões que muitas vezes demonstram apreço pela experiência vivida na gincana como, por exemplo, “o desafio já estar a acabar...”.

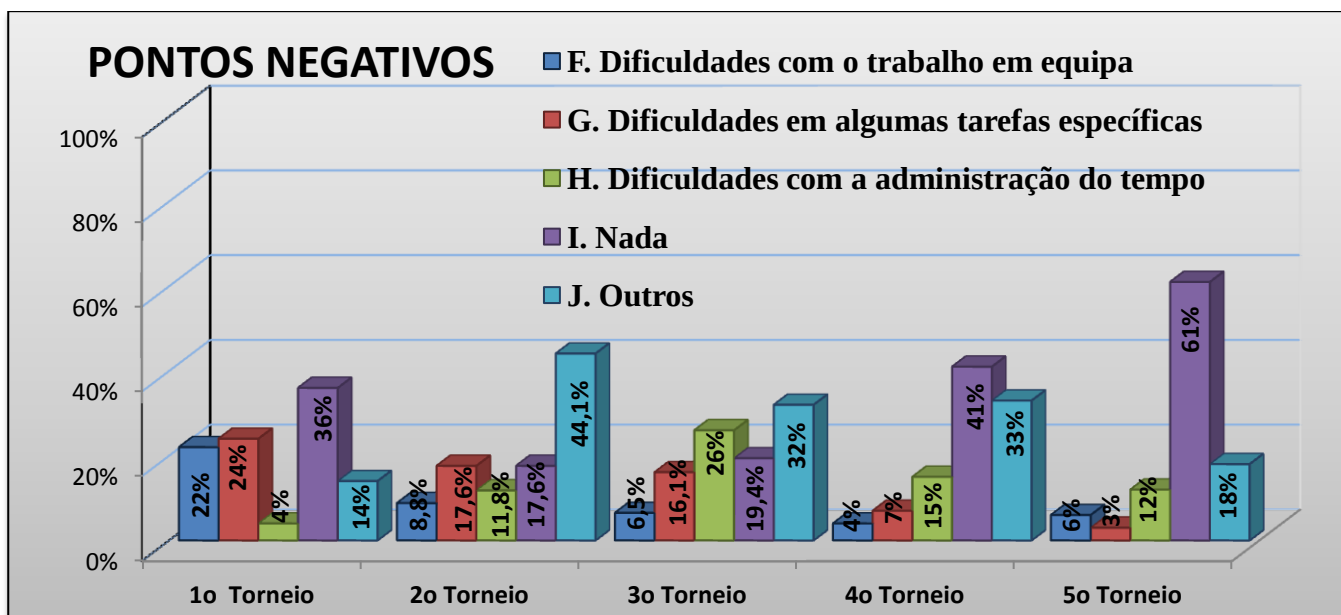


Figura 99. Frequências relativas das categorias/pontos negativos das respostas aos questionários de avaliação da gincana Matemátic@XXI.

6.1.4. As Tecnologias Digitais na gincana Matemátic@XXI

Com o propósito de averiguar a perceção dos alunos em relação à utilização, na gincana Matemátic@XXI, das tecnologias digitais - a rede social Facebook e a ferramenta cognitiva WebQuest - foram apresentadas aos alunos duas proposições no questionário *online* de avaliação final da gincana diante das quais eles deveriam assinalar o seu grau de concordância: 1) *Poder comunicar com meus colegas e com a professora/investigadora através do Facebook na Gincana Escolar Matemátic@XXI foi giro*; e 2) *Eu gostei de aprender e realizar tarefas através do ambiente digital (WebQuests) da Gincana Escolar Matemátic@XXI*.

Os alunos podiam optar por: *concordo totalmente*, *concordo parcialmente* ou *discordo totalmente*. Utilizamos a metodologia de mensuração de atitude de Likert numa escala de 0 a 2, conforme tabela a seguir.

Escala Likert (pontos por questão)

Nível de concordância	Concordo totalmente	Concordo parcialmente	Discordo totalmente
Pontos	2	1	0

Em relação ao *Facebook*, a opinião dos alunos foi amplamente favorável à sua utilização como instrumento de comunicação durante a gincana. Um índice de aprovação bastante elevado foi também verificado quanto ao trabalho escolar realizado em ambiente digital no formato de *WebQuests* (Figura 100).

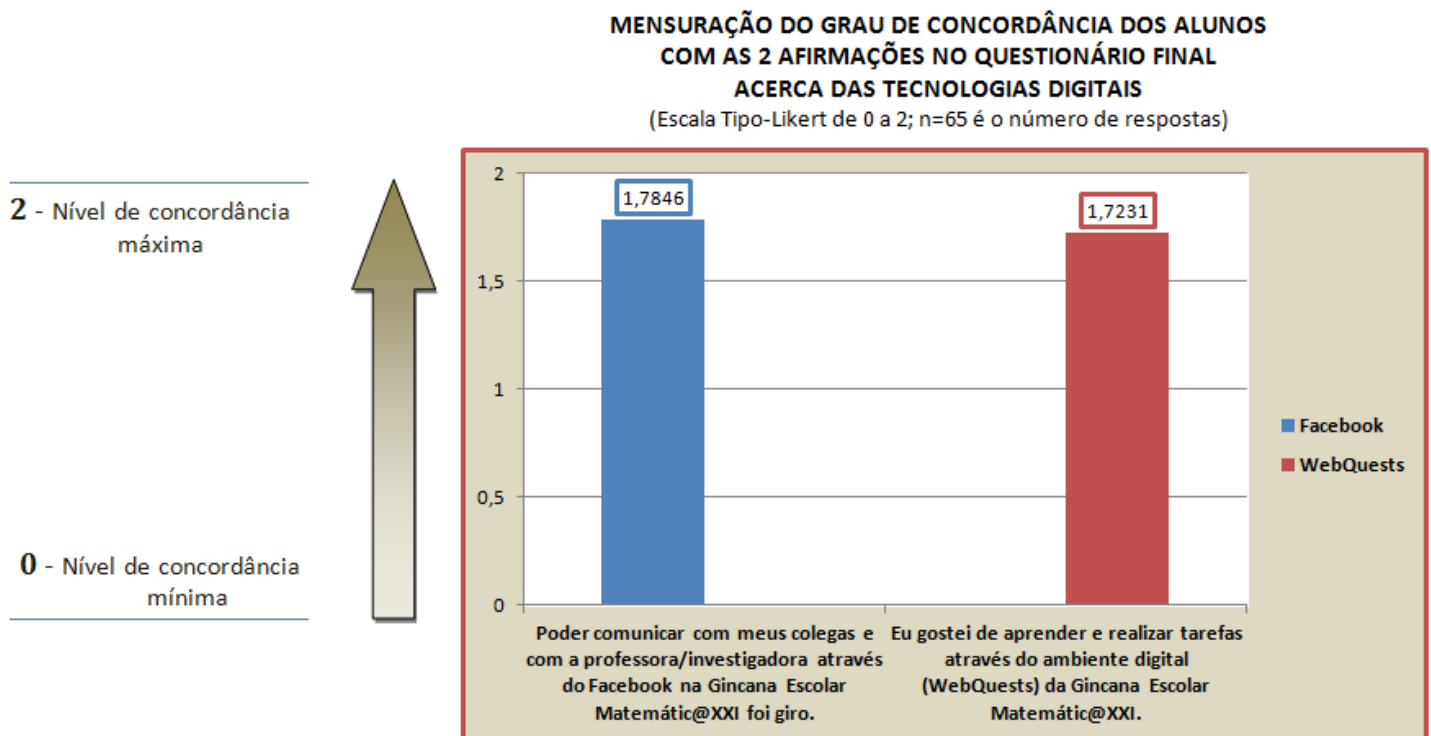


Figura 100. Nível de concordância dos alunos em relação à utilização das tecnologias digitais na gincana *Matemática@XXI*.

O processo de apropriação dos objetos da cultura humana é resultado de uma atividade efetiva do indivíduo sobre esses objetos historicamente construídos. Este processo é essencialmente comunicativo.

No contexto da gincana escolar *Matemátic@XXI*, as equipas (sujeitos), por sua atividade, tiveram acesso à cultura matemática (objetos). O *Facebook* e as *WebQuests* cumpriram o papel de ferramentas simbólicas de mediação. A mediação social deu-se entre os alunos que resolveram colaborativamente as tarefas em equipas, com a ajuda da investigadora e das professoras participantes.

Ao longo da gincana *Matemátic@XXI*, foram diversos os momentos em que a comunicação digital se evidenciou, sob várias formas e com diferentes objetivos. A figura 101 apresenta um exemplo de um momento de partilha entre a investigadora e os participantes. Os atletas *visualizaram* e *gostaram* do post.

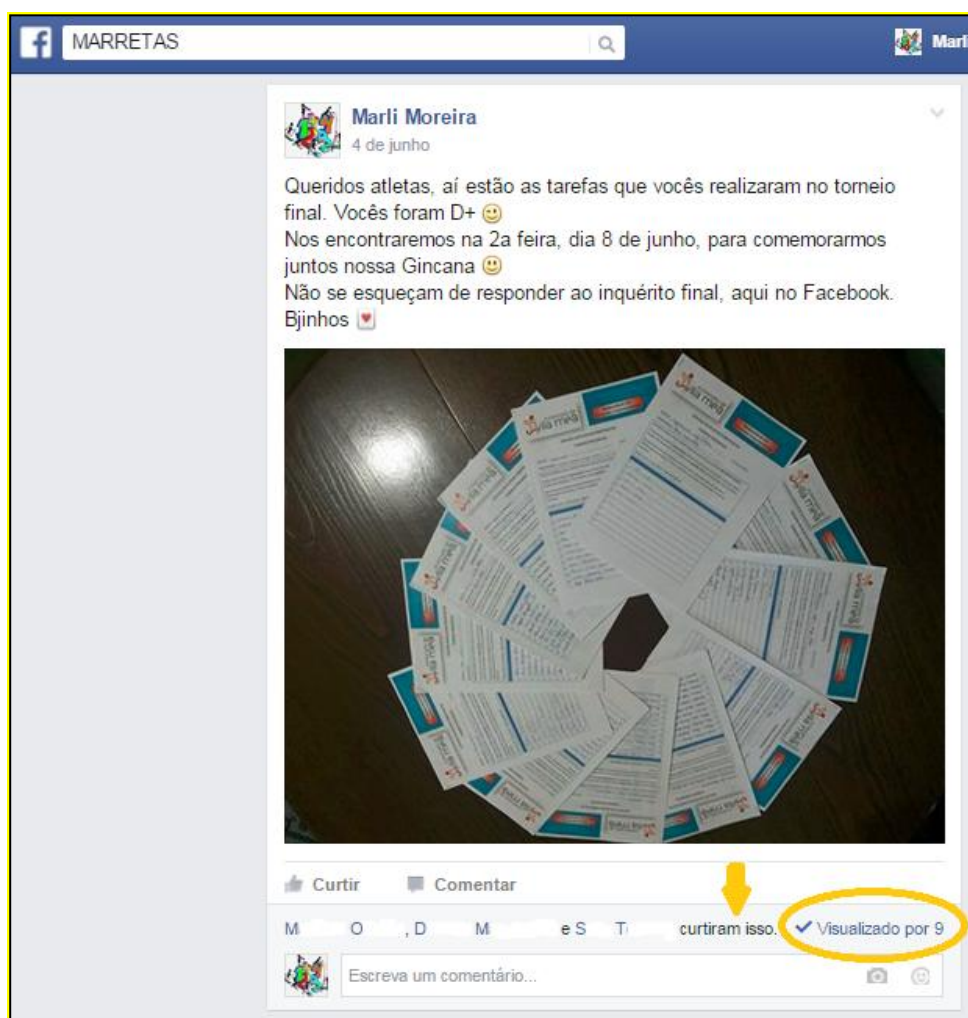


Figura 101. Exemplo de partilha dentro dum grupo fechado.

Foram ainda muitos os registos de diálogos e intervenções dos alunos, entre si e com a investigadora, em horários que extrapolaram o tempo e o espaço usuais da escola. Isto sinaliza para o potencial desta rede social como ferramenta

educacional de expansão dos tempos e espaços formais de aprendizagem (Figura 102).

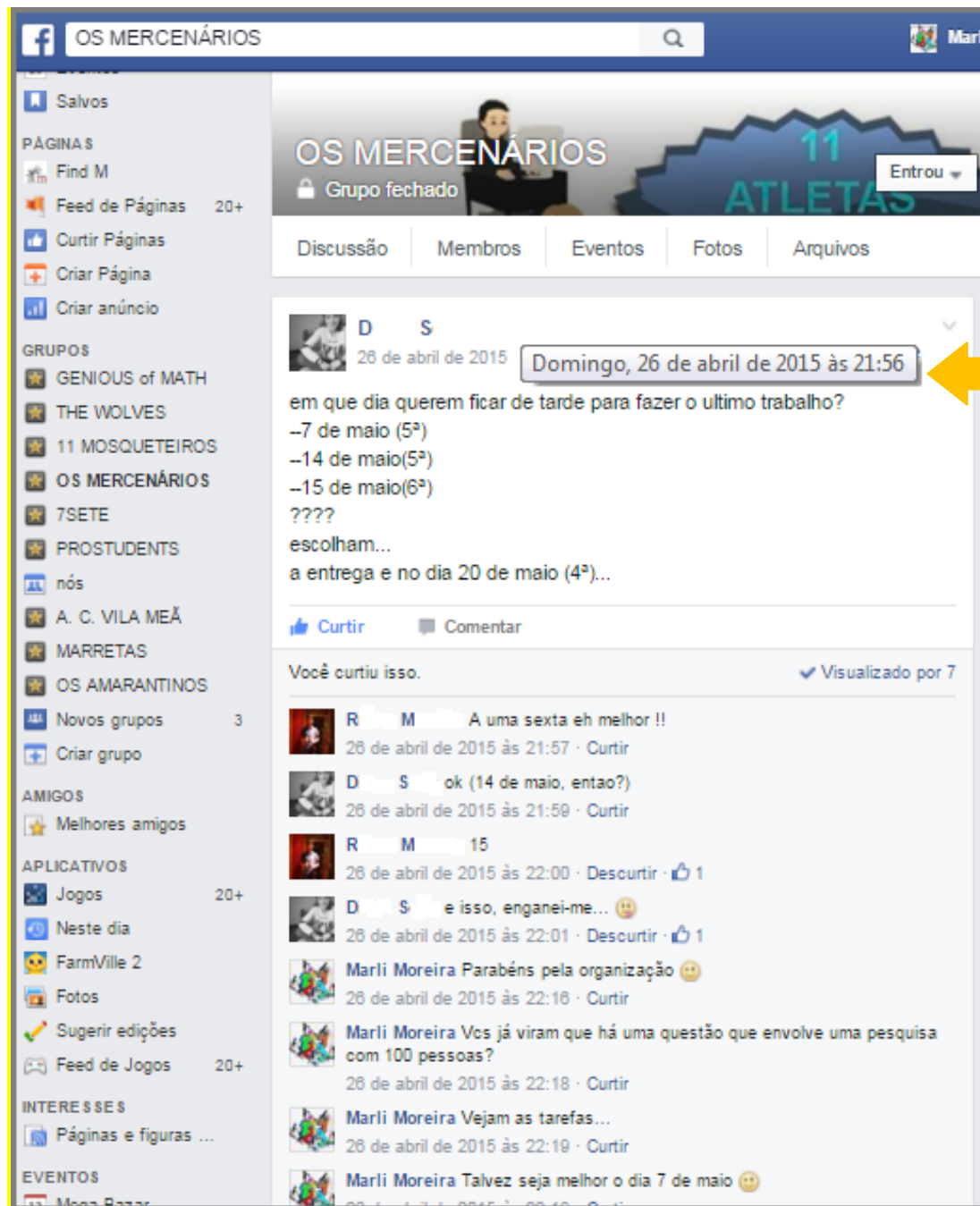


Figura 102. Printscreen do mural da equipa Os Mercenários exibindo um diálogo entre os participantes e a investigadora ocorrido num domingo à noite.

Procedemos a uma análise de conteúdo por categorização (Bardin, 2013) das diversas situações de comunicação com recurso ao *Facebook* experimentadas no decorrer da gincana *Matemática@XXI*. Neste processo, as postagens das diferentes equipas foram desmembradas em unidades e, posteriormente, reagrupadas por analogia em categorias. Desta forma, identificámos cinco

categorias que emergiram nas situações postadas nos grupos fechados das equipas com a investigadora: (i) apropriação de objetos matemáticos; (ii) expressão de emoções; (iii) publicação de tarefas; (iv) registo semanal; e (v) divulgação da cultura matemática. A título de exemplificação, apresentamos a seguir situações selecionadas dentre os murais dos grupos fechados das diferentes equipas referentes a cada uma das categorias apresentadas.

(i) Apropriação dos objetos matemáticos

Esta categoria reúne as unidades de análise (unidades de comunicação) em que os alunos manifestam ter-se apropriado de objetos matemáticos, fazendo deles seus instrumentos cognitivos. No excerto dos murais do *Facebook* apresentado na figura 103, os alunos mostram como se apropriaram dos conceitos estudados.

A equipa *The Wolves* publica a resolução de duas tarefas, ilustrando a apropriação de dois objetos matemáticos pelos elementos da equipa. A equipa *Prostudents* publica “a nossa obra de arte com triângulos”. Nos dois casos, a utilização do determinante possessivo “nosso” reforça a ideia de apropriação.

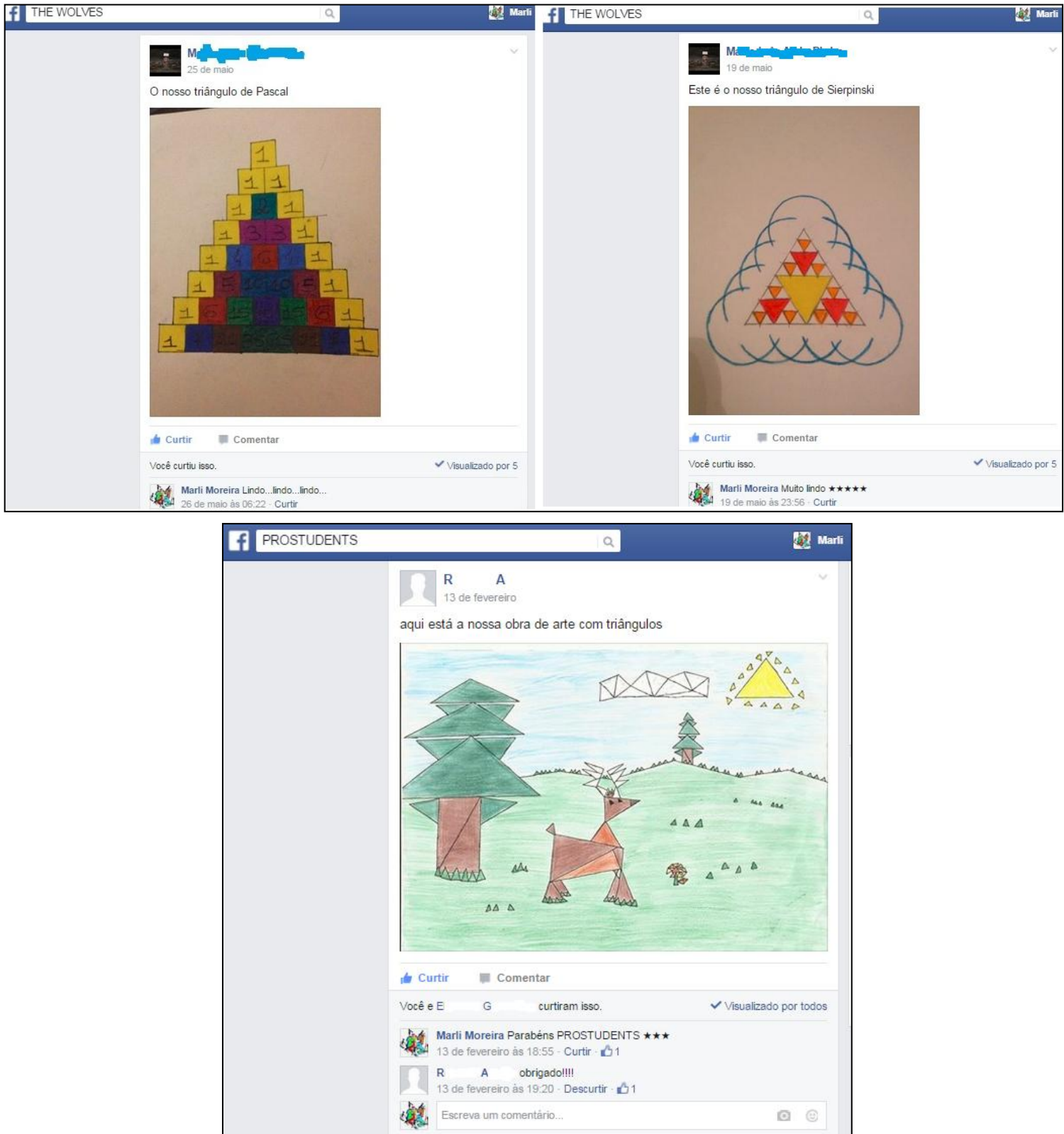


Figura 103. Manifestação da apropriação dos objetos matemáticos através do Facebook.

(ii) Expressão de emoções

Esta categoria reúne as unidades de comunicação em que os alunos expressam as suas emoções vivenciadas em diferentes situações da gincana. As emoções são manifestadas de forma livre e espontânea. Na figura 104, apresentamos um excerto dos murais do *Facebook* de três equipas, em que os alunos expressam estados emocionais distintos. Os *Marretas* manifestam os seus sentimentos de alegria e de autoconfiança pelo desempenho da equipa na gincana. Os *Kings* desculpam-se por não se terem podido encontrar com a investigadora num determinado momento e expressam o seu descontentamento por isso. Dois alunos da equipa *7Sete* dizem estar “se sentindo festivo” graças a Pitágoras e outra “se sentindo inspirada” por conta do infinito.



Figura 104. Expressão de emoções através do *Facebook*.

Na figura 105, apresentamos um registo das emoções manifestadas pelos atletas da equipa 7Sete num momento de encontro com a investigadora na escola. Os alunos expressaram as suas emoções de modo gestual (na foto) e através de símbolos disponibilizados pelo *Facebook*.



Figura 105. Símbolos e gestos usados na expressão de emoções no *Facebook*.

(iii) *Publicação de tarefas*

Esta categoria reúne as unidades de comunicação relativas ao uso do *Facebook* para a publicação das *WebQuests* nos 14 grupos fechados das equipas. A figura 106 inclui um excerto do mural da equipa A. C. Vila Meã onde se mostra a publicação do Evento “2.º Torneio” com o *link* para a segunda *WebQuest*.



Figura 106. Uso do *Facebook* para publicação da segunda *WebQuest*.

A figura 107 apresenta o convite à participação no Torneio Final Presencial que foi publicado em todos os grupos fechados do *Facebook*, com o material necessário.



Figura 107. Convite à participação no Torneio Final Presencial publicado nos grupos fechados do *Facebook*.

(iv) *Registo semanal*

Esta categoria reúne as unidades de comunicação referentes aos registos das vivências dos participantes durante a gincana: saudações, recados, informações, fotos dos encontros e das realizações dos alunos. A figura 108 ilustra um momento de saudação e informação da investigadora para os atletas da equipa *Marretas*. Todos os alunos da equipa *visualizaram o post* e alguns mostraram tê-lo apreciado (fazendo um *like*).



Fig. 108. Uso do *Facebook* para saudação.

Na figura 109, apresenta-se uma foto de registo dum encontro, na escola, entre dois alunos da equipa *Prostudents* e a investigadora. Os alunos *visualizaram e curtiram o post*.



Figura 109. Uso do Facebook para registo de fotos dos encontros.

A figura 110 apresenta o registo, no mural do Facebook, do momento de entrega do trabalho da equipa *Genious of Math*.



A capa da revista da equipa *Genious of Math* expressa uma afetividade positiva perante a matemática.

Figura 110. Foto das alunas *Genious of Math* com uma revista da equipa.

Na figura 111, regista-se uma sessão de trabalho da equipa *Matematix* que, apesar de ter desistido formalmente de participar na gincana (não entregaram nenhuma das Revistas relativas às *WebQuests*), continuou ativa na interação através do

Facebook e nos encontros com a investigadora na escola (realizavam algumas das tarefas propostas).



Figura 111. Uso do Facebook para registo dos encontros na escola.

A figura 112 exibe um post com a informação da apresentação do Circo Matemático e a investigadora faz o convite a não perder o espetáculo.



Figura 112. Uso do Facebook para comunicação de evento.

O *Facebook* serviu também para esclarecer dúvidas sobre o funcionamento da gincana, bem como para publicar os resultados da competição (Figura 113).



Os alunos manifestam o seu contentamento pela classificação da equipa.

Note-se que o diálogo acontece fora do horário escolar (23h06).

Figura 113. Uso do *Facebook* para informações.

Estes pedidos de esclarecimento dos alunos ocorriam, frequentemente, “fora de horas” e as suas reações à publicação dos resultados finais da gincana também “entraram pela noite dentro” – o que revela um envolvimento significativo dos alunos na gincana.

A figura 114 apresenta um exemplo de diálogo “fora de horas” entre uma aluna da equipa *Marretas* e a investigadora. Todos os alunos da equipa *visualizaram o post* e alguns o *curtiram*.



A aluna pergunta sobre a classificação da sua equipa e expressa as suas emoções.

O diálogo acontece à noite, fora do horário escolar.

Figura 114. Uso do Facebook “fora de horas”.

(v) *Divulgação da cultura matemática*

Esta categoria reúne as unidades de comunicação referentes às publicações de objetos, processos e personagens da cultura matemática com vista à enculturação matemática, ampliando o universo matemático disponibilizado aos alunos. Na figura 115, é apresentado o objeto matemático *Triângulo*, tema do primeiro torneio da gincana, que estava sendo realizado na data da publicação. O exemplo é da equipa *Team Lopes* cujos alunos *visualizaram* e *curtiram* o post.

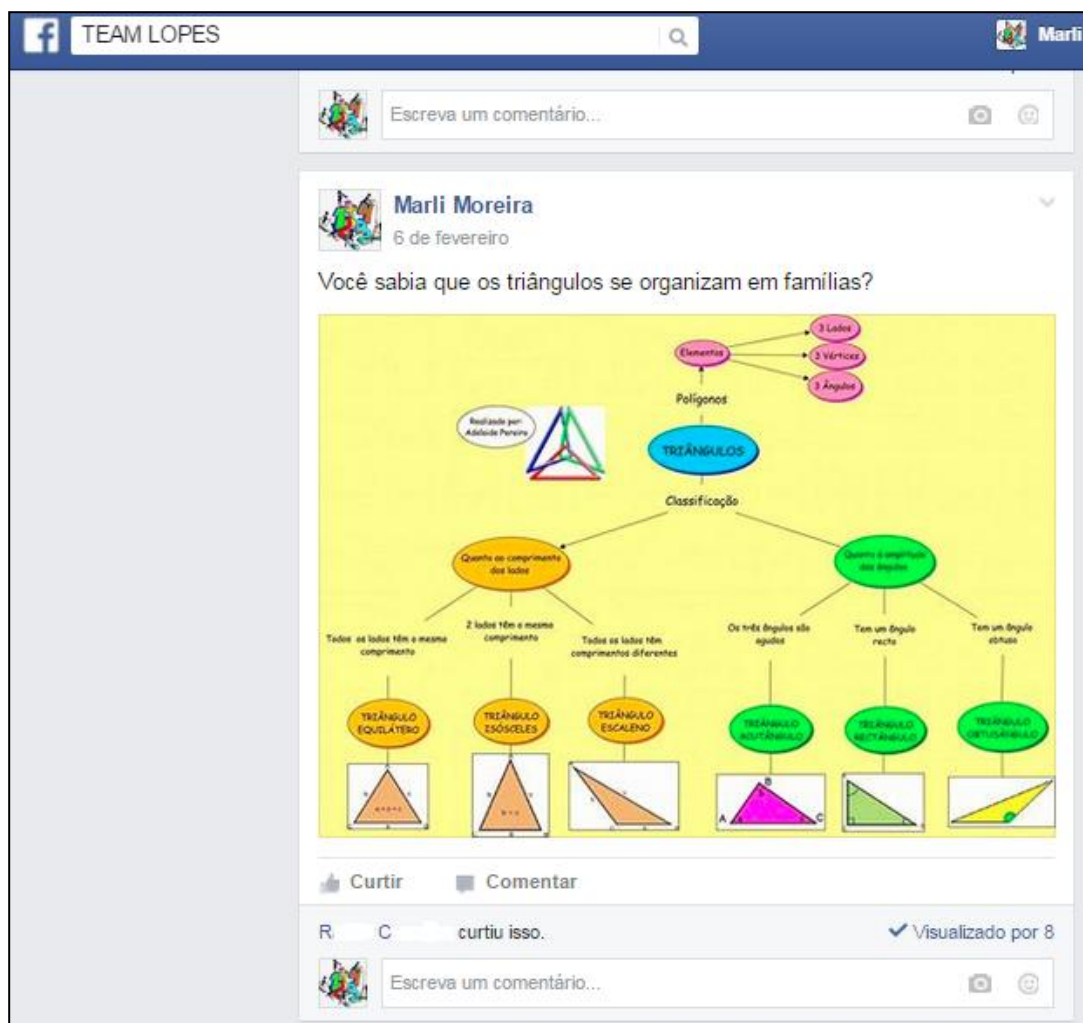


Figura 115. Apresentação do objeto matemático *Triângulo*.

Na figura 116, apresentamos duas situações distintas relativas a esta enculturação: a conversa com os alunos sobre *Pitágoras* e a apresentação de um vídeo do *YouTube* com o objeto matemático *Fractal de Mandelbrot*. Todas as publicações com vista à divulgação da matemática foram comuns a todas as equipas, partilhando com elas diferentes recursos educacionais disponíveis na *web*, para além daqueles que faziam parte das *WebQuests*.

7SETÉ

Marli Moreira

26 de janeiro de 2015

Quem é este homem?



Curtir Comentar

Visualizado por 10

C... M... Pitágoras!!!
7 de março de 2015 às 13:24 · Descurtir · 1

C... M... Matemático grego!! Ainda me lembro!!! 😊
7 de março de 2015 às 13:25 · Descurtir · 2

Marli Moreira Muito bem, C... 😊
7 de março de 2015 às 13:30 · Curtir · 2

C... M... Obg.
7 de março de 2015 às 14:29 · Descurtir · 3

L... S... Pitágoras
7 de março de 2015 às 21:33 · Descurtir · 3

C... M... 😊
7 de março de 2015 às 21:35 · Descurtir · 3

Marli Moreira Muito bem, L... 😊
7 de março de 2015 às 21:35 · Curtir · 2

L... S... Obg
7 de março de 2015 às 21:36 · Descurtir · 3

C... M... Ele adora triangulos!!! 😊
7 de março de 2015 às 21:36 · Descurtir · 3

C... M... Quer dizer adora Matemática!!
7 de março de 2015 às 21:37 · Descurtir · 3

Marli Moreira eu também adoro Matemática 😊
7 de março de 2015 às 21:37 · Curtir · 2

Marli Moreira e vcs?
7 de março de 2015 às 21:38 · Curtir · 1

L... S... Mais ou menos mas é muito importante
7 de março de 2015 às 21:39 · Descurtir · 3

C... M... Sim é importantissima para o futuro!!!
7 de março de 2015 às 21:41 · Descurtir · 3

Escreva um comentário...

KINGS

Marli Moreira

16 de março · Editado

Bom dia, meus queridos atletas, vejam lá a beleza do INFINITO ★
Só para lembrar:
6a feira é o dia da entrega das tarefas do 2o torneio 😊
Bom trabalho 🍷



Fractal Zoom Mandelbrot Corner
A fractal zoom on a mandelbrot set, finishing on a dendrite area. Made using XaoS (freeware program)
Music: Aalborg Fantasy Soundtracks - Timefreeze (free on...)
YOUTUBE.COM

Curtir Comentar Compartilhar

Rui R e F N curtiram isso. Visualizado por 10

Escreva um comentário...

Figura 116. Uso do Facebook para divulgação da cultura matemática.

O *Facebook* admite a integração de diferentes recursos nas comunicações desenvolvidas nos seus murais tais como vídeos, fotos, músicas, etc. Tais recursos, como mostrado anteriormente, são úteis na divulgação da ciência. Na figura 117, apresentamos um exemplo de como o *Facebook* foi usado para despertar a atenção dos alunos para a presença da matemática ao seu redor.

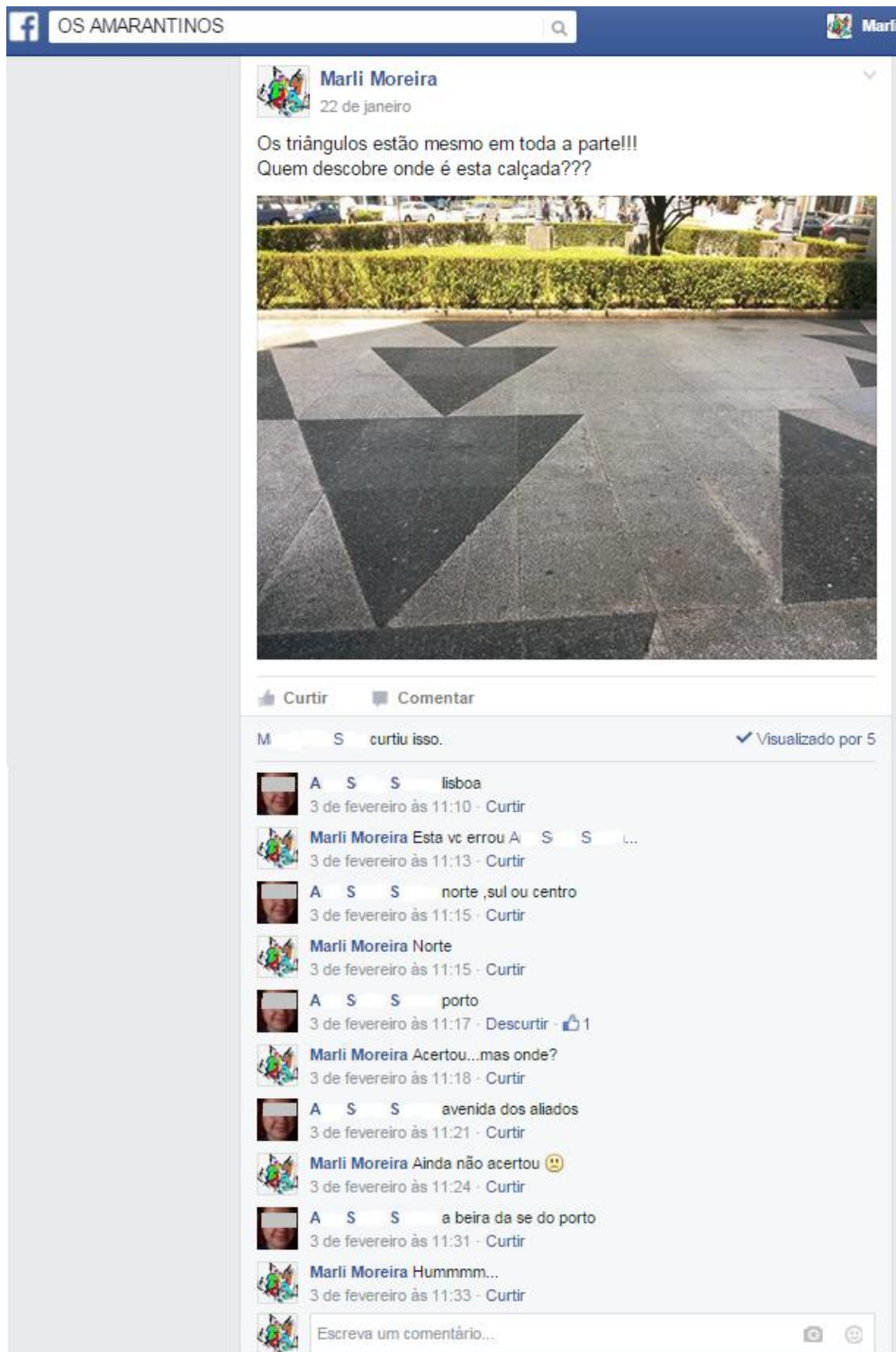


Figura 117. Uso do *Facebook* para sensibilização.

Durante a gincana *Matemática@XXI*, os alunos *visualizaram* e *curtiram* os diferentes *posts* de objetos da cultura matemática. Este processo de envolvimento com a Matemática desenvolveu, também, a capacidade criativa dos alunos. O *Facebook* foi como um espaço aberto para a autoria. Na figura 118, as equipas *11Mosqueteiros* e *7Sete* exibem problemas matemáticos criados pelos alunos.

O recurso ao *Facebook*, associado às *WebQuests*, como ferramenta de mediação entre os sujeitos e os objetos da cultura matemática apoiou uma experiência pessoal rica e positiva dos alunos com a Matemática e, também, uma prática colaborativa no interior das equipas.



Figura 118. O Facebook como um espaço de autoria.

6.1.5. Afetividade

Como referido no Capítulo II desta tese, a afetividade desempenha um papel fundamental e importante no processo de aprendizagem dos alunos. A afetividade diz respeito a um estado geral de predisposição da pessoa e é um elemento muito difícil de mensurar. Com o propósito de avaliar esta variável no contexto de realização da gincana *Matemátic@XXI*, no final do quarto torneio, portanto com a gincana já próxima do seu término, foi incluída no questionário *online* da quarta *WebQuest*, uma questão em que os alunos deveriam marcar os itens que correspondessem aos seus estados emocionais durante a realização das tarefas da gincana. Podiam marcar tantos itens quantos julgassem necessários. Os estados emocionais com maior número de marcações foram: i) *curioso (a)* (75,6%), ii) *animado (a)* (68,9%) e iii) *divertido (a)* (51,1%). As opções *aborrecido (a)*, *desorientado (a)* e *desanimado (a)*, que expressavam um estado emocional negativo, não receberam nenhuma marcação.

Considerando as 45 respostas registadas neste questionário, o estado emocional experimentado pelos alunos foi bastante positivo no decorrer da gincana. Eles sentiram-se, em geral, curiosos, animados, divertidos e alegres (Figura 119). A curiosidade, a animação e a alegria são, de fato, estados afetivos que contribuem favoravelmente para a aprendizagem dos alunos e auxiliam na construção de uma identidade positiva do aluno perante a Matemática (*global affect*).

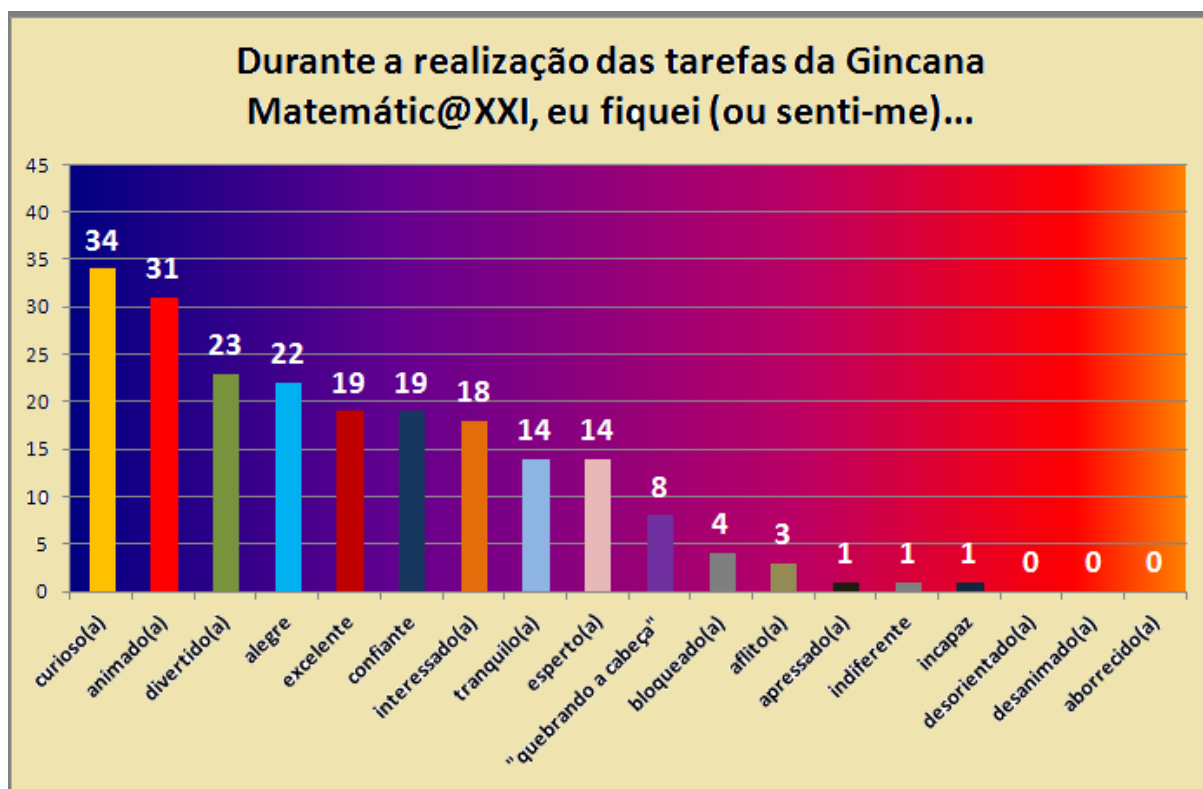


Figura 119. Estados emocionais dos alunos durante a realização das tarefas da gincana *Matemátic@XXI*.

6.1.6. As Produções das equipas

Conforme referido no Capítulo II desta tese, Bishop (1991) propõe uma abordagem cultural para o currículo escolar de Matemática. O autor sustenta que a Matemática enquanto domínio científico constituiu-se a partir de seis atividades universais - contar, localizar, medir, desenhar, jogar e explicar – e que estas atividades devem formar a base de um currículo de enculturação matemática. A estrutura do currículo de Matemática, segundo esta perspetiva, deve abranger três componentes que se intercomunicam: componente simbólica, componente social e componente cultural. Estas componentes, em conjunto, visam construir um cenário pedagógico com um conjunto de atividades adequadas que permitam aos alunos apropriarem-se da cultura matemática, englobando os seus conceitos, simbologias e valores. O desenvolvimento de cada aluno dá-se neste processo pessoal e interativo de recriação dos objetos matemáticos. Desta forma, o currículo da Matemática escolar é pensado como uma estrutura de conhecimento que fornece suporte para a humanização e socialização dos estudantes.

Por outro lado, a Teoria da Atividade de Leontiev (1978) sustenta que a apropriação dos objetos culturais (matemáticos, inclusive) ocorre na atividade do sujeito sobre esses objetos, mediada por instrumentos físicos e/ou simbólicos (no caso da gincana, o *Facebook* e as *WebQuests*). A apropriação dos objetos pelo sujeito efetiva-se quando os objetos passam a ser instrumentos cognitivos do sujeito. Leontiev (1978) sustenta que o desenvolvimento do aluno (funções psicológicas) se dá no decorrer do processo de apropriação dos objetos da cultura humana: “O processo principal que caracteriza o desenvolvimento psíquico da criança é um processo específico de apropriação das aquisições do desenvolvimento das gerações humanas precedentes” (p. 343). O autor sublinha que este processo “realiza-se na atividade que a criança emprega relativamente aos objetos e fenômenos do mundo circundante, nos quais se concretizam estes legados da humanidade [...] as suas aptidões humanas formam-se no próprio decurso deste processo.” (pp. 343-344).

Esta foi a conceção de currículo de Matemática adotada no trabalho promovido pela gincana *Matemátic@XXI*. Visando atender ao objetivo precípua de promoção da enculturação matemática dos alunos, as seis atividades universais referidas formaram a base das tarefas propostas aos alunos no decorrer da competição. Cumpre observar que a atividade *jogar* permeou todo o trabalho da gincana que se constitui, ela própria, como um jogo. Para contemplar as três dimensões do

currículo de enculturação matemática – componentes simbólica, social e cultural – as propostas de trabalho das *WebQuests* relativas aos quatro torneios digitais foram divididas em quatro partes: (1) *História* – A Matemática faz parte da História da Humanidade, (2) *Matemática* – A Matemática é uma ciência dos números, das formas e das relações, (3) *Conexões surpreendentes* – A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos, e (4) *Vida quotidiana* – A Matemática está presente no nosso dia a dia. Com esta estrutura, o trabalho pedagógico permitiu explorar a Matemática em diferentes aspetos de simbologia, de conceitos e de valores. Os valores que fazem parte da cultura matemática – racionalismo/objetivismo, controle/progresso e abertura/mistério (Bishop, 1991) – permearam as atividades propostas nas *WebQuests*.

Nesta secção, apresentamos algumas produções das equipas na gincana, a partir de uma seleção de trabalhos, com a finalidade de permitir uma visão geral do que foi realizado pelos alunos nesta perspetiva de currículo escolar de enculturação matemática. Fizemos a opção de mostrar os trabalhos de forma a permitir uma perceção ampla sobre todos os elementos envolvidos: criatividade, autoria, afetos, conceitos, etc. Assim, as capas das revistas editadas e os elementos gráficos presentes nos trabalhos das equipas também foram considerados. É nossa intenção perceber em que medida as atividades realizadas (contagem, localização, medição, desenho, explicação e jogo) promoveram o processo de apropriação dos objetos matemáticos estudados pelos alunos.

Sublinhe-se que o processo de apropriação dos objetos matemáticos acontece no processo de enculturação experimentado pelos alunos, a partir do envolvimento pessoal, gradual e contínuo, com a cultura matemática (Bishop, 1991; Leontiev, 1978). O trabalho proposto durante a gincana priorizou o aspeto cultural da Matemática com a intenção de atrair os alunos para a disciplina. Destaque-se o papel central desempenhado pela palavra (linguagem) neste processo de aprendizagem da Matemática “pois o conteúdo da experiência histórica dos homens, da sua prática sócio-histórica não se fixa apenas, é evidente, sob a forma de coisas materiais: está presente como conceito e reflexo na palavra, na linguagem” (Leontiev, 1978, p. 348).

PRIMEIRO TORNEIO

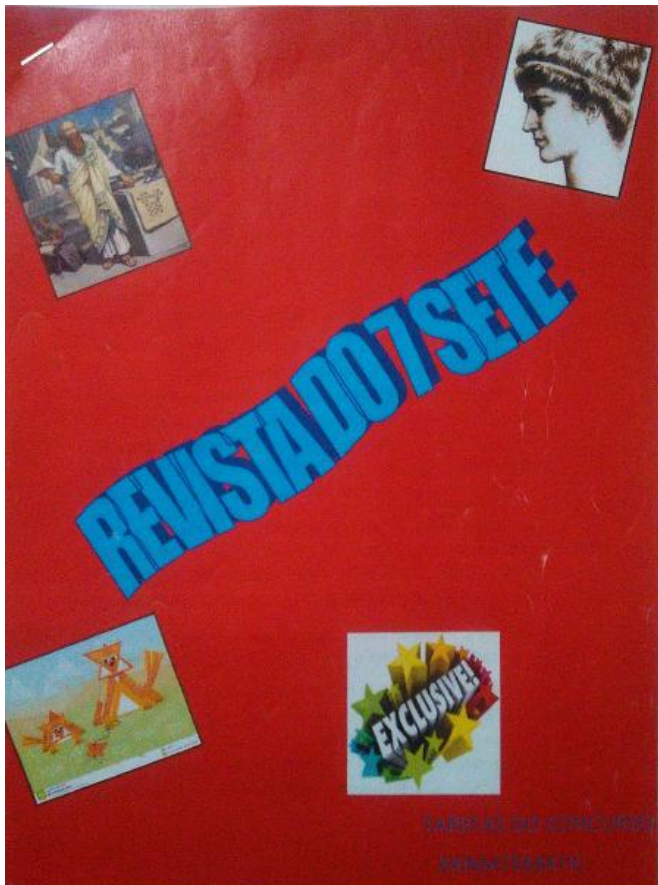
Neste torneio digital o tema trabalhado foi o *Triângulo*. Pitágoras, o seu teorema e aplicação, juntamente com o circuncentro de um triângulo, foram os objetos matemáticos explorados nesta primeira *WebQuest*.

As atividades de *localização* (mapa de Portugal e determinação dos seus pontos extremos), *desenho* (a determinação do circuncentro do triângulo), *medição* (área do telhado da garagem do Sr. António) e *explicação* (encontrar os porquês presentes em todas as tarefas) foram a base do trabalho neste torneio.

A componente simbólica do currículo foi explorada através destas atividades, como proposto por Bishop (1991). Ao pesquisarem a biografia de Pitágoras e descobrirem uma prova para o seu teorema, os alunos tomaram contacto com as componentes social e cultural do currículo da Matemática. Explorando as conexões da Matemática com a Geografia, os alunos depararam-se com o poder explicativo da Matemática, princípio básico do currículo de enculturação matemática segundo Bishop (1991).

A figura 120 exhibe o trabalho da equipa 7Sete com a resolução das duas primeiras tarefas deste torneio: (1) a biografia de Pitágoras, a importância da sua obra na História da Humanidade e o Teorema de Pitágoras e (2) uma prova para esta propriedade dos triângulos retângulos. Os alunos da equipa 7Sete demonstram a sua apropriação dos objetos da cultura matemática:

- (1) O personagem Pitágoras: “Pitágoras foi um grande matemático grego. (...) Pitágoras inventou um teorema que dizia que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa (...) é uma figura extremamente importante no desenvolvimento da matemática (...) A Escola Pitagórica defendia o princípio de que a origem de todas as coisas estava nos números, o atomismo numérico (...);
- (2) Prova do teorema de Pitágoras: “($c^2 = a^2 + b^2$) Os quadrados formados pelos lados catetos, somados (a área), é igual a área do quadrado formado pelo lado da hipotenusa. E este era o teorema de Pitágoras.”



TAREFA 1

Pitágoras foi um grande matemático grego. Nasceu na cidade de Samos em 570 a.C.

Pitágoras inventou um teorema que dizia que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa que serve para determinar as relações dos lados de um triângulo retângulo.

Pitágoras, matemático, filósofo, astrónomo, músico e místico grego.

Pitágoras é uma figura extremamente importante no desenvolvimento da matemática, sendo frequentemente considerado como o primeiro matemático puro. No entanto, pouco se sabe sobre as suas realizações matemáticas pois não deixou obra escrita e, além disso, a sociedade que ele fundou e dirigiu tinha um carácter comunitário e secreto.

Essa sociedade, a Escola Pitagórica, de natureza científica e religiosa (e até mesmo política), desenvolvia estudos no domínio da matemática, da filosofia e da astronomia. O símbolo desta irmandade era a estrela de cinco pontas (ou estrela pentagonal).

A Escola Pitagórica defendia o princípio de que a origem de todas as coisas estava nos números, o atomismo numérico.

Ao longo da sua vida, Pitágoras viajou por vários países, tendo aprendido muitos conhecimentos matemáticos com os egípcios e os babilónios. Entre outros, dois filósofos com que Pitágoras estudou e que influenciaram as suas ideias matemáticas foram Tales de Mileto e o seu pupilo Anaximander.

No domínio da matemática, os estudos mais importantes atribuídos a Pitágoras são:

- a descoberta dos irracionais ;
- o teorema do triângulo rectângulo (Teorema de Pitágoras).

Apesar de actualmente sabermos que, cerca de mil anos antes, já eram conhecidos casos particulares deste teorema na Babilónia, no Egipto e na Índia, Pitágoras foi o primeiro a enunciar e demonstrar o teorema para todos os triângulos rectângulos.

São também atribuídos a Pitágoras (e aos pitagóricos) outros trabalhos matemáticos, que incluem:

- a descoberta da tabuada ;
- o estudo de propriedades dos números (dos números ímpares regulares, dos números triangulares, etc)
- a construção dos primeiros três sólidos platónicos (é possível que tenha construído os outros dois) ;
- a descoberta da relação existente entre a altura de um som e o comprimento da corda vibrante que o produz.

Não se sabe ao certo quando nasceu e morreu Pitágoras mas calcula-se que viveu uma longa vida (entre 80 a 100 anos), entre a primeira metade do século VI a.C. e o início do século V a. C.

Tarefa 2

O teorema de Pitágoras é uma relação matemática entre os comprimentos dos lados de qualquer triângulo rectângulo. O teorema afirma:

Em qualquer triângulo rectângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa (o lado oposto ao ângulo recto) é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos (os lados adjacentes ao ângulo recto).

Pitágoras concluiu então que:

$(c^2 = a^2 + b^2)$ Os quadrados formados pelos lados catetos, somados (isto é), é igual à área do quadrado formado pelo lado da hipotenusa. Este era o teorema de Pitágoras.

um teorema?

Figura 120. Trabalho da equipa 7Sete com as resoluções das tarefas 1 e 2 do primeiro torneio.

A figura 121 mostra o Prefácio da Revista *Matematicando* da equipa Team Lopes editada para o primeiro torneio da gincana. Neste texto, os alunos criam o verbo “matematicar” e questionam: “Quem disse que a matemática não pode ser divertida? Muita gente!!! Mas as opiniões podem mudar e **matematicando** tudo é possível!” Este discurso sugere uma apropriação simbólica do fazer matemático e da crença no poder explicativo da Matemática: “Pois a matemática está presente nas tarefas do quotidiano, interligada com tudo o que fazemos”.

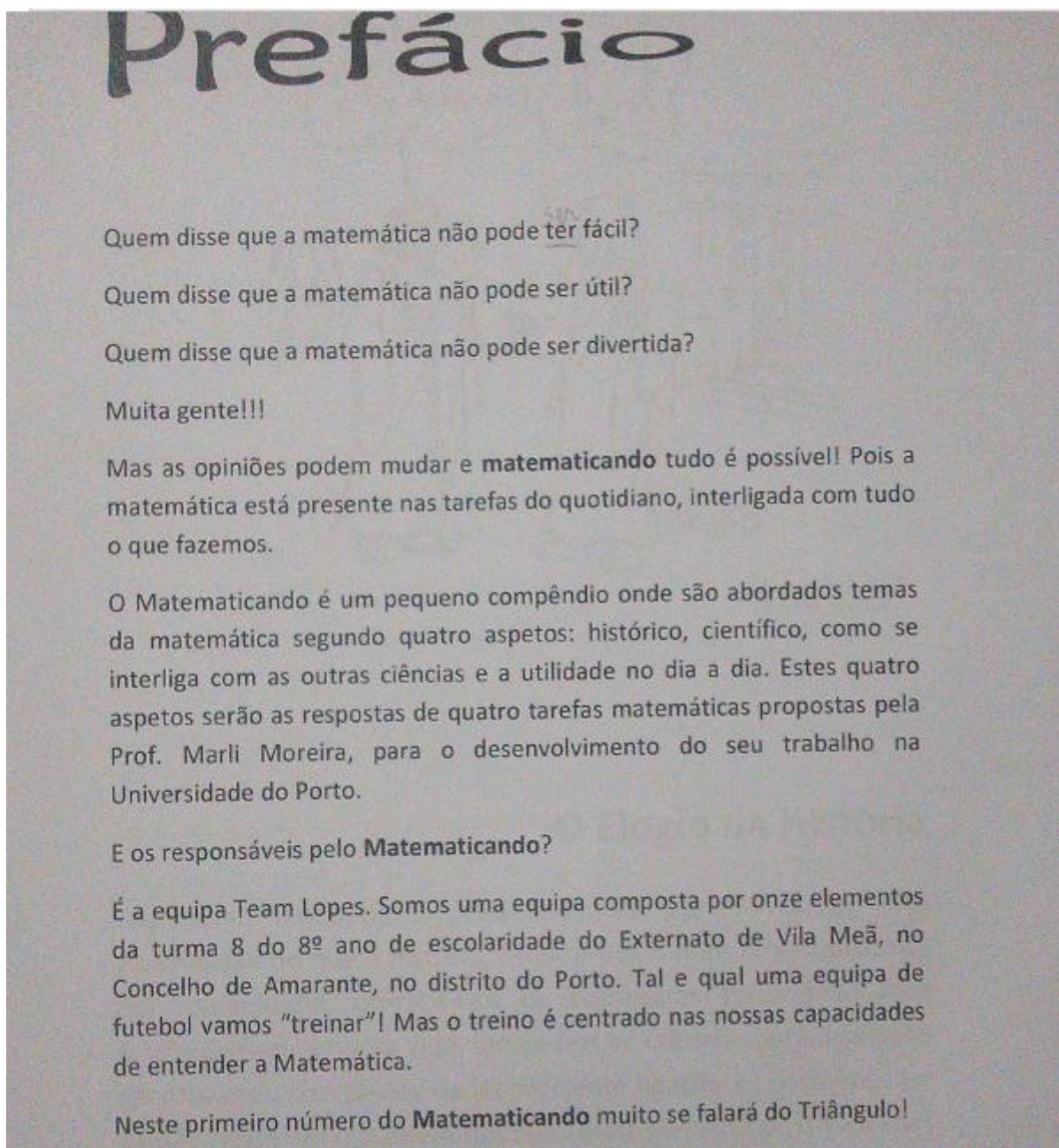
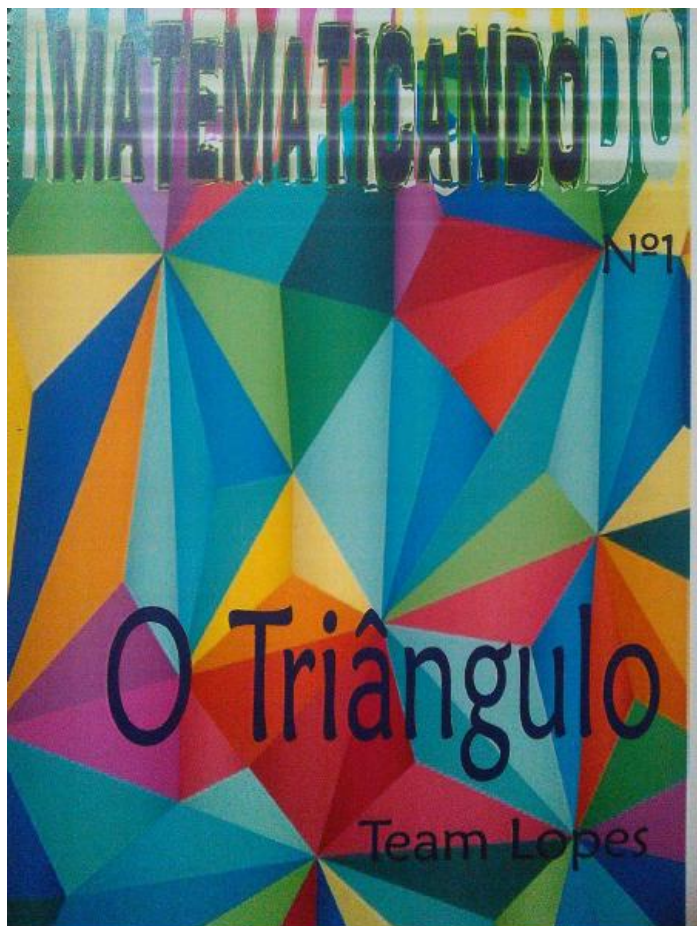


Figura 121. Prefácio da Revista editada pela equipa *Team Lopes* no primeiro torneio.

O trabalho da equipa *Team Lopes* com a resolução da terceira tarefa deste torneio está apresentado na figura 122: uma conexão da Matemática com a Geografia. Os alunos da equipa *Team Lopes* demonstram sua apropriação dos objetos da cultura matemática presentes nesta tarefa: desenharam um triângulo formado pelos pontos extremos geográficos de Portugal Continental e encontram o ponto equidistante dos três vértices marcados no mapa; isto é, determinam o circuncentro (ponto de encontro das mediatrizes dos lados do triângulo imaginário), o local para a instalação da torre de sinal digital da empresa de telecomunicações apresentada no problema.



A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

A Matemática está ligada a inúmeros campos do conhecimento humano. Poderíamos dar imensos exemplos de relações e parcerias entre a Matemática e tantas outras ciências.

Há muito pouco tempo uma empresa de telecomunicações precisou de instalar uma torre de transmissão de sinal digital num local equidistante a 3 pontos extremos de Portugal Continental, com o objetivo de melhor cobrir toda a região. Estes 3 pontos extremos estão localizados mais a ocidente, mais a oriente e mais a sul do continente.

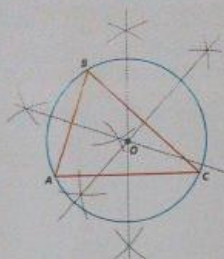
Geograficamente é preciso identificar estes três pontos num mapa de Portugal continental:

- O ponto mais a ocidente é o cabo da Roca, na freguesia de Colares, concelho de Sintra, distrito de Lisboa;
- O ponto mais a oriente é Paradela, no concelho de Miranda do Douro, distrito de Bragança;
- O ponto mais a sul é o Cabo de Santa Maria, na Ilha deserta de Faro, no Algarve.

Se pensarmos sobre este assunto e tendo em conta que com três pontos poderemos formar um triângulo, basta conhecer algumas propriedades deste polígono para que se consiga resolver este problema.

Existem pontos notáveis num triângulo: o circuncentro, o incentro, o ortocentro e o baricentro. No entanto, neste caso em particular é preciso determinar o circuncentro. Este ponto resulta da interseção das três mediatrizes dos três lados do triângulo. A mediatriz do lado do triângulo é uma reta perpendicular a esse lado no seu ponto médio.

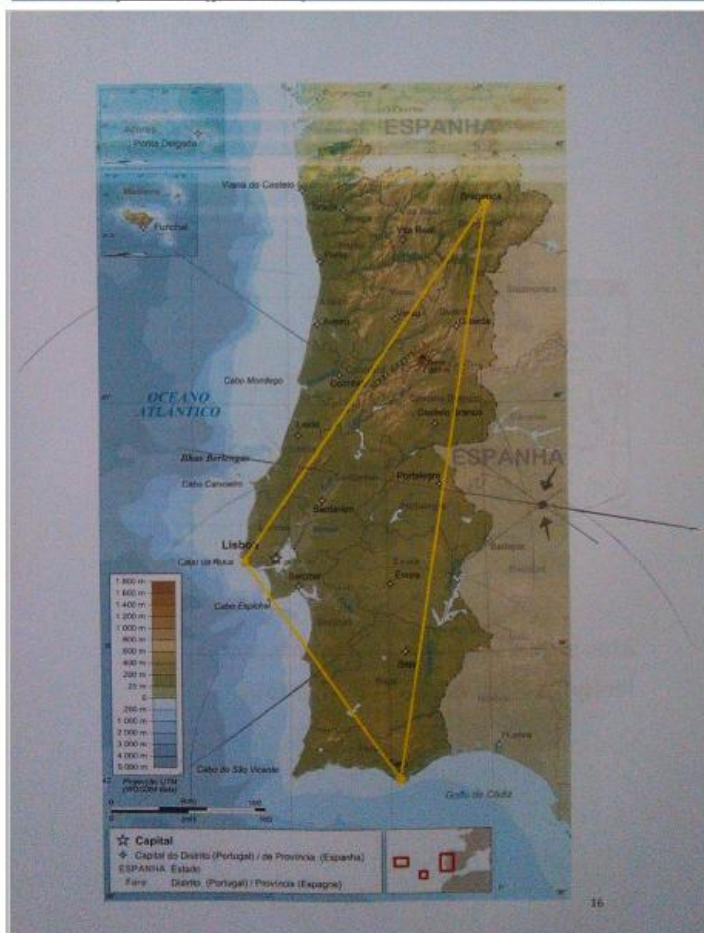
14



Com a ajuda de compasso e material de medição é possível traçar no mapa o ponto equidistante aos três vértices do triângulo formado pelos três pontos extremos já enunciados acima.

Para dar ajuda à empresa de telecomunicações apresentamos no mapa da página seguinte a determinação deste ponto equidistante a três pontos extremos do continente, de forma a dar uma indicação para o local onde a torre de telecomunicações deverá ser construída.

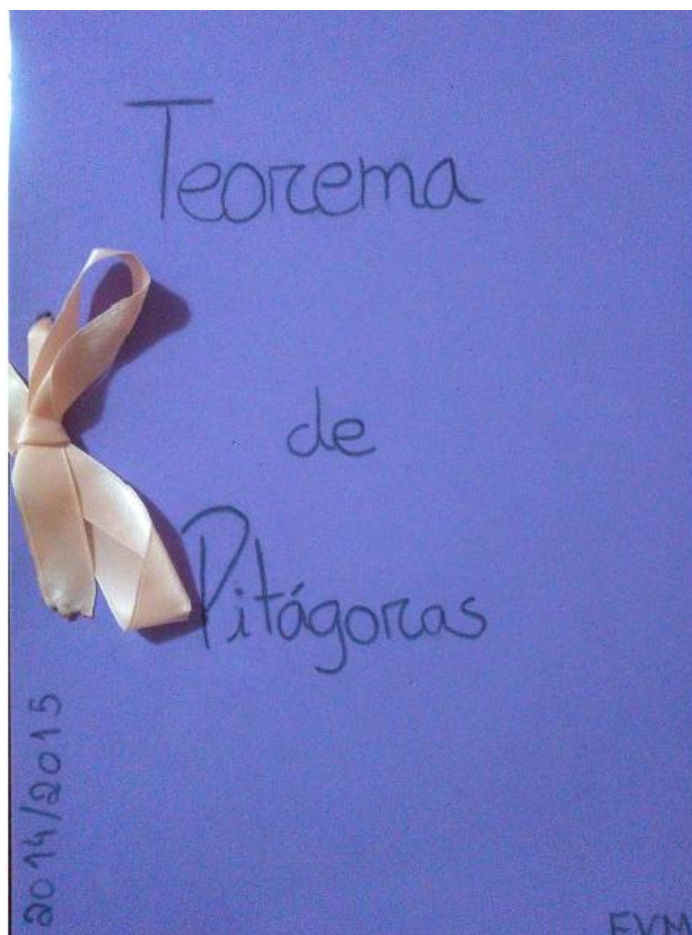
15



16

Figura 122. Trabalho da equipa *Team Lopes* com a resolução da tarefa 3 do primeiro torneio.

A figura 123 apresenta o trabalho da equipa *Marretas* com a resolução da quarta tarefa deste primeiro torneio: uma aplicação do teorema de Pitágoras. Os alunos da equipa demonstram a sua apropriação do objeto matemático “teorema de Pitágoras”: utilizam corretamente o teorema para calcular a área do telhado da garagem da casa do Sr. António como solicitado no problema, num contexto de aplicação não direta.



Sumário:

Tarefa número 1

- A Matemática faz parte da história da humanidade.
 - Quem foi Pitágoras? Onde e quando nasceu?
 - O que fez Pitágoras de tão importante para que o seu nome tenha ficado gravado na História?
 - O que é que Pitágoras tem a ver com os TRIÂNGULOS?

Tarefa número 2

- A Matemática é uma Ciência dos números, das formas e das relações.
 - O que é um TEOREMA?
 - Qual é o TEOREMA DE PITÁGORAS?
 - Como podemos mostrar que o TEOREMA DE PITÁGORAS é verdadeiro?

Tarefa número 3

- A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

Tarefa número 4

- A Matemática está presente no nosso dia-a-dia.

Tarefa 4
A Matemática está presente no nosso dia-a-dia.

O Sr. António está a reformar a garagem da sua casa. Está com um problema e vocês vão apresentar a solução na Revista em que têm de colaborar.

O Sr. António precisa calcular a quantidade total de telhas necessárias para cobrir o telhado da sua garagem mostrada na figura abaixo.

O Sr. António desenhou as plantas da garagem com as suas vistas de frente e de lado. As dimensões estão expressas em metros mas não estão desenhadas à escala.

VISTA DE FRENTE

VISTA LATERAL

O Sr. António precisa calcular a **área total do telhado**, que é formado por duas partes iguais de formato retangular. Conseguem ajudá-lo?

Resolução: $a^2 + b^2 = c^2$
 $2.50^2 + 1.5^2 = c^2$
 $2.50 \times 2.50 + 1.5 \times 1.5 = c^2$
 $6.25 + 2.25 = c^2$
 $c^2 = 8.5$
 $c = \sqrt{8.5} \approx 2.915$

$C \times c = 4 \quad c^2 = 7.25 \quad c \times c = 9 \quad C = \sqrt{7.25} \quad C = 2.69$
 $C = 2 \quad c \times c = 7.25 \quad c = 3 \quad A \text{ telhado} = 6 \times 2.69 = 16.14 \times 2 = 32.28 m^2$

Terá de comprar **33 m²**.

« Tarefa concluída »

Trabalho realizado pela equipa: MARRETAS

Turma: 7º6

- ❖ J. [redacted] nº11
- ❖ S. [redacted] nº23
- ❖ A. [redacted] nº1
- ❖ M. [redacted] nº19
- ❖ M. [redacted] nº20
- ❖ J. [redacted] nº14
- ❖ J. [redacted] nº13
- ❖ J. [redacted] nº16

Turma: 7º5

- ❖ D. [redacted] nº8
- ❖ L. [redacted] nº12
- ❖ M. [redacted] nº19

Parabéns atletas! 😊

Figura 123. Trabalho da equipa Marretas com a resolução da tarefa 4 do primeiro torneio.

A figura 124 exibe a obra de arte com triângulos feita pela equipa *Os Mercenários*, tarefa extra deste torneio. Nesta atividade de desenho, os alunos demonstram criatividade e imaginação.

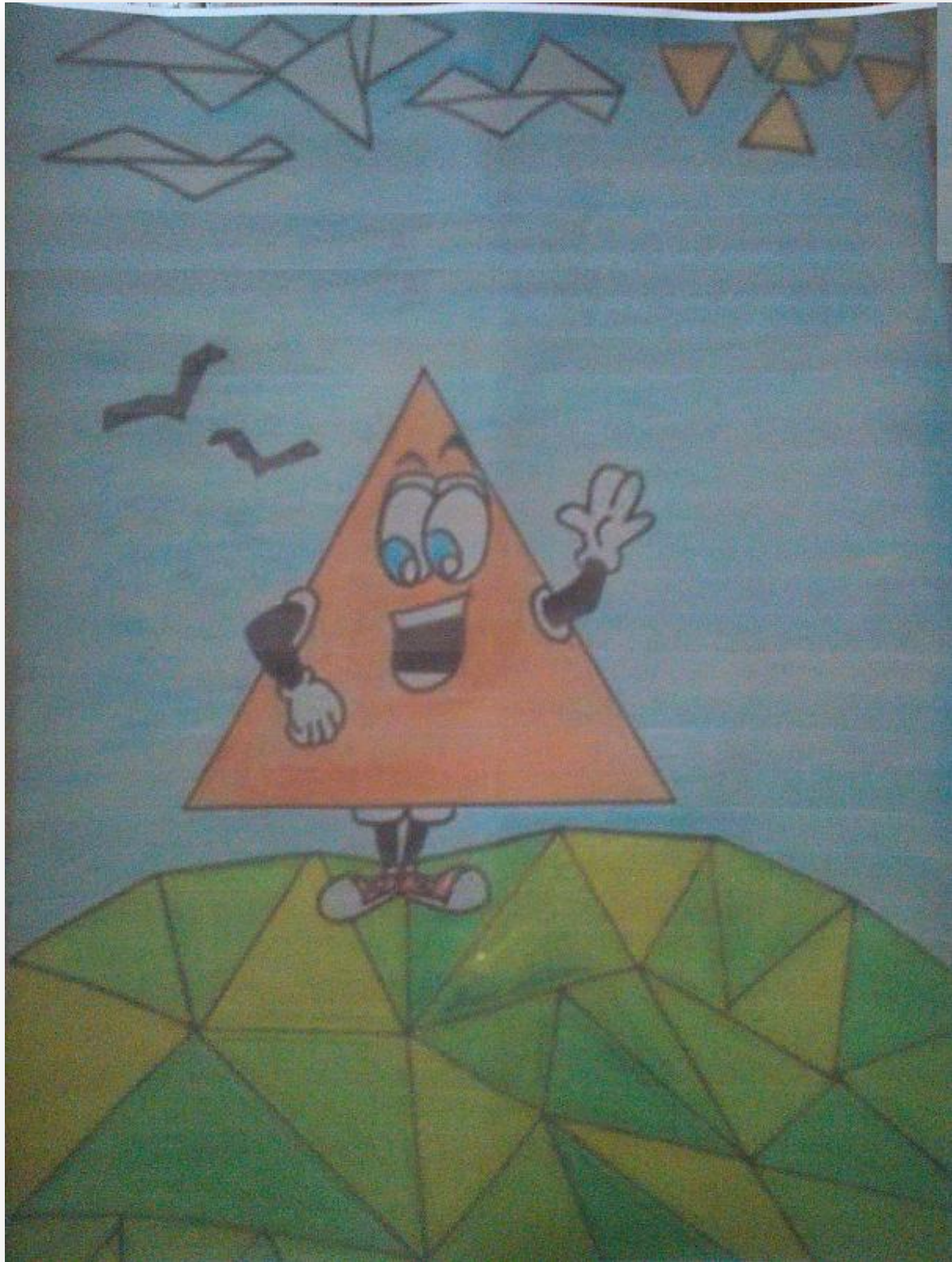


Figura 124. Trabalho da equipa *Os Mercenários* com a resolução da tarefa extra do primeiro torneio.

SEGUNDO TORNEIO

Neste torneio digital o tema trabalhado foi o *Número 7*. Tales de Mileto e o seu teorema da interseção, os números primos e compostos juntamente com o arco-íris foram os objetos científicos explorados nesta segunda *WebQuest*. As atividades de *contagem* (números primos e compostos/cores do arco-íris), *desenho* (mapa da cidade), *medição* (distância entre ruas) e *explicação* (encontrar os porquês presentes em todas as tarefas) foram a base do trabalho neste torneio.

A componente simbólica do currículo foi explorada através destas atividades. Ao pesquisarem a biografia de Tales de Mileto e o seu teorema da interseção, os alunos tomaram contato com as componentes social e cultural do currículo de Matemática. Explorando as conexões da Matemática com a Física (ótica), os alunos depararam-se com o poder explicativo da Matemática como recurso para a compreensão dos fenômenos (Bishop, 1991).

A figura 125 exhibe o trabalho da equipa *Kings* com a resolução das duas primeiras tarefas deste torneio: (1) a biografia de Tales de Mileto e a importância da sua obra na História da Humanidade e o seu teorema da interseção, e (2) os números primos e compostos.

Os alunos da equipa *Kings* demonstram a sua apropriação dos objetos da cultura matemática que faziam parte destas tarefas: (1) O personagem Tales de Mileto: “Lendariamente, conta-se que, por volta de 550 a.C., o faraó Amasis queria construir uma pirâmide mais alta do que a de Quéops, pelo que, era necessário saber quanto media a dita pirâmide. Porém a tarefa não era fácil uma vez que implicava medir a altura de um sólido com faces oblíquas e Tales de Mileto descobriu isso.”; o teorema da interseção: “(...) quando duas retas transversais cortam um feixe de retas paralelas, as medidas dos segmentos delimitados nas transversais são proporcionais.”; (2) número primo: “são os números que têm apenas dois divisores diferentes: o 1 e ele mesmo.”; número composto: “é quando tem mais de dois divisores naturais. Todo número composto pode ser decomposto em um produto de dois ou mais fatores primos não necessariamente distintos. (...)”; teorema fundamental da aritmética: “sustenta que todos os números inteiros positivos maiores que 1 podem ser decompostos num produto de números primos, sendo esta decomposição única a menos de permutações dos fatores. (...)”.



Exerc. 2

Tarefa 1

• Quem foi Tales de Mileto? Onde e quando nasceu?

R.: Tales de Mileto (624 a.C.-558 a.C.) foi um filósofo grego. Considerado o primeiro filósofo do Ocidente. Tales de Mileto (624 a.C.-558 a.C.) morreu em Mileto, antiga colônia grega, na Ásia Menor, atual Turquia.

• O que foi Tales de Mileto de tão importante para que o seu nome tenha vindo gravado na História como um dos 7 sábios da Antiguidade?

R.: Tales é apontado como um dos sete sábios da Grécia Antiga. Além disso, foi o fundador da Escola Jônica. Considerando a água como sendo a origem de todas as coisas, e seus seguidores, embaraçavam-se quando a "substância primordial" (que constituiu a essência da universidade) encontravam com ele o que dizia respeito à existência de um "princípio único" para essa natureza primordial.

• O que é que Tales de Mileto tem a ver com a Pirâmide egípcia de Quéops?

R.: Segundo conta-se, conta-se que, por volta de 450 a.C., o faraó Amasis queria construir uma pirâmide mais alta do que a de Quéops, pelo que, era necessário saber quanto media a dita ~~tem~~ pirâmide. Porém a tarefa não era

facil uma vez que implicava medir a altura de um objeto com formas arbitrárias. Tales de Mileto descobriu isso.

• Qual é o Teorema de Tales de interesse?

R.: A tradição atribui este teorema ao filósofo grego Tales de Mileto, o teorema que afirma que quando duas retas transversais cortam um feixe de retas paralelas, as medidas dos segmentos delimitados nas transversais são proporcionais. Diz-se que o teorema foi usado na medição da altura de uma pirâmide.

Tarefa 2

• O que é um número primo?

R.: Números primos são os números que têm apenas dois divisores diferentes: o 1 e ele mesmo.

• O que é um número composto?

R.: Um número composto é quando tem mais de dois divisores naturais distintos. Todo número composto pode ser decomposto em um ~~se~~ produto de dois ou mais fatores primos não necessariamente distintos.

• Quantos são os primeiros números compreendidos entre 1 e 100?

R.: São 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

• Qual é o Teorema fundamental da aritmética?

R.: O Teorema fundamental da aritmética sustenta que todos os números inteiros positivos maiores que 1 podem ser decompostos num produto de números primos, sendo esta decomposição única, a menos de permutação dos fatores.

• O que os números primos têm a ver com o filme "O jogo da imitação" em cartaz nos cinemas portugueses?

R.: Sua atuação foi, de longo, pelo melhor do que a de Keira Knightley em "O jogo da Imitação".

Figura 125. Trabalho da equipa Kings com a resolução das tarefas 1 e 2 do segundo torneio.

A figura 126 mostra o trabalho da equipa A. C. *Vila Meã* com a resolução da terceira tarefa deste torneio: um estudo sobre o arco-íris, uma conexão da Matemática com a Física (Ótica). Os alunos da equipa reproduzem uma linguagem científica para responder às questões (não utilizam uma linguagem própria): (1) Quais são as cores do arco-íris?, (2) Por que o arco-íris tem sete cores?, e (3) Como se forma o arco-íris? Tomam conhecimento, entretanto, do poder explicativo da Matemática para a compreensão dos fenómenos físicos.

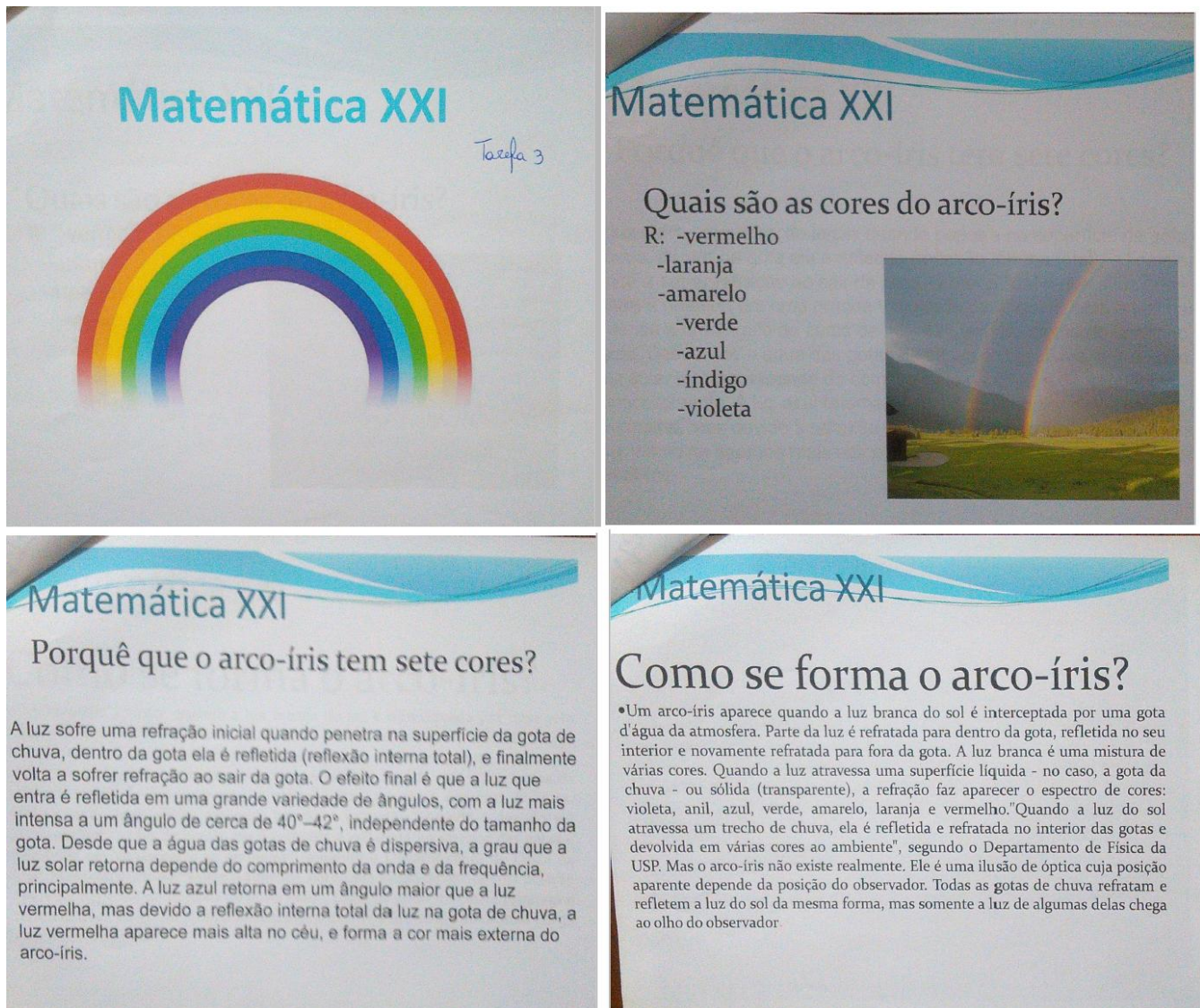
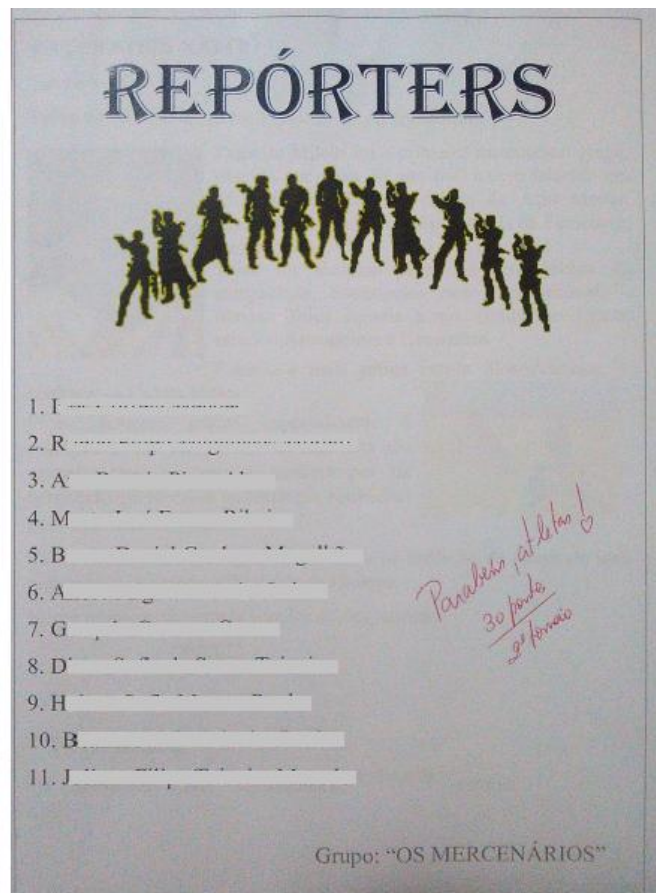
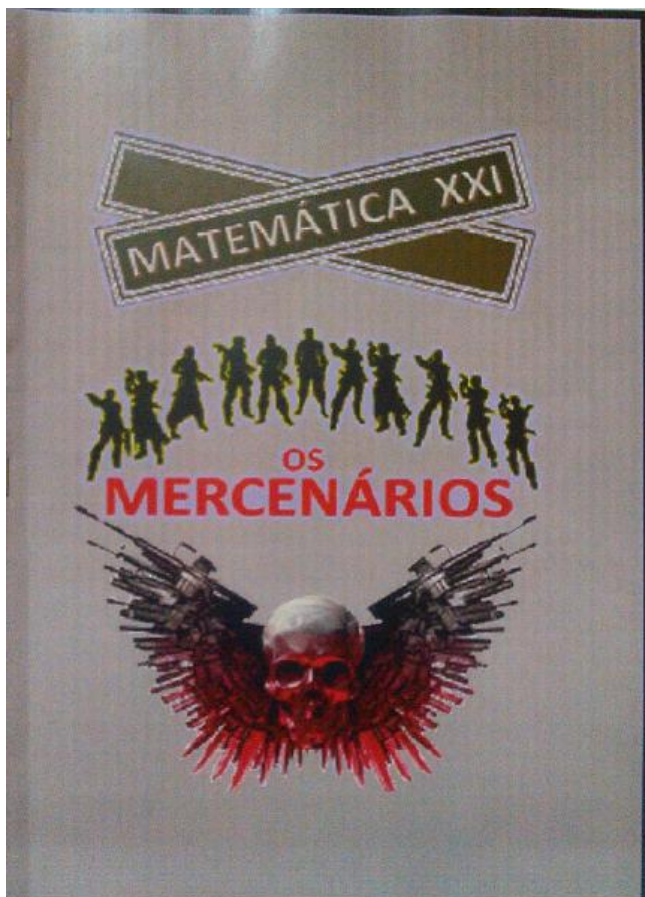


Figura 126. Trabalho da equipa A. C. *Vila Meã* com a resolução da tarefa 3 do segundo torneio.

A figura 127 apresenta o trabalho da equipa *Os Mercenários* com a resolução da quarta tarefa deste torneio - uma aplicação do teorema da interseção de Tales – e da tarefa extra – inventar um problema cuja resposta fosse 7.

Os alunos desta equipa demonstram a sua apropriação do objeto matemático “teorema da interseção” utilizando corretamente o teorema para calcular a distância entre pontos de um mapa, como solicitado no problema (utilizam a propriedade dos triângulos equivalentes). Na tarefa extra, os alunos revelam criatividade e autonomia ao inventarem um problema cujo resultado é 7.



MATEMÁTICA XXI (2)
Tarefa 4

Calcular a medida da rua que vai do ponto C ao ponto D e a medida da rua que vai do ponto D ao E.

Os triângulos $[AEC]$ e $[BDC]$ são equivalentes pois têm ângulos iguais, tais como:
 $\hat{A} \equiv \hat{B}$; $\hat{E} \equiv \hat{D}$; $\hat{C} \equiv \hat{C}$
 Sendo os dois triângulos equivalentes, os seus lados são, obrigatoriamente, proporcionais:

$$\frac{\Delta[AEC]}{\Delta[BDC]} = \frac{AC}{BC} = \frac{AE}{BD} = \frac{EC}{DC}$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{EC}{DC}$$

$$\frac{280 + 160}{160} = \frac{EC}{DC}$$

$$\frac{440}{160} = \frac{EC}{DC}$$

$$\frac{440}{160} = \frac{32,5 + x}{x}$$

$$440x = 160(32,5 + x)$$

$$440x = 5200 + 160x$$

$$440x - 160x = 5200$$

$$280x = 5200$$

$$x = \frac{5200}{280} = 18,57$$

Resposta: A distância entre os 2 depósitos de bebida (ED) é de 18,57 metros, enquanto que a distância entre o mercado de frutos e o depósito de bebidas localizado em D (DC) é de 32,57 metros.

Grupo: "OS MERCENÁRIOS"

MATEMÁTICA XXI (2)
Tarefa dos 5 pontos extra
Descobre o x!

O professor pôs um problema aos alunos do 8º1 para que eles resolvessem na sua aula. Deu-lhes o seguinte esquema e pediu para que descobrissem qual era o valor de x:

Ao que 4 dos alunos responderam:

- Inês: 12
- Diana: 7
- Rúben: 8
- Juliana: 10

Algum dos alunos acertou? Qual deles? Apresenta todos os cálculos efetuados e diz como chegaste à tua resposta.

Grupo: "OS MERCENÁRIOS"

Figura 127. Trabalho da equipa Os Mercenários com a resolução das tarefas 4 e extra do segundo torneio.

TERCEIRO TORNEIO

Neste torneio digital o tema trabalhado foi o *Infinito*. Georg Cantor e o infinito, o número de ouro e os números irracionais, juntamente com a água (recurso natural finito ou infinito?) foram os objetos científicos explorados nesta terceira *WebQuest*. As atividades de *contagem* (números racionais e irracionais/medicação da D. Cacilda), *desenho* (triângulo de Sierpinski), *medição* (quantidade de água) e *explicação* (encontrar os porquês presentes em todas as tarefas) foram a base do trabalho neste torneio.

A componente simbólica do currículo foi explorada através destas atividades. Ao pesquisarem a biografia de Georg Cantor e descobrirem a sua ligação com o infinito, os alunos tomaram contacto com as componentes social e cultural do currículo de Matemática. Explorando as conexões da Matemática com a vida na Terra (Biologia e Físico-química) os alunos depararam-se com o poder explicativo da Matemática para a compreensão dos fenómenos.

A figura 128 exhibe o trabalho da equipa *11 Mosqueteiros* com a resolução da primeira tarefa, a biografia de Georg Cantor e a sua ligação com o infinito, e da tarefa extra, desenhar um fractal, o triângulo de Sierpinski.

Os alunos da equipa *11 Mosqueteiros* demonstram a sua apropriação dos objetos da cultura matemática que faziam parte destas tarefas: (1) O personagem Georg Cantor: "... nasceu no dia 3 de março de 1845 em St. Petesburg, Russia, e morreu no dia 6 de janeiro de 1918 em Halle, Alemanha. Ele fundou a teoria dos conjuntos e introduziu o conceito de números infinitos com a descoberta de números cardinais. (...)"; "Georg fundou a teoria dos conjuntos, avançou com o estudo das séries trigonométricas, distinguiu conjuntos numeráveis e conjuntos contínuos. (...)"; "Cantor equacionou o infinito absoluto como Deus. (...)"; (2) o triângulo de Sierpinski: os alunos desenharam o fractal apropriando-se da regra de composição do mesmo.

Note-se que a reprodução de uma linguagem matemática específica dos conceitos estudados (conjuntos numeráveis, infinito absoluto, etc.) é uma primeira etapa do processo de enculturação, pela apropriação das palavras que nomeiam os objetos pesquisados.

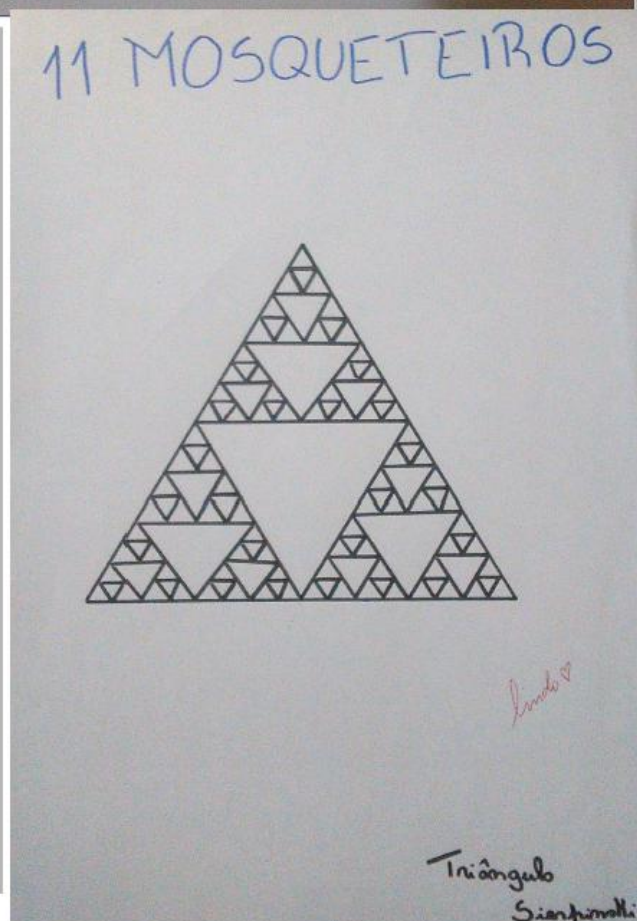
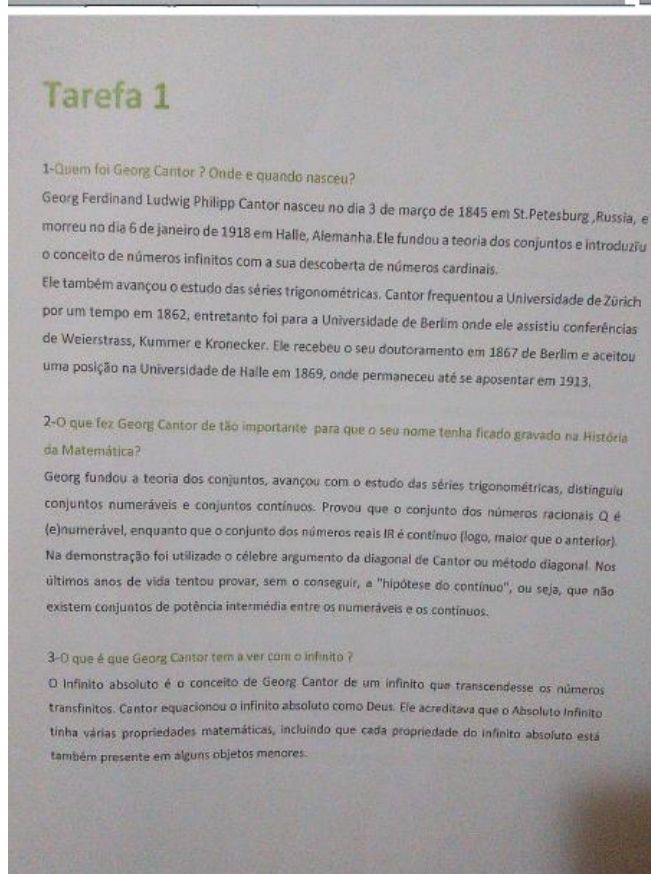
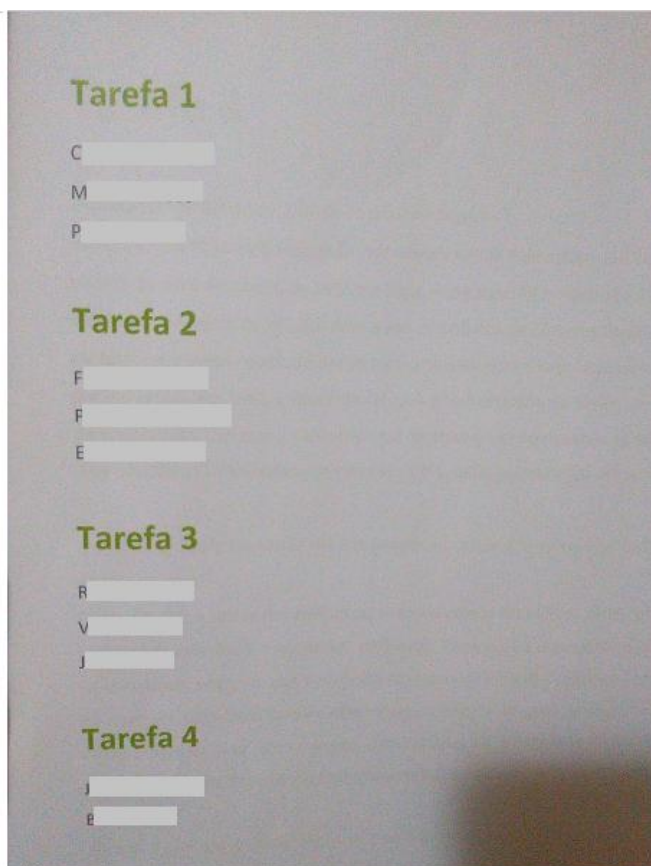


Figura 128. Trabalho da equipa 11 Mosqueteiros com a resolução das tarefas 1 e extra do terceiro torneio.

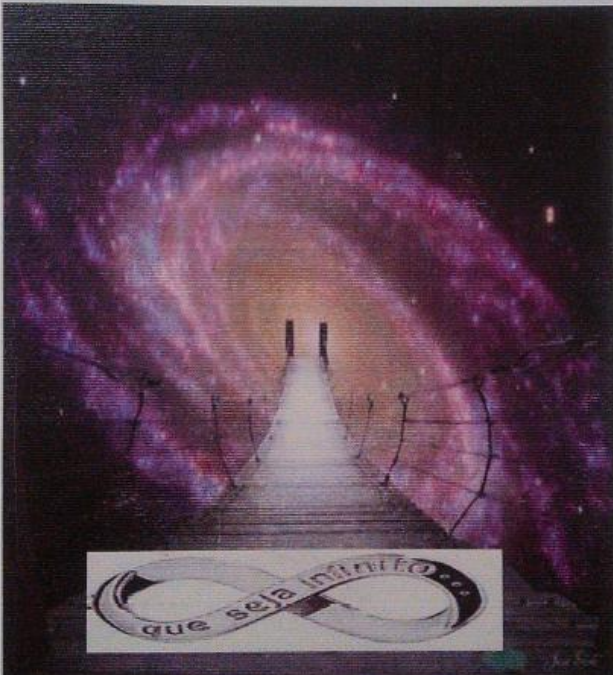
Na figura 129 apresenta-se o trabalho da equipa *The Wolves* com a resolução da segunda tarefa deste torneio: escrever um texto sobre o número de ouro, os números racionais e irracionais, e a ligação de Leonardo Fibonacci com o número de ouro.

Os alunos da equipa *The Wolves* demonstram a sua apropriação dos objetos da cultura matemática que faziam parte desta tarefa:

- (1) o número de ouro: “é um número irracional misterioso (...) O Papiro de Rhind refere-se a uma “razão sagrada” que se crê ser o número de ouro (...);
- (2) número racional: “é todo que pode ser representado por uma dízima finita ou infinita periódica e, por isso, pode sempre representar-se por uma fração.”;
- (3) número irracional: “não pode ser representado por fração uma vez que se traduz numa dízima infinita não periódica.”;
- (4) o personagem Fibonacci: “...Leonardo Pisano (1170-1250), também conhecido como Fibonacci que foi um dos grandes matemáticos da Idade Média. A sua contribuição para o número de ouro surgiu sobre o crescimento da população de coelhos ao perceber que a sequência formada pelos números de filhotes gerados mês a mês (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377 ...) era o resultado da soma dos dois anteriores. (...).”

Note-se que a enculturação é um processo de envolvimento dos alunos com os objetos da cultura matemática - personagens, conceitos, processos, histórias, etc. – e compreende uma aproximação gradativa destes elementos.

O Infinito



$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618\ 0339887...$$

Número de ouro

O número de ouro é um número irracional misterioso e enigmático que nos surge numa infinidade de elementos da Natureza na forma de uma razão, sendo considerada uma oferta divina ao mundo.

A designação adotada para o número de ouro é a inicial do nome do arquiteto e escultor Fídias – a letra grega ϕ (Phi maiúsculo) – encarregado para a construção do Pártenon, em Atenas.

A história deste enigmático número perde-se na Antiguidade. As Pirâmides de Gizé foram construídas tendo em conta a razão áurea: a razão entre a altura de uma face e metade do lado da base da grande Pirâmide é igual ao número de ouro. O Papiro de Rhind refere-se a uma "razão sagrada" que se crê ser o número de ouro. Esta razão ou razão áurea surge em muitas estátuas e monumentos da antiguidade da antiguidade, como o Pártenon de Atenas.





Se imaginarmos um jogo de futebol entre números irracionais e racionais as equipas serão infinitas...já que os conjuntos de números são infinitos...

O número de ouro, também conhecido pela letra grega (ϕ) e representada pelo número 1,618, têm fascinado intelectuais de diferentes áreas, durante centenas e centenas de anos. Um desses intelectuais foi Leonardo Pisano (1170 – 1250), também conhecido como Fibonacci que foi um dos grandes matemáticos da Idade Média. A sua contribuição para o número de ouro surgiu com o estudo sobre o crescimento da população de coelhos ao perceber que a sequência formada pelos números de filhotes gerados mês a mês (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...) era o resultado da soma dos dois anteriores.

Fibonacci também constatou que dividindo um número pelo anterior obtém-se resultados que convergem para esse número de ouro, 1,618. Ele concluiu que a razão de 1,618... não só representava uma constante de crescimento de cada ninhada de coelhos, como também era uma constante universal de crescimento e evolução da natureza.



A	B	B / A
2	1	1.5
3	2	1.66666666...
5	3	1.66666666...
8	5	1.6
13	8	1.625
21	13	1.615384615...
34	21	1.619047619...
55	34	1.617647059...
89	55	1.618181818...
144	89	1.617977778...
233	144	1.618750000...

Número racional é todo que pode ser representado por uma dízima finita ou infinita periódica e, por isso, pode sempre representar-se por uma fração. O número irracional não pode ser representado por fração uma vez que se traduz numa dízima infinita não periódica.



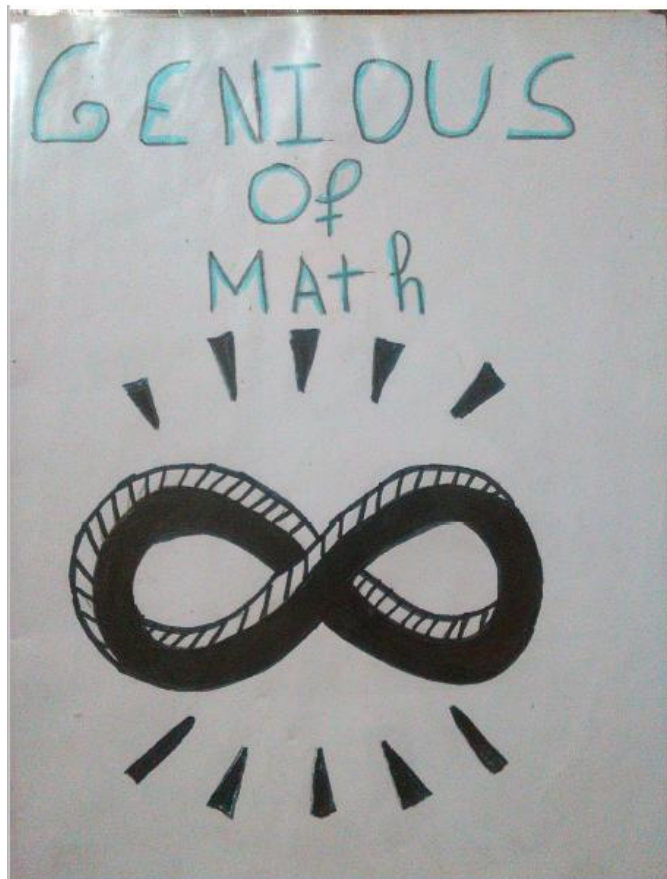


Figura 129. Trabalho da equipa *The Wolves* com a resolução da tarefa 2 do terceiro torneio.

A figura 130 exhibe o trabalho da equipa *Genious of Math* com a resolução da terceira tarefa deste torneio: um estudo sobre a água, evidenciando algumas conexões da Matemática com a vida na Terra (Biologia e Físico-química).

Os alunos desta equipa demonstram a apropriação dos diferentes objetos matemáticos que fizeram parte da tarefa. Trabalhar com números muito grandes e porcentagem: “O planeta Terra tem muita, mas muita água. A quantidade é tanta que é até complicado dizer esse número que, segundo estimativas, chega a cerca de 1.260.000.000.000.000.000.000 de litros de água! Mas, com tudo isso, apenas 2% de toda essa água é potável.” (...) “Cerca de 75% do peso de um músculo é composto por água. O sangue por sua vez contém 95% de água, a gordura corporal 14% e o tecido ósseo 22%.”.

Tiveram a oportunidade de experimentar o poder explicativo da Matemática diante dos fenómenos da nossa vida diária e de refletir sobre a questão da água ser um bem natural finito ou infinito, bem como da necessidade de conservá-la.



a) Qual a quantidade de água no nosso planeta?

O planeta Terra tem muita, mas muita água. A quantidade é tanta que é até complicado dizer esse número que, segundo estimativas, chega a cerca de 1.260.000.000.000.000.000 de litros de água! Mas, com tudo isso, apenas 2% de toda essa água é potável.



E no corpo humano?

Na medicina, *água corporal* é todo o conteúdo de água no corpo humano. Uma fração significativa do corpo humano é composta de água.

Cerca de 75% do peso de um músculo é composto por água. O sangue por sua vez contém 95% de água, a gordura corporal 14% e o tecido ósseo 22%.

O corpo humano possui cerca de 65% de água em homens adultos e 60% em mulheres adultas. Essa diferença se deve à maior percentagem de gordura corporal (com menor conteúdo de água) e a menor percentagem de massa muscular (com maior conteúdo de água) das mulheres em relação aos homens.

Porque é que a água é tão importante para os seres vivos?

A água é importante para a vida de todos os organismos, pois desempenha diversas funções essenciais: transporta substâncias indispensáveis à vida, mantém as células com o tamanho e forma adequados, faz parte de todos os líquidos orgânicos (sangue, urina, suor, etc.); regula a temperatura do corpo e intervém em todas as transformações que ocorrem no interior do organismo. É por isto que se diz que a água é indispensável.

b) A água é um recurso natural finito ou infinito?

A água é um recurso natural infinito.

c) Qual a composição química da água?

Composição Química da água (mg/L)	
Bicarbonatos	1,62
Sódio	5,62
Cloretos	9,58
Magnésio	0,95
Cálcio	0,24
Potássio	1,08
Fluoretos	0,01
Sulfato	2,10
Bário	0,01
Nitrato	1,20
pH	5,00

d) Quais são os estados físicos da água?

Estado Líquido-Encontrada em maior parte no planeta por meio de rios, lagos e oceanos; o estado líquido não possui forma própria.

Estado Sólido-No estado sólido, a água possui forma, como por exemplo, os cubos de gelos. Isso acontece pois as moléculas de água encontram-se muito próximas devido à temperatura.

Estado Gasoso-No estado gasoso, as partículas de água encontram-se afastadas umas das outras e, por isso, não possui uma forma definida.

O que a temperatura tem a ver com os estados físicos da água?

O aumento da temperatura faz com que as moléculas ou partículas da matéria se movimentem com maior velocidade. Já o aumento da pressão faz com que as moléculas fiquem mais próximas. Um atua contrariamente ao outro.

Se quisermos manter a matéria no mesmo estado físico, devemos compensar qualquer mudança nas condições de pressão com outra mudança de temperatura, e vice-versa. Vamos ver como tudo isso acontece.

Respostas: 1. F, 2. B, 3. M, 4. F, 5. R.

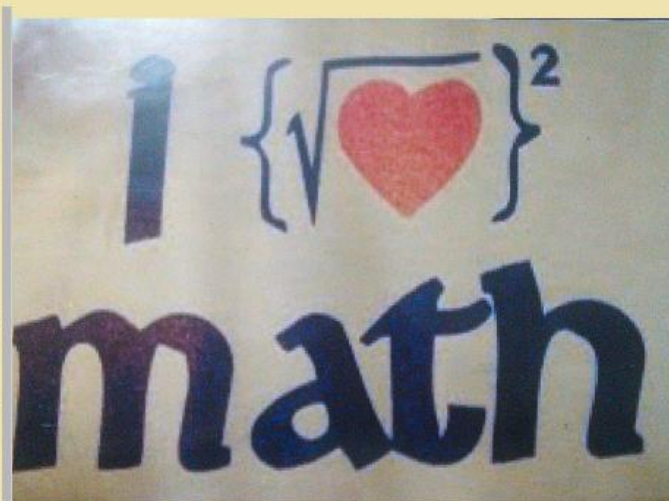


Figura 130. Trabalho da equipa *Genious of Math* com a resolução da tarefa 3 do terceiro torneio.

A figura 131 apresenta o trabalho da equipa *Os Mercenários* com a resolução da quarta tarefa deste torneio: calcular a dose diária da medicação da D. Cacilda que sofre de *Infinidade* aguda.

Os alunos da equipa demonstram a apropriação do objeto matemático *divisões sucessivas infinitas*. Calculam corretamente a quantidade teórica de medicação diária que a D. Cacilda deve tomar, conforme o enunciado do problema. Porém, percebem que, na prática, tal divisão sucessiva e infinita não é exequível e propõem uma solução viável e inteligente: considerar o décimo dia para final do tratamento.

MATEMÁTICA XXI

Tarefa 4

Infinite aguda da D. Cacilda (dose de Matmazil)

Para que a D. Cacilda possa tomar a dose correta de Matmazil foi feita esta tabela para que nunca se enganasse.

data	Dose da medicação a ser tomada (neste dia) por D. Cacilda	Total da medicação já tomada por D. Cacilda até este dia (inclusive)
1º dia	500 ml	500 ml
2º dia	250 ml	750 ml
3º dia	125 ml	875 ml
4º dia	62,5 ml	937,5 ml
5º dia	31,25 ml	968,75 ml
6º dia	15,625 ml	984,375 ml
7º dia	7,8125 ml	992,1875 ml
8º dia	3,90625 ml	996,09375 ml
10º dia	1,953125 ml	998,046875 ml
...	...	...
30º dia (1º mês)	0,00000093132257 ml	999,0234366 ml

Se D. Cacilda seguir o seu tratamento à risca, este mesmo nunca acabará, ou seja, é infinito devido ao facto de se estarem sempre fazer divisões por 2 à quantidade que deverá tomar num dia, por isso, chegará a uma altura em que a dosagem seja tão pequena que nem sequer dará para ver (por exemplo: 30º dia).

Como no final do tratamento, D. Cacilda terá que ter tomado ao todo, 1 litro (1000 ml) de Matmazil, o melhor a fazer em vez de um tratamento infinito é parar ao 10º dia e assim terá tomado 998,046875 ml (que é aproximado a 1000).

Grupo: "OS MERCENÁRIOS"

Figura 131. Trabalho da equipa Os Mercenários com a resolução da tarefa 4 do terceiro torneio.

QUARTO TORNEIO

Neste torneio digital o tema trabalhado foi a *Moda*. Blaise Pascal, Pierre de Fermat e suas relações com a Teoria das Probabilidades e a Estatística, juntamente com as medidas de tendência central, foram os objetos matemáticos explorados nesta quarta *WebQuest*. As atividades de *contagem* (entrevista sobre os matemáticos famosos de conhecimento dos entrevistados/ triângulo de Pascal), *desenho* (gráfico de barras/ triângulo de Pascal) e *explicação* (encontrar os porquês presentes em todas as tarefas) foram a base do trabalho neste torneio.

A componente simbólica do currículo foi explorada através destas atividades. Ao pesquisarem as biografias de Blaise Pascal e de Pierre de Fermat, e descobrirem a relação destes personagens com a Teoria das Probabilidades, os alunos tomaram contacto com as componentes social e cultural do currículo de Matemática. Explorando as ferramentas estatísticas, os alunos depararam-se com o poder explicativo da Matemática.

A figura 132 exhibe o trabalho da equipa *Os Amarantinos* com a resolução da tarefa 1 - as biografias de Blaise Pascal e de Pierre de Fermat com suas ligações à Teoria das Probabilidades - e da tarefa extra - desenhar o triângulo de Pascal.

Os alunos da equipa *Os Amarantinos* demonstram a sua apropriação dos objetos da cultura matemática: (1) Os personagens Pascal e Fermat: “Blaise Pascal, nascido em Clermond-Ferrand (França), 19 de junho de 1623 e morreu em Paris, no dia 19 de agosto de 1662 (aos 39 anos idade). Ele foi um físico, matemático, filósofo moralista e teólogo francês. (...); Pierre de Fermat... foi advogado e oficial do governo em Toulouse pela maior parte da sua vida. A matemática era seu passatempo. (...)”; (2) Estatística: “é um conjunto de métodos usados para se analisar dados”; (3) Probabilidade: “é utilizada em circunstâncias onde não temos a certeza de que algo irá ocorrer e são associadas chances a cada ocorrência possível.” O desenho do triângulo de Pascal revela a apropriação pelos alunos desta equipa da regra de construção deste objeto matemático, embora tenham-se enganado com o seu nome. Sublinha-se, mais uma vez, a natureza progressiva do processo de enculturação que propõe um envolvimento cada vez mais abrangente com os objetos matemáticos e inclui, naturalmente, os erros cometidos neste percurso de aprendizagem.

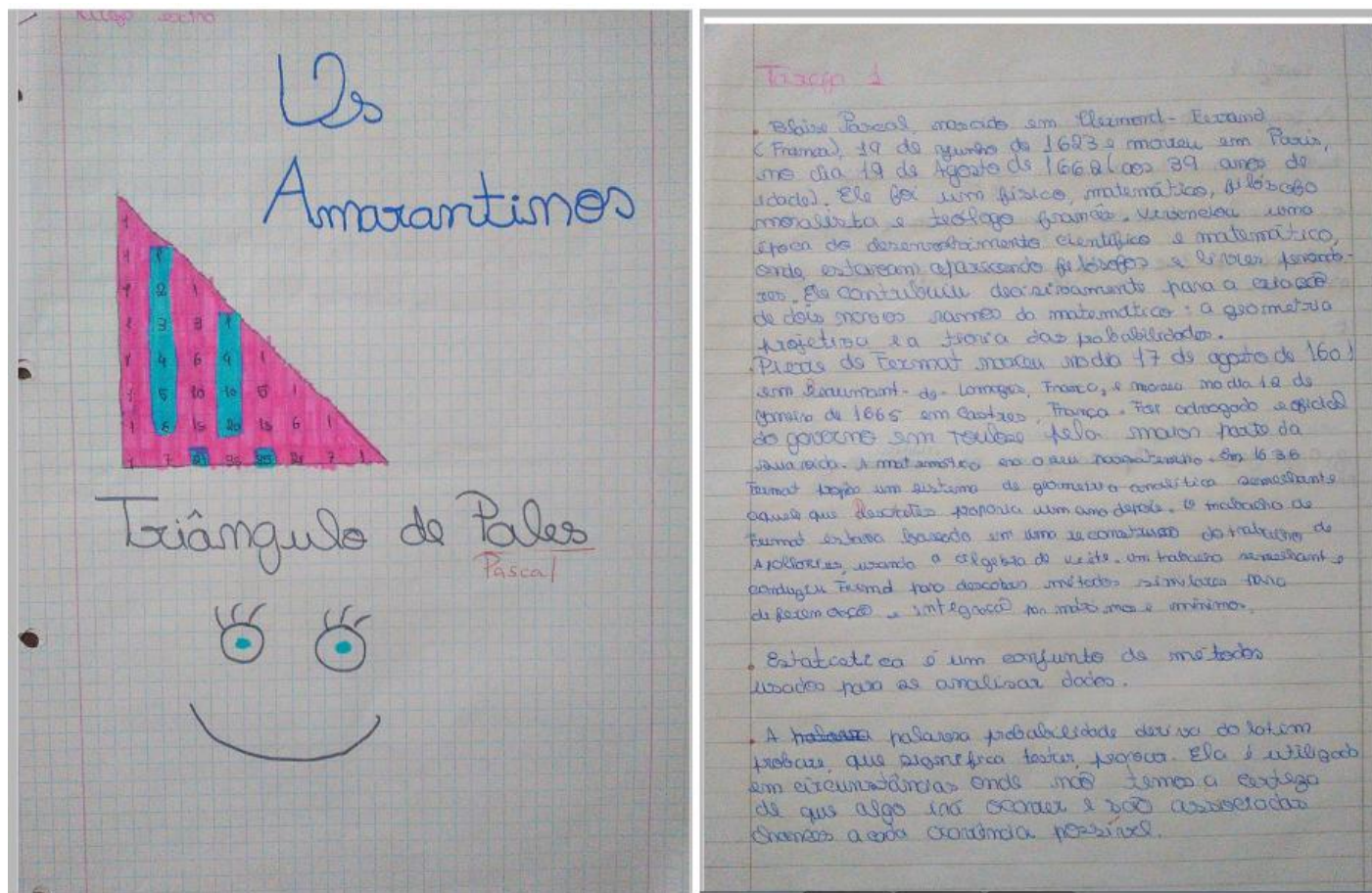


Figura 132. Trabalho da equipa Os Amaranthinos com a resolução das tarefas 1 e extra do quarto torneio.

A figura 133 exibe o trabalho da equipa 11 *Mosqueteiros* com a resolução das tarefas 2 e 3 deste torneio: a descrição das medidas de tendência central e a elaboração e condução de uma entrevista sobre o conhecimento que as pessoas têm de matemáticos famosos.

Os alunos da equipa demonstram a apropriação dos objetos matemáticos que fizeram parte destas tarefas: (1) média: “Em estatística a média é o valor que aponta para onde mais se concentram os dados de uma distribuição.” (2) moda: “o valor que ocorre com maior frequência num conjunto de dados, isto é, o valor mais comum.”; (3) mediana: “Se houver um número par de observações, então não existe um valor médio único, a mediana é, então, geralmente definida como a média dos dois valores do meio...”.

Os alunos da equipa apropriam-se das ferramentas estatísticas de análise a partir da elaboração de uma entrevista sobre os matemáticos mais conhecidos e fazem um tratamento de dados dos resultados com a apresentação de um gráfico de barras.

Tarefa 2

O que é Média? O que é Moda? O que é Mediana?

Em estatística a média é o valor que aponta para onde mais se concentram os dados de uma distribuição. Pode ser considerada o ponto de equilíbrio das frequências, num histograma.

Em estatística descritiva, a moda é o valor que detém o maior número de observações, ou seja, "o valor que ocorre com maior frequência num conjunto de dados, isto é, o valor mais comum".

Na estatística e teoria da probabilidade, a mediana é o valor numérico que separa a metade superior de uma amostra de dados, uma população ou uma distribuição de probabilidade, a partir da metade inferior. A mediana de uma lista finita de números pode ser encontrada por providenciar todas as observações do valor mais baixo para o valor mais elevado e colheita do número do meio (por exemplo, a mediana de {3, 3, 5, 9, 11} é 5).

Existe só um tipo de média?

Não. Existe a média aritmética simples e composta, A média geométrica e a média harmônica.

A moda é necessariamente única?

A moda não é necessariamente única, ao contrário da média ou da mediana. É especialmente útil quando os valores ou observações não são numéricos, uma vez que a média e a mediana podem não ser bem definidas.

- Bimodal: possui dois valores modais.
- Amodal: não possui moda.
- Multimodal: possui mais do que dois valores modais.

EXEMPLOS:

A moda de {maçã, banana, laranja, laranja, laranja, pêssago} é laranja.

A série {1, 3, 5, 5, 6, 6} apresenta duas modas (BIMODAL): 5 e 6.

A série {1, 3, 3, 2, 5, 8, 7, 9} não apresenta moda (AMODAL).

A série {1, 3, 3, 5, 5, 6, 6, 7, 7} apresenta mais do que duas modas (MULTIMODAL): 5, 6 e 7.

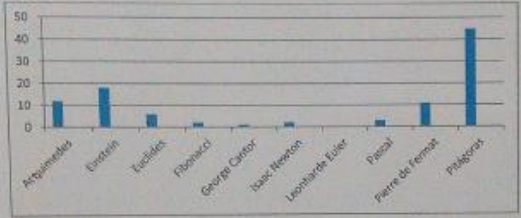
11 Mosqueteiros

3

Quando temos um número par de elementos num conjunto, como calculamos a mediana?

Se houver um número par de observações, então não existe um valor médio único, a mediana é, então, geralmente definido como a média dos dois valores do meio (a mediana de {3, 5, 7, 9} é $(5+7):2 = 6$).

Tarefa 3



Qual é a MODA deste conjunto de dados? O que é que a MODA representa nesta pesquisa?

A moda é Pitágoras. A moda representa o nome que surge mais frequentemente.

Qual é o nome da matemática menos famoso entre as pessoas entrevistadas?

Leonhard Euler.

Qual é a mediana deste conjunto de dados? O que é que a MEDIANA representa nesta pesquisa?

A mediana é 4,5 e neste conjunto separa-o em duas partes de modo a que 50% dos valores sejam menores que 4,5 e 50% dos valores sejam maiores.

O que é que vocês podem concluir, com base nestes dados, sobre o conhecimento das pessoas em relação aos nomes de matemáticos famosos?

Que o conhecimento das pessoas sobre matemáticos famosos é muito limitado e está normalmente relacionado com o facto de serem físicos famosos.

11 Mosqueteiros

4

Figura 133. Trabalho da equipa 11 Mosqueteiros com a resolução das tarefas 2 e 3 do quarto torneio.

A figura 134 apresenta o trabalho da equipa *Prostudents* com a resolução da tarefa 4 deste torneio: calcular as medidas de tendência central do desempenho desportivo da equipa de futebol *Matematletas* no último campeonato, e tomar decisões como o técnico da equipa a partir destes resultados estatísticos. Os alunos da equipa demonstram a apropriação dos objetos matemáticos envolvidos na tarefa: calculam corretamente as medidas estatísticas do problema e tiram conclusões acertadas a partir da situação descrita e dos cálculos: "Nós substituiríamos o avançado que não marcou golos, porque o que é procurado numa equipa de futebol é ter uma boa média de golos e esse avançado não marcou nenhum".

PROSTUDENTS



Parabéns!

Tarefa 4

- a)R: Neste campeonato de futebol os Matematletas jogaram 20 partidas de futebol. ✓
- b)R: Neste campeonato, equipa Matematletas marcou 45 golos no total. ✓
- c)R: A média de golos marcados por partida neste campeonato foi de 2,25 golos. ✓
- d)R: A moda para este conjunto de dados é 0. A informação que este a MODA nos dá neste contexto é que na maior parte dos jogos não houveram golos. ✓
- e)R: A MEDIANA para este conjunto de dados é 2. A informação que a MEDIANA nos dá neste contexto é que 50% dos jogos tiveram mais do que 2 golos e 50% dos jogos tiveram menos de 2 golos. ✓
- f)R: Nós substituiríamos o avançado que não marcou golos, porque o que é procurado numa equipa de futebol é ter uma boa média de golos e esse avançado não marcou nenhum. ✓

Figura 134. Trabalho da equipa *Prostudents* com a resolução das tarefas 4 e extra do quarto torneio.

TORNEIO FINAL

O torneio final (quinto torneio da gincana) foi presencial e sem recurso à *Internet*. As tarefas versaram sobre os temas trabalhados previamente nas *WebQuests*. Os alunos realizaram as tarefas simultaneamente, organizados nas suas equipas respetivas. Diferentemente dos torneios anteriores (digitais), nesta etapa da gincana os alunos não puderam contar com a ajuda das professoras, da investigadora e dos recursos da *web*. As tarefas realizadas promoveram a apropriação pelos alunos dos objetos matemáticos estudados previamente.

Cada equipa recebeu três tarefas: duas tarefas obrigatórias e uma opcional. As tarefas obrigatórias não foram as mesmas para as diferentes equipas embora tivessem grau de dificuldade e estrutura similares. Houve dois tipos de tarefas: as Tarefas tipo A - sobre um tema da História da Matemática - e as Tarefas tipo B - sobre um problema da vida quotidiana. No início do torneio, cada equipa sorteou para si uma tarefa de cada tipo (havia 14 tarefas de cada). A tarefa opcional foi a mesma para todas as equipas: Palavras Cruzadas sobre os temas trabalhados nos torneios anteriores. Todas as equipas realizaram a tarefa opcional.

As atividades de *contagem*, *localização*, *medição*, *desenho*, *jogo* e *explicação* estiveram presentes no trabalho proposto neste torneio. A componente simbólica do currículo foi explorada através destas atividades juntamente com as componentes social e cultural do currículo de Matemática.

A título de exemplificação, em seguida, são apresentados alguns trabalhos realizados pelas equipas neste torneio final. A figura 135 exhibe o trabalho da equipa *11 Mosqueteiros* com a resolução da tarefa A.8 - explorando a relação entre a sequência de Fibonacci e o número de ouro - e da tarefa B.3 - uma aplicação do teorema da interseção de Tales. Apresenta, também, a tarefa opcional cumprida pela equipa - a resolução das palavras cruzadas com os diferentes temas estudados durante a gincana. Os alunos da equipa demonstram a apropriação dos objetos matemáticos explorados nestas tarefas tendo conquistado a pontuação máxima deste torneio - 120 pontos. Utilizam adequadamente os objetos matemáticos estudados como instrumentos cognitivos resolvendo corretamente todas as questões propostas.

externato de vila meã

**Matemática@XXI
Conexões Surpreendentes**

**GINCANA ESCOLAR MATEMÁTICA@XXI
TORNEIO PRESENCIAL**

Equipa: 11 Mosqueteiros 29/março/2015
Professora: C.

Queridos atletas, esta é a última etapa da nossa Gincana Escolar MATEMÁTICA@XXI!!
Vocês devem realizar duas tarefas (uma do tipo A e outra do tipo B). Cada uma destas tarefas vale 50 pontos. Há, também, uma questão extra (opcional) que vale 20 pontos.
Apresentem as vossas respostas de forma clara, indicando todos os cálculos e justificações necessários. Vocês trabalharão em equipa, sem consulta a nenhum material.
Podem usar a calculadora. Bom trabalho!

ATLETAS PRESENTES

1	P	R	/
2	X	C	/
3	R	K	/
4	P	R	/
5	E	R	/
6	X	C	/
7	C	R	/
8	X	C	/
9	T	E	/
10	X	C	/
11	E	R	/

*Parabéns!
100 pontos*

*Amor!
Leonardo*

A Matemática faz parte da História da Humanidade.



TAREFA A-8

Leonardo Fibonacci (1170-1250) foi um grande matemático europeu, nascido em Pisa, na Itália. Escreveu o livro *Liber Abaci* (em 1202) que introduziu os algarismos hindu-arábicos na Europa.
É muito conhecida a Sequência de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

A vossa primeira tarefa é dar continuidade à sequência acima apresentada, escrevendo os cinco números seguintes.

89, 144, 233, 377, 610 ✓

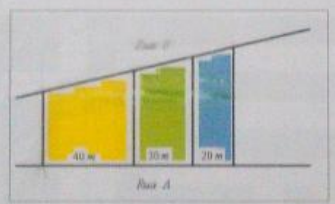
A vossa segunda tarefa é escolher três números da Sequência de Fibonacci e dividir cada número escolhido pelo seu antecessor. O resultado destas divisões aproxima-se de um número irracional muito famoso. Qual é esse número? *É o número de ouro ou seja o número do infinito racional*

$\frac{610}{377} = 1,618037135...$
 $\frac{377}{233} = 1,618055...$
 $\frac{233}{144} = 1,61812...$ ✓

A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

TAREFA B-3

Três quintas em Três-os-Montes têm frentes para as ruas A e B, conforme indicado na figura. As divisões laterais das quintas são perpendiculares à rua A. Os proprietários das quintas farão um muro nas frentes dos seus terrenos que dão para a rua B. Para isso, precisam saber qual a medida da frente para a rua B de cada quinta. Será que vocês podem ajudá-lo a calcular as 3 medidas necessárias, sabendo que a frente total para essa rua tem 180m?



Amada

90 — 40
180 — x
 $x = \frac{180 \times 40}{90} = \frac{1200}{90} = 13,33$ ✓

Amada

90 — 30
180 — x
 $x = \frac{180 \times 30}{90} = \frac{5400}{90} = 60m$ ✓

Amada

90 — 20
180 — x
 $x = \frac{180 \times 20}{90} = \frac{3600}{90} = 40m$ ✓

Equipa: 11 Mosqueteiros Tarefa extra (vale 20 pontos)

Complete os espaços do quadro à direita com as palavras corretas de acordo com as instruções do quadro à esquerda.

TERMINAÇÃO	VERBOS
1. Aquilo que se chama fim	1. Primeiro dia nacional
2. O que se chama mais novo	2. Lugar onde nasce Tótem
3. Matemática que se chama a altura do Pericuto de Bédou	3. Informação que pode ser perdida
4. O número irracional Φ	4. Uma das matemáticas que se chama a Teoria dos probabilidade
5. Nome de um dos lados do retângulo retângulo	5. Sequência matemática que se chama o crescimento das células
6. Matemática que se chama o número transfinito	6. O maior lado de um retângulo retângulo
7. Matemática que se chama o número de Fibonacci	7. Nome do matemático que escreveu o livro dos Fibonacci
8. Número que se chama o número	8. Objeto geométrico que se chama que se repete
9. Um triângulo isósceles	9. Ângulo que mede 90°
10. Um triângulo isósceles	
11. O nome dos números, das letras e das relações	



Figura 135. Trabalho da equipa 11 Mosqueteiros com a resolução das tarefas do torneio final.

A figura 136 mostra o trabalho da equipa *Craques da Matemática* com a resolução da tarefa A.14 - explorando o tema do Último Teorema de Fermat - e da tarefa B.7 – uma aplicação do teorema de Pitágoras e, também, a tarefa opcional cumprida pela equipa – a resolução das palavras cruzadas.

Os alunos da equipa demonstram a apropriação dos objetos matemáticos explorados nestas tarefas tendo conquistado o total de 118 pontos neste torneio (98,3% de acertos). Utilizam adequadamente os objetos matemáticos estudados como instrumentos cognitivos resolvendo acertadamente quase todas as questões propostas.

GINCANA ESCOLAR MATEMÁTICA@ XXI
TORNEIO PRESENCIAL

Equipa: *Craques da Matemática* 29/maio/2015

Professora: _____

Queridos atletas, esta é a última etapa da nossa Gincana Escolar MATEMÁTICA@ XXI!!!
Vocês devem realizar duas tarefas (uma do tipo A e outra do tipo B). Cada uma destas tarefas vale 50 pontos. Há, também, uma questão extra (opcional) que vale 20 pontos.
Apresentem as vossas respostas de forma clara, indicando todos os cálculos e justificações necessários. Vocês trabalharão em equipa, sem consulta a nenhum material.
Podem usar a calculadora. Bom trabalho ☺.

ATLETAS PRESENTES

1.	<i>G</i>	<i>T</i>	<i>✓</i>
2.	<i>x</i>	<i>s</i>	<i>✓</i>
3.	<i>W</i>	<i>H</i>	<i>✓</i>
4.	<i>G</i>	<i>s</i>	<i>✓</i>
5.	<i>C</i>	<i>G</i>	<i>✓</i>
6.	<i>A</i>	<i>H</i>	<i>✓</i>
7.			
8.			
9.			
10.			
11.			

Pontuação!
110 pontos

Que ♥ ven!
Linda

TAREFA A-14

Pierre de Fermat (França, 1601-1665) e Andrew Wiles (Cambridge, 1953) são dois brilhantes matemáticos unidos por um teorema. Em 1637, Fermat escreveu, na margem do livro de matemática que lia, uma afirmação que desafiaria os melhores matemáticos do mundo por mais de três séculos. Ele afirmou que era impossível encontrar números inteiros positivos x , y e z que satisfizessem a equação $x^n + y^n = z^n$ para todo o número inteiro n maior que 2. Este enunciado ficou conhecido como *Último Teorema de Fermat*. Apenas em 1995, Andrew Wiles provou que Fermat estava com a razão.

A vossa tarefa é verificar este importante resultado matemático para alguns valores escolhidos por vocês ☺.

Escrevam na tabela abaixo valores inteiros para x , y e z , à vossa escolha, e completem a última coluna com o sinal de = ou ≠.

n	x	y	z	$x^n + y^n (= ? \neq) z^n$
0				$1 + 1 = 2$ ✓
1	4	6	9	$4 + 6 = 10$ ✓
2	6	8	10	$6^2 + 8^2 = 10^2$ ✓
3	4	9	10	$4^3 + 9^3 = 10^3$ ✓
4				$1^4 + 8^4 = 17^4$ ✓
5	1	4	5	$1^5 + 4^5 = 5^5$ ✓

TAREFA B-7

Um arquiteto desenhou o projeto de uma escada para o ginásio de uma escola, conforme a figura abaixo. A escada possuirá 5 degraus com a mesma altura. Vocês foram contratados pelo arquiteto para calcular o comprimento total do corrimão (representado, na figura abaixo, em vermelho) da escada. Qual é este comprimento?

$h^2 = 90^2 + 120^2$
 $h^2 = 8100 + 14400$
 $h^2 = 22500$
 $h = \sqrt{22500}$
 $h = 150 \text{ cm}$

$150 + 30 + 150 = 330$

R: O comprimento é de 330 cm ✓

Matemática@ XXI
Conexões Surpreendentes

Equipa: *Craques da Matemática* Tarefa extra (você 20 pontos)

Complete os espaços do quadro à direita com as palavras corretas de acordo com as instruções do quadro à esquerda.

INSTRUÇÕES	VERBOS
1. Aquilo que não tem fim	1. Número não terminado ✓
2. O que ocorre entre duas coisas	2. Espaço entre duas coisas ✓
3. Matemática que se dedica a estudar a altura da Pirâmide de Giza	3. Matemática que se dedica a estudar a altura da Pirâmide de Giza ✓
4. O número aritmético	4. Adição que pode ser provada ✓
5. Nome de um dos lados do triângulo retângulo	5. Um dos lados do triângulo que representa a hipotenusa ✓
6. Matemática que investiga os números primos	6. Teoria dos números que investiga os números primos ✓
7. Matemática muito famosa associada ao nome de Euler	7. Teoria dos números que investiga os números primos ✓
8. Número que só tem 2 divisores	8. Número que só tem 2 divisores ✓
9. Um triângulo isósceles	9. Um triângulo isósceles ✓
10. Um triângulo equilátero	10. Um triângulo equilátero ✓
11. Oito dos sistemas de medida das unidades	11. Oito dos sistemas de medida das unidades ✓

Figura 136. Trabalho da equipa *Craques da Matemática* com a resolução das tarefas do torneio final.

A figura 137 mostra o trabalho da equipa *The Wolves* com a resolução da tarefa A.6 - explorando o Teorema Fundamental da Aritmética - e da tarefa B.2 - uma aplicação do teorema da interseção de Tales e a tarefa opcional. Os alunos da

equipa demonstram a apropriação dos objetos matemáticos explorados nestas tarefas tendo conquistado o total de 118 pontos neste torneio (98,3% de acertos). Utilizam adequadamente os objetos matemáticos estudados como instrumentos cognitivos resolvendo acertadamente quase todas as questões propostas.

externato de vila mea

Matemática@ XXI
Conexões Surpreendentes

GINCANA ESCOLAR MATEMÁTICA@ XXI
TORNEIO PRESENCIAL

EQUIPA: The Wolves 29/março/2015

PROFESSORA: _____

Queridos atletas, esta é a última etapa da nossa Gincana Escolar MATEMÁTICA@XXI!!!
Vocês devem realizar duas tarefas (uma do tipo A e outra do tipo B). Cada uma destas tarefas vale 50 pontos. Há, também, uma questão extra (opcional) que vale 20 pontos.
Apresentem as vossas respostas de forma clara, indicando todos os cálculos e justificações necessários. Vocês trabalharão em equipa, sem consulta a nenhum material.
Podem usar a calculadora. Bom trabalho @.

ATLETAS PRESENTES

1.	K	
2.	A	
3.	B	
4.	C	
5.	D	
6.	E	
7.	F	
8.	G	
9.	H	
10.	I	
11.	J	

Parabéns! 118 pontos

Eu ♥ vcs! Todas!

A Matemática fez parte da História da Humanidade.



TAREFA A-6

Euclides foi um matemático e professor em Alexandria, no Egito, no século III a.C. A sua obra mais famosa chama-se *Os Elementos*, um dos livros mais publicados na História da Humanidade @. Na proposição 14 do livro IX dos *Elementos*, Euclides enuncia o Teorema Fundamental da Aritmética – todo o inteiro maior que 1 pode expressar-se como produto de primos de uma e uma só maneira, a menos da ordem dos fatores.

Há números primos e números compostos. A vossa tarefa é dar 15 exemplos de números compostos com a sua fatorização em números primos.

números: 30; 4; 6; 8; 15; 16; 18; 20; 24; 100; 120; 140; 22;

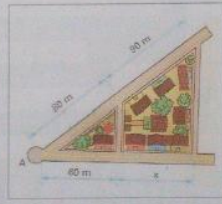
34; 50; 56

30 2 15 3 5 5 1	4 2 2 2 1	6 2 3 3 1	15 3 5 5 1	16 2 8 2 4 2 2 2 1	18 2 9 3 3 3 1
20 2 10 2 5 5 1	24 2 12 2 6 2 3 3 1	100 2 50 2 25 5 5 5 1	120 2 60 2 30 2 15 3 5 5 1	140 2 70 2 35 5 7 7 1	22 2 11 11 1
34 2 17 17 1	50 2 25 5 5 5 1	55 5 11 11 1			

A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

TAREFA B-2

A figura mostra-nos a imagem do mapa de uma vila portuguesa. No ponto A, há uma praça de onde partem duas avenidas que cortam duas ruas paralelas. Na primeira avenida, os quarteirões determinados pelas ruas paralelas têm 80 m e 90 m de comprimento. Na segunda avenida, um dos quarteirões mede 60 m. Qual o comprimento do outro quarteirão?



$\frac{80}{90} = \frac{60}{x}$

$60 \times \frac{9}{8} = \frac{540}{8} = 67,5$ ✓

R: O outro quarteirão mede 67,5 metros. ✓

Matemática@ XXI
Conexões Surpreendentes

Tarefa extra (vale 20 pontos)

Complete os espaços do quadro à direita com as palavras corretas de acordo com as instruções do quadro à esquerda.

INSTRUÇÕES	RESPOSTA
1. Aquilo que não tem fim	1. Infinito (ou infinito) ✓
2. O que ocorre mais vezes	2. Lugar onde nasce Tula ✓
3. Matemática que se dedica a estudar a origem da Palavra de Deus	3. Alfabético que pode ser precedido ✓
4. O número total de	4. Um dos elementos que se encontram a Teoria dos conjuntos ✓
5. Nome de um dos lados de um triângulo retângulo	5. Hipotenusa (ou hipotenusa) que medeia o comprimento dos catetos ✓
6. Matemática que se dedica ao estudo da transformação	6. O maior lado de um triângulo retângulo ✓
7. Matemática que se dedica ao estudo da natureza	7. Álgebra (ou álgebra) que se dedica a estudar a natureza ✓
8. Número que se usa para medir	8. O maior lado de um triângulo retângulo ✓
9. Um triângulo retângulo	9. Álgebra (ou álgebra) que se dedica a estudar a natureza ✓
10. Um triângulo retângulo	10. Álgebra (ou álgebra) que se dedica a estudar a natureza ✓
11. Um triângulo retângulo	11. Álgebra (ou álgebra) que se dedica a estudar a natureza ✓



Figura 137. Trabalho da equipa *The Wolves* com a resolução das tarefas do torneio final.

A figura 138 exhibe o trabalho da equipa *Kings* com a resolução da tarefa opcional – as palavras cruzadas. Os *Kings* classificaram-se em 11º lugar na gincana, com um

total de 140 pontos (58,3% de sucesso na gincana). Foi a equipa que apresentou mais dificuldades no decorrer de toda a competição. Nesta tarefa, que teve como base a memorização de 19 objetos matemáticos abordados nos torneios digitais, os alunos da equipa demonstram o conhecimento de todos estes objetos a menos de erros de grafia.

Equipa: King

Tarefa extra (vale 20 pontos)

Matemática XXI
Conexões Surpreendentes

Complete os espaços do quadro à direita com as palavras corretas de acordo com as instruções do quadro à esquerda.

HORIZONTAIS	VERTICAIS
1. Aquilo que não tem fim	1. Número não racional
2. O que ocorre mais vezes	2. Lugar onde nasceu Tales
3. Matemático que mediu a altura da Pirâmide de Quéops	3. Afirmação que pode ser provada
4. O número irracional Φ	13. Um dos matemáticos que inventou a Teoria das probabilidades
5. Nome de um dos lados do triângulo retângulo	14. Sequência numérica que modela o crescimento dos coelhos
6. Matemático que inventou os números transfinitos	15. O maior lado de um triângulo retângulo
7. Matemático muito famoso nascido em Samos	16. Nome do matemático que escreveu o livro dos <i>Elementos</i>
8. Número que só tem 2 divisores	17. Objeto geométrico gerado por um padrão que se repete
9. Um triângulo numérico	18. Ângulo que mede 90°
10. Um triângulo fractal	

Figura 138. Trabalho da equipa *Kings* com a resolução da tarefa extra do torneio final.

A gincana *Matemática@XXI* contou com uma participação entusiasmada dos alunos durante toda a sua realização. Destaque-se a presença dos 105 alunos das doze equipes finalistas no quinto torneio o que assinala um envolvimento significativo dos alunos no trabalho da gincana. A figura 139 exibe a quantidade de *atletas* por equipe que esteve presente neste último torneio. Um terço das equipes estava com o número de *atletas* completo.

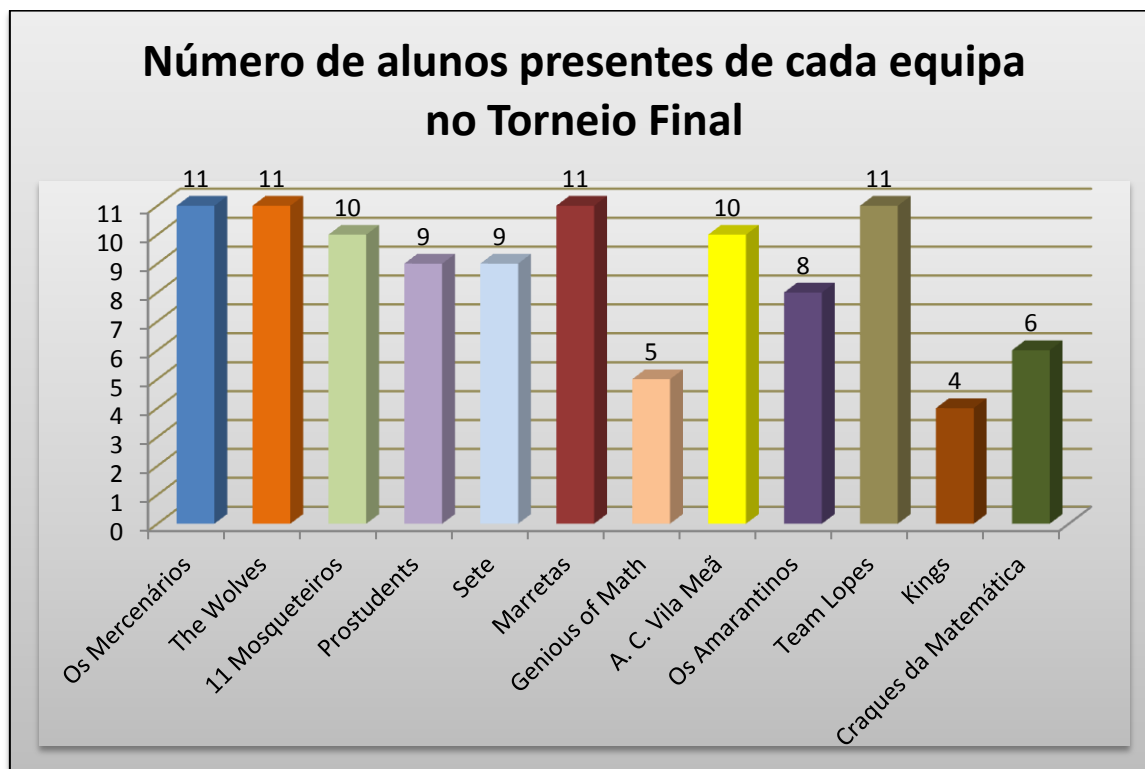


Figura 139. Participação dos alunos no torneio final da gincana *Matemática@XXI*.

Como indicado na figura 140, em termos de enculturação matemática, as doze equipas que completaram a gincana apresentaram um bom/muito bom desempenho no que diz respeito à realização das tarefas propostas. *Dez equipas alcançaram um percentual de sucesso³¹ superior a 60% e cinco equipas, um percentual de sucesso superior a 90% na realização das tarefas.*

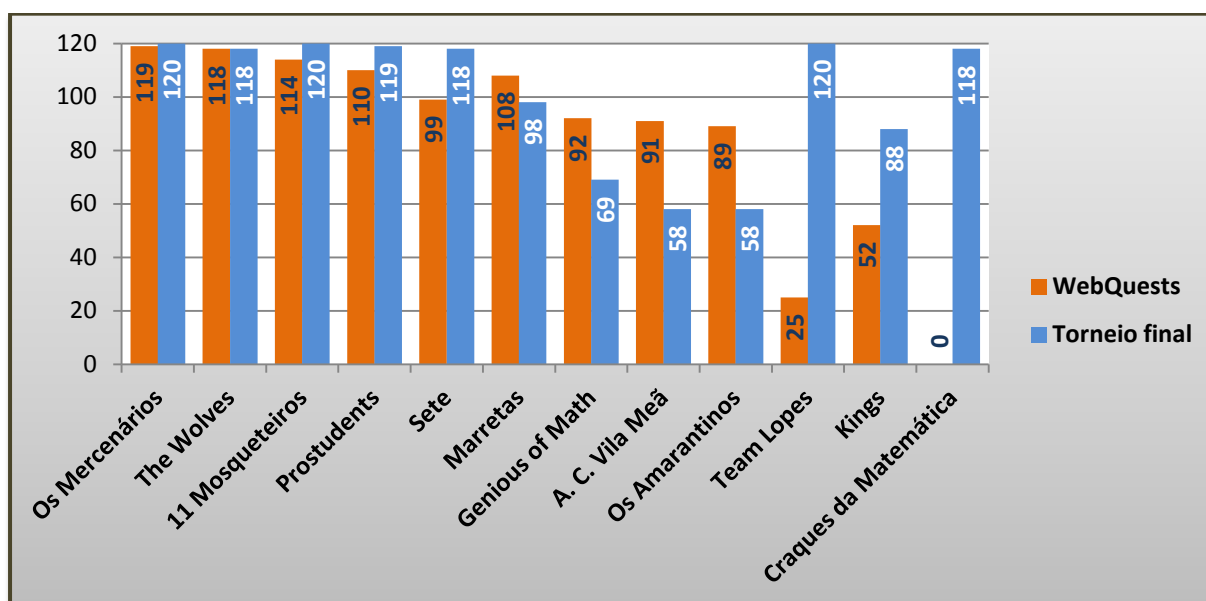


Figura 140. Pontos conquistados pelas equipas nas duas etapas da gincana *Matemática@XXI*.

³¹ Este percentual de sucesso foi calculado a partir do total de pontos conquistados na gincana; ver figura 25.

Considerando-se que as tarefas do torneio final foram realizadas pelas equipas sem ajuda externa de qualquer natureza, os pontos conquistados nesta última etapa da gincana são indicativos do grau de apropriação dos objetos matemáticos pelos alunos. Assim, por exemplo, quando os alunos são capazes de resolver um problema utilizando o teorema de Pitágoras, isto denota que este objeto matemático se tornou um instrumento cognitivo próprio de cada um destes alunos (Leontiev, 1978). Em outras palavras, os alunos demonstram terem interiorizado o conhecimento materializado no objeto matemático estudado e, desta forma, desenvolvido aptidões novas (generalizações conceituais) através da incorporação da experiência humana ali objetivada/acumulada ao longo da História Humana.

Os resultados expressos na figura 140 são um indicativo do quanto o *processo de enculturação foi bem sucedido na experiência da gincana*. Um quarto das equipas finalistas, as três equipas *Os Mercenários*, *11 Mosqueteiros* e *Team Lopes*, apresentaram 100% de êxito na realização das tarefas do torneio final (120 pontos). Outras quatro equipas, *Prostudents*, *The Wolves*, *Sete* e *Craques da Matemática*, um terço das finalistas, quase alcançaram a pontuação total deste torneio, somando 119 ou 118 pontos. As duas equipas que menos pontuaram nesta etapa, *A. C. Vila Meã* e *Os Amarantinos*, somaram 58 pontos, o que corresponde a quase 50% da pontuação total.

6.1.7. Avaliação final

No fim dos cinco torneios da gincana *Matemátic@XXI*, os alunos foram convidados a responder, individualmente, a um questionário de avaliação *online* composto por dez questões fechadas e três questões abertas. Mais uma vez, os participantes não foram identificados pessoalmente sendo requisitada apenas a informação da equipa a que pertenciam. O questionário, publicado nos grupos fechados das equipas no *Facebook*, tinha como objetivo avaliar o torneio final presencial, de natureza diferente dos quatro primeiros torneios digitais, além de proceder a uma avaliação final da gincana na perspetiva dos alunos (Figura 141). Todas as doze equipas finalistas se fizeram representar pelos 65 alunos (49% de participação) que responderam a este questionário final.



Figura 141. Excerto do mural do Facebook equipa Marretas com o inquérito de avaliação final da gincana.

Para perceber a opinião dos alunos em relação ao torneio final presencial, foram apresentadas três afirmações: (i) O torneio final presencial da nossa gincana foi giro; (ii) As tarefas do torneio final presencial foram muito difíceis; (iii) Eu gostei da forma como foi realizado o torneio final presencial. Solicitou-se que marcassem uma opção em relação à sua concordância com cada proposição: *concordo totalmente*, *concordo parcialmente*, *discordo totalmente*. Utilizamos a metodologia de mensuração de atitude de Likert numa escala de 0 a 2, conforme tabela abaixo.

Escala Likert (pontos por questão)

Nível de concordância	Concordo totalmente	Concordo parcialmente	Discordo totalmente
Pontos	2	1	0

Os dados extraídos destas respostas reportam que os alunos, em geral, gostaram da forma de realização do torneio final presencial e o acharam *giro* (Figura 142). Expressaram, ainda, uma avaliação equilibrada quanto à dificuldade das tarefas realizadas neste torneio: 53,8 % dos alunos concordam que as tarefas foram muito difíceis enquanto 46,2% discordam desta afirmação.

MENSURAÇÃO DO GRAU DE CONCORDÂNCIA DOS ALUNOS COM AS 3 AFIRMAÇÕES SOBRE O TORNEIO FINAL
(Escala Tipo-Likert de 0 a 2; n=65 é o número de respostas)

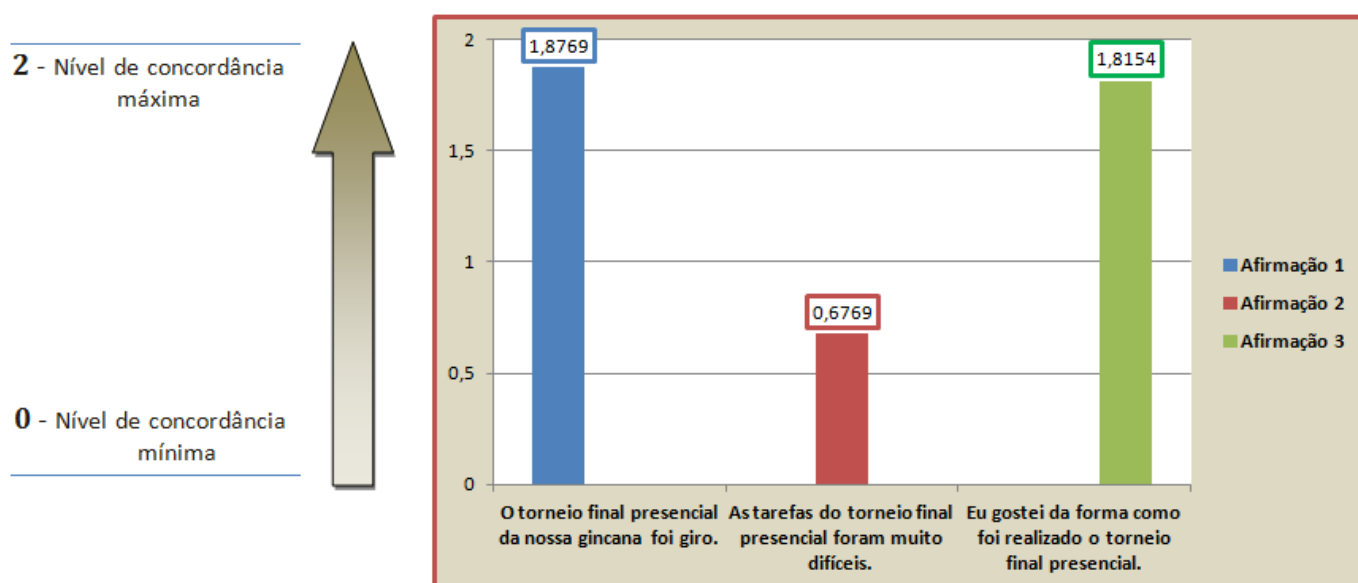


Figura 142. Avaliação dos alunos em relação ao torneio final.

Quanto à avaliação final da gincana, foi solicitado aos alunos que expressassem a sua concordância ou discordância com três afirmações: (i) Participar da Gincana Escolar *Matemátic@XXI* foi giro; (ii) Participar da Gincana Escolar *Matemátic@XXI* contribuiu para o meu aprendizado; (iii) Eu gostaria que a Gincana Escolar *Matemátic@XXI* continuasse a acontecer na minha escola. Deveriam, então, marcar uma opção em relação à sua concordância com cada proposição: *concordo totalmente*, *concordo parcialmente*, *discordo totalmente*. Utilizamos a metodologia de mensuração de atitude de Likert numa escala de 0 a 2, conforme tabela a seguir.

Escala Likert (pontos por questão)

Nível de concordância	Concordo totalmente	Concordo parcialmente	Discordo totalmente
Pontos	2	1	0

A partir das respostas deste último questionário, constata-se que o nível de concordância com as afirmações apresentadas foi muito elevado. Conclui-se, desta forma, que os alunos, em geral, gostaram de participar na gincana *Matemátic@XXI* e julgaram que esta participação contribuiu para a sua aprendizagem. Além disto, referiram que gostariam que a gincana *Matemátic@XXI* continuasse a acontecer na sua escola (Figura 143).

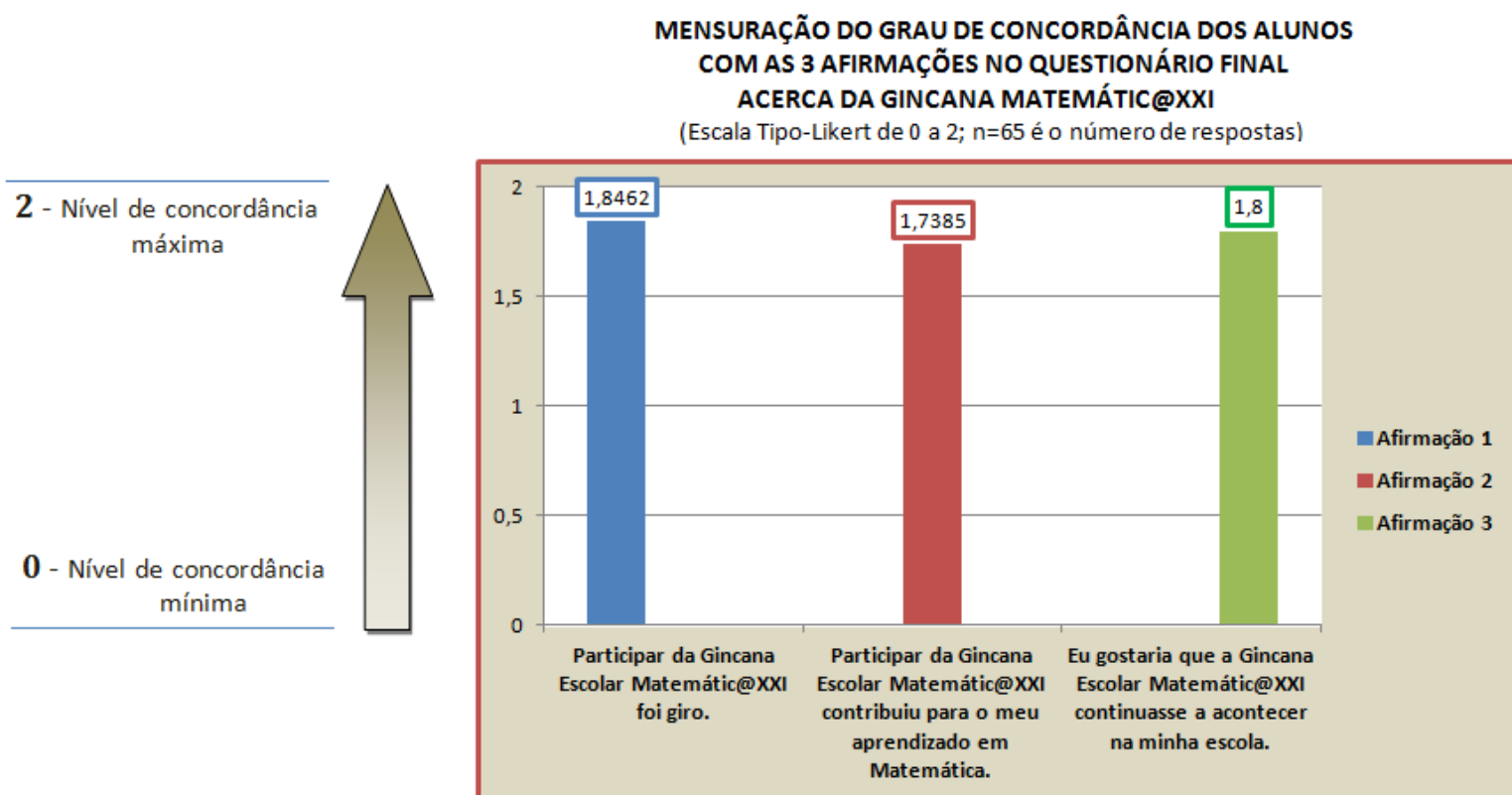
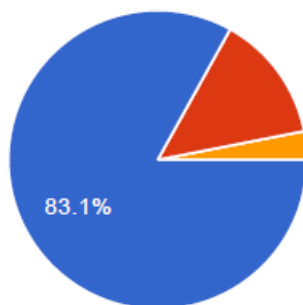


Figura 143. Avaliação dos alunos em relação à gincana *Matemátic@XXI*.

Os resultados demonstram uma estabilidade no que diz respeito à avaliação dos alunos acerca da gincana e sua participação na mesma. Esta avaliação foi sempre muito positiva no decorrer dos cinco torneios da gincana tanto em termos de participação quanto de aprendizagem.

96,9% dos alunos que responderam a este último inquérito afirmaram que gostariam que a gincana *Matemátic@XXI* continuasse a acontecer na sua escola (Figura 144). Deste total, alguns alunos (13,8%) sugeriram algumas mudanças: “o tempo para fazer as tarefas”, “o número de pessoas por equipa”, “haver encontros entre todas as equipas”.

Eu gostaria que a Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI continuasse a acontecer na minha escola.

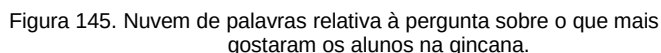


Sim	54	83.1%
Sim, porém com algumas mudanças	9	13.8%
Não	2	3.1%

Figura 144. Gráfico com a percentagem de alunos que gostariam que a gincana *Matemátic@XXI* continuasse na escola.

O questionário continha também uma pergunta aberta que solicitava aos alunos que dissessem o que mais tinham gostado na gincana. Uma análise de conteúdo com uma abordagem quantitativa das respostas foi feita com a utilização do *software NVivo* considerando a palavra como unidade de análise. As duas palavras que apareceram nas respostas dos alunos com maior frequência foram “tudo” e “gostei” o que demonstra uma ampla satisfação dos alunos quanto à gincana (Figura 145). Mais de 60% dos alunos responderam que o que mais os agradara tinha sido a oportunidade de “trabalhar em equipa”, “de fazer as tarefas em conjunto”, “de formar uma equipa com meus amigos” e também “de aprender mais sobre a matemática” e “conhecer coisas novas”. Muitos alunos referiram gostar “de podermos trabalhar em grupo e descobrirmos coisas sobre a matemática que se não fosse a Gincana Escolar não saberia que elas estavam ligadas à matemática” e “poder conviver mais com os colegas e levarmos a matemática de uma forma mais gira”. O ter tido a oportunidade de se envolver com a cultura matemática foi também bastante apreciado pelos alunos. Gostar “de descobrir o infinito” ou de “pesquisar a vida de tales” ou ainda de “resolver problemas” foram algumas das razões invocadas pelos alunos e que se relacionam com objetos matemáticos.

As respostas dos alunos sugerem que a gincana Matemátic@XXI propiciou o desenvolvimento de uma relação mais positiva dos alunos para com a Matemática: “gostei de tudo, de aprender muito sobre a matemática”, “eu adorei tudo é impossível não gostar de todo o que passamos”.



Os objetivos iniciais foram largamente excedidos, quer pelo número de participantes, quer pela motivação e empenho ao longo de toda a atividade. (...) Este tipo de atividades potencia a motivação dos alunos para a disciplina e é uma mais valia para escola, pelo que, existindo a oportunidade deve-se continuar a investir neste tipo de parceria.

RELATÓRIO DE ATIVIDADES

Matemática XXI

Data: 2.ª e 3.ª Períodos
Local: Externato de Vila Meã
Responsáveis: Belmira Mota

Objectivos da atividade

- Desenvolver o interesse pela atividade matemática;
- Promover o contato com os conceitos matemáticos de forma contextualizada e histórica;
- Promover a conexão da matemática com as outras ciências;
- Promover o espírito criativo, o trabalho cooperativo e a autonomia do aluno;
- Promover o uso dos recursos tecnológicos digitais.

Participantes:
Alunos do 3.º ciclo do ensino básico.

Breve descrição da atividade:
Matemátic@ XXI surge duma parceria entre o EVM e a FCUP no âmbito do projeto de doutoramento Matemátic@ XXI – Conexões Surpreendentes. Consiste numa gincana escolar cujas atividades surgem a partir de WebQuests articuladas entre si por um tema integrador. Os alunos organizam-se em equipas de onze atletas, para a qual escolherão um nome e será acompanhada por um treinador (o professor de matemática). Cada tomelo consistirá de uma WebQuest com atividades que deverão ser realizadas pelas diferentes equipas no prazo de, aproximadamente 1 mês. Haverá uma final comemorativa para entrega das medalhas às equipas participantes.

Avaliação:
Os objetivos iniciais foram largamente excedidos, quer pelo número de participantes, quer pela motivação e empenho ao longo de toda a atividade. Os resultados finais serão disponibilizados à escola, pela investigadora, após análise dos dados que constarão da sua tese de doutoramento.

Pág. 1 de 2

RELATÓRIO DE ATIVIDADES

Aspectos a ter em conta em próxima atividade:
Este tipo de atividades potencia a motivação dos alunos para a disciplina e é uma mais valia para escola, pelo que, existindo a oportunidade deve-se continuar a investir neste tipo de parceria.

Vila Meã, 13/05/2015
(assinatura do/a responsável)

Pág. 2 de 2

Figura 146. Relatório de atividades da escola em relação à gincana *Matemátic@XXI*.

6.1.8. Sinais de mudança

Com o propósito de avaliar as possíveis mudanças nas atitudes dos alunos em relação à Matemática, nos questionários finais dos segundo, terceiro e quarto torneios, foi solicitado aos respondentes que marcassem o seu grau de concordância com a afirmação: *A minha experiência na Gincana Escolar Matemátic@XXI me fez ver a Matemática de uma maneira diferente*. As alternativas eram: *concordo totalmente*, *concordo parcialmente*, *discordo totalmente*. Utilizamos a metodologia de mensuração de atitude de Likert numa escala de 0 a 2, conforme tabela abaixo.

Escala Likert (pontos por questão)

Nível de concordância	Concordo totalmente	Concordo parcialmente	Discordo totalmente
Pontos	2	1	0

A partir das respostas dos alunos constata-se que houve um nível elevado de concordância (1,7 de média) com a afirmação apresentada nos três questionários referentes aos diferentes torneios (Figura 147). Conclui-se, desta forma, que a *experiência na gincana Matemátic@XXI, em geral, mudou a maneira de os alunos verem a Matemática*.

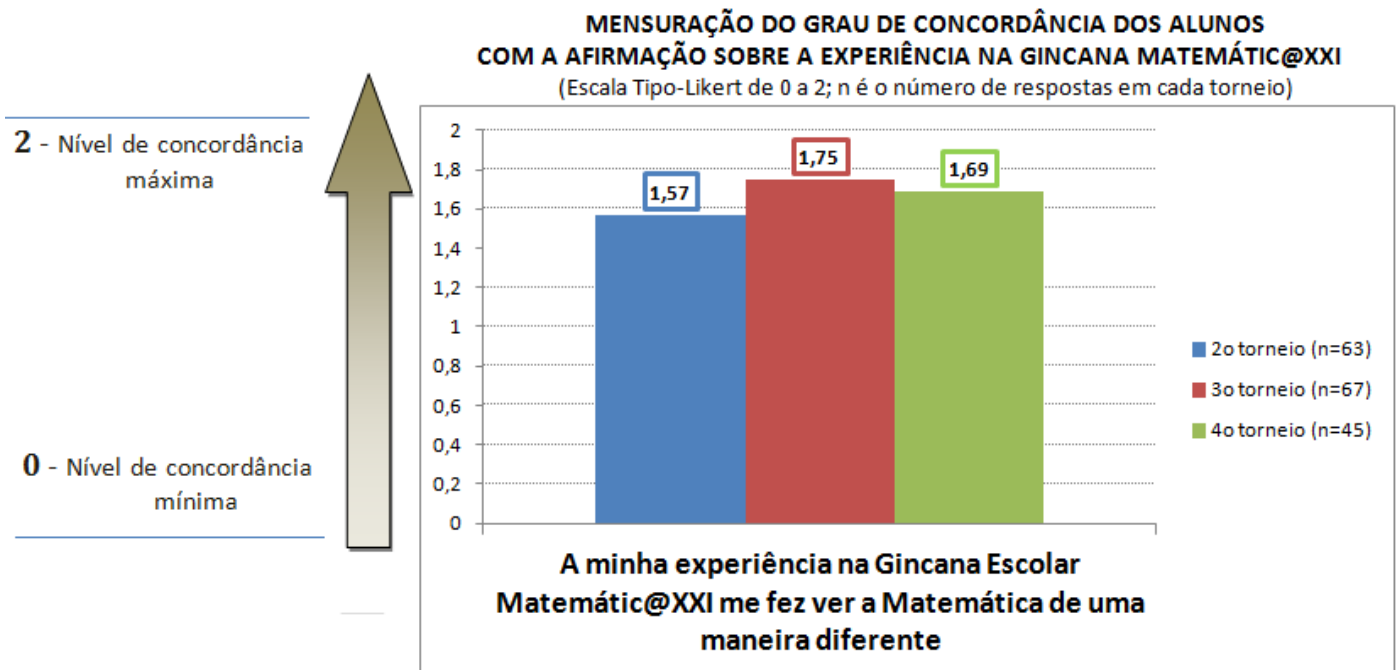


Figura 147. Avaliação dos alunos sobre a mudança de percepção em relação à matemática.

A fim de se constatar em que medida e como se deu esta mudança afirmada pelos alunos na sua relação com a Matemática, também nestes mesmos questionários, logo após a questão anterior, foi-lhes pedido que marcassem os itens que, em sua opinião, completassem a frase *A Matemática, agora, parece...*. Mais da metade dos alunos respondeu que, com a participação na gincana, a Matemática parecia, agora, *muito importante, mais gira e mais fácil* (Figura 148). Um número superior a um terço dos alunos afirmou que *A Matemática, agora, parece ligada ao meu mundo*. É de se ressaltar, também, que a percepção de que *A Matemática é só para génios* foi decrescendo no decorrer da gincana, passando de 11,1% para 4,4% entre o segundo e o quarto torneio, bem como, quanto à avaliação do grau de dificuldade, a opinião de que *a Matemática era mais difícil* foi assinalada, inicialmente, por 4,8% dos alunos e passou a 0% no final da competição.

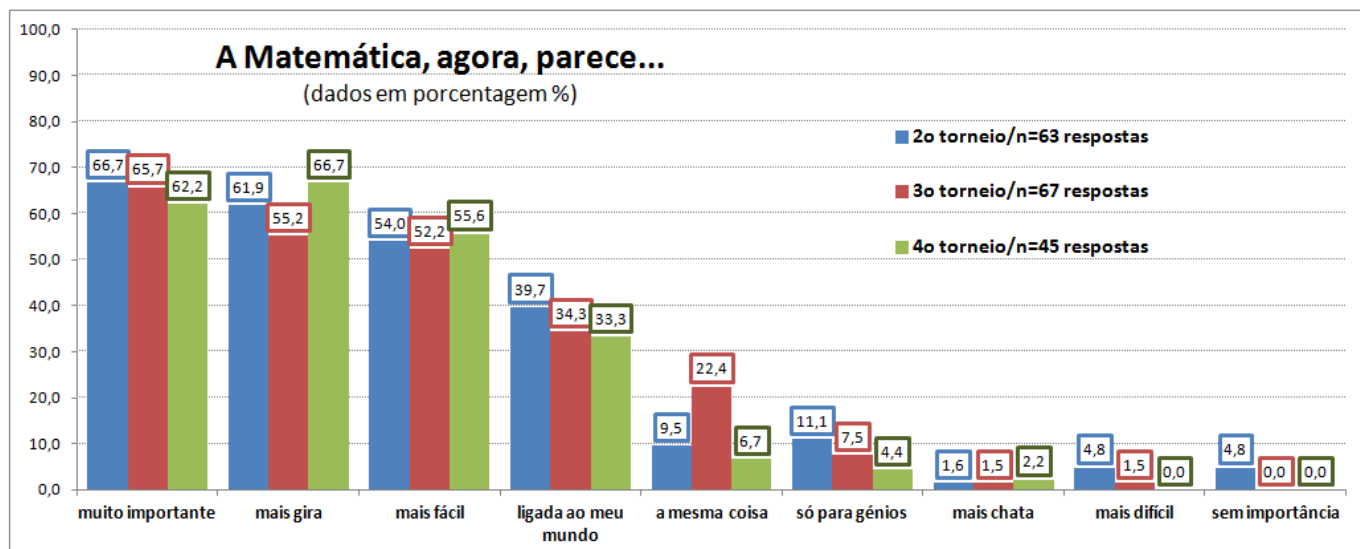


Figura 148. Mudanças na perceção dos alunos em relação à matemática.

Ainda no sentido de perceber a mudança que a participação na gincana escolar *Matemátic@XXI* poderia ter provocado, em outro momento, no questionário relativo ao torneio final, apresentou-se aos alunos duas afirmações e pediu-se-lhes que marcassem seu grau de concordância com as mesmas. As afirmações eram: *A Gincana Escolar Matemátic@XXI me fez gostar mais da Matemática* e *Participar da Gincana Escolar Matemátic@XXI me ajudou a ver a Matemática de uma forma mais positiva*. As respostas foram tratadas pelo mesmo método utilizado anteriormente, a escala de Likert de 0 a 2, como mostrado na figura 149.

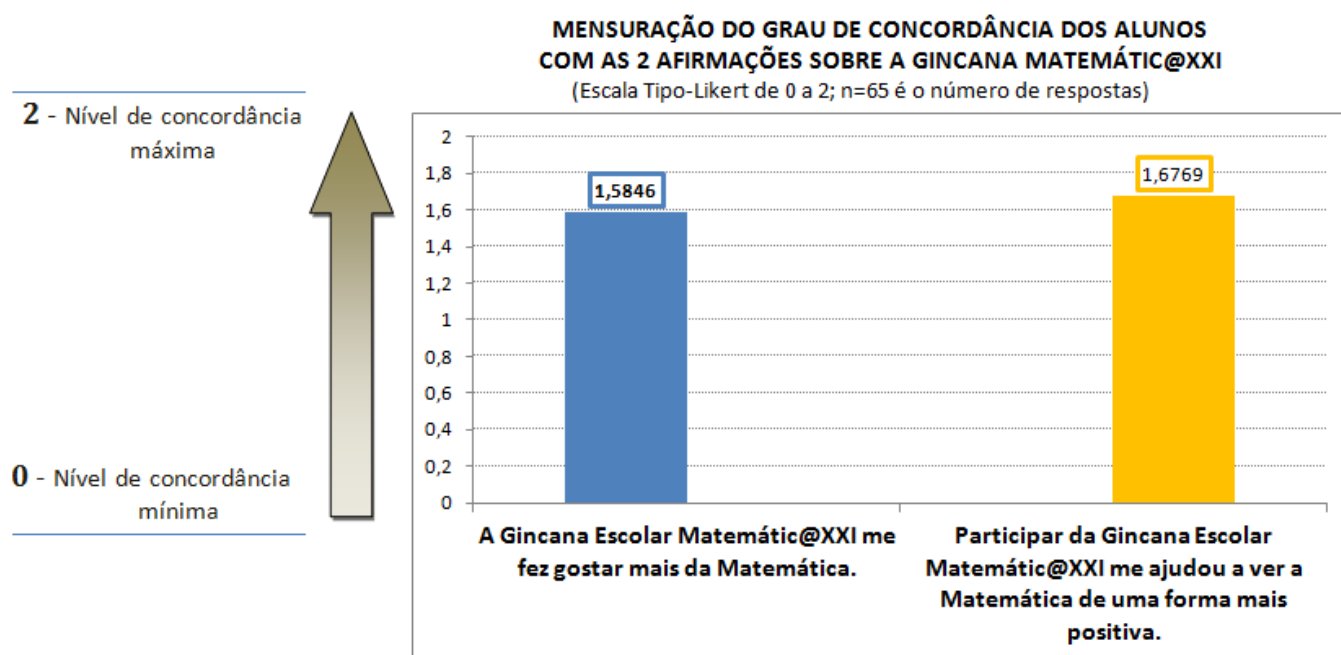


Figura 149. Avaliação dos alunos sobre a participação na gincana.

O alto nível de concordância com as duas afirmações aponta para uma *mudança positiva dos alunos nas suas atitudes em relação à Matemática*. A maioria dos alunos afirma que participar da gincana escolar Matemátic@XXI fê-los gostar mais da Matemática e vê-la de uma forma mais positiva.

6.1.9. Entrevista com os alunos

Visando perceber com mais detalhes de que modo os alunos vivenciaram a experiência da gincana escolar e em que medida esta experiência favoreceu o processo de ensino-aprendizagem, na perspectiva da enculturação matemática, realizámos entrevistas semi-estruturadas a alguns alunos. Foram sorteados dois alunos por equipa finalista para as entrevistas. Estas entrevistas, com duração aproximada de dez minutos cada, foram realizadas na biblioteca da escola, em 8 de junho de 2015, com os torneios já finalizados. Foram áudio gravadas e transcritas.

Em virtude do grande volume de dados coletados, dentre as entrevistas realizadas, escolhemos, para esta análise, uma entrevista realizada em simultâneo, num tom de conversa informal, com quatro alunos de duas equipas, *Kings* e *Prostudents*.

As doze equipas finalistas da gincana podem ser divididas em dois conjuntos bastante homogêneos de seis elementos cada, considerando-se os resultados alcançados. Assim, assumimos que a equipa *Kings*, décima primeira colocada, pertencente ao conjunto de menor pontuação e a *Prostudents*, quarta colocada, elemento do conjunto de maior pontuação, representariam satisfatoriamente o total das equipas. Apresentamos, em seguida, alguns excertos desta entrevista com as opiniões manifestadas por estes dois alunos e duas alunas, de turmas dos 7º e 8º anos, participantes na gincana Matemátic@XXI.

O nosso interesse é destacar as características do processo de enculturação matemática presentes nos discursos dos entrevistados. Desta forma, sublinhamos os aspetos (i) envolvimento com a Matemática, (ii) inclusão e socialização, (iii) interpessoal e interativo, (iv) a escola como espaço de enculturação matemática. A fim de preservar as identidades dos entrevistados, os alunos foram identificados com as iniciais maiúsculas dos seus nomes: F, P, R e T.

(i) Envolvimento com a Matemática

Investigadora: *Como foi para você a participação na gincana Matemática@XXI?*

P: *Esse concurso deu para nós aprendermos mais um bocado sobre a matemática e eu gostei muito de participar.*

T: *Eu gostei de trabalhar, de participar na gincana porque, ah, eu fiquei a saber coisas que eu não sabia e depois era muito interessante procurar na Internet o que a professora mandava fazer o trabalho.*

R: *Eu, na gincana, gostei principalmente do trabalho de equipa e também de aprender coisas novas que muitas nós não sabíamos.*

F: *Foi prá ajudar a aprender mais matemática. Achei bom.*

P: *Para mim a Matemática é uma das disciplinas mais importantes porque a Matemática é uma das coisas que os homens mais usam no nosso dia a dia, nas obras as pessoas têm que fazer contas e estas coisas... Ficamos a saber mais coisas...*

T: *Eu acho que... para mim a participação na gincana ainda aumentou mais a importância que a matemática já tinha, não é !?! porque a Matemática tá sempre presente até no nosso dia a dia, não é !?! então, mesmo que não seja bom à Matemática é preciso saber mesmo sempre a base da Matemática para fazer as coisas até mais simples.*

R: *Eu já gostava da Matemática antes da gincana e eu acho que a gincana só ajudou prá que eu ainda gostasse mais porque a Matemática já era uma das disciplinas que eu mais gostava de todas elas e a gincana ainda me ajudou mais.*

F: *Eu antes de vir para a gincana, eu gostava da Matemática e a gincana com muitas coisas novas... gostei...*

Investigadora: *Mas vocês, de facto, aprenderam com a Gincana?*

T: *Sim, porque muitas coisas eu não tinha ouvido falar e eu fiquei a aprender mais coisas, coisas que eu não sabia e não dávamos em Matemática, ainda.*

R: *Eu acho que sim porque tornou as aulas de matemática mais dinâmicas e fazia com que elas deixavam de ser assim tão cansativas porque já não ficávamos sempre com os exercícios e pudemos de vez em quando também ir fazendo os exercícios da gincana.*

F: *Eu acho que sim e que podia haver também com outras disciplinas...*

Neste trecho da entrevista, os discursos dos alunos evidenciam o processo de envolvimento com a Matemática que vivenciaram durante a gincana - “aprendemos mais um bocado sobre a matemática”, “aumentou mais a importância que a matemática já tinha” – como também o gosto por participarem desta experiência – “gostei muito de participar”, “a gincana só ajudou prá que eu ainda gostasse mais”, “tornou as aulas de matemática mais dinâmica”.

(ii) Inclusão e socialização

Investigadora: *Só os bons alunos, aqueles que tiram boas notas, ganham na gincana Matemática@ XXI. Você concorda com esta afirmação?*

P: *Não, porque nós viemos prá gincana prá nós aprendermos e mesmo... e mesmo... os maus alunos podem aprender, às vezes melhor, que os bons.*

T: *Eu acho que a gincana, acho que acaba por ser mais, mais, como é que eu vou dizer, mais...que ensina mais aos maus alunos que aos próprios bons alunos porque como os maus alunos não são assim, por exemplo, eles veem uma matéria complicada e dizem logo que não vão fazer porque é muito complicada e eu não consigo fazer. Na gincana era diferente porque eles tinham vários recursos e podiam recorrer a várias coisas. Eu acho que eles acabaram por aprender mais coisas e acabaram por achar mais interessante a matemática do que os alunos bons.*

R: *Eu não concordo porque sendo na gincana em grupo, todos os elementos eram importantes e todos eles contribuíram para a equipa então, mesmo os maus alunos tinham que aprender Matemática... Eu acho que os bons alunos também são beneficiados porque acabam por aprimorar os conhecimentos.*

F: *Eu acho que uma equipa só funciona se todos participarem, maus ou bons, pois ganha, pois depende, se se esforçarem ganham...*

Nesta parte da entrevista, o caráter inclusivo da gincana foi destacado - “e mesmo... os maus alunos podem aprender”, “os bons alunos também são beneficiados porque acabam por aprimorar os conhecimentos” – e também o aspeto de socialização e trabalho colaborativo – “todos os elementos eram importantes”, “uma equipa só funciona se todos participarem”.

(iii) Interpessoal e interativo

Investigadora: *A participação na gincana ajudou você a ter mais confiança na sua aprendizagem... para aprender a Matemática? É diferente da forma de aprender Matemática na sala de aula?*

P: *A gincana deu-nos mais confiança.*

T: *Acho que prá mim deu mais confiança porque às vezes fazemos muitos exercícios na aula, depois de dar a matéria e torna-se um bocado cansativo, mas na gincana nós tínhamos vários recursos. Podíamos pegar a professora, podíamos ir à Internet e não é sempre a mesma coisa, as tarefas iam variando e não era sempre a mesma coisa e não era maçante. Eu acho que até foi divertido.*

R: *Eu acho que a gincana, por ser uma atividade mais divertida em trabalho em grupo que ajudou a achar a matéria menos cansativa.*

F: *Acho que foi melhor, que ajudou mais.*

Neste excerto da entrevista, os alunos sublinharam o caráter interpessoal e interativo da gincana – “podíamos pegar a professora, podíamos ir à Internet e não

é sempre a mesma coisa”, “atividade mais divertida em trabalho em grupo”, “ajudou mais”.

(iv) A escola como espaço de enculturação matemática

Investigadora: *Você gostaria que esta forma de aprender Matemática fosse mais usada na sua escola?*

P: *Sim, acho que sim porque isto também nos ajuda a aprender mais e quanto mais concursos houvesse mais nós íamos aprender.*

T: *Sim, eu acho que sim porque aprendemos muito e depois não é uma forma tão maçante de aprender como as aulas de matemática, de sempre fazer exercícios e de sempre fazer a mesma coisa. É mais diversificado e por isso eu acho que deveria fazer mais concursos...*

Investigadora: *Se vocês tivessem que expressar em uma palavra a experiência de vocês na gincana MATEMÁTIC@ XXI, qual palavra vocês usariam?*

T: *Aprendizagem.*

R: *Excelente.*

F: *Fantástica.*

P: *Conhecimento.*

Neste trecho da entrevista, os alunos expressaram o seu interesse em que a gincana continuasse a acontecer na sua escola e referiram que desta forma “aprendemos muito”. Declararam que a gincana foi uma experiência “excelente” e “fantástica” de “aprendizagem” e “conhecimento”.

6.2. As equipas *Marretas* e *Genious of Math*

Com o propósito de aprofundarmos a análise dos domínios afetivo, cognitivo e tecnológico na dinâmica pedagógica da gincana *Matemátic@XXI*, escolhemos, dentre as catorze equipas participantes na competição, as equipas *Marretas* e *Genious of Math* para um estudo mais detalhado. A análise destes elementos considera que, embora metodologicamente separados, estes fatores atuam em conjunto no processo de ensino-aprendizagem (perspetiva de ecologia de aprendizagem) e são interdependentes.

Estas equipas foram selecionadas por ocuparem as posições centrais no rol de resultados finais da gincana, isto é, os sexto e sétimo lugares respetivamente (Figura 150).

Equipa	Marretas	Genious of Math
Número de alunos/as	3 alunos / 8 alunas	4 alunos / 7 alunas
Série escolar	7º ano	7º ano
Turma da escola	Turmas 5 e 6	Turma 3
Percentual de sucesso nas tarefas	85,8 %	67,1 %
Pontos conquistados na gincana	206	161
Posição no resultado final da gincana	6º lugar	7º lugar

Fig. 150. Caracterização das equipas *Marretas* e *Genious of Math*.

6.2.1. Domínio cognitivo

O domínio cognitivo aponta para a questão do quanto o processo de enculturação matemática dos alunos foi bem sucedido na experiência da gincana escolar *Matemátic@XXI*. Esta é uma matéria de difícil mensuração. A fim de responder a esta questão, partimos do pressuposto teórico (Leontiev, 1978) de que o trabalho realizado autonomamente pelos alunos no torneio final nos dá uma medida da apropriação pelos alunos dos objetos matemáticos estudados no decorrer da competição, nomeadamente nos quatro torneios digitais (*WebQuests*). Assim sendo, analisámos a produção das duas equipas no último torneio e calculamos o *índice de sucesso* de enculturação da equipa – ((resultado do torneio final) / (resultado dos torneios digitais)) – e utilizámos este índice para realizar uma espécie de mensuração do domínio cognitivo.

Equipa *Marretas*

Dentre os objetos matemáticos trabalhados na gincana *Matemátic@XXI* encontram-se os *Teorema de Tales* e *Triângulo de Pascal*. Estes objetos foram temas de estudo nos segundo e quarto torneios, respetivamente.

A figura 151 apresenta partes da revista elaborada pela equipa *Marretas* com as tarefas do segundo torneio. Dentre estas tarefas, destaca-se o trabalho de pesquisa da biografia e obra de Tales de Mileto e, também, a resolução de um problema de ordem prática com a aplicação do Teorema de Tales estudado.

De forma semelhante, a figura 152 exhibe partes da revista elaborada pela equipa *Marretas* com as tarefas referentes ao quarto torneio. Dentre estas tarefas, destaca-se o trabalho de pesquisa da biografia e obra de Blaise Pascal e o desenho do Triângulo de Pascal.

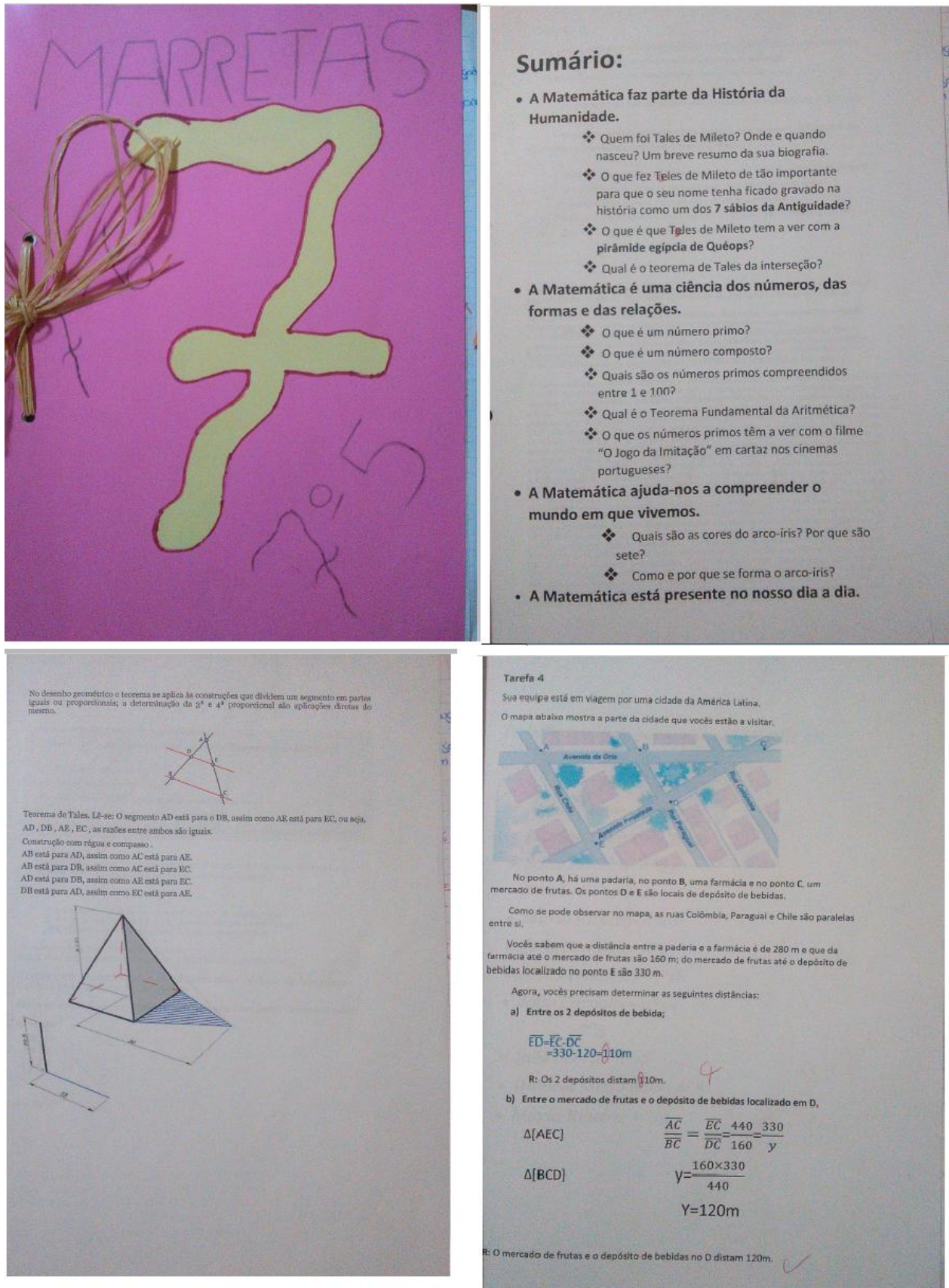
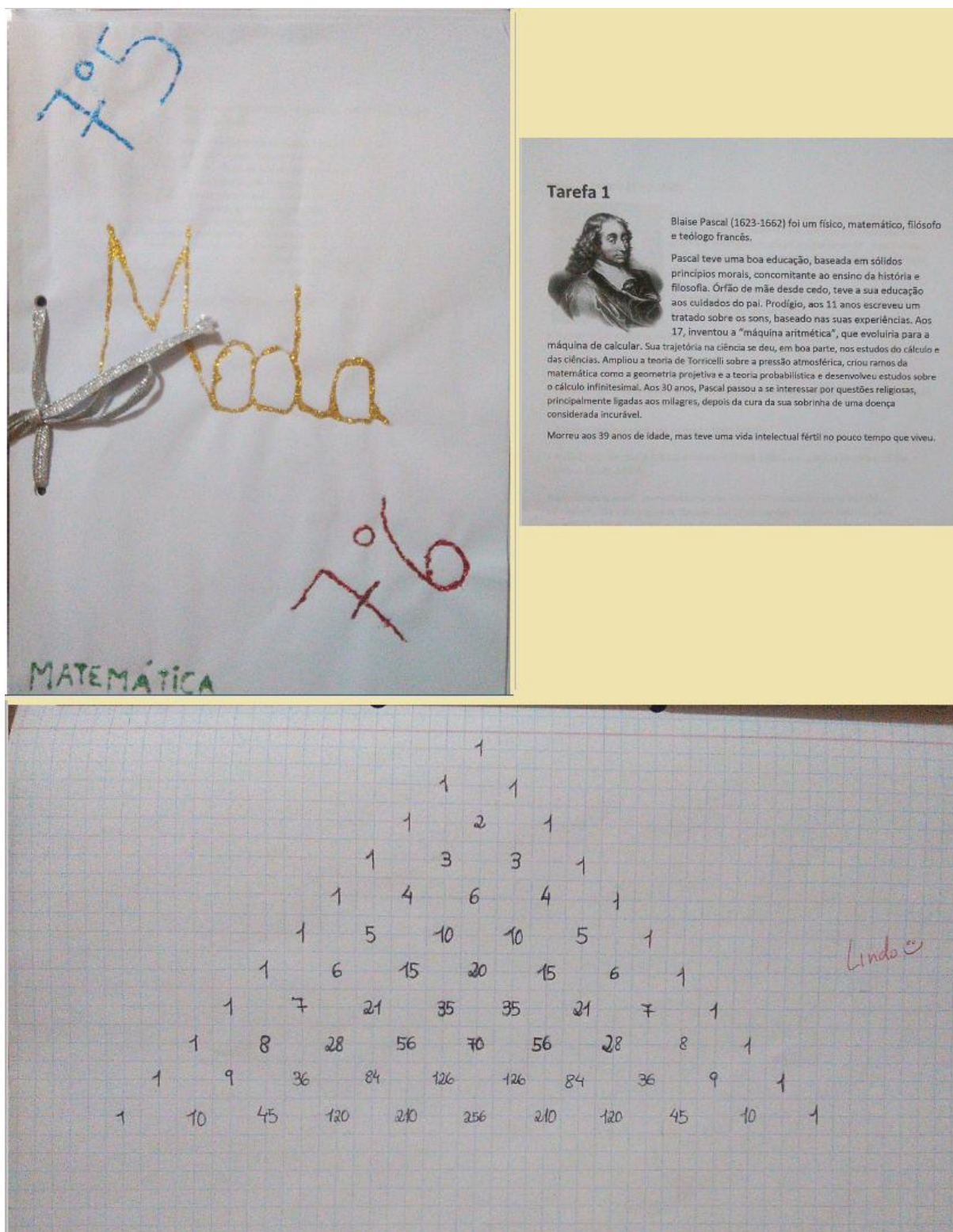


Figura 151. Partes da revista da equipa Marretas do segundo torneio.

Fig. 152. Partes da revista da equipa *Marretas* do quarto torneio.

No torneio final, a equipa *Marretas* contou com 100% de comparecimento (Figura 153). O trabalho realizado pelos atletas desta equipa neste torneio (tarefas sorteadas tipo A e B) teve como tema precisamente os objetos matemáticos

Teorema de Tales e Triângulo de Pascal, estudados nos segundo e quarto torneios como referido anteriormente.

externato de vila meã

**Matemática@XXI
Conexões Surpreendentes**

GINCANA ESCOLAR MATEMÁTICA@XXI

TORNEIO PRESENCIAL

EQUIPA: Marretas 29/março/2015

PROFESSORA: _____

Queridos atletas, esta é a última etapa da nossa Gincana Escolar MATEMÁTICA@XXI!!!

Vocês devem realizar duas tarefas (uma do tipo A e outra do tipo B). Cada uma destas tarefas vale 50 pontos. Há, também, uma questão extra (opcional) que vale 20 pontos.

Apresentem as vossas respostas de forma clara, indicando todos os cálculos e justificações necessários. Vocês trabalharão em equipa, sem consulta a nenhum material.

Podem usar a calculadora. Bom trabalho ☺.

ATLETAS PRESENTES	
1.	_____ /
2.	_____ /
3.	_____ /
4.	_____ /
5.	_____ /
6.	_____ /
7.	_____ /
8.	_____ /
9.	_____ /
10.	_____ /
11.	_____ /

Parabéns! 98 pontos

em ♥ vós! 14 pontos

Figura 153. 100% de presença da equipa Marretas no torneio final.

A apropriação do objeto matemático *Teorema de Tales* pela equipa pode ser verificada pela realização com sucesso da tarefa B.1 como mostra a figura 154. De acordo com Leontiev (1978) uma aprendizagem é significativa quando o sujeito interioriza o conhecimento materializado no objeto de estudo e faz deste um instrumento cognitivo próprio. É o que se constata nesta situação de aprendizagem.

Marretas

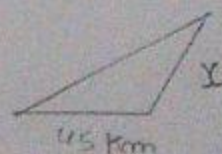
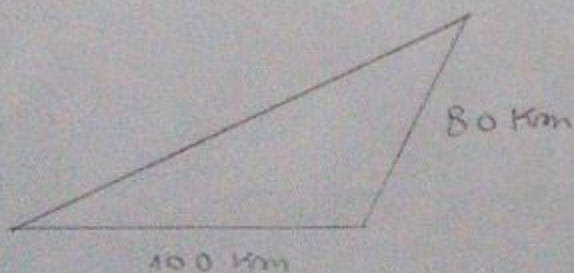
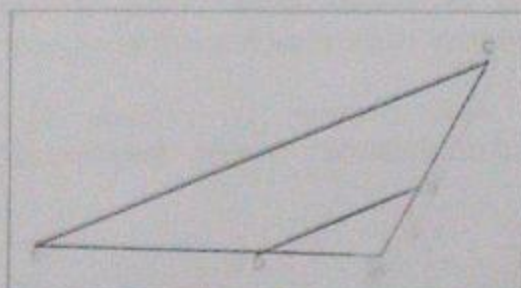


A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-1

Cinco cidades europeias A, B, C, D, E são interligadas por linhas de comboio, conforme a figura abaixo. A linha AC tem 80 Km de comprimento e a linha AE tem 100 Km. A linha BD é paralela à linha CE. A linha AD tem 45 Km de comprimento.

Um turista está na cidade A e pretende visitar a cidade B utilizando a linha de comboio direta entre as duas cidades. Qual a distância entre as duas cidades que o turista percorrerá, considerando a linha de comboio AB?



$$\begin{aligned} 100 - 45 \\ 80 - x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{80 \times 45}{100} \\ x &= \frac{3600}{100} \\ x &= 36 \text{ Km} \end{aligned}$$

R: A turista ✓
percorrerá 36 Km.

Figura 154. Tarefa relativa ao Teorema de Tales realizada pela equipa Marretas no torneio final.

Podemos observar na figura 155 uma tarefa que suscita a correlação do objeto matemático *Triângulo de Pascal* com outro objeto matemático – o *Triângulo de Sierpinski* o que demanda, por parte dos alunos, uma apropriação destes objetos.

A Matemática faz parte da História da Humanidade.



Maneiras

TAREFA A-12

Blaise Pascal (1623-1662) foi um matemático, físico e filósofo francês nascido em Clermont-Ferrant, França. O seu talento para as ciências manifestou-se muito cedo. Na matemática, contribuiu especialmente para o desenvolvimento da geometria e da teoria das probabilidades. O triângulo de Pascal é um triângulo aritmético com propriedades muito interessantes.

A vossa tarefa é descobrir (e executar) uma maneira de transformar o triângulo de Pascal representado abaixo no triângulo de Sierpinski (ao lado).

Use dois lápis de duas cores diferentes.

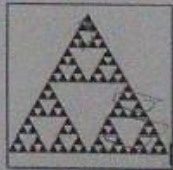



Figura 155. Tarefa relativa ao Triângulo de Pascal realizada pela equipa *Marretas* no torneio final.

Na tarefa extra do torneio final, a equipa *Marretas* teve um índice de 90% de acerto (Figura 156). A realização desta atividade com sucesso pela equipa *Marretas* aponta para uma apropriação efetiva dos objetos matemáticos assinalados.

EQUIPA: Marretas Tarefa extra (vale 20 pontos)

Complete os espaços do quadro à direita com as palavras corretas de acordo com as instruções do quadro à esquerda.

Matemátic@ XXI
Conexões Surpreendentes

HORIZONTAIS	VERTICAIS
1. Aquilo que não tem fim	1. Número não racional
2. O que ocorre mais vezes	2. Lugar onde nasceu Tales
3. Matemático que mediu a altura da Pirâmide de Quéops	3. Afirmação que pode ser provada
4. O número irracional Φ	13. Um dos matemáticos que inventou a Teoria das probabilidades
5. Nome de um dos lados do triângulo retângulo	14. Sequência numérica que modela o crescimento dos coelhos
6. Matemático que inventou os números transfinitos	15. O maior lado de um triângulo retângulo
7. Matemático muito famoso nascido em Samos	16. Nome do matemático que escreveu o livro dos <i>Elementos</i>
8. Número que só tem 2 divisores	17. Objeto geométrico gerado por um padrão que se repete
9. Um triângulo numérico	18. Ângulo que mede 90°
10. Um triângulo fractal	
11. Ciência dos números, das formas e das relações	

Figura 156. Tarefa extra realizada pela equipa *Marretas* no torneio final.

A equipa *Marretas* somou 108 pontos na primeira etapa da gincana (torneios digitais) e 98 pontos na segunda etapa (torneio presencial). Estes resultados correspondem a 90% de sucesso na etapa digital e 81,7% na etapa final. Considerando-se o resultado da segunda etapa em relação ao da primeira, o índice de sucesso é de 90,7%, o que aponta para um processo de enculturação muito bem sucedido pelos atletas desta equipa.

Equipa *Genious of Math*

Dentre os objetos matemáticos trabalhados na gincana *Matemática@XXI* encontram-se os *Teorema de Tales* e *Triângulo de Sierpinski*. Estes objetos foram temas de estudo nos segundo e terceiro torneios, respetivamente.

A figura 157 apresenta partes da revista elaborada pela equipa *Genious of Math* com as tarefas do segundo torneio. Dentre estas tarefas, destaca-se o trabalho de pesquisa da biografia e obra de Tales de Mileto e um problema de ordem prática com a aplicação do Teorema de Tales. Observa-se que os alunos não tiveram êxito na resolução do problema prático. Cabe referir que a tarefa extra do terceiro torneio que tratava do objeto matemático *Triângulo de Sierpinski* não foi realizada pela equipa.



TALES de MILETO



TALES de MILETO:

- Tales de Mileto, foi um filósofo, matemático, geógrafo, homem de negócios e astrônomo da Grécia Antiga, o primeiro filósofo ocidental de que se tem notícia.

Nascimento: 624 a.C.; Mileto, Turquia
Falecimento: 546 a.C.; Mileto, Turquia
Nacionalidade: Grego

Tales foi incluído entre os sete sábios da antiguidade. Estrangeiro rico e respeitável, o famoso Tales durante a sua estadia no Egito estudou Astronomia e Geometria. Ao voltar de novo a Mileto, Tales abandonou, passado algum tempo, os negócios e a vida pública, para se dedicar inteiramente às especulações filosóficas, às observações astronômicas e às matemáticas. Fundou a mais antiga escola filosófica que se conhece - a *Escola Jônica*. A sua fama estendeu-se a todo o mundo heleno, graças especialmente à predição de um eclipse do sol, cuja data não se sabe bem ao certo se foi a de 28 de Maio de 585 ou a de 30 de Setembro de 609 a.C. - predição resultante do uso de uma das tabuas compostas pelos Caldeus, que anunciavam os períodos de 18 anos e 11 dias dos eclipses solares.

Proclo, Lactácio e Platão atribuem a Tales não só a transplantação de conhecimentos matemáticos do Egito para a Grécia, mas ainda à descoberta de várias proposições isoladas relativas às paralelas, aos triângulos e às propriedades do círculo, não apresentando nenhuma sequência lógica, mas com demonstrações dedutivas. Poderá dizer-se que Tales deu a essas matemáticas uma característica que se conserva até hoje, o conceito de "demonstração ou prova". Vamos enunciar algumas proposições de Tales.

PIRÂMIDE EGÍPCIA de QUÊOPS:

A viagem que Tales fez ao Egito, no século VI a.C., marcou o início da Geometria Grega e na história ficou registrado o deslumbramento do sábio de Mileto diante da Grande Pirâmide de Quêops. Construída por volta de 2.650 a.C. e empregando cerca de 2.000.000 de blocos de pedra calcária, alguns deles com 20 toneladas de peso, aquela pirâmide eleva-se a uma altura da ordem de 146 metros.

Encontram-se frente a frente, uma das sete maravilhas do mundo antigo e um dos sete sábios da Grécia. "Que altura terá esse monumento?" Perguntou-se o pai de todos os geometras. Para a responder, empregou um método, por ele mesmo criado e que ainda hoje nos cativa pela sua simplicidade e precisão: plantou sobre a areia, verticalmente, um bastão de madeira, cujo comprimento conhecia, e mediu-lhe a sombra. Após medir a sombra da pirâmide, deduziu-lhe a altura, porque sombras e alturas, tanto em pirâmides quanto em bastões, quaisquer que sejam seus tamanhos, são proporcionais. No momento em que a altura de um bastão é igual à sua sombra, a altura da pirâmide também será igual à sombra do monumento.

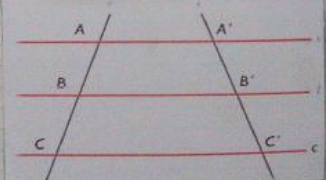
Esta proporcionalidade entre alturas e sombras constitui a essência daquilo que hoje se aprende na escola sob a denominação Teorema de Tales.



Teorema de Tales:

O Teorema de Tales foi estabelecido por Tales de Mileto, consiste na interseção entre duas retas paralelas e transversais que formam segmentos proporcionais.

O Teorema de Tales é determinado pela interseção entre retas paralelas e transversais, que formam segmentos proporcionais. Foi estabelecido por Tales de Mileto, que defendia a tese de que os raios solares que chegavam à Terra estavam inclinados. Partindo desse princípio básico observado na natureza, intitulou uma situação de proporcionalidade que relaciona as retas paralelas e as transversais. Retas paralelas cortadas por retas transversais formam segmentos proporcionais.



Respostas: _____



No ponto A, há uma padaria, no ponto B, uma farmácia e no ponto C, um mercado de frutas. Os pontos D e E são locais de depósito de bebidas.

Como se pode observar no mapa, as ruas Colômbia, Paraguai e Chile são paralelas entre si.

Vocês sabem que a distância entre a padaria e a farmácia é de 280 m e que da farmácia até o mercado de frutas são 160 m; do mercado de frutas até o depósito de bebidas localizado no ponto E são 330 m.

Agora, vocês precisam determinar as seguintes distâncias:

- entre os 2 depósitos de bebida;
- entre o mercado de frutas e o depósito de bebidas localizado em D.

Resolução:

Entre A e B - 280m
Entre B e C - 160m
Entre C e E - 330m

Como as ruas Chile e Paraguai são paralelas, entre os pontos D e E há 280m.
 $A-B=D-E=280m$

Como $C-B=160m$ e como os pontos B e D são paralelos a distância entre C e D é igual.
 $B-D=C-D=160m$

Respostas: _____

Figura 157. Partes da revista da equipa *Genious of Math* do segundo torneio.

No torneio final, a equipa *Genious of Math* contou com a presença de cinco atletas (Figura 158). O trabalho realizado pela equipa neste torneio (tarefas sorteadas tipo A e B) teve como tema os objetos matemáticos *Teorema de Tales* e *Triângulo de Sierpinski*, estudados nos segundo e terceiro torneios como referido anteriormente.

externato de Vila meã

**Matemática@ XXI
Conexões Surpreendentes**

GINCANA ESCOLAR MATEMÁTICA@ XXI

TORNEIO PRESENCIAL

EQUIPA: Genious of Math 29/março/2015

PROFESSORA: _____

Queridos atletas, esta é a última etapa da nossa Gincana Escolar MATEMÁTICA@XXI!!!

Vocês devem realizar duas tarefas (uma do tipo A e outra do tipo B). Cada uma destas tarefas vale 50 pontos. Há, também, uma questão extra (opcional) que vale 20 pontos.

Apresentem as vossas respostas de forma clara, indicando todos os cálculos e justificações necessários. Vocês trabalharão em equipa, sem consulta a nenhum material.

Podem usar a calculadora. Bom trabalho ☺.

ATLETAS PRESENTES	
1.	☒
2.	☒
3.	☒
4.	☒
5.	☒
6.	☐
7.	☐
8.	☐
9.	☐
10.	☐
11.	☐

*Parabéns!
69 pontos*

*Que ♥ vos!
Lindos ☺*

Figura 158. 45,5% de presença da equipa *Genious of Math* no torneio final.

A apropriação do objeto matemático *Teorema de Tales* pela equipa pode ser verificada pela realização com sucesso da tarefa B.4 como mostra a figura 159. Cabe referir que a equipa não havia acertado a tarefa do segundo torneio cujo objetivo era a aplicação prática do mesmo teorema. A correção da tarefa obteve êxito para a apropriação pelos alunos do conhecimento materializado neste objeto de estudo.

A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-4

No desenho abaixo estão representados os terrenos I, II e III de uma vila portuguesa, localizados entre as ruas das Margaridas e das Rosas.



O sr. Joaquim, proprietário do terreno II, deseja construir um muro para fechar o lado do seu lote que faz frente com a Rua das Rosas, mas não sabe qual o comprimento que irá ter o muro. Ele está com dificuldade em fazer este cálculo e pediu-vos ajuda. Quantos metros de comprimento deverá ter este muro?

$$\frac{24\text{ m}}{u} = \frac{15\text{ m}}{20\text{ m}} \quad \checkmark$$

$$u = \frac{24 \times 20\text{ m}}{15\text{ m}}$$

$$u = \frac{480\text{ m}}{15\text{ m}}$$

$$u = 32\text{ m} \quad \checkmark$$

Res.: O comprimento do muro a ser construído é 32m. ✓

Figura 159. Tarefa relativa ao Teorema de Tales realizada pela equipa *Genious of Math* no torneio final.

Na figura 160 apresenta-se a tarefa A.10 sobre o *Triângulo de Sierpinski*. A equipa *Genious of Math* não obteve sucesso na realização desta tarefa.

A Matemática faz parte da História da Humanidade.



TAREFA A-10

Waclaw Sierpinski (1882-1969) foi um matemático polaco nascido em Varsóvia. O Triângulo de Sierpinski é uma figura da geometria fractal. É obtido a partir de um processo de repetição dos passos iniciais da construção da figura geométrica.

A vossa tarefa é descobrir qual a técnica de desenho desta figura para completar (desenhar) as três etapas seguintes.

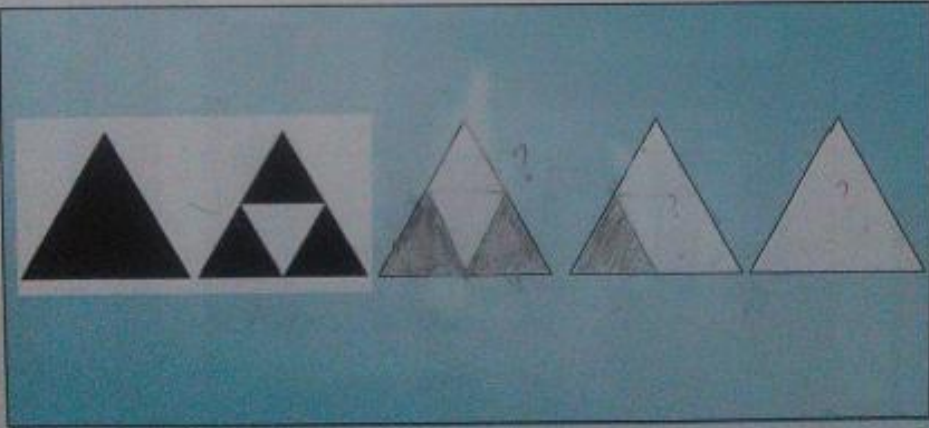


Figura 160. Tarefa relativa ao Triângulo de Sierpinski.

A equipa *Genious of Math*, no torneio final, realizou a atividade opcional com sucesso (95% de acertos), o que aponta para uma apropriação efetiva dos objetos matemáticos assinalados (Figura 161).

EQUIPA: Genious of Math Tarefa extra (vale 20 pontos)

Complete os espaços do quadro à direita com as palavras corretas de acordo com as instruções do quadro à esquerda.

Matemática@ XXI
Conexões Surpreendentes

HORIZONTAIS	VERTICAIS
1. Aquilo que não tem fim	1. Número não racional
2. O que ocorre mais vezes	2. Lugar onde nasceu Tales
3. Matemático que mediu a altura da Pirâmide de Quéops	3. Afirmação que pode ser provada
4. O número irracional ϕ	13. Um dos matemáticos que inventou a Teoria das probabilidades
5. Nome de um dos lados do triângulo retângulo	14. Sequência numérica que modela o crescimento dos coelhos
6. Matemático que inventou os números transfinitos	15. O maior lado de um triângulo retângulo
7. Matemático muito famoso nascido em Samos	16. Nome do matemático que escreveu o livro dos <i>Elementos</i>
8. Número que só tem 2 divisores	17. Objeto geométrico gerado por um padrão que se repete
9. Um triângulo numérico	18. Ângulo que mede 90°
10. Um triângulo fractal	
11. Ciência dos números, das letras e das relações	

Figura 161. Tarefa extra realizada pela equipa *Genious of Math* no torneio final.

A equipa *Genious of Math* somou 92 pontos na primeira etapa da gincana (torneios digitais) e 69 pontos na segunda etapa (torneio presencial). *Estes resultados correspondem a 77% de sucesso na etapa digital e 58% na etapa final. Considerando-se o resultado da segunda etapa em relação ao da primeira, o índice de sucesso é de 75%, o que aponta para um processo de enculturação bem sucedido pelos atletas desta equipa.*

6.2.2. Domínio tecnológico

A associação da rede social *Facebook* com a ferramenta educacional *WebQuest* permitiu a criação de um ambiente virtual de ensino e de aprendizagem, potencializando a utilização dos recursos educacionais disponíveis na *web*. O *Facebook* serviu de cenário para troca de conhecimento e experiências, ultrapassando as possibilidades do espaço físico das salas de aula, proporcionando a criação de um espaço virtual de aprendizagem. Como apresentado anteriormente (secção 6.1.4.), foram muitas e de diversos tipos as situações de comunicação com recurso ao *Facebook* durante a gincana escolar *Matemátic@XXI*. Para compreender melhor o papel desempenhado pelo *Facebook* na gincana *Matemátic@XXI*, escolhemos analisar mais detalhadamente os murais das equipas *Marretas* e *Genious of Math*. O método de análise escolhido foi o de análise de conteúdo por categorização que é adequado à natureza do que se pretende investigar: o uso que foi dado ao *Facebook* no decorrer da gincana (Bardin, 2013).

Consideramos as cinco categorias, que emergiram dos dados, identificadas a partir das diferentes postagens no *Facebook*: A) Apropriação de objetos matemáticos; B) Expressão de emoções; C) Publicação de tarefas; D) Registo semanal; e E) Divulgação da cultura matemática. A partir desta categorização, procedemos à contagem do número de eventos (unidades de registo) de cada categoria no período de 9 de janeiro de 2015 (data da criação dos grupos fechados no *Facebook* das equipas com a investigadora) até 8 de junho de 2015 (data da publicação do resultado final da gincana). Foram, ao todo, cinco meses de comunicação digital, perfazendo 151 dias consecutivos, que exibiram 109 *posts* no mural da equipa *Marretas* e 113 no mural da equipa *Genious of Math* (Figura 162). Para os objetivos deste trabalho, consideramos *posts* as publicações identificadas pelo *Facebook* como unidades, com data e horário especificado no cabeçalho. Num *post* podem ser considerados diferentes eventos (unidades de registo).

Categorias	Definição operatória		Frequências absoluta e relativa da categoria em relação ao total de posts			
			Equipa MARRETAS (109 posts)		Equipa GENIOUS OF MATH (113 posts)	
A. Apropriação de objetos matemáticos	Situações em que os alunos publicam seus trabalhos na gincana demonstrando apropriação dos objetos matemáticos.		12 (11%)		4 (3,5%)	
B. Expressão de emoções	Situações em que os alunos manifestam emoções por palavras, por símbolos e por gestos.		13 (12%)		5 (4,4%)	
C. Publicação de tarefas	Publicação das <i>WebQuests</i> que fizeram parte da gincana.		8 (7,3%)		8 (7,1%)	
D. Registo semanal	Saudações, recados, informações, perguntas, fotos dos encontros e realizações dos alunos.	D1. Saudações/recados/informações	51 (47%)	76 (70%)	52 (46%)	87 (77%)
		D2. Fotos dos encontros/realizações	25 (23%)		35 (31%)	
E. Divulgação da cultura matemática	Publicação de vídeos, fotos e sites de conteúdos matemáticos.		17 (16%)		17 (15%)	

Figura 162. Categorização das situações de comunicação com recurso ao *Facebook* publicadas nos murais das equipas *Marretas* e *Genious of Math*.

O processo de enculturação matemática é interpessoal e ocorre na interação professor-alunos e aluno-aluno. Através da interação, os alunos compartilham significados e diferenças, apropriando-se dos objetos matemáticos (Bishop, 1991). Na gincana *Matemática@XXI*, o *Facebook* sustentou uma plataforma digital de comunicação que comportou formas variadas e diferentes objetivos. Os dados analisados referentes às publicações nos murais dos *Marretas* e dos *Genious of Math* apontam para um comportamento relativamente homogéneo das duas equipas em relação ao uso do *Facebook*. A equipa *Marretas* apresentou um uso mais intenso do *Facebook* em relação aos *Genious of Math* nas situações de *apropriação de objetos matemáticos* e *expressão de emoções*.

Para além de ser o suporte digital de publicação das *WebQuests*, que compuseram a gincana escolar *Matemática@XXI*, podemos constatar que o *Facebook* cumpriu, maioritariamente (70% - 77% das postagens), o papel de comunicar saudações,

informações, recados e registos dos encontros e realizações das equipas – registo semanal (Figura 163).

Considerando que a educação é, essencialmente, um fenómeno social e comunicativo, o *Facebook* ocupou, desta forma, o lugar de interação entre os participantes. Desempenhou um papel de álbum de recordação no qual as vivências quotidianas eram registadas e partilhadas. Os alunos tiveram à sua disposição um espaço virtual no qual puderam escrever a história, pessoal e coletiva, de envolvimento com a cultura matemática durante a gincana *Matemátic@XXI*.

A comunicação com recurso ao *Facebook* durante a gincana também incluiu diálogos através de mensagens privadas entre os alunos e a investigadora e entre os alunos entre si. Houve, igualmente, comunicações processadas entre os perfis pessoais de cada um. Estas situações não foram consideradas para a estatística apresentada nesta análise.

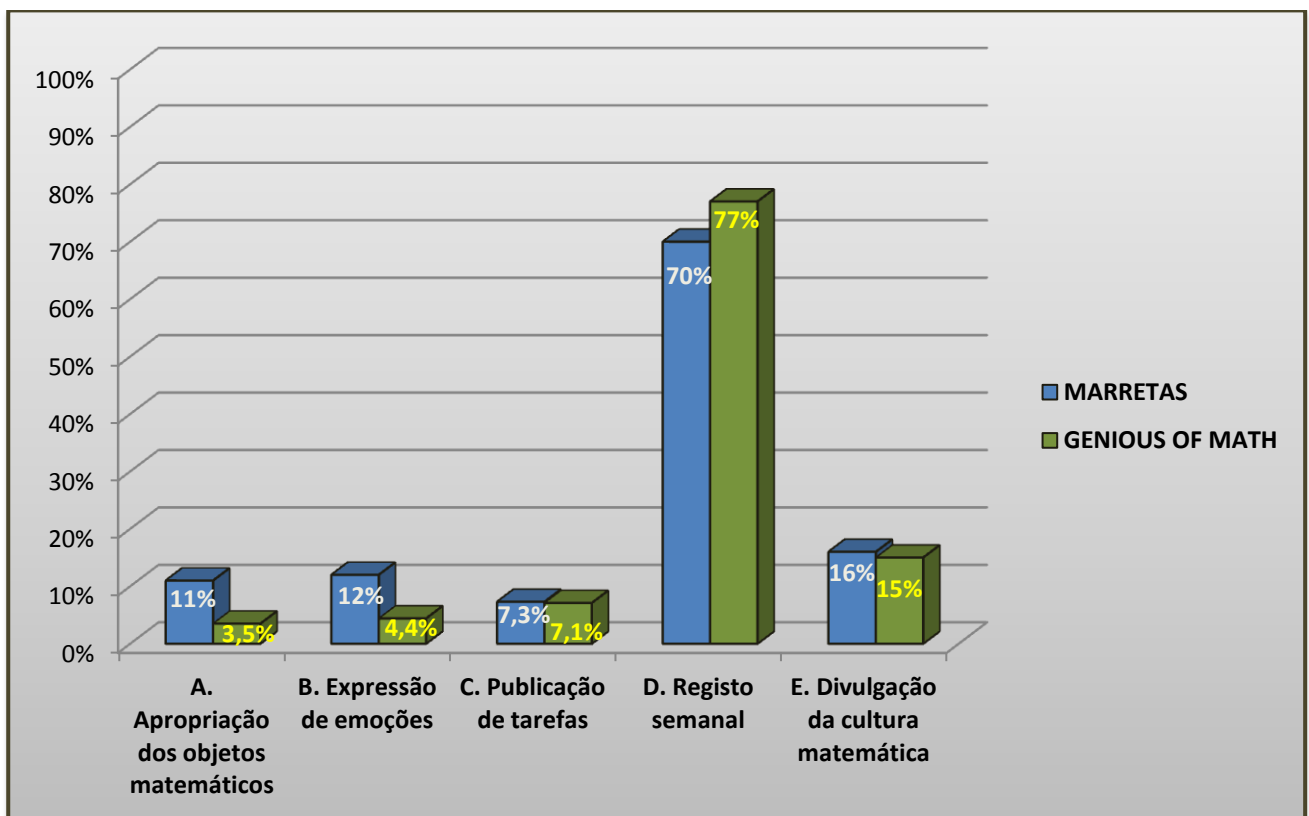


Figura 163. Frequências relativas das categorias das situações de comunicação com recurso ao *Facebook* publicadas nos murais das equipas *Marretas* (109 posts) e *Genious of Math* (113 posts).

6.2.3. Domínio afetivo

O domínio afetivo desempenha um papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. A conjugação dos domínios afetivo e cognitivo na dinâmica do cenário pedagógico constituiu-se como um dos pressupostos teóricos da gincana escolar *Matemátic@XXI* e a promoção de uma relação positiva dos alunos em relação à Matemática está entre os principais objetivos deste trabalho.

A afetividade envolve as crenças, atitudes e emoções que influenciam e determinam o comportamento do aluno como um todo (Chacón, 2003; Damásio, 2011). Para fins de avaliação da afetividade experimentada pelos alunos no decorrer da gincana, consideramos o conceito de *global affect* utilizado por Chacón (2000) que designa a identidade e as crenças que cada aluno constrói de si próprio e da sua relação com a Matemática e a sua aprendizagem, a partir das suas experiências em atividades matemáticas em determinado contexto sociocultural. O conceito de *global affect* é investigado na perspetiva de *cenários complexos* que considera o aluno na interação com os seus colegas e professores no seu contexto sociocultural (Chacón, 2000, 2003). Neste sentido, recolhemos dados de diferentes fontes – revistas produzidas pelas equipas, comunicações no *Facebook*, entrevista aos alunos - que nos permitiram compor um retrato que fosse representativo do *global affect* construído pelos alunos a partir da sua experiência na gincana. Utilizamos, para este fim, as diferentes expressões pertencentes ao domínio afetivo (crenças, atitudes e emoções) dos alunos de duas equipas, *Marretas* e *Genious of Math*, em diversos momentos da competição.

A figura 164 apresenta trechos da entrevista da investigadora com dois atletas da equipa *Marretas* (J. A. e J. I.). Esta entrevista, realizada no final de todos os torneios, é uma fonte de dados bastante significativa para a composição de um retrato representativo da afetividade (*global affect*) vivenciada pelos alunos durante a gincana.

Entrevista da investigadora com um aluno (J. A.) e uma aluna (J. I.) da Equipa *Marretas*

Investigadora	Como foi para você a participação na gincana <i>Matemática@XXI</i> ?
J. I.	Foi boa porque aprendemos muito bem, tivemos mais conhecimentos históricos sobre antepassados nossos, foi muito bom.
Investigadora	A participação na gincana modificou a forma como vocês enxergam a matemática?
J. I.	Sim, bastante.
J. A.	Sim, agora é melhor porque é mais divertida.
J. I.	Ajudou a compreendermos muito melhor a matemática. Conhecemos melhor.
J. A.	(...) Alguns alunos que gostavam menos agora passaram a encarar a matemática com outro olhar.
J. I. (sobre o uso da Internet)	(...) Funcionou bem. Nós tivemos acesso a diversos sites para conseguir realizar os nossos trabalhos, funcionou bem.
J. A.	Tivemos uma experiência melhor a pesquisar na Internet.
J. I. (sobre o uso do Facebook)	Foi uma ótima ideia, foi uma maneira para conseguirmos nos comunicar, sem ser pessoalmente, foi uma ótima maneira.
Investigadora	A questão de trabalharmos numa gincana, uma competição... Isto foi positivo ou negativo?
J. A.	Positivo. Queremos ser melhores do que os outros e assim conseguimos elaborar mais o nosso raciocínio, o nosso pensamento.
J. I.	É positiva. Temos mais força para conseguir o nosso objetivo.
Investigadora	Você gostaria que esta forma de aprender matemática (a gincana) continuasse a acontecer em sua escola?
J. A.	Sim.
J. I.	Sim.
Investigadora	Se você pudesse resumir a sua experiência na gincana <i>Matemática@XXI</i> em uma palavra, qual seria?
J. A.	Espetacular.
J. I.	Divertida, foi muito divertida.

Figura 164. Transcrição de trechos da entrevista com dois alunos da equipa *Marretas*.

A aluna J. I. expressa o seu gosto por ter participado na experiência da gincana porque “aprendemos muito bem, tivemos mais conhecimentos históricos”. Estes discursos acontecem num momento de avaliação final da gincana, o que aponta para *uma experiência promotora de uma afetividade (global affect) mais positiva para com a disciplina*. Ambos os alunos entrevistados afirmam que a participação na gincana os ajudou a melhor compreender a Matemática e que agora a consideram mais divertida. Como resumo da experiência na gincana, J. A. disse que foi “espetacular” e J. I., “muito divertida”.

As crenças que os alunos desenvolvem a respeito da Matemática são muito relevantes para a sua aprendizagem e para a sua relação com a disciplina. A figura 165 exibe um excerto da revista do primeiro torneio elaborada pela equipa *Genious*

of Math em que se afirma que “Pitágoras foi uma grande ajuda para a Matemática”. Esta percepção da Matemática como ciência construída historicamente pelos homens constrói um paradigma diferente daquele que coloca a Matemática num mundo (distante da história dos homens) onde habitam as ideias perfeitas a serem descobertas. Os alunos manifestam a sua proximidade com a Matemática quando referem “o nosso amigo Pitágoras”.

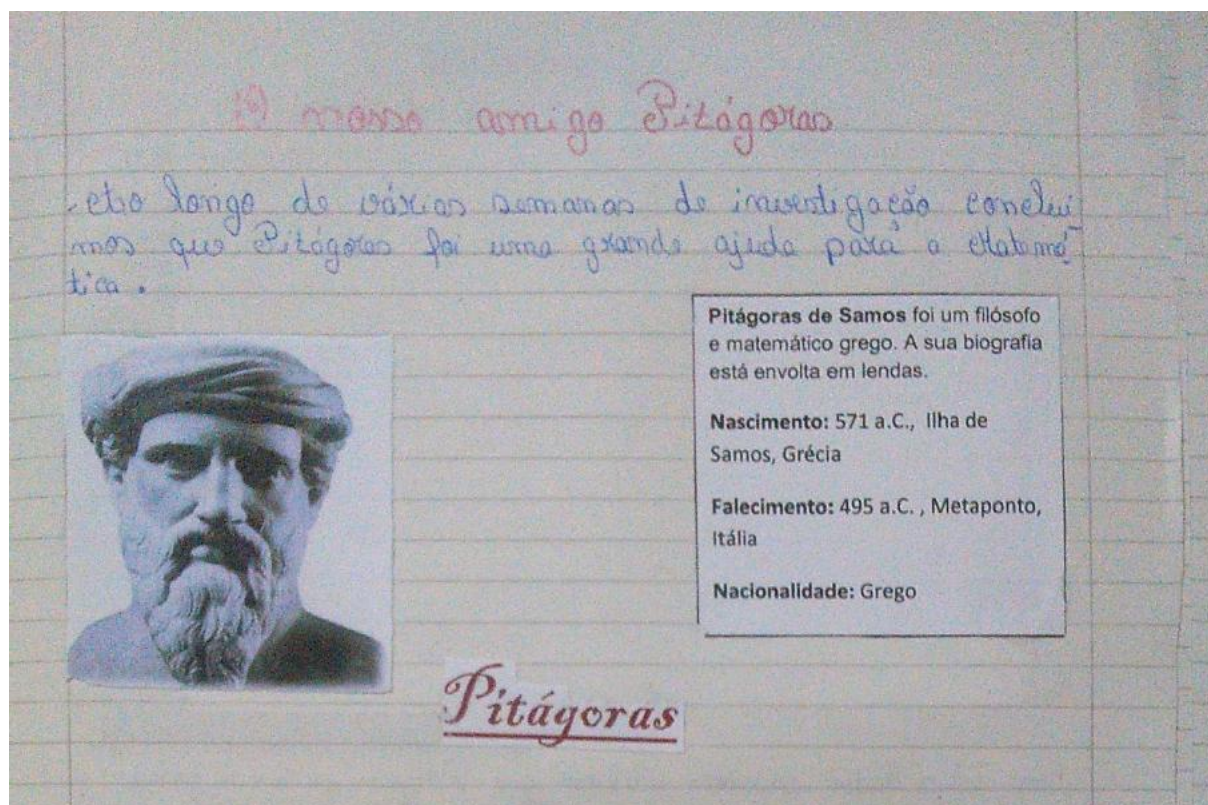


Figura 165. Excerto da revista relativa ao primeiro torneio da equipa *Genious of Math*.

A figura 166 apresenta uma página da revista do quarto torneio elaborada pela equipa *Genious of Math* em que se fazem duas afirmações sobre a Matemática: “A Matemática não mente. Mente quem faz mau uso dela” e “A Matemática é a mais simples, a mais perfeita e a mais antiga de todas as ciências”. Estas ideias sustentam uma crença da Matemática como ciência da verdade e da perfeição.

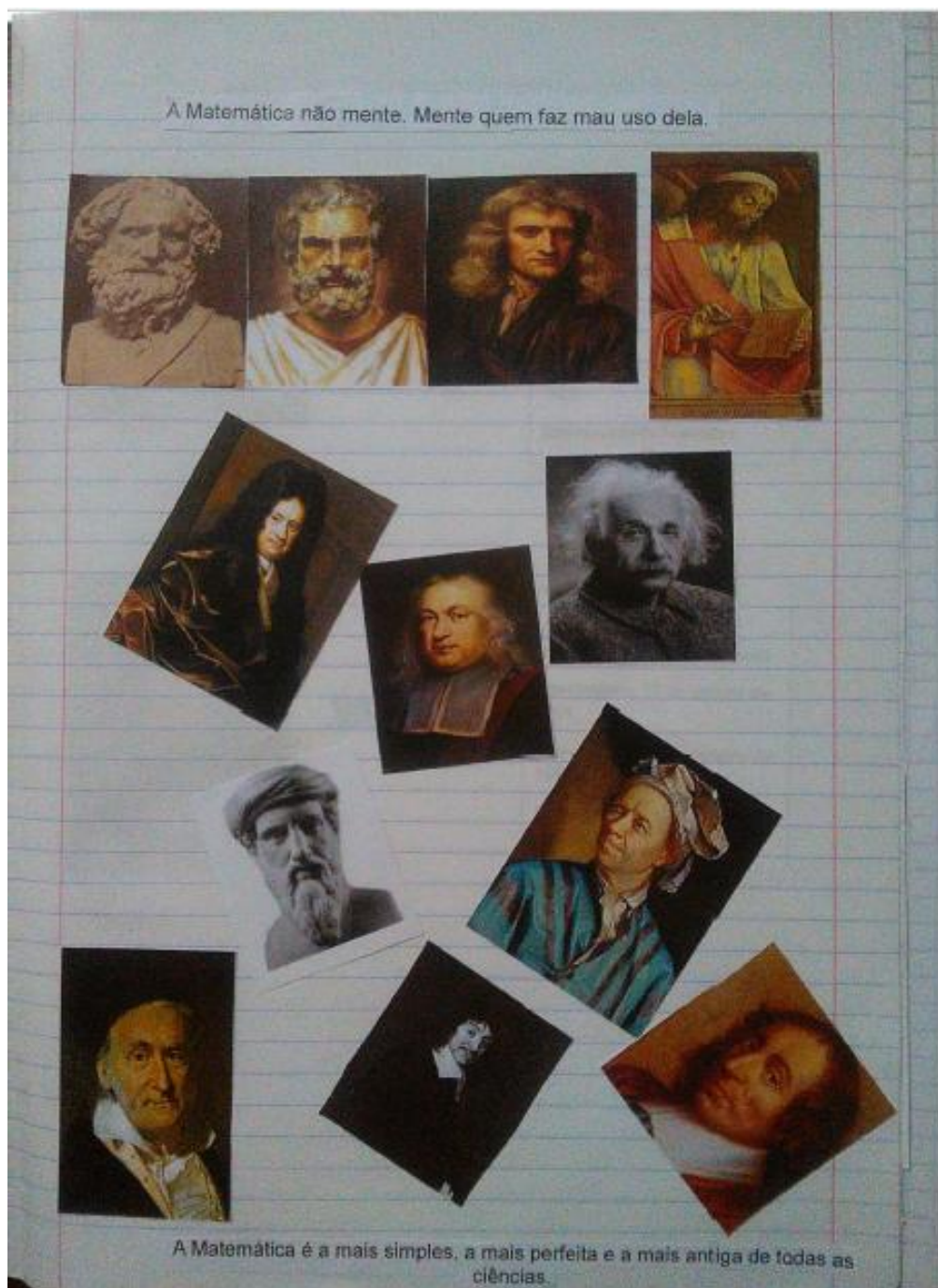


Figura 166. Excerto da revista relativa ao quarto torneio da equipa *Genious of Math*.

As atitudes tomadas pelos alunos no decorrer das atividades matemáticas podem constituir-se como um fator positivo ou negativo para a aprendizagem da disciplina. A figura 167 mostra uma parte de um diálogo da investigadora com uma aluna da equipa *Genious of Math*, em 12 de janeiro de 2015, pelo *Facebook*. Nesta conversa digital, a aluna revela uma atitude de interesse quanto ao desafio proposto na

gincana. O interesse é uma atitude positiva para a aprendizagem matemática (Chacón, 2000, 2003).



Figura 167. Parte de um diálogo pelo Facebook da investigadora com uma aluna da equipa *Genious of Math*.

Na figura 168, apresenta-se outro diálogo, posterior a este, em 5 de maio de 2015, da investigadora com a mesma aluna da equipa *Genious of Math*. Nesta conversa digital, a aluna demonstra, além do interesse, outra atitude positiva para a aprendizagem matemática: a perseverança – “nos nunca vamos desistir”.



Figura 168. Parte de um diálogo pelo Facebook da investigadora com uma aluna da equipa *Genious of Math*.

Na figura 169, evidencia-se outro diálogo, ocorrido a 28 de maio de 2015, à noite, entre a investigadora e uma aluna da equipa *Marretas*. Nesta conversa digital, a aluna demonstra uma atitude de compromisso e interesse para com o trabalho da gincana. O compromisso é uma atitude positiva para a aprendizagem matemática (Chacón, 2000, 2003).



Figura 169. Parte de um diálogo pelo Facebook da investigadora com uma aluna da equipa *Marretas*.

Na figura 170, apresentam-se duas ilustrações que compuseram duas das revistas feitas pela equipa *Marretas*. Elas representavam os objetos matemáticos *sete* e *infinito*, temas dos segundo e terceiro torneios. Estes desenhos revelam uma atitude de proximidade e descontração dos alunos para com os objetos matemáticos (o número 7 é representado por uma girafa e o símbolo do infinito é florido). Esta atitude é positiva porque favorece uma aproximação da Matemática à vida dos alunos.



Figura 170. Ilustrações dos objetos matemáticos *sete* e *infinito* feitas pela equipa *Marretas*.

As emoções que os alunos experimentam durante a realização das atividades matemáticas influenciam diretamente a sua aprendizagem (Chacón, 2000, 2003). A figura 171 exibe uma página de uma das revistas elaborada pela equipa *Genious of Math* em que os atletas expressam o seu gosto pela Matemática: ‘we love math’ e desenham “corações matemáticos”. Esta é uma emoção positiva que estimula e motiva para a aprendizagem da Matemática.

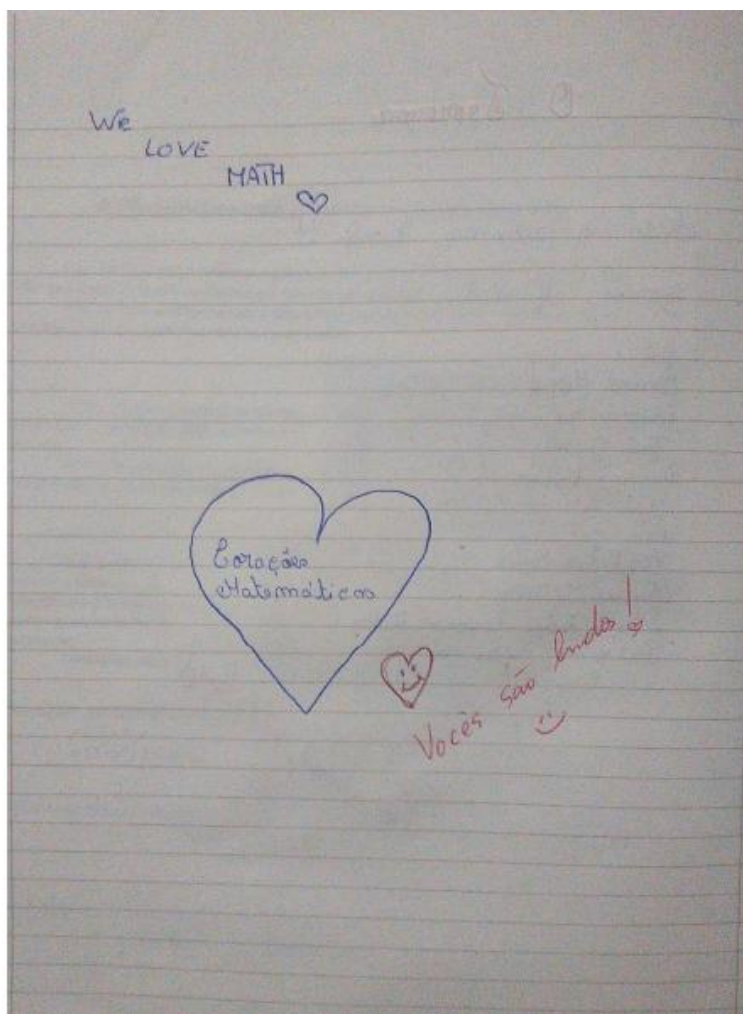


Figura 171. Página de uma revista da equipa *Genious of Math*.

A figura 172 apresenta um excerto do mural do *Facebook* da equipa *Marretas* em que os alunos expressam emoções de autoconfiança e alegria (*emoticons*), o que contribui positivamente para a motivação para a aprendizagem matemática.



Figura 172. Excerto do mural do *Facebook* da equipa *Marretas*.

Numa outra revista, como exibido na figura 173, a equipa *Genious of Math* volta a declarar o seu apreço pela Matemática através do desenho de um coração. Estas emoções positivas manifestadas pelos alunos em diversos momentos apoiam um ambiente pedagógico favorável para a aprendizagem matemática.

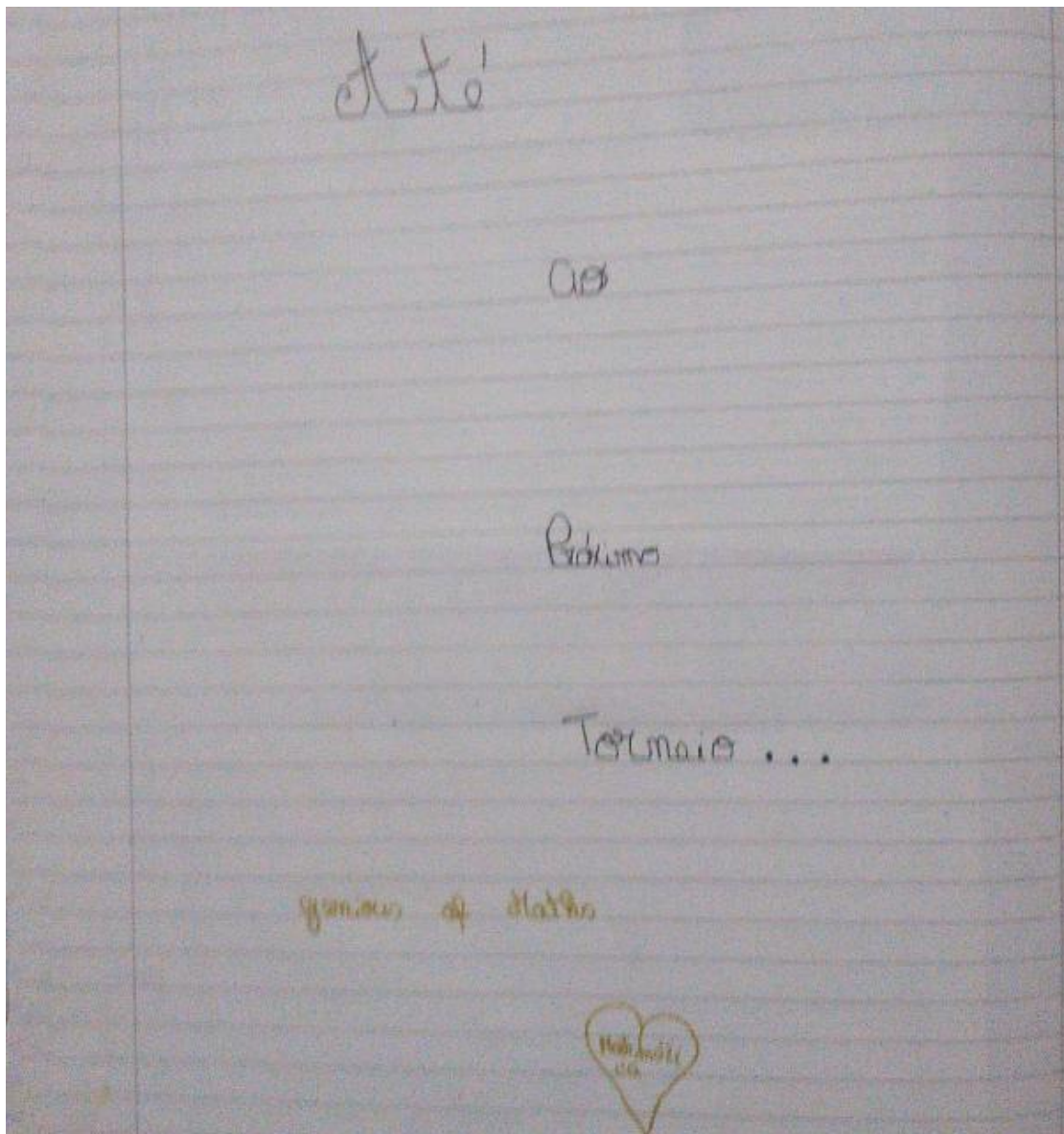


Figura 173. Página de uma revista da equipa *Genious of Math*.

A figura 174 apresenta um trecho de um diálogo no *Facebook* entre a investigadora e uma aluna da equipa *Marretas*. Nesta conversa, a atleta manifesta sua expectativa pela publicação das classificações das equipas na gincana. Esta ansiedade, contudo, é uma emoção positiva, pois revela o interesse despertado na aluna pelo trabalho na gincana. Demonstra, igualmente, a valorização que a aluna deu à competição, facto que se repetiu com todas as equipas.



Figura 174. Parte de um diálogo pelo Facebook entre a investigadora e uma aluna da equipa Marretas.

A figura 175 exhibe, mais uma vez, numa capa de revista da equipa, a emoção positiva que os atletas da *Genious of Math* desenvolvem pela Matemática.

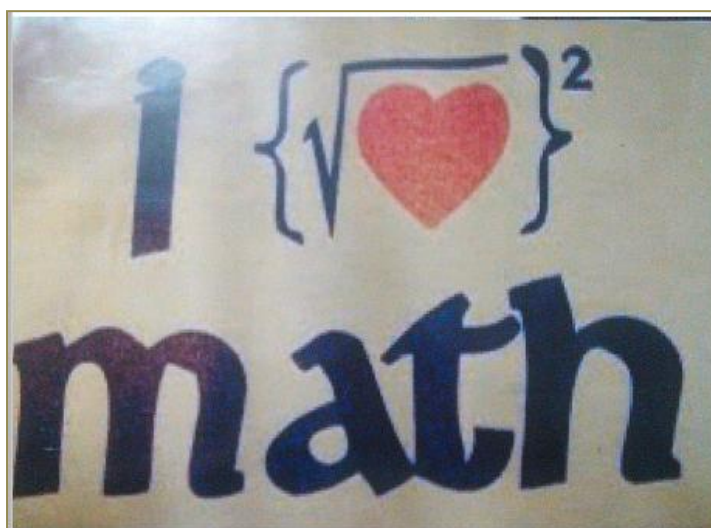


Figura 175. Capa duma revista da equipa *Genious of Math*.

A figura 176 exhibe outro momento de diálogo no *Facebook* entre a investigadora e uma atleta da equipa *Genious of Math*. Nesta conversa, a aluna expressa a alegria pelo trabalho na gincana e a sua expectativa pela próxima tarefa. Ambas as emoções são positivas e promovem um estado favorável para a aprendizagem matemática.



Figura 176. Diálogo digital entre a investigadora e uma aluna da equipa *Genious of Math*.

Muitas foram as formas e diversos os momentos em que os alunos participantes da gincana *Matemátic@XXI* expressaram as suas crenças, atitudes e emoções em relação à Matemática. Considerando-se que seja consistente uma generalização destes resultados (e os demais dados recolhidos apontam neste sentido), então, a experiência dos alunos na gincana *Matemátic@XXI* contribuiu para a construção de uma afetividade (*global affect*) positiva em relação à Matemática. As situações selecionadas e apresentadas anteriormente revelaram um retrato bastante positivo da estrutura afetiva (*global affect*) construída pelos alunos no decorrer da gincana.

A figura 177 finaliza este quadro geral apresentando uma pequena parte de um diálogo, dentre muitos, da investigadora com uma atleta da equipa *Marretas*. A aluna revela, por uma figura, uma emoção muito positiva – a surpresa – que impulsiona a vontade de aprender Matemática – uma Matemática surpreendente.



Figura 177. A emoção expressa numa figura por uma aluna da equipa *Marretas*.

CAPÍTULO VII

Conclusões

7.1. Síntese do estudo

A motivação primeira para este estudo foi a constatação de que o ensino da Matemática básica não tem alcançado os objetivos educacionais a que se propõe. Não obstante a Matemática estar presente na grade curricular das escolas de todo o mundo e ser considerada socialmente uma disciplina muito importante, o desempenho escolar da maioria dos alunos neste domínio está muito aquém do esperado e pretendido. Esta situação de insucesso é, atualmente, um quadro comum na Matemática básica a nível mundial (Bishop, 1991, 2008b).

Vivemos numa época globalizada e tecnológica em que, cada vez mais, a Matemática é necessária para o desempenho de uma cidadania crítica, ativa e reflexiva. O ensino da Matemática deve, então, promover nos alunos habilidades e competências para a vida na sociedade do século XXI como sujeitos capazes de ler, interpretar e transformar a sua realidade (D'Ambrosio, 2009).

Ensinar é uma atividade intencional e deliberada de transmissão cultural que exige a opção por caminhos com definição de critérios e objetivos para a prática docente. É certo que, em geral, as nossas escolhas pedagógicas não estão garantindo uma educação matemática inclusiva e promotora de cidadania. Neste sentido, Bishop (1991) propõe-nos algumas questões: "...do we really know what the reasons are

for the mathematical activity which goes on in schools? Do we really have confidence in our criteria for judging what's important and what isn't? Do we really know what we should be doing?" (p. xi).

Há, ainda, outro aspeto essencial a ser considerado em se tratando da educação básica. A Educação tem como finalidade precípua o desenvolvimento humano dos alunos em ligação estreita com o desenvolvimento da cultura e da sociedade. É pela Educação que os homens se humanizam, isto é, se apropriam da cultura humana construída historicamente (Leontiev, 1978). A Educação é um processo essencialmente social. O ensino da Matemática deve ter em conta a centralidade do aluno no processo educativo.

Tendo em conta estas premissas, considerando a intencionalidade da prática educativa e a necessidade de fazer escolhas, propus-me, então, desenvolver, experimentar e avaliar um produto educacional para o ensino da Matemática que contribuísse para a construção de um novo cenário escolar que promovesse uma educação matemática básica de qualidade e inclusiva para os nossos alunos. Assim surgiu a gincana escolar *Matemátic@XXI*: um produto pedagógico que tem como objetivos promover a educação matemática dos alunos numa perspetiva cultural, bem como uma melhor relação dos alunos com a Matemática. Tudo isto num contexto educativo colaborativo e afetivo, integrando as novas tecnologias.

Desta forma, este trabalho tem a intenção de disponibilizar uma opção para o ensino da Matemática a partir de uma abordagem cultural que responda às questões anteriormente levantadas. De acordo com Bishop (1991), pretendemos contribuir para a construção de um novo paradigma para a educação matemática dos nossos jovens: passarmos de um ensino que prioriza o fazer e a técnica (*way of doing*) para uma perspetiva cultural de ensino em que a compreensão e as conexões da Matemática com a Vida, com a História e as outras ciências sejam valorizadas (*way of knowing*).

Dois outros aspetos foram essenciais no desenho deste projeto: ter em consideração o papel fundamental da afetividade na aprendizagem matemática dos alunos (Damásio, 2011; Chacón, 2000) e a necessidade inadiável e incontornável de se integrar as tecnologias digitais no trabalho educativo (Costa, 2011).

A metodologia de investigação utilizada foi a *design research* que possibilita o desenho de ambientes de aprendizagem inovadores. Tem um caráter fortemente

intervencionista e pragmático além de oferecer a possibilidade de conjugar teoria e prática no desenho de produtos educacionais (DBRC, 2003). Assim, três questões nortearam esta investigação: (1) De que modo a intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* contribuiu para o desenvolvimento de uma relação mais positiva dos alunos com a matemática e com a aprendizagem matemática?, (2) De que modo a intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* contribuiu para a enculturação matemática dos alunos?, e (3) De que modo o artefato digital *Matemátic@XXI* funcionou como instrumento de mediação da atividade matemática dos alunos? Na próxima secção, apresento as respostas às três questões de investigação.

7.2. Conclusões do estudo

7.2.1. O papel da intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* no desenvolvimento de uma relação mais positiva dos alunos com a Matemática

A afetividade e a cognição são instâncias indissociáveis do pensamento humano (Damásio, 2011). A gincana *Matemátic@XXI* teve em conta, no seu desenho e no seu desenvolvimento, este papel central da afetividade no processo de aprendizagem matemática que não pode ser concebido como um percurso meramente cognitivo (Chacón, 2000). O trabalho realizado ao longo da gincana foi marcadamente afetivo, inclusivo e colaborativo. A *Matemátic@XXI* dirigiu-se a todos os alunos, independente do seu desempenho escolar na Matemática (caráter inclusivo), o trabalho realizou-se em equipas (caráter colaborativo) e a afetividade dos alunos foi um elemento importante da experiência (caráter afetivo). Os dados recolhidos ao longo da competição revelam uma adesão afetiva significativamente positiva dos alunos à proposta da gincana. Apontam para uma experiência pessoal positiva dos participantes com a Matemática no decorrer da gincana *Matemátic@XXI* o que contribui para a construção de uma estrutura global de afetividade (*global affect*) também positiva destes alunos em relação à disciplina (Chacón, 2003). Os alunos expressaram, em diversos momentos e situações, a sua alegria em aprender Matemática. Manifestaram a sua confiança em conquistar bons resultados e a vontade de prosseguir neste caminho *diferente* de aprendizagem

matemática. Revelaram, também, acreditar na importância da Matemática para sua vida, presente e futura.

Nos encontros presenciais semanais com a investigadora, as equipas, embora não tivessem obrigatoriedade de estar presentes, faziam questão de comparecer na biblioteca da escola para conversarem sobre as suas realizações nas tarefas, as suas dificuldades de organização do trabalho em equipa e as suas novas descobertas matemáticas.

O ambiente de partilha e colaboração marcou a experiência do *Matemátic@XXI*. As equipas, embora bastante heterogêneas tanto no quesito de diferenciação pessoal (meninos/meninas; turmas; condição social) quanto escolar (maior/menor desempenho em Matemática), desenvolveram todo o trabalho de forma solidária e interativa. Os alunos com mais dificuldades eram ajudados pelos seus colegas de equipa de tal maneira que também participavam das tarefas e, por consequência, apropriavam-se do conhecimento em causa. Não se sentiam excluídos do trabalho e, desta forma, ganharam autoconfiança na sua relação com a Matemática. Por outro lado, os alunos com melhor desempenho em Matemática sentiam-se orgulhosos por estarem auxiliando os seus companheiros.

Foram diversos os relatos entusiasmados das experiências de aprendizagem matemática. Muitos alunos declararam o seu contentamento em conhecer *pessoalmente* alguns personagens matemáticos como Pitágoras, Tales e Cantor. Nas respostas dos alunos aos questionários *online* integrados nas *WebQuests* dos diferentes torneios, a maioria dos participantes expressou que teve muito gosto em aprender Matemática desta maneira diferente e poder trabalhar em equipa.

A abordagem histórico-cultural do currículo adotada na gincana *Matemátic@XXI* favoreceu a perceção de uma Matemática viva e vibrante, feita por homens e para os homens. Conforme Chacón (2000), é através de experiências locais positivas com a Matemática que os alunos desenvolvem uma identidade própria também positiva como aluno de Matemática. Constroem uma estrutura afetiva (*global affect*) marcada pela confiança e pelo gosto em aprender.

A experiência na gincana *Matemátic@XXI* evidenciou a profunda ligação entre afetividade e cognição e a relevância do papel dos afetos no contexto educativo, nomeadamente em relação à Matemática. Entretanto, os resultados das aprendizagens dos alunos expressam uma conquista muito mais valiosa na

perspetiva da enculturação matemática: eles ganharam uma nova visão da Matemática, perceberam a sua ligação com a Vida e a História humanas. Ao longo do processo de envolvimento com a Matemática durante a gincana *Matemátic@XXI*, os participantes apropriaram-se dos objetos da cultura matemática de tal maneira que os fizeram perceber a Matemática como “muito importante”, “mais gira”, “mais fácil” e “ligada ao meu mundo”. A crença dominante de que a Matemática “é só para génios” também perdeu força, o que revela uma conquista de autoconfiança dos alunos diante da Matemática.

Continuar a investigação do papel da afetividade na educação matemática, particularmente no sentido da sua estrutura geral (*global affect*), mostra-se necessário. A autoconfiança dos alunos frente à Matemática é uma questão central que ainda carece de estudo. Igualmente importante é a necessidade de fomentar, nas escolas, uma nova estrutura de crenças e valores em relação à Matemática e seu ensino que marquem uma transformação de um cenário de exclusão para um novo horizonte integrador, inclusivo e promotor de desenvolvimento humano e social.

7.2.2. O papel da intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* na enculturação matemática dos alunos

A educação matemática dos nossos dias é marcadamente tecnicista e excludente. Baseia-se em falsas premissas tais como um processo de aprendizagem impessoal, um ensino ditado por textos e manuais elaborados por especialistas e um currículo orientado para as técnicas (Bishop, 1985, 1988, 1991, 2004, 2008a, 2008b). A educação matemática suportada por estas premissas só atende a uma minoria de alunos. Como podemos justificar um desenho pedagógico que exclui, a priori, a maioria dos destinatários do trabalho educativo?

A Matemática é um produto cultural construído pelas diferentes sociedades humanas ao longo da história. Cabe à escola a promoção da enculturação de todos os seus alunos neste universo da cultura matemática. A educação matemática inclusiva não pretende apenas ensinar *alguma* Matemática aos alunos. Tem objetivos mais ambiciosos e complexos: educar os alunos *sobre* a Matemática, *através* da Matemática e *com* a Matemática (Bishop, 1991). Este enfoque implica uma mudança de paradigma na educação matemática: passar de uma ênfase na

técnica para um destaque na compreensão. Neste sentido, a enculturação matemática vai além dos cálculos e procedimentos, dos fazeres; abrange também as componentes sociais e culturais da Matemática.

A intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* caracterizou-se por esta abordagem cultural do ensino da Matemática. As tarefas propostas nos diferentes torneios abrangiam as três componentes do currículo de enculturação matemática: (i) a *componente simbólica*; (ii) a *componente social*; e (iii) a *componente cultural* (Bishop, 1991). Os resultados apresentados pelas equipas na resolução das tarefas que lhes foram propostas na gincana demonstram uma apropriação dos diferentes objetos da cultura matemática: conceitos, processos, personagens, etc. A enculturação matemática é um processo abrangente e contínuo de envolvimento de cada aluno com a cultura matemática. Na intervenção pedagógica *Matemátic@XXI*, este processo é desvelado na produção dos alunos, particularmente, nas revistas editadas pelas equipas durante os torneios digitais. Nestes trabalhos, os alunos revelaram a sua apropriação dos *conceitos* matemáticos – por exemplo, o circuncentro de um triângulo, os números primos, a sequência de Fibonacci, a moda, dos seus *processos* – por exemplo, uma prova do teorema de Pitágoras, o teorema fundamental da aritmética, as dízimas finitas e infinitas, as inferências estatísticas, e dos seus *personagens* – por exemplo, Pitágoras, Tales de Mileto, Georg Cantor, Pascal e Fermat. No torneio final, em que as equipas não puderam solicitar ajuda aos professores nem à investigadora e, também, não tiveram acesso à *Internet*, os alunos puderam demonstrar de forma mais evidente a sua apropriação dos objetos da cultura da matemática utilizando-os como seus instrumentos cognitivos para a realização das tarefas propostas (Leontiev, 1978).

Os dados da intervenção pedagógica *Matemátic@XXI* permitem afirmar que os alunos participantes na gincana tiveram uma experiência relevante de enculturação matemática. A maioria dos alunos expressou o seu desejo pela continuidade desta experiência na sua escola e revelou que gostavam mais da Matemática a partir desta experiência.

O processo de enculturação matemática experimentado no *Matemátic@XXI* colocou em destaque a pertinência de uma abordagem cultural para o ensino da Matemática no sentido de promover uma aprendizagem com compreensão e o desenvolvimento de capacidades e habilidades novas nos alunos. Educar é fazer escolhas. Estes resultados sublinham a necessidade de uma mudança nas práticas pedagógicas no domínio da Matemática no sentido de promover um ensino

inclusivo e significativo para os nossos alunos. É preciso, no entanto, aprofundar a investigação e promover discussões e novas experiências no âmbito das escolas para favorecer esta mudança de paradigma no domínio da educação matemática básica. A questão central que ainda demanda por respostas é: Por que a prática educativa tecnicista e excludente na educação matemática ainda é dominante na cultura escolar? Como promover uma cultura escolar inclusiva para a educação matemática? Qual o papel dos professores na perspetiva de enculturação para a educação matemática? A experiência da *Matemátic@XXI*, embora local e com suas particularidades, nos dá elementos para inferir que a mudança do paradigma tecnicista para o paradigma cultural traz resultados positivos para a aprendizagem dos alunos.

7.2.3. O papel de mediação do artefacto digital *Matemátic@XXI* na atividade matemática dos alunos

O processo de ensino-aprendizagem é um fenómeno eminentemente comunicativo. Os dados recolhidos ao longo da gincana permitem afirmar que as tecnologias digitais presentes na gincana *Matemátic@XXI*, nomeadamente o *Facebook* e as *WebQuests*, desempenharam um papel fundamental como meio de comunicação e interação social no decorrer da competição. As atividades dos alunos foram todas desenvolvidas com recurso ao *Facebook*, que proporcionou uma ampliação das potencialidades da sala de aula tradicional, como ilustrado nos exemplos apresentados.

Os alunos que frequentam, nos dias de hoje, o ensino básico são adolescentes nascidos em pleno século XXI para os quais a tecnologia é transparente. Isso quer dizer que estes jovens convivem com o telemóvel, o computador, a *Internet*, a TV por cabo e com os jogos eletrónicos desde que nasceram; estão acostumados à ação e à interatividade. Assim sendo, fazer uso da rede social *Facebook* que eles, na sua maioria, já utilizam nas suas comunicações pessoais diárias, favoreceu a inclusão da Matemática como tema das suas conversas *online*, aproximando a cultura matemática das suas vidas e motivando os alunos para participar nas atividades propostas. Além disso, permitiu alargar as fronteiras físico-temporais da escola. Deste modo, o *Facebook*, associado às *WebQuests*, no contexto da gincana *Matemátic@XXI*, contribuiu para desenvolver uma atitude positiva face à

Matemática, vendo-a relacionada com o seu quotidiano e sentindo-a como ciência humana em evolução constante.

O *Facebook* serviu vários propósitos no âmbito da competição *Matemátic@XXI*. Enquanto a publicação de tarefas (*WebQuests*) foi um uso do *Facebook* pensado à priori, a maioria das utilizações desta rede social emergiu no decorrer da gincana. Os alunos recorreram ao *Facebook* para partilhar a sua apropriação de objetos matemáticos vários, serviram-se do *Facebook* para exprimir emoções, usaram o *Facebook* como um veículo de comunicação e registo de aspetos vários ligados com a logística do trabalho na gincana, e encontraram no *Facebook* um meio de divulgação da cultura matemática. Embora esta última utilização do *Facebook* não tenha surgido por iniciativa dos alunos mas sim da investigadora, ela tornou-se importante no desenrolar da gincana.

Analisando a atividade dos alunos no contexto da gincana *Matemátic@XXI*, à luz da teoria de Leontiev (1978), o *Facebook*, associado às *WebQuests*, desempenhou, de facto, um papel de instrumento de mediação entre os alunos (sujeitos) e a cultura matemática (objeto). A atividade dos alunos, baseada nas *WebQuests* e apoiada pelo *Facebook*, permitiu que se apropriassem de vários objetos da cultura matemática. Além disso, os verbos de ação empregados pelos utilizadores do *Facebook* – publicar, partilhar, visualizar, gostar – são um indicativo da cultura de comunicação e partilha incentivada por esta rede social que, neste contexto, funcionou como um ambiente digital de aprendizagem.

Desta forma, o *Facebook* proporcionou um ambiente amigável e colaborativo para a enculturação matemática dos alunos através do desenvolvimento de uma experiência (a gincana), pessoal e coletiva, com a Matemática, seus objetos, processos e personagens (Bishop, 1991). Permitiu também apresentar aos alunos, nos murais das equipas respetivas, recursos digitais disponíveis na *web* tais como vídeos do *YouTube*, páginas educacionais, imagens motivacionais que propiciaram experiências diversificadas para uma aprendizagem matemática significativa.

Durante o desenrolar do projeto *Matemátic@XXI*, a comunicação, com recurso ao *Facebook*, entre a investigadora e as equipas e entre os alunos de cada equipa, sustentou um ambiente pedagógico interativo, colaborativo e amigável. Este espaço de comunicação favoreceu o processo de interação social e a motivação para o trabalho na gincana, condições fundamentais para a enculturação matemática dos alunos (Bishop, 1991). A comunicação no seio dos grupos fechados propiciou ainda

a expressão espontânea de emoções e a formação de um sentimento e sentido de equipa que apoiou a construção da identidade do grupo e favoreceu o trabalho colaborativo.

A experiência na gincana *Matemátic@XXI* ressaltou vários benefícios que o *Facebook* pode trazer ao contexto escolar, particularmente na educação matemática. No entanto, continuar a investigar-se o uso desta rede social no ensino mostra-se necessário. Por exemplo, como o *Facebook* pode ser integrado no trabalho em sala de aula? Como o *Facebook* pode ser utilizado para despertar o interesse dos alunos por temas matemáticos? Igualmente importante é a necessidade de sensibilizar os professores para a integração deste tipo de tecnologia digital na sua prática letiva.

7.3. Reflexão final

O produto pedagógico *Matemátic@XXI* foi desenhado com o propósito específico de responder à questão do insucesso escolar dos nossos alunos na Matemática básica. A metodologia utilizada no projeto *Matemátic@XXI - design research* - é pragmática e orientada por princípios teóricos. A partir da experiência prática realizada com alunos do 3º Ciclo do Ensino Básico do Externato de Vila Meã, no norte de Portugal, podemos concluir que estes resultados foram positivos para as três questões norteadoras desta investigação: (i) os alunos construíram uma relação mais positiva com a Matemática, (ii) o processo de enculturação matemática dos alunos foi bem sucedido e, (iii) as tecnologias digitais favoreceram a criação dum ambiente educativo criativo, afetivo, interativo e colaborativo, além de possibilitar um alargamento das fronteiras de tempo e espaço usuais da escola.

Entretanto, estes resultados são locais e contextualizados. São necessárias novas experimentações com o produto pedagógico *Matemátic@XXI* para uma possível generalização. De qualquer forma, os dados desta experiência fortalecem a pertinência e a relevância das premissas teóricas que nortearam a intervenção. Isto quer dizer que o produto pedagógico *Matemátic@XXI* obteve sucesso no sentido de dar resposta ao problema inicialmente formulado, ou seja, *funcionou* na prática, no contexto aplicado. É preciso fazer novos testes do produto; reutilizá-lo para aperfeiçoá-lo em novas realidades; aproveitar as potencialidades das tecnologias

digitais para experimentarmos novas configurações de equipas participantes na gincana; realizar competições entre escolas e a diferentes níveis de ensino. As equipas podem ser, inclusive, formadas por alunos de diferentes países, nomeadamente, do Brasil e de Portugal, estabelecendo um rico intercâmbio de culturas.

Do ponto de vista da investigação, é necessário aprofundá-la e alargá-la para outros contextos e níveis escolares. Perceber, por exemplo, como respondem os alunos do ensino secundário a esta abordagem pedagógica como, também, os estudantes dos outros níveis do ensino básico. Cabe, igualmente, explorar a continuidade deste trabalho com outras edições da gincana *Matemática@XXI* a partir de outros temas integradores, mantendo-se a estrutura de quatro temas, um para cada área matemática trabalhada na escola básica: geometria, números, álgebra e tratamento da informação. Outro aspeto a ser investigado é o papel do professor no processo de enculturação matemática dos alunos, uma limitação do presente estudo. Como fazer a mediação entre os alunos e a cultura matemática de forma a promover a enculturação dos alunos e o seu desenvolvimento humano? Qual a formação profissional de um professor enculturador? Quais os valores que sustentam a cultura matemática escolar? Em resposta ao questionamento inicial de Bishop (1991) sobre que critérios e escolhas norteiam a nossa prática letiva é essencial ter em conta que a Matemática, na escolarização básica, deve estar ao serviço da humanização. A Matemática é, antes de tudo, um produto cultural e, nesta perspetiva, deve ser trabalhada em contexto escolar. Assim sendo, a Matemática e a Educação Matemática transmitem valores, que devem ser explicitados e discutidos. A explicitação dos valores e da valorização da matemática nos diferentes contextos é uma linha de investigação que merece maior atenção por parte dos educadores matemáticos. A Cultura tem um papel essencial na Educação, em particular, na educação matemática: “O homem só se completa em ser plenamente humano pela e na cultura” (Morin, 1999, p. 57).

A abordagem cultural para a educação matemática é um campo com muito ainda por explorar. Os resultados favoráveis revelados neste trabalho são um indicativo das potencialidades deste horizonte para a educação matemática.

Convido³² os professores e educadores matemáticos para juntos sermos os autores deste novo tempo de aprendizagens colaborativas em que a afetividade e a cognição estejam integradas no projeto educativo.

³² Os endereços eletrônicos das quatro *WebQuests* que fizeram parte da gincana *Matemátic@XXI* estão disponíveis no Anexo 1. É um material de livre acesso para utilização por todos os professores interessados.

REFERÊNCIAS

- Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica.
- de Abreu, G., Bishop, A. J. & Presmeg, N. C. (Eds.). (2002). *Transitions between contexts of mathematical practices*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Akker, J. V. D., Gravemeijer, K., McKenney, S. & Nieveen, N. (2006). *Educational Design Research*. Oxon: Routledge.
- Alencar, G. A., Moura, M. R. & Bitencourt, R. B. (2013). Facebook como plataforma de ensino/aprendizagem: O que dizem os professores e alunos do IFSertão – PE – PE. *Educação, Formação & Tecnologias*, Julho, 6(1), 86-93. Disponível em <http://eft.educom.pt>.
- Allegretti, S., Hessel, A., Hardagh, C. & Silva, J. (2012). Aprendizagem nas redes sociais virtuais: O potencial da conectividade em dois cenários. *Revista Cet*, 1(2), 53-60. Disponível em <http://revistacontemporaneidadeeducacaoetecnologia02.wordpress.com/24-2/>
- Amiel, T., & Reeves, T. C. (2008). Design-based research and educational technology: Rethinking technology and the research agenda. *Educational Technology & Society*, 11 (4), 29–40.
- Barbeau, E. & Taylor, P. (Eds.). (2009). *Challenging mathematics in and beyond the classroom. The 16th ICMI Study*. New York: Springer.
- Bardin, L. (2013). *Análise de Conteúdo* (4ª edição). Lisboa: Edições 70.
- Bemhaja, B. (2014). O Facebook na aprendizagem colaborativa em Ciências Naturais. In G. L. Miranda, M. E. Monteiro & P. Brás (Org.), *Aprendizagem Online: Atas do III Congresso Internacional das TIC na Educação* (pp. 521-526). Portugal: Instituto da Educação da Universidade de Lisboa.
- Bishop, A. J. (1985). The social construction of meaning – A significant development for mathematics education? *For the Learning of Mathematics*, 5, 24-28.

- Bishop, A. J. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 179-191.
- Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. J. (2002). Mathematical acculturation, cultural conflict, and transition. In G. de Abreu, A. J. Bishop & N. C. Presmeg (Eds.), *Transitions between contexts of mathematical practices* (pp. 193–212). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. J. (2004). *Critical issues in researching cultural aspects of mathematics education*. Paper presented in Discussion Group 2, 10th International Congress on Mathematics Education, Copenhagen, Denmark.
Disponível em <http://www.icme-organisers.dk/dg02/>
- Bishop, A. J. (2008a). Mathematical power to the people. In P. Clarkson & N. Presmeg (Eds.), *Critical issues in mathematics education: Major contributions of Alan Bishop* (pp. 151-166). New York: Springer.
- Bishop, A. J. (2008b). Mathematics teaching and values education: An intersection in need of research. In P. Clarkson & N. Presmeg (Eds.), *Critical issues in mathematics education: Major contributions of Alan Bishop* (pp. 231-238). New York: Springer.
- Borba, M. C.; Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer.
- Brown, A. L. (1992). Design Experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *The Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141-178.
- Burkhardt, H. (2006). From design research to large-scale impact: Engineering research in education. In J. V. D. Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 121-150). London and New York: Routledge.
- Carreira, S. (2010). Conexões matemáticas - Ligar o que se foi desligando. *Educação e Matemática*, 110, 13-18.
- Carreira, S., Amado, N., Tomás Ferreira, R. A., Silva, J. C., Rodriguez, J., Jacinto, H., Amaral, N., Nobre, S., Martins, I., Reis, S., & Mestre, R. (2012). *Um olhar sobre uma competição matemática na Web: Os SUBs*. Faro: Universidade do Algarve – Projeto Problem@Web.
- Carreira, S., Tomás Ferreira, R. A., & Amado, N. (2013). Fatores afetivos na resolução de problemas matemáticos desafiantes no contexto de uma competição inclusiva baseada na web. In J. A. Fernandes, M. H. Martinho, J.

- Tinoco, & F. Viseu (Orgs.). *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 543-560). Braga: APM & CIEEd da Universidade do Minho.
- Carvalho, A. A. A. (Org.) (2008). *Manual de ferramentas da Web 2.0 para Professores*. Lisboa: DGIDC, Ministério da Educação. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1822/8286>.
- Chacón, I. M. G. (2000). Affective influences in the knowledge of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 43, 149-168.
- Chacón, I. M. G. (2003). *Matemática emocional: Os afetos na aprendizagem matemática*. Porto Alegre: Artmed.
- Christiansen, B., Howson, A. G. & Otte, M. (Eds.). (1986). *Perspectives on mathematics education*. The Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9–13.
- Collins, A.; Joseph, D. & Bielaczyc, K. (2004). Design research: Theoretical and methodological issues. *Journal of the Learning Sciences*, 13 (1), 15-42.
- Costa, F. (2011). Digital e currículo no início do século XXI. In P. Dias & A. Osório (Eds). *Aprendizagem (in)formal na web social* (pp. 119-142). Braga: Centro de Competência, Universidade do Minho.
- Costa, F. A., & Carvalho, A. A. A. (2006). WebQuests: Oportunidades para alunos e professores. In A. A. A. Carvalho (Org.) *Actas do Encontro sobre WebQuest* (pp. 8-25). Braga: CIEEd.
- Coutinho, C. P. (2004). Quantitativo versus Qualitativo: questões paradigmáticas na pesquisa em avaliação. In *Actas do XVII Colóquio ADMEE-EUROPA* (pp. 436-448). Universidade do Minho: CIEEd.
- Courant, R., & Robbins, H. (2000). *O que é Matemática?* Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna.
- Damásio, A. (2011). *O erro de Descartes: Emoção, razão e cérebro humano*. Lisboa: Temas e Debates.
- D'Ambrosio, B. S. (1989). Como ensinar matemática hoje? *Temas & Debates*, 2(2), 15-19.
- D'Ambrosio, U. (1985a). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.
- D'Ambrosio, U. (1985b). *Socio-cultural bases for mathematics education*. UNICAMP.
- D'Ambrosio, U. (2009). *Educação Matemática: Da teoria à prática* (17ª edição). Campinas, SP: Papirus.

- DeBellis, V. A., & Goldin, G. A. (1997). The affective domain in mathematical problem solving. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2 (pp. 209-216). Finland: University of Helsinki.
- Design-Based Research Collective – DBRC. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1): 5-8.
- Dörfler, W. & McLone, R. R. (1986). Mathematics as a school subject. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 49-97). The Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- Duarte, N. (2002). A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação. *Perspectiva*, 20(2), 279-301.
- Edelson, D. (2006). Balancing innovation and risk: Assessing design research proposals. In J. V. D. Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Eds.). *Educational design research* (pp. 100-106). London and New York: Routledge.
- Eidt, N. M., & Duarte, N. (2007). Contribuições da teoria da atividade para o debate sobre a natureza da atividade de ensino escolar. *Psicologia da Educação*, 24, 51-72.
- Disponível em:
http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1414-69752007000100005&lng=pt&tlng=pt.
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany, NY: State University of New York Press.
- Eves, H. (2004). *Introdução à História da Matemática*. Campinas, SP: UNICAMP.
- Fainguelernt, E. K. (2003). O fracasso no ensino de Matemática ou a Matemática no fracasso do ensino? *Educação e Matemática*, 72, 27-29.
- Freiman, V., & Applebaum, M. (2011). Online mathematical competition: Using virtual marathon to challenge promising students and to develop their persistence. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 11(1), 55-66.
- Freiman, V., & Véniza, N. (2006). *Challenging virtual mathematical environments: The case of the CAMI Project*. Pre-conference paper of the Study Conference for ICMI Study 16 – Challenging mathematics in and beyond the classroom.
- Disponível em <http://www.amt.edu.au/icmis16pcanfreiman.pdf>
- Freire, P. (2010). *Pedagogia do oprimido* (49ª reimpressão). São Paulo, Brasil: Editora Paz e Terra.

- Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Furinghetti, F., & Somaglia, A. (1998). History of mathematics in school across disciplines. *Mathematics in School*, 27(4), 48-51.
- Goldin, G. A. (1987). Cognitive representational systems for mathematical problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 125-145). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Goldin, G. A. (1988). Affective representation and mathematical problem solving. In M. J. Behr, C. B. Lacampagne, & M. M. Wheeler (Eds.), *Proceedings of the 10th annual meeting of PME-NA* (pp. 1-7). DeKalb, IL: Northern Illinois University.
- Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- Goldin, G. A. (2000). Affective pathways and representation in mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(3), 209-219.
- Goldin, G. A. (2002). Affect, meta-affect and mathematical belief structures. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 59-72). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Grando, R. C. (2015). *O jogo e a matemática no contexto da sala de aula* (4ª edição). São Paulo, Brasil: Paulus.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In J. V. D. Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 45-85). London: Routledge.
- Guimarães, H., Silva, A., Ponte, J. P., Santos, L., Abrantes, M., & Abrantes, P. (Orgs.), *Paulo Abrantes – Intervenções em educação matemática*. Lisboa: APM.
- Hannula, M. S. (2001). Attitude toward mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 25-46.
- Hannula, M. S. (2012). Exploring new dimensions of mathematics-related affect: Embodied and social theories. *Research in Mathematics Education*, 14(2), 137-161.
- Hannula, M. S., Evans, J., Philippou, G., & Zan, R. (2004). Affect in mathematics education – Exploring theoretical frameworks. In M. J. Høines & A. B.

Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol I, pp 107–136). Bergen, Norway: PME.

- Herrero, I. M. (2014). El trabajo colaborativo mediado por herramientas digitales en la formación inicial de profesionales de la educación. In G. L. Miranda, M. E. Monteiro & P. Brás (Org.), *Aprendizagem Online: Atas do III Congresso Internacional das TIC na Educação* (pp. 385-390). Portugal: Instituto da Educação da Universidade de Lisboa.
- Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.
- Jones, K. & Simons, H. (2000). The student experience of online mathematics enrichment. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 103-110). Hiroshima, Japão: PME.
- Katz, V. J. (2010). *História da Matemática*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Keitel, C. (2006). Mathematics, knowledge and political power. In J. Maasz & W. Schloeglmann (Eds.), *New mathematics education research and practice* (pp. 11-22). The Netherlands: Sense Publishers.
- Kenderov, P. (2009). A short history of the World Federation of National Mathematics Competition. *Mathematics Competitions*, 22(2), 14-31.
- Kenderov, P., Rejali, A., Bussi, M. G., Pandelieva, V., Richter, K., Maschietto, M., Kadijevich, D., & Taylor, P. (2009). Challenges beyond the Classroom – Sources and organizational issues. In E. J. Barbeau & P. Taylor (Eds.), *Challenging mathematics in and beyond the classroom: The 16th ICMI Study* (pp. 53-96). New York, NY: Springer.
- Leontiev, A. N. (1978). *O desenvolvimento do psiquismo*. São Paulo, Brasil: Editora Moraes.
- Lincoln, Y. S.; Guba, E. G. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Newbury Park: Sage Publications.
- Lopes, I. C. (1997). *Aspectos afectivos da actividade matemática escolar dos alunos* (Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Maasz, J., & Schloeglmann, W. (Eds.). (2006). *New mathematics education research and practice*. The Netherlands: Sense Publishers.
- McLeod, D. B. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 134-141.

- McLeod, D. B. (1989). Beliefs, attitudes, and emotions: New views of affect in mathematics education. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 245-258). New York: Springer-Verlag.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan.
- McLeod, D. B. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 637-647.
- McLuhan, H. M. (1996). *Os meios de comunicação como extensões do homem*. São Paulo, Brasil: Editora Cultrix.
- Mendes, M. F. P. C. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1º ciclo*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Ministério da Educação (ME, 1997). *Diagnóstico e propostas para a matemática escolar*. Lisboa: Secretaria de Educação e Inovação Grupo de Trabalho para o Ensino da Matemática.
- Ministério da Educação (ME, 1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- Ministério da Educação (2006). *Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, Brasil. Secretaria de Educação Básica.
- Miranda, G. L., Monteiro, M. E., & Brás, P. (Org.) (2014). *Aprendizagem Online: Atas Digitais do III Congresso Internacional das TIC na Educação, ticEDUCA*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa: Portugal. Disponível em <http://ticeduca2014.ie.ul.pt>.
- Moretti, V. D. (2007). *Professores de matemática em atividade de ensino: Uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente*. (Tese de Doutoramento, Universidade de São Paulo).
- Morin, E. (1999). *Os sete saberes para a educação do futuro*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Morris, R. (Ed.). (1987). *Studies in mathematics education – Out-of-school mathematics education*. Paris: Unesco.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991). *Principles and standards of school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: NCTM.

- Oblinger, D. G. & Oblinger, J. L. (2005). *Educating the net generation* (E-book). Disponível em:
www.educause.edu/research-and-publications/books/educating-net-generation.
- OECD (Eds.) (2003). *Literacy skills for the world of tomorrow – Further results from PISA 2000*. OECD: UNESCO-UIS.
- Oliveira, F. T., & Antunes, F. C. A. (2014). WebQuest: Uma alternativa metodológica para aulas em laboratório de informática. In G. L. Miranda, M. E. Monteiro & P. Brás (Orgs.). *Aprendizagem Online: Atas Digitais do III Congresso Internacional das TIC na Educação* (pp. 840-844). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Disponível em <http://ticeduca2014.ie.ul.pt>.
- Pedro, A. I. R. Gonçalves. (2015). *Tecnologias e competências dos professores do ensino básico para o século XXI* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Pinto, N. B. (2011). Contribuições da história da educação matemática para a formação de professores. Comunicação apresentada no *I Congresso Ibero-Americano de História da Educação Matemática*. Covilhã, Portugal: UIED.
- Pombo, O., Guimarães, H. M. & Levy, T. (1994). *A interdisciplinaridade – Reflexão e experiência* (2ª edição). Lisboa: Texto Editora.
- Ponte, J. P. (1992). Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In J. P. Ponte (Ed.), *Educação matemática: Temas de investigação* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. P. (1994). Uma disciplina condenada ao insucesso? *Noesis*, 32, 24-26.
- Ponte, J. P. (2010). Explorar e investigar em Matemática: Uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *Unión*, 21, 13-30.
- Programme for International Student Assessment (PISA) (2012). *Results from the 2012 data collection*. OECD. Disponível em www.oecd.org/pisa/
- Projeto Educativo 2011-2014 do Externato de Vila Meã. Disponível em <http://www.externatovilamea.pt/>
- Rocha, H. (2014). Utilização, uso ou integração da tecnologia: Contributo para a clarificação de um conceito. In M. H. Martinho, R. A. Tomás Ferreira, A. M. Boavida & L. Menezes (Eds.), *Actas do XXV SIEM* (pp. 141-153). Braga: APM.
- Santos, J. C. (2007). A aprendizagem matemática. *Gazeta de Matemática*, 152, 4-8.
- Schweiger, F. (2006). Fundamentals ideas: A bridge between mathematics and mathematical education. In J. Maasz & W. Schloeglmann (Eds.), *New mathematics education research and practice* (pp. 63-73). The Netherlands: Sense Publishers.

- Sforni, M. S. F. (2003). *Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade*. (Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo).
- Silva, B. D., & Gomes, M. J. (2003). Contributos da Internet para a mudança do paradigma pedagógico uma experiência de trabalho colaborativo. *ELO-Revista do Centro de Formação Francisco de Holanda*, 1-14. Disponível em <http://hdl.handle.net/1822/8295>.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.
- Simpkins, S. D., Davis-Kean, P. E., & Eccles, J. S. (2006). Math and science motivation: A longitudinal examination of the links between choices and beliefs. *Developmental Psychology*, 42(1), 70-83.
- Stake, R. E. (2009). *A arte da investigação com estudos de caso* (2ª edição). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Stockton, J. C. (2012). Mathematical competitions in Hungary: Promoting a tradition of excellence & creativity. *The Mathematics Enthusiast*, 9(1-2), 37-58.
- Tahan, M. (2005). *Matemática divertida e curiosa*. Rio de Janeiro: Record.
- Tikhomirov, O. K. (1981). The psychological consequences of computerization. In J. V. Wertsch (Ed.) *The concept of activity in Soviet psychology* (pp. 256-278). New York: M. E. Sharpe Inc.
- Toassa, G. (2009). *Emoções e vivências em Vigotski: Investigação para uma perspectiva histórico-cultural* (Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo).
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (UNESCO) (2014). *Education for all: Global monitoring report 2013/4* (1a edição). Paris: UNESCO.
- van Oers, B. (2006). An activity theory approach to the formation of mathematical cognition: Developing topics through predication in a mathematical community. In J. Maasz & W. Schloeglmann (Eds.), *New mathematics education research and practice* (pp. 113-139). The Netherlands: Sense Publishers.
- Villarreal, M. E.; Borba, M. C. (2010). Collectives of humans-with-media in mathematics education: Notebooks, blackboards, calculators, computers and... notebooks throughout 100 years of ICMI. *The International Journal on Mathematics Education (ZDM)*, 42(1), 49-62.
- Vigotski, L. S. (1998). *A formação social da mente*. São Paulo, Brasil: Martins Fontes.

- Vigotski, L. S. (1999). On the problem of the psychology of the actor's creative work. In R. Rieber (Ed.), *The Collected Works of L. S. Vygotsky* (Vol. 6, pp.237-244). New York: Kluwer Academic/Plenum Publishers (Texto original de 1932).
- Vigotski, L. S. (2008). *Pensamento e linguagem* (4a edição). São Paulo, Brasil: Martins Fontes.
- Wang, F., & Hannafin, M. J. (2005). Design-based research and technology-enhanced learning environments. *Educational Technology Research & Development*, 53(4), 5-23.
- Zuffo, J. A. (1997). *A infoera: O imenso desafio do futuro*. São Paulo: Editora Saber.

ANEXOS

Anexo 1: Tarefas das quatro *WebQuests*

1. Primeira *WebQuest*: Triângulo
Disponível em: <https://sites.google.com/site/matematicxxi/>
2. Segunda *WebQuest*: Número 7
Disponível em: <https://sites.google.com/site/matematicxxi2/>
3. Terceira *WebQuest*: Infinito
Disponível em: <https://sites.google.com/site/matematicxxi3/>
4. Quarta *WebQuest*: Moda
Disponível em: <https://sites.google.com/site/matematicxxi4/>

Anexo 2:

1. Tarefas do Torneio Final

Anexo 3:

1. Tarefas extra

Anexo 4: Questionários³³

1. Questionário inicial
2. Questionário do 1º Torneio
3. Questionário dos 2º e 3º Torneios
4. Questionário do 4º Torneio
5. Questionário Final

Anexo 5:

1. Protocolo da entrevista com os alunos

³³ As perguntas dos questionários foram adaptadas a partir do livro “Matemática Emocional” de Inés M^a Gómez Chacón. (2003). Editora Artmed: Porto Alegre, RS.

ANEXO

1

- TAREFAS DAS QUATRO *WEBQUESTS*³⁴ -

³⁴ Apresento nesta secção as tarefas propostas nas *WebQuests* sem a formatação utilizada na *web*. Para a visualização do formato real das *Webquests*, aceder aos *links* respetivos.

1. Primeira WebQuest: Triângulo

TAREFAS

A vossa equipa terá agora um grande desafio a cumprir!

Imaginem que vocês foram contratados por uma importante Revista de Ciências e Cultura. A vossa equipa ficou responsável pela Secção Matemática desta Revista. Esta secção tem 4 partes que são apresentadas a seguir.

Vocês terão a tarefa de pesquisar, redigir, editar e apresentar a Secção Matemática da Revista. Leiam as tarefas a cumprir e depois cliquem em PROCESSO para saberem como realizar o trabalho.

1) HISTÓRIA

TAREFA 1

A Matemática faz parte da História da Humanidade.

As grandes invenções matemáticas foram obra de homens e mulheres que buscavam respostas para perguntas do seu tempo. Assim foi com uma grande personagem da História da Matemática, conhecida por toda gente: PITÁGORAS.

A vossa tarefa consiste em escrever uma reportagem para a próxima edição da revista. O tema é PITÁGORAS. A vossa equipa terá que apresentar Pitágoras, as suas ideias e realizações. Nesta reportagem, as questões seguintes terão que ser respondidas.

Quem foi Pitágoras? Onde e quando nasceu? Um breve resumo da sua biografia.

O que fez Pitágoras de tão importante para que o seu nome tenha ficado gravado na História?

O que é que Pitágoras tem a ver com os TRIÂNGULOS?

2) MATEMÁTICA

TAREFA 2

A Matemática é uma ciência dos números, das formas e das relações.

Os TEOREMAS são elementos essenciais da construção da Matemática. Pitágoras ficou para sempre associado a um teorema muito famoso.

A vossa tarefa é agora escrever um texto que contenha as respostas às questões:

O que é um TEOREMA?

Qual é o TEOREMA DE PITÁGORAS?

Como podemos mostrar que o TEOREMA DE PITÁGORAS é verdadeiro?

Apresentem uma demonstração do teorema.

3) CONEXÕES SURPREENDENTES

TAREFA 3

A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

A Matemática está ligada a inúmeros campos do conhecimento humano.

Nesta parte do vosso trabalho, vão abordar um tema que assenta na ligação entre a Matemática e a Geografia.

Vocês devem descobrir, no mapa de Portugal Continental, quais são os 3 pontos extremos localizados mais a ocidente, mais a oriente e mais a sul.

Vocês deverão divulgar o problema de uma empresa de telecomunicações que precisa instalar uma torre de transmissão de sinal digital em um local equidistante destes 3 pontos extremos de Portugal Continental, com o objetivo de melhor cobrir toda a região.

Imaginem um TRIÂNGULO cujos vértices coincidam com estes 3 pontos extremos.

Vocês deverão encontrar o CIRCUNCENTRO deste TRIÂNGULO imaginário.

Qual deverá ser o local indicado para a instalação desta torre de transmissão?

Na vossa resposta a esta tarefa, devem incluir uma figura (desenho, esquema, etc.) que ilustre a situação e devem explicar bem o processo de resolução.

4) VIDA QUOTIDIANA

TAREFA 4

A Matemática está presente no nosso dia a dia.

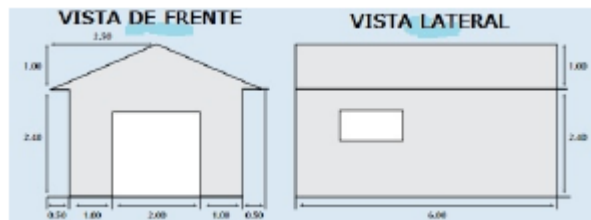
O Sr. António está a reformar a garagem da sua casa. Está com um problema e vocês vão apresentar a solução na Revista em que têm de colaborar.

O Sr. António precisa calcular a quantidade total de telhas necessárias para cobrir o telhado da sua garagem mostrada na figura abaixo.



O Sr. António desenhou as plantas da garagem com as suas vistas de frente e de lado.

As dimensões estão expressas em metros, mas não estão desenhadas à escala.



O Sr. António precisa calcular a área total do telhado que é formado por duas partes iguais de formato retangular.

Consegues ajudá-lo?

2. Segunda WebQuest: Número 7

TAREFAS

O número 7 aparece em toda a parte!!! O 7 de Cristiano Ronaldo, em campo...

A vossa equipa está, também, em campo!

Vocês são repórteres de uma importante Revista de Ciências e Cultura, que já está com o 2o número em circulação!!! Vocês escrevem a Secção Matemática desta Revista.

Esta secção tem 4 partes que são apresentadas a seguir.

Vocês terão a tarefa de pesquisar, redigir, editar e apresentar a Secção Matemática da Revista. Leiam as tarefas a cumprir e depois cliquem em PROCESSO para saberem como realizar o trabalho.

1) HISTÓRIA

TAREFA 1

A Matemática faz parte da História da Humanidade.

Já sabemos que as grandes invenções matemáticas foram obra de homens e mulheres que buscavam respostas para perguntas do seu tempo. Na Antiguidade, 7 HOMENS destacaram-se como SÁBIOS!!! Dentre eles, TALES de MILETO.

A vossa tarefa consiste em escrever uma reportagem para o 2º número da Revista. O tema é TALES de MILETO.

A vossa equipa terá que apresentar Tales de Mileto, as suas ideias e realizações. Nesta reportagem, as questões seguintes terão que ser respondidas.

Quem foi Tales de Mileto? Onde e quando nasceu? Um breve resumo da sua biografia.

O que fez Tales de Mileto de tão importante para que o seu nome tenha ficado gravado na História como um dos 7 sábios da Antiguidade?

O que é que Tales de Mileto tem a ver com a PIRÂMIDE EGÍPCIA de QUÉOPS?

Qual é o Teorema de Tales da interseção?

2) MATEMÁTICA

TAREFA 2

A Matemática é uma ciência dos números, das formas e das relações.

O número 7 é um número primo. Os números primos são muito importantes!

A vossa tarefa é, agora, escrever um texto que contenha as respostas às questões:

O que é um número primo?

O que é um número composto?

Quais são os números primos compreendidos entre 1 e 100?

Qual é o Teorema Fundamental da Aritmética?

O que os números primos têm a ver com o filme "O Jogo da Imitação" em cartaz nos cinemas portugueses?

3) CONEXÕES SURPREENDENTES

TAREFA 3

A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

O arco-íris é um fenómeno natural de grande beleza. Nele a luz solar divide-se em 7 cores!!! A Matemática está ligada a inúmeros campos do conhecimento humano.

Nesta parte do trabalho, vocês vão abordar um tema que assenta na ligação entre a Matemática e a Física (Ótica).

Vocês devem responder às seguintes questões:

- a) Quais são as cores do arco-íris? Por que são 7?
- b) Como e por que se forma o arco-íris?

4) VIDA QUOTIDIANA TAREFA 4

A Matemática está presente no nosso dia a dia.

Sua equipa está em viagem por uma cidade da América Latina.
O mapa abaixo mostra a parte da cidade que vocês estão a visitar.



No ponto A, há uma padaria, no ponto B, uma farmácia e no ponto C, um mercado de frutas. Os pontos D e E são locais de depósito de bebidas.

Como se pode observar no mapa, as ruas Colômbia, Paraguai e Chile são paralelas entre si. Vocês sabem que a distância entre a padaria e a farmácia é de 280 m e que da farmácia até o mercado de frutas são 160 m; do mercado de frutas até o depósito de bebidas localizado no ponto E são 330 m.

Agora, vocês precisam determinar as seguintes distâncias:

- a) entre os 2 depósitos de bebida;
- b) entre o mercado de frutas e o depósito de bebidas localizado em D.

3. Terceira WebQuest: Infinito

TAREFAS

O INFINITO é fascinante!!! Será que o Universo é INFINITO?

A vossa equipa está em busca do INFINITO!

Vocês são repórteres de uma importante Revista de Ciências e Cultura, que já está com o 3º número em circulação!!!

Vocês escrevem a Secção Matemática desta Revista. Esta secção tem 4 partes que são apresentadas a seguir. Vocês terão a tarefa de pesquisar, redigir, editar e apresentar a Secção Matemática da Revista. Leiam as tarefas a cumprir e depois cliquem em **PROCESSO** para saberem como realizar o trabalho.

1) HISTÓRIA

TAREFA 1

A Matemática faz parte da História da Humanidade.

Já sabemos que as grandes invenções matemáticas foram realizações de homens e mulheres que buscavam respostas para perguntas do seu tempo.

No século XIX, nasceu na Rússia o notável matemático Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor.

A vossa tarefa consiste em escrever uma reportagem para o 3º número da Revista. O tema é O INFINITO. A vossa equipa terá que, inicialmente, apresentar Georg Cantor aos leitores da revista. Nesta reportagem, as questões seguintes terão que ser respondidas.

Quem foi Georg Cantor? Onde e quando nasceu? Façam um breve resumo da sua biografia.

O que fez Georg Cantor de tão importante para que o seu nome tenha ficado gravado na História da Matemática?

O que é que Georg Cantor tem a ver com o INFINITO?

2) MATEMÁTICA

TAREFA 2

A Matemática é uma ciência dos números, das formas e das relações.

O número de ouro é um número irracional. Os números irracionais são infinitos!

A vossa tarefa é, agora, escrever uma reportagem sobre o número de ouro.

Devem responder às seguintes questões:

Qual é o número de ouro? Porque é que ele tem esse nome? Contem um pouco da sua história.

Existem números racionais e números irracionais. Que diferenças há entre eles?

Imaginem que os números racionais e os irracionais iam participar num jogo de futebol. A equipa dos números racionais (todos eles) jogará contra a equipa dos números irracionais (todos, também).

Quantos jogadores fariam parte de cada equipa (considerem que nenhum jogador estaria lesionado)?

Se todos os números (racionais e irracionais) estivessem a jogar ao mesmo tempo, as duas equipas teriam o mesmo número de jogadores?

O que é que o número de ouro tem a ver com o matemático italiano Leonardo Fibonacci? Investiguem e contem um pouco desta história...

3) CONEXÕES SURPREENDENTES

TAREFA 3

A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

A ÁGUA é uma das substâncias mais comuns no nosso planeta.

É indispensável para a vida!!! A Matemática também está ligada à vida!

Vamos tratar de um tema que assenta na ligação entre a Matemática e a Vida na Terra!

Nesta tarefa, devem responder às seguintes questões:

- Qual é a quantidade de água no nosso planeta? E no corpo humano? Por que não podemos viver sem água?
- A água é um recurso natural finito ou infinito?
- Qual é a composição química da água?
- Quais são os estados físicos da água? O que é que a temperatura tem a ver com os estados físicos da água?
- Façam um pequeno texto sobre a relação existente entre os temas "água" e "sustentabilidade".

4) VIDA QUOTIDIANA

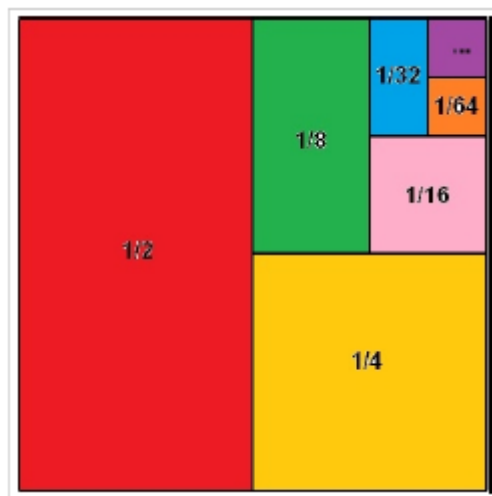
TAREFA 4

A Matemática está presente no nosso dia a dia.

Reparem na figura abaixo!!!

É a representação de um quadrado cujo lado 1 unidade de medida. O quadrado está dividido em partes coloridas...

Imaginem que esta divisão continua infinitamente...



Com esta ideia na cabeça, resolvam o problema a seguir:

A D. Cacilda está com uma doença rara chamada Infinitite aguda. O seu filho Firmino ficará responsável pela medicação da mãe. Para o tratamento completo, ela terá que tomar 1 litro do remédio Matemazil, mas não de uma só vez. A medicação deverá ser tomada diariamente seguindo a dosagem prescrita pelo médico.

Assim, no 1º dia, a D. Cacilda deverá tomar metade do conteúdo (1 litro) do remédio.

No 2º dia, deverá tomar metade do conteúdo que restou após o 1º dia.

No 3º dia de tratamento, a D. Cacilda deverá tomar metade do conteúdo do medicamento que restou no recipiente após os 1º e 2º dias de tratamento.

Seguindo esta regra, o Firmino dará a dose de medicação diária de que a sua mãe necessita para curar-se da doença. O Firmino está muito preocupado com a saúde da sua mãe. É um filho muito dedicado.

Ele pediu a vossa ajuda para completar a tabela abaixo e responder às questões seguintes:

DATA	DOSE DA MEDICAÇÃO A SER TOMADA (NESTE DIA) PELA D. CACILDA	TOTAL DA MEDICAÇÃO JÁ TOMADA PELA D. CACILDA ATÉ ESTA DATA (inclusive)
1º dia		
2º dia		
3º dia		
4º dia		
5º dia		
6º dia		
7º dia		
8º dia		
9º dia		
10º dia		
...	...	...
30º dia (1º mês de tratamento)		

- Quanto tempo deverá durar o tratamento da D. Cacilda?
- Qual a quantidade total de medicação que a D. Cacilda deverá tomar para completar o seu tratamento?

4. Quarta WebQuest: Moda

TAREFAS

O que é MODA? O que é estar na MODA?

A vossa equipa deverá escrever sobre MODA!

Mas não é para uma Revista de Modas... é para uma Revista de Ciências e Cultura, que já está com o 4º número em circulação!!! A MODA agora é Matemática!!!

Tem a ver com Estatística e Probabilidades...

Vocês escrevem a Secção Matemática desta Revista. Esta secção tem 4 partes que são apresentadas a seguir. Vocês terão a tarefa de pesquisar, redigir, editar e apresentar a Secção Matemática da Revista. Leiam as tarefas a cumprir e depois cliquem em PROCESSO para saberem como realizar o trabalho.

1) HISTÓRIA

TAREFA 1

A Matemática faz parte da História da Humanidade.

Já sabemos que as grandes invenções matemáticas foram realizações de homens e mulheres que buscavam respostas para perguntas do seu tempo. A Teoria das Probabilidades é um importante campo da Estatística. Dois nomes se destacam na história deste tema matemático: Blaise Pascal e Pierre de Fermat.

A vossa tarefa consiste em escrever uma reportagem para o 4º número da Revista. O tema é a MODA. A vossa equipa terá que, inicialmente, apresentar Pascal e Fermat aos leitores da revista. Nesta reportagem, as questões seguintes terão que ser respondidas.

Quem foram Pascal e Fermat ? Onde e quando nasceram? Foram amigos? Por que seus nomes aparecem juntos na história da teoria das probabilidades?

O que é Estatística?

O que é Probabilidade?

2) MATEMÁTICA

TAREFA 2

A Matemática é uma ciência dos números, das formas e das relações.

MÉDIA, MODA e MEDIANA são conceitos muito importantes da Estatística!

A vossa tarefa é, agora, escrever uma reportagem sobre estes temas da Estatística. Devem responder às seguintes questões:

O que é MÉDIA? O que é MODA? O que é MEDIANA?

Existe só um tipo de MÉDIA? Dê exemplos.

A MODA é necessariamente única? Dê exemplos.

Quando temos um número par de elementos em um conjunto, como calculamos a MEDIANA? Dê exemplos.

3) CONEXÕES SURPREENDENTES

TAREFA 3

A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

A ESTATÍSTICA é uma poderosa ferramenta para a compreensão dos fenômenos de nosso mundo. A Estatística nos ajuda a organizar e a interpretar os dados de diferentes atividades. Usamos Estatística no Futebol, na Saúde, na Economia, etc...

A Matemática está conectada com a Vida!

Nesta tarefa, vocês farão uso de alguns procedimentos e técnicas da Estatística.

Vocês deverão entrevistar 100 pessoas. O tema da entrevista será o conhecimento que as pessoas têm sobre os nomes de matemáticos famosos.

Vocês elaborarão uma lista com 10 nomes de matemáticos famosos e pedirão às pessoas entrevistadas para marcarem os nomes dos matemáticos que elas conhecem ou de quem já ouviram falar. Quando terminarem de entrevistar as 100 pessoas, vocês apresentarão estes resultados num gráfico de barras.

(Para saberem como criar um gráfico de barras, cliquem em RECURSOS.)

A seguir, tendo como base o conjunto de dados obtidos nas entrevistas, responderão às seguintes questões:

- Qual é a MODA deste conjunto de dados? O que a MODA representa nesta pesquisa?
 - Qual é o nome do matemático menos famoso?
 - Qual é a MEDIANA deste conjunto de dados? O que a MEDIANA representa nesta pesquisa?
 - O que vocês podem concluir, com base nestes dados, sobre o conhecimento das pessoas em relação aos matemáticos famosos?
-

4) VIDA QUOTIDIANA

TAREFA 4

A Matemática está presente no nosso dia a dia. Reparem no quadro abaixo!!!

O quadro mostra o desempenho da equipa de futebol *Matematletas* no último campeonato em Vila Meã...

A coluna da esquerda mostra o número de golos marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos a equipa marcou aquele número de golos...

golos marcados	quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Com base nestes dados, responda às seguintes questões:

- Os *Matematletas* jogaram quantas partidas neste campeonato de futebol em Vila Meã?
- Qual o total de golos que a equipa *Matematletas* marcou neste campeonato?
- Qual é a MÉDIA de golos marcados por partida neste campeonato?
- Qual é a MODA para este conjunto de dados? Qual a informação que a MODA nos dá neste contexto?
- Qual é a MEDIANA para este conjunto de dados? Qual a informação que a MEDIANA nos dá neste contexto?

f) Imagine que você é o técnico da equipa *Matematletas* e você deverá fazer mudanças na equipa para o próximo campeonato. Pensando em substituir um atleta (contratar outro jogador para a posição), baseado nestes dados, você substituiria o avançado que jogou em que partida? Por quê?

ANEXO

2

- TAREFAS DO TORNEIO FINAL -



Matemátic@ XXI
Conexões Surpreendentes

GINCANA ESCOLAR MATEMÁTIC@ XXI TORNEIO PRESENCIAL

EQUIPA: _____

29/maio/2015

PROFESSORA: _____

Queridos atletas, esta é a última etapa da nossa Gincana Escolar **MATEMÁTIC@XXI!!!**

Vocês devem realizar **duas tarefas** (uma do tipo **A** e outra do tipo **B**). Cada uma destas tarefas vale 50 pontos. Há, também, uma **questão extra** (opcional) que vale 20 pontos.

Apresentem as vossas respostas de forma clara, indicando todos os cálculos e justificações necessários. Vocês trabalharão em equipa, sem consulta a nenhum material.

Podem usar a calculadora. **Bom trabalho 😊**.

Este torneio tem 1 hora de duração.

Bom trabalho 😊 !!!

ATLETAS PRESENTES

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
11.	



TAREFA A-1

O Teorema de Pitágoras, do matemático grego nascido em Samos, a 571 a.C., e falecido, provavelmente, em Metaponto, na Itália, em 495 a.C., afirma que, na geometria euclidiana, para todo o triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

A vossa tarefa é desenhar um triângulo retângulo indicando as medidas dos seus lados. Em seguida, mostrem que o Teorema de Pitágoras é válido para o triângulo retângulo que vocês desenharam.



TAREFA A-2

O Teorema de Pitágoras, do matemático grego nascido em Samos, a 571 a.C., e falecido, provavelmente, em Metaponto, na Itália, em 495 a.C., afirma que, na geometria euclidiana, para todo o triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Chamamos terno pitagórico a um conjunto de três números naturais (a, b, c) que satisfazem o Teorema de Pitágoras, ou seja, tais números representam as medidas inteiras dos três lados de um triângulo retângulo.

A vossa tarefa é completar a tabela abaixo descobrindo 3 ternos pitagóricos.

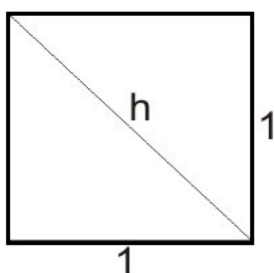
medida da hipotenusa a	medida do cateto b	medida do cateto c



TAREFA A-3

A Escola Pitagórica, fundada por Pitágoras, em Crotona, sul da Itália, foi um importante centro de Filosofia e Matemática da Antiguidade. Os pitagóricos deram muitas contribuições importantes para o desenvolvimento da Matemática. Dentre elas podemos destacar a descoberta dos números irracionais. Parece que esta história foi complicada... até afogaram o pitagórico Hipaso de Metaponto porque ele não manteve segredo da descoberta ☹ ... Tudo parece ter tido início no cálculo da diagonal de um quadrado cujo lado media 1.

Bom, agora é com vocês!!! Calculuem a diagonal h do quadrado da figura abaixo e expliquem por que ele é um número irracional.





TAREFA A-4

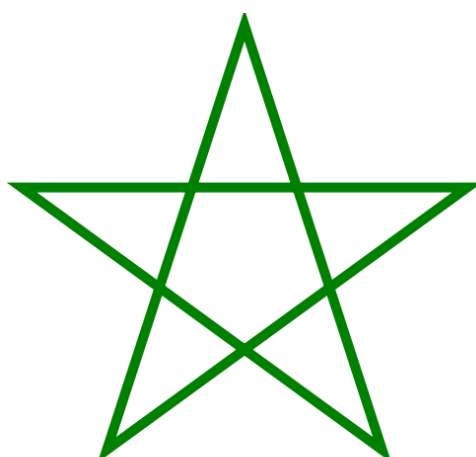
A Escola Pitagórica, fundada por Pitágoras, em Crotona, sul da Itália, foi um importante centro de Filosofia e Matemática da Antiguidade. Os pitagóricos deram muitas contribuições importantes para o desenvolvimento da Matemática. O pentagrama, uma estrela de cinco pontas, era o símbolo da Escola Pitagórica. Reparem que o pentagrama é formado por um pentágono regular e cinco triângulos isósceles congruentes.

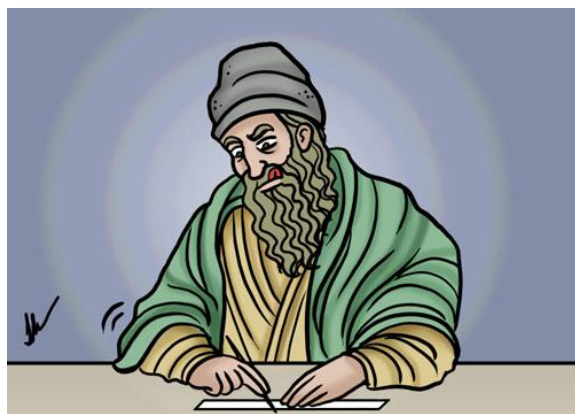
O número de ouro Φ está “escondido” no pentagrama ☺.

A vossa tarefa é encontrarem o número de ouro nesta figura.

Calculem a razão (divisão) entre o lado do triângulo e a sua base...

... e, depois, expliquem por que o número de ouro é irracional!!!

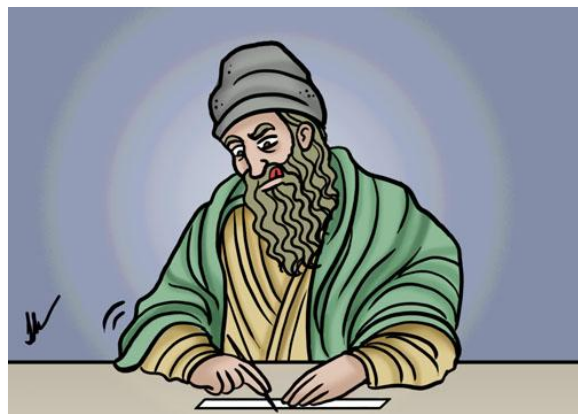




TAREFA A-5

Euclides foi um matemático e professor em Alexandria, no Egito, no século III a.C.. A sua obra mais famosa chama-se *Elementos*, um dos livros mais publicados na História da Humanidade ☺. Na proposição 20 do livro IX dos *Elementos*, Euclides prova que a quantidade de números primos é infinita!!!

Há números primos e números compostos. A vossa tarefa é definir o que é número primo e o que é número composto e dar 10 exemplos de cada tipo de número.



TAREFA A-6

Euclides foi um matemático e professor em Alexandria, no Egito, no século III a.C.. A sua obra mais famosa chama-se *Os Elementos*, um dos livros mais publicados na História da Humanidade ☺. Na proposição 14 do livro IX dos *Elementos*, Euclides enuncia o Teorema Fundamental da Aritmética – *todo o inteiro maior que 1 pode expressar-se como produto de primos de uma e uma só maneira, a menos da ordem dos fatores*.

Há números primos e números compostos. A vossa tarefa é dar 15 exemplos de números compostos com a sua fatorização em números primos.

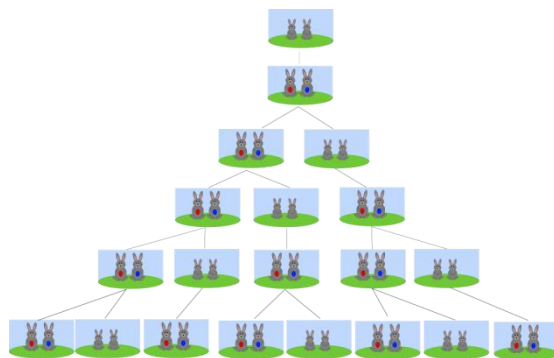


TAREFA A-7

Leonardo Fibonacci (1170-1250) foi um grande matemático europeu, nascido em Pisa, na Itália. Escreveu o livro *Liber Abaci* (em 1202) que introduziu os algarismos hindu-arábicos na Europa.

Um dos problemas apresentados no livro de Fibonacci é o problema dos coelhos:

"Um homem pôs um par de coelhos num lugar cercado por todos os lados por um muro. Quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir desse par num ano se, supostamente, todos os meses cada par dá à luz um novo par, que é fértil a partir do segundo mês?"



A vossa tarefa é completar a tabela abaixo com o número de pares de coelhos existentes em cada mês, supondo que nenhum coelho morra nesse tempo ☺.

MÊS	NÚMERO DE PARES DE COELHOS	MÊS	NÚMERO DE PARES DE COELHOS
1º		7º	
2º		8º	
3º		9º	
4º		10º	
5º		11º	
6º		12º	



TAREFA A-8

Leonardo Fibonacci (1170-1250) foi um grande matemático europeu, nascido em Pisa, na Itália. Escreveu o livro *Liber Abaci* (em 1202) que introduziu os algarismos hindu-arábicos na Europa.

É muito conhecida a Sequência de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

A vossa primeira tarefa é dar continuidade à sequência acima apresentada, escrevendo os cinco números seguintes.

..... , ... , ... , ... , ...

A vossa segunda tarefa é escolher três números da Sequência de Fibonacci e dividir cada número escolhido pelo seu antecessor. O resultado destas divisões aproxima-se de um número irracional muito famoso. Qual é esse número?

..... =
.....

..... =
.....

..... =
.....

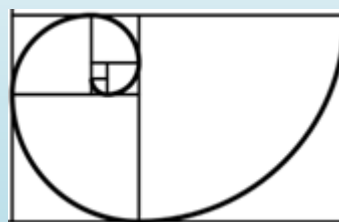


TAREFA A-9

Leonardo Fibonacci (1170-1250) foi um grande matemático europeu, nascido em Pisa, na Itália. Escreveu o livro *Liber Abaci* (em 1202) que introduziu os algarismos hindu-arábicos na Europa.

É muito conhecida a Sequência de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

Esta sequência dá origem a uma espiral muito bela: a espiral de ouro!!! A parte inicial desta espiral está representada abaixo. A vossa tarefa é descobrir qual a técnica de desenho desta sequência para completar (desenhar) as duas etapas seguintes 😊.

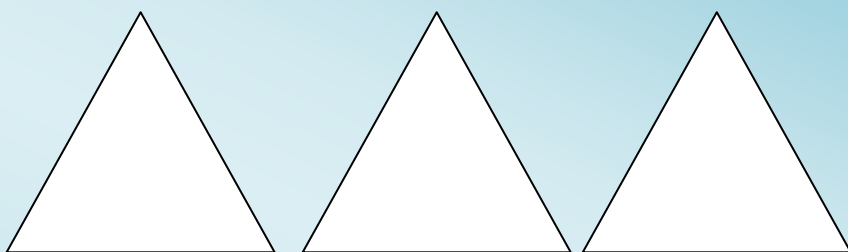




TAREFA A-10

Wacław Sierpinski (1882-1969) foi um matemático polaco nascido em Varsóvia. O Triângulo de Sierpinski é uma figura da geometria fractal. É obtido a partir de um processo de repetição dos passos iniciais da construção da figura geométrica.

A vossa tarefa é descobrir qual a técnica de desenho desta figura para completar (desenhar) as três etapas seguintes 😊.

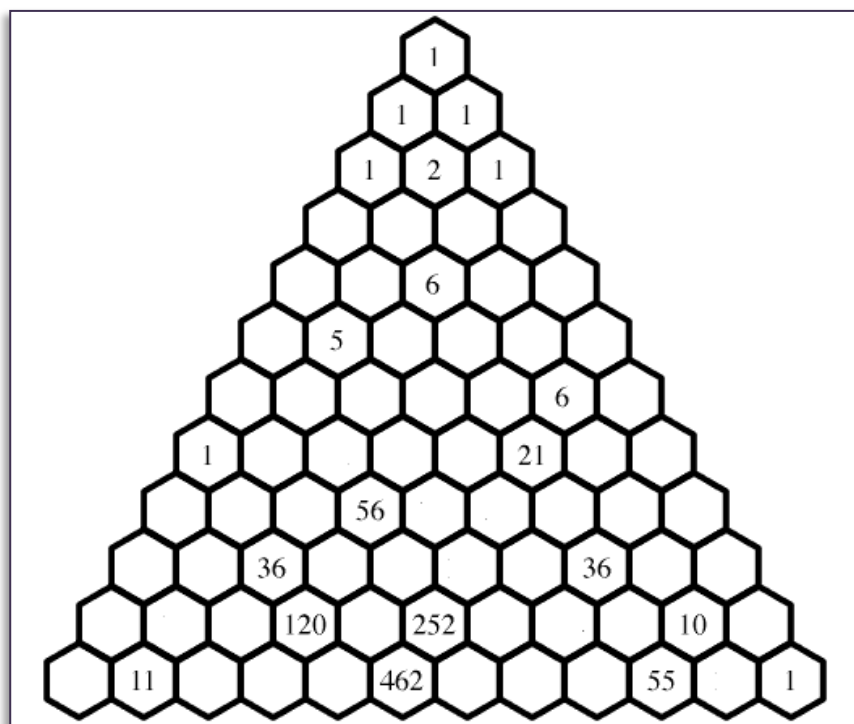




TAREFA A-11

Blaise Pascal (1623-1662) foi um matemático, físico e filósofo francês nascido em Clermont-Ferrant, França. O seu talento para as ciências manifestou-se muito cedo. Na matemática, contribuiu especialmente para o desenvolvimento da geometria e da teoria das probabilidades. O triângulo de Pascal é um triângulo aritmético com propriedades muito interessantes.

A vossa tarefa é descobrir qual a regra matemática de construção do triângulo de Pascal e completar os espaços vazios na figura abaixo☺.



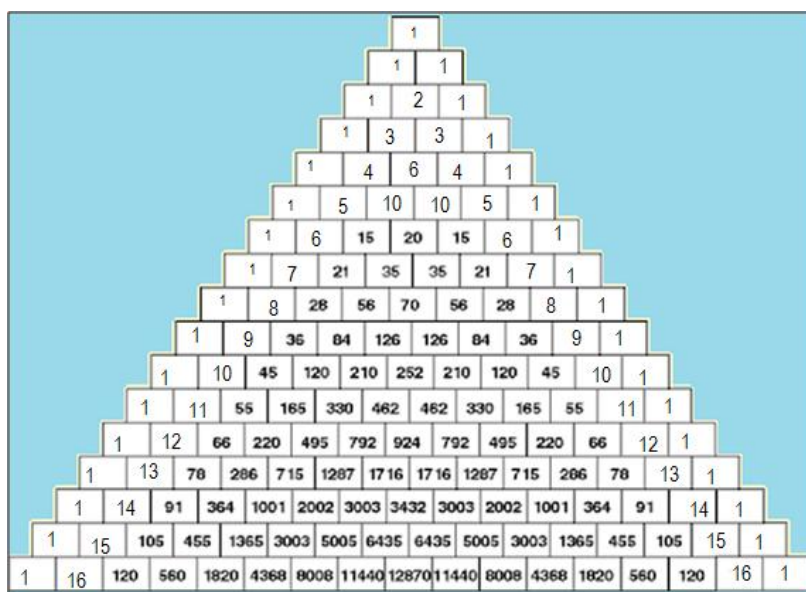
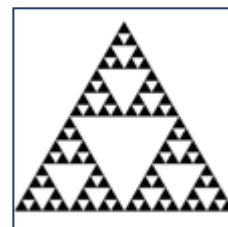


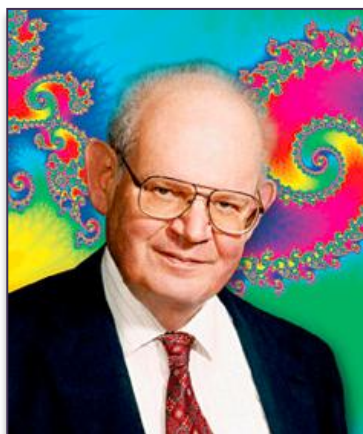
TAREFA A-12

Blaise Pascal (1623-1662) foi um matemático, físico e filósofo francês nascido em Clermont-Ferrant, França. O seu talento para as ciências manifestou-se muito cedo. Na matemática, contribuiu especialmente para o desenvolvimento da geometria e da teoria das probabilidades. O triângulo de Pascal é um triângulo aritmético com propriedades muito interessantes.

A vossa tarefa é descobrir (e executar) uma maneira de transformar o triângulo de Pascal representado abaixo no triângulo de Sierpinski (ao lado).

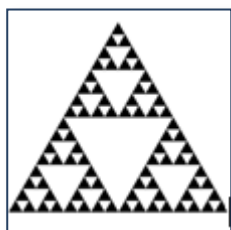
Use dois lápis de duas cores diferentes.





TAREFA A-13

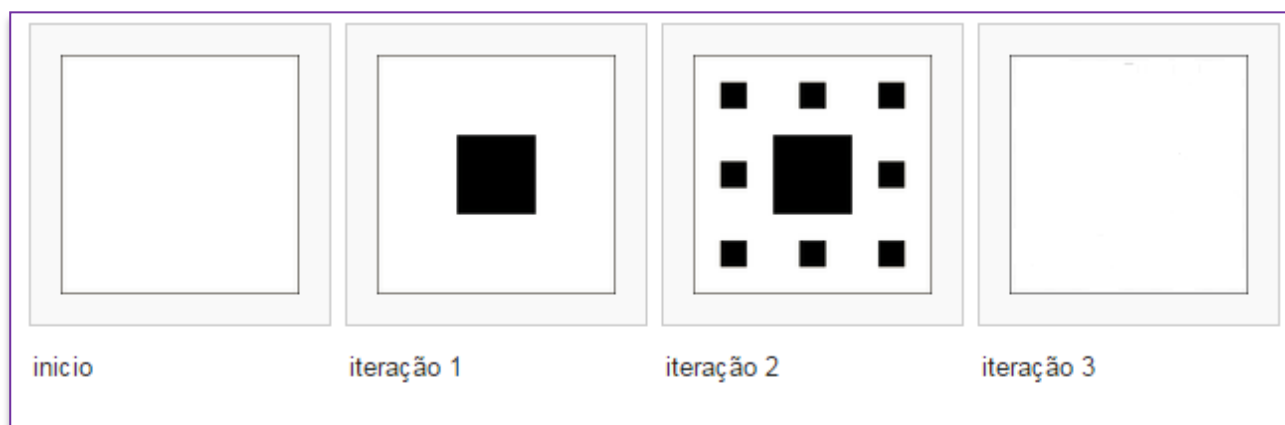
Benoit Mandelbrot (1024-2010) foi um matemático nascido em Varsóvia, na Polónia, que criou a Geometria Fractal. Os fractais são objetos geométricos que são autossimilantes gerados pela repetição de um padrão. O triângulo de Sierpinski



é um exemplo de fractal.

A vossa tarefa é desenhar outro fractal: o tapete de Sierpinski ☺.

Observem o desenho abaixo. Vocês devem descobrir qual a técnica de construção deste fractal para completar (desenhar) a etapa seguinte (iteração 3).





TAREFA A-14

Pierre de Fermat (França, 1601-1665) e Andrew Wiles (Cambridge, 1953) são dois brilhantes matemáticos unidos por um teorema. Em 1637, Fermat escreveu, na margem do livro de matemática que lia, uma afirmação que desafiaria os melhores matemáticos do mundo por mais de três séculos. Ele afirmou que era **impossível** encontrar **números inteiros** positivos **x**, **y** e **z** que satisfizessem a equação $x^n + y^n = z^n$ para todo o número inteiro **n** maior que **2**. Este enunciado ficou conhecido como *Último Teorema de Fermat*. Apenas em 1995, Andrew Wiles provou que Fermat estava com a razão.

A vossa tarefa é verificar este importante resultado matemático para alguns valores escolhidos por vocês ☺.

Escrevam na tabela abaixo valores inteiros para **x**, **y** e **z** e completem na última coluna com o sinal de **=** ou **≠**.

n	x	y	z	$x^n + y^n$ (= ? ≠) z^n
0				
1				
2				
3				
4				
5				

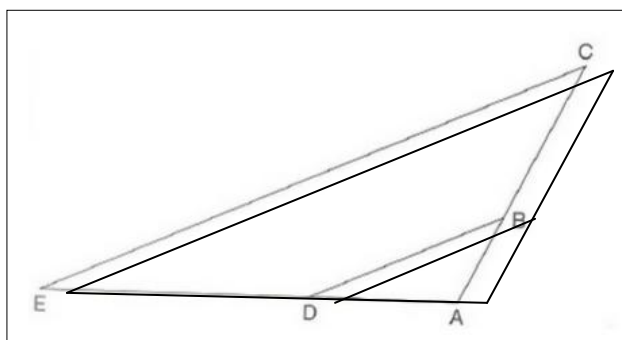


A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-1

Cinco cidades europeias A, B, C, D, E são interligadas por linhas de comboio, conforme a figura abaixo. A linha AC tem 80 Km de comprimento e a linha AE tem 100 Km. A linha BD é paralela à linha CE. A linha AD tem 45 Km de comprimento.

Um turista está na cidade A e pretende visitar a cidade B utilizando a linha de comboio direta entre as duas cidades. Qual a distância entre as duas cidades que o turista percorrerá, considerando a linha de comboio AB?

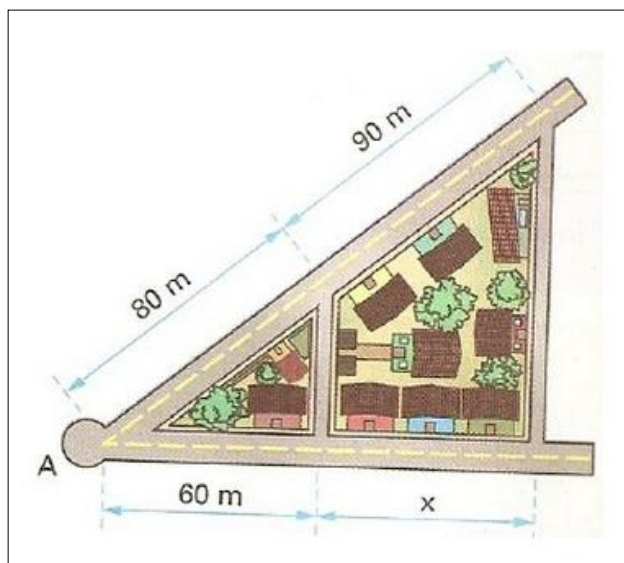




A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-2

A figura mostra-nos a imagem do mapa de uma vila portuguesa. No ponto A, há uma praça de onde partem duas avenidas que cortam duas ruas paralelas. Na primeira avenida, os quarteirões determinados pelas ruas paralelas têm 80 m e 90 m de comprimento. Na segunda avenida, um dos quarteirões mede 60 m. Qual o comprimento do outro quarteirão?

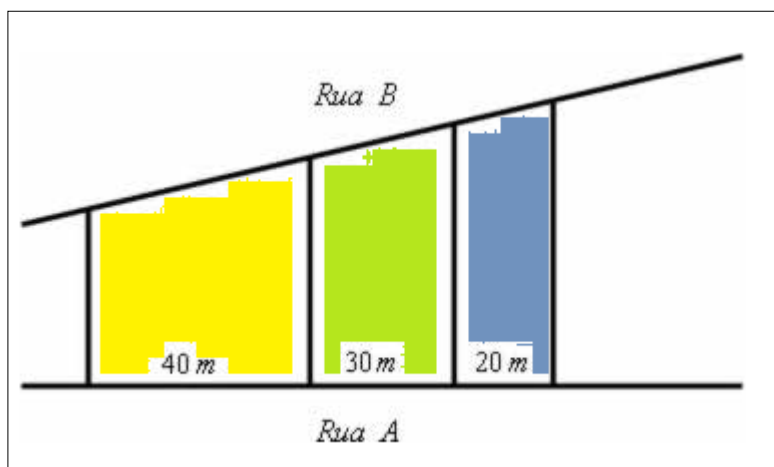




A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-3

Três quintas em Trás-os-Montes têm frentes para as ruas A e B, conforme indicado na figura. As divisões laterais das quintas são perpendiculares à rua A. Os proprietários das quintas farão um muro nas frentes dos seus terrenos que dão para a rua B. Para isso, precisam saber qual a medida da frente para a rua B de cada quinta. Será que vocês podiam ajudá-lo a calcular as 3 medidas necessárias, sabendo que a frente total para essa rua tem 180m?

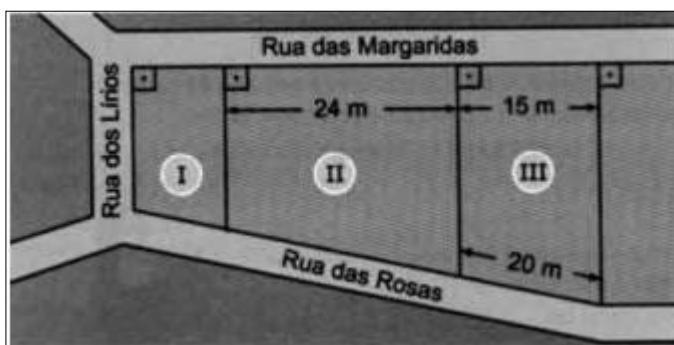




A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-4

No desenho abaixo estão representados os terrenos I, II e III de uma vila portuguesa, localizados entre as ruas das Margaridas e das Rosas.



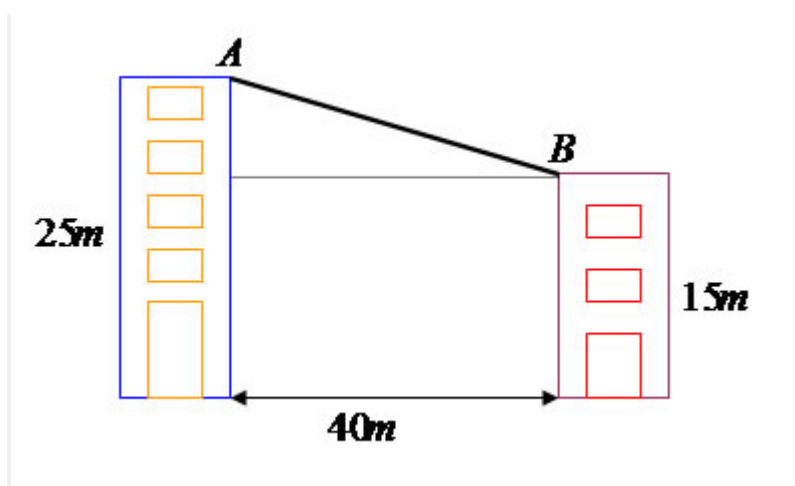
O Sr. Joaquim, proprietário do terreno II, deseja construir um muro para fechar o lado do seu lote que faz frente com a Rua das Rosas, mas não sabe qual o comprimento que irá ter o muro. Ele está com dificuldade em fazer este cálculo e pediu-vos ajuda. Quantos metros de comprimento deverá ter este muro?



A Matemática ajuda-nos a compreender o mundo em que vivemos.

TAREFA B-5

Um ciclista acrobático vai fazer a travessia de um prédio para outro, percorrendo, com uma bicicleta especial, um cabo de aço, representado no esquema a seguir como o segmento de reta $[AB]$:



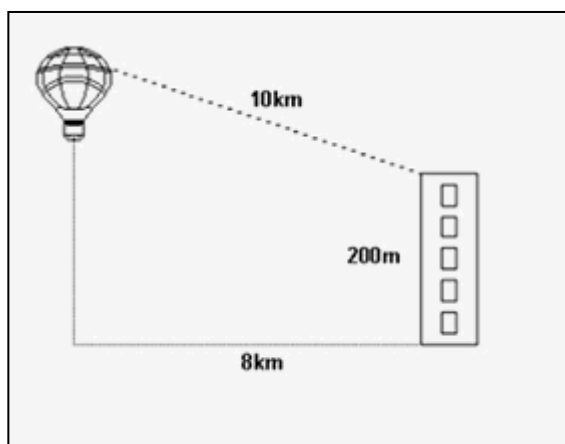
Qual é a medida mínima, em metros, do comprimento do cabo de aço? Apresenta o resultado arredondado às unidades.



A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-6

Na figura abaixo está representado um lançamento de balão nos festejos de São João no Porto. Um observador, em cima de um prédio, calcula a distância do balão até à sua posição no topo do prédio e, neste momento, ele quer calcular a altura do balão até o solo. Qual deve ser a altitude do balão para que sua distância ao topo do prédio seja de 10 Km?

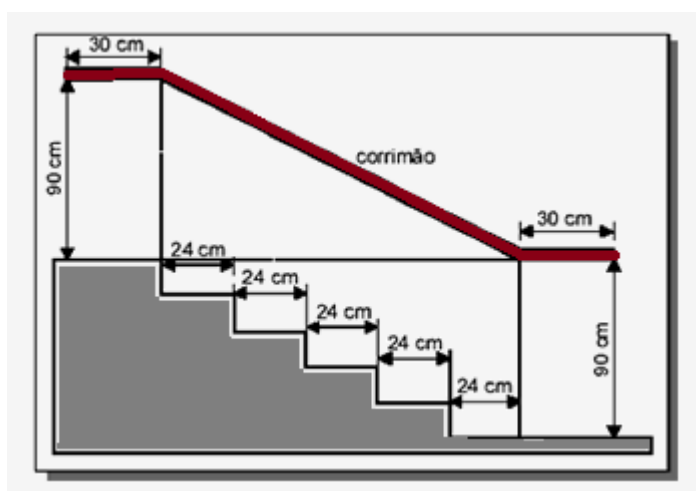




A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-7

Um arquiteto desenhou o projeto de uma escada para o ginásio de uma escola, conforme a figura abaixo. A escada possuirá 5 degraus com a mesma altura. Vocês foram contratados pelo arquiteto para calcular o comprimento total do corrimão (representado, na figura abaixo, em vermelho) da escada. Qual é este comprimento?





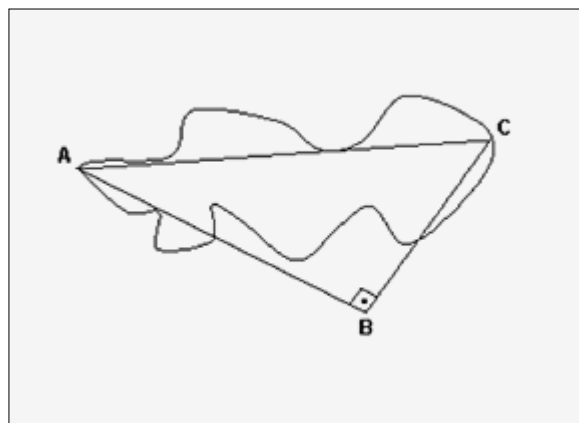
A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-8

O Pedro não sabia nadar e queria descobrir a medida do comprimento da parte mais extensa (AC) da Lagoa Funda do Alto Monte, perto da casa da sua avó. O Pedro era muito esperto e sabia que a Matemática poderia ajudá-lo a resolver o problema. Depois de pensar um pouco, colocou três estacas nos pontos A, B e C, como representado na figura abaixo. Esticou cordas de A até B e de B até C, formando um ângulo reto em B, conforme a figura abaixo.

Medindo essas cordas, obteve: comprimento de $AB = 24\text{m}$; comprimento de $BC = 18\text{m}$.

Usando os seus conhecimentos matemáticos, Pedro conseguiu calcular a medida da parte AC, a parte mais extensa da lagoa. Qual é essa medida?

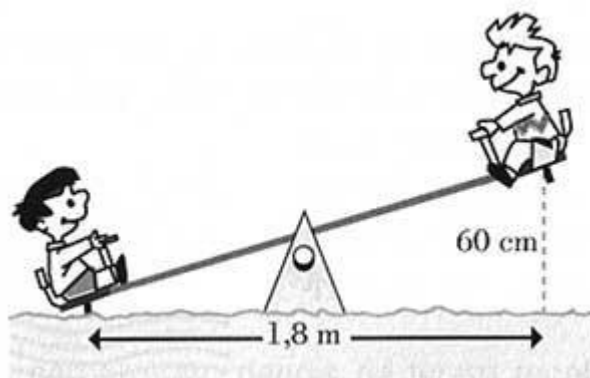




A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-9

O Pedro e o João estão a divertir-se no balanço que existe na praça próxima da sua escola (ver figura abaixo). A madeira do balanço precisa ser substituída pois já está muito desgastada. O sr. António é um ótimo carpinteiro e vai fazer o serviço. Ele precisa saber o comprimento do balanço, mas a sua oficina fica longe da escola para ele poder fazer a medição diretamente. Sabendo que a altura máxima a que pode subir cada um dos amigos é de 60 cm, calcula o comprimento do balanço para informares o sr. António.

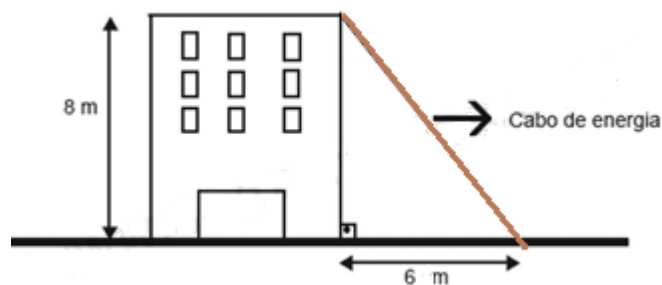




A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-10

A empresa de iluminação Luz Max precisa de esticar um cabo de energia provisório desde o topo de um edifício, cujo formato é retangular, a um determinado ponto do solo distante 6 metros da parede lateral do prédio, como ilustra a figura abaixo. Vocês são os funcionários da Luz Max e precisam de calcular o comprimento desse cabo de energia. Qual é esta medida?

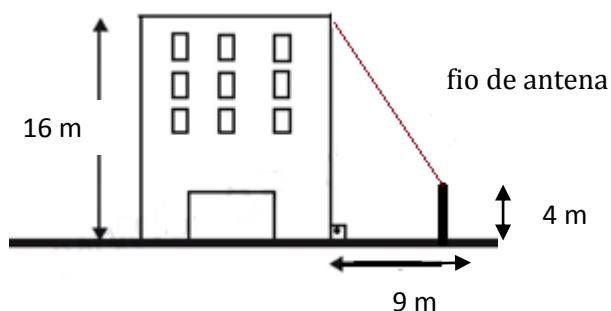




**A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.**

TAREFA B-11

Uma empresa de televisão está a reparar a antena num edifício no centro da cidade de Lisboa. Para isso, precisa de esticar um fio de antena entre o topo do prédio e o topo do poste localizado na parte lateral do prédio. O edifício tem 16m de altura e o poste, 4m, conforme a figura abaixo. Considerando-se o terreno horizontal e sabendo-se que a distância entre o prédio e o poste é de 9m, calcula o comprimento do fio de antena de que a empresa de televisão necessitará para o reparo.

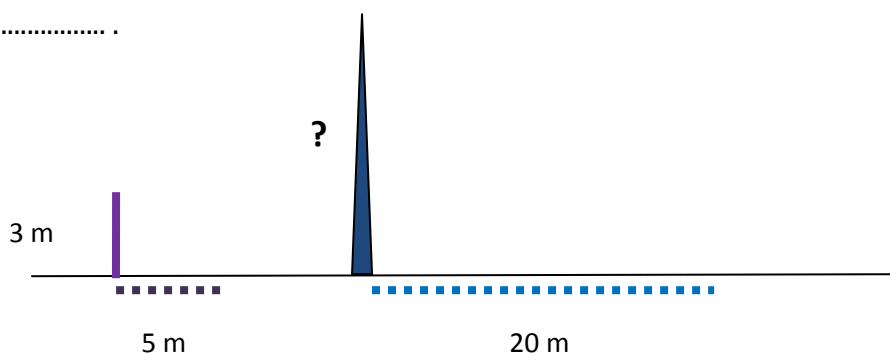




A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-12

Um bastão de 3m colocado verticalmente sobre o terreno plano projeta uma sombra de 5m. Se no mesmo instante, uma torre projeta uma sombra de 20m, então a altura da torre é



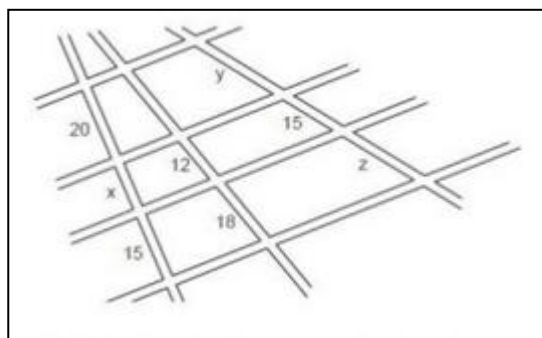


**A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.**

TAREFA B-13

O mapa mostra quatro estradas paralelas que são cortadas por três vias transversais. Algumas das distâncias entre os cruzamentos dessas vias transversais e as estradas paralelas estão indicadas no mapa (em Km), mas as outras precisam de ser calculadas.

Completa o mapa com as distâncias que faltam.

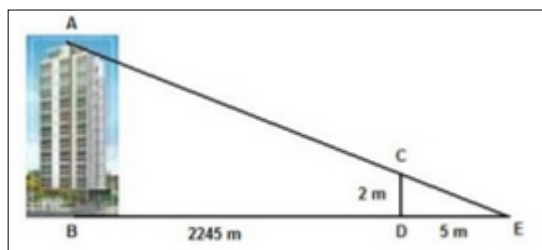




A Matemática ajuda-nos a compreender
o mundo em que vivemos.

TAREFA B-14

Na figura abaixo, está representada a fachada de um prédio. Os segmentos de reta AB e CD são perpendiculares a BE e os segmentos de reta AB e CD são paralelos (ver figura abaixo). Determina a altura do prédio.



ANEXO

3

- TAREFAS EXTRA -

1. Tarefas extra

1ª WebQuest: Criação de um objeto artístico onde o Triângulo seja o tema inspirador.

Chegamos, agora, ao final deste 1º torneio!
O TRIÂNGULO nos conduziu a muitas aprendizagens...
ainda temos muita aventura por aí!
A próxima etapa de nossa aventura terá um outro tema...
Como último desafio, valendo 5 pontos extras,
propomos à sua equipa a criação de um **objeto artístico**,
de qualquer natureza (desenho, pintura, escultura, poema, etc...),
onde o TRIÂNGULO seja o tema inspirador.
Mãos à obra!



2ª WebQuest : Inventar um problema cuja resposta seja 7.

Para completar os **25 pontos** deste torneio,
a tua equipa deverá
inventar um problema cuja resposta seja 7.
Para terminar...
... só falta responder
(individualmente)
ao inquérito de avaliação abaixo...



3ª WebQuest : Desenhar o Triângulo de Sierpinski.

Para completar os **25 pontos** deste torneio,
a tua equipa deverá
desenhar um fractal:
o TRIÂNGULO de SIERPINSKI.
Mas o que é um fractal?
O que é o Triângulo de Sierpinski?
Para responder a estas questões, assista ao vídeo abaixo.

Video do YouTube



4ª WebQuest : Desenhar o Triângulo de Pascal.

Para completar os **25 pontos** deste torneio, a tua equipa deverá **desenhar o TRIÂNGULO de PASCAL**.
O que é o Triângulo de Pascal?

Para responder a esta questão, assista ao vídeo abaixo.

Video do YouTube



Torneio final: Resolver as Palavras Cruzadas

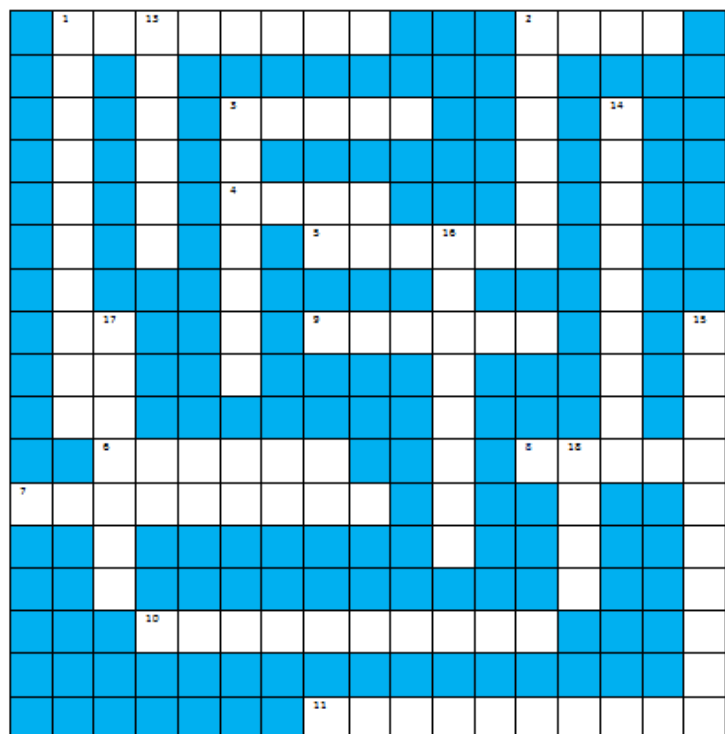
EQUIPA: _____

Tarefa extra (vale 20 pontos)

Complete os espaços do quadro à direita com as palavras corretas de acordo com as instruções do quadro à esquerda.

Matemática@ XXI
Conexões Surpreendentes

HORIZONTAIS	VERTICAIS
1. Aquilo que não tem fim	1. Número não racional
2. O que ocorre mais vezes	2. Lugar onde nasceu Tales
3. Matemático que mediu a altura da Pirâmide de Quéops	3. Afirmação que pode ser provada
4. O número irracional Φ	13. Um dos matemáticos que inventou a Teoria das probabilidades
5. Nome de um dos lados do triângulo retângulo	14. Sequência numérica que modela o crescimento dos coelhos
6. Matemático que inventou os números transfinitos	15. O maior lado de um triângulo retângulo
7. Matemático muito famoso nascido em Samos	16. Nome do matemático que escreveu o livro dos <i>Elementos</i>
8. Número que só tem 2 divisores	17. Objeto geométrico gerado por um padrão que se repete
9. Um triângulo numérico	18. Ângulo que mede 90°
10. Um triângulo fractal	
11. Ciência dos números, das formas e das relações	



ANEXO

4

- QUESTIONÁRIOS -

1. Questionário inicial

Inquérito Inicial Matemátic@XXI:Conexões Surpreendentes

Olá atleta!

Vais participar, com a tua equipa, na Gincana Escolar Matemátic@ XXI no Externato de Vila Meã.

Será uma grande aventura!

Em cada torneio, tu e a tua equipa terão muitos desafios a vencer!

Para começar, peço a tua colaboração respondendo às perguntas deste inquérito.

As tuas respostas serão úteis para uma Investigação em Ensino da Matemática desenvolvida na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Não existe resposta certa e elas não valem pontos na Gincana. Tu não serás identificado.

O objetivo deste inquérito é conhecer a tua opinião sobre a Matemática. Espero que sejas sincero.

Obrigada pela tua colaboração!

Considerando as tuas próprias atitudes em relação à Matemática, completa as frases seguintes com as palavras que faltam.

1. Eu decidi participar desta Gincana porque ...

(Completa esta frase com o motivo que te fez aderir à Gincana.)

2. Os meus professores de Matemática desta escola... (Completa esta frase com base na tua experiência.)

3. A Matemática é... (Completa esta frase com a tua opinião.)

4. As minhas capacidades em Matemática são...

(Completa esta frase com a tua visão de ti próprio (a) em relação à Matemática.)

5. O que eu acho difícil em Matemática é... (Completa esta frase com a tua opinião.)

6. Para ser bom em Matemática é necessário... (Completa esta frase com a tua opinião.)

7. Um bom professor de Matemática devia... (Completa esta frase com a tua opinião.)

8. Poderia aprender mais Matemática se... (Completa esta frase com a tua opinião.)

9. A minha motivação para fazer Matemática é...

10. O melhor que um Professor de Matemática pode fazer por mim é...

11. Quando tenho aulas de Matemática eu...

12. Na escola, quando estava nas aulas de Matemática eu...

(Responde com as tuas lembranças das aulas de Matemática dos anos anteriores.)

13. Agora, quando estou na aula de Matemática eu...

(Responde com a tua experiência atual.)

14. Gostava das aulas de Matemática até que...

15. A minha experiência mais positiva com a Matemática aconteceu quando...

16. A minha experiência mais negativa com a Matemática aconteceu quando...

17. Sinto que a Matemática me "dá cabo da cabeça" quando...

18. Quando escuto a palavra "Matemática" eu...
(Completa esta frase com as tuas emoções e pensamentos.)

19. Quando escuto dizer que a Matemática é muito gira eu...

20. Quando aprendo Matemática, sinto-me...

21. O que eu gostaria de dizer sobre a Matemática é...

Opiniões sobre a Matemática

(Marcar o item que corresponde à tua opinião.)

22. A Matemática é um conjunto de procedimentos que temos de memorizar. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

23. A Matemática serve para resolver problemas. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

24. Matemática significa pesquisar novas ideias. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

25. A Matemática é algo muito abstrato para mim. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

26. Com frequência, aprendo rapidamente os novos conceitos em Matemática. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

27. A Matemática é útil. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

28. Tenho muita dificuldade em entender Matemática. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

29. Aprendo Matemática rapidamente. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

30. Relaciono os novos conceitos com as coisas já aprendidas. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

Tu e a Matemática

(Marcar o item que corresponde à tua opinião.)

31. Confio na minha capacidade de resolver problemas. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

32. Gosto muito de resolver problemas de Matemática. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

33. O que me importa em Matemática é chegar ao resultado final correto. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

34. Só resolvo problemas quando o (a) professor (a) pede. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

35. Desisto facilmente quando o problema é difícil. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

36. Quando me pedem para resolver problemas de Matemática, fico nervoso (a).

Marcar apenas uma opção.

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

37. Quando chego ao resultado, pergunto-me sempre se é o correto. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

38. Gosto de falar com meus colegas sobre coisas de Matemática. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

39. Sinto medo quando me pedem "de surpresa" que resolva problemas de Matemática.

Marcar apenas uma opção.

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

40. Procuro diferentes maneiras de resolver um problema. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

41. Eu sou capaz de resolver problemas por mim mesmo. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

42. Diante de um problema, sinto muita curiosidade encontrar uma resolução. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

43. Eu gosto muito de inventar novos problemas. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

44. Quando as minhas tentativas de resolver um problema fracassam, tento de novo.

Marcar apenas uma opção.

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

45. Eu divirto-me quando descubro novas formas de resolver um problema. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

46. Acho que comentar um problema com os outros não ajuda muito a resolvê-lo.

Marcar apenas uma opção.

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

47. Depois de o resolver, não é preciso rever o enunciado do problema. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

As minhas atitudes em relação à Matemática

(Marcar o item que corresponde à tua opinião.)

48. Estudar ou trabalhar com a Matemática não me assusta nada. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

49. Tenho confiança em mim mesmo (a) quando enfrento um problema de Matemática.

Marcar apenas uma opção.

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

50. Fico calmo (a) e tranquilo (a) quando enfrento um problema de Matemática.

Marcar apenas uma opção.

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

51. Não me altero quando tenho de trabalhar com problemas. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

52. Sinto uma grande satisfação quando consigo resolver problemas. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐) Concordo totalmente
- ☐) Concordo
- ☐) Discordo
- ☐) Discordo totalmente

2. Questionário do 1º Torneio

(WebQuest 1)
INQUÉRITO DE AVALIAÇÃO

É muito importante a tua avaliação do trabalho realizado no âmbito da Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI.

Por esta razão, solicitamos que respondas ao questionário a seguir com toda a franqueza. Não há resposta certa ou errada. (Marcar apenas uma opção.)

1. Nome da tua Equipa

2. As tarefas que realizaste na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI foram desafiantes e interessantes.

- () Concordo totalmente
() Concordo parcialmente
() Discordo totalmente

3. Participar da Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI está sendo giro.

- () Concordo totalmente
() Concordo parcialmente
() Discordo totalmente

4. As tarefas que realizei na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI contribuíram para o meu aprendizado em Matemática.

- () Concordo totalmente
() Concordo parcialmente
() Discordo totalmente

5. A minha experiência na MATEMÁTIC@ XXI me fez gostar mais de Matemática.

- () Concordo totalmente
() Concordo parcialmente
() Discordo totalmente

6. Conte um pouco mais...

Do que tu gostaste mais?

7. Conte um pouco mais...

Do que tu não gostaste?

3. Questionário dos 2º e 3º Torneios

(WebQuests 2 e 3) INQUÉRITO DE AVALIAÇÃO

É muito importante a tua avaliação do trabalho realizado no âmbito da Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI.
Por esta razão, solicitamos que respondas ao questionário a seguir com toda a franqueza. Não há resposta certa ou errada.
É a tua opinião que vale ☺.

1. Nome da tua Equipa

2. As tarefas que realizaste na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI foram desafiantes e interessantes.

(Marcar apenas uma opção.)

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo

3. Participar da Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI está sendo giro.

(Marcar apenas uma opção.)

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo

4. As tarefas que realizei na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI contribuíram para o meu aprendizado em Matemática. (Marcar apenas uma opção.)

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo

5. A minha experiência na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI me fez gostar mais de Matemática.

(Marcar apenas uma opção.)

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo

6. A minha experiência na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI me fez ver a Matemática de uma maneira diferente.

(Marcar apenas uma opção.)

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo

7. A Matemática, agora, parece...

(Marque os itens que correspondam à tua opinião; marque todas que se aplicam.)

- ☐ mais gira
☐ mais fácil
☐ mais difícil
☐ mais chata
☐ muito importante
☐ sem importância
☐ ligada ao meu mundo
☐ só para gênios
☐ a mesma coisa que antes

8. Eu gostei mais de...

(Complete a frase com aquilo que tu mais gostaste nesta gincana.)

9. Eu não gostei de...

(Complete a frase com aquilo que tu não gostaste nesta gincana.)

10. Se um colega meu me perguntasse sobre a Gincana MATEMÁTIC@ XXI, eu diria...

4. Questionário do 4º Torneio

(WebQuest 4) INQUÉRITO FINAL

Olá atleta!

Estamos no último torneio da Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI, no Externato de Vila Meã.

Foram 4 torneios de muitos desafios ☺ Agora é hora de avaliarmos esta experiência.

Responde ao inquérito seguinte com a tua opinião. Não há resposta certa ou errada.

1. Nome da tua equipa

2. As tarefas que realizaste na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI foram desafiantes e interessantes.

Marcar apenas uma opção.

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo parcialmente
- ☐ Discordo

3. Participar na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI foi giro. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo parcialmente
- ☐ Discordo

4. As tarefas que realizei na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI contribuíram para a minha aprendizagem em Matemática. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo parcialmente
- ☐ Discordo

5. Durante a realização das tarefas da Gincana MATEMÁTIC@ XXI, eu fiquei (ou senti-me)...

Marcar as alternativas que correspondem às emoções que experimentaste durante a gincana.

Marque todas que se aplicam.

- ☐ curioso(a)
- ☐ animado(a)
- ☐ aflito(a)
- ☐ tranquilo(a)
- ☐ "quebrando a cabeça"
- ☐ apressado(a)
- ☐ aborrecido(a)
- ☐ excelente
- ☐ desorientado(a)
- ☐ alegre
- ☐ indiferente
- ☐ divertido(a)
- ☐ confiante
- ☐ bloqueado(a)
- ☐ interessado(a)
- ☐ desanimado(a)
- ☐ esperto(a)
- ☐ incapaz

6. A minha experiência na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI fez-me gostar mais de Matemática.

Marcar apenas uma opção.

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo parcialmente
- ☐ Discordo

7. A minha experiência na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI me fez ver a Matemática de uma maneira diferente. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo parcialmente
- ☐ Discordo

8. A Matemática, agora, parece... *Marque todas que se aplicam.*

- ☐) mais gira
- ☐) mais fácil
- ☐) mais difícil
- ☐) mais chata
- ☐) muito importante
- ☐) sem importância
- ☐) ligada ao meu mundo
- ☐) só para génios
- ☐) a mesma coisa

9. O que eu mais gostei na Gincana foi...

Completa a frase com aquilo que tu mais gostaste nesta gincana.

10. O que eu mais gostei de aprender na Gincana foi...

Completa a frase com aquilo que tu mais gostaste de aprender nesta gincana.

11. Eu não gostei de...

Complete a frase com aquilo que tu não gostaste nesta gincana.

12. Se um colega meu me perguntasse sobre a Gincana MATEMÁTIC@ XXI, eu diria...

13. Gostarias que a Gincana MATEMÁTIC@ XXI continuasse a acontecer na tua escola?

- ☐) Sim
- ☐) Sim, porém com algumas mudanças.
- ☐) Não

14. Diz quais as mudanças que tu gostarias que fossem feitas na Gincana MATEMÁTIC@ XXI.

5. Questionário Final

INQUÉRITO DE AVALIAÇÃO FINAL – 5º Torneio

Olá, atleta, chegamos ao final da Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI.

Tua avaliação é muito importante ☺ Por esta razão, solicito que respondas ao questionário a seguir com toda a franqueza. Não há resposta certa ou errada. É a tua experiência que conta ☺

1. Nome da tua Equipa

2. O torneio final presencial da nossa gincana foi giro. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo totalmente

3. As tarefas do torneio final presencial foram muito difíceis. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo totalmente

4. Eu gostei da forma como foi realizado o torneio final presencial. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo totalmente

5. A Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI me fez gostar mais da Matemática.

Marcar apenas uma opção.

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo totalmente

6. Participar da Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI me ajudou a ver a Matemática de uma forma mais positiva. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo totalmente

7. Participar da Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI foi giro. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo totalmente

8. Participar da Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI contribuiu para o meu aprendizado em Matemática.

Marcar apenas uma opção.

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo totalmente

9. Poder comunicar com meus colegas e com a professora/investigadora através do Facebook na Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI foi giro. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo totalmente

10. Eu gostei de aprender e realizar tarefas através do ambiente digital (WebQuests) da Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI. *Marcar apenas uma opção.*

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo parcialmente
☐ Discordo totalmente

11. Eu gostaria que a Gincana Escolar MATEMÁTIC@ XXI continuasse a acontecer na minha escola.

Marcar apenas uma opção.

- () Sim
() Sim, porém com algumas mudanças.
() Não

12. Conte um pouco mais...
Do que tu gostaste mais na nossa gincana?

13. Conte um pouco mais...
Do que tu não gostaste na nossa gincana?

14. Conte um pouco mais...
O que tu mudarias na nossa gincana?

ANEXO

5

- PROTOCOLO DA ENTREVISTA COM OS ALUNOS -

Protocolo da entrevista com os alunos	
Questão	Protocolo
1	Como foi para você a participação na Gincana <i>Matemática@XXI</i> ?
2	Esta participação na Gincana <i>Matemática@XXI</i> de alguma maneira influenciou a ideia que vocês têm da matemática?
3	A participação na Gincana ajudou você a ter mais confiança na sua aprendizagem, para aprender a matemática? É diferente da forma de aprender matemática na sala de aula?
4	Só os bons alunos, aqueles que tiram boas notas, ganham na Gincana <i>Matemática@XXI</i> . Você concorda com esta afirmação?
5	O trabalho da Gincana foi feito com o apoio da <i>Internet</i> . Isto foi bom ou ruim?
6	Vocês acham que a comunicação pelo <i>Facebook</i> funciona bem para este tipo de atividade escolar?
7	O que vocês acharam da Gincana ser uma competição?
8	Você gostaria que esta forma de aprender matemática fosse mais usada na sua escola?
9	Mas vocês de fato aprenderam com a Gincana?
10	Se vocês tivessem que expressar em uma palavra a experiência de vocês na Gincana <i>Matemática@XXI</i> , qual palavra vocês usariam?