

# **Estudo de biomateriais sujeitos a grandes deformações multiaxiais usando métodos óticos**

*António Diogo Figueiredo André*

**Dissertação de Mestrado**

Orientador na FEUP: Doutor Pedro Alexandre L. S. Martins

Co-orientador: Prof. Renato Natal Jorge



**Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica**

Fevereiro, 2016

*“Deus quer, o Homem sonha, a obra nasce”*

*Fernando Pessoa*

## Resumo

A presente dissertação, inserida no Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, tem como objetivo fundamental estudar biomateriais sujeitos a elevadas deformações multiaxiais pelo uso de métodos óticos. Nesse sentido e aproveitando o algoritmo existente na dissertação “Desenvolvimento de Algoritmo de Correlação Digital de Imagem para Avaliação de Grandes Deformações” [3], pretende-se proceder à análise destes ensaios ao nível de campos de deslocamentos e deformações.

Com o intuito de se chegar ao objetivo enunciado acima, efetuou-se no programa desenvolvido na tese referida acima diversas alterações no código que iam ao encontro do pretendido. Posteriormente, validaram-se as modificações impostas. Paralelamente definiu-se um intervalo ótimo de alguns valores de extrema importância para este trabalho, como a zona de referência e a zona de busca.

A análise completa dos ensaios elaborados, usando as técnicas de correlação digital de imagem, recaiu sobre três aspetos presente no algoritmo. O primeiro deles diz respeito ao processo de calibração, segundo o qual se saberá qual o passo ideal a usar durante a análise do ensaio. O segundo de grande interesse prático consiste em obter os gráficos de deformação e deslocamento do material segundo as direções vertical e/ou horizontal. O último ponto consiste em visualizar o movimento de pontos pré-selecionados no ensaio. Nesta situação é possível obter o coeficiente de Poisson do material, assim como a informação da variação do alongamento correspondente a cada *frame*.

Neste projeto foram efetuados diversos ensaios, no entanto apenas três deles encontram-se aqui contemplados. Foi ensaiado e analisado um ensaio uniaxial de um alumínio e um ensaio uniaxial e biaxial de um biomaterial usado em implantes mamários, PDMS.

Por fim, comparou-se os resultados obtidos a nível dos campos de deformações e deslocamentos com os correspondentes obtidos no *software* comercial Abaqus. Concluímos que no caso do ensaio biaxial do PDMS, os resultados são da mesma ordem de grandeza. No caso do alumínio, a comparação dos mesmos é consideravelmente diferente.

**Palavras-chave:** correlação digital de imagem, CDI, deformações, deslocamentos, biomateriais, Matlab, passo, alongamento.

## Biomaterials study subject to large multi-axial deformation using optical methods

### Abstract

The present dissertation, inserted in the Master in Mechanical Engineering, has as its fundamental objective to study of biomaterials subject to high multi-axial deformation through the use of optical methods. In this approach and taking advantage of the existing algorithm in “Development o Digital Image Correlation Algorithm for Large Deformation Analysis” [3], it is intended to analyze these same trials at the level of displacement fields and deformation.

In order to reach the objective set forth above, it is made in the existing program several code changes that were going to the intended meeting. Subsequently, the requisite changes were validated and tried to also set a great range for some very important values for this work, as the reference area and as the search area.

The full analysis of the elaborated trials, using digital image correlation techniques, are on three aspects present in this algorithm. The first concerns the calibration process, according to which you will know what the ideal step to use is for analyzing the trial. The second aspect of great practical interest is to obtain the graphics of deformation and displacement of material on the vertical and / or horizontal directions. The last point consists in visualizing the movement of pre-selected points in the trial. In this situation it is possible to obtain the Poisson ratio of the material, as well as to stretch the variation information corresponding to each frame.

In this project several trials were conducted, but only three of them are contemplated herein. It was executed and analyzed an aluminium uniaxial trial and a uniaxial and a biaxial trial of a biomaterial used in breast implants, PDMS.

We compared the results obtained in the fields of deformations and displacements with the corresponding results obtained in the commercial *software* Abaqus. We concluded that in the case of biaxial PDMS test, the results are of the same order of magnitude. In the case of aluminum, their comparison is considerably different.

**Keywords:** digital image correlation, DIC, strains, displacements, biomaterials, Matlab, step, stretch.

## Agradecimentos

Na realização desta dissertação de mestrado foi imprescindível todo apoio, incentivo e ajuda demonstrado por inúmeras pessoas que de alguma forma se envolveram neste projeto.

Ao meu orientador, o Doutor Pedro Martins, quero deixar um enorme agradecimento, pela sua orientação e disponibilidade, pelo total apoio, interesse e conhecimento que transmitiu, pelas opiniões e críticas, pelas palavras de incentivo e pela ajuda na resolução de problemas que foram surgindo. Gostaria ainda de realçar que sem a sua colaboração este trabalho jamais seria possível.

Aos meus colegas gostaria de agradecer o apoio prestado, principalmente à Rita Rynkevic pela disponibilidade e sugestões dadas e ao Francisco Pereira com quem trabalhei ao longo deste semestre.

À professora Teresa Duarte queria deixar uma palavra de gratidão e apreço pela grande disponibilidade oferecida no apoio a este trabalho, nomeadamente na cedência de provetes para ensaios de tração. E queria agradecer também ao Engenheiro Rui Silva pela disponibilidade na realização de todos os ensaios de tração feitos no LET (laboratório de ensaios tecnológicos).

Aos meus amigos e colegas da faculdade agradeço pela força, apoio e companheirismo, pelas conversas e pela troca de opiniões que me ajudaram no desenvolvimento desta tese.

Por fim, e tendo plena consciência que sozinho nada disto teria sido possível, dirijo um agradecimento especial à minha família, por me terem apoiado e tornado possível a concretização deste meu objetivo que é uma fase importantíssima da minha formatura.

## Índice

1	Introdução .....	1
1.1	Contexto e objetivos .....	1
1.2	Estrutura da dissertação .....	2
2	Correlação Digital de imagem .....	3
2.1	Confiança do Homem na imagem como meio transportador de informação .....	3
2.2	Breve história .....	4
2.3	Correlação Digital de imagem .....	4
2.4	Imagens Digitais .....	5
2.5	Princípios Fundamentais .....	6
3.	Extensometria .....	9
3.1	Material e métodos .....	9
4.	Alterações ao algoritmo existente/otimização .....	11
4.1	Algoritmo (breve contextualização) .....	11
4.2	Alterações/otimização .....	14
5.	Análise e validação do algoritmo .....	24
5.1	Região de busca ( <i>search</i> ) .....	24
5.2	Região de referência ( <i>subset</i> ) .....	26
5.3	Validação do coeficiente de Poisson .....	27
5.4	Conclusões .....	33
6.	Resultados .....	35
6.1	Borracha PDMS (uniaxial) .....	35
6.2	Alumínio (uniaxial) .....	44
6.3	Borracha PDMS (biaxial) .....	52
6.4	Conclusões .....	61
	Conclusões .....	65
	Trabalhos Futuros .....	66
	Referências Bibliográficas .....	67
	Anexos .....	69

## Índice de figuras

Figura 1. Ondas de gravidade [1].	3
Figura 2. Comparação dos referenciais usados no processamento típico de imagem (à esquerda) e o referencial usado pelo Matlab (à direita). [4].	5
Figura 3. Esquema de montagem ótica para ensaio, recorrendo à correlação digital de imagem para a medição do campo de deslocamentos [5].	6
Figura 4. Montagem experimental completa, onde se refere o computador, a câmara e a máquina de ensaios de tração [3].	10
Figura 5. Interface do programa.	11
Figura 6. Fluxograma com a sequência de etapas fundamentais do algoritmo.	12
Figura 7. Refinamento da malha para obtenção do campo de deformações e de deslocamentos, considerando a solução dos pontos equidistantes entre si [3].	14
Figura 8. Inserção do número de elementos no contorno do retângulo.	15
Figura 9. Gráfico <i>Stretch/Step</i> usando um campo de <i>search</i> de 21 por 21 e um <i>subset</i> de 13 por 13. Ensaio Uniaxial.	15
Figura 10. Gráfico <i>Stretch/Step</i> de um ensaio uniaxial, considerando um comprimento horizontal e um vertical no provete.	16
Figura 11. Sub-região do provete em análise.	17
Figura 12. Deformação na direção vertical.	17
Figura 13. Deslocamento na direção vertical em pixels.	18
Figura 14. Deformação na direção horizontal.	18
Figura 15. Deslocamento na direção horizontal em pixels.	19
Figura 16. Exemplo da posição inicial dos pixels no ensaio de tração de uma borracha.	20
Figura 17. Exemplo de uma posição intermédia.	20
Figura 18. Exemplo da posição final dos pixels após terminado o ensaio de tração.	20
Figura 19. Exemplo do gráfico <i>frame/stretch</i> na distância euclidiana para 3 pares de pontos.	21
Figura 20. Exemplo do gráfico <i>frame/stretch</i> na horizontal para 3 pares de pontos.	21
Figura 21. Exemplo do gráfico <i>frame/stretch</i> na vertical para 3 pares de pontos.	22
Figura 22. Exemplo de uma malha criada de forma inteligente pelo programa desenvolvido. Início do ensaio de tração da borracha.	22
Figura 23. Malha deformada após o consequente ensaio de tração.	23
Figura 24. Pontos seleccionados usados para a análise estática à variância.	25
Figura 25. Provete com o primeiro conjunto de pontos.	27
Figura 26. Provete com o segundo conjunto de pontos.	27
Figura 27. Provete com o terceiro conjunto de pontos.	28
Figura 28. Provete pré tracionado. Pontos seleccionados usando ImageJ.	29
Figura 29. Provete pós tracionado. Pontos seleccionados usando ImageJ.	30
Figura 30. Provete ensaiado no instante inicial (à esquerda) e no instante final (à direita).	30

Figura 31. Coeficiente de Poisson em função dos <i>frames</i> .....	31
Figura 32. Malha aplicada no provete e os pontos usados para obter o coeficiente de Poisson. Instante inicial. ....	32
Figura 33. Malha aplicada no provete e os pontos usados para obter o coeficiente de Poisson. Instante final. ....	32
Figura 34. Coeficiente de Poisson em função dos frames. Gráfico obtido com o Matlab para o alumínio. ....	32
Figura 35. Comprimento final do provete ensaiado. É de se considerar que esta imagem já contém deformação plástica e a análise foi feita incluindo só regime elástico. ....	33
Figura 36. PDMS ensaiado. ....	35
Figura 37. Provete ensaiado com os dois pares de pontos experimentados. ....	35
Figura 38. Gráfico <i>Stretch/Step</i> para os pontos exteriores da figura 37 (a amarelo). ....	36
Figura 39. Gráfico <i>Stretch/Step</i> para os pontos interiores da figura 37 (a vermelho). ....	37
Figura 40. Delimitação da área do provete usada. ....	37
Figura 41. Malha alcançada para uma intensidade de cor de 35. ....	38
Figura 42. Deslocamento na direção horizontal em pixels. ....	38
Figura 43. Deslocamento na direção vertical em pixels. ....	38
Figura 44. Deformação na direção horizontal. ....	38
Figura 45. Deformação na direção vertical. ....	39
Figura 46. Deslocamento na direção horizontal em pixels, 10 por 10 pixels. ....	39
Figura 47. Deslocamento na direção vertical em pixels, 10 por 10 pixels. ....	39
Figura 48. Deformação na direção horizontal, 10 por 10 pixels. ....	39
Figura 49. Deformação na direção vertical, 10 por 10 pixels. ....	40
Figura 50. Provete de PDMS no início. ....	41
Figura 51. Provete no fim do ensaio. ....	41
Figura 52. Gráfico <i>Frame/stretch</i> considerando a distância horizontal. ....	42
Figura 53. Gráfico <i>Frame/Stretch</i> considerando as distâncias verticais. ....	42
Figura 54 Gráfico <i>Frame/Stretch</i> considerando a distância euclidiana entre os pontos. ....	43
Figura 55 Coeficiente de Poisson em função dos <i>frames</i> do ensaio. ....	44
Figura 56 Provetes ensaiados, com uma malha mais esparsa (à esquerda), uma malha intermédia (ao centro) e uma malha mais refinada (à direita). ....	45
Figura 57 Gráfico de calibração do alumínio, usando pontos extremos da malha. ....	45
Figura 58 Par de pontos usados para calcular o gráfico <i>stretch/step</i> . ....	46
Figura 59 Gráfico <i>stretch/step</i> . ....	46
Figura 60 Deformação na direção vertical à esquerda e deslocamento na direção vertical em pixels à direita. ....	47
Figura 61 Deformação na direção vertical à esquerda e deslocamento na direção vertical em pixels à direita. ....	48
Figura 62. Posições iniciais (à esquerda) e posições finais (à direita) dos pontos marcados. ...	49

Figura 63. Gráfico <i>Frame/Stretch</i> na direção vertical do provete.....	49
Figura 64. Gráfico <i>Frame/Stretch</i> horizontal.....	50
Figura 65. Gráfico <i>Frame/Stretch</i> com a distância euclidiana entre os pontos.....	50
Figura 66. Provete ensaiado com os pontos (a cores) usados para a obtenção do coeficiente de Poisson.....	51
Figura 67. Pontos usados para a calibração, ensaio biaxial.....	52
Figura 68. Gráfico <i>Stretch/Step</i> para o ensaio biaxial.....	53
Figura 69. Pontos marcados. Posição inicial (à direita) e posições finais (à esquerda).....	53
Figura 70. Gráfico <i>frame/stretch</i> considerando a distância vertical dos pontos.....	54
Figura 71. Gráfico <i>frame/stretch</i> considerando a distância horizontal dos pontos.....	54
Figura 72. Gráfico <i>frame/stretch</i> considerando a distância euclidiana entre os pontos.....	55
Figura 73. Malha “ inteligente”. Instante inicial (à direita) e instante final (à esquerda).....	55
Figura 74. Zona do provete analisada.....	56
Figura 75. Deformação na direção horizontal.....	56
Figura 76. Deslocamentos na direção horizontal em pixels.....	57
Figura 77. Deformações na direção vertical.....	57
Figura 78. Deslocamento na direção vertical em pixels.....	58
Figura 79. Deformação na direção horizontal.....	59
Figura 80. Deslocamento na direção horizontal em pixels.....	59
Figura 81. Deformação na direção vertical.....	60
Figura 82. Deslocamento na direção vertical em pixels.....	60
Figura 83. Deslocamentos verticais (segundo o eixo z em milímetros) sofridos pelo provete, obtidos no software Abaqus. Imagem no canto inferior direito, deslocamentos obtidos em Matlab. Para efeitos de comparação, o eixo zz no abaqus vai corresponder ao eixo yy do Matlab.....	62
Figura 84. Padrão do deslocamento obtido pelo provete através do <i>software</i> Abaqus em milímetros.....	63
Figura 85. Deslocamentos verticais (segundo o eixo y em milímetros) sofridos pelo provete. Imagem principal, deslocamentos obtidos em Abaqus. Imagem no canto superior direito, deslocamentos obtidos em Matlab.....	63
Figura 86. Deslocamentos horizontais (segundo o eixo x em milímetros) sofridos pelo provete. Imagem principal, deslocamentos obtidos em Abaqus. Imagem no canto superior direito, deslocamentos obtidos em Matlab.....	64
Figura A 1. Triangulação de Delaunay no plano.....	70
Figura A 2. Alongamento axial (z) e contrações laterais (x, y) [15].....	71

## Índice de Tabelas

Tabela 1. Posições iniciais e finais de cada pixel da malha. ....	23
Tabela 2. Variância em função do parâmetro “ <i>search</i> ”.....	25
Tabela 3. Variância em função do parâmetro “ <i>subset</i> ”. ....	26
Tabela 4. Coeficiente de Poisson de acordo com as imagens lidas e conjunto de pontos usados. ....	28
Tabela 5. Comparação dos valores do coeficiente de Poisson obtidos usando o ImageJ e o Matlab para um provete grosso e um provete fino. ....	31
Tabela 6 Valores para os coeficientes de Poisson alcançados nos ensaios feitos. ....	51
Tabela A 1. Variâncias obtidas considerando diversos valores para a região de busca – parte 1. ....	73
Tabela A 2. Variâncias obtidas considerando diversos valores para a região de busca – parte 2. ....	75
Tabela A 3. Variâncias obtidas considerando diversos valores para a região de referência – parte 1. ....	77
Tabela A 4. Variâncias obtidas considerando diversos valores para a região de referência – parte 2. ....	79

## Índice de gráficos

Gráfico 1. Variância do stretch em função do campo de busca. ....	25
Gráfico 2. Variância do <i>stretch</i> em função do <i>subset</i> . ....	26
Gráfico 3. Coeficiente de Poisson de acordo com as imagens lidas e conjunto de pontos usados. ....	28

# 1 Introdução

## 1.1 Contexto e objetivos

A presente tese enquadra-se no âmbito da obtenção do grau de mestre, oferecida pelo curso Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, especialização de Projeto e Construção Mecânica. O principal objetivo desta dissertação é continuar o trabalho já realizado anteriormente no mesmo domínio com o tema “Desenvolvimento de Algoritmo de Correlação Digital de Imagem para Avaliação de Grandes Deformações”.

O passo seguinte irá incidir sobre toda a estrutura do trabalho já desenvolvido quer a nível do possível melhoramento do algoritmo, acréscimo de algumas funcionalidades e prepara-lo, dentro do possível, para o próximo passo a ser implementado.

A correlação digital de imagem (CDI) ou “digital image correlation” (DIC) considerando o termo em inglês é um método ótico de análise experimental de deformações que tem sofrido um grande investimento e desenvolvimento por parte dos investigadores desde a sua criação, na década de 80 do século XX. Por se tratar de um método ótico, consiste num ensaio não destrutivo em que os seus princípios fundamentais assentam na análise sucessiva de imagens digitais por comparação das mesmas. Estas imagens são obtidas durante um ensaio de deformação de um corpo que se encontre em estudo [3].

Esta técnica apresenta já um elevado desempenho no que diz respeito a pequenas deformações de materiais que tipicamente estão associados à Engenharia Mecânica. Relativamente a grandes deformações ainda apresenta resultados aquém das expectativas. O comportamento altamente não linear e muitas vezes não homogéneo de alguns materiais, entre os quais os biomateriais – objeto de estudo desta dissertação, dificulta bastante todos os procedimentos da utilização desta técnica [3].

Aproveitando então o trabalho desenvolvido previamente neste assunto, o passo seguinte é deixar todo o algoritmo em MATLAB numa fase mais multifacetada. Pretende-se que seja possível aplicar posteriormente, por exemplo, o método dos elementos finitos (mef) ou outro semelhante. Estes métodos seriam aplicados a partir dos deslocamentos obtidos usando a correlação digital de imagem em materiais hiperelásticos, biomateriais e por fim tecidos biológicos. Um outro objetivo para este projeto é deixar o algoritmo o mais perto possível da aplicação de métodos inversos. Estes métodos possibilitariam a obtenção de características mecânicas dos materiais como o módulo de Young, coeficiente de Poisson entre outros de importância relevante.

Assim sendo, ao longo da presente dissertação serão explicitados todos os passos dados nesse sentido. Serão descritos as alterações e acréscimos ao programa, assim como a tentativa de validação das novas funcionalidades impostas através de ensaios, análises estatísticas de diversos parâmetros com a intenção de os otimizar.

Por fim, após tudo devidamente controlado e validado, passaremos para o tema fulcral do estudo de biomateriais sujeitos a elevadas deformações multiaxiais utilizando métodos óticos através de ensaios de materiais hiperelásticos e ainda se possível de tecidos biológicos.

## **1.2 Estrutura da dissertação**

Toda a estrutura da dissertação seguiu de um raciocínio que se achou lógico e adequado à mesma. No capítulo 2 é introduzida a correlação digital de imagem, isto é, são abordados assuntos desde a imagem como meio transportador de informação, correlação digital de imagem, imagens digitais e os princípios fundamentais desta técnica.

No capítulo 3 é abordada a teoria de extensometria, mais concretamente a que diz respeito a esta tese, ou seja, extensometria por vídeo.

Os capítulos 4 e 5 dizem respeito a todas as alterações efetuadas no algoritmo, assim como a posterior validação das alterações feitas.

Após validadas as alterações feitas nos capítulos anteriores, o capítulo 6 é sobre a análise de resultados de vários ensaios efetuados. Nesta dissertação realizaram-se ensaios uniaxiais de uma borracha PDMS e de um alumínio, assim como, um ensaio biaxial de uma borracha PDMS. Em todos os capítulos serão tiradas conclusões que se acham pertinentes acerca dos mesmos.

Por fim, o capítulo final serão as conclusões gerais tiradas de todo este projeto, assim como uma perspetiva de trabalhos futuros ou complementares a este.

## 2 Correlação Digital de imagem

### 2.1 Confiança do Homem na imagem como meio transportador de informação

O Homem é, primeiramente, um ser visual e depende da informação visual daquilo que o rodeia para se orientar. Em tudo aquilo que faz, tenta de uma forma ou de outra, alargar a sua visão de forma a ultrapassar as suas limitações observações. Consoante aquilo que vê e a partir dessas extensões óticas, afirmar algo em concreto. Por exemplo, nas missões espaciais a outros planetas ou até mesmo ao fundo dos oceanos, inclui câmaras como sendo o maior e principal componente e que fornece informações bastante preciosas. Além das situações visíveis a olho nu, naturalmente tenta também alargar a visão a outras áreas de ciência e não só. Através da informação visual são estudados fenómenos como o eletromagnetismo, os raios infravermelhos, os raios X entre muitas outras situações. [1]

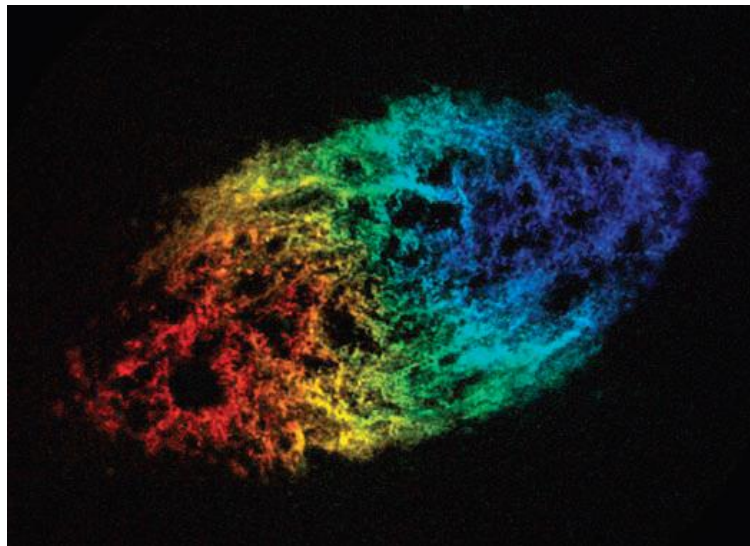


Figura 1. Ondas de gravidade [1].

É seguro afirmar que a imagem, enquanto meio transportador de informação, é essencial ao Homem nas mais diversas áreas, como na ciência, engenharia, medicina. É a partir da observação do que o rodeia a nível micro ou macro e da interpretação dessa informação que a Humanidade se encontra em constante evolução.

## 2.2 Breve história

A história de medições baseadas em imagens é relativamente recente e apareceu no campo da fotogrametria. De acordo com Doyle [9] e Gruner [10], as discussões de perspectiva e imagens remontam aos apontamentos de Leonardo Da Vinci em 1480 na altura do Renascimento e aos seus casos de estudo em 1492 [2].

Nos três séculos seguintes existiram muitos avanços importantes nesta área, incluindo os trabalhos de Heinrich Lambert. Lambert desenvolveu a matemática básica relacionada com a perspectiva e a imagem. [2].

## 2.3 Correlação Digital de imagem

A correlação digital de imagem teve algum do seu trabalho desenvolvido inicialmente por Gilbert Hobrough (1919-2002) no início dos anos 50, que comparou representações de fotografias para registar imagens de várias vistas [11]. Em 1961, Hobrough desenhou e construiu um instrumento de forma a conseguir correlacionar com precisão fotografias com alta resolução [11]. Nesta situação, Hobrough foi um dos primeiros investigadores a tentar usar a correlação digital de imagem para extrair informação posicional [2]. O desenvolvimento desta técnica tinha dado o primeiro passo.

Com a evolução tecnológica e a chegada das imagens digitais ente 1960 e 1970, investigadores em inteligência artificial e robótica começaram a desenvolver uma visão baseada em algoritmos em paralelo com a fotogrametria. Isso permitiu vários avanços nas áreas da microscopia, medicina e radiologia, com aplicações de engenharia para medições de deslocamentos [2].

Enquanto os métodos de análise da imagem digital estavam num crescimento iminente e explosivo, muitas áreas experimentais da mecânica dos sólidos estavam muito focadas no uso da tecnologia a laser, entre as quais “laser speckle” [12], interferometria holográfica [14], interferometria de moiré [13], entre outras muito usadas nessa altura. [2].

Dadas as dificuldades encontradas pelos mecânicos experimentais durante o pós-processamento dos dados de medição fotograficamente registados e o iminente crescimento dos métodos de processamento de imagem, foi natural para os investigadores começarem a utilizar o recente progresso nesta área. Com a utilização destes métodos desenvolveram-se meios para gravar imagens digitalmente que continham dados de medições, algoritmos para analisar imagens digitais e extrair dados de medições. Na maioria dos casos, as características padrão usadas para comparar *subsets* e extrair toda a informação, são obtidas com uma iluminação coerente ou através da aplicação de padrões de alto contraste com iluminação incoerente [2].

Hoje em dia, a correlação digital de imagem começa a ser um método mais usado uma vez que, sendo um método ótico, não destrói o material em análise e requer uma reduzida preparação do mesmo para o ensaio [3]. Esta observação ótica permite obter experimentalmente as deformações existentes. Assim sendo, trata-se de um importante complemento à aplicação de outros métodos de forma a obter as propriedades do material em causa, como será referido mais adiante.

Esta técnica tem por base a comparação de imagens antes e após deformações no corpo e no estabelecimento de correspondência entre essas de modo a se poder concluir as

alterações ocorridas na superfície. O objetivo passa por se conseguir determinar os deslocamentos e as deformações. Nesta solução pode usar-se uma câmara/CCD inserida no ensaio de forma adequada e desde que possua uma qualidade de gravação adequada [3].

O processo fundamental no método da correlação digital de imagem é a escolha de um ponto na imagem inicial não deformada e determinar a posição desse mesmo ponto na imagem após a deformação imposta. Para isso e como única preparação necessária para o corpo em análise, deve aplicar-se um *speckle* (padrão) aleatório, de forma a tornar possível o processo de correspondência do ponto escolhido antes e após deformação. Da diferença entre as posições inicial e final do ponto é possível calcular o deslocamento sofrido pelo mesmo [3]. Esta distância é dada em pixels.

## 2.4 Imagens Digitais

Uma imagem digital pode ser definida como sendo uma função bidimensional,  $f(x,y)$ , onde  $x$  e  $y$  são naturalmente as coordenadas espaciais planas, e  $f$  será a intensidade do pixel para as mesmas coordenadas [4].

Ao longo de todo o algoritmo desenvolvido anteriormente em [3], as imagens captadas são transformadas em imagens monocromáticas numa escala de cinzentos. Esses níveis/escalas de cinza dependem do número de bits usado. Então e admitindo que se usam 8 bits, estamos na presença de 256 combinações possíveis. Logo o valor 0 representa preto e 255 o branco, sendo que todos os valores intermédios dizem respeito a diferentes tonalidades de cinza [3].

Uma imagem digital pode ser entendida como sendo uma matriz de elementos em que quer as posições, quer os elementos que representam a intensidade assumem quantidades discretas e finitas [4].

Toda a dissertação é apoiada sobre um *software* comercial, Matlab. Este *software* utiliza em vez da notação convencional  $x,y$ , a notação  $r,c$  que representam respetivamente linhas (*rows*) e colunas (*columns*), com origem no elemento (1,1) e como mostra a figura 2 [4].

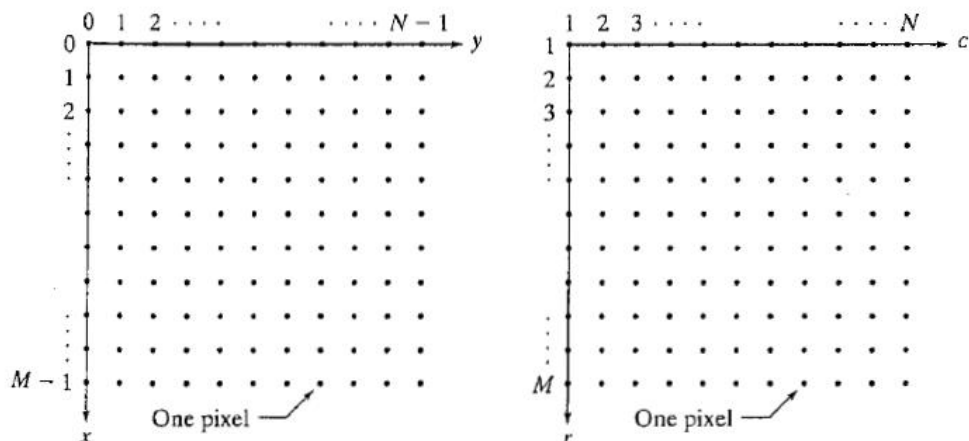


Figura 2. Comparação dos referenciais usados no processamento típico de imagem (à esquerda) e o referencial usado pelo Matlab (à direita). [4]

Concluindo esta linha de pensamento, uma imagem digital pode ser descrita como sendo uma matriz em que cada elemento se denomina um pixel e tem o valor da intensidade nesse ponto (equação 1).

$$f = \begin{bmatrix} f(1,1) & \dots & f(1,N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f(M,1) & \dots & f(M,N) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Nas situações em que a imagem é a cores, toda a teoria dita anteriormente mantém-se válida. A diferença assenta no formato RGB, HSV, NTSC, entre outros sistemas de representação. Na situação particular do caso RGB, uma imagem é descrita por um conjunto de três matrizes sobrepostas. Cada uma destas matrizes representa uma componente da cor. Uma dessas matrizes diz respeito ao verde (*green*), outra à cor vermelha (*red*) e a última diz respeito ao azul (*blue*) [3].

## 2.5 Princípios Fundamentais

Como já referido anteriormente, no meio dos métodos óticos, a correlação digital de imagem vem ganhando cada vez mais espaço, uma vez que o provete quase não necessita de preparação.

Assim, esta técnica assenta na comparação de imagens pré e pós deformação. O esquema de ensaio usado neste meio é exemplificado pela figura 3 e é explicado mais ao pormenor no capítulo seguinte.

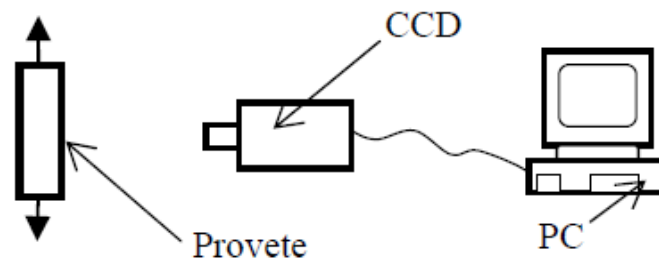


Figura 3. Esquema de montagem ótica para ensaio, recorrendo à correlação digital de imagem para a medição do campo de deslocamentos [5].

Posto o provete a ser tracionado, o principal objetivo passa por selecionar um ponto no instante inicial (provete não deformado) e à medida que vai sofrendo deformação, localizar esse mesmo ponto ao longo do tempo nas sucessivas imagens.

Para a determinação do ponto selecionado no início, o processo usa um método de *matching* em que se apoia não unicamente no ponto selecionado, mas numa região ou vizinhança de  $m \times n$  pixels em torno desse (*subset*). Esta solução tem como fim dar ao processo de *matching* uma zona de maior especificidade para encontrar o ponto escolhido, uma vez que numa imagem podem existir vários pontos com a mesma intensidade perto uns dos outros [3].

Para evitar a situação de uma imagem em que a superfície vista pela câmara possui um padrão repetitivo e nesse caso causará maior dificuldade ao método em acertar corretamente na posição do ponto (o problema de correspondência [2]), o provete deverá exibir certas propriedades. A textura não deverá ter uma orientação preferida e ser não periódica [2].

Uma solução para este problema passa por aplicar à superfície do provete um padrão aleatório (*speckle*) de forma artificial. Este passo constitui a única preparação, por vezes necessária, a fazer no provete a ensaiar.

A correspondência entre a zona de referência (*subset*) na imagem deformada é feita com recurso à identificação da região com distribuição de intensidades de maior similaridade com a do *subset* na situação inicial. Esta comparação é feita recorrendo a funções de custo, cujo valor se pretende minimizar.

Existem várias funções de custo passíveis de serem usadas e vulgarmente utilizadas como a *Sum of Squared Differences* (SSD), *Normalized Cross Correlation* (NCC), *Normalized Sum of Squared Differences* (NSSD), entre outras [2]. No entanto de acordo com [3] a função de custo que apresenta uma estabilidade superior com menor variância é a NSSD. Como tal só essa função será aqui apresentada. Essa função encontra-se exibida na equação 2.

$$NSSD: C = \sum \left( \frac{\sum f(x, y)g(x', y')}{\sum g(x', y')^2} g(x', y') - f(x, y) \right)^2 \quad (2)$$

A função  $f$  representa a intensidade antes da deformação e  $g$  a intensidade após deformação. Da mesma forma,  $(x, y)$  representam as coordenadas na imagem inicial e  $(x', y')$  representam as coordenadas na imagem deformada. Pode-se dizer que as coordenadas finais  $(x', y')$  são obtidas a partir das coordenadas iniciais  $(x, y)$  às quais se somam um valor dito deslocamento (equações 3 e 4).

$$x' = x + u \quad (3)$$

$$y' = y + v \quad (4)$$

A melhor correspondência entre a situação pré e pós deformados encontra-se na região da imagem deformada que garante um valor mínimo da função custo [3].

Quando um corpo está sujeito não só a uma translação, mas também a rotações, corte ou deformações internas, o processo de *matching* é bastante dificultado. Uma região de referência que inicialmente seria quadrada pode assumir configurações diferentes na imagem deformada. Esta situação introduz uma dificuldade adicional no processo de correspondência [3].

Este fenómeno é responsável por algumas dificuldades encontradas usando este método ótico (correlação digital de imagem). Perante esta situação foram desenvolvidas várias soluções de maior exatidão e que levam em conta os deslocamentos de segunda ordem [3].

Esta técnica, sendo um método *full-field*, necessita de diversos vetores de deslocamento que devem ser calculados no interior da região de interesse. Logo, o campo de deslocamentos deve ser obtido subdividindo a imagem não deformada em várias zonas de referência, calculando depois respetivamente o deslocamento de cada um [3].

Então, o campo de deformações deve ser obtido por derivação do campo de deslocamentos, de acordo com as seguintes equações.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (6)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (7)$$

Uma vez que os deslocamentos são calculados em pontos discretos, esta diferenciação deverá ser numérica, resultando desta forma no campo de deformações [3].

### 3. Extensometria

A determinação do estado de deslocamento numa peça é feita quase sempre a partir da medição da deformação ocorrida no objeto em análise. O problema que se encontra posteriormente consiste na avaliação do estado de deslocamento a partir do estado de deformação ocorrido na peça [16].

Para materiais homogêneos e isotrópicos podem considerar-se aceitáveis as hipóteses da teoria da elasticidade. Nesta teoria determina-se o estado de deslocamento a partir das relações estabelecidas entre este e a deformação [16]. Faz-se notar que o conhecimento do estado de deformação do sólido poderia ser suficiente para caracterizar o seu comportamento mecânico resistente desde que em lugar de tensões limites se fixassem para um dado material parâmetros de deformação [16].

Este trabalho consiste na análise de biomateriais. A teoria linear da elasticidade não é compatível, uma vez que se está a falar de materiais hiperelásticos. Nos pontos seguintes deste capítulo, vai-se tentar aprofundar o que já foi dito acerca da correlação digital de imagem no capítulo anterior. Nela é utilizado como principal meio de obtenção dos dados a extensometria por vídeo. É a partir deste tipo de extensometria que se obtém o campo de deslocamentos e deformações.

#### 3.1 Material e métodos

A extensometria é uma técnica usada para analisar experimentalmente deslocamentos, deformações e tensões em estruturas mecânicas. Estas estruturas apresentam deformações sob algum tipo de carregamento ou sob o efeito de temperatura. Neste projeto apenas contempla a questão do carregamento [17], através do ensaio de tração.

Na mecânica tradicional, é muito importante acompanhar a extensão das deformações sofridas pelas estruturas, de forma a saber quando é necessário proceder à sua substituição. Para acompanhar estas deformações, existem diversas formas de o fazer recorrendo a um relógio comparador, fotoelasticidade entre outros. No entanto, num ensaio de tração utiliza-se normalmente um extensómetro de carácter mecânico ou electrónico [17]. Os extensómetros mecânicos medem a extensão de alongação da peça de uma forma estritamente mecânica, enquanto os electrónicos possuem sensores que dependendo do deslocamento emitem sinais eléctricos para uma placa de aquisição de dados.

No entanto existem também extensómetros eléctricos, que são largamente usados para medir deformações em pontes, máquinas locomotivas, navios, assim como o seu uso a nível académico para a realização de ensaios mecânicos [17].

### 3.1.1 Vídeo extensometria

A técnica de extensometria por vídeo ou vídeo extensometria é um método baseado no processamento digital de imagem e é particularmente adequado para testes em amostras de grande alongamento/deformação [17]. Num ensaio convencional, seria necessário retirar o extensômetro mecânico durante o mesmo por problemas de capacidade máxima de alongamento dos equipamentos [17].

Esta ferramenta é bastante útil quando se pretende gerar gráficos computadorizados. A câmara deve estar posicionada de forma a que seja simples a sua regulação e que atenda às necessidades do operador.

Para desenvolver esse extensômetro é necessário, como já dito, uma câmara que permita uma boa qualidade de imagens e um suporte firme (tripé). A câmara utilizada foi uma Canon Powershot SX 30 IS, que possui um CCD de 14.1 megapixels em fotografia e que permite uma cadênia de vídeo de 30 *frames* por segundo. O esquema de utilização deste método encontra-se representado na Figura 3 e exibido pela Figura 4. Uma vez obtido o vídeo do ensaio, este é processado em *frames*. Este processamento é feito recorrendo a um “*m.file*” programado em Matlab. A análise é então realizada passando todas as imagens de um formato RGB para escala de tonalidades de cinzento (capítulo 2).

O processo de determinação dos pontos que vão definir o alongamento está descrito no capítulo anterior. Este alongamento somado a outros componentes permite o cálculo de diversas características mecânicas [17].

O método de extensometria é bastante mais prático do que o método mais convencional e a sua usabilidade deste método encontra-se já verificada em diversos artigos, como é o caso de [17], [5].

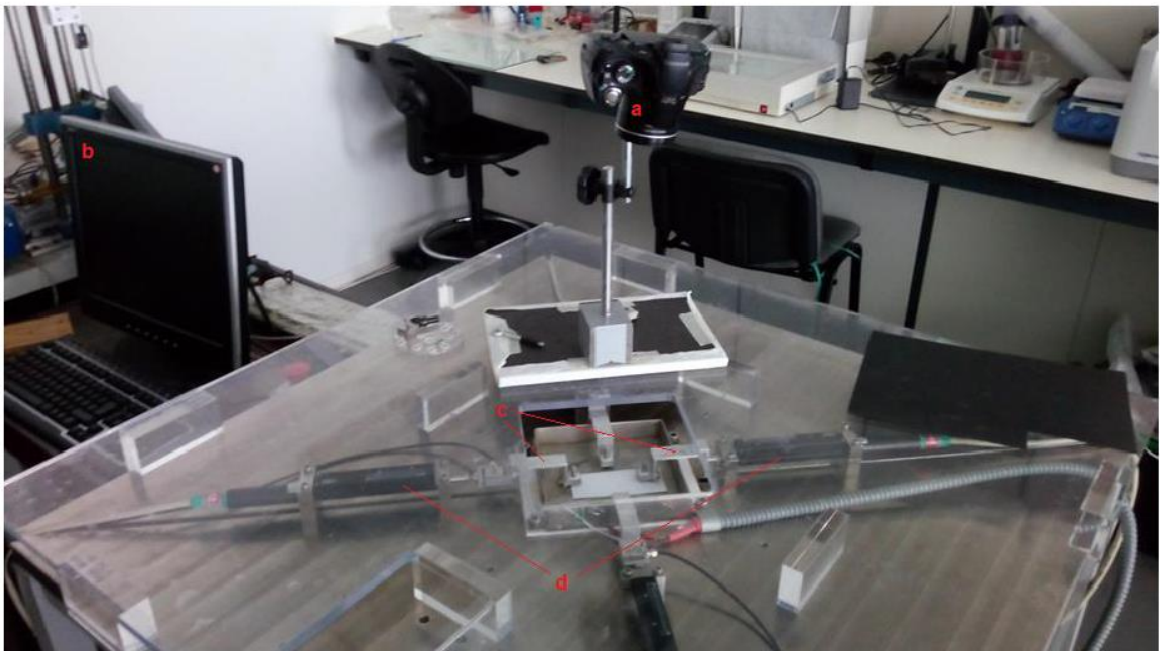


Figura 4. Montagem experimental completa, onde se refere o computador, a câmara e a máquina de ensaios de tração [3].

## 4. Alterações ao algoritmo existente/otimização

### 4.1 Algoritmo (breve contextualização)

Esta tese de mestrado surgiu no âmbito da continuação de uma tese anterior [3] onde existe um programa em Matlab. Este código torna possível efetuar o processo de calibração do passo (*step*), medir o campo de deformações e deslocamentos e por fim, visualizar o movimento dos pontos escolhidos ao longo do ensaio de tração de um corpo a ensaiar. O provete pode ser de um material qualquer, sendo que nesta tese foram utilizados provetes de borracha PDMS (biomaterial) e alumínio.

A figura 5 mostra a interface apresentada pelo programa e o fluxograma da figura 6 mostra a sequência de funcionamento do programa e a interligação presente entre as diversas componentes existentes.

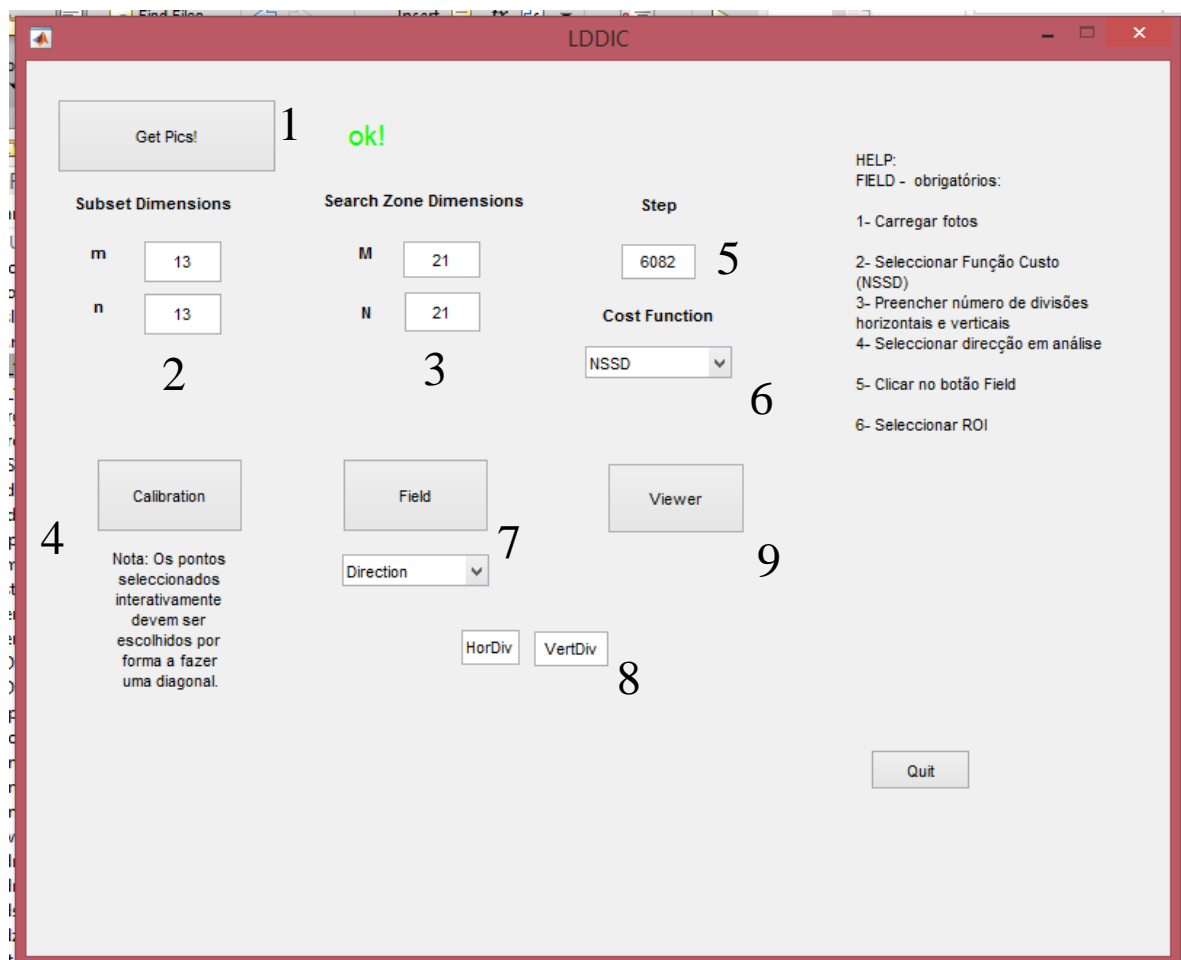


Figura 5. Interface do programa.

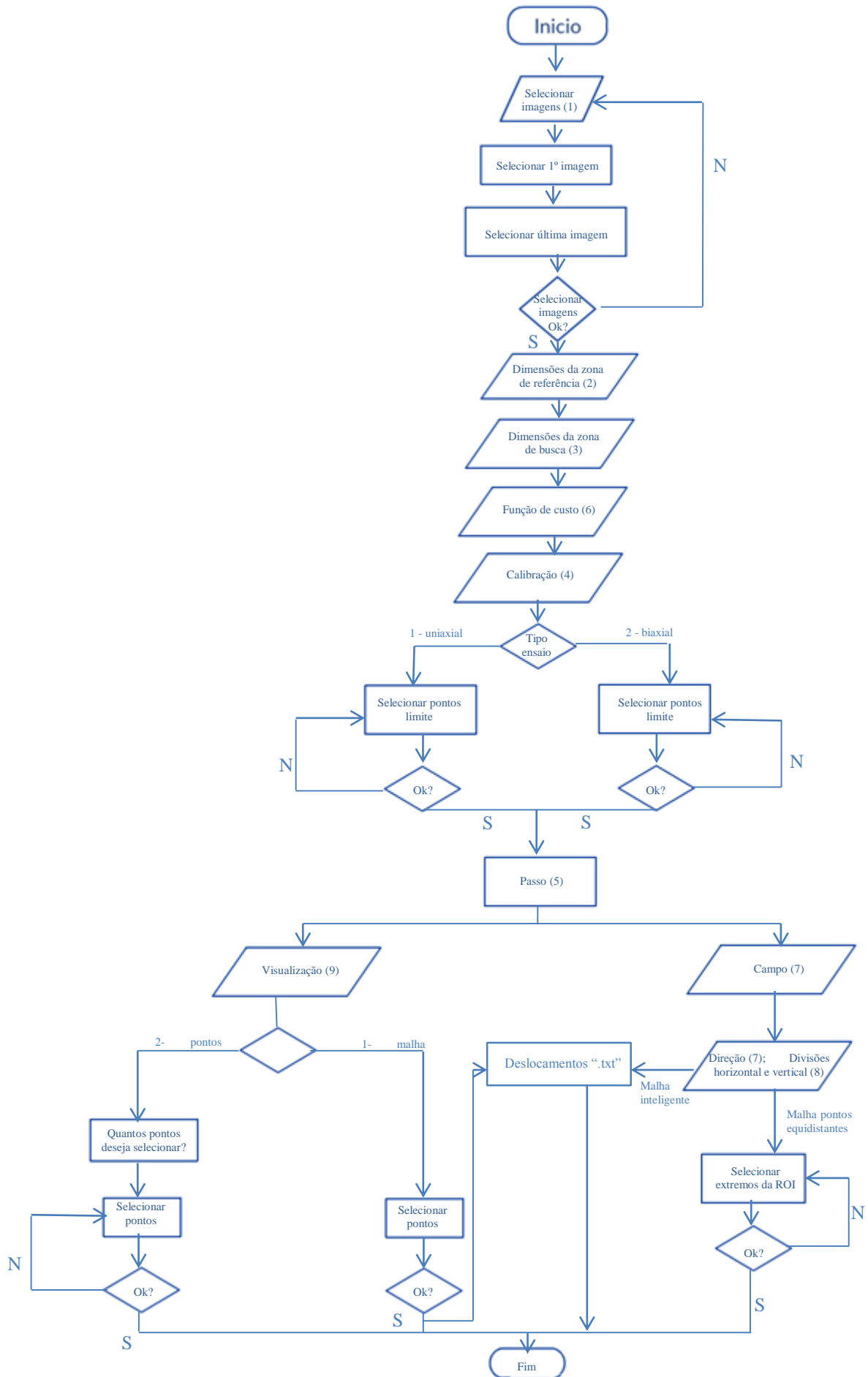


Figura 6. Fluxograma com a seqüência de etapas fundamentais do algoritmo.

A interface do algoritmo, de acordo como exibido na figura 5, é composta por várias funções e que de seguida são descritas com algum detalhe.

1 – Seleção de imagens é a opção que permite ao utilizador seleccionar as imagens referentes ao ensaio em que pretende trabalhar;

2 – Nesta zona do algoritmo, o utilizador pode escolher as dimensões do *subset* que servem como zona de referência ao longo de todo o processo de trabalho na busca dos pixels seleccionados;

3 – A região de busca definida pelo utilizador é a zona em que o código vai procurar os pontos seleccionados. Definida essa zona, o programa vai procurar dentro da mesma cada um dos pixels escolhidos assim como a região de referência. Tanto a zona de busca, como a zona de referência recomendam-se ser zonas de pixels com um número ímpar para simplificar a centragem e a execução das operações;

4 – Calibração. Esta opção, após escolhidas a zona de busca, a zona de referência e feita a seleção das imagens, serve para o utilizador escolher o melhor passo a implementar nas restantes opções. O algoritmo vai passo a passo medir o *stretch* para um deslocamento de dois comprimentos do provete. Isto acontece para um ensaio uniaxial. Para um ensaio biaxial, o algoritmo passa a medir o *stretch* para quatro comprimentos, dois horizontais e dois verticais. Após esta etapa finalizada, o utilizador deve seleccionar um passo a partir do qual o gráfico se mantenha estável, como por exemplo os gráficos das figuras 9 e 10.

5 – Depois do passo escolhido através da calibração, este deve ser introduzido neste campo para que o programa possa avançar um número correspondente ao passo nas imagens lidas. Este parâmetro é bastante importante, pois dependendo do passo ser demasiado elevado ou demasiado baixo, o algoritmo pode transmitir informações erradas ao utilizador. Isto porque durante processo de *matching*, o programa pode deixar de conseguir acompanhar o movimento dos pontos, dependendo também da zona de referência e da zona de busca;

6 – A função de custo é a função que permite determinar a posição do pixel escolhido inicialmente no decorrer das imagens. Onde esta função de custo tiver um valor mínimo, então estamos na presença da nova posição do ponto que se escolheu inicialmente;

7 – “*Field*” é a sub-rotina que vai permitir ver as deformações e os deslocamentos de uma sub-região do provete seleccionada pelo utilizador. Esta sub-rotina tem duas variantes onde o utilizador selecciona a área desejada que vai conter os pontos que são posteriormente analisados. Numa variante, os pontos são colocados de forma equidistantes entre si, formando uma grelha. A densidade de pontos dessa mesma grelha é definida no ponto 8 desta enumeração. A segunda possibilidade prende-se com os pontos de interesse existentes. De acordo com uma determinada intensidade de cor dos pixels, o algoritmo vai recolher esse ponto e utiliza-lo para obter os deslocamentos e as deformações. Nesta opção é aproveitado o ficheiro “.txt” que se obtém da opção ‘*Viewer*’, escolhendo “malhas inteligentes”.

O utilizador também deve definir se pretende obter o campo de deformações e deslocamentos na direcção horizontal, vertical ou em ambos.

8 - Esta zona é essencial à opção “*field*”. Se o utilizador optar por colocar uma malha de pontos equidistantes entre si, deve definir a densidade dessa mesma malha escolhendo o número de pontos usados na vertical e na horizontal.

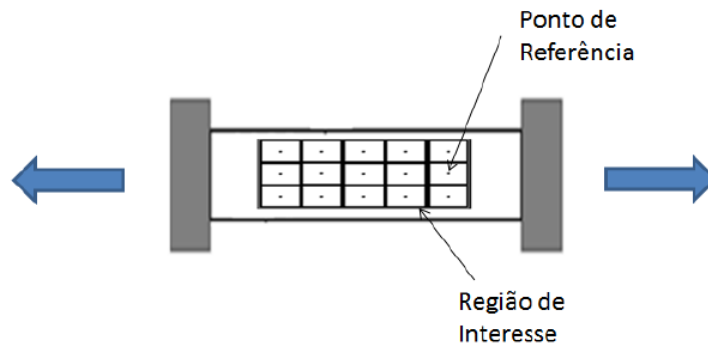


Figura 7. Refinamento da malha para obtenção do campo de deformações e de deslocamentos, considerando a solução dos pontos equidistantes entre si [3].

9 – A opção “viewer” permite ao utilizador marcar pixels e acompanhar o seu movimento de deformação ao longo da sequência de imagens lidas. Analisa também a informação de cada *frame* em função do *stretch*. Essa informação é depois traduzida num gráfico.

Todo o funcionamento do algoritmo pode ser lido com mais detalhe em [3], assim como algumas conclusões já tiradas.

De uma forma geral, para a elaboração deste trabalho foi necessário alterar e acrescentar novas funcionalidades a este programa. Estas novas funções foram introduzidas de forma a complementar o trabalho já existente ou por uma questão de interesse prático e de conveniência na elaboração da tese.

## 4.2 Alterações/otimização

### 4.2.1 Calibração (“Calibration”)

O primeiro aspeto a ser alterado foi a sub-rotina da calibração. Esta função permite ver a partir de que altura o ensaio assume uma estabilidade no seu *stretch* para pontos situados perto e longe das amarras (gráficos das figuras 9 e 10). A obtenção do passo é um parâmetro necessário para se poder prosseguir para as restantes opções (*Field* e *Viewer*).

Começou-se por introduzir mais pontos/pixels de forma a obter resultados mais precisos. Além dos dois pixels introduzidos pelo utilizador inicialmente, o programa insere de forma automática mais pontos. O número de pontos criado pelo algoritmo é definido pelo utilizador, assim como as divisões no segmento horizontal e vertical (figura 8). O programa então cria uma malha retangular em que vai analisar cada um dos pontos. Este aspeto idealmente pensado será usado numa fase posterior, em que essa malha servirá para uma análise mais detalhada de uma sub-região desse retângulo definido. A figura abaixo mostra como seria o procedimento a seguir nessa mesma fase. Esse código encontra-se presente no algoritmo, mas está desativada.

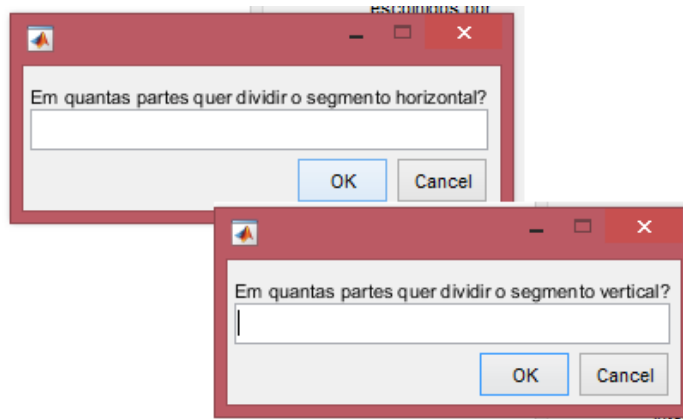


Figura 8. Inserção do número de elementos no contorno do retângulo.

Atualmente, para efetuar a calibração do passo e já numa perspectiva de um ensaio biaxial, o programa usa um comprimento na horizontal e um outro na vertical marcados pelo utilizador. A partir desses dois comprimentos, o programa vai fazer a análise do *stretch* para cada passo. O algoritmo ainda permite fazer o processo de calibração de um ensaio uniaxial à parte de um biaxial.

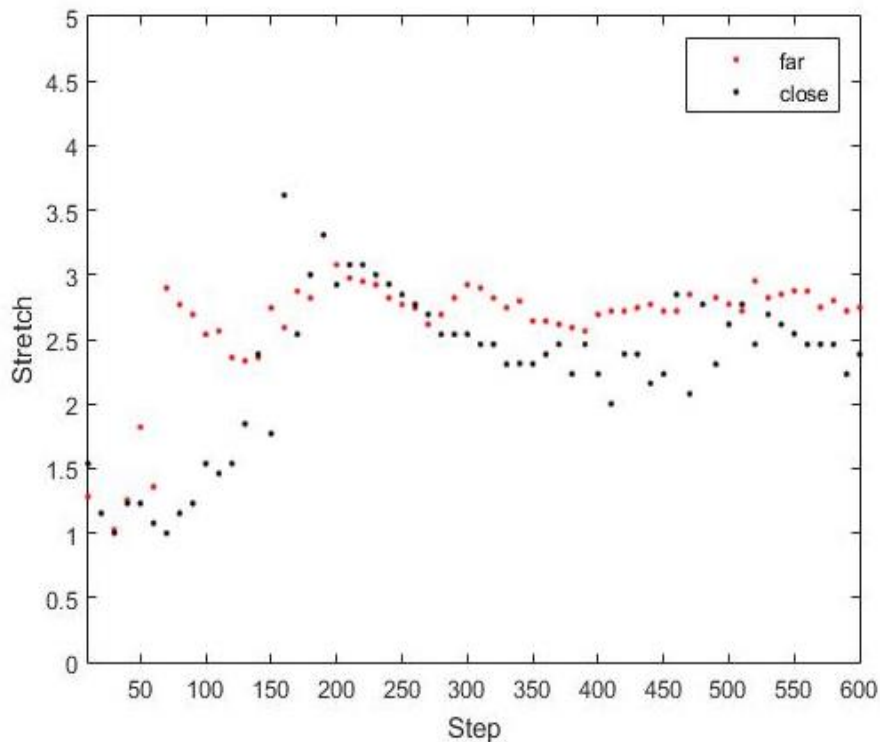


Figura 9. Gráfico *Stretch/Step* usando um campo de *search* de 21 por 21 e um *subset* de 13 por 13. Ensaio Uniaxial.

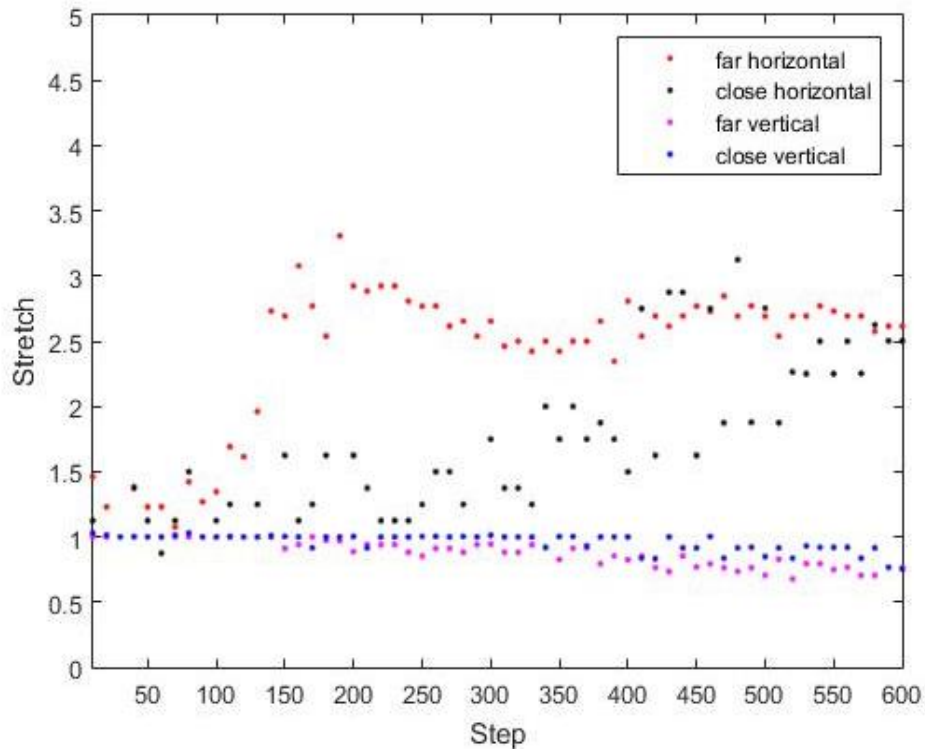


Figura 10. Gráfico *Stretch/Step* de um ensaio uniaxial, considerando um comprimento horizontal e um vertical no provete.

#### 4.2.2 Campo de deformações e de deslocamentos (*field*)

A situação inicial consistia em colocar uma grelha de pontos equidistantes entre si dentro da área delimitada pelo utilizador. A partir daí, obtidas as posições finais dos pontos escolhidos no processo de *tracking*, era possível obter os campos de deformações e de deslocamentos. Além da situação inicial, foi acrescentada a possibilidade de aproveitar os ficheiros “.txt” que saem da opção ‘Viewer’ (4.2.3) e que são pontos de interesse para obter também os campos de deslocamento e deformação.

Optou-se por ter estas duas soluções pelo simples motivo de que uma poderá ser mais conveniente do que a outra. Por exemplo considerando um provete, como o da figura 11, em que existe um padrão bastante denso seria mais benéfico colocar uma grelha de pontos equidistante entre si do que os selecionar através da intensidade de cor dos pixels. Nesta última situação, o algoritmo pode considerar uma área de pontos demasiadamente densa, o que causa um custo computacional muito maior, sem qualquer vantagem.

No entanto, se se ensaiar um provete com poucos pontos de interesse, é mais conveniente procura-los através da sua intensidade de cor do que os colocar equidistantemente. A comodidade desta solução assenta no reduzido tempo de computação necessário. Imaginando um provete transparente de PDMS com poucos pontos marcados, não faz qualquer sentido colocar pontos nas zonas transparentes. Se colocados nessas áreas, o processo de *tracking* será impossível para o algoritmo. Como não existem zonas de referência e a intensidade dos pixels é aproximadamente toda a mesma, fazer corretamente o processo de *tracking* é bastante difícil para o algoritmo.

Exemplificando a situação de colocação de pontos de forma equidistante entre si, a figura 11 mostra a sub-região do provete usada para a obtenção dos campos de deformações e de deslocamentos.

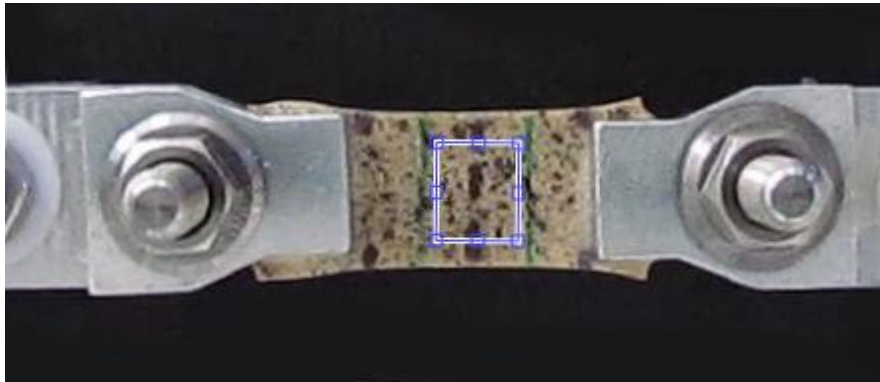


Figura 11. Sub-região do provete em análise.

Depois de escolhida a região pretendida, o código vai analisar as deformações e os deslocamentos na direção imposta pelo utilizador. Para efeitos representativos da situação, são mostradas as deformações e os deslocamentos na direção horizontal assim como na vertical. Salienta-se que as direções horizontais e verticais dizem respeito à posição convencional dos eixos cartesianos. A direção vertical diz respeito ao eixo dos  $yy$ , enquanto a direção horizontal refere-se ao eixo dos  $xx$ , sendo esta afirmação é válida ao longo de toda a tese.

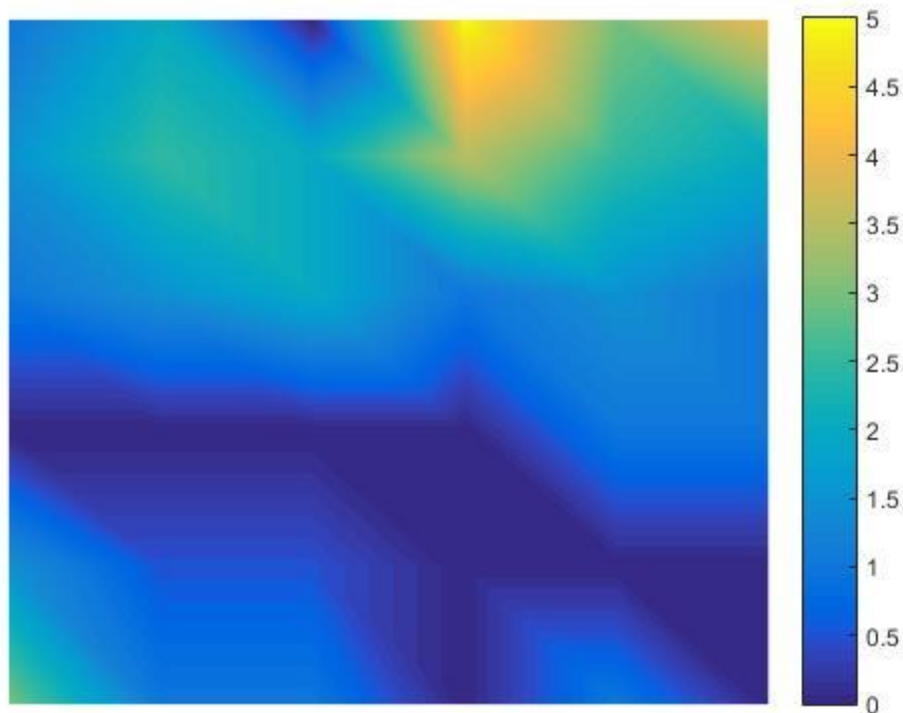


Figura 12. Deformação na direção vertical.

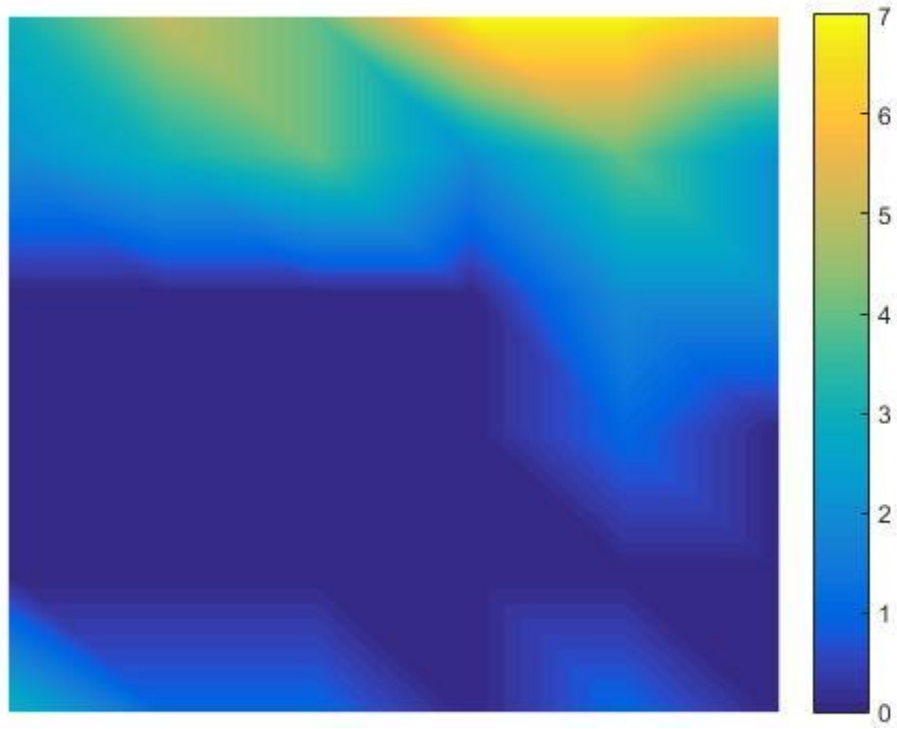


Figura 13. Deslocamento na direção vertical em pixels.

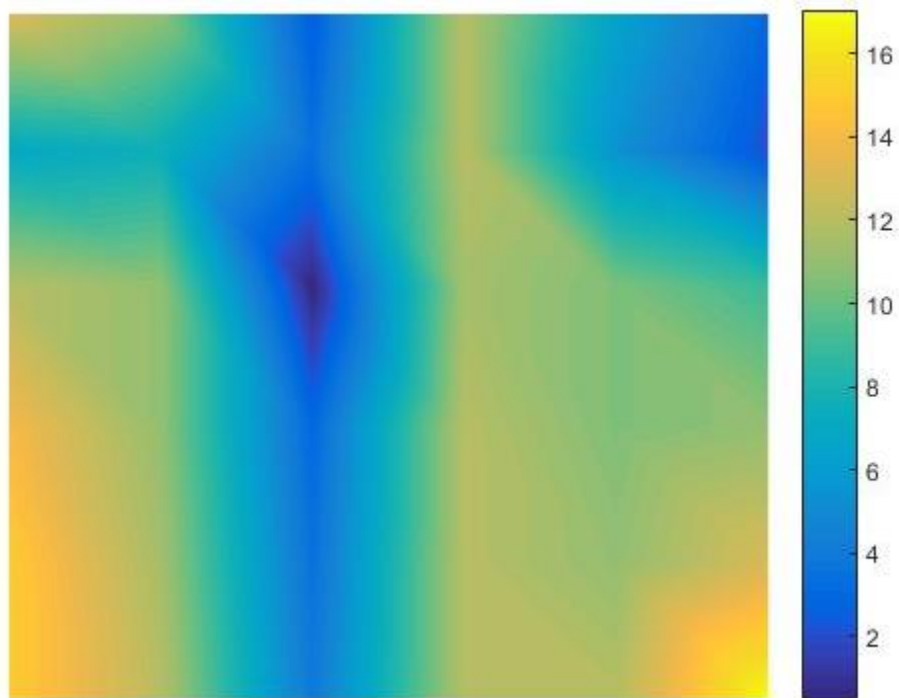


Figura 14. Deformação na direção horizontal.

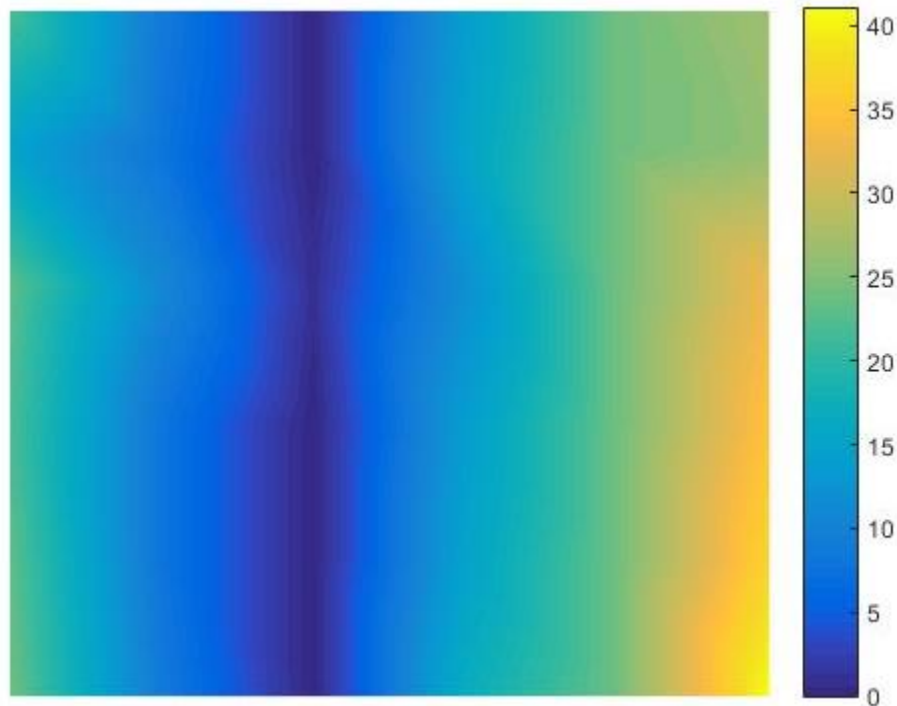


Figura 15. Deslocamento na direção horizontal em pixels.

Observando estes gráficos de uma forma rápida, salienta-se que todos eles fazem sentido pois apresentam uma certa simetria coerente com as características do ensaio. Quando se traciona um provete é natural que a zona central não sofra deslocamento ou que sofra um deslocamento bastante reduzido, tal como sugere a figura 15. Nessa situação, a deformação horizontal da figura 14 também apresenta a mesma simetria. Nos casos das figuras 12 e 13 relativas à direção vertical, a deformação e o deslocamento dão-se na zona superior e inferior do provete devido ao empescoçamento. A análise dos gráficos recairá no capítulo 6 – resultados, onde serão analisados com mais pormenor cada um dos ensaios realizados.

#### 4.2.3 Visualização (Viewer)

Na visualização foi onde ocorreu o maior número de alterações efetuadas. Assim que se usa esta funcionalidade, o programa pede para escolher entre duas opções. Na primeira opção, o utilizador pode escolher se deseja marcar dois, três ou quatro pixels, para assim ver o movimento ao longo do ensaio. No final pode observar-se os gráficos *frame/stretch* (figuras 19, 20 e 21) e ver a posição final dos pixels (figura 18). Por uma questão de proteção para o utilizador e para que os pontos escolhidos não ultrapassassem os limites do provete, após a escolha dos dois primeiros pixels, os restantes só podem ser colocados no interior do retângulo formado. Esta funcionalidade ainda possibilita a obtenção do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) do material, já que o procedimento é bastante simples. Contudo, a única dificuldade encontrada para o coeficiente de Poisson é ter um provete que possua uma espessura mínima para aplicar este método. Caso contrário é necessário a utilização de uma segunda câmara que permita visualizar a deformação transversal.

As imagens 16, 17 e 18 mostram o ensaio em três etapas, inicial, intermédia e final da tração de uma borracha respetivamente.

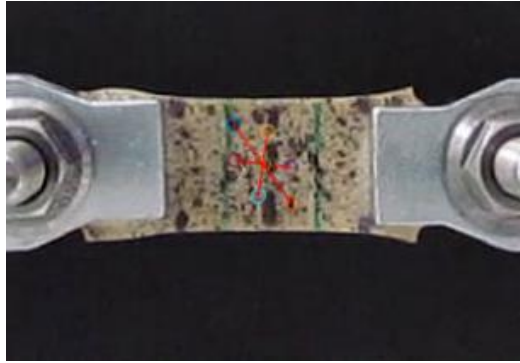


Figura 16. Exemplo da posição inicial dos pixels no ensaio de tração de uma borracha.

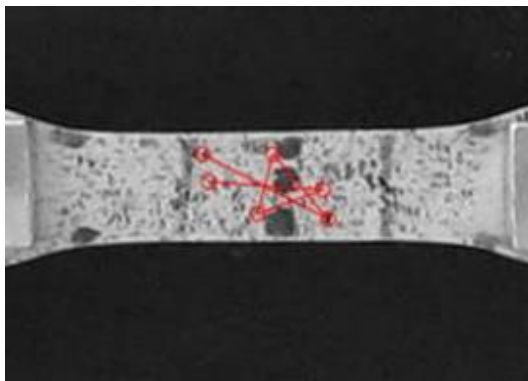


Figura 17. Exemplo de uma posição intermédia.



Figura 18. Exemplo da posição final dos pixels após terminado o ensaio de tração.

Posteriormente o programa analisa e exhibe a informação referente ao *stretch* de cada *frame*. Essa informação encontra-se retratada nos gráficos seguintes. Cada um deles encontra-se naturalmente legendado para a fácil identificação do par de pontos a que se referem através de cores, como mostram as figuras a seguir.

Os gráficos resultantes dizem respeito ao comprimento do segmento de reta que une cada par de pontos com uma distância euclidiana (figura 19), o da figura 20 à distância na horizontal e por fim o último gráfico refere-se à distância na vertical, figura 21.

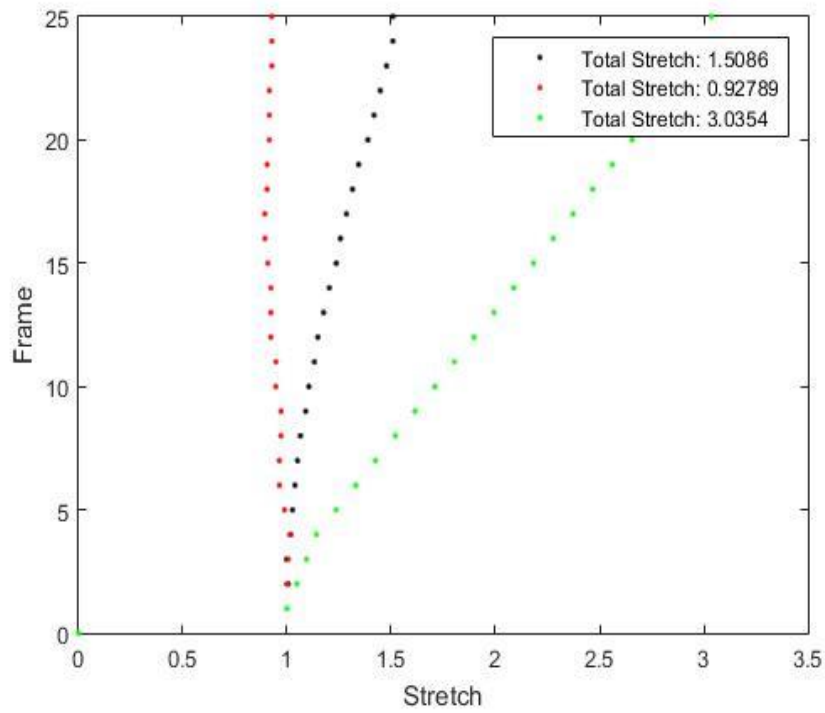


Figura 19. Exemplo do gráfico *frame/stretch* na distância euclidiana para 3 pares de pontos.

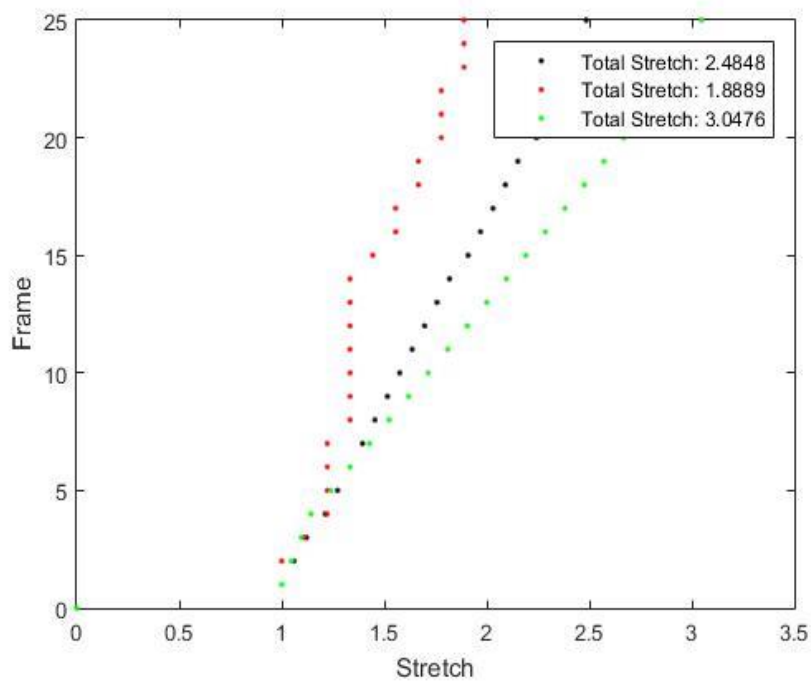


Figura 20. Exemplo do gráfico *frame/stretch* na horizontal para 3 pares de pontos.

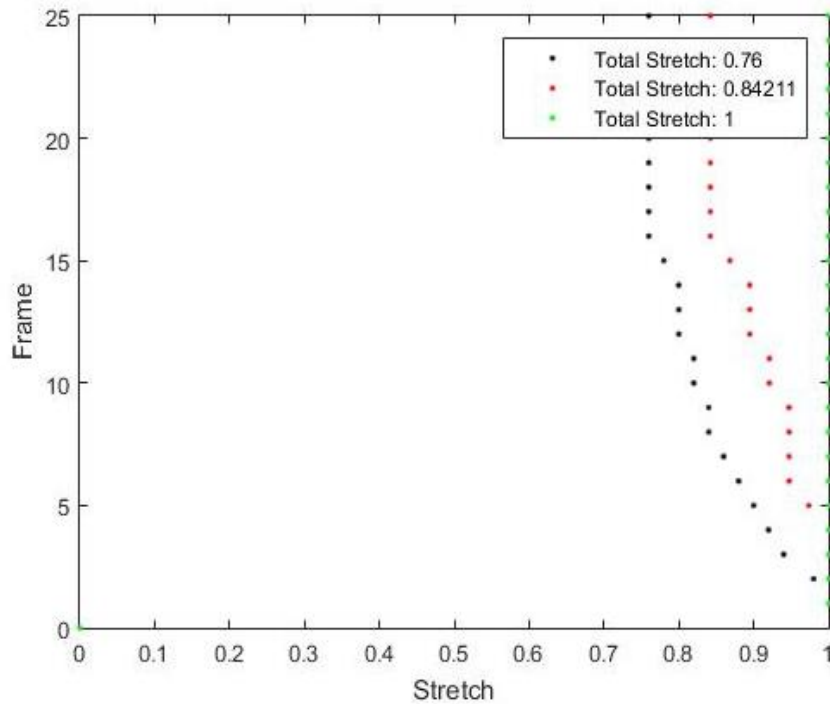


Figura 21. Exemplo do gráfico *frame/stretch* na vertical para 3 pares de pontos.

Se o utilizador escolher a segunda opção, o programa cria uma malha de forma inteligente. Após selecionados dois pontos, é criado um retângulo que será o limite da malha. Posteriormente, o algoritmo vai analisar a porção escolhida, e seleciona todos os pontos que achar proveitosos para os procurar ao longo do ensaio. Esta seleção é feita de acordo com a intensidade de cor de cada pixel nessa porção. Por uma questão de conveniência para os ensaios realizados, o programa escolhe os pixels cuja intensidade se aproxima do preto. Depois de analisada toda a área, é criada uma malha triangular segundo a teoria de Delaunay que se encontra no anexo B. As figuras 22 e 23 mostram o início do ensaio com a malha não deformada e o fim do mesmo, já com a malha deformada.



Figura 22. Exemplo de uma malha criada de forma inteligente pelo programa desenvolvido. Início do ensaio de tração da borracha.



Figura 23. Malha deformada após o consequente ensaio de tração.

Esta segunda opção exporta todas as coordenadas para um documento de texto. São registadas as coordenadas iniciais, as coordenadas intermédias e as finais ao longo do ensaio para cada passo.

Esta característica do algoritmo é bastante interessante pois permite comparar as coordenadas obtidas com as coordenadas retiradas a partir de outros programas. Estas servirão para posterior aplicação de métodos inversos, como o método dos elementos finitos inversos. Uma vez obtido o campo de deslocamentos através da correlação digital de imagem/extensometria por vídeo é possível obter as características mecânicas de materiais ensaiados com interesse para a medicina, engenharia e entre outras aplicações.

A tabela 1 abaixo apenas mostra as posições iniciais e finais de cada pixel, uma vez que durante o processo, as posições intermédias vão depender do passo e são numerosas.

Tabela 1. Posições iniciais e finais de cada pixel da malha.

Posições iniciais		Posições finais	
y	x	y	x
375	590	381	592
427	631	417	677
375	631	376	676
427	590	420	597
393	590	393	630
394	613	394	629
398	595	398	575
403	610	403	612
420	622	415	646
421	622	416	646
422	622	417	646
423	622	418	646
401	590	401	567
427	611	419	622
401	631	401	677
375	611	377	622

## 5. Análise e validação do algoritmo

Com as alterações implementadas no algoritmo e descritas no capítulo anterior, tentou-se perceber quais os valores ideais para o campo de procura (*search*) e para o campo de referência (*subset*). Através de uma análise estatística à variância dos valores obtidos do *stretch* para cada passo em comparação com o *stretch* de referência de 2.22 [3] tentou-se chegar a uma gama de valores que se considerassem ótimos.

A variância pode ser definida como sendo uma medida que indica o quão longe estão os seus valores do valor esperado e encontra-se descrita na equação 8.

$$VAR = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n - 1} \quad (8)$$

Além desta situação, com a implementação do cálculo do coeficiente de Poisson, pretende-se também verificar e validar os valores obtidos através de vários ensaios realizados à borracha e ao alumínio.

### 5.1 Região de busca (*search*)

Começando pela análise do campo de busca, escolheram-se regiões com um número sempre ímpar de pixels. Iniciou-se pelo 9x9, seguido de 11x11, 13x13, 15x15, 17x17, 19x19 e por fim 21x21 pixels. Esta escolha abrange a menor área de busca possível sem comprometer o funcionamento do algoritmo. Após iniciar o processo de calibração para cada um destes campos, chega-se ao gráfico 1 e à tabela 2. Esta informação resulta do tratamento estatístico para a análise da variância. Faz-se notar que estes valores foram obtidos considerando um passo de 250. Aliás, ao longo de toda a presente tese mantém-se este passo que se verifica ser adequado para as análises a realizar.

Naturalmente, procedeu-se a esta análise considerando dois segmentos de reta com diferentes comprimentos obtidos a partir de um par de pontos inicial. A figura 24 mostra quais os dois pontos marcados inicialmente para esta análise. Ressalva-se o facto de terem sido usados estes mesmos pontos na análise que se fará de seguida para a região de referência. O processo da análise da área de busca recaiu na zona entre os dois traços verticais marcados a verde, pois é lá que se verifica uma deformação homogénea, livre de empescoamento.

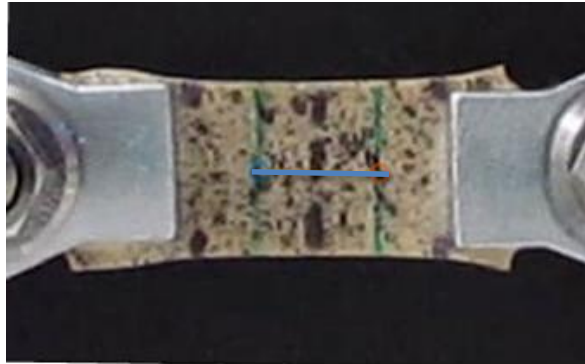


Figura 24. Pontos selecionados usados para a análise estática à variância.

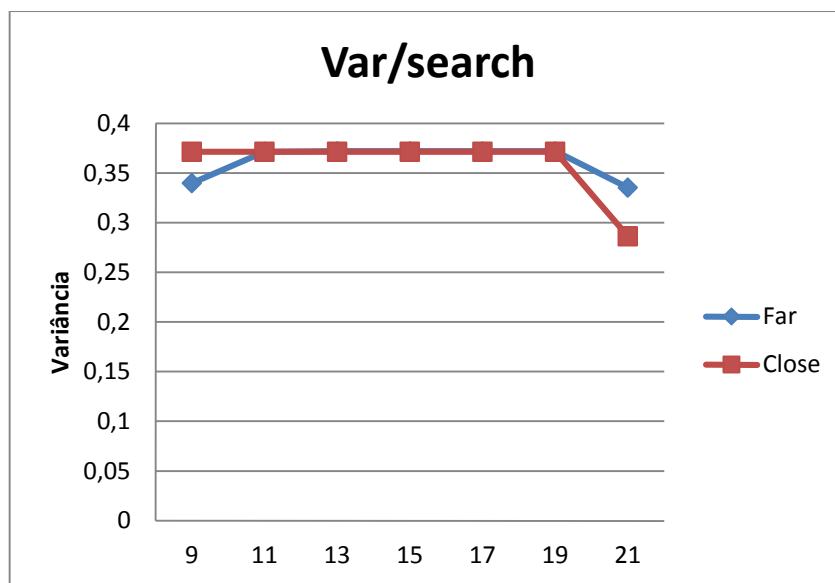


Gráfico 1. Variância do stretch em função do campo de busca.

Tabela 2. Variância em função do parâmetro “search”.

Search	Variância	
	Far	Close
9	0,34	0,37156
11	0,372	0,37156
13	0,372	0,37156
15	0,372	0,37156
17	0,372	0,37156
19	0,372	0,37156
21	0,335	0,28643

Da análise do gráfico e da tabela, é permitido concluir que a variância do *stretch* desce a partir do campo de busca de 21x21 pixels. Ou seja, para esse conjunto de pontos selecionados, a região de busca ideal está a partir de uma área de 21 por 21 pixels, uma vez que a variância começa a diminuir o seu valor. No entanto tem de existir uma solução de compromisso entre o aumento da região de busca com as capacidades computacionais e o tempo necessário à análise.

## 5.2 Região de referência (*subset*)

O mesmo procedimento implementado em 5.1 foi mantido no que diz respeito à região de referência assim como todas as notas consideradas acima. Começou-se com uma região mais pequena e foi-se aumentando progressivamente a zona de referência, de forma a ver a partir de que valor se obteria uma variância mínima que fosse considerada satisfatória.

Iniciou-se com um campo de 7 por 7 pixels, seguido de 9x9, 11x11, 13x13, 15x15, 17x17 e por último 19x19. Após todos os valores de interesse obtidos, procedeu-se à respetiva análise o que permite concluir através do gráfico 2 e da tabela 3 o que se expõe de seguida.

Todos os valores usados nestas análises encontram-se presentes no anexo D.

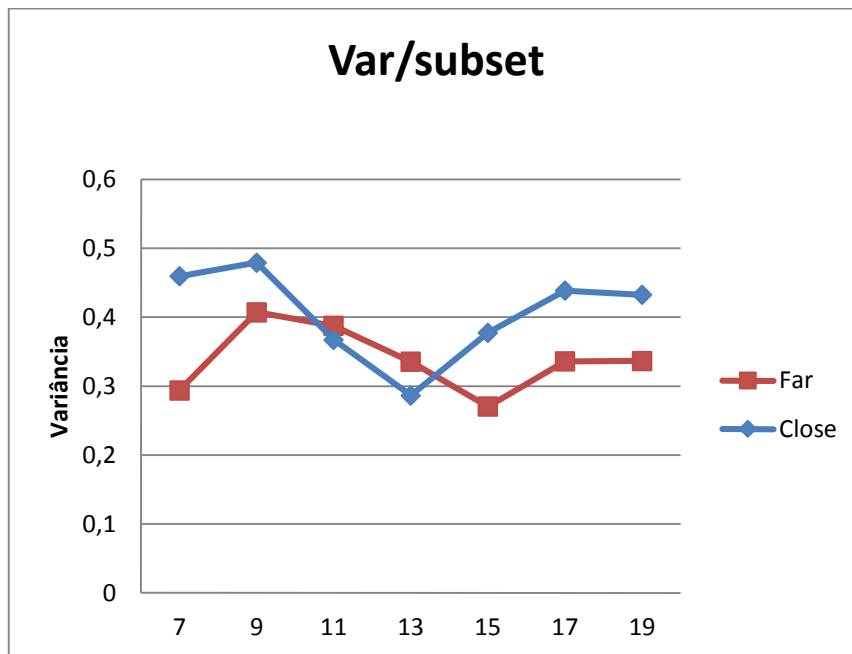


Gráfico 2. Variância do *stretch* em função do *subset*.

Tabela 3. Variância em função do parâmetro “*subset*”.

Subset	Variância	
	Far	Close
7	0,29395	0,45951
9	0,4072	0,47924
11	0,38756	0,36736
13	0,3354	0,28643
15	0,27051	0,37746
17	0,33592	0,43868
19	0,33657	0,43269

Desta análise conclui-se que a variância diminui a partir de um campo com 9 por 9 pixels até 13x13. À medida que se aumenta a área de referência, cai-se numa situação de saturação, em que um aumento progressivo dos pixels de referência não acrescenta nenhuma melhoria no processo, incorrendo num aumento da capacidade computacional necessária. A partir dos 9 pixels a variância mantém-se estável, pelo que será a zona ideal a considerar.

### 5.3 Validação do coeficiente de Poisson

A implementação do coeficiente de Poisson vem já numa pré situação daquilo que será a aplicação de métodos inversos numa fase posterior a este projeto. É pretendido obter várias soluções e comparações entre os valores obtidos para as propriedades mecânicas dos materiais ensaiados, como o módulo de Young e o coeficiente de Poisson.

O coeficiente de Poisson é a razão entre a deformação transversal à aplicação da força com a deformação longitudinal como se encontra explicado no anexo C deste texto. Assumindo o material como tendo um comportamento isotrópico, a deformação longitudinal tem sempre a mesma relação de proporcionalidade com a deformação transversal ao provete. Neste sentido, procurou-se perceber se independentemente do número de imagens selecionadas para análise, o valor do coeficiente seria o valor correto. Salienta-se o facto de todos estes ensaios estarem no domínio elástico.

Como se trata de um método ótico, tentou-se perceber também se a escolha de pontos influenciaria o resultado final. Para isso realizaram-se vários ensaios com três conjuntos de pontos. Ressalva-se o importante facto dos valores do coeficiente de Poisson terem sido calculados utilizando deformações de engenharia.

Procedendo a um ensaio já realizado de uma borracha, e alterando conseqüentemente o número de imagens e os pontos selecionados, chegou-se aos resultados demonstrados pela tabela 4 e pelo gráfico 3, que traduzem a mesma informação. Os conjuntos de pontos usados estão demonstrados nas imagens 25, 26 e 27.

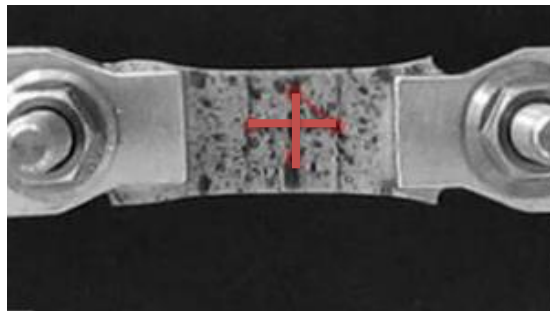


Figura 25. Provete com o primeiro conjunto de pontos.

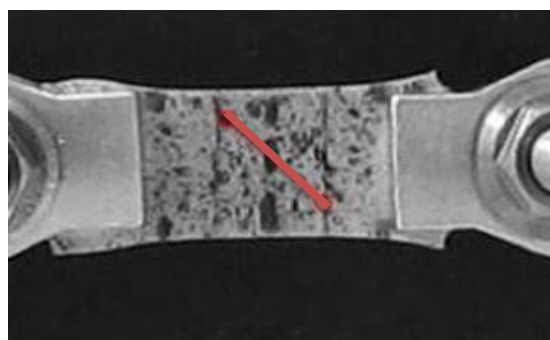


Figura 26. Provete com o segundo conjunto de pontos.

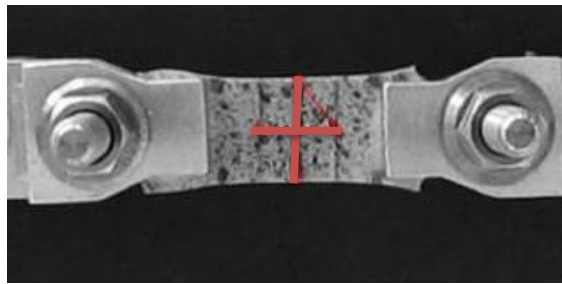


Figura 27. Provete com o terceiro conjunto de pontos.

Tabela 4. Coeficiente de Poisson de acordo com as imagens lidas e conjunto de pontos usados.

Imagens lidas	Coeficiente de Poisson		
	Conjunto de pontos 1	Conjunto de pontos 2	Conjunto de Pontos 3
3268 até 3768	0,2033	0,8533	0,4815
3268 até 4268	0,19	0,5333	0,4127
3268 até 4768	0,1974	0,4148	0,3439
3268 até 5268	0,1442	0,3556	0,3353
3268 até 5768	0,1515	0,32	0,3095
3268 até 6268	0,1524	0,2963	0,2923
3268 até 6768	0,1563	0,2729	0,2653
3268 até 7268	0,1591	0,256	0,2407
3268 até 7768	0,1389	0,2286	0,2111
3268 até 8268	0,125	0,2032	0,188
3268 até 8768	0,1122	0,1855	0,1694
3268 até 9268	0,1054	0,1707	0,1577
3268 até 9350	0,1054	0,1707	0,1577

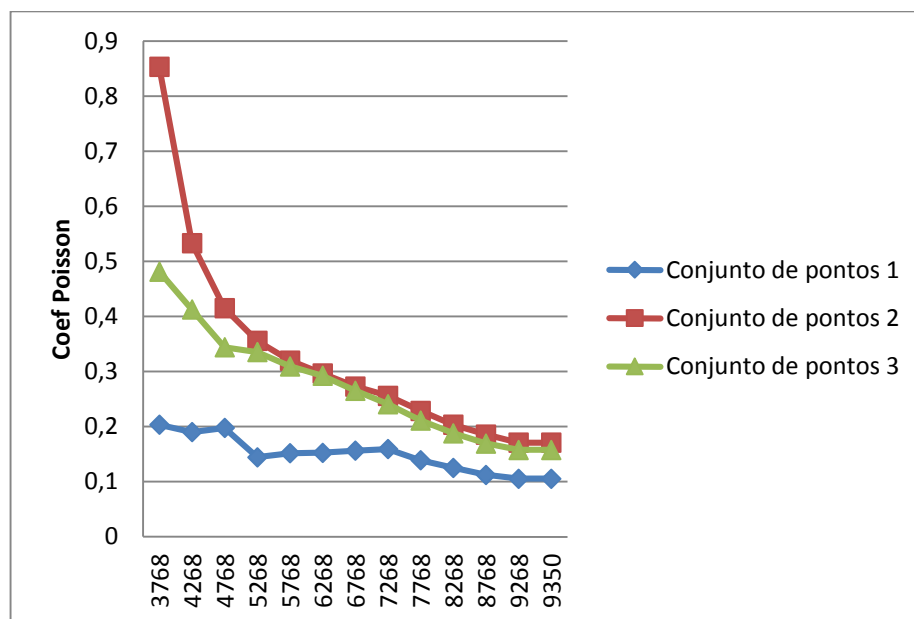


Gráfico 3. Coeficiente de Poisson de acordo com as imagens lidas e conjunto de pontos usados.

Como se observa pela tabela e pelo gráfico, todos estes conjuntos de pontos produzem valores para o coeficiente de Poisson ligeiramente diferentes. O conjunto que se entende estar mais perto do procedimento correto para a obtenção do coeficiente de Poisson é o conjunto 3 e apresentado pela figura 27. Esse último conjunto de pontos considera todo o comprimento longitudinal do provete da zona homogénea, assim como os extremos verticais do corpo a ensaiar. A zona vertical do corpo de prova é o local onde ocorre o empescoçamento devido à tração da borracha.

Uma vez que todos os valores obtidos estão bastante aquém do valor teórico esperado, foi necessário verificar se o método empregue no algoritmo funciona. Para tal recorreu-se a um outro *software* gratuito ImageJ<sup>1</sup>. Este *software* não dá diretamente o valor do coeficiente de Poisson, no entanto permite obter a distância entre os pontos. A partir daí, chega-se então a um valor para comparar com o obtido.

Para obter uma estimativa mais precisa do coeficiente de Poisson, foi ensaiado um provete com as dimensões de acordo com a norma, EN ISO 527. Esta norma trata a obtenção das propriedades mecânicas dos plásticos através de ensaios de tração. Para facilitar o ensaio, considerou-se que a espessura do provete seria de tal forma mínima que não interferiria na medição do valor durante o ensaio. Esta premissa permite a utilização de apenas uma câmara de vídeo para se conseguir observar a deformação longitudinal e transversal do provete.

Foi ensaiado um provete com um comprimento de ‘trabalho’ de 50 mm e uma espessura de 10 mm. Salienta-se também o facto do tamanho total do provete não respeitar inteiramente a norma, devido à máquina de tração onde foi realizado o ensaio não possuir as dimensões necessárias para este efeito.

O material ensaiado desta vez foi PDMS, usado em implantes mamários. As figuras 28 e 29 mostram os pontos usados na tentativa de se chegar ao coeficiente de Poisson, assim como o instante inicial e final do ensaio respetivamente.

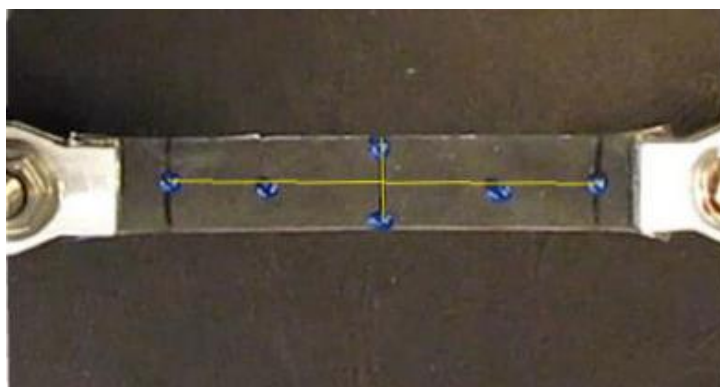


Figura 28. Provete pré tracionado. Pontos selecionados usando ImageJ.

---

<sup>1</sup> Wayne Rasband; National Institute of Health; USA

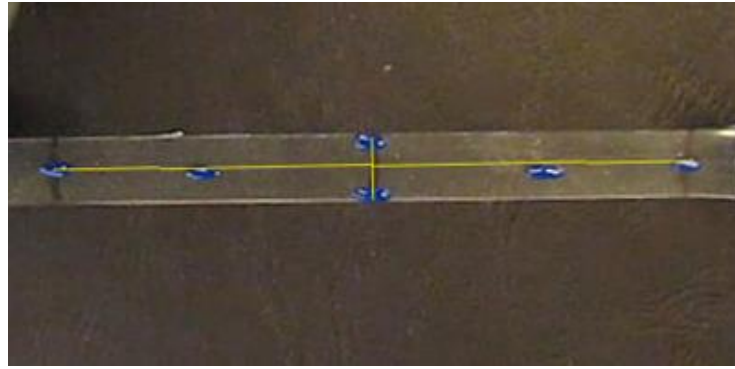


Figura 29. Provete pós tracionado. Pontos selecionados usando ImageJ.

Considerando para já esta situação e com os pontos selecionados de acordo com as figuras acima, obteve-se um coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) de 0.2331, considerando já todas as imagens do ensaio, utilizando o ImageJ.

Considerando agora o algoritmo desenvolvido em Matlab no âmbito deste projeto e selecionando, de uma forma o mais rigorosa possível os mesmos pontos, chegou-se a um coeficiente de Poisson de 0.1727. Apesar de um desvio de 26% relativamente ao resultado obtido com o ImageJ, afirma-se empiricamente que o algoritmo funciona. Uma justificação possível para a não obtenção do valor correto pode prender-se com a espessura do provete. Assumindo a conclusão enunciada acima como falsa e como o valor alcançado está longe do valor teórico, ensaiou-se um provete com uma espessura ainda menor.

O novo corpo de prova ensaiado é feito novamente de PDMS, onde foram colocados marcadores para possibilitar a extensometria ótica. O instante inicial e final deste ensaio estão representados na figura 30 à esquerda e à direita respetivamente.

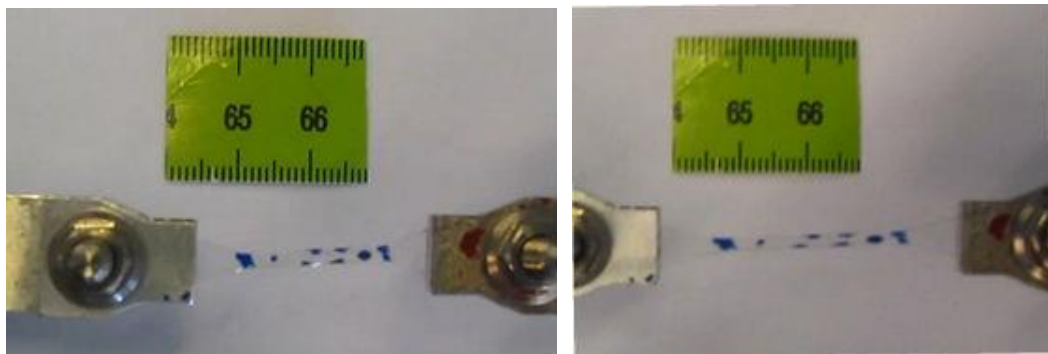


Figura 30. Provete ensaiado no instante inicial (à esquerda) e no instante final (à direita).

Após o ensaio deste provete obtiveram-se resultados muito mais satisfatórios para o coeficiente de Poisson. Selecionando os pontos extremos da malha do provete conseguem-se alcançar valores mais próximos de 0.5 para a borracha PDMS, tal como mostra o gráfico da figura 31. Este resultado foi obtido para uma velocidade de ensaio de 2 mm por minuto.

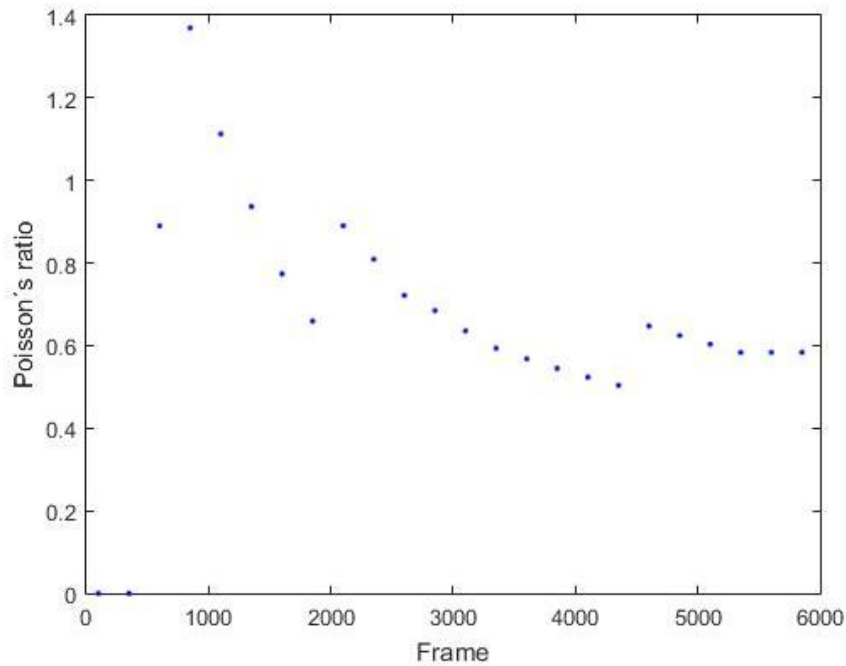


Figura 31. Coeficiente de Poisson em função dos frames.

A tabela 5 mostra em resumo os valores do coeficiente de Poisson obtidos através do software ImageJ e a partir do Matlab, considerando estes dois ensaios de borracha PDMS. Recorda-se que um destes provetes era mais espesso do que o outro.

Através destes estudos pode concluir-se que para medir o coeficiente de Poisson utilizando apenas uma câmara, é necessário ter um provete fino o suficiente para que a espessura não interfira na medição do valor.

Tabela 5. Comparação dos valores do coeficiente de Poisson obtidos usando o ImageJ e o Matlab para um provete grosso e um provete fino.

	Coeficiente de Poisson ( $\nu$ )	
	ImageJ	Matlab
Borracha PDMS (grossa)	0,2331	0,1727
Borracha PDMS (fina)	0,62	0,58

Após a conclusão de que o método funciona para materiais hiperelásticos, surgiu a vontade de ir mais longe apesar de não ser o tema desta tese. Pretendeu-se, assim, verificar se o método funcionava usando materiais como o alumínio ou o aço, realizaram-se três ensaios de uma chapa de alumínio no LET (laboratório de ensaios tecnológicos) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Apenas o melhor resultado destes três ensaios se encontra aqui descrito e que diz respeito ao provete com uma malha de pontos mais densa. Escolhendo os pontos para análise como mostra a figura 32 e recorrendo ao algoritmo chega-se às conclusões que se referem de seguida.

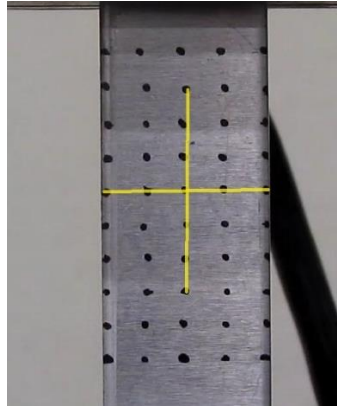


Figura 32. Malha aplicada no provete e os pontos usados para obter o coeficiente de Poisson. Instante inicial.

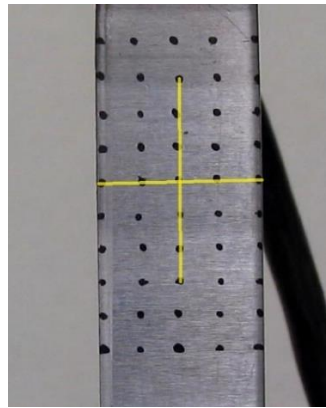


Figura 33. Malha aplicada no provete e os pontos usados para obter o coeficiente de Poisson. Instante final.

A análise deste ensaio permitiu obter um coeficiente de Poisson de 0.3634, ou seja, um erro de aproximadamente 10% relativamente ao valor teórico de 0.33. O gráfico 34 mostra a evolução do coeficiente à medida que aumenta o número de imagens lidas. Entre os *frames* 1000 e 6000 existe uma discrepância constante do valor em relação ao valor final. Esta disparidade pode ser justificada pelo facto de entre esses *frames*, os pontos escolhidos não terem acompanhado o movimento dos pixels respetivos e consequentemente não acompanharam a deformação do provete.

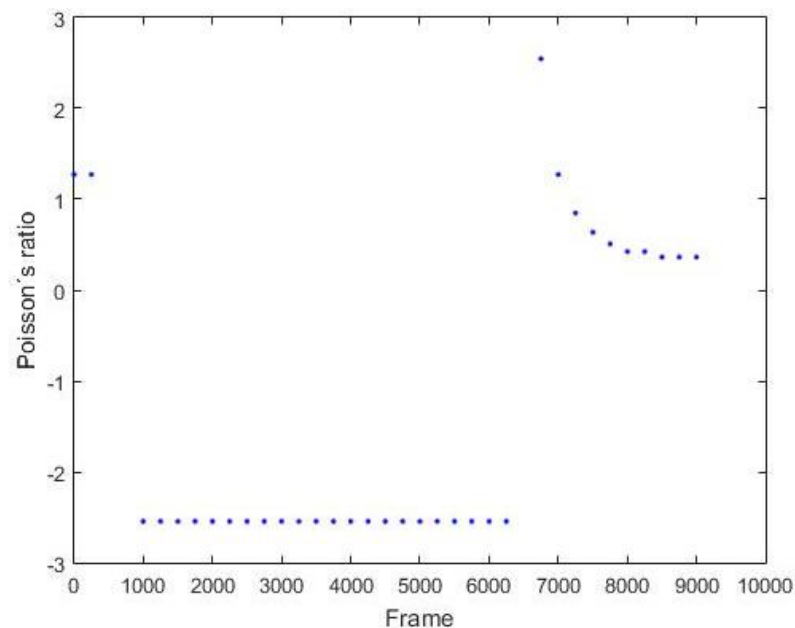


Figura 34. Coeficiente de Poisson em função dos frames. Gráfico obtido com o Matlab para o alumínio.

A figura 35 pretende ilustrar meramente o comprimento final do provete ensaiado, contando com a deformação plástica existente. Ao longo das análises feitas, apenas se trabalhou no domínio elástico do material. Este requisito é fundamental para a obtenção do coeficiente de Poisson.

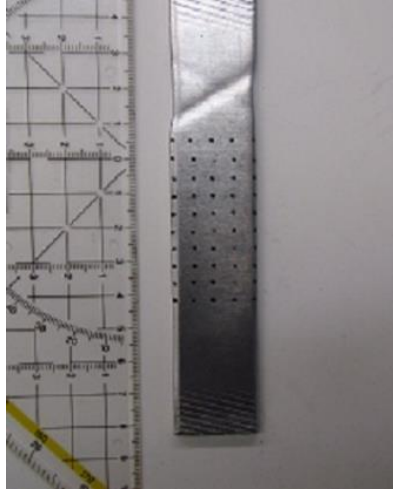


Figura 35. Comprimento final do provete ensaiado. É de se considerar que esta imagem já contém deformação plástica e a análise foi feita incluindo só regime elástico.

## 5.4 Conclusões

Da análise estatística efetuada nos pontos 5.1 e 5.2 conseguem-se também retirar algumas conclusões que vão ao encontro das referidas em [3]. No caso da região de procura, verifica-se que a variância se mantém praticamente constante até se chegar a um campo de 19 por 19 pixels. A partir deste momento a variância diminui, pelo que se conclui que o valor ideal para este parâmetro é a partir de 21 por 21 pixels.

Relativamente à zona de referência conclui-se que o campo de referência ideal é entre os 9 e os 13 pixels. Considerando uma área maior que 13 pixels, existe saturação da informação o que não trará nenhum acréscimo na melhoria dos resultados e exigirá um aumento da capacidade computacional.

Após obtidos e analisados os resultados do valor do coeficiente de Poisson chega-se a várias conclusões. Primeiramente no que toca à validação do código, por comparação aos valores a que se chegou usando o software ImageJ, é legítimo dizer que o código implementado funciona. As variações relativas encontradas entre os valores obtidos no Matlab e pelo ImageJ devem-se consequentemente à precisão dos pixels escolhidos. Isto é, para que os valores coincidissem perfeitamente era necessário que em ambas as situações se escolhessem rigorosamente os mesmos pontos, o que é muito difícil.

O valor do coeficiente de Poisson encontrado através do uso do algoritmo implementado no Matlab apresenta um erro bastante residual em ambas as situações, quer para o caso da borracha PDMS, quer para o caso do alumínio. Ao observar-se os gráficos da variação do coeficiente de Poisson para cada *frame* lido, vê-se que estes variam desde o início até ao fim. Esta variação pode dever-se à reduzida deformação existente no início dos ensaios e que é aparentemente impercetível ao algoritmo.

Analisando em particular o ensaio da borracha PDMS, observa-se que existe a necessidade de ter cuidado com a espessura do provete para a determinação do coeficiente de

Poisson. Assim que esse cuidado é tido, a obtenção deste parâmetro mecânico do material torna-se bastante mais simples quer a nível do equipamento necessário, quer a nível da análise propriamente dita. Esta conclusão relativamente à espessura do provete também pode ser extrapolada para o caso do alumínio. O erro resultante desta análise é bastante residual e em último caso pode ser desconsiderado, visto que se está no domínio experimental. Considerando agora o ensaio efetuado ao alumínio, consegue-se obter um valor de 0.3634 que comparando com o valor teórico de 0.33 apresenta um erro residual de 10%.

Assim sendo, pode concluir-se que é possível obter este parâmetro com o algoritmo desenvolvido e afirmar com confiança que o método implementado funciona e que dá resultados fiáveis.

## 6. Resultados

Neste capítulo são apresentados e analisados de uma forma mais detalhada todos os resultados obtidos para os ensaios uniaxiais do alumínio e uniaxial/biaxial de uma borracha PDMS. Estes resultados apresentam extrema importância para o estudo de biomateriais sujeitos a grandes deformações usando meios óticos.

### 6.1 Borracha PDMS (uniaxial)

No que toca ao ensaio uniaxial, foi ensaiada uma borracha PDMS, como mostra a figura 36. Neste provete foram marcados pontos que servem de apoio a todo o programa desenvolvido. Este ensaio foi realizado a uma velocidade de 10 mm por minuto e foi levado o mais longe possível, ou seja, até à rotura.

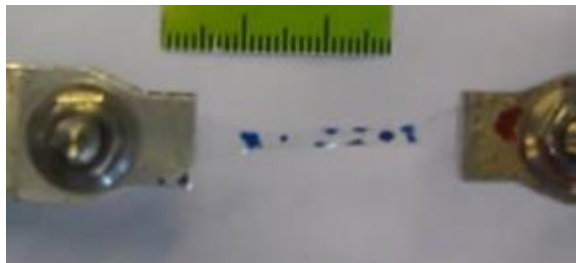


Figura 36. PDMS ensaiado.

#### 6.1.1 Calibração

O processo de calibração fez-se recorrendo a dois conjuntos de pontos presentes na malha. Um respeitante aos pontos mais exteriores da malha (a vermelho) e o outro nos pontos mais interiores (a amarelo), tal como sugere a imagem da figura 37.



Figura 37. Provete ensaiado com os dois pares de pontos experimentados.

Da análise dos gráficos de calibração, através do uso de dois conjuntos de pontos distintos é possível tirar algumas conclusões pertinentes. Verifica-se que usando o par de pontos interiores (a amarelo) ocorre uma desconexão do *stretch* quando se usa 75% do comprimento do segmento de reta formado por esses pontos (gráfico da figura 38). Esta situação refere-se à função 'far' da figura 38. Tal não acontece considerando o par de pontos mais afastados do centro do provete e que se encontram representados na figura 37 a vermelho (gráfico da figura 39). Esta desconexão não acontece para comprimentos de 25% do segmento de reta para nenhum dos dois conjuntos de pontos (a vermelho e a amarelo) representados na figura 37. Nessa situação existe uma continuidade da deformação independentemente do *step* usado. Assim, é legítimo afirmar que quanto mais longe os pontos selecionados estiverem do centro do provete, menor é a probabilidade de ocorrer desconexão para o comprimento de 75 % ou 25% do comprimento inicial.

Uma outra conclusão que se aplica neste ensaio é que como o *stretch* em função do *step* estabiliza logo desde o início, o parâmetro do passo nesta situação não é muito importante, pois o valor da *stretch* tende aproximadamente para o mesmo valor.

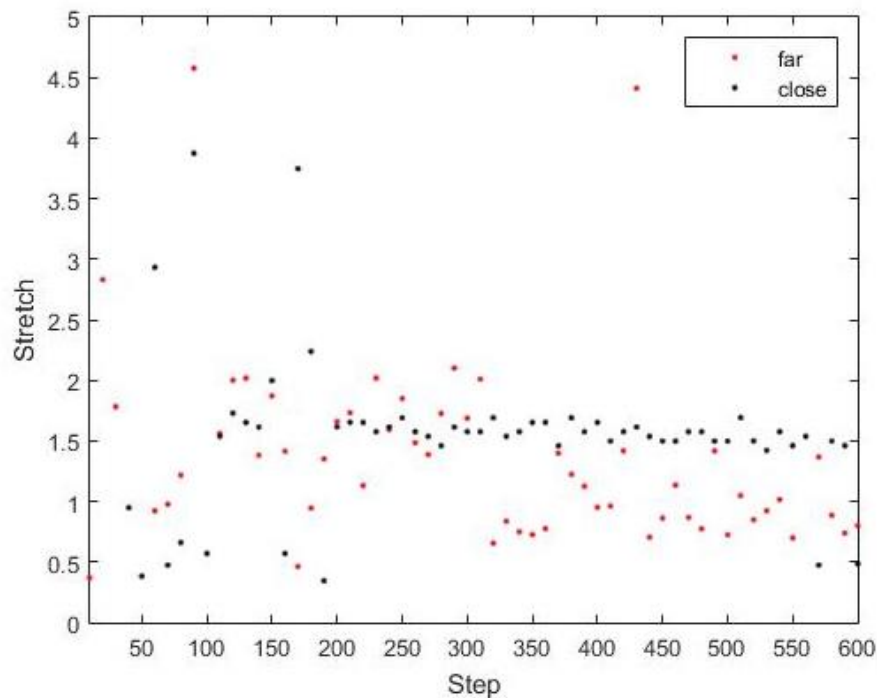


Figura 38. Gráfico *Stretch/Step* para os pontos exteriores da figura 37 (a amarelo).

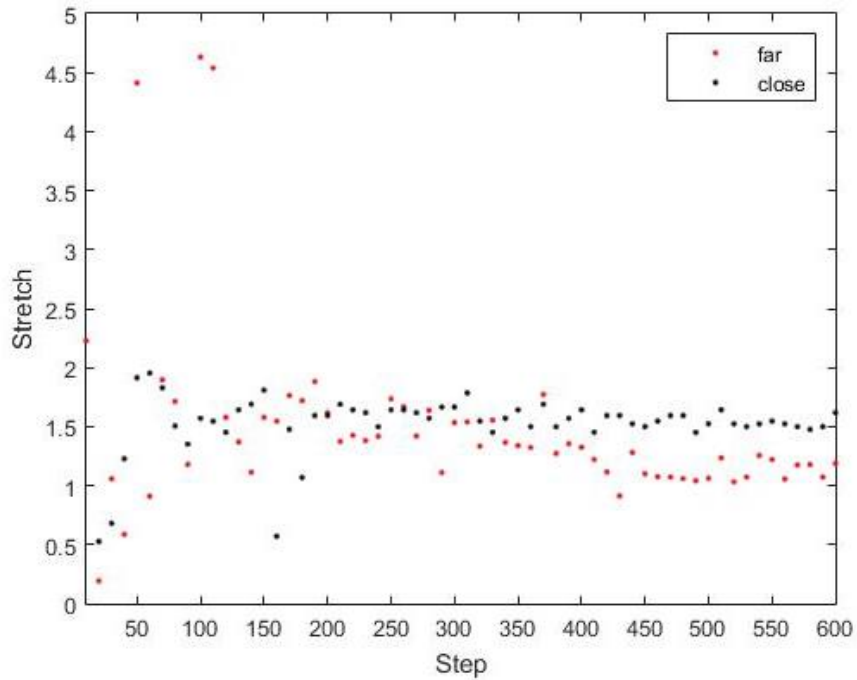


Figura 39. Gráfico *Stretch/Step* para os pontos interiores da figura 37 (a vermelho).

### 6.1.2 Campo de deformação e de deslocamento

Mais uma vez, na análise dos campos de deformações e de deslocamentos considera-se a situação que traduziu melhores resultados no ponto anterior. Isto diz respeito à situação dos pontos mais exteriores (a vermelho) dentro da zona homogénea do provete. Essa zona é mostrada na figura 40. Em todas as situações mostradas neste ponto, considera-se um passo de 250, uma região de referência de 13 por 13 pixels e uma zona de busca de 21 por 21 pixels (capítulo 5).

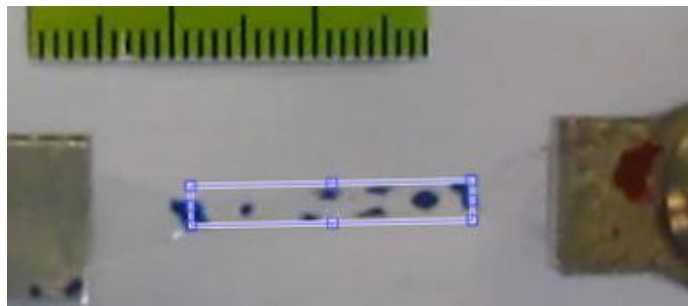


Figura 40. Delimitação da área do provete usada.

Por uma questão de interesse prático, contempla-se aqui os gráficos de deslocamento e deformação tanto na direção vertical, como na direção horizontal. Considerando o provete da figura 40, optou-se por usar a situação da escolha de pontos “inteligentes”. Estes pontos são escolhidos através da intensidade da cor dos pixels, uma vez que a borracha PDMS possui poucos pontos de interesse marcados.

Usando uma intensidade de 35, alcançou-se uma malha de pontos como a que é sugerida na figura 41. Analisando esta malha, obtêm-se os gráficos referentes às deformações (figuras 42 e 43) e deslocamentos (figuras 44 e 45) horizontais e verticais.

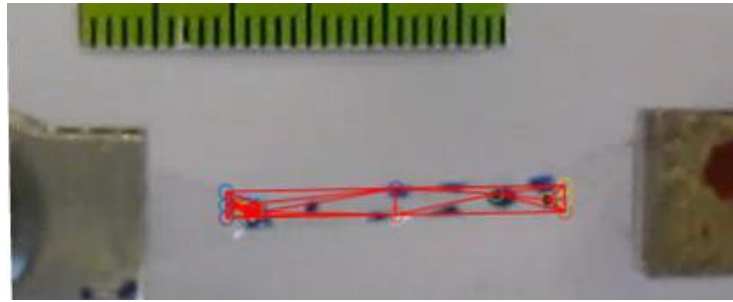


Figura 41. Malha alcançada para uma intensidade de cor de 35.

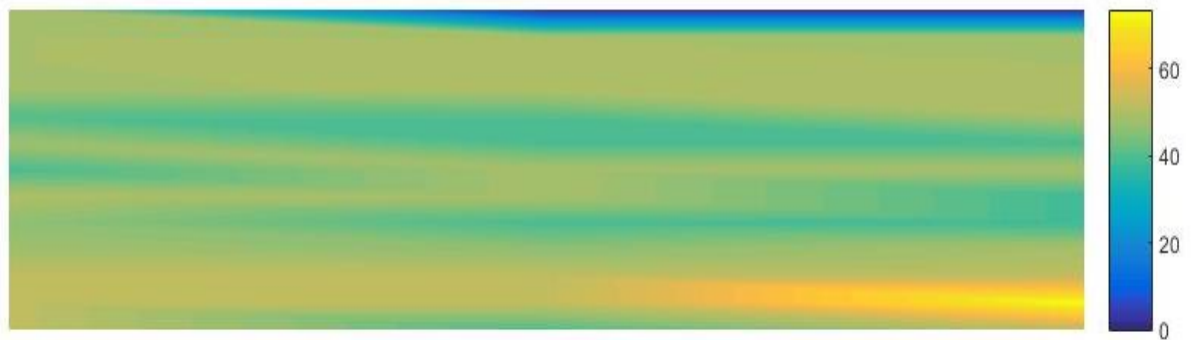


Figura 42. Deslocamento na direção horizontal em pixels.

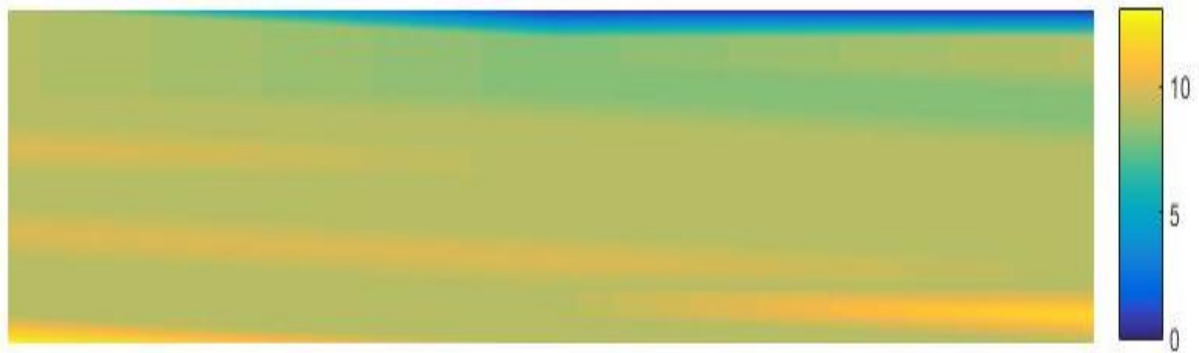


Figura 43. Deslocamento na direção vertical em pixels.



Figura 44. Deformação na direção horizontal.



Figura 45. Deformação na direção vertical

Numa perspetiva de perceber qual das duas soluções implementadas traz melhores resultados, procedeu-se também à análise de pontos marcados de forma equidistante entre si. Nesta situação, considerou-se uma densidade de pontos de 10 por 10 pixels. Os resultados encontram-se evidenciados nas figuras 46, 47, 48 e 49.

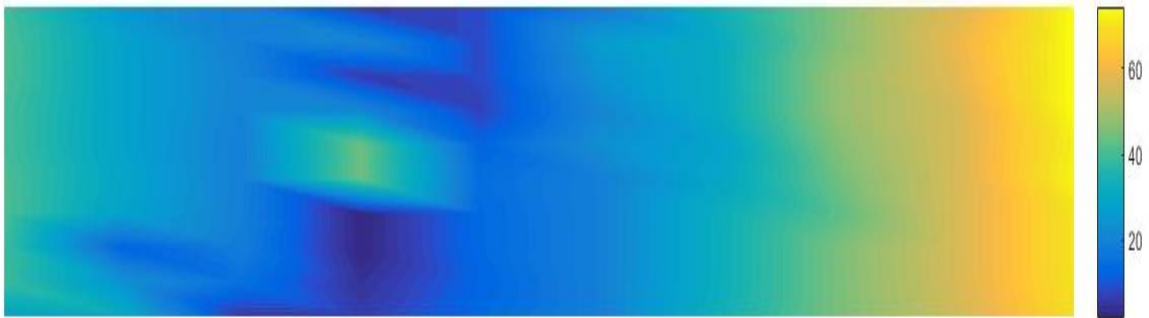


Figura 46. Deslocamento na direção horizontal em pixels, 10 por 10 pixels.

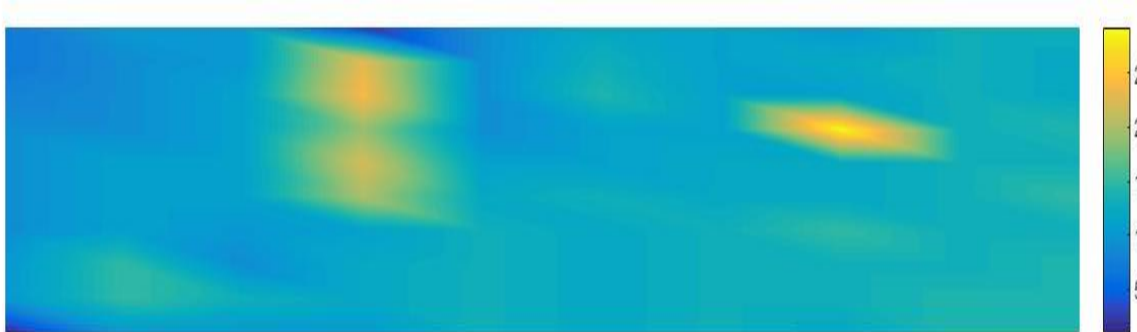


Figura 47. Deslocamento na direção vertical em pixels, 10 por 10 pixels.

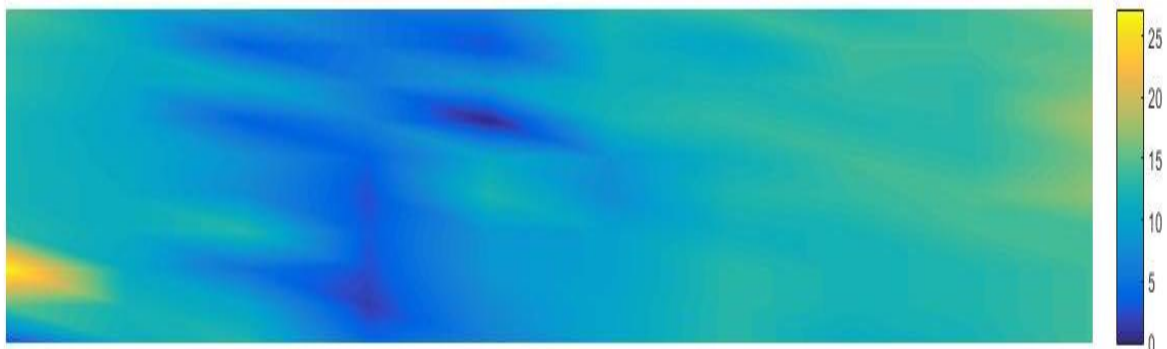


Figura 48. Deformação na direção horizontal, 10 por 10 pixels.

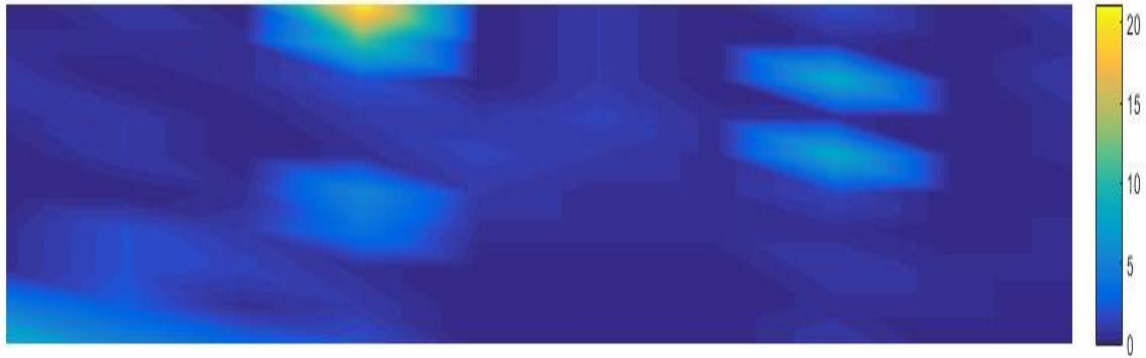


Figura 49. Deformação na direção vertical, 10 por 10 pixels.

Inicialmente a comparação dos diferentes gráficos relativamente às duas soluções empregues, verifica-se que no caso do deslocamento horizontal o valor máximo é o mesmo, no entanto, o gráfico é diferente. Isto porque na primeira situação poderá existir uma baixa densidade de pontos marcados no provete, o que traduz uma solução não tão correta ou na segunda situação existirem pontos cujo *tracking* é feito de forma errada por não haver uma boa zona de referência. Apesar disto, chama-se a atenção de nas duas situações o valor máximo ocorrer na mesma zona. No entanto, a solução que traduz resultados mais expectáveis à partida é a solução que utiliza pontos equidistantes. Nessa situação, é mais evidente a simetria de deslocamento e deformação que deve existir no provete, quando este é tracionado igualmente nos dois lados. Isto pode ser justificado pelo motivo de na primeira solução apresentada existirem zonas sem nenhum ponto para análise. Como não existe nada para analisar nesses locais, o Matlab cria uma imagem simulada falsa por interpolação do que se passa para completar o gráfico.

Considerando os gráficos obtidos nas duas soluções, conclui-se que existem vários pontos de muita coerência, tal como o valor máximo, zonas de maior deformação e deslocamento. As diferenças entre os gráficos correspondentes podem ser justificadas pela baixa densidade de pontos no provete para a primeira situação ou para o segundo caso o algoritmo não realizar um *tracking* correto dos pontos. Em ambas as situações, nenhum dos gráficos poderá dar uma informação totalmente correta, ou pelo menos totalmente precisa. No entanto já nos dão uma boa impressão do que se passa durante o ensaio.

Relativamente à análise dos gráficos propriamente ditos e considerando a solução dos pontos equidistantes entre si, observa-se que os que dizem respeito à situação horizontal, possuem um maior deformação e deslocamento do que nas situações referentes à direção vertical. Como se está a tratar de um ensaio uniaxial ensaiado na direção horizontal, tal solução faz todo o sentido.

Analisando os deslocamentos e deformações, afirma-se que existem algumas regiões que atingem um deslocamento horizontal máximo acima dos 60 pixels, sendo que na deformação horizontal existe uma pequena região que atinge uma deformação aproximada de 25. No que diz respeito à situação vertical, existem pontos ou regiões com um deslocamento acima dos 25 pixels. Se se olhar para as deformações verticais, a deformação alcançada ultrapassa ligeiramente os 20.

### 6.1.3 Visualização do movimento dos pixels durante o ensaio.

Relativamente à visualização dos pixels escolhidos ao longo do ensaio, afirma-se que o algoritmo funciona, pois uma vez escolhidos os pontos, o programa é capaz de os seguir de forma eficaz. Escolhendo os pontos mostrados pela figura 50 e dando início ao código, observa-se que o programa foi capaz de fazer o pretendido, como observado pela figura 51.

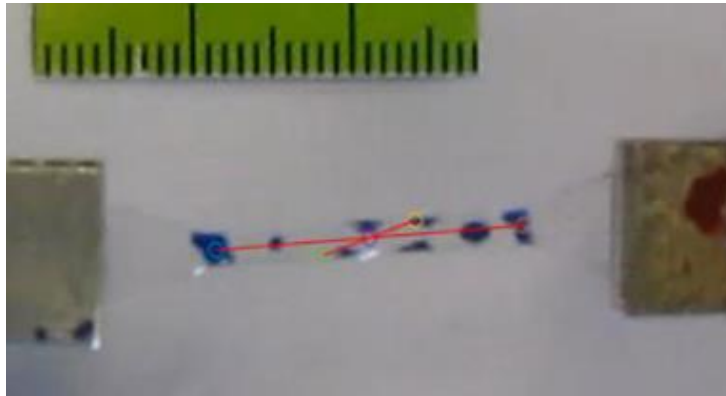


Figura 50. Provete de PDMS no início.

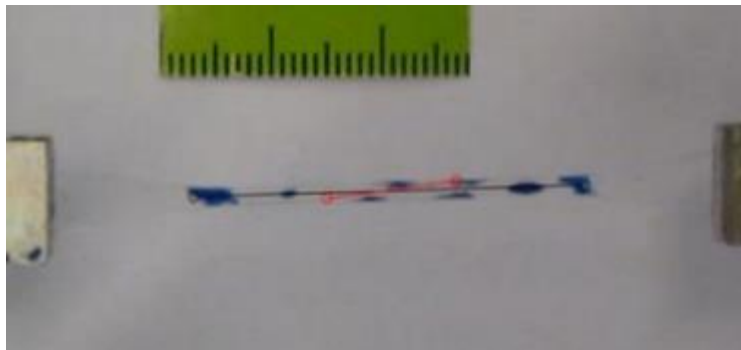


Figura 51. Provete no fim do ensaio.

Da análise deste ensaio, o algoritmo desenvolvido dá a informação de como varia os *stretches* de acordo com cada um dos *frames* do ensaio. Esta informação está dividida em três gráficos que se expõe abaixo nas figuras 52, 53 e 54. Um respeitante ao *stretch* horizontal, um outro ao vertical e por fim, à distância euclidiana entre os pontos marcados. Os gráficos encontram-se legendados por cores de forma a ser possível perceber a qual dos dois segmentos de reta da imagem acima se refere a função.

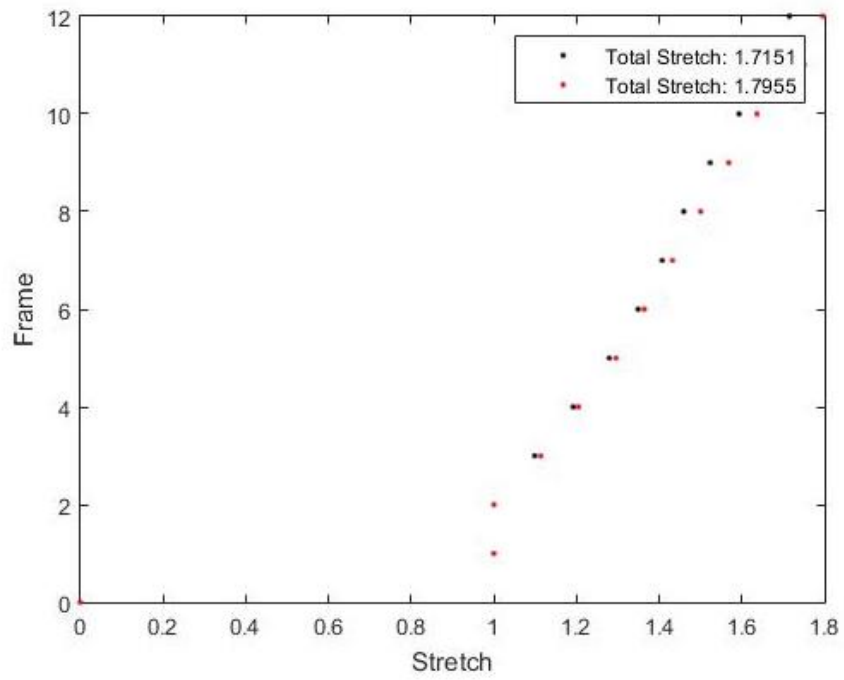


Figura 52. Gráfico *Frame/stretch* considerando a distância horizontal.

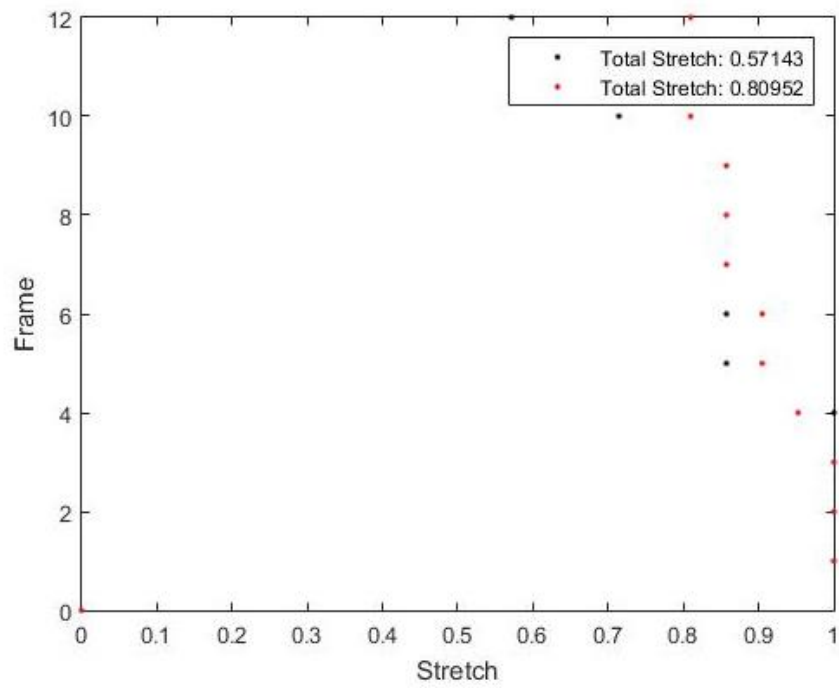


Figura 53. Gráfico *Frame/Stretch* considerando as distâncias verticais.

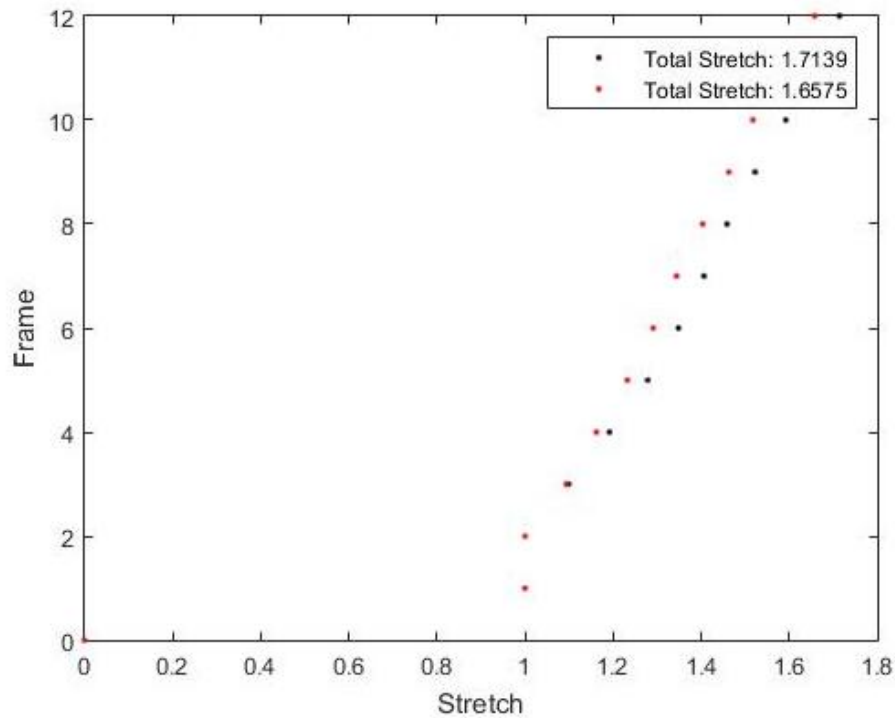


Figura 54 Gráfico *Frame/Stretch* considerando a distância euclidiana entre os pontos.

Ao estudar os gráficos, é perceptível que a informação fornecida por eles é fiável. Começando pelo gráfico da figura 52, naturalmente a função a preto diz respeito ao par de pontos horizontal. Como é compreensível, este *stretch* indica que o comprimento final do segmento é 1.8 vezes maior que o seu comprimento inicial. Um aspeto curioso é que seria de esperar que no par vertical (a vermelho na figura 52) o *stretch* rondasse o valor de 1 já que supostamente não aumentaria de comprimento horizontalmente. Este fenómeno deve-se ao facto de o material ser hiperelástico ou também pelo simples motivo dos pontos não terem sido escolhidos exatamente no centro do provete e por consequência não formarem um segmento totalmente na vertical. Nessa situação, passa a existir um aumento da distância horizontal entre esses mesmos pontos, já que durante o ensaio estes pontos seguiriam em direções opostas.

Isto acontece também no gráfico da figura 53, em que o *stretch* vertical dos pontos a preto deveria andar perto do valor unitário. Tal deve-se ao mesmo motivo explicado no parágrafo anterior. O *stretch* do segmento a vermelho diminui, como se esperava, uma vez que com a tração passa a ocorrer um fenómeno de estricção no centro do provete.

Por fim, ao analisar o último gráfico vê-se que os resultados evidenciados vão de acordo aos anteriores. À medida que se avança nos *frames* e o provete é tracionado leva ao aumento do *stretch* a preto e ocorre empescoamento na zona central, motivo pelo qual o *stretch* a vermelho diminui ligeiramente. A figura 54 possibilita uma leitura de informação dos *stretches* mais “limpa”, uma vez que não há necessidade de uma análise mais detalhada como no caso dos anteriores.

Esta opção permite também obter o coeficiente de Poisson do material ao longo dos *frames*, como já discutido anteriormente. Após analisar o ensaio, chega-se ao gráfico da figura 55 para o coeficiente de Poisson de cada *frame* do ensaio feito.

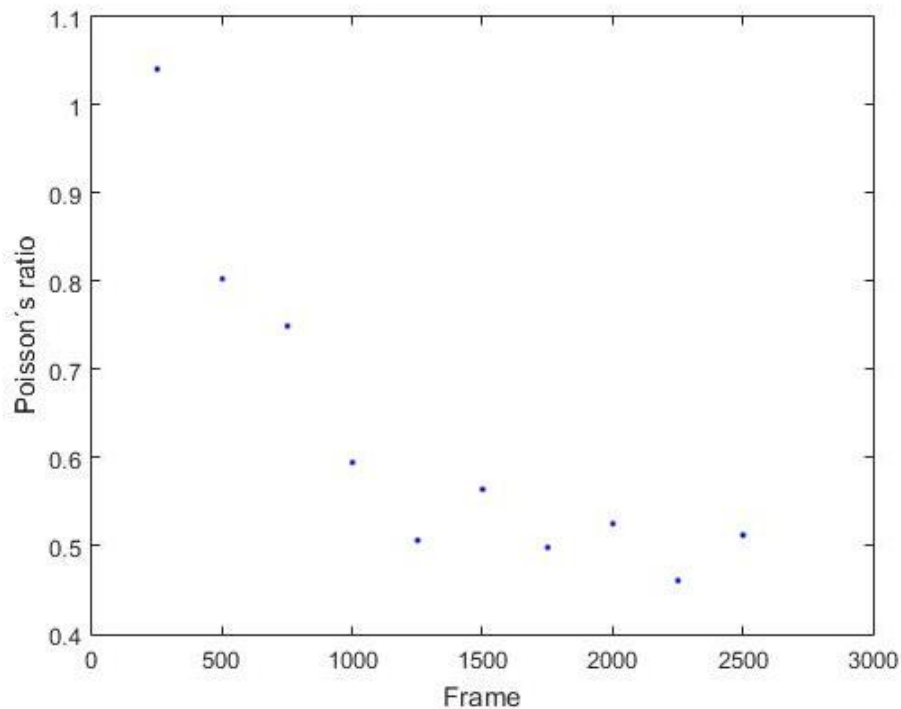


Figura 55 Coeficiente de Poisson em função dos *frames* do ensaio.

Analisando o gráfico, observa-se que o valor do coeficiente de Poisson começa a tomar um valor mais aceitável a partir do frame 1500 aproximadamente. A diferença entre o valor teórico para uma borracha e para o material ensaiado nos *frames* finais é bastante reduzida, já que o seu valor teórico ronda aproximadamente 0.5. Isto traduz um erro bastante reduzido para o valor encontrado.

## 6.2 Alumínio (uniaxial)

Depois do ensaio da borracha PDMS decidiu-se então ensaiar um material mais clássico da engenharia. Tal como no caso do ensaio anterior, esta análise de resultados vai incidir na calibração do ensaio para a escolha do passo, seguida da visualização do campo de deslocamento e de deformação e por fim a observação do ensaio e o movimento dos pontos.

Os provetes eram desperdícios de outros trabalhos que se decidiram aproveitar para realizar estes testes. Fizeram-se 3 ensaios com provetes, sendo que em cada um deles foi colocada uma malha diferente, tal como mostra a figura 56.

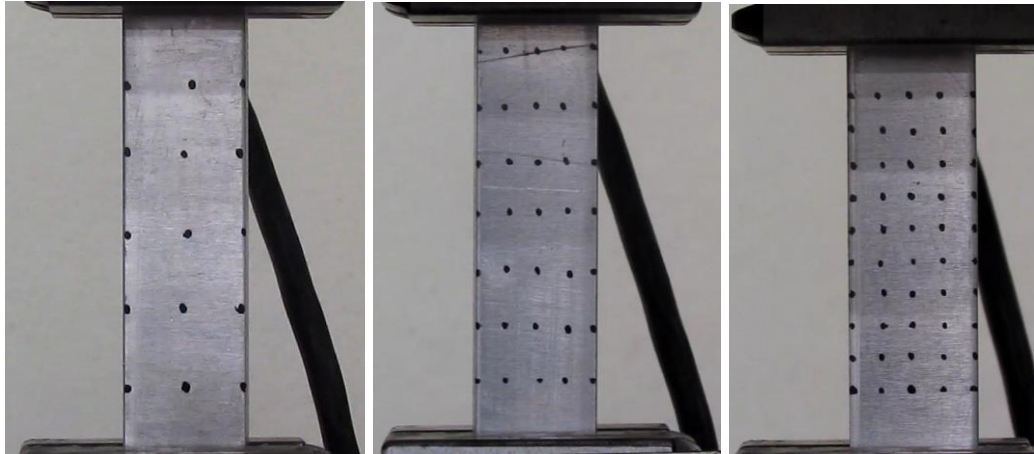


Figura 56 Provetes ensaiados, com uma malha mais esparsa (à esquerda), uma malha intermédia (ao centro) e uma malha mais refinada (à direita).

Neste trabalho apenas é contemplada a análise detalhada do provete com a malha mais refinada (à direita), visto não ser este o assunto fundamental desta tese e uma vez que os resultados obtidos se assemelham bastante no caso da imagem ao centro e à esquerda. No entanto, o provete mais à direita é o que apresenta melhores resultados. Apesar disso e sempre que necessário, os valores dos ensaios dos restantes provetes serão aqui descritos como forma de alcançar conclusões.

### 6.2.1 Calibração

Mais uma vez, decidiu-se optar por fazer a calibração deste ensaio utilizando dois segmentos de reta com comprimentos diferentes. Esta opção além de poder trazer conclusões específicas para este ensaio, pode também trazer conclusões gerais independentes do material ensaiado.

Começando pela distância entre pontos extremos da malha do provete, obteve-se o gráfico da figura 57

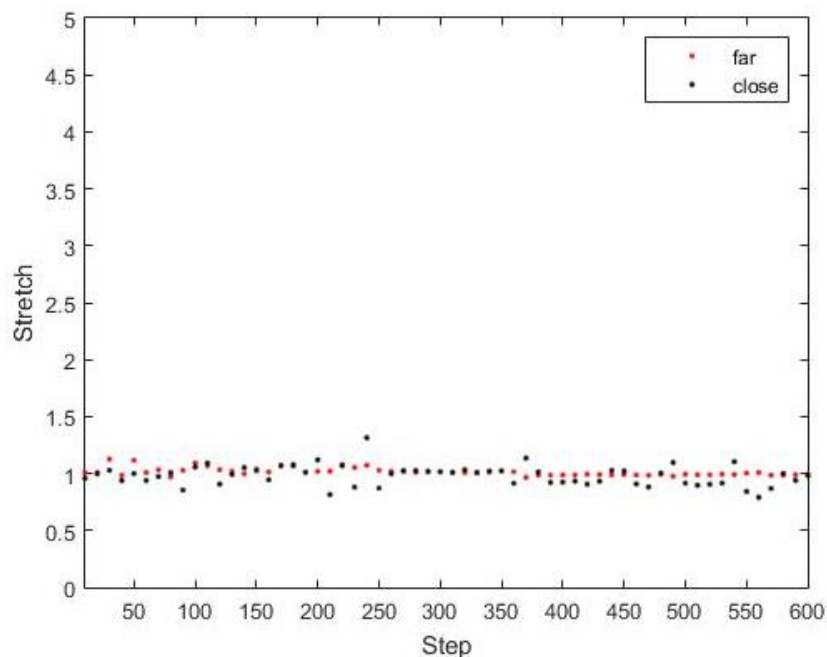


Figura 57 Gráfico de calibração do alumínio, usando pontos extremos da malha.

Pela análise deste gráfico, à semelhança dos resultados obtidos no ensaio da borracha, observa-se a existência de uma correlação ou uma continuidade entre os valores apresentados. O passo que vai ser usado na análise deste ensaio não faz qualquer tipo de influência, uma vez que para todos os passos o valor do *stretch* anda em torno do valor unitário. Este resultado condiz com a realidade, uma vez que o alumínio, sendo um material metálico não tem tanta alongação em regime elástico como um material polimérico, neste caso a borracha.

Considerando agora os pontos a vermelho de acordo com a figura 58, obteve-se um gráfico *stretch/step* de acordo com a figura 59.

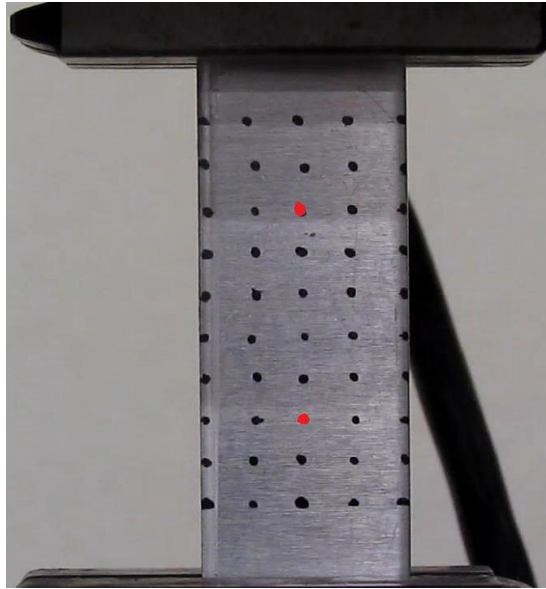


Figura 58 Par de pontos usados para calcular o gráfico *stretch/step*.

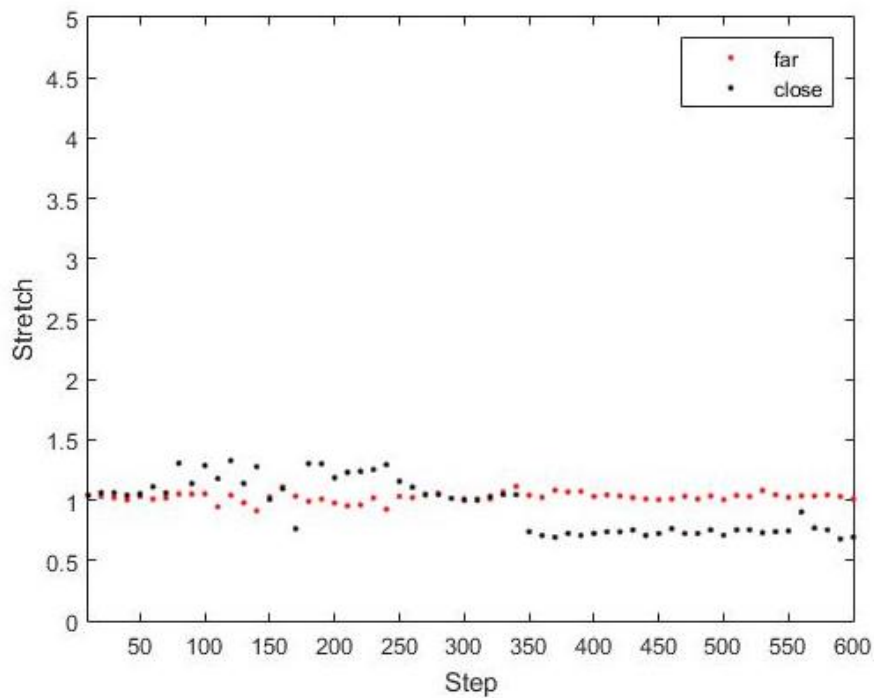


Figura 59 Gráfico *stretch/step*.

Obtidos estes dois gráficos, é possível chegar a conclusões semelhantes às do caso do ensaio uniaxial do PDMS. O *stretch*, considerando a função ‘*far*’ ou ‘*close*’, mantém-se constante e igual a 1 independentemente do *step*, considerando pontos extremos da malha e que se encontram representados na figura 57. Isto implica que qualquer passo usado assume um valor correto ao longo da utilização do algoritmo.

Comparando agora os gráficos obtidos (figuras 57 e 59) e considerando estes dois pares de pontos distintos, conclui-se mais uma vez que o que apresenta uma coerência maior em termos de resultados é o gráfico da figura 57. Apesar da função ‘*far*’ permanecer muito semelhante nas duas situações, a função ‘*close*’ revela uma certa desconexão entre o *step* 50 e 200 e uma descontinuidade no passo 350. Ou seja, as conclusões tiradas deste ensaio no que toca à calibração do passo são em tudo semelhantes às obtidas aquando do ensaio da borracha PDMS.

### 6.2.2 Campo de deformações e de deslocamento

No campo de deformações e de deslocamento, o passo usado é de 250 *frames*. Para não haver uma saturação de informação na presente tese e por ser um ensaio uniaxial feito verticalmente, neste caso apenas se vai considerar a direção vertical dos deslocamentos e das deformações. É lógico que quanto mais densa for a malha de pontos para o cálculo dos deslocamentos e das deformações, espera-se um resultado mais preciso.

Para a obtenção destes campos de deformações e de deslocamentos, considera-se uma área de análise que abranja todos os pontos da malha que foram marcados no provete e uma densidade de pontos de 6 por 6 pixels. Para esta primeira situação obtêm-se os gráficos da figura 60.

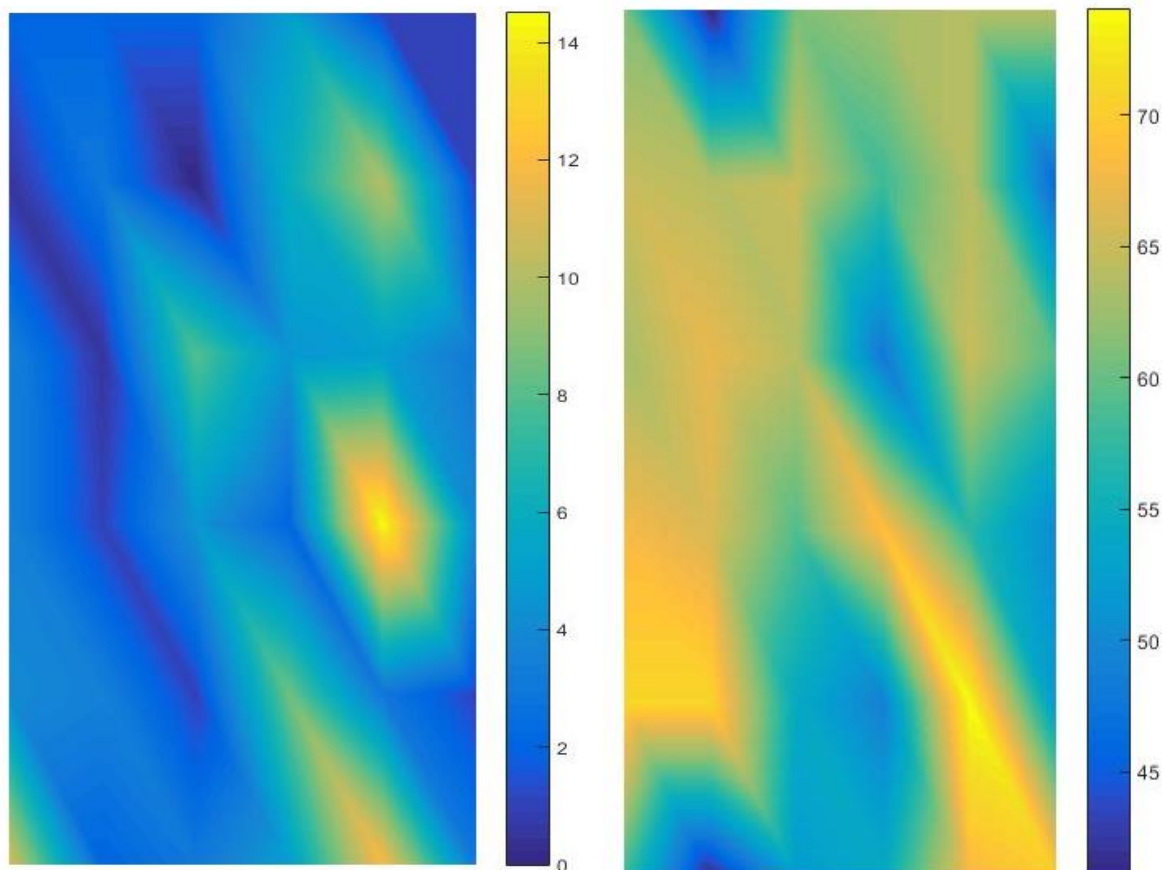


Figura 60 Deformação na direção vertical à esquerda e deslocamento na direção vertical em pixels à direita.

Da observação do primeiro gráfico à esquerda, respeitante à deformação vê-se que o valor máximo corresponde a um valor superior a 14, enquanto o gráfico referente ao deslocamento sofreu um máximo superior a 70 pixels.

Considerando a mesma área em análise, tornou-se a malha mais densa, com 5 pontos na horizontal por 10 pixel na vertical. Nesta situação espera-se novamente que o rigor da solução aumente, tal como se veio a verificar na prática. Tanto a deformação máxima como o deslocamento máximo tiveram os seus valores ligeiramente diferentes aos obtidos considerando a densidade de pixels anterior. A deformação máxima tem um valor superior a 18 e o deslocamento assume um máximo acima dos 70 pixels. No entanto e como já foi dito anteriormente, existirá um ponto em que o adensamento de pontos não trará nenhuma vantagem, antes pelo contrário.

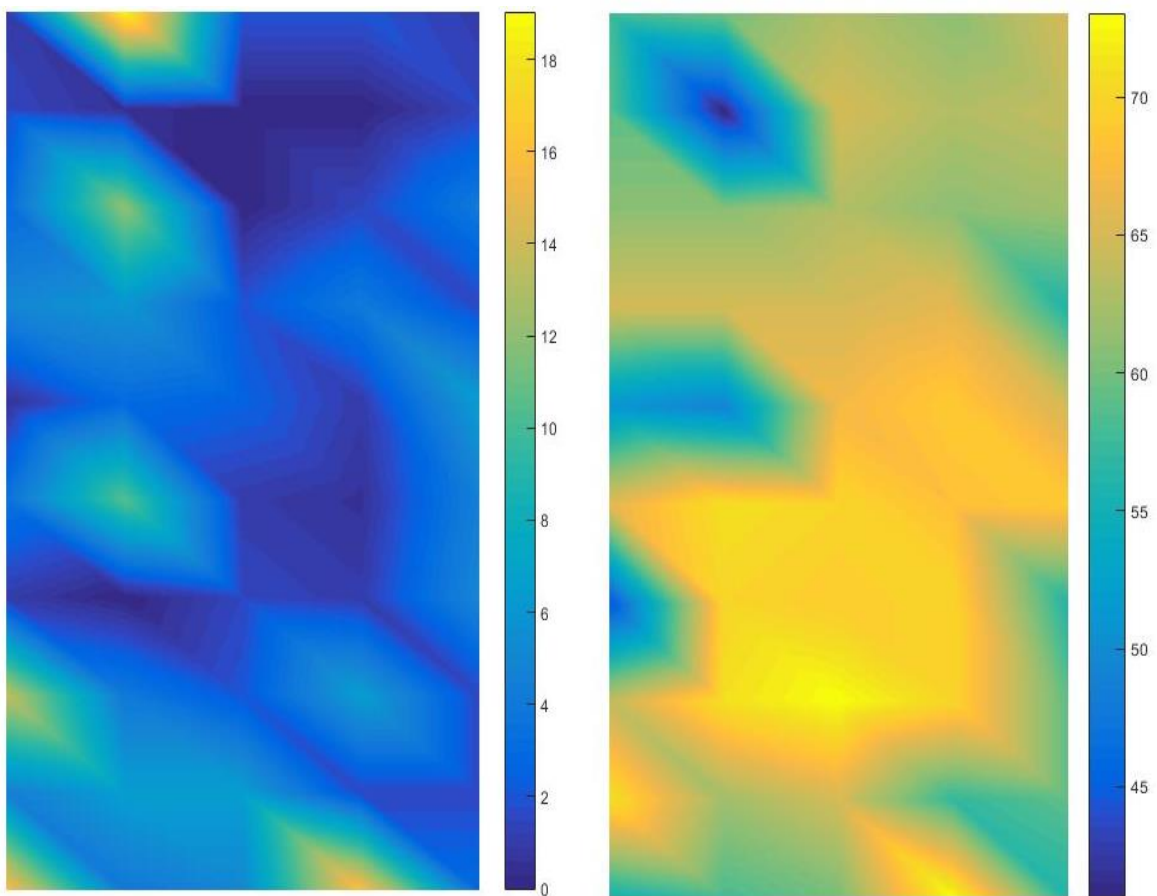


Figura 61 Deformação na direção vertical à esquerda e deslocamento na direção vertical em pixels à direita.

Observando todos os resultados obtidos, o gráfico respeitante a uma densidade de pontos de 5 por 10 pontos mostra teoricamente uma informação mais correta. Como se está a trabalhar no domínio elástico do material é natural que toda a peça se deforme de igual modo, esperando-se deslocamentos semelhantes na área analisada. Uma possível justificação para a informação mostrada pelo gráfico da figura 60 à direita prende-se com o facto de a localização dos pontos no corpo de prova não terem uma boa zona de referência. Por esse motivo o gráfico não tem um deslocamento tão homogéneo como mostrado pelo gráfico da figura 61 à direita. A verdadeira posição do ponto ao longo de todo o ensaio pode não estar devidamente caracterizada, o que provoca um processo de *tracking* errado desse mesmo ponto na primeira situação.

### 6.2.3 Visualização do movimento dos pixels durante o ensaio

Uma vez que o provete de alumínio possui uma malha com bastantes pontos, a análise do gráfico *frame/stretch* foi feita considerando seis pontos de interesse e marcados como mostra a figura 62. As posições iniciais e finais desses mesmos pontos encontram-se postas lado a lado.

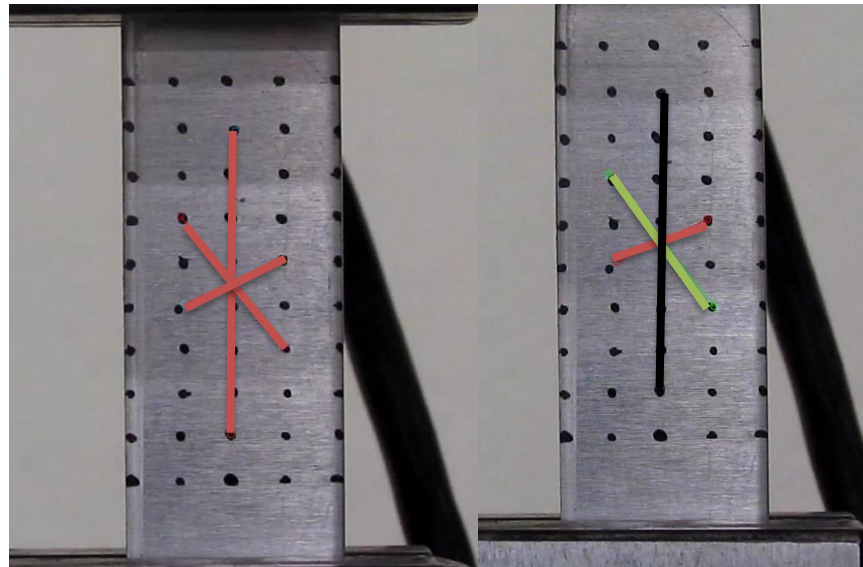


Figura 62. Posições iniciais (à esquerda) e posições finais (à direita) dos pontos marcados.

O algoritmo faz a cada ciclo correspondente de *frame* o cálculo do *stretch*. Essa informação é exposta seguidamente para cada par de pontos nas figuras 63, 64 e 65. Vale lembrar que as funções que representam cada par de pontos se encontram à mesma cor que a figura 62 (imagem à direita).

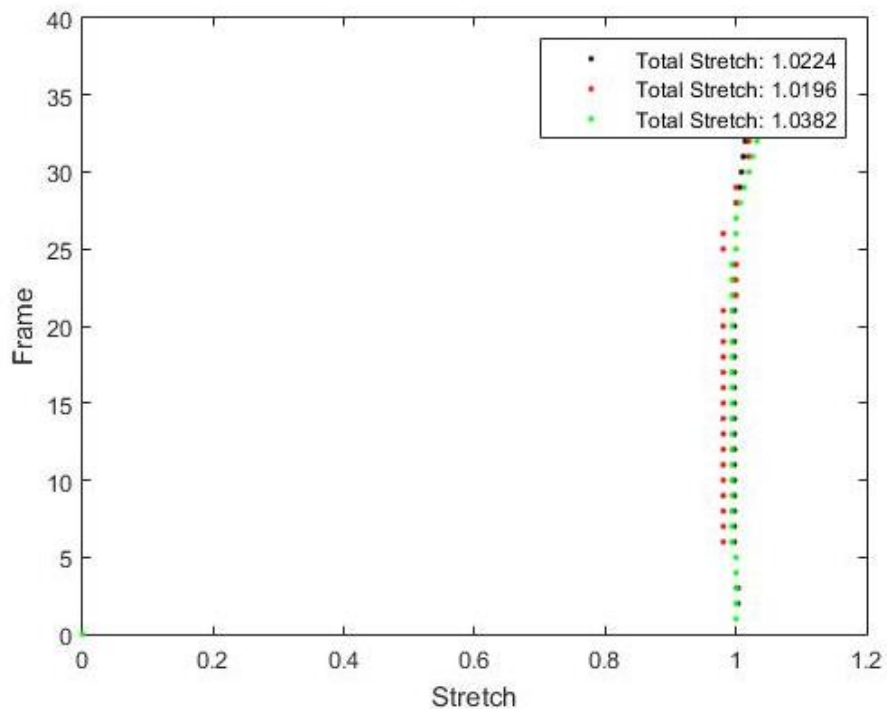


Figura 63. Gráfico *Frame/Stretch* na direção vertical do provete.

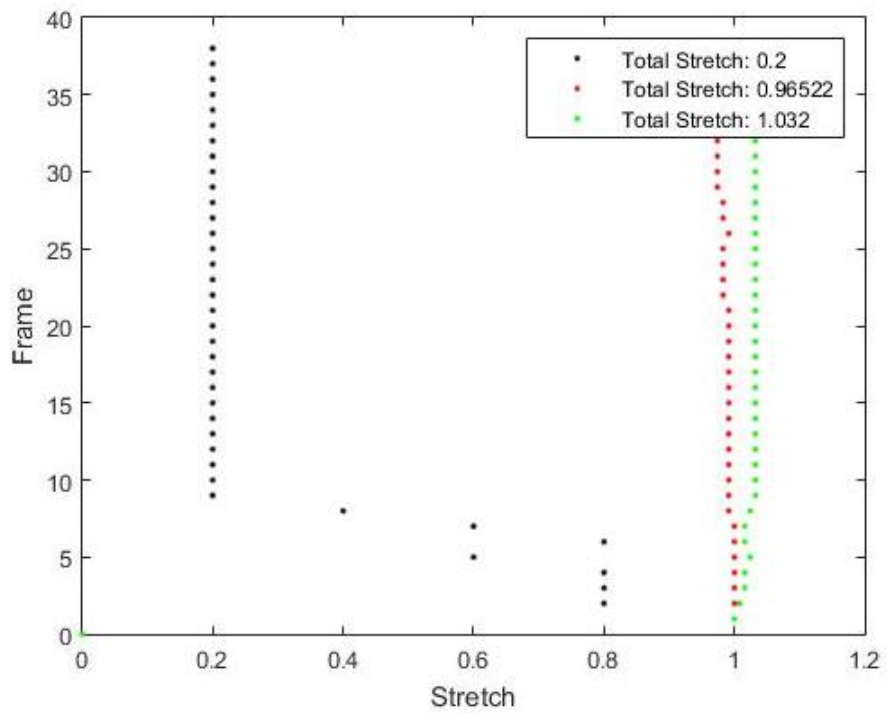


Figura 64. Gráfico *Frame/Stretch* horizontal.

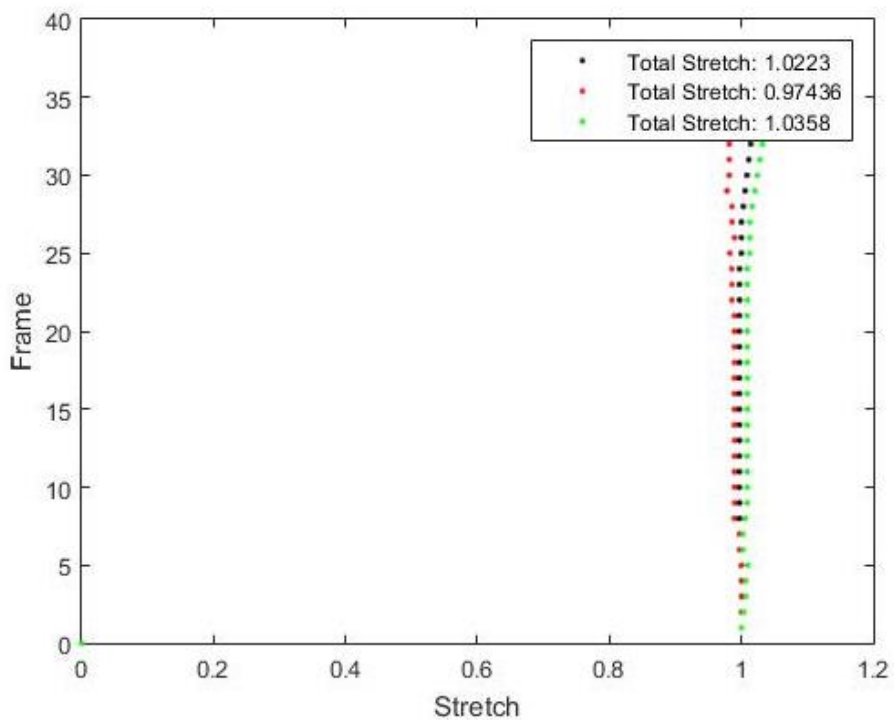


Figura 65. Gráfico *Frame/Stretch* com a distância euclidiana entre os pontos.

Observando os gráficos, mais uma vez se conclui que os resultados cumprem as expectativas. Uma vez que o alumínio não apresenta grandes deformações no regime elástico é de esperar que o seu *stretch* não ultrapasse muito o valor 1, tendo que ser, no entanto, maior que 1, tal como a figura 63 sugere.

No caso da figura 64, como se trata de um ensaio uniaxial realizado na vertical, espera-se que exista adelgaçamento e conseqüentemente o valor do *stretch* comece a descer ligeiramente. O valor referente ao par de pontos a preto é da ordem de 0.2, pois como os dois extremos não têm distâncias horizontais entre eles, o seu valor tenderia a ser próximo de zero.

Relativamente à outra funcionalidade desta opção do algoritmo da determinação do coeficiente de Poisson, fez-se uma primeira abordagem considerando os pontos extremos da malha. Para este caso chegou-se a um valor de 0.343236. No entanto, na tentativa de perceber se o valor alcançado seria sempre o mesmo independentemente dos pontos escolhidos para a obtenção do coeficiente de Poisson, fez-se o mesmo processo, mas considerando vários conjuntos de pontos na malha do provete. Para isso usou-se várias vezes o algoritmo de forma a ter estes valores para posterior comparação.

Os pontos marcados estão representados na imagem da figura 66, assim como os resultados estão presentes na tabela 6.

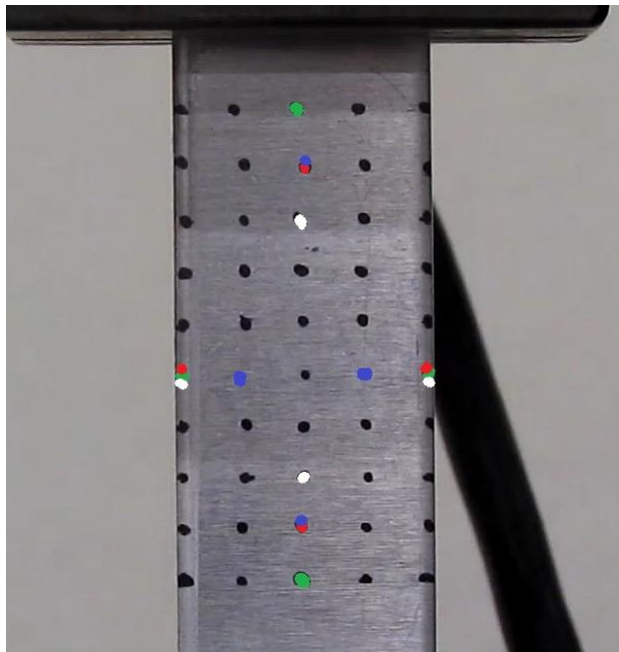


Figura 66. Provete ensaiado com os pontos (a cores) usados para a obtenção do coeficiente de Poisson.

Tabela 6 Valores para os coeficientes de Poisson alcançados nos ensaios feitos.

Pontos marcados (cor)	Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )
Vermelho	0,641685
Verde	0,343236
Branco	0,501674
Azul	0,410718

Observando os resultados encontrados, afirma-se desde já que é necessário algum cuidado na colocação dos pontos para a obtenção deste parâmetro mecânico. Lembrando que o valor teórico para o alumínio é de 0.33 e sendo este material homogêneo à deformação, seria de esperar que os resultados fossem mais coincidentes, dada a ordem de grandeza do parâmetro. No entanto, ressalva-se o facto de ser possível alcançar o valor correto utilizando o algoritmo desenvolvido. De todos os valores presentes na tabela, o valor mais próximo foi obtido usando os pontos extremos da malha marcados a verde. Nessa situação chegou-se a um valor de 0.343236, o que traduz um erro de 4% aproximadamente. Este erro pode ser

considerado como residual dado o carácter experimental do trabalho. O valor mais distante do valor correto foi 0.641685, usando os pontos marcados a vermelho na figura. Este valor traduz um erro de 94%.

Após visualizar com atenção os dados exibidos na tabela, nota-se que se nos afastarmos da configuração de ter os pontos marcados em pontos que não os extremos da malha, o valor obtido diminui na precisão, aumentando o erro. Nota-se que a malha presente no provete foi marcada de uma forma arbitrária, respeitando apenas uma distância o mais equidistante possível entre os pontos.

### 6.3 Borracha PDMS (biaxial)

Realizou-se por fim um ensaio biaxial de uma borracha PDMS. Seguindo os mesmos passos que já foram feitos, fez-se uma análise de calibração para se poder decidir qual o passo mais adequado ao ensaio, mas desta vez considerando a biaxialidade. De seguida, analisou-se os deslocamentos e as deformações, sendo que este ensaio se deu a uma velocidade de 5 mm por minuto.

#### 6.3.1 Calibração

Para a calibração do passo neste ensaio, usou-se pontos extremos do provete e que se encontram a preto na figura 67. Obteve-se um gráfico para a calibração tal como está representado na figura 68.

Da análise deste gráfico, observa-se que qualquer passo é válido, uma vez que o *stretch* se mantém estável, constante e aproximadamente igual a 1 ao longo de todos os passos utilizados.

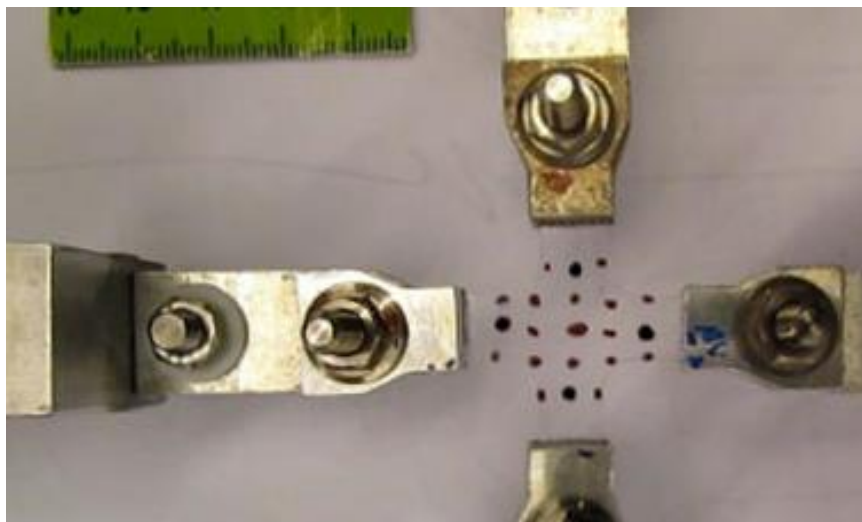


Figura 67. Pontos usados para a calibração, ensaio biaxial.

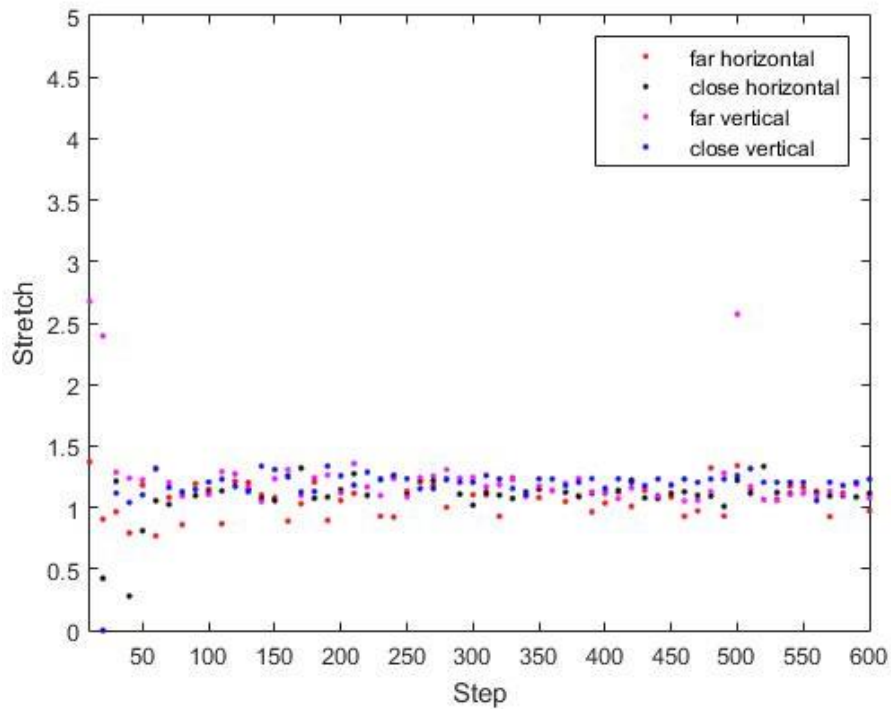


Figura 68. Gráfico *Stretch/Step* para o ensaio biaxial.

### 6.3.2 Visualização do movimento dos pixels durante o ensaio

Para a visualização de pontos de interesse neste ensaio biaxial, considera-se duas situações. A primeira em que o utilizador coloca 4 pontos que se situam nos extremos do provete como na figura 69 à esquerda. Observa-se as posições finais dos pontos presente na figura 69 à direita, assim como os respetivos gráficos do *frame/stretch*.

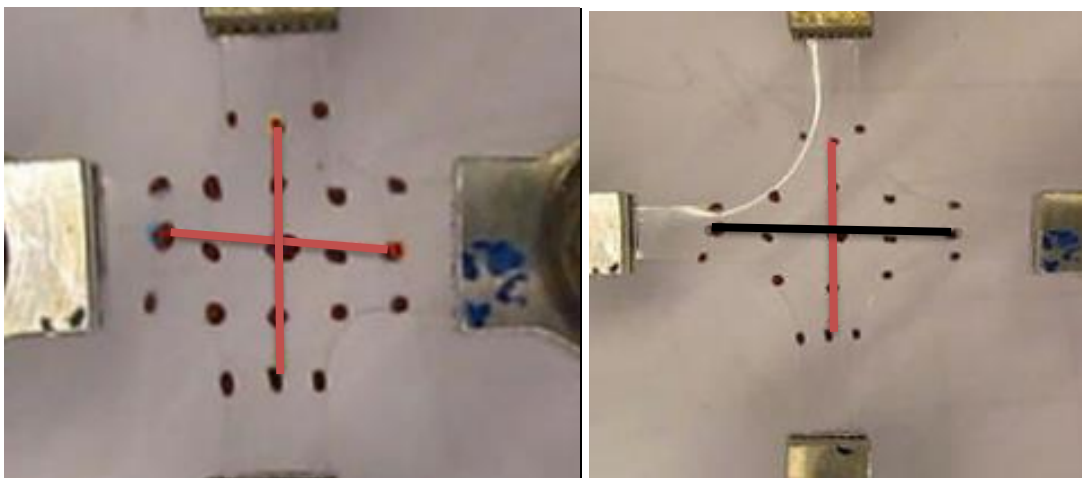


Figura 69. Pontos marcados. Posição inicial (à direita) e posições finais (à esquerda).

Começando pela figura 70, vê-se que apresenta dados que refletem a realidade, uma vez que na direção vertical, os pontos marcados a preto não se deslocam nesse sentido. Considerando a figura 71, o princípio referido anteriormente também se mantém válido, mas

numa situação oposta. Por fim e como era de supor, a figura 72 mostra que o *stretch* é idêntico para o segmento horizontal e vertical. De facto, como ambas as extremidades são tracionadas à mesma velocidade, espera-se que tal aconteça.

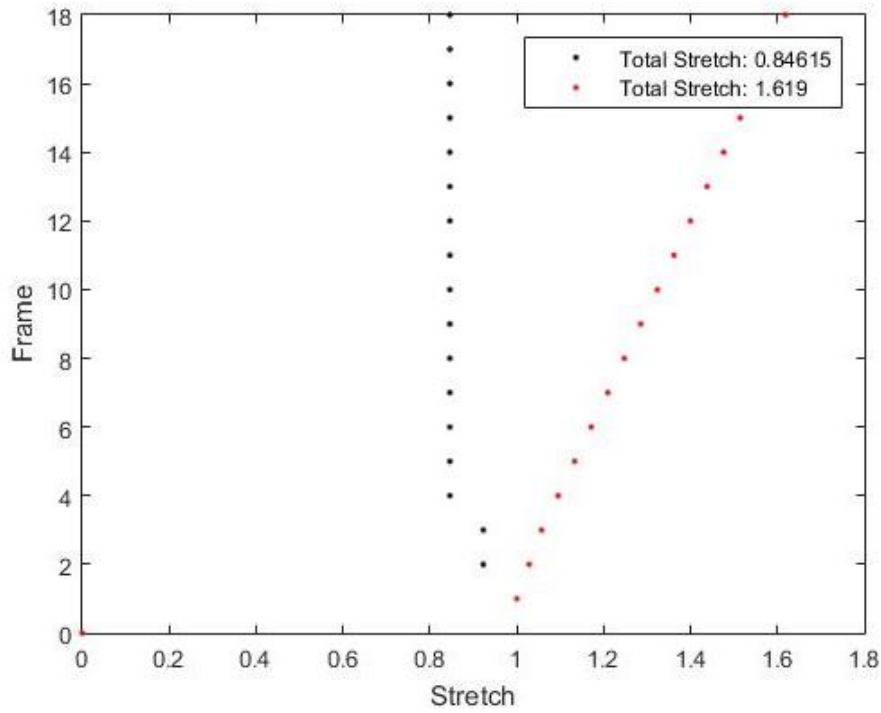


Figura 70. Gráfico *frame/stretch* considerando a distância vertical dos pontos.

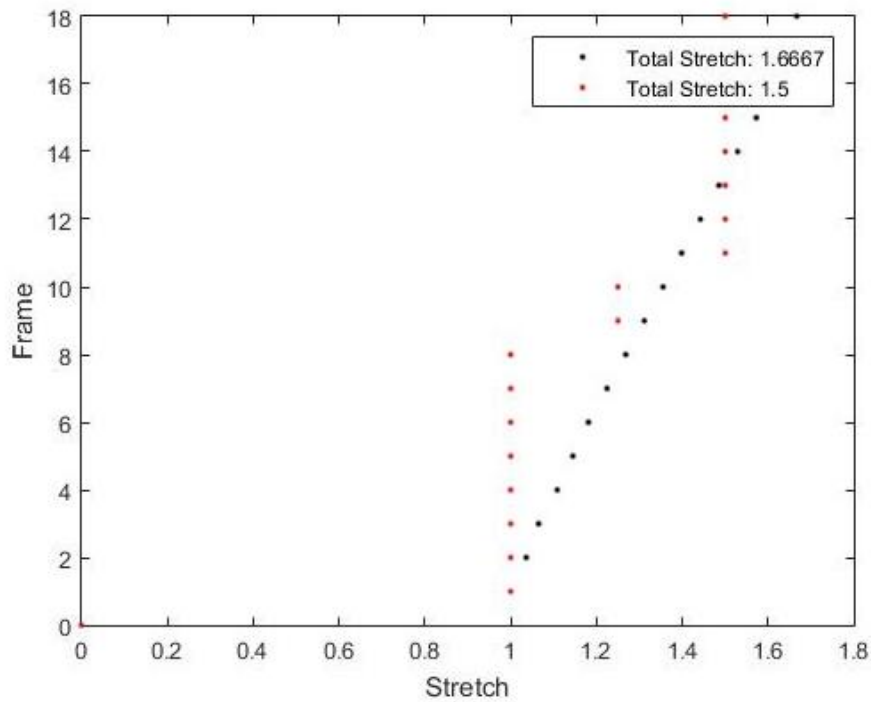


Figura 71. Gráfico *frame/stretch* considerando a distância horizontal dos pontos.

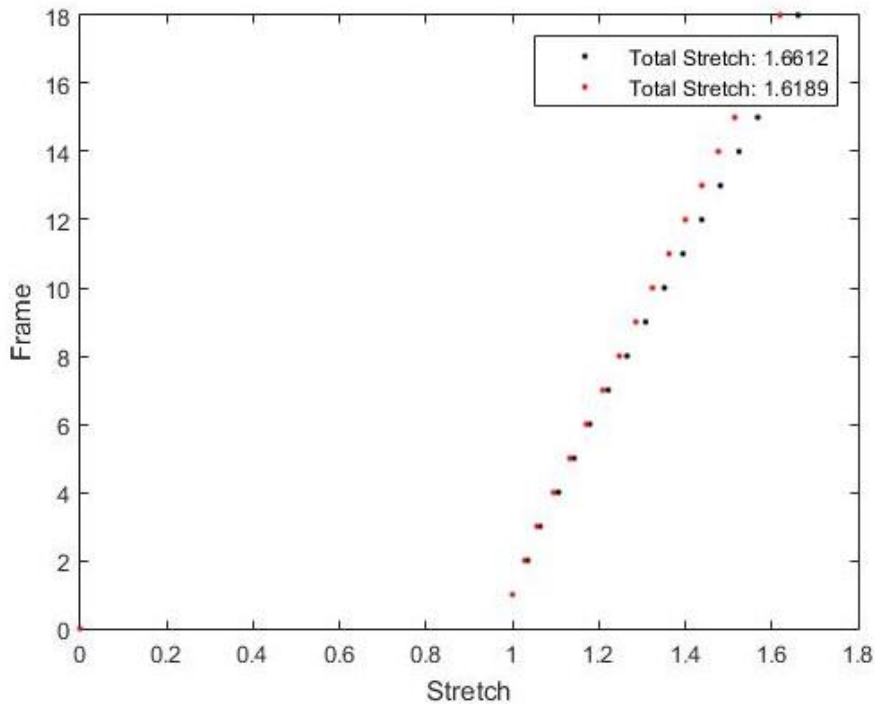


Figura 72. Gráfico *frame/stretch* considerando a distância euclidiana entre os pontos.

De seguida e numa perspetiva de preparação do ponto 6.3.3, utilizou-se a solução de criar uma malha inteligente através da intensidade de cor dos pixels como mostra a figura 73. Esta malha serve, como referido anteriormente, de ponte para a aplicação do método dos elementos finitos inversos para obtenção de propriedades mecânicas dos materiais. Para isto, são usados todos os pontos com uma intensidade de cor igual ou inferior a 10 numa escala de cinza.

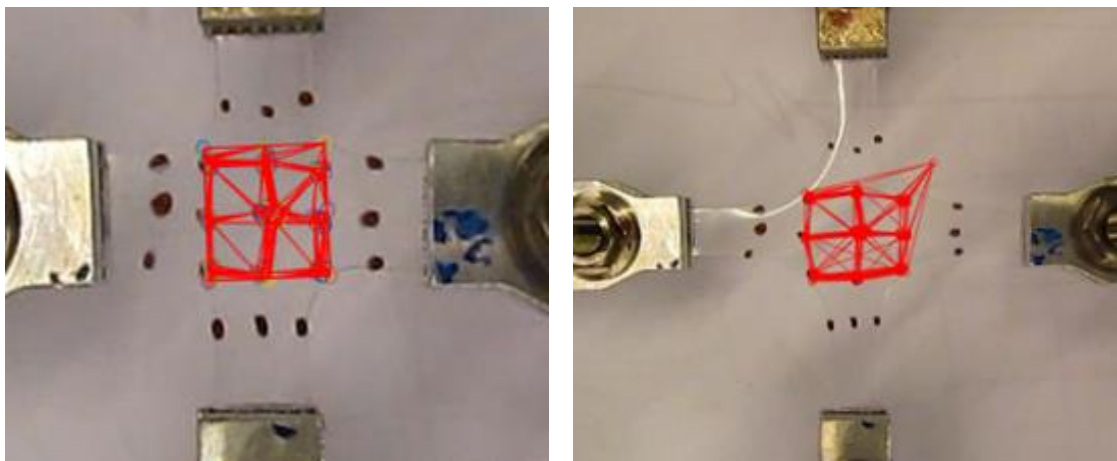


Figura 73. Malha “inteligente”. Instante inicial (à direita) e instante final (à esquerda).

### 6.3.3 Campo de deformações e de deslocamento

Relativamente ao campo de deslocamentos e deformações, escolheu-se a zona central do provete, tal como sugere a figura 74. Esta é uma zona de interesse, uma vez que esta zona vai sofrer influências de tração nas duas direções do ensaio. Para este caso, como referido,

considera-se uma malha cujos elementos são pontos que possuem uma intensidade de cor do pixel abaixo dos 10 numa escala cinza e de onde resultam as figuras 75, 76, 77 e 78. Lembra-se que para usar esta solução, o processo de 'viewer' já terá decorrido. Nestas circunstâncias, essa malha é a que se encontra representada na figura 73 à esquerda.

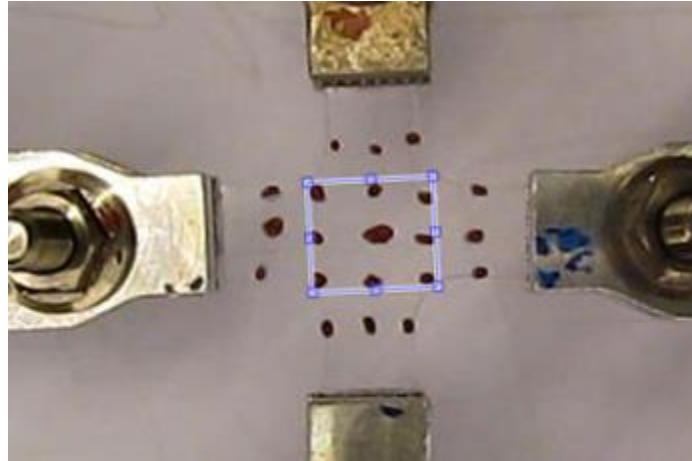


Figura 74. Zona do provete analisada.

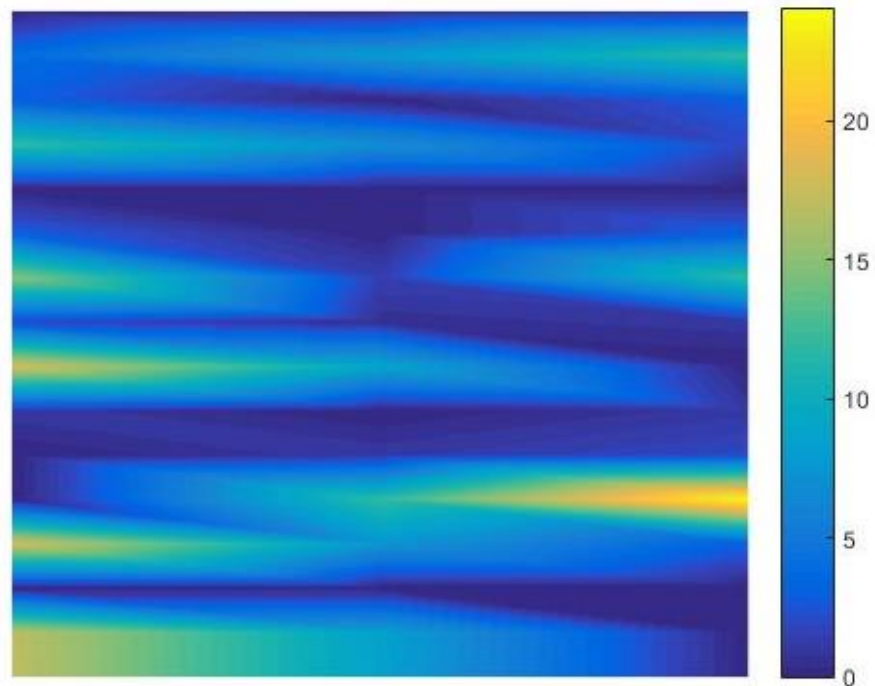


Figura 75. Deformação na direção horizontal.

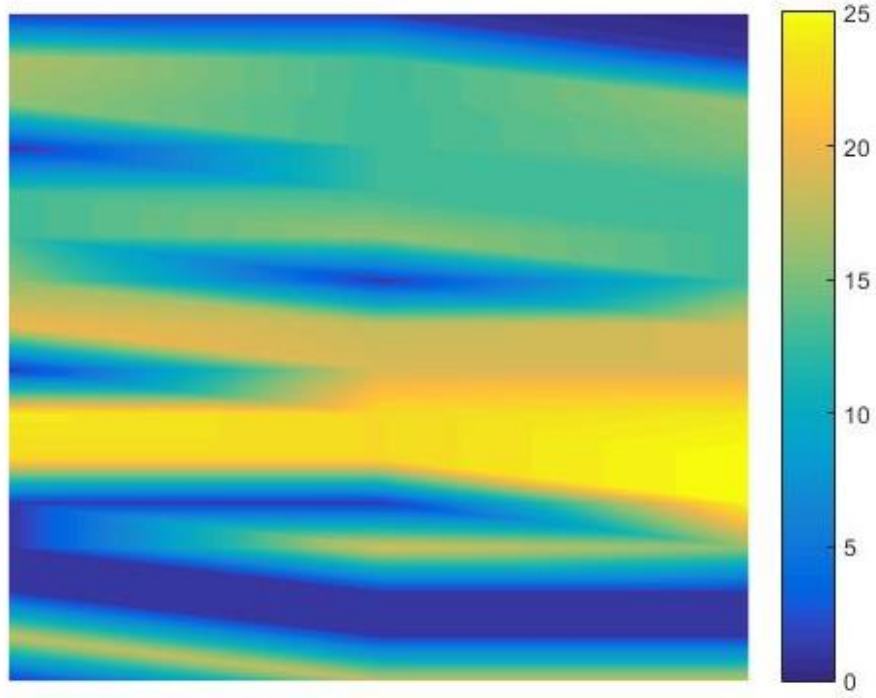


Figura 76. Deslocamentos na direção horizontal em pixels.

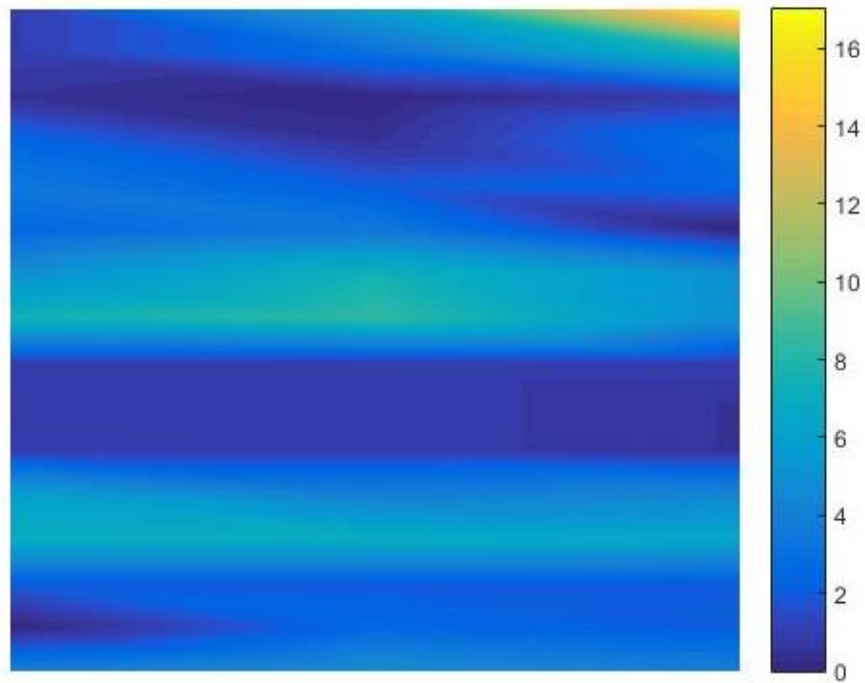


Figura 77. Deformações na direção vertical.

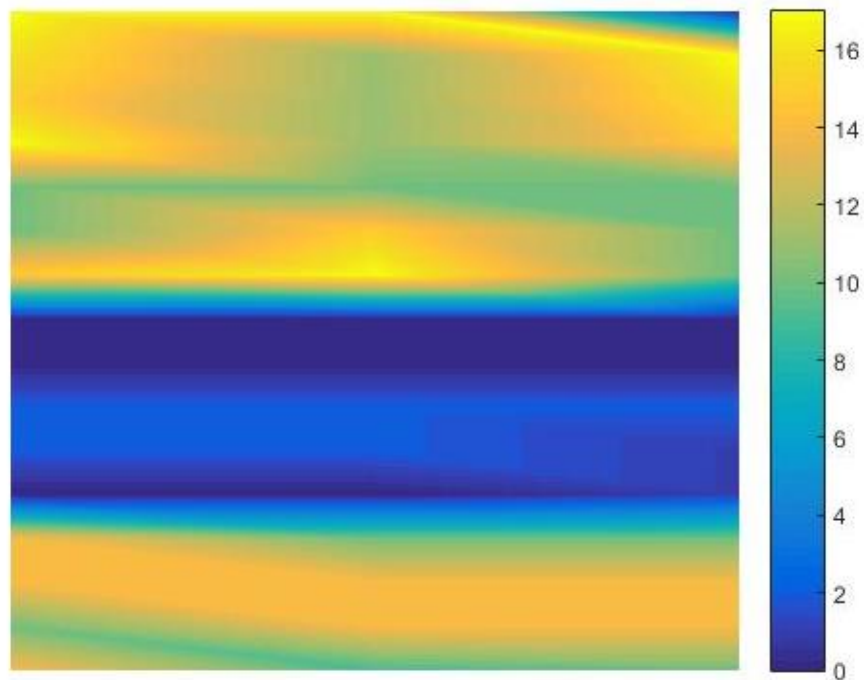


Figura 78. Deslocamento na direção vertical em pixels.

Da observação direta dos gráficos afirma-se que a deformação horizontal chega a valores superiores a 20, enquanto o deslocamento horizontal ultrapassa os 25 pixels. No caso da direção vertical, a deformação atinge os 16 e o deslocamento vai além dos 16 pixels.

Para ter resultados mais precisos, seriam necessários mais pontos reais marcados no provete, o que não se sucedeu devido ao tamanho reduzido do mesmo. No entanto chama-se a atenção para uma solução de compromisso entre demasiados pontos e poucos pontos. Se se usar muitos pixels, a capacidade computacional necessária será muito maior e levará muito mais tempo. Se se optar por usar menos pontos, os gráficos poderão não fornecer informação correta pois passa a existir demasiado espaço livre entre pixels em análise. Esse espaço terá a informação simulada pelo Matlab, que pode não estar correta.

Uma vez que os ensaios biaxiais são o assunto desta dissertação, procedeu-se à obtenção destes gráficos considerando pontos equidistantes entre si, à semelhança do que ocorreu para o ensaio uniaxial deste material. Para que os pixels usados em ambas as situações ficassem colocados nas mesmas posições de forma a ser possível a comparação, usou-se uma densidade de 3 por 3 pixels. Os resultados encontram-se expostos nas figuras 79, 80, 81 e 82.

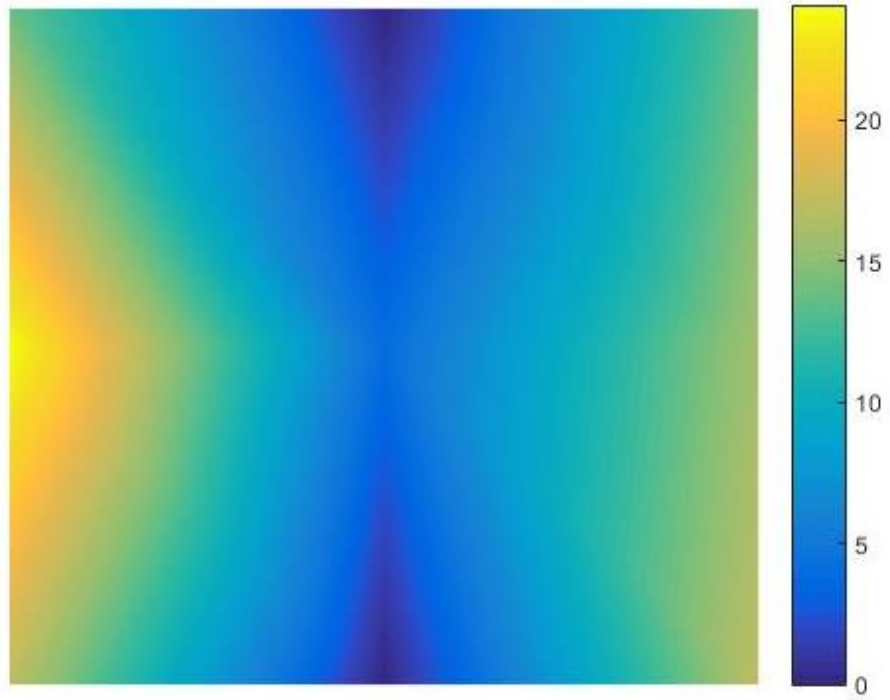


Figura 79. Deformação na direção horizontal.

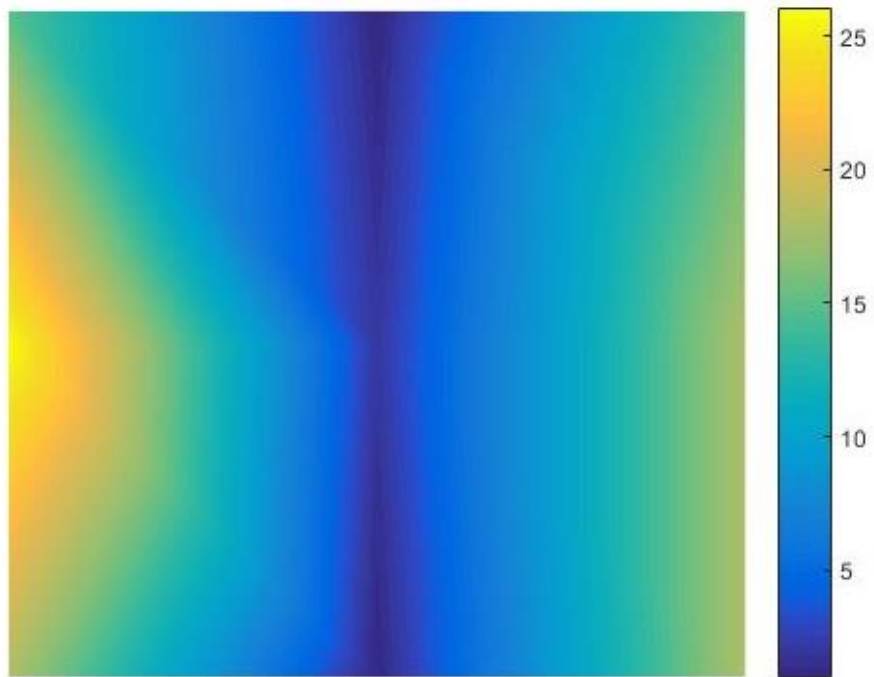


Figura 80. Deslocamento na direção horizontal em pixels.

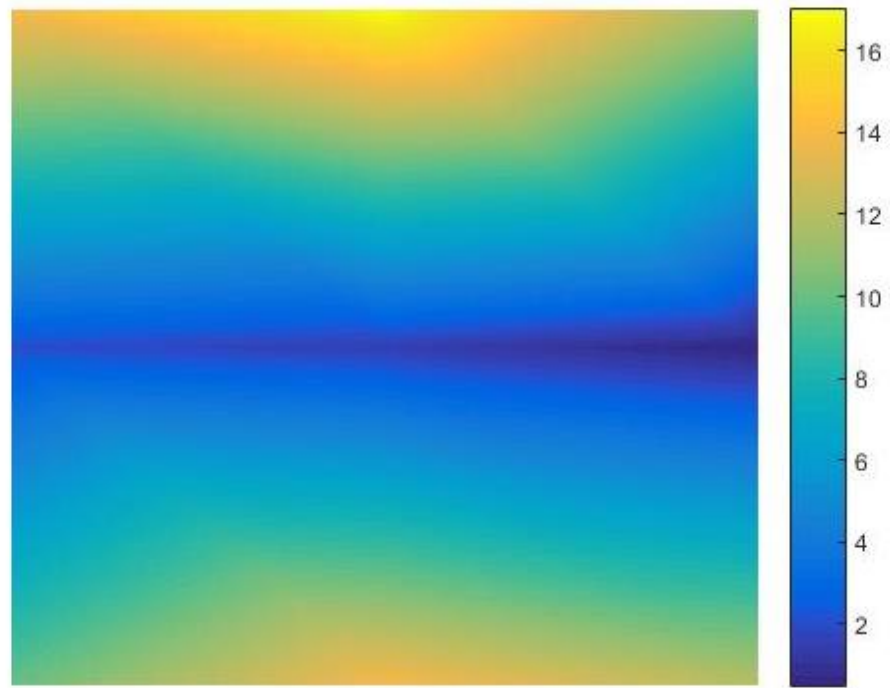


Figura 81. Deformação na direção vertical.

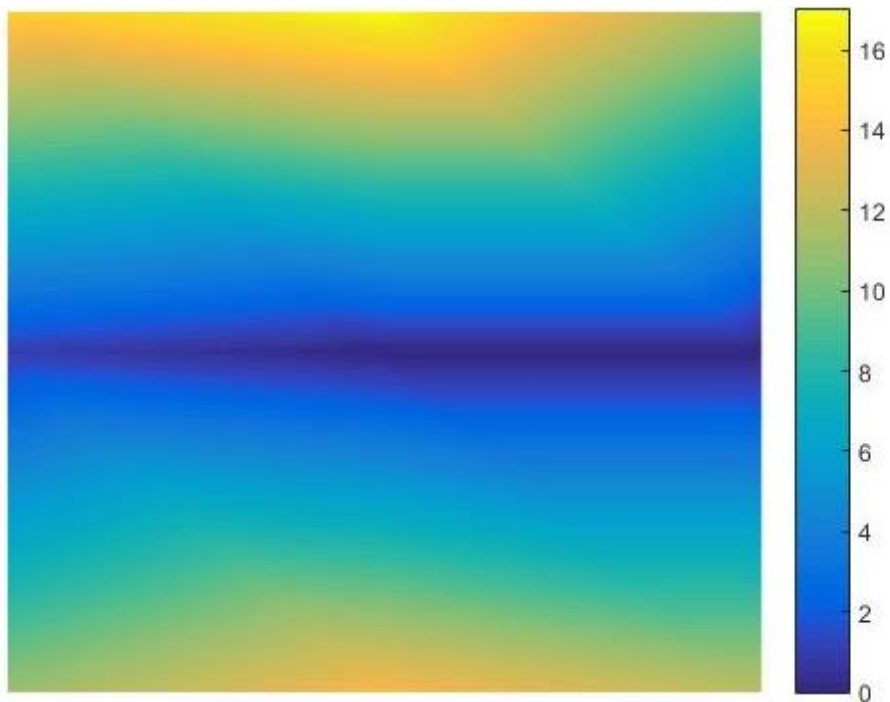


Figura 82. Deslocamento na direção vertical em pixels.

Da observação dos gráficos alcançados, usando pontos equidistantes entre si ou recorrendo à intensidade de cor dos pixels oferecem soluções bastante idênticas. Os valores máximos encontrados são praticamente os mesmos, sendo que os gradientes de cores dos gráficos são os mesmos.

No entanto, os gráficos obtidos usando pontos equidistantes oferecem uma visão mais “limpa” do que se sucede do que recorrendo à intensidade de cor dos pixels. Isto acontece porque no último caso, os pixels são bastante mais pequenos do que os pontos marcados realmente no provete, ou seja, cada ponto marcado no provete comporta vários pixels que serão analisados. Esse excesso de pixels num mesmo ponto pode distorcer o gráfico obtido.

## 6.4 Conclusões

Destes dois ensaios uniaxiais já realizados, um com uma borracha PDMS e outro utilizando um alumínio, chegou-se a conclusões expectáveis logo à partida.

A primeira conclusão que se obtém diz respeito ao processo de calibração implementado no algoritmo. Nas duas situações, o gráfico *stretch/step* foi mais consistente quando os pontos foram colocados no extremo da malha utilizada ou da zona homogénea. Isto permite concluir de uma forma genérica que quanto mais no limite da zona homogénea do provete os pontos forem colocados, mais coerente será a solução encontrada para a escolha do passo. Uma possível justificação para este acontecimento, é o facto dos pontos colocados em zonas mais interiores terem velocidade de deslocamento menores. Uma vez que possuem essas velocidades de deslocamento, podem induzir o algoritmo em erro no processo de *tracking*. Esta situação poderá acontecer uma vez que esses pontos saem da zona de busca definida inicialmente.

Uma outra conclusão que se pode tirar do segundo tópico de cada ensaio é que naturalmente a borracha aguenta mais deformação que o alumínio na região elástica. Este resultado, também expectável à partida, só vem validar todo o processo deste algoritmo para posterior aplicação em biomateriais sujeitos a grandes deformações.

Em relação à obtenção do coeficiente de Poisson, refere-se a importância de ter uma malha o mais refinada possível, uma vez que permite uma melhor conjugação dos fatores, entre eles a escolha da posição dos pontos, que possibilite uma obtenção de resultados o mais coerente e correto possíveis. Isto também é evidenciado pelo ensaio feito no alumínio. O ensaio usando o provete com a malha mais dispersa trouxe resultados errados no que toca ao coeficiente de Poisson. Nesse ensaio e com os pontos extremos da malha, obteve-se um valor de 0.20 para o coeficiente. Naturalmente o resultado encontrado está errado, uma vez que todos os três provetes eram semelhantes a nível de dimensões.

No caso do alumínio, pela observação do gráfico obtido usando o algoritmo desenvolvido vê-se que existe uma certa homogeneidade dos deslocamentos sofridos na ordem dos 70 pixels. Este valor diz respeito ao gráfico da figura 61. Observando a mesma situação, mas considerando uma simulação usando o método dos elementos finitos através do programa comercial Abaqus, verifica-se que existe também uma homogeneidade na zona central do provete. À medida que se afasta do centro, os deslocamentos aumentam de forma simétrica nos dois extremos. Faz-se notar que nesta situação, 257 pixels correspondem a 25 mm, o que considerando os 70 pixels do gráfico no canto inferior direito da figura 83 correspondem a 6.8 mm. Relativamente ao gráfico obtido no Abaqus, vê-se que a zona central a verde tem um deslocamento máximo de 0.33 mm.

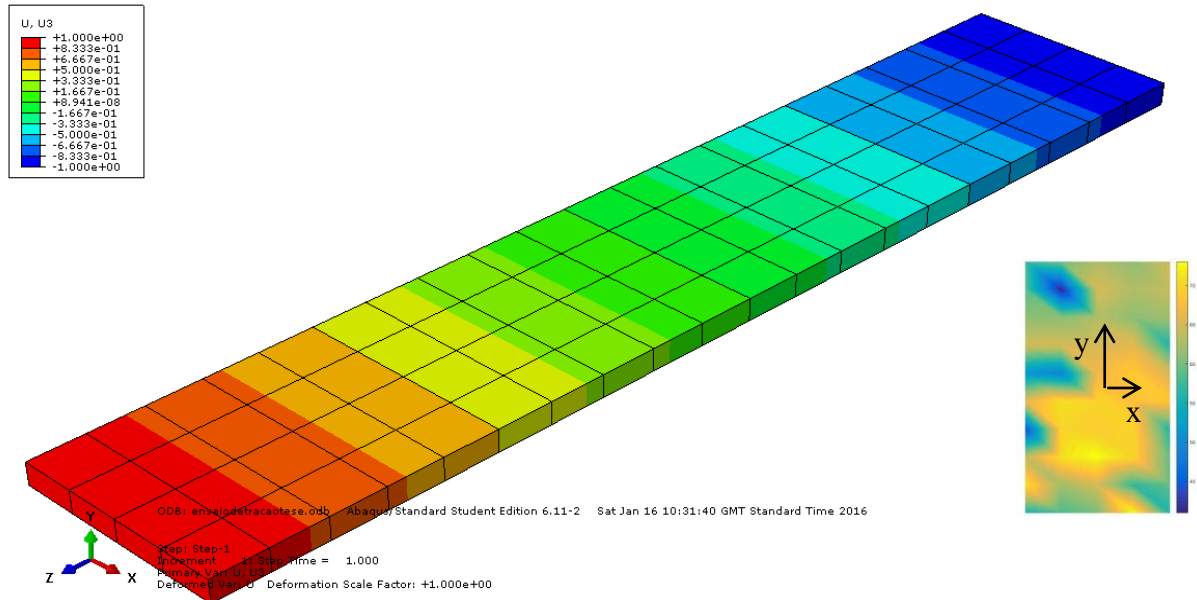


Figura 83. Deslocamentos verticais (segundo o eixo z em milímetros) sofridos pelo provete, obtidos no software Abaqus. Imagem no canto inferior direito, deslocamentos obtidos em Matlab. Para efeitos de comparação, o eixo zz no abaqus vai corresponder ao eixo yy do Matlab.

No que toca ao cerne desta tese, ensaios biaxiais, pode-se afirmar que o algoritmo desenvolvido cumpriu com os objetivos traçados inicialmente. Comparando os gráficos obtidos usando o Matlab com o gráfico obtido considerando um programa comercial (Abaqus, figura 84, 85 e 86), vemos que o padrão dos deslocamentos obtidos se enquadra um no outro. Neste *software* comercial usou-se o modelo de Mooney-Rivlin para materiais hiperelásticos, que se encontra descrito com algum detalhe no anexo A. Na zona central do provete existe praticamente um deslocamento nulo em ambas as situações. Este resultado era esperado inicialmente e com o decorrer dos ensaios foi verificado na prática. No que toca aos valores dos deslocamentos, observa-se que na zona central do provete existe um deslocamento máximo de 1.67 mm (figuras 85 e 86). Relativamente aos valores encontrados no programa desenvolvido, estes variam de 2.4 mm (no deslocamento vertical) a 3.73 mm (deslocamento horizontal). Neste ensaio biaxial, considerou-se que 67 pixels correspondiam a 10 mm. Este valor foi alcançado pelo ImageJ.

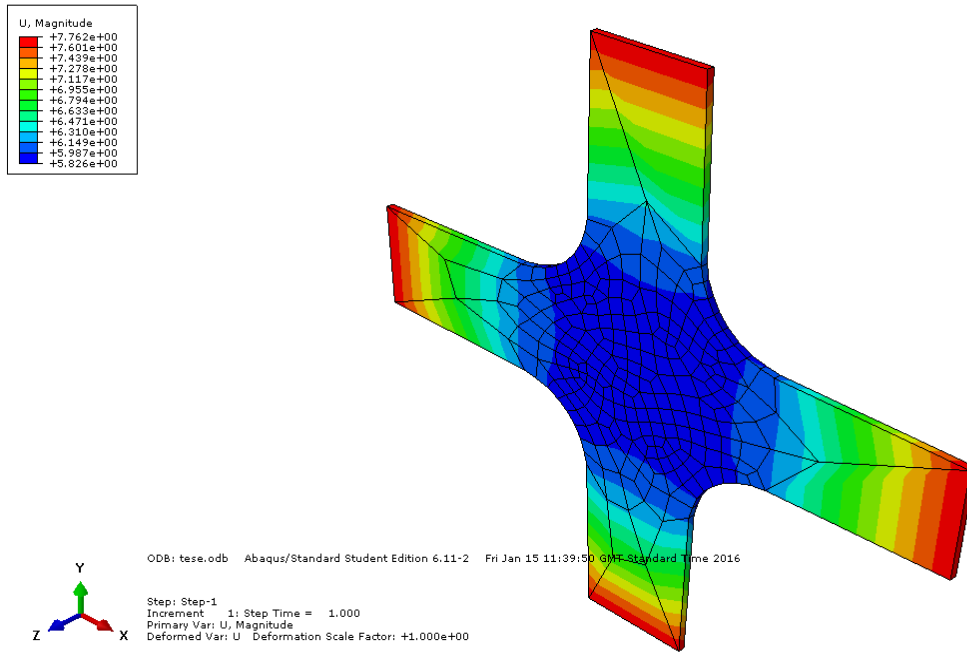


Figura 84. Padrão do deslocamento obtido pelo provete através do *software* Abaqus em milímetros.

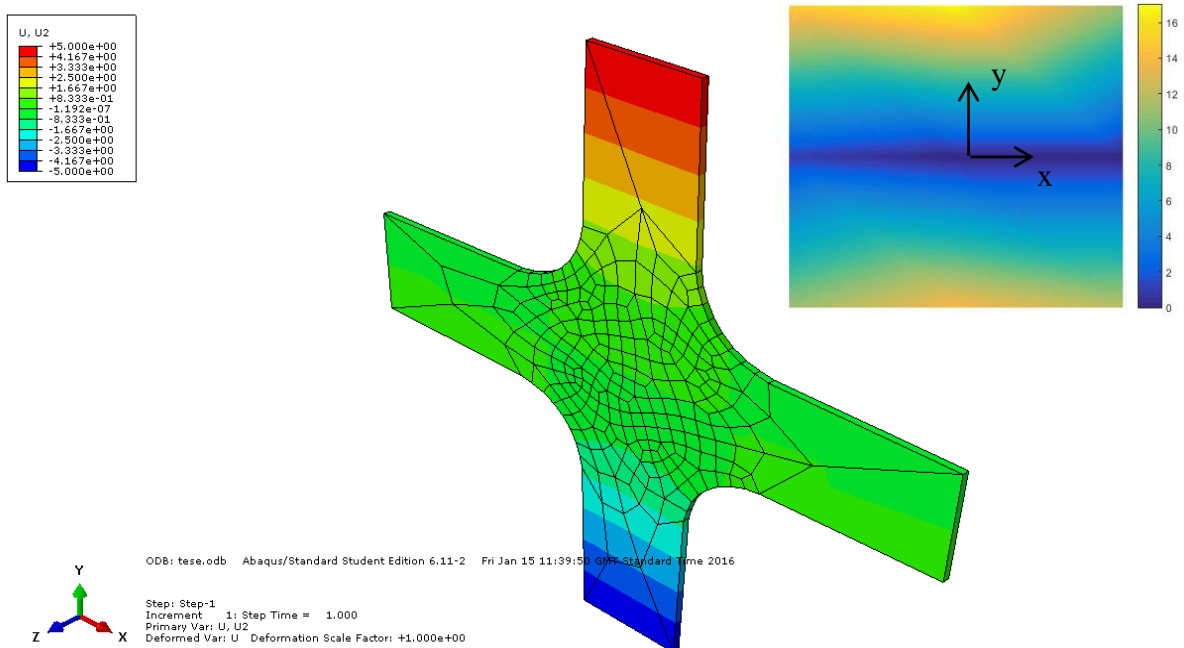


Figura 85. Deslocamentos verticais (segundo o eixo y em milímetros) sofridos pelo provete. Imagem principal, deslocamentos obtidos em Abaqus. Imagem no canto superior direito, deslocamentos obtidos em Matlab.

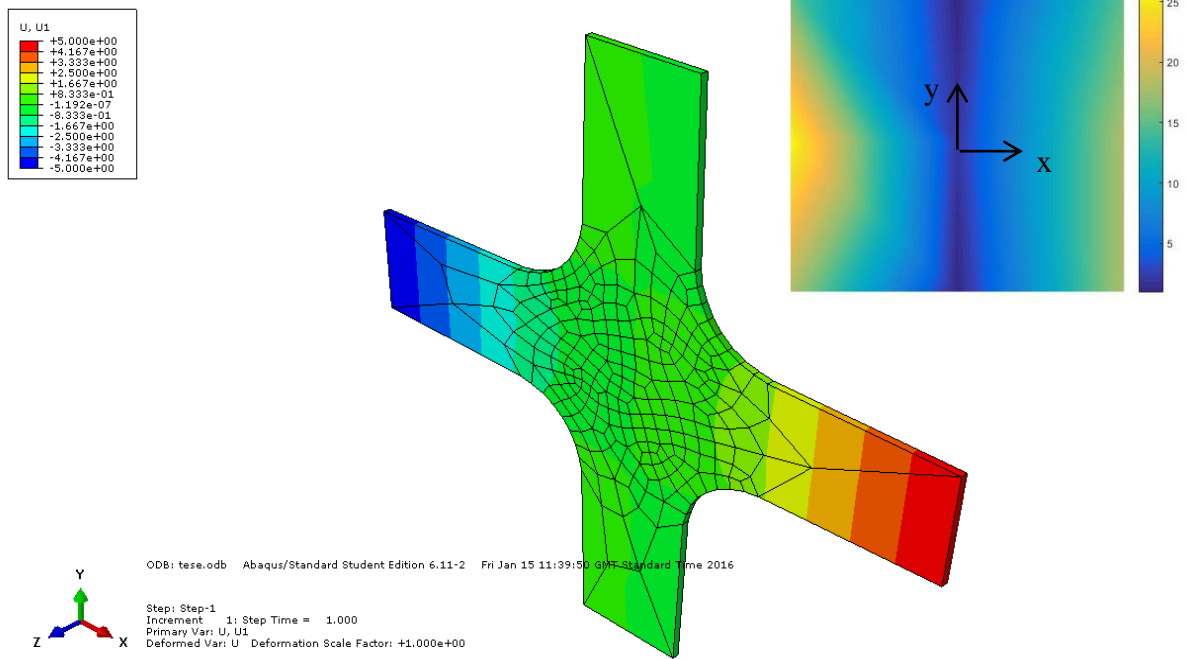


Figura 86. Deslocamentos horizontais (segundo o eixo x em milímetros) sofridos pelo provete. Imagem principal, deslocamentos obtidos em Abaqus. Imagem no canto superior direito, deslocamentos obtidos em Matlab.

No que toca ainda aos deslocamentos e deformações obtidas considerando as duas soluções propostas no algoritmo, refere-se que a que contempla pontos equidistantes entre si dá uma solução mais “limpa”. No entanto, como os pontos são colocados de forma automática pelo programa e não tem em conta a existência de pontos de interesse, o utilizador deve ter bastante cuidado na sua utilização. Nessa situação deve ter também especial atenção à densidade da malha de pontos usada. A solução de marcar pontos pela intensidade de cor do pixel é bastante mais interessante, no entanto também requer algum cuidado na sua utilização, como referido anteriormente. É necessário que o corpo de prova tenha uma malha bastante regular e espalhada pelo mesmo para ser possível ter uma visão abrangente do que realmente se passa.

## Conclusões

De todo o trabalho desenvolvido até este ponto, conseguiu-se chegar a algumas conclusões gerais e que se acham de extrema importância.

De uma forma geral, afirma-se que utilizando este método é possível calcular o coeficiente de Poisson dos materiais, tendo em conta o necessário cuidado ao cálculo do mesmo. Ao longo do desenvolvimento da tese, o aspeto da obtenção do coeficiente de Poisson foi bastante trabalhado e ocupou uma parte significativa do tempo. Foram encontradas diversas dificuldades relativamente a este assunto, pois é necessário que o provete possua uma espessura mínima, de forma que não interfira no ensaio como já referido.

Relativamente aos ensaios em geral, quer uniaxiais ou biaxiais do alumínio ou do PDMS, obtiveram-se conclusões bastante aceitáveis. No que toca aos ensaios biaxiais realizados, mais concretamente ao material PDMS, pode-se dizer que estão de acordo ao esperado inicialmente. Em comparação à simulação feita no Abaqus, o padrão de deslocamentos sofridos é semelhante em ambas as situações. Esta conclusão traduz a fiabilidade do método empregue pelo algoritmo. No entanto, verifica-se que os deslocamentos obtidos em Matlab, são sempre superiores aos obtidos no Abaqus, embora da mesma ordem de grandeza. Esta diferença pode dever-se ao facto de no algoritmo desenvolvido, os pontos escolhidos não terem um bom processo de *matching*. Este erro pode dever-se a uma zona de referência bastante parecida com a inicial, o que poderá induzir erros no processo de correspondência.

## Trabalhos Futuros

Como trabalho futuro para esta tese em particular, salientam-se alguns aspetos que seriam necessários implementar e que não o foram por uma questão de tempo. Por exemplo, na questão dos gráficos da deformação e deslocamento em vez de estarem separados em direção horizontal e vertical, sobrepô-los. Isto facilitaria a leitura dos gráficos, pois ao estarem num mesmo, permitiria uma mais rápida e fácil leitura e análise. Uma outra possibilidade é a de colocar o algoritmo a fazer a conversão direta de pixels para milímetros nos gráficos dos deslocamentos, consoante as condições iniciais.

Numa tentativa de completar ainda mais o trabalho desenvolvido, uma das aplicações possíveis e que poderá constituir um trabalho futuro será a implementação do método dos elementos finitos ou outro semelhante, assim como de métodos inversos. De acordo com alguns autores, estes métodos têm revelado um aumento bastante expressivo nos últimos anos em diversas áreas da mecânica como em transferência de calor, análise modal, monitoramento estrutural, entre outras aplicações. Estes métodos constituirão uma excelente forma de obter as propriedades mecânicas dos materiais, biomateriais ou de materiais experimentais, obtidas através dos seus deslocamentos. São enunciados aqui alguns métodos como referência: inversão direta, decomposição em valores singulares e mínimos quadrados e variados [8].

Por uma questão de tempo foi impossível a realização de ensaios com tecidos biológicos, o que teria sido bastante interessante a realização dos mesmos, de tal forma que se sugere aqui como um possível trabalho futuro para complementar o trabalho já realizado.

## Referências Bibliográficas

- [1] Russ, J. C.; “The image processing handbook”; 5ª edição; Taylor & Francis; pag. 1-3
- [2] Sutton, M. A.; Orteu J.; Schreier, H.; “Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements”, Springer.
- [3] Moreira, P.; “Desenvolvimento de Algoritmo de Correlação digital de imagem para Avaliação de grandes deformações”; Dissertação; Porto; 2015
- [4] Gonzalez, R.C., R.E. Woods, and S.L. Eddins, *Digital Image Processing Using MATLAB*. 2003: Prentice-Hall, Inc.
- [5] Ribeiro, J.; Martins, P.; Monteiro, J.; Vaz, M.;Lopes, H.; “Caracterização do campo de deslocamentos em tecidos hiperelásticos”. 2009
- [6] Ferreira, M. D. C.; Venturini, W.; “Utilização do acoplamento MEC/MEF e de técnicas de CID em problemas inversos”; pag 167-170; 2009
- [7] Barreto Junior, E.; “Utilização do método de correlação de imagens na caracterização de materiais metálicos e poliméricos”; Dissertação; 2008
- [8] Velho, H. F. C.; “Problemas inversos: conceitos básicos e aplicações”; Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, lab. De computação e matemática aplicada; Brasil.
- [9] F. J. Doyle. The historical development of analytical photogrammetry. *Photogrammetric Engineering*, pages 259–265, 1964.
- [10] H. Gruner. Reinhard Hugerhoff. *Photogrammetric Engineering*, 37(9):939–947, 1971.
- [11] Anon. Gilbert Louis Hobrough. *The Photogrammetric Record*, 18(104):337–340, 2003.
- [12] J. C. Dainty, editor. *Laser Speckle and Related Phenomena*. Springer, Berlin, 1975.
- [13] D. Post. White light moiré interferometry. *Applied Optics*, 24:4163–4167, 1979.
- [14] C. M. Vest. *Holographic Interferometry*. Wiley, New York, 1979.
- [15] William D. Callister, Jr.; “Ciência e Engenharia dos Materiais: Uma Introdução”; 7ª edição, Rio de Janeiro; LTC; 2008.
- [16] Laboratório nacional de Engenharia Civil; “Curso de Extensometria”, Volume 1; Lisboa; Ministério das Obras públicas; Novembro; 1964.
- [17] Vasconcelos, P.; Holanda, G. et al. “Sistema de aquisição de dados do alongamento de um corpo de prova em um ensaio de tração por meio de técnicas de processamento digital de imagens”; 2012
- [18]Holzapfel, G.; “Nonlinear Solid Mechanics – A Continuum Approach for Engineering”;John Wiley & Sons, LTD; 2004.

- [19] Dennis, B; Jin W.; Dulikravic, G; Jaric, J.; “Application of the finite element method to inverse problems in solid mechanics”; International Journal of Structural Changes in Solids”; 20011.
- [20] Rappaz, M.; Bellet, M.; Deville, M.; “Numerical Modeling in Materials Science and Engineering”; Springer;
- [21] Aernouts, J; Dirckx, J; “Elastic characterization of the gerbil pars flaccida from in situ inflation experiments”; Paper, Springer; 2010.
- [22] Kauer, M; “Inverse Finite Element Characterization of Soft Tissues with Aspiration Experiments”; Tese, Swiss Federal Institute of Technology; Zurique, 2001.
- [23] Simón-Allué, R; Montiel, J.; Bellón, J.; Calvo, B.;”Developing a new methodology to characterize *in vivo* the passive mechanical behavior of abdominal wall on an animal model”; ScienceDirect, pag, 40-49; 2015.
- [24] Vlasceanu, D.; Gheorghiu H.; Dan Pastrama, S.; “; Experimental determination of the Mooney-Rivlin parameters for hyperelastic materials like rubber”; University Politehnica of Bucharest, Romania.
- [25] Abaqus help.

## Anexos

### Anexo A - Modelo não linear hiperelástico Mooney Rivlin

A simulação efetuada no *software* Abaqus procedeu-se considerando um modelo não-linear hiperelástico, concretamente o modelo de Mooney-Rivlin [18]. A expressão usada pelo Abaqus segundo este modelo apresenta-se na equação 9.

$$U = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J^{el} - 1)^2 \quad (9)$$

Na equação 12, os parâmetros  $C_{10}$ ,  $C_{01}$  e  $D_1$  são parâmetros do material dependentes da temperatura e  $I_1$ ,  $I_2$  são o primeiro e segundo invariantes. O parâmetro  $J^{el}$  é o coeficiente de volume elástico [25]. Os parâmetros  $C_{10}$ ,  $C_{01}$  e  $D_1$  foram assumidos como tendo os valores de 0.171, 0.110 e 1 respetivamente [24].

## Anexo B - Triangulação de Delaunay

No algoritmo desenvolvido foi aplicada a triangulação de Delaunay para criar uma malha automaticamente através dos pontos marcados.

Então a triangulação de Delaunay consiste em, dado um conjunto de pontos  $P$  no plano, nenhum desses mesmos pontos estará dentro da circunferência formada por qualquer triângulo na triangulação (figura A1). A triangulação de Delaunay maximiza o menor ângulo de todos os triângulos na triangulação; esta tende a evitar triângulos com ângulos internos muito pequenos.

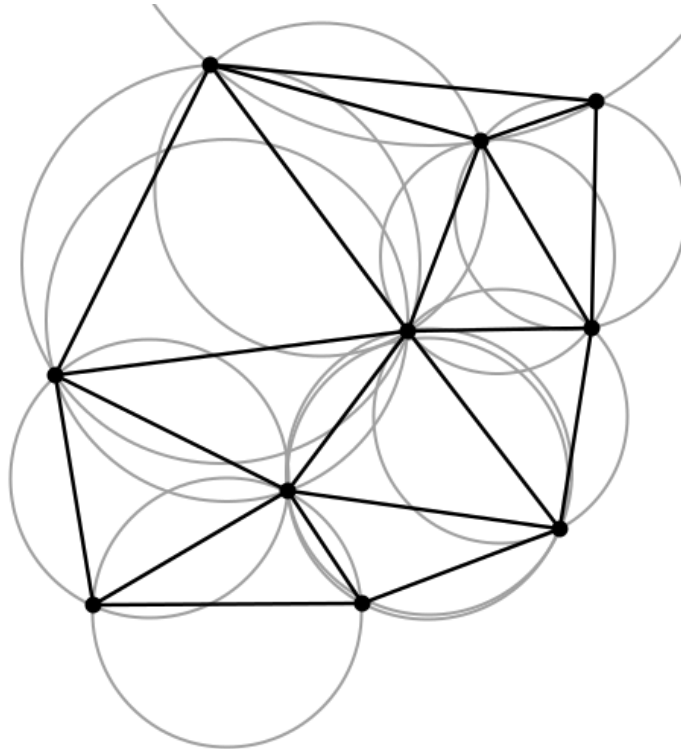


Figura A 1. Triangulação de Delaunay no plano.

Para detetar se um ponto está contido no interior de uma circunferência de algum triângulo basta calcular o determinante. Isto é, para saber se um ponto  $D$  incide na circunferência de  $A$ ,  $B$  e  $C$  e se os pontos estiverem ordenados em sentido anti-horário, o determinante só é positivo se e só se  $D$  estiver contido na circunferência.

Estas triangulações são muitas vezes usadas para construir diagramas para espaços discretos, como é o caso do método dos elementos finitos ou o método do volume finito de simulação física.

## Anexo C - Coeficiente de Poisson

Quando um material é sujeito a um deslocamento de tração uniaxial, ocorrem constrictões nas direções laterais perpendiculares ao deslocamento aplicado. O coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) é definido como sendo a razão entre as deformações lateral e axial, para um material isotrópico [15]. Salienta-se o facto desta propriedade mecânica ser obtida trabalhando apenas no regime elástico do material.

$$\nu = - \frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} \quad (10)$$

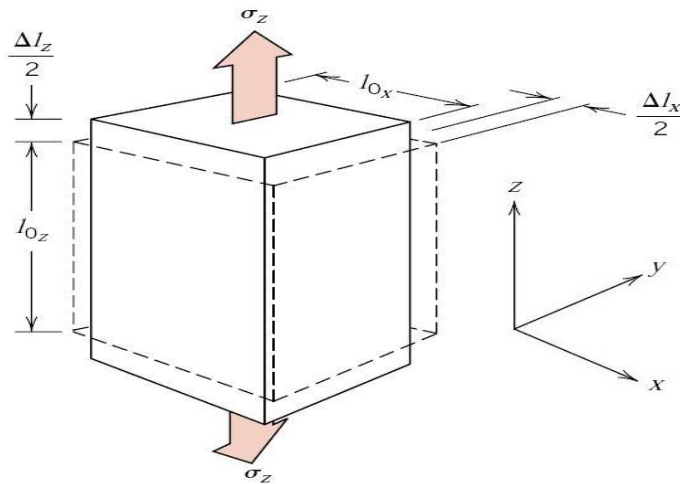


Figura A 2. Alongamento axial (z) e contrações laterais (x, y) [15].

O algoritmo desenvolvido possibilita a obtenção deste parâmetro através de uma operação bastante simples. O programa trabalha em termos de *stretch*, que se pode traduzir como sendo o quociente entre o comprimento final e o comprimento inicial, isto é

$$\lambda = \frac{l_f}{l_i} \quad (11)$$

Uma vez que o stretch se pode relacionar com a deformação através da equação

$$\lambda = \epsilon + 1 \quad (12)$$

Logo a deformação, independentemente da direção será

$$\epsilon = \frac{l_f}{l_i} - 1 \quad (13)$$

## Anexo D - Dados da região de referência e de busca

Estes dados foram obtidos considerando vários passos começando com um *step* de 10 até 600 em intervalos de 10 em 10.

As duas primeiras tabelas dizem respeito às variâncias da região de busca. As tabelas seguintes dizem respeito à variância da região de referência.

Regiões de busca								
9x9		11x11		13x13		15x15		
Stretch								
Passo	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto
10	1,2821	1,5385	1,282	1,5385	1,2821	1,539	1,2821	1,5385
20	1,1538	1,1538	1,154	1,1538	1,1538	1,154	1,1538	1,1538
30	1,0256	1	1,026	1	1,0256	1	1,0256	1
40	1,2564	1,2308	1,256	1,2308	1,2564	1,231	1,2564	1,2308
50	1,8205	1,2308	1,821	1,2308	1,8205	1,231	1,8205	1,2308
60	1,359	1,0769	1,359	1,0769	1,359	1,077	1,359	1,0769
70	2,8974	1	2,897	1	2,8974	1	2,8974	1
80	2,7692	1,1538	2,769	1,1538	2,7692	1,154	2,7692	1,1538
90	2,6923	1,2308	2,692	1,2308	2,6923	1,231	2,6923	1,2308
100	2,5385	1,5385	2,539	1,5385	2,5385	1,539	2,5385	1,5385
110	2,5641	1,4615	2,564	1,4615	2,5641	1,462	2,5641	1,4615
120	2,3591	1,5385	2,359	1,5385	2,3591	1,539	2,3591	1,5385
130	2,3339	1,8462	2,334	1,8462	2,3339	1,846	2,3339	1,8462
140	2,359	2,3859	2,359	2,3859	2,359	2,386	2,359	2,3859
150	2,7441	1,7709	2,744	1,7709	2,7441	1,771	2,7441	1,7709
160	2,5909	3,6162	2,591	3,6162	2,5909	3,616	2,5909	3,6162
170	2,8723	2,5396	2,872	2,5396	2,8723	2,54	2,8723	2,5396
180	2,8206	3	2,821	3	2,8206	3	2,8206	3
190	3,3077	3,3077	3,308	3,3077	3,3077	3,308	3,3077	3,3077
200	3,077	2,9231	3,077	2,9231	3,077	2,923	3,077	2,9231
210	2,9745	3,0769	2,975	3,0769	2,9745	3,077	2,9745	3,0769
220	2,9488	3,0779	2,949	3,0779	2,9488	3,078	2,9488	3,0779
230	2,9231	3	2,923	3	2,9231	3	2,9231	3
240	2,821	2,9271	2,821	2,9271	2,821	2,927	2,821	2,9271
250	2,7703	2,8472	2,77	2,8472	2,7703	2,847	2,7703	2,8472
260	2,7441	2,7703	2,744	2,7703	2,7441	2,77	2,7441	2,7703
270	2,6159	2,6934	2,616	2,6934	2,6159	2,693	2,6159	2,6934
280	2,6924	2,5385	2,692	2,5385	2,6924	2,539	2,6924	2,5385
290	2,821	2,5385	2,821	2,5385	2,821	2,539	2,821	2,5385

Regiões de busca (continuação)								
9x9		11x11		13x13		15x15		
<i>Stretch</i>								
Passo	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto
300	2,9235	2,5396	2,924	2,5396	2,9235	2,54	2,9235	2,5396
310	2,8975	2,4615	2,898	2,4615	2,8975	2,462	2,8975	2,4615
320	2,8206	2,4615	2,821	2,4615	2,8206	2,462	2,8206	2,4615
330	2,7447	2,3077	2,745	2,3077	2,7447	2,308	2,7447	2,3077
340	2,7959	2,3128	2,796	2,3128	2,7959	2,313	2,7959	2,3128
350	2,6421	2,309	2,642	2,309	2,6421	2,309	2,6421	2,309
360	2,6421	2,3846	2,642	2,3846	2,6421	2,385	2,6421	2,3846
370	2,6165	2,4627	2,617	2,4627	2,6165	2,463	2,6165	2,4627
380	2,5909	2,2321	2,591	2,2321	2,5909	2,232	2,5909	2,2321
390	2,5646	2,4615	2,565	2,4615	2,5646	2,462	2,5646	2,4615
400	2,6928	2,2321	2,693	2,2321	2,6928	2,232	2,6928	2,2321
410	2,719	2,0015	2,719	2,0015	2,719	2,002	2,719	2,0015
420	2,719	2,3859	2,719	2,3859	2,719	2,386	2,719	2,3859
430	2,7447	2,3846	2,745	2,3846	2,7447	2,385	2,7447	2,3846
440	2,7703	2,1593	2,77	2,1593	2,7703	2,159	2,7703	2,1593
450	2,7199	2,2321	2,72	2,2321	2,7199	2,232	2,7199	2,2321
460	2,7199	2,8472	2,72	2,8472	2,7199	2,847	2,7199	2,8472
470	2,8224	2,0783	2,848	2,0783	2,848	2,078	2,848	2,0783
480	2,7722	2,7703	2,772	2,7703	2,7722	2,77	2,7722	2,7703
490	2,7199	2,3077	2,822	2,3077	2,8224	2,308	2,8224	2,3077
500	2,7466	2,6165	2,772	2,6165	2,7722	2,617	2,7722	2,6165
510	2,6174	2,7703	2,72	2,7703	2,7199	2,77	2,7199	2,7703
520	2,7479	2,4627	2,952	2,4627	2,9515	2,463	2,9515	2,4627
530	2,6678	2,6934	2,822	2,6934	2,8224	2,693	2,8224	2,6934
540	2,719	2,6154	2,849	2,6154	2,849	2,615	2,849	2,6154
550	2,7199	2,5431	2,876	2,5431	2,8759	2,543	2,8759	2,5431
560	2,6678	2,4615	2,874	2,4615	2,8736	2,462	2,8736	2,4615
570	2,5909	2,4615	2,748	2,4615	2,7479	2,462	2,7479	2,4615
580	2,6199	2,4615	2,799	2,4615	2,7991	2,462	2,7991	2,4615
590	2,5161	2,2308	2,721	2,2308	2,721	2,231	2,721	2,2308
600	2,4893	2,3846	2,721	2,3846	2,7466	2,385	2,7466	2,3846
<b>Variância</b>	0,33997	0,3716	0,372	0,37156	0,372	0,372	0,37199	0,37156

Tabela A 1. Variâncias obtidas considerando diversos valores para a região de busca – parte 1.

Região de busca						
17x17		19x19		21x21		
Stretch						
Passo	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto
10	1,2821	1,539	1,2821	1,5385	1,282	1,3846
20	1,1538	1,154	1,1538	1,1538	1,154	1,3077
30	1,0256	1	1,0256	1	1,026	1
40	1,2564	1,231	1,2564	1,2308	1,256	1,4615
50	1,8205	1,231	1,8205	1,2308	1,539	1,1538
60	1,359	1,077	1,359	1,0769	1,231	1,0769
70	2,8974	1	2,8974	1	1,923	1,0769
80	2,7692	1,154	2,7692	1,1538	2,282	1,5385
90	2,6923	1,231	2,6923	1,2308	2,692	1,2308
100	2,5385	1,539	2,5385	1,5385	2,539	1,3077
110	2,5641	1,462	2,5641	1,4615	2,615	1,3077
120	2,3591	1,539	2,3591	1,5385	2,359	1,4615
130	2,3339	1,846	2,3339	1,8462	2,282	1,6154
140	2,359	2,386	2,359	2,3859	2,718	1,6154
150	2,7441	1,771	2,7441	1,7709	2,718	1,5385
160	2,5909	3,616	2,5909	3,6162	2,821	1,4615
170	2,8723	2,54	2,8723	2,5396	2,692	1,7692
180	2,8206	3	2,8206	3	2,692	2,2308
190	3,3077	3,308	3,3077	3,3077	2,821	2,4615
200	3,077	2,923	3,077	2,9231	3,051	2,7692
210	2,9745	3,077	2,9745	3,0769	2,923	3,0769
220	2,9488	3,078	2,9488	3,0779	3,051	2,9241
230	2,9231	3	2,9231	3	2,872	2,6154
240	2,821	2,927	2,821	2,9271	2,821	3,001
250	2,7703	2,847	2,7703	2,8472	2,795	2,7735
260	2,7441	2,77	2,7441	2,7703	2,744	2,6923
270	2,6159	2,693	2,6159	2,6934	2,667	2,4615
280	2,6924	2,539	2,6924	2,5385	2,667	2,5385
290	2,821	2,539	2,821	2,5385	2,564	2,6154
300	2,9235	2,54	2,9235	2,5396	2,59	2,4615
310	2,8975	2,462	2,8975	2,4615	2,513	2,4615
320	2,8206	2,462	2,8206	2,4615	2,872	2,4615
330	2,7447	2,308	2,7447	2,3077	2,769	2,3846
340	2,7959	2,313	2,7959	2,3128	2,872	2,4627
350	2,6421	2,309	2,6421	2,309	2,565	2,4615

Região de busca (continuação)						
17x17		19x19		21x21		
Stretch						
Passo	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto
360	2,6421	2,385	2,6421	2,3846	2,641	2,3846
370	2,6165	2,463	2,6165	2,4627	2,718	2,3077
380	2,5909	2,232	2,5909	2,2321	2,641	2,2321
390	2,5646	2,462	2,5646	2,4615	2,642	2,2308
400	2,6928	2,232	2,6928	2,2321	2,795	2,2321
410	2,719	2,002	2,719	2,0015	2,795	2,0769
420	2,719	2,386	2,719	2,3859	2,539	2,0769
430	2,7447	2,385	2,7447	2,3846	2,872	2,1538
440	2,7703	2,159	2,7703	2,1593	2,667	2,1538
450	2,7199	2,232	2,7199	2,2321	2,949	2,0769
460	2,7199	2,847	2,7199	2,8472	2,642	2,0769
470	2,848	2,078	2,848	2,0783	2,616	2,0783
480	2,7722	2,77	2,7722	2,7703	2,795	2,0783
490	2,8224	2,308	2,8224	2,3077	2,719	2,0783
500	2,7722	2,617	2,7722	2,6165	2,77	2,0826
510	2,7199	2,77	2,7199	2,7703	2,745	2,3077
520	2,9515	2,463	2,9515	2,4627	2,721	2,4615
530	2,8224	2,693	2,8224	2,6934	2,693	2,0769
540	2,849	2,615	2,849	2,6154	2,872	2,1538
550	2,8759	2,543	2,8759	2,5431	2,616	2,6154
560	2,8736	2,462	2,8736	2,4615	2,719	2,3859
570	2,7479	2,462	2,7479	2,4615	2,795	2,5396
580	2,7991	2,462	2,7991	2,4615	2,77	2,3846
590	2,721	2,231	2,721	2,2308	2,899	2,3859
600	2,7466	2,385	2,7466	2,3846	2,642	2,3859
Variância	0,37199	0,372	0,37199	0,37156	0,335	0,28643

Tabela A 2. Variâncias obtidas considerando diversos valores para a região de busca – parte 2.

Região de referência								
19x19		17x17		15x15		13x13		
Stretch								
Passo	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto
10	1,1795	1,5385	1,256	1,6154	1,25	1,583	1,2821	1,3846
20	1,2051	1,3077	1,205	1,3846	1,1944	1,333	1,1538	1,3077
30	1,0513	1	1,051	1	1	1	1,0256	1
40	1,2308	1,2308	1,231	1,2308	1,2222	1,167	1,2564	1,4615

Região de referência (continuação)								
19x19		17x17		15x15		13x13		
Stretch								
Passo	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto
50	1,6667	1,2308	1,641	1,1538	1,4444	1,167	1,5385	1,1538
60	1,4103	1,0769	1,41	1,0769	1,1944	1,083	1,2308	1,0769
70	2,9231	1,1538	2,923	1,1538	1,4444	1,167	1,9231	1,0769
80	2,7436	1,3846	2,692	1,3846	1,9722	1,167	2,2821	1,5385
90	2,7179	1,2308	2,718	1,3077	2,8333	1,083	2,6923	1,2308
100	2,5385	1,2308	2,539	1,3077	2,6667	1,25	2,5385	1,3077
110	2,5641	1,6154	2,539	1,5385	2,5	1,25	2,6154	1,3077
120	2,3333	1,6923	2,359	1,6923	2,4167	1,417	2,359	1,4615
130	2,3333	2	2,308	2	2,3889	1,5	2,2821	1,6154
140	2,2821	2,3846	2,231	2,0783	2,3611	1,835	2,7179	1,6154
150	2,6174	2,5385	2,59	1,8462	2,639	1,586	2,7181	1,5385
160	2,257	3,5418	2,206	3,6162	2,2224	1,583	2,8206	1,4615
170	2,7447	2,9231	2,667	3,0769	2,5556	1,917	2,6923	1,7692
180	2,7436	2,9231	2,795	3,3077	2,5556	2,583	2,6923	2,2308
190	3,2564	3,3077	3,282	3,3077	2,6944	3,334	2,8205	2,4615
200	2,9487	3,0779	3,051	3,0779	3,139	3,001	3,0514	2,7692
210	2,8975	3,0769	2,898	3,0769	2,5557	3,171	2,9231	3,0769
220	2,9488	3,001	2,949	3,001	3,0279	3,168	3,0514	2,9241
230	2,8974	3	2,897	3	2,8611	3,083	2,8718	2,6154
240	2,7953	2,9241	2,795	2,9241	2,8611	3,171	2,8206	3,001
250	2,7181	2,8472	2,744	2,8503	2,7224	2,927	2,7953	2,7735
260	2,7179	2,7692	2,744	2,7692	2,7778	2,833	2,7436	2,6923
270	2,6686	2,6923	2,642	2,6923	2,639	2,667	2,6667	2,4615
280	2,641	2,6923	2,667	2,6923	2,6944	2,667	2,6668	2,5385
290	2,7693	2,6154	2,795	2,5385	2,6667	2,667	2,5641	2,6154
300	2,8723	2,6165	2,822	2,5396	2,6668	2,583	2,5899	2,4615
310	2,8462	2,4615	2,846	2,4615	2,6111	2,585	2,5128	2,4615
320	2,7692	2,4615	2,795	2,4615	2,6944	2,583	2,8718	2,4615
330	2,821	2,4627	2,821	2,4615	2,5835	2,506	2,7693	2,3846
340	2,7703	2,6165	2,77	2,4627	2,6111	2,335	2,8719	2,4627
350	2,7181	2,4615	2,744	2,3846	2,5557	2,417	2,5646	2,4615
360	2,6672	2,5396	2,667	2,3859	2,6113	2,501	2,6412	2,3846
370	2,6672	2,6923	2,667	2,3846	2,6395	2,5	2,7184	2,3077
380	2,5909	2,8462	2,591	2,9241	2,5835	2,335	2,641	2,2321
390	2,5909	2,3846	2,617	2,2308	2,6113	2,333	2,6415	2,2308
400	2,7184	2,6934	2,718	2,7735	2,5284	2,335	2,795	2,2321

Região de referência (continuação)								
19x19		17x17		15x15		13x13		
<i>Stretch</i>								
Passo	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	Perto
410	2,6678	2,1552	2,719	2,2308	2,5847	2,167	2,7953	2,0769
420	2,7693	3	2,77	3,0039	2,5292	2,167	2,539	2,0769
430	2,7441	2,9241	2,744	3,001	2,6124	2,083	2,8723	2,1538
440	2,7447	2,6165	2,693	2,0769	2,5839	2,168	2,6672	2,1538
450	2,6928	2,8472	2,693	2,8472	2,4459	2,083	2,9492	2,0769
460	2,6934	2,8472	2,693	2,8503	2,5292	2,167	2,6415	2,0769
470	2,8216	2,8462	2,822	2,7703	2,7235	2,083	2,6159	2,0783
480	2,6697	2,9241	2,644	2,9231	2,4736	2,083	2,7953	2,0783
490	2,6934	2,5431	2,668	2,5385	2,5847	2,168	2,719	2,0783
510	2,7455	2,7703	2,72	2,7703	2,5569	2,418	2,7447	2,3077
520	2,5929	2,7703	2,593	2,7788	2,5025	2,585	2,721	2,4615
530	2,7223	2,7703	2,747	2,6934	2,5284	2,417	2,6934	2,0769
540	2,6711	2,6967	2,721	2,6934	2,5562	2,335	2,8723	2,1538
550	2,7722	2,6165	2,849	2,6154	2,7513	2,583	2,6159	2,6154
560	2,8728	2,7692	2,822	2,7703	2,669	2,585	2,719	2,3859
570	2,7466	2,6165	2,747	2,6923	2,6402	2,667	2,7953	2,5396
580	2,7722	2,6165	2,772	2,6154	2,7245	2,5	2,7703	2,3846
590	2,7223	2,5396	2,722	2,5385	2,5292	2,5	2,8985	2,3859
600	2,6954	2,5396	2,695	2,5385	2,5847	2,5	2,6415	2,3859
Variância	0,33657	0,43269	0,336	0,43868	0,27051	0,377	0,3354	0,28643

Tabela A 3. Variâncias obtidas considerando diversos valores para a região de referência – parte 1.

Região de referência						
11x11		9x9		7x7		
<i>Stretch</i>						
Passo	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	perto
10	1,2634	2	1,5387	1,3077	1,8676	1,0797
20	1,1053	1,0833	1,0513	1,1538	1,1424	1,2308
30	1,0263	1	1,0513	1	1,0769	1,003
40	1,2895	1,1667	1,359	1,3846	1,3333	1,5461
50	1,6053	1,25	1,59	1,0769	1,9759	1,2403
60	1,2895	1,1667	1,7949	1,1538	1,9002	1,2308
70	1,3161	1,0833	2,9232	1,0769	1,4359	0,92308
80	2,6842	1,4167	2,7437	1,1538	2,0315	1,2308
90	2,7105	1,1667	2,7181	1,3077	2,6924	1,0769
100	2,6053	1,25	2,5642	1,5385	2,4873	1,5385

Região de referência (continuação)						
11x11		9x9		7x7		
<i>Stretch</i>						
Passo	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	perto
110	2,6579	1,4167	2,6667	2,0015	2,6415	1,9246
120	2,3949	1,5	2,3078	1,6154	2,3083	2,1552
130	2,2896	1,9167	2,3335	2,2321	2,2822	2,1164
140	2,3159	2,085	2,4364	2,0015	2,7711	1,9292
150	2,8949	1,8333	2,7968	2,309	2,5979	2,557
160	2,5275	2,25	2,8466	3,2344	2,359	3,1548
170	2,4742	2,9214	2,8206	2,9241	2,9235	2,3395
180	2,8949	2,3333	3,1027	2,5385	2,8206	2,4627
190	3,2369	3,504	3,2309	3,3086	2,8463	3,3077
200	3,158	3,0012	3,1027	3,0779	3,103	3,0779
210	2,9478	3,0845	2,8979	2,9241	2,8979	3,1538
220	3,0001	3,1678	3,0001	2,9241	3,0256	3,001
230	2,8685	3,0878	2,8463	3,0089	2,5212	2,9392
240	2,8685	3,0878	2,8466	2,9271	2,7441	2,8555
250	2,79	2,9214	2,7447	2,8503	2,7959	2,7703
260	2,7632	2,9179	2,7693	2,7735	2,7199	2,8555
270	2,6058	2,5833	2,795	2,6923	2,6678	2,6934
280	2,6584	2,6667	2,6668	2,5385	2,4956	2,4627
290	2,79	2,6667	2,8206	2,5396	2,4445	2,6165
300	2,9741	2,668	2,9235	2,5431	2,9748	2,5396
310	2,5795	2,5887	2,8719	2,4723	2,5396	2,4663
320	2,8949	2,5847	2,8463	2,3859	2,6924	2,4447
330	2,79	2,4167	2,7184	2,5396	2,419	2,278
340	2,8163	2,5014	2,7953	2,5396	2,8206	2,5385
350	2,738	2,2562	2,6672	2,6967	2,6421	2,278
360	2,6584	2,5014	2,6672	3,1548	2,6412	2,557
370	2,7643	2,5887	2,7447	3,1623	2,6421	3,239
380	2,6065	2,3393	2,6672	2,8503	2,719	3,0089
390	2,5275	2,4181	2,6678	3,0808	2,4445	3,0157
400	2,7373	2,3393	2,9235	3,1576	2,821	2,8555
410	2,6328	2,085	3,0523	2,3859	2,8728	3,0089
420	2,7643	2,3467	2,7447	3,1576	2,7199	2,9322
430	2,7389	2,25	2,7697	3,0808	2,7711	3,001
440	2,9484	2,2515	2,9241	2,9231	2,7199	2,9241
450	2,66	2,3393	2,8728	2,7788	2,6421	2,7735

Região de referência (continuação)						
11x11		9x9		7x7		
<i>Stretch</i>						
Passo	Longe	Perto	Longe	Perto	Longe	perto
460	2,7915	2,4296	2,8985	2,9322	2,5175	3,0039
470	2,8695	2,755	2,8224	2,7788	2,8216	2,8555
480	2,66	2,5847	2,8224	2,9241	2,5396	2,9271
490	2,8967	2,5	2,8736	2,8503	2,848	2,8503
500	2,8189	2,5833	2,8224	2,6934	2,6686	2,8472
510	2,66	2,9179	2,7978	2,7735	2,8224	2,7703
520	2,7389	2,5055	2,9754	2,5431	2,7968	2,7022
530	2,7652	2,7613	2,8736	2,6255	2,7711	2,6334
540	2,8967	2,5833	2,8728	2,5385	2,8993	2,6934
550	2,899	2,5847	2,8747	2,4615	2,7466	2,4663
560	2,8967	2,5833	2,8216	2,6165	2,5673	2,7735
570	2,7414	2,5847	2,7199	2,4627	2,8472	2,5674
580	2,7663	2,5887	2,7466	2,7735	2,7978	2,8503
590	2,7926	2,5014	2,849	2,6967	2,7455	2,7735
600	2,7663	2,3348	2,8728	3,1548	2,643	2,6255
<b>Variância</b>	0,38756	0,3674	0,4072	0,47924	0,29395	0,45951

Tabela A 4. Variâncias obtidas considerando diversos valores para a região de referência – parte 2.