



**Efeitos da Publicidade Direcionada
com Discriminação de Preços**

por

Gil Ramalho Pereira Maio

Dissertação de Mestrado em Economia

Orientado por: Joana Resende

Faculdade de Economia da Universidade do Porto

2014/2015

Nota Biográfica

Gil Maio, proveniente da cidade de Ermesinde, perto do Porto, nasceu a 5 de Novembro de 1991. Estudou Ciências Sociais e Económicas durante o seu percurso pelo ensino secundário tendo, em 2009, ingressado na *Licenciatura em Economia da Faculdade de Economia do Porto*. Após terminar a licenciatura em 2013 continuou os estudos relacionados com a área económica no *Mestrado em Economia* na mesma faculdade.

Em 2015, no âmbito do *Mestrado em Economia*, realizou a dissertação intitulada “Efeitos da Publicidade Direccionada com Discriminação de Preços”

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos os que me apoiaram e contribuíram de alguma forma para o sucesso deste projeto, de extrema importância na minha vida.

Agradeço principalmente à minha orientadora, a professora *Joana Resende*, por todo o empenho e dedicação na elaboração desta dissertação, desde as longas reuniões onde explicou com clareza todos os pontos essenciais, à disponibilidade para responder sempre a qualquer dúvida com rapidez. Grande mérito desta dissertação está no seu contínuo contributo ao longo do último ano.

Agradeço à minha família pela estabilidade e apoio proporcionados que me permitiu realizar este projeto com a máxima concentração.

À minha namorada *Anabela* por estar sempre presente, a dar apoio e a contribuir com a sua experiência para não cometer erros.

E por fim quero agradecer aos meus amigos por ouvirem os meus desabafos, por aconselharem-me sempre que necessário, e pelos momentos de diversão quando era necessário relaxar um pouco.

Resumo

A evolução das tecnologias de informação possibilita, cada vez mais, personalizar os conteúdos publicitários. Em resultado, a investigação nesta área tem crescido consideravelmente na última década, analisando a viabilidade da adoção de tecnologias de publicidade direcionada bem como as potencialidades decorrentes da associação de publicidade direcionada a práticas de discriminação de preços por parte das empresas. Este trabalho procura analisar efeitos da adoção de estratégias de publicidade direcionada, considerando que a mesma pode ser utilizada como uma ferramenta para implementação estratégica de práticas de discriminação de preços. Com recurso à Teoria dos Jogos, é construído um modelo de um mercado duopolista com produto diferenciado, onde as empresas definem simultaneamente a sua estratégia publicitária e o preço. O modelo analisado considera, *ex-ante*, a existência de dois segmentos de mercado, atendendo às preferências relativas dos consumidores por cada um dos bens produzidos pelas duas empresas. Numa primeira fase, a segmentação de mercado *ex-ante* é simétrica, sendo que, numa segunda fase, existe assimetria na dimensão de cada grupo de consumidores. Para cada um dos casos, são obtidas analiticamente as decisões ótimas das empresas quanto à intensidade publicitária e ao preço praticado em cada um dos segmentos de mercado.

Códigos JEL: D43, L11, L13, M37

Palavras-chave: Publicidade direcionada, Publicidade informativa, Discriminação de preços, Segmentação de mercado, *Geo-conquest*

Abstract

In light of recent technological developments, it became easier to target advertising content to specific groups of consumers. Accordingly, the research on this area has been growing considerably in the last decade, analysing the viability of the adoption of targeted advertising technologies as well as firms' benefits in using targeted advertising campaigns as a price discrimination device. This work intends to analyze some impacts of adopting targeted advertising strategies, assuming that those can be used as a tool to implement price discrimination strategies. Using the Game Theory toolbox, we develop a model in which two firms sell differentiated products in a segmented market. Consumers are segmented in two groups, according to their relative preferences for the two goods. Firms simultaneously set non-cooperatively the advertising rates and prices in each market segment. First, we consider that market segments are symmetric. Then, we study a market with asymmetry so that the strong market of one of the firms is larger than the rival's one.

Códigos JEL: D43, L11, L13, M37

Palavras-chave: Targeted Advertising, Informative Advertising, Price discrimination, Market segmentation, *Geo-conquest*

Índice de Conteúdos

Nota Biográfica.....	i
Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Abstract.....	iv
Índice de Conteúdos.....	v
Índice de Figuras	vi
Introdução.....	1
Capítulo 1. Revisão da literatura	6
1.1. Publicidade: enquadramento económico	6
1.2. Discriminação de preços.....	8
1.3. Publicidade direcionada.....	10
1.4. Discriminação de preços via publicidade direcionada	12
Capítulo 2. Modelo	16
2.1. Considerações metodológicas	16
2.2. Modelo base: o caso simétrico	17
Capítulo 3. Extensão do modelo base	30
3.1. Mercado assimétrico	30
3.2. Análise das escolhas ótimas de publicidade	34
3.2.1. Análise gráfica	38
3.2.2. Estática Comparada.....	47
3.3. Análise das escolhas ótimas de preços	53
3.3.1. Análise gráfica	55
Conclusões.....	63
Apêndice.....	65
Referências bibliográficas	67

Índice de Figuras

Figura 1. Fração de mercado informada pelas empresas (segmento a).....	39
Figura 2. Fração de mercado informada pelas empresas (segmento b)	41
Figura 3. Segmentação de mercado (empresa A).....	42
Figura 4. Segmentação de mercado (empresa B).....	42
Figura 5. Segmentação de mercado (A) - elevados custos publicitários.....	43
Figura 6. Segmentação de mercado (B) - elevados custos publicitários.....	44
Figura 7. Segmentação de mercado (A) - baixos custos publicitários	45
Figura 8. Segmentação de mercado (B) - baixos custos publicitários	46
Figura 9. Distribuição de preços da empresa A no segmento a	56
Figura 10. Distribuição de preços da empresa B no segmento b	57
Figura 11. Distribuição de preços da empresa A no segmento b	58
Figura 12. Distribuição de preços da empresa B no segmento a	58
Figura 13. Distribuição de preços (empresa A) – caso simétrico	60
Figura 14. Distribuição de preços (empresa A) – caso assimétrico (I)	61
Figura 15. Distribuição de preços (empresa A) – caso assimétrico (II).....	62

Introdução

O sucesso da entrada de um novo produto no mercado depende frequentemente das suas características intrínsecas, mas também da informação que os consumidores têm sobre o mesmo. Neste contexto, a publicidade, nomeadamente a publicidade informativa, tem um papel fundamental na divulgação do produto a potenciais consumidores. No passado, as empresas recorreram a estratégias de publicidade massificadas visando informar o maior número possível de indivíduos. Porém, quando uma empresa publicita o seu produto de forma generalizada (massificada), podem gerar-se situações de ineficiência, na medida em que são despendidos recursos no envio de mensagens publicitárias a consumidores que não têm qualquer intenção de adquirir o produto (nem o adquirem mesmo após a exposição à publicidade). Adicionalmente, o conteúdo das mensagens publicitárias (descrição do produto, identificação de preço e possíveis promoções) não tem em conta as especificidades e necessidades dos diferentes segmentos de consumidores no mercado.

Os recentes desenvolvimentos tecnológicos têm introduzido grandes mudanças nas estratégias de publicidade das empresas que estão cada vez mais a apostar em estratégias de publicidade direcionada, tirando partido da ubiquidade da Internet¹, da personalização de conteúdos que o *online* permite e do desenvolvimento de ferramentas para a construção e tratamento de complexas bases de dados de clientes.

O aumento exponencial da utilização da Internet, essencialmente em *sites* como Google, Facebook, Twitter, entre outros, permite a estas empresas construir bases de dados com informações sobre as características e o comportamento dos indivíduos. Um recente artigo publicado no *The Economist* (2014)² ilustra as possibilidades que as novas tecnologias têm introduzido em matéria de direcionamento de conteúdos publicitários.

¹A Internet é um espaço que de ano para ano é cada vez mais utilizado por toda a população. No artigo de Anderson (2012) observamos que entre 2004 e 2009, o número de horas por semana que as famílias nos Estados Unidos da América utilizam Internet aumentou de cerca de 6 horas por semana para 13 horas semanais, o que significa um aumento em mais de 100%. No mesmo sentido, uma notícia de David Mielach publicada no *Business News Daily* (2013) estima que em 2013 os americanos passam cerca de 23 horas por semana na Internet, o que corresponde novamente a um aumento quase em 100% em relação aos dados obtidos para o ano de 2009 por Anderson (2012).

²<http://www.economist.com/blogs/economist-explains/2014/09/economist-explains-12> [accedida em 08-08-15]

Segundo este artigo do The Economist (2014) uma empresa de automóveis consegue perceber que modelos um indivíduo aprecia através das suas pesquisas. Em resultado, a empresa poderá selecionar os anúncios enviados aos consumidores, publicitando para esse utilizador apenas os modelos automóveis pesquisados no passado ou outros modelos de características semelhantes. Para além das pesquisas efectuadas pelos indivíduos, segundo este mesmo artigo, as empresas que anunciam os seus produtos *online* conseguem também identificar o tipo de aparelho através do qual o utilizador está a pesquisar e, com essa informação, ter uma ideia do seu nível de poder de compra.

O artigo do The Economist (2014) refere ainda que os gigantes da Internet têm procurado dinamizar as estratégias de publicidade direccionada. Por exemplo, a Google permite o envio de anúncios publicitários relacionados com as pesquisas dos utilizadores. No mesmo sentido as redes sociais de grande dimensão, conseguem obter informação sobre as ações que milhares indivíduos efetuam na Internet (pesquisas, transações e grupos sociais) comercializando depois esta informação junto de potenciais anunciantes. Várias outras empresas conseguem ter acesso a informação relativa às compras *online* dos indivíduos nos seus *websites*, tirando partido das mesmas para direccionar publicidade e efetuar discriminação de preços com base no historial de compra (e outras informações relevantes) dos seus consumidores.

Estas bases de dados (quer as construídas pelas próprias empresas, quer as adquiridas a terceiros) constituem atualmente um valioso recurso, sendo utilizadas pelas empresas para compreender as características dos potenciais clientes e, posteriormente, personalizar conteúdos publicitários (publicidade direccionada). A capacidade de criar bases de dados com as características dos indivíduos não só sofreu alterações no que toca à sua dimensão, mas também à sua complexidade. Cada vez mais as empresas querem ser pioneiras na percepção das características dos indivíduos, para que consigam oferecer os seus produtos antes das concorrentes. Assim cada vez mais as empresas procuram traçar perfis de consumidores através do agrupamento de vários comportamentos, que não são facilmente relacionáveis. Um exemplo interessante foi dado por Andrew Pole numa notícia de Charles Duhigg publicada no The New York Times Magazine (2012)³. Com o intuito de conseguir cativar pessoas que se encontram grávidas antes das outras empresas,

³http://www.nytimes.com/2012/02/19/magazine/shopping-habits.html?pagewanted=1&_r=3&hp
[acedida em 09-08-15]

Pole desenvolveu um modelo que relacionava alterações nos hábitos de consumo das mulheres com o processo de gravidez.⁴

Em Portugal, temos como exemplo, empresas como a Sonae-Distribuição, que tem estado a construir poderosas bases de dados sobre os seus consumidores, registando as transações que os mesmos realizam, por vezes em troca de descontos ou condições de aquisição privilegiadas (cartões de fidelidade).

O aumento exponencial da capacidade de armazenamento e tratamento de dados tem sido causa e consequência da consolidação de novas estratégias de publicidade fortemente alicerçadas no direcionamento das mensagens publicitárias, nomeadamente através da publicidade *online*.

O aumento do número de utilizadores da Internet e do tempo utilizado por cada um deles neste meio resulta num aumento de importância do mercado digital, o que resulta também num aumento da publicidade *online*. Efetivamente, podemos verificar que esta obteve um crescimento considerável na última década. Segundo dados obtidos por Anderson (2012), entre 2005 e 2008, o crescimento dos gastos com publicidade *online* oscilou entre os 10% a 40% por ano, enquanto que os gastos com meios publicitários como a televisão, jornais ou a rádio apresentaram somente um ténue crescimento ou até mesmo declínio. Note-se que estes últimos meios geram essencialmente publicidade massificada, dado que os anúncios tendem a ser visualizados de forma idêntica por diversas pessoas. Já a publicidade *online* facilita a criação de diferentes anúncios para diferentes segmentos do mercado, permitindo às empresas selecionar que anúncios irá visualizar um indivíduo com determinadas características, ou seja, a publicidade online potencializa a adopção de estratégias de publicidade direcionada. Com base no estudo “Online Targeting Advertising and Prices” do Office of Fair Trading (2010) podemos afirmar que em 2008 cerca de 20% da publicidade online no Reino Unido era caracterizada por “*display search*”, uma subclasse da publicidade online onde se incluíam vários géneros da publicidade direcionada como é o caso da *behaviour-based target advertising* (em que o conteúdo da publicidade depende do comportamento passado das pessoas), *geo-targeting* (em que o conteúdo das mensagens publicitárias é função da

⁴Assim este modelo, elaborado para que fosse possível tentar fidelizar esta consumidora nos seus novos hábitos de consumo antes que as empresas rivais também o tentassem fazer, conseguia perceber se uma consumidora estava grávida de cerca de 20 semanas. Esta capacidade de detetar precocemente a gravidez de uma consumidora levou a alguns episódios invulgares, como é o caso de um pai que ficou indignado perante as ofertas de produtos relacionados com a gravidez e com bebés que a filha recebia, alegando que queriam incentivar a sua filha a engravidar, para no fim se desculpar, pois, na altura desconhecia que a sua filha já se encontrava grávida.

localização dos consumidores) ou *contextual advertising* (em que a mensagem publicitária depende do texto do *site* que os indivíduos se encontram a visualizar). Segundo um estudo do Internet Advertising Bureau em conjunto com a PriceWaterhouseCoopers (2014)⁵, em 2014, na Europa e na América do Norte, o peso desta subclasse de publicidade *online* encontrava-se nos 38%, ilustrando claramente a importância crescente da publicidade direcionada.

De facto, atualmente, a publicidade direcionada surge frequentemente associada à publicidade online. Porém é possível que a publicidade direcionada se estenda para outros meios de comunicação nos próximos anos. Como podemos ver no artigo de Steven Perlberg e Alistair Barr publicado no The Wall Street Journal (2015)⁶, empresas como a Google procuram expandir a sua capacidade de direcionar publicidade, utilizando meios como por exemplo a televisão. Neste caso, cada televisão receberia diferentes anúncios publicitários e em diferentes quantidades, relacionadas diretamente com a base de dados construída pela Google.

É importante salientar ainda que, tal como descrito por Fudenberg e Villas-Boas (2012), esta capacidade para individualizar conteúdos publicitários em conjunto com o desenvolvimento das tecnologias de informação e uma maior adesão ao mercado digital capacita as empresas a aplicarem eficazmente estratégias de discriminação de preços.

Neste contexto, o presente estudo visa analisar os impactos da publicidade direcionada, associada à prática de discriminação de preços num mercado duopolista constituído por dois segmentos de consumidores com diferentes preferências relativas pelos produtos transacionados no referido mercado. Mais concretamente, pretende-se encontrar resposta para as seguintes questões: *Qual a estratégia publicitária e de preço ótimas num mercado duopolista em que as empresas utilizam uma tecnologia de publicidade direcionada combinada com discriminação de preços? Em que medida a segmentação de mercado ex-ante pode afetar as estratégias de publicidade e de preço ótimas, designadamente através da assimetria no tamanho de cada segmento de consumidores?*

Note-se que a investigação nesta área tem aumentado significativamente nos últimos anos, tendo sido analisados aspetos como a viabilidade da adoção de tecnologias de publicidade direcionada, os efeitos da discriminação de preços, ou a possibilidade de

⁵<http://download.pwc.com/ie/pubs/2014-iam-pwc-digital-advertising-adspend-study-infographic.pdf> [acedido em 09-08-15]

⁶<http://blogs.wsj.com/cmo/2015/03/23/google-fiber-targeting-kansas-city/> [acedido em 09-08-15]

maiores pressões concorrenciais associadas a este tipo de estratégia publicitária. Contudo, não há ainda um consenso sobre os efeitos económicos da publicidade direcionada, justificando a necessidade de investigação adicional nesta temática.

Efetivamente, a literatura nesta área inclui sobretudo investigação que incide exclusivamente no estudo do impacto da publicidade direcionada ou da discriminação de preços. Somente alguns artigos como Esteves (2009), Esteves e Resende (2013) e em parte Iyer *et al.* (2004) abordam ambos os temas simultaneamente, considerando que só pode existir discriminação de preços se as empresas enviarem publicidade direcionada⁷.

Este trabalho contribui para o estado da arte, analisando a interação entre publicidade direcionada e discriminação de preços em mercados duopolistas com produto diferenciado. Mais precisamente, trata-se do primeiro trabalho a estudar as estratégias de preço e publicidade direcionada em mercados cujos consumidores estão ex-ante segmentados em grupos de dimensão assimétrica, estendendo o modelo proposto por Esteves e Resende (2013).

A presente dissertação será estruturada da seguinte forma: o primeiro capítulo procede à revisão de literatura, onde se analisa em primeiro lugar a literatura relevante em matéria de discriminação de preços e, em seguida, a literatura relevante em matéria de publicidade direcionada, terminando-se o capítulo com a análise dos artigos que conjugam a prática de publicidade direcionada com a discriminação de preços. No segundo capítulo são apresentados os principais ingredientes do modelo económico utilizado para caracterizar as estratégias de publicidade e preço ótimas, tendo por base o modelo de Esteves e Resende (2013). O terceiro capítulo desenvolve a extensão do modelo apresentado no capítulo anterior e procede à análise dos resultados obtidos. Por fim, serão apresentadas as principais conclusões do trabalho e sugeridas algumas linhas de investigação para futuros trabalhos sobre esta problemática.

⁷Ver o próximo Capítulo para uma análise mais detalhada da literatura relevante para as questões de investigação colocadas no presente trabalho.

Capítulo 1. Revisão da literatura

1.1. Publicidade: enquadramento económico

Segundo Bagwell (2005) a publicidade tem como objetivo estimular a procura do(s) produto(s) anunciado(s). O autor argumenta que a publicidade pode ser persuasiva, complementar ou informativa. A publicidade persuasiva modifica as preferências dos consumidores e cria fidelização, enquanto a publicidade complementar aumenta diretamente a utilidade do bem. Já a publicidade informativa visa fornecer aos consumidores informação relevante sobre o produto. O presente estudo foca-se no último tipo de publicidade. Esta tem um papel importante ao fazer chegar aos consumidores as respostas para as suas necessidades, diminuindo assim os custos de pesquisa dos consumidores. Porém este não é o único papel desempenhado pela publicidade informativa, segundo Bagwell (2005), esta (quando massificada) contribui para a diminuição da dispersão de preços, pois os consumidores ganham informação sobre os vários preços praticados e podem consumir, de forma racional, o produto que lhes gerar maior benefício. O autor também refere que a publicidade pode ser um meio utilizado pelas empresas para evitar a entrada de novas empresas no mercado, informando outras possíveis rivais das vantagens que a sua empresa apresenta. Assim podemos ver que a publicidade é relevante na definição do preço e tem impacto na estrutura de mercado, levando a que algumas empresas tenham incentivo em publicitar os seus produtos.

Atualmente, as empresas têm a possibilidade de utilizar publicidade informativa de forma massificada ou de forma direcionada. Para Iyer *et al.* (2005) publicidade direcionada distingue-se de massificada pela capacidade de enviar diferentes informações para diferentes segmentos do mercado, adaptando as informações transmitidas nos anúncios às características dos indivíduos. Já a publicidade massificada caracteriza-se pelo envio de informação publicitária uniforme para um conjunto de indivíduos, não os diferenciando.

No contexto da recente literatura dedicada ao estudo da publicidade direcionada, as diferenças ao nível de conteúdos informativos podem, por vezes, consubstanciar-se em situações de discriminação de preços. Armstrong (2006) considera que a discriminação de preços ocorre quando dois produtos homogêneos com o mesmo custo de produção são vendidos por uma empresa a preços diferentes. Este tipo de práticas pode ser potenciada

pela publicidade direcionada quando, por exemplo, as empresas divulgam anúncios que identificam um desconto diferenciado por consumidor ou grupo de consumidores.

Podemos dividir a literatura sobre publicidade direcionada em duas linhas. Uma das linhas foca-se mais especificamente na modelização da publicidade direcionada, dando pouco ênfase à questão relativa à discriminação de preços. Nesta linha de investigação destacam-se os trabalhos de Roy (2000), Iyer *et al.* (2005), Brahim *et al.* (2011) e Galeotti e Moraga Gonzalez (2008). Note-se que Iyer *et al.* (2005) analisam também uma versão do modelo em que as empresas têm a possibilidade de discriminação de preços, mas tal não afeta as principais conclusões dos autores, no âmbito do modelo base (sem discriminação de preços). Uma segunda linha de literatura procura analisar os efeitos decorrentes da conjugação da publicidade direcionada com a discriminação de preços, destacando-se nesta linha os trabalhos de Esteves (2009), De Nijs (2013), Esteves e Resende (2013) e Esteves e Cerqueira (2014).

O presente trabalho insere-se também nesta última corrente de literatura, procurando incorporar os efeitos estratégicos decorrentes da utilização conjunta de publicidade direcionada e discriminação de preços. Como tal, o trabalho contribui ainda para uma literatura mais vasta dedicada ao estudo da discriminação de preços. A este nível, este estudo enquadra-se no seio da investigação que analisa teoricamente situações de discriminação de preços em contextos de interação estratégica com assimetria na melhor resposta das empresas (*“best response asymmetry”*), destacando-se os trabalhos de Varian (1980), Thisse e Vives (1988), Narasimhan (1988) e Chen e Iyer (2002).

Esta segunda linha de literatura assenta em jogos caracterizados pela existência de duas empresas, onde cada consumidor consome apenas uma unidade do bem, e onde o preço praticado é igual ou inferior ao preço de reserva dos consumidores. De uma forma geral os consumidores são segmentados de acordo com as suas preferências ou de acordo com o seu acesso à informação. Os modelos são caracterizados pela inexistência de *best response symmetry*. Existe *best response symmetry* quando, segundo Corts (1998), as empresas atribuem a mesma força a cada um dos segmentos de mercado, gerando assim funções melhor resposta simétricas. Os mercados nesta linha de literatura apresentam *“best response asymmetry”* pois os consumidores que têm preferência por uma das empresas (ou mais acesso à informação desta) em princípio irão fazer parte do mercado forte dessa empresa mas não farão parte do mercado forte da empresa rival (constituindo, pelo contrário, o seu mercado fraco, na terminologia de Corts, 1998).

1.2. Discriminação de preços

Como referido anteriormente a publicidade direcionada pode levar a situações de discriminação de preços. De uma maneira geral, em estruturas de mercado monopolistas, a discriminação de preços é vantajosa para as empresas pela capacidade que estas têm de retirar todo o excedente do consumidor. Contudo em indústrias oligopolistas, a discriminação de preços pode ser desvantajosa se da capacidade de praticar discriminação de preços resultar uma competição mais agressiva por cada segmento de mercado. Nesta secção, irá apresentar-se de forma breve alguns dos principais estudos sobre discriminação de preços em mercados que exibem “*best response asymmetry*”, identificando algumas das consequências desta prática de preços diferenciados em função das características dos consumidores.

O estudo pioneiro de Varian (1980) incide na análise do racional e do impacto de variações do preço ao longo do tempo (como é, por exemplo, o caso da prática de saldos). Para Varian (1980) os consumidores são classificados como informados ou não informados, sendo que os consumidores informados irão comprar à empresa que pratique um preço inferior e os consumidores não informados distribuir-se-ão por ambas as empresas. Este estudo foi um contributo importante ao demonstrar que existem incentivos para as empresas variarem o seu preço ao longo do tempo (um fenómeno designado na literatura como dispersão de preços). Varian (1980) conclui que as empresas têm incentivos em praticar preços altos para extrair o máximo de excedente dos consumidores não informados e preços baixos para captarem o segmento de mercado dos consumidores informados.

Narasimhan (1988) aprofunda o estudo de Varian (1980), tentando compreender qual a frequência e a intensidade da variação de preços ao longo do tempo. Porém este não classifica os consumidores como informados e não informados mas sim segmenta-os consoante as suas preferências (Consumidores cativos, que apenas compram a uma empresa, e consumidores que estão dispostos a comprar a ambas as empresas e que por isso são considerados seletivos). Narasimhan (1988) assume também dimensão assimétrica entre as empresas, mas o processo de segmentação é feito *ex-ante* e de forma exógena⁸. Através deste modelo, Narasimhan (1988) observa que a empresa mais

⁸Contrariamente, no presente trabalho (e em outros trabalhos com publicidade direcionada e discriminação de preços), a segmentação do mercado em equilíbrio é endogenamente obtida no seio do modelo, através das escolhas ótimas de publicidade efetuadas pelas empresas.

pequena tem mais vantagens em adotar uma estratégia de dispersão de preços dado que tem um mercado cativo mais limitado, e portanto mais vantagens em entrar numa guerra de preços. Narasimhan (1988) observa ainda que, caso as empresas possam praticar discriminação de preços de forma perfeita, ou seja, caso os consumidores de um segmento só conheçam e só adquiram o produto ao preço praticado nesse mesmo segmento, os consumidores fiéis pagam o preço de monopólio mas os consumidores não fiéis (ou seletivos) pagam somente o custo marginal de produção decorrente de uma concorrência *à la* Bertrand por este segmento.

No trabalho seminal de Thisse e Vives (1988), os autores recorrem a um modelo *à la* Hotelling onde as empresas se localizam nas extremidades de um segmento de reta unitário e os consumidores se distribuem de forma homogênea pelo segmento de reta. Neste caso quanto mais próximo estiver um consumidor de uma das extremidades da reta maior é preferência deste pelo produto da empresa localizada nessa extremidade. Thisse e Vives (1988) concluem que recorrer à discriminação de preços é uma estratégia dominante, mas que ambas as empresas lucrariam mais caso estas optassem por praticar um preço uniforme, uma vez que nesse caso as empresas não concorrem intensivamente por cada um dos consumidores servidos. Assim, caso seja possível discriminar, as empresas encontram-se num dilema do prisioneiro e os consumidores acabam por beneficiar das estratégias de discriminação de preços implementadas pelas empresas.

O estudo de Thisse e Vives (1988) é aprofundado por Chen e Iyer (2002). Embora neste estudo não exista uma comparação entre situações em que as empresas podem praticar discriminação de preços com situações em que as empresas não o podem fazer, Chen e Iyer (2002) demonstram que se as empresas não tiverem informação perfeita sobre os consumidores (e a recolha desta informação tiver um custo), a discriminação de preços é menos prejudicial para as empresas, quando comparado com as conclusões retiradas em Thisse e Vives (1988).

Nos modelos de Varian (1980), Thisse e Vives (1988) e Narasimhan (1988) observamos que o mercado é segmentado de forma exógena, ou seja, nem a informação transmitida aos consumidores sobre a existência do produto, nem as preferências dos mesmos podem ser estrategicamente influenciadas pelas empresas.

No entanto, trabalhos mais recentes têm procurado endogeneizar estas variáveis. A utilização da publicidade direcionada como forma de implementação de discriminação de preços constituiu precisamente uma forma de endogeneizar a

segmentação de mercado em equilíbrio, trazendo desta forma novas formas de interação estratégica entre as empresas.

Convém lembrar que, tal como discutido na Introdução deste trabalho, a interação entre publicidade direcionada e discriminação de preços é de um ponto de vista empírico particularmente relevante, na medida em que a capacidade para realizar discriminação de preços é facilitada quando conjugada com a capacidade de enviar conteúdos publicitários distintos para diferentes indivíduos. Assim, de seguida, apresenta-se uma breve revisão da literatura sobre publicidade direcionada, explorando as consequências que resultam da prática deste tipo de publicidade.

1.3. Publicidade direcionada

O artigo de Roy (2000) constitui um dos trabalhos pioneiros sobre publicidade direcionada, onde é enfatizada a sua importância enquanto ferramenta de segmentação endógena do mercado. No modelo de Roy (2000), os consumidores não têm qualquer informação sobre as empresas se não forem expostos à publicidade (publicidade informativa). Contudo, as empresas têm informação perfeita sobre os consumidores. As empresas têm ainda a capacidade de direcionar publicidade no sentido em que estas podem informar apenas os consumidores pretendidos. Em equilíbrio e assumindo custos de produção semelhantes, Roy (2000) conclui que o mercado será totalmente repartido pelas empresas, de forma equitativa. Em resultado, não existem consumidores não informados nem consumidores que sejam informados sobre a existência de ambas as empresas. As empresas irão assim praticar um preço equivalente ao preço de monopolista, extraíndo todo o excedente do consumidor.

Galeotti e Moraga-González (2008) aprofundam o estudo do impacto da segmentação endógena de mercado, considerando que as empresas oferecem produtos homogêneos. Neste caso, os consumidores encontram-se separados em dois segmentos. Estes segmentos são exogenamente assimétricos quanto aos custos de publicidade por consumidor. Considerando que as empresas têm a capacidade de direcionar publicidade para um dos segmentos, Galeotti e Moraga-González (2008) concluem que a segmentação de mercado atenua a competição entre as empresas e torna possível a existência de lucros económicos positivos num mercado que, na ausência de segmentação, geraria uma competição *à la* Bertrand. Porém, ao contrário de Roy (2000), as empresas não têm a capacidade de obter os lucros equivalentes a uma situação de monopólio, pois a forma

como o mercado é repartido não é estática e, por isso, existem sempre, por parte das empresas, incentivos em tentar captar consumidores da empresa rival.

Brahim *et al.* (2011) procuram compreender quais os benefícios económicos subjacentes à adopção de estratégias de publicidade direcionada. Para tal é utilizado um modelo *a lá* Hotelling. Os consumidores para se deslocarem a uma empresa necessitam de pagar um custo de transporte variável consoante a distância entre cada consumidor e a empresa. Cada empresa obtém assim um conjunto de indivíduos que embora conheçam ambas as empresas, compram o seu produto. Este conjunto é denominado por mercado natural. Brahim *et al.* (2011) concluem que as vantagens de realizar publicidade direcionada estão dependentes dos custos da publicidade. Para custos de publicidade baixos, quando adotam estratégias de publicidade direcionada, as empresas não têm incentivos em publicitar no mercado natural da empresa rival. Como tal, cada empresa publicita apenas o seu mercado, praticando o preço equivalente ao preço de monopolista. Porém, para um custo de publicidade alto, Brahim *et al.* (2011) observam que existe uma competição mais agressiva por parte das empresas tendo em vista a captação de parte do mercado natural da empresa rival. Na impossibilidade de as empresas direcionarem as suas mensagens publicitárias, uma diminuição do preço praticado pelas empresas não tem um impacto tão significativo no aumento do número de consumidores, atenuando este efeito competitivo.

Esta competição mais agressiva entre as empresas aquando da utilização de publicidade direcionada poderá assim causar uma redução nos preços e consequente redução nos lucros, quando comparados com a situação de publicidade massificada utilizada como benchmarking.

O trabalho de Iyer *et al.* (2005) incide também nos efeitos da publicidade direcionada, considerando quer o caso de preços uniformes, quer situações em que a publicidade direcionada é utilizada como veículo para a discriminação de preços. A diferença nas opções de modelização leva a que este estudo chegue a conclusões distintas das retiradas por Brahim *et al.* (2011). Para Iyer *et al.* (2005) a capacidade de realizar publicidade direcionada é sempre vantajosa, independentemente dos custos da publicidade. Iyer *et al.* (2005) concluem também que neste modelo seria indiferente para as empresas, em termos de lucro, a implementação (ou não) de práticas de discriminação de preços.

Depois da revisão dos artigos que analisam individualmente a capacidade para realizar publicidade direcionada e a discriminação de preços, em seguida, serão

brevemente analisados alguns artigos que estudam a interação destes fenómenos, relacionando diretamente a capacidade para direcionar publicidade com a capacidade de poder exercer discriminação de preços.

1.4. Discriminação de preços via publicidade direcionada

Esteves (2009) destaca-se nos artigos analisados até agora por considerar uma interação mais estreita entre publicidade direcionada e discriminação de preços, na medida em que a primeira é condição necessária para implementação da segunda. Neste artigo, os consumidores inicialmente desconhecem ambas as empresas (adquirindo o bem à empresa que pratica o preço mais baixo, desde que tenham recebido publicidade dessa empresa). Num primeiro momento as empresas enviam publicidade captando um conjunto de consumidores, praticando neste primeiro momento um preço uniforme pois não sabem quais os consumidores que não conhecem a empresa rival. Num segundo momento a empresa que praticou um preço superior sabe exatamente que os seus consumidores não receberam publicidade da outra empresa pois todos os que receberam publicidade de ambas as empresas não consumiram o seu produto por este apresentar um preço superior. Assim, neste modelo a empresa com o preço mais alto no primeiro momento é a única que pode realizar discriminação de preços, podendo extrair o excedente dos consumidores que desconhecem a empresa rival e competir com preços baixos pelos restantes (fenómeno conhecido por discriminação de preços com base no comportamento dos consumidores, i.e. “*behavior based price discrimination*”).

Esta assimetria na capacidade das empresas implementarem eficazmente uma estratégia de discriminação de preços leva a conclusões distintas do artigo de Thisse e Vives (1988). Esteves (2009) conclui que a capacidade de realizar discriminação de preços gera um aumento dos preços no primeiro momento pois ambas as empresas querem ter a capacidade de discriminar no segundo momento. Outro efeito interessante é a opção estratégica de diminuir a intensidade da publicidade para reduzir a competição pelos consumidores seletivos. Quando estes efeitos ocorrem, Esteves (2009) conclui que a discriminação de preços associada à publicidade direcionada pode levar a benefícios para ambas as empresas, contrariando os resultados de Thisse e Vives (1988) onde a capacidade de efetuar discriminação de preços colocaria as empresas em pior situação, gerando um resultado de dilema do prisioneiro, como já referido anteriormente.

O estudo de Esteves (2009) serve de base para o artigo de De Nijs (2013). As diferenças entre os dois modelos decorrem do *timing* dos jogos considerados nos trabalhos. Enquanto que em Esteves (2009) a estratégia publicitária e a escolha de preço ocorrem em simultâneo, no trabalho de De Nijs (2013) estas decisões ocorrem sequencialmente. Outra diferença entre os modelos está na dimensão das empresas. Para De Nijs (2013) existe assimetria na dimensão, considerando que uma empresa tem um volume de consumidores informados superior à rival, em linha com os pressupostos de Narasimhan (1988).

Ao nível dos resultados, De Nijs (2013) está de acordo com Esteves (2009) para custos de publicidade elevados. Contudo, para baixos custos de publicidade, não existem tantos incentivos, por parte da empresa de grande dimensão, para realizar discriminação de preços podendo levar a resultados distintos dos observados em Esteves (2009).

Esteves e Cerqueira (2014) também trabalham numa extensão do modelo de Esteves (2009). Para Esteves e Cerqueira (2014) as empresas não produzem um produto homogéneo mas sim diferenciado. Neste modelo, ao contrário de Esteves (2009), a empresa que praticou um preço superior no primeiro momento não tem forma de saber se um cliente comprou o seu produto porque não recebeu publicidade da empresa rival ou se tem uma preferência pelo seu produto que faz pagar a diferença de preço praticado. Concomitantemente, a discriminação de preços pode ser utilizada por ambas as empresas mas de uma forma menos eficaz do que em Esteves (2009). Esteves e Cerqueira (2014) concluem que realizar discriminação de preços em conjunto com publicidade direcionada, num mercado com produto diferenciado é sempre mais lucrativo do que não realizar. Na medida em que esta estratégia, como em Esteves (2009), beneficia do aumento dos preços no primeiro estágio, ao custo de uma diminuição não muito acentuada nos preços praticados no segundo estágio, pois as empresas não têm informação sobre quais consumidores conhecem ambas ou apenas uma empresa. As conclusões de Esteves e Cerqueira (2014) diferem das de De Nijs (2013) pois este considerava que a discriminação de preços poderia beneficiar as empresas mas que estaria dependente dos custos da publicidade.

Um trabalho crucial para este estudo é o recente artigo de Esteves e Resende (2013). Este trabalho numa primeira fase pretende analisar o impacto de realizar publicidade direcionada, considerando a discriminação de preços uma das consequências

da adoção deste tipo de estratégias. No artigo observamos um mercado com produto diferenciado, tal como em Esteves e Cerqueira (2014).

O trabalho de Esteves e Resende (2013) segmenta o mercado em duas partes, de forma semelhante a Brahim *et al.* (2011). Em ambos os artigos é possível captar clientes do segmento da empresa rival através da diferença nos preços. Esteves e Resende (2013) numa primeira versão elaborada em 2011 obtém conclusões semelhantes a Brahim *et al.* (2011) no sentido em que o benefício da publicidade direcionada para as empresas está dependente dos custos de publicidade. Em Esteves e Resende (2011), para custos muito altos de publicidade o lucro das empresas será inferior quando direcionam publicidade. Porém, para baixos custos de publicidade, as autoras concluem que a publicidade direcionada com discriminação de preços leva a que as empresas procurem não publicitar de forma intensa o seu mercado forte, para que a empresa rival se comporte de forma menos agressiva, gerando, desta forma, lucros superiores para ambas as empresas. Em Iyer *et al.* (2005) tal não se verificava na medida em que as empresas anunciavam sempre de forma mais intensa no seu mercado mais forte. Do mesmo modo, em Brahim *et al.* (2011), onde não é abordada a realização de discriminação de preços, as empresas, para baixos custos de publicidade, publicitam exclusivamente o seu mercado natural.

Numa versão mais recente, Esteves e Resende (2013) não se focam tanto na viabilidade económica do direcionamento de publicidade. Mais concretamente, as autoras focam-se antes na análise da relação das empresas com os diferentes segmentos de consumidores quando estas praticam publicidade direcionada. Nesta abordagem, Esteves e Resende (2013) concluem que se os custos de publicidade forem baixos e diferenciação de produto não for muito acentuada (os consumidores apenas apresentam uma ligeira preferência por um dos produtos) então as empresas terão incentivos em publicitar mais intensivamente no mercado forte da empresa rival em vez de o fazerem no seu próprio mercado forte, com o intuito de evitar uma guerra pelos preços no seu mercado forte. Para mercados em que o grau de preferência por um dos produtos é mais acentuado ou quando existem elevados custos de publicidade, este resultado já não se verifica uma vez que não existem incentivos em publicitar de forma intensa no mercado fraco e, portanto, ambas as empresas irão publicitar mais no seu mercado forte, em conformidade com os resultados obtidos noutros trabalhos com publicidade direcionada (tais como Iyer *et al.*, 2005 ou Brahim *et al.*, 2013).

Este trabalho insere-se nesta corrente de literatura, baseando-se no modelo de publicidade direcionada com discriminação de preços apresentado por Esteves e Resende (2013). Num primeiro momento, o trabalho analisa o caso estudado por Esteves e Resende (2013) em que os segmentos de mercado servidos pelas empresas têm dimensão simétrica. Posteriormente, o trabalho relaxa este pressuposto, introduzindo a possibilidade de assimetria na dimensão dos segmentos de consumidores no mercado e averiguando em que medida tal assimetria afeta as estratégias ótimas das empresas em matéria de publicidade e de preços.

Capítulo 2. Modelo

2.1. Considerações metodológicas

Neste capítulo será construído o modelo com objetivo de compreender o impacto da prática de publicidade direcionada e discriminação de preços na presença de um mercado com segmentos de dimensão simétrica. Os efeitos da capacidade de direcionar publicidade em contextos de concorrência imperfeita não são claros pois as decisões que as empresas tomam dependem não só de novos acontecimentos, como a possibilidade de direcionar publicidade, mas também da forma como as outras empresas no mercado reagem a estes acontecimentos (e.g. é necessário tomar em consideração de que forma as empresas rivais reagem estrategicamente nas suas políticas de preços, quando passam a ter a possibilidade de enviar anúncios direcionadas a diferentes segmentos de mercado).

No âmbito da teoria económica, a metodologia mais comumente adoptada para compreender e explicitar a interação estratégica das empresas baseia-se no recurso à Teoria dos Jogos. Segundo Gibbons (1992), a Teoria dos Jogos baseia-se no estudo das decisões dos indivíduos num contexto em que existe mais do que um indivíduo com poder de decisão. Em Teoria dos Jogos os resultados obtidos pelos jogadores dependem da interação entre as suas decisões e, portanto, cada indivíduo tem de ter em consideração a atuação dos restantes. No nosso estudo, como já referido, as decisões de publicidade e preço praticado por uma empresa têm impacto no lucro de ambas as empresas. Como tal, no presente trabalho, será construído um modelo com recurso à Teoria dos Jogos. Trata-se de um jogo simultâneo em que duas empresas decidem não cooperativamente preços e publicidade. A análise de equilíbrio irá basear-se no conceito de equilíbrio de Nash do referido jogo. O equilíbrio de Nash é, segundo Gibbons (1992), uma situação em que os jogadores estão a praticar a estratégia que melhor responde às estratégias dos outros jogadores, ou seja a estratégia que gera maior payoff, e, como tal, nenhum jogador tem incentivos em desviar-se dessa estratégia, dadas as decisões dos outros jogadores.

Tal como em outros modelos económicos, a metodologia de elaboração do modelo requer a assunção de alguns pressupostos simplificadores, definindo deste modo um constructo teórico, que nos permita aferir as estratégias preço e publicidade ótimas quando as empresas têm possibilidade de discriminar preços em mercados duopolistas com diferentes grupos de consumidores. No caso deste trabalho, os principais pressupostos assumidos no modelo baseiam-se nos pressupostos dos modelos elaborados

por Esteves (2009), De Nijs (2013), Esteves e Resende (2013), Esteves e Cerqueira (2014), entre outros.

2.2. Modelo base: o caso simétrico

O jogo será composto por duas empresas, A e B , que produzem um bem diferenciado. O custo marginal de produzir o bem é constante e assume-se igual a zero sem perda de generalidade. Existe uma massa unitária de consumidores que compra apenas uma unidade de produto de uma das empresas. Estes apenas conhecem as empresas das quais receberam publicidade (trata-se portanto de um modelo com publicidade informativa). Os consumidores apresentam um preço de reserva r a partir do qual não consomem nenhum produto. Adicionalmente, o modelo é caracterizado por *best response asymmetry*, na medida em que os consumidores são divididos em dois segmentos de acordo com a sua preferência pelas empresas: o segmento a terá uma preferência pela empresa A e o segmento b terá uma preferência pela empresa B . A diferença na utilidade dos produtos percebida pelo consumidor é medida pelo parâmetro d . Logo, um consumidor só irá comprar à sua empresa preterida se esta praticar um preço inferior ao preço praticado pela empresa preferida e a diferença de preços for superior a d (este parâmetro pode ser interpretado com um custo de transporte, numa versão geográfica do modelo; como um custo de mudança ou como uma desutilidade em consumir o produto menos favorito, resultando nesse caso numa redução do preço de reserva atribuído ao referido produto). Esta diferença na utilidade percebida pelo consumidor é já utilizada por Chen e Iyer (2002), porém nesse modelo esta diferença varia de consumidor para consumidor (distribuição contínua de consumidores). No nosso modelo, tal como em Esteves e Resende (2013), Esteves (2010), Shilony (1977) ou Raju *et al.* (1990) a utilidade varia apenas entre segmentos, sendo que dentro de um segmento todos os consumidores apresentam a mesma utilidade perante ambos os produtos. Podemos afirmar que um consumidor do segmento a está disposto a pagar até r pelo produto A e até $r-d$ pelo produto B , no segmento b o consumidor está disposto a pagar até r pelo produto B e até $r-d$ pelo produto A . No modelo base os segmentos apresentam igual dimensão, tal como em Esteves e Resende (2013), sendo que, no modelo com mercado assimétrico, este pressuposto é relaxado, considerando-se que a dimensão do segmento a é dado por α e a dimensão do segmento b é dado por $1 - \alpha$.

No modelo em análise, as empresas podem realizar publicidade direcionada para cada mercado e definir o preço praticado em cada segmento de mercado, resultando em discriminação de preços quando as empresas fixam preços distintos para cada segmento de mercado. As empresas atuam de forma não cooperativa procurando maximizar o lucro. Em matéria de notação, a fração de consumidores do segmento k que receberam publicidade da empresa i é designada por Φ_i^k , e o preço praticado por esta empresa neste segmento é denotado por p_i^k . As empresas ao enviar publicidade para um conjunto de consumidores incorrem num custo, que pode ser expresso pela função quadrática utilizada por Tirole (1988). A expressão, no caso de uma intensidade publicitária (de massas), Φ , é descrita na forma $A(\Phi) = \lambda \Phi^2$ em que, no caso de um elevado número de consumidores, com massa normalizada para 1, o parâmetro λ pode ser interpretado como o custo por anúncio publicitário. No nosso caso, com publicidade direcionada, o custo publicitário da empresa i em cada segmento de mercado k é dado por $A(\Phi_i^k) = \lambda (\Phi_i^k)^2$.

Assumindo que as empresas direcionam a sua publicidade de forma perfeita⁹, isto é que a publicidade dirigida ao segmento k é captada por apenas consumidores do segmento k , ambos os segmentos podem ser tratados de forma independente. Assim as empresas apresentam uma função procura para o seu segmento forte e uma função procura para o seu segmento fraco. Por exemplo, no caso da empresa A, a função procura no segmento a (para um preço inferior a r) é a seguinte:

$$D_A^a = \underbrace{\left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a (1 - \Phi_B^a)) \right]}_{\text{Consumidores que desconhecem a empresa B.}} + \underbrace{\left[\frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d) \right]}_{\text{Consumidores que conhecem ambas as empresas.}}$$

Como descrito, $\frac{1}{2} (\Phi_A^a (1 - \Phi_B^a))$ corresponde à procura por parte dos consumidores que desconhecem a existência da outra empresa, sendo por isso cativos à empresa A, e $\frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d)$ corresponde à procura por parte dos

⁹O pressuposto baseado na capacidade das empresas direcionarem a sua publicidade de forma perfeita é utilizado em artigos como Brahim *et al.* (2011); Galeotti e Moraga-González (2008) ou Esteves e Resende (2013).

consumidores que conhecem ambas as empresas e irão comparar preços, sendo portanto consumidores seletivos.

No segmento b (para um preço inferior a $r-d$), a procura dirigida à empresa A é dada por:

$$D_A^b = \underbrace{\left[\frac{1}{2} (\Phi_A^b (1 - \Phi_B^b)) \right]}_{\text{Consumidores que desconhecem a empresa B.}} + \underbrace{\left[\frac{1}{2} \Phi_A^b (\Phi_B^b) \Pr(p_A^b + d < p_B^b) \right]}_{\text{Consumidores que conhecem ambas as empresas.}}$$

Podemos então obter o lucro esperado para a empresa A no segmento a :

$$E\pi_A^a = p_A^a \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a (1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d) \right] - A(\Phi_A^a) \quad (2.1)$$

E no segmento b o valor esperado do lucro da empresa A é dado por:

$$E\pi_A^b = p_A^b \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^b (1 - \Phi_B^b)) + \frac{1}{2} \Phi_A^b (\Phi_B^b) \Pr(p_A^b + d < p_B^b) \right] - A(\Phi_A^b) \quad (2.2)$$

A empresa B atendendo à simetria nos custos das empresas e na dimensão dos segmentos apresentará funções procura e lucro esperado análogas às funções apresentadas pela empresa A . Atendendo à simetria do modelo, em seguida procede-se ao estudo do equilíbrio de Nash simétrico do jogo simultâneo em que as empresas decidem simultaneamente a intensidade publicitária e o preço dirigido a cada um dos segmentos de mercado (segmento fraco e segmento forte).

Proposição 1.

No que respeita às estratégias de preço, o modelo não apresenta equilíbrio em estratégias puras.

Prova: Ver apêndice.

Segundo a Proposição 1, o jogo não apresenta um equilíbrio em estratégias puras relativamente à estratégia de preços, em linha com os resultados já obtidos nos artigos seminais de Varian (1980) ou de Narashiman (1988). Contudo, é possível caracterizar o

equilíbrio de Nash em estratégias mistas para esta variável. Como explicado anteriormente o equilíbrio de Nash em estratégias puras pressupõe que os jogadores estejam a utilizar a sua melhor resposta às estratégias dos restantes jogadores e que nenhum tenha incentivo em desviar-se da estratégia que está a utilizar, dadas as estratégias dos demais. Como podemos ver em Gibbons (1992) o equilíbrio em estratégias mistas consiste numa extensão da definição do equilíbrio em estratégias puras, onde se incluem conjuntos de estratégias, aplicadas com determinada probabilidade, que maximizam a utilidade de um jogador. Assim para dois jogadores podemos afirmar que existe equilíbrio em estratégias mistas quando o conjunto de estratégias $(s1i, s2i, \dots, sni)$ aplicadas com probabilidade $(p1i, p2i, \dots, pni)$ pelo jogador i são a melhor resposta às estratégias $(s1j, s2j, \dots, snj)$ aplicadas com probabilidade $(p1j, p2j, \dots, pnj)$ pelo jogador j , sendo que este conjunto de estratégias aplicado pelo jogador j é também melhor resposta ao conjunto de estratégias $(s1i, s2i, \dots, sni)$ aplicadas com probabilidade $(p1i, p2i, \dots, pni)$. Neste caso, tal como em estratégias puras, nenhum dos jogadores tem incentivo em desviar-se do conjunto de estratégias praticadas. Para o efeito, irá seguir-se Esteves e Resende (2013) no sentido de caracterizar o equilíbrio em estratégias mistas simétrico quando r é consideravelmente superior em relação a d .

Assunção 1:

Considera-se que o grau de diferenciação entre os produtos é relativamente limitado, no sentido em que r é superior ou igual a $2d$.

Podemos observar em Esteves e Resende (2013) que para $r < 2d$, as empresas publicitam mais o seu mercado forte independentemente dos custos de publicidade. Neste caso, os consumidores apresentam um preço de reserva baixo, o que força as empresas a praticar um preço mais baixo, quer no seu mercado forte, quer no seu mercado fraco. Por outro lado, o custo de conquistar consumidores no mercado fraco é relativamente importante (na medida em que d é elevado face a r), pelo que as empresas preferem concentrar os seus orçamentos publicitários no mercado forte, em linha com os resultados obtidos na literatura existente em matéria de publicidade direcionada. Assim para Esteves e Resende (2013) os resultados tornam-se mais relevantes para $r \geq 2d$. Esta condição também é utilizada no modelo elaborado por Chen e Iyer (2002), segundo os quais, a

referida condição garante que numa situação de monopólio a empresa teria interesse para satisfazer todos os segmentos de mercado, mesmo quando impossibilitada de praticar discriminação de preços.

Num equilíbrio simétrico em estratégias mistas, sabemos que a empresa B no segmento a irá praticar um preço entre:

$$[p_B^a \min, r - d]$$

Para $p_B^a = r - d$ a empresa B espera captar apenas os consumidores que desconhecem a empresa A e portanto obter um lucro esperado igual a:

$$E\pi_B^a = (r - d) \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) \right] - A(\Phi_B^a)$$

Note-se que a empresa B nunca irá praticar um preço do qual resulte um lucro esperado inferior ao lucro que a empresa obtém quando fixa um preço $p_B^a = r - d$ e serve apenas os seus consumidores cativos. Assim, conclui-se que o preço mínimo a praticar por B será um preço que deixa B indiferente entre captar todos os consumidores que recebem o seu anúncio (i.e. o segmento Φ_B^a) a esse preço ou captar apenas os consumidores que desconhecem a empresa A ao preço $r - d$. Note-se ainda que, quando a empresa B cobra o referido preço mínimo, o seu lucro esperado no segmento a é dado por:

$$E\pi_B^a = p_B^a \min \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_B^a)$$

Como tal, num equilíbrio em estratégias mistas, a empresa B deve estar indiferente entre praticar qualquer um dos preços do suporte da distribuição de preços. Assim sendo, obtemos assim a seguinte igualdade (já anulando os custos de publicidade):

$$p_B^a \min \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \right] = (r - d) \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) \right]$$

Resolvendo a equação em ordem a $p_B^a \min$ chegamos ao seguinte resultado:

$$p_B^a \min = (r - d)(1 - \Phi_A^a)$$

Daqui se conclui que a empresa B deverá então praticar um preço no intervalo:

$$[(r - d)(1 - \Phi_A^a), r - d]$$

Dado o intervalo de preços economicamente relevantes para a empresa B podemos concluir que a empresa A não irá certamente praticar um preço fora do intervalo:

$$[(r - d)(1 - \Phi_A^a) + d, r]$$

Adicionalmente, depois de analisarmos o intervalo de preços para a empresa B , é também necessário analisar o intervalo para a empresa A de forma semelhante.

Para $p_A^a = r$, existe a possibilidade de que a empresa A capte apenas os consumidores que desconhecem a empresa B , obtendo, no mínimo, um lucro esperado igual a:

$$E\pi_A^a = r \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a (1 - \Phi_B^a)) \right] - A(\Phi_A^a)$$

No equilíbrio em estratégias mistas, o preço mínimo a praticar por A será, tal como em B , um preço que deixa A indiferente entre captar todo o segmento Φ_A^a a esse preço ou captar apenas os consumidores que desconhecem a empresa A ao preço r . A esse preço mínimo o lucro esperado para A é dado por:

$$E\pi_A^a = p_A^a \min \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a (1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_A^a)$$

Igualando as duas expressões obtemos:

$$p_A^a \min \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a (1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_A^a) = r \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a (1 - \Phi_B^a)) \right] - A(\Phi_A^a)$$

Resolvendo em ordem a $p_A^a \min$:

$$p_A^a \min = r(1 - \Phi_B^a)$$

Daqui se conclui que a empresa A irá praticar um preço no intervalo:

$$[r(1 - \Phi_B^a), r]$$

Atendendo aos resultados anteriormente obtidos, verifica-se que o suporte de preços economicamente relevante para a empresa A é determinado por duas condições:

Condição 1: A empresa A não irá fixar um preço inferior ao preço que a deixa indiferente entre captar todo o segmento Φ_A^a ou captar apenas os consumidores que desconhecem a empresa A ao preço r . Assim como referido anteriormente a empresa A não pratica um preço fora do intervalo $[r(1 - \Phi_B^a), r]$.

Condição 2: Antecipando que a empresa B irá praticar um preço no intervalo $[(r - d)(1 - \Phi_A^a), r - d]$, a empresa A percebe que consegue captar todo o mercado Φ_A^a ao preço $(r - d)(1 - \Phi_A^a) + d$. Como tal, pode inferir-se que a empresa A não irá também praticar um preço fora do intervalo $[(r - d)(1 - \Phi_A^a) + d, r]$.

Considerando as duas condições, o suporte de preços economicamente viável para a empresa A é determinado pela condição que proporciona, em termos esperados, um maior lucro à empresa A . Sabemos que o valor esperado do lucro inerente à condição 1 é:

$$E\pi_A^a = r(1 - \Phi_B^a) \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a(\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_A^a)$$

enquanto no caso da condição 2:

$$E\pi_A^a = ((r - d)(1 - \Phi_A^a) + d) \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a(\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_A^a)$$

Assim a atuação da empresa A é determinada pela segunda condição se:

$$\begin{aligned} ((r - d)(1 - \Phi_A^a) + d) \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a(\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_A^a) &\geq \\ &\geq r(1 - \Phi_B^a) \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a(\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_A^a) \end{aligned}$$

Simplificando temos:

$$(r - d)(1 - \Phi_A^a) + d \geq r(1 - \Phi_B^a) \Leftrightarrow \frac{r}{r - d} \geq \frac{\Phi_A^a}{\Phi_B^a}$$

O suporte da distribuição de preços da empresa A é então determinado pela segunda condição quando a segmentação de mercado em equilíbrio é tal que:

$$\frac{r}{r - d} \geq \frac{\Phi_A^a}{\Phi_B^a}$$

Mais à frente irá demonstrar-se que tal condição é sempre verificada sob a assunção 1, tal como demonstrado em Esteves e Resende (2013).

Face a este resultado, irá então proceder-se à caracterização do comportamento das empresas num equilíbrio de Nash simétrico em estratégias mistas, quando o suporte das distribuições de preço economicamente relevantes é determinado pela condição 2.

Nesse caso, o lucro esperado da empresa B no segmento a^{10} é dado por:

$$E\pi_B^a = p_B^a \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \Pr(p_B^a < p_A^a - d) \right] - A(\Phi_B^a).$$

Como estamos na presença de estratégias mistas, em equilíbrio, para qualquer preço do suporte da sua distribuição de preços, a empresa B terá o mesmo lucro esperado. Como vimos anteriormente para $p_B^a = (r - d)$ o valor esperado do lucro da empresa B é de: $E\pi_B^a = (r - d) \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) \right] - A(\Phi_B^a)$. Assim teremos a seguinte igualdade:

$$\begin{aligned} p_B^a \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \Pr(p_B^a < p_A^a - d) \right] - A(\Phi_B^a) = \\ = (r - d) \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) \right] - A(\Phi_B^a) \end{aligned}$$

Simplificando:

$$p_B^a [(1 - \Phi_A^a) + \Phi_A^a \Pr(p_B^a < p_A^a - d)] = (r - d) (1 - \Phi_A^a)$$

Uma vez que $\Pr(p_B^a < p_A^a - d) = \Pr(p_A^a > p_B^a + d) = 1 - F_A^a(p_B^a + d)$, a igualdade anterior pode reescrever-se como:

$$p_B^a [(1 - \Phi_A^a) + \Phi_A^a (1 - F_A^a(p_B^a + d))] = (r - d) (1 - \Phi_A^a)$$

E resolvendo em ordem a $F_A^a(p_B^a + d)$ chegamos à seguinte expressão de Esteves e Resende (2013) para a função distribuição de preços da empresa A no seu mercado forte:

$$F_A^a(p_B^a + d) = \frac{1}{\Phi_A^a} - \frac{(r - d) (1 - \Phi_A^a)}{p_B^a \Phi_A^a}$$

Podemos, para simplificar, substituir $p_B^a + d$ por p ficando assim a expressão:

$$F_A^a(p) = \frac{1}{\Phi_A^a} - \frac{(r - d) (1 - \Phi_A^a)}{(p - d) \Phi_A^a}$$

Será utilizado um processo semelhante para calcular a função distribuição de probabilidade acumulada dos preços da empresa B . Sabemos que o lucro esperado da empresa A é dado por:

$$E\pi_A^a = p_A^a \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a (1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d) \right] - A(\Phi_A^a)$$

¹⁰Ambos os mercados podem ser tratados de forma independente pois como referido na descrição do modelo as empresas aplicam publicidade direcionada de forma perfeita, i.e sem que indivíduos de um segmento recebam informação que não fora dirigida ao seu segmento.

E que a empresa A consegue captar todo o mercado se praticar $p_A^a = (r - d)(1 - \Phi_A^a) + d$, obtendo nesse caso o seguinte lucro esperado:

$$E\pi_A^a = ((r - d)(1 - \Phi_A^a) + d) \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a(\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_A^a)$$

Igualando as expressões obtemos:

$$\begin{aligned} p_A^a \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a(\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d) \right] - A(\Phi_A^a) = \\ = ((r - d)(1 - \Phi_A^a) + d) \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a(\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_A^a) \end{aligned}$$

Podemos simplificar a expressão obtendo:

$$p_A^a((1 - \Phi_B^a) + \Phi_B^a \Pr(p_A^a < p_B^a + d)) = (r - d)(1 - \Phi_A^a) + d$$

Tendo em conta que a expressão $\Pr(p_A^a < p_B^a + d)$ corresponde a $1 - F_B^a(p_B^a - d)$ resulta:

$$p_A^a((1 - \Phi_B^a) + \Phi_B^a(1 - F_B^a(p_B^a - d))) = (r - d)(1 - \Phi_A^a) + d$$

Resolvendo em ordem a $F_B^a(p_B^a - d)$ chegamos à expressão de Esteves e Resende (2013):

$$F_B^a(p_B^a - d) = \frac{1}{\Phi_B^a} - \frac{r(1 - \Phi_A^a) + d\Phi_A^a}{p_A^a\Phi_B^a}$$

Para simplificar, substituímos $p_A^a - d$ por p ficando assim a expressão:

$$F_B^a(p) = \frac{1}{\Phi_B^a} - \frac{r(1 - \Phi_A^a) + d\Phi_A^a}{(p + d)\Phi_B^a}$$

Podemos concluir que em equilíbrio a empresa A tem a seguinte função distribuição de preços no segmento a (mercado forte):

$$F_A^a(p) = \begin{cases} 0, & p < (r - d)(1 - \Phi_A^a) + d \\ \frac{1}{\Phi_A^a} - \frac{(r - d)(1 - \Phi_A^a)}{(p - d)\Phi_A^a}, & r \geq p \geq (r - d)(1 - \Phi_A^a) + d \\ 1, & p > r \end{cases}$$

E, nesse mesmo segmento, a empresa B terá a seguinte função distribuição de preços (mercado fraco):

$$F_B^a(p) = \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_A^a) \\ \frac{1}{\Phi_B^a} - \frac{r(1-\Phi_A^a) + d\Phi_A^a}{(p+d)\Phi_B^a}, & (r-d) \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_A^a) \\ 1, & p > (r-d) \end{cases}$$

Após calcularmos a função distribuição de preços das empresas em equilíbrio, tal como em Esteves e Resende (2013) podemos calcular qual a estratégia ótima de publicidade a praticar por estas, obtendo assim endogenamente o tipo de segmentação de mercado que maximiza o lucro esperado das empresas em equilíbrio. Nesse caso, tal como demonstrado em Esteves e Resende (2013), o equilíbrio das decisões publicitárias é em estratégias puras e pode ser derivado a partir das condições de primeira ordem do problema de maximização do lucro, dado que a condição de segunda ordem se verifica, com $\left(\frac{\partial^2 E\pi_A^a}{\partial \Phi_A^{a^2}}\right) < 0$. Como tal, para encontrarmos a intensidade publicitária que maximiza o lucro esperado de cada empresa, deve calcular-se, no caso da empresa A:

$$\left(\frac{\partial E\pi_A^a}{\partial \Phi_A^a}\right) = 0$$

Como demonstrado anteriormente, em equilíbrio o lucro esperado da empresa A em função das suas escolhas publicitárias é dado por:

$$E\pi_A^a = ((r-d)(1-\Phi_A^a) + d) \left[\frac{1}{2}(\Phi_A^a(1-\Phi_B^a)) + \frac{1}{2}\Phi_A^a(\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_A^a)$$

ou simplesmente:

$$E\pi_A^a = \frac{(r - r\Phi_A^a + d\Phi_A^a)\Phi_A^a}{2} - \lambda\Phi_A^{a^2},$$

para o caso de uma função custo com publicidade quadrática. Como tal, no caso dessa tecnologia de publicidade, temos que a condição de primeira ordem

$$\left(\frac{\partial E\pi_A^a}{\partial \Phi_A^a}\right) = 0$$

implica a seguinte igualdade:

$$\frac{r}{2} + (d-r)\Phi_A^a - 2\lambda\Phi_A^a = 0$$

Resolvendo a expressão em ordem a Φ_A^a , obtém-se a intensidade publicitária ótima no mercado forte de cada empresa, que corresponde ao valor encontrado por Esteves e Resende (2013):

$$\Phi_A^{a*} = \frac{r}{2(r-d+2\lambda)} \quad (2.3)$$

Após obtermos a expressão que demonstra qual a intensidade publicitária que maximiza o lucro para A , através de um procedimento semelhante iremos calcular qual a estratégia publicitária ótima de B . Em equilíbrio, a empresa B obtém o seguinte lucro esperado:

$$E\pi_B^a = (r-d)(1-\Phi_A^a) \left[\frac{1}{2}(\Phi_B^a(1-\Phi_A^a)) + \frac{1}{2}\Phi_A^a(\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_B^a)$$

Considerando o caso da função custos de publicidade quadrática:

$$E\pi_B^a = \frac{(r-d+(d-r)\Phi_A^a)\Phi_B^a}{2} - \lambda\Phi_B^{a^2}$$

Derivando a expressão anterior em ordem a Φ_B^a e igualando a 0 temos:

$$\frac{(r-d+(d-r)\Phi_A^a)}{2} - 2\lambda\Phi_B^a = 0$$

Resolvendo a expressão em ordem a Φ_B^a :

$$\Phi_B^a = \frac{(r-d+(d-r)\Phi_A^a)}{4\lambda}$$

Como vimos anteriormente, a equação (2.3) define o nível de publicidade de cada empresa no seu mercado forte. Introduzindo a referida equação na expressão anterior obtemos então que, em equilíbrio o nível de publicidade de cada empresa no seu mercado fraco é dado pela seguinte expressão:

$$\Phi_B^{a*} = \frac{r-d+(d-r)\left(\frac{r}{2(r-d+2\lambda)}\right)}{4\lambda}$$

que simplifica para:

$$\Phi_B^{a*} = \frac{(r-d)(r-2d+4\lambda)}{4\lambda(2r-2d+4\lambda)} \quad (2.4)$$

Podemos concluir que em equilíbrio, para o caso do segmento a , a fração dos consumidores captados pela empresa A (que é a empresa forte nesse segmento de mercado) é dada por $\Phi_A^{a*} = \frac{r}{2(r-d+2\lambda)}$ e a fração dos consumidores captados por B (que é a empresa fraca nesse segmento de mercado) é dado por $\Phi_B^{a*} = \frac{(r-d)(r-2d+4\lambda)}{4\lambda(2r-2d+4\lambda)}$ tal como demonstrado por Esteves e Resende (2013) num cenário com segmentos de mercado inicialmente simétricos.

Como vimos anteriormente este equilíbrio é calculado quando o suporte da distribuição de preços da empresa A é condicionado pela condição 2 isto é quando $p_A^a \min$ é obtido pelas restrições importas pelo preço mínimo praticado pela empresa rival no segmento a , i.e. $p_A^a \min = p_B^a \min + d$, no sentido estabelecido na condição 2. Observamos também que uma condição necessária e suficiente para a ocorrência deste resultado é a verificação da desigualdade $\frac{r}{r-d} \geq \frac{\Phi_A^a}{\Phi_B^a}$. Substituindo as expressões de Φ_A^a e Φ_B^a por (2.3) e (2.4), respetivamente, obtemos:

$$\frac{r}{r-d} \geq \frac{\frac{r}{2(r-d+2\lambda)}}{\frac{(r-d)(r-2d+4\lambda)}{4\lambda(2r-2d+4\lambda)}}$$

Resolvendo a inequação chegamos à condição $r \geq 2d$, sendo assim esta condição necessária para que a escolha da empresa A seja condicionada pela condição 2 e obtenhamos, para a variável estratégica preço, o equilíbrio de Nash em estratégias mistas¹¹ anteriormente caracterizado.

Note-se que, no contexto do modelo de Esteves e Resende (2013), verifica-se que no segmento b atendendo à simetria das empresas, a empresa B apresentaria funções distribuição e estratégias de preço idênticas às da empresa A no segmento a . Do mesmo modo, a empresa A apresentaria funções idênticas às da empresa B no segmento a .

Em equilíbrio teríamos assim a seguinte função distribuição para a empresa A :

$$F_A^b(p) = \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_B^b) \\ \frac{1}{\Phi_A^b} - \frac{r(1-\Phi_B^b) + d\Phi_B^b}{(p+d)\Phi_A^b}, & (r-d) \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_B^b) \\ 1, & p > (r-d) \end{cases}$$

Em equilíbrio A capta a fração dos consumidores dada por: $\Phi_A^{b*} = \frac{(r-d)(r-2d+4\lambda)}{4\lambda(2r-2d+4\lambda)}$.

Para a empresa B a função distribuição no segmento b é dada por:

¹¹Para $r < 2d$ a restrição subjacente à condição 1 anteriormente descrita torna-se ativa, sendo possível, para tal domínio de parâmetros, determinar o equilíbrio de Nash em estratégias mistas de forma análoga à que aqui foi desenvolvida. Porém, como observado em Esteves e Resende(2013) e referido aquando da apresentação da assunção 1 os resultados obtidos por esta condição são menos interessantes, na medida em que tendem a replicar resultados já estabelecidos na literatura (e.g. Iyer *et al.*, 2005; Brahim *et al.*, 2011), nomeadamente no que concerne à alocação ótima dos orçamentos publicitários entre os dois segmentos de mercado.

$$F_B^b(p) = \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_B^b) + d \\ \frac{1}{\Phi_B^b} - \frac{(r-d)(1-\Phi_B^b)}{(p-d)\Phi_B^b}, & r \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_B^b) + d \\ 1, & p > r \end{cases}$$

E a fração dos consumidores do segmento b captados em equilíbrio pela empresa B é dado por $\Phi_B^{b*} = \frac{r}{2(r-d+2\lambda)}$.

O trabalho de Esteves e Resende (2013) caracteriza-se pela assunção de simetria na dimensão dos dois segmentos de mercado servidos pelas empresas. Contudo tal pressuposto, nem sempre é realista e frequentemente as empresas deparam-se com situações em que os segmentos de mercado servidos têm dimensões assimétricas (por exemplo, em termos geográficos, tal pode acontecer se a densidade populacional de duas cidades servidas pelas empresas for diferente, ou, mesmo numa situação em que a densidade populacional seja semelhante, as características dos indivíduos das cidades são diferentes, o que leva a um número diferente de potenciais consumidores, outro exemplo pode ser observado em produtos com diferenças entre si, em que as características de um produto agradam mais a apenas uma pequena parte do mercado, i.e. um produto de nicho, e as características do outro produto identificam-se com uma grande parte do mercado). Neste contexto, o presente trabalho pretende relaxar o pressuposto da simetria entre segmentos de mercado, procurando-se avaliar em que medida a existência de uma assimetria inicial na dimensão relativa dos segmentos de consumidores pode afetar os resultados de Esteves e Resende (2013) anteriormente descritos.

Capítulo 3. Extensão do modelo base

3.1. Mercado assimétrico

No seguinte ponto é reconstruído o modelo, mas ao invés de repartir o mercado em dois segmentos de consumidores de tamanho idêntico é considerado que a dimensão do segmento a é dada por α , enquanto que a dimensão do segmento b é dada por $1 - \alpha$. No caso especial em que $\alpha = \frac{1}{2}$, os resultados do modelo coincidem com os de Esteves e Resende (2013). À semelhança do modelo base, é possível obter as seguintes funções procura para a empresa A em cada um dos segmentos em que está ativa:

$$D_A^a = [\alpha(\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \alpha\Phi_A^a(\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d)]$$

$$D_A^b = [(1 - \alpha)(\Phi_A^b(1 - \Phi_B^b)) + (1 - \alpha)\Phi_A^b(\Phi_B^b) \Pr(p_A^b + d < p_B^b)]$$

Como tal, o lucro esperado pela empresa A no segmento a e no segmento b é, respetivamente, dado por:

$$E\pi_A^a = p_A^a \left[\alpha \left(\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a) \right) + \alpha\Phi_A^a(\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d) \right] - A(\Phi_A^a) \quad (3.1)$$

$$E\pi_A^b = p_A^b \left[(1 - \alpha) \left(\Phi_A^b(1 - \Phi_B^b) \right) + (1 - \alpha)\Phi_A^b(\Phi_B^b) \Pr(p_A^b + d < p_B^b) \right] - A(\Phi_A^b) \quad (3.2)$$

As expressões da procura e lucro esperado da empresa B em cada um dos segmentos de mercado, podem ser obtidas por analogia, *mutatis mutandis*.

Adicionalmente, por analogia com a situação simétrica, é possível demonstrar que o modelo não tem um equilíbrio em estratégias puras.

Proposição 2:

No que respeita às estratégias de preço, o modelo não apresenta equilíbrio em estratégias puras.

Prova: Em apêndice.

Contudo é possível descrever o comportamento das empresas num equilíbrio em estratégias mistas no que concerne à variável estratégica preço. De forma análoga, começamos por analisar o comportamento da empresa B no segmento a . A procura dirigida a esta empresa neste segmento é dada por:

$$D_B^a = [\alpha(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a)) + \alpha\Phi_B^a(\Phi_A^a) \Pr(p_B^a + d < p_A^a)]$$

Resultando num lucro esperado de:

$$E\pi_B^a = p_B^a[\alpha(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a)) + \alpha\Phi_B^a(\Phi_A^a) \Pr(p_B^a + d < p_A^a)] - A(\Phi_B^a) \quad (3.3)$$

A empresa B no segmento a irá praticar um preço entre:

$$[p_B^a \min, r - d]$$

Para $p_B^a = r - d$ a empresa B espera obter um lucro esperado igual a:

$$E\pi_B^a = (r - d)[\alpha(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a))] - \lambda\Phi_B^{a^2},$$

correspondente ao lucro obtido quando a empresa B fixa o preço $p_B^a = r - d$ e serve todos os consumidores cativos no segmento a .

Como vimos anteriormente o preço mínimo a praticar por B será aquele que deixa B indiferente entre captar todo o segmento Φ_B^a (praticando o preço $p_B^a = p_B^a \min$) ou captar apenas os consumidores que desconhecem a empresa A ao preço $r - d$. Para $p_B^a = p_B^a \min$ o lucro esperado pela empresa B , quando consegue servir todos os consumidores informados, é dado pela seguinte expressão, para o caso da função custo de publicidade quadrática:

$$E\pi_B^a = p_B^a \min [\alpha(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a)) + \alpha\Phi_B^a(\Phi_A^a)] - \lambda\Phi_B^{a^2}$$

Igualando as expressões e resolvendo em ordem a $p_B^a \min$ chegamos ao seguinte resultado:

$$p_B^a \min = (r - d)(1 - \Phi_A^a)$$

Assim a condição 1 que determinava os suportes da distribuição de preços no caso de segmentos de mercado simétricos, continua válida no caso da assimetria no mercado. De um ponto de vista técnico, tal decorre das características do equilíbrio de Nash em estratégias mistas, uma vez que ao alterar a dimensão do mercado em conformidade com

o parâmetro α , o lucro esperado para um determinado intervalo de preços é ajustado pela proporção. Tal verifica-se porque para um determinado preço mínimo fixado pela empresa, o efeito de α consubstancia-se somente num efeito expansão da procura (somente ajustando os lucros obtidos no equilíbrio em estratégias mistas, em função do peso do referido segmento de mercado).

Uma vez mais, por analogia com o caso simétrico, dado o intervalo de preços da empresa B podemos também concluir que a condição 2, relativa ao intervalo de preços a praticar pela empresa A , também não se altera com a existência de assimetria de mercado. Concomitantemente, pela condição 2, continua a verificar-se que a empresa A irá praticar um preço no intervalo $[r(1 - \Phi_B^a), r]$, tal como no caso em que a dimensão dos dois segmentos de mercado é simétrica.

Assim desde que a seguinte condição se verifique:

$$\frac{r}{r - d} \geq \frac{\Phi_A^a}{\Phi_B^a}$$

a empresa A percebe que consegue captar todo o mercado Φ_A^a ao preço $(r - d)(1 - \Phi_A^a) + d$ e portanto não irá praticar um preço fora do intervalo $[(r - d)(1 - \Phi_A^a) + d, r]$

Quando a anterior condição é verificada, sabemos que o lucro esperado da empresa B no segmento a é dado por:

$$E\pi_B^a = p_B^a[(\alpha)(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a)) + (\alpha)\Phi_B^a(\Phi_A^a) \Pr(p_B^a + d < p_A^a)] - \lambda\Phi_B^{a^2}.$$

Sabemos ainda que para $p_B^a = (r - d)$ o lucro esperado da empresa B no segmento a é de:

$$E\pi_B^a = (r - d)[\alpha(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a))] - \lambda\Phi_B^{a^2}.$$

Assim, em estratégias mistas, deve verificar-se a seguinte igualdade:

$$\begin{aligned} p_B^a[(\alpha)(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a)) + (\alpha)\Phi_B^a(\Phi_A^a) \Pr(p_B^a + d < p_A^a)] - \lambda\Phi_B^{a^2} = \\ = (r - d)[\alpha(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a))] - \lambda\Phi_B^{a^2} \end{aligned}$$

Como referido anteriormente, facilmente se constata que o parâmetro α afeta o valor dos lucros de forma idêntica (efeito multiplicativo), pelo que à semelhança do caso do suporte da distribuição de preços, também a expressão da distribuição de preços em função das estratégias de publicidade se mantém inalterada. Note-se, contudo, que tal não

implica que o equilíbrio dos dois modelos (com e sem assimetria) seja coincidente, uma vez que, como se irá demonstrar em seguida, as estratégias ótimas de publicidade serão afetadas pelo grau de assimetria entre os dois segmentos de consumidores.

Assim a função distribuição da empresa A no segmento a pode ser descrita da seguinte forma:

$$F_A^a(p) = \begin{cases} 0, & p < (r - d)(1 - \Phi_A^a) + d \\ \frac{1}{\Phi_A^a} - \frac{(r - d)(1 - \Phi_A^a)}{(p - d)\Phi_A^a}, & r \geq p \geq (r - d)(1 - \Phi_A^a) + d \\ 1, & p > r \end{cases}$$

O resultado anterior evidencia que a assimetria de mercado apenas tem impacto na função distribuição de probabilidade acumulada dos preços de A através da alteração da intensidade publicitária escolhida por esta. Analogamente comprovamos o mesmo efeito ocorre na função distribuição probabilidade acumulada dos preços de B .

Concretamente, sabemos que o valor esperado do lucro da empresa A é dado por:

$$E\pi_A^a = p_A^a [\alpha(\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \alpha\Phi_A^a(\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d)] - \lambda\Phi_A^{a^2}$$

E que para $p_A^a = (r - d)(1 - \Phi_A^a) + d$ o valor do lucro esperado é de:

$$E\pi_A^a = ((r - d)(1 - \Phi_A^a) + d) [\alpha(\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \alpha\Phi_A^a(\Phi_B^a)] - \lambda\Phi_A^{a^2}$$

Igualando as expressões obtemos:

$$\begin{aligned} p_A^a [\alpha(\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \alpha\Phi_A^a(\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d)] - \lambda\Phi_A^{a^2} = \\ = ((r - d)(1 - \Phi_A^a) + d) [\alpha(\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \alpha\Phi_A^a(\Phi_B^a)] - \lambda\Phi_A^{a^2} \end{aligned}$$

Podemos simplificar a expressão obtendo:

$$p_A^a ((1 - \Phi_B^a) + \Phi_B^a \Pr(p_A^a < p_B^a + d)) = (r - d)(1 - \Phi_A^a) + d,$$

onde mais uma vez o parâmetro α acaba por cancelar, resultando numa expressão para $F_B^a(p)$ idêntica à que foi obtida no caso simétrico.

No segmento b , atendendo ao efeito multiplicativo do fator $1 - \alpha$, que representa o peso deste mercado (acabando por cancelar, aquando da igualdade dos *payoffs* necessária ao cálculo do equilíbrio em estratégias mistas), por analogia, *mutatis mutandis*, teríamos assim a seguinte função distribuição para a empresa A :

$$F_A^b(p) = \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_B^b) \\ \frac{1}{\Phi_A^b} - \frac{r(1-\Phi_B^b) + d\Phi_B^b}{(p+d)\Phi_A^b}, & (r-d) \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_B^b) \\ 1, & p > (r-d) \end{cases}$$

E, para a empresa B a função distribuição no segmento b é dada por:

$$F_B^b(p) = \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_B^b) + d \\ \frac{1}{\Phi_B^b} - \frac{(r-d)(1-\Phi_B^b)}{(p-d)\Phi_B^b}, & r \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_B^b) + d \\ 1, & p > r \end{cases}$$

3.2. Análise das escolhas ótimas de publicidade

Podemos observar que a assimetria nos segmentos de mercado influencia a função distribuição de preços das empresas em equilíbrio através das estratégias ótimas de publicidade a praticar por estas. A dimensão dos segmentos de mercado terá um impacto direto na escolha publicitária das empresas, e estas diferenças nas escolhas publicitárias, como já referido, terão consequências na função distribuição de probabilidade acumulada dos preços de equilíbrio. Assim para continuarmos a análise das funções distribuição de probabilidade acumulada iremos primeiro observar como é que as empresas alteram a sua intensidade publicitária na presença de assimetria de mercado. Para tal, será utilizado um método semelhante ao utilizado por Esteves e Resende (2013). Assim o equilíbrio será determinado utilizando as condições de primeira ordem do problema de maximização do lucro, atendendo ao lucro esperado no equilíbrio de Nash em estratégias mistas para a variável preço.

No segmento a , a intensidade publicitária que maximiza o lucro de A é dado por $\left(\frac{\partial E\pi_A^a}{\partial \Phi_A^a}\right) = 0$, uma vez que se verificam as condições de segunda ordem.

Uma vez que, como se pode ver na condição (3.1), a expressão valor esperado quando A pratica o seu preço mínimo é dada por:

$$E\pi_A^a = ((r-d)(1-\Phi_A^a) + d)[\alpha(\Phi_A^a(1-\Phi_B^a)) + \alpha\Phi_A^a(\Phi_B^a)] - \lambda\Phi_A^{a^2}$$

Simplificando para:

$$E\pi_A^a = (r - r\Phi_A^a + d\Phi_A^a)\alpha\Phi_A^a - \lambda\Phi_A^{a^2}$$

Derivando a expressão em ordem a Φ_A^a e igualando a 0 temos:

$$r\alpha - 2r\alpha\Phi_A^a + 2d\alpha\Phi_A^a - 2\lambda\Phi_A^a = 0$$

Resolvendo a expressão em ordem a Φ_A^a :

$$\Phi_A^{a*} = \frac{r\alpha}{2(\lambda + \alpha(r - d))} \quad (3.4)$$

Através de um procedimento semelhante iremos calcular qual a estratégia publicitária ótima de B . Quando B pratica o seu preço mínimo, isto é, $[(r - d)(1 - \Phi_A^a)]$ obtém o seguinte valor esperado:

$$E\pi_B^a = (r - d)(1 - \Phi_A^a)[\alpha(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a)) + \alpha\Phi_A^a(\Phi_B^a)] - \lambda\Phi_B^{a2}$$

como se verifica na condição (3.3).

Derivando a expressão em ordem a Φ_B^a e igualando a 0 temos:

$$\alpha(r - d)(1 - \Phi_A^a) - 2\lambda\Phi_B^a = 0$$

Resolvendo a expressão em ordem a Φ_B^a :

$$\Phi_B^a = \frac{\alpha(r - d)(1 - \Phi_A^a)}{2\lambda}$$

Substituindo Φ_A^a por (3.4) na expressão obtemos:

$$\Phi_B^{a*} = \frac{\alpha(r - d) \left(1 - \frac{r\alpha}{2(\lambda + \alpha(r - d))}\right)}{2\lambda}$$

Simplificando:

$$\Phi_B^{a*} = \frac{\alpha(r - d)(2\lambda + r\alpha - 2d\alpha)}{4\lambda(\lambda + \alpha(r - d))} \quad (3.5)$$

Proposição 3.

No segmento a , em equilíbrio, a fração dos consumidores captados por A é dada por $\Phi_A^{a*} = \frac{r\alpha}{2(\lambda + \alpha(r - d))}$ e a fração dos consumidores captados por B é dada por

$$\Phi_B^{a*} = \frac{\alpha(r - d)(2\lambda + r\alpha - 2d\alpha)}{4\lambda(\lambda + \alpha(r - d))}.$$

Prova: Resulta diretamente das expressões (3.4) e (3.5) anteriormente obtidas.

Como vimos anteriormente, este equilíbrio é válido quando $\frac{r}{r-d} \geq \frac{\Phi_A^a}{\Phi_B^a}$. Uma vez determinadas as decisões de publicidade (3.4) e (3.5) das empresas em equilíbrio é possível descrever a referida condição em função dos parâmetros do modelo, obtendo:

$$\frac{r}{r-d} \geq \frac{\frac{r\alpha}{2(\lambda+\alpha(r-d))}}{\frac{\alpha(r-d)(2\lambda+r\alpha-2d\alpha)}{4\lambda(\lambda+\alpha(r-d))}}$$

Resolvendo a inequação chegamos a $r \geq 2d$, demonstrando assim que, sob a assunção 1, o equilíbrio de Nash em estratégias mistas em preços e as decisões determinísticas de publicidade anteriormente descritas são válidas.

Analogamente, no segmento b o lucro esperado pela empresa forte é dado por:

$$E\pi_B^b = ((r-d)(1-\Phi_B^b) + d) \left[(1-\alpha) \left(\Phi_B^b(1-\Phi_A^b) \right) + (1-\alpha)\Phi_A^b(\Phi_B^b) \right] - \lambda\Phi_B^{b^2}$$

Simplificando:

$$E\pi_B^b = (r - r\Phi_B^b + d\Phi_B^b)(1-\alpha)\Phi_B^b - \lambda\Phi_B^{b^2}$$

Derivando a expressão em ordem a Φ_B^b e igualando a 0 temos:

$$r - r\alpha + 2\Phi_B^b(d - r + r\alpha - d\alpha - \lambda) = 0$$

Resolvendo a expressão em ordem a Φ_B^b :

$$\Phi_B^{b*} = \frac{r(\alpha-1)}{2((r-d)(\alpha-1) - \lambda)} \quad (3.6)$$

Analogamente, quando A pratica o seu preço mínimo, isto é, $[(r-d)(1-\Phi_B^b)]$ obtém o seguinte lucro esperado:

$$E\pi_A^b = (r-d)(1-\Phi_B^b) \left[(1-\alpha) \left(\Phi_A^b(1-\Phi_B^b) \right) + (1-\alpha)\Phi_A^b(\Phi_B^b) \right] - \lambda\Phi_A^{b^2}$$

Simplificando:

$$E\pi_A^b = (r - r\Phi_B^b + d\Phi_B^b - d)(1-\alpha)\Phi_A^b - \lambda\Phi_A^{b^2}$$

Derivando a expressão em ordem a Φ_A^b e igualando a 0 temos:

$$(r - r\Phi_B^b + d\Phi_B^b - d)(1-\alpha) - 2\lambda\Phi_A^b = 0$$

Resolvendo a expressão em ordem a Φ_A^b :

$$\Phi_A^b = \frac{(r-d + \Phi_B^b(d-r))(1-\alpha)}{2\lambda}$$

Como vimos anteriormente em equilíbrio $\Phi_B^b = \frac{r(\alpha-1)}{2((r-d)(\alpha-1)-\lambda)}$, substituindo na expressão obtemos:

$$\Phi_A^{b*} = \frac{\left(r - d + \frac{r(\alpha-1)}{2((r-d)(\alpha-1)-\lambda)}(d-r)\right)(1-\alpha)}{2\lambda}$$

Simplificando:

$$\Phi_A^{b*} = \frac{((r-2d)(\alpha-1)-2\lambda)(1-\alpha)(r-d)}{4\lambda((r-d)(\alpha-1)-\lambda)} \quad (3.7)$$

Podemos concluir que em equilíbrio a fração dos consumidores informados pela empresa A é dada por (3.7) e a fração dos consumidores informados por B é dada por (3.6)

Tal como anteriormente, no equilíbrio em estratégias mistas aqui analisado a condição $\frac{r}{r-d} \geq \frac{\Phi_B^b}{\Phi_A^b}$ deverá verificar-se, implicando

$$\frac{r}{r-d} \geq \frac{\frac{r(\alpha-1)}{2((r-d)(\alpha-1)-\lambda)}}{\frac{\left(r-d + \frac{r(\alpha-1)}{2((r-d)(\alpha-1)-\lambda)}(d-r)\right)(1-\alpha)}{2\lambda}}.$$

A expressão anterior simplifica para:

$$\left(1 - \frac{r(\alpha-1)}{2((r-d)(\alpha-1)-\lambda)}\right)((r-d)(\alpha-1)-\lambda)(1-\alpha) \geq \lambda(\alpha-1)$$

E resolvendo a inequação chegamos a $r \geq 2d$ comprovando mais uma vez que a assunção 1 é condição necessária para a obtenção deste equilíbrio de Nash em estratégias mistas no que respeita à variável preço, com as intensidades publicitárias definidas de forma determinística, de acordo com as condições anteriormente descritas.

Proposição 4.

No segmento b , em equilíbrio a fração dos consumidores captados por A é dada por $\Phi_A^{b*} = \frac{((r-2d)(\alpha-1)-2\lambda)(1-\alpha)(r-d)}{4\lambda((r-d)(\alpha-1)-\lambda)}$ e a fração dos consumidores captados por B é dada por $\Phi_B^{b*} = \frac{r(\alpha-1)}{2((r-d)(\alpha-1)-\lambda)}$.

Prova: Resulta diretamente das condições (3.6) e (3.7) anteriormente obtidas.

Em seguida, a fim de ilustrar as implicações do equilíbrio de Nash no modelo com assimetria na dimensão dos segmentos de mercado, irá proceder-se a uma análise gráfica dos resultados obtidos. A análise começa com o estudo das decisões ótimas das empresas relativamente à intensidade publicitária em cada segmento de mercado, que constitui o principal foco deste trabalho. Posteriormente, ainda que de forma menos aprofundada, irá analisar-se as implicações do modelo em termos de estratégias de preço ótimas.

3.2.1. Análise gráfica

A fim de ilustrar o impacto do grau de assimetria na dimensão dos mercados relativamente às estratégias ótimas de publicidade adotadas pelas empresas, em seguida apresenta-se o comportamento de Φ_K^a em função da dimensão dos segmentos de mercado (recorde-se que α corresponde à dimensão do segmento de mercado a e $1 - \alpha$ à dimensão do segmento de mercado b), tomando como valores para os demais parâmetros do modelo $r=5$, $d=1$ e $\lambda = 2$, de onde resulta $\Phi_A^a = \frac{5\alpha}{4+8\alpha}$ e $\Phi_B^a = \frac{4\alpha+3\alpha^2}{4+8\alpha}$.

Graficamente:

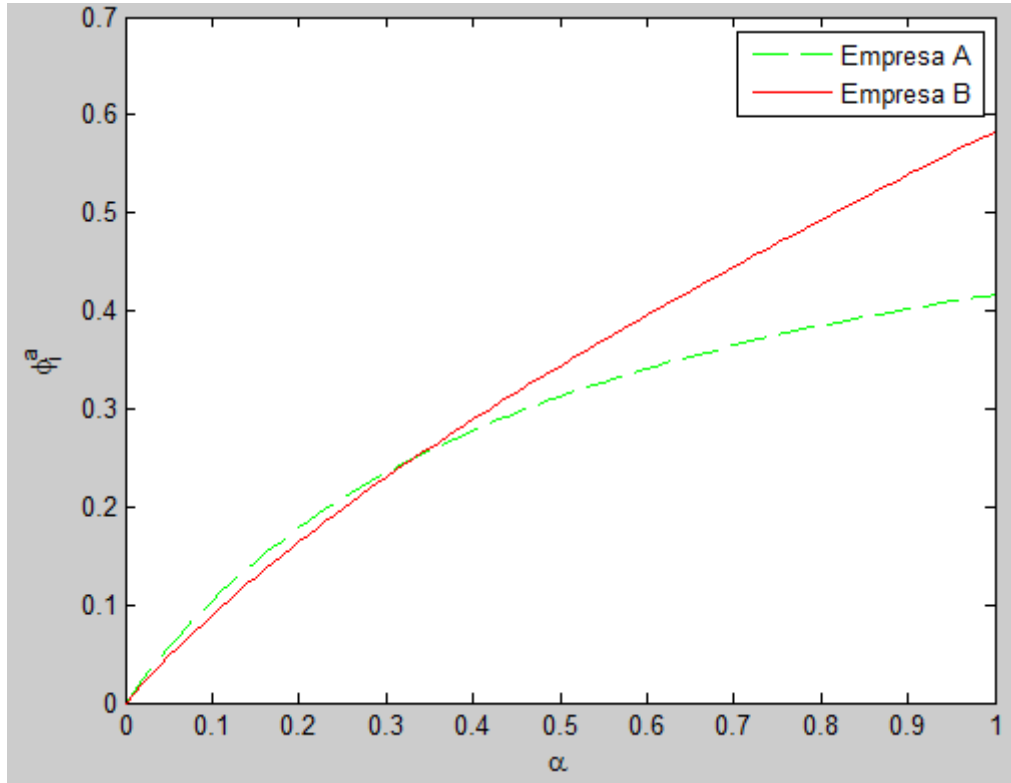


Figura 1. Fração de mercado informada pelas empresas (segmento a)

Analisando a figura, podemos observar que para $\alpha < \frac{1}{3}$, $\Phi_A^a > \Phi_B^a$, ou seja, os consumidores no segmento a recebem mais anúncios da empresa com uma posição forte nesse mercado do que da empresa rival. Para $\alpha > \frac{1}{3}$ o contrário ocorre, sendo $\Phi_A^a < \Phi_B^a$, gerando-se assim uma situação em que os consumidores recebem mais mensagens publicitárias da empresa que oferece o produto mais distante (seja em termos geográficos, ou em termos de proximidade das características do produto às preferências do consumidor, dependendo da interpretação dada ao modelo). Este resultado tinha já sido obtido em Esteves e Resende (2013), que derivam assim um racional para as recentes estratégias de *geo-conquesting*, através das quais, as empresas utilizam publicidade direcionada para enviar conteúdos personalizados a consumidores mais próximos da empresa rival. Tal como no modelo base estudado por Esteves e Resende (2013), no presente modelo, este resultado fica a dever-se à estratégia das empresas em reduzir a intensidade publicitária no seu mercado forte de modo a tornar a concorrência preço menos intensa por parte da empresa que oferece o produto “mais distante”. Ao aumentar a massa de consumidores cativos a essa empresa (via redução estratégica da publicidade) a empresa com uma posição “forte” consegue reduzir a pressão concorrencial da rival,

obtendo desta forma lucros mais elevados. A presente extensão vem assim enriquecer os resultados de Esteves e Resende (2013) demonstrando que a prevalência de estratégias de *geo-conquesting* pode verificar-se mesmo quando os segmentos de mercado apresentam uma dimensão assimétrica. Por exemplo, no caso dos parâmetros considerados na figura, tal acontece para $\alpha > \frac{1}{3}$, e não apenas no caso simétrico estudado por Esteves e Resende (2013).

É ainda de notar que Φ_A^a e Φ_B^a são uma função crescente de α , ou seja, quanto maior a dimensão do segmento a maior será a fração de consumidores deste segmento que recebe publicidade das empresas, o que seria expectável dado que o aumento de α representa uma expansão na procura deste segmento de mercado, gerando receitas adicionais.

No segmento b , atribuindo de forma semelhante os valores de 1, 5 e 2 para d , r e λ respetivamente observamos o comportamento de Φ_K^b em função da dimensão do segmento de mercado b , com $\Phi_A^b = \frac{(3\alpha-7)(1-\alpha)}{4(2\alpha-3)}$ e $\Phi_B^b = \frac{5(\alpha-1)}{4(2\alpha-3)}$.

Para $\alpha < \frac{2}{3}$, $\Phi_A^b > \Phi_B^b$, para $\alpha > \frac{2}{3}$, $\Phi_A^b < \Phi_B^b$, isto é, se o segmento b apresentar dimensão superior a $\frac{1}{3}$ então $\Phi_A^b > \Phi_B^b$, reproduzindo *mutatis mutandis* os resultados anteriormente descritos para o segmento a . Note-se que neste caso Φ_A^b e Φ_B^b apresentam-se como uma função decrescente de α , ou seja quanto maior a dimensão do segmento b (dada por $1 - \alpha$), maior será a fração de consumidores deste segmento que recebe publicidade das empresas. Dada a simetria das empresas $\Phi_B^a(\alpha) = \Phi_A^b(1 - \alpha)$ e $\Phi_A^a(\alpha) = \Phi_B^b(1 - \alpha)$.

Graficamente:

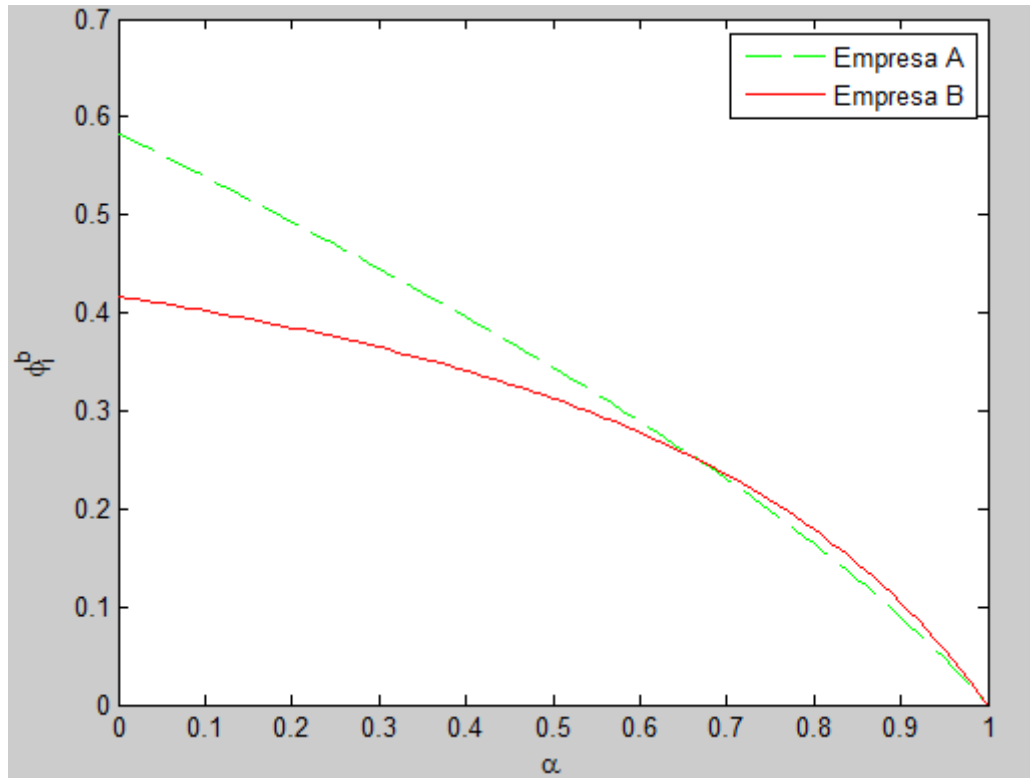


Figura 2. Fração de mercado informada pelas empresas (segmento b)

Observando graficamente $\Phi_A^a = \frac{5\alpha}{4+8\alpha}$ e $\Phi_A^b = \frac{(3\alpha-7)(1-\alpha)}{4(2\alpha-3)}$ podemos comparar a intensidade publicitária de uma empresa no seu mercado forte com a intensidade publicitária da mesma empresa no seu mercado fraco. A figura 3 seguinte evidencia que a empresa A irá captar mais consumidores no seu mercado fraco quando a dimensão deste último se apresenta entre 0,463 e 1, captando mais consumidores no seu mercado forte apenas para dimensões deste entre 0,537 e 1. Como podemos ver na figura 4 a empresa B apresenta um comportamento idêntico, captando mais consumidores no seu mercado fraco para valores entre 0,463 e 1, e captando um número superior de consumidores no seu mercado forte para dimensões entre 0,537 e 1.

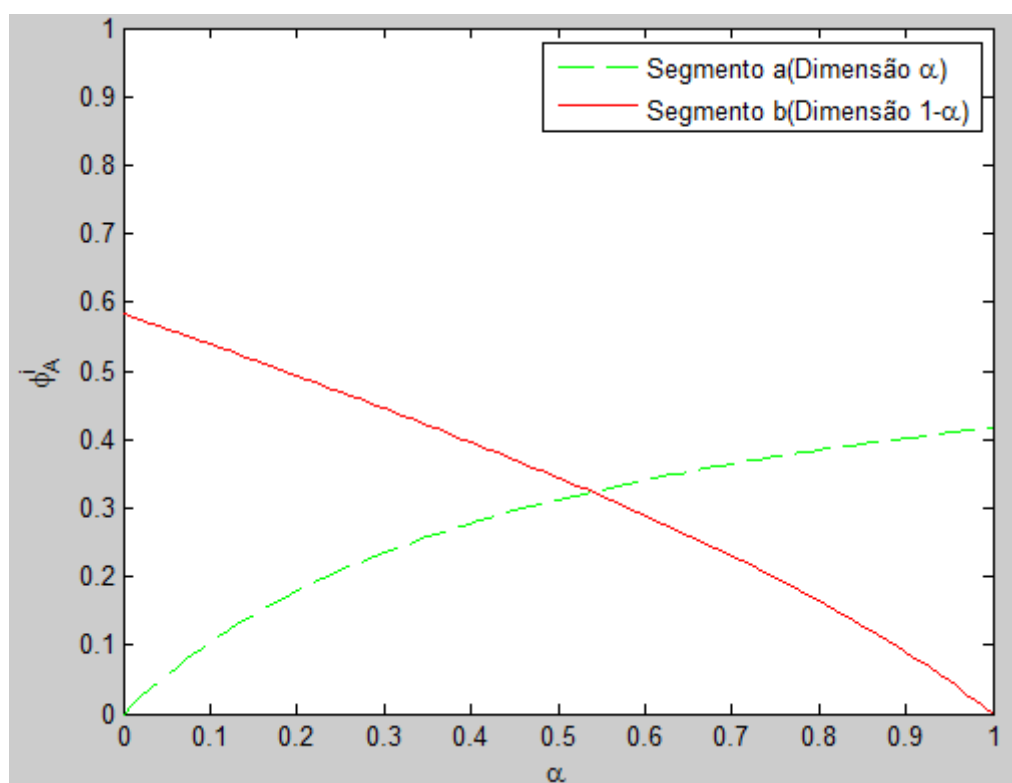


Figura 3. Segmentação de mercado (empresa A)

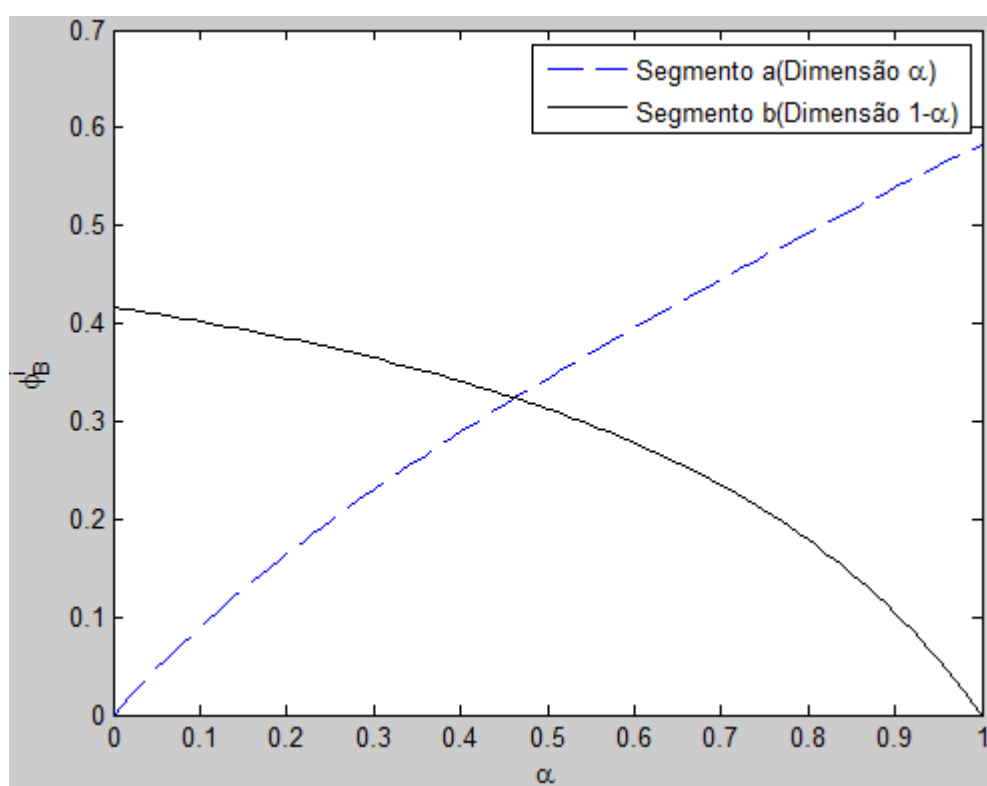


Figura 4. Segmentação de mercado (empresa B)

Podemos ver através da análise dos gráficos anteriores que existe uma preferência pelas empresas em publicitar mais o mercado da empresa rival (existem mesmo situações em que o mercado forte de uma empresa é de dimensão superior ao mercado fraco dessa empresa, mas a intensidade publicitária é superior no mercado fraco). Em conformidade com os efeitos identificados por Esteves e Resende (2013) este tipo de comportamento fica a dever-se a uma redução estratégica de publicidade no mercado forte, por forma a induzir uma concorrência menos agressiva nesse mercado e dessa forma aumentar os lucros das empresas.

Seguidamente, irá observar-se que alterações apresentam as empresas na sua intensidade publicitária para valores altos de λ . Neste caso para $\lambda = 10$ temos para a empresa A:

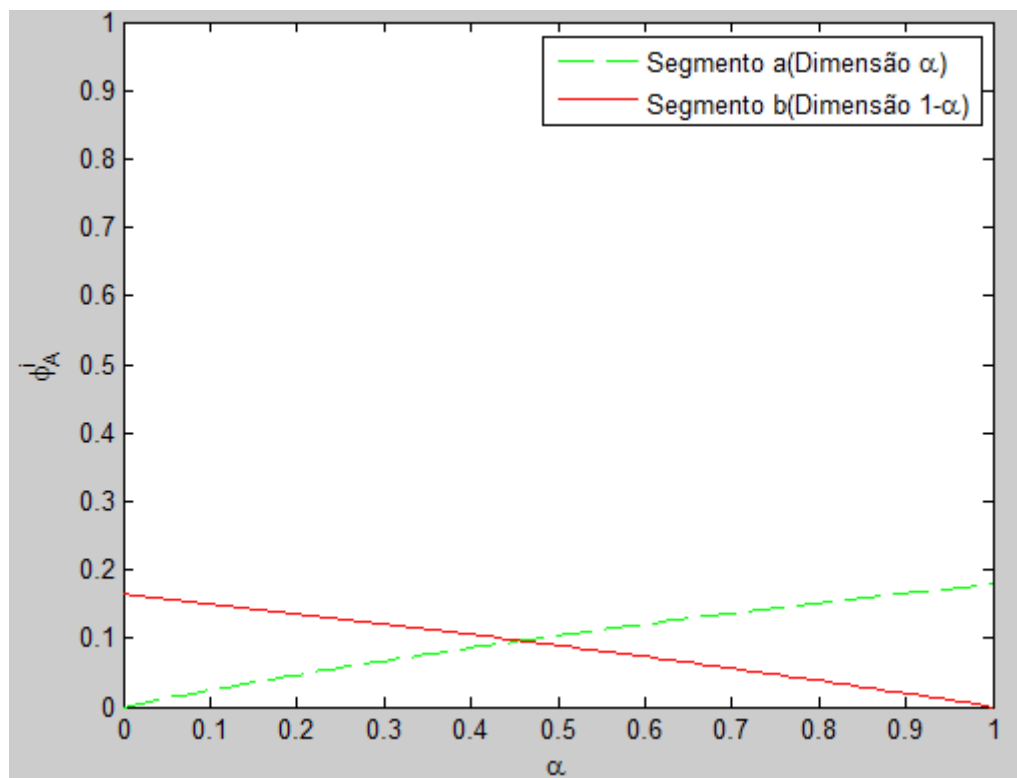


Figura 5. Segmentação de mercado (A) - elevados custos publicitários

Para a empresa B:

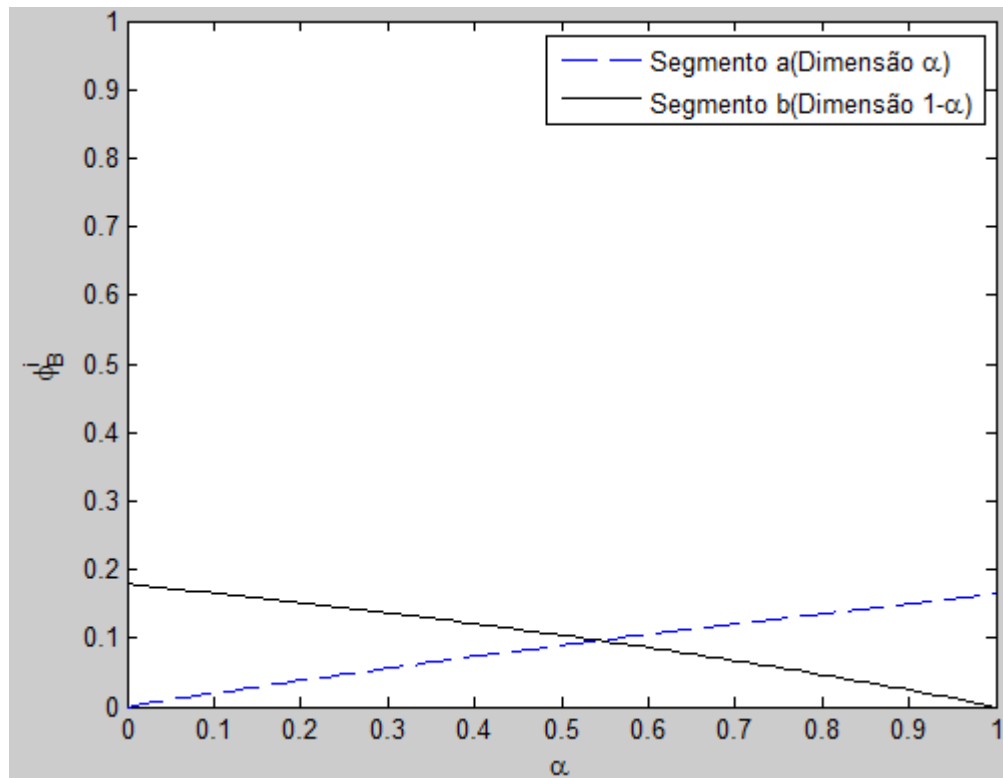


Figura 6. Segmentação de mercado (B) - elevados custos publicitários

Assim, podemos verificar que para valores altos de λ as empresas diminuem a sua intensidade publicitária em ambos os mercados, comparativamente com a situação de custos de publicidade mais baixos. Esta diminuição de publicidade é mais relevante no mercado fraco das empresas, levando a que para mercados de dimensões semelhantes as empresas passem a publicitar mais o seu mercado forte do que o seu mercado fraco (Neste caso para um segmento de dimensão superior a 0,457 as empresas publicitam mais o seu mercado forte enquanto que para $\lambda = 2$ como já verificamos a dimensão do segmento de mercado teria de ser superior a 0,537). Estas observações estão de acordo com o verificado em Esteves e Resende (2013), onde se pode verificar que para baixos níveis do custo com publicidade, as empresas num mercado simétrico procuram publicitar mais no mercado rival, publicitando pouco o seu mercado para atenuar o efeito competição pelos preços. Quando o preço da publicidade aumenta (e concomitantemente λ é mais elevado), as empresas reduzem a sua intensidade publicitária, mas devido ao facto de no mercado forte as empresas inicialmente apresentarem níveis de publicidade baixos para evitar uma guerra de preços, podemos afirmar que esta diminuição será menos intensa neste segmento de mercado.

Note-se ainda que para valores de λ próximos de 0 as empresas terão incentivos em publicitar o seu mercado fraco na sua totalidade tentando captar todos os consumidores deste segmento. Para baixos custos de publicidade, a redução estratégica da publicidade no mercado forte (comparativamente ao mercado fraco) com o objetivo de reduzir a intensidade concorrencial em preços torna-se mais notória, por forma a manter o grupo de consumidores cativos à rival, reduzindo a sua pressão concorrencial em matéria de preços. Por exemplo, para $\lambda = 0,5$ a empresa A terá a seguinte intensidade publicitária nos seus mercados:

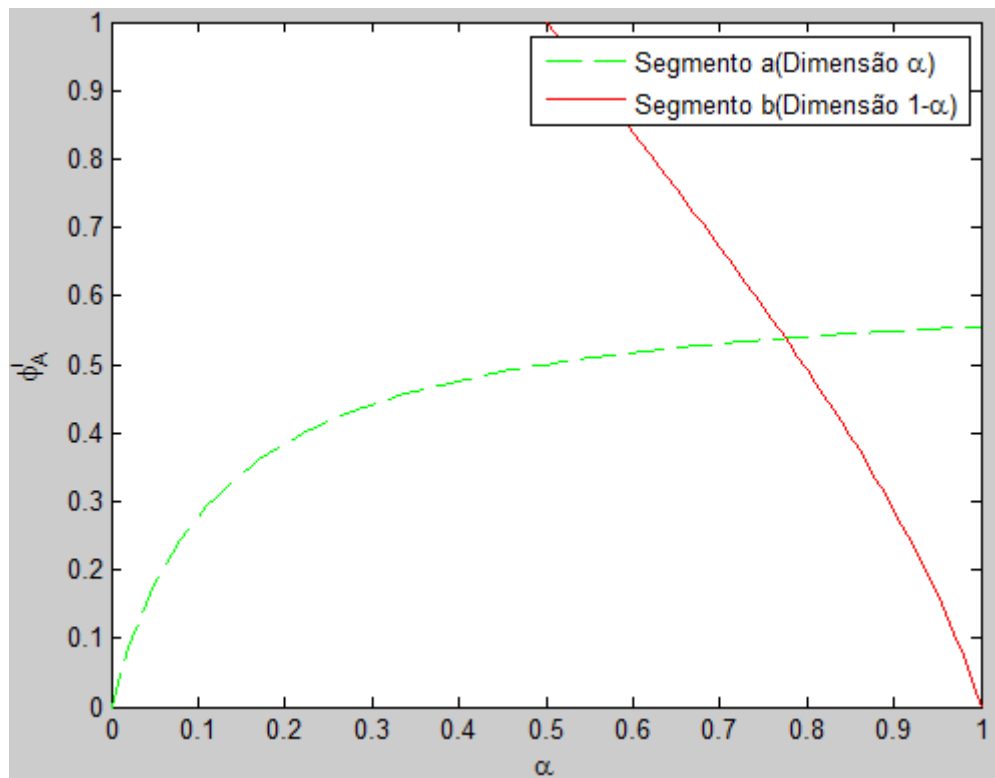


Figura 7. Segmentação de mercado (A) - baixos custos publicitários

E a empresa B:

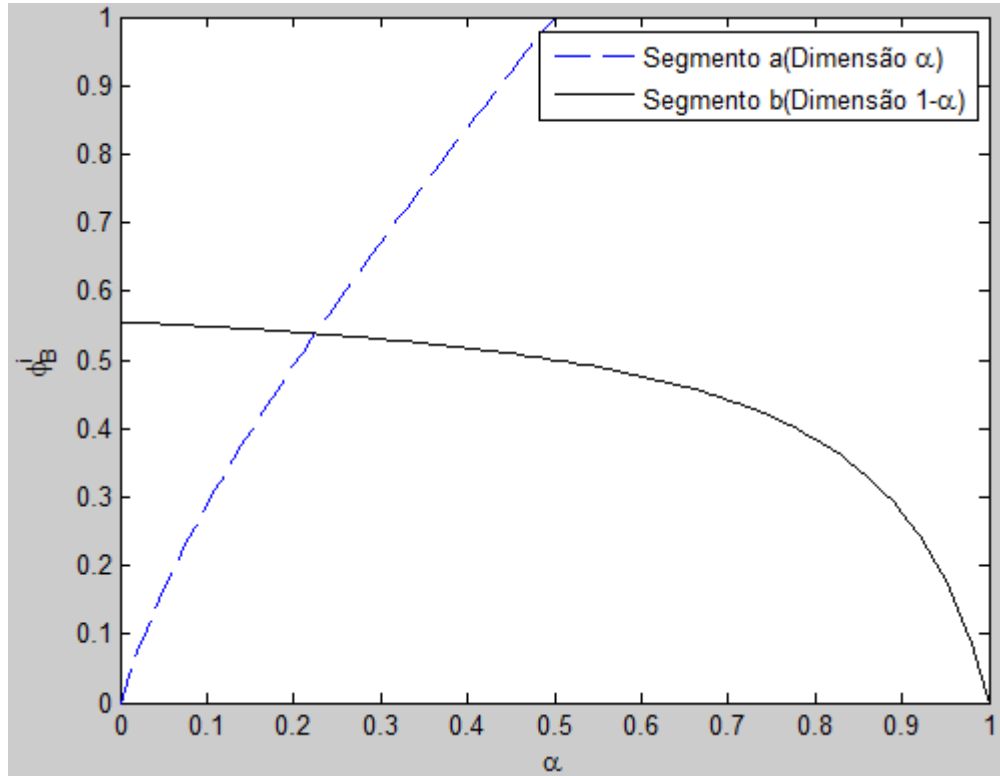


Figura 8. Segmentação de mercado (B) - baixos custos publicitários

A análise gráfica anteriormente apresentada tem essencialmente um propósito ilustrativo, permitindo comparar facilmente as escolhas ótimas de publicidade que as empresas fazem em cada segmento de mercado, demonstrando que as empresas tanto podem dirigir mais anúncios para o mercado forte (em linha com a maioria da literatura existente) como para o mercado fraco (estendendo o resultado de Esteves e Resende, 2013 para um contexto de mercados com assimetria na dimensão dos segmentos de consumidores). Esta análise gráfica pode ser complementada com um estudo analítico sobre o domínio de parâmetros em que efetivamente uma estratégia de *geo-conquest* prevalece em equilíbrio, no sentido em que a empresa envia mais anúncios para o seu segmento fraco do que o seu segmento forte.

Para o segmento *a* a fração de consumidores que conhece a empresa *A* é superior à fração de consumidores que conhece a empresa *B* quando $\Phi_A^a > \Phi_B^a$. Assim temos:

$$\frac{r\alpha}{2(\lambda + \alpha(r - d))} > \frac{\alpha(r - d)(2\lambda + r\alpha - 2d\alpha)}{4\lambda(\lambda + \alpha(r - d))}$$

Simplificando a expressão:

$$\lambda > \frac{1}{2}\alpha(r - d)\frac{(r - 2d)}{d}.$$

Analisando a expressão podemos verificar que quando a dimensão do segmento a aumenta existe uma tendência para que a fração de consumidores que conhece a empresa B se torne superior à fração de consumidores que conhece a empresa A . Esta mesma tendência ocorre quando o preço de reserva dos consumidores é elevado. Como seria de esperar o grau de diferenciação do produto surte o efeito contrário. Por fim, se os custos de publicidade são muito elevados, é expectável que a fração de consumidores que conhece a empresa B seja inferior à fração de consumidores que conhece a empresa A , tal como sugeriam as figuras anteriores.

Assim para o segmento b a fração de consumidores que conhece a empresa B é superior à fração de consumidores que conhece a empresa A quando $\Phi_B^b > \Phi_A^b$, ou seja:

$$\frac{r(1-\alpha)}{2(\lambda + (1-\alpha)(r-d))} > \frac{(1-\alpha)(r-d)(2\lambda + (1-\alpha)(r-2d))}{4\lambda(\lambda + (1-\alpha)(r-d))}$$

Simplificando a expressão:

$$\lambda > \frac{1}{2}(1-\alpha)(r-d) \frac{(r-2d)}{d}$$

Analisando a expressão observamos que no segmento b o comportamento será idêntico ao observado no segmento a .

Após a análise da escolha da intensidade publicitária ótima das empresas em cada um dos segmentos de mercado, irá em seguida desenvolver-se um exercício de estática comparada, avaliando em que medida as escolhas ótimas das empresas relativamente à intensidade publicitária em cada segmento de mercado é influenciada pelos parâmetros do modelo, nomeadamente, a dimensão de mercado, preço de reserva dos consumidores, diferenciação na utilidade do produto percebida pelos consumidores e custo da publicidade.

3.2.2. Estática Comparada

O exercício de estática comparada desenvolvido no presente trabalho inicia-se com o estudo do impacto da assimetria na dimensão dos segmentos do mercado nas escolhas publicitárias ótimas. Derivando a intensidade publicitária ótima da empresa A no segmento a em ordem a α permite-nos observar a relação entre a dimensão do mercado e a fração de consumidores informada pelas empresas, em equilíbrio. Assim para o segmento a temos:

$$\frac{\partial \Phi_A^a}{\partial \alpha} = \frac{r\lambda}{2(\lambda + \alpha(r - d))^2} \quad (3.8)$$

Como (3.8) é sempre positivo então podemos concluir que um aumento de α leva a um aumento da intensidade publicitária desta empresa neste segmento, tal como esperado, uma vez que o aumento de α se reflete num aumento da dimensão do segmento de mercado a , aumentando o retorno esperado do envio de uma mensagem publicitária adicional. Já no que respeita ao impacto de α na escolha ótima de publicidade da empresa B para o seu mercado fraco, temos que:

$$\frac{\partial \Phi_B^a}{\partial \alpha} = -(d - r) \frac{\alpha^2(d - r)(2d - r) + 2\lambda^2 + 2\alpha\lambda(r - 2d)}{4\lambda(\alpha(d - r) - \lambda)^2} \quad (3.9)$$

Podemos observar que (3.9) é sempre positivo quando a condição $r > 2d$ se verifica pelo que, neste caso, um aumento na dimensão do segmento de mercado a leva a um aumento da fração de mercado deste segmento informada pela empresa B , em resultado do efeito expansão de mercado, anteriormente referido.

E no segmento b temos:

$$\frac{\partial \Phi_A^b}{\partial \alpha} = -(r - d) \frac{2\lambda^2 + (2d - r)((d - r)(\alpha^2 + 1 - 2\alpha) + 2\lambda(\alpha - 1))}{4\lambda(\lambda + r - d + \alpha(d - r))^2} \quad (3.10)$$

Como $(\alpha^2 + 1 - 2\alpha) \geq 0$ então a expressão (3.10) é negativa para $r > 2d$. Assim quando α aumenta a dimensão do segmento b diminui e observamos uma diminuição da fração de mercado informada pela empresa A . Este comportamento é semelhante ao observado no segmento a , existindo neste caso uma contração na dimensão do segmento b quando o parâmetro α aumenta.

$$\frac{\partial \Phi_B^b}{\partial \alpha} = -\frac{r\lambda}{2(\lambda + r - d + \alpha(d - r))^2} \quad (3.11)$$

A derivada de Φ_B^b em ordem a α é sempre negativa pelo que, tal como ocorre com a empresa A , a empresa B irá informar uma menor fração do mercado do segmento b quanto menor for a dimensão deste.

Como já referido, a intuição subjacente às conclusões retiradas desta análise resulta do seguinte facto: quanto maior for um dado segmento de mercado maior será o interesse das empresas em fazer com que esse segmento reconheça o seu produto.

Para averiguar de que forma a estratégia publicitária ótima das empresas varia consoante a variação dos custos da publicidade, procede-se agora ao cálculo da derivada da intensidade publicitária ótima das empresas em cada segmento de mercado em ordem a λ . Assim para o segmento a :

$$\frac{\partial \Phi_A^a}{\partial \lambda} = - \frac{r\alpha}{2(-\lambda + \alpha(d-r))^2} \quad (3.12)$$

A expressão (3.12) é sempre negativa pelo que, tal como esperado, um aumento de λ leva a uma diminuição da fração de mercado informada pela empresa A em equilíbrio, tal como seria expectável, dado que a publicidade se torna mais custosa na sequência de um aumento de λ .

O mesmo se passa para a empresa B no que respeita à sua decisão ótima no segmento a , com:

$$\frac{\partial \Phi_B^a}{\partial \lambda} = \alpha(d-r) \frac{(\alpha^2(d-r) - 2\alpha\lambda)(2d-r) + 2\lambda^2}{4\lambda^2(\alpha(d-r) - \lambda)^2} \quad (3.13)$$

Para $r > 2d$ a expressão (3.13) é negativa pelo que a empresa B também diminui a fração de mercado informada em equilíbrio quando os custos de publicidade aumentam. No segmento b conclui-se de forma semelhante:

$$\frac{\partial \Phi_A^b}{\partial \lambda} = -(\alpha-1)(d-r) \frac{2\lambda^2 + (2d-r)((\alpha-1)(2\lambda + (d-r)(\alpha-1)))}{4\lambda^2(\lambda + r - d + \alpha(d-r))^2} \quad (3.14)$$

Para $r > 2d$ a expressão (3.14) é negativa logo no segmento b a empresa A também diminui a sua intensidade publicitária ótima quando os custos de publicidade aumentam.

$$\frac{\partial \Phi_B^b}{\partial \lambda} = \frac{r(\alpha-1)}{2(\lambda + r - d + \alpha(d-r))^2} \quad (3.15)$$

Como podemos ver pela expressão (3.15), no segmento b a empresa B comporta-se de forma semelhante.

Assim podemos concluir que um aumento nos custos publicitários leva a uma descida na fração de mercado informada por ambas as empresas e em ambos os segmentos resultando num maior número de consumidores que desconhecem qualquer uma das empresas.

A fim de ilustrar os efeitos dos custos da publicidade, nas escolhas ótimas de publicidade das empresas, irá ainda observar-se como se comportam os valores de equilíbrio de Φ_K^i quando a variável λ tende para infinito e para zero.

Podemos observar que quando $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \Phi_K^i = 0$ ou seja à medida que os custos com a publicidade vão aumentando a fração de consumidores informados vai diminuindo, sendo que no limite nenhuma empresa está disposta a pagar para informar qualquer consumidor, independentemente do mercado onde este está situado, devido aos custos de publicidade proibitivamente altos. Assim neste caso $\Phi_A^a = \Phi_B^b = \Phi_B^a = \Phi_A^b = 0$.

Já quando os custos de publicidade tendem para zero, indicando que os consumidores não têm qualquer custo para informar um consumidor adicional, observa-se que:

$$\lim_{\lambda \rightarrow +0} \Phi_B^a = 1 \text{ e } \lim_{\lambda \rightarrow +0} \Phi_A^b = 1$$

ou seja, à medida que os custos com a publicidade diminuem a fração de consumidores informados do mercado fraco da empresa vai aumentando sendo que se estes custos forem nulos então as empresas decidem informar todos os consumidores no seu mercado fraco. Como observamos através dos gráficos anteriores no mercado forte as empresas não pretendem publicitar a totalidade do segmento de mercado. Tal verifica-se mesmo quando os custos de publicidade são nulos. Assim no segmento de mercado forte temos $\lim_{\lambda \rightarrow +0} \Phi_B^b = \frac{r}{2(r-d)}$ e $\lim_{\lambda \rightarrow +0} \Phi_A^a = \frac{r}{2(r-d)}$. Ou seja, para custos de publicidade nulos as empresas publicitam apenas uma fração do seu mercado forte. Esta fração é independente da dimensão de cada segmento e varia entre 0,5 (para produtos pouco diferenciados entre si, ou seja, com um valor de d muito próximo de 0) e 1 (nunca atingindo este valor). Este resultado, aparentemente paradoxal (as empresas escolhem não informar todos os consumidores no seu mercado forte), justifica-se como uma atuação estratégica no sentido de reduzir a concorrência em preços neste mercado. Mais precisamente, ao não informar todos os consumidores, a empresa forte num determinado segmento assegura que a sua rival tem alguns consumidores cativos, criando-lhe um incentivo para praticar um preço elevado neste segmento, como forma de extrair mais excedente dos seus consumidores cativos (aliás, como se verá adiante, em equilíbrio, as estratégias de preço de cada

empresa no mercado fraco refletem o chamado “Hi-Lo pricing”¹², uma vez que a distribuição de preços das empresas no seu mercado fraco têm um ponto massa em $r-d$, indicando que as empresas praticam este preço no seu mercado fraco com uma probabilidade estritamente positiva, de modo a extrair a totalidade do excedente dos seus consumidores cativos neste segmento de mercado).

Derivando agora os valores de equilíbrio da intensidade publicitária em cada um dos mercados ordem a d é possível analisar o impacto da intensidade da preferência dos consumidores de cada segmento por um dos produtos ao nível das estratégias publicitárias ótimas. Para o mercado forte temos:

$$\frac{\partial \Phi_A^a}{\partial d} = \frac{r\alpha^2}{2(-\lambda + d\alpha - r\alpha)^2} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \Phi_B^b}{\partial d} = \frac{r(\alpha - 1)^2}{2(\lambda + (\alpha - 1)(d - r))^2} \quad (3.17)$$

Observamos que tanto (3.16) como (3.17) são positivas, ou seja, quanto maior for a intensidade da preferência dos consumidores pelo produto “forte”, maior é o incentivo por parte das empresas preferidas em publicitar o seu produto aos seus consumidores do segmento forte.

Pelo contrário, para o mercado fraco observamos:

$$\frac{\partial \Phi_B^a}{\partial d} = -\frac{\alpha(2\alpha^2(r - d)^2 + 2\lambda^2 + \alpha\lambda(3r - 4d))}{4\lambda(-\lambda + d\alpha - r\alpha)^2} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial \Phi_A^b}{\partial d} = (\alpha - 1) \frac{2\lambda^2 + \lambda(4d - 3r)(\alpha - 1) + 2(r - d)^2(\alpha^2 - 2\alpha + 1)}{4\lambda(\lambda + (\alpha - 1)(d - r))^2} \quad (3.19)$$

Nesse caso, verificamos que as expressões (3.18) e (3.19) são negativas para $r > 2d$ e portanto quando aumenta a intensidade da preferência dos consumidores por um dos produtos em detrimento do outro, observa-se que menor é o incentivo pelas empresas preteridas em publicitar no seu mercado fraco, preferindo ao invés alocar recursos ao seu

¹² As estratégias de Hi-Lo pricing ocorrem quando a empresa pratica um preço elevado com probabilidade positiva por forma a extrair dos consumidores cativos o máximo excedente, mas ocasionalmente cobram um preço mais reduzido por forma a atrair consumidores seletivos. Ver, por exemplo Narasimhan (1988) ou Esteves e Resende (2013), entre muitos outros autores que obtêm equilíbrios em que tais estratégias de preço prevalecem.

mercado forte (dado que no mercado fraco, é necessário um desconto “considerável” para induzir um consumidor a comprar o produto preterido, mesmo quando apenas informado sobre a existência deste).

Passamos agora à análise da relação entre a estratégia publicitária das empresas e o preço de reserva dos consumidores. No mercado fraco:

$$\frac{\partial \Phi_B^a}{\partial r} = \frac{\alpha(2\lambda^2 - \alpha\lambda(3d - 2r) + \alpha^2(d - r)^2)}{4\lambda(-\lambda + d\alpha - r\alpha)^2} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_A^b}{\partial r} &= \\ &= - \frac{\lambda(\alpha - 1)(2\lambda^2 + (3d - 2r)(\alpha - 1)) + (r - d)((\alpha^2 - 1)(r - d) + 2\alpha(d - r))}{4\lambda(\lambda + (\alpha - 1)(d - r))^2} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Para $r > 2d$ as expressões (3.20) e (3.21) são positivas pelo que podemos concluir que quando o preço de reserva dos consumidores aumenta, a empresa tem mais incentivos em aumentar a publicidade no seu mercado fraco, uma vez que o retorno esperado de um anúncio publicitário é superior (os consumidores estão dispostos a pagar mais pelo produto anunciado).

Já no mercado forte temos:

$$\frac{\partial \Phi_A^a}{\partial r} = -\frac{1}{2}\alpha \frac{-\lambda + d\alpha}{(-\lambda + d\alpha - r\alpha)^2} \quad (3.22)$$

Note-se que a expressão (3.22) é negativa para $d \geq \frac{\lambda}{\alpha}$. Assim, quando o grau de diferenciação do produto (medido por d) é superior ao rácio entre o custo de publicidade e a dimensão do mercado, um aumento do preço de reserva dos consumidores leva a uma diminuição da fração de mercado informada pela empresa A no segmento a . Para $d < \frac{\lambda}{\alpha}$ o contrário ocorre sendo que um aumento do preço de reserva leva a um aumento da intensidade publicitária ótima pela empresa A no seu segmento forte. Obviamente o aumento de r , aumenta a disponibilidade dos consumidores para pagar pelo produto (o que, em princípio, terá um efeito positivo no nível de intensidade publicitária ótima neste segmento de mercado, constituindo um efeito direto). Contudo, em resultado desse aumento da intensidade publicitária, a concorrência pelo preço pode tornar-se mais feroz (na medida em que há cada vez mais consumidores seletivos no mercado forte em resultado do aumento da intensidade publicitária nesse mercado). Como tal, gera-se um efeito estratégico (indireto) no sentido de reduzir a intensidade publicitária no mercado

fraco e assim evitar uma concorrência feroz. Este efeito estratégico domina o efeito direto quando os custos de publicidade são suficientemente baixos. Tal resultado é consistente com a observância de que é de facto para custos baixos de publicidade que as empresas reduzem estrategicamente os seus níveis de publicidade ótimos no mercado forte para tornar a rival menos agressiva nesse segmento (ver análise gráfica às estratégias ótimas de publicidade).

Analogamente:

$$\frac{\partial \Phi_B^b}{\partial r} = - \frac{(\alpha - 1)(\lambda + d(\alpha - 1))}{2(\lambda + (\alpha - 1)(d - r))^2} \quad (3.23)$$

A expressão (3.23) é negativa para $d \geq \frac{\lambda}{(1-\alpha)}$ levando a conclusões idênticas às obtidas na análise da expressão.

Reinterpretando a condição obtida para o sinal da derivada em estudo, i.e., a condição inerente ao sinal da derivada (3.23), agora em termos do parâmetro α , relativo à assimetria na dimensão dos segmentos de mercado, podemos também observar que quando o segmento de mercado forte é pouco atrativo, torna-se mais provável um aumento de r levar as empresas a aumentar a fração informada de consumidores em ambos os segmentos. Quando a dimensão do mercado forte de uma empresa é elevada, um aumento de r faz com que as empresas se foquem no seu mercado fraco e diminuam a fração de mercado informada no seu mercado forte. Dessa forma aumentarão a probabilidade da empresa rival cobrar $r-d$ nos seus anúncios (focando-se nos consumidores que lhe estão cativos). Em resultado, aumenta a probabilidade da empresa “forte” servir todos os consumidores seletivos do seu mercado forte, a preços mais elevados, obtendo desta forma lucros mais elevados, não obstante a redução no nível ótimo de publicidade da empresa neste segmento de mercado.

3.3. Análise das escolhas ótimas de preços

Após a conclusão da análise das funções intensidade publicitária iremos agora analisar o impacto destas nas estratégias de preço adoptadas pelas empresas. Recorde-se que para a empresa A:

$$F_A^a(p) = \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_A^a) + d \\ \frac{1}{\Phi_A^a} - \frac{(r-d)(1-\Phi_A^a)}{(p-d)\Phi_A^a}, & r \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_A^a) + d \\ 1, & p > r \end{cases}$$

$$F_A^b(p) = \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_B^b) \\ \frac{1}{\Phi_A^b} - \frac{r(1-\Phi_B^b) + d\Phi_B^b}{(p+d)\Phi_A^b}, & (r-d) \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_B^b) \\ 1, & p > (r-d) \end{cases}$$

E para a empresa B:

$$F_B^a(p) = \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_A^a) \\ \frac{1}{\Phi_B^a} - \frac{r(1-\Phi_A^a) + d\Phi_A^a}{(p+d)\Phi_B^a}, & (r-d) \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_A^a) \\ 1, & p > (r-d) \end{cases}$$

$$F_B^b(p) = \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_B^b) + d \\ \frac{1}{\Phi_B^b} - \frac{(r-d)(1-\Phi_B^b)}{(p-d)\Phi_B^b}, & r \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_B^b) + d \\ 1, & p > r \end{cases}$$

Após obtermos as funções distribuição do preço iremos analisar o seu comportamento. Como já foi observado anteriormente não existe um preço praticado por uma empresa com probabilidade certa mas sim um intervalo de preços (fenómeno da dispersão de preços). O preço máximo a praticar pelas empresas, em cada segmento de mercado, corresponde ao preço máximo que os consumidores estão dispostos a dar pelo bem nesse segmento. Nesse caso, as empresas sabem que conseguem servir os seus consumidores cativos, mas poderão não conseguir servir os consumidores seletivos. Já o preço mínimo a praticar pelas empresas depende de variáveis como o preço de reserva dos consumidores, da diferença na utilidade dos produtos para os consumidores ou do custo de publicidade.

Em termos estratégicos, verifica-se que o preço mínimo praticado é influenciado pela intensidade publicitária escolhida pela empresa forte nesse segmento de mercado. Como podemos observar nas expressões anteriores, quanto maior for a intensidade publicitária da empresa forte no seu segmento forte, menor será o preço mínimo praticado por ambas as empresas (em ambos os segmentos). Tal implica que a competição pelos

preços será mais agressiva. Assim, como já observado anteriormente existe um mecanismo de desincentivo a que as empresas publicitem em demasia no seu mercado forte, podendo inclusivamente resultar na escolha de uma maior quantidade de publicidade dirigida para o segmento de mercado fraco.

Substituindo Φ_A^a , Φ_B^b , Φ_B^a , Φ_A^b por (3.4), (3.6), (3.5) e (3.7), respectivamente, obtemos as expressões para as funções distribuição preço das empresas:

$$\begin{aligned}
 F_A^a(p) &= \\
 &= \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_A^a) + d \\ -\frac{2(\lambda + \alpha(r-d))(r-d)}{r\alpha(p-d)} + \frac{2(\lambda + \alpha(r-d))}{r\alpha} + \frac{(r-d)}{(p-d)}, & r \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_A^a) + d \\ 1, & p > r \end{cases} \\
 F_A^b(p) &= \\
 &= \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_B^b) \\ -4\lambda \left(\frac{r(2\lambda + (1-\alpha)(r-d))}{2(d+p)} - (\lambda + (1-\alpha)(r-d)) \right) \\ \quad \frac{(\alpha-1)(2\lambda + (1-\alpha)(r-2d))(d-r)}{1}, & (r-d) \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_B^b) \\ 1, & p > (r-d) \end{cases} \\
 F_B^a(p) &= \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_A^a) \\ 4\lambda \left(\frac{r(2\lambda + \alpha(r-d))}{2(d+p)} - (\lambda + \alpha(r-d)) \right) \\ \quad \frac{\alpha(2\lambda + \alpha(r-2d))(d-r)}{1}, & (r-d) \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_A^a) \\ 1, & p > (r-d) \end{cases} \\
 F_B^b(p) &= \\
 &= \begin{cases} 0, & p < (r-d)(1-\Phi_B^b) + d \\ \frac{2(p-r)(r-d)}{(p-d)r} - \frac{2(p-r)\lambda}{(p-d)r(\alpha-1)} + \frac{(r-d)}{(p-d)}, & r \geq p \geq (r-d)(1-\Phi_B^b) + d \\ 1, & p > r \end{cases}
 \end{aligned}$$

3.3.1. Análise gráfica

Seguidamente, para efeitos ilustrativos, iremos apresentar uma análise gráfica. Tal como foi considerado nos gráficos utilizados para observar a intensidade publicitária das empresas, consideram-se os seguintes valores de parâmetros $r=5$ $d=1$ e $\lambda=2$. Iremos analisar o comportamento para diferentes graus de assimetria nas dimensões dos segmentos de mercado, considerando os valores de 0,1, 0,5, 0,6 e 0,95 para o parâmetro α . Temos então para os segmentos fortes das empresas os seguintes gráficos:

Para a empresa A:

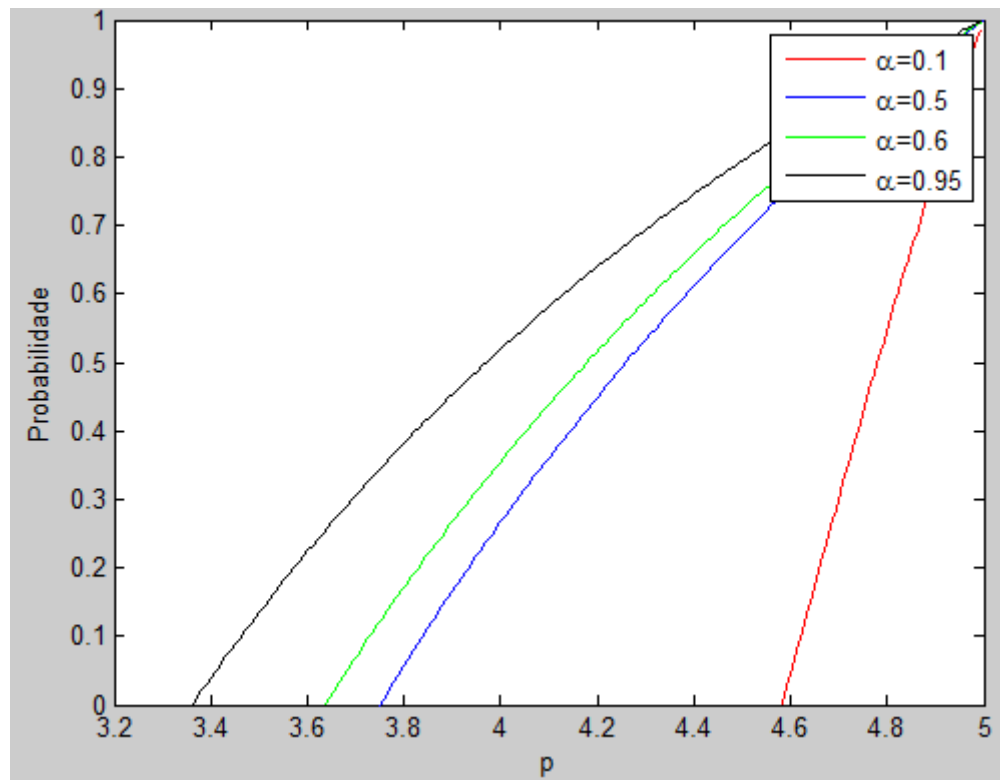


Figura 9. Distribuição de preços da empresa A no segmento a

Para a empresa B:

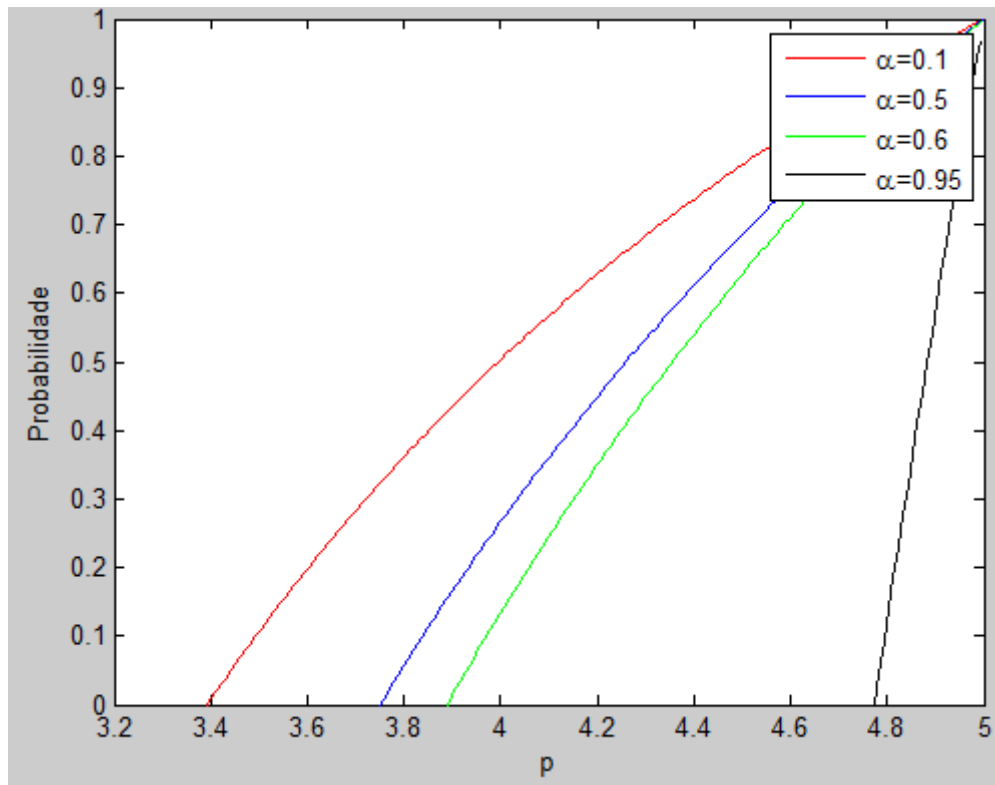


Figura 10. Distribuição de preços da empresa B no segmento b

Podemos observar que quanto maior for a dimensão de um segmento de mercado, maior será o intervalo de preços praticados pela empresa forte desse segmento. Em particular, quanto maior for a dimensão de um segmento de mercado maior é a probabilidade das empresas praticarem preços mais reduzidos. Podemos justificar este efeito por um aumento da concorrência resultante do efeito aumento da dimensão de mercado. Pelo contrário, quando um segmento de mercado apresenta dimensão baixa, ambas as empresas (principalmente a empresa fraca), enviam menos publicidade para esse segmento de mercado, o que resulta numa competição menos intensa e consequentemente na maior probabilidade da prática de preços altos, próximos do preço de reserva (correspondendo à máxima disponibilidade dos consumidores para pagar pelo produto, neste segmento de mercado).

Seguidamente, reproduzem-se os gráficos relativos à distribuição de preços das empresas no seu segmento de mercado fraco, começando pela empresa A.

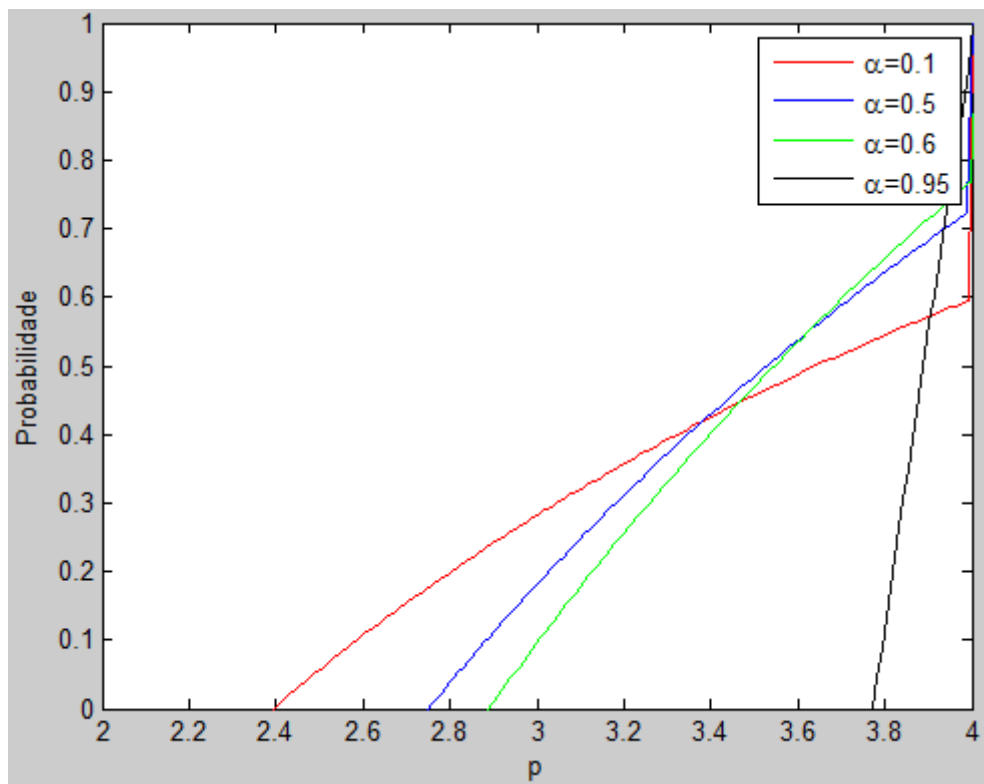


Figura 11. Distribuição de preços da empresa A no segmento b

No caso da empresa B, temos:

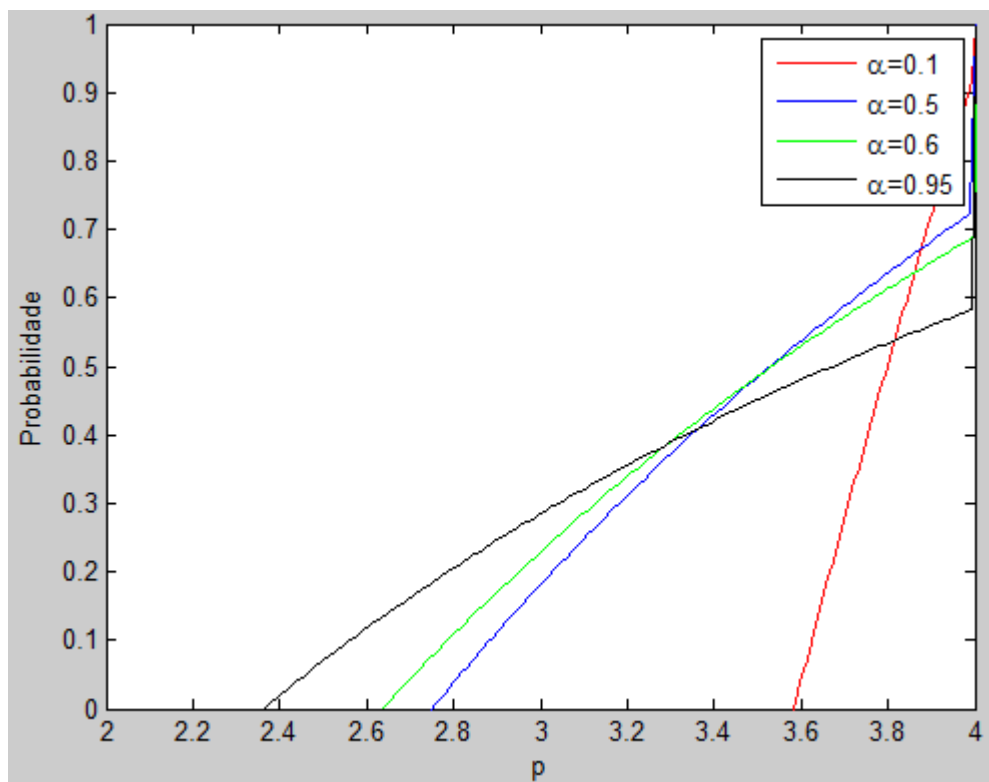


Figura 12. Distribuição de preços da empresa B no segmento a

Podemos observar que, quanto maior for a dimensão de um segmento de mercado também maior será o intervalo de preços possíveis de serem praticados pela empresa preterida. Este efeito é semelhante ao observado quando analisamos o comportamento das empresas no seu segmento forte e podendo ser novamente justificado pela diminuição da competição resultante de uma diminuição da intensidade publicitária por ambas as empresas.

No caso das últimas distribuições de preços, referentes ao comportamento das empresas no seu segmento de mercado fraco, importa salientar que, quando analisamos o comportamento das empresas no seu mercado fraco, observamos que o intervalo de preços neste segmento de mercado apresenta um ponto de massa, o que significa que a empresa tem uma maior probabilidade em praticar o seu preço máximo (o preço de reserva dos consumidores desse segmento) do que qualquer outro preço dentro de um dado intervalo de preços. Através de análise gráfica observamos também que quanto maior for a dimensão do segmento de mercado, maior será a probabilidade da empresa praticar o seu preço máximo. O facto das curvas de distribuição representadas nos gráficos anteriores se cruzarem resulta precisamente da conjugação destes dois efeitos anteriormente identificados.

Adicionalmente, a fim de caracterizar a estratégia ótima de preços praticadas pelas empresas, iremos ainda efetuar outra análise gráfica comparando para a empresa *A* a sua função distribuição de preços no mercado forte e no mercado fraco para as dimensões de mercado de 0,1, 0,5 e 0,9.

Assim para $\alpha = 0,5$, isto é, numa situação em que o mercado se encontra repartido equitativamente temos as seguintes funções distribuição:

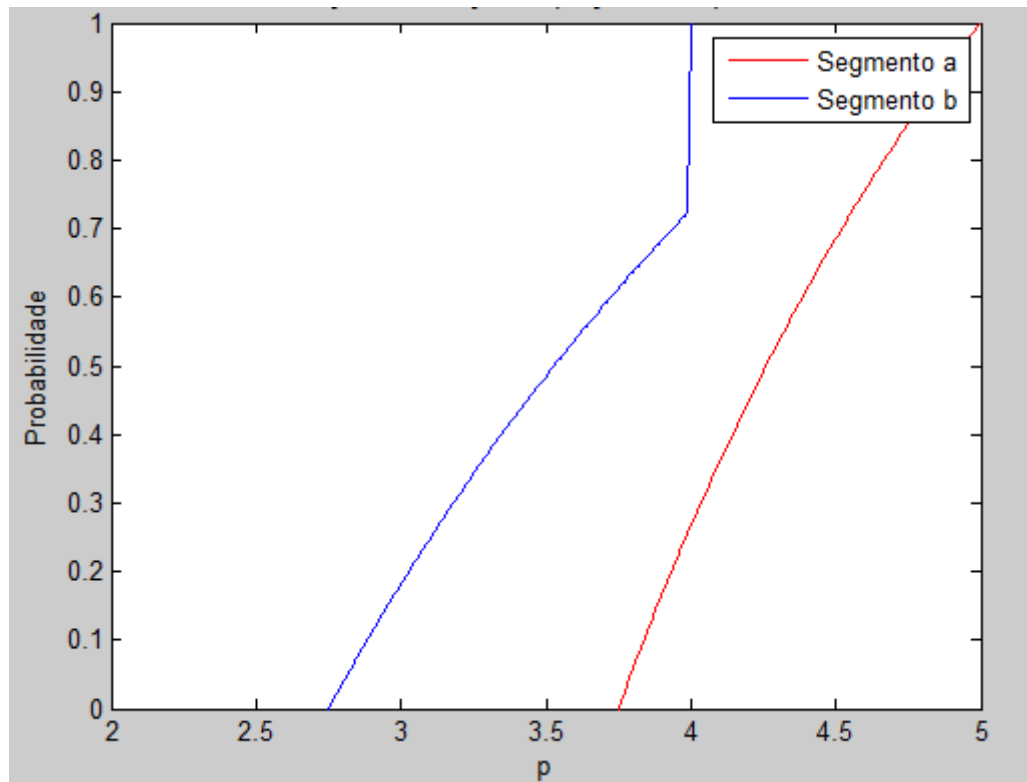


Figura 13. Distribuição de preços (empresa A) – caso simétrico

Através deste gráfico podemos esperar que a empresa A pratique um preço superior no seu segmento forte do que no seu segmento fraco. Esta diferença nos preços tem origem na diferença da utilidade do bem percebida pelos consumidores, uma vez que a empresa A pratica com probabilidade positiva o preço de reserva dos consumidores no seu mercado fraco. Porém os consumidores estão dispostos a pagar mais pelo produto no seu mercado forte.

Quando $\alpha = 0,1$ temos que a dimensão do segmento a é bastante inferior à dimensão do segmento b levando às seguintes funções distribuição:

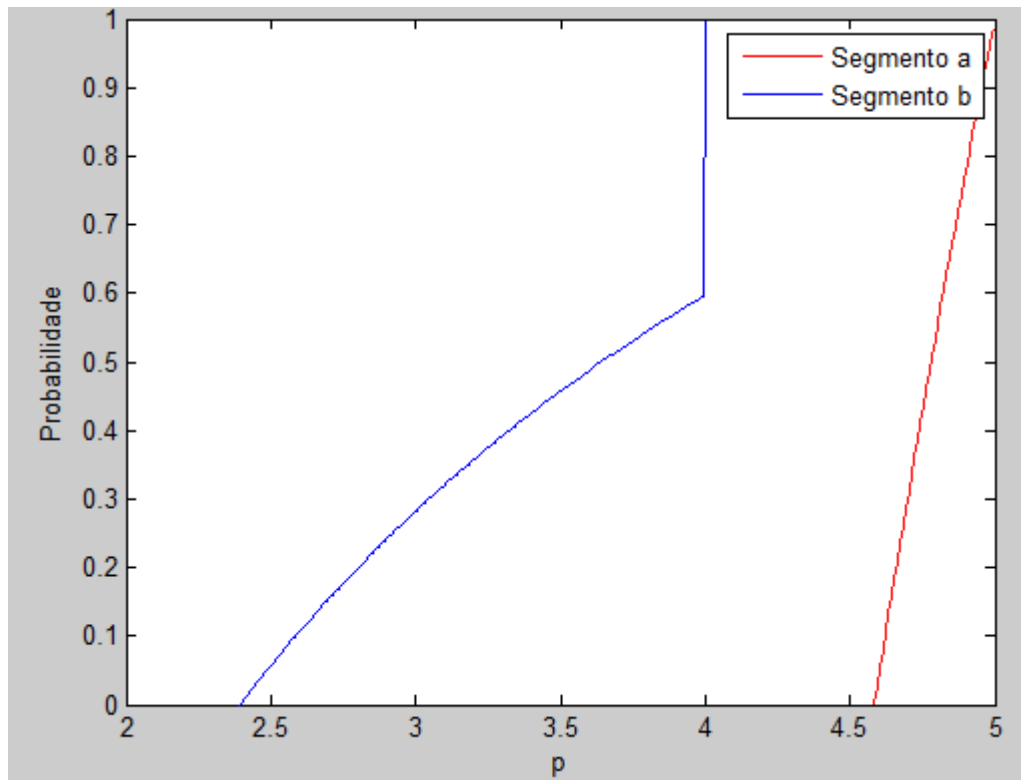


Figura 14. Distribuição de preços (empresa A) – caso assimétrico (I)

Como observamos anteriormente quando a dimensão de mercado diminui, a concorrência também diminui e o preço mínimo do intervalo de preços a praticar pelas empresas aumenta, o contrário ocorre para um aumento da dimensão de mercado.

Para $\alpha = 0,9$ ou seja quando o segmento b apresenta uma dimensão baixa e o segmento a é de dimensão alta temos o seguinte gráfico:

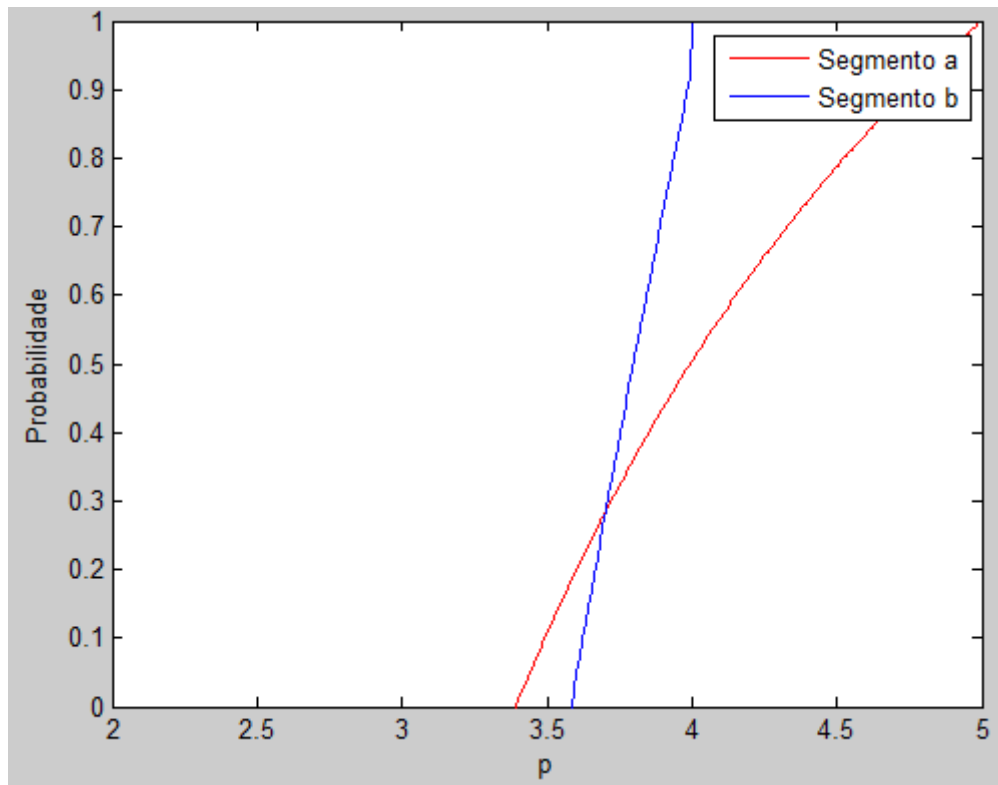


Figura 15. Distribuição de preços (empresa A) – caso assimétrico (II)

Neste gráfico podemos observar efeitos distintos dos observados no gráfico anterior. Em concreto, observamos que existe maior possibilidade dos preços praticados no segmento forte serem inferiores aos preços praticados no segmento fraco, devido à assimetria de mercado.

Devido à simetria existente entre as empresas é possível afirmar que o comportamento da empresa B para $\alpha = 0,1$ é semelhante ao comportamento da empresa A para $\alpha = 0,9$ e vice-versa.

Conclusões

A publicidade tem, desde há muitos anos, um papel essencial na divulgação de um produto. A publicidade *online* tem sofrido um crescimento considerável na última década, bastante superior ao crescimento apresentado pelos restantes meios publicitários. Este crescimento tem facilitado a adoção de políticas de publicidade direcionada, via construção de grandes bases de dados com as características dos consumidores. Tal tem capacitado as empresas para desenhar e enviar anúncios publicitários customizados para cada cliente, tendo em conta as características desejadas do mercado alvo. A publicidade direcionada está geralmente associada à prática de discriminação de preços. Desta forma, é fundamental perceber que impacto esta capacidade por parte das empresas tem nas suas escolhas estratégicas. No sentido de contribuir para esta problemática, o presente estudo focou-se na resposta às questões: Qual a estratégia publicitária e de preço ótimas num mercado duopolista em que as empresas utilizam uma tecnologia de publicidade direcionada combinada com discriminação de preços? Em que medida o tipo de segmentação de mercado *ex-ante*, designadamente em termos da assimetria no tamanho de cada segmento de consumidores, pode afetar as estratégias de publicidade e de preço ótimas?

Para a resposta às questões foram aplicados os pressupostos já utilizados no modelo de Esteves e Resende (2013), relaxando o pressuposto relativo à existência de segmentos de mercado *ex-ante* simétricos, pois frequentemente este pressuposto não se enquadra com a realidade. Tal como em Esteves e Resende (2013) o modelo não apresenta equilíbrio em estratégias puras na variável preço. Ainda assim, é possível estudar algumas características das estratégias de preço ótimas das empresas, tendo por base a análise do equilíbrio de Nash em estratégias mistas. Após obter as funções melhor resposta das empresas no que diz respeito à intensidade publicitária concluímos que não existe um único segmento de mercado em que as empresas foquem o envio de publicidade, sendo que estas tanto podem enviar mais para o segmento de mercado forte como para o fraco. De facto, nas situações analisadas neste trabalho, pode verificar-se que o segmento de mercado mais fraco é aquele no qual as empresas focam a sua intensidade publicitária. Isto porque as empresas preferem reduzir a intensidade publicitária no seu mercado forte de modo a tornar a concorrência preço menos intensa, obtendo por isso lucros mais elevados. Para reforçar, observamos que existe probabilidade positiva por parte das

empresas em praticar o preço de monopólio no mercado fraco (i.e. preço de reserva dos consumidores nesse segmento de mercado). Tal comportamento resulta da adoção de uma estratégia de hi-low pricing para este segmento de mercado. De um modo geral, no contexto do modelo, a probabilidade das empresas praticarem o preço de monopólio no seu mercado fraco é influenciada pela dimensão deste, na medida em que quanto maior for o segmento fraco das empresas maior será a probabilidade das empresas praticarem o preço de reserva destes consumidores. No entanto, quanto maior a dimensão do mercado fraco, observamos igualmente que o preço mínimo praticado pelas empresas neste segmento de mercado é mais baixo. Assim num segmento de mercado fraco de grande dimensão existe maior probabilidade de praticar o preço alto (high) extraíndo o excedente dos consumidores que desconhecem a empresa forte, mas é necessário praticar preços baixos (low) mais intensos para captar os consumidores seletivos. Concluímos assim que a publicidade direcionada tem impacto no mercado, levando a que as empresas se comportem de maneira diferente em cada um dos segmentos.

É importante salientar a possibilidade de que, em equilíbrio, o mercado forte seja o mais publicitado. São exemplos de fatores conducentes a tal resultado as diferenças na dimensão dos segmentos de mercado (nomeadamente quando a dimensão do segmento forte é consideravelmente superior à dimensão do segmento fraco), ou os custos com a publicidade elevados, que contribuem para que o segmento forte seja mais publicitado quando comparado com o segmento fraco, devido a uma diminuição notável da publicidade enviada por parte das empresas para os seus segmentos fracos e a uma diminuição não tão intensa da publicidade enviada pelas empresas para o seu segmento forte.

Por fim, importa estar atento às debilidades do modelo, nomeadamente no que concerne à inclusão de alguns pressupostos simplificadores da realidade como a limitação do mercado a duas empresas ou a sua subdivisão em apenas dois segmentos de mercado. Numa futura extensão deste trabalho, seria também interessante restringir a apenas uma empresa a possibilidade de praticar publicidade direcionada, comparando os lucros e as estratégias publicitárias praticadas num mercado duopolista. Esta extensão do modelo permitiria perceber qual o impacto da existência de diferença na tecnologia de publicidade das empresas, identificando quais as vantagens para as empresas em serem as primeiras a adotar a prática de publicidade direcionada em mercados cujas empresas de um modo geral ainda praticam publicidade massificada.

Apêndice

Prova da Proposição 1 :

Como provado em Esteves e Resende (2013) não existe equilíbrio em estratégias puras. Sabemos que a empresa A no segmento a apresenta a seguinte função valor esperado:

$$E\pi_A^a = p_A^a \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a (1 - \Phi_B^a)) + \frac{1}{2} \Phi_A^a (\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d) \right] - A(\Phi_A^a)$$

E para a empresa B no mesmo segmento tem a seguinte função:

$$E\pi_B^a = p_B^a \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) + \frac{1}{2} \Phi_B^a (\Phi_A^a) \Pr(p_B^a < p_A^a - d) \right] - A(\Phi_B^a)$$

Assumimos neste exemplo que ambas as empresas começam por praticar o preço que iguala o preço de reserva dos consumidores no segmento a . Assim a empresa A irá praticar $p_A^a = r$ e a empresa B irá praticar $p_B^a = r - d$. Neste caso, como a diferença de preços não é superior a d a empresa A capta todo o segmento informado da existência do seu produto enquanto que a empresa B capta apenas os consumidores que conhecem o seu produto e desconhecem o produto da empresa A . Para este conjunto de preços temos as seguintes funções lucro esperado:

$$E\pi_A^a = r \left[\frac{1}{2} (\Phi_A^a) \right] - A(\Phi_A^a)$$

$$E\pi_B^a = (r - d) \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) \right] - A(\Phi_B^a)$$

Sabemos que se a empresa B descer o preço num valor infinitesimalmente pequeno denominado por ε consegue captar todos os consumidores que conhecem o seu produto obtendo o seguinte lucro esperado:

$$E\pi_B^a = (r - d - \varepsilon) \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_B^a)$$

Como é possível obter um valor de ε tal que:

$$(r - d - \varepsilon) \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a) \right] - A(\Phi_B^a) > (r - d) \left[\frac{1}{2} (\Phi_B^a (1 - \Phi_A^a)) \right] - A(\Phi_B^a)$$

então a empresa B não terá incentivo em manter $p_B^a = r - d$. Podemos observar neste caso que para todo $\varepsilon < \Phi_B^a (r - d)$ a empresa B obtém um lucro esperado superior quando desce o preço.

Podemos concluir assim que não existirá equilíbrio em estratégias puras pois ambas as empresas têm incentivo em descer o preço tentando captar todos os consumidores que conhecem a sua empresa num determinado segmento.

Prova da Proposição 2:

Iremos provar que não existe equilíbrio em estratégias puras em assimetria de mercado utilizando um processo semelhante ao realizado na demonstração da proposição 1.

Sabemos que a empresa A no segmento a apresenta a seguinte função valor esperado:

$$E\pi_A^a = p_A^a [\alpha(\Phi_A^a(1 - \Phi_B^a)) + \alpha\Phi_A^a(\Phi_B^a) \Pr(p_A^a < p_B^a + d)] - A(\Phi_A^a)$$

E para a empresa B no mesmo segmento tem a seguinte função:

$$E\pi_B^a = p_B^a [\alpha(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a)) + \alpha\Phi_B^a(\Phi_A^a) \Pr(p_B^a < p_A^a - d)] - A(\Phi_B^a)$$

Assumindo que ambas praticam o preço máximo ou seja $p_A^a=r$ e $p_B^a=r-d$ obtemos as seguintes funções lucro esperado:

$$E\pi_A^a = r[\alpha(\Phi_A^a)] - A(\Phi_A^a)$$

$$E\pi_B^a = (r - d)[\alpha(\Phi_B^a(1 - \Phi_A^a))] - A(\Phi_B^a)$$

Tal como no exemplo anterior a empresa B tem incentivo em praticar um preço inferior se essa descida for inferior a $\Phi_A^a(r - d)$ conseguindo desta forma captar todos os consumidores informados. Assim, tal como no caso simétrico, é possível concluir que na presença de um mercado assimétrico continuará a não existir equilíbrio de preços em estratégias puras, sendo este determinado com recurso a estratégias mistas.

Referências bibliográficas

A.E.S. (2014), “How online advertisers read your mind“, <http://www.economist.com/blogs/economist-explains/2014/09/economist-explains-12>,
acedido em 08 Agosto 2015.

Anderson, S. (2012), “Advertising on the Internet”, in *The Oxford Handbook of the Digital Economy*, M. Peitz e J. Waldfogel (editores), pp. 355-396, Oxford University Press, Oxford, UK.

Armstrong, M. (2006), “Recent developments in the economics of price discrimination”, in *Advances in Economics and Econometrics: Theory and Applications*, R. Blundell e W. Newey e T. Persson, (editores.), Vol.2, pp. 97-141, Cambridge University Press, Cambridge.

Bagwell, K. (2005), “The Economic Analysis of Advertising”, in *Handbook of Industrial Organization*, M. Armstrong e R. Porter (editores), Vol. 3, pp. 1701-1844, North-Holland.

Brahim, N. B. E. e Lahmandi-Ayed, R. e Laussel, D. (2011), “Is targeted advertising always beneficial?”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 29, Nº6, pp.678-689.

Chen, Y. e Iyer, G. (2002), “Consumer Addressability and Customized Pricing”, *Marketing Science*, Vol. 21, Nº2, pp. 197-208.

Corts, K.S. (1998), “Third-Degree Price Discrimination in Oligopoly: All-out Competition and Strategic Commitment“, *RAND Journal of Economics*, Vol. 29, Nº2, pp. 306-323.

De Nijs, R. (2013), “Information provision and behavior-based price discrimination”, *Information Economics and Policy*, Vol. 25, Nº1, pp. 32-40.

Duhigg, C. (2012), “How Companies Learn Your Secrets”, <http://www.nytimes.com/2012/02/19/magazine/shopping-habits.html?pagewanted=1&r=4&hp>, acedido em 09 Agosto 2015.

Esteves, R. (2009), “Customer Poaching and Advertising”, *Journal of Industrial Economics*, Vol. 57, N°1, pp.112-146.

Esteves, R. (2010), “Pricing with customer recognition”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 28, N°6, pp.669-681.

Esteves, R. e Cerqueira, S. (2014), “Behaviour-Based Price Discrimination under Advertising and Imperfectly Informed Consumers”, NIPE Working Papers, N° 08, NIPE - Universidade do Minho.

Esteves, R. e Resende, J. (2011), “Competitive Targeted Advertising with Price Discrimination”, NIPE Working Papers, N° 08, NIPE - Universidade do Minho.

Esteves, R. e Resende, J. (2013), “Competitive Targeted Advertising with Price Discrimination”, NIPE Working Papers, N° 07, NIPE - Universidade do Minho.

Fudenberg, D. e Villas-Boas, J. M. (2012), “Price Discrimination in the Digital Economy”, in *The Oxford Handbook of the Digital Economy*, M. Peitz e J. Waldfogel (editores), pp. 253-272, Oxford University Press, Oxford, UK.

Galeotti, A. e Moraga-González, J. L. (2008), “Segmentation, Advertising and Prices”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 26, N°5, pp. 1106-1119.

Gibbons, R. (1992), *A Primer in Game Theory*, New York;Sydney: Harvester Wheatsheaf.

Internet Advertising Bureau e PriceWaterhouseCoopers (2014), “Total Online Adspend reaches €263m 2014“, <http://download.pwc.com/ie/pubs/2014-iam-pwc-digital-advertising-adspend-study-infographic.pdf>, acedido em 09 Agosto 2015.

Iyer, G. e Soberman, D. e Villas-Boas, J. M. (2005), “The Targeting of Advertising”, *Marketing Science*, Vol. 24, N°3, pp. 461–476.

Narasimhan, C. (1988), “Competitive Promotional Strategies”, *The Journal of Business*, Vol. 61, N°4, pp. 427-449.

Mielach, D. (2013), “Americans Spend 23 Hours Per Week Online, Texting“, <http://www.businessnewsdaily.com/4718-weekly-online-social-media-time.html>,
acedido em 08 Agosto 2015.

Office of Fair Trading (2010), “Online Targeting of Advertising and Prices – A market study”.

Perlberg, S. e Barr, A. (2015), “Google Brings Ad Targeting from the Web to TV”, <http://blogs.wsj.com/cmo/2015/03/23/google-fiber-targeting-kansas-city/>,
acedido em 09 Agosto 2015.

Raju, J., Srinivasan, V. e Rajiv, L. (1990), “The Effects of Brand Loyalty on Competitive Price Promotional Strategies”, *Management Science*, Vol.36, N°3, pp.276-304.

Roy, S. (2000), “Strategic segmentation of the market”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 18, N°8, pp.1279-1290.

Shilony, Y. (1977), “Mixed Pricing in Oligopoly”, *Journal of Economic Theory*, Vol. 14, N°2, pp.373-388.

Thisse, J. e Vives, X. (1988), “On the Strategic Choice of Spatial Price Policy”, *American Economic Review*, Vol. 78, N°1, pp.122-137.

Tirole, J. (1988), *The Theory of Industrial Organization*, Cambridge: The MIT Press.

Varian, H. (1980), "A Model of Sales", *American Economic Review*, Vol. 70, N°4, pp. 651-659.