

Agradeço ao meu Professor João Pedro Xavier
à minha família e ao meu futuro marido.

FROZEN MUSIC

Expressão atribuída normalmente ao poeta alemão Goethe numa carta de 1829. Contudo o filósofo alemão Friedrich Schelling escreveu “architecture in general is frozen music” em Philosophie der Kunst.

R E S U M O

Viver a arquitetura e a cidade é viver as suas harmonias e as suas dissonâncias. São essas harmonias/dissonâncias que tornam o espaço mais ou menos fácil de ser vivido. É importante para o Homem que tudo ao seu redor faça sentido sejam quais forem as suas motivações, mas a necessidade de criação de harmonia na vida do Homem é sempre uma constante. A arquitetura como uma atividade artística e que se manifesta diariamente na vida do Homem deve ser pensada para ajudá-lo a conquistar essa harmonia. Contudo, essa mesma vertente artística tem levado a arquitetura a criar espaços que desafiam o homem, a gravidade e que criam dissonâncias na cidade e na vida do Homem. Como estudante da Faculdade de Arquitetura da Universidade do Porto (FAUP), aprendi a olhar para a envolvente e a valorizá-la de modo a conseguir que a minha criação consiga “soar” na mesma frequência, ou numa frequência complementar, de forma a harmonizá-la com o resto da cidade. A arquitetura deveria ser “Frozen Music”, como Goethe a definia. Uma música estática que vive constantemente com a restante música da cidade como se esta fosse uma orquestra, em que é o arquiteto, sem dúvida, o maestro desse concerto. Compreender a harmonia da arquitetura tornou-se tão importante para esta investigação, que “Frozen Music” tornou-se o presente título do trabalho.

Com a investigação que desenvolvi, apercebi-me que os gregos acreditavam literalmente que a arquitetura era “Frozen Music”. Acreditavam que, da mesma forma que a música era bonita ao ouvido, seria bonita ao olhar levando-os a descobrir proporções matemáticas a partir da escala musical grega. Essas mesmas proporções musicais que descobriram, foram base criativa para a arquitetura, como para outras áreas artísticas, na tentativa de que tudo no Universo estivesse em consonância. Estes achados deram consistência ao presente trabalho, mostrando a relevância que a música e os processos geométricos e matemáticos, desenvolvidos pela Escola de Atenas, tiveram na História influenciando a arquitetura na criação de obras harmónicas.

Deste modo, tornou-se meu objectivo de trabalho, conhecer e divulgar a importância que a música teve nos sistemas de proporções que têm sido utilizados e adaptados ao longo dos tempos, para desta forma demonstrar que a existência de uma metodologia assente nas regras da proporção, deveria ajudar à coesão da obra arquitectónica e não ser um bloqueio à criação / criatividade. As razões são reconhecidos pelo Homem como formas perfeitas, mesmo a olho nu. O Homem reconhece sobretudo, tal como na música, as harmonias e as dissonâncias. Sabendo o Homem reconhecer essas harmonias, não deverá ele identificá-las criteriosamente para que as possa utilizar nas suas criações?

O presente estudo pretende demonstrar que a utilização de um sistema de proporções, pode ser um meio/instrumento de trabalho dentre outros métodos possíveis para a criação de uma obra arquitectónica mais harmónica. A sua utilização pode fazer a diferença, mesmo quando aplicada de forma pontual. Mas as razões ou sistemas de proporções serão garantia de um trabalho bem feito? Já o arquiteto Le Corbusier, sendo um utilizador de um sistema de proporções, por ele próprio criado (Modulor), dizia:

Sobre os estiradores vi por vezes coisas mal feitas, desagradáveis. Diziam-me: “Foi feito com o Modulor.” E eu respondia: “Então tanto pior para o Modulor! Apaguem isso. Açam que o Modulor é uma justificação para os desajeitados e os desatentos? Se o Modulor vos conduzir a horrores, livrem-se dele! Os vossos olhos são os vossos juizes, os únicos que devem reconhecer. (...) O Modulor (...) fornece apenas a comodidade que pode resultar da utilização de medidas justas.”¹

¹ Le CORBUSIER, 2010, p.154/155

A B S T R A C T

To live the architecture and the city, is to live their harmonies and dissonances. It's those harmonies/dissonances that make the space more or less inhabitable. It is important for man, that everything around him makes sense whatever his motivations are. As the need to create harmony in his life is a constant. Architecture as an artistic activity present on a daily basis in Man's life, should be thought of as something to help him reach that harmony. However, this same artistic spin has taken architecture to create spaces that defy man, gravity and create dissonances with the city and Man's life. As a student of "Faculdade de Arquitetura da Universidade do Porto" (FAUP), I have learned to look at the surroundings, valuing them in a way that my creation may "hum" in the same frequency, or in a complementary frequency, harmonizing it with the rest of the city. Architecture should be "Frozen Music", as Goethe referred to it. One static music, that lives constantly with the rest of the city's music as if it were an orchestra, in which the architect is, without a doubt, the maestro of such concert. To understand the harmony in architecture has become so important for this research, that the expression "Frozen Music" rises to be the title of this work.

Through the undertaken investigation, I came to know that Greeks literally believed that architecture was indeed "Frozen Music". They believed that in the same way music was pleasing to the ear, it would also be beautiful to the sight leading us into finding different mathematical proportions through the Greek musical scale. These proportions they discovered, were the creative basis for architecture, as in other areas of the arts, in the attempt to understand if everything in the Universe was indeed in consonance. These findings gave consistency to the present work, showing how relevant music and the Geometrical and Mathematical processes, developed by the School of Athens, in History influencing architecture in the creation of harmonic works.

In this sense, the purpose of my work, became to understand and bring to the general knowledge the importance of music in the proportions systems, that have been utilized and adapted through time, demonstrating the existence of a method based in proportional rules, that should help having more consistency in architectural work and not to be a road-block to creation / creativity. The ratios are known to Man as perfect forms, even for the naked eye. Man mostly recognizes, as in music, the subliminal harmonies and dissonances. Having Man the ability to recognize these harmonies, should he also be able to thoroughly pin point them, so he would be able to use them in his creations?

This work is intended to demonstrate that the utilization of a proportion's system, can be a way/instrument, within several other possible methods, for the creation of a more harmonic architectural work. Its use may make a difference, even if only applied on a time-to-time basis. As ratios or proportion systems may be the guarantee of a job well done? The architect Le Corbusier, being a user of a proportion's system, which he created himself (Modulor), said:

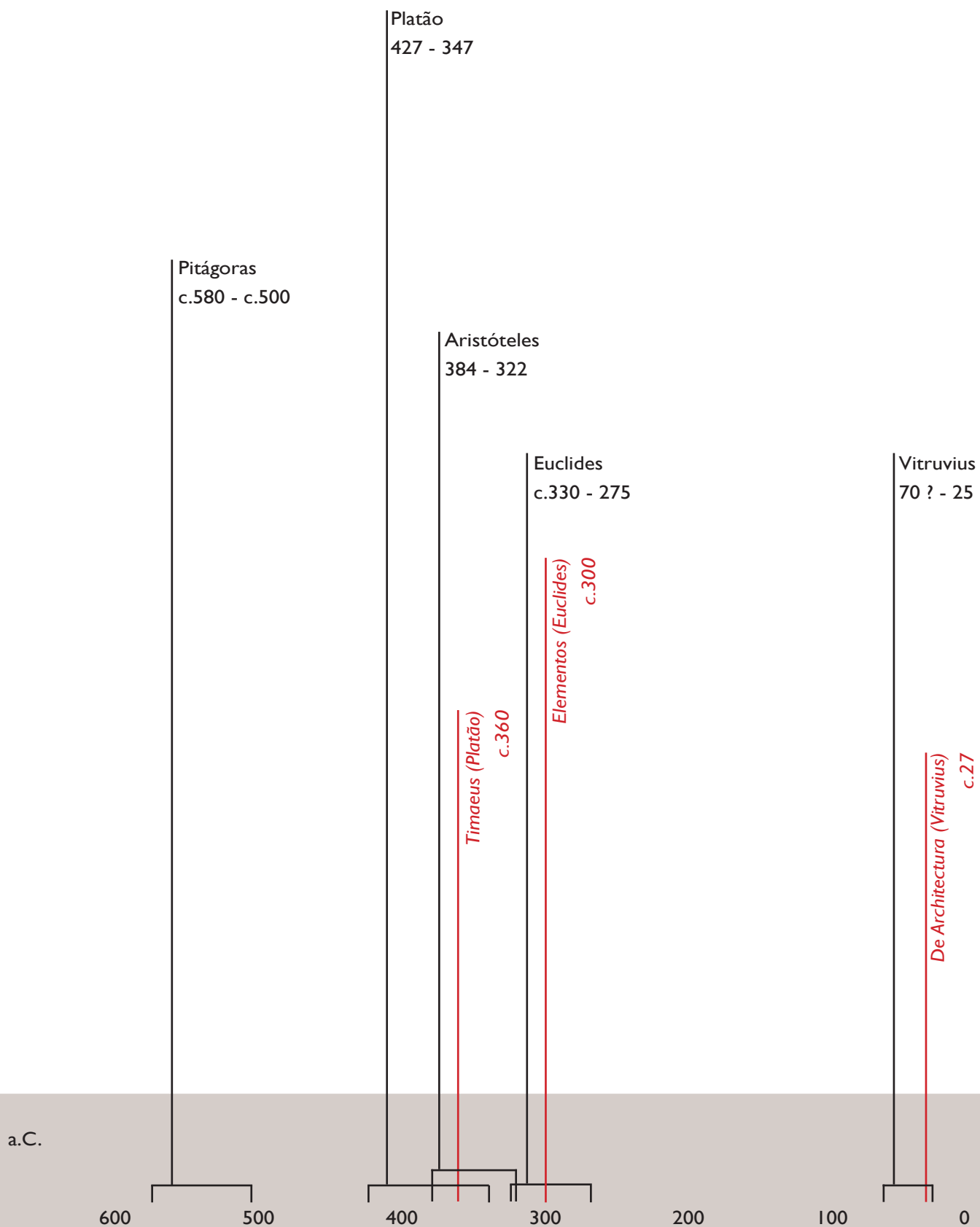
Over the drafting tables I have seen wrong things being done, unpleasant. They would tell me: "It has been done with the Modulor". Which I answered: "Too bad for the Modulor! Erase that. Do you think that the Modulor is a good enough excuse for the clumsy and distracted? If the Modulor would take you to horrors, get rid of it! Your eyes are your judges, the only ones that should recognize. (...) The Modulor (...) only provides the convenience that may result in more fair measures." ¹

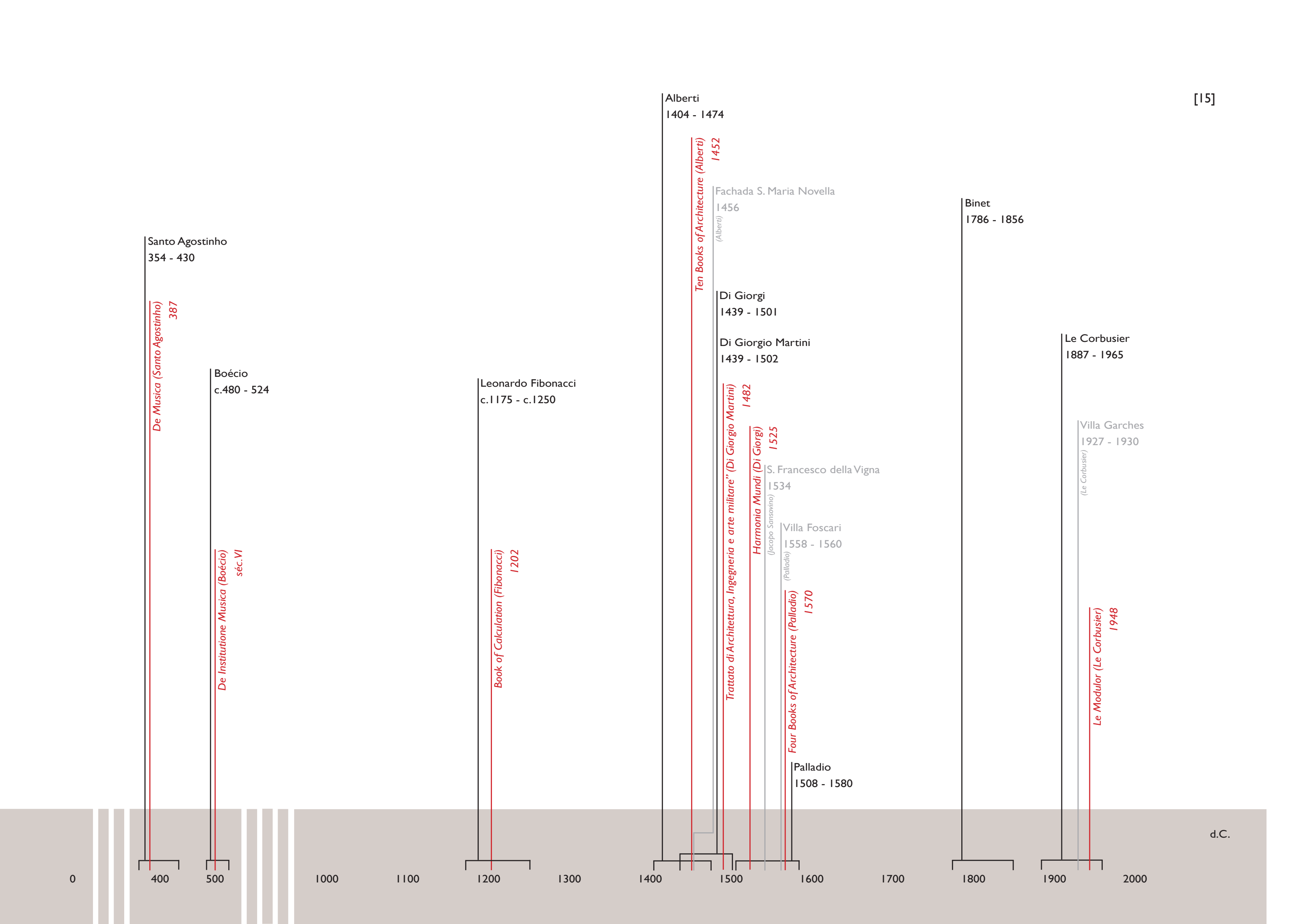
¹ Le CORBUSIER, 2010, p.154/155 (traduzido)

13	CRONOLOGIA
17	INTRODUÇÃO
21	RAZÕES MUSICAIS
22	Pitágoras e a Escola de Atenas
30	Da Grécia Antiga ao Renascimento
45	NÚMERO DE OURO
46	A Escola de Atenas e o número de Ouro
50	Phi e a sequência de Fibonacci
56	<i>O Modulor</i> de Le Corbusier
69	RAZÕES MUSICAIS OU NÚMERO DE OURO?
77	RAZÃO OU LIBERDADE CRIATIVA?
83	CONCLUSÃO
87	BIBLIOGRAFIA
93	FONTE DE ILUSTRAÇÕES

ÍNDICE

C R O N O L O G I A





INTRODUÇÃO

Com o despertar da consciência humana, o Homem compreendeu que poderia aproveitar a Natureza e aprender com ela. Através da observação dos fenómenos naturais as sociedades começaram a atribuir os acontecimentos a seres divinos e sobrenaturais. Todas as civilizações que se foram estruturando em todo o mundo, acreditavam numa ordem universal baseada na Natureza estabelecendo conotações místicas, mágicas e religiosas entre os conceitos universais e a vida do homem.

“Através da unidade simbólica originária da arte com a magia procurou-se ordenar, corrigir e harmonizar as relações de força entre o ser humano e a natureza, a terra e o céu e o conjunto das suas energias vitais e sobrenaturais manifestadas através da estrutura geométrica do espaço sagrado construído.”²

A natureza do Homem levou-o a geometrizar as formas envolventes como resposta às suas necessidades. O Homem sempre teve o instinto da regra e da geometria e, desde cedo, após este aprender a construir, começamos a aproximarmos, cada vez mais, da utilização inconsciente de formas puras.

“A lenta evolução das formas dos habitáculos corresponderia à adopção dos ditos esquemas geométricos matizando formas curvilíneas e rectangulares. Segundo Giedion, começam a surgir as primeiras formas rectilíneas nas construções pré-históricas das casas-colmeias de câmara larga. Provavelmente, o aparecimento destas últimas coincide com o desenvolvimento técnico-construtivo da resolução das esquinas e da forma de cobertura prismática e piramidal na construção da choça; acompanhada, por sua vez, por uma evolução mental racional que corresponde à intuição, descoberta ou tomada de consciência de um sistema-lógico abstracto – “o princípio da abstracção” – que permite ordenar, estruturar e formalizar o meio.”³

“Da Geometria depende toda a concepção formal e construtiva, proporção, desenho, cálculo, estereotomia e construção. As figuras geométricas abstractas e esquemáticas, como: a linha, o plano ou o volume, são o meio e o objecto de uma materialização e corporização directa da arquitectura.”⁴

A forma arredondada ou oval da cabana primitiva, supõe-se que terá surgido por reminiscência à forma da gruta e também provavelmente devido a questões construtivas. Com o tempo o Homem adopta o ângulo recto, um passo evolutivo face ao entendimento primitivo, que passa por uma esquematização abstracta do espaço da casa.

² PINTO, 2007, p.70

³ Idem, p.61

⁴ Idem, p.70

É no Egito e na Babilónia que se encontra pela primeira vez (III milénio a. C.), uma estrita ordem matemática na arquitetura e nas artes. Os artistas e construtores destas civilizações criaram as suas pirâmides, templos e câmaras sepulcrais com formas rigidamente geométricas. Será que uma civilização como a do Egito poderia construir edificações e toda uma civilização como a que conhecemos sem uma ordem matemática?

“Tal situación sólo podría darse en una estructura social muy desarrollada y compleja, en civilizaciones urbanas basadas en una jerarquía organizada. La dirección espiritual estaba en manos de los sacerdotes. Eran ellos quienes regulaban ritos y ceremonias, y los edificios sagrados debían ajustarse a las normas establecidas por ellos. Como todo arte grande era un arte sagrado, necesariamente reflejaba una orden cósmico (...)”

Na Grécia observamos uma situação nova. Esta organizou-se em cidades-estado, fundamentalmente em Atenas, formada por cidadãos livres. Pela possibilidade que tinham de explorar, acreditar e dizer o que quisessem, os gregos tentaram a interpretação da Natureza através da matemática, levando-os a umas das suas maiores concretizações: a conversão da matemática numa ciência teórica. Em Atenas surge umas das maiores Escolas de toda a Grécia Antiga, onde se promovia a descoberta de novas teorias e fórmulas para explicar os acontecimentos quotidianos e onde surgiram princípios teóricos ainda hoje falados.

Apesar de alguns feitos em civilizações anteriores à Grécia e de estas demonstrarem a existência de uma ordem matemática nas suas culturas, os gregos distinguiram-se pelos seus conhecimentos matemáticos e possibilitaram o desenvolvimento das civilizações posteriores. As teorias gregas levaram à construção de obras épicas ao longo da História e ainda hoje continuam a fazer a diferença. Por isso esta dissertação não fala de casos anteriores à Grécia Antiga, não por não serem dignos de referência, mas porque não existem dados concretos acerca dos fundamentos matemáticos e geométricos utilizados por essas civilizações.

RAZÕES MUSICAIS

[22]

“There is geometry in the humming of the strings...
... there is music in the spacing of the spheres.”

(Pitágoras_ CALTER, 2008, p.2)



Pitágoras e a Escola de Atenas

Na Grécia Antiga, a Escola de Atenas revelou-se um dos mais importantes acontecimentos da história, pois revolucionaram séculos com as suas teorias em inúmeras áreas como a Filosofia, a Matemática, a Geometria, a Música, a Astronomia, entre outras. Com os seus feitos influenciaram muitas teorias contemporâneas que se fundamentam em discípulos da Escola de Atenas. Platão e Pitágoras são duas das principais figuras desta Escola e que terão um papel fundamental no tema a desenvolver neste trabalho.

Pitágoras, fundador da Geometria teórica, marcou a história com uma das suas principais descobertas, realizada através de um monocórdio. Descobriu que os sons podiam ser convertidos em proporções e que se poderiam aplicar a qualquer outro instrumento fosse ele de cordas, de sopro ou percussão, desde que proporções fossem mantidas a fim de resultarem sempre nos mesmos intervalos sonoros. Percebeu então que os sons estão relacionados a diferentes proporções do próprio instrumento e que é através de harmónicos que se fazem distinguir em diferentes notas.

MONOCÓRDIO

Instrumento caracterizado por ter somente uma caixa de ressonância e uma corda. A corda quando pressionada em diferentes pontos e percutida imite os diferentes sons necessários para a criação de música.

HARMÓNICOS⁶

Quando um corpo origem sonora está em vibração, vibra no seu todo, emitindo o som fundamental; mas vibram também, simultaneamente, partes simples da sua extensão: a metade, um terço, ..., um décimo, etc. - partes estas que bastam como vibrador autónomo e de cujas vibrações resultam os chamados sons harmónicos desse som fundamental.



IMG. I
Pitágoras e os seus
experimentos musicais.

⁶ HENRIQUE, 1989, p.7

PERFEITO

Denominação utilizada ainda hoje para os intervalos musicais de quarta, quinta e oitava. Os restantes intervalos são denominados de maiores e menores.

Com a descoberta de que as diferenças de sons estavam relacionadas com o seu comprimento ou tamanho, as buscas de Pitágoras por uma resposta mais concreta sobre esse fenómeno conseguiu revelar uma conclusão: a harmonia musical era baseada em relações correspondentes à oitava (1:2), à quinta (2:3) e à quarta (3:4), a qual designou de razões musicais. Estas 3 razões musicais foram base da escala musical contemporânea e ainda hoje são os únicos intervalos Perfeitos da escala. As razões musicais foram convertidas em quatro números fundamentais (1, 2, 3 e 4) e tornaram-se num modelo de harmonia e perfeição. Citando Wittkower, os Pitagóricos acreditavam que:

“the numbers by means of which the agreement of sounds affects our ears with delight, are the very same which please our eyes and minds”⁷

NÚMERO

QUADRADO

Um número quadrado é um número cuja quantidade possibilita a construção de um quadrado sob a forma de pontos. São exemplos o 4, 9 e 16.



Do mesmo modo, os Gregos acreditavam que todo o Universo e os fenómenos naturais eram sustentados através de razões e proporções. Estas estariam de tal forma relacionadas, que seria possível usá-las para conhecer os fenómenos da Natureza, para que o Homem com a sua atividade criativa, desenvolvesse elementos mais próximos do perfeito. Os gregos davam de tal forma importância aos números que estes não tinham somente um valor quantitativo, tinham também um significado e particulares atributos relacionados com segmentos do Universo. Aristóteles é provavelmente a principal fonte de informação sobre a relação que os Pitagóricos tinham com os números, descrita em *Metaphysica*.

“The Pythagoreans did not recognize all the numbers we use today; they recognized only the positive whole numbers. Zero, negative numbers, and irrational numbers didn’t exist in their system.”⁸

NÚMERO

TRIANGULAR

Um número triangular é um número cuja quantidade possibilita a construção de um triângulo equilátero sob a forma de pontos. São exemplos o 3, 5 e 10.



Os números para os gregos tinham diferentes conotações que surgiram da Natureza, do Corpo Humano e da relação matemática entre eles. Eram também distinguidos sob duas formas fundamentais: os números quadrados e os números triangulares. Esta conotação era dada pela possibilidade de o número, através de pontos, constituir um quadrado ou um triângulo. Seguidamente, estão descritos alguns atributos que os Pitagóricos deram aos números:

⁷ Wittkower 1967:110, FARMER, 1993, p. 438

⁸ CALTER, 2008, p.4

1. *Monad*. Ponto. O número um é a fonte de todos os números. É bom, desejável, essencial e indivisível.
2. *Dyad*. Linha. O número dois representa diversidade, dualidade, a perda da unidade, o número do excesso e defeito. É o primeiro número feminino.
3. *Triad*. Plano. Pela virtualidade do Triad, unidade e diversidade do qual são compostos retornam à harmonia. Três é o primeiro número ímpar e masculino.
4. *Tetrad*. Sólido. É o primeiro quadrado feminino. Representa a justiça, é coeso e quadrado. Quatro é o número do quadrado, os elementos, das estações, das fases do homem, das fases lunares e das virtudes.
5. *Pentad*. Este é um número masculino baseado num casamento entre o primeiro número feminino e o primeiro número masculino por adição. Este é o número que representa o número de dedos das mãos e o número de dedos dos pés, e o número de sólidos regulares ou poliedros. É considerado incorruptível porque os múltiplos de 5 acabam em 5.
6. *Hexad*. O primeiro número feminino baseado na união do 2 e do 3 por multiplicação. É o primeiro número perfeito, um número igual à soma dos seus divisores excepto a ele próprio. ($1+2+3=6$)
7. *Heptad*. O número sete é referido como um número virgem, porque o sete sozinho não tem factores incluindo o Decad. Além do mais, um círculo não pode ser dividido em sete partes por nenhuma forma construtiva conhecida.
8. *Ogdoad*. O primeiro número cúbico.
9. *Ennead*. O primeiro número quadrado masculino. O número nove é incorruptível, porque quando ele é multiplicado por qualquer número, ele “reproduz-se” a ele próprio. (ex: $9 \times 6 = 54$ e $5+4=9$)
10. *Decad*. Dez é o número total de dedos que o homem tem nas mãos e nos pés. Ele contém todos os números; depois do 10, os números repetem-se a eles próprios. É a soma dos números arquétipos. ($1+2+3+4=10$)

O número 10, tinha uma especial importância para os Pitagóricos não só por ser o número do total de dedos ou por ser a base do sistema de números decimais, mas sobretudo porque 10 é a soma dos 4 primeiros números decimais, os números que Pitágoras declarou como os números fundamentais para a existência de harmonia.

$1+2+3+4=10$

Este paradigma era para os gregos de tal forma importante e os números 1, 2, 3 e 4 de tal forma reveladores, que lhe chamaram de “Sacred Tetraktys”. Os 4 primeiros números representavam uma tal infinidade de elementos que a Tetraktys ficou conotada ao Cosmos. Na tabela em baixo estão alguns exemplos das relações que faziam entre os quatro primeiros números decimais, juntificando um pouco a sua relação com o Cosmos.

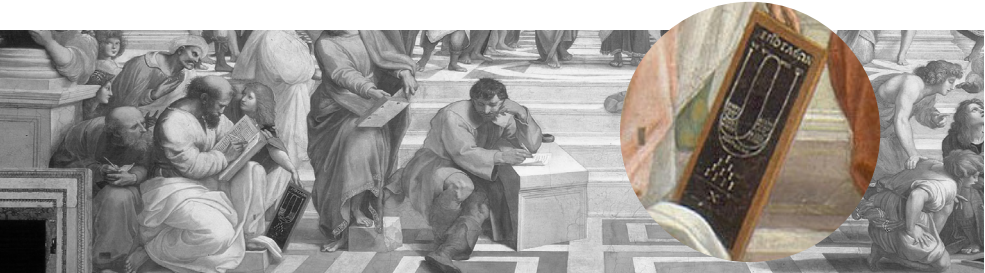
Números	1	2	3	4
Geometria	Ponto	Linha	Superfície	Sólido
Elementos	Fogo	Ar	Água	Terra
Sólidos	Tetraedro	Octaedro	Icosaedro	Cubo
Estações	Primavera	Verão	Outono	Inverno

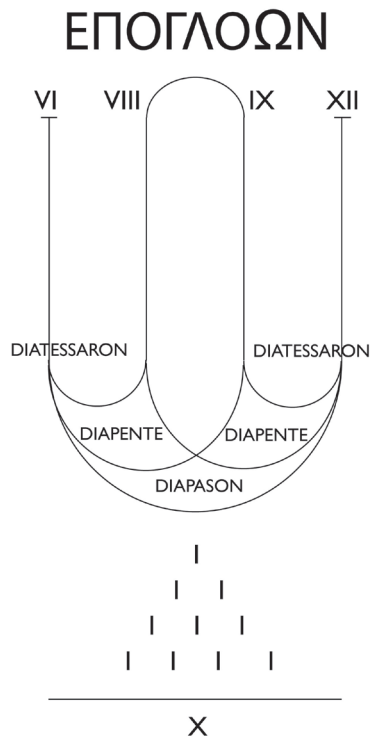
TABELA 1

As razões musicais, a “Sacred Tetraktys” e os números 1, 2, 3 e 4 são os elementos constantes de uma nova forma de olhar para o Universo. Estes provêm da mesma génese: a escala musical grega. As descobertas de Pitágoras deram origem à primeira escala musical, base da usada ainda hoje.

A escala musical grega baseava-se simplesmente no Tom, na oitava, na quinta e na quarta. Olhando atentamente para a pintura de Raphael “Escola de Atenas”, Pitágoras é representado a explicar as razões musicais a um estudante, através de uma placa que se encontra na sua mão. Essa tabela representa um esquema da escala musical grega com alguns elementos que nos revelam alguns elementos importantes para desvendar a base teórica que sustenta as razões musicais.

IMG.2
Pitágoras na “Escola de Atenas” explicando a escala musical grega





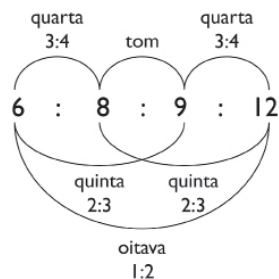
- ΕΠΟΓΛΟΩΝ ou Tom, representa o intervalo entre duas notas consecutivas (8:9)
- Os números 6,8,9 e 12 em numeração romana, que falam dos intervalos musicais.

- Diatessaron, representa o intervalo de 4ª através dos intervalos 6:8 ou 9:12 (3:4)
- Diapente, representa o intervalo de 5ª através dos intervalos 6:9 ou 8:12 (2:3)
- Diapason, representa a 8ª através do intervalo 6:12 (1:2)

- Sacred Tetraktys, representada pelo número triangular 10, baseado na soma dos números 1,2,3 e 4

IMG.3
Esquema explicativo da escala musical grega

A descoberta das razões musicais foi marcante para a concepção de proporções ideais que revolucionaram tanto a história da música como da arquitetura e das artes plásticas. Foi fundamental, durante muito tempo, o seguimento das teorias Pitagórico-platônicas para que as suas criações se aproximassem o mais possível do Perfeito. Para uma utilização mais eficiente das razões musicais, existe uma sequência baseada nos 4 números referenciados na escala musical grega 6,8,9 e 12 e nos intervalos que eles representam: tom (8:9), oitava (1:2), quinta (2:3) e quarta (3:4).



IMG.4
Razões Musicais nos intervalos da escala musical grega

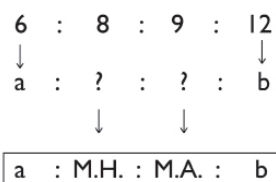
Para a criação desta sequência foram consideradas 3 médias: geométrica, aritmética e harmónica, cada uma considerando diferentes parâmetros.

À média geométrica, correspondente o intervalo de oitava (1:2). Se considerarmos que a relação numérica 6:12 da escala musical grega é uma oitava, então compreendemos que a sua relação é o dobro. Assim podemos definir que sendo $a=6$ e $b=12$, a sua equação matemática passa por $b=2a$. Conhecendo então a relação numérica da progressão geométrica ou de oitavas, esta resulta numa sequência deste género: 6; 12; 24; 48; 96; 192

Para as restantes médias teremos de considerar o mesmo a e b , resultando nas seguintes equações:

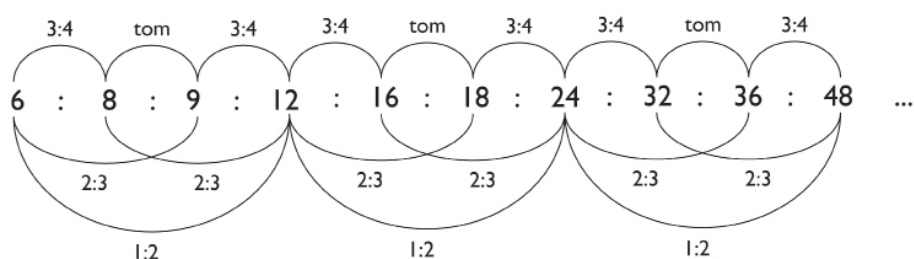
$$\text{Média Harmónica (M.H.)} - \frac{2ab}{a+b}$$

$$\text{Média Aritmética (M.A.)} - \frac{a+b}{2}$$



IMG.5
Esquema auxiliar para a compreensão das Medianas

Considerando todas as médias a sequência de razões musicais ficaria então da seguinte forma:



IMG.6
Solução final da sequência de Razões Musicais

A sequência de razões musicais foi uma ferramenta de trabalho fundamental durante vários séculos. Contudo, foi no Renascimento que a sua utilização atingiu o auge e arquitetos, escultores e pintores utilizaram estas teorias, para marcar diferença em cidades de toda a Europa. Nos inúmeros exemplares construídos

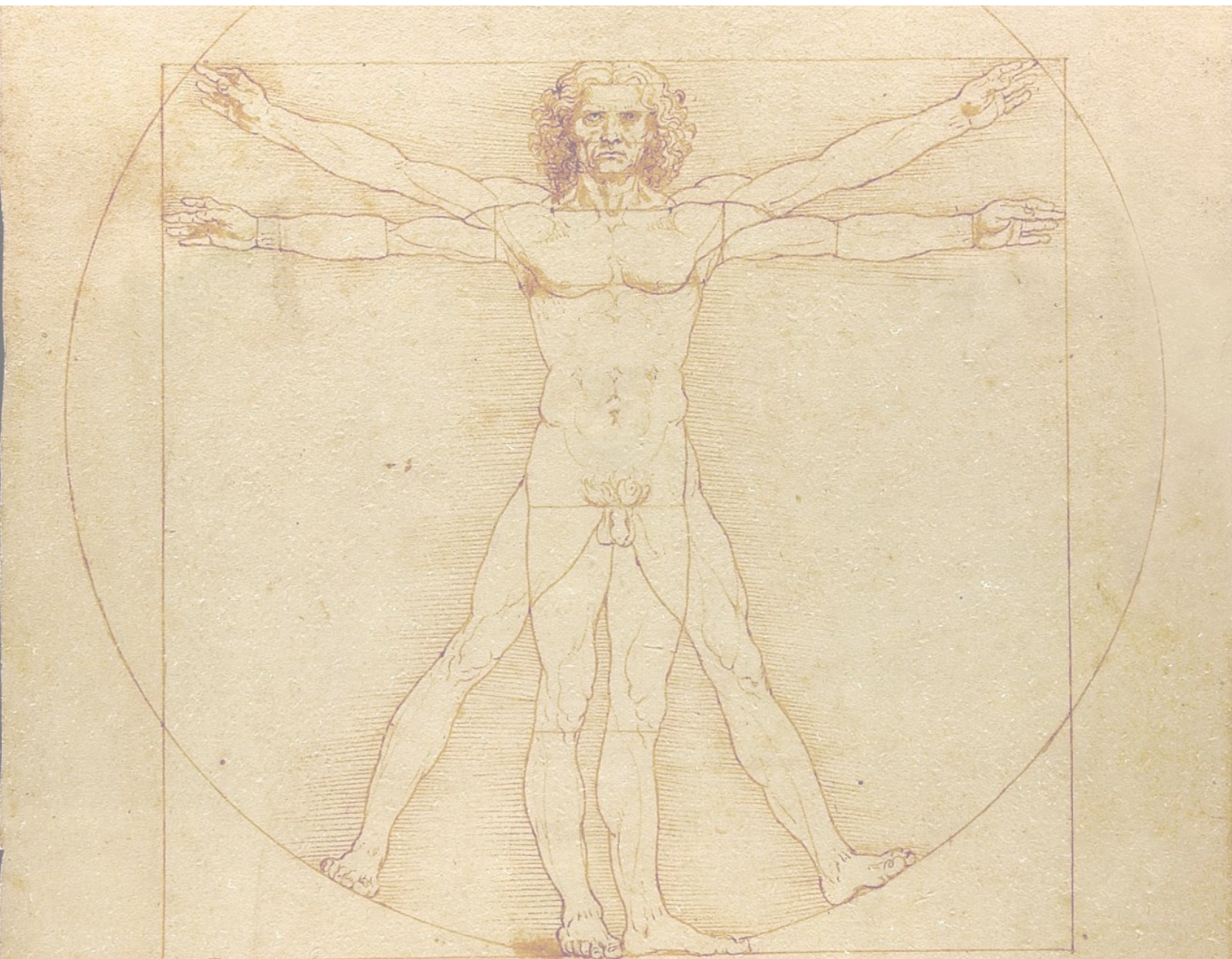
nesta altura, existem alguns em estado de ruína e que sofreram alterações. Existem alguns exemplares que se mantiveram intactos graças à relação com as razões musicais inerente nos seus desenhos construtivos, o que lhe conferem um grande valor histórico. No seguimento do trabalho vamos aprofundar os nossos conhecimentos sobre as razões e analisar algumas obras construídas.

As referências Pitagórico-platónicas vieram revolucionar, sem dúvida, a nossa história, a nossa música, a nossa arquitetura, ..., mas sobretudo revolucionar a forma como podemos olhar para a Natureza, para os Astros, para o Universo. Segundo os gregos, o nosso Universo está cheio de regras. Regras matemáticas e geométricas que o estruturam de forma coesa e coerente, ou seja, PERFEITA!

[30]

“Throughout the history of architecture there has been a quest for a system of proportions that would facilitate the technical and aesthetic requirements of a design.”

(Kappraff _CALTER, 2008, p.26)



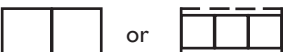
Da Grécia Antiga ao Renascimento

Os gregos exploraram teoricamente imensas áreas científicas, mas não existem muitas verificações práticas (pelo menos que se conheçam) das mesmas teorias para a sua comprovação. Contudo como as teorias Pitagóricas se revelaram coesas, perduraram ao longo dos séculos. Vitruvius, engenheiro e arquiteto do primeiro imperador romano Augustus, veio a preservar as tradições clássicas dos gregos no desenho da arquitetura romana. No primeiro tratado de Arquitetura escrito e ilustrado por ele, *De Architectura* tenta cobrir todos os aspectos relacionados com a função do arquiteto. Este tratado, composto por 10 volumes, utiliza os gregos como principal referência e fala de Pitágoras e Platão pela sabedoria e sagesa dos mesmos. Em *De Architectura*, existe um excerto intitulado de “Honras atribuídas aos Sábios” que diz:

“Que utilidade tem para os homens o facto de Milão de Crotona ter sido invencível nos jogos ou que outros tenham do mesmo modo sido vencedores, a não ser o de serem famosos entre os seus concidadãos enquanto viveram? Todavia, os ensinamentos de Pitágoras, Demócrito, Platão, Aristóteles e outros sábios produzem frutos sempre frescos e florescentes, com estudo quotidiano e contínua procura, não só pelos seus concidadãos como também por toda a Humanidade. Graças a eles, todos os que desde ternos anos se saciam com esta abundância de doutrinas revelam a maior sensibilidade pelo conhecimento, legislam para os cidadãos as regras da Humanidade, direitos iguais e leis sem as quais nenhum Estado pode manter-se incólume.”⁹

Os Romanos, mesmo tendo ideologias divergentes da cultura grega, fizeram dos ensinamentos gregos base das suas convicções e aplicaram os seus conhecimentos nas suas planificações urbanas e mesmo nas suas edificações. As suas aplicações assentavam muito no quadrado em rectângulos com base no quadrado, ou seja, o retângulo $\sqrt{2}$ (a diagonal do quadrado) e o que Kappraff designou de retângulo romano (quadrado mais retângulo $\sqrt{2}$). Os estudos de Kappraff sobre cidades e habitações romanas de Pompeia e Herculano, são excelentes exemplos da aplicação prática dos conhecimentos que possuíam. Estas cidades permanecem intactas até aos nossos dias, o que faz destas excelentes exemplares de estudo. O quadro seguinte, descrito no livro *Squaring the Circle* de Paul Carter faz um apanhado rápido e explicativo da utilização destas geometrias nas habitações de Pompeia e Herculano.

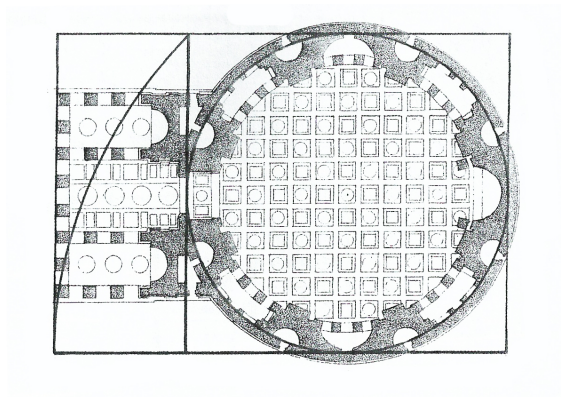
⁹ Vitruvius, MACIEL, 2006, p. 325

House	Diagram	Number of Squares	Size of Regulating Square
Labyrinth, Pompeii		2	116 Oscan ft.
L. Ceius Secundus, Pompeii		3	34 Oscan ft.
Tragic Poet, Pompeii		3 width=diag.	34 Roman ft.
M. Lucretius Fronto, Pompeii		2 or 3 with width=diag.	58 Oscan ft. or 41 Oscan ft.
Vettii, Pompeii		1	116 Oscan ft.
Faun, Pompeii		2 1/2	116 Oscan ft.
Sallustius, Pompeii		1	116 Oscan ft.
Carbonized Furniture, Herculaneum		2 of 3	41 or 24 Roman ft.
Samnite, Herculaneum		2 (to original lot line)	41 Oscan ft.
Tuscan Comonnade, Herculaneum		3	41 Oscan ft.
Wooden Partition, Herculaneum		2 1/2	58 Oscan ft.
Bicentenary, Herculaneum		2	70 Oscan ft.

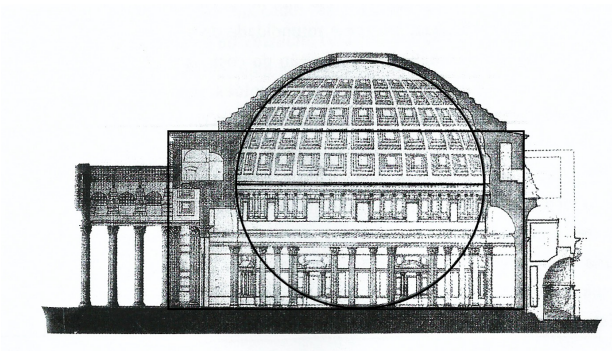
IMG.7

Tabela para casos de estudo
em Pompeia e Herculano

Podemos afirmar que as construções romanas se mostraram determinantes, quer pela concepção das infraestruturas, quer pela natureza monumental dos edifícios que nos deixaram. Um dos edifícios mais marcantes construído por Romanos é, sem dúvida, o Pantheon de Roma. Este edifício sustenta ainda hoje, o que foi a maior cúpula de toda a Europa Ocidental. Este título só foi substituído centenas de anos mais tarde, em 1436, quando Brunelleschi construiu a cúpula da Catedral de Florença. O Pantheon para além de desvendar a grande capacidade construtiva dos Romanos, revela o cuidado que tinham com as formas. A coerência que se sente no espaço é resultado dessa preocupação que Vitruvius escreveu no seu tratado de arquitetura. Confirma-se então tanto na planta como no corte do edifício a geometria implícita. Na planta compreende-se o retângulo $\sqrt{2}$, que Kappraff destacou como uma das geometrias mais usadas pelos Romanos. Além do mais percebe-se que o quadrado que o compõe é a estrutura para o círculo que desenha o corpo do edifício. Já em corte o círculo marca a cúpula e delimita a altura total e um retângulo de duplo quadrado (1:2), marca o corpo do edifício.



IMG.8
Planta do Pantheon de Roma



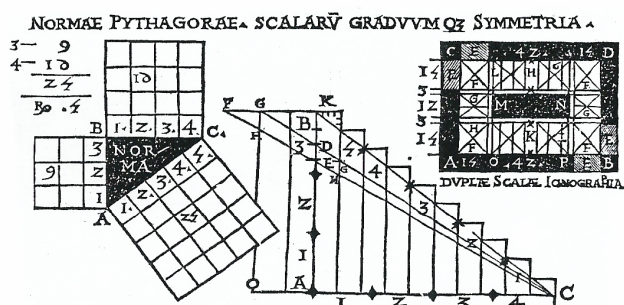
IMG.9
Corte do Pantheon de Roma

AD TRIANGULUM E AD QUADRATUM

Expressões em latim
referentes ao triângulo e ao
quadrado.

Apesar de os romanos terem em consideração os conceitos de matemática e proporção da Grécia Antiga nas suas construções, Vitruvius despertou pouco interesse nos arquitetos do seu tempo. Para eles, o tratado não passava de uma compilação de fontes do período helenístico. Só em meados do século XV é que Vitruvius se torna uma das principais referências bibliográficas graças a Leon Battista Alberti.

A tradição Pitagórico-platónica continuou a ser a coluna vertebral de todas as considerações de proporção, incluindo na Idade Média. Nesta fase da História, as igrejas medievais foram construídas segundo a base geométrica do *ad triangulum* e o *ad quadratum*. Entre todos os triângulos “La figura elegida fue el famoso triângulo pitagórico, que sempre había ocupado un lugar de honor gracias a sus cualidades misteriosas, pues es el único triângulo recto en el que los lados están en progresión aritmética (3,4,5).”¹⁰



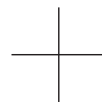
IMG.10

O triângulo pitagórico,
Vitruvius, ed. 1521

Já com o *ad quadratum*, o quadrado e o rectângulo seriam as escolhas óbvias para a construção de um edifício, mas nesta altura também utilizavam a cruz como base construtiva. A cruz, figura relacionada com o quadrado, revelou-se fundamental para o desenho de plantas de igrejas e que hoje denominamos de “Cruz Latina” e “Cruz Grega”.



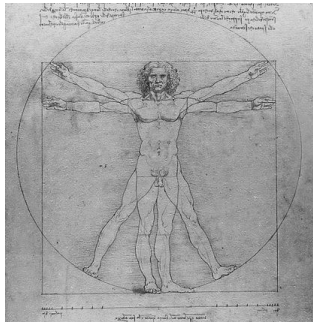
Cruz Latina



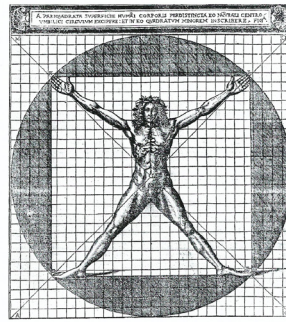
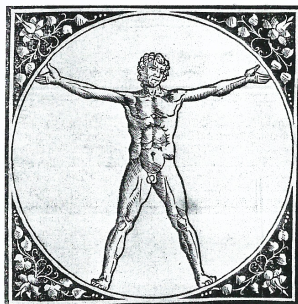
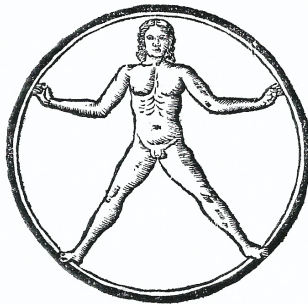
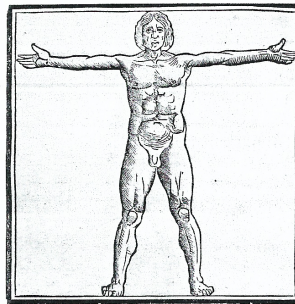
Cruz Grega

¹⁰ WITTKOWER, 1979, p.533

A planta em cruz latina foi também comparada com a figura humana, um homem de braços abertos que provavelmente estaria conectado simbolicamente com Cristo crucificado. As relações do corpo humano à arquitetura eram uma constante. O corpo humano era um ideal de proporções e a única base métrica utilizada (palmo, braças, polegadas...). Já os gregos falavam desta relação, mas a referência mais conhecida foi-nos deixada no *De Architectura*: o conhecido “homem de Vitruvius”. Existem várias representações do mesmo incluindo a famosa versão de Leonardo da Vinci.



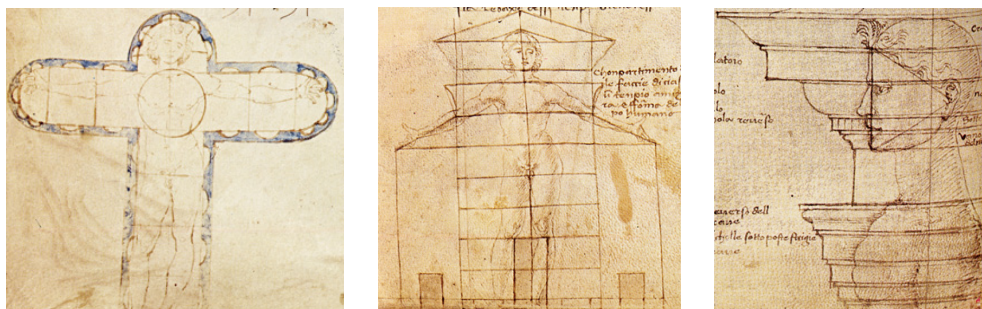
Leonardo da Vinci

Francesco di Giorgio,
Codex Ashburnham 361, c.1470-1490Cesariano, edição de Vitruvius,
Como, 1521Fra Giocondo, edição de Vitruvius,
Veneza, 1511Francesco Giorgi,
De Harmonia Mundi, 1525Fra Giocondo, edição de Vitruvius,
Veneza, 1511

IMG.11
Conjunto de representações
do “Homem de Vitruvius”

Francesco di Giorgio Martini, pintor, arquiteto e engenheiro de muitos engenhos e fortificações militares desvenda no seu “*Trattato di Architettura, Ingegneria e arte militare*” (1482) excelentes desenhos que retratam a representação do corpo humano, mas nestes seus desenhos existe uma relação direta entre o corpo e os vários elementos do edifício.

IMG.12
Conjunto de representações
do tratado de Francesco di
Giorgio, 1482



Apesar da importante relação simbólica entre o Homem e a criação arquitetônica, a presença da geometria era fundamental, pois o espaço é construído a partir de formas e proporções. Durante a Idade Média a maior referência para a arte cristã foi Santo Agostinho (354-430), pois moldou o pensamento da época. No seu primeiro tratado *De Musica*, define a música como a “ciencia de la buena modulaci3n”¹¹. Neste tratado, Santo Agostinho defende que os números e as proporções encontradas na música são considerados simbolos sonoros com os quais o Criador concebeu o Universo. As suas teorias, apesar de grande influência cristã e das suas conotações constantes com Deus Criador, são fruto das teorias Pitagóricas e dos escritos de Platão em *Timaeus*, onde descreve um Universo criado a partir de razões musicais.

*“Los principios de la buena modulaci3n musical y de su apreciaci3n que San Agustín estableci3 en De Musica son principios matemáticos, y por lo tanto, de la misma manera que la música, se aplican también, en su opini3n al menos, a las artes visuales.”*¹²

Boécio (c.480-524), discípulo de Santo Agostinho, foi considerado por Simson uma das maiores autoridades matemáticas para a Escola de Chartres e na Idade Média em geral. As primeiras obras de Boécio descreviam as quatro principais disciplinas matemáticas da Antiguidade: a aritmética, a música, a geometria e a astronomia que Boécio descreveu como o *Quadrivium*.

Partindo do principio que a música é uma força que atravessa o Universo, Boécio classificou-a segundo três categorias:

- Música mundana ou cósmica
- Música humana
- Música instrumental

¹¹ SIMSON, 1980, p.43

¹² SIMSON, 1980, p.44

A “música mundana ou cósmica”, estava relacionada com a música dos astros e a harmonia das esferas celestes. Esta categoria está sem dúvida relacionada com “a música das esferas”¹³, teoria defendida por Platão que descreve as distâncias entre os planetas como contendo razões musicais e o movimento das suas rotações produzindo um som belo e harmonioso. A “música humana” pressupunha uma introspeção intelectual, um princípio unificador do corpo e da alma do Homem assim como as partes do seu corpo. Já a “música intrumental” refere-se à música como a reconhecemos, música tocada e cantada pelo Homem.

Boécio exerceu uma enorme influência neste tempo. Apesar de as referências mudarem ao longo da história, os princípios mantiveram-se fieis às teorias Pitagórico-platónicas tal como a noção de beleza intimamente relacionada com razões matemáticas e com o Universo.

*“Sin el principado del número, como lo denomina San Agustín, el universo regresaría al caos. Tomando el fragmento bíblico que dice “has ordenado todas las cosas en medida, número y peso”.”*¹⁴



IMG.13
Deus Criador do Universo

Existem vários casos medievais em que se conhece bem o recurso a essa base geométrica: catedrais como a de Milão, Chartres, Reims, Amiens e Colónia. Um dos casos medievais mais bem documentados é a Igreja de San Petronio em Bolonha, devido a uma tentativa de redução em altura da igreja. Um arquiteto de 1592, conhecedor das proporções medievais, publicou protestos contra essa intervenção. Nesses protestos defendia que a alteração da altura levaria ao abandono da triangulação ou a trama quadriculada que constituía a base geométrica da igreja.

¹³ CALTER, 2008, p.25

¹⁴ SIMSON, 1980, p.44

Simson dá-nos também como referência a Abadia românica de S. Miguel de Hildesheim do século XII. Esta abadia é um caso representativo da utilização de considerações matemáticas, mas é referenciado por Simson pela existência de escritos de Boécio sobre esse mesmo facto. Na planta e no alçado principal são-nos reveladas as proporções tidas em conta: 1:1, 1:2, e 2:3 tornando imediatamente evidente as relações musicais consideradas (1:2:3). Estas mesmas proporções também estão presentes na composição das arcadas das Galerias dos Anjos, que abrem de dois arcos para quatro e seis arcadas respetivamente. A Idade Média é rica de exemplos de aplicação de razões e proporções, mas é o Renascimento que utiliza as teorias Pitagórico-platónicas de forma exaustiva e revolucionária. Apesar do recurso geométrico na época Medieval, “... durante la larga história del arte europeo se utilizaron dos clases de proporciones, ambas derivadas del mundo de las ideas pitagórico-platónicas, y que la Edad Media favoreció la geometría pitagórico-platónica mientras que el Renacimiento y los períodos clásicos prefirieron la faceta numérica, es decir, aritmética de esa tradición”¹⁵

“La teoria de las medidas y la creencia en la belleza de las proporciones “musicales” había pasado a primer plano y expremetó una notable revitalización en la época de Renascimento”¹⁶, declarando-se o auge da utilização das teorias pitagórico-platónicas. Os arquitetos desta época que estudavam os documentos disponíveis, escreveram vários tratados de arquitetura com base nos mesmos conhecimentos mas sobretudo levaram a prática a uma exatidão nunca antes conseguida. Este arquitetos acreditavam que quanto mais perfeccionistas fossem na utilização dos princípios pitagórico-platónicos, mais próximos estariam da perfeição, conseguindo assim que os seus edifícios estivessem em comunhão com Universo. Inclusive Wittkower refere-se à arquitetura Renascentista como “architecture of pure form”¹⁷, tal é o detalhe com que estas obras são realizadas. Mesmo na construção de igrejas, o objectivo não era encontrar uma forma “sacra”, a maneira que eles tinham de se aproximarem de Deus era desenhá-las em harmonia com o Cosmos.

Qualquer arquiteto Renascentista devia possuir os conhecimentos sobre as teorias Pitagórico-platónicas, mas foram arquitetos italianos como Alberti, Palladio e Brunelleschi que se distinguiram e nos deixaram os melhores exemplos de arquitetura Renascentista. Igrejas, villas e outros equipamentos públicos foram criados tendo em conta as razões musicais. Independentemente da sua função, as

¹⁵ WITTKOWER, 1979, p.533

¹⁶ Idem, p.530

¹⁷ WITTKOWER, 1973, p.15

razões musicais serviam para os arquitetos Renascentistas criarem edifícios belos.

*“Beauty is thus, according to Alberti, a harmony inherent in the building, a harmony which, as he subsequently explains, does not result from personal fancy, but from objective reasoning. Its chief characteristic is the classical idea of maintaining a uniform system of proportion throughout all parts of a building. And the key to correct proportion is Pythagoras’ system of musical harmony.”*¹⁸

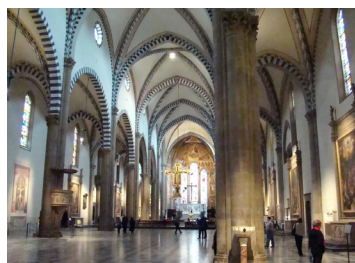
O Renascimento deixou-nos inúmeros exemplos extraordinários, fundamentalmente em Itália, que poderiam ser de considerar neste trabalho. Contudo entre obras como a cúpula da Catedral de Florença de Brunelleschi, cujas proporções serviram inclusivé na composição da peça musical para a sua inauguração, e a imensidão de villas que Palladio projectou, foram considerados simplesmente dois exemplos para estudar. Esta escolha deveu-se sobretudo à quantidade e consistência da informação. Para conseguir explicar de forma mais figurativa as razões musicais, foram seleccionados os seguintes exemplos:

- Igreja de S. Francesco della Vigna



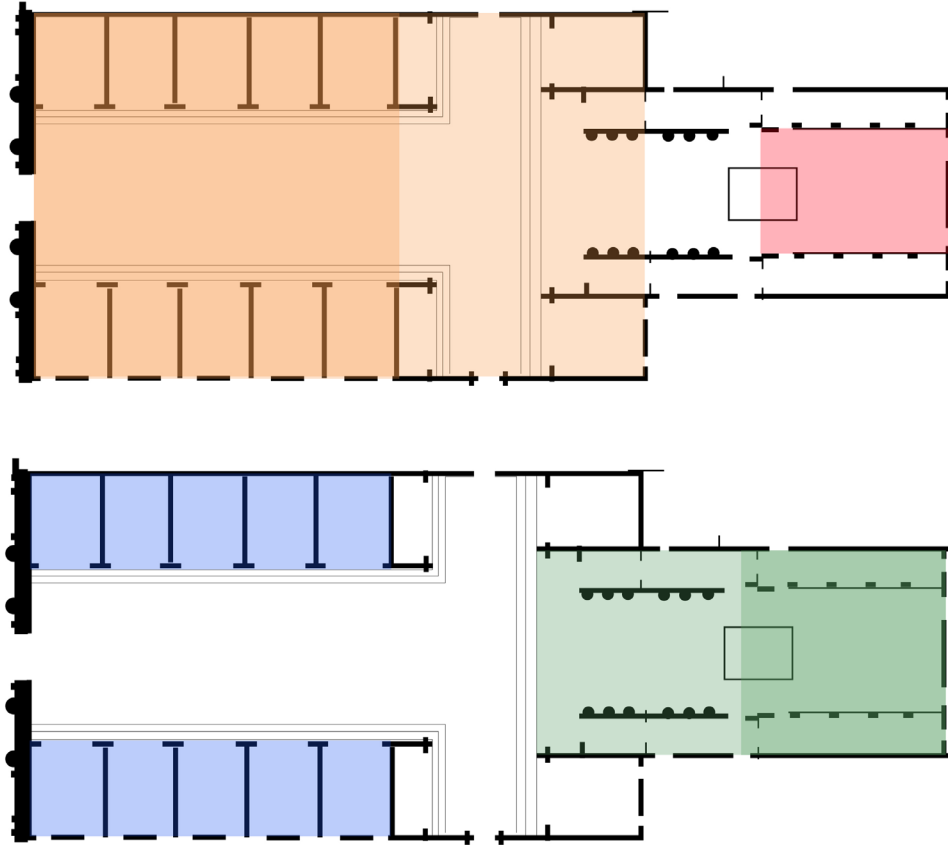
IMG.14
Fotografias da Igreja S.
Francesco della Vigna

- Fachada da Igreja de S. Maria Novella



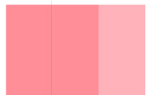
IMG.15
Fotografias da Igreja de S.
Maria Novella

¹⁸ WITTKOWER, 1973, p.41



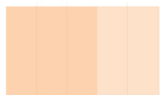
Rectângulo 3:4

Encontra-se fundamentalmente nas capelas laterais.



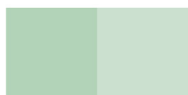
Rectângulo 2:3

Encontra-se na zona do altar e marca a zona do transepto.



Rectângulo 3:5

Medida de um quadrado mais rectângulo 2:3 marca a medida do corpo da igreja. O quadrado delimita a zona das capelas laterais e o rectângulo 2:3 faz a medida do transepto.



Rectângulo 1:2

Medida da cabeceira da igreja.

IMG.17
Esquema explicativo das
razões utilizadas na Igreja S.
Francesco della Vigna

S. Maria Novella

A igreja de S. Maria Novella foi construída em 1049, em Florença, sobre um pequeno oratório de Santa Maria delle Vigne. Concedida aos dominicanos em 1221 foi feita uma ampliação por Fra Sisto da Firenze e Fra Ristoro da Campi, que principia em 1279. Completada em meados do séc. XIII, a igreja só foi consagrada em 1420 pelo Papa Eugénio IV.

Com uma igreja de raiz medieval, Leone Battista Alberti teve a oportunidade de passar pelo desafio de projetar as fachadas para a igreja. Existem várias referências temporais para a construção da fachada, mas a data que pensam estar mais próxima da realidade é 1456. Na fachada principal, Alberti debateu-se com vários desafios: pequenas pré-existências na fachada antiga que teria de considerar obrigatoriamente. Entre as várias pré-existências góticas é de assinalar as tumbas laterais com os seus arcos em ogiva e a janela redonda ou rosácea que se fazia afirmar em todo o conjunto e era um ponto de luz necessário para o interior da igreja. Contudo, Alberti, apesar de todas as condicionantes, conseguiu desenhar uma fachada clássica que convive com as pré-existências medievais de forma pacífica.

Alberti, como arquiteto Renascentista e seguidor das teorias clássicas, não deixou de considerar as consonâncias musicais Pitagóricas. Wittkower descreveu-o da seguinte forma:

*“Proportions recommended by Alberti are the simple relations of 1:1, 1:2, 1:3, 2:3, 3:4, etc, which are the elements of musical harmony ...”*²⁰

Todas as proporções referidas foram utilizadas, mas neste projeto em particular o quadrado foi a figura central pois inclusivé a fachada circunscreve-se exatamente dentro de um. Os diferentes níveis da fachada também são distinguidos através de um quadrado na parte superior e de um duplo quadrado na parte inferior, que em termos musicais relaciona-se com a oitava.

A utilização do quadrado, ajudou Alberti a permanecer fiel às crenças Renascentistas mas também o ajudou a integrar a fachada com as tradições medievais. Esta intervenção fez com que a fachada de S. Maria Novella fosse reconhecida como o primeiro exemplo Renascentista de euritmia, ou seja, em que existe uma justa proporção entre as partes e o todo.



IMG.18
Esquema explicativo das
razões utilizadas na Igreja S.
Maria Novella

NÚMERO DE OURO

[46]

“(...) wherever there is an intensification of function or a particular beauty and harmony of form, there the Golden Mean will be found.”

(LAWLOR, 1982)



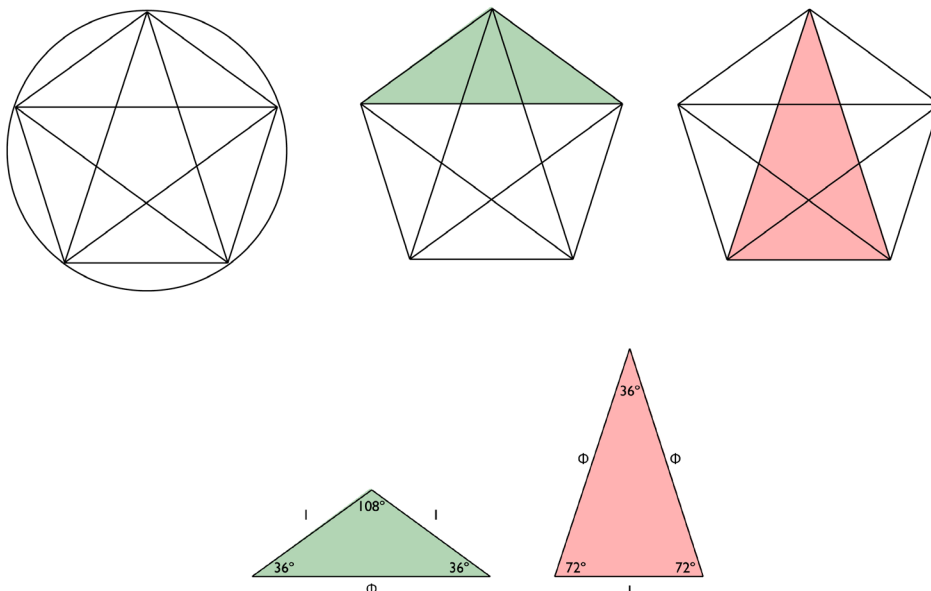
A Escola de Atenas e o Número de Ouro

O Número de Ouro ou “the world’s most astonishing number”²¹ é hoje em dia um dos números mais famosos do mundo devido às suas conotações místicas, passando a ser referenciado como um dos números base da maioria dos elementos da Natureza. A sua primeira definição foi-nos concedida por Euclides, discípulo de Platão, através do seu livro *Elementos*. Contudo Euclides não se refere ao Número de Ouro como tal, mas denomina-o de “média e extrema razão”. Este também é designado como “secção de ouro”, “média de ouro”, “razão de ouro” ou “divina proporção”. Este número ou razão também pode ser designado de Phi (Φ), letra grega que provem do nome Phidias, um escultor grego que supostamente utilizou a razão de ouro nas suas esculturas.

A estrela em pentagrama era igualmente reconhecida pelos Pitagóricos, tal como a “Sacred Tetraktys”, por conter a razão de ouro. A construção da estrela em pentagrama era supostamente um segredo bem guardado entre os Pitagóricos. De acordo com a lenda, Hippocrates foi expulso da Escola de Atenas por ter divulgado este segredo a terceiros. O pentagrama e o pentágono a que está associado contêm a razão de ouro na sua geometria. Os triângulos constituintes da estrela e do pentágono contêm o número de ouro, sendo denominados de triângulos de ouro.

PENTAGRAMA²²

O pentagrama pode apresentar 2 formas: pentagonal ou estrelada (dez ângulos). A simbologia é múltipla, mas está sempre baseada no número 5, que exprime a união dos desiguais. A este título, é um microcosmos. As 5 pontas do pentagrama harmonizam numa união fecunda o 3, que significa o princípio masculino, e o 2, que corresponde ao princípio feminino. Simboliza, então, o andrógino. Serve de sinal de reconhecimento para os membros de uma mesma sociedade; por exemplo, na antiguidade, entre os pitagóricos: integra no grupo. É uma das chaves da Alta Ciência: abre a via do segredo.

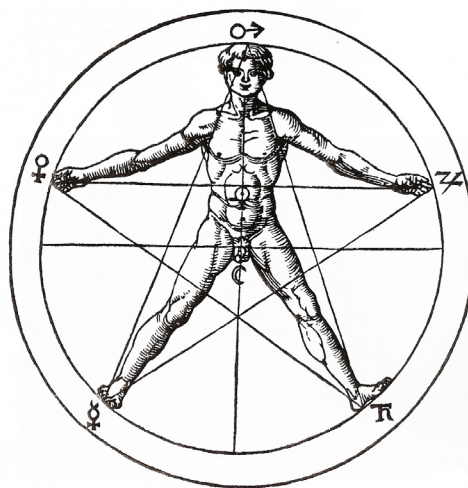


IMG.19
Presença do número de ouro no Pentagrama e no Pentágono

²¹ CALTER, 2008, p.39

²² CHEVALIER, 1994, p.

A Estrela de 5 pontas inserida numa circunferência, é muitas vezes representado com a figura de um Homem com a cabeça e os membros em cada ponta da estrela. Esta estrela simbolizava para os Gregos o Homem, o Microcosmos e calcula-se que também representaria Saúde, porque em muito desenhos do pentagrama associam as letras ΥΓΙΩΑ, que em grego significa “saúde”. Pela relação que o pentagrama tem com o Homem e com a sua constituição é associado também o simbolismo da Carne e por isso é hoje em dia utilizado por grupos satânicos.



IMG.20
Representação Simbólica do
Homem como Microcosmos,
Agrippa (1486?-1535)

O número 5, ou pentad para os Pitagóricos, foi o número de eleição a que associaram o número de ouro. O número 5 para os Pitagóricos é constituído pela união do primeiro número feminino dois com o primeiro número masculino três através da adição e é o número de dedos das mãos e dos pés. O número 5 também se releva por ser o número de sólidos Platónicos. Estes sólidos foram referidos por Euclides no livro XIII de *Elementos* mas com a sua associação a Platão.

Os sólidos Platónicos, conhecidos desde a Antiguidade Clássica, são os únicos sólidos construídos a partir de figuras geométricas regulares como o triângulo equilátero (tetraedro, octaedro e icosaedro), o quadrado (cubo ou hexaedro) e o pentágono (dodecaedro).



IMG.21
Os Sólidos Platónicos

Tetraedro

Cubo (Hexaedro)

Octaedro

Icosaedro

Dodecaedro

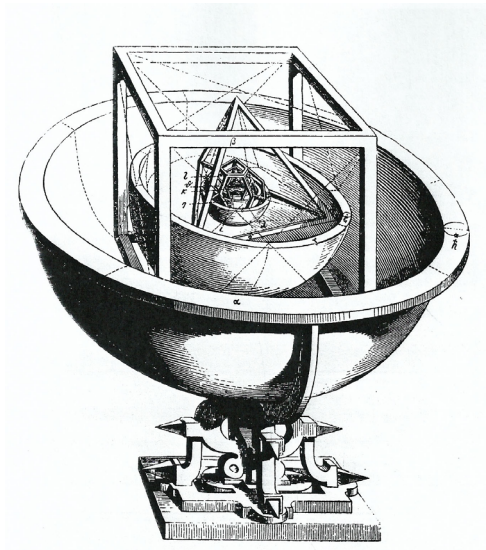
Como já vimos anteriormente os números 1,2,3 e 4 estavam associados a alguns destes sólidos e aos elementos que constituem a Terra. Com a nova referência do número 5, a tabela apresenta-se da seguinte forma:

Sólidos	Números	Elementos	Faces
Tetraedro	1	Fogo	4 triângulos equiláteros
Octaedro	2	Ar	8 triângulos equiláteros
Icosaedro	3	Água	20 triângulos equiláteros
Hexaedro	4	Terra	6 quadrados
Dodecaedro	5	Cosmos	12 pentágonos regulares



IMG.22
Os Sólidos Platônicos e as suas relações com os elementos da Natureza

Estes 5 sólidos platônicos são desenhados simbolicamente dentro da esfera ou de um globo como representação simbólica da importância dos números 1, 2, 3, 4 e 5 como dos 5 sólidos. Com esta representação pretende fundamentalmente revelar a importância das razões como estrutura fundamental do Universo.



IMG.23
Versão de Kepler sobre o sistema solar, constituído de Sólidos Platônicos

[50]

“The basic principles underlying the greatest art so far produced in the world may be found in the proportions of the human figure and in the growing plant.”

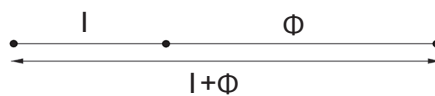
(Jay Hambidge_ CALTER, 2008, p.266)



Phi e a Sequência de Fibonacci

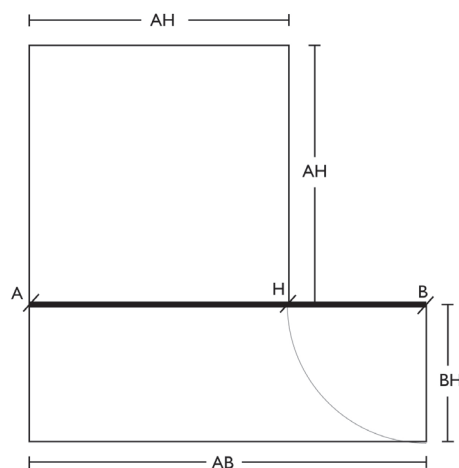
Com este capítulo pretende-se fornecer uma observação pertinente, numa abordagem mais geométrica e matemática dos termos. O número Φ , declarado como “the world’s most astonishing number”, foi descoberto na sequência de explorações geométricas, tal como o π . O número de ouro é definido em termos geométricos, da seguinte forma:

“The golden ratio divides a whole so that the smaller part is to larger as the larger is to the whole.”²³



IMG.24
Esquema do número de ouro

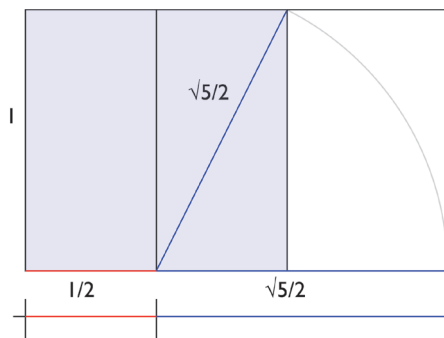
No livro II dos *Elementos* de Euclides, são explicadas todas as condições geométricas sobre a afirmação apresentada anteriormente. Inicialmente temos de considerar, como mostra na imagem 24, um segmento de recta AB e dividi-lo com H . Se construirmos um rectângulo de comprimento AB e altura BH , este vai ter exatamente a mesma área de um quadrado de lado AH . O H vem dividir o segmento AB com o razão de ouro, se equacionarmos as duas áreas. $(AB)(BH) = (AH)(AH)$



IMG.25
Reprodução do esquema dado por Euclides em *Elementos*

Para o desenvolvimento dos temas seguintes é importante saber o valor do Φ ou do número de ouro. Apesar de ser um número irracional é possível reconhecê-lo facilmente na construção do rectângulo de ouro. Este rectângulo é conhecido por ter uma relação de $1 : \Phi$ e, pela sua construção geométrica, conseguimos tirar as conclusões sobre o valor do número de ouro.

²³ CALTER, 2008, p.40



IMG.26

Representação geométrica
do rectângulo de ouro para
explicação do Phi

$$\Phi = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,6180340$$

A Série ou Sequência de Fibonacci, surgiu na Idade Média, às mãos do matemático Leonardo Fibonacci (do qual derivou o nome). Esta sequência revelou-se de extrema importância pela relação que demonstrou com o número de ouro no seu livro “Liber Abaci” ou “Book of Calculation” datado de 1202. Este promissor matemático revela que descobriu a sequência quando tentava resolver um problema com uma população de coelhos. Querendo saber quantos coelhos teria no final de um ano, chegou a esta fantástica sequência.

“A certain man had one pair of rabbits in a certain enclosed place, and one wishes to know how many are created from the pair in one year when it is the nature of them in a single month to bear another pair, and in the second month those born to bear also.”²⁴

Esta curiosa revelação é demonstrativa do valor utilitário que esta sequência pode ter na vida do Homem. A sequência de Fibonacci, constituída por números naturais, caracterizou-se então pelo facto de cada termo corresponder à soma dos seus dois precedentes, podendo traduzir-se na seguinte série numérica:

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 ...

Jacques Philippe Marie Binet (1786 - 1856), um matemático francês, foi quem tornou esta sequência numa das mais incríveis da história, conseguindo relacionar a sequência de Fibonacci ao místico e muito proclamado número de ouro. Binet

²⁴ CALTER, 2008, p.46

estudava a sequência de Fibonacci quando fez a importante descoberta. Queria arranjar uma fórmula para saber, por exemplo, qual seria o 15º número da sequência sem necessitar de escrever a série completa até tirar como conclusão o número 610. Foi para este problema que surgiu a fórmula de Binet, para conseguir encontrar os números necessários. A fórmula de Binet está intrinsecamente relacionada com o número de ouro, podendo observar na sua equação matemática.

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

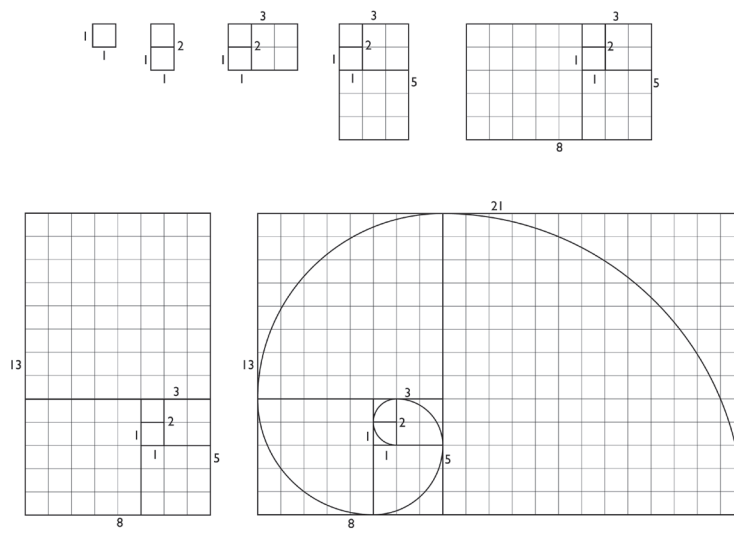
Fórmula da Fibonacci

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$$

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\phi \right)^n - \left(-\frac{1}{\phi} \right)^n \right]$$

Fórmula de Binet

Depois desta descoberta foram feitos imensos estudos da relação do número de ouro com a série. A sequência de Fibonacci foi detectada na Natureza em inúmeros fenómenos e segundo diversas formas. O Nautilus Marinho ficou conhecido pela sua estrutura em espiral baseada na série. Denominada de espiral de ouro esta contém a sequência segundo o esquema representado na imagem 27.



IMG.27

Esquema representativo da Sequência de Fibonacci em espiral

A espiral de ouro foi reconhecida na Natureza não só no Nautilus Marinho, mas também em elementos como o centro do girassol, nas saliências da pinha e mesmo de um abacaxi. A espiral passou a constituir uma das formas perfeitas de maior referência para o Homem. A sua geometria tão próxima das formas naturais, passou a servir de mote para a criação em muitas obras de arte.

IMG.28
Nautilus Marinho



IMG.29
Girassol



Contudo as proporções áureas na Natureza não se limitam à espiral de ouro. O número de ouro aparece-nos na Natureza segundo imensas formas. O Pentagrama também faz parte da natureza e pode ser encontrada nas estrelas-do-mar ou em flores como as petúnias ou os lírios. O Homem também foi alvo de estudo pela sua relação com a proporção áurea. A sua relação não se limita à sua inscrição dentro do Pentagrama, foram entretanto feitos muitos estudo sobre o corpo humano estando relacionados com o número de ouro, entre muitos, os desenhos de Da Vinci e o Modulor de Le Corbusier.

IMG.30
Estrelas do Mar



IMG.31
Petúnias



As buscas incessantes sobre o ser Humano e os elementos existentes na Natureza por estes serem harmónicos e belos, resultou na busca por uma ordem de relações numéricas e combinações para explicar a sua perfeição.

O número de ouro revelou-se em muitos elementos da natureza e por isso ganhou uma maior conotação mística do que as razões musicais. Muita gente acredita que a proporção áurea é a principal regra do Universo, apresentando-se sob inúmeras formas numa imensidão de elementos naturais (animais e plantas). É por este mesmo motivo que “the world’s most astonishing number” se tornou uma das principais referências criativas na busca da Perfeição. Se o Belo provém da Natureza e se se descobriu que o número Φ está presente na maioria dos elementos naturais, então este número passou sem dúvida a um meio de atingir o Belo.

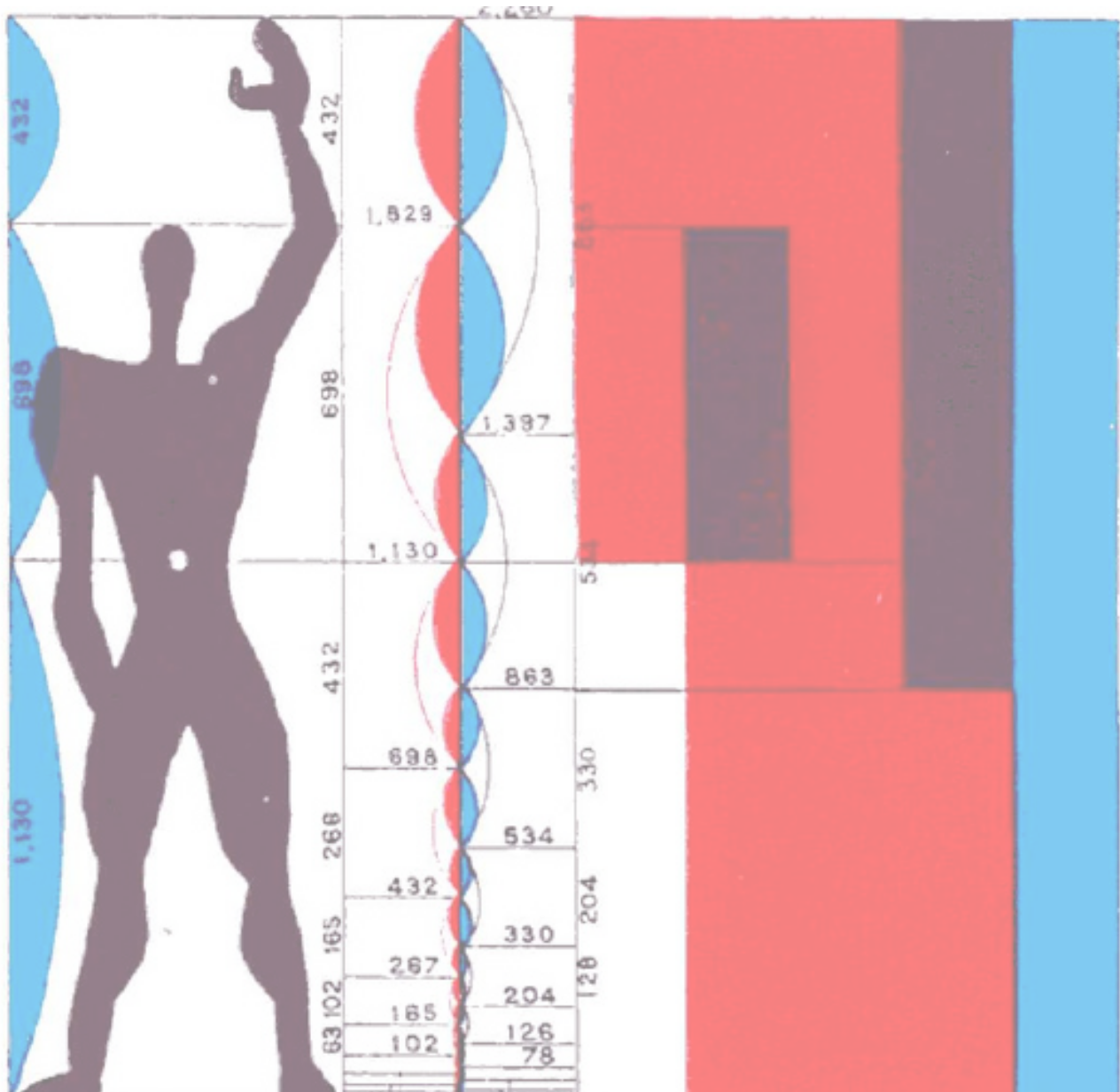


IMG.32
Constelação

[56]

“O Modulor, que é a chave que abre, num certo domínio,
a porta-do-milagre-dos-números.”

(Le CORBUSIER, 2010, p.83)



O Modulor de Le Corbusier

Charles-Edouard Jeanneret-Gris, mais conhecido pelo seu pseudônimo de Le Corbusier, foi um arquiteto, urbanista e pintor, que marcou a história da arquitetura não só pelas suas obras e pela sua criatividade, mas também pela idealização de um sistema de proporções a que chamou de *Modulor*. Quando este arquiteto, de ideias simples e olhar atento necessitou, aos 23 anos de idade, de desenhar a fachada de uma casa, debateu-se imediatamente com a seguinte questão:

*“Qual é a regra que ordena, que unifica todas as coisas?”*²⁵

Desde esse dia, Le Corbusier decidiu relembrar tudo o que já teria visto e de investigar sobre este seu problema de natureza geométrica. Como era um autodidata e fugiu ao ensino oficial, desconhecia as regras canônicas e os princípios codificados ditados pelas Academias. Com a mente aberta e o seu espírito para fenômenos plásticos cubistas, partiu à aventura da descoberta das proporções.

Pertencente a uma família de músicos, sabia o que compunha a música e era capaz de falar dela e de a analisar. Quando compreendeu que a base das proporções Pitagórico-platônicas era sustentada pela música, reconheceu o seu paralelismo e decidiu estudar a fundo o tema.

*“A música é **tempo** e **espaço**, tal como a arquitectura. A música e a arquitectura dependem da medida.”*²⁶

Pitágoras foi capaz de reconhecer as composições sonoras e contê-las numa escrita musical para assim as transmitir através do tempo e do espaço. Esses modos são base da conhecida música gregoriana, utilizada durante grande parte da História da Música. Durante séculos a 8ª, a 5ª e a 4ª Pefeita foram a base de uma criação musical simples, onde gradualmente foram introduzindo o ritmo e outros intervalos. Foi com Bach que a introdução de outros intervalos atinge o seu auge com a “gama temperada”.

*“Foi então que a família de Bach, e, particularmente, o próprio Johann Sebastian, criou uma nova notação musical: “**a gama temperada**”, uma nova e aperfeiçoada ferramenta, que oferece à composição musical, de aí em diante, um forte impulso. Esta ferramenta tem sido usada desde há três séculos, e provou que é capaz de expressar a maior subtileza do espírito: o pensamento musical – o de Johann Sebastian, de Mozart e Beethoven, de*

²⁵ Le CORBUSIER, 2010, p.42

²⁶ Idem, p.46

Debussy ou Stravinski, de Satie ou Ravel, ou o dos compositores atonais dos nossos dias.”²⁷

Foi então que Le Corbusier, no seguimento do seu trabalho de pesquisa, colocou a seguinte questão:

“Será que se sabe que, no que diz respeito ao âmbito visual – as medidas -, as nossas civilizações ainda não chegaram ao patamar atingido pela música? Até agora, nada do que foi feito, construído, distribuído em comprimentos, larguras ou volumes, beneficiou de uma medida equivalente aquela de que a música dispõe – um ferramenta de trabalho ao serviço do pensamento musical.”²⁸

L' ESPRIT NOUVEAU

Revista francesa criada em 1921 para a publicação de artigos teóricos sobre arte e arquitetura. O Objectivo da revista era a de estimular a remoção da arte e da arquitetura com um “espírito novo” (nome da revista), uma vez que no final da 2ª Guerra Mundial se tornaria necessário a criação de novas infraestruturas. Foi fundada e dirigida inicialmente por Le Corbusier para a qual também escreveu alguns artigos.

Muitos anos depois de publicar em *L'Esprit Nouveau* o artigo “Les Tracés Régulateurs” (1921), contactou com dois professores que influenciaram o trabalho da sua vida: Matila Ghyka e Andréas Speiser. Le Corbusier conheceu o trabalho de Matila Ghyka através de vários livros que abordavam o tema das proporções na natureza e na arte, relacionando-os com o número de ouro. O conteúdo chamou a sua atenção, mas os seus conhecimentos matemáticos não eram suficientes para compreender a essência dos livros. Um dia teve a oportunidade de conhecer um dos trabalhos de investigação que o professor Andréas Speiser estava a desenvolver, no qual referia um estudo sobre a relação dos ornamentos egípcios com Bach e Beethoven, onde a matemática fornecia todas as demonstrações e provas, levando Le Corbusier, no desenrolar das conversas sobre a investigação, a exprimir o seguinte:

“A natureza é matemática; as obras-primas da arte estão em consonância com a natureza, exprimem as suas leis e servem-se delas. Portanto, a obra de arte é matemática, e o erudito pode aplicar-lhe o implacável raciocínio das fórmulas perfeitas. (...) Se o Professor me pedisse para inscrever um ornamento num objecto dessa natureza, eu, como artista plástico, encontraria essa disposição ornamental no meu caminho, pois faz parte das inevitabilidades da ornamentação; faz parte de uma pequena série de conjuntos de soluções cuja chave é a própria Geometria, condicionada pelo espírito géometra que existe no ser humano, tal como constitui a própria lei da natureza.”²⁹

²⁷ Le CORBUSIER, 2010, p.32

²⁸ Idem, p.33

²⁹ Idem, p.47

Esta abordagem levar-nos-ia a concluir que as matemáticas foram um meio criado pelo Homem para lhe proporcionar uma compreensão de tudo em seu redor. O Universo, depois da criação de regras matemáticas, foi alvo de estudos com sucessos e insucessos, mas que permitiram ao Homem abrir algumas portas.

“(...) abrimo-la, entramos, estamos noutro lugar, o lugar dos deuses, onde se encontram as chaves dos grandes sistemas. Estas portas são as portas dos milagres. Tendo passado por uma, já não é o ser humano quem actua: é o universo que este aqui toca num ponto qualquer.”³⁰

Os números deram ao Homem a possibilidade de explorar e compreender o Universo, e o Homem não pode deixar de agir e pensar como ser inteligente que é, recorrendo às medidas e à matemática para servir as suas necessidades (o seu corpo) e para compreender melhor o Universo em que vive (o seu intelecto). Tempos se passaram e Le Corbusier sentiu também necessidade de possuir um instrumento de medidas perfeitas para as suas necessidades e as necessidades de uma nova sociedade movida pela máquina.

“(...) a primeira locomotiva instaurou a velocidade mecânica, num prelúdio à destruição de costumes, realidades e necessidades, e, consequentemente, dos meios que estavam ajustados à velocidade de deslocação possível até então – a caminhada a pé, que marcou a cadência das acções, decretou necessidades, estabeleceu meios, criou usos.”³¹

Nessa época, os mecanismos, a aceleração do ritmo de vida, a concentração de população nas cidades e a fabricação em massa, obrigam a uma cada vez maior *standardização*. Sensível a estas alterações estruturantes na sociedade desses dias, Le Corbusier tenta desenvolver um instrumento de trabalho de medições lineares, semelhante à escrita musical, que lhe proporcione regras e medidas para mais facilmente tomar decisões e que lhe permita atender a uma multiplicidade de trabalhos que lhe eram propostos. Surgiu assim uma das maiores criações da História da Arquitetura: o *Modulor*.

Para a sua construção baseou-se num homem com 1,83 metros de altura, correspondente a 6 pés, facilitando a correspondência entre metros e polegadas, ou seja, entre o sistema métrico e o sistema anglo-saxónico. Inicialmente ele a sua equipe considerou um Homem com 1,75m de altura pois era a medida do próprio

“MODULOR”

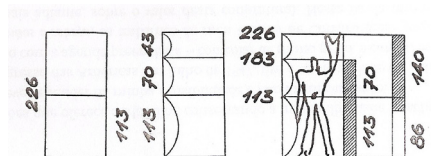
A palavra “Modulor” foi criada pela contração de duas palavras francesas “module” e “or”, que em português significam “módulo” e “ouro”, revelando através do seu nome o recurso ao número de ouro.

³⁰ Le CORBUSIER, 2010, p.93

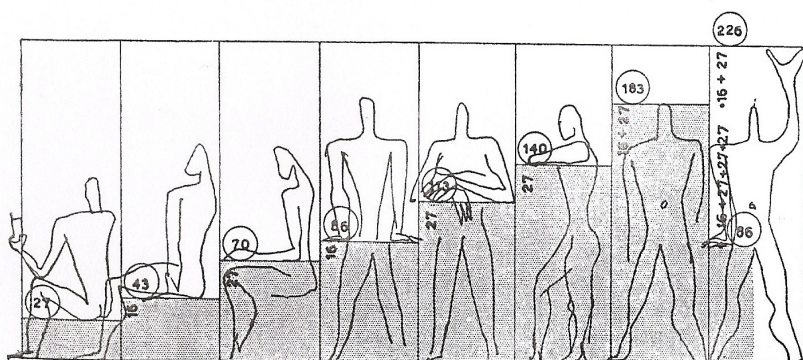
³¹ Idem, p.34

Le Corbusier, mas como as medidas iniciais originavam muitas casas decimais e a consideração de um Homem de 6 pés ajudava à relação dos sistemas de medidas, foi então alterada. Inseriu para isso o homem com um braço erguido num retângulo equivalente a um duplo quadrado, e com o auxílio do retângulo de ouro e a série de Fibonacci, fez gerar duas séries de medidas em harmonia com o corpo humano. O Modulor é então composto por duas séries: a vermelha e a azul. A série vermelha é resultante da associação da série de Fibonacci com a unidade 113 (medida que marca o meio do retângulo duplo e o centro do Homem). Já a série azul está associada à unidade 226 (medida total do homem com braço erguido). Estas séries resultam assim num enorme conjunto de números que se estendem até ao infinito e que têm como base as medidas do corpo humano.

IMG.33
Medidas base do Modulor

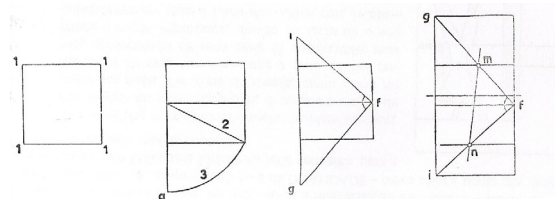


IMG.34
Principais referências de
proporção do Modulor com
a figura humana



A maior relação que o Modulor tem com o número de ouro é através da série de Fibonacci, no entanto na sua composição geométrica apresenta também referências ao retângulo de ouro. É possível observar nessa composição um retângulo de duplo quadrado e o retângulo de ouro, tendo também inserido um terceiro quadrado, instalado no interior dos outros, que é o “lugar do ângulo recto”³².

IMG.35
Estrutura geométrica base
do Modulor

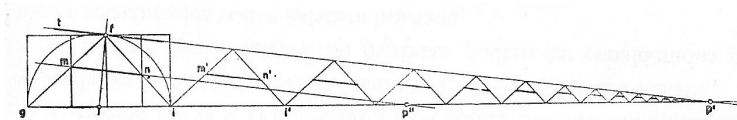


³² Le CORBUSIER, 2010, p.44

A conhecida série de Fibonacci, tornou-se a escolha de Le Corbusier por ser uma série gradual, cujos números podem ir desde as pequenas casas decimais até a números sem limite de altura.

*“Os números do Modulor são medidas.(...) Essas medidas, além do mais, dizem respeito aos números e contêm virtudes.”*³³

Na apresentação dos esquemas abaixo os dois pontos m e n geram uma oblíqua. A tangente junto ao “lugar do ângulo recto”, ou ponto f, é também ela, oblíqua e revela como mostra a imagem número 36, uma série de triângulos retângulos, confirmando assim o princípio da série decrescente Φ e a série de Fibonacci.



IMG.36
Série de Fibonacci na
Estrutura geométrica do
Modulor

Le Corbusier passou por vários processos de validação do seu novo instrumento de trabalho, utilizando três processos fundamentais:

1. Apresentação do Modulor a várias pessoas, fundamentalmente aquelas que se verificavam grandes conhecedoras de geometria e matemática;
2. Análise de obras consolidadas que apresentassem ser interessantes em termos harmónicos / proporcionais;
3. Utilização do Modulor nas suas obras.

Os processos de validação foram importantes para reconhecer a importância e coesão do Modulor. Os processos geométricos e teóricos subjacentes ao Modulor foram várias vezes revistos e verificados por terceiros, que assumiram que iria ser uma ferramenta importante de trabalho. Em Maio de 1946, Le Corbusier viajou até Nova Iorque como convidado para defender a arquitetura moderna nas Nações Unidas, no contexto da sede da ONU nos EUA. Devido a essa viagem, ele teve a oportunidade de falar Albert Einstein sobre o Modulor durante horas. Le Corbusier afirma ter-se explicado mal, ter baralhado “causas e efeitos” e sair embaraçado com o acontecimento. Contudo, nessa mesma noite, Einstein escreveu-lhe referindo-se ao Modulor da seguinte forma:

*“É uma gama de proporções que torna o mal difícil, e o bem fácil.”*³⁴

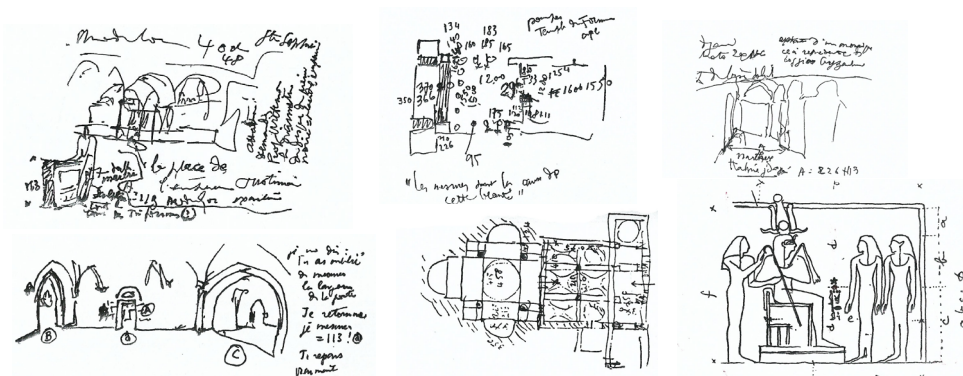
³³ Le CORBUSIER, 2010, p.81

³⁴ Idem, p.79

Outra das personalidades que Le Corbusier consultou foi Mougeot, o fundador do COE (Comité de Organização Económica) em Paris, que estava a instalar uma sucursal nos EUA, destinada à organização das fábricas. Depois de ter interrogado Le Corbusier sobre o facto de ele acreditar na organização da produção americana e ter feito os seus cálculos, afirmou o seguinte:

*“Passei o dia inteiro a fazer cálculos com o Modulor; sabe que, entre a medida mais pequena tida em consideração hoje em dia – os quinze milésimos de milímetro – e o perímetro da Terra, o Modulor conta com apenas 270 intervalos? É interessante. (...) O Modulor deve ser aplicado à mecânica, da mesma maneira que à arquitectura. De facto, uma máquina manobrada pelo humano depende inteiramente dos gestos do operário que a usa; deve estar, portanto, à escala humana. Determinar, no âmbito da mecânica, as medidas convenientes de espaço ocupado e de espaço útil, que ditarão, elas próprias, as dimensões funcionais das máquinas, e portanto, as dimensões das árvores, construções, etc... dimensões das embalagens, etc...”*³⁵

Para a consolidação das medidas do Modulor, Le Corbusier media tudo aquilo que achava interessante ao nível das proporções e chegava a imensas conclusões. Mantinha um exemplar do Modulor sempre no bolso, uma fita com as duas séries que enrolada e guardada numa caixa metálica de rolo fotográfico, o acompanhou em todas as suas viagens. Media tudo, desde elementos contemporâneos até ruínas cistercienses e arte egípcia. Com as suas medições apercebeu-se que as medidas do Modulor percorriam os mais belos exemplares da História. Foi sobretudo a partir de análises dos nossos antepassados, que o Modulor ganha a consistência que necessita para se tornar uma ferramenta útil, à escala humana e para a criação de proporções harmoniosas.



IMG.37
Esquços de medições



IMG.38
Fita de bolso de Le
Corbusier

A fita de bolso serviu também para o ajudar na criação de projetos. Le Corbusier acreditava que tinha realmente aberto uma das “*portas-dos-milagres*” e aproveitou todas as vantagens deste novo sistema de proporções. Desde a data em que Le Corbusier começou a verificar consistência do Modulor, começou a aplicá-lo em todas as suas obras, marcando as nossas paisagens, a História da Arquitetura e a nossa forma de olhar e pensar os edifícios enquanto arquitetos. Le Corbusier deixou obras marcantes construídas, contudo no livro “O Modulor” que ele próprio lançou para dar a conhecer o seu trabalho, fala apenas de pequenos exemplos da sua aplicação. Uma das obras de maior envergadura que realizou e de que nos desvenda como foi a sua aplicação no livro o *Modulor* é a Unidade de Habitação em Marselha, exemplo que iremos abordar de forma mais detalhada.



IMG.39
Conjunto de fotos da
Unidade de Habitação de
Marselha

Unidade de Habitação (Marselha)

A Unidade de Habitação de Marselha, foi um projeto feito a pedido do Estado Francês em 1945, na tentativa de lidar com a crise habitacional que da Guerra Mundial pela qual tinham passado. Le Corbusier esteve relacionado com um programa experimental financiado pelo Estado, designado de ISAI, que procurava solucionar os mesmos propósitos. Depois de algumas hesitações a construção começou a ser realizada em 1947 e ficou completa 5 anos depois (1952).

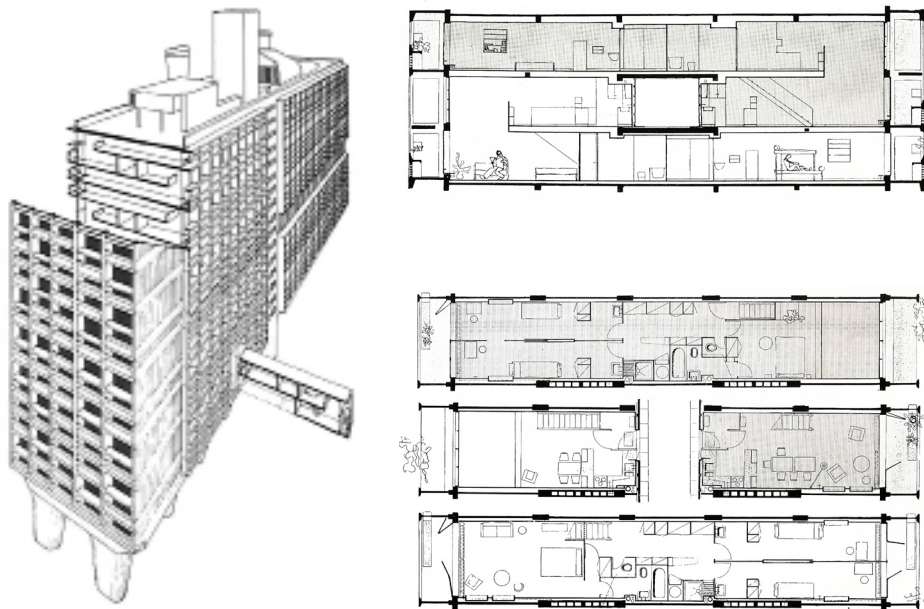
No seguimento das Cidades Industriais de Tony Garnier, caracterizadas por alojamento em Unidades de Habitação familiar, para a idealização desta Unidade de Habitação, Le Corbusier utilizou o conceito de “Cité Radieuse”, uma cidade com base na ideia de “casas-campo” onde a construção em altura possibilitaria um maior contacto com a Natureza.

“Le Corbusier sacó en claro que un antídoto posible para los problemas de las zonas suburbanas estaba en elegir los modelos monumental-revolucionarios y aplicarlos a la vivienda, en tener en cuenta desde los navios transoceánicos y el Falansterio de Chales Fourier hasta los condensadores sociales soviéticos de principios del signo XX.”³⁶

Le Corbusier tentou preservar os valores da família, a sua ideologia de “casa de campo” e tentou integrar simultaneamente os serviços necessários a uma comunidade de 1600 pessoas, um valor muito próximo do ideal de Fourier. Na concepção desta Unidade, o arquiteto considerou uma galeria comercial, num piso intermédio, com oficinas profissionais, lojas e serviços para servir a comunidade da Unidade de Habitação. A galeria de lojas e oficinas é visível na fachada. É marcada numa linha longitudinal na fachada com brises verticais. Na cobertura existem vários equipamentos comunitários, entre eles um infantário, um ginásio, um teatro ao ar livre e uma pista de corrida.

As 348 habitações organizavam-se nos restantes pisos, num sistema de organização de galerias interiores. Os apartamentos eram em dúplex e foram pensados de uma forma modular. Este sistema de apartamentos foi revolucionário porque com o sequenciamento de galerias, de 3 em 3 pisos, conseguiu um maior aproveitamento da área habitável. Para além disso, os apartamentos consideravam sempre as duas frentes principais da Unidade e assim um melhor aproveitamento solar. Em termos de organização do programa da casa, Le Corbusier utilizou como

³⁶ GANS, 1988, p.90



IMG.40
Modulo de Habitação

referência o seu projecto da Casa Citrohan, uma casa modulada pensada segundo uma aproximação à Natureza.

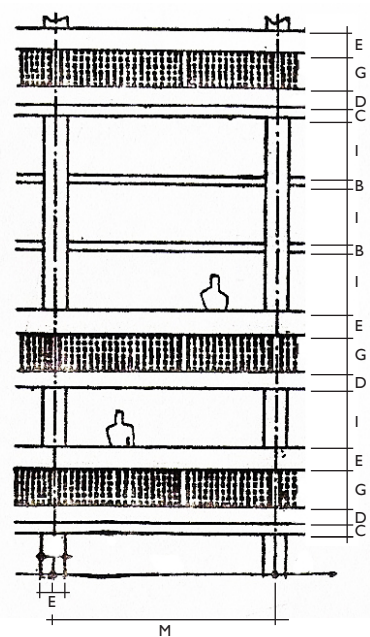
“Las viviendas repiten por dentro los criterios aplicados en la Maison Citrohan, son volúmenes alargados con una sala de estar de doble altura libre conectada con el exterior a través de grandes aberturas. La cocina es el corazón simbólico; la terraza es equiparable al jardín de una casa de campo colocado en las alturas para disfrutar de las vistas del mar o de la montaña y “entrar en comunicación con la naturaleza”.”³⁷

Na Unidade de Habitação de Marselha, para além de explorar novos sistemas, modelos organizacionais de habitação, Le Corbusier experimentou o Modulor como ferramenta de trabalho. Na constituição geral do edifício podemos assinalar que este tem 140 metros de comprimento, 24 de largura e 56 de altura e cada andar tem 58 apartamentos. Nos desenhos gerais do edifício encontramos também as medidas assinaladas a vermelho ou azul segundo a série da qual foram utilizadas.

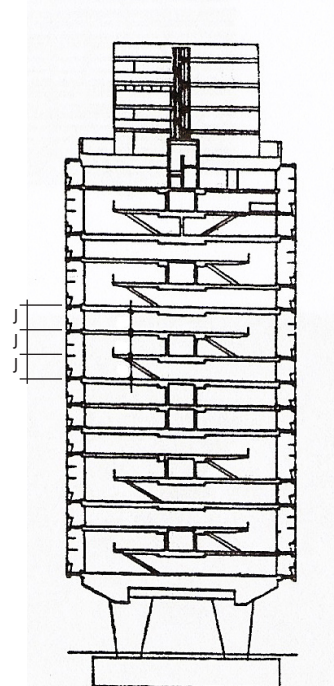
Quanto à cobertura desta Unidade, Le Corbusier quis aproveitá-la ao máximo e torná-la um espaço praticável, com serviços que interessassem ao moradores.

³⁷ GANS, 1988, p.91

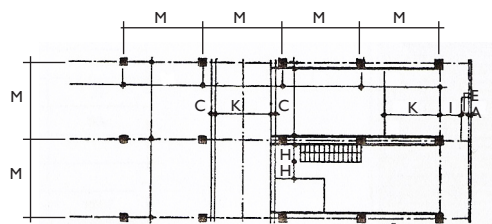
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
VERMELHA	6,5	16,5			43		70		113		296		
AZUL			2	33		53		86		226		336	419 (L+F)



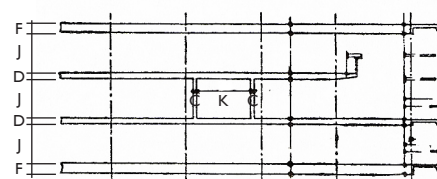
I. Parcela de Fachada



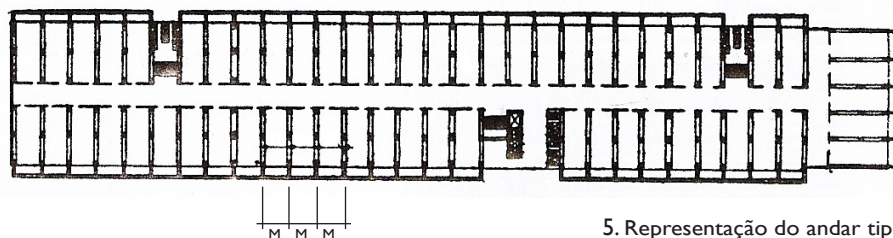
2. Corte geral do edifício



3. Pormenor apartamento



4. Corte pormenorizado dos pisos



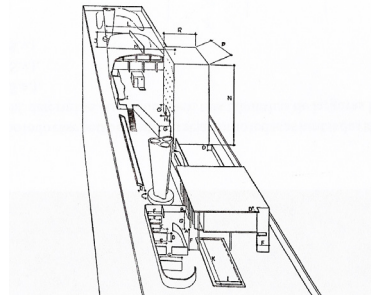
5. Representação do andar tipo

“Poderia não ter sido nada além de um palco de gatos e pardais. No entanto, aí construímos:

- uma pista de atletismo;*
- um ginásio (ao ar livre e numa sala fechada);*
- um clube;*
- instalações, num jardim, de uma creche (hidroterapia, helioterapia, jogos diversos, etc...);*
- o pavilhão das mamãs;*
- mundaneidade: os banhos de sol e os pastis.*

Desde lá de cima, a 56 metros acima do solo, a vista é uma das mais grandiosas e emocionantes do mundo: o mar e as ilhas, a Chaîne de Saint-Cyr e a Tête de Puget, a Sainte-Baume, a montanha de Sainte-Victoire, Marseille-la-Ville e Notre-Dame-de-la-Garde, o Estaque.”³⁸

A cobertura teria de ser um espaço eloquente, multifuncional e interessante visualmente pois passaria a fazer parte da paisagem de Marselha. Como seria de esperar, Le Corbusier não deixou que o Modulor fosse excluído da construção da cobertura. Voltou a considerar as duas séries e criou uma composição de elementos que viriam a ser os espaços idealizados. Na cobertura colocou também as chaminés do edifício de forma dissimulada, como se fossem obras escultóricas,



IMG.42
Cobertura praticável da
Unidade de Habitação

A utilização do Modulor foi feita de forma exaustiva, utilizando-o em todos os elementos a considerar na construção da Unidade de Habitação. O Modulor depois foi também utilizado na imensidão de obras que Le Corbusier projetou e edificou, entre os vários projetos de urbanismo, igrejas e outros equipamentos públicos, casas, mobiliário e até mesmo escultura e pintura. É de referenciar que esta Unidade de Habitação serviu de modelo e foi fonte de inspiração para a posterior criação das Unidades de Habitação de Nantes, Briey, Berlim e Firminy.

³⁸ Le CORBUSIER, 2010, p.171/173

**RAZÕES MUSICAIS
OU NÚMERO DE OURO?**

As proporções são relações na Natureza que começaram a ser utilizadas pelo Homem no intuito de criar elementos que convivessem em harmonia com o Universo e se pudessem considerar Perfeitos. A noção de belo foi-nos inicialmente dada pelos Pitagóricos com o desenvolvimento da geometria e da matemática. Estes estudaram-na e encontram proporções passíveis de serem consideradas na criação humana. Passou a ser belo tudo o que se relacionasse com a Natureza e as razões numéricas, e estas eram um meio para atingir esse fim.

*“Beauty is a word of God.”*³⁹

Entre os vários sistemas de proporções criados pelo Homem, que podemos considerar válidos, tornou-se objectivo do meu trabalho a comparação das razões musicais com as de ouro, por terem sido os sistemas que mais se evidenciaram durante o meu estudo e por revelarem algumas proximidades geométricas e matemáticas.

Mas quais as proporções que devemos considerar: as que derivam das razões musicais ou da razão de ouro? Se enquanto arquitetos, as razões podem ser um meio para conseguirmos harmonizar um edifício com a sua envolvente, então seria melhor sabermos quais.

Colin Rowe, professor teorizador da História da Arquitetura, encontrou semelhanças entre algumas obras Renascentistas com algumas obras de Le Corbusier. Sendo as razões provenientes de referências tão distintas, como é que podem existir semelhanças? Existem algumas aproximações de proporção entre as várias obras, mesmo tendo estas sido pensadas e construídas com diferentes razões e em momentos da História distintos. Colin Rowe utilizou como exemplos mais flagrantes a Villa Foscari ou Malcontenta de Palladio e a Villa Garches de Le Corbusier. Tanto Garches como Malcontenta foram idealizados como um volume único, e apesar do modo como trataram os telhados, os dois volumes são similares. Ambos medem 8 unidades de comprimento, 5,5 de largura e 5 de altura. Além do mais contêm uma estrutura exterior que pode ser observada e é comparável.

IMG.43

Fotografia da Villa Garches

IMG.44

Fotografia da Villa Foscari



³⁹ HUNTLEY, 1970, p.59

A Villa de Palladio foi construída entre 1558 e 1560, e como já foi referenciado anteriormente, foi projetada a partir de razões musicais. Os espaços foram pensados dando ênfase ao quadrado (1:1 ou unísono) e os intervalos de 2:3 e 3:4 (5ª e 4ª), presentes na escala musical grega. A sua maior preocupação era que houvesse uma disposição lógica dos espaços e tenta ocultar a estrutura com as simetrias e as paredes.

*“Debe observarse que las (estancias) de la derecha se corresponden con las de la izquierda, de modo que los materiales deben ser los mismos en uno y otro lugar y las paredes deben soportar equitativamente el peso de la cubierta; porque si las paredes fuesen gruesas en un lugar y delgadas en otro, estas últimas serían más firmes para resistir el peso, debido a su proximidade a las paredes, mientras que las primeras resultarían debilitadas, lo cual, al correr el tiempo, produciría grandes perjuicios y arruinaría toda la construcción.”*⁴⁰

A Villa Garches de Le Corbusier foi construída entre 1927 e 1930, e constituiu uma etapa importante no percurso de Le Corbusier. Este já estudava o Modulor e tentava por em prática os seus conhecimentos de proporção, conforto e estética arquitectónica. Toda em betão armado, explora a possibilidade de livrar as fachadas de uma função sustentadora para criar planos envidraçados que circundam quase por completo a casa. Le Corbusier revelou ter utilizado o rectângulo de 5:8 por este se aproximar do rectângulo de ouro.

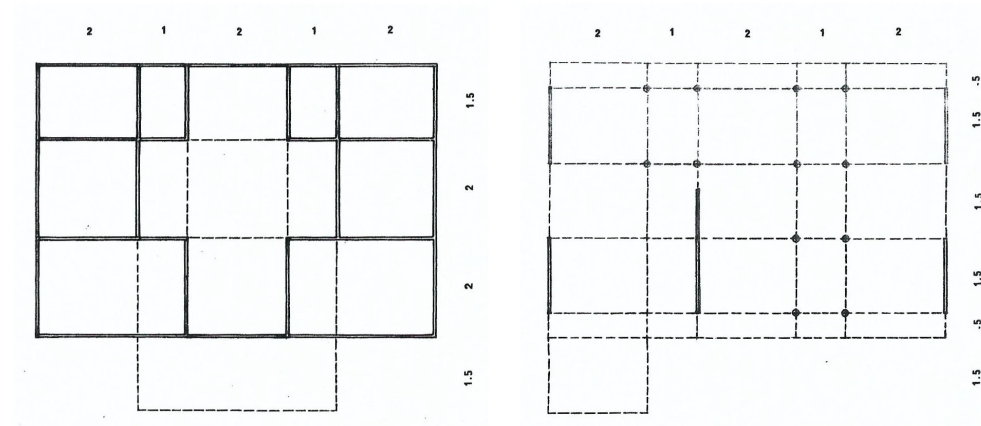
*“O traçado regulador não é, em princípio, preconcebido; é escolhido de acordo com o que convém à composição já devidamente formulada, bela e com uma origem adequada. Do ponto de vista do equilibrio geométrico, o traçado apenas instala a ordem e a clareza, atingindo ou procurando atingir uma verdadeira depuração. O traçado regulador não dá ideias poéticas ou líricas, não inspira o objecto, não é criador: estabelece o equilibrio.”*⁴¹

Não existem aparentes relações visto que Palladio referencia-se na música e numa composição simétrica e Le Corbusier no número de ouro e cria composições assimétricas, fazendo parecer a comparação entre as duas villas desnecessária. No entanto Colin Rowe com a comparação observou semelhanças incríveis. Na Villa Malcontenta, com o sistema estrutural que Palladio utiliza, obriga-o praticamente à repetição da mesma distribuição em todos os pisos do edifício e ao recurso da simetria, ao contrário de Le Corbusier que apesar da estrutura existente aproveita

⁴⁰ Isaac Ware, ROWE, 1999, p.12

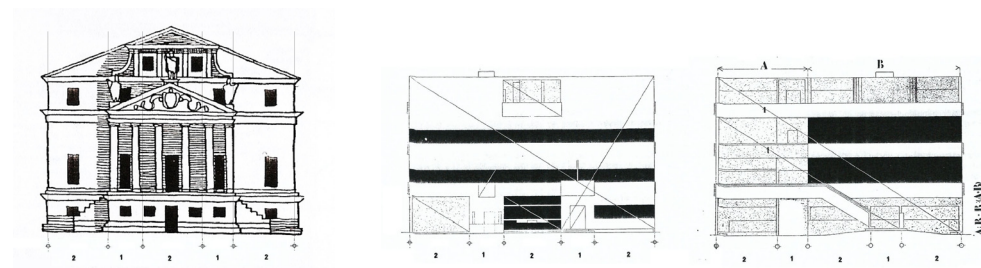
⁴¹ Le CORBUSIER, 2010, p.52

o espaço e compõe-no de forma flexível. Estas duas villas, aparentemente distintas partilham uma base estrutural semelhante baseada nas suas convicções matemáticas. O resultado da comparação estrutural realizada por Colin Rowe está representada na imagem 45.



IMG.45
Esquema estrutural
das duas villas

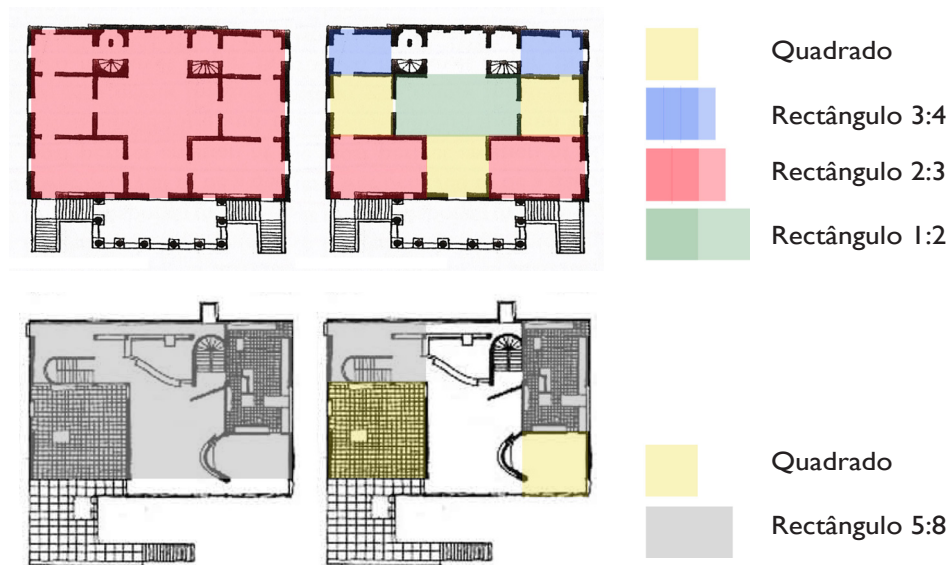
As referências estruturais podem ser observadas em ambas as fachadas através da métrica 2; 1; 2; 1; 2. A fachada de Malcontenta é dividida em três secções verticais principais: o pórtico central e as paredes adjacentes. Em Garches, apesar da estrutura ter a mesma métrica que o alçado, esta não se sente mas fica subentendida no desenho. Le Corbusier indicou cuidadosamente as relações dos seus vários elementos e as suas linhas reguladoras relacionadas com a razão de ouro. ($A : B = B : (A + B)$).



IMG.46
Esquema da fachada
das duas villas

Na villa Malcontenta a planta principal é constituída por um vestíbulo cruciforme, que divide o piso em dois espaços distintos com três compartimentos cada. São colocadas duas escadas de forma simétrica e ajudam a configurar o espaço cruciforme central. Já em Garches é difícil fazer uma breve descrição do espaço da casa devido ao despreendimento criativo que os elementos estruturais permitem. Para a composição da planta Palladio considerou as razões musicais, e compõe as

divisões da casa como uma progressão da razão 3:4 à razão 2:3. A progressão dos compartimentos passa então pelos números 12:16; 16:16; 16:24. Le Corbusier em Garches serve-se da geometria para dar ordem e clareza aos espaços da casa utilizando o quadrado e o rectângulo 5:8 na sua composição.



IMG.47
Esquemas representativo
das razões na duas villas

O professor Rasdolav Zuk estudou as proporções das razões musicais em comparação com as proporções de ouro para explicação desta aproximação entre as duas villa confrontadas por Colin Rowe. Como conhecedor de música e arquitetura, apresentou as proximidades que as proporções de ouro têm com as razões musicais, não se limitando somente às proporções da escala musical grega. Na música contemporânea contamos com outros intervalos musicais para além da 8ª, 5ª e 4ª, para enriquecer a música. Se a música conta com esses mesmos intervalos, iremos também considerar os restantes intervalos para a continuação do nosso estudo. A música conta actualmente conta com diferenças de tom e 1/2 tom (bemois e sustenidos) que nos ajuda a distinguir, de grosso modo, os intervalos maiores e menores. Sem considerar o unísono, os intervalos vão desde a 2ª menor até à 8ª Perfeita. Os intervalos até à 8ª referem-se às 7 notas musicais, mas se o intervalo for superior à 8ª então seguimos para a 9ª, 10ª, etc. O simples 1/2 tom, referesse à 2ª menor, mas dois 1/2 tons ou um tom já se refere à 2ª Maior. Se adicionarmos mais 1/2 tom então encontramos a 3ª menor e assim sucessivamente. Os intervalos musicais são pura matemática e são constituídos de adições e subtrações de tons e 1/2 tons.

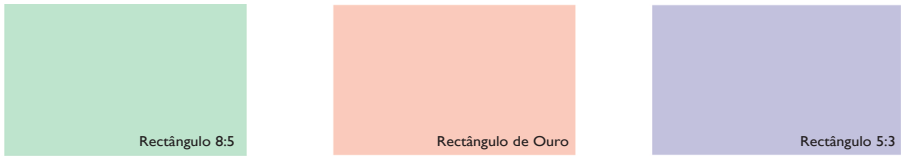
TABELA 3

INTERVALO MUSICAL	NOTAS NA PAUTA	RAZÕES
2ª Maior	DÓ / RÉ	9:8 (TOM)
2ª menor	DÓ / RÉ ^b	?
3ª Maior	DÓ / MI	5:4
3ª menor	DÓ / MI ^b	6:5
4ª Perfeita	DÓ / FÁ	4:3
5ª Perfeita	DÓ / SOL	3:2
6ª Maior	DÓ / LÁ	5:3
6ª menor	DÓ / LÁ ^b	8:5
7ª Maior	DÓ / SI	15:8
7ª menor	DÓ / SI ^b	9:5
8ª Perfeita	DÓ / DÓ	2:1

Wittkower, apresenta na sua bibliografia, uma lista enumerada das proporções recomendadas por Palladio. Para além da forma circular, recomenda proporções como 1:1 (quadrado), $\sqrt{2}:1$ (rectângulo baseado na diagonal do quadrado), 3:4 (quadrado mais $1/3$), 2:3 (quadrado mais $1/2$), 3:5 (quadrado mais $2/3$) e 1:2 (duplo quadrado). Apesar de sabermos que nem todas as proporções apresentadas estão associados diretamente às razões musicais ($\sqrt{2}:1$), sabemos que a proporção de 3:5 passa pela associação de duas razões relacionadas com a música (1:1 e 2:3). Se a proporção de 3:5 está relacionada com duas razões musicais e se os intervalos se fazem por adição ou subtração, então qual será o intervalo musical a que se refere? Rasdolav Zuk revela-nos a questão deste problema. A proporção de 3:5 refere-se à 6ª Maior. Mas numa época em que procuravam a utilização de proporções o mais Perfeitas possível, porque é que Palladio considerou a 6ª Maior? A proporção de 3:5 (sexta maior) e 8:5 (sexta menor) aproximam-se muito do rectângulo de ouro ($\Phi:1$) e em termos matemáticos conseguimos apercebermo-nos que o rácio de ouro está entre a 6ª maior e menor por uma questão de centésimos.

$$\begin{array}{lcl}
 \boxed{6^a M} & 5:3 = 1,666666 & \\
 & \Phi:1 = 1,6180340 & \approx 1,6 \\
 \boxed{6^a m} & 8:5 = 1,6 &
 \end{array}$$

Terá o Homem capacidade de se aperceber das diferenças entre os rectângulos? O Homem reconhece uma forma proporcionalmente bela, mas não é capaz de distinguir a diferença e, por muito conhecedor que seja das razões, a relação entre o rectângulo de ouro com os rectângulos de 8:5 e 5:3, é praticamente imperceptível como podemos verificar na imagem 48.



IMG.48
Rectângulos 8:5; 5:3 e
Rectângulo de ouro

A relação entre o rectângulo de 3:4, o rectângulo 5:4 e o rectângulo sagrado ($1:\sqrt{\Phi}$) são também bastante semelhantes. O rectângulo sagrado neste caso apresenta-se no intermédio da 4ª Perfeita e a 3ª Maior.



IMG.49
Rectângulos 4:3; 5:4 e
Rectângulo Sagrado

4ª P	$4 : 3 = 1,333$	} $\approx 1,3$
	$\sqrt{\Phi} : 1 = 1,272$	
3ª M	$5 : 4 = 1,25$	

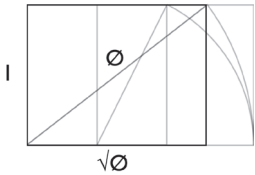
As diferenças geométricas existem e não nos podemos alienar dessa verdade. Mas a proximidade das formas e dos números é muito grande.

“The observation offered here is that it may be related to the well-known fact that certain musical intervals are more acceptable by the mind than others because they are more harmonious. Three such intervals deserve special mention: the octave, the major third and the major sixth. These appear to be universally acceptable. Note that the last two intervals, having practically identical series of harmonics, are not always easily distinguished.”⁴²

Numa fase em que nos perguntamos quais as razões que deveríamos usar, deveremos ponderar a utilização da 3ª Maior e da 6ª Maior? Estas descobertas só nos revelam que a Natureza é perfeita e que as tentativas do Homem em compreendê-la, sejam quais forem as suas referências, nos estão a direcionar para uma “regra global”. Poderá ser esta regra, a regra que reúne as razões musicais e a razão de ouro, que nos ajude a compreender e a ver o Universo, e provavelmente a arquitetura, de outra forma. Poderá ser esta “regra global” o que tanto necessitamos para voltar a criar arquitetura baseada em razões e conseguir concretizar o belo.

RECTÂNGULO SAGRADO

O rectângulo sagrado é caracterizado por ter uma relação de $1:\sqrt{\Phi}$ e pela sua diagonal ser Φ .



⁴² HUNTLEY, 1970, p.53

**RAZÃO OU
LIBERDADE CRIATIVA?**

Razão ou Liberdade Criativa? Este não é um assunto novo e tem vindo a acompanhar os artistas ao longo de séculos. O objectivo do artista e do arquiteto foi sempre criar algo belo, harmónico e coerente. As razões foram um instrumento usado pelos nossos antepassados para a criação de algo belo, harmónico e coerente? Será que somos capazes de criar a partir da nossa intuição as formas necessárias? A verdade é que o Homem não tem percepção das proporções a olho nu, mas consegue compreender a coesão destas quando as vê.

As proporções nunca foram contestadas até meados do séc XVII, altura em que pela primeira vez se questionaram. O uso das razões musicais não acabou no Renascimento, mas a sua utilização entrou numa fase de declínio e de esquecimento de muitos. Wittkower refere Francesco Giorgi, Inigo Jones, Henry Wotton, Joshua Reynolds, Francois Blondel e Bernardo Antonio Vittone, como exemplos de arquitetos que recorreram às razões musicais numa fase em que outros já não as utilizavam.

O arquiteto francês Claude Perrault, em 1663, escreveu sobre as razões musicais dizendo que não podem ser traduzidos em razões visuais, pois o Homem não tem a capacidade de distinguir as proporções a olho nu. Além do mais acreditava que as pessoas que usavam as razões acreditavam que estavam na criação de algo belo, porque os usavam. O arquiteto italiano Tomasso Temanza também escreveu uma crítica em *Vita di Andrea Palladio* (1753) que dizia o seguinte:

*“... proportion in music is completely diferente from proportion in architecture. He maintained that (a) the eye is not capable of judging simultaneously the various ratios in a room, length to width, length to height, and width to height; and (b) the proportions perceived will vary with the angle of vision under which a building is viewed.”*⁴³

No seu seguimento o arquiteto italiano Guarino Guarini escreveu:

*“To please the eye one must take away from or add to the proportions, because one object is placed at eye level, another at great height, another in an enclosed space, and yet another in the open air.”*⁴⁴

David Hume, filósofo e historiador, escreveu em *Of the Standard of Taste* (1757) o seguinte:

*“beauty and deformity... are not qualities in objects, but belong entirely to the sentiment...”*⁴⁵

⁴³ Temanza, CALTER, 2008, p.31

⁴⁴ Guarini, Idem, p.31

⁴⁵ Hume, CALTER, 2008, p.31

Foi fundamentalmente com os estudos publicados pelo físico alemão Hermann Helmholtz (1821-1894) que a suspeita de Perrault e dos outros teóricos fica confirmada. Este físico explica que se trata de “um fenómeno fisiológico que depende da estrutura do ouvido e não um mero fenómeno psicológico, consequência do reconhecimento destas relações simples pela própria mente. Assim, afirma, não há motivo algum para supor que exista uma analogia entre a proporção em arquitetura e a harmonia na música.”⁴⁶

Também John Ruskin declarou em *The Seven Lamps of Architecture* (1849) que as proporções são infinitas como o ar é para a música, e que a invenção de justas proporções deve ser deixada à inspiração do artista. Surge assim um movimento na História em que a criatividade foi levada a imensos níveis, conseguindo bons e maus resultados. A proporção tornou-se matéria do foro da sensibilidade individual e o artista libertou-se finalmente por completo da rigidez das proporções matemáticas. Este movimento de Liberdade veio para ficar até ao dias de hoje, deixando no ar a pergunta fundamental e que é título deste capítulo.

Na primeira década do século XX, apesar dos ataques fundamentados contra a teoria da analogia musical, os artistas começaram a adoptar formas geométricas básicas nas suas criações. Wittkower refere-se a uma “proporção pós-renascentista”. Os artistas não o faziam com uma conotação do seu significado original, mas acabaram fundamentalmente por ceder à incomensurabilidade da secção áurea. Observou-se muito esta tendência geométrica nas obras cubistas e nas criações da escola da Bauhaus. Estes artistas tentavam inovar com uma estética simples e limpa que rompesse com os revivalismos praticados na época.



Em 1951, arquitetos e artistas de todo o Mundo, juntaram-se para falar sobre esta problemática na 9ª Trienal de Milão que se realizou nos dias 27, 28 e 29 de Setembro no Palazzo dell'Arte. Nestas conferências estiveram presentes personalidades como o arquiteto Le Corbusier, o arquiteto Max Bill, o professor Siegfried Giedion da Universidade de Zurique, o arquiteto Phillip Johnson, na representação do MOMA, o arquiteto Ernesto N. Rogers, o arquiteto José Luis Sert como presidente geral dos CIAM, o professor Andreas Speiser da Universidade de

CIAM

(Congresso Internacional de Arquitetura Moderna)

Fundado na Suíça em 1928, os CIAM foram realizados em diferentes países. Os CIAM eram constituídos por diferentes arquitetos de todo o mundo entre eles Le Corbusier como um dos seus fundadores, Sigfried Giedion, Karl Moser e Hannes Meyer. Este conjunto de entidades empreendedoras, discutiram assuntos polémicos e ajudaram a difundir as novas ideologias da arquitetura moderna: uma arquitetura limpa, sintética, funcional e racional.

IMG.50

Fotografias de criações feitas pelos alunos e professores da Bauhaus

⁴⁶ Scholfield, MOTA, 2010, p.50

Basileia, o professor Rudolf Wittkower, entre muitos outros. Nestas conferências falou-se de várias épocas, de vários artistas e as suas obras. Professores como Rudolf Wittkower, e Matila Ghyka, apresentaram a história e as razões, o uso das proporções, da matemática e da geometria, terminando com Le Corbusier a falar do Modulor e das suas vantagens.

IMG.51

Fotografias da Trienal de Milão com Le Corbusier e o professor Siegfried Giedion na foto central



Le Corbusier veio trazer uma nova perspectiva como um utilizador do número de ouro e da sequência de Fibonacci, mostrando que as razões podem não estar no ponto de maturidade necessário para a sua utilização, mas que podem ser uma útil ferramenta de trabalho. O Modulor passou a ser o mais contemporâneo de todos os estudos feitos acerca das proporções para uma aplicação prática. Vários pontos de vista foram abordados e discutidos, e mesmo não revelando conclusões sobre que vertentes seguir, deixaram questões em aberto que foram alvo de muita investigação e de muitos estudos. Hoje em dia existem bibliografias exaustivas e algumas delas fizeram parte deste trabalho de investigação. Apesar de todo o esforço para responder a esta proeminente questão, esta ainda se mantém imperativa e sem respostas. Os artistas simplesmente passaram a conhecer a questão e controlar os seus conhecimentos de acordo com as suas convicções.

Na História da Música é fácil reconhecermos a evolução das proporções, mas, tal como acredita Le Corbusier, na arquitetura continuamos estancados às bases Pitagórico-platónicas. Será que Le Corbusier conseguiu dar o primeiro passo associando o número de ouro à sequência de Fibonacci, ou será que devemos introduzir intervalos com outras proporções como aconteceu no decorrer da História da Música? Na música houve a introdução das 3^a maiores e menores tal como 2^a, 6^a e 7^a. A música passou a ser mais complexa, e os músicos aprenderam a intercalar os sons de forma a tornar a música bela e apelativa. Hoje em dia, na música a utilização somente da 4^a, 5^a e 8^a, tornou-se muito redutora. Os músicos

necessitaram dos outros intervalos musicais para a criação de música erudita mais complexa. Apesar de tudo, os intervalos da escala musical grega, continuam a ser utilizados e encontrados na música mais popular, música de fácil compreensão e assimilação pela naturalidade que as notas têm entre si. Será que as proporções dos restantes intervalos musicais serão possíveis de construir na arquitetura, tendo em conta a relação de proporção matemática que implicaria? Será que a proporção matemática destes intervalos é uma barreira? A verdade é que cada vez mais temos tecnologia que nos permite uma construção rigorosa e perfeita. O aparecimento da máquina trouxe-nos uma grande Revolução, um marco na História e sem dúvida a viragem para uma nova era, a era em que vivemos. A Industrialização trouxe aos arquitetos muitas facilidades construtivas, não só a nível de máquinas e fábricas que possibilitam que o tratamento da matéria seja mais eficaz e rápido, como também nos trouxe novos materiais, com novas propriedades, cores e texturas que ajudam a uma maior diversidade de linguagens. O arquiteto tem, como nunca teve, uma grande versatilidade de ferramentas à sua disposição. No entanto, como afirmou Le Corbusier, tudo ganhou velocidade e cada vez mais é preciso dar respostas e soluções a curto prazo. Com a necessidade de respostas que estamos a viver, será que conseguiremos parar e dizer: “Vamos utilizar proporções e estudar os nossos antepassados!”? Le Corbusier aproveitou o período da guerra para estudar o assunto e chegar ao *Modulor*. Poderemos nós ter essa oportunidade?

A verdade é que não têm existido grandes evoluções no sistema de proporções, mas também é verdade que ninguém consegue tirar a veracidade das afirmações feitas por Pitágoras, Platão e Euclides. Será que estamos simplesmente a passar por uma fase e eventualmente daqui a uns anos vamos voltar ao pensamento racional e geométrico? Não sabemos! A história é cíclica, mas só o tempo o dirá, e até lá continuaremos a fazer aquilo em que acreditamos e achamos ser o mais harmónico possível. Todas as questões envolvidas nesta problemática vão condicionar, de certa forma, o acto criativo. Devemos usar algum Sistema de Proporções? Quais as vantagens da sua utilização? Devemos investir no desenvolvimento de um eficiente Sistema de Proporções para aplicação prática tal como o *Modulor*? Já abrimos algumas “portas-dos-milagres” mas ainda desconhecemos o que realmente rege todo o Universo. Temos de aproveitar os nossos conhecimentos e aliá-los à nossa nova capacidade de comunicação e divulgação de informação para tentar abrir novas portas.

“AQUI jogam os DEUSES!

Observe, mantendo-me prudente fora desse jardim de delícias”⁴⁷

⁴⁷ Le CORBUSIER, 2010, p.266

CONCLUSÃO

No trabalho desenvolvido, tivemos inicialmente como principal objectivo levar a cabo uma reflexão e validação da aplicabilidade de sistemas de proporções na criação arquitectónica. Com o aprofundar da investigação tornou-se evidente que as razões musicais e a razão de ouro, pela frequência com que eram referidas nas diversas referências bibliográficas e pela proximidade dos seus resultados geométricos e matemáticos, seriam, tal como vieram a comprovar-se, excelentes alvos de estudo para esta dissertação de mestrado.

Por um lado, a análise efectuada, permitiu observarmos a influência da escola de Atenas, da Grécia Antiga, na criação destes sistemas de proporções que acabariam por ser utilizados em largos períodos da história obtendo-se resultados arquitectónicos concretos tanto em proporção como em consequente beleza. Estes resultados, com os casos estudados S. Francesco della Vigna ou S. Maria Novella, permitiram-nos concluir que a utilização desses sistemas é útil e a sua aplicabilidade é válida. Estendendo-se até a períodos mais recentes da história como, por exemplo, a unidade de habitação de Marselha, criação de Le Corbusier. Este também acreditava, que um sistema de proporções válido poderia ser uma excelente ferramenta de trabalho para o arquiteto. O Modulor, sistemas de proporções por ele próprio criado, tinha como objectivo prático ajudar o arquiteto em momentos de indecisão e dar uma resposta mais eficiente às exigências da contemporaneidade.

Complementarmente, aprofundei o estudo das duas razões anteriormente referidas (razões musicais e razão de ouro) numa análise comparativa a fim de encontrar pontos de proximidade entre ambas. Identificámos claros pontos comuns, em termos matemáticos e geométricos, das razões de ouro com os intervalos musicais. Verificámos, com os estudos de Rasdolav Zuk, um elevado grau de aproximação entre a 3ª Maior e o Rectângulo Sagrado tal como a 6ª Maior e 6ª menor estão para o rectângulo de ouro, pondo-nos na consideração da existência de uma “regra global”.

Por outro lado, quis balancear a análise com uma perspectiva que reservasse à liberdade criativa um contraponto ao pendor inicial dado a sistemas proporcionais da criação arquitectónica. Desta ponderação, conclui-se que mesmo dando espaço a uma abordagem na criação arquitectónica assente na liberdade criativa, era possível compreender implicitamente geometria presente na génese dos sistemas de proporções, mesmo não sendo usados com a sua conotação inicial.

O principal objectivo enquanto arquiteta, passa pela procura constante da harmonia na criação arquitectónica. Gostaria adicionalmente de evidenciar que o estudo de outros sistemas de proporções poderão ser relevantes e merecedores

de um aprofundamento deste estudo numa eventual tese de doutoramento.

B I B L I O G R A F I A

BECHMANN, Roland

Villard de Honnecourt : la pensée technique au XIII siècle et sa communication / Roland Bechmann ; préface de Jacques Le Goff. - Paris : Picard, 1991

BOESIGER, Willy

Le Corbusier : 1910-65 / W. Boesiger, H. Girsberger ; trad. Juan Eduardo Cirlot. - 7ª ed.. - Barcelona : Gustavo Gili, 2001

BRITO, Manuel Carlos de, e CYMBRON, Luísa,

História da Música Portuguesa, vol.47, Lisboa, Universidade Aberta, 1992

CALTER, Paul A.

Squaring the circle: geometry in the art and architecture / Paul A. Calter. - New York: Key College publ., 2008

CARDINAUX, Stéphane

Géométries sacrées: du corps humain, des phénomènes telluriques et de l'architecture des bâtisseurs / Stéphane Cardinaux. - Bayeux: Trajectoire, 2004.

CHEVALIER, Jean

Dicionário dos símbolos: mitos, sonhos, costumes, gestos, formas, figuras, cores, números / Jean Chevalier, Alain Gheerbrant ; trad. de trad. de Cristina Rodriguez e Artur Guerra. - Lisboa: Teorema, 1994

Le CORBUSIER

Le modulator / Le Corbusier; trad. Marta Sequeira - Lisboa: Orfeu Negro, 2010. - 2 vol.: il. ; 15 cm. - 1ª edição portuguesa

ECO, Humberto e, de MICHELE, Girolamo

História da Beleza / Humberto Eco e Girolamo de Michele; trad António Maia da Rocha; DIFEL 82- difusão editorial, Algés, 2002

FARMER, Ben

Companion to contemporary architectural thought / edited by Ben Farmer and Hentie Louw. - London: Routledge, 1993.

FOWLER, David

The mathematics of Plato's Academy : a new reconstruction / David Fowler. - 2 nd.
- Oxford : Clarendon Press, 2003

FRAMPTON, Kenneth

Le Corbusier : architect of the twentieth century / Text by Kenneth Frampton ; phot.
by Roberto Schezen. - New York : Harry N. Abrams, 2002

GANS, Deborah

Le Corbusier / Deborah Gans. - Barcelona : Gustavo Gili, 1988

HENRIQUE, Luís

Acústica Musical: 1ª parte - o Som / textos do professor Luís Henrique; reorganizados
e acrescentados por Pedro Bento - Edição da Associação de Estudantes do
Conservatório de Música do Porto, 1989

HERZ-FISCHLER, Roger

A mathematical history of the golden number / Roger Herz-Fischler. - New York :
Dover Publications, 1998

HUNTLEY, H. E.

The Divine Proportion : a study in mathematical beauty / by H. E. Huntley. - New
York : Dover, [Cop. 1970]. - XII

KAPPRAFF, Jay

Connections : the geometric bridge between art and science / Jay Kappraff. - 2 nd
ed.. - New Jersey : World Scientific, 2001

LAWLOR, Robert

Sacred geometry : philosophy and practice / Robert Lawlor. - London : Thames &
Hudson, 1982.

LYON, Dominique

Le Corbusier : alive / text Dominique Lyon ; phot. Anriët Denis ; coord. Olivier
Boissière. - Paris : Vilo Inter., 2000

MACIEL, M. Justino

Vitruvio : tratado de arquitectura / trad. M. Justino Maciel. - Lisboa : Instituto Superior Técnico, 2006

MARCH, Lionel

Architectonics of humanism : essays on number in architecture / Lionel March. - Chichester : Academy, 1998.

MOTA, Maria do Céu Aguiar da

Arquitectura, música e acústica no Portugal contemporâneo / Maria do Céu Aguiar Mota. - Porto : Faup Publicações, 2010

Nexus II : architecture and mathematics / ed. by Kim Williams. - Florence : Edizioni dell'Erba, 1998.

Nexus V : architecture and mathematics / ed. by Kim Williams, Francisco J. Delgado Cepeda. - Florence : Kim Williams Books, 2004

Nexus VII : architecture and mathematics / ed. by Kim Williams. - Torino : Kim Williams Books, 2008

NORBERG-SCHULZ, Christian

Intenciones en arquitectura / Christian Norberg-Schulz. - 2ªed. - Barcelona : GG, 1998

PADOVAN, Richard

Propotion : science, philosophy, architecture / Richard Padovan. - London : Spon Press, cop. 1999

PINTO, Jorge Cruz

A caixa : metáfora e arquitectura / Jorge Cruz Pinto. - Lisboa : ACD editores, 2007

RASMUSSEN, Steen Eiler

Experiencing architecture / by Steen Eiler Rasmussen. - 14th printing. - Cambridge, Mass. : The MIT Press, 1977

ROA, Alberto Saldarriaga

La arquitectura como «experiencia : espacio, cuerpo y sensibilidad / Alberto Saldarriaga Roa. - 1ª ed.. - Bogotá : Villegas Editores, 2002

ROQUE, Lídia Tauleigne

Arquitectura e música : uma visão estruturalista / Lídia Tauleigne Roque. - Porto : Papiro editora, 2008

ROWE, Colin

Manierismo y arquitectura moderna y outros ensayos / Colin Rowe ; trad. Francesc Parcerisas. - 3ª ed. - Barcelona : Gustavo Gili, 1999

SIMSON, Otto Von

A catedral gótica : origens da arquitectura gótica e o conceito medieval de ordem / Otto Von Simson ; trad. João Luiz Gomes. - 1ª ed. - Lisboa : Presença, 1990

WITTKOWER, Rudolf

Architectural principles in the age of humanism / Rudolf Wittkower. - London: Academy, 1973

WITTKOWER, Rudolf

Sobre la arquitectura en la edad del humanismo: ensayos y escritos / Rudolf Wittkower ; prólogo de Angel Gonzalez Garcia ; trad. Justo G. Beramendi. - Barcelona: Gustavo Gili, 1979.

INTERNET:

<http://www.hum.leiden.edu/icd/proportion-conference/news/proportion-conference.html#summary-of-1951-conference> (20.08.2012 _ 17:41)

http://www.rosicrucian.org/publications/digest/digestI_2009/05_web/07_richards/07_richards.pdf (02.08.2012 _ 16:23)

<http://www.mcgill.ca/files/architecture/ACSA-SessionI.pdf> (02.08.2012 _ 18:02)

LEGENDA DE IMAGENS

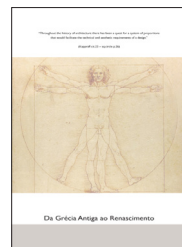
Legenda de Imagens de Subcapítulos:



PITÁGORAS E A ESCOLA DE ATENAS

Pintura de Raphael “Escola de Atenas”

<http://www.class.uidaho.edu/engl257/Classical/school1.jpg>
(17.09.2012 _ 14:22)



DA GRÉCIA ANTIGA AO RENASCIMENTO

desenho de Leonardo da Vinci “Homem de Vitruvio”

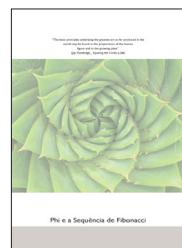
http://4.bp.blogspot.com/-KFkhn6GxVlc/TfkIQttqqtRI/AAAAAAAAAG0/INIMN8I_20U/s1600/PAGINA_SONORAO_-_O_HOMEM_VITUVIANO.jpg (17.09.2019 _ 14:30)



A ESCOLA DE ATENAS E O NÚMERO DE OURO

Pintura de Raphael “Escola de Atenas”

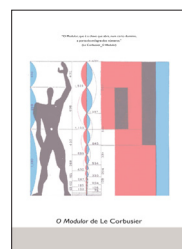
<http://www.class.uidaho.edu/engl257/Classical/school1.jpg>
(17.09.2012 _ 14:22)



PHI E A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

Planta que contém a Sequência de Fibonacci

<http://2.bp.blogspot.com/-XzqhgaE3AKQ/TsfEmIEcVsI/AAAAAAAAAVA/Mtgk2H7xTw8/s1600/fibonacci1.jpg>
(28.08.2012 _ 23:23)



O MODULOR DE LECORBUSIER

Esquema do Modulor de Le Corbusier

http://fc04.deviantart.net/fs22/f/2007/360/6/3/Modulor_by_pcpb3.jpg (28.08.2012 _ 23:31)

Legenda de Imagens:

IMG.1 _ Pitágoras e os seus experimentos musicais

FARMER, Ben

Companion to contemporary architectural thought / edited by Ben Farmer and Hentie Louw. - London: Routledge, 1993, p. 438

IMG.2_ Pitágoras na “Escola de Atenas” explicando a escala musical grega

<http://www.class.uidaho.edu/engl257/Classical/school1.jpg> (17.09.2012 _ 14:22)

IMG.7_ Tabela para casos de estudo em Pompeia e Herculano

CALTER, Paul A.

Squaring the circle: geometry in the art and architecture / Paul A. Calter. - New York: Key College publ., 2008, p. 115

IMG.8_ Planta do Pantheon de Roma

CALTER, Paul A.

Squaring the circle: geometry in the art and architecture / Paul A. Calter. - New York: Key College publ., 2008, p. 117

IMG.9_ Corte do Pantheon de Roma

PINTO, Jorge Cruz

A caixa : metáfora e arquitectura / Jorge Cruz Pinto. - Lisboa : ACD editores, 2007, p.74

IMG.10_ O triângulo Pitagórico, Vitruvius, ed. 1521

WITTKOWER, Rudolf

Sobre la arquitectura en la edad del humanismo: ensayos y escritos / Rudolf Wittkower ; prólogo de Angel Gonzalez Garcia ; trad. Justo G. Beramendi. - Barcelona: Gustavo Gili, 1979, p.532

IMG.11_Conjunto de representações do “Homem de Vitruvio”

WITTKOWER, Rudolf

Architectural principles in the age of humanism / Rudolf Wittkower. - London: Academy, 1973, p.23/24

IMG.12_Conjunto de representações do tratado de Francesco di Giorgio, 1482

<http://leonardodavinci.stanford.edu/submissions/clabaugh/history/architecture.html>
(14.05.2012 _ 11:58)

IMG.13_ Deus Criador do Universo

ECO, Humberto e, de MICHELE, Girolamo

História da Beleza / Humberto Eco e Girolamo de Michele; trad António Maia da Rocha; DIFEL 82- difusão editorial, Algés, 2002

IMG.14_Fotografias da Igreja S. Francesco della Vigna

<http://www.museumplanet.com/image/venice/vig/vig001.jpg> (24.08.2012 _ 22:38)
http://4.bp.blogspot.com/_FfVf0AjTN9M/SbsfuSq9a5I/AAAAAAAAADG4/bGC39EdtN4I/s400/sanfrancescodellavigna.jpg (24.08.2012 _ 22:39)

IMG.15_Fotografias da Igreja de S. Maria Novella

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c3/Santa_Maria_Novella.jpg/300px-Santa_Maria_Novella.jpg (24.08.2012 _ 22:42)
http://ptphoto500x500.mnstatic.com/santa-maria-novella-church_434864.jpg
(24.08.2012 _ 22:47)

IMG.16_Diagrama de F. Giorgi em *De Harmonia Mundi*

WITTKOWER, Rudolf

Architectural principles in the age of humanism / Rudolf Wittkower. - London: Academy, 1973, p.106

IMG.20_Representação Simbólica do Homem como Microcosmos, Agrippa
(1486?- 1535)

CALTER, Paul A.

Squaring the circle: geometry in the art and architecture / Paul A. Calter. - New York:
Key College publ., 2008, p.137

IMG.21_Os Sólidos Platônicos

http://3.bp.blogspot.com/_gFXDK20o8zA/S7G4jlgX2qI/AAAAAAAAADY/LWDE7_Wub7M/s1600/poli.bmp (28.09.2012 _ 17:59)

IMG.22_Os Sólidos Platônicos e as suas relações com os elementos da Natureza

<http://s3.amazonaws.com/magoo/ABAAAFKQAC-1.png> (28.09.2012 _ 17:51)

IMG.23_Versão de Kepler sobre o sistema solar, constituído de Sólidos Platônicos

LAWLOR, Robert

Sacred geometry : philosophy and practice / Robert Lawlor. - London :Thames &
Hudson, 1982, p.106

IMG.24_ Esquema do número de ouro

CALTER, Paul A.

Squaring the circle: geometry in the art and architecture / Paul A. Calter. - New York:
Key College publ., 2008, p.40

IMG.25_Reprodução do esquema dado por Euclides em *Elements*

(cópia da imagem do livro)

CALTER, Paul A.

Squaring the circle: geometry in the art and architecture / Paul A. Calter. - New York:
Key College publ., 2008, p.40

IMG.28_Nautilus Marinho

<http://arqarte.com/blog2/wp-content/uploads/2010/11/nautilus1.jpg>
(10.09.2012 _ 14:51)

IMG.29_Girassol

<http://codigodacultura.files.wordpress.com/2010/04/fibonacci-2.jpg?w=510>
(10.09.2012 _ 14:05)

IMG.30_Estrelas do Mar

http://www.baixaki.com.br/imagens/wpapers/BXK1986_12800.jpg
(10.09.2012 _ 14:10)

IMG.31_Petúnias

http://farm3.static.flickr.com/2068/1751835481_453d988501.jpg
(10.09.2012 _ 14:11)

IMG.32_Constelação

<http://en.wikipedia.org/wiki/File:Hubble2005-01-barred-spiral-galaxy-NGC1300.jpg>
(10.09.2012 _ 15:49)

IMG.33_Medidas base do Modulor

Le CORBUSIER

Le modulor / Le Corbusier; trad.Marta Sequeira - Lisboa: Orfeu Negro, 2010. - 2 vol.:
il. ; 15 cm. - 1ª edição portuguesa, p.86

IMG.34_Principais referências de proporção do Modulor com a figura humana

Le CORBUSIER

Le modulor / Le Corbusier; trad.Marta Sequeira - Lisboa: Orfeu Negro, 2010. - 2 vol.:
il. ; 15 cm. - 1ª edição portuguesa, p.88

IMG.35_Estrutura geométrica base do Modulor

IMG.36_Série de Fibonacci na Estrutura geométrica do Modulor

Le CORBUSIER

Le modulor / Le Corbusier; trad.Marta Sequeira - Lisboa: Orfeu Negro, 2010. - 2 vol.:
il. ; 15 cm. - 1ª edição portuguesa, p.85

IMG.37_ Esquços de medições

Le CORBUSIER

Le modulator / Le Corbusier; trad.Marta Sequeira - Lisboa: Orfeu Negro, 2010. - 2 vol.: il. ; 15 cm. - 1ª edição portuguesa, pp. 218/219/220/221/226

IMG.38_ Fita de bolso de Le Corbusier

http://www.vitra.com/_assets/18/083b56d81f7902b.jpg (27.04.2012 _ 14:12)

http://blog.smow.com/wp-content/uploads/2009/03/vitra-corbusier-modulator-9050_pl.jpg (27.04.2012 _ 14:11)

IMG.39_ Conjunto de fotos da Unidade de Habitação de Marselha

http://3.bp.blogspot.com/_yPKUONy33kM/Sw_rls_g_wil/AAAAAAAAABw/TP3et97McWw/s1600/marseille_afpgetty_56496s.jpg (31.08.2012 _ 00:43)

http://1.bp.blogspot.com/_pe03IXnQaHQ/SNblUHEAtpl/AAAAAAAAABLg/H7X-_jZzuM/s400/23.jpg (31.08.2012 _ 00:48)

http://1.bp.blogspot.com/_KKDeKh5vIEU/S6JefaWjcRI/AAAAAAAAAI0k/8SAUv0xmdEE/s320/interior_unite.jpg (31.08.2012 _ 00:49)

<http://www.andthisisreality.com/2010/06/unidade-habitacional-de-marselha.html> (31.08.2012 _ 00:49)

http://www.cronologiadourbanismo.ufba.br/image.php/apresentacao-v1384-f499-original.jpg?width=800&height=800&image=/verbete_arquivo/imagens/apresentacao-v1384-f499-original.jpg (31.08.2012 _ 00:50)

IMG.40_ Módulo de Habitação

FRAMPTON, Kenneth

Le Corbusier : architect of the twentieth century / Text by Kenneth Frampton ; phot. by Roberto Schezen. - New York : Harry N. Abrams, 2002, p.9.96

BOESIGER, Willy

Le Corbusier : 1910-65 / W. Boesiger, H. Girsberger ; trad. Juan Eduardo Cirlot. - 7ª ed.. - Barcelona : Gustavo Gili, 2001, p.145

IMG.41_ O Modulor na Unidade de Habitação

Le CORBUSIER

Le modulator / Le Corbusier; trad.Marta Sequeira - Lisboa: Orfeu Negro, 2010. - 2 vol.: il. ; 15 cm. - 1ª edição portuguesa, p.158/160

IMG.42_ Cobertura praticável da Unidade de Habitação

Le CORBUSIER

Le modulator / Le Corbusier; trad. Marta Sequeira - Lisboa: Orfeu Negro, 2010. - 2 vol.: il. ; 15 cm. - 1ª edição portuguesa, p.174

IMG.43_ Fotografia da Villa Garches

http://blog.lib.umn.edu/alexa228/architecture/Le_Corbusier__Garches_Villa_Steinde_Monzies_1927_extCB3.jpg (07.09.2012 _ 15:31)

IMG.44_ Fotografia da Villa Foscari

http://hanser.ceat.okstate.edu/3083/Palladio__Venice_Villa_Foscari_or_Malcontenta_1559-600C4.jpg (07.09.2012 _ 15:32)

IMG.45_ Esquema estrutural das duas villas

ROWE, Colin

Manierismo y arquitectura moderna y outros ensayos / Colin Rowe ; trad. Francesc Parcerisas. - 3ª ed. - Barcelona : Gustavo Gili, 1999, p.11

IMG.46_ Esquema da fachada das duas villas

ROWE, Colin

Manierismo y arquitectura moderna y otros ensayos / Colin Rowe ; trad. Francesc Parcerisas. - 3ª ed. - Barcelona : Gustavo Gili, 1999, p.11

RASMUSSEN, Steen Eiler

Experiencing architecture / by Steen Eiler Rasmussen. - 14th printing. - Cambridge, Mass. : The MIT Press, 1977, p.113

IMG.47_ Esquemas representativos das razões nas duas villas

RASMUSSEN, Steen Eiler

Experiencing architecture / by Steen Eiler Rasmussen. - 14th printing. - Cambridge, Mass. : The MIT Press, 1977, p.113

IMG. 49_Fotografias de criações feitas pelos alunos e professores da Bauhaus

<http://www.simplesdecoracao.com.br/wp-content/uploads/2010/04/Marcel-breuerWassilyChair1925.gif> (23.09.2012 _ 16:28)

http://www.quintessentia.com/media/catalog/product/cache/1/image/5e06319eda06f020e43594a9c230972d/b/a/bauhaus_design_period_thonet_table_14059.jpg (23.09.2012 _ 16:28)

<http://static.dezeen.com/uploads/2007/12/8459-tea-infuser.jpg> (23.09.2012 _ 16:27)

http://4.bp.blogspot.com/_09yR6MXYVp4/St0vDOUULcl/AAAAAAAAAAE4/dYAHvEfnuQw/s320/imageuploadimagepq7.jpg (23.09.2012 _ 16:26)

IMG.50_Fotografias da Trienal de Milão com Le Corbusier e o professor Siegfried Giedion na foto central.

<http://www.hum.leiden.edu/icd/proportion-conference/news/proportion-conference.html#summary-of-1951-conference> (20.08.2012 _ 17:41)

Legendas de Tabelas:

TABELA 1 _ Tabela própria, criada a partir da tabela da bibliografia:

CALTER, Paul A.

Squaring the circle: geometry in the art and architecture / Paul A. Calter. - New York: Key College publ., 2008, p.7

TABELA 2 _ Tabela própria, criada a partir da tabela da bibliografia:

CALTER, Paul A.

Squaring the circle: geometry in the art and architecture / Paul A. Calter. - New York: Key College publ., 2008, p.296

TABELA 3 _ Tabela própria, criada a partir dos valores dados pela bibliografia:

Rasdolav Zuk, Nexus V : architecture and mathematics / ed. by Kim Williams, Francisco J. Delgado Cepeda. - Florence : Kim Williams Books, 2004, p.173 a 188