

# **PAVIMENTOS ALIGEIRADOS DE VIGOTAS**

**AUGUSTO PINTO DE MAGALHÃES**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS**

---

Orientador: Professor Doutor Afonso Antonio Serra Neves

JULHO DE 2015

## **MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2012/2013**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ [miec@fe.up.pt](mailto:miec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ [feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2012/2013 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2013.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

A meus Pais

*Conhecimento é Poder*

*Francis Bacon*



## **AGRADECIMENTOS**

Na medida em que esta Tese de Mestrado é uma conclusão de um trabalho iniciado e praticamente concluído em 1996 é necessário agradecer áqueles que na altura fizeram parte do mesmo, nomeadamente a entidade patrocinadora e os seus representantes a Pavileca, que forneceu os documentos solicitados bem como os elementos utilizados em ensaios em armaduras, em componentes isolados e os pavimentos prontos conforme as regras de ensaios.

Seguem-se os agradecimentos ao orientador e orientador adjunto da altura o Sr. Professor Doutor Joaquim Figueiras e a Sra Professora Doutora Ana Maria Sarmiento.

Devo também lembrar e agradecer a contribuição do pessoal do Laboratório de Estruturas e do Laboratório de Materiais de Construção, sem os quais não seria possível a realização dos ensaios envolvidos.

Deixando o ano de 1996 e vindo para o dia de hoje e devido á redefinição dos grupo de orientadores, devo especial agradecimento ao Sr. Professor Doutor Afonso Antonio Serra Neves, que prontamente se prestou a colaborar na conclusão desta tese de mestrado, abrindo da forma mais cordial que lhe foi possível o caminho necessário e tudo o que lhe foi solicitado para o bom desfecho deste assunto.

Segue-se o agradecimento á família, em especial aos meus pais, meus suportes maiores em todas as fases da minha vida e também nesta o que aqui se deixa registado, em sinal da sempre boa vontade com que se apresentaram para a positiva evolução da minha vida profissional e pessoal.



## **RESUMO**

Para começar, faz-se uma introdução onde se pretende situar a aplicação prática dos pavimentos aligeirados de vigotas, com referência a aspectos económicos, favoráveis a estes pavimentos, a legislação aplicada e aplicável, bem como a aspectos que limitem a sua aplicação.

Faz-se uma nomeação e apresentação dos diversos componentes que fazem parte dos pavimentos aligeirados de vigotas, em especial as vigotas, onde se expõe o cálculo dos valores finais de pré-esforço em armaduras, depois de descontadas todas as perdas instantâneas e diferidas ao valor inicial de pré-esforço e para terminar este capítulo uma referência às armaduras adicionais e ao betão complementar.

Segue o trabalho com uma exposição do cálculo a efetuar na verificação da segurança, que deve ser feita em relação aos Estados Limites Últimos de Resistência, com o cálculo do Momento Fletor Resistente e do Esforço Transverso Resistente e a verificação da segurança em relação aos Estados Limites de Utilização, onde se calculam valores para a Fendilhação e para a Deformação.

No capítulo 4, abordam-se os meios informáticos envolvidos na obtenção de um documento de homologação, no caso deste estudo o Documento de Homologação da Pavileca, que foi recalculado com recurso aos programas “Response” e “Secção”, o primeiro da Universidade de Toronto e o segundo da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

No capítulo seguinte é feita uma resenha de todos os ensaios a considerar no âmbito deste tipo de pavimentos e dos seus componentes, ensaios esses que corroboram os resultados obtidos pelos cálculos teóricos e que também contribuem para a melhor caracterização dos componentes principais, as vigotas e os blocos de aligeiramento.

No capítulo 6 é feita uma abordagem a aspectos específicos do comportamento deste tipo de pavimentos. São estudados aspectos que são, na prática corrente, tratados empiricamente, mas que podem ser objecto de cálculo. São obtidas conclusões que contribuem para a melhor compreensão dos pavimentos e das suas particularidades.

Para terminar, apresenta-se um exemplo de cálculo, que consiste na análise deste tipo de pavimentos na sua vertente mais aproximada à prática corrente de projecto.

**PALAVRAS-CHAVE:** Lajes de edifícios, Momento Fletor, Esforço Transverso, Ensaios Laboratoriais.



## **ABSTRACT**

The dissertation begins with an introduction where the practical application of composite beam-block floors is explained, with reference to economic aspects, favorable to these floors, the legislation which is applied and is applicable, as well as aspects that limit their application.

The various slab components are presented, with particular attention to the precast joists. The calculation of the final prestress forces is shown, considering immediate and long-term prestress losses. A reference is made to the ordinary reinforcement placed in-situ, and to the concrete topping too.

Then, the calculations for verification of the Ultimate Limit States are addressed, considering the Resistant Bending Moments and the Resistant Shear Force. Serviceability Limit States are also addressed, considering Cracking and Deformation verifications.

In chapter 4 deals with the computational means used in the development of an approval document (in this case, the Approval Document of the precast company Pavileca), which was recalculated using "Response" and "Section" programs, the first from the University of Toronto and the second developed at the Faculty of Engineering of the University of Porto.

In the following chapter, the laboratorial tests currently used for this type of floors (and its components) are addressed. The results of these tests are in agreement with the obtained numerical results. Besides that, the tests contribute for a better characterization of the main floor components: the precast joists and the blocks.

In chapter 6, specific aspects of the structural behaviour of this type of floor are discussed. The aspects under analysis are dealt with, in the common practice, with empirical rules. However, they can be handled based on numerical calculations. This work provides conclusions which contribute for a better comprehension of this type of floors and their specificities.

Finally, a calculation example is shown. It consists in a practical approach to the analysis of this type of floors, comparable with the current design practice.

**KEYWORDS:** Building Slabs, Bending Moment, Shear, Laboratorial Testing.



**ÍNDICE GERAL**

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	i
<b>RESUMO</b> .....	iii
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>INDICE</b> .....	vii
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>2. COMPONENTES</b> .....	5
<b>2.1. INTRODUÇÃO</b> .....	5
<b>2.2. BLOCOS DE ALIGEIRAMENTO</b> .....	6
<b>2.3. VIGOTAS</b> .....	9
2.3.1. PERDAS DE TENSÃO DE PRÉ-ESFORÇO. ....	12
2.3.1.1. Introdução.....	12
2.3.1.2. Perdas Instantâneas .....	12
2.3.1.3. Perdas Diferidas. ....	13
2.3.1.4. Exemplo de Cálculo.....	14
<b>2.4. ARMADURAS ADICIONAIS</b> .....	20
<b>2.5. BETÃO COMPLEMENTAR</b> .....	21
<b>3. CÁLCULO</b> .....	23
<b>3.1. VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA</b> .....	23
3.1.1. INTRODUÇÃO.....	23
3.1.2. ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE RESISTÊNCIA.....	24
3.1.2.1. Introdução.....	24
3.1.2.2. O Momento Flector.....	24
3.1.2.3. O Esforço transverso.....	30
3.1.3. ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO.....	34
3.1.3.1. A Fendilhação.....	35
3.1.3.2. A Deformação.....	38

<b>4. MEIOS INFORMÁTICOS</b> .....	41
4.1. INTRODUÇÃO .....	41
4.2. O PROGRAMA RESPONSE .....	42
4.3. O PROGRAMA SECÇÃO .....	45
<b>5. ENSAIOS</b> .....	49
5.1. INTRODUÇÃO .....	49
5.2. ENSAIOS EM VIGOTAS .....	50
5.2.1. ENSAIO PARA VERIFICAÇÃO DAS CARACTERISTICAS GEOMETRICAS .....	50
5.2.2. ENSAIO DE FLEXÃO .....	52
5.2.3. ENSAIO DE CORTE .....	52
5.2.4. ENSAIO DE PRE-ESFORÇO .....	52
5.3. ENSAIOS EM BLOCOS .....	53
5.3.1. ENSAIO PARA VERIFICAÇÃO DAS CARACTERISTICAS GEOMETRICAS .....	53
5.3.2. ENSAIO DE PUNÇOAMENTO/FLEXÃO .....	54
5.4. ENSAIOS EM PAVIMENTOS .....	55
5.5. PAVIMENTOS DA PAVILECA .....	58
<b>6. ASPECTOS ESPECIFICOS</b> .....	67
6.1. INTRODUÇÃO .....	67
6.2. ESQUEMA ESTÁTICO .....	67
6.3. NERVURAS TRANSVERSAIS .....	77
6.4. ARMADURA DE DISTRIBUIÇÃO .....	79
6.5. SOLIDARIZAÇÃO DOS APOIOS .....	80
6.6. ARMADURA DOS APOIOS .....	80
<b>7. EXEMPLO DE CÁLCULO</b> .....	83
7.1. INTRODUÇÃO .....	83
7.2. ESQUEMA ESTRUTURAL .....	83
7.3- ACÇÕES .....	83
7.4. PRÉ-DIMENSIONAMENTO .....	84
7.5. ESTADOS LIMITES ULTIMOS DE RESISTÊNCIA .....	85
7.5.1. ESFORÇOS ELÁSTICOS .....	85

7.5.2. REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS.....	86
7.5.3. TIPO DE LAGE.....	88
<b>7.6. ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO.....</b>	<b>89</b>
7.6.1. FENDILHAÇÃO.....	89
7.6.2. DEFORMAÇÃO.....	90
<b>7.7. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS.....</b>	<b>93</b>
7.7.1. A ARMADURA DE DISTRIBUIÇÃO.....	93
7.7.2. NERVURAS TRANSVERSAIS.....	93
7.7.3. ARMADURA DE MOMENTOS NEGATIVOS.....	94
<b>7.8. CONSOLA.....</b>	<b>97</b>
<b>8. CONCLUSÃO.....</b>	<b>101</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>103</b>
<b>ANEXO A.....</b>	<b>105</b>
<b>A.1. FICHEIRO DE DADOS E RESULTADOS DO PROGRAMA RESPONSE.....</b>	<b>106</b>
<b>A.2. FICHEIRO DE DADOS E RESULTADOS DO PROGRAMA SECÇÃO.....</b>	<b>111</b>



## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.2.1 - As primeiras lajes aligeiradas .....	7
Fig.2.2 - Dois tipos de blocos de aligeiramento Legenda .....	8
Fig.2.3 - Diferentes tipos de vigotas .....	10
Fig.2.4 - Diferentes armaduras de pré-esforço .....	11
Fig.2.5 - Vigota VB2 da Pavileca.....	15
Fig.2.6 - Diagrama de perdas de tensão por relaxação.....	18
Fig.3.1 - Secção para verificação do estado limite ultimo de resistência .....	25
Fig.3.2 - Diagrama simplificado.....	25
Fig.3.3 - Comparação dos dois diagramas .....	26
Fig.3.4 - Diagrama das extensões .....	28
Fig.3.5 - Secções criticas .....	30
Fig.3.6 - Secção analisada.....	36
Fig.3.7 - Secção homogeneizada.....	36
Fig.5.1 - Dimensões da secção de uma vigota .....	50
Fig.5.2 - Cotas dos fios de armadura de uma vigota .....	51
Fig.5.3 - Bloco de cofragem .....	54
Fig.5.4 - Ensaio de punçoamento/flexão.....	55
Fig.5.5 - Esquemas de ensaios.....	56
Fig.5.6 - Rotura a meio vão.....	57
Fig.5.7 - Rotura por corte .....	58
Fig.5.8 - Ensaio sobre lajes Pavileca .....	59
Fig.5.9 – Diagramas real e simplificado de ensaio de rotura Lage Pavileca VB1-48*16*20 .....	62
Fig.5.10 – Diagramas real e simplificado de ensaio de rotura Lage Pavileca VB1-48*16*20. ....	64
Fig.6.1 - Vigota VB3 da Pavileca.....	68
Fig.6.2 - Carregamento em fase de construção.....	69
Fig.6.3 - Carregamento em fase de construção.....	70
Fig.6.4 - Retirada do escoramento.....	74
Fig.6.5 - Retirada do escoramento.....	75
Fig.6.6 - Distribuição transversal de momentos (corte transversal): (a) secção por 1/2; (b) secção por 1/3; (c) secção por 1/6.....	78
Fig.7.1 - Esquema estrutural.....	83
Fig.7.2 - Casos de carga para estado limite ultimo.....	85

Fig.7.3 - Envolvente de momentos para os casos de carga .....	85
Fig.7.4 - Momentos após redistribuição .....	86
Fig.7.5 - Envolvente de momentos após redistribuição .....	87
Fig.7.6 - Diagramas de esforços transversos.....	87
Fig.7.7 - Maciçamento junto ao apoio .....	88
Fig.7.8 - Casos de carga para estado limite de utilização.....	89
Fig.7.9 - Ábaco para cálculo da flecha elástica .....	91
Fig.7.10 - Momentos flectores no tramo 1 .....	91
Fig.7.11 - Momentos flectores no tramo 2.....	92
Fig.7.12 - Secção resistente em zona aligeirada .....	94
Fig.7.13 - Momentos solicitante e resistente .....	95
Fig.7.14 - Momentos negativos e pontos de momento nulo .....	96
Fig.7.15 - Comprimento da armadura superior .....	96
Fig.7.16 - Armadura da consola .....	97
Fig.7.17 - Verificação em relação ao estado limite ultimo de resistência .....	98
Fig.7.18 - Traçado das armaduras .....	100

## ÍNDICE DE QUADROS (OU TABELAS)

Quadro 2.1 - Relação entre as perdas devidas à relaxação e o tempo até às 1000 horas.....	12
Quadro 3.1 - Quadro IX do Artigo 60º do REBAP.....	34
Quadro 3.2 - Limites de utilização para armaduras de pré-esforço sem bainhas de protecção .....	35
Quadro 5.1 – Valores de carga e deformação em ensaio de rotura, Lage Pavileca VB1-48*16*20 .....	61
Quadro 5.2 – Valores de carga e deformação em ensaio de rotura, Lage Pavileca VB1-23*20*23 ...	63
Quadro 7.1 - Quadro de lajes Pavileca .....	84



# 1

## INTRODUÇÃO

É bem conhecido que os pavimentos aligeirados pré-fabricados, constituídos por vigotas de betão pré-esforçado e blocos de aligeiramento, são uma das soluções mais utilizadas na construção de pavimentos em habitação, instalações industriais e mesmo outro tipo de estruturas, onde impere o factor resistência por um lado, e por outro o factor economia e rapidez de execução.

Os elementos constituintes destes pavimentos são montados em obra, podendo ser adquiridos em fábricas especialmente vocacionados para a sua fabricação, armazenagem e fornecimento, sendo esta montagem complementada em obra pela colocação de outros elementos adicionais, mas absolutamente necessários, como por exemplo as armaduras de distribuição, os tarugos e o betão de solidarização, que conduzirá ao pavimento final.

Esta notória preferência prende-se com vários factores, sendo de referir os que se relacionam com a montagem, que por ser realizada por elementos individuais, permitindo um trabalho facilitado e realizado com rigor.

Outros aspectos serão os de carácter económico: economia de mão-de-obra, economia de cofragem e o facto de o pavimento permitir uma certa capacidade autoportante, logo a partir dos elementos constituintes iniciais.

Existem aspectos negativos como em qualquer outra solução. Por vezes acontece ser feito um dimensionamento pouco cuidado destes pavimentos, sem qualquer tipo de controlo sobre a deformação, responsável por fissuração que mais tarde se pode visualizar na própria laje e também nas paredes devido à rotação dos apoios. Esta deformação não controlada na fase de projeto poderá também afectar as paredes divisórias interiores, regra geral realizadas em alvenaria mas muitas vezes em materiais mais frágeis, havendo então que salvaguardar o bom funcionamento da laje em estudo sobre todos os aspectos.

Havendo descuido quanto à caracterização e número de nervuras transversais, pode ocorrer uma deficiente distribuição de esforços transversais. Consequentemente haverá fendilhação longitudinal visível na linha de separação da vigota com as fiadas de blocos de aligeiramento, podendo-se também falar de um comportamento global deficiente do piso que se constituiu, perante as acções horizontais a que ficar sujeito. Este aspeto é importante no comportamento face à acção sísmica, e por tal uma razão para a sua reduzida utilização nas zonas de elevada sismicidade.

Refere-se também, que a omissão de armaduras sobre os apoios, necessárias para a absorção dos momentos negativos e do esforço transversal aí desenvolvidos, originará o aparecimento de fendilhação sobre os mesmos, com consequente rotação nas extremidades dos vãos, rotação essa que

obviamente contribuirá para um aumento da deformação e das consequências da mesma, podendo também ocorrer uma rotura brusca por corte.

Por constatação da realidade, pode-se dizer que este tipo de pavimento está amplamente divulgado e aplicado nas zonas de menor sismicidade, sendo bastante limitada a sua utilização nas zonas de maior sismicidade, onde os pavimentos regra geral são maciços ou eventualmente aligeirados, mas realizados em obra na sua totalidade.

A regulamentação considerada neste trabalho (por exemplo o RSA e o REBAP), que introduziram actualizações e alterações diversas face a normas mais antigas, obrigaram também as empresas dedicadas a este tipo de produtos a atualizar os documentos de homologação emitidos, bem como os processos de cálculo empregues.

Pela análise da regulamentação referida no parágrafo anterior, verifica-se que a mesma é quase omissa e não trata explicitamente este tipo de lajes, pelo que este assunto é regulado por um conjunto de regras que deverão ser seguidas tendo por fim tirar partido de todas as capacidades resistentes destas lajes, sem que se desrespeite o articulado no REBAP no que concerne às lajes aligeiradas.

Novamente os documentos de homologação serão susceptíveis de actualização, bem como as técnicas de cálculo a empregar, em virtude da introdução dos Eurocódigos Estruturais em substituição das normas atrás referidas. Além disso, a nova regulamentação obrigará e dará a possibilidade de introduzir nos estudos outras possibilidades, que certamente contribuirão para a optimização das características dos pavimentos.

Na base desta dissertação de mestrado recorrer-se-á à seguinte regulamentação e documentação: o Eurocódigo 2, EC2 [1], a norma francesa “Cahier des Prescriptions Techniques Communes aux Procédés de Planchers - Planchers Nervurés a Poutrelles Préfabriquées Associées a du Béton Coulé en Oeuvre ou Associées a Dautres Constituants Préfabriqués par du Béton Coulé en Oeuvre” [2], a publicação “Prestressed Concret Structures” [3], as “Recomendaciones para la Fabricacione de Viguetas de Hornigon Prétensado” [4], a norma Espanhola “EF88-Instruction para el Proyecto y la Ejecucion de Forjados Unidireccionales de Hormigom Armado o Prétensado” [5].

Voltando à análise das características deste tipo de pavimento, reconhece-se que este é especialmente vocacionado para resistir aos momentos positivos. No entanto, verifica-se que, dado o facto de se proceder à betonagem de cada piso na sua totalidade (criando uma estrutura monolítica), existem ligações de continuidade entre tramos adjacentes, instalando-se assim momentos negativos, que para além de contrariarem a vocação das lajes para resistir principalmente a momentos fletores positivos, asusmem por vezes valores importantes, sendo por tal necessário recorrer à colocação de armaduras especificamente calculadas para este efeito. Isso implica um agravamento dos custos da mão de obra e um custo adicional de materiais.

Este importante aspecto conduz a uma diminuição do interesse económico, que pode induzir por vezes a uma má execução, errada se conduzir a uma quantidade insuficiente de armadura, o que evidentemente se traduz em problemas diversos relacionados com o desempenho da laje em relação aos estados limites de utilização.

A existência de momentos negativos deve ser minimizada nas verificações em estado limite último de resistência, dado que o agravamento dos momentos positivos em resultado da redistribuição de esforços pouco agrava os custos, sendo este aspecto tratado nos artigos 48º e 50º do REBAP. Aí é explicitado que, quando a verificação da segurança de lajes é efectuada em termos de acções, recorrendo à análise plástica, se a determinação do valor de cálculo dos esforços actuantes for feita por um método elástico seguida de redistribuição e se a profundidade relativa do eixo neutro,  $x/d$ , for

inferior a 0,25, podemos ter  $0,5 \leq |M_{apoio}|/|M_{vão}| \leq 2$ . Assim, os momentos nos apoios podem ser reduzidos até 50% dos valores dos momentos nos vãos. Isto significa que se pode efetuar uma redistribuição significativa dos momentos negativos obtidos numa análise elástica, havendo para tal que proceder a um ajuste dos diagramas de momentos fletores, de tal maneira que se obtenham novos diagramas de esforços, estaticamente admissíveis.

Este desagramento dos momentos negativos, tendo como contrapartida o agravamento dos momentos positivos, é uma situação vantajosa, na medida em a exigência de maior resistência aos momentos positivos se traduz num pequeno aumento de custos, sendo o balanço, regra geral, favorável a esta situação.

Falámos até aqui essencialmente de estados limites últimos de resistência. No que diz respeito aos estados limites de utilização, a natureza específica deste tipo de pavimentos dificulta o cumprimento de regras simples referidas nos artºs 102 e 115 do REBAP, que dão liberdade quanto à necessidade da sua verificação. Por isso, torna-se necessário proceder à verificação da segurança relativamente aos estados limites de deformação e de fendilhação, tendo em vista evitar os aspectos negativos referidos anteriormente.

Se até aqui referimos aspectos teóricos, será importante mencionar que há aspectos e regras de natureza prática a considerar. Devem ser seguidas regras construtivas que permitiram um bom funcionamento das lajes sob a ação das diversas cargas internas e externas relevantes, resultando da correcta aplicação prática, a melhor ou pior capacidade de resposta dos pavimentos.

Para concluir esta introdução, enumeram-se os seus objetivos principais. Pretende-se abordar as questões teóricas e práticas relacionadas com as lajes aligeiradas de vigotas. Primeiro, apresentam-se os seus componentes principais de forma isolada: os blocos de aligeiramento, as vigotas, as armaduras adicionais e o betão complementar. Apresenta-se depois um cálculo orgânico para obtenção do pré-esforço final instalado numa vigota.

Após serem tratados os componentes, são abordados os pavimentos completos. Com base nas suas características geométricas, são apresentados exemplos de cálculo dos valores a usar na verificação da segurança, particularmente o momento fletor resistente e o esforço transversal resistente para a verificação dos estados limites últimos de resistência. Depois exemplifica-se o cálculo do momento fletor de fendilhação,  $M_{fctk}$ , com o qual se simplificou as verificações relacionadas com a fendilhação, nos estados limites de utilização. Quanto à deformação, apresenta-se o cálculo da flecha instantânea e da flecha final, a comparar com os valores limites (definidos regulamentarmente) para a verificação da deformação em estados limites de utilização.

Pretendeu-se também apresentar exemplos de cálculo para um aspecto específicos que envolve o faseamento construtivo, e que consiste nas tensões instaladas nas vigotas, que ainda a funcionar isoladamente, precisam de escoramento na fase de montagem e até o betão complementar atingir a capacidade resistente necessária. Tratam-se ainda outros aspectos de índole prática, mas que podem ser analisados numericamente, tais como a definição da quantidade de armadura ordinária ou da solidarização nos apoios.

Apresentaram-se os meios informáticos empregues na obtenção dos resultados necessários para o desenvolvimento de documentos de homologação [13 e 14].

Para finalizar este trabalho, apresenta-se um exemplo prático de obra, onde se pretende expor vários aspetos, tais como o tratamento dos vãos extremos e das consolas, passando pelos vãos intermédios. Aborda-se ainda os apoios em vigas de bordadura, a escolha do pavimento pré-fabricado e a definição das armaduras adicionais a colocar em obra.

Importa notar que este trabalho foi desenvolvido, quase integralmente, no âmbito do Curso de Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil, da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, na ocorrência 1994/1996. No entanto, não foi possível a sua conclusão nessa altura, tendo então sido finalizado e apresentado como dissertação do Curso de Mestrado Integrado de Engenharia Civil, no ano letivo 2014/2015. Por este motivo, há aspectos que podem ser considerados desatualizados, como por exemplo a regulamentação que se refere, o RSA e o REBAP, ou outras normas técnicas que deverão ser entendidas neste enquadramento. No entanto, tal não afeta a intenção principal do trabalho, que consiste no conhecimento sobre o comportamento e a análise deste tipo de pavimentos.

# 2

## COMPONENTES

### 2.1. INTRODUÇÃO

Tendo em atenção o processo constitutivo, verifica-se que o estudo rigoroso deste tipo de pavimento, apresenta algumas dificuldades, dificuldades essas que se prendem com factores diversos incluídos na razão atrás referida, o processo construtivo.

Inicialmente vemos que este assunto envolve uma fase de pré-fabricação bem controlada e à posteriori uma outra fase de montagem e realização final com características muito variáveis, o que como atrás se referiu conduz ao aparecimento de dificuldades de vários tipos quando se pretende efectuar um estudo exacto.

Ultrapassando a primeira fase, que por si só é como se referiu e se supõe uma fase bem controlada e por tal facto, conducente à obtenção dos melhores resultados, vemos que a segunda fase é condicionada por muitas situações, sendo exemplos das mesmas, o tipo e distâncias de escoramento, as fases de realização das betonagens que interessam à efectivação ou não da continuidade entre lajes adjacentes do pavimento, as características das cargas bem como a sua duração e variação ao longo do tempo, as ligações nos apoios intermedios ou de extremidade, susceptíveis de maior ou menor efectivação e influentes no monolitismo da estrutura.

Todas estas situações dão azo a variações mais ou menos importantes nas tensões instaladas nas vigotas, produzindo em consequência alterações nos esforços existentes, sendo isto especialmente considerável quando pensamos em estados limites de utilização, com a verificação da deformação e da fendilhação.

Habitualmente haverá de se ter em conta com estas situações provenientes da realização em obra, acontecendo por vezes modificar-se os pavimentos propostos no estudo inicial, sendo diversas essas mesmas alterações, a exemplo o tipo de blocos de aligeiramento, que por condicionalismos diversos regra geral de ordem prática, dão origem a variações em alguns valores previamente determinados, tais como as quantidades de betão, as quantidades de armaduras a utilizar em tarugos ou na armadura de distribuição.

Esta variação na utilização dos blocos de aligeiramento, previstos nos documentos de homologação e que se considera de maior importância, podendo juntar-se em supostas variações, quanto por exemplo a vigotas e que se devem ao facto de haver uma enorme multiplicidade na fabricação de uns e outros destes componentes, as vigotas e os blocos de aligeiramento.

Esta variabilidade é visível na geometria, é visível no material utilizado na fabricação dos blocos de aligeiramento, sendo comum a utilização de dois tipos de materiais ou seja, blocos realizados com

argila, os blocos cerâmicos e os blocos de cimento, regra geral realizados com um betão leve, por lhe ser introduzido um inerte leve, a leca.

Outras formas de realização de blocos aligeirados podem ser referidas e como exemplo servem os blocos realizados com o poliuretano expandido, vulgarmente designado por esferovite, que cada vez mais entram neste mercado, sendo a sua utilização mais vocacionada para blocos de grandes dimensões em aligeiramento de lajes do tipo fungiforme.

Quanto ao outro aspecto referido na variabilidade destes elementos, a geometria, vemos que regra geral temos disponíveis elementos de banzo superior recto ou banzo superior curvo, constatando-se desde logo que os rectos, conduzem a um consumo de betão inferior ao dos curvos.

Quanto à resistência, os resultados são diversos ou seja, os blocos curvos, vulgarmente designados por abobadilhas, dão origem a pavimentos mais resistentes, embora outros problemas possam surgir, como por exemplo o desprendimento da base dos mesmos blocos em fases de utilização mais avançadas dos pavimentos, aspecto extremamente negativo e mal compreendido, para o qual se apontam algumas razões que serão levemente abordadas a seguir e que podem ser desenvolvidas em estudos mais específicos sobre o assunto.

Se o aumento de betão complementar é desfavorável por si só, tendo para tal atenção ao lado económico, também o é quanto aos aspectos resistentes, na medida em que acresce ao peso próprio da laje, havendo então que efectuar um jogo de prós e contras no sentido de bem definir esta situação.

Do que atrás se expôs verifica-se que na prática o construtor opta pelo bloco rectangular, independentemente do bloco referido no projecto, ou seja no documento de homologação, embora como também se referiu, tal opção pode implicar uma capacidade resistente um pouco inferior para a laje, mas como se disse um pouco inferior que pode ser calculada e por tal avaliável e admissível nos riscos que se correm por tal alteração.

À parte dos aspectos que foram referidos e que resumidamente são variações, que interferindo na obtenção dos valores resistentes de cálculo e no projecto, pode-se considerar que os mesmos valores calculados para dimensionamento possuem um grau de exactidão aceitável e que são baseados em hipóteses envolventes concretas que geralmente são verificadas experimentalmente e mesmo na prática e por tal permitem um dimensionamento mais fácil e a segurança necessária para a implementação destas soluções.

Ao longo desta tese serão apresentados exemplos práticos da determinação dos vários valores definidores da resistência destes pavimentos, valores esses que são expostos nos documentos de homologação, tendo-se utilizado nesses mesmos exemplos, pavimentos da marca Pavileca [13] e [14], pavimentos esses que serviram de base aos estudos efectuados neste trabalho.

## **2.2. BLOCOS DE ALIGEIRAMENTO**

Os blocos de aligeiramento são um dos dois elementos constituintes de maior expressão neste tipo de pavimento e por tal facto merecedores de referência expressa neste sub-capítulo.

Como se referiu atrás, os blocos de aligeiramento são de uma grande variedade, tanto no que respeita aos materiais utilizados na sua fabricação, como no que respeita à geometria. Se formos ao início, à origem deste tipo de pavimento já realizado nos anos 60, estes blocos regra geral cerâmicos, visto que a argila seria o material disponível, tinham uma forma que permitiu a realização do aligeiramento, faltando aos pavimentos da altura o pré-esforço que hoje possuímos nas vigotas pré-esforçadas e pré-fabricadas.

Deste modo o bloco que era um pouco rudimentar ou imperfeito na forma, mas resistente, era disposto em fiadas no sentido do vão a cobrir ou vencer, cada fiada era justaposta e encostada às fiadas adjacentes e nos espaços livres entre as fiadas bem alinhadas de blocos, era colocada a armadura de aço macio e sob esta uma tábua que servia de cofragem e impedia a fuga do betão complementar.

Depois de efectuados estes passos iniciais do pavimento a realizar, completava-se a montagem com a colocação de tarugos e da armadura de distribuição, seguindo-se a betonagem que preenchia os espaços entre as fiadas de blocos e finalmente a camada de recobrimento.

Esta forma de trabalhar os blocos, as armaduras e o betão, realizou muitos pavimentos de qualidade, podendo-se mesmo referir que a mesma estava presente nos mais diversos aspectos, pavimentos que ainda hoje funcionam apresentando-se para tal comprovação fotográfica dos mesmos, concretamente em pavimento e tectos da moradia construída dos anos cinquenta da figura 2.1.

É claro que se o pavimento era conseguido, a sua forma artesanal de execução era bastante mais complicada e mais cara, mas já era uma boa resposta alternativa aos pavimentos maciços e a outras técnicas de execução.



Fig. 2.1 - As primeiras lajes aligeiradas

Actualmente os blocos são diversificados nos materiais, continuando muito forte a presença dos cerâmicos, aos quais se aponta desde já um aspecto negativo, que é o facto de termos presentes dois materiais bastante diferentes, quer no aspecto quer no comportamento.

Assim é vulgar vermos as consequências desta diferença que com o tempo se traduz em marcas mais ou menos notáveis nos pavimentos realizados com os blocos cerâmicos, associados ao betão, quer seja o betão das vigotas, quer seja o betão complementar aplicado em obra.

Temos também os blocos de betão simples, que regra geral são leves, em consequência da introdução da leca ou argila expandida, nos agregados constituintes do betão com que se fabricam estes blocos.

Estes blocos também têm alguns problemas: é facilmente visível que os mesmos são menos resistentes que os cerâmicos, partem com facilidade no seu estado isolado embora sejam perfeitamente eficazes no conjunto, quer nas fases posteriores de betonagem e prensa, quer em utilização.

Um aspecto deve aqui ser referido, por todos os motivos e tendo em conta a evolução dos tempos que reclamam as questões da segurança no trabalho, que neste tipo de pavimentos, também é necessário fazer menção à perigosidade associada a estes blocos em fase de montagem na medida em que os mesmos têm uma capacidade individual de resistência muito limitada, havendo então que se proceder ao cumprimento de regras de segurança necessárias à não ocorrência de acidentes .

Por fim, referem-se os blocos de poliuretano expandido, blocos em geral de grandes dimensões, vocacionados para as técnicas de vanguarda dos pavimentos aligeirados e por tal, mais utilizados nas situações especiais, sendo no momento pouco utilizados nos trabalhos comuns desta área, também por dificultarem os revestimentos e acabamentos tradicionais.

Se até aqui se referiram aspectos relacionados com os materiais utilizados na fabricação dos blocos de aligeiramento, abordaremos seguidamente aspectos relacionados com a geometria, figura 2.2. Os primeiros blocos referidos no historial tinham a forma de chapéu de policia, a aba inferior ajudava a cofrar uma pequena viga armada ou vigotas e regra geral eram curvos na parte superior.

Actualmente vemos blocos rectangulares constituídos por um contorno de tramos rectos, que formam os banzos e as faces laterais. São de dimensões diversas, dependendo da marca por um lado e do grau de aligeiramento pretendido por outro.

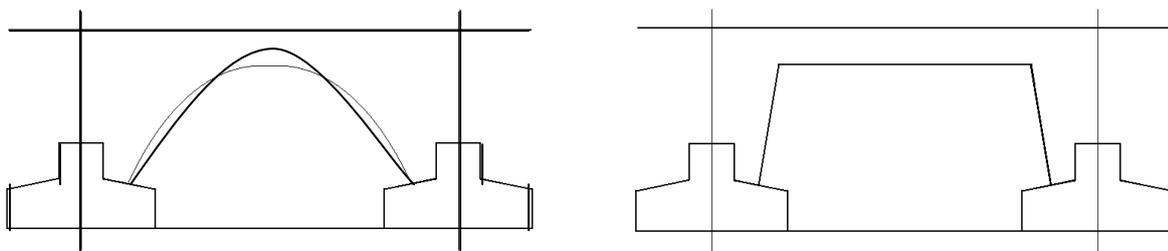


Fig. 2.2 - Dois tipos de blocos de aligeiramento

Como já se referiu, são de maior rentabilidade na medida em que exigem menos consumo de betão, dado que a camada de recobrimento pode ter sempre uma espessura igual à espessura mínima regulamentar.

Os blocos curvos vulgarmente designados por abobadilhas, têm um extradorso curvo, que poderá ser circular ou com outros tipos de curva, conduzem a maior resistência na medida do aparecimento do efeito de arco, mas também estão ligadas a maior consumo de betão e por consequência maior peso próprio.

Após inúmeras realizações com uns e outros blocos, tem-se verificado alguns anos após o início da utilização a um fenómeno estranho, no momento ainda por interpretar, mas desde já com indicações bastante razoáveis nesse sentido. Este fenómeno tem a ver com o desprendimento do fundo dos blocos. Isto acontece, regra geral após alguns anos de utilização, supondo-se que durante esse tempo, haverá pequenas roturas localizadas e aleatoriamente distribuídas pelo pavimento, roturas essas que acontecem nos septos que nos blocos de aligeiramento interligam na vertical os banzos dos mesmos.

Estas roturas devem-se a vários factores que no momento actual são postos apenas como hipóteses. Por um lado poderemos ver o bloco, como uma viga Virandel, viga essa que como qualquer outra está sujeita a acções, às quais respondem com esforços e reacções, havendo por tal a ocorrência de todos os fenómenos como se de uma viga normal se tratasse. Por tal, a rotura também acontece e quando acontece temos o desprendimento do fundo dos blocos.

Outra das justificações apresentadas sobre este assunto tem a ver com o facto de este tipo de lajes ser idealizado como uma superfície plana com deformação perfeitamente cilíndrica, sendo contrariedade a este pressuposto todas as situações que na prática forçosamente acontecem.

Na grande totalidade dos casos, a superfície criada pela laje não é cilíndrica, mas sim uma superfície de base rectangular empenada, em consequência de apoios extra que na realidade existem, mas que não são consideradas nos estudos das mesmas.

Estas duas razões são válidas, no entanto até ao momento não foram objecto de análise comprovativa e necessária à explicação do fenómeno referido, que é grave e que por tal deve ser controlado e que neste momento é visível em tectos de edifícios não revestidos.

### **2.3. VIGOTAS**

A vigota é o elemento resistente principal, regra geral é pré-fabricada na sua totalidade e dotada de pré-esforço, havendo outros tipos e marcas que a fabricam parcialmente, exemplo as vigetas, com outras designações e utilizando-as de formas variantes a esta, mas também no sentido do aligeiramento e por tal da economia.

Se virmos os diversos tipos representativos da variada gama de marcas, verifica-se que este elemento apresenta, regra geral, dimensões não muito diferentes de marca para marca, aspecto que se afirma quanto à geometria (dimensões em milímetros nas figuras 2.3 e 2.4) e também quanto aos materiais constitutivos, o betão B45 que é o betão em geral utilizado no seu fabrico e as armaduras que também são caracterizadas por parâmetros regra geral, idênticos, sendo apenas de referir ligeiras diferenças, que não interessam aos resultados finais e que se prendem apenas com os caminhos diferentes que os aços tomam a partir da sua saída da Siderurgia Nacional, até ao cliente final.

Exemplifica-se o que se disse mostrando com as figuras seguintes, figuras 2.3 e 2.4, nas quais se pode verificar a semelhança da forma, onde também podemos ter algumas diferenças importantes, a semelhança quanto à constituição das secções, sendo as mesmas susceptíveis de uma maior variação no que diz respeito ao diâmetro ou no número dos fios de aço de pré-esforço utilizados.

De qualquer forma, as pequenas variações destas secções quer no que respeita a dimensões, quer no que respeita a armaduras, podem ser responsáveis por substanciais diferenças dos valores definidores das características resistentes, constatando-se este aspecto quando tratamos estados limites.

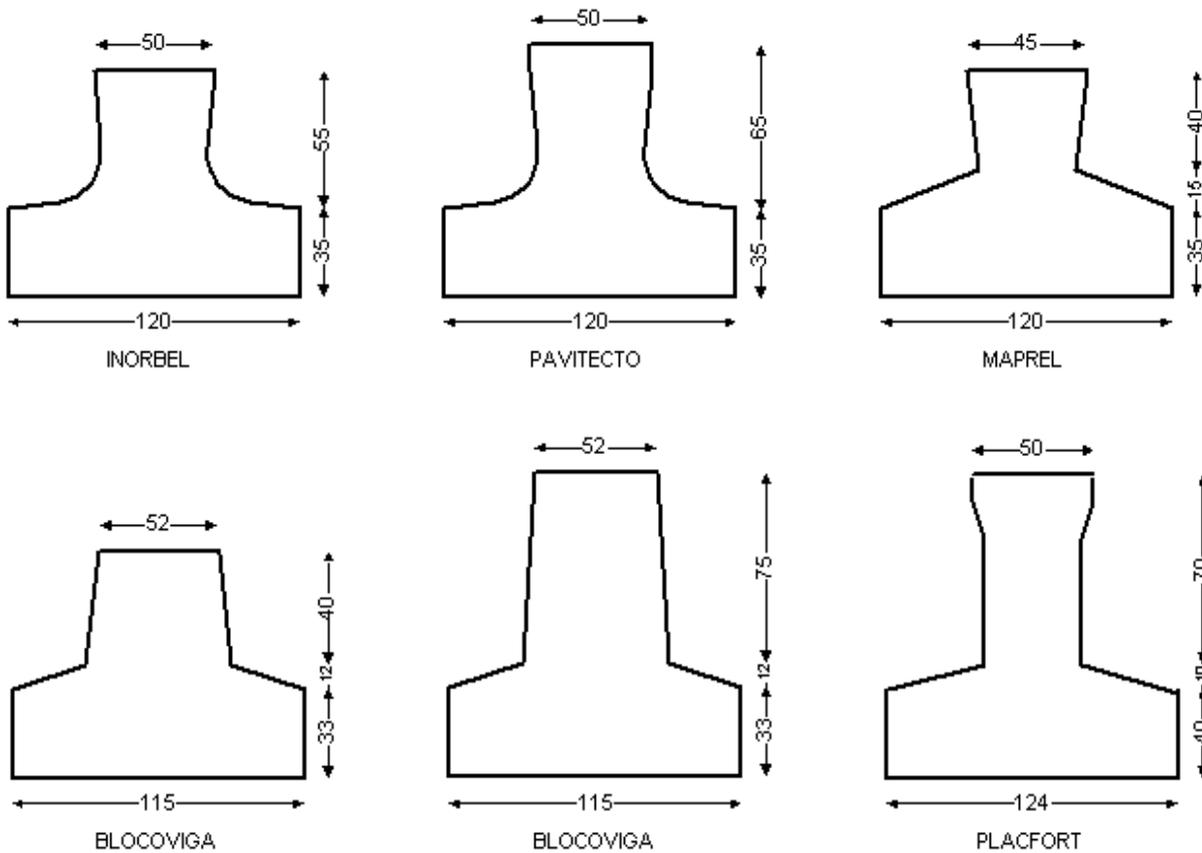


Fig. 2.3 - Diferentes tipos de vigotas

Actualmente os novos instrumentos de cálculo, instrumentos esses que serão posteriormente descritos em capítulo próprio, permitem um estudo cada vez mais rigoroso e exacto, permitindo a consideração das ligeiras diferenças referidas atrás e através da sua consideração, apreciar os resultados consequentes, ver as diferenças resultantes, ver o quanto pequenos aspectos podem ou não ser importantes e por tal serem considerados nos estudos a realizar.

De uma forma global pode resumir-se que as vigotas vistas pelo lado das suas variações de forma ou constituição, não têm peso apreciável em alteração de valores para o cálculo dos pavimentos na medida em que é tudo muito próximo, havendo se calhar necessidade de estudos de outro tipo, que analisem por exemplo a influência de outros betões, a influência de outros diâmetros de armaduras ou dentro das mesmas, variações na sua distribuição.

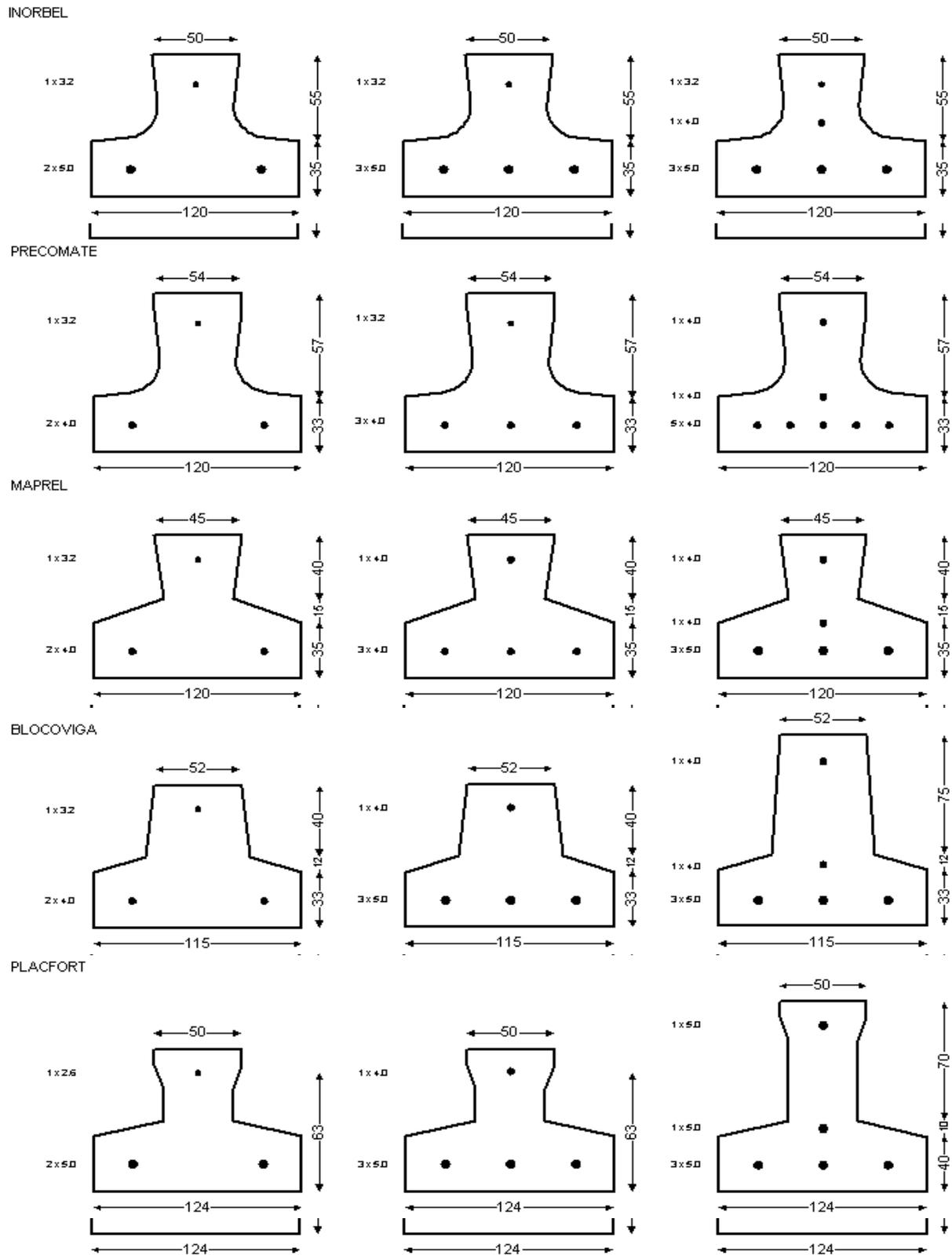


Fig. 2.4 - Diferentes armaduras de pré-esforço

### 2.3.1. PERDAS DE TENSÃO DE PRÉ-ESFORÇO

#### 2.3.1.1. Introdução

Para a realização deste cálculo é aplicado o que o REBAP, articula sobre este assunto, nomeadamente quanto aos seguintes pontos:

- Valor do módulo de elasticidade à data da transmissão do pré-esforço ao betão;
- Valor máximo do pré-esforço na origem em função das características do aço de pré-esforço, ao qual são descontadas as perdas instantâneas;
- Valor das perdas diferidas resultantes da retracção e da fluência do betão e da relaxação das armaduras.

As perdas de tensão de pré-esforço a avaliar são de dois tipos que seguidamente se referirão em todos os aspectos que a elas forem relativos, aspectos de cálculo ou aspectos relacionados com as conclusões ou os comentários que se entenderam fazer sobre este assunto e que são as perdas instantâneas ocorrentes nas fases iniciais e as perdas diferidas ocorrentes ao longo do tempo, até ao completo equilíbrio final.

#### 2.3.1.2. Perdas Instantâneas

As perdas instantâneas a considerar em elementos de betão pré-comprimido são perdas de quatro tipos, a perda de tensão devidas à deformação instantânea do betão, a perda nos dispositivos de amarração, a perda de tensão devida à relaxação das armaduras, desde o seu tracionamento até à sua libertação, que se efectua após a presa do betão e a perda de tensão devida à retracção do betão, já processada quando se efectua a referida libertação ou seja a retração inicial.

Será razoável desprezar as perdas devidas aos dispositivos de amarração, em virtude de neste caso apenas termos os dispositivos externos dos macacos aplicadores do pré-esforço e a perda devido à retracção do betão no tempo que vai da betonagem até à referida libertação e aplicação do pré-esforço ao betão regra geral com três dias de idade.

O Eurocódigo 2 ( EC2 ) [1] quantifica a perda devido à relaxação das armaduras de pré-esforço, desde o seu tracionamento até à sua libertação de acordo com o quadro 2.1, supondo que a mesma é uma percentagem da perda às 1000 horas que para uma temperatura de 20°C se pode tomar com um valor de 2.5% para uma tensão inicial aplicada de 0.7 da tensão característica de rotura.

Quadro 2.1 - Relação entre as perdas devidas à relaxação e o tempo até às 1000 horas

Tempo em horas	1	5	20	100	200	500	1000
$\sigma_{pt}/\sigma_{p1000}$ (%)	15	25	35	55	65	85	100

Do quadro apresentado poderá quantificar-se esta perda instantânea, considerando-a com o valor aproximado de 40% da perda às 1000 horas, supondo a libertação aos três dias. Ou seja poderemos atribuir um valor aproximado de  $\Delta\sigma_{pr} = 12 \text{ Mpa}$ , às perdas por relaxação das armaduras de pré-esforço até ao momento da libertação e aplicação do mesmo ao betão.

- Onde  $\sigma_{pt}$  é a tensão de pré-esforço no tempo t e até as 1000 horas,  $\sigma_{p1000}$ .

As perdas de tensão devidas à deformação instantânea do betão, são designadas por  $\Delta\sigma_{po,e}(x)$  (2.1) e que podem ser calculadas pela seguinte expressão:

$$\Delta\sigma_{po,e}(x) = -(E_p/E_{c,j}) * \sigma_c(x) \quad (2.1)$$

na qual os parâmetros intervenientes são:

- $E_p$  o módulo de elasticidade da armadura de pré-esforço;
- $E_{c,j}$  o valor do módulo de elasticidade do betão com a idade a que lhe é transmitido o pré-esforço, módulo de elasticidade esse que pode ser calculado através da expressão.

$$E_{c,j} = 9.5 * (f_{cm,j})^{1/3}$$

na qual o valor  $f_{cm,j}$  é o valor médio da tensão de ruptura do betão aos  $j$  dias de idade, valor expresso em megapascal (MPa) e referido a provetes cilíndricos sendo este valor de  $E_{c,j}$  expresso em gigapascal (GPa).

- $\sigma_c(x)$  é a tensão de compressão no betão, na secção  $x$ , calculada ao nível do centro mecânico da armadura de pré-esforço, resultante do pré-esforço aplicado, variável com  $\Delta\sigma_{po,e}(x)$  que será calculado por aproximações sucessivas.

O somatório das perdas instantâneas será descontado ao máximo valor do pré-esforço na origem, valor designado por  $\sigma_{po}'$ , que é definido como sendo o menor dos valores das expressões seguintes, apresentadas no REBAP e também no Eurocódigo EC2:

$$\sigma_{po}' = [ 0.75f_{puk} \text{ ou } 0.85f_{p0.1k} ]$$

nas quais intervêm os seguintes parâmetros:

- $f_{puk}$  é o valor característico de tensão da rotura do aço das armaduras de pré-esforço;
- $f_{p0.1k}$  é o valor característico da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.1% do mesmo aço.

O Eurocódigo EC2 para além dos limites anteriores, refere também que a tensão máxima de pré-esforço na ancoragem activa e imediatamente depois de pré-esforçar não deverá ultrapassar os valores a seguir apresentados:

$$\sigma_{po}' = [ 0.80f_{puk} \text{ ou } 0.90f_{p0.1k} ]$$

Então para que se defina o valor da tensão na armadura de pré-esforço, devido ao pré-esforço inicial instalado numa secção ( $x$ ) (2.2), temos a seguinte expressão:

$$\sigma_{po}(x) = \sigma_{po}' - \Delta\sigma_{pr} - \Delta\sigma_{po,e}(x) \quad (2.2)$$

Terminando-se com a apresentação desta expressão a análise ou a avaliação das perdas instantâneas.

### 2.3.1.3. Perdas Diferidas

São exemplo deste tipo de perdas as que se devem à retracção e à fluência do betão, também as que se referem à relaxação das armaduras e que globalmente se designa por  $\Delta\sigma_{pt,s+c+r}(x)$  (2.3), perdas essas que podem ser determinadas de modo suficientemente aproximado pela seguinte expressão:

$$\Delta\sigma_{t,s+c+r}(x) = \frac{-[\varepsilon_{cs}(t,t_0)E_p + \alpha\phi_c(t,t_0)*(\sigma_c,g(x) + \sigma_c,po(x)) - \Delta\sigma_{p,t-t_0,r}(x)]}{[1 - \alpha(\sigma_c,po(x)/\sigma_{po}(x))*(1 + \phi_c(t,t_0)/2)]} \quad (2.3)$$

expressão explícita nos parâmetros conforme se segue:

- $t_0$  é a idade do betão à data em que o pré-esforço é transmitido;
- $t$  é a idade do betão à data em que se pretende determinar as perdas de pré-esforço;
- $\varepsilon_{cs}(t,t_0)$  é a extensão devida à retracção livre do betão entre as idades  $t_0$  e  $t$ , extensão que toma o sinal negativo quando se trata de um encurtamento;
- $E_p$  é o módulo de elasticidade da armadura de pré-esforço;
- $\alpha$  é o coeficiente de homogeneização aço/betão, considerando para isso os valores do módulo de elasticidade do betão  $E_c,28$ , indicados no artigo 17º do REBAP;
- $\phi_c(t,t_0)$  é o coeficiente da fluência na idade  $t$ , correspondente à transmissão da tensão na idade  $t_0$ ;
- $\sigma_{cg}(x)$  é a tensão no betão na secção  $x$ , calculada ao nível da armadura de pré-esforço, devida às acções permanentes das quais se exclui o pré-esforço;
- $\sigma_{po}(x)$  é o valor da tensão na secção  $x$ , calculada ao nível da armadura de pré-esforço, devida ao pré-esforço inicial;
- $\sigma_{po}(x)$  é o valor da tensão na armadura de pré-esforço, na secção  $x$ , devida ao pré-esforço inicial;
- $\Delta\sigma_{p,t-t_0,r}(x)$  é a perda de tensão na armadura de pré-esforço instalado na secção  $x$ , devida à relaxação entre  $t_0$  e  $t$  e calculado para uma tensão inicial dada por.

$$\sigma_p(x) = \sigma_{po} + g(x) - 0.3\Delta\sigma_{p,t,s+c+r}(x) \quad (2.4)$$

na qual  $\sigma_{po} + g(x)$  é o valor da tensão na armadura, devida ao pré-esforço inicial e às outras acções permanentes actuantes a partir da idade  $t_0$ .

#### 2.3.1.4. Exemplo de cálculo

Tomando como exemplo a vigota da Pavileca VB2 com as seguintes características:

Area de pré-esforço.

$$\text{Nível inferior - } A_p = 0.377 \text{EE-4 m}^2$$

$$\text{Nível superior - } A_p = 0.080 \text{EE-4 m}^2$$

Area homogeneizada da vigota.

$$A_v = 0.008070 \text{ m}^2$$

$$y_g = 0.035 \text{ m}$$

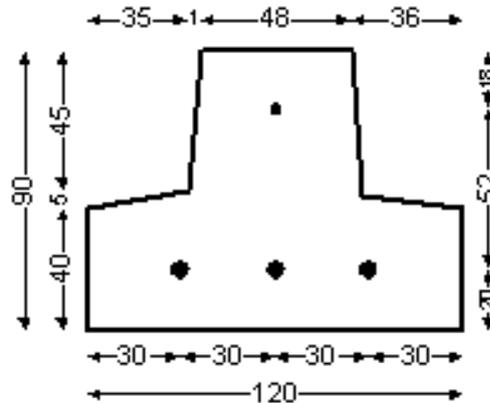


Fig. 2.5 - Vigota VB2 da Pavileca

Momento de Inércia homogeneizado da vigota.

$$I_v = 4.581EE-6 \text{ m}^4$$

Distância do centro de gravidade (c:g) ao bordo inferior - 0.035 m.

Distância do Centro de gravidade (c.g). ao bordo superior - 0.055 m.

Valor característico da tensão de rotura.

$$f_{puk} = 1715 \text{ MPa}$$

Valor característico da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.2%.

$$f_{p0.2k} = 1530 \text{ MPa}$$

Valor característico da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.1%.

$$f_{p0.1k} = 1490 \text{ MPa}$$

Valor do módulo de elasticidade.

$$E_p = 190 \text{ GPa}$$

A relaxação dos fios de aço às 1000 horas a 20° de temperatura é de 2.5% para uma tensão inicial aplicada de 0.7 da tensão característica de rotura, o que dá origem a uma relaxação a tempo infinito, de acordo com o exposto no artigo 28° do REBAP, com o valor dado pela expressão seguinte:

$$\Delta\sigma_{\infty,r} = 2.5\% * (E_{E5}/E_{E3})^{0.2} = 6\% \quad \text{Art.28° REBAP}$$

#### a) Pré-esforço na origem.

O valor máximo do pré-esforço na origem  $\sigma_{po}'$ , traduzido pela correspondente tensão na armadura,  $\sigma_{po}'$  é:

$$\sigma_{po}' = \min[0.75 * 1715 \text{ ou } 0.85 * 1490] = 1267 \text{ MPa}$$

**b) Perdas instantâneas.**

Conforme referido em 2.3.1.2, as perdas instantâneas podem resumir-se ao somatório dos valores de duas perdas, a perda da relaxação inicial igual a 12 MPa e o valor de  $\Delta\sigma_{p,e}$ , dado por:

$$\Delta\sigma_{p,e} = -(E_p/E_{c,j}) * \sigma$$

Admitindo que o pré-esforço é transmitido às vigotas quando o betão tem uma idade de 3 dias, vem:

$$E_{c,j} = 9.5 * [0.40 * (40 + 8)]^{1/3} = 25.4 \text{ GPa}$$

O valor de  $\Delta\sigma_{p,e}$  deve ser obtido por aproximações sucessivas, uma vez que é função de  $\sigma$ , que por sua vez varia com  $\Delta\sigma_{p,e}$ :

1ª Iteração:

$$\sigma_{p0} = 1267 - 12 = 1255 \text{ MPa}$$

$$\text{Nível superior: } P_0 = 1255 \text{ EE}^3 * 0.080 \text{ EE}^{-4} = 10.04 \text{ KN}$$

$$\text{Nível inferior: } P_0 = 1255 \text{ EE}^3 * 0.377 \text{ EE}^{-4} = 47.31 \text{ KN}$$

$$\text{Nível superior: } \sigma_c = [-(47.31 + 10.04)/0.008070 + (-47.31 * 0.015 + 10.04 * 0.037) * (-0.037)] / 4.581 \text{ EE}^{-6} \text{ EE}^{-3} = -4.375 \text{ MPa}$$

$$\text{Nível inferior: } \sigma_c = [-(47.31 + 10.04)/0.008070 + (-47.31 * 0.015 + 10.04 * 0.037) * (0.015)] / 4.581 \text{ EE}^{-6} \text{ EE}^{-3} = -8.214 \text{ MPa}$$

$$\text{Nível superior: } \sigma_c = -4.375 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,e} = -(190/25.4) * (-4.375) = 32.73 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{p0} = 1255 - 33 = 1222 \text{ MPa}$$

$$p_0 = 1222 \text{ EE}^3 * 0.080 \text{ EE}^{-4} = 9.78 \text{ kN}$$

$$\text{Nível inferior: } \sigma_c = -8.214 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,e} = -(190/25.4) * (-8.214) = 61.44 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{p0} = 1255 - 61 = 1194 \text{ MPa}$$

$$p_0 = 1194 \text{ EE}^3 * 0.377 \text{ EE}^{-4} = 45.01 \text{ KN}$$

2ª Iteração:

$$\text{Nível superior: } p_0 = 9.78 \text{ KN}$$

$$\text{Nível inferior: } p_0 = 45.01 \text{ KN}$$

$$\text{Nível superior: } \sigma_c = [-(45.01 + 9.78)/0.008070 + (-45.01 * 0.015 + 9.78 * 0.037) * (-0.037)] / 4.581 \text{ EE}^{-6} \text{ EE}^{-3} = -4.259 \text{ MPa}$$

$$\text{Nível inferior: } \sigma_c = [-(45.01 + 9.78)/0.008070 + (-45.01 * 0.015 + 9.78 * 0.037) * 0.015] / 4.581 \text{ EE}^{-6} \text{ EE}^{-3} = -7.815 \text{ MPa}$$

$$\text{Nível superior: } \sigma_c = -4.259 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,e} = -(190/25.4)*(-4.259) = 31.86 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{po} = 1255-32 = 1223 \text{ MPa}$$

$$p_o = 1223 \text{ EE}^3 * 0.080 \text{ EE}^{-4} = 9.78 \text{ kN}$$

$$\text{Nível inferior: } \sigma_c = -7.815 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,e} = -(190/25.4)*(-7.815) = 58.45 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{po} = 1255-58 = 1197 \text{ MPa}$$

$$p_o = 1197 \text{ EE}^3 * 0.377 \text{ EE}^{-4} = 45.12 \text{ KN}$$

3ª Iteração:

$$\text{Nível superior: } p_o = 9.78 \text{ kN}$$

$$\text{Nível inferior: } p_o = 45.12 \text{ kN}$$

$$\text{Nível superior: } \sigma_c = [-(45.12+9.78)/0.008070+(-45.12*0.015+9.78*0.037)*(-0.037)/4.581 \text{ EE}^{-6}] \text{ EE}^{-3} = -4.259 \text{ MPa}$$

$$\text{Nível inferior: } \sigma_c = [-(45.12+9.78)/0.008070+(-45.12*0.015+9.78*0.037)*0.015/4.581 \text{ EE}^{-6}] \text{ EE}^{-3} = -7.834 \text{ MPa}$$

$$\text{Nível superior: } \sigma_c = -4.259 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,e} = -(190/25.4)*(-4.259) = 31.86 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{po} = 1255-32 = 1223 \text{ MPa}$$

$$p_o = 1223 \text{ EE}^3 * 0.080 \text{ EE}^{-4} = 9.78 \text{ kN}$$

$$\text{Nível inferior: } \sigma_c = -7.834 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,e} = -(190/25.4)*(-7.834) = 58.60 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{po} = 1255-59 = 1196 \text{ MPa}$$

$$p_o = 1196 \text{ EE}^3 * 0.377 \text{ EE}^{-4} = 45.09 \text{ kN}$$

Podendo então considerar-se que os valores para o pré-esforço inicial, valores do pré-esforço na origem descontado das perdas instantâneas são:

$$\text{Nível superior de armaduras - } \sigma_{po} = 1223 \text{ MPa}$$

$$\text{Nível inferior de armaduras - } \sigma_{po} = 1196 \text{ MPa}$$

**c) Perdas diferidas.**

Efetuada o calculo das perdas instantâneas conducentes ao valor do pré-esforço inicial, abordar-se-á seguidamente o calculo das perdas de tensão devidas à retração e fluência do betão e à relaxação das armaduras, as perdas diferidas designadas por  $\Delta\sigma_{p,s+c+r}$ , definidas no artigo 42º do REBAP.

Extensão devida à retracção livre do betão entre as idades  $t_0=3$  dias e  $t=\infty$ , (Anexo I REBAP).

$$\epsilon_{cs1} = -320EE-6$$

$$h_0 = 1.5 * (2 * A_c / u) = 1.5 * (2 * 90.5 / 44.8) = 6.0 \text{ cm}$$

$$\eta = 1.20$$

$$\beta_s(t=3) = 0.2$$

$$\beta_s(t=\infty) = 1.0$$

$$\epsilon_{cs}(t=\infty, t_0=3) = -320EE-6 * 1.20 * (1.0 - 0.2) = -307EE-6$$

Coefficiente de fluência na idade  $t=\infty$ , correspondente à transmissão da tensão na idade  $t_0=3$  dias, Anexo I REBAP ).

$$\beta_{\alpha}(t_0=3) = 0.8 * (1 - 0.4 / 1.45) = 0.58$$

$$\phi_d = 0.4$$

$$\beta_d(-3) = 1.0$$

$$\phi_f1 = 2.0$$

$$\phi_f2 = 1.85$$

$$\beta_f(t=\infty) = 1.0$$

$$\beta_f(t=3) = 0.15$$

$$\phi_c(t=\infty, t_0=3) = 0.58 + 0.4 * 1.0 + 2.0 * 1.85 * (1.0 - 0.15) = 4.125$$

Expressão das perdas devidas à relaxação, figura 2.6:

$$\Delta\sigma_{p,r} = [(0.06/0.2f_{puk}) * (\sigma_p - 0.5f_{puk}) * \sigma_p$$

Art.28º REBAP.

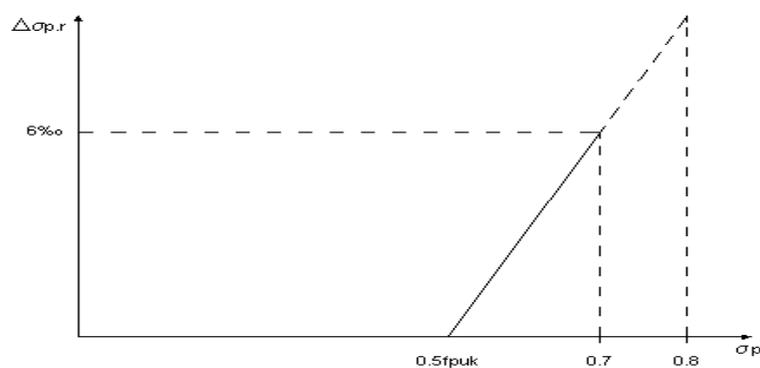


Fig. 2.6 - Diagrama de perdas de tensão por relaxação

Nível superior:  $\sigma_{c,po} = -4.259$  Mpa e  $\sigma_{po} = 1223$  MPa

$$1-\alpha(\sigma_{c,po}/\sigma_{po})*[1+(\phi_c(t,t_0))/2] = 1-(190/35)*(-4.259/1223)*[1+4.125/2] = 1.05790$$

Nível inferior:  $\sigma_{c,po} = -7.834$  Mpa e  $\sigma_{po} = 1196$  MPa

$$1-\alpha(\sigma_{c,po}/\sigma_{po})*[1+(\phi_c(t,t_0))/2] = 1-(190/35)*(-7.834/1196)*[1+4.125/2] = 1.10890$$

Calculo de  $\sigma_p$ , (2.4):

Nível superior:

$$\Delta\sigma_{pt,s+c+r} = 306 \text{ MPa} \quad (\text{arbitrado})$$

$$\sigma_p = 1223-0.3*306 = 1131 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,t-to,r} = (0.06/0.2*1715)*(1131-0.5*1715)*1131 = 54 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{pt,s+c+r} = [-307EE-6*190EE3+(190/35)*4.125*(-4.259)-54]/1.0579 = 196 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = 1223-0.3*196 = 1164 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,t-to,r} = 62 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{pt,s+c+r} = 204 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = 1223-0.3*204 = 1162 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,t-to,r} = 62 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{pt,s+c+r} = 204 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = 1223-204 = 1019 \text{ MPa}$$

Nível inferior:

$$\Delta\sigma_{pt,s+c+r} = 120 \text{ MPa} \quad (\text{arbitrado})$$

$$\sigma_p = 1196-0.3*120 = 1160 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,t-to,r} = (0.06/0.2*1715)*(1160-0.5*1715)*1160 = 61 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{pt,s+c+r} = [-307EE-6*190EE3+(190/35)*4.125*(-7.834)-61]/1.10890 = 266 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = 1196-0.3*266 = 1116 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,t-to,r} = 50 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{pt,s+c+r} = 256 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = 1196-0.3*256 = 1119 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,t-to,r} = 51 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{pt,s+c+r} = 256 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = 1196-256 = 940 \text{ MPa}$$

Obtém-se assim os seguintes valores mínimos para a tensão de pré-esforço a tempo infinito:

Nível superior: 1019 MPa

Nível inferior: 940 MPa

## 2.4. ARMADURAS ADICIONAIS

Seguindo a sequência prática de realização em obra, vemos que montadas as vigotas e as abobadilhas, o passo seguinte prende-se com a montagem das armaduras adicionais, componentes secundárias pois não intervêm de uma forma directa nos valores resistentes, mas da maior importância na medida em que a sua presença garante o bom funcionamento nos mais diversos aspectos já atrás referidos e que aqui serão melhor analisados.

As armaduras adicionais, regra geral são de três tipos, duas delas com funções algo semelhantes a solidarização das diversas vigotas no plano da laje, a terceira relacionada com a absorção dos momentos negativos sobre os apoios que acontecem quando temos continuidade de tramos adjacentes e que devem mesmo ser consideradas nos extremos de vãos de um só tramo simplesmente apoiado.

Este último aspecto traduz bem a necessidade que existe da boa ligação entre os diversos elementos de uma estrutura. Neste caso imaginamos, a ligação de lajes com vigas ou paredes ou outros elementos de suporte, ligação essa que deve ser bem analisada em projecto e bem executada em obra, o que não acontecendo, traduz-se em fissuração, sintomática de um trabalho menos bem conseguido.

Voltando ao início, as armaduras secundárias são as armaduras dos tarugos e a armadura de distribuição, utilizando-se para as primeiras o comum aço macio ou o aço A400NR e nas segundas, regra geral o aço A500NR através da aplicação de malha de rede electro-soldada, vulgarmente designada por "Malhasol".

umas e outras obedecem a regras simples, contribuem para os custos, mas a sua utilização é obrigatória, em virtude da especificidade destes pavimentos, altamente reforçados numa das direcções e carentes de armaduras na direcção que lhe é normal e por tal se reafirma que o seu uso é da maior importância, tendo em vista o funcionamento global dos pavimentos que resulta de um agrupar dos componentes particulares dos seus elementos constituintes, ajustados pela presença da influência destas armaduras.

As armaduras dos tarugos são, regra geral, metade da armadura posta para a distribuição e devem estes elementos ser colocados, transversalmente às vigotas em alinhamentos especialmente criados para a sua colocação e de forma a que o afastamento entre esses alinhamentos não ultrapasse os dois metros, valor em torno do qual se pode jogar em função das dimensões existentes em cada caso.

Como se disse, estas armaduras podem ser constituídas por varões de aço macio A235 ou aço A400NR, preferencialmente o aço A400NR, devem preencher toda a distância que transversalmente às vigotas existe entre os apoios laterais, regra geral não considerados no cálculo, mas que na prática existem e que têm a sua influência, apesar de não consideradas.

As armaduras de distribuição pretendem efectuar uma interligação mais continua e mais eficaz do pavimento no seu conjunto, solidarizando-se deste modo as vigotas e os blocos de aligeiramento entre si e o betão complementar, o que é como repetidamente já foi dito numa excelente regra a cumprir, havendo no entanto outro aspecto a considerar, que é o facto de termos com estas armaduras uma camada de recobrimentos, não em betão simples, mas em betão armado ou melhor dizendo, ligeiramente armado.

A armadura de distribuição a colocar nos pavimentos e segundo o REBAP é calculada com o valor de um quinto da armadura de pré-esforço que existe na secção das vigotas utilizadas, dispondo-se a mesma transversalmente a estas últimas e a armadura menos principal da rede electro-soldada, por força das condições do material, disposta no sentido longitudinal das vigotas.

Para finalizar este artigo refere-se, contrariando o que se disse no seu início, que eventualmente existe um outro tipo de armaduras adicionais, que serão consideradas o quarto tipo e cuja utilização se prende muito com aspectos particulares de execução prática, subdividindo-se este tipo de armaduras em dois sub-tipos.

O primeiro sub-tipo aparece nos apoios das vigotas em vigas embebidas, que por razões práticas não permitem a introdução da vigota completa dentro do apoio, obrigando a partir a ponta da vigota para que se obtenham fios a descoberto que entram na viga embebida, mas sendo esta ligação uma ligação deficiente, é obrigatória a introdução de reforços desta ligação com a aplicação de um lado e outro da vigota de reforços constituídos por pontas de varões de armaduras ordinárias.

O segundo sub-tipo aplica-se numa situação muito particular, regra geral como consequência de erro ou engano no pavimento aplicado ou então quando por limitação da espessura do pavimento, somos obrigados a recorrer a um pavimento com uma altura imposta, mas deficiente no que se refere aos valores resistentes necessários ao pavimento em questão.

Num e noutro caso recorre-se à aplicação de armadura adicional, que disposta em varões paralelamente e de um lado e outro das vigotas, permitem reforço, aumento de capacidades resistentes, possíveis de avaliação através de cálculos bem cuidados, evitando-se deste modo atrasos ou situações de impasse, aproveitando-se trabalho ou mão-de-obra já gasta na realização de situações que de repente se deparam como erradas, erros esses que podem ter a ver com falta de apoio técnico ou negligência na realização do trabalho.

## **2.5. BETÃO COMPLEMENTAR**

Chegamos agora ao último dos componentes para a realização deste tipo de pavimento, o betão que se designa por complementar, por ser adicionado em fase última da realização dos pavimentos por um lado, por outro lado pelo facto de realmente preencher os espaços restantes que conduzem à forma final.

Este betão é um betão normal, propondo os documentos de homologação a utilização do betão B25, para o betão complementar que é um betão normal de fácil execução, bastando para ser conseguido seguir as regras simples se não mesmo elementares, quanto às quantidades dos materiais a misturar, para além de cuidados quanto à granulometria dos agregados, com especial atenção sobre os elementos grossos e também atenção sobre a água de amassadura.

Desenvolvendo melhor o parágrafo anterior, refere-se que o espaço a ser ocupado pelo betão complementar é um espaço muito limitado e cheio de outros pequenos espaços, ou seja o existente entre as vigotas e os blocos de aligeiramento.

Por tal particularidade reconhece-se naturalmente que o betão tem de ser realizado em função deste aspecto, os inertes grossos têm que ser bem escolhidos e não podem ultrapassar a dimensão de 1.5 cm, pois é necessário que da betonagem resulte uma secção bem preenchida conseguindo-se deste modo a melhor aproximação dos resultados práticos aos teóricos.

A quantidade de cimento, a água, as condições de execução prescrevem as regras normais para o fabrico e aplicação, limitando-se por baixo a quantidade de cimento aos 300 Kg/m<sup>3</sup>, colocando-se a água necessária à reacção química e a necessária à melhor trabalhabilidade, executando-se as betonagens de forma a contemplar as condições climáticas que aqui intervêm como em qualquer outra situação.

Um aspecto importante que ainda não se referiu sobre este componente prende-se com a compactação que deverá atender ao tipo de betonagem a realizar, compactação que poderá ser executada manualmente ou mecanicamente, mas com os cuidados para o efeito, de forma a não se partirem blocos, de forma a ajudar no espalhamento do betão, etc.

Após a betonagem e em função das condições climatéricas é boa regra regar o betão, no sentido de evitar a secagem e fornecer água que seja precisa para a completa reacção química ou seja para a cura do betão complementar, também se protegem as superfícies betonadas, com plásticos ou serapilheiras evitando-se a acção nociva do calor em excesso, ou então adicionam-se os adjuvantes necessários.

# 3

## CÁLCULO

### 3.1. VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA

#### 3.1.1. INTRODUÇÃO

Como em qualquer outra estrutura ou elemento estrutural de betão armado ou betão pré-esforçado, a verificação da segurança deve ser realizada seguindo os critérios gerais definidos pelo RSA e tendo em conta as disposições que o REBAP refere para as estruturas ou elementos estruturais a verificar.

Expondo melhor o recurso a estes dois regulamentos, vemos que o RSA define as acções solicitantes e propõe os critérios gerais que deverão ser seguidos para a verificação da segurança.

Para dar andamento a estes estudos será então, necessário saber os parâmetros específicos dos materiais, definir as acções, escolher as teorias de comportamento estrutural, ter atenção às disposições construtivas ou às regras de execução e então, definir os estados limites a verificar.

Como em todas as estruturas, verifica-se a segurança em relação aos estados limites últimos e em relação aos estados limite de utilização, sendo que relativamente aos primeiros e no caso dos elementos deste estudo, há a verificar os estados limites últimos de resistência, sendo desnecessária a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos de encurvadura e de equilíbrio.

No que diz respeito à verificação da segurança em relação aos estados limites de utilização que aqui se reforça, comentando-se que a mesma é da maior importância e por tal indispensável, tendo em vista a melhor aplicação destes produtos, há que fazer as verificações relativas aos estados limites de fendilhação e aos estados limites de deformação.

As verificações referidas serão as necessárias quando do cálculo, necessário à definição de um determinado pavimento para projecto e posteriormente para obra, no entanto as verificações do estado limite de descompressão e do estado limite de largura de fendas acontece quando se realizam os estudos pormenorizados das secções das vigotas onde está presente o pré-esforço, onde é necessário conhecer o real comportamento nas diversas fases a que ficaram sujeitas até à obtenção do pavimento final.

Disse-se que a verificação do estado limite ultimo de encurvadura é dispensando na verificação destes elementos estruturais, no entanto refere-se que este fenómeno de rotura está bem visível e bem presente nas vigotas.

Em virtude da sua forma e da sua constituição as mesmas curvam, sendo essa curvatura provocada pelo pré-esforço obrigando a cuidados especiais quanto à sua movimentação.

Esta curvatura é controlada logo no estudo orgânico das peças, é tomada na prática como um efeito benéfico de contraflecha que posteriormente será eliminada pelas acções a que as vigotas ficam sujeitas quando integradas no pavimento final, podendo-se dizer que à parte os perigos resultantes deste aspecto apenas serão de considerar quando os elementos estão ainda isolados em armazém ou fábrica, ou quando transportados e nunca quando em aplicação e por tal a dispensa desta verificação de segurança.

Por fim refere-se que a verificação da segurança se efectua, procedendo-se à comparação de parâmetros, por um lado os definidores dos materiais e por tal valores limites que não podem ser ultrapassados, por outro lado os provenientes do cálculo orgânico ou do cálculo exterior, em função das condições de aplicação, das acções e outros aspetos que interferem sobre este assunto.

Então nos estados limites últimos, regra geral comparam-se os esforços actuantes com os resistentes apresentados nos documentos de homologação, quanto aos estados limites de utilização, comparam-se as aberturas de fendas ou as flechas com os mesmos parâmetros, impostos pela regulamentação e que são os limites admissíveis para as diversas situações a que os materiais ficam sujeitos.

### 3.1.2. ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE RESISTÊNCIA

#### 3.1.2.1. Introdução

Concretizando o que já foi levemente abordado na introdução ao capítulo, a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos de resistência, processa-se comparando os valores de cálculo do momento flector resistente e do esforço transversal resistente com os mesmos valores dos esforços actuantes sobre os pavimentos em questão, esforços esses calculados de acordo com o especificado no artigo 9º do RSA.

Do que se disse ressalta um aspecto particular relativo às lajes ou seja, a verificação da segurança em relação a estes elementos é avaliado em termos de acções, enquanto noutras circunstâncias comparam-se tensões, esforços, extensões, deformações ou outros.

#### 3.1.2.2. O Momento Flector

Regra geral o valor do cálculo obtido para caracterizar o momento flector resistente designado por  $M_{rd}$ , é obtido através das equações de equilíbrio de translação e rotação, considerando-se a secção da laje, figura 3.1, na qual a parte resistente é a secção de aço da vigota pré-esforçada e o betão comprimido da camada de betão complementar não sendo considerada a resistência proveniente dos blocos de aligeiramento.

No passado utilizando-se o cálculo manual, este estudo era realizado recorrendo ao diagrama rectangular das tensões - extensões do betão. Era uma boa simplificação que permitia viabilizar o cálculo e os resultados igualmente aceitáveis, no entanto o diagrama correcto de tensão - extensão do betão é o diagrama parábola - rectângulo do artigo 20º do REBAP, podendo-se no momento actual utilizar o diagrama parabólico proposto pelo Eurocódigo EC2.

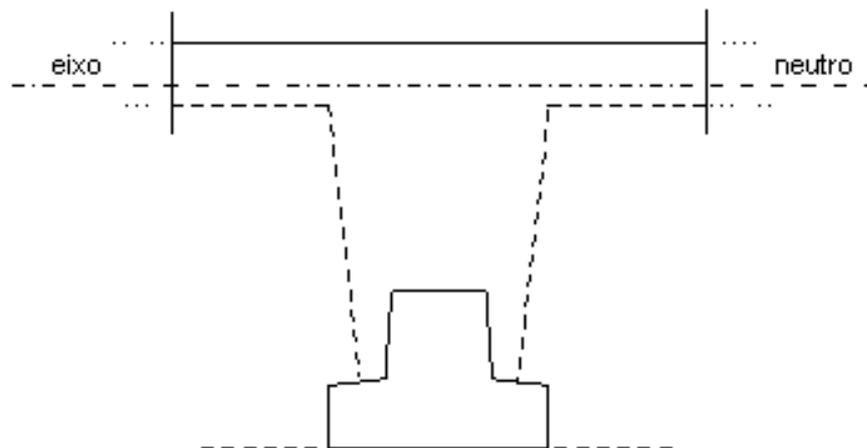


Fig. 3.1 - Seção para verificação do estado limite ultimo de resistência

Os meios informáticos permitem esta utilização rigorosa e o vasto trabalho a efectuar para a obtenção de um documento de homologação, pode ser realizado com bastante rapidez, impossível de compatibilizar com falta de meios que obrigava noutros tempos a que se fizessem simplificações.

O diagrama para as armaduras, o aço de pré-esforço de alta resistência, figura 3.2, é função do tipo de armaduras utilizadas, devendo resultar preferencialmente de uma gama de ensaios sobre provetes, que darão um conhecimento médio e real de aços provenientes de diversas marcas, ou então aços com diferenças em virtude de muitos aspectos tais como o modo de fornecimento e anterior armazenamento, a idade desse aço e as diversas técnicas de endurecimento.

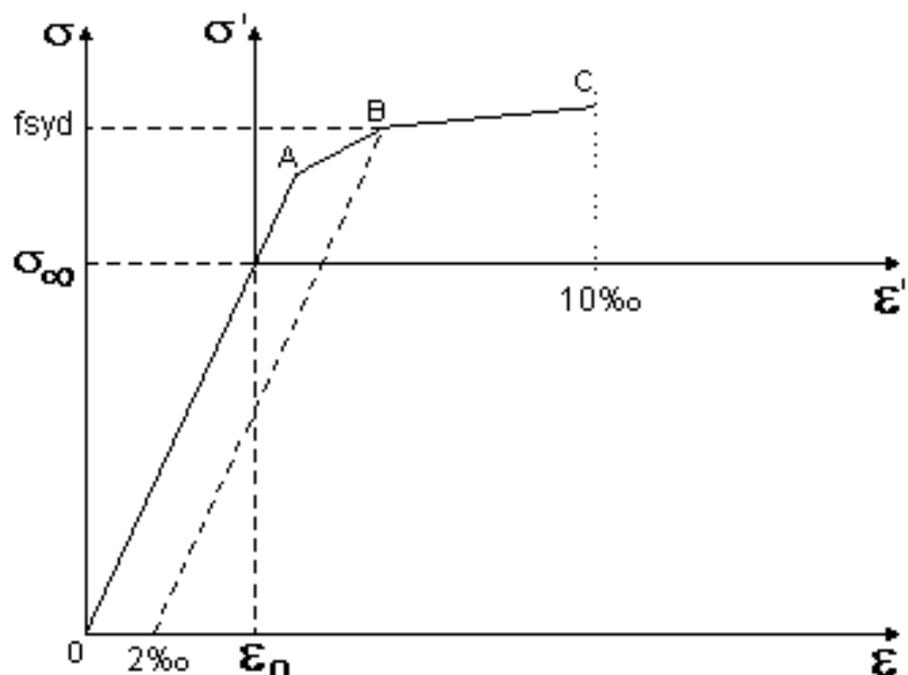


Fig. 3.2 - Diagrama simplificado

Para este trabalho, efectuaram-se diversos ensaios, para esclarecer as situações anteriores, tendo a Pavileca fornecido provetes dos aços que utiliza e que são de duas proveniências diferentes, ensaios esses que apenas se pretenderam para confirmar o valor que é geralmente considerado nos documentos de homologação, o valor de  $f_{puk}$  que vale 1715 MPa e que realmente é um valor muito correcto e por tal sem necessidade de alteração para baixo ou para um valor superior.

Em geral o diagrama adoptado para o aço das armaduras é o diagrama trilinear, figura 3.3, diagrama esse que com bastante aproximação respeita os valores reais, provenientes dos ensaios laboratoriais sobre os provetes, posteriormente tratados estatisticamente, sendo um diagrama simples de utilizar e muito aproximado do diagrama real como se mostra na figura.

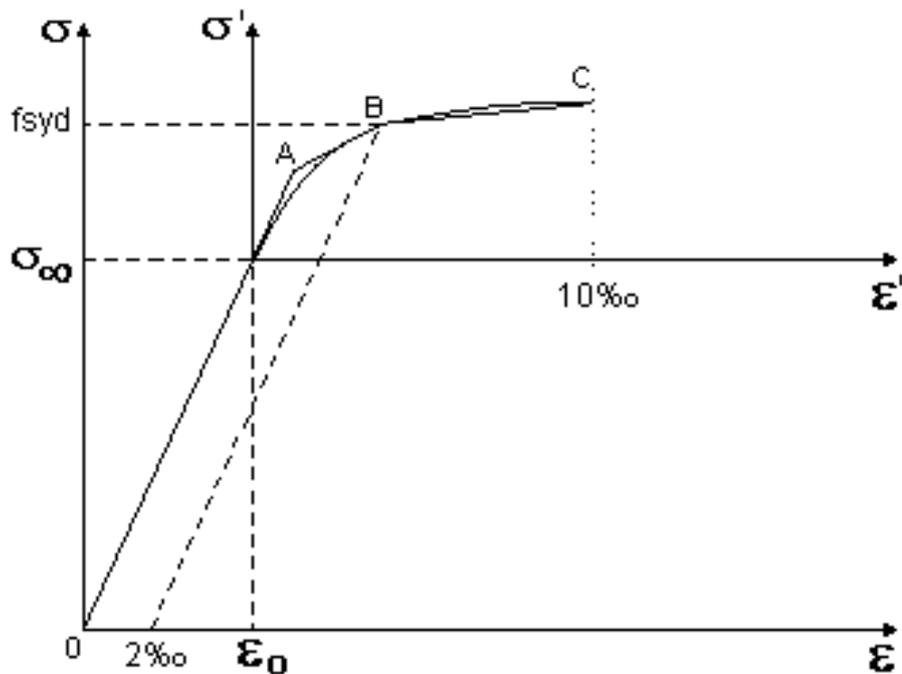


Fig. 3.3 - Comparação dos dois diagramas

Este diagrama é obtido considerando-se que:

- O ponto B é o ponto que para uma tensão  $\sigma=f_{syd}$ , apresenta uma extensão residual de 0.2%.
- O ponto C de abcissa  $\varepsilon = \varepsilon_0 + 10 \text{‰}$ , sendo  $\varepsilon_0$  a extensão correspondente ao pré-esforço inicial instalado na vigota ao qual se descontou a totalidade das perdas.
- A ordenada deste ponto (3.1) é a tensão obtida a partir da expressão referida no artigo 25º do REBAP, que é também a expressão sugerida pelo CEB.

$$\varepsilon = \sigma/E_p + 0.823 * [(\sigma/f_{syd}) - 0.7]^5 \quad (3.1)$$

- O ponto A é o ponto que falta ao segmento AB no sentido de se obter a melhor aproximação à curva real do diagrama.

Esta aproximação trilinear que se considera como se mostra na fig. 3.3, apresenta erros bastante pequenos e é de grande simplicidade para o cálculo.

O Eurocódigo 2 ( EC2 ) [1], propõe como diagrama de tensão-extensão para as armaduras de pré-esforço um diagrama bilinear, muito simplificado, com um ramo superior inclinado desde  $0.9f_{pk}/\gamma_s$  até  $f_{pk}/\gamma_s$  e as extensões limitadas a 10 ‰.

Nos cálculos que servirão de exemplos a este trabalho e após a análise de diversos documentos de homologação, consideraram-se os seguintes valores caracterizadores do diagrama do aço de pré-esforço.

$$f_{puk} = 1715 \text{ MPa.}$$

$$f_{p0.2k} = 1530 \text{ MPa.}$$

$$f_{p0.1k} = 1490 \text{ MPa.}$$

$$E_p = 190 \text{ GPa.}$$

$$f_{syd} = 1530/1.15 = 1330 \text{ MPa.}$$

O diagrama está introduzido num programa de cálculo automático, para a obtenção dos valores resistentes, no caso em questão o momento resistente proveniente de uma secção de betão armado pré-esforçado, programa esse que tem como base de cálculo a aplicação das equações de equilíbrio em secções de geometria qualquer, limitado apenas ao facto de a secção ser simétrica em relação ao eixo vertical, programa esse que em capítulo posterior será melhor explicado e detalhado.

## EXEMPLO DE CÁLCULO DO MOMENTO FLECTOR RESISTENTE.

Recorrendo ao diagrama simplificado de comportamento dos aços utilizados no pré-esforço:

Pontos A, B e C em relação aos eixos ( $\epsilon, \sigma$ ):

Nível superior de armadura da vigota:

$$\epsilon_A = 1019/190 = 5.4\text{‰}$$

$$\sigma_A = 1019 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_B = 5.4 + 2 + (1330 - 1019)/190 = 9\text{‰}$$

$$\sigma_B = 1330 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_C = 10 + 5.4 = 15.4\text{‰}$$

$$0.0154 = (\sigma_c/190 \times 10^3) + 0.823 * [(\sigma_c/1330) - 0.7]^5$$

$$\sigma_c = 1454 \text{ MPa}$$

Nível inferior de armadura da vigota:

$$\epsilon_A = 940/190 = 5.0\text{‰}$$

$$\sigma_A = 940 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_B = 5.0 + 2 + (1330 - 940)/190 = 9\text{‰}$$

$$\sigma_B = 1330 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_C = 10 + 5.0 = 15.0\text{‰}$$

$$0.0150 = (\sigma_c/190 \times 10^3) + 0.823 * [(\sigma_c/1330) - 0.7]^5$$

$$\sigma_c = 1450 \text{ MPa}$$

**Diagrama de extensões.**

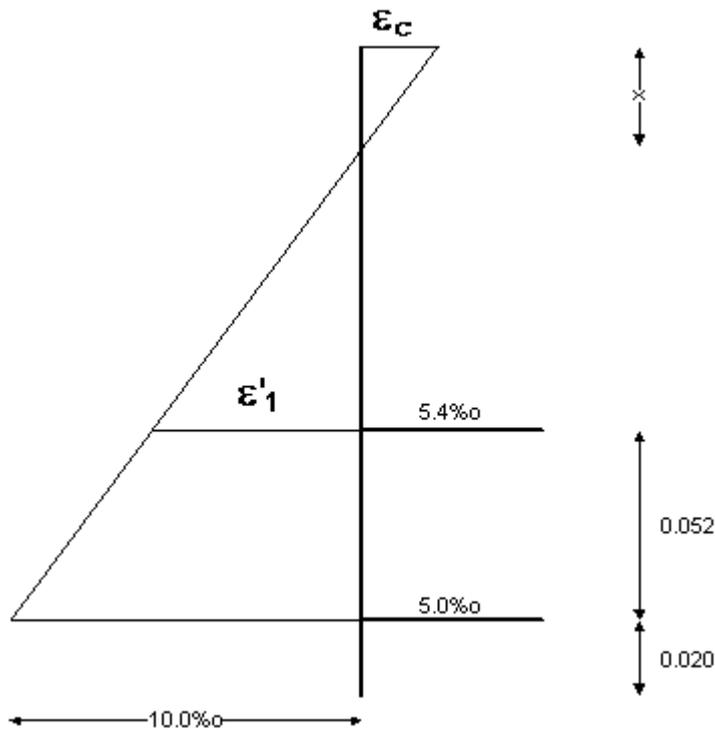


Fig. 3.4 - Diagrama das extensões

Nível superior:

$$\varepsilon' = \varepsilon'1 ; \varepsilon = 5.4\text{‰} + \varepsilon'1$$

Nível inferior:

$$\varepsilon' = 10\text{‰} ; \sigma = 1450 \text{ MPa} ; \sigma' = 1450 - 940 = 510 \text{ MPa}$$

Primeira aproximação:

$$\sigma_{Ns} = 1450 \text{ MPa}$$

$$F_{pNi} = 3 \cdot 3.14 \cdot 0.4^2 \cdot 145 / 4 = 54.66 \text{ KN}$$

$$F_{pNs} = 3.14 \cdot 0.32^2 \cdot 145 / 4 = 11.66 \text{ KN}$$

$$F_p = 66.32 \text{ KN}$$

Utilizando a expressão definidora do integral das tensões no betão, temos (3.2):

$$F_c = 0.85 \cdot 13300 \cdot 0.45 \cdot [5X^2 / (0.119 - X) - 8.33 \cdot X^3 / (0.119 - X)^2] \quad (3.2)$$

$$F_c = 5087.25 \cdot [5X^2 / (0.119 - X) - 8.33 \cdot X^3 / (0.119 - X)^2] = 66.32$$

Os resultados desta equação do 3º grau são os seguintes:

$$X_1 = -0.0146191 \text{ m}$$

$$X_2 = 0.0423049 \text{ m}$$

$$X_3 = 0.016241 \text{ m}$$

A solução  $X = X1$  é naturalmente de eliminar.

A solução  $X = X2$  dá uma extensão no betão  $\varepsilon = 3.93\%$  maior do que  $3.5\%$  que também não serve.

A solução a adoptar é a terceira  $X = X3$ , que dá origem a  $\varepsilon = 1.4\%$

### Momento flector resistente.

A distância do centro de gravidade do diagrama de tensões no betão ao bordo superior pode ser obtida através da expressão seguinte (3.3):

$$Y_g = [8X*(d-X)-15X^2] / [12(d-X)-20X] \quad (3.3)$$

$$Y_g = 0.01034 \text{ m}$$

$$M_{rd} = 54.66*(0.15-0.2-0.0059)+11.66*(0.15-0.072-0.0059)$$

$$M_{rd}/m = 7.624/0.45 = 16.942 \text{ KNm/m}$$

Com esta posição do eixo neutro, o valor da extensão da armadura de pré-esforço do nível superior ‘:

$$\varepsilon' l = 5.4\%$$

$$\varepsilon l = 10.8\%$$

$$\sigma N_s = 1380 \text{ Mpa}$$

Com este novo valor de  $\sigma N_s$ , obtêm-se as seguintes alterações:

$$F_p N_s = 3.14*0.32^2*138.0/4 = 11.10 \text{ KN}$$

$$F_p = 65.76 \text{ KN}$$

A nova equação do 3º grau dá origem aos seguintes resultados:

$$X1 = -0.0145395 \text{ m}$$

$$X2 = 0.0423358 \text{ m}$$

$$X3 = 0.0161383 \text{ m}$$

Também neste caso a solução a adoptar é a terceira, que origina um valor de  $Y_g = 0.01028 \text{ m}$ .

$$M_{rd} = 54.66*(0.15-0.02-0.0057)+11.10*(0.15-0.072-0.0057)$$

$$M_{rd}/m = 7.60/0.45 = 16.88 \text{ KNm/m}$$

Como este valor de  $M_{rd}$  é praticamente igual ao anteriormente obtido, não é necessário voltar a efectuar novas operações, pelo que se pode considerar  $M_{rd}=16.88 \text{ KNm/m}$ .

### 3.1.2.3. O Esforço Transverso

O esforço transverso é um assunto ainda hoje muito vago, com imensos aspectos por esclarecer. Contornou-se o seu estudo com expressões simplificadas, que pelo lado da segurança dão os valores necessários aos estudos, sendo um dos assuntos que mais estudos e trabalho implicou no âmbito desta tese, tendo em vista a obtenção dos melhores resultados possíveis a serem incluídos no documento de homologação da Pavileca, que foi o trabalho de base.

A obtenção do valor de cálculo do esforço transverso, designado por  $V_{rd}$  (3.4), é baseado no artigo 53º do REBAP, no qual se faz relação entre o esforço transverso e as tensões tangenciais ocorrentes em superfícies considerados como superfícies críticas, figura 3.5, no caso superfícies onde eventualmente se verificará escorregamento ou roturas dos betões das vigotas, em superfícies que interceptam os dois betões ou na superfície quebrada imediatamente acima da vigota [11].

Estas superfícies podem à priori situarem-se em zonas diferentes, variando de pavimento para pavimento, estando essencialmente condicionadas neste aspecto pela geometria dos blocos de aligeiramento, assim nos blocos baixos, regra geral com os lados mais inclinados em relação ao eixo vertical da vigota, verifica-se que a superfície de corte, acontece no início da parte superior da vigota, interessando deste modo quase só o betão deste elemento.

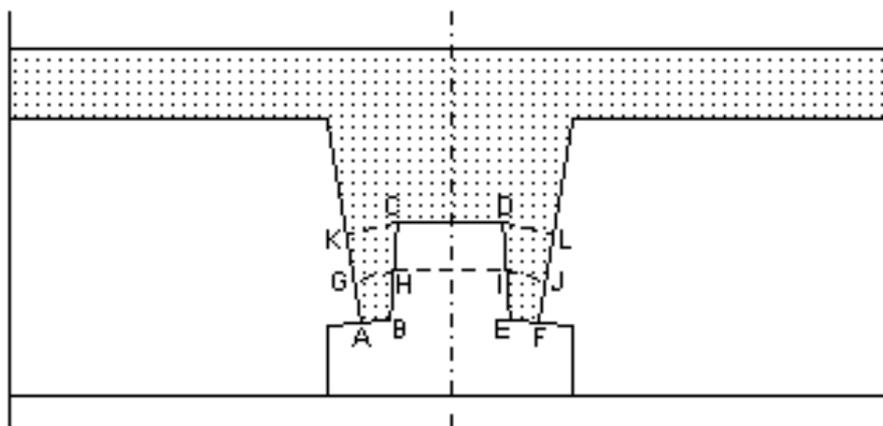


Fig. 3.5 – Secções críticas

À medida que a altura do bloco aumenta, as inclinações dos lados dos mesmos diminuem ou seja aproximam-se da vigota e então a superfície de corte vai subindo até estar localizada imediatamente acima do topo da vigota, interessando então e apenas o betão complementar que é adicionado em obra.

A expressão habitualmente utilizada e referida na regulamentação é a seguinte:

$$V_{rd} = d * \Sigma \tau l i b i \quad (3.4)$$

Nesta expressão, os intervenientes são os valores definidores da geometria de cálculo da secção e o valor resistente da tensão  $\tau_1$ , mais concretamente:

- $\tau_1$  é o valor da tensão  $\tau_1$  do betão atravessado pela superfície crítica, considerado com os valores de 0.65 MPa e 1.00 MPa para os betões B25 e B45 respectivamente, valores apresentados no artigo 53º do REBAP;
- $d$  é a altura útil da secção;
- $b_i$  é a largura da intersecção da superfície crítica com cada um dos dois betões utilizados.

Pelo que se expôs conclui-se e constata-se que a distância existente entre o extradorso dos blocos de cofragem e a alma das vigotas é o factor de maior influência na definição do esforço transversal resistente, que conforme se expôs foi até aqui calculado da forma simplificada que se mostrou, obtendo-se então valores seguros, mas com toda a probabilidade um pouco distante do verdadeiro valor deste esforço resistente, possível de obter com outras expressões e considerações.

Deste modo e recorrendo ao Eurocódigo 2 (EC2) [1], introduziu-se no estudo do esforço transversal uma expressão evoluída (3.5) da anteriormente referida que entra em linha de conta com a influência da presença de armaduras longitudinais, tendo-se obtido deste modo valores melhores, valores que estarão mais perto da realidade e que são comprovados pela realização de ensaios sobre troços de laje de acordo com especificação do LNEC, PEV (2 e 3), para a realização de ensaios para obtenção de valores resistentes do esforço transversal.

A expressão é a seguinte:

$$V_{rd} = V_{rd1} = \tau_{rd} * K * (1.2 + 40\rho_l) * b * d \quad (3.5)$$

Nesta expressão, temos os mesmos intervenientes da expressão inicial, apenas é calculado caso a caso o valor de  $\tau_{rd}$ , que é aqui definido pela expressão:

$$\tau_{rd} = \tau_{rd} * K * (1.2 + 40\rho_l)$$

Para esta expressão estão definidas as incógnitas da seguinte maneira:

- $\tau_{rd}$  é o valor de referência para o cálculo do esforço transversal resistente de elementos sem armadura de esforço transversal, igual a  $0.25 * f_{ctk} / \gamma_c$ , com  $\gamma_c = 1.5$ ;
- $K$  é um valor variável com a altura útil do pavimento, relacionado com a supressão da armadura longitudinal e calculado de acordo com a expressão seguinte que tem sempre um valor limite inferior igual à unidade;

$$K = 1.6 - d \geq 1.0$$

- $\rho_l$  é a percentagem de armadura longitudinal presente na secção em estudo, que nunca se considerará com valores superiores a 2 %.

$$\rho_l = (A_s / b d) * (f_{yk} / 400) \leq 0.02$$

A aplicação desta expressão mais desenvolvida para o cálculo do esforço transversal, tem que ter em atenção o facto de termos superfícies críticas que atravessam os diversos betões e por tal há necessidade de realizar os cálculos considerando as respectivas larguras.

Esta expressão mostra bem a boa influência sobre os valores finais da consideração da armadura longitudinal na resistência ao corte destes ou outros elementos de betão armado ou pré-esforçado, também se evidencia nesta expressão a influência da altura útil da secção, através do parâmetro  $K$ .

Analisando os resultados verifica-se que o incremento sobre os antigos valores do esforço transversal é variável, é maior para os pavimentos mais fracos e para os pavimentos mais baixos em virtude da superfície crítica se situar sobre o betão mais resistente, em virtude também da maior altura útil, função da colocação das armaduras.

Nos pavimentos mais fortes, mais armados ou mais altos, a altura útil diminui, pois o centro de gravidade das armaduras sobe e a superfície crítica sobe também passando a interceptar os dois betões e no limite temos esta mesma secção apenas a intersectar o betão mais fraco o B25 e por tal um valor menor para  $\tau_{rd}$ .

Assim o acréscimo que sempre se consegue é decrescente com a possança dos pavimentos ou seja, é decrescente com a maior existência de armaduras e decrescente também em virtude da mudança de posição da secção crítica, que como atrás se referiu se prende com a geometria dos blocos de aligeiramento, mudança essa que se verifica com a utilização de blocos de aligeiramento mais altos ou seja pavimentos mais altos também.

Sobre o esforço transversal, tendo como base a publicação *Prestressed Concrete Structures* [3], Capítulo 7 – *Members Subjected to Shear*, para os mesmos estudos são permitidas duas teorias complementares a CFT, 7.9 – *Compression Field Theory*, que considera apenas a influência do atrito interno do betão, na resistência ao esforço transversal e a teoria MCFT, 7.10 – *Modified Compression Field Theory*, que acrescenta à anterior a resistência proveniente da tracção no betão intacto entre superfícies de rotura, que é o betão das bielas de compressão, sendo este efeito tanto mais intenso quanto maior o confinamento desse mesmo betão, que no caso em questão não existe pelo facto de não haver armaduras de esforço transversal, mas ainda assim possível de ser considerado.

Estas tracções internas, existentes no betão das bielas comprimidas e existente no sentido transversal das mesmas, têm valores que contribuem para a resistência ao corte e que alteram substancialmente os resultados finais obtidos através da introdução de uma ou outra das teorias referidas.

### **CÁLCULO DO ESFORÇO TRANSVERSO RESISTENTE A PARTIR DO REBAP.**

Para a secção em estudo temos os seguintes valores para os diversos segmentos de rectas, definidos na figura 3.5, que representa as secções críticas:

$$AB = EF = 2.9 \text{ cm}$$

$$BC = DE = 4.0 \text{ cm}$$

$$CD = 4.5 \text{ cm}$$

$$BE = 4.0 \text{ cm}$$

$$GH = IJ = 3.5 \text{ cm}$$

$$HI = 4.25 \text{ cm}$$

$$KC = DL = 3.75 \text{ cm}$$

As diversas superfícies críticas dão assim origem aos seguintes valores de  $\tau_{libi}$ :

$$ABCDEF - 650 \cdot (2.9 + 4.0 + 4.5 + 4.0 + 2.9) = 118.95$$

$$ABEF - 650 \cdot (2.9 + 2.9) + 1000 \cdot 4.0 = 77.70$$

$$GHIJ - 650 \cdot (3.5 + 3.5) + 1000 \cdot 4.25 = 88.00$$

$$KCDL - 650 \cdot (3.75 + 4.5 + 3.75) = 78.00$$

Donde o valor de  $V_{rd}$  é então:

$$V_{rd} = 77.70 \cdot 0.115 / 0.45 = 19.86 \text{ KN/m}$$

**CÁLCULO DO ESFORÇO TRANSVERSO RESISTENTE A PARTIR DO EUROCÓDIGO 2 ( EC2 ).**

Se tomarmos a secção crítica utilizada no cálculo anterior, a secção ABEF e aplicarmos a expressão apresentada no Eurocódigo 2 ( EC2 ), que adiciona ao valor deste esforço a contribuição para o mesmo da armadura longitudinal, temos:

$$V_{rd} = [ \tau_{rd} * k * (1.2 + 40\rho_l) ] * b * d$$

Como a superfície crítica intercepta os dois betões:

$$V_{rd} = \Sigma [ \tau_{rdi} * k * (1.2 + 40\rho_l) ] * b_i * d_i$$

$$\tau_{rdB25} = 300 \text{ kPa}$$

$$\tau_{rdB45} = 440 \text{ kPa}$$

$$b_{B25} = AB + EF = 0.029 + 0.029 = 0.058 \text{ m}$$

$$b_{B45} = BE = 0.04 \text{ m}$$

$$d = 0.115 \text{ m}$$

$$k = ( 1.6 - 0.115 ) = 1.485$$

$$\rho_l = ( A_s / b d ) * ( f_{yk} / 400 )$$

$$\rho_l = ( 0.457 \text{ EE-4} / 0.12 * 0.115 ) * ( 1715 / 400 ) = 0.01420$$

$$V_{rdB25} = [ 300 * 1.485 * (1.2 + 40 * 0.0142) ] * 0.058 * 0.115 = 5.25 \text{ kN}$$

$$V_{rdB45} = [ 440 * 1.485 * (1.2 + 40 * 0.0142) ] * 0.04 * 0.115 = 4.78 \text{ kN}$$

$$V_{rd} = ( 5.25 + 4.78 ) / 0.45 = 22.29 \text{ kN/m}$$

Obtendo-se com este cálculo um valor para o Esforço Transverso Resistente, substancialmente mais elevado em relação ao mesmo obtido pelo cálculo anterior, que é o valor apresentado no documento de homologação.

## 3.1.3 – ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO.

Os estados limites de utilização a verificar para a análise da segurança dos pavimentos aligeirados de vigotas pré-fabricadas e pré-esforçadas, quadro 3.1, são conforme referido no REBAP o estado limite da fendilhação e o estado limite de deformação, sendo o estado limite de descompressão e o estado limite de larguras de fendas verificadas logo em fase inicial quando do cálculo orgânico das vigotas e o cálculo externo de acordo com os parâmetros a seguir expostos.

Quadro 3.1 – Quadro IX do Artigo 60º do REBAP

AMBIENTE	COMBINAÇÃO ACÇÕES	ESTADO LIMITE
POUCO ABRESSIVO	FREQUENTES	W=0.2 mm
	QUASE PERMANENTES	DESCOMPRESSÃO
MODERADAMENTE AGRESSIVO	FREQUENTES	W=0.1 mm
	QUASE PERMANENTES	DESCOMPRESSÃO
MUITO AGRESSIVO	RARAS	W=0.1mm
	FREQUENTES	DESCOMPRESSÃO

O estado limite de descompressão e o estado limite de largura de fendas são as subdivisões relativas ao estado limite de fendilhação sendo os parâmetros a considerar, que são apresentados no quadro IX do Artigo 60º do REBAP, intitulado Estados Limites de Fendilhação em Armaduras de Pré-esforço e que se apresenta.

Esta verificação prende-se essencialmente com a durabilidade destes elementos, tendo em especial atenção com a presença de armaduras de pré-esforço, mais susceptíveis que as ordinárias aos efeitos negativos sobre a resistência à corrosão, proveniente das condições ambientais de exposição da estrutura, efeitos esses também de evitar pelo aparecimento de fissuração, só por si desagradável à vista.

Para além destas verificações há ainda necessidade de execução especialmente cuidada dos recobrimentos sobre as armaduras, recobrimentos esses que também contribuem para a protecção das mesmas, dos elementos intervenientes nos pavimentos e em consequência para a protecção e bom funcionamento global do pavimento.

Neste caso particular do pré-esforço, quadro 3.2, e em consequência da não existência de bainhas de protecção aos fios de armaduras, considera-se conveniente que para além dos limites referidos atrás se substitua o estado limite de largura de fendas pelo estado limite de formação de fendas, considerando-se por tal substituição os seguintes limites:

Quadro 3.2 – Limites de utilização para armaduras de pré-esforço sem bainhas de protecção.

AMBIENTE	COMBINAÇÃO ACÇÕES	ESTADO LIMITE
POUCO OU MODERADAMENTE AGRESSIVO	FREQUENTES	FORMAÇÃO FENDAS
	QUASE PERMANENTES	DESCOMPRESSÃO
MUITO AGRESSIVO	RARAS	FORMAÇÃO FENDAS
	FREQUENTES	DESCOMPRESSÃO

O estado limite de deformação é verificado quando comparados os valores das flechas, dos pavimentos em causa com os valores limites referidos no REBAP, artigo 72º, que limita a flecha a  $l/400$ , nos casos gerais de lajes de pavimentos em edifícios, valor calculado da flecha para o pavimento em questão, obtido de acordo com o RSA para a combinação frequente de acções e tendo em conta os efeitos da fluência do betão.

#### 3.1.3.1. A fendilhação.

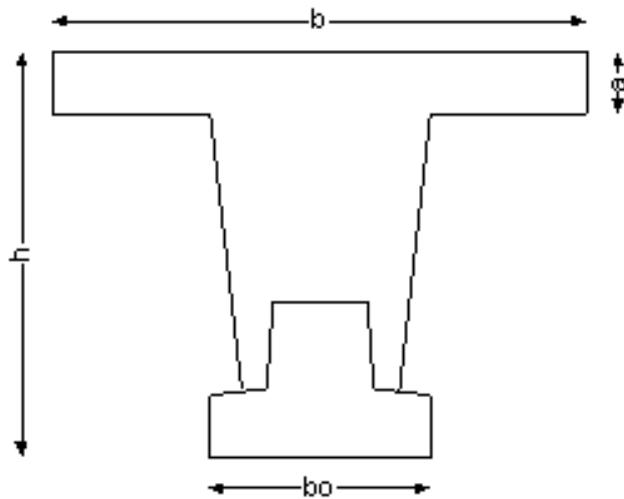
A verificação deste estado limite tem sofrido ao longo do tempo algumas alterações, alterações essas que se devem ao facto de serem sensíveis as vigotas, tanto no que se refere à sua constituição, como no que se refere ao processo construtivo inicial e ao processo construtivo do pavimento em que as mesmas se integram.

O escoramento utilizado na montagem do pavimento em obra, conduz a variações não desprezáveis nas tensões existentes nas vigotas em virtude da alteração do esquema estrutural que o escoramento provoca, alterações essas difíceis de contabilizar, devido à grande quantidade de factores intervenientes, referindo por exemplo a dificuldade de ser preciso sobre os valores do momento de largura limite de fendas.

Os dois valores atrás referidos são postos nos documentos de homologação, quantificando os momentos limites em questão, então o valor designado por  $M_o$ , correspondia ao momento do estado limite de descompressão e o valor designado por  $M_{fctk}$ , correspondia ao momento do estado limite de formação de fendas, mas a imprecisão associada a estes valores conduziu a que actualmente se verifique a segurança em relação aos estados limites de fendilhação, considerando apenas o valor de  $M_{fctk}$ , figuras 3.6 e 3.7.

Este valor corresponde à instalação de uma tensão de tracção na fibra inferior da vigota de 1.0 Mpa, tensão esta que não dever ser ultrapassada pelo momento actuante devido às acções combinadas de acordo com o artigo 12º do RSA, combinação de acções essas que conforme as condições do meio ambiente será a combinação frequente de acções para ambientes pouco ou moderadamente agressivos e será a combinação rara de acções em ambientes muito agressivos, sendo este modo de proceder bastante aceitável embora aproximado e conducente a uma verificação da segurança relativamente simples nos casos correntes de aplicação.

EXEMPLO DE CÁLCULO DO VALOR DE MFCTK.



$a = 0.04 \text{ m}$   
 $b = 0.50 \text{ m}$   
 $h = 0.19 \text{ m}$   
 $b_0 = 0.12 \text{ m}$

Fig. 3.6 – Secção analisada

Para a homogeneização dos diversos elementos constitutivos em relação ao betão aplicado na vigota considera-se:

$$E_c(B25)/E_c(B45) = 29.0/35.0 = 0.83$$

$$E_p/E_c(B45) = 190.0/35.0 = 5.43$$

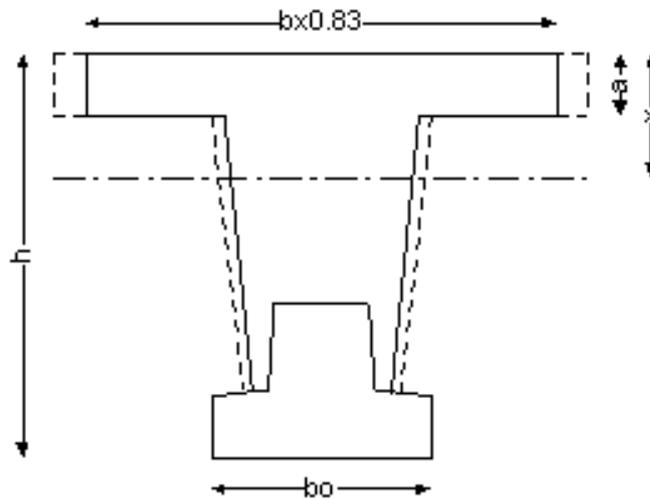


Fig. 3.7 – Secção homogeneizada

Obtendo-se com esta secção a posição do eixo neutro que é tal que o mesmo seja baricêntrico da secção activa, podendo ou não desprezar-se o betão fendilhado:

a) Desprezando o betão fendilhado.

$$(0.5-0.12)*0.83*0.04*(x-0.02)+0.12*0.83*x^2/2-0.00807*(0.19-0.035-x) = 0$$

$$x = 0.0631 \text{ m}$$

Inércia da secção resistente:

$$0.5*0.83*x^3/3-(0.5-0.12)*0.83*(x-0.04)^3/3+4.581\text{EE-}6+0.00807*(0.19-0.035-x)^2 = \\ = 1.062\text{EE-}4 \text{ m}^4$$

Factor de rigidez:

$$EI = 35\text{EE}6*1.062\text{EE-}4*1.1/0.5 = 8177 \text{ kNm}^2/\text{m}$$

Sendo o valor de 1.1 um factor multiplicativo que atende ao facto de que o nível de tensão normalmente instalada é razoavelmente baixo, podendo-se por isso levar em consideração o referido no comentário do artigo 17º do REBAP, que diz que na base do diagrama de tensão temos a possibilidade de obter o módulo de elasticidade com 10% de acréscimo em relação aos valores tabelados.

Módulo da flexão:

$$W_c = I/(h-X) = 1.062\text{EE-}4/(0.19-0.0631) = 8.369\text{EE-}4 \text{ m}^3$$

Força de pré-esforço:

$$F_p = 3*3.14*0.4^2*94.0 / 4 + 3.14*0.32^2*101.9 / 4 = 44.18 \text{ KN.}$$

Momento flector devido ao pré-esforço.

$$M_p = 3*3.14*0.4^2*94.0*(0.035-0.020) / 4 + 3.14*0.32^2*101.9*(0.035-0.072) / 4 = \\ = 0.257 \text{ kNm.}$$

$$\sigma_i = (-44.18/0.00807 - 0.257*0.035/4.581\text{EE-}6)\text{EE-}3 = -7.438 \text{ Mpa}$$

$$M_{fctk} = (7.438+1.0)*0.837/0.5 = 7.063 / 0.5 = 14.126 \text{ kNm/m}$$

b) Não desprezando o betão fendilhado:

$$(0.5-0.12)*0.83*0.04*(X-0.02)+0.12*0.83*X^2/2-0.12*0.83*(0.19-0.09-X)^2/2- \\ -0.00807*(0.19-0.035-X)=0$$

$$X = 0.065 \text{ m}$$

Inércia da secção resistente:

$$0.5*0.83*X^3/3-(0.5-0.12)*0.83*(X-0.04)^3/3+4.581\text{EE-}6+0.00807*(0.19-0.035-X)^2+ \\ +0.12*0.83*(0.19-0.09-X)^3/3 = 1.110\text{EE-}4 \text{ m}^4.$$

Factor de rigidez:

$$EI = 35\text{EE}6*1.110\text{EE-}4*1.1/0.5 = 8547 \text{ kNm}^2/\text{m.}$$

Módulo de flexão:

$$W_c = I/(h-X) = 1.110\text{EE-}4/(0.19-0.065) = 8.880\text{EE-}4 \text{ m}^3$$

$$M_{fctk} = (7.438+1.0)*0.888/0.5 = 14.986 \text{ kNm/m.}$$

### 3.1.3.2. A deformação.

A verificação da segurança em relação aos estados limites de deformação poderá limitar-se conforme estipulado no artigo 72º do REBAP à consideração de um estado limite definido por uma flecha igual a 1/400 do vão, para a combinação frequente de acções.

Conforme advertência do mesmo artigo do regulamento, se a deformação do elemento afectar paredes divisórias e a menos que a fendilhação dessas paredes seja contrariada por medidas adequadas, o valor da flecha nunca deverá ser tomado com valor superior a 0.015 m.

A verificação da segurança em relação ao estado limite de deformação consiste com recurso às teorias e técnicas de cálculo da flecha instantânea numa primeira fase, flecha essa à qual será adicionada a flecha a longo prazo calculada numa segunda fase.

A flecha instantânea ocorrente na fase inicial de funcionamento do pavimento é possível de avaliação através de um critério escolhido, no qual é apenas necessário conhecer o valor do factor de rigidez do pavimento e para a sua obtenção localizar o eixo neutro, pelo que se deve estabelecer o critério referido para a sua definição.

O critério que se pode considerar como o mais correcto é o que define o eixo neutro como o eixo baricentrico da secção activa ou seja, o eixo em torno do qual se igualam os momentos estáticos dessa mesma secção, sendo então o factor de rigidez o produto do módulo da elasticidade do betão pelo valor da Inércia da secção activa, secção essa homogeneizada em relação ao tal eixo neutro.

A avaliação da flecha a longo prazo, flecha na qual entram em conta os efeitos da fluência dos betões, pode ser conseguida através da multiplicação do valor obtido atrás para a flecha instantânea, por um factor definido pela expressão seguinte:

$$1 + [Msg/(Msg + \Sigma Msq)] * \phi \quad \text{na qual:}$$

- $Msg$  é o valor do momento flector actuante devido às cargas permanentes;
- $Msq$  é o valor do momento flector devido às cargas variáveis, considerando a combinação frequente da acções;
- $\phi$  é o coeficiente de fluência em fase definitiva, ao qual em geral se pode atribuir um valor igual a 2.0.

**EXEMPLO DE CÁLCULO DO VALOR DO FACTOR DE RIGIDEZ EI.**

Considerando a secção e os pressupostos da secção anterior temos então para a secção activa, secção em que se despreza o betão fendilhado, o seguinte cálculo:

Posição do eixo neutro:

$$(0.5-0.12)*0.83*0.04*(X-0.02)+0.12*0.83*X^2/2-0.00807*(0.19-0.035-X) = 0$$

$$X = 0.063 \text{ m}$$

Inércia da secção activa:

$$0.5*0.83*X^3/3-(0.5-0.12)*0.83*(X-0.04)^3/3+4.581\text{EE-}6+0.00807*(0.19-0.035-X)^2 =$$

$$= 1.062\text{EE-}4 \text{ m}^4$$

Factor de rigidez :

$$EI = 35\text{EE}6*1.062\text{EE-}4*1.1/0.5 = 8177 \text{ kNm}^2/\text{m}$$

Expressão na qual o valor 0.5 m representa a largura de influência da vigota escolhida, sendo portanto o valor do factor de rigidez um valor por metro de pavimento.



# 4

## MEIOS INFORMÁTICOS

### 4.1. INTRODUÇÃO

Os meios informáticos utilizados para a realização dos estudos sobre as secções de diversos tipos de pavimentos aligeirados em vigotas pré-fabricadas e pré-esforçadas, são dois programas de cálculo, programas esses de duas proveniências diferentes, mas susceptíveis de comparação nos resultados da aplicação de um ou outro que são semelhantes.

Refere-se desde já que estes programas que foram no caso utilizados para a obtenção das características resistentes deste tipo de pavimentos, podem perfeitamente ser aplicados a qualquer outra secção, independentemente da geometria da mesma, dos tipos de betões ou dos tipos de aço e independentemente da consideração ou da não consideração da existência de pré-esforço.

Estes dois programas de cálculo são o Response e o Secção. O primeiro é um programa elaborado na Universidade de Toronto no âmbito de uma tese de mestrado e acompanha na sua versão de utilização, a publicação do livro sobre pré-esforço, “Prestressed Concret Structures” de Michael P. Collins e Denis Mitchell.

O segundo é um programa da Secção de Estruturas do Departamento de Civil da FEUP e foi desenvolvido pelo Sr. Eng.º António Abel Henriques, programa a partir do qual se podem obter de uma forma directa todas as características resistentes de uma secção, concretamente o momento flector resistente, o esforço transversal resistente, o momento correspondente à tensão característica de rotura à tracção do betão e a rigidez da secção.

Como nota refere-se que o Response por ter uma proveniência exterior, incluiu na sua formulação aspectos de cálculo, que nem sempre coincidem com os aspectos homólogos da nossa regulamentação, a regulamentação nacional propriamente dita ou a regulamentação europeia, expressa nos Eurocódigos e por tal carece de alguma legitimidade legal, a apresentação dos valores finais provenientes deste programa.

Apesar do que foi dito a sua aplicação é da maior utilidade, na medida em que fornece elementos comparáveis, que confirmam os valores provenientes de outros programas, apesar da diferente introdução de dados, sejam estes definidores da geometria da secção ou definidores das características mecânicas dos materiais utilizados, apesar de serem diferentes os métodos de cálculo, os métodos de integração utilizados ao longo da secção ou ao longo das partições com que esta é considerada para que seja definida a sua geometria.

Para a apresentação final dos resultados, que no caso a que mais se reporta este estudo são os pavimentos aligeirados com vigotas, procedeu-se à utilização de um programa de tratamento de

resultados que fornece uma tabela que pode ser considerada uma tabela preliminar de trabalho [12], que permite visualizar os resultados, no sentido de se proceder a análises correctivas e críticas dos mesmos.

Tornou-se necessário a criação deste programa que integrado em qualquer dos programas atrás referidos, como um ficheiro adicional, permite uma triagem dos valores resultantes dos inúmeros valores que cada cálculo apresenta, sendo esta quantidade de valores resultante dos métodos iterativos utilizados quer num quer no outro programa principal.

Assim, para cada secção. Qualquer um dos programas fornece uma gama de valores, que vão desde o estado inicial de carregamento, que progressivamente vai sendo incrementado até à rotura, apresentado o Response as duas situações, que em flexão surgem para os momentos positivos e negativos.

O mesmo acontece relativamente ao corte, embora com uma quantidade bastante inferior de incrementos ou tentativas, mas que somados aos anteriores são o motivo porque surgem dificuldades na análise dos parâmetros que interessam a um documento de homologação e por tal necessário a realização de uma extensão que sendo mais um ficheiro, permite a procura e a apresentação dos valores que mais interessam.

Também permite este programa complementar a realização de outros pequenos cálculos sobre os valores anteriores ou sobre a secção propriamente dita, no sentido da obtenção de outras características, também essas para a apresentação nos documentos de homologação e que permitem na direcção de obra, a contabilização das diversas quantidades de materiais envolvidos na realização de uma determinada empreitada.

Mais se refere a utilização do Excel, com o qual são realizados os arranjos da folha, na qual aparecem inscritas as diversas tabelas ou quadros de valores, as diversas indicações aos pavimentos em causa, tais como nomenclatura, títulos, esquemas gráficos e outros necessários na apresentação final.

## **4.2. O PROGRAMA RESPONSE**

O programa Response é um programa bastante completo, permitindo a avaliação ou análise das características resistentes de qualquer secção de betão, sujeita aos mais diversos tipos de acção.

Inicia-se este programa de uma forma semelhante a qualquer programa normal, com a apresentação no monitor de um menu principal, a partir do qual se pode partir para a utilização de todo o potencial de cálculo fornecido por este programa.

Deste menu faz-se especial referência à opção Analyse e à opção Configure, a primeira que como indicação existente quando teclamos esta opção, permite a análise de secções sujeitas à acção de forças ou de extensões, a segunda por permitir logo à partida uma definição global de certos aspectos de cálculo, tais como o modelo de betão, ou seja o tipo de diagrama definidor do comportamento dos betões, o modelo de cálculo utilizado para o estudo do esforço transversal, a introdução dos coeficientes de segurança relativos às propriedades dos materiais, podendo-se a partir desta fase fazer a introdução de dados, que sobre uma folha de cálculo vai preenchendo os requisitos que o programa exige para a concretização do estudo da secção em questão.

A introdução de dados é simples e inicia-se pela indicação do tipo e quantidade de materiais, indicações essas relativas aos betões e seguidamente relativas aos aços.

Nestes campos, o programa, conforme explicações que fornece relativamente a cada campo, pede a introdução dos valores característicos das propriedades dos materiais e pontualmente os valores médios.

Haverá então que fornecer os valores característicos das resistências dos betões à compressão e à tracção e as extensões de rotura, também para os aços, se fornecem os valores característicos das tensões de rotura, as extensões de rotura, o módulo da elasticidade e um conjunto de parâmetros que definirão o diagrama de comportamento dos aços, que no programa se intitulam de factores de Ramberg-Osgood.

A partir deste ponto surge a introdução de dados relativos ao estudo do esforço transversal, que aparece de uma forma opcional, dada a não coincidência que regra geral acontece, quanto às secções sujeitas aos valores resistentes máximos para o corte e flexão, permitindo de qualquer forma e caso seja essa a intenção a avaliação destes dois valores resistentes, efectuando este cálculo de acordo com as simplificações geralmente associadas ao mesmo ou seja considerando a secção de corte como uma secção rectangular, independentemente da forma real da secção, que no caso dos pavimentos de vigotas é uma secção em T.

Relativamente ao corte e conforme se pode verificar logo de imediato pela introdução dos dados que interessam a este esforço, o programa faz uma simplificação da geometria da secção, que para esta análise é tomada como uma secção rectangular, com uma altura igual ao braço do binário interno da secção e uma largura que será a correspondente à largura da secção, onde se verificam os valores máximos das tensões tangenciais, portanto teremos para esta análise uma secção rectangular simplificada por mais complexa ou fora do rectangular, que seja a secção real em estudo.

Seguidamente aparece a introdução das características geométricas da secção em estudo, características essas que são a secção de betão ou betões de tipos diferentes e a secção de armaduras, sendo estas últimas definidas por camadas, para as quais se atribui uma cota, relativamente à fibra inferior da secção e as áreas de aço correspondentes a cada camada, mais se indica a extensão inicial existente, consequência do pré-esforço inicialmente considerado na secção.

Relativamente aos betões que são designados por um determinado tipo, estes são considerados fazendo uma partição da secção, partição essa que envolve o contorno exterior da mesma e os contornos definidos pelas zonas de contacto entre os diversos betões, permitindo o programa a subdivisão das secções de betão em trapézios, para os quais se fornecem as larguras das bases, a altura e a cota inferior da secção do trapézio relativamente à fibra inferior da secção.

Esta introdução de dados que experimentada se tornou simples, mas que numa fase inicial poderá ser susceptível de erros, poderá ser acompanhada e verificada por uma visualização gráfica, através da opção Section que aparece num submenu colocado na última linha do monitor, também poderemos confirmar através destes submenus, as curvas definidoras do comportamento dos betões, anteriormente consideradas na opção Configure do menu principal, que aqui aparece no seu aspecto gráfico e acompanhados dos valores característicos correspondentes.

Finalmente e por opção, poder-se-ão introduzir dados relativos a outros aspectos tais como, a subtracção da área de armaduras na secção total em estudo, as extensões devidas a efeitos de fluência ou temperatura e a possibilidade de consideração no cálculo da existência de extensões iniciais.

Response ou Resposta fornece como o nome indica, a resposta em termos de Carga e Deformação de uma secção de betão, pré-esforçada ou não, sujeita a momento, carga axial e esforço de corte.

Estas respostas que consistem numa determinada gama de situações de carregamento, serão exploradas voltando ao menu principal, após a correcta introdução de dados referida anteriormente.

Para tal teclamos a opção Analyse, que apresenta o seu menu, com possibilidades de avaliação da resistência final quanto às opções de combinação de momento e esforço axial, corte e esforço axial, todas as cargas e que também permitem fazer uma estimativa de todas as capacidades resistentes de uma forma isolada.

Seguindo com as opções deste menu, somos conduzidos à introdução de mais uns tantos dados adicionais, relacionados com a constância da carga axial ou da sua relação com o momento, relacionados com a apresentação de uma resposta completa ou da resposta até ao momento em que se alcança uma determinada extensão ao que se segue o cálculo propriamente dito, com o aparecimento das sucessivas iterações a que se sujeita a secção até à obtenção do valor resistente pretendido pelo estudo que se realiza.

Sobre este conjunto de iterações poder-se-á dizer que a cada uma corresponde uma determinada curvatura, sendo desta maneira que o programa simula o carregamento.

Deste modo, incrementando a deformação da secção a que corresponde uma diminuição de curvatura, vamos sucessivamente obtendo pelo cálculo orgânico, que segue as teorias existentes sobre a rotura das secções, ou seja, obtendo para cada situação de curvatura o equilíbrio interno das forças intervenientes na secção que fornece como resultado o momento correspondente a esse equilíbrio, que pode ser tornado como causa à curvatura imposta pela iteração.

Este processo simplificador de carregamento segue até ao final, até à rotura, primeiro até à rotura provocada pela presença de momento positivo, seguidamente até à rotura da secção onde se instalará o maior momento negativo, num cálculo que envolverá na sua globalidade e de uma forma genérica um conjunto de dozentas iterações.

Relativamente à análise do esforço transversal, o programa recorre opcionalmente a duas teorias que se podem considerar complementares, ou melhor duas teorias idênticas sendo uma delas a primeira com a consideração de outros aspectos teóricos que a tornarão mais completa.

Essas teorias para a análise de esforço transversal são a CFT e MCFT, respectivamente Compression Field Theory e Modified Compression Field Theory, ambas baseadas na teoria utilizada pela treliça de Morch, na qual se simulam para as diagonais comprimidas as bielas de compressão e para os montantes traccionados os varões de aço próprios do esforço transversal, os estribos.

A MCFT apresenta na sua contabilização do valor resistente da secção ao corte, a inclusão das forças que continuam a existir nas bielas comprimidas e no sentido transversal das mesmas, forças essas interrompidas pela fissuração inclinada própria da rotura por corte.

Essas forças que se poderão considerar uma percentagem da tensão principal de tracção, correspondentes aos betões da secção, são completamente anuladas na CFT, a partir do momento em que se dá a fissuração, considerando-se apenas a resistência à compressão fornecida pelas bielas de compressão da treliça.

Numa secção sem armadura destinada à resistência dos esforços de corte, apenas temos a considerar a resistência que por atrito é fornecida pelo betão, permitindo o Response a consideração do aspecto teórico exposto e diferenciador das duas teorias utilizadas pelos programas, também para o estudo deste tipo de secção.

Finalmente faz-se referência ao facto de que se este programa utiliza em todos os aspectos a que pretende responder, com a possibilidade que internamente lhe foi conferida de recorrer a expressões teóricas, fórmulas de cálculo para os diversos parâmetros, métodos de integração numérica rigorosa,

mas que por assentarem como atrás já se referiu em regulamentação exterior, não será legitimo ou legal a apresentação final dos resultados provenientes deste programa.

Nos anexos apresenta-se um exemplo de cálculo realizado com a aplicação deste programa, tendo-se utilizado para o efeito a laje VB2-23\*20\*23 da Pavileca, apresentando-se primeiro o ficheiro de dados do problema, seguido dos dois ficheiros de resultados, quanto ao estudo do esforço transversal e quanto ao estudo do momento flector resistente.

Tomando para análise e comparação os valores obtidos com este exemplo, valor para o esforço transversal resistente e valor para o momento flector resistente, os quais terão de ser afectados pela largura de influência de uma vigota e para o caso do pavimento escolhido, poderá concluir-se:

$$VRD = 11.9 / 0.35 = 34.00 \text{ kN/m} < 37.8 \text{ kN/m}$$

$$MRD = 9.7 / 0.35 = 27.91 \text{ kNm/m} > 25.40 \text{ kNm/m}$$

Podendo afirmar-se pela grande gama de cálculos efectuados sobre quase todos os pavimentos do documento de homologação, que os resultados provenientes do programa response são semelhantes aos valores da homologação.

### 4.3. O PROGRAMA SECÇÃO

Como se disse na introdução aos meios informáticos, o programa secção tem sido desenvolvido pela Secção de Estruturas do Departamento de Civil da FEUP e está numa fase inicial de desenvolvimento e por tal designado por versão 1.0.

Nesta versão, o programa **Secção** permite determinar a resposta de secções de betão armado ou pré-esforçado à flexão plana, estando para tal bem estudado e completo, permitindo a determinação deste esforço resistente para qualquer tipo de secção, seja a mesma variável quanto à geometria, quanto aos diversos tipos de betões ou aços intervenientes ou constituintes da mesma.

Para o estudo dos valores resistentes a apresentar num documento de homologação de pavimentos de vigotas pré-fabricadas e pré-esforçadas, faltam a análise do esforço transversal e a obtenção do momento correspondente ao limite da resistência à tracção do betão utilizado nas vigotas.

Por tal motivo, procedeu-se a uma ampliação da capacidade de resposta deste programa, ampliação essa que se poderá considerar ainda um pouco rudimentar, pois apenas permitirá a obtenção do esforço transversal resistente no caso em estudo, que são as secções de betão armado sem armadura transversal de corte, não permitindo ainda este estudo nas situações mais comuns, que são as secções providas de armadura transversal.

No entanto, procedeu-se a esta extensão do programa de tal forma que, agarrados a regulamentação nacional ou à regulamentação europeia, que pode servir de suporte aos cálculos efectuados, fosse possível alguma liberdade no estudo deste aspecto da resistência das secções, visto que a resistência ao corte é um assunto cujo estudo ainda hoje se pode considerar um pouco difícil de dominar e por tal, ele é conduzido entrando em linha de conta com grandes simplificações, referidas no Response, que confirma em valores aceitáveis e mais importante que tudo, valores que garantem a segurança.

A liberdade de cálculo que se refere, prende-se essencialmente com o valor atribuído a  $\tau_1$ , que limitado pela nossa regulamentação, o REBAP, a um valor constante para cada tipo de betão, pode ser

tomado com variável a partir da sua expressão de cálculo apresentado no Eurocódigo 2 ( EC2 ) [1], expressão essa que foi adoptada pela regulamentação de outros países, tais como a regulamentação espanhola, EF88-Instucion para el Proyecto y la Ejecucion de Forjados Unidireccionales de Hormigon Armado [5], mantendo-se em toda a análise restante os conhecimentos sobre o estudo do esforço transversal, mantendo-se também as simplificações referidas.

Sucintamente, na medida em que este aspecto está bem estruturado no capítulo próprio, a variabilidade do valor atribuído a  $\tau_1$ , deve-se ao facto de podermos considerar no cálculo deste valor com a influência da armadura principal existente da secção de betão armado em estudo, que certamente contribui com a sua presença numa maior resistência da secção ao corte e que interveniente na expressão de cálculo com outros factores como a altura útil, conduzem a uma sequência de valores para  $\tau_1$ , que regra geral trarão benefícios aos resultados pretendidos e que em situações pontuais penaliza ponderando as situações, atribuindo melhores valores a pavimentos baixos e piores aos pavimentos altos.

Para descrever o programa Secção seguir-se-á uma leitura sobre a introdução de dados e sobre os resultados provenientes que constituem os sucessivos estados de tensão máxima instalados nas secções de betão e de aço para as diversas curvaturas positivas que incrementadas vão conduzindo a secção a analisar até à rotura, fornecendo como comentário final o tipo de rotura ocorrida, ou seja se esta se verificar sobre a secção de aço ou sobre a secção de betão e o incremento onde se deu a rotura.

Para além dos valores obtidos para as tensões, no betão ou no aço, ao longo de todos os incrementos de curvatura, simuladores de carga, obtemos também nos resultados algumas características da secção, tais como a área homogeneizada e não homogeneizada o momento estático relativamente à fibra ou à posição do centro de gravidade da secção total e a posição dos centros da gravidade relativamente à fibra inferior de todas as camadas de betão e de aço que serviram para definir a secção, podendo-se obter o momento de inércia e a rigidez da secção.

Os dados a introduzir que se iniciam pelo título do problema, vão preenchendo uma lista de pedidos do programa, em primeira fase, um conjunto de dados genéricos que indicam os diferentes números de tipos de betões e aços, o número de propriedades das camadas de betão e de aço, bem como o número de propriedades dos mesmos, o número de camadas tipo de betão e o número total de camadas de um e outro material.

Os dados são postos desta forma em virtude da maneira como se define neste programa a geometria da secção, que nesta fase é especialmente condicionadora da correcta utilização do programa.

Assim, qualquer secção a analisar será preliminarmente dividida em camadas horizontais, que conduzirão o mais rigorosamente possível aos resultados, quanto menor for a altura e maior a definição dessas camadas.

O programa analisa o estado de tensão e de deformação em cada camada relativos ao centro de gravidade de cada camada e traça o estado de tensão e deformação da secção total, processo que por si pede a definição da secção conforme se descreveu relativamente às camadas e espessura das mesmas.

A título de exemplo, a análise das secções dos pavimentos de vigotas, foi feita dividindo-se a secção em camadas com 0.01 m de altura o que conduziu a um estudo com um substancial número das mesmas e por isso aos melhores resultados possíveis.

Continua-se a descrever a introdução de dados referentes à geometria da secção, por faltar referir que cada secção possui um determinado número de camadas tipo definidas pelo número de propriedades das camadas de betão, que são neste caso as medidas das bases e a espessura, que fornecidas ao programa permitiram após a definição das propriedades dos materiais, fazer uma espécie de

encastelamento das camadas de acordo com o seu tipo e a sua posição e desta forma obter a secção total.

Quanto às propriedades dos materiais, fornecemos para os betões o módulo de elasticidade, a tensão máxima de compressão e a extensão correspondente, a extensão máxima de tracção, a extensão limite de fendilhação e a extensão de rotura em compressão e para os aços fornecemos também os módulos de elasticidade dos três tramos em que é definido o diagrama de comportamento dos aços, a tensão limite de elasticidade e a tensão limite do segundo tramo do diagrama e finalmente a extensão de rotura, utilizando-se desta forma um diagrama de comportamento dos aços conforme o diagrama sugerido pelo Eurocódigo 2 (EC2).

Importante também, para o efectivo funcionamento do programa é o dado referente à altura total da secção, sendo este valor um valor confirmador da altura que resulta da soma de todas as alturas das camadas em que subdividiu a secção, que em caso de desfasamento por qualquer erro na introdução de dados, bloqueia com uma chamada de atenção o prosseguimento do cálculo.

Apenas faltará referir que os dados finais a introduzir poderão ser uma qualquer força axial aplicada à secção, o valor para os acréscimos da curvatura que incrementam o cálculo, a tolerância do processo interactivo e o numero máximo das interacções por incremento e a partir daqui, o cálculo propriamente dito e os resultados para a secção em análise.

#### **FICHEIRO DE RESULTADOS DO PROGRAMA SECÇÃO.**

Momento flector	Esforco transverso	Mfctk	EI
16.8649	17.0181	20.6100	11230.0346



# 5

## ENSAIOS

### 5.1. INTRODUÇÃO

Os ensaios a realizar sobre este tipo de materiais são diversos, havendo a necessidade de realizar ensaios sobre os elementos constituintes em separado, ou seja de uma forma isolada e ensaios sobre os elementos resultantes da composição dos anteriores, as lajes propriamente ditas.

Os ensaios a realizar conforme o referido no parágrafo anterior resumem-se da seguinte maneira:

- **Ensaio em vigotas:**
  - Ensaio para verificação das características geométricas.
  - Ensaio de flexão.
  - Ensaio de corte.
  - Ensaio de pré-esforço em fios de pré esforço.
- **Ensaio em blocos:**
  - Ensaio para verificação das características geométricas.
  - Ensaio de punçoamento/flexão.
- **Ensaio em pavimentos:**
  - Ensaio de flexão.
  - Ensaio de corte.

Se os ensaios atrás referidos são os ensaios típicos para os materiais em questão, outros há que lhes são complementares e merecedores de referência: o ensaio de tracção em armaduras de pré-esforço e o ensaio de compressão em betões.

## 5.2. ENSAIOS EM VIGOTAS

Conforme a introdução, sobre este tipo de elementos haverá que realizar quatro tipos de ensaios, que são definidos na Especificação do LNEC E435-1995, Pavimentos Aligeirados de Vigotas, Vigotas Pré-fabricadas de Betão Pré-esforçado, Concepção, Cálculo, Fabrico e Ensaio [6].

### 5.2.1. ENSAIO PARA VERIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

Este ensaio pretende definir a obtenção das diversas dimensões da secção transversal, o comprimento e o posicionamento das armaduras.

As dimensões da secção transversal, figura 5.1, são obtidas seguindo-se as regras preconizadas pela especificação LNEC E437-1995 [7], que define as dimensões a considerar e que são a largura, a altura, as alturas do banzo e as larguras da alma, sendo estas dimensões obtidas por medições perpendiculares ao eixo da vigota, considerando-se a distância entre dois pontos convencionais da secção.

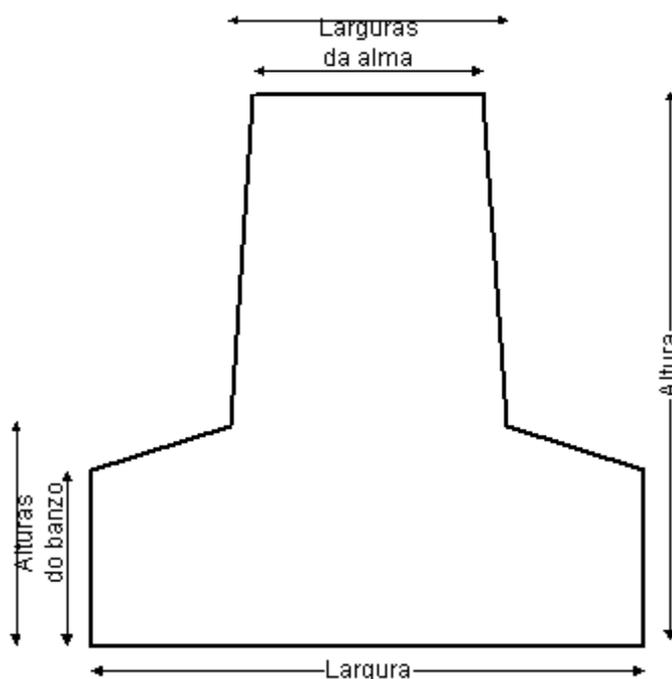


Fig. 5.1 – Dimensões da secção de uma vigota

Assim a largura da vigota será a média das medidas obtidas ao nível do banzo, na direcção transversal, efectuando-se duas medições, uma por cada topo, no caso de faces laterais do banzo paralelas ou efectuando-se quatro medidas, duas por cada topo, no caso de faces inclinadas do banzo.

A largura será o valor médio das duas medições no primeiro caso de lados paralelos e será definida por dois valores, um ao nível das arestas superiores, outro ao nível das arestas inferiores, no segundo caso de vigotas com lados de banzo inclinados.

A altura da vigota é medida nos topos, efectuando-se duas medições, uma por cada topo, considerando-se a média aritmética das duas medições efectuadas.

As alturas do banzo resultam do tratamento de oito medições, quatro por cada topo, sendo medidas em cada topo as duas alturas da extremidade do banzo e as duas alturas do mesmo junto ao arranque da alma da vigota.

Das oito medições resultarão duas, a altura da face extrema do banzo e a altura junto ao arranque da alma da vigota, obtidas a partir da média aritmética dos valores.

As larguras da alma são duas, obtidas a partir de quatro medições, duas por cada topo, uma na parte superior da alma a outra na parte inferior da mesma, realizando-se seguidamente a média aritmética das medições realizadas.

Finalmente refere-se que qualquer um dos valores das dimensões da secção transversal da vigota, vem expresso em milímetros e arredondado às unidades.

O comprimento de uma vigota mede-se paralelamente ao eixo da mesma, entre dois planos convencionais, perpendiculares a esse eixo, que passem em cada um dos topos, por pontos quaisquer.

Tomar-se-á sempre o valor medido mais desfavorável, ou seja a distância entre dois pontos mais próximos, quando se trate de verificar a tolerância por defeito e entre os dois pontos mais afastados, quando se trate de verificar a tolerância por excesso.

O posicionamento das armaduras, figura 5.2, é determinado em ambos os topos das vigotas, medindo as distâncias entre o eixo de cada um dos fios ou cordões e as faces inferior e laterais da vigota e é definido pela Especificação do LNEC E438-1995, Determinação das Cotas de Fios de Pré-esforço [8], onde se preconiza a técnica a seguir, para a obtenção das cotas dos níveis, inferior, intermédios e superior, de armaduras de pré-esforço.

As cotas das armaduras nos níveis inferior, intermédios e superior da vigota, são as médias aritméticas dos grupos de medições efectuados com valores expressos em milímetros e arredondados à unidade.

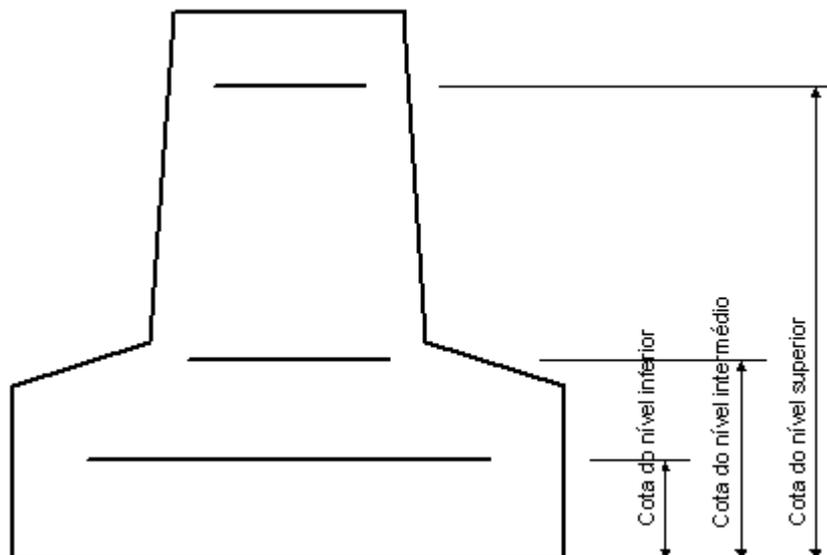


Fig. 5.2 – Cotas dos fios de armadura de uma vigota

#### 5.2.2. ENSAIO DE FLEXÃO

Os provetes são constituídos por vigotas com idade mínima de utilização e comprimento com valor igual ou superior a 15 vezes a altura total, sendo considerada como idade mínima de utilização a idade posterior aos vinte e oito dias de cura do betão.

A vigota é assente em dois apoios colocados de modo que os seus eixos fiquem a uma distância, das extremidades da vigota, de valor não inferior a metade da altura total desta, sendo submetido à acção de duas cargas pontuais iguais, através de dois cutelos colocados aos terços de vão.

Primeiro, as cargas são incrementadas gradualmente, a uma velocidade constante, até se alcançar o valor correspondente ao momento flector de descompressão da vigota em ensaio, previamente determinado por cálculo, registando-se o valor da flecha a meio vão.

Em seguida as cargas são novamente incrementadas, a uma velocidade constante, até se alcançar o valor correspondente ao momento flector de fendilhação de 0,1 mm de largura, da vigota em ensaio, previamente determinado por cálculo, registando-se os valores da máxima largura de fendas eventualmente obtidas e da flecha a meio vão.

Finalmente as cargas são novamente incrementadas, a uma velocidade constante, até à rotura da vigota, registando-se o valor das cargas instaladas imediatamente antes da rotura.

#### 5.2.3. ENSAIO DE CORTE

Os provetes são constituídos por vigotas com idade mínima de utilização e comprimento com valor igual ou superior a 15 vezes a altura total.

A vigota é assente em dois apoios de modo que os seus eixos fiquem a uma distância das extremidades da vigota não inferior a metade da altura desta, sendo submetido à acção de duas cargas pontuais iguais, através de dois cutelos colocados a uma distância dos apoios igual a três vezes a altura total da vigota.

As cargas são incrementadas gradualmente a uma velocidade constante, até à rotura da vigota, registando-se o valor das cargas instaladas imediatamente antes da rotura.

#### 5.2.4. ENSAIO DE PRÉ-ESFORÇO

Este ensaio está descrito na Especificação do LNEC E440-1995, Pavimentos Aligeirados de Vigotas Pré-fabricadas, Vigotas Pré-fabricadas de Betão Pré-esforçado, Determinação do Pré-esforço [9], onde se fixa o modo de determinar a tensão de pré-esforço instalado na armadura de pré-esforço das vigotas pré-fabricadas.

Resumidamente refere-se que os provetes utilizados são troços de fios de aço com comprimento mínimo de 0.60 m, extraídos de vigotas em que a armadura é constituída por fios, devendo o comprimento das vigotas ser igual ou superior a 600 vezes o diâmetro dos fios, com o comprimento mínimo de 3.0 m.

Na zona central da vigota, a meio comprimento, executam-se dois roços, distanciados entre si de 250 mm no mínimo, no betão de recobrimento de cada fio de aço, de forma a colocar este totalmente a descoberto.

Em cada roço marca-se no fio de aço um ponto de referência e com recurso a um alongâmetro, com uma precisão mínima de 0.01 mm, mede-se a distância entre os dois pontos de referência em cada fio de aço, constituindo uma base de medida a distância de cerca de 250 mm, entre cada par de pontos.

Em seguida remove-se o betão envolvente dos fios de aço e extraem-se por corte, provetes de armadura constituídos por troços de fios com 0.60 m de comprimento no mínimo, que incluam os dois pontos de referência que definem a base de medida.

Os provetes extraídos são submetidos à tracção por aplicação de forças crescentes com incremento uniforme, até que a distância entre os pontos de referência seja igual ao valor correspondente ao da base de medida, altura em que se procede à leitura e ao registo da força de tracção e a partir desta à tensão instalada devido ao pré-esforço.

### 5.3. ENSAIO EM BLOCOS

Quanto a estes elementos constituintes dos pavimentos aligeirados de vigotas pré-esforçadas e pré-fabricadas, procede-se à realização de dois ensaios, que são o ensaio para a verificação das características geométricas e o ensaio de punçoamento/flexão.

#### 5.3.1. ENSAIO PARA A VERIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

As características geométricas a definir nos blocos são a sua altura, largura, comprimento, largura dos ressaltos de apoio, planeza geral da face inferior e rectilinearidade das arestas dos ressaltos de apoio, figura 5.3, utilizando-se para o efeito provetes constituídos por três blocos de cofragem, no mínimo, com a idade mínima de utilização.

Mede-se a altura do bloco de cofragem em cada topo, entre dois pares de pontos situados no plano de simetria longitudinal, paralelo ao eixo das vigotas, considerando o bloco de cofragem colocado na laje e arredonda-se o valor obtido ao milímetro mais próximo.

Nos blocos de cofragem que comportam um chanfro na parte superior, coloca-se uma régua metálica sobre a face superior e mede-se a distância entre esta e a face inferior do bloco.

Para a medição da largura do bloco de cofragem assenta-se o mesmo na horizontal, no sentido da colocação em obra, aplicam-se sobre os bordos laterais deste duas placas verticais, paralelas ao plano de simetria longitudinal, de comprimento no mínimo igual ao do bloco.

A largura efectiva do bloco de cofragem é dada pela distância entre as superfícies interiores das duas placas verticais, arredondando-se o valor obtido ao milímetro mais próximo.

O comprimento do bloco de cofragem mede-se sobre os bordos laterais, entre quatro pares de pontos situados sensivelmente nas extremidades das diagonais das duas faces perpendiculares à direcção das vigotas, considerando-se o bloco de cofragem colocado na laje e arredondando-se o valor obtido ao milímetro mais próximo.

Relativamente à largura dos ressaltos de apoio assenta-se o bloco de cofragem numa superfície horizontal e efectuam-se medições com aproximação a 0.5 mm, da largura dos ressaltos de apoio nas duas extremidades de cada um dos bordos laterais.

A planeza geral da face inferior do bloco de cofragem é controlada por meio de uma régua de bitolas, colocando esta em pares de pontos nas extremidades dessa face, efectuando-se medições das distâncias da régua à face do bloco, com aproximação ao 0.5 mm mais próximo.

Sem se ter em consideração as irregularidades próprias da superfície, estrias, denteados, etc., considerando unicamente a planeza do conjunto da face inferior, determina-se o valor da flecha, o qual é dado pela diferença entre o valor máximo e o valor mínimo das distâncias medidas.

A rectilinearidade das arestas dos ressaltos de apoio dos blocos de cofragem é controlada por meio de uma régua de bitolas, colocando-se esta na extremidade da aresta, primeiro no plano horizontal e depois no plano vertical.

Efectuam-se medições das distâncias da régua à aresta com aproximação ao 0.5 mm mais próximo e determina-se o valor da flecha o qual é dado pela diferença entre o valor máximo e o valor mínimo das distâncias medidas.

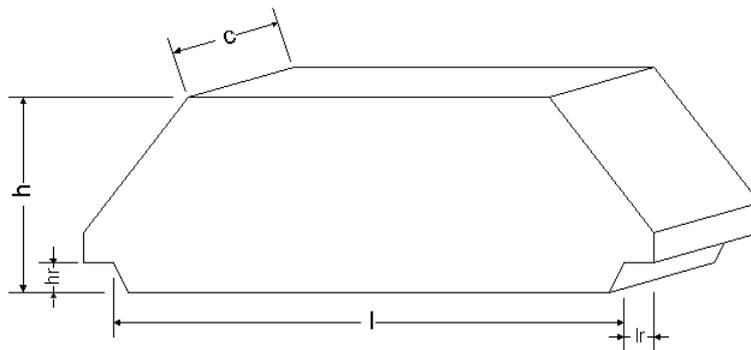


Fig. 5.3 – Bloco de cofragem

Estas características bem como a sua determinação estão definidas nas Especificações do LNEC E436 e E442-1995, Pavimentos Aligeirados de Vigotas Pré-fabricadas, Blocos de Cofragem, Fabrico e Ensaio e Determinação das Dimensões [10].

### 5.3.2. ENSAIO DE PUNÇOAMENTO/FLEXÃO

Para este ensaio utilizam-se provetes constituídos por sete blocos de cofragem inteiros, com a idade mínima de utilização, visando-se com o mesmo avaliar a resistência à rotura dos blocos quando submetidos a uma carga concentrada aplicada na sua face superior, figura 5.4.

A determinação da força de rotura dos blocos de cofragem submetidos a ensaio, é efectuada pela acção até à rotura, duma carga de valor gradualmente crescente, devendo para o efeito utilizar-se blocos de cofragem completamente molhados, procedendo-se para a realização do ensaio conforme se descreve a seguir.

Os provetes são constituídos por blocos da mesma constituição e do mesmo formato, imersos em água durante 10 s, seguidamente escorridos e colocados na máquina de ensaio, apoiados em dois prismas de madeira maciça dura com as dimensões de 100mmx100mmx300mm, que simulam o apoio dos blocos em condições idênticas às da colocação em obra durante a construção.

Posteriormente é colocada uma chapa metálica com dimensões de 50mmx50mm, no centro da face superior do bloco de cofragem, salvo se este comporta um septo vertical médio, caso em que a carga é aplicada no centro em quatro provetes e a meio do intervalo entre os dois septos mais próximos do centro, nos outros três provetes.

Aumenta-se progressivamente a carga até à rotura, com um aumento gradual da acção ao ritmo de 10 N/s +/- 2 N/s sobre a chapa metálica, terminando o ensaio com a rotura do bloco para uma carga que deverá ser apresentada com a precisão de 1 N.

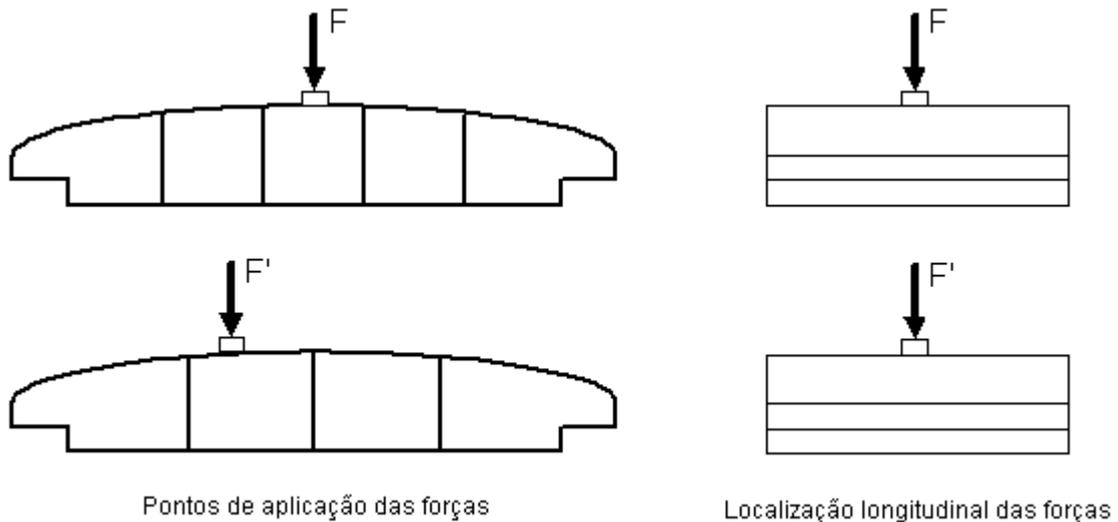


Fig. 5.4 – Ensaio de punção/flexão

A resistência ao punção/flexão de um bloco de cofragem é expresso pela carga de rotura, que é a carga máxima suportada por este imediatamente antes da rotura, valor que deverá ser expresso em newtons e arredondado às dezenas, conforme Especificação do LNEC E444-1995, Pavimentos Aligeirados de Vigotas Pré-fabricadas, Blocos de Cofragem, Ensaio de Punção/Flexão.

#### 5.4. ENSAIOS EM PAVIMENTOS

Conforme o resumo inicial do conjunto de ensaios a realizar sobre este tipo de materiais pré-fabricados e seus elementos compostos, os ensaios sobre pavimentos são, figura 5.5:

- Ensaio de flexão;
- Ensaio de corte.

As normas que servem de orientação à realização destes ensaios são portuguesas do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, descritas na Especificação E435-1995, Pavimentos Aligeirados de Vigotas Pré-fabricadas, Vigotas Pré-fabricadas de Betão Pré-esforçado, Conceção, Cálculo, Fabrico e Ensaios [6].

Para a realização destes dois ensaios, figura 5.5, e de acordo com a especificação do LNEC, definem-se as características do provete a ensaiar que conforme o ensaio será submetido a acção de duas cargas até à rotura e aplicadas conforme se descreve, segundo duas técnicas diferentes.

O provete a ensaiar deverá ser constituído por um troço do pavimento mais desfavorável, executado a partir de duas vigotas com a idade mínima de utilização, blocos de cofragem e camada de betão complementar.

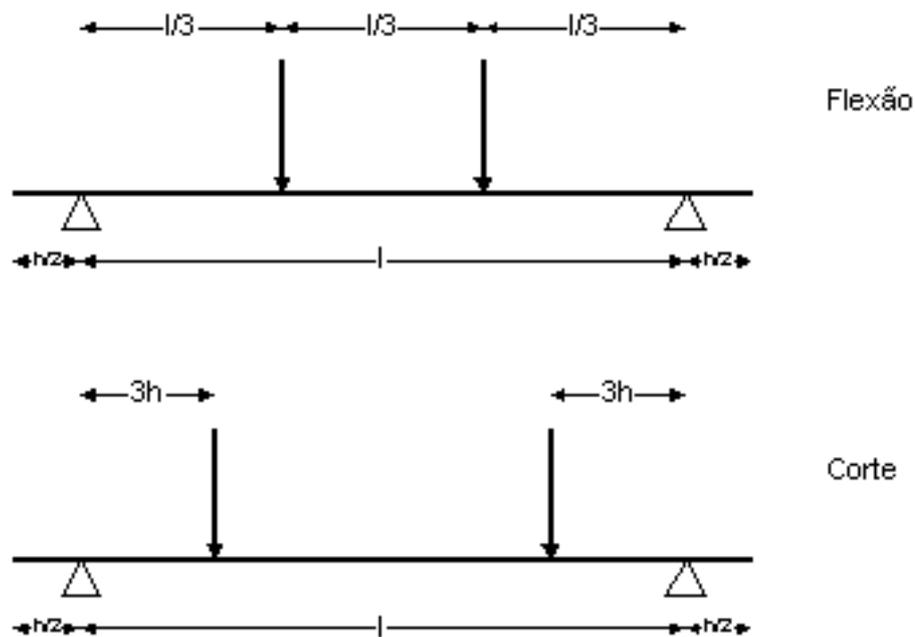


Fig. 5.5 – Esquemas de ensaios

É considerado o pavimento mais desfavorável, aquele que em serviço fica submetido a tensões tangenciais mais elevadas na superfície de contacto entre a vigota e o betão complementar.

O troço de laje terá um comprimento igual ao das vigotas, sendo o comprimento mínimo igual a quinze vezes a altura total da laje a ensaiar. A largura do troço de laje deverá ser igual a duas vezes a distância entre eixos das vigotas.

Relativamente ao betão complementar, deverão ser conhecidas as suas características mecânicas, admitindo-se que o valor médio da resistência à compressão tenha uma tolerância de +/- 10%.

O provete conforme se definiu é igual para o ensaio de flexão e para o ensaio de corte preconizados pela especificação orientadora, o que não acontece conforme se referiu relativamente à técnica de ensaio.

Deste modo para o ensaio de flexão, figura 5.6, coloca-se o provete devidamente apoiado sobre dois apoios, de modo que os seus eixos fiquem a uma distância da extremidade da laje, de valor igual ou superior a metade da altura total do provete.

Submete-se o provete à acção de duas cargas lineares iguais, perpendiculares aos eixos das vigotas uniformemente distribuídas na largura do provete e localizadas aos terços de vão livre entre apoios.

As cargas são incrementadas gradualmente, a uma velocidade constante, até se alcançarem os valores correspondentes ao momento flector de descompressão do provete, previamente determinado por cálculo, devendo este estado de carregamento manter-se aplicado durante quatro horas.

No início e no final do intervalo de tempo de quatro horas atrás referidas, registam-se os valores das flechas a meio vão de cada vigota e determinam-se os valores médios correspondentes, que representam respectivamente os valores “a1” e “a2” da flecha do provete.

Novamente se incrementam as cargas sobre o provete, sempre a uma velocidade constante, até se alcançar o valor correspondente ao momento flector de fendilhação de 0.1 mm de largura do provete, valor de momento previamente determinado por cálculo.

Nesta fase registam-se os valores da máxima largura das fendas obtidas e os valores das flechas a meio vão de cada vigota correspondentes às cargas instaladas, determina-se o valor médio dessas flechas que se designa por “b”.

Efectuadas estas duas fases de carregamento e registados os valores referidos prossegue-se para a rotura, com incremento a velocidade constante das cargas e com o registo do valor das cargas aplicadas imediatamente antes da rotura.



Fig. 5.6 – Rotura a meio vão

Relativamente ao ensaio de corte, figura 5.7, o provete tal como foi instalado para o ensaio de flexão é submetido à acção de duas cargas, também lineares, uniformemente distribuídas e perpendiculares aos eixos das vigotas, mas localizadas a uma distância dos apoios igual a três vezes a altura do provete.

Incrementam-se gradualmente e a uma velocidade constante as cargas aplicadas até se obter um deslizamento sensível na superfície de contacto do betão complementar com a vigota, ou até se verificar a rotura por corte do provete, registando-se os valores das cargas aplicadas imediatamente antes do início de qualquer das situações verificadas para a rotura.

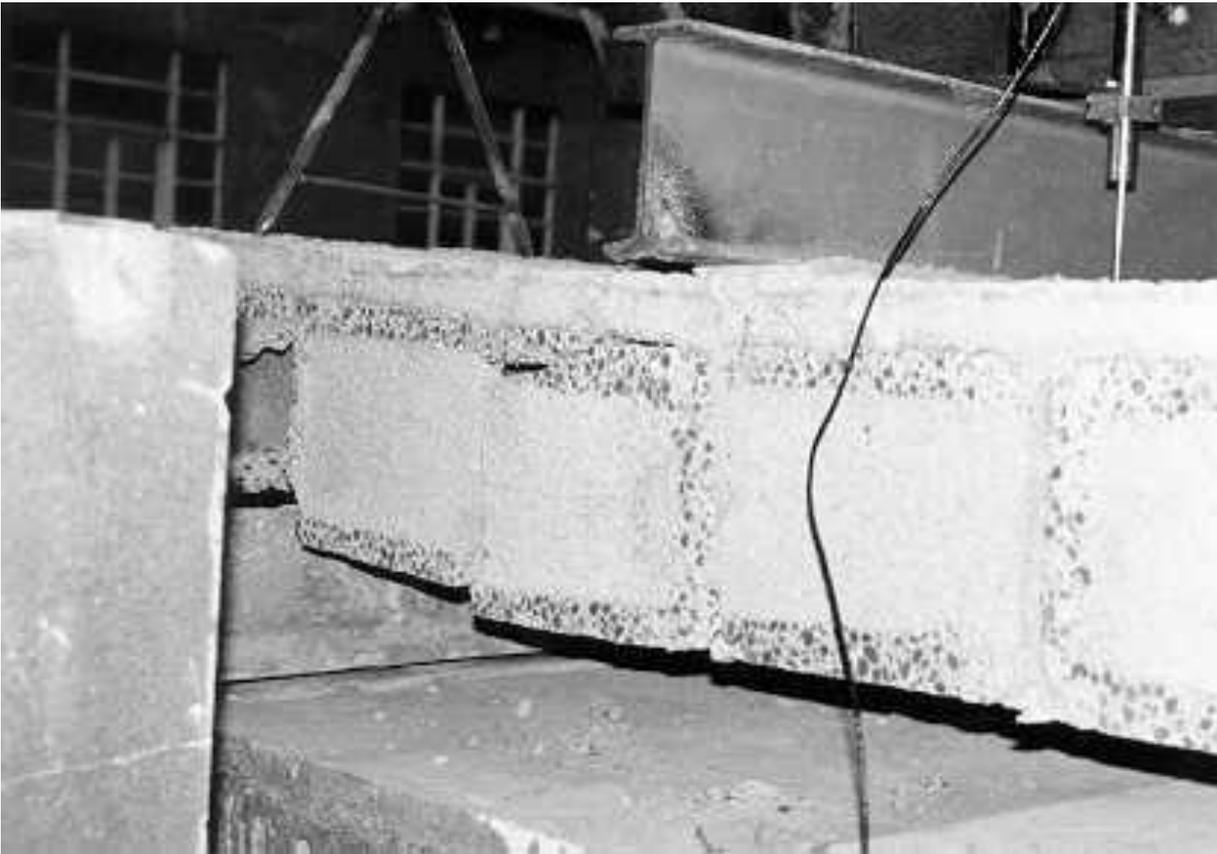


Fig. 5.7 – Rotura por corte

## 5.5. PAVIMENTOS DA PAVILECA

A marca de pré-fabricados referida forneceu os provetes utilizados nos ensaios em pavimentos, no âmbito de estudos a realizar sobre os materiais desta marca, tendo em vista a obtenção de melhores características ou valores quanto a estes mesmos pavimentos.

Para tal fez-se o melhor aproveitamento das propriedades dos materiais utilizados na fabricação e também o melhor aproveitamento das características geométricas das secções introduzindo-se as teorias que actualmente podem ser consideradas, teorias essas que conduzem a melhores resultados, havendo para tal a necessidade da sua confirmação com a realização de ensaios.

Os ensaios são realizados sobre lajes diferentes; as lajes VB1-48\*16\*20, figura 5.9, e VB1-23\*20\*23, figura 5.10, que permitem a confirmação de valores resistentes em situações distintas.



Fig. 5.8 – Ensaios sobre lajes Pavileca

Foram também realizados ensaios sobre um conjunto de lajes iguais, as lajes VM4-23\*20\*23, figura 5.8, no sentido de obter um conjunto de valores e a partir dos mesmos, efectuar médias e obter desvios e efectuar comparações para que num conjunto bastante alargado de valores se crie uma sensibilidade o mais apurada possível, necessária à obtenção de conclusões bem definidas e fundamentadas, numa área do cálculo que exige por si mesmo, dadas as características das secções a estudar, um grande rigor na introdução de dados e cuidados especiais na análise de resultados.

Preliminarmente efectuou-se um conjunto de operações de laboratório, operações essas relacionadas com os aparelhos de medida utilizados nos ensaios, sendo uma das operações efectuadas a que se prendeu com a calibração da célula de carga, tendo-se escolhido para ensaios a célula de 50 t.

Testaram-se e aplicaram-se de forma correcta três LVDT, instrumentos de medição de deslocamentos que permitem a leitura continua por ligação dos mesmos a meios informáticos, obtendo-se desta maneira um conjunto vasto e fidedigno de valores e a partir dos mesmos, gráficos visualizadores do comportamento dos provetes sujeitos a carregamento para ensaio, figuras 5.9 e 5.10.

As leituras efectuadas em Volts, são transportadas para a forma correcta, tanto no que se refere à grandeza dos valores como no que se refere às unidades a utilizar, através da sua divisão por um parâmetro de valor 30, que se poderá considerar uma constante da célula de carga.

Da leitura dos valores obtidos vamos utilizar o maior valor que aconteceu um pouco atrás da rotura propriamente dita, quadros 5.1 e 5.2, em virtude de termos uma rotura não instantânea mas uma rotura forçada, pelo facto de a mesma acontecer pelo aço que distribuído pela secção das vigotas não atinge a rotura em simultâneo para todos os fios de secção.

A partir deste valor limite e efectuados cálculos de equilíbrio estático, chegamos a valores de momento e esforço cortante resistentes, que afectados do coeficiente de segurança de 1.5 conduzem

aos valores de cálculo que são bastante comparáveis aos valores apresentados no documento de homologação da marca [13] e [14], para os pavimentos em referência.

De uma análise sobre documentos de homologação destes materiais, poder-se-á dizer que o momento flector é o parâmetro condicionador dos pavimentos baixos, com blocos de cofragem de 0.12 m a 0.15 m e vigotas pouco resistentes e que são condicionados pelo esforço cortante os pavimentos mais altos com blocos de cofragem de 0.25m a 0.30m e vigotas mais resistentes,

Acontece uma transição destas duas situações em torno dos pavimentos médios com 0.20 m de espessura, verificando-se aqui a influência da quantidade de armaduras das vigotas no que diz respeito a esforço condicionante da resistência do pavimento.

Verifica-se pelo que se disse no parágrafo anterior, que os pavimentos sujeitos a ensaios estão na gama dos pavimentos baixos e constituídos pelas vigotas menos armadas, obtendo-se então de uma forma visível roturas próprias da flexão, com o aparecimento de fendas a meio vão ou próximo e com o rebentamento dos fios de pré-esforço também nesta zona por tracção, como é próprio deste tipo de rotura.

Na prática de obra este aspecto não é relevante na medida a que são chamadas às situações os pavimentos próprios para os vãos e carregamentos, acontecendo isto de uma forma natural na maior parte dos casos, sujeitos a alguma análise nos restantes.

Significa isto que os pavimentos baixos são os utilizados em situações que regra geral são de pequenos vãos que sujeitos a carregamentos comuns ficam submetidos ao dimensionamento pelo valor da flexão, com margens maiores ou menores para o valor de corte e que os pavimentos altos por servirem as situações de maiores vãos e carregamentos ficam condicionados pelo valor resistente da secção ao esforço cortante, com margens para o valor do momento resistente ao inverso da situação anterior.

**EXEMPLO 1 – LAJE PAVILECA VB1-48\*16\*20**

Quadro 5.1 – Valores de carga e deformação em ensaio de rotura, Laje Pavileca VB1-48\*16\*20

<b>CARGA – KN</b>	<b>FLECHA DIR(mm).</b>	<b>FLECHA CEN(mm).</b>	<b>FLECHA ESQ(mm).</b>
0.00	0.0000	0.0000	0.0000
1.23	0.0138	0.0194	0.0196
4.41	0.0389	0.0484	0.0460
7.35	0.0515	0.0612	0.0575
8.58	0.0163	0.0238	0.0281
3.43	0.0214	0.0338	0.0520
7.35	0.0377	0.0329	0.0528
9.80	0.0628	0.0559	0.0713
12.25	0.0829	0.0798	0.0937
14.70	0.1055	0.1041	0.1155
17.15	0.1281	0.1278	0.1371
19.60	0.1495	0.1507	0.1588
22.05	0.1746	0.1761	0.1818
24.50	0.2010	0.2046	0.2060
26.95	0.2224	0.2291	0.2270
29.40	0.2487	0.2577	0.2507
31.85	0.2701	0.2822	0.2720
34.30	0.2965	0.3128	0.2963
36.75	0.3178	0.3378	0.3166
39.20	0.3430	0.3650	0.3397
41.65	0.3631	0.3886	0.3582
44.10	0.3894	0.4159	0.3818
46.55	0.4158	0.4467	0.4066
49.00	0.4372	0.4722	0.4282
51.45	0.6357	0.7254	0.5991
53.90	0.7663	0.8826	0.7103
55.86	1.1833	1.4757	1.1951
58.31	1.3220	1.6653	1.3518
61.25	1.7891	2.3147	1.9409
53.90	2.2868	2.7907	2.2391
61.25	2.4286	2.9070	2.3151
63.70	3.4676	3.8537	2.9865
66.15	4.5698	5.0374	3.8911
68.11	4.9369	5.4304	4.2120
69.58	5.0487	5.5500	4.3092
70.32	5.2954	5.8418	4.5314
72.03	5.6658	6.2302	4.8473
73.50	5.8158	6.3967	4.9799
75.46	6.3616	7.0036	5.4573
78.40	7.1500	7.8847	6.1576
80.85	7.9712	8.7916	6.8709
83.30	8.6946	9.5984	7.4980
86.24	10.2039	11.2993	8.8831
88.20	10.8377	12.0249	9.4748
90.65	12.1043	13.4329	10.5887
92.12	15.3116	16.8232	13.0955
78.89	16.4874	17.7258	13.5929

EXEMPLO 1 – LAJE PAVILECA VB1-48\*16\*20

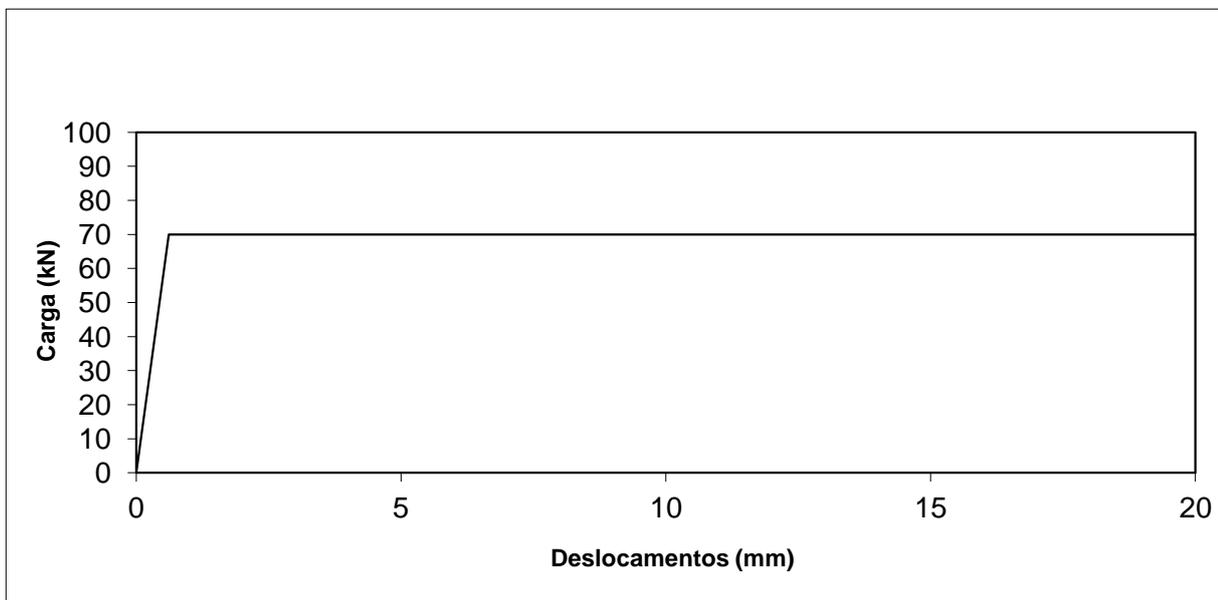
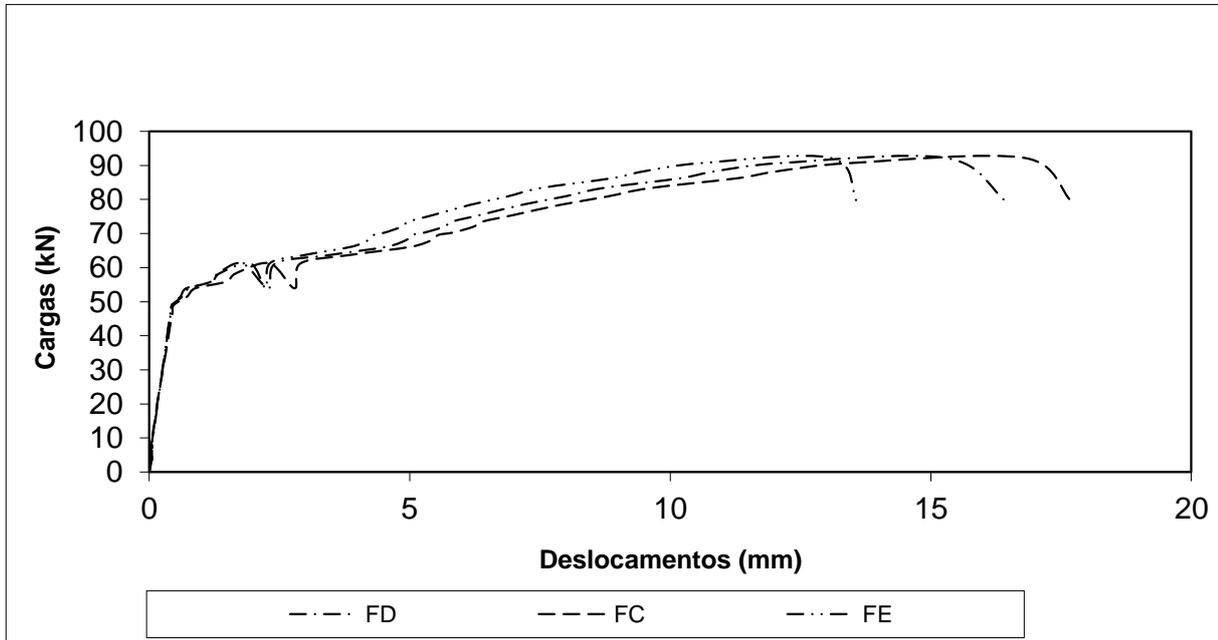


Fig. 5.9 – Diagramas real e simplificado de ensaio de rotura Laje Pavileca VB1-48\*16\*20.

**EXEMPLO 2 – LAJE PAVILECA VB1-23\*20\*23**

Quadro 5.2 – Valores de carga e deformação em ensaio de rotura, Laje Pavileca VB1-23\*20\*23

<b>CARGA – KN</b>	<b>FLECHA DIR(mm).</b>	<b>FLECHA CEN(mm).</b>	<b>FLECHA ESQ(mm).</b>
0.00	0.00	0.00	0.00
5.70	0.00	0.01	0.01
9.50	0.00	0.05	0.04
13.30	0.00	0.08	0.07
16.23	0.01	0.10	0.09
19.23	0.02	0.13	0.11
22.06	0.04	0.16	0.13
25.46	0.07	0.18	0.16
28.20	0.09	0.21	0.19
31.30	0.11	0.24	0.21
33.63	0.14	0.26	0.24
36.90	0.17	0.30	0.27
39.86	0.19	0.33	0.30
42.93	0.23	0.37	0.33
44.93	0.25	0.40	0.36
48.00	0.29	0.44	0.40
51.13	0.34	0.50	0.45
53.30	0.41	0.58	0.52
56.10	0.56	0.78	0.70
60.96	1.11	1.41	1.22
64.50	1.53	1.94	1.62
67.76	1.92	2.40	2.00
70.26	2.25	2.83	2.34
72.60	2.53	3.18	2.63
75.76	3.01	3.80	3.14
77.86	4.13	5.28	4.65
75.76	5.02	6.13	5.35
77.46	5.05	6.17	5.38
79.56	5.33	6.51	5.66
81.70	6.40	7.81	6.83
75.03	6.29	7.69	6.73
77.23	6.33	7.75	6.78
79.63	6.44	7.88	6.90
81.66	6.74	8.25	7.24
82.83	8.20	10.10	8.90
83.83	8.70	10.72	9.48
85.26	10.43	12.92	11.50
84.13	10.51	13.02	11.56
83.76	11.61	14.45	12.85
85.03	11.83	14.72	13.07
81.23	11.89	14.79	13.14
82.93	11.83	14.72	13.08
83.10	11.87	14.78	13.13
85.73	12.35	15.44	13.72
84.86	13.88	17.40	15.33
69.26	17.73	16.94	16.99
54.23	17.73	16.94	16.79

EXEMPLO 2 – LAJE PAVILECA VB1-23\*20\*23 (GRÁFICO)

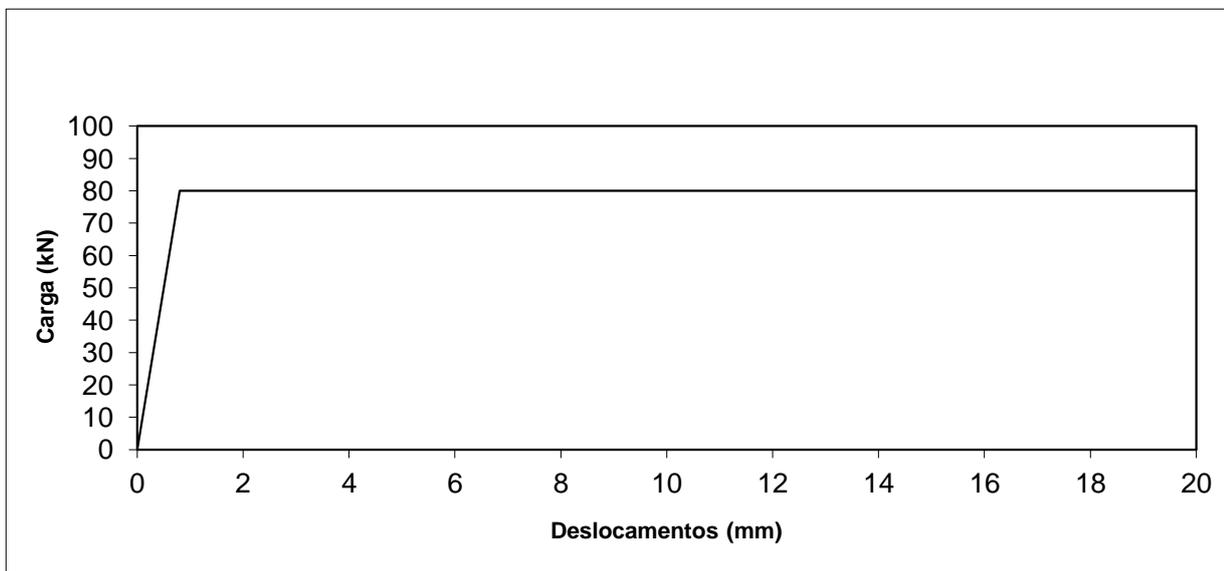
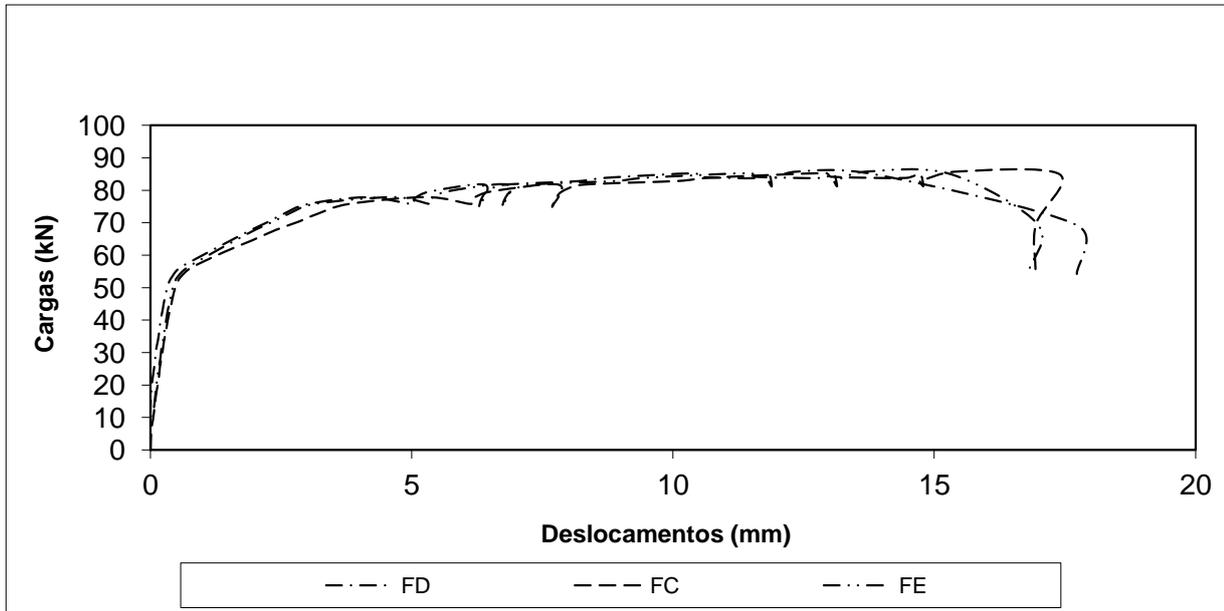


Fig. 5.10 – Diagramas real e simplificado de ensaio de rotura Laje Pavileca VB1-48\*16\*20.

Dos ensaios apresentados relativos às lajes VB1-48\*16\*20 e VB1-23\*20\*23, podem tirar-se conclusões diversas, podem ver-se e comprovar-se na prática os pressupostos teóricos, relativos ao funcionamento dos elementos ou estruturas a ensaiar, relativos à forma como se processa a rotura dos mesmos, confirmando-se com os mesmos ensaios os valores obtidos teoricamente através dos modelos e esquemas de cálculo.

Relativamente aos produtos ou estruturas que são objecto de estudo neste trabalho, exemplifica-se para que se afirme que os valores teóricos obtidos e apresentados nos documentos de homologação [13] [14] estão pelo lado da segurança, considerando-se para tal o coeficiente de 1.5, minorador e aplicado às cargas de rotura obtidas nos ensaios, conforme se expõe a seguir:

Laje VB1-46\*16\*20

$$\text{Carga de rotura} - 92.12 / 1.2 = 76.77 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga de rotura de cálculo} - 76.77 / 1.5 = 51.18 \text{ kN/m}$$

$$V_{sd} = 51.18 / 2 = 25.59 \text{ kN/m} > 18.90 \text{ kN/m}$$

$$M_{sd} = 25.59 * 0.6 = 15.35 \text{ kNm/m} > 12.70 \text{ kNm/m}$$

Laje VB1-23\*20\*23

$$\text{Carga de rotura} - 85.73 / 0.7 = 122.47 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga de rotura de cálculo} - 122.47 / 1.5 = 81.65 \text{ kN/m}$$

$$V_{sd} = 81.65 / 2 = 40.82 \text{ kN/m} > 37.80 \text{ kN/m}$$

$$M_{sd} = 40.82 * 0.69 = 28.17 \text{ kNm/m} > 25.4 \text{ kNm/m}$$



# 6

## ASPECTOS ESPECIFICOS

### 6.1. INTRODUÇÃO

Há aspectos específicos neste tipo de pavimentos, que não são objecto de regulamentação, que se pretende o mais geral possível e que por tal facto é omissa nas particularidades.

A alteração do esquema estático ao longo do processo construtivo é um exemplo desses aspectos específicos, pelo facto de se retirar o escoramento a uma estrutura, cujos elementos resistentes são distintos dos elementos resistentes presentes quando da instalação desse mesmo escoramento, sendo de grande interesse a quantificação dos esforços daí decorrentes.

O efeito das nervuras transversais, vulgarmente designadas por tarugos, é muito importante de ser analisado, dada a sua grande influência na solidarização transversal que concede a este tipo de pavimentos, também pelo seu efeito positivo quanto a distribuição de cargas pontuais actuantes sobre um pavimento, havendo com estes elementos uma chamada da resistência das vigotas adjacentes às mais directamente carregadas sob as cargas actuantes.

O valor da armadura de distribuição a colocar na lajeta de compressão é outro aspecto merecedor de estudo, pois a sua real influência suscita algumas dúvidas.

Conclui-se esta introdução reafirmando-se que devido à especificidade destes pavimentos, alguns aspectos construtivos são de grande interesse e para os mesmos há a necessidade de estudos cuidados, uma vez que as soluções utilizadas para a sua definição são regra geral empíricas e a regulamentação geralmente omissa ou demasiadamente simplificadora.

### 6.2. ESQUEMA ESTÁTICO

Numa primeira fase da aplicação deste tipo de pavimentos é suposto que as vigotas por si só garantam a capacidade resistente da estrutura que está a ser montada, até que a camada de betão de solidarização ou o betão complementar ganhe presa e contribua para uma secção de resistência capaz de suportar as acções previstas para a estrutura.

Correntemente no processo construtivo é necessário colocar uma ou mais linhas de escoramento, as necessárias, por forma a definir pequenos vãos, de tal modo que os esforços desenvolvidos nesta fase inicial de montagem sejam compatíveis com a capacidade resistente das vigotas, que funcionam ainda isoladamente.

Normalmente o cálculo destes pavimentos não têm em consideração os efeitos que se instalam nesta fase de aplicação dos pavimentos, o que pode em alguns casos ser contra a segurança e implicar tensões de valor não desprezável.

Para exemplificar o que se disse atrás, analisam-se a seguir dois casos possíveis, constatando-se a real ocorrência de tensões consideráveis, que por não serem analisadas omitem efeitos importantes.

**CASO A:**

$l = 6.0$  m e duas linhas de escoramento  $l_i = 2.0$  m.

Cargas permanentes:  $4.0+2.0 = 6.0$  KN/m<sup>2</sup>

Sobrecarga:  $2.0$  KN/m<sup>2</sup> ( $\psi_2 = 0.2$  ;  $\psi_1 = 0.3$ )

$M_{sd} = 1.5 \cdot 8.0 \cdot 6.0^2 / 8 = 54.0$  KNm/m

$V_{sd} = 1.5 \cdot 8.0 \cdot 6.0 / 2 = 36.0$  KN/m

$M_{fctk} = 6.6 \cdot 6.0^2 / 8 = 29.7$  KNm/m

$EI > |(5 \cdot 6.6 \cdot 6.0^4) / (384 \cdot 0.015)| \cdot (1 + 2 \cdot 6.0 / 6.6)$

$EI > 20925$  KNm<sup>2</sup>/m

**LAJE TIPO PAVILECA VB3-23\*25\*29.**

$M_{rd} = 61.0$  ;  $V_{rd} = 46,5$  ;  $M_{fctk} = 34.8$  ;  $EI = 31385$

Nesta fase de construção, as cargas a considerar são o peso próprio da laje,  $pp = 3.5$  KN/m<sup>2</sup> e uma sobrecarga de utilização, que se pode considerar com o valor de  $1.5$  KN/m<sup>2</sup>, figura 6.2.

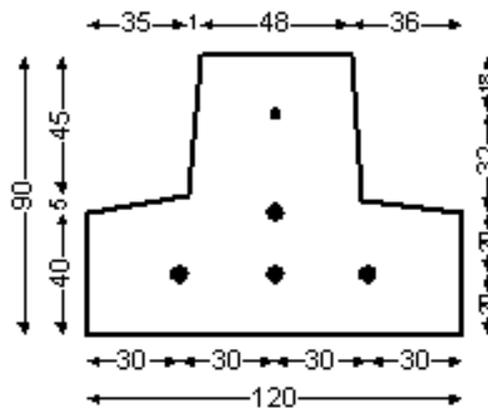


Fig. 6.1 – Vigota VB3 da Pavileca

As características da vigota são:

$I = 476.40 \cdot 10^{-8}$  m<sup>4</sup>

$A = 83.10$  m<sup>2</sup>

$v_i = 0.0353$  m

$v_s = 0.0547$  m

A distância entre eixos de vigotas é de 0.35 m.

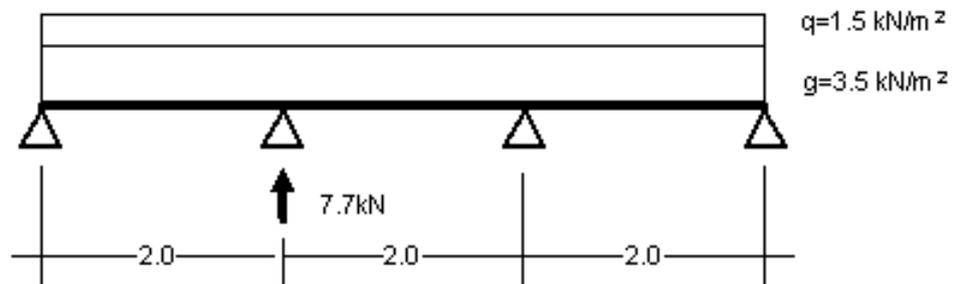


Fig. 6.2 – Carregamento em fase de construção

Variação de tensões:

Momentos flectores actuantes:

Apoios:

$$M_{\max-} = -2.0 \text{ KNm/m}$$

Vãos:

$$M_{1\max+} = +1.7 \text{ KNm/m}$$

$$M_{2\max+} = +0.8 \text{ KNm/m}$$

Secção do apoio:

$$\Delta\sigma_s = 2.0 * 0.0547 * 0.35 \text{EE-}3 / 476.40 \text{EE-}8 = 8.04 \text{ Mpa}$$

$$\Delta\sigma_I = -2.0 * 0.0353 * 0.35 \text{EE-}3 / 476.40 \text{EE-}8 = -5.19 \text{ Mpa}$$

Secção do tramo 1:

$$\Delta\sigma_s = -1.7 * 0.0547 * 0.35 \text{EE-}3 / 476.40 \text{EE-}8 = -6.83 \text{ Mpa}$$

$$\Delta\sigma_I = 1.7 * 0.0353 * 0.35 \text{EE-}3 / 476.40 \text{EE-}8 = 4.41 \text{ Mpa}$$

Secção do tramo 2:

$$\Delta\sigma_s = -0.8 * 0.0547 * 0.35 \text{EE-}3 / 476.40 \text{EE-}8 = -3.21 \text{ Mpa}$$

$$\Delta\sigma_I = 0.8 * 0.0353 * 0.35 \text{EE-}3 / 476.40 \text{EE-}8 = 2.07 \text{ Mpa}$$

**CASO B:**

$l = 4.0$  m e uma linha de escoramento  $l_i = 2.0$  m.

Cargas permanentes:  $3.0+2.0 = 5.0$  KN/m<sup>2</sup>

sobrecarga:  $2.0$  KN/m<sup>2</sup> ( $\psi_2 = 0.2$ ;  $\psi_1 = 0.3$ )

$M_{sd} = 1.5*7.0*4.0^2/8 = 21$  KNm/m

$V_{sd} = 1.5*7.0*4.0/2 = 21.0$  KN/m

$M_{fctk} = 5.6*4.0^2/8 = 11.2$  KNm/m

$EI > |(5*5.6*4.0^4)/(384*0.01)|*(1+2*5.0/5.6)$

$EI > 5200$  KNm<sup>2</sup>/m

**LAJE TIPO PAVILECA VB3-48\*16\*21.**

$M_{rd} = 24.5$ ;  $V_{rd} = 21.0$ ;  $M_{fctk} = 13.2$ ;  $EI = 9070$

Nesta fase de construção, as cargas a considerar são o peso próprio da laje,  $pp = 2.5$  KN/m<sup>2</sup> e uma sobrecarga de utilização que se poderá considerar com o valor de  $1.5$  KN/m<sup>2</sup>, figura 6.3.

A distância entre eixos de vigotas é de  $0.60$  m.

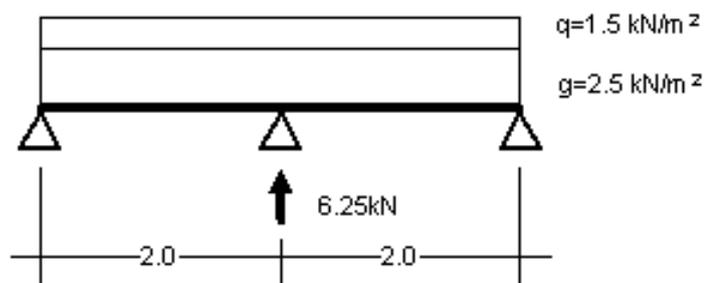


Fig. 6.3 – Carregamento em fase de construção

Variação de tensões:

Momentos flectores actuates:

Apoio:

$$M_{max-} = -2.0 \text{ KNm/m}$$

Vãos:

$$M_{max+} = +1.3 \text{ KNm/m}$$

Secção do apoio:

$$\Delta\sigma_s = 2.0*0.0547*0.6EE-3/476.40EE-8 = 13.78 \text{ Mpa.}$$

$$\Delta\sigma_I = -2.0*0.0353*0.6EE-3/476.40EE-8 = -8.89 \text{ Mpa.}$$

Secção do tramo:

$$\Delta\sigma_s = -1.3 \cdot 0.0547 \cdot 0.6 \text{EE-}3 / 476.40 \text{EE-}8 = -8.95 \text{ Mpa.}$$

$$\Delta\sigma_i = 1.3 \cdot 0.0353 \cdot 0.6 \text{EE-}3 / 476.40 \text{EE-}8 = 5.78 \text{ Mpa.}$$

A regulamentação espanhola prevê o controle das tensões em fase construtiva, impondo as seguintes verificações.

-secções sobre escoras:

$$\text{Tracção máxima - } \sigma_s = \sigma_{cs} + M1/Wsh < +4.0 \text{ Mpa.}$$

$$\text{Compressão máxima - } \sigma_i = \sigma_{ci} - M1/Wih > -0.67fck.$$

- secções no vão:

$$\text{Compressão máxima - } \sigma_s = \sigma_{cs} - M2/Wsh > -0.67fck.$$

$$\text{Descompressão - } \sigma_i = \sigma_{ci} + M2/Wih < 0.0 \text{ Mpa.}$$

Nas quais:

- $M1$  e  $M2$  são os valores absolutos dos momentos sobre escoras e no vão, respectivamente;
- $Wih$  e  $Wsh$  são os módulos de flexão da secção homogeneizada da vigota, correspondentes às fibras inferior e superior, respectivamente;
- $\sigma_{ci}$  e  $\sigma_{cs}$  são as tensões com sinal negativo para compressão, nas fibras inferior e superior da vigota, respectivamente, produzidas pelo pré-esforço e tendo em conta as perdas de tensão;
- $fck$  é a resistência característica de compressão do betão da vigota.

A verificação destas condições impostas pela regulamentação espanhola justifica-se pelo facto de ser conveniente controlar as efectivas tensões instaladas nas vigotas, por forma a mais correctamente se definirem os esforços de fendilhação.

De notar que são admitidas tracções até 4 Mpa na fibra superior sobre escoras, uma vez que em fase definitiva esta ficará envolvida em betão e por isso protegida.

Nos exemplos em estudo, os valores que se obtêm são:

### CASO A:

$$M1 = 2.0 \text{ KNm/m}$$

$$M2 = 1.7 \text{ KNm/m}$$

$$Wih = (476.40 \text{EE-}8 / 0.0353) \cdot (1/0.35) = 3.86 \text{EE-}4 \text{ m}^3$$

$$Wsh = |476.40 \text{EE-}8 / (0.09 - 0.0353)| \cdot (1/0.35) = 2.48 \text{EE-}4 \text{ m}^3$$

$$F_p = 0.25 * 3.14 * (0.4^2 * 86.0 + 0.4^2 * 86.0 + 0.4^2 * 3 * 85.0)$$

$$F_p = 53.66 \text{ KN}$$

$$M_p = 0.25 * 3.14 * [0.4^2 * 86.0 * (0.072 - 0.0353) + 0.4^2 * 86.0 * (0.04 - 0.0353) + 0.4^2 * 3 * 85.0 * (0.02 - 0.0353)]$$

$$M_p = -0.043 \text{ KNm}$$

$$\sigma_{ci} = (-53.66 / 83.1 \text{EE-}4 - 0.043 * 0.0353 / 476.4 \text{EE-}8) \text{EE-}3$$

$$\sigma_{ci} = -6.78 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{cs} = |-53.66 / 83.1 \text{EE-}4 + 0.043 * (0.09 - 0.0353) / 476.4 \text{EE-}8| \text{EE-}3$$

$$\sigma_{cs} = -5.96 \text{ Mpa}$$

Secção sobre escoras:

$$\sigma_s = -5.96 + 2.0 \text{EE-}3 / 2.48 \text{EE-}4 = 2.10 \text{ Mpa} < 4.0 \text{ Mpa.}$$

$$\sigma_i = -6.78 - 2.0 \text{EE-}3 / 3.86 \text{EE-}4 = -11.96 \text{ Mpa} > -26.8 \text{ Mpa.}$$

Secção do vão 1:

$$\sigma_s = -5.96 - 1.7 \text{EE-}3 / 2.48 \text{EE-}4 = -12.81 \text{ Mpa} > -26.8 \text{ Mpa.}$$

$$\sigma_i = -6.78 + 1.7 \text{EE-}3 / 3.86 \text{EE-}4 = -2.38 \text{ Mpa} < 0.0 \text{ Mpa}$$

Secção do vão 2:

$$\sigma_s = -5.96 - 0.8 \text{EE-}3 / 2.48 \text{EE-}4 = -9.19 \text{ Mpa} > -26.8 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_i = -6.78 + 0.8 \text{EE-}3 / 3.86 \text{EE-}4 = -4.71 \text{ Mpa} < 0.0 \text{ Mpa}$$

### CASO B:

$$M_1 = 2.0 \text{ KNm/m}$$

$$M_2 = 1.3 \text{ KNm/m}$$

$$W_{ih} = (476.40 \text{EE-}8 / 0.0353) * (1/0.60) = 2.25 \text{EE-}4 \text{ m}^3$$

$$W_{sh} = [(476.40 \text{EE-}8 / (0.09 - 0.0353))] * (1/0.60) = 1.45 \text{EE-}4 \text{ m}^3$$

$$F_p = 0.25 \cdot 3.14 \cdot (0.4^2 \cdot 86.0 + 0.4^2 \cdot 86.0 + 0.4^2 \cdot 3 \cdot 85.0)$$

$$F_p = 53.66 \text{ KN}$$

$$M_p = 0.25 \cdot 3.14 \cdot [0.4^2 \cdot 86.0 \cdot (0.072 - 0.0353) + 0.4^2 \cdot 86.0 \cdot (0.040 - 0.0353) + 0.4^2 \cdot 3 \cdot 85.0 \cdot (0.02 - 0.0353)]$$

$$M_p = -0.043 \text{ Knm}$$

$$\sigma_i = (-53.66/83.1 \text{EE-}4 - 0.043 \cdot 0.0353/476.4 \text{EE-}8) \text{EE-}3$$

$$\sigma_i = -6.78 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_s = (-53.66/83.1 \text{EE-}4 + 0.043 \cdot (0.09 - 0.0353)/476.4 \text{EE-}8) \text{EE-}3$$

$$\sigma_s = -5.96 \text{ Mpa}$$

Secção sobre escoras:

$$\sigma_s = -5.96 + 2.0 \text{EE-}3/1.45 \text{EE-}4 = 7.83 \text{ Mpa} > 4.0 \text{ Mpa.}$$

$$\sigma_i = -6.78 - 2.0 \text{EE-}3/2.25 \text{EE-}4 = -15.67 \text{ Mpa} > -26.8 \text{ Mpa}$$

Secção do vão:

$$\sigma_s = -5.96 - 1.3 \text{EE-}3/1.45 \text{EE-}4 = -14.93 \text{ Mpa} > -26.8 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_i = -6.78 + 1.3 \text{EE-}3/2.25 \text{EE-}4 = -1.00 \text{ Mpa} < 0.0 \text{ Mpa}$$

Pelos cálculos efectuados na verificação das condições em ambos os casos analisados obtém-se uma tensão de tracção na fibra superior da secção sobre escoras, em torno do valor limite de 4.0 Mpa, considerado pela regulamentação espanhola como máximo admissível, valor que é substancialmente ultrapassado no caso B.

Embora não se possa generalizar esta situação, é bastante comum verificarem-se tensões de tracção de certa forma elevadas nestas secções, o que contudo não é motivo de grande preocupação pois, quer em termos de capacidade resistente imediata, quer em termos de durabilidade da estrutura, estas tracções não constituem perigo para a estabilidade.

Estas tensões ficam instaladas na vigota enquanto permanecer o escoramento e quando este for retirado, o esquema estático da estrutura é alterado, mas já numa estrutura com outras características, uma vez que a laje se encontra solidarizada pelo betão complementar de enchimento, que já possui alguma capacidade resistente, só se devendo verificar a retirada total do escoramento, quando garantida a resistência regulamentada para o betão de enchimento.

A retirada do escoramento, figuras 6.4 e 6.5, significa em termos estáticos, que as reacções do escoramento são anuladas, o que corresponde afinal à introdução de forças actuantes iguais e de sentido oposto a essas mesmas reacções.

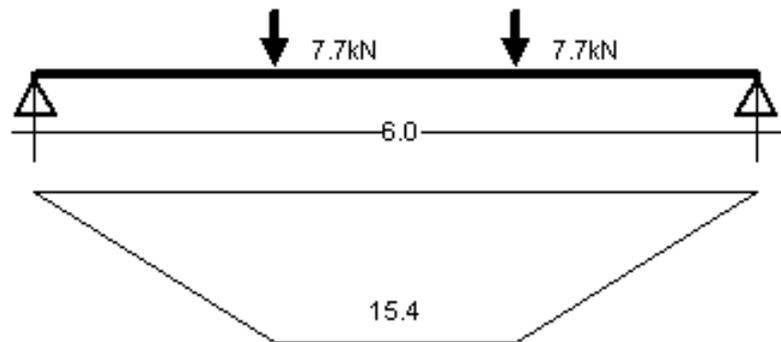


Fig. 6.4 – Retirada do escoramento

Desprezando o betão fendilhado, as características da secção são:

**CASO A:**

Posição do eixo neutro da secção fendilhada:

$$(0.35-0.12)*0.83*0.04*(X-0.02)+0.12*0.83*X^2/2-0.008310*(0.29-0.0353-X) = 0$$

$$0.007636*(X-0.02)+0.0498X^2-0.008310*(0.2447-X) = 0$$

$$X = -0.414119 \vee X = 0.0939$$

$$I = 0.35*0.83*X^3/3-(0.35-0.12)*0.83*(X-0.04)^3/3+476.4EE-8+0.008310*(0.29-0.0353-X)^2 = 1.9624EE-4 \text{ m}^4$$

Secção sob a carga:

$$\sigma'_s = -15.4*0.0939*0.35EE-3/1.9624 = -2.58 \text{ Mpa}$$

$$\sigma'_i = 15.4*(0.29-0.0939)*0.35EE-3/1.9624 = +5.39 \text{ Mpa}$$

As tensões finais são assim:

Apoio:

$$\sigma_s = -2.58+2.10 = -0.48 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_i = +5.39-11.96 = -6.57 \text{ Mpa}$$

Vão 1:

$$\sigma_s = 0.4*(-2.58)-12.81 = -13.84 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_i = 0.4*5.39-2.38 = -0.22 \text{ Mpa}$$

Vão 2:

$$\sigma_s = -2.58-9.19 = -11.77 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_i = +5.39-4.71 = +0.68 \text{ Mpa}$$

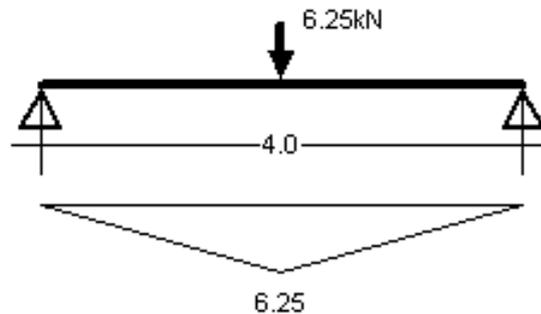
**CASO B:**

Fig. 6.5 – Retirada do escoramento

Posição do eixo neutro da secção fendilhada.

$$(0.60-0.12)*0.83*0.05*(X-0.025)+0.12*0.83*X^2/2-0.008310*(0.21-0.0353-X) = 0$$

$$0.01992*(X-0.025)+0.0498X^2-0.008310*(0.1747-X) = 0$$

$$X = -0.6281 \vee X = 0.06124$$

$$I = 0.6*0.83*X^3/3-(0.6-0.12)*0.83*(X-0.05)^3/3+476.40EE-8+$$

$$+0.008310*(0.21-0.0353-X)^2 = 1.496EE-4 \text{ m}^4$$

Secção sob a carga:

$$\sigma^s = -6.25*0.06124*0.6EE-3/1.496EE-4 = -1.54 \text{ Mpa}$$

$$\sigma^i = 6.25*(0.21-0.06124)*0.6EE-3/1.496EE-4 = 3.73 \text{ Mpa}$$

As tensões finais são assim:

Apoio:

$$\sigma_s = -1.54+7.83 = +6.29 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_i = 3.73-15.67 = -11.94 \text{ Mpa}$$

Vão:

$$\sigma_s = 0.4*(-1.54)-14.93 = -15.55 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_i = 0.4*3.73-1.00 = +0.49 \text{ Mpa}$$

Analisando as tensões podem ser obtidas conclusões diversas, em virtude do estado de tensões da secção da vigota, estado esse que se vai alterando em função das diferentes condições de apoio até à fase definitiva, situação que é solucionada a partir dos elementos de homologação.

Assim na laje A em que a secção de meio vão em fase definitiva não coincide com uma linha de escoramento, e portanto em fase provisória esteve sujeita a momentos do mesmo sinal que os da fase

definitiva, a vigota nesta secção de meio vão fica consideravelmente menos comprimida na sua face inferior em relação às tensões iniciais, pelo que a descompressão se verifica para um momento menor que o calculado através dos documentos de homologação.

Na laje B em que a secção de meio vão em fase definitiva coincide com uma linha de escoramento, há um ligeiro aumento de tensão de compressão instalada na vigota na sua face inferior, originando assim um momento de descompressão superior ao obtido através dos documentos de homologação.

Deste modo conclui-se que o processo construtivo tem uma importância bastante grande na definição dos momentos de estado limite de utilização, podendo pôr-se em causa o processo utilizado na sua determinação nos documentos de homologação.

### 6.3. NERVURAS TRANSVERSAIS

A presença de nervuras transversais vulgarmente designadas por tarugos têm como principal função a transmissão de esforços induzidos por cargas concentradas ao maior numero possível de vigotas, procurando-se conseguir deste modo um comportamento o mais próximo possível ao de uma laje maciça, em termos de distribuição transversal de esforços.

A influência destas nervuras ou tarugos foi analisada em computador, através de um conjunto de grelhas com diferentes tipos e distribuição de nervuras transversais, sujeitas a cargas concentradas, onde foi possível visualizar e analisar o comportamento dessas mesmas grelhas, quanto a distribuição dos esforços provenientes das cargas concentradas aplicadas em cada tipo de grelha estudada.

Foram analisadas lajes com diferentes espessuras e dentro de cada espessura, com camadas de betão complementar de espessuras diversas, também entrando em linha de conta com diferentes espaçamentos para as nervuras transversais, elementos a comentar neste capítulo.

As nervuras transversais foram colocadas com distanciamentos diferentes, figura 6.6, desde valores muito pequenos, (espaçamento de 1.0 m) até valores consideravelmente superiores, (espaçamento de 3.0 m), obtendo-se resultados que confirmam o que afinal é bem conhecido.

Assim, quando as nervuras transversais se encontram bastante afastadas, a distribuição transversal de esforços é deficiente, verificando-se que à mesma distância do apoio e consoante a localização transversal da secção em estudo, os esforços obtidos são extremamente diferentes, chegando-se em certos casos a inversão do sinal do momento flector.

Deste estudo pode então concluir-se que a função das nervuras é muito importante, particularmente no caso de aplicação de cargas concentradas, onde é da maior importância o seu correcto posicionamento tendo em vista a melhor distribuição da carga ou dos esforços consequentes, às vigotas adjacentes ao ponto da sua aplicação, interessando na resistência o maior numero de vigotas possível.

Também é de grande importância para o efeito de transmissão de esforços horizontais na direcção perpendicular às vigotas, para permitir que as lajes se possam considerar com comportamento indeformavel no seu plano, comportamento este que seria muito difícil de se supor, caso não estivesse presente o efeito solidarizador provocado pela existência destas nervuras transversais às vigotas.

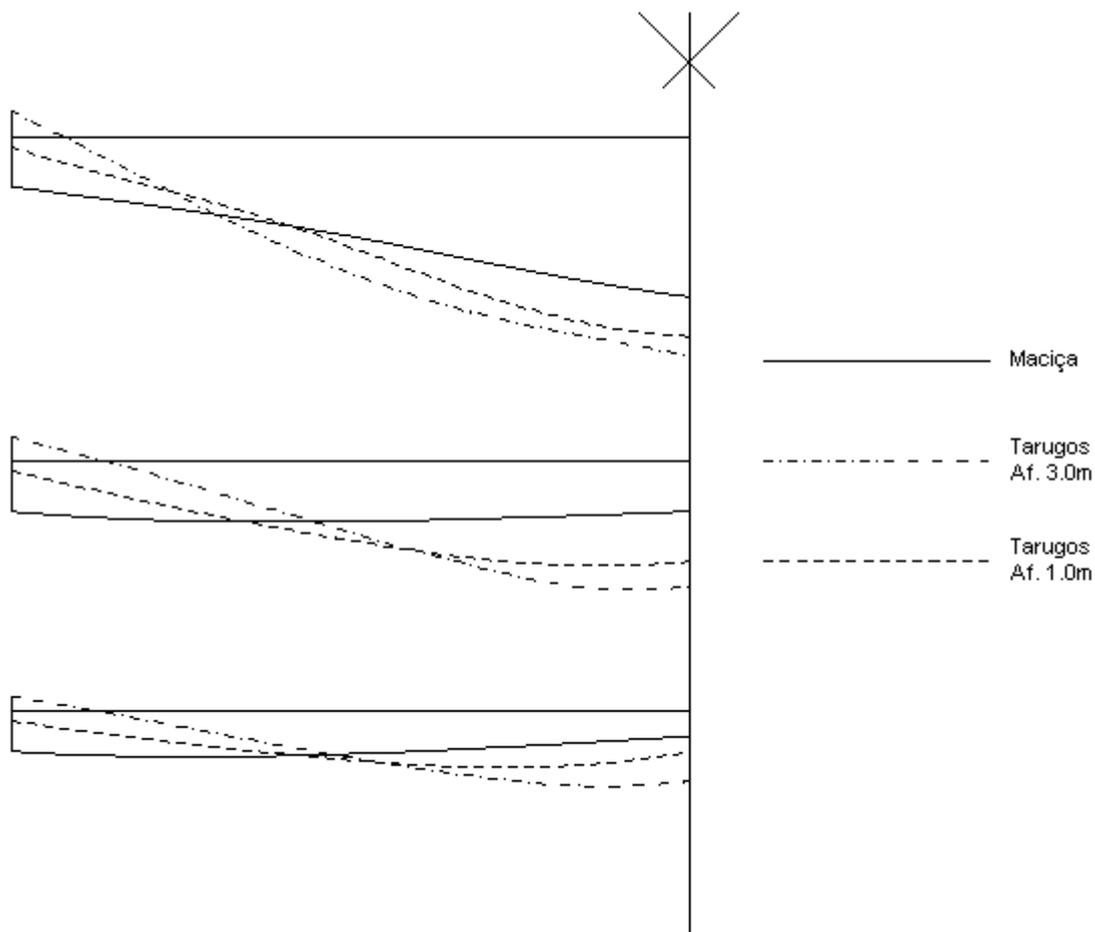


Fig. 6.6 – Distribuição transversal de momentos (corte transversal): (a) secção por 1/2; (b) secção por 1/3; (c) secção por 1/6

A distância entre eixos para estas nervuras transversais é definida no REBAP no art.º 114, para o caso de lajes armadas numa só direcção, como um valor variável que não deverá ultrapassar dez vezes a espessura da laje.

Apesar desta definição sugerida pelo REBAP, os documentos de homologação, documentos editados pelo LNEC para definir todos os aspectos relativos a estes produtos, sugerem um valor máximo de 2.0 m, qualquer que seja a espessura da laje, valor que compatibiliza uma e outra definição em grande parte da gama de pavimentos.

Em termos práticos esta definição quanto ao espaçamento das nervuras, apresentada nos documentos de homologação, vai ao encontro da real aplicação destes produtos, onde regra geral se aplicam pavimentos de espessura superior a 0.20 m, sendo as espessuras inferiores aplicadas em situação menos importantes, quanto ao cumprimentos de todos os requisitos.

As dimensões a adoptar para as nervuras transversais obedecem a critérios definidos a partir de ensaios efectuados nestes pavimentos, tendo naturalmente presente o referido para este efeito no REBAP no art.º 114, que indica um valor mínimo de 5 cm para a sua largura. E um valor não inferior a 0.8 vezes a espessura da laje para a altura das nervuras, que neste tipo de lajes e em virtude do processo construtivo, conduzem sempre a uma altura igual à altura da laje.

A quantidade de armadura necessária para estas nervuras deve no mínimo, ser igual a 10% da secção das armaduras das nervuras principais existentes, que neste caso é a armadura existente nas vigotas, numa largura das mesmas igual ao espaçamento das nervuras transversais, valor referido no artigo 116º do REBAP e aplicado sempre com varões colocados junto à face oposta à da actuação das cargas, dada a intenção de agregar o mais possível as vigotas entre si, solidarizando-as..

#### 6.4. ARMADURA DE DISTRIBUIÇÃO

A armadura de distribuição tem como função principal a distribuição transversal de cargas concentradas, controlando a fissuração do revestimento da face inferior da laje, contribuindo também para a solidarização transversal das lajes, acrescentando em tudo efeitos semelhantes aos referidos para as nervuras transversais.

Serve também para repartir as fissuras produzidas por retracção e por variações de temperatura, serve para dar resistência no plano da laje a acções horizontais, etc., pelo que é aconselhável dispor de armaduras nas duas direcções apesar de haver predominância de esforços na direcção perpendicular às vigotas.

A quantificação destas armaduras, tal como efectuada nos documentos de homologação é discutível, uma vez que aí é considerado que deverá ser o seu valor igual a 1/5 da secção da armadura principal existente, semelhante à quantificação efectuada no REBAP no art.º 108, para lajes maciças.

Justifica-se o parágrafo anterior porque é manifestamente diferenciado do funcionamento das lajes aligeiradas e a armadura de distribuição tem funções e comportamentos diversos nos dois casos, sendo a sua aplicação possível imediatamente acima das vigotas inserida na lajeta de compressão.

Por outro lado, no regulamento espanhol EF-88, Instrucción Para El Proyecto Y La Ejecucion de Forjados Unidireccionales de Hormigon Armado o Pretensado [5], a quantificação desta armadura é substancialmente diferente da quantificação acima referida.

De acordo com esta regulamentação é referido que a armadura de distribuição (6.1) colocada na direcção perpendicular às vigotas deverá ser igual ou superior a um valor tal que a secção total de armadura em  $\text{cm}^2/\text{m}$  seja dada pela expressão:

$$A1 = 500ho/fsyd \quad (6.1)$$

em que  $ho$  é a espessura da camada de betão complementar expressa em cm e  $fsyd$  expresso em  $\text{Kp}/\text{cm}^2$  aplicando-se na direcção das vigotas um valor de armadura igual a metade da anterior, ou seja  $Ad = 250ho/fsyd$ .

O CEB refere que a armadura a colocar na lajeta deste tipo de lajes deve ser em cada direcção, igual a 0.001 da secção de betão da lajeta.

A quantidade de armadura obtida como referido atrás é de concepção e valor final manifestamente diferente da referida nos documentos de homologação, que a quantifica como 20% da armadura principal do pavimento.

## 6.5. SOLIDARIZAÇÃO DOS APOIOS

Os extremos das vigotas devem ser sempre solidarizados entre si nos apoios dos pavimentos, através de cintas ou de vigas betonadas em conjunto com a camada de betão complementar, devendo a entrega das vigotas ser no mínimo igual a 10 cm.

Na direcção das vigotas devem igualmente prever-se cintas ou vigas, betonadas também em conjunto com a camada de betão complementar. Regra geral, são vigas dentro do mesmo esquema de dimensões das restantes vigas da estrutura. Quando não têm qualquer carga a solicitar, designam-se por vigas de bordadura com uma espessura igual à da laje.

Estas cintas ou vigas devem ser dimensionadas para as cargas que lhes estão directamente aplicadas, tais como paredes exteriores, bem como uma pequena largura de laje interessada na deformação da viga, tanto maior quanto mais rígida for a viga, podendo ser nula se a altura da viga for igual à da laje.

Esta solidarização de apoios deve incluir também o maciçamento em betão, de uma faixa intercalada entre os blocos de cofragem e as vigas ou cintas de apoio da laje, ou seja, não devemos levar os blocos até à face interior da viga onde é feito o apoio das vigotas. Deverá então deixar-se o último bloco afastado no mínimo 0.10 m da face da viga, fazer uma cofragem horizontal sob as vigotas e preencher com betão este espaço, dotando a viga de apoio de uma aba maciça.

## 6.6. ARMADURA NOS APOIOS

Sendo estes pavimentos particularmente vocacionados para resistirem a momentos positivos, é de todo o interesse limitar o mais possível o valor dos momentos negativos, evitando no entanto que se verifiquem importantes rotações nos apoios em consequência de fendilhação excessiva.

Deve assim procurar-se que os momentos nos apoios para a utilização frequente dos pavimentos  $M(G + \psi I Q)$  sejam absorvidos por armaduras passivas, permitindo-se que os esforços acima desses sejam redistribuídos para a zona central dos vãos.

Nos casos correntes, o valor de  $(G + \psi I Q)$  é cerca de metade de  $1.5(G + Q)$ , pelo que se pode afirmar que o momento negativo a redistribuir é de cerca de 50% do momento negativo máximo no apoio, quando efectuada a análise de esforços em estado limite último.

Tal como já anteriormente referido neste trabalho, não se pode deixar de comparar este valor com o especificado no REBAP relativamente à verificação da segurança de lajes em termos de acções, na alínea b) do parágrafo 3 do artigo 48º: "(.....) os momentos nos apoios devem ser, pelo menos metade dos valores dos momentos elásticos, (.....)".

Este modo de proceder justifica-se plenamente sob o ponto de vista económico, pois a uma redução para metade da armadura a colocar sobre os apoios corresponde uma mudança de uma determinada vigota para outra com um pouco mais de pré-esforço, com um custo apenas ligeiramente superior.

O cálculo e desenvolvimento da armadura para absorver o momento negativo deve ser convenientemente efectuada, levando em consideração a eventual existência de faixas maciças, bem como a alteração dos esforços resistentes na transição das zonas maciças para a zona corrente do pavimento.

Construtivamente, é boa norma que nos intervalos entre vigotas se coloque um número de blocos alternado, por forma que a ligação da zona maciça com a zona aligeirada do pavimento não seja efectuada em alinhamento recto, com maiores probabilidades de aparecimento de fissuras ao longo dessa ligação.

Também nos apoios de extremidade que no cálculo tenham sido admitidos como rótulas, se deve colocar uma armadura que absorva os esforços de tracção aí criados devido à restrição de rotação que efectivamente existe. A secção desta armadura pode empiricamente, ser considerada tal que possa absorver um momento da ordem de 20% do momento do vão e o seu comprimento deve ser tal que a armadura existente no apoio se encontre devidamente amarrada, o que se consegue correntemente considerado um desenvolvimento igual a  $1/5$  do vão do pavimento.



# 7

## EXEMPLO DE CÁLCULO

### 7.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo mostra-se um exemplo de cálculo de uma laje constituída por tramos, sendo um deles em consola.

Procura-se estabelecer um conjunto de princípios que de um modo geral se devem respeitar, por forma a conseguir uma capacidade resistente adequada não só em estados limites últimos, mas também em estados limites de utilização.

O documento de homologação que se utiliza para a realização deste exemplo de cálculo é o das lajes tipo PAVILECA, cujos estudos de reformulação serviram de base a este trabalho.

### 7.2. ESQUEMA ESTRUTURAL

A laje apresenta o seguinte esquema estrutural:



Fig. 7.1 - Esquema estrutural

### 7.3. ACÇÕES

Consideram-se as seguintes acções:

Paredes divisórias e revestimentos - 3.0 kN/m<sup>2</sup>.

Sobrecarga - 2.0 kN/m<sup>2</sup>, artigo 35° do R.S.A..

O valor do peso próprio será obtido a partir de um pré- dimensionamento a efectuar.

#### 7.4. PRÉ-DIMENSIONAMENTO

O valor do peso próprio é naturalmente função da altura da laje e do tipo e dimensões dos blocos de aligeiramento.

Não sendo os artigos 113º e 102º directamente aplicáveis a este tipo de lajes, pode tomar-se como primeiro valor indicativo da espessura um valor da ordem de 1/25 do vão máximo.

Consultando a tabela das lajes, pode verificar-se que lajes com espessuras desta ordem de grandeza, apresentam um valor de peso próprio que varia entre os 2.5 kN/m<sup>2</sup> e os 3.5 kN/m<sup>2</sup>, pelo que será razoável adoptar um valor de 3.0 kN/m<sup>2</sup>.

Obtêm-se assim os seguintes valores:

Cargas permanentes designadas por  $g = 6.0 \text{ kN/m}^2$ .

Sobrecarga designada por  $q = 2.0 \text{ kN/m}^2$ .

Como valor de momento máximo positivo (7.1) pode admitir-se um valor calculado pela expressão seguinte.

$$M_{sd} = pl^2/10 = 1.5 \cdot 8.0 \cdot 5.5^2/10 = 36.6 \text{ kNm/m.} \quad (7.1)$$

Das diversas possibilidades, quadro 7.1, podem referir-se as seguintes:

Quadro 7.1- Quadro de lajes Pavileca

LAJE	H (m)	PP (Kn/m <sup>2</sup> )	MRD (Knm/m)	VRD (Kn/m)	EI (m <sup>4</sup> )
VB2-23*20*24	0.24	3.28	37.1	39.5	18410
VB3-23*20*24	0.24	3.29	48.6	39.5	18473
VB3-38*20*24	0.24	2.74	34.5	27.1	14672

Qualquer uma das lajes sugeridas pelo documento de homologação apresentam um valor de peso próprio em torno do anteriormente considerado, pelo que a avaliação de cargas se pode considerar correcta.

## 7.5. ESTADOS LIMITES ULTIMOS DE RESISTÊNCIA

### 7.5.1. ESFORÇOS ELÁSTICOS

Os casos de carga a considerar são os seguintes:

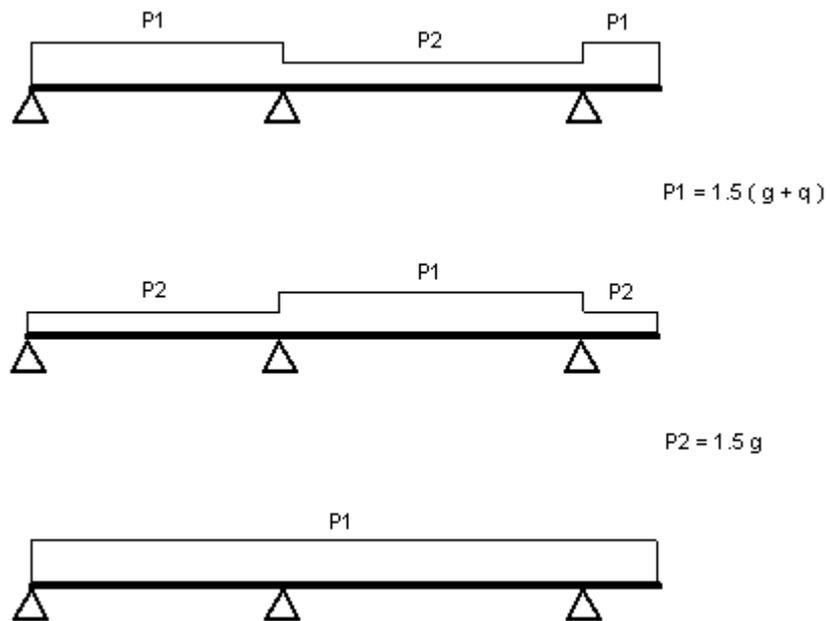


Fig. 7.2 - Casos de carga para estado limite ultimo

Os diagramas de momentos para os diversos casos de carga são os seguintes:

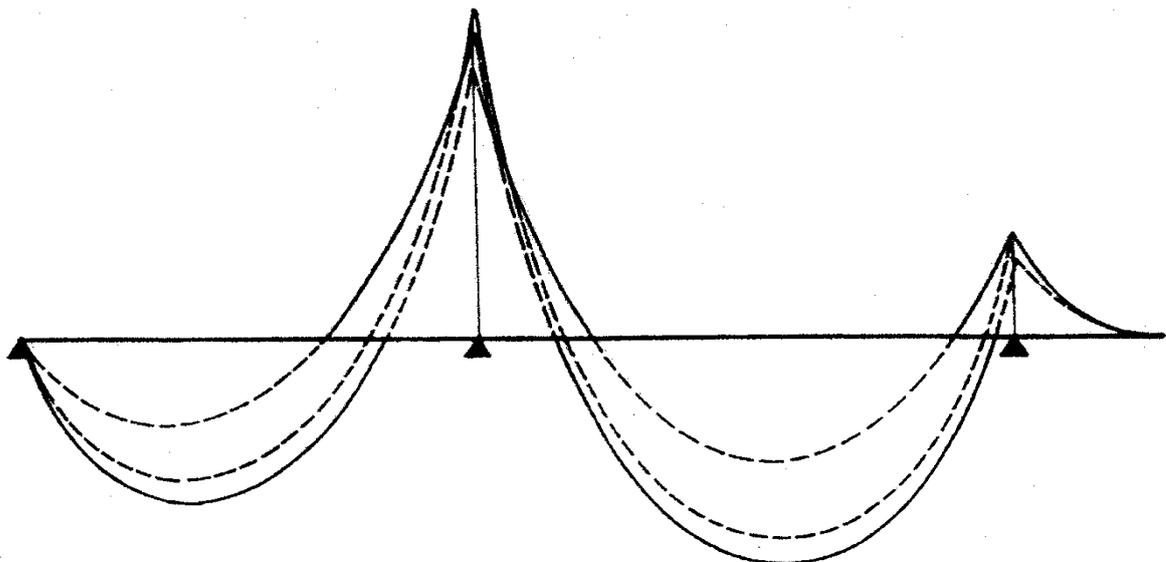


Fig. 7.3 - Envolvente de momentos para os casos de carga

### 7.5.2. REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS

Atendendo ao tipo de laje, é mais económico encarar maiores momentos positivos no vão do que elevados momentos negativos nos apoios, os quais exigiriam armadura suplementar elevada e alargamento das eventuais zonas maciças a prever. Sendo assim, procurou-se partindo dos diagramas elásticos, reduzir o momento negativo no apoio e modificar em consequência os momentos no vão, de forma a garantir o equilíbrio com a acção de cálculo aplicada.

A metodologia seguida consiste em recorrer a possibilidade de reduzir até 50% o momento negativo máximo, o que corresponde portanto à aplicação do método estático de análise plástica, método referido no artigo 48º do R.E.B.A.P..

Para a sua aplicação a condição de equilíbrio tem que ser satisfeita, com base no diagrama de momentos estaticamente admissível e a condição de resistência, a ser garantida pela escolha de uma laje aligeirada, que resista ao momento no vão e pelo dimensionamento da armadura negativa, para o momento sobre o apoio.

Nos casos de carga que não conduzem ao momento negativo máximo, optou-se por considerar o valor atrás referido que é de  $50\% \cdot M_{\max-}$ , por forma a simplificar o traçado do diagrama e a não aumentar desnecessariamente os momentos no vão.

Efectuando esta redistribuição, os novos diagramas de momentos passam a ser:

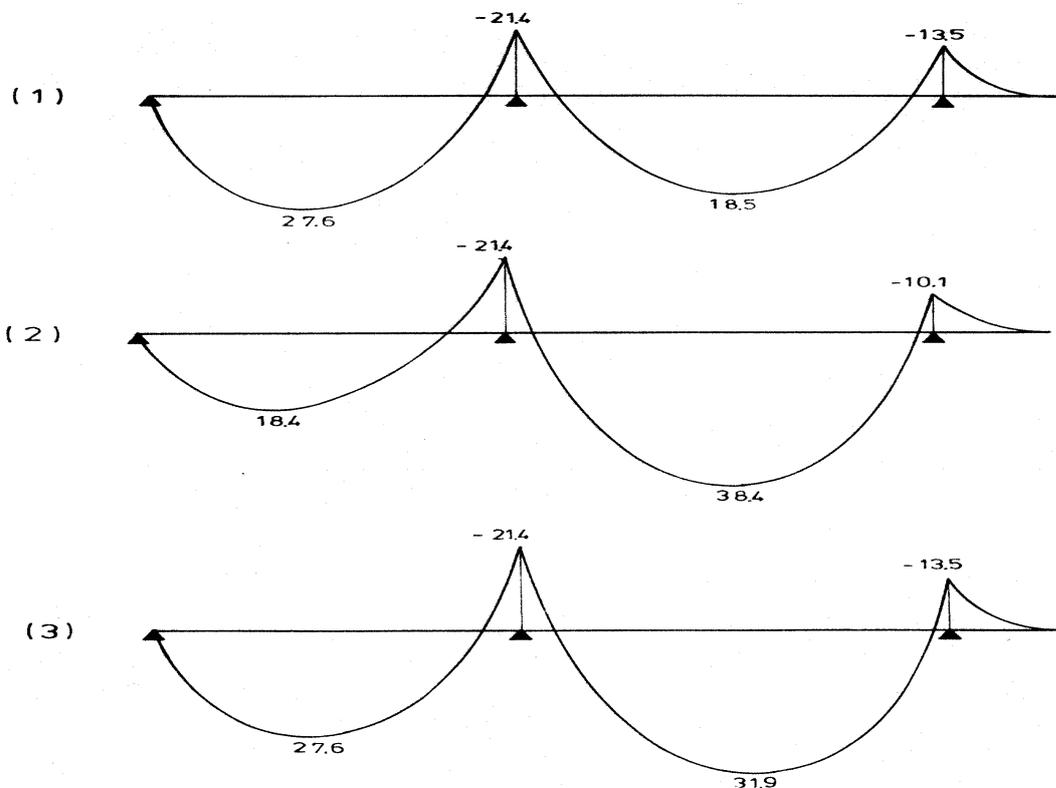


Fig. 7.4. - Momentos após redistribuição

O novo diagrama envolvente é:

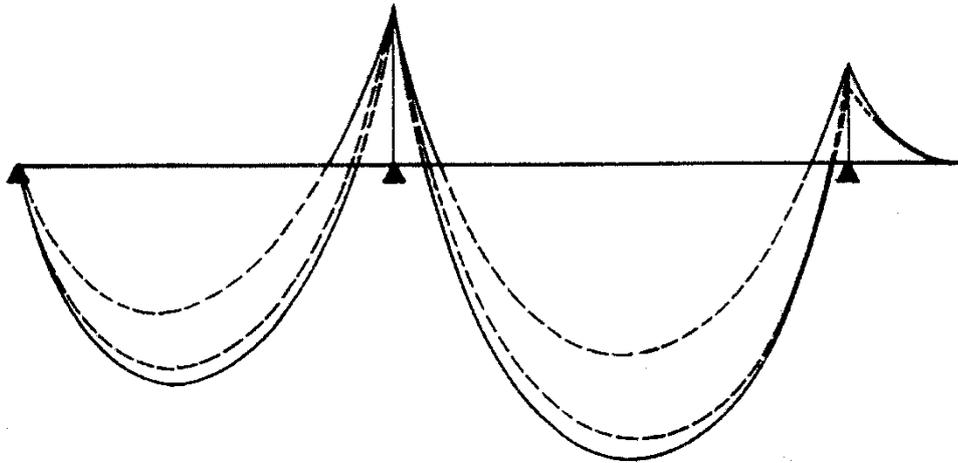


Fig. 7.5 - Envolvente de momentos após redistribuição

Paralelamente pode indicar-se o diagrama de esforços transversos correspondente ao diagrama final de momentos flectores:

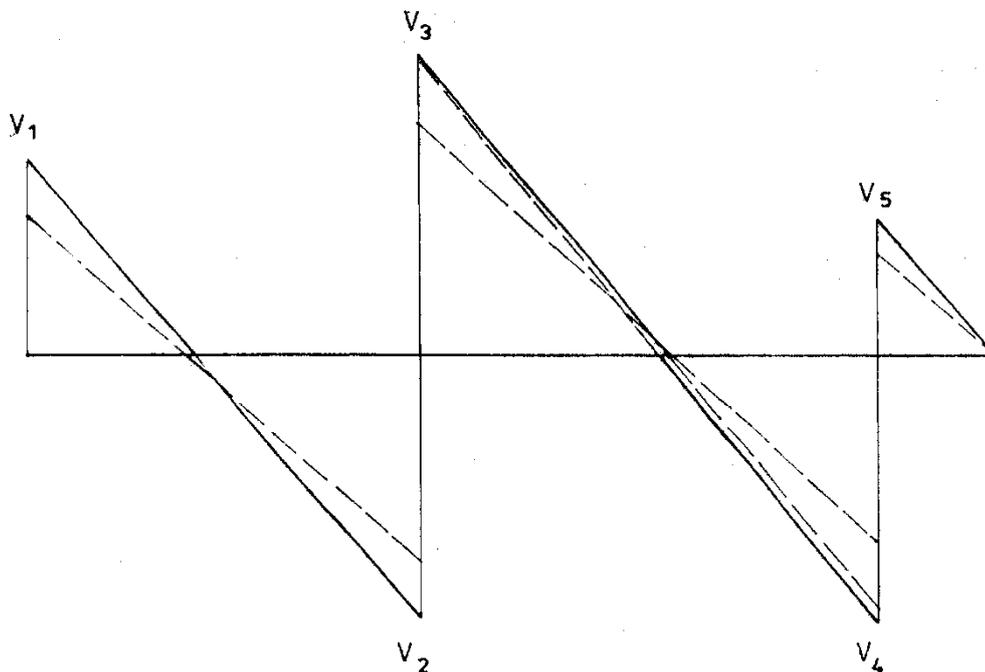


Fig. 7.6 - Diagramas de esforços transversos

$V_1 = 25.7$ ;  $V_2 = 34.3$ ;  $V_3 = 37.9$ ;  $V_4 = 34.1$ ;  $V_5 = 18.0$  kN

### 7.5.3 - TIPO DE LAJE.

Tramo 1:

$$Msd \text{ max} = 27.6 \text{ kNm/m}$$

$$Vsd \text{ max} = 34.3 \text{ kN/m}$$

Laje tipo Pavileca VB2-23\*20\*24:

$$Mrd = 37.1 \text{ kNm/m}$$

$$Vrd = 39.5 \text{ kN/m}$$

Tramo 2:

$$Msd \text{ max} = 38.4 \text{ kNm/m}$$

$$Vsd \text{ max} = 37.9 \text{ kN/m}$$

Laje tipo Pavileca VB3-23\*20\*24:

$$Mrd = 48.6 \text{ kNm/m}$$

$$Vrd = 39.5 \text{ kN/m}$$

Atendendo ao facto de ser  $Vrd \geq Vsd$ , não há a efectuar qualquer cálculo para o maciçamento de laje junto ao apoio.

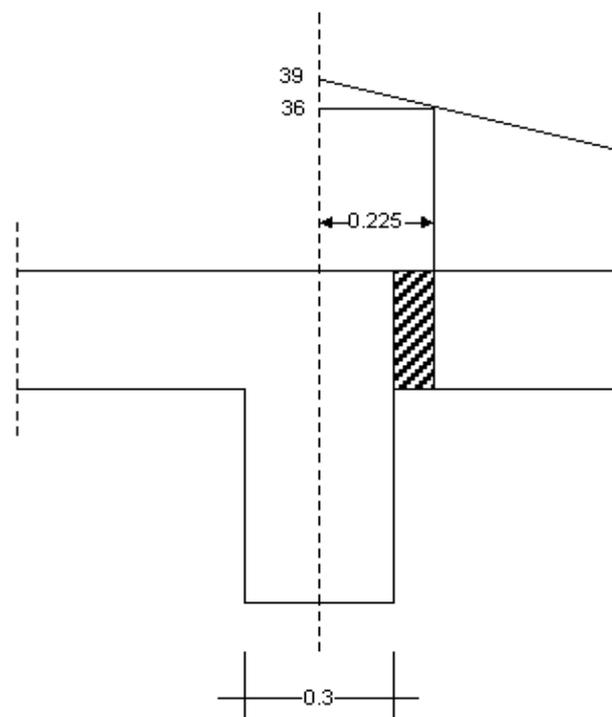


Fig. 7.7 - Maciçamento junto ao apoio

Caso se verificasse que o valor resistente do esforço transversal fosse inferior, a exemplo da figura o comprimento calculado da zona maciça seria 0.075m, no caso de a largura da viga ser de 0.30m, o que atendendo às disposições construtivas correntes de maciçar uma zona de comprimento da ordem de 0.10 m a 0.20 m, o valor no caso exemplificado seria aceitável.

É importante não esquecer que estes valores de esforços ( $M_{sd}$  e  $V_{sd}$ ) só são válidos se for previsto uma armadura para absorver os momentos negativos sobre os apoios.

Apoio 1:

$$M_{sdmax-} = -21.4 \text{ kNm/m}$$

$$\mu = 0.040$$

$$A_s = 3.2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Apoio 2:

$$M_{sdmax-} = -13.5 \text{ kNm/m}$$

$$\mu = 0.025$$

$$A_s = 2.0 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## 7.6. ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

### 7.6.1. FENDILHAÇÃO

Esta verificação de segurança é efectuada para a combinação de acções frequentes, devendo-se prever alternância de sobrecarga.

Assim os carregamentos a analisar são:

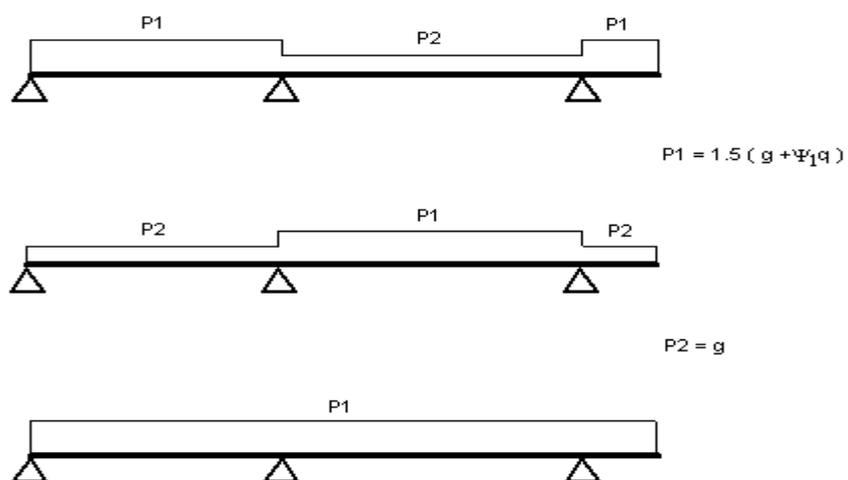


Fig. 7.8 - Casos de carga para estado limite de utilização

Os momentos actuantes no vão em cada um dos tramos são:

$$M_{\text{tramo1+}} = 11.06 \text{ KNm/m} < M_{\text{fctk}} = 26.6 \text{ kNm/m}$$

$$M_{\text{tramo2+}} = 15.43 \text{ KNm/m} < M_{\text{fctk}} = 26.4 \text{ kNm/m}$$

No entanto no apoio é desenvolvido um momento:

$$M_{\text{máx-}} = -23.55 \text{ kNm/m}$$

Superior em valor absoluto, ao momento de dimensionamento das armaduras que foi  $M_{\text{sdmáx}}=21.4 \text{ KNm/m}$ .

Em face deste facto, duas opções se podem tomar:

- Manter a armadura prevista para resistir ao momento negativo, obtido pela análise em estado limite ultimo de resistência, originando por este facto uma redistribuição de momentos, possível desde que o valor de  $M_{\text{fctk}}$  da laje, seja superior ao momento que se obteria no vão após a referida redistribuição;
- Aumentar a armadura no apoio por forma a resistir ao momento instalado em serviço para a combinação de acções frequentes.

O primeiro procedimento dará origem a uma solução mais económica na grande maioria dos casos, pois mantém-se a armadura no apoio e a diferença entre o momento actuante no vão e o correspondente valor de  $M_{\text{fctk}}$  é suficiente para absorver a redistribuição de momento.

No caso presente, o momento do tramo 2 de valor 15.43 KNm/m passaria a ser 16.08 KNm/m, ainda inferior a 26.4 KNm/m, sendo preferível optar pelo segundo procedimento, para não se dar origem a fendilhação em fase de serviço.

Deste modo e de acordo com o que se disse anteriormente, deve dimensionar-se armadura sobre o apoio, para absorver um momento de -23.55 KNm/m.

$$M_{\text{sd}} = -23.55 \text{ kNm/m}$$

$$\mu=0,044$$

$$A_{\text{s}} = 3.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

## 7.6.2. DEFORMAÇÃO

O cálculo da flecha elástica é efectuado através do ábaco apresentado na figura 7.9, que se utiliza recorrendo aos diagramas de momentos correspondentes aos tramos 1 e 2, para os carregamentos indicados na figura 7.8.

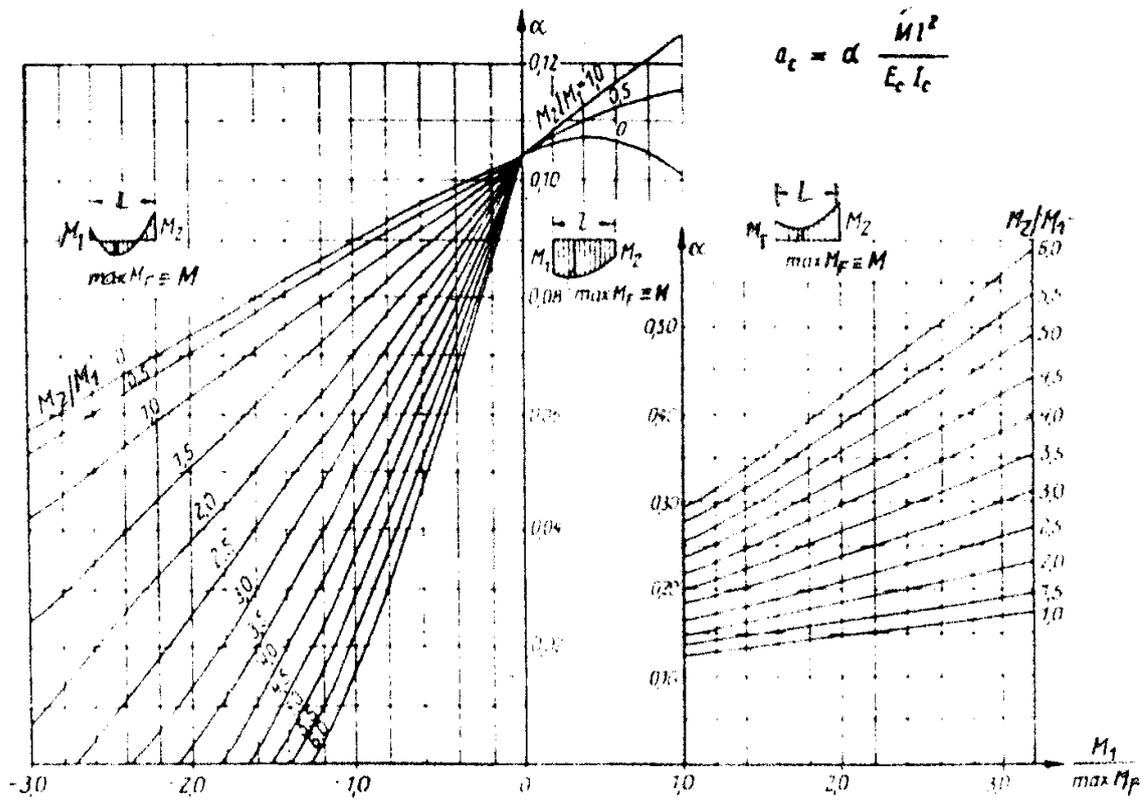


Fig. 7.9 - Ábaco para cálculo da flecha elástica

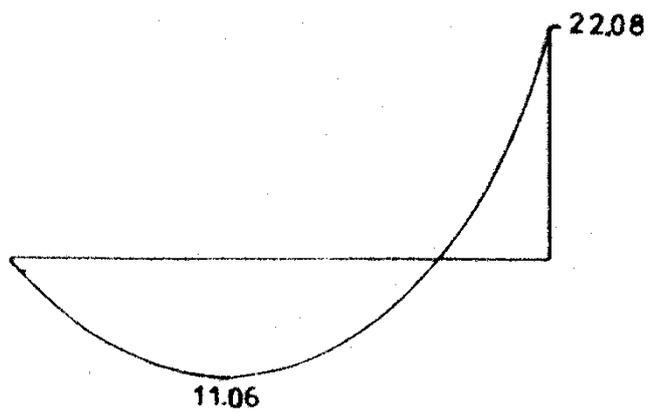


Fig. 7.10 - Momentos flectores no tramo 1

Recorrendo ao ábaco da fig. 7.9 temos a seguinte flecha para o tramo 1:

$$M_2 = 0$$

$$M_1 = -22.08 \text{ kNm/m}$$

$$M = \max M_f = 11.06 \text{ kNm/m}$$

$$M_2/M_1 = 0$$

$$M_1/\max M_f = -2.0$$

Pela leitura do ábaco tem-se:

$$\alpha = 0.073$$

$$a_c = 0.073 * 11.06 * 5.0^2 / 18410 = 1.1 \text{EE-3 m}$$

$$f_{\infty} = 1.1 \text{EE-3} * (1 + 2 * 6.0 / 6.6) = 3.1 \text{EE-3 m}$$

$$f_{\infty} = 3.1 \text{ mm} = 1/1612 < 1/400$$

No que se refere ao tramo 2, o diagrama é o seguinte:

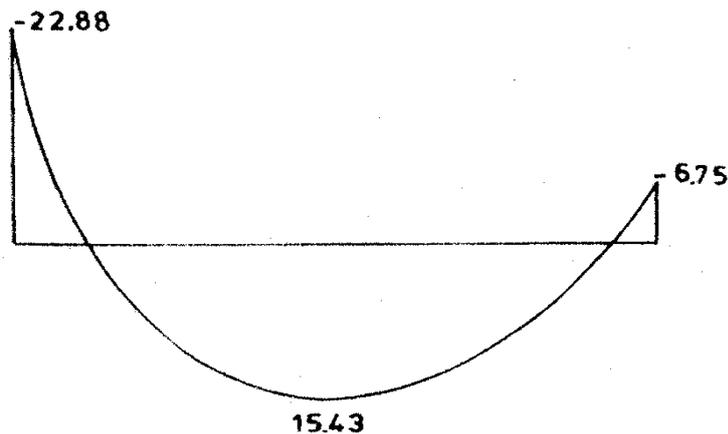


Fig. 7.11 - Momentos flectores no tramo 2

$$M_1 = -6.75 \text{ kNm/m}$$

$$M_2 = -22.88 \text{ kNm/m}$$

$$M = \max M_f = 15.43 \text{ kNm/m}$$

$$M_2/M_1 = 3.4$$

$$M_1/\max M_f = -0.44$$

$$\alpha = 0.08$$

$$a_c = 0.08 * 15.43 * 6.0^2 / 18473 = 2.41 \text{EE-3 m}$$

$$f_{\infty} = 2.41 \text{EE-3} * (1 + 2 * 6.0 / 6.6) = 6.8 \text{EE-3 m}$$

$$f_{\infty} = 6.8 \text{ mm} = 1/882 < 1/400$$

Caso cada um dos tramos fosse simplesmente apoiado ter-se-iam os seguintes valores para as respectivas flechas:

Tramo 1:

$$f = |(5*6.6*5.0^4)/(384*18410)|(1+2*6.0/6.6)$$

$$f = 8.2\text{EE-}3 \text{ m} = 8.2 \text{ mm} = 1/610 < 1/400$$

Tramo 2:

$$f = |(5*6.6*6.0^4)/(384*18473)|(1+2*6.0/6.6)$$

$$f = 1.7\text{EE-}2 \text{ m} = 17 \text{ mm} = 1/353 > 1/400$$

Verificando-se por estes cálculos e supondo-se que ambos os tramos em estudo, são considerados como simplesmente apoiados, que no tramo 2 não se respeitaria este estado limite, pois o valor calculado da flecha elástica ultrapassa o limite imposto de 1/400.

## 7.7. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

### 7.7.1. A ARMADURA DE DISTRIBUIÇÃO

Como referido no capítulo 2º, o R.E.B.A.P. não quantifica o valor a adoptar para armadura de distribuição, mas tão somente indica espaçamentos máximos que são, 25 cm na direcção perpendicular às vigotas e 35 cm na direcção das vigotas.

Os documentos de homologação definem um valor a adoptar para a armadura de distribuição que no presente caso é:

Tramo 1:  $Adist = 0.80 \text{ cm}^2/\text{m}$  (A500)

Tramo 2:  $Adist = 1.10 \text{ cm}^2/\text{m}$  (A500)

Adopta-se uma malha AQ38 com área total em cada direcção de  $1.13 \text{ cm}^2/\text{m}$  e com espaçamentos de varões de 10 cm.

### 7.7.2. NERVURAS TRANSVERSAIS

O R.E.B.A.P. quantifica no artigo 116º o valor de armadura longitudinal a adoptar nestas nervuras que deve ser 10% da secção das armaduras das nervuras principais existentes numa largura igual ao espaçamento das nervuras transversais.

Relativamente à distância entre nervuras transversais pode tomar-se o correspondente à colocação de duas nervuras por cada painel de laje.

Há essencialmente duas maneiras equivalentes de obter esta armadura, uma (a) através do referido no artigo 116º do R.E.B.A.P. e já mencionado anteriormente em 6.3, a outra (b) através do exposto nos documentos de homologação:

(a) TRAMO 1:  $M_{rd} = 31.5 \text{ KNm/m}$   
 $\mu = 0.051$   
 $A_s = 0.0532 * 2150 * 13.3 / 348 = 4,4 \text{ cm}^2/\text{m}$   
 $A_{star} = 0.1 * 4.4 * 5.0 / 3 = 0.73 \text{ cm}^2/\text{m}$

(a) TRAMO 2:  $M_{rd} = 38.9 \text{ KNm/m}$   
 $\mu = 0.063$   
 $A_s = 0.066 * 2150 * 13.3 / 348 = 5.4 \text{ cm}^2/\text{m}$   
 $A_{star} = 0.1 * 5.4 * 6.0 / 3 = 1.08 \text{ cm}^2/\text{m}$

(b) TRAMO 1:  $A_{star} = (1330 * 4 * 3.14 * 0.4^2 * 5.0) / (10 * 348 * 0.45 * 4 * 3)$   
 $A_{star} = 0.72 \text{ cm}^2$

(b) TRAMO 2:  $A_{star} = (1330 * 5 * 3.14 * 0.4^2 * 6.0) / (10 * 348 * 0.45 * 4 * 3)$   
 $A_{star} = 1.07 \text{ cm}^2$

### 7.7.3. ARMADURA DE MOMENTOS NEGATIVOS

Como atrás referido, é necessário calcular armadura para absorver o momento negativo com um valor de  $-23.55 \text{ KNm/m}$ .

$M_{sd} = 23.55 \text{ KNm/m}$   
 $\mu = 0.038$   
 $A_s = 0.0396 * 2150 * 13.3 / 348 = 3.25 \text{ cm}^2/\text{m}$

A armadura de distribuição existente tem uma área equivalente em aço A400 dada pela expressão seguinte:

$1.13 * 435 / 348 = 1.41 \text{ cm}^2/\text{m}$

A área de varões necessária é pois:

$A_s = 3.25 - 1.41 = 1.84 \text{ cm}^2/\text{m}$

$A_s = \phi 8 / 0.20 \text{ m}$ .

Como esta armadura se prolonga pela zona aligeirada, é necessário calcular o seu momento resistente nessa zona.

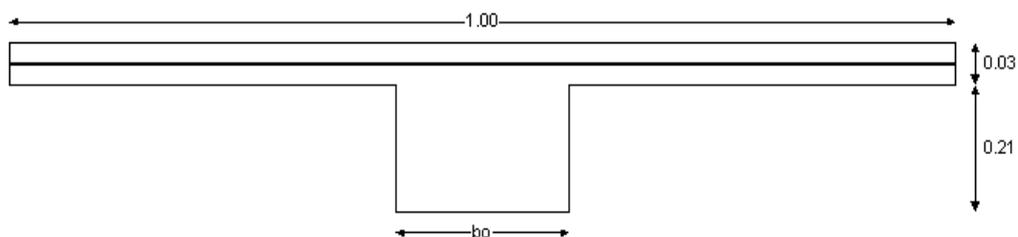


Fig. 7.12 - Secção resistente em zona aligeirada

$$b_o = 0.12/0.45 = 0.267 \text{ m}$$

$$A_s = 0.45/0.18 + 1.41 = 3.91 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$W = (3.91)/(26.7*21.5)*348/13.3 = 0.1782$$

$$\mu = 0.1505$$

$$M_{rd} = 24.70 \text{ KNm/m}$$

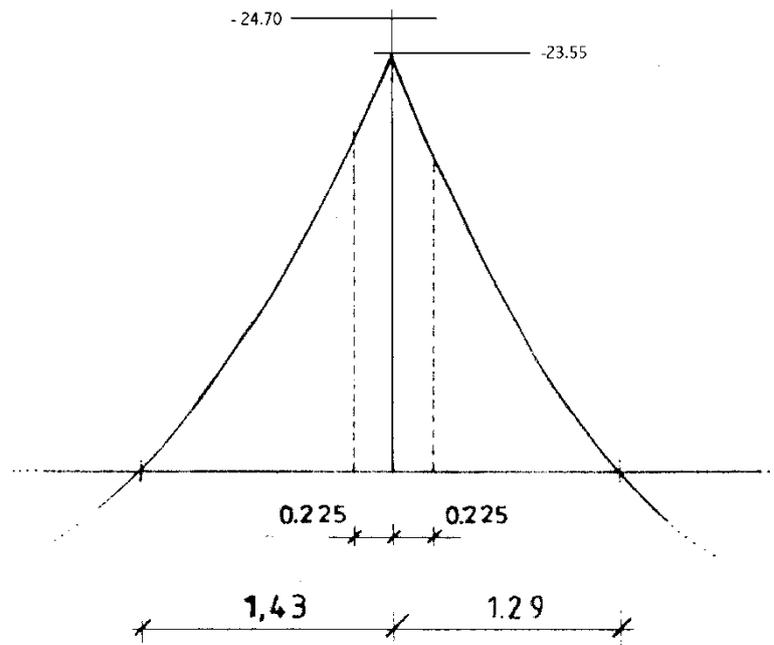


Fig. 7.13 - Momentos solicitante e resistente

Como se pode verificar, o momento resistente da secção aligeirada com a armadura dimensionada para o apoio é superior ao momento que se verifica na transição entre a zona maciça e a zona aligeirada, ou dito de outro modo, a distância a que se verifica um momento solicitante de valor igual ao momento resistente da secção aligeirada é inferior ao comprimento de maciçamento.

Momento resistente da armadura de distribuição:

$$W = (1.13)/(26.7*21.5)*435/13.3 = 0.0644$$

$$\mu = 0.0602$$

$$M_{rd} = 9.85 \text{ KNm/m}$$

$$A = 1.5*0.215 + 35*0.008 = 0.60 \text{ m}$$

Originando os seguintes comprimentos de armadura:

Comprimento no tramo 1: 1.76 m

Comprimento no tramo 2: 1.63 m

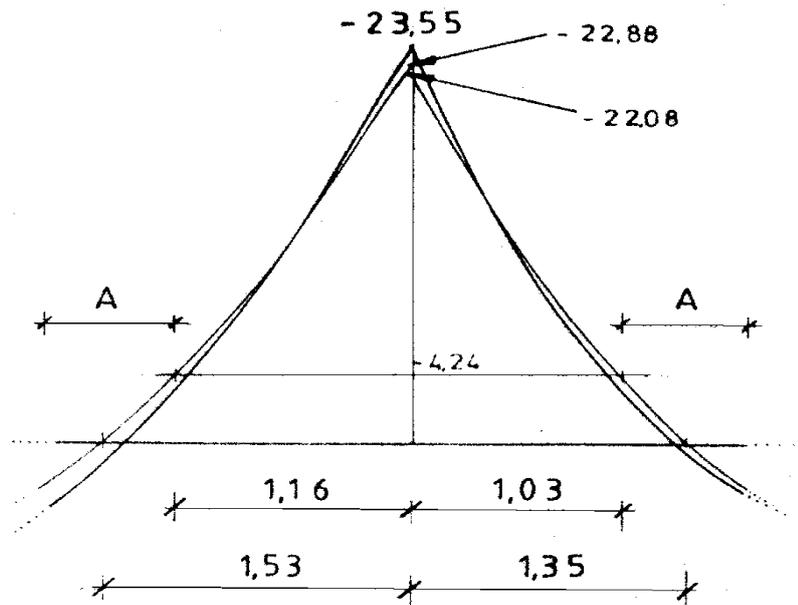


Fig. 7.14 - Momentos negativos e pontos de momento nulo

Por outro lado, basta prolongar a armadura para além do ponto de momento nulo do maior dos valores seguintes:

$$\text{Max}[10\phi = 0.08 \text{ m}; 0.10 \text{ m}; 0.3 \cdot 35\phi = 0.084 \text{ m}] = 0.10 \text{ m}$$

Deste modo o comprimento da armadura deve ser:

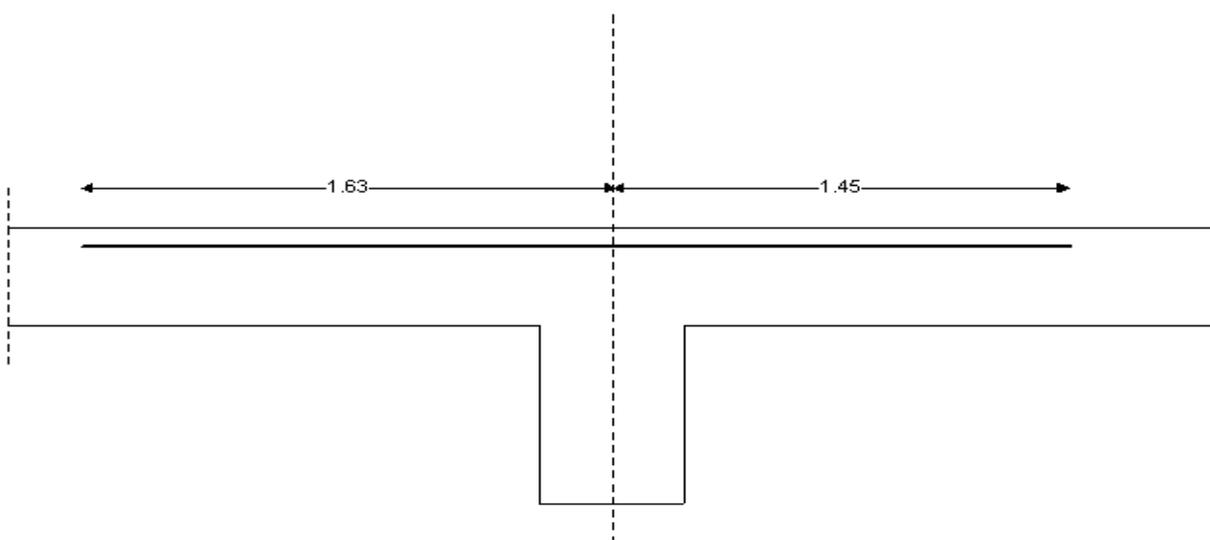


Fig. 7.15 - Comprimento da armadura superior

## 7.8. CONSOLA

A zona da consola pode ser concebida de dois modos diferentes:

- maciça.
- aligeirada com continuação das vigotas do tramo 2.

A solução a) permite diminuir a altura da laje, uma vez que o vão é pequeno:

$$h = 0.12$$

$$g = 6.0 \text{ KN/m}^2$$

$$q = 2.0 \text{ KN/m}^2$$

$$M_{sd} = 13.5 \text{ KNm/m}$$

$$\mu = 0.125$$

$$A_s = 4.9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

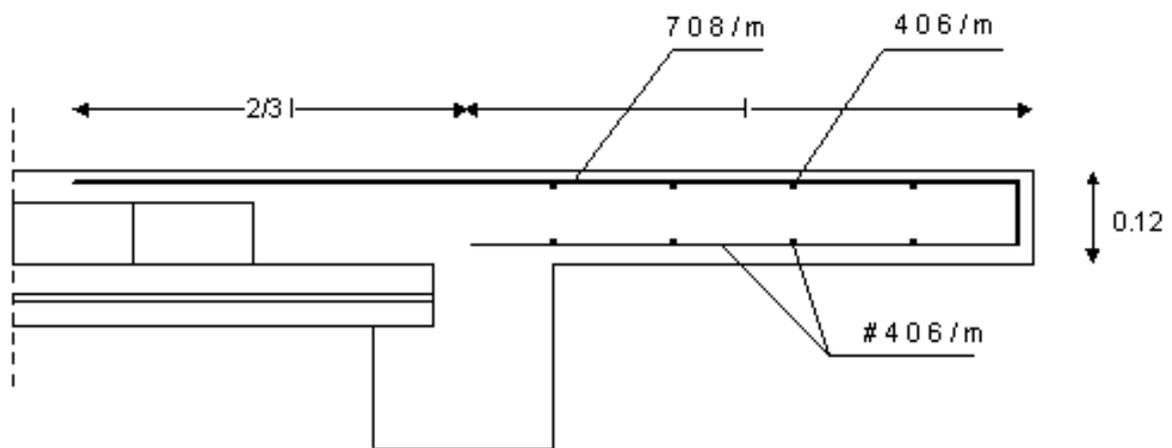


Fig. 7.16 - Armadura da consola

Na solução b), é necessário proceder não só à verificação da segurança relativamente ao estado limite último de resistência mas também à verificação da tensão de compressão instalada na vigota.

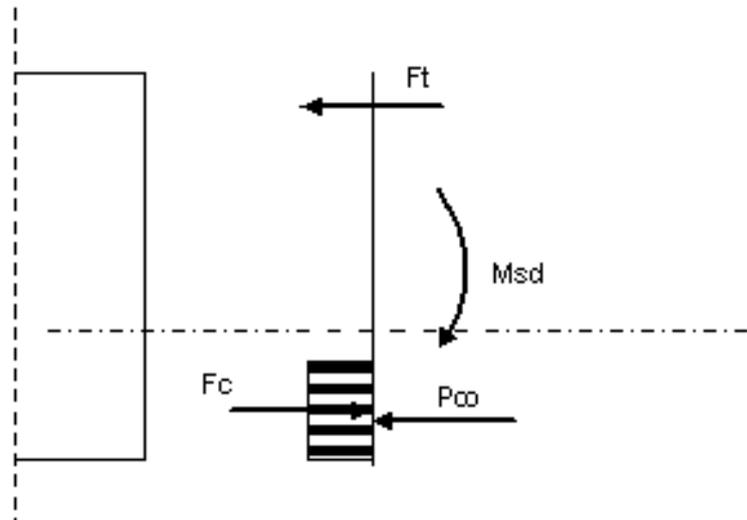


Fig. 7.17 - Verificação em relação ao estado limite ultimo de resistência

$$Msd = 13.5 \text{ KNm/m}$$

$$P_{\infty} = 3.14/4 * (3 * 0.4^2 * 85 + 0.4^2 * 86 + 0.4^2 * 86) / 0.45$$

$$P_{\infty} = 119.2 \text{ KN/m}$$

Admitindo que o eixo neutro se encontra abaixo do betão complementar, tem-se:

$$F_c = 0.85 * 26700 * 0.267 * 0.8X = 4842X$$

$$\Sigma M_{pt} = 0$$

$$13.5 + 119.2 * (0.24 - 0.03 - 0.032) = 4842X * (0.24 - 0.03 - 0.4X)$$

$$35.40 = 1016.78X - 1936.8X^2$$

$$X = 0.4878 \vee X = 0.037$$

$$F_t + P_{\infty} = F_c$$

$$F_t = 58.49 \text{ KN/m}$$

$$A_s = 1.68 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Este cálculo deve ser acompanhado de uma verificação da tensão de compressão nas vigotas provocada pela instalação do momento exterior.

Força de pré-esforço:

$$P_{\infty} = 53.6 \text{ KN por vigota}$$

Momento de pré-esforço:

$$M_{pe} = 3.14/4 * [3 * 0.4^2 * 85 * (0.035 - 0.020) + 0.4^2 * 86 * (0.035 - 0.040) + 0.4^2 * 86 * (0.035 - 0.070)]$$

$$M_{pe} = 0.10 \text{ KNm}$$

Tensões devidas ao pré-esforço:

$$\sigma_s = [-53.6/83.1EE-4 + 0.10*(0.09-0.035)/476.40EE-8]EE-3$$

$$\sigma_s = -5.30 \text{ MPa}$$

$$\sigma_i = (-53.6/83.1EE-4 - 0.10*0.035/476.40EE-8)EE-3$$

$$\sigma_i = -7.18 \text{ MPa}$$

Tensões devidas ao momento exterior aplicado:

$$EI = 18473 \text{ KNm}^2/\text{m}$$

$$I = 18473/(35.0*1.1EE6) = 0.0005 \text{ m}^4/\text{m}$$

pelo que se tem:

$$I = 0.000216 \text{ m}^4 \text{ por vigota.}$$

$$M_s = 9.0*0.45 = 4.05 \text{ KNm por vigota.}$$

$$M_{fctk} = 26.4 = W_{ci}*(1000+7180)$$

$$W_{ci} = 0.0032 \text{ m}^3/\text{m}$$

$$W_{ci} = 0.001452 \text{ m}^3/\text{vigota.}$$

$$h-X = I/W_{ci} = 0.149 \text{ m}$$

$$X = 0.091 \text{ m}$$

$$W_{cs} = 0.001452*0.149/0.091 = 0.00238 \text{ m}^3/\text{vigota}$$

$$\sigma_s = +4.05EE-3/0.00238 = +1.70 \text{ MPa}$$

$$\sigma_i = -4.05EE-3/0.001452 = -2.79 \text{ MPa}$$

Deste modo a tensão na fibra inferior toma o valor:

$$\sigma_i = -9.97 \text{ MPa} > f_{cd} = -26.7 \text{ MPa}$$

Como se pode verificar, o agravamento de tensões de compressão nas vigotas é perfeitamente comportável com a sua capacidade resistente, pelo que pode ser uma boa solução a continuação das vigotas até ao bordo da consola, colocando na secção de encastramento a armadura necessária para verificar a segurança em relação ao estado limite último de resistência.

O traçado da armadura em qualquer das soluções deve naturalmente respeitar o traçado do diagrama de momentos, podendo proceder-se de um modo análogo ao seguido em 7.7.3:

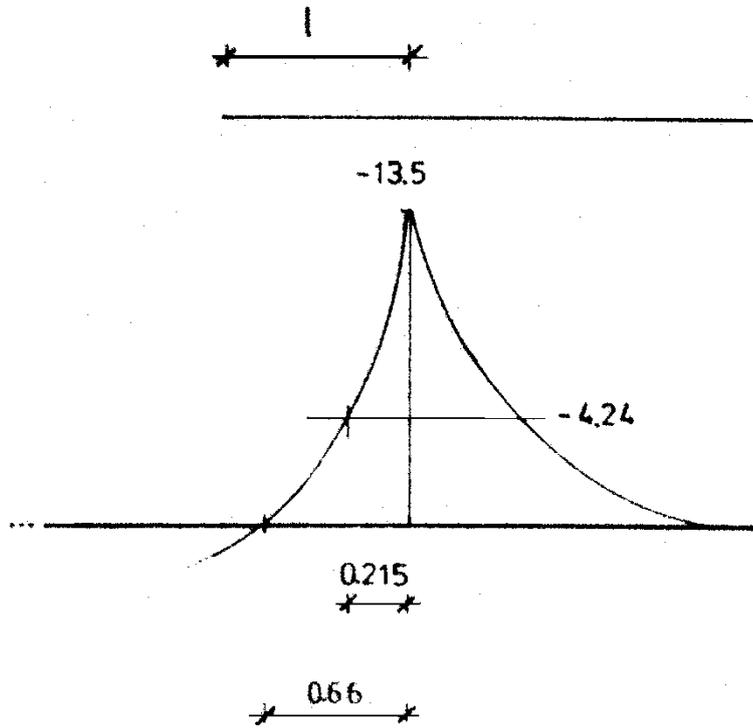


Fig. 7.18 - Traçado das armaduras

$$l = \min[0.215 + 1.5 \cdot 0.21 + 35 \cdot 0.008; 0.66 + 1.5 \cdot 0.21 + 0.10]$$

$$l = \min[0.81; 1.075]$$

$$l = 0.81 \text{ m.}$$

# 8

## CONCLUSÃO

Para concluir, apresentam-se conclusões do trabalho, de carácter geral.

O exemplo prático apresentado no capítulo 7 constitui um exemplo aplicável a casos práticos de obra, pelo que poderá ser considerado o objetivo principal deste trabalho. Os outros exemplos apresentados são também importantes, mas numa vertente mais académica. Podem ser considerados como orientações que podem contribuir para a boa compreensão dos fenómenos envolvidos na preparação e produção dos componentes das lajes, especialmente no que se refere ao componente de maior relevância, a vigota.

O tema é tratado de uma forma genérica e bastante abrangente, conforme indica o título “Pavimentos Aligeirados de Vigotas”, sendo o resultado de um trabalho extenso no âmbito da reformulação do documento de homologação da empresa Pavileca. Apresentam-se cálculos com diversos objetivos específicos, tais como o cálculo orgânico das vigotas, o cálculo orgânico de um pavimento para determinação do momento e esforço transversal resistentes, o cálculo de tensões atuantes na fase de construção (onde se pretende analisar a influência do escoramento), o cálculo mais simples para obtenção de valores resistentes a partir de resultados de ensaios, e finalmente o estudo de um exemplo prático.

Além disso, não são apresentados apenas cálculos. São expostas informações sobre as características relevantes dos pavimentos e análises qualitativas do seu desempenho. São ainda deixadas algumas questões em aberto, como por exemplo o caso do despreendimento do fundo dos blocos de aligeiramento, ou a questão da consideração do faseamento construtivo nos documentos de homologação.

No trabalho são também abordados os meios informáticos de apoio ao cálculo, e os ensaios previstos para este tipo de pavimentos.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] NP ENV 1992-1-1, Eurocódigo 2: Projeto de estruturas de betão; Parte 1.1: Regras gerais e regras para edifícios, IPQ, Portugal, 1998.
- [2] Cahier des Prescriptions Technique Comunes aux Procédés des Planchers (CSTB), CPT Planchers, Setembro 1990.
- [3] Collins, MP e Mitchell, D., Prestressed Concrete Structures, Toronto, 1991.
- [4] Recomendaciones para la Fabricacion de Viguetas de Hormigon Pretensado, CIETAN, 1992.
- [5] EF-88, Instruccion para el Proyecto y la Ejecucion de Forjados Unidireccionales de Hormigon Armado o Pretensado, Ministerio de Obras Publicas Y Urbanismo, Espanha, 1988.
- [6] E435 - Pavimentos Aligeirados de Vigotas, Vigotas Pré-fabricadas de Betão Pré-esforçado, Concepção, Cálculo, Fabrico e Ensaios, LNEC, 1995.
- [7] E437 - Determinação das Características Geométricas em Vigotas, LNEC, 1995.
- [8] E438 - Determinação das Cotas de Fios de Pré-esforço, LNEC, 1995.
- [9] E440 - Determinação do Pré esforço em Vigotas Pré fabricadas, LNEC, 1995.
- [10] E442 - Pavimentos Aligeirados de Vigotas Pré-fabricadas, Blocos de Cofragem, Fabrico e Ensaios e Determinação das Dimensões, LNEC.
- [11] Baião, M, Peças Compostas de Betão Sujeitas a Flexão. Resistencia ao Corte na Superfície de Contacto, Tese, LNEC, 1992.
- [12] Fidalgo, C, Criação dos ficheiros de Dados dos Pavimentos de Vigotas e Pranchas de Betão Pré-esforçado, Relatório 73/87-NPC, LNEC, 1987.
- [13] Certificação de Produtos Pré-fabricados de Betão, Documento de trabalho nº1, Nota técnica nº 4/91-NPC, LNEC, 1991.
- [14] Certificação de Produtos Pré-fabricados de Betão, Documento de trabalho nº2, Nota técnica nº 5/91-NPC, LNEC, 1991.



# **Anexo A**

## **MEIOS INFORMÁTICOS**

## A.1. FICHEIRO DE DADOS E RESULTADOS DO PROGRAMA RESPONSE

### FICHEIRO DE DADOS DO PROGRAMA RESPONSE

```

Name of Section:                               VB1232023
Units M/U 'Metric/U.S.Customary':             M
Number of Concrete Types (1-5):                2
Type      f'c      ec'      fcr      Tension Stiffening
Number    [MPa]    [Milli-Strain] [MPa]    Factor
  1       20.00    -2.000    2.20    0.60
  2       40.00    -2.000    3.40    0.60
Number of Rebar Types (1-5):                  0
Number of Tendon Types (1-5):                2
Type [Ramberg-Osgood-Factors] Elastic Modulus fpu eprupt
Number  A      B      C  [MPa] [MPa] [Milli-Strain]
  1     0.025  118.0  10.0 200000 1715  40.000
  2     0.025  118.0  10.0 200000 1715  40.000
Height of Section:                            230      mm
Distance to Moment Axis:                      139      mm
Shear Y/N 'Yes/No':                           Y
Web width (bw) :                              90      mm
Shear depth (jd) :                            190      mm
Distance to web strain ex :                   95      mm
Distance to center of web :                   115      mm
Longitudinal crack spacing:                   100      mm
Maximum Aggregate size :                      15      mm
Number of Concrete Layers (1-20):             5
Layer  y      bottom width  top width  height  Type
Number [mm]    [mm]        [mm]      [mm]    Number
  1     0      120         120       42      2
  2     42     50          48        48      2
  3     42     40          66        48      1
  4     90    114         170       110     1
  5    200    350         350        30      1
Number of Tendon Layers (0-10) :             2
Layer  y      Area      Prestrain  Type
Number [mm]    [mm^2]    [Milli-Strain] Number
  1     20      25      4.750     1
  2     72      8       4.750     1
Consider displaced Concrete Y/N:             N
Thermal & Shrinkage Strains Y/N :           N
Initial Strains Y/N :                       N
    
```

**FICHEIRO DE RESULTADOS DO PROGRAMA RESPONSE**

RESPONSE OUTPUT FILE  
 ANALYSIS: Shear & Constant Axial-Load  
 SECTION NAME : VB1232023  
 CONCRETE MODEL:  
 High-Strength  
 Material Factors: C:0.60 S:0.85 P:0.90  
 TENSION-STIFF: No  
 THEORY: CFT  
 FACTORED: Yes  
 ACCURACY: medium  
 Axial-Load: 0.00kN Moment: 0.00kNm Shear: 0.00kN  
 dN/dM: 0.00 dN/dV: 0.00 dM/dV: 0.00  

Axial-Load	Shear	Moment	ex	et	e1	e2	theta
kN	kN	kNm	---Milli-Strain---				degrees
-0.3	3.3	2.7	-0.05	0.00	0.00	-0.05	12.06
0.6	5.9	2.7	-0.05	0.00	0.01	-0.06	19.62
-0.3	11.9	2.7	-0.05	0.01	0.04	-0.08	28.19

RESPONSE OUTPUT FILE  
 ANALYSIS: Axial-Load  
 SECTION NAME : VB1232023  
 CONCRETE MODEL:  
 High-Strength  
 Material Factors: C:0.60 S:0.85 P:0.90  
 TENSION-STIFF: No  
 FACTORED: Yes  
 ACCURACY: medium  
 Axial-Load: 0.00kN Moment: 0.00kNm Shear: 0.00kN  
 dN/dM: 0.00 dN/dV: 0.00 dM/dV: 0.00  

Axial-Load	Moment	Curvature @-Axis	Bottom	Top	Iter.
kN	kNm	rad/1000	[--Milli-Strain--]		
0.02	2.73	0.00	-0.059	-0.059	1
-0.24	5.70	3.48	0.052	0.536	2
-1.96	6.46	6.96	0.258	1.225	3
-1.47	7.10	10.43	0.485	1.936	4
-0.93	7.70	13.91	0.719	2.653	5
-0.56	8.23	17.39	0.955	3.373	6
-0.31	8.66	20.87	1.196	4.097	7
-0.11	8.98	24.35	1.442	4.826	8
0.10	9.19	27.83	1.693	5.561	9
0.06	9.35	31.30	1.946	6.297	10
0.27	9.45	34.78	2.204	7.039	11
0.20	9.53	38.26	2.462	7.780	12
-0.11	9.61	41.74	2.721	8.523	13
-0.51	9.68	45.22	2.981	9.266	14
-0.91	9.73	48.70	3.242	10.011	15
-0.73	9.73	52.17	3.512	10.765	16
-0.38	9.72	55.65	3.786	11.522	17
-0.31	9.73	59.13	4.057	12.276	18
-0.26	9.73	62.61	4.328	13.030	19
-0.22	9.73	66.09	4.600	13.786	20
-0.18	9.74	69.57	4.872	14.542	21
-0.14	9.74	73.04	5.145	15.298	22
-0.11	9.74	76.52	5.418	16.054	23
-0.09	9.74	80.00	5.691	16.811	24
-0.10	9.75	83.48	5.964	17.567	25
-0.09	9.75	86.96	6.237	18.324	26
-0.08	9.75	90.43	6.511	19.082	27

-0.03	9.75	93.91	6.786	19.840	-1.760	28
-0.01	9.76	97.39	7.060	20.597	-1.803	29
-0.00	9.76	100.87	7.334	21.355	-1.845	30
0.01	9.76	104.35	7.608	22.113	-1.887	31
0.02	9.76	107.83	7.883	22.871	-1.929	32
0.02	9.76	111.30	8.157	23.628	-1.972	33
0.02	9.76	114.78	8.431	24.386	-2.014	34
0.03	9.76	118.26	8.706	25.144	-2.056	35
0.04	9.77	121.74	8.980	25.902	-2.098	36
0.04	9.77	125.22	9.254	26.659	-2.141	37
0.05	9.77	128.70	9.528	27.417	-2.183	38
0.05	9.77	132.17	9.802	28.175	-2.225	39
0.05	9.77	135.65	10.076	28.932	-2.268	40
0.05	9.77	139.13	10.350	29.689	-2.311	41
0.06	9.77	142.61	10.624	30.447	-2.353	42
0.06	9.77	146.09	10.898	31.204	-2.396	43
0.06	9.77	149.57	11.171	31.961	-2.439	44
0.06	9.77	153.04	11.445	32.718	-2.482	45
0.06	9.77	156.52	11.718	33.475	-2.525	46
0.06	9.77	160.00	11.991	34.231	-2.569	47
0.06	9.77	163.48	12.264	34.987	-2.613	48
0.06	9.77	166.96	12.537	35.744	-2.656	49
0.06	9.77	170.43	12.809	36.499	-2.701	50
0.06	9.77	173.91	13.082	37.255	-2.745	51
0.06	9.77	177.39	13.354	38.011	-2.789	52
0.06	9.77	180.87	13.626	38.766	-2.834	53
-0.21	1.95	184.35	15.643	41.267	-1.133	54
-0.19	1.95	187.83	15.949	42.056	-1.144	55
-0.18	1.95	191.30	16.253	42.845	-1.155	56
-0.18	1.95	194.78	16.558	43.633	-1.167	57
-0.17	1.95	198.26	16.863	44.422	-1.178	58
-0.16	1.95	201.74	17.168	45.210	-1.190	59
-0.15	1.95	205.22	17.473	45.999	-1.201	60
-0.15	1.95	208.70	17.779	46.787	-1.213	61
-0.14	1.95	212.17	18.084	47.576	-1.224	62
-0.15	1.95	215.65	18.389	48.364	-1.236	63
-0.14	1.95	219.13	18.694	49.153	-1.247	64
-0.13	1.95	222.61	18.999	49.942	-1.258	65
-0.12	1.95	226.09	19.305	50.731	-1.269	66
-0.12	1.95	229.57	19.610	51.520	-1.280	67
0.02	2.73	0.00	-0.059	-0.059	-0.059	1
-0.45	-0.39	-3.48	0.152	-0.331	0.469	2
-1.16	-0.56	-6.96	0.516	-0.451	1.149	3
-0.87	-0.60	-10.43	0.912	-0.539	1.861	4
-0.51	-0.62	-13.91	1.319	-0.615	2.585	5
-0.33	-0.64	-17.39	1.729	-0.688	3.312	6
-0.28	-0.69	-20.87	2.142	-0.759	4.041	7
-2.31	-0.97	-24.35	2.535	-0.850	4.750	8
-2.49	-1.02	-27.83	2.952	-0.916	5.484	9
-0.32	-0.79	-31.30	3.407	-0.945	6.255	10
-2.52	-1.09	-34.78	3.799	-1.036	6.964	11
-2.28	-1.09	-38.26	4.228	-1.090	7.710	12
-1.89	-1.06	-41.74	4.662	-1.139	8.461	13
-1.60	-1.05	-45.22	5.096	-1.189	9.211	14
-1.36	-1.05	-48.70	5.530	-1.238	9.962	15
-1.15	-1.04	-52.17	5.965	-1.287	10.713	16
-0.97	-1.04	-55.65	6.400	-1.335	11.465	17
-0.81	-1.04	-59.13	6.836	-1.383	12.217	18
-0.67	-1.04	-62.61	7.272	-1.430	12.970	19

-0.57	-1.05	-66.09	7.708	-1.478	13.722	20
-0.47	-1.05	-69.57	8.145	-1.525	14.475	21
-0.37	-1.05	-73.04	8.582	-1.571	15.229	22
-0.22	-1.05	-76.52	9.021	-1.616	15.984	23
-0.05	-1.04	-80.00	9.461	-1.659	16.741	24
0.04	-1.04	-83.48	9.900	-1.704	17.496	25
0.23	-1.02	-86.96	10.342	-1.745	18.255	26
0.33	-1.02	-90.43	10.781	-1.789	19.011	27
0.43	-1.01	-93.91	11.222	-1.832	19.768	28
0.52	-1.01	-97.39	11.662	-1.876	20.524	29
0.58	-1.01	-100.87	12.101	-1.920	21.280	30
0.59	-1.01	-104.35	12.539	-1.965	22.035	31
0.65	-1.01	-107.83	12.979	-2.009	22.791	32
0.66	-1.01	-111.30	13.416	-2.055	23.545	33
0.69	-1.01	-114.78	13.854	-2.100	24.300	34
0.73	-1.01	-118.26	14.292	-2.146	25.054	35
0.68	-1.02	-121.74	14.726	-2.196	25.804	36
0.66	-1.02	-125.22	15.160	-2.246	26.554	37
0.64	-1.03	-128.70	15.593	-2.296	27.304	38
0.67	-1.02	-132.17	16.027	-2.345	28.055	39
0.67	-1.03	-135.65	16.459	-2.397	28.803	40
0.65	-1.03	-139.13	16.889	-2.450	29.550	41
0.61	-1.03	-142.61	17.317	-2.506	30.294	42
0.57	-1.04	-146.09	17.743	-2.563	31.037	43
0.54	-1.04	-149.57	18.168	-2.621	31.779	44
0.50	-1.05	-153.04	18.592	-2.681	32.519	45
0.50	-1.04	-156.52	19.015	-2.741	33.259	46
0.53	-1.04	-160.00	19.438	-2.802	33.998	47
0.46	-1.04	-163.48	19.855	-2.868	34.732	48
0.42	-1.05	-166.96	20.271	-2.936	35.464	49
0.39	-1.05	-170.43	20.685	-3.006	36.194	50
0.34	-1.05	-173.91	21.095	-3.078	36.922	51
0.33	-1.05	-177.39	21.506	-3.152	37.648	52
0.33	-1.04	-180.87	21.915	-3.226	38.374	53
0.31	-1.04	-184.35	22.321	-3.304	39.096	54
0.26	-1.04	-187.83	22.720	-3.388	39.812	55
0.25	-1.03	-191.30	23.119	-3.472	40.528	56
0.21	-1.03	-194.78	23.514	-3.561	41.239	57
0.18	-1.03	-198.26	23.906	-3.652	41.948	58
0.19	-1.02	-201.74	24.300	-3.741	42.659	59
-2.42	-1.30	-205.22	24.400	-4.125	43.075	60
0.50	-0.97	-208.70	25.110	-3.898	44.102	61
-1.90	-1.22	-212.17	25.210	-4.282	44.518	62
0.33	-0.97	-215.65	25.857	-4.119	45.481	63
-1.85	-1.19	-219.13	25.957	-4.502	45.898	64
0.21	-0.96	-222.61	26.597	-4.345	46.855	65
-2.46	-1.24	-226.09	26.597	-4.829	47.171	66
0.29	-0.94	-229.57	27.352	-4.558	48.242	67
-2.21	-1.19	-233.04	27.352	-5.041	48.559	68
0.23	-0.92	-236.52	28.080	-4.797	49.603	69
-2.11	-1.15	-240.00	28.080	-5.280	49.920	70
0.24	-0.90	-243.48	28.807	-5.036	50.964	71
-1.98	-1.12	-246.96	28.807	-5.520	51.280	72
0.14	-0.89	-250.43	29.514	-5.296	52.304	73
-1.97	-1.09	-253.91	29.514	-5.780	52.620	74
0.17	-0.87	-257.39	30.235	-5.543	53.657	75
-1.86	-1.06	-260.87	30.235	-6.026	53.974	76
0.10	-0.85	-264.35	30.936	-5.808	54.992	77
-1.85	-1.04	-267.83	30.936	-6.292	55.308	78

0.05	-0.84	-271.30	31.636	-6.076	56.324	79
-1.85	-1.02	-274.78	31.636	-6.559	56.641	80
0.04	-0.82	-278.26	32.344	-6.334	57.666	81
-1.81	-1.00	-281.74	32.344	-6.818	57.982	82
0.05	-0.80	-285.22	33.054	-6.591	59.009	83
-1.78	-0.98	-288.70	33.054	-7.075	59.325	84
0.08	-0.78	-292.17	33.768	-6.844	60.356	85
-1.73	-0.96	-295.65	33.768	-7.328	60.672	86
0.04	-0.77	-299.13	34.472	-7.107	61.693	87
-1.74	-0.95	-302.61	34.472	-7.591	62.009	88
0.04	-0.76	-306.09	35.184	-7.363	63.037	89
-1.73	-0.93	-309.57	35.184	-7.846	63.354	90
0.02	-0.75	-313.04	35.894	-7.619	64.381	91
-1.74	-0.92	-316.52	35.894	-8.103	64.697	92
0.05	-0.73	-320.00	36.618	-7.862	65.738	93
-1.69	-0.91	-323.48	36.618	-8.346	66.054	94
0.09	-0.72	-326.96	37.345	-8.102	67.098	95
-1.65	-0.89	-330.43	37.345	-8.585	67.415	96
-0.02	-0.72	-333.91	38.043	-8.371	68.429	97
-1.76	-0.90	-337.39	38.043	-8.854	68.746	98
0.01	-0.71	-340.87	38.773	-8.608	69.792	99
-1.72	-0.88	-344.35	38.773	-9.091	70.109	100

END OF RESPONSE OUTPUT FILE

## A.2. FICHEIRO DE DADOS E DE RESULTADOS DO PROGRAMA SECÇÃO

### FICHEIRO DE DADOS DO PROGRAMA SECÇÃO.

```

### Titulo do problema - B2232529

### Variaveis de controle das dimensoes das variaveis:
# nmatc - n. de diferentes tipos de betao;
# nmats - n. de diferentes tipos de aco;
# ntlay - n. de camadas-tipo de betao;
# nclay - n. total de camadas de betao;
# nslay - n. total de camadas de aco;
# nmatc nmats ntlay nclay nslay
      2      1      24      36      2

### Propriedades mecanicas do betao:
# imatc - numero do betao-tipo;
# Ec - Modulo de elasticidade;
# fc - tensao maxima de compressao;
# ecl - extensao correspondente a fc;
# fct - tensao maxima de traccao;
# ecr - extensao limite de fendilhacao;
# ecu - extensao de rotura em compressao
# imatc Ec fc ecl fct ecr ecu
      1 0.29EE8 13333.0 0.0022 2200.0 0.00015 0.0035
      2 0.35EE8 26667.0 0.0022 3400.0 0.00015 0.0030

### Propriedades mecanicas do aco:
# imats - numero do aco-tipo;
# Es - Modulo de elasticidade;
# Es1 - Modulo de rigidez do 2o. ramo;
# Es2 - Modulo de rigidez do 3o. ramo;
# fsy - tensao limite de elasticidade;
# fsy1 - tensao limite do 2o. ramo;
# esu - extensao de rotura
# imats Es Es1 Es2 fsy fsy1 esu
      1 0.19EE9 0.48EE7 0.1 1330000.0 1490000.0 0.04

### Altura total da seccao
.2900001

### Camadas-tipo de betao:
# itlay - Numero da camada-tipo de betao;
# b1 - Largura da fibra inferior;
# b2 - Largura da fibra superior;
# há - Altura da camada;
# tipo - Numero do tipo de betao
# itlay b1 b2 há tipo
      1 .120 .120 .010 2
      2 .048 .048 .010 2
      3 .042 .042 .010 1
      4 .046 .046 .010 1
      5 .050 .050 .010 1
      6 .053 .053 .010 1
      7 .057 .057 .010 1
      8 .061 .061 .010 1
      9 .065 .065 .010 1
     10 .116 .116 .010 1

```

11	.120	.120	.010	1
12	.124	.124	.010	1
13	.128	.128	.010	1
14	.131	.131	.010	1
15	.135	.135	.010	1
16	.139	.139	.010	1
17	.143	.143	.010	1
18	.146	.146	.010	1
19	.150	.150	.010	1
20	.154	.154	.010	1
21	.158	.158	.010	1
22	.161	.161	.010	1
23	.165	.165	.010	1
24	.350	.350	.010	1

### Ordenacao das camadas de betao:

# iclay - Numero da camada de betao;  
 # y - Face inferior relativa/ fibra inferior;  
 # itlay - Numero da camada-tipo de betao

#	iclay	y	itlay
	1	.000	1
	2	.010	1
	3	.020	1
	4	.030	1
	5	.040	2
	6	.050	2
	7	.060	2
	8	.070	2
	9	.080	2
	10	.090	2
	11	.100	2
	12	.040	3
	13	.050	4
	14	.060	5
	15	.070	6
	16	.080	7
	17	.090	8
	18	.100	9
	19	.110	10
	20	.120	11
	21	.130	12
	22	.140	13
	23	.150	14
	24	.160	15
	25	.170	16
	26	.180	17
	27	.190	18
	28	.200	19
	29	.210	20
	30	.220	21
	31	.230	22
	32	.240	23
	33	.250	24
	34	.260	24
	35	.270	24
	36	.280	24

### Camadas de aco:

# islay - Numero da camada de aco;

```

# y      - Posicao relativa / fibra inferior;
# As     - Area da seccao transversal;
# tipo  - Numero do tipo de aco
# islay      y      As      tipo
#      1      .020  .0000377  1
#      2      .092  .0000080  1

### Forca axial aplicada
      0.000

### Acrescimento de curvatura
      .0005000000

### Tolerância e numero maximo de iterações por incremento
# toler  miter
      1.000    50

### Restantes dados
#      b1      b2      d      1 (B25)    1 (B25)
#      0.031  0.048  0.27    573      573
#      fctk    Sc,inf
2400    7930

```

**FICHEIRO DE RESULTADOS DO PROGRAMA SECÇÃO.**

Momento flector	Esforco transverso	Mfctk	EI
16.8649	17.0181	20.6100	11230.0346