



PONTES PEDONAIS CATENÁRIAS

DUARTE MANUEL FARINHA AFONSO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO APRESENTADA

À FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO EM

MIEC – MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL

PONTES PEDONAIS CATENÁRIAS

DUARTE MANUEL FARINHA AFONSO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Nelson Saraiva Vila Pouca

Coorientador: Engenheiro Nuno Daniel Mota Pinheiro

JULHO DE 2015

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2014/2015

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ mipec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2014/2015 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2015.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

À minha família e à minha namorada

“Tudo o que é verdadeiramente sábio é simples e claro”.

Máximo Gorky

AGRADECIMENTOS

O sonho de ser engenheiro e de estudar na faculdade que sempre ambicionei, fez com que enormes mudanças acontecessem na minha vida. Vim para uma cidade que pouco conhecia, tive de viver sozinho pela primeira vez, não conhecia ninguém. Tudo o que passei, foram novas descobertas, novas experiências, que fizeram com que eu crescesse como pessoa, e que me tornasse num engenheiro. Todas as derrotas foram sofridas e todas as vitórias foram festejadas, porém tudo se tornou mais fácil com todos aqueles que me acompanharam, que me ajudaram e que me partilharam conhecimento. Então, queria agradecer:

Ao Professor Doutor Nelson Vila Pouca, por me ter proporcionado a experiência de integrar um gabinete de projetos, através da empresa FASE Estudos e Projetos S.A. Pelo seu conhecimento partilhado, por todos os incentivos que me foram dados, e fundamentalmente pelo seu sentido crítico e exigência sempre em busca da perfeição.

Ao Engenheiro Nuno Pinheiro, por todas as experiências partilhadas como engenheiro de estruturas, por toda a paciência e ajuda às minhas mais diversas questões, por todos os ensinamentos que me foram dados, e principalmente pela oportunidade de o poder auxiliar em pequenos trabalhos.

À empresa FASE Estudos e Projetos S.A., que me disponibilizou todos os meios e comodidades necessários para desenvolver este trabalho da melhor forma possível, e fundamentalmente por toda a experiência proporcionada neste contexto empresarial.

A toda equipa da empresa FASE Estudos e Projetos, por todo o bom ambiente e animação proporcionado, por todas vivências transmitidas, e fundamentalmente por me fazerem sentir completamente integrado, em especial, aos Engenheiros Adelino Alves, César Santos, Luís Pinho e Rui Ribeiro, às Engenheiras Maria João Pinho, Maria João Silva, Marisa Ferreira e Graça Azevedo e à Arquiteta Luísa Cruz.

Aos professores da FEUP por todo o conhecimento transmitido, e experiências partilhadas ao longo destes cinco anos, em particular aos Professores Doutores Raimundo Delgado, Elsa Caetano e António Abel Henriques.

Aos meus amigos, por todas as longas discussões de dúvidas antes dos exames, por toda ajuda, e por todos os momentos e vivências que jamais esquecerei, em especial ao Henrique Marinheiro, André Alberto, Luís Braga e Márcio Teixeira.

À minha amiga Mariana Miranda, por toda ajuda prestada no decorrer deste trabalho.

À minha família, em especial aos meus Pais e à minha irmã que sempre me apoiaram e incentivaram, tudo que sou hoje é graças a eles.

À minha namorada, Ana Gonçalves, que esteve sempre ao meu lado nesta longa caminhada, tornando tudo mais fácil. Com ela tive o privilégio de partilhar e viver esta etapa da minha vida.

RESUMO

O uso de pontes pedonais suspensas é cada vez mais corrente na atualidade. Estas são muitas vezes construídas em meios rurais, particularmente em zonas de difícil acesso. A sua integração com a natureza envolvente é bastante conseguida, uma vez que para vencer vãos elevados não necessitam de apoios intermédios, e ainda porque utilizam na sua constituição materiais simples como, elementos de madeira e cabos de aço.

O presente trabalho teve como principal objetivo a análise de um caso de estudo de uma ponte pedonal suspensa, envolvendo esta, o estudo de diferentes soluções estruturais. Esta ponte está inserida num meio rural e faz parte de um Plano de Restabelecimento de Caminhos Rurais, que serão afetados pela albufeira de um aproveitamento hidroelétrico.

Numa fase inicial realizou-se, então, o estudo dos diferentes tipos de cabos existentes, dos métodos construtivos utilizados na execução deste tipo de pontes, tendo sido ainda alvo de estudo algumas pontes suspensas já construídas.

Posteriormente discutiram-se alguns aspetos relativos ao cálculo analítico de elementos de cabo, sujeitos a diferentes tipos de carregamento. Foram também abordados os fatores envolvidos na sua modelação, utilizando-se o *software* SAP2000. Neste trabalho especifica-se ainda o contexto relativo às não linearidades geométricas, envolvidas no cálculo dos cabos. Nestas situações ocorre uma atualização sucessiva da geometria destes elementos, requerendo o seu cálculo uma análise *P- Δ* considerando os grandes deslocamentos.

Após as considerações anteriores, procedeu-se à análise do caso de estudo, realizando-se a sua caracterização, explicando como se procedeu à sua modelação e executando-se uma análise estática e dinâmica.

A análise dinâmica teve especial ênfase, uma vez que a estrutura é relativamente flexível e leve. Para isso realizou-se uma análise modal, tendo em conta a matriz rigidez resultante da análise não linear geométrica, considerando-se uma ação dinâmica que representa um grupo de peões a caminhar sobre a ponte e, através de uma integração no tempo, determinaram-se as respostas da estrutura.

Após análise da estrutura em estudo, efetuaram-se alterações relativas à configuração da ponte original, procedendo-se igualmente a análises dinâmicas, de modo a observar-se o efeito causado em cada uma das modificações realizadas.

PALAVRAS-CHAVE: Pontes pedonais suspensas, não linearidade geométrica, análise *P- Δ* , método construtivo, análise dinâmica.

ABSTRACT

It's increasingly common nowadays the use of suspended pedestrian bridges. These are often built in the countryside, particularly in areas of difficult access. Their integration with the surrounding environment is easily achieved, as there is no need for intermediate foundations to win high span, and since the materials used for their construction can be simply wood elements and steel cables.

The present study aimed primarily to analyze a case study of a suspended pedestrian bridge, while learning different structural solutions. The object of this study is set in the countryside and is part of a Rural Pathways Resettle Plan, affected by the dam reservoir of Hydroelectric Power Plant.

As a set of, it was conducted the revision of the different available cables types and the constructive methods applied in this type of bridges, and additionally the investigation focused on looking for models in existing suspension bridges.

In the aftermath, some aspects related to the analytical calculation of cable elements, while under different types of loading, were discussed. It was also addressed the factors involved in the modeling, using the software *SAP2000*. Furthermore, it is specified the context on geometric nonlinearity, involved in the calculation of the cables. In these situations there is a successive actualization of the elements geometry, requiring a *P-Δ* analysis that considers large displacements for the calculation.

After the previous considerations, it was carried out the analysis of the case study by performing its characterization, explaining how the modeling was conducted, and doing a static and dynamic analysis.

There was a special emphasis on the dynamic analysis since the structure is relatively flexible and lightweight. For this, it was carried out a modal analysis, while taking into account the resultant stiffness matrix of the geometric nonlinearity analysis, considering a dynamic action that represents one group of pedestrians walking on the bridge and, through a time integration, it was determined the structure response.

Finally, after the analysis of the structure under study, changes were made in regard of the original bridge configuration, and was carried up a dynamic analysis with the finality of observing the effect that each of the modifications made.

Keywords: Suspended pedestrian bridges, geometric nonlinearity, *P-Δ* analysis, constructive method, dynamic analysis.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
 1. INTRODUÇÃO	 1
1.1. ASPETOS GERAIS	1
1.2. OBJETIVOS	2
1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	2
 2. ESTUDO DE PONTES PEDONAIIS SUSPENSAS	 5
2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. PONTE DE SANTO ALEIXO E ALÉM-TÂMEGA	5
2.3. PONTE <i>TRIFT</i>	8
2.4. MÉTODO CONSTRUTIVO	10
2.5. TIPOS DE CABOS	14
2.5.1. <i>SEVEN-WIRE STRAND</i>	15
2.5.2. <i>SPIRAL STRAND</i>	15
2.5.3. <i>FULL LOCKED-COIL</i>	16
2.5.4. <i>PARALLEL-WIRE STRAND</i>	17
2.5.5. <i>STRUCTURAL WIRE ROPE</i>	18
2.5.6. <i>ACESSÓRIOS DE CABOS</i>	19
 3. ELEMENTOS DE CABO	 23
3.1. INTRODUÇÃO	23
3.2. FORMULAÇÃO ANALÍTICA	23
3.2.1. CABO COM CARGAS CONCENTRADAS	25
3.2.2. CABO COM CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDAS AO LONGO DO VÃO (APOIOS NIVELADOS)	27
3.2.3. CABO COM CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDAS AO LONGO DO SEU COMPRIMENTO (APOIOS NIVELADOS)	30
3.2.4. TIRANTES	31
3.3. ANÁLISE NÃO-LINEAR GEOMÉTRICA	34

3.3.1. CARACTERIZAÇÃO	35
3.3.2. ASPETOS DE MODELAÇÃO	36
3.4. MODELAÇÃO DE CABOS	38
3.5. MODELAÇÃO DE CABOS TIRANTES	41
3.6. CÁLCULO NÃO-LINEAR DE UM CABO SUSPENSO SUJEITO A UMA CARGA CONCENTRADA.....	41
3.6.1. RESOLUÇÃO ANALÍTICA	45
3.6.2. COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DO <i>SAP2000</i>	49
3.7. CÁLCULO NÃO-LINEAR DE UM CABO COM CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA AO LONGO DO VÃO.....	45
3.8. ANÁLISE MODAL	51
3.8.1. ASPETOS DE MODELAÇÃO	51
3.8.2. MÉTODO DAS CORDAS VIBRANTES.....	52
3.8.3. COMPARAÇÃO DO MÉTODO DAS CORDAS VIBRANTES COM OS RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DO <i>SAP2000</i>	56
3.8.4. INFLUÊNCIA DE CABOS DE CONTRAVENTAMENTO NUM CABO SUSPENSO.....	60
3.8.5. ANÁLISE DE UM CABO SUJEITO A DIFERENTES CARREGAMENTOS DISTRIBUÍDOS	63
 4. ANÁLISE DO CASO DE ESTUDO	 65
4.1. INTRODUÇÃO	65
4.2. DESCRIÇÃO DA PONTE PEDONAL.....	66
4.2.1. TABULEIRO	68
4.2.2. CABOS	68
4.2.3. ENCONTROS	69
4.2.4. MATERIAIS.....	71
4.2.5. MÉTODO CONSTRUTIVO	71
4.3. MODELAÇÃO DA PONTE PEDONAL	73
4.4. RECOMENDAÇÃO TÉCNICA	76
4.4.1. METODOLOGIA	76
4.4.2. ASPETOS DE MODELAÇÃO	85
4.5. ANÁLISE ESTATICA	88
4.6. ANÁLISE DINÂMICA	92
 5. ANÁLISE DAS VARIANTES ESTRUTURAIS DO CASO DE ESTUDO	 99

5.1. INTRODUÇÃO	99
5.2. ANÁLISE DINÂMICA DAS VARIANTES DO CASO DE ESTUDO	99
5.2.1. PONTE ORIGINAL SEM ESPIAS	100
5.2.2. PONTE COM APENAS 4 ESPIAS SITUADAS A 7 M DOS APOIOS	101
5.2.3. PONTE COM APENAS 4 ESPIAS SITUADAS 14 M DOS APOIOS	103
5.2.4. PONTE COM APENAS 4 ESPIAS SITUADAS 21 M DOS APOIOS	104
5.2.5. PONTE COM 8 ESPIAS À DISTÂNCIA VERTICAL DOS APOIOS DE 2 M	105
5.2.6. PONTE COM 8 ESPIAS À DISTÂNCIA VERTICAL DOS APOIOS DE 5 M	106
5.2.7. PONTE COM 8 ESPIAS IGUALMENTE ESPAÇADAS AO LONGO DO VÃO	108
5.2.8. PONTE COM FLECHA DE 1.7 M	109
5.2.9. PONTE COM FLECHA DE 2.3 M	110
5.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	111
 6. CONCLUSÃO	 113
6.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS	113
6.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	114
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 117
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS DE SITES DE INTERNET	117

ANEXOS

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Vista geral da Ponte de Santo Aleixo e Além-Tâmega.....	6
Figura 2.2 – Vista do tabuleiro da Ponte de Santo Aleixo e Além-Tâmega.....	6
Figura 2.3 - Pormenor dos cabos principais da ponte.	6
Figura 2.4 - Pormenor ligação pendural / travessa.	7
Figura 2.5 - Parte inferior do tabuleiro.	7
Figura 2.6 - Esquema das forças de sustentação da ponte, realizadas pelos cabos e pendurais.....	7
Figura 2.7 – Ponte Trift, extraído de http://www.highestbridges.com	8
Figura 2.8 – Configuração das espias da ponte, extraído de http://www.highestbridges.com	9
Figura 2.9 - Pormenor da constituição do tabuleiro, extraído de http://www.highestbridges.com	9
Figura 2.10 - Pormenor dos encontros da ponte, extraído de http://www.tripomatic.com	9
Figura 2.11 - Esquema das forças de sustentação principal da ponte a vermelho, e das forças exercidas pelas espias a azul.	10
Figura 2.12 -Bloco de ancoragem dos cabos superiores nos encontros da ponte (Miller, 2010).	11
Figura 2.13 - Bloco de ancoragem nos encontros da ponte após ligação dos cabos superiores (Miller, 2010).	11
Figura 2.14 - Cabos principais fixos, com pendurais e travessas, extraído de https://vimeo.com/106953939	11
Figura 2.15 – Colocação do pavimento sobre travessas, extraído de http://www.canadianconsultingengineer.com	12
Figura 2.16 – Colocação do pavimento sobre travessas, extraído de http://architectureau.com	12
Figura 2.17 - Sustentação dos cabos superiores e inferiores efetuado diretamente com pregagens na rocha, extraído de http://www.fotocommunity.fr	12
Figura 2.18 - Cabos fixos nas duas margens, extraído de http://www.seatoskygondola.com	13
Figura 2.19 - Colocação das travessas e respetivo pavimento, extraído de http://www.detail-online.com	13
Figura 2.20 – Colocação das travessas e respetivo pavimento (The Bridge Builder, 2014).	13
Figura 2.21 - Lançamento dos cabos realizado pelo helicóptero, extraído de http://www.detail-online.com	14
Figura 2.22 - Seven-wire strand , extraído de http://www.amspringwire.com	15
Figura 2.23 – Utilização dos cabos seven-wire strand em sistemas de pré-esforço.....	15
Figura 2.24 - Spiral strand (Martins, 2009).	16
Figura 2.25 - Secção spiral strand em pormenor (Catálogo <i>BRIDON Structural Systems</i>).	16
Figura 2.26 - Full locked-coil (Martins, 2009)	17
Figura 2.27 - Secção do cabo full locked-coil em pormenor (Catálogo <i>BRIDON Structural Systems</i>).	17

Figura 2.28 – Parallel-wire strand (Martins, 2009).....	18
Figura 2.29 – Structural wire rope (Martins, 2009).....	19
Figura 2.30 – Pormenor dos constituintes do cabo structural wire rope (Catálogo Nauticabo).....	19
Figura 2.31 – Cerra-cabos , extraído de https://shop.berner.eu	20
Figura 2.32 – Sapatilho , extraído de http://www.royalmaquinas.com.br	20
Figura 2.33 – Olhal de suspensão , extraído de http://www.carbostorm.com.br	20
Figura 2.34 – Esticador Olhal / Gancho , extraído de http://vidracariacabofrio.com.br	20
Figura 2.35 – Manilha , extraído de http://bahia.all.biz	20
Figura 2.36 - Manga de cravação , extraído de http://www.nei.com.br	20
Figura 2.37 – Aplicação correta dos cerra-cabos numa “alça”, extraído de http://seguranca-na-construcao.dashofer.pt	21
Figura 2.38 – Aplicação de uma manga de cravação e sapatilho numa “alça” (USDA, 1997).....	21
Figura 2.39 – Aplicação de manilha , manga de cravação e sapatilho numa “alça”, extraído de http://www.fрати.com.br	21
Figura 2.40 - Pormenor da ligação espia/ponte através de um Esticador Olhal/Manilha , extraído de http://www.detail-online.com	21
Figura 3.1 - Exemplo de uma secção de um segmento de cabo, sujeito a um carregamento uniforme distribuído	24
Figura 3.2 - Configuração do cabo suspenso com cargas concentradas.	25
Figura 3.3 - Pormenor do segmento de cabo entre A e F.....	26
Figura 3.4 - Pormenor do segmento de cabo entre A e C	26
Figura 3.5 - Configuração do cabo parabólico.	27
Figura 3.6 - Elemento infinitesimal junto ao ponto A do cabo parabólico.	27
Figura 3.7 - Elemento infinitesimal junto ao ponto A do cabo catenário.	30
Figura 3.8 - Esquematização dos esforços atuantes num elemento de cabo com a funcionalidade de tirante.	31
Figura 3.9 - Variação do E_V em função de um dado T e l (Manterola, 2006).	33
Figura 3.10 - Variação do E_{sec} em função de um dado T_1 e T_2 (Manterola, 2006).	34
Figura 3.11 - Elemento de cabo sujeito aos efeitos $P-\Delta$ (Wilson, 2002).	35
Figura 3.12 - Exemplo de pilar comprimido considerando efeitos de 1ª ordem à esquerda e considerando efeitos de 1ª e 2ª ordem ($P-\Delta$) à direita.	37
Figura 3.13 - Cabo analisado com diferentes discretizações.....	38
Figura 3.14 - Geometria do elemento exemplo modelado (SAP2000).	41
Figura 3.15 - Especificação no <i>software</i> , do <i>Target Force</i> e da zona relativa do cabo onde se irá realizar o esticamento (SAP2000).....	42

Figura 3.16 - Diagrama de esforço axial dos tirantes apenas com a ação do <i>Target Force</i> (SAP2000).	43
Figura 3.17 - Diagrama de esforço axial dos tirantes com a ação do <i>Target Force</i> e do peso próprio (SAP2000).	43
Figura 3.18 - Diagrama de esforço axial dos tirantes modelados com base nas flechas calculadas (SAP2000).	44
Figura 3.19 - Esquemática de um cabo suspenso sujeito a uma carga concentrada Q a meio vão.	45
Figura 3.20 - Variação da carga concentrada Q em função da flecha existente no cabo após deformação f_1 .	48
Figura 3.21 - Variação do deslocamento segundo os 3 eixos (1,2 e 3), relativamente à ação de 20kN concentrada a meio vão (SAP2000).	49
Figura 3.22 - Diagrama do esforço axial, resultante do carregamento concentrado a meio vão de 20kN (SAP2000).	49
Figura 3.23 – <i>Layout</i> do programa realizado em <i>Visual Basic (Excel)</i> relativo ao cálculo do equilíbrio de um elemento de cabo parabólico na posição de deformada.	51
Figura 3.24 - Segmento de corda sujeito a um conjunto de tensões de equilíbrio.	52
Figura 3.25 - Variação da configuração inicial do cabo mediante o T e o L .	56
Figura 3.26 - Representação gráfica dos desvios para o 1º modo de vibração .	58
Figura 3.27 - Representação gráfica dos desvios para o 2º modo de vibração .	59
Figura 3.28 - Representação gráfica dos desvios para o 3º modo de vibração .	59
Figura 3.29 - Configuração do cabo sem espias .	60
Figura 3.30 - Configuração do cabo com espias a $L/3$ do vão com inclinação de 20º .	61
Figura 3.31 - Configuração do cabo com espias a $L/3$ do vão com inclinação de 40º .	61
Figura 3.32 - Configuração do cabo com espias a $L/4$ do vão com inclinação de 20º .	62
Figura 3.33 - Configuração do cabo com espias a $L/4$ do vão com inclinação de 40º .	62
Figura 3.34- Configuração do cabo analisado e respetivo carregamento.	63
Figura 4.1 - Planta da ponte pedonal em estudo (FASE Estudos e Projetos, 2014).	65
Figura 4.2 - Alçado da ponte pedonal em estudo (FASE Estudos e Projetos, 2014).	65
Figura 4.3 - Dimensões da ponte em estudo em Alçado.	66
Figura 4.4 – Dimensões da ponte em estudo em Planta.	67
Figura 4.5 - Pormenor em planta dos cabos de contraventamento dispostos em cruz com medidas em mm (FASE Estudos e Projetos, 2014).	67
Figura 4.6 - Pormenor da ligação do pendural ao cabo principal superior (FASE Estudos e Projetos, 2014).	68
Figura 4.7 - Pormenor da ligação do pendural ao cabo principal inferior (FASE Estudos e Projetos, 2014).	68

Figura 4.8 - Representação da secção transversal do tabuleiro com medidas em mm (FASE Estudos e Projetos, 2014).	69
Figura 4.9 - Alçado da amarração dos encontros e das espias (FASE Estudos e Projetos, 2014).	70
Figura 4.10 – Pormenor do maciço com as pregagens, as forquilha ajustáveis dos cabos e o perfil metálico (FASE Estudos e Projetos, 2014).	70
Figura 4.11 – Pormenor de uma forquilha ajustável (Catálogo <i>BRIDON Structural Systems</i>).	70
Figura 4.12 – Pormenor da ancoragem das espias (FASE Estudos e Projetos, 2014).	70
Figura 4.13 - Vista geral 3D do modelo de análise estrutural (<i>SAP2000</i>).	73
Figura 4.14 - Vista frontal 3D do modelo de análise estrutural (<i>SAP2000</i>).	73
Figura 4.15 - Caracterização de cada elemento do modelo (<i>SAP2000</i>).	74
Figura 4.16 - Pormenor dos apoios inseridos no modelo (<i>SAP2000</i>).	75
Figura 4.17 – Ligações onde foram introduzidos alguns graus de liberdade (<i>SAP2000</i>).	75
Figura 4.18 - Pormenor representativo da chapa aparafusada existente entre encontro e tabuleiro, de forma a compensar a falta de tabuleiro nos extremos quando este se desloca (FASE Estudos e Projetos, 2014).	76
Figura 4.19 - Organograma referente à análise dinâmica de uma ponte pedonal tendo em conta as ações induzidas por grupos de peões (Caetano & et. al, 2008).	77
Figura 4.20 – Aplicação da carga harmónica $p(t)$ de acordo com a configuração do Modo de Vibração i numa estrutura exemplo.	82
Figura 4.21 - Oscilação do centro de gravidade de um pedestre na direção lateral (Alves, 2008).	84
Figura 4.22 - <i>Layout</i> da folha de cálculo, relativa à análise dinâmica para as ações induzidas por um grupo de peões.	85
Figura 4.23 - Métodos disponíveis para a realização da Integração Direta (<i>SAP2000</i>).	87
Figura 4.24 - Especificação dos coeficientes, de forma a realizar-se uma combinação linear da matriz massa e da matriz rigidez (<i>SAP2000</i>).	88
Figura 4.25 – Especificação do amortecimento através de duas frequências diferentes (<i>SAP2000</i>). ..	88
Figura 4.26 - Esforço axial dos cabos principais a meio vão, consoante a atuação das cargas.	92
Figura 4.27 - Modo 1 ($f=1.186$ Hz) deslocamento vertical do tabuleiro com duas semi-ondas.	92
Figura 4.28 - Modo 2 ($f=1.225$ Hz) deslocamento vertical do tabuleiro da zona central.	92
Figura 4.29 - Modo 3 ($f=1.512$ Hz) torção do tabuleiro.	93
Figura 4.30 - Modo 4 ($f=1.683$ Hz) torção do tabuleiro.	93
Figura 4.31 - Modo 5 ($f=2.037$ Hz) deslocamento lateral dos cabos superiores.	93
Figura 4.32 - Modo 6 ($f=2.152$ Hz) deslocamento lateral dos cabos superiores.	93
Figura 4.33 - Modo 7 ($f=2.47$ Hz) torção do tabuleiro.	93
Figura 4.34 - Modo 8 ($f=2.492$ Hz) deslocamento vertical nos vãos extremos.	93
Figura 4.35 - Modo 9 ($f=2.587$ Hz) deslocamento vertical nos vãos extremos.	93

Figura 4.36 - Modo 10 ($f=2.62$ Hz) deslocamento vertical no vão central.....	93
Figura 4.37 - Configuração do 2º modo de vibração (SAP2000).....	94
Figura 4.38 - Atuação da carga associada à função <i>Time History</i> para o 2º modo (SAP2000).....	94
Figura 4.39 - Pormenor da atuação da carga associada à função <i>Time History</i> para o 2º Modo (SAP2000).	95
Figura 4.40 - Representação das acelerações tendo em conta o 1º Modo de Vibração	96
Figura 4.41 - Representação das acelerações tendo em conta o 2º Modo de Vibração	96
Figura 4.42 - Representação das acelerações tendo em conta o 8º Modo de Vibração	97
Figura 4.43 - Representação das acelerações tendo em conta o 9º Modo de Vibração	97
Figura 4.44 - Representação das acelerações tendo em conta a variação do <i>Output Time Step Size</i>	98
Figura 5.0.1 - Configuração da ponte original	99
Figura 5.0.2 – Configuração da ponte sem espias	100
Figura 5.0.3 – Representação das acelerações máximas horizontais tendo em conta o 5º Modo de Vibração ($f=1.224$ Hz).	100
Figura 5.0.4 - Representação das acelerações máximas verticais tendo em conta o 10º Modo de Vibração ($f=2$ Hz).	101
Figura 5.0.5 – Configuração da ponte com apenas 4 espias situadas a 7 m dos apoios	101
Figura 5.0.6 - Representação das acelerações máximas horizontais tendo em conta o 2º Modo de Vibração ($f=1.139$ Hz).	102
Figura 5.0.7 - Representação das acelerações máximas verticais tendo em conta o 7º Modo de Vibração ($f=1.894$ Hz).	102
Figura 5.0.8 - Configuração da ponte com apenas 4 espias situadas a 14 m dos apoios	103
Figura 5.0.9 - Representação das acelerações máximas verticais tendo em conta o 5º Modo de Vibração ($f=1.77$ Hz).	103
Figura 5.0.10 - Configuração da ponte com apenas 4 espias situadas a 21 m dos apoios	104
Figura 5.0.11 - Representação das acelerações máximas horizontais tendo em conta o 2º Modo de Vibração ($f=1.189$ Hz).	104
Figura 5.0.12 - Representação das acelerações máximas verticais tendo em conta o 6º Modo de Vibração ($f=1.664$ Hz).	105
Figura 5.0.13 - Configuração da ponte com 8 espias à distância vertical dos apoios de 2m	105
Figura 5.0.14 - Representação das acelerações máximas verticais tendo em conta o 8º Modo de Vibração ($f=2.174$ Hz).	106
Figura 5.0.15 - Configuração da ponte com 8 espias à distância vertical dos apoios de 5m	106
Figura 5.0.16 - Representação das acelerações máximas horizontais tendo em conta o 1º Modo de Vibração ($f=1.264$ Hz).	107

Figura 5.0.17 - Representação das acelerações máximas verticais tendo em conta o 1º Modo de Vibração ($f=1.264$ Hz).....	107
Figura 5.0.18 - Configuração da ponte com 8 espigas igualmente espaçadas	108
Figura 5.0.19 -Representação das acelerações máximas verticais tendo em conta o 8º Modo de Vibração ($f=2.368$ Hz).....	108
Figura 5.0.20 - Configuração da ponte com uma flecha de 1.7 m	109
Figura 5.0.21 - Representação das acelerações máximas horizontais tendo em conta o 1º Modo de Vibração ($f=1.242$ Hz).....	109
Figura 5.0.22 - Representação das acelerações máximas verticais tendo em conta o 2º Modo de Vibração ($f=1.26$ Hz).....	110
Figura 5.0.23 - Configuração da ponte com uma flecha de 2.3 m	110
Figura 5.0.24 - Representação das acelerações máximas verticais tendo em conta o 7º Modo de Vibração ($f=2.322$ Hz).....	111

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 - Análise do elemento finito de <i>Cable</i> variando o nº de elementos que o constitui com L=56m .	39
Tabela 3.2 - Análise do elemento finito de <i>Cable</i> variando o nº de elementos que o constitui com L=10m .	40
Tabela 3.3 - Análise do elemento finito de <i>Cable</i> variando o nº de elementos que o constitui com L=500m .	40
Tabela 3.4- Valores das frequências e desvios para L=28m .	57
Tabela 3.5 - Valores das frequências e desvios para L=56m .	57
Tabela 3.6 - Valores das frequências e desvios para L=112m .	57
Tabela 3.7 - Valores das frequências e desvios para L=400m .	58
Tabela 3.8 - Frequências e esforço axial <i>N</i> do cabo sem espias .	60
Tabela 3.9 - Frequências e esforço axial <i>N</i> do cabo com espias a L/3 com inclinação de 20° .	61
Tabela 3.10 - Frequências e esforço axial do cabo <i>N</i> com espias a L/3 com inclinação de 40° .	61
Tabela 3.11 - Frequências e esforço axial do cabo <i>N</i> com espias a L/4 com inclinação de 20° .	62
Tabela 3.12 - Frequências e esforço axial do cabo <i>N</i> com espias a L/4 com inclinação de 40° .	62
Tabela 3.13 - Frequências para cada Modo de Vibração, para um dado q .	64
Tabela 4.1 - Forças de esticamento dos cabos principais, obtidas através do <i>SAP2000</i> , na sua fixação inicial .	72
Tabela 4.2 - Forças de esticamento dos cabos principais, obtidas através do <i>SAP2000</i> , após todas as cargas permanentes atuantes .	72
Tabela 4.3 - Caracterização das classes de tráfego (Caetano & et. al, 2008).	79
Tabela 4.4 - Caracterização das classes de conforto (Caetano & et. al, 2008).	80
Tabela 4.5 - Valores da carga <i>P</i> conforme a vibração analisada (Caetano & et. al, 2008).	81
Tabela 4.6 – Valores do ψ conforme a vibração analisada (Sétra/AFGC, 2006).	82
Tabela 4.7 - Valores de <i>n'</i> conforme a classe de tráfego (Caetano & et. al, 2008).	82
Tabela 4.8 – Representação detalhada de cada componente da carga permanente total.	89
Tabela 4.9 - Sequência real da atuação dos carregamentos e respetivo estado de carregamento anterior.	91
Tabela 4.10 - Representação dos valores das gamas de frequências critica segundo a direção de vibração (Sétra/AFGC, 2006).	94
Tabela 4.11 - Caracterização dos Modos de Vibração sujeitos a uma análise dinâmica.	96
Tabela 5.1 - Valores das acelerações, para os casos estudados e verificações dinâmicas.	111

1

INTRODUÇÃO

1.1. ASPETOS GERAIS

As pontes pedonais na generalidade são cada vez mais sofisticadas, uma vez que têm na sua constituição materiais cada vez mais leves e vãos significativamente maiores. Desta forma, a relação existente entre as sobrecargas de utilização e cargas permanentes tem vindo a aumentar de forma constante.

Posto isto, a rigidez das pontes em causa tem vindo a diminuir, causando o decréscimo das suas frequências naturais de vibração, que desta forma se aproximam cada vez mais das frequências de excitação, podendo-se desenvolver fenómenos de ressonância, onde a resposta da estrutura é consideravelmente amplificada.

As amplificações de resposta das pontes pedonais podem, por seu turno, contribuir para que ocorram problemas de serviço, condicionando fortemente o conforto dos pedestres na sua travessia. No entanto, o colapso da estrutura, induzido pelas forças dinâmicas relativas aos pedestres, raramente ocorre.

As pontes pedonais suspensas constituem a tipologia de pontes analisada no presente trabalho. O uso de pontes deste tipo é cada vez mais corrente na atualidade, sendo estas muitas vezes construídas em meios rurais, situando-se por vezes em zonas de difícil acesso. Normalmente, estão perfeitamente inseridas na natureza, uma vez que vencem vãos elevados (não necessitando de apoios intermédios), e utilizam na sua constituição materiais simples, como elementos de madeira e cabos de aço.

Para além do envolvimento que estes tipos de pontes têm com a natureza, salienta-se a sua construção em zonas remotas, o que se deve principalmente ao seu baixo custo e à facilidade com que são montadas, não envolvendo maquinaria pesada na sua construção, sendo utilizados materiais relativamente simples de transportar.

A construção destas pontes em sítios remotos contribui também para que o conforto na sua passagem não tenha que ser demasiadamente alto, como acontece nas pontes pedonais existentes em zonas urbanas. Tal facto deve-se à zona em que a ponte se insere, ser uma zona de caminhadas/passeio realizada num contexto muitas vezes de aventura.

É importante referir ainda que como estas estruturas envolvem na sua constituição elementos de cabo, é necessário ter em atenção os efeitos de segunda ordem gerados por estes elementos, uma vez que estes possuem um comportamento não linear geométrico. Por esta razão, o estudo dos cabos torna-se mais complexo, uma vez que os cálculos relativos ao seu equilíbrio são realizados com base em processos iterativos.

O presente trabalho foi realizado em ambiente empresarial, na empresa FASE Estudos e Projetos, S.A., o que possibilitou lidar com os problemas que surgem habitualmente na execução de um projeto e ainda

uma abordagem mais prática dos obstáculos que foram surgindo no seu desenvolvimento. O contacto direto com engenheiros experientes, permitiu ainda algumas discussões e trocas de pontos de vistas relacionados com os temas aqui abordados.

O conhecimento adquirido com este trabalho, e ao longo do curso, permitiram a participação, por parte do autor, em projetos desenvolvidos pela empresa, pondo em prática alguns dos conceitos aqui abordados.

1.2. OBJETIVOS

A oportunidade do desenvolvimento desta dissertação em ambiente empresarial, contribuiu para que a abordagem relativamente ao tema, fosse efetuada tendo em conta uma perspetiva de projeto.

O seu principal objetivo fundamentou-se na análise de um caso de estudo de uma ponte pedonal suspensa, inserida num meio rural, fazendo parte de um Plano de Restabelecimento de Caminhos Rurais, que serão afetados pela albufeira de um aproveitamento hidroelétrico. O projeto desta ponte foi realizado pela empresa FASE Estudos e Projetos S.A, devendo-se em grande parte ao impulsionamento realizado pelas engenheiras Marisa Ferreira e Graça Azevedo.

Com base neste, seguiu-se uma metodologia idêntica à que é normalmente realizada em projeto. Esta metodologia baseou-se inicialmente na observação das pontes existentes (idênticas à que se irá estudar), na análise dos métodos construtivos existentes e possíveis variantes e no estudo dos tipos de materiais existentes, que constituem a estrutura (tipos de cabos).

Posteriormente verificou-se qual a formulação analítica disponível referente ao cálculo dos cabos, a forma correta de modelação de cada um dos elementos da ponte e efetuaram-se ainda pequenas validações dos resultados obtidos através do modelo, para elementos estruturais simples.

Após estes procedimentos prévios, passou-se então à abordagem do caso de estudo, em que se desenvolveu o modelo relativo à ponte pedonal; com base no modelo procedeu-se às análises estáticas e dinâmicas da estrutura. Com base na ponte original realizaram-se ainda algumas variantes estruturais, com o intuito de determinar a melhor solução possível e analisar os efeitos causados em cada variante realizada.

As etapas supramencionadas, seguem a ordem dos capítulos do presente documento, simulando desta forma todo o percurso realizado na execução de uma estrutura, num contexto de projeto, cujo objetivo fundamental se centra na obtenção da melhor solução final para a ponte a construir.

1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Com base nos objetivos enunciados anteriormente, o presente trabalho divide-se nos vários capítulos que de seguida se enumeram e descrevem.

Capítulo 2 onde se apresenta a observação e análise de duas pontes suspensas com configurações distintas, e a explicitação dos métodos construtivos normalmente envolvidos na sua conceção, dependentes estes da configuração que esta possui. Também neste se podem observar, os diferentes tipos de cabos de aço existentes, bem como alguns dos seus acessórios, também eles em aço.

Capítulo 3 onde se expõe a formulação analítica relativa aos elementos de cabos sujeitos a diferentes carregamentos, e ainda os procedimentos que deverão ser seguidos na sua modelação através do *software SAP2000*. Apresenta-se também uma formulação de aproximação ao cálculo não linear de

cabos sujeitos a uma carga concentrada e a uma carga distribuída ao longo do seu comprimento, sendo desenvolvidas ainda modelações de elementos de cabo simples, estabelecendo-se a sua validação através da formulação analítica já especificada.

Capítulo 4 onde toda a informação referente ao caso de estudo é caracterizada, como os materiais, o método construtivo, as ações estáticas, entre outros, e onde são definidos os passos relativos à modelação da ponte em estudo e pressupostos assumidos. Neste capítulo aborda-se também a regulamentação existente, relativa à análise dinâmica, englobando um modelo de carga tendo em conta as ações induzidas por um grupo de pedestres. Após estes procedimentos, efetuou-se ainda uma análise estática e dinâmica da ponte pedonal de forma a verificar a sua exequibilidade.

Capítulo 5 onde são realizadas análises dinâmicas relativas, às variantes da estrutura original, averiguando desta forma a influência que cada uma das alterações tem na resposta dinâmica da estrutura.

Capítulo 6 onde se apresentam as conclusões finais do trabalho, bem como as propostas de trabalho futuro a desenvolver sobre este tema.

2

ESTUDO DE PONTES PEDONAISSUSPENSAS

2.1. INTRODUÇÃO

O estudo das pontes pedonais suspensas é fundamental quando se pretende proceder ao projeto de uma ponte deste género. Deve começar-se pela investigação de pontes já construídas, em que se tenha uma noção dos materiais envolvidos, do tipo de ligações entre os seus constituintes, bem como, do estudo do sistema de forças que se encontra na base da sua sustentação. A aliar a estes aspetos a visita a pontes deste tipo mostra-se importante, porque para além de se poder observar os pequenos detalhes, que através de fotografias não se conseguiam analisar, também se tem uma perceção do comportamento dinâmico da estrutura durante o seu atravessamento.

Em resultado das pontes suspensas analisadas, conclui-se que existem duas tipologias principais - as pontes com tabuleiro horizontal (com pendurais de comprimento variável) e as pontes com tabuleiro de configuração curva (com pendurais de igual comprimento).

Além da análise das pontes existentes, é igualmente importante conhecer relativamente bem, o processo construtivo que uma ponte deste género envolve. O método construtivo é distinto para cada uma das duas tipologias especificadas anteriormente, no entanto existem algumas etapas comuns a ambas.

Após o conhecimento deste tipo de pontes num contexto mais geral, baseado na observação de estruturas existentes e análise do método construtivo, é fundamental ter um conhecimento mais aprofundado relativamente à alternativa de materiais existentes, sendo com base nesse conhecimento efetuada a escolha dos elementos constituintes da ponte a projetar. Neste caso, os materiais que requerem um conhecimento mais aprofundado, são os cabos. Estes elementos têm muitas alternativas e devem ser escolhidos consoante a utilização da ponte e o ambiente envolvente.

Neste capítulo, abordar-se-ão estes aspetos, a fim da aquisição de um conhecimento teórico mais abrangente relativo às pontes pedonais suspensas, que servirá de base ao desenrolar do projeto, nomeadamente à análise do caso de estudo. De todas as pontes observadas caracterizaram-se apenas duas, uma em Portugal e outra na Suíça, sendo a primeira contemplada com uma visita ao local. Note-se que as duas, apesar de suspensas, possuem configurações distintas.

2.2. PONTE DE SANTO ALEIXO E ALÉM-TÂMEGA

Caracteriza-se por ser uma ponte de arame situada no município de Ribeira de Pena, realizando a ligação entre as freguesias de Santo Aleixo de Além-Tâmega e Salvador. Foi construída em 1913, porém já foi

reabilitada várias vezes desde então. Encontra-se em relativo bom estado, passível de ser atravessada, contudo, a construção de uma barragem prevista a jusante poderá vir a pôr em causa a sua utilização futura (Freguesia de Santo Aleixo de Além Tâmega, s.d.).



Figura 2.1 – Vista geral da Ponte de Santo Aleixo e Além-Tâmega.

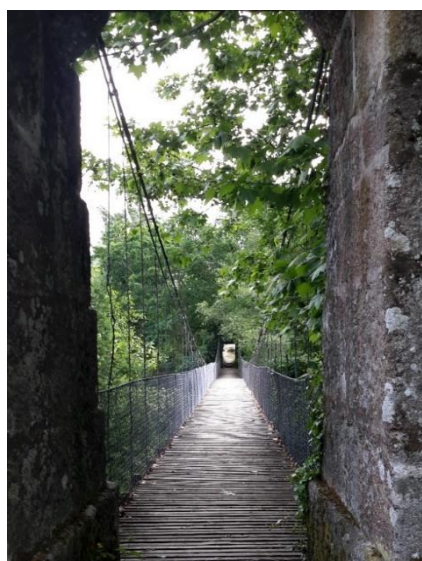


Figura 2.2 – Vista do tabuleiro da Ponte de Santo Aleixo e Além-Tâmega.



Figura 2.3 - Pormenor dos cabos principais da ponte.

Esta ponte possui um vão de 57,4 m, 1,5 m de largura e é constituída por 51 pendurais em cada um dos lados.

Os seus cabos principais são de dois tipos, um deles baseia-se num conjunto de arames entrelaçados artesanalmente e o outro consiste num cabo de aço *structural wire rope* (tipo de cabo especificado no ponto 2.5.5). Os pendurais também se baseiam num aglomerado de arames que pelo seu aspeto menos uniforme se entende que tenham sido realizados em obra.



Figura 2.4 - Pormenor ligação pendural / travessa.



Figura 2.5 - Parte inferior do tabuleiro.

Aos pendurais encontram-se fixas as travessas de madeira, como se pode observar na Figura 2.4. Sobre estas estão fixadas umas ripas, também elas de madeira, dispostas na direção longitudinal do tabuleiro (Figura 2.5) e sobre estas últimas assentam ainda outras ripas, que constituem o pavimento da ponte, e se encontram dispostas na direção transversal ao tabuleiro.

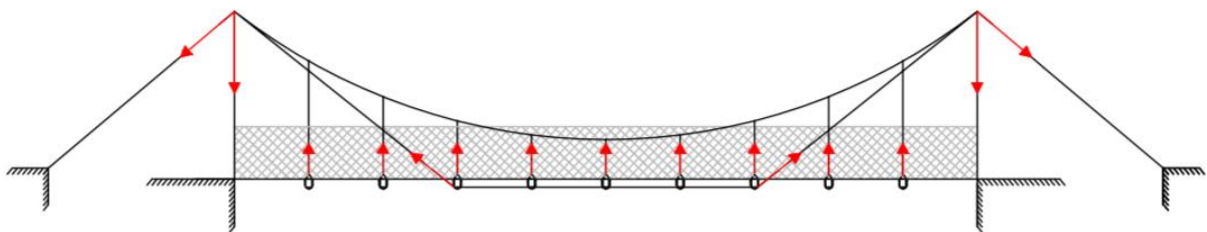


Figura 2.6 - Esquema das forças de sustentação da ponte, realizadas pelos cabos e pendurais.

O suporte da ponte é realizado pelos cabos principais (2 cabos parabólicos e 2 cabos retos que passam sob as travessas centrais). Esta configuração difere das configurações habituais de pontes suspensas de tabuleiro horizontal, uma vez que estas normalmente, apenas são constituídas pelo cabo parabólico.

O cabo parabólico tem como função, realizar a sustentação de cada uma das travessas através dos pendurais, sendo estes de comprimentos diferentes, uma vez que o tabuleiro é horizontal. As forças exercidas em cada pendural são iguais ao longo da ponte, no entanto as forças nos pendurais centrais são menores uma vez que essa parte do tabuleiro também é sustentada pelo cabo principal reto.

Tendo em conta a análise desta ponte, prevê-se que na sua origem tenha sido constituída apenas pelos cabos parabólicos, uma vez que estes na sua constituição possuem cabos de arames produzidos artesanalmente. Os cabos do tipo *structural wire rope*, supõem-se terem sido introduzidos

posteriormente, como reforço da ponte. Nesse reforço foi, então, realizado o acréscimo destes novos cabos aos cabos parabólicos já existentes, e também a introdução dos cabos retos que realizam a ligação direta das travessas centrais aos encontros.

A visita realizada ao local, além de possibilitar toda a análise relativa aos seus elementos constituintes, permitiu ainda experimentar as elevadas vibrações que se fazem sentir durante o seu atravessamento. Tornou-se perceptível durante o caminhar, o aumento destas acelerações quando se aumenta a velocidade de circulação, bem como o aumento da largura da passada de forma a se manter o equilíbrio do corpo. Além destes aspetos também se verificou que à medida que se caminha, a passada tende-se a alterar de forma a sincronizar-se com a vibração da ponte.

2.3. PONTE TRIFT

A Ponte *Trift* é uma ponte pedonal de cabos situada na Suíça, mais concretamente nos Alpes. Situa-se a 100 m do solo e o tabuleiro tem cerca de 170 m de comprimento.



Figura 2.7 – Ponte Trift, extraído de <http://www.highestbridges.com>.

Os cabos principais desta ponte são do tipo **structural wire rope**, no entanto os cabos que fazem parte do sistema de contraventamento (dispostos inferiormente ao tabuleiro) já são do tipo **spiral strands** (tipo de cabo especificado no ponto 2.5.2). Os pendurais, por sua vez, baseiam-se em cabos de aço maciços.



Figura 2.8 – Configuração das espigas da ponte, extraído de <http://www.highestbridges.com>.

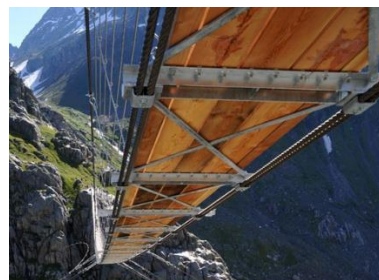


Figura 2.9 - Pormenor da constituição do tabuleiro, extraído de <http://www.highestbridges.com>.



Figura 2.10 - Pormenor dos encontros da ponte, extraído de <http://www.tripomatic.com>.

Esta ponte é ainda constituída por um sistema treliçado metálico, situado sob o pavimento do tabuleiro, ao longo de todo o seu comprimento (este contraventamento une todo o tabuleiro implementando-lhe rigidez lateral). Por cima destes elementos metálicos encontram-se aparafusadas as ripas de madeira que constituem o seu pavimento.

Relativamente aos pendurais, estes realizam a ligação dos cabos superiores aos cabos inferiores, sendo esta efetuada através de elementos metálicos dispostos nas emendas do sistema treliçado. Os pendurais possuem sempre o mesmo comprimento, contribuindo desta forma para que a configuração adquirida pelo tabuleiro acompanhe a configuração de catenária assumida pelos cabos.

O suporte da ponte é realizado pelos cabos principais (4 cabos inferiores sob o tabuleiro e 2 cabos superiores fazendo parte também das guardas laterais). Os cabos superiores apoiam-se sobre dois perfis metálicos em cada extremo da ponte. Uma vez que estes se encontram ancorados no solo, então é necessário realizar um desvio para que se estabeleça a diferença de cota destes cabos em relação aos cabos principais inferiores da ponte.

Nesta tipologia de ponte, a função principal dos pendurais é realizar a compatibilização dos cabos superiores e inferiores sendo a sustentação da ponte repartida por estes elementos. Parte da carga é suportada pelos cabos inferiores e a outra parte, é suportada pelos cabos superiores, sendo realizada a transmissão de carga a estes cabos através dos pendurais (Figura 2.11).

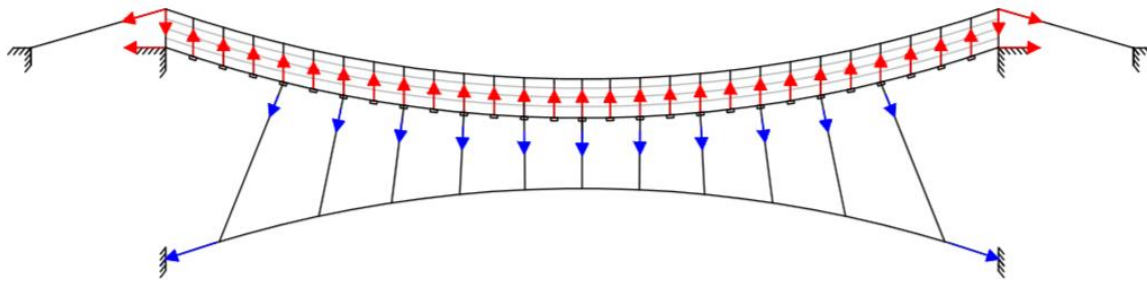


Figura 2.11 - Esquema das forças de sustentação principal da ponte a vermelho, e das forças exercidas pelas espigas a azul.

Esta ponte apresenta ainda na sua constituição 2 cabos longitudinais, dispostos em cada um dos lados do tabuleiro. Estes são ancorados em ambas as margens e têm como função realizar a ancoragem das espigas que por sua vez fazem a ligação destes cabos ao tabuleiro. Este sistema de cabos encontra-se sempre em tração e tem como objetivo realizar o contraventamento lateral e vertical da ponte face a possíveis oscilações, encontrando-se a ponte significativamente mais rígida.

As espigas encontram-se inclinadas, ou seja, não se encontram exatamente sob o tabuleiro (forças a azul na Figura 2.11). É importante também realçar que as forças exercidas por estes elementos são de ordem de grandeza bastante inferior, às forças exercidas pelos cabos principais na sustentação da ponte.

2.4. MÉTODO CONSTRUTIVO

As pontes pedonais suspensas que se situam em zonas rurais de difícil acesso, normalmente são construídas com materiais relativamente leves, sendo mais fácil desta forma o seu transporte até ao local. Para além dos materiais leves, a montagem da ponte também é relativamente simples, não envolvendo maquinaria pesada, o que é uma mais-valia. A tipologia destas pontes é normalmente aconselhável a estes locais remotos, uma vez que se inserem relativamente bem na paisagem, devido aos materiais que a constituem serem relativamente simples (elementos de madeira e cabos de aço), aliado ao facto de viabilizarem maiores vãos sem necessitarem de quaisquer tipos de apoios intermédios.

A construção deste tipo de ponte, depende da forma que o tabuleiro adquire, ou seja, a ponte suspensa pode ter um tabuleiro horizontal (em que o comprimento dos pendurais varia ao longo do vão) ou pode ter um tabuleiro curvo, ou seja, o tabuleiro acompanha a configuração dos cabos principais (o comprimento dos pendurais neste caso é sempre o mesmo).

Normalmente o tabuleiro de configuração horizontal, é apenas sustentado por 2 cabos superiores. Quando a forma do tabuleiro é curva, a sustentação da ponte poderá ser realizada também por 2 cabos inferiores (situados aproximadamente ao nível do tabuleiro).

O método construtivo para estas duas tipologias é relativamente diferente em alguns aspetos. Apresentam-se, por isso, de seguida, as etapas de construção para cada um dos dois tipos de pontes suspensas:

- **Tabuleiro com uma configuração horizontal**

- **Execução dos maciços de ancoragem** – Este maciço encontra-se nas margens da ponte a construir, sustentando os dois cabos superiores. Normalmente é constituído por pregagens, que garantem a ancoragem dos cabos no terreno, desenvolvendo assim a reação horizontal necessária para a sustentação da ponte.



Figura 2.12 -Bloco de ancoragem dos cabos superiores nos encontros da ponte (Miller, 2010).



Figura 2.13 - Bloco de ancoragem nos encontros da ponte após ligação dos cabos superiores (Miller, 2010).

- **Lançamento dos cabos principais** – É realizada a ligação de cada um dos cabos principais ao maciço de ancoragem disposto numa das margens e estabelece-se o lançamento desses para a outra margem, onde posteriormente se realiza a ligação ao outro maciço e o esticamento do cabo (no maciço que possuir o dispositivo de ajuste). Note-se que estes cabos quando lançados encontram-se já com os pendurais montados e as respetivas travessas.



Figura 2.14 - Cabos principais fixos, com pendurais e travessas, extraído de <https://vimeo.com/106953939>.

- **Colocação do pavimento** – o pavimento entre travessas previamente montadas, é estabelecido por avanços a partir das margens, unificando desta forma a totalidade do tabuleiro (pregagens de ripas entre travessas).



Figura 2.15 – Colocação do pavimento sobre travessas, extraído de <http://www.canadianconsultingengineer.com>.



Figura 2.16 – Colocação do pavimento sobre travessas, extraído de <http://architectureau.com>.

- **Colocação das guardas** – como finalização da ponte é realizada a instalação das guardas, que se caracteriza normalmente por uma malha de aço.
- **Tabuleiro com uma configuração curva**
 - **Execução dos maciços de ancoragem** – São realizados nas margens maciços de ancoragem de forma a sustentarem os cabos principais e as espias. Estes por sua vez também são normalmente constituídos por pregagens, que têm como função fornecer a reação horizontal necessária, realizando assim a sustentação dos cabos e por sua vez da ponte. Quando o terreno é relativamente resistente, a sustentação dos cabos é aplicada por pregagens diretamente na rocha sem ser necessário o maciço em betão armado.

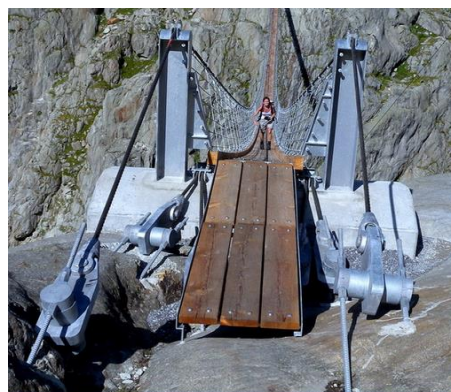


Figura 2.17 - Sustentação dos cabos superiores e inferiores efetuado diretamente com pregagens na rocha, extraído de <http://www.fotocommunity.fr>.

- **Lançamento dos cabos principais** – É procedido ao lançamento dos cabos superiores e inferiores (4 cabos normalmente), de uma margem para a outra, e é estabelecida a ligação aos maciços de ancoragem respetivos procedendo-se de seguida ao esticamento dos cabos (quando lançados fixam-se os cabos numa das margens, e o seu esticamento realiza-se na margem oposta onde existe um dispositivo de ajuste). Em grande parte das vezes os pendurais são também lançados juntamente com os cabos superiores.



Figura 2.18 - Cabos fixos nas duas margens, extraído de <http://www.seatoskygondola.com>.

- **Colocação das travessas e respetivo pavimento** - é também estabelecida por avanços a partir das margens, colocam-se as travessas juntamente com o pavimento e realiza-se a ligação aos pendurais previamente montados. O tabuleiro nestes casos, encontra-se sobre os cabos inferiores mas sem estar fixo, ou seja desliza sobre estes.

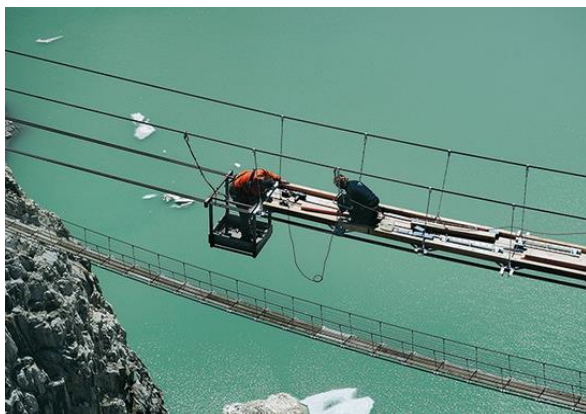


Figura 2.19 - Colocação das travessas e respetivo pavimento, extraído de <http://www.detail-online.com>.



Figura 2.20 – Colocação das travessas e respetivo pavimento (The Bridge Builder, 2014).

- **Montagem e esticamento das espigas** – É realizada a ligação dos cabos de espigas entre as travessas e zonas de ancoragem no terreno, sendo posteriormente efetuado o esticamento destes elementos.

- **Colocação das guardas** – como finalização da ponte é realizada a instalação das guardas, que se caracteriza normalmente por uma malha de aço.

Para ambas as pontes suspensas o transporte dos materiais e lançamento dos cabos, dado a zona remota onde estas normalmente se inserem, pode ser realizado por helicóptero ou através de um barco, isto se existir um rio sob ponte a construir.



Figura 2.21 - Lançamento dos cabos realizado pelo helicóptero, extraído de <http://www.detail-online.com>.

Estas metodologias são apenas possíveis sequências da realização dos trabalhos na construção deste tipo de pontes, porém existem sempre alternativas a estes tipos de concepção perfeitamente viáveis (Striking suspension, 2013).

2.5. TIPOS DE CABOS

O cabo é um elemento com grande e variável utilização hoje em dia. É importante conhecer ao certo o tipo de função que este irá exercer, uma vez que é com base nela que se procede à escolha do tipo de cabo a usar.

Inicialmente nas pontes suspensas e não só, usavam cabos de aço feitos artesanalmente, através de um conjunto de arames entrançados. Atualmente a metodologia é igual, porém os cabos são fabricados industrialmente, possibilitando para além de um melhor acabamento, um melhor conhecimento e controlo das suas propriedades mecânicas.

Constata-se então que os cabos são grande parte das vezes constituídos por fios de aço prefabricados, sendo estes fios agrupados em feixes formando assim um cordão. Seguidamente abordar-se-ão os tipos de cabo existentes mais comuns, sendo estes em aço de elevada resistência. Também irão ser abordados alguns dos acessórios que habitualmente servem de auxílio às ligações entre cabos ou às ligações entre cabos e a restante estrutura.

2.5.1. SEVEN-WIRE STRAND

O cordão mais simples que existe é um cordão constituído por 7 arames, formando 1 arame o núcleo, e os restantes 6 envolvem-no em forma de espiral. Este tipo de cordão é designado pelo nome **Seven-wire strand**.



Figura 2.22 -**Seven-wire strand**, extraído de <http://www.amspringwire.com>.



Figura 2.23 – Utilização dos cabos **seven-wire strand** em sistemas de pré-esforço.

Este tipo de cabos é usado frequentemente na construção, essencialmente como cordão de pré-esforço. Relativamente ao seu comportamento mecânico, este apresenta um módulo de elasticidade E , inferior 6 a 8% em comparação com um arame individual (≈ 195 GPa).

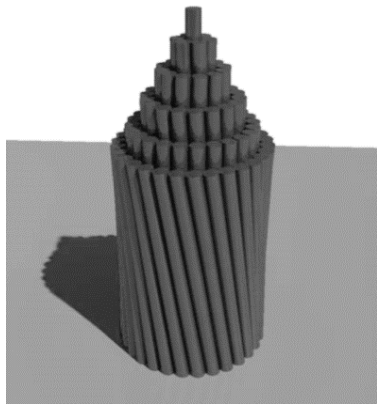
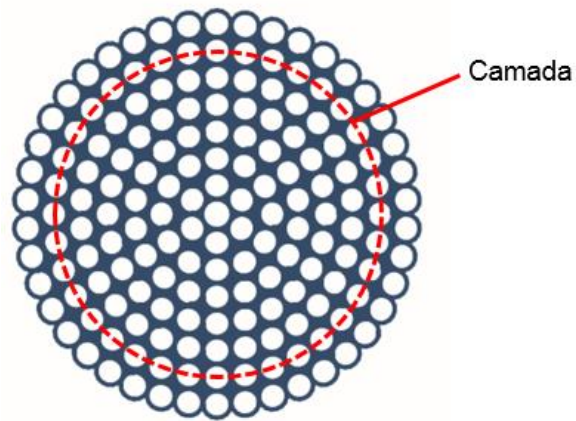
O facto de estes arames se encontrarem agrupados, possui algumas vantagens, comparativamente com uma secção idêntica mas maciça. A vantagem principal está relacionada com o defeito de fabrico que os elementos maciços possuem, ou seja, num cordão formado por vários arames, se existir defeito em algum destes, não é posta em causa a fiabilidade do elemento. No entanto quando se trata de uma secção maciça, o defeito de fabrico pode ser bastante prejudicial. O cabo formado pelo agrupamento de arames, também facilita em muito o processo construtivo na medida em que é muito mais fácil este tipo de cabo permanecer reto.

2.5.2. SPIRAL STRAND

Os cabos **spiral strand** são constituídos por um arame apenas no núcleo, e este por sua vez é envolvido por várias camadas de arames em forma de espiral, sendo que cada camada possui uma orientação oposta à anterior.

Esta tipologia de cabos é utilizada especificamente em:

- Espias de contraventamento de pontes suspensas;
- Pendurais de pontes suspensas;
- Cabos principais de pontes suspensas;
- Cabos tirantes;
- Coberturas atirantadas.

Figura 2.24 - **Spiral strand** (Martins, 2009).Figura 2.25 - Secção **spiral strand** em pormenor (Catálogo *BRIDON Structural Systems*).

Neste tipo de cabo, quanto maior for o número de arames que o constitui, menor será o ângulo de inclinação de cada arame na espiral formada. Esta diminuição da inclinação contribui para a diminuição de rigidez comparando com um arame individual e também com os cordões *seven-wire strand*. A perda de rigidez nestes elementos é então caracterizada pela diminuição do módulo de elasticidade E em cerca de 15 a 25 % (assumindo valores entre 155 e 175 GPa).

A particularidade deste tipo de cabos, é a auto compactação dos arames (formando um elemento unificado quando se aplica uma solicitação pela primeira vez). Tal facto prejudica o funcionamento do cabo, uma vez que, este quando tensionado leva a deformações não elásticas. Para prevenir estes efeitos introduz-se uma pré tensão cerca de 10 a 20% mais elevada que a tensão prevista em serviço.

A compactação destes elementos ajuda a sua proteção contra a corrosão (Martins, 2009).

2.5.3. *FULL LOCKED-COIL*

Este tipo de cabo é constituído por dois tipos diferentes de secções. A primeira secção (secção representativa do núcleo) é formada por um conjunto de arames dispostos em espiral, envolvendo um arame central (semelhante à secção do cabo *spiral strand*). A segunda tipologia de secção, envolve a primeira através de arames em forma de Z, dispostos em espiral, tendo cada camada uma direção oposta à camada anterior.

Estes cabos são normalmente usados em:

- Cabos principais de pontes suspensas;
- Pendurais de pontes suspensas;
- Cabos tirantes;
- Coberturas atirantadas.

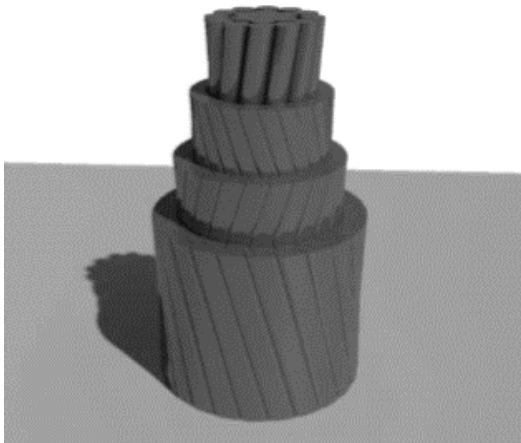


Figura 2.26 - **Full locked-coil** (Martins, 2009)

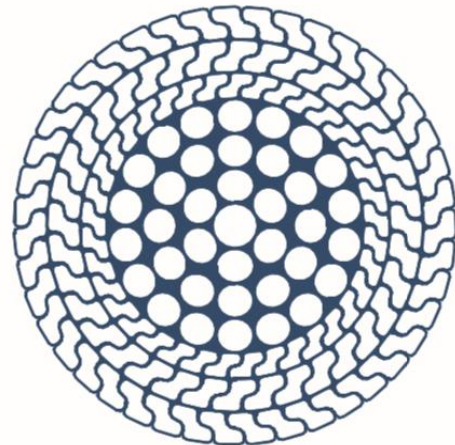


Figura 2.27 - Secção do cabo **full locked-coil** em pormenor (Catálogo *BRIDON Structural Systems*).

As camadas exteriores compostas por arames em Z dispostas em espiral, conferem ao cabo uma maior coesão dos elementos que o constituem, uma vez que quando tensionado, este se auto compacta, diminuindo assim os espaços vazios.

Estas camadas também contribuem para que os cabos possuam uma elevada resistência à corrosão, comparativamente com os outros cabos, uma vez que o seu interior se encontra fechado hermeticamente. Além disso, a maioria das vezes, estes são sujeitos a um tratamento de galvanização, adquirindo desta forma um acabamento superficial liso.

Para além dos aspetos descritos anteriormente, este tipo de cabo é ideal quando se necessita de um elemento que irá estar sujeito a elevadas pressões laterais, uma vez que a distribuição das pressões neste caso é realizada por toda a sua superfície do cabo, e não pontualmente em arames. Este efeito acontece quando se trata de zonas de ancoragem e selas nas torres de pontes suspensas.

Os cabos com esta tipologia possuem como desvantagem o facto de a sua produção ser apenas possível em fábrica, impossibilitando a sua conceção em obra.

A perda de rigidez deste elemento em relação à rigidez do arame individual é cerca de 12%, sendo o valor do módulo de elasticidade E , aproximadamente igual a 165 GPa.

2.5.4. PARALLEL-WIRE STRAND

Este tipo de cordão, tal como o nome indica, baseia-se na disposição de arames paralelos, uma vez que estes quando se encontram com uma orientação helicoidal, fazem com que o cabo possua uma redução de rigidez e uma redução da capacidade resistente.

A aplicação desta tipologia de cordão realiza-se em elementos principais resistentes em:

- Cabos principais de pontes suspensas;
- Cabos principais em pontes de tirantes.

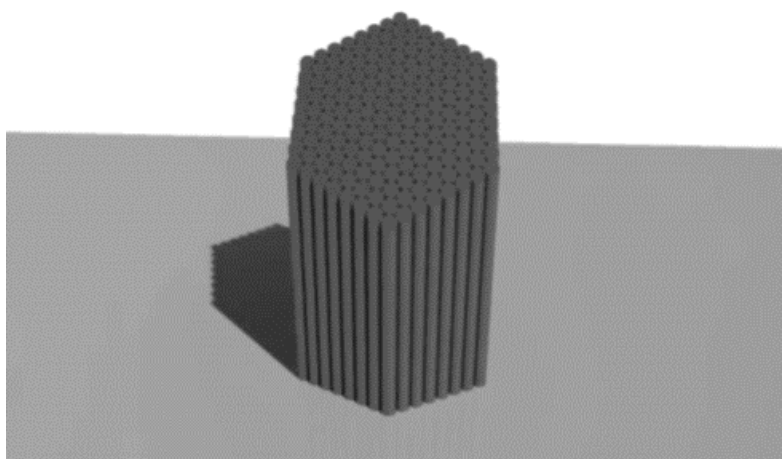


Figura 2.28 – **Parallel-wire strand** (Martins, 2009).

Porém, inicialmente a configuração deste elemento apresentou algumas dúvidas, relativamente ao funcionamento do cordão, uma vez que este quando se encontrava suspenso, apresentando uma configuração curva e um carregamento vertical, gerava alongamentos na parte inferior do cabo e encurtamentos na parte superior. Posto isto conclui-se que a secção, como não possuía quaisquer propriedades de distorção, iria desenvolver tensões intoleráveis.

Mais tarde, em testes realizados, observou-se que quando este tipo de cordão é enrolado numa bobine, este roda sobre si próprio em ambos os sentidos, reequilibrando o comprimento dos arames que o constituem. Quando desenrolado, o cordão adquire a sua forma original sem que sejam afetadas as suas propriedades mecânicas. Constatou-se então, que o cabo na situação anterior, quando carregado verticalmente, teria o mesmo comportamento, confirmando assim a exequibilidade deste tipo de cabo.

A posição paralela que os arames apresentam, contribui para que o módulo de elasticidade seja superior aos anteriores, na ordem dos 195 GPa (superior aos cabos com arames dispostos em espiral cerca de 10 a 20%). A capacidade resistente deste elemento é também ela superior (Martins, 2009).

2.5.5. *STRUCTURAL WIRE ROPE*

A tipologia de cabo **structural wire rope**, consiste num conjunto de cordões, em que o cordão central é envolvido por os outros 6 cordões dispostos em espiral. Cada cordão assume a configuração dos cordões *spiral strand*, referidos anteriormente, sendo estes formados por arames flexíveis.

Este tipo de cabos, é normalmente utilizado em:

- Cabos de auxílio à construção;
- Cabos principais de pontes suspensas;
- Cabos de bordadura pra estruturas de membrana flexíveis;
- Pendurais.

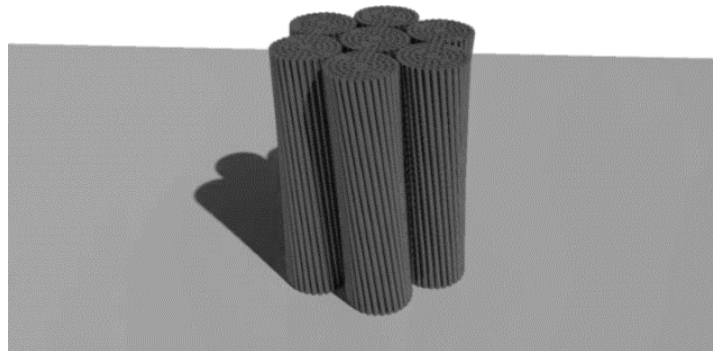


Figura 2.29 – **Structural wire rope** (Martins, 2009).

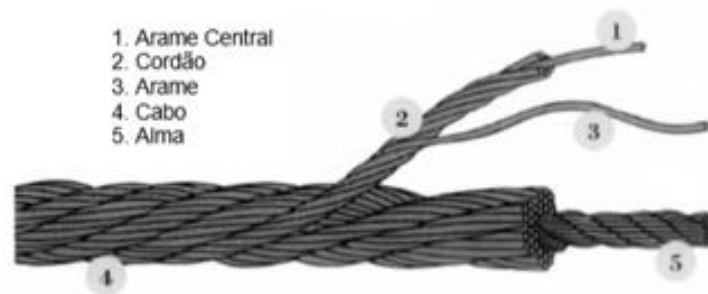


Figura 2.30 – Pormenor dos constituintes do cabo **structural wire rope** (Catálogo Nauticabo).

Este elemento possui uma fraca resistência à corrosão e um módulo de elasticidade relativamente baixo, cerca de 125 GPa.

Conclui-se então, que os fios de aço quando agrupados apesar de terem uma rigidez axial menor que os cabos maciços de igual secção, mobilizam apenas rigidez axial, sendo a sua rigidez a carregamentos transversais muito mais elevada. Os cabos maciços por sua vez dobras e plastificam facilmente acabando por partir, uma vez que apenas a sua rigidez à flexão é mobilizada, e esta por sua vez é quase desprezável.

2.5.6. ACESSÓRIOS DE CABOS

Para os elementos de cabo serem usados devidamente, é necessário usarem-se também acessórios que auxiliam a sua aplicação, sendo estes normalmente usados na área náutica. No entanto cada vez mais a sua utilização se tem efetuado na conceção de estruturas que envolvam elementos de cabo. Os acessórios principalmente usados são então os seguintes:



Figura 2.31 – **Cerra-cabos**, extraído de <https://shop.berner.eu>.



Figura 2.32 – **Sapatilho**, extraído de <http://www.royalmaquinas.com.br>.



Figura 2.33 – **Olhal de suspensão**, extraído de <http://www.carbostorm.com.br>.



Figura 2.34 – **Esticador Olhal / Gancho**, extraído de <http://vidracariacabofrio.com.br>.



Figura 2.35 – **Manilha**, extraído de <http://bahia.all.biz>.



Figura 2.36 - **Manga de cravação**, extraído de <http://www.nei.com.br>.

Os elementos de cerra-cabos são aplicados quando se quer realizar uma “alça” de um cabo sem equipamento e de maneira rápida. A “alça” deve ser munida de um sapatilho, de modo a não danificar o cabo com a dobragem. A aplicação dos cerra-cabos por sua vez, deve obedecer a uma regra específica de aplicação, exposta na Figura 2.37.

A amarração da “alça” no cabo também pode ser realizada com recurso a uma manga de cravação, substituindo os cerra-cabos. Esta é aplicada em cabos de diâmetro relativamente pequeno, dando um melhor acabamento à “alça” comparativamente com os cerra-cabos.

Na Figura 2.38 e Figura 2.39 pode-se observar a aplicação de alguns acessórios na realização de uma “alça” de um cabo.

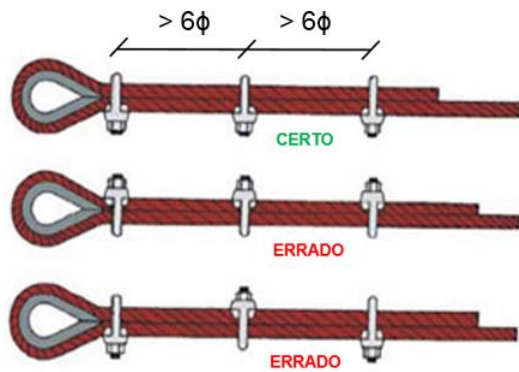


Figura 2.37 – Aplicação correta dos **cerra-cabos** numa “alça”, extraído de <http://seguranca-na-construcao.dashofer.pt>.



Figura 2.38 – Aplicação de uma **manga de cravação** e **sapatilha** numa “alça” (USDA, 1997).



Figura 2.39 – Aplicação de **manilha**, **manga de cravação** e **sapatilha** numa “alça”, extraído de <http://www.fрати.com.br>.

O esticador por sua vez é um elemento normalmente aplicado por exemplo em espias de contraventamento, sendo que é com base neste elemento que se realiza o seu esticamento. Na seguinte figura pode observar-se o esticador munido numa ponta de um olhal de suspensão (elemento que realiza a ligação do esticador com a ponte) e na outra de uma manilha (a partir do qual realiza a ligação do esticador com a “alça” da espia).



Figura 2.40 - Pormenor da ligação espia/ponte através de um **Esticador Olhal/Manilha**, extraído de <http://www.detail-online.com>.

3

ELEMENTOS DE CABO

3.1. INTRODUÇÃO

Um bom conhecimento do comportamento/funcionamento dos cabos é essencial para que se possa proceder ao dimensionamento de uma estrutura que envolva este tipo de elementos. A análise de uma estrutura de cabos diferencia-se das análises estruturais mais correntes (análises em regime linear), na medida em que os esforços na estrutura dependem altamente da configuração deformada na posição de equilíbrio, o que implica a resolução de um problema em regime não-linear. Este, pode ou não ter em conta o efeito dos grandes deslocamentos, que são contudo, quase sempre considerados para os elementos de cabo.

No estudo deste tipo de elementos, podem utilizar-se programas de cálculo, recorrendo-se a modelos discretizados em elementos finitos, de forma a possibilitar a resolução computacional do equilíbrio estático e dinâmico não linear da totalidade da estrutura.

O recurso a este tipo de modelos numéricos tem como vantagem, tornar mais eficiente o processo de cálculo, sendo para isso necessário realizarem-se verificações que comprovem a fiabilidade do modelo. Estas verificações podem consistir na comparação dos resultados obtidos através do modelo, com os valores obtidos em expressões analíticas de elementos estruturais mais simples.

No decorrer deste capítulo, será abordada a formulação analítica relativa ao cálculo inelástico e elástico de elementos de cabo, sujeitos a diferentes tipos de carregamento. Serão também especificados todos os aspetos a ter em conta na modelação deste tipo de elementos, utilizando-se o *software* de análise estrutural *SAP2000*. No final serão ainda apresentadas comparações entre os resultados analíticos e os resultados fornecidos pelo *software* tendo em conta estruturas de cabos simples. Note-se que se analisará também a influência dos cabos de contraventamento (espias) num elemento de cabo suspenso.

3.2. FORMULAÇÃO ANALÍTICA

Os cabos são elementos muitas vezes usados em estruturas, com a função de transmitir e suportar cargas, funcionando apenas em tração.

Estes elementos, quando são usados em estruturas, dividem-se normalmente em duas categorias principais:

- Elementos de cabo suspensos;
- Elementos de tirantes.

Os elementos de cabo suspensos, tal como o nome indica, caracterizam-se por cabos que se encontram suspensos. Normalmente estes constituem a totalidade ou grande parte da estrutura principal de suporte, adotando configurações de deformadas diversas (em função do carregamento). Estas configurações realizam a sustentação do elemento construído, efetuando a ligação aos pontos de fixação nos apoios.

Os elementos de cabo com funcionalidade de tirantes, de configuração aproximadamente retilínea, constituem normalmente suportes intermédios de uma dada estrutura, ou podem ter como função a sua estabilização face a determinadas ações. Este tipo de elementos pode ainda servir como suporte provisório de estruturas, ainda em construção. (Rente, 1994)

No seguinte estudo analítico como simplificação, ter-se-á em consideração que o elemento de cabo seja flexível e inextensível. Relativamente à sua flexibilidade, refere-se a inexistência de rigidez à flexão, desta forma, a força de tração será sempre tangente à geometria do elemento, em todo o seu comprimento. O facto de este, ser considerado inextensível, significa que o cabo possui igual comprimento antes e depois do carregamento, ou seja é similar a um corpo rígido. As formulações seguintes fornecem as condições necessárias para se adquirir o equilíbrio em cada um dos casos.

O facto de não existir rigidez a flexão e, por conseguinte a inexistência de momentos ao longo do cabo, faz com que o mecanismo de equilíbrio dos cabos relativamente às forças exteriores, seja unicamente realizado por esforços axiais. Desta forma é possível partir o cabo em secções de coordenadas conhecidas, e realizar a equação de equilíbrio de momentos relativamente a um dos extremos da secção escolhida, auxiliando a determinação de esforços com o acréscimo de uma equação.

Mediante um exemplo de uma secção de um cabo, sujeito a um carregamento distribuído, é possível verificar-se como varia o esforço axial ao longo do elemento. Neste exemplo (Figura 3.1), a secção constitui metade de um segmento de cabo parabólico de comprimento $2L$, e verifica-se que se fossem realizadas as equações de equilíbrio, $\Sigma M_i = 0$ e $\Sigma F_y = 0$, seria possível retirar as forças atuantes no nó j . Esta metodologia serve de base para a dedução de todos os elementos de cabos apresentados de seguida (Johnston & et. al, 1994).

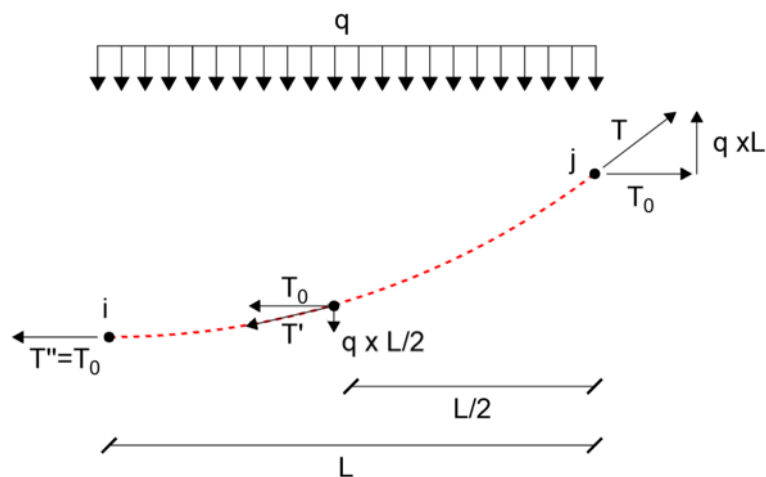


Figura 3.1 - Exemplo de uma secção de um segmento de cabo, sujeito a um carregamento uniforme distribuído

3.2.1. CABO COM CARGAS CONCENTRADAS

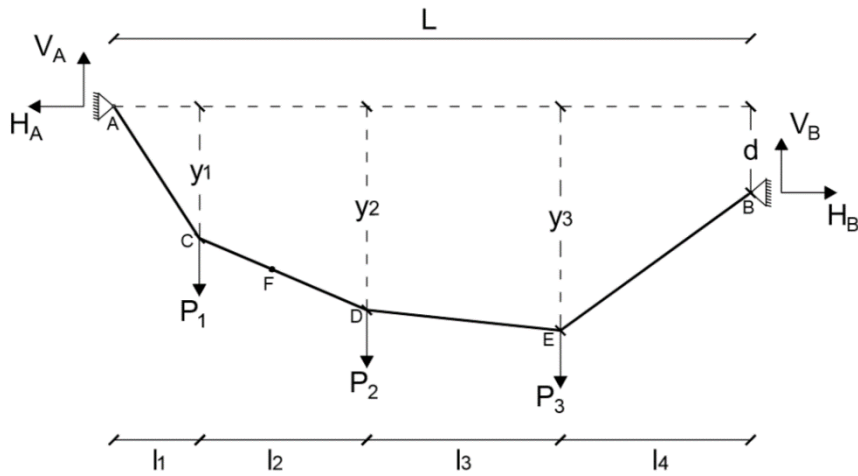


Figura 3.2 - Configuração do cabo suspenso com cargas concentradas.

Considera-se um cabo fixo nos pontos A e B que sustenta 3 cargas concentradas verticais (P_1 , P_2 , e P_3). Supõe-se que as distâncias verticais e horizontais entre apoios são conhecidas (L e d), bem como as distâncias entre cargas concentradas (l_1, l_2, l_3 e l_4). Porém, são desconhecidas as distâncias verticais entre cada carga e o apoio A (y_1 , y_2 , y_3), as reações em cada um dos apoios (H_A , V_A , H_B e V_B), e a força de tração no cabo, uma vez que esta é constante em cada segmento reto de cabo existente entre cargas, são desconhecidas então 4 forças de tração (totalizando 11 incógnitas).

Para determinar as incógnitas, começa-se por traçar o diagrama de corpo livre do cabo inteiro AB (Figura 3.2), devendo ser tido em conta que as reações em A e B terão duas componentes cada, uma vez que as inclinações dos segmentos de cabo extremos não são conhecidas, e perante isto, realizam-se as equações de equilíbrio ($\Sigma F_x=0$, $\Sigma F_y=0$ e $\Sigma M_B=0$). No entanto, para a obtenção destas 4 reações falta uma equação, sendo necessário então uma dada equação que realize o equilíbrio de uma parte do cabo (Figura 3.3), num ponto de coordenadas conhecidas F por exemplo ($\Sigma M_F=0$). Se este ponto F não fosse conhecido, então ter-se-ia de especificar o comprimento do cabo ou uma das alturas y_i (Johnston & et. al, 1994).

$$\left\{ \begin{array}{l} -H_A + H_B = 0 \\ V_A + V_B - P_1 - P_2 - P_3 = 0 \\ H_A d - V_A L + P_1(l_2 + l_3 + l_4) + P_2(l_3 + l_4) + P_3 l_4 = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.1) \\ (3.2) \\ (3.3) \end{array}$$

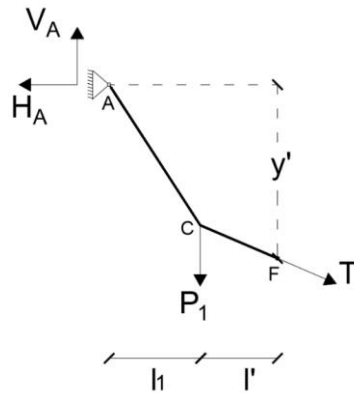


Figura 3.3 - Pormenor do segmento de cabo entre A e F.

$$P_1 l' + H_A y' - V_A (l_1 + l') = 0 \quad (3.4)$$

Após a obtenção das 4 reações, realizando-se o diagrama de corpo livre entre os pontos A e C, como representado na Figura 3.4, poder-se-ão determinar através do $\Sigma M_C = 0$ e do $\Sigma F_x = 0$, o y_1 e o T_{AC} .

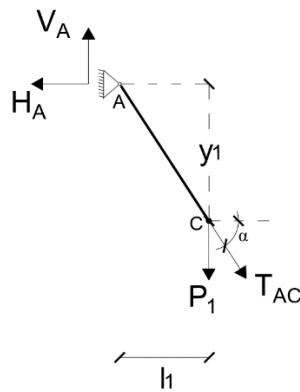


Figura 3.4 - Pormenor do segmento de cabo entre A e C

$$\left\{ \begin{array}{l} H_A y_1 - V_A l_1 = 0 \\ -H_A + T_{AC} \cos \alpha = 0 \end{array} \right. \quad (3.5)$$

$$(3.6)$$

Este mesmo raciocínio pode ser realizado, utilizando-se o segmento AD, AE e EB obtendo-se então o y_2 , y_3 , o T_{CD} , o T_{DE} e o T_{BE} (Caetano, 2009).

3.2.2. CABO COM CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDAS AO LONGO DO VÃO (APOIOS NIVELADOS)

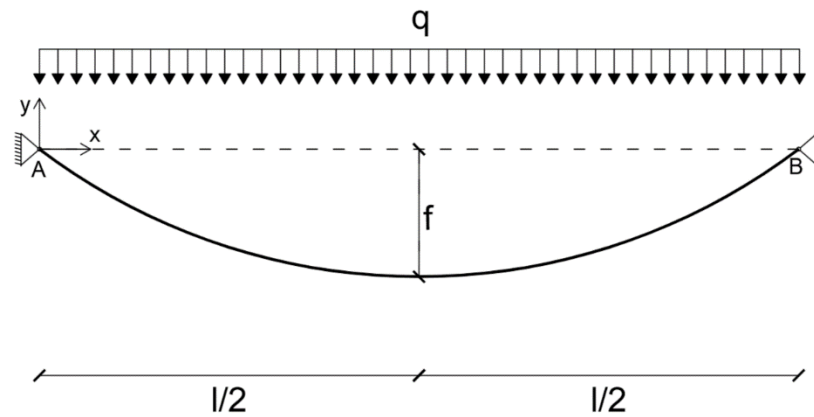


Figura 3.5 - Configuração do cabo parabólico.

Na seguinte formulação analítica é tido em conta um cabo fixo nos pontos A e B (situados à mesma altura), sujeito a um carregamento distribuído q ao longo da horizontal (Júnior, 2002).

A análise inicia-se com base num elemento infinitesimal situado imediatamente a seguir ao ponto A (Figura 3.6), de comprimento dS , carregado verticalmente pela força distribuída q e sujeito às forças H_A , V_A , $H_A + dH_A$ e $V_A + dV_A$ nas suas extremidades, de forma a ser realizado o seu equilíbrio face ao carregamento.

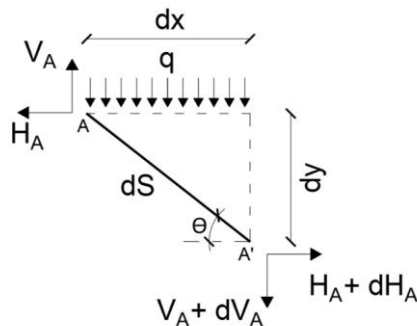


Figura 3.6 - Elemento infinitesimal junto ao ponto A do cabo parabólico.

Uma vez que ao longo de um cabo a componente horizontal da força no cabo é constante resulta em $dH_A=0$. Logo considerando as equações de equilíbrio $\Sigma F_y=0$ e $\Sigma M_A=0$, obtém-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} dV_A - q \, dx = 0 \\ H_A \, dy - V_A \, dx = 0 \end{array} \right. \quad (3.7)$$

$$(3.8)$$

Das equações anteriores resulta a seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^2y}{(dx)^2} = \frac{q}{H_A} \quad (3.9)$$

Integrando-se esta equação duas vezes obtém-se:

$$\frac{dy}{dx} = y' = \int \frac{q}{H_A} dx = \frac{q}{H_A} x + C_1 \quad (3.10)$$

$$y = \int \frac{q}{H_A} x + C_1 dx = \frac{q}{2H_A} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (3.11)$$

Usando duas coordenadas conhecidas das equações anteriores ($y'(l/2)=0$ e $y(0)=0$), obtém-se os valores de C_1 e C_2 .

$$C_1 = -\frac{ql}{2H_A} \quad (3.12)$$

$$C_2 = 0 \quad (3.13)$$

Colocando estes valores nas equações y' e y , chega-se às equações finais da parábola e da sua tangente respetivamente.

$$y'(x) = \frac{q}{H_A} x - \frac{ql}{2H_A} \quad (3.14)$$

$$y(x) = \frac{q}{2H_A} x^2 - \frac{ql}{2H_A} x \quad (3.15)$$

Para a determinação de H_A em função da flecha, existem duas alternativas, uma delas através do uso da equação y , admitindo-se $y=-f$ e $x=l/2$.

$$f = -\frac{q}{2H_A} \left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{ql}{2H_A} \frac{l}{2} \quad (3.16)$$

$$H_A = \frac{ql^2}{8f} \quad (3.17)$$

E outra aplicando a equação $\Sigma M=0$ em qualquer ponto do cabo, neste caso escolheu-se o ponto a meio vão.

$$\sum M_{m.v} = 0 \quad (3.18)$$

$$H_A f - \frac{ql}{2} \left(\frac{l}{2} \right) + \frac{ql}{2} \left(\frac{l}{4} \right) = 0 \quad (3.19)$$

Aplicando o *Teorema de Pitágoras*, demonstra-se que:

$$dS^2 = dx^2 + dy^2 \quad (3.20)$$

$$dS = \sqrt{1 + (dy)^2} dx \quad (3.21)$$

Substituindo-se dy pela equação anterior, e integrando-se a expressão (3.21), chega-se ao comprimento do cabo S :

$$S = \frac{H_A}{2q} \left[\frac{ql}{H_A} \sqrt{1 + \left(\frac{ql}{2H_A} \right)^2} + 2 \sin \left(\frac{ql}{2H_A} \right) \right] \quad (3.22)$$

A força T no extremo do cabo caracteriza-se pela hipotenusa e obtém-se através do cateto H_A (que permanece constante ao longo do comprimento do cabo) e do ângulo θ (Figura 3.6).

$$T = \frac{H_A}{\cos \theta} \quad (3.23)$$

Uma vez que $\cos \theta = \frac{dx}{dS}$, como se pode observar na Figura 3.6, obtém-se então o valor da força T em função de x . (Júnior, 2002)

$$T = \sqrt{1 + (dy)^2} H_A \quad (3.24)$$

$$T = H_A \sqrt{1 + \left(\frac{qx}{H_A} - \frac{ql}{2H_A} \right)^2} \quad (3.25)$$

3.2.3. CABO COM CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDAS AO LONGO DO SEU COMPRIMENTO (APOIOS NIVELADOS)

Na seguinte formulação analítica considera-se um cabo fixo nos pontos A e B (situados à mesma altura), sujeito a um carregamento distribuído q ao longo do seu comprimento. Este carregamento normalmente caracteriza-se pelo peso próprio do cabo, possuindo este uma configuração de catenária (Johnston & et. al, 1994) (Júnior, 2002).

A formulação é similar à realizada no ponto anterior, sendo a única diferença, o facto de a carga se encontrar distribuída uniformemente ao longo do comprimento do cabo dS , enquanto que na situação anterior o carregamento era uniformemente distribuído mas ao longo do comprimento dx (Figura 3.6).

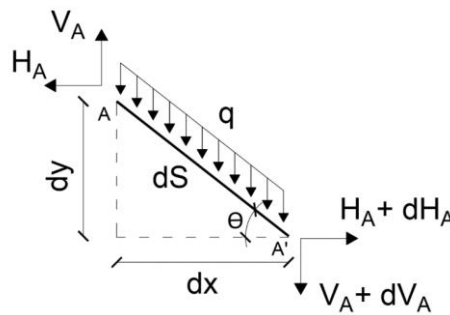


Figura 3.7 - Elemento infinitesimal junto ao ponto A do cabo catenário.

Uma vez que o processo é o mesmo então apenas serão apresentadas as fórmulas de y e y' resultantes do equilíbrio $\Sigma F_y=0$ e $\Sigma M_{A'}=0$ uma vez que dH_A é igual a zero.≈

$$y = \frac{H_A}{q} \left[\cosh \left(\frac{q}{H_A} x - \frac{ql}{2H_A} \right) - \cosh \left(\frac{ql}{2H_A} \right) \right] \quad (3.26)$$

$$y' = \sinh \left[\frac{q}{2H_A} (2x - l) \right] \quad (3.27)$$

Sabendo que para $x=l/2$ o y assume o valor $-f$ então:

$$f = \frac{H_A}{q} \left[-1 + \cosh \left(\frac{ql}{2H_A} \right) \right] \quad (3.28)$$

Como referido anteriormente o dS é a hipotenusa dos catetos dx e dy , integrando-se então a seguinte equação dS , obtém-se a expressão do comprimento do cabo S .

$$dS = \sqrt{1 + (dy)^2} dx \quad (3.29)$$

$$S = \frac{2H_A}{q} \sinh\left(\frac{ql}{2H_A}\right) \quad (3.30)$$

Por último, uma vez que $\cos \theta = \frac{H_A}{T} = \frac{dx}{ds}$, substitui-se na expressão (3.29), o ds por T e o dx por H_A , chegando-se a:

$$T = H_A \cosh\left[\frac{q}{2H_A}(2x - l)\right] \quad (3.31)$$

3.2.4. TIRANTES

Os tirantes possuem um comportamento muito singular, caracterizando-se por uma configuração geométrica aproximadamente retilínea (relação flecha/vão extremamente baixa). Se estes estiverem unicamente sujeitos ao seu peso próprio por metro linear w , então adquirem uma deformada com a forma de catenária.

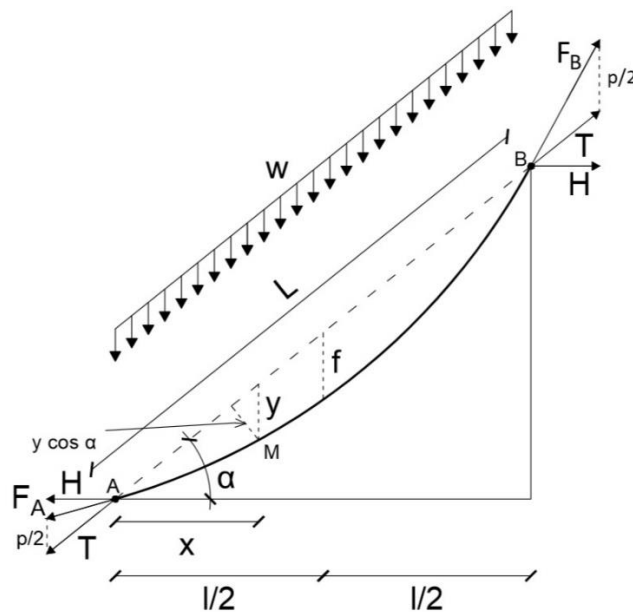


Figura 3.8 - Esquematização dos esforços atuantes num elemento de cabo com a funcionalidade de tirante.

A utilização de equações de catenárias para o cálculo do tirante é um processo complexo do ponto de vista matemático. Posto isto, supõe-se que a deformada do cabo possui a forma de uma parábola. Esta simplificação pode ser tida em conta, sempre que a relação f/L seja menor que 0.15, como é o caso dos tirantes. (Rente, 1994)

Como o elemento não possui rigidez à flexão, então em qualquer ponto, o momento é zero (Manterola, 2006). Realizando a equação de equilíbrio no ponto M obtém-se:

$$-w \frac{(l-x)(l-x)}{\cos \alpha} - T \cdot y \cdot \cos \alpha = 0 \quad (3.32)$$

Desenvolvendo-se a equação anterior obtém-se:

$$-\frac{w}{\cos \alpha} \frac{l}{2} (l-x) + \frac{w}{\cos \alpha} \frac{x}{2} (l-x) = T \cdot y \cdot \cos \alpha \quad (3.33)$$

$$\frac{w}{2 \cos \alpha} (l-x)(x-l) = T \cdot y \cdot \cos \alpha \quad (3.34)$$

Substituindo-se o x por $l/2$ e y por $-f$:

$$T \cdot f \cdot \cos \alpha = \frac{w}{\cos \alpha} \frac{l^2}{8} \quad (3.35)$$

Como $T \cdot \cos \alpha = H$ então:

$$f = \frac{1}{H} \frac{w}{\cos \alpha} \frac{l^2}{8} \quad (3.36)$$

O peso do tirante p admitindo que este se encontra distribuído ao longo da corda, uma vez que a relação f/L é relativamente pequena, é igual a:

$$p = w \cdot L = w \frac{l}{\cos \alpha} \quad (3.37)$$

Resolvendo então a equação do f em ordem a H obtém-se:

$$H = \frac{w}{\cos \alpha} \frac{l^2}{8f} = \frac{p \cdot l}{8f} \quad (3.38)$$

Portanto:

$$T = \frac{p \cdot l}{8f \cdot \cos \alpha} \quad (3.39)$$

Tendo em conta que o cabo se encontra sujeito à ação do peso próprio distribuído ao longo da corda, equação que representa o comprimento da parábola s caracteriza-se pela seguinte série:

$$s = l \left[\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{l} \right)^2 \cos^2 \alpha - \frac{32}{5} \left(\frac{f}{l} \right)^4 \cos^5 \alpha + \dots \right] \approx \quad (3.40)$$

$$\approx l \left[\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{l} \right)^2 \cos^3 \alpha \right] \quad (3.41)$$

Para relações f/L inferiores a 0.15 é suficiente conservar apenas os dois primeiros termos da série (Manterola, 2006). Colocando esta expressão em função das cargas que atuam no tirante obtém-se a equação do comprimento da parábola em função da carga atuante p :

$$s = L \left(1 + \frac{p^2 \cos^4 \alpha}{24H^2} \right) \quad (3.42)$$

Como se pode verificar, as forças F_A e F_B são caracterizadas por forças tangentes ao cabo em cada extremo. Porém, esta força não difere muito da força T uma vez que no caso de tirantes a relação f/L é relativamente baixa. Então, em termos práticos, para simplificar o processo, pode-se substituir o cabo parabólico pela sua corda e usa-se a força T apenas.

Porém, esta simplificação quando já se tem em conta a rigidez elástica do cabo no cálculo do seu equilíbrio, necessita da consideração de um módulo de elasticidade equivalente tangente E_V . Este combina os efeitos devidos à deformação geométrica e material, de forma que a rigidez axial da corda seja equivalente à do cabo deformado (Manterola, 2006).

$$E_V = \frac{E}{1 + \frac{w^2 l^2 EA}{12T^3}} \quad (3.43)$$

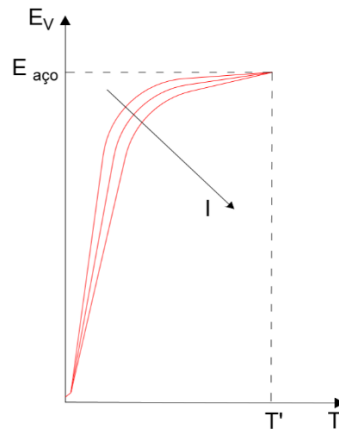


Figura 3.9 - Variação do E_V em função de um dado T e l (Manterola, 2006).

Mediante a análise do gráfico da Figura 3.9, sendo este determinado com base na fórmula do E_V fornecida anteriormente, pode observar-se que a partir de um dado T' , o módulo de elasticidade equivalente tangente, E_V , é igual ao módulo de elasticidade do aço $E_{aço}$. Isto acontece quando a carga T no tirante é demasiadamente alta possuindo este, uma flecha quase desprezável.

Como referido anteriormente, o módulo de elasticidade tangente E_V , varia em função da carga, sendo este tipo de elasticidade usado quando a variação desta mesma carga (durante o funcionamento da estrutura) é relativamente pequena. Porém quando a variação de carga no elemento ($T_2 - T_1$) é relativamente significativa, como representado na figura seguinte, então deve ser utilizado como módulo de elasticidade do tirante, o módulo de elasticidade secante E_{sec} . (Manterola, 2006)

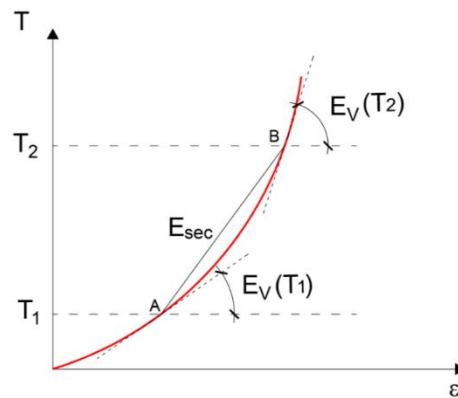


Figura 3.10 - Variação do E_{sec} em função de um dado T_1 e T_2 (Manterola, 2006).

$$E_{sec} = \frac{E}{1 + \frac{w^2 l^2 (T_1 + T_2) EA}{24 T_1^2 T_2^2}} \quad (3.44)$$

3.3. ANÁLISE NÃO-LINEAR GEOMÉTRICA

Os elementos de cabo são bastante utilizados em inúmeras tipologias de pontes com os mais diversos usos. Estes elementos introduzem uma certa complexidade relativamente ao seu cálculo estrutural.

Quando se está perante um elemento em que o carregamento e a deformação correspondente, são consideravelmente pequenos, existe uma relação carga/deformação linear. As equações de equilíbrio para estes casos são realizadas tendo em conta a geometria da estrutura original (indeformada).

Porém, o mesmo não acontece com os cabos, uma vez que estes são elementos que quando carregados possuem, deslocamentos consideráveis. Então, a consideração da hipótese de pequenos deslocamentos juntamente com a Lei de Hooke, já não são válidas, impossibilitando a existência de um comportamento da estrutura, físico e geometricamente linear.

Perante este caso, o cálculo do seu equilíbrio envolve uma análise não-linear geométrica, em que é tido em conta o efeito dos grandes deslocamentos. Este cálculo baseia-se num processo iterativo, no qual são efetuados incrementos de força resultando em incrementos de deslocamentos, usando-se os esforços

obtidos na iteração anterior. A geometria do elemento é alterada até ser alcançado o equilíbrio, ou seja, até o critério de convergência ser cumprido.

A mudança constante que ocorre ao longo deste processo na geometria do cabo, vai alterando a sua matriz de rigidez geométrica, uma vez que quanto maior for a solicitação maior o tensionamento da corda, tensionamento este que determina a geometria obtida. Quanto maior for o tensionamento, maior será então a sua matriz rigidez geométrica, e consequentemente mais rígido será o cabo.

O efeito dos grandes deslocamentos quando é tido em conta, faz com que o cabo, mobilize a sua rigidez axial quando carregado. Desta forma, este encontra-se mais rígido, sendo a seu deslocamento vertical menor.

É importante referenciar também, que este tipo de efeito quando considerado, já tem em conta implicitamente os efeitos de 2º ordem.

3.3.1. CARACTERIZAÇÃO

A influência dos efeitos de segunda ordem na matriz de rigidez geométrica é facilmente perceptível tendo como base um exemplo de um elemento de cabo simples (Figura 3.11). Este elemento encontra-se originalmente na posição horizontal, possui um comprimento L e encontra-se sujeito a uma força axial T . A cada um dos seus extremos i e j , é dado um deslocamento vertical V_i e V_j respetivamente, desenvolvendo-se as forças F_i e F_j , de forma a ser obtido o equilíbrio. É importante salientar, que o deslocamento é relativamente pequeno, então a tensão no cabo admite-se constante e o deslocamento horizontal nulo (Wilson, 2002).

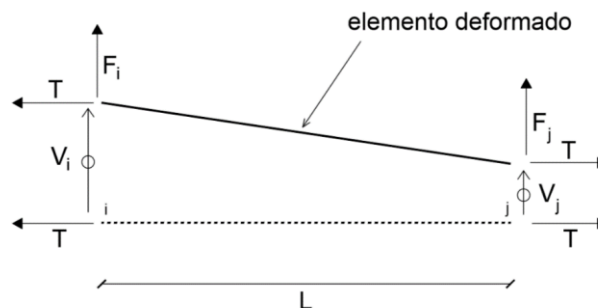


Figura 3.11 - Elemento de cabo sujeito aos efeitos $P-\Delta$ (Wilson, 2002).

Procedendo-se então, ao cálculo do equilíbrio de momentos no ponto j do elemento deformado, obtém-se a seguinte igualdade:

$$F_i = \frac{T}{L} (V_i - V_j) \quad (3.45)$$

A partir da equação de equilíbrio das forças verticais chega-se a:

$$F_j = -F_i \quad (3.46)$$

Estabelecendo-se a combinação destas duas últimas equações, as forças verticais podem ser obtidas em função do deslocamento, resultando na relação matricial:

$$\begin{bmatrix} F_i \\ F_j \end{bmatrix} = \frac{T}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$F_g = K_g V \quad (3.48)$$

Como se pode verificar a matriz rigidez geométrica K_g , não depende das propriedades mecânicas do cabo, apenas depende da força no cabo T e do seu comprimento L . Relativamente às propriedades mecânicas do elemento, estas já são caracterizadas pela matriz de rigidez elástica. A não linearidade material não é tida em conta no cálculo dos cabos, uma vez que estes elementos são dimensionados para permanecerem com comportamento elástico.

A matriz de rigidez elástica K_e é somada à matriz de rigidez geométrica K_g originando a matriz de rigidez total do elemento.

$$K_{Total} = K_e + K_g \quad (3.49)$$

3.3.2. ASPETOS DE MODELAÇÃO

A modelação de elementos não-lineares, é possível ser realizada em diversos *softwares*, porém no presente trabalho utilizou-se o software *SAP2000*.

Este *software* possibilita a escolha de 3 tipos de parâmetros relativos à não linearidade geométrica (*Define - Load Cases – Geometric Nonlinearity Parameters*):

- **None:** Esta opção determina que todas as equações de equilíbrio sejam calculadas segundo uma configuração de não deformada.
- **P-Delta:** Com esta opção define-se que as equações de equilíbrio tenham apenas parcialmente em conta a configuração de deformada. Nesta situação apenas são consideradas pequenas deformações, deformações estas, devidas aos efeitos de 1ª e 2ª ordem, sendo apenas tidos em conta os efeitos *P-Δ*. Realizando-se para esta deformação o equilíbrio do cabo. Pode-se observar mais facilmente este tipo de efeitos recorrendo-se a um exemplo de um pilar comprimido.

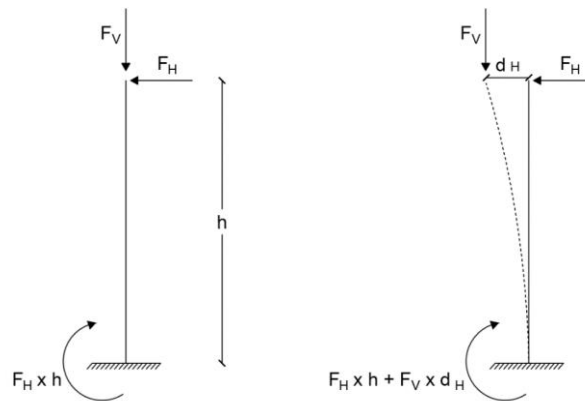


Figura 3.12 - Exemplo de pilar comprimido considerando efeitos de 1ª ordem à esquerda e considerando efeitos de 1ª e 2ª ordem (P- Δ) à direita.

Como referido anteriormente, o facto de os cabos se encontrarem tracionados, gera um efeito contrário, ou seja, as deformações diminuem, uma vez que a rigidez lateral do cabo aumenta à medida que aumenta a força de tração.

- **P-Delta plus Large Displacements:** Seleccionando este parâmetro, as equações de equilíbrio já têm em conta a totalidade da configuração de deformada, dando origem a um elevado número de iterações. Esta metodologia para além dos efeitos *P- Δ* , também tem em conta o efeito dos grandes deslocamentos, sendo que para ser válida, é necessário que as extensões no elemento sejam relativamente pequenas.

A análise não-linear tendo em conta esta opção é mais sensível relativamente à convergência, ou seja, é aconselhável verificar se usando uma tolerância de convergência menor (*Nonlinear Parameters – Iteration Convergence Tolerance*) os resultados se alteram.

Estas três opções relativamente à modelação de elementos de cabo, têm especial interesse nas versões de *SAP2000* mais antigas, uma vez que nas versões mais recentes, ao seleccionar-se um elemento de cabo, automaticamente o *software* considera para o cálculo a opção *P-Delta plus Large Displacements*.

Neste tipo de programa computacional, é também importante definir as condições iniciais (*Define - Load Cases – Initial Conditions*). Se se estiver perante um caso que envolva uma análise estrutural estática de comportamento linear, a matriz de rigidez é independente do carregamento e nesta situação os deslocamentos são diretamente proporcionais ao carregamento. Nesse caso os resultados das diferentes cargas estáticas ou dinâmicas podem ser sobrepostos, resultando desta forma, numa boa eficiência computacional.

No entanto, para os elementos de cabo analisados, esta metodologia não é válida, ou seja, como se está perante um comportamento não linear, o princípio da sobreposição dos efeitos já não é aplicável. É então necessário que cada caso de carga seja aplicado na estrutura, encontrando-se esta já deformada pelo caso de carga anterior. Este processo decorre sucessivamente até ao último caso de carga.

A ordem que segue esta sequência, é relativa à sequência real de atuação das cargas durante a conceção e utilização da estrutura. Para que isto ocorra, é necessário indicar em cada caso de carga o caso de carga anterior em *Define – Load Cases – Initial Conditions – Continue from State End of Nonlinear Case*.

3.4. MODELAÇÃO DE CABOS

Na modelação de qualquer elemento, é importante entender como funciona o *software* relativamente à sua modelação, quais os aspetos que se tem em conta e quais as simplificações admitidas.

Abordando-se em específico, os elementos de cabo, verificou-se que a criação deste tipo de segmentos no *software* SAP2000, se realiza através do comando *Draw Frame/Cable*, escolhendo a opção *Line Object Type – Cable*, procedendo-se ao desenho do segmento de cabo entre dois nós (A Product of Computers and Structures, Inc, 2002).

A geometria que este adquire pode ser baseada tendo em conta a escolha de algumas variantes (*Cable Geometry - Cable Type*) como:

- *Minimum Tension At I-End* – Definindo a força mínima que pode ocorrer na extremidade i do cabo (T);
- *Minimum Tension At J-End* – Definindo a força mínima que pode ocorrer na extremidade j do cabo (T);
- *Tension At I-End* – Força atuante na extremidade i do cabo (T);
- *Tension At J-End* – Força atuante na extremidade j do cabo (T);
- *Horizontal Tension Component* – Força horizontal (T_0);
- *Maximum Vertical Sag* – Flecha máxima vertical, relevante quando se tem apoios desnivelados;
- *Low-Point Vertical Sag* – Ponto mais baixo da flecha, coincidindo este com o anterior quando se tem apoios ao mesmo nível;
- *Undeformed Length* – Comprimento do cabo indeformado, sem a atuação do peso próprio.
- *Relative Undeformed Length* – A percentagem do comprimento do vão, que resulta no comprimento indeformável do cabo.

O *software* ao gerar o cabo, adota por defeito a sua subdivisão em 16 elementos, consistindo este número, no número mínimo de subdivisão aceitável (esta subdivisão pode ser interna ou externa). Uma vez que não se sabe até que ponto, o uso de apenas 16 elementos influencia o resultado, realizou-se um exemplo de um cabo com os seguintes dados:

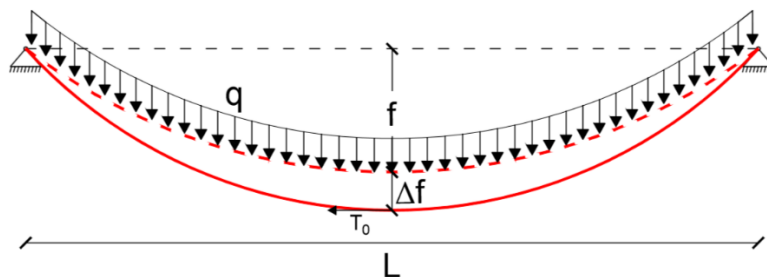


Figura 3.13 - Cabo analisado com diferentes discretizações.

- | | |
|-------------------------|--|
| • $L = 56 \text{ m}$ | • $f = 0.5, 1 \text{ e } 2 \text{ m}$ |
| • $q = 1 \text{ kN/m}$ | • $A = 594 \text{ mm}^2$ |
| • $E = 210 \text{ GPa}$ | • $\text{Peso volúmico} = 77 \text{ kN/m}^3$ |

Mediante estes dados, assumiu-se em cada caso uma flecha e com base no *software* SAP2000, registaram-se os valores da tensão horizontal T_0 , da variação de flecha Δf e dos desvios destes valores face à consideração do número máximo de elementos. Estes valores encontram-se apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Análise do elemento finito de *Cable* variando o nº de elementos que o constitui com $L=56m$.

f (m)	f/L	Nº de elementos	T_0 (kN)	Δf (m)	T_0 Desvio (%)	Δf Desvio (%)
0.5	0.009	16	256.235	1.02822	-0.002%	0.004%
		18	256.235	1.02822	-0.002%	0.004%
		20	256.235	1.02822	-0.002%	0.004%
		30	256.235	1.02822	-0.002%	0.004%
		60	256.235	1.02822	-0.002%	0.004%
		120	256.229	1.02826	-	-
1	0.018	16	226.900	0.72667	0%	0%
		18	226.900	0.72667	0%	0%
		20	226.900	0.72667	0%	0%
		30	226.900	0.72667	0%	0%
		60	226.900	0.72667	0%	0%
		120	226.900	0.72667	-	-
2	0.036	16	167.139	0.34768	0%	0%
		18	167.138	0.34768	0.001%	0%
		20	167.138	0.34768	0.001%	0%
		30	167.139	0.34768	0%	0%
		60	167.139	0.34768	0%	0%
		120	167.139	0.34768	-	-

Através dos valores dos desvios (desvios estes, em relação aos valores obtidos com o nº máximo de elementos), constatou-se que a discretização do cabo com 16 elementos é suficiente, verificando-se que os desvios relativamente a uma divisão superior são desprezáveis.

Com o objetivo de se verificar se os desvios não são influenciados pelo comprimento do cabo, procedeu-se ao mesmo estudo mas para vãos de 10 m e de 500 m, apresentando-se os respectivos resultados na Tabela 3.2 e Tabela 3.3 respetivamente.

Tabela 3.2 - Análise do elemento finito de *Cable* variando o nº de elementos que o constitui com **L=10m**.

f (m)	f/L	Nº de elementos	T₀ (kN)	Δf(m)	T₀ Desvio (%)	Δf Desvio (%)
0.5	0.002	16	24.724	0.0072	0%	0%
		120	24.724	0.0072	-	-
1	0.004	16	12.638	0.00198	0%	0%
		120	12.638	0.00198	-	-
2	0.2	16	6.5563	0.0007	0%	0%
		120	6.5563	0.0007	-	-

Tabela 3.3 - Análise do elemento finito de *Cable* variando o nº de elementos que o constitui com **L=500m**.

f (m)	f/L	Nº de elementos	T₀ (kN)	Δf(m)	T₀ Desvio (%)	Δf Desvio (%)
0.5	0.001	16	2939.07	9.891	0%	0.027%
		120	2939.079	9.89367	-	-
1	0.002	16	1800.562	16.1351	0%	0%
		120	1800.562	16.1351	-	-
2	0.005	16	1375.032	20.5389	0%	0%
		120	1375.032	20.5389	-	-

Após observação dos desvios referidos nas duas Tabelas anteriores, verificou-se que para qualquer tipo de vão e para qualquer relação f/L o número de elementos mínimo na constituição de um cabo (16 elementos) é perfeitamente admissível, não influenciando em nada os resultados.

Para além desta forma de modelação, os segmentos de cabo também podem ser modelados com elementos de barra através de *Draw Frame/Cable - Line Object Type – Straight Frame*. Uma vez que estes possuem uma secção bastante pequena, o elemento de barra ao ser carregado possui uma rigidez apenas axial simulando perfeitamente um elemento de cabo. No entanto o número de elementos finitos de barra usados na constituição do cabo necessita de ser considerável, para que as rotações relativas entre elementos sucessivos sejam mínimas. Esta opção de modelação torna o desenho dos elementos de

cabo e dos seus nós intermédios mais fácil, por isso é que se opta por este tipo de modelação em certos casos.

3.5. MODELAÇÃO DE CABOS TIRANTES

Este tipo de elementos estruturais, requer alguns cuidados, nomeadamente na escolha do tipo de modelação que se irá efetuar.

Existem três estratégias de modelação pelo qual se pode optar, como o uso de:

- Elemento finito curvo;
- Elementos finitos de barra biarticulados;
- Elemento de barra com uma elasticidade equivalente.

A escolha da segunda opção requer especial atenção, relativamente ao número de barras escolhido, ou seja, quanto maior for este número mais eficiente será a simulação do cabo. No entanto para o elemento de tirante, este número não necessita de ser tão elevado como num cabo suspenso, uma vez que a relação f/L é relativamente baixa nos tirantes.

A terceira forma de modelação, como já referido anteriormente, tem como base o uso de um módulo de elasticidade equivalente. Desta forma a força de tração ao longo do cabo F_A e F_B pode ser substituída pela força de tração ao longo da corda T , permitindo que se realize a modelação do tirante com apenas um único elemento reto (Rente, 1994).

De modo a exemplificar todo o processo relativo à modelação de um tirante, seguiu-se um exemplo estrutural fornecido pelo *CSI Structural and Earthquake Engineering Software*, que se baseia em um elemento tubular representado a azul, encontrando-se este atirantado pelos elementos de cabo representados a verde, de modo auxiliar a sua sustentação. Os dados inseridos no *software* foram os seguintes:

- $E=199 \text{ GPa}$
- $A_{Cabo}=2.194 \text{ cm}^2$
- $\varphi_{Tubo}=0.4572 \text{ m}$
- $E_{sp_{Tubo}}=0.0127 \text{ m}$
- $Peso \text{ volúmico}=76.9729 \text{ kN/m}^3$

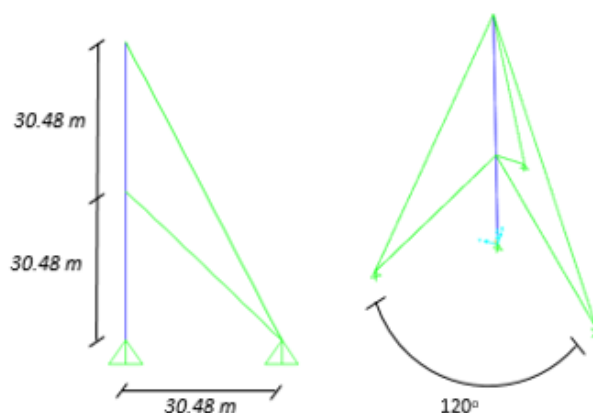


Figura 3.14 - Geometria do elemento exemplo modelado (SAP2000).

Estes dados utilizados, como os passos de modelação realizados, foram fornecidos pelo tutorial da entidade *CSI Structural and Earthquake Engineering Software* (Computers and Structures, Inc, 2011). Mediante estas indicações procedeu-se então à modelação do elemento tubular e dos elementos de cabo (através de elementos finitos biarticulados).

Após a conceção destes elementos, às estruturas de cabo foi imposto um *Target Force* de 37.8099 kN, (*Assign – Cable Loads – Target Force*). O *Target Force* caracteriza-se pela força de esticamento aplicada no cabo, com o objetivo de garantir a sua eficiência, mesmo com a atuação de casos de carga que “tendem” a encurtar estes elementos (como por exemplo a variação de temperatura).

Esta força foi implementada na estrutura após a atuação do peso próprio, colocando-se para isso no caso de carga relativo ao *Target Force*, o peso próprio do cabo, através do comando *Define – Load Cases – Initial Conditions – Continue from State End of Nonlinear Case*. Desta forma o *Target Force* quando atua na estrutura, esta já se encontra deformada devido ao peso próprio.

Relativamente à criação do *Target Force*, é permitido escolher a zona do cabo onde se irá implementar o seu esticamento (*Assign – Cable Loads – Target Force – Relative Location*).

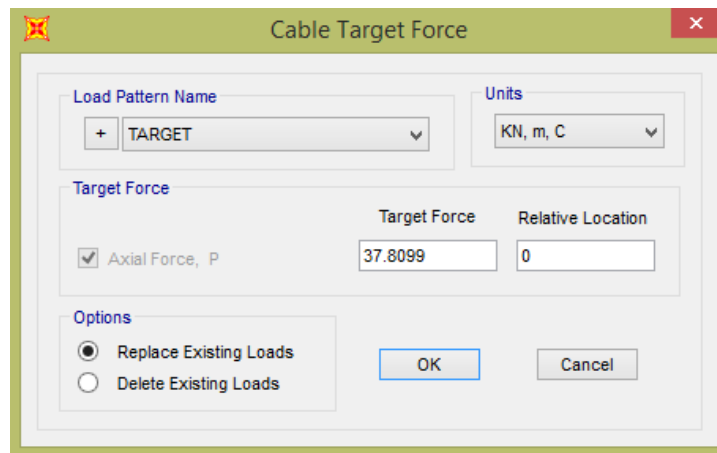


Figura 3.15 - Especificação no *software*, do *Target Force* e da zona relativa do cabo onde se irá realizar o esticamento (*SAP2000*).

Se o *Relative Location* for 0, então o *Target Force* definido é imposto no início do cabo. Desta forma, este coincide com a força T atuante no cabo, como esquematizado na Figura 3.8, isto se apenas atuar esta força de esticamento, adquirindo este uma configuração reta. O esforço axial nesta situação é constante ao longo do cabo, de intensidade bastante próxima do *Target Force* (Figura 3.16).

No entanto, quando já se conta com o peso próprio, este passa a ter uma configuração curva e o esforço axial já não é constante. Na zona de esticamento verifica-se então, que o valor do esforço axial é ligeiramente inferior ao *Target Force* (T do cabo) definido, enquanto no outro extremo já é superior (Figura 3.17). Estes valores do esforço axial passam agora a representar o valor do F_A e F_B respetivamente, esquematizados estes na Figura 3.8.

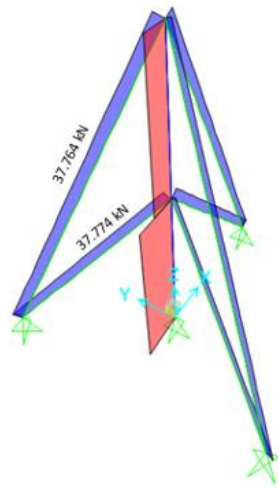


Figura 3.16 - Diagrama de esforço axial dos tirantes apenas com a ação do Target Force (SAP2000).

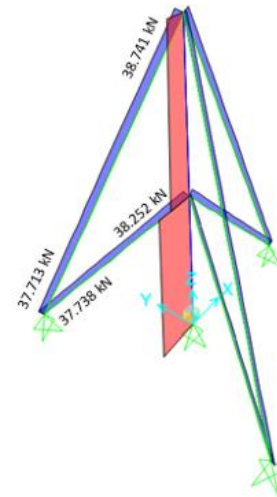


Figura 3.17 - Diagrama de esforço axial dos tirantes com a ação do Target Force e do peso próprio (SAP2000).

Porém existe outra alternativa no que toca a modelação dos tirantes, envolvendo também elementos finitos biarticulados. Em vez de se impor um *Target Force*, é estabelecida uma determinada flecha com a atuação apenas do peso próprio, de modo a proporcionar ao cabo o mesmo esforço axial da situação anterior. Esta flecha pode ser estabelecida diretamente nos parâmetros de definição do cabo (*Cable Geometry – Maximum Vertical Sag*), ou pode-se indicar uma determinada tensão no cabo de modo a proporcionar essa mesma flecha (*Cable Geometry - Tension At I-End*).

De forma a demonstrar esta alternativa, calcularam-se os seguintes dados utilizando as fórmulas deduzidas para tirantes no ponto 3.2.4.

$$L_{Cabo Superior} = \sqrt{30,48^2 + 60,96^2} = 68,155 \text{ m}$$

$$L_{Cabo Inferior} = \sqrt{30,48^2 + 30,48^2} = 43,105 \text{ m}$$

$$p_{Cabo Superior} = 76,9729 \times 2,194 \times 10^{-4} \times 68,155 = 1,15 \text{ kN}$$

$$p_{Cabo Inferior} = 76,9729 \times 2,194 \times 10^{-4} \times 43,105 = 0,72795 \text{ kN}$$

$$\alpha_{Cabo Superior} = \tan^{-1}\left(\frac{60,96}{30,48}\right) = 63,43^\circ$$

$$\alpha_{Cabo Inferior} = \tan^{-1}\left(\frac{30,48}{30,48}\right) = 45^\circ$$

Resolvendo a equação (3.39) referenciada no ponto 3.2.4 em ordem a f obtém-se:

$$f = \frac{p \cdot l}{8 \cdot T \cdot \cos \alpha} \quad (3.50)$$

Admitindo-se o $T=37.8099$ kN, valor igual ao do *Target Force* definido, chega-se então aos seguintes valores das flechas:

$$f_{Cabo Superior} = \frac{1,15 \times 30,48}{8 \times 37,8099 \times \cos 63.43} = 0,2591 \text{ m}$$

$$f_{Cabo Inferior} = \frac{0,72795 \times 30,48}{8 \times 37,8099 \times \cos 45} = 0,10374 \text{ m}$$

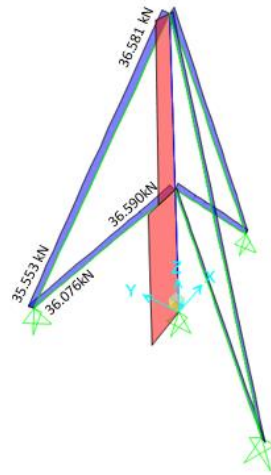


Figura 3.18 -Diagrama de esforço axial dos tirantes modelados com base nas flechas calculadas (SAP2000).

Mediante os resultados das duas formas de modelação do tirante, obtiveram-se os seguintes desvios:

$$Desvio_{Cabo Sup. i} = \frac{37.713 - 35.553}{37.713} = 5.7 \%$$

$$Desvio_{Cabo Sup. j} = \frac{38.741 - 36.581}{38.741} = 5.6 \%$$

$$Desvio_{Cabo Inf. i} = \frac{37.738 - 36.076}{37.738} = 4.4 \%$$

$$Desvio_{Cabo Inf. j} = \frac{38.252 - 36.059}{38.252} = 5.7 \%$$

Estes desvios são relativamente pequenos, existindo porém uma ligeira diferença. Esta diferença pensa-se dever-se ao facto de na 1ª forma de modelação, quando se aplica o *Target Force* o programa já ter em conta a posição de deformada não linear do cabo, devida à atuação do peso próprio. Enquanto que na 2ª

forma de modelação, a deformada do tirante deve-se apenas à consideração não linear do peso próprio. Contudo ambas as metodologias de modelação dos tirantes constituem uma aproximação razoável.

3.6. CÁLCULO NÃO-LINEAR DE UM CABO SUSPENSO SUJEITO A UMA CARGA CONCENTRADA

Para se proceder à análise dos elementos de cabo é necessário possuir previamente um conhecimento específico de como este tipo de elementos funciona. Para isso realizou-se uma resolução analítica de um cabo suspenso, sujeito a uma carga concentrada, tendo-se em conta para o seu equilíbrio o seu comportamento elástico, de forma a simular o seu comportamento não-linear. Através dos valores obtidos estabeleceu-se a sua comparação com os resultados fornecidos pelo *software* SAP2000. O cabo que se assumiu para o cálculo, possui os seguintes dados:

- $L = 60 \text{ m}$
- $f = 2 \text{ m}$
- $Q = 20 \text{ kN}$
- $E = 210 \text{ GPa}$
- $A = 594 \text{ mm}^2$

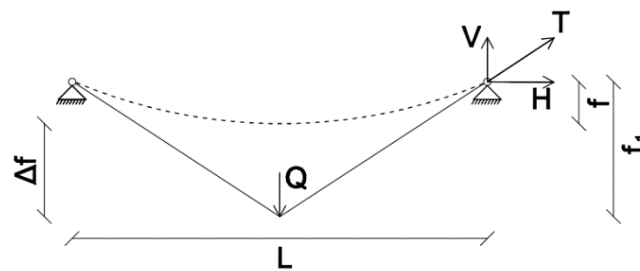


Figura 3.19 - Esquematização de um cabo suspenso sujeito a uma carga concentrada Q a meio vão.

3.6.1. RESOLUÇÃO ANALÍTICA

Apresenta-se posteriormente a dedução analítica relativamente à deformação elástica de um cabo parabólico sujeito a uma carga concentrada a meio vão. Uma vez que o cabo possui um comportamento não linear geométrico, o processo analítico envolve iterações.

Partindo-se da equação de rigidez axial:

$$N = K\delta \quad (3.51)$$

N - Esforço axial

K - Rigidez axial

δ - Deslocamento

$$N = \frac{EA}{L} \Delta l \quad (3.52)$$

E – Módulo de elasticidade do cabo

A - Área do cabo

L - Comprimento da corda

Δl - Variação do comprimento do cabo

Obtém-se:

$$T = \frac{EA}{S_0} (S - S_0) \quad (3.53)$$

T - Esforço axial no cabo

S_0 - Comprimento inicial do cabo parabólico

S – Comprimento do cabo, após atuação da carga concentrada a meio vão

Resolvendo em ordem a S :

$$S = S_0 \left(1 + \frac{T}{EA} \right) \quad (3.54)$$

Como a deformada com a carga concentrada é linear, facilmente se obtém S através do *Teorema de Pitágoras*.

$$S = 2 \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + f_1^2} \quad (3.55)$$

f_1 - flecha existente no cabo após deformação devida ao carregamento

Chega-se então à equação não linear, cuja resolução pode ser obtida através de métodos numéricos:

$$S_0 \left(1 + \frac{T}{EA} \right) = 2 \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + f_1^2} \quad (3.56)$$

O comprimento S_0 , é obtido recorrendo-se apenas aos dados geométricos da configuração do cabo, assumindo que o cabo possui uma configuração parabólica, o que é perfeitamente válido uma vez que a relação $f/L < 0.15$ (Souza & Branchtein, 2009).

$$S_0 = L \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4f}{L}\right)^2} + \frac{L}{4f} \ln \left(\frac{4f}{L} + \sqrt{1 + \left(\frac{4f}{L}\right)^2} \right) \right] \quad (3.57)$$

Através das equações de equilíbrio estáticas, é possível obter o valor de H e V :

$$V = \frac{Q}{2} \quad (3.58)$$

$$H = \frac{Q}{2} \frac{L}{2f_1} \quad (3.59)$$

Por sua vez o T , representa a resultante das forças V e H :

$$T = \sqrt{V^2 + H^2} \quad (3.60)$$

Substituindo:

$$T = \sqrt{\frac{Q^2}{2} + \left(\frac{Q}{2} \frac{L}{2f_1}\right)^2} = \frac{Q}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{L}{2f_1}\right)^2} \quad (3.61)$$

Rescrevendo a equação não linear, substituindo T pelo resultado da expressão anterior e resolvendo a equação em ordem a Q obtém-se:

$$Q = 2AE \frac{2f_1}{L} \left(\frac{L}{S_0} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2f_1}{L}\right)^2}} \right) \quad (3.62)$$

Uma vez que esta expressão só é válida para uma configuração reta do cabo então irá existir uma gama de valores de f_1 em que esta expressão não é aplicável, ou seja, é necessário que a flecha seja tal, para ocorrer o esticamento do cabo. A gama de valores em que esta expressão não é extensível encontra-se entre $f_1=2$ m (quando $f=f_1$) e $f_1=2.308$ m (quando $Q(f_1)=0$). Pode-se observar graficamente a evolução do

Q consoante o valor da flecha já com o carregamento. Esta evolução adquire uma determinada forma, que torna perceptível o facto de que quanto maior for a carga atuante, menor será a flecha gerada, tal facto ocorre devido à rigidez do cabo aumentar com o aumento da carga Q .

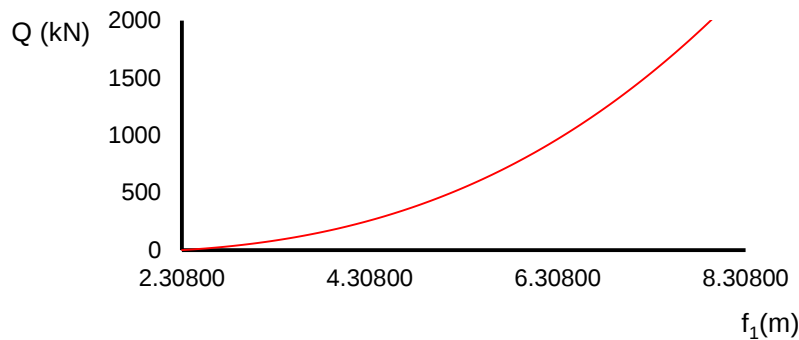


Figura 3.20 - Variação da carga concentrada Q em função da flecha existente no cabo após deformação f_1 .

Usando quer as fórmulas quer os valores dos parâmetros enunciados anteriormente, obtiveram-se os seguintes resultados:

$$S_0 = 60 \times \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4 \times 2}{60} \right)^2} + \frac{60}{4 \times 2} \ln \left(\frac{4 \times 2}{60} + \sqrt{1 + \left(\frac{4 \times 2}{60} \right)^2} \right) \right] = 60.1773 \text{ m}$$

$$20 = 2 \times 594 \times 10^{-6} \times 210 \times 10^6 \times \frac{2 \times f_1}{60} \left(\frac{60}{60.1773} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2 \times f_1}{60} \right)^2}} \right)$$

$$f_1 = 2.64282 \text{ m}$$

$$\Delta f = f_1 - f = 2.64282 - 2 = 0.64282 \text{ m}$$

Δf -Variação da flecha

$$T = \frac{20}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{60}{2 \times 2.64282} \right)^2} = 113.9547 \text{ kN}$$

3.6.2. COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DO *SAP2000*

Após a introdução dos mesmos parâmetros no *software*, considerando apenas a carga concentrada e desprezando o peso próprio do cabo, realizou-se uma análise não-linear geométrica mobilizando os grandes deslocamentos em que se obteve uma variação da flecha descendente de 0.61739 m a meio vão e o esforço axial no cabo de 115.054 kN. O esforço axial verifica-se que é constante ao longo do cabo e deve-se ao facto de a sua deformada ser reta.

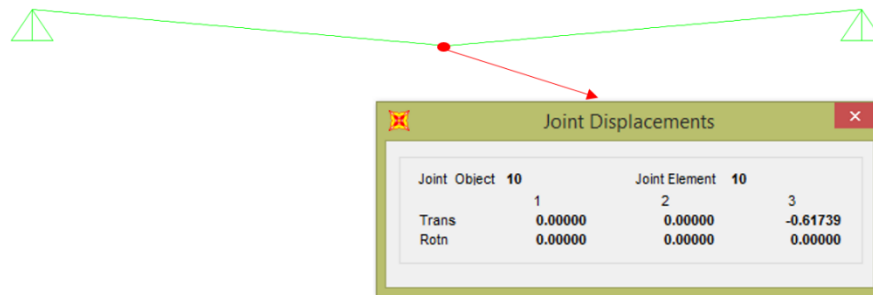


Figura 3.21 - Variação do deslocamento segundo os 3 eixos (1,2 e 3), relativamente à ação de 20kN concentrada a meio vão (*SAP2000*).

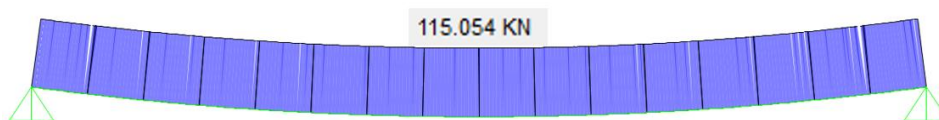


Figura 3.22 - Diagrama do esforço axial, resultante do carregamento concentrado a meio vão de 20kN (*SAP2000*).

$$T_{\text{desvio}} = \frac{115.054 - 113.9547}{115.054} = 0.955\%$$

$$\Delta f_{\text{desvio}} = \frac{0.61739 - 0.64282}{0.61739} = -4.1\%$$

Como se pode verificar os desvios são relativamente pequenos, sendo em ambos os procedimentos de cálculo o peso próprio desprezado. Se este fosse considerado, o cálculo analítico já envolveria uma dificuldade extrema, devido à configuração do cabo quando carregado não ser reta. No entanto no ponto seguinte tentou-se chegar a uma aproximação analítica para o cálculo de cabos sujeitos a cargas distribuídas tendo em conta o seu comportamento elástico.

3.7. CÁLCULO NÃO-LINEAR DE UM CABO COM CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA AO LONGO DO VÃO

A metodologia usada anteriormente é relativamente fácil de deduzir, uma vez que a deformada do cabo é reta. O mesmo não acontece para um carregamento distribuído, em que a deformada é parabólica (considerada parabólica quando a relação $f/L < 0.15$). Portanto, com o intuito de se realizar um cálculo de forma a se obter a posição de equilíbrio na posição de deformada para este tipo de carregamento, simulando desta forma o processo de cálculo realizado num elemento não linear, realizou-se então uma folha de cálculo em *Visual Basic (Excel)*. Esta folha de cálculo realiza iterações sucessivas da flecha até ocorrer a convergência. A programação envolvida nesta folha de cálculo encontra-se especificada no Anexo A1.

Para se realizar esta metodologia, usaram-se as fórmulas relativas ao equilíbrio de um cabo parabólico em 3.2.2, para se obter a força T (a meio vão) e o comprimento S do cabo. Posteriormente com o T e o S obtidos determinou-se a deformação Δl obtida através da expressão (3.63) que consiste em:

$$\Delta l = \frac{T S}{E A} \quad (3.63)$$

Com esta deformação determinou-se a variação inicial de flecha Δf , dependendo esta formula unicamente das condições geométricas do cabo (Juozapaitis & Norkus, 2005).

$$\Delta f = \frac{15L^3 \Delta l}{8(10L^2 f - 48f^3)} \quad (3.64)$$

Com esta variação realizou-se uma segunda iteração, caracterizando-se a flecha da segunda iteração $f_{2^{\text{ª}} \text{ iteração}}$ por:

$$f_{2^{\text{ª}} \text{ iteração}} = f_{\text{inicial}} + \Delta f_{1^{\text{ª}} \text{ iteração}} \quad (3.65)$$

Com a $f_{2^{\text{ª}} \text{ iteração}}$, procedeu-se a mais uma iteração, com a determinação do novo T , do novo S , do novo Δl e da nova variação de flecha $\Delta f_{2^{\text{ª}} \text{ iteração}}$, caracterizando-se a flecha da 3ª iteração por:

$$f_{3^{\text{ª}} \text{ iteração}} = f_{\text{inicial}} + \Delta f_{2^{\text{ª}} \text{ iteração}} \quad (3.66)$$

Este processo decorre sucessivamente até ser alcançada a convergência, ou seja, o equilíbrio do cabo para a posição de deformada, quando a subtração entre variação de flecha de duas iterações sucessivas é inferior a um limite estabelecido.

Introduzindo-se no programa realizado os seguintes dados:

- $L = 56 \text{ m}$
- $f = 2 \text{ m}$
- $q = 1 \text{ kN/m}$
- $E = 210 \text{ GPa}$
- $A = 594 \text{ mm}^2$

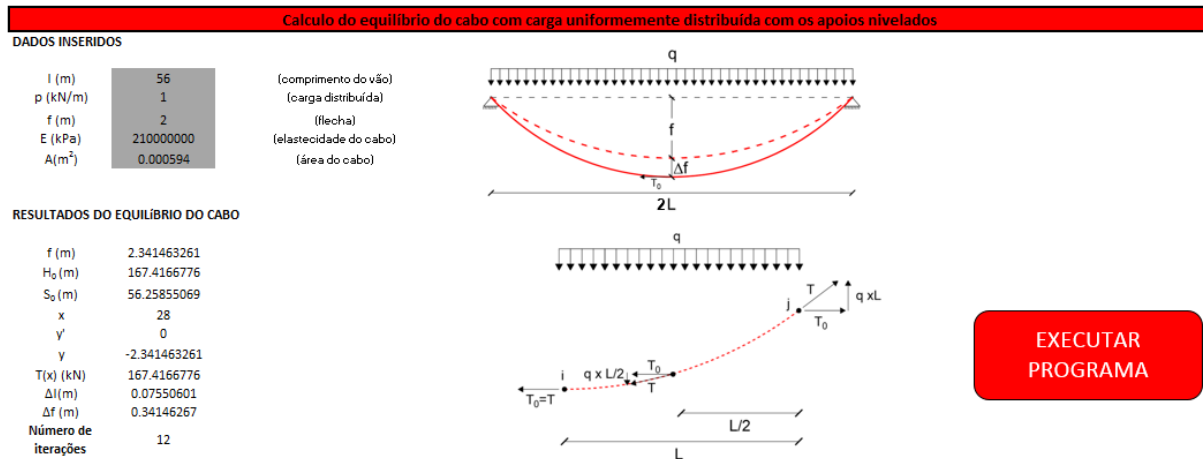


Figura 3.23 – Layout do programa realizado em *Visual Basic (Excel)* relativo ao cálculo do equilíbrio de um elemento de cabo parabólico na posição de deformada.

Os resultados obtidos através da folha de cálculo, do T e do Δf , foram comparados com os resultados fornecidos pelo *SAP2000*, apresentados anteriormente na Tabela 3.1, uma vez que os dados usados foram os mesmos. Esta comparação baseou-se no cálculo dos respetivos desvios.

$$\text{Desvio } T(\%) = \frac{167.41668 - 167.139}{167.139} = 0.166\%$$

$$\text{Desvio } \Delta f(\%) = \frac{0.34146 - 0.34768}{0.34768} = 1.79\%$$

Conclui-se então, que esta iteração fornece resultados bastante aproximados, comparativamente com o *software SAP2000*, relativamente ao cálculo não linear considerando os grandes deslocamentos.

3.8. ANÁLISE MODAL

3.8.1. ASPETOS DE MODELAÇÃO

A análise modal pode ser usada no programa *SAP2000* para determinar os modos de vibração de um dado elemento estrutural. Estes modos são bastante úteis, pois permitem observar o comportamento da estrutura quando esta é submetida a uma dada oscilação.

Este tipo de análise realiza-se com base nos comandos *Define - Load Cases – Load Case Type – Modal*. Após este procedimento, é necessário definir o tipo de análise modal (*Type of Modes*), existindo duas alternativas:

- **Eigenvector** – é determinado a forma da vibração livre não amortecida do elemento, bem como as suas frequências de vibração, baseando-se na análise de valores e vetores próprios (opção escolhida no presente trabalho).
- **Ritz-vector** – encontra os modos que são excitados por um dado carregamento particular.

Neste tipo de análise é necessário definir a massa do elemento estrutural, através da opção *Define – Mass Source*. Por defeito é automaticamente selecionada a massa devido ao peso próprio da estrutura, porém se se quiser introduzir uma carga adicional, é necessário selecionar a opção *Specified Load Patterns*.

A análise modal tem por base uma análise linear elástica, podendo ser efetuada a consideração do elemento não deformado tendo em conta as condições iniciais apenas (*Zero Initial Conditions – Unstressed State*), ou pode ser realizada de modo a considerar a deformação tendo em conta o comportamento não-linear da estrutura. Esta deformação deve-se a uma atuação sequencial das cargas, em que se deve indicar apenas no *software* a última carga, correspondendo esta, à deformação que se quer considerar. Esta carga é introduzida através da opção *Stiffness at End of Nonlinear Case*.

Com base num exemplo de um cabo simples, procedeu-se a uma análise modal usando o *software SAP2000*, tendo em conta a deformada devido à atuação sequencial de todos os casos de carga, tal como especificado anteriormente (*Stiffness at End of Nonlinear Case* selecionando o carregamento relativo à sobrecarga), e outra análise tendo em conta as condições iniciais da estrutura, para a situação de não deformada (*Zero Initial Conditions – Unstressed State*).

Estabeleceu-se então a comparação entre os resultados das frequências, recorrendo às duas situações, verificando-se que o *software* apenas realiza a análise modal para o primeiro caso. Conclui-se então que na segunda situação o cabo uma vez que não mobiliza nenhum caso de carga, não possui qualquer rigidez, ou seja, este é portanto incapaz de realizar a oscilação da massa existente (A Product of Computers and Structures, Inc, 2002).

3.8.2. MÉTODO DAS CORDAS VIBRANTES

O método das cordas vibrantes, é um método analítico que permite obter as frequências relativas a um dado modo de vibração de um cabo. Este método, tal como o nome indica, tem como princípio caracterizar as ondas transversais que surgem durante a vibração de uma corda fixa nas duas extremidades. Como a corda se encontra fixa nas duas extremidades, as ondas geradas denominam-se por estacionárias, permanecendo estas enquanto atuar a força excitadora responsável esta pela vibração.

Inicia-se a dedução através da uma análise de um pequeno segmento de corda com uma determinada massa por unidade de comprimento, ρ , sujeito a uma tensão T_e muito superior à força de gravidade.

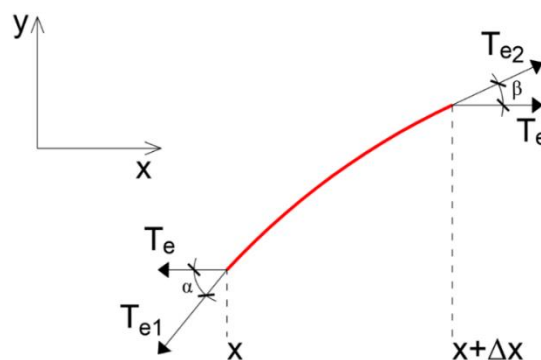


Figura 3.24 - Segmento de corda sujeito a um conjunto de tensões de equilíbrio.

Mediante a figura anterior, se as oscilações forem relativamente pequenas, podem-se escrever as seguintes equações de equilíbrio ($\Sigma F_x=0$ e $\Sigma F_y=0$ respetivamente, usando-se as tensões):

$$T_{e1} \cos \alpha = T_{e2} \cos \beta \quad (3.67)$$

$$T_{e2} \sin \beta - T_{e1} \sin \alpha = ma = \rho \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.68)$$

Uma vez que $T_{e2} = \frac{T_e}{\cos \beta}$ e $T_{e1} = \frac{T_e}{\cos \alpha}$, pode-se transformar a equação anterior em:

$$T_e \frac{\sin \beta}{\cos \beta} - T_e \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \rho \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.69)$$

Sabendo que no ponto x do segmento de corda, $\tan \alpha = \frac{\partial y}{\partial x}$, e que no ponto $x+\Delta x$, $\tan \beta = \frac{\partial y}{\partial x}$, obtém-se:

$$\frac{1}{\Delta x} \left[\frac{\partial y}{\partial x}(x + \Delta x) - \frac{\partial y}{\partial x}(x) \right] = \frac{\rho}{T_e} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.70)$$

Em condições limites $\Delta x \rightarrow 0$, sendo nesta situação o segmento é infinitesimal, então constata-se que $\frac{1}{\Delta x} \left[\frac{\partial y}{\partial x}(x + \Delta x) - \frac{\partial y}{\partial x}(x) \right] = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$, chegando-se à seguinte equação:

$$\frac{\partial y^2}{\partial x^2} = \frac{\rho}{T_e} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.71)$$

Uma vez que $\frac{\rho}{T_e}$, simplificando-se as suas dimensões, é equivalente a $\frac{1}{v^2}$, então da equação (3.71) resulta:

$$\frac{\partial y^2}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.72)$$

v - velocidade de oscilação da corda

Esta equação caracteriza-se então pela equação da onda plana, designando-se as suas soluções y por equações representativas da configuração de uma onda.

$$y(x, t) = y_M \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) = y_M \sin(\omega t - kx) \quad (3.73)$$

Nesta equação, k representa o número da onda, w a frequência angular, λ o comprimento de onda, T o período e y_M a amplitude da oscilação. Passando agora à derivada $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ e $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$, relativamente à equação anterior, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = y_M \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = y_M \frac{4\pi^2}{T^2} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (3.75)$$

Substituindo estas expressões na equação (3.72):

$$y_M \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = \frac{1}{v^2} y_M \frac{4\pi^2}{T^2} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (3.76)$$

Resolvendo-se em ordem a v :

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{w}{k} \quad (3.77)$$

Uma vez que a corda está fixa nas duas extremidades, é necessário somar as duas perturbações em sentidos opostos relativamente a cada extremidade. A perturbação é a resultante da soma das duas perturbações refletidas pelas duas extremidades num determinado ponto da corda, para um dado instante (equação (3.71)). Se não existir atenuação da amplitude da perturbação obtém-se:

$$y(x, t) = y_1 + y_2 = y_M \sin(wt - kx) + y_M \sin(wt + kx) \quad (3.78)$$

Sabendo-se que, $\sin A + \sin B = 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{B-A}{2}\right)$, então a equação anterior pode escrever-se da seguinte forma:

$$y(x, t) = 2y_M \sin(kx) \cos(wt) \quad (3.79)$$

Esta equação representa uma onda estacionária, e tem as seguintes características:

- Para um determinado instante t_0 a corda possui a forma de uma senoide através da seguinte expressão, caracterizando-se o $2y_M \cos(wt_0)$, como as parcelas constantes:

$$y_{t_0}(x) = 2y_M \sin(kx) \cos(wt_0) \quad (3.80)$$

- Se se fixar a posição da corda em x_0 a posição vertical desta passa a variar em função do tempo, passando a ser constante a parcela $2y_M \sin(kx_0)$.

$$y_{x_0}(x) = 2y_M \sin(kx_0) \cos(wt) \quad (3.81)$$

Na equação (3.80) quando $kx_n = n\pi$, para $n=0,1,2,3,4...$ as amplitudes relativamente à oscilação são nulas.

Uma vez que $x_n = \frac{n\pi}{k}$, recorrendo à expressão (3.77), obtém-se então:

$$x_n = \frac{n\lambda}{2} \quad (3.82)$$

No entanto se o comprimento entre pontos de fixação for L chega-se à seguinte igualdade:

$$L = \frac{n\lambda}{2} \quad (3.83)$$

A partir da equação (3.77)e (3.83) verifica-se que:

$$L = \frac{n}{2} \frac{2\pi v}{w} (=) w = \frac{\pi v n}{L} (=) f_n = n \frac{v}{2L} \quad (3.84)$$

Tendo em conta a equação (3.72) chega-se à expressão pretendida:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T_e}{\rho}} \quad (3.85)$$

f_n - frequência de vibração natural do cabo no modo n

T_e - Tensão na corda

ρ - Massa por unidade volume

L - Comprimento entre apoios

n - nº do modo de vibração

Designando-se o n pelo modo de vibração, utilizando esta expressão pode-se determinar analiticamente a frequência do modo de vibração desejado n , utilizando-se a tensão T_e atuante na corda, a sua massa por unidade de comprimento ρ e o comprimento do elemento em repouso L . Os modos de vibração que são caracterizados são aqueles que correspondem à amplitude de oscilação máxima (Instituto Superior Técnico de Lisboa, 2007/08).

3.8.3. COMPARAÇÃO DO MÉTODO DAS CORDAS VIBRANTES COM OS RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DO SAP2000

Este método torna-se muito interessante uma vez que permite rapidamente o cálculo da frequência natural para um dado modo. No entanto não se sabe muito bem se fornece valores razoáveis para todo tipo de vãos e para todo tipo de forças aplicadas na corda. Deseja-se também detetar a aproximação deste método relativamente a uma análise não linear geométrica tendo em conta os grandes deslocamentos. Desta forma, modelaram-se no programa *SAP2000*, vários elementos de cabos com comprimentos diferentes ($L=26, 56, 112$ e 400 m), sujeitos a diferentes tensões de esticamento ($T_e=49.735, 149.207$ e 248.679 MPa). O esticamento foi introduzido recorrendo-se ao *Target Force* referenciado anteriormente. Os dados admitidos relativamente aos cabos foram:

- $E=210 \text{ GPa}$
- $\phi_{\text{Cabo}}=16 \text{ mm}$
- $P_{\text{aço}}=77 \text{ kN/m}^3$
- $\rho_{\text{aço}}=7.8518 \text{ ton/m}^3$

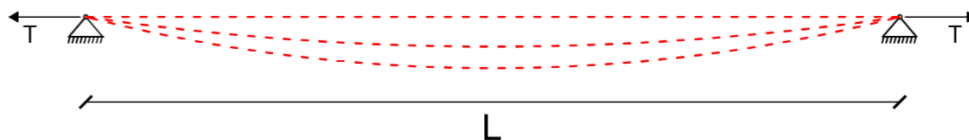


Figura 3.25 - Variação da configuração inicial do cabo mediante o T e o L .

Para cada um destes cabos, realizou-se uma análise modal, tendo em conta o peso próprio e a força de esticamento introduzida no cabo (carregamentos não lineares). Mediante esta análise modal foram registados os valores das primeiras três frequências naturais para cada caso.

Posteriormente estes valores adquiridos através do *software* foram comparados com os valores obtidos através do cálculo analítico para as mesmas situações, e calculados os respetivos desvios.

Tabela 3.4- Valores das frequências e desvios para $L=28m$.

Modo de Vibração	T_e (MPa)			T_e (MPa)			T_e (MPa)		
	49.735		Desvio (%)	149.207		Desvio (%)	248.679		Desvio (%)
	f(Hz) SAP	f(Hz) MCV		f(Hz) SAP	f(Hz) MCV		f(Hz) SAP	f(Hz) MCV	
1°	1.818	1.421	-27.90%	2.496	2.462	-1.39%	3.182	3.178	-0.12%
2°	2.830	2.842	0.42%	4.910	4.923	0.27%	6.316	6.356	0.62%
3°	4.229	4.264	0.80%	7.307	7.385	1.06%	9.399	9.534	1.42%

Nota: MCV – Método das Cordas Vibrantes

 T_e – Tensão de esticamento no caboTabela 3.5 - Valores das frequências e desvios para $L=56m$.

Modo de Vibração	T_e (MPa)			T_e (MPa)			T_e (MPa)		
	49.735		Desvio (%)	149.207		Desvio (%)	248.679		Desvio (%)
	f(Hz) SAP	f(Hz) MCV		f(Hz) SAP	f(Hz) MCV		f(Hz) SAP	f(Hz) MCV	
1°	1.315	0.711	-85.04%	1.284	1.231	-4.31%	1.603	1.589	-0.86%
2°	1.411	1.421	0.74%	2.439	2.462	0.92%	3.157	3.178	0.66%
3°	2.146	2.132	-0.68%	3.631	3.692	1.65%	4.698	4.767	1.44%

Tabela 3.6 - Valores das frequências e desvios para $L=112m$.

Modo de Vibração	T_e (MPa)			T_e (MPa)			T_e (MPa)		
	49.735		Desvio (%)	149.207		Desvio (%)	248.679		Desvio (%)
	f(Hz) SAP	f(Hz) MCV		f(Hz) SAP	f(Hz) MCV		f(Hz) SAP	f(Hz) MCV	
1°	0.703	0.355	-97.91%	0.722	0.615	-17.27%	0.824	0.795	-3.71%
2°	0.942	0.711	-32.54%	1.219	1.231	0.93%	1.575	1.589	0.87%
3°	1.294	1.066	-21.42%	1.819	1.846	1.47%	2.345	2.385	1.61%

Tabela 3.7 - Valores das frequências e desvios para $L=400\text{m}$.

Modo de Vibração	T_e (MPa)			T_e (MPa)			T_e (MPa)		
	49.735		Desvio (%)	149.207		Desvio (%)	248.679		Desvio (%)
	f(Hz) SAP	f(Hz) MCV		f(Hz) SAP	f(Hz) MCV		f(Hz) SAP	f(Hz) MCV	
1º				0.337	0.316	-95.70%	0.172	0.222	-41.95%
2º				0.391	0.345	-13.38%	0.437	0.445	1.83%
3º				0.535	0.517	-3.40%	0.655	0.667	1.82%

Relativamente à Tabela 3.7, não foi possível estabelecer uma tensão de 49.735 MPa, uma vez que o comprimento do cabo é demasiadamente grande (elevado peso próprio), então força de esticamento é insuficiente para equilibrar o peso do cabo.

Os valores dos desvios podem ser analisados de uma forma mais perceptível sob a representação gráfica seguinte, para cada um dos modos de vibração.

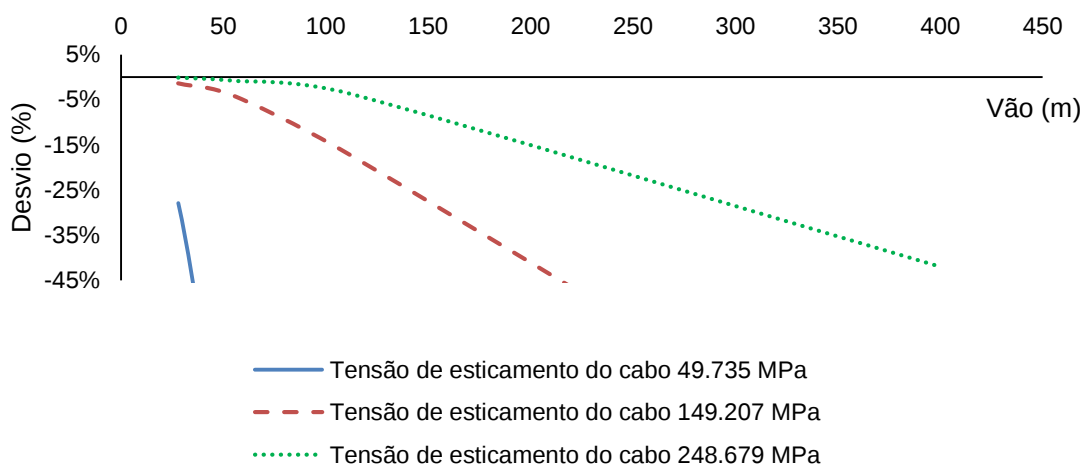


Figura 3.26 - Representação gráfica dos desvios para o 1º modo de vibração.

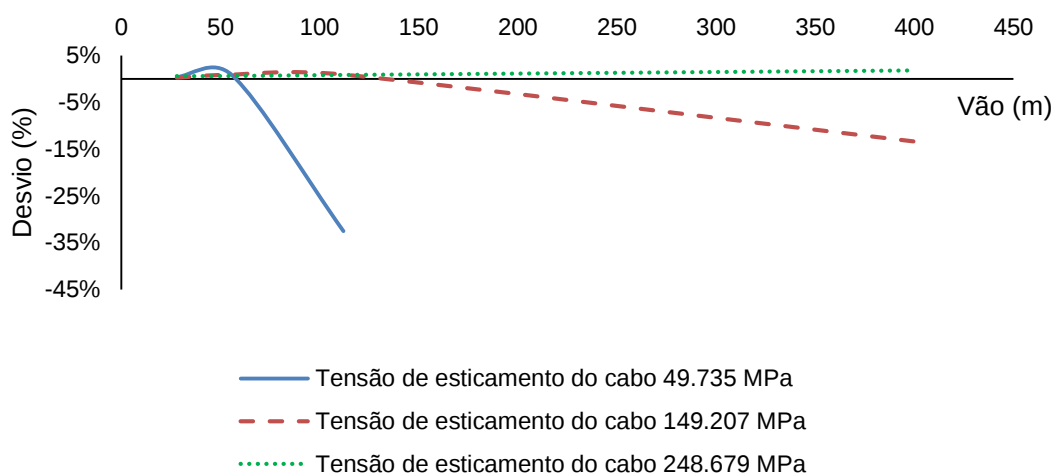


Figura 3.27 - Representação gráfica dos desvios para o **2º modo de vibração**.

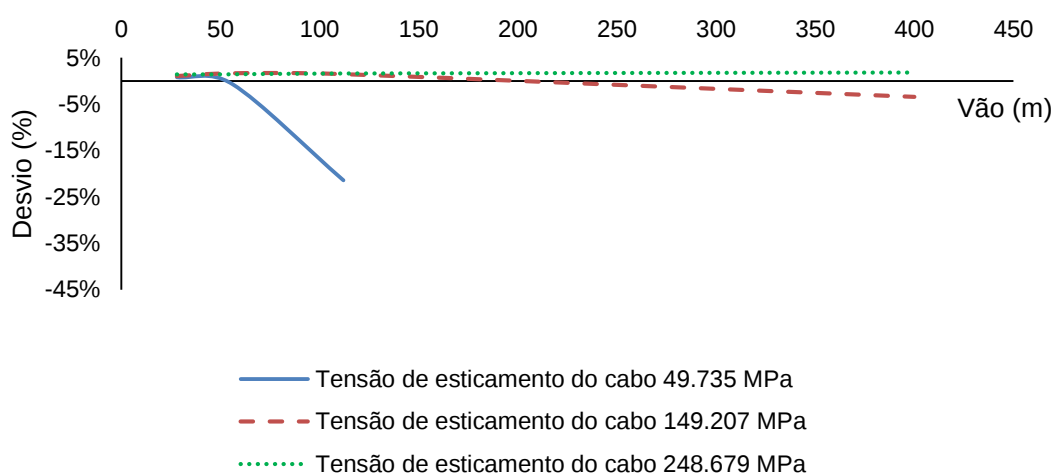


Figura 3.28 - Representação gráfica dos desvios para o **3º modo de vibração**.

Pela observação gráfica, relativa essencialmente ao 1º modo de vibração, pode-se constatar de imediato que os desvios são bastante menores quanto maior o tensionamento, ou seja, quanto maior o tensionamento, menor a deformada do cabo, encontrando-se o cabo próximo da posição reta, posição que define o método das cordas vibrantes. Também se observa que quanto maior o vão, maior o desvio, ou seja, maior é a deformação causada pelo peso próprio do cabo.

Estas conclusões estão perfeitamente de acordo com uma outra análise realizada, similar à anterior, em que foi desprezado o peso próprio do cabo. Nesta situação verificou-se que os desvios eram muito menores, abaixo dos 3% para todas as situações, concluindo então que de facto o peso próprio influencia em muito este método, uma vez que atribui curvatura ao cabo.

3.8.4. INFLUÊNCIA DE CABOS DE CONTRAVENTAMENTO NUM CABO SUSPENSO

Com o objetivo de analisar a influência dos cabos de contraventamento (espias) num cabo suspenso, relativamente ao seu comportamento dinâmico na direção vertical, realizou-se um modelo simples (2D), simulando esse elemento estrutural. Neste modelo foram considerados os seguintes dados:

- $L = 60m$
- $\phi_{espia} = 19 mm$
- $A_{Cabo principal} = 594 mm^2$
- $E = 210GPa$
- $Sobrecarga = 0.25 kN/m$
- $Restante carga permanente = 0.25 kN/m^2$
- $Flecha = 2 m$

Nesta análise realizaram-se vários tipos de configuração, ou seja, variou-se o ângulo da espia em relação à horizontal (ângulo usado 20° ou 40°), variou-se também o comprimento em que se efetua a ligação do cabo principal com a espia (ligações a $1/3$ ou $1/4$ do vão). Além disso, também se variou a tensão de esticamento da espia (70.539 ou $176.348 MPa$).

Para cada uma destas configurações registaram-se as frequências naturais relativamente aos primeiros seis modos de vibração. Registou-se também o esforço axial médio na zona do apoio e na zona central do cabo suspenso.

É importante realçar que o carregamento tem em conta a não linearidade geométrica, ou seja, foi adicionado sequencialmente tendo em conta a deformada de equilíbrio resultante do carregamento anterior e assim sucessivamente (a primeira carga foi o peso próprio, depois a restante carga permanente, posteriormente o tensionamento das espias e por último a sobrecarga).

Além de se estabelecer a comparação entre estes elementos, também se procedeu à comparação com o elemento de cabo simples sem espias.

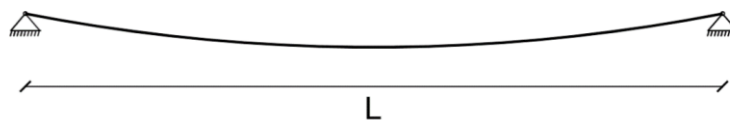


Figura 3.29 - Configuração do cabo **sem espias**.

Tabela 3.8 - Frequências e esforço axial N do cabo **sem espias**.

f (Hz)						N médio zona central (kN)	N médio zona do apoio (kN)
1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo	6º modo		
0.733	0.961	1.287	1.470	1.857	2.202	183	185

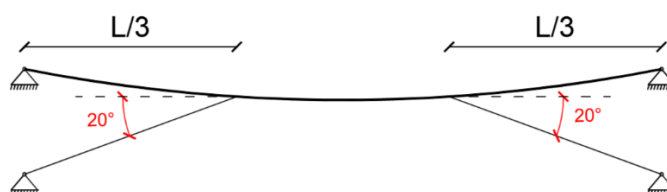


Figura 3.30 - Configuração do cabo com **espias a $L/3$** do vão com **inclinação de 20°** .

Tabela 3.9 - Frequências e esforço axial N do cabo com **espias a $L/3$** com **inclinação de 20°** .

Tensão de esticamento da espia (MPa)	f (Hz)						N médio zona central (kN)	N médio zona do apoio (kN)
	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo	6º modo		
71	1.244	1.311	1.472	2.355	2.450	2.556	259	240
176	1.543	1.551	1.586	2.862	2.950	3.153	411	349

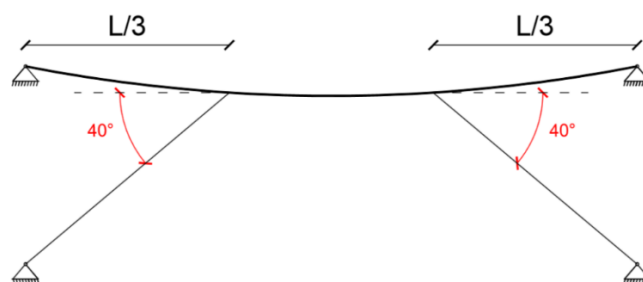


Figura 3.31 - Configuração do cabo com **espias a $L/3$** do vão com **inclinação de 40°** .

Tabela 3.10 - Frequências e esforço axial do cabo N com **espias a $L/3$** com **inclinação de 40°** .

Tensão de esticamento da espia (MPa)	f (Hz)						N médio zona central (kN)	N médio zona do apoio (kN)
	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo	6º modo		
71	1.431	1.443	1.548	2.778	2.811	2.883	325	308
176	1.837	1.850	1.878	3.569	3.614	3.769	566	512



Figura 3.32 - Configuração do cabo com **espigas a $L/4$** do vão com **inclinação de 20°** .

Tabela 3.11 - Frequências e esforço axial do cabo N com **espigas a $L/4$** com **inclinação de 20°** .

Tensão de esticamento da espiga (MPa)	f (Hz)						N médio zona central (kN)	N médio zona do apoio (kN)
	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo	6º modo		
71	0.987	1.691	1.710	1.783	2.531	3.206	256	236
176	1.092	1.965	1.994	2.067	3.082	3.753	386	323

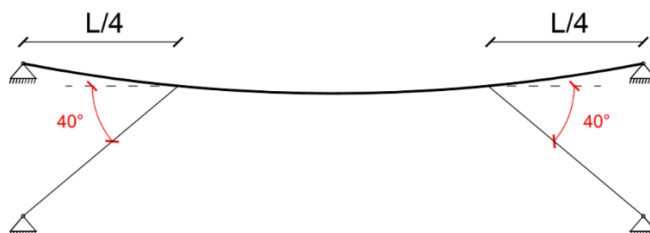


Figura 3.33 - Configuração do cabo com **espigas a $L/4$** do vão com **inclinação de 40°** .

Tabela 3.12 - Frequências e esforço axial do cabo N com **espigas a $L/4$** com **inclinação de 40°** .

Tensão de esticamento da espiga (MPa)	f (Hz)						N médio zona central (kN)	N médio zona do apoio (kN)
	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo	6º modo		
71	1.037	1.866	1.886	1.916	2.825	3.637	310	291
176	1.243	2.330	2.347	2.433	3.634	4.576	519	466

Segundo os resultados obtidos neste estudo, constatou-se que as frequências do cabo não contraventado, possuem os valores mais baixos, comparativamente com os outros tipos de configuração, ou seja, o cabo nesta situação encontra-se mais flexível relativamente a deslocamentos verticais.

Em relação às outras configurações, verificou-se que os valores mais altos das frequências, ou seja, situação em que o cabo se encontra mais rígido, ocorrem quando:

- a ligação da espiga com o cabo principal se procede a $1/3$ do vão (espigas melhor distribuídas);
- a espiga possui o ângulo de inclinação maior (40° de inclinação);

- a tensão de esticamento é mais elevada (176.348 MPa).

Para estas três situações faz todo o sentido que ocorram as maiores frequências, ou seja, a espia estar localizada aos terços do vão é claramente favorável, uma vez que subdivide o cabo principal em segmentos iguais. O facto da tensão de esticamento ser maior, contribui por si só, a um esticamento superior do cabo principal. Este esticamento aumenta ainda mais quanto maior for ângulo de incidência da espia com cabo, contribuindo ainda mais para a rigidez do elemento.

Uma vez que para as máximas frequências, maior o esticamento do cabo, então os esforços axiais médios no vão intermédio e no vão extremo, possuem também nessa situação o valor máximo (aspeto este comprovado nas tabelas anteriores). Conclui-se então, que a rigidez do cabo principal é tanto maior quanto maior for o seu tensionamento, comprovando o que foi mencionado no ponto 3.3.

É importante também salientar que, relativamente ao primeiro modo de vibração, quando se está perante um cabo cuja ligação com as espias se realiza a $L/4$ do vão, este possui uma frequência 30% maior, comparativamente com a situação em que a ligação se realiza a $L/3$ do mesmo. Quando em análise está um cabo cujas espias apresentam um ângulo de inclinação de 40° o acréscimo de frequências é apenas de 10%, quando comparado com a situação, em que estas apresentam uma inclinação de 20° .

3.8.5. ANÁLISE DE UM CABO SUJEITO A DIFERENTES CARREGAMENTOS DISTRIBUÍDOS

O comportamento dinâmico de estrutura depende não só das cargas permanentes mas também da sobrecarga atuante, portanto pretende-se analisar a influência que o carregamento q tem, relativamente à vibração do elemento de cabo. Admitindo-se os seguintes dados recorreu-se ao *software* SAP2000, para a determinação das frequências naturais de vibração do cabo para cada um dos diferentes carregamentos distribuídos q (1, 2 e 5 kN/m). Este carregamento tem em conta as não linearidades geométricas entrando com a ordem sequencial da atuação das cargas e com a deformação respetiva da carga anterior, atuando primeiro o peso próprio e posteriormente a sobrecarga q .

Dados:

- $L=60\text{ m}$
- $E=210\text{ GPa}$
- $A_{\text{Cabo}}=594\text{ mm}^2$
- $f=2\text{ m}$

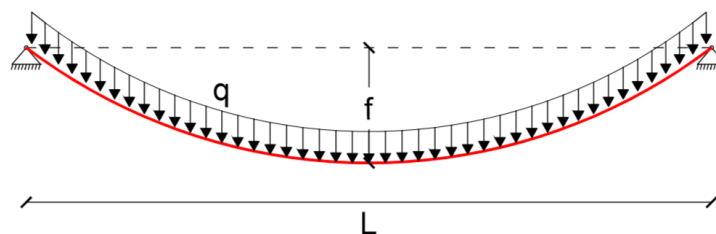


Figura 3.34- Configuração do cabo analisado e respetivo carregamento.

Apresenta-se na Tabela 3.13 a configuração dos primeiros 6 modos e as respetivas frequências para os diferentes valores de sobrecarga considerados. A partir destes resultados pode-se comprovar o facto de que quanto maior for a sobrecarga q atuante no cabo, maior a massa mobilizada na sua vibração, e por sua vez menor será a frequência de vibração (para um dado período de tempo possui um menor número de oscilações). No entanto realça-se que a diminuição da frequência para carregamentos diferentes não

é muito acentuada, devendo-se ao facto de o estado de tensão influenciar em parte as frequências de vibração, como foi referido no ponto anterior.

Além destes aspetos também é importante salientar a mudança de configuração que ocorre na deformada relativa ao 1º Modo de Vibração, ou seja, esta configuração muda conforme a sobrecarga implementada. Neste caso a comparação das frequências de vibração deve ser realizada tendo em conta os Modos de Vibração com configurações de deformada iguais.

Tabela 3.13 - **Frequências** para cada Modo de Vibração, para um dado q .

Modo de Vibração	$q=1\text{kN/m}$	$f(\text{Hz})$	$q=2\text{kN/m}$	$f(\text{Hz})$	$q=5\text{kN/m}$	$f(\text{Hz})$
1º Modo		0.702		0.661		0.588
2º Modo		0.841		0.719		0.595
3º Modo		1.140		1.041		0.925
4º Modo		1.411		1.331		1.200
5º Modo		1.776		1.671		1.508
6º Modo		2.118		1.998		1.804

4

ANÁLISE DO CASO DE ESTUDO

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, realiza-se a análise de um caso de estudo relativo de uma ponte pedonal que foi projetada pela empresa FASE Estudos e Projetos antes do presente trabalho ter sido iniciado. Esta ponte irá ser construída sobre o rio Lordelo, fazendo parte de um plano que pretende realizar o restabelecimento de caminhos e acessos rurais, que serão afetados pela albufeira de um aproveitamento hidroelétrico, tentando desta forma, recriar as condições similares às existentes antes do enchimento.

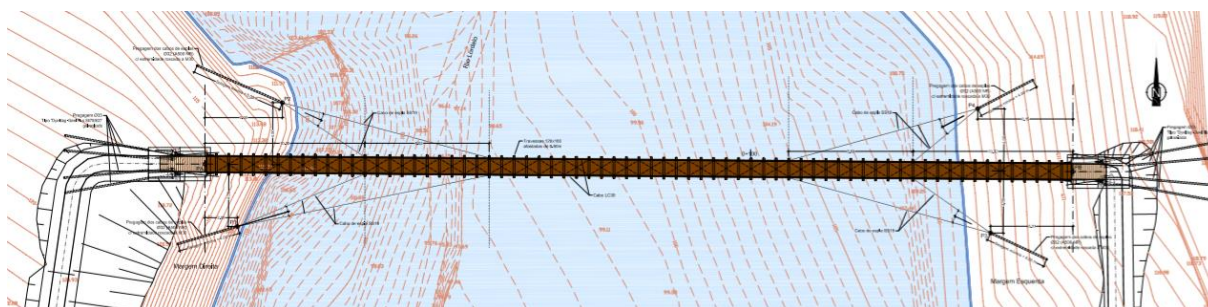


Figura 4.1 - Planta da ponte pedonal em estudo (FASE Estudos e Projetos, 2014).

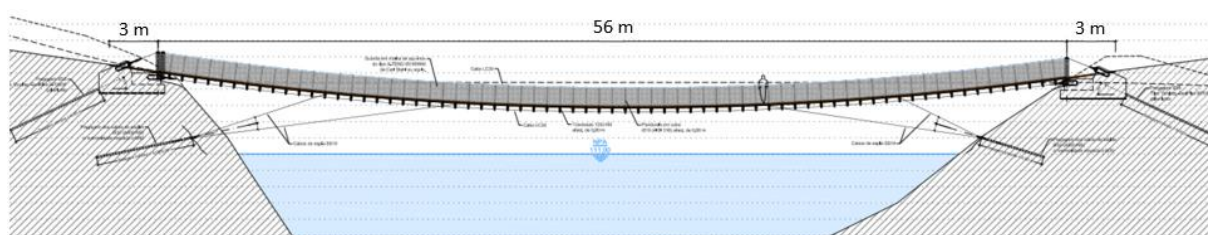


Figura 4.2 - Alçado da ponte pedonal em estudo (FASE Estudos e Projetos, 2014).

A ponte relativamente ao caso de estudo, tem como função restabelecer o trilho da Aqualva localizada no Acesso 3, na Albufeira do Ribeiradio, na freguesia de Lourizela no concelho do Sever do Vouga.

Sabe-se que o nível pleno de armazenamento e o nível de máxima cheia da Albufeira do Ribeiradio situar-se-ão à cota de 111 m. Esta informação foi tida em conta, tendo-se implantado tanto as plataformas, como os taludes relativos ao trilho, sempre acima do nível referido.

O traçado do Acesso 3 foi desenvolvido de modo a minimizar o impacto causado no meio envolvente, tendo-se também efetuado um estudo relativamente à sua afluência, bem como a regularidade do seu atravessamento, sendo estas informações utilizadas no dimensionamento da ponte.

A implementação da estrutura teve em consideração o facto de a zona ser bastante acidentada, influenciando desta forma os traçados em planta e em perfil. Foi com base na análise dos seguintes elementos que se desenvolveu o projeto de execução:

- Cartas Militares à escala 1:25000;
- Cartografia à escala 1:5000;
- Levantamentos topográficos à escala 1:500, executados para o efeito ao longo de todos os traçados;
- Perfil Longitudinal e perfis transversais do Acesso 3;
- Carta geológica de Oliveira de Azeméis (folha 13-D) à escala 1:50.000;
- Carta geológica de Portugal à escala 1:500.000;
- Estudos geológicos e geotécnicos.

4.2. DESCRIÇÃO DA PONTE PEDONAL

A ponte pedonal é constituída apenas por um único tabuleiro de um só vão, com o comprimento total de 56 m entre encontros (medição realizada em planta) e possui uma largura útil de 1 m. Estas e outras dimensões relevantes da ponte, encontram-se esquematizadas na Figura 4.3 e Figura 4.4.

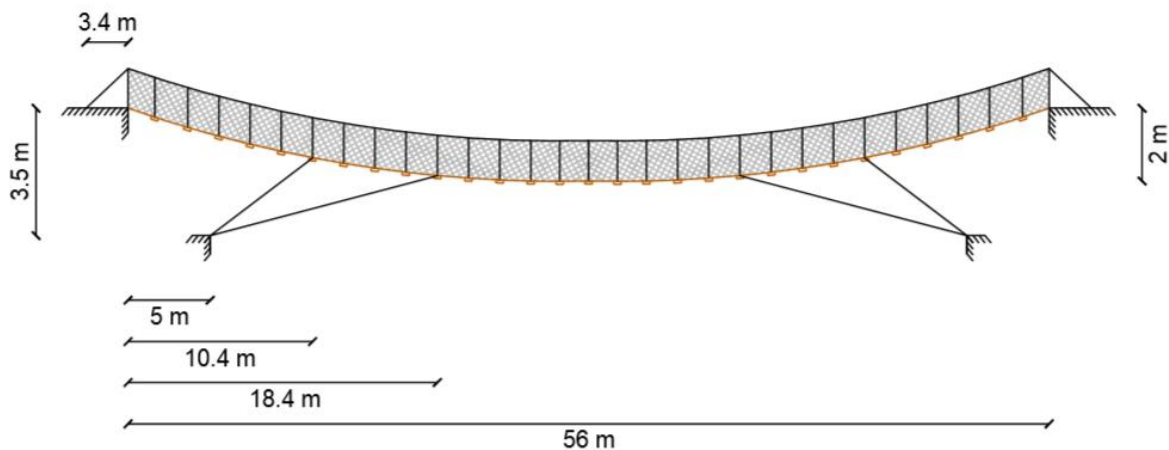


Figura 4.3 - Dimensões da ponte em estudo em Alçado.

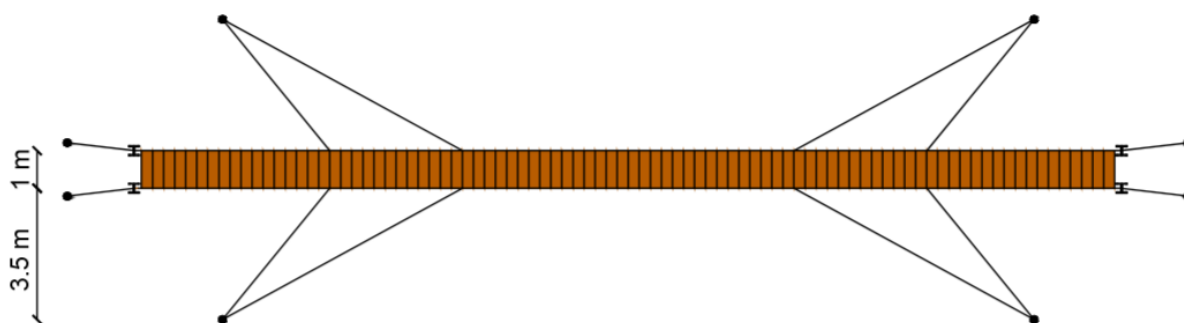


Figura 4.4 – Dimensões da ponte em estudo em Planta.

O tabuleiro da ponte, é constituído por uma estrutura de madeira, suportada por quatro cabos principais com uma configuração de catenária, situando-se dois dos cabos a um nível superior (servindo também de guarda) e os outros dois num nível inferior, sob o tabuleiro.

A estrutura apresenta como sistema de contraventamento, cabos metálicos dispostos com uma configuração em cruz, localizados na superfície inferior do tabuleiro (contraventamento lateral), e apresenta também 4 espigas que se caracterizam por segmentos de cabo que realizam a ligação de travessas intermédias do tabuleiro aos elementos de amarração existentes nas margens (contraventamento lateral e vertical).

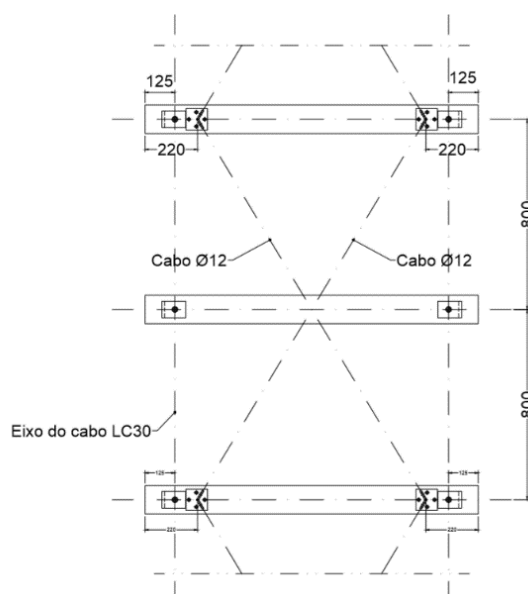


Figura 4.5 - Pormenor em planta dos cabos de contraventamento dispostos em cruz com medidas em mm (FASE Estudos e Projetos, 2014).

4.2.1. TABULEIRO

O tabuleiro é constituído por travessas de madeira maciça com secção 120x160 mm afastadas de 800 mm. Sobre as travessas são dispostas 6 pranchas de secção 160x45 mm.

Por cima das pranchas referidas anteriormente é preconizado o passadiço (*deck*), também ele em madeira, composto por ripas de secção 130x20 mm, permitindo realizar uma superfície antiderrapante. Como complemento a estes elementos, são colocados uns rodapés em madeira de secção 40x150 mm, implementando desta forma um remate da largura de circulação.

A transmissão de carga entre os cabos superiores e inferiores é realizada através de 138 pendurais, encontrando-se estes afastados de 800 mm, caracterizando-se por cabos flexíveis em aço inox $\phi 10$. A amarração deste tipo de elementos é assegurada por mangas cravadas, cerra-cabos e sapatilhos em aço inox. Apresenta-se na Figura 4.6 e na Figura 4.7, os detalhes deste tipo de amarrações.

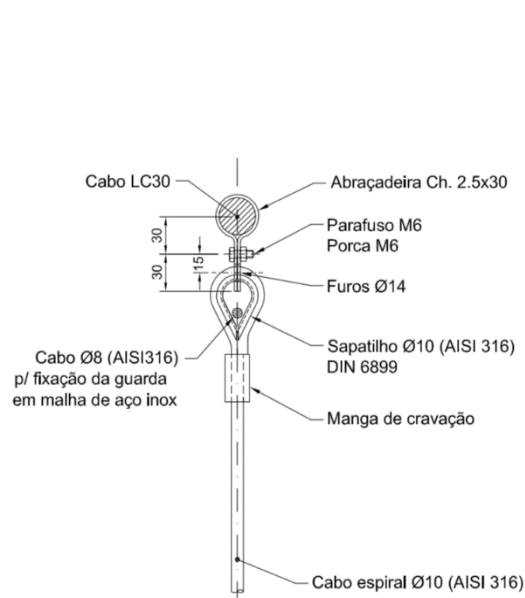


Figura 4.6 - Pormenor da ligação do pendural ao cabo principal superior (FASE Estudos e Projetos, 2014).

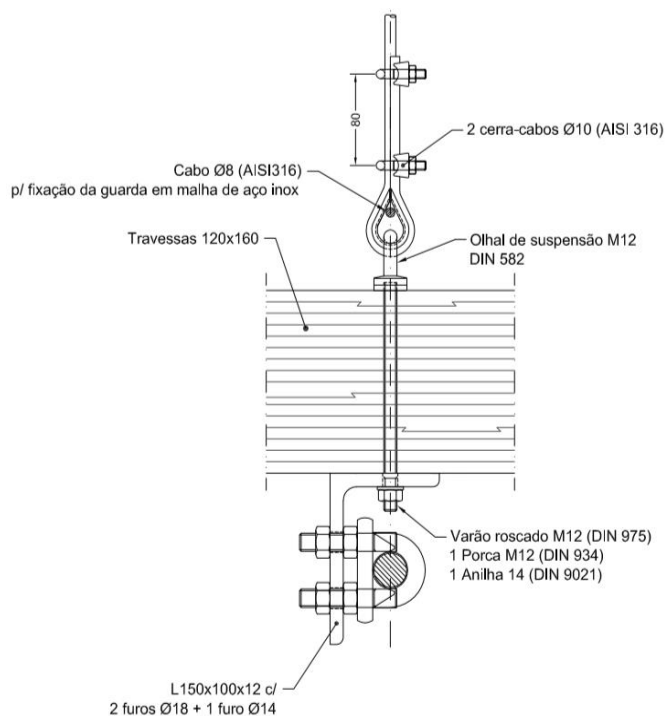


Figura 4.7 - Pormenor da ligação do pendural ao cabo principal inferior (FASE Estudos e Projetos, 2014).

Os cabos principais encontram-se afastados de 1150 mm em largura e 1510 mm em altura, assegurando que as guardas possuam altura de 1200 mm acima do passadiço. As guardas são realizadas por uma malha em aço inox fixa aos pendurais e a cabos longitudinais de amarração, também estes em aço inox.

4.2.2. CABOS

Os cabos principais são do tipo *full locked-coil* com tratamento galvanizado e possuem um diâmetro de 30 mm (cabo tipo LC30 com área de 594 mm², segundo o catálogo da *BRIDON Structural Systems*).

Este tipo de cabo possui uma maior resistência à corrosão, uma vez que as suas camadas exteriores de arames têm forma de Z e fecham o interior do cabo hermeticamente. Para além da maior resistência à corrosão, este apresenta um acabamento superficial liso.

Os cabos de espia e os cabos de contraventamento dispostos longitudinalmente, possuem uma tipologia flexível. Ambos são constituídos por 7 cordões de 19 arames, possuindo a espia um diâmetro de 19 mm (cabo tipo *spiral strand* de área 219 mm² segundo o catálogo da *BRIDON Structural Systems*) e os cabos de contraventamento longitudinal inferior (tipo *spiral strand*), um diâmetro de 12 mm. Os pendurais possuem um diâmetro de 10 mm.

A Figura 4.8 apresentada especifica a secção transversal do tabuleiro da ponte e alguns dos elementos que a constituem.

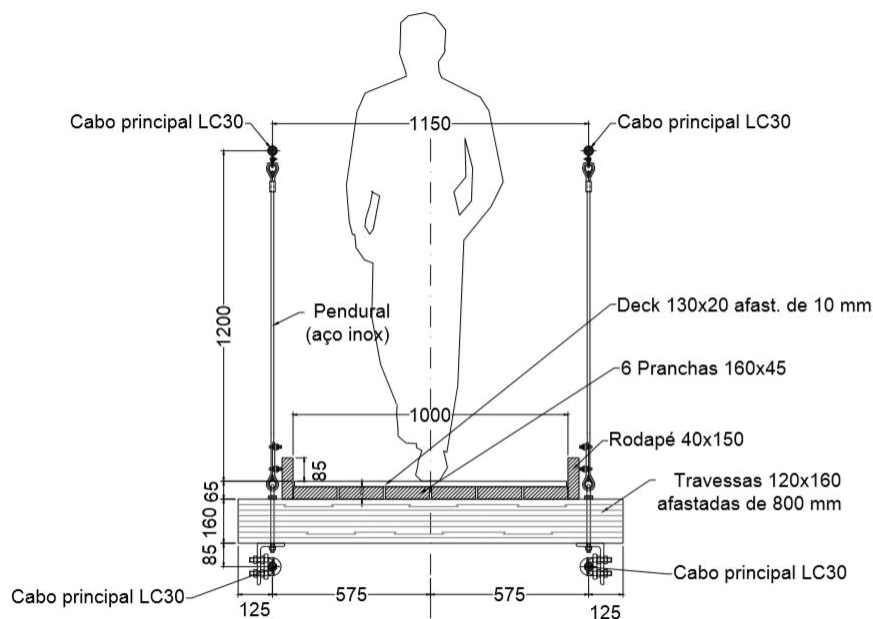


Figura 4.8 - Representação da secção transversal do tabuleiro com medidas em mm (FASE Estudos e Projetos, 2014).

4.2.3. ENCONTROS

Os encontros são compostos por maciços de betão armado devidamente ancorados ao terreno por meio de 4 pregagens $\phi 35$, de modo a ser realizada a fixação dos cabos principais, como se pode observar na Figura 4.9 e com mais pormenor na Figura 4.10 e Figura 4.11. Cada grupo de 2 espias é ancorado ao terreno por meio de 1 pregagem $\phi 32$ como especificado detalhadamente na Figura 4.12.

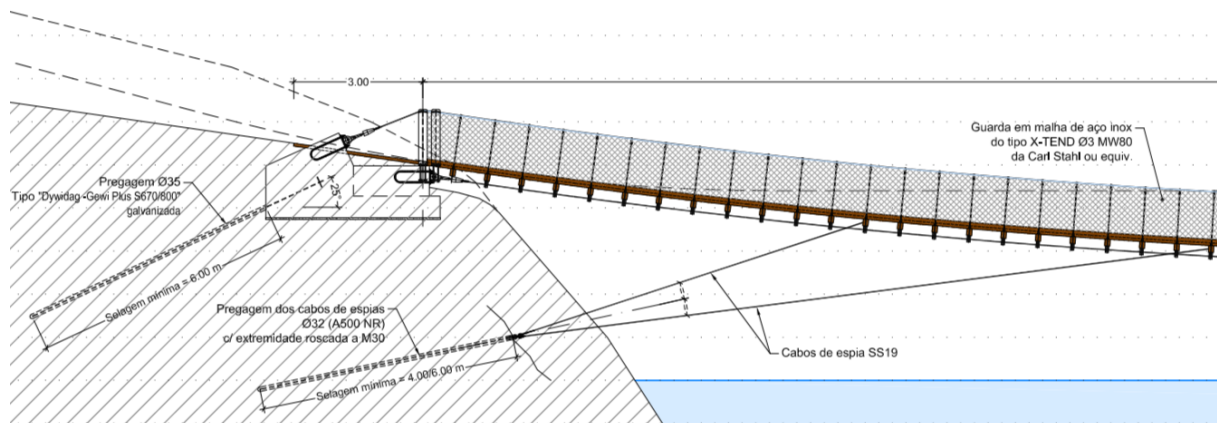


Figura 4.9 - Alçado da amarração dos encontros e das espigas (FASE Estudos e Projetos, 2014).

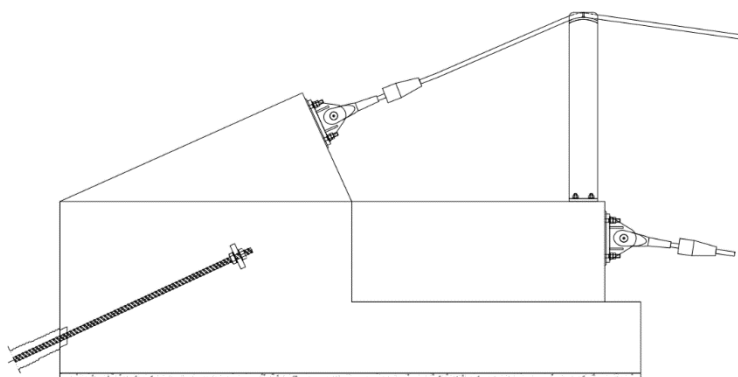


Figura 4.10 – Pormenor do maciço com as pregagens, as forquilhas ajustáveis dos cabos e o perfil metálico (FASE Estudos e Projetos, 2014).



Figura 4.11 – Pormenor de uma forquilha ajustável (Catálogo BRIDON Structural Systems).

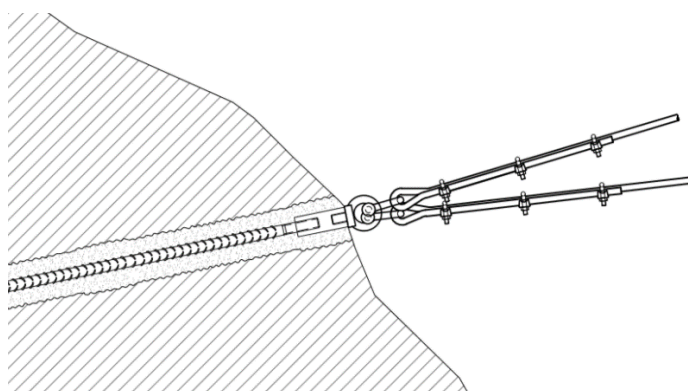


Figura 4.12 – Pormenor da ancoragem das espigas (FASE Estudos e Projetos, 2014).

Uma vez que os plintos de amarração dos cabos superiores apresentam uma dimensão considerável, procedeu-se a um ligeiro desvio em planta destes cabos superiores, de modo a não se reduzir a largura útil de passagem.

Encontram-se também dispostos 2 postes em perfil metálico HEB200 nos encontros, de modo a receber as forças de desvio dos cabos superiores, estes também servem para estabelecer a amarração da malha de aço das guardas, como se pode observar na Figura 4.10.

Convém também salientar que o passadiço de madeira relativo ao tabuleiro é prolongado numa extensão de 3 m para o interior do encontro, em ambos os lados da ponte.

4.2.4. MATERIAIS

Os elementos de madeira existentes na ponte, serão realizados em pinho tratado da classe estrutural EE, de forma a estarem protegidos contra a ação dos agentes biológicos através do tratamento em autoclave.

Relativamente aos elementos metálicos (perfis e chapas), estes serão sujeitos a um tratamento de galvanização com espessura 120 μ m, que implementará uma proteção anticorrosiva.

Os encontros são realizados em betão armado, utilizando-se betão C30/37 com uma classe de exposição XC2 e as armaduras são em aço A500 NR.

As pregagens relativas aos maciços dos encontros são realizadas em aço da classe S670/800 e as pregagens para a fixação dos cabos de espia são por sua vez realizadas em aço A500 NR. Estes elementos também serão galvanizados como proteção à corrosão.

4.2.5. MÉTODO CONSTRUTIVO

A fase construtiva da ponte pedonal convém ser bem especificada, uma vez que é mediante os passos indicados que se realizará a execução desta. Relativamente à ponte em estudo, a sua execução divide-se especificamente em dois tipos de trabalhos:

- Trabalhos prévios nas margens;
- Trabalhos de montagem do passadiço pedonal.

Os **trabalhos prévios nas margens** por sua vez, subdividem-se em 4 etapas dispostas na seguinte ordem temporal:

- 1) Preparação das plataformas de trabalho em ambas as margens;
- 2) Execução das pregagens nos encontros;
- 3) Execução dos encontros, incluindo a montagem das peças de fixação dos cabos e dos perfis metálicos com sela para os cabos superiores;
- 4) Execução das pregagens para ancoragem dos cabos de espia.

Posteriormente são executados os **trabalhos de montagem do passadiço pedonal**, caracterizando-se estes em 8 fases consecutivas:

- 1) Lançamento dos cabos superiores a partir da margem direita com prévia montagem dos pendurais. Nesta operação poderá eventualmente ser necessária a utilização de cabos auxiliares de forma a auxiliar todo o processo, devendo ainda prever-se os meios adequados às condições locais do terreno para a realização desta operação;
- 2) Fixação dos cabos superiores no encontro da margem esquerda (dispositivo de amarração sem ajuste);
- 3) Tensionamento e amarração dos cabos na margem direita (dispositivos de amarração com ajuste). Nesta operação devem ser utilizados os meios adequados ao sistema de cabos e dispositivo de amarração a aplicar, devendo ainda ser compatíveis com a força

a instalar no cabo. O processo de esticamento deve ser complementado com a medição da forma do cabo (através da medição da flecha) e a monitorização da força instalada. As forças de esticamento nos cabos, serão efetuadas de modo a ser estabelecida a flecha indicada na Tabela 4.1. Estas forças diferem uma vez que o cabo inferior está sujeito apenas ao peso próprio, enquanto que o cabo superior para além do seu peso, também conta com o peso dos pendurais, uma vez que estes já se encontram encaixados:

Tabela 4.1 - Forças de esticamento dos cabos principais, obtidas através do *SAP2000*, na sua **fixação inicial**.

Fase	Flecha a meio vão (m)	Força de esticamento (kN)	Comprimento indeformado do cabo entre perfis dos encontros (m)
Fixação dos cabos	1.85	12 (cabo sup.) 10 (cabo inf.)	56.16

- 4) Colocação dos cabos inferiores, seguindo o mesmo procedimento dos pontos 1, 2 e 3;
- 5) Montagem das travessas e do pavimento, por avanços a partir das margens. Este procedimento inclui a montagem e esticamento dos cabos com a configuração em cruz, relativos ao contraventamento lateral do tabuleiro;
- 6) Colocação das guardas em malha de aço inox e os respetivos cabos suplementares de forma a estabelecer a sua fixação;
- 7) Verificação da geometria dos cabos, estimando-se nesta fase que a flecha adquire um valor superior, uma vez que o carregamento permanente aumentou, em comparação com a primeira medição como se pode observar no seguinte quadro. Nesta situação admitiu-se que os 4 cabos possuem a mesma força instalada como simplificação, uma vez que a diferença é residual.

Tabela 4.2 - Forças de esticamento dos cabos principais, obtidas através do *SAP2000*, após **todas as cargas permanentes atuantes**.

Fase	Flecha a meio vão (m)	Força instalada (kN)	Comprimento indeformado do cabo entre perfis dos encontros (m)
Obra concluída sem sobrecarga	2	51	56.19

- 8) Montagem dos cabos de espia com um tensionamento de 20 kN em cada um dos cabos. Esta operação de tensionamento deve ser realizada em simultâneo para cada par de cabos a montante e jusante;

4.3. MODELAÇÃO DA PONTE PEDONAL

A modelação da ponte pedonal relativa ao caso de estudo, foi realizada recorrendo-se ao *software* SAP2000.

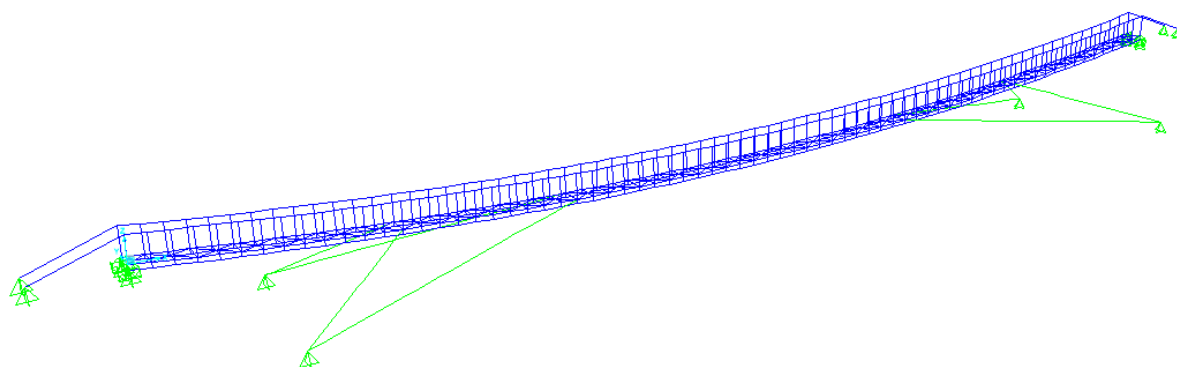


Figura 4.13 - Vista geral 3D do modelo de análise estrutural (SAP2000).

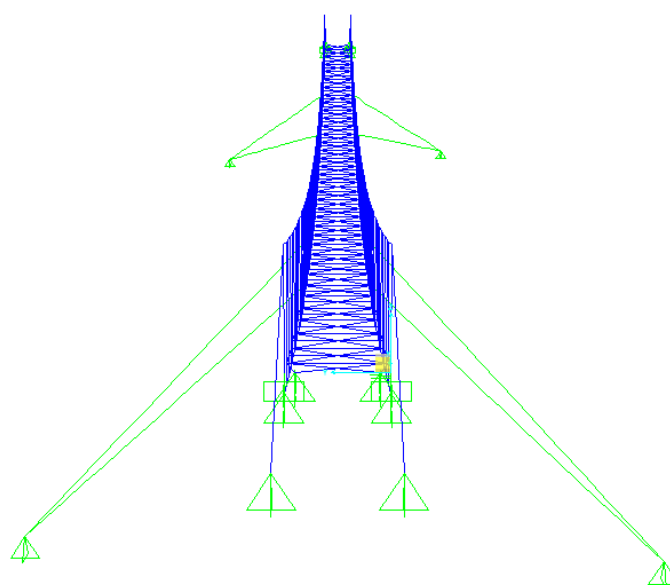


Figura 4.14 - Vista frontal 3D do modelo de análise estrutural (SAP2000).

A modelação da estrutura em estudo, foi realizada tendo como base a geometria inicial da ponte, ou seja o vão de 56 m e uma flecha de 1.85 m sendo que com a atuação das cargas permanentes, esta é 2 m aproximadamente.

O modelo referente à parte do tabuleiro (cabos principais, travessas...) é constituído por elementos finitos de barra (*Straight Frame*). Este tipo de elementos torna mais fácil o desenho dos cabos, e pode ser usado visto que os cabos apresentam uma secção muito pequena, sendo a sua rigidez unicamente

axial. Relativamente às oito espigas já se usaram elementos finitos biarticulados (*Cable*), uma vez que só desta forma é que se consegue impor o *Target Force*, como referenciado no ponto 3.5.

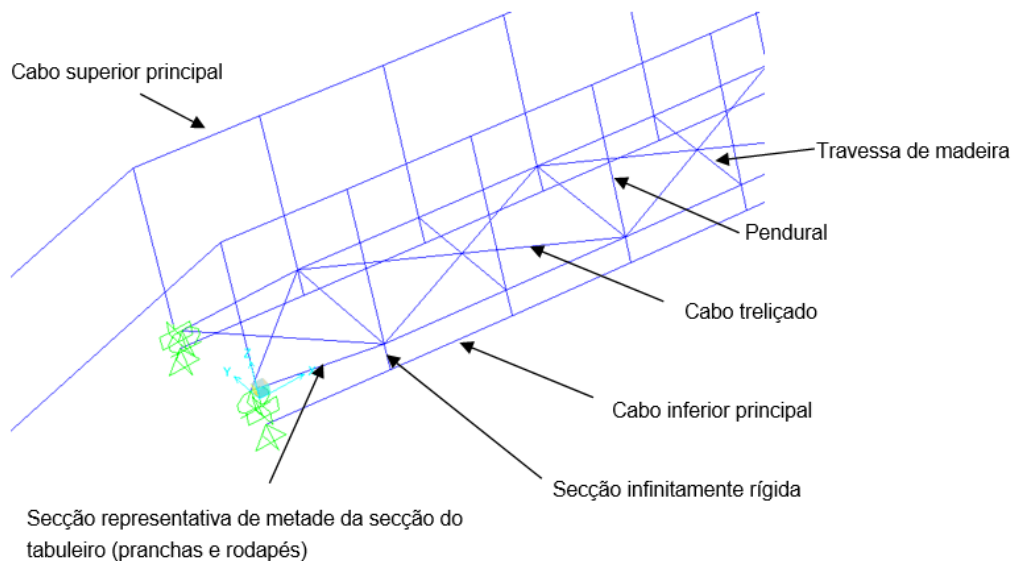


Figura 4.15 - Caracterização de cada elemento do modelo (SAP2000).

Relativamente às secções assumidas por cada elemento do modelo, todas elas correspondem às secções reais da estrutura (apresentadas ao longo do ponto 4.2). No entanto foram necessários alguns pressupostos como aconteceu com a definição do cabo LC30 (cabo principal) uma vez que este é formado por um aglomerado de arames. Neste caso definiu-se um diâmetro efetivo de 0.0275 m que representa a mesma área do cabo de 594 mm².

Outro caso foi a ligação do tabuleiro ao cabo inferior, em que se considerou uma secção infinitamente rígida (Figura 4.15), uma vez que esta ligação é efetuada por um troço metálico extremamente rígido, ou seja, esta ligação é caracterizada pela cantoneira e pelo cerra-cabos como está representado na Figura 4.7. Também foi assumido como pressuposto, a consideração de um elemento de barra longitudinal simulando metade da secção do tabuleiro constituído pelas pranchas e pelo rodapé.

Após o desenho total dos elementos que caracterizam a ponte pedonal, foram definidos os apoios nos encontros, sendo estes de dois tipos diferentes. Relativamente ao perfil metálico este encontra-se encastrado na parte inferior, enquanto que os cabos principais (inferiores e superiores) encontram-se fixos através de apoios triplos (onde apenas ocorrem rotações).

Os cabos dispostos em cruz responsáveis pelo contraventamento lateral e a secção de madeira entre travessas, possuem nos encontros apoios duplos (libertando as rotações e os deslocamentos na direção longitudinal do tabuleiro). A libertação destes cabos na direção x contribui para que estes acompanhem o tabuleiro quando este se desloca longitudinalmente, devido a um dado carregamento, ou seja, este encontra-se desligado das margens nessa direção.

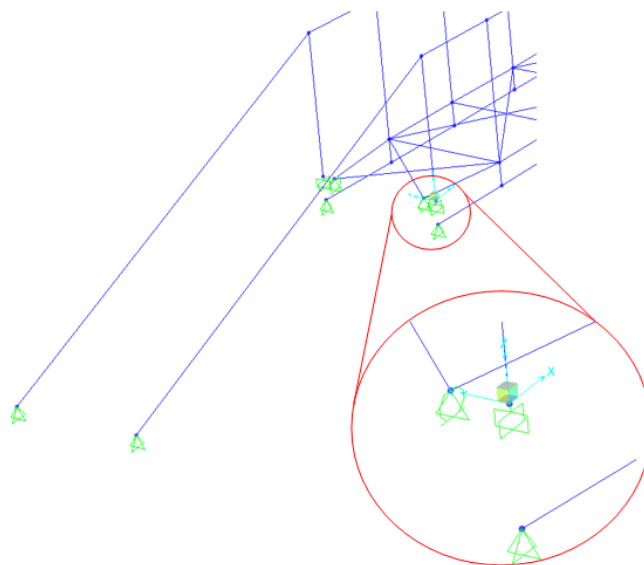


Figura 4.16 - Pormenor dos apoios inseridos no modelo (SAP2000).

Os elementos de barra desenhados, assumindo a geometria da ponte, encontram-se rigidamente ligados entre si. Estas ligações não representam verdadeiramente o comportamento real da estrutura, sendo que para se considerar o efeito real das diversas ligações, é necessário libertarem-se alguns graus de liberdade em determinados nós, de forma a libertar algum movimento ou rotação nessa mesma ligação (colocação de *Releases* no software SAP2000).

Na Figura 4.17, pode-se observar as zonas específicas em que foram libertados os graus de liberdade. Existem três tipos de ligações diferentes onde se introduziram as *Releases*, começando pela **ligação 1**, verifica-se que esta se refere à parte superior do perfil metálico, sendo nesta ligação libertado o movimento na direção x (direção longitudinal do tabuleiro), devendo-se ao facto do cabo superior ser um elemento inteiro entre apoios e encontrar-se apenas pousado no perfil metálico, carregando este perfil apenas verticalmente.

Relativamente à **ligação 2**, foram libertadas as rotações deste elemento de barra em cada extremo, exceto a torção, simulando assim um elemento biarticulado com funcionamento apenas axial, designando-se desta forma o contraventamento realizado pelos cabos por um sistema treliçado.

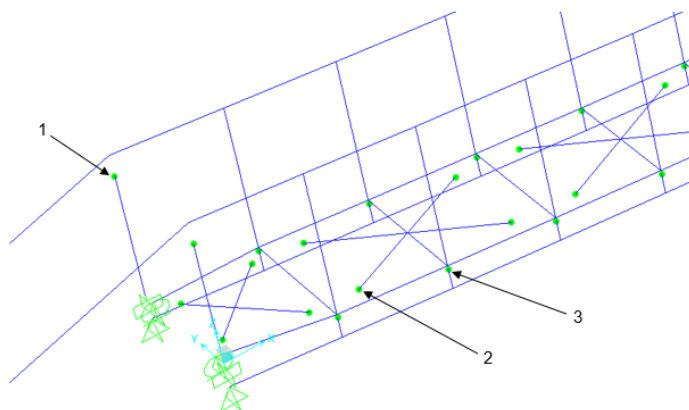


Figura 4.17 – Ligações onde foram introduzidos alguns graus de liberdade (SAP2000).

A **ligação 3**, liberta o movimento na direção longitudinal do cabo inferior, não se encontrando desta forma o tabuleiro rigidamente ligado ao cabo inferior, ou seja, quando o cabo se desloca verticalmente devido a um carregamento, como o deslocamento é bastante considerável, a madeira do tabuleiro desloca-se para a parte central do vão. Porém junto aos extremos esta fica em falta, sendo compensada pela existência de uma chapa aparafusada representada na Figura 4.18. Este deslocamento do tabuleiro, faz com que os esforços nele atuantes sejam minimizados.

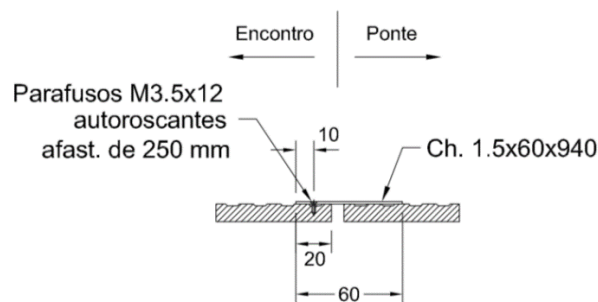


Figura 4.18 - Pormenor representativo da chapa aparafusada existente entre encontro e tabuleiro, de forma a compensar a falta de tabuleiro nos extremos quando este se desloca (FASE Estudos e Projetos, 2014).

Uma vez que os elementos de suporte da ponte são cabos, então o comportamento da estrutura tem em conta o efeito dos grandes deslocamentos, ou seja, os elementos que fazem parte do modelo incorporam na análise o efeito não-linear geométrico de grandes deslocamentos, sendo estes modelados seguindo os passos descritos no ponto 3.3.2.

4.4. RECOMENDAÇÃO TÉCNICA

4.4.1. METODOLOGIA

O estudo das vibrações numa ponte pedonal constitui um aspeto de grande importância, devido a estas utilizarem atualmente, materiais extremamente leves na sua conceção. Estes materiais para além de leves são também mais resistentes, uma vez que os vãos realizados também têm aumentado.

Como estas estruturas são mais ligeiras, a relação entre sobrecargas e cargas permanente, torna-se bastante acentuada. Tal facto contribui para que este tipo de pontes seja muito suscetível às vibrações causadas por ações dinâmicas, como é o caso da ação do vento e da ação dos peões durante o caminhar.

No decorrer dos anos tem-se constatado cada vez mais, que as pontes pedonais apresentam muitos problemas relativamente às vibrações, chegando-se à conclusão que estas devem passar a ser projetadas não só para cargas estáticas mas também tendo em conta as solicitações dinâmicas. Porém, não existem atualmente regulamentações disponíveis para o efeito (Caetano & et. al, 2008).

Esta falta de regulamentação caracteriza uma grande liberdade no dimensionamento, ou seja, existe uma grande diversidade de soluções, sendo sempre necessário garantir que a ponte satisfaça os critérios de utilização, podendo eventualmente incluir-se dispositivos de controlo de vibrações se necessário.

A não existência de regulamentações, obriga ao uso de recomendações técnicas, que servem de base à realização de um projeto que envolva uma estrutura deste tipo. Estas recomendações técnicas permitem avaliar os riscos de ressonância causados na estrutura devido à ação dos pedestres.

Neste trabalho abordar-se-á a recomendação técnica fornecida pela entidade *Human Induced Vibrations of Steel Structures (HIVOSS)* e terá parcialmente em conta alguns aspetos da entidade *Setra* (Caetano & et. al, 2008) (Sétra/AFGC, 2006). Estes artigos baseiam-se na análise dinâmica da estrutura tendo em conta as ações induzidas por um grupo de peões.

Na consideração deste tipo de ações, são inicialmente estabelecidas diversas situações de projeto, sendo que cada uma delas tem em conta uma determinada classe de tráfego e um dado nível conforto. Estas situações baseiam-se em situações que possam ocorrer durante o período de vida da ponte, realizando-se para cada uma delas as seguintes etapas dispostas no organograma apresentado na Figura 4.19.

O objetivo principal é verificar o comportamento dinâmico da ponte em condições de serviço, sendo que este depende do tipo de tráfego, da sua densidade e dos requisitos de conforto.

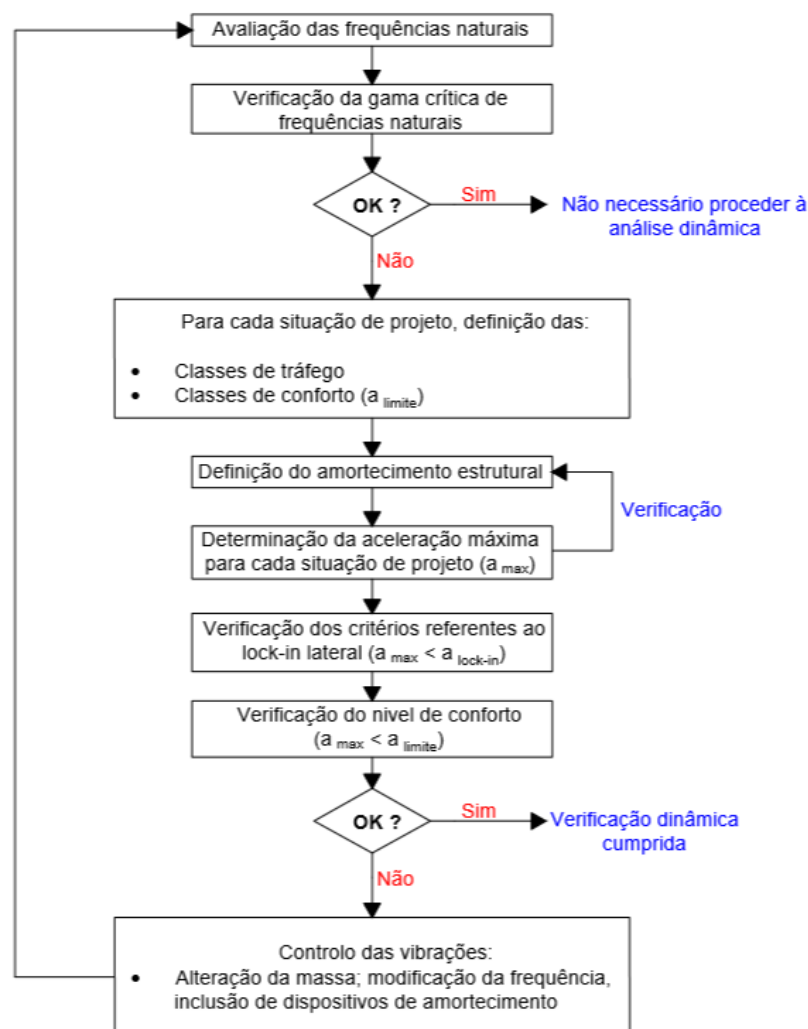


Figura 4.19 - Organograma referente à análise dinâmica de uma ponte pedonal tendo em conta as ações induzidas por grupos de peões (Caetano & et. al, 2008).

Mediante o organograma exposto anteriormente na Figura 4.19, descrevem-se seguidamente cada uma das etapas referidas:

1) Determinação das frequências naturais

O processo inicia-se pela obtenção das frequências naturais da estrutura, sendo que os valores podem ser obtidos com base no método dos elementos finitos ou recorrendo-se a uma formulação analítica. Deve-se ter em especial atenção o facto de poderem existir discrepâncias, quando comparadas as frequências naturais obtidas por estes métodos, com as frequências medidas na estrutura real. As variações que ocorrem devem-se principalmente à complexidade da estrutura, à influência dos guarda-corpos nas vibrações e também às propriedades dos materiais (Caetano & et. al, 2008).

Relativamente ao cálculo das frequências, é recomendado que a massa dos peões seja tida em conta neste cálculo, sempre que a massa modal associada aos peões seja superior a 5% da massa modal do tabuleiro.

2) Verificação da gama crítica de frequências naturais

Depois de obtidas as frequências, verificam-se quais os modos cuja frequência correspondente, se situa na gama crítica de frequências, optando-se neste parâmetro pela regulamentação *Sétra* (Sétra/AFGC, 2006), uma vez que as gamas de frequências críticas são mais abrangentes que as gamas fornecidas pela regulamentação *HIVOSS* (Caetano & et. al, 2008).

Esta gama depende da direção de vibração do modo analisado (**1º harmónico**):

- Vibrações verticais e longitudinais

$$1 \text{ Hz} \leq f_i \leq 2,6 \text{ Hz}$$

- Vibrações laterais

$$0,3 \text{ Hz} \leq f_i \leq 1,3 \text{ Hz}$$

As pontes pedonais podem ser excitadas em ressonância também pelo **2º harmónico** relativo à ação dos peões, quando as frequências das vibrações se encontram dentro desta gama:

- Vibrações verticais e longitudinais

$$2,6 \text{ Hz} \leq f_i \leq 5 \text{ Hz}$$

- Vibrações laterais

$$1,3 \text{ Hz} \leq f_i \leq 2,5 \text{ Hz}$$

Até à data não existe referência a vibrações significativas, neste tipo de pontes, causadas pelo 2º harmónico. No entanto este tipo de efeito deve ser tido em conta quando a densidade de tráfego pedestre seja muito densa, entre 0.8 e 1 pedestres/m² (Sétra/AFGC, 2006).

3) Definição da classe de tráfego

A definição das classes de tráfego é realizada tendo em conta a utilização prevista da ponte em análise, ou seja, a densidade de pedestres a que a ponte estará sujeita. No entanto podem-se considerar várias classes de tráfego para a mesma estrutura, fazendo parte cada uma delas de diferentes situações de projeto. As classes existentes encontram-se expostas na tabela seguinte:

Tabela 4.3 - Caracterização das classes de tráfego (Caetano & et. al, 2008).

Classe de tráfego	Densidade (d)	Descrição	Características
TC 1	$d = 15 P / (B L)$ (Mínimo 15 pessoas)	Tráfego muito fraco	P – número de pedestres B - largura do tabuleiro L - comprimento do tabuleiro
TC 2	$d = 0,2 P / m^2$	Tráfego fraco	Confortável e andamento livre É possível ultrapassagem Peões podem escolher livremente a passada
TC 3	$d = 0,5 P / m^2$	Tráfego denso	Andamento ainda não restringido Pode ser inibida intermitentemente a ultrapassagem
TC 4	$d = 1 P / m^2$	Tráfego muito denso	Liberdade de movimento é restringida Andamento perturbado Já não é possível ultrapassagem
TC 5	$d = 1,5 P / m^2$	Tráfego exageradamente denso	Engarrafamento Já não se escolhe livremente a passada

É importante referenciar que nas classes de tráfego correspondentes a um fluxo denso (TC4 e TC5), o andamento dos pedestres vem perturbado, ou seja, o movimento torna-se mais lento (diminuição das frequências) induzindo desta forma um aumento considerável da sincronização da passada. Para os valores de densidade superiores à densidade do TC5, o andamento torna-se já quase impossível, o que contribui para a redução dos efeitos dinâmicos apesar do número de pedestres aumentar (Caetano & et. al, 2008).

4) Definição da classe de conforto

As classes de conforto são definidas para cada situação de projeto, sendo estas estabelecidas consoante o tipo de ponte e o tipo de carregamento (classe de tráfego em que se inserem). Estas dependem de diversos fatores (Heynemeyer & Feldmann, 2008) como por exemplo:

- Tempo de exposição na ponte;
- Transparência do tabuleiro e das guardas;
- Expectativa da vibração devido à aparência da ponte.

Na tabela seguinte podem-se observar os valores das acelerações limite vertical e lateral, para cada uma das classes.

Tabela 4.4 - Caracterização das classes de conforto (Caetano & et. al, 2008).

Classe de conforto	Grau de conforto	a limite vertical (m/s ²)	a limite lateral (m/s ²)
CL1	Máximo	< 0,5	< 0,1
CL2	Médio	0,5 - 1	0,1 – 0,3
CL3	Mínimo	1 – 2,5	0,3 – 0,8
CL4	Desconforto inaceitável	> 2,5	> 0,8

5) Definição do amortecimento estrutural

A dissipação da energia numa dada estrutura, ou seja, a atenuação das vibrações, depende do amortecimento proporcionado pelos materiais, do efeito local de eventuais dispositivos de apoio e do amortecimento efetuado por elementos não estruturais como pavimentos ou guardas. Em estruturas afetadas pelo vento, pode ser gerado o amortecimento aerodinâmico, ou seja, neste caso a atuação do vento impõe um acréscimo de amortecimento (este tipo de amortecimento não é contabilizado quando se avaliam os efeitos induzidos pelos pedestres).

A caracterização rigorosa do amortecimento é extremamente difícil, uma vez que o elemento estrutural é normalmente muito complexo, sendo apenas possível elevado rigor deste parâmetro, quando esta já se encontra construída. Neste caso o valor de amortecimento admitido é apenas um valor estimado, mediante o tipo de estrutura analisado.

6) Determinação da aceleração máxima para cada situação de projeto

Para os modos de vibração, cujas frequências se encontram na gama crítica, é necessário proceder-se então a uma análise dinâmica de modo a se determinar a aceleração estrutural.

Existem vários métodos para se calcular a aceleração da ponte, no entanto estas recomendações aconselham que se use um dos três seguidamente apresentados (Caetano & et. al, 2008).

- Método do oscilador de 1 grau de liberdade;
- Método dos elementos finitos;
- Método dos espectros da resposta.

Dos três métodos assinalados usou-se no presente trabalho o método dos elementos finitos considerando 6 graus de liberdade em cada um dos nós, utilizando para o cálculo, o *software* SAP2000 como já referenciado.

Para se obter então a aceleração é necessário, com base neste método, proceder-se à elaboração de modelos de cargas harmónicas. Relativamente à modelação de um grupo de peões, existem dois modelos de carga distintos, dependendo estes da classe de tráfego e por sua vez da densidade de peões:

- Modelo de carga para densidade $< 1 \text{ P/m}^2$ (TC1 a TC3);
- Modelo de carga para densidade $> 1 \text{ P/m}^2$ (TC4 a TC5).

Ambos utilizam a ação distribuída harmónica, representada pela função $p(t)$ em N/m^2 , que representa o fluxo equivalente de pedestres para o cálculo:

$$p(t) = P \cos(2\pi f_s t) n' \psi \quad (4.1)$$

Em que:

$P \cos(2\pi f_s t)$ – Ação harmónica devida a um pedestre isolado;

P – Força devida a um pedestre isolado com a frequência da passada f_s ;

f_s – Frequência da passada (igual à frequência natural da ponte);

n' - Número de pedestres equivalente na superfície S ;

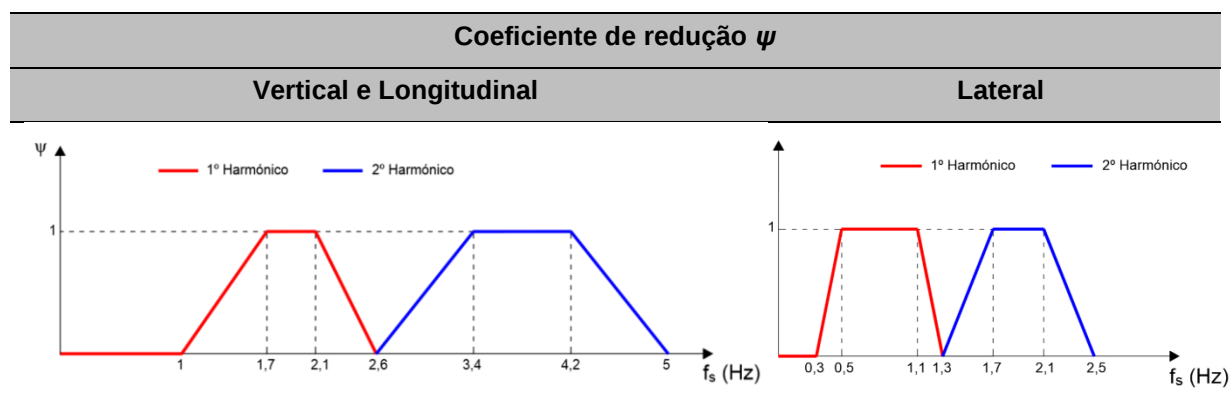
S - Área da superfície carregada;

ψ – Coeficiente de redução tendo em conta a probabilidade de a frequência da passada se aproximar da gama crítica de frequências.

Alguns destes valores encontram-se definidos nas tabelas seguintes:

Tabela 4.5 - Valores da carga P conforme a vibração analisada (Caetano & et. al, 2008).

P (N)		
Vertical	Longitudinal	Lateral
280	140	35

Tabela 4.6 – Valores do ψ conforme a vibração analisada (Sétra/AFGC, 2006).Tabela 4.7 - Valores de n' conforme a classe de tráfego (Caetano & et. al, 2008).

Número equivalente de pedestres n' sobre a superfície carregada S	
TC1 TC2 TC3 ($d < 1 \text{ P/m}^2$)	TC4 TC5 ($d > 1 \text{ P/m}^2$)
$n' = \frac{10,8 \sqrt{\xi \times n}}{S}$	$n' = \frac{1,85 \sqrt{n}}{S}$

 ξ – Fator de amortecimento da ponte n – Número de pedestres na superfície carregada S , sendo $n = S \times d$

Após caracterização da ação harmónica $p(t)$, correspondente a um dado modo de vibração (cuja frequência se encontra na gama crítica), esta é então aplicada à estrutura. No entanto a forma como esta carga é aplicada depende da configuração do modo de vibração que se está a analisar (Figura 4.20).

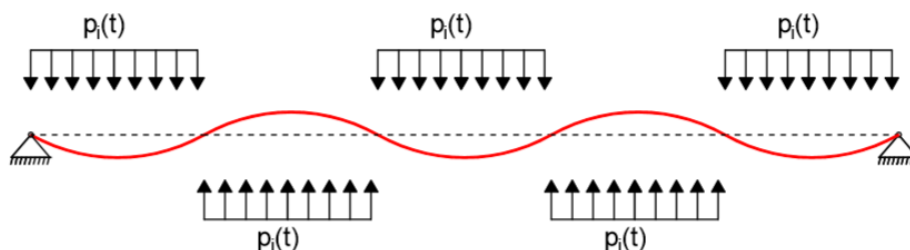


Figura 4.20 – Aplicação da carga harmónica $p(t)$ de acordo com a configuração do Modo de Vibração i numa estrutura exemplo.

Estes modelos de carga harmónicos caracterizam então as ações induzidas por fluxo de pedestres em andamento (Caetano & et. al, 2008).

Para se obter as acelerações, pode utilizar-se o Método de Integração Direta Não-Linear (através do *SAP 2000*), abordado anteriormente no ponto 4.4.2. Este método é realizado tendo como base o modelo de carga harmónico anteriormente referenciado. Convém realçar que para além deste método para determinação das acelerações existem outros. No entanto apenas este método será especificado, uma vez que foi com base nele que se efetuaram as análises dinâmicas deste caso de estudo.

7) Verificação dos critérios referentes ao *lock-in*

Após obtidos os valores das acelerações, é necessário comprovar se os valores obtidos são ou não inferiores às acelerações limite.

Para além da satisfação dos critérios de conforto (identificados para cada situação de projeto), existem outros limites de acelerações que devem ser cumpridos. Estes limites dizem respeito ao fenómeno de ***lock-in lateral***, possuindo este fenómeno duas abordagens. A primeira caracteriza-se pela determinação do número de peões N_L necessário para ocorrer a sincronização lateral (*lock-in*), podendo assim anular o seu amortecimento. Esta anulação quando ocorre produz uma súbita amplificação da resposta (Caetano & et. al, 2008).

$$N_L = \frac{8 \pi \xi m^* f}{k} \quad (4.2)$$

Sendo:

ξ – Fator de amortecimento estrutural

m^* - Massa modal

f – Frequência natural

k – Constante (300 Ns/m na gama de 0,5 – 1Hz)

A segunda abordagem consiste em definir uma gama de acelerações no qual o fenómeno *lock-in* se desenvolve:

$$a_{\text{lock-in}} = 0,1 \text{ a } 0,15 \text{ m/s}^2$$

Estas duas abordagens servem para se verificar a possibilidade de ocorrência dos fenómenos de *lock-in*, ou seja, para este fenómeno não despoletar, é necessário que o número de peões que utilizem a ponte em simultâneo seja inferior a N_L ou que a aceleração calculada para a direção lateral não se encontre dentro da gama assinalada em cima.

O *lock-in* é apenas tido em conta para vibrações laterais uma vez que nunca se observou a sincronização dos pedestres relativamente às vibrações verticais (Caetano & et. al, 2008). As vibrações verticais são por sua vez absorvidas pelas pernas e articulações, compensando desta forma o movimento, sendo o centro de gravidade do peão pouco afetado pela vibração vertical. No entanto, quando ocorrem vibrações laterais o pedestre tende a compensar o movimento adicional do centro de gravidade, oscilando na direção oposta ao movimento do tabuleiro, para obter o equilíbrio durante a caminhada. Este ajustamento altera a frequência da passada do peão, sendo esta dupla da frequência de vibração da ponte. É importante referenciar que o ajuste do caminhar dos pedestres introduz também um alargamento da passada, aumentando ainda mais as vibrações na direção lateral. Por sua vez este aumento contribui que

mais peões se sincronizem com a vibração da estrutura, resultando numa instabilidade dinâmica crescente (Alves, 2008).

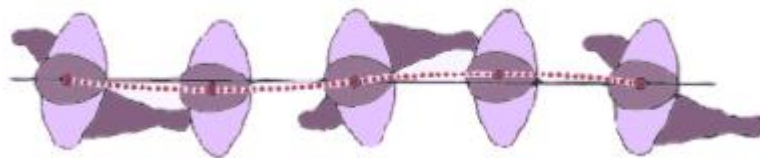


Figura 4.21 - Oscilação do centro de gravidade de um pedestre na direção lateral (Alves, 2008).

8) Verificação do nível de conforto

As **classes de conforto** são estabelecidas para cada situação de projeto, como referenciado anteriormente, estando inteiramente ligadas à classe de tráfego ao qual se realizará a análise, ou seja, para a situação de projeto em que se contabilize um tráfego denso, o grau de conforto exigido não será tão elevado como o grau de conforto para uma situação em que o tráfego seja muito fraco.

Então, para cada situação, as acelerações limites têm de ser respeitadas, ou seja, a estrutura tem de cumprir a classe de conforto exigida.

Caso os limites de aceleração não sejam satisfeitos, para as duas verificações de acelerações anteriores, é necessário então proceder-se ao melhoramento dinâmico da ponte o que pode ser conseguido através de:

- Alteração da frequência (introdução de espigas);
- Alteração da massa;
- Adição de amortecimento (introdução de dispositivos de controlo);
- Alteração do amortecimento estrutural.

Com base na metodologia seguida (referente às ações induzidas por grupos de peões) e com o objetivo de se sistematizar todo este procedimento demasiadamente extenso, realizou-se uma folha de cálculo em *Visual Basic (Excel)*. O objetivo desta folha (Figura 4.22) é colocar os dados de entrada como a frequência do modo correspondente à análise dinâmica f_s , a classe de tráfego, a classe de conforto, e outros dados relativos à ponte pedonal, e obtém-se automaticamente a variação da função harmónica $p(t)$ (expressão (4.1)), estando esta função discretizada em pontos com um dado intervalo de tempo (dado este, também introduzido). O conjunto de pontos obtido é importado para o *SAP2000* gerando assim a função *Time History*, que serve de base à Integração Direta realizada, através do qual se obtém a aceleração (estes aspetos encontram-se explicados mais detalhadamente no ponto 4.4.2). A programação envolvida nesta folha de cálculo é apresentada no Anexo A2.

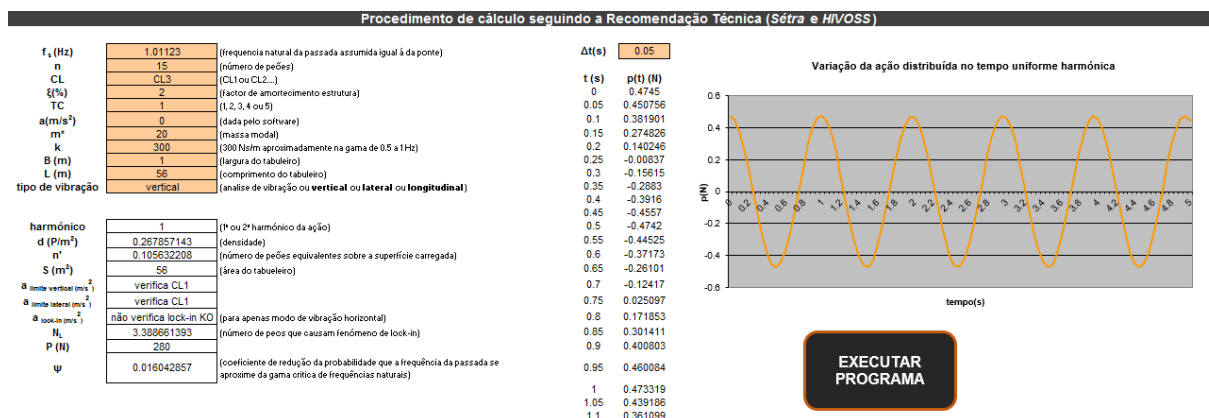


Figura 4.22 - Layout da folha de cálculo, relativa à análise dinâmica para as ações induzidas por um grupo de peões.

Após a obtenção das acelerações com recurso ao *software*, estas são introduzidas na folha de cálculo. Esta folha, mediante as classes de tráfego e de conforto introduzidas, declara ou não, o cumprimento das acelerações limite estabelecidas (aceleração horizontal, vertical e relativa ao *lock-in*).

4.4.2. ASPETOS DE MODELAÇÃO

Para se efetuar o cálculo das acelerações quando se procede à análise dinâmica tendo em conta a ação dinâmica definida anteriormente, recorreu-se ao *SAP2000* e através deste *software*, as acelerações são calculadas com base no Método de Integração Direta.

Este tipo de análise realiza-se através da criação de um caso de carga do tipo *Time-History* (*Define – Load Cases – Load Type Case – Time History*), consistindo esta análise na observação da resposta dinâmica de um dado elemento estrutural sujeito a uma determinada carga variante no tempo.

A resolução das equações de movimento recorrendo-se ao Método de Integração Direta é uma das opções usadas pelo *software* (*Define – Load Cases – Solution Type – Direct Integration*). Para além deste, existem outros métodos para se obterem as acelerações da estrutura (como o Método da Sobreposição Modal), porém apenas se irá especificar o primeiro, uma vez que foi com base nele que se efetuaram as análises dinâmicas do caso de estudo.

Além destas opções selecionadas, uma vez que os elementos em estudo são os elementos de cabo, também se selecionou um caso de análise não-linear, seguindo a metodologia já especificada no ponto 3.3.2.

Posteriormente é necessário definir-se a função^a relativamente às cargas que serão implementadas na estrutura durante a análise dinâmica (*Define – Functions – Time History*), sendo estas cargas importadas no *software* de duas formas possíveis:

- *Choose Function Type to Add – User* - com base nos valores obtidos pelas folhas de cálculo realizadas, especificadas anteriormente.
- *Choose Function Type to Add – Cossine* - definindo-se no *software* uma função cosseno, em que apenas é necessário especificar a amplitude, o período, o número de pontos registados por

^a Função $p(t)$ tendo em conta a frequência do modo de vibração para o qual se está a realizar a análise dinâmica (expressão (4.1)).

ciclo da função (*Number of Steps per Cycle*) e o número de ciclos em que a função é gerada (*Number of Cycles*).

Após definição destas funções (uma para cada um dos modos em análise) é necessário estas serem implementadas no caso de carga *Time History* específico (*Define – Load Cases – Loads Applied*). No entanto a força (caracterizada pela função) para ser aplicada numa dada zona da estrutura, terá de estar associada a uma determinada carga (*Load Pattern*), representando esta carga a proporção do valor da função que atua num dado elemento. Por exemplo a força deverá ser 0.5, se a carga atuar num dado tabuleiro e este for constituído por dois elementos longitudinais.

Posteriormente é necessário definir em *Define – Load Cases – Time Step Data*:

- *Number of Output Time Steps* – que significa o número de pontos da função *Time History* que serão usados para obtenção da resposta estrutural através da Integração Direta.
- *Output Time Step Size* – caracteriza-se no intervalo de tempo em que serão captados os pontos da função *Time-History*.

Se multiplicarmos o *Output Time Step Size* pelo *Number of Output Time Steps*, obtém-se o tempo em que a função *Time History* foi captada na realização da Integração Direta.

Porém, é um facto que os resultados obtidos através da Integração Direta são muito sensíveis ao valor usado no *Output Time Step Size*, em comparação com o Método da Sobreposição Modal. Por este motivo é aconselhável diminuir o seu valor, até ser pequeno o suficiente, não interferindo desta forma nos resultados (A Product of Computers and Structures, Inc, 2002).

É importante referenciar o facto de na Integração Direta estarem associados vários métodos (A Product of Computers and Structures, Inc, 2002), podendo-se no *software SAP2000* optar-se por um dos seguintes métodos apresentados (*Define – Load Cases – Other Parametres – Time Integration*):

- *Newmark*
- *Wilson*
- *Collocation*
- *Hilber-Hughes-Taylor*
- *Chung and Hulbert*

Segundo (A Product of Computers and Structures, Inc, 2002) sugere-se o método *Hilber-Hughes-Taylor*, caracterizando-se este método pelo método padrão assumido pelo *software*. Este método como se pode ver na Figura 4.23, utiliza os parâmetros *gamma*, *beta* e *alpha*, sendo que este último pode assumir valores entre -1/3 e 0. Sabe-se que este método é equivalente ao método de *Newmark* (método das acelerações médias ou regra dos trapézios) quando $\beta = 0.25$, $\gamma = 0.5$ e $\alpha = 0$.

Sabe-se também que se o *alpha* usado for 0, obtém-se uma maior exatidão dos resultados, porém pode causar o aumento das frequências nos modos de vibração existentes, com período igual ou menor que o número correspondente ao *Output Time Step Size*.

Quando os valores de *alpha* possuem valores negativos elevados, os modos de vibração com frequências mais altas são fortemente amortecidos. Este amortecimento por sua vez diminui à medida que se diminui o valor do *Output Time Steps Size*. Normalmente é usado um valor negativo de *alpha* quando a solução não-linear não converge.

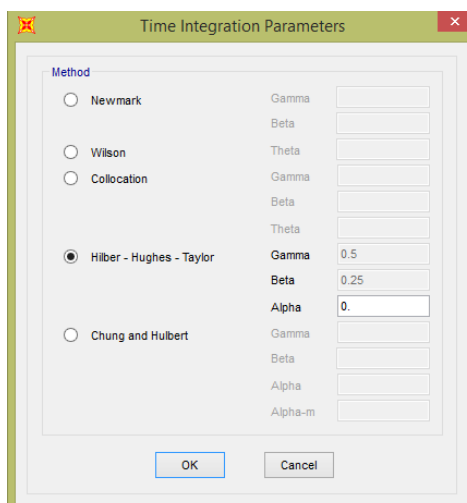


Figura 4.23 - Métodos disponíveis para a realização da Integração Direta (SAP2000).

De forma aos resultados serem aceitáveis, é usado por norma um valor baixo do *Output Time Step Size*, sendo o valor do $T/10$ aconselhado (T corresponde ao período do modo de vibração analisado) e um valor de *alpha* próximo de zero o mais possível. É aconselhável também alternar tanto os valores de *alpha* como os do *Output Time Step Size* de forma assegurar a veracidade da solução obtida.

Na realização deste tipo de análise não-linear *Time History* é necessário definir o amortecimento do elemento estrutural. Para isso é usada a matriz de amortecimento completa (em vez do amortecimento modal) permitindo assim o acoplamento entre os modos existentes. O amortecimento quando se realiza a Integração Direta pode ser implementado de maneiras diferentes:

- Amortecimento proporcional adicionado a partir do *Analysis Case*;

Nesta situação a matriz rigidez final corresponde a uma combinação linear da matriz rigidez original com o coeficiente especificado na Figura 4.24 (coeficiente à direita), e a matriz massa final corresponde a uma combinação linear da matriz massa original com o coeficiente definido na Figura 4.24 (coeficiente à esquerda). Em vez da especificação destes dois coeficientes, pode-se especificar o amortecimento em duas frequências diferentes (Figura 4.25) ou dois períodos diferentes.

Figura 4.24 - Especificação dos coeficientes, de forma a realizar-se uma combinação linear da matriz massa e da matriz rigidez (SAP2000).

Figura 4.25 – Especificação do amortecimento através de duas frequências diferentes (SAP2000).

- Amortecimento proporcional adicionado a partir da definição dos Materiais;

Desta forma é especificado o amortecimento proporcional à massa e rigidez em materiais individuais, sendo bastante útil quando se quer utilizar coeficientes maiores para o solo comparativamente com os usados no betão e no aço por exemplo.

4.5. ANÁLISE ESTÁTICA

Esta análise baseia-se na consideração das ações estáticas atuantes na ponte pedonal, e é com base nestas ações que é realizado o dimensionamentos de alguns elementos. As ações que atuam na estrutura encontram-se seguidamente especificadas:

- **Peso próprio dos elementos de cabo principais e dos pendurais**

Esta ação tem em consideração o peso próprio dos elementos de cabo principais e dos pendurais, sendo o peso volúmico admitido 77 kN/m^3 .

- **Restantes cargas permanentes**

Este tipo de cargas inclui o peso próprio dos cabos que constituem o contraventamento treliçado, dispostos na zona inferior do tabuleiro (com o peso volúmico também de 77 kN/m^3). Inclui também o peso próprio dos elementos de madeira, ou seja, o peso das travessas, das pranchas, do passadiço e dos rodapés, admitindo-se para estes elementos um peso volúmico de 7 kN/m^3 , tendo este valor já em conta, o aumento de peso devido ao teor de humidade.

Para além destes dois elementos, neste caso de carga é também incluído o peso próprio das guardas em rede de aço, assumindo-se um peso volúmico de 0.015 kN/m^2 (dados do fabricante).

Tabela 4.8 – Representação detalhada de cada componente da carga permanente total.

Elemento	Nº de partes iguais	b (m)	h (m)	A _{Cabo} (m ²)	L (m)	γ (kN/m ³)	S (m)	q (kN/m)
Travessas	1	0.12	0.16	-	1.4	7	0.8	0.24
Diagonais	2	-	-	0.000113	≈ 1	77	0.8	0.02
Pavimento	1	1	0.065	-	1	7	1	0.46
Rodapés	2	0.04	0.15	-	1	7	1	0.08
Guarda em rede de aço	2	-	-	-	1.2	0.015 (kN/m ²)	1	0.04
Pendurais	2	-	-	0.000079	≈ 1.6 ^b	77	0.8	0.02
Cabos principais	4	-	-	0.000594	1	77	-	0.18
							Carga permanente total (kN/m)	1.04

Onde:

b – Largura da secção do elemento

h – Altura da secção do elemento

A_{Cabo} – Área do cabo

L – Comprimento do elemento (direção transversal à estrutura)

S – Espaçamento do elemento (direção longitudinal)

q – carga distribuída ao longo do tabuleiro

• Tensionamento dos cabos de espia

Relativamente aos elementos de espia o valor admitido para o seu tensionamento, teve em conta o facto de estes se encontrarem sempre em tração, mesmo após a atuação da sobrecarga equivalente a 15 pessoas (carga especificada posteriormente) e de uma temperatura de 35° (temperatura estimada para a zona onde se insere a ponte).

Uma vez que os dados da espia são os seguintes:

- $E_{\text{espia}} = 175 \text{ GPa}$
- $\alpha = 1.2 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$
- $L_{\text{espia curta}} = 7.52 \text{ m}$
- $A_{\text{espia}} = 2.19 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
- $L_{\text{espia comprida}} = 13.998 \text{ m}$

^b Valor representativo do comprimento do pendural, porém também tem em conta os elementos responsáveis pela sustentação do cabo inferior principal, como a cantoneira, o cerra-cabos e o olhal de suspensão.

Sabendo-se que a variação de esforço axial nas espias quando estas se deformam, é dada aproximadamente pela fórmula:

$$\Delta N = \frac{EA}{L} \Delta l \quad (4.3)$$

E uma vez que:

$$\Delta l = \alpha T L \quad (4.4)$$

Obtém-se então:

$$\begin{aligned} \Delta l_{\text{espia curta}} &= 1,2 \times 10^{-5} \times 35 \times 7,52 \approx 0,003 \text{ m} \\ \Delta l_{\text{espia comprida}} &= 1,2 \times 10^{-5} \times 35 \times 13,998 \approx 0,0059 \text{ m} \\ \Delta N_{\text{espia curta}} &= \frac{175 \times 10^6 \times 2,19 \times 10^{-4} \times 0,003}{7,52} \approx 16,1 \text{ kN} \\ \Delta N_{\text{espia comprida}} &= \frac{175 \times 10^6 \times 2,19 \times 10^{-4} \times 0,0059}{13,998} \approx 16,1 \text{ kN} \end{aligned}$$

Conclui-se então que se se estabelecer uma força de esticamento na espia superior a 16,1 kN, quando atuar a temperatura, a perda de esforço axial nunca será suficiente para deixar de tracionar o cabo. Porém sabe-se que a força de esticamento é imposta antes da atuação da sobrecarga (correspondente às 15 pessoas), ou seja, quando a sobrecarga atuar, o esforço axial na espia irá diminuir devido á deformação do tabuleiro, sendo necessário verificar se essa diminuição não é demasiada. Querendo-se com isto dizer, que após esta diminuição, o esforço axial na espia tem que ser superior aos 16,1 kN, para que quando a temperatura atuar e o esforço axial voltar a diminuir, o cabo ainda se encontre tracionado.

Posto isto arbitrou-se um valor de cerca de 20 kN para o esticamento das 8 espias, e retiraram-se os valores do esforço axial fornecidos pelo modelo (SAP2000). Verificou-se que com a atuação da sobrecarga (correspondente às 15 pessoas) o valor do esforço axial nas espias curtas era cerca de 19.2 kN e nas espias comprida era cerca de 16.3 kN, ou seja, ambos os valores superiores aos 16.1 kN, sendo assim suficiente, mesmo com a atuação da temperatura, garantir a tração dos cabos.

• Sobrecarga de utilização

No dimensionamento da estrutura considerou-se a atuação de uma carga distribuída sobre o tabuleiro de 5kN/m² como opção de projeto, e também se considerou uma sobrecarga concentrada de 2kN na posição mais desfavorável. O valor de 5kN/m² considerado para a sobrecarga corresponde a um valor regulamentar em zonas de acessos públicos. Este valor juntamente com a carga permanente total, foi considerado no dimensionamento dos cabos principais, embora não seja muito realista do ponto de vista de utilização da ponte.

O esforço axial máximo ocorre no cabo inferior, e é cerca de 350.7 kN. Para este tipo de estrutura, uma vez que não é válido o princípio da sobreposição dos efeitos, é então necessário implementar os

coeficientes relativos ao estado limite último em cada caso de carga, tendo em conta a ordem sequencial da atuação das cargas e a consequente alteração da matriz rigidez. Posto isto, usou-se para a carga permanente 1.35, para a restante carga permanente 1.5 (dado a incerteza dos elementos que se irão colocar no tabuleiro) e 1.5 para sobrecarga de utilização (5kN/m^2).

Sabe-se que a capacidade resistente do cabo LC30 é 520 kN (segundo o Catálogo da *BRIDON Structural Systems*), e uma vez que este valor é superior ao esforço axial máximo de 350.7 kN, então é verificada a segurança relativamente ao cabo escolhido (margem de 68%, consideravelmente grande).

- **Sobrecarga de utilização correspondente a 15 pessoas**

Uma vez que o valor de 5kN/m^2 , é um valor não muito realista face à utilização que a ponte pedonal irá ter, então estimou-se uma sobrecarga de utilização de 15 pessoas, sendo este um valor razoável dado à localização relativamente isolada da ponte, situando-se esta num trilho pedestre. Este valor como se verá posteriormente está inteiramente ligado à classe de tráfego admitida relativamente à análise dinâmica.

Esta análise estática, sendo ela uma análise não-linear, foi conduzida de forma a mobilizar a rigidez correta de um modo sequencial, na determinação da resposta para cada caso de carga incluído e também serviu de base à análise modal. Então os esforços e deslocamentos da ponte pedonal para cada caso de carga, serão obtidos atendendo à sequência real da aplicação dos carregamentos (Tabela 4.9), estando estes de acordo com o Método Construtivo.

Tabela 4.9 - Sequência real da atuação dos carregamentos e respetivo estado de carregamento anterior.

Etapa	Ação	Estado de carregamento anterior
1	Peso próprio dos elementos de cabo principais (PP)	Estado de tensão e deformação inicial
2	Restantes cargas permanentes (RCP)	PP
3	Tensionamento dos cabos de espas (TENS)	RCP
4	Sobrecarga de utilização (SOB)	TENS
	Sobrecarga de utilização correspondente a 15 pessoas (15P)	TENS
5	Modal (Ações induzidas por grupos de peões)	15P

Desta forma o equilíbrio do cabo face a uma determinada carga, é efetuado com base na deformada resultante da atuação da carga anterior, e assim sucessivamente. Este conceito encontra-se explicado com mais detalhe no ponto 3.3.

Na figura seguinte pode-se observar a variação do esforço axial N , a meio vão nos cabos principais superiores e inferiores consoante a atuação sequencial das cargas.

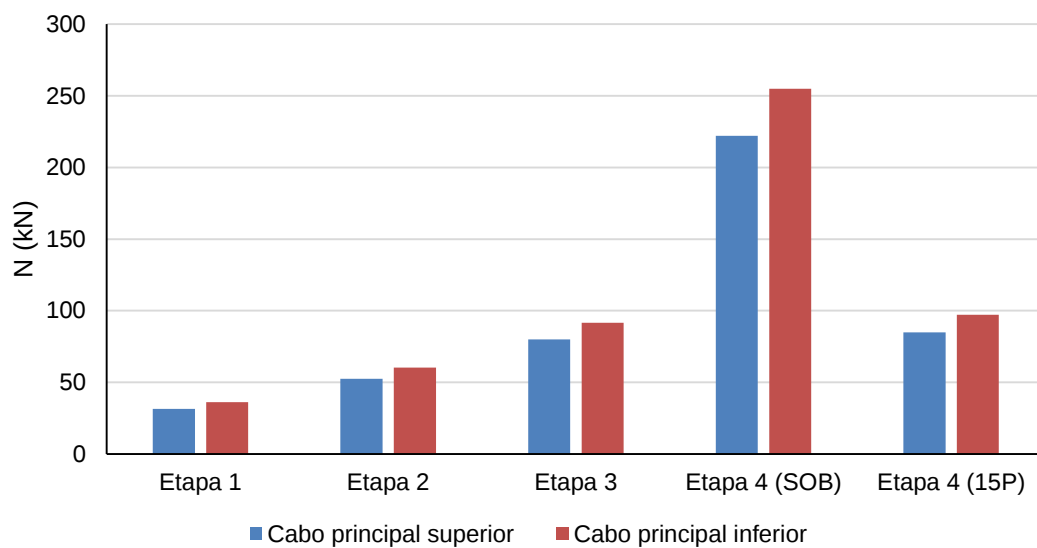


Figura 4.26 - Esforço axial dos cabos principais a meio vão, consoante a atuação das cargas.

Segundo o gráfico observa-se a que o esforço axial é maior no cabo principal inferior do que no cabo superior, e isto deve-se ao facto do cabo superior ter maior comprimento o que contribui para uma maior deformação, logo encontra-se sujeito a um menor esforço axial. Também se verifica que o incremento de esforço axial devido sobrecarga equivalente às 15 pessoas (15P) é bastante pequena, comparativamente com os valores da etapa 3. Os valores do esforço axial quando atua a sobrecarga de utilização (SOB) são, como se pode observar, consideravelmente elevados, face a utilização expectável da ponte.

4.6. ANÁLISE DINÂMICA

As análises dinâmicas, como já especificado, tiveram em conta as ações induzidas por um grupo de peões (baseada nas considerações dos artigos da entidade *Sétra* e da *Human Induced Vibrations of Steel Structures*).

Como referido na Tabela 4.9, a análise modal do elemento estrutural teve em conta o comportamento não linear, uma vez que se considerou a matriz rigidez final, resultante do último carregamento (sobrecarga correspondente a 15 pessoas). Os resultados obtidos das frequências e respetivas configurações encontram-se seguidamente representados:

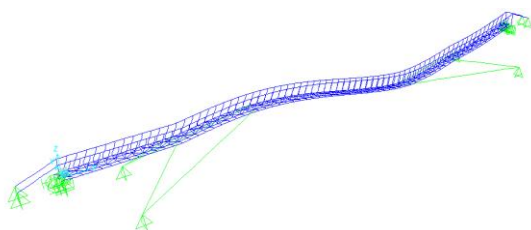


Figura 4.27 - **Modo 1** ($f=1.186$ Hz) deslocamento vertical do tabuleiro com duas semi-ondas.

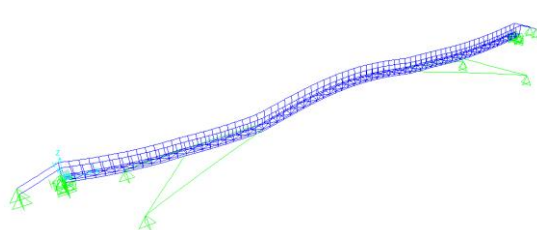


Figura 4.28 - **Modo 2** ($f=1.225$ Hz) deslocamento vertical do tabuleiro da zona central.

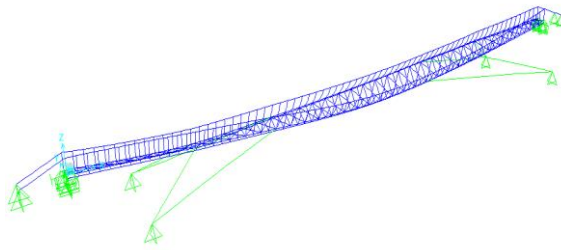


Figura 4.29 - **Modo 3** ($f=1.512$ Hz) torção do tabuleiro.

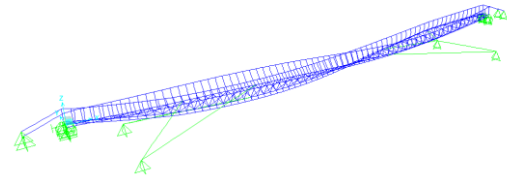


Figura 4.30 - **Modo 4** ($f=1.683$ Hz) torção do tabuleiro.

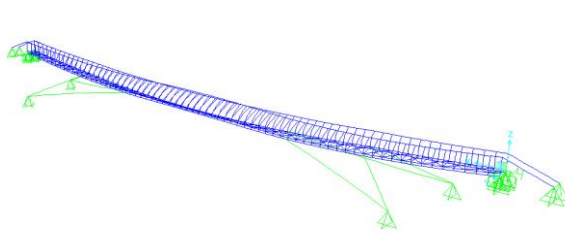


Figura 4.31 - **Modo 5** ($f=2.037$ Hz) deslocamento lateral dos cabos superiores.

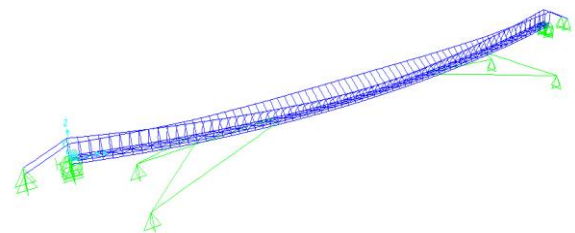


Figura 4.32 - **Modo 6** ($f=2.152$ Hz) deslocamento lateral dos cabos superiores.

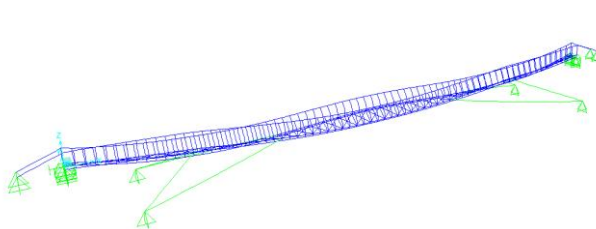


Figura 4.33 - **Modo 7** ($f=2.47$ Hz) torção do tabuleiro.

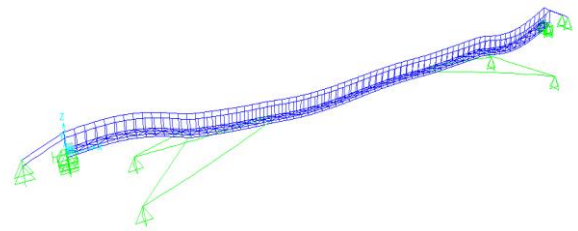


Figura 4.34 - **Modo 8** ($f=2.492$ Hz) deslocamento vertical nos vãos extremos.

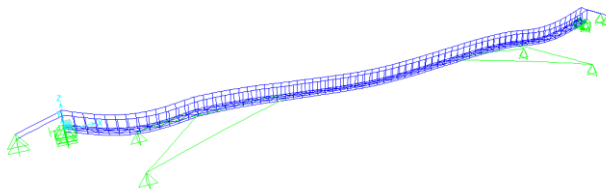


Figura 4.35 - **Modo 9** ($f=2.587$ Hz) deslocamento vertical nos vãos extremos.

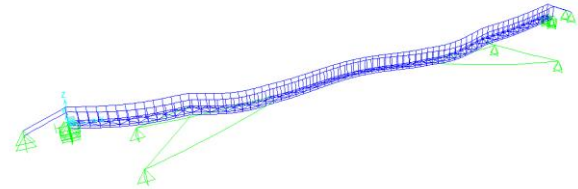


Figura 4.36 - **Modo 10** ($f=2.62$ Hz) deslocamento vertical no vão central.

Após a determinação dos valores das frequências verificaram-se quais os modos que se encontravam nas gamas frequências críticas especificadas no ponto 4.4.1. Estes valores das gamas críticas também se

encontram expostos na tabela seguinte e são apenas devido ao 1º Harmónico, uma vez que a densidade de tráfego nesta ponte não é muito elevada, então o 2º Harmónico não constituirá problemas.

Tabela 4.10 - Representação dos valores das gamas de frequências crítica segundo a direção de vibração (Sétra/AFGC, 2006).

Direção da vibração	Gamas de frequências críticas (1º Harmónico)
Vertical	$1 \text{ Hz} \leq f \leq 2.6 \text{ Hz}$
Lateral	$0.3 \text{ Hz} \leq f \leq 1.3 \text{ Hz}$

Posto isto, constata-se então que os valores das frequências dos **modos 1, 2, 8 e 9** encontram-se na gama crítica de frequências relativa à **vibração vertical**. Relativamente à vibração lateral, não existem modos que mobilizem a vibração nesta direção, ou seja, não está em causa a existência de problemas relativos a este tipo de vibrações, não sendo preciso realizar a análise dinâmica nesta direção.

Então, com o propósito de verificar o comportamento da estrutura relativamente aos fenómenos de vibração, realizou-se para cada um dos modos enunciados anteriormente uma análise dinâmica, recorrendo-se à Integração Direta (usando-se o método padrão *Hilber-Hughes-Taylor*) para se determinar a aceleração da estrutura.

A análise dinâmica seguiu todos os passos referenciados no ponto 4.4.2, passando pela criação de um caso de carga do tipo *Time History*, sendo necessário para isso definir-se a função *Time History*. Para se obter esta função recorreu-se à folha de cálculo em *Visual Basic (Excel)* especificada no ponto 4.4.1. Esta folha forneceu os valores da força $p(t)$ espaçados num dado intervalo de tempo e estes posteriormente foram importados para o *software*, sendo a função gerada até perfazer mais ou menos 20 segundos (valor mais que suficiente para se captar a resposta).

Os valores da função para serem implementados na estrutura, têm de estar associados a uma dada carga, sendo esta gerada, tendo em conta a deformação relativa ao modo de vibração analisado. Na Figura 4.38 pode-se ver a implementação da força, tendo em conta a deformação o 2º modo de vibração exposta na Figura 4.37.

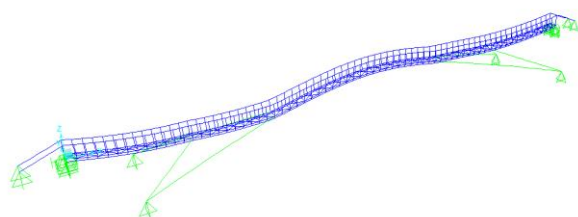


Figura 4.37 - Configuração do 2º modo de vibração (SAP2000).

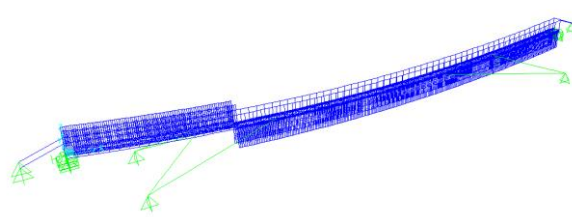


Figura 4.38 - Atuação da carga associada à função *Time History* para o 2º modo (SAP2000).

Uma vez que o tabuleiro é constituído por dois segmentos longitudinais paralelos, representa-se em cada um desses segmentos uma carga de 0,5 kN/m de forma a dividir a carga definida pela função *Time History* em duas partes, atuando metade em cada extremo transversal do tabuleiro.

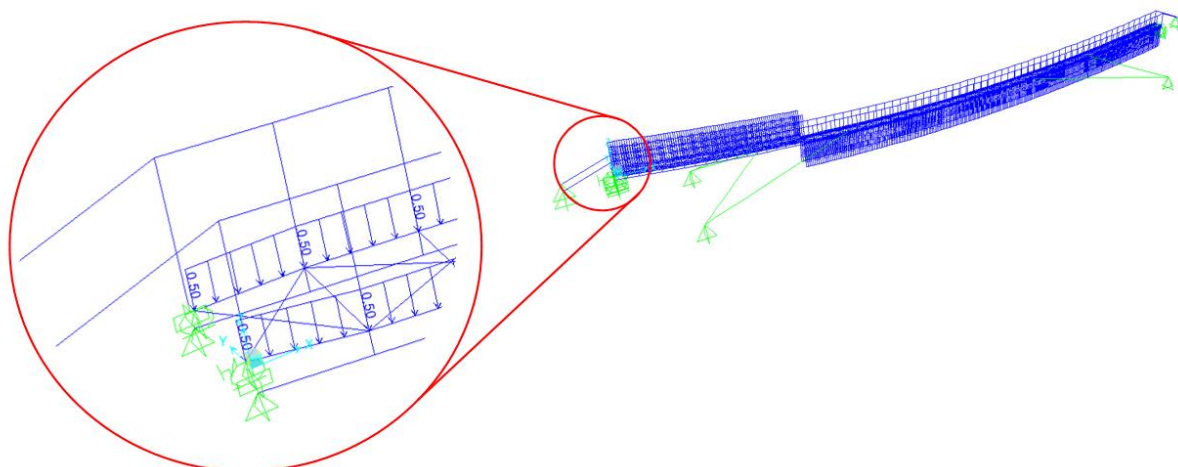


Figura 4.39 - Pormenor da atuação da carga associada à função *Time History* para o 2º Modo (SAP2000).

Em cada caso de carga *Time History* definido usou-se como Output Time Step Size $T_i/10$, sendo o T_i o valor do período do Modo de Vibração em análise. O *Number of Output Time Steps* foi definido com o objetivo de a Integração Direta ser realizada enquanto a função *Time History* estiver definida, ou seja, de modo à multiplicação do *Number of Output Time Step* pelo *Output Time Step Size* ser aproximadamente os 20 segundos.

O valor do amortecimento admitido foi de 2% (elementos de madeira), no entanto este valor é bastante relativo, sendo este um parâmetro difícil de prever, uma vez que a estrutura é constituída por diversos materiais, e possui diferentes tipos de ligações entre os seus elementos.

Passando agora à definição da classe de tráfego da ponte, esta foi admitida tendo em conta o facto da sua localização ser relativamente isolada, situada esta num meio rural. Posto isto, considerou-se que a classe de tráfego ao qual estará sujeita no seu período de vida, é a classe TC1, correspondendo a uma sobrecarga de 15 pessoas (como se pode observar na Tabela 4.3). A densidade de tráfego é então calculada através de:

$$d = \frac{15}{56 \times 1} = 0.27 \text{ Pessoas}/m^2$$

Esta densidade obtida também abrange a classe de tráfego TC2, cuja densidade se encontra no intervalo de 0.2 a 0.5 Pessoas/ m^2 .

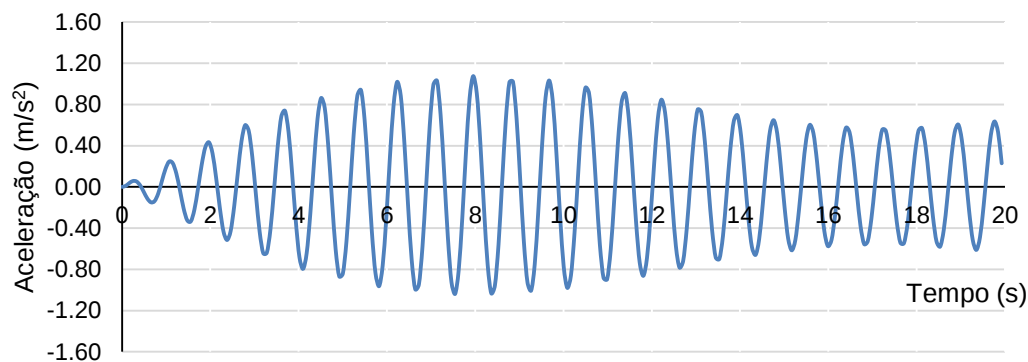
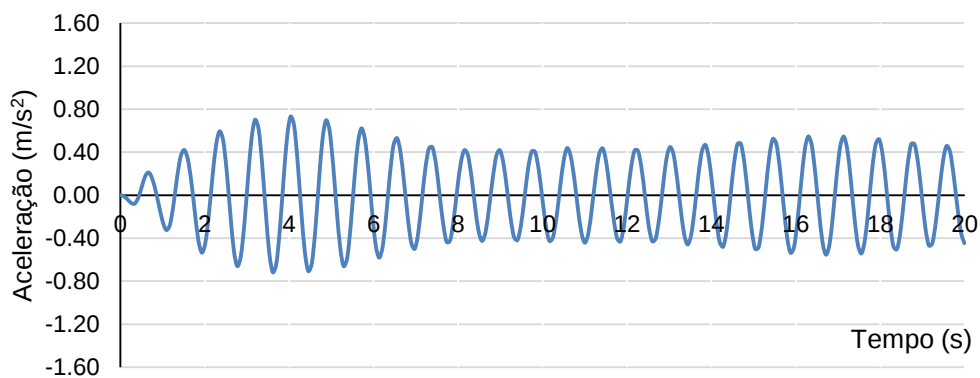
Posto isto, procedeu-se então à comparação dos resultados obtidos das acelerações máximas^c (estas acontecem nos nós em que a deformação do modo de vibração em análise é máxima) com as acelerações limite impostas.

Seguidamente encontram-se expostas as frequências correspondentes a cada Modo de Vibração, e a variação da aceleração da ponte no tempo, para cada um dos Modos de Vibração analisados.

^c Estas acelerações máximas acontecem nos nós, em que a deformação do modo de vibração em análise é máxima.

Tabela 4.11 - Caracterização dos Modos de Vibração sujeitos a uma análise dinâmica.

Modo de Vibração	1º Modo	2º Modo	8º Modo	9º Modo
f (Hz)	1.186	1.225	2.492	2.587
T (s)	0.843	0.816	0.401	0.387
T/10	0.084	0.082	0.04	0.039

Figura 4.40 - Representação das acelerações tendo em conta o **1º Modo de Vibração**.Figura 4.41 - Representação das acelerações tendo em conta o **2º Modo de Vibração**.

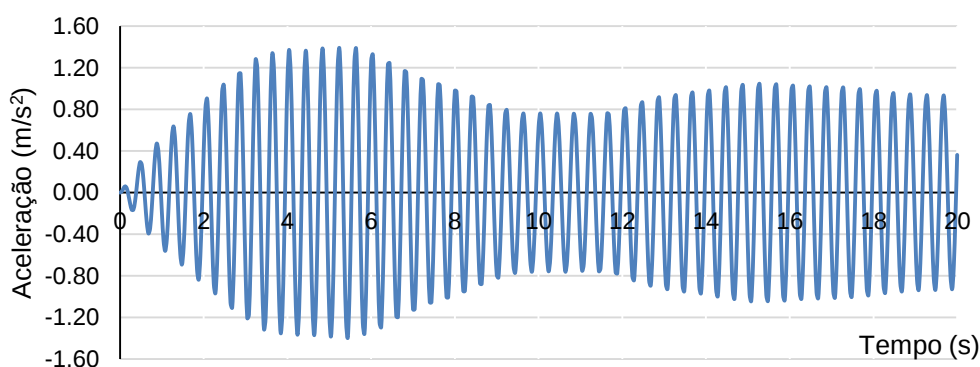


Figura 4.42 - Representação das acelerações tendo em conta o **8º Modo de Vibração**.

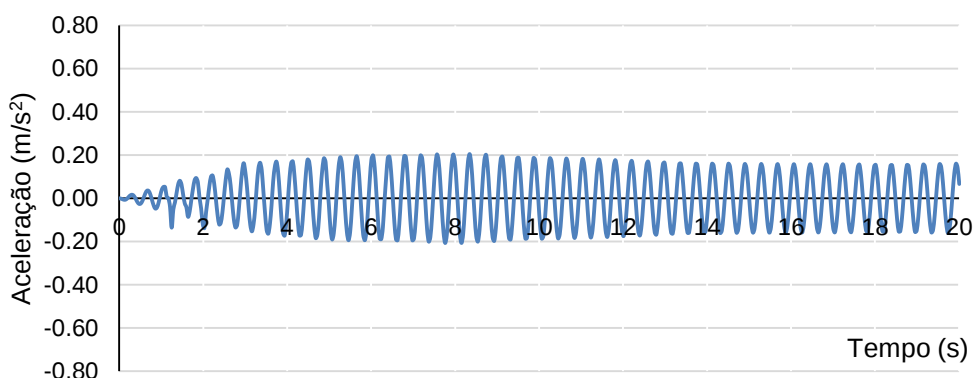


Figura 4.43 - Representação das acelerações tendo em conta o **9º Modo de Vibração**.

Segundo as acelerações máximas obtidas tendo em conta os 4 Modos de Vibração, para o qual se procedeu a análise dinâmica, verificou-se que a aceleração máxima é cerca de 1.4 m/s^2 , quando se analisa o 8º Modo de Vibração. Com base neste valor da aceleração verifica-se que apenas é cumprida a classe de conforto CL3 (classe de conforto mínima), segundo a Tabela 4.4.

Através da observação dos gráficos dispostos anteriormente, é possível observar-se que a variação da aceleração no tempo a certa altura, começa a diminuir. Esta diminuição ocorre quando a carga harmónica ainda está aplicada, podendo-se constatar que a estrutura deixa de estar em ressonância.

Uma vez que a carga harmónica calculada possui uma frequência fixa ao longo do tempo, conclui-se então que a frequência de vibração da ponte com a atuação da carga harmónica vai-se alterando, deixando de estar sincronizada com a carga imposta.

É importante salientar que a gama de frequências críticas usada teve em conta a regulamentação (Sétra/AFGC, 2006), porém se a gama usada tivesse como base a regulamentação (Caetano & et. al, 2008), os valores das gamas críticas referentes ao 1º Harmónico alterar-se-iam para:

- Vibrações verticais e longitudinais

$$1,25 \text{ Hz} \leq f_i \leq 2,3 \text{ Hz}$$

- Vibrações laterais

$$0,5 \text{ Hz} \leq f_i \leq 1,2 \text{ Hz}$$

Com base nesta gama de valores, poder-se-ia concluir que a estrutura não seria suscetível a amplificações dinâmicas significativas associadas a fenômenos de ressonância, não sendo necessário realizar-se qualquer análise dinâmica.

Após o procedimento relativo à análise dinâmica realizada anteriormente, tentou-se comprovar se o valor do $T/10$ (valor aconselhado) para definir o *Output Time Step Size* foi realmente suficiente. Posto isto realizou-se a Integração Direta variando-se o *Output Time Step Size* para $T/20$ e $T/5$ tendo em conta apenas o 1º Modo de Vibração. Após a obtenção dos valores das acelerações obtidos para cada um dos casos, estes foram apresentados num gráfico de modo a se poder observar as diferenças relativamente à captação da resposta dinâmica da ponte (Figura 4.44).

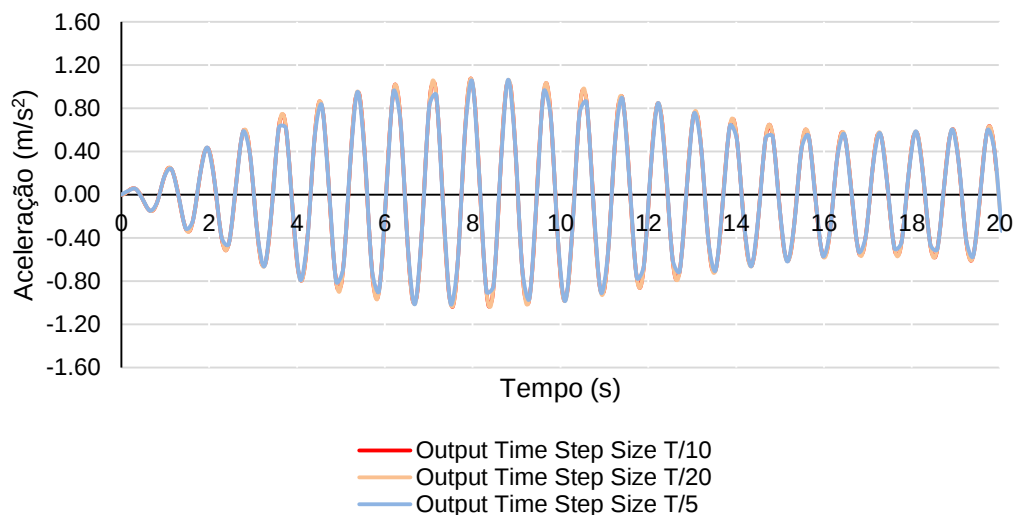


Figura 4.44 - Representação das acelerações tendo em conta a variação do *Output Time Step Size*.

Como se pode constatar o *Output Time Step Size* de $T/10$ é mais que suficiente, porém se utilizássemos o $T/5$ já fornecia resultados aceitáveis, e o esforço computacional por sua vez seria menor.

5

ANÁLISE DAS VARIANTES ESTRUTURAIS DO CASO DE ESTUDO

5.1. INTRODUÇÃO

No presente capítulo realizar-se-ão determinadas variantes estruturais ao caso de estudo, abordado no capítulo anterior. O objetivo, é observar o efeito que cada uma destas variantes terá, relativamente às acelerações estruturais quando se procede a uma análise dinâmica. Esta análise dinâmica terá em conta o modelo de carga relativo ao grupo de peões especificado anteriormente.

Os resultados das acelerações relativos a cada uma das variantes, serão posteriormente comparados com as acelerações relativas à ponte original, obtidas no capítulo anterior, a fim de se justificar algumas opções tomadas na conceção do caso de estudo. Também se pretendem analisar quais as opções menos conseguidas, ou seja, aspetos que podem ser melhorados, tornando a ponte menos suscetível a elevadas acelerações, garantindo consequentemente um maior conforto no seu atravessamento.

Pretende-se não só com este capítulo estudar variantes ao caso de estudo, mas procuram fornecer também uma informação de carácter mais geral relativa a esta tipologia de ponte pedonal, através da obtenção de resultados quase paramétricos. Desta forma pode-se observar a influência que cada variante realizada tem, na sua resposta estrutural.

5.2. ANÁLISE DINÂMICA DAS VARIANTES DO CASO DE ESTUDO

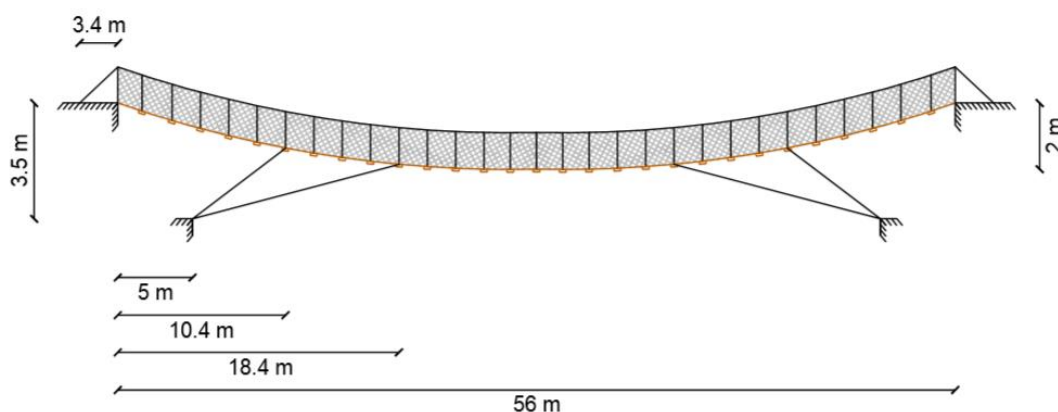


Figura 5.0.1 - Configuração da ponte **original**.

Partindo-se da configuração original da ponte referente ao caso de estudo (exposta a na figura anterior), estabeleceram-se as variantes de configuração apresentadas nos pontos seguintes.

5.2.1. PONTE ORIGINAL SEM ESPIAS

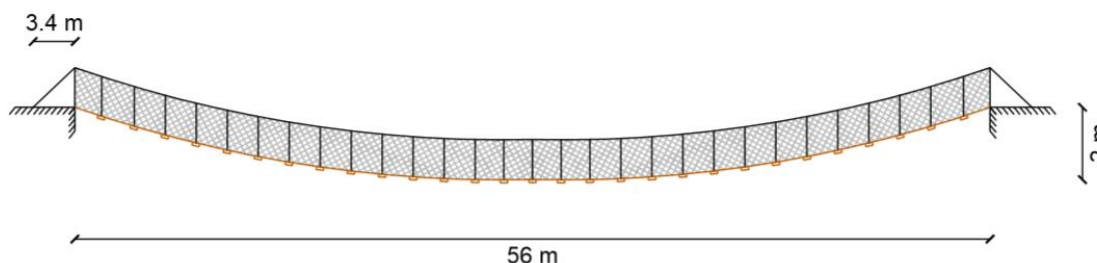


Figura 5.0.2 – Configuração da ponte **sem espas**.

Como primeira variante estabeleceu-se a análise da estrutura original, mas sem a existência de espas. Segundo a análise dinâmica tendo em conta as ações induzidas por peões em grupo, obtiveram-se as seguintes variações das acelerações máximas no tempo. Realizando-se com base no 5º e o 10º Modo de Vibração as análises dinâmicas, obtiveram as acelerações máximas na direção horizontal e vertical respetivamente.

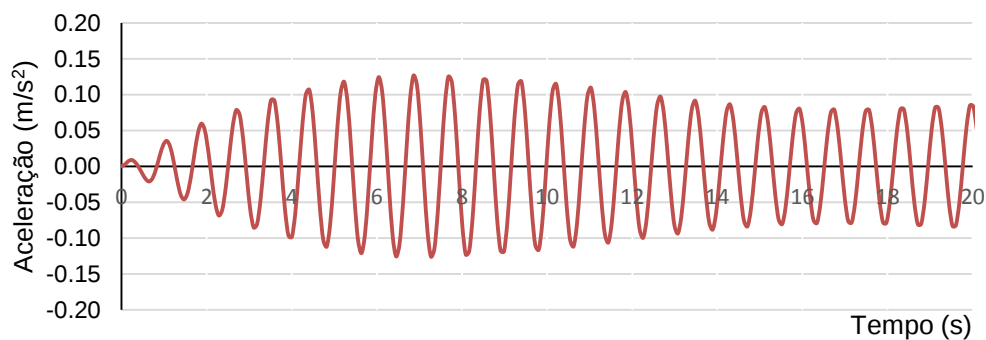


Figura 5.0.3 – Representação das acelerações máximas **horizontais** tendo em conta o **5º Modo de Vibração** ($f=1.224$ Hz).

Relativamente aos resultados das acelerações horizontais constata-se que a classe de conforto CL2 é garantida, porém a aceleração máxima é passível de despoletar fenómenos de sincronização lateral (*lock-in*) uma vez que a aceleração se encontra dentro da gama crítica ($0.1 - 0.15$ m/s²).

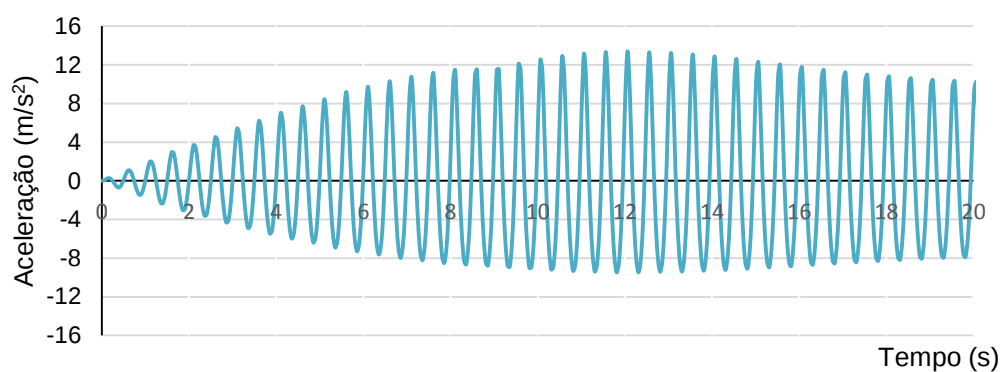


Figura 5.0.4 - Representação das acelerações máximas **verticais** tendo em conta o **10º Modo de Vibração** ($f=2$ Hz).

No que diz respeito às acelerações verticais, verifica-se que a aceleração máxima é claramente excessiva, verificando apenas a classe de conforto CL4 (desconforto inaceitável).

5.2.2. PONTE COM APENAS 4 ESPIAS SITUADAS A 7 M DOS APOIOS

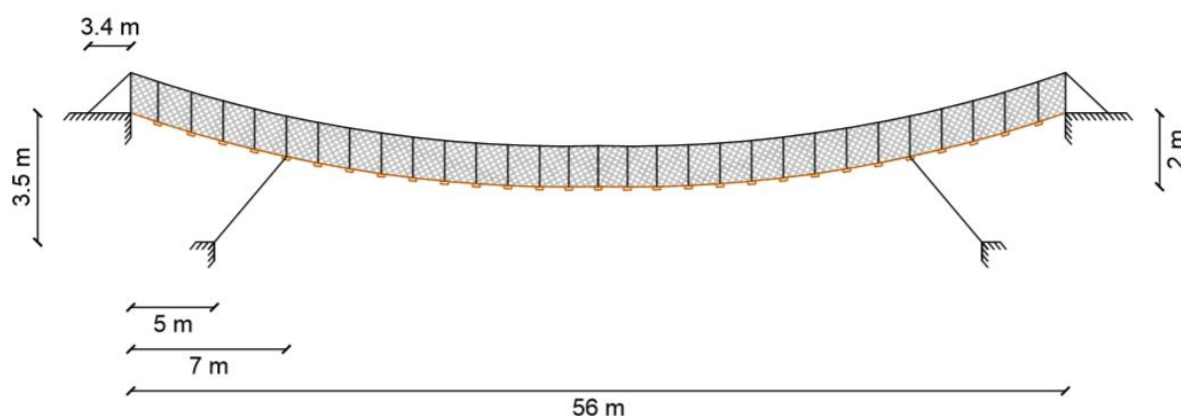


Figura 5.0.5 – Configuração da ponte com apenas **4 espigas situadas a 7 m dos apoios**.

Neste caso apenas se consideram 4 espigas (2 espigas em cada extremo) à distância dos apoios de 7 m. Realizaram-se com base no 2º e o 7º Modo de Vibração as análises dinâmicas, obtendo-se as acelerações máximas na direção horizontal e vertical respetivamente.

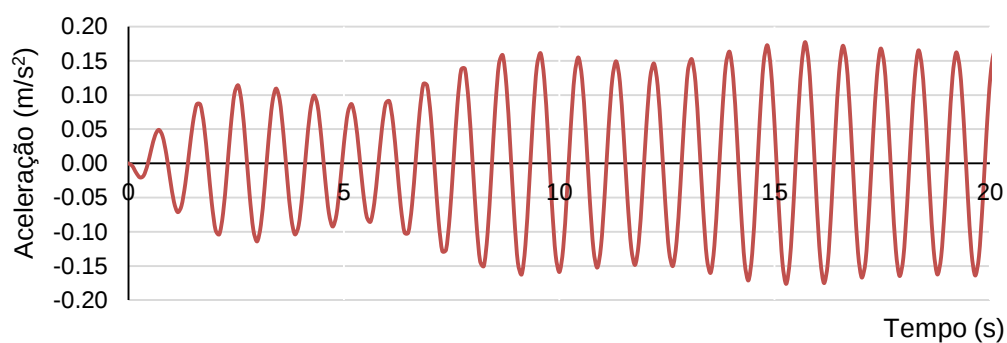


Figura 5.0.6 - Representação das acelerações máximas **horizontais** tendo em conta o **2º Modo de Vibração** ($f=1.139$ Hz).

Relativamente às acelerações laterais verifica-se que estas garantem a classe de conforto CL2 (grau de conforto médio), porém estas encontram-se dentro da gama de acelerações em que se pode despoletar o fenómeno de *lock-in*.

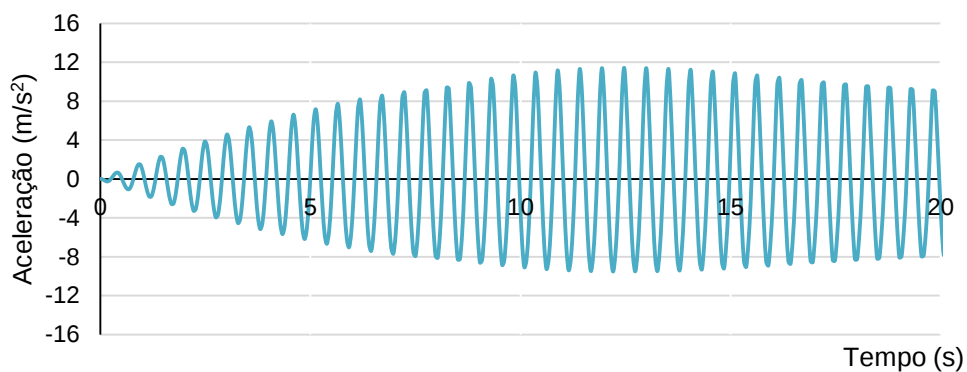


Figura 5.0.7 - Representação das acelerações máximas **verticais** tendo em conta o **7º Modo de Vibração** ($f=1.894$ Hz).

Analisando as acelerações verticais constata-se que apenas a classe de conforto CL4 (desconforto inaceitável) é verificada.

5.2.3. PONTE COM APENAS 4 ESPIAS SITUADAS 14 M DOS APOIOS

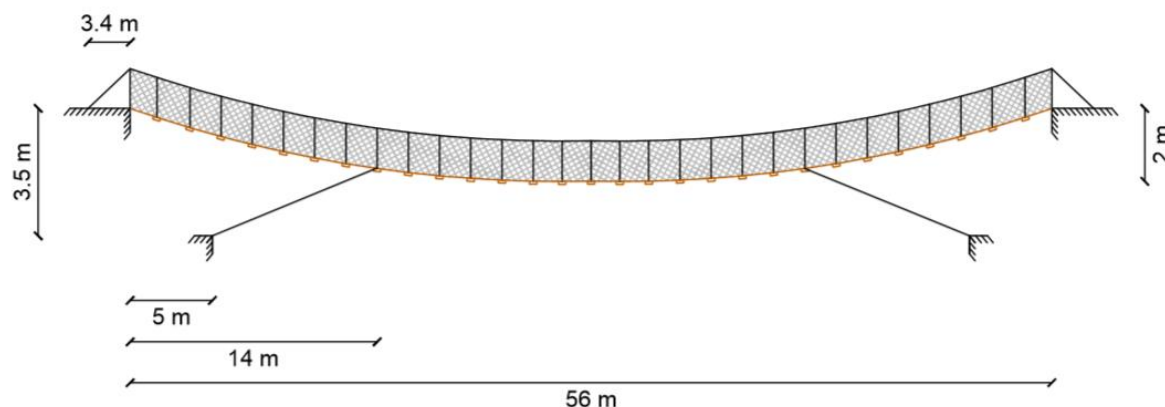


Figura 5.0.8 - Configuração da ponte com apenas **4 espias situadas a 14 m dos apoios**.

Para esta configuração apenas é necessário realizar-se uma análise dinâmica tendo em conta as vibrações verticais, ocorrendo as acelerações máximas quando se tem em conta na análise do 5º Modo de Vibração, sendo que as frequências relativas às vibrações horizontais não se encontram na gama crítica.

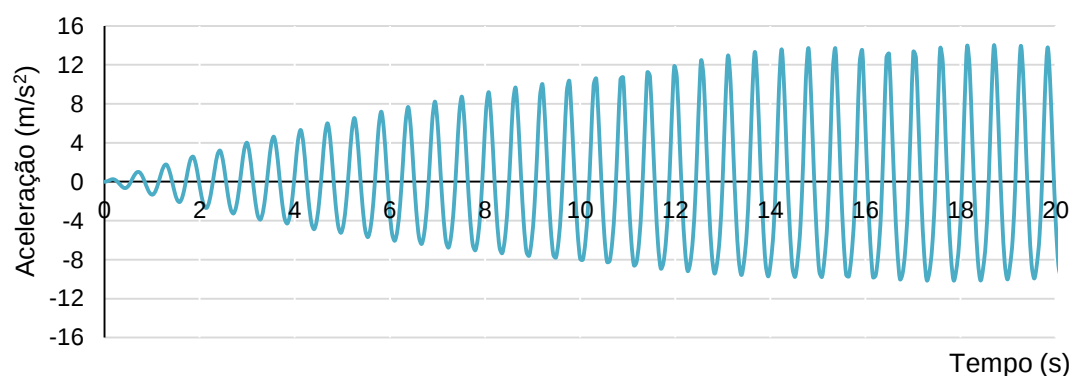


Figura 5.0.9 - Representação das acelerações máximas **verticais** tendo em conta o **5º Modo de Vibração** ($f=1.77$ Hz).

Como se pode observar através do gráfico, os valores das acelerações são também bastante elevados, verificando-se que a classe de conforto cumprida é CL4 (desconforto inaceitável).

5.2.4. PONTE COM APENAS 4 ESPIAS SITUADAS 21 M DOS APOIOS

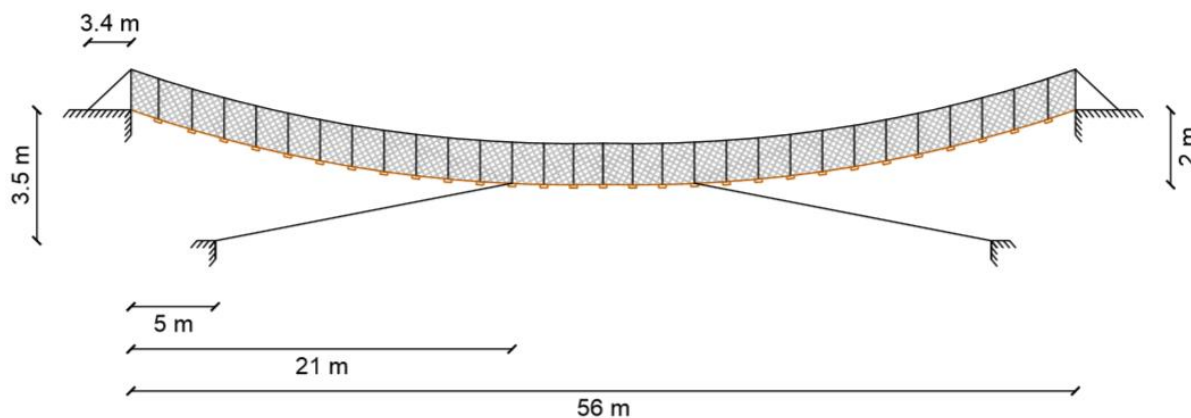


Figura 5.0.10 - Configuração da ponte com apenas 4 espias situadas a 21 m dos apoios.

Para este tipo de configuração, a análise dinâmica foi necessária tendo em conta as vibrações laterais e verticais, ocorrendo as acelerações máximas para o 2º e 6º Modo respetivamente.

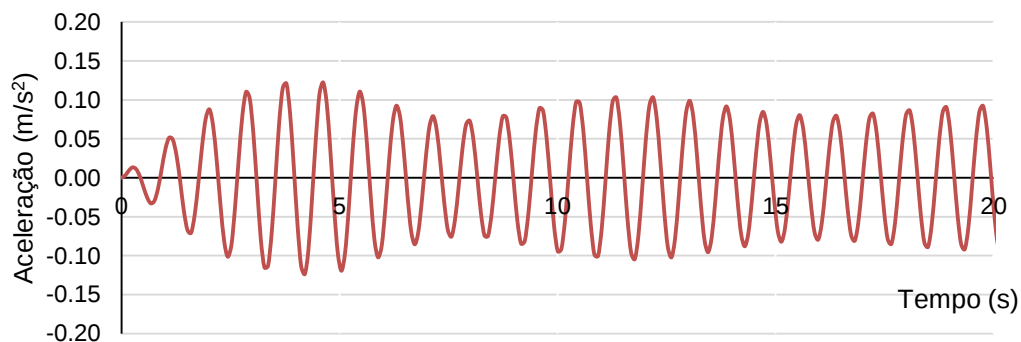


Figura 5.0.11 - Representação das acelerações máximas **horizontais** tendo em conta o **2º Modo de Vibração** ($f=1.189$ Hz).

Conclui-se que para a vibração lateral a classe de conforto cumprida é a CL2 (grau de conforto médio), porém as acelerações laterais encontram-se na gama crítica para a ocorrência da sincronização lateral (fenómeno *lock-in*).

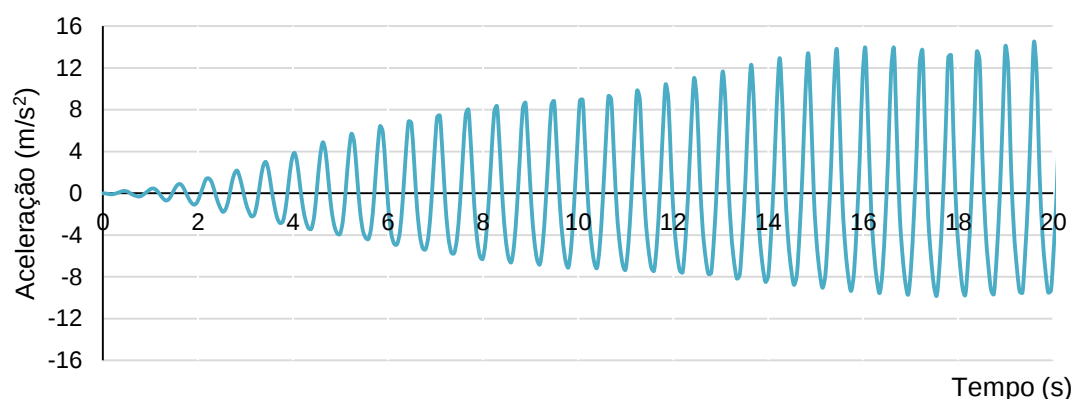


Figura 5.0.12 - Representação das acelerações máximas **verticais** tendo em conta o **6º Modo de Vibração** ($f=1.664 \text{ Hz}$).

As acelerações verticais para esta configuração ainda se encontram com valores muito excessivos, garantindo apenas a classe de conforto CL4 (conforto inaceitável).

5.2.5. PONTE COM 8 ESPIAS À DISTÂNCIA VERTICAL DOS APOIOS DE 2 M

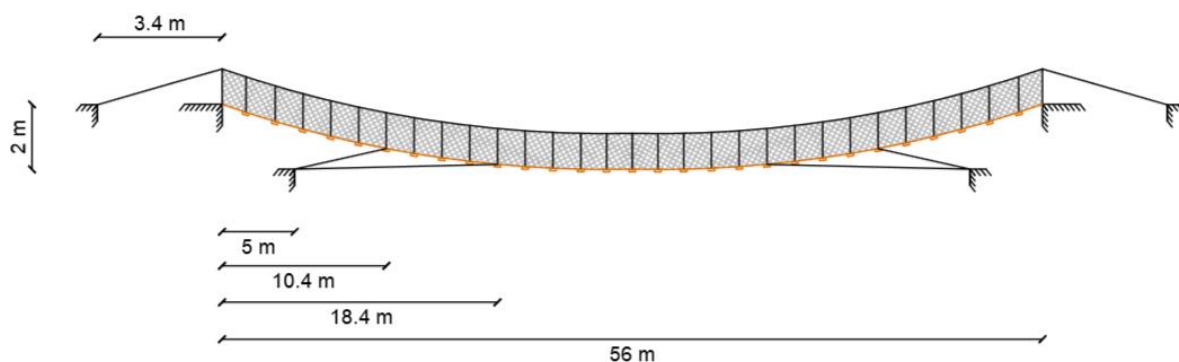


Figura 5.0.13 - Configuração da ponte com **8 espias à distância vertical dos apoios de 2m**.

Após a análise relativa à variação do número de espias e da sua inclinação, realizou-se uma nova configuração face à estrutura original, que passou pela mudança de altura relativamente à ancoragem das espias, ou seja, a diferença de cota entre os encontros e as ancoragens das espias em vez de 3,5 (ponte original) passou a ser 2m, mantendo as 4 espias originais, estando a ancoragem da espia à mesma cota que o tabuleiro a meio vão.

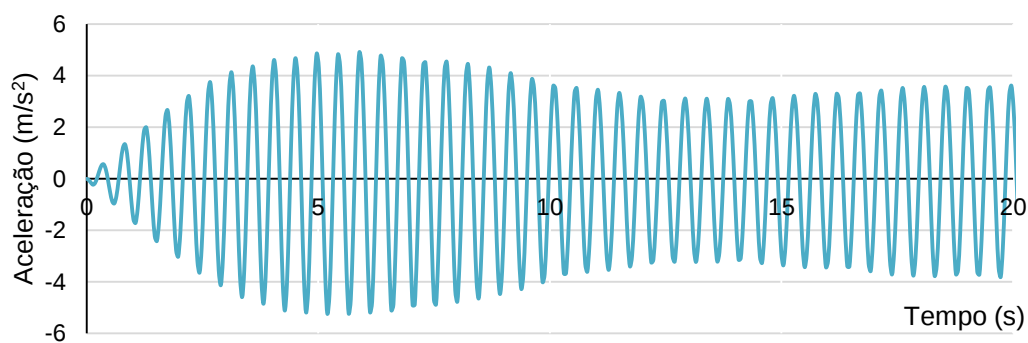


Figura 5.0.14 - Representação das acelerações máximas **verticais** tendo em conta o **8º Modo de Vibração** ($f=2.174$ Hz).

Nesta análise apenas é necessário a análise dinâmica relativa às vibrações verticais correspondendo a máxima aceleração quando se tem em conta o 8º Modo de Vibração. Perante os valores das acelerações, contata-se que apenas é cumprida a classe de conforto CL4.

5.2.6. PONTE COM 8 ESPIAS À DISTÂNCIA VERTICAL DOS APOIOS DE 5 M

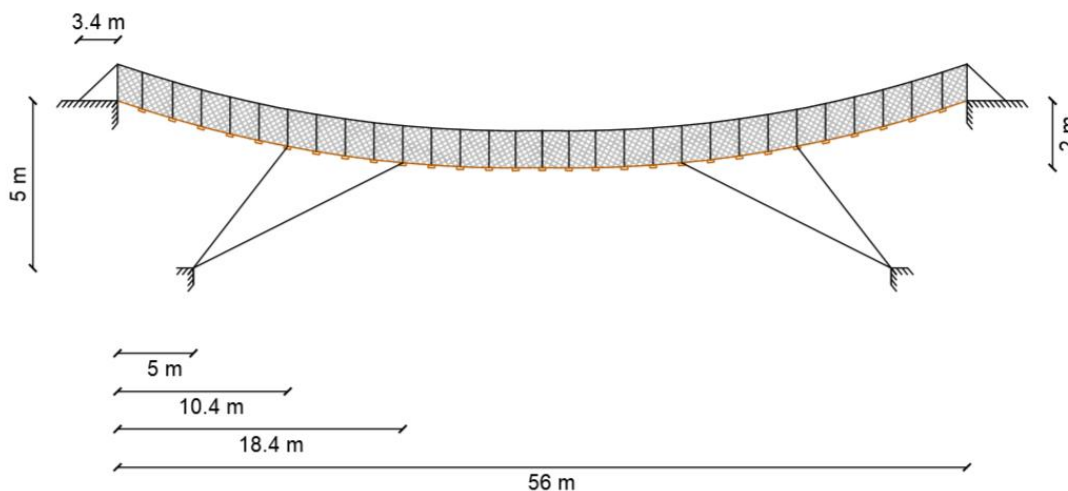


Figura 5.0.15 - Configuração da ponte com **8 espigas à distância vertical dos apoios de 5m**.

Aborda-se agora análise da estrutura, para uma distância vertical entre a ancoragem das espigas e os encontros de 5 m, ou seja, mais inclinadas que as anteriores. Neste tipo de configuração já é necessário analisar as vibrações laterais e verticais, tendo em conta o 1º Modo de Vibração para os dois casos.

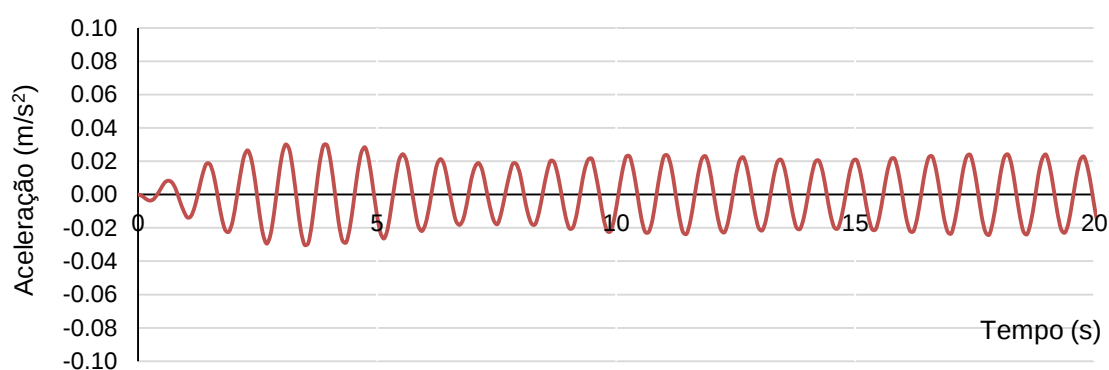


Figura 5.0.16 - Representação das acelerações máximas **horizontais** tendo em conta o **1º Modo de Vibração** ($f=1.264$ Hz).

Relativamente às vibrações laterais, verifica-se que a classe de conforto adquirida é CL1 (classe de conforto máxima) e não ocorrem efeitos de sincronização lateral durante o caminhar dos pedestres.

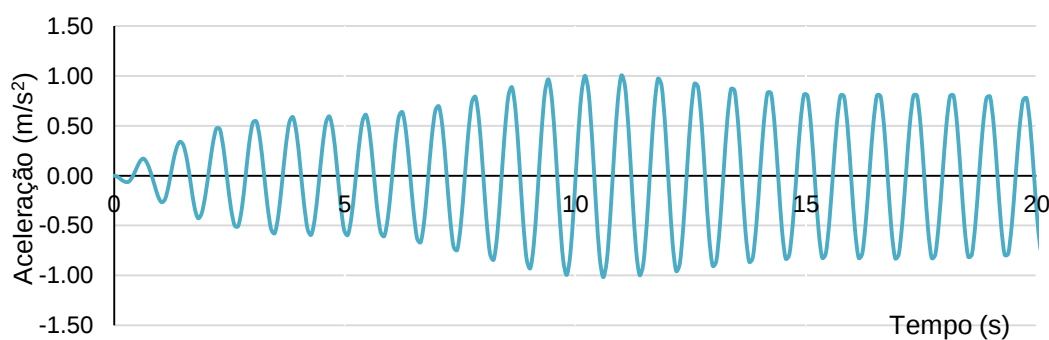
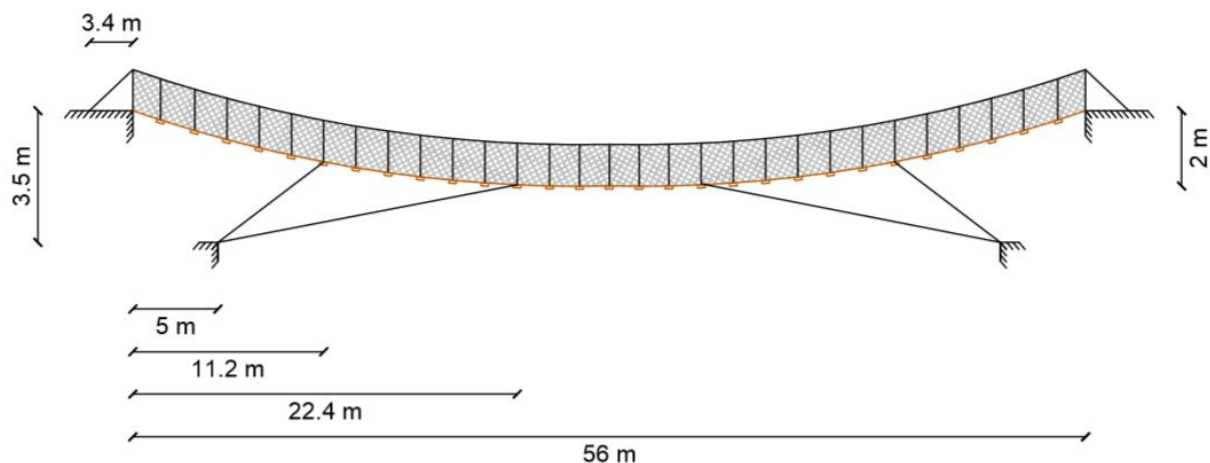


Figura 5.0.17 - Representação das acelerações máximas **verticais** tendo em conta o **1º Modo de Vibração** ($f=1.264$ Hz).

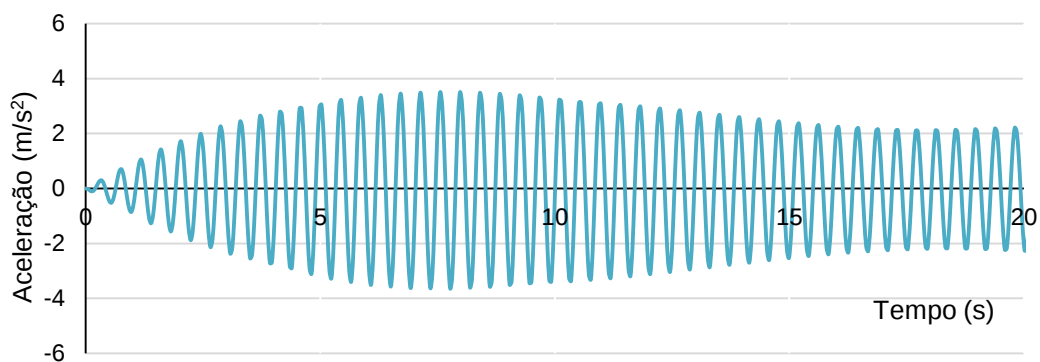
Para as vibrações verticais, verifica-se que as acelerações máximas obtidas satisfazem a classe de conforto CL2, sendo adquirido o grau de conforto médio.

5.2.7. PONTE COM 8 ESPIAS IGUALMENTE ESPAÇADAS AO LONGO DO VÃO

Figura 5.0.18 - Configuração da ponte com **8 espigas igualmente espaçadas**.

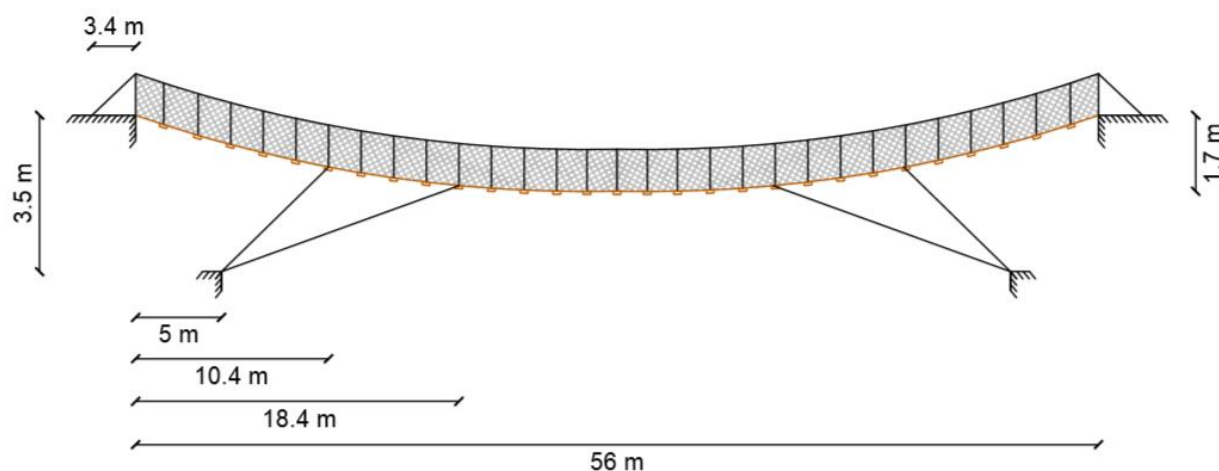
Para esta situação, as espigas foram colocadas de forma a dividirem o vão em 5 partes iguais de aproximadamente 11.2 m, sendo que na sua configuração inicial estas se encontravam ligeiramente mais próximas dos apoios, desta forma o vão central entre espigas era mais pronunciado.

Neste caso a gama de frequências relativa à vibração da estrutura apenas é crítica para as vibrações verticais, ou seja, apenas para este tipo de vibração é que se realiza a análise dinâmica.

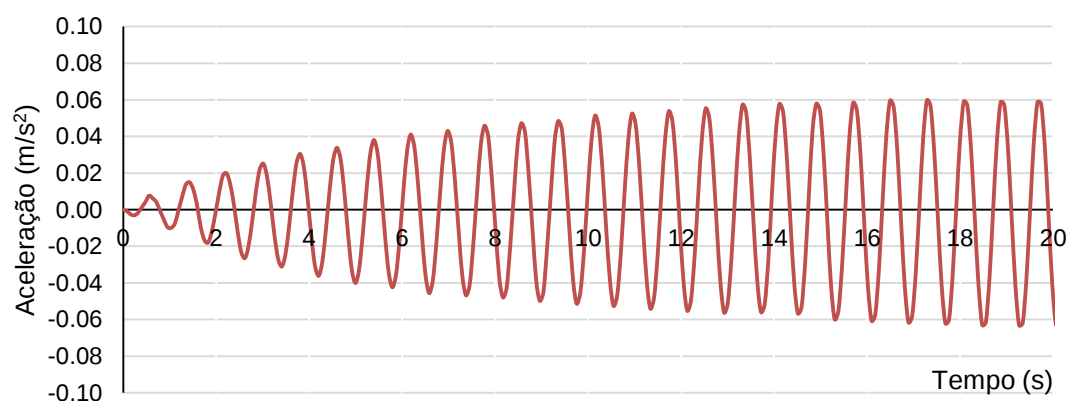
Figura 5.0.19 -Representação das acelerações máximas **verticais** tendo em conta o **8º Modo de Vibração** ($f=2.368 \text{ Hz}$).

Com base no gráfico, observa-se que as acelerações para esta configuração verificam apenas a classe referente ao desconforto inaceitável (CL4).

5.2.8. PONTE COM FLECHA DE 1.7 M

Figura 5.0.20 - Configuração da ponte com uma **flecha de 1.7 m**.

Com o objetivo de analisar o efeito relativamente à variação da flecha da ponte, alterou-se a flecha de 2 m para 1.7 m e procedeu-se à análise dinâmica.

Figura 5.0.21 - Representação das acelerações máximas **horizontais** tendo em conta o **1º Modo de Vibração** ($f=1.242$ Hz).

Observando-se a aceleração obtida para as vibrações laterais, verifica-se que a classe de conforto adquirida é máxima (CL1) e não ocorrem efeitos de sincronização lateral durante o caminhar dos pedestres.

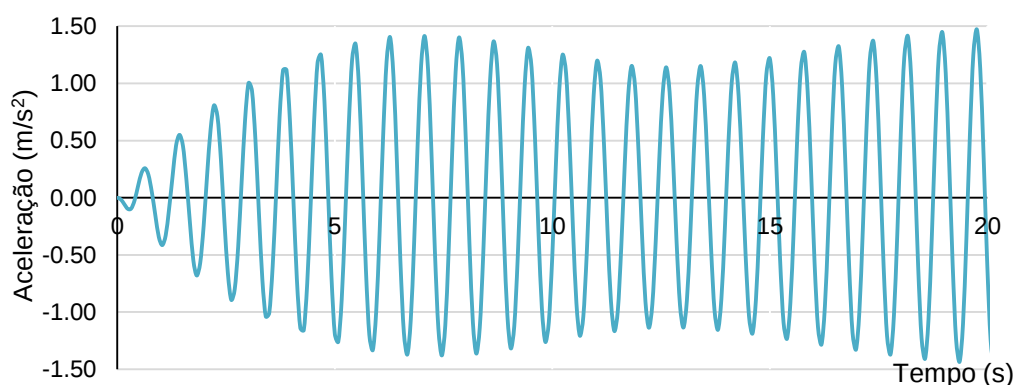


Figura 5.0.22 - Representação das acelerações máximas **verticais** tendo em conta o **2º Modo de Vibração** ($f=1.26$ Hz).

Nas vibrações verticais, verifica-se que as acelerações máximas satisfazem a classe de conforto CL3, sendo adquirido o grau de conforto mínimo.

5.2.9. PONTE COM FLECHA DE 2.3 M

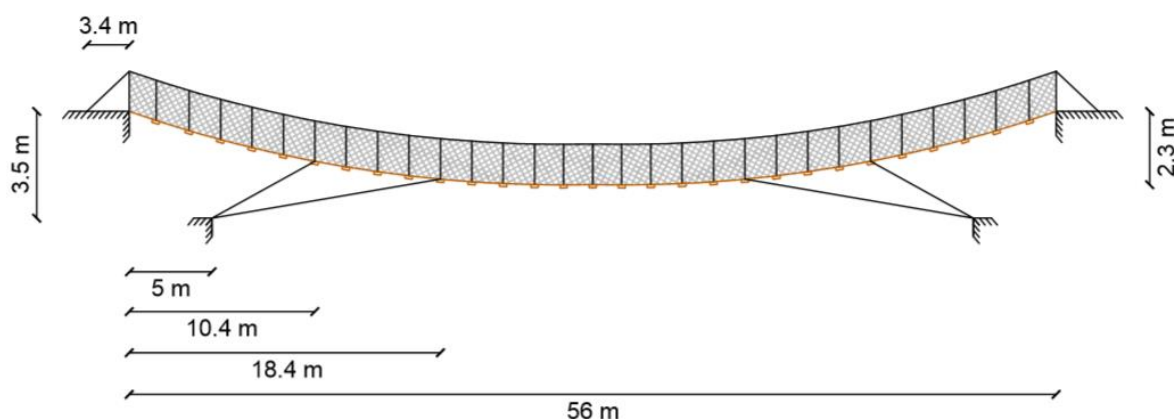


Figura 5.0.23 - Configuração da ponte com uma **flecha de 2.3 m**.

Neste caso aumentou-se a flecha para 2.3 m, e procedeu-se igualmente à análise dinâmica tendo em conta essa configuração. As frequências críticas da estrutura, não se encontram na gama crítica de frequências relativamente às vibrações laterais, por isso apenas se analisam as vibrações na direção vertical.

Para as vibrações verticais, como se pode observar na Figura 5.0.24, verifica-se então que as acelerações máximas satisfazem apenas a classe de conforto CL4 (desconforto inaceitável).

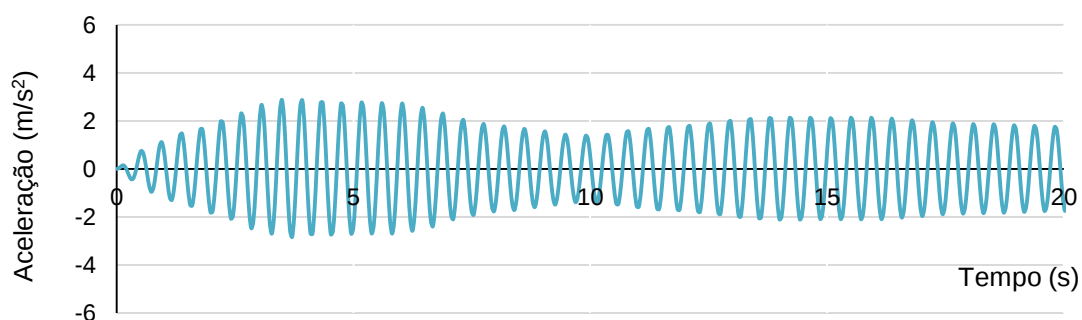


Figura 5.0.24 - Representação das acelerações máximas **verticais** tendo em conta o **7º Modo de Vibração** ($f=2.322$ Hz).

5.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Tabela 5.1 - Valores das acelerações, para os casos estudados e verificações dinâmicas.

Tipo de configuração da ponte	Tipo de análise dinâmica	Aceleração (m/s^2)	Classe de conforto verificada	Ocorrência de <i>Lock-in</i>
Ponte original do caso de estudo	Vertical	1.396	CL3	-
Ponte sem espias	Horizontal	0.127	CL2	Sim
	Vertical	13.402	CL4	-
Ponte com apenas 4 espias à distância de 7 m dos apoios	Horizontal	0.178	CL2	Sim
	Vertical	11.43	CL4	-
Ponte com apenas 4 espias à distância de 14 m dos apoios	Vertical	13.974	CL4	-
Ponte com apenas 4 espias à distância de 21 m dos apoios	Horizontal	0.124	CL2	Sim
	Vertical	14.992	CL4	-
Ponte com 8 espias igualmente espaçadas	Vertical	3.643	CL4	-
Ponte com 8 espias à distância vertical dos apoios de 2 m	Vertical	5.237	CL4	-
Ponte com 8 espias à distância vertical dos apoios de 5 m	Horizontal	0.03	CL1	Não
	Vertical	1.018	CL2	-
Ponte com 8 espias e uma flecha de 2.3 m	Vertical	2.88	CL4	-
Ponte com 8 espias e uma flecha de 1.7 m	Horizontal	0.063	CL1	Não
	Vertical	1.489	CL3	-

Iniciando-se com a observação das acelerações referentes à ponte sem espias, consegue-se verificar que a ausência de espias faz com que apareçam vibrações horizontais na gama crítica de frequências, o que não acontecia na estrutura original. Foi então necessário realizar-se a análise dinâmica nessa direção, constatando-se que verifica a classe de conforto CL2 nessa direção, no entanto existe a possibilidade da ocorrência de fenómenos *lock-in*. Relativamente à vibração vertical esta também é prejudicada pois possui conforto inaceitável (CL4). Então conclui-se que a existência de espias beneficia o comportamento dinâmico da estrutura nas duas direções, atenuando as acelerações e reduzindo a ocorrência de sincronização lateral dos peões com a vibração lateral do tabuleiro.

Para o caso da existência de apenas 2 espias em cada extremo situadas a qualquer uma das distâncias 7, 14 e 21 m dos apoios, os resultados das acelerações foram extremamente altos, concluindo-se que para esta configuração de ponte possuir um comportamento dinâmico satisfatório em serviço, é necessário que o número de espias seja superior a 4 espias no total. A configuração com apenas duas espias por margem para além de despoletar enormes acelerações verticais, também contribui para que ocorra o fenómeno de *lock-in*. No entanto com estes três casos pode-se observar que quanto mais próximo dos apoios se realizar a ligação da espia com o tabuleiro, maior é a sua influência na atenuação das acelerações.

Através da análise dinâmica realizada para as 8 espias na estrutura com espaçamento uniforme foi constatado que a existência de 8 espias por si só não é suficiente, ou seja, é necessário ter especial atenção à zona do tabuleiro onde elas se fixam. O facto de termos as espias igualmente espaçadas, contribui para que as 2 espias na zona central do tabuleiro, fiquem quase horizontais, sendo a sua influência relativamente ao contraventamento vertical quase nula, comprovando-se com a existência de enormes acelerações nessa direção. No entanto esta configuração de espias, continua a realizar o contraventamento na direção horizontal de forma eficiente.

Analisando-se agora a influência da cota das espias, confirmou-se o que foi dito anteriormente, ou seja, se a zona de ancoragem da espia subir, então a espia terá uma menor inclinação com a horizontal, reduzindo-se o seu efeito relativo ao contraventamento vertical da ponte, sendo neste caso as acelerações substancialmente maiores. O oposto acontece com descida da zona de ancoragem da espia, em que desta forma, a inclinação da espia torna-se mais próxima da vertical, realizando então um contraventamento mais eficaz, comparativamente ao caso de estudo, uma vez que para este caso já é verificada a classe de conforto CL2 na direção vertical.

Relativamente à análise dinâmica alusiva à diminuição e aumento da flecha, conclui-se que o aumento da flecha induz acelerações prejudiciais, causando um desconforto inaceitável com acelerações demasiadamente altas. No entanto a diminuição da flecha, garante a classe de conforto igual à do caso de estudo para vibrações verticais, mas desenvolve vibrações horizontais que se encontram na gama crítica de frequências. Para estas vibrações verifica-se que o fenómeno de *lock-in*, não ocorre, tal como acontece no caso de estudo.

Verifica-se então que a estrutura em estudo, possui uma configuração bastante satisfatória em termos dinâmicos. Porém a única alteração que se poderia fazer seria a diminuição da cota de ancoragem da espia de modo a ser cumprido a classe CL2 de conforto para vibrações verticais, uma vez que esta diminuição de cota não induz problemas relativos às vibrações horizontais.

6

CONCLUSÃO

6.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho realizado ao longo destes cinco meses e que resultou no presente documento consistiu no estudo de pontes pedonais suspensas, tendo como principal objetivo a análise de um caso de estudo, envolvendo este, o estudo de diferentes soluções estruturais.

Posto isto efetuou-se, numa primeira fase, uma pesquisa bibliográfica sobre pontes pedonais suspensas, do seu método construtivo e dos tipos de cabos que podem ser usados. Através desta constatou-se que existem principalmente duas tipologias de pontes, as com tabuleiro horizontal e as com tabuleiro curvo, sendo que a cada uma delas está associado um método construtivo distinto. Com base no estudo dos tipos de cabo, concluiu-se que cada tipo apresenta diferentes resistências à corrosão e diferentes perdas de rigidez (face à rigidez de um cabo maciço). Além disso, verificou-se que o facto dos fios de aço estarem entrelaçados, aumenta consideravelmente a sua resistência a carregamentos transversais, uma vez que estes conseguem mobilizar a sua rigidez axial.

Após a pesquisa mencionada, procedeu-se ao estudo específico dos elementos de cabo em termos estruturais, abordando-se a sua formulação analítica, o seu comportamento não-linear, a análise modal e os principais aspetos relativos à sua modelação através do *software SAP2000*.

Relativamente ao cálculo dos cabos quando se tem em conta a sua deformabilidade, verifica-se que o seu equilíbrio ocorre para uma posição deformada, envolvendo o cálculo processos iterativos. A deformada do cabo tem em conta o acréscimo de rigidez provocado pelos efeitos $P-\Delta$ e pelos do efeitos dos grandes deslocamentos (em que é ativada a rigidez de membrana do cabo). Neste cálculo, entende-se também que não é válido o princípio da sobreposição dos efeitos, uma vez que a matriz rigidez depende fortemente da sequência de atuação das cargas.

Em relação à análise modal, além dos aspetos relativos à sua modelação, analisou-se a influência dos cabos de contraventamento (espias) num cabo suspenso, consoante a variação de configuração que estes assumem. Pôde, através desta, aferir-se que a influência das espias causa um aumento nas frequências de vibração do cabo suspenso, rigidificando-o. Desta forma verifica-se que o contraventamento realizado pelas espias é mais eficaz, quanto mais próximo estas estiverem do meio do vão e quanto maior for a sua inclinação.

Tendo por base as considerações anteriores, foi, então, abordado o caso de estudo, sendo este devidamente caracterizado, modelado analiticamente, e posteriormente analisado (análise estática e dinâmica). Relativamente ao modelo, constatou-se que para este simular o mais próximo possível o comportamento da ponte, foi necessário proceder-se à libertação de determinados graus de liberdade em algumas das ligações.

Através da análise estática, foi possível verificar a resistência última dos cabos escolhidos, e também que as espias se encontram sempre em tração.

Além das verificações anteriores, foi também necessário analisar o comportamento da ponte em serviço, quando ocorrem ações dinâmicas (ações provocadas por pedestres). Posto isto, realizaram-se análises dinâmicas tendo em conta recomendações técnicas, e através destas constatou-se que segundo a entidade *Sétra* a ponte apenas garante a classe de conforto mínima CL3. Porém se se tiver em conta a entidade *HIVOSS*, não seria necessário realizar-se qualquer análise, uma vez que as frequências nessa situação se encontram fora da zona crítica.

Tendo como base a ponte em estudo, estabeleceram-se variantes estruturais, concluindo-se que a ponte em causa para possuir um comportamento dinâmico satisfatório deve ser constituída por pelo menos 4 espias por margem. No entanto a existência de 8 espias por si só não chega, é necessário ter especial atenção à sua colocação, ou seja, o facto de estas estarem igualmente distribuídas ao longo do tabuleiro não as torna mais eficientes, antes pelo contrário, uma vez que estas se encontram menos inclinadas na zona central, diminuindo a sua eficácia.

Relativamente a um possível aumento de flecha, chegou-se à conclusão que este é prejudicial em termos de acelerações verticais. No entanto a sua diminuição não constitui nenhum melhoramento da solução estrutural, uma vez que a classe de conforto vertical garantida é igual. Estas variações de flecha foram relativamente significativas, porém se fossem mais pequenas, poderia ser possível aprimorar resultados dinâmicos mais favoráveis.

Com base na análise das variantes da estrutura percebeu-se que para melhorar o comportamento dinâmico relativo ao caso de estudo, uma das alternativas poderia ser a descida da cota das zonas de ancoragem das espias, de forma a ser garantida a classe de conforto média CL2, sendo que esta não é garantida na ponte original, como se referiu anteriormente.

Findo este trabalho, pode aferir-se que todos os objetivos propostos foram cumpridos, notando-se contudo que se o tempo disponível para sua realização fosse maior, alguns pontos poderiam ter sido abordados mais pormenorizadamente.

Em suma deve destacar-se que o desenvolvimento deste trabalho foi bastante gratificante, quer em termos de experiência profissional quer em termos de conhecimento adquirido e consolidado. A experiência profissional deveu-se ao facto da dissertação ser desenvolvida em contexto empresarial, onde se abordaram ainda outros projetos desenvolvidos pela empresa, sendo também uma mais-valia o contacto, os conselhos e toda a experiência partilhada com os vários profissionais de engenharia. O trabalho proporcionou ainda um conhecimento mais aprofundado do comportamento não linear dos elementos de cabos, possibilitando também o aprofundamento dos conhecimentos de programação, em específico a programação em Visual Basic (*Excel*) e a manipulação no *software* *SAP2000*, este último antes desconhecido.

6.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Depois de todas as conclusões obtidas no decorrer desta dissertação, verificou-se que alguns procedimentos poderiam ser efetuados, de modo a complementar o estudo realizado.

Começando pela ponte pedonal analisada, seria importante que, terminada a sua construção, se realizassem ensaios experimentais, de modo a aferir acerca do seu comportamento dinâmico (frequências e modos de vibração) e a avaliar o seu amortecimento efetivo. Com base nestes resultados,

obtidos *in situ*, seria então, interessante efetuar a sua comparação com os fornecidos/esperados pelo modelo numérico previamente realizado.

A comparação referenciada anteriormente poderia também ser implementada a pontes já existentes, no entanto seria relevante que fosse efetuada a pontes com vãos consideráveis, comparativamente com o vão da ponte em estudo. Poderia, eventualmente, estabelecer-se esta análise à Ponte *Trift*, abordada no 2º Capítulo. Desta forma conseguiria, então, obter-se informação mais diversificada, com utilidade para estudos e investigações futuras, uma vez que o conhecimento relativo a esta temática é ainda escasso.

Uma vez que este trabalho foi realizado utilizando-se o *software SAP2000*, um outro desenvolvimento que poderia ser efetuado futuramente, seria a realização do modelo da ponte em estudo através do programa *ANSYS*, uma vez que este último é de certa forma mais completo e a modelação dos elementos é, por sua vez, mais pormenorizada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- A Product of Computers and Structures Inc. (2002). *Analysis Reference Manual SAP2000*. A Product of Computers and Structures Inc, Berkeley.
- Alves, R. F. (2008). *Comportamento Dinâmico de Pontes sob a Ação Pedonal*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Caetano, E. (2009). *Acetatos de apoio às aulas teóricas (Unidade Curricular Mecânica 1)*. Faculdade de Engenharia Universidade do Porto.
- Caetano, E., & et. al. (2008). *Vibrações em Pontes Pedonais Recomendações Técnicas de Projecto*. Human induced Vibrations of Steel Structures.
- FASE Estudos e Projetos. (2014). *Projeto de Execução*. FASE Estudos e Projetos, Porto.
- Heynemeyer, C., & Feldmann, M. (2008). *European Design Guide for Footbridge Vibration*. Footbridges 2008 Third International Conference, 4/04/2008, Porto.
- Johnston, J. E., & et. al. (1994). *Mecânica vetorial para engenheiros*. Makron Books do Brasil Editora Ltda, São Paulo.
- Júnior, E. J. (2002). *Uma Formulação Consistente para Análise Não-Linear de Estruturas de Cabos Suspensos*. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.
- Manterola, J. (2006). *Puentes II*. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid, Madrid.
- Martins, N. (2009). *Estudo dos cabos e pendurais de uma ponte pedonal suspensa face ao seu processo construtivo*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Miller, B. (2010). *Suspension Trail Bridge using Sustainable Materials*. Forest Products Society - Hot Springs, Arkansas.
- Rente, C. J. (1994). *Análise estática e dinâmica geometricamente não linear de estruturas atirantadas*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Estrutural, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Sétra/AFGC. (2006). *Footbridges Assessment of vibrational behavior of footbridges under pedestrian loading*. Provins.
- Souza, G., & Branchtein, M. (2009). *Dimensionamento de sistema de cabo de aço sujeito a uma ação transversal*. Congresso Nacional sobre Condições e Meio Ambiente do Trabalho na Indústria de Construção (VI CMATIC), 6 a 9/12/2009, Belém do Pará.
- USDA. (1997). *Design and Construction of the Suspension Timber Bridge*. United States Department of Agriculture, Morgantown.
- Wilson, E. L. (2002). *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*. Computers and Structures Inc, Berkeley.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS DE SITES DE INTERNET

- Albiz (<http://bahia.all.biz/manilha-para-cabo-de-aco-g108234#.VYINvflViko>). 27/05/2015
- American Spring Wire Corp. (http://www.amspringwire.com/pc_strand.asp). 22/05/2015
- Berner (<https://shop.berner.eu/berner/pt/product/20303?>). 27/05/2015
- Canadian Consulting Engineer (<http://www.canadianconsultingengineer.com/transportation/buckland-and-taylor-helps-build-suspension-bridge-in-rural-nicaragua/1003400011/>). 25/05/2015
- Sea to Sky (<http://www.seatoskygondola.com/blog/gord-macdonald-building-sky-pilot-suspension-bridge>). 25/05/2015
- Carbostorm (http://www.carbostorm.com.br/produto-detalle.asp?Cod=190&Id_Produto=591). 27/05/2015
- Computers and Structures Inc (<http://www.csiamerica.com/products/sap2000/watch-and-learn>). 20/04/2015
- Frati (<http://www.frati.com.br/produtos/lacos/>). 27/05/2015
- Freguesia de Santo Aleixo de Além Tâmega (<http://santoaleixo.jfreguesia.com/turismo.php>). 15/05/2015
- Highest bridges (<http://www.highestbridges.com>). 18/05/2015
- Instituto Superior Técnico de Lisboa (2008). *Ondas estacionárias em cordas vibrantes trabalho de Laboratório*. (<https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/285254547933052/MO-CorVib-v2.pdf>). 26/04/2015
- Juozapaitis, A., Norkus, A. (2005). *Calculation of Cable Total Displacements Considering Complex Conditions*. (http://ikb.poznan.pl/fcee/2005.06/full/fcee_2005-06_085-101_calculation_of_cable_total.pdf). 20/03/2015
- Bridges to Prosperity (<https://vimeo.com/106953939>). 28/04/2015
- Fotocommunity (<http://www.fotocommunity.fr/pc/pc/display/17696734>). 18/05/2015
- Nauticabo (<http://www.nauticabo.com/catalogo.html>). 27/05/2015
- NEI (<http://www.nei.com.br/produto/2012-07-presilha-para-cabos-de-aco-esperanca-ind-e-com-de-forjados-ltda?id=e2ba2623-5ba7-11e4-8697-0e94104de12e>). 27/05/2015
- Royal (<http://www.royalmaquinas.com.br/novaloja/sapatilha-para-cabo-de-aco-38.html#.VYIICPIVikp>). 27/05/2015
- ArchitectureAU (<http://architectureau.com/articles/striking-suspension-1/>). 25/05/2015
- Detail Inspiration (<http://www.detail-online.com/inspiration/suspension-bridge-trift-glacier-103503.html>). 18/05/2015
- Exposure (<https://averybang.exposure.co/the-bridge-builder>). 24/05/2015
- Tripomatic (<http://www.tripomatic.com/Switzerland/Bern-region/Trift-Bridge/>). 17/05/2015
- Verlag Dashofer (<http://seguranca-na-construcao.dashofer.pt/?s=modulos&v=capitulo&c=7620>). 26/05/2015

Vidraçaria S.Cristóvão Temper (<http://vidracariacabofrio.com.br/produto/esticador-de-cabo-de-aco/>).
26/05/2015

ANEXOS

A1 – LAYOUT E FORMULAÇÃO EM *VISUAL BASIC (EXCEL)* REFERENTE À APROXIMAÇÃO DO CÁLCULO DE UM CABO PARABÓLICO TENDO EM CONTA A NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA

A2 - LAYOUT E FORMULAÇÃO EM *VISUAL BASIC (EXCEL)* DO PROCEDIMENTO DE CÁLCULO SEGUINDO A RECOMENDAÇÃO TÉCNICA (*SÉTRA E HIVOSS*)

A1

LAYOUT E FORMULAÇÃO EM *VISUAL BASIC (EXCEL)* REFERENTE À APROXIMAÇÃO DO CÁLCULO DE UM CABO PARABÓLICO TENDO EM CONTA A NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA

LAYOUT

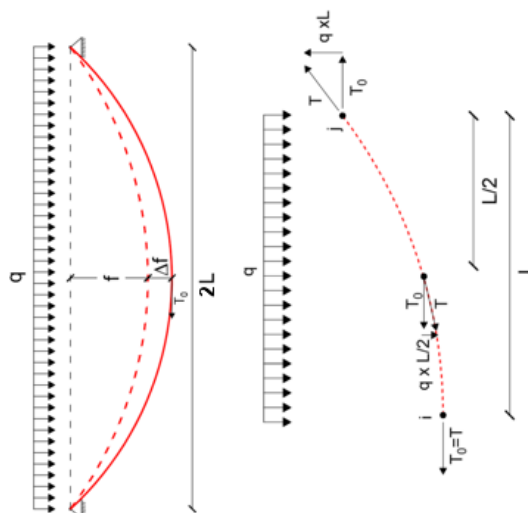
Calculo do equilíbrio do cabo com carga uniformemente distribuída com os apoios nivelados

DADOS INSERIDOS

56	(comprimento do vão)
1	(carga distribuída)
2	(flecha)
210000000	(elasticidade do cabo)
0.000594	(área do cabo)

RESULTADOS DO EQUÍLBIO DO CABO

f (m)	2.341463261	
H_0 (m)	167.4166776	
S_0 (m)	56.25855069	
x	28	
y'	0	
$T(x)$ (kN)	-2.341463261	
Δt (m)	167.4166776	
Δf (m)	0.07550601	
Δf (m)	0.34146267	
Número de iteraciones	12	



EXECUTAR PROGRAMA

FORMULAÇÃO EM *VISUAL BASIC* (EXCEL)

Option Explicit

```

Sub Cabo()

    Dim E As Double, x As Double, A As Double, f As Double, p As Double, l As Double, temp As Double, res As Double
    Dim H0 As Double, S0 As Double, dy As Double, y As Double, T As Double, dl As Double, df As Double, tempf As Double
    Dim i As Integer

    E = Cells(6, 2).Value
    A = Cells(7, 2).Value
    f = Cells(5, 2).Value
    p = Cells(4, 2).Value
    l = Cells(3, 2).Value

    x = 0.5 * l
    df = 0
    i = 0
    Do

        temp = df
        tempf = f + df
        H0 = p * l ^ 2 / (8 * tempf)
        S0 = H0 / (2 * p) * (p * l / H0 * (1 + (p * l / (2 * H0)) ^ 2) ^ (1 / 2) + 2 * Sin(p * l / (2 * H0)))
        dy = p / H0 * x - p * l / (2 * H0)
        y = p / (2 * H0) * x ^ 2 - p * l / (2 * H0) * x
        T = H0 * (1 + (dy) ^ 2) ^ (1 / 2)
        dl = T * S0 / (E * A)
        df = 15 * l ^ 3 * dl / (8 * (10 * l ^ 2 * tempf - 48 * tempf ^ 3))
        i = i + 1
        res = Abs(df - temp)

    Loop While res > 0.000001

    Worksheets("Folha1").Cells(10, 12) = H0
    Cells(13, 12) = dy
    Cells(14, 12) = y
    Cells(15, 12) = T
    Cells(16, 12) = dl
    Cells(17, 12) = df
    Cells(18, 12) = i
    Cells(5, 12) = tempf
    Cells(11, 12) = S0
    Cells(12, 12) = x

End Sub

```

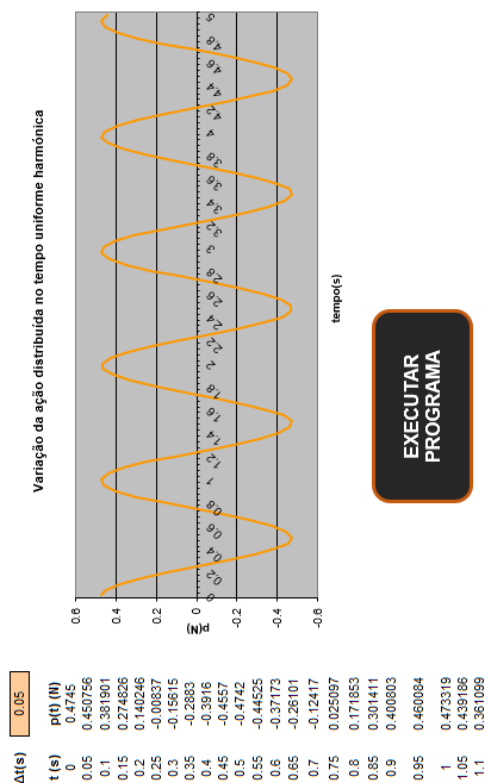
A2

LAYOUT E FORMULAÇÃO EM *VISUAL BASIC (EXCEL)* DO PROCEDIMENTO DE CÁLCULO SEGUINDO A RECOMENDAÇÃO TÉCNICA (*SÉTRA* E *HIVOSS*)

LAYOUT

Procedimento de cálculo seguindo a Recomendação Técnica (Sétra e HIVOSS)

f_s (Hz)	1.01123	(frequência natural da passada assumida igual à da ponte)
n	15	(número de péões)
CL	CL3	(CL ou CL2...)
$\xi(\%)$	2	(fator de amortecimento estrutura)
TC	1	(1, 2, 3, 4 ou 5)
a (m/s ²)	0	(dado pelo software)
m^*	20	(massa modal)
k	300	(300 N/mm aproximadamente na gama de 0.6 a 1 Hz)
B (m)	1	(largura do tabuleiro)
L (m)	56	(comprimento do tabuleiro)
tipo de vibração	vertical	(análise de vibração ou vertical ou longitudinal)
harmónico	1	(1 ^o ou 2 ^o harmónico da ação)
d (P/m ²)	0.287857143	(densidade)
n'	0.05852208	(número de péões equivalentes sobre a superfície carregada)
S (m ²)	56	(área do tabuleiro)
a (m/s ²)	verifica CL1	
a (m/s ²)	verifica CL1	
a (m/s ²)	não verifica lock-in KO	(para apenas modo de vibração horizontal)
N_L	3.388661393	(número de picos que causam fenómeno de lock-in)
P (N)	280	
ψ	0.016042857	(coeficiente de redução da probabilidade que a frequência da passada aproxime da gama crítica de frequências naturais)



FORMULAÇÃO EM *VISUAL BASIC* (EXCEL)

```

Function qsi(fs, harmonico, dir) As Double

'dir=1 vertical ou longitudinal; dir=2 lateral isto está representado com um ciclo se na célula do excel

If dir = 1 Then
    If fs <= 1 Or fs > 5 Then
        qsi = 0
    ElseIf fs <= 1.7 And fs > 1 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 1 / 0.7 * (fs - 1)
        If harmonico = 2 Then qsi = 0
    ElseIf fs <= 2.1 And fs > 1.7 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 1
        If harmonico = 2 Then qsi = 0
    ElseIf fs <= 2.6 And fs > 2.1 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 1 - 2 * (fs - 2.1)
        If harmonico = 2 Then qsi = 0
    ElseIf fs <= 3.4 And fs > 2.6 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 0
        If harmonico = 2 Then qsi = 1.25 * (fs - 2.6)
    ElseIf fs <= 4.2 And fs > 3.4 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 0
        If harmonico = 2 Then qsi = 1
    ElseIf fs < 4.2 And fs >= 5 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 0
        If harmonico = 2 Then qsi = 1 - 1.25 * (fs - 4.2)
    End If
ElseIf dir = 2 Then
    If fs <= 0.3 Or fs >= 2.5 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 0
        If harmonico = 2 Then qsi = 0
    ElseIf fs <= 0.5 And fs > 0.3 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 5 * (fs - 0.3)
        If harmonico = 2 Then qsi = 0
    ElseIf fs <= 1.1 And fs > 0.5 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 1
        If harmonico = 2 Then qsi = 0

    ElseIf fs < 1.3 And fs > 1.1 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 1 - 5 * (fs - 1.1)
        If harmonico = 2 Then qsi = 0
    ElseIf fs <= 1.7 And fs >= 1.3 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 0
        If harmonico = 2 Then qsi = 2.5 * (fs - 1.3)
    ElseIf fs <= 2.1 And fs > 1.7 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 0
        If harmonico = 2 Then qsi = 1
    ElseIf fs < 2.5 And fs > 2.1 Then
        If harmonico = 1 Then qsi = 0
        If harmonico = 2 Then qsi = 1 - 2.5 * (fs - 2.1)
    End If
End If

End Function

Function pt(tc, p, fs, t, psi, n, s, harmonico, dir)

If tc < 4 Then
    nlinha = 10.8 * ((psi / 100) * n) ^ (1 / 2) / s
Else
    nlinha = 1.85 * (n) ^ 0.5 / s
End If

pt = p * Cos(2 * 3.14159 * t * fs) * nlinha * qsi(fs, harmonico, dir)
' pt é em função do t na célula do excel, não aqui

End Function

Sub Cargaharmonica()
Dim n As Double, fs As Double, psi As Double, d As Double, nlinha As Double, a As Double, b As Double, l As Double
Dim nl As Double, p As Double, harmonico As Double, mmodal As Double, k As Double, s As Double, qsi As Double, tc As Double

Dim message_alvertical As String, message_alockin As String, message_allateral As String, message_tipovibração As String

harmonico = Cells(14, 2).Value
tc = Cells(5, 2).Value

```

```

message_tipovibração = Cells(11, 2).Text
fs = Cells(1, 2).Value
n = Cells(2, 2).Value
psi = Cells(4, 2).Value
a = Cells(6, 2).Value
mmodal = Cells(7, 2).Value
k = Cells(8, 2).Value
b = Cells(9, 2).Value
l = Cells(10, 2).Value

s = b * l
If tc = 1 Then
d = 15 / s
ElseIf tc = 2 Then
d = 0.2
ElseIf tc = 3 Then
d = 0.5
ElseIf tc = 4 Then
d = 1
ElseIf tc = 5 Then
d = 1.5
End If

If a < 0.5 Then
message_alvertical = "verifica CL1"
ElseIf a = 0.5 Or a > 0.5 And a < 1 Then
message_alvertical = "verifica CL2"
ElseIf a = 1 Or a > 1 And a < 2.5 Then
message_alvertical = "verifica CL3"
ElseIf a > 2.5 Or a = 2.5 Then
message_alvertical = "verifica CL4"
End If

If message_tipovibração = "vertical" Then
p = 280
ElseIf message_tipovibração = "longitudinal" Then

p = 140
ElseIf message_tipovibração = "lateral" Then
p = 35
End If

If a < 0.1 Then
message_allateral = "verifica CL1"
ElseIf a = 0.1 Or a > 0.1 And a < 0.3 Then
message_allateral = "verifica CL2"
ElseIf a = 0.3 Or a > 0.3 And a < 0.8 Then
message_allateral = "verifica CL3"
ElseIf a > 0.8 Or a = 0.8 Then
message_allateral = "verifica CL4"
End If

nl = 8 * 3.14159 * mmodal * fs * psi / k

If nl > n Or a > 0.15 And a < 0.1 Then
message_alockin = "verifica lock-in"
ElseIf a <= 0.15 Or a >= 0.1 Or nl < n Then
message_alockin = "não verifica lock-in KO"
End If

If d < 1 Then
nlinha = 10.8 * (psi / 100 * n) ^ (1 / 2) / s
ElseIf d > 1 Or d = 1 Then
nlinha = 1.85 * (n) ^ (1 / 2) / s
End If

Worksheets("Folha1").Cells(18, 2) = message_alvertical
Cells(20, 2) = message_alockin
Cells(19, 2) = message_allateral
Cells(17, 2) = s
Cells(15, 2) = d
Cells(22, 2) = p
Cells(21, 2) = nl

End Sub

```

