

Desenvolvimento de Algoritmo de Correlação Digital de Imagem para Avaliação de Grandes Deformações

Pedro Gil Marques Oliveira Moreira

Dissertação do MIEM

Orientador: Pedro Alexandre Lopes de Sousa Martins

Co-Orientador: Renato Manuel Natal Jorge



**Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica**

julho 2015

Resumo

Apesar do elevado desempenho das técnicas de Correlação Digital de Imagem (DIC – Digital Image Correlation) na análise de materiais submetidos a pequenas deformações, os ensaios mecânicos de biomateriais representam um desafio para as técnicas de DIC existentes. As características de hiperelasticidade e não linearidade típicas deste tipo de materiais constituem obstáculos a todo o processo de correspondência e determinação de deslocamentos e deformações. A aplicação bem sucedida do método de Correlação Digital de Imagem nesta situação poderia significar uma contribuição importante não só no estudo de materiais hiperelásticos típicos, mas também, e por exemplo, no estudo de tecidos biológicos associados à anatomia humana.

A presente dissertação, inserida no Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, tem como objetivo principal o desenvolvimento de um algoritmo, baseado nos conceitos fundamentais de DIC, aplicável ao estudo de materiais hiperelásticos e que permita a obtenção de valores realistas dos campos de deslocamentos e deformações observados.

Concebido e implementado o procedimento, a avaliação da influência dos diversos parâmetros intervenientes – como dimensões do *subset*, passo de leitura das imagens, resolução – foi feita com base em ensaios de tracção realizados sobre borracha. O passo de leitura das imagens foi identificado, inicialmente, como o parâmetro de maior impacto sobre a qualidade dos resultados, tendo-se levado sempre em conta a sua influência durante a análise de cada uma das outras variáveis. A definição de *subsets* de dimensões adequadas e a utilização de resolução local suficientemente elevada sobre a área do provete permitem a obtenção de bons resultados, mesmo no acompanhamento de pontos que se deslocam a velocidade mais baixa, nos quais o algoritmo revela maiores dificuldades.

Controlado todo o procedimento e definidos os valores adequados a atribuir aos parâmetros inerentes ao algoritmo, o método foi aplicado com sucesso no ensaio de tração de amostras de PDMS, um biomaterial com propriedades de hiperelasticidade de aplicação comum no âmbito de Engenharia Biomédica.

Palavras-chave: Correlação Digital de Imagem, Hiperelasticidade, Biomateriais, Algoritmo, Deformação

Development of Digital Image Correlation Algorithm for Large Deformation Analysis

Abstract

Despite the high performance of Digital Image Correlation (DIC) in the analysis of materials under low deformations, mechanical testing of biomaterials represents a challenge to the existing DIC techniques. The non-linear behavior and the hyperelastic properties typical of this class of materials make it more difficult to execute the whole matching process. The successful implementation of Digital Image Correlation method in this situation could mean an important contribution not only in the study of typical hyperelastic materials, but also, for example, in the study of biological tissues related to the human anatomy.

This dissertation, part of the Masters Degree in Mechanical Engineering of the Faculty of Engineering of the University of Porto, has as its main goal the development of an algorithm, based on Digital Image Correlation principles, able to being applied to the study of hyperelastic materials and able to retrieve information about respective displacement and deformation fields.

After designing and implementing the procedure, the evaluation of the influence of the various parameters involved – like subset dimensions, image loading step, resolution – was achieved through tensile testing carried out over rubber samples. The image loading step was identified, initially, as the variable with greater impact on the quality of results and which influence was always taken into account during the analysis of each of the other variables. The definition of subsets with appropriate dimensions and the use of sufficiently high local resolution on the area of the specimen allow to obtain good results even when tracking points are moving at lower speed, in which the algorithm reveals more difficulty.

Analyzed and improved the procedure and set the appropriate values to assign to the parameters within the algorithm, the method was successfully applied in the tensile test of PDMS, a hyperelastic biomaterial often used in biomedical applications.

Keywords: Digital Image Correlation, Hyperelasticity, Biomaterials, Algorithm, Deformation

Agradecimentos

Em primeiro lugar, endereço um agradecimento especial ao Doutor Pedro Martins, meu orientador na execução deste projeto, pela disponibilidade evidenciada em todos os momentos, pela confiança e pelo interesse, e pelas sugestões e conselhos sem os quais completar este trabalho não teria sido, de todo, possível.

Agradeço também a todos os que desenvolvem o seu trabalho no Laboratório de Biomecânica, nomeadamente a Rita Martins, o Paulo Rocha e o Francisco Pereira, pela simpatia com que me receberam e por toda a ajuda prestada durante o trabalho experimental.

À Nilza Ramião, pelo fornecimento dos dados do seu trabalho, bem como pela disponibilidade para ajudar e resolver quaisquer dúvidas.

À minha família, por todo o apoio e pelo interesse demonstrado ao longo de todas as fases.

Aos amigos que, perto ou longe, me conseguiram aguentar e manter bem-disposto durante todos os momentos, mesmo naqueles mais complicados. Sem eles, nada disto teria sido possível.

Índice de Conteúdos

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 1 |
| 1.1 | Contexto e Objetivos | 1 |
| 1.2 | Introdução à Correlação Digital de Imagem..... | 3 |
| 1.3 | Estrutura da Dissertação | 4 |
| | | |
| 2 | Correlação Digital de Imagem..... | 7 |
| 2.1 | Imagens Digitais | 7 |
| 2.2 | Princípios Fundamentais..... | 9 |
| 2.3 | Operações de Vizinhança e Filtragem Espacial..... | 15 |
| 2.4 | Algoritmos Sub-Pixel | 17 |
| 2.4.1 | Método da Superfície de Ajustamento da Função Custo | 17 |
| 2.4.2 | Método de Newton-Raphson..... | 19 |
| 2.4.3 | Algoritmo de Lucas-Kanade..... | 20 |
| | | |
| 3 | Teoria não Linear da Elasticidade e Hiperelasticidade | 25 |
| 3.1 | Introdução à Mecânica dos Meios Contínuos..... | 25 |
| 3.2 | Gradiente de Deformação | 26 |
| 3.3 | Tensores de Deformação | 28 |
| 3.4 | Análise de Tensões | 29 |
| 3.5 | Hiperelasticidade | 31 |
| 3.6 | Isotropia e Incompressibilidade | 33 |
| 3.7 | Modelos Materiais | 36 |
| | | |
| 4 | Desenvolvimento do Algoritmo | 39 |
| 4.1 | Requisitos..... | 39 |
| 4.2 | Procedimento Experimental..... | 41 |
| 4.2.1 | Equipamento..... | 41 |
| 4.2.2 | Material Ensaiado | 43 |
| 4.2.3 | Ensaio Experimental..... | 44 |
| 4.3 | Estrutura do Algoritmo | 47 |
| 4.3.1 | Procedimentos Alternativos..... | 54 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5 | Desempenho do Algoritmo..... | 57 |
| 5.1 | Análise Preliminar | 57 |
| 5.2 | Importância do Passo | 63 |
| 5.3 | Parâmetros Inerentes ao Algoritmo | 66 |
| 5.3.1 | Influência da Função Custo | 66 |
| 5.3.2 | Influência das Dimensões do Subset | 71 |
| 5.3.3 | Influência das Dimensões da Região de Busca | 75 |
| 5.4 | Parâmetros Externos | 78 |
| 5.4.1 | Influência da Velocidade Local | 78 |
| 5.4.2 | Influência da Resolução Local | 83 |
| 5.4.3 | Influência da Cadência de Aquisição | 90 |
| 5.4.4 | Influência do <i>Speckle</i> | 90 |
| 5.5 | Conclusões | 91 |
| 6 | Aplicação do procedimento a amostras de PDMS..... | 93 |
| 6.1 | Resultados | 96 |
| 6.2 | Conclusões | 98 |
| 7 | Conclusões | 99 |
| 8 | Referências Bibliográficas | 103 |
| | ANEXOS | 105 |
| | ANEXO A – Aplicação MATLAB | 107 |
| A.1 | Interface | 108 |
| A.2 | Seleção das Fotos..... | 109 |
| A.3 | Função de Calibração do Passo | 110 |
| A.4 | Função de Acompanhamento das Posições de Referência | 112 |
| A.5 | Geração dos Campos de Deslocamentos e Deformações | 113 |

Índice de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 2.1 - Referencial típico em processamento de imagem, à esquerda, e referencial usado em MATLAB, à direita (adaptado de [2])..... | 8 |
| Figura 2.2 - Divisão de uma imagem colorida nas três componentes RGB (adaptada de [2])...9 | |
| Figura 2.3 - Montagem para a medição experimental de deslocamentos através de DIC [4].. | 10 |
| Figura 2.4 - Deslocamento de um <i>subset</i> de pixels durante deformação (adaptado de [3])..... | 10 |
| Figura 2.5 - Dificuldades de correspondência em superfície com padrão repetitivo | 11 |
| Figura 2.6 - Exemplos de padrões <i>speckle</i> [5]..... | 12 |
| Figura 2.7 - Valor da função custo em função do ângulo de rotação do <i>subset</i> (adaptado de [5]) | 13 |
| Figura 2.8 - Princípio de DIC para determinação do campo de deformações [1] | 14 |
| Figura 2.9 - Filtragem de imagem $f(x,y)$ através de uma máscara de 3*3 pixels (adaptado de [2]) | 15 |
| Figura 2.10 - Solução para deslocamento inteiro e respetiva vizinhança (adaptado de [9]) | 18 |
| Figura 2.11 - Deformação de um <i>subset</i> (adaptado de [9]) | 19 |
| Figura 3.1 - Movimento geral de um corpo deformável (adaptado de [24])..... | 26 |
| Figura 3.2 - Deformação de um elemento de em λde (adaptado de [23]) | 28 |
| Figura 3.3 - Vectores de tracção com aplicação em elementos de superfície infinitesimais (adaptado de [23])..... | 30 |
| Figura 4.1 - Montagem experimental completa: máquina de ensaios biaxial e câmara..... | 42 |
| Figura 4.2 - Imagem captada pela câmara durante a execução de um ensaio de tração..... | 43 |
| Figura 4.3 - Representação da secção reta dos provetes utilizados | 44 |
| Figura 4.4 - <i>Speckle</i> criado com tinta em <i>spray</i> | 45 |
| Figura 4.5 - Montagem de provete de PDMS..... | 46 |
| Figura 4.6 - Amarras e suporte de montagem | 46 |
| Figura 4.7 - Curva $\sigma-\lambda$ obtida no ensaio de tração de borracha..... | 47 |
| Figura 4.8 - Representação gráfica do <i>subset</i> (a vermelho) e da Região de Busca (a azul) | 49 |
| Figura 4.9 - <i>Flowchart</i> com a sequência de etapas fundamentais do algoritmo | 51 |
| Figura 4.10 - Representação dos pixels de referência e segmento de reta inicial, de comprimento l_i pixels (a azul) | 53 |
| Figura 4.11 - Representação dos pixels de referência e segmento de reta final, de comprimento l_f pixels (a vermelho)..... | 53 |
| Figura 4.12 - Representação do segmento de reta entre os pixels de referência em diferentes fases do ensaio de tração (5 mm/min) | 54 |

| | |
|--|----|
| Figura 5.1 - Relação considerada entre distância axial ao centro do provete (a) e velocidade local (v_{local})..... | 59 |
| Figura 5.2 - Curva σ vs. λ obtida no ensaio de tração de borracha, com velocidade 5 mm/min por atuador..... | 60 |
| Figura 5.3 - Posições de referência consideradas. 1: pontos afastados; 2: pontos próximos ... | 60 |
| Figura 5.4 - Influência do <i>step</i> no cálculo do stretch. 1: pontos afastados ($v=3.67$ mm/min); 2: pontos próximos ($v=1.25$ mm/min)..... | 64 |
| Figura 5.5 - Representação do <i>subset</i> e da Região de Busca..... | 66 |
| Figura 5.6 - Pares de pontos de referência afastados (1) e próximos (2) | 66 |
| Figura 5.7 - Influência do tipo de Função Custo. 1: SSD; 2:NCC; 3: ZSSD; 4: NSSD..... | 68 |
| Figura 5.8 - Influência do tipo de Função Custo. 1: SSD; 2:NCC; 3: ZSSD; 4: NSSD..... | 70 |
| Figura 5.9 - Influência da dimensão do <i>subset</i> (com $v=3.67$ mm/min). 1: 7x7; 2: 11x11; 3: 17x17 | 72 |
| Figura 5.10 - Provete de largura 3 mm e pixels de referência iniciais | 73 |
| Figura 5.11 - Resultados com <i>subset</i> 11x11 num provete de largura 3 mm..... | 74 |
| Figura 5.12 - Influência da dimensão do <i>subset</i> (com $v=1.25$ mm/min). 1: 11x11; 2: 17x17 . | 75 |
| Figura 5.13 - Provete utilizado no ensaio a 10 mm/min e pixels de referência iniciais | 75 |
| Figura 5.14 - Influência da dimensão da Região de Busca. 1: 7x7; 2: 13x13; 3: 21x21 | 76 |
| Figura 5.15 - Posições de referência consideradas. 1: pontos afastados; 2: pontos próximos . | 78 |
| Figura 5.16 - Resultados de ensaio $v_{act}=2.5$ mm/min. 1: 1.74 mm/min; 2: 0.58 mm/min | 80 |
| Figura 5.17 - Resultados de ensaio $v_{act}=5$ mm/min. 1: 3.67 mm/min; 2: 1.25 mm/min | 80 |
| Figura 5.18 - Resultados de ensaio $v_{act}=10$ mm/min. 1: 7.06 mm/min; 2: 2.52 mm/min | 80 |
| Figura 5.19 - Resultados de ensaio $v_{act}=15$ mm/min. 1: 10.68 mm/min; 2: 3.81 mm/min | 81 |
| Figura 5.20 - <i>Frame</i> inicial com resolução total de 921600 pixels | 84 |
| Figura 5.21 - <i>Frame</i> inicial com resolução total de 230400 pixels | 84 |
| Figura 5.22 - Influência da resolução total da imagem. 1: 921600 pixels; 2: 230400 pixels... | 85 |
| Figura 5.23 - Montagem utilizada para obtenção de imagens com maior resolução local..... | 86 |
| Figura 5.24 - <i>Frame</i> inicial obtido com novo <i>setup</i> e pixels de referência iniciais ($v=3.67$ mm/min) | 86 |
| Figura 5.25 - Curva σ vs. λ obtida no ensaio de tração da borracha (rotura não atingida)..... | 87 |
| Figura 5.26 - Relação entre o <i>stretch</i> λ final e o passo <i>step</i> utilizado (com $v=3.67$ mm/min) | 87 |
| Figura 5.27 - <i>Frame</i> inicial obtido com novo <i>setup</i> e pixels de referência iniciais ($v=1.25$ mm/min) | 88 |
| Figura 5.28 - Relação entre o <i>stretch</i> λ final e o passo <i>step</i> utilizado (com $v=1.25$ mm/min) | 89 |
| Figura 6.1 - Provetes ensaiados de PDMS liso (à esquerda) e texturado (à direita) | 94 |

| | |
|---|-----|
| Figura 6.2 - Representação da secção reta dos provetes de PDMS | 94 |
| Figura 6.3 - Curva σ - λ relativa ao PDMS liso..... | 95 |
| Figura 6.4 - Curva σ - λ relativa ao PDMS texturado | 95 |
| Figura 6.5 - Posições de referência para PDMS liso. 1: pontos afastados; 2: pontos próximos | 95 |
| Figura 6.6 - Posições de referência para PDMS texturado. 1: pontos afastados; 2: pontos próximos..... | 95 |
| Figura 6.7 - Relação entre <i>stretch</i> e passo: PDMS liso. 1: pontos afastados (11x11); 2: pontos próximos (13x13) | 96 |
| Figura 6.8 - Relação entre <i>stretch</i> e passo: PDMS texturado. 1: pontos afastados (11x11); 2: pontos próximos (19x19)..... | 97 |
| Figura A.1 - Representação esquemática da sequência de operações da aplicação | 107 |
| Figura A.2 - Interface Inicial do Programa..... | 108 |
| Figura A.3 - Janela de seleção da primeira imagem..... | 110 |
| Figura A.4 - Janela de seleção dos extremidades do provete | 111 |
| Figura A.5 - Diagramas <i>stretch-step</i> . 1: pontos afastados; 2: pontos próximos..... | 111 |
| Figura A.6 - Exemplo de pontos selecionados pelo utilizador | 113 |
| Figura A.7 - Pontos de Referência para geração de campo de deslocamentos | 113 |
| Figura A.8 - Interface preenchida com número de sub-regiões | 114 |
| Figura A.9 - Exemplo de Região de Interesse válida | 114 |
| Figura A.10 - Exemplo de campo de deslocamentos u obtido no ensaio de tração da borracha | 114 |
| Figura A.11 - Exemplo de campo de deformações ϵ_{xx} obtido no ensaio de tração da borracha | 114 |

Índice de Tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 4.1 - Dimensões da secção reta dos provetes utilizados | 44 |
| Tabela 5.1 - Parâmetros Internos e Externos a analisar | 57 |
| Tabela 5.2 - Condições padrão para avaliação da influência de cada parâmetro | 61 |
| Tabela 5.3 - Influência da dimensão da Região de Busca SZ | 61 |
| Tabela 5.4 - Influência da dimensão do <i>subset</i> | 61 |
| Tabela 5.5 - Influência do passo de leitura das imagens | 61 |
| Tabela 5.6 - Condições padrão para avaliação da influência de cada parâmetro | 62 |
| Tabela 5.7 - Influência da dimensão da Região de Busca SZ | 62 |
| Tabela 5.8 - Influência da dimensão do <i>subset</i> | 62 |
| Tabela 5.9 - Influência do passo de leitura das imagens | 63 |
| Tabela 5.10 - Condições padrão para avaliação da influência do step | 64 |
| Tabela 5.11 - Condições padrão para avaliação da influência da Função Custo (com $v=3.67$ mm/min) | 67 |
| Tabela 5.12 - Análise estatística das zonas de estabilidade com diferentes Funções Custo | 69 |
| Tabela 5.13 - Condições padrão para avaliação da influência da Função Custo (com $v=1.25$ mm/min) | 70 |
| Tabela 5.14 - Condições padrão para avaliação da influência da dimensão do <i>subset</i> (com $v=3.67$ mm/min) | 71 |
| Tabela 5.15 - Análise estatística das zonas de estabilidade com diferentes dimensões do <i>subset</i> | 72 |
| Tabela 5.16 - Condições padrão para avaliação da influência da dimensão do <i>subset</i> num provete de 3 mm de largura | 73 |
| Tabela 5.17 - Condições padrão para avaliação da influência da dimensão do <i>subset</i> (com $v=1.25$ mm/min) | 74 |
| Tabela 5.18 - Condições padrão para avaliação da influência da dimensão da Região de Busca | 76 |
| Tabela 5.19 - Análise estatística das zonas de estabilidade com diferentes dimensões da Região de Busca | 77 |
| Tabela 5.20 - Velocidades locais analisadas em cada velocidade de ensaio | 79 |
| Tabela 5.21 - Condições padrão para avaliação da influência da velocidade local | 79 |
| Tabela 5.22 - Análise estatística das zonas de estabilidade com diferentes velocidades locais, para pixels de referência afastados | 81 |
| Tabela 5.23 - Análise estatística das zonas de estabilidade com diferentes velocidades locais, para pixels de referência próximos | 82 |
| Tabela 5.24 - Análise estatística das zonas de estabilidade com resolução de 921600 pixels | 85 |

| | |
|---|----|
| Tabela 5.25 - Análise estatística da zona de estabilidade obtida com nova montagem ($v=3.67$ mm/min) | 87 |
| Tabela 5.26 - Análise estatística da zona de estabilidade obtida com nova montagem ($v=1.25$ mm/min) | 89 |
| Tabela 6.1 - Dimensões dos provetes de PDMS e comprimento inicial de referência..... | 94 |
| Tabela 6.2 - Condições padrão utilizadas para o estudo do PDMS..... | 96 |
| Tabela 6.3 - Análise estatística das zonas de estabilidade: PDMS liso..... | 97 |
| Tabela 6.4 - Análise estatística das zonas de estabilidade: PDMS texturado | 97 |

Simbologia

| | |
|-------------|--|
| A | Área da secção recta |
| A_λ | Amplitude de λ |
| c | Coordenada coluna |
| C | Função custo |
| C | Tensor de Cauchy-Green à direita |
| d | Distância euclideana |
| f | Imagem de referência |
| F | Tensor gradiente de deformação |
| g | Imagem deformada |
| H | Matriz Hessiana |
| I | Matriz identidade |
| I_i | Invariantes principais do Tensor de Cauchy à Direita |
| J | Determinante do tensor gradiente de deformação |
| l | Comprimento |
| M | Número de linhas da Região de Busca |
| m | Número de linhas do <i>subset</i> |
| N | Número de colunas da Região de Busca |
| n | Número de colunas do <i>subset</i> |
| P | Primeiro Tensor de Piola Kirchhoff |
| p_i | Parâmetros associados à transformação geométrica de um <i>subset</i> |
| r | Coordenada linha |
| S | Segundo Tensor de Piola Kirchhoff |
| s | Superfície de ajustamento |
| t | Espessura |
| u | Deslocamento segundo Ox |
| v | Deslocamento segundo Oy |
| v | Velocidade |
| W | Função de forma do <i>subset</i> |
| w | Largura |
| x | Coordenada horizontal |
| x' | Coordenada horizontal após deformação |
| y | Coordenada vertical |

| | |
|------------------|---|
| y' | Coordenada vertical após deformação |
| ε | Deformação |
| λ | <i>Stretch</i> |
| $\bar{\lambda}$ | λ médio |
| λ_i | <i>Stretches</i> principais |
| μ | Módulo de corte |
| σ | Tensão |
| σ | Tensor das tensões de Cauchy |
| σ_λ | Desvio padrão de λ |
| Ψ | Função de energia livre de Helmholtz (função energia de deformação) |

1 Introdução

1.1 Contexto e Objetivos

A presente dissertação insere-se no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, especialização de Projeto e Construção Mecânica, e tem como principais objetivos o desenvolvimento e implementação de algoritmos de Correlação Digital de Imagem capazes de captar com sucesso os campos de deslocamentos de biomateriais sujeitos a grandes deformações.

A Correlação Digital de Imagem (DIC) é um método ótico de análise experimental de deformações cuja aplicabilidade e fiabilidade tem sofrido um desenvolvimento acentuado desde a sua criação, na década de 80 do século XX. Consiste numa técnica *full-field*, de meios não destrutivos, e que assenta os seus princípios de funcionamento na comparação entre imagens digitais obtidas durante a deformação de um corpo que será objeto de estudo.

Nomeadamente no domínio dos materiais sujeitos a pequenas deformações, como os materiais tipicamente associados à Engenharia Mecânica, as técnicas de DIC apresentam elevado desempenho, existindo inclusivamente *softwares* comerciais concebidos para o efeito. No entanto, no caso de materiais sujeitos a grandes deformações, entre os quais biomateriais com propriedades de hiperelasticidade, a qualidade dos resultados obtidos com recurso à técnica pode deixar muito a desejar. O comportamento altamente não linear, e muitas vezes não homogéneo, destes materiais dificulta todos os procedimentos de correlação entre imagens, revelando-se um obstáculo ao sucesso da aplicação da técnica.

Porém, a aplicação, com sucesso, de procedimentos de Correlação Digital de Imagem a materiais submetidos a elevadas deformações pode constituir uma ferramenta muito importante para o estudo do respetivo comportamento e para a análise das alterações ocorridas durante o processo de deformação.

Neste contexto, pretende-se desenvolver, com base nos princípios fundamentais da Correlação Digital de Imagem, um procedimento algorítmico passível de ser aplicado com sucesso em materiais hiperelásticos e que permita a caracterização, em termos de deslocamentos e deformações, do processo de deformação de materiais hiperelásticos. A componente experimental deste trabalho desenrola-se no Laboratório de Biomecânica do INEGI, e espera-se que o resultado do trabalho desenvolvido possa contribuir para outros projetos de investigação em curso. No limite, pretende-se ainda que, no futuro, o algoritmo a desenvolver possa ser aplicado no estudo de tecidos biológicos, cujas características e implicações dos ensaios representam desafios ainda maiores para as técnicas de DIC, sendo que este poderá ser um ponto de partida para, a médio prazo, se atingir esse objetivo maior.

Assim sendo, é proposto neste documento um procedimento, programado em MATLAB, que tem em vista a avaliação do estado de deformação de um material hiperelástico submetido a um ensaio de tração uniaxial. O algoritmo foi testado e desenvolvido com base em ensaios realizados sobre provetes de borracha, a partir dos quais se verifica a influência de diversos parâmetros quer intervenientes no próprio algoritmo, quer decorrentes das condições de ensaio e equipamento. O passo de leitura das imagens (isto é, o número de *frames* compreendidos entre dois *frames* processados) é identificado como o parâmetro de maior importância na qualidade dos resultados obtidos, sendo que todo o procedimento de testes é conduzido no sentido de minimizar o impacto da variável passo sobre os resultados obtidos. Variáveis inerentes ao algoritmo devem ser definidas em função das condições de ensaio, enquanto que, no que diz respeito aos parâmetros externos, o acompanhamento de pontos que se deslocam a velocidade inferior produz resultados mais instáveis, situação que pode ser resolvida com um aumento da resolução local decorrente do *setup* e do CCD utilizado.

Controlada a influência de cada parâmetro, o algoritmo pode ser aplicado com sucesso a biomateriais, como atestam os ensaios realizados sobre PDMS e os resultados daí obtidos.

No caso específico desta dissertação e do trabalho envolvido, define-se como objetivos fundamentais os seguintes:

- Efetuar uma pesquisa bibliográfica relativa à Correlação Digital de Imagem;

- Desenvolver procedimento algorítmico que permita captar movimentos de pontos na superfície de materiais hiperelásticos;
- Expandir esse conceito por forma a se obter valores de deslocamento e deformação dentro das fronteiras de um corpo de prova hiperelástico;
- Aperfeiçoar e validar algoritmo concebido através da execução de testes em materiais hiperelásticos;
- Aplicar o procedimento a biomateriais.

1.2 Introdução à Correlação Digital de Imagem

A Correlação Digital de Imagem é um método ótico, não destrutivo e que requer reduzida preparação dos provetes, de determinação experimental de deformações. Os princípios fundamentais da técnica assentam na comparação de imagens digitais obtidas antes e após a deformação do corpo e no estabelecimento de correspondência entre essas de modo a, a partir daí, se concluir acerca das alterações ocorridas na superfície e, por consequência, se determinar deslocamentos e deformações. As imagens podem ser captadas por uma câmara/CCD inserida numa montagem adequada e que permita a visualização da superfície sob análise.

O estabelecimento de correspondências entre regiões da imagem não deformada e regiões da imagem deformada é o processo fundamental numa análise por Correlação Digital Imagem. Isto é, selecionado um ponto na imagem inicial, pretende-se determinar a sua nova posição na imagem deformada. A determinação de uma correspondência implica levar em conta não só o ponto procurado, mas um conjunto de $m \times n$ pixels na vizinhança desse ponto. A distribuição de intensidades nessa região – *subset* – é depois comparada com as de todas as regiões passíveis de ser definidas na imagem final, no sentido de encontrar a melhor correspondência.

De forma a garantir a singularidade de cada região de um corpo do material estudado, é necessário aplicar sobre a sua superfície um padrão – *speckle* – aleatório, sendo essa a única fase de preparação de um provete a ensaiar com o objetivo de ser estudado através de DIC. Aliás, em diversos casos, esta etapa nem é sequer necessária,

desde que o material em estudo apresente, na sua superfície, algum tipo de padrão ou textura que constitua um *speckle* natural. O caso da pele (entre outros materiais biológicos), com os seus poros e irregularidades locais, poderá constituir um exemplo deste fenómeno.

Da diferença entre as posições de um dado ponto material nas imagens inicial e final, calcula-se o deslocamento sofrido por esse ponto. Estendendo esse procedimento a múltiplos pontos na superfície de um corpo em deformação, é possível determinar uma aproximação ao campo de deslocamentos presente.

1.3 Estrutura da Dissertação

Em primeiro lugar, é realizada uma revisão bibliográfica incidente sobre os temas a abordar ao longo do trabalho. No capítulo 2, é feita uma descrição detalhada sobre Correlação Digital de Imagem, envolvendo os princípios de funcionamento, a introdução de conceitos relativos ao tema e a apresentação de algoritmos sub-pixel de aplicação elevada no âmbito de engenharia. No capítulo 3, faz-se uma contextualização relativa à Mecânica dos Sólidos Não Linear, com destaque para a hiperelasticidade e modelos hiperelásticos.

No capítulo 4, é apresentada a conceção do algoritmo desenvolvido, os requisitos que este deve preencher, o procedimento experimental adotado para testar os resultados e as etapas que compõem todo o processo entre a seleção dos pontos a estudar e a obtenção dos deslocamentos e deformações.

No capítulo 5, testa-se o algoritmo desenvolvido, verifica-se de que forma a alteração de parâmetros internos e externos a este influencia a qualidade dos resultados e conclui-se acerca das condições e definições mais favoráveis para a utilização do algoritmo.

No capítulo 6, cumpre-se o objetivo de aplicar o algoritmo a biomateriais, avaliando-se o seu desempenho e as condições que podem influenciar ou não a sua aplicação a este tipo de materiais.

No sétimo capítulo, são expostas todas as conclusões retiradas durante e após a realização do trabalho, bem como descritas propostas de trabalhos futuros no âmbito deste projeto.

Por fim, são apresentados em anexo a interface e o funcionamento de uma aplicação MATLAB criada com base no procedimento algorítmico desenvolvido e testado nos capítulos anteriores.

2 Correlação Digital de Imagem

2.1 Imagens Digitais

Uma imagem digital consiste num conjunto finito de elementos – comumente designados pixels – que tem, cada um deles, associado a si mesmo uma posição (x,y) e uma intensidade.

Mais precisamente, uma imagem pode ser definida como uma função bidimensional que associa a cada par de valores (x,y) – par esse que representa as coordenadas da posição do elemento na imagem – uma intensidade $f(x,y)$.

No caso de imagens monocromáticas, essa intensidade é muitas vezes referida como nível de cinza (*gray level*). Os valores dessa escala de cinza (*gray scale*) dependem do número de bits usado. Por exemplo, numa escala representada por 8 bits, existe 2^8 combinações possíveis, pelo que os valores extremos da escala de cinza são 0 (preto) e 255 (branco), sendo que todos os valores intermédios representam diferentes tons de cinza.

Em termos gerais, uma imagem poderá ser contínua quer em termos espaciais quer no que diz respeito às intensidades. Como se poderá depreender dos parágrafos anteriores, a sua conversão para uma imagem digital requer um processo de discretização. Discretização em posições (x,y) de valor inteiro que originarão os pixels, designada amostragem, e discretização das intensidades num valor inteiro da escala de cinza, designada quantização.

Como tal, uma imagem digital poderá ser entendida como uma matriz de números em que quer as posições quer os números que representam a intensidade $f(x,y)$ assumem quantidades discretas e finitas [2].

No que respeita aos referenciais e aos sistemas coordenados, e fazendo desde já a associação ao *software* a utilizar na componente prática, o MATLAB utiliza, em vez de x e y , a notação r e c que correspondem, respetivamente, a linhas (*rows*) e colunas (*columns*), com origem no elemento $(1,1)$, tal como apresentado na figura 2.1 [2].

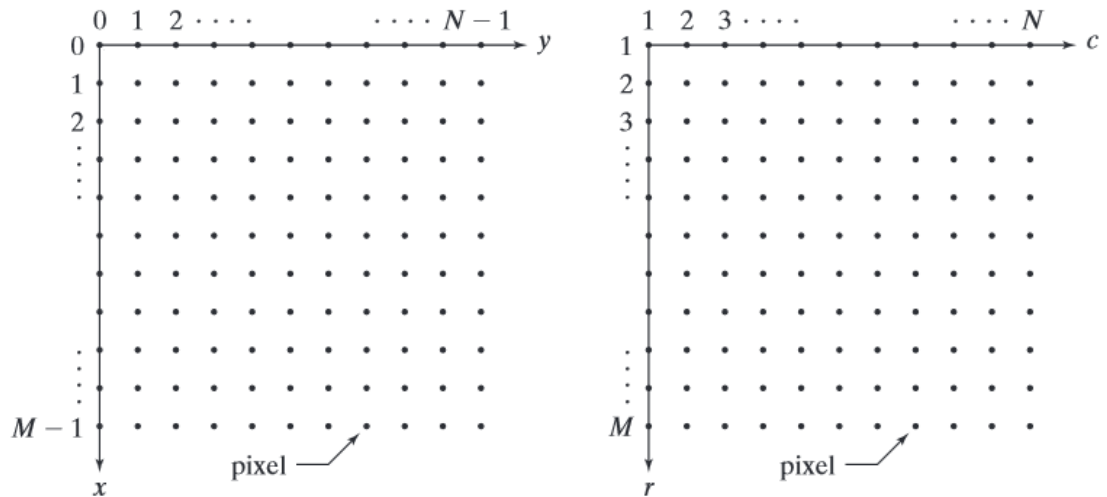


Figura 2.1 - Referencial típico em processamento de imagem, à esquerda, e referencial usado em MATLAB, à direita (adaptado de [2])

Então, uma imagem digital é representada por um *array* em que cada elemento se designa um pixel e tem o valor da intensidade nesse ponto.

$$f = \begin{bmatrix} f(1,1) & f(1,2) & \dots & f(1,N) \\ f(2,1) & f(2,2) & \dots & f(2,N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(M,1) & f(M,2) & \dots & f(M,N) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

No caso de imagens a cores, o princípio visto anteriormente mantém-se. No entanto, ao invés de uma única matriz, uma imagem RGB é composta por um conjunto de três matrizes sobrepostas: uma que representa a componente vermelha (*Red*), uma que representa a componente verde (*Green*) e uma que representa a componente azul (*Blue*). Cada um dos elementos dessas matrizes contém a intensidade relativa a cada uma dessas cores, num formato semelhante ao da escala de cinza.

Como tal, cada pixel de uma imagem RGB é composto por uma combinação das intensidades das 3 componentes, sendo que diferentes combinações dessas três cores básicas (vermelho, verde e azul) resultam em diferentes cores do espectro.

Note-se que o sistema RGB não é o único para a representação de imagens a cores. Outros espaços de cores, como HSV, NTSC ou YCbCr, são utilizados em aplicações informáticas [2].

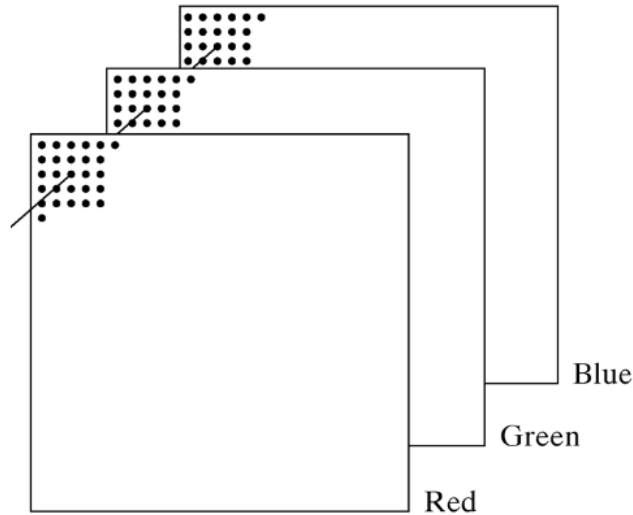


Figura 2.2 - Divisão de uma imagem colorida nas três componentes RGB (adaptada de [2])

2.2 Princípios Fundamentais

Os métodos experimentais de determinação e análise de deformações e tensões em Mecânica dos Sólidos têm muitas vezes como base a determinação dos campos de deslocamentos associados aos corpos em estudo. No contexto das técnicas experimentais de maior relevância incluem-se diversos métodos óticos como a interferometria de Moiré, fotoelasticidade e interferometria holográfica. No entanto, diversas limitações estão associadas a estas técnicas, limitações essas que se prendem nomeadamente com a necessidade de uma preparação exaustiva do corpo de teste ou respetiva adaptação à técnica a utilizar (casos das técnicas de fotoelasticidade e de Moiré), com resoluções limitadas ou com a complexidade de leitura dos resultados.

Neste sentido, e ainda no âmbito das técnicas óticas, ganha cada vez mais espaço a Correlação Digital de Imagem (DIC), com origem na década de 80 e elevado crescimento desde então. DIC é um método ótico não destrutivo, que requer reduzida – ou, nalguns casos, nenhuma – preparação do corpo a testar e equipamentos e *setup* simples e que assenta na comparação entre imagens digitais gravadas antes e após a deformação do corpo. Ainda assim, o método apresenta também algumas dificuldades relacionadas com o controlo de um conjunto de parâmetros de influência direta no

processo (como a dimensão dos *subset*) que introduzem algumas falhas em situações de concentração de tensões e deformação não homogénea. No entanto, o trabalho de diversos investigadores ao longo dos anos tem contribuído para a melhoria da exatidão das medições e para a redução das dificuldades associadas ao processo [3].

Como já se disse, a Correlação Digital de Imagem assenta na comparação entre as imagens antes e após a deformação. Estas imagens podem ser captadas recorrendo-se a uma câmara/CCD inserida num *setup* como o mostrado na figura 2.3.

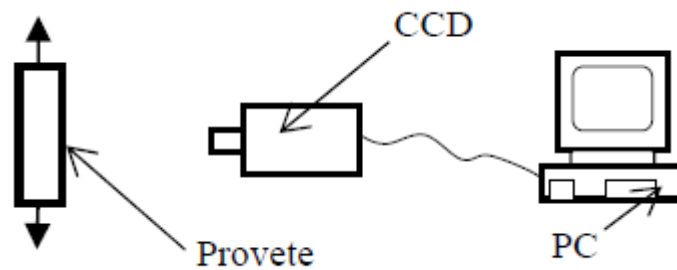


Figura 2.3 - Montagem para a medição experimental de deslocamentos através de DIC [4]

Recolhidas as imagens necessárias, o objetivo primordial do método passa por, selecionado um ponto na imagem digital não deformada, determinar a nova posição desse ponto na configuração deformada. Visto que as imagens são digitais, o ponto cujo *tracking* se pretende realizar é, na verdade, um pixel ao qual está associada uma posição na imagem e uma intensidade. No entanto, realizar o processo de *matching* com base na intensidade de um único pixel não faz sentido dado que, na imagem da configuração deformada, poderão existir centenas de pixels com a intensidade procurada.

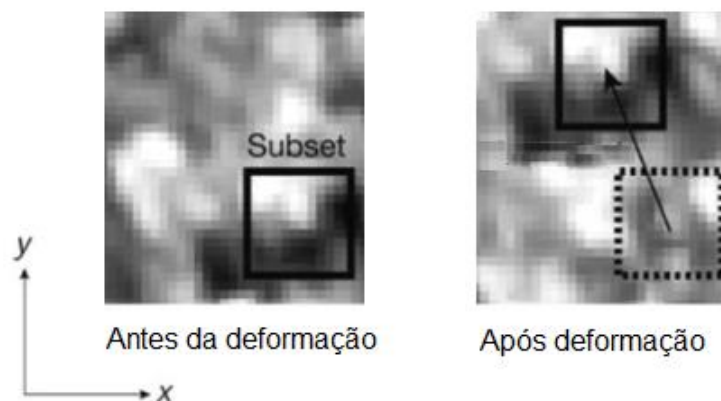


Figura 2.4 - Deslocamento de um *subset* de pixels durante deformação (adaptado de [3])

Para ultrapassar este problema, usa-se não apenas um pixel de referência, mas uma vizinhança de $m \times n$ pixels em torno desse. Essa região, designada regularmente como *subset*, providencia informação adicional e uma distribuição de intensidades de maior singularidade. O deslocamento pode depois ser determinado através da procura da região da imagem deformada que apresenta a mesma (ou a mais próxima) distribuição de intensidades do *subset* [3].

Porém, mesmo recorrendo-se à utilização de um *subset* em detrimento de um único pixel, a correspondência na imagem deformada poderá não ser única (por exemplo, no caso de a superfície apresentar um padrão repetitivo, figura 2.5, ou não existir sequer qualquer padrão na superfície), *The Correspondence Problem* [5].

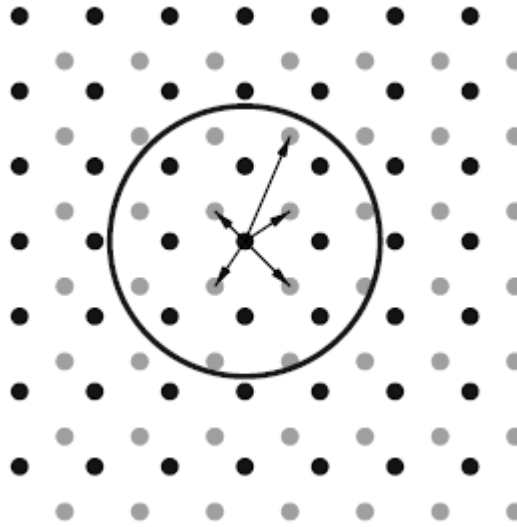


Figura 2.5 - Dificuldades de correspondência em superfície com padrão repetitivo

Assim sendo, a superfície do material deverá exibir certas propriedades, nomeadamente no que diz respeito ao padrão apresentado. A textura não deverá ter uma orientação preferida e ser, tal como referido, não periódica [5]. Uma solução passa então pela aplicação de um *speckle* aleatório, que poderá ser aplicado artificialmente, através, por exemplo, de uma tinta que adira à superfície e se deforme com esta sem interferir com as propriedades mecânicas do material em estudo.

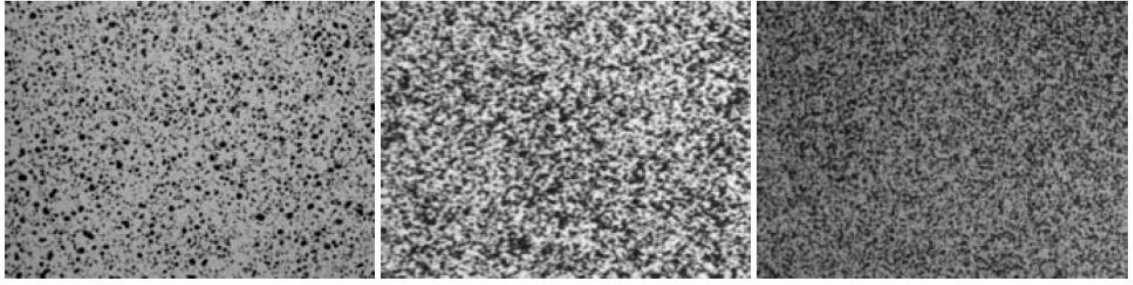


Figura 2.6 - Exemplos de padrões *speckle* [5]

Desta forma, toda a superfície possui informação suficiente para se realizar um processo de correspondência. Note-se, no entanto, que a qualidade do *speckle* pode ter grande influência na precisão das medições a efetuar. Desde logo, quanto menor o diâmetro dos grãos que compõem o padrão, melhor a resolução espacial [1]. Para além disso, a relação entre a dimensão do *subset* e o tamanho desses grãos é de vital importância para os resultados, pelo que a afinação do grão do *speckle* deve estar de acordo com o tamanho do *subset* e com a deformação esperada, o que pode ser complicado de garantir utilizando as técnicas de *spray* mais comuns [6].

Como já foi referido, a correspondência entre o *subset* da imagem de referência na imagem deformada é feita com recurso à identificação da região com distribuição de intensidades de maior similaridade com a do *subset*. Essa comparação entre o *subset* e cada região da imagem após deformação é feita com recurso a uma função custo cujo valor se pretende minimizar.

Entre as funções custo mais vulgarmente utilizadas, encontram-se a *Sum of Squared Differences* (SSD), a *Normalized Cross Correlation* (NCC), a *Zero-Mean Sum of Squared Differences* (ZSSD) e a *Normalized Sum of Squared Differences* (NSSD)[5]:

$$\mathbf{SSD}: C = \sum [f(x,y)^2 - g(x',y')^2] \quad (2.2)$$

$$\mathbf{NCC}: C = 1 - \frac{\sum f(x,y)g(x',y')}{\sqrt{\sum f(x,y)^2 \sum g(x',y')^2}} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{ZSSD}: C = \sum ((g(x',y') - \bar{g}) - (f(x,y) - \bar{f}))^2 \quad (2.4)$$

$$\text{NSSD: } C = \sum \left(\frac{\sum f(x,y)g(x',y')}{\sum g(x',y')^2} g(x',y') - f(x,y) \right)^2 \quad (2.5)$$

onde f e g representam as intensidades antes e depois da deformação, respectivamente, e (x,y) e (x',y') as coordenadas na imagem inicial e na imagem deformada. u e v representam as variações das coordenadas x e y , respectivamente.

$$x' = x + u \quad (2.6)$$

$$y' = y + v \quad (2.7)$$

A melhor correspondência encontra-se na região da imagem deformada que garante um valor mínimo da função custo.

Note-se que as dificuldades no processo de *matching* aumentam quando um corpo está sujeito não só a uma translação, mas também a rotações, corte ou deformações internas. Ou seja, um *subset* inicialmente quadrado pode assumir configurações diferentes na imagem deformada, que induz desconexões e dificulta o processo de correspondência.

Por exemplo, mesmo para pequenas rotações, a desconexão aumenta rapidamente, sendo que para rotações de 10° a desconexão é quase total [5].

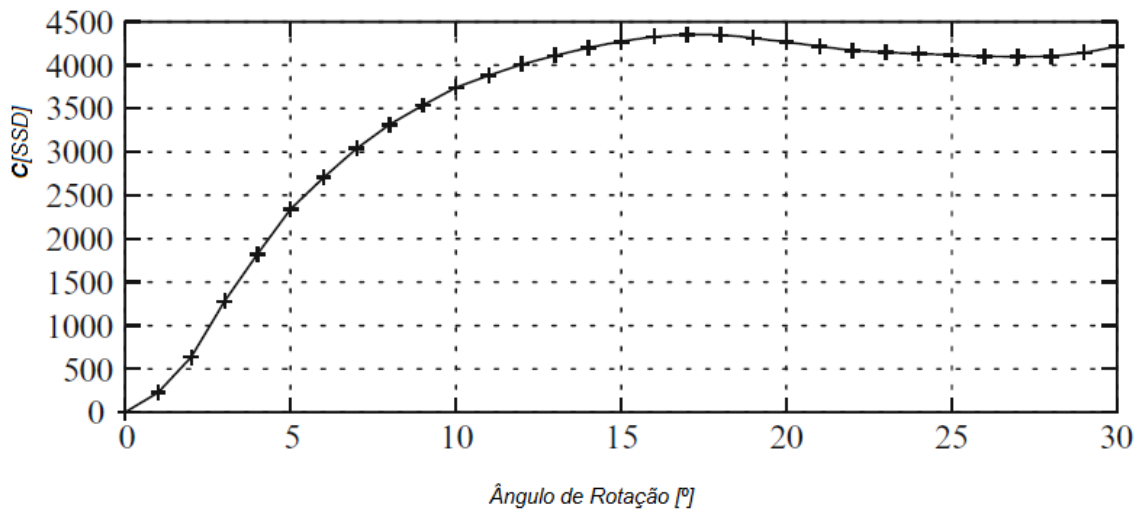


Figura 2.7 - Valor da função custo em função do ângulo de rotação do *subset* (adaptado de [5])

Este fenómeno de decorrelação é responsável por algumas das dificuldades no método da Correlação Digital de Imagem, nomeadamente em situações de concentração de tensões, de elevadas deformações ou de deformação não homogénea.

Neste contexto, foram desenvolvidos diversos métodos de maior exatidão e que levam em conta os deslocamentos de segunda ordem $\partial u/\partial x$ de forma a estimar, inclusivamente com maior resolução, as novas formas e posições do *subset* original.

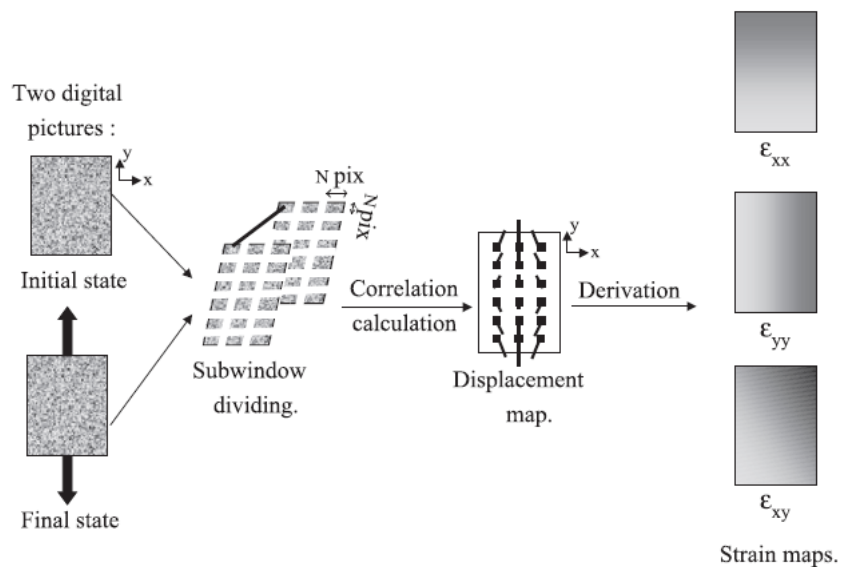


Figura 2.8 - Princípio de DIC para determinação do campo de deformações [1]

Sendo um método *full-field*, diversos vetores de deslocamento devem ser calculados no interior da região de interesse do corpo em análise. Como tal, o campo de deslocamentos total deve ser calculado subdividindo a imagem não deformada em vários *subsets*, calculando-se o deslocamento respetivo a cada um.

O campo de deformações deverá então ser obtido por derivação, a partir do campo de deslocamentos.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.8)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.9)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.10)$$

Dado que os deslocamentos são calculados em pontos discretos, esta diferenciação deverá ser numérica, conduzindo dessa forma ao campo de deformações.

2.3 Operações de Vizinhança e Filtragem Espacial

Como foi visto, o princípio fundamental da Correlação Digital de Imagem consiste em determinar a posição de um *subset* da imagem não deformada na imagem após deformação. Uma das formas mais básicas de realizar essa comparação consiste nas operações de filtragem espacial.

Essas operações de filtragem espacial, bastante utilizadas no domínio do processamento e aprimoramento da imagens [5], baseiam-se no deslizamento de uma máscara/filtro, de dimensões geralmente reduzidas, por cada pixel de uma imagem, estimando, em cada um, um valor de “resposta” associado à execução de um conjunto de operações matemáticas.

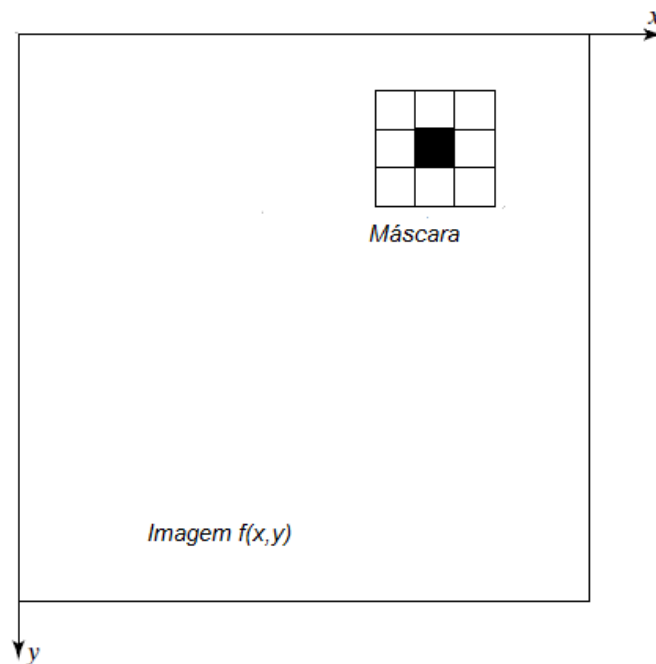


Figura 2.9 - Filtragem de imagem $f(x,y)$ através de uma máscara de 3*3 pixels (adaptado de [2])

Essa máscara corresponde a um conjunto de coeficientes ordenados sob a forma de uma matriz, de dimensão $m \times n$. O processo de filtragem passa por centrar essa máscara em cada pixel da imagem e definir a resposta da filtragem nesse como o resultado das operações entre os coeficientes e as intensidades dos pixels da região da imagem abrangida pela máscara. Apesar de não ser obrigatório, recomenda-se que a máscara possua dimensões ímpares, de modo a simplificar a centragem e a execução das operações:

$$m = 2a + 1 \quad ; \quad n = 2b + 1$$

sendo a e b números inteiros.

Dependendo do tipo de operação matemática realizada, a filtragem pode ser classificada em linear e não linear [5].

Este procedimento de filtragem pode então ser utilizado para realizar a comparação entre um *subset* e cada região de uma imagem. Para isso, basta que a máscara utilizada corresponda ao *subset* e que a operação realizada seja definida por uma das funções custo utilizadas em DIC, ou equivalente.

Esse processo de correspondência envolverá, então, um conjunto de passos:

- Definir a máscara como o *subset* a procurar;
- Em cada pixel da imagem;
 - centrar máscara;
 - calcular valor da função custo (p.e. **SSD**)
- Encarar pixel com valor mínimo da função custo como a melhor correspondência para o *subset* procurado.

Abordagens com base neste princípio foram implementadas com resultados satisfatórios, mesmo em aplicações com deformação plástica [7] e em tecidos biológicos hiperelásticos [8].

O estudo em [8] serviu efetivamente como referência para o presente trabalho, quer em termos do contexto de aplicação do algoritmo, quer do procedimento utilizado, que consiste na determinação da posição de uma máscara de pixel que representa o menor valor de uma função custo (no caso, o somatório das diferenças quadradas).

2.4 Algoritmos Sub-Pixel

Como é possível perceber, com o procedimento apresentado na secção anterior, consegue-se detetar movimentos do *subset* correspondentes a deslocamentos de um número inteiro de pixels, sendo que a resolução dessa medida é de um pixel.

Em diversas aplicações, nomeadamente em engenharia e na medição de deformações, pretende-se resoluções de medida tão elevadas quanto possível. Esse aumento de resolução pode ser alcançado através de um conjunto de estratégias: melhorar a resolução do CCD; utilizar maior ampliação na captura das imagens (que tem como contrapartida a redução de largura de campo); implementar algoritmos de DIC que permitam resoluções inferiores a um pixel (sub-pixel).

Esta última opção, referente à utilização de algoritmos sub-pixel, é vista como uma excelente alternativa para a melhoria de resolução das medidas, não só pela sua simplicidade, mas também pela sua eficácia, conseguindo-se resoluções na ordem dos 0.01 pixels [9]. É, porém, ainda mais relevante levar em conta o compromisso entre a precisão dos algoritmos e o tempo de processamento na utilização destes tipos de algoritmos.

No âmbito destes procedimentos de resolução sub-pixel, variadíssimos métodos e abordagens têm vindo a ser propostos na literatura, com melhores ou piores resultados (por exemplo, [10], [11], [12], [13] e [14]). Entre esses métodos, destacar-se-á, de seguida alguns dos mais populares e de maior eficiência [9].

2.4.1 Método da Superfície de Ajustamento da Função Custo

O procedimento sugerido por este método [9, 15] surge na sequência da determinação da solução do problema com resolução de número inteiro de pixels. Considere-se, então, que, como descrito anteriormente, se recorre ao cálculo da SSD, equação 2.11, (ou outro) para a determinação da posição do *subset* na imagem deformada.

$$C = \sum [f(x, y)^2 - g(x', y')^2] \quad (2.11)$$

Deteminada essa solução (com resolução de um pixel), procede-se então à determinação da solução sub-pixel.

Considere-se que a solução inteira corresponde ao ponto 1 da figura 2.10 e considere-se também os 8 pixels na sua vizinhança. Na figura encontra-se também representado o valor C da medida de correlação em cada um dos pontos.

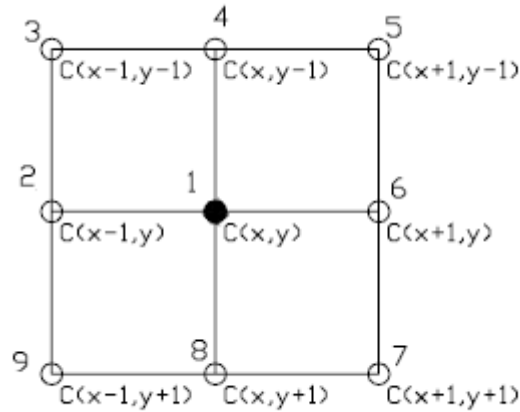


Figura 2.10 - Solução para deslocamento inteiro e respetiva vizinhança (adaptado de [9])

Os valores de C na vizinhança referida constituem uma superfície $s(x,y)$ ajustada aos mesmos. Essa superfície $s(x,y)$ consistirá numa função quadrática bidimensional com a forma

$$s(x,y) = a_1x^2 + a_2y^2 + a_3xy + a_4x + a_5y + a_6 \quad (2.12)$$

Dado que é conhecido o valor de $s(x,y)$ nos 9 pixels, dispõe-se assim de um sistema do tipo

$$[B]\{a\} = \{s\} \quad (2.13)$$

que permite a determinação dos 6 coeficientes a_i .

Obtida a expressão $s(x,y)$, procura-se o par (x,y) que minimiza o coeficiente de correlação C e que representará a solução sub-pixel do processo de correspondência do *subset*.

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial s}{\partial y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1x + a_3y + a_4 = 0 \\ 2a_2y + a_3x + a_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2a_4a_2 - a_5a_3}{a_3^2 - 4a_1a_2} \\ y = \frac{2a_5a_1 - a_4a_3}{a_3^2 - 4a_1a_2} \end{cases} \quad (2.14)$$

2.4.2 Método de Newton-Raphson

Este método, proposto inicialmente por Bruck et al. [16], utiliza uma abordagem iterativa para a determinação da posição do *subset* na imagem deformada, baseada no método de Newton-Raphson de correção das diferenças parciais.

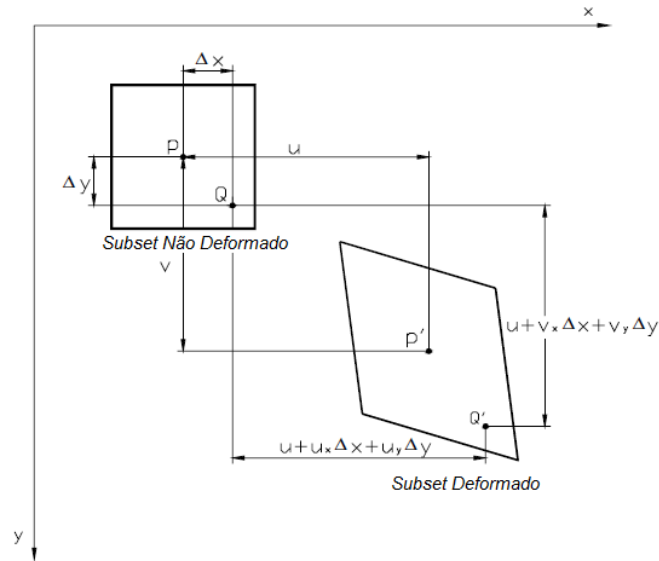


Figura 2.11 - Deformação de um *subset* (adaptado de [9])

Cada coordenada (x,y) da imagem não deformada assumirá uma nova posição (x',y') após deformação, sendo que os dois pares de coordenadas estarão relacionados:

$$x' = x + u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \quad (2.15)$$

$$y' = y + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y \quad (2.16)$$

em que u e v representam os deslocamentos horizontal e vertical do centro de *subset* e Δx e Δy as distâncias verticais de (x,y) ao centro do *subset*, como mostrado na figura 2.11. Na figura, u_x , u_y , v_x e v_y (notação usada com frequência no âmbito da Física) representam as derivadas $\partial u/\partial x$, $\partial u/\partial y$, $\partial v/\partial x$ e $\partial v/\partial y$, respetivamente.

O objetivo do processo de correlação passa por determinar os seis parâmetros $u, v, \partial u / \partial x, \partial v / \partial y, \partial u / \partial y$ e $\partial v / \partial x$ que minimizam uma dada função custo C . Ou seja, pretende-se determinar

$$\mathbf{P} = \{u \quad v \quad \partial u / \partial x \quad \partial u / \partial y \quad \partial v / \partial x \quad \partial v / \partial y\} \quad (2.17)$$

O método de Newton-Raphson baseia-se num processo iterativo que parte de uma estimativa inicial \mathbf{P}_0 (que pode ser obtida com uma procura fina de resolução inteira) que é atualizada através do uso de um fator de correção $\Delta \mathbf{p}$:

$$\nabla \mathbf{P}_i = -\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{P}_i) * \nabla(\mathbf{P}_i) \quad (2.18)$$

onde $\nabla(\mathbf{P}_i)$ representa a matriz Jacobiana com as derivadas de primeira ordem da função custo C e $\mathbf{H}(\mathbf{P}_i)$ a matriz Hessiana com as derivadas de segunda ordem.

Dessa forma, a estimativa para \mathbf{P} é atualizada, até se atingir a convergência, através de:

$$\mathbf{P}_{i+1} = \mathbf{P}_i + \Delta \mathbf{P}_i \quad (2.19)$$

2.4.3 Algoritmo de Lucas-Kanade

O algoritmo de Lucas-Kanade, cuja versão original foi proposta em 1981 [17], é um procedimento de alinhamento de imagens com largo impacto no âmbito da visão computacional e com aplicação em Correlação Digital de Imagem [5] e tem, então, como objetivo fundamental a determinação da posição de um *template* no interior de uma imagem. Desde a publicação da versão original, várias abordagens ([18], [19], [20], [21], entre outras) foram sendo propostas com base no mesmo conceito.

No que diz respeito ao método original, o objetivo passa por alinhar um *template* $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ com uma imagem $\mathbf{G}(\mathbf{x})$, onde $\mathbf{x}=(x,y)^T$ é referente à posição de cada pixel. No entanto, relativamente à Correlação Digital de Imagem, e como já foi explicado em secções anteriores, de uma imagem para a seguinte um *subset* (que corresponderá ao *template* procurado) poderá sofrer alterações de forma durante o processo de deformação de um corpo. Como tal, não se poderá procurar apenas o *template* exatamente com a sua forma inicial (a não ser que este tenha apenas sofrido uma translação), mas uma região da imagem que, no seu estado inicial, corresponda à forma

e distribuição de intensidades do *template*. A identificação de casos deste tipo pode ser conseguida com recurso à introdução do conceito de Funções de Forma (ou *warps*), $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p})$, associando a cada pixel de posição \mathbf{x} do *template* uma posição de resolução subpixel $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ na imagem, sendo \mathbf{p} representativo de um conjunto de parâmetros $\mathbf{p}=(p_1, p_2, p_3, \dots)^T$ associados à transformação geométrica a efetuar.

A posição entendida como correta do *template* na imagem é aquela que minimiza o quadrado das diferenças nas intensidades:

$$C = \sum [\mathbf{g}[\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p})] - \mathbf{f}(\mathbf{x})]^2 \quad (2.20)$$

Tem-se então como objetivo determinar a posição \mathbf{x} e o conjunto de parâmetros \mathbf{p} que minimizem a função custo C .

O número de parâmetros depende, como foi referido anteriormente, da transformação geométrica sofrida pelo *subset* durante a deformação. Por exemplo, no caso de ocorrer apenas uma translação ter-se-á:

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} x + p_1 \\ y + p_2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Em casos de transformações afins – cuja complexidade se adequa a deformações simples do *subset*, como rotações, corte e outras transformações lineares –, ter-se-á um conjunto de 6 parâmetros, de tal modo que:

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 + p_1 & p_3 & p_5 \\ p_2 & 1 + p_4 & p_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

A minimização da equação 2.20 é uma operação de minimização não linear, cuja resolução é conseguida iterativamente e que tem em vista a determinação de incrementos $\Delta \mathbf{p}$ aos parâmetros que minimizem C . Ou seja, procura-se o conjunto $\Delta \mathbf{p}$ que garanta a minimização de

$$C = \sum_{\mathbf{x}} [\mathbf{g}[\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p} + \Delta \mathbf{p})] - \mathbf{f}(\mathbf{x})]^2 \quad (2.23)$$

sendo que, em cada iteração, a atualização de \mathbf{p} é conseguida por $\mathbf{p} \leftarrow \mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}$ até se atingir a convergência dos parâmetros para um $\mathbf{p} = \mathbf{p}_{\text{opt}}$.

A linearização da expressão anterior poderá ser alcançada através de uma expansão em série de Taylor de primeira ordem:

$$\sum_{\mathbf{x}} \left[\mathbf{g}[\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p})] + \nabla \mathbf{g} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{p}} \Delta \mathbf{p} - \mathbf{f}(\mathbf{x}) \right]^2 \quad (2.24)$$

onde $\nabla \mathbf{g}$ denota o gradiente em $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ e $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{p}$ o Jacobiano do warp \mathbf{W} [21].

A minimização de 2.24 é um problema de mínimos quadrados, sendo que a derivada parcial em ordem a $\Delta \mathbf{p}$ e respetiva igualdade a 0 dará origem à expressão que permite a atualização de $\Delta \mathbf{p}$:

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{H}^{-1} \sum_{\mathbf{x}} \left[\nabla \mathbf{g} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{p}} \right]^T [\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}[\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p} + \Delta \mathbf{p})]] \quad (2.25)$$

onde \mathbf{H} é a aproximação de Gauss-Newton à matriz Hessiana:

$$\mathbf{H} = \sum_{\mathbf{x}} \left[\nabla \mathbf{g} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{p}} \right]^T \left[\nabla \mathbf{g} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{p}} \right] \quad (2.26)$$

Sendo um método *full-field*, DIC deverá ser utilizada para realizar o *tracking* de um conjunto elevado de pontos numa superfície, muitas vezes numa sucessão de centenas de imagens, pelo que a eficiência computacional é um aspeto que deve ser levado em conta na definição de um algoritmo de DIC. No algoritmo de Lucas-Kanade em análise, em cada iteração são avaliados os valores de cinza e gradientes na imagem na posição $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p})$, etapas seguidas pela criação e inversão de uma matriz Hessiana que é depois multiplicada por um vetor composto por diferenças e intensidades. Um processo alternativo que permite acelerar o processo de comparação passa por um procedimento inverso ao visto até aqui: inverter os papéis de \mathbf{f} e \mathbf{g} , procurando um incremento $\Delta \mathbf{u}$ que mova ou deforme o *template* \mathbf{f} no sentido de se alinhar com a figura. Esta abordagem é reconhecida como uma *inverse update rule* (em oposição à *forwards update rule* vista anteriormente). Como \mathbf{f} é sempre o mesmo (independente da região da imagem em análise), a matriz Hessiana será semelhante, ganhando-se tempo dado que não é necessário calcular \mathbf{H} em cada posição. Para além disso, todos os gradientes serão calculados em localizações inteiras, poupando-se tempo de processamento em relação ao cálculo das mesmas em posições subpixel dadas por $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ cuja intensidade necessitaria de um processo de interpolação [5].

Uma outra distinção entre os algoritmos sugeridos na literatura pode ser feita com base no tipo de atualização dos parâmetros \mathbf{p} em cada iteração. Atrás, definiu-se essa atualização como a adição de um incremento $\Delta \mathbf{p}$ aos parâmetros mais recentes,

designada habitualmente como *additive algorithm*. No entanto, em [22] é utilizado com sucesso um algoritmo que procura a minimização de

$$C = \sum [\mathbf{g}[\mathbf{W}(\mathbf{W}(\mathbf{x}, \Delta\mathbf{p}), \mathbf{p})] - \mathbf{f}(\mathbf{x})]^2 \quad (2.27)$$

em que a atualização é feita diretamente no *warp* \mathbf{W} através de um *warp* incremental $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \Delta\mathbf{p})$:

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leftarrow \mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \circ \mathbf{W}(\mathbf{x}, \Delta\mathbf{p}) \quad (2.28)$$

sendo que $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \circ \mathbf{W}(\mathbf{x}, \Delta\mathbf{p}) = \mathbf{W}(\mathbf{W}(\mathbf{x}, \Delta\mathbf{p}); \mathbf{p})$, em que o operador \circ representa a composição de funções.

Os procedimentos segundo esta abordagem são designados *compositional algorithms*.

Neste contexto, e para além do *forwards additive algorithm* apresentado no início da presente secção, diversos algoritmos com base no de Lucas-Kanade foram propostos através de diferentes combinações dos procedimentos e tipos de atualização dos parâmetros: *forwards compositional*, *inverse compositional*, *inverse additive*. A equivalência de todos eles é provada por Baker et al. e Matthews em [21].

3 Teoria não Linear da Elasticidade e Hiperelasticidade

O estudo de materiais sujeitos a grandes deformações implica, tipicamente, a consideração de fenômenos de não linearidade durante o processo de deformação. Assim sendo, e tendo em conta os materiais hiperelásticos ensaiados durante a execução do trabalho e apresentados nas secções seguintes, far-se-á, no presente capítulo, uma breve contextualização relativa aos temas da Teoria não Linear da Elasticidade e da Hiperelasticidade, bem como, a finalizar, uma pequena referência a modelos hiperelásticos de maior relevância.

3.1 Introdução à Mecânica dos Meios Contínuos

Os sistemas macroscópicos podem geralmente ser descritos com uma abordagem contínua, que conduz à Teoria dos Meios Contínuos, que é totalmente independente das considerações atómicas e moleculares.

Um corpo contínuo é entendido como um conjunto de pontos materiais e que apresenta, globalmente, continuidade quer em termos de de massa, quer em termos de volume. Um corpo/meio contínuo apresenta, então, dimensões macroscópicas muito superiores aos espaçamentos intermoleculares.

Neste contexto, surge a Mecânica dos Meios Contínuos, que tem como objetivos primordiais [23]:

- O estudo do movimento e das deformações (cinemática);
- O estudo das tensões num meio contínuo;
- A descrição matemática das leis fundamentais da física que estão na base da descrição do movimento de um corpo contínuo.

A figura 3.1 apresenta o movimento genérico de um corpo contínuo deformável.

No instante inicial $t=0$, cada ponto material terá associado a si um conjunto de coordenadas \mathbf{X} no referencial inicial \mathbf{E}_I , sendo que, em cada $t>0$, cada ponto ocupará uma posição \mathbf{x} num referencial suposto alternativo \mathbf{e}_i .

O movimento de um corpo contínuo e deformável pode então ser representado por uma transformação de coordenadas

$$\mathbf{x} = \phi(\mathbf{X}, t) \quad (3.1)$$

que, para um valor fixo de t , pode ser interpretada como um mapeamento entre as coordenadas de referência \mathbf{X} no instante inicial $t=0$ e as coordenadas atuais do corpo \mathbf{x} (deformado) no instante t [24].

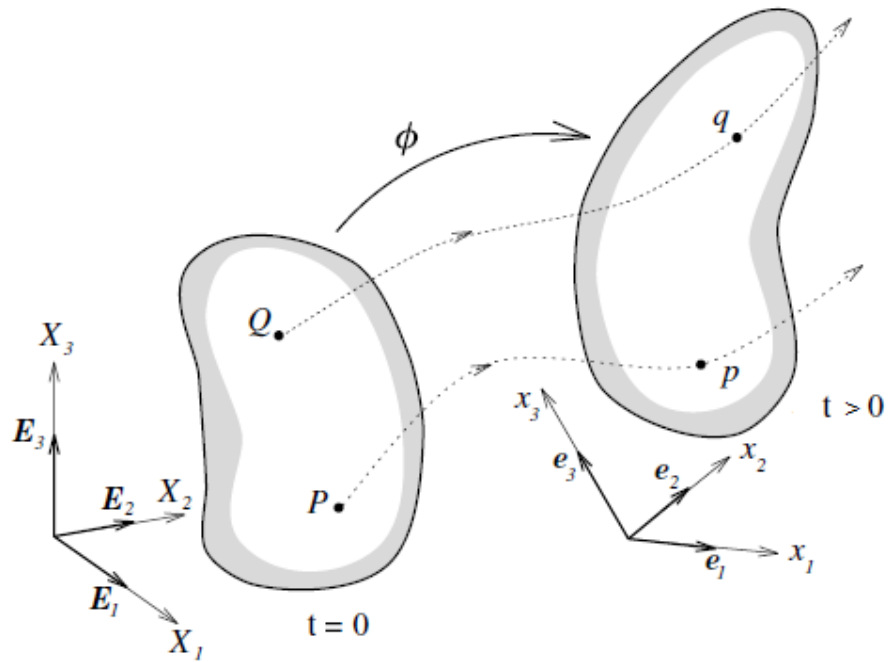


Figura 3.1 - Movimento geral de um corpo deformável (adaptado de [24])

3.2 Gradiente de Deformação

No âmbito de uma análise de deformações finitas, é de vital importância a definição do gradiente de deformações \mathbf{F} , que permite a transformação de vetores da configuração inicial em vetores da configuração atual [24].

O tensor gradiente de deformação \mathbf{F} define-se como [24]:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{X}} = \nabla \phi \quad (3.2)$$

É comum representar-se a transformação de coordenadas ϕ como

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) \quad (3.3)$$

pelo que se poderá representar o tensor gradiente de deformações sob a forma

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{X}} \quad (3.4)$$

que equivale a

$$\mathbf{F} = F_{aA} \mathbf{e}_a \otimes \mathbf{E}_A, \text{ com } F_{aA} = \frac{\partial x_a}{\partial X_A} \quad a, A = 1, 2, 3 \quad (3.5)$$

e

$$\mathbf{F} = \frac{\partial x_a}{\partial X_A} \mathbf{e}_a \otimes \mathbf{E}_A \quad (3.6)$$

Note-se que os índices maiúsculos são referentes ao referencial inicial e os índices minúsculos ao atual.

Em geral, o tensor \mathbf{F} apresenta nove componentes para todo o t e caracteriza o movimento na vizinhança de um ponto. Regra geral, se $\det(\mathbf{F}) \neq 0$ (tensor \mathbf{F} não singular), existe uma dependência da posição inicial \mathbf{X} , pelo que a deformação se diz não homogénea. Se, por outro lado, \mathbf{F} não depende das coordenadas, a deformação diz-se homogénea. Neste caso, cada região do corpo se deforma da mesma forma que o todo e cada termo F_{aA} depende apenas do tempo [23].

O determinante do gradiente de deformações \mathbf{F} , $\det[\mathbf{F}(\mathbf{X}, t)]$, comumente representado por J , estabelece uma razão de volume, de tal modo que

$$dv = J(\mathbf{X}, t)dV \quad (3.7)$$

em que dv e dV denotam elementos infinitesimais de volume, antes e após a deformação, respetivamente.

Visto que \mathbf{F} é invertível e não singular, $J(\mathbf{X}, t) = \det[\mathbf{F}(\mathbf{X}, t)] \neq 0$. Tendo em conta que volumes infinitesimais se presumem sempre positivos, exclui-se a possibilidade de J ser negativo, pelo que $J(\mathbf{X}, t) > 0$, para todo o $\mathbf{X} \in \Omega_0$ e para todo o t . Uma deformação caracterizada por um gradiente \mathbf{F} tal que $\det(\mathbf{F}) = J = 1$ diz-se de volume constante e representa uma importante condição de incompressibilidade.

3.3 Tensores de Deformação

O gradiente de deformação F é o tensor de segunda ordem fundamental na análise cinemática de deformações finitas. No entanto, importa também representar as alterações ocorridas durante o movimento ou deformação de um corpo contínuo em termos de tensores de deformação (também de segunda ordem).

Note-se que, ao contrário dos deslocamentos, que são quantidades físicas mensuráveis, a deformação consiste num conceito introduzido com o objetivo de simplificar a análise dos problemas [23]. Nesse contexto, dar-se-á destaque aos tensores de Cauchy-Green, dada a sua relevância na abordagem a adotar no âmbito da mecânica não linear dos meios contínuos.

Considere-se (ver fig. 3.2) um ponto material \mathbf{X} numa região Ω_0 afeta á configuração inicial do corpo (portanto $t=0$) e um outro ponto \mathbf{Y} na vizinhança de \mathbf{X} . Seja $d\varepsilon=|\mathbf{Y}-\mathbf{X}|$ a distância entre \mathbf{X} e \mathbf{Y} na configuração não deformada e \mathbf{a}_0 o vetor unitário de aplicação em \mathbf{X} e que define a direção de $d\varepsilon$: $\mathbf{a}_0=(\mathbf{Y}-\mathbf{X})/|\mathbf{Y}-\mathbf{X}|$.

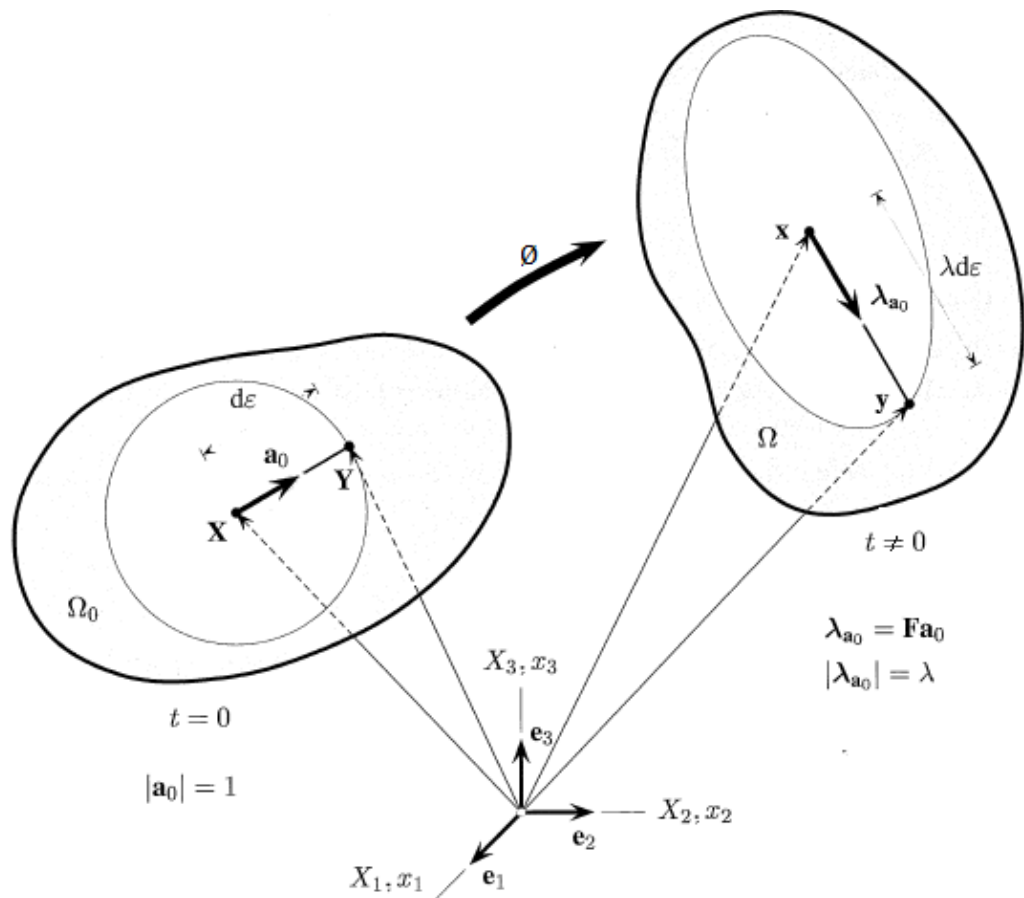


Figura 3.2 - Deformação de um elemento $d\varepsilon$ em $\lambda d\varepsilon$ (adaptado de [23])

Após a deformação (ou seja $t \in t > 0$), os pontos \mathbf{X} e \mathbf{Y} passam a ocupar novas posições \mathbf{x} e \mathbf{y} , mapeadas pelas transformações $\phi(\mathbf{X},t)$ e $\phi(\mathbf{Y},t)$, numa região Ω .

É possível agora definir um vetor de stretch λ_{a_0} na direção do vetor unitário a_0

$$\lambda_{a_0}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t)\mathbf{a}_0 \quad (3.8)$$

de comprimento $\lambda = |\lambda_{a_0}|$ designado *stretch*. O *stretch* é uma medida da alteração do comprimento do vetor a_0 .

O quadrado do stretch λ pode ser calculado fazendo

$$\lambda^2 = \lambda_{a_0}\lambda_{a_0} = \mathbf{F}\mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{F}\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{F}^T\mathbf{F}\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C}\mathbf{a}_0 \quad (3.9)$$

com $\mathbf{C}=\mathbf{F}^T\mathbf{F}$ definido como Tensor de Cauchy-Green à direita. Note-se que \mathbf{C} é simétrico e positivo [23]:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T\mathbf{F} = (\mathbf{F}^T\mathbf{F})^T = \mathbf{C}^T \text{ e } \mathbf{u} \cdot \mathbf{C}\mathbf{u} > 0, \forall \mathbf{u} \neq 0 \quad (3.10)$$

Verifica-se também que

$$\det(\mathbf{C}) = \det(\mathbf{F})^2 = J^2 \quad (3.11)$$

3.4 Análise de Tensões

Ao estudar o movimento de um corpo deformável, é essencial a introdução, na análise, do conceito de tensão.

Considerando o estado atual de um sólido deformável em movimento, a tensão é definida na sua forma mais básica como a força por unidade de área, abordagem que conduz ao tensor das tensões de Cauchy usado na análise linear.

No entanto, dado que o estado atual de tensão pode, em muitos casos, não ser conhecido, pode ser interessante definir tensores de tensões baseados na configuração inicial de referência, onde se incluem, como exemplo, os tensores de Kirchhoff e de Piola-Kirchhoff.

Considere-se novamente o caso genérico do movimento de um corpo deformável entre $t=0$ e um t tal que $t>0$. Se se considerar que existirá algum tipo de mapeamento entre as tensões na configuração inicial e na configuração atual, e pelo Teorema de Cauchy, existirão tensores de segunda ordem $\boldsymbol{\sigma}$ e \mathbf{P} únicos tais que:

$$\mathbf{t}(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)\mathbf{n} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{T}(\mathbf{X}, t, \mathbf{N}) = \mathbf{P}(\mathbf{X}, t)\mathbf{N} \quad (3.13)$$

em que \mathbf{t} e \mathbf{T} representam respetivamente o vetor de tração de Cauchy e o Primeiro Vetor de Piola-Kirchhoff, sendo \mathbf{n} e \mathbf{N} os vetores da direção normal nas configurações deformada e não deformada, respetivamente.

$\boldsymbol{\sigma}$ representa o tensor das tensões de Cauchy, de ampla utilização na Mecânica dos Sólidos linear, e \mathbf{P} o Primeiro Tensor das Tensões de Piola-Kirchhoff.

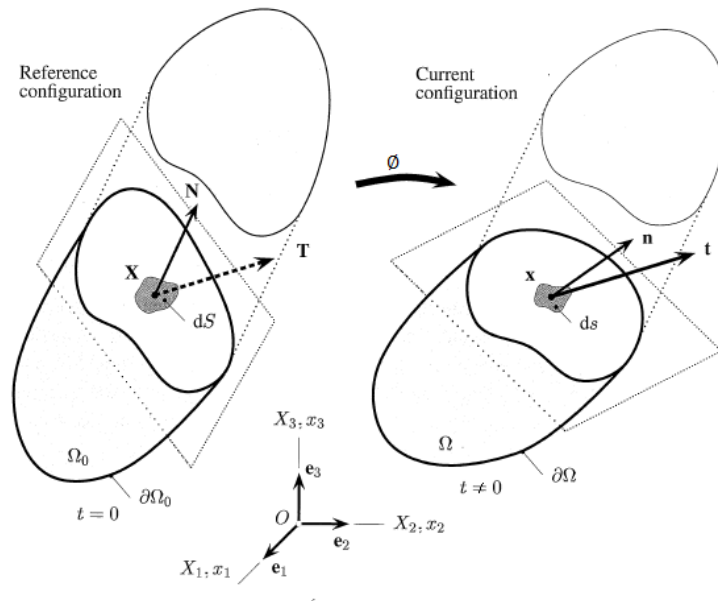


Figura 3.3 - Vectores de tracção com aplicação em elementos de superfície infinitesimais (adaptado de [23])

De acordo com a figura 3.3,

$$\mathbf{t}(\mathbf{x}, t, \mathbf{n})ds = \mathbf{T}(\mathbf{X}, t, \mathbf{N})dS \quad (3.14)$$

pelo que,

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)\mathbf{n} ds = \mathbf{P}(\mathbf{X}, t)\mathbf{N}dS \quad (3.15)$$

que estabelece a relação entre $\boldsymbol{\sigma}$ e \mathbf{P} .

Pela fórmula de Nanson [23], que estabelece que

$$ds = \mathbf{J}\mathbf{F}^{-T}dS \quad (3.16)$$

tem-se

$$\mathbf{P} = \mathbf{J}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T} \quad (3.17)$$

A expressão anterior representa a Transformação de Piola, e define uma relação entre os tensores $\boldsymbol{\sigma}$ e \mathbf{P} . Note-se que o Primeiro Tensor de Piola-Kirchhoff é habitualmente não simétrico e contém 9 elementos P_{aA} .

3.5 Hiperelasticidade

Apesar de constituírem elementos fulcrais na mecânica dos meios contínuos, os conceitos vistos não são suficientes para caracterizar a resposta de um dado material ou tipo de materiais, pelo que se requer a definição de uma lei constitutiva que permita estimar o comportamento de um material quando exposto a um conjunto de condições (como uma deformação).

Recorrer-se-á a uma análise fenomenológica – que traduza uma relação com os dados experimentais efetivamente observados – de forma a estabelecer equações constitutivas que permitam o conhecimento do estado de tensão em cada ponto material de um corpo contínuo em cada instante t .

No caso específico de materiais sujeitos a deformações elevadas (finitas), a descrição do seu comportamento pode ser feita com recurso a uma teoria constitutiva não linear designada Teoria da Elasticidade Finita [23].

Um material hiperelástico define a existência de uma função de energia livre de Helmholtz, Ψ , que, sendo exclusivamente função de \mathbf{F} , se designa uma função energia de deformação.

Para um material homogéneo, verifica-se efetivamente que Ψ é apenas dependente do gradiente de deformação \mathbf{F} (naturalmente, no caso de um material heterogéneo, influirá também da posição do ponto material).

Um material hiperelástico consiste numa subclasse de materiais elásticos cujo comportamento se rege pela expressão [23]

$$\mathbf{P} = \frac{\partial \Psi(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}} \quad (3.18)$$

que pode ser escrita em termos do Tensor das Tensões de Cauchy, fazendo-se $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{F}^T$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{F} \left(\frac{\partial \Psi(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}} \right)^T \quad (3.19)$$

Equações estas que estabelecem um modelo constitutivo que compõe a base para uma aproximação do comportamento de um material real.

Como se pode perceber, a derivada da função escalar Ψ em ordem ao tensor variável \mathbf{F} refere-se ao Primeiro Tensor de Piola-Kirchhoff, \mathbf{P} .

Estabeleça-se agora que, na configuração inicial em $t=0$, em que não existe movimento – ou seja, $\mathbf{F}=\mathbf{I}$ – a função de energia de deformação Ψ vale 0:

$$\Psi = \Psi(\mathbf{I}) = 0 \quad (3.20)$$

Pela observação e experimentação, verifica-se que a energia de deformação armazenada aumenta com a deformação. Como tal,

$$\Psi = \Psi(\mathbf{F}) > 0 \quad (3.21)$$

Poder-se-á então afirmar que a configuração inicial estará livre de quaisquer tensões, pelo que a tensão residual será nula. Note-se que esta assunção constitui uma simplificação na abordagem, sendo que, nomeadamente em materiais de origem biológica, pode-se verificar a existência de pequenas tensões residuais.

Por outro lado, a função escalar Ψ tem de satisfazer condições de crescimento básicas. Deverá ser necessária infinita energia de deformação quer para expandir o corpo para uma dimensão infinita, quer para o comprimir para a dimensão de um ponto de volume desprezável.

Ou seja,

$$\Psi(\mathbf{F}) \rightarrow +\infty, \quad \text{se } \det(\mathbf{F}) \rightarrow +\infty$$

$$\Psi(\mathbf{F}) \rightarrow +\infty, \quad \text{se } \det(\mathbf{F}) \rightarrow 0^+$$

Considerando que é possível escrever a função de energia de deformação Ψ de tal modo que [23]

$$\Psi(\mathbf{F}) = \Psi(\mathbf{C}) \quad (3.22)$$

pode-se escrever uma forma reduzida da equação constitutiva para materiais hiperelásticos:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{F} \left(\frac{\partial \Psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \right)^T = 2 \mathbf{J}^{-1} \mathbf{F} \frac{\partial \Psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \mathbf{F}^T \quad (3.23)$$

Pode também obter-se expressões alternativas para os tensores de Piola-Kirchhoff:

$$\mathbf{P} = 2 \mathbf{F} \frac{\partial \Psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \text{ e } \mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \quad (3.24)$$

\mathbf{S} é o Segundo Tensor de Piola-Kirchhoff: $\mathbf{S} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{P}$.

3.6 Isotropia e Incompressibilidade

Se um dado material apresenta comportamento mecânico semelhante independentemente da direção em que é solicitado, diz-se isotrópico. No caso de materiais hiperelásticos, as borrachas são bons exemplos de materiais aproximadamente isotrópicos.

No que diz respeito às evoluções do gradiente de deformação e da função energia de deformação, diz-se que o material é isotrópico se o valor de Ψ em cada t é independente de qualquer translação ou rotação na configuração de referência [23]. Situação esta que se traduz na condição de isotropia

$$\Psi(\mathbf{C}) = \Psi(\mathbf{Q}\mathbf{C}\mathbf{Q}^T) \quad (3.25)$$

que, a manter-se para todos os tensores simétricos \mathbf{C} e para todos os tensores ortogonais \mathbf{Q} ($\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}^T\mathbf{Q} = \mathbf{I}$), permite que se defina $\Psi(\mathbf{C})$ como um invariante de \mathbf{C} [23].

Se Ψ é invariante sob uma rotação, pode ser expressa em função dos invariantes principais do seu argumento. No caso, o Tensor de Cauchy à direita, que tem como invariantes

$$I_1 = \text{tr}(\mathbf{C}) \quad (3.26)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}[\text{tr}(\mathbf{C})^2 - \text{tr}(\mathbf{C}^2)] \quad (3.27)$$

$$I_3 = \det(\mathbf{C}) \quad (3.28)$$

Então, é possível escrever

$$\Psi(\mathbf{C}) = \Psi(I_1, I_2, I_3) \quad (3.29)$$

A derivação em ordem ao tensor \mathbf{C} , $\partial\Psi(\mathbf{C})/\partial\mathbf{C}$, permite obter a forma mais geral da relação entre tensão e os invariantes da deformação, para materiais hiperelásticos isotrópicos [23]:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial\Psi(\mathbf{C})}{\partial\mathbf{C}} = 2 \left[\left(\frac{\partial\Psi}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial\Psi}{\partial I_2} \right) \mathbf{I} - \frac{\partial\Psi}{\partial I_2} \mathbf{C} + I_3 \frac{\partial\Psi}{\partial I_3} \mathbf{C}^{-1} \right] \quad (3.30)$$

A relação também pode ser escrita através do tensor das tensões de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2J^{-1} \left[I_3 \frac{\partial\Psi}{\partial I_3} \mathbf{I} + \left(\frac{\partial\Psi}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial\Psi}{\partial I_2} \right) \mathbf{b} - \frac{\partial\Psi}{\partial I_2} \mathbf{b}^2 \right] \quad (3.31)$$

Se a função energia de deformação é invariante, é também possível escrevê-la em função dos *stretches* principais.

$$\Psi = \Psi(\mathbf{C}) = \Psi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (3.32)$$

Situação que permite calcular as tensões de Cauchy principais fazendo [23]:

$$\sigma_a = J^{-1} \lambda_a \frac{\partial\Psi}{\partial\lambda_a}; \quad a = 1,2,3; \quad J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \quad (3.33)$$

Diversos materiais, quando sujeitos a grandes (finitas) deformações não apresentam variações relevantes de volume. Esta situação de incompressibilidade

traduz-se na condição $J=1$ e habilita um outro tipo de simplificações no que diz respeito às teorias constitutivas destes materiais.

Considere-se uma função energia de deformação do tipo:

$$\Psi = \Psi(\mathbf{F}) - p(J - 1) \quad (3.34)$$

em que p é um multiplicador de Lagrange desconhecido, que poderá ser designado por pressão hidrostática e que poderá ser determinado a partir de condições fronteira.

Diferenciando em ordem ao gradiente de deformação, obtém-se a equação constitutiva para o Primeiro Tensor das Tensões de Piola-Kirchhoff, e daí as formas para o Segundo Tensor de Piola-Kirchhoff e para o Tensor das Tensões de Cauchy [23]:

$$\mathbf{P} = -p\mathbf{F}^{-T} + \frac{\partial\Psi(\mathbf{F})}{\partial\mathbf{F}} \quad (3.35)$$

$$\mathbf{S} = -p\mathbf{C}^{-1} + 2\frac{\partial\Psi(\mathbf{C})}{\partial\mathbf{C}} \quad (3.36)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mathbf{F}\left(\frac{\partial\Psi(\mathbf{F})}{\partial\mathbf{F}}\right)^T \quad (3.37)$$

Estas equações representam as formas mais comuns para materiais hiperelásticos incompressíveis sujeitos a deformações finitas.

Ora, se um material é simultaneamente isotrópico – Ψ passível de ser representado em função dos invariantes – e incompressível ($I_3 = \det(\mathbf{C}) = 1$), então os dois invariantes principais I_1 e I_2 são as únicas variáveis.

Neste contexto, uma função Ψ adequada é dada por [23]:

$$\Psi = \Psi(I_1, I_2) - \frac{1}{2}p(I_3 - 1) \quad (3.38)$$

onde $p/2$ é um multiplicador de Lagrange indeterminado.

A derivação em ordem a \mathbf{C} conduzirá às formas constitutivas

$$\mathbf{S} = -p\mathbf{C}^{-1} + 2\left(\frac{\partial\Psi}{\partial I_1} + I_1\frac{\partial\Psi}{\partial I_2}\right)\mathbf{I} - 2\frac{\partial\Psi}{\partial I_2}\mathbf{C} \quad (3.39)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 2\frac{\partial\Psi}{\partial I_1}\mathbf{b} - 2\frac{\partial\Psi}{\partial I_2}\mathbf{b}^{-1} \quad (3.40)$$

Se se pretender escrever Ψ em função dos três stretches principais λ_a , ter-se-á:

$$\Psi = \Psi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) - p(J - 1) \quad (3.41)$$

Fazendo a $\partial J / \partial \lambda = J \lambda^{-1}$, obter-se-á:

$$\sigma_a = -p + \lambda_a \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_a} \quad (3.42)$$

3.7 Modelos Materiais

Tal como exposto nas secções anteriores, as formulações constitutivas têm base na definição de uma função energia de deformação Ψ , definida anteriormente com um carácter genérico.

No entanto, na literatura encontram-se propostas diversas funções Ψ que representam modelos aplicáveis a materiais – ou grupos – específicas ou em determinadas condições.

Desses modelos, destacar-se-á, dada a relevância histórica e a robustez revelada, os modelos de Mooney-Rivlin, Neo-Hookeano, de Ogden e de Yeoh, sendo que numerosos outros modelos propostos, aplicáveis até ao estudo de tecidos biológicos, poderão ser encontrados na literatura ([25, 26] e [27], por exemplo).

O modelo de Mooney-Rivlin ([28], [29]), de origem na década de 40 do século XX, é um modelo de referência em termos históricos, tendo sido um dos primeiros modelos hiperelásticos e descrevendo com elevada precisão o comportamento de uma variedade de materiais isotrópicos e compressíveis.

$$\Psi = \frac{\mu_1}{2} (I_1 - 3) - \frac{\mu_2}{2} (I_2 - 3) \quad (3.43)$$

em que $\mu = \mu_1 - \mu_2$ a designar o módulo de corte do material.

No modelo de Yeoh [30] para materiais incompressíveis, apresenta-se uma função de energia de deformação que depende apenas do primeiro invariante, I_1 .

$$\Psi = c_1 (I_1 - 3) + c_2 (I_1 - 3)^2 + c_3 (I_1 - 3)^3 \quad (3.44)$$

Introduzido também por Rivlin, o modelo Neo-Hookeano, assente na expressão a seguir, foi estabelecido por considerações estatísticas através do estudo da borracha vulcanizada.

$$\Psi = c_1(I_1 - 3) \quad (3.45)$$

O módulo de corte pode ser obtido após a determinação da constante c_1 pela relação $c_1 = \mu/2$.

O modelo de Ogden [31], com origem na Teoria Fenomenológica da Elasticidade de Ogden, apresenta a forma geral

$$\Psi = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (3.46)$$

Com este modelo, existem $N \times 2$ constantes do material (μ_i, α_i) . Para materiais da classe das borrachas, melhores resultados são alcançados com $N=3$ [23].

4 Desenvolvimento do Algoritmo

4.1 Requisitos

Desde a criação do método, a Correlação Digital de Imagem sofreu um desenvolvimento acentuado, sendo, atualmente, em engenharia, uma técnica experimental de análise de deformações de elevada fiabilidade. A publicação de variadíssimas investigações e propostas científicas relacionadas com o tema permitiu uma evolução progressiva nos parâmetros e procedimentos levados a cabo durante a execução do processo de DIC, resultando numa técnica *full-field* que, hoje em dia, existe inclusivamente sob a forma de *softwares* comerciais capazes de estimar com exatidão as deformações instaladas num corpo ou superfície em estudo.

No entanto, se no caso dos materiais mais típicos em Engenharia Mecânica, sujeitos a relativamente pequenas deformações e com comportamento linear elástico, os resultados alcançados com Correlação Digital de Imagem são então satisfatórios (abrindo inclusivamente espaço para a análise de fenómenos mais complexos como a propagação de fendas ou a concentração de tensões), os ensaios mecânicos de biomateriais e a ocorrência de elevadas deformações representam um desafio para essas mesmas técnicas. O comportamento não linear, e muitas vezes não homogéneo, deste tipo de materiais complica de sobremaneira o processo de *tracking* de um *subset* cuja própria deformação será elevada, à imagem da superfície onde está inserido, dificultando todo o processo de correspondência e correlação. Não obstante, e dadas as especificidades do comportamento destes materiais sujeitos a grandes deformações (nos quais se poderá incluir também alguns tecidos biológicos), as técnicas de Correlação Digital de Imagem, se eficazes, podem constituir um auxílio muito importante no estudo dos fenómenos e na estimativa das deformações que ocorrem em cada ponto da sua superfície.

Neste contexto, pretende-se criar, implementar e testar um conjunto de algoritmos, programados em MATLAB, capazes de captar com sucesso o deslocamento sofrido por pontos da superfície de materiais sujeitos a grandes deformações.

Como base para os algoritmos a criar e implementar, encontra-se o algoritmo desenvolvido e testado em [8], com o qual se obteve resultados satisfatórios no caso estudado, e com condições de ótica e resolução de imagem bastante inferiores às

disponíveis atualmente. Note-se que todos os procedimentos e algoritmos desenvolvidos e apresentados de seguida foram concebidos totalmente de raiz, tendo, no entanto, sempre como referência o procedimento usado com sucesso por Martins et al. em [8].

Tal como aí, partir-se-á de um conjunto de *frames* obtidos por divisão do vídeo do ensaio do material, sendo que o objetivo fulcral do trabalho passa por identificar, na imagem final, a posição de um ponto selecionado na imagem inicial, por relacionamento das respetivas posições nas imagens intermédias. Ou seja, selecionado o ponto no primeiro *frame*, procura-se determinar a sua posição na imagem seguinte e assim sucessivamente até se conseguir definir, com sucesso, as coordenadas desse ponto na imagem final. Logrado o desenvolvimento de um procedimento estável para o cumprimento desse objetivo, a sua extensão para um conjunto de pontos será, à partida, uma etapa mais simples e permitirá, por exemplo, o *tracking* de um dado número de pontos distribuídos pela zona de deformação homogénea, constituindo uma aproximação ao campo de deslocamentos e, daí, ao campo das deformações. Note-se que, tal como em [8], se procurará desenvolver um algoritmo de resolução inteira de pixels. Dadas as elevadas deformações a que estarão sujeitos os materiais instalados, esse tipo de resolução em termos de resultados será suficiente para cumprir os objetivos pretendidos, nomeadamente se a resolução da imagem for elevada, pelo que não existirá, à partida, necessidade de recorrer a algoritmos sub-pixel para o bom desempenho da função.

Como foi descrito, os alvos da aplicação dos procedimentos apresentados são materiais sujeitos a elevadas deformações, nomeadamente pertencentes aos domínios da hiperelasticidade e dos biomateriais. No entanto, no caso da obtenção de resultados satisfatórios neste contexto, procurar-se-á extrapolar a aplicação do algoritmo para ensaios de tecidos biológicos ou, pelo menos, criar uma base suficientemente segura para que o trabalho possa ser desenvolvido no futuro até ao ponto de cumprir esse objetivo.

Para além disso, pretende-se que o programa seja tão genérico quanto possível, podendo ser utilizado em vários casos de elevadas deformações e em diferentes equipamentos e condições de ensaio. Como tal, procurar-se-á deixar a seleção de alguns parâmetros (velocidade do ensaio, comprimento do provete, seleção de regiões homogéneas, etc.) ao cuidado do utilizador, de modo a que este fique responsável pela

adaptação do procedimento a cada caso específico, evitando-se recorrer a características e referências do *setup* utilizado para definir automaticamente esses parâmetros.

Por fim, um requisito que, apesar de não ser fundamental, será tido em linha de conta no desenvolvimento deste trabalho, prende-se com o tempo de processamento do programa, que se pretenderá tão reduzido quanto possível. No entanto, dado que, tipicamente, em Correlação Digital de Imagem, são analisados os movimentos de dezenas de pontos em centenas de *frames* por ensaio, é razoável que aplicações deste género levem vários minutos a produzir resultados. Resultados esses que, no caso de corretos, compensarão o tempo dispendido, nomeadamente em comparação com o tempo e com tratamentos prévios recorrentes em outras alternativas às técnicas de DIC.

4.2 Procedimento Experimental

4.2.1 Equipamento

De modo a se sujeitar os provetes a uma deformação que permitisse servir como alvo da aplicação do algoritmo desenvolvido, recorreu-se à realização de ensaios de tração uniaxial. A máquina utilizada para se levar a cabo esses testes consiste num protótipo (ver figura 4.1) desenvolvido no Laboratório de Biomecânica do INEGI e que permite a execução de ensaios mecânicos uniaxiais e biaxiais.

A máquina é composta por quatro braços de alumínio ligados, cada um, a um atuador linear instrumentado com medição de carga e deslocamento. O movimento de cada atuador é completamente independente do dos outros. A força máxima admitida durante a execução dos ensaios é 45N (carga para a qual é ativado o *fail-safe* do mecanismo). Dado que os ensaios realizados no contexto deste trabalho foram unicamente uniaxiais, só dois dos quatro atuadores foram efetivamente utilizados. Todos os atuadores podem ser controlados pelo utilizador (individualmente ou em conjunto) através de um *software* instalado no computador mostrado na figura 4.1, que permite, para além de controlo manual, a definição de ensaios automáticos a velocidade constante ou variável e a imposição de pré-cargas aos provetes.

Os ensaios realizados são filmados com uma câmara *Canon PowerShot SX 30 IS*, que possui um CCD de resolução 14.1 MP (em fotografia) e permite a criação de filmes com cadência de 30 *frames* por segundo (fps). Os vídeos dos ensaios serão

depois convertidos em *frames* que constituirão o conjunto de imagens lido pelo programa para a execução dos procedimentos algorítmicos.

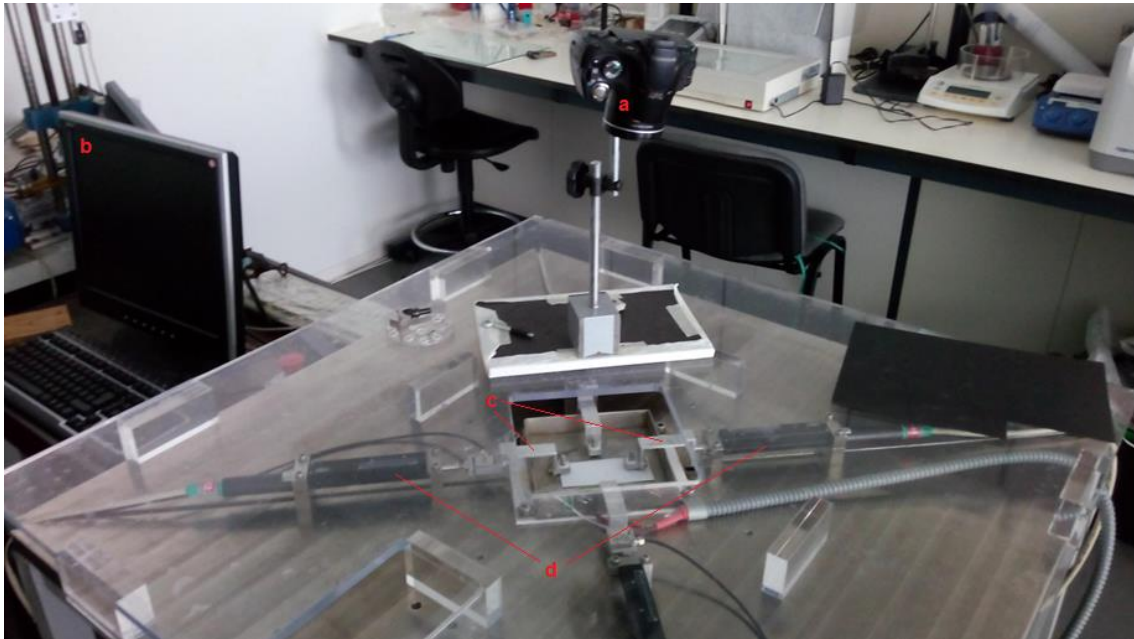


Figura 4.1 - Montagem experimental completa: máquina de ensaios biaxial e câmara. a: câmara; b: computador (controlo dos atuadores); c: braços de alumínio; d: atuadores

Note-se que a montagem mostrada não é a ideal para os objetivos do trabalho, nomeadamente no que diz respeito à distância entre a objetiva e os provetes e, por consequência, na resolução local conseguida na sua superfície. Um exemplo de uma imagem de um ensaio captada pela câmara nesta posição pode ser vista na figura 4.2. Porém, dada a ocorrência de outros trabalhos de investigação em simultâneo no local, as alterações passíveis de ser realizadas no *setup* eram limitadas e pouco recomendáveis.

Uma novidade que foi efetivamente introduzida na montagem pode ser vista na figura 4.2. Sob os provetes foi colocada um retângulo de cartolina preto (também poderia ser branco), por forma a se garantir um contraste entre o provete e o fundo. Caso contrário, o fundo teria uma cor intermédia que, no caso de imagens a preto e branco, resulta num conjunto de intensidades que podem facilmente ser confundidas com o material em teste.

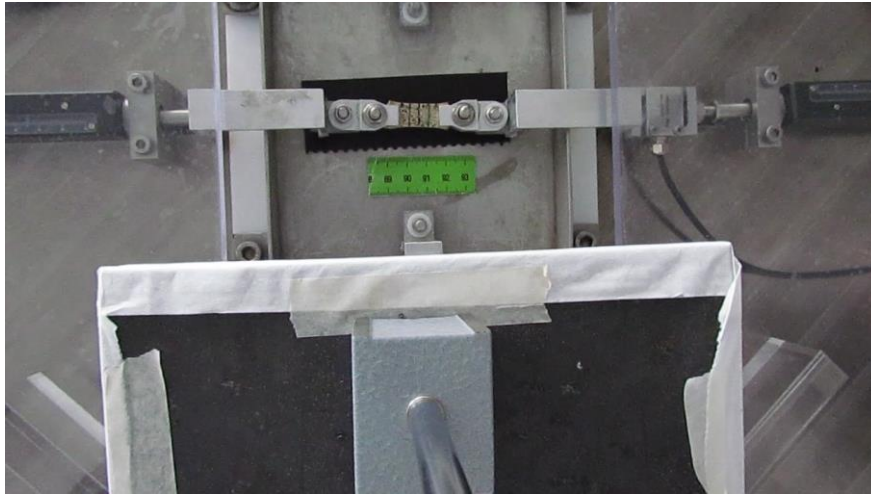


Figura 4.2 - Imagem captada pela câmara durante a execução de um ensaio de tração

4.2.2 Material Ensaiado

Um dos objetivos deste trabalho passa por criar um procedimento passível de ser aplicado a biomateriais hiperelásticos e, no limite, a tecidos biológicos. No entanto, os testes principais ao funcionamento do algoritmo foram realizados sobre ensaios de tração de borracha. A borracha é também um material hiperelástico, cujo comportamento é perfeitamente conhecido, e reúne características de resistência mecânica e rugosidade que facilita a preparação dos provetes, bem como a sua montagem no equipamento. Para além disso, é um material de baixo custo e de fácil obtenção, tendo-se utilizado elásticos comuns para a condução dos ensaios, constituídos essencialmente por borracha natural e aditivos.

A secção reta dos provetes, bem como as respetivas dimensões, estão apresentadas na figura 4.3 e na tabela 4.1.

A área da secção reta dos provetes será, portanto:

$$A_0 = w \times t = 11.4 \times 1.1 = 12.54 \text{ mm}^2 \quad (4.1)$$

Esta será a secção considerada no cálculo das tensões instaladas no material durante o ensaio de tração.

$$\sigma = F/A_0 \quad (4.2)$$

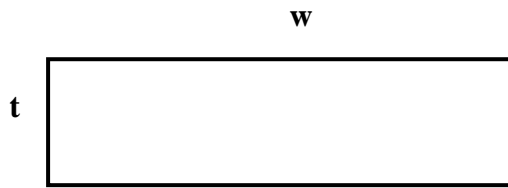


Figura 4.3 - Representação da secção reta dos provetes utilizados

Tabela 4.1: Dimensões da secção reta dos provetes

| w [mm] | t [mm] |
|--------|--------|
| 11.4 | 1.1 |

Note-se que os provetes são de faces retangulares, não obedecendo a nenhum formato específico para o efeito. Para além disso, o ensaio destina-se não a qualquer tipo de determinação de propriedades mecânicas, mas apenas a conferir um objeto de aplicação do algoritmo. Por isso, e apesar de existirem procedimentos normalizados aplicáveis a ensaios mecânicos de elastómeros (nomeadamente borracha, ISO 37:2011, por exemplo), bem como a certos tipos de biomateriais, esses não foram levados em conta na definição das dimensões dos provetes.

Embora o conjunto fundamental de testes tenha sido realizado sobre borracha, importa desde já referir que se ensaiou ainda dois tipos de PDMS com aplicação na área da saúde, por forma a avaliar o comportamento do algoritmo nesses biomateriais. A descrição do processo e os resultados obtidos serão apresentados no capítulo devido.

4.2.3 Ensaio Experimental

Nesta secção, serão descritas as diversas etapas desde a preparação do provete até à realização do ensaio e processamento de dados.

O primeiro passo consiste em aplicar ao material um *speckle* aleatório, que permita associar a cada região do provete uma distribuição de intensidades única que possibilite a execução do processo de correspondência (processo esse que será descrito com pormenor nos capítulos seguintes). Esse padrão aleatório na superfície pode ser visto na figura 4.4. O *speckle* é criado através da aplicação de uma tinta em *spray* colocada a uma distância considerável do provete, por forma a garantir uma distribuição menos uniforme da tinta.

Para além desse padrão aleatório, são desenhadas no provete duas linhas transversais que servirão como referência para um cálculo aproximado do *stretch*, de forma a comparar com os resultados providenciados pelo algoritmo.



Figura 4.4 - Speckle criado com tinta em *spray*

A próxima etapa passa por montar o provete no equipamento de ensaio. Para o efeito, recorre-se a um conjunto de amarras e parafusos onde, com o auxílio de um suporte desenhado com esse fim (figura 4.5), se monta o provete. O conjunto é depois levado até ao equipamento, sendo instalado, com recurso a um sistema de parafuso e porca, de modo a estar pronto para a execução do ensaio de tração.

Recorrendo-se ao *software* de controlo e aquisição, define-se depois a pré-carga a aplicar ao provete. A pré-carga utilizada ao longo de todo o trabalho foi definida como $F_0=0.25N$. Ao se definir este valor, os atuadores ajustam-se automaticamente até se atingir esta carga. Isto implica que a distância inicial entre os atuadores depende quer do material do provete, quer do seu comprimento. Por esta razão, não é possível definir-se, antes do ensaio, um comprimento inicial l_i de referência para cálculo da deformação. Assim sendo, para se conseguir estimar esse valor, recorre-se ao primeiro *frame* do vídeo do ensaio (relembrando que todos os ensaios são filmados com a câmara) e ao *software* ImageJ, que permite ao utilizador definir uma escala entre pixels e uma unidade de comprimento pretendida por forma a se medir, em contexto digital, um valor aproximado da medida real.

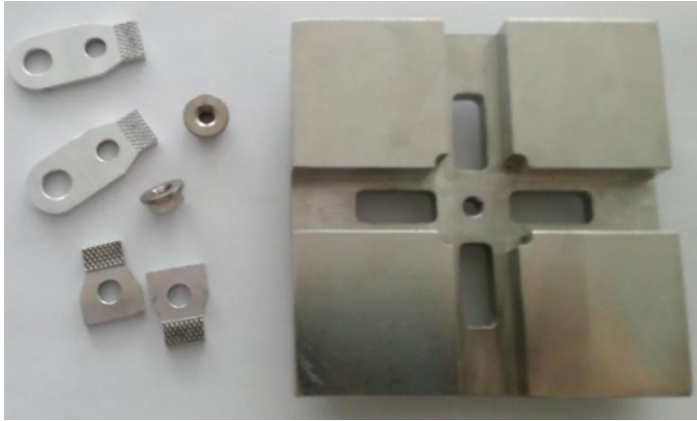


Figura 4.6 - Amarras e suporte de montagem



Figura 4.5 - Montagem de provete de PDMS

O ensaio a realizar é então definido na interface do programa de controlo. Cada um dos testes executados foi levado a cabo através de uma rampa de deslocamento, definindo-se, para cada caso, a velocidade pretendida para cada atuador e o limite de deslocamento. Todas as velocidades apresentadas para os ensaios são relativas à velocidade de cada um dos dois atuadores utilizados para a tração uniaxial. É importante referir que nenhum dos ensaios teve como objetivo levar o material até à rotura, dado que o objetivo primordial passa por, através do vídeo criado, verificar o comportamento do algoritmo desenvolvido e, a partir dos dados do ensaio, compará-lo com os valores obtidos nos transdutores do equipamento.

Os dados obtidos do equipamento são depois tratados, de modo a se deles se retirar quer a deformação e o *stretch* máximos, quer a evolução σ - λ (que servirá apenas como referência, visto que não passa pelos objetivos imediatos do projeto associar ao algoritmo a leitura dos valores de força instalados) no ensaio do material em causa. O equipamento providencia, a uma taxa de aquisição de 100 leituras por segundo (100 Hz), a carga e as posições de cada atuador. Das posições dos atuadores e da respetiva variação, é possível determinar o alongamento Δl sofrido pelo material, sendo possível, em conjunto com o valor de l_i (obtido com ImageJ), calcular a deformação ε e o *stretch* λ em cada instante.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_i} = \frac{l_f - l_i}{l_i} \quad (4.3)$$

$$\lambda = \frac{l_f}{l_i} = \varepsilon + 1 \quad (4.4)$$

A aproximação à tensão instalada foi feita dividindo, em cada instante, a carga F pela área inicial do provete A_0 , como já fora previamente referido. Um exemplo de um gráfico Tensão-*stretch* para borracha está apresentado na figura 4.7.

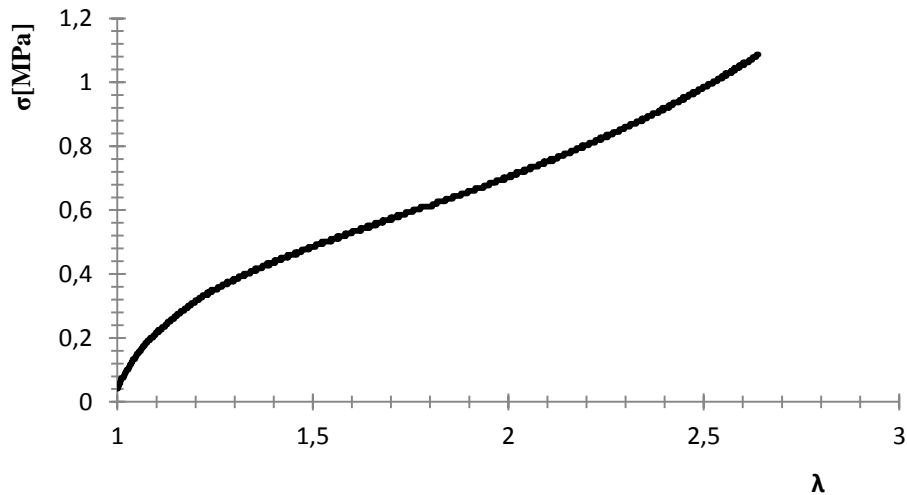


Figura 4.7 - Curva σ - λ obtida no ensaio de tração de borracha

4.3 Estrutura do Algoritmo

Nesta secção, serão apresentadas as diferentes etapas no processo de *tracking* de um ponto (pixel) da superfície do provete durante o ensaio de tração. Ou seja, selecionado um ponto da imagem digital original, apresentar-se-á de seguida o conjunto de procedimentos que permitirão a definição da sua posição nas diversas imagens da sequência e, por último, no *frame* final. Note-se que importa apenas definir este processo para um único pixel/ponto, ainda que, tipicamente, em Correlação Digital de Imagem se faça o *tracking* de vários pixels contidos na superfície do provete. Aplicado com sucesso o procedimento a um único ponto, a extensão do mesmo método a outros pontos da superfície será feita de forma simples e segundo o mesmo conjunto de operações.

Importa também lembrar, como foi explicado no capítulo 2, que uma imagem digital é tratada, em MATLAB, como uma matriz/array em que a cada pixel da imagem corresponde uma posição no *array* e a respetiva intensidade na escala de cinza. As operações sobre matrizes encontram-se, então, na base de muitas das etapas do algoritmo.

Seleção do ponto de referência: Ou o utilizador escolhe, manualmente, o ponto da superfície que pretende seguir ou essa seleção poderá ser realizada automaticamente mediante um conjunto de parâmetros relativos ao tipo de utilização do programa. No entanto, para garantir a versatilidade da aplicação, prioridade será dada à escolha do utilizador. Esse ponto selecionado corresponderá a um pixel da imagem digital, que será designado como pixel de referência.

Geração do Subset: Centrado no pixel de referência, é gerado automaticamente um *subset* retangular de m linhas por n colunas (m e n escolhidos pelo utilizador), por intermédio de operações básicas de seleção dos elementos do *array* em torno do elemento que corresponde à referência. Para facilitar a centragem no pixel de referência, m e n deverão ser ímpares. Esta criação do *subset* é essencial, como descrito em capítulos anteriores, para a obtenção de informação que permita o processo de correspondência.

Geração da Região de Busca: geração automática de uma região de M linhas por N colunas (M e N escolhidos pelo utilizador) retangular centrada no pixel de referência que constituirá a região onde será procurado o pixel de referência na imagem seguinte. Ou seja, na imagem que irá ser analisada a seguir, o pixel de referência deverá estar obrigatoriamente no interior desta Região de Busca definida, visto que só os elementos dessa região serão alvo da filtragem a realizar e da aferição do valor da função custo. Em caso limite, esta região poderia corresponder a toda a imagem, sendo que, nesse caso, as operações iriam ser realizadas sobre cada pixel da imagem, com repercussões no tempo de processamento. A criação desta Região de Busca resulta num *array* binário, cujos elementos no interior da região terão valor 1 e os restantes valor 0. É importante que a sua dimensão seja selecionada tendo em conta a velocidade do ensaio e o número de *frames* à frente onde estará a imagem a abrir a seguir (introduzindo-se aqui o conceito de passo de leitura das imagens, discutido mais à

frente). Esta dimensão deverá ser elevada o suficiente, por forma a garantir que o pixel procurado não se encontrará fora da Região de Busca na imagem seguinte.

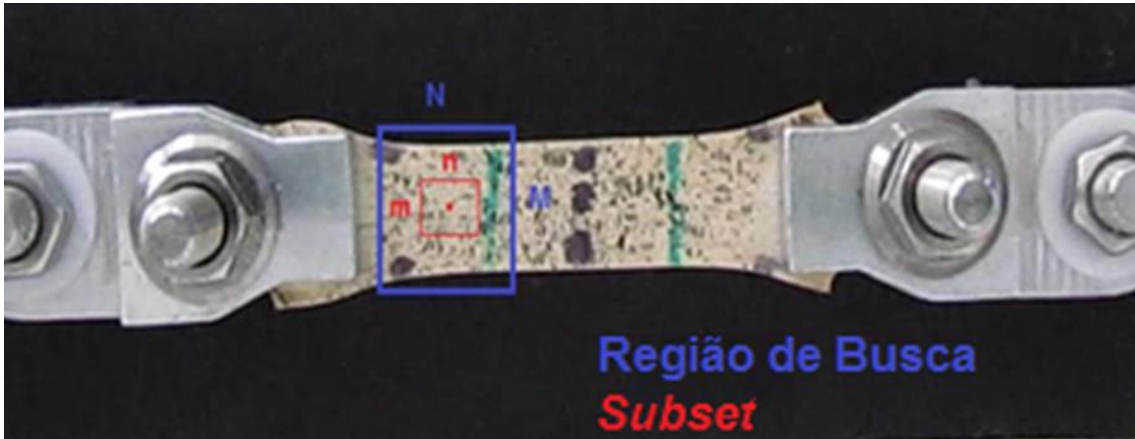


Figura 4.8 - Representação gráfica do *subset* (a vermelho) e da Região de Busca (a azul)

Leitura da imagem seguinte: a imagem RGB onde irá ser procurada a correspondência para o *subset* atual é aberta e lida pelo MATLAB, sendo de seguida convertida para uma imagem em escala de cinza.

Filtragem: operação fulcral do processo de correspondência, em que é feita a comparação entre o *subset* e cada pixel (na Região de Busca) da nova imagem. Em primeiro lugar, a imagem binária que define a Região de Busca é “sobreposta” com a nova imagem, de modo a definir em que pixels (elementos do *array*) será realizada a filtragem: elementos da imagem de coordenadas iguais a um elemento 1 no *array* binário serão filtrados, pelo que apenas nesses será procurada a correspondência. O *subset* é então convertido numa máscara que será centrada em cada um dos elementos abrangidos e em cada um dos quais se calculará o valor da função custo selecionada (SSD, NSSD, ZSSD ou NCC). É gerado então um novo *array J* de dimensões iguais à da imagem que apresenta, no local de cada pixel, o valor da função custo obtida aí (aos elementos fora da Região de Busca é atribuído um valor nulo para a função custo).

Identificação da nova posição de referência: A melhor correspondência com o *subset* procurado é aquela que minimiza o valor da função custo, tal como descrito no capítulo 2. Então, importa descobrir onde se localiza esse valor mínimo da função custo,

que corresponde ao mínimo do *array* **J** no interior da Região de Busca previamente definida. Note-se, porém, que fora dessa região se definiu que todos os elementos de **J** teriam valor nulo, pelo que ao se determinar o valor mínimo no interior do *array* iria ser retornada uma posição fora da Região de Busca tida como admissível. Para evitar que isto ocorra, é realizado um conjunto de operações (complementos de imagens, multiplicação por uma constante e soma de imagens) que visa substituir todos os valores 0 em **J** pelo valor máximo dentre todos os calculados para a função custo. Dessa forma, as coordenadas do valor mínimo do *array* mais recente serão então definidas como a nova posição do pixel de referência (e o elemento nessa posição definido como o novo pixel de referência). Note-se que, caso exista mais de um elemento com o valor mínimo da função custo, é selecionado o de coordenadas mais próximas do pixel de referência anterior, avaliado através de uma distância euclidiana

$$d = \sqrt{(r_i - r_{ref})^2 + (c_i - c_{ref})^2} \quad (4.5)$$

em que r_i e c_i representam as coordenadas do elemento e r_{ref} e c_{ref} as do pixel de referência mais recente.

Repetição das etapas: todas as etapas descritas são então repetidas para a cada imagem a abrir (geração de novo *subset* e nova Região de Busca, filtragem de nova imagem, identificação do mínimo e definição do novo pixel de referência). É importante realçar que, ao ser criado um novo *subset* em cada imagem, a distribuição de intensidades procurada na imagem final é completamente distinta daquela que é gerada na primeira. Esta atualização do *subset* em cada imagem é essencial, de modo a minimizar o risco de desconexões e a garantir que, em imagens consecutivas, existirão padrões tão semelhantes quanto possível e uma boa correspondência poderá efetivamente ser encontrada, mesmo apesar da deformação sofrida pela máscara original (que não é, de modo algum, levada em conta segundo este procedimento).

Uma sequência das etapas fundamentais do procedimento apresentado é mostrado no *flowchart* da figura 4.9.

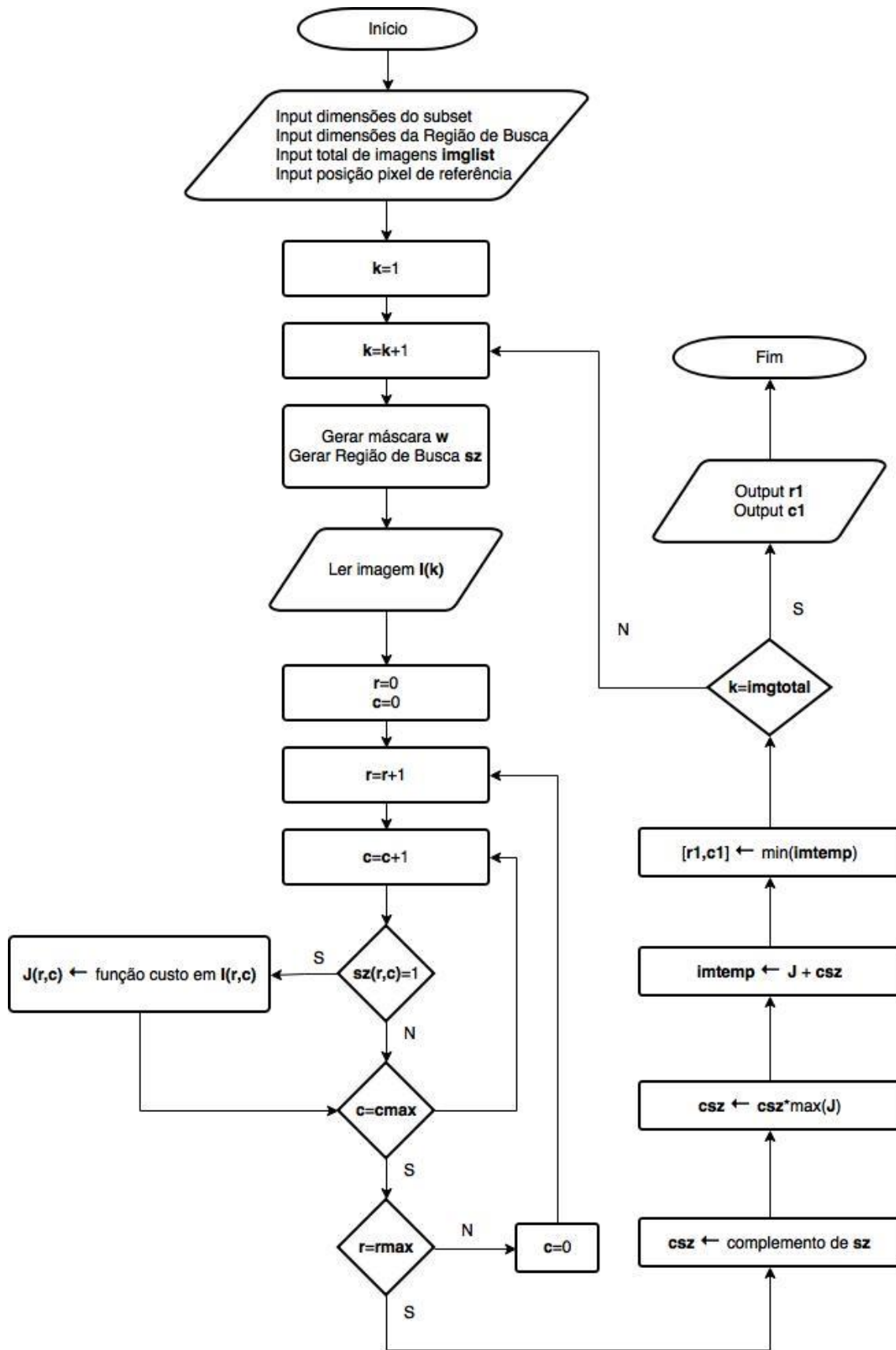


Figura 4.9 - Flowchart com a sequência de etapas fundamentais do algoritmo

Um parâmetro que é importante desde já definir tem a ver com o passo de leitura das imagens, ou *step*. Ao se filmar um ensaio e dividir o respectivo vídeo em *frames* dar-se-á origem a um conjunto de imagens, que podem ser centenas ou mesmo milhares. Por exemplo, um vídeo de 2 minutos com uma cadência (*frame rate*) de 30 fps originará $120 \times 30 = 3600$ imagens. Por outro lado, uma cadência de 30 fps significa que se obterá uma imagem a cada $1/30$ segundos, pelo que, de um *frame* para o seguinte, não se observará grandes alterações. Tendo isto em conta, e considerando também questões relacionadas com o tempo de leitura e processamento das imagens, poderá não ser estritamente necessário – e poderá até ser desvantajoso, nomeadamente em termos de processamento – realizar uma leitura de todos os *frames* do ensaio. Como tal, optou-se por introduzir no algoritmo uma variável *step* que define de quantos em quantos *frames* do vídeo o programa efetivamente realiza a leitura da imagem. Por exemplo, um passo de 50 significa que o programa lê as imagens 1, 51, 101, 151, etc., realizando, apenas nessas, as operações integradas no algoritmo (criação de *subsets* e Regiões de Busca, filtragem, definição de novos pixels referência). Importa também realçar que o primeiro e o último *frames* do vídeo são sempre lidos pelo programa, independentemente do passo selecionado, por forma a garantir a consideração das condições iniciais e finais do ensaio nas operações realizadas.

O algoritmo apresentado até agora é válido para o *tracking* de um pixel. No entanto, nos testes realizados e cujos resultados serão apresentados mais adiante, aplicou-se o procedimento não a um mas a dois pontos. Isto por forma a ser possível definir e rastrear a evolução da distância (nomeadamente segundo o eixo do provete) entre esses dois pontos e, assim, permitir a comparação dos resultados obtidos através do algoritmo com os dados de deslocamento providenciados pelo equipamento utilizado para a realização dos ensaios.

Ou seja, no primeiro *frame* posiciona-se os dois pixels de referência, calculando-se em seguida a distância euclideana entre eles (em pixels), l_i . De seguida, o algoritmo, implementado em MATLAB, percorre todo o ensaio através das diversas imagens (cuja leitura é ou não realizada dependendo do passo escolhido) que compõem o vídeo, devolvendo as posições finais de cada um dos pixels sob análise e a distância final entre eles, l_f .



Figura 4.10 - Representação dos pixels de referência e segmento de reta inicial, de comprimento l_i pixels (a azul)



Figura 4.11 - Representação dos pixels de referência e segmento de reta final, de comprimento l_f pixels (a vermelho)

Dos valores final e inicial do comprimento do segmento que une os dois pontos, l_f e l_i , é possível calcular a deformação linear ϵ desse segmento bem como o respetivo *stretch* λ , pelas equações 4.2 e 4.3 vistas anteriormente.

Note-se que o algoritmo é aplicado individualmente a cada um dos dois pontos selecionados. Isto é, em cada imagem criar-se-á dois *subsets* distintos, duas Regiões de Busca, sendo cada ponto processado de forma completamente independente do outro. Para além disso, importa também assinalar que o facto de tanto l_f como l_i serem medidos em pixels não introduzirá erros de maior no cálculo das deformações, dado que a relação entre pixels e unidade de comprimento (px/mm, por exemplo) permanece constante ao longo de todo o ensaio (não há qualquer alteração da resolução local no provete).

O facto de ser possível calcular as deformações e os *stretches* torna também possível comparar os resultados devolvidos pelo programa com aqueles obtidos pelas leituras realizados pelo equipamento durante o ensaio. Para além disso, as marcas

criadas nos provetes aquando da sua preparação permitem também estimar, de forma mais visual, os valores de deformação axial e *stretch* instalados no corpo, servindo também essas estimativas para comparar com os resultados retornados pelo algoritmo.

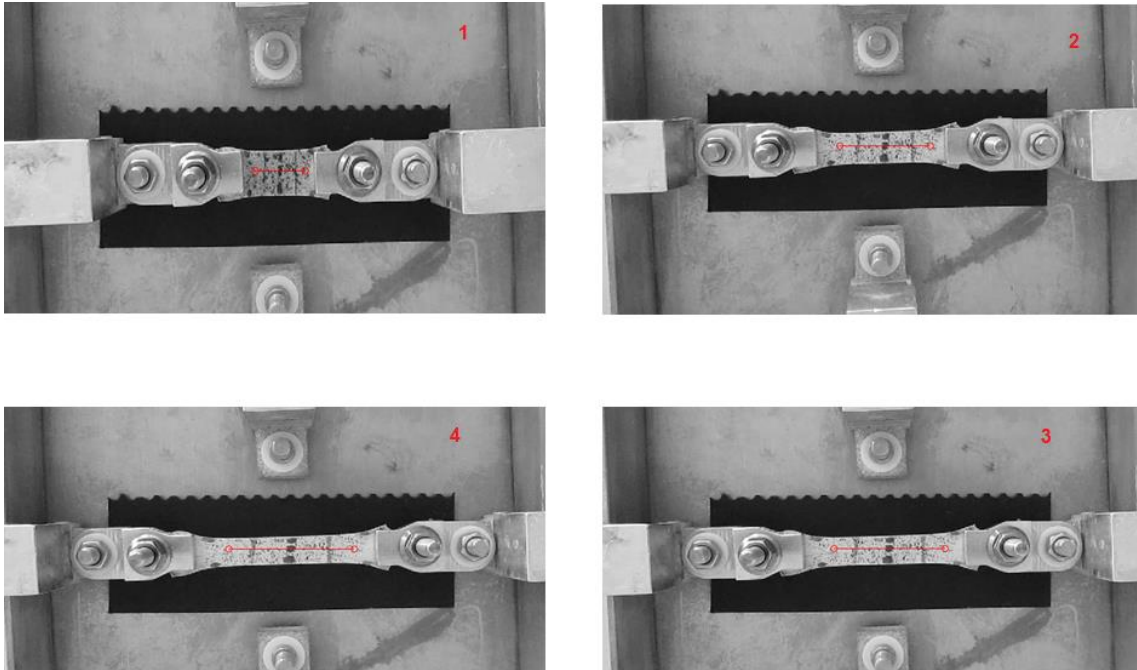


Figura 4.12 - Representação do segmento de reta entre os pixels de referência em diferentes fases do ensaio de tração (5 mm/min)

4.3.1 Procedimentos Alternativos

O algoritmo que foi descrito na secção anterior constitui o objeto fundamental do presente trabalho e aquele cujo desempenho será analisado com detalhe. É sobre esse procedimento desenvolvido de raiz que se debruçará todo o processo de testes e otimização descritos ao longo do documento. No entanto, praticamente em simultâneo com a criação desse, outros algoritmos e outros processos para realização da Correlação Digital de Imagem foram testados e implementados, no sentido de emprestar ao programa a desenvolver as melhores características em termos de fiabilidade, exatidão, consistência e rapidez de processamento.

Nesse sentido, de seguida descrever-se-ão, de forma sucinta, alternativas que foram implementadas e testadas. Realça-se, desde já, que as alternativas a apresentar a

seguir foram descartadas, por motivos distintos, mas a sua implementação e desenvolvimento merecem ser referenciadas, sendo esse o objetivo deste sub-capítulo.

4.3.1.1 Soma das Componentes de Cor

Em [8], os autores seguiram um procedimento com contornos semelhantes ao que foi descrito no início da seção 4.3. Uma das diferenças mais relevantes na abordagem realizada tem a ver com o tratamento das imagens: enquanto no algoritmo criado no presente trabalho cada imagem lida é convertida para uma imagem em escala de cinza – sendo a operação sobre imagens em escala de cinza mais convencional no âmbito da Correlação Digital de Imagem –, no caso exposto em [8] cria-se, para cada imagem, um novo *array* de dimensões iguais às da imagem em que cada elemento corresponde à soma das três componentes RGB da imagem original, numa tentativa de potenciar as distinções entre os vários pixels e, desse modo, tornar o processo de correspondência. Todas as operações de correspondência são então realizadas não sobre imagens, mas sobre esse *array* com as somas R+G+B.

Esta alternativa foi implementada e testada, na perspectiva de se verificar a qualidade dos resultados obtidos. No entanto, os testes realizados vieram mostrar que os resultados alcançados com esta solução são exatamente os mesmos que aqueles que se obtêm ao se converter todas as imagens para escala de cinza, pelo que não existirão quaisquer vantagens em se recorrer a este procedimento.

4.3.1.2 Procedimento Lucas-Kanade

Em 2.4.3 descreveu-se os traços gerais do algoritmo de Lucas-Kanade, um procedimento popular em Visão Computacional que tem como objetivo determinar a posição de um *template* numa imagem. Relembrando o que foi descrito, é possível levar em conta a deformação do *template* na hora de determinar a sua posição na imagem, pelo menos até que esta seja demasiado elevada e conduza a uma descorrelação completa. Também é importante lembrar que a determinação dessa nova posição, bem como das transformações lineares sofridas, é um processo iterativo, que parte de uma estimativa inicial e converge para os valores dos parâmetros ótimos.

Também aqui o utilizador começa por definir o ponto de referência cujo movimento quer acompanhar, sendo essa seleção seguida da criação de uma máscara de dimensões $m \times n$ em torno desse pixel de referência. Essa máscara será o *template* a

procurar na imagem seguinte (imagens essas que são também lidas com um determinado passo a partir das fotografias/*frames* do ensaio). Lida a imagem seguinte, inicia-se o processo de correspondência, realizado através de algoritmos de Lucas-Kanade (*inverse compositional*, por exemplo) disponibilizados pelos autores de [21]. A estimativa inicial para os parâmetros p a determinar no caso de um *warp* W linear corresponde à posição selecionada pelo utilizador, sem qualquer transformação aplicada. Ou seja, $p_1=p_2=p_3=p_4=p_5=p_6=0$, que conduz ao *warp* inicial

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Durante um único processo de correspondência, são realizadas 100 iterações para garantir a convergência para os parâmetros p ótimos e que definem quer a posição quer a deformação do *template*.

O *warp* ótimo numa imagem é depois utilizado como estimativa inicial na imagem seguinte. No caso de, a dada imagem, ocorrer uma descorrelação, é atualizado o *template*, através da criação de um novo, retangular, de dimensões $m \times n$ na posição onde foi encontrada a última correspondência correta. Note-se que esta descorrelação pode acontecer devido a uma deformação demasiado acentuada no padrão procurado (situação que se torna ainda mais crítica no caso de materiais hiperelásticos) ou pelo facto de a estimativa inicial se encontrar fora do raio de convergência do método, que, para *templates* com as dimensões típicas utilizadas, é efetivamente bastante reduzido (por exemplo, para $m=n=21$, deslocamentos de mais de 2 pixels de um dado ponto conduziram a descorrelação).

Estas descorrelações ocorridas com alterações tão reduzidas na superfície do provete obrigam à utilização de passos de leitura mais pequenos o que implica o carregamento de um maior número de imagens. Este aspeto, aliado ao já de si complexo procedimento iterativo, resulta em elevado tempo de processamento. E, mais relevante do que isso, a dada altura do ensaio, quando a deformação real é já elevada, a descorrelação entre imagens consecutivas passa a ser sistemática e praticamente irreversível, razão pela qual esta alternativa foi posta de lado na hora de definir o rumo do trabalho.

5 Desempenho do Algoritmo

O presente capítulo tem como objetivos principais verificar o funcionamento do algoritmo segundo os procedimentos apresentados, avaliar a influência de cada parâmetro nos resultados e procurar otimizar os respectivos valores, de forma a garantir um funcionamento regular e eficiente da aplicação.

Inicialmente, será apresentado um conjunto de testes que serão o alvo de estudo de uma análise preliminar, que tem em vista verificar que variáveis mais influenciam na qualidade dos resultados.

Identificado o passo de leitura das imagens como o parâmetro de maior influência, as secções subsequentes descrevem o efeito dos outros parâmetros sobre a dependência do passo, que se pretende tão baixa quanto possível, de modo a garantir a coerência dos resultados e a fiabilidade do algoritmo. Os parâmetros em análise são divididos em internos e externos, conforme dependem de variáveis intervenientes no algoritmo ou de fatores relativos às condições de ensaio e procedimento experimental.

Tabela 5.1 - Parâmetros Internos e Externos a analisar

| Parâmetros Internos | | | Parâmetros Externos | | | |
|---------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------------|--------------------|--------------------------|----------------|
| Função Custo | Dimensões do <i>Subset</i> | Dimensões da Região de Busca | Velocidade Local | Resolução Local | Cadência de Aquisição | <i>Speckle</i> |

A metodologia utilizada para concluir acerca do efeito de cada variável sobre a qualidade dos resultados passou por fixar todos os outros parâmetros e fazer variar aquele que constitui o alvo do estudo, registando as consequência dessa variação nos resultados.

5.1 Análise Preliminar

A evolução do algoritmo e, por conseguinte, os resultados devolvidos pelo mesmo são largamente influenciados por um conjunto de parâmetros intervenientes nos

procedimentos, assumindo, intuitivamente, grande relevância variáveis como as dimensões do *subset*, as dimensões da Região de Busca (*SZ – Search Zone*), o passo de leitura das imagens, a resolução da câmara/CCD nas condições de utilização e a velocidade do ponto cujo *tracking* se pretende realizar. Repare-se que alguns destes parâmetros (como as dimensões do *subset* e da Região de Busca) são impostos ao sistema pelo utilizador, enquanto outros estão diretamente relacionados com as condições dos ensaios e captação das imagens. A juntar a isto, é importante realçar que algumas das variáveis referidas se encontram intimamente relacionadas, com realce para a relação entre a velocidade de cada ponto e a resolução: entendendo esta velocidade do ponto como o número de pixels que se desloca um ponto da superfície do corpo num dado intervalo de tempo, e dada a natureza discreta das posições numa imagem, percebe-se que a resolução (local) das imagens influirá no valor desta velocidade. Note-se que se pode representar esta velocidade local no ponto em pixels por unidade de tempo (que depende da resolução) ou pela definição física de velocidade (deslocamento por unidade de tempo). As duas versões estarão naturalmente relacionadas e poderão ser convertidas uma na outra por intermédio de um fator *f* (comprimento por pixel; por exemplo, mm/px) que estará intimamente relacionado com a resolução da câmara e com a proximidade da objetiva ao alvo:

$$v_{\text{local}} = \frac{\Delta x}{t} = f \frac{N}{t} \quad (5.1)$$

em que *N* representa o número de pixels *px*.

Deste ponto em diante, o termo “velocidade local” referir-se-á então ao conceito explicado, sendo as respetivas unidades apresentadas conforme o contexto e a aplicabilidade ao assunto a tratar.

Desde logo, levanta-se a questão de como estimar a velocidade de um ponto na superfície do provete ensaiado. Apesar da alta não linearidade de materiais hiperelásticos na resposta em tensão a um deslocamento imposto, considerou-se que, em termos de movimento, a velocidade de um ponto sobre o eixo do provete varia linearmente do centro para a extremidade. Isto é, considerando que o ponto da extremidade se move à velocidade do atuador (v_{act}) e o ponto central terá, em condições teóricas e ideais, velocidade nula, a velocidade de qualquer ponto entre esses poderá ser estimada por interpolação linear. Naturalmente, todas estas assunções constituem

aproximações algo grosseiras. No entanto, esta metodologia serve o propósito de estimar, de forma aproximada, a velocidade de deslocamento axial de um dado ponto da superfície.

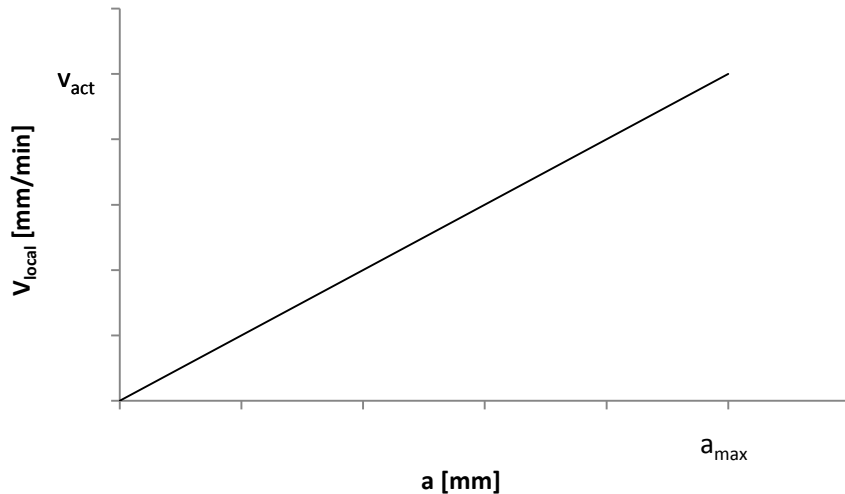


Figura 5.1 - Relação considerada entre distância axial ao centro do provete (a) e velocidade local (v_{local})

Para avaliar, preliminarmente, a sensibilidade do sistema a cada um dos parâmetros referidos, realizou-se um procedimento simples: recorrendo às imagens de um dos ensaios realizados, definiu-se um conjunto padrão de valores dos parâmetros, fazendo-se de seguida variar cada um deles individualmente, avaliando-se a influência dessa variável no valor final de *stretch* do segmento que une os dois pixels de referência.

Antes de apresentar os resultados obtidos segundo essa metodologia, convém mostrar qual o valor indicado pela curva F vs. Δl como valor experimentalmente correto para a deformação instalada, pelo menos a julgar pela leitura das células de carga dos atuadores. A figura 5.2 mostra a curva força-deslocamento obtida no ensaio de tração (atuadores a deslocarem-se a 5 mm/min). Note-se que o ensaio não foi realizado até à rotura do provete, mas apenas limitado pelo deslocamento máximo admitido para os atuadores nas condições do ensaio.

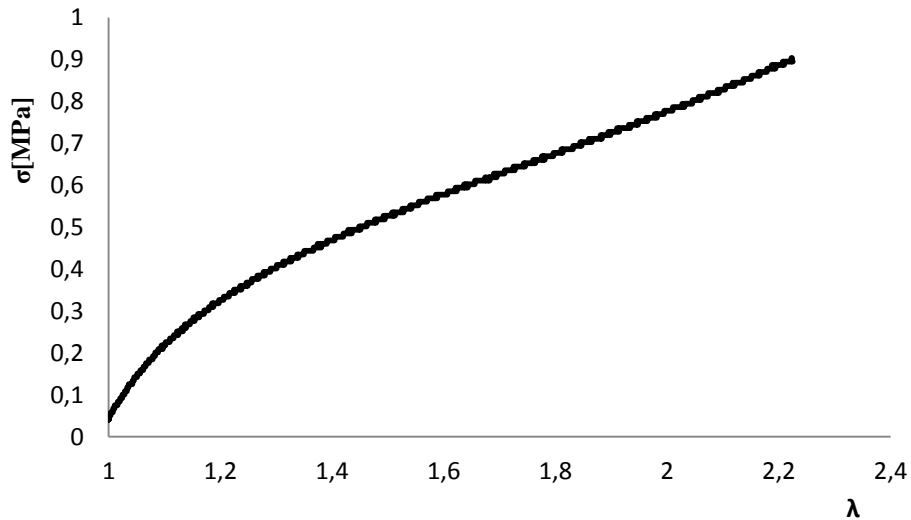


Figura 5.2 - Curva σ vs. λ obtida no ensaio de tração de borracha, com velocidade 5 mm/min por atuador

Considerando o deslocamento máximo alcançado $\Delta l = 24.90$ mm e um comprimento inicial $l_i = 20.33$ mm (estimado com recurso ao *software* ImageJ), tem-se

$$\lambda = \frac{24.90}{20.33} + 1 = 2.22$$

que, não traduzindo um valor exato (não só pelos erros associados ao processo de medição, mas também por possíveis não linearidades e não homogeneidades apresentadas pelo material), representa um valor aproximado para o *stretch* máximo e que poderá servir como referência.

Passe-se então agora à avaliação da influência dos parâmetros segundo os moldes descritos anteriormente. De forma a fixar as condições iniciais, os dois pixels selecionados são sempre os mesmos, tendo as suas coordenadas sido impostas ao programa, e estão representados na figura 5.3.1.



Figura 5.3 - Posições de referência consideradas. 1: pontos afastados; 2: pontos próximos

As posições dos pontos correspondem a um módulo estimado de velocidade de 3.67 mm/min em cada um. As condições padrão definidas para a metodologia de teste a adotar estão representadas na tabela 5.2:

Tabela 5.2 - Condições padrão para avaliação da influência de cada parâmetro

| Função Custo | Dim. Subset (m x n) | Dim. Região de Busca (M x N) | Passo |
|---------------------|----------------------------|-------------------------------------|--------------|
| SSD | 11 x 11 | 15 x 15 | 100 |

Note-se que, ao variar um dos parâmetros para verificar a sua influência, todos os outros são mantidos nos valores padrão.

Tabela 5.3 - Influência da dimensão da Região de Busca SZ

| SZ (M x N) | 5 x 5 | 11 x 11 | 15 x 15 | 25 x 25 |
|-------------------|--------------|----------------|----------------|----------------|
| λ | 2.8637 | 2.8636 | 2.8636 | 2.8636 |

Tabela 5.4 - Influência da dimensão do subset

| Subset (m x n) | 5 x 5 | 11 x 11 | 15 x 15 | 21 x 21 |
|-----------------------|--------------|----------------|----------------|----------------|
| λ | 2.0229 | 2.8636 | 2.9318 | 2.1819 |

Tabela 5.5 - Influência do passo de leitura das imagens

| Passo | 1 | 10 | 100 | 300 |
|--------------|----------|-----------|------------|------------|
| λ | 1 | 0.9773 | 2.8636 | 2.3182 |

Como nota de destaque, assinala-se que a leitura de todas as 4544 imagens que compõem o ensaio (ou seja, utilização de passo 1) levou 3463 segundos, o equivalente a 57 minutos e 43 segundos.

Para confirmar se existe alguma tendência nos resultados, ou se estes estão de alguma forma relacionados com a posição ou proximidade entre os pontos escolhidos ou com a velocidade desses pontos, repetiu-se o procedimento para pontos menos afastados, representados na figura 5.3.2 (velocidade local estimada de 1.25 mm/min), admitindo-se o mesmo *stretch* $\lambda=2.22$ como referência.

Tabela 5.6 - Condições padrão para avaliação da influência de cada parâmetro

| Função Custo | Dim. Subset (m x n) | Dim. Região de Busca (M x N) | Passo |
|---------------------|----------------------------|-------------------------------------|--------------|
| SSD | 11 x 11 | 15 x 15 | 100 |

Tabela 5.7 - Influência da dimensão da Região de Busca SZ

| SZ (M x N) | 5 x 5 | 11 x 11 | 15 x 15 | 25 x 25 |
|-------------------|--------------|----------------|----------------|----------------|
| λ | 1 | 1 | 1 | 1 |

Tabela 5.8 - Influência da dimensão do subset

| Subset (m x n) | 5 x 5 | 11 x 11 | 15 x 15 | 21 x 21 |
|-----------------------|--------------|----------------|----------------|----------------|
| λ | 1.6028 | 1 | 1 | 1 |

Tabela 5.9 - Influência do passo de leitura das imagens

| Passo | 1 | 10 | 100 | 300 |
|-----------|---|----|-----|--------|
| λ | 1 | 1 | 1 | 2.9333 |

Da execução destes pequenos testes e da análise das tabelas é possível retirar já alguns aspetos importantes. Desde logo, um comportamento muito pior do algoritmo no caso da sua aplicação aos pontos próximos entre si. *Stretches* unitários implicam que $l_f=l_i$, isto é, apesar da deformação do provete, a posição dos pixels de referência nunca se alterou desde o início do ensaio. Esta inoperância do algoritmo poderá ser devida ao baixo número de pixels entre os pontos ou à baixa velocidade local, hipóteses analisadas com mais detalhe em secções seguintes.

Para além disso, verifica-se que o passo de leitura das imagens é o parâmetro que, à partida, terá maior influência nos resultados do programa. Alterações nas dimensões de *subsets* e Regiões de Busca introduzem variações mais ligeiras do que aquelas verificadas ao se experimentar *steps* distintos, o que pode indicar que esta última variável tem um peso maior na precisão e exatidão dos resultados.

5.2 Importância do Passo

Como se viu, o passo de leitura das imagens parece ser um parâmetro fulcral, não só para o desempenho e processamento do algoritmo, mas também para a qualidade e estabilidade dos resultados, sendo, portanto, de capital importância o entendimento da real influência desse *step* nos resultados do algoritmo.

Apesar de já se ter visto, de forma simples e sucinta, que o passo tem, efetivamente, influência no valor total do *stretch* calculado segundo os procedimentos sugeridos, é importante compreender, exatamente, de que forma o passo atua sobre o *tracking* de dois pontos e sobre o cálculo da variação relativa da distância entre eles. Para isso, verificou-se, com passos intervalados de 10 em 10, que valores de *stretch* eram devolvidos pelo algoritmo usando cada passo, em cada um dos casos da figura 5.3

(5.3.1 e 5.3.2). Esses testes foram conduzidos utilizando os parâmetros padrão definidos em 5.1 e os resultados estão mostrados nas figuras 5.4.1 e 5.4.2.

Tabela 5.10 - Condições padrão para avaliação da influência do *step*

| Função Custo | Dim. <i>Subset</i> (m x n) | Dim. Região de Busca (M x N) |
|--------------|----------------------------|------------------------------|
| SSD | 11 x 11 | 15 x 15 |

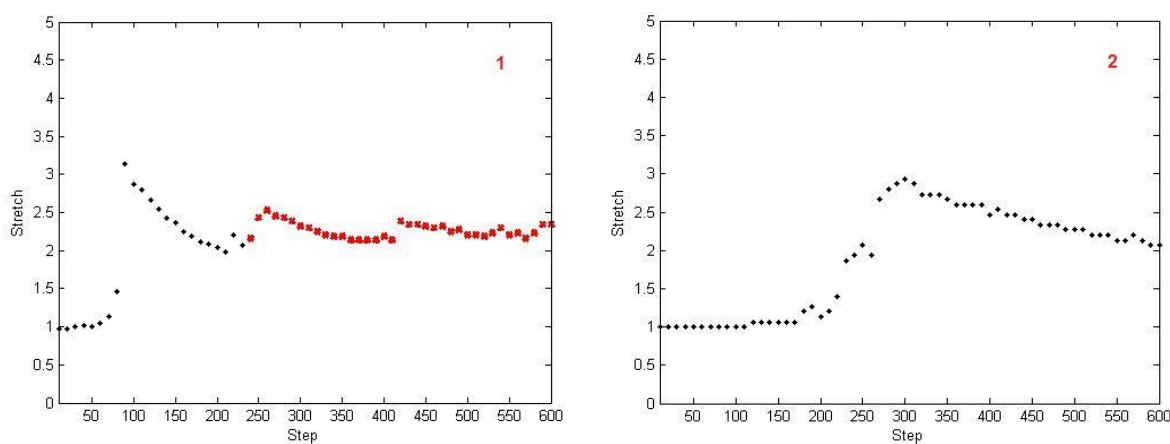


Figura 5.4 - Influência do *step* no cálculo do stretch. 1: pontos afastados ($v=3.67$ mm/min); 2: pontos próximos ($v=1.25$ mm/min)

Como se pode observar, os resultados variam bastante com o passo escolhido pelo utilizador para a leitura das imagens. Esse efeito é ainda mais evidente no caso 2, onde os pixels de referência estão mais próximos e os respetivos pontos se deslocam a velocidade mais baixa, não existindo qualquer região de estabilização dos resultados. No caso 1, apesar de alguma variação com passos inferiores a 300, atinge-se depois uma região de maior coerência entre resultados e com os 2.22 que representam o *stretch* esperado.

Em ambos os casos, 1 e 2, passos baixos conduzem a *stretches* $\lambda \approx 1$, o que representa o já referido problema de os pixels de referência não acompanharem a deformação do corpo. Isto pode dever-se ao facto de, com passos pequenos, imagens consecutivas serem demasiado idênticas para se vislumbrar movimento inteiro de

pixels. Esta situação, aliada à atualização do *subset* em cada imagem, poderá estar na base deste efeito, ainda mais evidente no caso 2 (velocidade local mais baixa, o que implica que é necessário imagens mais intervaladas de modo a ocorrer movimento efetivo do pixel de referência). Para além deste aspeto, será de esperar que, com *steps* elevados, os resultados também não apresentem qualidade suficiente, dado que a alteração na superfície será tão elevada que ocorrerá uma descorrelação entre o *subset*, sempre retangular, e as regiões da imagem onde este é procurado.

A variabilidade evidente na figura 5.4 levanta questões: será possível alterar os parâmetros (função custo, Região de Busca, *subset*) por forma a se atingir uma estabilização total ou parcial que aumente a fiabilidade dos resultados? Ou, para cada caso, cada ensaio e conjunto de condições, haverá um passo que deva ser utilizado e que garanta bons resultados? Poderá esse passo ser estimado a partir dos valores das várias variáveis?

Neste sentido, e considerando o passo como a variável fundamental, procurar-se-á variar os diferentes parâmetros de forma a conseguir encontrar um conjunto de condições que permita definir alguma estabilidade na relação entre os resultados e o passo de leitura de imagens. Isto é, mais que uma combinação de variáveis que providencie resultados corretos, vai-se procurar determinar um conjunto de parâmetros que se traduza numa estabilidade tão grande quanto possível com o método da relação *step-stretch*, definindo-se esse como o objetivo principal. Como tal, na análise a efetuar da influência de cada variável, serão sempre apresentados gráficos *stretch-step* (como os da figura 5.4) sendo esses os principais indicadores do impacto dessa variável em estudo. Para além disso, de modo a se averiguar estatisticamente a existência de uma zona de estabilidade no gráfico e a qualidade desses resultados, far-se-á, sempre que possível e que tal se justifique, o cálculo da média do *stretch* e o respetivo desvio padrão calculados nessa região. Considerar-se-á como *zona de estabilidade* um conjunto igual ou superior a 10 *steps* consecutivos (medidos de 10 em 10) cujos *stretches* se localizem no interior de uma amplitude de *stretch* de 0.5 e que não apresente uma tendência marcadamente crescente ou decrescente. Por exemplo, a figura 5.4.1 apresenta uma zona de estabilidade, constituída pelos pontos marcados a vermelho, para *steps* entre 270 e 600, enquanto essa região não existe na figura 5.4.2 dado o declive negativo na evolução dos pontos.

5.3 Parâmetros Inerentes ao Algoritmo

Nesta secção, investiga-se a forma como a alteração de variáveis internas ao algoritmo afeta a relação entre o passo e os resultados. Essas variáveis, nomeadamente dimensões m e n so *subset* e M e N da Região de Busca, bem como a função custo que permite a comparação entre a máscara e a imagem, podem ser alteradas pelo utilizador na procura de melhores resultados. Pretende-se, então, estudar o impacto de cada uma nos resultados e averiguar se existe uma combinação destas que atribua estabilidade a esses resultados.

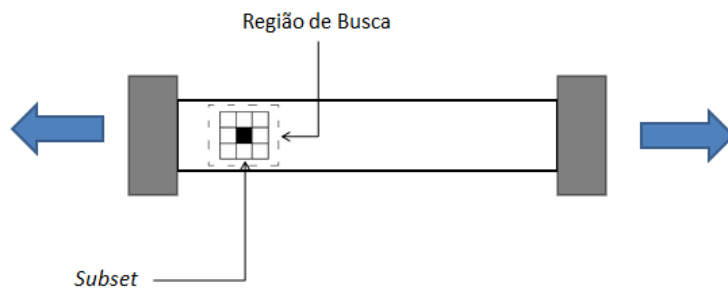


Figura 5.5 - Representação do *subset* e da Região de Busca

Mais uma vez, sempre que se considerar pertinente, e dada a relevância da diferença entre os resultados nos dois casos, far-se-á a análise do que ocorre com pares de pontos afastados e pares de pontos próximos.



Figura 5.6 - Pares de pontos de referência afastados (1) e próximos (2)

5.3.1 Influência da Função Custo

Como foi explicado na secção 4.3, a comparação entre o *subset* e cada região da imagem é feita com base na minimização de uma dada Função Custo, que atribui a cada região um coeficiente representativo da correlação existente.

Para verificar que vantagens e desvantagens se poderá retirar da alteração do método de comparação, verificou-se, para as mesmas condições de velocidade, tamanho do *subset* e dimensões da Região de Busca, de que modo cada tipo de Função Custo se

reflete na evolução do *stretch* com o passo, procurando-se um que possibilite qualidade nas medições e uma estabilidade tão elevada quanto possível.

Foram testadas os seguintes tipos de Função Custo: *Sum of Squared Differences* (SSD), *Normalized Cross Correlation* (NCC), *Zero-Mean Sum of Squared Differences* (ZSSD) e *Normalized Sum of Squared Differences* (NSSD).

$$\text{SSD: } C = \sum [f(x, y)^2 - g(x', y')^2] \quad (5.2)$$

$$\text{NCC: } C = 1 - \frac{\sum f(x, y)g(x', y')}{\sqrt{\sum f(x, y)^2 \sum g(x', y')^2}} \quad (5.3)$$

$$\text{ZSSD: } C = \sum ((g(x', y') - \bar{g}) - (f(x, y) - \bar{f}))^2 \quad (5.4)$$

$$\text{NSSD: } C = \sum \left(\frac{\sum f(x, y)g(x', y')}{\sum g(x', y')^2} g(x', y') - f(x, y) \right)^2 \quad (5.5)$$

Nas expressões genéricas anteriores, **f** representa o *subset* e **g** a imagem onde a correspondência é procurada.

Um conjunto de resultados representativo da influência de cada tipo de função é apresentado a seguir, com os pixels de referência posicionados de acordo com a figura 5.6.1 (velocidade estimada de 3.67 mm/min) e condições padrão discriminadas na tabela 5.11.

Tabela 5.11 - Condições padrão para avaliação da influência da Função Custo (com v=3.67 mm/min)

| Velocidade Local (mm/min) | Dim. subset (m x n) | Dim. Região de Busca (M x N) |
|----------------------------------|----------------------------|-------------------------------------|
| 3.67 | 11 x 11 | 15 x 15 |

A figura 5.7 apresenta os resultados obtidos com os diferentes tipos de funções, nas condições da tabela 5.11. A vermelho, encontram-se assinalados os pontos dos gráficos contidos na zona de estabilidade, nos moldes definidos anteriormente.

É importante assinalar, desde já, que os resultados obtidos com a *Normalized Cross Correlation* (NCC), figura 5.2.2, não são fiáveis. Ao se verificar a evolução do pixel referência com o decorrer das imagens, observa-se que o *tracking* não é feito corretamente e, como tal, as posições finais acabam por, regra geral, não fazer sentido. De qualquer das formas, os gráficos e os resultados com NCC serão apresentados.

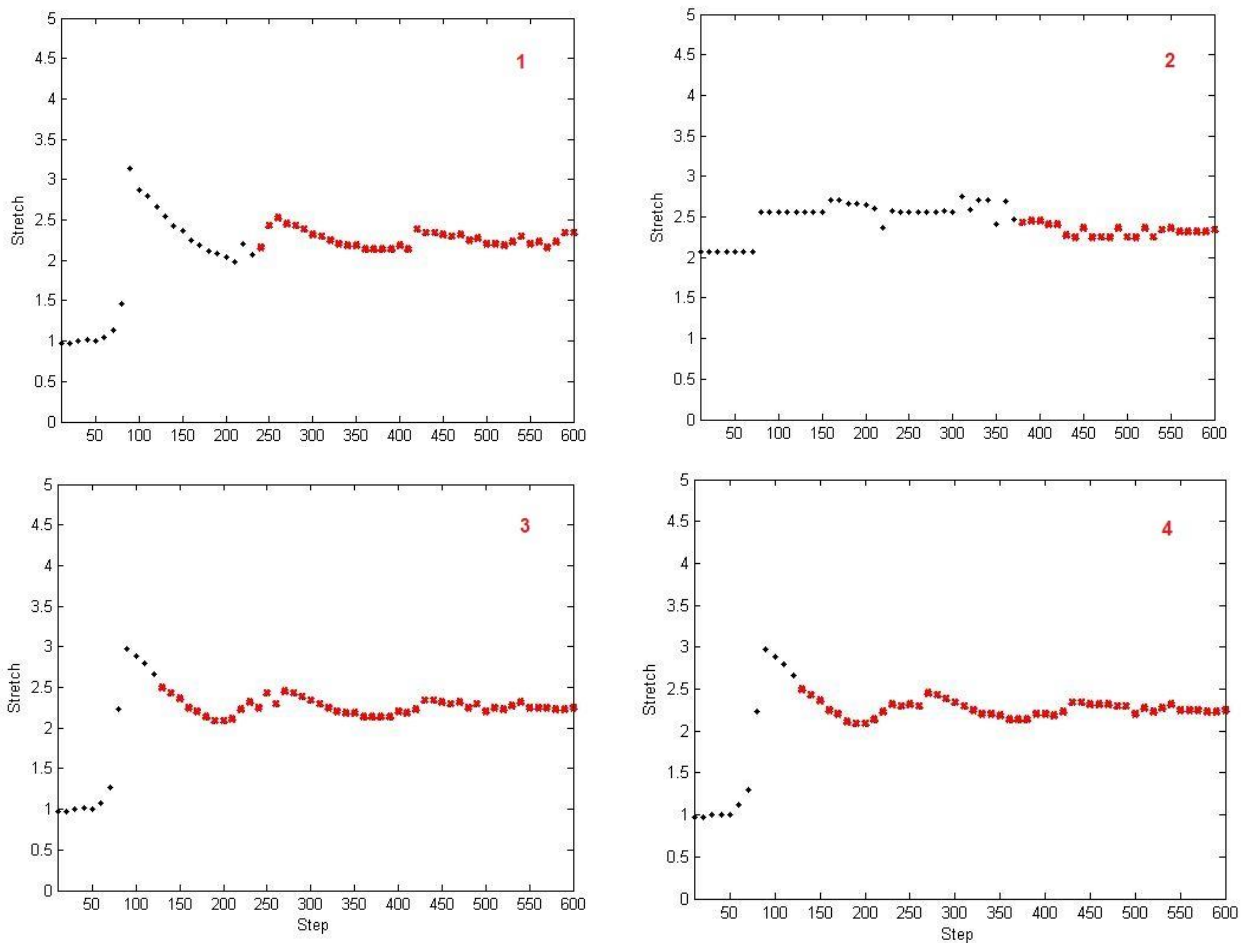


Figura 5.7 - Influência do tipo de Função Custo. 1: SSD; 2:NCC; 3: ZSSD; 4: NSSD

Calculou-se, então, a partir destes dados, a média, $\bar{\lambda}$ e o desvio padrão, σ_{λ} , associados ao teste com cada função custo, estando esses resultados dispostos na tabela 5.12, juntamente com a gama de λ , A_{λ} , que representa a zona de estabilidade.

Como se pode verificar pela análise dos dados, três dos tipos de comparação testados resultam em valores de *stretch* muito próximos (o outro é a NCC, que apresenta

falhas já mencionadas) e totalmente admissíveis como corretos, entre 2.2600 e 2.2654. Dos valores dos desvios padrão e dos gráficos apresentados verifica-se também que, dos três, ZSSD e NSSD apresentam uma estabilidade superior, com menor variância, servindo, por conseguinte, o propósito pretendido de forma superior à SSD. Estes resultados apontam também para a fiabilidade do método global utilizado para realizar a Correlação Digital de Imagem, nomeadamente se se recorrer às Funções de Custo ZSSD e NSSD.

Tabela 5.12 - Análise estatística das zonas de estabilidade com diferentes Funções Custo

| Função Custo | A_λ | $\bar{\lambda}$ | σ_λ |
|---------------------|-------------------|-----------------|------------------|
| SSD | [2.1364 ; 2.6364] | 2.2654 | 0.1019 |
| NCC | [1.9777 ; 2.4777] | 2.3365 | 0.0745 |
| ZSSD | [2.0909 ; 2.5909] | 2.2600 | 0.0969 |
| NSSD | [2.0909 ; 2.5909] | 2.2624 | 0.0927 |

Os resultados levantam também outra questão, cuja pertinência deve ser realçada. Na secção 5.1 observou-se que a aplicação do procedimento a pixels referência mais próximos, com menor velocidade local, se tornava mais problemática, na medida em que a variância do *stretch* com o passo era elevada, sendo o *tracking* pouco eficaz. Como tal, pode ser interessante avaliar se alguma destas Funções Custo permite estabilizar esses valores e oferecer coerência às medições.

Como tal, aplicar-se-á exatamente o mesmo procedimento aos pontos representados na figura 5.6.2 (velocidade estimada de 1.25 mm/min), estando os resultados apresentados na figura 5.8.

Tabela 5.13 - Condições padrão para avaliação da influência da Função Custo (com $v=1.25$ mm/min)

| Velocidade Local (mm/min) | Dim. <i>subset</i> (m x n) | Dim. Região de Busca (M x N) |
|---------------------------|----------------------------|------------------------------|
| 1.25 | 11 x 11 | 15 x 15 |

Da análise da figura 5.8, observa-se imediatamente que dos quatro tipos testados, três deles não apresentam qualquer região estável, dada a tendência claramente descendente dos dados para passos superiores a 300. A única função custo que apresenta alguma constância é a *Normalized Cross Correlation* (figura 5.8.2), sendo que, mais uma vez, a evolução dos pixels de referência é pouco natural, pelo que também a hipótese de utilização de NCC nestes casos está descartada.

Como tal, pode-se concluir que a alteração do método de comparação de *subset* e imagem não é solução para os casos de velocidades mais baixas (que poderão também estar associadas a resoluções locais baixas).

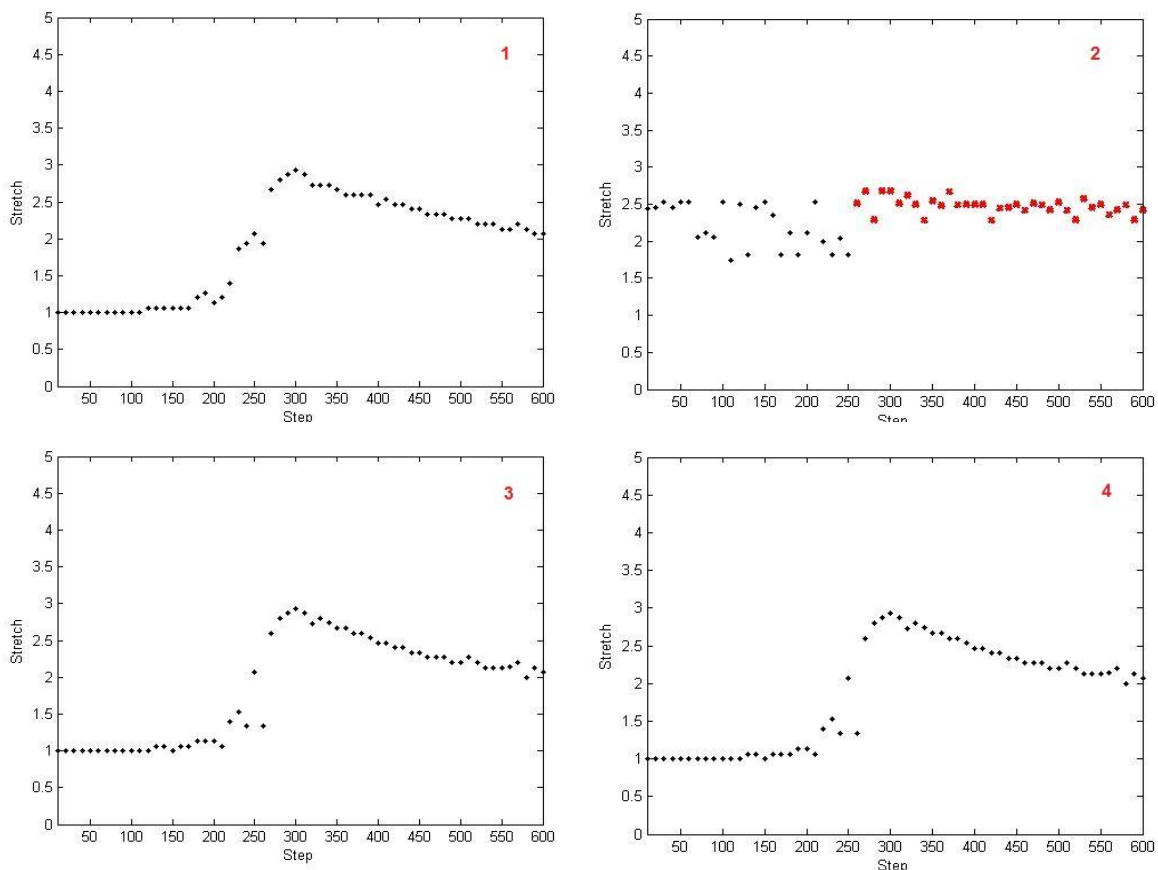


Figura 5.8 - Influência do tipo de Função Custo. 1: SSD; 2:NCC; 3: ZSSD; 4: NSSD

5.3.2 Influência das Dimensões do Subset

Para se aferir acerca da influência das dimensões do *subset*, que tem, como previamente definido, m linhas e n colunas, recorreu-se a um procedimento semelhante ao adotado na secção anterior. Aqui, porém, fixou-se a velocidade local (conseguida através da seleção dos mesmos pontos iniciais, figura 5.6.1), a Função Custo e as dimensões da Região de Busca. Quanto à Função Custo utilizada, definiu-se a *Normalized Sum of Square Differences*, dados os resultados obtidos nos testes da secção anterior.

Os valores padrão definidos para os vários parâmetros estão mostrados na tabela 5.14.

Tabela 5.14 - Condições padrão para avaliação da influência da dimensão do *subset* (com $v=3.67$ mm/min)

| Velocidade Local (mm/min) | Função Custo | Dim. Região de Busca (M x N) |
|---------------------------|--------------|------------------------------|
| 3.67 | NSSD | 15 x 15 |

Neste contexto, apresenta-se a seguir os resultados obtidos com *subsets* 7x7, 11x11 e 17x17. Refira-se desde já que dimensões inferiores a 7x7 conduziram a erros na execução do programa, dado o pouco conteúdo em informação de um *subset* pequeno numa situação em que a resolução local é, já de si, reduzida. Definida a gama de *stretches* da zona admissível, calculou-se a média e o desvio padrão relativos a cada caso, valores esses dispostos na tabela 5.15.

Subsets de dimensões médias (11x11) e de dimensões grandes (17x17) conduzem a resultados próximos (mais uma vez na ordem dos 226% de *stretch*), sendo que os de 11x11 conduzem a resultados mais estáveis, condição atestada pelo menor desvio padrão e que pode também ser visualizada na figura 5.9.2.

No caso do de dimensão mais reduzida, a variação entre passos (múltiplos de 10) consecutivos é maior, bem como os desvios padrão. Ao se analisar a evolução do algoritmo e as várias posições ocupadas pelos pixels de referência durante o ensaio, verificou-se uma irregularidade bastante elevada. O facto de o *subset* ser pequeno não

permite que este contenha informação suficiente para se encontrar numa imagem uma correspondência que seja absoluta e indubitavelmente correta, visto que aparecem mais regiões com distribuições semelhantes e que invalidam resultados fiáveis.

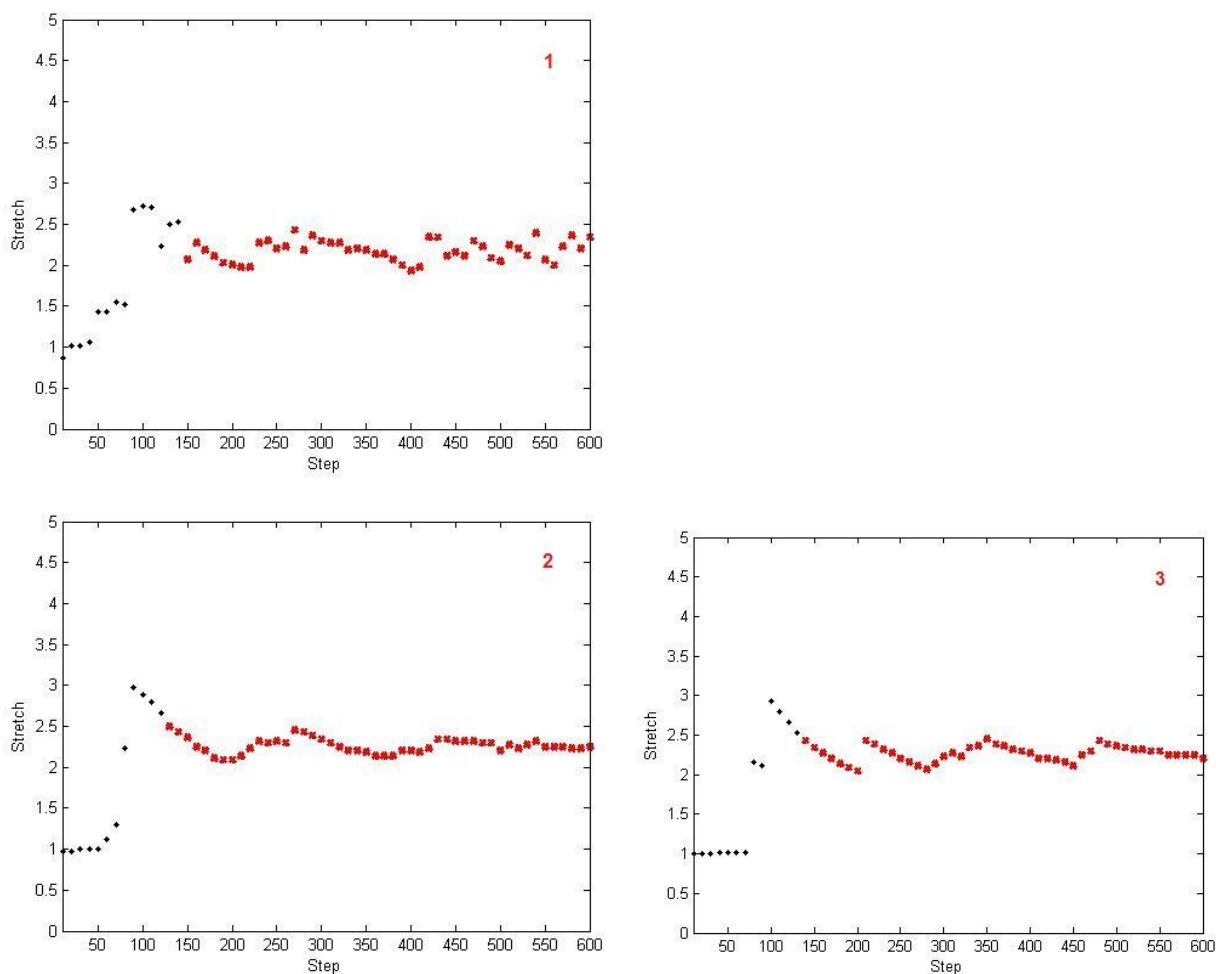


Figura 5.9 - Influência da dimensão do *subset* (com $v=3.67$ mm/min). 1: 7x7; 2: 11x11; 3: 17x17

Tabela 5.15 - Análise estatística das zonas de estabilidade com diferentes dimensões do *subset*

| Dimensão do <i>subset</i> | A_λ | $\bar{\lambda}$ | σ_λ |
|---------------------------|-------------------|-----------------|------------------|
| 7x7 | [1.9340 ; 2.4340] | 2.1779 | 0.1271 |
| 11x11 | [2.0909 ; 2.5909] | 2.2624 | 0.0927 |
| 17x17 | [2.0456 ; 2.5456] | 2.2660 | 0.1014 |

Como tal, recomenda-se a utilização de *subsets* de dimensões superiores ou iguais a 11x11 (13x13 também apresentará bons resultados), sendo porém, essencial que estes incluam apenas superfície do provete e nunca as amarras do equipamento do ensaio de tração.



Figura 5.10 - Provete de largura 3 mm e pixels de referência iniciais

Uma hipótese que se levanta é a das dimensões da máscara estarem dependentes da largura dos provetes em estudo e/ou da área da superfície. Para avaliar esta situação, realizou-se um ensaio em tudo semelhante, com uma diferença na largura do provete, testando-se agora um mais estreito, de largura 3mm, que, na configuração do *setup* e com a câmara utilizada corresponde a uma largura de 11 pixels. Selecionou-se os pixels de referência iniciais de modo a se conseguir a mesma velocidade estimada de 3.67 mm/min. O provete e os pontos seleccionados estão representados na figura 5.10 e as condições padrão foram as mesmas usadas anteriormente.

Tabela 5.16 - Condições padrão para avaliação da influência da dimensão do *subset* num provete de 3 mm de largura

| Velocidade Local (mm/min) | Função Custo | Dim. Região de Busca (M x N) |
|---------------------------|--------------|---------------------------------|
| 3.67 | NSSD | 15 x 15 |

Testou-se *subsets* de 5x5, 7x7 e 11x11, sendo que, novamente, os mais pequenos conduziram a erros no programa que se julga relacionados com elevado número de correspondências gerados pela pouca informação da região. Dadas as dimensões do provete, um *subset* de 11x11 ocupa toda a largura, mas não inclui numa parte do equipamento de ensaio. O resultado do teste com essa dimensão está mostrado na figura 5.11.

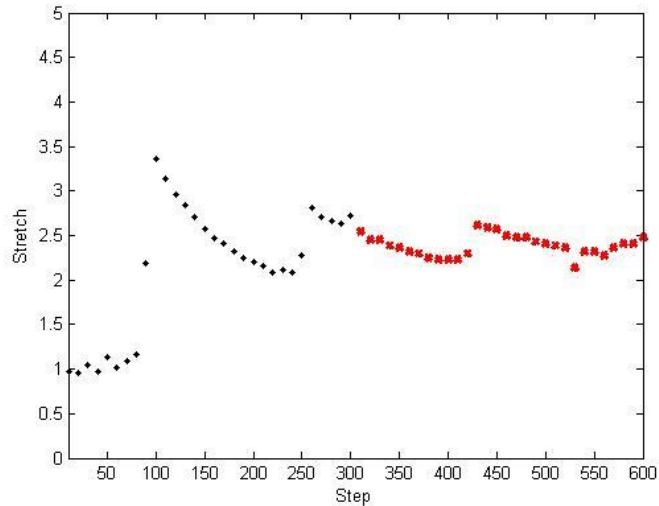


Figura 5.11 - Resultados com *subset* 11x11 num provete de largura 3 mm

Outra situação onde a influência do *step* se poderá fazer sentir tem a ver com o caso de movimentos a velocidade local mais baixa (no caso, 1.25 mm/min), como representado na figura 5.12.2.

Visto que máscaras de menores dimensões têm a possibilidade de provocar erros no decorrer do algoritmo, testou-se apenas 11x11 e 17x17, nas condições padrão já utilizadas anteriormente.

Tabela 5.17 - Condições padrão para avaliação da influência da dimensão do *subset* (com $v=1.25$ mm/min)

| Velocidade Local (mm/min) | Função Custo | Dim. Região de Busca (M x N) |
|---------------------------|--------------|------------------------------|
| 3.67 | NSSD | 15 x 15 |

Com nenhuma das dimensões utilizadas se vislumbrou alguma estabilidade nem alguma zona de resultados potencialmente corretos, pelo que o problema associado à estabilidade das velocidades mais baixas se parece manter independentemente deste parâmetro.

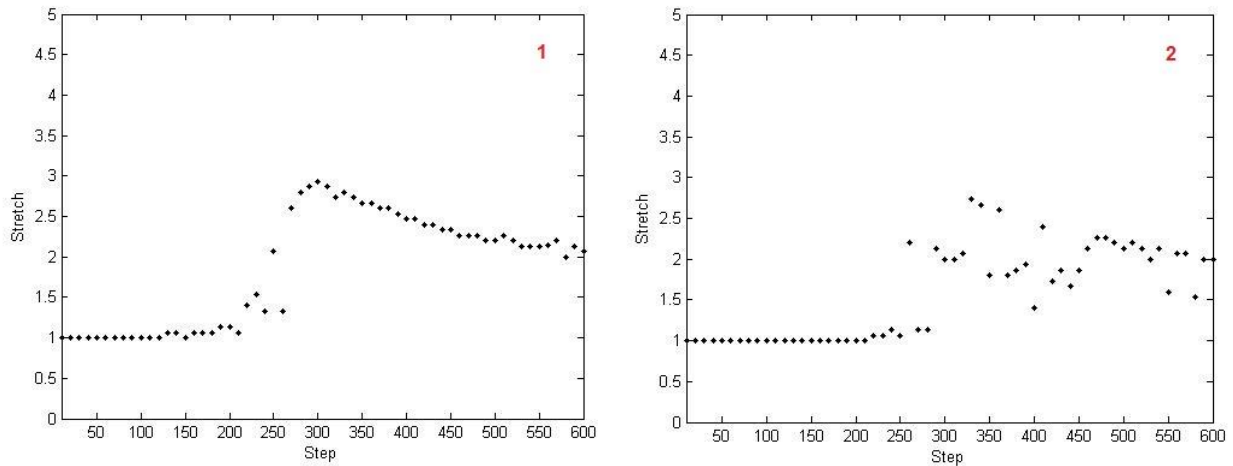


Figura 5.12 - Influência da dimensão do *subset* (com $v=1.25$ mm/min). 1: 11x11; 2: 17x17

5.3.3 Influência das Dimensões da Região de Busca

Dos três parâmetros inerentes ao algoritmo analisados nesta secção, a dimensão da Região de Busca será aquela cuja influência será, à partida, mais previsível. Como já foi explicado aquando da introdução desta variável, o *subset* será centrado em cada pixel contido na Região de Busca, sendo depois escolhida a melhor correspondência apenas nessa região.

Isto leva logo a uma inferência: se de uma imagem para a seguinte, um ponto se deslocar para um pixel fora da Região de Busca da segunda, perder-se-á a qualidade do processo de correspondência, visto que esta só será procurada no interior dessa zona. O que sugere que esta deverá ser grande o suficiente, e tanto maior quanto maior a velocidade local real e quanto maior o passo.

Por isso, e para testar a real relevância desta variável, analise-se um ensaio feito a uma velocidade superior ao visto até agora. No caso seguinte, cada um dos dois atuadores que executaram a tração da borracha deslocavam-se a 10 mm/min, estimando-se uma velocidade local para os pixels/pontos seleccionados de 7.06 mm/min.



Figura 5.13 - Provete utilizado no ensaio a 10 mm/min e pixels de referência iniciais

As condições padrão do ensaio são então as discriminadas na tabela 5.18. Efetuar-se-á três testes nessas condições, variando-se as dimensões da Região de Busca: 7x7, 13x13 e 21x21.

Tabela 5.18 - Condições padrão para avaliação da influência da dimensão da Região de Busca

| Velocidade Local (mm/min) | Função Custo | Dim. <i>Subset</i> (m x n) |
|---------------------------|--------------|----------------------------|
| 7.06 | NSSD | 11 x 11 |

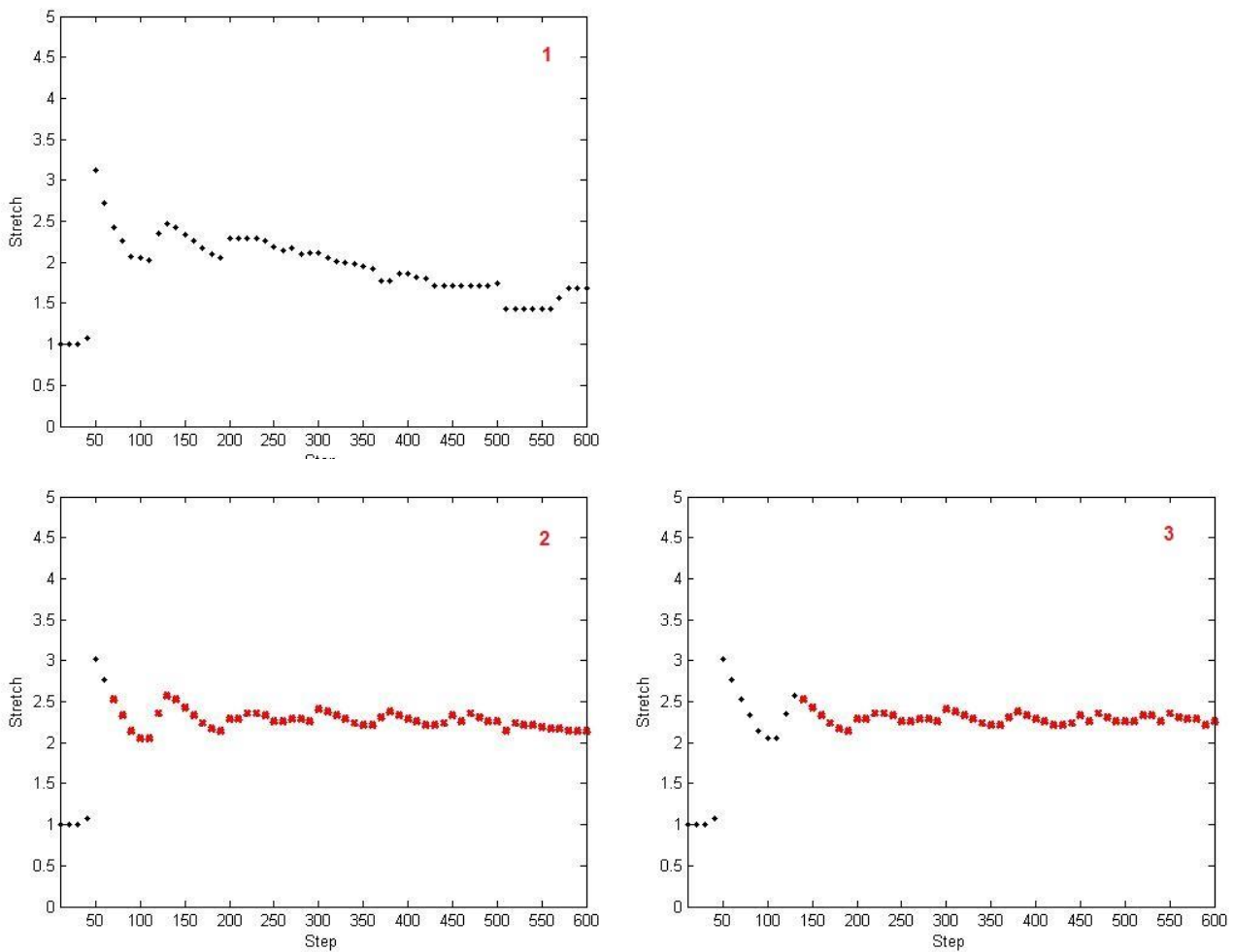


Figura 5.14 - Influência da dimensão da Região de Busca. 1: 7x7; 2: 13x13; 3: 21x21

Tabela 5.19 - Análise estatística das zonas de estabilidade com diferentes dimensões da Região de Busca

| Dimensão da Região de Busca | A_λ | $\bar{\lambda}$ | σ_λ |
|------------------------------------|-------------------|-----------------|------------------|
| 13x13 | [2.0482 ; 2.5482] | 2.2624 | 0.1066 |
| 21x21 | [2.0714 ; 2.5714] | 2.2660 | 0.0788 |

Os resultados obtidos e representados na figura 5.14 batem certo com aquilo que foi descrito nos primeiros parágrafos desta secção. Para a velocidade testada, uma Região de Busca de 7x7 é curta, nomeadamente em passos superiores a 200 (para passos inferiores, a evolução é exatamente igual aos outros casos, apesar de não apresentar qualquer tendência). Isto porque, se de uma imagem para outra, o ponto de referência se deslocar para fora da Região de Busca (velocidades mais altas e, para este caso, passos mais elevados), a correspondência é feita de modo errado e é selecionado um novo pixel de referência interior à região, o que não corresponde à realidade. Esta situação resulta na obtenção de *stretches* mais baixos que os reais e tendencialmente mais baixos com o aumentar do *step*.

Com uma Região de Busca ligeiramente maior, 13x13, figura 5.14.2, esse efeito é atenuado, garantindo-se medições supostamente corretas para passos mais elevados, o que corresponde ao esperado. Mas note-se ainda uma tendência descendente para passos superiores a 520, devida à situação descrita no parágrafo anterior. Para grandes Regiões de Busca, 21x21, figura 5.14.3, o efeito é completamente eliminado (pelo menos, na gama de *steps* considerada).

Como tal, é importante utilizar-se M e N elevados, não sendo, contra o esperado à altura da criação do algoritmo, prejudicial em termos de processamento usar Regiões de Busca mais abrangentes. No entanto, recomenda-se manter essa zona confinada à área do provete, visto que testar a correspondência com fundos de aspeto uniforme pode gerar erros, nomeadamente se o *subset* incluir zonas exteriores à superfície.

5.4 Parâmetros Externos

Aqui, far-se-á a análise da influência de parâmetros que não dependem do algoritmo, mas sim das condições do ensaio. Estes fatores são de controlo mais complicado, pelo que a variação de parâmetros sem afetar os outros pode ser, em dadas situações, praticamente impossível. De qualquer das formas, procurar-se-á explicitar nesta secção de que forma o comportamento do programa desenvolvido é afetado pela velocidade, resolução, cadência de aquisição de vídeo e tipo de *speckle*.

5.4.1 Influência da Velocidade Local

Os ensaios e gráficos apresentados até este ponto parecem indicar que passos mais baixos têm como consequência falhas no procedimento, ao ponto de não ocorrer qualquer alteração das coordenadas dos pixels de referência, mesmo existindo deformação do corpo em estudo. Dito de outra forma, é necessário que em imagens consecutivas haja alterações relevantes na superfície do corpo – traduzidas por movimentos de pelo menos um pixel a nível da imagem digital – para que o processo global do algoritmo funcione. Para que as alterações ocorridas durante o processo de deformação sejam perceptíveis a nível da imagem digital, existem duas opções imediatas: aumentar a velocidade real do ensaio ou melhorar a resolução local na zona do provete.

Para aferir acerca da influência da velocidade local na qualidade dos resultados, realizou-se ensaios de tração da borracha a diferentes velocidades: 2.5, 5, 10 e 15 mm/min (por atuador, v_{act}). Em cada um dos ensaios, obteve-se resultados com um par de pontos próximos e um par de pontos afastados, como mostrado na figura 5.15:

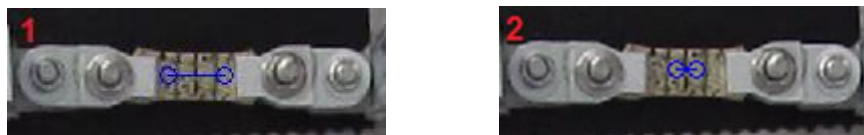


Figura 5.15 - Posições de referência consideradas. 1: pontos afastados; 2: pontos próximos

Os pontos pertencentes ao par representado na figura 5.15.2 mover-se-ão, para o mesmo ensaio, a velocidade local inferior aos da figura 5.15.1. A tabela 5.20 apresenta, em forma de sumário, as velocidades locais estimadas para cada par de pontos para cada velocidade de ensaio.

Tabela 5.20 - Velocidades locais analisadas em cada velocidade de ensaio

| Velocidade do Ensaio | Afastados | Próximos |
|-----------------------------|------------------|-----------------|
| 2.5 mm/min | 1.74 mm/min | 0.58 mm/min |
| 5 mm/min | 3.67 mm/min | 1.25 mm/min |
| 10 mm/min | 7.06 mm/min | 2.52 mm/min |
| 15 mm/min | 10.68 mm/min | 3.81 mm/min |

Importa referir que, em termos de procedimento experimental, entre os ensaios não houve qualquer alteração no *setup*, garantindo-se, dessa forma, a mesma resolução local em todos os ensaios. Para além disso, o provete é precisamente o mesmo em todos os ensaios. Estes foram realizados de forma consecutiva: tracionou-se o material até ao máximo deslocamento permitido pelos atuadores naquela montagem, retornou-se os atuadores à posição inicial (definida pela pré-carga) e iniciou-se novo ensaio à velocidade seguinte, até se concluírem os ensaios às quatro velocidades pretendidas.

Tabela 5.21 - Condições padrão para avaliação da influência da velocidade local

| Função Custo | Dim. Subset (m x n) | Dim. Região de Busca (M x N) |
|---------------------|----------------------------|-------------------------------------|
| NSSD | 11 x 11 | 25 x 25 |

Os resultados, refletidos nos gráficos *stretch-step*, com as condições padrão apresentadas na tabela 5.21, obtidos em cada um dos 8 testes estão dispostos nas figuras 5.16 a 5.19. Mais uma vez, os pontos pertencentes à região de estabilidade definida encontram-se marcados a vermelho.

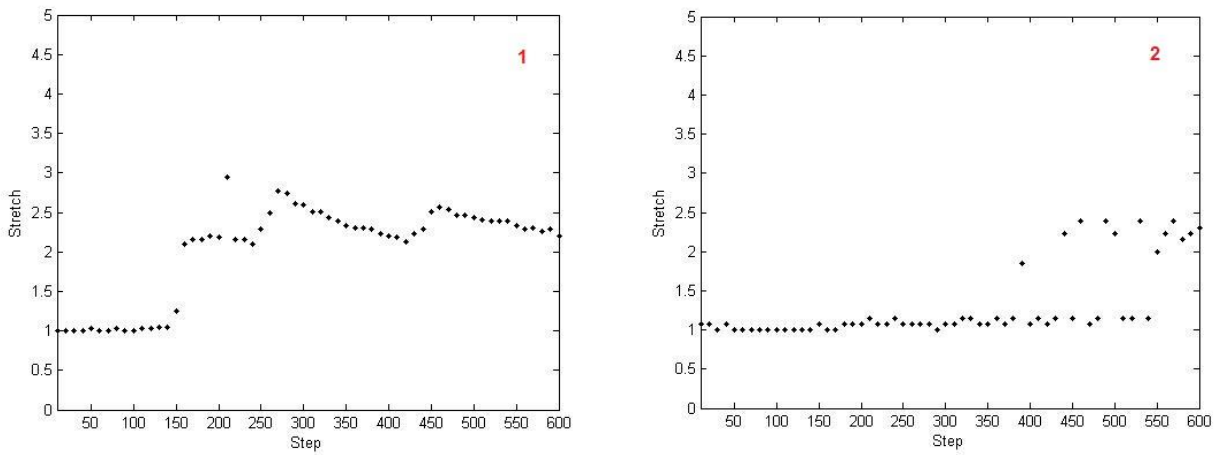


Figura 5.16 - Resultados de ensaio $v_{act}=2.5$ mm/min. 1: 1.74 mm/min; 2: 0.58 mm/min

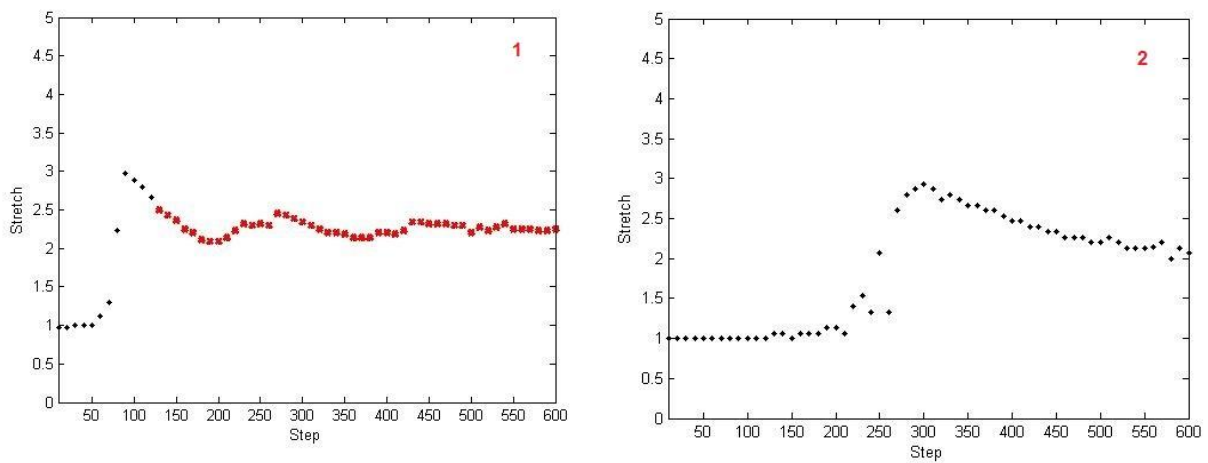


Figura 5.17 - Resultados de ensaio $v_{act}=5$ mm/min. 1: 3.67 mm/min; 2: 1.25 mm/min

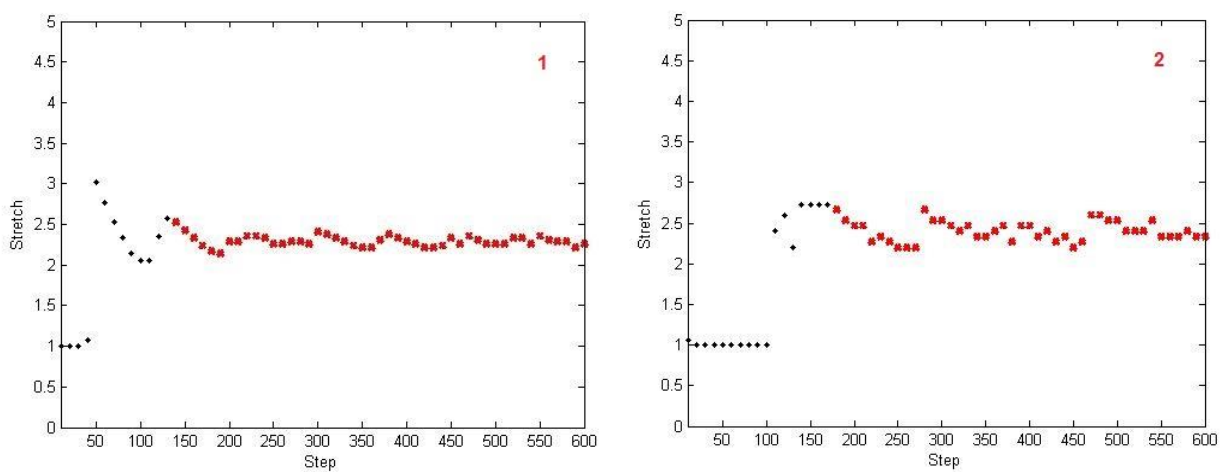


Figura 5.18 - Resultados de ensaio $v_{act}=10$ mm/min. 1: 7.06 mm/min; 2: 2.52 mm/min

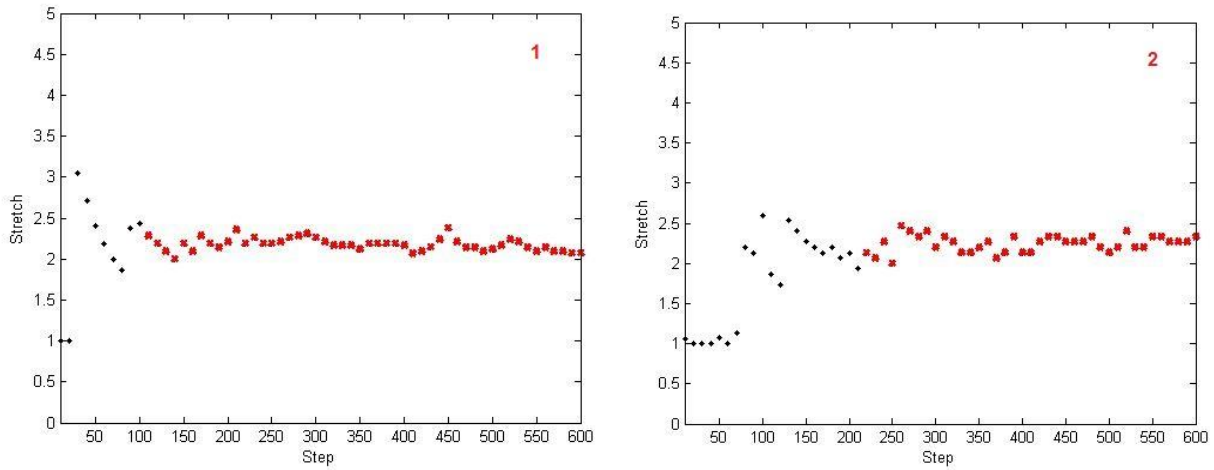


Figura 5.19 - Resultados de ensaio $v_{act}=15$ mm/min. 1: 10.68 mm/min; 2: 3.81 mm/min

A análise estatística destes resultados encontra-se disposta nas tabelas 5.22 (pontos afastados) e 5.23 (pontos próximos).

Tabela 5.22 - Análise estatística das zonas de estabilidade com diferentes velocidades locais, para pixels de referência afastados

| Velocidade Local (mm/min) | A_λ | $\bar{\lambda}$ | σ_λ |
|------------------------------|-------------------|-----------------|------------------|
| 1.74 | - | - | - |
| 3.67 | [2.0909 ; 2.5909] | 2.2624 | 0.0927 |
| 7.06 | [2.0714 ; 2.5714] | 2.2660 | 0.1014 |
| 10.68 | [1.8810 ; 2.3810] | 2.1797 | 0.0769 |

Tabela 5.23 - Análise estatística das zonas de estabilidade com diferentes velocidades locais, para pixels de referência próximos

| Velocidade Local (mm/min) | A_λ | $\bar{\lambda}$ | σ_λ |
|--------------------------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 0.58 | - | - | - |
| 1.25 | - | - | - |
| 2.52 | [2.2000:2.7000] | 2.4017 | 0.1014 |
| 3.81 | [1.9680:2.4680] | 2.2500 | 0.1049 |

Da análise dos resultados, observa-se a não existência de zonas de estabilidade nas velocidades mais baixas 0.58 mm/min, 1.25 mm/min (pontos próximos) e 1.74 mm/min (pontos afastados), de onde se conclui que velocidades baixas constituem efetivamente casos problemáticos para a utilização do algoritmo. A velocidades acima dessas, consegue-se atingir zonas de estabilidade, de onde se poderá retirar um passo de leitura das imagens adequado para a medição a efetuar.

Note-se que, se os pontos utilizados para medição da variação relativa de comprimento estiverem mais próximos, os gráficos parecem apresentar uma instabilidade maior (mesmo a julgar pelos desvios calculados), obtendo-se valores distintos com diferentes passos. Isto pode também ser explicado por um fator relacionado com a resolução local: para o cálculo do *stretch*, os comprimentos final e inicial são considerados em pixels; por isso, ao se utilizar pontos mais próximos (comprimento inicial do segmento mais reduzido), variações de apenas um pixel no comprimento final podem ter consequências no valor de λ , ao ponto de criar uma instabilidade que, na verdade, corresponde a apenas um pequeno valor potenciado pela natureza discreta da imagem digital. Isto também poderá sugerir que melhorar a resolução (local ou global) da imagem poderá trazer consequências positivas a esse nível.

5.4.2 Influência da Resolução Local

A hipótese considerada de que, para o algoritmo ser bem sucedido e a metodologia produzir resultados aceitáveis, terem de existir deformações na superfície do provete tais que haja alterações efetivas a nível da posição dos pixels da imagem digital sugere que a resolução local, na região do provete, poderá ser um fator determinante para as qualidade e fiabilidade dos resultados. Esta hipótese é suportada pelo facto de, com passos pequenos (que tornam as diferenças entre uma dada imagem e a seguinte pouco perceptíveis), o procedimento falhar, não havendo alteração da posição dos pixels de referência. Ou seja, a correspondência para a máscara procurada é encontrada exatamente na mesma posição da da imagem de referência, seguindo-se uma atualização da máscara que faz com que isto ocorra em todas as imagens que compõem o vídeo.

Como se disse na introdução ao estudo da influência da velocidade, dois aspetos que podem ter impacto na baixa mobilidade dos pixels com passos baixos são a velocidade do ponto cujo acompanhamento se pretende efetuar e a resolução local existente. Intuitivamente, fará sentido que se a mesma superfície estiver discretizada num maior número de pixels, é possível detetar alterações menos acentuadas e diferenças mais pequenas entre as imagens digitais. Neste contexto, procurar-se-á concluir sobre se uma melhoria da resolução poderá ter impacto relevante nos *steps* de leitura de imagens que permitam medições corretas com recurso ao algoritmo.

Para isso, fixou-se a velocidade dos pontos que compõem o segmento de reta a analisar. Para se compreender melhor as alterações efetuadas em termos de resolução das imagens utilizadas, apresenta-se, nas figuras 5.20 e 5.21, não apenas os provetes, mas o *frame* inicial completo dos vídeos.

A figura 5.21 apresenta apenas um quarto do número de pixels total da figura 5.20. Essa diminuição artificial do número de pixels foi feita reduzindo-se para metade esse número em cada uma das duas dimensões da imagem.

A posição dos pixels de referência foi seleccionada, em cada uma das imagens, de modo a garantir uma velocidade estimada próxima de 3.67 mm/min nos dois casos.

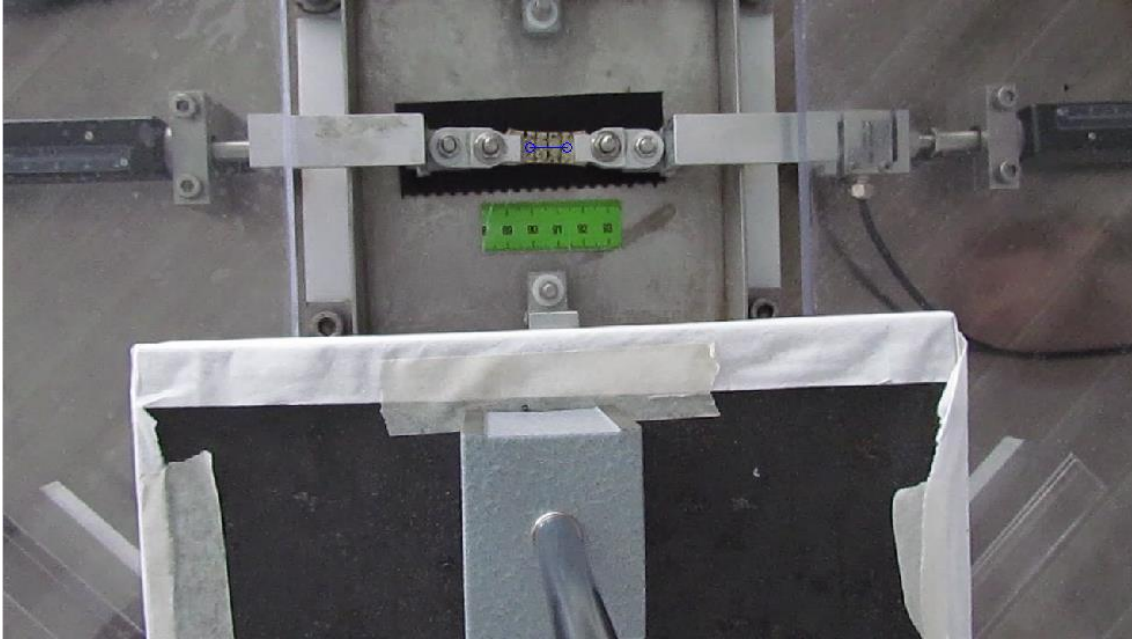


Figura 5.20 - *Frame* inicial com resolução total de 921600 pixels



Figura 5.21 - *Frame* inicial com resolução total de 230400 pixels

A alteração da resolução de uma imagem deve ser levada em conta na hora de definir as dimensões do *subset* e da Região de Busca. Para concluir sobre a influência da

resolução, o ideal seria usar parâmetros de valor igual, mas, dada essa impossibilidade, selecionar-se-á as dimensões de *subset* e Região de Busca de tal forma a que o erro introduzido seja tão baixo quanto possível e que não conduza a falhas na execução do algoritmo. Nesse contexto, para a execução dos testes à resolução mais elevada, utilizou-se *subset* de $m=n=11$ e Região de Busca de $M=N=15$; para a resolução mais baixa, $m=n=9$ e $M=N=15$. Os resultados estão apresentados na figura 5.22.

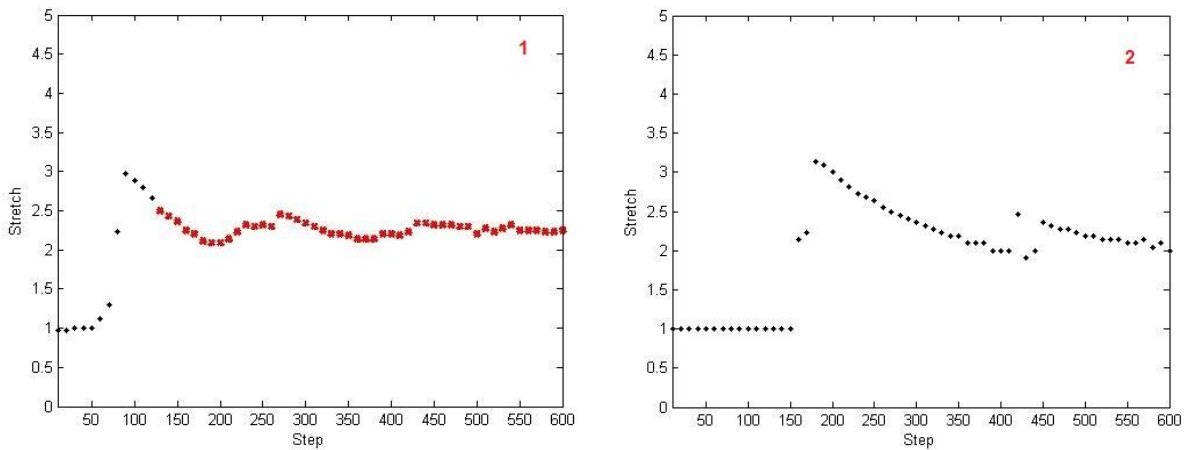


Figura 5.22 - Influência da resolução total da imagem. 1: 921600 pixels; 2: 230400 pixels

Tabela 5.24 - Análise estatística das zonas de estabilidade com resolução de 921600 pixels

| Resolução | A_λ | $\bar{\lambda}$ | σ_λ |
|-----------|-------------------|-----------------|------------------|
| 921600 | [2.0909 ; 2.5909] | 2.2624 | 0.0927 |

Dos resultados obtidos, percebe-se que uma redução da resolução da imagem tem, como seria de esperar, um impacto negativo sobre o comportamento do algoritmo. Como se pode verificar na figura 5.22.2, com a pior resolução nem foi, sequer, possível identificar uma zona de estabilidade dos *stretches*.

Ora, se pior resolução resulta em resultados globalmente menos satisfatórios, é natural pensar-se que uma melhor resolução local conduziria a melhores resultados. Existem duas formas imediatas de melhorar a resolução local: melhorar a resolução da câmara/CCD, o que implica utilizar equipamento de maiores capacidades, ou aproximar

a câmara da região estudada, mantendo-se a resolução global, mas aumentando-se a qualidade na superfície do material ensaiado. Para se conseguir implementar esta segunda alternativa, houve oportunidade de reajustar todo o *setup* de forma a se aproximar a câmara do provete. Essa nova montagem está apresentada na figura 5.23 e um exemplo de uma imagem obtida com esse *setup* pode ser visto na figura 5.24.

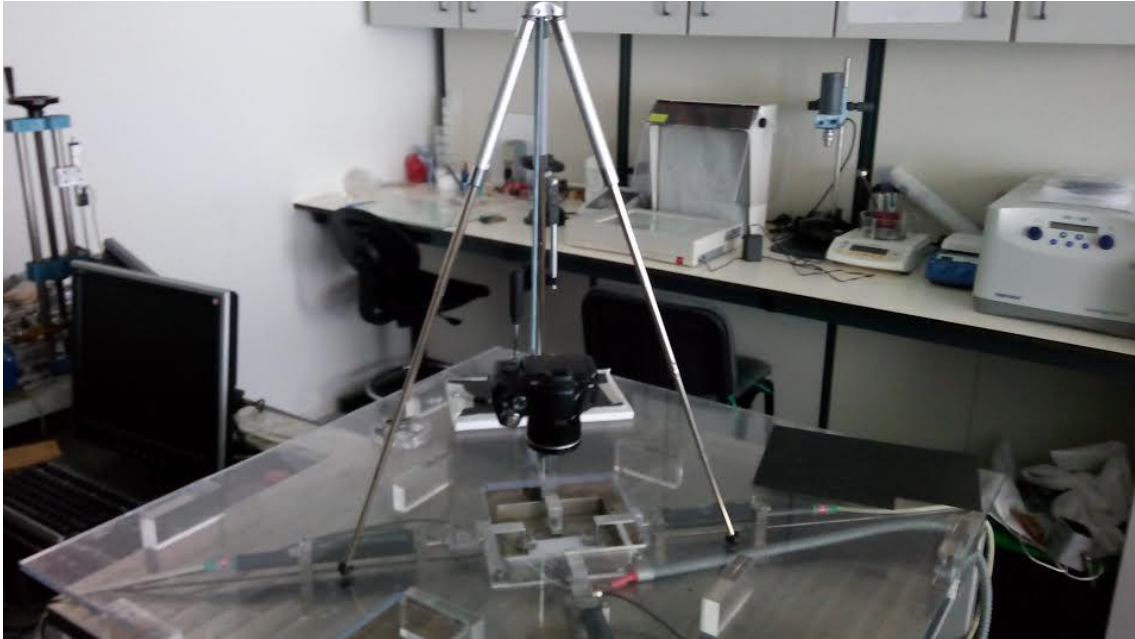


Figura 5.23 - Montagem utilizada para obtenção de imagens com maior resolução local

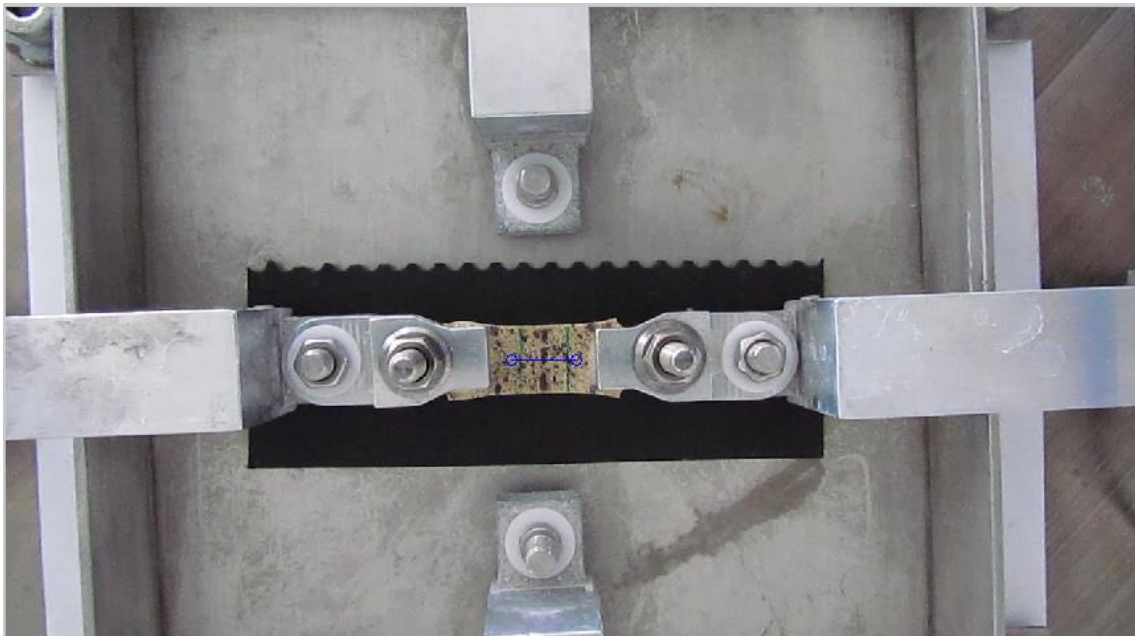


Figura 5.24 - *Frame* inicial obtido com novo *setup* e pixels de referência iniciais ($v=3.67$ mm/min)

Para comparar com os outros testes realizados nesta secção, também nesta situação a posição inicial dos pixels de referência (ver figura 5.24) foi seleccionada de modo a que a velocidade estimada dos pontos correspondentes seja igual a 3.67 mm/min.

Mais uma vez, uma alteração na resolução implica uma adaptação nas dimensões de *subset* e Região de Busca. Quanto à máscara, as suas dimensões podem manter-se naquelas definidas em capítulos anteriores, $m=n=11$. O caso da Região de Busca é mais crítico e merece maiores cuidados: ao existirem mais pixels na superfície do corpo, as mesmas alterações na superfície conduzirão a maiores alterações na imagem digital. Por isso, a Região de Busca deve ser ampla o suficiente, de modo a garantir que, de uma imagem para a seguinte, os pontos em estudo não saiam da respetiva Região de Busca. Como tal, para este caso, definiu-se $M=N=45$.

Importa também referir que o provete de borracha utilizado não é exatamente igual ao utilizado nos casos anteriores. Ao não se atingir a rotura em qualquer das situações, ter-se-á que os *stretches* finais serão distintos. Neste caso, espera-se $\lambda_{max} \approx 2.64$, estando a curva obtida do ensaio de tração na figura 5.25 ($A = 12.54 \text{ mm}^2$).

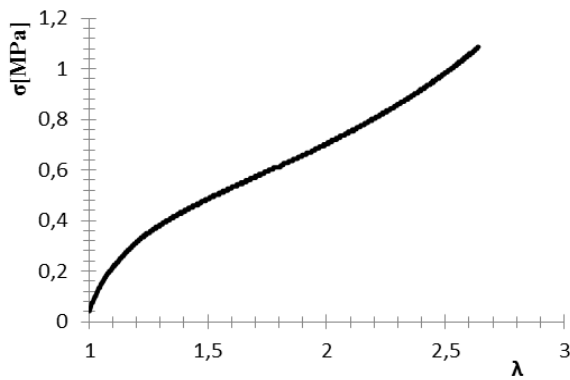


Figura 5.25 - Curva σ vs. λ obtida no ensaio de tração da borracha (rotura não atingida)

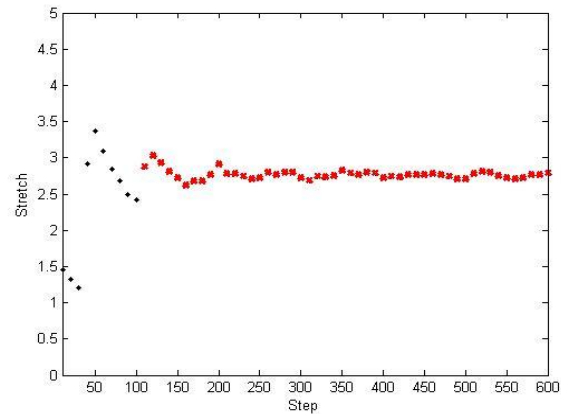


Figura 5.26 - Relação entre o *stretch* λ final e o passo *step* utilizado (com $v=3.67 \text{ mm/min}$)

Tabela 5.25 - Análise estatística da zona de estabilidade obtida com nova montagem ($v=3.67 \text{ mm/min}$)

| A_λ | $\bar{\lambda}$ | σ_λ |
|-------------------|-----------------|------------------|
| [2.6220 ; 3.1220] | 2.7676 | 0.0667 |

Os resultados providenciados pelo algoritmo vêm salientar as consequências positivas da melhoria da resolução local das imagens, traduzidas, desde logo, numa menor dispersão dos pontos na zona de estabilidade ($\sigma_\lambda=0.0667$ neste caso, em vez de $\sigma_\lambda=0.0927$), o que indica uma melhor qualidade e assertividade nas medições realizadas com estas novas condições.

Note-se que o valor da média da variação relativa de comprimento, $\bar{\lambda}=2.7676$, encontra-se algo distante do transmitido pelo equipamento ($\lambda=2.64$). Esta discrepância poderá ser explicada por um conjunto de razões. Desde logo, o comportamento mecânico não linear e possivelmente não homogêneo de um material hiperelástico como a borracha poderá ter como consequências deformações distintas em diferentes regiões do corpo. Por outro lado, a determinação do comprimento inicial do provete após aplicação da pré-carga foi feita com recurso ao *software* ImageJ, que executa essa medição com base numa escala de conversão de pixels para milímetros, definida pelo utilizador, e que, a juntar à discretização da imagem, poderá introduzir erros nessa medição e, por consequência, no cálculo do *stretch* final esperado.

Dada a qualidade dos resultados obtidos com esta montagem, será pertinente descobrir se maior resolução contribui para resolver os problemas encontrados até este ponto, nomeadamente o *tracking* de pontos que se deslocam a menor velocidade. Para isso, com as mesmas imagens do último ensaio, marcou-se pontos (ver figura 5.27) com velocidade estimada $v = 1.25$ mm/min, condição que não obteve resultados aceitáveis com o *setup* anterior.

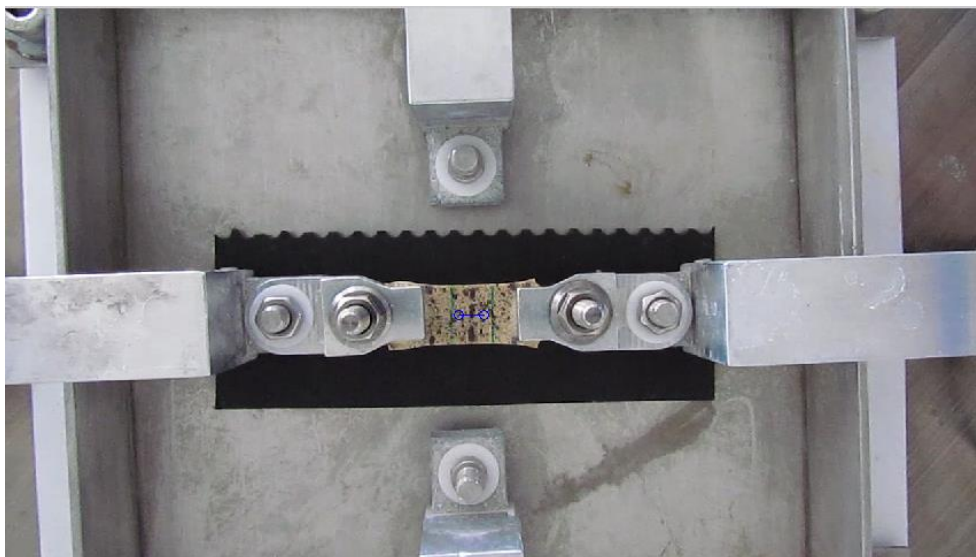


Figura 5.27 - *Frame* inicial obtido com novo *setup* e pixels de referência iniciais ($v=1.25$ mm/min)

A figura 5.28 e a tabela 5.26 apresentam os resultados alcançados, muito superiores aos obtidos com uma resolução local inferior e apresentados no capítulo relativo à influência da velocidade. Desde logo, é agora possível identificar uma região de estabilidade na gama de *steps* considerada, o que não acontecia, de forma alguma, na situação anterior e que produz resultados bem dentro do que seria expectável e desejável.

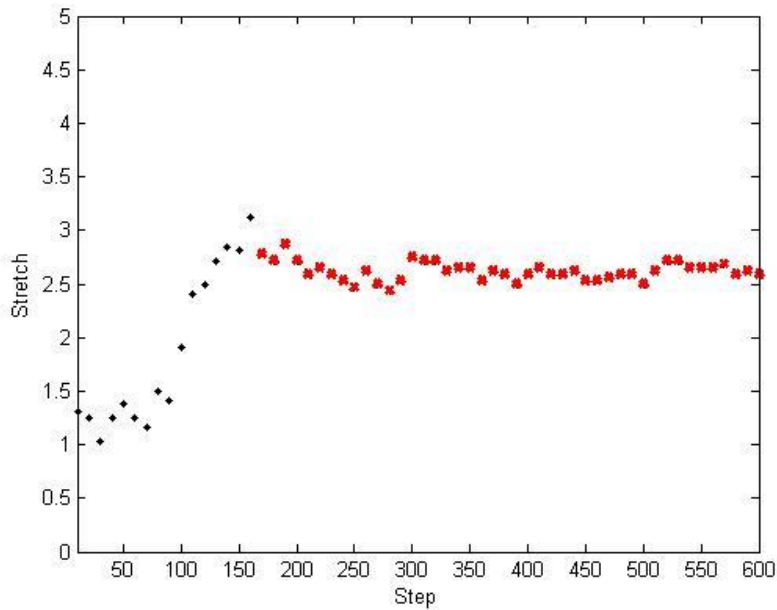


Figura 5.28 - Relação entre o *stretch* λ final e o passo *step* utilizado (com $v=1.25$ mm/min)

Tabela 5.26 - Análise estatística da zona de estabilidade obtida com nova montagem ($v=1.25$ mm/min)

| A_λ | $\bar{\lambda}$ | σ_λ |
|-------------------|-----------------|------------------|
| [2.4375 ; 2.9375] | 2.6208 | 0.0875 |

Estes valores vêm comprovar um efeito muito positivo a retirar da melhoria da resolução local na captação da superfície do provete. Desde logo, uma resolução melhor, discretizando o corpo num maior número de elementos, permite determinar com qualidade os deslocamentos associados a pontos que se deslocam a velocidade mais baixa, para além de um contributo geral de estabilização em todos os resultados, mesmo com passos de leitura bastante diferentes.

5.4.3 Influência da Cadência de Aquisição

A cadência de imagens de um vídeo depende do dispositivo (Câmara/CCD) que se utilizar para a obtenção das imagens do ensaio. Como foi descrito, as imagens de cada ensaio foram obtidas a partir de um vídeo do mesmo, fazendo-se a sua divisão nos vários *frames* que o compõem. O número de *frames* por segundo (fps) captados durante uma filmagem depende então do equipamento utilizado e poderá ter influência no desempenho do algoritmo.

A câmara utilizada, *Canon PowerShot SX30 IS*, capta 30 fps, pelo que, a cada segundo, são criadas 30 imagens, com intervalos de 1/30 segundos. Se o número de fps passar, por exemplo, para metade, as imagens são criadas de 1/15 em 1/15 segundos, pelo que utilizar um passo de leitura $step = 1$ neste caso é o mesmo que utilizar um passo $step = 2$ no de 30 fps. Este exemplo reflete perfeitamente aquilo que se deverá levar em conta no que diz respeito à definição de um passo de leitura no algoritmo. Quanto menor a cadência de aquisição de imagens, menores deverão ser, em termos globais, os *steps* a utilizar.

5.4.4 Influência do Speckle

A criação de um padrão aleatório na superfície do material em estudo é, como foi descrito, essencial para que o procedimento possa resultar, estando na base de todo o funcionamento. Nos casos vistos até agora, o *speckle* foi criado através da utilização de uma tinta em *spray*. A dificuldade de controlo da qualidade (afinação) do *speckle*, associada não só ao método utilizado para a sua criação mas também à reduzida dimensão dos provetes, levou a que fosse impossível realizar com o detalhe pretendido uma avaliação da influência do mesmo nos resultados.

De qualquer das formas, não deixa de ser importante assinalar a influência que este fator poderá ter no funcionamento do algoritmo, tendo o seu impacto em Correlação Digital de Imagem sido descrito e estudado com detalhe em [6]. Sugere-se que a escolha da dimensão do *subset* leve em conta a qualidade do padrão aleatório. Isto é, em casos de *speckles* mais grosseiros, poderá ser necessário aumentar as dimensões da máscara, de modo a que esta contenha informação suficiente para se realizar com sucesso o processo de correspondência.

5.5 Conclusões

Ao longo deste capítulo, avaliou-se a influência de parâmetros internos e externos ao algoritmo nos resultados obtidos, através do respectivo impacto na relação entre o passo e o *stretch* λ do segmento entre dois pontos.

Verificou-se, como apresentado em 5.1. e 5.2., que os resultados obtidos variam consideravelmente com o passo escolhido para a leitura das imagens durante o algoritmo. Essa variação retira coerência aos resultados providenciados pela aplicação, pelo que se definiu como objetivo encontrar um conjunto de valores para as variáveis que reduzisse o máximo possível essa variação e introduzisse alguma estabilidade nessa relação.

As variáveis estudadas foram as dimensões da máscara/*subset*, as dimensões da Região de Busca, o método de comparação definido pela Função Custo, a velocidade local dos pontos em questão e a resolução local providenciada pelo equipamento. Observou-se que resultados mais estáveis eram conseguidos com uma filtragem através da *Normalized Sum of Squared Differences* (NSSD) ou através da *Zero-Mean Sum of Squared Differences* (ZSSD), com *subsets* de 11x11 ou 13x13 e Regiões de Busca de grandes dimensões (superiores a 21 x 21). Por outro lado, no que diz respeito aos parâmetros externos, observou-se que o acompanhamento de pontos mais próximos do centro do provete, que se deslocam a velocidade mais baixa, é mais complicado e é uma causa de elevada instabilidade nas medições efetuadas, situação que poderá ser resolvida garantindo uma resolução local adequada sobre a superfície do provete.

6 Aplicação do procedimento a amostras de PDMS

Um dos objetivos primordiais deste projeto passa por conceber uma aplicação que permita simplificar o estudo do comportamento mecânico de biomateriais, nomeadamente hiperelásticos, através de uma solução baseada em Correlação Digital de Imagem. Apresentado o procedimento algorítmico adotado e os resultados obtidos com base em ensaios de tração de borracha, importa agora verificar a sua aplicação também a materiais biocompatíveis, efetivamente usados na área da saúde.

Nesse sentido, testou-se o comportamento da aplicação em ensaios de tração realizados sobre PDMS. O PDMS (polidimetilsiloxano), de fórmula química $\text{CH}_3[\text{Si}(\text{CH}_3)_2\text{O}]_n\text{Si}(\text{CH}_3)_3$, é um elastómero de silicone cujas propriedades químicas e mecânicas o tornam uma opção comum para aplicações no âmbito da saúde e da engenharia biomédica.

Apesar de não ser possível apresentar propriedades químicas e mecânicas exatas para o PDMS, dada a variedade de combinações possíveis no que diz respeito a pesos moleculares, processos de reticulação da cadeia e aditivos [32], características transversais como estabilidade química e térmica, permeabilidade a gases, facilidade de manuseamento e baixo custo tornam-no muito atrativo para um conjunto de aplicações [33].

Para além disso, a biocompatibilidade demonstrada pelo PDMS confere-lhe aplicações biomédicas importantes, da qual se destaca, por exemplo, os implantes mamários, em que quer o gel quer o revestimento mais comuns são compostos, na sua essência, por PDMS.

Um revestimento de PDMS para aplicação em contexto biomédico pode existir sob a forma lisa ou texturada, tendo-se testado a aplicação criada neste trabalho em cada um desses dois tipos. No caso do PDMS liso, o *speckle* foi criado de forma idêntica à que foi usada no caso da borracha, com recurso a uma tinta de *spray*. No entanto, no caso das amostras texturadas, a adesão da tinta à superfície não era adequada para a criação de um padrão dessa forma. Como tal, foi necessário testar outras soluções para o efeito. O melhor resultado foi conseguido com a aplicação de verniz para unhas em quantidades muito pequenas, de forma a que, mesmo se desligando da superfície após a

cura, pequenas partículas de verniz fiquem alojadas no provete dada a rugosidade deste último.



Figura 6.1 - Provete ensaiados de PDMS liso (à esquerda) e texturado (à direita)

Neste contexto, e para avaliar o comportamento do algoritmo sobre elevadas deformações de biomateriais, realizou-se os ensaios de tração com provetes lisos e provetes texturados. As dimensões dos provetes estão apresentadas na tabela 6.1, bem como o comprimento de referência l_i estimado com recurso ao *software* ImageJ.

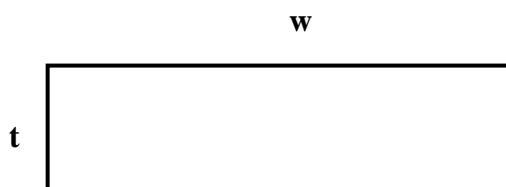


Figura 6.2 - Representação da secção reta dos provetes de PDMS

Tabela 6.1 - Dimensões dos provetes de PDMS e comprimento inicial de referência

| Proвете | w [mm] | t [mm] | A_0 [mm ²] | l_i [mm] |
|----------------|--------|--------|--------------------------|------------|
| PDMS Liso | 13 | 0.4 | 5.2 | 25.5 |
| PDMS Texturado | 11.9 | 1.0 | 11.9 | 23.8 |

As curvas obtidas do ensaio de cada tipo estão apresentadas nas figuras 6.3 e 6.4.

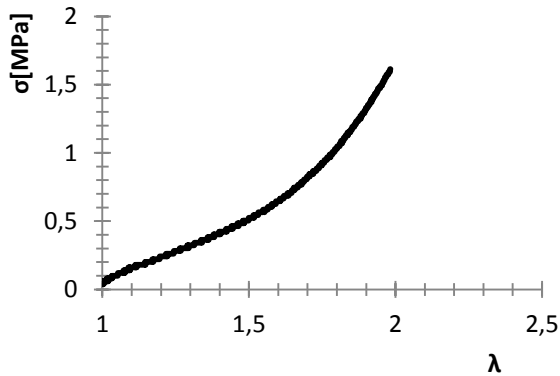


Figura 6.3 - Curva σ - λ relativa ao PDMS liso

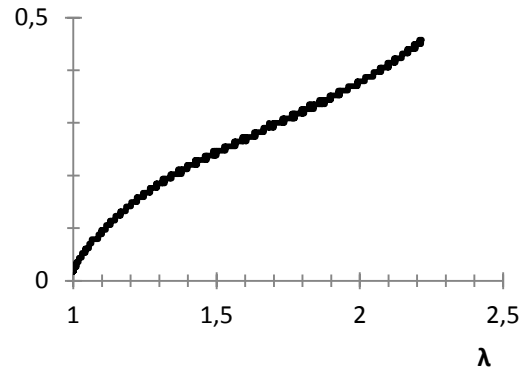


Figura 6.4 - Curva σ - λ relativa ao PDMS texturado

O alongamento máximo de cada um dos provetes foi determinado pelo curso dos atuadores, tendo correspondido a um $\lambda_{\max}=1.98$ no caso do PDMS liso e $\lambda_{\max}=2.22$ no texturado, segundo os valores lidos e providenciados pelo equipamento.

A montagem utilizada para a realização dos ensaios e captação das imagens corresponde àquela descrita na secção 5.4.2 e que garante uma melhor resolução local sobre a superfície do provete. Mais uma vez, foi testado o comportamento de pontos próximos entre eles ($v \approx 1.25$ mm/min) e pontos afastados ($v \approx 3.67$ mm/min), apresentados nas figuras 6.5 e 6.6.



Figura 6.5 - Posições de referência para PDMS liso. 1: pontos afastados; 2: pontos próximos

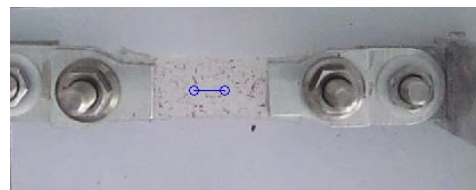
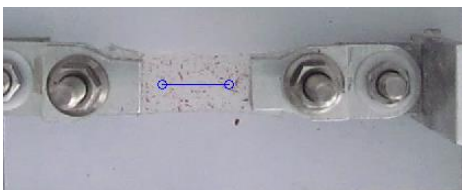


Figura 6.6 - Posições de referência para PDMS texturado. 1: pontos afastados; 2: pontos próximos

6.1 Resultados

O algoritmo foi aplicado nos quatro casos da figuras anterior, com as seguintes condições padrão:

Tabela 6.2 - Condições padrão utilizadas para o estudo do PDMS

| Função Custo | Dim. Subset (m x n) | Dim. Região de Busca (M x N) |
|---------------------|----------------------------|-------------------------------------|
| NSSD | 11 x 11 | 25 x 25 |

A utilização de *subsets* de dimensão tão baixa resultou num diagrama *step-stretch* que não apresentava qualquer zona de estabilidade. Esta situação deve-se não a erros relativos à aplicação, mas a uma má definição da dimensão do *subset* que, a juntar a possível baixa qualidade do *speckle* nessa região, poderá traduzir-se em máscaras com informação insuficiente para realização do processo de correspondência. Essa instabilidade foi resolvida com aumento dos *subset* para 13x13 no PDMS liso e 19x19 no PDMS texturado (que apresenta *speckle* de qualidade inferior). Os diagramas obtidos estão mostrados na figura 6.7 e 6.8 e nas tabelas 6.3 e 6.4.

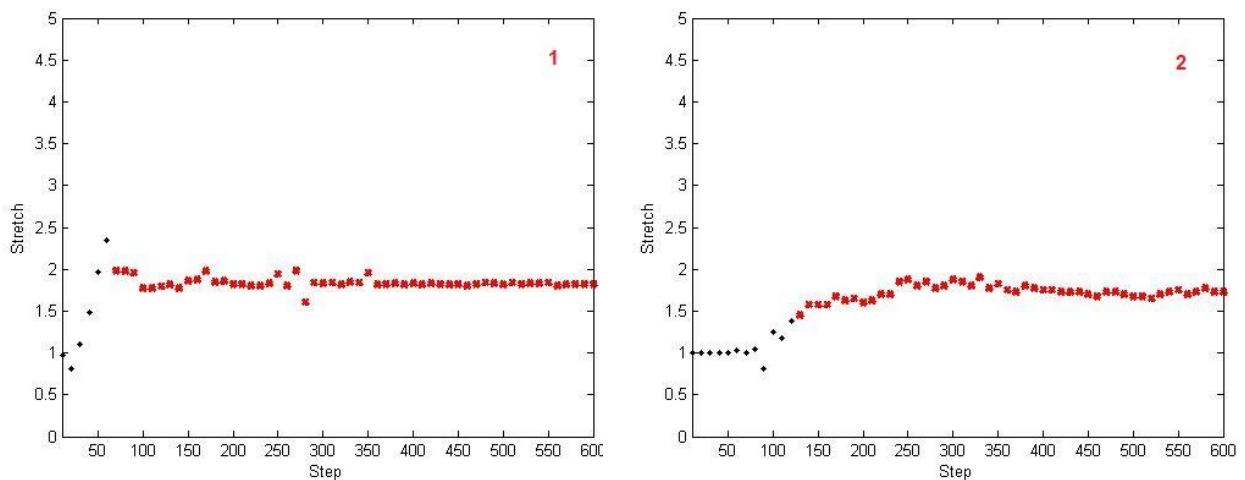


Figura 6.7 - Relação entre *stretch* e passo: PDMS liso. 1: pontos afastados (11x11); 2: pontos próximos (13x13)

Tabela 6.3 - Análise estatística das zonas de estabilidade: PDMS liso

| Posição dos Pontos | A_λ | $\bar{\lambda}$ | σ_λ |
|--------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| Afastados | [1.5000:2.0000] | 1.8371 | 0.0620 |
| Próximos | [1.4000:1.9000] | 1.7257 | 0.0890 |

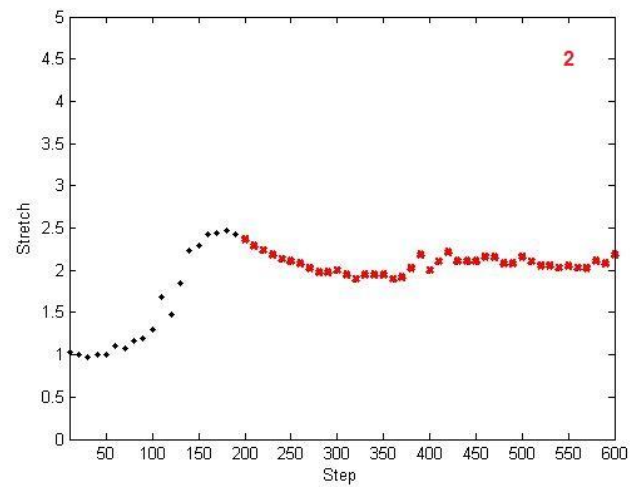
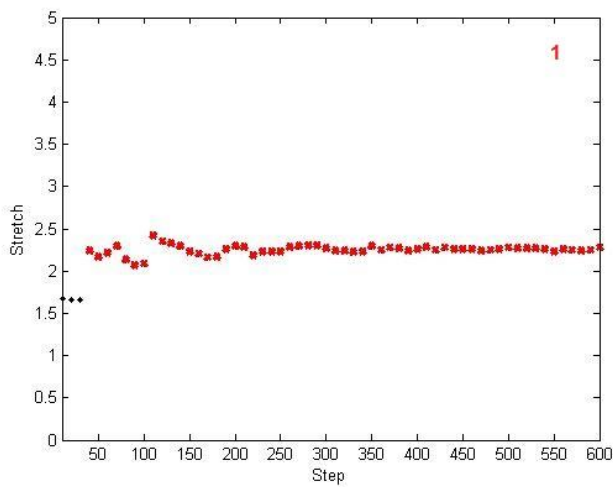


Figura 6.8 - Relação entre *stretch* e passo: PDMS texturado. 1: pontos afastados (11x11); 2: pontos próximos (19x19)

Tabela 6.4 - Análise estatística das zonas de estabilidade: PDMS texturado

| Posição dos Pontos | A_λ | $\bar{\lambda}$ | σ_λ |
|--------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| Afastados | [2.0000:2.5000] | 2.2504 | 0.0556 |
| Próximos | [1.8952:2.3952] | 1.7257 | 0.1051 |

6.2 Conclusões

Os diagramas que relacionam a variação relativa de comprimento e o passo retirados dos testes realizados com os dois tipos de PDMS vêm reiterar o funcionamento da aplicação e a sua aplicabilidade em materiais hiperelásticos, nomeadamente se selecionado um passo elevado (superior a 400, preferivelmente) para a análise. Note-se, mais uma vez, a maior dificuldade do algoritmo em operar em pontos que se deslocam a baixa velocidade.

Também é importante levar em conta a importância do *speckle* para a qualidade dos resultados. Se a superfície não possuir um padrão com qualidade suficiente, poderão existir dificuldades na execução de um processo de correspondência. Em situações como essa, e como ficou demonstrado pelos testes efetuados, aumentar a dimensão do *subset* a procurar poderá ser uma solução, desde que a resolução local o permita.

Para um ponto com deslocamento à velocidade de 3.67 mm/s, os resultados obtidos são excelentes, sendo que a região de estabilidade abrange quase toda a gama de passos considerada, apresentando desvios relativamente baixos ($\sigma_\lambda=0.0620$ e $\sigma_\lambda=0.0556$), o que suporta essa estabilidade. Na verdade, para se manter a coerência com a análise de resultados feita até agora manteve-se a janela de estabilidade com amplitude $\lambda_{amp}=0.5$, mas, se se apertasse essas condições de modo a só envolver passos entre 400 e 600, verificar-se-ia, em qualquer dos casos, desvios padrão muito baixos, na ordem dos 0.02, o que atesta a consistência dos resultados e o funcionamento da aplicação. Note-se, no entanto, que os valores calculados se encontram, nalguns casos, longe dos valores esperados (obtidos a partir das leituras dos transdutores de posição instalados), o que se acredita estar relacionado com o comportamento não linear próprio de um material hiperelástico como aquele em questão.

7 Conclusões

Ao longo do presente relatório, foi apresentado um algoritmo, criado de raiz, de Correlação Digital de Imagem (DIC) aplicável ao estudo de biomateriais sujeitos a grandes deformações. Tal como é comum nos procedimentos gerais da técnica de DIC, o algoritmo faz uso de imagens obtidas do estado do corpo durante o seu processo de deformação para calcular, com base na comparação entre essas, os deslocamentos e deformações existentes na superfície em análise. Em cada imagem, é criado um *subset* cuja posição é procurada na imagem seguinte, dentro de uma Região de Busca, sendo esse processo de correspondência baseado em processos de filtragem seguidos da identificação da região da nova imagem que minimiza o valor de uma função custo.

Analisou-se com detalhe a influência de diversos parâmetros, relacionados com o algoritmo ou com as condições de ensaio, cuja intervenção possa ter impacto na qualidade dos resultados obtidos.

Desde logo, identificou-se o passo de leitura das imagens como o parâmetro de maior importância e procurou-se definir condições de estabilização dos resultados com o passo utilizado. Isto é, garantir que a utilização de passos distintos conduza, tanto quanto possível, ao mesmo valor numérico no output do programa. Apesar da influência das condições de ensaio e de definições dos parâmetros por parte do utilizador, verificou-se que essa estabilização ocorre para, regra geral, passos elevados, superiores a 200 imagens (o que, a 30 *frames per second*, corresponde a quase 7 segundos).

Neste contexto, foi então analisado o impacto das outras variáveis – internas e externas – nesta situação de estabilização dos resultados em função do passo.

No que diz respeito aos parâmetros internos, inerentes ao algoritmo, observou-se resultados significativamente mais exatos quando utilizada, como funções custo, a *Normalized Sum of Squared Differences* e a *Zero-Mean Sum of Squared Differences*, sendo que as dimensões recomendadas para *subset* e Região de Busca dependem das condições do ensaio e poderão ser tanto maiores quanto melhor a resolução local na superfície.

Relativamente a aspetos decorrentes das condições do ensaio e do *setup* experimental, há conclusões relevantes a retirar. Em primeiro lugar, a maior dificuldade de desempenho do algoritmo ao fazer o acompanhamento de pontos que se deslocam a menor velocidade (isto é, mais próximos do centro de um provete em tração). Em segundo, a importância de uma elevada resolução local no provete, de modo a eliminar o efeito descrito no ponto anterior. Na verdade, estes dois parâmetros, velocidade e resolução locais, não podem nunca ser dissociados, dado que ambos contribuem em conjunto para as alterações ocorridas a nível da imagem digital e que são essenciais para a evolução do algoritmo. Para além disto, estes dois parâmetros têm influência nas dimensões de *subset* e Região de Busca a usar de modo a se obter os melhores resultados.

É também essencial referir o facto de ser fundamental a criação de um padrão aleatório (*speckle*) na superfície do provete, de modo a conferir-lhe informação suficiente para a viabilidade do processo de correspondência. Esse requisito constitui o único procedimento de preparação dos provetes a utilizar com esta técnica. Apesar de menos acentuada, a qualidade deste *speckle* poderá também ter alguma influência nos valores adequados para as dimensões do *subset*.

Tal como era um dos grandes objetivos do trabalho, o procedimento foi aplicado com sucesso a biomateriais com comportamento mecânico tipicamente hiperelástico. Mais especificamente, e no caso, PDMS. Obteve-se resultados satisfatórios e que atestam a qualidade e aplicabilidade do método.

Estabilizado todo o procedimento e controlados os valores dos parâmetros de forma a conduzirem a resultados de qualidade, foi criada, com base no método, um protótipo de uma aplicação MATLAB (apresentada em anexo) que possibilita ao utilizador visualizar o desenvolvimento das etapas da deformação de um provete, obter informação relativa à evolução do *stretch* de um segmento na superfície, e visualizar campos de deslocamentos e deformações.

Concluindo, os resultados obtidos e demonstrados neste relatório atestam a fiabilidade do algoritmo concebido, que permite a caracterização e a determinação dos valores dos deslocamentos e deformação existentes na superfície de um material hiperelástico, tendo-se medido com sucesso variações relativas de comprimento

superiores a 250%. Os resultados apresentam uma resolução inteira de pixels, suficiente para os objetivos propostos, nomeadamente dadas as elevadas deformações a que estão sujeitos os materiais estudados e que são alvo da aplicação do procedimento apresentado.

Resta apenas referir que a execução de um projeto de carácter inovador como este, mesmo com todo o material disponível na bibliografia e o desenvolvimento recente da técnica, apresenta sempre um grau considerável de imprevisibilidade, na medida em que, em qualquer ponto do trabalho, está sempre presente a noção de que, apesar de todo o tempo e empenho dispendidos no seu desenvolvimento, o procedimento a implementar possa não vir a ter o sucesso esperado, ou mesmo não possa ser aplicável de todo. No entanto, os objetivos iniciais foram efetivamente cumpridos, estando o sucesso do processo desenvolvido comprovado pelos resultados descritos.

Por outro lado, a ocorrência, em simultâneo com o desenvolvimento deste trabalho, de outros projetos no Laboratório de Biomecânica do INEGI, onde se encontra montado o *setup* utilizado, limitou de alguma forma a obtenção das melhores condições de ensaio para a aplicação do algoritmo, pelo menos numa primeira fase. A alteração da montagem e o reajustamento da distância entre a câmara e o provete, mais tarde, foi depois essencial para confirmar e estabilizar os resultados e definir o rumo dessa evolução.

A necessidade de um período de revisão bibliográfica e contextualização do âmbito da técnica de Correlação Digital de Imagem, aliada à duração limitada deste projeto, não possibilitou a expansão de algumas capacidades do algoritmo e programa desenvolvidos nem a avaliação do desempenho noutras situações que não ensaios de tração uniaxiais. Como tal, sugere-se em trabalhos futuros explorar algumas ideias como as descritas a seguir.

Em primeiro lugar, dar continuidade ao trabalho desenvolvido, testando o comportamento do algoritmo em outros biomateriais e, no limite, em tecidos biológicos. Esta aplicação do procedimento a tecidos biológicos constitui um dos grandes objetivos, a médio prazo, para o desenvolvimento deste trabalho. Foi realizado, inclusivamente, um pequeno teste que tinha como alvo de estudo um ensaio de tração de tecidos biológicos (mais especificamente tendões extensores do dedo do pé), tendo-se obtido

indicadores positivos e que apontam para a possibilidade de estudo de situações semelhantes com recurso ao método desenvolvido. Os tecidos biológicos apresentam um conjunto de fatores que podem, potencialmente, ser obstáculos à utilização bem sucedida do algoritmo. Desde logo, a dificuldade em se criar um *speckle* de qualidade. Mas, sendo um fator ainda mais relevante, a libertação de fluidos durante os ensaios deste tipo de materiais biológicos produz alterações óticas na superfície em estudo que podem, dessa forma, limitar as capacidades do algoritmo. Apesar disso, e como se disse, esta situação poderá ser explorada, adaptando-se o procedimento a essa análise (se for caso disso) e retirando as devidas conclusões em testes nas condições adequadas.

Outra questão a levar em conta poderá passar por explorar a possibilidade de determinação de propriedades do material com base no procedimento apresentado. O cálculo, por exemplo, do coeficiente de Poisson requererá um acompanhamento do movimento dos pontos na direção transversal do provete, o que implica verificar o comportamento do algoritmo nessa situação. Note-se que, para a generalidade dos pontos da superfície, a velocidade na direção transversal será inferior àquela segundo a direção axial, pelo que maiores dificuldades poderão ser encontradas no desempenho do algoritmo.

Testar outras alternativas de maior complexidade no que diz respeito à função custo que permite a comparação entre regiões também poderá contribuir para uma melhoria das capacidades do algoritmo.

Apesar de não constituir, como já foi referido, um dos objetivos deste trabalho, poderá ser interessante, em dadas situações de maior exigência, a obtenção de resultados com precisão sub-pixel. Nesse sentido, e caso seja essencial para tornar o procedimento adequado a um conjunto mais amplo de situações, a adaptação do método a soluções sub-pixel poderá ser explorada.

Uma última alternativa merecedora de atenção passa por, com recurso à mesa de ensaios disponível no Laboratório, analisar o comportamento do algoritmo em ensaios biaxiais de materiais hiperelásticos e verificar se os parâmetros sugeridos se adaptam a esses casos.

8 Referências Bibliográficas

1. Lagattu, F., J. Brillaud, and M.-C. Lafarie-Frenot, *High strain gradient measurements by using digital image correlation technique*. Materials Characterization, 2004. **53**(1): p. 17-28.
2. Gonzalez, R.C., R.E. Woods, and S.L. Eddins, *Digital Image Processing Using MATLAB*. 2003: Prentice-Hall, Inc.
3. Yoneyama, S. and G. Murasawa, *Digital image correlation*. Experimental Mechanics. Eolss Publishers, 2009.
4. Ribeiro, J., et al., *Caracterização do campo de deslocamentos em tecidos hiperelásticos*. 2009.
5. Sutton, M.A., J.J. Orteu, and H. Schreier, *Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications*. 2009: Springer Science & Business Media.
6. Lecompte, D., et al., *Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation*. Optics and Lasers in Engineering, 2006. **44**(11): p. 1132-1145.
7. Lemmen, H., et al. *The power of Digital Image Correlation for detailed elastic-plastic strain measurements*. in *WSEAS international conference on engineering mechanics, structures, engineering geology*. Crate Island, Greece. 2008.
8. Martins, P., R. Natal Jorge, and A. Fernandes, *Image processing on the Poisson ratio calculation of soft tissues*. 2007.
9. Bing, P., et al., *Performance of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation*. Measurement Science and Technology, 2006. **17**(6): p. 1615-1621.
10. Chen, D., et al., *Digital speckle-displacement measurement using a complex spectrum method*. Applied optics, 1993. **32**(11): p. 1839-1849.
11. Lu, H. and P. Cary, *Deformation measurements by digital image correlation: implementation of a second-order displacement gradient*. Experimental mechanics, 2000. **40**(4): p. 393-400.
12. Chu, T., W. Ranson, and M. Sutton, *Applications of digital-image-correlation techniques to experimental mechanics*. Experimental mechanics, 1985. **25**(3): p. 232-244.
13. Lewis, J. *Fast normalized cross-correlation*. in *Vision interface*. 1995.
14. Réthoré, J., et al., *On the use of NURBS functions for displacement derivatives measurement by digital image correlation*. Experimental Mechanics, 2010. **50**(7): p. 1099-1116.
15. Hung, P.-C. and A. Voloshin, *In-plane strain measurement by digital image correlation*. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2003. **25**(3): p. 215-221.
16. Bruck, H., et al., *Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction*. Experimental Mechanics, 1989. **29**(3): p. 261-267.
17. Lucas, B.D. and T. Kanade. *An iterative image registration technique with an application to stereo vision*. in *IJCAI*. 1981.
18. Matthews, I., T. Ishikawa, and S. Baker, *The template update problem*. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2004(6): p. 810-815.

19. Rav-Acha, A. and S. Peleg, *Lucas-Kanade without iterative warping*. in *Image Processing, 2006 IEEE International Conference on*. 2006. IEEE.
20. Bouguet, J.-Y., *Pyramidal implementation of the affine lucas kanade feature tracker description of the algorithm*. Intel Corporation, 2001. **5**: p. 1-10.
21. Baker, S. and I. Matthews, *Lucas-kanade 20 years on: A unifying framework*. International journal of computer vision, 2004. **56**(3): p. 221-255.
22. Shum, H.-Y. and R. Szeliski, *Construction of panoramic image mosaics with global and local alignment*, in *Panoramic vision*. 2001, Springer. p. 227-268.
23. Holzapfel, G.A., *Nonlinear solid mechanics*. Vol. 24. 2000: Wiley Chichester.
24. Bonet, J. and R.D. Wood, *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*. 1997: Cambridge university press.
25. Humphrey, J. and F. Yin, *On constitutive relations and finite deformations of passive cardiac tissue: I. A pseudostrain-energy function*. Journal of biomechanical engineering, 1987. **109**(4): p. 298-304.
26. Martins, P., R. Natal Jorge, and A. Ferreira, *A Comparative Study of Several Material Models for Prediction of Hyperelastic Properties: Application to Silicone-Rubber and Soft Tissues*. Strain, 2006. **42**(3): p. 135-147.
27. Veronda, D. and R. Westmann, *Mechanical characterization of skin—finite deformations*. Journal of biomechanics, 1970. **3**(1): p. 111-124.
28. Mooney, M., *A theory of large elastic deformation*. Journal of applied physics, 1940. **11**(9): p. 582-592.
29. Rivlin, R., *Large elastic deformations of isotropic materials. IV. Further developments of the general theory*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1948. **241**(835): p. 379-397.
30. Yeoh, O., *Some forms of the strain energy function for rubber*. Rubber Chemistry and technology, 1993. **66**(5): p. 754-771.
31. Ogden, R.W., *Non-linear elastic deformations*. 1997: Courier Corporation.
32. Daniels, A.U., *Silicone breast implant materials*. Swiss Med Wkly, 2012. **142**: p. w13614.
33. Mata, A., A.J. Fleischman, and S. Roy, *Characterization of polydimethylsiloxane (PDMS) properties for biomedical micro/nanosystems*. Biomedical microdevices, 2005. **7**(4): p. 281-293.

ANEXOS

ANEXO A – Aplicação MATLAB

Tendo em vista a aplicação dos procedimentos apresentados ao longo do trabalho, foi concebido um programa, em MATLAB. A sequência das etapas a efetuar durante a utilização do programa está representada, sob a forma de um esquema, na figura A.1.

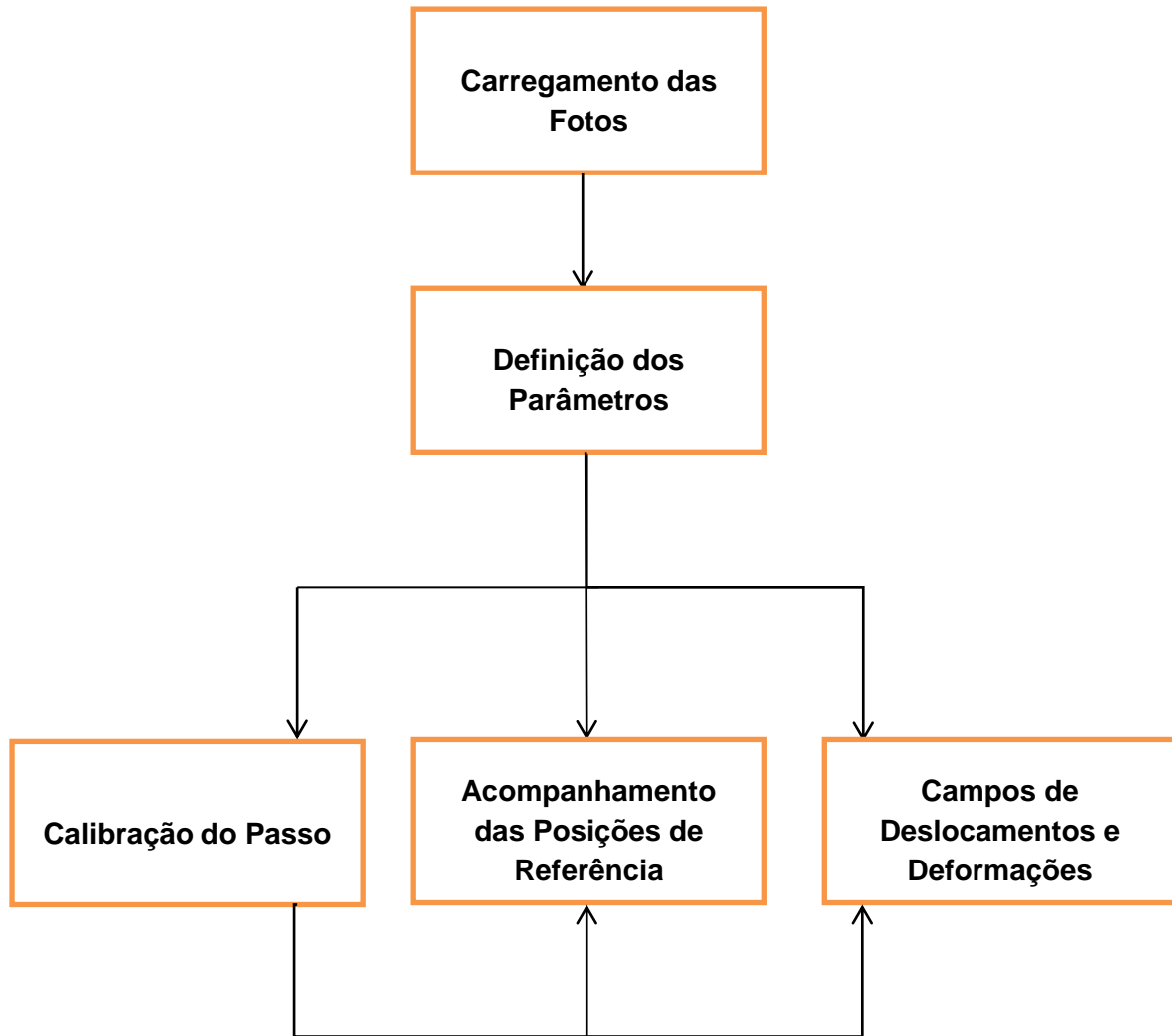


Figura A.1 - Representação esquemática da sequência de operações da aplicação

Neste capítulo, analisar-se-á cada uma das operações mostradas, as respectivas capacidades, bem como o conjunto de procedimentos que se encontra por trás de cada uma delas. Para além disso, é descrita a interação de um utilizador com a aplicação e as recomendações a levar em conta para um funcionamento correto e resultados satisfatórios.

Salienta-se também que quer as funções descritas, quer a componente estética, são referentes apenas a um protótipo e poderão vir a ser, após os prazos do presente trabalho, modificadas e desenvolvidas de modo a potenciar as características e potencialidades do programa.

A.1 Interface

A interface da aplicação, apresentada na figura A.2, permite ao utilizador seleccionar as fotos a serem analisadas durante a execução, definir os parâmetros a utilizar no procedimento do algoritmo e a execução de uma (ou mais) das funções disponibilizadas pelo programa.

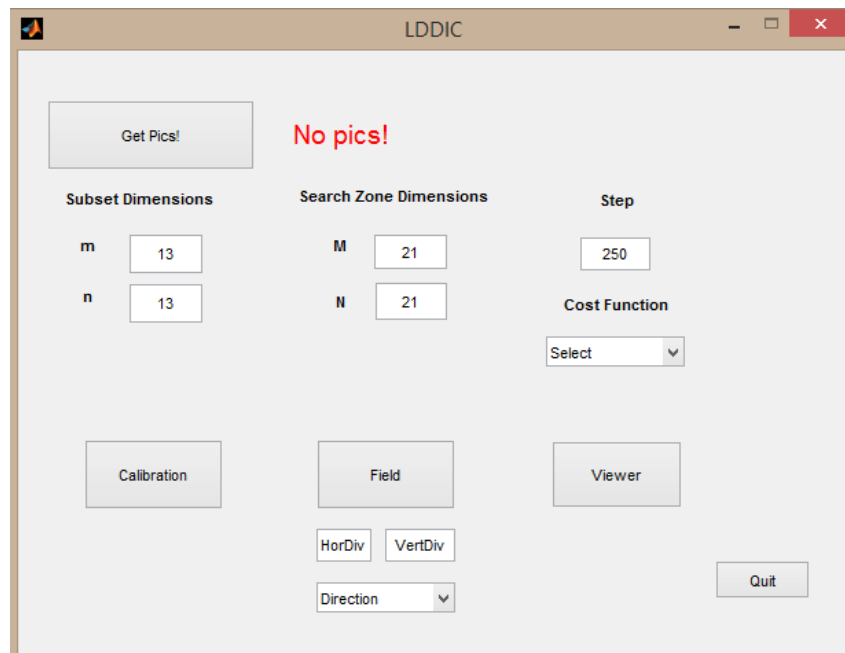


Figura A.2 - Interface Inicial do Programa

O botão “Get Pics!” do topo da interface destina-se ao carregamento das imagens captadas durante o ensaio.

As caixas de texto e de seleção existentes na interface destinam-se a definir os parâmetros essenciais do funcionamento do algoritmo, nomeadamente dimensões do *subset* e da Região de Busca, passo de leitura das imagens e função custo. Como se pode observar na figura A.2, no que diz respeito a parâmetros definidos numericamente, a interface inicial apresenta valores recomendados, mas que poderão ter de ser alterados

dependendo das características do ensaio. Nomeadamente no que diz respeito ao passo, e dada a importância desse parâmetro exposta durante todo o presente trabalho, o valor deverá mesmo ser alterado, após se proceder a uma calibração relativa ao mesmo.

Por fim, existem três botões “Calibration”, “Field” e “Viewer”, que executa, cada um deles, uma função distinta, descritas em A.3, A.4 e A.5.

A.2 Seleção das Fotos

A medição dos deslocamentos e deformações instalados no objeto sob deformação em análise tem como base a comparação das fotografias do estado do objeto durante o processo. Como tal, esse conjunto de imagens tem de ser lido como *input* para o programa.

Antes de se carregar as imagens para o programa, há um conjunto de procedimentos recomendáveis que se deverá ter em conta. Em primeiro lugar, sugere-se que se capte um vídeo do ensaio aplicado ao objeto, de onde se irá retirar as imagens a analisar. A separação de um vídeo nos vários *frames* que o compõem poderá ser feita com recurso a um *software* concebido para o efeito (como, por exemplo, Free Video To JPG Converter, usado durante os testes realizados), sendo esses que constituem o conjunto de imagens que irá entrar na aplicação MATLAB. Em termos de armazenamento, as imagens devem ser colocadas todas na mesma pasta, e, cada uma delas ter o respetivo nome num formato standard: [prefixo]+[número]+[extensão]. Por exemplo, ‘pic1530.jpg’ ou ‘1530.png’. Para além disso, entre o número mais baixo (primeira imagem) e o número mais alto (última imagem), todos os números deverão corresponder a uma imagem. A alteração dos nomes das imagens, caso necessária, poderá ser feita recorrendo-se a um *software* com esse fim (como FileRenamer).

Realizadas essas operações, as imagens estão prontas a ser lidas para o programa. O botão “Get Pics!” da interface tem como objetivo precisamente o carregamento dessas fotos e corresponde à primeira tarefa que deverá executar um utilizador do programa. Ao se premir o botão, será pedido que se abra as primeira e última imagens do conjunto. A partir dos respetivos nomes, a função cria uma lista (armazenada num *array*) com os nomes de todos os ficheiros a ler durante o algoritmo, que serão carregados durante a execução do mesmo (com um passo definido pelo utilizador).

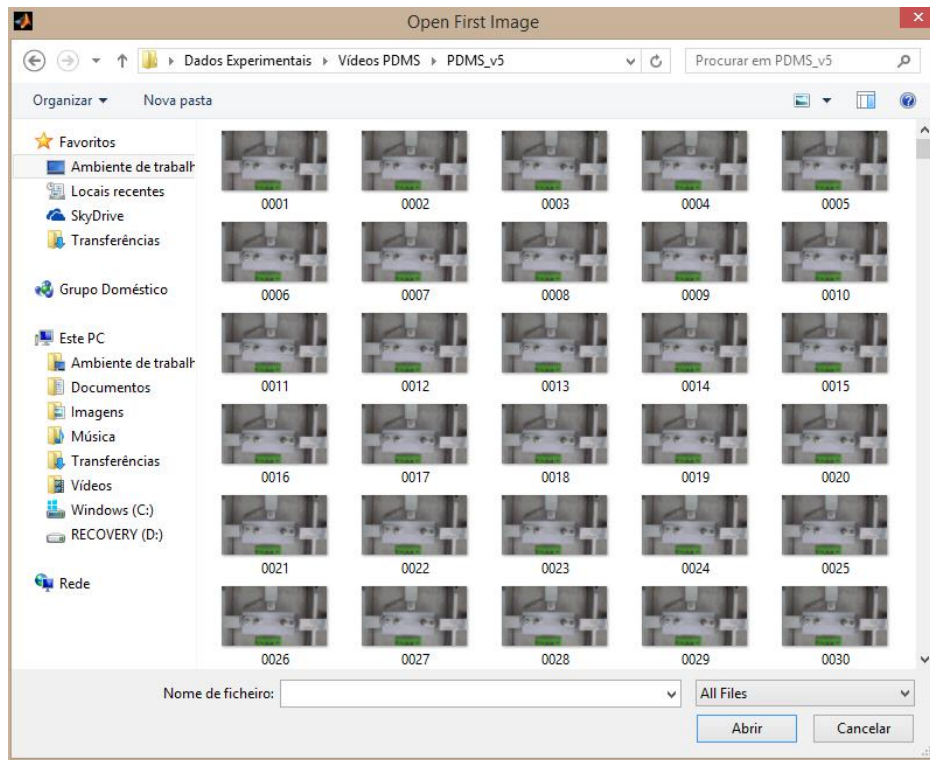


Figura A.3 - Janela de seleção da primeira imagem

A.3 Função de Calibração do Passo

Como ficou bem explícito durante a descrição e durante os testes realizados ao algoritmo, o passo de leitura das imagens será a variável de maior influência e cujo controlo é de maior importância. Ao se escolher um passo para a execução do algoritmo, é essencial que este se encontre dentro das regiões de estabilidade descritas anteriormente.

Neste contexto, foi introduzida na interface uma função para se realizar uma calibração e averiguar qual o passo a utilizar no caso em estudo, função essa acionada pelo botão “Calibration”. Ao se premir o botão, abre-se uma janela com a primeira imagem, onde se deverá clicar nos dois pontos que representam as extremidades do eixo do provete (ou tão próximo quanto possível desse eixo), criando-se uma linha que deverá coincidir, ou aproximar-se, do eixo do provete (como na figura A.4).

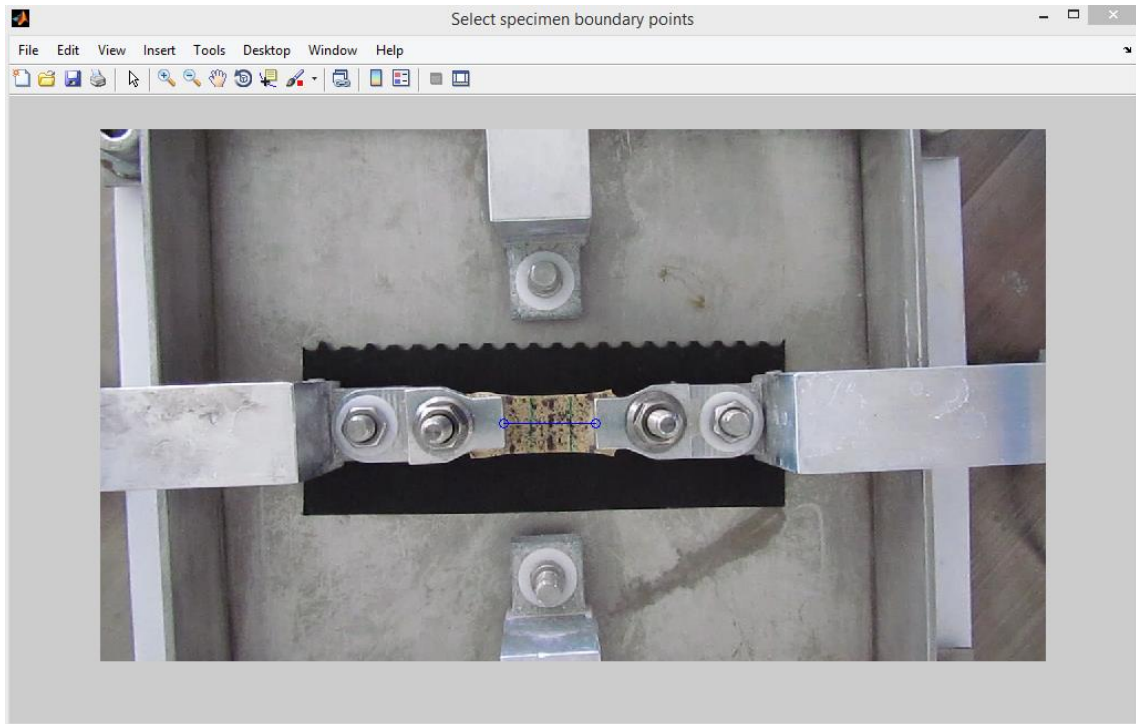


Figura A.4 - Janela de seleção dos extremidades do provete

Automaticamente, sobre essa linha o programa coloca dois pares de pontos: um par de pontos afastados (cada ponto a 75% do semi-comprimento da linha) e um par de pontos próximos (cada ponto a 25% do semi-comprimento da linha). Para cada par de pontos, determina-se um diagrama *stretch-step*, como aqueles apresentados na figura A.5.

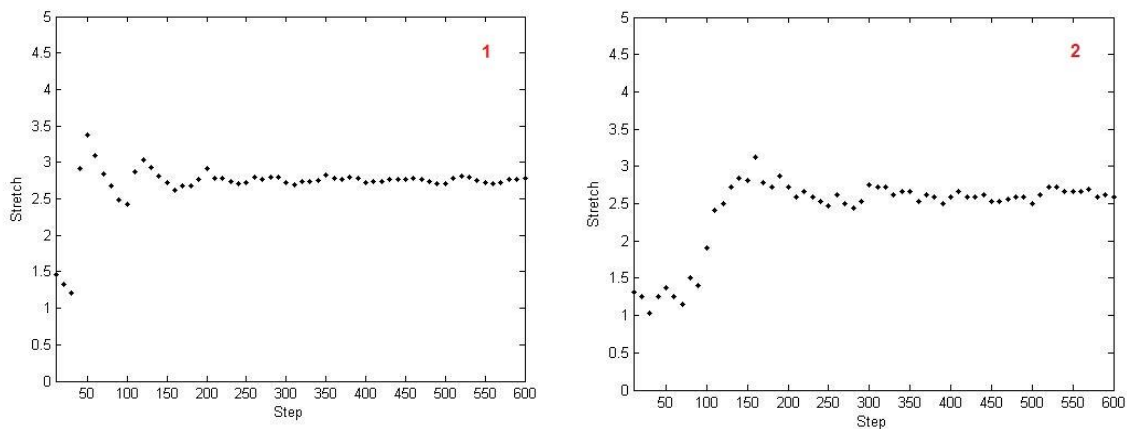


Figura A.5 - Diagramas *stretch-step*. 1: pontos afastados; 2: pontos próximos

Dispondo dos diagramas, cabe ao utilizador selecionar um *step* que se encontre simultaneamente na zona de estabilidade em ambos os diagramas (de preferência, tão próximo quanto possível de um valor médio de *stretch* nessa região de estabilidade).

Esse valor do passo selecionado pelo utilizador da aplicação pode então ser aplicado nas análises de deformação, por intermédio da introdução desse valor no campo da interface relativo ao passo.

Note-se que a não existência de uma região de estabilidade poderá ter como solução um reajustamento das dimensões do *subset* e da Região de Busca. Geralmente, se a partir de um dado passo, o diagrama apresentar um carácter claramente descendente, o problema poderá estar relacionado com a utilização de uma Região de Busca demasiado pequena, como salientado na secção relativa à influência dessas dimensões. Por outro lado, o *subset* deverá ter um valor mínimo de 9 x 9, podendo ser aumentado de acordo com a resolução local observada no provete.

A.4 Função de Acompanhamento das Posições de Referência

Uma das funções de carácter mais simples, mas simultaneamente de elevada utilidade, providenciada pelo programa tem a ver com o *tracking* de dois pontos seleccionados pelo utilizador. Essa função, ativada pelo botão “Viewer”, tem como objetivo apresentar a evolução, em cada *frame* do ensaio, das posições dos pontos seleccionados pelo utilizador.

Para efetuar essa seleção, é apresentada a primeira imagem do ensaio, devendo-se clicar nos dois pontos pretendidos. A partir daí, é possível visualizar em cada *frame* lido (recorde-se que o intervalo entre imagens é definido pelo passo, que deve ser escolhido após recurso à função de calibração) a posição dos pontos de referência seleccionados nesse instante, bem como o segmento de reta que os une. No final, é apresentada uma janela com o cálculo do *stretch* do segmento em cada imagem, bem como o valor de λ desse segmento no final do ensaio.

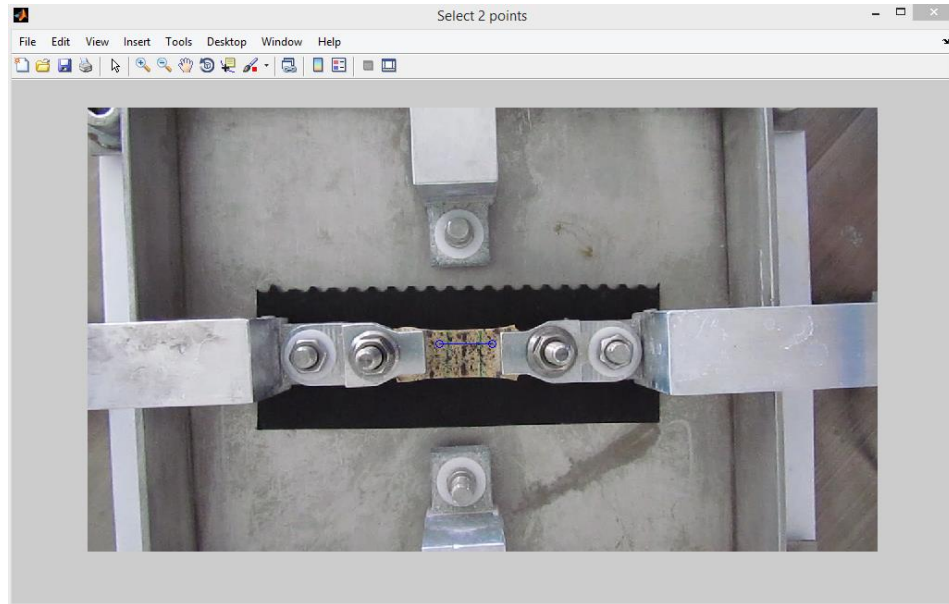


Figura A.6 - Exemplo de pontos selecionados pelo utilizador

A.5 Geração dos Campos de Deslocamentos e Deformações

Por último, descrever-se-á a função para gerar os campos de deslocamentos e deformações no provete, disposta na interface do programa através do botão "Field". Esta opção tem como fim apresentar os campos de deslocamentos e de deformações instalados no corpo em estudo.

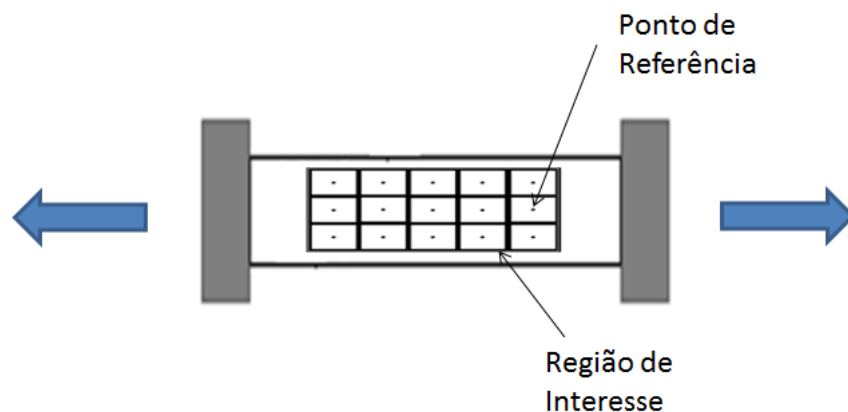


Figura A.7 - Pontos de Referência para geração de campo de deslocamentos

Apesar de este não ser um dos objetivos fundamentais do trabalho, pelo menos nesta fase, optou-se por atribuir desde já ao protótipo as faculdades de calcular e representar campos de deslocamentos e deformações. Até porque, controlado o processo de acompanhamento de dois pontos, a criação de um campo de deslocamentos é conseguido pela expansão do conceito a uma malha constituída por esse conjunto de múltiplos pontos dispostos pela superfície do provete.

O procedimento para a criação de um campo de deslocamentos em Correlação Digital de Imagem foi descrito na secção 2.2 e pressupõe a divisão do provete num conjunto discreto de sub-regiões representadas por um ponto de referência. O procedimento de *tracking* é então aplicado a cada um desses pontos iniciais de referência, associando-se a cada um um valor de deslocamento final, representativo da sub-região. Naturalmente, quanto maior o número de sub-regiões no provete, mais fina a criação do campo de deslocamentos e, como tal, mais exatos os resultados obtidos em zonas onde o valor do deslocamento é obtido por interpolação.

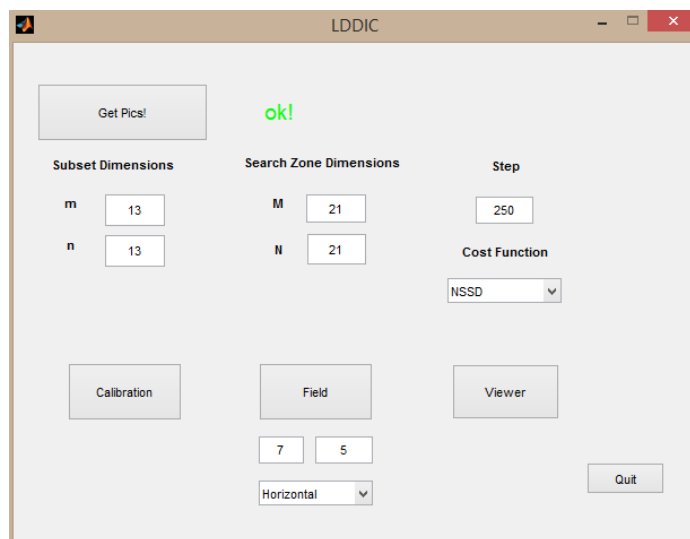


Figura A.8 - Interface preenchida com número de sub-regiões

É segundo este princípio sumariado no parágrafo anterior que assenta a criação do campo de deslocamentos pela aplicação desenvolvida. Antes de clicar no botão “Field”, o utilizador tem de definir em quantas sub-regiões quer ver dividida a Região de Interesse. Para isso, deve colocar o número de sub-regiões a utilizar segundo as direções horizontal e vertical. Maior número dessas sub-regiões resulta, como se disse,

em resultados mais exatos, mas, em contrapartida, num aumento do tempo de processamento, dado que o algoritmo é aplicado a um maior número de pontos/pixels. Para além disso, o utilizador tem a possibilidade de seleccionar a direcção dos deslocamentos cuja distribuição pretende visualizar (u, horizontais, ou v, verticais).

A geração de campos de deformações é feita com recurso a uma derivação do campo de deslocamentos, sendo que:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{A.1})$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\text{A.2})$$

Dado o carácter discreto de todo o procedimento, desde a definição de sub-regiões à própria imagem digital, a derivação terá de ser feita segundo métodos numéricos. No caso, a determinação dos gradientes de deslocamentos é feita com recurso a uma função interna do MATLAB, *gradient()*.

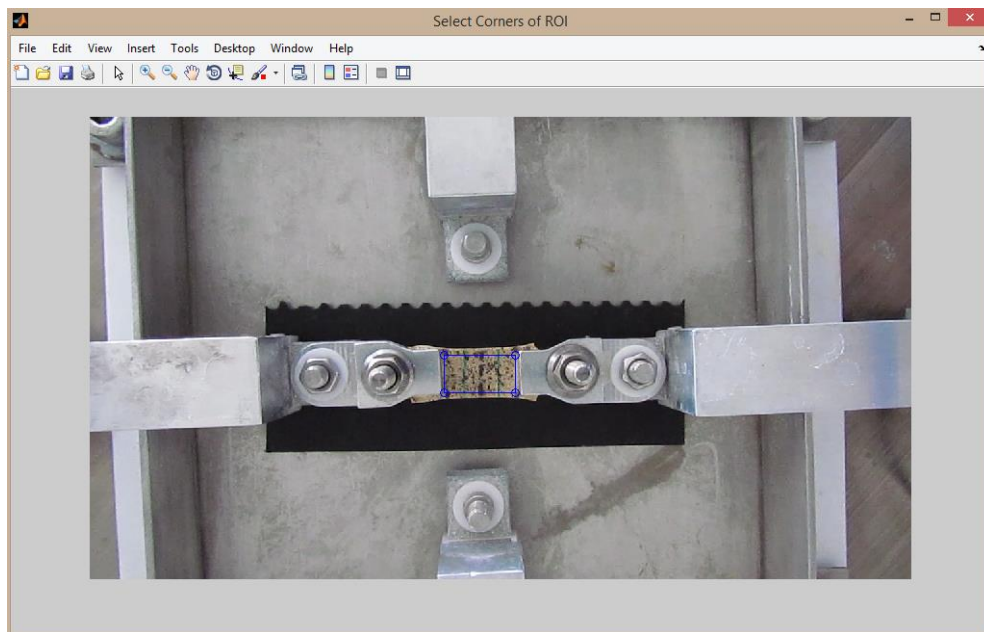


Figura A.9 - Exemplo de Região de Interesse válida

Ao se executar a função, aparece no ecrã uma janela que apresenta uma imagem do primeiro *frame* do ensaio, onde o utilizador deverá criar a Região de Interesse retangular, clicando nos quatro cantos da região que pretende ver analisada. Note-se que, neste protótipo, essa região tem obrigatoriamente de ser exatamente retangular, com precisão ao pixel.

De seguida, o algoritmo calcula, utilizando o passo definido e previamente calibrado pelo utilizador, as coordenadas finais de cada ponto de referência, e, a partir desses valores, os deslocamentos – horizontais (u) e verticais (v) – associados. Os deslocamentos são então montados em dois *arrays* (um relativo aos deslocamentos horizontais e outro aos verticais) de acordo com a posição do ponto a que cada ponto está associado. Este procedimento tem apenas em vista a representação gráfica, feita a partir de cada um desses *arrays*, dependendo da opção do utilizador por “Horizontal” ou “Vertical” na caixa de seleção na interface.

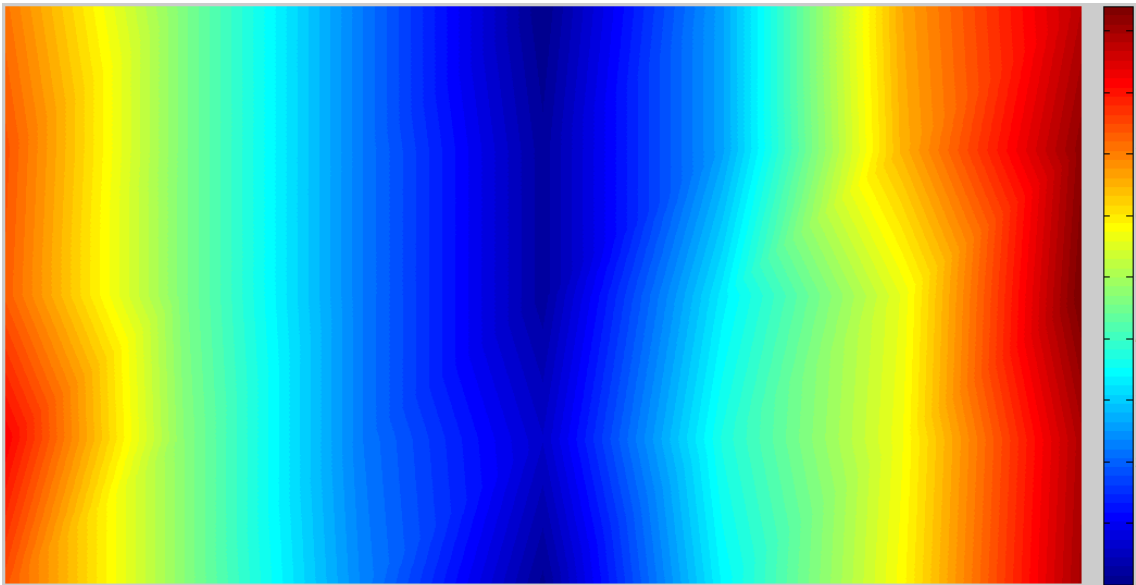


Figura A.10 - Exemplo de campo de deslocamentos u obtido no ensaio de tração da borracha

Como seria de esperar, e analisando o campo de deslocamentos na figura A.10 (correspondente à Região de Interesse mostrada na figura A.9, num ensaio de tração de borracha), o deslocamento é máximo nas extremidades do provete e mais baixo no seu interior. Esta distribuição foi obtida com recurso a 7 x 5 sub-regiões, num total de 35. Note-se que o cálculo de deslocamentos é apenas efetuado nos pontos de referência, pelo que a restante representação gráfica provém de processos de interpolação automáticos.

A distribuição das deformações é então feita segundo os moldes descritos anteriormente, sendo a respetiva representação gráfica também disponibilizada. Na figura A.11, relativa ao mesmo problema, é mostrado o campo de deformações na

Região de Interesse. De destacar o facto de a deformação máxima se localizar perto do eixo, nas extremidades laterais da Região de Interesse, junto às zona de amarração dos provetes. Estas zonas são caracterizadas por ocorrência de não homogeneidades, dada a configuração retangular dos provetes e as características não lineares e hiperelásticas do material ensaiado. O facto de esta região de deformação máxima ser efetivamente captada pelo programa, atesta as capacidades do método concebido e a validade dos resultados passíveis de ser obtidos com esta aplicação.

Importa, no entanto, assinalar que a deteminação de deslocamentos associados à direção transversal de provetes poderá estar sujeita a maiores erros, dada a baixa velocidade de movimento de cada ponto segundo essa direção e que poderá ter como consequências as instabilidades referidas, nomeadamente com a utilização de passos mais baixos.

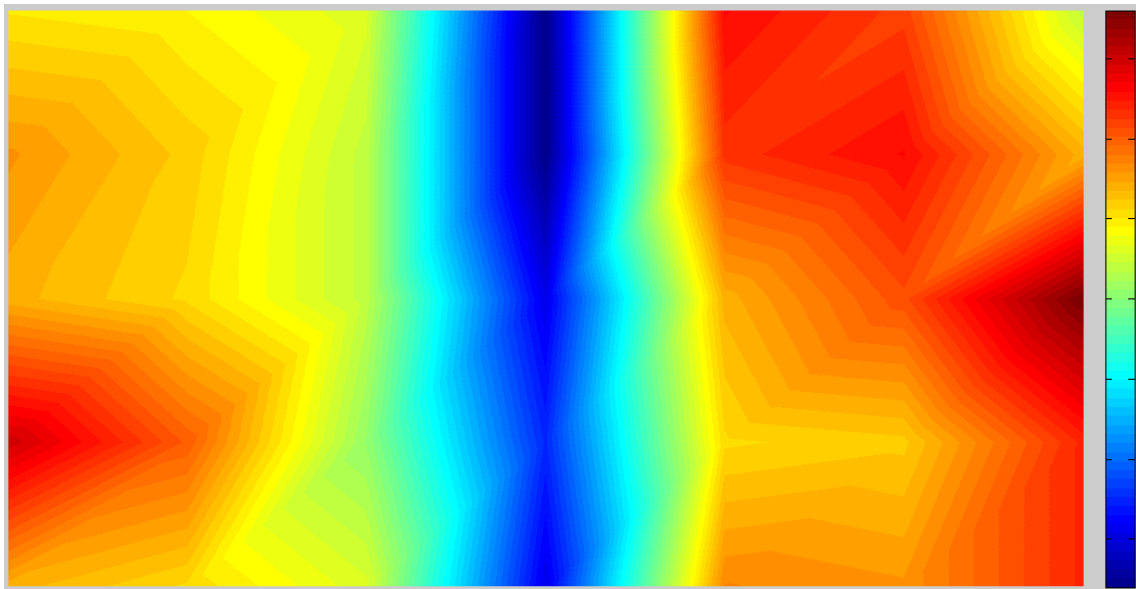


Figura A.11 - Exemplo de campo de deformações ϵ_{xx} obtido no ensaio de tração da borracha