APÊNDICES

AO

CAPÍTULO 1

1A. Resolução do problema de optimização do trabalhador

Neste apêndice mostramos que uma oferta de trabalho inelástica por parte do trabalhador representativo pode ser obtida através da resolução de um problema de maximização standard.

Assumimos que o trabalhador representativo maximiza uma função utilidade que depende positivamente do consumo realizado, c^L, e do tempo de lazer, 1-*L* (normalizamos o tempo total disponível por período de tempo para 1). Por outro lado, o trabalhador maximiza a sua função utilidade sujeito à restrição de que a quantidade consumida tem que ser menor ou igual que o salário auferido multiplicado pelo tempo de trabalho; isto é, o trabalhador resolve o seguinte problema:

$$\begin{aligned} &Max\, U(c^L, 1-L) \\ &s.a \\ &c^L \leq wL \end{aligned}$$

Omitimos o subscrito *t* já que todas as variáveis do problema se referem ao mesmo período de tempo. Como assumimos que apenas o capitalista realiza a actividade de poupança a restrição do problema acima verifica-se com igualdade.
A condição de primeira ordem deste problema é:

$$-U_L = U_{c^L} w .$$

Por palavras, se o trabalhador estiver a optimizar, a desutilidade marginal do trabalho tem que ser igual à utilidade marginal do consumo vezes o salário por unidade (infinitesimal) de trabalho avaliadas, ambas, nos níveis de consumo e trabalho óptimos. Isto é, suponhamos que o agente decide fornecer mais uma unidade de trabalho. Nesse caso ele pode consumir mais *w* unidades do bem de consumo, o que lhe proporciona um aumento de utilidade de $U_{c^L} w$. Por outro lado, a unidade a mais de trabalho fornecido gera-lhe uma utilidade adicional negativa de U_L, i.e, uma desutilidade de $-U_L$. Nas quantidades óptimas de consumo e trabalho a utilidade adicional é exactamente

cancelada pela desutilidade adicional. Caso contrário, o trabalhador não estaria a optimizar; e quereria ou aumentar ou diminuir a quantidade de trabalho oferecida.

Considerando agora a função utilidade:

$$U = aLog\,c^{L} + bLog\left(1-L\right).$$

a condição de primeira ordem é igual a

$$\frac{bc^{L}}{a\left(1-L\right)} = w.$$

Substituindo c^{L} por wL, de acordo com a restrição orçamental, e resolvendo em ordem a L obtemos a função oferta de trabalho do trabalhador representativo:

$$L = \frac{a}{a+b}.$$

A função oferta é assim constante e inelástica ao salário.

1B. Resolução do problema de optimização do capitalista

O capitalista resolve o problema (P1) do texto.

Formamos o Lagrangeano (ver Ljunqvist et al. (2000), p. 321):

$$\mathfrak{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[U(c_t) - \lambda_t \left(Z_{t+1} - \left(Z_t - c_t \right)(1+r_t) \right) \right].$$

O capitalista escolhe $\{c_t, Z_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$. Desenvolvendo o Lagrangeano, obtemos

$$\begin{aligned} \mathfrak{L} = \ldots + \beta^t \left(U(c_t) - \lambda_t \left(Z_{t+1} - \left(Z_t - c_t \right)(1+r_t) \right) \right) + \\ \beta^{t+1} \left(U(c_{t+1}) - \lambda_{t+1} \left(Z_{t+2} - \left(Z_{t+1} - c_{t+1} \right)(1+r_{t+1}) \right) \right) + \ldots \end{aligned}$$

As condições de primeira ordem são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} &= U_c(c_t) - \lambda_t \left(1 + r_t \right) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Z_{t+1}} &= -\beta^t \lambda_t + \beta^{t+1} \lambda_{t+1} (1 + r_{t+1}) = 0. \end{aligned}$$

O que equivale a:

$$\begin{aligned} U_c(c_t) &= \lambda_t (1 + r_t) \\ \lambda_t &= \beta \lambda_{t+1} (1 + r_{t+1}). \end{aligned}$$

Pela primeira das equações imediatamente acima, temos que $\lambda_{t+1} = U_c\left(c_{t+1}\right) / \left(1 + r_{t+1}\right)$. Assim, substituindo a primeira equação na segunda obtemos a equação que aparece no texto:

$$U_c(c_t) = \beta (1 + r_t) U_c(c_{t+1}).$$

Existe ainda uma segunda condição que deve ser verificada num problema de optimização deste género com horizontes infinitos e que é a chamada Condição de Transversalidade. Esta condição representa o equivalente à condição terminal num

problema com horizontes finitos. Se o agente resolver o problema de optimização com um horizonte temporal igual a T (e não infinito) tendo que escolher uma trajectória dada por $\{c_t, Z_{t+1}\}_{t=0}^{T}$, então é claro que, se ele estiver a optimizar, vai escolher $Z_{T+1} = 0$. Esta condição terminal existe porque não faz sentido que o agente termine o seu horizonte de vida com um stock positivo do bem de consumo sem o consumir.

Quando o problema é de horizontes infinitos o equivalente àquela condição terminal é a condição de transversalidade[1]:

$$\lim_{t\to\infty} \beta^t \lambda_t Z_{t+1} = 0 .$$

Isto é o mesmo que:

$$\lim_{t\to\infty} \beta^t U_c(c_t) Z_{t+1} = 0 .$$

Esta condição diz-nos que o valor do stock do bem de consumo, medido em termos de utilidade, deve tender para zero quando o tempo tende para infinito.

A condição de transversalidade nem sempre é fácil de verificar mas, no modelo de equilíbrio geral (não monetário) do texto, por exemplo, temos que os valores estacionários de c_t e Z_{t+1} (os valores que se verificam quando t tende para infinito) encontrados satisfazem claramente esta condição, já que

$$\lim_{t\to\infty} \beta^t \frac{1}{c_t^{1/\sigma}} Z_{t+1}$$

é igual a zero com $\beta < 1$ e c e Z tomando valores estritamente positivos ($1-\beta$ e 1, respectivamente).

No modelo com moeda aquela condição é igualmente fácil de verificar (ver apêndice 1E).[2]

---

[1] Ver, por exemplo, Obstfeld *et al* (1996, p.717) e Manuelli (2006, cap.1). A prova de suficiência desta condição é dada em Stokey *et al* (1989, p. 98). Por outro lado, a prova da necessidade desta condição já foi demonstrada em diversos contextos (ver, por exemplo Kamihigashi (2000)) mas parece ainda não haver um resultado suficientemente geral sobre a necessidade da condição de transversalidade.

[2] Em todos os modelos de equilíbrio ao longo desta 1ª parte pode verificar-se facilmente que esta condição é sempre satisfeita. Apenas nos casos em $r<r^N$ esta condição não é óbvia mas pode ser verificada com uma simulação numérica simples recorrendo às equações (1.9) e (1.10).

A condição de transversalidade, juntamente com a concavidade da função utilidade e a convexidade da restrição orçamental, faz com que as condições de primeira ordem sejam também suficientes para a existência de um máximo.

1C. Dinâmica de transição para o equilíbrio final

Mostramos aqui que o equilíbrio do modelo desenvolvido exibe as características daquilo que é chamado na literatura relacionada com sistemas dinâmicos como ponto-sela. Isto é, o sistema apenas atinge o equilíbrio se começar num ponto específico.

Note-se que, em cada período de tempo, o produto existente no início do período é repartido entre consumo do capitalista e consumo (salário) do trabalhador:

$$Z_t = c_t + w_t .$$

Agora, pela equação (1.4) do texto, com A=1,

$$w_t = \frac{1}{1+r_t} .$$

De maneira que:

$$1+r_t = \frac{1}{Z_t - c_t} . \tag{C.1}$$

Substituindo o lado direito desta equação na equação (1.2) do texto obtemos:

$$c_{t+1} = c_t \beta^{\sigma} \left(\frac{1}{Z_t - c_t} \right)^{\sigma} . \tag{C.2}$$

Esta equação descreve a evolução de c_t ao longo do tempo: Contudo ainda nos falta saber os valores de Z_t .

Mas, note-se que substituindo a expressão acima para $1+r_t$ em (C.1) na equação (1.1) do texto, obtemos:

$$Z_{t+1} = 1 ,$$

para qualquer t. Portanto, temos que

$$Z_t = 1, \text{ para qualquer } t \geq 1.$$

Deste modo, a evolução de c_t pode ser descrita por

$$c_{t+1} = c_t \beta^{\sigma} \left(\frac{1}{1 - c_t} \right)^{\sigma}, \text{ para qualquer } t \geq 1. \tag{C.3}$$

Assim, tendo o valor de c_1 conseguimos descrever toda a trajectória de c_t ao longo do tempo.

Mostramos agora que c_t converge para um estado estacionário diferente de zero apenas se c_1 for igual ao seu valor nesse equilíbrio estacionário, i.e. $1-\beta$ (ver cálculo do equilíbrio estacionário no texto).

Na figura 1.1 da página seguinte mostramos o gráfico da função que liga c_{t+1} a c_t, para $t \geq 1$, de acordo com (C.3) na vizinhança do valor estacionário, c^*, de c_t, onde $c^* = 1-\beta$. Ao mesmo tempo, aparece uma recta com inclinação de 45 graus onde $c_{t+1} = c_t$. Para observarmos a evolução de c_t a partir de um dado c_1 começamos por fazer corresponder c_{t+1} no gráfico a um dado valor de c_1. A seguir, usamos a recta de 45 graus para encontrar o novo c_t, que é igual ao anterior c_{t+1} e assim sucessivamente. Podemos verificar que se c_1 for maior do que 1-β, c_t afasta-se cada vez mais desse valor; se c_1 for menor do que 1-β, c_t converge para zero; c_t apenas converge para 1-β se c_1 for igual a esse mesmo 1-β. Mas isto implica, usando a equação (C.2), que:

$$c_1 = 1-\beta = c_0 \beta^{\sigma} \left(\frac{1}{Z_0 - c_0} \right)^{\sigma}.$$

Isto é, o sistema só atinge o equilíbrio quando c_0 for tal que verifique a equação acima para β, σ e Z_0 dados. Apenas começando aí é que o sistema converge para o equilíbrio estacionário encontrado no texto.

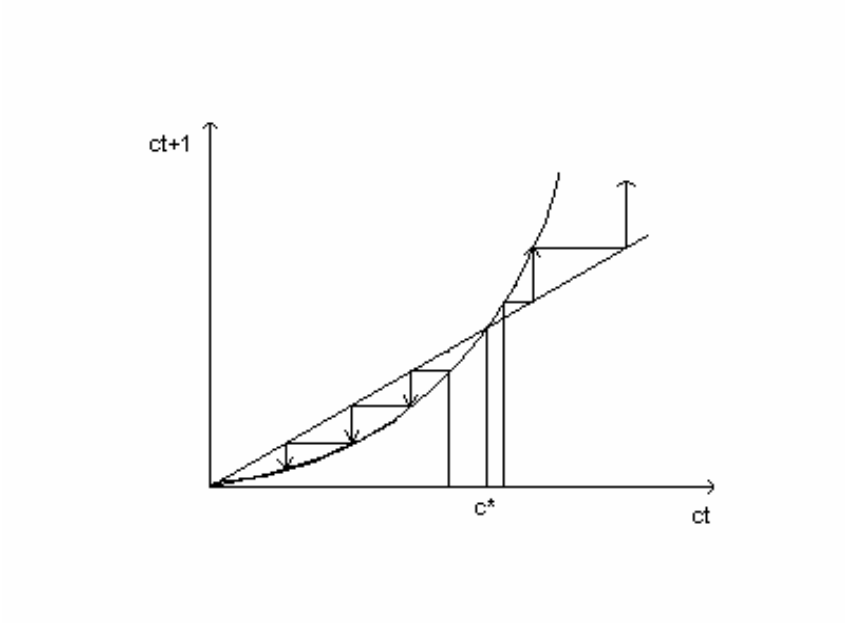

Figura 1.1. Divergência de c_t do estado estacionário, c^*, se c_1 for diferente de $c^* = 1 - \beta$.

Uma outra forma de analisar a dinâmica de transição neste modelo consiste na linearização do sistema:

$$\begin{cases} c_{t+1} = c_t \left(\dfrac{\beta}{Z_t - c_t} \right)^{\sigma} \\ Z_{t+1} = 1. \end{cases}$$

Neste caso temos que:

$$\begin{bmatrix} c_{t+1} - c \\ Z_{t+1} - Z \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} c_t - c \\ Z_t - Z \end{bmatrix}, \tag{C.4}$$

onde c e Z são os valores estacionários de c_t e Z_t e J é a matriz jacobiana do sistema:

$$J = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial c_{t+1}}{c_t} & \dfrac{\partial c_{t+1}}{Z_t} \\ \dfrac{\partial Z_{t+1}}{c_t} & \dfrac{\partial Z_{t+1}}{Z_t} \end{pmatrix}.$$

As derivadas do jacobiano são avaliadas nos valores estacionários de c_t e Z_t, pelo que resulta:

$$J = \begin{pmatrix} 1+\dfrac{\sigma(1-\beta)}{\beta} & (\beta-1)\dfrac{\sigma}{\beta} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Os valores próprios desta matriz, λ_1 e λ_2, são dados pela fórmula:

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{Tr \pm \sqrt{Tr^2 - 4.Det}}{2},$$

onde Tr e Det são o traço e o determinante do jacobiano, respectivamente. Como

$$Tr = 1 + \frac{\sigma(1-\beta)}{\beta},$$
$$Det = 0,$$

segue-se que

$$\lambda_1 = \frac{Tr - \sqrt{Tr^2}}{2} = 0,$$
$$\lambda_2 = \frac{Tr + \sqrt{Tr^2}}{2} = Tr = 1 + \frac{\sigma(1-\beta)}{\beta}.$$

Isto é, um dos valores próprios, λ_1, está dentro do círculo unitário e outro valor próprio está fora (λ_2 é claramente maior que 1). Neste caso dizemos que o estado estacionário deste sistema é um ponto-sela, o que na presente situação equivale a dizer que existe um único valor inicial para c_t que conduz o sistema ao seu estado estacionário.

Exploramos agora em mais detalhe este último ponto[3]. Repare-se que aplicando a decomposição de Jordan à matriz J o sistema (C.4) pode ser rescrito da seguinte forma (ver Novales et al. (1999), p. 65):

$$\begin{bmatrix} c_{t+1} - c \\ Z_{t+1} - Z \end{bmatrix} = \Gamma \Lambda \Gamma^{-1} \begin{bmatrix} c_t - c \\ Z_t - Z \end{bmatrix}, \qquad \text{(C.5)}$$

[3] A partir daqui seguimos de perto Novales et al. (1999), pp. 62-92.

onde Λ é a matriz 2×2 que tem na diagonal os valores próprios de J e zeros nas restantes entradas e Γ a matriz que tem como colunas os vectores próprios correspondentes (Γ^{-1} é a matriz inversa correspondente). Neste caso:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \dfrac{\sigma(\beta-1)}{\sigma\beta-\sigma-\beta} & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1+\dfrac{\sigma(1-\beta)}{\beta} \end{pmatrix},$$

$$\Gamma^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -\dfrac{\sigma(\beta-1)}{\sigma\beta-\sigma-\beta} \end{pmatrix}.$$

O sistema C.5 pode ser agora rescrito em função dos valores iniciais das variáveis (ver Blume et al. (1994), p. 595):

$$\begin{bmatrix} c_{t+1}-c \\ Z_{t+1}-Z \end{bmatrix} = \Gamma \begin{pmatrix} \lambda_1^t & 0 \\ 0 & \lambda_2^t \end{pmatrix} \Gamma^{-1} \begin{bmatrix} c_0-c \\ Z_0-Z \end{bmatrix}. \tag{C.6}$$

Multiplicando as quatro matrizes do lado direito de (C.6) obtemos:

$$\begin{bmatrix} c_{t+1}-c \\ Z_{t+1}-Z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_2^t \left[(c_0-c) - \dfrac{(Z_0-Z)(\beta-1)\sigma}{\beta\sigma-\sigma-\beta} \right] \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Agora note-se que dado que $\lambda_2 > 1$, para c_t não divergir do seu estado estacionário a expressão dentro do parêntese recto tem que ser igual a zero. Esta é portanto uma condição para a estabilidade do sistema:

$$(c_0-c) - \frac{(Z_0-Z)(\beta-1)\sigma}{\beta\sigma-\sigma-\beta} = 0. \tag{C.7}$$

Ou seja,

$$c_0 = c + \frac{(Z_0 - Z)(\beta - 1)\sigma}{\beta\sigma - \sigma - \beta}. \tag{C.8}$$

Substituindo agora (C.7) em (C.4) obtemos:

$$\begin{aligned}
c_1 - c &= \left(1 + \frac{\sigma(1-\beta)}{\beta}\right)\frac{(Z_0 - Z)(\beta - 1)\sigma}{\beta\sigma - \sigma - \beta} + (\beta - 1)\frac{\sigma}{\beta}(Z_0 - Z) \\
&= (Z_0 - Z)\frac{(\beta - 1)\sigma}{\beta}\left(\frac{\beta + \sigma - \sigma\beta}{-\beta - \sigma + \sigma\beta} + 1\right) \\
&= (Z_0 - Z)\frac{(\beta - 1)\sigma}{\beta}(-1 + 1) \\
&= 0.
\end{aligned}$$

Isto é, para o sistema convergir para o estado estacionário $c = 1 - \beta, Z = 1$, c_0 tem que ser dado por (C.8) o que implica que o sistema atinge o estado estacionário logo em t=1.

1D. Função consumo do capitalista quando a taxa de juro é constante

Mostramos neste apêndice como obter uma função consumo ("policy function") para o capitalista quando a taxa de juro é uma constante. Usamos aqui o método dos coeficientes indeterminados, proposto, por exemplo, em Chow (1997, p. 33).[4]

A condição de primeira ordem do problema (P1), com taxa de juro constante, é igual a:

$$c_{t+1} = c_t \beta^{\sigma} (1+r)^{\sigma},$$

onde a ausência de subscrito em *r* indica que estamos na presença de uma constante.

Conjecturamos agora que o nível de consumo que resolve a equação acima é igual a ΩZ_t, onde Ω é uma constante a determinar. Neste caso, a condição de primeira ordem escreve-se:

$$\Omega Z_{t+1} = \Omega Z_t \beta^{\sigma} \left(1+r\right)^{\sigma}.$$

Substituindo Z_{t+1} pela expressão da restrição orçamental, obtemos:

$$\Omega\left(Z_t - c_t\right)\left(1+r\right) = \Omega Z_t \beta^{\sigma} \left(1+r\right)^{\sigma}.$$

Substituindo, novamente, c_t por ΩZ_t e dividindo ambos os lados da equação por ΩZ_t, obtemos:

$$1 + r - \Omega\left(1+r\right) = \beta^{\sigma} \left(1+r\right)^{\sigma}.$$

Daqui, determinamos o valor da constante Ω.

$$\Omega = 1 - \beta^{\sigma} \left(1+r\right)^{\sigma-1}.$$

Logo, de $c_t = \Omega Z_t$, a função consumo é:

[4] Comparar com Obstfled *et al* (1996, pp. 718-721).

$$c_t = \left[1 - \beta^{\sigma}\left(1+r\right)^{\sigma-1}\right] Z_t .$$

Este resultado pode ser confirmado substituindo esta ultima expressão (tendo em atenção os subscritos temporais) em ambos os lados da primeira equação deste apêndice e verificando que ambos os lados são iguais.

1E. Resolução do problema de optimização do capitalista no modelo com moeda (P3)

A função objectivo (utilidade) é a mesma do problema (P1). A seguir mostramos como tornar a restrição orçamental formalmente equivalente à restrição orçamental do problema (P1). Recordamos que a restrição orçamental é agora:

$$M_{t+1} = \left(M_t - P_t c_t\right)\left(1 + R_t\right).$$

Dividindo ambos os lados desta equação por P_{t+1} e denotando $\frac{M}{P}$ por *m*, obtemos:

$$m_{t+1} = \frac{M_t\left(1+R_t\right)}{P_{t+1}} - P_t c_t \frac{\left(1+R_t\right)}{P_{t+1}}.$$

Isto equivale a:

$$m_{t+1} = \frac{M_t\left(1+R_t\right)}{P_{t+1}}\frac{P_t}{P_t} - P_t c_t \frac{\left(1+R_t\right)}{P_{t+1}}\frac{P_t}{P_t}.$$

Usando agora a definição para a taxa de inflação: $1+\pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t}$, rescrevemos a equação acima como:

$$m_{t+1} = m_t\left(\frac{1+R_t}{1+\pi_t}\right) - c_t\left(\frac{1+R_t}{1+\pi_t}\right).$$

E usando a definição para a taxa de juro real, $1+r = \frac{1+R}{1+\pi}$, obtemos:

$$m_{t+1} = \left(m_t - c_t\right)\left(1 + r_t\right).$$

O problema (P3) pode então rescrever-se como:

$$\begin{aligned}
&\underset{c_t, m_{t+1}}{Max} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t) \\
&s.a \\
&m_{t+1} = \left(m_t - c_t\right)(1 + r_t).
\end{aligned}$$

Este problema é portanto idêntico ao problema (P1) e daqui segue que a condição de primeira ordem é a mesma, com a troca de Z_t por m_t.

1F. Mecanismo de ajustamento da economia a fixação exógena da taxa de juro nominal

Procuramos um estado estacionário com taxa de inflação constante, $\pi_t = \pi$. Neste caso, como, conforme o texto,

$$c_t = 1 - \frac{1}{1+\bar{R}} = \text{constante.}$$

Isto implica que $c_t = c_{t+1}$ e, segundo a equação (1.15) do texto, temos que:

$$1 = \beta^{\sigma}\left(\frac{1+\bar{R}}{1+\pi}\right)^{\sigma}.$$

Logo, desenvolvendo a equação acima, para um dado $\bar{R}$, verifica-se, em estado estacionário:

$$\pi = \beta\left(1+\bar{R}\right) - 1. \tag{F.1}$$

Notando a taxa de juro natural (isto é, a taxa de juro de equilíbrio que ocorre se não existir interferência do Banco Central) por R^N e lembrando que

$$R^N = \frac{1}{\beta} - 1, \tag{F.2}$$

verificamos que a taxa de inflação é positiva ou negativa de acordo com o nível da taxa de juro que o Banco Central fixa em relação à taxa de juro natural. Isto é, de acordo com (F.1) e (F.2), verifica-se:

$$\begin{cases} \bar{R} = R^N \Rightarrow \pi = 0 \\ \bar{R} > R^N \Rightarrow \pi > 0 \\ \bar{R} < R^N \Rightarrow \pi < 0 \end{cases}$$

Relembrando agora que a função consumo do capitalista já atrás derivada é:

$$c_t = \left[1 - \beta^{\sigma} \left(\frac{1+\bar{R}}{1+\pi} \right)^{\sigma-1} \right] m_t \, .$$

Substituindo nesta expressão a expressão para a taxa de inflação obtida em (F.1), temos que o nível do consumo, em estado estacionário, é dado por:

$$c_t = (1-\beta) m_t \, . \tag{F.3}$$

Onde relembramos que $m_t = \frac{M_t}{P_t}$. Isto implica que m_t seja também uma constante, dado que, como já vimos,

$$c_t = 1 - \frac{1}{1+\bar{R}} \, , \tag{F.4}$$

é também uma constante.

Assim, igualando as duas equações anteriores, obtemos:

$$1 - \frac{1}{1+R} = (1-\beta) m \, .$$

Daqui segue:

$$m = \frac{1 - \frac{1}{1+\bar{R}}}{1-\beta} \, .$$

Mas, como (ver (F.2)):

$$\frac{1}{1+R^N} = \beta \, ,$$

temos as seguintes implicações para o nível de consumo do capitalista, consoante o nível exógeno da taxa de juro seja colocado acima, abaixo ou ao mesmo nível da taxa de juro natural:

$$\begin{cases} \bar{R} = R^N \Rightarrow \dfrac{1}{1+\bar{R}} = \beta \Rightarrow m = 1 \Rightarrow c = 1-\beta, \\ \bar{R} < R^N \Rightarrow \dfrac{1}{1+\bar{R}} > \beta \Rightarrow m < 1 \Rightarrow c < 1-\beta, \\ \bar{R} > R^N \Rightarrow \dfrac{1}{1+\bar{R}} < \beta \Rightarrow m > 1 \Rightarrow c > 1-\beta. \end{cases}$$

Agora, de acordo com (F.3) e (1.24) do texto, que voltamos a escrever:

$$P_t = M_t + X_t\,, \tag{F.5}$$

a função consumo do capitalista pode ser escrita como:

$$c_t = (1-\beta)\frac{M_t}{M_t + X_t}\,. \tag{F.6}$$

Isto quer dizer que o valor de X_t varia de acordo com o nível de $\bar{R}$:

$$\begin{cases} \bar{R} = R^N \Rightarrow c_t = 1-\beta \Rightarrow X_t = 0, \\ \bar{R} < R^N \Rightarrow c_t < 1-\beta \Rightarrow X_t > 0, \\ \bar{R} > R^N \Rightarrow c_t > 1-\beta \Rightarrow X_t < 0. \end{cases} \tag{F.7}$$

Igualando agora as equações (F.4) e (F.6) e resolvendo em ordem a X_t, obtemos:

$$X_t = \frac{M_t\left(1-\beta\left(1+\bar{R}\right)\right)}{\bar{R}}\,. \tag{F.8}$$

Daqui a pouco daremos a interpretação desta variável X_t. Por agora, fazemos notar que a oferta do capitalista no mercado de crédito é, como já visto:

$$B^S = M_t - P_t c_t .$$

Substituindo nesta equação as variáveis M_t e c_t de acordo com as equações (F.4) e (F.5) obtemos:

$$B^S = \frac{P_t}{1+\bar{R}} - X_t . \qquad \text{(F.9)}$$

Por outro lado, a procura de crédito por parte da empresa representativa é dada, como já visto no texto, por:

$$B^D = \frac{P_t}{1+\bar{R}} . \qquad \text{(F.10)}$$

Portanto, de acordo com (F.7), (F.9) e (F.10), temos que:

i) quando $\bar{R} > R^N$, $B^S > B^D$ no montante X_t;

ii) quando $\bar{R} < R^N$, $B^S < B^D$ no montante X_t.

Temos assim a interpretação para a variável X_t:

No caso i) o Banco Central recebe o montante X_t do capitalista, reembolsando-o posteriormente em $X_t\left(1+\bar{R}\right)$.

No caso ii) o Banco Central cede de empréstimo X_t à empresa, reembolsando esta o Banco Central em $X_t(1+\bar{R})$.

Finalmente, mostramos a seguir o mecanismo através do qual os casos i) e ii) geram inflação positiva e negativa, respectivamente.

Substituindo (F.8) em (F.5) obtemos:

$$P_t = M_t + \frac{M_t\left(1-\beta\left(1+\bar{R}\right)\right)}{\bar{R}} .$$

Rearranjando, obtemos a seguinte expressão para o nível de preços:

$$P_t = \left[\frac{\left(1+\bar{R}\right)\left(1-\beta\right)}{\bar{R}} \right] M_t \,. \tag{F.11}$$

Vemos, assim, que o nível de preços é uma fracção fixa do nível de M_t. Vejamos agora como evolui M_t ao longo do tempo.

Da restrição orçamental do capitalista temos que:

$$M_{t+1} = B^S \left(1+\bar{R}\right).$$

Usando agora a equação (F.9) obtemos:

$$M_{t+1} = \left(\frac{P_t}{1+\bar{R}} - X_t \right)\left(1+\bar{R}\right).$$

Substituindo aqui P_t e X_t pelas expressões (F.11) e (F.8) e arranjando a expressão resultante obtemos a equação que descreve a evolução de M_t ao longo do tempo.

$$M_{t+1} = \beta\left(1+\bar{R}\right) M_t \,. \tag{F.12}$$

Assim, de acordo com esta equação e fazendo uso da equação (F.11), que nos diz que o nível de preços varia, numa proporção fixa, na mesma direcção que M_t, concluímos que:

$$\begin{cases} \bar{R} = R^N = \dfrac{1}{\beta} - 1 \Rightarrow M_{t+1} = M_t \Rightarrow P_t \text{ constante} \\ \bar{R} > R^N \Rightarrow M_{t+1} > M_t \Rightarrow P_t \text{ crescente} \\ \bar{R} < R^N \Rightarrow M_{t+1} < M_t \Rightarrow P_t \text{ decrescente.} \end{cases}$$

Note-se a associação positiva entre o nível da taxa de juro e a taxa de inflação. Embora seja bastante comum supor-se o contrário, este resultado aparece na maior parte dos modelos monetários de equilíbrio geral dinâmico (Walsh, 2003, pp. 79, 248).

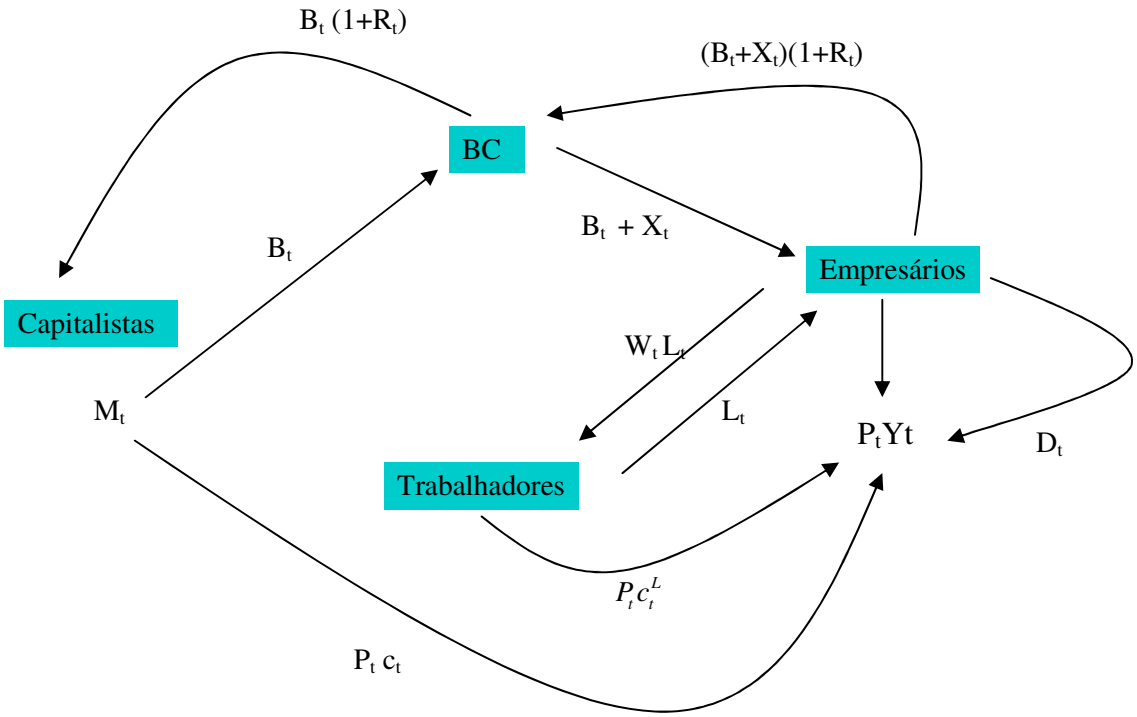

Figura 1.2. Esquema geral da economia monetária.