



M 2014

OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE UMA PONTE PEDONAL METÁLICA

DIOGO ANDRÉ ALMEIDA RODRIGUES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO APRESENTADA

À FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO EM
ENGENHARIA CIVIL – ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE UMA PONTE PEDONAL METÁLICA

DIOGO ANDRÉ ALMEIDA RODRIGUES

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professora Doutora Elsa de Sá Caetano

Coorientador: Engenheiro Emanuel da Costa Rebelo

JULHO DE 2014

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2013/2014

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2013/2014 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2014.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

Aos meus Pais

O sucesso nunca está no fim

Winston Churchill

AGRADECIMENTOS

No final de mais uma etapa não poderia deixar de prestar a minha gratidão para com todos aqueles que colaboraram comigo na elaboração deste trabalho, contribuindo com a sua amizade, incentivo, dedicação e disponibilidade. Em particular, expresso um especial agradecimento,

- À Professora Elsa Caetano, que desde logo mostrou a sua disponibilidade para orientar este trabalho e também pela forma que o orientou. Porém, o seu rigor, exigência, simpatia mas sobretudo os conhecimentos transmitidos permitiram uma aprendizagem que será bastante útil ao longo da vida profissional.
- À Martifer, na pessoa do Engenheiro Emanuel Rebelo, pela oportunidade que me deu e também por ter proporcionado todos os meios necessários à realização deste trabalho, sem nunca esquecer toda a equipa.
- Ao Miguel, pela sua amizade, apoio, bem como os ensinamentos transmitidos não só ao longo da tese como também ao longo da minha formação académica.
- Ao Engenheiro Rui Alves, que indiretamente contribuiu para o sucesso desta dissertação, através do excelente trabalho desenvolvido na sua tese de mestrado.
- Ao Engenheiro João Ricardo pelos esclarecimentos, troca de ideias e disponibilidade por ele sempre demonstrada.
- À Autodesk, através da sua equipa de suporte online, pelo apoio prestado na utilização do Robot.
- Ao Daniel e à Sara pelo agradável convívio e boa disposição proporcionados ao longo da execução do presente trabalho, fundamental nos momentos de maior trabalho.
- Ao Carlos, que para além da sua amizade, me ajudou na correta formatação deste documento.
- Aos meus amigos que de uma forma ou de outra colaboraram na elaboração deste trabalho através do seu apoio e amizade.
- Ao Miguel à Mimi e mais recentemente à Íris, por todo o apoio, encorajamento e compreensão por eles sempre demonstrados.
- Aos meus pais, por todo o esforço, apoio e dedicação por eles demonstrado ao longo de todo este tempo, que sempre me permitiram que alcançasse os objetivos a que me fui propondo.

RESUMO

O objetivo principal do trabalho desenvolvido durante a presente dissertação reside na otimização do dimensionamento de uma ponte pedonal metálica e na avaliação do seu comportamento tendo em conta os efeitos dinâmicos das ações dos peões. Será adicionalmente desenvolvido e analisado o comportamento de um sistema de mitigação de vibração composto por amortecedores de massas sintonizadas (TMDs).

O estudo realizado partiu de um projeto de uma ponte pedonal já construída cujas características foram estabelecidas de modo a poder ser dispensada a realização de um estudo dinâmico à luz da regulamentação existente. Procurando reduzir as características das barras sobredimensionadas do ponto de vista da resistência, obteve-se uma solução mais leve e mais flexível, que necessita contudo de ser avaliada do ponto de vista do comportamento dinâmico.

Neste contexto, faz-se uma apresentação relativa à problemática da ação dos peões em pontes pedonais, onde é apresentada de forma resumida, a investigação desenvolvida por diversos autores ao longo das últimas décadas acerca das funções de carga que caracterizam a ação do peão em caminhada e em corrida. Além disso, caracterizam-se os critérios de segurança em função do risco de ressonância entre a frequência natural da estrutura e da ação pedonal, bem como os critérios de conforto associado à relação das acelerações observadas em função do nível de conforto sentido pelos utilizadores. Desta forma, são ainda apresentadas as metodologias de cálculo propostas pelas diferentes recomendações técnicas em vigor, onde a sua aplicação na ponte pedonal relativa ao caso de estudo irá decidir a adoção, ou não, de um sistema mitigador de vibrações.

No final, realiza-se um estudo económico da solução obtida, incorporando ou não um sistema de mitigação de vibrações.

PALAVRAS-CHAVE: estrutura metálica, otimização, vibrações, peões, TMD

ABSTRACT

The main objective of the work developed in this thesis is the optimization of a steel footbridge and the assessment of the corresponding behavior taking into account the dynamic effects of the pedestrians actions. In a second stage, a vibration control system consisting of a tuned mass damper (TMD) will be designed and the behavior of the footbridge analysed.

The study focuses on a footbridge already built whose characteristics were established so that the realization of a dynamic study could be avoided. Looking to reduce oversized bars from the point of view of strength, a lighter and flexible solution was obtained, the consequence being the need to assess the corresponding dynamic behavior for pedestrians actions.

In this context, a presentation of the issue of pedestrian action in footbridges is made in summarized form, considering in particular the research developed by different authors over the last few decades about the load functions that characterize the pedestrian action in walking and running. Additionally, the criteria for resonance between the natural frequency of the structure and the pedestrian action are defined as well as the comfort criteria expressed in terms of accelerations. Calculation methodologies are also proposed by different technical recommendations. This assessment allows to decide the need to adopt a control vibration system.

A brief description of passive control system is presented, and a preliminary design of a tuned mass damper is conducted for the footbridge under consideration.

Finally, an economic study of the solution is made, incorporating, or not, a control vibration system based on the above mentioned TMD.

KEYWORDS: steel structure, optimization, vibrations, pedestrians, TMD

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
 1. INTRODUÇÃO	 1
1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	1
1.2. OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO	1
1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	2
 2. ESTADO DA ARTE	 3
2.1. INTRODUÇÃO	3
2.2. CARACTERIZAÇÃO DA AÇÃO DOS PEÕES	4
2.2.1. MEDIÇÃO DAS FORÇAS EXERCIDAS PELOS PEÕES	5
2.2.2. MODELAÇÃO DA AÇÃO DOS PEÕES	11
2.2.2.1. Ação de peões individuais	11
2.2.2.2. Ação de grupos e fluxo de peões	16
2.3. VIBRAÇÕES EM PONTES PEDONAIS	23
2.3.1. RESPOSTA ESTRUTURAL A AÇÕES DINÂMICAS	23
2.3.2. CRITÉRIOS DE CONFORTO HUMANO	25
2.4. RECOMENDAÇÕES TÉCNICAS PARA PROJETO	28
2.4.1. RECOMENDAÇÕES TÉCNICAS PARA PROJETO	28
2.4.2. METODOLOGIAS DE AVALIAÇÃO DA REPOSTA DINÂMICA	30
2.4.2.1. Metodologia da BS 5400	30
2.4.2.2. Metodologia do Sétra	31
2.4.2.3. Metodologia do Hivoss	33
2.4.2.4. Metodologia do Anexo Nacional da BS EN 1991-2	35
 3. DESCRIÇÃO DO PROJETO	 39
3.1. INTRODUÇÃO	39
3.2. DESCRIÇÃO DO PROJETO BASE	40
3.3. ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL	41

3.3.1. MODELAÇÃO NUMÉRICA.....	41
3.3.2. DIMENSIONAMENTO.....	43
3.3.3. PROPRIEDADES DINÂMICAS.....	43
3.3.4. MODELO DA ESTRUTURA ALIGEIRADA	44
3.4. OTIMIZAÇÃO DO MODELO	48
3.4.1. INTRODUÇÃO	48
3.4.2. OTIMIZAÇÃO DA FORMA DE UMA TRELIÇA	48
3.4.2. MODELOS OTIMIZADOS	49

4. ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO.....

4.1. INTRODUÇÃO	53
4.2. AVALIAÇÃO DAS AÇÕES DOS PEÕES EM CAMINHADA	53
4.2.1. AÇÃO DE UM PEÃO	53
4.2.2. AÇÃO DE UM FLUXO DE PEÕES – RECOMENDAÇÕES DO SÉTRA.....	58
4.2.3. AÇÃO DE UM FLUXO DE PEÕES – RECOMENDAÇÕES DO HIVOSS.....	62
4.2.4. ANEXO NACIONAL BS EN 1991-2	65
4.3. CARACTERIZAÇÃO DA RESPOSTA À AÇÃO DOS PEÕES EM CORRIDA.....	67
4.3.1. INTRODUÇÃO	67
4.3.2. CARGA PONTUAL NA SECÇÃO DE COORDENADA MODAL MÁXIMA	67
4.3.3. CARGA PONTUAL MÓVEL.....	68
4.3.4. MODELAÇÃO DE GRUPOS DE PEÕES EM CORRIDA.....	72
4.4. DISCUSSÃO DE RESULTADOS.....	75

5. CONTROLO DE VIBRAÇÕES.....

5.1. INTRODUÇÃO	79
5.2. SISTEMAS DE CONTROLO PASSIVO DE VIBRAÇÕES	79
5.2.1. AMORTECEDORES VISCOSOS	80
5.2.2. AMORTECEDOR DE MASSAS SINTONIZADAS (TMD).....	82
5.2.3. AMORTECEDOR DE LÍQUIDO SINTONIZADO (TLD).....	83
5.3. AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS (TMDs).....	83
5.3.1. APLICAÇÃO DE SUPRESSOR DE VIBRAÇÕES.....	84
5.3.2. APLICAÇÃO DE UM TMD PARA UMA ESTRUTURA SEM AMORTECIMENTO	87
5.3.3. APLICAÇÃO DE UM TMD PARA UMA ESTRUTURA COM AMORTECIMENTO.....	91

5.4. DIMENSIONAMENTO DE UM TMD PARA A AÇÃO PEDONAL	96
5.4.1. PRINCÍPIO DE DIMENSIONAMENTO	96
5.4.2. UTILIZAÇÃO DE TMDs EQUIVALENTES.....	97
5.4.3. DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS APÓS INSTALAÇÃO DOS TMDs.....	98
5.4.4. DIMENSIONAMENTO DE UM TMD APLICADO À ESTRUTURA EM ESTUDO	100
 6. ESTUDO ECONÓMICO DA SOLUÇÃO ALTERNATIVA	 103
6.1. INTRODUÇÃO	103
6.2. PROJETO BASE VS. SOLUÇÃO OTIMIZADA	103
 7. CONCLUSÃO	 107
7.1. DESCRIÇÃO DOS TRABALHOS REALIZADOS.....	107
7.2. RESULTADOS DO ESTUDO	108
7.3. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	108
 BIBLIOGRAFIA.....	 111

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Ponte de Lima.....	3
Figura 2.2 – Ponte pedonal suspensa sobre o Lago Max Eyth, Estugarda.....	4
Figura 2.3 – Vista da Millenium Bridge, Londres	5
Figura 2.4 – Funções de carga de um passo em caminhada na direção vertical, lateral e longitudinal [1]	6
Figura 2.5– Posição do pé e força dinâmica aplicada em caminhada [1]	7
Figura 2.6 – Relação entre a frequência da passada e os parâmetros que caracterizam a ação dos peões de acordo com Wheeler [1]	7
Figura 2.7 – Funções de carga em função de diferentes frequências da passada [1]	8
Figura 2.8 – Funções de carga para caminhada e corrida, respetivamente [1]	8
Figura 2.9 – Funções de carga periódicas na direção vertical, lateral e longitudinal [1]	9
Figura 2.10 – Oscilação lateral do centro de gravidade de um peão em movimento.....	10
Figura 2.11 – Vista da Ponte Pedro e Inês, Coimbra.....	10
Figura 2.12 – Função de carga para um peão com $G=700\text{ N}$ e $f_p = 2.0\text{ Hz}$, segundo Blanchard	12
Figura 2.13 – Coeficientes de Fourier para a ação de um peão em caminhada na direção vertical (a), lateral (b) e longitudinal (c), para $G=587\text{ N}$, e $f_p = 2.0\text{ Hz}$ [1]	13
Figura 2.14 – Função de carga vertical para um peão com $G=800\text{ N}$ e $f_p = 2.0\text{ Hz}$, segundo Bachmann	13
Figura 2.15 – Função de carga lateral para um peão com $G=800\text{ N}$ e $f_p = 2.0\text{ Hz}$, segundo Bachmann	14
Figura 2.16 – Função de carga longitudinal para um peão com $G=800\text{ N}$ e $f_p = 2.0\text{ Hz}$, segundo Bachmann	14
Figura 2.17 – Função de carga longitudinal para um peão com $G=800\text{ N}$ e $f_p = 2.0\text{ Hz}$, segundo Bachmann	15
Figura 2.18 – Coeficientes de Fourier dos primeiros quatro harmónicos da função da carga do peão em corrida [4].....	16
Figura 2.19 – Coeficiente redutor relativo ao primeiro harmónico nas direções vertical e longitudinal (a) e lateral (b) [6]	18
Figura 2.20 – Coeficiente redutor relativo ao segundo harmónico nas direções vertical e longitudinal (a) e lateral (b) [6]	18
Figura 2.21 – Sinal da carga distribuída concordante com a deformada modal [1]	19
Figura 2.22 – Coeficiente redutor relativo ao primeiro e segundo harmónico nas direções vertical e longitudinal e lateral respetivamente [7].....	19
Figura 2.23 – Coeficiente $k(f_{vert})$ em função da frequência natural do modo de vibração em estudo	21

Figura 2.24 – Coeficiente redutor γ do número de peões em função do amortecimento estrutural e do vão efetivo	21
Figura 2.25 – Cálculo do vão efetivo L_{eff} , em função da configuração do modo de vibração em estudo	22
Figura 2.26 – Relação entre a aceleração máxima e o grau de desconforto, FEUP [5].....	26
Figura 2.27 – Comparação dos valores limite na direção vertical, lateral e longitudinal de acordo com diferentes normas internacionais.....	27
Figura 2.28 – Vista da Passerelle Solferino, Paris	27
Figura 2.29 – Bandas de frequência de modos verticais para os quais se dispensa o estudo dinâmico	29
Figura 2.30 – Bandas de frequência de modos horizontais para os quais se dispensa o estudo dinâmico	29
Figura 2.31 – Metodologia de avaliação dinâmica, BS 5400	30
Figura 2.32 – Bandas de risco de ressonância para modos de vibração nas direções vertical e longitudinal.....	31
Figura 2.33 – Bandas de risco de ressonância para modos de vibração na direção transversal.....	31
Figura 2.34 – Metodologia de avaliação dinâmica, Sétra	32
Figura 2.35 – Metodologia de avaliação dinâmica, HIVOSS	35
Figura 2.36 – Metodologia de avaliação dinâmica, BS EN 1991-2	36
Figura 3.1 – Avenida 21 de Janeiro, Luanda [11]	39
Figura 3.2 – Vista da Passagem Superior Pedonal – Estaca 106, Luanda	40
Figura 3.3 – Vista das treliças verticais	40
Figura 3.4 – Vista das treliças horizontais.....	40
Figura 3.5 – Modelo numérico desenvolvido pela Martifer (MTC 1)	42
Figura 3.6 – Modelo numérico desenvolvido pela Martifer (MTC FE).....	42
Figura 3.7 – Representação esquemática de um chumbadouro. a) Chumbadouro tipo para um HEA 160; b) Alçado tipo de um chumbadouro [12]	42
Figura 3.8 – Esquema ilustrativo da ligação da corda inferior ao pilar central [12]	43
Figura 3.9 – Modelo numérico desenvolvido pelo autor.....	45
Figura 3.10 – Detalhe do “rigid links” na modelação da ligação entre a laje mista e a corda inferior. a) Vista lateral esquerda; b) vista frontal direita.	46
Figura 3.11 – Barras que apresentam uma alteração mais significativa	47
Figura 3.12 – Vista da ponte pedonal sobre o Esteiro de São Pedro, Aveiro [18].....	48
Figura 3.13 – Vista lateral da ponte pedonal sobre o Esteiro de São Pedro, Aveiro [18].....	49
Figura 3.14 – Diagonalização do modelo original (MTC 1)	49
Figura 3.15 – Diagonalização do modelo I	49

Figura 3.16 – Diagonalização do modelo II.....	50
Figura 3.17 – Diagonalização do modelo III.....	50
Figura 4.1 – Representação da carga pontual sinusoidal, no ponto de coordenada modal máxima.....	53
Figura 4. 2 – Aceleração obtida para um peão a caminhar com frequência ressonante, calculada com o modelo de elementos finitos.....	54
Figura 4.3 – Aceleração do sistema de um grau de liberdade, equivalente ao nono modo de vibração, calculada para a ação de uma carga pontual sinusoidal em ressonância	55
Figura 4.4 – Validação do amortecimento estrutural através do comportamento da estrutura em vibração livre	56
Figura 4.5 – Aceleração calculada tendo em conta o primeiro harmónico da ação pedonal, considerando uma frequência da passada $f_p=2.37$ Hz	57
Figura 4.6 – Aceleração calculada tendo em conta o segundo harmónico da ação pedonal, correspondente a uma frequência ressonante $f_{p,2}=4.74$ Hz	57
Figura 4.7 – Registo temporal das acelerações do modelo proposto por Bachmann para a direção lateral, no ponto de coordenada modal máxima.....	58
Figura 4.8 – Registo temporal das acelerações do modelo proposto por Bachmann para a direção longitudinal, no ponto de coordenada modal máxima.....	58
Figura 4.9 – Configuração do modo de vibração e respetivo modelo de carga para a direção vertical.....	59
Figura 4.10 – Configuração do modo de vibração e respetivo modelo de carga para a direção lateral.....	60
Figura 4.11 – Configuração do modo de vibração e respetivo modelo de carga para a direção longitudinal	60
Figura 4.12 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima de acordo com o Sétra	61
Figura 4.13 – Aceleração lateral calculada na secção de coordenada modal máxima de acordo com o Sétra	61
Figura 4.14 – Aceleração longitudinal calculada na secção correspondente à entrada na ponte de acordo com o Sétra	61
Figura 4.15 – Vista de um dos acessos à Ponte Pedonal em estudo, Luanda	62
Figura 4.16 – Esquema de aplicação do modelo de carga para a direção vertical segundo o HIVOSS	63
Figura 4.17 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima de acordo com o HIVOSS	64
Figura 4. 18 – Aceleração lateral calculada na secção de coordenada modal máxima de acordo com o HIVOSS	64
Figura 4.19 – Aceleração longitudinal calculada na secção correspondente à entrada na ponte de acordo com o HIVOSS	64

Figura 4.20 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, considerando um grupo de 8 peões em caminhada, segundo a norma BS EN 1991-2.....	66
Figura 4.21 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, considerando o fluxo contínuo de peões, segundo a norma BS EN 1991-2	66
Figura 4.22 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, considerando um grupo de 8 peões em corrida, segundo a norma BS EN 1991-2	67
Figura 4.23 – Aceleração vertical calculada para a atuação da carga pontual semi-sinusoidal com $f_p=3.0$ Hz.....	68
Figura 4.24 – Representação esquemática da distribuição da carga móvel pelos nós [19].....	69
Figura 4.25 – Folha de cálculo desenvolvida pelo autor que permite a geração de funções de carga temporais móveis.....	70
Figura 4.26 – Exemplo do output gerado	70
Figura 4.27 – Macro de importação e exportação de casos de carga com o RSA2014, Autodesk.....	71
Figura 4.28 – Macro de importação e exportação dos dados da Análise Temporal (THA), Autodesk .	71
Figura 4.29 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, considerando o segundo harmónico da frequência da passada $f_{p,2}=4.90$ Hz	72
Figura 4.30 – Representação esquemática do grupo de 5 peões	73
Figura 4.31 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, para a passagem de um grupo de 5 peões considerando o segundo harmónico da frequência da passada $f_{p,2}=4.90$ Hz.....	73
Figura 4.32 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, para a passagem de um grupo de 5 peões em corrida, de acordo com as frequências geradas	74
Figura 4.33 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, para a passagem de um grupo de 5 peões em corrida, considerando $\sigma=0$ Hz e $\sigma=0.08$ Hz para frequência da passada	75
Figura 5.1 – Esquema ilustrativo de um amortecedor viscoso [20]	80
Figura 5.2 – Exemplo de aplicação de um amortecedor viscoso no Estádio Pacific Northwest, em Washington, EUA [22]	80
Figura 5.3 – Amortecedor por atrito: a) esquema ilustrativo; b) exemplo de aplicação [20].....	81
Figura 5.4 – Esquema de um amortecedor viscoelástico [20]	81
Figura 5.5 – Esquema de funcionamento de um TMD [20].....	82
Figura 5.6 – TMD's instalados na Ponte Pedro e Inês, Coimbra [24]	82
Figura 5.7 – Esquema de funcionamento de um TLD [22].....	83
Figura 5.8 – Representação esquemática de um Supressor de Vibrações [22].....	84
Figura 5.9 – Frequências naturais do sistema após instalação do supressor de vibrações, em função de μ [19].....	86
Figura 5.10 – Resposta ao movimento da massa principal com e sem supressor para $q=1$ e $\mu=0.02$ [19]	87

Figura 5.11 – Resposta da estrutura para diferentes massas do supressor de vibrações [19]	87
Figura 5.12 – Modelo de funcionamento de um TMD aplicado a uma estrutura sem amortecimento [22]	88
Figura 5.13 – Amplitude do movimento da massa principal m_s , para $q=0.90$, $\mu=0.20$ e vários valores do coeficiente de amortecimento do TMD ξ_T [19]	89
Figura 5.14 – Amplitude do movimento da massa principal m_s , para $q=0.80$, $\mu=0.20$ e vários valores do coeficiente de amortecimento do TMD ξ_T [19]	89
Figura 5.15 – Amplitude do movimento da massa principal m_s , para $\mu=0.20$ e respetivos valores ótimos de q_{opt} e $\xi_{T,opt}$	91
Figura 5.16 – Modelo de funcionamento de um TMD aplicado a uma estrutura com amortecimento ..	92
Figura 5.17 – Amplitude do movimento da massa principal m_s , para $\mu=0.20$ $q=0.85$ e diferentes coeficientes de amortecimento ξ_T numa estrutura de baixo amortecimento ($\xi_S=0.01$)	93
Figura 5.18 – Amplitude do movimento da massa principal m_s , para $\mu=0.20$ $q=0.85$ e diferentes coeficientes de amortecimento ξ_T numa estrutura de baixo amortecimento ($\xi_S=0.1$)	93
Figura 5.19 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento do sistema principal [20]	94
Figura 5.20 – Curvas para determinação do valor ótimo de q [20]	94
Figura 5.21 – Curvas para determinar o valor ótimo de ξ_T [20]	95
Figura 5.22 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento relativo entre a massa principal e a massa adicional [20]	95
Figura 5.23 – Curvas de amplificação máxima para $\mu=0.01$ e $\xi_T=0.01$ [26]	96
Figura 6.1 – Alçado do projeto base – Treliça tipo Warren	103
Figura 6.2 – Alçado do modelo identificado como “Modelo Otimizado”	104

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Caracterização das diversas densidades pedonais [5].....	16
Quadro 2.2 – Características de diversas densidades pedonais [1].....	17
Quadro 2.3 – Coeficientes de amortecimento de acordo com diferentes materiais para condições de serviço [8]	24
Quadro 2. 4 – Classes de conforto referentes aos níveis de aceleração, FEUP [5]	26
Quadro 2.5 – Classes de conforto definidas em função das acelerações limite [8]	28
Quadro 2.6 – Casos de carga para modelação de fluxos contínuos de peões [6]	33
Quadro 2.7 – Exemplo de especificação de situações de projeto significativas [8]	34
Quadro 3.1 – Frequências naturais dos modelos Martifer [12].....	44
Quadro 3.2 – Diferença entre as quantidades do modelo original e o aligeirado	46
Quadro 3.3 – Diferença entre as frequências calculadas pelo projetista e pelo autor	47
Quadro 3.4 – Comparação da ação do vento pelo RSA e EC1-4	47
Quadro 3.5 – Deformação e quantidades dos diferentes modelos.....	50
Quadro 3.6 – Frequências naturais observadas de acordo com os diferentes cenários.....	51
Quadro 3.7 – Coordenada modal máxima e respetiva massa modal, referente aos modos de vibração em análise	52
Quadro 4.1 – Aceleração e deslocamento máximos de acordo com a direção em análise	62
Quadro 4.2 – Aceleração e deslocamento máximos de acordo com a direção em análise	65
Quadro 4.3 – Frequência da passada de cada peão	74
Quadro 4.4 – Registo das acelerações máximas, para um peão em caminhada, de acordo com as diferentes direções e respetiva classificação de conforto	75
Quadro 4.5 – Registo das acelerações máximas, para um grupo de peões em caminhada, de acordo com as diferentes direções e respetiva classificação de conforto	76
Quadro 4.6 – Registo das acelerações máximas da aceleração na direção vertical e respetiva classificação de conforto para vários cenários de carga de peões em corrida	77
Quadro 6.1 – Diferença entre as quantidades do modelo original e do modelo otimizado	105

1

INTRODUÇÃO

1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A presente dissertação apresenta um caso de estudo com base num projeto de uma ponte pedonal da autoria da Martifer. A crescente evolução do mercado da construção fora de Portugal tem permitido à empresa uma evolução emergente da sua internacionalização. Angola tem sido uma aposta de onde têm resultado, não só estudos comerciais, mas também projetos de execução relativos a pontes pedonais.

Neste tipo de estruturas, nem sempre, e por razões diversas, é possível ao projetista avaliar o comportamento dinâmico. Os problemas associados às vibrações, determinados pelos parâmetros modais da estrutura, aparecem limitados pelas suas frequências naturais. Por isso, durante o dimensionamento, e de forma a cumprir as normas vigentes, tem sido prática dos projetistas colocar a estrutura fora da gama crítica das frequências, para que se dispense o estudo dinâmico das vibrações induzidas na ponte através da ação pedonal. Ao aumento da frequência está associado um incremento de rigidez traduzido num sobredimensionamento da estrutura. Esta decisão expedita tomada pelo projetista requer algum cuidado, já que, ao aumento significativo da rigidez está associado também um aumento da massa da estrutura.

O crescente número de projetos associados a pontes pedonais, suscitou à empresa, interesse na sua otimização, uma vez que a redução da massa da estrutura conduz a uma percentagem mais elevada do lucro.

1.2. OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO

A ponte pedonal que serviu como base ao presente caso de estudo é a Passagem Superior, Av. 21 de Janeiro – Estaca 106, onde inicialmente, se efetuou uma interpretação do projeto cedido pela empresa e posteriormente procedeu-se à otimização da topologia das suas treliças verticais.

A otimização estrutural levou a que a estrutura tomasse frequências naturais suscetíveis de excitação pelos peões cujos níveis de vibração serão avaliados de acordo com as normas apresentadas ao longo da presente dissertação. Adicionalmente e de acordo com os resultados da resposta da estrutura, será estudada a possibilidade de adoção ou não de um sistema de mitigação de vibrações para a estrutura de modo a que esta respeite as condições de serviço referentes às vibrações.

Por último, tendo em conta o interesse da Martifer, apresenta-se ainda a comparação dos custos entre o projeto inicial desenvolvido pela própria e o desenvolvido pelo autor. Além disso, a presente dissertação constitui para os projetistas da empresa um manual de boas práticas acerca da avaliação do comportamento dinâmico em pontes pedonais.

1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho encontra-se dividido em seis capítulos. O objetivo geral consiste no levantamento sistematizado de recomendações técnicas acerca do comportamento dinâmico de pontes devido à ação pedonal, sendo explicada a sua aplicação num caso prático.

No segundo capítulo é feita uma pequena introdução sobre a história das pontes, chegando até aos dias de hoje, onde as vibrações já assumem um papel de grande relevo no dimensionamento estrutural. Começam por apresentar-se alguns dos fundamentos teóricos que serviram de base às recomendações técnicas e respetivos modelos de cálculo utilizados para determinar os níveis de vibração e grau de conforto esperado. Tendo em vista o contexto desta dissertação, na parte final deste capítulo, apresenta-se um organograma com as recomendações técnicas propostas por cada norma.

Ao longo do terceiro capítulo apresenta-se a ponte pedonal que será utilizada no caso de estudo, descrevendo não só as suas características geométricas e mecânicas, mas também as suas características dinâmicas. Além disso, abordam-se ainda aspetos como a modelação numérica e respetivo dimensionamento, onde são detalhados aspetos importantes no cálculo dos parâmetros modais da estrutura. É ainda introduzido o conceito de otimização no seu sentido mais lato, onde o autor apresenta uma alternativa ao modelo original desenvolvido pela Martifer.

O capítulo quatro é referente ao estudo dinâmico da ponte, aplicando as recomendações técnicas apresentadas no capítulo dois. Com a otimização efetuada pelo autor, registam-se frequências naturais dentro da gama crítica, sendo por isso necessário proceder a um estudo dinâmico rigoroso de forma a perceber o nível de vibrações, verificando posteriormente se esta cumpre, ou não, os critérios de conforto definidos.

Durante o capítulo cinco apresentam-se várias soluções acerca de sistemas passivos de mitigação de vibrações. No entanto, será dado detalhe ao funcionamento e princípio de dimensionamento dos amortecedores de massas sintonizadas (TMDs).

No capítulo seis faz-se uma comparação entre a solução adotada pela Martifer e a solução otimizada, realçando as principais diferenças entre elas quer ao nível das quantidades, quer na sua questão económica.

Por último, ao longo do capítulo sete, sintetizam-se as conclusões relativas ao trabalho efetuado e são ainda sugeridos temas que poderão merecer destaque em trabalhos futuros.

2

ESTADO DA ARTE

2.1. INTRODUÇÃO

A ponte revela-se como uma das primeiras obras da Engenharia por parte do Homem. Surge com a necessidade de ligar dois pontos, unindo territórios e pessoas, ultrapassando obstáculos naturais, ou criados pelo homem. Depois de satisfazer os seus objetivos, que têm por base o critério de utilidade e funcionalidade, estabelece ainda um ponto de referência sobre a cidade. O seu cariz emblemático, oriundo da sua história e identidade, fez com que muitas localidades, vilas ou cidades tivessem “Ponte” na sua designação.



Figura 2.1 – Ponte de Lima

Da pré-história a Roma, de Roma à Revolução Industrial, houve sempre uma grande evolução associada ao conhecimento adquirido ao longo do tempo com a experiência. Durante a Revolução Industrial – séc. XVIII, surgem as primeiras escolas de Pontes, nomeadamente a Inglesa que, com o aparecimento da rede ferroviária conduziu a um grande desenvolvimento do ferro e do aço, proporcionando assim grandes desenvolvimentos científicos e tecnológicos. Anos depois, em França, é fundada a primeira escola superior de Engenharia Civil do mundo, responsável pelo aparecimento do betão armado – séc. XIX, que ainda contribuiu fortemente para o desenvolvimento do pré-esforço. Já no séc. XX, a escola Alemã e Suíça revelaram um enorme contributo no cálculo e dimensionamento de estruturas de betão armado e pré-esforçado.

Enquanto as pontes viárias promovem o desenvolvimento social e económico, as pontes pedonais destinam-se a promover a qualidade do espaço público e do ambiente urbano e surgem como um elemento de sustentabilidade, incentivando as pessoas a novas formas de mobilidade amigas do ambiente. A crescente articulação entre os transportes públicos e a circulação a pé ou de bicicleta tem conduzido também a um aumento não só no número mas também na qualidade da construção deste tipo de infraestrutura [1].



Figura 2.2 – Ponte pedonal suspensa sobre o Lago Max Eyth, Estugarda

É durante o séc. XX que a Engenharia Civil sofre a sua mais notável evolução. Nas últimas décadas, os avanços da investigação aliados ao progresso dos meios informáticos colocados ao serviço dos engenheiros têm permitido resolver muitos dos problemas do passado. Atualmente, em pouco tempo, é possível efetuar o cálculo de sistemas estruturais complexos, incluindo o efeito da não linearidade geométrica e dos materiais. Ao mesmo tempo, a sua análise tornou-se mais complexa, exigindo um nível de conhecimento mais profundo e um sentido crítico mais apurado sobre os resultados. Este avanço, quer científico quer tecnológico, associado ao aparecimento de materiais mais leves e resistentes, levou a que o projetista procurasse soluções mais arrojadas, não só esteticamente mas também estruturalmente, permitindo a construção de pontes com maiores vãos e menor massa a que estão usualmente associados coeficientes de amortecimento mais baixos. Em simultâneo, surgem alguns inconvenientes anteriormente desconhecidos. Problemas como as vibrações, comuns nas estruturas mais flexíveis, têm vindo a revelar grande importância exigindo assim especial atenção de forma a cumprir as condições de serviço.

2.2. CARACTERIZAÇÃO DA AÇÃO DOS PEÕES

As pontes pedonais, cujas soluções estruturais são relativamente leves e muitas vezes com conceções arrojadas, apresentam grande vulnerabilidade a ações em ressonância. A ação do vento assim como a ação dos peões podem conduzir a vibrações em ressonância, que serão tanto maiores, quanto mais leve e menos amortecida for a estrutura. Este problema constituiu um dos maiores desafios da Engenharia Civil nas últimas décadas. Os níveis de vibração provocados pela ação dos peões serão maiores ou menores, consoante o tipo de andamento destes, o seu grau de sincronização e a localização de uma ou várias frequências naturais da ponte nas bandas de risco de ressonância da ação dos peões. Assim, a frequência da passada será o parâmetro que mais influencia a ação dos peões sobre a estrutura, ao passo que, a densidade de peões condicionará a velocidade dos peões e a sua sincronização.

Para além da sincronização entre o grupo de peões, existe ainda a possibilidade de sincronização deste com a oscilação da estrutura. O comportamento ressonante ocorre sempre que uma das componentes de frequência da passada coincide com uma frequência natural da estrutura. A direção horizontal requer particular atenção, uma vez que alguns dos peões inconscientemente ajustam a sua passada de acordo com a oscilação horizontal, criando condições para que a ação lateral seja induzida em ressonância e em fase com a estrutura.



Figura 2.3 – Vista da Millenium Bridge, Londres

No ano 2000, com a inauguração da Millennium Bridge [2] em Londres, verificaram-se vibrações de grande amplitude causadas pela ressonância de um ou mais modos de vibração. Os níveis de vibração originados pela ação pedonal, são em geral, pouco suscetíveis de colocar em risco a segurança estrutural. No entanto, devido à grande sensibilidade do ser humano a vibrações, estes níveis podem ser excessivos para os utilizadores do ponto de vista do conforto. Se estes níveis de vibração causarem receio entre os utilizadores, no futuro estes irão evitar a sua travessia. Assim, a ação dinâmica dos peões pode refletir-se numa perda de funcionalidade e, por isso, hoje em dia é encarada como um problema de serviço que deverá ser objeto de uma análise cuidada durante a fase de projeto, e não como um problema de segurança estrutural. A mediatização deste tipo de problemas e a falta de regulamentação até então, despertou novamente interesse da comunidade científica nesta área.

2.2.1. MEDIÇÃO DAS FORÇAS EXERCIDAS PELOS PEÕES

As ações dinâmicas caracterizam-se por variações significativas ao longo do tempo, da sua grandeza, no espaço, originando o desenvolvimento de forças de inércia e de amortecimento relevantes para o estudo do comportamento dinâmico da estrutura.

A ação dos peões, é em particular, uma ação dinâmica que tem uma variação temporal de natureza periódica, uma vez que a passada se repete num intervalo de tempo aproximadamente constante. No sentido de compreender toda a heterogeneidade existente na caminhada do peão, foram realizados

estudos para a caracterizar o efeito do movimento dos peões. Estes estudos desenvolvidos por vários autores tinham como base ensaiar os diferentes movimentos dos peões, medidos através de células de carga dispostas num pavimento rígido e estacionário de modo a perceber a evolução temporal da força [1]. Esta caracterização foi também alvo de uma grande investigação na área da biomecânica com o objetivo de detetar as diferenças entre o movimento de peões saudáveis e peões com deficiência motora [3].

As forças induzidas pela ação pedonal têm componentes nas três direções: vertical, horizontal e longitudinal. A componente na direção vertical tem merecido especial atenção, uma vez que a sua grandeza quando comparada com a das outras duas direções é muito superior. A ação dos peões em caminhada é caracterizada em funções de carga que representam a variação temporal da força imposta por um peão na direção vertical e horizontal. Na Figura 2.4 apresentam-se as funções de carga relativas às três direções.

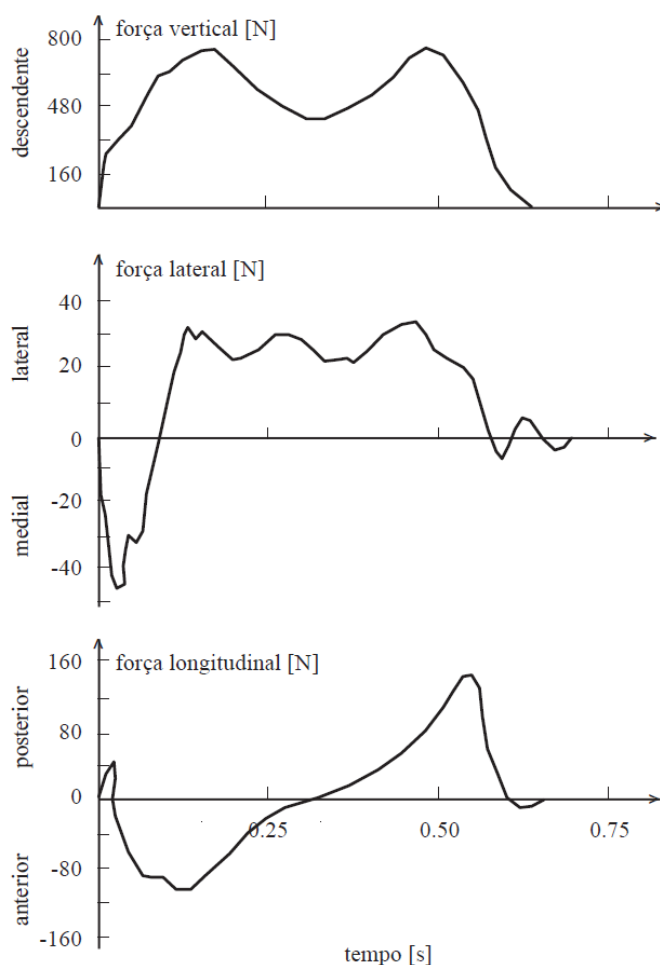


Figura 2.4 – Funções de carga de um passo em caminhada na direção vertical, lateral e longitudinal [1]

Analisando em pormenor o gráfico referente à força vertical, verifica-se a presença de dois picos em que as forças verticais aumentam o seu valor. Cada um dos picos está associado ao contacto do pé com o solo, em que o primeiro é correspondente ao contacto do calcanhar com solo ao mesmo tempo que o segundo se refere ao momento em que a biqueira contacta o solo, ver Figura 2.5.

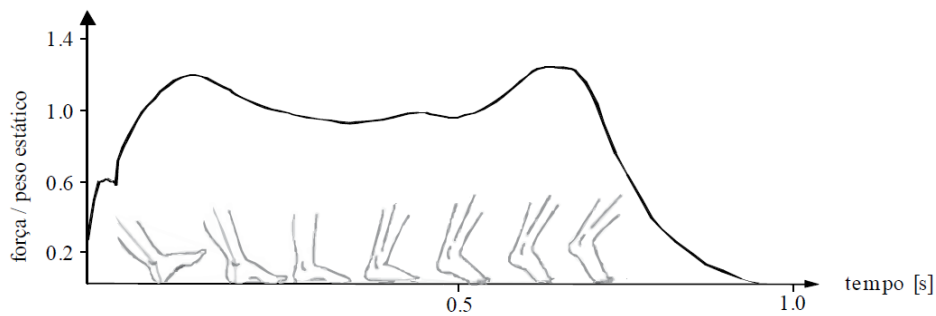


Figura 2.5– Posição do pé e força dinâmica aplicada em caminhada [1]

Do extenso levantamento bibliográfico realizado por Zivanovic [3], destaca-se o trabalho de Wheeler, que no início de 1980, sistematizou o trabalho de outros autores referente às ações dinâmicas induzidas por peões em pontes pedonais, desde a caminhada à corrida. Este trabalho permitiu-lhe estabelecer relações entre os diferentes parâmetros que influenciam as funções de carga. Wheeler conseguiu desta forma estabelecer relações entre a frequência da passada e diversos parâmetros determinados pelas características do corpo humano, tais como o comprimento da passada, a velocidade do deslocamento, a força de pico e o tempo de contacto do pé com o pavimento. As suas relações estão expressas graficamente na Figura 2.6.

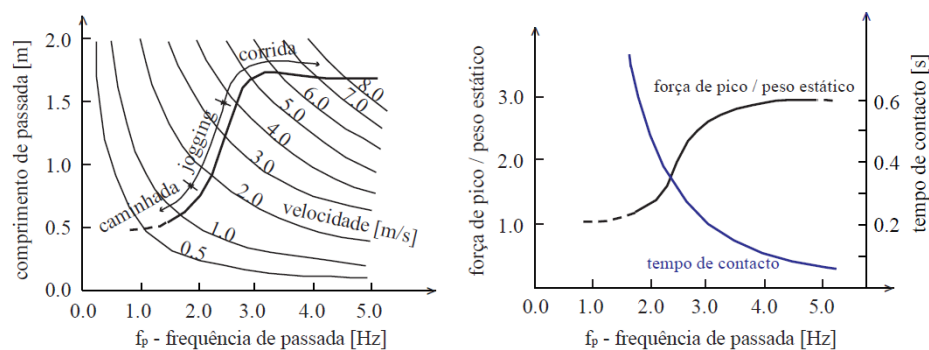


Figura 2.6 – Relação entre a frequência da passada e os parâmetros que caracterizam a ação dos peões de acordo com Wheeler [1]

À medida que a velocidade da passada aumenta a configuração das funções de carga vai-se alterando. Através desta recolha foi possível reproduzir graficamente diferentes funções de carga para diferentes frequências de passada. Na Figura 2.7 é possível verificar que a configuração das funções de carga vai-se alterando de acordo com a velocidade a que os peões se deslocam. Em caminhada lenta, o coeficiente dinâmico da força aplicada é próximo da unidade. Se o peão estiver em corrida, este coeficiente tomará valores mais elevados.

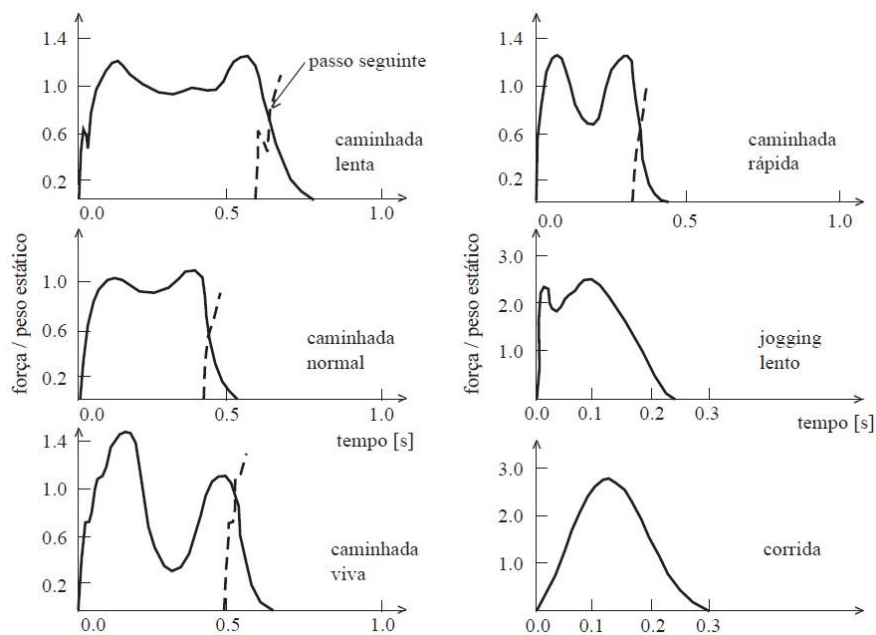


Figura 2.7 – Funções de carga em função de diferentes frequências da passada [1]

O peso do pé, assim como a frequência da passada, são os parâmetros que se revelam mais importantes na amplitude da força aplicada. Admitindo que a força exercida por cada pé é idêntica, e combinando a sua aplicação no tempo de forma periódica, é possível descrever o movimento do pé usando funções de carga distintas para cada pé. Enquanto caminha, o pé mantém por breves instantes o contacto simultâneo dos dois pés com o pavimento, resultando numa sobreposição temporal entre as forças aplicadas pelo pé direito e esquerdo. Em corrida, o pé aumenta o comprimento da sua passada, à medida que a velocidade aumenta, o tempo de contacto com o pavimento diminui. A sua função de carga vai ser descontínua caracterizada por um pico único. Desta forma é possível obter as funções de carga expressas nas Figuras 2.8 e 2.9.

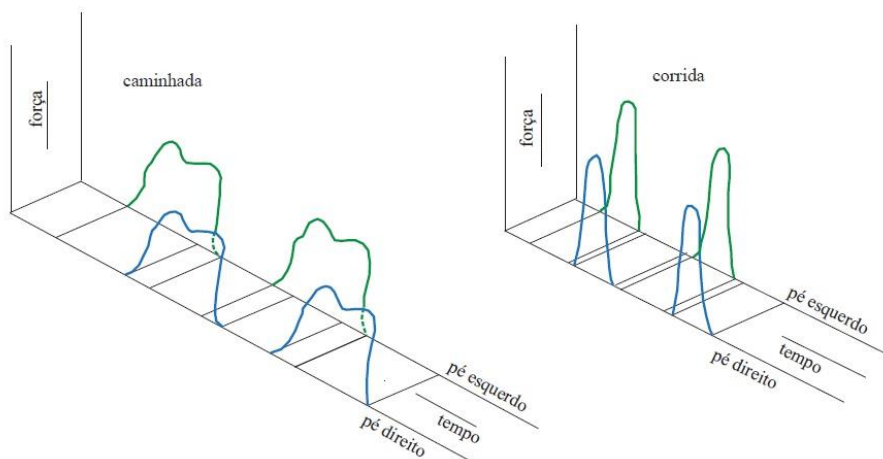


Figura 2.8 – Funções de carga para caminhada e corrida, respetivamente [1]

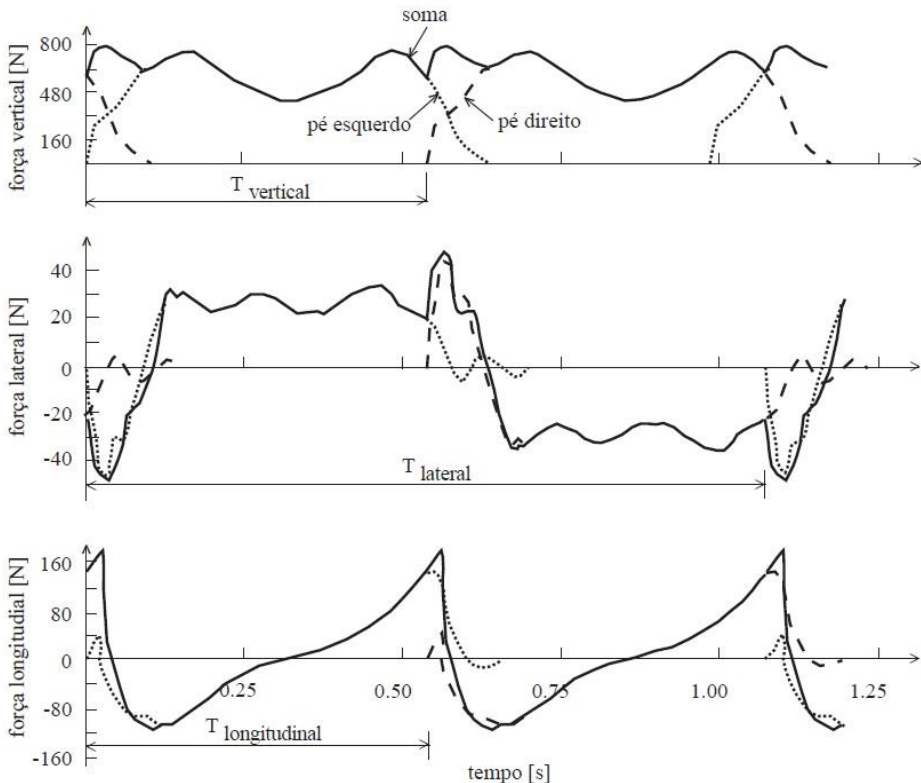


Figura 2.9 – Funções de carga periódicas na direção vertical, lateral e longitudinal [1]

A ação de múltiplos peões a movimentarem-se simultaneamente sobre uma ponte pedonal requer especial cuidado, já que é particularmente gravosa quando o movimento destes é sincronizado, ou seja, os peões circulam em fase com uma frequência de passada semelhante. Quando a ponte é atravessada por uma grande massa de peões, torna-se difícil perceber que critério usar para caracterizar o seu comportamento, pois não é provável que todos eles circulem de forma sincronizada, nem que todos circulem de forma totalmente aleatória. Torna-se portanto mais complexo caracterizar a ação induzida por um grupo de peões do que a associada a um único peão. A ação simultânea de um grupo de peões ficará então condicionada, não só pelas diferentes características de cada peão (peso, comprimento da passada, velocidade), como também pela quantidade de pessoas que circula sobre a ponte e pelo grau de sincronização dos peões. O movimento conjunto dos peões deverá ser distinguido de duas formas distintas: grupo e fluxo. O termo “grupo” está associado a um número limitado de pessoas que atravessa a ponte deslocando-se com igual velocidade, enquanto que “fluxo” está relacionado com a distribuição espacial dos peões sobre o tabuleiro da ponte. Num fluxo contínuo de peões, as características do movimento de cada peão, terão de ser ajustadas em função do espaço disponível para circulação, podendo conduzir não só à sincronização entre peões, como também à sincronização entre estes e a estrutura.

A constante evolução na investigação na área biomecânica permitiu perceber que os peões caminhando na sua passada normal, tendem a adequar o seu movimento à oscilação do pavimento. Esta adaptação será tanto maior, quanto maiores forem as oscilações do pavimento. Quando há sincronização do movimento dos peões com as vibrações na direção horizontal, este fenómeno designa-se por lock-in. De acordo com a Figura 2.10, verifica-se que em caminhada, o centro de gravidade do peão apresente oscilações quer na direção vertical, quer na direção longitudinal.

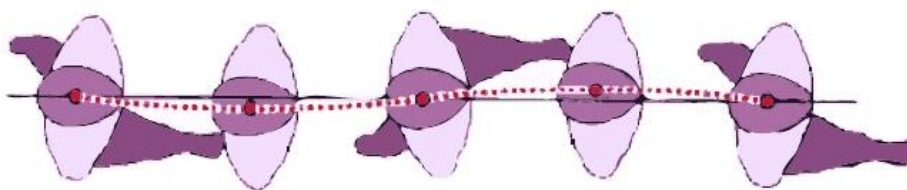


Figura 2.10 – Oscilação lateral do centro de gravidade de um peão em movimento

Para o mesmo nível de vibração, a sincronização dos peões com o deslocamento do tabuleiro é mais importante na direção horizontal do que na vertical. Na direção vertical estes deslocamentos são absorvidos pelo corpo do peão – pernas e articulações. Este amortecimento permitido pelo corpo humano pode compensar o movimento de modo a que o centro de gravidade não seja afetado pelas vibrações. Bachmann [4] refere que, para vibrações na direção vertical com amplitude superior a 10 ou 20 mm, os peões tendem a alterar a frequência da passada de modo a que se ajuste ao movimento do pavimento. Quando um peão circula sobre uma ponte com vibrações laterais, de forma a equilibrar-se, tende a compensar o movimento adicional do seu centro de gravidade oscilando na direção oposta ao deslocamento do tabuleiro. Assim, a frequência da passada é ajustada e tende a ser dupla da frequência natural da ponte, de modo a que a oscilação lateral do corpo seja oposta ao movimento do tabuleiro [1].

O tema não será abordado com detalhe no presente trabalho, pelo que se recomenda não só o trabalho de Dallard [2] mas também de Alves [1], que na sua dissertação de mestrado realizou um levantamento exaustivo de todas as publicações existentes até à data.



Figura 2.11 – Vista da Ponte Pedro e Inês, Coimbra

Obras de arte como a Passerelle Solferino em Paris, a Millennium Bridge em Londres e mais recentemente a Ponte Pedro e Inês em Coimbra tornaram-se emblemáticas pelos fenómenos de sincronização lateral que puderam ser observados. Os vários trabalhos desenvolvidos desde então

permitiram concluir que, à medida que a densidade pedonal aumenta, o grau de sincronização entre os peões também aumenta, já que o movimento destes passa estar condicionado pela limitação do espaço acabando por adotar frequências de passada idênticas.

Para além da ação do peão em caminhada ou em corrida, existem ainda ações de vandalismo. Até aos dias de hoje não se conhecem pontes pedonais onde esta ação causasse danos relevantes na ponte ou prejudicasse a sua funcionalidade, à exceção de um único caso apontado por Zivanovic [3]. Talvez por esta razão, nenhum autor tenha dado grande importância a este tipo de ação e portanto as recomendações de projeto também são limitadas.

As situações de vandalismo mais comuns dizem respeito a pequenos grupos de peões aos saltos numa secção do tabuleiro, mas também grandes grupos de peões, sobretudo quando existe uma sincronização deliberada.

Existem alguns modelos de carga que contemplam este tipo de ação, contudo, não será discutida a sua aplicação no presente trabalho.

2.2.2. MODELAÇÃO DA AÇÃO DOS PEÕES

2.2.2.1. Ação de peões individuais

A investigação que tem sido realizada ao longo das últimas décadas permitiu a formulação de modelos analíticos de forma a ser possível contabilizar a ação dinâmica dos peões em projeto, no domínio do tempo ou da frequência. Como referido anteriormente, este processo revela-se muito complexo uma vez que a ação pedonal, além de variar no tempo, varia também no espaço – como é exemplo uma pessoa a caminhar, ou a correr. O comportamento biomecânico de cada peão, assim como o seu peso tornam difícil a caracterização da força exercida pelos peões.

A ação dos peões é então descrita como uma função periódica num intervalo de tempo T , que pode decompor-se numa parcela constante e um somatório de contribuições harmónicas com diferentes frequências representada pela seguinte série de Fourier

$$F_p(t) = G \left[1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \sin(2\pi i f_p t - \phi_i) \right] \quad (2.1)$$

em que,

- G – Peso do peão [N];
- α_i – Coeficiente de Fourier do i -ésimo harmónico, ou DLF;
- f_p – Frequência da passada [Hz];
- ϕ_i – Ângulo de fase do i -ésimo harmónico;
- i – Número de ordem do harmónico;
- n – Número total de harmónicos.

Diferentes autores procuram quantificar não só o fator de carga dinâmico (DLF) - razão entre a amplitude do harmónico e o peso do peão, mas também os ângulos de fase dos harmónicos que compõem a função de carga do movimento dos peões de forma a obter a sua expressão analítica.

O primeiro modelo de carga surge por Blanchard na década de setenta, sugerindo um modelo simples para o primeiro modo de vibração vertical, contabilizando apenas a contribuição do primeiro harmónico da ação com um fator de carga dinâmico igual a 0.257 para um peão com peso igual a 700 N. O modelo é válido apenas em pontes com frequências naturais até 4 Hz já que, considerando apenas o primeiro

harmónico em caminhada, não é provável excitar frequências superiores. Assim, a norma BS 5400-2, que tem como base o modelo de Blanchard, para frequências entre os 4 e 5 Hz sugere a aplicação de um coeficiente de redução linear de modo a garantir a menor amplitude do segundo harmónico. O escasso conhecimento sobre a ação pedonal durante a década de 70 tornou este modelo bastante simples e muito limitado na sua aplicação. Nos dias de hoje, sabe-se que a amplitude normalizada de 0.257 não representa de toda a gama de frequências até 5 Hz. Segundo Rui Alves [1] “para frequências entre 1.6 e 2.4 Hz, o facto de se ignorar a forte dependência da amplitude do primeiro harmónico com a frequência da passada, constitui uma importante limitação deste modelo”, referindo ainda que, para frequências mais elevadas, o primeiro harmónico assume valores baixos que deixam de ser relevantes, levando a que nesses casos, a resposta possa ser sobrestimada.

Na Figura 2.12, representa-se a função de carga para caminhada de acordo com este modelo, para um peão de 700 N e uma frequência de passada de 2.0 Hz.

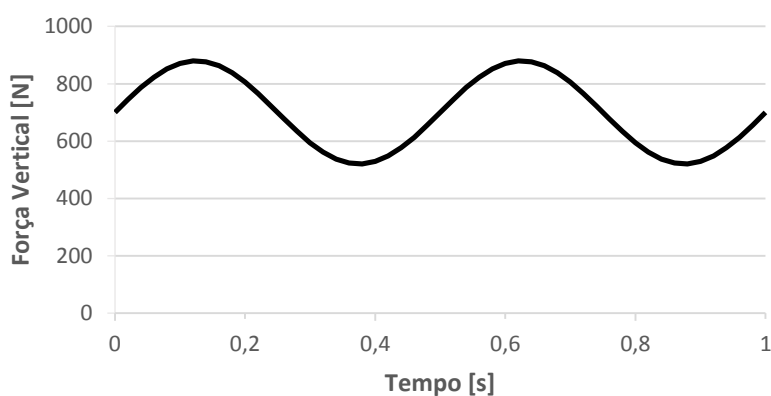


Figura 2.12 – Função de carga para um peão com $G=700$ N e $f_p = 2.0$ Hz, segundo Blanchard

Mais tarde Bachmann e Ammann [4], depois de compilarem os seus resultados com os de outros autores, apresentam um novo e mais robusto modelo de carga para peões em caminhada e em corrida. Para isso, os autores, procuraram determinar a influência de cada harmónico da ação nas diferentes direções. Na Figura 2.13 apresentam-se os coeficientes de Fourier relativos aos cinco primeiros harmónicos das ações na direção vertical, horizontal e longitudinal. Para a direção vertical destaca-se a grande influência do primeiro harmónico. Já no caso das funções de carga na direção horizontal, pode observar-se que o primeiro harmónico da função de carga lateral assim como o segundo harmónico da função longitudinal são dominantes. Verifica-se ainda o aparecimento de sub-harmónicos em $f_p/2$ e $3f_p/2$ que, segundo os autores, devem-se ao facto de a força exercida por cada pé ser diferente.

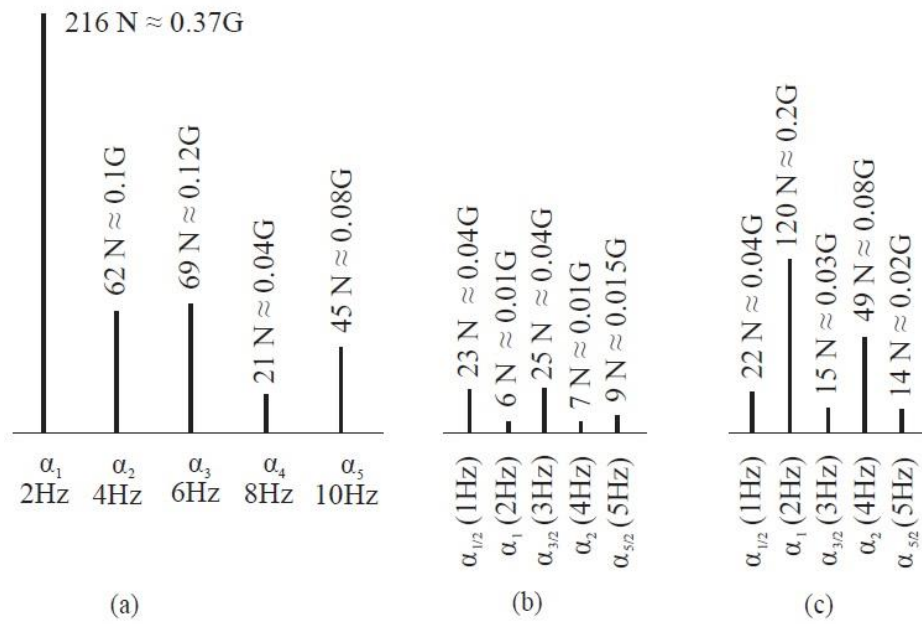


Figura 2.13 – Coeficientes de Fourier para a ação de um peão em caminhada na direção vertical (a), lateral (b) e longitudinal (c), para $G=587$ N, e $f_p=2.0$ Hz [1]

Segundo os mesmos autores e, de acordo com a Figura 2.13 o modelo de carga vertical para caminhada é definido por três harmônicos. A amplitude do primeiro harmônico é definida em função da frequência da passada, assumindo um valor próximo dos 40 % do peso estático do peão para frequências inferiores a 2 Hz. Já para frequências iguais a 2.4 Hz, este valor varia linearmente até aos 50 %. Para as amplitudes do segundo e terceiro harmônicos, é sugerido um valor de 10 % para frequências próximas de 2 Hz. O grande número de parâmetros de que o movimento do peão depende traduz-se na grande dispersão dos ângulos de fase do segundo e terceiro harmônicos. No entanto, em simulações numéricas, Bachmann sugere a adoção do valor $\phi_2 = \phi_3 = \pi/2$ para ambos. O ângulo de fase da componente do primeiro harmônico é nula ($\phi_1=0$).

Na Figura 2.14 representa-se a função de carga vertical em caminhada de acordo com o modelo proposto por Bachmann e Ammann, para um peão de 800 N com uma frequência de passada de 2.0 Hz.

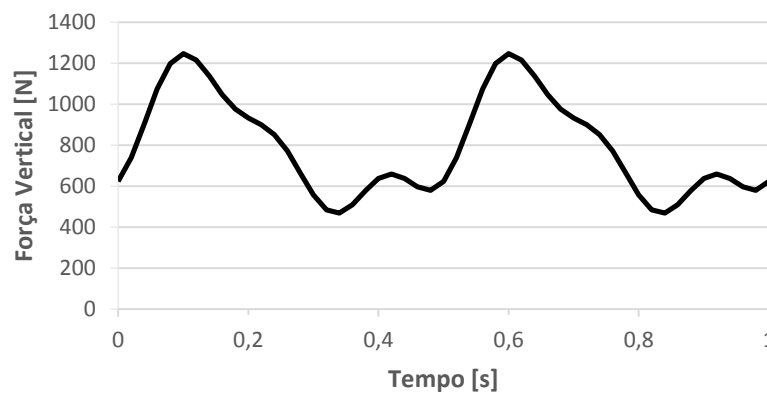


Figura 2.14 – Função de carga vertical para um peão com $G=800$ N e $f_p=2.0$ Hz, segundo Bachmann

Para as ações horizontais, Bachmann sugere a adoção de funções de carga consonantes com os coeficientes de Fourier representados na Figura 2.13. A aplicação da equação 2.1 requer particular cuidado, uma vez que, no instante inicial ($t=0$) o peão não exerce qualquer carga no plano horizontal, devendo o valor da primeira parcela ser nulo. Além disso, os sub-harmônicos deixam de ser inteiros passando respectivamente a $1/2$, 1 , $3/2$, 2 e $5/2$. Neste caso os ângulos de fase “ i ” são aproximadamente nulos, pelo que a função de carga para as ações horizontais é dada por

$$F_{p,h}(t) = G + \sum_i \alpha_i \sin(2\pi i f_p t) \quad (2.2)$$

Nas Figuras 2.15 e 2.16, representam-se as funções de carga para um peão de peso igual a 800 N com uma frequência de passada de 2.0 Hz, referentes à direção lateral e longitudinal respetivamente.

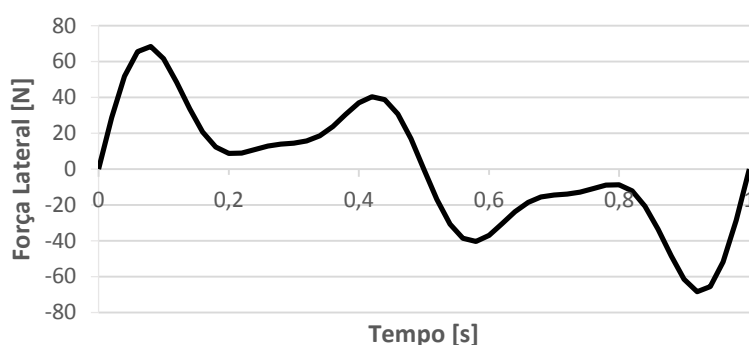


Figura 2.15 – Função de carga lateral para um peão com $G=800$ N e $f_p = 2.0$ Hz, segundo Bachmann

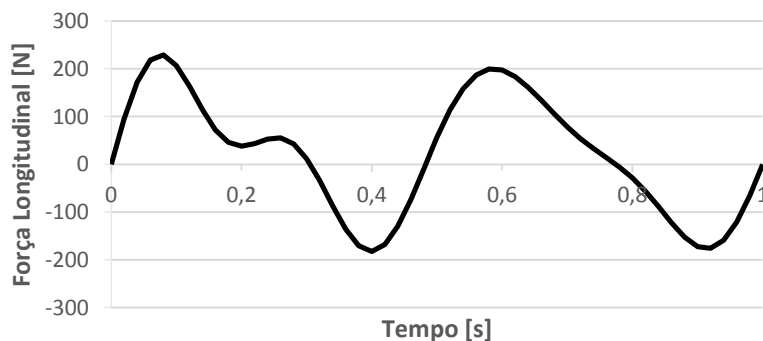


Figura 2.16 – Função de carga longitudinal para um peão com $G=800$ N e $f_p = 2.0$ Hz, segundo Bachmann

Do trabalho de Bachmann e Ammann destaca-se ainda a caracterização da ação do peão em corrida. A ação em corrida é distinta da ação em caminhada, uma vez que o contacto dos pés com o pavimento não é contínuo, resultando numa maior amplitude da carga aplicada. Assim, a função de carga que pretende descrever esta ação, caracteriza-se pela sua descontinuidade, por ter um único máximo e por ser expressa numa sequência de impulsos semi-sinusoidais [4]. A função de carga para um período, segundo os autores é dada por

$$F_p(t) = \begin{cases} k_p G \sin\left(\pi \frac{t}{t_c}\right), & t \leq t_c \\ 0, & t_c \leq t \leq T_p \end{cases} \quad (2.3)$$

em que,

- k_p – Fator de impacto dinâmico, definido pelo quociente entre o valor máximo da força aplicada e o peso do peão;
- t_c – Tempo de contacto do pé com o pavimento em cada passada. Diminui à medida que a frequência da passada aumenta;
- T_p – Período da passada: $T_p = 1/f_p$.

O tempo de contacto t_p pode ser aproximado pela equação

$$t_c = \frac{1}{f_p^{2.13}} \quad (2.4)$$

O fator de impacto dinâmico k_p é calculado impondo que o integral de carga durante a passada é igual ao seu peso estático, isto porque a energia potencial é constante [1, 4]. Assim, obtém-se a seguinte expressão

$$k_p = \frac{\pi}{2t_c f_p^{1.13}} = \frac{\pi}{4} f_p^{1.13} \quad (2.5)$$

Na Figura 2.17 representa-se a função de carga em corrida para um peão com peso de 800 N e frequência de passada de 3.0 Hz.

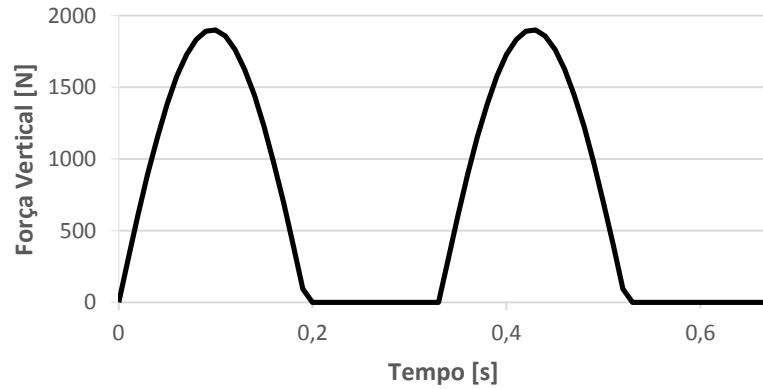


Figura 2.17 – Função de carga longitudinal para um peão com $G=800$ N e $f_p = 2.0$ Hz, segundo Bachmann

A função de carga para a corrida pode ser igualmente expressa através do desenvolvimento de uma série de Fourier, traduzida na expressão

$$F_p(t) = G \left[1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \cos\left(2\pi i f_p \left(t - \frac{t_c}{2k}\right)\right) \right] \quad (2.6)$$

Os coeficientes de Fourier dos quatro harmónicos são dados em função do quociente entre o tempo de contacto com o solo, t_p , e o período da passada, T_p e são definidos pelo ábaco da Figura 2.18.

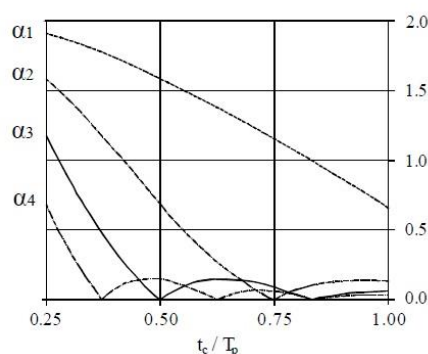


Figura 2.18 – Coeficientes de Fourier dos primeiros quatro harmônicos da função da carga do peão em corrida [4]

2.2.2.2. Ação de grupos e fluxo de peões

No seguimento do sub-capítulo anterior, onde se mostraram os princípios das metodologias de cálculo das ações induzidas por um peão isolado, pretende-se agora perceber como será o comportamento da ponte quando atravessada por uma grande massa de peões. A circulação de um grupo ou fluxo de peões terá de ser entendida como um meio-termo entre a perfeita sincronização entre os peões durante a sua circulação e considerar a massa de peões como uma carga estática, a que corresponde a dispensa do estudo dinâmico.

A investigação afeta ao projeto Synpex [5] permitiu identificar as principais características associadas às diversas densidades pedonais, as quais se resumem no Quadro 2.1.

Quadro 2.1 – Caracterização das diversas densidades pedonais [5]

Densidade Pedonal d [P/ m ²]	Características
0.2	Pode-se caminhar confortável e livremente Ultrapassagem de outros peões sem dificuldade Cada individuo pode escolher o ritmo que deseja
0.5	Tráfego significativamente denso A liberdade de movimentos é limitada de forma intermitente
1.0	A liberdade de movimento é reduzida Situação pouco confortável Não é possível ultrapassar
1.5	Tráfego muito denso e marcha desconfortável Apenas é possível dar pequenos passos Razoável apenas durante um curto espaço de tempo

A velocidade de andamento dos peões é condicionada pela densidade pedonal. Naturalmente, à medida que a densidade pedonal aumenta, a velocidade de circulação diminui porque cada peão vai restringir o movimento dos que o rodeiam. Situações de multidões, como o dia da inauguração, são situações de grandes densidades pedonais e fazem com que os peões reduzam a velocidade de circulação, levando-

os a adequar o seu movimento ao dos seus vizinhos, resultando numa grande taxa de sincronização. No Quadro 2.2 apresentam-se as características das diferentes densidades pedonais.

Quadro 2.2 – Características de diversas densidades pedonais [1]

Densidade Pedonal d [P/ m ²]	Velocidade de andamento v [m/s]	Frequência da passada f_p [Hz]
0.2	1.45	1.93
0.5	1.30	1.81
1.0	1.04	1.61
1.5	0.79	1.41

Durante o trabalho de investigação do Sétra [6], através do Método de Monte Carlo, foi realizado um grande número de simulações numéricas de fluxos de peões com o objetivo de estimar o número equivalente de peões sincronizados n_{eq} , correspondente ao percentil 95 %. O valor de n_{eq} é definido para duas hipóteses distintas: a primeira, para densidades de tráfego muito elevadas $d \geq 1.0$ P/m², considerou-se que os peões circulavam com igual frequência da passada e fases aleatórias, na segunda, para $d < 1.0$ P/m², além das fases aleatórias os peões circulam com uma frequência de passada que segue uma distribuição normal. Destes dois pressupostos, resultaram duas fórmulas empíricas para o número sincronizado de peões. Assim, o valor de n_{eq} é dado por

$$\begin{cases} n_{eq} = 10.8\sqrt{n\xi}, & d < 1.0 \text{ P/m}^2 \\ n_{eq} = 1.85\sqrt{n}, & d \geq 1.0 \text{ P/m}^2 \end{cases} \quad (2.7)$$

em que,

- n – Número de peões no tabuleiro, dado pelo produto da densidade pedonal d , pela área útil do tabuleiro S ;
- ξ – Coeficiente de amortecimento do modo de vibração em estudo.

A força distribuída genérica, aplicável a qualquer direção, é dada por

$$p(t) = d \lambda \psi_{k,i} [\alpha_i G \sin(2\pi f_i t)] \quad (2.8)$$

em que d é a densidade pedonal, λ é o quociente entre o n_{eq} e o número de peões total n , que representa a taxa de peões sincronizados, $\psi_{k,i}$ é um coeficiente redutor que atende ao risco de ressonância no harmónico de ordem k da ação dos peões para o modo de vibração i em estudo. A componente estática da ação pedonal não está incluída na expressão pelo que, no cálculo das frequências e modos de vibração, esta massa terá de ser incluída na massa da ponte. O Sétra, para o parâmetro α_i relativo aos coeficientes de Fourier sugere, para o primeiro harmónico: $\alpha_{1,vert}=0.40$, $\alpha_{1,long}=0.20$ e $\alpha_{1,lat}=0.05$ e para o segundo: $\alpha_{2,vert}=0.10$, $\alpha_{2,long}=0.05$ e $\alpha_{2,lat}=0.01$.

Os valores dos coeficientes redutores da amplitude das forças harmónicas a adotar apresentam-se de seguida nas Figuras 2.19 e 2.20.

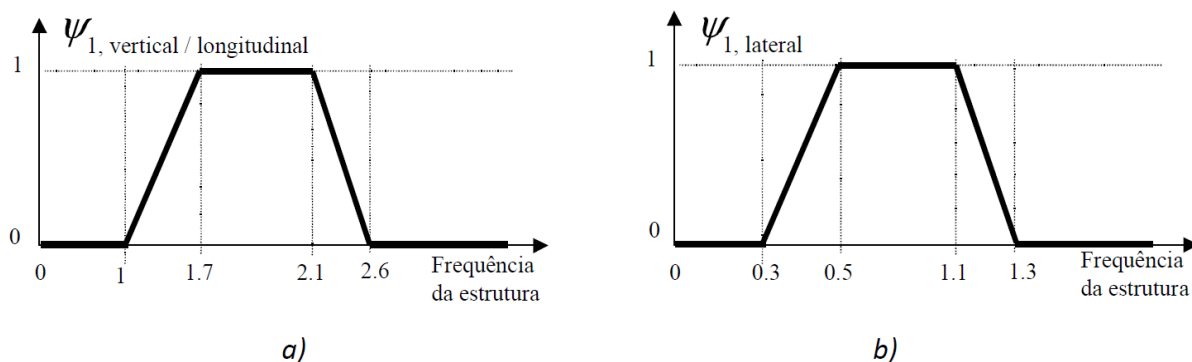


Figura 2.19 – Coeficiente redutor relativo ao primeiro harmónico nas direções vertical e longitudinal (a) e lateral (b) [6]

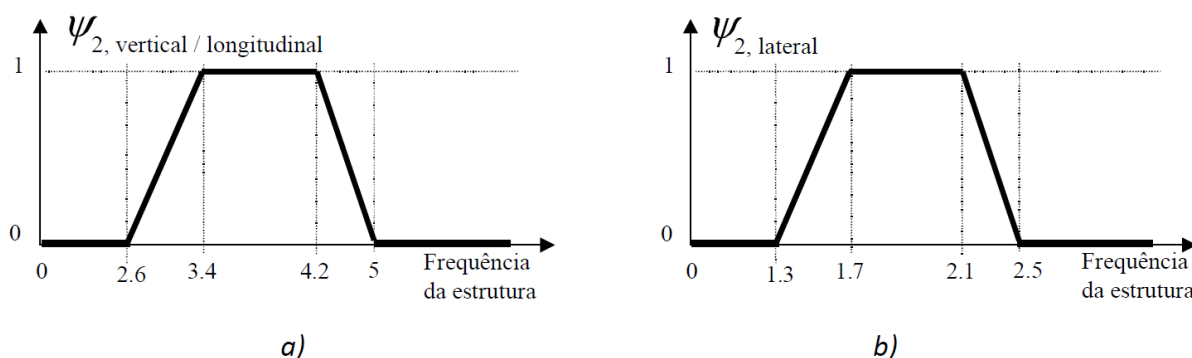


Figura 2.20 – Coeficiente redutor relativo ao segundo harmónico nas direções vertical e longitudinal (a) e lateral (b) [6]

De forma a modelar um fluxo de peões, as forças harmónicas resultantes da equação (2.8) devem ser aplicadas uniformemente ao longo de todo o tabuleiro e de acordo com a direção em análise, isto é, a para um modo de vibração vertical corresponderá uma força harmónica, uniformemente distribuída, na direção vertical. O sentido desta força deverá estar em concordância com a deformada modal. A Figura 2.21 ilustra a forma como as cargas devem ser aplicadas a determinado modo de vibração.

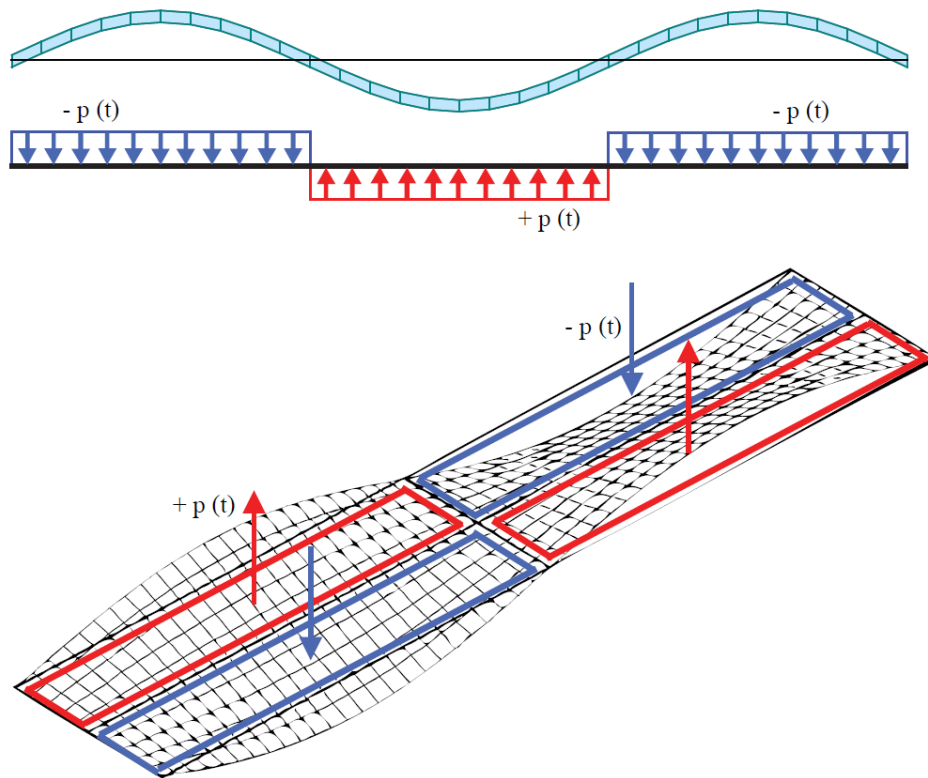


Figura 2.21 – Sinal da carga distribuída concordante com a deformada modal [1]

O projeto HIVOSS [7, 8], no qual a FEUP participou, adota um modelo em muito idêntico ao apresentado anteriormente no que diz respeito aos fluxos ou grupos contínuos de peões. A força distribuída sugerida por esta metodologia é dada por

$$p(t) = P \cos(2\pi f_s t) n' \psi \quad (2.9)$$

em que P representa o peso do peão, n' o número de peões equivalente sobre a superfície carregada S e o parâmetro ψ é o coeficiente redutor que tem em conta a probabilidade de que a frequência da passada se aproxima da gama crítica de frequências naturais em consideração. Os valores do coeficiente ψ são dados pela Figura 2.22.

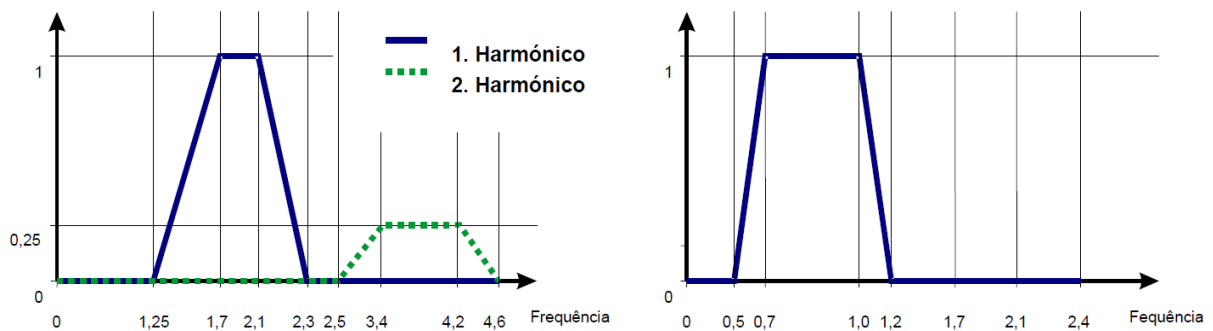


Figura 2.22 – Coeficiente redutor relativo ao primeiro e segundo harmónico nas direções vertical e longitudinal e lateral respetivamente [7]

A metodologia de aplicação da força harmónica uniformemente distribuída é igual à metodologia do Sétra, onde esta tem de ser aplicada de forma concordante com a deformada modal do modo de vibração em estudo.

De forma a evitar o “lock-in” lateral, o HIVOSS sugere uma metodologia que pretende estimar o número de peões suscetível, de despertar o fenómeno de sincronização lateral na ponte. Este número de peões, definido por N_L e expresso na equação (2.10), pode conduzir ao anulamento do amortecimento global, produzindo uma súbita amplificação da resposta.

$$N_L = \frac{8\pi\xi m^* f}{k} \quad (2.10)$$

onde,

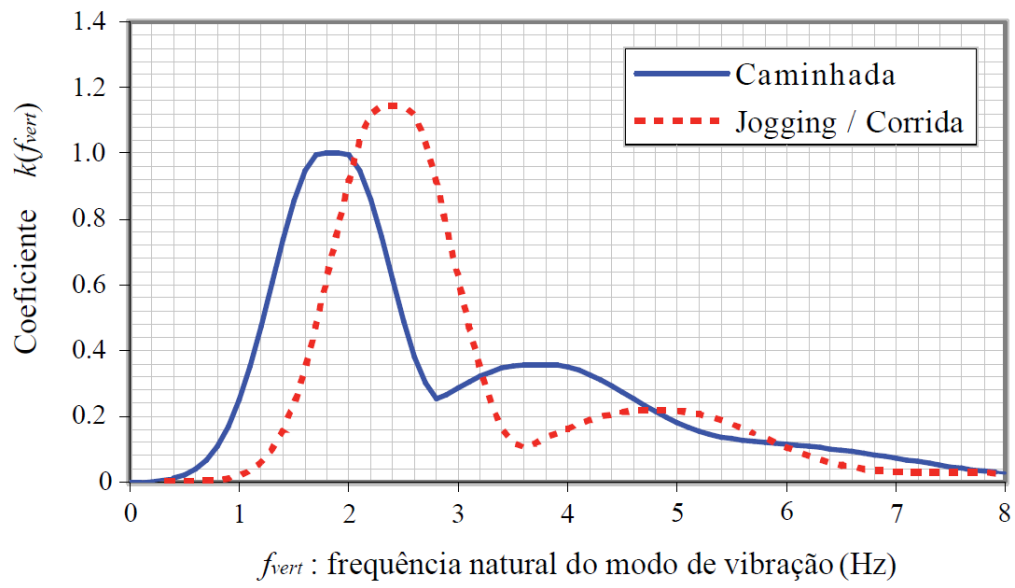
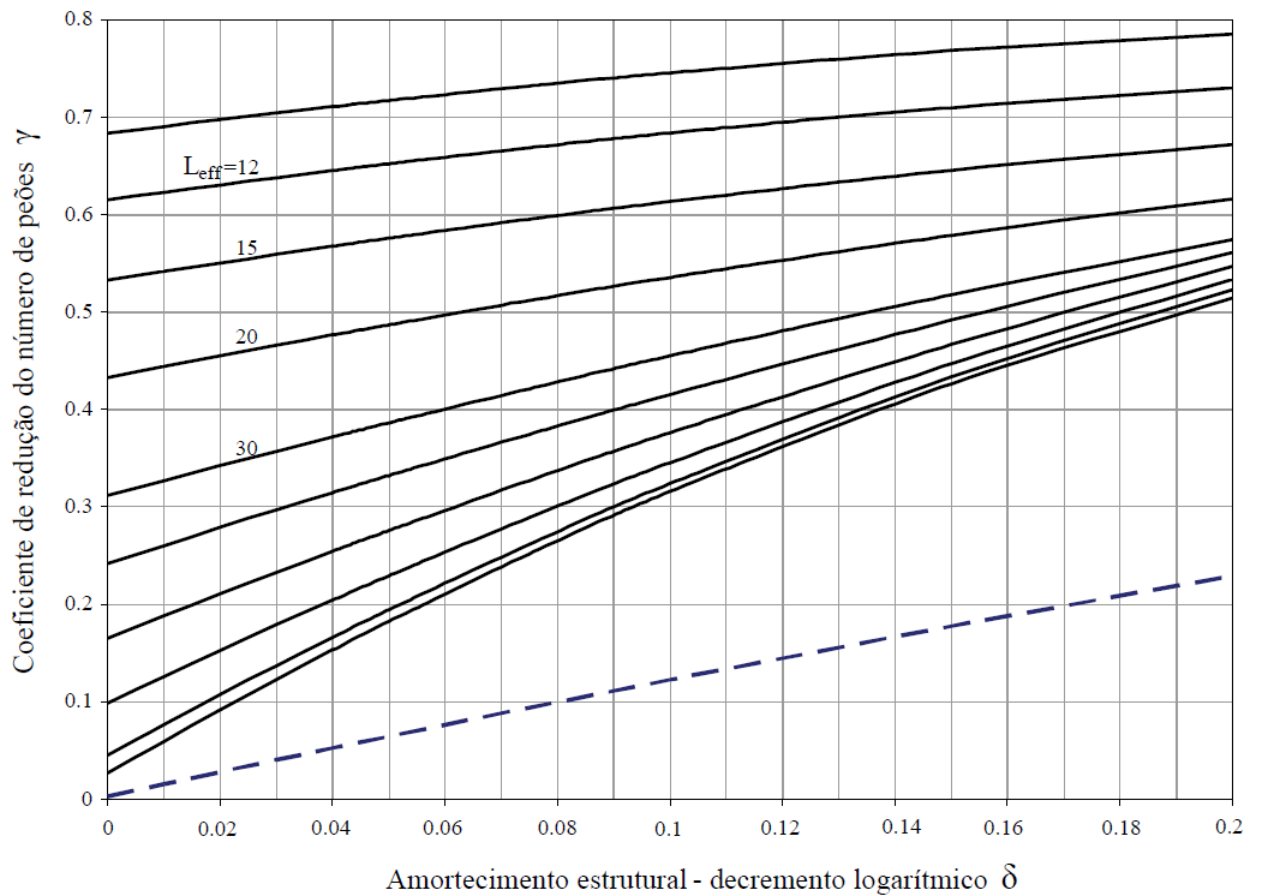
- ξ – é o coeficiente de amortecimento estrutural;
- m^* – é a massa modal;
- f – é a frequência natural da estrutura;
- k – constante (300 Ns/m aproximadamente na gama 05-1.0 HZ).

A norma BS EN 1991-2 [9] é a mais recente publicação acerca desta matéria e, à semelhança das normas anteriores, sugere também um modelo de carga para as vibrações na direção vertical. No entanto, propõe diferentes cargas em função da situação a tratar. Para ações que representam a passagem de um peão único ou de um grupo de peões, faz atuar uma força harmónica pontual em movimento sobre o tabuleiro com uma velocidade constante, considerando

$$F(t) = F_0 k(f_{vert}) n_{eq} \sin(2\pi f_{vert} t) \quad (2.11)$$

em que,

- F_0 – Representa a amplitude máxima da força aplicada por um peão em caminhada ou em corrida;
- $k(f_{vert})$ – Coeficiente redutor que pretende traduzir: a) os efeitos da heterogeneidade da passada dos peões, b) a amplitude dos harmónicos em caminhada e corrida e, c) capacidade humana de excitação em cada frequência. Este parâmetro retira-se da Figura 2.23;
- n_{eq} – Número de peões sincronizados equivalente ao grupo de peões aleatório e é calculado através da seguinte expressão: $n_{eq} = \sqrt{1 + \gamma(n - 1)}$;
- n – Número de peões do grupo;
- f_{vert} – É a frequência natural do modo de vibração em estudo;
- γ – Fator redutor que tem em conta a não sincronização dos peões em função do amortecimento estrutural e do comprimento efetivo L_{eff} do tabuleiro, obtido através da Figura 2.24;
- L_{eff} – O cálculo do comprimento efetivo do tabuleiro é feito com base na Figura 2.25, no entanto é conservativo considerar $L_{eff} = L$.


 Figura 2.23 – Coeficiente $k(f_{vert})$ em função da frequência natural do modo de vibração em estudo

 Figura 2.24 – Coeficiente redutor γ do número de peões em função do amortecimento estrutural e do vão efetivo

O amortecimento estrutural referido na Figura 2.25 está expresso sob a forma de decremento logarítmico, obtido através da seguinte expressão

$$\delta = \xi \sqrt{\frac{4\pi^2}{1 - \xi^2}} \cong 2\pi\xi \quad (2.12)$$

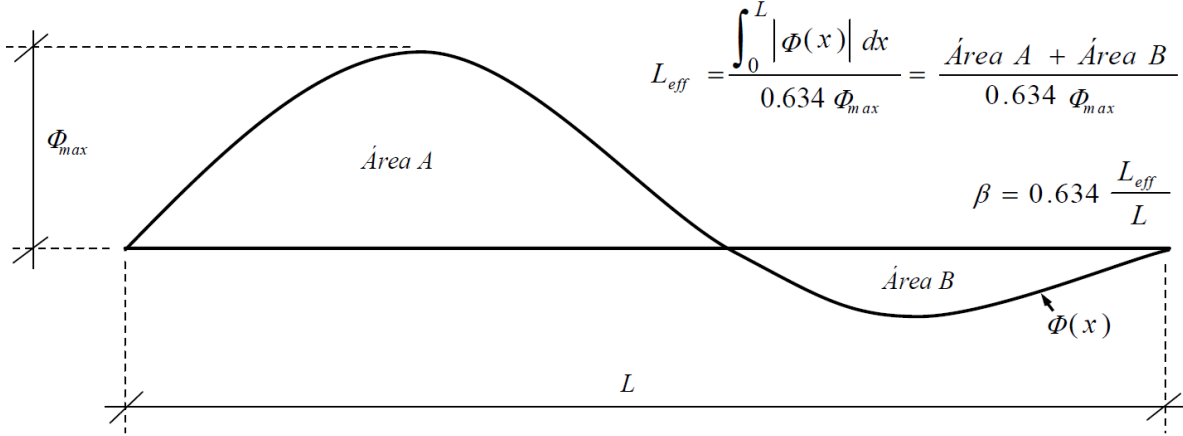


Figura 2.25 – Cálculo do vão efetivo L_{eff} , em função da configuração do modo de vibração em estudo

Esta metodologia vai ainda mais longe, definindo uma função de carga própria para tratar fluxo contínuo de peões, que é dada pela seguinte equação

$$F_{p,grupo}(t) = 1.8 \left(\frac{F_0}{A} \right) k(f_{vert}) \sqrt{\frac{\gamma \cdot N}{\lambda}} \sin(2\pi f_{vert} t) \quad (2.13)$$

em que F_0 , $k(f_{vert})$, n_{eq} , n , f_{vert} , têm o mesmo significado da equação anterior, A corresponde à área do tabuleiro. O valor de λ é dado, de uma forma conservativa considerando $L_{eff}=L$, por

$$\lambda = 0.634 \frac{L_{eff}}{L} \quad (2.14)$$

A aplicação deste modelo de carga consiste na aplicação de uma carga harmónica uniformemente distribuída ao longo do tabuleiro concordante com o modo de vibração em estudo.

Esta metodologia é apenas utilizada para avaliação da resposta na direcção vertical. Para as vibrações laterais, sempre que a estrutura tenha uma frequência natural inferior a 1.5 Hz, esta sugere uma verificação que está dependente do efeito da massa adicional dos peões no amortecimento da estrutura. Esta verificação é dada pela equação

$$D = \frac{m_{ponte} \xi}{m_{peões}} \quad (2.15)$$

em que,

- m_{ponte} – Massa da ponte por unidade de comprimento;
- $m_{peões}$ – Massa por unidade de comprimento referente à densidade pedonal considerada. Considera-se que cada peão pesa 70 kg.

Na secção 2.4 deste capítulo são apresentadas as recomendações técnicas de cada uma das normas apresentadas anteriormente e, mais tarde no capítulo 4.2 é feita a aplicação destas, com vista a avaliar a resposta dinâmica do caso de estudo que motivou esta dissertação. O autor do presente trabalho sugere para a aplicação de todas estas normas uma leitura atenta da tese de mestrado de Rui Alves [1], e sempre que possível as recomendações de projeto de cada uma delas.

2.3. VIBRAÇÕES EM PONTES PEDONAIAS

A caracterização da resposta de uma estrutura é também um aspeto importante no sentido de se perceber o comportamento desta face a ações dinâmicas. A resposta dinâmica de uma estrutura sob a ação pedonal pode ser expressa em tensões, deslocamentos, acelerações ou por outro parâmetro afetado pelas vibrações. Como referido anteriormente, o comportamento em serviço visa satisfazer o conforto dos utilizadores da ponte, procurando garantir que os deslocamentos e, em particular as acelerações, não ultrapassem os limites definidos pelo dono de obra. Para além disso, em estado limite último, a segurança da estrutura deve ser garantida, verificando a resistência e a estabilidade dos elementos estruturais, bem como a capacidade dos restantes elementos face às vibrações que poderão ocorrer durante a vida útil da ponte.

O comportamento dinâmico das estruturas de Engenharia Civil revela-se complexo, já que na maior parte das vezes estas são descritas com uma infinidade de graus de liberdade. Assim, esta caracterização exige rigor no que à modelação diz respeito. A avaliação do efeito das vibrações, será tão mais precisa, quanto mais preciso for o modelo numérico. Por isso, o projetista deverá procurar desenvolver simultaneamente, um modelo numérico da estrutura e das ações que nela atuam. A modelação numérica serve para simular, de uma forma o mais correta possível, o comportamento real da estrutura, devendo procurar reproduzir efeitos de não linearidades relevantes de forma a não prejudicar a veracidade dos resultados. Tendo em conta a difícil caracterização de parâmetros como as frequências naturais da estrutura e do seu coeficiente de amortecimento, os valores resultantes do modelo numérico deverão ser validados com resultados previamente conhecidos, ou sempre que possível, calibrados com resultados experimentais.

2.3.1. RESPOSTA ESTRUTURAL A AÇÕES DINÂMICAS

Depois de conhecida a massa, rigidez e o seu amortecimento estrutural, a resposta dinâmica da estrutura pode então ser calculada através da equação de equilíbrio dinâmico [10]

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = P(t) \quad (2.16)$$

em que M , C e K representam respetivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, P o vetor solitação, u o vetor dos deslocamentos, $\dot{u}$ e $\ddot{u}$ a sua primeira e segunda derivada – vetores velocidade e aceleração, respetivamente. As matrizes têm dimensão $n \times n$, enquanto que os vetores $n \times 1$, em que n representa o número de graus de liberdade em questão.

Garantindo as condições de ortogonalidade do sistema, a equação (2.16) pode ser resolvida pelo método da Sobreposição Modal, desacoplando o sistema de n graus de liberdade, em n equações desligadas de um grau de liberdade, associadas a cada modo de vibração

$$\ddot{Y}_n(t) + 2\xi_n\omega_n\dot{Y}_n(t) + \omega_n^2 Y_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad (2.17)$$

em que, $\ddot{Y}_n$, $\dot{Y}_n$, e Y_n representam respetivamente a aceleração, velocidade e deslocamento associados ao modo de vibração de ordem n , ξ_n e ω_n o coeficiente de amortecimento e frequência angular do modo de vibração n , enquanto que P_n e M_n são a força e massa modais do mesmo modo.

O cálculo das frequências naturais, bem com a configuração dos modos de vibração, resulta da solução do problema de valores e vetores próprios da dinâmica de estruturas, expresso pela equação

$$(K - \omega^2 M)\phi = 0 \quad (2.18)$$

em que, ϕ é o vetor das componentes modais do modo de vibração n .

A resposta da estrutura, expressa através do vetor de deslocamento $x_i(t)$, resulta da sobreposição das contribuições dos modos, ponderados pelos deslocamentos generalizados $Y_i(t)$. Esta sobreposição é expressa através da expressão

$$x(t) = \phi_1 Y_1(t) + \phi_2 Y_2(t) + \dots + \phi_n Y_n(t) \quad (2.19)$$

A contribuição de cada modo para a resposta estrutural vai depender da massa modal correspondente, parâmetro que representa a parte da massa total que é mobilizada em cada modo. Quanto maior for o número de modos considerados, mais precisa vai ser a caracterização da resposta da estrutura.

A equação (2.16) pode ser resolvida, recorrendo a métodos de integração direta, como é o caso do método de Newmark, disponível em programas de cálculo de elementos finitos. Este método, ao contrário do método da Sobreposição Modal, não limita a participação do número de modos que caracteriza a resposta da estrutura. Todavia, sempre que exista um modo dominante, frequente no caso de pontes pedonais, a resposta é facilmente caracterizada usando a mesma equação para um sistema de um grau de liberdade, fornecendo resultados precisos. Este método é bastante utilizado quando são avaliadas as condições de serviço.

A qualidade da modelação numérica vai depender do rigor com que os parâmetros massa, amortecimento e rigidez sejam estimados. A incorreta definição do amortecimento pode conduzir a graves erros, por isso sugere-se, sempre que possível, a definição com base em resultados experimentais. No entanto, sempre que não for possível, o valor deste deve ser validado com resultados anteriores.

Quadro 2.3 – Coeficientes de amortecimento de acordo com diferentes materiais para condições de serviço [8]

Tipo de Construção	Mínimo ξ	Médio ξ
Betão armado	0.8 %	1.3 %
Betão pré-esforçado	0.5 %	1.0 %
Mista aço-betão	0.3 %	0.6 %
Aço	0.2 %	0.4 %
Madeira	1.0 %	1.5 %
Catenária	0.7 %	1.0 %

Neste contexto, a matriz de amortecimento C , pode ser obtida com base na matriz de amortecimento de Rayleigh. Esta matriz resulta da combinação linear entre as matrizes de massa e rigidez e é dada pela soma de duas expressões. Se a opção do cálculo da resposta passar por um método de integração direta, então recomenda-se a leitura do capítulo 12-5 do Clough [10] referente a esta matéria.

Atualmente o software de cálculo já permite o cálculo da resposta da estrutura através do Método de Sobreposição Modal [27], e portanto não serão utilizados métodos de integração de direta como é exemplo o Método de Newmark. Assim, considera-se um coeficiente de amortecimento de 0.5 %, valor referência para estruturas metálicas.

Como tem vindo a ser referido, a quantidade de modos a considerar assume um papel de importante relevo na caracterização da resposta estrutural. Além disso, o intervalo de tempo a considerar na integração também reflete a sua importância, sendo boa prática considerar um décimo do período do modo de vibração de frequência mais elevada que contribui para a resposta da estrutura.

2.3.2. CRITÉRIOS DE CONFORTO HUMANO

Definir critérios de conforto associados às vibrações revela uma grande dificuldade, dada a subjetividade da sua classificação. Além disso, a ação pedonal depende de inúmeros fatores como por exemplo: o sexo dos peões, a sua idade e também a própria questão cultural de cada um, a tolerância face ao mesmo nível de vibração vai depender também das emoções e da psicologia na avaliação do comportamento dinâmico da estrutura. Em estruturas percecionadas como flexíveis a sua aceitação será maior do que em outras aparentemente mais rígidas. Este tipo de problema dificilmente consegue ser traduzido em normas [1].

Casos bem conhecidos como a Passerelle Solferino em Paris, a Millennium Bridge em Londres e mais recentemente a Ponte Pedro e Inês em Coimbra permitiram a vários autores registarem o comportamento dos peões face às vibrações da estrutura sentidas durante a sua utilização. Na sua análise, verificou-se que a sensibilidade humana a vibrações horizontais é muito superior a vibrações verticais. Na noite de São João, o atravessamento do tabuleiro inferior da ponte D. Luís I no Porto é controlado precisamente por este motivo. O facto de nesse dia existir uma grande quantidade de gente a utilizar simultaneamente a ponte e de a frequência da passada coincidir com uma frequência da ponte, permite uma taxa de sincronização entre peões bastante elevada, levando a vibrações excessivas e tornando a sua utilização bastante condicionada. Instintivamente, quando um peão sente vibrações laterais a sua marcha é rapidamente alterada, alterando desde logo a sua passada, imprimindo uma nova velocidade e tentando aproximar-se do corrimão, chegando muitas das vezes a parar o seu movimento devido à sensação de insegurança.

Tendo em conta o comportamento do ser humano perante as vibrações induzidas pela ação pedonal, vários estudos sobre a questão do seu conforto têm sido levados a cabo. No campus da FEUP, no Porto, uma ponte pedonal do tipo stress-ribbon que serve de acesso dos alunos à cantina, foi utilizada num inquérito realizado junto dos participantes de uma campanha de ensaios dinâmicos. À medida que diferentes grupos atravessavam a ponte, iam sendo registados os valores de pico da aceleração no tabuleiro, bem como o nível de vibração sentido por estes através da resposta ao inquérito. O registo do nível de conforto foi dividido em cinco categorias permitindo assim uma relação linear da aceleração de pico e estas, ver Figura 2.26.

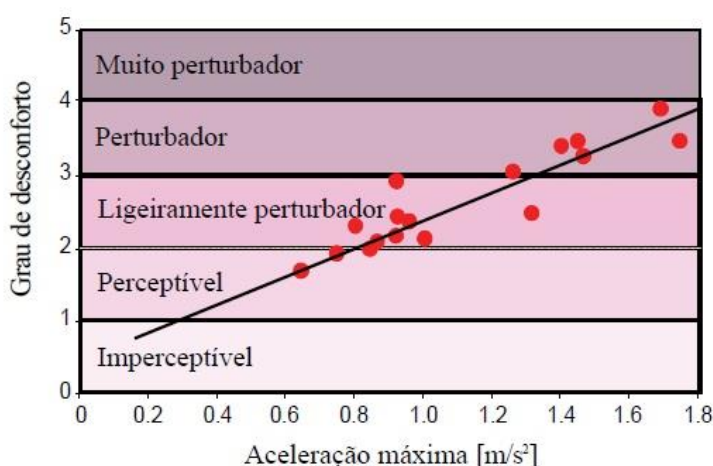


Figura 2.26 – Relação entre a aceleração máxima e o grau de desconforto, FEUP [5]

Com este estudo foi ainda possível definir as classes de conforto em função das acelerações registadas enquanto os peões atravessavam a ponte, ver Quadro 2.4.

Quadro 2. 4 – Classes de conforto referentes aos níveis de aceleração, FEUP [5]

Grau de desconforto	Nível de aceleração [m/s^2]
Imperceptível	<0.25
Perceptível	0.25 – 0.75
Ligeiramente Perturbador	0.75 – 1.25
Perturbador	1.25 – 1.75
Muito Perturbador	> 1.75

No âmbito do projeto Synpex [5] foi também realizado um inquérito pela Universidade de Aachen RWTH em que foram selecionadas duas pontes pedonais, uma em Stuttgart e a outra em Pforzheim. Apesar de apresentarem soluções estruturais diferentes, ambas apresentam características dinâmicas idênticas, não só por terem frequências naturais de cerca de 2 Hz, mas também porque, através de ensaios dinâmicos foi possível registar acelerações de pico semelhantes a $0,30 \text{ m/s}^2$ com a passagem de um peão em caminhada. Os inquéritos permitiram concluir que, no caso da ponte de Stuttgart, apenas 10 % dos utilizadores sentiram vibrações perturbadoras. No entanto, na ponte Pforzheim, essa percentagem aumentou para 40 %.

A investigação que tem sido feita ao longo destes anos tem permitido a definição de várias normas acerca desta matéria, não só criando modelos de carga possíveis de traduzir o comportamento dos peões enquanto atravessam a ponte no sentido de se perceber a resposta dinâmica da estrutura, mas também definindo valores limites de acelerações. Na Figura 2.27 apresentam-se os limites das acelerações vertical e horizontal, definidos por algumas normas. Como se pode observar, a maior sensibilidade dos peões face a vibrações horizontais é traduzida em limites de acelerações mais baixos face às acelerações verticais. A complexidade do tema e a abordagem dos diferentes autores reflete-se na não condordância entre as diferentes normas.

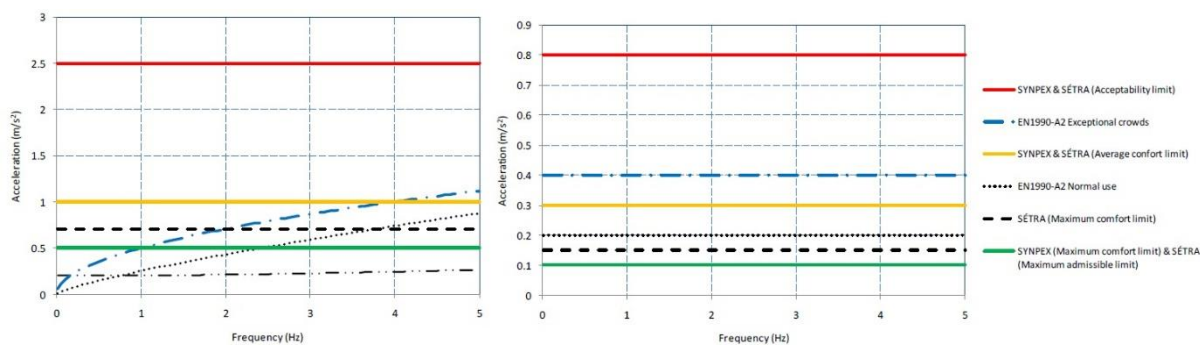


Figura 2.27 – Comparação dos valores limite na direção vertical, lateral e longitudinal de acordo com diferentes normas internacionais



Figura 2.28 – Vista da Passerelle Solferino, Paris

A limitação dos modelos e a experiência adquirida com a Passerelle Solferino conduziu o Sétra [6] a desenvolver um novo e mais robusto modelo. Este modelo de análise teve como principal objetivo traduzir o comportamento de fluxos de peões, especialmente em pontes sujeitas a elevadas densidades de tráfego pedonal, pois era aqui onde os modelos teóricos mais antigos falhavam [1]. As diferentes situações de projeto que podem ocorrer durante o período de vida útil da ponte pedonal, desde eventos únicos, como a sua inauguração, até ao tráfego diário em hora de ponta, permitiram estabelecer situações de tráfego genéricas. A forma como esta problemática foi abordada introduziu o conceito de classe de conforto. A cada classe está associada uma gama de acelerações limite de acordo com o conforto pretendido. O projeto HIVOSS, na verdade, em muito se assemelha às regras do Sétra, com a diferença de que, para além das classes de conforto, define também classes de tráfego associadas às diferentes situações de projeto a que a ponte estará sujeita durante o seu período de vida útil. Posteriormente, são definidas classes de conforto distintas em função das classes tráfego. No Quadro 2.5 são definidas as classes de conforto em função da gama de acelerações limite.

Quadro 2.5 – Classes de conforto definidas em função das acelerações limite [8]

Classe de conforto	Grau de conforto	Aceleração limite vertical [m/s ²]	Aceleração limite horizontal [m/s ²]
CL 1	Máximo	< 0.50	< 0.10
CL 2	Médio	0.50 – 1.00	0.10 – 0.30
CL 3	Mínimo	1.00 – 2.50	0.30 – 0.80
CL 4	Desconfortável inaceitável	> 2.50	> 0.80

As classes de conforto apresentadas são definidas da seguinte forma:

- CL1 – Conforto máximo. As acelerações são impercetíveis para os utilizadores;
- CL2 – Conforto médio. As acelerações são pouco percetíveis para os utilizadores;
- CL3 – Conforto mínimo. As acelerações percecionadas, mesmo que por instantes, no entanto não se tornam intoleráveis.

Na classe CL4, as vibrações tornam-se intoleráveis, limitando o movimento natural dos peões. As vibrações podem provocar o desequilíbrio dos peões que circulam sobre o tabuleiro.

2.4. RECOMENDAÇÕES TÉCNICAS PARA PROJETO

2.4.1. RECOMENDAÇÕES TÉCNICAS PARA PROJETO

O princípio de base dos Eurocódigos é o de garantir a fiabilidade das estruturas quando sujeitas às diferentes situações de projeto que podem ocorrer durante todo o seu período de vida útil. A filosofia de estados limites distingue-se nos aspetos que trata. Denominam-se de últimos quando são relativos à segurança da estrutura, bem como das pessoas que serve, e de serviço quando se referem a deformações, vibrações ou danos [1]. No presente trabalho ambos os estados limites são verificados. No entanto, como o estudo realizado se centra no conforto dos peões, serão os estados limites de serviço que irão requerer especial atenção.

As diferentes normas estabelecem recomendações técnicas no sentido de avaliar o comportamento da estrutura face à ação pedonal. Desta forma, são sugeridos intervalos de frequência onde existe probabilidade de ressonância entre a estrutura e ação pedonal, pelo que recomenda a realização de uma análise dinâmica com os modelos por elas definidos. Nas Figuras 2.29 e 2.30, representados a cinzento, apresentam-se os intervalos de frequências para os quais se considera não existir risco de ressonância devido à ação pedonal e portanto se dispensa a análise dinâmica para modos de vibração verticais e modos de vibração horizontais, respetivamente.

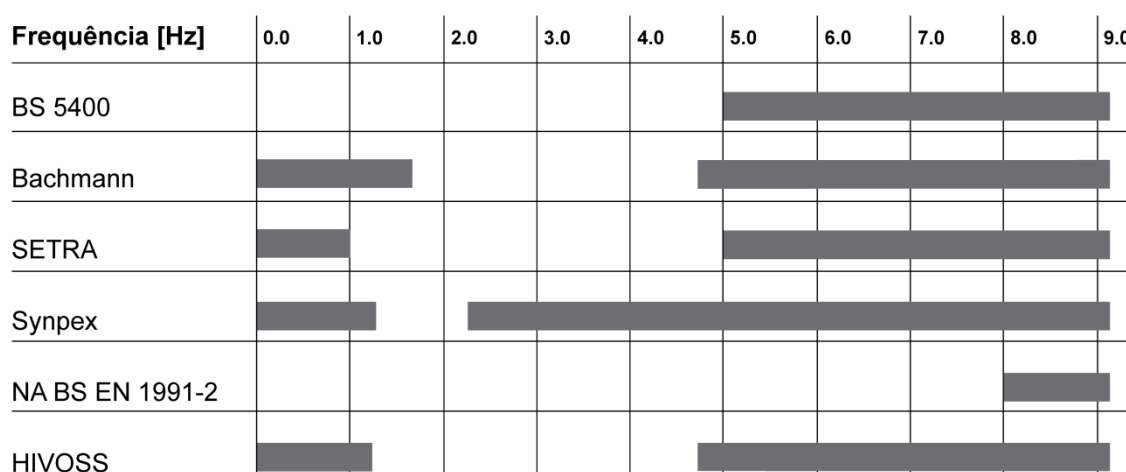


Figura 2.29 – Bandas de frequência de modos verticais para os quais se dispensa o estudo dinâmico

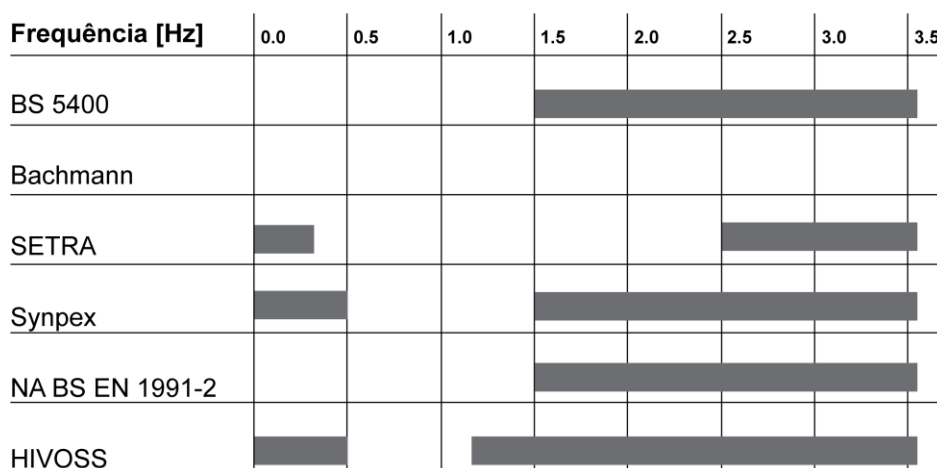


Figura 2.30 – Bandas de frequência de modos horizontais para os quais se dispensa o estudo dinâmico

No caso das vibrações verticais, pode observar-se a concordância entre as normas BS 5400, Bachmann, as regras do Sétra e do HIVOSS. No entanto, destaca-se a gama de frequências apresentada pelo projeto Synpex, sendo as menos conservativas cobrindo apenas uma estreita banda de frequências referente unicamente ao primeiro harmónico de vibração da frequência da passada. É importante referir, que o Synpex além de ser pouco conservativo, dispensa verificações em estruturas com frequências naturais mais elevadas mas que podem sofrer vibrações excessivas quando solicitada por um peão em corrida. O caso da BS EN 1991-2, pelo contrário, é bastante conservativo cobrindo assim todas as bandas de frequências da ação pedonal na sua utilização corrente.

Em relação às vibrações horizontais, a concordância entre as diferentes normas é evidente. Importa salientar, que para frequências abaixo dos 0.5 Hz, o Sétra e o Synpex dispensam a análise dinâmica. O Sétra apresenta-se relativamente mais conservativo face às outras recomendações uma vez que este prevê um caso de carga específico para pontes situadas em locais de grande densidade pedonal.

2.4.2. METODOLOGIAS DE AVALIAÇÃO DA REPOSTA DINÂMICA

2.4.2.1. Metodologia da BS 5400

Na Figura 2.31 apresenta-se, de uma forma esquematizada, a metodologia de avaliação dinâmica proposta pela norma BS 5400.

A norma britânica BS 5400, de forma a verificar os estados limites de serviço em relação a vibrações, indica que para estruturas com frequências naturais superiores a 5 Hz na direção vertical e 1.5 Hz na direção horizontal dispensam a análise dinâmica. O cálculo das frequências deverá ser feito, na direção vertical, considerando a ponte descarregada e, na direção horizontal, considerando a massa adicional dos peões. A norma não refere concretamente a densidade pedonal que deve ser considerada para estimar esta massa adicional. No caso de se verificar que a estrutura tem frequências que caiam na gama das frequências críticas deve ser realizada uma análise dinâmica utilizando o modelo de carga idêntico ao de Bachmann. No ponto de coordenada modal máxima faz-se atuar uma carga relativa a um peão em caminhada com frequência igual à da estrutura, de forma a calcular a aceleração máxima que se faz sentir na ponte. Este valor deve ser comparado com o valor limite sugerido ($0.5\sqrt{f_i}$ [m/s²]). Caso não se verifique, terão de ser adotadas medidas que visem melhorar o comportamento dinâmico da estrutura. Este procedimento revela-se bastante simples mas bastante limitado, já que não permite a avaliação de situações como fluxo de peões e grupos em marcha e em corrida.

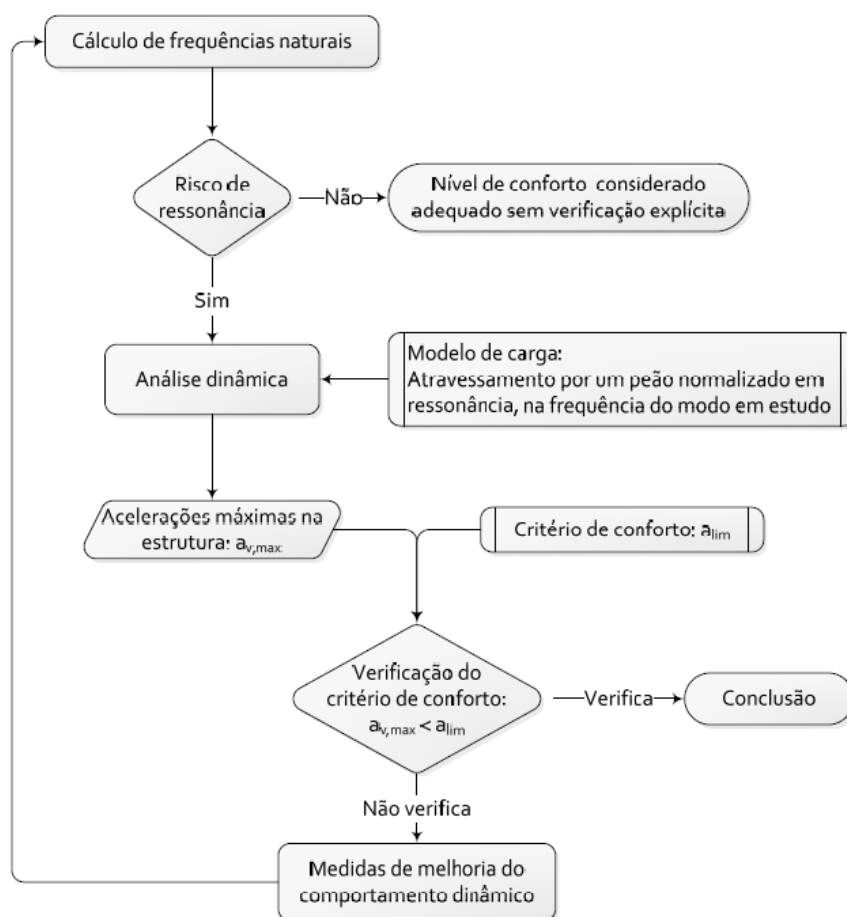


Figura 2.31 – Metodologia de avaliação dinâmica, BS 5400 [1]

2.4.2.2. Metodologia do Sétra

As regras do Sétra foram utilizadas com o objetivo de simular grupos e fluxos de peões, não sendo portanto abordado o modelo de carga para um peão individual. O Sétra, dentro da sua gama de frequências críticas, as quais requerem uma análise dinâmica, define diferentes bandas de risco, com o objetivo de classificar a ponte em função do risco de ressonância que lhe está associado, assim:

- Banda 1: risco de ressonância máximo;
- Banda 2: risco de ressonância médio;
- Banda 3: baixo risco de ressonância para condições de utilização normal;
- Banda 4: não há risco de ressonância.

Nas Figuras 2.32 e 2.33 estão ilustrados os limites para as bandas de risco em função das frequências naturais para vibrações na direção vertical e longitudinal, e para vibrações na direção transversal respetivamente.



Figura 2.32 – Bandas de risco de ressonância para modos de vibração nas direções vertical e longitudinal

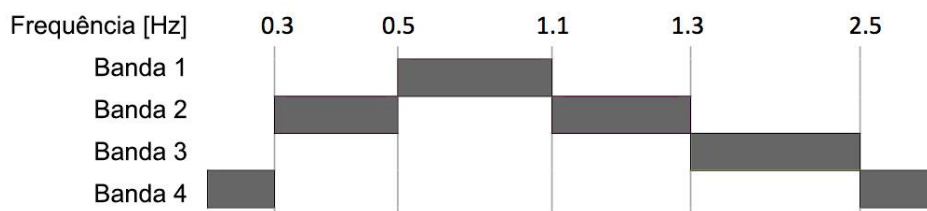


Figura 2.33 – Bandas de risco de ressonância para modos de vibração na direção transversal

O cálculo das frequências naturais da ponte deve ter em conta duas hipóteses: a primeira deve apenas considerar a massa da estrutura; na segunda, deve considerar-se a ponte carregada com uma massa adicional equivalente a 1.0 P/m^2 . Esta formulação pretende representar a influência da massa dos peões no comportamento dinâmico da ponte.

Na Figura 2.34 apresenta-se, de uma forma esquematizada, a metodologia de avaliação dinâmica proposta pelo Sétra.

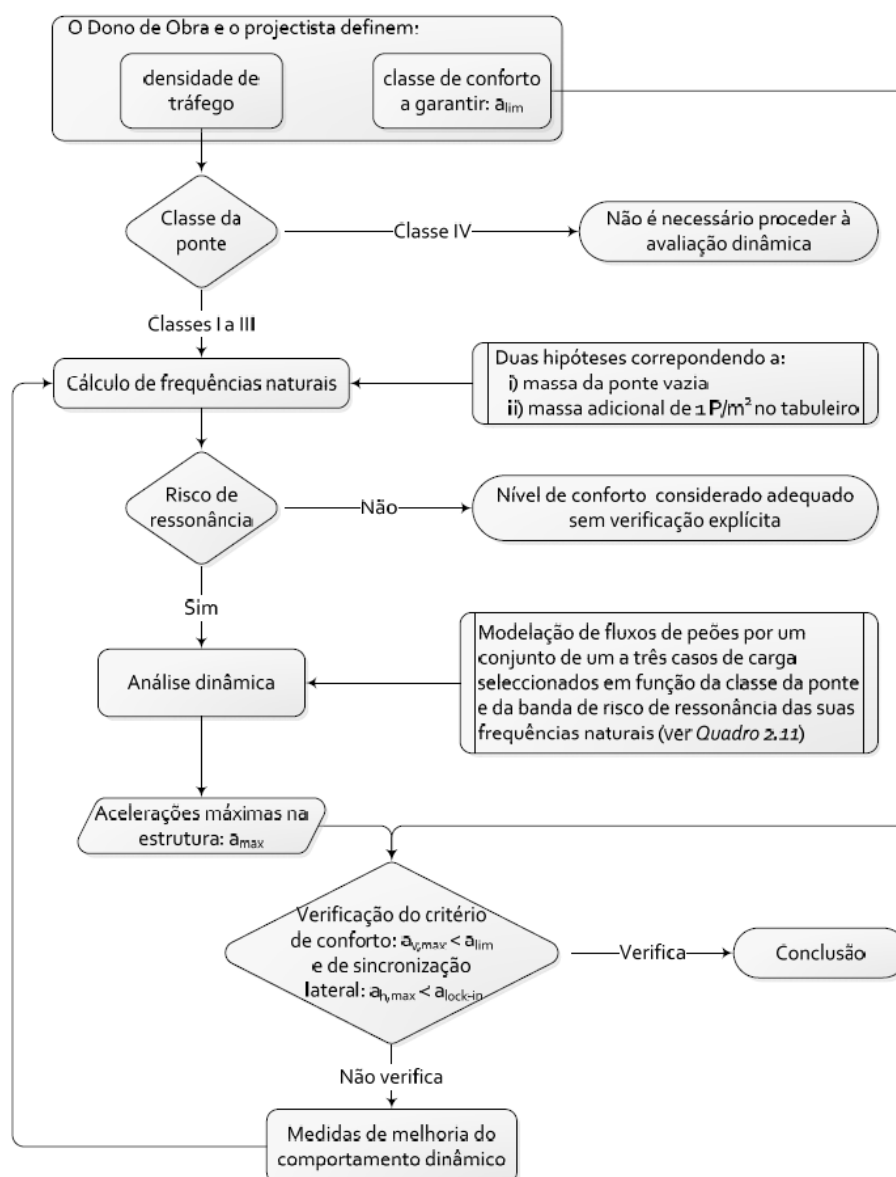


Figura 2.34 – Metodologia de avaliação dinâmica, Sétra [1]

De forma a perceber se é necessária ou não uma análise dinâmica, o projetista deve comparar as frequências naturais da ponte com as bandas de risco de ressonância. Caso a gama de frequências dos modos em análise se situar na banda de risco insignificante (IV) então a análise pode ser ignorada já que não é sensível à ação pedonal. Caso contrário, em que a gama de frequências se situa numa das outras três bandas de risco (I, II ou III) então será necessário prosseguir para uma análise dinâmica. Nesta altura, o dono de obra em conjunto com o projetista devem definir-se as classes de tráfego e de conforto, em função da utilização esperada. De forma a prosseguir o estudo dinâmico, o Sétra propõe a aplicação de diferentes casos de carga apresentados no Quadro 2.6.

Quadro 2.6 – Casos de carga para modelação de fluxos contínuos de peões [6]

Classe da ponte	Densidade pedonal d [P/m^2]	Banda de risco das frequências naturais		
		1 [máximo]	2 [médio]	3 [baixo]
I	1.0	C2	C2	C3
II	0.8	C1	C1	C3
III	0.5	C1	-	-

Os casos de carga indicados, correspondem a diferentes situações relativas ao fluxo de peões em função da densidade pedonal e da banda de risco das frequências da ponte:

- C1 – Modelo de carga de fluxo de peões com densidade pedonal elevada. Sempre que $d < 1.0 P/m^2$. Admite-se, que na questão da sincronização, todos os peões circulam com frequência e fases aleatórias;
- C2 – Modelo de carga aplicável a fluxo de peões com densidade elevada, para $d \geq 1.0 P/m^2$. Esta situação verifica-se quando existe um congestionamento, em que o movimento dos peões torna-se mais lento e a sincronização entre si aumenta. Admite-se portanto, que os peões circulam com a mesma frequência, mas em fases aleatórias;
- C3 – Modelo de carga que pretende ter em conta o efeito do segundo harmónico da frequência da passada dos peões.

No que diz respeito às vibrações horizontais, sempre que haja risco de lock-in, para além do critério de conforto, as acelerações não devem exceder os $0.1 m/s^2$ de forma a prevenir vibrações de grande amplitude. Se este critério, mesmo que por instantes, não seja cumprido, então será necessário adotar medidas para melhoria do comportamento dinâmico, e voltar a avaliar.

2.4.2.3. Metodologia do Hivoss

Na Figura 2.35 apresenta-se, de uma forma esquematizada, a metodologia de avaliação dinâmica proposta pelo HIVOSS.

“Há situações de projeto que podem ocorrer uma vez durante o período de vida útil da ponte pedonal, como a inauguração da ponte, enquanto outros ocorrem diariamente, como é o caso de tráfego às horas de ponta.” [8]. No Quadro 2.7 estão preconizados diferentes cenários possíveis de acontecer em pontes pedonais. Esta metodologia torna-se bastante mais robusta e precisa quando comparada com todas as outras, uma vez que define uma classe de conforto de acordo com as diferentes situações que a ponte venha a estar sujeita. Naturalmente, o conforto esperado durante a inauguração da ponte não pode ser o mesmo para uma situação que aconteça diariamente, como o tráfego em hora de ponta.

Quadro 2.7 – Exemplo de especificação de situações de projeto significativas [8]

Situação de projeto	Descrição	Classes de tráfego	Ocorrência esperada	Classe de conforto
1	Inauguração da ponte	TC4	Uma vez na vida útil	CL3
2	Tráfego em horas de ponta	TC2	Diariamente	CL1
3	Passeio a pé ao fim de semana	TC1	Semanalmente	CL2
...	...	...	...	...

A classe de tráfego bem como a classe de conforto são igualmente definidas em concordância entre o dono de obra e o projetista, de acordo com o proposto pelas recomendações técnicas. A avaliação das frequências naturais é realizado igualmente à metodologia do Sétra, no entanto, se a frequência natural considerando a massa adicional dos peões for 5 % superior à frequência natural da ponte descarregada então deve apenas considerar-se a frequência mais baixa que diz respeito à ponte carregada.

O projetista deve agora comparar a frequência natural dos modos em análise com a gama de frequências das Figuras 2.29 e 2.30. Sempre que a frequência de um determinado modo se situe nos intervalos “críticos” então terá de se proceder a uma análise dinâmica de acordo com o modelo de carga proposto por esta metodologia. Através destes modelos, procede-se a uma análise de acelerações, que permite comparar o valor destas com os limites relativos à classe de conforto definida.

Esta metodologia sugere ainda uma verificação para assegurar que não existe risco da ocorrência do fenómeno de sincronização lateral. O número de peões suscetível à ocorrência de lock-in, pode anular o amortecimento global, criando uma súbita amplificação da resposta. Igualmente ao Sétra, podemos avaliar este risco garantindo que não temos acelerações na direção transversal superiores a 0.1 m/s^2 .

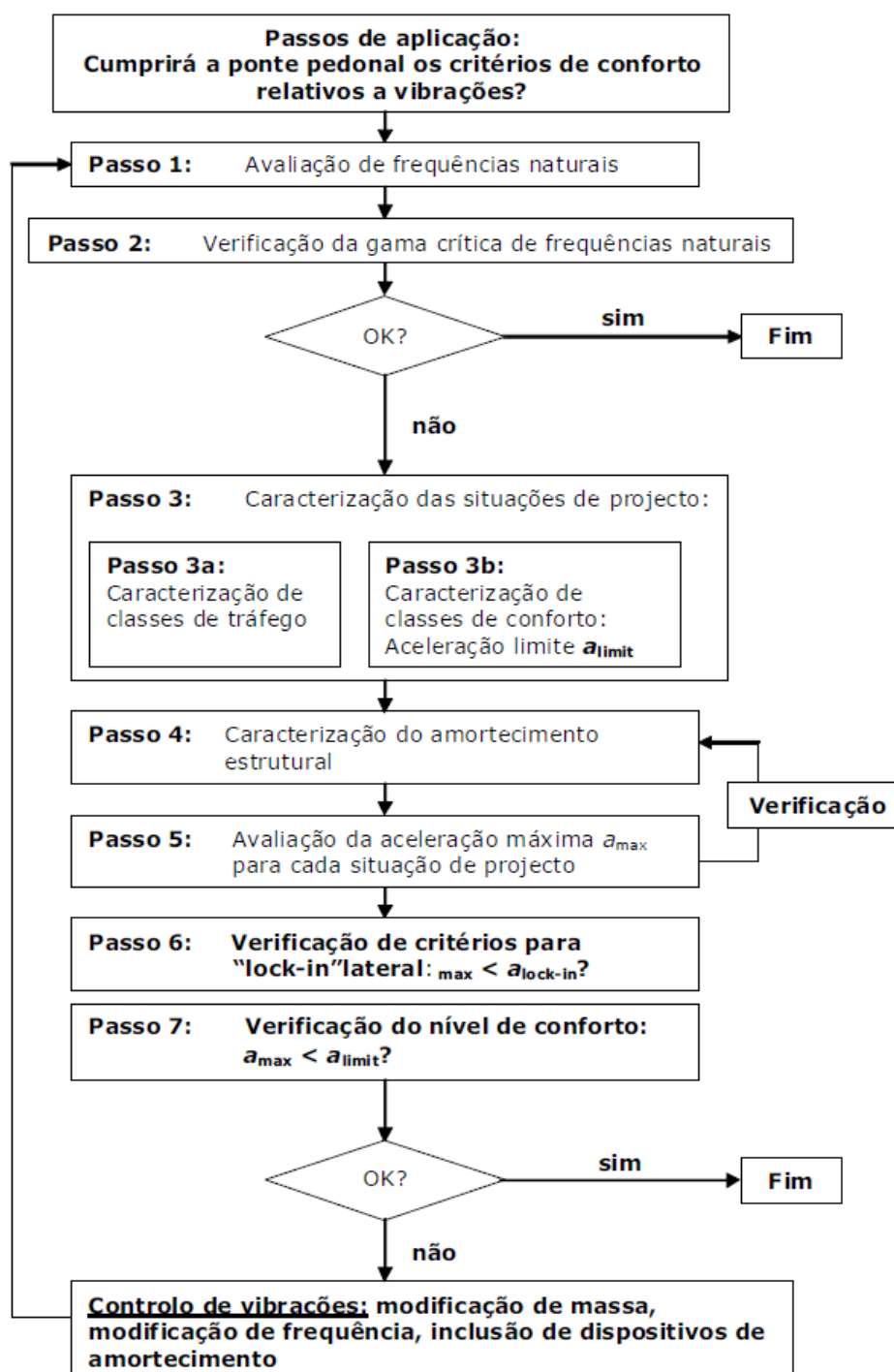


Figura 2.35 – Metodologia de avaliação dinâmica, HIVOSS [8]

2.4.2.4. Metodologia do Anexo Nacional da BS EN 1991-2

Na Figura 2.36 apresenta-se, de uma forma esquematizada, a metodologia de avaliação dinâmica proposta pelo Anexo Nacional da BS EN 1991-2.

Esta norma, define os limites superiores das frequências para as quais a estrutura não necessita de uma análise dinâmica e estabelece que o cálculo da frequência na direção vertical seja realizado com a ponte

descarregada, no entanto, na direção horizontal já requer que o efeito adicional da massa dos peões sobre o tabuleiro seja tido em conta. Modos de vibração com componente vertical superior a 8 Hz, ou 1.5 no caso de modos com componente horizontal ficam dispensados de um estudo dinâmico mais rigoroso.

Em todas as pontes que possuam frequências naturais abaixo dos limites referidos anteriormente, este regulamento propõe dois modelos para avaliar o efeito dinâmico da ação pedonal em pontes pedonais: o primeiro com o objetivo de avaliar a passagem de um peão e de um grupo de peões e um segundo com o objetivo de simular o fluxo de peões. Importante de referir é o facto de esta norma permitir avaliar na primeira situação, tanto um peão como um grupo de peões em corrida. Cenários como a inauguração, demonstrações, sincronização deliberada de um grupo de peões não são contempladas por esta norma.

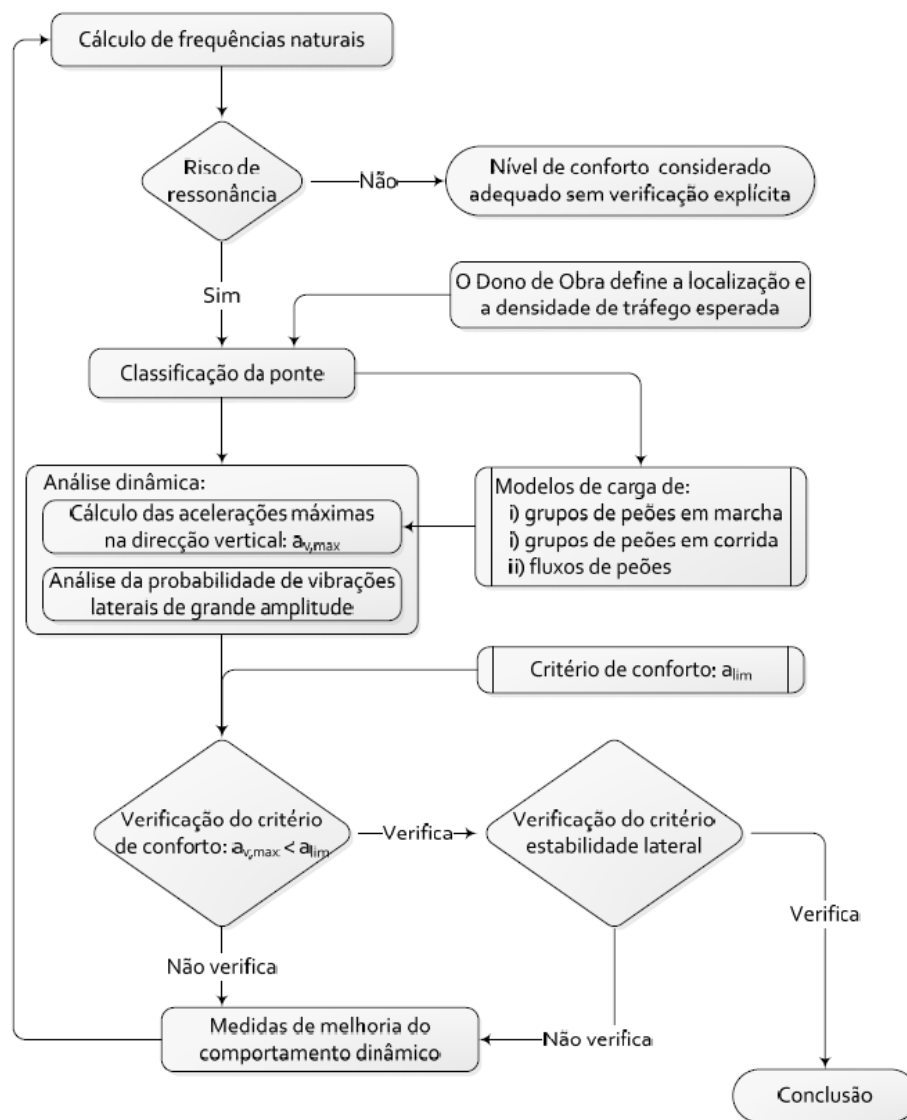


Figura 2.36 – Metodologia de avaliação dinâmica, BS EN 1991-2 [1]

A caracterização da resposta estrutural resultante da aplicação dos modelos propostos é posteriormente comparada com aceleração limite definida por

$$\begin{cases} a_{lim} = 1.0 k_1 k_2 k_3 k_4 \text{ (m/s}^2\text{)} \\ 0.5 \leq a_{lim} \leq 2.0 \end{cases} \quad (2.20)$$

em que,

- k_1 – Representa as alterações à sensibilidade dos peões em função da localização da ponte;
- k_2 – Representa a redundância do trajeto;
- k_3 – Representa as alterações à sensibilidade dos peões em função da altura da ponte;
- k_4 – Coeficiente de exposição a acordar com o Dono de Obra.

No sentido de avaliar a probabilidade de ocorrência de vibrações laterais de grande amplitude é também definido um critério de verificação da estabilidade, tal como explicado em 2.2.2.2.

3

DESCRIÇÃO DO PROJETO

3.1. INTRODUÇÃO

O presente capítulo introduz o caso de estudo de uma ponte pedonal designada por “Passagem Superior Pedonal, Avenida 21 Janeiro - Estaca 106”. A estrutura será caracterizada quanto à sua geometria e às suas propriedades mecânicas, tendo em vista a sua otimização.

A presente ponte pedonal localizada em Luanda, Angola, resulta do concurso de conceção/construção promovido pela Odebrecht, com vista à construção de várias pontes pedonais ao longo da Avenida 21 de Janeiro, uma das principais vias da capital de Angola. O projeto vencedor foi desenvolvido pela empresa Martifer Construções. Na Figura 3.1, assinalado a vermelho, apresenta-se a localização da Avenida 21 de Janeiro no mapa e na Figura 3.2 uma fotografia da ponte pedonal.



Figura 3.1 – Avenida 21 de Janeiro, Luanda [11]



Figura 3.2 – Vista da Passagem Superior Pedonal – Estaca 106, Luanda

3.2. DESCRIÇÃO DO PROJETO BASE

Com vista a otimizar a solução inicial do projeto em estudo, e perceber o nível de otimização possível começou-se por efetuar um estudo rigoroso da solução estrutural inicialmente adotada, descrevendo-a de seguida.

Para a presente ponte pedonal foi adotada uma solução estrutural em construção metálica, porticada na direção longitudinal e contraventada na direção transversal da ponte. O gabarit vertical superior é de 5,5 m.

O tabuleiro, reto em planta e com uma largura de 2 m, é composto por duas treliças horizontais e duas treliças verticais, formando assim uma secção fechada, vencendo um primeiro vão de 27,5 m e um segundo de 28,9 m, ver Figuras 3.3 e 3.4. As cordas e os pilares são constituídos por perfis metálicos do tipo HEA enquanto as diagonais das quatro treliças verticais por perfis RHS. A treliça horizontal, assim como as carlingas, são constituídas por perfis metálicos do tipo SHS e IPE respetivamente. O pavimento é constituído por uma laje mista com 120 mm de espessura.

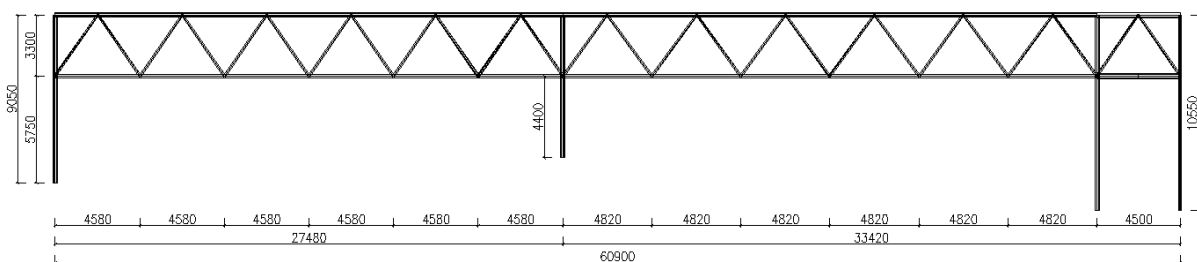


Figura 3.3 – Vista das treliças verticais

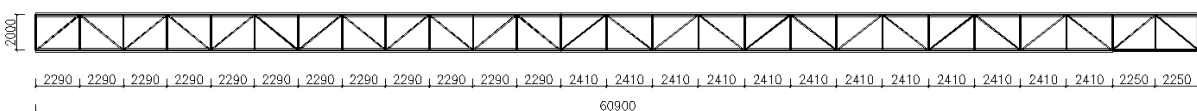


Figura 3.4 – Vista das treliças horizontais

As rampas de acesso à passagem superior são também constituídas por perfis metálicos. O conjunto das longarinas e carlingas, materializadas por perfis IPE, suportam um pavimento igualmente misto e com largura de 2 m, com espessura de 120 mm e apresentando um declive de 10 %.

De modo a garantir a segurança dos peões, foi colocado um guarda corpos ao longo de toda a extensão do tabuleiro, assim como nas rampas. A segurança estrutural também foi tida em consideração e por isso foi prevista a colocação de barreiras de segurança ao longo das faixas de rodagem de forma a proteger a estrutura do impacto de veículos [12].

Todos os elementos estruturais, à exceção do tabuleiro, foram preparados em oficinas da empresa Martifer, localizadas na sua sede em Oliveira de Frades. O transporte de todos os elementos, aspeto preponderante no processo construtivo, condicionou a preparação da mesma. Desta forma, a estrutura foi sendo construída em troços de forma a garantir o seu transporte seguro e sem colocar em causa o bom estado e a qualidade da mesma.

As treliças verticais são do tipo Warren e são formadas através da ligação entre as cordas e as diagonais. As treliças horizontais, responsáveis por resistir às ações perpendiculares ao plano, são diferentes entre si. A treliça superior é apenas formada por perfis metálicos num sistema de montantes e diagonais idêntico ao das treliças verticais, enquanto que a treliça inferior é formada pelos mesmos montantes que na superior, mas as diagonais são substituídas pela laje mista formada por uma chapa colaborante e pela laje de betão. A chapa colaborante vence um vão de 2 m, referente à largura do tabuleiro, onde descarrega a carga da laje de pavimento diretamente nas cordas.

3.3. ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL

3.3.1. MODELAÇÃO NUMÉRICA

A estrutura da ponte pedonal foi discretizada em elementos finitos de barra. Neste modelo, a rigidez à flexão da laje mista foi considerada de forma simplificada usando elementos transversais de secções equivalentes, o que conduz a um erro considerável no cálculo das propriedades dinâmicas da estrutura. Por isso, na treliça horizontal inferior a laje mista foi modelada através de barras na diagonal, apenas com as características do betão, e um painel sobre estas de forma a contabilizar o seu peso próprio, fazendo com que os esforços devidos às cargas horizontais sejam devidamente acomodados. Complementarmente ao modelo com elementos de barra, foi também realizado um modelo discretizando a laje com elementos de casca. Neste caso, a secção referente à laje de pavimento foi modelada com elementos de casca de quatro nós e, para os restantes elementos, utilizaram-se elementos de barra. Neste modelo complementar a rigidez à flexão da laje foi tida em conta de forma mais exata.

Note-se que, para efeitos de projeto, apenas o modelo com elementos de barra foi utilizado para proceder às verificações globais, tendo-se só utilizado o modelo mais detalhado para estimar com maior precisão o valor da frequência horizontal. Ambos os modelos numéricos foram desenvolvidos com recurso ao software de cálculo Robot Structural Analysis 2013, da Autodesk. Na Figura 3.5 apresenta-se o modelo utilizado para o cálculo da resistência das barras e as respetivas quantidades. A Figura 3.6 refere-se ao modelo do projetista usado no cálculo da frequência horizontal.

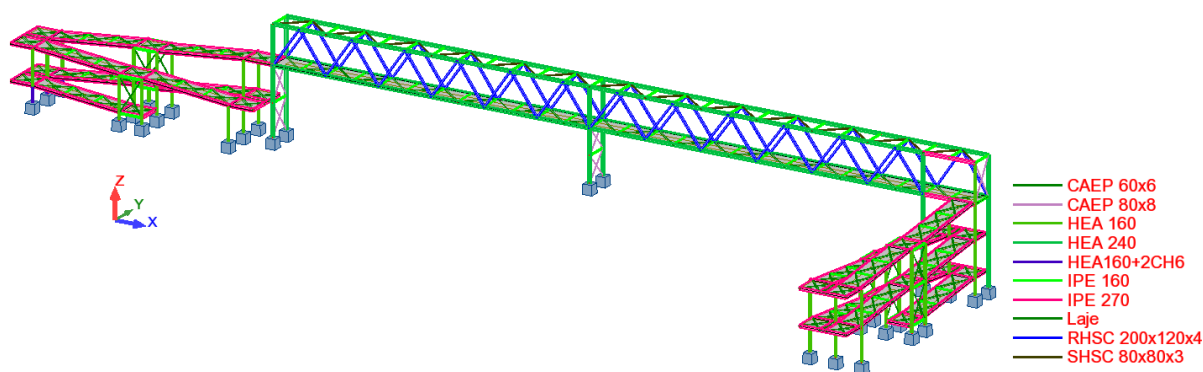


Figura 3.5 – Modelo numérico desenvolvido pela Martifer (MTC 1)

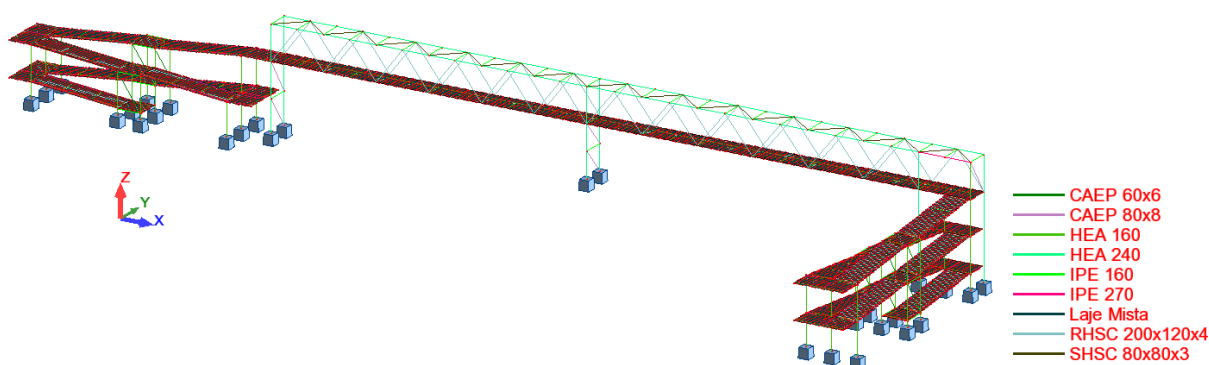


Figura 3.6 – Modelo numérico desenvolvido pela Martifer (MTC FE)

No modelo numérico adotaram-se apoios fixos. No entanto, na base do pilar foi colocada uma rótula de forma a reproduzir o mais fielmente possível a ligação do chumbadouro – ligação do pilar ao maciço de betão. Na Figura 3.7 apresenta-se a ligação tipo de um chumbadouro.

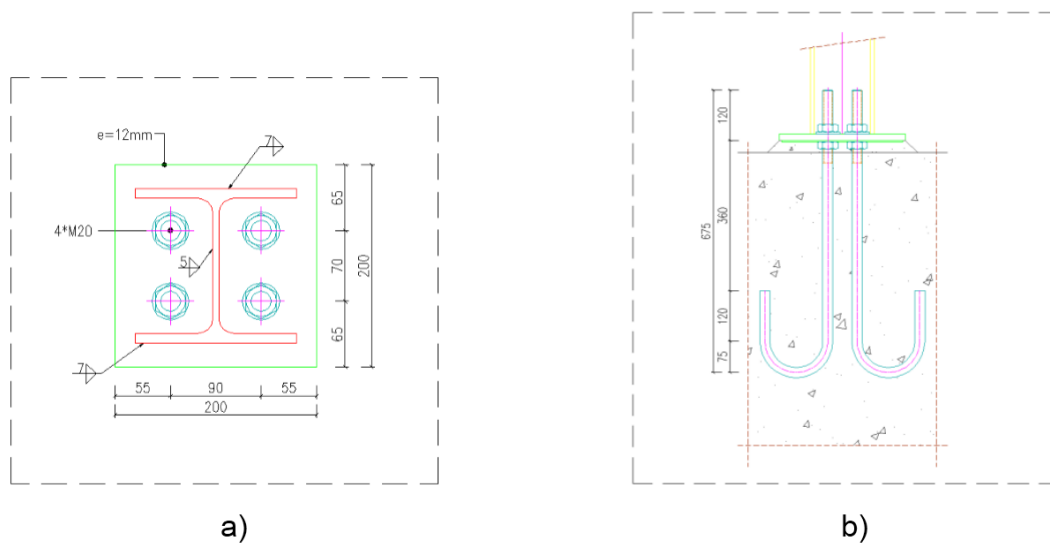


Figura 3.7 – Representação esquemática de um chumbadouro. a) Chumbadouro tipo para um HEA 160; b) Alçado tipo de um chumbadouro [12]

Quadro 3.1 – Frequências naturais dos modelos Martifer [12]

Modo	Frequência [Hz]		Descrição
	MTC 1	MTC FE	
1	-	3.72	Longitudinal
2	-	3.13	Horizontal
3	5.02		Vertical

A massa modal apresenta também um papel importante quando se definem as propriedades dinâmicas de uma estrutura, não só pelo seu contributo na calibração do modelo, mas também para avaliação do seu comportamento dinâmico. De acordo com o programa de cálculo, os modos de vibração estão normalizados em relação à massa, isto é, são escalados satisfazendo a seguinte condição

$$\phi_n^T M \phi_n = 1 \quad (3.1)$$

O vetor ϕ_n está então normalizado em relação à massa. É agora possível demonstrar que a massa modal obtida por normalização do modo, em relação à componente de deslocamento máximo do tabuleiro, pode ser facilmente calculada. Considerando o vetor ϕ'_n normalizado em relação à componente máxima do tabuleiro $\phi_{n,max}$

$$\phi'_n = b \phi_n \quad (3.2)$$

em que a constante b é dada por

$$b = \frac{1}{\phi_{n,max}} \quad (3.3)$$

A massa modal pode então ser calculada por

$$\phi_n'^T M \phi'_n = M_n \quad (3.4)$$

Substituindo ϕ'_n , de acordo com a equação (3.2), tem-se

$$b \phi_n^T M b \phi_n = M_n \quad (3.5)$$

Reorganizando a equação (3.5)

$$b^2 \phi_n^T M \phi_n = M_n \quad (3.6)$$

Agora, substituindo as equações (3.1) e (3.3), pode determinar-se o valor massa modal através de

$$M_n = \frac{1}{(\phi_{n,max})^2} \quad (3.7)$$

3.3.4. MODELO DA ESTRUTURA ALIGEIRADA

Com o objetivo de se realizar um estudo dinâmico rigoroso acerca da resposta à ação pedonal, houve a necessidade de refinar os modelos cedidos pela Martifer. Com base nos dois modelos disponibilizados, realizou-se uma atenta análise de todo o projeto, com vista a perceber não só o seu dimensionamento, bem como o seu comportamento estrutural. Foi possível perceber que de facto, existiam elementos com rácios de utilização baixos, sendo possível a redução de alguns elementos. Desta forma e com base nos

dois modelos apresentados anteriormente, foi criado um modelo único, aligeirado, de forma a reduzir o peso e otimizando a estrutura. Na Figura 3.9 apresenta-se o modelo desenvolvido pelo autor.

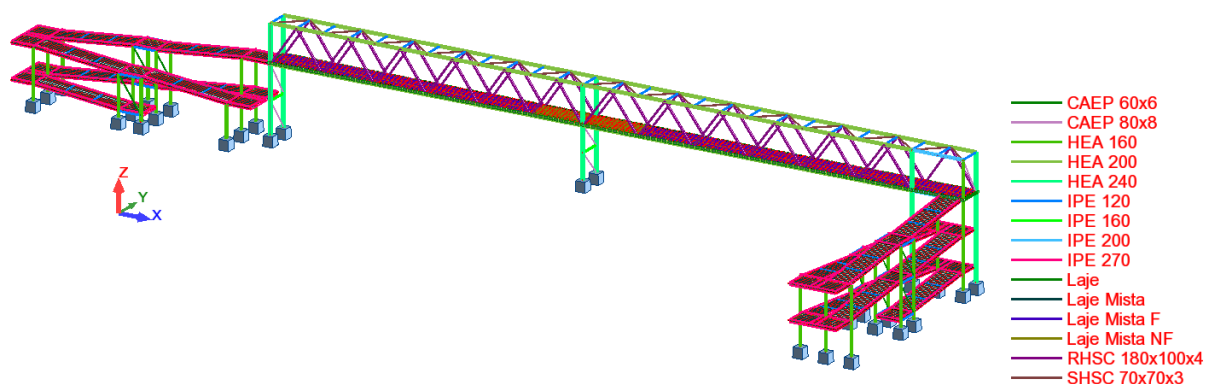


Figura 3.9 – Modelo numérico desenvolvido pelo autor

As principais alterações face ao modelo disponibilizado foram desde logo ao nível das barras. O rácio de utilização das cordas permitiu baixar a secção existente HEA 240 para um HEA 200. A viga que recebe a rampa de acesso do lado direito, bem como a que trava os dois pilares da direita ao nível da corda superior, puderam ser alteradas de IPE 270 para IPE 200. Nas carlingas que travam as cordas lateralmente foi possível reduzir os perfis IPE 160 existentes para IPE 120. Nas diagonais foi também possível reduzir as secções, na vertical passando de perfis RHS 200x120x4 para RHS 180x100x4 e, na horizontal, passando de perfis SHS 80x80x3 para SHS 70x70x3. Com estas alterações foi possível reduzir o peso da estrutura cerca de seis toneladas, o equivalente a 13 %. No Quadro 3.2 apresentam-se as alterações efetuadas em matéria de quantidades.

Em termos de modelação numérica a alteração mais significativa foi ao nível da laje de pavimento do tabuleiro. No modelo original, a laje de pavimento encontrava-se ligada às cordas através dos respetivos centros de gravidade, o que na verdade, não acontece. De forma a aproximar o modelo numérico o mais próximo possível da realidade, garantindo uma transmissão de esforços e compatibilidade de deformações em todos os graus de liberdade, fez-se a ligação entre a laje e as cordas foi realizada através de “rigid links”, aplicando-se um “offset” com a distância correta, correspondente à distância entre o centro de gravidade do perfil HEA da corda e o centro de gravidade da laje mista, espaçados cerca de 0.5 m ao longo de todo o comprimento do tabuleiro. Na Figura 3.10, apresenta-se em detalhe o “offset” realizado.

Quadro 3.2 – Diferença entre as quantidades do modelo original e o aligeirado

Quantidades [kg]			
Modelo MTC		Modelo Aligeirado	
L 60x6	313	L 60x6	313
L 80x8	324	L 80x8	324
HEA 160	3807	HEA 160	3807
HEA 240	17450	HEA 200	9917
IPE 160	3061	HEA 240	3294
IPE 270	16356	IPE 120	1971
RHS 200x120x4	3899	IPE 160	63
SHS 80x80x3	567	IPE 200	201
		IPE 270	16031
		RHS 180x100x4	3389
		SHS 70x70x3	492
TOTAL	45777		39804
DIFERENÇA			-13 %

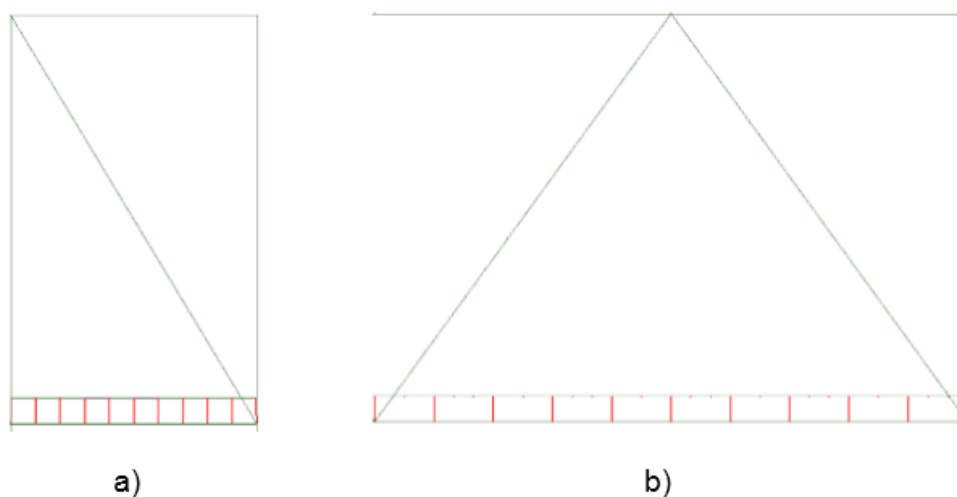


Figura 3.10 – Detalhe do “rigid links” na modelação da ligação entre a laje mista e a corda inferior. a) Vista lateral esquerda; b) vista frontal direita.

No que diz respeito às propriedades dinâmicas, calcularam-se as frequências naturais e os respetivos modos de vibração do novo modelo, que posteriormente foram comparados com os modelos originais. As diferenças observadas entre o modelo do autor e a nota de cálculo apresentam-se no Quadro 3.3.

Quadro 3.3 – Diferença entre as frequências calculadas pelo projetista e pelo autor

Modo	Frequências [Hz]			Descrição
	MTC 1	MTC FE	Modelo Final	
1	-	1.85	1.82	Longitudinal
2	-	2.04	2.05	Transversal
3	5.02	-	5.29	Vertical

No sentido de uniformizar todas as ações, antes de passar a uma análise mais detalhada, o autor do presente trabalho definiu a ação do vento segundo o Eurocódigo EN 1991, Parte 4 [17], tendo obtido valores mais baixos face ao anteriormente contabilizado. Na Figura 3.11 está representado o conjunto das barras que sofreram uma maior alteração no rácio de tensões. Na Quadro 3.4, apresenta-se a alteração que cada uma das barras sofreu.

Quadro 3.4 – Comparação da ação do vento pelo RSA e EC1-4

Barras	RSA		EC1-4	
	Rácio	Combinação	Rácio	Combinação
21	0.41	118	0.33	118
23	0.63	118	0.56	118

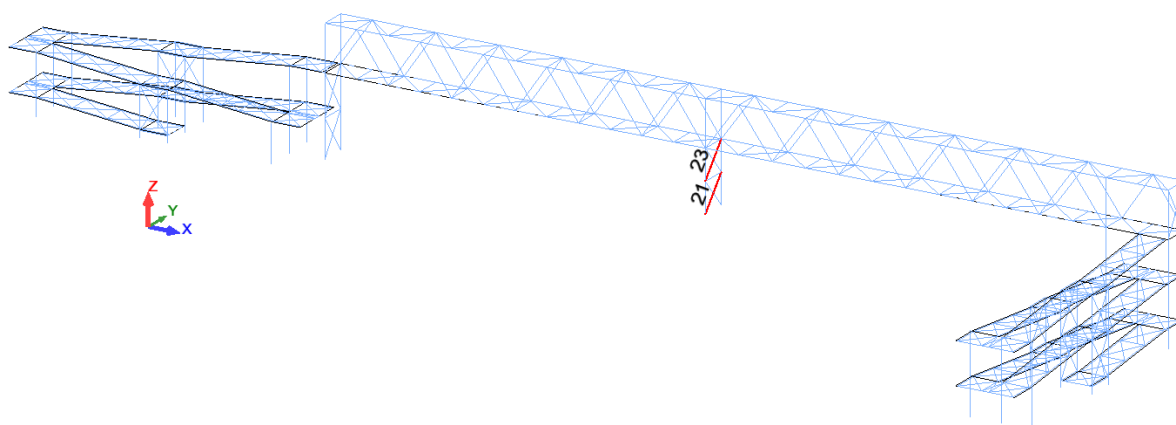


Figura 3.11 – Barras que apresentam uma alteração mais significativa

A maior alteração regista-se para a combinação 118 ($1.35 \text{ PP} + 1.35 \text{ RCP} + 1.5 \text{ Wy}^+ + 0.9 \text{ T}^+$) referente à ação base vento na direção y no sentido positivo. Ao reduzir a ação, os pórticos serão menos solicitados, principalmente o pórtico central por possuir uma maior área de influência. Naturalmente, as barras 21 e 23, que funcionam apenas à tração e funcionam como elementos de travamento, estando os pórticos sujeitos a menores esforços, e portanto terão também rácios de utilização mais baixos.

3.4. OTIMIZAÇÃO DO MODELO

3.4.1. INTRODUÇÃO

Em Engenharia Civil é difícil apresentar o conceito de otimização como é utilizado em outras áreas, isto porque, cada peça é como um protótipo [18]. Face à dimensão do problema, as técnicas de otimização vão sendo utilizadas sobretudo em problemas académicos de forma a evidenciar as respetivas características. A limitação na formulação e no algoritmo de otimização, conduz grande parte das vezes, a problemas mais simples, levando a que as características inerentes ao projeto se afastem da estrutura real. A procura da solução “ótima”, explorando tanto quanto possível a resistência dos materiais, leva a uma grande heterogeneidade da solução final. Os custos adicionais associados à dificuldade de execução, no seu processo de fabrico e construtivo, podem não compensar as vantagens da otimização inicial.

3.4.2. OTIMIZAÇÃO DA FORMA DE UMA TRELIÇA

Os problemas de otimização de treliças podem dividir-se em três categorias: otimização das secções transversais, otimização da forma e otimização da topologia [18]. No caso da otimização das secções transversais, em que a topologia e a geometria têm características fixas, são apenas dimensionadas as características das secções transversais das barras. No caso da otimização da forma, permite-se não só a alteração das características das secções transversais mas também a posição dos nós, levando a uma topologia pré-definida. No caso da otimização da topologia, como o número de barras e a forma como estas se ligam entre si não tem de ser pré-definido, há total liberdade no que diz respeito à conceção estrutural.

No presente trabalho é efetuada a otimização da forma da treliça da ponte pedonal supracitada. Com base na forma da Ponte Pedonal sobre o Esteiro de São Pedro, Aveiro o autor criou três soluções diferentes. Na Figura 3.12 apresenta-se uma vista em perspetiva da ponte, com a Universidade de Aveiro ao fundo. A ponte apresenta um conjunto de 8 tramos com vãos de cerca de 36 m cada. Na Figura 3.13 mostra-se a diagonalização ótima a que o Professor Álvaro Azevedo chegou.



Figura 3.12 – Vista da ponte pedonal sobre o Esteiro de São Pedro, Aveiro [18]



Figura 3.13 – Vista lateral da ponte pedonal sobre o Esteiro de São Pedro, Aveiro [18]

3.4.2. MODELOS OTIMIZADOS

A otimização da presente estrutura focou-se na redução das secções que se verificaram com menores rácios de utilização e na topologia das diagonais. No que diz respeito às rampas de acesso não foi feita qualquer alteração e portanto, todas as imagens apresentadas daqui em diante não irão conter as rampas. Assim, na Figura 3.14 apresenta-se a estrutura de referência com a treliça original.

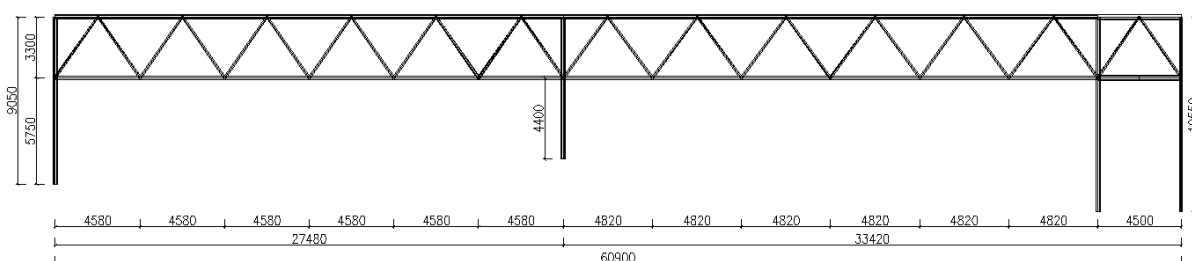


Figura 3.14 – Diagonalização do modelo original (MTC 1)

A Figura 3.15 representa a alteração feita à diagonalização. Comparando com a treliça original, foram retiradas duas diagonais porvão em cada uma das duas treliças verticais, e os pilares do pórtico central foram levados apenas até à corda inferior. Foi arbitrado um ângulo para as diagonais comprimidas tendo-se, posteriormente ajustado as coordenadas dos nós de maneira a garantir uma homogeneidade da sua forma sem nunca pôr em causa o seu funcionamento estrutural. O objetivo passou por colocar as diagonais comprimidas mais curtas e as tracionadas mais compridas.

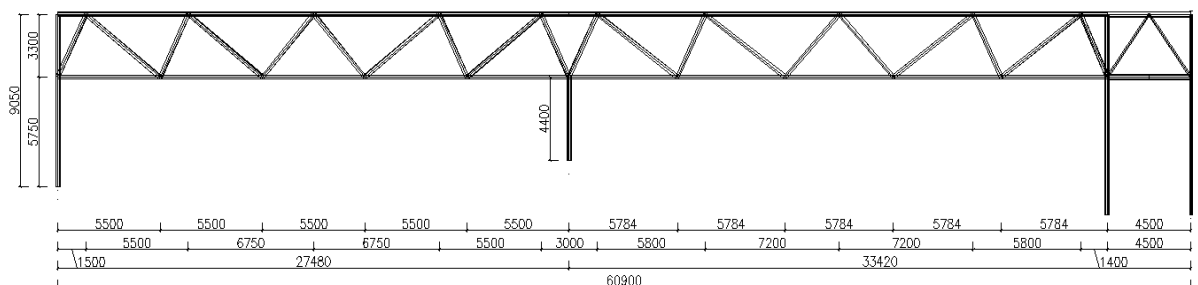


Figura 3.15 – Diagonalização do modelo I

No modelo II, alteraram-se apenas as coordenadas dos nós em relação ao modelo I, modificando assim o afastamento das diagonais, ver Figura 3.16.

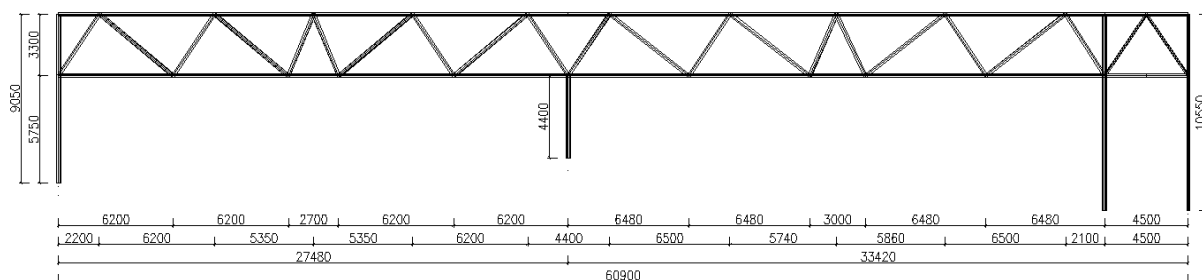


Figura 3.16 – Diagonalização do modelo II

O modelo III surge depois de se verificar que havia diagonais pouco solicitadas, com um rácio de tensões abaixo dos 10 %, pelo que se decidiu suprimir mais uma diagonal a meio vão em cada uma das duas treliças, chegando-se à solução apresentada na Figura 3.17.

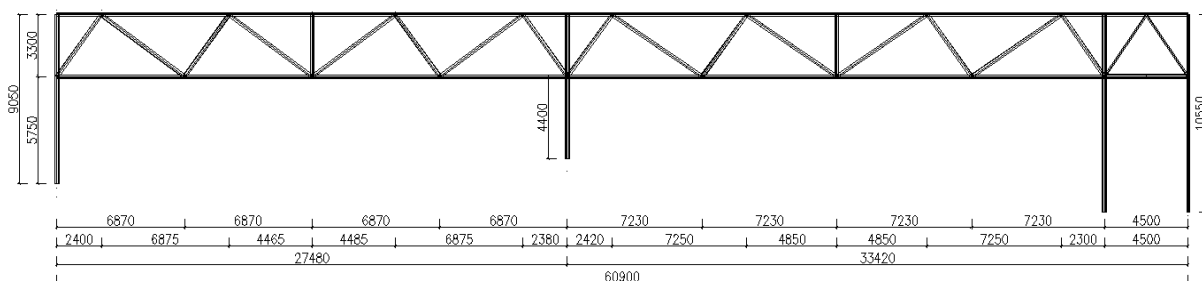


Figura 3.17 – Diagonalização do modelo III

Após a análise dos quatro modelos apresentados anteriormente, foi possível estabelecer algumas relações, não só entre eles, mas também com os modelos original e aligeirado. Cumpridos os critérios de resistência, registou-se apenas o valor da deformação da corda maior nos diferentes modelos. No Quadro 3.5 estão expressos os valores referentes à deformação e ao peso relativos a cada modelo.

Quadro 3.5 – Deformação e quantidades dos diferentes modelos

Parâmetro	Modelo MTC	Modelo Aligeirado	Modelo I	Modelo II	Modelo III
Deformação [mm]	17.5	22.5	25.4	29.3	31.4
Peso [kg]	45777	39804	39122	39112	39390
$\delta=(L/A)$	L/1900	L/1485	L/1315	L/1140	L/1065
Peso relativo	100 %	87 %	85 %	85 %	86 %

Para a realização do estudo dinâmico optou-se por utilizar apenas o modelo III, mesmo apresentando maior massa e uma deformação maior. A decisão passou também por uma análise do rácio de tensões de todas as barras, tendo-se concluído que o modelo III, apresentava um melhor e mais equilibrado funcionamento estrutural.

Foi ainda testado um novo modelo, baseado no original, onde apenas foi modificado o pavimento do tabuleiro. Em vez de ser usada uma laje mista, substitui-se por uma chapa gota de 4 mm. No entanto,

observaram-se frequências relativamente mais elevadas do que as iniciais, não revelando assim interesse para ser feito um estudo dinâmico.

No que diz respeito às propriedades dinâmicas, calcularam-se as frequências para três cenários diferentes: ponte descarregada, ponte carregada com uma densidade pedonal de 0.5 P/m^2 e 1.0 P/m^2 . Caso exista uma variação nas frequências inferior a 5 %, então não é necessário considerar o carregamento, caso contrário deve ser considerado [7]. O facto de serem comparados três cenários diferentes serve para ajudar a perceber a importância da massa dos peões no comportamento dinâmico da estrutura. É ainda importante referir, tendo em conta que a ação pedonal é uma carga dinâmica e não estática, que se considerou apenas 30 % do peso do peão, o que corresponde a uma sobrecarga de apenas 21 kg/m^2 . As frequências e configuração dos respetivos modos de vibração, calculadas com recurso ao software de cálculo, Robot Structural Analysis 2014, apresentam-se de seguida no Quadro 3.6.

Quadro 3.6 – Frequências naturais observadas de acordo com os diferentes cenários

Modo	Cenário	Frequências [Hz]		Descrição
		Modelo Aligeirado	Modelo III	
1	Ponte descarregada	1.98	2.03	Longitudinal
	0.5 P/m^2	2.00	2.01	
	1.0 P/m^2	1.98	1.99	
2	Ponte descarregada	2.28	2.28	Lateral
	0.5 P/m^2	2.25	2.25	
	1.0 P/m^2	2.23	2.22	
3	Ponte descarregada	5.21	4.83	Vertical
	0.5 P/m^2	5.18	4.78	
	1.0 P/m^2	5.15	4.74	

As configurações dos modos de vibração das frequências apresentadas no Quadro 3.6 encontram-se ilustrados nas Figuras 3.18 a 3.20.

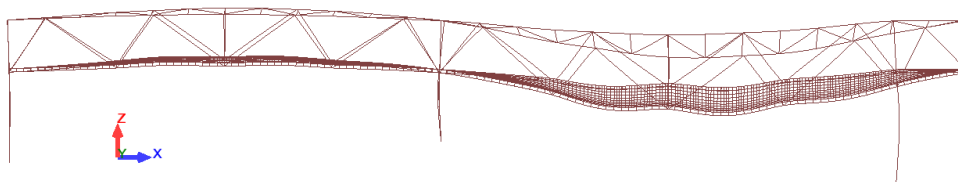


Figura 3.18 – Modo de vibração referente ao primeiro modo na direção vertical, $f=4.74 \text{ Hz}$

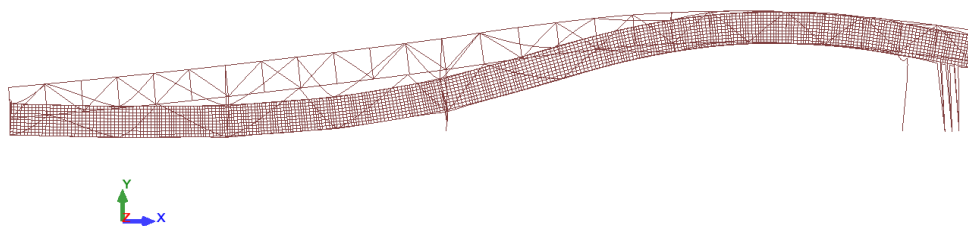


Figura 3.19 – Modo de vibração referente ao primeiro modo na direção lateral, $f=2.22$ Hz

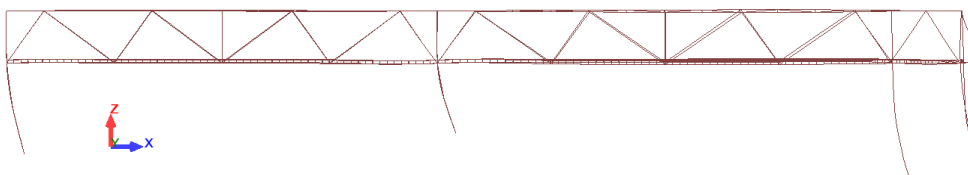


Figura 3.20 – Modo de vibração referente ao primeiro modo na direção longitudinal, $f=1.99$ Hz

Como referido em 3.3.3, a massa modal, massa que é mobilizada em determinado modo de vibração, assume de igual forma um papel relevante na análise modal. De acordo com a expressão (3.7), e através da análise modal efetuada com recurso ao programa de cálculo automático, foi possível obter as massas modais relativas aos modos em estudo. No Quadro 3.7 apresentam-se as massas modais do primeiro, terceiro e nono modo de vibração registadas no modelo da estrutura aligeirada desenvolvido pelo autor.

Quadro 3.7 – Coordenada modal máxima e respetiva massa modal, referente aos modos de vibração em análise

Modo	Máxima componente modal [m]	Massa modal [kg]
1	0.00686	21250
3	0.00411	59199
9	0.00980	10412

4

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO

4.1. INTRODUÇÃO

No presente capítulo serão apresentadas as recomendações técnicas mencionadas no capítulo 2, de forma a realizar o estudo dinâmico da ponte pedonal descrita no capítulo 3.

Antes de se proceder ao estudo dinâmico, foram realizadas análises dinâmicas dos diferentes projetos em estudo, com base nos respetivos modelos de elementos finitos de forma a identificar os parâmetros modais de cada um. Neste sentido, para o modelo III, foram identificados e caracterizados os primeiros modos em cada uma das direções, com frequências de 1,99 Hz, 2,22 Hz e 4,74 Hz para as direções longitudinal, lateral e vertical, respetivamente.

Tendo em conta o valor das frequências, espera-se que a resposta estrutural seja suscetível a vibrações longitudinais no primeiro harmónico e verticais no segundo harmónico da frequência da passada, isto é, para frequências com metade da amplitude e portanto o dobro da frequência.

4.2. AVALIAÇÃO DAS AÇÕES DOS PEÕES EM CAMINHADA

4.2.1. AÇÃO DE UM PEÃO

De forma a caracterizar a resposta da estrutura à ação de um peão individualmente, fez-se atuar uma carga sinusoidal no ponto de coordenada modal máxima como ilustra a Figura 4.1.

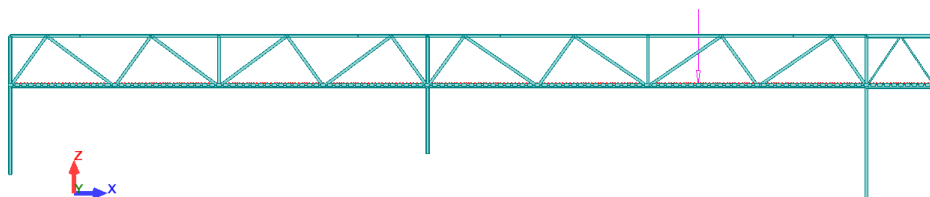


Figura 4.1 – Representação da carga pontual sinusoidal, no ponto de coordenada modal máxima

De acordo com o exposto no Capítulo 2, considerou-se o peso do peão igual a 800 N e apenas o contributo do primeiro harmónico com coeficiente de Fourier igual a 0,4. Assim, a carga pontual será solicitada de acordo com a função f , dada por

$$f(t) = 320 \sin(2\pi \cdot 4.74 \cdot t) \quad (4.1)$$

Este modelo serviu essencialmente para teste e calibração. Fez-se atuar a carga em ressonância, no ponto de coordenada modal máxima, com o modo correspondente ao modo de vibração vertical crítico – o nono com frequência igual a 4,74 Hz. Este cenário revela-se pouco realista, na medida em que Bachmann no seu trabalho, apenas contempla corrida (sprint) em que a velocidade média é de 5.5 m/s, equivalente a uma frequência de passada de aproximadamente 3.2 Hz e portanto, nenhum peão, numa situação normal, se desloca com uma frequência de passada de 4,74 Hz. Por curiosidade, em 2009, no campeonato do mundo de atletismo em Berlim, Usain Bolt bateu o record mundial dos 100 m rasos com a marca de 9.58 segundos, o equivalente a uma velocidade média de 10.4 m/s, cerca de duas vezes mais rápido do que Bachmann considera ser a corrida em sprint [29].

A resposta estrutural foi calculada com recurso ao software de elementos finitos, através do Método de Sobreposição Modal, disponível no Robot [27]. A análise foi feita definindo a função sinusoidal durante um intervalo de 50 segundos, para um incremento de tempo de 0.02 segundos. No que diz respeito ao amortecimento, foi considerada apenas a contribuição do primeiro modo respetivo a cada direção, com um coeficiente de amortecimento igual a 0.5 % - coeficiente de amortecimento típico neste tipo de estrutura. Na Figura 4.2 apresenta-se a evolução do registo temporal para atuação da carga harmónica pontual durante um período de 50 segundos, registando ainda 10 segundos em vibração livre.

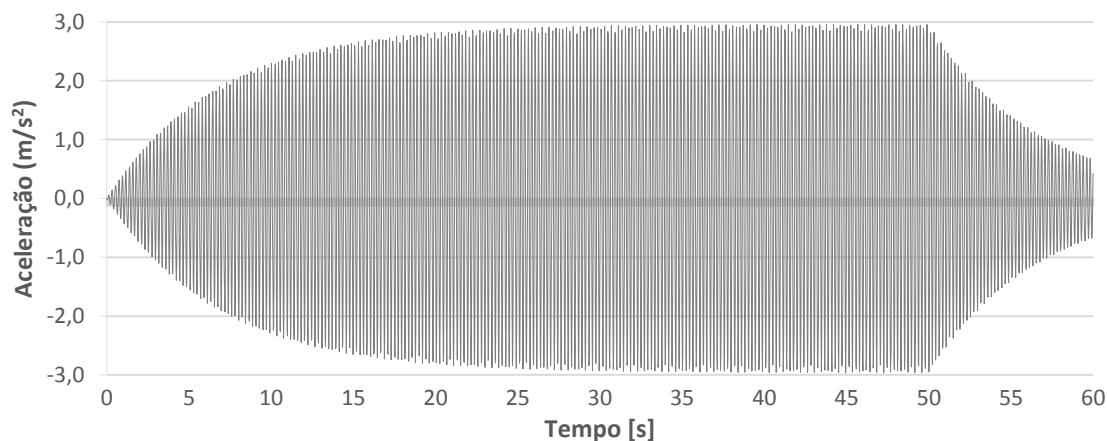


Figura 4. 2 – Aceleração obtida para um peão a caminhar com frequência ressonante, calculada com o modelo de elementos finitos

A resposta estrutural foi ainda validada manualmente, fazendo o cálculo simplificado utilizando os parâmetros modais da estrutura. Para isso resolveu-se a equação de equilíbrio dinâmico do sistema de um grau de liberdade, considerando apenas a contribuição do modo de vibração corresponde à frequência considerada – nono modo de vibração. A equação é dada por

$$M_1 \ddot{y}_1 + 2\xi_1 \omega_1 M_1 \dot{y}_1 + M_1 \omega_1^2 y_1 = F_1(t) \quad (4.2)$$

em que M_1 , ξ_1 , e ω_1 , correspondem respetivamente à massa modal, coeficiente de amortecimento e frequência angular do modo de vibração em análise, que neste caso é nono, $\ddot{y}_1$, $\dot{y}_1$ e y_1 são respetivamente, as coordenadas modais em acelerações, velocidades e deslocamentos e $F_1(t)$ a força modal aplicada, que neste caso é dada por

$$F_1(t) = \phi_1 f(t) \quad (4.3)$$

em que ϕ_1 é a coordenada modal referente ao ponto de aplicação da carga, que neste caso, como referido anteriormente, diz respeito à coordenada modal máxima do tabuleiro.

A parcela estacionária da solução da equação (4.2) é dada sob a forma de deslocamento generalizado, segundo a expressão

$$y_1(t) = \frac{1}{2\xi_1} \frac{p_{0_1}}{K_1} \left[e^{-\xi_1 \omega_1 t} \left(\cos \omega_{a_1} t + \frac{\xi_1}{\sqrt{1 - \xi_1^2}} \sin \omega_{a_1} t \right) - \cos \omega_{a_1} t \right] \quad (4.4)$$

em que p_{0_1} é amplitude da ação, K_1 a rigidez modal e ω_{a_1} a frequência angular amortecida referente ao modo em análise.

A expressão (4.4) pode ser simplificada uma vez que

$$\omega_{a_1} \cong \omega_1 \quad (4.5)$$

e

$$\xi_1 \sin \omega_{a_1} t \approx 0 \quad (4.6)$$

A equação (4.4) pode então ser escrita da seguinte forma

$$y_1(t) = \frac{1}{2\xi_1} \frac{p_{0_1}}{K_1} (e^{-\xi_1 \omega_1 t} - 1) \cos \omega_1 t \quad (4.7)$$

A resposta sob a forma de aceleração resulta das seguintes equações

$$u(t) = y_1(t) \phi_1 \quad (4.8)$$

e

$$\ddot{u}(t) = \omega_1^2 u(t) \quad (4.9)$$

O registo temporal da aceleração obteve-se segundo as equações anteriores e apresenta-se no gráfico da Figura 4.3.

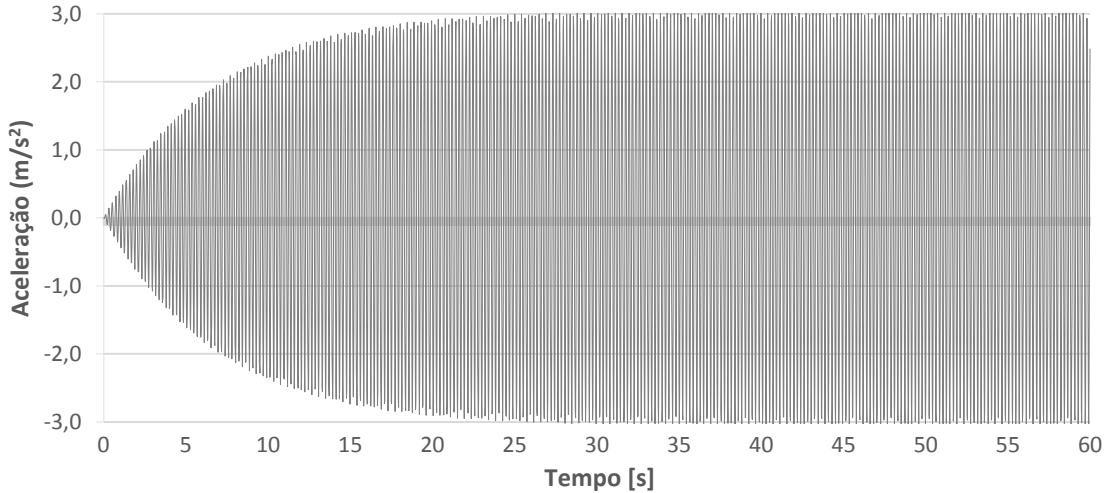


Figura 4.3 – Aceleração do sistema de um grau de liberdade, equivalente ao nono modo de vibração, calculada para a ação de uma carga pontual sinusoidal em ressonância

Considerando apenas a contribuição do nono modo de vibração, referente ao primeiro modo na direção vertical, pelo programa de cálculo registou-se um deslocamento máximo de 3.3 mm e uma aceleração

de 2.96 m/s^2 , valores muito idênticos aos calculados analiticamente, onde se obteve um deslocamento máximo de 3.5 mm e uma aceleração de 3.06 m/s^2 .

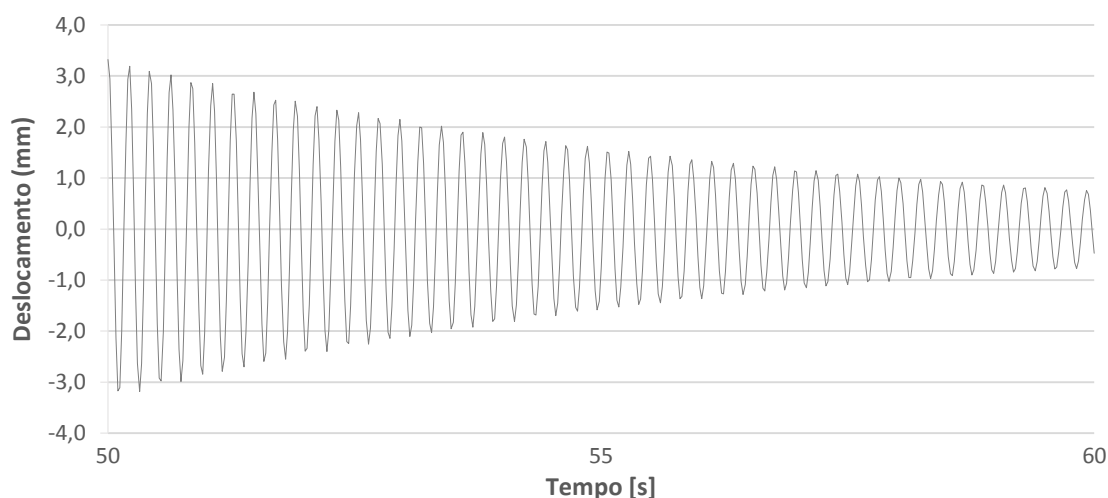


Figura 4.4 – Validação do amortecimento estrutural através do comportamento da estrutura em vibração livre

A resposta da estrutura em vibração livre permite validar o coeficiente de amortecimento considerado no cálculo da resposta através da equação

$$\xi = \frac{1}{2\pi n} \ln \left(\frac{u_1}{u_{n+1}} \right) \quad (4.10)$$

Utilizando uma série de dez máximos consecutivos (n), obtém-se um coeficiente de amortecimento de 0.004487, muito próximo dos 0.005 considerados para a estrutura em questão.

Considerando agora um cenário mais corrente, fez-se atuar novamente uma carga sinusoidal pontual, de amplitude 320 N , referente no peso do peão e ao contributo exclusivamente do primeiro harmónico, sobre o ponto de coordenada máxima com uma frequência de passada $f_p = 2.37 \text{ Hz}$, coincidente com metade da frequência natural da estrutura. Para este cenário registou-se uma aceleração máxima de 0.043 m/s^2 e um deslocamento residual. No gráfico da Figura 4.5, que expressa a resposta da estrutura, verifica-se que até próximo dos 10 segundos há uma resposta forçada no domínio da frequência da passada. A partir daí, e até cessar a função, a estrutura vibra de acordo com a frequência do seu modo, restando 10 segundos em que se encontra em vibração livre.

O facto de a estrutura apresentar frequências elevadas como já mencionado, torna a ação pedonal no primeiro harmónico pouco relevante. A Figura 4.6 representa o registo da resposta para a mesma ação pedonal, mas considerando apenas o contributo do seu segundo harmónico. Desta forma fez-se atuar a mesma carga sinusoidal considerando igualmente o peso do peão igual a 800 N , mas com o coeficiente de Fourier relativo ao segundo harmónico igual a 0.1 e com uma frequência igual a 4.74 Hz , referente ao segundo harmónico da ação pedonal, tendo-se registado uma aceleração máxima de 0.74 m/s^2 , (ver Figura 4.6).

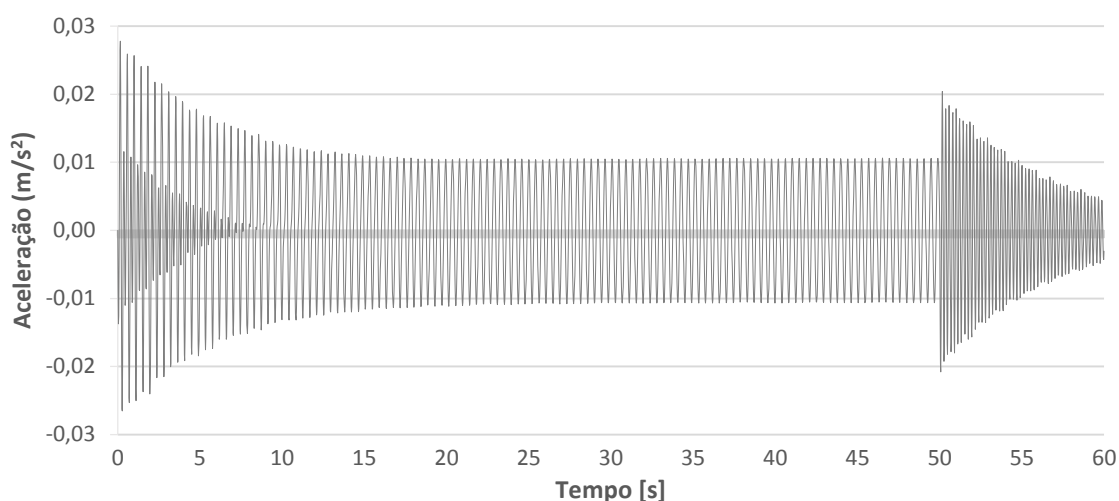


Figura 4.5 – Aceleração calculada tendo em conta o primeiro harmônico da ação pedonal, considerando uma frequência da passada $f_p = 2.37$ Hz

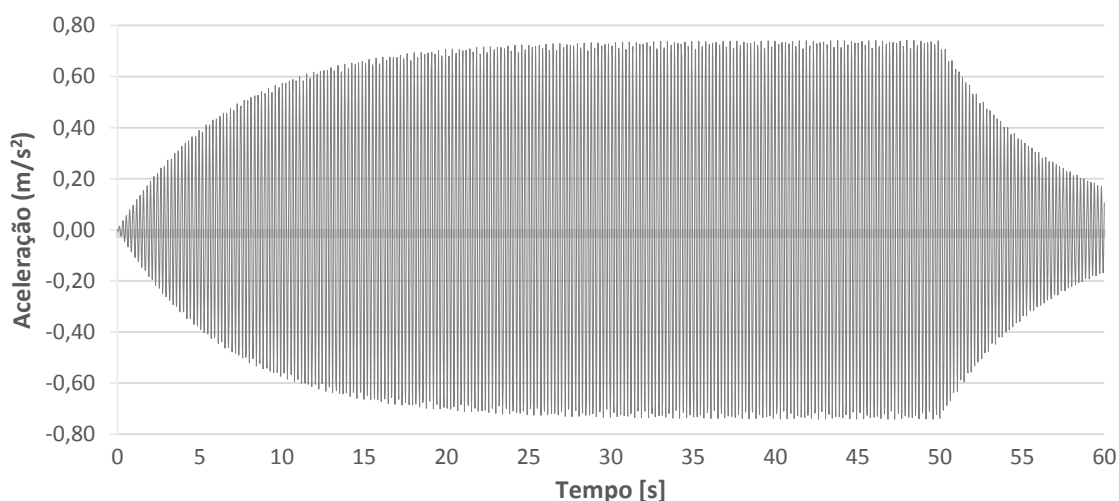


Figura 4.6 – Aceleração calculada tendo em conta o segundo harmônico da ação pedonal, correspondente a uma frequência ressonante $f_{p,2} = 4.74$ Hz

Para além do modelo apresentado, Bachmann sugere outro idêntico no sentido de avaliar as vibrações na direção horizontal induzidas por um único peão em caminhada, tendo-se registado, tanto para a direção lateral, como para a direção longitudinal, uma aceleração e um deslocamento praticamente residuais não revelando qualquer interesse para o caso em estudo. Nas Figuras 4.7 e 4.8, apresenta-se o registo temporal das acelerações na direção horizontal, no ponto de coordenada modal respetivo a cada direção.

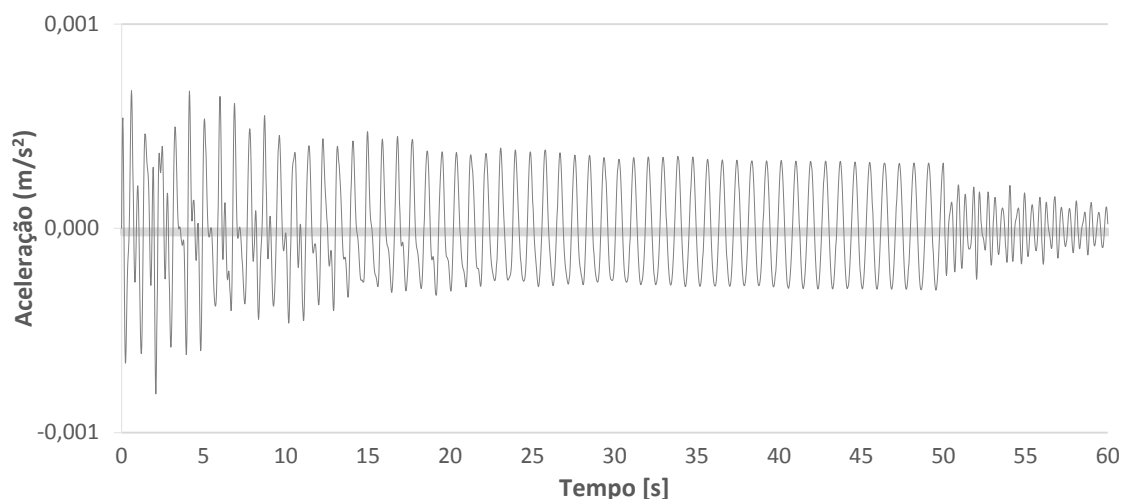


Figura 4.7 – Registo temporal das acelerações do modelo proposto por Bachmann para a direção lateral, no ponto de coordenada modal máxima

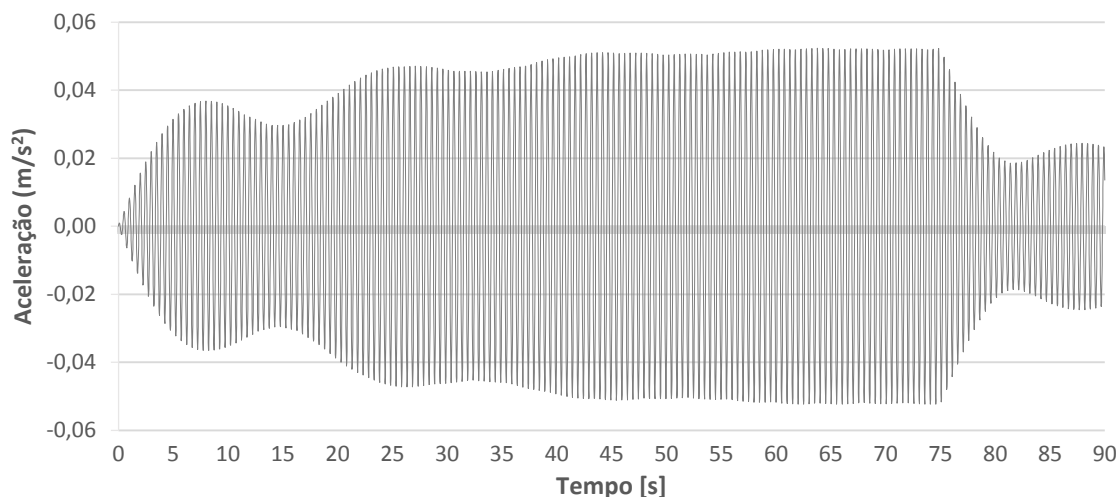


Figura 4.8 – Registo temporal das acelerações do modelo proposto por Bachmann para a direção longitudinal, no ponto de coordenada modal máxima

4.2.2. AÇÃO DE UM FLUXO DE PEÕES – RECOMENDAÇÕES DO SÉTRA

Segundo as recomendações do Sétra [6] e tendo em conta a utilização esperada, a presente ponte foi classificada na classe *I*. Em relação à classe de conforto, especificou-se um grau de conforto médio, a que corresponde a classe *CL2*. De acordo com as Figuras 2.32 e 2.33, verifica-se que para a direção vertical e lateral a ponte situa-se na banda de risco 3, já para a direção longitudinal esta situa-se na banda de risco 1.

Com base no Quadro 2.6 e com a classificação da ponte, é possível definir o caso de carga a utilizar, para avaliar a ação dinâmica dos peões, como *C3*. O coeficiente α_i , a utilizar dirá respeito ao segundo harmónico. Assim, as forças uniformemente distribuídas podem ser definidas de acordo com as seguintes equações

$$p_{vert}(t) = d \lambda \psi_{2,vert} [0.1 G \sin(2\pi f_{vert} t)] \quad (4.11)$$

$$p_{lat}(t) = d \lambda \psi_{2,lat} [0.01 G \sin(2\pi f_{lat} t)] \quad (4.12)$$

$$p_{long}(t) = d \lambda \psi_{1,long} [0.2 G \sin(2\pi f_{long} t)] \quad (4.13)$$

Considerando a classificação da ponte na classe *I*, equivalente a um fluxo de peões de 1,0 P/m², e sabendo que a extensão total e a largura do tabuleiro são respetivamente 61 m e 2 m, é possível calcular a taxa de sincronização dos peões,

$$\lambda = 1.85 \sqrt{\frac{1}{S d}} = 1.85 \times \sqrt{\frac{1}{61 \times 2 \times 1}} = 0.168 \quad (4.14)$$

Considerando as frequências de 4.74 Hz, 2.22 Hz e 1.99 Hz, correspondentes respetivamente aos modos de vibração vertical, lateral e longitudinal, o coeficiente ψ_2 assume os valores de 0.325, 0.7 e 1.0. As funções de carga a aplicar nos respetivos modelos são

$$p_{vert}(t) = 0.1675 \times 0.325 \times [0.1 \times 700 \times \sin(2\pi \cdot 2.37 \cdot t)] = 3.81 \sin(2\pi \cdot 4.74 \cdot t) \quad (4.15)$$

$$p_{lat}(t) = 0.1675 \times 0.7 \times [0.01 \times 700 \times \sin(2\pi \cdot 2.22 \cdot t)] = 0.821 \sin(2\pi \cdot 2.22 \cdot t) \quad (4.16)$$

$$p_{long}(t) = 0.1675 \times 1.0 \times [0.2 \times 700 \times \sin(2\pi \cdot 1.99 \cdot t)] = 23.45 \sin(2\pi \cdot 1.99 \cdot t) \quad (4.17)$$

Nas Figuras 4.9 a 4.11 apresentam-se os modos de vibração bem como o sinal e direção das forças harmónicas distribuídas mencionadas anteriormente. A aplicação destas cargas é feita em concordância com a configuração dos respetivos modos de vibração.

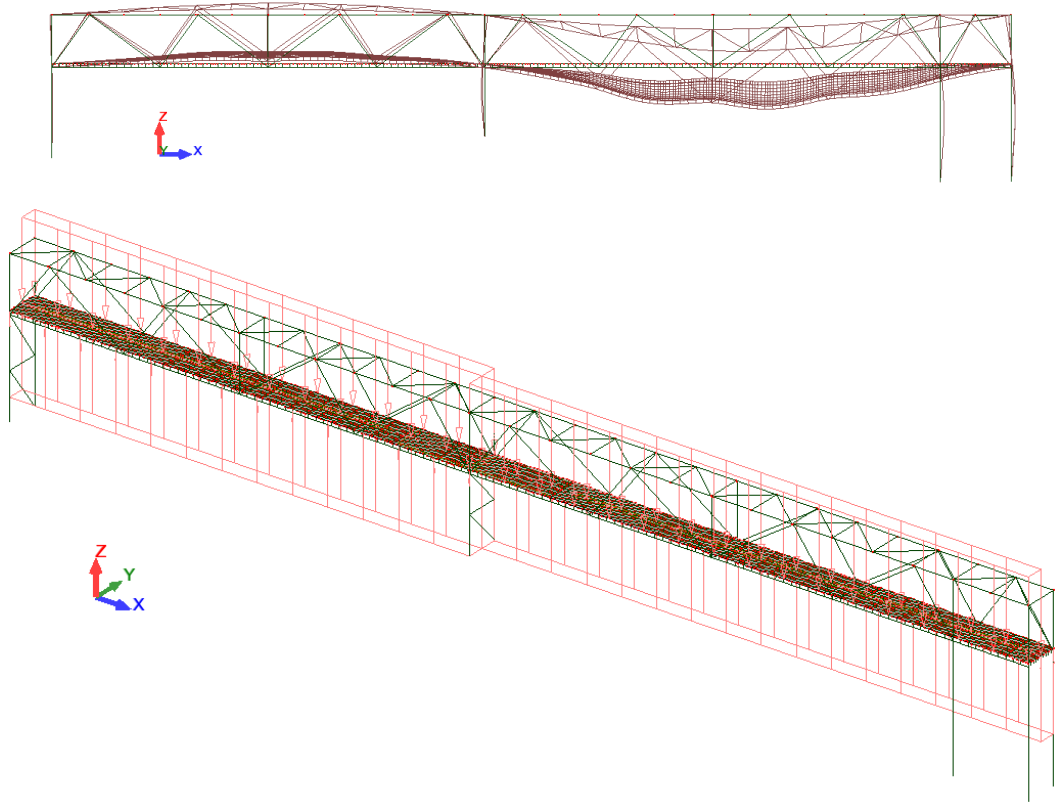


Figura 4.9 – Configuração do modo de vibração e respetivo modelo de carga para a direção vertical

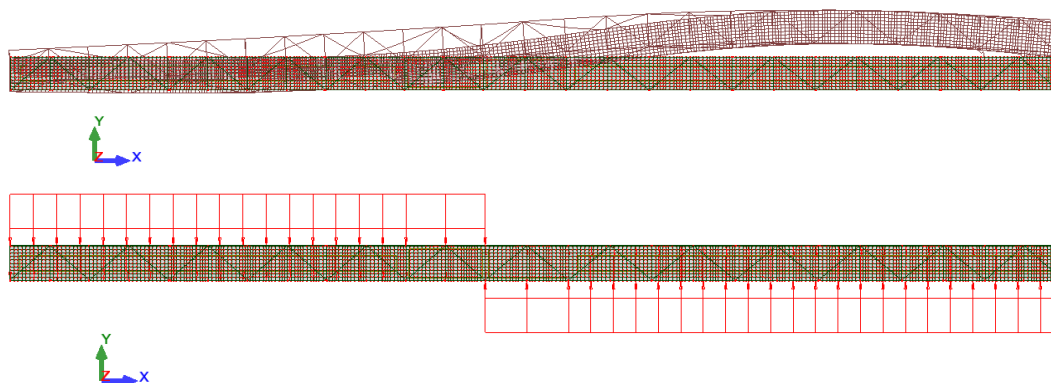


Figura 4.10 – Configuração do modo de vibração e respetivo modelo de carga para a direção lateral

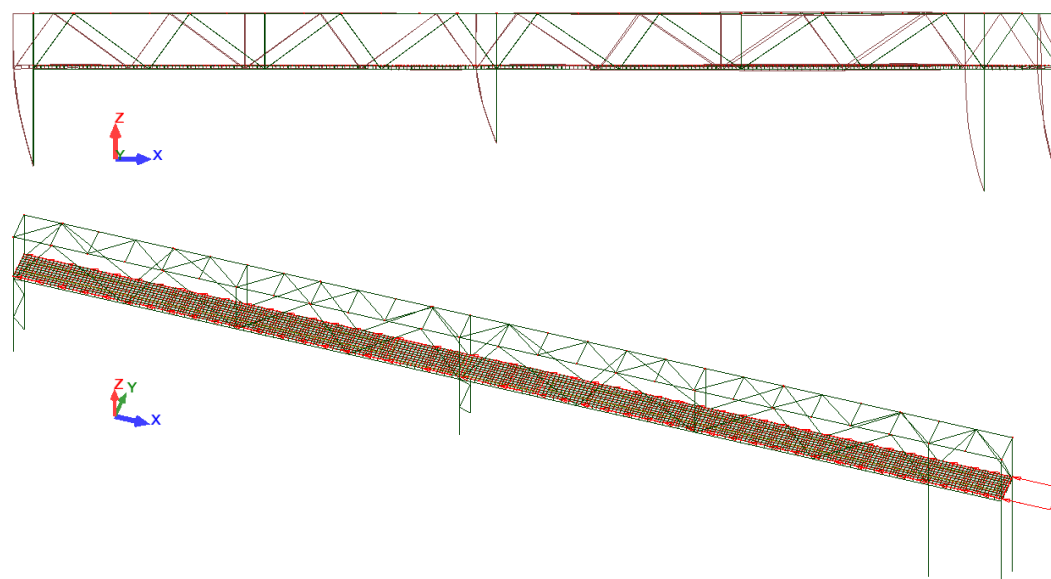


Figura 4.11 – Configuração do modo de vibração e respetivo modelo de carga para a direção longitudinal

Com base nos modelos de carga apresentados para as três direções, através do Método de Sobreposição Modal, foi possível caracterizar a resposta da estrutura em termos de acelerações. Esta resposta é expressa de acordo com as Figuras 4.12, 4.13 e 4.14, respetivamente para as direções vertical, lateral e longitudinal. Os valores referentes ao deslocamento e acelerações máximos, foram registados no ponto de coordenada modal máxima e estão expressos no Quadro 4.1.

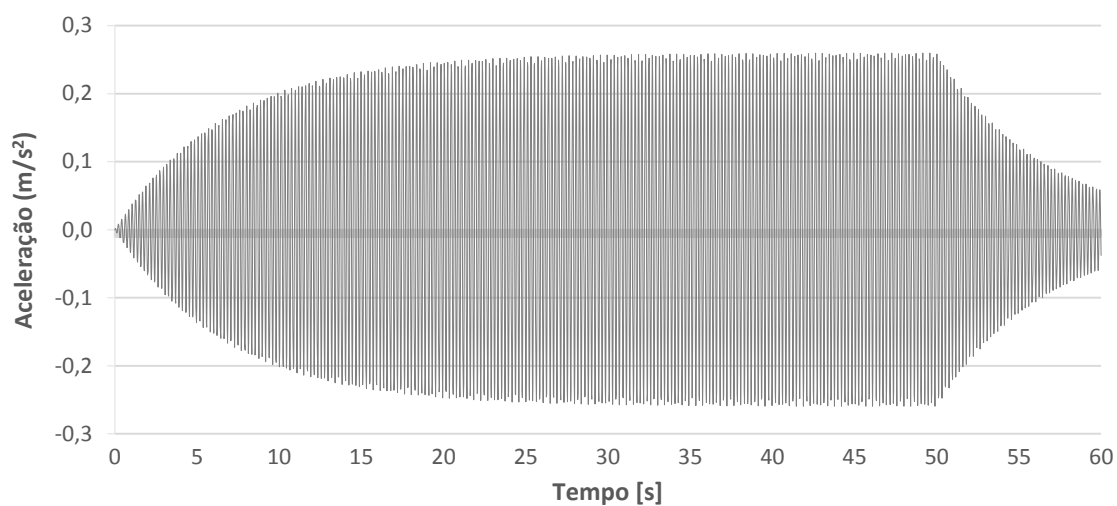


Figura 4.12 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima de acordo com o Sétra

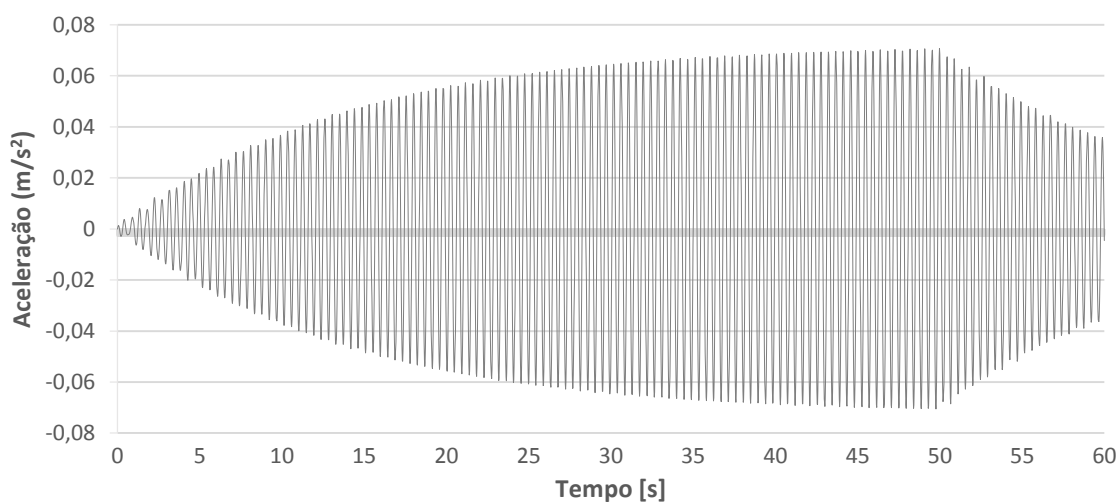


Figura 4.13 – Aceleração lateral calculada na secção de coordenada modal máxima de acordo com o Sétra

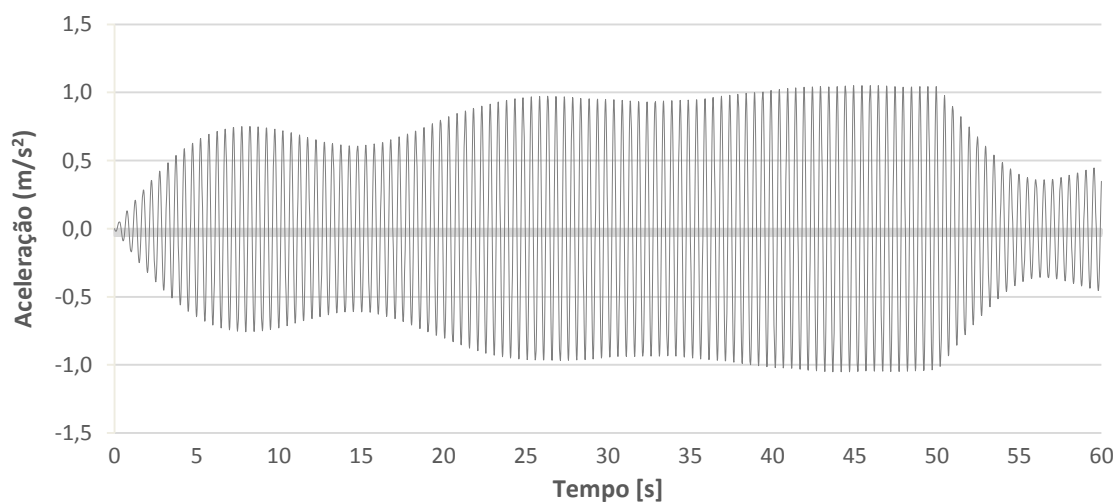


Figura 4.14 – Aceleração longitudinal calculada na secção correspondente à entrada na ponte de acordo com o Sétra

Através dos resultados apresentados no Quadro 4.1, verifica-se que, segundo o modelo proposto pelo Sétra a ponte pedonal que serve o presente caso de estudo, cumpre as condições de conforto inicialmente previstas, apresentando inclusive, uma classe de conforto máximo para vibrações em todas as direções.

Quadro 4.1 – Aceleração e deslocamento máximos de acordo com a direção em análise

Direção	Aceleração máxima [m/s ²]	Deslocamento máximo [mm]
Vertical	0.260	0.3
Lateral	0.071	0.4
Longitudinal	1.05	0.7

4.2.3. AÇÃO DE UM FLUXO DE PEÕES – RECOMENDAÇÕES DO HIVOSS

De acordo com algumas fotos disponibilizadas pelo diretor de obra (Figura 4.15), foi possível avaliar as condições de utilização da ponte pedonal, pelo que se definiu uma classe de tráfego *TC4*. Quanto ao critério de conforto, foi definido um grau de conforto médio, ao qual corresponde a classe *CL2*, o que significa que as vibrações são meramente perceptíveis para os peões. Contudo, as recomendações de projeto do HIVOSS [8] sugerem a avaliação da resposta da ponte pedonal para situações excecionais, como é o caso da inauguração. No entanto, no presente trabalho esse cenário, não foi tido em conta.



Figura 4.15 – Vista de um dos acessos à Ponte Pedonal em estudo, Luanda

Como as estruturas metálicas são estruturas relativamente leves, e tratando-se de um fluxo de peões é importante averiguar se o seu efeito provoca alterações no comportamento dinâmico da ponte em função das diferentes densidades pedonais. De acordo com o Quadro 3.6 é possível verificar que a diferença entre frequências, considerando os diferentes cenários, não chega aos 5 %, o que significa que o efeito da massa adicional relativa aos peões não é relevante para o comportamento dinâmico da estrutura.

Assim, as frequências naturais a considerar são de 4,74 Hz, 2,22 Hz e 1,99 Hz, correspondentes, respetivamente, aos modos de vibração na direção vertical, lateral e longitudinal.

O modelo proposto pelo HIVOSS pretende reproduzir a ação do fluxo de peões e consiste numa força sinusoidal uniformemente distribuída, em ressonância com a frequência natural de cada modo de vibração em estudo, como expressa a Figura 4.16. Neste caso, em que a estrutura apresenta frequências elevadas face às frequências de passada típicas, o primeiro harmónico é importante apenas para a direção longitudinal. Contudo as frequências naturais na direção vertical podem ser excitadas quando em ressonância com o segundo harmónico da frequência da passada.

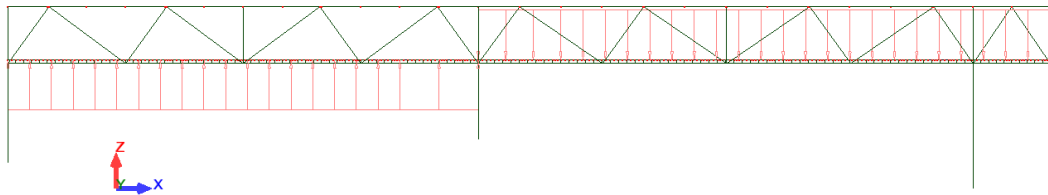


Figura 4.16 – Esquema de aplicação do modelo de carga para a direção vertical segundo o HIVOSS

A componente da força P , varia em função da direção em análise, assumindo o valor de 280 N, 35 N e 140 N respetivamente para as direções vertical, lateral e longitudinal. Considerando a classificação da ponte na classe TC4, equivalente a um fluxo de peões de 1,0 P/m², e sabendo que a extensão total e a largura do tabuleiro são respetivamente 61 m e 2 m, é possível calcular o número de peões equivalente sobre a superfície carregada

$$n' = \frac{1.85 \sqrt{n}}{S} = \frac{1.85 \sqrt{(61 \times 2) \times 1}}{(61 \times 2)} = 0.167 \quad (4.18)$$

Segundo o HIVOSS e de acordo com a frequência natural registada na direção vertical, a excitação nessa direção devida à ação dos peões, deve ser considerada no segundo harmónico. Relativamente à direção longitudinal, que apresenta frequência igual a 1.99 HZ, de acordo com a Figura 2.23, deve ser avaliada a sua excitação no primeiro harmónico. A presente norma não tece qualquer referência acerca coeficiente α referente ao harmónico em consideração, por isso utilizaram-se os valores sugeridos no Sétra para direções vertical e lateral, ainda que as vibrações laterais não sejam afetadas pelo segundo harmónico da ação pedonal [8].

$$p_{vert}(t) = 280 \times \cos(2\pi \cdot 2.37 \cdot t) \times 0.167 \times 0.25 \times 0.1 = 1.17 \cos(2\pi \cdot 4.74 \cdot t) \quad (4.19)$$

$$p_{lat}(t) = 35 \times \cos(2\pi \cdot 2.22 \cdot t) \times 0.167 \times 0.01 = 0.058 \cos(2\pi \cdot 2.22 \cdot t) \quad (4.20)$$

$$p_{long}(t) = 140 \times \cos(2\pi \cdot 1.99 \cdot t) \times 0.167 \times = 23.38 \cos(2\pi \cdot 1.99 \cdot t) \quad (4.21)$$

Analogamente ao modelo proposto pelo Sétra, nas Figuras 4.17, 4.18 e 4.19 apresenta-se o registo temporal da resposta para as três direções. Os valores referentes ao deslocamento e acelerações máximos foram registados no ponto de coordenada modal máxima e estão expressos no Quadro 4.2.

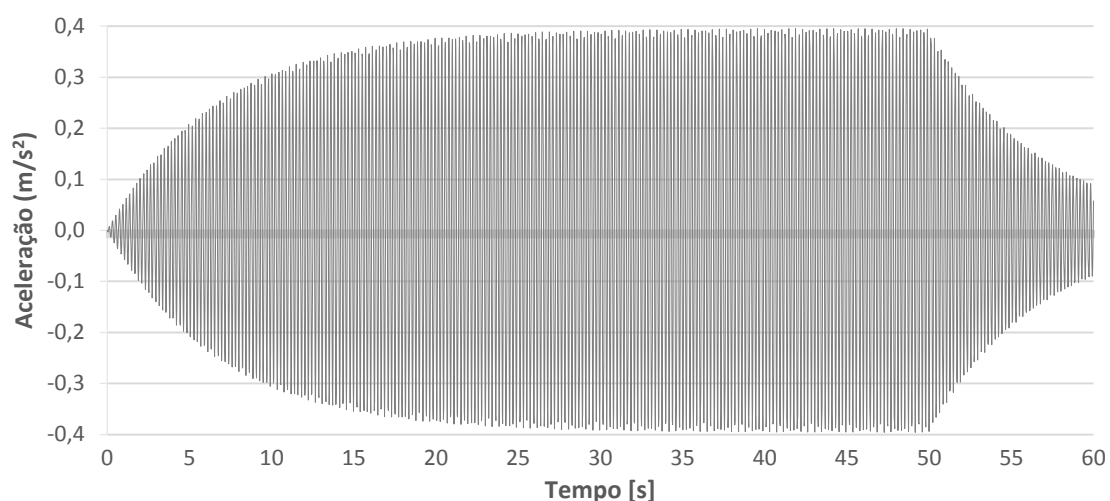


Figura 4.17 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima de acordo com o HIVOSS

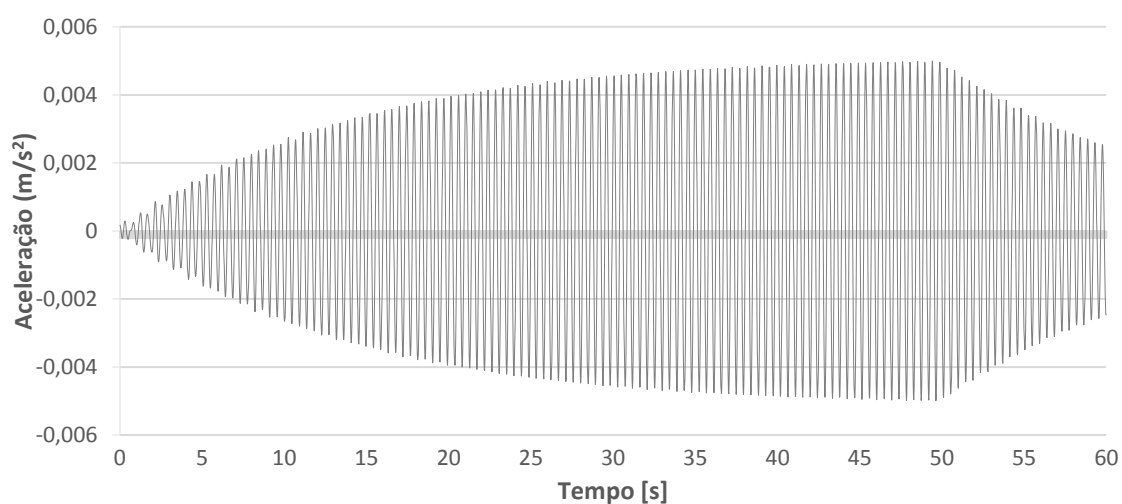


Figura 4. 18 – Aceleração lateral calculada na secção de coordenada modal máxima de acordo com o HIVOSS

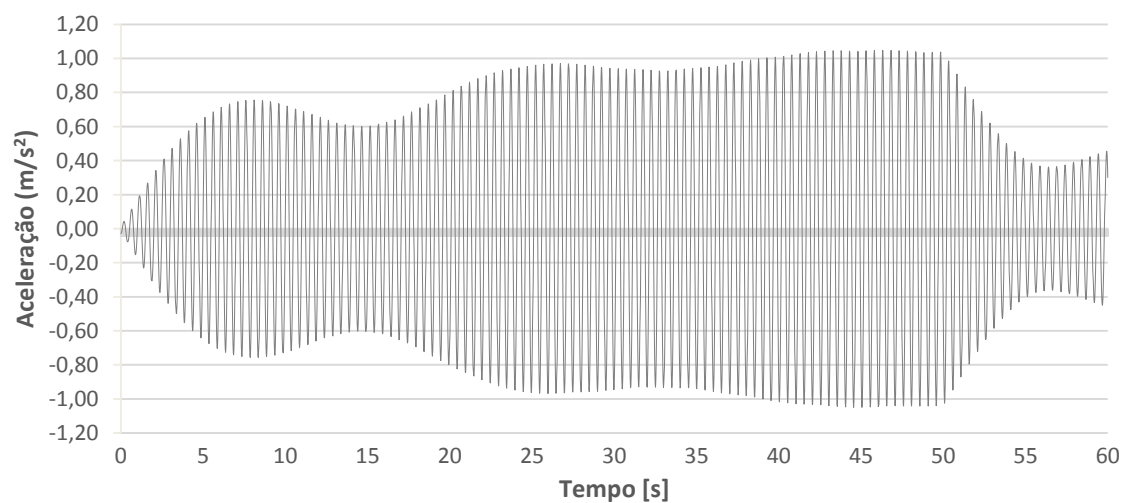


Figura 4.19 – Aceleração longitudinal calculada na secção correspondente à entrada na ponte de acordo com o HIVOSS

Atente-se ao Quadro 4.2, na direção horizontal e rapidamente se conclui que de facto, o segundo harmónico da ação pedonal não revela qualquer interesse. Já relativamente à direção vertical e longitudinal verifica-se que é garantido o nível de conforto esperado aquando do seu dimensionamento.

Quadro 4.2 – Aceleração e deslocamento máximos de acordo com a direção em análise

Direção	Aceleração máxima [m/s ²]	Deslocamento máximo [mm]
Vertical	0.396	0.4
Lateral	0.005	0
Longitudinal	1.050	0.3

4.2.4. ANEXO NACIONAL BS EN 1991-2

Calculadas as frequências naturais para ambas as direções, de acordo com o Quadro 3.6 verifica-se que para a direção vertical é necessário realizar um estudo dinâmico mais detalhado. Para a direção horizontal, os estados limites de serviço referente às vibrações ficam cumpridos.

O Anexo Nacional da BS EN 1991-2 [9] começa por sugerir a definição da classe da ponte em função da sua utilização corrente e do local onde se insere. Analogamente às recomendações de Bachmann, o modelo proposto para avaliar a resposta da passagem de um peão, consiste na aplicação de uma carga sinusoidal no ponto de coordenada modal máxima em que a sollicitação é definida pela equação (2.11).

De acordo com a localização esperada e da utilização prevista, a ponte foi classificada na classe C, o que corresponde a considerar um grupo de pessoas em caminhada $N=8$ e em corrida $N=2$. A esta classe equivale uma densidade pedonal de $0,8 \text{ P/m}^2$. A amplitude da força F_0 , correspondente à ação pedonal depende do tipo de atividade do peão, tomando o valor de 280 N para um peão em caminhada ou 910 N para um peão em corrida. O fator $k(f_{\text{vert}})$ estimado a partir do gráfico da Figura 2.23 assume o valor de 0.22 quando o peão se encontra a caminhar e 0.20 caso este circule em corrida.

A taxa de sincronização entre o grupo de peões é apresentada pelo parâmetro γ . Este fator é dado em função do comprimento efetivo do tabuleiro, que depende da configuração do modo de vibração e do amortecimento estrutural expresso segundo o decremento logarítmico

$$\delta = 2\pi\xi = 2\pi \times 0.005 = 0.03146 \quad (4.22)$$

Considerando um grupo de 10 peões, resulta um coeficiente $\gamma = 0.69$, enquanto para um fluxo contínuo de peões, este assume um valor de $\gamma = 0.01$.

De forma a caracterizar a resposta estrutural quando a ponte é atravessada por um peão, ou por um grupo de peões a caminhar a força vertical equivalente a aplicar é a seguinte

$$F(t) = 280 \times 0.22 \sqrt{1 + 0.69(8 - 1)} \times \sin(2\pi \cdot 2.37 \cdot t) = 148.74 \sin(2\pi \cdot 4.74 \cdot t) \quad (4.23)$$

A aplicação do modelo de carga que pretende simular a passagem de um peão, ou de um grupo de peões em caminhada é feito analogamente ao modelo proposto por Bachmann – aplica-se a carga pontual sinusoidal no ponto de ordenada modal máxima, de acordo com a Figura 4.1.

Na Figura 4.20 apresenta-se o registo temporal da resposta da estrutura para o carregamento proposto, em que se pretende observar o atravessamento de um grupo de dez peões, tendo-se obtido uma aceleração máxima de 1.38 m/s^2 e um deslocamento de 1.6 mm.

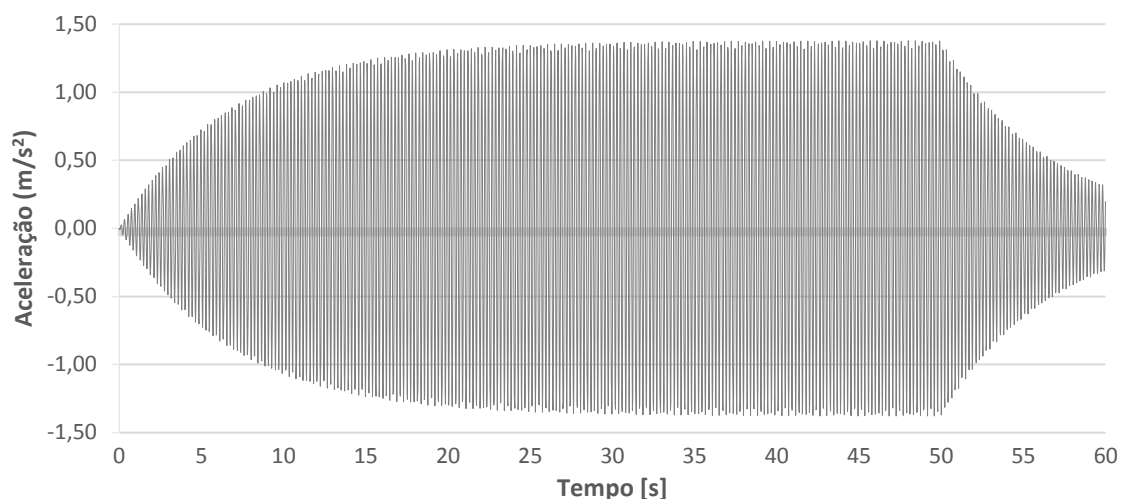


Figura 4.20 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, considerando um grupo de 8 peões em caminhada, segundo a norma BS EN 1991-2

Para caracterizar a resposta estrutural de um fluxo contínuo de peões deve ser aplicada uma carga sinusoidal uniformemente distribuída de acordo com a configuração do modo de vibração, cuja solicitação é dada pela equação (2.13), resultando

$$F(t) = 1.8 \times \left(\frac{280}{61 \times 2} \right) \times 0.22 \times \sqrt{\frac{0.04 \times 8}{0.634}} \sin(2\pi \cdot 2.73 \cdot t) = 0.646 \sin(2\pi \cdot 4.74 \cdot t) \quad (4.24)$$

De forma a simular a passagem de um fluxo contínuo de peões, o modelo de carga a adotar será igual ao do proposto pelo HIVOSS, representada na Figura 4.16. A resposta da estrutura apresenta-se na Figura 4.21, tendo-se registado uma aceleração máxima de 0.11 m/s² e um deslocamento de 0.1 mm.

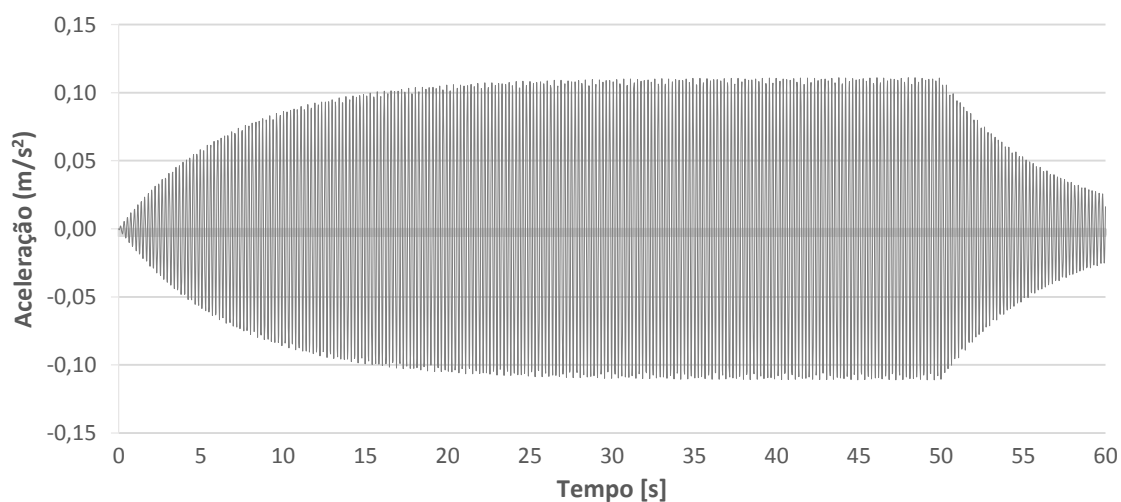


Figura 4.21 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, considerando o fluxo contínuo de peões, segundo a norma BS EN 1991-2

4.3. CARACTERIZAÇÃO DA RESPOSTA À AÇÃO DOS PEÕES EM CORRIDA

4.3.1. INTRODUÇÃO

A ação dos peões em corrida foi abordada de duas formas distintas. Inicialmente e, à semelhança da ação em caminhada, fez-se atuar uma carga dinâmica pontual, no ponto de coordenada modal máxima para o primeiro modo de vibração da direção vertical de acordo com a norma BS EN 1991-2. Fez-se ainda atuar o modelo de carga sugerido por Bachmann, onde a ação em corrida é composta por impulsos semi-sinusoidais, como exemplifica a Figura 2.17.

Além desta análise, foi ainda desenvolvida outra, com vista a simular a passagem do peão em corrida ao longo de toda a extensão da ponte, avaliando assim a resposta da estrutura. Para isso, fez-se atuar uma carga dinâmica pontual ao longo do tabuleiro com uma velocidade de 3 m/s, sugerida pelas recomendações do HIVOSS [7]. Adicionalmente, de forma a caracterizar a resposta estrutural aquando da passagem de um grupo de peões ao longo do tabuleiro, recorreu-se a grupos de cargas pontuais dinâmicas, em que cada uma corresponde a um peão isolado, circulando com frequências distintas geradas aleatoriamente. Estas frequências obedecem a uma distribuição normal com determinado valor médio e desvio-padrão.

4.3.2. CARGA PONTUAL NA SECÇÃO DE COORDENADA MODAL MÁXIMA

Analogamente ao exposto no sub-capítulo anterior, agora para peões em corrida, fez-se atuar uma carga pontual dinâmica no ponto de coordenada modal máxima (ver Figura 4.1), com frequência coincidente com o segundo harmónico $f_{p,2} = 4.74$ Hz, ressonante com a frequência natural da estrutura. O amortecimento estrutural considerado foi de 0.5 %, já anteriormente utilizado. A função de carga utilizada foi a sugerida pela norma BS EN 1991-2 dada pela equação (2.11). Segundo a sua formulação, apresentada anteriormente, resulta a seguinte função

$$F(t) = 910 \times 0.20 \sqrt{1 + 0.69(2 - 1)} \times \sin(2\pi \cdot 2.37 \cdot t) = 236.60 \sin(2\pi \cdot 4.74 \cdot t) \quad (4.25)$$

A ação foi considerada durante 50 segundos registando-se ainda 10 segundos em vibração livre. A representação da resposta em termos de acelerações apresenta-se na Figura 4.22.

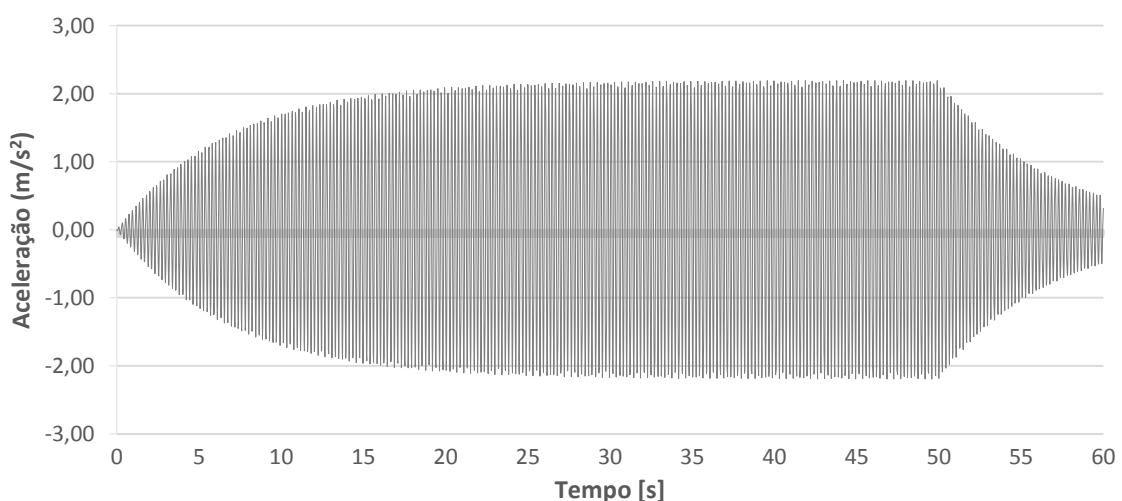


Figura 4.22 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, considerando um grupo de 8 peões em corrida, segundo a norma BS EN 1991-2

Na situação do cenário considerado, na resposta da estrutura registaram-se acelerações máximas de 2.20 m/s^2 , onde, de acordo com a aceleração limite ($0.5 \leq a_{lim} \leq 2.0 \text{ m/s}^2$) definida pela norma BS EN 1991-2 não verifica as condições de serviço. A aceleração registada aponta para um conforto mínimo, pelo que terão de ser adotadas medidas mitigadoras de vibração de modo a que sejam satisfeitas as condições definidas inicialmente pelo projetista conjuntamente com o dono de obra.

Porém, não é de esperar a ação ressonante de um peão em corrida com uma frequência tão elevada. Nesse sentido, considerou-se a frequência da passada em corrida de um peão igual a 3.2 Hz do que resulta: um fator de impacto dinâmico $k_p=2.923$; um tempo de contacto $t_c=0.168$ segundos e um período de passada $T_p=0.3125$ segundos. A carga é então definida pela seguinte equação

$$F_p(t) = \begin{cases} 2338.4 \cdot \sin\left(\pi \frac{t}{0.168}\right), & t \leq 0.168 \\ 0, & 0.168 \leq t \leq 0.4125 \end{cases} \quad (4.26)$$

Para este carregamento registou-se uma aceleração máxima de 0.37 m/s^2 . O deslocamento observado é praticamente zero, sendo considerado como residual. Na Figura 4.23 encontra-se expresso o registo temporal da resposta para esta função.

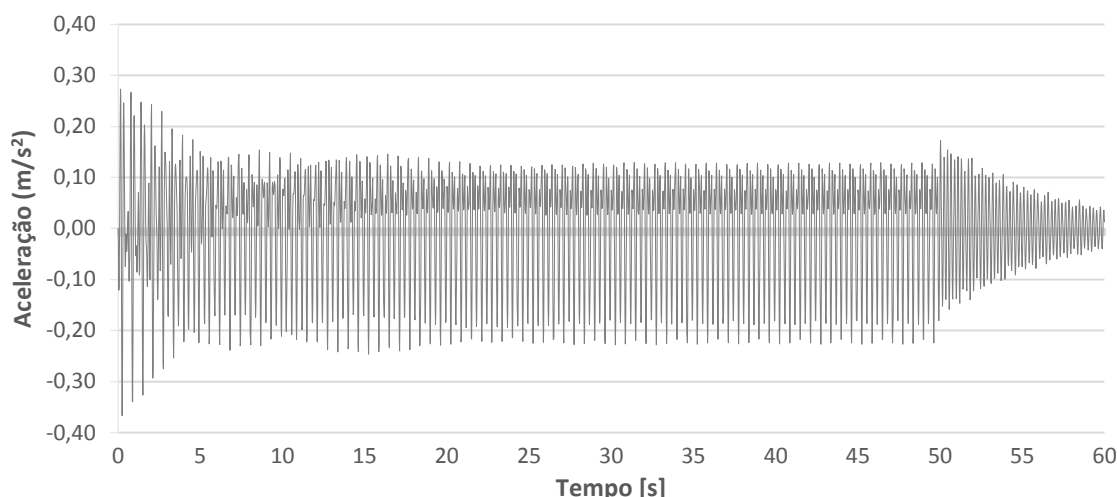


Figura 4.23 – Aceleração vertical calculada para a atuação da carga pontual semi-sinusoidal com $f_p=3.0 \text{ Hz}$

4.3.3. CARGA PONTUAL MÓVEL

Nas recomendações do HIVOSS [7], estabelece-se uma metodologia que consiste em simular a passagem dos peões em corrida. Para isso, aplica-se uma carga dinâmica móvel ao longo de toda a extensão da ponte, ressonante com a frequência do modo de vibração relevante, deslocando-se com uma velocidade de 3 m/s . Este tipo de modelo traz dificuldade do ponto de vista da sua aplicação a programas de cálculo automático correntemente utilizados.

A ação pedonal é traduzida através de cargas harmónicas, pontuais ou uniformemente distribuídas, dependendo da situação. Assim, o movimento de peões ao longo de toda a extensão da ponte implica, no entanto, a variação desta carga dinâmica, não só no tempo, como também no espaço, sendo aplicada a todos os pontos do tabuleiro. Para isso, aplica-se uma carga pontual harmónica, dada pela equação 4.1, ao longo de todo o comprimento da ponte, multiplicada por um coeficiente de ponderação η que pretende

traduzir a distribuição da força exercida pelos nós da malha de elementos finitos em função da proximidade a cada nó.

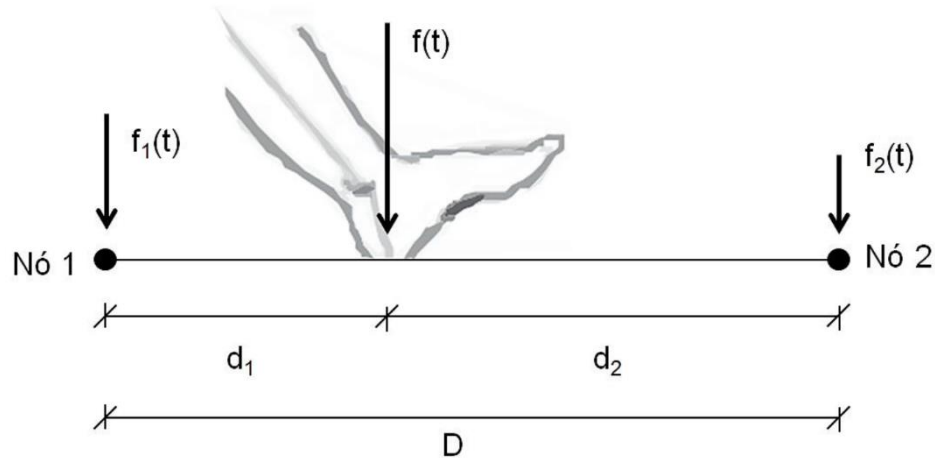


Figura 4.24 – Representação esquemática da distribuição da carga móvel pelos nós [19]

A força atuante nos nós adjacentes é então dada por

$$f_1(t) = f(t) \times \eta \quad (4.27)$$

$$f_2(t) = f(t) \times (1 - \eta) \quad (4.28)$$

em que η é dado por

$$\eta = 1 - \frac{d_1}{D} \quad (4.29)$$

O software de cálculo utilizado na modelação numérica Robot Structural Analysis não permite a aplicação de cargas dinâmicas que se deslocam no espaço. A aplicação deste tipo de cargas vai exigir do projetista o desenvolvimento de ferramentas que permitam a sua aplicação na prática. No presente trabalho, utilizaram-se diversas folhas de cálculo com macros, cuja linguagem de programação é Visual Basic (VBA), incluídas no Microsoft Excel, de forma a automatizar o processo de definição das cargas no RSA 2014. Estas ferramentas integram o Robot Open Standard e permitem a comunicação entre o RSA e o Microsoft Excel.

Inicialmente, desenvolveu-se uma folha de cálculo com macros também em VBA, com o objetivo de definir uma função harmónica afetada pelo coeficiente de ponderação η para cada nó do percurso do peão, além disso, é ainda possível a sua exportação para um ficheiro.thf (“time history file”), para que posteriormente possa ser importado pelo RSA [19]. Na Figura 4.25 apresenta-se uma imagem da folha de cálculo desenvolvida e na Figura 4.26 um exemplo do ficheiro de registo gerado.

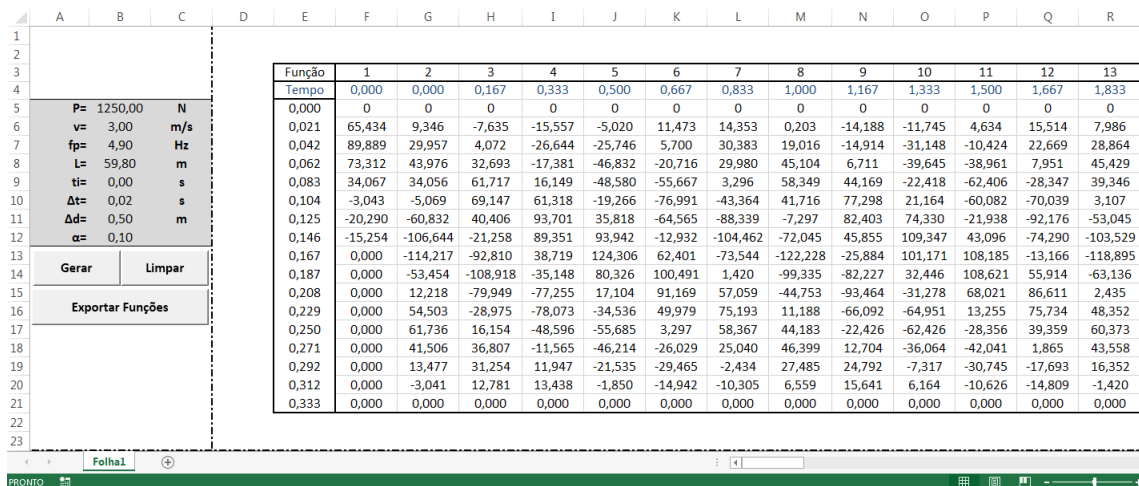


Figura 4.25 – Folha de cálculo desenvolvida pelo autor que permite a geração de funções de carga temporais móveis

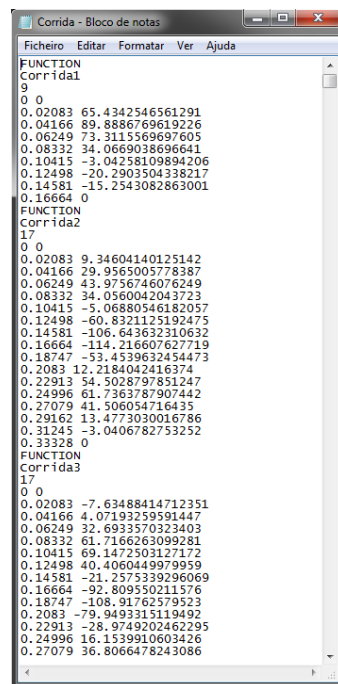


Figura 4.26 – Exemplo do output gerado

Na verdade, este procedimento serve para definir a ação dinâmica no espaço de forma manual, isto é, a carga atuante em cada nó corresponde a uma ação estática unitária multiplicada pelo valor da função harmónica no instante em análise. Desta forma, a macro irá gerar um número de funções de carga igual ao número de pontos da malha de elementos finitos que o peão atravessar. Posteriormente e de maneira a simular o movimento do peão, terão de ser gerados tantos casos de carga quanto o número de funções. Para isso, a Autodesk na sua plataforma de suporte online tem disponível uma folha de cálculo também programada com macros que permite a rápida definição dos casos de carga pretendidos e posterior sincronização com o RSA 2014 como é possível observar na Figura 4.27.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Número do caso de carga	Nome do caso de carga			Importar casos de carga do Robot			
				Gerar/Modificar casos de carga no Robot				
1								
2								
3		1 PP						
4		2 RCP						
5		3 Corrida1						
6		4 Corrida2						
7		5 Corrida3						
8		6 Corrida4						
9		7 Corrida5						
10		8 Corrida6						
11		9 Corrida7						
12		10 Corrida8						
13		11 Corrida9						
14		12 Corrida10						
15		13 Corrida11						
16		14 Corrida12						
17		15 Corrida13						
18		16 Corrida14						
19		17 Corrida15						
20								

	A	B	C	D	E
1					
2					
3			Importar dados da Análise Temporal (THA)		
4					
5					
6					
7	Number of functions	124	Exportar dados da Análise Temporal		
8	Case Number	126			
9					
10	Index	Case for THA	Function	Coefficient	Shift
11	1	3	Corrida1	1	0
12	2	4	Corrida2	1	0
13	3	5	Corrida3	1	0,1667
14	4	6	Corrida4	1	0,3333
15	5	7	Corrida5	1	0,4999
16	6	8	Corrida6	1	0,6665
17	7	9	Corrida7	1	0,8331
18	8	10	Corrida8	1	0,9997
19	9	11	Corrida9	1	1,1663
20	10	12	Corrida10	1	1,3329
21	11	13	Corrida11	1	1,4995
22	12	14	Corrida12	1	1,6661
23	13	15	Corrida13	1	1,8327
24	14	16	Corrida14	1	1,9993
25	15	17	Corrida15	1	2,1659
26	16	18	Corrida16	1	2,3325
27	17	19	Corrida17	1	2,4991
28	18	20	Corrida18	1	2,6657
29	19	21	Corrida19	1	2,8323
30	20	22	Corrida20	1	2,9989
31	21	23	Corrida21	1	3,1655
32	22	24	Corrida22	1	3,3321
33	23	25	Corrida23	1	3,4987
34	24	26	Corrida24	1	3,6653
35	25	27	Corrida25	1	3,8319
36					
37					
38					
39					
40					
41					
42					
43					
44					
45					
46					
47					
48					
49					
50					
51					
52					
53					
54					
55					
56					
57					
58					
59					
60					
61					
62					
63					
64					
65					
66					
67					
68					
69					
70					
71					
72					
73					
74					
75					
76					
77					
78					
79					
80					
81					
82					
83					
84					
85					
86					
87					
88					
89					
90					
91					
92					
93					
94					
95					
96					
97					
98					
99					
100					

Para a situação de peões em corrida, fez-se uma alteração ao modelo inicial. Retirou-se o caso de carga referente à Sobrecarga e diminuiu-se a discretização da malha de elementos finitos, isto é, adotou-se uma malha para o tabuleiro de 0.50x0.50 m, de forma a também tornar mais leve o modelo numérico. Estas alterações originaram variação das frequências naturais da ponte, tendo-se registado, para o nono modo de vibração – o primeiro na direção vertical, uma frequência de 4.90 Hz. Estes valores, no que diz respeito à gama de frequências para peões em corrida, são pouco comuns no dia a dia e portanto não se consideram no seu primeiro harmónico. Já o segundo harmónico da ação pedonal em corrida, deve ser tido em conta, uma vez que poderá ser ressonante com o modo de vibração em análise. Assim, a ação do peão foi modelada através de uma função harmónica, dada pela equação 4.1 ao longo do seu eixo com uma velocidade de 3 m/s, considerando a frequência $f_{p,2}=4.9$ Hz, fazendo assim corresponder o seu segundo harmónico da ação do peão à frequência natural do modo crítico. A amplitude considerada foi de $P=125$ N, referente à amplitude da força multiplicada pelo coeficiente de Fourier 0.1 relativo ao segundo harmónico da ação do peão.

A resposta foi calculada novamente através do Método de Sobreposição Modal, considerando o primeiro modo de vibração da direção vertical, com parâmetros idênticos às análises anteriores, tendo-se registado uma aceleração máxima de 0.44 m/s^2 e o registo temporal em termos de acelerações do gráfico representado na Figura 4.29.

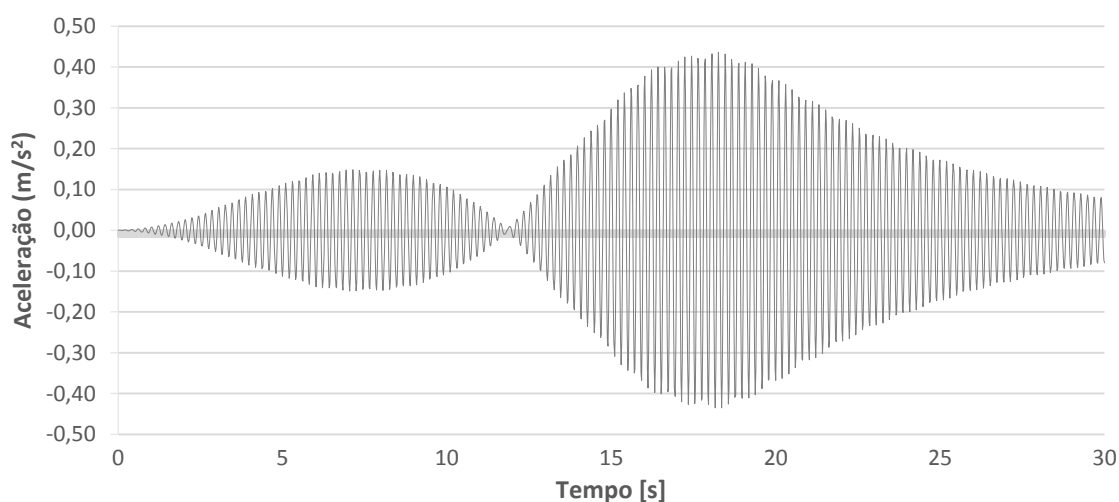


Figura 4.29 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, considerando o segundo harmónico da frequência da passada $f_{p,2}=4.90$ Hz

4.3.4. MODELAÇÃO DE GRUPOS DE PEÕES EM CORRIDA

A utilização das pontes pedonais como desenvolvimento urbano tem promovido a qualidade do espaço público e do ambiente urbano. O crescimento do número de pessoas que tem vindo a ganhar o hábito do “jogging” tem levado a que estas sejam cada vez mais frequentadas por grupos de pessoas em corrida, pelo que se torna interessante a avaliação da resposta estrutural para este tipo de ação. Naturalmente que a sua caracterização se torna algo bastante complexo, já que, além de todas as características associadas à passada dos peões, a sincronização entre peões será certamente impossível.

Neste contexto, modelou-se um grupo de 5 peões, dispostos de acordo com a Figura 4.30, deslocando-se igualmente com uma velocidade de 3 m/s ao longo de toda a extensão do tabuleiro.

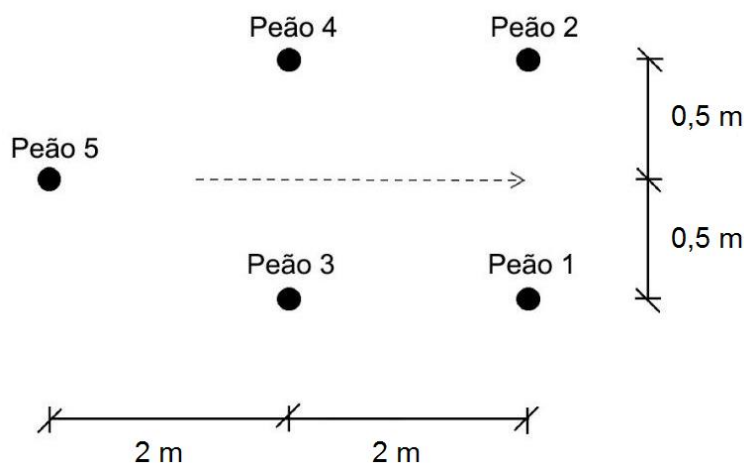


Figura 4.30 – Representação esquemática do grupo de 5 peões

A resposta da estrutura foi calculada tendo por base duas hipóteses distintas: a primeira, considerando total sincronização entre os cinco elementos do grupo, deslocando-se com uma frequência ressonante em relação ao nono modo de vibração – modo de vibração crítico; a segunda, considerando o movimento dos peões em fase e que as suas frequências seguem uma distribuição normal de média igual 4.90 Hz, frequência do modo de vibração crítico e correspondente ao segundo harmónico da frequência de corrida, e desvio padrão de 0.08 Hz.

Para a primeira hipótese, apresenta-se na Figura 4.31 o registo das acelerações no ponto de ordenada modal máxima. Considerou-se, além do tempo real que o peão demora a atravessar todo o comprimento da ponte mais dez segundos em vibração livre, tendo-se registado uma aceleração máxima de 1.86 m/s^2 e um deslocamento praticamente nulo.

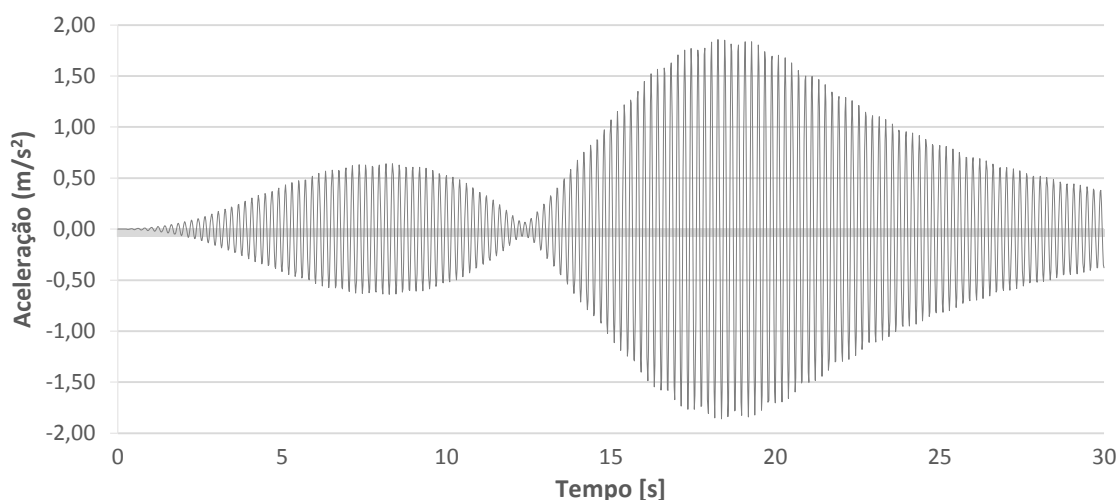


Figura 4.31 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, para a passagem de um grupo de 5 peões considerando o segundo harmónico da frequência da passada $f_{p,2}=4.90 \text{ Hz}$

A frequência da passada dos cinco peões foi gerada com recurso ao software Matlab, considerando uma média de 4.90 e um desvio padrão igual a 0.08, resultando nas frequências apresentadas no Quadro 4.3.

Quadro 4.3 – Frequência da passada de cada peão

Peão	Frequência [Hz]
1	4.9430
2	5.0467
3	4.7193
4	4.9690
5	4.9255

Na Figura 4.32 apresenta-se o registo temporal da resposta relativamente à segunda hipótese, em que os peões circulam em fase mas com as frequências indicadas no quadro anterior, registou-se uma aceleração máxima de 0.58 m/s^2 e um deslocamento de 0.6 mm .

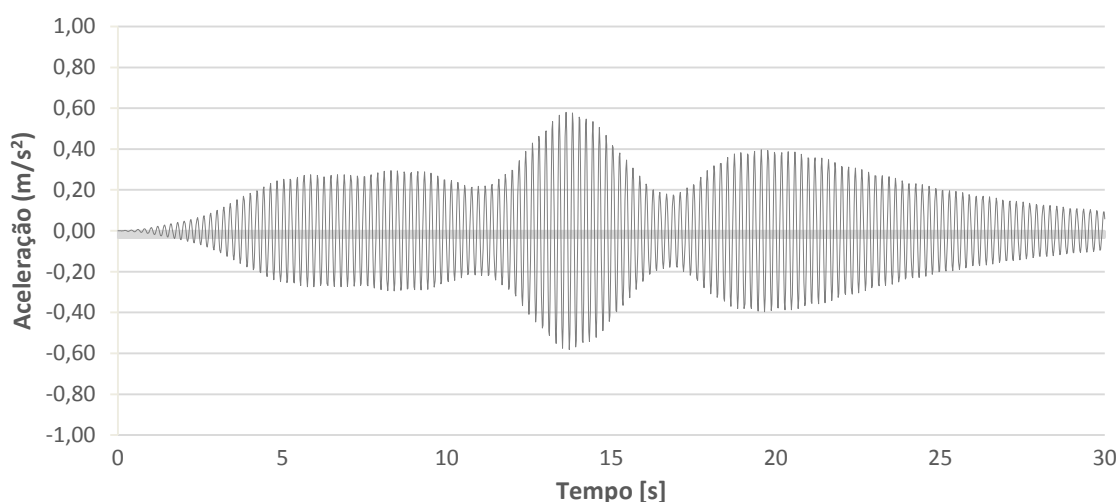


Figura 4.32 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, para a passagem de um grupo de 5 peões em corrida, de acordo com as frequências geradas

Observe-se agora a Figura 4.33, em que se faz a sobreposição do registo temporal das duas hipóteses consideradas e verifique-se que quando a ação dos peões é sincronizada, ainda que no segundo harmónico registam-se acelerações ainda consideráveis face à ação ressonante. Verifica-se uma redução de aproximadamente 75 % entre a ação sincronizada ($\sigma=0 \text{ Hz}$) e a ressonante ($\sigma=0.08 \text{ Hz}$). No que diz respeito ao critério de conforto, verifica-se que a ação que é ressonante e sincronizada com a frequência da ponte, assume um conforto mínimo.

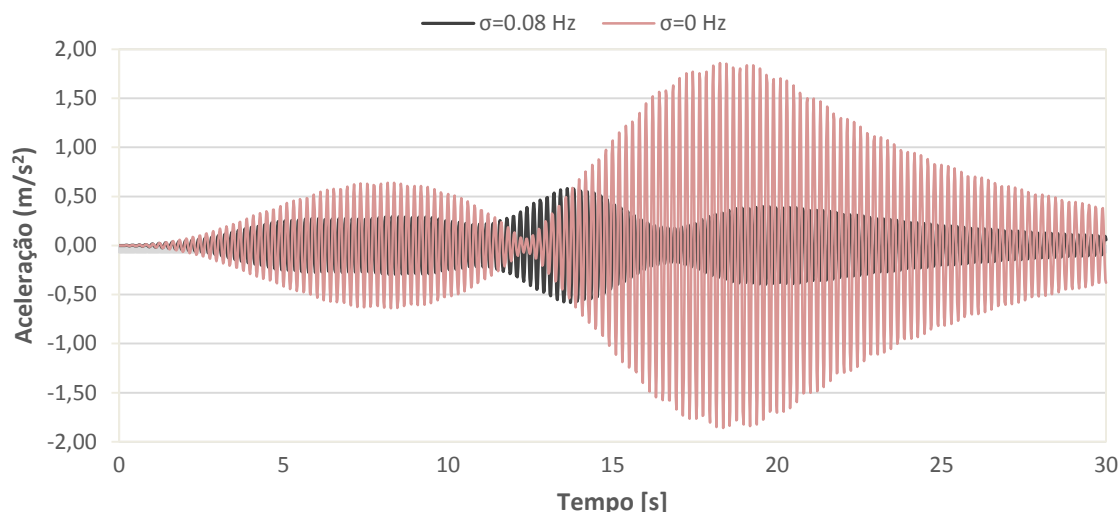


Figura 4.33 – Aceleração vertical calculada na secção de coordenada modal máxima, para a passagem de um grupo de 5 peões em corrida, considerando $\sigma=0$ Hz e $\sigma=0.08$ Hz para frequência da passada

4.4. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

As recomendações técnicas acerca da avaliação da ação pedonal nas condições de serviço permitem clarificar o projetista acerca do seu impacto no conforto dos peões que utilizem a ponte. Depois de aplicados os modelos de carga, é possível tecer algumas considerações sobre o efeito da ação pedonal relativamente às vibrações na Passagem pedonal focada no presente trabalho. No Quadro 4.4 resume-se o valor das acelerações quando se faz atuar uma carga pontual sinusoidal no ponto de coordenada modal máxima, referentes a um peão em caminhada. Os valores observados para a direção lateral e longitudinal são praticamente nulos, não revelando qualquer interesse. Na direção vertical, verifica-se uma grande disparidade dos resultados entre o modelo proposto por Bachmann e a norma BS EN 1991-2. Segundo Bachmann, o facto de se considerar uma frequência da passada típica, como era de esperar, não suscita níveis de vibração sequer consideráveis, ao passo que o seu segundo harmónico já revela níveis de vibração mais elevados, no entanto, o conforto exigido é garantido. Note-se contudo que Bachmann não propõe a atuação no segundo harmónico no caso dos peões em corrida.

Quadro 4.4 – Registo das acelerações máximas, para um peão em caminhada, de acordo com as diferentes direções e respetiva classificação de conforto

Norma	Direção	Aceleração máxima [m/s ²]	Nível de conforto
Bachmann	Vertical $f_p = 2.37$ Hz	0.043	Conforto máximo
	Vertical $f_{p,2} = 4.74$ Hz	0.74	Conforto médio
	Lateral	≈ 0	Conforto máximo
	Longitudinal	0.052	Conforto máximo
BS EN 1991-2	Vertical $f_{p,2} = 4.74$ Hz	1.38	Conforto médio

A norma BS EN 1991-2 apresenta-se como a mais recente das utilizadas no presente no trabalho. As razões que podem conduzir a esta disparidade de resultados pode estar relacionada com a amplitude da carga sinusoidal e depois como a forma como esta é aplicada na estrutura. Inicialmente ao definir a classe da ponte em função da sua localização e utilização, esta obriga-nos à consideração de um número de peões diferente para grupos em caminhada ou corrida, que agravará consideravelmente a amplitude face às outras recomendações. Depois, o facto de serem considerados grupos de peões e a aplicação desta carga sinusoidal ser num ponto fixo, afasta-se da realidade pois trata uma ação de vandalismo em vez de um peão em caminhada.

O atravessamento da ponte pedonal, não só por grupos de peões, mas também por fluxo contínuo de peões como é exemplo o dia da inauguração, foi simulado por três recomendações técnicas diferentes. No Quadro 4.5 apresentam-se as acelerações máximas registadas de acordo com o HIVOSS, Sétra e pelo Anexo Nacional da norma BS EN 1991-2, onde podemos verificar que, tanto para a direção vertical como para a direção longitudinal, apresentam-se resultados bastante próximos, podendo assim dizer-se que existe uma certa concordância na definição das recomendações. Na direção lateral, os valores registados são residuais, comprovando-se assim que a resposta do segundo harmónico para a direção lateral não é relevante para o estudo dinâmico.

Quadro 4.5 – Registo das acelerações máximas, para um grupo de peões em caminhada, de acordo com as diferentes direções e respetiva classificação de conforto

Norma	Direção	Aceleração máxima [m/s ²]	Nível de conforto
Sétra	Vertical	0.26	Conforto máximo
	Lateral	0.071	Conforto máximo
	Longitudinal	1.05	Conforto médio
HIVOSS	Vertical	0.147	Conforto máximo
	Lateral	≈ 0	Conforto máximo
	Longitudinal	1.05	Conforto médio
BS EN 1991-2	Vertical	0.11	Conforto máximo

Quadro 4.6 – Registo das acelerações máximas da aceleração na direção vertical e respetiva classificação de conforto para vários cenários de carga de peões em corrida

No que diz respeito à ação dos peões em corrida, foram avaliados diferentes cenários, utilizando diferentes regulamentos. Inicialmente adotou-se o modelo sugerido por Bachmann em que descreve a ação da corrida como uma sucessão de impulsos semi-sinusoidais considerando uma frequência da passada em corrida típica ($f_p=3.0$ Hz). De seguida, ainda pretendendo simular apenas o atravessamento de apenas um peão, fez-se atuar uma carga móvel ao longo de toda a extensão da ponte com uma frequência ressonante com a da estrutura, de forma a ter em conta apenas o segundo harmónico da ação do peão em corrida. Por último simula-se o atravessamento da ponte por um grupo de peões, primeiro de acordo com as recomendações técnicas da BS EN 1991-2 em que se considera um grupo de 2 peões sincronizados com uma frequência ressonante com a da ponte pedonal e posteriormente adaptando as recomendações do HIVOSS apresentadas em 4.3.3 para grupos de peões.

Verifica-se novamente uma disparidade do valor da aceleração registado de acordo com a norma BS EN 1991-2, que está novamente associada à quantificação da amplitude da carga sinusoidal e à forma como esta é aplicada.

Quadro 4.6 – Registo das acelerações máximas da aceleração na direção vertical e respetiva classificação de conforto para vários cenários de carga de peões em corrida

Ação	Aceleração máxima [m/s^2]	Nível de conforto
Peão em corrida (modelo Bachmann) $f_p = 3.0 \text{ Hz}$	0.37	Conforto máximo
Peão em corrida (carga móvel) $f_{p,2} = 4.90 \text{ Hz}$	0.44	Conforto máximo
Grupo de peões em corrida (BS EN 1991-2) $f_{p,2} = 4.74 \text{ Hz}$	2.20	Conforto mínimo
Grupo de 5 peões em corrida (cargas móveis) $f_{p,2} = 4.90 \text{ Hz}$ ($\sigma = 0 \text{ Hz}$)	0.58	Conforto máximo
Grupo de 5 peões em corrida (cargas móveis) $f_{p,2} = 4.90 \text{ Hz}$ ($\sigma = 0.08 \text{ Hz}$)	0.58	Conforto máximo

Pela observação dos quadros apresentados e de acordo com a classe de conforto estabelecida, verifica-se que para a ação de um grupo de peões em corrida segundo a norma BS EN 1991-2 as acelerações obtidas excedem o seu limite e portanto é necessária a adoção de um sistema mitigador de vibrações materializado por um TMD.

No capítulo seguinte apresentam-se os sistemas de controlo passivos dando principal destaque aos amortecedores de massas sintonizadas (TMDs), onde se detalha o seu dimensionamento e posteriormente se faz o pré dimensionamento para a estrutura que serve o presente caso de estudo.

5

CONTROLO DE VIBRAÇÕES

5.1. INTRODUÇÃO

As vibrações provocadas por ações dinâmicas são hoje um grande desafio ao nível da Engenharia Civil, nomeadamente em estruturas leves e esbeltas como é caso das pontes pedonais. A ação dos sismos e do vento são exemplos de ações dinâmicas que podem conduzir a estruturas a níveis de vibração elevados e colocar em risco a sua estabilidade. No entanto, ações dinâmicas como a ação pedonal, embora não suscetíveis de colocar em risco a segurança estrutural, podem conduzir a situações de desconforto por parte dos utilizadores. Se um utilizador de uma ponte pedonal sentir vibrações de tal ordem desconfortáveis, capazes de gerar uma sensação de receio, provavelmente no futuro este irá evitar a sua passagem, levando assim à perda de funcionalidade da estrutura. Assim, sempre que depois de efetuado o estudo dinâmico se verifique este tipo de situação, o projetista deverá adotar medidas mitigadoras das vibrações, contribuindo para um melhor desempenho estrutural, aumentando o nível de conforto dos peões.

Pontes pedonais que apresentem frequências naturais suscetíveis aos efeitos dinâmicos induzidos por peões, devem ser procuradas soluções para que estas se afastem das bandas de frequências críticas. Bachmann aponta para soluções que passem pelo aumento de rigidez da estrutura e pelo aumento do coeficiente de amortecimento, através da adoção de amortecedores viscosos ou de amortecedores de massas sintonizadas, aumentando assim a capacidade de dissipação de energia da estrutura. Hoje em dia o controlo de vibrações pode ser feito através de sistemas de controlo passivo ou ativo [20, 21].

Neste contexto, o presente capítulo pretende descrever várias soluções de controlo passivo de vibrações, procurando dar uma atenção especial ao estudo e aplicação de amortecedores de massas sintonizadas (TMDs).

5.2. SISTEMAS DE CONTROLO PASSIVO DE VIBRAÇÕES

O controlo passivo de vibrações caracteriza-se pela sua independência de fontes de energia exteriores, ao qual corresponde um custo mais baixo, comparado com sistemas ativos. Este tipo de sistema de controlo de vibrações está dividido em duas categorias, em função da forma como é dissipada a energia: Amortecedores em que a dissipação de energia se realize com base nas propriedades dos materiais são designados por amortecedores viscosos ou viscoelásticos, dos quais são exemplo: amortecedores adicionais e as soluções de isolamento de base; Amortecedores que utilizam um sistema de massas em que as forças de inércia contrariam o movimento da estrutura, sendo os mais conhecidos os amortecedores de massas sintonizadas (TMDs) e os amortecedores de colunas líquidas sintonizadas (TLDs).

5.2.1. AMORTECEDORES VISCOSOS

Os amortecedores viscosos, caracterizam-se pela sua dissipação de energia acontecer pelo efeito da deformação por corte do material viscoelástico, isto é, atuam com base nas forças exteriores que se geram aquando da passagem de um fluido através de um orifício. Representa-se um esquema na Figura 5.1 e um exemplo da sua aplicação num estádio de baseball em Washington na Figura 5.2.

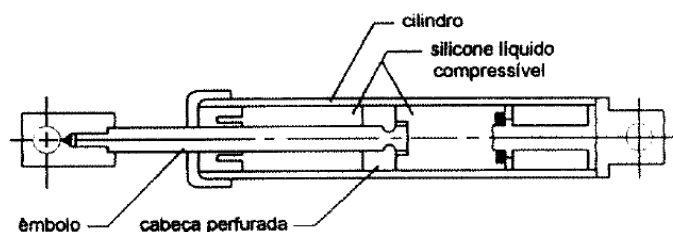


Figura 5.1 – Esquema ilustrativo de um amortecedor viscoso [20]



Figura 5.2 – Exemplo de aplicação de um amortecedor viscoso no Estádio Pacific Northwest, em Washington, EUA [22]

Os amortecedores adicionais são colocados no seio da estrutura, contribuindo para a dissipação da energia proveniente das ações exteriores. Este tipo de amortecedor está dividido em vários tipos, distinguindo-se pelo modo como a dissipação de energia é efetuada. Amortecedores em que a dissipação de energia se processa através do atrito entre as superfícies de deslizamento, normalmente entre duas placas de metal em que são comprimidas uma contra a outra, são designados por amortecedores friccionais. A escolha das placas dependerá da sua durabilidade, resistência ao desgaste e coeficiente de atrito. A grande vantagem deste tipo de amortecedores reflete-se na facilidade com que são ajustados e na sua insensibilidade às variações de temperatura [22]. Na Figura 5.3 ilustra-se o esquema funcional deste tipo de amortecedor (a) e um exemplo da sua aplicação num pórtico metálico de um edifício (b).

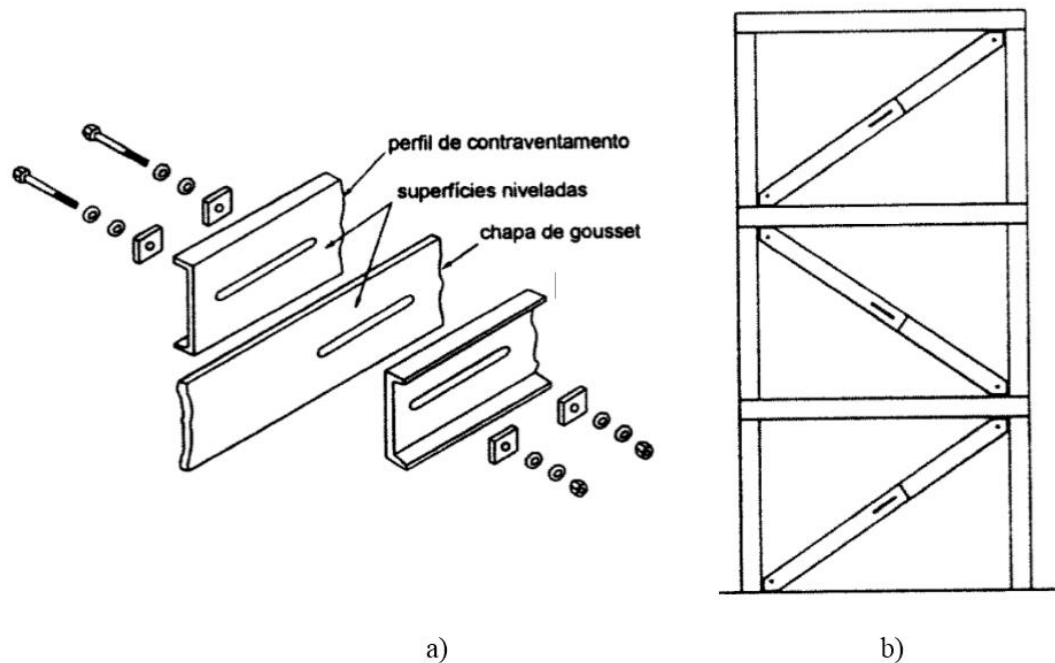


Figura 5.3 – Amortecedor por atrito: a) esquema ilustrativo; b) exemplo de aplicação [20]

Um outro tipo de amortecedores adicionais são os amortecedores viscoelásticos, onde a dissipação de energia acontece pelo efeito da deformação por corte do material viscoelástico, isto é, atuam com base nas forças exteriores que se geram aquando da passagem de um fluido através de um orifício. Estes possuem uma força de restituição em idêntica à de uma mola, o que lhes garante uma enorme elevada capacidade de dissipação de energia mecânica, sobretudo, em situação de vibrações de grande velocidade. Na Figura 5.4 ilustra-se o esquema funcional deste tipo de amortecedor.

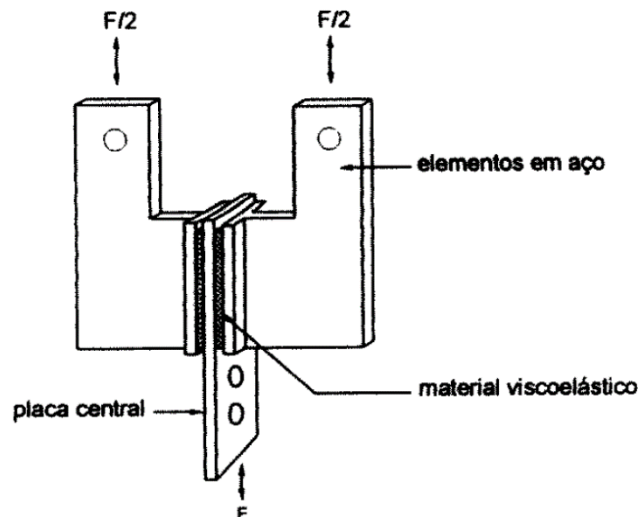


Figura 5.4 – Esquema de um amortecedor viscoelástico [20]

5.2.2. AMORTECEDOR DE MASSAS SINTONIZADAS (TMD)

Os amortecedores de massas sintonizadas, vulgarmente conhecidos como TMDs (“Tuned Mass Dampers”), têm vindo a revelar-se bastante úteis e a sua utilização tem sido cada vez mais frequente. Se inicialmente foram utilizados em edifícios, hoje em dia, a sua aplicação foi alargada ao nível de pontes pedonais, tendo sido utilizados em pontes pedonais notáveis como a Millenium Bridge em Londres, ou mais recentemente em Portugal, na Ponte Pedro e Inês em Coimbra [23, 24].

Este tipo de amortecedor é utilizado para controlar os modos de vibração que sejam excitados por ações exteriores. São materializados por uma massa ligada à estrutura através de uma mola e de um amortecedor ligados em paralelo, como se representa na Figura 5.5. O seu funcionamento é idêntico ao de um sistema de um grau de liberdade cuja frequência natural é ligeiramente inferior à da estrutura. Este sistema é ativado através da reação conjunta da mola e do amortecedor sobre a estrutura, em função do tempo, e atua no sentido contrário ao movimento desta. É importante referir que os TMDs são eficazes apenas em estruturas com baixo amortecimento, verificando-se que para estruturas com coeficientes de amortecimento superiores a 5 % não apresentam resultados satisfatórios [20].

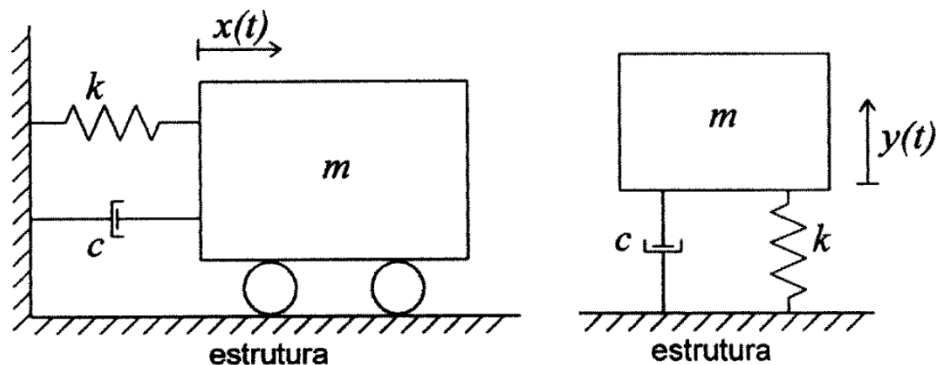


Figura 5.5 – Esquema de funcionamento de um TMD [20]

Na Figura 5.6 apresenta-se uma fotografia onde se mostra a instalação de um conjunto de TMDs na Ponte Pedro e Inês em Coimbra [24].

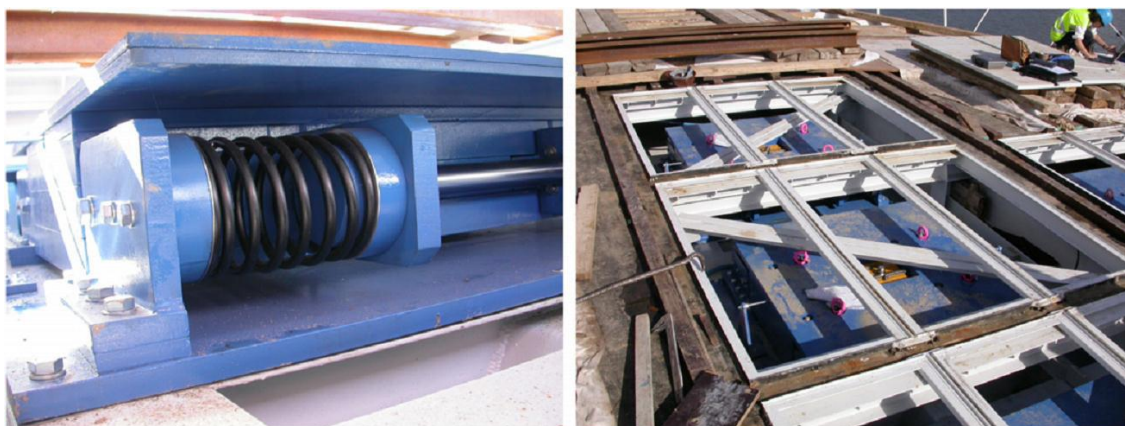


Figura 5.6 – TMDs instalados na Ponte Pedro e Inês, Coimbra [24]

5.2.3. AMORTECEDOR DE LÍQUIDO SINTONIZADO (TLD)

Os amortecedores de líquido sintonizado, conhecidos pela sua designação em inglês como “Tuned Mass Dampers” – TLDs, são dispositivos em que a mitigação de vibrações é vocacionada apenas no plano horizontal (ex: ação do vento e sismos), absorvendo e dissipando a energia gerada pelas vibrações, através do movimento do líquido contido no interior de recipientes próprios. Na Figura 5.7 apresenta-se uma ilustração acerca do funcionamento de um dispositivo do tipo TLD.

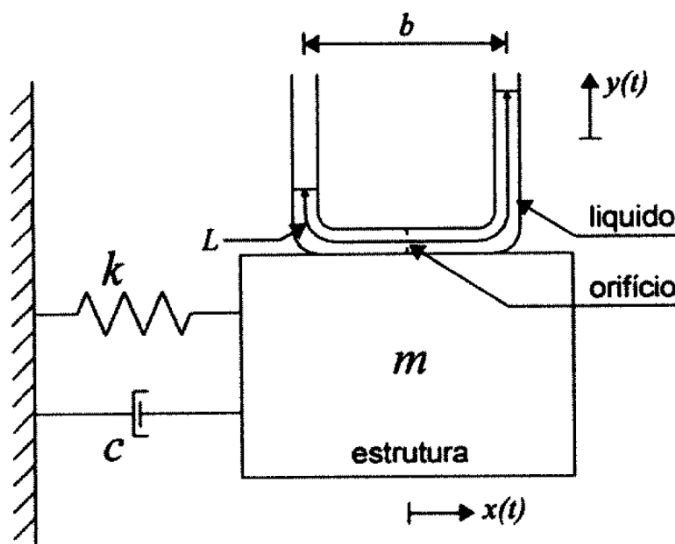


Figura 5.7 – Esquema de funcionamento de um TLD [22]

Os TLDs, apesar de menos divulgados que os TMDs, são igualmente eficazes no controlo passivo de vibrações [20]. Apesar de estarem limitados às vibrações na direção horizontal, apresentam algumas vantagens face aos TMDs. O custo mais baixo, a maior facilidade na sua instalação, o ajuste das frequências é feito bastando apenas acrescentar ou retirar líquido dos recipientes, e a sua reduzida manutenção, são algumas dessas vantagens. No entanto, a sua eficácia é sempre inferior à de um TMD com a mesma massa.

5.3. AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS (TMDs)

O conceito de TMD surge por intermédio de Frahm, quando, em 1909 idealizou um supressor de vibrações, que é constituído por uma massa ligada à estrutura através de uma mola. Den Hartog [25], mais tarde, demonstrou que, com a introdução de amortecimento entre a massa e o sistema, seria possível obter melhores resultados, originando assim os TMDs.

Os TMDs estão associados individualmente a cada modo de vibração, isto é, para cada modo de vibração suscetível a níveis de vibração elevados, será necessária a aplicação de um TMD, que será responsável por atenuar as vibrações relativas a esse modo, devendo a sua localização coincidir com o ponto de amplitude máxima da configuração do modo em estudo. No caso de se pretender controlar mais do que um modo de vibração, então a solução passará por colocar um número de TMDs, pelo menos, igual ao número de modos a considerar. Porém, em grande parte dos casos, o controlo do primeiro modo de vibração é suficiente para atenuar o nível de vibrações sentido, sendo necessário apenas a introdução de um único TMD.

A sintonização do TMD com o modo de vibração que se pretende atenuar as vibrações é feita definindo a massa, rigidez e amortecimento do TMD, de forma a minimizar a amplitude dos deslocamentos, velocidades ou acelerações da estrutura. O seu dimensionamento estará dependente do tipo de solicitação a que a estrutura estará sujeita e portanto, diferentes considerações devem ser tomadas caso a estrutura esteja sujeita a ações harmónicas, ações periódicas não harmónicas ou ação sísmica. No presente trabalho será apenas abordado o dimensionamento de um TMD sujeito a ações harmónicas, uma vez que se pretende atenuar as vibrações induzidas pelo atravessamento dos peões.

No sentido de perceber melhor quer o funcionamento, quer o dimensionamento de um TMD é necessário conhecer alguns fundamentos teóricos, pelo que, será inicialmente apresentado um supressor de vibrações. O texto que se segue é baseado no trabalho de Moutinho [20].

5.3.1. APLICAÇÃO DE SUPRESSOR DE VIBRAÇÕES

Um supressor de vibrações difere de um TMD apenas na sua conceção, uma vez que não apresenta qualquer amortecimento. Esta hipótese constitui um cenário irrealista quer ao nível de uma estrutura, quer do dispositivo de controlo. No entanto, é importante perceber o modelo de funcionamento do sistema controlado nestas condições [20].

As estruturas de Engenharia Civil revelam grande parte das vezes uma enorme complexidade que é traduzida num número elevado de graus de liberdade. A definição dos parâmetros massa, rigidez e amortecimento será dada por matrizes quadradas cuja dimensão corresponde ao número total de graus de liberdade. A resposta estrutural, como já referido, pode ser determinada por métodos de integração direta ou então pela sobreposição dos seus modos de vibração. Para o caso em que a solicitação seja ressonante com determinado modo de vibração, basta que a esta seja composta apenas pelo contributo desse mesmo modo, ignorando as contribuições dos modos com frequências superiores.

O modelo teórico do funcionamento de um supressor de vibrações pode ser representado de acordo com a Figura 5.8. É esquematizado através de um sistema de um grau de liberdade equivalente ao modo de vibração a controlar, em que a massa principal m_S representa a massa modal da estrutura, k_S a rigidez modal x_S o seu deslocamento modal, enquanto que m_T , k_T e x_T , são respetivamente, massa, rigidez e deslocamento do supressor de vibrações.

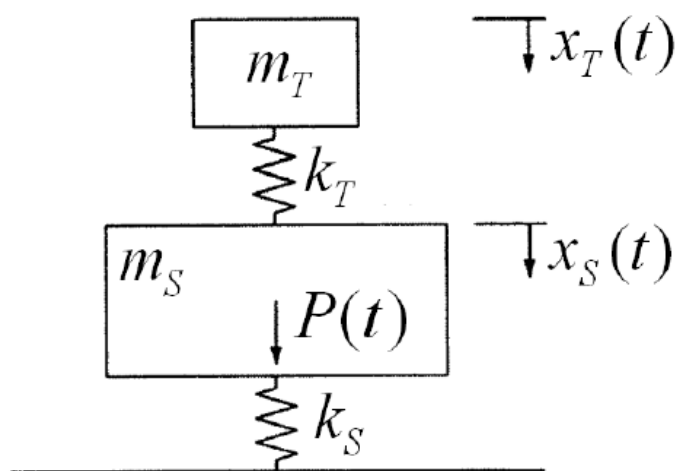


Figura 5.8 – Representação esquemática de um Supressor de Vibrações [22]

A solicitação é dada por uma função harmónica $P(t)$, com frequência angular ω . Como o sistema não possui qualquer amortecimento, então a frequência angular do modo de vibração em estudo é dado por

$$\omega_S = \sqrt{\frac{\omega_S}{m_S}} = \omega \quad (5.1)$$

As equações de movimento relativo ao sistema de dois graus de liberdade formados pela estrutura e pelo supressor de vibrações são dadas por

$$\begin{cases} m_S \ddot{x}_S + (k_S + k_T)x_S - k_T x_T = P_0 \sin(\omega t) \\ m_T \ddot{x}_T + (x_T - x_S)k_T = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

os deslocamentos associados a cada uma das massas devido à excitação harmónica são obtidos através das seguintes expressões

$$\begin{cases} x_S = a_S \sin(\omega t) \\ x_T = a_T \sin(\omega t) \end{cases} \quad (5.3)$$

como a velocidade e aceleração são respetivamente a primeira e segunda derivadas da função, temos

$$\begin{cases} \dot{x}_S = \omega a_S \cos(\omega t) \\ \dot{x}_T = \omega a_T \cos(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x}_S = -\omega^2 a_S \sin(\omega t) \\ \ddot{x}_T = -\omega^2 a_T \sin(\omega t) \end{cases} \quad (5.4)$$

substituindo agora as equações (5.4) nas equações de movimento (5.2) e dividindo ambos os membros por $\sin(\omega t)$, tem-se

$$\begin{cases} -m_S \omega^2 a_S + (k_S + k_T)a_S - k_T a_T = P_0 \\ a_T(-m_T \omega^2 + k_T) - a_S k_T = 0 \end{cases} \quad (5.5)$$

simplificando as notações no sistema (5.5), o deslocamento estático da estrutura é dado por

$$x_{S,est} = \frac{P_0}{k_S} \quad (5.6)$$

A amplitude da resposta permanente da massa principal m_S é dada pela equação

$$\frac{k_S x_S}{P_0} = \frac{x_S}{x_{S,est}} = \frac{1 - r_S^2}{r_S^2 r_T^2 - r_T^2 - (1 + \mu)r_S^2 + 1} \quad (5.7)$$

enquanto a amplitude da resposta permanente da massa adicional m_T é dada por

$$\frac{k_S x_T}{P_0} = \frac{x_T}{x_{S,est}} = \frac{1}{r_S^2 r_T^2 - r_T^2 - (1 + \mu)r_S^2 + 1} \quad (5.8)$$

onde r_S representa a razão entre a frequência de excitação e a frequência inicial do sistema

$$r_S = \omega \sqrt{\frac{m_S}{k_S}} = \frac{\omega}{\omega_S} \quad (5.9)$$

e r_T traduz a relação entre a frequência de excitação e a frequência do amortecedor

$$r_T = \omega \sqrt{\frac{m_T}{k_T}} = \frac{\omega}{\omega_T} \quad (5.10)$$

e μ é o quociente das massas m_S e m_T

$$\mu = \frac{m_T}{m_S} \quad (5.11)$$

O valor das frequências naturais do sistema de dois graus de liberdade pode ser calculado, igualando o denominador das equações (5.7) e (5.8) a zero, isto porque, a solicitação é ressonante e portanto, o deslocamento da estrutura tenderá para infinito, uma vez que esta não tem qualquer amortecimento, obtendo assim a seguinte expressão, válida para as duas frequências naturais

$$\omega_{S,T} = \frac{\omega_S}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + q^2(1 + \mu) \pm \sqrt{q^4(1 + \mu)^2 + 2(\mu - 1)q^2 + 1}} \quad (5.12)$$

onde

$$q = \frac{\omega_T}{\omega_S} \quad (5.13)$$

A introdução da nova massa m_T , tem como objetivo modificar o comportamento dinâmico do sistema estrutural original, de forma a reduzir o mais possível o movimento do sistema (estrutura amortecedor). Uma vez que se considera a inexistência de qualquer tipo de amortecimento, então é possível anular qualquer movimento do sistema original, bastando para isso, impor que o primeiro membro da equação (5.7) seja zero, resultando

$$r_T = 1 \quad (5.14)$$

isto é

$$\omega = \sqrt{\frac{k_T}{m_T}} \quad (5.15)$$

Nesta situação, o movimento permanente do amortecedor terá amplitude

$$x_T = \frac{P_0}{k_T} \quad (5.16)$$

Na Figura 5.9 apresenta-se a solução da equação (6.12), que representa o valor das frequências naturais após a instalação do supressor de vibrações, em função de μ .

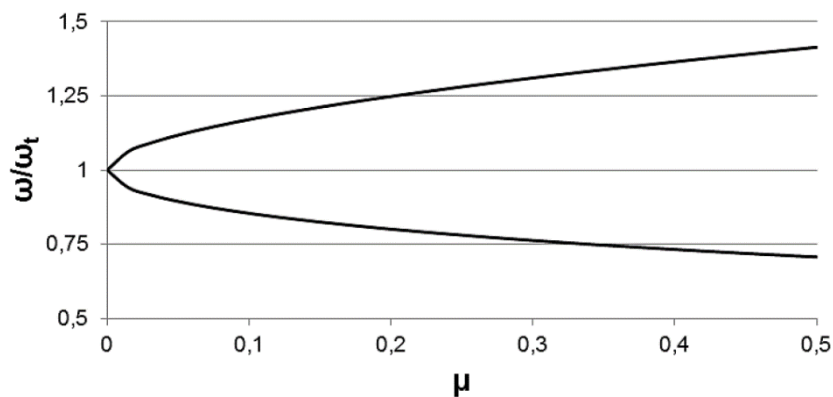


Figura 5.9 – Frequências naturais do sistema após instalação do supressor de vibrações, em função de μ [19]

Quando a nova massa é adicionada ao sistema principal, a estrutura além de modificar a sua frequência natural, passa a ter duas frequências, uma inferior e outra superior à frequência natural inicial, e quanto maior for a massa do supressor, maior será a diferença entre as novas frequências naturais. Assim, a

introdução de um supressor de vibrações permite afastar a frequência natural do sistema de outra que seja considerada crítica possibilitando a ausência de qualquer movimento da massa principal, basta para isso, que a frequência do amortecedor seja sintonizada com a frequência da excitação. Na Figura 5.10 representa-se a comparação entre a resposta do sistema com e sem supressor de vibrações em função da frequência de solicitação.

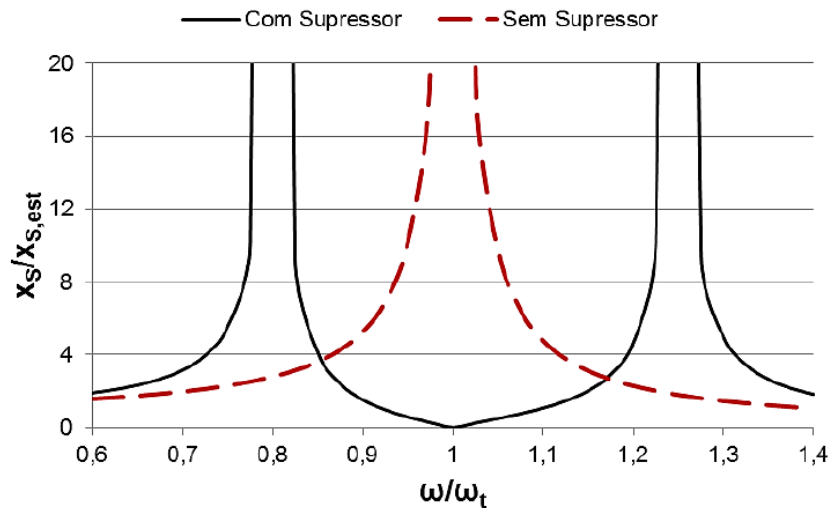


Figura 5.10 – Resposta ao movimento da massa principal com e sem supressor para $q=1$ e $\mu=0,02$ [19]

Na Figura 5.11 representa-se a amplitude do movimento da massa principal em função da frequência da solicitação. Verifica-se que, quando a frequência da solicitação iguala a do amortecedor, o movimento do sistema principal anula-se.

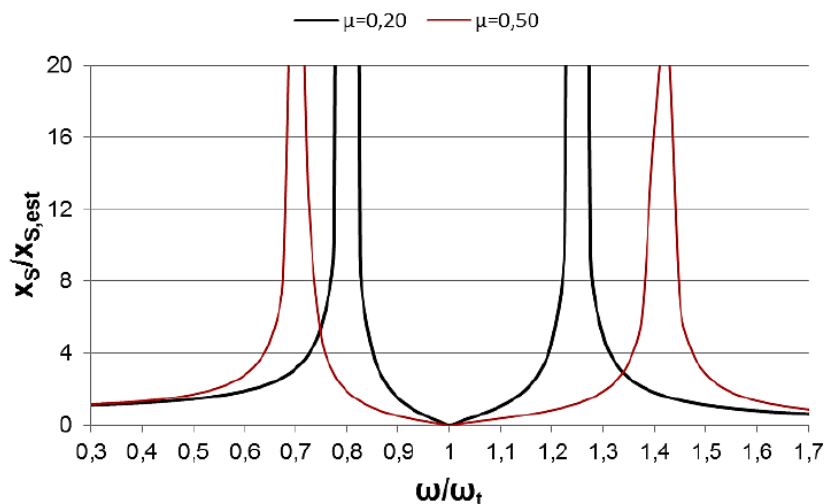


Figura 5.11 – Resposta da estrutura para diferentes massas do supressor de vibrações [19]

5.3.2. APLICAÇÃO DE UM TMD PARA UMA ESTRUTURA SEM AMORTECIMENTO

O conceito de TMD, como referido anteriormente, distingue-se do supressor de vibrações apenas por possuir amortecimento. Embora num supressor de vibrações seja possível extinguir por completo as vibrações do sistema inicial, bastando para isso que a frequência do supressor seja igual à frequência de

excitação, porém num amortecedor de massas sintonizadas não é possível a eliminação total das vibrações, mas apenas a sua atenuação. No entanto, esta atenuação permite à estrutura uma redução significativa quando sujeita a grandes deslocamentos em condições de ressonância, aumentando a gama de frequências admissíveis de excitação que é traduzida no aumento da eficiência do sistema de controlo [20]. O modelo teórico engloba uma massa principal de massa m_s , ligada ao exterior com uma mola k_s , à qual está ligada uma massa adicional m_T , através de uma mola com rigidez k_T e um amortecedor de constante c_T . Apresenta-se de seguida na Figura 5.12 o modelo de funcionamento de um TMD.

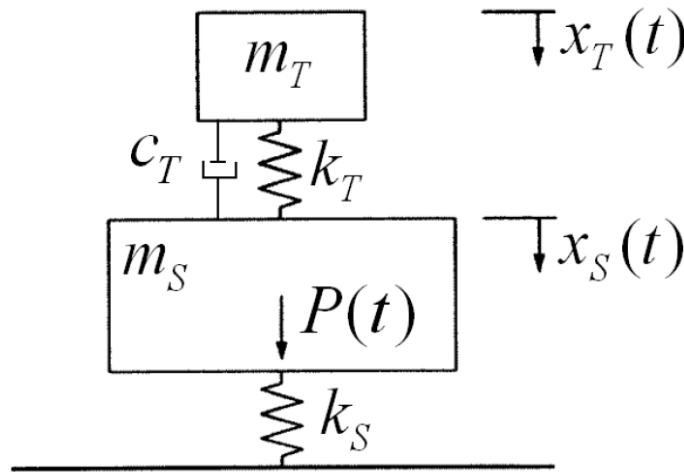


Figura 5.12 – Modelo de funcionamento de um TMD aplicado a uma estrutura sem amortecimento [22]

Admitindo novamente a sollicitação dada por $P(t)=P_0\text{sen}(\omega t)$ na massa principal m_s , com a diferença que agora existe amortecimento entre o amortecedor e a estrutura. As equações de movimento para este caso são dadas por

$$\begin{cases} m_s \ddot{x}_s + k_s x_s + k_T (x_s - x_T) + c_T (\dot{x}_s - \dot{x}_T) = P_0 \text{sen}(\omega t) \\ m_T \ddot{x}_T + k_T (x_T - x_s) + c_T (\dot{x}_T - \dot{x}_s) = 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

Após algumas simplificações [19] é possível chegar à amplitude do movimento permanente da massa m_s e que é dada pela seguinte expressão

$$\frac{k_s x_s}{P_0} = \frac{x_s}{x_{s,est}} = \sqrt{\frac{(2\xi_T r_s q)^2 + (r_s^2 - q^2)^2}{\{r_s^4 - [1 + (1 + \mu)q^2]r_s^2 + q^2\}^2 + (2\xi_T r_s q)^2 [1 - r_s^2(1 + \mu)]^2}} \quad (5.18)$$

enquanto a amplitude da resposta permanente da massa adicional m_T é dada por

$$\frac{k_s x_T}{P_0} = \frac{x_T}{x_{s,est}} = \sqrt{\frac{q^4 + (2\xi_T q)^2}{\{r_s^4 - [1 + (1 + \mu)q^2]r_s^2 + q^2\}^2 + (2\xi_T r_s q)^2 [1 - r_s^2(1 + \mu)]^2}} \quad (5.19)$$

em que ξ_T , coeficiente de amortecimento do TMD, é dado por

$$\xi_T = \frac{c}{2\sqrt{k_T + m_T}} \quad (5.20)$$

As Figuras 5.13 e 5.14 representam o movimento da massa da estrutura m_s em função de r , de acordo com a equação (5.18), para diferentes valores do coeficiente de amortecimento, com $\mu=0.20$ e $q=0.90$ na Figura 5.13 e $q=0.80$ na Figura 5.14.

Após uma breve análise pode verificar-se que a estrutura passa então a ter duas frequências naturais próximas da frequência natural do sistema de um grau de liberdade equivalente. Outro aspeto a reter é que, como referido anteriormente, o TMD ao contrário do supressor de vibrações embora não consiga eliminar totalmente as vibrações, atenua significativamente o deslocamento da massa inicial mesmo quando a frequência da estrutura é ressonante com a da solicitação. É possível observar que entre os dois picos referentes às duas frequências em ressonância situa-se um mínimo e que, quanto maior for o coeficiente de amortecimento do TMD menores serão os deslocamentos da massa principal, enquanto que, para valores do amortecimento mais baixos registam-se maiores deslocamentos máximos. Repare-se ainda na presença de dois pontos fixos, P e Q, comuns a ambos os gráficos e independentes do coeficiente de amortecimento.

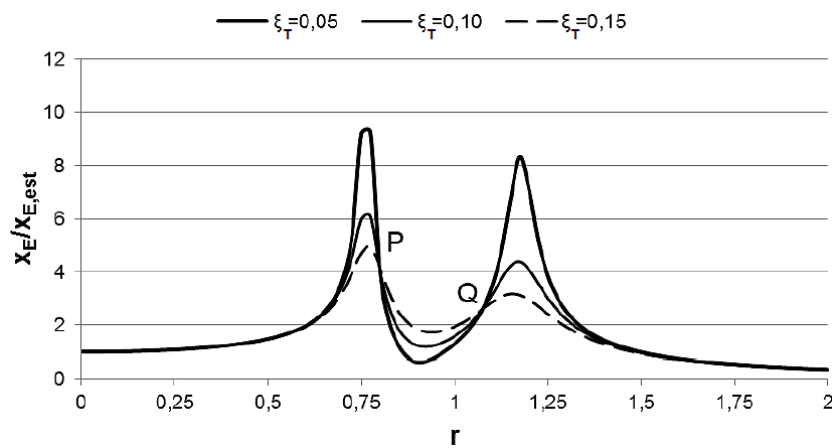


Figura 5.13 – Amplitude do movimento da massa principal m_s , para $q=0.90$, $\mu=0.20$ e vários valores do coeficiente de amortecimento do TMD ξ_T [19]

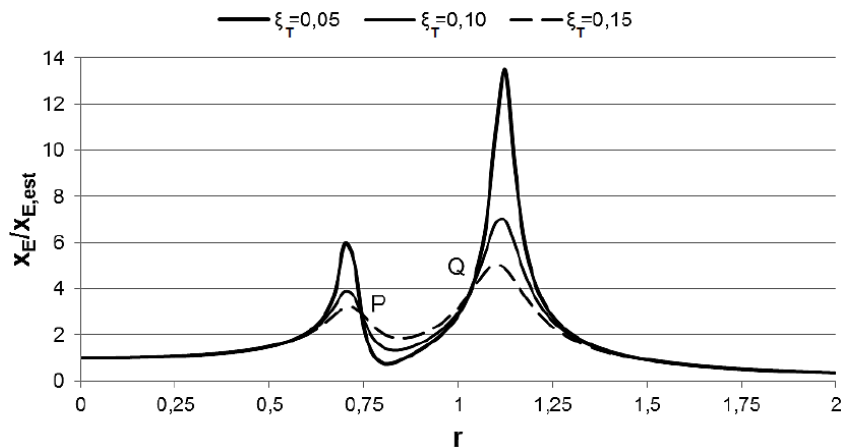


Figura 5.14 – Amplitude do movimento da massa principal m_s , para $q=0.80$, $\mu=0.20$ e vários valores do coeficiente de amortecimento do TMD ξ_T [19]

“Sintonizar o TMD significa escolher os seus parâmetros de tal forma que a amplitude dos deslocamentos do sistema principal tenha o menor valor possível” [20].

A sintonização, ou dimensionamento ótimo do TMD, pode ser obtido impondo duas condições: estabelecer um valor de q para o qual os valores de P e Q apresentem deslocamentos iguais e, garantir

que os pontos P e Q correspondam aos máximos da função amplitude dos deslocamentos. Estas condições permitem determinar os valores de r_s que tornam os valores da amplitude dos deslocamentos da massa principal $\left(\frac{x_s}{x_{s,est}}\right)$ independentes do coeficiente de amortecimento ξ_T . Reescrevendo a equação (5.18) na seguinte forma

$$\frac{k_s x_s}{P_0} = \frac{x_s}{x_{s,est}} = \sqrt{\frac{A \xi_T^2 + B}{AC^2 + BD}} \quad (5.21)$$

A independência de $\frac{x_s}{x_{s,est}}$ em relação ao coeficiente de amortecimento ξ_T impõe que

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{D} \quad (5.22)$$

As expressões A, B, C e D podem ser obtidas com base na equação (5.18). Substituindo essas expressões na equação (5.21) e fazendo as devidas simplificações [19], obtém-se

$$r_s^4 \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) - [1 + (q^2(1 + \mu))]r_s^2 + q^2 = 0 \quad (5.23)$$

A equação (5.23) tem duas soluções, correspondendo às abscissas dos pontos fixos P e Q (valores de r_s) correspondentes a esses pontos). Assim, o valor de r_s , obtém-se através das raízes da equação

$$r_s = \sqrt{\frac{1 + (1 + \mu)q^2 \pm \sqrt{1 - 2q^2 + (1 + \mu)^2 q^4}}{2 + \mu}} \quad (5.24)$$

A independência entre a amplitude dos deslocamentos e o coeficiente de amortecimento ξ_T , permite que no cálculo das abscissas dos pontos fixos, através da equação (5.18), este parâmetro assumira qualquer valor. Por conveniência, faz-se tender este valor para infinito, pelo que se obtém

$$\frac{x_s}{x_{s,est}} = \sqrt{\frac{1}{[1 - r_s^2(1 + \mu)]^2}} \quad (5.25)$$

Impondo que a amplitude dos pontos fixos P e Q seja igual, obtém-se

$$q_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (5.26)$$

O valor ótimo do coeficiente de amortecimento ξ_T , pode então ser determinado, impondo que os valores de P e Q sejam os máximos da função. Para isso, introduz-se a expressão (5.26) na expressão (5.18), deriva-se a função e iguala-se a zero, obtendo assim uma função quadrática dada por

$$\xi_{T,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (5.27)$$

Como os pontos fixos são os máximos da função, substituindo na equação (5.25) o valor de r_s dado pela equação (5.24) e adotando o valor de q , pelo valor de $q_{ótimo}$ da equação (5.27), a amplitude máxima pode então ser definida por

$$\frac{x_s}{x_{s,est}} = \sqrt{\frac{2 + \mu}{\mu}} \quad (5.28)$$

Utilizando um caso em que $\mu=0.20$ como exemplo, substituindo nas equações (5.26) e (5.27), obtém-se o gráfico ilustrado na Figura 5.15.

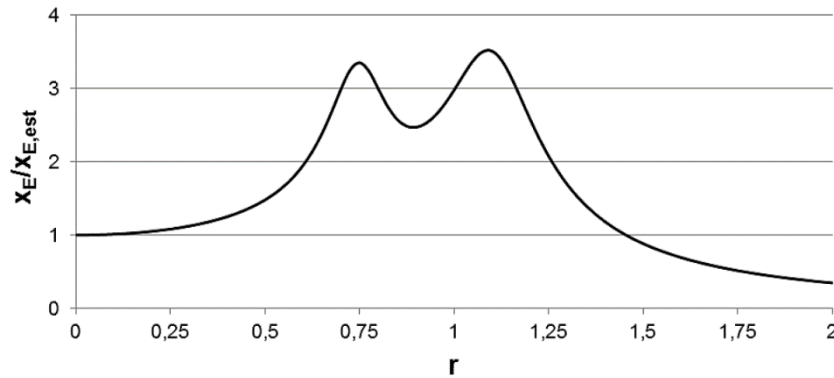


Figura 5.15 – Amplitude do movimento da massa principal m_s , para $\mu=0.20$ e respectivos valores ótimos de q_{opt} e $\xi_{T,opt}$

O dimensionamento do TMD pode então ser feito, primeiro definindo a rigidez da mola através da equação (5.26) e à equação (5.27) para a definição correta do coeficiente de amortecimento. No entanto, há um aspeto muito importante a ter em conta no seu dimensionamento. No contexto prático da sua aplicação, deve-se salvaguardar que o máximo deslocamento relativo entre a estrutura e o TMD, de forma a evitar o contacto entre ambas as massas. Assim, o deslocamento relativo máximo é dado por

$$\frac{x_{rel}}{x_{S,rel}} = \sqrt{\frac{x_S}{x_{S,est}} \cdot \frac{1}{2\mu\xi_{T,opt}}} \quad (5.29)$$

5.3.3. APLICAÇÃO DE UM TMD PARA UMA ESTRUTURA COM AMORTECIMENTO

Na apresentação do conceito de supressor de vibrações referiu-se que a hipótese era irrealista, isto porque, as estruturas de Engenharia Civil estão dotadas de amortecimento devido ao comportamento dos materiais que as constituem. Através do Quadro 2.3, pode verificar-se que estruturas de betão armado apresentam coeficientes de amortecimento superiores a estruturas de aço. O modelo teórico é idêntico ao modelo apresentado na secção anterior, com a diferença que neste caso a massa principal encontra-se ligada ao exterior também por um amortecedor, de constante c_s . O modelo de funcionamento de um TMD aplicado a uma estrutura com amortecimento encontra-se ilustrado na Figura 5.16.

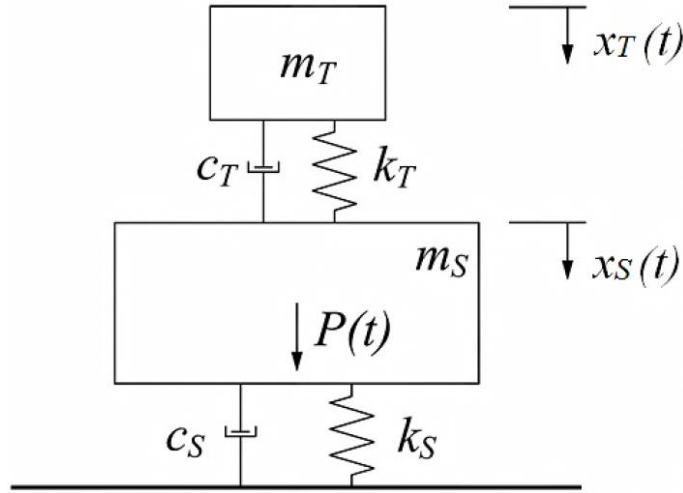


Figura 5.16 – Modelo de funcionamento de um TMD aplicado a uma estrutura com amortecimento

Considerando novamente a atuação de uma excitação sinusoidal $P(t)=P_0\text{sen}(\omega t)$ e o mesmo procedimento da secção anterior, mas desta vez para uma estrutura com amortecimento, a amplitude do movimento permanente de ambas as massas é dado pelas equações

$$\frac{x_S}{x_{S,est}} = \sqrt{\frac{(2\xi_T r_S q)^2 + (r_S^2 - q^2)^2}{(2r_S)^2 \{\xi_T [r_S^2(1 + \mu) - 1] + \xi_S(r_S^2 - q^2)\}^2 + [\mu q^2 r_S^2 - (r_S^2 - 1)(r_S^2 - q^2) + (2r_S)^2 \xi_S \xi_T]^2}} \quad (5.30)$$

$$\frac{x_S}{x_{S,est}} = \sqrt{\frac{(2\xi_T q)^2 + q^4}{(2r_S)^2 \{\xi_T [r_S^2(1 + \mu) - 1] + \xi_S(r_S^2 - q^2)\}^2 + [\mu q^2 r_S^2 - (r_S^2 - 1)(r_S^2 - q^2) + (2r_S)^2 \xi_S \xi_T]^2}} \quad (5.31)$$

O dimensionamento de um TMD aplicado a estruturas com amortecimento é feito de forma análoga ao exposto anteriormente, pelo que deverá ser adotado o mesmo raciocínio, calculando a frequência ótima q_{opt} e respetivo coeficiente de amortecimento ótimo $\xi_{T,opt}$.

As estruturas que apresentam baixos coeficientes de amortecimento, de acordo com a Figura 5.17, à semelhança das estruturas sem amortecimento continuam a ter dois pontos fixos pelos quais passam todas as curvas relativas a diferentes coeficientes de amortecimento. Todavia, em estruturas que apresentem coeficientes de amortecimento mais elevados, como revela a Figura 5.18, deixam de apresentar quaisquer pontos fixos, pelo que a formulação anterior deixa de ser válida, e portanto, a sintonização do TMD não poderá ser efetuada pelas equações (5.26) e (5.27). Os gráficos que se encontram nas figuras a seguir, representam a amplitude máxima da massa da estrutura m_S , obtidos a partir da equação (5.30) considerando $\mu=0.20$ e $q=0.85$ e diferentes coeficientes de amortecimento, respetivamente para uma estrutura com baixo amortecimento estrutural e para uma estrutura com amortecimento estrutural elevado.

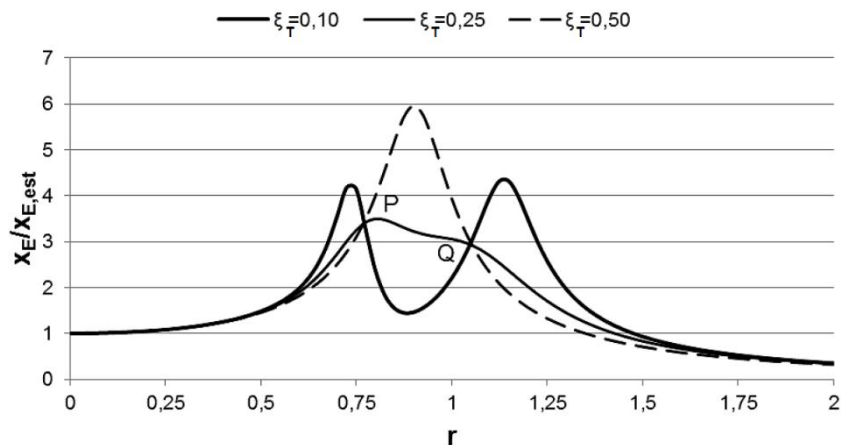


Figura 5.17 – Amplitude do movimento da massa principal m_s , para $\mu=0.20$ $q=0.85$ e diferentes coeficientes de amortecimento ξ_T numa estrutura de baixo amortecimento ($\xi_S=0.01$)

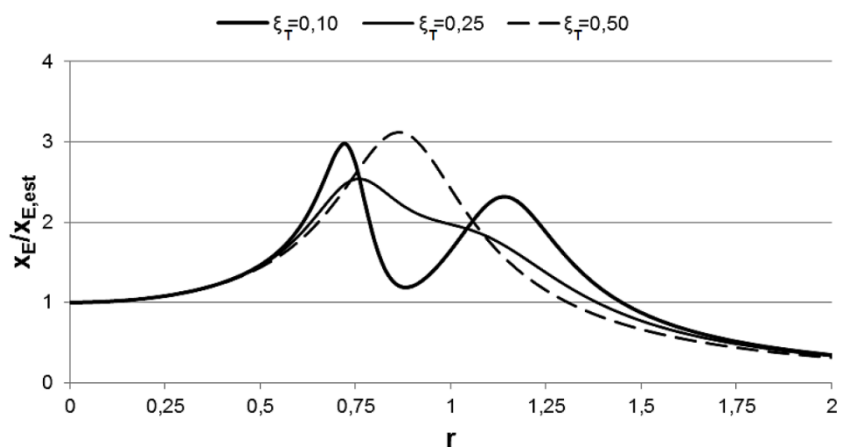


Figura 5.18 – Amplitude do movimento da massa principal m_s , para $\mu=0.20$ $q=0.85$ e diferentes coeficientes de amortecimento ξ_T numa estrutura de baixo amortecimento ($\xi_S=0.1$)

Segundo o estudo levado a cabo por Bachmann e Weber [26], estruturas que apresentem um baixo amortecimento estrutural ($\xi_S \leq 1\%$), permitem o uso das equações (5.26) e (5.27), na sintonização do TMD uma vez que o erro não é significativo. Contudo, em estruturas com um amortecimento mais elevado estas equações originam erros significativos que afetam a sintonização do TMD. De forma a contornar esta situação, os autores recomendam a utilização de ábacos que resultam da solução da equação (5.30) através de procedimentos numéricos [20], os quais se apresentam de seguida nas Figuras 5.19 a 5.22.

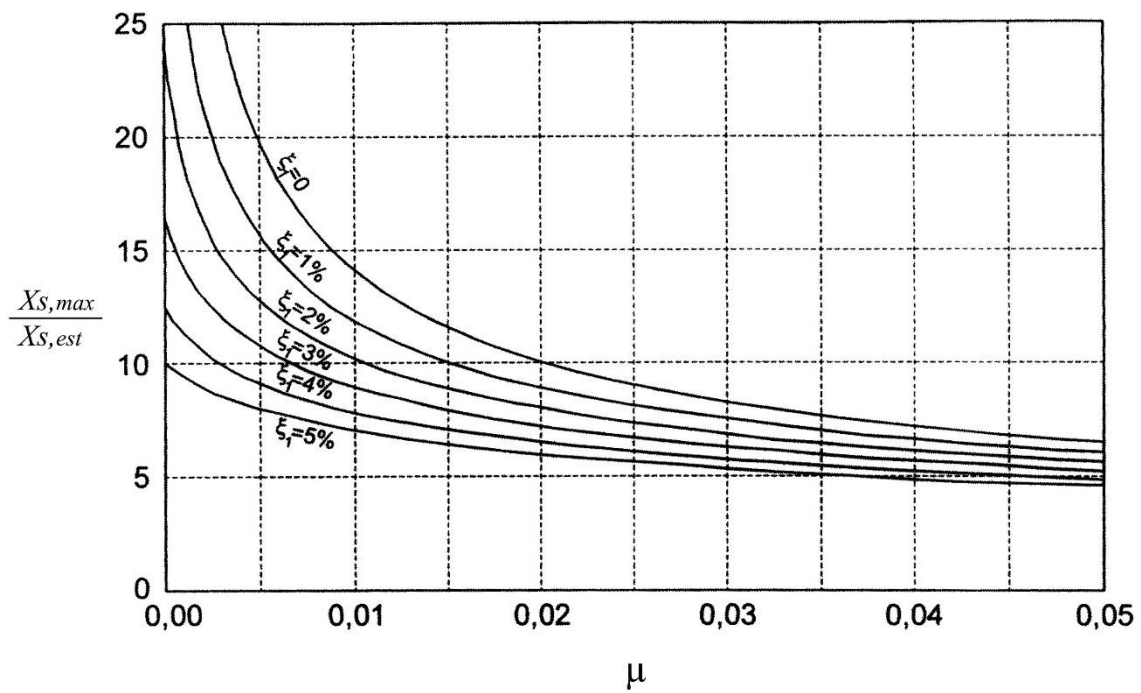


Figura 5.19 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento do sistema principal [20]

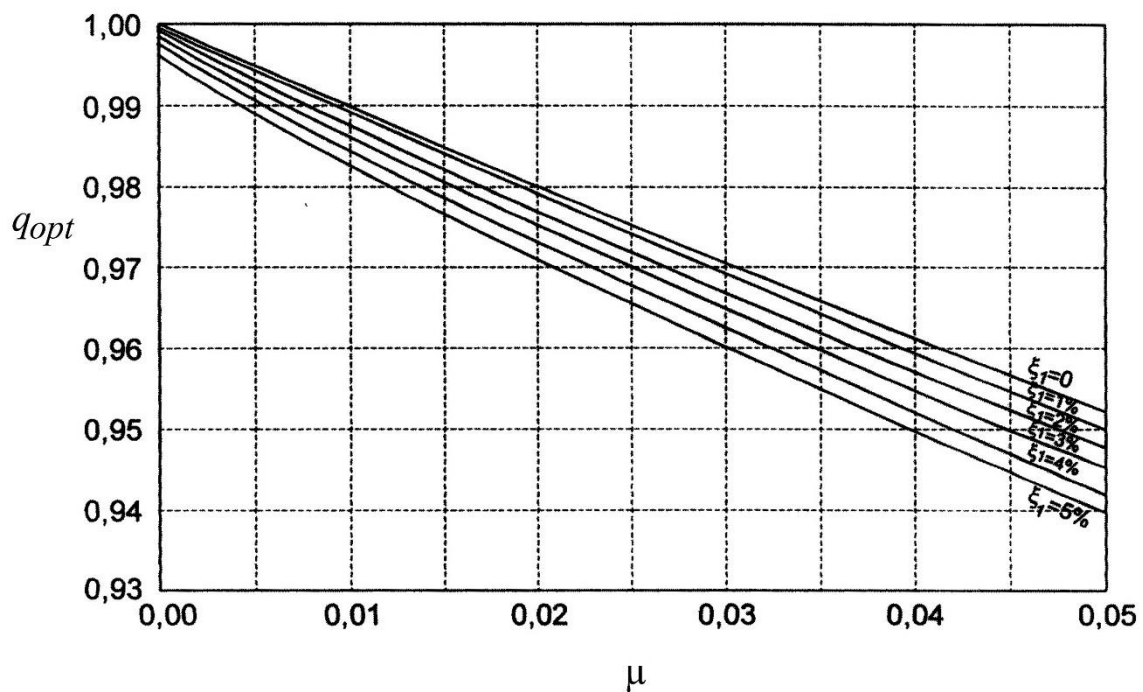


Figura 5.20 – Curvas para determinação do valor ótimo de q [20]

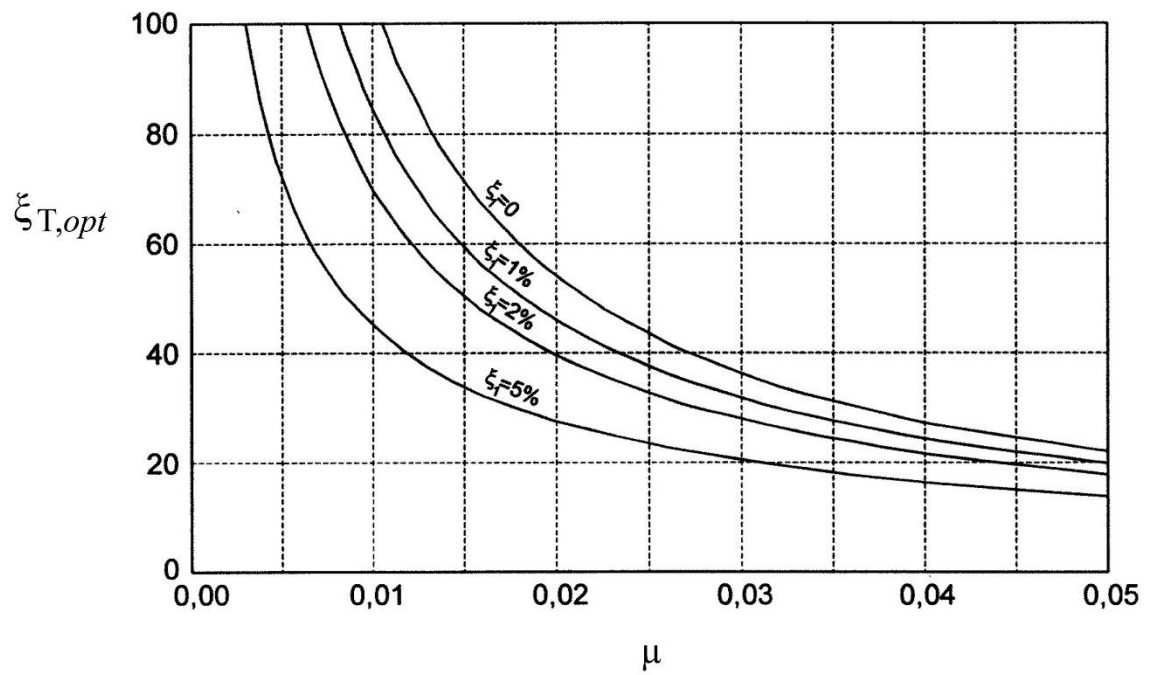
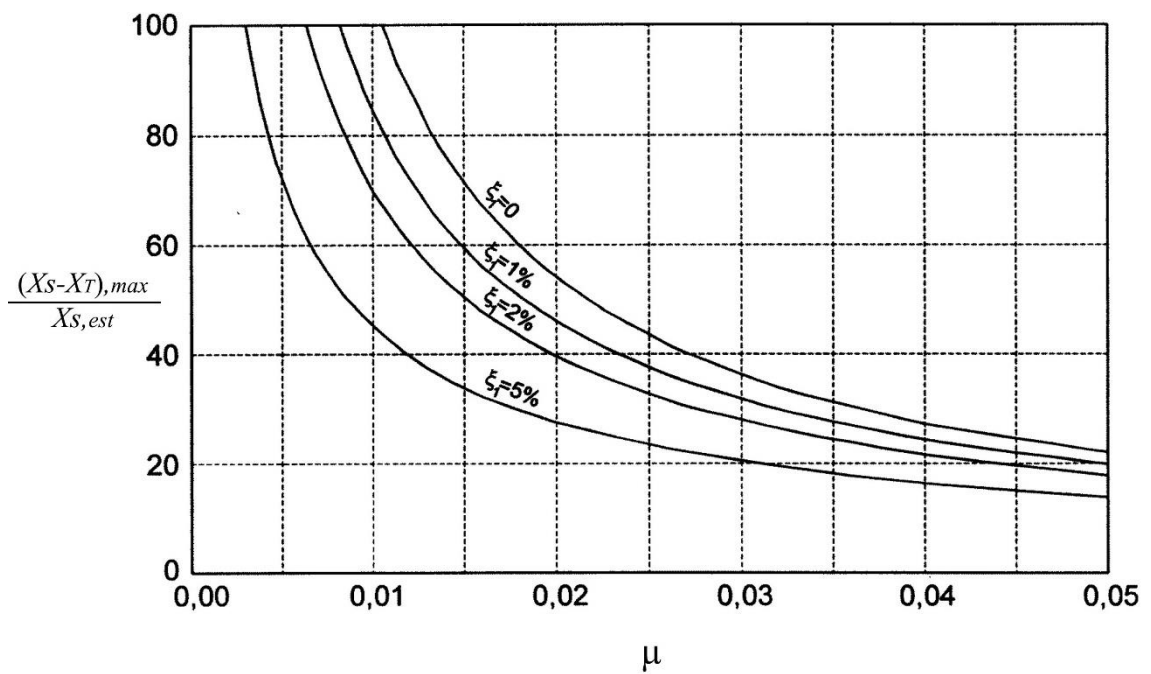

 Figura 5.21 – Curvas para determinar o valor ótimo de ξ_T [20]


Figura 5.22 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento relativo entre a massa principal e a massa adicional [20]

A definição dos parâmetros do TMD pode então ser efetuada utilizando os ábacos anteriores, quando se trata de estruturas com amortecimento elevado, ou recorrendo às equações (5.26) e (5.27) no caso de estruturas com baixo amortecimento. A eficácia do dispositivo de controlo está dependente, mais do que o amortecimento do TMD, da sintonização da frequência do mesmo. Bachmann e Weber [26] alertam para o facto de que a falta de rigor na afinação do TMD traz implicações bastante significativas ao nível da sua eficácia.

Como exemplo, Bachmann e Weber assumindo os valores de $\mu=0.01$, $\xi_s=0.01$ e fazendo variar a rigidez e o coeficiente de amortecimento do TMD, chegaram ao gráfico da Figura 5.23 que representa as curvas de amplificação máxima. Observe-se que o dimensionamento ótimo corresponde ao ponto de amplificação mínimo 11.6, em que as coordenadas associadas à frequência e amortecimento ótimos assumem os valores de $q_{opt}=0.99$ e $\xi_{s,opt}=0.06$. A curva de amplificação 15, adjacente ao ponto que revela o dimensionamento ótimo, permite retirar conclusões relativas à sensibilidade da sintonização dos parâmetros ótimos. Para que se obter uma amplificação inferior a 15, o valor de q terá de assumir valores entre 0.96 e 1.02, ao que corresponde uma variação de $\pm 3\%$ face ao valor ótimo, enquanto o valor de ξ_s situa-se no intervalo entre 0.03 e 0.11, o qual corresponde a desvios de 50 % e 100 % relativamente ao valor ótimo.

Com efeito, pode concluir-se que na sintonização do TMD o coeficiente de amortecimento revela-se pouco condicionante, no entanto é altamente sensível às variações da sua rigidez, pelo que exige uma afinação rigorosa da sua frequência ω_T .

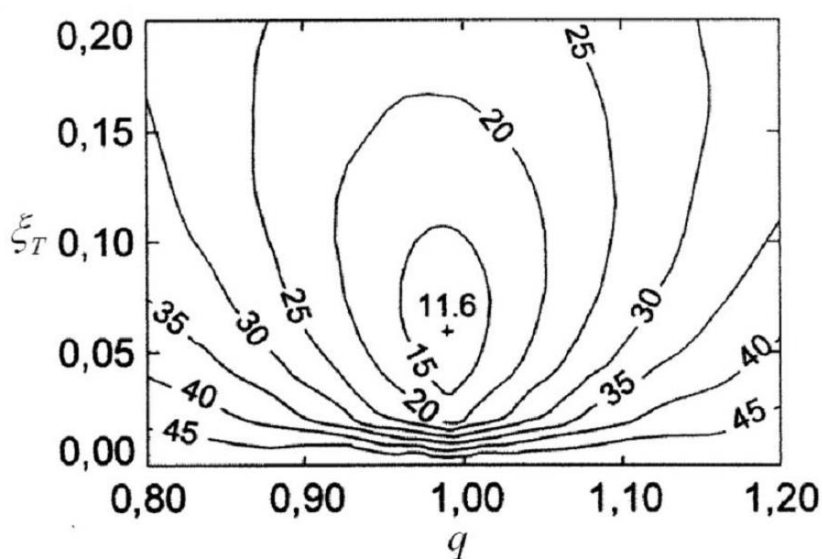


Figura 5.23 – Curvas de amplificação máxima para $\mu=0.01$ e $\xi_T=0.01$ [26]

5.4. DIMENSIONAMENTO DE UM TMD PARA A AÇÃO PEDONAL

5.4.1. PRINCÍPIO DE DIMENSIONAMENTO

A ação pedonal caracterizada por uma função sinusoidal em que a frequência pode ser condicionada por inúmeros fatores, pode conduzir a ponte pedonal a vibrações excessivas, sobretudo quando esta frequência é ressonante com a da estrutura, colocando em causa o conforto dos seus utilizadores. De forma a cumprir as condições de serviço, as acelerações sentidas na estrutura e por sua vez nos peões, terá de ser limitada. Uma das medidas para a redução das vibrações de forma a cumprir os limites

impostos pelas normas abordadas ao longo do capítulo 4, é a adoção de sistemas de mitigação de vibrações, nomeadamente a utilização de TMDs.

A utilização de TMDs em estruturas particularmente vulneráveis a ações dinâmicas tem como objetivo o cumprimento das condições de serviço devidas a vibrações excessivas. A filosofia de dimensionamento passa por impor que o valor da aceleração máxima registada não exceda o valor admissível definido nas normas [20], isto é

$$a_{max} \leq a_{adm} \quad (5.32)$$

A caracterização pedonal foi devidamente detalhada no capítulo 2, pelo que não será abordada ao longo da presente secção.

A resposta da estrutura à ação pedonal pode ser calculada com recurso a um software de cálculo. No entanto, sempre que possível, deve ser validada experimentalmente também no sentido de calibrar e validar o modelo numérico. O valor máximo da aceleração constitui a situação mais desfavorável e determina as condicionantes a ter em conta na definição das características do TMD, para que a aceleração registada tome um valor admissível.

Conhecidos os parâmetros modais da estrutura, a máxima resposta estrutural antes da colocação do TMD, pode ser calculada a partir do ábaco da Figura 5.19, bastando para isso não considerar o valor da massa do TMD e portanto $\mu=0$. Neste cenário, o deslocamento máximo da estrutura pode ainda ser determinado pela seguinte expressão

$$\frac{x_{s,max}}{x_{s,est}} = \frac{1}{2\xi_s} \quad (5.33)$$

O dimensionamento do TMD requer um raciocínio idêntico mas de forma inversa, isto é, deve-se procurar o valor máximo do deslocamento não ultrapasse o valor limite e assim retirar do ábaco o respetivo valor de μ .

A resposta estrutural é fortemente condicionada pelo modo de vibração a controlar de frequência ω_n . O deslocamento máximo (d_{max}) bem como a velocidade máxima (v_{max}), podem ser obtidos simplifcadamente através das seguintes equações

$$v_{max} = \frac{a_{max}}{\omega_n} \quad (5.34)$$

$$d_{max} = x_{s,max} = \frac{a_{max}}{\omega_n^2} \quad (5.35)$$

Recordando

$$x_{s,est} = \frac{P_0}{k_s} \quad (5.36)$$

Substituindo a equação (5.35) em (5.36), o deslocamento máximo é dado por

$$\frac{x_{s,max}}{x_{s,est}} = \frac{a_{max}k_s}{\omega_n^2 P_0} \quad (5.37)$$

5.4.2. UTILIZAÇÃO DE TMDs EQUIVALENTES

O dimensionamento de um TMD como é apresentado anteriormente nem sempre resulta em soluções satisfatórias do ponto de vista da sua aplicação prática, uma vez que o espaço a ocupar pelo TMD pode estar condicionado por razões arquitetónicas, ou caso este apresente massas excessivamente elevadas.

De forma a contornar estas limitações, é possível que se dimensione um conjunto de n TMDs que, colocados em diferentes pontos da estrutura, produzam o mesmo efeito na redução da resposta estrutural do que o TMD inicialmente dimensionado e com características dinâmicas distintas.

Numa primeira fase o dimensionamento do TMD é realizado individualmente e inicia-se recorrendo à Figura 5.19, onde é possível definir o valor de μ , para o qual o deslocamento da massa não ultrapasse o valor da equação (5.37). Depois de definido o valor da massa, o dimensionamento do TMD pode ser feito através dos ábacos das Figuras 5.20, 5.21 e 5.22, ou então recorrendo às equações (5.26) e (5.27) relativas aos parâmetros ótimos, consoante o coeficiente de amortecimento da estrutura.

A massa modal deve ser calculada de acordo com a posição de cada TMD, normalizando o modo de vibração para que tenha componente unitário na secção onde este será instalado. A massa de cada TMD é então definida, assumindo para todos eles, o mesmo valor de μ o qual terá de ser multiplicado por um coeficiente de participação β_i

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = 1 \quad (5.38)$$

5.4.3. DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS APÓS INSTALAÇÃO DOS TMDs

O sistema de um grau de liberdade composto pela estrutura base, após a instalação dos TMDs, torna-se um sistema de dois graus de liberdade, e portanto será necessário determinar as suas novas características, nomeadamente as novas frequências naturais, os seus modos de vibração e respetivos coeficientes de amortecimento. As matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema representado na Figura 5.16 são dadas por

$$M = \begin{bmatrix} m_S & 0 \\ 0 & m_T \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_S + c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_S + k_T & -k_T \\ -k_T & k_T \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Recordando a equação de movimento

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = P(t) \quad (5.42)$$

e a sua solução

$$(K - \omega^2 M)\phi = 0 \quad (5.43)$$

as suas frequências naturais podem ser determinadas pela equação

$$\det(k - \omega^2 M) = 0 \quad (5.44)$$

Substituindo as matrizes de massa e rigidez do sistema de dois graus de liberdade na equação 5.42, resulta

$$\det \left(\begin{bmatrix} k_S + k_T - \omega^2 m_S & -k_T \\ -k_T & k_S - \omega^2 m_T \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (5.45)$$

Desenvolvendo o determinante (5.45), tem-se

$$\omega^4 m_S m_T + \omega^2 (-m_S k_T - m_T k_S - m_T k_T) + k_S k_T = 0 \quad (5.46)$$

De forma a facilitar a resolução da equação (5.45) pode efetuar-se a seguinte mudança de variável

$$\omega^2 = x \quad (5.47)$$

resultando em

$$x^2 m_S m_T + x (-m_S k_T - m_T k_S - m_T k_T) + k_S k_T = 0 \quad (5.48)$$

Trata-se de uma equação de 2º grau do tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (5.49)$$

tal que

$$\begin{cases} a = m_S m_T \\ b = -m_S k_T - m_T k_S - m_T k_T = 0 \\ c = k_S k_T \end{cases} \quad (5.50)$$

A resolução deste sistema é expressa pela fórmula resolvente

$$\omega^2 = x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0 \quad (5.51)$$

Substituindo (5.50) em (5.51) resultam duas soluções que dizem respeito às frequências naturais do sistema. Supondo que se quer controlar o n-ésimo modo de vibração de frequência natural ω_n , as novas frequências assumem respetivamente os valores de $\omega_{n,1}$ e $\omega_{n,2}$.

$$(\omega_{n,1})^2 = \frac{k_T(m_S + m_T) + m_T k_S - \sqrt{[k_T(m_S + m_T) + m_T k_S]^2 - 4m_S m_T k_S k_T}}{2m_S m_T} \quad (5.52)$$

$$(\omega_{n,2})^2 = \frac{k_T(m_S + m_T) + m_T k_S + \sqrt{[k_T(m_S + m_T) + m_T k_S]^2 - 4m_S m_T k_S k_T}}{2m_S m_T} \quad (5.53)$$

Substituindo as novas frequências na equação (5.43), os modos de vibração podem escrever-se como

$$\phi_{n,1} = \left\{ \frac{1}{k_S + k_T - (\omega_{n,1})^2 m_S} \right\} \quad (5.54)$$

$$\phi_{n,2} = \left\{ \frac{1}{k_S + k_T - (\omega_{n,2})^2 m_S} \right\} \quad (5.55)$$

Depois de estimar a massa e de se determinarem os modos de vibração de cada uma das frequências naturais, resta determinar os coeficientes de amortecimento modais para cada um dos modos. Para o modo $\omega_{n,1}$, pode dizer-se que

$$\xi_{n,1} = \frac{c_{n,1}}{c_{critico}} = \frac{c_{n,1}}{2m_{n,1}\omega_{n,1}} \quad (5.56)$$

Efetuando as devidas simplificações [19], o coeficiente de amortecimento relativo a cada um dos modos de vibração é dado por

$$\xi_{n,1} = \frac{2\xi_S\omega_S m_S + c_T \left[1 - 2 \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,1})^2 m_S}{k_T} \right) + \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,1})^2 m_S}{k_T} \right)^2 \right]}{2\omega_{n,1} \left[m_S + m_T \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,1})^2 m_S}{k_T} \right)^2 \right]} \quad (5.57)$$

e

$$\xi_{n,2} = \frac{2\xi_S\omega_S m_S + c_T \left[1 - 2 \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,2})^2 m_S}{k_T} \right) + \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,2})^2 m_S}{k_T} \right)^2 \right]}{2\omega_{n,2} \left[m_S + m_T \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,2})^2 m_S}{k_T} \right)^2 \right]} \quad (5.58)$$

5.4.4. DIMENSIONAMENTO DE UM TMD APLICADO À ESTRUTURA EM ESTUDO

No capítulo 4 procedeu-se ao estudo dinâmico da ponte pedonal apresentada como caso de estudo e verificou-se que segundo a norma BS EN 1991-2, quando se simula o atravessamento de um grupo de peões em corrida, a estrutura é suscetível a níveis de vibração que excedem os valores limite da classe de conforto definida inicialmente pelo projetista e dono de obra.

Apesar da ausência de ensaios experimentais e de qualquer testemunho sobre o comportamento dinâmico da ponte pedonal sob a ação pedonal, decidiu-se adotar um sistema mitigador de vibrações com base num TMD, para que sejam cumpridos os critérios de conforto inicialmente previstos.

De acordo com a resposta face à recomendação técnica da BS EN 1991-2 para um grupo de 2 peões em corrida registou-se uma aceleração $a_{\max}=2.20 \text{ m/s}^2$ e, tendo em conta a classe de conforto definida a aceleração limite $a_{\limite}=1.0 \text{ m/s}^2$, tem-se

$$a_{\max} \leq a_{adm} \quad (5.59)$$

Pretendendo-se reduzir as acelerações em 1.20 m/s^2 , tem-se

$$\frac{x_{S,\max}}{x_{S,\text{est}}} = \frac{1}{2\xi_S} \quad (5.60)$$

o coeficiente de amortecimento da estrutura, como já referido é de 0.005 que, multiplicado por um fator de segurança igual a 1.5, resulta

$$\frac{x_{S,\max}}{x_{S,\text{est}}} = \frac{1}{2 \times 0.005 \times 2 \times 1.5} = 33 \quad (5.61)$$

Pelo gráfico da Figura 5.19 verifica-se que existe mais amortecimento do que aquele que realmente é necessário. Aumentando o coeficiente de segurança para 3, da equação 5.60 resulta

$$\frac{x_{S,\max}}{x_{S,\text{est}}} = \frac{1}{2 \times 0.005 \times 2 \times 3} = 16.7 \quad (5.62)$$

Recorrendo novamente à Figura 5.19 é possível definir a massa do TMD estimando valor de μ

$$\mu \cong 0.05 \quad (5.63)$$

Seguidamente, através das equações (5.26) e (5.27) determinam-se os valores de q_{opt} e ξ_{opt}

$$q_{\text{opt}} \cong 0.952 \quad (5.64)$$

$$\xi_{opt} \cong 0.127 \quad (5.65)$$

A frequência do TMD pode ser calculada através da seguinte equação

$$q_{opt} = \frac{\omega_{TMD}}{\omega_{EST}} \quad (5.66)$$

pelo que

$$0.952 = \frac{\omega_{TMD}}{2\pi \times 4.74} \Leftrightarrow \omega_{TMD} = 28.364 \text{ rad/s} \quad (5.67)$$

$$\omega_{TMD} = \frac{28.364}{2\pi} = 4.51 \text{ Hz} \quad (5.68)$$

A massa do TMD é então dada por

$$M_{TMD} = \mu \times m^* \quad (5.69)$$

$$M_{TMD} = 0.05 \times \left(\frac{1}{0.0098^2} \right) = 520 \text{ Kg} \quad (5.70)$$

a rigidez do TMD calculada através da seguinte equação

$$K_{TMD} = \mu \times m^* \times \omega^2 \quad (5.71)$$

$$k_{TMD} = 0.05 \times \left(\frac{1}{0.0098^2} \right) \times 28.364^2 = 418512 \text{ N/m} \quad (5.72)$$

e o amortecimento definido com base na seguinte equação

$$C_{TMD} = 2\xi_{opt} \times \omega_{TMD} \times M_{TMD} \quad (5.73)$$

$$C_{TMD} = 2 \times 0.127 \times 28.364 \times 520 = 3753 \text{ Ns/m} \quad (5.74)$$

As frequências naturais do novo sistema de dois graus de liberdade são dadas de acordo com as equações (5.52) e (5.53)

$$f_1 = 4.138 \text{ Hz} \quad (5.75)$$

$$f_2 = 5.172 \text{ Hz} \quad (5.76)$$

Os coeficientes de amortecimento quer da estrutura, quer do TMD serão alterados, podendo ser calculados através das equações (5.57) e (5.58)

$$\xi_{n,1} = 6.67 \% \quad (5.77)$$

$$\xi_{n,2} = 6.78 \% \quad (5.78)$$

6

ESTUDO ECONÓMICO DA
SOLUÇÃO ALTERNATIVA

6.1. INTRODUÇÃO

A otimização da estrutura apresentada como caso de estudo era o principal objetivo da presente dissertação. Sabia-se desde logo que com o aligeiramento da estrutura, as suas frequências potenciavam um estudo dinâmico rigoroso, exigindo assim a avaliação do comportamento dinâmico face às ações pedonais.

O facto de a tese ter sido desenvolvida no contexto empresarial, além dos conhecimentos transmitidos à equipa projetista, reveste o interesse da área comercial potenciando futuramente a apresentação de propostas alternativas e mais competitivas. Desta forma, ao longo dos 6 capítulos que compõem o presente trabalho pretende-se descrever um processo de otimização, que inicialmente era uma barreira dos projetistas, revelando bastante interesse do ponto de vista económico. Numa altura em que o mercado da construção atravessa dificuldades, apresentar aos seus clientes soluções mais competitivas trará certamente a sua recompensa num futuro próximo.

Além disso apresenta-se ainda outra solução que não revelou grande interesse do ponto de vista do comportamento dinâmico, mas reveste-se de grande interesse ao nível de projeto devido ao seu funcionamento estrutural.

6.2. PROJETO BASE VS. SOLUÇÃO OTIMIZADA

A Passagem Pedonal Superior, Av. 21 de Janeiro – Estaca 106, já descrita ao longo do capítulo 3, apresenta quatro treliças verticais do tipo Warren, as quais mereceram especial atenção, já que a otimização da estrutura se focou essencialmente nestas. Na Figura 6.1 apresenta-se o alçado da treliça original.

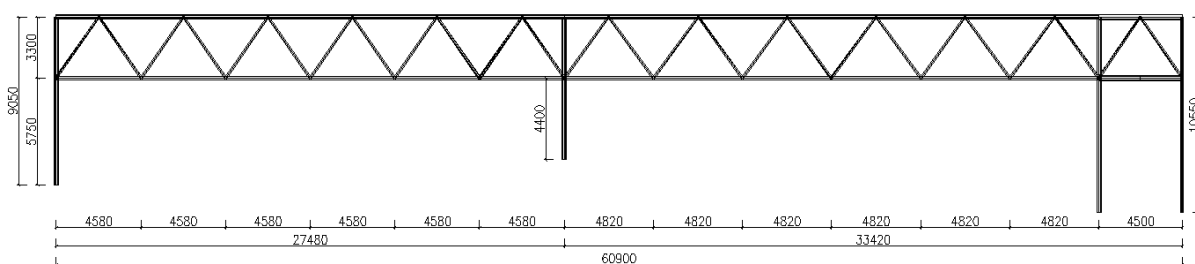


Figura 6.1 – Alçado do projeto base – Treliça tipo Warren

Antes de chegar à estrutura otimizada, como já referido, com base no modelo original, verificou-se o rácio de utilização das barras tendo-se verificado que este era baixo em grande parte das barras, permitindo assim uma redução das suas secções transversais, o que conduziu à elaboração de um novo modelo – “Modelo Aligeirado”. A otimização da topologia foi efetuada posteriormente, abordando diferentes disposições das diagonais que compõem as treliças verticais. O modelo resultante desta otimização e que foi posteriormente utilizado no estudo do comportamento dinâmico foi designado de “Modelo Otimizado”, o qual se apresenta na Figura 6.2.

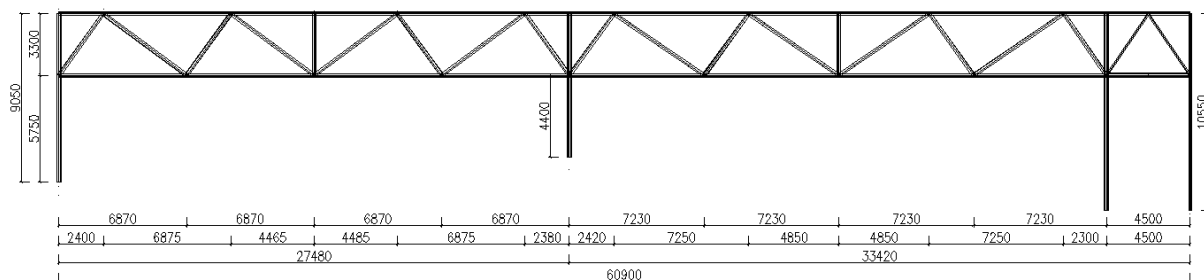


Figura 6.2 – Alçado do modelo identificado como “Modelo Otimizado”

No projeto que serve de base para o presente caso de estudo, a empresa Martifer apenas orçamentou a estrutura metálica, tendo a laje mista ficado a cargo da Odebrecht. Desta forma, os dados recolhidos junto da empresa apenas permitem comparar os custos associados à estrutura metálica.

O orçamento tem em conta uma série de fatores dependendo sobretudo do projeto e da sua localização. Relativamente ao projeto da Passagem Pedonal Superior, Avenida 21 de Janeiro – Estaca 106 [12], a empresa ficou encarregue de toda a estrutura metálica, desde o seu dimensionamento até à sua montagem em Luanda. Assim, o valor final terá em conta:

- Processo de aquisição dos perfis a utilizar;
- Processo de fabrico;
- Pintura;
- Qualidade e Segurança;
- Gestão Portugal;
- Gestão Angola;
- Transporte;
- Montagem;
- Projeto.

No processo de aquisição, de acordo com o dono de obra, são acrescentados 10 % de forma a ter em conta desperdícios associados ao processo de fabrico. Além disso, ao custo final acrescem os encargos financeiros, encargos com a estrutura e respetiva margem de lucro. No final, de acordo com o mesmo o projeto base custou ao cliente 6.98 USD/Kg.

Com o processo de otimização levado a cabo na presente dissertação, conseguiu reduzir-se o peso da estrutura em 14 %. As quantidades relativas a cada estrutura comparam-se de acordo com cada perfil no Quadro 6.1.

Quadro 6.1 – Diferença entre as quantidades do modelo original e do modelo otimizado

Quantidades [kg]			
Modelo MTC		Modelo Otimizado	
L 60x6	313	L 60x6	313
L 80x8	324	L 80x8	324
HEA 160	3807	HEA 160	3807
HEA 240	17450	HEA 200	9917
IPE 160	3061	HEA 240	3294
IPE 270	16356	IPE 120	1971
RHS 200x120x4	3899	IPE 160	63
SHS 80x80x3	567	IPE 200	201
		IPE 270	16031
		RHS 180x100x4	2975
		SHS 70x70x3	492
TOTAL	45777		39390
TOTAL C/LIGAÇÕES	50355		43329
DIFERENÇA		-14 %	

Note-se que, associado ao aligeiramento da estrutura, está associado o tempo dispendido na elaboração da presente dissertação e portanto o preço que inicialmente era de 6.98 USD/Kg teria de ser alterado considerando esse tempo.

O estudo económico da solução alternativa pode então ser feito considerando dois cenários distintos: primeiro, considerando um preço de venda ao cliente igual nas duas soluções; segundo, ajustando o preço de venda tendo em conta que o processo de otimização demorou apenas 2 meses (contando apenas o tempo utilizado durante os estudos dinâmicos).

Para o primeiro cenário, o valor final da obra seria adjudicado ao dono de obra em

$$C_{PB} = 6.98 \times 50355 = 351\,478 \text{ USD} \quad (6.1)$$

$$C_{SO} = 6.98 \times 43329 = 302\,436 \text{ USD} \quad (6.2)$$

Na verdade, o custo adjudicado é de facto mais barato. No entanto, não reflete a realidade uma vez que o tempo utilizado no projeto não foi o mesmo, resultando numa diminuição da margem de lucro por parte da empresa. Considerando agora a segunda hipótese, o preço adjudicado aproximar-se-ia dos 7.15 USD/Kg resultando

$$C_{SO} = 7.15 \times 43329 = 309\,802 \text{ USD} \quad (6.3)$$

Uma vez que para a solução otimizada se sugeriu a adoção de sistema controlador de vibrações com base num TMD, a este valor (equação 6.3) deve adicionar-se o preço do TMD – 10 €/Kg. Assim, o preço final fixar-se-ia em

$$C_{SO} = 309\,802 + 520 * (10 * 1.37) = 316\,926 \text{ USD} \quad (6.4)$$

Naturalmente em projetos futuros a desenvolver pela empresa, o tempo de projeto, fator que é preponderante no preço de venda, não tomará nenhum dos pressupostos utilizados anteriormente. Como o tempo ótimo se localizará entre a primeira e a segunda hipótese, pode concluir-se que, garantindo à empresa a mesma margem de lucro, na Passagem Pedonal Superior, Avenida 21 de Janeiro – Estaca 106 consegue apresentar-se uma solução bem mais competitiva reduzindo o preço adjudicado em aproximadamente 10 %.

O modelo onde foi adotado o pavimento metálico não foi avaliado, já que não existia termo comparativo, pois a laje mista não ficou a cargo da Martifer.

7

CONCLUSÃO

7.1. DESCRIÇÃO DOS TRABALHOS REALIZADOS

O trabalho desenvolvido ao longo da presente dissertação teve como principal objetivo avaliar o nível de otimização possível em pontes pedonais treliçadas, garantindo contudo o conforto dos peões que a utilizam. Serviu como caso prático uma das pontes pedonais que atravessa a Avenida 21 de Janeiro em Luanda, cujo projeto havia sido desenvolvido pela Martifer.

Após a disponibilização do modelo por parte da empresa, fez-se um estudo do funcionamento estrutural que permitiu uma redução considerável do peso levando a que a estrutura tomasse valores de frequência críticos quando esta é excitada pela ação pedonal. Neste sentido, foi necessária a realização do estudo do comportamento dinâmico com base nas metodologias existentes de forma a avaliar a sua resposta e perceber se é ou não necessária a adoção de sistemas de amortecimento.

Inicialmente, com base no modelo desenvolvido pelo projetista, fez-se um estudo do comportamento estático e modal da presente pedonal, que permitiu ao autor perceber o seu funcionamento estrutural. O facto de a estrutura apresentar frequências naturais acima dos valores indicados pelas diferentes normas, conduziu ao sobredimensionamento estrutural. Assim, o autor partiu para a otimização, reduzindo as secções transversais que se encontravam mais folgadas e posteriormente estudou outras possibilidades para a topologia da treliça vertical. A redução de peso bem como a alteração da forma da treliça, tornaram a estrutura mais flexível, levando a que a sua frequência caísse em intervalos suscetível de vibrações por parte da ação pedonal, tendo sido necessário proceder ao estudo do comportamento dinâmico provocado por este tipo de ação.

Ao longo do capítulo 2, faz-se um levantamento da bibliografia atualmente utilizada para descrever as ações dos peões em caminhada e corrida, individualmente e em grupo e também para situações de fluxo contínuo de peões, como é o caso do dia da sua inauguração. Desta forma, foram expostas as metodologias que permitem avaliar a suscetibilidade da estrutura à ação pedonal, incluindo os modelos de carga a aplicar, respetivas recomendações técnicas e condições de serviço em termos de conforto para os peões que utilizam a ponte.

Seguidamente, desenvolveu-se um novo modelo numérico com a estrutura já otimizada, onde se procedeu ao estudo do seu comportamento dinâmico através das simulações numéricas sugeridas pelas normas anteriormente citadas, de forma a perceber o grau de conforto para os seus utilizadores perante os vários cenários já descritos. Verificou-se que para 2 tipos de carregamento a estrutura excede os limites impostos inicialmente pelo projetista e dono de obra, pelo que foi necessária a adoção de um sistema mitigador de vibrações com base num TMD.

Verificada a suscetibilidade da estrutura à ação de grupos de peões em corrida, sumariamente apresentaram-se várias soluções de controlo de vibrações regularmente utilizadas em pontes pedonais, tendo dado ênfase a uma solução particular de sistemas de controlo passivo, os amortecedores de massas sintonizadas, vulgarmente conhecidos por TMDs. Nesse sentido, apresentam-se também os princípios que servem de base ao seu dimensionamento quando solicitado por ações harmónicas como é o caso das ações dos peões. Posteriormente, de forma a garantir o conforto dos peões, garantindo que a aceleração não excedia a classe de conforto esperada, realizou-se o pré-dimensionamento de um TMD.

Por fim, efetuou-se uma comparação dos custos face à solução inicial que já se encontra em funcionamento e a solução otimizada pelo autor.

7.2. RESULTADOS DO ESTUDO

Em primeiro lugar, destacando o processo de otimização da estrutura inicial, as principais alterações refletiram-se desde logo na topologia da treliça e na redução das secções transversais ao nível das diagonais que constituem a treliça vertical e horizontal, bem como nas cordas inferiores e superiores que vencem os dois tramos, permitindo uma otimização do seu da ponte da ordem dos 15 %.

No que diz respeito ao estudo do comportamento da presente ponte pedonal, primeiro: como a estrutura apresenta frequências elevadas face às frequências típicas dos peões em caminhada e até mesmo em corrida, o seu primeiro harmónico não é relevante pois, face aos resultados obtidos a ponte garante conforto máximo aos seus utilizadores; segundo: relativamente à modelação de grupos e ao fluxo contínuo de peões há consonância entre as normas expostas, isto é, registam-se valores de acelerações, todos eles muito próximos entre as recomendações do Sétra, HIVOSS e BS EN 1991-2, sendo também garantido o conforto máximo. Através do registo das acelerações na direção transversal, conclui-se que de facto, o segundo harmónico relativo à ação pedonal não é sequer relevante na direção horizontal.

A norma BS EN 1991-2 apresenta acelerações maiores do que todas as outras, tendo-se registado acelerações superiores a 2 m/s^2 para a ação da corrida. A disparidade entre resultados estará relacionada com a definição da amplitude da carga sinusoidal e forma como esta é aplicada ao modelo numérico. No entanto, os valores observados, permitem concluir que a estrutura se revela sensível a vibrações para ações de vandalismo ou grupos de peões em corrida, justificando assim o dimensionamento de TMDs.

Relativamente ao estudo de uma solução alternativa, conclui-se que, mesmo utilizando mais tempo no projeto, apresentar uma solução otimizada resultará numa redução significativa do custo, trazendo assim inúmeras vantagens à empresa.

7.3. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Apesar das limitações de tempo inerentes à realização desta dissertação, os objetivos propostos foram cumpridos. No entanto, existem ainda aspetos que merecem relevo no desenvolvimento de trabalhos futuros.

A otimização estrutural excede claramente o conceito de diminuição de secções transversais, não sendo possível no tempo previsto, atingir grandes níveis de otimização, sugerindo assim que no futuro se proceda à otimização da treliça horizontal ao nível da sua topologia.

Com os resultados díspares obtidos pela norma BS EN 1991-2 seria interessante comparar os seus valores para o mesmo número de peões com os valores obtidos com cargas móveis.

Faltou à presente dissertação, após o dimensionamento do TMD aplicá-lo ao modelo numérico e avaliar novamente o comportamento da estrutura de forma a verificar a sua eficiência.

Por último, uma vez que na empresa não existem quaisquer ensaios dinâmicos relativos a esta ou outras pontes pedonais, seria interessante proceder à sua realização no sentido de melhor calibrar o modelo numérico e verificar o grau de aproximação relativo ao comportamento da estrutura comparando os resultados obtidos pelo modelo numérico e os ensaios.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Alves, R.A.F., *Comportamento dinâmico de pontes sob a acção pedonal*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 2008.
- [2] Dallard, P., et al., *The London Millennium Footbridge*. Structural Engineer, 2001, **79**(22): p. 17- 33.
- [3] Živanović, S., A. Pavic, and P. Reynolds, *Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: A literature review*. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279(1-2): p. 1- 74, Elsevier.
- [4] Bachmann, H. and W. Ammann, *Vibrations in structures: induced by man and machines (Third Edition)*. International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.
- [5] *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges - Final report*. Research Fund for Coal and Steel, European Comission, 2006.
- [6] *Technical Guide: Footbridges - Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading*. SÉTRA, 2006.
- [7] *Human Induced Vibrations of Steel Structures (HIVOSS): Vibrações em Pontes Pedonais - Documento de Base*. Research Fund for Coal and Steel, European Comission, 2008.
- [8] *Human Induced Vibrations of Steel Structures (HIVOSS): Vibrações em Pontes Pedonais - Recomendações Técnicas de Projeto*. Research Fund for Coal and Steel, European Comission, 2008.
- [9] Mackenzie, D. and C. Barker, *Calibration of the UK National Annex*, in *Footbridge 2008 - Third International Conference*, 2008.
- [10] Clough, R.W. and J. Penzien, *Dynamics of structures (Third Edition)*. McGraw Hill, 2003.
- [11] <https://maps.google.pt> . Acedido a 24/04/2014.
- [12] MARTIFER, *Memória Descritiva e Justificativa da Passagem Superior Pedonal, Avenida 21 de Janeiro – Estaca 106*, 2013.
- [13] NP EN 1993-1-1 (2010). Eurocódigo 1: *Projeto de estruturas de aço – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. Instituto Português da Qualidade (IPQ), Lisboa.
- [14] NP EN 1993-1-8 (2010). Eurocódigo 1: *Projeto de estruturas de aço – Parte 1-8: Projeto de ligações*. Instituto Português da Qualidade (IPQ), Lisboa.
- [15] NP EN 1991-1-1 (2009). Eurocódigo 1: *Acções em estruturas – Parte 1-1: Acções gerais – Pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios*. Instituto Português da Qualidade (IPQ), Lisboa.
- [16] CEN, *Eurocode 0 – Basics of Structural design*, in Annex A-2: *Application for bridges*, 2009.
- [17] NP EN 1991-1-4 (2010). Eurocódigo 1: *Acções em estruturas – Parte 1-4: Ação do vento*. Instituto Português da Qualidade (IPQ), Lisboa.
- [18] Azevedo, A.F.M, Adão da Fonseca, A. and Oliveira R., *Otimização da forma de uma ponte metálica*, Goicolea, J. M., Mota Soares, C., Pastor, M. and Bugada, G. eds, *Métodos Numéricos en Ingeniería V*, Spain 2002., p. 1-12.
- [19] Rocha, J.R.S.P, *Estudo dinâmico da ponte pedonal da Rabada em Santo Tirso*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 2012.
- [20] Moutinho, C.M.R., *Controlo passivo e activo de vibrações em pontes de peões*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 1998.

- [21] Bachmann, H., *Vibration problems in structures practical guidelines*. Berlin: Birkhauser Verlag, 1995.
- [22] Oliveira, G.M.C.S., *Análise e dimensionamento de um sistema de amortecimento para uma chaminé*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 2011.
- [23] Caetano, E., et al., *Studies for controlling human-induced vibration of the Pedro e Inês footbridge, Portugal. Part 1: Assessment of dynamic behaviour*. Engineering Structures, 2010, 32(4): p. 1069-1081, Elsevier.
- [24] Caetano, E., et al., *Studies for controlling human-induced vibration of the Pedro e Inês footbridge, Portugal. Part 2: Implementation of tuned mass dampers*. Engineering Structures, 2010, 32(4): p. 1082-1091, Elsevier.
- [25] Den Hartog, J.P., *Mechanical vibrations*. Dover, New York, 1985.
- [26] Bachmann, H. and B. Weber, *Tuned vibration absorbers for lively structures*. Structural Engineering International, 1995, 5(1): p. 31-36.
- [27] <http://forums.autodesk.com/t5/Robot-Structural-Analysis/Modal-Decomposition-issue/td-p/3414717>. Acedido a 03/04/2014
- [28] <http://forums.autodesk.com/t5/Robot-Structural-Analysis/Loads/mp/4892150/highlight/true#M21821>. Acedido a 18/03/2014
- [29] http://pt.wikipedia.org/wiki/Usain_Bolt. Acedido a 30/05/2014