

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO



Planeamento da produção numa empresa do setor têxtil-lar

Cátia Filipa Viães Fernandes

Mestrado Integrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Orientadora: Doutora Elsa Marília da Costa Silva

Co-orientador: Professor Doutor José Fernando Oliveira

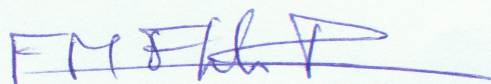
30 de Junho de 2014

A Dissertação intitulada

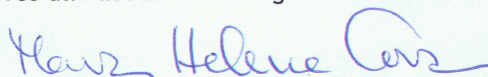
“Planeamento da Produção numa Empresa do Setor Têxtil-Lar”

foi aprovada em provas realizadas em 23-07-2014

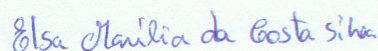
o júri



Presidente Professor Doutor Fernando Manuel Ferreira Lobo Pereira
Professor Catedrático do Departamento de Engenharia Eletrotécnica e de
Computadores da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

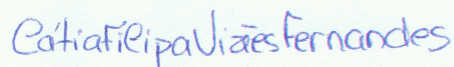


Professora Doutora Maria Helena Gonçalves da Silva Correia
Professora Auxiliar da Faculdade de Economia e Gestão da Universidade Católica
Portuguesa



Doutora Elsa Marília da Costa Silva
Investigadora do INESC-TEC

O autor declara que a presente dissertação (ou relatório de projeto) é da sua exclusiva autoria e foi escrita sem qualquer apoio externo não explicitamente autorizado. Os resultados, ideias, parágrafos, ou outros extratos tomados de ou inspirados em trabalhos de outros autores, e demais referências bibliográficas usadas, são corretamente citados.



Autor - Cátia Filipa Viães Fernandes

Resumo

A indústria têxtil apresenta uma grande diversidade de processos produtivos que dependem de diferentes etapas que podem englobar, a tecelagem, a tinturaria, a estampagem e o corte. Todo o processo produtivo requer especial atenção devido a algumas restrições e requisitos mínimos necessários nas diferentes etapas. Um bom planejamento da produção garante a eficiência dos processos e proporciona, através de uma melhor gestão dos recursos e minimização de desperdícios, um diferencial competitivo para a empresa.

Neste trabalho é proposto e implementado um modelo de programação inteira e um método de resolução para tratar o problema de planejamento do processo produtivo de uma empresa têxtil-lar. Pretende-se determinar o planejamento da produção que permita satisfazer a procura dos clientes ao mesmo tempo que se garante a minimização dos desperdícios. O modelo, com base nos trabalhos pioneiros de Gilmore & Gomory (1961, 1963, 1965) que abordam o problema de corte, utiliza o método de geração de colunas para obter soluções eficientes. Para tal, o modelo de programação inteira é relaxado e resolvido iterativamente e com troca de informações entre um problema mestre restrito e um subproblema que gera novos padrões de corte.

De modo a diminuir o tempo de processamento e acelerar o processo de geração de colunas, a resolução do subproblema é realizada heurísticamente e, se o valor do problema mestre restrito relaxado não melhorar, o subproblema é resolvido até à otimalidade através de programação inteira.

A implementação computacional do modelo e respetivo algoritmo de resolução foi feito na linguagem C++ usando o compilador do *Microsoft Visual Studio* e com recurso à biblioteca de funções do solver *IBM ILOG CPLEX 12.6 (Concert)*. Foram realizados testes computacionais com uma instância real e analisados os resultados.

Abstract

The textile industry presents a considerable diversity of productive processes that are dependent on the several stages that constitute the process itself weaving, dyeing, printing and cutting. The whole productive process demands special attention due to some restrictions and minimum requirements that should be observed at every different stage. Optimal production planning in this sector ensures process efficiency, and yields the company a competitive edge through better resource management and waste reduction processes.

In this work a integer programming model and a resolution method to handle the problem of the productive process planning of a Home textile factory are proposed. It intends to determine the best production planning to simultaneously satisfy the demand and the minimisation of waste. The proposed model is based on the pioneering works of Gilmore & Gomory (1961, 1963, 1965) addressing the issue of cutting, and uses the column generation method to generate efficient solutions. To achieve that, a integer programming model is relaxed and solved iteratively and with data exchange between a restrict master problem and a subproblem that generates new cutting patterns.

In order to reduce processing time and accelerate the column generation process, the solving of the subproblem is carried out heuristically and, if the value of the restrict master problem is not improved, then the subproblem is solved to optimality through integer programming.

The computational implementation of the model and its algorithm was carried out in C++ language using a compiler of *Microsoft Visual Studio* and resorting to the functions library of the solver *IBM ILOG CPLEX 12.6 (Concert)*. Computational tests with real instances were performed and the results analysed.

Agradecimentos

É com emoção que chego ao fim deste meu trabalho. Reconheço que os obstáculos com que me deparei, só deixaram de existir, com o estímulo, a compreensão e o talento de todos os que, direta ou indiretamente, contribuíram com a sua afetividade, partilha do seu saber e a sua disponibilidade quando era necessário. A todos, quero expressar o meu mais sincero agradecimento.

De uma forma especial quero agradecer à minha orientadora, Doutora Elsa Marília Silva, pela sua competência profissional, pelos inúmeros conhecimentos que me transmitiu e pela sua capacidade de dar novas perspetivas de análise ao longo do trabalho. Agradeço as suas palavras de alento, amizade e força.

Ao Professor Doutor José Fernando Oliveira, pelo seu valoroso contributo, empenho e profissionalismo demonstrado mas sobretudo por ter acreditado que eu seria capaz ao me ter dado a oportunidade de participar neste trabalho.

Aos meus pais a quem dirijo um agradecimento muito especial e que sem eles este sonho não seria possível. Um obrigada por todos estes anos de dedicação, amor incondicional, sacrifícios e confiança depositada em mim. Pela ajuda, apoio e paciência que nunca permitiram que em momento algum de fraqueza eu desistisse. Por todas as palavras de conforto e pelo exemplo de coragem que representam para mim. A eles dedico esta vitória!

À minha irmã que viveu de perto comigo alguns anos desta caminhada e que sempre esteve do meu lado, apoiando-me mesmo nos momentos de maior tensão em que lhe esgotava a paciência.

Ao Vitor Pinheiro, que nos primeiros anos foi um pilar importante nesta caminhada e que de uma forma especial me ensinou a superar os obstáculos e a descobrir a pessoa forte que hoje me tornei.

À Fátima Airosa, aquela amiga que me abraçou desde o início e nunca mais permitiu que me sentisse sozinha e que ao meu lado lutou para que este dia chegasse. Para além do companheirismo foi uma irmã com quem sempre pude contar, chorar, desabafar, sorrir e festejar, uma irmã que levarei comigo para onde quer vá.

À Diana Soares, que se tornou uma amiga e um apoio fundamental no último ano. Nunca esquecerei as palavras de conforto e amizade, a ajuda e apoio incondicional que sempre teve à minha disposição.

Ao Fábio Silva, o amigo, vizinho e companheiro, com quem partilhei sorrisos, lágrimas e horas sem fim de trabalho, que mesmo em momentos mais complicados me apoiou.

Ao João Ramos, que foi sempre um amigo preocupado, atencioso e pronto a ajudar, um amigo que nunca esquecerei.

Ao Orlando Alvarinho, pelo apoio e contributo de forma positiva durante este projeto, pelas suas palavras de incentivo e força.

A todos os meus amigos, que conquistei durante este percurso, aos que a distância não permitiu tanto convívio e outros que de uma forma menos ativa fizeram parte deste desafio, obrigada pelo apoio nos momentos mais difíceis, pelas palavras de ânimo e conforto.

viii

A todos e por tudo, muito obrigada.

Cátia Fernandes

*“O primeiro passo para conseguirmos o que queremos na vida,
é decidirmos o que queremos”*

Ben Stein

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Objetivos e Enquadramento	1
1.2	Estrutura do Documento	2
2	Planeamento da produção numa empresa do setor têxtil-lar	3
2.1	Introdução ao problema	3
2.2	Padrões de Corte	5
2.3	Restrições e tipo de output	8
3	Revisão da Literatura	11
3.1	Planeamento da Produção na Indústria Têxtil	11
3.2	Problemas de corte	18
3.2.1	Geração de Colunas	20
4	Modelo e método de resolução	25
4.1	Apresentação do modelo	25
4.1.1	Dados do problema	25
4.1.2	Variáveis de decisão	27
4.1.3	Formulação matemática	27
4.2	Abordagem à resolução do problema	29
4.3	Heurística aplicada ao processo de corte	31
4.4	Exemplo	35
5	Testes e resultados computacionais	45
5.1	Instância utilizada	45
5.2	Testes e resultados	47
5.2.1	Variação do P_{min}	47
5.2.2	Variação do L_{min}^l	49
5.2.3	Variação do S_j^{tce}	50
6	Conclusão	53

Lista de Figuras

2.1	Processo Produtivo da Textilar (Tecelagem-Corte)	4
2.2	Esquemas de tecelagem	4
2.3	Representação de uma "mesada"	5
2.4	Exemplo de um padrão de corte	5
2.5	Representação de meias-peças	6
2.6	Representação de enfeitos	6
2.7	Tipos de corte	7
2.8	Padrão de Corte do tipo 3-estágios com <i>trimming</i> , adaptado de (Almeida, 2014) .	7
3.1	Padrão de corte na indústria têxtil, adaptado de (Degraeve & Vandebroek, 1998)	12
3.2	Exemplo de diferentes secções	15
3.3	Padrão de corte formado por várias secções na mesa de corte	16
3.4	Passagem de itens irregulares para regulares	17
3.5	Processo de geração de colunas	20
4.1	Organização de um padrão de corte por níveis	32
4.2	Padrão gerado para o rolo de largura 170 e referência 109	37
4.3	Padrão gerado para o rolo de largura 285 e referência 109	38
4.4	Padrão gerado para o rolo de largura 170 e referência 109	39
4.5	Padrão gerado para o rolo de largura 285 e referência 109	39
4.6	Padrão gerado para o rolo de largura 170 e referência 109	41
4.7	Padrão gerado para o rolo de largura 285 e referência 109	41

Lista de Tabelas

3.1	<i>Inputs e Outputs do Cut Order Planning.</i> (Jacobs-Blecha <i>et al.</i> , 1997)	16
4.1	Dados e tipo de peças	35
4.2	Dados e tipo de rolos	35
4.3	Definição dos parâmetros	35
4.4	Primeira solução do PMR	36
4.5	Segunda solução do PMR	38
4.6	Terceira solução do PMR	40
4.7	Quarta solução do PMR	42
4.8	Solução final do PMR	43
4.9	Solução inteira do PMR	44
5.1	Tipo de peças	46
5.2	Tipo de rolos	46
5.3	Parâmetros	47
5.4	Resultados obtidos no primeiro teste.	48
5.5	Resultados obtidos com a definição do $P_{min}=6000$	49
5.6	Resultados obtidos com a definição do $L_{min}^t=0$	49
5.7	Resultados obtidos com a definição do $L_{min}^t=730655$	50
5.8	Determinação das diferentes larguras j para cada referência t	51
5.9	Resultados obtidos com a definição de $K_{1j}^{tce}=K_{2j}^{tce}=1$	51
5.10	Resultados obtidos com a definição de $K_{1j}^{tce} = 2$ e $K_{2j}^{tce} = 1$	51

Abreviaturas e Símbolos

ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
IP	<i>Integer Programming</i>
MIP	<i>Mixed Integer Programming</i>
NLIP	<i>Nonlinear Integer Programming</i>
PF	Pedido de Fabrico
PMR	Problema mestre restrito
SA	<i>Simulated Annealing</i>

Capítulo 1

Introdução

1.1 Objetivos e Enquadramento

Em Portugal, a indústria têxtil e de vestuário, localizada maioritariamente no Norte do país, é uma das mais importantes indústrias para a economia. As vantagens da mesma relacionadas com a sua localização geográfica e com a mão de obra barata, face à grande parte dos países da Europa Central, permitiram o desenvolvimento deste sector. Atualmente, representa 9% do total das exportações portuguesas, assim como 20% do emprego, 8% do volume de negócios e 88 % da produção na indústria transformadora, segundo a ATP- Associação Têxtil e Vestuário de Portugal. Trata-se de uma indústria, que em Portugal abrange cerca de cinco mil sociedades que laboram nos diferentes subsectores e que atingiu durante as décadas de 70 e 80 do séc. XX o auge de crescimento e dinamismo.

Atualmente, e com origem nos anos 90, a indústria têxtil no geral tem sido influenciada por um conjunto de fatores inibidores do seu desenvolvimento. Salienta-se, entre outros, a recessão sentida na Europa que restringiu o consumo de produtos têxteis, o aumento da concorrência por parte de países emergentes, particularmente as grandes economias asiáticas e a evolução tecnológica.

De forma a enfrentar a competição pelo preço, a indústria nacional, tem investido cada vez mais na oferta de produtos com maior valor acrescentado e desenvolvido políticas comerciais como marca própria e as parcerias com marcas líderes, entre outras. Contudo, estas soluções estratégicas arrastaram consigo outros problemas de produção muito distintos, com os quais as empresas não lidavam anteriormente. Salienta-se entre eles a grande diversidade de produtos, problemas na gestão de stock, ciclos de vida do produto demasiado curtos e produção em pequenas séries.

É neste contexto, que a indústria têxtil sente necessidade de reduzir e controlar os custos de produção, assim como gerir as encomendas com margens reduzidas de rentabilidade num ambiente de produção comercial mais dinâmico, complexo e competitivo face ao existente no passado. Perante esta conjuntura, não só a indústria têxtil assim como outro tipo de indústrias, recorrem ao desenvolvimento tecnológico, de modo a controlar os processos e a automatizar e otimizar os processos produtivos.

A Textilar, é uma empresa que inclui diversas etapas produtivas no ramo da indústria têxtil. Numa primeira fase compreende a produção de rolos de tecido através da tecelagem, que posteriormente seguem para a fase de tinturaria e/ou estampagem, passando para uma das fases mais importantes, o processo de corte, e finaliza com o produto final (fronha, lençol, capa de edredão e capa de colchão) embalado. Em cada uma destas fases a empresa pode recorrer a stock intermédio proveniente de fases antecedentes do processo produtivo ou à aquisição através de um fornecedor externo. Deste modo, o planeamento da produção torna-se um processo crucial para a competitividade da empresa.

Durante as diferentes fases constituintes do processo produtivo da empresa, existem algumas restrições importantes a ter em conta, assim como determinadas decisões que devem ser tomadas. Definir os mínimos de produção, a largura de rolo a produzir, o comprimento mínimo de tecido a aplicar o mesmo padrão de corte, assim como seleccionar o padrão mais adequado, são alguns dos pontos principais a ter em conta no planeamento da produção.

É em torno deste problema de planeamento de grande complexidade que se desenvolve a presente dissertação. Este trabalho terá como foco o desenvolvimento e implementação de um modelo matemático, mais precisamente, um modelo de Programação Inteira que usa uma quantidade exponencialmente grande de variáveis de decisão. Este problema foi classificado como um problema de corte bidimensional NP-difícil que limita o uso de métodos exatos para encontrar a solução para instâncias grandes e complexas. De modo a resolver o modelo, será adotada a técnica de Geração de Colunas. Posteriormente serão realizados testes computacionais, por forma a verificar se as soluções encontradas produzem resultados de boa qualidade, com menor custo e desperdício possível.

1.2 Estrutura do Documento

Este documento será constituído por seis capítulos. Neste primeiro, Introdução, apresenta-se o enquadramento e objetivos do problema e a estrutura do documento.

No capítulo 2, é descrito o problema, assim como todos os requisitos e restrições de forma detalhada.

De seguida, no capítulo 3, apresenta-se o estudo e pesquisa bibliográfica de problemas e trabalhos desenvolvidos anteriormente, que se relacionam e fundamentaram o problema em estudo.

No capítulo 4, apresenta-se um modelo de programação inteira e é também proposto um algoritmo de resolução que permite a obtenção de soluções para o problema de planeamento da produção. Neste capítulo, é também apresentado um exemplo ilustrativo do algoritmo de resolução proposto.

Posteriormente à apresentação do modelo para o problema, serão apresentados e analisados no capítulo 5, os resultados obtidos dos testes computacionais para os quais se usou uma instância real.

Por fim, no capítulo 6, são apresentadas as principais conclusões do trabalho desenvolvido, juntamente com algumas propostas para trabalho futuro.

Capítulo 2

Planeamento da produção numa empresa do setor têxtil-lar

2.1 Introdução ao problema

O planeamento do processo produtivo da Textilar, que tem início na fase de tecelagem e termina no produto final embalado, requer uma especial atenção devido a algumas restrições e requisitos mínimos necessários nas diferentes etapas do processo.

Sempre que uma nova encomenda dá entrada no Departamento Comercial, este em conjunto com o cliente define não só as especificações dos materiais e acessórios para a confeção, como também para o seu embalamento. Após aceitação por parte do cliente, a ordem de fabrico segue para o Departamento de Produção que se responsabiliza pela gestão das encomendas e elaboração do Pedido de Fabrico (PF). O PF disponibiliza toda a informação necessária aos vários sectores da empresa para a satisfação da encomenda, incluindo não só a data de início de produção, como as características do rolo de tecido a produzir ou utilizar de stock, dimensões e quantidades dos itens que constituem a peça final a confeccionar e materiais necessários para a embalagem.

O processo produtivo da empresa Textilar é caracterizado por quatro fases distintas: a tecelagem, posteriormente a tinturaria e/ou estampagem e por fim o processo de corte. Em cada uma destas fases existe stock intermédio que poderá ser utilizado numa fase de produção seguinte e que tanto pode surgir de um produto acabado de uma fase a montante, como adquirido de um fornecedor externo. A fase em que os produtos são confeccionados e embalados, não é considerada uma vez que não contribui com restrições para o processo produtivo. O processo é ilustrado na figura 2.1.

Na tecelagem, processo pelo qual é iniciado o ciclo de produção da empresa, são produzidos os rolos de tecido com as características necessárias para a satisfação dos pedidos. Este processo, praticado em teares industriais, descreve-se pelo cruzamento em ângulos retos de dois sistemas de fios paralelos, a teia (fios orientados longitudinalmente) e a trama (fios orientados transversalmente). A forma como estes dois se entrelaçam, que poderá ser uma infinidade de combinações, define os vários tipos de tecido. Os mais comuns são a tela ou tafetá, a sarja e o cetim. Por

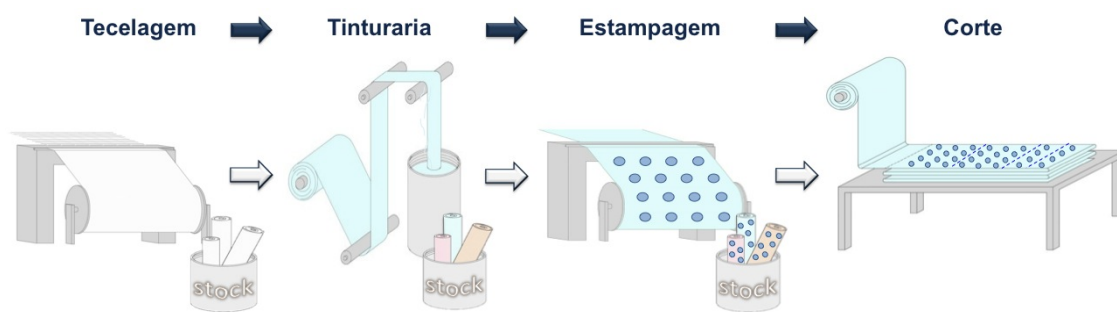


Figura 2.1: Processo Produtivo da Têxtilar (Tecelagem-Corte)

consequente, e sendo esta uma das primeiras características do tecido definido no momento da encomenda, é de imediato um atributo a cumprir, mas também a condicionar a resolução do problema. Nas seguintes figuras 2.2 são apresentados os diferentes esquemas de tecelagem tafetá ou tela (figura 2.2a), sarja (figura 2.2b) e de cetim (figura 2.2c).

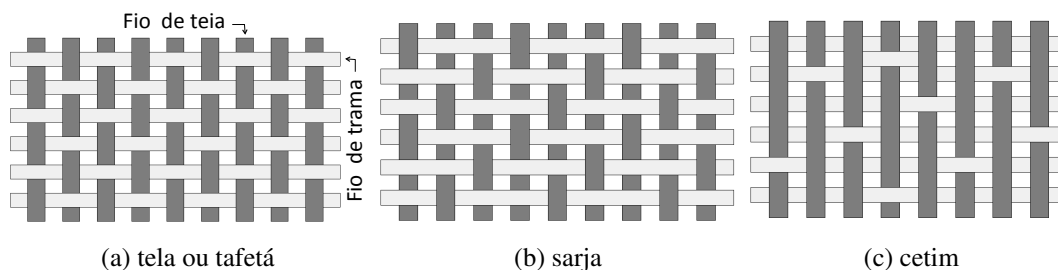


Figura 2.2: Esquemas de tecelagem

Concluída a tecelagem, segue-se a fase de tinturaria onde o tecido é tingido numa banheira apropriada. É neste processo que o tecido em “cru”, designação dada à cor do tecido antes de qualquer tratamento, adquire a cor final. É importante assegurar que os tecidos que vão integrar artigos compostos por mais do que uma peça, como por exemplo um jogo de lençóis, pertençam ao mesmo lote de tinturaria, uma vez que as diferenças de tonalidade não são sempre detetadas a “olho nu”.

Na fase da estampagem, através do processo de serigrafia é reproduzido no tecido uma imagem de uma ou várias cores. Este processo é normalmente opcional por parte do cliente, que pode optar por confeccionados lisos ou estampados.

Por último, e talvez uma das fases mais importantes, é a fase de corte. Nesta etapa o rolo é estendido na mesa de corte, dobrando-se e originando um conjunto de camadas designadas por “mesada”, à qual é aplicado um determinado padrão de corte. A mesada é constituída por um conjunto de “folhas” que corresponde ao número de vezes que o rolo é estendido, figura 2.3. Sendo assim, quando é aplicado o padrão de corte, todas as folhas deverão ter o mesmo padrão de corte, uma vez que o corte é efetuado a todas as folhas em simultâneo. É de salientar que o corte da mesada é efetuado de forma manual através de uma serra.

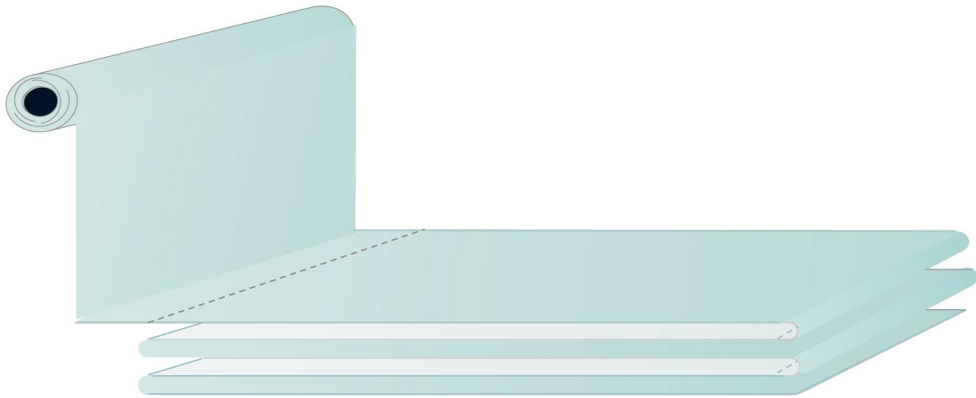


Figura 2.3: Representação de uma "mesada"

2.2 Padrões de Corte

O padrão de corte consiste na forma como a mesada, ou seja, o conjunto de todas as folhas, vai ser cortado por forma a obter as peças a serem utilizadas na confecção dos artigos necessários. A figura 2.4 representa um exemplo de um padrão de corte constituído por dois lençóis, duas fronhas e retalhos de desperdício de tecido uma vez que não é possível usar esse tecido para cortar mais nenhuma peça. Para este exemplo em concreto, se a mesada fosse constituída por oito folhas, do processo de corte resultariam: 16 lençóis, 16 fronhas e 8 retalhos de tecido de desperdício.

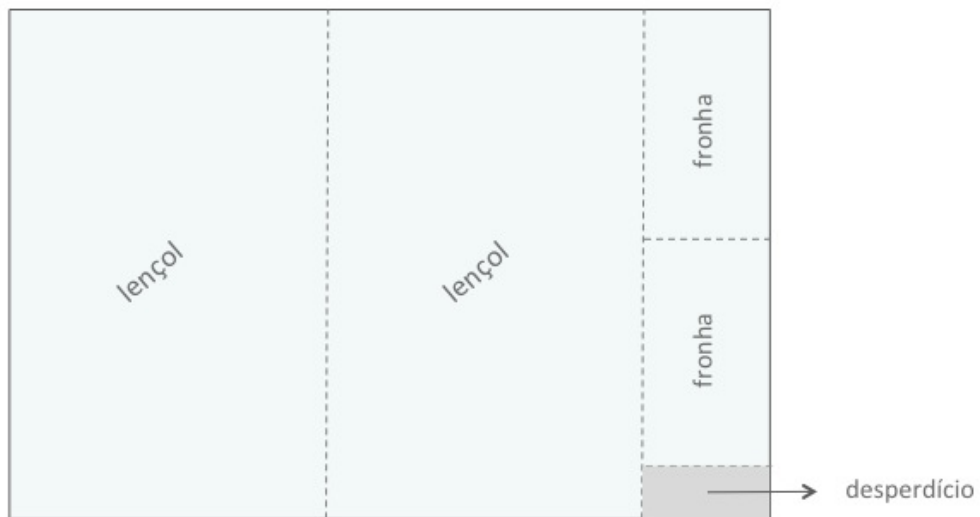


Figura 2.4: Exemplo de um padrão de corte

Para além deste conceito base existem outros dois, o corte de “meias-peças” e o corte com enfeitos. No corte de “meias-peças”, representado na figura 2.5, existe a possibilidade de aproveitar as dobras entre folhas da mesma mesada, cortando-se uma peça completa através de duas metades. Se por outro lado, a opção for acabar o padrão de corte junto à extrema da mesada, as dobras terão

de ser cortadas originando um desperdício denominado enfesto (figura 2.6). Se por um lado, a técnica de corte de “meias-peças” origina uma menor quantidade de desperdício proveniente do corte, o corte com enfesto garante a precisão dimensional das peças, muitas vezes exigida pelo cliente.

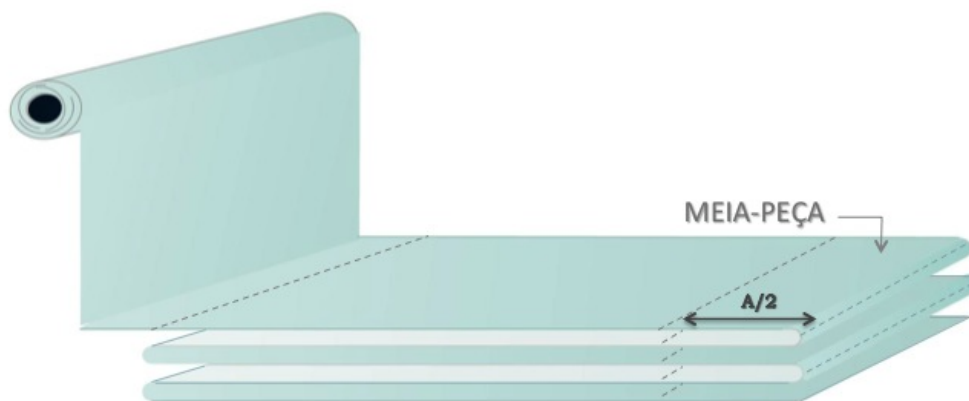


Figura 2.5: Representação de meias-peças

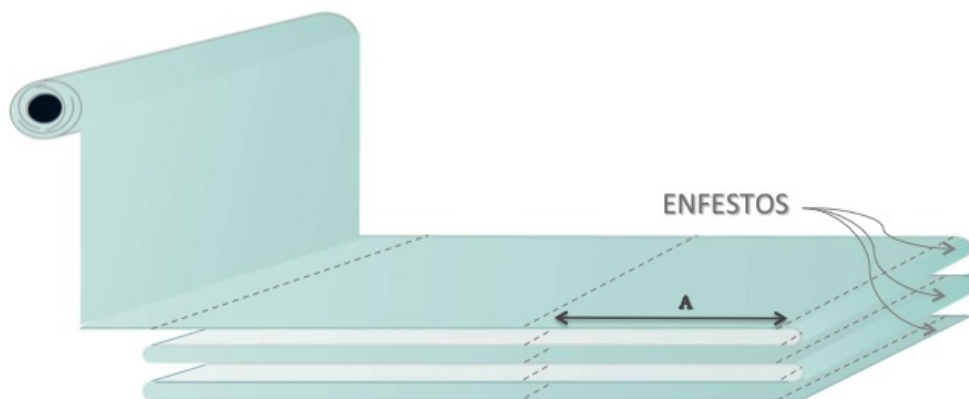


Figura 2.6: Representação de enfestos

O tipo de corte executado e o número de estágios também são critérios importantes a definir, principalmente quando se pretende cortar objetos e itens retangulares ou em forma de blocos. No caso em questão, será considerado o corte do tipo guilhotinado, ou seja, os cortes são efetuados na totalidade do comprimento/largura do padrão, não podendo parar a meio do mesmo. No que diz respeito ao número de estágios, este é entendido como o número de mudanças na direção de corte por forma a separar as peças de um padrão. Na figura 2.7 está representado um corte não guilhotinado (figura(2.7a)) e um corte guilhotinado com três estágios: no primeiro estágio é feito o corte 1, no segundo estágio são feitos os cortes 2 e 3 e no último estágio os cortes 4, 5 e 6 (figura:2.7b). A zona a sombreado representa a perda/desperdício, que sucede quando já não é possível fazer mais cortes e essa área se torna inútil.

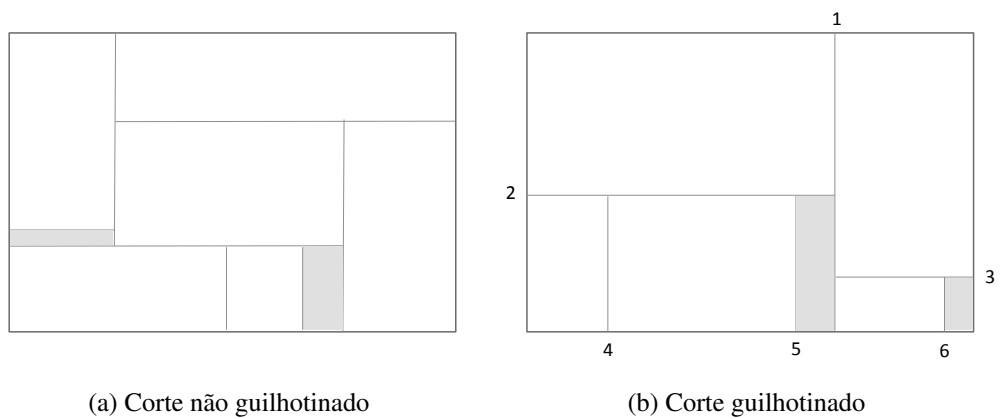
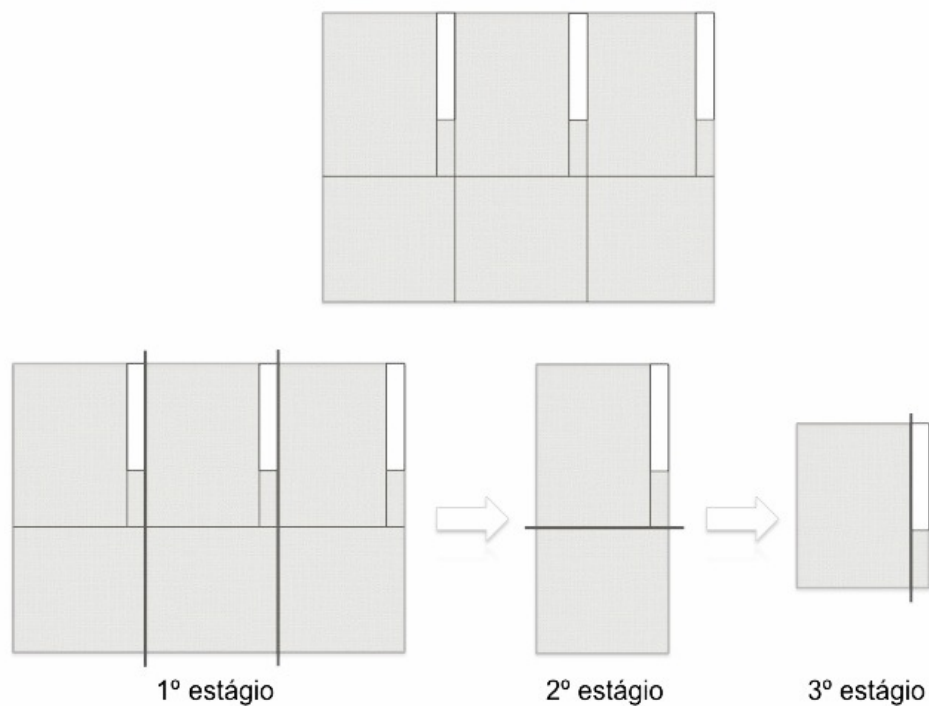


Figura 2.7: Tipos de corte

Outro conceito importante, ainda no que diz respeito ao padrão de corte, é o corte com *trimming*. O *trimming* não é mais do que um corte realizado após a execução de todos os estágios e que separa uma peça de um retalho de desperdício. É exemplo deste conceito a figura 2.8 em que estão representados 3-estágios com *trimming*, isto porque, no final do terceiro estágio existe a necessidade de separar a peça mais pequena do padrão, do desperdício. O padrão de corte da figura 2.7b é um exemplo de corte do tipo 3-estágios sem *trimming*.

Figura 2.8: Padrão de Corte do tipo 3-estágios com *trimming*, adaptado de (Almeida, 2014)

O método de otimização a desenvolver deverá criar padrões de corte do tipo 2-estágios com *trimming*, 3-estágios sem *trimming* e 3-estágios com *trimming*. Também deverá ser capaz de não

utilizar enfeitos, permitindo a produção de meias-peças para um melhor aproveitamento do padrão de corte e a possibilidade de rotação das peças.

2.3 Restrições e tipo de output

Nesta subsecção serão apresentadas as restrições do problema que acompanham todo o processo produtivo, e que devem ser consideradas na ferramenta a desenvolver, assim como estar presentes no modelo de otimização.

Analisado o problema na fase inicial e pretendendo-se a satisfação das encomendas é necessário definir limites de tolerância, tanto inferiores, como superiores. Dado que não é do interesse da empresa entregar menos do que foi encomendado (limite inferior de tolerância), fará mais sentido direcionar o planeamento para o limite superior de tolerância das quantidades encomendadas, e deste modo, acomodar-se-ão as perdas e defeitos de produção. Estas tolerâncias devem ser tidas em conta no modelo de otimização de forma a originar o menor nível de desperdício. É também importante salientar que a otimização deve contemplar vários PF's em simultâneo, assim como ser possível considerar diferentes larguras de rolo em cada PF.

Durante o processo produtivo, qualquer confeccionado deve ser identificado por uma referência de acordo com as suas características de tecelagem, tinturaria e estampagem. Desta forma, para evitar custos de *setup* excessivos e garantir um bom fluxo de produção, devem ser definidos, para cada uma das fases do processo, mínimos de produção a cumprir. No caso de adquirir rolos de stock, deve garantir-se que não se ultrapassa o stock existente, eventualmente deduzido de um stock de segurança.

No primeiro processo, a tecelagem, apenas se pode produzir rolos de tecido com larguras pré-definidas para cada referência e largura de tecelagem, e cada qual está restringida a um mínimo de produção. Esta restrição descarta de imediato a produção de quantidades muito pequenas de tecido.

Na fase de tinturaria e estampagem, também são restringidos mínimos de produção e que, no caso da estampagem, dependem do número de cores envolvidas. No planeamento das larguras dos rolos a produzir e do corte, estes mínimos não tem qualquer influência, uma vez que são definidos no momento em que são emitidos os PF's.

Finalmente, no processo de corte, não são desejáveis padrões de corte muito curtos, pelo que se deve garantir um mínimo de tecido a aplicar o padrão de corte. No que respeita às dimensões da mesada (e logo do padrão de corte), estão limitadas por uma altura máxima, assim como um comprimento mínimo e máximo admissível para a mesada, dependendo do tipo de tecido.

Na geração dos padrões de corte, de igual modo importante na otimização da produção, deve-se ter em consideração:

- a existência de tecidos estampados que possuem um sentido ou posição determinantes (*placés*) e que têm de ser respeitados;
- que artigos dos mesmos jogos deverão ser retirados do mesmo rolo;

- que alguns artigos constituintes dos jogos, como por exemplo sacos e fronhas, são compostos por um tampo superior e um outro inferior, e que se poderá optar por cortar numa única peça, com o dobro das dimensões e sem costuras;
- que alguns tampos poderão ser cortados tanto nas orientações dadas (corte normal) ou rodados noventa graus (corte atravessado), o que não acontece em todos;
- que existe um mínimo de folhas a que o padrão será aplicado de forma a permitir um balanceamento entre o desperdício e a produtividade do corte;
- que no caso do uso de "meias-peças", esta deverá ser inserida no final do padrão de corte;
- e que o uso de "meias-peças" obriga a que o número de folhas da mesada seja par, pois só assim se garante que nenhuma meia-peça fique por produzir.

No final do planeamento com vista à otimização do corte, deve constar qual a quantidade de tecido a produzir ou usar de stock de cada referência e largura. Posteriormente, terão de ser produzidas instruções para o corte, ou seja, geram-se os padrões de corte.

Capítulo 3

Revisão da Literatura

A preocupação da indústria têxtil com o controlo e redução dos desperdícios e dos custos de produção tem sido crescente nos últimos anos. Nesta indústria o planeamento da produção tem um grande relevo, por estar ligado à organização do processo de corte e, conseqüentemente ao aproveitamento retirado da matéria-prima, o que representa um fator chave para o sucesso e competitividade das empresas que laboram nesta indústria (Degraeve & Vandebroek, 1998).

A necessidade de melhoria da eficiência no planeamento da produção na indústria têxtil motivou o estudo, por parte da comunidade académica, de modelos de otimização para o problema. Os problemas mais frequentemente estudados são os problemas de escalonamento e sequenciamento da produção e também os problemas de corte.

O problema em estudo na Textilar centra-se numa abordagem integrada do planeamento da produção e da redução de desperdícios no processo de corte de tecido. Deste modo, revisão da literatura será dedicada a trabalhos que abordem problemas semelhantes quer na parte do planeamento da produção quer na parte do corte dos rolos de tecido.

3.1 Planeamento da Produção na Indústria Têxtil

Degraeve & Vandebroek (1998) desenvolveram um modelo de programação inteira mista (MIP - *Mixed Integer Programming*) direcionado para a indústria de vestuário de alta costura, com algumas características exclusivas. No problema estudado pelos autores, o rolo de tecido é estendido numa mesa de corte formando um conjunto de camadas, a fase seguinte consiste em dividir o tecido em secções. Uma secção é uma matriz que combina as várias partes constituintes de um determinado artigo de roupa (frente, costas, mangas, bolsos, etc.), com um determinado tamanho (S, M, L, 36, 38, 40,...). Neste caso, um padrão de corte é constituído por um conjunto de secções, que por sua vez são constituídas pelas diferentes partes das peças de roupa. Na figura 3.1 está representado um padrão de corte com as respetivas secções e peças de roupa. O problema consiste em encontrar uma combinação ótima entre o número de camadas de tecido da mesa de corte e o conjunto associado de secções que resultem no menor número de *setups*, por forma a satisfazer os pedidos com pouco ou nenhum excesso de produção. Importa salientar que a cada

secção só é atribuído um tamanho (S, M, L, 36, 38, 40,...) e que não existe por parte dos autores uma preocupação com a disposição das peças nas secções.

No processo de corte existem restrições quanto ao número de camadas de tecido a serem cortadas de uma vez, devido à altura da serra e à espessura do tecido, além disso, o comprimento da mesa de corte limita também o número de secções. Uma característica importante do problema está relacionada com o facto dos autores considerarem que todas as secções têm o mesmo comprimento l .

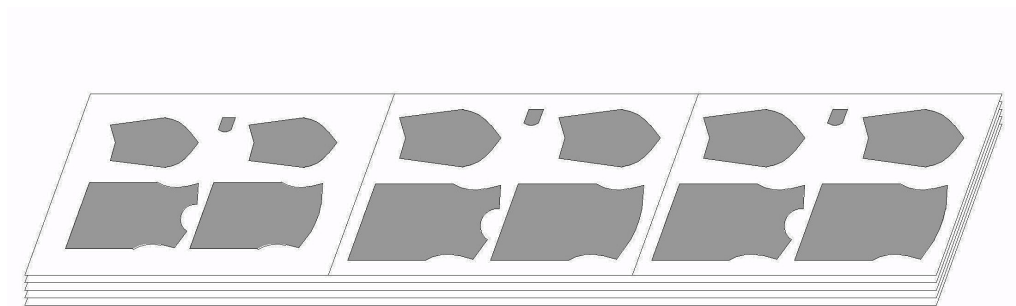


Figura 3.1: Padrão de corte na indústria têxtil, adaptado de (Degraeve & Vandebroek, 1998)

A abordagem proposta para resolver o problema consistiu no desenvolvimento de um modelo de programação inteira não linear (NLIP - *Nonlinear Integer Programming*). Os parâmetros e as variáveis de decisão utilizadas no modelo, assim como a respetiva formulação, são apresentados em seguida.

Parâmetros:

- R - conjunto de todos os padrões diferentes;
- P - conjunto de peças diferentes;
- b - comprimento da mesa de corte;
- d_i - procura do tamanho i ;
- l - comprimento do secção;
- H - número máximo de camadas de tecido que podem ser cortadas simultaneamente;
- C - custo de *setup* relacionado com o processo de estender o tecido e o posicionamento das secções.

Variáveis de decisão:

- a_{ij} - número de vezes que a peça do tipo i está no padrão de corte j , $\forall i \in P, \forall j \in R$;
- y_j - =1, se o padrão de corte j é utilizado, 0 caso contrário, $\forall j \in R$;
- z_j - número de camadas de tecido cortadas de acordo com o padrão de corte j , $\forall j \in R$.

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in P} \sum_{j \in R} a_{ij} z_j + C \sum_{j \in R} y_j \quad (3.1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j \in R} a_{ij} z_j \geq d_i \quad \forall i \in P; \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in P} l a_{ij} \leq b y_j \quad \forall j \in R; \quad (3.3)$$

$$z_j \leq H y_j \quad \forall j \in R; \quad (3.4)$$

$$a_{ij} \geq 0 \text{ e inteiro, } \quad \forall i \in P, j \in R; \quad (3.5)$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in R; \quad (3.6)$$

$$z_j \geq 0 \text{ e inteiro, } \quad \forall j \in R. \quad (3.7)$$

A função objetivo visa a minimização das operações de corte, isto é, o *setup* e o excesso de produção. As restrições (3.2) garantem que a procura é satisfeita e nas restrições (3.3) garante-se que o comprimento da mesa de corte não é ultrapassado. As restrições (3.4) garantem que a capacidade da serra de corte (altura) não é excedida e permitem também ligação entre as variáveis z_j e y_j . As restrições (3.5), (3.6) e (3.7) são restrições de domínio das variáveis.

A resolução do modelo proposto não é fácil, primeiro porque a_{ij} e z_j são variáveis inteiras que aparecem como produto na função objetivo e nas restrições de procura, e em segundo devido às restrições de capacidade. De forma a ultrapassar esta adversidade, os autores através de um conjunto de etapas linearizaram o modelo e utilizaram um limite inferior para o número de padrões de corte diferentes que garantem a satisfação da procura, isto é, um limite para $|R|$.

Segundo os autores, o modelo linearizado pode também ser estendido para variáveis referentes ao tipo de cor do tecido utilizado, em que é modelado o número de diferentes cores e expresso o número de camadas de tecido de cada cor nos padrões de corte. Porém, com múltiplas cores torna-se difícil calcular o limite inferior para o número mínimo de padrões necessários, limitando-se a um número pequeno de padrões de corte. Segundo os autores, este modelo é explicitamente focado na indústria têxtil de alta costura com baixa procura, logo torna-se inviável para problemas em que a procura é elevada.

Em Degraeve *et al.* (2002) são propostas duas formulações alternativas de programação inteira para o problema estudado em Degraeve & Vandebroek (1998) que podem também ser adaptadas de modo a lidar com tecidos de cores diferentes. Os novos modelos propostos são comparados com o modelo original e conclui-se que as formulações alternativas obtêm melhores resultados.

Uma vez mais direcionado para a indústria de vestuário, Martens (2004) propõem a aplicação de dois Algoritmos Genéticos (GA) para a resolução do mesmo problema estudado por Degraeve & Vandebroek (1998). O autor defende que uma vez que existem diversas empresas a desenvolver software para produzir padrões de corte eficientes, a geração de padrões não deve, como aconteceu no modelo MIP, ser incluído no problema.

Martens (2004) apresenta dois GA que têm por base o modelo NLIP e o modelo linear IP propostos por Degraeve & Vandebroek (1998) na tentativa de encontrar soluções de qualidade e

investigar qual dos dois modelos melhor se adequa à combinação com GA. Para a codificação dos cromossomas são utilizadas as variáveis que estão relacionadas com a disposição das secções nos padrões.

Os cruzamentos e mutações nos cromossomas podem criar soluções não admissíveis, no caso do GA relacionado com o NLIP o problema é corrigido reduzindo aleatoriamente o número de secções que constituem o padrão de corte, e repetindo o procedimento até que a solução se torne admissível. No caso do GA relacionado com o IP o autor optou pela redução dos principais pontos de cruzamento.

Martens (2004), concluiu que o GA com base na formulação NLIP supera o GA com base na formulação linear IP, o que poderá ser consequência da abordagem feita à restrição de capacidade do padrão que impede GA relacionado com o IP de atingir o mesmo nível de soluções que o não linear.

Em Yang *et al.* (2011) o mesmo problema é estudado e resolvido através da combinação de um modelo de programação inteira com o algoritmo de colónia de formigas (ACO - *Ant Colony Optimization*). Neste caso o ACO cria os padrões de corte, que resultam da combinação das secções, e o modelo de programação inteira determina o número de camadas a utilizar de cada padrão e o custo total.

Em Jacobs-Blecha *et al.* (1997) é estudado um problema semelhante, no entanto existe uma maior flexibilidade na criação e combinação das secções. Neste caso, as secções podem incluir diferentes combinações de tamanhos de artigos de roupa, o que permite também que as secções tenham comprimentos diferentes, além disso as secções num mesmo padrão de corte podem ter diferentes camadas de tecido.

A formulação apresentada para o planeamento do processo de corte por Jacobs-Blecha *et al.* (1997) é apresentada em seguida.

Parâmetros:

- l_i - comprimento necessário estimado para o combinação de tamanhos i ;
- e_i - número de cortes em centímetros necessários para cortar a combinação de tamanhos i ;
- M_i - custo de criar o subpadrão para a combinação de tamanhos i ;
- d_{si} - número de artigos de tamanho s na combinação de tamanhos i ;
- d_s - número de artigos encomendados de tamanho s ;
- c - custo do tecido por unidade de comprimento;
- P - número máximo de camadas de tecido que pode ser cortado simultaneamente;
- L - comprimento máximo da mesada;
- T - custo de trabalho pelo tempo necessário para estender o tecido na mesa;
- U - custo por perímetro de comprimento ;
- I - número de combinações diferentes dos diferentes tamanhos;
- δ_s - número de artigos permitidos tendo em conta os artigos em encomenda;

Variáveis de decisão:

y_j - altura da secção j ;

z_{ij} - número de combinações de artigos i atribuídos à secção j ;

$x_{ij} = 1$, se a combinação de artigos i é atribuída à secção j , 0 caso contrário.

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I I \left[cl_i + T \frac{l_i}{L} \right] z_{ij} + [M_i + Ue_i] x_{ij} \quad (3.8)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I d_{si} z_{ij} + \delta_s = d_s \quad \forall s; \quad (3.9)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I l_i x_{ij} \leq L; \quad (3.10)$$

$$z_{ij} \leq x_{ij} P \quad \forall i, j; \quad (3.11)$$

$$z_{ij} \geq 0 \text{ e inteiro, } \quad \forall i, j \quad (3.12)$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad \forall i, j. \quad (3.13)$$

A função objetivo contempla a minimização dos custos totais, através da existência de um equilíbrio entre os custos de produção e os custos do corte de tecido. Os custos incluem o custo de fabrico, o custo relacionado com estender o número de folhas na mesa de corte, o custo de corte e o custo de produzir um novo padrão de corte. No que concerne às restrições, a primeira (3.9) garante que o número total de artigos produzidos é igual ao número total de artigos encomendados. Nas seguintes (3.14 e 3.15), garante-se que o comprimento do padrão de corte não ultrapassa o comprimento da mesa e que a altura máxima referente às camadas de tecido não é ultrapassada. As restantes restrições (3.16 e 3.17), referem-se ao domínio das variáveis.

O modelo proposto pelos autores é de difícil resolução, o que levou os autores a desenvolver três novas heurísticas. São elas *Savings Heuristic* e *Cherry Picking Algorithm*, de caris constru-

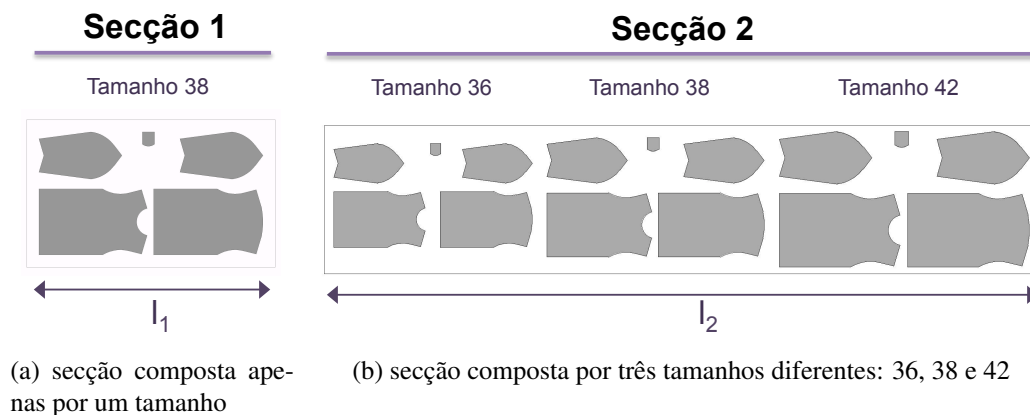


Figura 3.2: Exemplo de diferentes secções

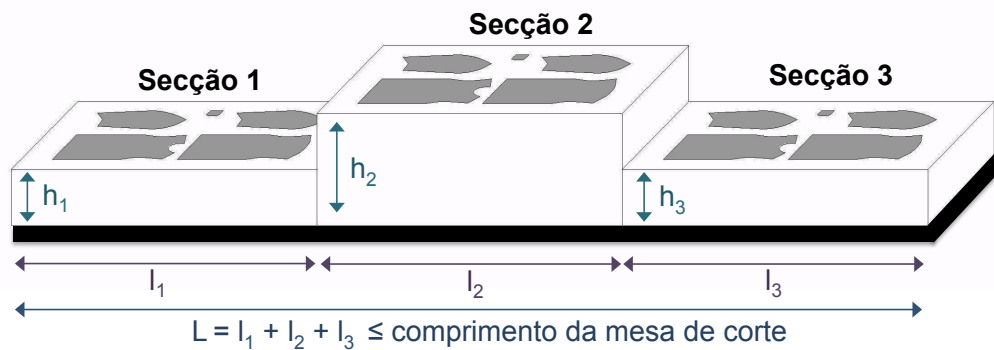


Figura 3.3: Padrão de corte formado por várias secções na mesa de corte

tivo, e *Improvement Algorithm*, que para além da parte construtiva tenta uma melhoria da solução atual. No caso da *Savings Heuristic* são geradas combinações de artigos com tamanhos diferentes numa secção, em vez de colocar cada tamanho dos artigos em secções separadas. A *Cherry Picking Algorithm* tenta combinar artigos de tamanho diferentes tendo por base a melhor utilização do tecido. A terceira heurística, *Improvement Algorithm* classificada de melhoria, que possuindo uma solução tenta melhorá-la através da troca de tamanhos em diferentes secções ou combinando secções existentes numa única.

Neste problema pretende-se determinar o número de diferentes secções e tamanhos de roupa a cortar em cada uma delas (figura 3.2), assim como a quantidade a usar de cada secção e a correspondente altura das camadas (figura 3.3). O corte efetua-se simultaneamente em todas as secções. As diferentes combinações dos padrões de corte são otimizadas através de heurísticas, referenciadas mais à frente. Os *inputs* e *outputs* do problema são enumeradas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: *Inputs* e *Outputs* do *Cut Order Planning*. (Jacobs-Blecha *et al.*, 1997)

<i>Inputs</i>	<i>Outputs</i>
- Tamanhos necessários para a encomenda	- Combinação de tamanhos a serem cortados em cada secção
- Quantidades de cada tamanho a cortar	- Eficácia estimada do padrão de corte no tecido
- Perímetro total de cada secção a cortar	- Perímetro total a ser cortado
- Área total de cada secção a cortar	- Área total a ser cortada
- Mínimo e máximo de camadas	- Custo por unidade de corte
- Número de tamanhos por secção	
- Custos associados	

O problema considerado por estes autores centra-se em encontrar boas combinações de secções com as respetivas alturas associadas, isto é, número de camadas, de modo a que os custos de *setup* e o excesso de produção sejam mínimos. Neste problema, as secções são constituídos por artigos do mesmo tamanho (S, M, L, etc) ou de tamanhos diferentes e o desperdício associado não é considerado, ou seja, os padrões de corte não são otimizados. Para além disso, também não existe uma preocupação com o comprimento total de tecido utilizado nem com a utilização de

tecidos de stock.

Em 2010, surge um outro trabalho relacionado com o planeamento da produção na indústria têxtil, uma vez mais direcionado para o vestuário, mais precisamente, a produção de calças (calças masculinas de tamanho 42). Javanshir *et al.* (2010) apresentam um modelo para o problema de corte bidimensional para reduzir o desperdício de corte. Os autores, consideram que um dos principais problemas que a indústria têxtil enfrenta no processo de corte é a forma irregular dos itens e as múltiplas vezes que um padrão de corte é utilizado. Esse padrão é composto por peças grandes onde estão associadas as partes principais da roupa e partes mais pequenas, como é o caso de bolsos, desperdício, entre outros.

Numa primeira fase, os autores, propõem que todos os diferentes itens que compõem a peça de vestuário e que possui formas irregulares, sejam fechados num retângulo a fim de se transformarem em itens regulares. Estes retângulos são posteriormente, organizados em diferentes posições, com diferentes tamanhos e diferentes quantidades de desperdício. Este processo é ilustrado na figura 3.4.

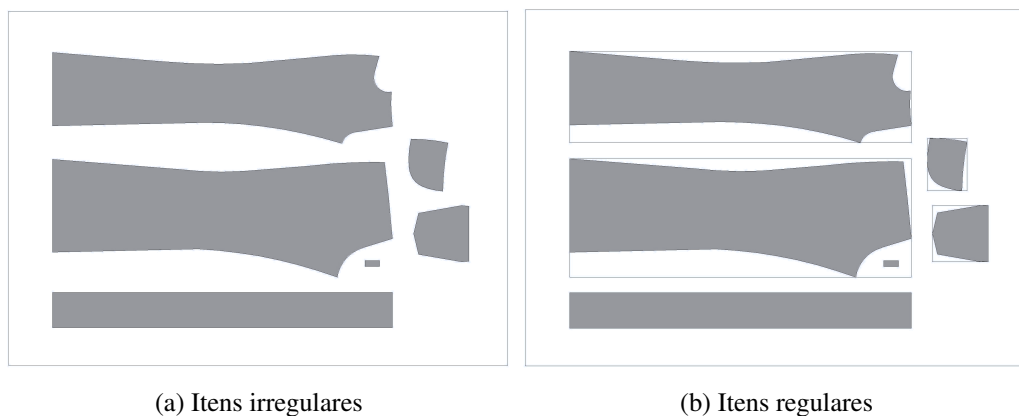


Figura 3.4: Passagem de itens irregulares para regulares

O método de solução utilizado pelos autores foi a meta-heurística *Simulated Annealing* (SA) a solução inicial é encontrada pela disposição das peças a partir de um ponto de referência (canto inferior esquerdo de cada peça). A cada nova iteração, é gerado um novo padrão através da seleção aleatória da ordem das peças. Se a nova solução for melhor do que a anterior, a melhor solução é atualizada, caso contrário, a solução anterior deverá ser substituída de acordo com uma determinada probabilidade. Este processo continua até que um dos critérios de paragem seja atingido, que poderá ser o limite do comprimento do corte ou quando o desperdício resultante de uma iteração é superior ao da iteração anterior.

O modelo apresentado por Javanshir *et al.* (2010), ao contrário do que acontece com os modelos anteriormente referidos, introduz a otimização dos padrões de corte com a preocupação da redução de desperdício por eles gerada. Apesar de no modelo os itens para a produção das peças finais serem irregulares, na fase em que são determinados os padrões de corte, este trata os itens como regulares dada a sua introdução num retângulo, ou seja, passam a ser denominados itens regulares na fase de otimização dos padrões de corte. Desta forma, identifica-se com a otimização

dos padrões de corte da Têxtilar, apesar de não ser usada rotação dos itens. Também à semelhança do que acontece no planeamento da produção da empresa em estudo, pretende-se a determinação do comprimento ideal dos rolos de tecidos, o que não acontece nos primeiros trabalhos referenciados. Contudo, no que respeita à determinação dos rolos de tecido, a largura do mesmo é fixada. A referência ao corte de várias camadas de tecido na mesa de corte também não é tida em conta, nem a utilização de tecido de *stock*.

3.2 Problemas de corte

O problema do corte, de um modo generalizado, consiste na forma como uma unidade maior (objeto) pode ser cortada em unidades mais pequenas (itens), de acordo com um determinado critério de otimização (Morabito, 1994). Os itens são combinados de diferentes formas geométricas sobre o objeto, gerando assim os designados padrões de corte.

Este tipo de problemas podem ser encontrados em diversos processos industriais em que os objetos possuem dimensões padronizadas, como é o caso de bobinas de papel, barras de aço, placas de metal ou de madeira e rolos de tecido. A otimização destes processos, na maioria das vezes, procura a minimização de desperdício, a minimização do número de unidades de objetos para produção de itens e a maximização do lucro.

Nas últimas décadas, e devido à importância económica deste tipo de problemas, surgiram e continuam a surgir importantes pesquisas que exploram os mais diversos aspetos e dificuldades do problema. São muitos os investigadores, que através dos seus trabalhos procuram, não só otimizar critérios diferentes, que na prática representam uma melhoria significativa no processo de produção, como também comprovar a vasta aplicabilidade destes problemas em diversas áreas da indústria.

A primeira publicação sobre o problema de corte que surgiu na literatura deve-se a Kantorovich (1960), com a primeira versão publicada em russo em 1939, neste trabalho são propostos modelos matemáticos de programação linear para a organização e o planeamento da produção, onde é referenciado o problema de corte unidimensional. Contudo, os estudos sobre problemas de corte, ganharam maior ênfase após a publicação dos trabalhos de Gilmore & Gomory (1961, 1963, 1965) que propõem o método de geração de colunas para o problema de corte. Estes trabalhos não só alargaram novos horizontes a novos estudos, como se tornam a base de resolução de muitos problemas da atualidade.

Dada a diversidade de publicações na literatura envolvendo problemas de corte, surge a necessidade de organizar sistematicamente, baseando-se num conjunto de critérios, os objetos e itens em categorias homogêneas, ou seja, tipologias. Assim, Dyckhoff (1990) apresenta a primeira tipologia para os problemas de corte, onde os classifica de acordo com quatro critérios fundamentais:

1. Dimensão:

- (1) Uma dimensão
- (2) Duas dimensões

- (3) Três dimensões
 - (N) N-dimensões, com $N > 3$
2. Tipos de atribuição
- (B) Todos os objetos e uma seleção dos itens
 - (V) Uma seleção dos objetos e todos os itens
3. Características dos objetos
- (O) Um objeto
 - (I) Formas idênticas
 - (D) Formas diferentes
4. Características dos itens
- (F) Poucos itens (de diferentes formas)
 - (M) Muitos itens de muitas formas diferentes
 - (R) Muitos itens com relativamente pouca formas diferentes (não congruentes)
 - (C) Formas congruentes

Posteriormente Wäscher *et al.* (2007) propõe uma extensão da tipologia de Dyckhoff (1990). Nesta nova tipologia, é criado um novo critério de categorização referente à forma dos itens, podendo estes ser regulares (retângulos, círculos, cilindros) ou irregulares. Além dessas características, os autores ainda classificam os problemas de corte em três tipos:

- Tipo Básico: desenvolvido pela combinação de mais dois critérios; o tipo de atribuição dos itens aos objetos que tem em conta o objetivo final (maximização ou minimização) e as características dos itens que poderão ser idênticos, pouco heterogêneos e muito heterogêneos.
 - 1. Maximização do *output*:
 - (a) Problema de empacotamento de itens idênticos
 - (b) Problema de afetação
 - (c) Problema da mochila
 - 2. Minimização do *input*:
 - (a) Problema de dimensão aberta
 - (b) Problema de corte
 - (c) Problema de empacotamento
- Tipo Intermédio: problema definido pela combinação dos problemas do tipo básico com a característica dos objetos (apenas um objeto com dimensões fixas ou variáveis, vários objetos, subdividindo-se em idênticos, pouco heterogêneos e muito heterogêneos).

- Tipo Refinado: problema definido pela combinação dos problemas do tipo intermédio com as características “dimensão” e “forma dos itens”.

Considerando-se a tipologia de Wäscher *et al.* (2007), o problema em estudo é um problema de corte bidimensional com vários objetos muito heterogéneos (MSSCSP - *Multiple Stock Size Cutting Stock Problem*).

3.2.1 Geração de Colunas

A origem dos métodos de geração de colunas já não é recente. Apesar dos seus princípios básicos já terem sido publicados há mais de quatro décadas, só recentemente este método mostrou ser capaz de encontrar soluções para problemas reais.

O método de geração de colunas é, de um modo geral, uma técnica de resolução viável para problemas de programação linear de grande dimensão e complexidade. Este método, soluciona o problema principal através da resolução de uma sequência de problemas de menor dimensão, sendo a vantagem do método, ficar com um problema principal mais simples, designado por problema mestre restrito (PMR), e aproveitar características da estrutura dos subproblemas para os resolver de forma mais eficiente. O PMR não é mais do que uma versão restrita do problema original onde algumas colunas ou variáveis poderão não ser incluídas. No caso de problemas de programação inteira, dado o elevado número de variáveis que poderão surgir, recorre-se à relaxação das restrições de integralidade.

Na geração de colunas, a resolução é iterativa, alternando entre os subproblemas e o PMR. No início do processo de resolução é necessário introduzir no PMR uma base admissível de boa qualidade, podendo ser obtida de um qualquer método heurístico. Seguidamente, o PMR é otimizado e a solução dual é usada pela função objetivo do subproblema. A solução obtida do subproblema corresponde à coluna mais atrativa deste, e que irá ser adicionada ao PMR. Se essa nova coluna for atrativa para o problema principal, ou seja, se o seu custo reduzido for negativo, o problema é novamente otimizado e o ciclo repete-se. A solução ótima do problema é encontrada quando o subproblema não for capaz de gerar novas colunas atrativas. O processo é representado esquematicamente na figura 3.5.

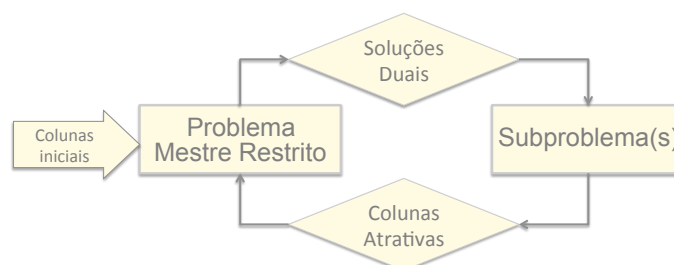


Figura 3.5: Processo de geração de colunas

Uma das primeiras aplicações práticas com sucesso é feita em 1961 e 1963 por Gilmore e Gomory sobre o problema de corte (cutting stock) (Gilmore & Gomory, 1961), em que a solução é

encontrada por arredondamento. Assim como acontecia para o problema de corte unidimensional, os autores, em 1965 [(Gilmore & Gomory, 1965)], também consideram no caso bidimensional uma variável para cada padrão de corte admissível, mas que devido ao elevado número de padrões a resolução do problema torna-se difícil. Gilmore e Gomory recorrem então à geração de colunas. A cada iteração, o método encontra um padrão novo admissível, ou seja, uma nova coluna é adicionada à matriz do problema.

O modelo de Gilmore & Gomory (1965), apresentando relaxações lineares muito fortes tornando-se numa opção praticável em muitos problemas de corte. Os parâmetros e as variáveis de decisão utilizadas no modelo e a respetiva formulação são apresentados de seguida. Admitindo:

Parâmetros:

- n número de tipos de itens;
- m número de padrões de corte diferentes;
- i tipo de itens a serem cortados, $i = 1, \dots, n$;
- j padrões de corte, $j = 1, \dots, m$;
- d_i procura do item i , $i = 1, \dots, n$;
- a_{ij} número de vezes que o item do tipo i está no padrão de corte j , $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$.

Variáveis de decisão:

- x_j : número de vezes que o padrão j é utilizado, $j = 1, \dots, m$.

Uma vez que o objetivo é a minimização da soma do número de vezes que cada padrão de corte é utilizado, isto é, a minimização do número de placas utilizadas, e que a procura final deve ser satisfeita a formulação fica:

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^m x_j \quad (3.14)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^m a_{ij}x_j \geq d_i \quad \forall i = 1, \dots, n; \quad (3.15)$$

$$x_j \geq 0 \text{ e inteiro, } \quad \forall j = 1, \dots, m; \quad (3.16)$$

A resolução deste problema torna-se complicada uma vez que existe um número elevado de m colunas, isto porque é uma coluna para cada padrão de corte de 2-estágios com *trimming* possível. Perante esta situação, os autores aplicam a técnica de geração de colunas, relaxam a condição de integralidade (3.16) e resolvem o problema de programação linear. Em cada iteração, o problema PMR (3.14 - 3.16) fornece o valor das variáveis duais que são posteriormente usadas no subproblema para determinar os padrões (colunas) atrativos. No subproblema é considerado a alocação dos itens a uma única placa e cada item é caracterizado pelo seu tamanho e pelo valor da variável dual associado ao item no respetivo problema mestre. É objetivo final encontrar o conjunto de itens para o qual o vetor dos itens cortado seja máximo.

Gilmore & Gomory (1965) resolvem o subproblema através de uma sequência de dois tipos de problemas inteiros da mochila, em que o padrão de corte a gerar é do tipo 2-estágios com *trimming*. As iterações não terminam até serem resolvidos $n + 1$ problemas da mochila. Nos primeiros n problemas são geradas tiras horizontais e no último problema essas mesmas são agrupadas verticalmente, formando o padrão de corte.

Admitindo:

π_i o valor das variáveis duais para cada item das restrições de procura, no problema mestre ;

w_j largura dos itens;

l_i comprimento dos itens.

Assim sendo, através da seguinte formulação serão construídas n tiras com comprimento l_i :

$$\text{Maximizar } Z_i^* = \sum_{j \in I^*} \pi_j b_j \quad (3.17)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j \in I^*} w_j b_j \leq W - w_i \quad \forall j \in I^*; \quad (3.18)$$

$$b_j \geq 0 \text{ e inteiro, } \quad \forall j \in I^*; \quad (3.19)$$

$$I^* = \{l_j : l_j \leq l_i, i = 1, \dots, n.\} \quad (3.20)$$

Finalmente, e após a determinação de todas as possíveis tiras, assim como o respectivo valor Z_i^* , o padrão de corte do tipo 2-estágios com *trimming* e é determinado através da seguinte formulação:

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^n Z_i^* y_i \quad (3.21)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^n l_i y_i \leq L, \quad \forall i = 1, \dots, n; \quad (3.22)$$

$$y_i \geq 0 \text{ e inteiro, } \quad \forall i = 1, \dots, n. \quad (3.23)$$

A aplicação direta do método de geração de colunas pode comprometer a convergência para a resolução ótima do problema. Isto porque, durante a resolução existe a possibilidade de se produzir um número muito grande de colunas, que muitas vezes não são relevantes para a solução final. Em muitos casos, pode-se observar a oscilação das variáveis duais que poderia ser prevenida com heurísticas que aceleram a resolução do problema.

Oliveira & Ferreira (1994) propuseram a geração rápida de colunas, o algoritmo tem por base o modelo clássico de geração de colunas de Gilmore & Gomory (1965), no entanto o subproblema não é resolvido otimamente, em vez disso é utilizada uma heurística gulosa para a geração dos padrões de corte. Neste caso, um padrão de corte é considerado atrativo se o seu valor corresponder a custos reduzidos negativos, se tal padrão não for encontrado pela heurística, o subproblema

é resolvido até à otimalidade através de programação dinâmica. Os autores concluíram que a geração rápida de colunas é cerca de duas vezes mais rápida que o modelo clássico de Gilmore & Gomory (1965), o que resulta da diminuição do tempo médio por iteração, embora o número de iterações possa aumentar. A solução inteira é obtida através do arredondamento para baixo da solução da relaxação linear e os itens em falta são alocados a padrões de corte adicionais através de uma heurística.

Uma abordagem semelhante é proposta por Alvarez-Valdes *et al.* (2002), o subproblema é também resolvido com um grau crescente de sofisticação das heurísticas, isto é, utilizam inicialmente uma heurística construtiva, se não for gerado um padrão atrativo é utilizada uma heurística *GRASP* e por último uma pesquisa tabu. De modo a obter uma solução inteira, depois de obter a relaxação linear, utilizam três métodos diferentes: arredondamento para cima, resolvem o problema com as variáveis inteiras e limitam em 20000 o número de iterações da árvore de pesquisa e por último um método heurístico mais complexo.

Cintra *et al.* (2008) estudam o problema bidimensional guilhotinado permitindo a rotação dos itens e com padrões com diferentes tamanhos. É utilizado também a geração de colunas e o subproblema é resolvido através de programação dinâmica. A solução inteira é obtida arredondando a solução da relaxação linear para o inteiro abaixo e é novamente resolvido o método de geração de colunas para os itens ainda em falta.

Capítulo 4

Modelo e método de resolução

Neste capítulo é apresentada a abordagem de otimização para o problema de planeamento da Textilar, descrito em detalhe no capítulo 2. Numa primeira fase são apresentados os dados necessários para a definição do problema, o modelo de formulação matemática e toda a técnica utilizada para a sua resolução. O modelo matemático proposto assenta no conhecimento prévio de todos os padrões de corte possíveis, o que torna difícil a sua resolução. De modo a ultrapassar esta dificuldade é utilizada a técnica de geração de colunas, que através da interação entre um PMR com um subproblema permite a geração de padrões de corte promissores. Será utilizada uma heurística para a construção de padrões de corte. O capítulo termina com um exemplo ilustrativo da aplicação do algoritmo de resolução proposto e se a heurística não melhorar o valor do PMR, é utilizado um método exato para a criação de padrões de corte.

4.1 Apresentação do modelo

O modelo apresentado neste capítulo é adaptado do modelo formulado por Bernardo Cerqueira (Cerqueira, 2013), que iniciou o estudo do problema. A nomenclatura utilizada está de acordo com as especificações detalhadas na descrição do problema.

4.1.1 Dados do problema

Todo o confeccionado produzido é obtido de um rolo de tecido com determinadas características de tecelagem, tinturaria e estampagem. Por conseguinte, torna-se primordial a atribuição de índices para diferenciar as diferentes fases do processo produtivo, assim como todos os parâmetros necessários para retratar o problema.

Índices:

- t - referência de tecelagem, $t \in \mathcal{T}$; $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$;
 c - referência de tinturaria, $c \in \mathcal{C}$; $\mathcal{C} = \{1, \dots, C\}$;
 e - referência de estampagem, $e \in \mathcal{E}$; $\mathcal{E} = \{1, \dots, E\}$;
 i - tipo de peça, $i \in \mathcal{I}$; $\mathcal{I} = \{1, \dots, I\}$;
 j - largura do rolo, $j \in \mathcal{J}$; $\mathcal{J} = \{1, \dots, J\}$;
 p - referência do padrão de corte, $p \in \mathcal{P}$; $\mathcal{P} = \{1, \dots, P\}$;

Parâmetros:

- L_{min}^t - comprimento mínimo a tecer da referência de tecelagem t ;
 S_j^{tce} - número de metros de tecido existente em stock, de largura j e referência tce ;
 h_{max}^{tce} - número máximo de camadas da mesada para o tecido de referência tce ;
 P_{min} - comprimento mínimo de tecido a aplicar para qualquer padrão de corte;
 P_{max} - comprimento máximo da mesada;
 \mathcal{J}_t - conjunto de larguras admissíveis para a referência de tecelagem t ;
 q_i^{LB} - limite inferior do número de unidades da peça i a produzir;
 q_i^{UB} - limite superior do número de unidades da peça i a produzir;
 M - número suficientemente grande;
 K_{1j}^{tce} - custo associado à produção de tecido;
 K_{2j}^{tce} - custo associado ao uso de stock;

- Cada peça i com combinação tce caracteriza-se por:

- l_i – comprimento da peça i ;
- w_i – largura da peça i ;
- $o_i \in \{0, 1\}$ – orientações permitidas para a peça i : 0 – (só orientação “base”); 1 – (orientação “base” ou rotação 90 graus);
- $m_i \in \{0, 1\}$ – tipos de corte permitidos para a peça i : 0 – só corte com enfestos¹; 1 – corte com enfestos ou com meias peças;

Parâmetros dos padrões de corte: para cada t, c e e

- a_{ip} - número de peças do tipo i que são cortadas no padrão p , \forall peça i ;
 L_p - comprimento do padrão p ;
 W_p - largura do padrão p ;
 T_p - tempo de corte do padrão p ;

¹quando é necessário garantir dimensões rigorosas para as peças

4.1.2 Variáveis de decisão

Em seguida são apresentadas as variáveis de decisão utilizadas na formulação do modelo matemático.

$$\begin{aligned}
 x_p &- \text{ número de vezes que é usado o padrão de corte } p, p \in \mathcal{P}; \\
 y_j^{tce} &- \text{ número de metros a produzir, de largura } j \text{ e referência } tce, j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}, c \in \mathcal{C}, e \in \mathcal{E}; \\
 z_j^{tce} &- \text{ número de metros a usar de stock, de largura } j \text{ e referência } tce, j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}, c \in \mathcal{C}, e \in \mathcal{E}; \\
 \beta_j^t &= \begin{cases} 1, & \text{se existe produção da referência } t \text{ na largura } j, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{J} \\
 \alpha_p &= \begin{cases} 1, & \text{se o padrão } p \text{ é utilizado,} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad p \in \mathcal{P}
 \end{aligned}$$

4.1.3 Formulação matemática

$$\text{Minimizar } \sum_{jtce} K_{1j}^{tce} y_j^{tce} + \sum_{jtce} K_{2j}^{tce} z_j^{tce} + \sum_p T_p \left[\frac{x_p}{h_{max}^{tce}} \right] \quad (4.1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{c \in \mathcal{C}, e \in \mathcal{E}} y_j^{tce} \geq L_{min}^t \cdot \beta_j^t, \quad \forall t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{J}; \quad (4.2)$$

$$\sum_{c \in \mathcal{C}, e \in \mathcal{E}} y_j^{tce} \leq M \cdot \beta_j^t, \quad \forall t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{J}; \quad (4.3)$$

$$z_j^{tce} \leq S_j^{tce}, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}, c \in \mathcal{C}, e \in \mathcal{E}; \quad (4.4)$$

$$\sum_{p: jtce} L_p x_p - y_j^{tce} - z_j^{tce} \leq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}, c \in \mathcal{C}, e \in \mathcal{E}; \quad (4.5)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} a_{ip} x_p \geq q_i^{LB}, \quad \forall i \in \mathcal{I}; \quad (4.6)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} a_{ip} x_p \leq q_i^{UB}, \quad \forall i \in \mathcal{I}; \quad (4.7)$$

$$L_p x_p - P_{min} \alpha_p \geq 0, \quad \forall p \in \mathcal{P}; \quad (4.8)$$

$$x_p - M \alpha_p \leq 0, \quad \forall p \in \mathcal{P}; \quad (4.9)$$

$$x_p \geq 0 \text{ e inteiro}, \quad \forall p \in \mathcal{P}; \quad (4.10)$$

$$\beta_j^t \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (4.11)$$

$$y_j^{tce} \geq 0, \quad z_j^{tce} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}, c \in \mathcal{C}, e \in \mathcal{E}; \quad (4.12)$$

$$\alpha_p \in \{0, 1\}, \quad \forall p \in \mathcal{P}. \quad (4.13)$$

A resolução deste modelo implica conhecer todos os padrões de corte, ou seja o conjunto \mathcal{P} . Deste modo, para a resolução deste modelo, a geração dos padrões de corte deverá ocorrer numa fase preliminar.

A função objetivo, expressa pela equação (4.1), visa a minimização do somatório do custo de tecido com o custo de corte dos padrões selecionados, originando também um melhor aproveitamento de tecido e com menos desperdício. O custo de tecido é composto pela soma ponderada do custo de tecido a produzir ao longo de todo o processo de produção, com o custo de tecido a utilizar de *stock*. A última parcela, referente aos padrões de corte, pretende minimizar o número de mesadas e o desperdício de tecido, tendo em vista o número de vezes que um determinado padrão de corte é usado (x_p) e o número máximo de camadas admitidas em cada mesada (h_{max}^{tce}). A divisão de (x_p) por (h_{max}^{tce}), determina o número total de mesadas para a referência *tce* segundo o padrão \mathcal{P} . Um padrão de corte, poderá ser utilizado mais que uma vez, se essa opção for vantajosa para a solução.

Posteriormente, são definidas as restrições do problema, onde são associadas as limitações, assim como os requisitos a cumprir.

As duas primeiras restrições apresentadas determinam se existe produção, ou não de tecido. Isto porque, se houver produção de uma determinada referência t e largura j , esta tem de ser superior a um comprimento mínimo L_{min}^t . Então, pode afirmar-se que se o somatório de todos os y_j^{tce} com a mesma largura j e referência t for igual ou superior a L_{min}^t , a condição é satisfeita e recorre-se à tecelagem (restrição 4.2). Caso contrário, não há produção do tecido (restrição 4.3), sendo este retirado do *stock*.

A restrição (4.4) garante que não são produzidas soluções em que o tecido a usar de *stock* ultrapassa as quantidades efetivamente existentes. Isto é, o número de metros de tecido para uma determinada largura j e referência *tce* a utilizar de *stock* (z_j^{tce}) é igual ou inferior aos metros de tecido existentes em *stock* (S_j^{tce}) com as mesmas características.

De seguida, na restrição (4.5) é assegurado que o comprimento total do tecido a cortar segundo um padrão de corte, representado por ($L_p x_p$), não ultrapassa a quantidade de tecido existente. Ou seja, tem de origem o *stock* (z_j^{tce}) ou a produção (y_j^{tce}).

Sendo um dos objetivos deste modelo, satisfazer as encomendas, com o mínimo de desperdício, nas restrições seguintes são limitados os mínimos e máximos de produção para cada tipo de peça i a confeccionar. A restrição (4.6) garante que os mínimos (limite inferior) são cumpridos e a restrição (4.7) garante que a margem superior (limite superior) não é ultrapassada. Esses limites são pré-definidos por um fator acordado com o cliente.

As restrições (4.8) e (4.9) garantem que qualquer que seja o padrão de corte a utilizar, este obedece a um comprimento mínimo de tecido a aplicar o padrão de corte (P_{min}). Se o comprimento total de tecido a cortar segundo um padrão de corte for igual ou superior a (P_{min}), o padrão de corte p pode ser aplicado (4.8), caso contrário, esse padrão de corte não é usado (4.9).

As últimas quatro restrições são de domínio das variáveis. Isto é, o número de padrões de corte a usar (x_p) tem de ser positivo e inteiro (4.10), a variável β e α possuem valor binário (4.11) e

(4.13), respetivamente, e as variáveis de decisão correspondentes à produção (y_j^{tce}) e uso de stock (z_j^{tce}) assumem valores positivos (4.12).

Finalizando, o modelo apresentado pretende determinar de forma ótima, os metros de tecido com referência tce e largura j a produzir e/ou utilizar de *stock*, assim como seleccionar os padrões de corte que originam a melhor solução, determinando quais e quantas vezes os padrões de corte deverão ser utilizados.

4.2 Abordagem à resolução do problema

Para a resolução do problema é usada a técnica de geração de colunas, que consiste na identificação de um problema mestre restrito (PMR) resolvido iterativamente através da adição de novas colunas. Uma vez tratar-se de uma técnica de programação linear, o modelo de programação inteira é relaxado, isto é, as variáveis inteiras do modelo proposto, associadas ao número de vezes que o padrão de corte do tipo p é utilizado (x_p), as variáveis binárias relacionadas com a produção da largura j da referência de tecelagem t (β_j^t) e as variáveis binárias (α_p) respeitantes à utilização do padrão de corte p têm a integralidade relaxada.

É utilizado um subproblema para a geração de colunas atrativas para o PMR, neste caso uma nova coluna corresponde a um novo padrão de corte e respetivo comprimento. Os subproblemas utilizam o valor das variáveis duais (Π) obtidas do PMR das restrições que garantem a produção do número de unidades mínimas da peça i .

O método de resolução adotado baseia-se na geração rápida de colunas proposta por Oliveira & Ferreira (1994). Deste modo, é utilizada uma heurística para a geração de padrões de corte para cada referência tce e largura j , quando os padrões obtidos heurísticamente não melhorarem o valor da relaxação linear do PMR, os subproblemas são resolvidos até à otimalidade para padrões do tipo 2-estágios com *trimming* e considerando o comprimento do padrão igual ao comprimento da mesa de corte.

De modo a iniciar o processo de geração de colunas é necessário definir um conjunto de colunas iniciais. A determinação dessas colunas iniciais consiste em considerar uma coluna representativa para cada peça do tipo i com referência tce e largura j . Os padrões iniciais são, desta forma, constituídos por apenas uma peça do tipo i com a referência tce de largura j e o padrão tem o comprimento máximo da mesa (P_{max}). Apesar de na literatura se considerar muitas vezes, o número máximo de peças que cabem no padrão, optamos por considerar apenas uma peça devido às restrições de limite superior de procura das peças, garantindo assim admissibilidade das soluções (Gilmore & Gomory, 1965).

Resolvido o PMR com as colunas iniciais obtém-se o primeiro valor para a função objetivo, ou seja, o valor da relaxação linear do Problema Mestre Restrito (Z_{PMR}^r) e o valor das variáveis duais referentes à procura mínima para cada peça i . De seguida, são resolvidos os subproblemas de forma independente entre si, isto é, um para cada referência tce e largura j , com recurso a uma heurística (apresentada em 4.3). A heurística utiliza o valor das variáveis duais e o número de peças a produzir para determinar as colunas atrativas de cada subproblema, ou seja, os padrões de

corte para cada referência tce e largura j que tenham maior valor e deste modo, possam contribuir para uma melhoria no valor da função objetivo do PMR. Para tal, a heurística usa como critério de prioridade a introdução de peças com maior valor dual e maior procura. A solução obtida pela heurística fornece uma coluna, isto é, um padrão de corte definido pelo tipo e quantidade de peças i que o constituem, assim como o comprimento e valor correspondente. A heurística permite a geração de padrões de corte do tipo 2-estágios com *trimming* e 3-estágios com e sem *trimming*.

As colunas geradas, são inseridas no PMR. Este perante a adição de novas colunas, volta a ser resolvido e produz uma nova solução e um novo valor para o Z_{PMR}^r . Para além disso, também determina quais e em que quantidade usar cada um dos padrões de corte. O valor das variáveis duais (Π) é atualizado e novamente utilizado pela heurística, que procura novas colunas para adicionar ao PMR.

O subproblema é resolvido em cada iteração da geração de colunas, e verifica em cada uma delas se existe um novo padrão de corte que possa ser adicionado e diferente dos presentemente existentes no PMR. Uma vez não ser possível gerar mais colunas que melhorem o valor final da solução do (Z_{PMR}^r), a geração de colunas com base na heurística, dá-se por terminada. A partir deste instante, resolve-se o problema de geração de colunas através de um método exato. A resolução pelo método exato é abordado pelos trabalhos de Gilmore & Gomory (1965) onde o subproblema é entendido como uma sequência de dois problemas inteiros de mochila que permite a obtenção de padrões de corte do tipo 2-estágios com *trimming*. Um primeiro problema da mochila caracteriza-se pela determinação de diferentes tiras horizontais e o segundo pelo agrupamento dessas mesmas tiras, gerando um só padrão de corte. No total o subproblema considera $n + 1$ problemas de mochila.

As tiras serão construídas de acordo com cada tipo de peça i , que irá definir o comprimento das mesmas, ou seja, serão construídas n tiras com comprimento l_i em que i corresponde a cada tipo de peça. Definido o comprimento das tiras, são gerados padrões com essa medida e calculado o valor Z_{PMR}^r . De acordo com o valor obtido, são selecionadas e agrupadas as melhores tiras para constituir o padrão de corte. Deste modo, é gerada uma coluna para o PMR. Importa referir que este método de resolução de um conjunto de problemas de mochila será aplicado tantas vezes quanto as referências t, c e e com largura j .

Este processo, como acontece anteriormente com a heurística, termina quando não existirem mais colunas que melhorem o valor da solução atual do PMR. No método de resolução exata é obtida a solução ótima do subproblema para padrões do tipo 2-estágios com *trimming* e com o comprimento máximo da mesa (P_{max}).

Visto o problema inicial ter sido relaxado e resolvido como um problema de programação linear, a solução final apresenta valores que dada essa relaxação não são inteiros. Para resolver esta condição, as variáveis x_p , β_j^t e α_p são definidas como inteiras e é pedido ao *Cplex* que resolva este novo problema. Desta forma, é obtida uma solução inteira final.

O modelo é resumido e apresentado através do algoritmo 1.

Algorithm 1: Algoritmo do método de resolução proposto

```

begin
  Definir PMR;
  Fornecer padrões de corte iniciais ao PMR;
  Resolver o PMR e obter o valor das variáveis duais ( $\Pi$ );
  while solução do PMR ( $Z_{PMR}^l$ ) melhorada do
    Para cada  $j, tce$ :
      - gerar padrões com peças do tipo  $i$ ;
      - determinar colunas atrativas e inserir no PMR;
      - resolver o PMR e obter o valor de  $\Pi$ ;
    end
    while solução do PMR ( $Z_{PMR}^l$ ) melhorada do
      Para cada  $j, tce$ :
        - gerar tiras horizontais com as diferentes peças  $i$ ;
        - calcular o valor de cada tira;
        - criar um padrão de corte na vertical, com as tiras de maior valor;
        - inserir colunas atrativas no PMR;
        - resolver o PMR e obter o valor de  $\Pi$ ;
      end
    Resolver o Modelo de Programação Inteira.;
  end

```

4.3 Heurística aplicada ao processo de corte

"Para resolver eficientemente muitos problemas difíceis, geralmente é necessário comprometer as exigências de mobilidade e sistematicidade e construir uma estrutura de controle que não garanta encontrar a melhor resposta, mas que quase sempre encontre uma resposta muito boa... a heurística é uma técnica que melhora a eficiência de um processo de busca, possivelmente sacrificando a otimalidade." (Rich, 1993)

Com vista a gerar o menor desperdício possível no processo de corte, é utilizada uma heurística para a geração de padrões de corte. A heurística, proposta por Almeida (2014), trata-se de uma heurística construtiva, baseada em organização por níveis (*level packing*). Esta designação intitula-se, pelo facto de o padrão de corte ser dividido em várias secções, denominadas níveis; que posteriormente são subdivididas em várias *stacks* de itens e podem ser constituídas por uma ou mais peças, conforme o número de estágios. Na figura 4.1 encontra-se representado um exemplo de um padrão de corte com a organização por níveis. O padrão de corte está dividido em três níveis, os quais, os dois primeiros já se encontram preenchidos. Tanto no primeiro nível, como no segundo, estes dividem-se em três *stacks*. No que respeita ao nível 1, a primeira *stack* possui uma peça (item 1), a segunda duas peças (item 2 e item 3) e a terceira e última, três peças (item 4, item 5 e item 6). No segundo nível, a primeira *stack* também é composta por uma peça (item 7), a segunda *stack* por três peças (item 8, item 9 e item 10) e a terceira, duas peças (item 11 e item 12).

Em conformidade com o problema em estudo, a heurística considera a possibilidade de enfeitos, de meias-peças, a largura do rolo é pré-definida e é permitida a rotação de peças no caso de

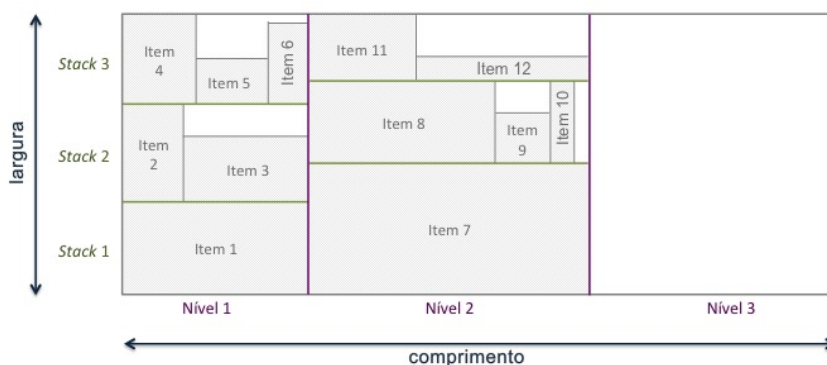


Figura 4.1: Organização de um padrão de corte por níveis

aceitação do cliente.

O comprimento do padrão a gerar é pré-definido como sendo o comprimento da mesa de corte, e posteriormente é ajustado de modo a diminuir a área não utilizada. A heurística permite a geração de padrões de corte guilhotinados de 2-estágios com *trimming*, 3-estágios sem *trimming* e 3-estágios com *trimming*.

A orientação dos níveis é realizada na vertical, pois uma vez que o comprimento da mesa é muito superior à largura da mesma, proporciona ao operador um corte com maior rigor, relembra-se que o corte de tecido é um processo manual. Isto significa, que o primeiro sentido do corte é vertical.

No que respeita à ordenação e inserção das peças no padrão, estas são ordenadas segundo um parâmetro denominado "prioridade". Ao contrário do que foi definido por Almeida (2014), em que a prioridade centrava-se nas peças com maior área e com maior procura, a prioridade, neste caso, caracteriza-se pelo valor das variáveis duais. Esta decisão foi considerada, pois é de elevado interesse para o modelo dar prioridade às peças com maior valor/peso para a função objetivo. Sempre que uma peça é inserida num nível, ou dá origem a um novo nível, a heurística utiliza uma funcionalidade extra que melhora a sua eficiência, sendo esta, designada por *check combos*. Esta funcionalidade não é mais do que a verificação sequencial de possíveis peças, que podem ser alocadas ao padrão e poderão preencher o que resta do nível, permitindo deste modo, inserir duas peças ao mesmo tempo no padrão de corte.

Sempre que uma peça é inserida no padrão de corte, a prioridade da mesma é alterada por forma a dar continuação à peça seguinte, que poderá ter igual ou menor prioridade. Da mesma forma, a quantidade de peças a produzir deve ser reduzida e uma variável auxiliar deve identificar o estado da peça. Isto é, se as peças já foram testadas, esta deverá estar a *TRUE*, caso contrário está a *FALSE*.

A heurística é baseada em ciclos que testam o estado da peça e verificam se esta pode ou não ser inserida no padrão de corte, quer seja numa *stack*, num nível ou se houver comprimento suficiente, cria um novo nível. No caso de ser possível inserir uma "meia-peça", um novo nível é criado com o comprimento igual à medida da peça dividida por dois. O ciclo termina quando não existirem mais peças para inserir no padrão de corte. O padrão de corte é encerrado e o seu

comprimento é ajustado à soma do comprimento de todos os níveis. As peças que ainda não foram inseridas, passam a ter novamente a variável a *FALSE* para serem testadas novamente num novo ciclo. No caso da heurística definida por Almeida (2014), os ciclos só terminam, quando todas as peças estão alocadas. No caso em questão, o critério de paragem é de criação de apenas um padrão.

O código simplificado da heurística pode ser analisado no algoritmo 2.

Algorithm 2: Código simplificado da heurística

```
selecionar peça;  
while há peças do  
| abrir bin;  
| atualizar prioridades;  
| selecionar peça;  
while há peças por testar do  
| if estágios==3 AND possível inserir em stack then  
| | verificar posição;  
| end  
| else if possível inserir em nível peça inteira then  
| | verificar posição;  
| | verificar combos;  
| end  
| else if possível inserir em nível meia-peça then  
| | verificar posição;  
| | verificar combos;  
| end  
| else if possível criar nível then  
| | verificar posição;  
| | verificar combos;  
| end  
| else if possível criar nível meia-peça then  
| | verificar posição;  
| | verificar combos;  
| end  
| else  
| | peça atual.testada=true;  
| end  
| atualizar prioridades;  
| selecionar peça;  
end  
fechar bin;  
ajustar comprimento do bin;  
criar ficheiros bin;  
restabelecer peças testadas;  
fechar níveis e stacks;  
end  
criar ficheiros de informação bin;
```

4.4 Exemplo

Nesta secção apresenta-se um exemplo prático que demonstra o funcionamento do algoritmo de resolução proposto anteriormente. Os dados utilizados na resolução do modelo encontram-se nas tabelas seguintes, contendo a informação referente às diferentes peças (tabela 4.1) e aos rolos de tecido (tabela 4.2). É importante salientar que o limite superior para produção das peças foi definido como sendo 10% mais que o limite inferior. Os parâmetros definidos para o problema encontram-se na tabela 4.3

Tabela 4.1: Dados e tipo de peças

Peça	t	c	e	Largura (cm)	Comprimento (cm)	Procura (q_i^{LB})	Orientação (o_i)	Meias-peças (m_i)
1	1	0	9	89	84	140	1	1
2	1	0	9	139	229	30	1	1
3	1	0	9	144	209	40	1	1

Tabela 4.2: Dados e tipo de rolos

Rolo	t	c	e	Largura j (cm)	Quantidade em stock (S_j^{tce}) (cm)
1	1	0	9	170	10000
2	1	0	9	285	5000

De uma forma geral, o algoritmo da geração de colunas, itera entre um subproblema gerador de novas colunas e o PMR. A solução do PMR produz uma determinada solução dual, que é utilizada no subproblema que procura a existência de novas colunas atrativas para adicionar ao PMR. Numa fase inicial, uma vez que ainda não foram geradas colunas atrativas, há necessidade de determinar um conjunto inicial de colunas. Estas colunas não são mais do que a correspondência aos padrões de corte. No exemplo em questão, os padrões de corte iniciais foram definidos, sendo a combinação de cada peça do tipo i com cada rolo de referência tce e largura j . Em cada padrão,

Tabela 4.3: Definição dos parâmetros

Parâmetro	Valor
h_{max}^{tce} – número máximo de camadas para a mesada para o tecido de referência tce	20
P_{min} – comprimento mínimo de tecido a aplicar a qualquer padrão de corte	500
L_{min}^t – comprimento mínimo para tecer	500
P_{max} – comprimento máximo da mesada para o tecido de referência tce	1500
K_1 – custo associado à produção	1
K_2 – custo associado ao uso de stock	2

só existe uma e só uma peça do tipo i para cada referência tce e largura j . Também para o exemplo, foram considerados padrões do tipo 2-estágios com *trimming*.

Na tabela 4.4, encontram-se os dados referentes à primeira resolução do modelo para o exemplo. A linha sombreada a cinzento apresenta os valores obtidos do PMR para as variáveis de decisão, assim como o valor do Z_{PMR}^l . A linha a picotado separa os diferentes tipos de restrições formuladas no modelo matemático. A primeira e segunda divisão, que nunca se alteram com a adição de colunas novas, correspondem às restrições (4.2) e (4.3), e (4.4), respetivamente. A divisão seguinte corresponde às restrições (4.5) que permitem observar os comprimentos dos padrões adicionados. As duas últimas referem-se às restrições (4.6) e (4.7) que garantem os mínimos de produção e máximos de produção para cada peça i de referência tce . Também nestas últimas se pode verificar os padrões de corte criados e adicionados. As restrições (4.8) e (4.9), assim como as variáveis associadas (α_p), não estão representadas na tabela por questão de simplificação. No entanto, sabe-se que para cada um dos padrões de corte adicionados (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 e x_6) está associado um α_p ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ e α_6) e duas restrições que garantem que um padrão de corte é apenas utilizado se o comprimento total de tecido a cortar segundo o padrão de corte p é igual ou superior ao P_{min} . Neste exemplo o P_{min} é definido como 500 *cm*.

Tabela 4.4: Primeira solução do PMR

Y_{170}^{109}	Y_{285}^{109}	Z_{170}^{109}	Z_{285}^{109}	β_{170}^1	β_{285}^1	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
210000	105000	0	0	0,005	0,002	140	0	0	30	40	0	$Z_{PMR}^l = 315011$
1				-500								≥ 0
	1				-500							≥ 0
1				-M								≤ 0
	1				-M							≤ 0
		1										≤ 10000
			1									≤ 5000
-1		-1				1500		1500		1500		≤ 0
	-1		-1				1500		1500		1500	≤ 0
						1	1					≥ 140
								1	1			≥ 30
										1	1	≥ 40
						1	1					≤ 154
								1	1			≤ 33
										1	1	≤ 44
												DUAIS
												$\Pi_1 = 1500$
												$\Pi_2 = 1500$
												$\Pi_3 = 1500$

Uma vez resolvido o PMR, é possível obter o primeiro valor para a função objetivo que se pretende minimizar, assim como o valor das variáveis duais correspondente ao máximo de produção de cada peça do tipo i . No exemplo em questão obteve-se $Z_{PMR}^l = 315011$ e $\Pi_1 = \Pi_2 = \Pi_3 = 1500$. No que respeita às variáveis de decisão relativamente à produção, as soluções encontradas foram 210000 para y_{170}^{109} , 105000 para y_{285}^{109} e zero para $z_{285}^{109} = z_{170}^{109}$. Da solução encontrada, conclui-se que

para a referência 109 (a única existente nos dados do problema) serão produzidos 210000 *cm* de tecido com 170 *cm* de largura e 105000 *cm* com 285 *cm* de largura. As variáveis x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 e x_6 , correspondem aos padrões de corte adicionados ao PMR. Da tabela 4.4 constata-se que para a solução encontrada são utilizados os padrões de corte: x_1 repetido 140 vezes, x_4 repetido 30 vezes e x_5 com 40. Também se pode observar, que para qualquer um dos padrões de corte, o comprimento destes é de 1500 *cm* e cada um deles possui um só tipo de peça i . Por exemplo, a coluna referente à variável x_5 , corresponde a um padrão de corte com uma única peça do tipo 3, isto é, um padrão de corte com uma peça apenas de 144 *cm* de largura e 209 *cm* de comprimento.

Para efeito de continuação da resolução do modelo, é necessário gerar mais colunas. Este processo é resolvido pela heurística apresentada anteriormente, que usa o valor das variáveis duais do PMR para criar novos padrões. Neste exemplo considera-se padrões do tipo 3-estágios com *trimming*. Uma vez resolvido o subproblema e geradas novas colunas, estas são acrescentadas ao PMR.

No exemplo, para cada um dos rolos de referência tce e largura j é resolvido um subproblema. As colunas geradas por este, não são mais do que a geração de novos padrões de corte, com as respectivas peças i que o compõem. As figuras 4.2 e 4.3 representam os padrões de corte gerados pela heurística, para os rolos de largura 170 e largura 285, respectivamente. É importante referir que nas figuras correspondentes aos padrões de corte, a escala para o eixo dos x e para o eixo dos y não são proporcionais.

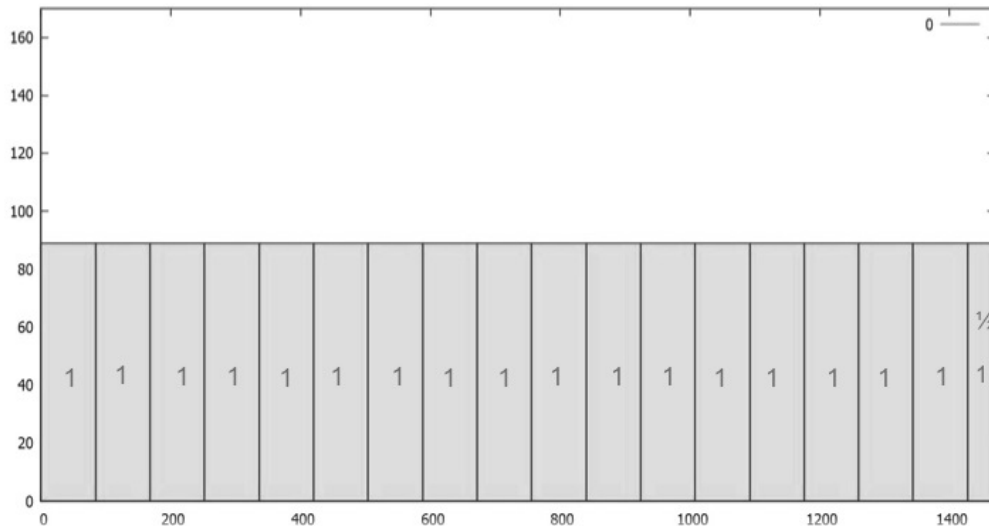


Figura 4.2: Padrão gerado para o rolo de largura 170 e referência 109

Os padrões de corte propostos pela heurística são constituídos essencialmente pela peça 1. Neste caso, as peças tinham o mesmo valor das variáveis duais (1500) e como a peça 1 é a mais pequena, a sua inclusão no padrão um maior número de vezes permitiu gerar padrões mais valiosos.

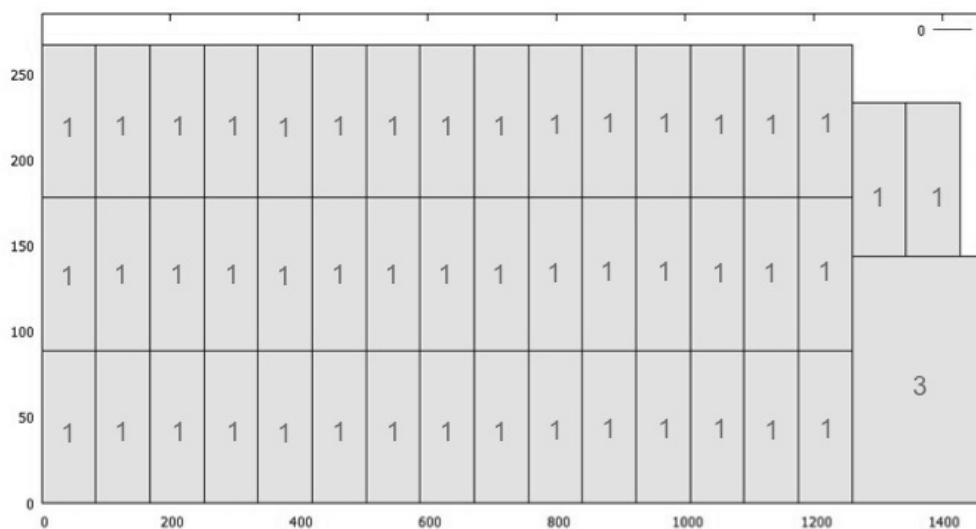


Figura 4.3: Padrão gerado para o rolo de largura 285 e referência 109

No que respeita ao rolo de largura 170 e referência 109, foi reajustado o comprimento do padrão para 1470 e utilizadas 17,5 peças do tipo 1, isto é, 17 peças mais uma meia-peça. Quanto ao rolo de largura 285 e referência 109, foi reajustado o comprimento para 1470 e utilizadas 47 peças do tipo 1 e 1 peça do tipo 3. Estes novos padrões, foram adicionados ao PMR, que voltou a ser resolvido e cuja nova solução é apresentada na tabela 4.5.

Tabela 4.5: Segunda solução do PMR

Y_{170}^{109}	Y_{285}^{109}	Z_{170}^{109}	Z_{285}^{109}	β_{170}^1	β_{285}^1	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	
45000	59898,4	0	0	0,001	0,001	0	0	30	0	0	36,72	0	3,28	$Z_{PMR}^1 = 104902$
1				-500										≥ 0
	1				-500									≥ 0
1				-M										≤ 0
	1				-M									≤ 0
		1												≤ 10000
			1											≤ 5000
-1		-1				1500	1500	1500	1500	1470				≤ 0
	-1		-1				1500	1500	1500	1469				≤ 0
						1	1			17,5	47			≥ 140
								1	1			1		≥ 30
										1	1			≥ 40
						1	1			17,5	47			≤ 154
								1	1					≤ 33
										1	1		1	≤ 44
DUAIS														
$\Pi_1 = 0$														
$\Pi_2 = 1500$														
$\Pi_3 = 1500$														

Depois de resolvido pela segunda vez, o PMR com as novas colunas, tem um valor da função

objetivo de 104902. Esta melhoria significativa no valor da função objetivo, deve-se ao facto das colunas anteriormente utilizadas no modelo, possuírem cada uma delas apenas uma peça do tipo i , tornando deste modo o padrão com muito desperdício. As novas variáveis duais correspondentes à nova solução serão utilizadas novamente pela heurística.

Uma vez mais é usada a heurística e determinadas outras duas novas colunas, sendo apresentados os respetivos padrões de corte nas figuras 4.4 e 4.5.

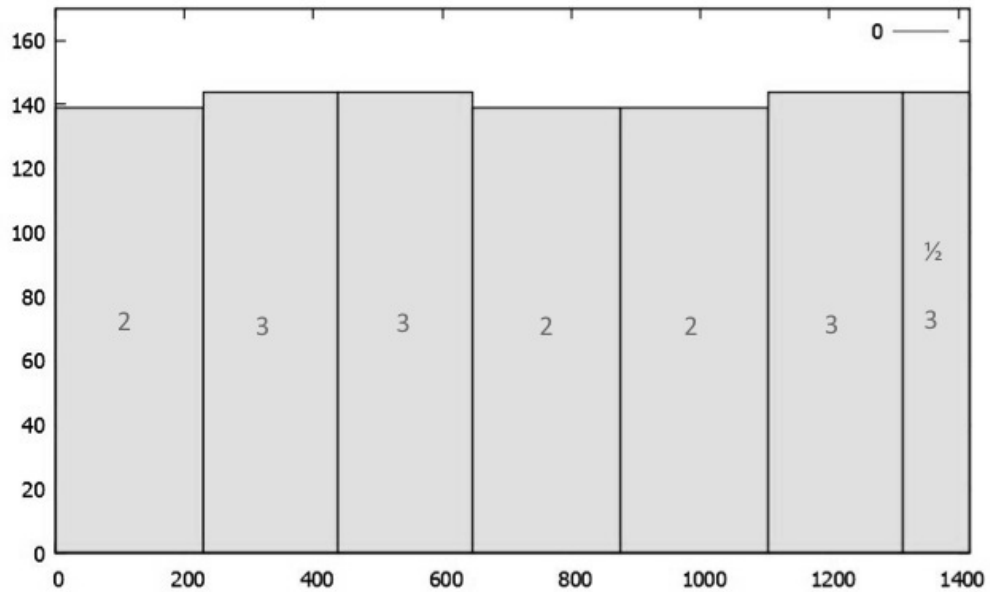


Figura 4.4: Padrão gerado para o rolo de largura 170 e referência 109

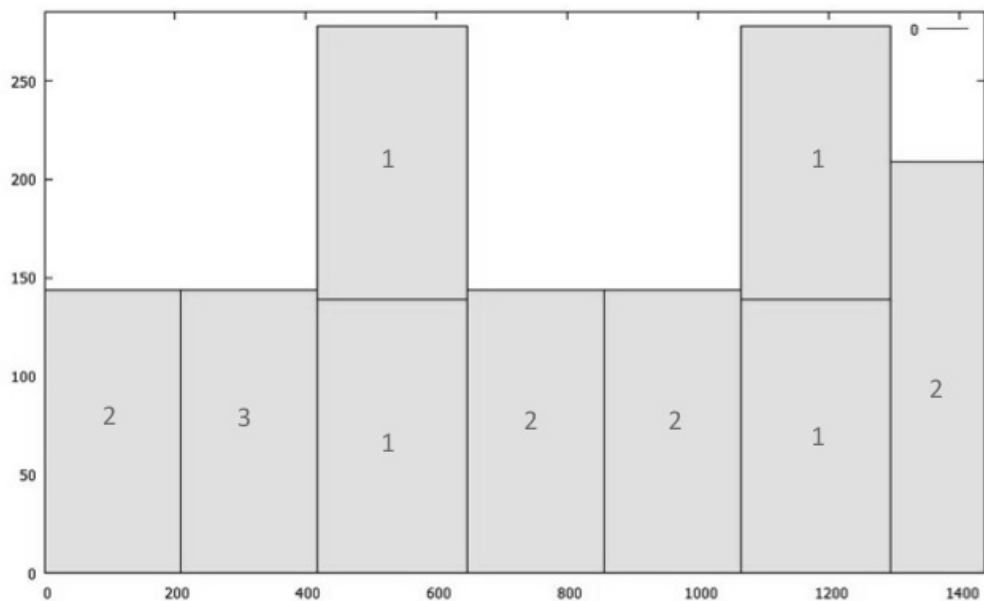


Figura 4.5: Padrão gerado para o rolo de largura 285 e referência 109

Dando continuação ao ciclo, e continuando os subproblemas a gerar colunas atrativas, o novo PMR é novamente resolvido com as novas colunas. As soluções são apresentadas na tabela (4.6).

Tabela 4.6: Terceira solução do PMR

Y_{170}^{109}	Y_{285}^{109}	Z_{170}^{109}	Z_{285}^{109}	β_{170}^1	β_{285}^1	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	
0	15160,7	0	0	0	0,0004	0	0	0	0	0	0	0	2,98	0	7,5	$Z_{PMR}^l = 15161,3$
1					-500											≥ 0
	1				-500											≥ 0
1					$-M$											≤ 0
	1				$-M$											≤ 0
		1														≤ 10000
			1													≤ 5000
-1		-1				1500	1500	1500		1470			1418			≤ 0
	-1		-1				1500	1500		1500			1469	1438		≤ 0
						1	1					17,5	47			≥ 140
								1	1				3	4		≥ 30
										1	1		1	3,5	5	≥ 40
																$\Pi_1 = 31,26$
																$\Pi_2 = 359,51$
																$\Pi_3 = 0$
						1	1					17,5	47			≤ 154
								1	1				3	4		≤ 33
										1	1		1	3,5	5	≤ 44

Depois de novamente resolvido o PMR com as novas colunas, verificou-se uma diminuição acentuada da função objetivo, passando esta de 104902 na iteração anterior para 15161,3. De seguida, continua-se a recorrer à heurística com as novas variáveis duais, gerando-se uma vez mais, outras duas novas colunas (figuras 4.6 e 4.7).

Após a introdução das novas colunas no PMR, este foi resolvido uma vez mais gerando as soluções apresentadas na tabela 4.7.

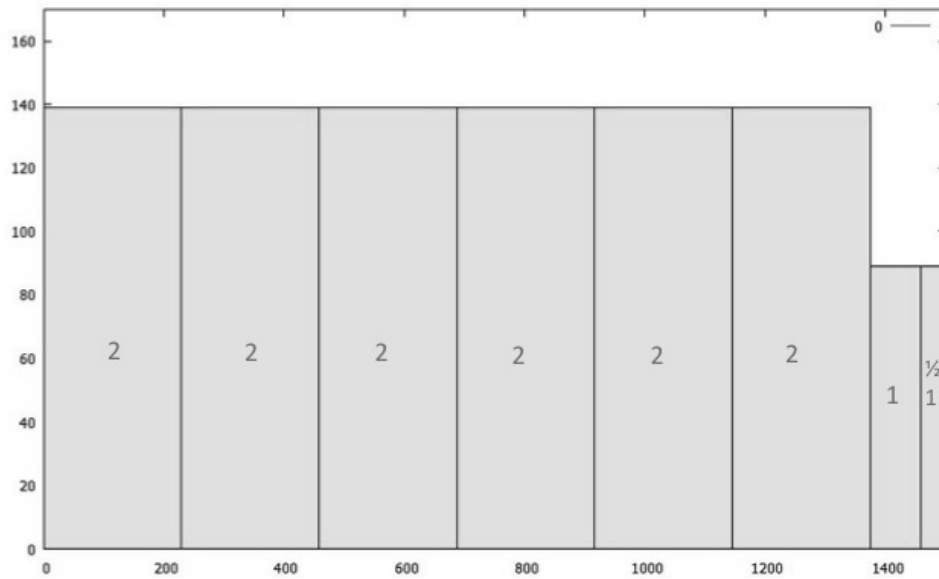


Figura 4.6: Padrão gerado para o rolo de largura 170 e referência 109

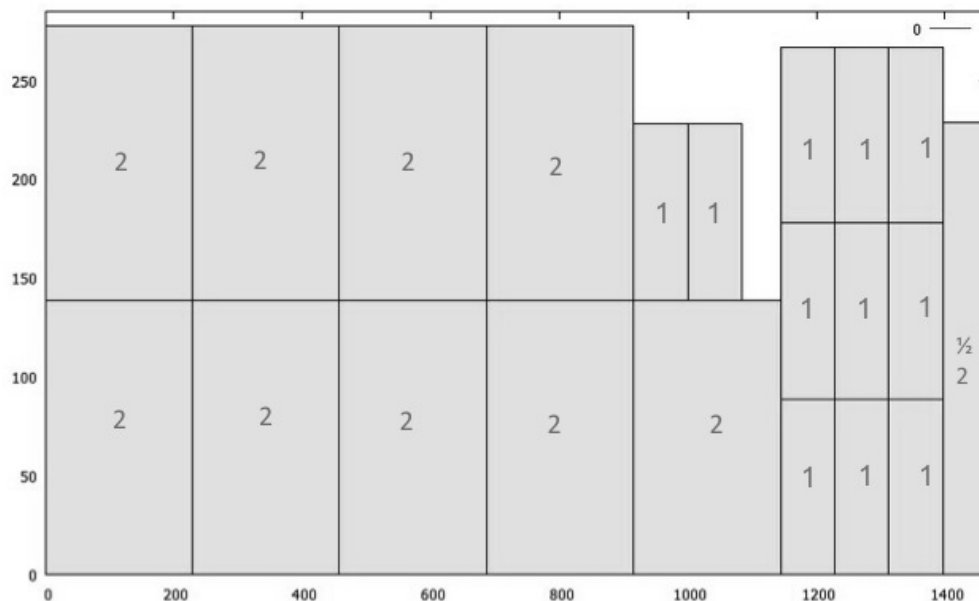


Figura 4.7: Padrão gerado para o rolo de largura 285 e referência 109

Numa quarta resolução do PMR, a função objetivo continua a diminuir, obtendo-se nesta última o valor de 15070,6.

Este ciclo repete-se até que não exista uma melhoria no valor da função objetivo do PMR. A partir do momento que isso acontece, o subproblema passa a ser resolvido através do método exato. O método exato consiste na geração de um padrão de corte ótimo do tipo 2-estágios com *trimming*, considerando o comprimento total da mesa. Se a adição dos novos padrões de corte não melhorar o valor de Z_{PMR}^r , o processo de geração de colunas termina. Na tabela seguinte 4.8 é apresentada a solução final do método.

Tabela 4.7: Quarta solução do PMR

Y_{170}^{109}	Y_{285}^{109}	Z_{170}^{109}	Z_{285}^{109}	β_{170}^1	β_{285}^1	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	
0	15070,6	0	0	0,0004	0	0	0	0	0	0	0	0	2,97	0	7,41	0	0,04	$Z_{PMR}^l = 15070,6$
1				-500														≥ 0
	1				-500													≥ 0
1				-M														≤ 0
	1				-M													≤ 0
		1																≤ 10000
			1															≤ 5000
-1	-1					1500	1500	1500	1500	1470	1418	1500						≤ 0
	-1	-1					1500	1500	1500	1469	1438	1466						≤ 0
						1	1				17,5	47			1,5	11		≥ 140
								1	1				3	4	6	9,5		≥ 30
									1	1		1	3,5	5				≥ 40
						1	1				17,5	47			1,5	11		≤ 154
								1	1				3	4	6	9,5		≤ 33
									1	1		1	3,5	5				≤ 44

As colunas X_{15} e X_{16} , apesar de serem padrões de corte distintos das duas colunas anteriores, não conseguem melhorar o resultado final de $Z_{PMR}^l = 13441,3$. Logo já não são consideradas atrativas e a geração de colunas a partir da heurística termina. Desta forma, observa-se a inserção de quatro colunas atrativas pelo método exato, a partir da coluna X_{17} .

O valor obtido para a função objetivo foi de $Z_{PMR}^l = 12428,8$, que inicialmente começou com 315011, ou seja, o valor da função objetivo diminuiu 96%.

Terminada a resolução do modelo, a solução determinada consiste na produção de 12428,4 cm de tecido de referência 109 e largura 170 cm. Para tal, foram utilizados 1,15 vezes o padrão X_8 , 1,48 vezes o padrão X_{14} e 5,71 vezes o padrão X_{20} . A solução deste problema através do modelo proposto, não optou por usar tecido existente em stock.

Uma vez que o resultado obtido não é inteiro, pois o problema inicial foi relaxado, uma solução inteira é obtida através da adição das restrições de integralidade das variáveis. Desta forma, pede-se ao *Cplex* que resolva o problema com as colunas adicionadas pela heurística e pelo método exato e com as variáveis x_p , β_j^i e α_p definidas como inteiras. A solução inteira obtida para o problema encontra-se detalhada na tabela 4.9. Salienta-se que não há garantia que a solução inteira obtida seja ótima.

Tabela 4.9: Solução inteira do PMR

Y_{170}^{109}	Y_{285}^{109}	β_{170}^1	β_{285}^1	X_8	X_{10}	X_{14}	X_{18}	X_{20}	
0	13297	0	1	2	2	1	1	3	$Z_{PMR}^{PI} = 13297,5$
1				-500					≥ 0
	1				-500				≥ 0
1				-M					≤ 0
	1				-M				≤ 0
		1							≤ 10000
			1						≤ 5000
-1		-1							≤ 0
	-1		-1	1469	1439	1483	1500	1500	≤ 0
				47		12	3	12	≥ 140
					4	1	6	5	≥ 30
				1	5	7	6	5	≥ 40
				47		12	3	12	≤ 154
					4	1	6	5	≤ 33
				1	5	7	6	5	≤ 44

Como já era de esperar o valor da função objetivo aumentou, passando de $Z_{PMR}^I = 12428,8$ para $Z_{PMR}^{PI} = 13297,5$. A solução determinou que só existiria produção da largura 285, num total de 13297 cm de tecido. Os padrões utilizados para esta solução foram 2 do x_8 , 2 do x_{10} , 1 do x_{14} , um do x_{18} e 3 do x_{20} .

Capítulo 5

Testes e resultados computacionais

Este capítulo tem como objetivo a apresentação dos testes computacionais obtidos da implementação computacional do modelo e do método de resolução propostos no capítulo 4.

Pretende-se avaliar a sensibilidade do método de resolução proposto tendo em conta a variação de diferentes parâmetros do modelo. Para o resultado final do problema, são analisadas as quantidades de tecido a produzir e/ou usar de stock, o número de diferentes padrões a aplicar e a sua média de utilização e o *gap* do *Cplex* e da solução final.

A implementação computacional do modelo e o respetivo algoritmo de resolução foi feita na linguagem C++, utilizando o compilador do *Microsoft Visual Studio* e com recurso à biblioteca de funções do solver *IBM ILOG Cplex 12.6 (Concert)*. Os testes computacionais foram realizados num processador *Intel Core i7 2.7GHz* com *4GB* de memória RAM.

5.1 Instância utilizada

A instância usada para a realização dos testes computacionais tem como base dados reais da empresa. Os dados correspondentes à instância encontram-se representados nas tabelas seguintes. A tabela 5.1 refere-se ao tipo de peças e na tabela 5.2 ao tipo de rolos. Quanto ao tipo de peças foi permitido para todas elas, tanto a orientação "base" como a rotação de 90 graus ($o_i = 1$) e também o corte de meias-peças ($m_i = 1$).

Tabela 5.1: Tipo de peças

Peça	t	c	e	Largura (cm)	Comprimento (cm)	Procura (q_i^{LB})
1	1	0	9	65	74	175
2	1	0	9	84	74	175
3	1	0	9	144	44	350
4	1	0	9	144	224	350
5	1	2	5	65	74	175
6	1	2	5	84	74	175
7	1	2	5	144	44	350
8	1	2	5	144	224	350
9	5	2	2	65	74	400
10	5	2	2	84	74	400
11	5	2	2	144	44	400
12	5	2	2	144	224	800
13	6	2	2	65	74	1750
14	6	2	2	84	74	1750
15	6	2	2	144	44	700
16	6	2	2	144	224	700
17	6	2	2	204	44	600
18	6	2	2	244	44	1600

Tabela 5.2: Tipo de rolos

Rolo	t	c	e	Largura j (cm)	Quantidade em stock (S_j^{tce}) (cm)
1	1	0	9	160	0
2	1	0	9	175	0
3	1	0	9	238	0
4	1	0	9	265	0
5	1	0	9	287	0
6	1	0	9	300	0
7	1	2	5	210	0
8	1	2	5	250	0
9	5	2	2	150	0
10	5	2	2	175	0
11	5	2	2	220	0
12	5	2	2	250	0
13	5	2	2	270	0
14	5	2	2	290	0
15	6	2	2	150	0
16	6	2	2	175	0
17	6	2	2	220	0
18	6	2	2	250	0
19	6	2	2	270	0
20	6	2	2	290	0

5.2 Testes e resultados

Uma vez definida a instância a utilizar, é necessária a atribuição de alguns parâmetros. Com o objetivo de realizar diferentes análises e comparações de resultados, alguns desses parâmetros são alterados ao longo dos testes, enquanto que outros se mantêm fixos.

Para dar início aos testes, são definidos os primeiros parâmetros para a resolução do modelo. Tais parâmetros são apresentados na tabela 5.3.

Tabela 5.3: Parâmetros

K_{1j}^{tce}	K_{2j}^{tce}	h_{max}^{tce}	$S_j^{tce}(cm)$	$L_{min}^t(cm)$	$P_{min}(cm)$	$P_{max}(cm)$
1	2	20	$0 (\forall j, t, c, e)$	36532	0	1500

Considerou-se que o custo do uso de *stock* (K_{2j}^{tce}) era o dobro do custo de produção de tecido (K_{1j}^{tce}). Com esta diferença entende-se que produzir as diferentes referências de tecido fica mais em conta do que usar o tecido do *stock*, que poderá ser adquirido de um fornecedor externo.

O número máximo de camadas da mesada para o tecido de referência *tce*, (h_{max}^{tce}) é 20; isto é, o máximo de folhas de referência *tce* a cortar em cada mesada não pode exceder as 20 folhas, e por conseguinte, esse será o valor máximo de folhas a aplicar um padrão de corte para uma determinada mesada.

O *stock*, para qualquer referência *tce* e largura *j*, foi definido como zero, ou seja, não existe qualquer tipo de rolo que possa ser utilizado para a produção de peças.

O comprimento mínimo a tecer da referência de tecelagem *t*, L_{min}^t , uma vez não ter sido fornecido, foi definido como sendo 10% do total do comprimento de todas as peças a serem produzidas. Para tal, foi calculada a média dos somatórios do comprimentos de todas as peças de referência *t*, determinando o L_{min} como 10% desse valor. O P_{min} , comprimento mínimo de tecido a aplicar o padrão de corte, foi considerado como sendo zero para este primeiro teste. O comprimento máximo da mesada (P_{max}) é 1500 *cm* e corresponde ao comprimento da mesa de corte.

Tanto o P_{max} como o h_{max}^{tce} são inalteráveis ao longo dos testes realizados.

Para além destes parâmetros é importante referir que para qualquer um dos testes a efetuar, é imposto um tempo máximo igual a 60 segundos para encontrar a solução inteira depois da solução da relaxação linear do PMR.

5.2.1 Variação do P_{min}

Após resolvido o modelo pela primeira vez, e usados os dados das tabelas 5.1, 5.2 e 5.3, são obtidos os primeiros resultados que servirão de referência para os testes posteriores. A tabela 5.4 apresenta deste modo, os primeiros resultados obtidos.

A tabela apresenta as soluções do subproblema com geração de colunas através da heurística (SP_heur), do subproblema resolvido de seguida com geração de colunas através do método exato (SP_heur_PI) e a solução final inteira do modelo. No que respeita às soluções do modelo ainda

relaxado é apresentado o valor da função objetivo (Z_{PMR}^l) e o número de colunas geradas por cada um dos métodos (n_{col}). Uma vez determinada a solução final inteira, apresenta-se o valor da função objetivo (Z_{PMR}^{PI}), o total de tecido a produzir ($\sum y$) e o total do tecido a usar de *stock* ($\sum z$) e o tempo de execução (T_{total}). Também é apresentado o valor do gap calculado pelo *Cplex* (gap_c) e o gap que relaciona o valor da função objetivo final do problema inteiro com o valor obtido anteriormente com o modelo relaxado (gap_{MIP}). A equação (5.1) representa o cálculo do gap_{MIP} .

$$gap_{MIP} = \frac{Z_{PMR}^{PI} - Z_{PMR}^l}{Z_{PMR}^{PI}} \cdot 100\% \quad (5.1)$$

Tabela 5.4: Resultados obtidos no primeiro teste.

SP_heur		SP_heur_PI		Solução final									
Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^{PI}	T_{PMR}^{PI}	gap_c	gap_{MIP}	$\sum Y$	$\sum Z$	N_p	$Media_{np}$	T_{total}	
518062,81	200	517395,66	120	521029,44	60,08	0,70%	0,35%	521012	0	24	14,54	64,00	

Nestes primeiros resultados, pode-se observar os diferentes valores do Z_{PMR}^l obtidos primeiramente pela geração de colunas com o subproblema resolvido apenas heurísticamente e posteriormente com recurso ao método exato. Verifica-se que a adição dos 120 padrões de corte ótimos do tipo 2-estágios com *trimming*, permitiram ainda uma melhoria significativa no valor do Z_{PMR}^l .

O melhor valor final obtido para a função objetivo através do *Cplex*, com as variáveis X_p , β_j^t e α_p inteiras, foi de 521029,44. Este valor como era de esperar, aumentou em relação ao valor da relaxação linear do Z_{PMR}^l . Em relação ao número de colunas, a solução usou 24, isto é, foram aplicados no processo de corte 24 padrões de corte diferentes. Em média cada padrão de corte é utilizado 14,54 vezes.

Visto que foi atingido o limite de tempo de execução, a solução retornada pelo *Cplex* para estes casos, não é necessariamente ótima. Porém, o *Cplex* retorna o gap da solução obtida, que neste caso foi de 0,35%.

Através do valor obtido para esta solução, pode considerar-se que o método implementado, foi capaz de fornecer uma solução de boa qualidade, visto que o *gap* obtido entre a solução da geração de colunas pelo método exato e a solução final inteira é relativamente baixo. Através destes valores também se conclui que o problema foi resolvido gerando pouco desperdício.

De seguida realizou-se um segundo teste. Neste, o valor de P_{min} foi alterado para 6000, o que corresponde a quatro vezes o comprimento da mesa de corte. Recorda-se que o P_{min} é o comprimento mínimo a cortar de um padrão de corte p . A este parâmetro está associada a restrição (4.8) em que $L_p x_p$ corresponde ao comprimento total de tecido a cortar segundo o padrão p e que terá de ser igual ou maior a P_{min} . A alteração deste parâmetro irá influenciar alguns resultados do método, uma vez que variando o valor de P_{min} , o número de mesadas e o comprimento total a produzir e/ou usar de *stock* também varia. Estas variações podem ser analisadas através da tabela 5.4 onde são expressos os resultados do problema para o $P_{min} = 0$ e compará-los com a tabela

seguinte (tabela 5.5) que apresenta os novos resultados para o problema com a mudança do P_{min} para 6000.

Tabela 5.5: Resultados obtidos com a definição do $P_{min}=6000$.

SP_heur		SP_heur_PI		Solução final								
Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^{PI}	T_{PMR}^{PI}	gapC	gapMIP	ΣY	ΣZ	N_p	$Media_{np}$	T_{total}
518062,81	200	517395,66	120	521347,44	1,75	0,76%	0%	521330	0	17	20,53	15,61

Analisando os últimos resultados com os da tabela 5.4, verifica-se que o valor da relaxação do Z_{RMP}^l se mantém. As diferenças de resultados surgem na solução final do modelo.

Aumentar o valor de P_{min} , implica utilizar mais vezes os padrões de corte, o que por um lado reduz o *setup*, no entanto aumenta o desperdício. Estas implicações, por norma, provocam um aumento do valor da função objetivo e um maior desperdício.

Estas afirmações podem ser confirmadas comparando os resultados de $P_{min} = 0$ com $P_{min} = 6000$ cm. Referente ao $P_{min} = 6000$ cm, o valor da função objetivo final aumentou de 521029,44 para 521347,44, e o mesmo se pode dizer da produção de tecido que aumentou 521012 cm para os 521330 cm. No que respeita ao uso de stock, este continua a zero uma vez que não existem rolos em *stock*. O número de padrões de corte diferentes utilizados no processo desceu significativamente de 24 para 17 e como esperado, a média de utilização de cada um deles subiu de 14,54 para 20,53.

Destes dois últimos resultados obtidos através da alteração do P_{min} pode-se concluir que o aumento do comprimento mínimo a aplicar o padrão de corte p , implica um aumento do desperdício, no entanto é vantajoso em termos de *setup*, reduzindo o número de padrões diferentes utilizados.

5.2.2 Variação do L_{min}^t

Em seguida é feita uma análise em torno de L_{min}^t , isto é, do comprimento mínimo a tecer da referência de tecelagem t . Para tal, foi tido em conta as restrições (4.2) e (4.3) e realizados dois testes. Num primeiro admitiu-se o $L_{min}^t = 0$, o que significa que não existia um mínimo de comprimento a tecer para qualquer que fosse a referência de tecelagem t , e num segundo considerou-se $L_{min}^t = 73065$ cm, que corresponde a 20% do valor total do comprimento de todas as peças a produzir para uma referência t , que nos testes anteriores foi definido como 10%.

Resolvido o modelo para os dois casos distintos, apresenta-se na tabela 5.6 as soluções encontradas para $L_{min}^t = 0$ e na tabela 5.7 para $L_{min}^t = 73065$ cm. Para além destas soluções, também foi analisado o número de diferentes larguras j usadas para cada referência t (tabela 5.8).

Tabela 5.6: Resultados obtidos com a definição do $L_{min}^t=0$.

SP_heur		SP_heur_PI		Solução final								
Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^{PI}	T_{PMR}^{PI}	gapC	gapMIP	ΣY	ΣZ	N_p	$Media_{np}$	T_{total}
518062,81	200	517461,69	80	520915,44	60,11	0,66%	0,26%	520898	0	28	12,46	71,11

Tabela 5.7: Resultados obtidos com a definição do $L_{min}^t = 730655$.

SP_heur		SP_heur_PI		Solução final								
Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^l	T_{PMR}^l	gapC	gapMIP	ΣY	ΣZ	N_p	$Media_{np}$	T_{total}
518062,81	200	517395,66	120	540336,44	60,1	4,25%	0,02%	540319	0	20	17,45	63,92

Nestes dois testes, são analisados dois extremos. Um em que não existe um mínimo a tecer para qualquer que seja a referência t ($L_{min}^t = 0$ cm) e outro em que o mínimo para tecer é o dobro do definido como cenário normal ($L_{min}^t = 73065$ cm).

O facto de não existir um mínimo para tecer permite uma melhor combinação geométrica das peças nos rolos de tecido, deste modo, haverá tendência para produzir as várias larguras diferentes para cada referência t . Um maior número de diferentes larguras provoca o uso de um maior número de diferentes padrões. Estas consequências afetam positivamente o valor da função objetivo, que minimiza o desperdício e não obriga à utilização/produção de tecido em excesso. Também, pelo simples facto de os custos de produção serem metade dos custo do uso de *stock*, a solução final opta sempre por produzir em vez de usar de *stock*. Neste caso pouca diferença faz, uma vez que na instância utilizada não existe qualquer *stock* disponível.

Analisando concretamente os resultados obtidos nas duas tabelas, verifica-se que alterando o de $L_{min}^t = 0$ cm para o $L_{min}^t = 73065$ cm, o valor final da função objetivo piora, subindo de 520915,44 para 540336,44. Também o gap do *Cplex* sobe notavelmente de 0,66% para 4,25%, originando uma solução não tão próxima da solução ótima, ou seja, o problema inteiro associado é mais difícil resolver. A produção também aumenta significativamente, sem recorrer a *stock*, e o número de padrões de corte diferentes usados pela solução, diminui originando uma maior repetição de cada um deles.

Através da análise a tabela 5.8 é também possível verificar que o modelo perante um $L_{min}^t = 0$ cm, opta por produzir para cada referência t uma maior variedade de larguras j . Nos testes efetuados, para $L_{min}^t = 0$ cm, contabilizou-se duas larguras j para a referência $t = 1$, três larguras j para a referência $t = 5$ e três larguras j para a referência $t = 6$. Por outro lado, para $L_{min}^t = 73065$ cm, o número de larguras j para cada referência de tecelagem t diminuiu, passando a ter uma largura para cada referência de tecelagem t , à exceção da referência $t = 1$ que foram criadas duas larguras j .

De forma conclusiva, o aumento exagerado do L_{min}^t , provoca soluções menos desejáveis no que respeita ao desperdício.

5.2.3 Variação do S_j^{tce}

Por último, serão realizadas duas experiências envolvendo os parâmetros relacionados com o uso de *stock*. Para tal, a instância utilizada até ao momento referente ao tipo de rolos (tabela 5.2), foi alterada considerando-se que existe em *stock* 913 cm para cada tipo de rolo. Este valor foi obtido através de uma ponderação entre 5% da necessidade média de cada referência t . Com esta nova instância, é permitido ao modelo optar pelo uso de *stock* ou pela produção de tecido.

Tabela 5.8: Determinação das diferentes larguras j para cada referência t

$L_{min}^t = 0 \text{ cm}$			$L_{min}^t = 73065 \text{ cm}$		
tce	referência t	largura j	tce	referência t	largura j
109	1	300	109	1	300
125	1	250	125	1	250
522	5	150	522	5	290
522	5	220	622	6	290
522	5	290			
622	6	250			
622	6	270			
622	6	290			

Para além da adição de *stock* aos diferentes tipos de rolos, também serão testados diferentes valores para o custo associado à produção e para o custo de utilização de *stock*. Primeiramente foi efetuado um teste com os custos iguados, ou seja, $K_{1j}^{tce} = K_{2j}^{tce} = 1$ e posteriormente, realizou-se outro teste com $K_{1j}^{tce} = 2$ e $K_{2j}^{tce} = 1$. Os resultados são demonstrados nas tabelas 5.9 e 5.10, respetivamente.

Tabela 5.9: Resultados obtidos com a definição de $K_{1j}^{tce} = K_{2j}^{tce} = 1$.

SP_heur		SP_heur_PI		Solução final									
Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^{PI}	T_{PMR}^{PI}	gapC	gapMIP	ΣY	ΣZ	N_p	$Media_{np}$	T_{total}	
518062,81	200	517395,66	120	521029,44	60,1	0,70%	0,36%	517360	3652	24	14,54	63,98	

Tabela 5.10: Resultados obtidos com a definição de $K_{1j}^{tce} = 2$ e $K_{2j}^{tce} = 1$.

SP_heur		SP_heur_PI		Solução final									
Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^l	n_{col}	Z_{PMR}^{PI}	T_{PMR}^{PI}	gapC	gapMIP	ΣY	ΣZ	N_p	$Media_{np}$	T_{total}	
1024158,94	200	1023122,88	120	1037476,44	60,1	1,38%	0,37%	516447	4564	23	15,17	64,45	

Nestes últimos testes efetuados, e ao contrário do que aconteceu nos anteriores, é possível verificar a alteração do valor do Z_{PMR}^l com a alteração dos custos associados à produção e uso de *stock*, tanto no método em que a geração de colunas do subproblema é feita através da heurística como em que é complementado com o método exato. Observa-se que com a passagem do custo do uso de *stock* para o dobro, o valor do Z_{PMR}^l dobra também. O mesmo acontece com o valor final da solução.

Com base na análise dos resultados obtidos, também é possível concluir que se o valor de K_{1j}^{tce} for igual ao valor de K_{2j}^{tce} , o modelo procura uma solução em que tanto recorre à produção como ao *stock* existente. Por outro lado, se o valor de K_{2j}^{tce} for inferior ao de K_{1j}^{tce} , ele recorre na mesma à produção, mas procura primeiro usar de *stock*. Isto é comprovado pelos resultados apresentados na tabela 5.10, em que o custo do uso de *stock* é metade do de produção, em comparação com os

resultados apresentados em 5.9 que ambos os custos são iguais. Isto porque no último se verifica uma ligeira diminuição da produção e aumento do uso de *stock*.

Após terminados os testes computacionais e analisados todos os resultados, conclui-se que o modelo proposto torna-se muito benéfico no planeamento da produção da empresa têxtil-lar, através da simulação de vários cenários.

Analisando diferentes cenários com mudanças nos parâmetros da função objetivo, é possível controlar e anteceder os resultados finais no processo produtivo. Por exemplo, se o objetivo for diminuir o *setup* do processo produtivo, uma solução seria aumentar o P_{min} e/ou aumentar o L_{min} que por conseguinte, aumentaria a média de utilização de cada padrão o que originaria menor *setup*. Por outro lado, se o alvo pretendido fosse diminuir ao máximo o desperdício, bastava igualar o P_{min} e o L_{min} a zero.

Os testes realizados com o modelo também apoiam na gestão do *stock*. É possível forçar o uso de uma determinada referência *tce* e largura *j* de rolo em *stock* considerando um custo muito baixo na função objetivo.

Capítulo 6

Conclusão

Neste capítulo é exposto o trabalho realizado ao longo deste projeto como as suas conclusões. Também é discutido propostas de continuidade do trabalho e pontos que merecem uma especial melhoria.

O presente trabalho abordou problema de planeamento da produção numa empresa do setor têxtil-lar. O processo produtivo tem início na fase de tecelagem, seguindo-se a de tinturaria e/ou estampagem, o processo de corte e termina no produto final embalado. O planeamento deste processo produtivo requer especial atenção devido a algumas restrições e requisitos mínimos necessários nas diferentes fases.

Nesta base e na procura de uma solução, realizaram-se estudos e pesquisas na área de Investigação Operacional para resolver com eficiência o problema proposto. Para além das etapas integradas no processo de corte, o processo produtivo foi retratado e visto como um todo. Isto é, todas as fases do processo produtivo compartilham informações entre si, por forma a no final do processo ser possível satisfazer a procura e gerar o menor desperdício possível.

A proposta para a resolução do problema de planeamento passou pela consideração de um modelo matemático. Embora pareça fácil descrever, o problema de corte bidimensional é difícil de ser resolvido. Dada a existência de um modelo matemático proposto num estudo anterior, para o mesmo problema, este foi estudado e implementado.

Este problema foi classificado como um problema de corte bidimensional NP-difícil que limita o uso de métodos exatos para encontrar a solução para instâncias grandes e complexas. A resolução do modelo foi desenvolvida com base nos estudos realizados por Gilmore & Gomory (1965) para os problemas de corte e empacotamento com programação linear inteira e a geração de colunas. Isto é, o modelo proposto foi relaxado e resolvido como um problema linear com a técnica de geração de colunas. Esta técnica, através da interação entre um problema mestre restrito com um subproblema permitiu a geração de padrões de corte promissores. No final as variáveis foram fixadas como inteiras e o modelo de programação inteira com todas as colunas adicionadas foi resolvido. O modelo foi implementado na linguagem C++, utilizando o compilador do *Microsoft Visual Studio* e com recurso à biblioteca de funções do solver *IBM ILOG CPLEX 12.6 (concert)*.

Os subproblemas foram resolvidos em duas fases, a primeira consiste na utilização de uma

heurística para gerar padrões, quando não é possível melhorar o valor da relaxação linear do PMR, o subproblema é resolvido até à otimalidade através de um método exato, gerador de padrões de corte.

O modelo proposto tornou-se muito útil, considerando que obteve bons resultados computacionais e conseguiu satisfazer todas os requisitos e restrições impostas. Deste modo, a aplicação deste modelo pode ser útil no planeamento da produção da empresa têxtil-lar, assim como de outros processos semelhantes dado que contribui para a diminuição do tempo de tomada de decisão e possibilita a simulação de diversos cenários que seriam impossíveis de realizar de forma manual em tão pouco tempo.

Algumas considerações podem ser feitas na perspetiva de melhorar a resolução do problema, não só em relação aos resultados obtidos, como também complementar alguns requisitos ainda não cumpridos. Assim sendo, proponho como trabalho futuro dar continuidade à resolução deste modelo de forma a obter uma solução inteira ótima, através do método *branch-and-price*. Para uma melhor perceção e credibilidade dos testes computacionais, é importante e sugerido, a obtenção dos parâmetros com os respetivos valores reais da empresa.

Durante a realização deste trabalho também ficou por incluir no modelo uma restrição que obriga a que todas as peças de um determinado conjunto sejam cortadas do mesmo rolo. Ou seja, se for pretendido um jogo de cama, os lençóis como as fronhas devem ser cortadas do mesmo rolo de tecido, de modo a garantir a mesma tonalidade. A implementação do tempo de corte de cada padrão também seria importante no modelo, isto porque influencia a função objetivo.

Bibliografia

- Almeida, Ricardo Nuno. 2014. *Redução de desperdícios no processo de corte em empresas Têxtil-Lar*. Dissertação de Mestrado, FEUP.
- Alvarez-Valdes, Ramon, Parajon, Antonio, & Tamarit, Jose M. 2002. A computational study of Ip-based heuristic algorithms for two-dimensional guillotine cutting stock problems. *Or Spectrum*, **24**(2), 179–192.
- Cerqueira, B. S. B. 2013. *KAIZEN NA INDÚSTRIA TÊXTIL: Uma abordagem ao aumento de produtividade e redução de desperdício*. Dissertação de Mestrado, FEUP.
- Cintra, G.F., Miyazawa, F.K., Wakabayashi, Y., & Xavier, E.C. 2008. Algorithms for two-dimensional cutting stock and strip packing problems using dynamic programming and column generation. *European Journal of Operational Research*, **191**(1), 61 – 85.
- Degraeve, Z., & Vandebroek, M. 1998. A Mixed Integer Programming Model for Solving a Layout Problem in the Fashion Industry. *Management Science*, **44**(3), 301–310.
- Degraeve, Zeger, Gochet, Willy, & Jans, Raf. 2002. Alternative formulations for a layout problem in the fashion industry. *European Journal of Operational Research*, **143**(1), 80–93.
- Dyckhoff, Harald. 1990. A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, **44**, 145–149.
- Gilmore, Paul C, & Gomory, Ralph E. 1961. A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations research*, **9**(6), 849–859.
- Gilmore, Paul C, & Gomory, Ralph E. 1963. A linear programming approach to the cutting stock problem-part ii. *Operations Research*, **11**(6), 863–888.
- Gilmore, PC, & Gomory, RE. 1965. Multistage cutting stock problems of two and more dimensions. *Operations Research*, **13**(1), 94–120.
- Jacobs-Blecha, Charlotte, Ammons, Jane C, Schutte, Avril, & Smith, Terri. 1997. Cut order planning for apparel manufacturing. *IIE Transactions*, **30**(1), 79–90.

- Javanshir, Hassan, Rezaei, Shaghayegh, Najari, Saeid Sheikhzadeh, & Ganji, SS. 2010. Two-dimensional cutting stock management in fabric industries and optimizing the large object's length. *International Journal of Research & Reviews in Applied Sciences*, **4**(3).
- Kantorovich, L. V. 1960. *Mathematical Methods of Organizing and Planning Production*.
- Martens, J. 2004. Two genetic algorithms to solve a layout problem in the fashion industry. *European Journal of Operational Research*, **154**(1), 304–322.
- Morabito, Reinaldo. 1994. Modelos de otimização para o problema de corte nas indústrias de papel e papelão e de móveis. *Gestão & Produção*, **1**(1990), 59–76.
- Oliveira, JF, & Ferreira, JS. 1994. A faster variant of the gilmore and gomory technique for cutting stock problems. *Jorbel*, **34**(1), 23–38.
- Rich, E KNIGHT. 1993. Kevin. *Inteligência Artificial*. São Paulo: Editora Makron Books.
- Wäscher, Gerhard, Haubner, Heike, & Schumann, Holger. 2007. An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, **183**(3), 1109–1130.
- Yang, Chang-Lin, Huang, Rong-Hwa, & Huang, Hsiao-Ling. 2011. Elucidating a layout problem in the fashion industry by using an ant optimisation approach. *Production Planning & Control*, **22**(3), 248–256.