

# **Estudo numérico de um escoamento laminar de um fluido newtoniano em condutas de secção não circular com curvatura de 90°**

*Luís Filipe da Costa Sobral*

**Dissertação do MIEM**

Orientador na FEUP: Prof. Fernando Pinho



**Universidade do Porto**

**Faculdade de Engenharia**

**FEUP**

**Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto**

**Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica**

Fevereiro, 2013



# Resumo

---

Este trabalho tem como intuito o estudo das perdas de pressão no escoamento em regime laminar de um fluido newtoniano em condutas de secção não-circular com mudança de direção de 90°. Foram aqui estudados os escoamentos em geometria bidimensional com razões de altura de saída e de entrada ( $H2/H1$ ) e tridimensional com rácio de área de saída e área entrada ( $A2/A1$ ). Analisando relações iguais a 0,5, 0,67, 1, 1,5 e 2 para ambas geometrias.

O estudo de carácter numérico foi realizado com auxílio do código de cálculo comercial *Fluent*, um programa de Mecânica dos fluidos computacional (CFD) que resolve as equações de Navier-Stokes com base na formulação de volumes finitos.

O cálculos de perda de carga foram efectuados para uma gama número da *Reynolds* de 0,01 a 400. Os resultados obtidos demonstram que o escoamento é dominado pela forças viscosas para valores de *Re* baixos, havendo uma mudança de comportamento para *Re* superiores a 20. No domínio viscoso, o coeficiente total de perdas tem um decréscimo linear com o aumento de *Re*, existindo recirculação com dimensões constantes no canto superiores da curva.

Para *Re* mais elevados, o escoamento apresenta coeficientes de perda de carga localizada positivas e duas regiões recirculação bem definidas (junto ao canto superior da curva e na parede inferior após a mudança de direção), onde estes aumentam com *Re*. A ocorrência de descolamento do escoamento na parede inferior a jusante da curva tem uma clara relação com a perda localizada visto que esta aparece quando o escoamento é dominado pelas forças de inércia.

Para a geometria tridimensional o coeficiente de perda de carga localizada diminui com o aumento da relação  $A2/A1$ . Para o caso bidimensional verifica-se uma diminuição do coeficiente de perda de carga localizada com a razão entre alturas para  $H2/H1=0,5$  até  $H2/H1=1$ , seguido de um aumento do coeficiente de perda localizada com o aumento da altura de saída da conduta.

Constata-se um crescimento da intensidade e o número de escoamentos secundários com o aumento da área de saída da conduta.



# Abstract

---

This work is aimed to study the pressure losses in laminar flow of a newtonian fluid in conduits of non-circular section with a change of direction of 90 °. We here studied the flows in two-dimensional geometry with high ratios of output and input ( $H_2/H_1$ ) and three-dimensional ratio of the output area and input area ( $A_2/A_1$ ). Analysis ratios equal to 0.5, 0.67, 1, 1.5 and 2 for both geometries.

The study of numeric character was performed using the commercial code Fluent, a program of Computational Fluid Mechanics (CFD) which solves the Navier-Stokes equations based on the finite volume formulation.

The pressure loss calculations were made for a range of Reynolds numbers from 0.01 to 400. The results show that the flow is dominated by viscous forces for low values of  $Re$ , with a change of behavior to  $Re$  greater than 20. In the field viscous total loss coefficient has a linear decrease with increasing  $Re$ , existing recirculation with constant dimensions in the upper corner of the curve.

For higher  $Re$ , the flow pressure loss coefficients has positive charge and two recirculation regions well defined (by the upper curve and the lower wall after the change of direction), where they increase with  $Re$ . The occurrence of detachment of the flow in the bottom wall downstream of the curve has a clear relationship with loss coefficients since this appears when the flow is dominated by inertial forces.

For the three-dimensional geometry pressure loss coefficient decreases with the increase of the ratio  $A_2/A_1$ . For the two-dimensional case there is a decrease in the pressure loss to the ratio between heights  $H_2/H_1$   $H_2/H_1 = 0.5$  to  $= 1$ , followed by an increase in the coefficient of localized loss with increasing height outlet conduit.

There was an increase in number and intensity of secondary flows with increasing outlet area of the duct.



# Agradecimentos

---

Queria agradecer ao Professor Fernando Pinho por toda a colaboração, incentivo, compreensão e disponibilidade demonstrada ao longo de todo o semestre para a realização deste trabalho.

De seguida gostaria de agradecer à minha família e amigos, pelo apoio e encorajamento ao longo destes anos de faculdade.



# Nomenclatura

---

Variável	Descrição	Unidade
$A$	Área	[m <sup>2</sup> ]
$H$	Altura entre paredes	[m]
$\bar{u}$	Velocidade média	[m/s]
$D_h$	Diâmetro hidráulico	[m]
$f$	Fator de fricção	[-]
$L$	Comprimento da conduta	[m]
$Re$	Número de <i>Reynolds</i>	[-]
$P$	Pressão	[Pa]
$\tau$	Tensão de corte	[N/m <sup>2</sup> ]
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas	[m]
$u, v, w$	Coordenadas cartesianas da velocidade	[m/s]
$x_{R1}$	Comprimento de recirculação na parede superior	[m]
$y_{R1}$	Comprimento de recirculação na parede lateral	[m]
$x_{R1}$	Comprimento de recirculação na parede inferior	[m]
$K_{loc}$	Coefficiente de perda de carga localizada	[-]
$K_{total}$	Coefficiente de perda de carga localizada total	[-]

## Alfabeto Grego

$\mu$	Viscosidade dinâmica	[kg/m.s]
$\rho$	Massa volúmica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\eta$	Rácio entre altura e largura da secção rectangular	[-]
$\alpha$	fator de forma da energia cinética	[-]



# Índice

---

<b>RESUMO .....</b>	<b>I</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>II</b>
<b>AGRADECIMENTOS .....</b>	<b>III</b>
<b>NOMENCLATURA .....</b>	<b>IV</b>
<b>CAPÍTULO 1 .....</b>	<b>1</b>
1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 <i>Relevância e enquadramento do tema em estudo</i> .....	1
1.2 <i>Objetivos</i> .....	2
1.3 <i>Estrutura da dissertação</i> .....	3
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>4</b>
2 ESTADO DA ARTE .....	4
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>6</b>
3 TEORIA .....	6
3.1 <i>Conceitos base</i> .....	6
3.2 <i>Determinação da perda de carga localizada em regime laminar</i> .....	6
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>	<b>14</b>
4 EQUAÇÕES GOVERNATIVAS E MÉTODO NUMÉRICO .....	14
4.1 <i>Equações governativas</i> .....	14
4.1.1 <i>Conservação da Massa – Equação da Continuidade</i> .....	14
4.1.2 <i>Equação da quantidade de movimento linear</i> .....	15
4.2 <i>Método numérico</i> .....	16
4.2.1 <i>Método dos volumes finitos</i> .....	16
4.2.1.1 <i>Discretização e Solução geral de transporte</i> .....	17
4.2.1.2 <i>Esquema de discretização espacial</i> .....	18
4.2.2.1 <i>Esquema QUICK</i> .....	19
4.2.3 <i>Interpolação da Pressão</i> .....	19
4.2.4 <i>Discretização da equação da continuidade</i> .....	19
4.2.5 <i>Acoplamento Pressão-Velocidade</i> .....	20
4.2.6 <i>Opções do cálculo numérico utilizados no Fluent</i> .....	20
4.3 <i>Geometria e geração da malha</i> .....	21
<b>CAPÍTULO 5 .....</b>	<b>23</b>
5 VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO DO PROCEDIMENTO DE CÁLCULO .....	23
5.1 <i>Verificação e Validação</i> .....	23
5.1.1 <i>Escoamento entre placas paralelas</i> .....	23
5.1.2 <i>Ordem de convergência com refinamento da malha</i> .....	26
5.1.3 <i>Extrapolção de Richardson</i> .....	26
5.1.4 <i>Escoamento num tubo de secção quadrada</i> .....	27
5.1.5 <i>Escoamento numa conduta de secção não circular com mudança de direção de 90°</i> .....	30
5.2 <i>Procedimento de cálculo dos coeficientes de perda de carga</i> .....	33
5.3 <i>Metodologia de cálculo do comprimento de recirculação do fluido</i> .....	36

<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>38</b>
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	38
6.1 <i>Resultados do caso bidimensional</i> .....	38
6.2 <i>Resultados do caso tridimensional</i> .....	42
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>53</b>
7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	53
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>54</b>
8 BIBLIOGRAFIA .....	54
<b>ANEXOS</b> .....	<b>56</b>
9 ANEXOS .....	56
9.1 <i>Anexo A-Factor de forma da energia <math>\alpha</math> para as condutas tridimensionais</i> .....	56
9.2 <i>Anexo B – Valores de perda de carga para as geometrias bidimensionais.</i> .....	57
9.2.1 Anexo B1 – $H2/H1=0,5$ .....	57
9.2.2 Anexo B2 – $H2/H1=0,67$ .....	57
9.2.3 Anexo B3 – $H2/H1=1$ .....	58
9.2.4 Anexo B4 – $H2/H1=1,5$ .....	58
9.2.5 Anexo B5 – $H2/H1=2$ .....	59
9.3 <i>Anexo C – Valores de perda de carga para as geometrias tridimensionais</i> .....	60
9.3.1 Anexo C1 – $A2/A1=0,5$ .....	60
9.3.2 Anexo C2 – $A2/A1=0,67$ .....	60
9.3.3 Anexo C3 – $A2/A1=1$ .....	61
9.3.4 Anexo C4 – $A2/A1=1,5$ .....	61
9.3.5 Anexo C5 – $A2/A1=2$ .....	62
9.4 <i>Anexo D – Valores dos comprimentos de recirculação</i> .....	63
9.4.1 Anexo D1 – Valores dos comprimentos de recirculação para a conduta 2D.....	63
9.4.2 Anexo D2 – Valores dos comprimentos de recirculação para a conduta 3D.....	65
9.5 <i>Anexo E – Localização das referências geométricas para análise dos resultados</i> .....	66

## Índice de Figuras

FIGURA 1-1 - REPRESENTAÇÃO SIMPLIFICADA DA GEOMETRIA EM ESTUDO .....	2
FIGURA 3-1- VARIAÇÃO DA TENSÃO DE CORTE PARA UM FLUIDO NEWTONIANO.....	7
FIGURA 3-2 - ESCOAMENTO DESENVOLVIDA ENTRE PLACAS PARALELAS (BASEADO EM WHITE <sup>10</sup> , 2008).....	7
FIGURA 3-3 - VARIAÇÃO DA PRESSÃO AO LONGO DE UMA CONDUTA COM MUDANÇA DE DIREÇÃO .....	11
FIGURA 3-4 - ESCOAMENTO NUMA CURVA, (BASEADO EM LENCASRE <sup>12</sup> , 1991).....	11
FIGURA 3-5 - ESQUEMA REPRESENTATIVO DO PROCEDIMENTO DE OBTENÇÃO DA QUEDA DE PRESSÃO NO CENTRO DA CONDUTA .....	12
FIGURA 4-1 - EXEMPLO DE VOLUME DE CONTROLO PARA DEMONSTRAR A DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE (ANDRÉ L. T. REZENDE <sup>18</sup> , SETEMBRO 2009).....	17
FIGURA 4-2 - ESQUEMA CÁLCULO DE UM VOLUME DE CONTROLO COM O QUICK (ANSYS FLUENT THEORY GUIDE <sup>10</sup> , 2010) .....	19
FIGURA 4-3 - GEOMETRIA, SISTEMA DE COORDENADAS E BLOCOS PARA GERAÇÃO DA MALHA .....	21
FIGURA 4-4 - MALHA 3D GERADA PARA A GEOMETRIA $A2/A1=1$ , A) VISTA ISOMÉTRICA DA MALHA SEGUNDO X E Y, B) VISTA DE FRENTE DA MALHA SEGUNDO X E Y, C) VISTA DE CIMA DA MALHA SEGUNDO X E Z, D) VISTA ISOMÉTRICA DA MALHA SEGUNDO Y E Z.....	22
FIGURA 5-1 - ESCOAMENTO ENTRE PLACAS PARALELAS.....	23
FIGURA 5-2 - PERFIL DE VELOCIDADE PARA $L=0,5M$ .....	24
FIGURA 5-3 - GEOMETRIA DA CONDUTA DE SECÇÃO QUADRADA .....	27
FIGURA 5-4 - EVOLUÇÃO DA PRESSÃO AO LONGO DE TODA A CONDUTA EM ESTUDO PARA $Re=100$ .....	28
FIGURA 5-5 - REGRESSÃO LINEAR NA ZONA DE ESCOAMENTO COMPLETAMENTE DESENVOLVIDO PARA $Re=100$ .....	29
FIGURA 5-6 – GEOMETRIA E BLOCOS DE GERAÇÃO DA MALHA .....	30
FIGURA 5-7 – GEOMETRIA E COORDENADAS DE DOMÍNIO DE CÁLCULO.....	33
FIGURA 5-8- QUEDA DE PRESSÃO AO LONGO DA CONDUTA DE ENTRADA.....	34
FIGURA 5-9 - QUEDA DE PRESSÃO AO LONGO DA CONDUTA DE SAÍDA.....	34
FIGURA 5-10–QUEDA DE PRESSÃO AO LONGO DE TODA A CONDUTA.....	35
FIGURA 5-11- REPRESENTAÇÃO DA VELOCIDADE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO PARA $Xr1$ .....	36
FIGURA 5-12- REPRESENTAÇÃO DA VELOCIDADE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO PARA $Yr1$ .....	37
FIGURA 5-13 - - REPRESENTAÇÃO DA VELOCIDADE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO PARA $Xr2$ .....	37
FIGURA 6-1 - VALORES DE $K_{LOC}$ POSITIVOS EM FUNÇÃO DE $Re$ (2D) .....	38
FIGURA 6-2 – $K_{TOTAL}$ EM FUNÇÃO DE $Re$ (2D).....	39
FIGURA 6-3 - EVOLUÇÃO DE $K_{LOC} * Re$ PARA AS DIVERSAS GEOMETRIAS (2D) .....	39
FIGURA 6-4 - $K_{LOC}$ EM FUNÇÃO DE $H2/H1$ PARA $Re$ ENTRE 100 E 400 (2D).....	40
FIGURA 6-5 – $K_{TOTAL}$ EM FUNÇÃO DE $H2/H1$ PARA $Re$ ENTRE 100 E 400 (2D) .....	40
FIGURA 6-6 – VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO ADIMENSIONAL DE $Yr1$ PARA $Re$ ENTRE 0,01 E 400 (2D) .....	41
FIGURA 6-7 - VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO ADIMENSIONAL DE $Xr1$ PARA $Re$ ENTRE 0,01 E 400 (2D) .....	41
FIGURA 6-8 - VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO ADIMENSIONAL DE $Xr2$ PARA $Re$ ENTRE 0,01 E 400 (2D) .....	42
FIGURA 6-9 - VALORES DE $K_{LOC}$ POSITIVOS EM FUNÇÃO DE $Re$ (3D) .....	42
FIGURA 6-10 – $K_{TOTAL}$ EM FUNÇÃO DE $Re$ (3D) .....	43
FIGURA 6-11 - EVOLUÇÃO DE $K_{LOC} * Re$ PARA AS DIVERSAS GEOMETRIAS (3D) .....	43
FIGURA 6-12 - $K_{LOC}$ EM FUNÇÃO DE $A2/A1$ PARA $Re$ ENTRE 50 E 400 (3D) .....	44
FIGURA 6-13 – $K_T$ EM FUNÇÃO DE $A2/A1$ PARA $Re$ ENTRE 50 E 400 (3D).....	44
FIGURA 6-14 - VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO ADIMENSIONAL DE $Yr1$ PARA $Re$ ENTRE 0,1 E 200 (3D) .....	45
FIGURA 6-15 - VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO ADIMENSIONAL DE $Xr1$ PARA $Re$ ENTRE 0,1 E 200 (3D) .....	45
FIGURA 6-16 - VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO ADIMENSIONAL DE $Xr2$ PARA $Re$ ENTRE 0,1 E 200 (3D) .....	46
FIGURA 6-17 –LINHAS DE CORRENTE PARA $H2/H1=2$ , COM $Re=0,5$ E VELOCIDADE MÉDIA DE ENTRADA $2,5E^{-5}$ M/S. ....	47
FIGURA 6-18 - LINHAS DE CORRENTE PARA $H2/H1=2$ , COM $Re=200$ E VELOCIDADE MÉDIA DE ENTRADA 0,01 M/S. ....	47
FIGURA 6-19 - LINHAS DE CORRENTE PARA $A2/A1=0,5$ , COM $Re=0,5$ E VELOCIDADE MÉDIA DE ENTRADA $3,7E^{-5}$ M/S. ....	48

FIGURA 6-20 - LINHAS DE CORRENTE PARA $A2/A1=0,5$ , COM $RE=200$ E VELOCIDADE MÉDIA DE ENTRADA $0,015 \text{ m/s}$ . ...	48
FIGURA 6-21 - LINHAS DE CORRENTE PARA $A2/A1=0,5$ , COM $RE=200$ E VELOCIDADE MÉDIA DE ENTRADA $0,015 \text{ m/s}$ , A MAIOR DISTÂNCIA.....	49
FIGURA 6-22 - LINHAS DE CORRENTE PARA $A2/A1=2$ , COM $RE=200$ E VELOCIDADE MÉDIA DE ENTRADA $0,02 \text{ m/s}$ . ....	50
FIGURA 6-23 - CONTORNOS ESCOAMENTO SECUNDÁRIO PARA $A2/A1=0,5$ , COM $RE=0,5$ E VELOCIDADE MÉDIA DE ENTRADA $3,7E^{-5} \text{ m/s}$ .....	50
FIGURA 6-24 - CONTORNOS ESCOAMENTO SECUNDÁRIO PARA $A2/A1=0,5$ , COM $RE=200$ E VELOCIDADE MÉDIA DE ENTRADA $0,015 \text{ m/s}$ .....	51
FIGURA 6-25 – CONTORNOS ESCOAMENTO SECUNDÁRIO PARA $A2/A1=2$ , COM $RE=0,5$ E VELOCIDADE MÉDIA DE ENTRADA $5.E^{-5} \text{ m/s}$ .....	51
FIGURA 6-26 - CONTORNOS ESCOAMENTO SECUNDÁRIO PARA $A2/A1=2$ , COM $RE=200$ E VELOCIDADE MÉDIA DE ENTRADA $0,02 \text{ m/s}$ .....	52

## Índice de Tabelas

TABELA 3-1 - VALORES $f_{Re}$ PARA REGIME LAMINAR EM SECÇÕES RETANGULARES .....	9
TABELA 5-1 —NÚMEROS DE NÓS EM CADA FACE E ESPAÇAMENTOS MÍNIMOS DAS MALHAS CRIADAS.....	23
TABELA 5-2 - DADOS PARA O CALCULO DO $F$ .....	24
TABELA 5-3 - VALORES DE $F$ PARA AS DIFERENTES MALHAS .....	25
TABELA 5-4 –DISTÂNCIA ENTRE FACES DA MALHA E FACTOR DE EXPANSÃO .....	27
TABELA 5-5 – DADOS INICIAIS PARA O CÁLCULO.....	28
TABELA 5-6 –VALOR DE $F$ CALCULADOS PARA AS TRÊS MALHAS E RESPECTIVOS ERROS RELATIVOS.....	29
TABELA 5-7 – VALORES DAS DIMENSÕES DA GEOMETRIAS EM ESTUDO (2D).....	30
TABELA 5-8 – VALORES DAS DIMENSÕES DA GEOMETRIAS EM ESTUDO (3D).....	31
TABELA 5-9 - PARÂMETROS DA MALHA PARA A GEOMETRIA 2D .....	31
TABELA 5-10 – PARÂMETROS DA MALHA PARA A GEOMETRIA 3D .....	31
TABELA 5-11- VALORES DE $F$ DE ENTRADA E SAÍDA E PERDA DE CARGA LOCALIZADA PARA $H2/H1=1$ .....	32
TABELA 5-12 - VALORES DOS FACTORES DE FRICÇÃO DE ENTRADA E SAÍDA E PERDA DE CARGA LOCALIZADA PARA $A2/A1=1$ .	32
TABELA 9-1 – VALORES CALCULADOS DE $A$ PARA CADA MALHA .....	56
TABELA 9-2 – VALORES CALCULADOS DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA E FATORES DE FRICÇÃO PARA A GEOMETRIA $H2/H1=0,5$ .....	57
TABELA 9-3 - VALORES CALCULADOS DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA E FATORES DE FRICÇÃO PARA A GEOMETRIA $H2/H1=0,67$ .....	57
TABELA 9-4 - VALORES CALCULADOS DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA E FATORES DE FRICÇÃO PARA A GEOMETRIA $H2/H1=1$ .....	58
TABELA 9-5 - VALORES CALCULADOS DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA E FATORES DE FRICÇÃO PARA A GEOMETRIA $H2/H1=1,5$ .....	58
TABELA 9-6 - VALORES CALCULADOS DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA E FATORES DE FRICÇÃO PARA A GEOMETRIA $H2/H1=2$ .....	59
TABELA 9-7 - VALORES CALCULADOS DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA E FATORES DE FRICÇÃO PARA A GEOMETRIA $A2/A1=0,5$ .....	60
TABELA 9-8 - VALORES CALCULADOS DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA E FATORES DE FRICÇÃO PARA A GEOMETRIA $A2/A1=0,67$ .....	60
TABELA 9-9 - VALORES CALCULADOS DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA E FATORES DE FRICÇÃO PARA A GEOMETRIA $A2/A1=1$ .....	61
TABELA 9-10 - VALORES CALCULADOS DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA E FATORES DE FRICÇÃO PARA A GEOMETRIA $A2/A1=1,5$ .....	61
TABELA 9-11 - VALORES CALCULADOS DOS COEFICIENTES DE PERDA DE CARGA E FATORES DE FRICÇÃO PARA A GEOMETRIA $A2/A1=2$ .....	62
TABELA 9-12 – VALORES DOS COMPRIMENTOS DE RECIRCULAÇÃO OBTIDOS PARA $H2/H1$ (0,5; 0,67; 1; 1,5).....	63
TABELA 9-13 – VALORES DOS COMPRIMENTOS DE RECIRCULAÇÃO OBTIDOS PARA $H2/H1=2$ .....	64
TABELA 9-14 - VALORES DOS COMPRIMENTOS DE RECIRCULAÇÃO OBTIDOS PARA $A2/A1=0,5$ E $A2/A1=0,67$ .....	65
TABELA 9-15 - VALORES DOS COMPRIMENTOS DE RECIRCULAÇÃO OBTIDOS PARA $A2/A1=1$ E $A2/A1=1,5$ .....	65
TABELA 9-16 - VALORES DOS COMPRIMENTOS DE RECIRCULAÇÃO OBTIDOS PARA $A2/A1=2$ .....	65
TABELA 9-17 - REPRESENTAÇÃO DOS PLANOS UTILIZADOS PARA ANÁLISE DE RESULTADOS .....	66



# Capítulo 1

---

## 1 Introdução

### 1.1 Relevância e enquadramento do tema em estudo

O escoamento de um fluido em condutas é uma temática de grande interesse na mecânica dos fluidos, tendo tido avanços significativos durante o século XIX. Resumidamente, o grande objetivo desta área do conhecimento é conseguir compreender e representar os mais diferentes tipos de escoamento de fluidos. Trata-se de uma área de grande relevância em processos industriais e naturais.

Os escoamentos em condutas não-circulares encontram-se relativamente bem documentados quanto à perda de carga para o regime turbulento. O regime laminar, por sua vez, tem recebido uma atenção bem mais reduzida, uma vez que nos sistemas de tubagens industriais mais comuns este tipo de regimes é pouco frequente dadas as dimensões da sua geometria. Com o aumento da investigação e das aplicações industriais a escalas mais reduzidas, existe uma necessidade de aprofundar este tipo de escoamentos e o seu comportamento para melhor se proceder à operação e desenho dos mesmos. Graças ao desenvolvimento de métodos computacionais, que principalmente a partir de meados do século passado verificaram um crescimento bastante acentuado, foi-nos permitido estudos, desenvolvimentos e pesquisas altamente complexos que até aí eram considerados de improvável ou difícil execução.

O estudo das variações de pressão ou de perda de carga de escoamentos em regime laminar de perda de carga associada a este tipo geometrias a escala reduzida, nomeadamente estudo de circuitos de microfluídica, tem relevância para um largo leque de aplicações mais recentes, especialmente em processo biomédicos e alguns campos da engenharia moderna, sendo no entanto escassa a informação e o desenvolvimento deste tipo de situações. A microfluídica é um ramo da engenharia que trata da manipulação de caudais de fluidos muito baixos através de canais, reservatórios, válvulas e bombas de dimensão microscópicas. As aplicações da microfluídica são diversas que vão desde a medição de pH, cinética de reações, injeção de proteínas para análise de espectrometria de massa, análise de DNA, manipulação de células e muitas outras aplicações em outras áreas. Existem alguns estudos neste campo relacionados com a medicina, quanto ao comportamento do sistema sanguíneo e outros casos

similares. Este tipo de análise tem sido uma das grandes motivações que tem unido a medicina e a engenharia no intuito de ter uma maior percepção dos fenómenos envolvidos no nosso sistema sanguíneo. Sendo este caso, com caudais e vasos de dimensões reduzidas, é expectável que seja escoamento em regime laminar, dificultando a determinação da perda de carga muito sensível nestas condições visto que se ocorrer um pequeno distúrbio no escoamento, pode levar a uma variação brusca da perda de carga. Tendo em conta que esta depende apenas do número de *Reynolds*, ou seja, da relação entre as forças viscosas e as forças cinéticas.

Os coeficientes de perda de carga neste tipo de regimes demonstraram ser bastante variáveis, no entanto os valores disponíveis na literatura estão longe de ser consensuais e não apresentam formas simples de cálculo. Este projeto, através dos métodos numéricos, pretende desta forma cobrir parte dessas lacunas existentes. Foram assim realizadas um conjunto de simulações onde fizemos variar vários parâmetros, quer a nível dinâmico, quer a nível geométrico, que nos permitirá complementar, na medida do possível, os anteriores estudos realizados.

## 1.2 Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo estudar o comportamento dinâmico de um fluido newtoniano num escoamento estacionário em regime laminar, numa conduta tridimensional de secção não-circular com mudança de direção a 90°. Pretende-se principalmente averiguar quais os efeitos da variação dimensional da geometria na perda de carga localizada. Tal estudo requer um alargado intervalo de valores do número de Reynolds.

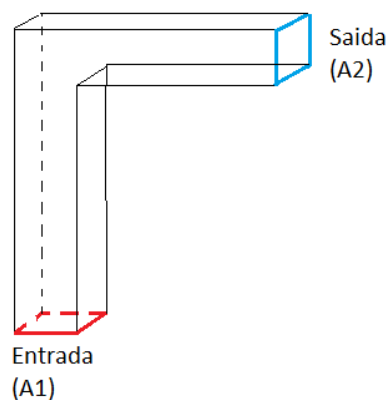


Figura 1-1 - Representação simplificada da geometria em estudo

Os valores do coeficiente de perda de carga localizada e comprimentos de recirculação, são obtidos através de um conjunto de simulações numéricas tendo em conta os seguintes parâmetros:

Características geométricas:

- Rácio entre a área da secção da conduta principal e da conduta de saída a variar entre 0,5; 0,67; 1; 1,5 e 2.

Características dinâmicas:

- variação do número de Reynolds numa gama entre 0,01 e 400.

### **1.3 Estrutura da dissertação**

Esta dissertação contém 7 capítulos. O capítulo 2 apresenta uma breve revisão bibliográfica, seguida do capítulo 3 onde vem a descrição teórica, expondo a metodologia de cálculo efectuada para quantificar a perda de carga localizada devido à mudança de direcção para o tipo de geometria em estudo.

No capítulo 4 são apresentadas as equações governativas e o método numérico usado na resolução dessas equações governativas, seguindo-se da caracterização das malhas computacionais. No capítulo 5 é feita a validação do procedimento numérico, comparando soluções computacionais com soluções analíticas que constam na literatura, verificação da convergência das soluções com o refinamento da malha, contendo ainda o procedimento de cálculo da perda de carga para as geometrias em estudo. No capítulo 6 apresentam-se os resultados a cerca do objetivo deste trabalho.

Finalmente, no capítulo 7 apresentam-se as conclusões desta dissertação e algumas sugestões para trabalhos futuros.



# Capítulo 2

---

## 2 Estado da Arte

*Thomson*<sup>1</sup>, foi o primeiro a observar os significativos efeitos da curvatura, num escoamento de um canal aberto e a explicar teoricamente o escoamento secundário gerado pela curva. *Eustice*<sup>2</sup>, observou as trajetórias de tinta, introduzidas num escoamento de água através de condutas circulares de diferentes diâmetros, constatando o aparecimento de um escoamento secundário para um regime permanente e incompressível. *Dean*<sup>3</sup>, foi o primeiro a estudar, usando uma perturbação técnica, o campo de escoamento secundário a partir do escoamento de *Poiseuille*. Alguns dos seus mais famosos resultados incluem soluções para o fluxo secundário em tubos de curva. Segundo *Dean*<sup>3</sup>, existe um escoamento secundário, na forma de um par de vórtices, que rodam em direções opostas.

O número de *Dean*<sup>3</sup>, que é a relação entre as forças de inércia centrífuga e as forças viscosas, é a variável adimensional característica que determina a influência da curvatura num escoamento.

Num trabalho experimental com visualização e modelação numérica de um escoamento laminar numa conduta curva de secção quadrada, *Humphrey et al.*<sup>5</sup>, 1977, mostram o mecanismo de formação do escoamento secundário produzido pela curva. Os resultados mostram que a região de máxima velocidade se move do centro da conduta em direção à parede exterior e, ao fim da curva de 90°, esta situa-se aproximadamente a 85% da largura da conduta a partir da parede interior. Foram observadas pequenas regiões de recirculação no início da curva, próximo aos cantos da parede exterior e na região a montante da curva, para números de Dean acima de 125.

Para escoamentos em tubos helicoidais, com números de Reynolds muito pequenos, *Wang*<sup>6</sup>, 1981, usou um sistema de coordenadas não ortogonais. O sistema de equações desenvolvido mostra que os efeitos da curvatura e torção diminuem quando o número de Reynolds aumenta, concordando portanto, com respeito à curvatura, com as citações de *Schlichting*<sup>4</sup>, 1968.

*Murata et al.*<sup>7</sup>, 1976, estudaram analiticamente o escoamento laminar em condutas onde o raio de curvatura varia com ao longo da curva. O modelo matemático por eles desenvolvido mostra que, em números de Reynolds muito pequenos, o escoamento se desvia

para a parte interna da curva como um caminho de mínima energia. No entanto, com números de Reynolds maiores, a força centrífuga começa a atuar e o escoamento passa a desviar-se para o lado externo da curva. A adaptação do escoamento à curvatura é tanto mais retardada quanto maior é o número de Reynolds.

*Bara et al.*<sup>8</sup>, 1992, estudaram, numericamente e experimentalmente, o desenvolvimento de estruturas simétricas de dois e quatro vórtices de Dean em conduta curva de secção quadrada, em escoamento laminar e números de Dean até 150. A visualização do escoamento foi feita iluminando a secção desejada com uma fina lâmina de laser de luz azul e injetando uns pigmentos fluorescentes no escoamento.

O trabalho de Bara foi ampliado por *Mees et al.*<sup>9</sup>, 1996, para números de Dean até 600, ainda em escoamento laminar, tendo encontrado estruturas de escoamento simétricas e instáveis com até seis vórtices.

Com estas considerações, o objetivo deste trabalhos foi um estudo numérico com o intuito de determinar os coeficientes de perda de carga de um fluido newtoniano em regime laminar, efetuando o análise em condutas de secção não circular com uma mudança de direção de 90°. Acredita-se que este trabalho é de interesse para colmatar a falta de informação acerca de escoamentos laminares neste tipo de geometria.

# Capítulo 3

---

## 3 Teoria

Este capítulo expõe os conceitos teóricos da Mecânica dos Fluidos considerados fundamentais para este trabalho. Alguns pressupostos importantes para a caracterização do escoamento são aqui apresentados.

### 3.1 Conceitos base

Um estudo preliminar do escoamento do fluido no interior da conduta permite estabelecer uma série de princípios que podem ser usados, desde já para simplificar a análise do mesmo neste trabalho:

- Incompressibilidade: a massa volúmica do fluido é considerada constante, uma vez que a velocidade atingida pelo escoamento é sempre muito inferior à do som, isto é, o número de Mach é sempre inferior a 0,3;
- Fluido newtoniano: no fluido, a tensão de corte é diretamente proporcional à taxa de deformação;

### 3.2 Determinação da perda de carga localizada em regime laminar

Os fluidos newtonianos são definidos como aqueles que exibem uma proporcionalidade direta entre a tensão de corte e taxa de deformação no escoamento laminar, tal como o propõe a lei da viscosidade de Newton:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{du}{dy} \quad (3.1)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade (constante de proporcionalidade) que é afectada apenas pela temperatura e pressão para um dado sistema, encontrando-se representada esta relação na figura 3.1.

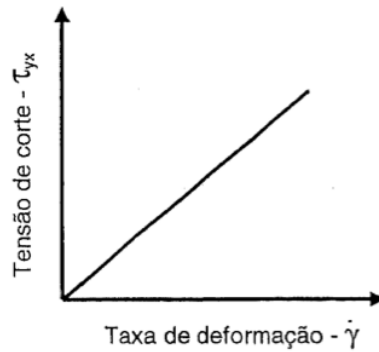


Figura 3-1- Variação da tensão de corte para um fluido newtoniano

O parâmetro que define o regime de escoamento de um fluido é o número de *Reynolds* ( $Re$ ), que exprime o rácio entre as forças de inércia e as forças viscosas, equação (3.2)

$$Re = \frac{\rho \bar{u} L_c}{\mu} \quad (3.2)$$

onde  $\rho$  é a massa volúmica,  $\bar{u}$  é a velocidade média do fluido no escoamento e  $l_c$  o comprimento característico, onde no caso de condutas de secção não circular o comprimento característico é o diâmetro hidráulico ( $D_h$ ) da conduta.

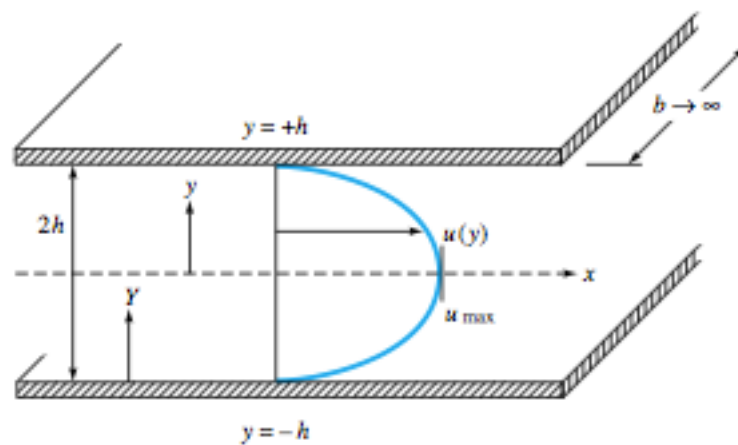


Figura 3-2 - Escoamento desenvolvida entre placas paralelas (baseado em White<sup>10</sup>, 2008)

O cálculo para condutas não circulares é algebricamente mais complicado, mas para tal é usado a definição de diâmetro hidráulico, equação (3.3)

$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4(2bh)}{2b + 2h} \quad (3.3)$$

Tendo como referência um escoamento entre placas paralelas (figura 3.2), de largura  $b$ , e altura  $2h$ . Assumindo que a profundidade é bastante maior que a altura entre placas, podemos definir que se trata de um escoamento bidimensional. Considerando a velocidade

$u(y)$  na direção  $x$  e a queda de pressão em função de  $x$ , se determinar um volume de controlo localizado entre as placas, integrando a equação da quantidade de movimento:

$$\mu \frac{du}{dy} = y \frac{dp}{dx} \quad (3.4)$$

Se integrar para  $u = 0$  (velocidade nula junto a parede) e  $y = \pm h$  temos,

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y^2 - h^2) \quad (3.5)$$

Sendo a velocidade média determinada por, com o gradiente de pressões constante,  $\left(-\frac{dp}{dx}\right) = \frac{\Delta p}{L}$  e  $L$  representa o comprimento da conduta ao longo do eixo  $x$ .

$$\bar{u} = \frac{h^2}{2\mu} \left(-\frac{dp}{dx}\right) = \frac{h^2 \Delta p}{2\mu L} \quad (3.6)$$

Neste caso visto que  $b \gg h$ , o diâmetro hidráulico pode ser definido por:

$$D_h = 4h \quad (3.7)$$

Descrivendo o factor de fricção em função do gradiente de pressões, diâmetro hidráulico e velocidade média temos:

$$f = \frac{-\left(\frac{dp}{dx}\right) \cdot D_h}{\left(\frac{\rho \bar{u}^2}{2}\right)} \quad (3.8)$$

Usando as expressões anteriores e substituindo na equação (3.8), obtemos o fator de fricção de Darcy em função do número de Reynolds:

$$f = \frac{96\mu}{\rho \bar{u} (4h)} = \frac{96}{Re} \quad (3.9)$$

Neste caso a relação  $fRe = 96$  é verdade apenas para o caso de um escoamento bidimensional como descrito anteriormente, no entanto para os casos tridimensionais, esta já depende da relação entre a largura e a profundidade ( $b/a$ ) da secção da conduta. Alguns desses valores  $fRe$  para regime laminar em secções retangulares estão tabelados como se pode ver na seguinte tabela.

**Rectangular**

$b$ 
 $a$

$b/a$	$fRe_{D_h}$
0.0	96.00
0.05	89.91
0.1	84.68
0.125	82.34
0.167	78.81
0.25	72.93
0.4	65.47
0.5	62.19
0.75	57.89
1.0	56.91

**Tabela 3-1 - Valores  $fRe$  para regime laminar em seções retangulares**

Estes valores podem ser determinados pela seguinte equação polinomial (com um coeficiente de determinação  $R^2 = 0,9995$ ), para as relações  $b/a$  que não se encontram na tabela, sendo  $\eta = b/a$  (baseado I. Papautsky et al.<sup>11</sup>, 1999).

$$fRe = 96(1 - 1,3553\eta + 1,9467\eta^2 - 1,7012\eta^3 + 0,9564\eta^4 - 0,2537\eta^5) \quad (3.10)$$

Quando há uma mudança na geometria da conduta como um curva, ocorre uma perda de carga localizada, para ser determinada é necessário ter em conta duas componente importantes. A primeira é a perda de pressão ao longo da conduta reta sem considerar a perda na curva. Esta perda de pressão com ausência da curva é designada por perda de carga em linha. A segunda é a perda de pressão imposta pela mudança de direção do fluido (na curva) definida por perda de carga localizada, pois esta é originada numa zona especifica e bem delineada do escoamento. Esta perda de pressão imposta pela curva pode ser calculada por um coeficiente adimensional,  $K$ . Este coeficiente pode ser determinado com base na equação de *Darcy*.

Porém de sendo um estudo realizado em regime laminar é necessário determinadas precauções para o escoamento não mudar de regime, sendo usado números de *Reynolds* bastante baixos. A literatura refere-se que num escoamento interno em condutas retas o escoamento é laminar para  $Re$  inferiores a 2000, na ausência de informação acerca de  $Re$  de transição para condutas com mudança de direção brusca, são utilizados  $Re$  inferiores a 500 de forma assegurar que o escoamento é laminar.

O cálculo da perda de carga localizada é feito pela razão entre a perda ( $h_{loc} = \Delta p / \rho g$ ) através do dispositivo em questão e a altura de velocidade ( $u^2/2g$ ) do sistema de tubos associado. Sendo o coeficiente de perda de carga localizada representado da seguinte forma,

$$K = \frac{h_{loc}}{u^2/2g} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho u^2} \quad (3.11)$$

A perda e energia provocada pelo atrito entre a parede e o fluido é caracterizada pelo factor de fricção  $f$ . Este parâmetro adimensional depende apenas de  $Re$  para regime laminar.

$$f = F(Re) \quad (3.12)$$

O factor de fricção pode ser calculado através da equação de *Darcy-Weisbach* (3.13)

$$h_f = f \left( \frac{L}{D_h} \right) \left( \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \right) \quad (3.13)$$

Sendo assim, usando a equação da energia (equação 3.15), com o respectivo fator de forma da energia  $\alpha$ , sendo  $\alpha = \frac{54}{35} \approx 1,543$  para escoamentos laminares entre placas paralelas em zona de escoamento completamente desenvolvido, porém para fluidos incompressíveis  $\alpha$  pode ser definido pela equação 3.14

$$\alpha = \frac{1}{A} \int \left( \frac{u}{\bar{u}} \right)^3 dA \quad (3.14)$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\alpha_1\bar{u}_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\alpha_2\bar{u}_2^2 + f_2 \left( \frac{L_2}{D_{h_2}} \right) \left( \frac{\rho\bar{u}_2^2}{2} \right) + f_1 \left( \frac{L_1}{D_{h_1}} \right) \left( \frac{\rho\bar{u}_1^2}{2} \right) + K \left( \frac{\rho\bar{u}_1^2}{2} \right) \quad (3.15)$$

Onde na equação 3.14,  $A$  é a área da secção,  $u$  a equação que representa o diagrama de velocidade e  $\bar{u}$  a velocidade media do escoamento.

No entanto, quando ocorre uma perturbação do escoamento, em que haja variação da secção da conduta e/ou alteração na direção do escoamento como é o caso das curvas. Com a mudança de direção, a variação da pressão ao longo da conduta deixa de ser constante e tem uma variação do seu comportamento sobre as paredes da curva como na figura 3.3, verificando-se a influência na vizinhança da curva, a montante e principalmente a jusante da mudança de direção.

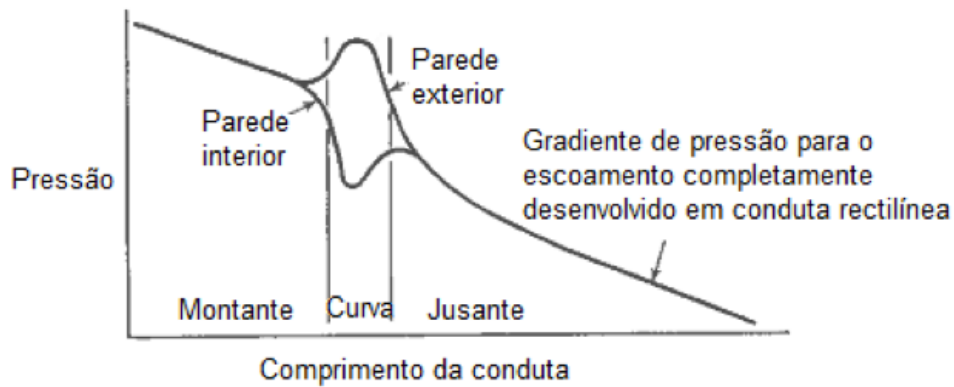


Figura 3-3 - variação da pressão ao longo de uma conduta com mudança de direção

Com a aproximação da curva, o escoamento começa a ficar instável devido a mudança de direção, como consequência dessa instabilidade surgem escoamentos secundários devido ao efeito das forças centrífugas do centro da conduta para a parede exterior, criando um aumento de pressão na vizinhança da parede exterior e uma diminuição junto à parede interior. Estas forças geram um gradiente de pressão ao longo da curva, nas partículas mais próximas das superfícies, reduzindo a sua estabilidade, diminuindo a pressão. Logo após a curva a velocidade é maior na zona exterior da curva. Um acontecimento vulgar neste tipo de geometria é o aparecimento de zona de recirculação do fluido, onde este se separa da parede, havendo inversão do sentido do perfil de velocidades junto nessa zona, onde este fenómeno pode ter alguma influência na variação da pressão associada ao escoamento como se pode verificar este acontecimento na figura 3.4.

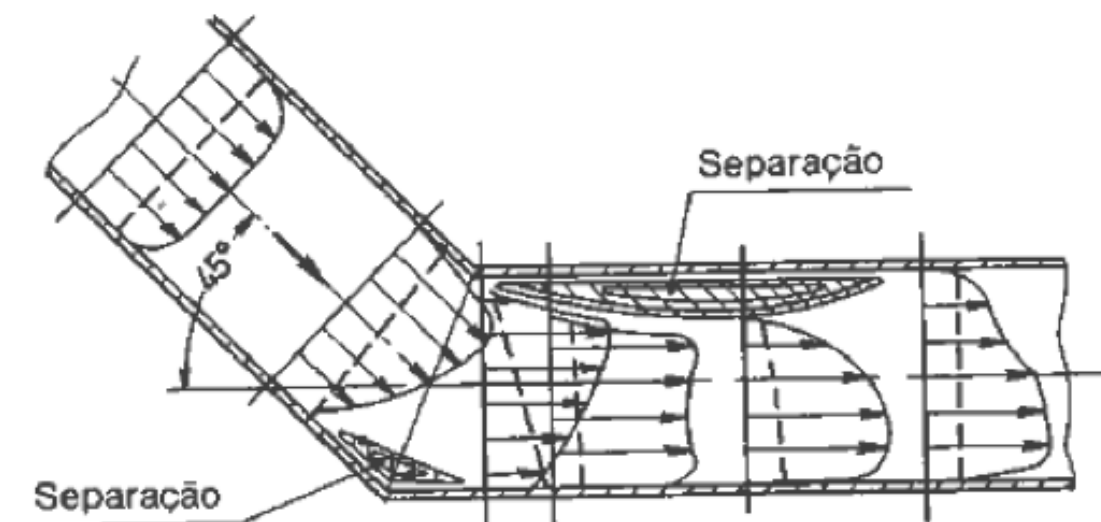


Figura 3-4 - Escoamento numa curva, (baseado em Lencastre<sup>12</sup>, 1991)

O cálculo da queda de pressão no centro da curva também pode ser realizado por análise pormenorizada ao gráfico da variação de pressão ao longo da conduta, destacando uma zona onde o gradiente de pressões é linear a jusante e a montante da queda brusca de pressão (zona de mudança de direção do fluido) tendo em conta que o escoamento se encontra completamente desenvolvido nessas zonas. Ao executar uma extrapolação linear das pressões das regiões desenvolvidas para o centro da curva, podemos calcular a queda de pressão no interior da curva (pela diferença entre as duas pressões extrapoladas), como se pode ver pela figura 3.5.

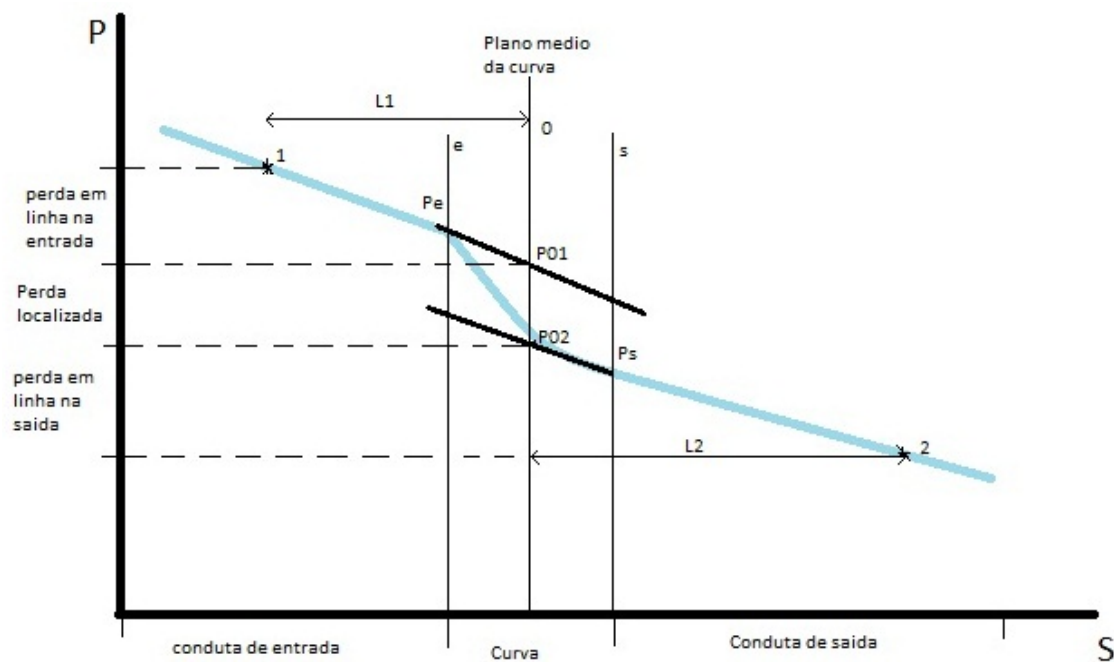


Figura 3-5 - Esquema representativo do procedimento de obtenção da queda de pressão no centro da conduta

Tendo em conta que  $\frac{dp}{ds} < 0$  ao longo da conduta, escolhendo um ponto em cada zona onde o escoamento se encontra desenvolvido, antes e depois da curva, o coeficiente de perda localizada pode ser calculado da seguinte forma:

$$K_{loc} = \frac{P_{01} - P_{02}}{\frac{1}{2} \rho u^2} \quad (3.17)$$

Onde  $P_{01}$  e  $P_{02}$  (representam as pressões efetivas que resultam da extrapolação e interceção com o plano médio da curva) são obtidos pela pelas equações:

$$P_{01} = P_1 + \frac{dp}{ds} L_1 \quad (3.18)$$

$$P_{02} = P_2 - \frac{dp}{ds} L_2 \quad (3.19)$$

O procedimento para a obtenção da perda de carga tem como base resultados da solução numérica obtidos a partir das equações de Navier–Stokes, visto que estas são extremamente complicadas de serem desenvolvidas teoricamente.

No capítulo seguinte será demonstrado o método numérico implementado para o cálculo da perda de carga neste trabalho. Em que resultados obtidos por simulação numérica, de velocidade e pressão em cada ponto do domínio de cálculo são posteriormente processados para quantificar a perda de carga localizada demonstrados neste capítulo.

# Capítulo 4

---

## 4 Equações governativas e método numérico

Este capítulo descreve o modelo matemático e um conjunto de expressões e métodos utilizados para transformar as equações de conservação às derivadas parciais em equações algébricas, sendo estas utilizadas numa aplicação do programa comercial ANSYS 14, nomeadamente o *Fluent* para determinar os campos de velocidade e de pressão do escoamento em estudo.

### 4.1 Equações governativas

Muitos dos estudos atuais dedicados à dinâmica dos fluidos são realizados através de simulação computacional, CFD, sendo que a maior parte dos utilizadores utiliza programas comerciais.

O programa usado neste trabalho é o *Fluent*, que resolve as equações de *Navier-Stokes* (N.-S.) e da conservação da massa juntamente com as condições de fronteira adequadas ao problema em causa. Neste caso de simulação tridimensional em escoamento em regime laminar são usadas quatro equações, correspondendo às três direções possíveis da velocidade, e uma quarta que parte da lei da conservação da massa para fornecer o valor da pressão.

#### 4.1.1 Conservação da Massa – Equação da Continuidade

A equação da continuidade é a forma matemática da conservação da massa, aplicada a uma partícula de fluido num escoamento, sendo descrita pela equação seguinte

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (4.1)$$

em que  $\rho$  é a massa volúmica,  $\vec{u}$  o vector velocidade e  $\nabla = \frac{\partial}{\partial x_i}$ .

A eq. 4.1 é a forma compressível da equação da conservação da massa e é válida em qualquer ponto no domínio do escoamento. No caso em estudo, que trata de um fluido incompressível, a massa volúmica não é uma função do tempo ou do espaço, assim sendo,  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  na eq. 4.1. Assim, expandindo e usando um sistema de coordenadas cartesianas, a eq. 4.1 assume a forma,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.2)$$

#### 4.1.2 Equação da quantidade de movimento linear

A equação da quantidade de movimento linear (2ª lei de Newton) expressa que o somatório das forças externas é igual ao produto da massa pela aceleração, conforme descrito pela eq 4.3

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\vec{u}) = \nabla \cdot \bar{\bar{T}} + \rho\vec{F} \quad (4.3)$$

onde  $\vec{F}$  é uma força qualquer exterior por unidade de massa (geralmente a força de gravidade) e  $\bar{\bar{T}}$  é o tensor total das tensões, onde o tensor pode ser decomposto em componentes relativas a pressão e ao tensor extra  $\bar{\bar{\tau}}$ ,

$$\bar{\bar{T}} = -p\bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\tau}} \quad (4.4)$$

sendo  $\bar{\bar{I}}$  o tensor unitário e  $p$  a pressão estática. Para um fluido Newtoniano em escoamento incompressível (densidade constante) as tensões viscosas são dadas por:

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu(\nabla u + \nabla u^T) \quad (4.5)$$

Substituindo a eq 4.4 na eq 4.3 temos:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}\vec{u}) \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho\vec{F} \quad (4.6)$$

os termos a esquerda referem-se à aceleração, constituída pelo termo dependente do tempo e por efeitos convectivos não lineares. Os efeitos das tensões, definidas como força por unidade de área, estão representadas pelos gradientes de forças de superfície  $\nabla p$  e  $\nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}$ .

Para fluidos newtonianos o tensor extra apenas é composto pela componente viscosa, que é nula quando o fluido se encontra em repouso.

Para definir completamente o escoamento é necessário complementar as equações Navier–Stokes que ditam rigorosamente a relação entre a variação da quantidade de movimento e as forças aplicadas externamente. Sendo campo de velocidade  $\vec{u}$  regido pela conservação da massa, é definido por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}) = 0 \quad (4.7)$$

Para fluidos incompressíveis e desprezando o efeito da temperatura.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (4.8)$$

Logo é possível apresentar as equações de Navier–Stokes válidas para um fluido newtoniano com viscosidade constante.

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}\vec{u}) \right) = -\nabla p + \mu \Delta \vec{u} + \rho \vec{F} \quad (4.9)$$

Em que  $\Delta = \nabla \cdot \nabla = \nabla^2$  é o Laplaciano do campo de velocidade (baseado em P. J. Oliveira<sup>13</sup>, Agosto 2000)

## 4.2 Método numérico

O estudo do comportamento de um escoamento laminar e as perdas de carga a ele associado num Joelho de secção variável são o objetivo para o nosso caso numérico que desta forma pretende colmatar a ausência informação acerca deste tema.

Pretende-se assim realizar conjunto de simulações numéricas que nos permitam analisar a evolução de um escoamento em regime laminar para uma série de números de *Reynolds*. As simulações tem como intuito o análise da seguinte situação:

- Calcular as perdas de carga associadas ao escoamento e a forma como este evolui com o número de *Reynolds*.
- Tentar determinar uma relação entre a perda de carga e a ocorrência de recirculação no escoamento.

As simulações são efectuadas com a ajuda de um programa comercial que executa o método dos volumes finitos.

### 4.2.1 Método dos volumes finitos

O Método de Volumes Finitos é uma das técnicas de discretização mais versáteis usada na solução de escoamento de fluidos e também das mais utilizadas. Baseado na formulação analítica de volume de controlo da dinâmica dos fluidos, o primeiro passo do Método de Volumes Finitos é dividir o domínio de cálculo em vários volumes de controlo, onde a variável de interesse fica situada no centro do volume de controlo. O passo seguinte é integrar a forma diferencial as equações governativas em cada volume de controlo, onde são utilizados perfis de interpolação para descrever a variação da variável análise (velocidade, pressão e outras grandezas de interesse) entre os centro de cada volume de controlo. A equação resultante é chamada de equação de discretização. Desta forma, a equação de discretização expressa o princípio da conservação para a variável procurada dentro do volume de controlo (baseado em André L. T. Rezende<sup>18</sup>, Setembro 2009).

#### 4.2.1.1 Discretização e Solução geral de transporte

De um modo geral as equações de transporte a serem discretizadas tem a forma geral

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (4.10)$$

onde  $\phi$  é a variável de interesse,  $\Gamma_\phi$  o coeficiente de difusão associado a  $\phi$  e  $S_\phi$  o termo de geração de  $\phi$  por unidade de volume.

O programa *Fluent* utiliza o Método de Volumes Finitos para converter uma equação geral de transporte de um escalar numa equação algébrica para ser resolvida numericamente. Como visto na secção anterior, este método consiste em integrar a equação de transporte, Eq. (4.10), sobre cada volume de controlo, gerando uma equação de discretização que expressa a lei de conservação no volume de controlo.

A discretização das equações de governo pode ser obtida considerando a equação transiente de conservação para o transporte de uma quantidade escalar  $\phi$ . Isto é demonstrado escrevendo-se esta equação de transporte na forma de integral para um volume de controlo  $\forall$  arbitrário

$$\int_{\forall} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} d\forall + \int_A \rho \phi u_j n_j dA = \int_A \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} n_j dA + \int_{\forall} S_\phi d\forall \quad (4.11)$$

onde  $n_j$  é o vetor unitário normal à superfície do volume de controlo e o seu sentido aponta para fora do elemento,  $dA$  é a magnitude do elemento de área da superfície de controlo.

A Eq. (4.11) é aplicada para cada volume de controlo, ou célula, no domínio computacional. A Figura 4.1 mostra uma célula triangular bidimensional como exemplo de volume de controlo (ANSYS FLUENT Theory Guide<sup>10</sup>, 2010)

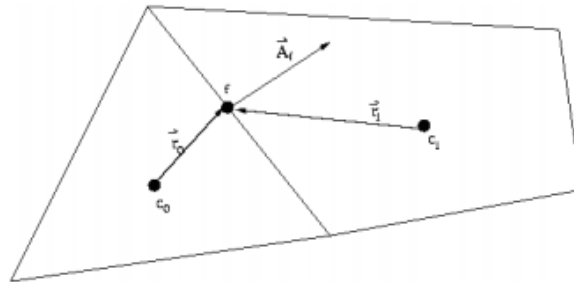


Figura 4-1 - Exemplo de volume de controlo para demonstrar a discretização da equação de transporte (André L. T. Rezende<sup>18</sup>, Setembro 2009).

A discretização da Eq. (4.11) para um dado volume de controlo e suas fronteiras é dado por

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \forall + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \phi_f u_{f_j} n_{f_j} A_f = \sum_f^{N_{faces}} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)_f n_{f_j} A_f + S_\phi \forall \quad (4.12)$$

sendo  $N_{faces}$  o número de faces que formam o volume de controlo,  $\phi_f$  o valor de  $\phi$  ligado através da face  $f$ ,  $\rho_f \phi_f u_{f_j} n_{f_j} A_f$  é o fluxo de mássico através da face, o vetor  $n_{f_j}$  é o vector unitário normal à face  $f$ ,  $A_f$  é igual a área da face ( $\vec{A}_f = \vec{n}_f A_f$  na Figura 4.1),  $\left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)_f = \nabla \phi_f$  é o gradiente de  $\phi$  na face  $f$  e  $\forall$  é o volume da célula. O termo  $\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \forall$  é a derivada de transição da variável transportada  $\phi$ .

A Eq. (4.12) pode ser resolvida pelo programa *Fluent* para casos de duas ou três dimensões e malhas estruturadas ou não-estruturadas contendo elementos com formas mais gerais (poliedros).

A equação geral de transporte de um escalar discretizadas, Eq. (4.12), possui a variável escalar  $\phi$  desconhecida no centro do volume de controlo, assim como também os valores de  $\phi$  são desconhecidos nas células vizinhas a este volume de controlo. De um modo geral, a equação de transporte pode ser não-linear. Uma forma linearizada pode ser escrita da seguinte forma

$$a_p \phi_{c_0} = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (4.13)$$

onde o índice  $nb$  refere-se as células vizinhas,  $a_p$  e  $a_{nb}$  os coeficientes da propriedade nesse ponto e nos volumes da vizinhança que incluem os fluxos convectivos e difusivos.

O número de células vizinhas para cada volume de controlo depende da malha construída, sendo igual ao número de faces que forma o volume de controlo, com exceção das células de contorno (baseado em André L. T. Rezende<sup>18</sup>, Setembro 2009).

#### 4.2.2 Esquema de discretização espacial

Os valores discretos do campo escalar  $\phi$  são os obtidos nos centros dos volumes de controlo ( $c_0$  e  $c_1$  da Figura 4.1). Porém, os valores das faces  $\phi_f$  são necessários nos termos da Eq. (4.12) e devem ser interpolados através dos valores centrais dos volumes de controlo  $\phi$ . Para os termos difusivos da Eq. (4.12) utiliza-se o esquema de Diferenças Centrais de segunda ordem.

#### 4.2.2.1 Esquema QUICK

Para a discretização dos termos da variável  $\phi$  nas faces do volume de controlo,  $\phi_f$ , são obtidos através de um sistema de discretização espacial. Neste trabalho foi utilizado o esquema QUICK. Segundo o “ANSYS FLUENT Theory Guide<sup>10</sup>”, neste esquema os valores de  $\phi_f$  são derivados a partir dos valores do volume de controlo a montante em relação à velocidade normal. O QUICK baseia-se numa média ponderada dos valores obtidos de interpolações centrais como demonstra a figura 4.2.

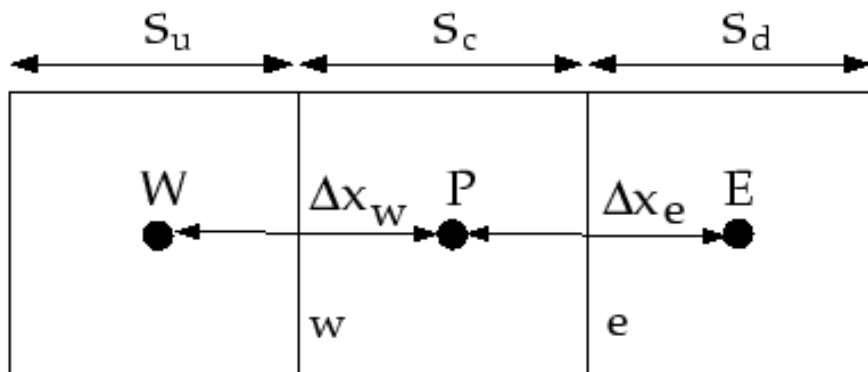


Figura 4-2 - Esquema cálculo de um volume de controlo com o QUICK (ANSYS FLUENT Theory Guide<sup>10</sup>, 2010)

Para a face E na figura 4.2, e se o escoamento se faz de esquerda para a direita, o valor de  $\phi_e$  pode ser escrito por:

$$\phi_e = \theta \left[ \frac{S_d}{S_c + S_d} \phi_P + \frac{S_c}{S_c + S_d} \phi_E \right] + (1 - \theta) \left[ \frac{S_u + 2S_c}{S_u + S_c} \phi_P + \frac{S_c}{S_u + S_c} \phi_W \right] \quad (4.14)$$

Onde normalmente  $\theta = 1/8$ . Se  $\theta = 0$ , o esquema torna-se no *Second Order Upwind*.

#### 4.2.3 Interpolação da Pressão

O esquema padrão do *Fluent* interpola os valores da pressão nas faces usando coeficientes de equação da quantidade de movimento. Quando há grandes gradientes nos termos fonte entre volumes de controlo, o perfil da pressão tem um gradiente elevado na face da célula, e não pode ser calculado usando este esquema.

Neste trabalho foi utilizado o esquema PRESTO! para a interpolação da pressão.

**PRESTO! (PREssure STaggering Option)** – utiliza o balanço discreto da continuidade para um volume de controlo sobre a face para calcular a pressão da face.

#### 4.2.4 Discretização da equação da continuidade

A equação da continuidade em regime permanente

$$\oint \rho \vec{u} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (4.15)$$

Pode ser integrada, sobre o volume de controlo, para fornecer a equação discreta:

$$\sum_f^{N_{faces}} J_f A_f = 0 \quad (4.16)$$

onde  $J_f$  é o fluxo mássico através da face  $f$ .

As equações da quantidade de movimento e da continuidade são resolvidas sequencialmente, onde a equação da continuidade é usada como equação de pressão. No entanto, para escoamentos incompressíveis, a pressão não aparece explicitamente na eq 4.16, desde que a densidade não esteja diretamente relacionada à pressão. Logo, é necessário um método de acoplamento entre pressão e velocidade (baseado em André L. T. Rezende<sup>18</sup>, Setembro 2009).

#### 4.2.5 Acoplamento Pressão-Velocidade

Para escoamentos incompressíveis é necessário utilizar um método para acoplamento entre pressão e velocidade. O *Fluent* utiliza os métodos SIMPLE, SIMPLEX e PISO para introduzir a pressão na equação da continuidade. Neste trabalho foi utilizado o método SIMPLEX para acoplamento entre pressão e velocidade.

**SIMPLEX (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent)** – Este algoritmo segue os mesmos passos que o algoritmo SIMPLE, com diferença que o SIMPLEX manipula a equação de movimento de tal forma que a correção das equações de velocidade omitem termos menos significantes do que aqueles omitidos o algoritmo SIMPLE (H.K Versteeg & W Malalasekera<sup>15</sup>, 1995).

#### 4.2.6 Opções do cálculo numérico utilizados no Fluent

Previamente ao início do cálculo, são definidas várias preferências de acordo com os objetivos pretendidos.

As simulações são realizada a 2D e 3D, sempre com o modo de dupla precisão ativo, baseado na pressão, usando velocidades absolutas e em regime permanente.

São definidas o tipo de células que constituem a malha pelo *GAMBIT*, onde representam a geometria em estudo. Quanto as condições fronteira, estas são definidas no *GAMBIT* (paredes, interior, entrada e saída).

Para o método de resolução, o algoritmo usado foi o esquema *SIMPLEX*. Sendo a malha alinhada no sentido do escoamento, para a discretização dos termos convectivos foi usado o

*QUICK*. O método usado para as interpolação das pressões das faces dos volumes de controlo a partir das pressões nos centros dos volumes de controlo foi o *PRESTO!*.

### 4.3 Geometria e geração da malha

Como referimos anteriormente a geração da malha é um passo primordial na aplicação de uma solução CFD. O programa computacional utilizado para gerar a malha foi o *GAMBIT* cuja implementação é usual para qualquer sistema que utilize o método dos volumes finitos.

As malhas foram constituídas por três blocos para um número de células pré-definidas. Bloco I na conduta de entrada, bloco II na zona central e bloco III na conduta de saída, onde definimos como origem do centro de coordenadas o ponto inferior no centro do bloco I como representado na figura 4.3.

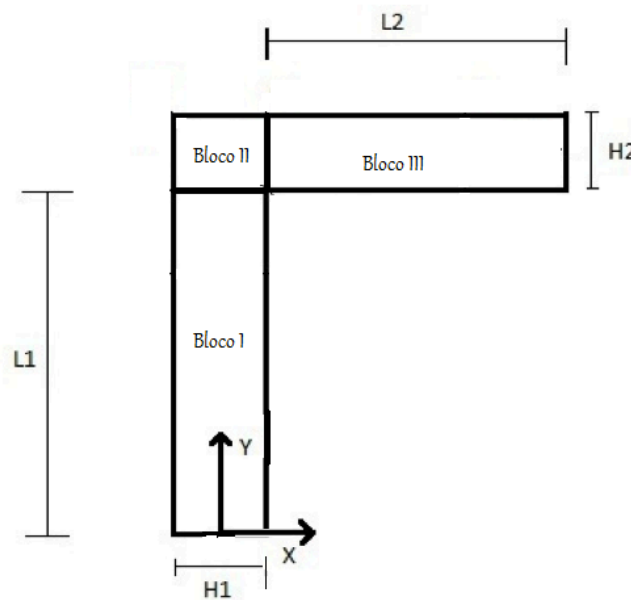


Figura 4-3 - geometria, sistema de coordenadas e blocos para geração da malha

As células no interior do bloco II apresentam um tamanho uniforme, sendo que nos restantes blocos foi utilizado um fator de expansão/compressão,

$$f_{x,h} = \frac{\Delta x_{i+1}}{\Delta x_i} \quad (4.17)$$

onde para o refinamento das malhas, verifica-se que a relação entre os factores de expansão/compressão deve ser dado por uma raiz quadrada:

$$f_{x,h} = \sqrt{f_{x,2h}} \quad (4.18)$$

sendo  $f_{x,h}$  o factor de expansão/compressão da malha mais fina e  $f_{x,2h}$  da mais grossa.

Esta particularidade permite-nos um refinamento da malha em zonas de maior interesse, isto é, garante-nos resultados precisos, para além de também ter a vantagem de nos permitir reduzir de maneira considerável o número de células o que garante uma maior rapidez na execução de simulações numéricas. Não devemos no entanto descuidar este pormenor, uma vez que variações bruscas no tamanho das células podem levar a dificuldades de convergência e maiores erros de aproximações afectando desta forma a qualidade da malha. Por esta mesma razão, apresentamos no capítulo seguinte a validação do método que nos garante uma precisão pretendida.

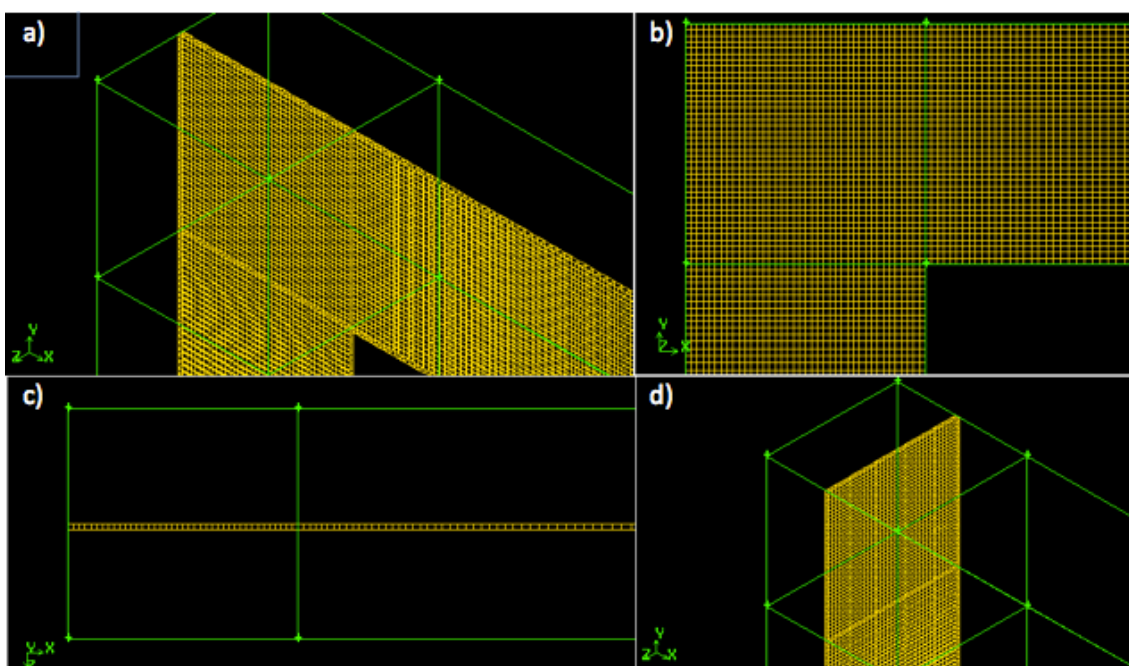


Figura 4-4 - Malha 3D gerada para a geometria  $A2/A1=1$ , a) vista isométrica da malha segundo  $x$  e  $y$ , b) vista de frente da malha segundo  $x$  e  $y$ , c) vista de cima da malha segundo  $x$  e  $z$ , d) vista isométrica da malha segundo  $y$  e  $z$ .

O método escolhido para obtenção das malhas no bloco II foi o tamanho do intervalo (*interval size*), onde se quantifica o tamanho do intervalo entre cada nó e o GAMBIT distribui os pontos automaticamente nas faces, criando um bloco com células de tamanho uniforme como demonstra a figura 4.4.



# Capítulo 5

## 5 Verificação e validação do procedimento de cálculo

A verificação e validação do método permite determinar até que ponto o modelo numérico é uma representação válida do processo real e está de acordo com as leis teóricas. A sua precisão deve ser flexível de modo a permitir diferentes aproximações ou erros, sendo que este facto é importante uma vez que um processo mais preciso requer obviamente mais tempo de processamento.

### 5.1 Verificação e Validação

Sendo realizado neste capítulo a verificação e validação do método numérico, onde serão comparadas soluções analíticas com soluções numéricas, com uma abordagem acerca dos erros numéricos associados ao cálculo numérico, sendo neste caso, os erros de convergência das malhas.

#### 5.1.1 Escoamento entre placas paralelas

O estudo do escoamento entre duas placas paralelas foi realizado para  $Re=100$ , onde as dimensões de domínio de cálculo estão na figura 5.1.

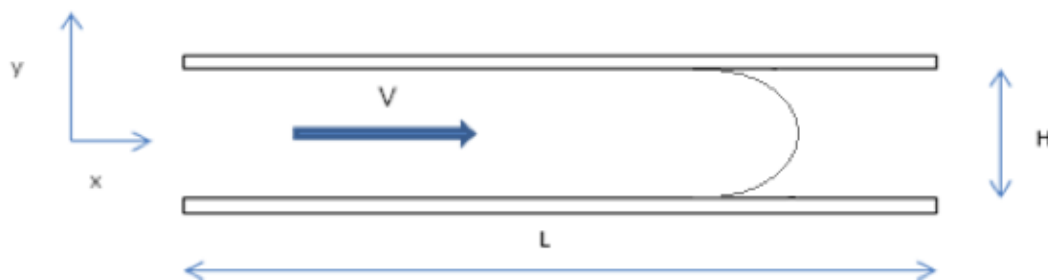


Figura 5-1 - Escoamento entre placas paralelas

Onde para este estudo foram feitas três malhas diferentes para a mesma geometria:

	Nº nós segundo H	Nº nós segundo L	$\Delta H [m]$	$\Delta L [m]$
Malha 1	10	500	0,001	0,002
Malha 2	20	1000	0,0005	0,001
Malha 3	40	2000	0,00025	0,0005

Tabela 5-1 --Números de nós em cada face e espaçamentos mínimos das malhas criadas

A secção transversal do canal formado por duas placas não circulares, onde  $Re$  é determinado pelo diâmetro hidráulico.

$L$	1 [m]
$H$	0,01 [m]
$\bar{u}$	0,005 [m/s]
$\rho$	1000 [kg/m <sup>3</sup> ]
$\mu$	0,001 [Pa.s]

Tabela 5-2 - Dados para o calculo do  $f$

$$D_h = 2H = 0,02 [m] \quad (5.1)$$

$$Re_h = \frac{\rho \bar{u} D_h}{\mu} = 100 \quad (5.2)$$

Para obter o factor de fricção numérico ( $f$ ), é necessário ter a certeza que os cálculos estão a ser realizado na zona onde o escoamento está totalmente desenvolvido, retirando o perfil de velocidades para cada malha computacional, sendo estes comparados com o perfil de velocidades teórico, como se pode ver no seguinte gráfico para  $L=0,5$  [m].

Onde  $\frac{u}{\bar{u}}$  é obtido pela equação:

$$\frac{u}{\bar{u}} = \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{y^2}{\left(\frac{H}{2}\right)^2} \right) \quad (5.3)$$

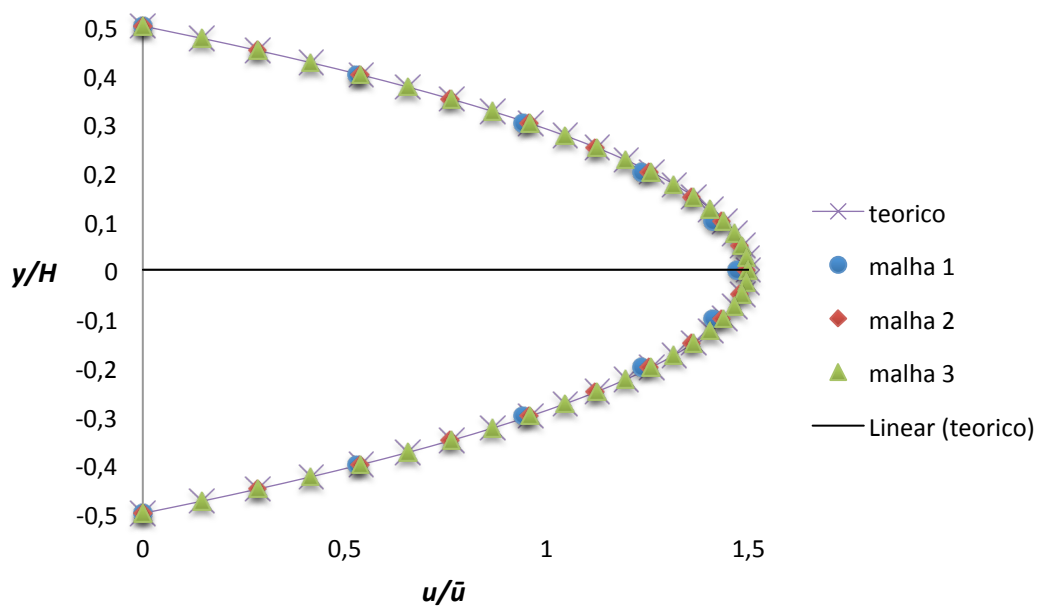


Figura 5-2 - Perfil de velocidade para  $L=0,5m$

Podemos confirmar pela figura que a malha 3 terá um erro menor em relação ao valor teórico. Porém, é possível observar que o perfil de velocidades para as malhas 2 e 3 encontram-se praticamente sobrepostas, o que indica que ambas as malhas apresentam resultados satisfatórios. No entanto, também se pode comprovar que a malha 1 não terá tanta qualidade quanto as outras duas, tendo em conta o seu perfil da velocidades.

Podemos então concluir que a zona de cálculo é adequada, visto que o escoamento esta desenvolvido. Para esta geometria, o fator de fricção teórico é dado pela equação demonstrada no capítulo 3:

$$f_{teórico} = \frac{96}{Re_h} = 0,96 \quad (5.4)$$

foi calculado a tensão na parede,

$$\tau_w = \frac{dp}{dx} * \frac{H}{2} \quad (5.5)$$

Logo,  $f_n$  é calculado da seguinte forma:

$$f = \frac{8 * \tau_w}{\rho * \bar{u}^2} \quad (5.6)$$

Os valores de  $f$  obtidos e os erros relativos ao valor teórico encontram-se na tabela

	$f_{teórico}$	$f$	Erro relativo [%]
<b>Malha 1</b>	0,96	0,941177	1,961%
<b>Malha 2</b>		0,955224	0,497%
<b>Malha 3</b>		0,958827	0,122%

Tabela 5-3 - Valores de  $f$  para as diferentes malhas

Os resultados obtidos comprovam que a Malha 3 tem mais qualidade que as restantes, visto o valor de  $f$  está mais próximo do valor teórico. O erro relativo é bastante menor na Malha 3 que na outras. Calculando a ordem de convergência do refinamento das malhas, o valor obtido  $q = 1,96 \approx 2$ , sendo a incerteza associada  $\mathcal{E} = 0,124\%$ . Sendo efectuada extrapolação de Richardson (ER) como os valores de  $f$  calculados para as três malhas,  $f_{ER} = 0,960036$  como se pode comprovar que a solução de  $f_{ER}$  é bastante próxima do valor teórico.

No ponto seguinte é demonstrado os conceitos abordados para análise dos erros numéricos associados ao cálculo numérico, sendo neste caso, os erros de convergência das malhas.

### 5.1.2 Ordem de convergência com refinamento da malha

Sendo as soluções computacionais para as malhas  $\phi_{4h}$ ,  $\phi_{2h}$  e  $\phi_h$ , que corresponde a malha mais grosseira, intermédia e fina, respectivamente. A ordem de convergência  $q$  das soluções numéricas com nível de refinamento da malha é estimado por (Ferziger e Peric<sup>16</sup>, 1996)

$$q = \frac{\log\left(\frac{\phi_{2h} - \phi_{4h}}{\phi_h - \phi_{2h}}\right)}{\log 2} \quad (5.7)$$

Sendo  $h$  a dimensão característica da malha mais refinada, onde a incerteza associada a esta solução é designada por:

$$\varepsilon = \frac{\phi_h - \phi_{2h}}{2^q - 1} \quad (5.8)$$

### 5.1.3 Extrapolação de Richardson

A extrapolação de Richardson pode ser vista como um procedimento de melhoria de precisão e/ou aproximação a solução real, quando o erro é conhecido. Com os valores calculados para cada malha, usou-se a extrapolação de Richardson com o objetivo de quantificar a precisão dos resultados numéricos, sendo um técnica muito boa para confirmar a veracidade dos resultados obtidos numericamente. Seguidamente apresenta-se a metodologia usada nesses cálculos baseada no texto de (Fergizer<sup>17</sup>, 1981).

Para uma dada quantidade  $g$  exata mas que desconhecemos, pode ser desenvolvida uma série de Taylor, em função de uma variável, por exemplo  $h$  e portanto:

$$g(h) = g + C_1h + C_2h^2 + C_3h^3 + \dots \quad (5.9)$$

onde  $C_1, C_2, C_3, \dots$  são constantes.

Se calculamos o valor de  $g(h)$  na equação anterior para um qualquer valor de  $h$  logicamente também podemos fazer para um valor  $h/2$ , obtendo-se:

$$g\left(\frac{h}{2}\right) = g + \frac{1}{2}C_1h + C_2\frac{h^2}{4} + \dots \quad (5.10)$$

Se combinarmos as duas expressões anteriores através da relação:

$$g_1(h) = 2g\left(\frac{h}{2}\right) - g(h) \quad (5.11)$$

Aumentamos a precisão do cálculo, uma vez que a ordem do primeiro termo desprezado aumenta, isto é,  $g_1(h)$  é um valor mais preciso que  $g(h)$ .

Se continuarmos o refinamento da malha, para o n-ésimo cálculo temos que:

$$g_n(h) = \frac{2^n g_{n-1}\left(\frac{h}{2}\right) - g_{n-1}(h)}{2^n - 1} \quad (5.12)$$

Sendo esta fórmula válida apenas quando duplicamos o número de pontos da nossa malha.

#### 5.1.4 Escoamento num tubo de secção quadrada

O estudo do escoamento numa conduta de secção quadrada foi efetuado para  $Re=100$ , onde cada lado da conduta mede 0,01m e com um metro de comprimento.

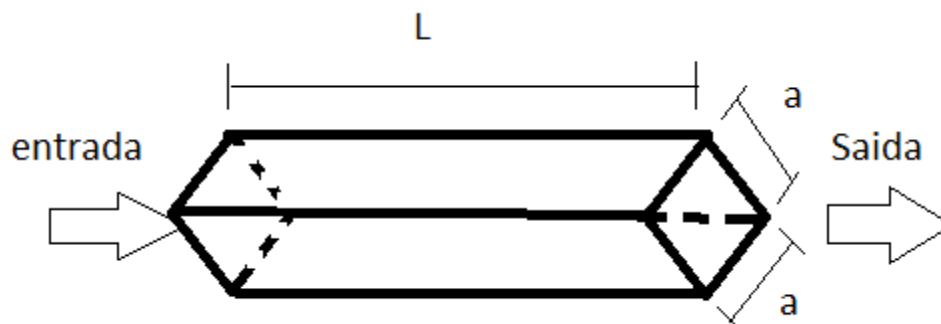


Figura 5-3 - Geometria da conduta de secção quadrada

Com o intuito de calcular o coeficiente de fricção, foram geradas 3 malhas para o cálculo do mesmo. Sendo  $\Delta y$  e  $\Delta z$  o comprimento de cada célula segundo as direções  $y$  e  $z$  respectivamente,  $\Delta x$  é a distância mínima utilizada para iniciar a expansão da malha segundo o eixo  $x$ , utilizando o factor de expansão ( $f_x$ ).

	$\Delta x_{\text{mínimo}}$ [m]	$f_x$	$\Delta y$ [m]	$\Delta z$ [m]
<b>M 1</b>	0,001	1,05	0,001	0,001
<b>M 2</b>	0,0005	1,0247	0,0005	0,0005
<b>M 3</b>	0,00025	1,01227	0,00025	0,00025

Tabela 5-4 –distância entre faces da malha e factor de expansão

Os dados utilizados para a validação do escoamento estão na tabela seguinte:

<b>L</b>	<b>1 [m]</b>
<b>a</b>	<b>0,01 [m]</b>
<b><math>\bar{u}</math></b>	<b>0,01 [m/s]</b>
<b><math>\rho</math></b>	<b>1000 [kg/m<sup>3</sup>]</b>
<b><math>\mu</math></b>	<b>0,001 [Pa.s]</b>

Tabela 5-5 – Dados iniciais para o cálculo

Sendo o diâmetro hidráulico,

$$D_h = 0,01 [m] \quad (5.13)$$

neste momento, podemos confirmar que o número de *Reynolds* é 100, sendo agora necessário calcular a queda de pressão  $\left(\frac{dp}{dx}\right)$  para a determinação do factor de fricção. Para tal, foi feita uma análise gráfica do escoamento para cada malha, ou seja, sendo representado a variação da pressão ao longo do comprimento da conduta (*L*), expondo o processo para a malha M3.

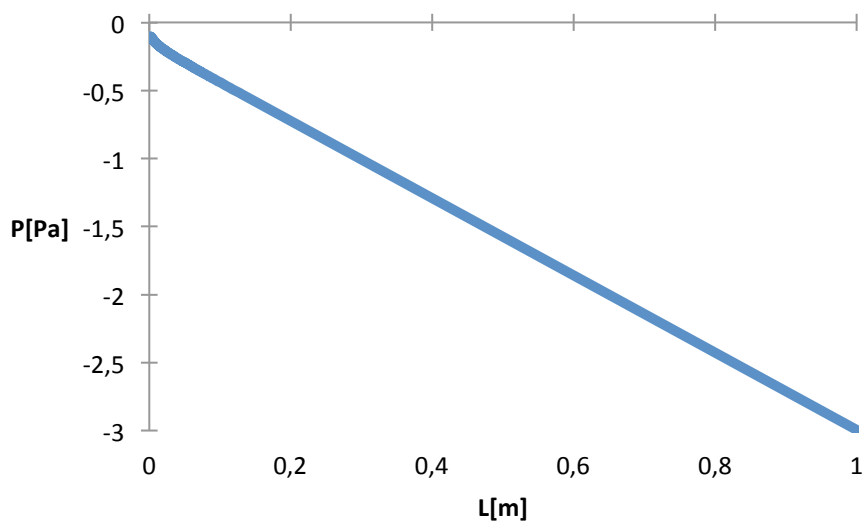


Figura 5-4 - Evolução da pressão ao longo de toda a conduta em estudo para  $Re=100$

Analisando o gráfico, podemos considerar que o escoamento está completamente desenvolvido a partir de  $L=0,6$ , visto que tem um comportamento linear, sendo então ajustada uma regressão linear numa zona onde o coeficiente de determinação  $R^2$  seja igual a 1, em que o declive da recta representa a queda de pressão na conduta, figura 5.4.

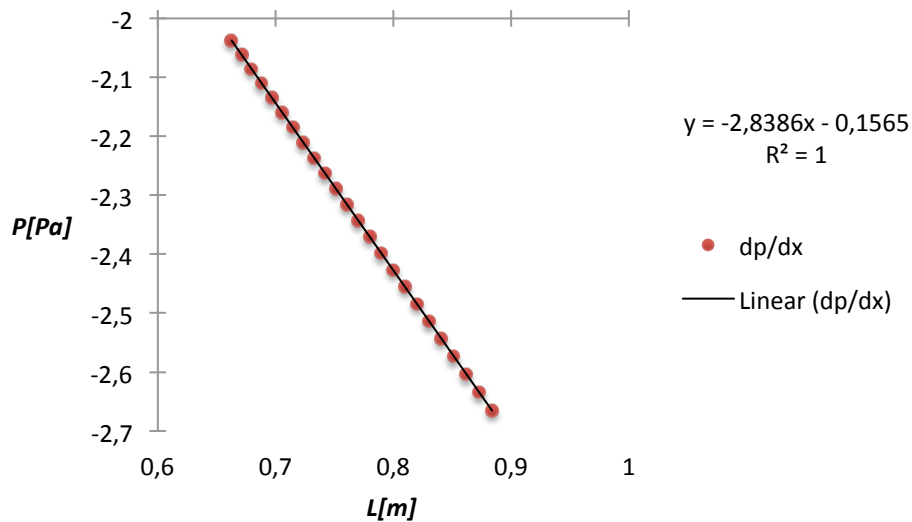


Figura 5-5 - regressão linear na zona de escoamento completamente desenvolvido para  $Re=100$

Logo,  $\frac{dp}{dx} = -2,8386$  para a malha M3. Calculando-se o valor de  $f$ .

$$f = \frac{-\left(\frac{dp}{dx}\right) \cdot D_h}{\left(\frac{\rho \bar{u}^2}{2}\right)} = 0,56772 \quad (5.14)$$

Sendo a relação entre a altura e profundidade da conduta igual a 1, para determinar o  $f_{teórico}$ , pela tabela 3.1, sabemos que  $fRe = 56,91$ , logo,

$$f_{teórico} = \frac{56,91}{Re} = 0,5691 \quad (5.15)$$

Os valores de  $f$  obtidos e os erros relativos ao valor teórico encontram-se na tabela seguinte:

	$f_{teórico}$	$\frac{dp}{dx}$	$f$	Erro relativo [%]
<b>M 1</b>	0,5691	-2,7412	0,54824	3,6654%
<b>M 2</b>		-2,8183	0,56366	0,9559%
<b>M 3</b>		-2,8386	0,56772	0,2425%

Tabela 5-6 –Valor de  $f$  calculados para as três malhas e respectivos erros relativos

Através da análise da tabela 5.6, é visível uma redução do erro com o refinamento da malha, sendo de ordem 2, onde foi atingido um erro abaixo dos 0,3% com a malha mais refinada (M3), comprovando-se que está mais próxima do valor teórico. Fazendo extrapolação de Richardson ( $ER$ ) aos valores obtidos de  $f$  para as três malhas, temos que  $f_{ER} = 0,56909$  como se pode comprovar que a solução de  $f_{ER}$  é muito próxima do valor teórico.

### 5.1.5 Escoamento numa conduta de secção não circular com mudança de direção de 90°

Neste caso, num Escoamento numa conduta de secção não circular com mudança de direção de 90°, será realizada a validação do cálculo da perda de carga localizada para as geometrias em estudo neste trabalho, sendo realizado para o caso tridimensional (3D), onde o procedimento é idêntico para o caso bidimensional (2D).

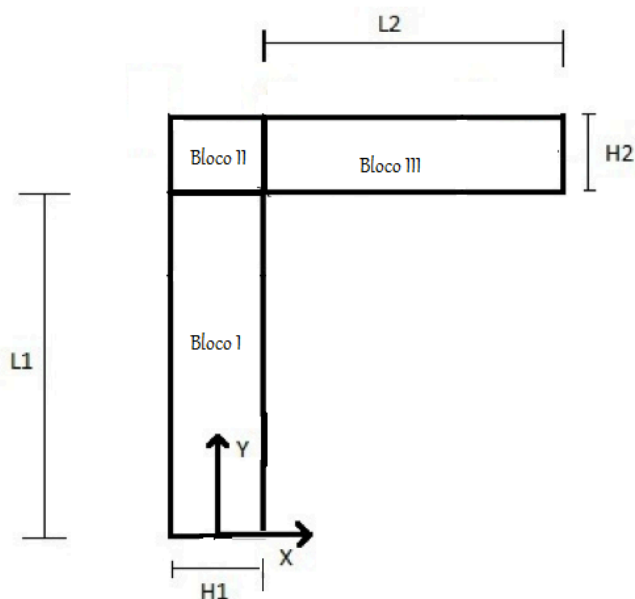


Figura 5-6 – Geometria e blocos de geração da malha

A figura 5.5 representa a geometria e respectivas dimensões utilizadas para o trabalho estão descritas na tabela seguinte onde as coordenadas  $z$  são consideradas na perpendicular ao plano da figura. As geometrias 2D e 3D são iguais para relação entre a entrada ( $H1$ ) e saída ( $H2$ ) segundo o plano  $xy$ , sendo considerado a profundidade das paredes infinita segundo o eixo  $z$  para o caso 2D e igual a 0,01 [m] para o caso 3D. A designação de cada geometria é feita segundo a relação entre a altura de saída e de entrada da conduta ( $H2/H1$ ) para o caso 2D e o rácio entre a área de saída e de entrada ( $A2/A1$ ) para o estudo 3D.

geometria	$L1$ [m]	$L2$ [m]	$H1$ [m]	$H2$ [m]
$H2/H1=0,5$	4	2	0,02	0,01
$H2/H1=0,67$	4	2	0,015	0,01
$H2/H1=1$	2	2	0,01	0,01
$H2/H1=1,5$	2	4	0,01	0,015
$H2/H1=2$	2	4	0,01	0,02

Tabela 5-7 – Valores das dimensões da geometrias em estudo (2D)

geometria	L1 [m]	L2 [m]	H1 [m]	H2 [m]	Z [m]
A2/A1=0,5	4	2	0,02	0,01	0,01
A2/A1=0,67	4	2	0,015	0,01	0,01
A2/A1=1	2	2	0,01	0,01	0,01
A2/A1=1,5	2	4	0,01	0,015	0,01
A2/A1=2	2	4	0,01	0,02	0,01

Tabela 5-8 – Valores das dimensões da geometrias em estudo (3D)

Sendo escolhidas as malhas M1, M2 e M3 para onde o bloco II tem dimensão uniforme e nos restantes blocos foi utilizado um fator de compressão e expansão da malha. Sendo  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  o comprimento de cada célula, utilizando o fator de compressão ( $f_y$ ) e o fator de expansão ( $f_x$ ).

Malha	Bloco I		Bloco II		Bloco III	
	$\Delta x [m]/f_x$	$\Delta y [m]/f_y$	$\Delta x [m]/f_x$	$\Delta y [m]/f_y$	$\Delta x [m]/f_x$	$\Delta y [m]/f_y$
M1	0,0005/1	0,0005/0,9759	0,0005/1	0,0005/1	0,0005/1,0247	0,0005/1
M2	0,00025/1	0,00025/0,9879	0,00025/1	0,00025/1	0,00025/1,0123	0,00025/1
M3	0,000125/1	0,000125/0,9939	0,000125/1	0,000125/1	0,000125/1,0061	0,000125/1

Tabela 5-9 - Parâmetros da malha para a geometria 2D

Bloco I			
Malha	$\Delta x [m]/f_x$	$\Delta y [m]/f_y$	$\Delta z [m]/f_z$
M1	0,001/1	0,001/0,9524	0,001/1
M2	0,0005/1	0,0005/0,9759	0,0005/1
M3	0,00025/1	0,00025/0,9879	0,00025/1
Bloco II			
Malha	$\Delta x [m]/f_x$	$\Delta y [m]/f_y$	$\Delta z [m]/f_z$
M1	0,001/1	0,001/1	0,001/1
M2	0,0005/1	0,0005/1	0,0005/1
M3	0,00025/1	0,00025/1	0,00025/1
Bloco III			
Malha	$\Delta x [m]/f_x$	$\Delta y [m]/f_y$	$\Delta z [m]/f_z$
M1	0,001/1,05	0,001/1	0,001/1
M2	0,0005/1,0247	0,0005/1	0,0005/1
M3	0,00025/1,0123	0,00025/1	0,00025/1

Tabela 5-10 – Parâmetros da malha para a geometria 3D

Concluídas as simulações, para um número *Reynolds* e entrada igual a 100, foram retirados os valores de pressão e velocidade ao longo do escoamento e foi calculada a perda de carga para cada geometria para as diferentes malhas, seguindo o procedimento descrito mais a frente. Também é comparado o fator de fricção calculado na conduta de entrada e de saída onde o escoamento se encontra completamente desenvolvido com a solução analítica. Sendo  $f_{teórico} = 96/Re$  para o caso 2D e  $f_{teórico} = 56,91/Re$  (tabela 3.1,  $b/a=1$ ) para o caso 3D.

	<i>Re</i>	$f_{teórico}$	$f_1$	Erro relativo	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	Erro relativo
<b>M1</b>	100	0,96	0,95522	0,4980%	0,95522	0,4975%	0,39911	3,9966%
<b>M2</b>			0,95880	0,1250%	0,95880	0,1248%	0,41098	1,1419%
<b>M3</b>			0,95970	0,0310%	0,95970	0,0311%	0,41450	0,2944%
<b>ER</b>			<b>0,9600</b>		<b>0,9600</b>		<b>0,4157</b>	

Tabela 5-11- valores de  $f$  de entrada e saída e perda de carga localizada para  $H2/H1=1$

	<i>Re</i>	$f_{teórico}$	$f_1$	Erro relativo	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	Erro relativo
M1	100	0,5691	0,54829	3,6570%	0,54856	3,6085%	1,875	1,4713%
M2			0,56367	0,9540%	0,56367	0,9533%	1,893	0,5238%
M3			0,56772	0,2434%	0,56771	0,2434%	1,899	0,2089%
<b>ER</b>			<b>0,56908</b>		<b>0,56908</b>		<b>1,9032</b>	

Tabela 5-12 - valores dos factores de fricção de entrada e saída e perda de carga localizada para  $A2/A1=1$

Analisando as tabelas 5.12 e 5.13, é visível que o erro diminui com o refinamento da malha, com ordem 2 para ambos os casos, para o 2D foi escolhida a malha mais fina M3 para efetuar os cálculos para o trabalho tendo esta maior exatidão nos resultados. Para o caso 3D foi escolhida a malha intermédia M2 visto ter demonstrado um erro aceitável e demonstrando boa exatidão e tempo de simulação, por esse motivo não será utilizada M3 uma vez que esta é mais refinada, ou seja, com maior número de células.

É de salientar, que o estudo da quantificação os erros para o caso 2D e 3D é suficiente, uma vez que para as outras geometrias o estudo seria similar, visto que só iria aumentar o números de células segundo a direção  $x$  ou  $y$ , dependendo do aumenta  $H1$  ou  $H2$  respetivamente, onde a malha mantém as mesmas características.



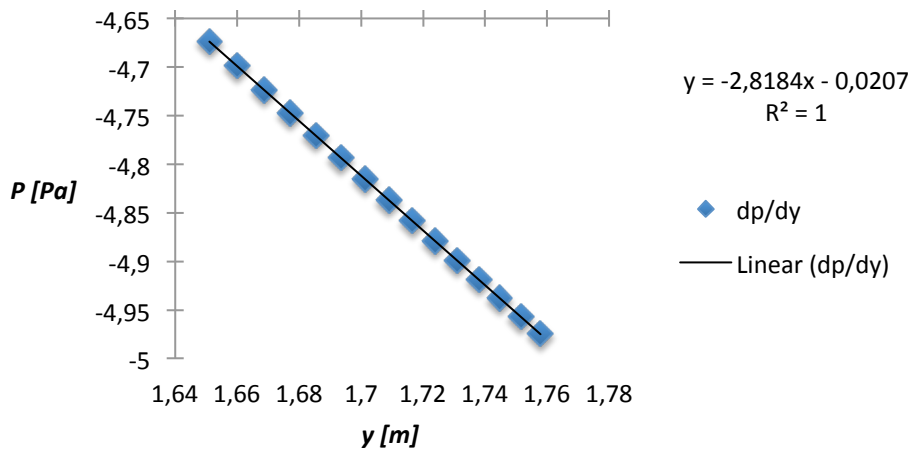


Figura 5-8- Queda de pressão ao longo da conduta de entrada

Enquanto a figura 5.9 representa a queda de pressão na conduta de saída.

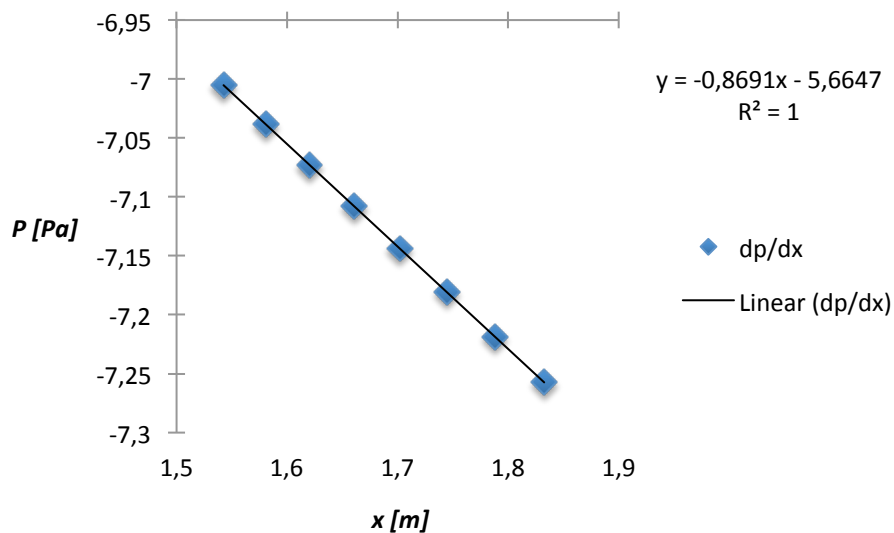


Figura 5-9 - Queda de pressão ao longo da conduta de saída

Podemos assim retirar os valores do gradiente de pressões na zona de escoamento completamente desenvolvido nas secções retas a montante e a jusante, sendo  $\frac{dp}{dy} = -2,8184$  e  $\frac{dp}{dx} = -0,8691$ . Para ter uma maior perceção da queda de pressão, segue-se uma representação desta ao longo todo domínio de cálculo (figura 5.10).

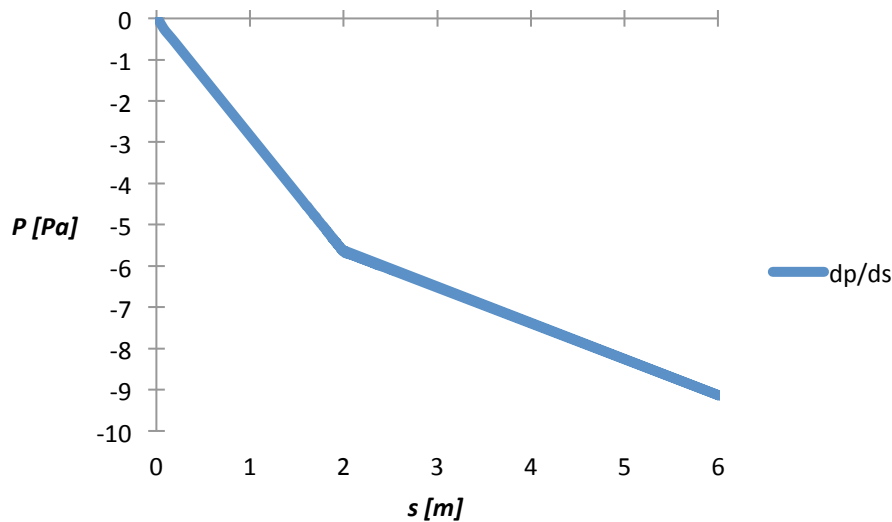


Figura 5-10—Queda de pressão ao longo de toda a conduta

Tomando em consideração para o cálculo da perda de carga os conceitos abordados no capítulo 3, pela equação de conservação da massa para fluidos incompressíveis temos  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\bar{u}_2}{\bar{u}_1}$ . Para definir o coeficiente de perda de carga localizada devido a mudança de direção ( $K_{loc}$ ), é aplicada a equação da energia entre as zonas onde o escoamento se encontra desenvolvido a montante e a jusante a curva para o centro do joelho (representada pelos comprimentos  $L1$  e  $L2$  na figura 5.7).

O coeficiente de perda de carga localizada total na curva ( $K_{total}$ ) é determinado da mesma forma só que a equação é aplicada da região de escoamento desenvolvido na conduta de entrada até ao início da curva, e do fim da curva até a região desenvolvida na conduta de saída ( $L01$  e  $L02$  na figura 5,7) sendo usada a velocidade média da conduta de entrada para o calculo da perda de carga como demonstra a equação 5.16.

$$K = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho \bar{u}_1^2} \quad (5.16)$$

Para o cálculo da do coeficientes de perda de carga é necessário ter o conhecimento do fator de forma da energia  $\alpha$ , onde este foi calculado retirando os valores de velocidade em cada célula ao longo da secção transversal da conduta na zona onde o escoamento está completamente desenvolvido, sendo este calculado para três malhas, sendo usado para os cálculos o  $\alpha$  calculado por extrapolação de Richardson, onde os valores obtidos estão no anexo A. Sendo  $\alpha$  calculado da seguinte forma:

$$\alpha = \frac{1}{A} \int \left(\frac{u}{\bar{u}}\right)^3 dA = \frac{\sum_{j=1}^N \bar{u}_j^3 \Delta A_j}{\bar{u}^3 A} \quad (5.17)$$

Onde  $\bar{u}_j$  é a velocidade media em cada célula computacional e  $\Delta A_j$  a área da célula.

### 5.3 Metodologia de cálculo do comprimento de recirculação do fluido

Tendo como base a figura 5,7, para a determinação do comprimento de recirculação, foram retirados os valores de velocidade no centro das células junto as paredes. Seguido de uma análise a ao comprimento onde o fluido apresenta uma inversão do seu perfil de velocidades junto a parede, segue-se uma representação da obtenção do comprimento de separação para a geometria  $A2/A1=1$ .

O cálculo para a região 1, são determinados os comprimentos,  $x_{R1} = x_{R1f} - x_{R1i}$  e  $y_{R1} = y_{R1f} - y_{R1i}$ , onde  $x_{R1i}$  e  $y_{R1i}$  representam o inicio da separação e  $x_{R1f}$  e  $y_{R1f}$  o fim. De forma a ter uma melhor percepção dos resultados, as figuras seguintes demonstram o comportamento da velocidade ao longo das paredes na região 1.

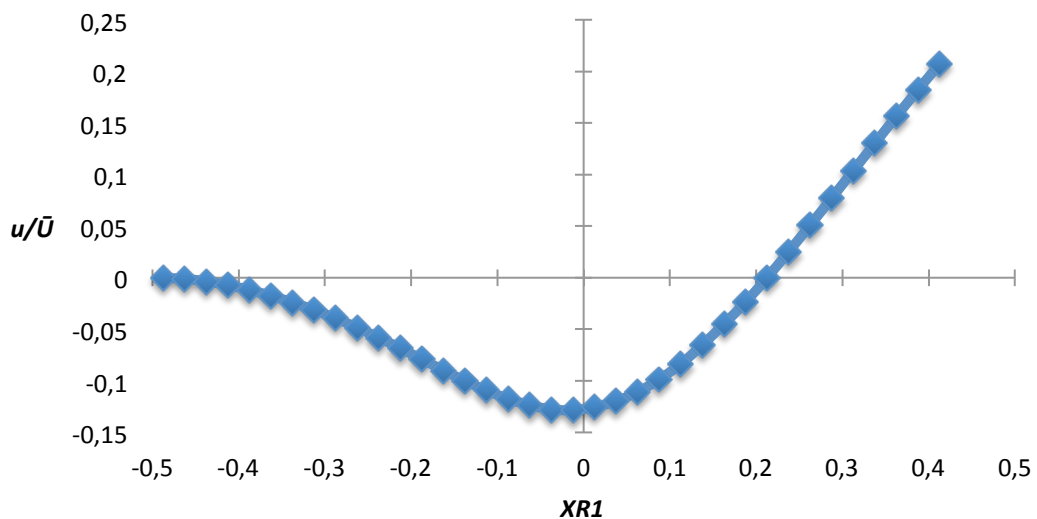


Figura 5-11- Representação da velocidade em função do comprimento para  $x_{R1}$

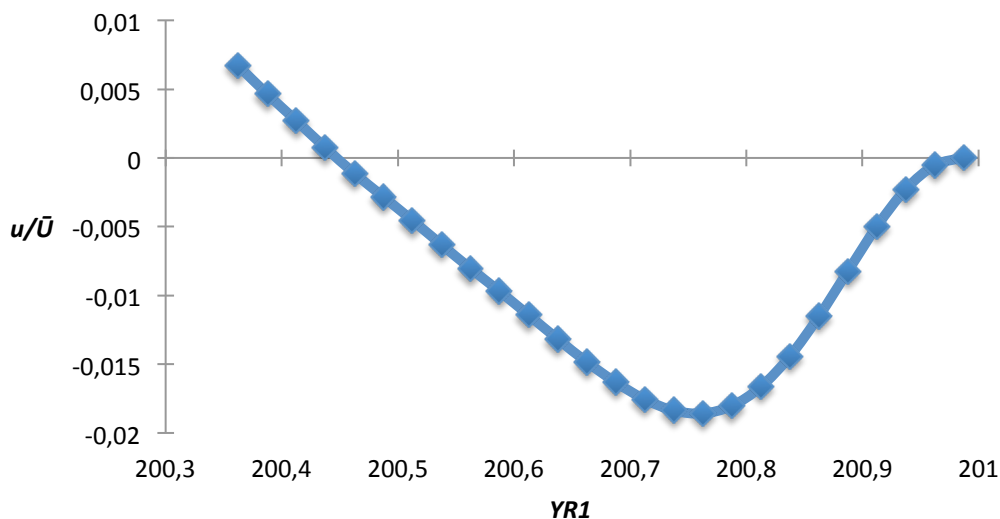


Figura 5-12- Representação da velocidade em função do comprimento para Yr1

Onde os valores de velocidade e comprimento estão apresentados de forma adimensional, nomeadamente  $X_{R1} = x_{R1}/H2$ ,  $Y_{R1} = y_{R1}/H1$  e  $u/\bar{u}$ . Por análise das figuras, poderemos confirmar que há recirculação na região 1 visto que apresenta velocidades negativas junto a parede nessa zona.

O mesmo raciocínio é aplicado para a região 2, onde neste caso, só há inversão do perfil de velocidade a partir da segunda célula, como se pode comprovar pela figura 5.15.

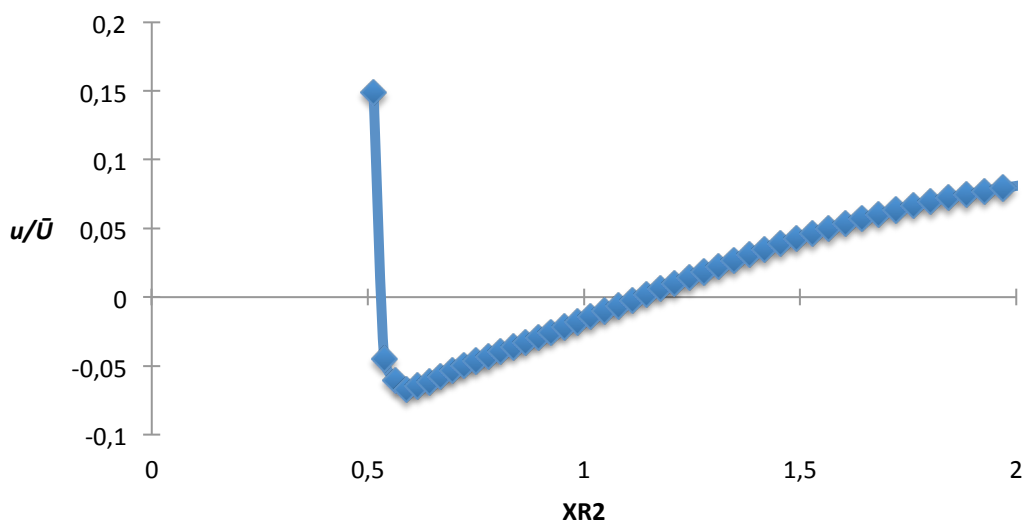


Figura 5-13 - - Representação da velocidade em função do comprimento para Xr2

Onde os valores de  $X_{R2} = x_{R2}/H2$ , sendo  $x_{R2} = x_{R2f} - x_{R2i}$ . Para a geometria 3D os comprimentos de recirculação foram calculados segundo o plano 1 (Anexo E).

Após a verificação e validação do cálculo numérico, demonstrando o processo de cálculo de coeficientes de perdas de carga e comprimento de recirculação para as geometrias em estudo, segue-se a análise dos resultados obtidos neste trabalho.



# Capítulo 6

## 6 Resultados e discussão

Após executar os procedimentos referidos nos capítulos anteriores, estão reunidas condições para apresentar os resultados obtidos. Querendo saber de que forma a geometria influencia a perda de carga localizada. Notou-se de uma forma geral, que a perda de carga localizada tem dois tipos de comportamentos, apresentando valores positivos em todas as geometrias para  $Re = 50$ , no entanto esse valor de  $Re$  pode ser superior dependendo da geometria no caso 2D como será confirmado mais a frente. O segundo comportamento é que para  $Re$  baixos, o cálculo da influência da queda de pressão devido a curva é muito próxima de zero, dando origem a valores de  $K_{loc}$  negativos. Serão apresentados em primeiro os resultados obtidos para o caso bidimensional e de seguida para o caso tridimensional.

### 6.1 Resultados do caso bidimensional

Podemos verificar pela figura 6.1 o comportamento de perda de carga localizada ( $K_{loc}$ ) aumenta com  $Re$ , e que apresenta valores positivos para  $Re$  superiores a 20 quando altura da conduta de entrada é menor ou igual a de saída, constatando-se o que para um secção de entrada maior  $K_{loc}$  tem valores positivos para  $Re$  maiores que 50.

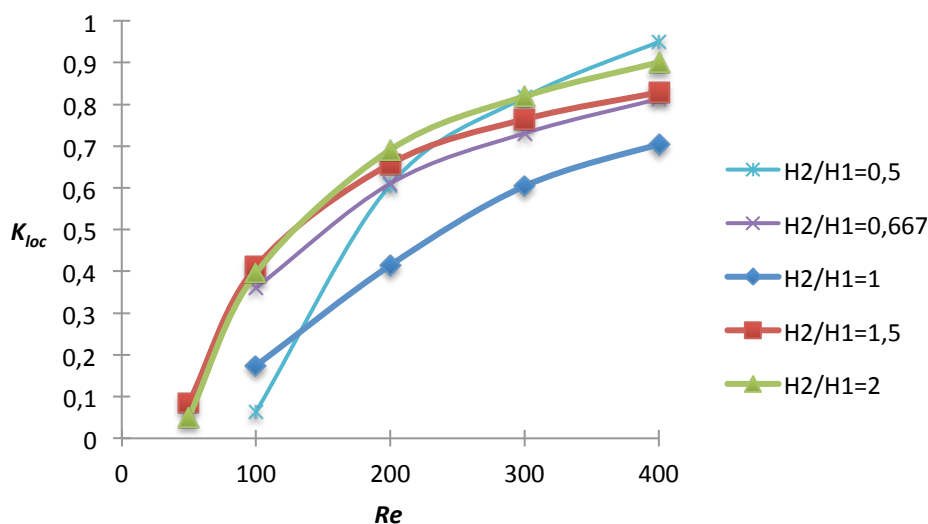


Figura 6-1 - Valores de  $K_{loc}$  positivos em função de  $Re$  (2D)

Analisando  $K_{total}$  a uma escala logarítmica para as variadas geometrias na figura 6.2, verificamos um decréscimo linear para  $Re$  baixos, onde existe uma mudança de comportamento para  $Re$  superiores a 20 (de 1 a 2,6) para  $H2/H1$  maior ou igual a 1, ocorrendo

o mesmo para  $H2/H1$  menor que 1 para  $Re$  superiores a 50 (de 1,3 a 2,6) confirmando o que foi referido anteriormente.

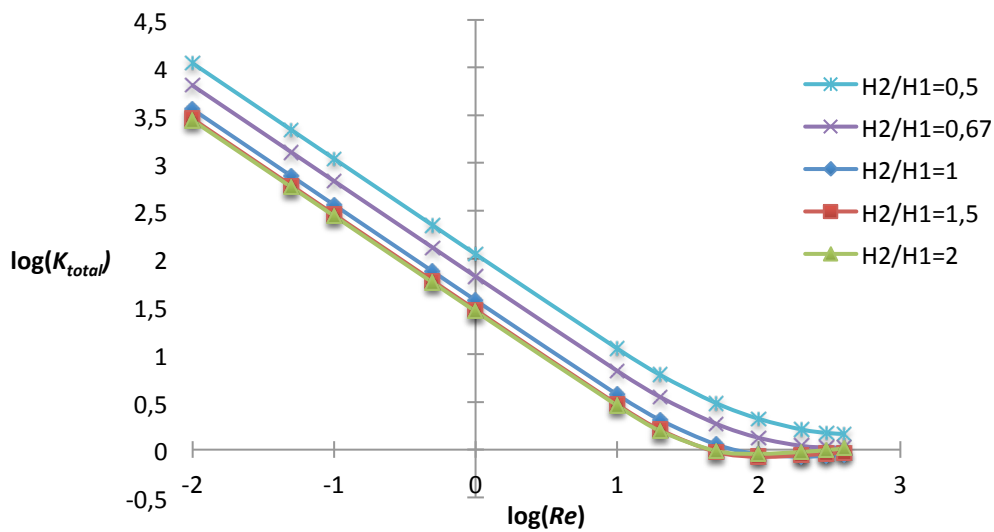


Figura 6-2 –  $K_{total}$  em função de  $Re$  (2D)

Constata-se um comportamento assintótico para  $Re$  baixos, onde podemos concluir que nessa zona  $K_{loc} * Re$  tende para um valor constante, sendo certificado pela figura 6.3. Porém podemos ter um boa percepção do  $Re$  para o qual  $K_{loc}$  torna-se positivo em cada geometria.

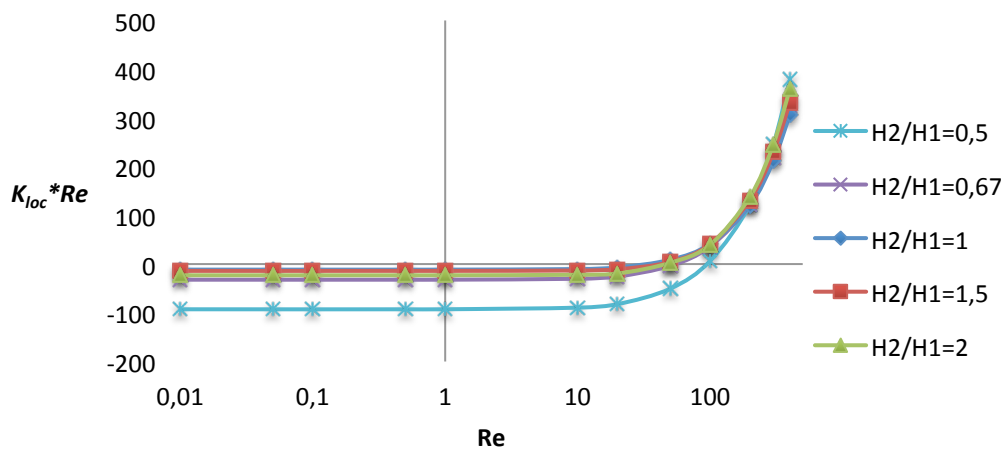


Figura 6-3 - Evolução de  $K_{loc} * Re$  para as diversas geometrias (2D)

Pela figura 6.4, para  $Re$  superiores a 100 verifica-se um decréscimo da perda de carga localizada com até a relação entre alturas  $H2/H1=1$ , ocorrendo o oposto para  $H2/H1$  superiores a 1.

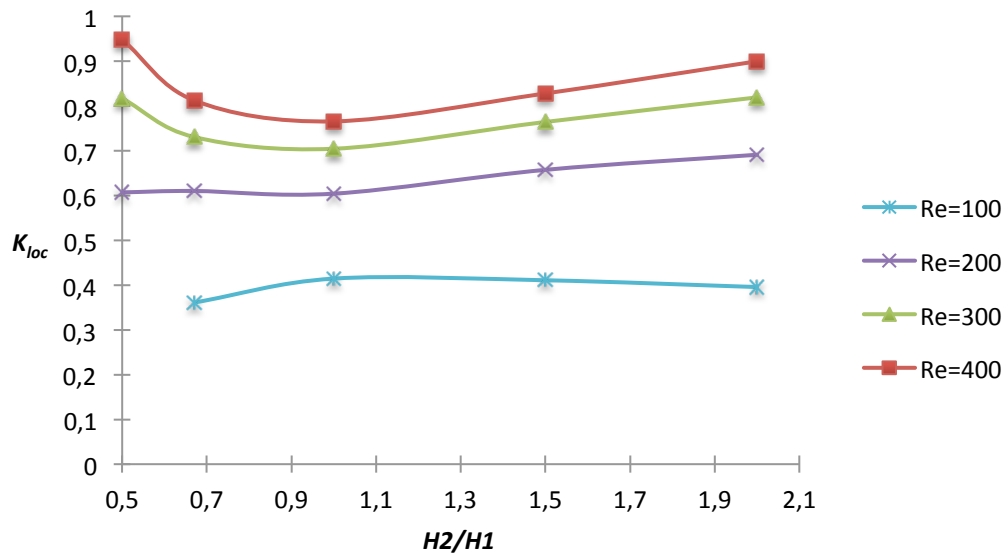


Figura 6-4 -  $K_{loc}$  em função de  $H2/H1$  para  $Re$  entre 100 e 400 (2D)

Adicionando a figura 6.5, onde verificamos o mesmo comportamento para  $K_{total}$ .

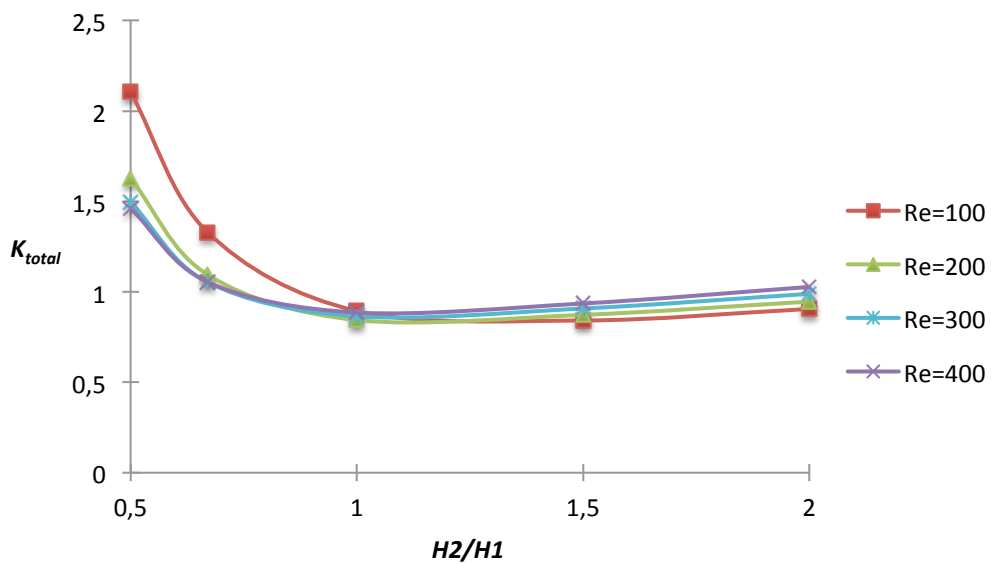


Figura 6-5 -  $K_{total}$  em função de  $H2/H1$  para  $Re$  entre 100 e 400 (2D)

Com o intuito de obter uma explicação a cerca do comportamento da perda de carga, é feita uma análise relativa a cinemática do escoamento, nomeadamente o fenómeno de recirculação.

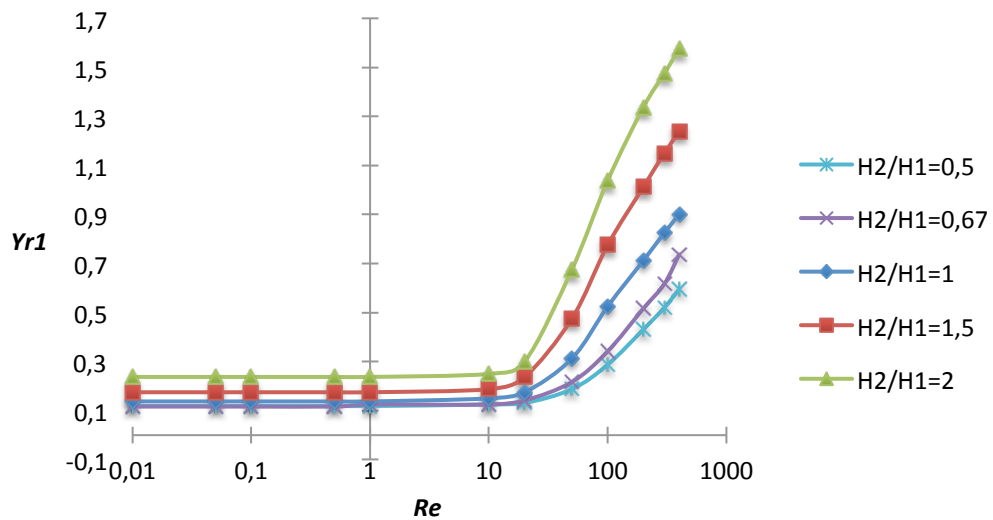


Figura 6-6 – Variação do comprimento adimensional de  $Y_{R1}$  para  $Re$  entre 0,01 e 400 (2D)

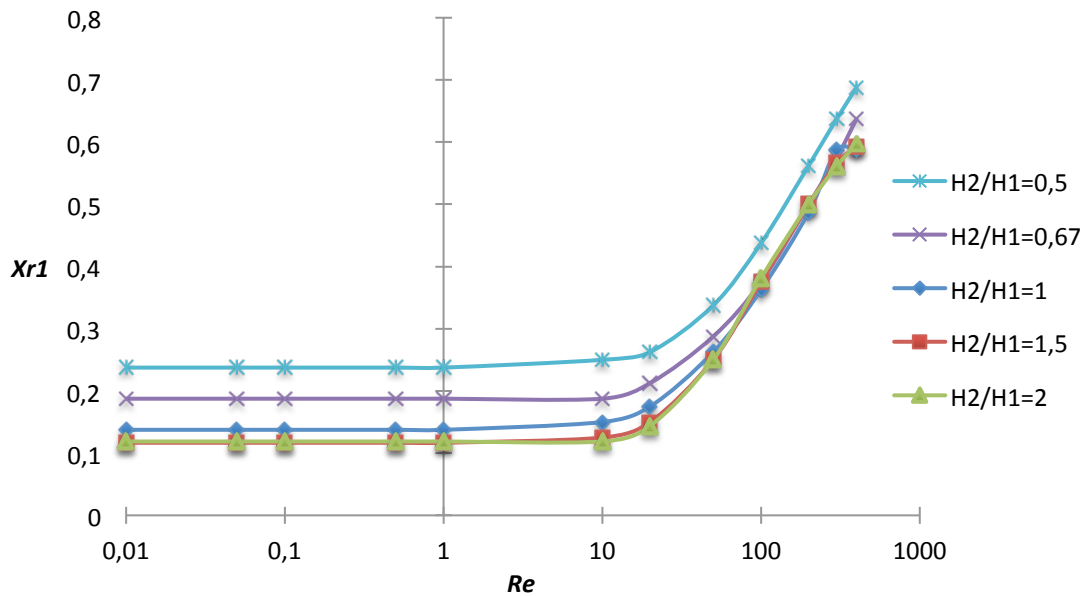


Figura 6-7 - Variação do comprimento adimensional de  $X_{R1}$  para  $Re$  entre 0,01 e 400 (2D)

Pelas figuras 6.6 e 6.7 confere-se que há sempre recirculação na região 1, sendo que esta é constante para  $Re$  baixo, aumentando para  $Re$  superiores a 10. Reparando que para  $Re$  elevados,  $Y_{R1}$  aumenta de forma mais acentuada para com o aumento da relação  $H2/H1$ . Relativamente a  $X_{R1}$  confirma-se o oposto, mas neste caso o comprimento tem um comportamento similar com o incremento de  $Re$ , notando-se um ligeiro aumento de  $X_{R1}$  para  $H2/H1$  menores que 1.

Na figura seguinte esta descrito o comportamento do escoamento na região 2, vendo que existe uma relação entre a perda de carga e a recirculação na parede inferior. Podemos confirmar que quando o fluido é dominado pelas forças viscosas não há descolamento do fluido, devido ao aumento da inércia do escoamento verifica-se a aparição de recirculação.

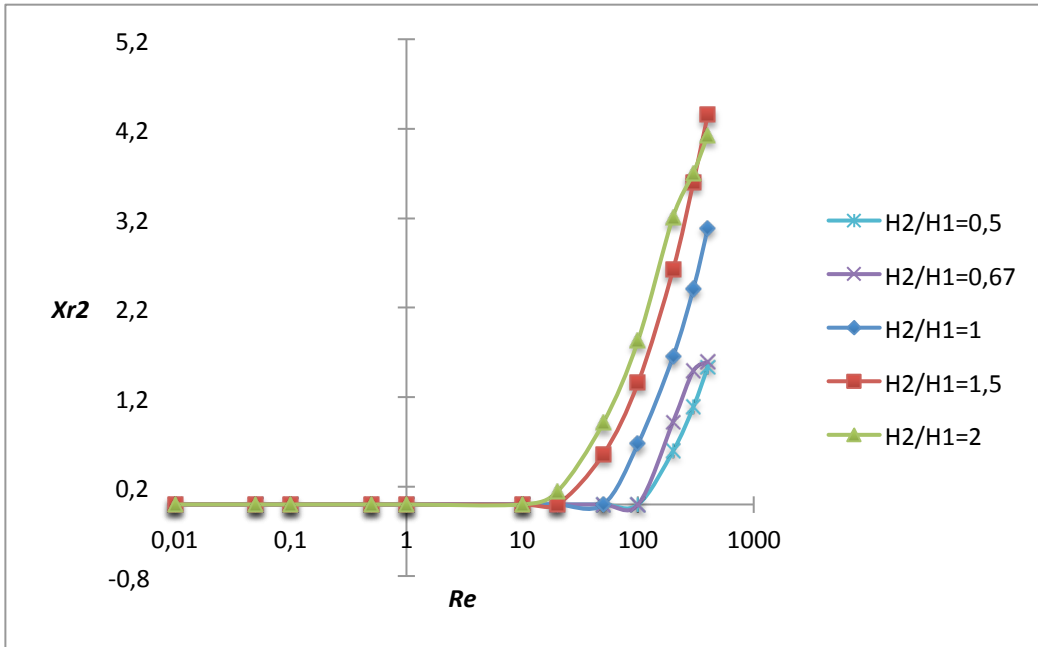


Figura 6-8 - Variação do comprimento adimensional de  $X_{R2}$  para  $Re$  entre 0,01 e 400 (2D)

## 6.2 Resultados do caso tridimensional

Podemos constatar pela figura 6.9 o comportamento de  $K_{loc}$ , em que este aumenta com  $Re$ , e que apresenta valores positivos para  $Re$  superiores a 20 para todas geometrias.

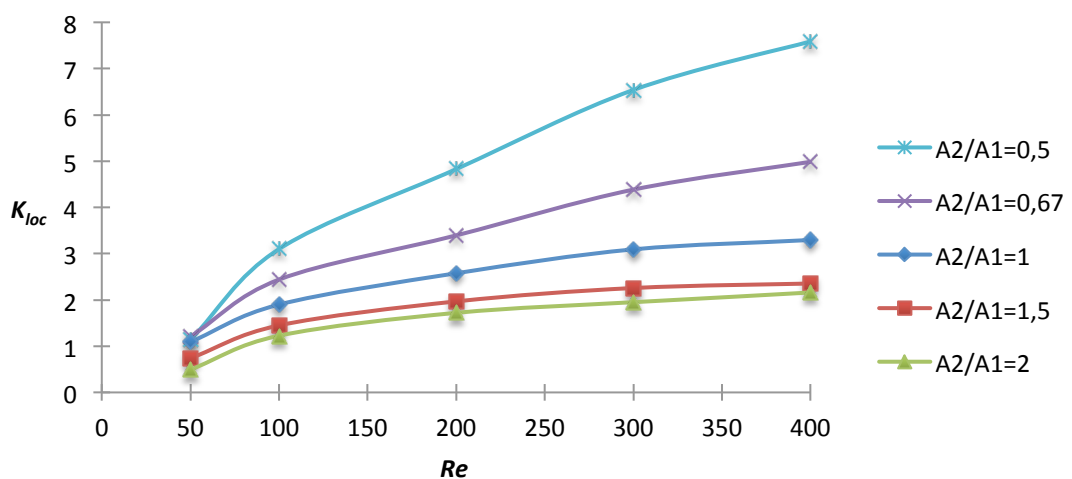


Figura 6-9 - Valores de  $K_{loc}$  positivos em função de  $Re$  (3D)

Estudando  $K_{total}$  a uma escala logarítmica para ambas geometrias na figura 6.10, confirma-se um comportamento assintótico para  $Re$  baixos, onde existe uma mudança de comportamento para  $Re$  maior que 20 (de 1 a 2,6), assegurando o que foi referido anteriormente.

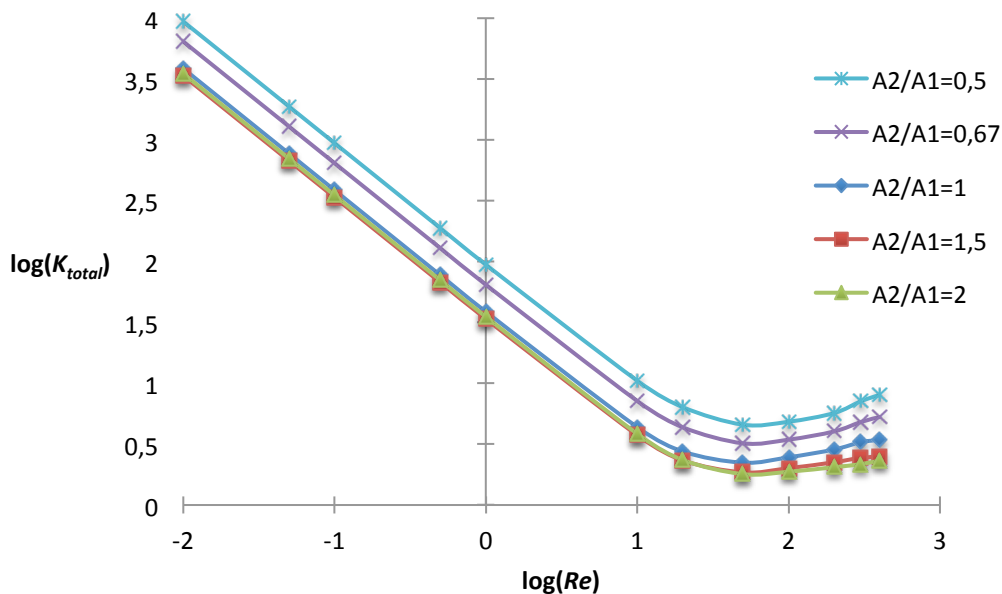


Figura 6-10 –  $K_{total}$  em função de  $Re$  (3D)

Comprova-se um comportamento linear para  $Re$  baixos, confirmando que  $K_{loc} * Re$  tende para um valor constante, figura 6.11.

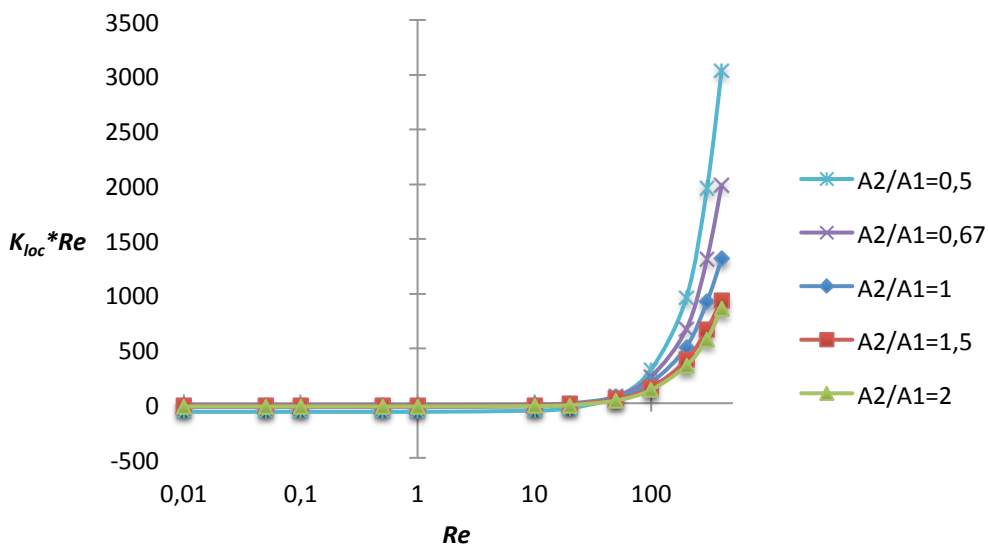


Figura 6-11 - Evolução de  $K_{loc} * Re$  para as diversas geometrias (3D)

A figura 6.12 demonstra a evolução da perda de carga localizada em relação às geometrias em estudo.

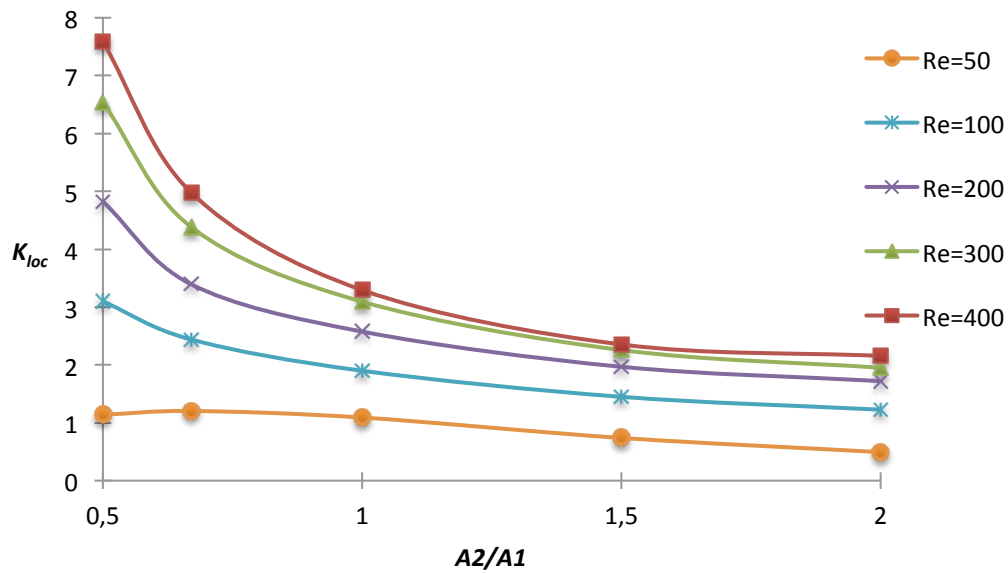


Figura 6-12 -  $K_{loc}$  em função de  $A2/A1$  para  $Re$  entre 50 e 400 (3D)

Através da figura anterior, podemos ver que  $K_{loc}$  diminui com o aumento do rácio  $A2/A1$  para  $Re$  de entrada superiores a 50, verificando se o mesmo comportamento para  $K_{total}$ .

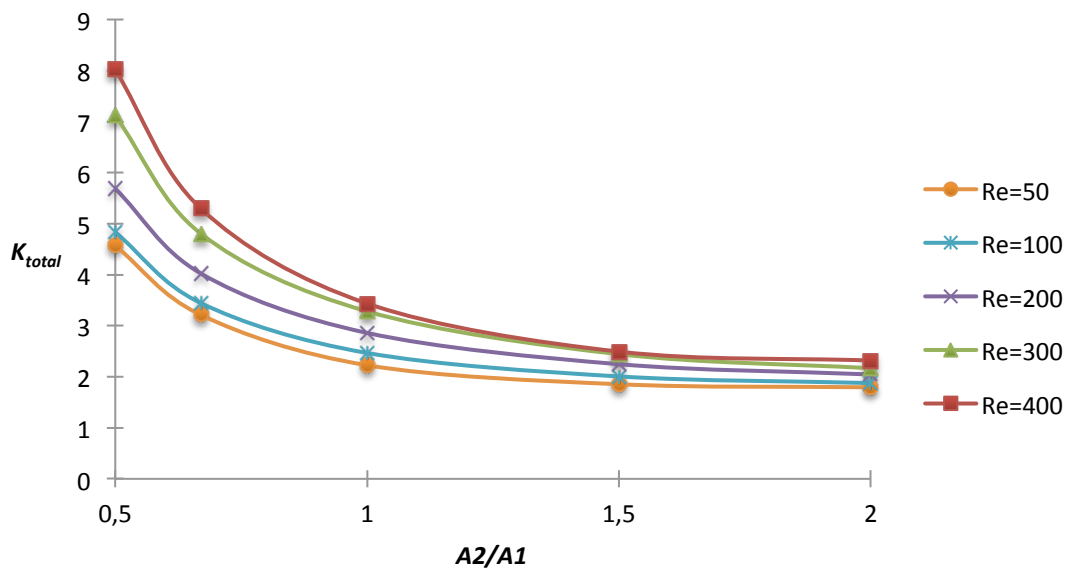


Figura 6-13 -  $K_t$  em função de  $A2/A1$  para  $Re$  entre 50 e 400 (3D)

Realizando uma análise relativa a cinemática do escoamento, nomeadamente o fenómeno de recirculação.

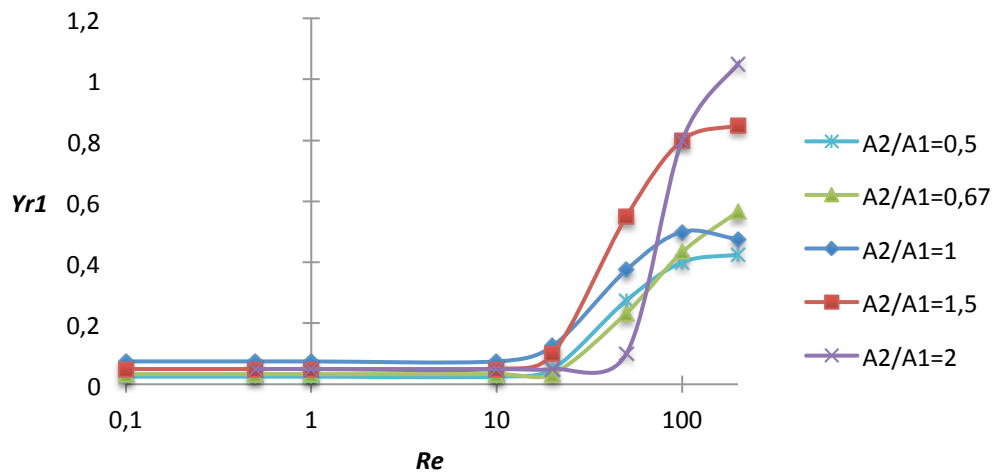


Figura 6-14 - Variação do comprimento adimensional de  $Y_{R1}$  para  $Re$  entre 0,1 e 200 (3D)

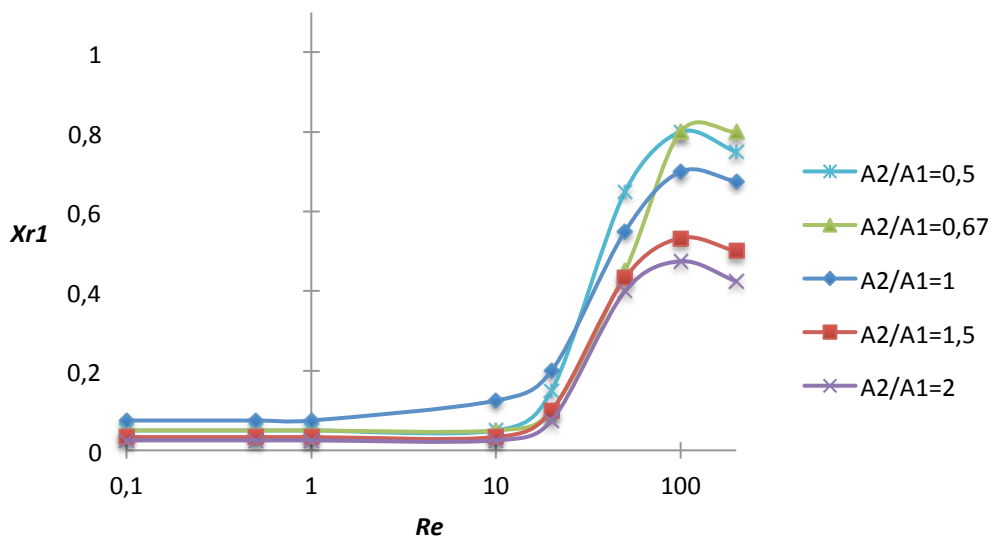


Figura 6-15 - Variação do comprimento adimensional de  $X_{R1}$  para  $Re$  entre 0,1 e 200 (3D)

Pela figuras 6.14 e 6.15 segue o mesmo raciocínio relatado para o caso 2D em relação a  $Re$  baixos, tem um aumento acentuado para  $Re$  superiores a 10. Reparando que  $Y_{R1}$  e  $X_{R1}$  aumentam significativamente até  $Re = 100$ , seguindo-se de uma mudança de comportamento. Este comportamento poderá estar relacionado com o aumento da instabilidade do escoamento na curva, devido ao maior domínio das forças centrífugas (formação de escoamentos secundários) e a influência das paredes laterais no escoamento.

Na figura 6.16 está descrito o comportamento do escoamento na região 2, vendo que existe uma relação entre a perda de carga e a recirculação. Pelo mesmo raciocínio descrito para o caso bidimensional, verificando  $X_{R2}$  máximo para  $A2/A1=1$

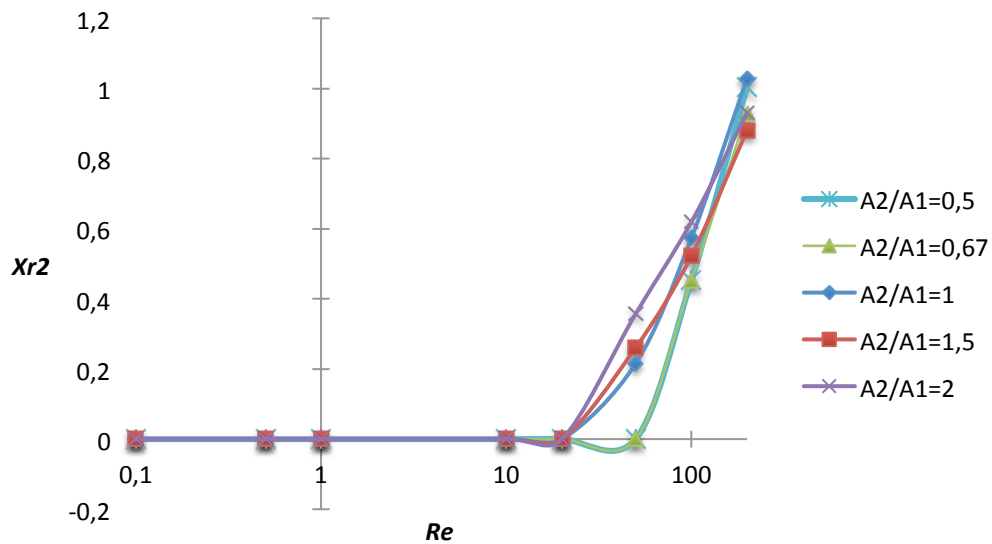


Figura 6-16 - Variação do comprimento adimensional de  $X_{R2}$  para  $Re$  entre 0,1 e 200 (3D)

Esta disponível nos anexos B e C a informação para cada geometria para os dois casos em estudo. Contendo os valores de  $f$  para a conduta de entrada e de saída e os respectivos valores de  $K$  e erros associados em percentagem, ainda contendo também no anexo D os valores de comprimento de recirculação.

Através das ferramentas de visualização do ANSYS, foram criados planos para serem traçadas as linhas de corrente e visualização do comportamento do fluidos com a mudança de direção (plano 1) e os contornos de velocidade na secção transversal da curva com o propósito de observar os escoamentos secundários (plano 2). Estas figuras que se seguem tem como intuito uma análise quantitativa do trabalho, contendo no anexo E a localização dos planos traçados no domínio de cálculo para as geometrias 3D.

Fazendo uma primeira análise ao escoamento bidimensional, nas figuras que se seguem, encontram-se as linhas de corrente para a geometria  $H2/H1=2$ , onde estas diferem pela velocidade do escoamento.

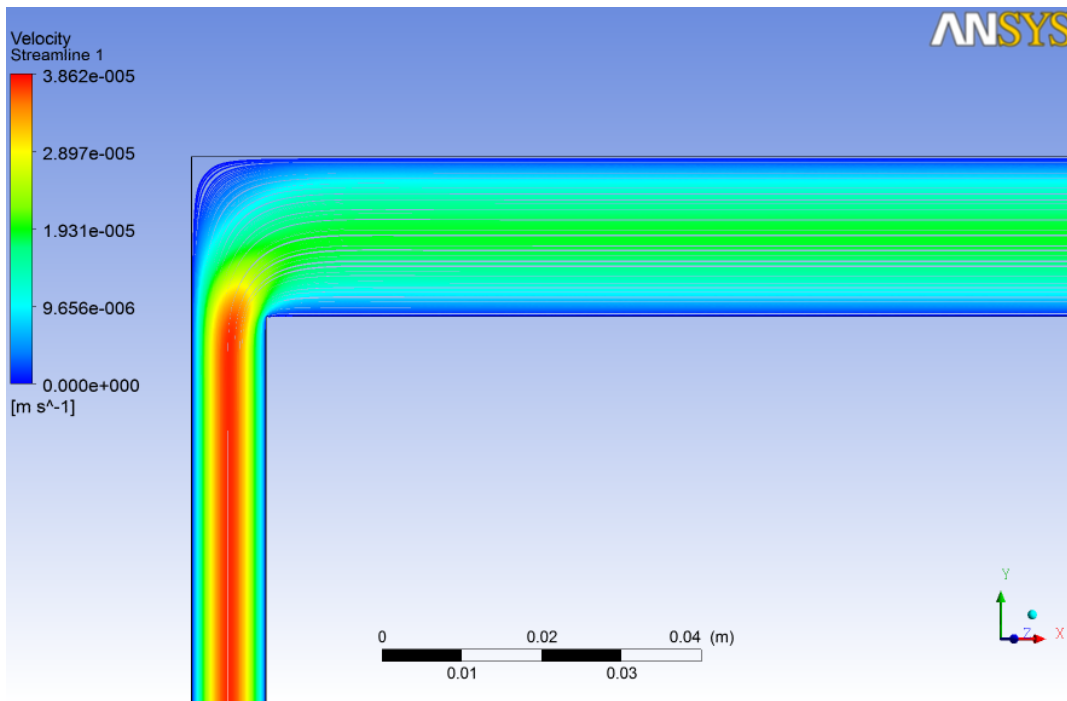


Figura 6-17 –Linhas de corrente para  $H2/H1=2$ , com  $Re=0,5$  e velocidade média de entrada  $2,5E^{-5}$  m/s.

Verifica-se que não existe descolamento do fluido na figura 6.17, visto que representa um número de Reynolds baixo ( $Re = 0,5$ ), confirmando visualmente o que foi referido anteriormente.

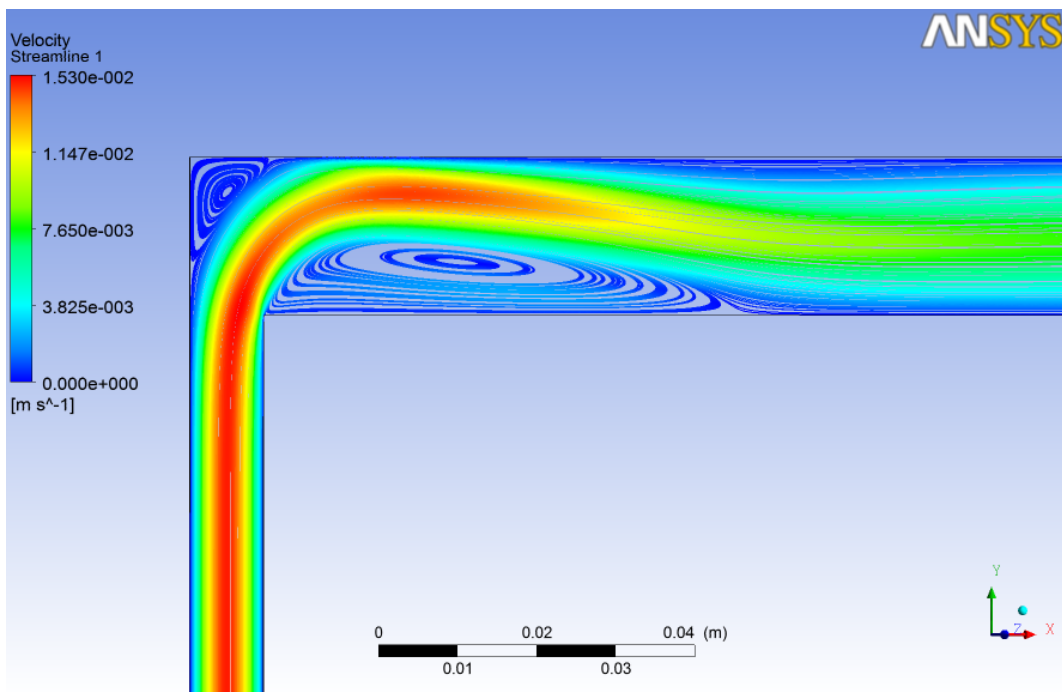


Figura 6-18 - Linhas de corrente para  $H2/H1=2$ , com  $Re=200$  e velocidade média de entrada  $0,01$  m/s.

Pela figura 6.18 podemos comprovar que há descolamento do escoamento, tendo duas zonas de recirculação bem definidas, como era previsível para velocidades mais elevadas.

Realizando o mesmo tipo de análise os escoamentos tridimensionais para a geometria  $A2/A1=0,5$ , temos:

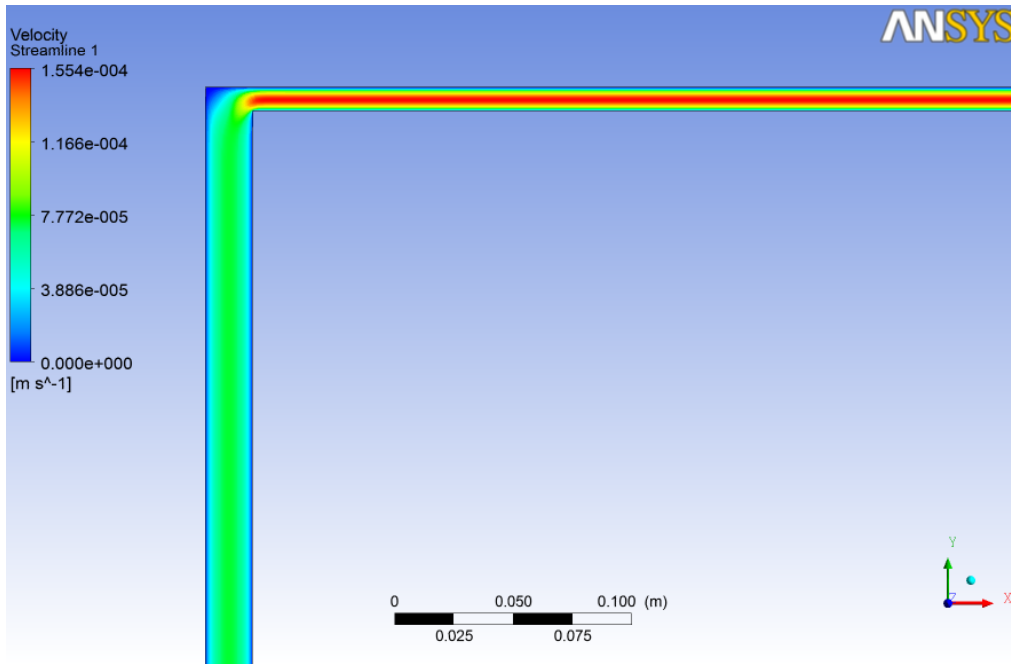


Figura 6-19 - Linhas de corrente para  $A2/A1=0,5$ , com  $Re=0,5$  e velocidade média de entrada  $3,7E^{-5}$  m/s.

Constata-se que não existe descolamento do fluido nas figura 6.19, visto que representa um número de Reynolds baixo, comprovando que o escoamento é dominado pelas forças viscosas.

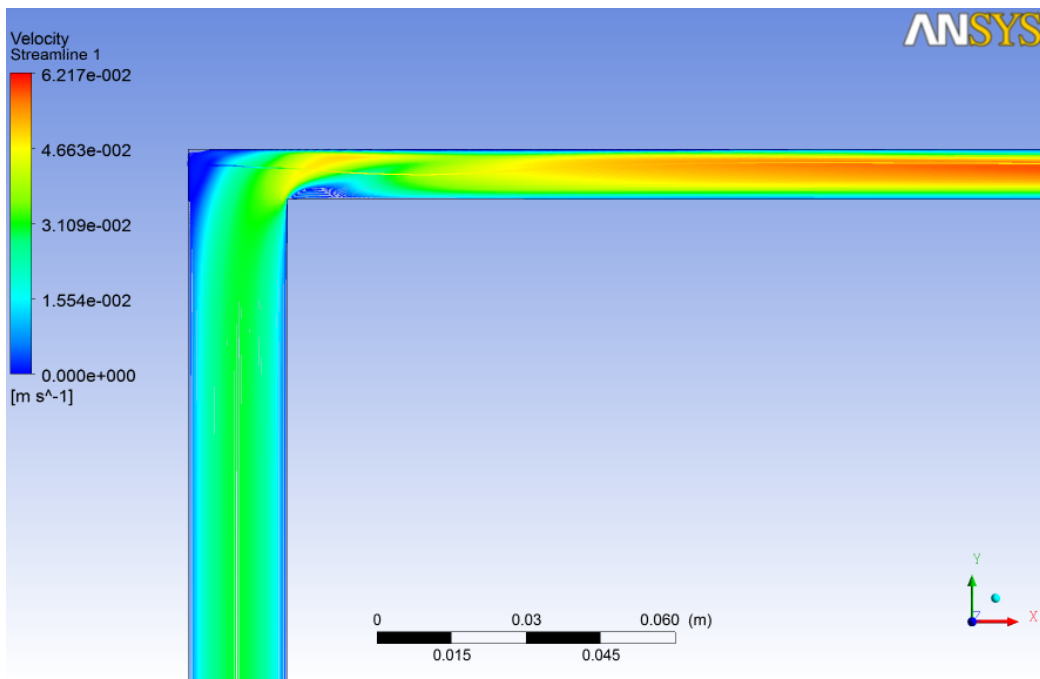


Figura 6-20 - Linhas de corrente para  $A2/A1=0,5$ , com  $Re=200$  e velocidade média de entrada 0,015 m/s.

Pela figura 6.20 podemos afirmar que há descolamento do escoamento, tendo duas zonas de recirculação, uma no canto superior da conduta e outra na parede inferior a jusante da curva. Verificando-se uma “deformação” do escoamento principal, devido ao influência das forças inércia. Levando o escoamento a percorrer uma distância considerável para este se restabelecer novamente, como se pode conferir pela figura 6.21.

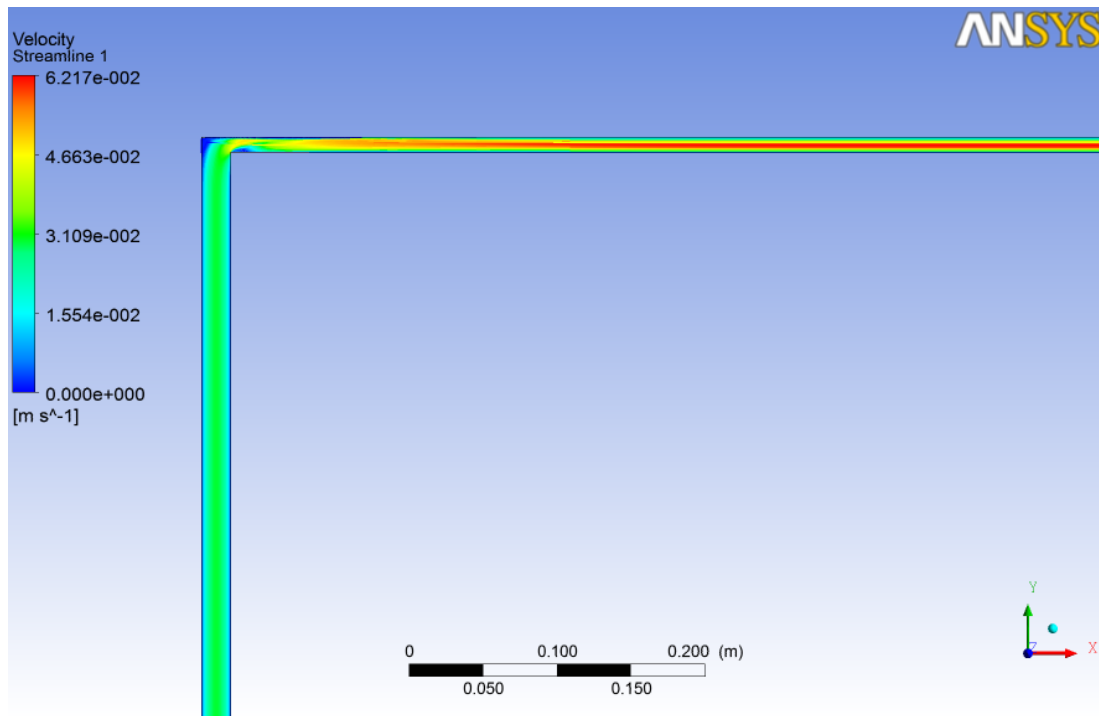


Figura 6-21 - Linhas de corrente para  $A2/A1=0,5$ , com  $Re=200$  e velocidade média de entrada  $0,015\text{ m/s}$ , a maior distância.

Mostrando o escoamento para a geometria  $A2/A1=2$  para  $Re = 200$  (figura 6.22), não sendo representado para baixas velocidades visto que é notório que o fluido irá demonstrar as mesmas características para todas as geometria. Podemos verificar que com o aumento da secção de saída, o fluido necessita de percorrer uma distância menor para se restaurar completamente

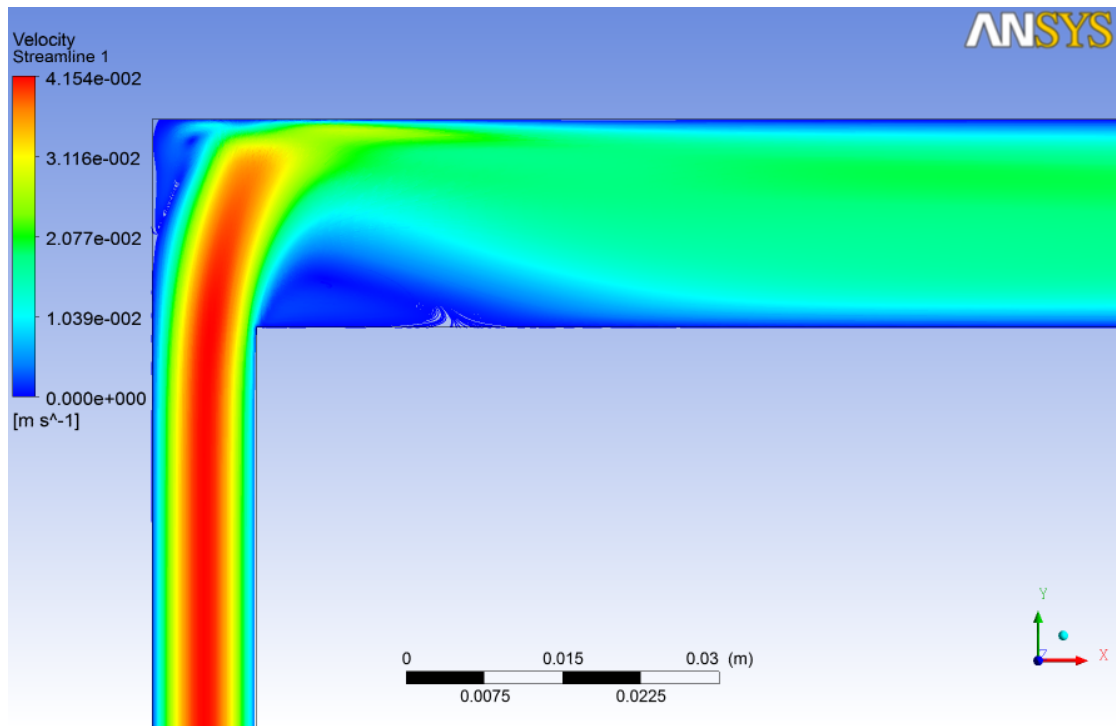


Figura 6-22 - Linhas de corrente para  $A2/A1=2$ , com  $Re=200$  e velocidade média de entrada  $0,02$  m/s.

Após esta análise, segue-se a observação do comportamento do escoamento secundário no centro da curva. O estudo é realizado para as mesmas geometria e  $Re$ .

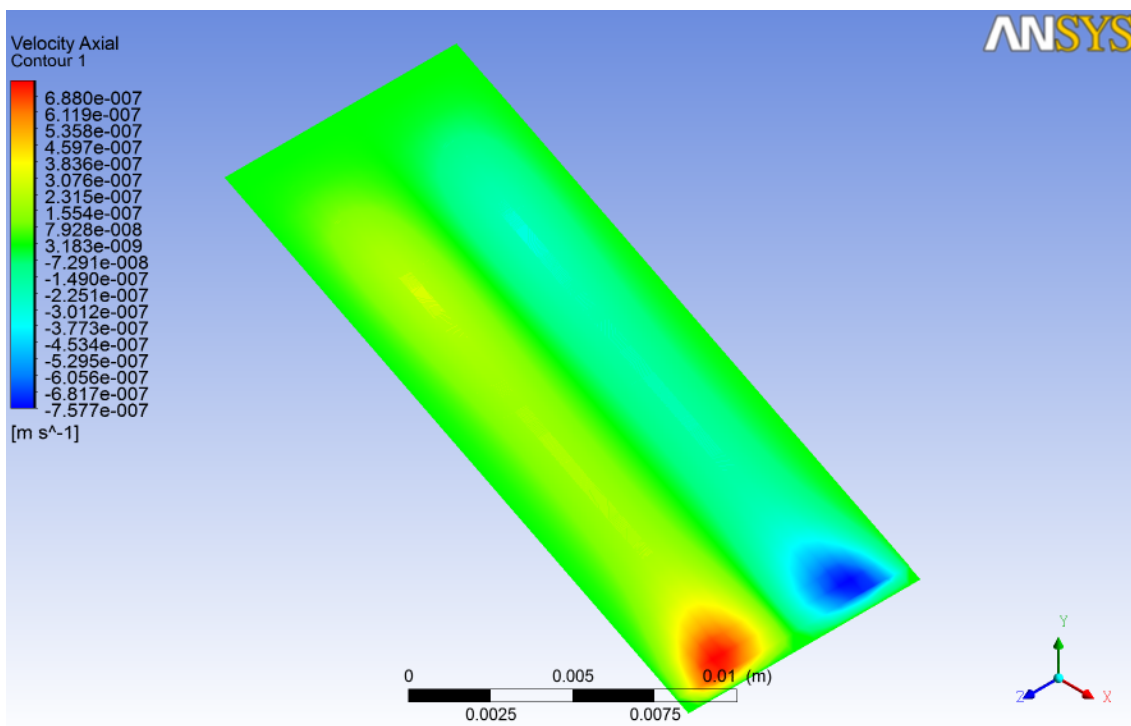


Figura 6-23 - Contornos escoamento secundário para  $A2/A1=0,5$ , com  $Re=0,5$  e velocidade média de entrada  $3,7E^{-5}$  m/s

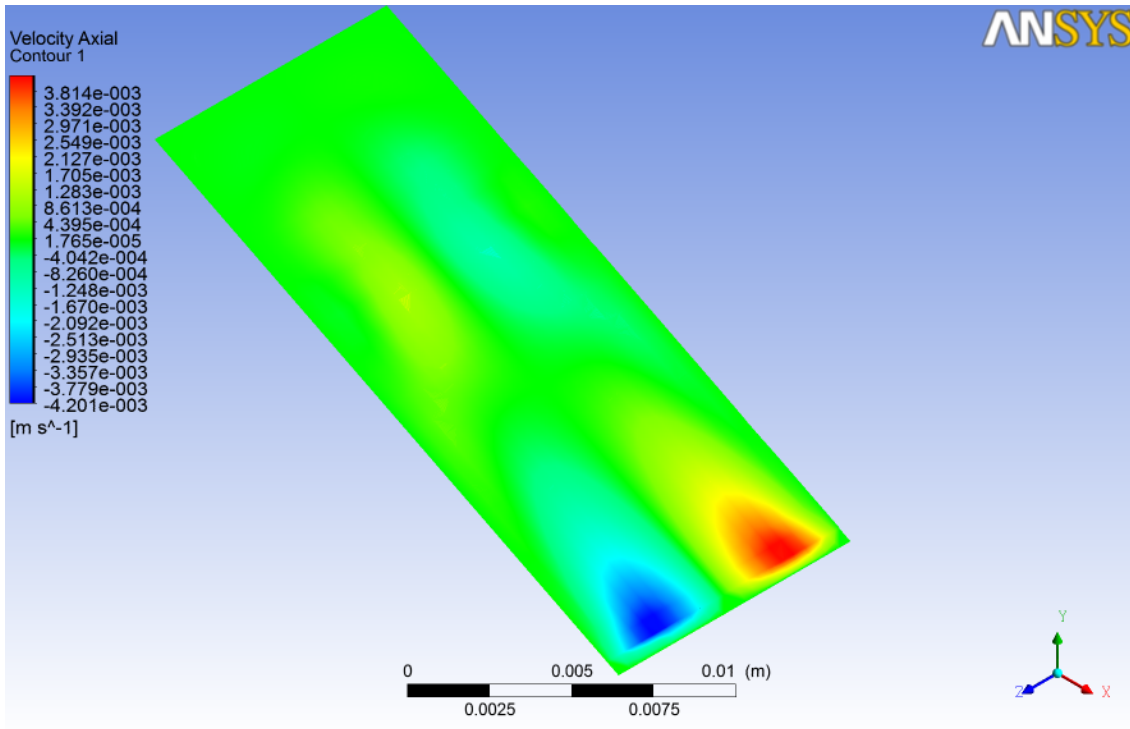


Figura 6-24 - Contornos escoamento secundário para  $A2/A1=0,5$ , com  $Re=200$  e velocidade média de entrada  $0,015 \text{ m/s}$

Verifica-se um crescimento da intensidade do escoamento secundário com o aumento de  $Re$  e também o aparecimento de outros escoamentos secundários para  $Re$  mais elevados.

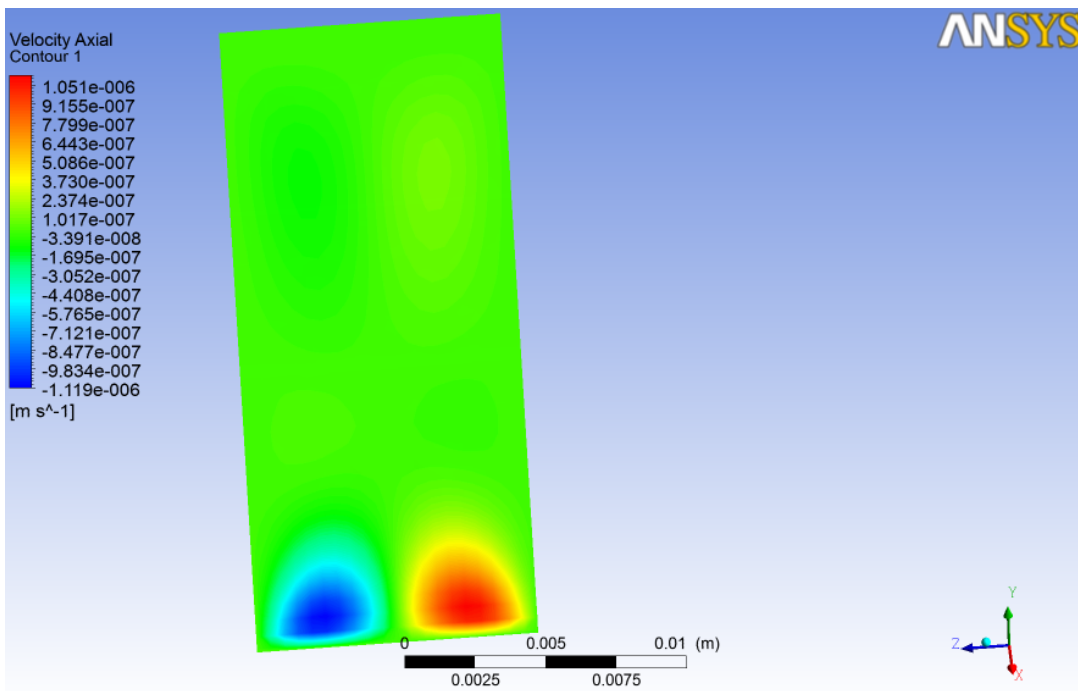


Figura 6-25 – Contornos escoamento secundário para  $A2/A1=2$ , com  $Re=0,5$  e velocidade média de entrada  $5.E^{-5} \text{ m/s}$

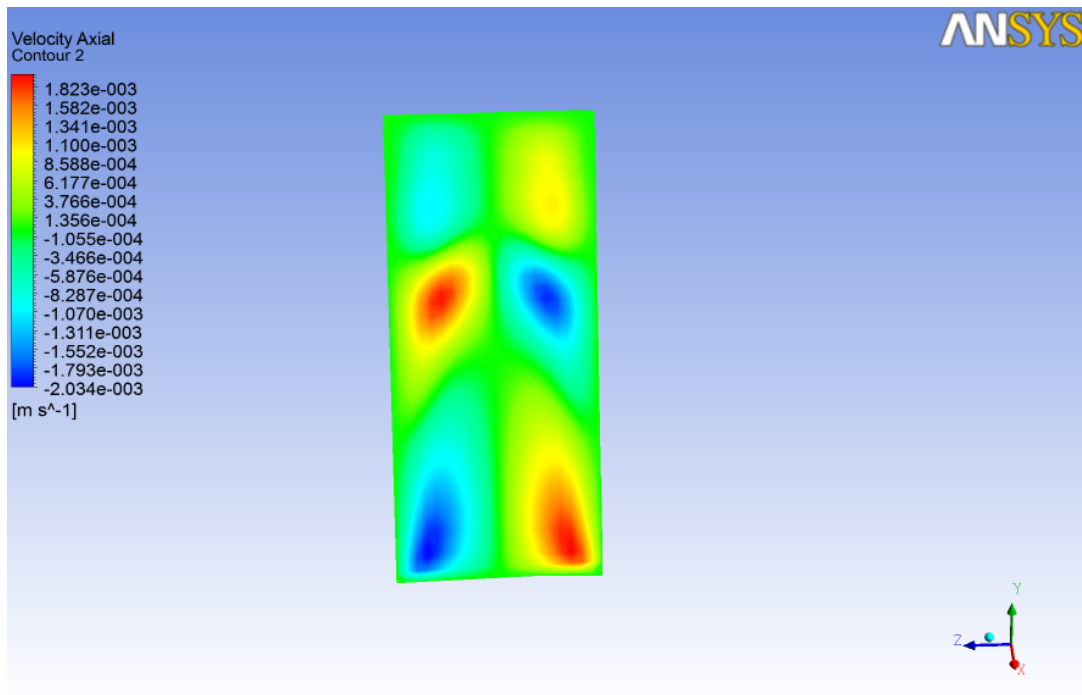


Figura 6-26 - Contornos escoamento secundário para  $A2/A1=2$ , com  $Re=200$  e velocidade média de entrada  $0,02$  m/s

Com o aumento da secção de saída, para além de ser notório o aumento do escoamento secundário, também é perceptível que para  $Re$  elevados aumenta o número de escoamentos secundários no centro da curva.



# Capítulo 7

---

## 7 Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho teve como intuito o estudo da perda de carga localizada de um escoamento laminar numa conduta de secção não circular com a variação do diâmetro de entrada e de saída, sendo tiradas algumas ilações acerca do tema.

Concluimos que o escoamento é dominado pelas forças viscosas para valores de  $Re$  menores que 20 para os casos 2D e 3D (com exceção para  $H2/H1$  menor que 1 em que o domínio viscoso se prolonga até  $Re$  menores que 50). Nesse domínio  $K_{total}$  diminui linearmente com o aumento de  $Re$ , sendo predominantes as perdas de carga em linha, visto que a queda de pressão é muito baixa. Apresentando recirculação com dimensões constantes no canto superior da curva.

Para  $Re$  superiores a perda de carga localizada cresce nitidamente com  $Re$ . Para o caso 3D,  $K_{loc}$  reduz com o aumento do rácio  $A2/A1$ , e o caso 2D,  $K_{loc}$  diminui com o aumento da razão de alturas até  $H2/H1=1$ , para  $H2/H1$  superiores a 1 há um aumento de  $K_{loc}$ . Nestas condições o fluxo é dominado claramente pelas forças de inércia, ocorrendo separação do escoamento das paredes. Existe um evidente crescimento do comprimento de recirculação com o incremento de  $Re$ . No caso 3D a recirculação deixa de ter um aumento acentuado do seu tamanho do descolamento na região 1 para  $Re$  mais elevados, possivelmente devido à interferência das paredes laterais no escoamento e influência dos escoamentos secundários formados na curva.

Verificou-se uma relação entre as perdas de carga e a manifestação de recirculação no escoamento. A ocorrência de descolamento do escoamento na região 2 tem uma relação visível com o coeficiente de perda de carga localizada visto que ambas surgem quando o escoamento começa a ser dominado pelas forças de inércia. Sendo visível o aumento da intensidade e o número de escoamentos secundários com o aumento da área de saída da conduta.

Para trabalhos futuros, poderia ser relevante um mesmo estudo para fluidos não-newtonianos, quantificar e comparar a perda de carga em condutas semelhantes às estudadas para ângulos de curvatura diferentes, por exemplo 45° e 60°. Estudar a perda de carga para  $Re$  mais elevados até valores de regime turbulento ou de transição por exemplo.



# Referências

---

## 8 Bibliografia

- [1] **J.Thompson, 1879**, Proc. Instm. Mech. Engrs, Vol. 25, pp. 456-460
- [2] **J.Eustice, 1911**, "*Experiments on streamline motion in curved pipes*", Proc.Roy. Soc. A. Vol.85, pp. 122
- [3] **W.R.Dean, 1927**, "*Streamline motion of fluid in curved pipes*", phil. Mag. Vol. 4, pp. 208
- [4] **Schlichting, H.,1968**, "*Boundary-Layer Theory*", McGraw-Hill, New York
- [5] **Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H. and Yee, G., 1981**, "*Laminar flow in a square duct of strong curvature*",Journal of Fluid Mechanics, vol. 83 , pp. 509-527.
- [6] **C. Y. Wang, 1981**, "*On he low-Reynolds-number flowin a helical pipe*", Journal of Fluid Mechanics, Journal of Fluid Mechanics, Volume 108, pp 185-194
- [7] **S. Murata, Y. Miyake and T. Inaba, 1976**, "*Laminar flow in a curved pipe with varying curvature*", Journal of Fluid Mechanics, vol. 314 , pp. 227-246.
- [8] **B. Bara, K. Nandakumar and J. H. Masliyah, 1992**, "*An experimental and numerical study of the Dean problem: flow development towards two-dimensional multiple solutions*", jornal of fluid Mechanics, vol.244, pp. 339-376
- [9] **Philip A. J. Mees, K. Nandakumar and J. H. Masliyah, 1996**, "*Instability and transitions of flow in a curved square duct: the development of two pairs of Dean vortices*",Journal of Fluid Mechanics, vol. 314 , pp. 227-246.
- [10] **White, F. M., 2008**, "*Fluid Mechanics*" (6rd ed.) - ISBN 0-07-113765-3, McGraw-Hill Inc.
- [11] **I. Papautsky, S. Mohanty, T. Ameel, and A.B. Frazier, September 1999**, "*Effects of Rectangular Microchannel Aspect Ratio on Laminar Friction Constant*", SPIE Micro Fluidic Devices and Systems Conference, Santa Clara, CA, September 1999, pp. 147-159.
- [12] **A.Lencastre, 1991**, "*Hidráulica Geral*" edição do autor, Lisboa
- [13] **P. J. Oliveira, Agosto 2000**, "*Soluções Analíticas em Mecânica de Fluidos*", UBI
- [14] "*ANSYS FLUENT Theory Guide*", ANSYS Inc., 2010

- [15] **H.K Versteeg & W Malalasekera, 1995**, "*An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method (2nd Edition)*", Pearson Prentice Hall, London
- [16] **Ferziger, J.H. e M. Peric, 1996**, "*Computational Methods for Fluid Dynamics*", Springer Verlag, Berlin.
- [17] **Ferziger, J.H., 1981**, "*Numerical methods for engineering application*", Wiley, New York
- [18] André L. T. Rezende, Setembro 2009, "*Análise Numérica da Bolha de Separação do escoamento Turbulento sobre Placa Plana Fina Inclinada*", PUC-Rio
- [19] **Idel'cik, 1969**, "*Memento de pertes de charge: coefficients de pertes de charge singulières et de pertes de charge par frottement*"
- [20] **Munson B., Young D., Okiishi T., 2010**, "*Fundamentals of Fluid Mechanics*" (6rd ed.) John Wiley & Sons

# Anexos

---

## 9 Anexos

### 9.1 Anexo A-Factor de forma da energia $\alpha$ para as condutas tridimensionais

Malha	alfa1	alfa1,5	alfa2
M1	2,011	2,010	1,957
M2	2,116	2,085	2,018
M3	2,145	2,105	2,034
$\alpha_{ER}$	2,157	2,113	2,040

Tabela 9-1 – Valores calculados de  $\alpha$  para cada malha

Alfa1 – representa o factor de forma de energia para a conduta de área  $1E^{-4}$ .

Alfa1,5 – representa o factor de forma de energia para a conduta de área  $1,5E^{-4}$ .

Alfa2 – representa o factor de forma de energia para a conduta de área  $2E^{-4}$ .

## 9.2 Anexo B – Valores de perda de carga para as geometrias bidimensionais.

### 9.2.1 Anexo B1 – $H2/H1=0,5$

$Re$	$f$ teórico	$f_1$	Erro relativo	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	$K_{total}$
400	0,24	0,2402	-0,0008	0,2399	0,0003	0,9494	1,4592
300	0,32	0,3202	-0,0007	0,3199	0,0003	0,8169	1,4967
200	0,48	0,4804	-0,0008	0,4799	0,0003	0,6068	1,6266
100	0,96	0,9605	-0,0005	0,9597	0,0003	0,0638	2,1033
50	1,92	1,9207	-0,0004	1,9194	0,0003	-1,0101	3,0688
20	4,8	4,8057	-0,0012	4,7985	0,0003	-4,1131	6,0847
10	9,6	9,6141	-0,0015	9,5970	0,0003	-8,9494	11,4464
1	96	96,0821	-0,0009	95,9700	0,0003	-92,7838	111,1665
0,5	192	192,1552	-0,0008	191,9400	0,0003	-185,6633	222,2361
0,1	960	960,6682	-0,0007	959,7001	0,0003	-929,1629	1110,3209
0,05	1920	1921,4678	-0,0008	1919,4003	0,0003	-1857,3604	2221,6236
0,01	9600	9608,1957	-0,0009	9597,0012	0,0003	-9281,0124	11114,0145

Tabela 9-2 – Valores calculados dos coeficientes de perda de carga e fatores de fricção para a geometria  $H2/H1=0,5$

### 9.2.2 Anexo B2 – $H2/H1=0,67$

$Re$	$f$ teórico	$f_1$	Erro relativo	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	$K_{total}$
400	0,24	0,2400	0,0000	0,2399	0,0003	0,8125	1,0549
300	0,32	0,3200	0,0000	0,3199	0,0003	0,7307	1,0540
200	0,48	0,4800	0,0000	0,4799	0,0003	0,6102	1,0951
100	0,96	0,9599	0,0001	0,9597	0,0003	0,3605	1,3302
50	1,92	1,9198	0,0001	1,9194	0,0003	-0,0726	1,8669
20	4,8	4,8001	0,0000	4,7985	0,0003	-1,2763	3,5725
10	9,6	9,6023	-0,0002	9,5970	0,0003	-3,0201	6,6777
1	96	96,0240	-0,0002	95,9699	0,0003	-32,0563	64,9223
0,5	192	192,0487	-0,0003	191,9404	0,0003	-64,1450	129,8129
0,1	960	960,2080	-0,0002	959,6992	0,0003	-321,2022	648,5786
0,05	1920	1920,4422	-0,0002	1919,4041	0,0003	-642,0728	1297,4981
0,01	9600	9602,4007	-0,0003	9596,9919	0,0003	-3207,4464	6490,4156

Tabela 9-3 - Valores calculados dos coeficientes de perda de carga e fatores de fricção para a geometria  $H2/H1=0,67$

### 9.2.3 Anexo B3 - $H2/H1=1$

$Re$	$f$ teórico	$f_1$	Erro relativo	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	$K_{total}$
400	0,24	0,2399	0,0312%	0,2399	0,0312%	0,7656	0,8856
300	0,32	0,3199	0,0312%	0,3199	0,0312%	0,7045	0,8644
200	0,48	0,4799	0,0312%	0,4799	0,0312%	0,6042	0,8441
100	0,96	0,9597	0,0311%	0,9597	0,0311%	0,4145	0,8944
50	1,92	1,9194	0,0312%	1,9194	0,0312%	0,1740	1,1337
20	4,8	4,7985	0,0312%	4,7985	0,0312%	-0,3451	2,0541
10	9,6	9,5970	0,0310%	9,5970	0,0310%	-1,0286	3,7700
1	96	95,9707	0,0305%	95,9707	0,0305%	-11,4132	36,5721
0,5	192	191,9412	0,0306%	191,9412	0,0306%	-22,8921	73,0785
0,1	960	959,7065	0,0306%	959,7065	0,0306%	-114,4216	365,4316
0,05	1920	1919,4141	0,0305%	1919,4137	0,0305%	-228,6272	731,0797
0,01	9600	9597,0801	0,0304%	9597,0786	0,0304%	-1140,7963	3657,7433

Tabela 9-4 - Valores calculados dos coeficientes de perda de carga e fatores de fricção para a geometria  $H2/H1=1$

### 9.2.4 Anexo B4 - $H2/H1=1,5$

$Re$	$f$ teórico	$f_1$	Erro relativo	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	$K_{total}$
400	0,24	0,23993	0,0312%	0,23997	0,0139%	0,82799	0,93574
300	0,32	0,31990	0,0312%	0,31996	0,0139%	0,76434	0,90800
200	0,48	0,47985	0,0312%	0,47993	0,0139%	0,65737	0,87287
100	0,96	0,95970	0,0312%	0,95987	0,0136%	0,41073	0,84172
50	1,92	1,91940	0,0312%	1,91974	0,0137%	0,08505	0,94703
20	4,8	4,79850	0,0312%	4,79943	0,0120%	-0,53707	1,61788
10	9,6	9,59700	0,0312%	9,60129	-0,0134%	-1,33152	2,97856
1	96	95,97004	0,0312%	96,06807	-0,0709%	-13,99997	29,10495
0,5	192	191,94008	0,0312%	192,15707	-0,0818%	-27,95331	58,25808
0,1	960	959,70032	0,0312%	960,68059	-0,0709%	-140,14503	290,90412
0,05	1920	1919,40065	0,0312%	1921,31287	-0,0684%	-280,51947	581,57525
0,01	9600	9597,00410	0,0312%	9607,05193	-0,0735%	-1400,08386	2910,42615

Tabela 9-5 - Valores calculados dos coeficientes de perda de carga e fatores de fricção para a geometria  $H2/H1=1,5$

### 9.2.5 Anexo B5 - $H2/H1=2$

$Re$	$f$ teórico	$f_1$	Erro relativo	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	$K_{total}$
400	0,24	0,23993	0,0312%	0,23998	0,0083%	0,89983	1,02729
300	0,32	0,31990	0,0312%	0,31997	0,0080%	0,81917	0,98912
200	0,48	0,47985	0,0312%	0,47996	0,0078%	0,69105	0,94598
100	0,96	0,95970	0,0312%	0,95993	0,0078%	0,39559	0,90543
50	1,92	1,91940	0,0312%	1,91988	0,0062%	0,05172	0,96797
20	4,8	4,79850	0,0312%	4,80155	-0,0324%	-0,97497	1,57433
10	9,6	9,59700	0,0312%	9,60322	-0,0335%	-2,20565	2,89342
1	96	95,97002	0,0312%	96,02940	-0,0306%	-22,98354	28,00754
0,5	192	191,94004	0,0312%	192,07210	-0,0376%	-46,09889	55,88116
0,1	960	959,70018	0,0312%	960,33796	-0,0352%	-230,15789	279,75094
0,05	1920	1919,40041	0,0312%	1920,62950	-0,0328%	-460,51441	559,29922
0,01	9600	9597,00206	0,0312%	9603,23705	-0,0337%	-2298,61204	2800,55265

Tabela 9-6 - Valores calculados dos coeficientes de perda de carga e fatores de fricção para a geometria  $H2/H1=2$

### 9.3 Anexo C – Valores de perda de carga para as geometrias tridimensionais.

#### 9.3.1 Anexo C1 – $A2/A1=0,5$

$Re$	$f_1$ teórico	$f_1$	Erro relativo	$f_2$ teórico	$Re_2$	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	$K_{total}$
400	0,155475	0,1545	0,6232%	600	0,09485	0,0939	0,9543%	7,5903	8,0240
300	0,2073	0,2060	0,6232%	450	0,12646	0,1253	0,9545%	6,5399	7,1182
200	0,31095	0,3090	0,6232%	300	0,1897	0,1879	0,9542%	4,8285	5,6959
100	0,6219	0,6180	0,6232%	150	0,3794	0,3758	0,9538%	3,0994	4,8343
50	1,2438	1,2271	1,3448%	75	0,7588	0,7515	0,9572%	1,1359	4,5693
20	3,1095	3,0901	0,6232%	30	1,897	1,8789	0,9538%	-2,3080	6,3665
10	6,219	6,1802	0,6232%	15	3,794	3,7578	0,9538%	-6,8364	10,5125
1	62,19	61,8024	0,6232%	1,5	37,94	37,578	0,9537%	-79,12	94,3637
0,5	124,38	123,6049	0,6232%	0,75	75,88	75,16	0,9537%	-158,38	188,5984
0,1	621,9	618,0243	0,6232%	0,15	379,4	375,78	0,9537%	-791,79	943,0907
0,05	1243,8	1236,0485	0,6232%	0,075	758,8	751,56	0,9537%	-1583,43	1886,3369
0,01	6219	6180,2431	0,6232%	0,015	3794	3757,82	0,9537%	-7917,82	9431,0368

Tabela 9-7 - Valores calculados dos coeficientes de perda de carga e fatores de fricção para a geometria  $A2/A1=0,5$

#### 9.3.2 Anexo C2 – $A2/A1=0,67$

$Re$	$f_1$ teórico	$f_1$	Erro relativo	$f_2$ teórico	$Re_2$	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	$K_{total}$
400	0,1471	0,1461	0,7089%	500	0,11382	0,1127	0,9546%	4,9818	5,2963
300	0,1962	0,1948	0,7089%	375	0,15176	0,1503	0,9544%	4,3852	4,8046
200	0,2943	0,2922	0,7089%	250	0,22764	0,2255	0,9548%	3,3950	4,0240
100	0,5885	0,5843	0,7090%	125	0,45528	0,4509	0,9549%	2,4399	3,4443
50	1,1770	1,1687	0,7089%	62,5	0,91056	0,9019	0,9550%	1,2037	3,2126
20	2,9425	2,9216	0,7087%	25	2,2764	2,2547	0,9548%	-0,6721	4,3499
10	5,8850	5,8433	0,7089%	12,5	4,5528	4,5093	0,9550%	-2,8823	7,1618
1	58,8500	58,4328	0,7089%	1,25	45,528	45,0932	0,9550%	-35,8352	64,6058
0,5	117,7000	116,8656	0,7089%	0,625	91,056	90,1865	0,9549%	-71,7635	129,1185
0,1	588,5000	584,3280	0,7089%	0,125	455,28	450,9323	0,9550%	-358,85	645,5646
0,05	1177,0000	1168,6560	0,7089%	0,0625	910,56	901,8647	0,9549%	-717,60	1291,2199
0,01	5885,0000	5843,2784	0,7089%	0,0125	4552,8	4509,3229	0,9550%	-3587,73	6456,3667

Tabela 9-8 - Valores calculados dos coeficientes de perda de carga e fatores de fricção para a geometria  $A2/A1=0,67$

### 9.3.3 Anexo C3 - $A2/A1=1$

$Re$	$f$ teórico	$f_1$	Erro relativo	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	$K_{total}$
400	0,142275	0,1419	0,2459%	0,1419	0,2436%	3,2939	3,4359
300	0,1897	0,1892	0,2434%	0,1892	0,2434%	3,0931	3,2824
200	0,28455	0,2839	0,2434%	0,2839	0,2434%	2,5759	2,8598
100	0,5691	0,5677	0,2434%	0,5677	0,2434%	1,8992	2,4670
50	1,1382	1,1354	0,2434%	1,1354	0,2434%	1,0910	2,2264
20	2,8455	2,8386	0,2434%	2,8386	0,2434%	-0,0867	2,7518
10	5,691	5,6771	0,2434%	5,6771	0,2434%	-1,3116	4,3655
1	56,91	56,7715	0,2434%	56,7715	0,2434%	-18,0106	38,7608
0,5	113,82	113,5430	0,2434%	113,5430	0,2434%	-36,1133	77,4297
0,1	569,1	567,7151	0,2433%	567,7149	0,2434%	-180,6829	387,0322
0,05	1138,2	1135,4302	0,2433%	1135,4298	0,2434%	-361,4621	773,9680
0,01	5691	5677,1504	0,2434%	5677,1486	0,2434%	-1806,7821	3870,3674

Tabela 9-9 - Valores calculados dos coeficientes de perda de carga e fatores de fricção para a geometria  $A2/A1=1$

### 9.3.4 Anexo C4 - $A2/A1=1,5$

$Re$	$f_1$ teórico	$f_1$	Erro relativo	$f_2$ teórico	$Re_2$	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	$K_{total}$
400	0,142275	0,14092	0,9517%	0,1839	320	0,1826	0,7062%	2,3536	2,4931
300	0,1897	0,18789	0,9540%	0,2452	240	0,2435	0,7042%	2,2573	2,4433
200	0,28455	0,28184	0,9540%	0,3678	160	0,3652	0,7027%	1,9678	2,2468
100	0,5691	0,56367	0,9540%	0,7356	80	0,7305	0,7027%	1,4486	2,0066
50	1,1382	1,12734	0,9540%	1,4713	40	1,4609	0,7035%	0,7380	1,8541
20	2,8455	2,81835	0,9540%	3,6781	16	3,6523	0,7034%	-0,4650	2,3251
10	5,691	5,63671	0,9540%	7,3563	8	7,3045	0,7035%	-1,8322	3,7480
1	56,91	56,3670	0,9540%	73,563	0,8	73,0449	0,7036%	-21,9646	33,8376
0,5	113,82	112,734	0,9540%	147,125	0,4	146,0898	0,7036%	-44,0117	67,5926
0,1	569,1	563,671	0,9540%	735,625	0,08	730,4488	0,7036%	-220,2751	337,7468
0,05	1138,2	1127,34	0,9540%	1471,25	0,04	1460,8976	0,7036%	-440,5458	675,4979
0,01	5691	5636,71	0,9540%	7356,25	0,008	7304,4884	0,7036%	-2203,2479	3376,9699

Tabela 9-10 - Valores calculados dos coeficientes de perda de carga e fatores de fricção para a geometria  $A2/A1=1,5$

### 9.3.5 Anexo C5 - $A2/A1=2$

$Re$	$f_1$ teórico	$f_1$	Erro relativo	$f_2$ teórico	$Re2$	$f_2$	Erro relativo	$K_{loc}$	$K_{total}$
400	0,1423	0,1409	0,0095	0,2332	266,6667	0,2318	0,0062	2,1557	2,3184
300	0,1897	0,1879	0,0095	0,3110	200,0000	0,3090	0,0062	1,9510	2,1678
200	0,2846	0,2818	0,0095	0,4664	133,3333	0,4635	0,0062	1,7205	2,0458
100	0,5691	0,5637	0,0095	0,9329	66,6667	0,9271	0,0062	1,2263	1,8769
50	1,1382	1,1273	0,0095	1,8657	33,3333	1,8541	0,0062	0,4927	1,7939
20	2,8455	2,8184	0,0095	4,6643	13,3333	4,6354	0,0062	-0,9101	2,3428
10	5,6910	5,6367	0,0095	9,3285	6,6667	9,2707	0,0062	-2,6561	3,8498
1	56,9100	56,3671	0,0095	93,2850	0,6667	92,7070	0,0062	-29,8244	35,2339
0,5	113,8200	112,7341	0,0095	186,5700	0,3333	185,4140	0,0062	-59,7313	70,3854
0,1	569,1000	563,6708	0,0095	932,8500	0,0667	927,0699	0,0062	-298,8793	351,7043
0,05	1138,2000	1127,3415	0,0095	1865,7000	0,0333	1854,1397	0,0062	-597,7784	703,3887
0,01	5691,0000	5636,7074	0,0095	9328,5000	0,0067	9270,6992	0,0062	-2989,0270	3516,8085

Tabela 9-11 - Valores calculados dos coeficientes de perda de carga e fatores de fricção para a geometria  $A2/A1=2$

## 9.4 Anexo D – Valores dos comprimentos de recirculação

### 9.4.1 Anexo D1 – Valores dos comprimentos de recirculação para a conduta 2D

<i>H2/H1=0,5</i>			
<i>Re</i>	<i>Xr2</i>	<i>Yr1</i>	<i>Xr1</i>
400	0,6875	0,5947	1,5395
300	0,6375	0,5200	1,0923
200	0,5625	0,4313	0,5967
100	0,4375	0,2875	0,0000
50	0,3375	0,1875	0,0000
20	0,2625	0,1313	0,0000
10	0,2500	0,1250	0,0000
1	0,2375	0,1188	0,0000
0,5	0,2375	0,1188	0,0000
0,1	0,2375	0,1188	0,0000
0,05	0,2375	0,1188	0,0000
0,01	0,2375	0,1188	0,0000

<i>H2/H1=1,5</i>			
<i>Re</i>	<i>Xr2</i>	<i>Yr1</i>	<i>Xr1</i>
400	0,5917	1,2375	4,3550
300	0,5667	1,1500	3,6049
200	0,5000	1,0125	2,6230
100	0,3750	0,7750	1,3639
50	0,2500	0,4750	0,5615
20	0,1500	0,2375	0,0000
10	0,1250	0,1875	0,0000
1	0,1167	0,1750	0,0000
0,5	0,1167	0,1750	0,0000
0,1	0,1167	0,1750	0,0000
0,05	0,1167	0,1750	0,0000
0,01	0,1167	0,1750	0,0000

<i>H2/H1=0,67</i>			
<i>Re</i>	<i>Xr2</i>	<i>Yr1</i>	<i>Xr1</i>
400	0,6375	0,7377	1,5965
300	0,5750	0,6166	1,4957
200	0,5000	0,5167	0,9224
100	0,3750	0,3416	0,0000
50	0,2875	0,2167	0,0000
20	0,2125	0,1417	0,0000
10	0,1875	0,1250	0,0000
1	0,1875	0,1250	0,0000
0,5	0,1875	0,1167	0,0000
0,1	0,1875	0,1167	0,0000
0,05	0,1875	0,1167	0,0000
0,01	0,1875	0,1167	0,0000

<i>H2/H1=1</i>			
<i>Re</i>	<i>Xr2</i>	<i>Yr1</i>	<i>Xr1</i>
400	0,5875	0,9000	3,0863
300	0,5875	0,8250	2,4123
200	0,4875	0,7125	1,6514
100	0,3625	0,5250	0,6802
50	0,2625	0,3125	0,0000
20	0,1750	0,1750	0,0000
10	0,1500	0,1500	0,0000
1	0,1375	0,1375	0,0000
0,5	0,1375	0,1375	0,0000
0,1	0,1375	0,1375	0,0000
0,05	0,1375	0,1375	0,0000
0,01	0,1375	0,1375	0,0000

Tabela 9-12 – Valores dos comprimentos de recirculação obtidos para *H2/H1* (0,5; 0,67; 1; 1,5)

<i>H2/H1=2</i>			
<i>Re</i>	<i>Xr2</i>	<i>Yr1</i>	<i>Xr1</i>
400	0,5972	1,5750	4,1293
300	0,5613	1,4750	3,7069
200	0,5007	1,3375	3,2141
100	0,3813	1,0375	1,8356
50	0,2500	0,6750	0,9125
20	0,1438	0,3000	0,1422
10	0,1188	0,2500	0,0000
1	0,1188	0,2375	0,0000
0,5	0,1188	0,2375	0,0000
0,1	0,1188	0,2375	0,0000
0,05	0,1188	0,2375	0,0000
0,01	0,1188	0,2375	0,0000

Tabela 9-13 – Valores dos comprimentos de recirculação obtidos para *H2/H1=2*

### 9.4.2 Anexo D2 - Valores dos comprimentos de recirculação para a conduta 3D

A2/A1=0,5			
Re	Xr2	Yr1	Xr1
200	1,0029	0,4250	0,7500
100	0,4526	0,4000	0,8000
50	0,0000	0,2750	0,6500
20	0,0000	0,0500	0,1500
10	0,0000	0,0250	0,0500
1	0,0000	0,0250	0,0500
0,5	0,0000	0,0250	0,0500
0,1	0,0000	0,0250	0,0500
A2/A1=0,67			
Re	Xr2	Yr1	Xr1
200	0,9281	0,5667	0,8000
100	0,4526	0,4333	0,8000
50	0,0000	0,2333	0,4500
20	0,0000	0,0333	0,1000
10	0,0000	0,0333	0,0500
1	0,0000	0,0333	0,0500
0,5	0,0000	0,0333	0,0500
0,1	0,0000	0,0333	0,0500

Tabela 9-14 - Valores dos comprimentos de recirculação obtidos para A2/A1=0,5 e A2/A1=0,67

A2/A1=1			
Re	Xr2	Yr1	Xr1
200	1,0282	0,4750	0,6750
100	0,5732	0,5000	0,7000
50	0,2153	0,3750	0,5500
20	0,0000	0,1250	0,2000
10	0,0000	0,0750	0,1250
1	0,0000	0,0750	0,0750
0,5	0,0000	0,0750	0,0750
0,1	0,0000	0,0750	0,0750
A2/A1=1,5			
Re	Xr2	Yr1	Xr1
200	0,8805	0,8500	0,5000
100	0,5225	0,8000	0,5333
50	0,2607	0,5500	0,4333
20	0,0000	0,1000	0,1000
10	0,0000	0,0500	0,0333
1	0,0000	0,0500	0,0333
0,5	0,0000	0,0500	0,0333
0,1	0,0000	0,0500	0,0333

Tabela 9-15 - Valores dos comprimentos de recirculação obtidos para A2/A1=1 e A2/A1=1,5

A2/A1=2			
Re	Xr2	Yr1	Xr1
200	0,9301	1,1500	0,4250
100	0,6192	1,0500	0,4750
50	0,3572	0,8000	0,4000
20	0,0000	0,1000	0,0750
10	0,0000	0,0500	0,0250
1	0,0000	0,0500	0,0250
0,5	0,0000	0,0500	0,0250
0,1	0,0000	0,0500	0,0250

Tabela 9-16 - Valores dos comprimentos de recirculação obtidos para A2/A1=2

## 9.5 Anexo E – Localização das referências geométricas para análise dos resultados

Esta demonstrado na figura que se segue a localização dos planos utilizados para a visualização do comportamento do escoamento em estudo neste trabalho. O plano longitudinal usado para observar as linhas de corrente ao longo do escoamento, é colinear com o eixo central da conduta segundo as direções  $xy$  (plano 1). O segundo plano, é um plano transversal da secção da conduta que passa pelo centro da curva (plano 2).

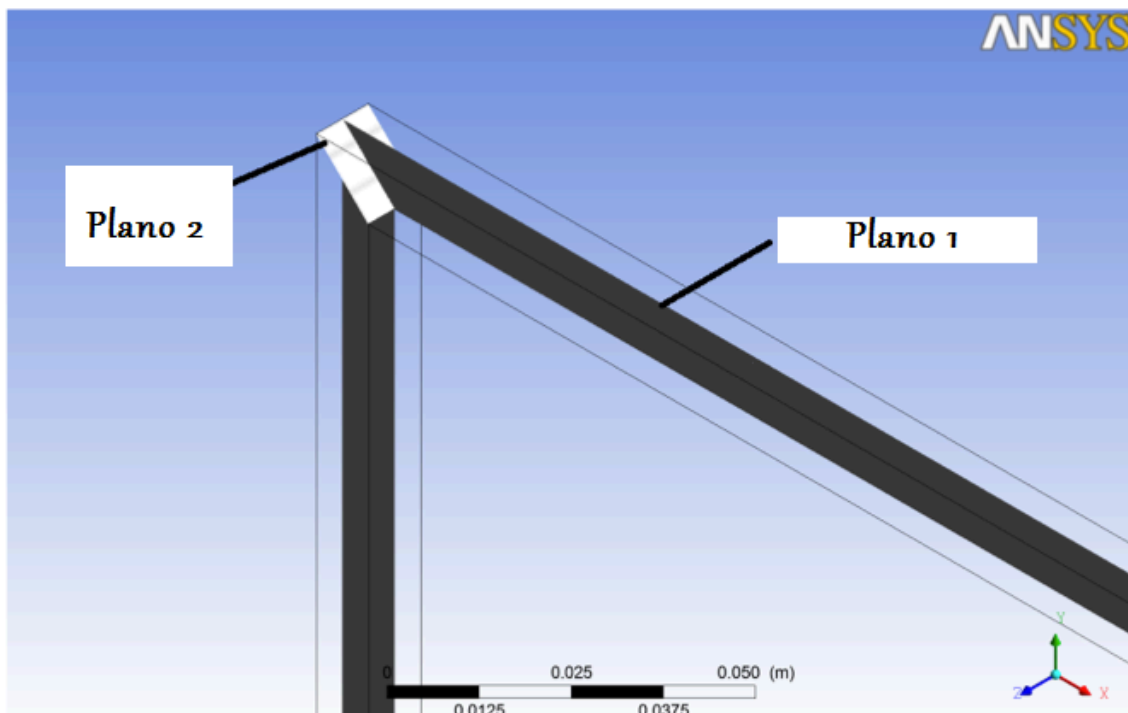


Tabela 9-17 - Representação dos planos utilizados para análise de resultados