

Escoamento laminar em condutas anelares com leito de aparas

Nuno Emanuel da Costa Rocha

Dissertação do MIEM

Orientador na FEUP: Prof. Fernando Pinho



FEUP

**Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica**

Julho 2010

Aos meus pais, avós e namorada

Resumo

Na perfuração de petróleo e gás natural um dos maiores cuidados a ter é o controlo da diferença das pressões entre o poço de perfuração e as formações circundantes. Se este controlo for deficiente podem ocorrer acidentes conhecidos por *kicks*, isto é, derrames descontrolados de petróleo ou gás perigosos em termos de segurança, ambientais e também económicos. Em poços pouco inclinados e horizontais, se o fluido de perfuração não assegurar uma correcta limpeza dos fragmentos libertados pela broca, pode ocorrer a formação de um leito de aparas que vai influenciar a variação da pressão. O conhecimento destas alterações é importante para o correcto funcionamento de todo o processo. O objectivo principal deste trabalho é assim o estudo da perda de pressão por fricção em escoamentos de fluidos newtonianos ao longo de condutas anelares com leito de aparas.

A perda de carga neste trabalho foi quantificada por $f.Re$, tendo sido considerado constante Re que representa o número de Reynolds enquanto o coeficiente de fricção de Fanning f foi calculado a partir da diferença de pressões axial. Foi necessário recorrer a programas de mecânica de fluidos computacional (CFD) apropriados à resolução das equações governativas determinadas, calculando os gradientes de pressões e as componentes da velocidade. Para uma maior aproximação do coeficiente de Fanning determinado ao valor real foi utilizada a extrapolação de Richardson conseguindo-se aumentar para a 4ª ordem de aproximação os valores calculados de 2ª ordem.

Com os resultados obtidos conclui-se que o aumento do leito de aparas conduz à diminuição do espaço entre o cilindro interior e a parede do leito de aparas, diminuindo assim o escoamento nesse sector. Isto equivale a uma redução do diâmetro hidráulico e sendo o Reynolds constante dá-se o aumento das velocidades axiais nos sectores mais alargados. Com a rotação do cilindro interior surgem velocidades tangenciais que compõem um escoamento secundário que se intensifica com aumento da velocidade de rotação e da profundidade do leito de aparas.

Quanto à variação da pressão, conclui-se que diminui com o crescimento do leito de aparas, verificando-se para elevadas excentricidades e velocidades de rotação, o aumento de $f.Re$ para elevados leitos de aparas.

A maior perda de pressão por fricção calculada ocorre para o escoamento numa conduta concêntrica sujeito ao maior número de Taylor usado $Ta=50000$, com um leito de aparas de espessura $\xi=0,6$ e a razão de raios $\kappa=0,8$ sendo o $f.Re$ obtido igual a 25,02, enquanto o menor valor da perda de carga é de 10,26 para uma conduta de elevada excentricidade $\varepsilon=0,95$, sem leito de aparas e sem rotação.

Laminar flow in annular ducts with cutting bed

Abstract

In the drilling of oil and natural gas one of the greatest concerns is to control the pressure between the well and the surrounding formations. If this control is inefficient, accidents known as kicks may occur, uncontrolled spills of oil or gas dangerous those in terms of safety, environmental and economic. In slightly inclined and horizontal pipes, if the fluid doesn't efficiently remove the fragments released by the drill, a cutting bed may be formed that will influence the variation of pressure. Knowledge of these changes is important for the correct functioning of the whole process, so the main objective of this work is the study of the pressure loss by friction in flows of Newtonian fluids along annular pipes with a cutting bed.

The frictional pressure loss is quantified in this study by $f.Re$ and the Reynolds number Re is considered constant while the Fanning friction factor f is calculated from the axial pressure difference. It was necessary use appropriate computational fluid dynamics (CFD) software to solve the governing equations that calculate the value of the pressure gradients and velocity components. For a better approximation of the Fanning coefficient to the exact value was used the Richardson extrapolation to increase to the 4th order of approximation the founded values of 2nd order.

By analyzing the final results it is possible to infer that an increase in cutting bed leads to the decrease of the space between the inner cylinder and the cutting bed wall, reducing the flow in this sector, this also reduces the hydraulic diameter and with the constant Reynolds number an increase of axial velocities in the larger sectors will occur. With rising rotation speed tangential velocities appears creating a secondary flow that intensifies with increasing rotation speed and bigger cutting bed length.

The pressure variation decreases with the growth of the cutting bed, although it is noted that for high eccentricities and rotational speeds, the increase of $f.Re$ to elevated cutting beds thickness.

The greatest pressure loss by friction is obtained for the flow in a concentric duct subject to the greatest Taylor number used in this work, $Ta = 50000$, with a cutting bed thickness of $\xi = 0,6$ and radius ratio $\kappa = 0,8$, being the value of $f.Re$ obtained equal to 25,02, while the lowest value of pressure loss is 10,26 for high eccentricity ducts $\varepsilon = 0,95$, without cutting bed and no rotation of the inner cylinder.

Agradecimentos

Em primeiro lugar quero agradecer ao professor Fernando Pinho, meu orientador, por todo o apoio prestado ao longo deste trabalho. Mesmo á distância e com a agenda complicada que possuí nunca deixou de estar disponível.

Agradeço ao amigo Vitor Gomes pela ajuda prestada com a linguagem de programação *FORTRAN*® e ao José Pedro Flores pelas esclarecedoras discussões sobre alguns dos problemas encontrados durante a realização deste projecto.

Obrigado também aos companheiros de trabalho do dia a dia Nelson Carvalho, João Miranda, Ricardo Pereira e Ricardo Correia sempre presentes e dispostos a ajudar.

Não posso esquecer uma palavra de apreço aos meus pais pelo esforço que fizeram para que eu pudesse finalizar os meus estudos. Obrigado também à minha avó materna cuja alegria de viver não tem limites partilhando-a involuntariamente.

Agradeço ainda à Rita Cardoso Alves por me amparar nos momentos mais difíceis fazendo tudo parecer mais fácil com um simples sorriso.

Obrigado a todos!

Índice de Conteúdos

1	Introdução e motivação	1
1.1	Enquadramento.....	1
1.1.1	Fluidos de perfuração	2
1.2	Objectivos do projecto.....	5
1.3	Organização e temas abordados no relatório	6
2	Revisão Bibliográfica.....	7
3	Equações governativas	9
3.1	Adimensionalização e simplificação das equações governativas	10
3.2	Geometria	13
3.2.1	Cálculo do diâmetro hidráulico (D_H)	13
4	Método numérico.....	16
4.1	Processo numérico	16
4.2	Geração da malha.....	17
4.3	Extrapolação de Richardson	17
4.4	Validação do método	19
5	Apresentação e discussão de resultados	22
5.1	Factores influentes na distribuição axial de velocidades.....	22
5.1.1	Efeito da excentricidade na distribuição axial de velocidades	23
5.1.2	Efeito da profundidade do leito de aparas na distribuição axial de velocidades	25
5.1.3	Efeito da velocidade de rotação do cilindro interior na distribuição axial de velocidades.....	27
5.1.4	Efeito da profundidade do leito de aparas num escoamento ao longo de uma conduta anelar com excentricidade e rotação do cilindro interior	29
5.1.5	Efeito da excentricidade num escoamento ao longo de uma conduta anelar com elevada profundidade do leito de aparas e velocidade de rotação do cilindro interior.....	32
5.2	Estudo do comportamento de $f.Re$ em função da excentricidade para crescentes números de Taylor	34
5.2.1	Evolução de $f.Re$ com a excentricidade numa conduta sem leito de aparas.....	34
5.2.2	Evolução de $f.Re$ com a excentricidade numa conduta com a espessura do leito de aparas $\xi=0,2$	35
5.2.3	Evolução de $f.Re$ com a excentricidade numa conduta com a espessura do leito de aparas $\xi=0,5$	36
5.2.4	Evolução de $f.Re$ com a excentricidade numa conduta com a espessura do leito de aparas $\xi=0,8$	37
5.3	Estudo do comportamento de $f.Re$ em função da excentricidade para crescentes profundidades de leito de aparas	39
5.3.1	Variação de $f.Re$ com a excentricidade para diferentes da profundidade do leito de com $Ta=0$	39
5.3.2	Variação de $f.Re$ com o aumento da profundidade do leito de aparas para $Ta=50000$	40
5.4	Estudo do comportamento de $f.Re$ em função do leito de aparas para crescentes excentricidades	42
5.4.1	Resposta de $f.Re$ a um crescente leito de aparas para $Ta=0$	42
5.4.2	Resposta de $f.Re$ a um crescente leito de aparas para $Ta=5000$	43

5.4.3	Resposta de $f.Re$ a um crescente leito de aparas para $Ta = 50000$	44
6	Conclusões e perspectivas de trabalho futuro.....	46
7	Referências.....	48
ANEXO A: Valores de $f.Re$ publicados em Escudier et al. (2000) para escoamentos laminares em condutas anelares sem leito de aparas		49
ANEXO B: Velocidades de escoamento axial e de rotação do cilindro interior para cada uma das geometrias.....		51
	Para $Ta=0$	52
	Para $Ta=100$	53
	Para $Ta=1000$	53
	Para $Ta=2500$	54
	Para $Ta=5000$	54
	Para $Ta=10000$	55
	Para $Ta=50000$	55
ANEXO C: Resultados obtidos da perda de pressão por fricção $f.Re$ com a variação de ϵ , κ e Ta		56
	Para $\xi=0$	57
	Para $\xi=0,1$	58
	Para $\xi=0,2$	59
	Para $\xi=0,3$	60
	Para $\xi=0,4$	61
	Para $\xi=0,5$	62
	Para $\xi=0,6$	63
	Para $\xi=0,7$	64
	Para $\xi=0,8$	65
	Para $\xi=0,9$	65

Índice de Figuras

Figura 1.1 – Configuração mais usual da circulação do fluido	1
Figura 1.2 – Esboço de um poço inclinado e de um horizontal	2
Figura 1.3 – Ruptura numa plataforma de petróleo na Argélia. O incêndio destruiu completamente as instalações.....	4
Figura 1.4 – Ruptura numa plataforma no Turquemenistão.....	4
Figura 2.1 – Isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \sigma)$ de um escoamento com a razão de raios $\kappa=0,5$, excentricidade $\varepsilon=0,5$, sem rotação e sem leito de aparas	8
Figura 3.1 – Geometria anelar com 40x256 células para: $\kappa=0,5$, $\varepsilon=0,4$ e $\xi=0,4$	10
Figura 3.2 - Parâmetros geométricos usadas no cálculo do diâmetro hidráulico	14
Figura 3.3 – Perímetros usados para o cálculo do perímetro total	14
Figura 3.4 – Áreas usadas para o cálculo da área anelar	15
Figura 4.1 – Comparação entre os resultados de Escudier et al. (2000) com os valores obtidos neste trabalho para as razões de raios: (a) $\kappa=0,2$ (a), 0,5 (b) e 0,8 (c).	20
Figura 4.2 – Comparação entre os valores calculados em Escudier et. al (2000) com as distribuições de velocidades medidas em Escudier e Goldson (1997) para $Ta=3000$ e $\varepsilon=0,5$: (a) componente axial da velocidade $\bar{u}(\sigma)$, (b) componente tangencial da velocidade $\bar{v}(\sigma)$	21
Figura 5.1 – Geometria anelar com 40x256 células para: $\kappa=0,5$, $\varepsilon=0,4$ e $\xi=0,4$	22
Figura 5.2– Distribuições de velocidades axiais $\bar{u}(\sigma)$ para condutas anelares com $\kappa=0,5$, $\xi=0$, $Ta=0$ e crescentes excentricidades: (a) $\varepsilon=0,2$, (b) $\varepsilon=0,5$, (c) $\varepsilon=0,8$	23
Figura 5.3 – Isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \sigma)$ para condutas com a razão de raios $\kappa=0,5$, sem leito de aparas, sem rotação do cilindro interior e com as crescentes excentricidades: (a) $\varepsilon=0,2$, (b) $\varepsilon=0,5$, (c) $\varepsilon=0,8$	24
Figura 5.4 – Distribuições de velocidades axiais $\bar{u}(\sigma)$ para condutas anelares com $\kappa=0,5$, $\varepsilon=0$, $Ta=0$ e crescentes profundidades do leito de aparas: (a) $\xi=0$, (b) $\xi=0,5$, (c) $\xi=0,9$	25
Figura 5.5 – Isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \sigma)$ para a razão de raios $\kappa=0,5$, sem rotação do cilindro interior, sem excentricidade e para crescentes profundidades do leito de aparas: (a) $\xi=0$, (b) $\xi=0,5$, (c) $\xi=0,9$	26
Figura 5.6 – Distribuições de velocidades axiais $\bar{u}(\sigma)$ para condutas anelares concêntricas sem leito de aparas para a razão de raios $\kappa=0,5$ e crescentes velocidades de rotação: (a) $Ta=0$, (b) $Ta=10000$, (c) $Ta=50000$	27
Figura 5.7 – Isolinhas de velocidade axial $\bar{u}(\bar{r}, \sigma)$ para a razão de raios $\kappa=0,5$, com excentricidade $\varepsilon=0,2$, profundidade do leito de aparas $\xi=0,5$ e crescentes números de Taylor: (a) $Ta=0$, (b) $Ta=10000$, (c) $Ta=50000$	28
Figura 5.8 – Linhas do escoamento secundário para a razão de raios $\kappa=0,5$, excentricidade $\varepsilon=0,2$, profundidade do leito de aparas $\xi=0,5$ e números de Taylor (a) $Ta=10000$; (b) $Ta=50000$	29
Figura 5.9 – (i) isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \phi)$ e (ii) linhas de escoamento secundário para a razão de raios $\kappa=0,2$, com excentricidade $\varepsilon=0,5$, número de Taylor $Ta=10000$ e as profundidades do leito de aparas: (a) $\xi=0,2$; (i) $\xi=0,4$	30
Figura 5.10 – (i) isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \phi)$ e (ii) linhas de escoamento secundário para a razão de raios $\kappa=0,5$, com excentricidade $\varepsilon=0,5$, número de Taylor $Ta=10000$ e as profundidades do leito de aparas: (a) $\xi=0,2$; (b) $\xi=0,4$	31
Figura 5.11 – (i) isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \phi)$ e (ii) linhas de escoamento secundário para a razão de raios $\kappa=0,8$, com excentricidade $\varepsilon=0,5$, número de Taylor $Ta=10000$ e as profundidades do leito de aparas: (a) $\xi=0,2$; (b) $\xi=0,4$	32

Figura 5.12 – (i) Isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \phi)$ e (ii) linhas de escoamento secundário para a razão de raios intermédia $\kappa=0,5$, elevado número de Taylor $Ta=50000$, elevada profundidade do leito de aparas $\xi=0,9$ e as excentricidades: (a) $\epsilon=0$; (b) $\epsilon=0,05$	33
Figura 5.13 – Evolução de $f.Re$ com a excentricidade ϵ em condutas sem leito de aparas, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a); $0,5$ (b); $0,8$ (c) e diferentes números de Taylor.	35
Figura 5.14 – Evolução de $f.Re$ com a excentricidade ϵ a profundidade do leito de aparas $\xi=0,2$, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a); $0,5$ (b); $0,8$ (c) e diferentes números de Taylor.	36
Figura 5.15: Evolução de $f.Re$ com a excentricidade ϵ a profundidade do leito de aparas $\xi=0,5$, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a); $0,5$ (b); $0,8$ (c) e os números de Taylor.	37
Figura 5.16 – Evolução de $f.Re$ com a excentricidade ϵ a profundidade do leito de aparas $\xi=0,8$, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a) ; $0,5$ (b) ; $0,8$ (c) e diferentes números de Taylor.	38
Figura 5.17 – Evolução de $f.Re$ com a excentricidade, sem rotação do cilindro interior $Ta=0$, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a) ; $0,5$ (b) ; $0,8$ (c) e diferentes profundidades de leito de aparas.	40
Figura 5.18 – Evolução de $f.Re$ com a excentricidade, com o número de Taylor $Ta=10000$, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a) ; $0,5$ (b) ; $0,8$ (c) e diferentes profundidades de leito de aparas.	41
Figura 5.19 – Variação da perda de pressão por fricção $f.Re$ com o leito de aparas ξ para o número de Taylor $Ta=0$ e para diferentes excentricidades.	42
Figura 5.20 – Variação da perda de pressão por fricção $f.Re$ com o leito de aparas ξ para o número de Taylor $Ta=5000$ e para diferentes excentricidades.	43
Figura 5.21 – Variação da perda de pressão por fricção $f.Re$ com o leito de aparas ξ para o número de Taylor $Ta=50000$ e para diferentes excentricidades.	44

Índice de Tabelas

Tabela 4.1 – Exemplo de aplicação da extrapolação de Richardson ao factor $f.Re$	19
Tabela 4.2 – Comparação dos valores obtidos de $f.Re$ com os publicados por Shah e London (1978)	20
Tabela 5.1 – Diferença entre os valores obtidos de $f.Re$ para $Ta=50.000$ e $Ta=0$ para as condutas anelares concêntricas com as diferentes espessuras do leito de aparas	39

Nomenclatura

Letras Romanas

Símbolo	Descrição	Unidade
A	Área da superfície anelar	m^2
A_O	Área da conduta exterior (sem leito de aparas)	m^2
A_I	Área da conduta interior	m^2
A_h	Área do sector circular função do tamanho do leito de aparas	m^2
D_h	Diâmetro hidráulico	m
e	Distância entre os centros dos cilindros interior e exterior	m
f	Coefficiente de fricção de Fanning	
h	Espessura do leito de aparas	m
g	Comprimento do sector (A, B, C ou D)	m
p	Pressão	Pa
\bar{p}	Valor não dimensional da pressão	
P	Perímetro da superfície anelar	m
P_{arco}	Perímetro do segmento de curva à esquerda da superfície do leito de aparas	m
P_h	Perímetro do segmento de recta leito de aparas	m
P_I	Perímetro do cilindro interior	m
P_O	Perímetro do cilindro exterior (sem leito de aparas)	m
R_I	Raio do cilindro interior	m
R_O	Raio do cilindro exterior	m
Re	Número de Reynolds	
T	Número de Reynolds rotacional	
Ta	Número de Taylor	
r	Distância radial desde a origem do cilindro interior	m
\bar{r}	Valor de r não dimensional	
u	Componente axial da velocidade	m/s
v	Componente tangencial da velocidade	m/s
w	Componente radial da velocidade	m/s
y	Distância á parede do cilindro interior	m
\bar{u}	Valor adimensional de u	

\bar{v}	Valor adimensional de v
\bar{w}	Valor adimensional de w

Letras gregas

Símbolo	Descrição	Unidade
δ	Diferença entre o raio exterior e o interior	m
ε	Excentricidade	
ξ	Leito de aparas	
ρ	Massa volúmica do fluido	Kg/m^3
σ	Distância não dimensional à parede do cilindro interior y/g	
μ	Viscosidade dinâmica	N.s/m^2

Abreviaturas

Símbolo	Descrição
<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics
<i>DEMEGI</i>	Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial

1 Introdução e motivação

1.1 Enquadramento

O aparecimento do motor de combustão interna e a sua popularização levaram a uma demanda cada vez maior de combustíveis fósseis, nomeadamente petróleo, que obrigaram ao desenvolvimento de técnicas de perfuração de petróleo, estendidas ao gás natural.

Ao longo dos últimos cem anos a tecnologia foi se desenvolvendo, combinando técnicas de diferentes áreas científicas, como a geologia, a mecânica das estruturas, a robótica, a química e a mecânica dos fluidos, entre outros.

Em relação à mecânica dos fluidos, dos vários aspectos relevantes salientam-se em particular nas seguintes duas situações. O escoamento descendente no interior da conduta interior, conduzindo o fluido de perfuração da superfície até à broca, e o escoamento ascendente pela conduta anelar formada entre a conduta interior e as paredes do poço e que vai transportar para a superfície as aparas resultantes da perfuração. A Figura 1.1 ilustra o percurso do fluido ao longo do processo de perfuração.

Como será descrito mais à frente, os fluidos de perfuração devem satisfazer diversas funções incluindo a limpeza da zona de trabalho, o transporte dos fragmentos de rocha produzidos até ao exterior do furo, a lubrificação da broca e a protecção das paredes do poço, evitando o seu colapso.

Grande parte dos poços são verticais, mas por vezes são necessários poços inclinados e horizontais com variações ao longo do percurso, como mostra a Figura 1.2.

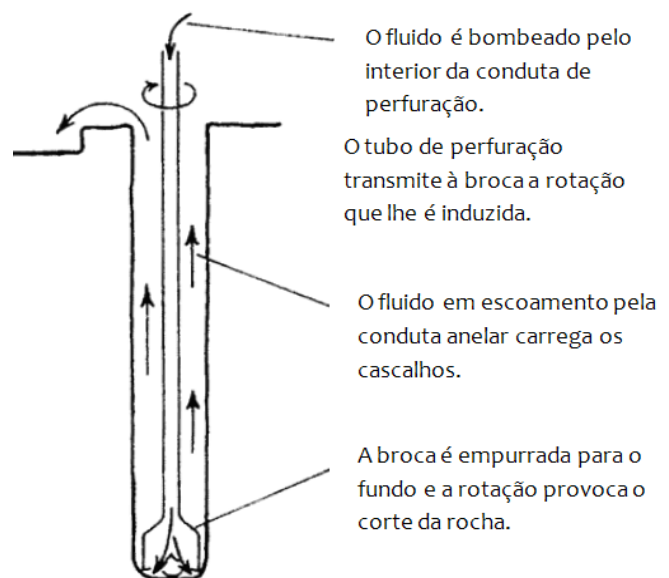


Figura 1.1 – Configuração mais usual da circulação do fluido

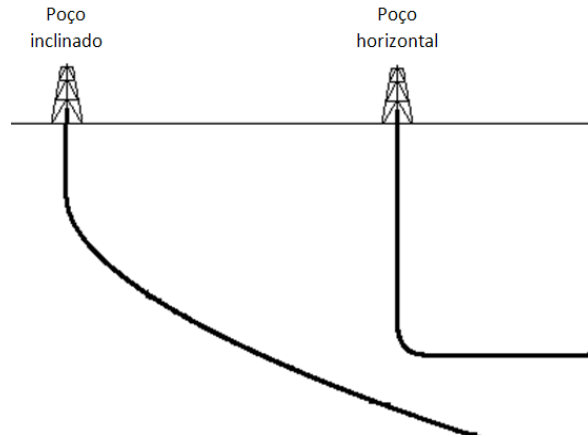


Figura 1.2 – Esboço de um poço inclinado e de um horizontal

1.1.1 Fluidos de perfuração

Pearson (1988) estimou que, anualmente 10^6 m^3 de lamas de perfuração são usados para perfurar mais de 10^4 poços de petróleo e gás natural.

Uma lama de perfuração é um fluido usado durante a perfuração de poços, comumente de água, petróleo e gás natural. Uma boa seleção do fluido de perfuração proporciona uma execução segura das suas diversas funções, aumentando o tempo de vida das ferramentas e preservando ainda o meio ambiente.

Inicialmente, os fluidos de perfuração, apenas eram usados para remover os fragmentos de rocha produzidos pelo corte da broca no fundo do poço. Assim, qualquer fluido capaz de desempenhar tal função era considerado um fluido de perfuração.

Com a evolução da tecnologia e as maiores exigências ambientais estes fluidos tornaram-se misturas de formulação química e física cada vez mais complexas que desempenham um leque alargado de funções, a saber:

- Remoção das aparas do fundo do poço, transportando-as para a superfície;
- Arrefecimento e lubrificação da broca;
- Manutenção das partículas sólidas em suspensão mesmo quando o escoamento é interrompido, por exemplo devido a uma falha dos sistemas de bombagem;
- Suporte de parte do peso do sistema de perfuração e do revestimento do poço;
- Controlo da pressão das formações (é importante que a pressão ao longo do poço seja semelhante à pressão no meio envolvente para evitar o colapso do poço);
- Transmissão de potência hidráulica;
- Protecção e preservação do sistema de perfuração e do revestimento do poço;

Estas capacidades demonstram que estes fluidos são indispensáveis para que todo o processo de perfuração seja eficaz e seguro.

Propriedades dos fluidos

Para manter uma pressão adequada no interior do poço é necessário um correcto controlo da viscosidade, da massa volúmica do fluido de perfuração e mais concretamente da variação da pressão ao longo da conduta durante o escoamento.

A viscosidade de um fluido representa a resistência do fluido ao escoamento, e relativamente a fluidos de perfuração é extremamente importante, porque influencia o caudal escoado e a capacidade da lama em transportar as aparas e mantê-las em suspensão. Quanto maior for a viscosidade, menor é a velocidade do escoamento e maiores serão as variações de pressão piezométrica no poço. Se a viscosidade for muito baixa resultarão pressões também baixas e indesejáveis. Este fenómeno de variação da viscosidade com o gradiente de velocidade é conhecido por reofluidificação. Para manter as aparas em suspensão (sem sedimentar) a melhor solução não é exactamente o aumento da viscosidade mas sim a criação de um fluido que possua uma tensão de cedência apropriada. Isto equivale de facto a um aumento de viscosidade, mas somente a baixas velocidades de deformação mantendo-se o fluido menos viscoso a elevadas taxas de deformação. Isto é preferível a um aumento global da viscosidade sem tensão de cedência, que não elimina a sedimentação dos fragmentos.

Um aumento de pressão no poço é também conseguido com o aumento da massa volúmica do fluido de trabalho. Fluidos de perfuração de baixa massa volúmica acarretam baixas pressões que não fornecem segurança quanto à protecção das paredes do poço.

As funções de um fluido de perfuração que mais se relacionam com este trabalho são a limpeza do poço e o controlo da pressão no interior do poço.

Limpeza do poço

As lamas têm como principal função transportar até ao exterior os fragmentos da rocha produzidos durante o processo através da conduta anelar. Numa limpeza ineficiente as aparas que permanecem no interior do furo dificultam a perfuração podendo no caso de furos horizontais ou pouco inclinados, os fragmentos maiores sedimentar na base da conduta criando um leito de aparas. Assim, a conduta deixa de ter uma secção de forma anelar.

Para um correcto transporte das aparas até à superfície, como já foi referido, o fluido deve possuir uma viscosidade suficiente que proporcione uma tensão de cedência capaz de suportar as aparas se o escoamento for interrompido. Em contrapartida a viscosidade não pode ser demasiado elevada porque assim a velocidade seria muito reduzida. Resumindo, um fluido reofluidificante com uma tensão de cedência adequada é o ideal para uma correcta limpeza do poço.

Controlo da pressão no interior do poço

O controlo da pressão no interior do poço é extremamente importante tanto a nível de segurança como em termos ambientais e económicos. Um diferencial de pressões entre a conduta e as formações adjacentes pode levar a fluxos indesejados entre as duas regiões devido a presença de superfícies porosas nas paredes do furo.

Se a pressão no poço for superior à das formações vizinhas, poderá ocorrer a perda de fluido para essas mesmas formações através das zonas permeáveis do revestimento. Se pelo contrário, a pressão no interior do poço for inferior à das regiões circundantes, poderá ocorrer o fluxo indesejável de hidrocarbonetos para o interior do canal através das mesmas zonas permeáveis. Quando estes hidrocarbonetos sobem até a superfície de forma incontrolável pode ocorrer um acidente conhecido por *kick*. Se esta fuga não for detectada a tempo e não forem tomadas medidas de prevenção, a entrada de fluido de formação poderá aumentar levando a um *blow-out*, isto é, a um fluxo descontrolado.

O fluido da formação que origina o *kick* pode ser água (doce ou salgada), petróleo ou gás. Se a densidade deste fluido for inferior à da lama de perfuração formar-se-á uma mistura dos dois com uma pressão hidrostática menor que levará ao aumento do fluxo sendo assim cada vez mais difícil de controlar.

Os *kicks* de gás são os mais sérios. Por possuir uma baixa densidade e ao misturar-se com o fluido de perfuração, o gás diminui drasticamente a pressão no interior do poço que leva a um perigoso aumento de velocidade do escoamento que pode causar incêndios e explosões quando em contacto com a superfície.

As Figuras 1.3 e 1.4 mostram dois exemplos de acidentes deste tipo.



Figura 1.3 – Ruptura numa plataforma de petróleo na Argélia. O incêndio destruiu completamente as instalações.



Figura 1.4 – Ruptura numa plataforma no Turquemenistão.

Para evitar a ocorrência de *kicks* é necessário um controlo rigoroso das pressões tanto no interior do poço como nas formações vizinhas.

Fluidos de perfuração disponíveis

A água foi o primeiro fluido a ser usado na perfuração. É barato, quase sempre disponível e apresenta excelentes propriedades de refrigeração. Com o aumento das exigências do processo foram estudadas as mais variadas combinações de fluidos, passando os fluidos não newtonianos a ser os mais utilizados.

Os fluidos de perfuração podem ser líquidos ou gases. Os líquidos são densos, viscosos, incompressíveis e fáceis de armazenar enquanto os gases são leves (pouco densos), não viscosos, difíceis de armazenar e compressíveis.

Outros fluidos comumente utilizados são ainda as espumas, óleos e mais normalmente as lamas que consistem em soluções poliméricas a que se adicionam partículas para assim controlar quer a viscosidade quer a massa volúmica.

Escoamento laminar e turbulento

Num escoamento laminar o fluido move-se de forma ordenada segundo camadas, isto é, as linhas de fluxo são paralelas à parede e a velocidade varia de camada para camada sendo nula junto à parede e máxima no centro do escoamento.

As perdas por atrito entre o fluido e as paredes do poço aumentam com o acréscimo da velocidade provocando instabilidades no escoamento quando os valores de Reynolds atingem valores críticos. Estas perdas por atrito levam a quedas de pressão, normalmente, indesejáveis tal como já se referiu anteriormente. Um escoamento turbulento é também caracterizado pelas constantes mudanças de direcção do fluido levando a um transporte desordenado dos fragmentos da rocha. A perda de pressão em escoamento turbulento é superior à perda em regime laminar.

Os fluidos mais viscosos tendem a escoar em regime laminar enquanto os fluidos menos viscosos escoam frequentemente no regime turbulento.

Assim, na perfuração de poços, é preferível um escoamento laminar para se conseguir um transporte ordenado das aparas para uma limpeza eficiente, mas também para não sofrer grandes perdas de pressão.

1.2 Objectivos do projecto

Esta dissertação tem como objectivo o estudo da dinâmica do escoamento desenvolvido de um fluido newtoniano em condutas anelares com leito de aparas no regime laminar, e na presença de rotação da conduta interior. O interesse estará sobretudo na quantificação da perda de carga em linha, através do respectivo coeficiente de fricção de Fanning f sendo que a análise do campo de velocidades permite conhecer e perceber com maior detalhe o comportamento de f .

O estudo da perda de carga é essencial para prevenir catástrofes como os já falados *kicks* e *blow-outs*, no caso de uma pressão menor no poço, ou a contaminação dessas mesmas formações geológicas, se a pressão for maior.

Neste projecto procura-se estudar em combinado a influência da excentricidade, da rotação do cilindro interior e da altura do leito de aparas. O mesmo estudo, mas sem leito de aparas, já foi feito por Escudier et al. (2000), servindo de base para este projecto.

1.3 Organização e temas abordados no relatório

Além deste primeiro capítulo, no qual se faz a introdução ao estudo realizado, o enquadramento e os objectivos, esta dissertação possui mais seis capítulos ao longo dos quais se desenvolve o estudo efectuado.

No capítulo 2 é feita a revisão bibliográfica relativa a estudos publicados sobre o escoamento de fluidos newtonianos ao longo de condutas anelares.

No terceiro capítulo são apresentadas as equações governativas deste projecto assim como o processo seguido para a obtenção das mesmas.

De seguida, no capítulo 4, é descrito o método numérico usado na resolução das equações governativas sendo os resultados obtidos depois indicados e discutidos no capítulo 5.

Por fim, no sexto e último capítulo, são apresentadas as principais conclusões retiradas dos resultados obtidos e são também indicadas algumas propostas para trabalhos futuros.

2 Revisão Bibliográfica

Conhecido o enquadramento e os objectivos do trabalho é feito de seguida um breve resumo do conhecimento neste domínio com referência aos trabalhos publicados.

Num escoamento newtoniano completamente desenvolvido ao longo de uma conduta circular Shah e London (1978) concluíram que a presença de um pequeno núcleo circular no centro da conduta leva a um elevado aumento de $f.Re$ que diminui à medida que a razão de raios da secção anelar κ aumenta. Este factor $f.Re$ representa a resistência do fluido ao escoamento, sendo f o factor de fricção de Fanning e Re o número de Reynolds do escoamento axial.

O efeito da excentricidade da conduta anelar na ausência de rotação do cilindro interior leva a uma distribuição de velocidades na qual, como mostra a Figura 2.1, a velocidade é menor nas zonas mais estreitas e maior nas mais amplas, sendo assim função da posição, $u(r, \phi)$, definida pela distância radial à origem, r , e pelo ângulo ϕ .

Os cálculos de Tiedt (1966, 1967), alguns deles comprovados por Shah e London (1978), mostram que para uma dada razão de raios a variação da velocidade ao longo do perfil anelar provoca uma diminuição de $f.Re$ à medida que a excentricidade aumenta.

Um dos temas mais estudados pela mecânica dos fluidos é o escoamento de um fluido numa conduta anelar sem velocidade axial mas com rotação do cilindro interior. De facto, a maior parte dos artigos publicados nesta área estão virados para o estudo dos vórtices de Taylor que surgem acima de um determinado número de Taylor, conhecido por número de Taylor crítico. Estes vórtices diminuem drasticamente com o aumento da excentricidade segundo o estudo de Locket (1992) e também vários trabalhos experimentais: Kamal (1966); Ballal e Rivlin (1976); San Andres e Szeri (1984); Ho Tung et al. (1993); Siginer e Bakhtiyarov (1998) sendo o mais recente de Escudier e Gouldson (1997).

Já quanto ao estudo de um escoamento axial numa conduta anelar com excentricidade e rotação do cilindro interior são poucos os documentos publicados. Estando entre os poucos Takeuchi e Jankowski (1982) e Lockett (1992), que provaram que o escoamento axial retarda o aparecimento dos já falados vórtices de Taylor. Assim, para a possível realização deste trabalho, o fluxo foi limitado a níveis sub-críticos, isto é, foram usados números de Taylor inferiores aos valores a que surge o escoamento secundário.

Por fim, Escudier et al. (2000) demonstraram numericamente, e com cálculos de elevada precisão, que para valores de $\varepsilon > 0,8$ a tendência de $f.Re$ diminuir com o aumento da excentricidade é menor, verificando-se mesmo um aumento para números de Taylor elevados.

Este projecto segue a linha directa deste trabalho de Escudier et al. (2000), agora aplicado ao caso com leito de aparas.

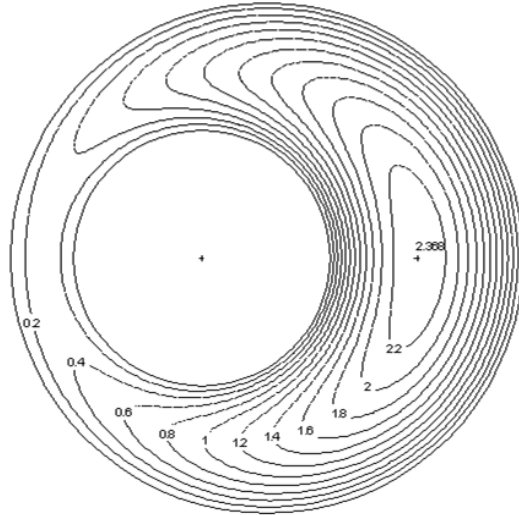


Figura 2.1 – Isolinhas de velocidade axial adimensional de um escoamento com a razão de raios $\kappa=0,5$, excentricidade $\epsilon=0,5$, sem rotação e sem leito de aparas

3 Equações governativas

Foram usadas para o cálculo dos campos de pressão e velocidade a equação da continuidade (3.1) e as equações de Navier-Stokes em coordenadas cilíndricas para a direcção radial (3.1.2), tangencial (3.2) e longitudinal (3.3) para escoamentos de fluidos newtonianos incompressíveis. Estas equações podem ser encontradas em grande parte dos livros sobre mecânica dos fluidos, Munson et al. (2002).

As componentes da velocidade longitudinal, tangencial e radial são definidas, respectivamente, por u , v e w , o raio r e o ângulo ϕ definem a posição na secção anelar como se pode ver na Figura 3.1. As equações governativas são então dadas por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rw)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \phi} - \frac{v^2}{r} + u \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{w}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \quad (3.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + w \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{wv}{r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{v}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (3.3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + w \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad (3.4)$$

Estas equações foram normalizadas e simplificadas para o problema em estudo como será descrito no próximo subcapítulo.

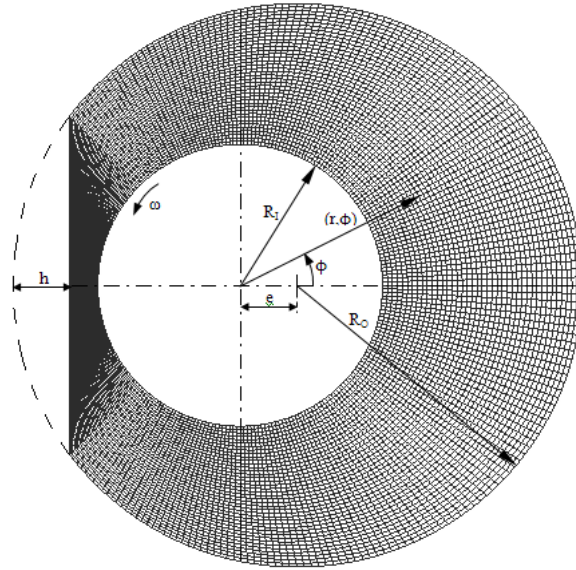


Figura 3.1 – Geometria anelar com 40x256 células para: $\kappa=0,5$, $\varepsilon=0,4$ e $\xi=0,4$

3.1 Adimensionalização e simplificação das equações governativas

As equações 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 foram simplificadas e normalizadas para um escoamento completamente desenvolvido ao longo de uma conduta anelar com ou sem rotação do cilindro interior.

Por ser considerado um escoamento em regime permanente não há variações no tempo ($\partial/\partial t = 0$).

Por outro lado, sendo o escoamento completamente desenvolvido, as variações com a coordenada longitudinal são nulas ($\partial/\partial z = 0$), excepto para a pressão cujo gradiente longitudinal não é nulo.

Aplicando estas simplificações às equações 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 obtém-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rw)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} = 0 \quad (3.5)$$

$$\rho \left(w \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \phi} - \frac{v^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{w}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right] \quad (3.6)$$

$$\rho \left(w \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{vw}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{v}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \phi} \right] \quad (3.7)$$

$$\rho \left(w \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} \right] \quad (3.8)$$

De seguida as equações formam normalizadas resultando as grandezas \bar{r} , \bar{u} , \bar{v} e \bar{w} que representam, respectivamente, as componentes adimensionais de r , u , v e w , e que são definidos por:

$$\bar{u} \equiv \frac{u}{U} \leftrightarrow u \equiv \bar{u}U \quad (3.9)$$

$$\bar{v} \equiv \frac{v}{\omega R_I} \leftrightarrow v \equiv \bar{v}\omega R_I \quad (3.10)$$

$$\bar{w} \equiv \frac{w}{\omega R_I} \leftrightarrow w \equiv \bar{w}\omega R_I \quad (3.11)$$

$$\bar{r} \equiv \frac{r}{\delta} \leftrightarrow r \equiv \bar{r}\delta \quad (3.12)$$

$$\bar{p} \equiv \frac{p\delta}{\mu\omega R_I} \leftrightarrow p \equiv \frac{\bar{p}\mu\omega R_I}{\delta} \quad (3.13)$$

Substituindo as quantidades adimensionais pelas expressões nas equações 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8 obtém-se as equações governativas adimensionais onde aparecem vários grupos adimensionais:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{r}}(\bar{r}\bar{w}) + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \phi} = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{4\rho\omega R_i D_H}{\mu} \left(\bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{v}}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \phi} - \frac{\bar{v}^2}{\bar{r}} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}}(\bar{r}\bar{w}) \right] + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \phi^2} - \frac{2}{\bar{r}^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \phi} \quad (3.15)$$

$$\frac{4\rho\omega R_i D_H}{\mu} \left(\bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{v}}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \phi} + \frac{\bar{v}\bar{w}}{\bar{r}} \right) = -\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \phi} + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}}(\bar{r}\bar{v}) \right] + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \phi^2} - \frac{2}{\bar{r}^2} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \phi} \quad (3.16)$$

$$\frac{4\rho\omega R_i D_H}{\mu} \left(\bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{v}}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \phi} \right) = \frac{D_H}{4\rho U^2} \frac{\partial p}{\partial z} \frac{4\rho U D_H}{\mu} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \phi^2} \quad (3.17)$$

Definindo Re , o número de Reynolds, T o número de Reynolds rotacional e f o coeficiente de fricção de Fanning por:

$$Re = \frac{\rho U D_H}{\mu} \quad (3.18)$$

$$T = \frac{4\rho\omega R_i D_H}{\mu} \quad (3.19)$$

$$f = -\frac{D_H}{2\rho U^2} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.20)$$

E substituindo nas equações 3.15 a 3.17 resulta:

$$T \left(\bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{v}}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \phi} - \frac{\bar{v}^2}{\bar{r}} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{w}) \right] + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \phi^2} - \frac{2}{\bar{r}^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \phi} \quad (3.21)$$

$$T \left(\bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{v}}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \phi} + \frac{\bar{v} \bar{w}}{\bar{r}} \right) = -\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \phi} + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{v}) \right] + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \phi^2} - \frac{2}{\bar{r}^2} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \phi} \quad (3.22)$$

$$T \left(\bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{v}}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \phi} \right) = -\frac{1}{2} f \cdot Re + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \phi^2} \quad (3.23)$$

Estas equações normalizadas e em coordenadas cilíndricas, em conjunto com a equação 3.14 são as equações governativas utilizadas neste trabalho para o cálculo das componentes da velocidade e da pressão, e são de facto iguais às equações previamente usadas por Escudier et al. (2000).

Em alternativa ao número de Reynolds rotacional é frequente usar-se o número de Taylor (Ta) que é definido como:

$$Ta = \left(\frac{1}{\kappa} - 1 \right) T^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{\rho \omega}{\mu} \right)^2 R_i D_H^2 (R_o - R_i) \quad (3.24)$$

Onde κ é a razão de raios:

$$\kappa = \frac{R_i}{R_o} \quad (3.25)$$

O diâmetro hidráulico é dado por D_H e será definido na próxima secção. No caso de uma conduta sem leito de aparas:

$$D_H = 2\delta \quad (3.26)$$

Onde:

$$\delta = R_o - R_i \quad (3.27)$$

Quanto às condições de fronteira estas foram definidas como condições de não deslizamento, isto é:

- Para o cilindro exterior: $\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0$
- Para o cilindro interior: $\bar{u} = 0$, $\bar{v} = 1$, $\bar{w} = 0$

Ao longo do trabalho a excentricidade é referida usando o parâmetro adimensional ε calculado pelo quociente do valor da excentricidade e pela diferença de raios δ . O leito de aparas é representado por ξ , também adimensional, dependendo da a profundidade do leito de aparas h e da diferença de raios δ ,

$$\varepsilon = \frac{e}{\delta} \quad (3.28)$$

$$\xi = \frac{h}{\delta} \quad (3.29)$$

3.2 Geometria

A variação da altura do leito de aparas origina diferentes geometrias, às quais correspondem diferentes diâmetros hidráulicos.

3.2.1 Cálculo do diâmetro hidráulico (D_H)

O conhecimento do diâmetro hidráulico é fundamental para a determinação do coeficiente de fricção de Fanning (equação 3.20), tendo sido necessário encontrar uma relação entre este diâmetro hidráulico, a profundidade do leito de aparas e os raios interior (R_I) e exterior (R_O).

O diâmetro hidráulico é definido por:

$$D_H = \frac{4A}{P}, \quad (3.30)$$

onde A é a área total da secção e P é o perímetro molhado dessa secção enquanto h é a profundidade do leito de aparas.

Para estes cálculos geométricos foi necessário definir os parâmetros apresentados na Figura 3.2 que são determinados por:

$$a = R_O - h \quad (3.31)$$

$$b = \sqrt{h(2R_O - h)} \quad (3.32)$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{R_O - h}{R_O}\right) \quad (3.33)$$

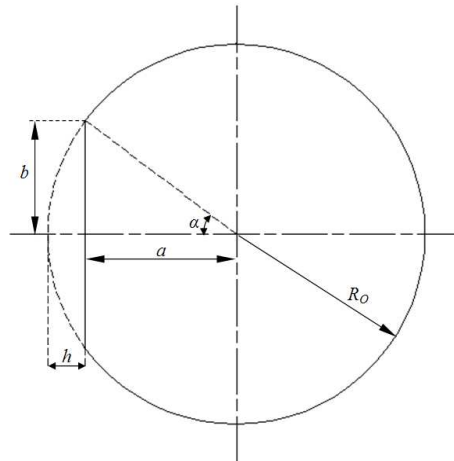


Figura 3.2 - Parâmetros geométricos usadas no cálculo do diâmetro hidráulico

3.2.1.1 Cálculo do perímetro molhado da secção

O perímetro da secção anelar molhado pelo fluido (P) é calculado pela combinação de perímetros mais simples apresentados na Figura 3.3 de acordo com a equação 3.34 onde P_O representa o perímetro do círculo exterior, P_I o perímetro do círculo interior e o perímetro do leito de aparas é definido por P_{arco} e P_h .

$$P = P_O + P_I + P_h - P_{arco} \quad (3.34)$$

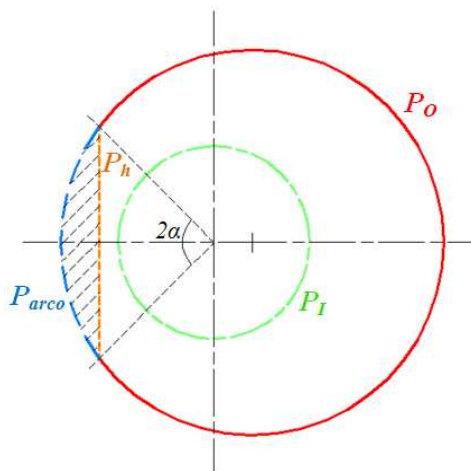


Figura 3.3 – Perímetros usados para o cálculo do perímetro total

Estes perímetros são dados por:

$$P_O = 2\pi R_O \quad (3.35)$$

$$P_I = 2\pi R_I \quad (3.36)$$

$$P_h = 2b \quad (3.37)$$

$$P_{arco} = 2\alpha R_O \quad (3.38)$$

Substituindo na equação 3.34, o perímetro molhado é então calculado por:

$$P = 2\pi R_o + 2\pi R_I + 2b - 2\alpha R_o \quad (3.39)$$

3.3.1.2. Cálculo da área

A área da secção é definida como a diferença entre A_o , a área da secção da conduta exterior, por A_I que é a área da secção da conduta interior e A_h que representa a área a tracejado definida pela profundidade do leito de aparas, como mostra a Figura 3.4:

$$A = A_o - A_I - A_h \quad (3.40)$$

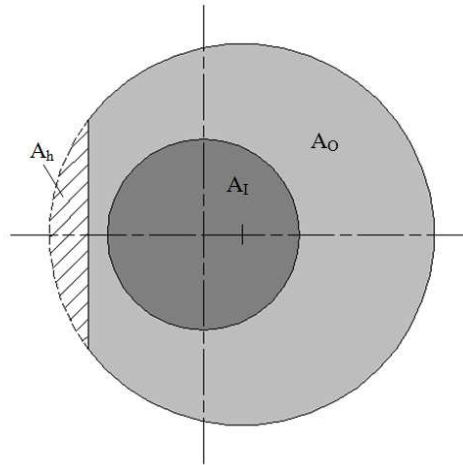


Figura 3.4 – Áreas usadas para o cálculo da área anelar

Estas áreas auxiliares são calculadas por:

$$A_o = \pi R_o^2 \quad (3.41)$$

$$A_I = \pi R_I^2 \quad (3.42)$$

$$A_h = 2\alpha \left(\frac{\pi R_o^2}{2\pi} \right) - \frac{2ab}{2} = \alpha R_o^2 - ab \quad (3.43)$$

Substituindo na equação 3.40:

$$A = \pi R_o^2 - \pi R_I^2 - (\alpha R_o^2 - ab) \quad (3.44)$$

Simplificando, a área total da secção é igual a:

$$A = \pi R_o^2 - \pi R_I^2 - \alpha R_o^2 + ab \quad (3.45)$$

Finalmente, substituindo na equação 3.30 chega-se à seguinte expressão para o diâmetro hidráulico:

$$D_H = \frac{2(\pi R_o^2 - \pi R_I^2 - \alpha R_o^2 + ab)}{\pi R_o + \pi R_I + b - \alpha R_o} \quad (3.46)$$

4 Método numérico

Para a determinação do gradiente de pressões $\partial p/\partial z$ e das componentes da velocidade resultantes de cada escoamento foi usado um programa de cálculo numérico cedido pelo Centro de Estudos de Fenómenos de Transporte da FEUP apropriado a resolução das equações governativas.

Este programa resolve as equações governativas segundo o método de volumes finitos adaptado a malhas não-ortogonais e calculadas como descrito em Peric (1985) e Oliveira (1992). Para assegurar o acoplamento entre campos de pressão e velocidade utiliza-se o algoritmo SIMPLEX de Van Doormal e Raithby (1984). Os termos difusivos das equações governativas foram discretizados pelo esquema das diferenças centradas e para os termos convectivos também se usaram diferenças centradas com correcção diferida.

Em vez de se utilizar subrelaxação, o programa recorre à marcha no tempo para convergir para a solução final, usando o método de Euler implícito. Outros detalhes sobre o método numérico podem obter-se em Issa e Oliveira (1994.)

4.1 Processo numérico

O programa de Mecânica de Fluidos Computacional (CFD) usa métodos numéricos e algoritmos para resolver e analisar problemas relativos à mecânica dos fluidos, nomeadamente escoamentos e transferências de calor, o que o torna adequado ao escoamento de um fluido numa conduta anelar.

O cálculo numérico segue várias etapas. O primeiro passo é o pré-processamento, no qual é analisado o caso em estudo assim como os fenómenos físicos envolvidos, seguindo-se a criação de uma malha adequada, a definição das respectivas condições de fronteira e ainda as propriedades do escoamento. A etapa seguinte consiste no processamento em que o recurso ao programa de cálculo permite obter a solução do escoamento, e em particular aqui o $\partial p/\partial z$, para o caso em questão. Por fim, no pós-processamento, é determinado o factor de fricção de Fanning com base no gradiente de pressões encontrado, recorrendo-se ao método da extrapolação de Richardson para conseguir uma maior precisão para f . Nesta etapa é ainda feito o tratamento dos dados construindo gráficos e imagens que facilitam a sua compreensão, tais como mapas de isolinhas de velocidade ou perfis transversais de velocidade.

4.2 Geração da malha

A geometria da conduta é definida por malhas que são necessárias fornecer ao programa de cálculo, sendo assim a geração de malha muito importante nas simulações em métodos computacionais em engenharia pois a qualidade da malha afecta a precisão dos resultados e a velocidade de convergência do programa.

Foram criadas três malhas progressivamente e consistentemente mais refinadas para cada situação com um número de células tangencial e radial igual a 10x64, 20x128 e 40x256. A opção pelo uso de três malhas está relacionada com a posterior aplicação do método de extrapolação de Richardson (Ferziger, 1983) ao factor de fricção de Fanning resultante de cada uma delas. Aplicando esta técnica consegue-se um resultado mais preciso, com uma precisão de quarta ordem para f .

Quanto ao número de células axial, apenas é criada uma com o comprimento aproximadamente igual ao diâmetro hidráulico, D_H , isto porque o escoamento é considerado completamente desenvolvido e o método numérico permite “realimentar” a entrada do domínio de cálculo com os valores à saída do mesmo.

Fazendo a excentricidade variar entre $0 \leq \varepsilon \leq 0,95$, a altura leito de aparas entre $0 \leq \xi \leq 0,9$, o número de Taylor entre 0 e 50000, no total, foram criadas 585 malhas. Assim foi necessário conceber um programa em linguagem *FORTRAN*® que facilitasse o processo de preparação das malhas. Neste programa apenas é necessário definir parâmetros como os raios interior e exterior, a excentricidade, a profundidade do leito de aparas, o número de blocos constituintes da malha e ainda o número de volumes de controlo nas direcções tangencial, radial e axial. Isto possibilita a criação de malhas em poucos segundos.

A origem do sistema de coordenadas foi definido como o centro do cilindro interior e a malha estruturada por blocos é composta por trinta e dois blocos tangenciais, oito por quadrante.

4.3 Extrapolação de Richardson

O método da extrapolação de Richardson é um método numérico que permite obter um resultado mais preciso por combinação de soluções menos precisas. Como nas publicações de Ferziger (1998) far-se-á de seguida uma breve descrição do método.

Suponhamos que se pretende obter uma função exacta g a partir de uma função aproximada $g(h)$ dependendo a aproximação do parâmetro h considerado pequeno. Esta função aproximada já está suficientemente próxima da solução exacta, na zona de convergência assintótica.

A aproximação pode ser representada por uma série de Taylor em h ,

$$g(h) = g + c_1 h + c_2 h^2 + \dots \quad (4.1)$$

em que c_1 e c_2 são constantes. Alguns dos termos podem não ser apresentados, por exemplo, uma série pode conter apenas termos pares, sendo assim uma série de Taylor em h^2 . Ou podem também só constar os termos de expoente ímpar em h .

Todos os termos, excepto o primeiro, representam erros que não serão considerados.

Conhecida a função $g(h)$ é possível calcular $g(h/2)$ usando um parâmetro mais pequeno, nomeadamente $h/2$

$$g\left(\frac{h}{2}\right) = g + \frac{1}{2}c_1h + \frac{1}{4}c_2h^2 + \dots \quad (4.2)$$

Esta função tem aproximadamente o dobro da precisão e metade do erro das funções que lhe deram origem. A extrapolação de Richardson apenas combina as equações 4.1 e 4.2 resultando uma nova função com uma ordem de aproximação superior. Subtraindo a equação 4.1 pelo dobro da equação 4.2 teremos:

$$g_1\left(\frac{h}{2}\right) = 2g\left(\frac{h}{2}\right) - g(h) = g + c_2'h^2 + c_3'h^3 + \dots \quad (4.3)$$

Onde o primeiro termo do erro da aproximação tem uma ordem superior, isto é, é mais precisa.

Sendo h pequeno, esta função é consideravelmente mais precisa do que as funções das quais derivou. Quando a aproximação é de segunda ordem como a de $g_1(h)$ pode-se calcular outra aproximação com uma precisão superior, combinando $g_1(h)$ com $g_1(h/2)$ da qual resulta uma aproximação com erro de 3ª ordem:

$$g_2(h) = \frac{1}{3}\left[4g_1\left(\frac{h}{2}\right) - g_1(h)\right] = g + c_3''h^3 + \dots \quad (4.4)$$

Generalizando o método para a aproximação de ordem n :

$$g_{n+1}(h) = \frac{2^n g_n(h/2) - g_n(h)}{2^n - 1} = g + O(h^{n+1}) \quad (4.5)$$

Exemplo de aplicação da extrapolação de Richardson:

Como já foi referido no capítulo 3.2 foram geradas três malhas progressivamente mais refinadas para cada geometria. A partir do gradiente de pressões determinado para cada uma delas foi determinado o respectivo coeficiente de fricção de Fanning.

Por exemplo, para um escoamento numa conduta anelar concêntrica sem rotação do cilindro interior, e sem leito de aparas os valores obtidos para o factor de fricção de Fanning a partir do método numérico, em três malhas consecutivamente refinadas f_1 , f_2 e f_3 são indicados na Tabela 4.1. Para a aplicação do método de Richardson é preciso conhecer a ordem de aproximação n destes valores,

$$n = \left| \frac{\ln \frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}}{\ln 2} \right| \quad (4.6)$$

substituindo os valores da Tabela 4.1 na equação 4.6 obtém-se $n=2$, isto é, as funções são de 2ª ordem quanto à aproximação.

Aplicando agora o método de Richardson a estes valores para $n=2$ resultam duas novas funções:

$$f'_2 = \frac{4f_2 - f_1}{3} \quad (4.7)$$

$$f'_3 = \frac{4f_3 - f_2}{3} \quad (4.8)$$

Os novos valores são agora aproximações de terceira ordem, pelo que se pode voltar a aplicar o método, com $n=3$. Passa-se a obter uma função de quarta ordem

$$f''_3 = \frac{8f'_3 - f'_2}{7} \quad (4.9)$$

Tabela 4.1 – Exemplo de aplicação da extrapolação de Richardson ao factor $f.Re$

i	f_i	f'_i	f''_i
1	2,258		
2	2,296	2,308	
3	2,306	2,309	2,309

Multiplicando o valor com maior ordem de aproximação (f''_3) pelo número de Reynolds ($Re=10$) resulta $f''_3.Re = 23,089$, verificando-se um erro relativo praticamente nulo quando comparado com o valor previamente obtido por Shah e London (1978) indicado na Tabela 4.2.

4.4 Validação do método

A validação em CFD é definida como sendo: *O processo de determinar o grau em que um modelo é uma representação exacta do mundo real a partir da perspectiva das utilizações do modelo.* A validação serve para verificar se o método computacional está de acordo com os acontecimentos reais. A precisão exigida na validação depende da aplicação, ou seja, a validação deve ser flexível permitindo diferentes níveis de precisão.

A validação do método numérico usado foi feita com base na bibliografia de Shah e London (1978) para o caso concêntrico sem rotação do cilindro interior e de Escudier et al. (2000) para valores de excentricidade entre $0,2 \leq \varepsilon \leq 0,95$ (tabelados no Anexo A).

Tabela 4.2 – Comparação dos valores obtidos de $f.Re$ com os publicados por Shah e London (1978)

κ	Valores de $f.Re$ de Shah e London (1978)	Valores $f.Re$ obtidos	Erro relativo (%)
0,2	23,088	23,089	0,002
0,5	23,813	23,813	0,000
0,8	23,980	23,980	0,000

A Tabela 4.2 mostra que os valores obtidos estão de acordo com os publicados por Shah e London (1978) não sendo o erro relativo superior a 0,002%. Por outro lado, na Figura 4.1, percebe-se que o erro aumenta com a velocidade de rotação, isto é, para maiores números de Taylor.

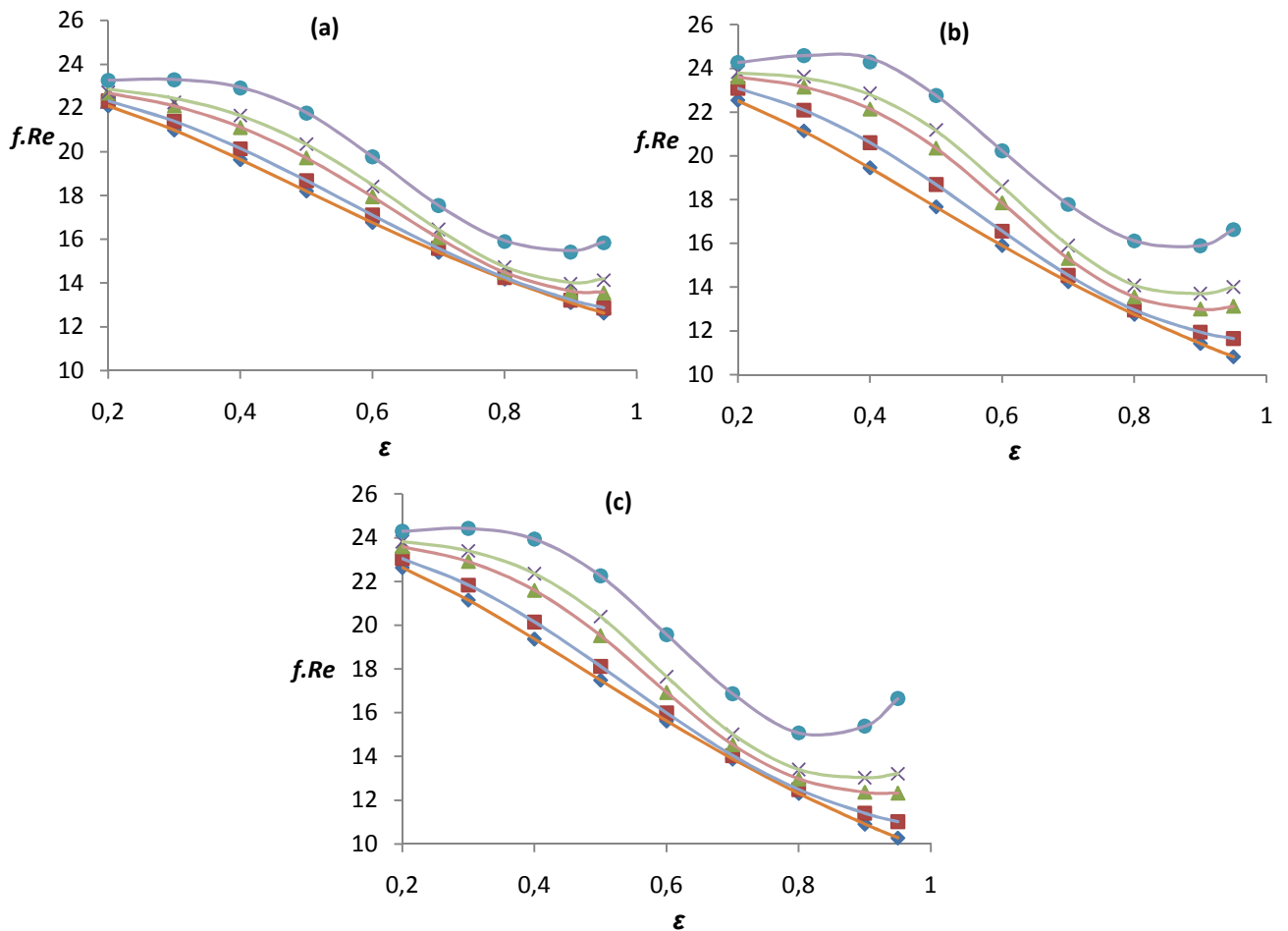


Figura 4.1 – Comparação entre os resultados de Escudier et al. (2000): $Ta=0$ (—), $Ta=1000$ (—), $Ta=5000$ (—), $Ta=10000$ (—), e $Ta=50000$ (—); com os valores obtidos neste trabalho: $Ta=0$ (◆), $Ta=1000$ (■), $Ta=5000$ (▲), $Ta=10000$ (+) e $Ta=50000$ (●); para as razões de raios: (a) $\kappa=0,2$ (a), 0,5 (b) e 0,8 (c).

Estes resultados são também muito coerentes com os publicados por Escudier et al. (2000) sendo o erro relativo médio inferior a 0,05%.

Como os valores mostrados de Escudier et. al (2000) também foram calculados recorrendo a um programa de cálculo numérico, é necessário, para se poder considerar este método numérico válido, uma comparação com o que acontece em escoamentos reais.

A Figura 4.2 relaciona os perfis de velocidades axiais e tangenciais obtidos por Escudier et. al (2000) com as medições realizadas em laboratório por Escudier e Goldson (1997). Os perfis são apresentados para os diferentes sectores definidos na Figura 5.1.

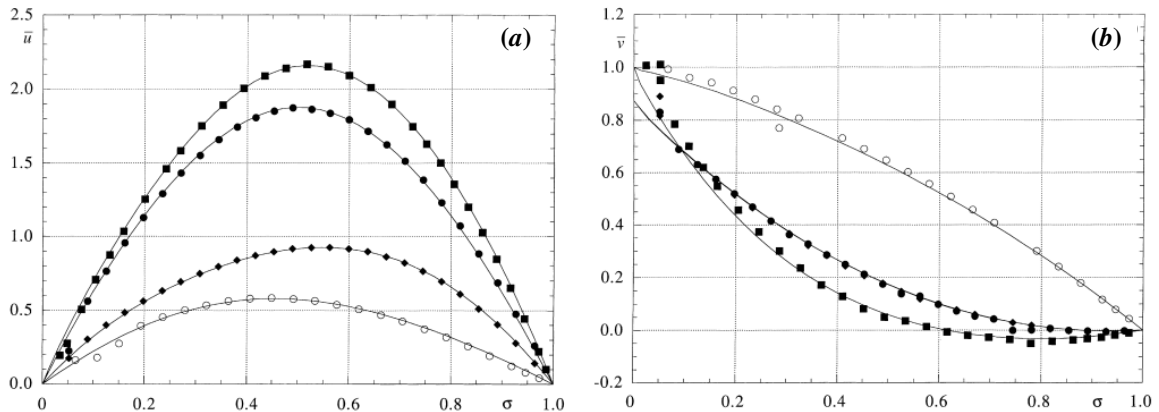


Figura 4.2 – Comparação entre os valores calculados em Escudier et. al (2000) com as distribuições de velocidades medidas em Escudier e Goldson (1997) para $Ta=3000$ e $\varepsilon=0,5$: (a) componente axial da velocidade $\bar{u}(\sigma)$, (b) componente tangencial da velocidade $\bar{v}(\sigma)$. ■ sector A; ● sector B; ○ sector C; ◆ sector D.

Com a concordância dos valores apresentados na Figura 4.2 pode-se então dizer que este método numérico é válido e serão apresentados no próximo capítulo os resultados obtidos a partir deste método.

5 Apresentação e discussão de resultados

Após a descrição e validação do método numérico são criticados alguns dos resultados obtidos com base neste mesmo processo. Foram realizados cálculos para as razões de raios de 0,2, 0,5 e 0,8 cobrindo excentricidades, profundidades de leito de aparas e números de Taylor, respectivamente, até 0,95, 0,9 e 50000.

Para simplificar a compreensão dos resultados obtidos, neste capítulo apenas serão apresentados os mais importantes. Primeiramente será analisada a variação das distribuições de velocidades em função das várias variáveis e depois será examinada a resposta de $f.Re$ a esses mesmos parâmetros, sendo este o principal objectivo deste projecto. No anexo B são apresentadas as velocidades axiais médias do escoamento e de rotação do cilindro interior obtidas para cada geometria para os diferentes números de Taylor. No anexo C são tabelados todos os valores de $f.Re$, resultantes dos cálculos realizados.

5.1 Factores influentes na distribuição axial de velocidades

A geometria deixa de ser “perfeitamente” anelar quando na presença de um leito de aparas que acaba por provocar também uma redução da área disponível para o escoamento. Ao longo do trabalho o número de Reynolds foi considerado constante e igual a 10.

Pretende-se agora perceber a influência que factores como a excentricidade, o leito de aparas e a velocidade de rotação podem ter na distribuição axial de velocidades sendo apresentadas as variações calculadas para os sectores A, B, C e D na Figura 5.1.

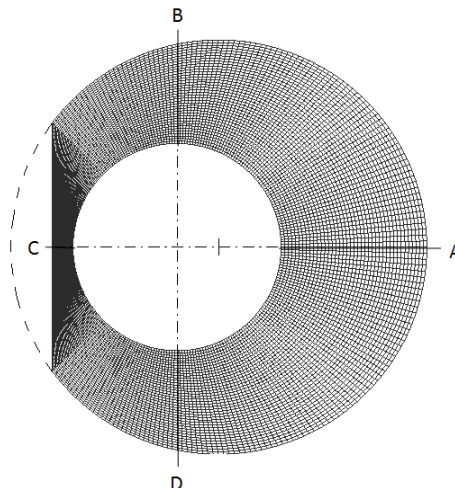


Figura 5.1: Geometria anelar com 40x256 células para: $\kappa=0,5$, $\varepsilon=0,4$ e $\xi=0,4$

5.1.1 Efeito da excentricidade na distribuição axial de velocidades

Como já foi referido, a excentricidade numa conduta anelar sem rotação do cilindro interior provoca uma distribuição axial de velocidades na qual os valores máximos se encontram nas secções mais amplas.

A Figura 5.2 apresenta a variação de \bar{u} que representa a velocidade axial adimensional em função de σ que define a distância à parede do cilindro interior também adimensional. Observa-se assim que o aumento da excentricidade provoca a diminuição das velocidades nos sectores B, C e D enquanto em A ocorre um ligeiro acréscimo.

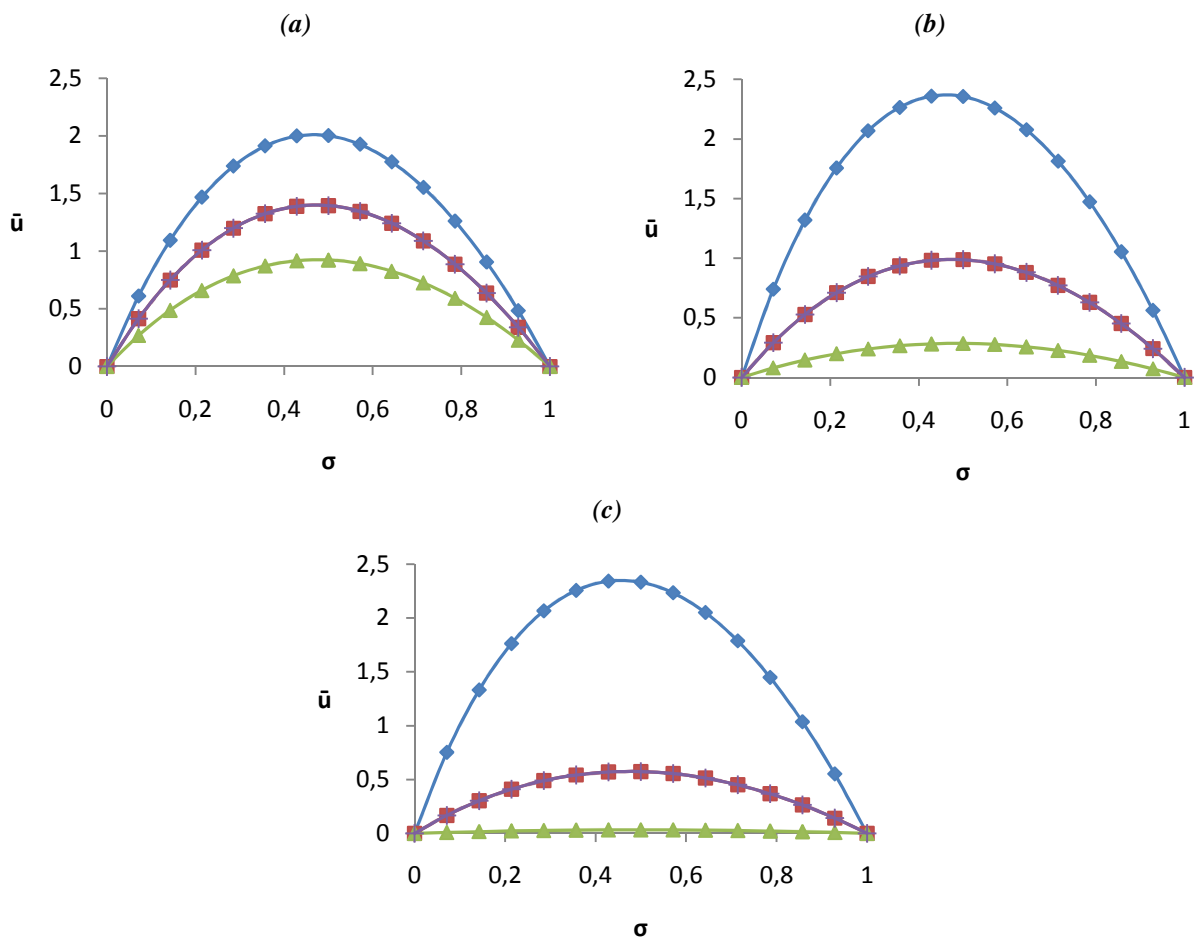


Figura 5.2– Distribuições de velocidades axiais $\bar{u}(\sigma)$ para condutas anelares com $\kappa=0,5$, $\xi=0$, $Ta=0$ e crescentes excentricidades: (a) $\varepsilon=0,2$, (b) $\varepsilon=0,5$, (c) $\varepsilon=0,8$. \blacklozenge Sector A; \blacksquare Sector B; \blacktriangle Sector C; $+$ Sector D.

A Figura 5.3 apresenta isolinhas da velocidade axial adimensional, isto é, linhas sobre as quais a velocidade tem o mesmo valor e que permitem uma melhor compreensão do escoamento em cada um dos casos. Com o aumento da excentricidade é perceptível a diminuição das espessuras dos sectores B, C e D e conseqüentemente a redução do escoamento nos mesmos, chegando a ser praticamente inexistente em C para as maiores excentricidades.

Num escoamento ao longo de uma conduta anelar concêntrica o escoamento dá-se totalmente em torno do cilindro interior como mostra a Figura 5.5 (a). Com o aumento da excentricidade diminui o espaço disponível no sector C para o escoamento, diminuindo também escoamento axial nestes sectores mais estreitos e aumentando, por outro lado, nas secções mais amplas.

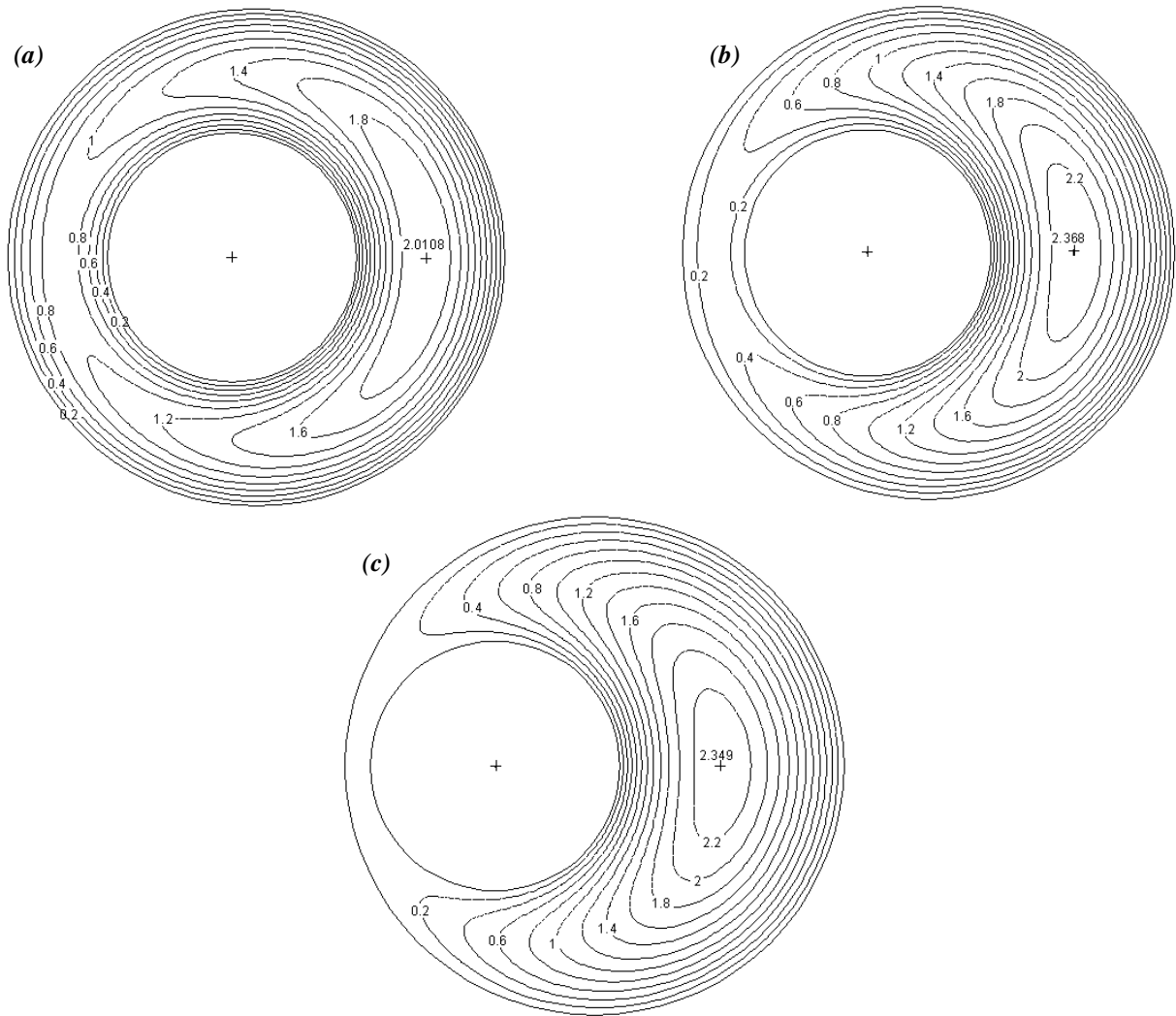


Figura 5.3 – Isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \sigma)$ para condutas com a razão de raios $\kappa=0,5$, sem leito de aparas, sem rotação do cilindro interior e com as crescentes excentricidades: (a) $\varepsilon=0,2$, (b) $\varepsilon=0,5$, (c) $\varepsilon=0,8$.

Para as maiores excentricidades o escoamento no sector C é praticamente nulo devido à sua reduzida espessura, como mostra a Figura 5.3 (c).

5.1.2 Efeito da profundidade do leito de aparas na distribuição axial de velocidades

Num escoamento laminar completamente desenvolvido ao longo de uma conduta anelar concêntrica sem rotação do cilindro interior a distribuição de velocidades é praticamente uniforme, isto é, os perfis de velocidades são semelhantes ao longo de toda a geometria, como se pode ver na Figura 5.5 (a).

A presença de um leito de aparas vai provocar a diminuição tanto da área disponível para o escoamento como do perímetro molhado pelo fluido, ou seja, a diminuição do diâmetro hidráulico. Sendo Re constante, um menor D_H acarreta, em geral, maiores velocidades axiais. Tal como mostra a Figura 5.4 as velocidades axiais nos sectores A, B e D aumentam, ao contrário do sector C no qual diminuem em consequência do crescimento do leito de aparas que conduz à redução da espessura desta secção, podendo inclusive o escoamento ser aqui eliminado para as maiores profundidades do leito de aparas como se pode ver na Figura 5.4 (c).

Pela Figura 5.4 observa-se ainda que as distribuições de velocidades axiais nos sectores A, B e D são iguais na ausência de leito de aparas. Com o aumento do leito verifica-se que as velocidades no sector A se tornam ligeiramente superiores as dos sectores B e D.

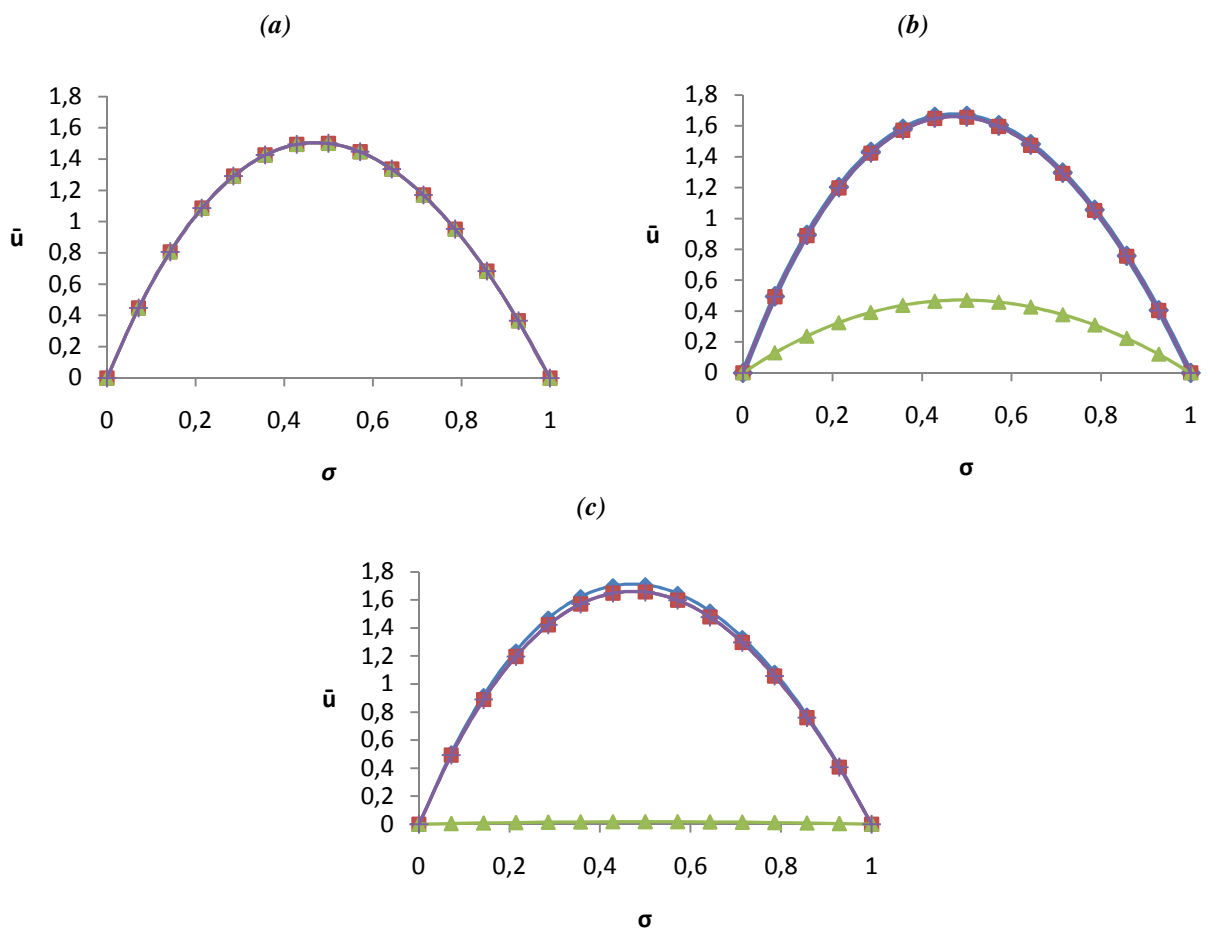


Figura 5.4 – Distribuições de velocidades axiais $\bar{u}(\sigma)$ para condutas anelares com $\kappa=0,5$, $\varepsilon=0$, $Ta=0$ e crescentes profundidades do leito de aparas: (a) $\xi=0$, (b) $\xi=0,5$, (c) $\xi=0,9$. \blacklozenge Sector A; \blacksquare Sector B; \blacktriangle Sector C; \blackplus Sector D.

A Figura 5.5 (a) ilustra um escoamento sem rotação ao longo de uma conduta anelar concêntrica e sem leito de aparas, resultando uma distribuição das velocidades axiais semelhante em todos os sectores da geometria. À medida que o leito aumenta observa-se na Figura 5.5 (b) a diminuição do escoamento no sector C, sendo praticamente inexistente para as maiores profundidades do leito, na Figura 5.5 (c).

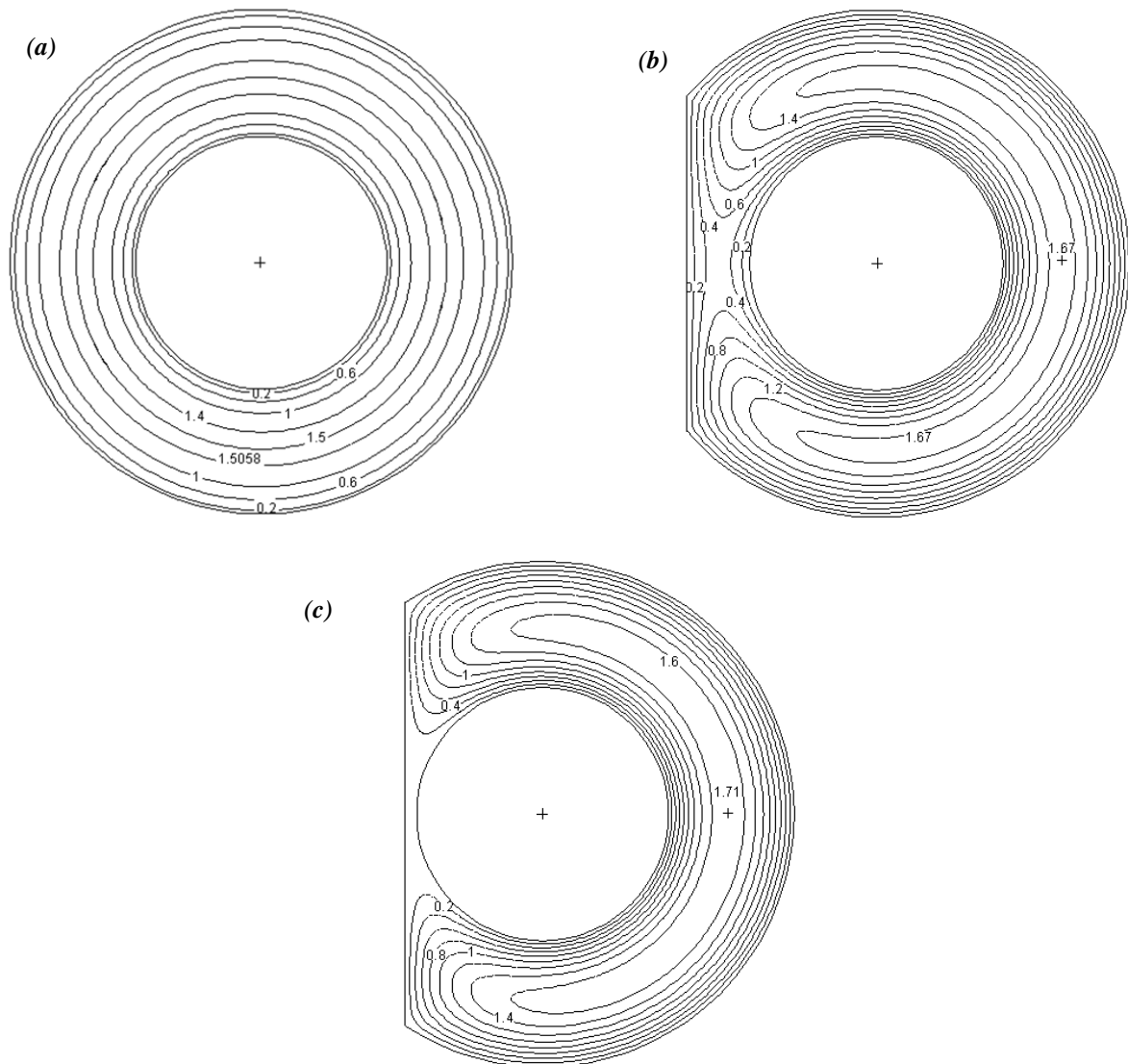


Figura 5.5 – Isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \sigma)$ para a razão de raios $\kappa=0,5$, sem rotação do cilindro interior, sem excentricidade e para crescentes profundidades do leito de aparas: (a) $\xi=0$, (b) $\xi=0,5$, (c) $\xi=0,9$.

5.1.3 Efeito da velocidade de rotação do cilindro interior na distribuição axial de velocidades

Até agora verificou-se que nem a excentricidade nem o leito de aparas, por si só, são capazes de fazer com que a distribuição de velocidades no sector B seja claramente distinta da distribuição no sector D, isto só acontece se o escoamento for simétrico, isto é, se a geometria for simétrica em relação ao plano das abcissas, apresentando assim os dois sectores a mesma espessura. A simetria do escoamento desaparece quando é induzida uma velocidade de rotação ao escoamento através do cilindro interior. Ao passar da Figura 5.6 (a) para a Figura 5.6 (b) as velocidades no sector B aumentam enquanto diminuem em C, resultado do aparecimento da rotação.

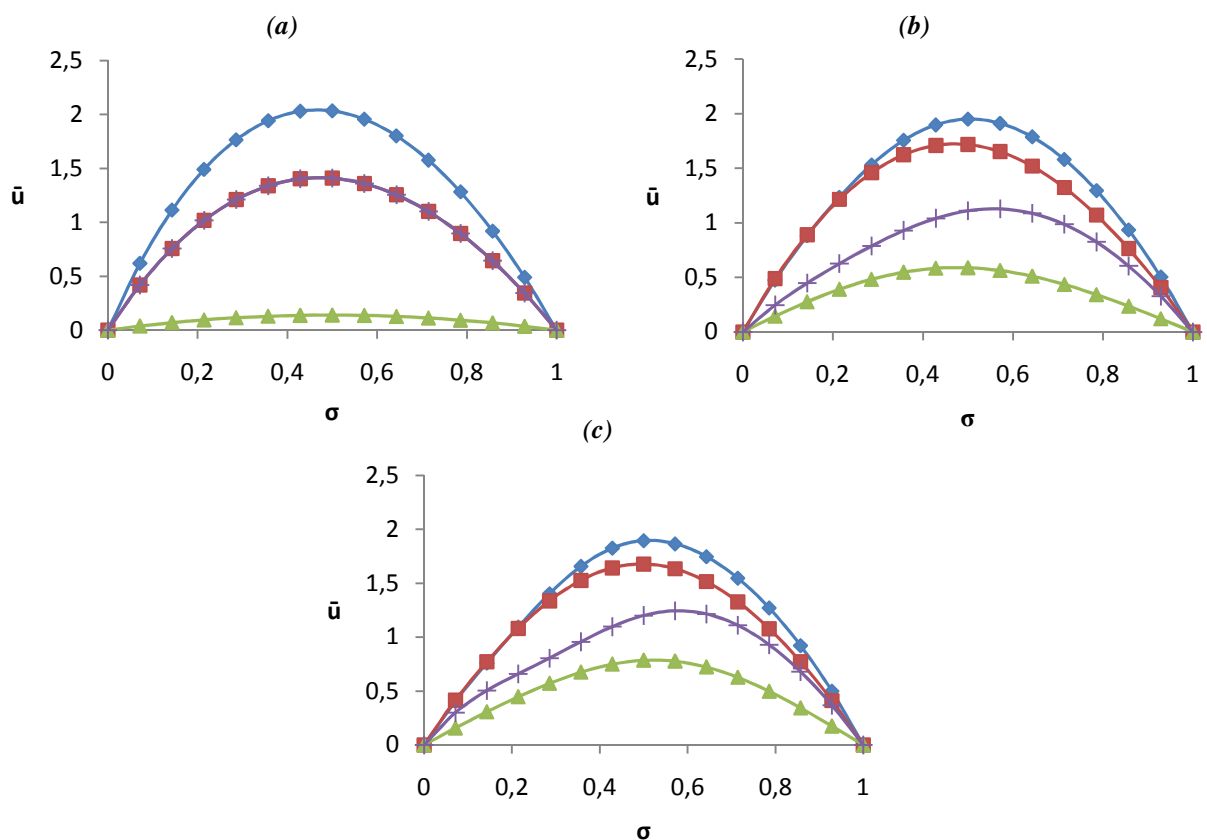


Figura 5.6 – Distribuições de velocidades axiais $\bar{u}(\sigma)$ para a razão de raios $\kappa=0,5$, com excentricidade $\varepsilon=0,2$, profundidade do leito de aparas $\xi=0,5$ e crescentes velocidades de rotação: (a) $Ta=0$, (b) $Ta=10000$, (c) $Ta=50000$; \blacklozenge Sector A; \blacksquare Sector B; \blacktriangle Sector C; $+$ Sector D.

Foi adoptado o sentido anti-horário quanto ao sentido de rotação do cilindro interior para todos os cálculos realizados. A rotação do cilindro interior origina um escoamento secundário composto por velocidades radiais e tangenciais que provocam a distorção do escoamento axial, aumentando este no sector C, notando-se um crescimento das velocidades axiais nesta secção com as maiores velocidades de rotação nas Figuras 5.6 e 5.7.

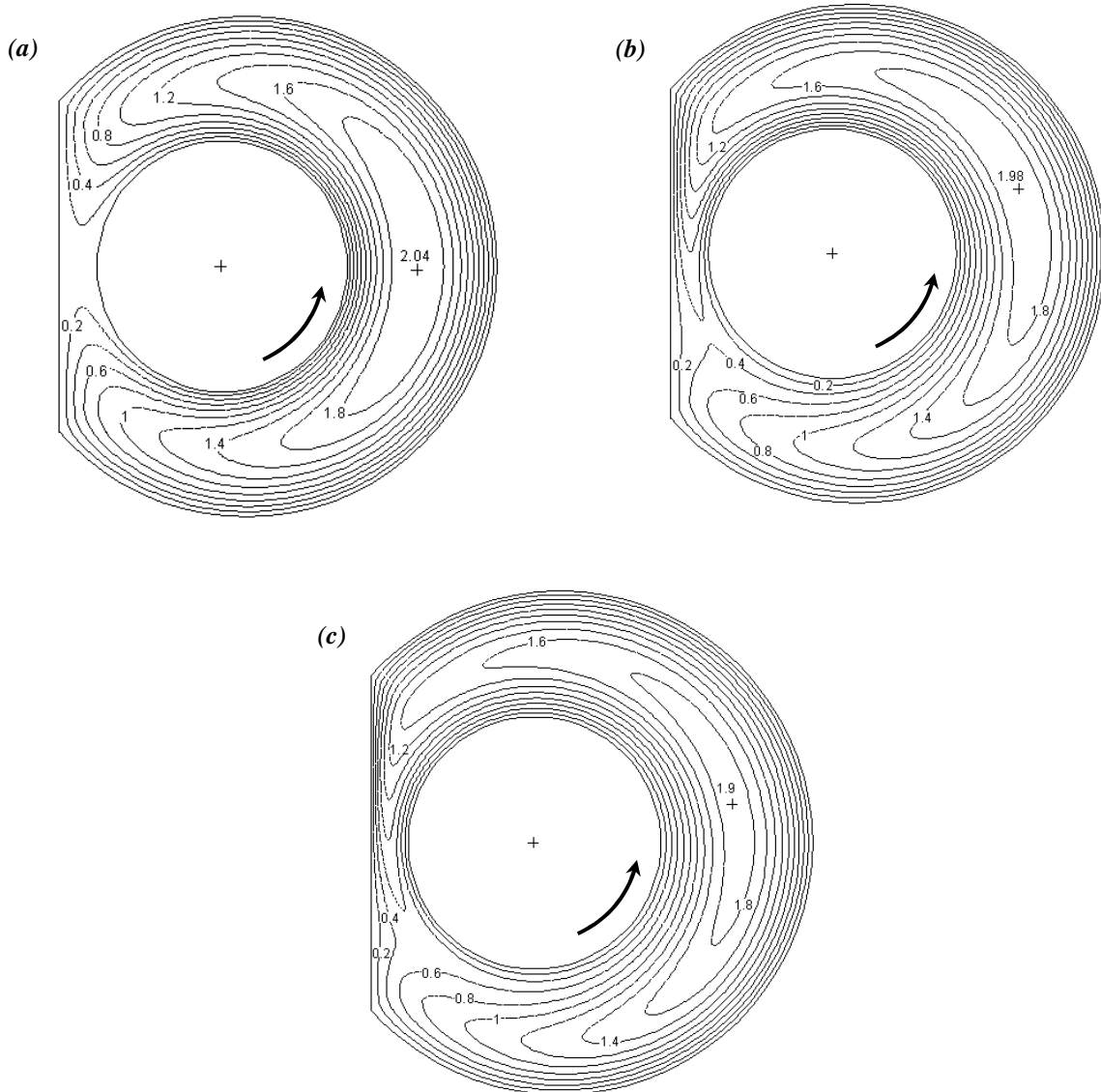


Figura 5.7 – Isolinhas de velocidade axial $\bar{u}(\bar{r}, \sigma)$ para a razão de raios $\kappa=0,5$, com excentricidade $\varepsilon=0,2$, profundidade do leito de aparas $\xi=0,5$ e crescentes números de Taylor: (a) $Ta=0$, (b) $Ta=10000$, (c) $Ta=50000$.

Percebe-se também, na Figura 5.7, a disparidade entre as velocidades dos sectores B e D pela assimetria do escoamento. A posição do ponto com velocidade máxima também se altere devido a esta distorção, movendo-se no sentido da rotação. Com o aumento da rotação aumenta o escoamento secundário enquanto a velocidade máxima axial diminui ligeiramente.

Na Figura 5.8 são apresentadas linhas do escoamento secundário para os dois casos com rotação apresentados na Figura 5.7. Uma vez que estas linhas foram desenhadas com a função *streamtrace* do programa *Tecplot*® não é possível quantificar o valor da função de corrente correspondente ao escoamento secundário, já que esta função não é calculada no *Tecplot*®. No entanto, a observação de isolinhas da velocidade tangencial e radial permite verificar quais dos casos apresenta maior valor da função de corrente secundária.

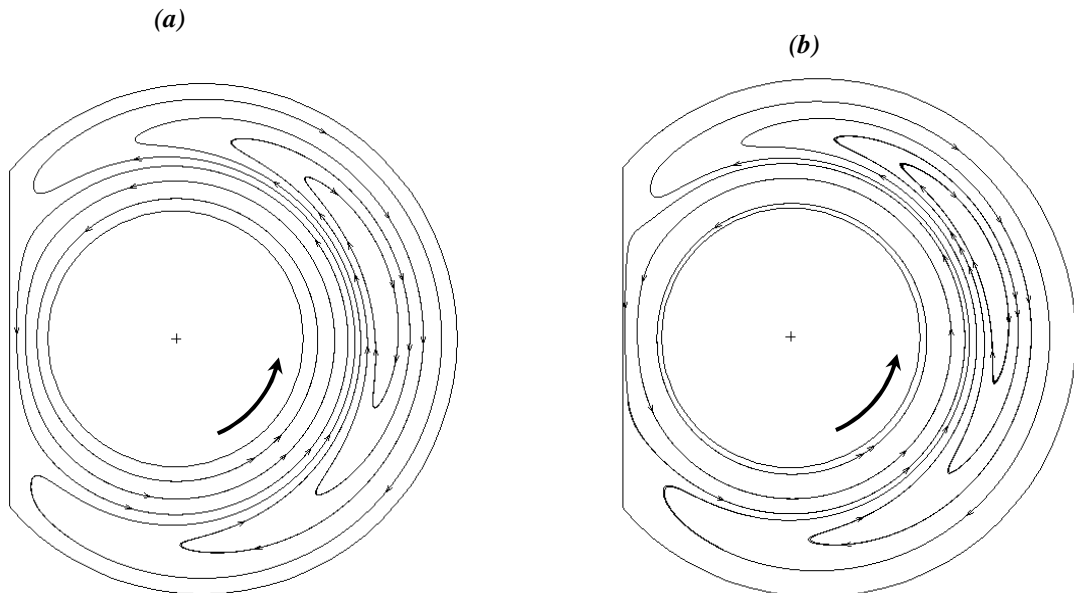


Figura 5.8 – Linhas do escoamento secundário para a razão de raios $\kappa=0,5$, excentricidade $\varepsilon=0,2$, profundidade do leito de aparas $\xi=0,5$ e números de Taylor (a) $Ta=10000$; (b) $Ta=50000$.

Pela Figura 5.8 nota-se uma ligeira deslocação do centro da recirculação no sentido da rotação.

5.1.4 Efeito da profundidade do leito de aparas num escoamento ao longo de uma conduta anelar com excentricidade e rotação do cilindro interior

Para uma excentricidade relativamente elevada é agora analisada a resposta a um aumento da profundidade do leito de aparas de um escoamento ao qual é imposta uma rotação com número de Taylor equivalente $Ta=10000$. Nas Figuras 5.9, 5.10 e 5.11 são apresentadas, respectivamente, para as três razões de raios, isolinhas de velocidade axial adimensional assim como linhas do escoamento secundário resultantes para cada caso.

As críticas efectuadas neste subcapítulo aplicam-se às três razões de raios, sendo qualquer uma delas visível nas já referidas Figuras 5.9, 5.10 ou 5.11.

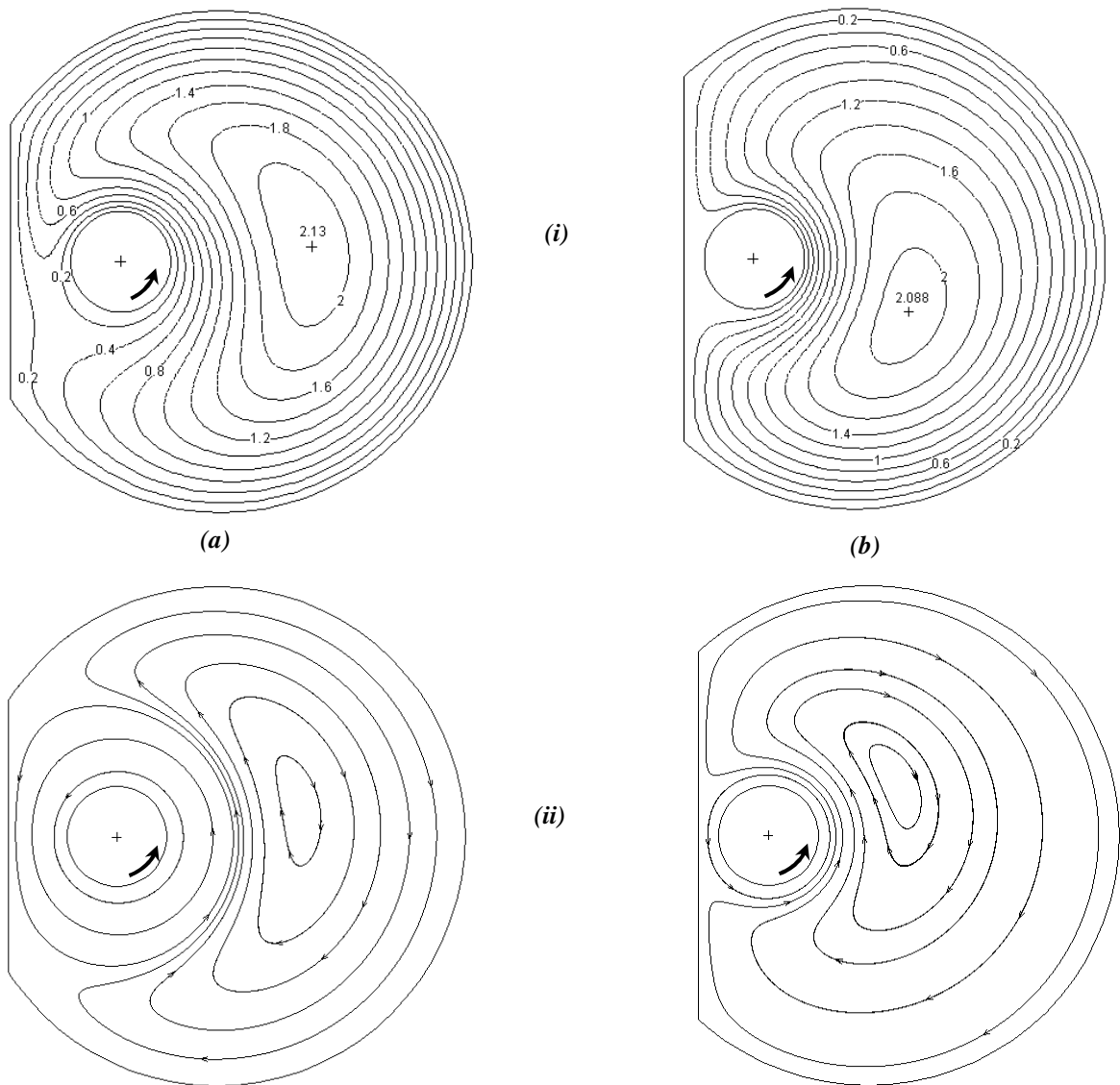


Figura 5.9 – (i) isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \phi)$ e (ii) linhas de escoamento secundário para a razão de raios $\kappa=0,2$, com excentricidade $\varepsilon=0,5$, número de Taylor $Ta=10000$ e as profundidades do leito de aparas: (a) $\xi=0,2$; (i) $\xi=0,4$.

O aumento da profundidade do leito de aparas provoca a diminuição do escoamento axial nos sectores mais estreitos. Em relação ao escoamento secundário verifica-se com o aumento do leito de aparas um menor fluxo em torno do cilindro interior, aumentando a recirculação.

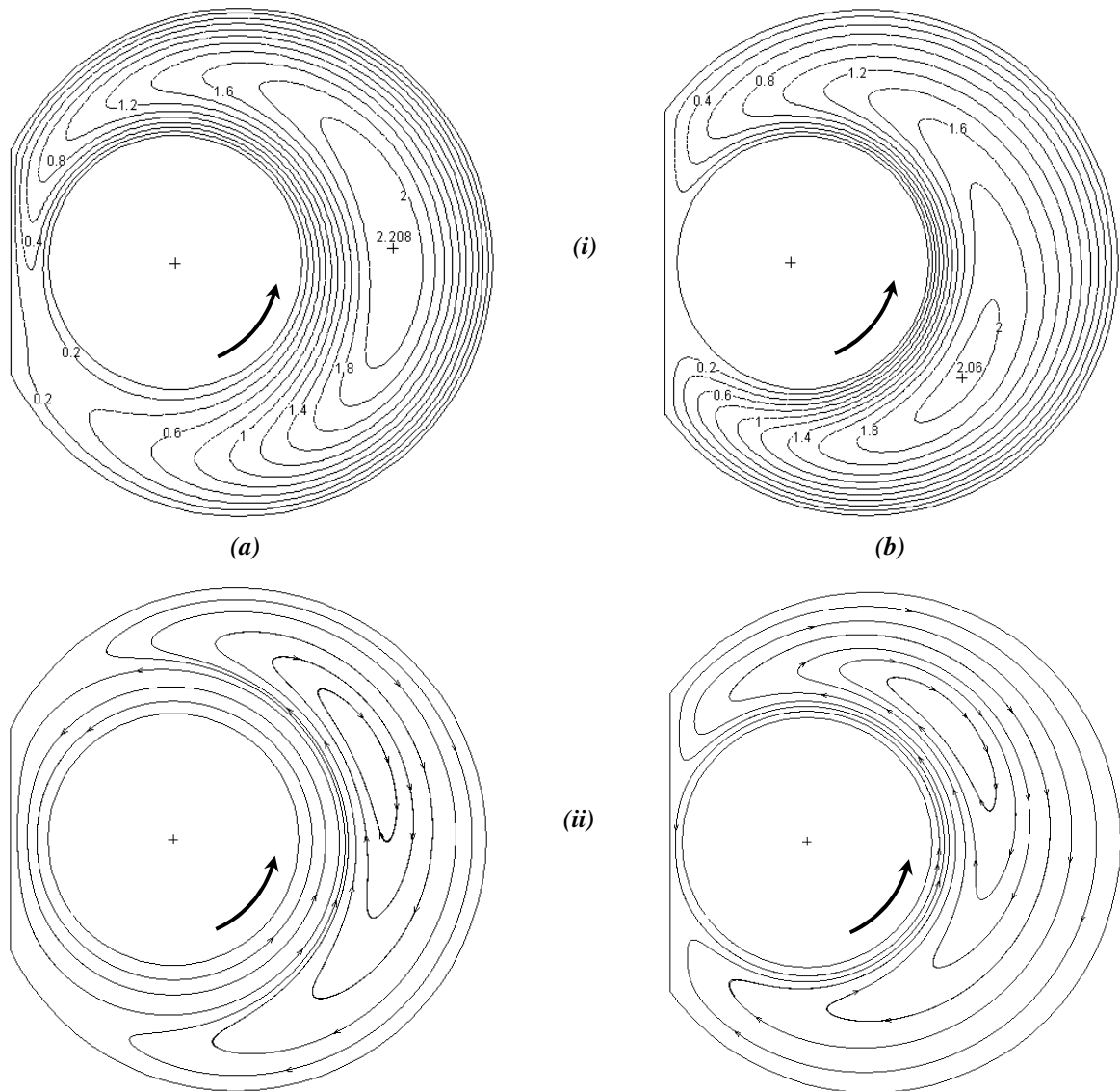


Figura 5.10 – (i) isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \phi)$ e (ii) linhas de escoamento secundário para a razão de raios $\kappa=0,5$, com excentricidade $\varepsilon=0,5$, número de Taylor $Ta=10000$ e as profundidades do leito de aparas: (a) $\xi=0,2$; (b) $\xi=0,4$.

Para uma velocidade de rotação constante com o aumento da espessura do leito de aparas o ponto relativo à velocidade axial máxima desloca-se no sentido contrário à rotação (sentido horário) para um sector mais estreito. Ao contrário do que se constatou para escoamentos sem rotação, aqui um maior leito de aparas conduz a uma ligeira redução da velocidade máxima axial, deslocando-se este ponto no sentido oposto á rotação (sentido horário), para um sector mais estreito como mostram as Figuras 5.9 (i), 5.10 (i) e 5.11 (i).

Por outro lado, o centro da recirculação do escoamento secundário move-se ligeiramente a favor da rotação, aproximando-se da conduta interior.

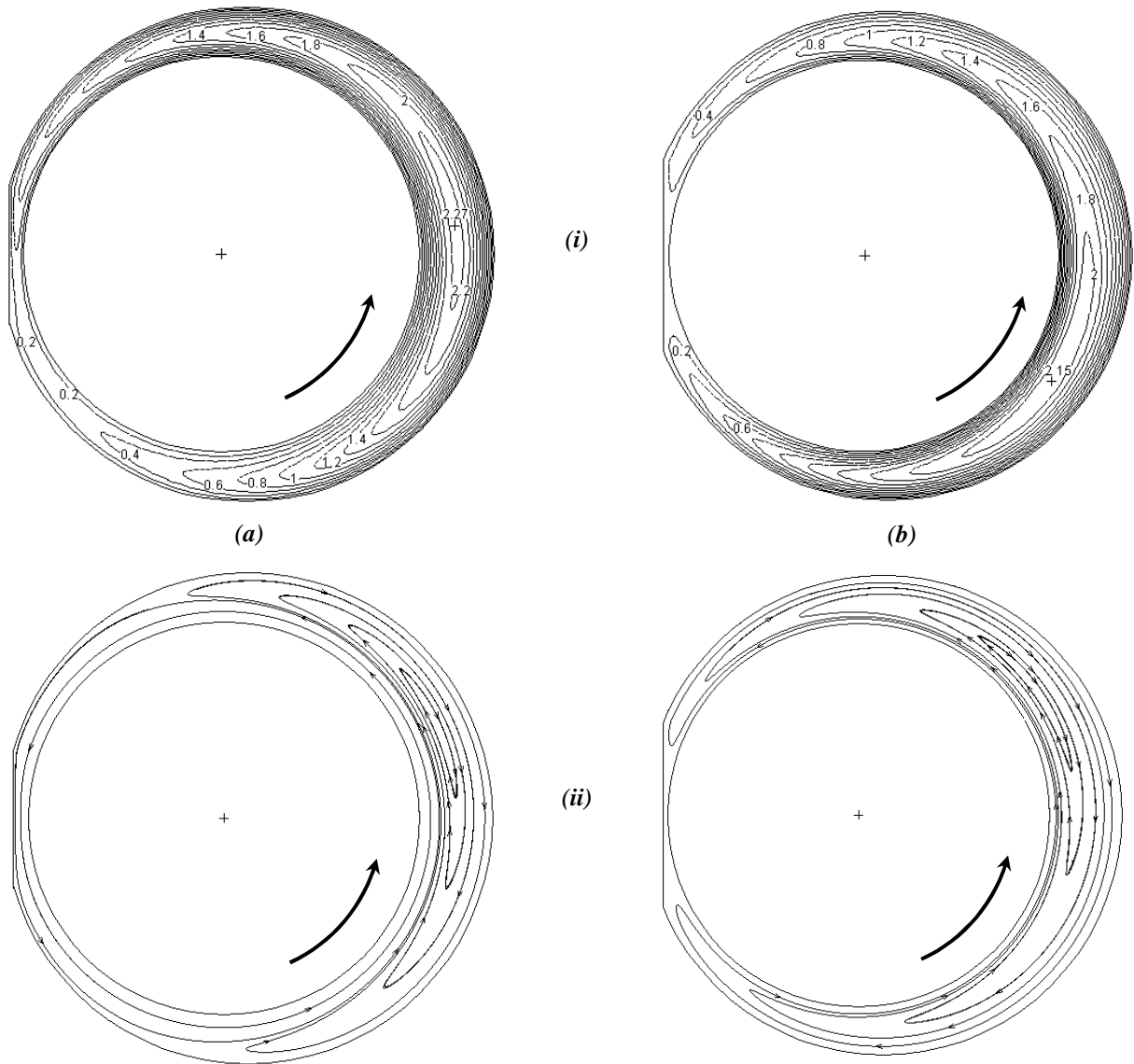


Figura 5.11 – (i) isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u}(\bar{r}, \phi)$ e (ii) linhas de escoamento secundário para a razão de raios $\kappa=0,8$, com excentricidade $\varepsilon=0,5$, número de Taylor $Ta=10000$ e as profundidades do leito de aparas: (a) $\xi=0,2$; (b) $\xi=0,4$.

5.1.5 Efeito da excentricidade num escoamento ao longo de uma conduta anelar com elevada profundidade do leito de aparas e velocidade de rotação do cilindro interior

A maiores razões de raios correspondem menores áreas disponíveis para o escoamento, ou seja, aumentam as velocidades tanto axiais como também as tangenciais que compõem o escoamento secundário. Assim sendo, num escoamento ao longo de uma conduta anelar com rotação do cilindro interior, quanto maior é a razão de raios maior é a assimetria do escoamento para uma mesma velocidade de rotação.

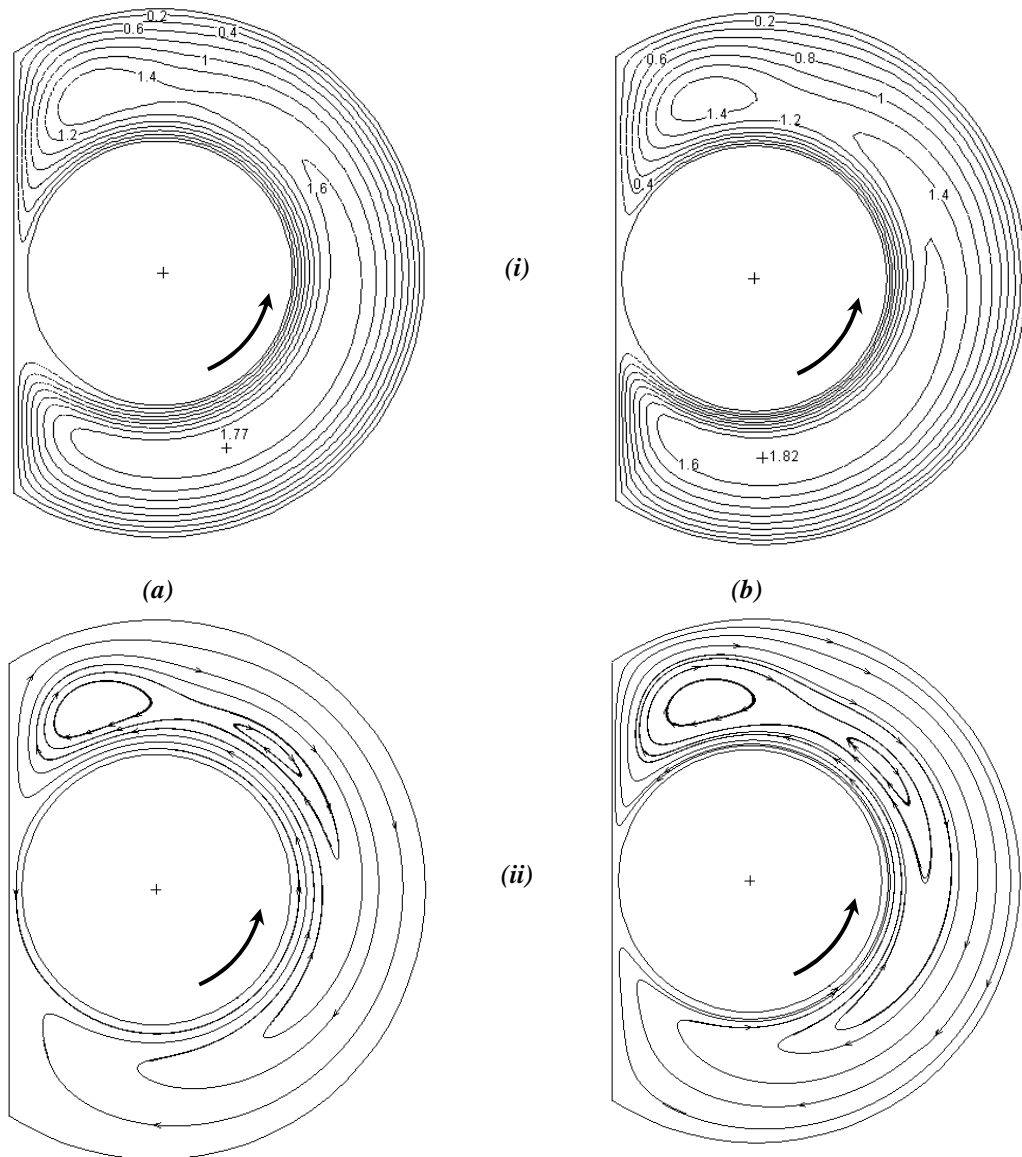


Figura 5.12 – (i) Isolinhas de velocidade axial adimensional $\bar{u} = (\bar{r}, \phi)$ e (ii) linhas de escoamento secundário para a razão de raios intermédia $\kappa=0,5$, elevado número de Taylor $Ta=50000$, elevada profundidade do leito de aparas $\xi=0,9$ e as excentricidades: (a) $\varepsilon=0$; (b) $\varepsilon=0,05$.

Num escoamento com a maior velocidade de rotação usada, $Ta=50000$, e a maior espessura do leito de aparas $\xi=0,9$, para a razão de raios $\kappa=0,5$ e $\kappa=0,8$ surge um segundo pico de velocidade axial, assim como um novo núcleo na recirculação do escoamento secundário. Com o aumento da excentricidade fortalece-se este novo pico de velocidade axial que é praticamente coincidente com um dos núcleos do escoamento secundário como se pode observar na Figura 5.12 para a razão de raios intermédia $\kappa=0,5$. Tal como se verificou com o aumento do leito de aparas para um escoamento com rotação do cilindro interior, uma maior excentricidade também provoca a deslocação, contrária à rotação, do ponto relativo à velocidade máxima, encaminhando-se para um sector mais estreito.

Quanto à menor razão de raios $\kappa=0,2$, não se observa o aparecimento de um novo pico de velocidade máxima, mas com o aumento da excentricidade também se nota a deslocação do ponto de velocidade axial máxima para sectores de menor largura.

Verificou-se ainda, para as três razões de raios, o aumento da velocidade máxima axial com uma maior excentricidade, tal como se verificou para escoamentos sem rotação da conduta interior.

5.2 Estudo do comportamento de $f.Re$ em função da excentricidade para crescentes números de Taylor

Passando agora a um dos objectivos principais deste trabalho, o estudo do comportamento da resistência do fluido ao escoamento através dos valores de $f.Re$ calculados para escoamentos de um fluido newtoniano completamente desenvolvidos ao longo de condutas anelares, fazendo variar κ , ε , ξ e Ta .

Pretende-se fazer este estudo sem que a conduta interior toque a exterior, tendo assim, em termos percentuais, de ser inferior a 100% a soma das percentagens da excentricidade e do leito de aparas definidos. Assim serão usados valores de ε , ξ que permitam manter no mínimo uma distância entre as duas paredes igual a 5% da diferença de raios δ .

Neste subcapítulo é fixada uma profundidade de leito de aparas, fazendo-se variar a excentricidade e o número de Taylor para cada uma das três razões de raios.

5.2.1 Evolução de $f.Re$ com a excentricidade numa conduta sem leito de aparas

Como já foi dito, o trabalho de Escudier et al. (2000) estudou a resposta do factor $f.Re$ à variação da excentricidade e da velocidade de rotação do cilindro interior num escoamento ao longo de condutas anelares sem leito de aparas.

Neste trabalho foram também realizados estes cálculos relativos a condutas sem leito de aparas para a validação do método numérico no capítulo 4.4 e utilizados para comparar com os resultados obtidos para condutas com leito de aparas.

Verifica-se através da Figura 5.13 que os valores de $f.Re$ para condutas anelares concêntricas são praticamente iguais, independentemente da velocidade de rotação. Para $\varepsilon < 0,3$ $f.Re$ é quase constante, notando-se um ligeiro aumento com o crescimento de Ta . A queda mais acentuada de $f.Re$ acontece para $0,3 < \varepsilon < 0,8$ voltando a estabilizar para $\varepsilon > 0,8$.

Para excentricidades elevadas, $\varepsilon > 0,9$, resulta uma conduta anelar com as paredes interior e exterior muito próximas uma da outra, e verifica-se uma tendência de $f.Re$ aumentar para estas elevadas excentricidades. Este aumento acentua-se para as maiores velocidades de rotação, ou seja, maiores números de Taylor.

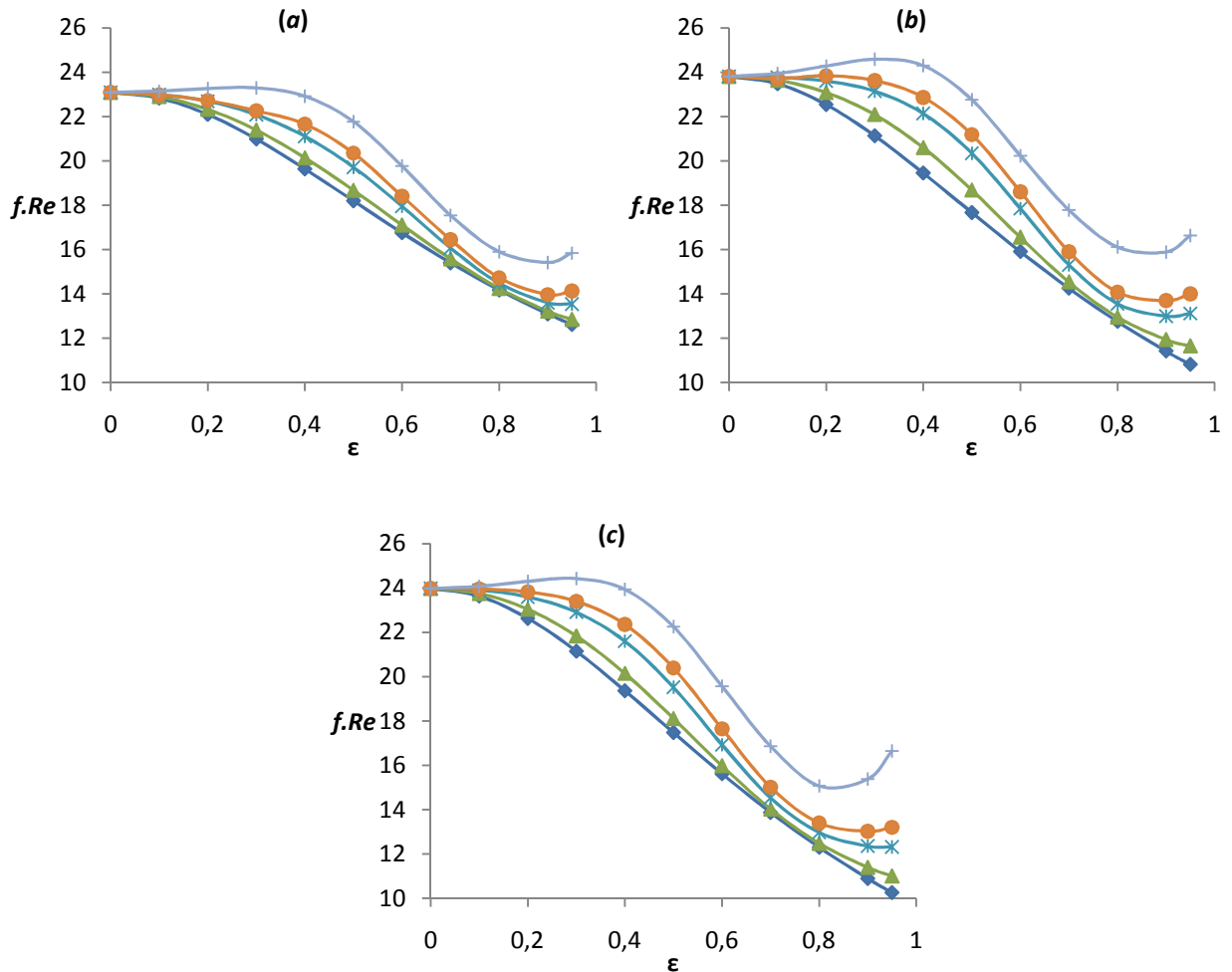


Figura 5.13 – Evolução de $f.Re$ com a excentricidade ϵ em condutas sem leito de aparas, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a); $0,5$ (b); $0,8$ (c) e os números de Taylor: $Ta=0$ (◆); $Ta=1000$ (▲); $Ta=5000$ (✱); $Ta=10000$ (●); $Ta=50000$ (⊕).

5.2.2 Evolução de $f.Re$ com a excentricidade numa conduta com a espessura do leito de aparas $\xi=0,2$

Como já foi referido, com o aumento da profundidade do leito de aparas diminui a gama de excentricidades usada, para evitar o contacto da parede do leito de aparas com a parede do cilindro interior.

Continuam-se a notar na Figura 5.14 os três estágios já referidos no escoamento ao longo de condutas sem leito de aparas, mas agora acontecem em menores intervalos de excentricidades, isto é, $f.Re$ mantém-se praticamente constante para $\epsilon < 0,2$, decrescendo, em geral, mais acentuadamente entre $0,2 < \epsilon < 0,6$. Para $\epsilon > 0,6$ a diminuição da perda de carga torna-se menos acentuada, e para as maiores excentricidades $\epsilon > 0,7$ com o aumento do número de Taylor acontece mesmo o aumento de $f.Re$ como mostra a Figura 5.14.

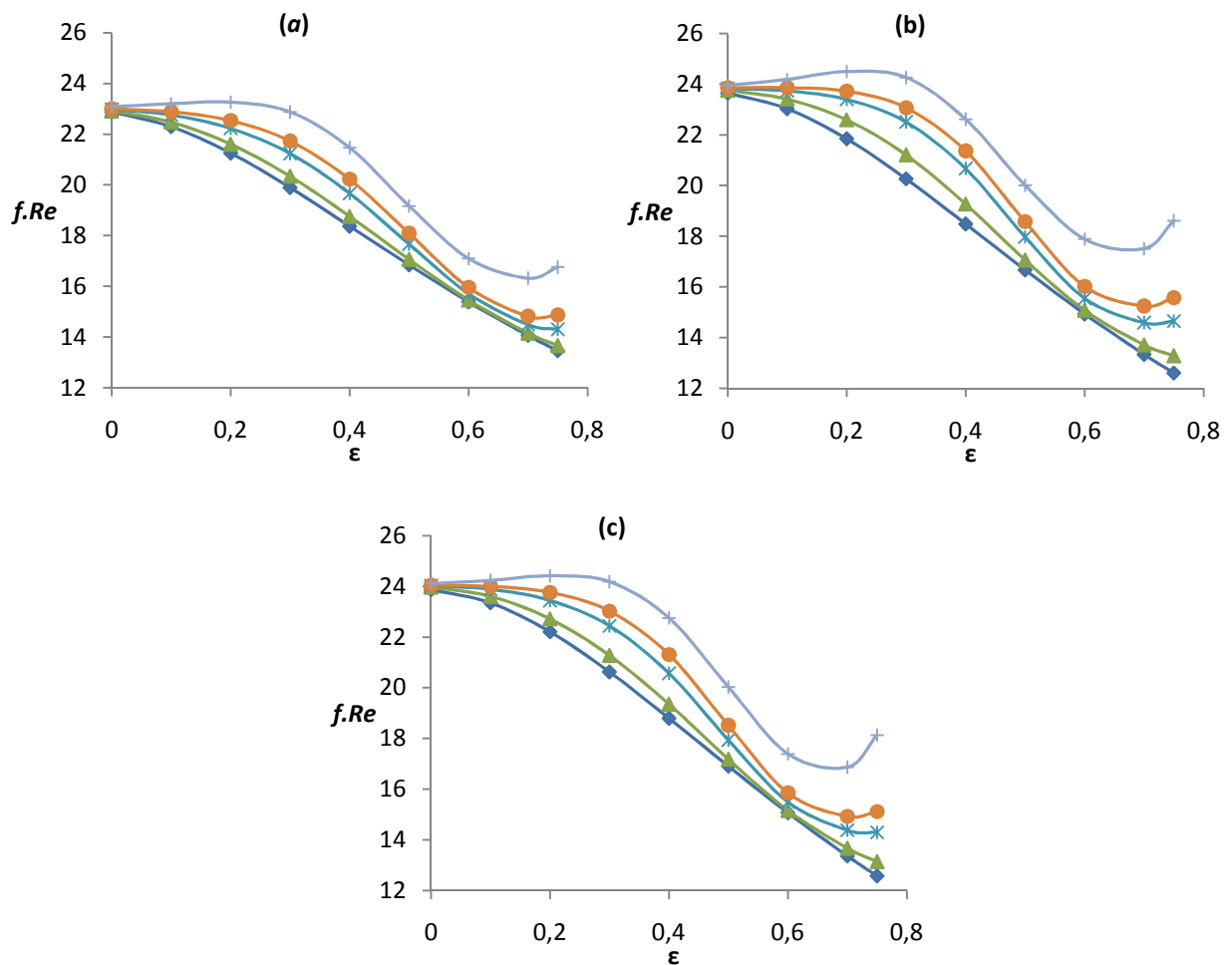


Figura 5.14 – Evolução de $f.Re$ com a excentricidade ϵ a profundidade do leito de aparas $\xi=0,2$, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a); $0,5$ (b); $0,8$ (c) e os números de Taylor: $Ta=0$ (◆); $Ta=1000$ (▲); $Ta=5000$ (*); $Ta=10000$ (●); $Ta=50000$ (+).

5.2.3 Evolução de $f.Re$ com a excentricidade numa conduta com a espessura do leito de aparas $\xi=0,5$

Para escoamentos em condutas anelares concêntricas sem leito de aparas os valores da $f.Re$ praticamente não variam para os diferentes números de Taylor como mostra a Figura 5.13. Porém, com o aumento da espessura do leito de aparas numa conduta concêntrica resultam valores da perda de carga distintos para as diferentes velocidades de rotação como se observa na Figura 5.15.

Para as menores velocidades de rotação a evolução de $f.Re$ com a excentricidade é praticamente linear. Este aspecto é mais evidente na Figura 5.15 (a), para a razão de raios $\kappa=0,2$, para $Ta=0$ e $Ta=1000$.

Porém para $Ta > 1000$ distinguem-se ainda facilmente, para todas as razões de raios, as três etapas até agora características destas evoluções. Aqui o decréscimo mais acentuado de $f.Re$ acontece entre $0,1 < \varepsilon < 0,3$. Para excentricidades $\varepsilon < 0,1$ observa-se uma suave diminuição da perda de carga, atenuada com o aumento da rotação, o mesmo acontece para $\varepsilon > 0,4$ dando-se mesmo o aumento de $f.Re$ com o crescimento de Ta para as maiores excentricidades.

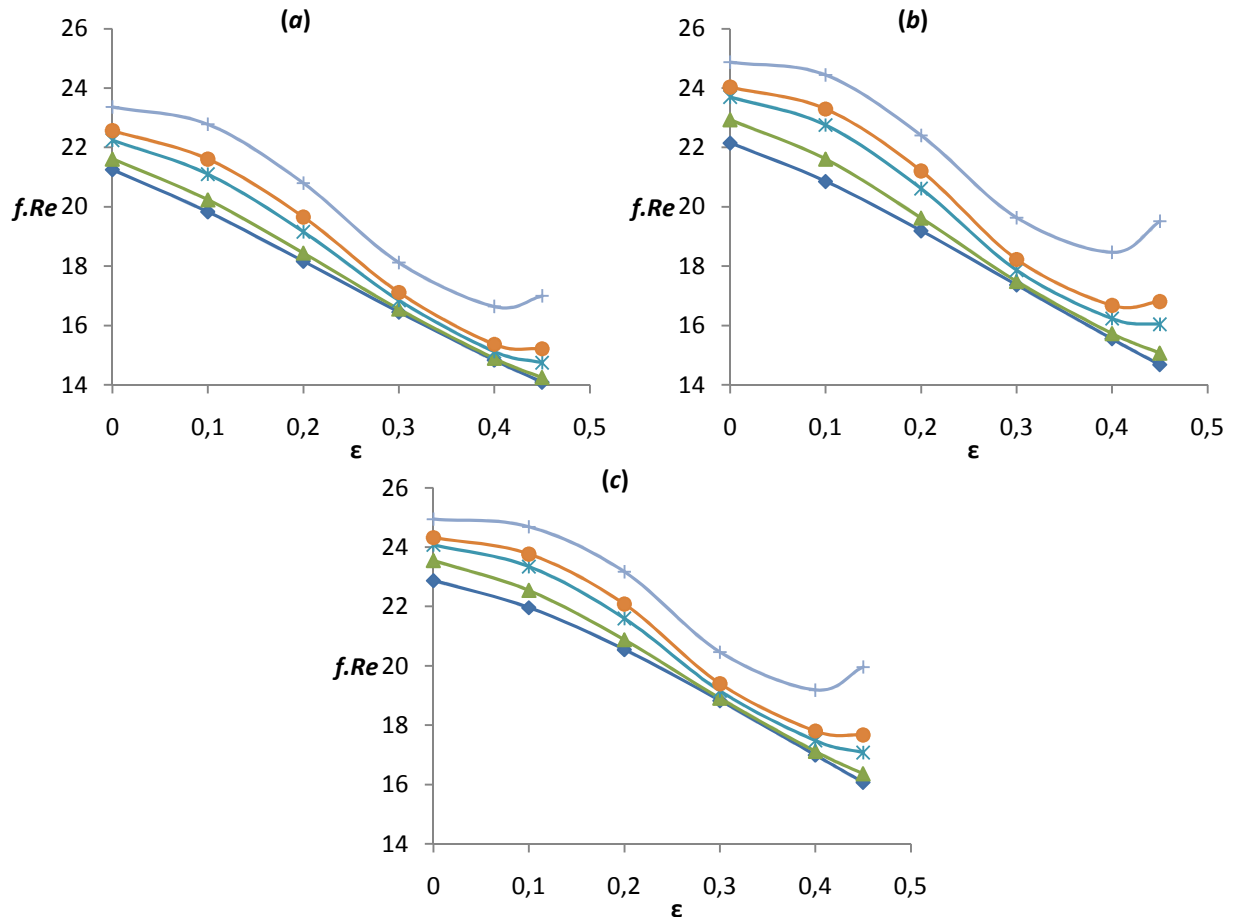


Figura 5.15: Evolução de $f.Re$ com a excentricidade ε a profundidade do leito de aparas $\xi=0,5$, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a); $0,5$ (b); $0,8$ (c) e os números de Taylor: $Ta=0$ (◆); $Ta=1000$ (▲); $Ta=5000$ (✱); $Ta=10000$ (●); $Ta=50000$ (⊕).

5.2.4 Evolução de $f.Re$ com a excentricidade numa conduta com a espessura do leito de aparas $\xi=0,8$

Para esta elevada espessura do leito de aparas apenas foram realizados cálculos para três valores de excentricidade diferentes pois para evitar o contacto entre a parede do leito de aparas e a parede do cilindro interior esta apenas varia entre $0 < \varepsilon < 0,2$, não sendo assim possível realizar uma análise detalhada da evolução de $f.Re$ com ε . Para isso seria necessário aumentar consideravelmente o volume de cálculos, o que aumentaria inevitavelmente o tempo necessário à realização deste projecto.

Com os valores obtidos, apresentados na Figura 5.16, consegue-se apenas observar o decréscimo de $f.Re$ para $\varepsilon=0,1$ quando comparado com o caso concêntrico e ainda se pode notar, para as maiores excentricidades $\varepsilon > 0,1$, o aumento da perda de carga, sendo este mais acentuado para as maiores velocidades de rotação.

Mesmo assim distinguem-se na Figura 5.16 para $\varepsilon=0$ maiores valores de $f.Re$ para os maiores Ta , o factor diminui até $\varepsilon=0,1$ obtendo-se valores próximos para as diferentes velocidades de rotação.

Entre $0,1 < \varepsilon < 0,2$ $f.Re$ é praticamente constante, aumentando com o acréscimo da velocidade de rotação.

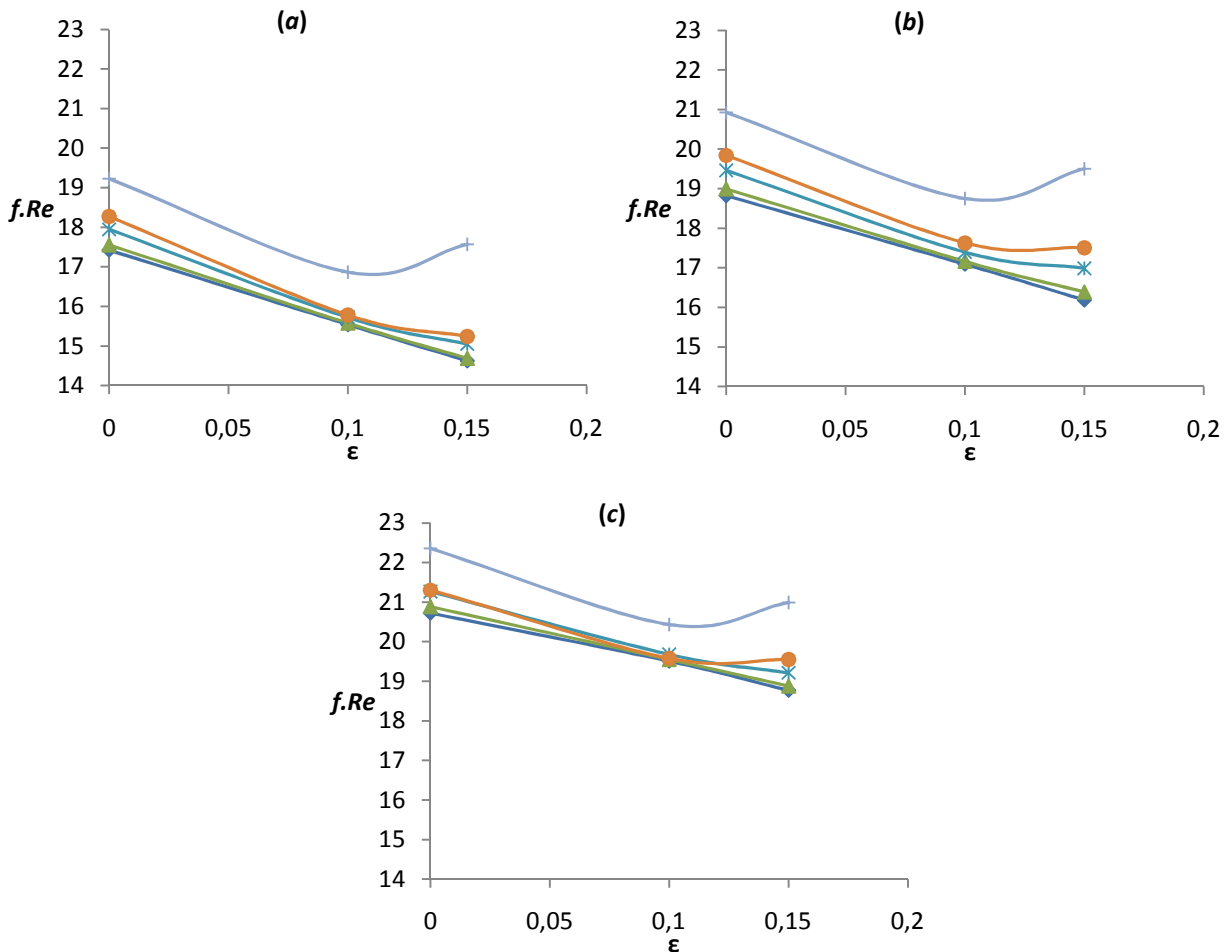


Figura 5.16 – Evolução de $f.Re$ com a excentricidade ε a profundidade do leito de aparas $\xi=0,8$, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a) ; $0,5$ (b) ; $0,8$ (c) e os números de Taylor: $Ta=0$ (◆), $Ta=1000$ (▲) ; $Ta=5000$ (✱); $Ta=10000$ (●); $Ta=50000$ (⊕).

Para condutas concêntricas sem leito de aparas já foi referido que o valor de $f.Re$ praticamente não varia com a velocidade de rotação. Porém, com o aumento da profundidade do leito de aparas já se verificou que isto não acontece, ou seja, os valores obtidos para condutas concêntricas com leito de aparas variam consoante a velocidade de rotação. Assim para cada uma das profundidades do leito de aparas calculou-se a diferença entre o valor máximo e mínimo da perda de carga, que equivalem, respectivamente, aos valores resultantes para $Ta=50000$ e $Ta=0$ sendo as diferenças obtidas indicados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Diferença entre os valores obtidos de $f.Re$ para $Ta=50000$ e $Ta=0$ para as condutas anelares concêntricas com as diferentes espessuras do leito de aparas

ξ	$\kappa=0,2$	$\kappa=0,5$	$\kappa=0,8$
0	0,0000	0,0001	0,0001
0,1	0,0296	0,0495	0,0433
0,2	0,2019	0,2974	0,2364
0,3	0,6028	0,8336	0,6434
0,4	1,2655	1,6850	1,2791
0,5	2,1117	2,7251	2,0684
0,6	2,8206	3,5201	2,7420
0,7	2,7884	3,3591	2,7533
0,8	1,8007	2,0982	1,6360
0,9	1,1850	1,4538	0,9471

Pode-se então dizer pela Tabela 5.1 que para as razões de raios $\kappa=0,2$ e $\kappa=0,5$ a diferença entre os valores máximo e mínimo da perda carga em condutas concêntricas aumenta até a espessura do leito de aparas $\xi=0,6$, diminuindo acima deste valor. O mesmo acontece para a maior razão de raios $\kappa=0,8$ variando apenas o valor de excentricidade relativo á maior diferença $\varepsilon=0,7$.

Denotou-se ainda para todas as situações apresentas nas Figuras 5.13 a 5.16 que a perda de carga aumenta com a velocidade de rotação, assim como, para uma mesma excentricidade o valor de $f.Re$ cresce com a razão de raios.

5.3 Estudo do comportamento de $f.Re$ em função da excentricidade para crescentes profundidades de leito de aparas

Até agora foi analisada a evolução de $f.Re$ com o aumento da excentricidade para diferentes velocidades de rotação, fixando a profundidade do leito de aparas. Agora estudar-se-á o comportamento de $f.Re$ com a variação da excentricidade mantendo o número de Taylor constante, analisando o que acontece para diferentes profundidades do leito de aparas.

5.3.1 Variação de $f.Re$ com a excentricidade para diferentes profundidades do leito de aparas sem rotação do cilindro interior $Ta=0$

Num escoamento ao longo de uma conduta sem rotação do cilindro interior, para cada espessura do leito de aparas, a perda de carga diminui com o aumento da excentricidade, ou seja, o valor de $f.Re$ mais alto refere-se à menor excentricidade enquanto o menor é obtido para a maior excentricidade como comprova, para todas as razões de raios, a Figura 5.17.

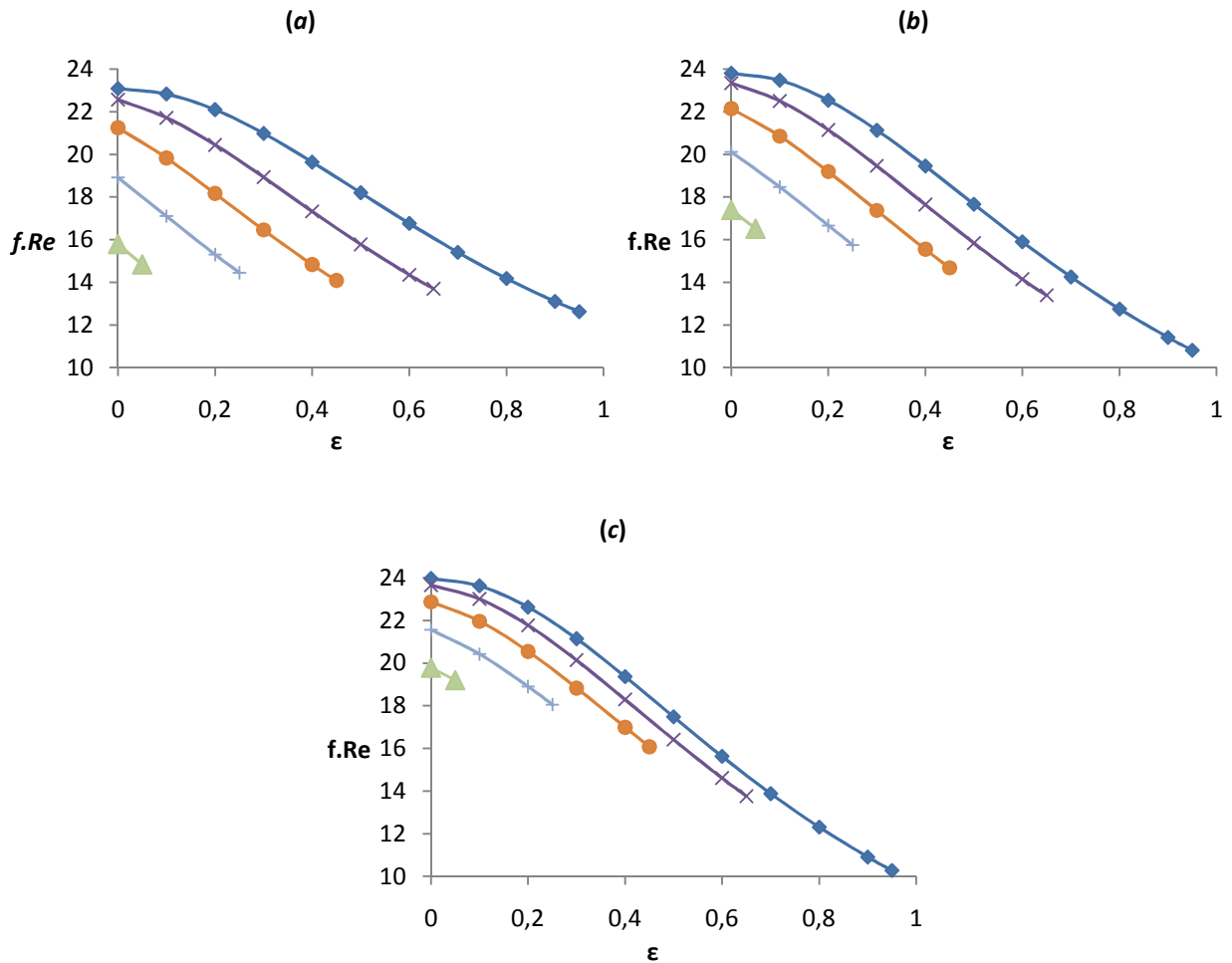


Figura 5.17 – Evolução de $f.Re$ com a excentricidade, sem rotação do cilindro interior $Ta=0$, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a) ; $0,5$ (b) ; $0,8$ (c) e as profundidades de leito de aparas: $\xi=0$ (\blacklozenge); $\xi=0,2$ (\times); $\xi=0,5$ (\bullet); $\xi=0,7$ (\oplus); $\xi=0,9$ (\blacktriangle).

5.3.2 Variação de $f.Re$ com o aumento da profundidade do leito de aparas para $Ta=50.000$

Quando os escoamentos são sujeitos a uma elevada velocidade de rotação a variação da perda de carga com a excentricidade é muito diferente da observada para escoamentos sem rotação do cilindro interior, sendo isto facilmente visível pela comparação das Figuras 5.17 e 5.18.

Aqui, para as três razões de raios, destacam-se também três etapas para a maior parte das profundidades do leito de aparas apresentadas na Figura 5.18. Por exemplo, para condutas sem leito de aparas $\xi=0$ e para $\varepsilon < 0,4$ a perda de carga aumenta ligeiramente com a excentricidade, sofrendo um decréscimo acentuado entre $0,4 < \varepsilon < 0,8$ atenuando-se esta redução acima desta excentricidade $\varepsilon > 0,8$ observando-se a partir daqui, na Figura 5.18 (c), o aumento de $f.Re$ para $\kappa=0,8$ enquanto para $\kappa=0,2$ e $\kappa=0,5$ este acréscimo é mais evidente para $\varepsilon > 0,9$ na Figura 5.18 (a) e 5.18 (b).

Com o aumento do leito de aparas diminui o número de pontos estudados devido ao menor intervalo de excentricidades disponível, sendo assim menos detalhada a evolução da perda de carga com a excentricidade na Figura 5.18.

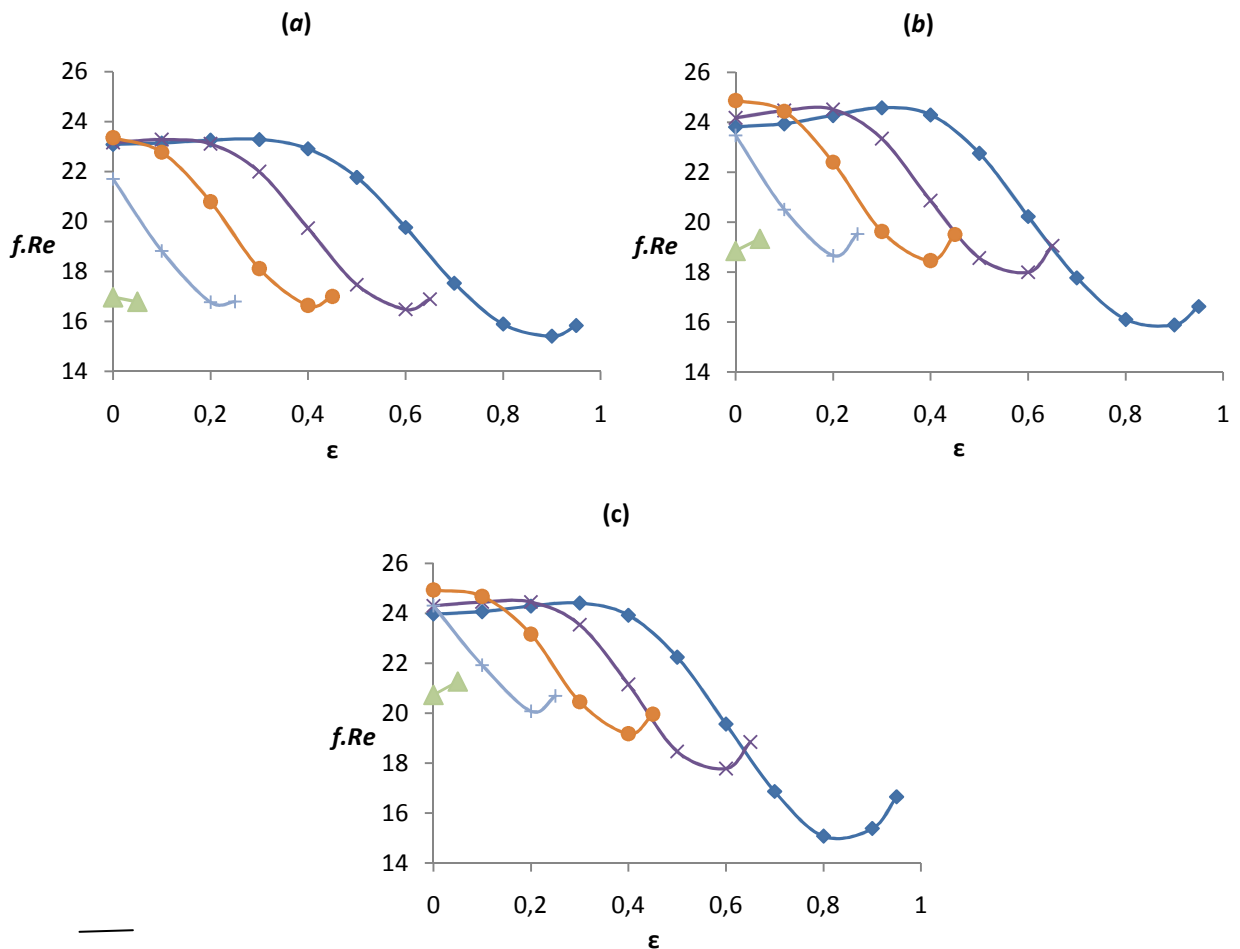


Figura 5.18 – Evolução de $f.Re$ com a excentricidade, com o número de Taylor $Ta=10000$, para as razões de raios: $\kappa=0,2$ (a) ; $0,5$ (b) ; $0,8$ (c) e as profundidades de leito de aparas: $\xi=0$ (—◆—); $\xi=0,2$ (—▲—); $\xi=0,5$ (—*—); $\xi=0,7$ (—●—); $\xi=0,9$ (—+—) .

Com o aumento da razão de raios intensifica-se o aumento da perda de carga observado para as maiores excentricidades, isto é facilmente visível seguindo a evolução das Figuras 5.18 (a), 5.18 (b) e 5.18 (c).

No subcapítulo 5.3.1 verificou-se que para uma dada excentricidade um aumento da espessura do leito de aparas conduz a uma redução de $f.Re$. Para $Ta=50000$ isto já não acontece, na Figura 5.18 para $\epsilon=0$ a perda de carga para uma conduta sem leito de aparas é inferior a valores obtidos para $\xi=0,3$ e $\xi=0,5$, correspondendo este último ao $f.Re$ máximo para condutas concêntricas.

5.4 Estudo do comportamento de $f.Re$ em função do leito de aparas para crescentes excentricidades

Para uma melhor compreensão da influência do leito de aparas são agora apresentadas as Figuras 5.19, 5.20 e 5.21 que ilustram o comportamento de $f.Re$ ao aumento do leito de aparas. Numa primeira instância, na Figura 5.19, apresentam-se as perdas de carga resultantes de escoamentos sem velocidade de rotação e depois nas Figuras 5.20 e 5.21 a mesma análise é feita impondo agora rotação ao cilindro interior, respectivamente, $Ta=5000$ e $Ta=50000$.

5.4.1 Resposta de $f.Re$ a um crescente leito de aparas para $Ta=0$

A variação da perda de carga num escoamento sem rotação do cilindro interior é semelhante para as três razões de raios. Observam-se na Figura 5.19 curvas quase paralelas representando cada uma delas, para uma dada excentricidade, a diminuição de $f.Re$ com o crescimento do leito de aparas.

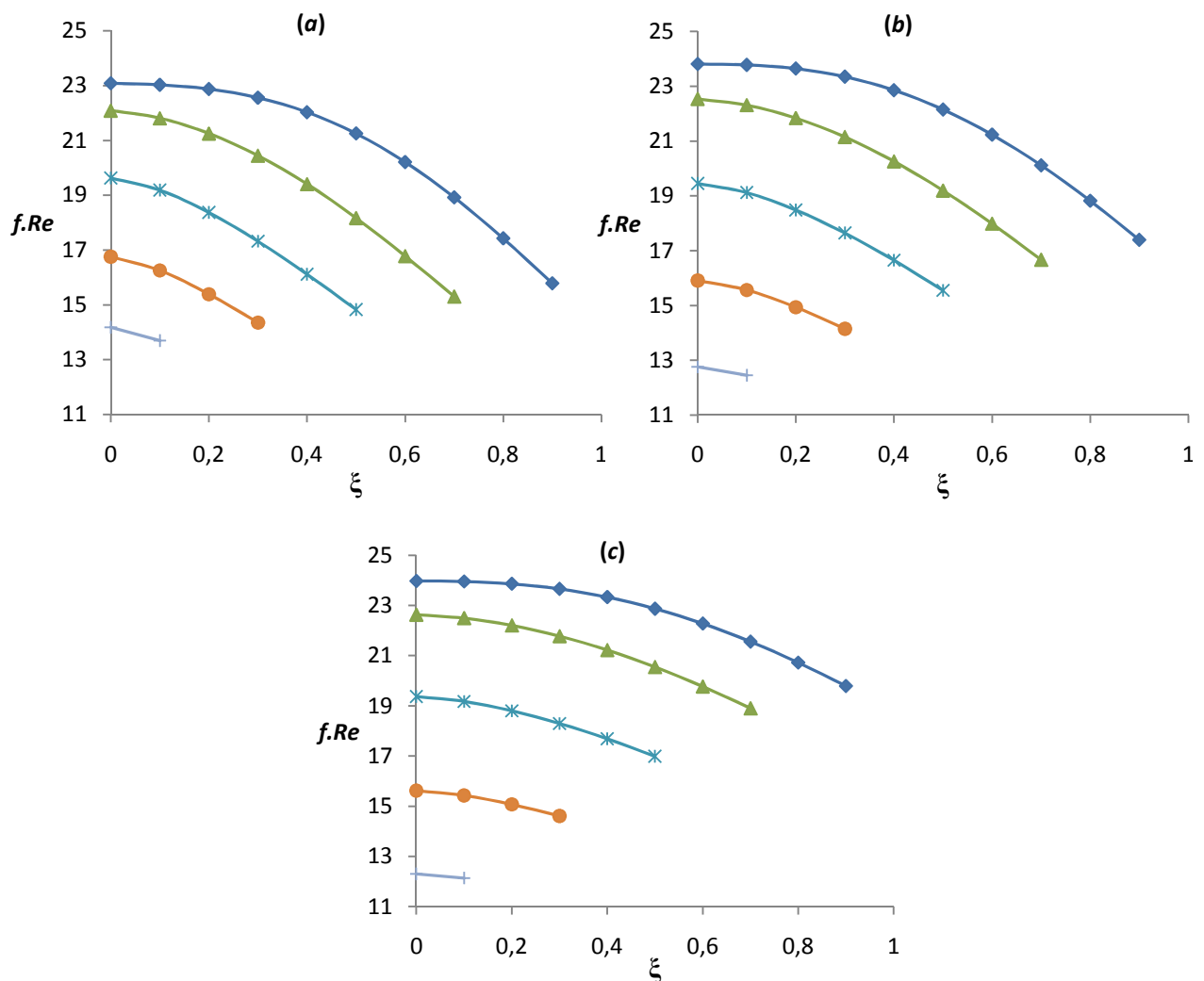


Figura 5.19 – Variação da perda de pressão por fricção $f.Re$ com o leito de aparas ξ para o número de Taylor $Ta=0e$ para as excentricidades: $\epsilon=0$ (◆); $\epsilon=0,2$ (▲); $\epsilon=0,4$ (*); $\epsilon=0,6$ (●); $\epsilon=0,8$ (⊕)

Na Figura 5.19, para $\varepsilon = 0,8$, apenas se observa uma recta pois apenas dois pontos definem esta evolução, não se podendo discutir o que acontece entre eles.

5.4.2 Resposta de $f.Re$ a um crescente leito de aparas para $Ta=5000$

Quando o escoamento é sujeito a uma rotação do cilindro interior, neste caso $Ta=5000$, a variação da perda de carga com o crescimento do leito de aparas difere consideravelmente da observada para escoamentos sem rotação.

Conseguem-se notar na Figura 5.20 três etapas distintas na evolução de $f.Re$ com a profundidade do leito de aparas. Por exemplo, numa primeira etapa, para uma excentricidade nula $\varepsilon=0$ e para profundidades do leito de aparas inferiores a $\xi < 0,6$, o factor $f.Re$ diminui suavemente para a razão de raios $\kappa=0,2$ sendo menor esta diminuição para as maiores razões de raios, observando-se até um ligeiro aumento para $\kappa=0,8$. Numa segunda fase entre $0,6 < \xi < 0,8$ ocorre o decréscimo mais acentuado da perda de carga, atenuando-se esta diminuição para as maiores excentricidades, $\xi > 0,8$ neste caso.

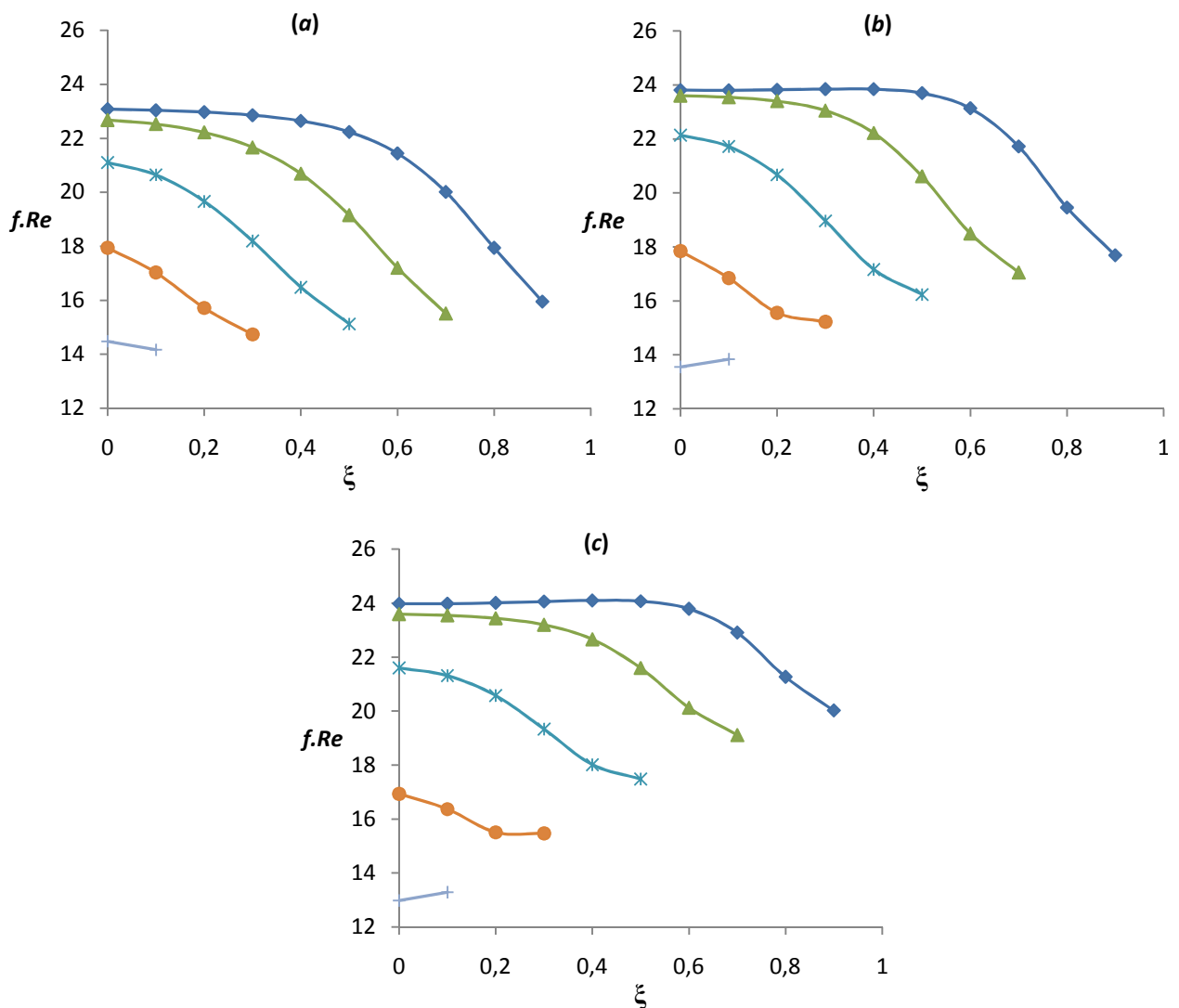


Figura 5.20 – Variação da perda de pressão por fricção $f.Re$ com o leito de aparas ξ para o número de Taylor $Ta=5000$ e as excentricidades: $\varepsilon=0$ (—◆—); $\varepsilon=0,2$ (—▲—); $\varepsilon=0,4$ (—*—); $\varepsilon=0,6$ (—●—); $\varepsilon=0,8$ (—+—).

Com o aumento da excentricidade continuam-se a notar os três estágios, diminuindo apenas a gama de excentricidades para a qual ocorre cada uma dessas etapas. Estas etapas distinguem-se mais facilmente para as maiores razões de raios verificando-se que $f.Re$ para as excentricidades mais elevadas sofre um leve aumento como se pode ver, por exemplo, na Figura 5.20 (c) para $\varepsilon = 0,6$ e $\varepsilon = 0,8$.

5.4.3 Resposta de $f.Re$ a um crescente leito de aparas para $Ta = 50000$

Tendo em atenção os resultados obtidos com esta elevada velocidade de rotação para condutas sem leito de aparas pode se observar na Figura 5.21 (a), relativa a $\kappa=0,2$, que o valor de $f.Re$ para $\varepsilon=0,4$ está próximo do concêntrico, sendo estes dois praticamente iguais para $\kappa=0,8$ como mostra a Figura 5.21 (c). Já na Figura 5.21 (b), para $\kappa=0,5$, a perda de carga resultante numa conduta com $\varepsilon=0,4$ é muito semelhante á obtida para outra com $\varepsilon=0,2$, ambas superiores ao valor concêntrico.

Para espessuras do leito de aparas inferiores a $\xi < 0,3$ e para qualquer uma das razões de raios a perda de carga calculada para a excentricidade $\varepsilon=0,2$ é superior à obtida para condutas concêntricas, $\varepsilon=0$.

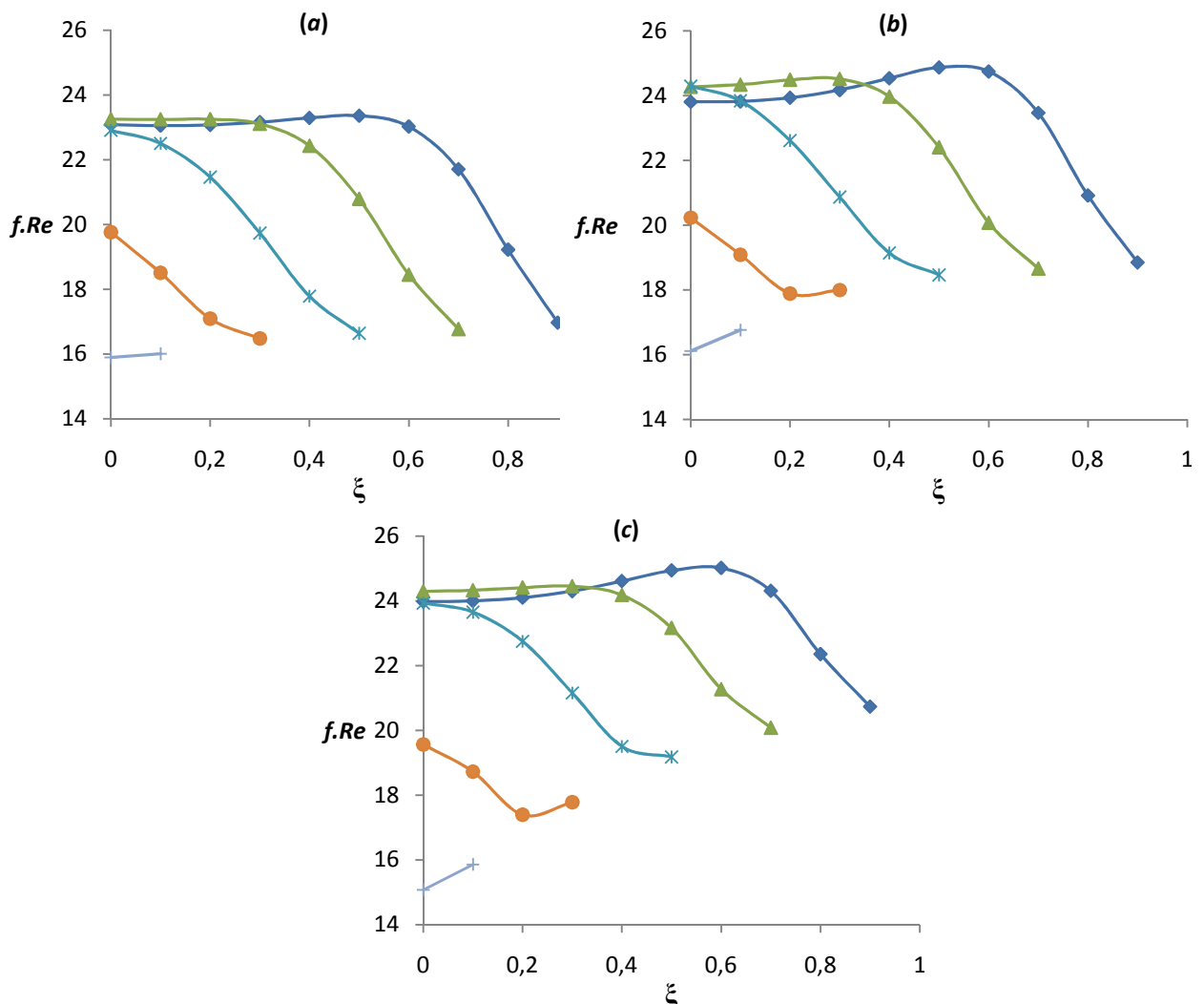


Figura 5.21 – Variação da perda de pressão por fricção $f.Re$ com o leito de aparas ξ para o número de Taylor $Ta=50000$ e as excentricidades: $\varepsilon=0$ (◆); $\varepsilon=0,2$ (▲); $\varepsilon=0,4$ (×); $\varepsilon=0,6$ (●); $\varepsilon=0,8$ (⊕)

Para esta velocidade de rotação, a mais alta das usadas nos cálculos efectuados, aplicada a um escoamento ao longo de uma conduta sem excentricidade observa-se um leve aumento de $f.Re$ com o crescimento do leito de aparas até aproximadamente $\xi < 0,6$ como se pode ver na Figura 5.21 para qualquer uma das razões de raios.

6 Conclusões e perspectivas de trabalho futuro

O presente relatório abordou o estudo do escoamento laminar de um fluido newtoniano ao longo de condutas anelares com leito de aparas.

O aumento do leito de aparas, por si só, provoca a redução do diâmetro hidráulico, o que em conjunto com um número de Reynolds constante conduz ao aumento das velocidades axiais nos sectores mais amplos da geometria. Num escoamento ao longo de uma conduta anelar concêntrica sem leito de aparas com a razão de raios intermédia $\kappa=0,5$ a velocidade axial adimensional \bar{u} é 1,51, quando na presença de um leito de aparas com a profundidade $\xi=0,9$ o valor de \bar{u} ascende a 1,71.

Um maior leito de aparas acarreta ainda a redução do espaço existente entre o cilindro interior e a parede do leito de aparas, diminuindo o escoamento nessa zona. Consegue-se um aumento do escoamento nesses sectores mais estreitos com o aumento da velocidade de rotação. Por exemplo, o escoamento observado no sector mais estreito de uma conduta excêntrica, $\varepsilon=0,2$, com a razão de raios $\kappa=0,5$ e o leito de aparas $\xi=0,5$ é praticamente nulo se não houver rotação do cilindro interior. Ao aplicar-se a maior rotação usada, $Ta=50000$, a componente adimensional da velocidade axial atinge os 0,8, ou seja, valores próximos da velocidade média axial para esse escoamento.

A velocidade de rotação provoca também o aparecimento de um escoamento secundário composto por velocidades radiais e, principalmente, tangenciais. O aumento do leito de aparas ou da excentricidade conduz ao aumento da recirculação neste escoamento, reduzindo o fluxo em torno da conduta interior.

Relativamente à perda de carga, avaliada neste trabalho pelo produto $f.Re$, conclui-se que tem tendência a diminuir com o aumento do leito de aparas, principalmente para as menores velocidades de rotação. Para um escoamento não sujeito à rotação do cilindro interior numa conduta anelar concêntrica sem leito de aparas e com a menor razão de raios $\kappa=0,2$ o valor de $f.Re$ é de 23,09 diminuindo ligeiramente até $\xi=0,5$ ($f.Re=21,25$) ocorrendo acima desta profundidade do leito de aparas uma diminuição da perda de carga mais acentuada, atingindo o valor mínimo e igual a 15,79 para o maior leito de aparas, $\xi=0,9$. Apenas pela variação do leito de aparas verifica-se, para $\xi=0,9$, a redução de cerca de 1/3 do valor da perda de pressão por fricção $f.Re$ obtida sem leito de aparas $\xi=0$.

Para condutas com excentricidades elevadas e para as maiores velocidades de rotação observa-se um aumento da perda de carga com uma maior espessura do leito de aparas, sendo este aumento mais evidente para as maiores razões de raios. Numa conduta anelar excêntrica $\varepsilon=0,6$ com $\kappa=0,8$ e $Ta=50000$ o valor de $f.Re$ aumenta de 17,39 para 17,78 com o aumento do

leito de aparas de $\xi=0,2$ para $\xi=0,3$. Mas, para o mesmo caso, se não existir rotação, a perda de carga diminuí de 15,07 para 14,61.

De todos os cálculos realizados conclui-se que a maior perda de pressão por fricção ocorre para a maior velocidade de rotação, $Ta=50000$, no escoamento ao longo de uma conduta concêntrica com um leito de aparas $\xi=0,6$ e com a razão de raios $\kappa=0,8$ sendo $f.Re$ igual a 25,02 enquanto o valor mínimo é de 10,27 para uma conduta com a mesma razão de raios $\kappa=0,8$, a maior excentricidade $\varepsilon=0,95$, sem leito de aparas e sem rotação.

Conclui-se assim que a presença de um leito de aparas pode ter uma grande influência tanto nas distribuições de velocidades como na perda de carga ao longo do escoamento. Sendo necessário um controlo minucioso da perda de carga para prevenir a ocorrência dos já falados *kicks*.

Como projectos futuros existem várias possibilidades em aberto. A primeira é a continuação deste trabalho fazendo com que o leito de aparas cobrisse parcialmente o cilindro interior, para completar o estudo do comportamento de fluidos newtonianos nestas condições. Uma segunda possibilidade é óbvia pela leitura dos textos introdutórios e consiste na realização de cálculo semelhante para fluidos com reologias complexas e não-newtonianas. Podendo também estudar-se fluidos sem elasticidade mas de viscosidade variável, como também de reologia visco elástica.

7 Referências

- Ballal, B.Y., Rivlin, R.S., 1976. *Flow of a Newtonian fluid between eccentric rotating cylinders: Inertial effects*. Arch. Rational Mech. Anal. 62, 237±294.
- Bruce R. Munson, Donald F. Young, Theodore H. Okiishi, *Fundamentals of Fluid Mechanics*, John Wiley & Sons, inc., 2002 , pág. 309, 351
- Escudier, M.P., Gouldson, I.W., 1997. *Effects of centrebody rotation on laminar flow through an eccentric annulus*. In: Adrian, R.J., Durao, D.F.G., Durst, F., Heitor, M.V., Maeda, M., Whitelaw, J.H., (Eds.), *Developments in Laser Techniques and Applications to Fluid Mechanics*. Proc. Eighth Int. Symp., Lisbon, 1996. Springer, Berlin.
- Escudier, M.P., Gouldson, I.W., Oliveira, P.J., Pinho, F.T., (2000). *Effects of Inner Cylinder Rotation on Laminar Flow of a Newtonian Fluid Through an Eccentric Annulus*. International Journal of Heat and Fluid Flow. Vol. 21, No.1, p. 92-103.
- Ho Tung, J.N., Kleis, S.J., VanArsdale, W.E., 1993. *The effect of polymer on azimuthal velocity profiles in an eccentric cylinder apparatus*. In: *Developments in Non-Newtonian Flows*, vol. AMD±175, pp. 65±70.
- Joel H. Ferziger, 1998. *Numerical methods for engineering application*. John Wiley & Sons. 30 ± 32
- Kamal, M.M., 1966. *Separation in the flow between eccentric cylinders*. ASME J. Basic Eng., 717±724.
- Lockett, T.J., 1992. *Numerical simulation of inelastic non-Newtonian fluid flows in annuli*. Ph.D. Thesis. Imperial College of Science, Technology and Medicine.
- Pearson JRA, 1988. *Rheological principles and measurements applied to the problems of drilling and completing oil wells*. In: Proc. Xth Int Cong Rheology, vol 1, Sydney, 14–19 August, p. 73–78
- San Andres, A., Szeri, A.Z., 1984. *Flow between eccentric rotating cylinders*. ASME J. Appl. Mech. 51, 869±878.
- Shah, R.K., London, A.L., 1978. *Laminar flow forced convection in ducts*. In: *Advances in Heat*. Academic Press, New York.
- Siginer, D.A., Bakhtiyarov, S.I., 1998. *Flow of drilling fluids in eccentric annuli*. J. Non-Newt. Fluid Mech. 78, 119±132.
- Takeuchi, D.I., Jankowski, D.F., 1982. *A numerical and experimental investigation of the stability of spiral Poiseuille flow*. J. Fluid Mech. 102, 101±126.
- The Australian Drilling Industry Training Committee, 1997. *Drilling: The manual of methods, applications, and management*.
- Tiedt, W., 1966. *Berechnung des laminaren und turbulenten Reibungswiderstandes konzentrischer und exzentrischer Ringspalte*. Part I. Chem-Ztg, Chem. Appar. 90, 813±821.
- Tiedt, W., 1967. *Berechnung des laminaren und turbulenten Reibungswiderstandes konzentrischer und exzentrischer Ringspalte*. Part II. Chem-Ztg, Chem. Appar. 91, 17±25.

Anexo A: Valores de $f.Re$ publicados em Escudier et al. (2000) para escoamentos laminares em condutas anelares sem leito de aparas

Tabela A.1 – Variação de $f.Re$ com ε em Escudier et al. (2000) para $\kappa=0,2$ e $\xi=0$

Ta ↓	ε								
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
0	22.093	20.985	19.641	18.197	16.760	15.407	14.181	13.105	12.625
100	22.125	21.039	19.706	18.256	16.803	15.431	14.193	13.124	12.657
1000	22.327	21.397	20.151	18.682	17.111	15.587	14.255	13.235	12.874
2500	22.518	21.758	20.638	19.181	17.498	15.800	14.350	13.407	13.184
5000	22.688	22.096	21.124	19.717	17.945	16.068	14.493	13.640	13.598
10000	22.860	22.449	21.655	20.332	18.491	16.438	14.741	14.019	14.195
50000	23.267	23.303	22.943	21.788	19.775	17.547	15.944	15.486	15.879

Tabela A.2 – Variação de $f.Re$ com ε em Escudier et al. (2000) para $\kappa=0,5$ e $\xi=0$

Ta ↓	ε								
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
0	22.517	21.117	19.439	17.655	15.895	14.244	12.745	11.414	10.811
100	22.629	21.282	19.619	17.804	15.993	14.292	12.78	11.489	10.929
1000	23.088	22.091	20.605	18.686	16.56	14.545	12.956	11.944	11.649
2500	23.396	22.703	21.454	19.555	17.196	14.879	13.207	12.449	12.383
5000	23.6	23.14	22.137	20.344	17.849	15.308	13.558	12.994	13.119
10000	23.8	23.568	22.804	21.149	18.603	15.917	14.093	13.703	14.005
50000	24.277	24.585	24.47	22.758	20.236	17.782	16.115	15.893	16.631

Tabela A.3 – Variação de $f.Re$ com ε em Escudier et al. (2000) para $\kappa=0,8$ e $\xi=0$

Ta ↓	ε								
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
0	22.631	21.146	19.367	17.48	15.622	13.882	12.304	10.903	10.277
100	22.687	21.238	19.468	17.559	15.667	13.901	12.328	10.975	10.381
1000	23.041	21.834	20.149	18.121	15.989	14.038	12.489	11.405	11.016
2500	23.344	22.405	20.878	18.786	16.408	14.243	12.701	11.858	11.645
5000	23.597	22.912	21.602	19.527	16.933	14.54	12.981	12.364	12.325
10000	23.824	23.4	22.361	20.396	17.65	15.018	13.403	13.028	13.216
50000	24.298	24.425	23.936	22.258	19.573	16.872	15.078	15.383	16.642

ANEXO B: Velocidades de escoamento axial e de rotação do cilindro interior para cada uma das geometrias

Para $Ta=0$

Tabela B.1 – Velocidades de escoamento axial e de rotação do cilindro interior e os parâmetros necessários para o seu cálculo para cada uma das geometrias

ξ	h [m]	α [rad]	a [m]	b [m]	P [m]	A [m ²]	D_h [m]	U [m/s]	ω [rad/s]	
$\kappa=0,2$	0	0,00	0	0,1250	0	0,9425	0,0471	0,2000	0,0050	0
	0,1	0,01	0,4027	0,1150	0,0490	0,9398	0,0465	0,1978	0,0051	0
	0,2	0,02	0,5735	0,1050	0,0678	0,9347	0,0453	0,1938	0,0052	0
	0,3	0,03	0,7075	0,0950	0,0812	0,9281	0,0438	0,1887	0,0053	0
	0,4	0,04	0,8230	0,0850	0,0917	0,9200	0,0421	0,1828	0,0055	0
	0,5	0,05	0,9273	0,0750	0,1000	0,9107	0,0401	0,1763	0,0057	0
	0,6	0,06	1,0239	0,0650	0,1068	0,9000	0,0381	0,1692	0,0059	0
	0,7	0,07	1,1152	0,0550	0,1122	0,8882	0,0359	0,1616	0,0062	0
	0,8	0,08	1,2025	0,0450	0,1166	0,8751	0,0336	0,1535	0,0065	0
0,9	0,09	1,2870	0,0350	0,1200	0,8607	0,0312	0,1451	0,0069	0	
$\kappa=0,5$	0	0	0	0,0500	0	0,4712	0,0059	0,0500	0,0200	0
	0,1	0,0025	0,3176	0,0475	0,0156	0,4707	0,0058	0,0496	0,0202	0
	0,2	0,0050	0,4510	0,0450	0,0218	0,4697	0,0057	0,0489	0,0204	0
	0,3	0,0075	0,5548	0,0425	0,0263	0,4684	0,0056	0,0480	0,0208	0
	0,4	0,0100	0,6435	0,0400	0,0300	0,4669	0,0055	0,0470	0,0213	0
	0,5	0,0125	0,7227	0,0375	0,0331	0,4651	0,0053	0,0458	0,0218	0
	0,6	0,0150	0,7954	0,0350	0,0357	0,4631	0,0052	0,0445	0,0225	0
	0,7	0,0175	0,8632	0,0325	0,0380	0,4609	0,0050	0,0431	0,0232	0
	0,8	0,0200	0,9273	0,0300	0,0400	0,4585	0,0048	0,0416	0,0240	0
0,9	0,0225	0,9884	0,0275	0,0418	0,4559	0,0046	0,0401	0,0250	0	
$\kappa=0,8$	0	0	0	0,0500	0	0,5655	0,0028	0,0200	0,0500	0
	0,1	0,001	0,2003	0,0490	0,0099	0,5654	0,0028	0,0199	0,0502	0
	0,2	0,002	0,2838	0,0480	0,0140	0,5651	0,0028	0,0197	0,0506	0
	0,3	0,003	0,3482	0,0470	0,0171	0,5648	0,0028	0,0195	0,0512	0
	0,4	0,004	0,4027	0,0460	0,0196	0,5644	0,0027	0,0193	0,0518	0
	0,5	0,005	0,4510	0,0450	0,0218	0,5640	0,0027	0,0190	0,0526	0
	0,6	0,006	0,4949	0,0440	0,0237	0,5635	0,0026	0,0187	0,0535	0
	0,7	0,007	0,5355	0,0430	0,0255	0,5630	0,0026	0,0184	0,0544	0
	0,8	0,008	0,5735	0,0420	0,0271	0,5624	0,0025	0,0180	0,0555	0
0,9	0,009	0,6094	0,0410	0,0286	0,5618	0,0025	0,0176	0,0567	0	

Para Ta=100

Com o aumento do número de Taylor apenas se altera a velocidade de rotação do cilindro interior ω , sendo os restantes parâmetros iguais aos indicados na Tabela A.1.

Tabela B.2 – Velocidades de rotação do cilindro interior para Ta=100

$\kappa=0,2$		$\kappa=0,5$		$\kappa=0,8$	
ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]
0	0,2000	0	1,6000	0	5,0000
0,1	0,2023	0,1	1,6125	0,1	5,0224
0,2	0,2064	0,2	1,6356	0,2	5,0638
0,3	0,2120	0,3	1,6662	0,3	5,1181
0,4	0,2188	0,4	1,7034	0,4	5,1836
0,5	0,2269	0,5	1,7473	0,5	5,2597
0,6	0,2364	0,6	1,7979	0,6	5,3461
0,7	0,2476	0,7	1,8558	0,7	5,4429
0,8	0,2606	0,8	1,9216	0,8	5,5505
0,9	0,2757	0,9	1,9962	0,9	5,6693

Para Ta=1000**Tabela B.3 - Velocidades de rotação do cilindro interior para Ta=1000**

$\kappa=0,2$		$\kappa=0,5$		$\kappa=0,8$	
ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]
0	0,6325	0	5,0596	0	15,8114
0,1	0,6396	0,1	5,0992	0,1	15,8823
0,2	0,6528	0,2	5,1723	0,2	16,0131
0,3	0,6703	0,3	5,2689	0,3	16,1848
0,4	0,6918	0,4	5,3867	0,4	16,3921
0,5	0,7175	0,5	5,5253	0,5	16,6327
0,6	0,7477	0,6	5,6854	0,6	16,9059
0,7	0,7830	0,7	5,8684	0,7	17,2121
0,8	0,8240	0,8	6,0765	0,8	17,5522
0,9	0,8720	0,9	6,3126	0,9	17,9279

Para Ta=2500**Tabela B.4 - Velocidades de rotação do cilindro interior para Ta=2500**

$\kappa=0,2$		$\kappa=0,5$		$\kappa=0,8$	
ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]
0	1,0000	0	8,0000	0	25,0000
0,1	1,0113	0,1	8,0626	0,1	25,1122
0,2	1,0321	0,2	8,1781	0,2	25,3189
0,3	1,0598	0,3	8,3309	0,3	25,5905
0,4	1,0938	0,4	8,5172	0,4	25,9182
0,5	1,1345	0,5	8,7363	0,5	26,2986
0,6	1,1822	0,6	8,9895	0,6	26,7306
0,7	1,2380	0,7	9,2788	0,7	27,2147
0,8	1,3029	0,8	9,6078	0,8	27,7525
0,9	1,3787	0,9	9,9811	0,9	28,3464

Para Ta=5000**Tabela B.5 – Velocidades de rotação do cilindro interior para Ta=5000**

$\kappa=0,2$		$\kappa=0,5$		$\kappa=0,8$	
ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]
0	1,4142	0	11,3137	0	35,3553
0,1	1,4302	0,1	11,4022	0,1	35,5139
0,2	1,4596	0,2	11,5656	0,2	35,8063
0,3	1,4987	0,3	11,7817	0,3	36,1904
0,4	1,5469	0,4	12,0451	0,4	36,6539
0,5	1,6044	0,5	12,3550	0,5	37,1919
0,6	1,6719	0,6	12,7130	0,6	37,8028
0,7	1,7507	0,7	13,1222	0,7	38,4874
0,8	1,8426	0,8	13,5875	0,8	39,2479
0,9	1,9498	0,9	14,1154	0,9	40,0879

Para Ta=10000**Tabela B.6 – Velocidades de rotação do cilindro interior para Ta=10000**

$\kappa=0,2$		$\kappa=0,5$		$\kappa=0,8$	
ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]
0	2,0000	0	16,0000	0	50,0000
0,1	2,0225	0,1	16,1252	0,1	50,2243
0,2	2,0642	0,2	16,3563	0,2	50,6378
0,3	2,1195	0,3	16,6618	0,3	51,1809
0,4	2,1877	0,4	17,0343	0,4	51,8365
0,5	2,2690	0,5	17,4727	0,5	52,5973
0,6	2,3645	0,6	17,9789	0,6	53,4613
0,7	2,4759	0,7	18,5576	0,7	54,4294
0,8	2,6058	0,8	19,2157	0,8	55,5049
0,9	2,7575	0,9	19,9622	0,9	56,6929

Para Ta=50000**Tabela B.7 – Velocidades de rotação do cilindro interior para Ta=50000**

$\kappa=0,2$		$\kappa=0,5$		$\kappa=0,8$	
ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]	ξ	ω [rad/s]
0	4,4721	0	35,7771	0	111,8034
0,1	4,5225	0,1	36,0570	0,1	112,3050
0,2	4,6156	0,2	36,5737	0,2	113,2295
0,3	4,7394	0,3	37,2569	0,3	114,4441
0,4	4,8918	0,4	38,0900	0,4	115,9098
0,5	5,0736	0,5	39,0701	0,5	117,6111
0,6	5,2871	0,6	40,2021	0,6	119,5431
0,7	5,5363	0,7	41,4961	0,7	121,7079
0,8	5,8267	0,8	42,9675	0,8	124,1128
0,9	6,1659	0,9	44,6368	0,9	126,7691

ANEXO C: Resultados obtidos da perda de pressão por fricção $f \cdot Re$ com a variação de ϵ , κ e Ta

Para $\xi=0$ Tabela C.1 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,2$ e $\xi=0$

Ta ↓	ε										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
0	23,0886	22,8290	22,0941	20,9856	19,6354	18,2002	16,7607	15,4072	14,1818	13,1055	12,6274
100	23,0886	22,8378	22,1236	21,0361	19,6958	18,2558	16,7998	15,4267	14,1888	13,1173	12,6496
1000	23,0886	22,8950	22,3226	21,3895	20,1375	18,6786	17,1078	15,5853	14,2492	13,2199	12,8525
2500	23,0886	22,9473	22,5126	21,7484	20,6209	19,1774	17,4970	15,7998	14,3418	13,3756	13,1493
5000	23,0886	22,9925	22,6825	22,0861	21,1062	19,7143	17,9475	16,0714	14,4805	13,6025	13,5477
10000	23,0884	22,9722	22,7203	22,2535	21,6589	20,3505	18,4096	16,4487	14,7250	13,9669	14,1294
50000	23,0886	23,1410	23,2587	23,2879	22,9127	21,7712	19,7672	17,5370	15,8982	15,4148	15,8383

Tabela C.2 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,5$ e $\xi=0$

Ta ↓	ε										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
0	23,8131	23,4812	22,5418	21,1396	19,4583	17,6721	15,9092	14,2562	12,7557	11,4228	10,8187
100	23,8131	23,5080	22,6305	21,2845	19,6205	17,8064	15,9896	14,2890	12,7770	11,4893	10,9320
1000	23,8131	23,6385	23,0867	22,0906	20,6041	18,6878	16,5558	14,5419	12,9525	11,9426	11,6510
2500	23,8131	23,7183	23,3881	22,6891	21,4426	19,5494	17,1831	14,8747	13,2048	12,4396	12,3717
5000	23,8131	23,7731	23,6030	23,1442	22,1395	20,3479	17,8477	15,3041	13,5541	12,9941	13,1204
10000	23,8153	23,7100	23,8327	23,6182	22,8588	21,1826	18,6053	15,9024	14,0787	13,7003	14,0034
50000	23,8132	23,9411	24,2760	24,5843	24,2953	22,7593	20,2317	17,7783	16,1118	15,8911	16,6296

Tabela C.3 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,8$ e $\xi=0$

Ta ↓	ε										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
0	23,9801	23,6278	22,6311	21,1457	19,3675	17,4798	15,6223	13,8818	12,3040	10,9032	10,2684
100	23,9801	23,6450	22,6873	21,2357	19,4649	17,5560	15,6637	13,8978	12,3253	10,9721	10,3778
1000	23,9801	23,7492	23,0409	21,8314	20,1463	18,1174	15,9855	14,0344	12,4865	11,4034	11,0148
2500	23,9801	23,8335	23,3475	22,4024	20,8756	18,7819	16,4042	14,2395	12,6983	11,8563	11,6442
5000	23,9801	23,8984	23,5970	22,9098	21,5995	19,5229	16,9298	14,5360	12,9780	12,3626	12,3247
10000	23,9801	23,9555	23,8235	23,3978	22,3583	20,3924	17,6469	15,0148	13,4006	13,0266	13,2064
50000	23,9802	24,0736	24,2977	24,4220	23,9329	22,2534	19,5694	16,8680	15,0749	15,3831	16,6504

Para $\xi=0,1$

Tabela C.4 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,2$ e $\xi=0,1$

Ta ↓	ε									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,85
0	23,0301	22,6612	21,8137	20,6102	19,1900	17,7129	16,2573	14,8719	13,6997	12,8151
100	23,0308	22,6741	21,8488	20,6633	19,2461	17,7564	16,2802	14,9205	13,7108	13,1776
1000	23,0354	22,7598	22,0884	21,0421	19,6672	18,0973	16,4667	15,3088	13,8054	13,3731
2500	23,0396	22,8389	22,3215	21,4391	20,1481	18,5205	16,7169	15,8640	13,9502	13,6574
5000	23,0434	22,9078	22,5328	21,8219	20,6489	18,9993	17,0277	16,6173	14,1630	14,0472
10000	23,0477	22,9762	22,7473	22,2271	21,2075	19,5684	17,4374	17,7351	14,5142	14,6294
50000	23,0597	23,1354	23,2518	23,1895	22,5079	20,8375	18,5092	21,2165	16,0093	16,4774

Tabela C.5 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,5$ e $\xi=0,1$

Ta ↓	ε									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,85
0	23,7788	23,3460	22,3150	20,8438	19,1218	17,3210	15,5633	13,9284	12,4528	11,7790
100	23,7835	23,3840	22,4132	20,9865	19,2642	17,4209	15,6077	13,9456	12,5064	11,8791
1000	23,7962	23,5646	22,9313	21,8146	20,1723	18,1120	15,9412	14,0920	12,8866	12,5365
2500	23,8026	23,6763	23,2859	22,4632	21,0010	18,8422	16,3522	14,3119	13,3258	13,2258
5000	23,8077	23,7541	23,5426	22,9694	21,7193	19,5634	16,8405	14,6297	13,8376	13,9701
10000	23,8131	23,8247	23,7769	23,4407	22,4123	20,3163	17,4681	15,1366	14,5197	14,8900
50000	23,8283	23,9952	24,3430	24,5388	23,8417	21,7434	19,0866	17,0858	16,7607	17,7756

Tabela C.6 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,8$ e $\xi=0,1$

Ta ↓	ε									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,85
0	23,9604	23,5459	22,4960	20,9724	19,1735	17,2807	15,4291	13,7012	12,1395	11,4256
100	23,9686	23,5724	22,5587	21,0624	19,2629	17,3426	15,4560	13,7137	12,1868	11,5150
1000	23,9794	23,7032	22,9381	21,6570	19,8948	17,8073	15,6721	13,8194	12,5055	12,0685
2500	23,9843	23,8076	23,2732	22,2437	20,5943	18,3769	15,9688	13,9792	12,8645	12,6432
5000	23,9882	23,8890	23,5504	22,7780	21,3114	19,0365	16,3635	14,2136	13,2846	13,2822
10000	23,9924	23,9615	23,8046	23,3001	22,0823	19,8424	16,9421	14,6011	13,8563	14,1206
50000	24,0037	24,1125	24,3336	24,3814	23,6546	21,6055	18,7266	16,2699	15,8620	17,2668

Para $\xi=0,2$ Tabela C. 7 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,2$ e $\xi=0,2$

Ta ↓	ε								
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75
0	22,8773	22,2992	21,2555	19,8955	18,3736	16,8481	15,3884	14,0665	13,4651
100	22,8827	22,3224	21,2999	19,9488	18,4176	16,8723	15,3964	14,0764	13,4868
1000	22,9169	22,4777	21,6110	20,3437	18,7625	17,0699	15,4650	14,1628	13,6696
2500	22,9474	22,6239	21,9276	20,7860	19,1884	17,3358	15,5675	14,2957	13,9372
5000	22,9746	22,7536	22,2249	21,2367	19,6658	17,6656	15,7161	14,4932	14,3076
10000	23,0035	22,8841	22,5328	21,7298	20,2265	18,0963	15,9629	14,8252	14,8699
50000	23,0793	23,1924	23,2583	22,8734	21,4660	19,1681	17,0947	16,3204	16,7636

Tabela C. 8 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,5$ e $\xi=0,2$

Ta ↓	ε								
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75
0	23,6433	23,0286	21,8420	20,2632	18,4856	16,6739	14,9368	13,3423	12,6074
100	23,6722	23,0964	21,9566	20,3921	18,5834	16,7189	14,9516	13,3876	12,6945
1000	23,7529	23,4030	22,5862	21,2028	19,2676	17,0612	15,0785	13,7188	13,2859
2500	23,7928	23,5960	23,0498	21,9136	19,9833	17,4841	15,2718	14,1159	13,9316
5000	23,8233	23,7341	23,3994	22,5064	20,6700	17,9755	15,5570	14,5930	14,6525
10000	23,8549	23,8617	23,7208	23,0655	21,3630	18,5805	16,0243	15,2496	15,5785
50000	23,9407	24,1778	24,4903	24,2562	22,6132	20,0112	17,8873	17,5087	18,6113

Tabela C. 9 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,8$ e $\xi=0,2$

Ta ↓	ε								
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75
0	23,8651	23,3445	22,2062	20,6248	18,7997	16,9064	15,0722	13,3717	12,5844
100	23,9048	23,3989	22,2844	20,7112	18,8669	16,9379	15,0821	13,4102	12,6601
1000	23,9678	23,6032	22,7160	21,2783	19,3563	17,1860	15,1681	13,6818	13,1530
2500	23,9959	23,7576	23,1060	21,8693	19,9364	17,5171	15,3021	14,0021	13,6889
5000	24,0179	23,8811	23,4419	22,4394	20,5759	17,9394	15,5050	14,3885	14,3011
10000	24,0408	23,9942	23,7585	23,0196	21,3086	18,5186	15,8519	14,9291	15,1211
50000	24,1015	24,2371	24,4156	24,1810	22,7529	20,0326	17,3942	16,8713	18,1369

Para $\xi=0,3$

Tabela C. 10 – Variação de $f.Re$ com ε para $\kappa=0,2$ e $\xi=0,3$

$Ta \downarrow$	ε							
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65
0	22,5633	21,7186	20,4492	18,9297	17,3249	15,7816	14,3532	13,7012
100	22,5795	21,7555	20,4994	18,9745	17,3506	15,7900	14,3619	13,7209
1000	22,6832	22,0086	20,8666	19,3236	17,5615	15,8629	14,4382	13,8889
2500	22,7770	22,2580	21,2688	19,7506	17,8455	15,9709	14,5564	14,1363
5000	22,8600	22,4872	21,6703	20,2239	18,1965	16,1254	14,7342	14,4821
10000	22,9463	22,7227	22,1029	20,7739	18,6510	16,3761	15,0390	15,0148
50000	23,1660	23,2855	23,1153	22,0013	19,7400	17,4745	16,4841	16,8978

Tabela C. 11 – Variação de $f.Re$ com ε para $\kappa=0,5$ e $\xi=0,3$

$Ta \downarrow$	ε							
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65
0	23,3472	22,5112	21,1517	19,4660	17,6462	15,8430	14,1480	13,3922
100	23,4196	22,6147	21,2700	19,5596	17,6909	15,8561	14,1843	13,4630
1000	23,6452	23,1007	21,9783	20,2159	18,0370	15,9685	14,4578	13,9623
2500	23,7618	23,4268	22,5690	20,8939	18,4689	16,1409	14,7991	14,5328
5000	23,8494	23,6698	23,0489	21,5319	18,9645	16,3978	15,2225	15,1931
10000	23,9384	23,8980	23,4996	22,1665	19,5567	16,8251	15,8246	16,0737
50000	24,1808	24,4738	24,5221	23,3503	20,8688	18,5714	17,9971	19,0619

Tabela C. 12 – Variação de $f.Re$ com ε para $\kappa=0,5$ e $\xi=0,3$

$Ta \downarrow$	ε							
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65
0	23,6623	23,0145	21,7793	20,1408	18,2966	16,4144	14,6106	13,7599
100	23,7508	23,1034	21,8667	20,2089	18,3295	16,4228	14,6401	13,8206
1000	23,9225	23,4224	22,3422	20,6718	18,5829	16,4950	14,8587	14,2374
2500	24,0021	23,6574	22,7905	21,1961	18,9157	16,6079	15,1294	14,7132
5000	24,0644	23,8521	23,2027	21,7517	19,3299	16,7808	15,4671	15,2734
10000	24,1292	24,0383	23,6117	22,3635	19,8741	17,0824	15,9546	16,0429
50000	24,3057	24,4585	24,4578	23,5465	21,1587	18,4707	17,7834	18,8483

Para $\xi=0,4$ **Tabela C. 13 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,2$ e $\xi=0,4$**

Ta ↓	ε						
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,55
0	22,0344	20,8974	19,4083	17,7616	16,1176	14,6075	13,8931
100	22,0659	20,9446	19,4539	17,7890	16,1264	14,6151	13,9110
1000	22,4718	21,6456	20,2312	18,3170	16,3179	14,7844	14,2907
2500	22,4718	21,6456	20,2312	18,3170	16,3179	14,7844	14,2907
5000	22,6504	21,9988	20,6952	18,6891	16,4792	14,9417	14,6109
10000	22,8359	22,3752	21,2281	19,1663	16,7350	15,2169	15,1116
50000	23,2999	23,2718	22,4370	20,2777	17,7874	16,5859	16,9532

Tabela C. 14 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,5$ e $\xi=0,4$

Ta ↓	ε						
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,55
0	22,8558	21,7857	20,2607	18,4895	16,6538	14,8842	14,0476
100	22,9752	21,9071	20,3550	18,5355	16,6659	14,9117	14,1064
1000	23,4110	22,5514	20,9946	18,8937	16,7699	15,1260	14,5340
2500	23,6591	23,0435	21,6326	19,3405	16,9287	15,4049	15,0439
5000	23,8466	23,4361	22,2208	19,8468	17,1639	15,7630	15,6541
10000	24,0341	23,8107	22,8045	20,4387	17,5539	16,2905	16,4930
50000	24,5408	24,7202	23,9733	21,6784	19,1414	18,2955	19,3964

Tabela C. 15 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,8$ e $\xi=0,4$

Ta ↓	ε						
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,55
0	23,3349	22,5527	21,2232	19,5375	17,6881	15,8315	14,9346
100	23,4726	22,6627	21,2991	19,5729	17,6960	15,8526	14,9808
1000	23,9736	23,4381	22,2006	20,1600	17,8622	16,2291	15,7145
2500	23,9736	23,4381	22,2006	20,1600	17,8622	16,2291	15,7145
5000	24,1060	23,7317	22,6633	20,5581	18,0146	16,5052	16,2026
10000	24,2434	24,0260	23,1628	21,0665	18,2793	16,9178	16,8933
50000	24,6140	24,6983	24,1855	22,2215	19,5061	18,5582	19,4491

Para $\xi=0,5$ **Tabela C.16 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,2$ e $\xi=0,5$**

Ta ↓	ε					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,45
0	21,2548	19,8344	18,1694	16,4580	14,8339	14,0916
100	21,2997	19,8808	18,1992	16,4679	14,8403	14,1140
1000	21,6135	20,2350	18,4414	16,5523	14,8966	14,2463
2500	21,9349	20,6530	18,7644	16,6758	14,9853	14,4536
5000	22,2421	21,1008	19,1578	16,8480	15,1224	14,7493
10000	22,5682	21,6083	19,6568	17,1138	15,3674	15,2180
50000	23,3665	22,7799	20,7980	18,1222	16,6440	17,0023

Tabela C. 17 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,5$ e $\xi=0,5$

Ta ↓	ε					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,45
0	22,1514	20,8565	19,1938	17,3709	15,5510	14,6780
100	22,2955	20,9604	19,2438	17,3831	15,5707	14,7236
1000	22,9373	21,6105	19,6266	17,4868	15,7292	15,0692
2500	23,3645	22,2137	20,0937	17,6419	15,9454	15,5033
5000	23,7000	22,7548	20,6130	17,8660	16,2344	16,0428
10000	24,0309	23,2926	21,2091	18,2278	16,6773	16,8074
50000	24,8766	24,4452	22,4061	19,6344	18,4652	19,5118

Tabela C. 18 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,8$ e $\xi=0,5$

Ta ↓	ε					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,45
0	22,8745	21,9613	20,5491	18,8316	16,9940	16,0768
100	23,0383	22,0612	20,5921	18,8403	17,0078	16,1097
1000	23,5484	22,5419	20,8771	18,9092	17,1197	16,3594
2500	23,8400	22,9547	21,2106	19,0090	17,2735	16,6770
5000	24,0755	23,3449	21,5973	19,1548	17,4814	17,0804
10000	24,3188	23,7610	22,0776	19,3984	17,8044	17,6732
50000	24,9428	24,6837	23,1663	20,4598	19,1826	19,9619

Para $\xi=0,6$ **Tabela C. 19 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,2$ e $\xi=0,6$**

Ta ↓	ε				
	0	0,1	0,2	0,3	0,35
0	20,2124	18,5549	16,7812	15,0702	14,2626
100	20,2598	18,5869	16,7921	15,0755	14,3244
1000	20,6144	18,8460	16,8846	15,1229	14,3734
2500	21,0203	19,1875	17,0195	15,1985	14,5644
5000	21,4446	19,5980	17,2053	15,3168	14,8145
10000	21,9188	20,1116	17,4855	15,5327	15,0647
50000	23,0330	21,2767	18,4583	16,7087	17,0195

Tabela C. 20 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,5$ e $\xi=0,6$

Ta ↓	ε				
	0	0,1	0,2	0,3	0,35
0	21,2331	19,7431	17,9832	16,1484	15,2488
100	21,3589	19,8011	17,9964	16,1621	15,2828
1000	22,0581	20,2247	18,1073	16,2752	15,5514
2500	22,6382	20,7162	18,2685	16,4369	15,9090
5000	23,1389	21,2461	18,4935	16,6623	16,3733
10000	23,6369	21,8422	18,8414	17,0224	17,0534
50000	24,7532	23,0178	20,0805	18,5770	19,5426

Tabela C.21 – Variação de f.Re com ε para $\kappa=0,8$ e $\xi=0,6$

Ta ↓	ε				
	0	0,1	0,2	0,3	0,35
0	22,2803	21,2474	19,7702	18,0414	17,1383
100	22,4259	21,3059	19,7810	18,0497	17,1604
1000	23,0242	21,6530	19,8635	18,1197	17,3356
2500	23,4397	22,0126	19,9754	18,2213	17,5725
5000	23,7938	22,3985	20,1292	18,3649	17,8893
10000	24,1611	22,8559	20,3700	18,5979	18,3771
50000	25,0223	23,8870	21,2774	19,6796	20,3720

Para $\xi=0,7$

Tabela C.22 – Variação de $f.Re$ com ε para $\kappa=0,2$ e $\xi=0,7$

Ta ↓	ε			
	0	0,1	0,2	0,25
0	18,9220	17,1035	15,3031	14,4516
100	18,9566	17,1156	15,3076	14,5433
1000	19,2328	17,2183	15,3476	14,5672
2500	19,5916	17,3673	15,4118	14,7230
5000	20,0141	17,5706	15,5137	15,1893
10000	20,5338	17,8708	15,7028	15,2653
50000	21,7104	18,8244	16,7756	16,8002

Tabela C.23 – Variação de $f.Re$ com ε para $\kappa=0,5$ e $\xi=0,7$

Ta ↓	ε			
	0	0,1	0,2	0,25
0	20,1147	18,4746	16,6658	15,7543
100	20,1862	18,4901	16,6752	15,7805
1000	20,6727	18,6164	16,7555	15,9959
2500	21,1932	18,7938	16,8753	16,2963
5000	21,7287	19,0330	17,0485	16,6975
10000	22,3148	19,3861	17,3354	17,2949
50000	23,4738	20,5091	18,6627	19,5299

Tabela C.24 – Variação de $f.Re$ com ε para $\kappa=0,8$ e $\xi=0,7$

Ta ↓	ε			
	0	0,1	0,2	0,25
0	21,5588	20,4243	18,9044	18,0587
100	21,6428	20,4391	18,9095	18,0735
1000	22,0981	20,5459	18,9531	18,1947
2500	22,5120	20,6818	19,0184	18,3671
5000	22,9122	20,8576	19,1139	18,6095
10000	23,3524	21,1133	19,2742	18,9997
50000	24,3121	21,9247	20,0836	20,6984

Para $\xi=0,8$ **Tabela C.25 – Variação de $f.Re$ com ε para $\kappa=0,2$, $\kappa=0,5$, $\kappa=0,8$ e $\xi=0,8$**

Ta ↓	$\kappa=0,2$			$\kappa=0,5$			$\kappa=0,8$		
	ε			ε			ε		
	0	0,1	0,15	0	0,1	0,15	0	0,1	0,15
0	17,4261	15,5423	14,6280	18,8239	17,0891	16,1844	20,7224	19,5095	18,7698
100	17,4499	15,7478	14,8943	18,8430	17,0966	16,2061	20,7429	19,5142	18,7826
1000	17,5551	15,5803	14,6931	18,9941	17,1604	16,3864	20,8854	19,5527	18,8823
2500	17,7214	15,6355	14,8879	19,1974	17,2564	16,6418	21,0577	19,6070	19,0206
5000	17,9460	15,7234	15,0499	19,4624	17,3959	16,9872	21,2681	19,6827	19,2153
10000	18,2713	15,7809	15,2393	19,8388	17,6284	17,5072	21,3030	19,5793	19,5524
50000	19,2268	16,8673	17,5699	20,9220	18,7499	19,5044	22,3584	20,4326	20,9903

Para $\xi=0,9$ **Tabela C.28 – Variação de $f.Re$ com ε para $\kappa=0,2$, $\kappa=0,5$, $\kappa=0,8$ e $\xi=0,9$**

Ta ↓	$\kappa=0,2$		$\kappa=0,5$		$\kappa=0,8$	
	ε		ε		ε	
	0	0,05	0	0,05	0	0,05
0	15,7887	14,8404	17,3982	16,5210	19,7883	19,1997
100	15,8235	14,8806	17,4061	16,5425	19,7963	19,2175
1000	15,8224	14,9532	17,4714	16,7147	19,8552	19,3383
2500	15,7942	14,9505	17,5650	16,9478	19,9282	19,4835
5000	15,9499	15,2245	17,6946	17,2549	20,0191	19,6686
10000	16,0970	15,5094	17,8997	17,7114	20,1501	19,9508
50000	16,9736	16,7928	18,8520	19,3398	20,7354	21,2702