

DIMENSIONAMENTO DE LAJES FUNGIFORMES COM IRREGULARIDADES LIMITADAS EM PLANTA

VITOR HUGO MOREIRA PINTO DA SILVA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor António Abel Ribeiro Henriques

JUNHO DE 2013

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2012/2013

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2012/2013 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2013.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor António Abel R. Henriques, meu orientador, é com elevado respeito e consideração que agradeço toda a disponibilidade e apoio prestado.

Aos meus Pais, Joaquim e Rosária, por tudo o que fizeram por mim, ajudando-me a cumprir os meus objetivos.

À minha irmã, Madalena, e seu marido, Manuel, por estarem sempre presentes.

Aos meus amigos e amigas mais chegados, que, de alguma forma, sempre me incentivaram para a realização deste trabalho.

RESUMO

A vasta utilização das lajes fungiformes e as exigências arquitectónicas em constante evolução levam ao aparecimento de lajes com geometrias pouco regulares.

O presente trabalho, tem como objetivo o estudo do comportamento das lajes fungiformes apoiadas em grelhas de pilares com geometria irregular. Esse estudo é feito com recurso ao método dos elementos finitos (MEF), através do uso do *software* de cálculo *SAP2000*. Também se pretende estudar as mesmas lajes, com recurso ao procedimento simplificado baseado no método dos pórticos equivalentes (MPE), procurando estabelecer um termo de comparação entre métodos e verificar se é plausível a sua aplicação a lajes com irregularidades na distribuição dos pilares em planta.

Inicialmente foi estabelecido um termo de comparação entre os métodos, calculando esforços para a mesma laje com geometria regular. Aí foram desenvolvidas as estratégias e metodologias que foram utilizadas para o resto do trabalho.

Finalmente foram introduzidas as irregularidades nos alinhamentos dos pilares e determinados os esforços pelo MEF. Analisando o comportamento e os resultados obtidos em paralelo com os resultados obtidos pelo MPE permitiram estabelecer as possibilidades da aplicação do MPE em lajes irregulares num ambiente de projeto.

PALAVRAS-CHAVE: lajes fungiformes, método dos elementos finitos, método dos pórticos equivalentes, irregularidades

ABSTRACT

The extensive use of flat slabs and the evolving architectural requirements lead to the appearance of slabs supported by irregular grids of columns.

The present work has the objective to study the behaviour of flat slabs supported by irregular column grids. The study is made using the finite element method (FEM) through use of commercial available software such as *SAP2000*. It also aims to study the same slabs, using a simplified method, the equivalent frame method (EFM), seeking to establish a basis for comparison between the two methods and check if the EFM can be applied to slabs with irregular column grids.

Initially we established a point of comparison between the methods, estimating efforts for the same slab with regular geometry. There have been developed strategies and methodologies that were used for the rest of the essay.

Finally irregularities were introduced in the alignments of the columns and the efforts obtained by the finite element method through *SAP2000*. Analysing the behaviour and the results obtained in parallel with the results obtained by the equivalent frame method allowed to establish the scope of application in irregular slabs in a professional context.

KEYWORDS: flat slabs, finite element method, equivalent frame method, irregularities.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
ÍNDICE GERAL	vii
ÍNDICE DE FIGURAS	ix
ÍNDICE DE QUADROS	xiii

1. INTRODUÇÃO..... 1

1.1. OBJECTIVOS	1
------------------------------	---

1.2. ORGANIZAÇÃO	1
-------------------------------	---

2. ANÁLISE DE LAJES FUNGIFORMES..... 3

2.1. GENERALIDADES	3
---------------------------------	---

2.2. COMPORTAMENTOS E PARTICULARIDADES DAS LAJES FUNGIFORMES	5
---	---

2.2.1. PUNÇOAMENTO.....	5
-------------------------	---

2.2.2. LIGAÇÃO LAJE-PILAR.....	6
--------------------------------	---

2.2.3. AÇÕES HORIZONTAIS.....	8
-------------------------------	---

2.3. MÉTODOS DE ANÁLISE	9
--------------------------------------	---

2.3.1. MÉTODO DAS GRELHAS.....	9
--------------------------------	---

2.3.2. MÉTODO DIRETO DE ANÁLISE (ACI).....	10
--	----

2.3.3. MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES.....	12
--	----

2.2.3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	13
--	----

3. ESTUDO DE LAJE FUNGIFORME..... 17

3.1. LAJE FUNGIFORME MACIÇA DE ESPESSURA CONSTANTE	17
---	----

3.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS - APLICAÇÃO	18
--	----

3.2.1. MODELAÇÃO.....	18
-----------------------	----

3.2.2. OBTENÇÃO DE RESULTADOS.....	21
------------------------------------	----

3.2.2.1. Procedimento.....	21
----------------------------	----

3.2.2.2. Resultados.....	24
--------------------------	----

3.3. MÉTODOS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES - APLICAÇÃO	31
---	----

3.3.1. OBTENÇÃO DE RESULTADOS	31
3.3.1.1. Procedimento	31
3.3.1.2. Resultados.....	32
3.4. DISCUSSÃO DE RESULTADOS	34
3.4.1. PÓRTICO 1	34
3.4.2. PÓRTICO 2 E 3.....	38
4. DISPOSIÇÃO IRREGULAR DOS PILARES EM PLANTA	41
4.1. INTRODUÇÃO	41
4.2. INTRODUÇÃO DAS IRREGULARIDADES	41
4.3. PÓRTICO 1	43
4.3.1. PILAR 1	43
4.3.2. PILAR 2	44
4.3.3. PILAR 3	46
4.3.4. PILAR 1 E 2	47
4.3.5. PILAR 2 E 3	49
4.4. PÓRTICO 2.....	50
4.4.1. PILAR 1	50
4.4.2. PILAR 2	52
4.4.3. PILAR 3	53
4.4.4. PILAR 1 E 2	55
4.4.5. PILAR 2 E 3	56
4.5. PÓRTICO 3.....	58
4.5.1. PILAR 1	58
4.5.2. PILAR 2	60
4.5.3. PILAR 3	61
4.5.4. PILAR 1 E 2	63
4.5.5. PILAR 2 E 3	64
5. CONCLUSÕES	67
5.1. CONCLUSÕES GERAIS	67
5.2. SUGESTÕES PARA DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....	69
BIBLIOGRAFIA.....	71

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Estado de tensão na face superior de um painel de laje fungiforme [1].....	5
Figura 2.2 - Esquema da rotura ao punçoamento [3]	6
Figura 2.3 - Ligação laje-pilar: a) apoio contínuo (parede); b) apoio pontual (pilar) [1]	7
Figura 2.4 - Largura efetiva b_e recomendada pelo EC2[4]	8
Figura 2.5 - Divisão da uma laje em faixas e respectivos elementos barra [5]	9
Figura 2.6 - Laje dividida em elementos de barra [5]	9
Figura 2.7 - Distribuição de momentos fletores pelo método direto [1].....	11
Figura 2.8 - Esquema dos pórticos equivalentes a ser usados (adaptado) [1].....	12
Figura 2.9 - Representação dos dois tipos de ligação estudados	14
Figura 2.10 - Diagrama Momentos fletores M_{xx} 's – Caso 1.....	15
Figura 2.11 - Diagrama Momentos fletores M_{xx} 's – Caso 2.....	15
Figura 2.12 - Diagrama Momentos fletores M_{xx} 's – Caso 3.....	16
Figura 3.1 - Planta estrutural da laje fungiforme.....	17
Figura 3.2 - Modelo 3D da laje fungiforme	18
Figura 3.3 - Malha de elementos finitos (plano x-y).....	19
Figura 3.4 - Pormenor da ligação laje-pilar	20
Figura 3.5 - Modelo estrutural	20
Figura 3.6 - Alinhamento dos pórticos.....	21
Figura 3.7 - Momentos fletores M_{xx} 's [kN.m/m]	22
Figura 3.8 - Exemplo de diagrama de momentos fletores sobre um alinhamento de pilares	22
Figura 3.9 – Distribuição de momentos fletores negativos recomendada pelo Eurocódigo 2 (EC2) para o MPE [4]	23
Figura 3.10 – Diagrama de momentos fletores negativos calculado pelo MEF	24
Figura 3.11 – Representação tri-dimensional do Pórtico 1.....	24
Figura 3.12 – Momentos fletores M_{xx} 's do pórtico 1	25
Figura 3.13 – Pormenor da deformada da laje	25
Figura 3.14 – Diagrama de momentos fletores M_{xx} 's resultantes da integração de esforços.....	26
Figura 3.15 – Representação tri-dimensional do Pórtico 2.....	27
Figura 3.16 – Momentos fletores M_{xx} 's do pórtico 2	27
Figura 3.17 – Deformada da laje no painel intermédio e o painel de bordo	28
Figura 3.18 – Diagrama de momentos fletores M_{xx} 's resultantes da integração de esforços.....	29
Figura 3.19 – Representação tri-dimensional do Pórtico	29

Figura 3.20 – Momentos fletores Mxx's do pórtico 3	30
Figura 3.21 – Diagrama de momentos fletores Mxx's resultantes da integração de esforços	30
Figura 3.22 – Esquema dos pórticos equivalentes a ser usados (adaptado Figueiras) [1].....	31
Figura 3.23 - Esquema estrutural usado no MPE – Pórtico 1.....	32
Figura 3.24 - Esquema estrutural usado no MPE – Pórtico 2 e 3.....	32
Figura 3.25 – Representação tridimensional do pórtico 1	33
Figura 3.26 - Diagrama de momentos fletores Mxx's para o Pórtico 1	33
Figura 3.27 - Diagrama de momentos fletores Mxx's para o Pórtico 2 e 3	34
Figura 3.28 – Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1 (comparação)	35
Figura 3.29 – Largura efetiva b_e (Eurocódigo 2 - EC2) [4]	36
Figura 3.30 – Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1 após a redistribuição	38
Figura 3.31 – Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2 e 3.....	39
Figura 3.32 – Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2 e 3.....	40
Figura 4.1 – Desvio de 1,60m (20% do vão) do pilar 1]	42
Figura 4.2 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1.....	43
Figura 4.3 – Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 1 – Pilar 1	44
Figura 4.4 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1.....	45
Figura 4.5 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 1 – Pilar 2	45
Figura 4.6 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1.....	46
Figura 4.7 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 1 – Pilar 3	47
Figura 4.8 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1.....	48
Figura 4.9 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 1 – Pilar 1 e 2	48
Figura 4.10 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1.....	49
Figura 4.11 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 1 – Pilar 2 e 3 ...	50
Figura 4.12 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2.....	51
Figura 4.13 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 2 – Pilar 1	51
Figura 4.14 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2.....	52
Figura 4.15 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 2 – Pilar 2	53
Figura 4.16 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2.....	54
Figura 4.17 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 2 – Pilar 3	54
Figura 4.18 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2.....	55
Figura 4.19 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 2 – Pilares 1 e 256	
Figura 4.20 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2.....	57

Figura 4.21 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 2 – Pilares 2 e 357	
Figura 4.22 - Diagramas de momentos fletores M_{xx} 's para o pórtico 3	59
Figura 4.23 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 3 – Pilar 1	59
Figura 4.24 - Diagramas de momentos fletores M_{xx} 's para o pórtico 3	60
Figura 4.25 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 3 – Pilar 2	61
Figura 4.26 - Diagramas de momentos fletores M_{xx} 's para o pórtico 3	62
Figura 4.27 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 3 – Pilar 2	62
Figura 4.28 - Diagramas de momentos fletores M_{xx} 's para o pórtico 3	63
Figura 4.29 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 3 – Pilares 1 e 264	
Figura 4.30 - Diagramas de momentos fletores M_{xx} 's para o pórtico 3	65
Figura 4.31 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 3 – Pilares 2 e 365	

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Distribuição simplificada dos momentos fletores por faixas (adaptado) [4]	12
Quadro 2.2 – Momentos fletores M_{xx} – Caso 1	14
Quadro 2.3 – Momentos fletores M_{xx} – Caso 2	15
Quadro 2.4 – Momentos fletores M_{xx} – Caso 1	15
Quadro 3.1 – Momentos fletores M_{xx} 's [kN.m/m]	23
Quadro 3.2 – Resultante dos M_{xx} 's do Pórtico 1 calculados pelo MEF [kN.m]	25
Quadro 3.3 – Resultante dos M_{xx} 's do Pórtico 2 calculados pelo MEF [kN.m]	28
Quadro 3.4 – Resultante dos M_{xx} 's do Pórtico 3 calculados pelo MEF [kN.m]	30
Quadro 3.5 – Esforços M_{xx} 's do Pórtico 1 calculados pelo MPE [kN.m]	33
Quadro 3.6 – Esforços M_{xx} 's do Pórtico 2 e 3 calculados pelo MPE [kN.m]	34
Quadro 3.7 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 1 (MEF-MPE) [kN.m]	35
Quadro 3.8 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 1 (MEF-MPE com momento resistente máximo) [kN.m]	37
Quadro 3.9 – Esforços M_{xx} 's do Pórtico 2 e 3 analisados pelo MEF-MEF [kN.m]	38
Quadro 3.10 – Esforços M_{xx} 's do Pórtico 2 (MEF-MPE) [kN.m]	38
Quadro 3.11 – Esforços M_{xx} 's do Pórtico 3 (MEF-MPE) [kN.m]	39
Quadro 3.12 – Esforços M_{xx} 's dos Pórticos 2 e 3 (MEF-MPE com momento resistente máximo) [kN.m]	40
Quadro 4.1 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 1 com desvio do pilar 1 [kN.m]	43
Quadro 4.2 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 1 com desvio do pilar 2 [kN.m]	44
Quadro 4.3 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 1 com desvio do pilar 3 [kN.m]	46
Quadro 4.4 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 1 com desvio dos pilares 1e 2 [kN.m]	47
Quadro 4.5 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 1 com desvio do pilar 3 [kN.m]	49
Quadro 4.6 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 2 com desvio do pilar 1 [kN.m]	50
Quadro 4.7 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 2 com desvio do pilar 2 [kN.m]	52
Quadro 4.8 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 2 com desvio do pilar 3 [kN.m]	53
Quadro 4.9 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 2 com desvio dos pilares 1 e 2 [kN.m]	55
Quadro 4.10 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 1 com desvio do pilar 3 [kN.m]	56
Quadro 4.11 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 3 com desvio do pilar 1 [kN.m]	58
Quadro 4.12 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 3 com desvio do pilar 2 [kN.m]	60
Quadro 4.13 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 3 com desvio do pilar 3 [kN.m]	61
Quadro 4.14 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 3 com desvio dos pilares 1 e 2 [kN.m]	63
Quadro 4.15 – Momentos fletores M_{xx} 's do Pórtico 3 com desvio do pilar 2 e 3 [kN.m]	64

1

INTRODUÇÃO

1.1. OBJECTIVOS

Com a proliferação do uso das lajes fungiformes e das suas aplicações cada vez mais amplas, é necessário que sejam atendidas as necessidades de uma análise e dimensionamento expeditos. Com as exigências arquitectónicas sempre em constante mudança surgem lajes fungiformes com geometrias bastante irregulares. Normalmente, o principal obstáculo com que o projetista se depara, é a dificuldade de aplicação de métodos simplificados de cálculo a estas situações. O rumo natural seria o uso de um *software* de cálculo comercial, que atualmente estão bastante divulgados, que permite a utilização do método de elementos finitos de uma forma versátil e simples. Apesar disso, ainda há alguma dificuldade em perceber facilmente o comportamento de uma laje que não é suportada por uma grelha de pilares regulares.

Neste trabalho, procura-se dar um contributo relativamente ao estudo destas irregularidades aplicadas nas lajes, recorrendo ao método dos elementos finitos. Vai também ser analisada a possibilidade da aplicação de métodos simplificados e a sua adequabilidade ao estudo desta particularidade.

1.2. ORGANIZAÇÃO

Este trabalho é composto por 5 capítulos, sendo um deles, introdutório ao estudo das lajes fungiformes, e diferentes métodos de cálculo entre outras particularidades (Capítulo 2).

Seguidamente no Capítulo 3 vai-se introduzir todas as características geométricas e mecânicas, da laje maciça, que serviu de base de estudo para todo este trabalho, incluindo as ações a que está sujeita. Pretende-se ainda apresentar algumas particularidades da modelação da laje no programa de cálculo *SAP2000*. Faz-se referência também aos procedimentos que tem de ser seguidos para a obtenção de resultados que irão permitir fazer a comparação entre os dois métodos de cálculo. Ainda neste capítulo vai-se determinar os esforços resultados para os dois métodos, fazer uma breve discussão e estabelecer o termo de comparação que servirá de base para o capítulo seguinte.

No capítulo 4 faz-se uma introdução às irregularidades que serão introduzidas na laje e como vão ser realizadas. São determinados os resultados e estabelecidas as análises comparativas entre os dois métodos. Ao longo deste capítulo à medida que os resultados vão sendo apresentados procede-se a uma possível explicação do comportamento da laje.

Finalmente, no capítulo conclusivo são feitas as conclusões gerais do que foi estudado e apresenta-se possíveis desenvolvimentos futuros.

2

ANÁLISE DE LAJES FUNGIFORMES

2.1. GENERALIDADES

As lajes fungiformes são um tipo de lajes de betão armado que geralmente funcionam em duas direções, cuja particularidade é serem apoiadas diretamente numa malha de pilares. Isto é, a transferência das ações dá-se diretamente da laje para o pilar (ou parede estrutural) sem a intervenção de vigas. São lajes que podem ser maciças ou aligeiradas onde é recorrente proceder ao maciçamento e/ou aumento da espessura da laje na zona de ligação desta com o pilar. É possível realizar também aumento da cabeça do pilar formando um capitel. Estes cuidados com a ligação da laje e pilar têm como função atribuir uma maior resistência à laje, para resistir ao punçoamento permitindo manter a espessura mínima possível a meio vão que seria necessária para “vencer” a flexão.

De uma forma geral podemos considerar que existem então, lajes fungiformes maciças e lajes fungiformes aligeiradas. Esse aligeiramento pode ser realizado de várias formas, seja pela introdução de moldes recuperáveis, blocos de betão leve ou blocos de poliestireno. Mesmo com a introdução dos capitéis, este tipo de lajes são extremamente vantajosas porque permitem manter uma superfície inferior regular facilitando a acomodação de paredes divisórias, equipamentos de iluminação, AVAC entre outros equipamentos.

Sendo lajes com uma ampla gama de vãos que podem ser usados, que vão desde os 4 metros para as lajes maciças de espessura constante até cerca dos 12 metros para as lajes aligeiradas, estas têm vindo a ser bastante utilizadas em espaços comerciais e parques de estacionamento subterrâneos onde o espaço livre, pé direito alto e possibilidade de adaptação dos vários pisos a tipos de utilização diferentes fazem das lajes aligeiradas a escolha natural.

Contudo, as características que distinguem as lajes fungiformes das outras lajes e lhes conferem vantagens preciosas, também lhes conferem algumas desvantagens que são bastante próprias deste tipo de laje. A laje apoiando diretamente numa grelha de pilares vai fazer com que ocorra uma grande concentração de esforços de flexão e punçoamento, sendo necessário que haja especial atenção no dimensionamento dessas ligações. A ausência de vigas resulta numa rigidez reduzida a ações horizontais, sendo necessário introdução de estruturas de contraventamento como caixas de escadas e elevadores ou paredes estruturais.

O estudo destas lajes já remonta para o início do séc. XX, contudo não se pode dizer que exista um método de análise de esforços que seja simples de usar mas ao mesmo tempo preciso. Atualmente não há um método que permita precisão, rapidez e simplicidade de cálculo.

A avaliação dos esforços pode ser realizada tendo em conta uma análise elástica ou análise plástica, com recurso a um dos vários métodos de cálculo dos quais se apresentam os mais comuns:

- Método das grelhas (análise elástica ou plástica)
- Método Direto de análise (ACI) (análise elástica)
- Método dos pórticos equivalentes (análise elástica)
- Método dos Elementos Finitos (análise elástica ou plástica)
- Método das linhas de rotura ou método das charneiras plásticas (análise plástica)

2.2. COMPORTAMENTO E PARTICULARIDADES DAS LAJES FUNGIFORMES

Apesar da grande concentração de esforços nos pilares e de o punçoamento condicionar frequentemente a espessura da laje a ser usada, as lajes fungiformes funcionam predominantemente à flexão. É facilmente perceptível que, sobre os pilares de uma laje fungiforme vai ocorrer tração nos dois sentidos na fibra superior da laje enquanto que no interior do painel vai haver compressão na fibra superior da laje. Da mesma forma, aplicando o mesmo raciocínio para os alinhamentos dos pilares, na fibra superior, irá ocorrer compressão e no sentido perpendicular ocorrerá tração na fibra superior (Figura 2.1).

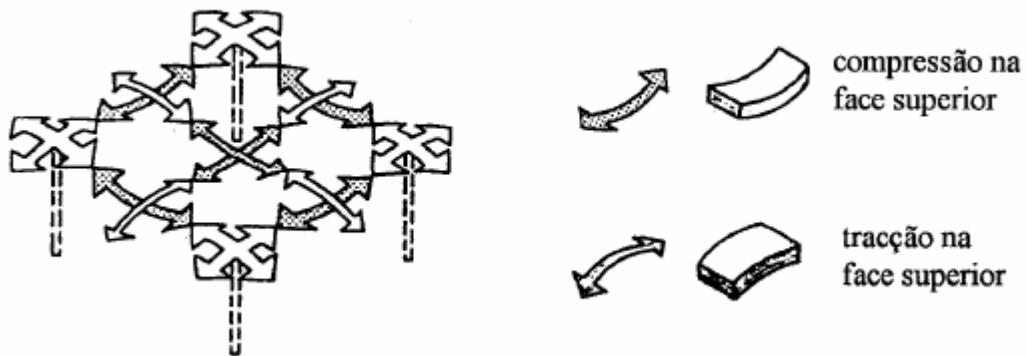


Figura 2.1 – Estado de tensão na face superior de um painel de laje fungiforme [1]

Quando a laje é carregada vai ocorrer uma fendilhação inicialmente sobre os pilares (dois sentidos à tração), resultando numa redistribuição dos “picos” de momento fletor negativo. À medida que vai ocorrendo essa redistribuição de esforços, vai aparecendo fendilhação na parte inferior da laje segundo os alinhamentos dos pilares [1].

Quando por alguma razão o carregamento se aproxima da carga de rotura, a fendilhação que se observava no serviço é agravada havendo a possibilidade de plastificação da armadura superior nas zonas de momento negativo levando a uma rotura dúctil. Eventualmente se a fendilhação se concentrar junto ao pilar poderá facilitar a ocorrência de mecanismos de rotura frágeis como é o caso do punçoamento.

2.2.1. PUNÇOAMENTO

Atendendo à inerente ductilidade das lajes fungiformes, estas apresentam uma capacidade considerável de redistribuição dos momentos. Essa capacidade de efeito membrana, que normalmente é desprezada no dimensionamento, tem a vantagem de fazer com que a laje encontre diferentes “caminhos” para os esforços a que está sujeita.

Esta “reserva” de resistência mostra-se bastante apreciável sendo que os valores experimentais obtidos para a rotura de lajes fungiformes indica que pode as cargas adicionais ao peso próprio podem atingir valores 10 vezes superiores aos determinados inicialmente para a rotura da laje [2].

A carga máxima que uma laje fungiforme está sujeita vai depender essencialmente da resistência à rotura por punçoamento. Tendo em conta que normalmente uma laje não tem armadura capaz de resistir a esforços de corte, este tipo de rotura tem de ser analisado com critério apertado.

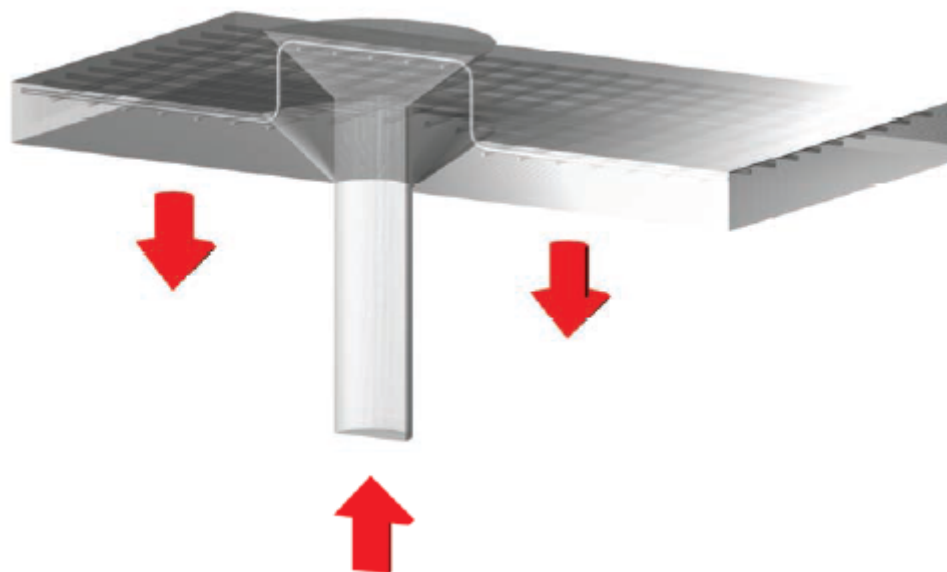


Figura 2.2 – Esquema da rotura ao punçoamento [3]

Na Figura 2.2 apresenta uma representação esquemática de uma rotura ao punçoamento da ligação laje-pilar. Outro fator importante para este tipo de rotura é o fato de a laje transmitir diretamente os esforços para o pilar resultando numa concentração de esforços elevada nesta zona face a outro tipo de laje. De notar que este tipo de rotura pode ocorrer em sítios de forças concentradas (como por exemplo maquinaria pesada) e não só nos pilares.

2.2.2. LIGAÇÃO LAJE-PILAR

Numa laje vigada a transmissão dos esforços é feita através do apoio contínuo conferido pelas vigas ao contrário do que acontece nas lajes fungiformes em que esse apoio se efetua numa região localizada. Assumindo duas ligações com uma rigidez equivalente, uma contínua e a outra pontual (Figura 2.3). Na ligação contínua, a rotação da laje mantém-se constante ao longo de todo o apoio contínuo, enquanto na ligação pontual, a rotação na laje vai diminuindo à medida que nos afastamos do apoio. Podemos então assumir que a rigidez da ligação diminui quando se passa de apoio contínuo para apoio pontual

No caso dos pilares, só uma largura reduzida (b_e) de laje, é mobilizada quando ocorre uma rotação na laje, seja derivada de ações horizontais ou ações verticais. A largura efetiva que é mobilizada varia com as dimensões do pilar e com a localização do pilar na laje, em função se for um pilar de canto, bordo ou interior. Se for um pilar de bordo ou de canto a transmissão dos momentos fletores de continuidade está completamente assegurada pelo pilar, resultando numa deformação/rotação crescente à medida que se afasta do pilar e, conseqüentemente, numa fendilhação exagerada. De notar que as armaduras resultantes do dimensionamento destes pilares devem ser distribuídas também por esta largura efetiva.

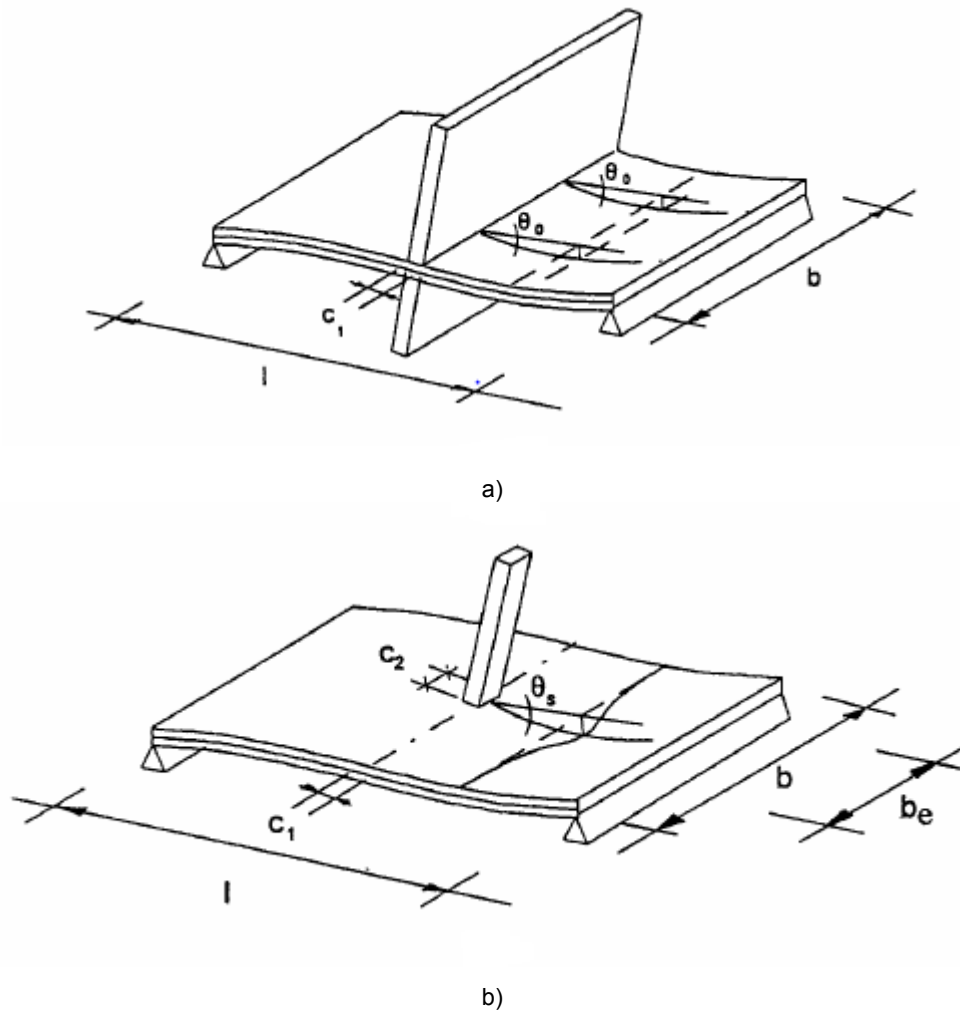


Figura 2.3 – Ligação laje-pilar: a) apoio contínuo (parede); b) apoio pontual (pilar) [1]

O Eurocódigo 2 (EC2) [4] estabelece regras para a limitação dessa largura efetiva assim como para o momento resistente máximo que os pilares de bordo e de canto podem aceitar. O EC2 também indica que se numa laje fungiforme existirem vigas de bordo devidamente dimensionadas à torção não é necessário efetuar esta limitação. Caso contrário o momento resistente máximo deve corresponder ao momento resistente de uma secção rectangular igual:

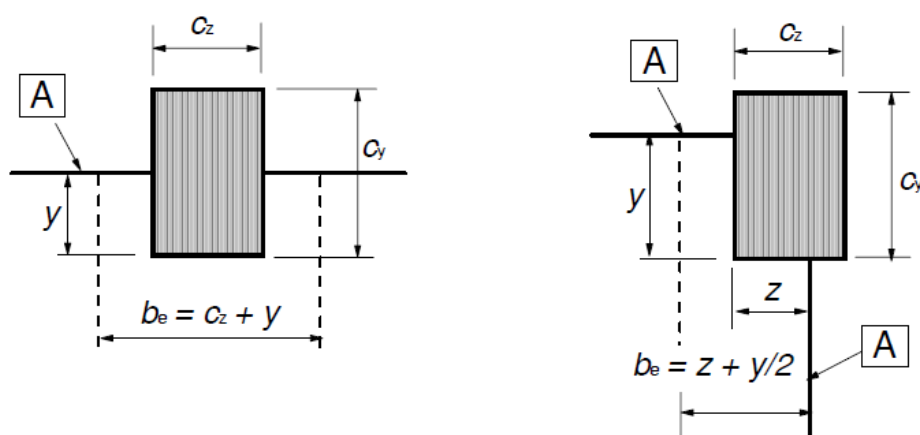
$$M_{Rd} = 0,17 \times b_e \times d^2 \times f_{ck} \quad (2.1)$$

Sendo,

d - altura útil da laje

f_{ck} - valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade

b_e - largura efetiva



A Bordo da laje

NOTA: y pode ser $> c_y$

a) Pilar de bordo

NOTA: y é a distância entre o bordo da laje e a face mais interior do pilar.

NOTA: z pode ser $> c_z$ e y pode ser $> c_y$

b) Pilar de canto

Figura 2.4 – Largura efetiva b_e recomendada pelo EC2[4]

A Figura 2.4 apresenta as indicações regulamentares (EC2) para o cálculo da largura efetiva para pilares de bordo e pilares de canto.

Resultando da limitação do momento fletor, se for necessário reduzir os momentos fletores actuaentes nos pilares, terá que se proceder a uma adequada redistribuição de esforços. Em situação de projeto, esta redistribuição não deverá exigir mais de 50% para uma análise feita pelo método dos pórticos equivalentes, ou de mais de 30% quando a análise for realizada pelo método dos elementos finitos.

Nesse caso deve-se assumir metodologias que aumentem a capacidade resistente do pilar de bordo ou pilar de canto, nomeadamente, a introdução de uma viga de bordadura [4], alteração da posição do pilar ou espessura da laje ou, em último recurso, alterar a classe de resistência do betão [1].

2.2.3. AÇÕES HORIZONTAIS

Nas lajes fungiformes, a falta de vigas e do mecanismo viga-pilar faz com que esta solução não seja a ideal para resistir a ações horizontais. Esta diminuição de rigidez já foi mencionada no subcapítulo anterior, tendo como principal fator dessa diminuição, a ligação da laje com o pilar numa região extremamente limitada e a falta de um elemento com alguma rigidez de forma a compatibilizar as deformações junto do pilar.

Essas ações horizontais devem ser contabilizadas, e se possível, devem ser introduzidos elementos de contraventamento de grande rigidez, como paredes estruturais, caixas de escadas e de elevadores para absorver essas ações. Esses elementos de contraventamento têm como objectivo limitar os deslocamentos horizontais nas lajes fungiformes, para que não existam grandes deformações que são tão prejudiciais a este tipo de lajes.

2.3. MÉTODOS DE ANÁLISE

2.3.1. MÉTODO DAS GRELHAS

O método das grelhas (ou método dos pórticos tridimensionais), é um método mais adaptado ao cálculo computacional, consistindo na divisão, nas duas direções, de uma laje em várias faixas substituindo essas faixas por elementos barra centrados com a rigidez equivalente à da faixa.

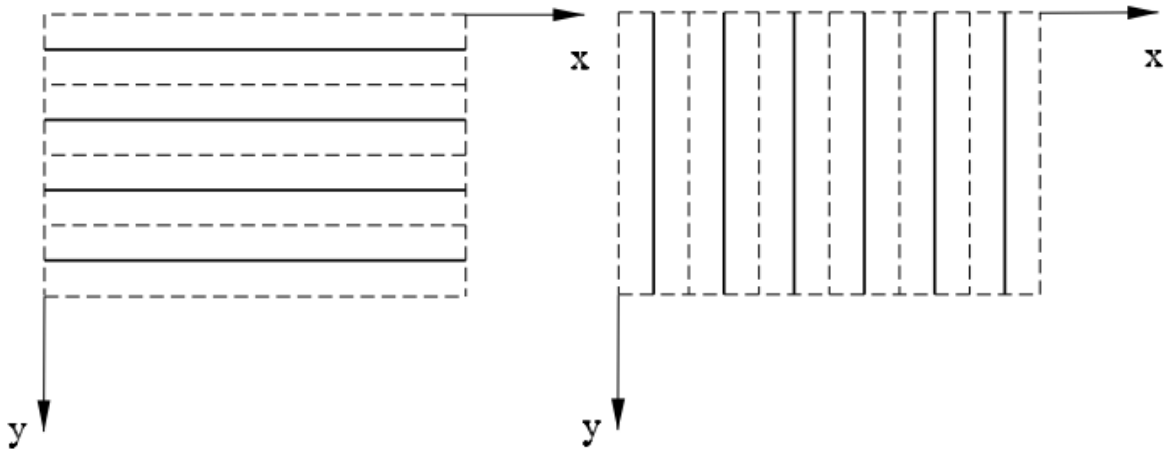


Figura 2.5 – Divisão de uma laje em faixas e respectivos elementos barra [5]

Na Figura 2.5 é possível verificar a divisão de uma laje em faixas nos dois sentidos (tracejado) e a substituição por elementos de barra com a rigidez respectiva a cada faixa. Este método é bastante utilizado em lajes fungiformes aligeiradas sendo mais prático a substituição das nervuras por um elemento barra com a rigidez respectiva. A Figura 2.6 apresenta a grelha final após a divisão por faixas.

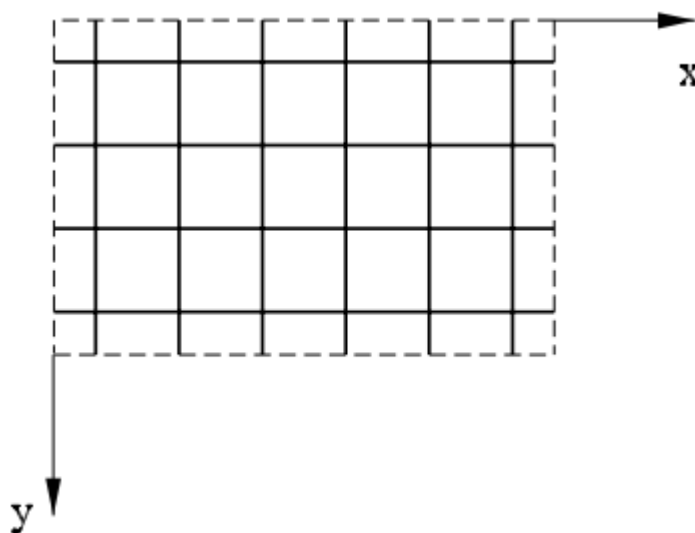


Figura 2.6 – Laje dividida em elementos de barra [5]

Geralmente neste tipo de modelação existe uma dificuldade em calcular a rigidez de torção adequada para estes elementos de barra, sendo que se opta por atribuir uma rigidez de torção nula passando a obter um equilíbrio da laje simplesmente por momentos fletores. Em consequência da atribuição de uma rigidez de torção nula tornando o modelo mais flexível, irão obter-se deslocamentos mais acentuados do que se verificam na realidade.

Por fim, este é um método mais complicado, que deve ser usado sempre que os métodos mais simples como o método direto e o método dos pórticos equivalentes não sejam suficientemente precisos e/ou não possam ser aplicados.

2.3.2. MÉTODO DIRETO DE ANÁLISE (ACI)

O método direto é um método semelhante ao método dos pórticos equivalentes, no que diz respeito à aplicação só a malhas de pilares com geometria regular. Consiste na atribuição de coeficientes para a obtenção de esforços e rege-se por condições específicas enumeradas por Figueiras [1]:

- deve haver um mínimo de 3 vãos contínuos em cada direção. Se houver só dois vãos, os momentos negativos no apoio interior dados pelo método direto são menores que os mais prováveis;
- os painéis devem ser rectangulares com uma relação de vãos limitada por $0.5 \leq l_x / l_y \leq 2.0$;
- Vãos adjacentes em cada direção não devem diferir mais que 1/3 do vão maior ($l_1 \leq 1.33l_2$, sendo l_2 o menor vão). Este limite tem em vista manter válidas as regras simplificadas de dispensa de varões;
- Os pilares podem estar desviados no máximo 10% do vão em relação a qualquer dos alinhamentos;
- As ações devem ser apenas verticais. A estrutura da laje fungiforme deve estar contraventada;
- A sobrecarga não deve ultrapassar duas vezes as ações permanentes. Apenas é considerado um caso de carga com a carga total de estados limites últimos em todos os vãos;
- Não deve ser aplicada redistribuição de momentos aos valores dados pelo método direto.

Os valores dos momentos fletores totais a considerar para a largura do pórtico equivalente são dados por:

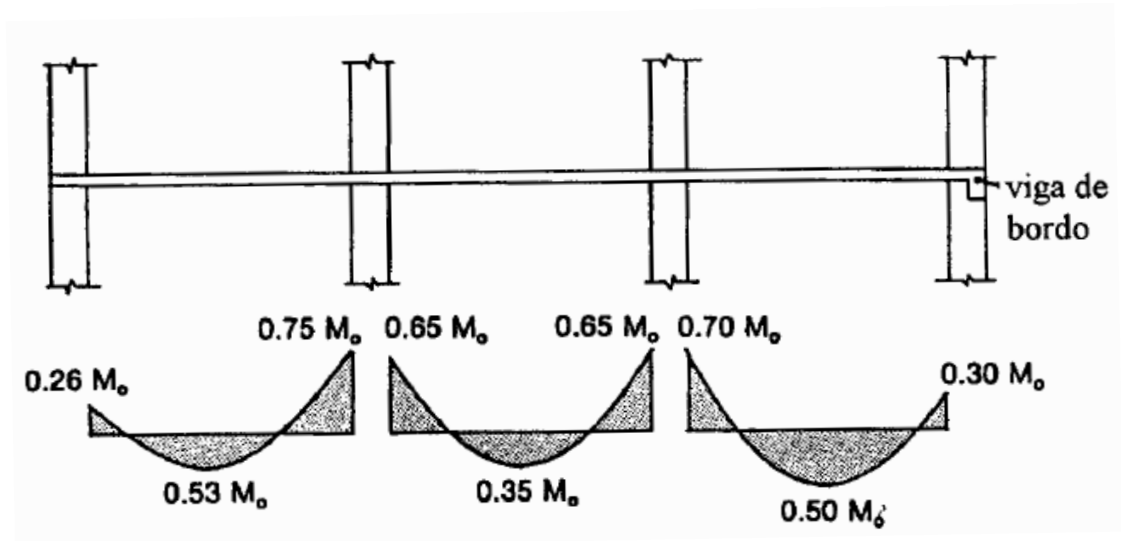


Figura 2.7 – Distribuição de momentos fletores pelo método direto [1]

O momento M_0 é o considerado momento isostático de cálculo em cada um dos vãos e é dado pela seguinte expressão:

$$M_0 = \frac{p_{ed} \times l_2 \times l_n^2}{8} \quad (2.2)$$

Onde,

$$p_{ED} = 1.35 \times g_k + 1.5 \times q_k$$

l_2 - largura do pórtico equivalente

l_n - vão de cálculo, correspondente ao vão livre entre as faces dos pilares. Sendo l_1 o vão teórico entre eixos dos apoios deve-se certificar que $l_n \geq 0.65 \times l_1$.

Depois da determinação dos momentos totais, a distribuição dos momentos por faixa dos pilares e faixa central é efectuado da mesma forma como efectuado para a distribuição dos pórticos equivalentes (ver subcapítulo 2.3.3).

2.3.3. MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES

O método dos pórticos equivalentes é um método simplificado bastante usado como forma de validação de métodos mais precisos, como o caso do método dos elementos finitos e/ou pré-dimensionamento. Como método simplificado só pode ser aplicado quando um conjunto de fatores são cumpridos.

Só deve ser usado quando a geometria da grelha de pilares é regular, e sujeitos predominantemente a cargas verticais distribuídas.

É um método que consiste na divisão da laje em pórticos equivalentes, geralmente divididos pela linha média do painel (Figura 2.8) sendo possível, efetuar o cálculo com recurso a um simples programa de cálculo de pórtico como por exemplo o *Ftool*. A rigidez a ser considerada é a equivalente à faixa da laje.

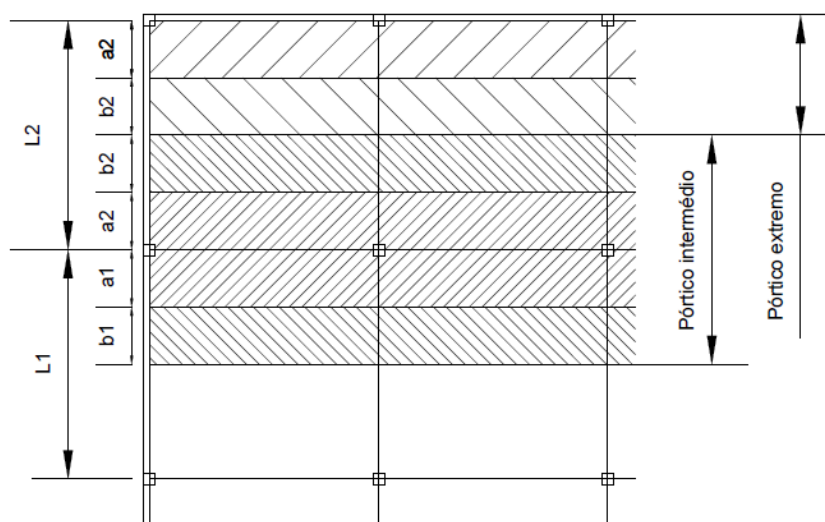


Figura 2.8 – Esquema dos pórticos equivalentes a ser usados (adaptado) [1]

Sendo $a1 = b1 = \frac{L1}{4}$ e $a2 = b2 = \frac{L2}{4}$, o pórtico equivalente pode ser separado em faixa sobre os pilares ($a1 + a2$) e em faixa central ($b1+b2$). Após a determinação dos momentos totais o Eurocódigo 2 estabelece a gama de valores que estes podem ser divididos pelas duas faixas (Quadro 2.1). É razoável atualmente, usar os valores de distribuição que eram recomendados pela antiga regulamentação (REBAP). Estes valores estão apresentados no Quadro 2.1 entre parênteses.

Quadro 2.1 – Distribuição simplificada dos momentos fletores por faixas (adaptado) [4]

	Momentos negativos	Momentos positivos
Faixa sobre pilares	60% - 80% (75%)	50% - 70% (55%)
Faixa central	40% - 20% (25%)	50% - 30% (45%)

De notar que existe uma concentração de esforços na faixa sobre os pilares devido à natureza elástica da análise que é realizada para o cálculo dos esforços. O que diz respeito à ligação laje-pilar o mencionado no subcapítulo 2.2.2 também se aplica ao método dos pórticos equivalentes, principalmente a limitação do momento resistente nos pilares de bordo e de canto.

2.3.4. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF) é uma ferramenta de cálculo bastante poderosa que permite determinar o estado de tensão e de deformação de um sólido sujeito a carregamentos exteriores. É principalmente útil na obtenção de solução para estruturas como lajes, paredes, cascas ou sólidos. No entanto, com a evolução da capacidade de processamento dos atuais computadores pessoais e respetivamente dos *softwares* comerciais disponíveis, é possível estender as análises determinadas pelo MEF a estruturas mais complexas. É possível então fazer uma análise global da estrutura, ou simplesmente analisar casos particulares de uma estrutura que tenham o comportamento não tão simples.

No caso deste trabalho, e na análise da generalidade das lajes, a utilização do MEF usando programas de cálculo comerciais leva ao encontro de alguns problemas na utilização e modelação da estrutura e na utilização do programa de cálculo.

O primeiro problema encontra-se na escolha do programa de cálculo. Existem dois principais *softwares* que se destacam pela sua utilização intuitiva, o *SAP2000* e o *Robot Structural Analysis*. Apesar de não ser do âmbito deste trabalho, foram feitas análises prévias comparativas entre os dois programas de cálculo. Para o caso de estudo não foram visualizadas diferenças significativas entre os dois programas de cálculo, no entanto, já foi objeto de estudo de vários autores sendo de consenso geral que o *SAP2000* para lajes fungiformes apresenta resultados muito próximos da solução teórica [6]. Além dessa precisão de resultados, o *SAP2000*, no geral é um *software* mais completo possuindo ferramentas que possibilitam a modelação de cabos de pré-esforço, sem ser necessário a introdução de cargas equivalentes. Sendo assim, todos os cálculos que envolvam a determinação de esforços pelo método de elementos finitos foram obtidos com recurso ao *SAP2000*, com elementos finitos de 4 nós com 6 graus de liberdade por nó, ou seja, elementos de casca.

Para lajes fungiformes a malha recomendada pelo programa de cálculo era bastante dispersa. Analisando várias lajes com diferentes níveis de refinamento pode-se concluir que a variação de esforço na zona dos pilares (momentos fletores negativos) necessitava de um refinamento mais elevado do que nos painéis, onde os valores dos momentos positivos variam de uma forma não tanto acentuada. Optou-se por refinar a malha até ao ponto em que a alteração de esforços entre os vários níveis de refinamento era inferiores à unidade.

Finalmente, o principal problema encontrado na modelação da laje foi precisamente da ligação laje-pilar. A modelação inicialmente foi realizada por elementos barra com uma rigidez equivalente às características dos pilares, sendo que esta ligação era realizada num só nó da malha (Caso 1). Este método obriga logo a um refinamento da zona de pilar pelo menos em dois elementos em cada direção (total de 4 elementos). Para ligações deste tipo os momentos fletores negativos sobre os pilares atingiam valores de “pico” elevadíssimos que não correspondem à realidade. Os valores necessários para o estudo desta tese resultam da integração do diagrama de momentos fletores correspondente à largura do pórtico equivalente. Sendo assim, visto que este pico de momento ocorria pontualmente era pouco provável que afectasse as resultantes dos diagramas. Contudo, esta modelação é completamente irrealista, visto que na realidade a reação que o pilar introduz na laje se efetua na largura do pilar e não

num ponto. Procurou-se resolver esta particularidade da modelação laje-pilar, de várias formas. A solução passava por tentar simular a distribuição da rigidez pela superfície de contato entre o pilar e a laje. Foram estudadas e avaliadas várias formas de distribuir esta rigidez, como por exemplo, distribuindo vários elementos barra pelo elemento finito e atribuindo uma rigidez superior aos elementos internos e uma rigidez mais baixa aos elementos que estivessem posicionados no bordo do pilar. A dificuldade de estimar as diferentes rigidezes a atribuir aos diferentes elementos, torna este método inviável num caso prático. Foram colocadas ainda mais duas hipóteses de modelação dos pilares, sendo elas:

- Divisão do pilar por vários elementos barra atribuindo a cada elemento as características geométricas que no todo formam o pilar inicial (Caso 2)
- Modelação do pilar por elementos finitos sólidos (Caso 3)

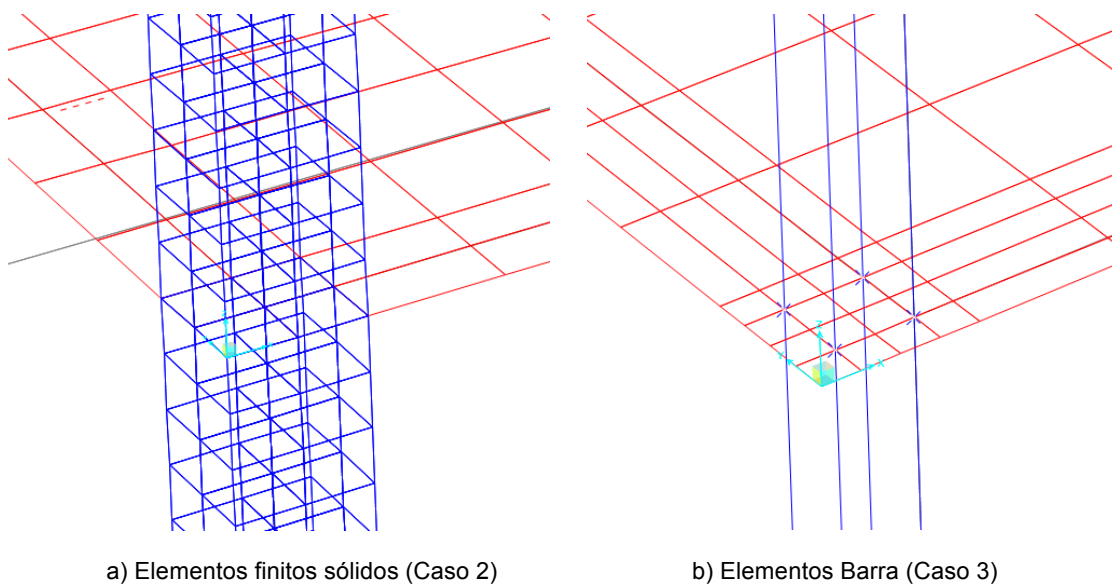


Figura 2.9 – Representação dos dois tipos de ligação estudados

Na Figura 2.9 estão representados os dois modos de ligação laje-pilar estudados e com a análise dos resultados obtidos foi possível escolher o tipo de ligação que mais se adequam. Os diagramas de momentos fletores que serão apresentados seguidamente representam um “corte” (laje em estudo – Capítulo 3) no mapa de momentos fletores segundo a direção xx’s sobre os alinhamentos dos pilares. Na Figura 2.10 está apresentado o diagrama de momentos fletores para o caso (Caso 1) que já foi referido anteriormente, onde o pilar é modelado com um só elemento de barra que contém as características do pilar. Respectivamente no Quadro 2.2 estão apresentados os valores de momentos fletores à esquerda, direito e no centro de cada pilar.

Quadro 2.2 – Momentos fletores Mxx – Caso 1

	Pilar 1			Pilar 2			Pilar 3		
	Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.
Mxx [kN.m/m]	212	-198	-275	-320	-552	-262	-249	-481	-249

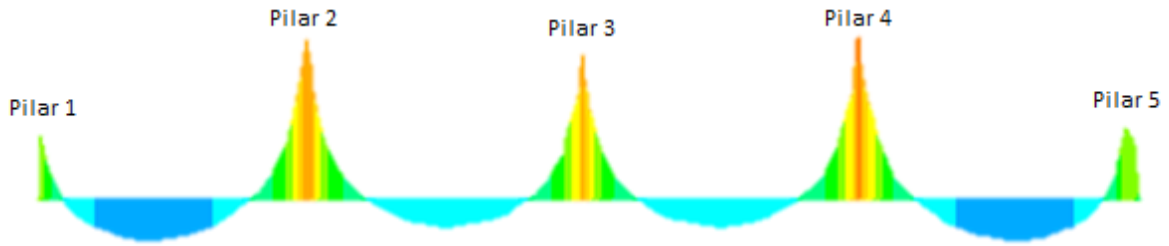


Figura 2.10 – Diagrama Momentos fletores Mxx's – Caso 1

Comparando este diagrama com o da Figura 2.11, que corresponde à modelação onde a rigidez do pilar foi repartida por quatro elementos barra, pode-se observar que os momentos fletores nos pilares no geral diminuíram e a sua transição tornou-se mais “suave” não se verificando os picos pontuais de momentos fletores como no caso 1. Apesar da diminuição desses picos no centro os valores nas extremidades dos pilares interiores assumem valores aproximados entre os dois casos.

Quadro 2.3 – Momentos fletores Mxx – Caso 2

	Pilar 1			Pilar 2			Pilar 3		
	Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.
Mxx [kN.m/m]	13	-95	-163	-319	-349	-287	-250	-290	-250

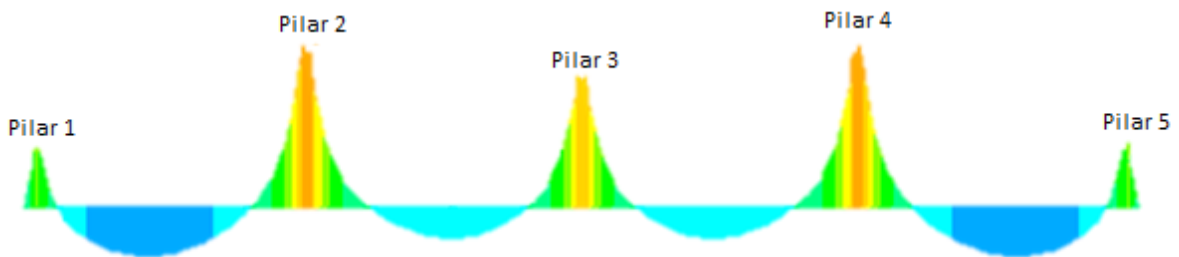


Figura 2.11 – Diagrama Momentos fletores Mxx's – Caso 2

Por fim, a modelação do pilar com elementos sólidos (caso 3), que teoricamente se aproxima mais da realidade apresenta uma distribuição de momentos algo anómala para uma estrutura continua deste género. Existe uma concentração de momentos fletores negativos nos pilares de bordo superior ao obtido pelos dois casos anteriores, assim como também se pode verificar que há uma quebra de momentos fletores em cima dos pilares.

Quadro 2.4 – Momentos fletores Mxx – Caso 3

	Pilar 1			Pilar 2			Pilar 3		
	Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.
Mxx [kN.m/m]	47	-105	-254	-334	-257	-285	-267	-223	-267

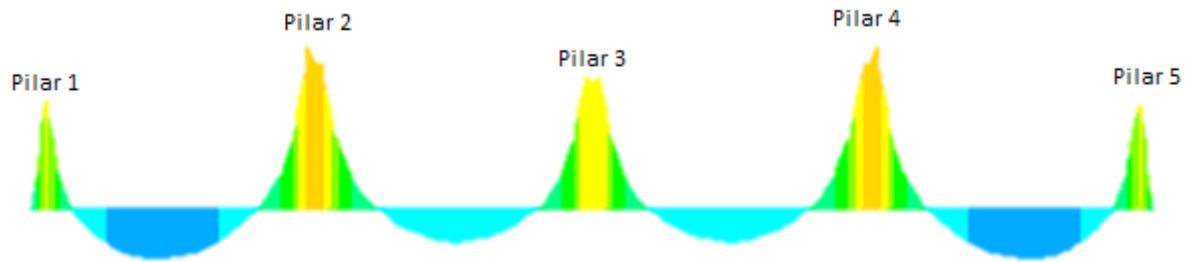


Figura 2.12 – Diagrama Momentos fletores M_{xx} 's – Caso 3

Efetuada o estudo mais pormenorizado destas 3 hipóteses pode-se verificar algumas das suas vantagens e desvantagens na sua modelação. Sendo que o caso 1 foi uma opção descartada desde o início resta saber qual das duas ligações é a mais adequada para o caso em estudo. O caso 3 sendo o que se aproxima mais da realidade seria a melhor opção, no entanto, a consideração de uma rigidez exagerada para os pilares de bordo torna esta opção inviável. Sendo assim recorrendo a elementos de barra e distribuindo a rigidez do pilar por vários elementos adequa-se melhor ao objetivo do estudo que vai ser feito ao longo desta dissertação.

3

ESTUDO DE UMA LAJE FUNGIFORME

3.1. LAJE FUNGIFORME MACIÇA DE ESPESSURA CONSTANTE

Definindo uma laje fungiforme padrão e avaliando os esforços pelo MEF e pelo MPE poderemos então fazer um estudo comparativo entre os dois métodos determinando as suas diferenças a nível de momentos flectores.

Tanto a laje fungiforme como os pilares terão como materiais considerados o betão de classe C25/30 e o aço de classe S500. É uma fungiforme maciça de espessura constante com 0,28m apoiada em pilares quadrangulares de $0,40 \times 0,40 \text{m}^2$, pilares esses que formam uma malha quadrangular com 8m de lado

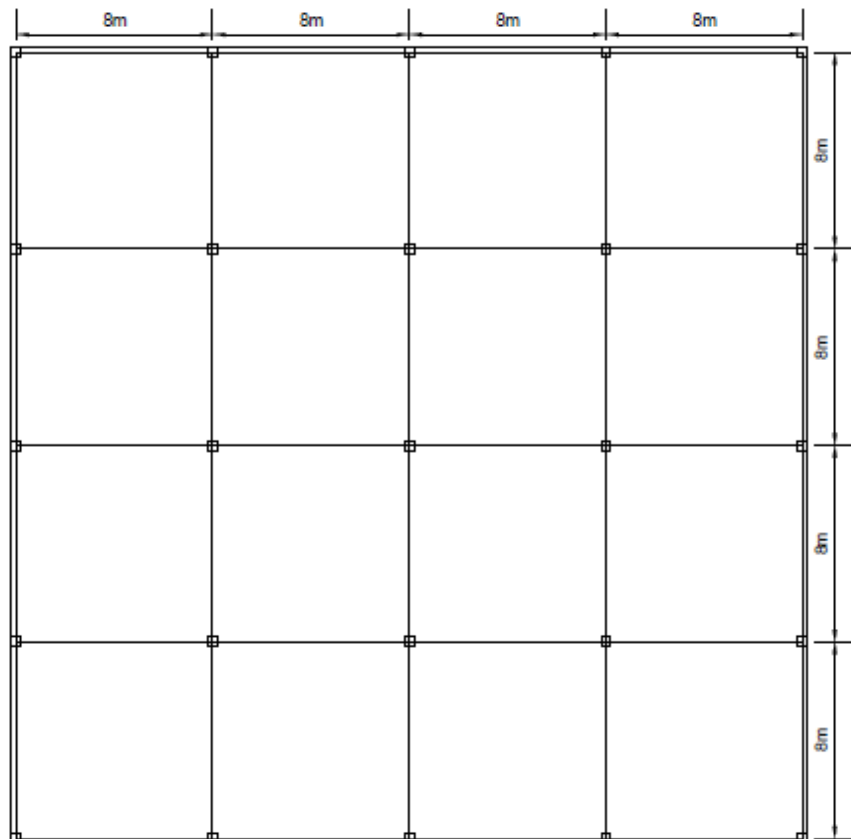


Figura 3.1 – Planta estrutural da laje fungiforme

A laje estará sujeita a cargas distribuídas verticais com sentido descendente (gravidade) que assumem os seguintes valores:

- $g_k = 10kN/m^2$ (incluindo o peso próprio)
- $q_k = 5kN/m^2$

Devido à natureza do caso em estudo foi considerada apenas a combinação fundamental (ELU) sem alternância de sobrecarga nos painéis da laje.

$$p_{ED} = 1.35 \times g_k + 1.5 \times q_k \quad (3.1)$$

$$p_{ED} = 21kN/m^2$$

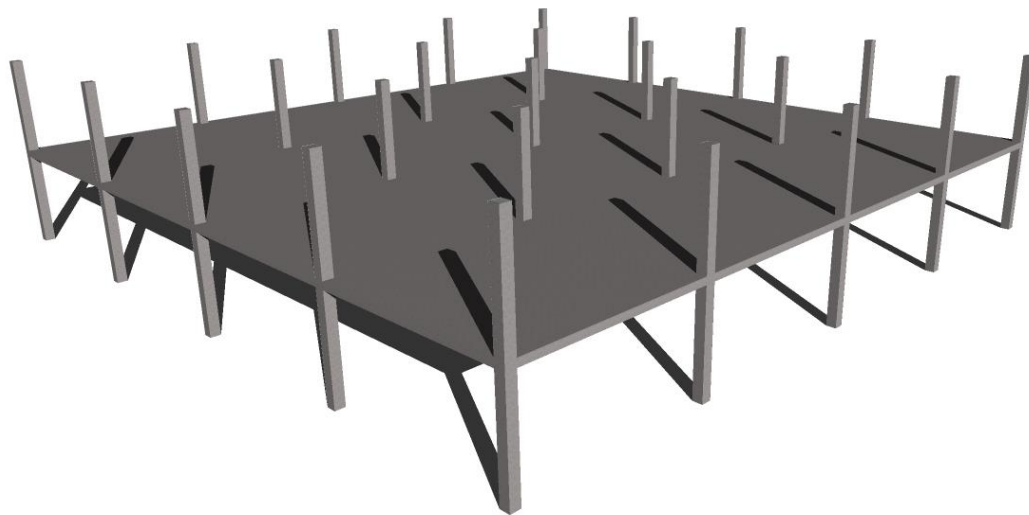


Figura 3.2 – Modelo 3D da laje fungiforme

3.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS - APLICAÇÃO

3.2.1. MODELAÇÃO

Como referido anteriormente, para o método dos elementos finitos foi usado o *software* de cálculo *SAP2000* versão 15, recorrendo a elementos de casca (shell) quadrados com 0,40m de lado. O *SAP2000* tem um motor de geração malhas de elementos finitos que confere ao projetista algum controlo, como por exemplo, definir o tamanho máximo do elemento finito ou definir em quantos elementos (em cada direcção) pretendemos dividir uma determina área. Contudo é ainda possível desenhar a malha com ajuda de um *software* de desenho assistido (*CAD*) e importar para o *SAP2000*. A dimensão dos elementos finitos gerados para a malha tem de ser escolhida dependendo do caso que se tiver a estudar e/ou da precisão necessária que se quiser obter. Naturalmente, as zonas a meio vão não necessitam de um refinamento tão grande como a zona junto ao alinhamentos dos pilares, onde a variação de esforços é muito maior. Nos alinhamentos que passam sobre os pilares, os elementos foram refinados de tal modo que a geraram uma malha, em cada pilar, de elementos quadrados com

0,1m. Este refinamento deve-se não tanto à necessidade de obtenção resultados mais precisos nesta zona, mas principalmente à forma como foram modelados os pilares.

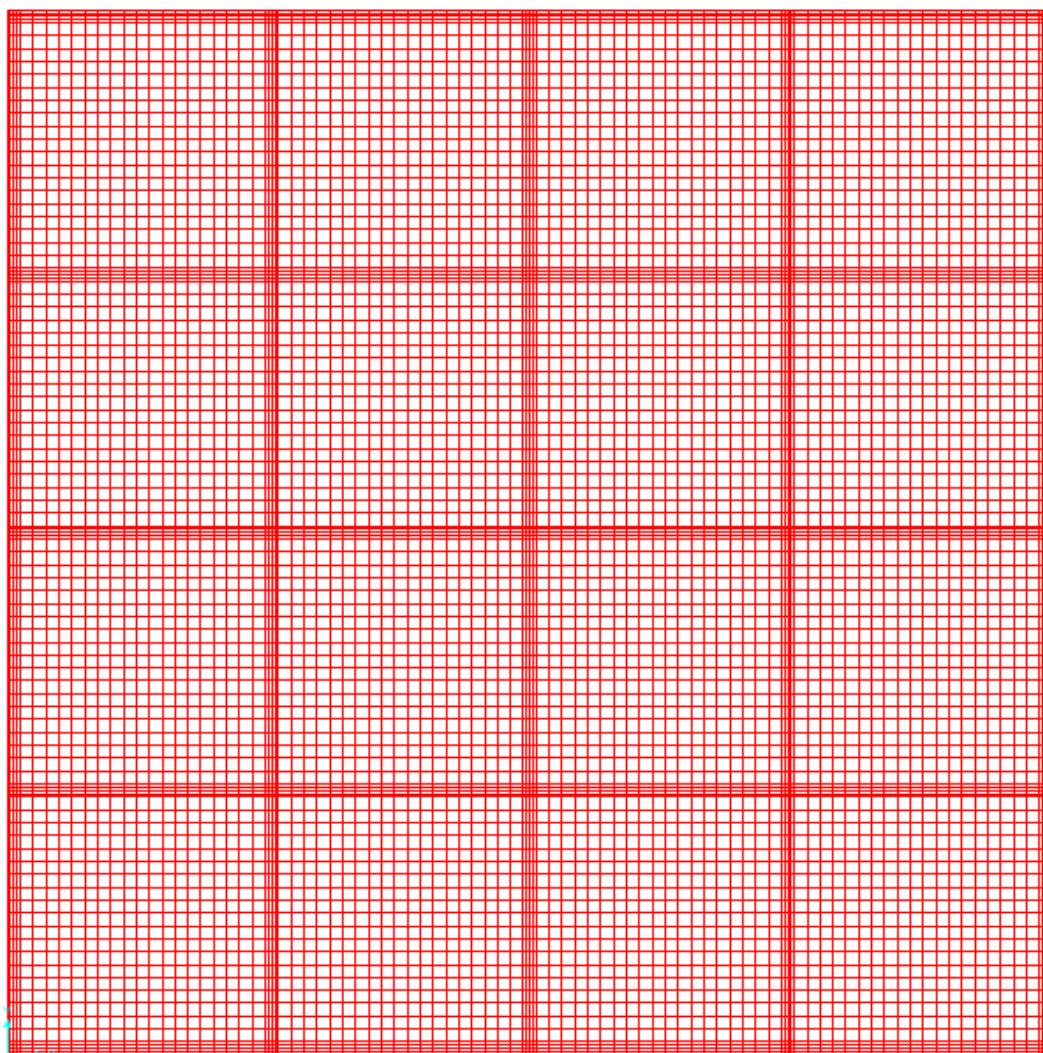


Figura 3.3 – Malha de elementos finitos (plano x-y)

Isto é, a modelação foi realizada por elementos de barra, contudo a sua rigidez foi distribuída por vários nós e não concentrada num único nó como é comum neste tipo de modelação em edifícios. A utilização de elementos de barra e elementos finitos no mesmo modelo podem, como já foi visto anteriormente, produzir picos de momentos fletores negativos não realistas. Em certas situações (o caso das lajes), se os resultados obtidos por uma modelação não adequada não forem fundamentados por outros métodos de análise mais simples, poderá conduzir a desvios significativos e, conseqüentemente, a um dimensionamento desajustado. Para tal a utilização desses elementos deve ser estudada e tida em conta aquando a análise dos esforços e respectivo dimensionamento.

Sendo assim, a forma adoptada para a modelação da ligação laje-pilar, é dividir o elemento barra com dimensões $0,40 \times 0,40 \text{m}^2$ em 4 elementos barra com dimensões $0,20 \times 0,20 \text{m}^2$ mantendo a mesma geometria. Tendo em conta que o *SAP2000* associa pontos a todos os cruzamentos de alinhamentos, deu-se a necessidade da divisão dos elementos finitos sobre os alinhamentos dos pilares em cada uma das direcções de forma a que na zona de ligação da laje-pilar resultem elementos finitos quadrados com

0,1 metros de lado. Usando este método consegue-se reduzir o pico de momentos fletores negativos que se obteria só com um elemento e aproximando da realidade o comportamento da ligação laje-pilar.

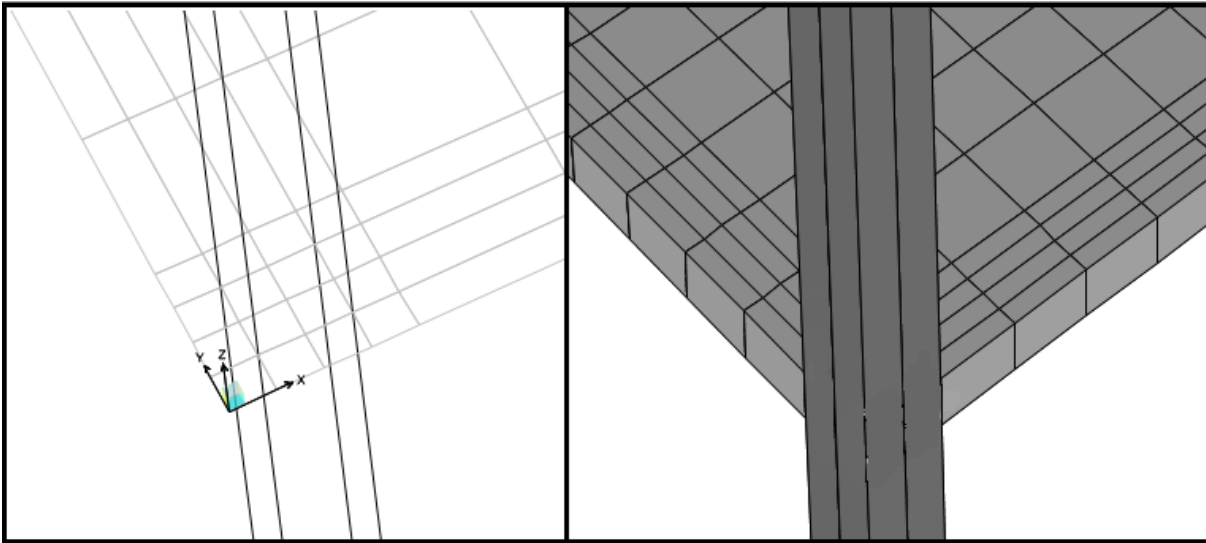


Figura 3.4 – Pormenor da ligação laje pilar

Notando que esta ligação apesar de mais próxima da realidade não contempla as micro-fendilhações que são naturais em estruturas de betão armado e pré-esforçado visto que se trata de uma análise linear-elástica. Contudo sem fundamentar estes resultados com resultados experimentais e sem fazer um estudo mais pormenorizado destas ligações pode-se concluir que, a modelação considerada é aproximada o suficiente do comportamento real para o caso em estudo. Para as respectivas extremidades desses elementos de barra não ligadas à laje foram considerados encastramentos como condições de apoio. Na figura 3.5 esta apresentada o modelo estrutural tridimensional que foi utilizado no *software* de cálculo para a análise de esforços.

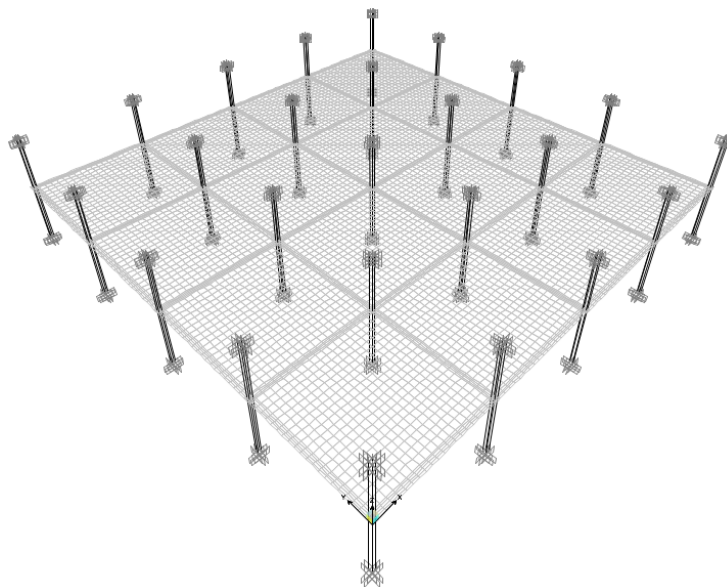


Figura 3.5 – Modelo estrutural

3.2.2. OBTENÇÃO DE RESULTADOS

3.2.2.1. Procedimento

A estrutura vai ser analisada em três pórticos equivalentes (determinados segundo o método dos pórticos equivalentes) apenas segundo o eixo xx 's, atendendo à simetria da estrutura a análise segundo o eixo yy 's tornaria-se redundante. Os três pórticos equivalentes analisados serão os correspondentes aos alinhamentos 1, 2 e 3 (Figura 3.6).

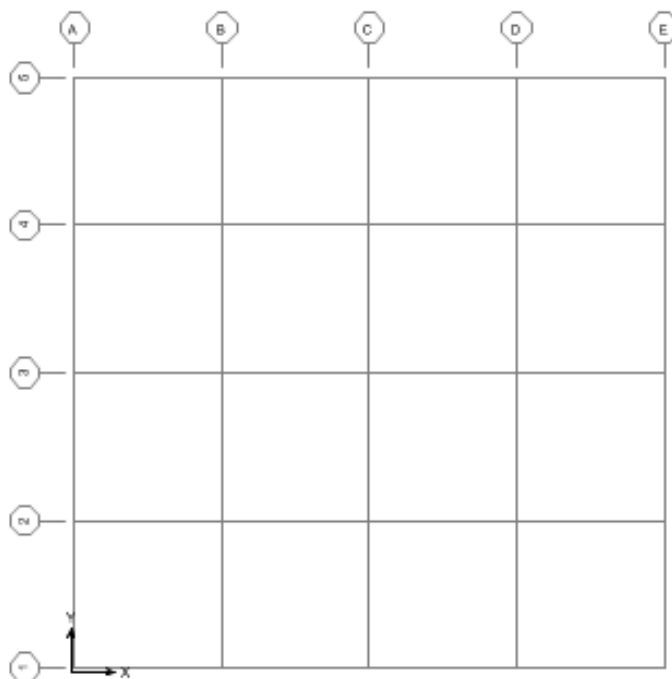


Figura 3.6 – Alinhamentos dos pórticos

Escolhendo este conjunto de pórticos equivalentes, merecem especial atenção os pórticos 2 e 3 (para este método de análise) porque tendo a mesma largura (8m) e o mesmo carregamento é espetável obter a mesma distribuição de esforços que é fundamentado pelo MPE, enquanto o MEF com certeza irá apresentar algumas distinções. De uma perspectiva inicial começa-se a contextualizar algumas das limitações e problemáticas típicas de um método simplificado como o MPE. De notar que estas limitações do MPE não invalidam de modo algum a viabilidade do método para o projetista, para lajes com geometrias regulares como a deste caso.

É sabido que o MPE faz uma análise bastante simplista comparativamente com o MEF, sendo insuficiente em casos particulares, como é o caso de pórticos situados nos bordos da laje. Aí pode haver uma distribuição de esforços diferentes da adoptada para os pórticos interiores, portanto a análise do pórtico 1 vai permitir verificar se o fato de ser um pórtico junto ao bordo vai influenciar a adequabilidade da aplicação do MPE para este caso específico.

Após o cálculo da estrutura, apresenta-se na Figura 3.7, o mapa de cores correspondentes aos momentos fletores M_{xx} 's, que originam armadura na direção XX 's. Com uma breve análise desse mesmo mapa podemos verificar que existe dupla simetria dos M_{xx} 's relativamente ao centro da laje (dando uma primeira indicação de uma modelação e cálculo correctos). Tal como previsto, também se pode verificar que há uma distinção entre o “espalhamento” dos momentos fletores positivos dentro das faixas dos pórticos equivalentes 2 e 3 assim como os valores pontuais correspondentes aos alinhamentos 2 e 3 assumem valores distintos.

Os momentos fletores variam numa gama de valores de aproximadamente 110 até -465, apesar de este último valor referir-se a um dos picos de momento fletor e não representar a realidade, como já foi referido anteriormente.

Para os momentos fletores M_{xx} 's verifica-se que, ao longo dos alinhamentos dos pilares interiores na direção do eixo yy 's existem predominantemente momentos fletores negativos (cor verde).

Nos pilares de bordo, devido à menor rigidez daquela zona e consequentemente maior rotação da laje e do pilar os momentos fletores negativos estão reduzidos a uma largura menor, não havendo de certa forma uma continuidade de momentos negativos como se verifica nos pilares interiores.

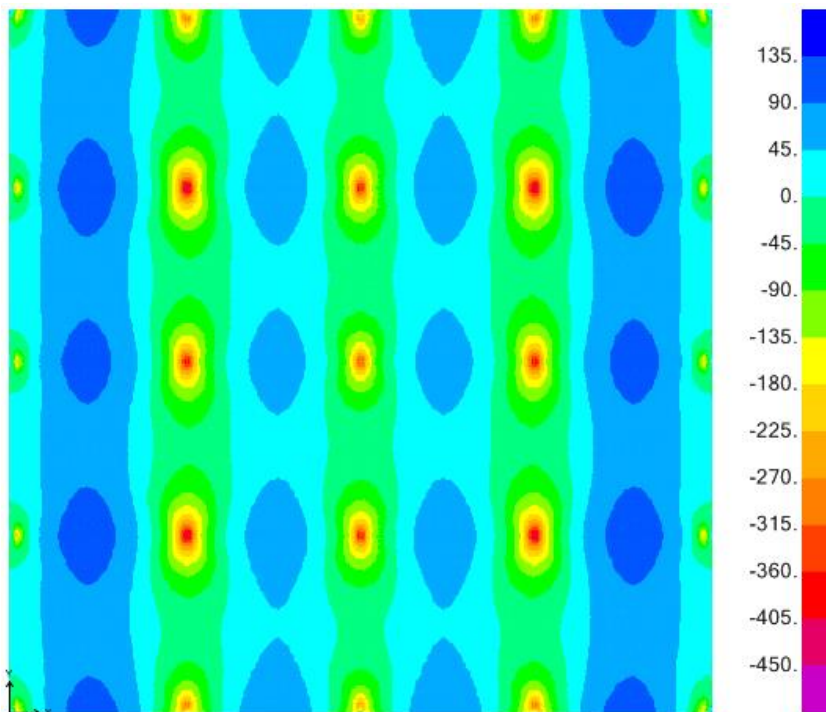


Figura 3.7 – Momentos fletores M_{xx} 's [kN.m/m]

O quadro 3.1 apresenta os valores de momentos fletores em vários pontos de leitura (ver Figura 3.8) e a respectiva diferença percentual entre os alinhamentos 2 e 3.

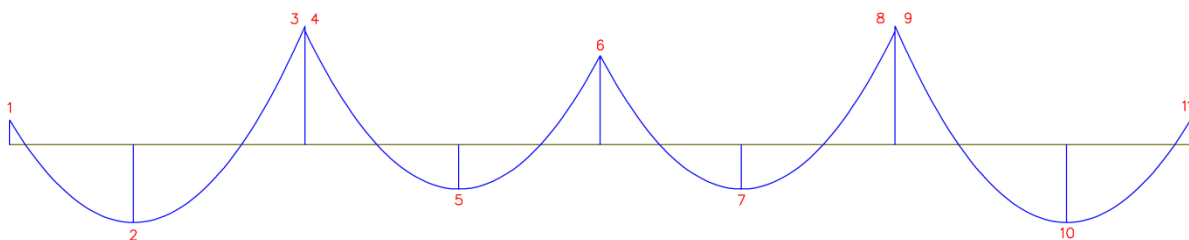


Figura 3.8 – Exemplo de diagrama de momentos fletores sobre um alinhamento de pilares

Quadro 3.1 – Momentos fletores M_{xx} 's [kN.m/m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Alinhamento 2	-217.94	108.63	-451.57	-394.91	69.42	-373.90
Alinhamento 3	-199.53	103.04	-401.81	-369.37	62.89	-321.97
Diferença (%)	8.4%	5.15%	11.02%	6.47%	9.41%	13.89%

Contudo, uma análise qualitativa não é de todo suficiente para uma correcta avaliação dos esforços instalados sendo necessário fazer uma análise quantitativa para determinar exactamente o nível de flutuação de momentos fletores entre os pórticos equivalentes respectivos. Movendo os alinhamentos dentro da faixa correspondente a um pórtico equivalente, os valores obtidos serão com certeza diferentes do conjunto de valores inicial. Esta não era de todo a metodologia mais adequada para uma análise comparativa entre os dois pórticos, principalmente quando esta comparação também envolver o MPE.

Teria de ser adoptada uma metodologia que fosse de rápida e fácil execução e sendo ao mesmo tempo suficientemente precisa. Do MPE sabemos que os esforços obtidos são derivados de todo o carregamento que vem da largura do pórtico equivalente, então, esses esforços na realidade são o resultado de uma integração de um diagrama qualquer (com distribuição real desconhecida) com direcção perpendicular ao pórtico.

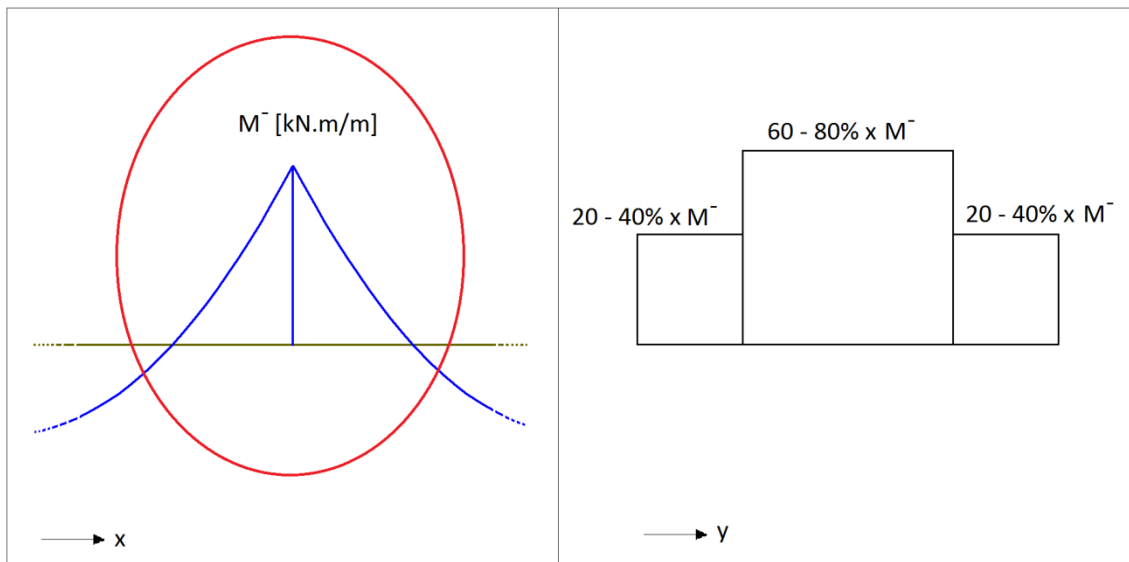


Figura 3.9 – Distribuição de momentos fletores negativos recomendada pelo Eurocódigo 2 (EC2) para o MPE [4]

O procedimento natural seria proceder à integração do diagrama de momentos fletores obtido pelo MEF entre os limites da faixa do pórtico equivalente tendo assim uma base de estudo e comparação sólida. A figura seguinte apresenta um diagrama de momentos fletores negativos (perpendicular ao pórtico – direcção do eixo YY 's) correspondente à largura do pórtico equivalente calculado pelo MEF. Integrando este diagrama numa situação ideal o resultado seria aproximadamente igual ao valor de M^- apresentado na Figura 3.9.

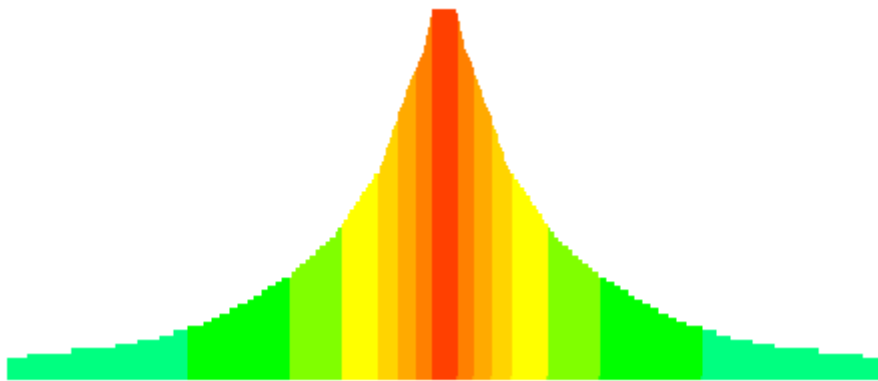


Figura 3.10 – Diagrama de momentos fletores negativos calculado pelo MEF

Como é sabido, o MEF além de ser uma ferramenta poderosa e útil gera uma quantidade enorme de resultados que aumentam ou diminuem conforme o refinamento da malha. Como se pode ver na Figura 3.3, a malha utilizada é bastante refinada conduzindo a uma necessidade de processamento elevada e conseqüentemente resulta numa quantidade substancial de resultados. Foi assim criada a necessidade de desenvolver uma aplicação para processar essa quantidade de dados. A aplicação permite exportar folhas de cálculo de Excel onde são apresentados cortes na laje, paralelos a xx's ou a yy's, contendo todos os valores de momentos fletores para cada elemento finito possibilitando a apresentação gráfica exata - Figura 3.9.

3.2.2.2. Resultados

Neste sub-capítulo pretende-se apresentar e discutir os resultados obtidos após a integração dos diagramas de momentos fletores (Figura 3.10) para os pórticos 1,2 e 3 (Figura 3.6). Só vai ser efectuada a integração dos pontos 1 a 6 (Figura 3.8) atendendo à simetria da laje e conseqüentemente do pórtico relativamente ao ponto 6.

- Pórtico 1

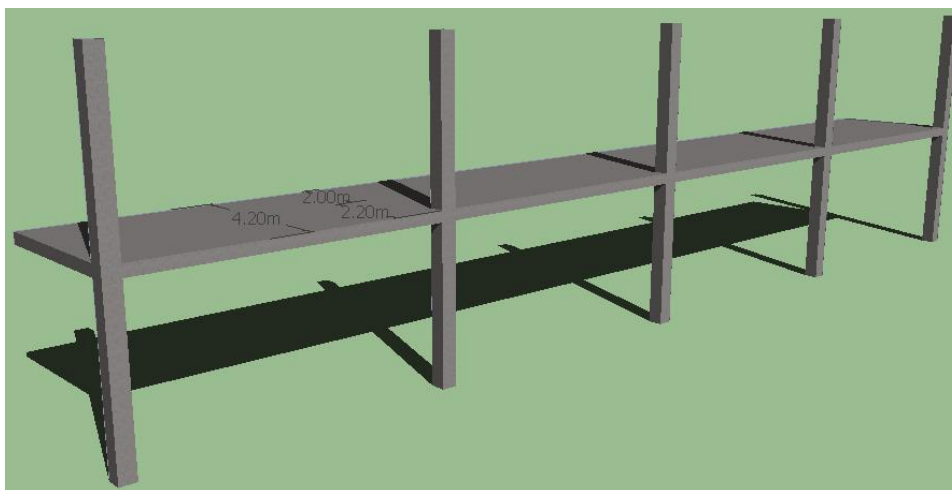


Figura 3.11 – Representação tri-dimensional do Pórtico 1

O pórtico 1 apresenta uma largura de 4,2 metros de largura total correspondentes a 2 metros da faixa central e 2,4 metros da faixa sobre os pilares.

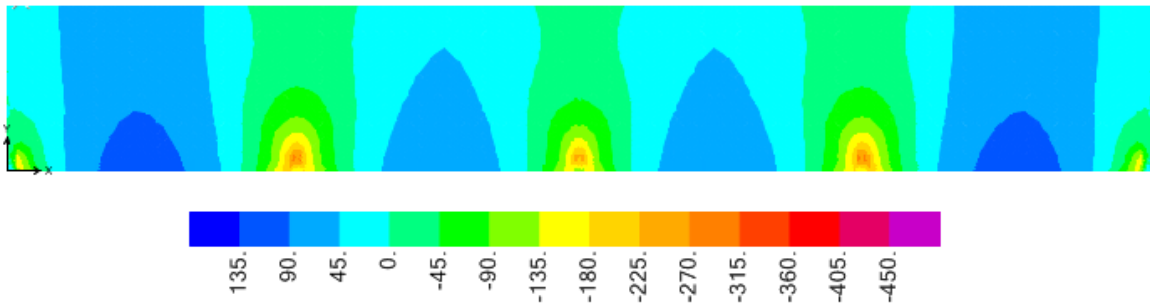


Figura 3.12 – Momentos fletores M_{xx} 's do pórtico 1 [kN.m/m]

Especificamente analisando a porção do mapa de momentos fletores M_{xx} 's correspondente ao pórtico equivalente 1, na direção xx 's pode observar-se que há um alargamento da influência dos momentos fletores positivos, estando de acordo com maiores deslocamentos e rotações da laje, à medida que nos afastamos do pilar. Consequentemente nos pilares intermédios, também na direção xx 's a largura afetada pelos momentos negativos também vai diminuir. Na Figura 3.13 é possível observar a deformação que ocorre na laje e nos pilares na zona em questão. Na direção yy 's nos pilares extremos os momentos fletores negativos vão diminuindo passando a positivos à medida que se caminha para o interior da laje enquanto nos pilares intermédios apesar de a diminuição ocorrer no mesmo sentido estes mantêm-se negativos. Uma situação análoga acontece para os momentos fletores positivos ocorrendo o momento máximo a meio vão no bordo da laje.

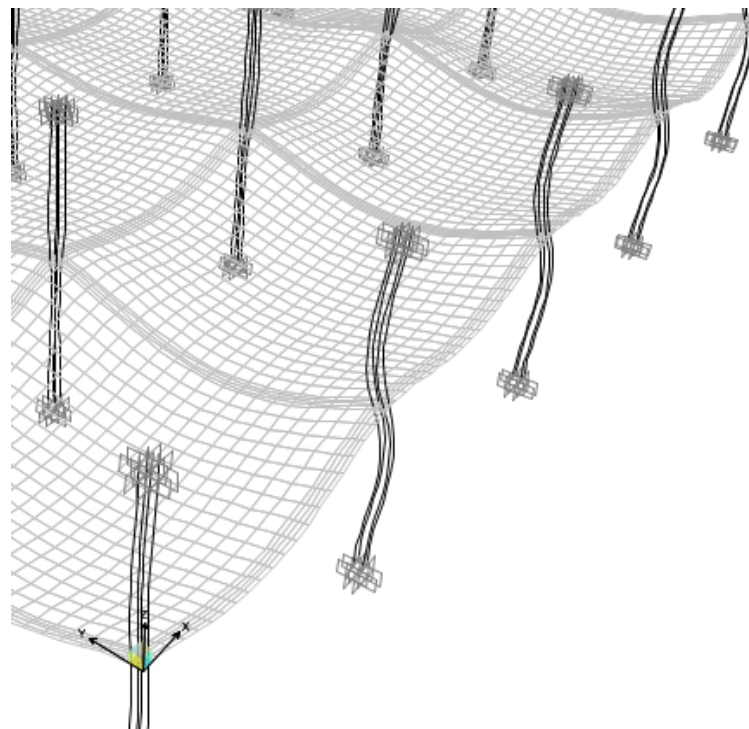


Figura 3.13 – Pormenor da deformada da laje

Finalmente, são apresentados no Quadro 3.2 os valores integrados do diagrama de momentos fletores correspondente ao Pórtico 1.

Quadro 3.2 – Resultante dos Mxx's do Pórtico 1 calculados pelo MEF [kN.m]

MEF	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 1	-95.36	356.17	-389.95	-376.30	229.22	-310.65

Este mesmos valores apresentam uma ordem de grandeza dentro do espectável, mantendo uma proporção entre os momentos fletores adequada a uma estrutura com este tipo de solicitação e ligações ao exterior. Na Figura 3.14 apresenta-se a representação gráfica do diagrama resultante que comparando com o diagrama exemplo (Figura 3.8) apresenta uma semelhança muito grande.

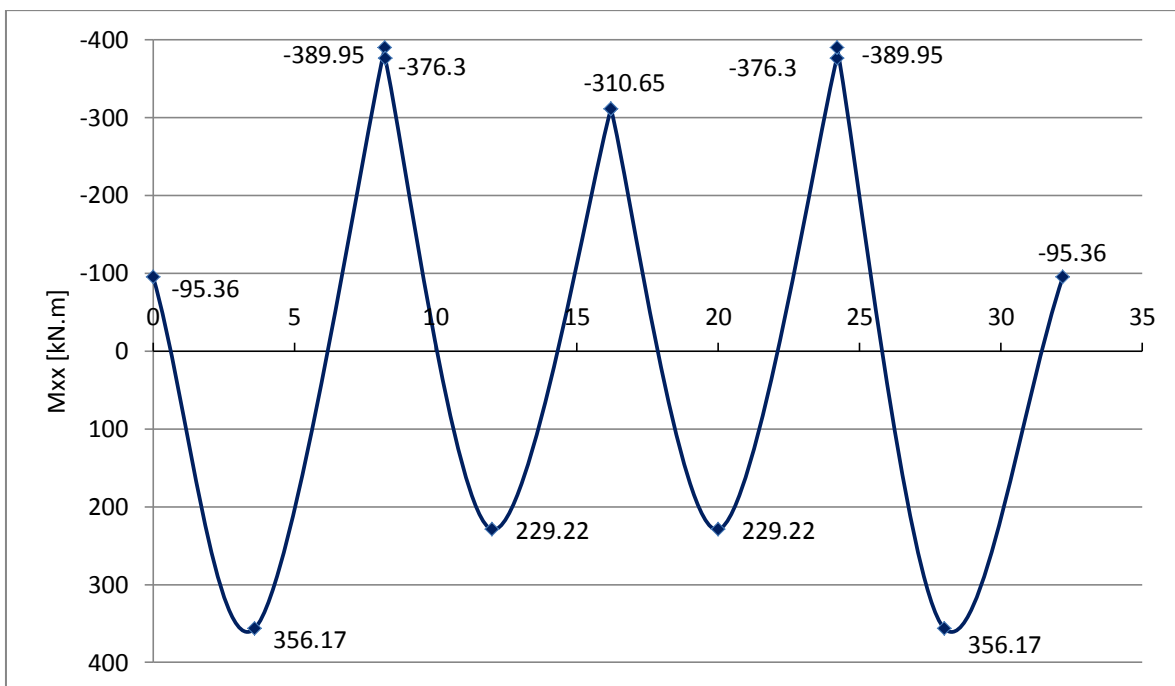


Figura 3.14 – Diagrama de momentos fletores M_{xx} 's resultantes da integração de esforços [kN.m]

- Pórtico 2

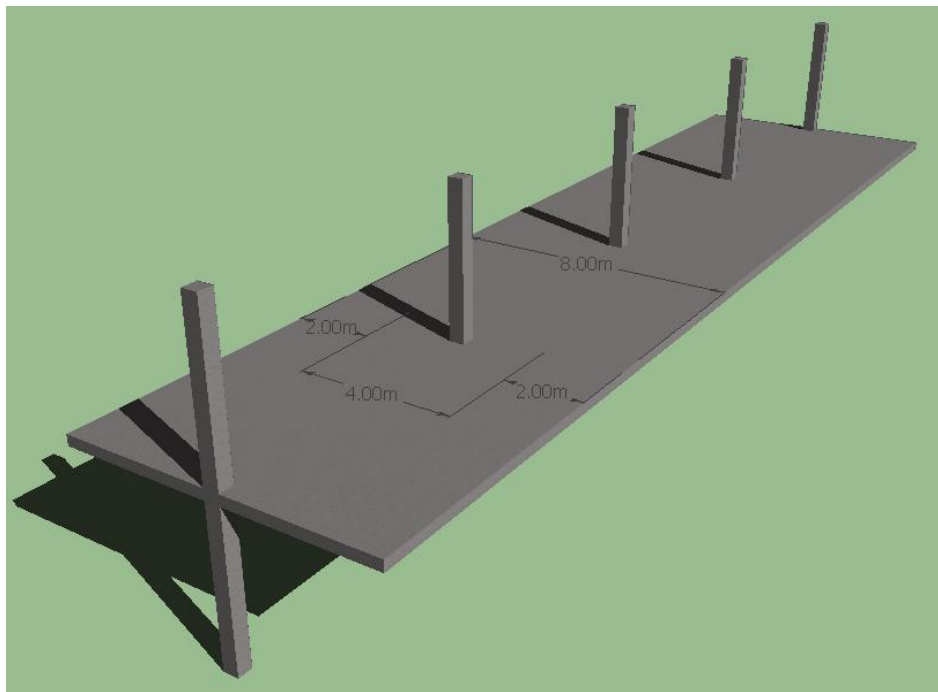
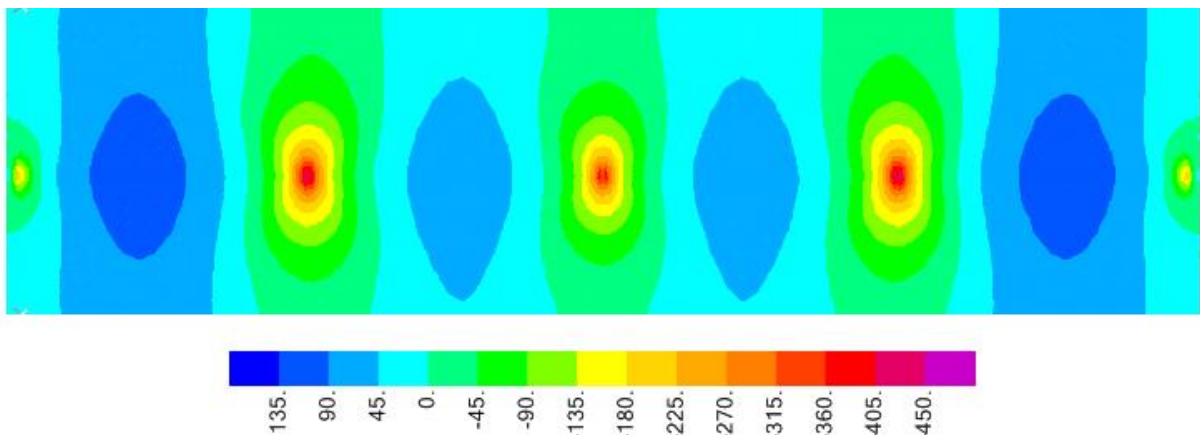


Figura 3.15 – Representação tri-dimensional do Pórtico 2

Como se pode confirmar pela Figura 3.15 o pórtico 2 apresenta uma largura de 8 metros sendo 4 metros correspondentes à faixa dos pilares e 2 metros em cada lado correspondendo ambos à faixa central.

Figura 3.16 – Momentos fletores M_{xx} 's do pórtico 2 [kN.m/m]

Naturalmente, dos três pórticos estudados, o pórtico 2 apresenta uma maior concentração de esforços, correspondendo à distribuição adequada para uma laje contínua de vão iguais. A grande variação de deformações que existe à esquerda e à direita do alinhamento dos pilares é a principal responsável por esta concentração de esforços. Como se pode verificar na análise ao pórtico 1, a grande deformação ocorre nos painéis de bordo, daí o alongamento da mancha azul na direção desse mesmo painel (parte de baixo) correspondente aos momentos fletores positivos. Na Figura 3.17 é possível verificar esta

grande diferença de deformadas e consequentemente um substancial aumento da curvatura da laje sobre os pilares do alinhamento 2.

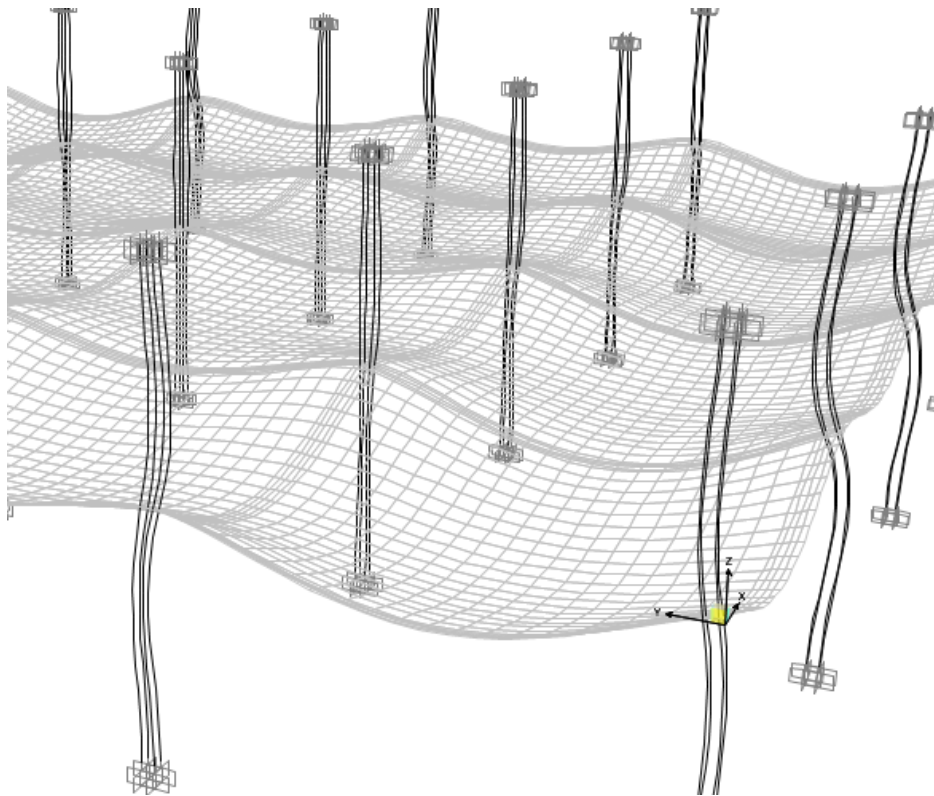


Figura 3.17 – Deformada da laje no painel intermédio e o painel de bordo

No Quadro 3.3, novamente são apresentados os valores das resultantes dos diagramas transversais ao pórtico equivalente. Pode-se verificar que comparativamente com o pórtico 1 este apresenta sem dúvida um aumento significativo a nível de momentos fletores, devendo-se não só ao que foi mencionado anteriormente mas também pelo facto de o pórtico equivalente ter uma largura inferior (cerca de metade).

Quadro 3.3 – Resultante dos Mxx's do Pórtico 2 calculados pelo MEF [kN.m]

MEF	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 2	-154.68	715.18	-1057.60	-1039.19	419.44	-843.49

De notar que este aumento não se verifica em tão grande escala nos pilares de bordo como nos pilares interiores. Antecipa-se que por a ligação laje-pilar se efectuar numa região localizada provoque uma redução de rigidez e consecutivamente o valor do integral do diagrama neste pilar não tenha variações muito significativas. Mais à frente este assunto será tratado mais em pormenor. A Figura 3.18 apresenta a representação gráfica resultante desta integração.

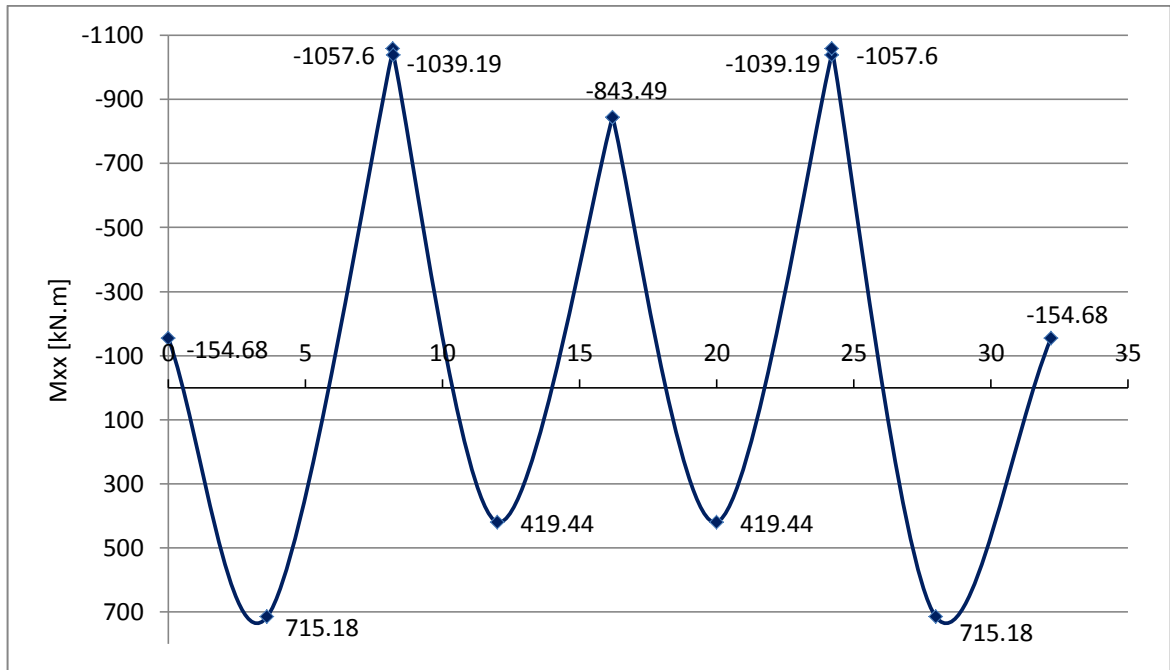


Figura 3.18 – Diagrama de momentos fletores Mxx's resultantes da integração de esforços [kN.m]

- Pórtico 3

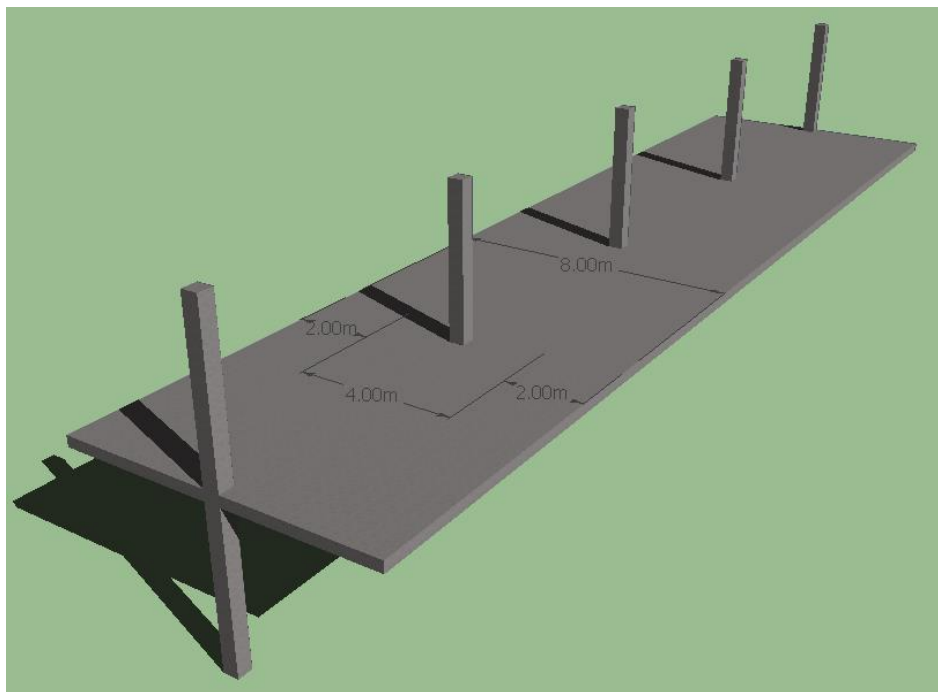


Figura 3.19 – Representação tri-dimensional do Pórtico 2

Como se pode confirmar pela Figura 3.19, assim como no pórtico 2, o pórtico 3 apresenta uma largura de 8 metros sendo 4 metros correspondentes à faixa dos pilares e outros 4 metros correspondendo à faixa central repartidos pelas laterais do pórtico.

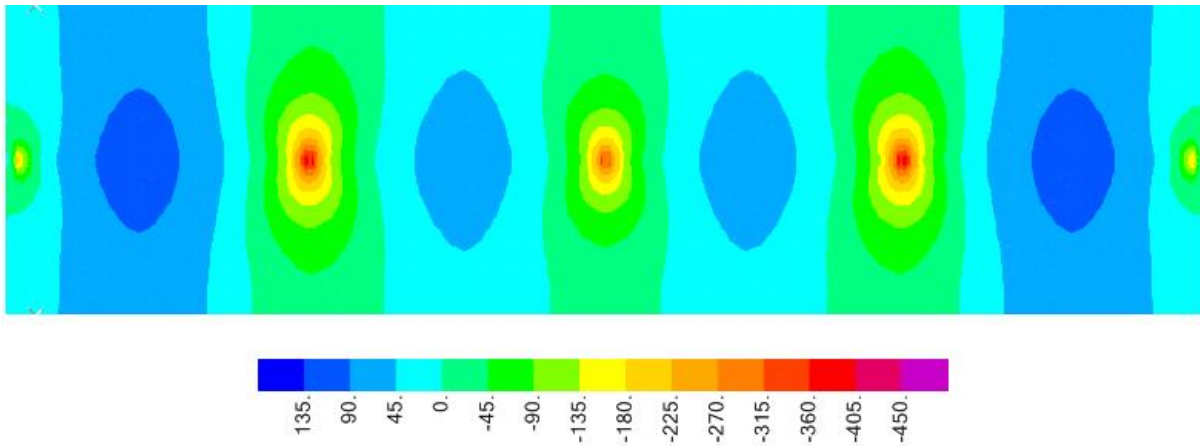


Figura 3.20 – Momentos fletores M_{xx} 's do pórtico 3 [kN.m/m]

Sabendo que o pórtico 3 apenas difere do pórtico 2 pela sua localização na laje, é natural que o mapa de momentos fletores seja semelhante. Pela análise da Figura 3.20 pode constatar-se realmente que os mapas apenas diferem na zona inferior do pórtico, onde no pórtico 2 esta zona correspondia a um painel de bordo da laje e neste pórtico o painel é de continuidade. Por essa razão e pelo explicado anteriormente relativamente ao pórtico 2, não existe tanta concentração de esforços neste pórtico.

Quadro 3.4 – Resultante dos M_{xx} 's do Pórtico 3 calculados pelo MEF [kN.m]

MEF	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 3	-135.61	690.08	-957.31	-938.44	382.04	-731.99

Nota-se que além da semelhança dos mapas de momentos fletores as resultantes dos diagramas transversais também assumem valores semelhantes, sendo esta diferença provavelmente compatível com os resultados obtidos pelo MPE. Este estudo será discutido em maior detalhe no Capítulo 3.4.

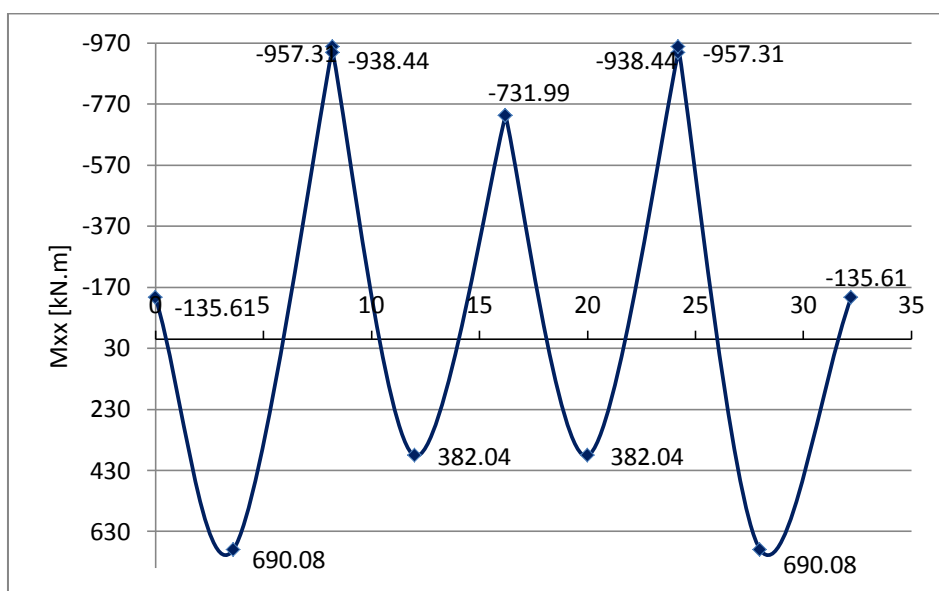


Figura 3.21 – Diagrama de momentos fletores M_{xx} 's resultantes da integração de esforços [kN.m]

3.3. MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES - APLICAÇÃO

O método dos pórticos equivalentes (MPE), como tem vindo a ser explicado, é um método de cálculo simplificado que permite a obtenção de esforços de uma laje fungiforme partindo do princípio da sua divisão em faixas que, juntamente com os pilares funcionam como um pórtico. É predominantemente utilizado em casos de lajes em que os pilares se distribuem de uma forma regular e predominantemente sujeitos a cargas distribuídas.

3.3.1. OBTENÇÃO DE RESULTADOS

3.3.1.1. Procedimento

À semelhança do que foi realizado na análise pelo método dos elementos finitos, vão ser analisados três pórticos, correspondentes aos alinhamentos 1,2 e 3 (Figura 3.6). O pórtico 2 e 3 tendo a mesma geometria e o mesmo carregamento, no que diz respeito ao MPE, são pórticos iguais.

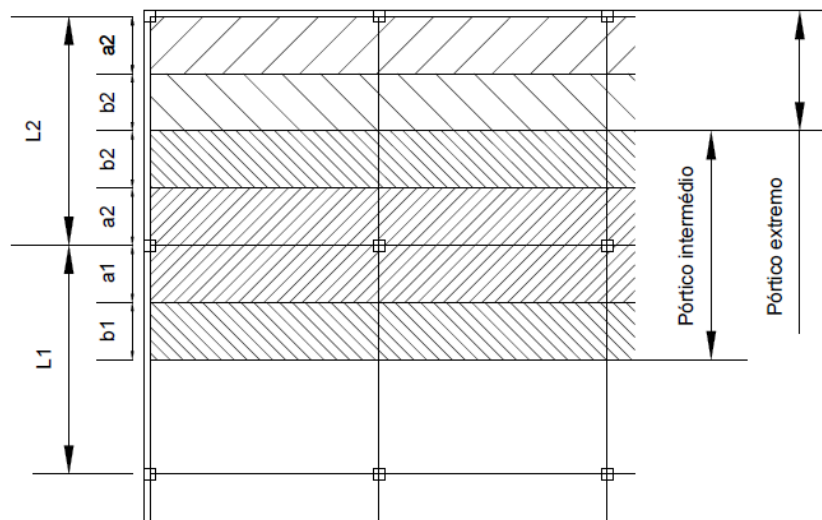


Figura 3.22 – Esquema dos pórticos equivalentes a ser usados (adaptado Figueiras) [1]

Sendo $a1 = b1 = \frac{L1}{4}$ e $a2 = b2 = \frac{L2}{4}$ e, tendo em conta que $L1 = L2 = 8m$ pode-se concluir que o pórtico 2 e 3 (pórticos intermédios) têm ambos 8 metros de largura. Esses 8 metros são divididos por 4 metros de faixa dos pilares ($a1 + a2$) e 4 metros de faixa central ($b1 + b2$). Relativamente ao pórtico 1 a largura de 4,2 metros corresponde a 2 metros da largura $b2$ de faixa central e a 2,2 metros da largura $a2$ de faixa dos pilares.

Toda a laje está sujeita à mesma carga distribuída de $21kN/m^2$, no entanto, a carga linearmente distribuída dependerá da largura do pórtico em questão.

Sendo assim, para o pórtico 1 temos,

$$p_{ED} = 21 \times 4.2 = 88.2 \text{ kN/m}$$

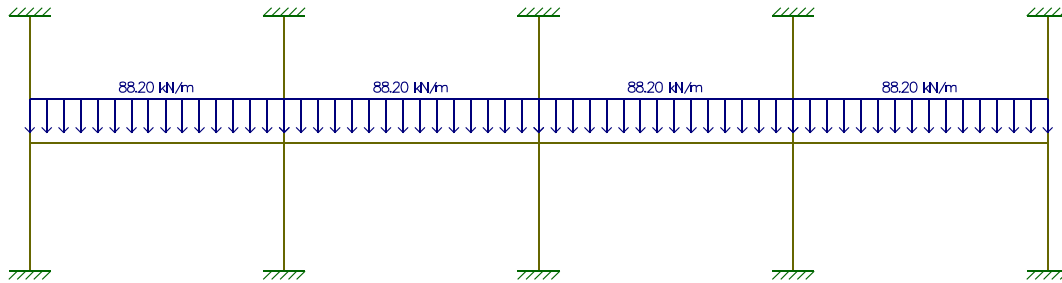


Figura 3.23 - Esquema estrutural usado no MPE – Pórtico 1

e para os restantes pórticos 2 e 3

$$p_{ED} = 21 \times 8 = 168 \text{ kN/m}$$

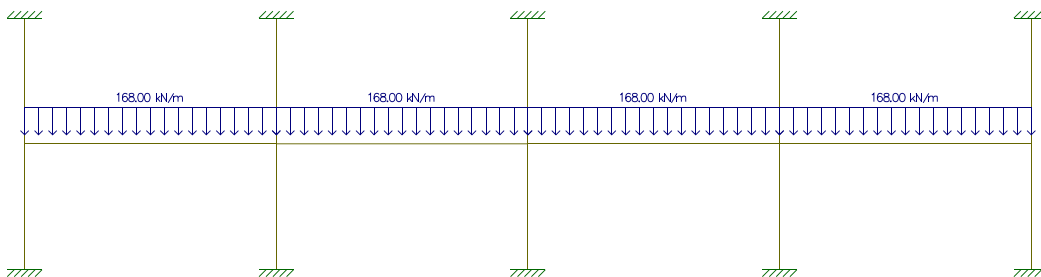


Figura 3.24 - Esquema estrutural usado no MPE – Pórtico 2 e 3

3.3.1.2. Resultados

Os pórticos foram calculados no *software* de cálculo *SAP2000*, usando o esquema estrutural apresentado nas Figuras 3.23 e 3.24. Logicamente, dependendo do pórtico em estudo, as características geométricas atribuídas à “viga larga” são diferentes. De notar que os pórticos foram modelados por elementos barra e que estes não consideram a posição exacta onde os elementos se encontram.

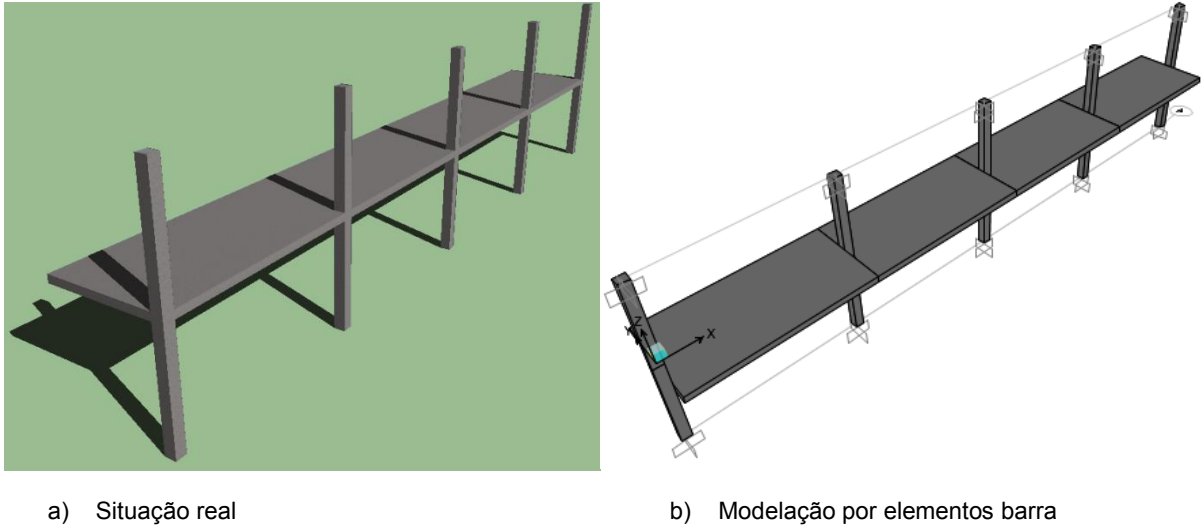


Figura 3.25 – Representação tridimensional do pórtico 1

Seguidamente são apresentados, no Quadro 3.5 e Quadro 3.6 os esforços dos pontos notáveis para os pórticos em estudo enquanto nas Figuras 3.26 e 3.27 são apresentados esses mesmos esforços graficamente.

Quadro 3.5 – Esforços M_{xx} 's do Pórtico 1 calculados pelo MPE [kN.m]

MPE	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 1	-256.98	310.36	-544.07	-506.84	225.94	-452.48

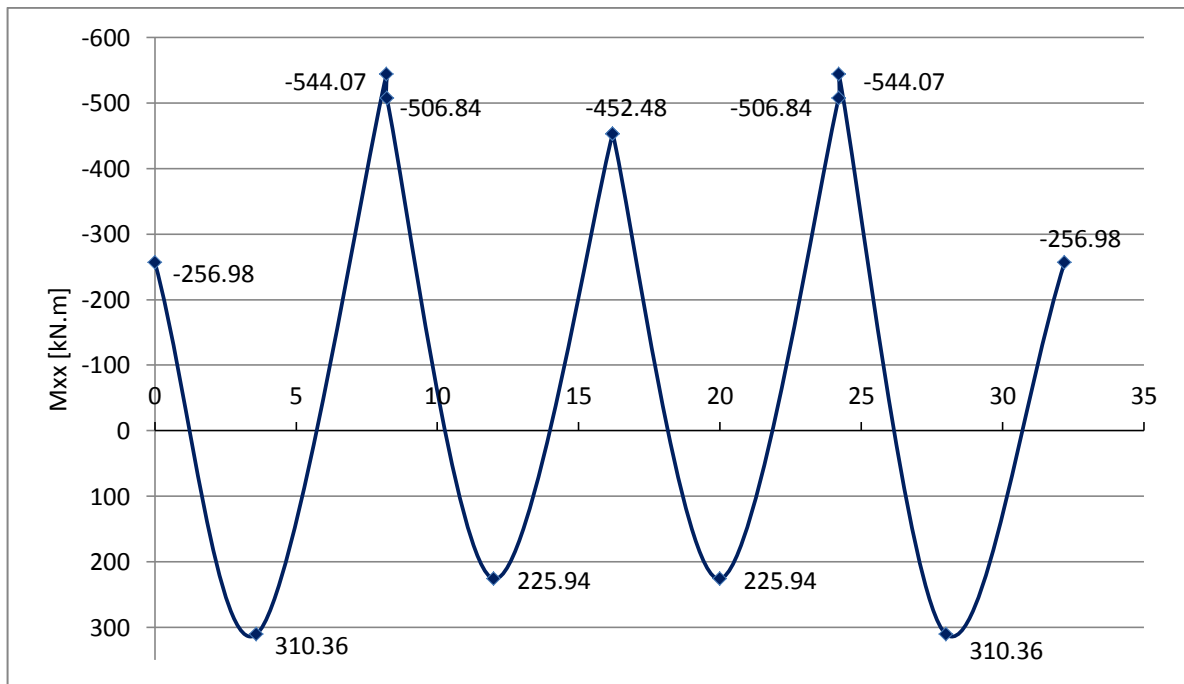


Figura 3.26 - Diagrama de momentos fletores M_{xx} 's para o Pórtico 1

Quadro 3.6 – Esforços Mxx's do Pórtico 2 e 3 calculados pelo MPE [kN.m]

MPE	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 2/3	-356.4	653.1	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8

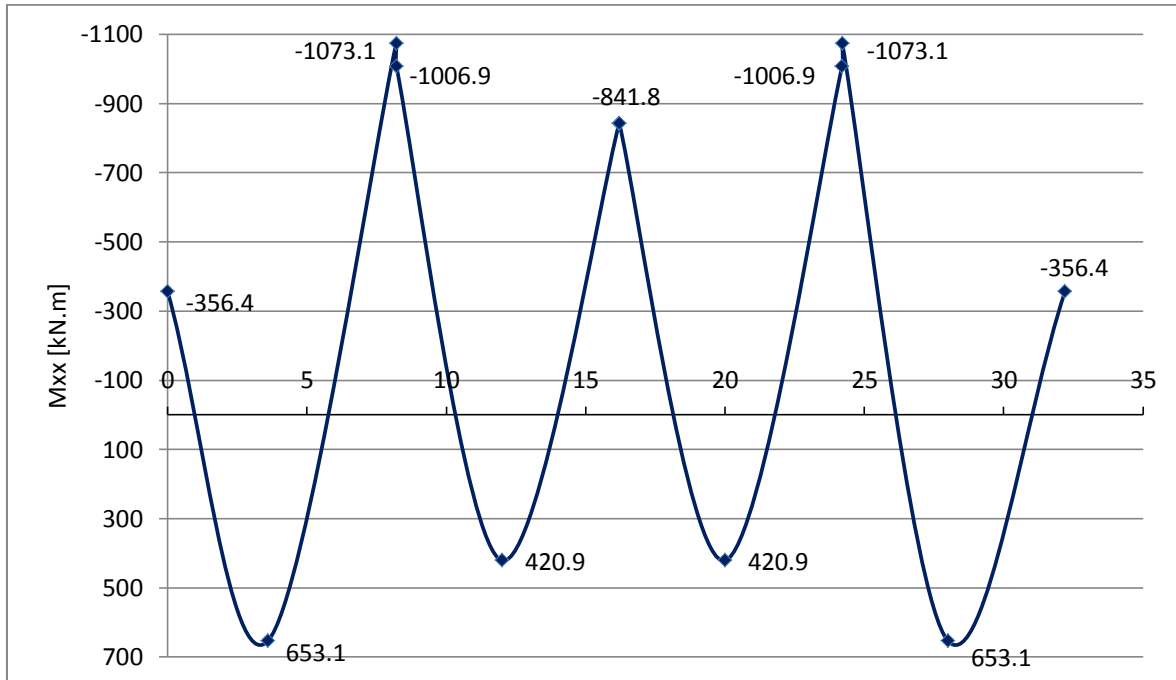


Figura 3.27 - Diagrama de momentos fletores Mxx's para o Pórtico 2 e 3

3.4. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Antes da introdução das irregularidades dos pilares em planta, é necessário estabelecer um ponto de partida ou base de comparação entre os dois métodos utilizados. Sendo assim, partindo do princípio que são conhecidos os resultados de um método face ao resultado de outro método é mais fácil fazer um estudo aquando a introdução das irregularidades.

Neste sub-capítulo serão cruzados os resultados obtidos entre o MEF e o MPE para os três pórticos estudados tendo em conta as imposições e sugestões regulamentares presentes no EC2 [4] para a utilização do MPE.

3.4.1. PÓRTICO 1

Analisando o Quadro 3.7 e a Figura 3.28 podemos concluir que o MPE fornece valores de momentos negativos muito superiores ao MEF, querendo dizer que o MPE considera uma rigidez muito maior na ligação laje-pilar. Comparativamente com os momentos fletores negativos, os momentos fletores positivos aproximam-se bastante entre os dois métodos, contudo o MEF apresenta em todos os vãos valores superiores.

Quadro 3.7 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 1 (MEF-MPE) [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 1 - MEF	-95.36	356.17	-389.95	-376.30	229.22	-310.65
Pórtico 1 - MPE	-256.98	310.36	-544.07	-506.84	225.94	-452.48
MPE/MEF (kN.m/kN.m)	2.69	0.87	1.40	1.35	0.99	1.46

A veracidade desta afirmação pode ser confirmada principalmente no tramo extremo, onde a relação entre os valores assume um rácio de 0,87. No segundo vão (entre pilar 2 e 3) o rácio de valores aproxima-se da unidade mostrando uma boa aproximação do MPE.

Ainda relativamente aos momentos fletores negativos sobre os pilares, não se pode deixar de notar que é no pilar de bordo que existe uma maior discrepância de resultados. Esta variação pode advir da modelação por barras, como mencionado no subcapítulo 3.3.1.2 (Figura 3.25) e da atribuição de uma largura de laje exagerada (largura do pórtico equivalente), comparada com o método de elementos finitos onde o posicionamento do pilar e a largura mobilizada influenciam claramente o resultado [7].

Para este caso o eurocódigo 2 informa que se deve estabelecer um limite máximo para o momento negativo sempre que não haja vigas de bordadura que sejam adequadamente dimensionadas à torção, ajudando na uniformização da laje e consecutivamente na mobilização de uma largura de laje próxima.

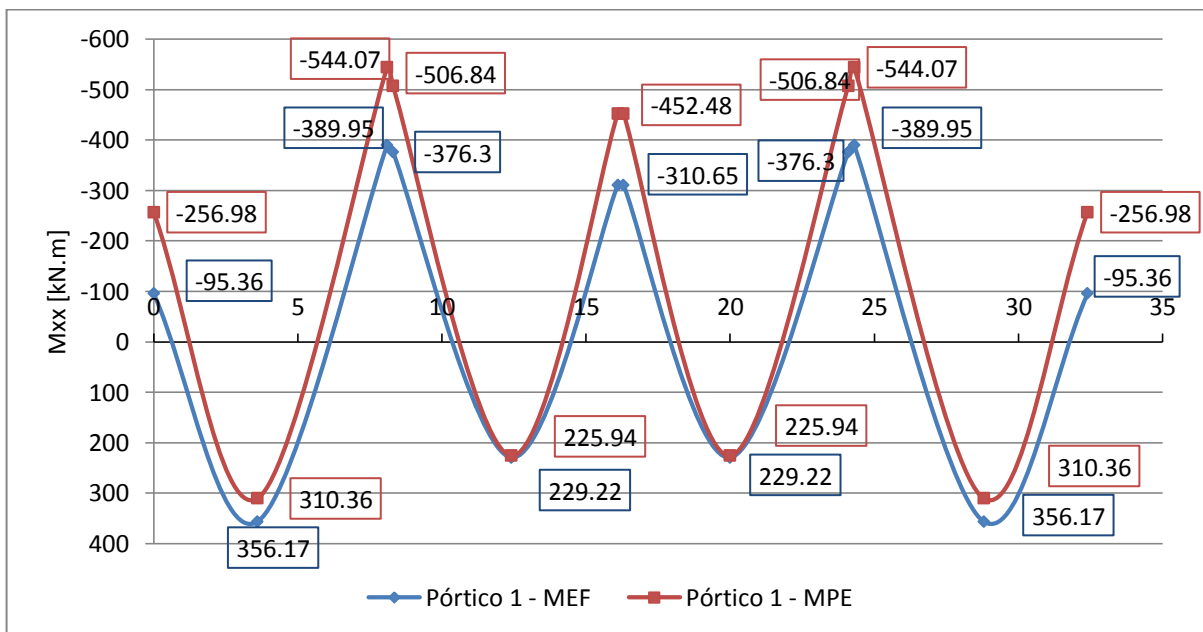
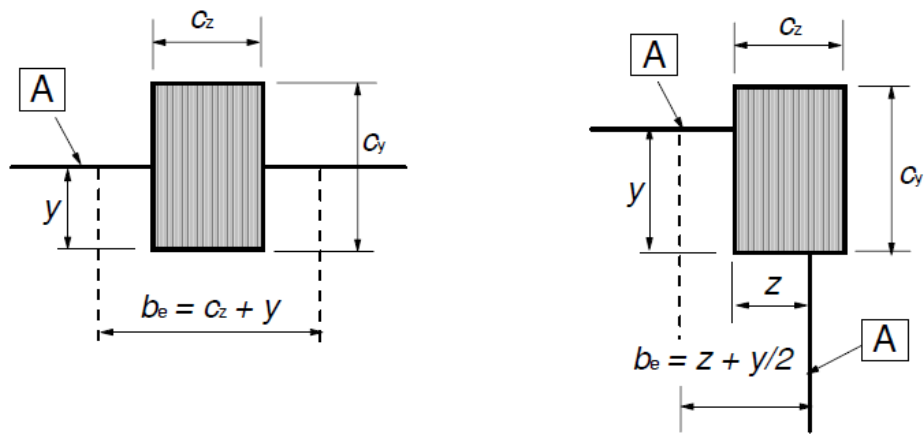


Figura 3.28 – Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1 (comparação)

Esta limitação ao momento resistente deve ser feita aos pilares de bordo e de canto assumindo um máximo dado pela equação 3.2.

$$M_{Rd} = 0,17 \times b_e \times d^2 \times f_{ck} \quad (3.2)$$



A Bordo da laje

NOTA: y pode ser $> c_y$

a) Pilar de bordo

NOTA: y é a distância entre o bordo da laje e a face mais interior do pilar.

NOTA: z pode ser $> c_z$ e y pode ser $> c_y$

b) Pilar de canto

Figura 3.29 – Largura efetiva b_e (Eurocódigo 2 - EC2) [4]

O eurocódigo informa que além da limitação de momento resistente a armadura tem de ser disposta na largura efetiva b_e (Figura 3.29) de forma a assegurar a correta transmissão de momentos flectores da laje para o pilar.

Sendo,

d - altura útil da laje (0,24m)

f_{ck} - valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade

Tendo altura útil $d = 0,24m$ e b_e , para um pilar de canto, assume um valor de 0,60m é possível calcular o momento resistente.

$$M_{Rd} = 0,17 \times 0,60 \times 0,24^2 \times 25000$$

$$M_{Rd} = 146.88kN.m$$

Naturalmente, em condições de projeto, se esta redução de momento for bastante acentuada tem que ser tido em conta outro tipo de soluções para a resolução deste problema. No caso em estudo este é claramente um desses casos visto que seria necessário uma redução de mais de 50% do momento fletor inicial.

Aplicando este valor máximo de momento resistente e calculando adequadamente o momento positivo no tramo de extremidade, por uma simples regra de triângulos.

Quadro 3.8 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 1 (MEF-MPE com momento resistente máximo) [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 1 - MEF	-95.36	356.17	-389.95	-376.30	229.22	-310.65
Pórtico 1 - MPE	-146.88	372.29	-544.07	-506.84	225.94	-452.48
MPE/MEF (kN.m/kN.m)	1.54	1.05	1.40	1.35	0.99	1.46
$\frac{(MPE - MEF)}{MPE}$ (%)	35.08	4.33	28.33	25.76	1.45	31.35

Sem esta limitação de momento resistente podia-se verificar que os valores que mais sobressaiam eram, o momento do pilar 1 e o momento no vão correspondente. Após esta limitação e respectiva compatibilização de esforços, o momento negativo no pilar 1 apresenta um rácio que se aproxima dos rácios nos restantes pilares. De forma semelhante o momento positivo no vão extremo aproximou-se do obtido pelo MEF resultando num rácio próximo de 1 como já acontecia nos outros momentos fletores.

Estes valores obtidos pelo MPE, após a correção do momento fletor nos pilares de bordo, servirão de base de comparação para quando as irregularidades geométricas forem introduzidas. Apesar de esta redistribuição ser exagerada e não recomendada para situações de projeto, é a forma de colocar no mesmo patamar e equiparar da melhor forma os dois métodos de cálculo. De outra forma não faria sentido visto que a legislação estabelece claramente esta imposição de dimensionamento.

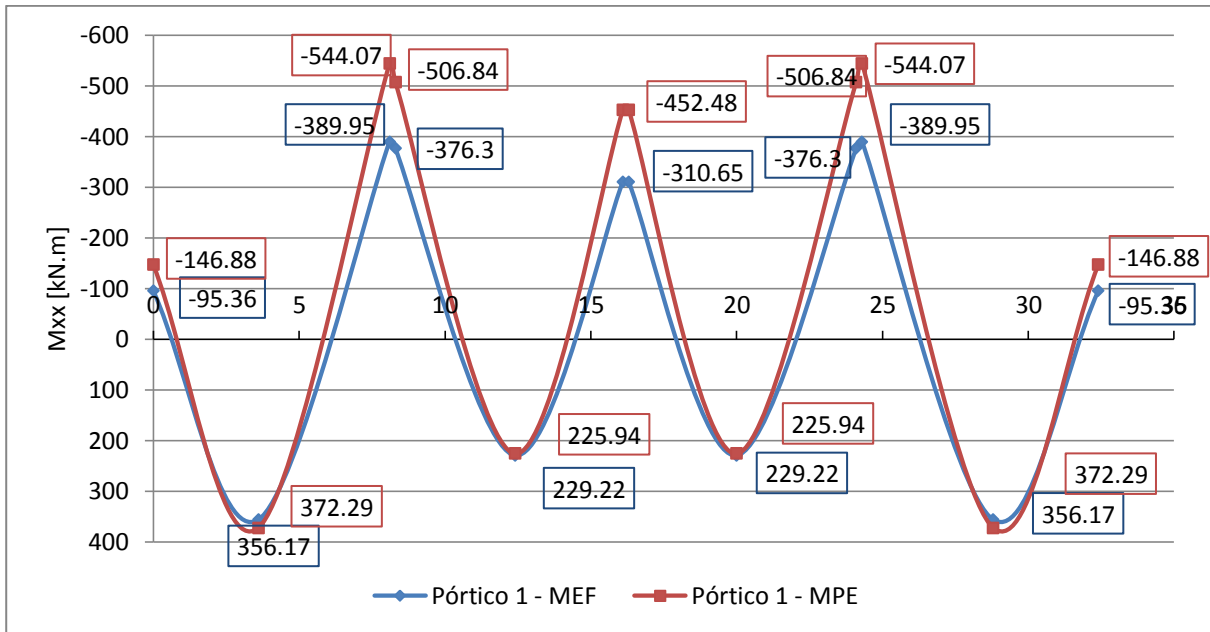


Figura 3.30 – Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1 após a redistribuição

3.4.2. PÓRTICO 2 E 3

Sendo estes dois pórticos iguais, no que diz respeito à análise pelo método dos pórticos equivalentes, serão analisados em conjunto discutindo as diferenças entre si de acordo com os resultados obtidos pelo MEF e também analisadas as diferenças com o MPE.

Quadro 3.9 – Esforços Mxx's do Pórtico 2 e 3 analisados pelo MEF-MEF [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 2 - MEF	-154.68	715.18	-1057.60	-1039.19	419.44	-843.49
Pórtico 3 - MEF	-135.61	690.08	-957.31	-938.44	382.04	-731.99
Pórtico 2/Pórtico 3 (kN.m/kN.m)	0.88	0.96	0.91	0.90	0.91	0.87

Como já foi discutido anteriormente o pórtico 3 apresenta uma maior concentração de esforços comparativamente ao pórtico 2. Essa diferença não é substancial quando comparados entre si, no entanto, o pórtico 2 aproxima-se mais da solução obtida pelo MPE.

Quadro 3.10 – Esforços Mxx's do Pórtico 2 (MEF-MPE) [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 2 - MEF	-154.68	715.18	-1057.60	-1039.19	419.44	-843.49
Pórtico 2/3 - MPE	-356.4	653.1	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8
MPE/MEF (kN.m/kN.m)	2.30	0.91	1.01	0.97	1.00	0.99

Quadro 3.11 – Esforços Mxx's do Pórtico 3 (MEF-MPE) [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 3 - MEF	-135.61	690.08	-957.31	-938.44	382.04	-731.99
Pórtico 2/3 - MPE	-356.4	653.1	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8
MPE/MEF (kN.m/kN.m)	2.63	0.95	1.12	1.07	1.10	1.15

Analisando a Figura 3.31 (representação gráfica dos Quadros 3.10 e 3.11) conclui-se que o pórtico 2 é o que se aproxima mais da solução obtida pelo MPE. Novamente, à semelhança do que aconteceu no pórtico 1 o momento fletor no pilar 1 e o momento fletor no vão do tramo extremo assumem uma maior diferença relativamente ao MPE.

No pórtico 3 esta diferença é notória apenas no momento fletor associado ao pilar 1, enquanto os restantes valores se encontram dentro da mesma gama de valores.

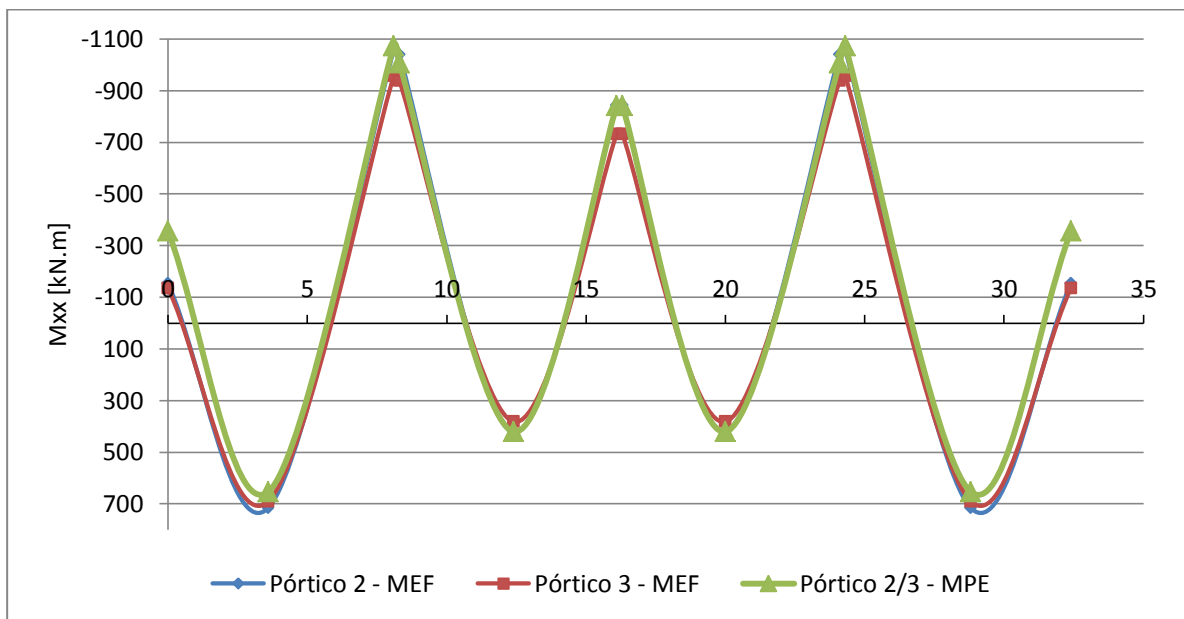


Figura 3.31 – Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2 e 3

Contudo não se pode esquecer da limitação de momento resistente que deve ser imposta aos pilares de bordo e de canto. Para o caso em questão, sendo um pilar de bordo (ver Figura 3.29) e atendendo à geometria da ligação laje-pilar podemos dizer que $b_e = 0.80m$. Sendo que f_{ck} e d^2 não variam,

$$M_{Rd} = 195.84kN.m$$

Após a introdução desta correção no momento do pilar 1 e respectiva redistribuição de esforços, para o pórtico 2, houve uma ainda maior aproximação entre o MPE e o MEF. O momento fletor positivo aumentou significativamente passando agora a apresentar um valor superior ao obtido com o MEF. No pórtico 3 as conclusões são semelhantes.

O pórtico 2 de todos os estudados é o que tem a relação mais próxima entre os dois métodos, dando a entender que a aplicação do método dos pórticos equivalentes se adequa aproximada para um pórtico equivalente intermédio e uma solução pior para pórticos equivalentes de bordo.

Quadro 3.12 – Esforços Mxx's dos Pórticos 2 e 3 (MEF-MPE com momento resistente máximo) [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3
	1	2	3	4	5	6
Pórtico 2/3 - MPE	-195.84	743.415	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8
Pórtico 2 - MEF	-154.68	715.18	-1057.60	-1039.19	419.44	-843.49
MPE/MEF (kN.m/kN.m)	1.27	1.04	1.01	0.97	1.00	0.99
$\frac{ MPE - MEF }{MPE}$ (%)	21.02	3.80	1.44	3.21	0.35	0.20
Pórtico 3 - MEF	-135.61	690.08	-957.31	-938.44	382.04	-731.99
MPE/MEF (kN.m/kN.m)	1.44	1.08	1.12	1.07	1.10	1.15
$\frac{ MPE - MEF }{MPE}$ (%)	30.75	7.17	10.79	6.80	9.23	13.04

Na Figura 3.32 é possível observar a quase coincidência de diagramas do pórtico 2 calculado pelo MEF e pelo pórtico 2 calculado MPE.

Este será o pórtico onde será mais fácil recolher conclusões acerca das imperfeições geométricas quando elas forem introduzidas e analisadas no capítulo 4.

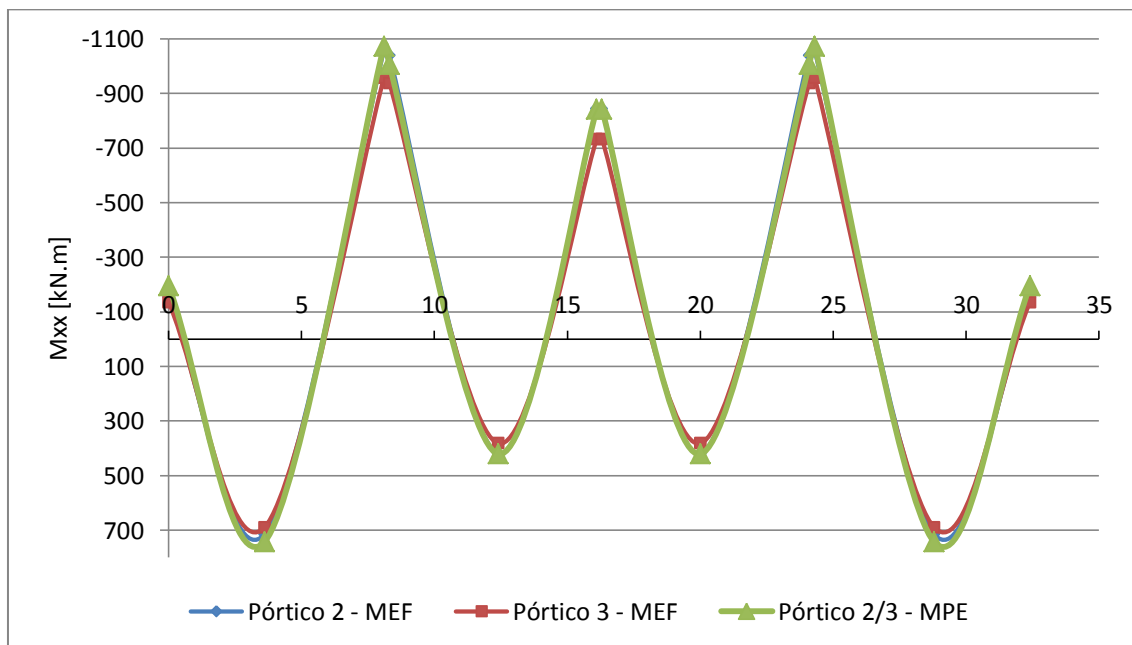


Figura 3.32 – Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2 e 3

4

DISPOSIÇÃO IRREGULAR DOS PILARES EM PLANTA

4.1. INTRODUÇÃO

O objetivo principal desta dissertação é o estudo da adequabilidade dos resultados obtidos pelo método dos pórticos equivalentes (MPE) quando há uma certa irregularidade geométrica dos pilares em planta. Na aplicação deste método simplificado, o MPE parte do pressuposto que existe regularidade na distribuição dos pilares, contudo a necessidade de adaptação deste tipo de lajes a condições especiais que requerem uma disposição não regular dos pilares. Para estes casos ditos especiais que cada vez mais se tornam recorrentes, não existe um método simples que permita determinar os esforços e, conseqüentemente, fazer o dimensionamento da laje. É necessário recorrer a outros métodos mais precisos e não tão simples para a determinação de esforços, sendo um deles o método dos elementos finitos (MEF).

Para testar a razoabilidade dos resultados do MPE foi necessário inicialmente estabelecer um ponto de comparação (Capítulo 3) que possibilitasse determinar exatamente a precisão obtida com o MPE. Sabendo as divergências entre os dois métodos é mais fácil determinar realmente a influência que uma irregularidade introduz nos resultados obtidos e se esse resultado é aceitável ou não.

4.2. INTRODUÇÃO DAS IRREGULARIDADES

À semelhança do que foi realizado no Capítulo 3 as irregularidades serão introduzidas ao nível dos 3 pórticos que já foram estudados. Estas irregularidades, inicialmente, serão introduzidas unicamente a um pilar do pórtico possibilitando o estudo da influência nos resultados do desvio desse pilar. Esta metodologia será aplicada dos pilares 1 a 3 dos pórticos em estudo (visto a laje ser simétrica) onde será possível ter uma visão geral da influência de cada pilar nos resultados obtidos. Será também analisado o resultado do desvio de dois pilares consecutivos, de modo a verificar se haverá uma influência maior comparativamente com o desvio de um só pilar.

Com o desenvolver das análises pode-se verificar que a influência de um desvio de cerca de 20% do vão da laje num pilar já introduzia alterações significativas. Conseqüentemente, todas as análises serão realizadas desvios da posição inicial do pilar em incrementos de 5% do vão até atingir o valor máximo estipulado de 20% do vão.

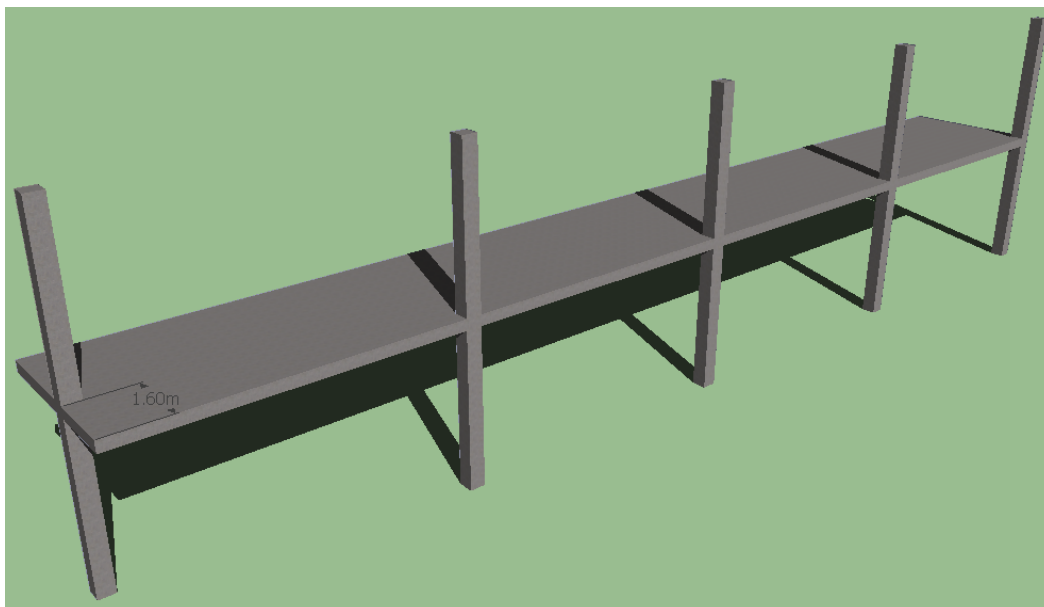


Figura 4.1 – Desvio de 1,60m (20% do vão) do pilar 1

Na Figura 4.1 pode-se observar um exemplo de como serão introduzidas as irregularidades. Neste caso específico trata-se do pilar 1 no pórtico 1 com um desvio de 1,60m que corresponde a 20% do vão. Do subcapítulo 4.3 até ao subcapítulo 4.5 vão ser apresentados os resultados obtidos para os casos estudados que sejam pertinentes adicionando curtas análises para cada caso.

Neste capítulo, os resultados foram tratados percentualmente relativamente ao valor inicialmente obtido pelo MPE. Desta forma, é possível observar a evolução dos resultados para cada caso, de uma forma graficamente intuitiva.

$$\frac{(|MPE - MEF|)}{MPE} [\%]$$

Observando a expressão anterior é possível retirar algumas conclusões que irá certamente ajudar na leitura dos gráficos de barras apresentados ao longo deste capítulo:

- uma percentagem positiva indica um valor obtido pelo MEF inferior ao MPE
- uma percentagem que se aproxima de 0% indica valores similares obtidos pelos dois métodos

Sendo assim podemos concluir que se as percentagens diminuírem o valor de momentos fletor obtido pelo MEF aumenta e conseqüentemente aproxima-se da solução do MPE. Se esta percentagem assumir valores negativos podemos considerar que o valor obtido pelo MEF ultrapassa o valor obtido pelo MPE e, conseqüentemente, este último método não se adequa para o cálculo deste nível de irregularidade.

De notar ainda que as percentagens obtidas apresentam os valores totais das diferenças entre os dois métodos, isto é, ao determinar o valor percentual entre os dois métodos estamos a incluir também a influência das irregularidades. Para saber simplesmente a influência da introdução das irregularidades seria necessário subtrair à percentagem final a percentagem inicial que se obteve pela comparação entre os dois métodos sem as irregularidades geométricas. Tendo como exemplo a Figura 4.5 – Pilar 1, para os 20% de desvio do pilar a percentagem obtida é de 49,31% sendo que desse valor 35,08% representam a diferença obtida nos momentos fletores obtidos pelos dois métodos. Desta forma apenas 14,23% (49,31-35,08) representam a verdadeira influência da introdução da irregularidade.

4.3. PÓRTICO 1

4.3.1. PILAR 1

No quadro 4.1 estão apresentados os valores da resultante do diagrama de momentos calculados de acordo com o enunciado no Capítulo 3. A laje já não apresenta simetria devido ao desvio introduzido no pilar 1, contudo, apenas estão apresentados os valores até ao pilar 3 tendo em conta que, neste caso, a influência desta irregularidade não se estende para além deste pilar 3.

Quadro 4.1 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 1 com desvio do pilar 1 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-146.88	372.29	-544.07	-506.84	225.94	-452.48	-452.48
MEF	-95.36	356.17	-389.95	-376.30	229.22	-310.65	-310.65
5%	-112.02	354.28	-376.61	-365.53	231.48	-309.02	-308.69
10%	-123.29	356.79	-373.69	-363.47	233.09	-312.47	-311.93
15%	-131.66	359.26	-371.74	-361.64	234.17	-313.03	-312.40
20%	-137.71	361.28	-373.21	-362.33	234.71	-312.94	-312.34

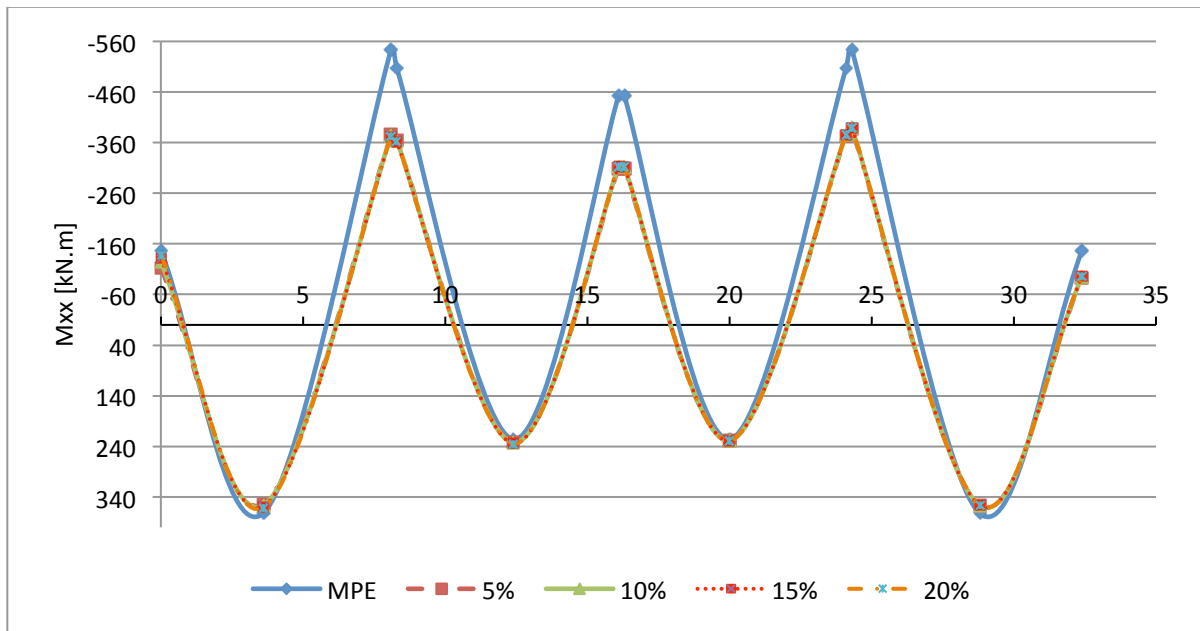


Figura 4.2 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1

A influência deste desvio sente-se principalmente no próprio pilar 1 com alguns vestígios dessa irregularidade no pilar seguinte. Note-se que os diagramas determinados pelo MEF se sobrepõem, sendo as suas diferenças bastante ténues. Fazendo uma análise mais detalhada desta zona, apresenta-se na Figura 4.3 a evolução das diferenças devido às irregularidades geométricas introduzidas.

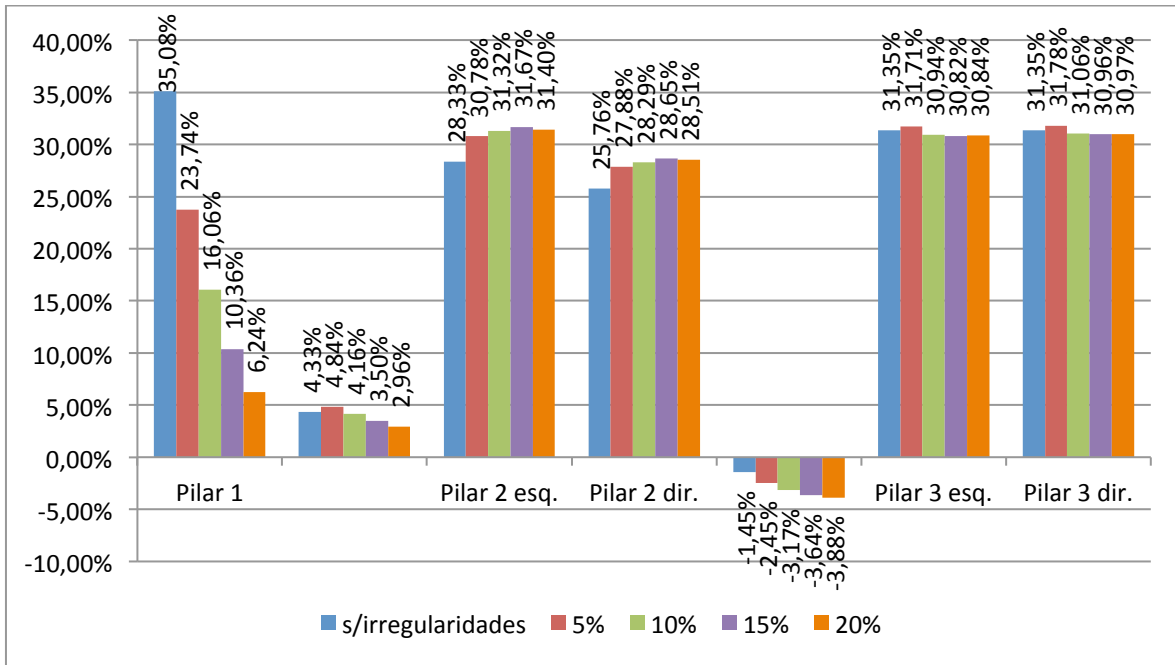


Figura 4.3 – Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 1 – Pilar 1

Concluindo pela Figura 4.3, a maior diferença ocorre no pilar 1 para o desvio de 20% do vão. Este comportamento era espectável, no entanto, este desvio torna-se favorável ao MPE acabando por aproximar os dois tipos de análise. Apesar desta aproximação tem que ser tido em conta que a introdução de um desvio desta natureza ocorre na variação de momentos de cerca de 28% relativamente ao obtido pelo MEF sem irregularidades. No pilar 2 (grupo de colunas 3 e 4) também ocorre uma diferença de cerca de 30% independentemente do nível do desvio do pilar 1 e, conseqüentemente, também vai haver um pequena variação no vão correspondente à posição 5 (valor negativo indica que valor de MEF>MPE).

4.3.2. PILAR 2

No quadro 4.2 estão apresentados os valores resultantes para os desvios introduzidos no pilar 2 do pórtico 1. Juntamente com a Figura 4.4 é possível analisar o comportamento da laje após a introdução desta alteração à geometria dos pilares em planta.

Quadro 4.2 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 1 com desvio do pilar 2 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-146.88	372.29	-544.07	-506.84	225.94	-452.48	-452.48
MEF	-95.36	356.17	-389.95	-376.30	229.22	-310.65	-310.65
5%	-83.33	350.66	-449.03	-434.52	225.37	-288.59	-292.99
10%	-79.07	345.38	-502.86	-488.10	221.32	-276.38	-284.15
15%	-75.42	340.63	-549.61	-535.01	217.27	-267.25	-276.88
20%	-74.46	336.49	-586.42	-572.10	213.35	-263.97	-273.82

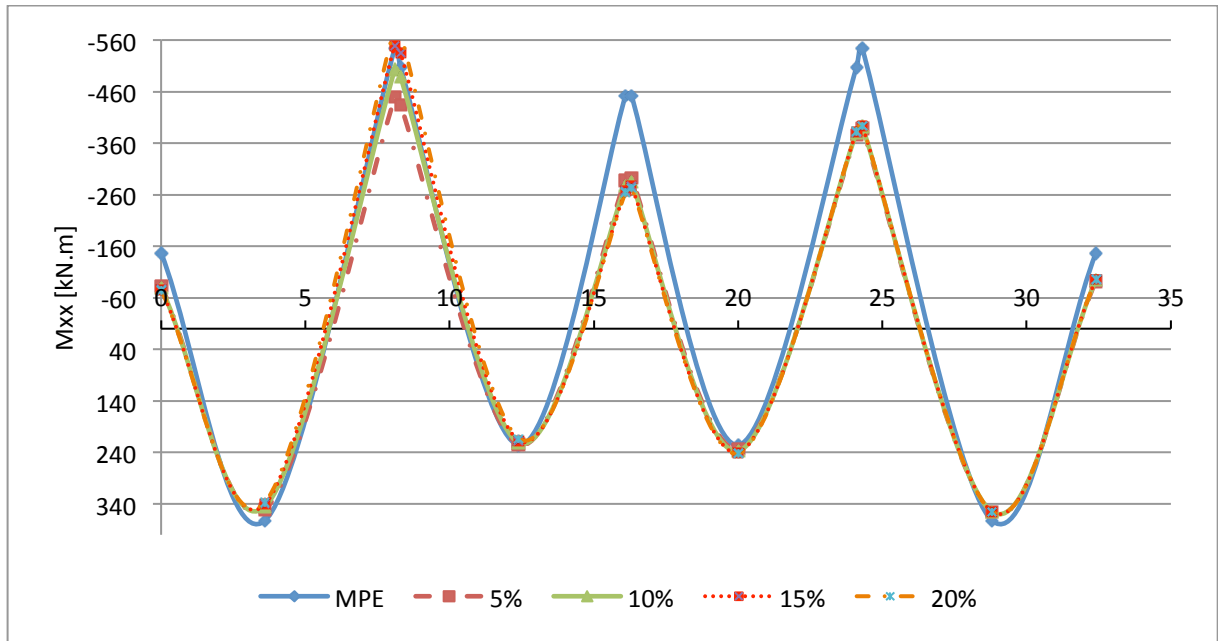


Figura 4.4 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1

Com o desvio do pilar 2, além da natural perturbação no próprio pilar são afectados também os pilares vizinhos. No pilar 2 há uma concentração de esforços de tal ordem que para os desvios de 15% e 20% o resultado obtido ultrapassa o momento determinado pelo MPE. Esta concentração leva a uma diminuição dos resultados nos pilares 1 e 3 e nos vãos respectivos, aumentando a disparidade entre o MEF e o MPE. Nos restantes tramos a diferença não é tão evidente mantendo-se as análises que foram feitas às lajes sem irregularidades.

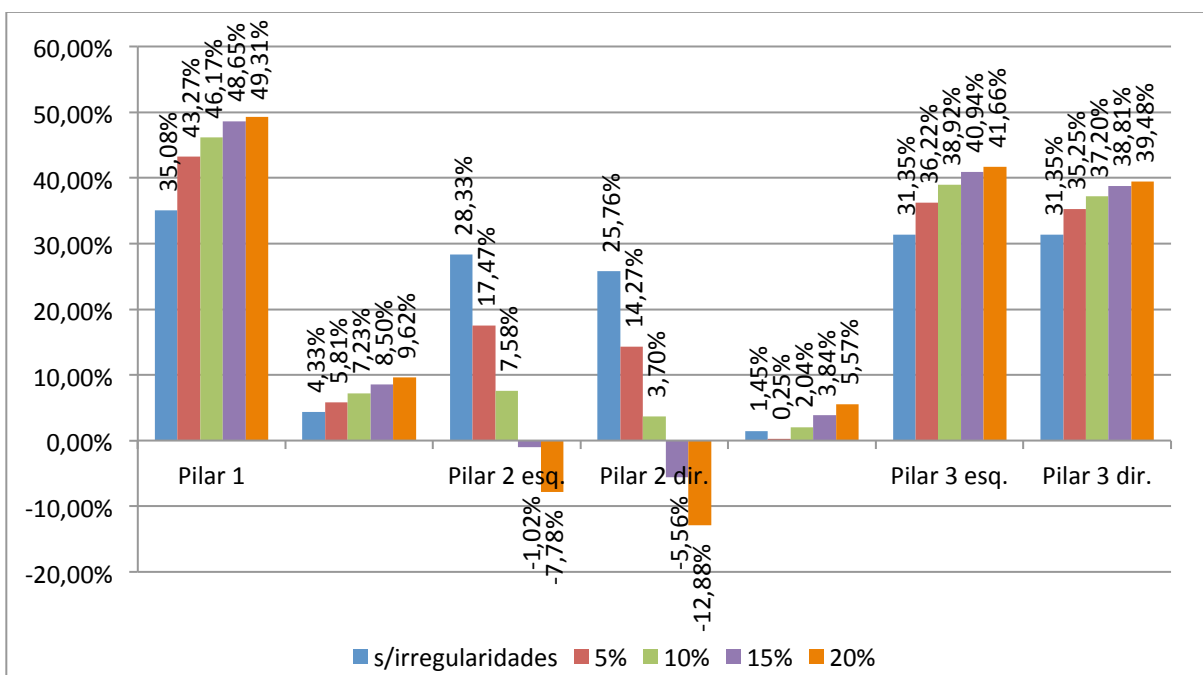


Figura 4.5 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 1 – Pilar 2

4.3.3. PILAR 3

Passando ao pilar 3, sendo o pilar central os valores dos esforços serão simétricos relativamente ao eixo YY's. Em termos gerais o comportamento e distribuição dos esforços pelos diversos tramos assemelha-se aos casos analisados até ao momento.

Quadro 4.3 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 1 com desvio do pilar 3 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-146.88	372.29	-544.07	-506.84	225.94	-452.48	-452.48
MEF	-95.36	356.17	-389.95	-376.30	229.22	-310.65	-310.65
5%	-93.56	359.63	-373.11	-355.64	221.50	-365.81	-365.81
10%	-97.11	362.40	-365.38	-344.38	217.40	-416.68	-416.68
15%	-98.10	364.57	-358.52	-335.59	213.40	-461.18	-461.18
20%	-98.32	366.00	-355.36	-332.12	209.61	-496.45	-496.45

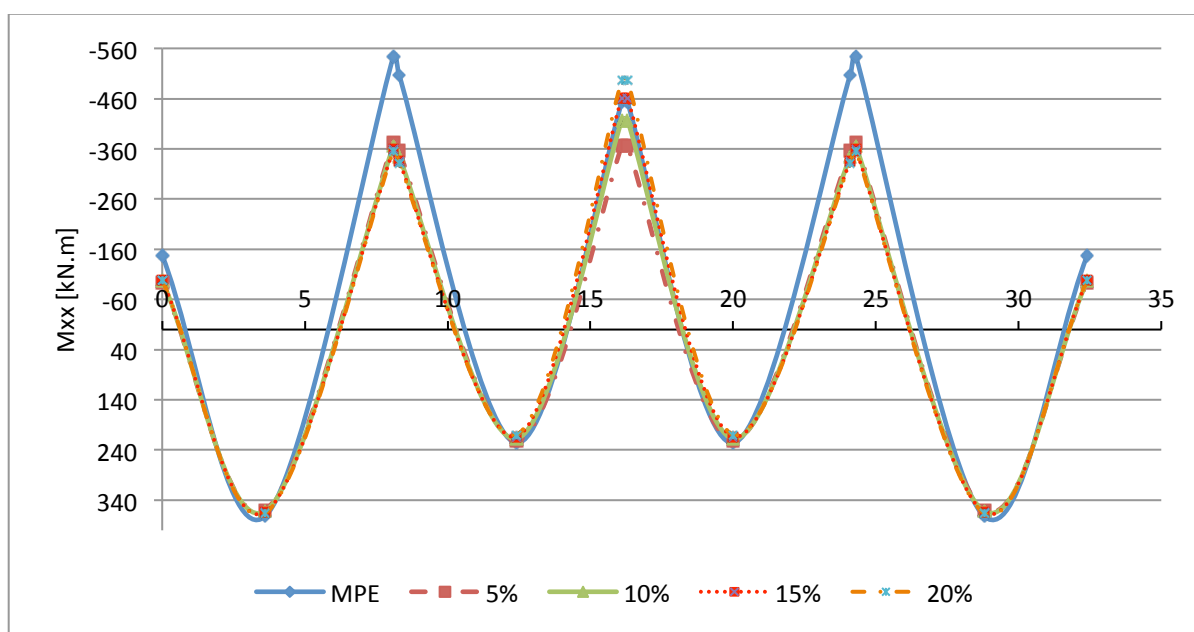


Figura 4.6 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1

O pilar 3, à semelhança do que aconteceu no pilar 2, para os casos de desvio de 15% e 20% do vão apresentam resultantes de esforços superiores ao obtido pelo MPE com variações de cerca de 40%. Esta concentração de esforços no pilar desviado faz com que os esforços nos tramos adjacentes diminuam, e conseqüentemente aumentem a sua diferença relativamente ao MPE.

No tramo adjacente os esforços no pilar 1 mantêm-se relativamente constantes ao longo da introdução dos diferentes níveis de desvio.

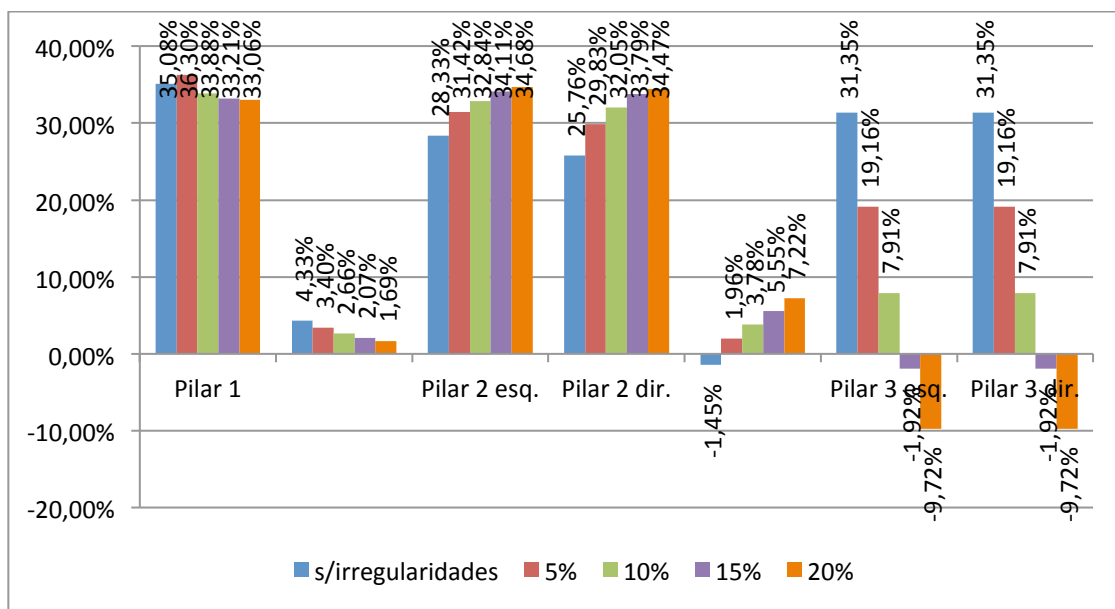


Figura 4.7 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 1 – Pilar 3

4.3.4. PILAR 1 E 2

No quadro 4.4 estão apresentados os valores finais para a introdução de irregularidades em dois pilares em simultâneo. A representação gráfica (Figura 4.8) para uma leitura mais abrangente assemelha-se a uma sobreposição dos diagramas apresentados nas Figuras 4.2 (desvio do pilar 1) e 4.4 (desvio do pilar 2).

Quadro 4.4 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 1 com desvio dos pilares 1 e 2 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-146.88	372.29	-544.07	-506.84	225.94	-452.48	-452.48
MEF	-95.36	356.17	-389.95	-376.30	229.22	-310.65	-310.65
5%	-101.87	351.22	-438.55	-426.55	227.53	-290.04	-294.08
10%	-104.59	348.48	-485.76	-475.23	224.86	-279.02	-286.11
15%	-107.00	346.58	-529.47	-520.10	221.50	-270.84	-279.54
20%	-110.10	345.09	-567.27	-558.48	217.49	-268.35	-277.05

Nos pilares que compõem o tramo extremo (pilar 1 e 2) existe uma espectacular concentração de esforços, conduzindo a uma redução do momento positivo desse tramo. Essa concentração é mais acentuada onde existe a quebra dos alinhamentos de pilares entre os pilares 2 e 3. Na Figura 4.9 é possível observar esta conclusão relativamente à concentração de esforços no pilar 2.

A variação para o desvio mais acentuado apresenta valores com ordem de grandeza dos 35% (no pilar 2) e de cerca de 10% no pilar 1. Comparado com a análise do pilar 1 isolado, este apresentou uma diferença entre o MPE e MEF para o desvio mais acentuado na ordem dos 30% (Figura 4.3).

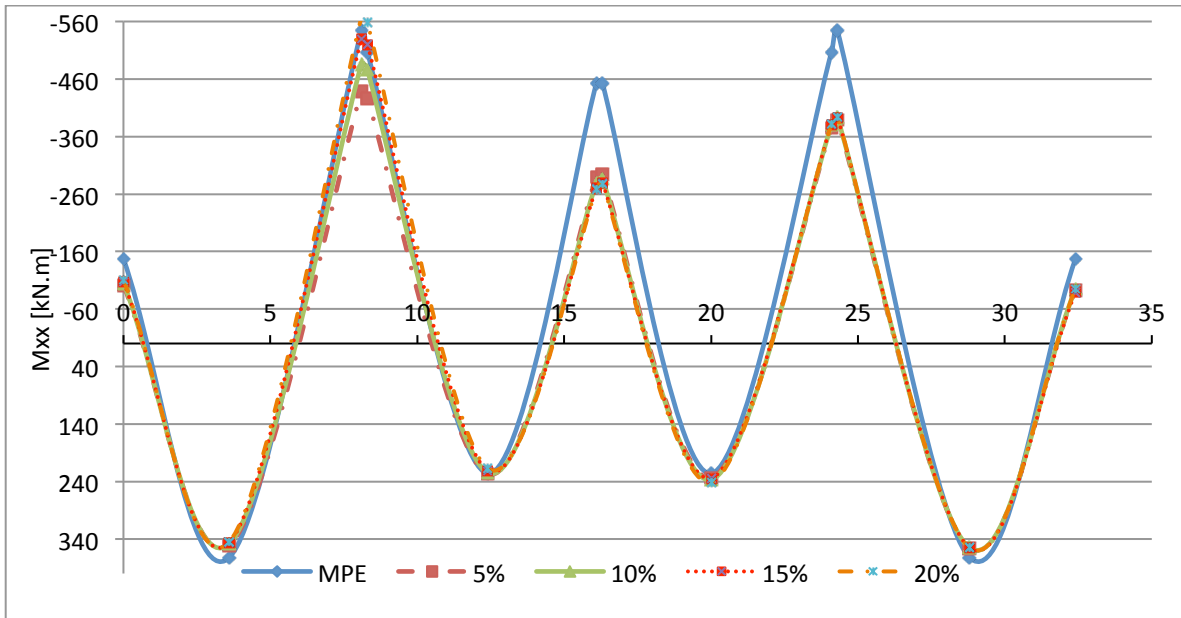


Figura 4.8 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1

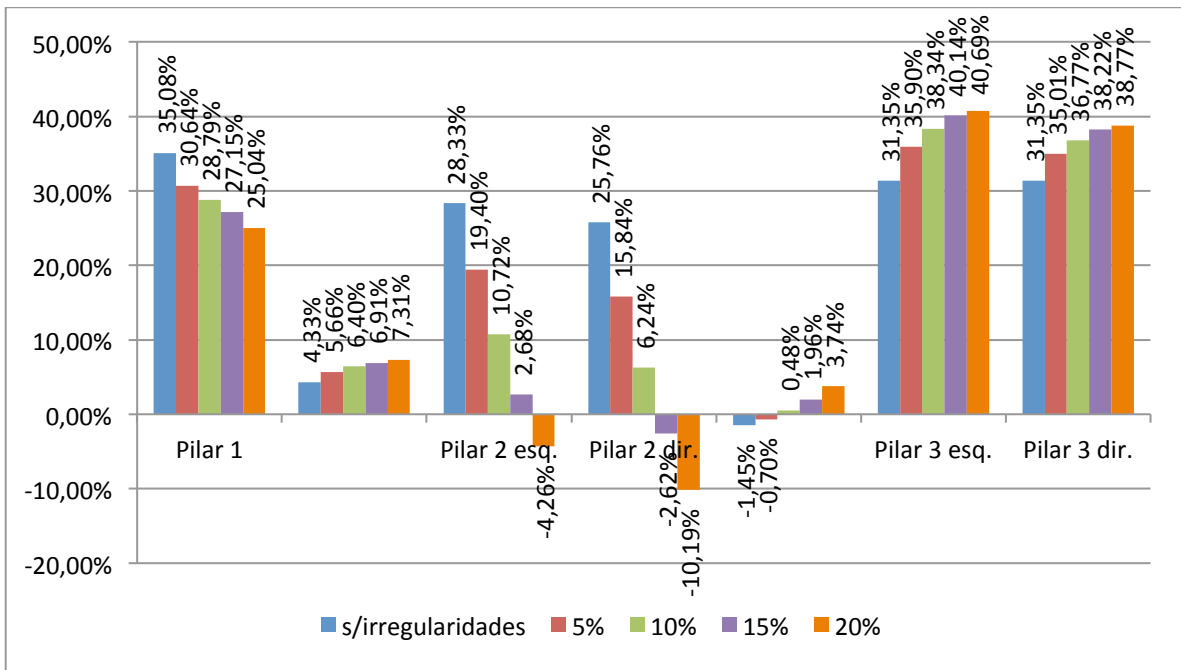


Figura 4.9 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 1 – Pilar 1 e 2

4.3.5. PILAR 2 E 3

O outro conjunto de pilares a serem estudados em simultâneo são os pilares 2 e 3. De seguida estão apresentados os valores das resultantes dos diagramas estendidos ao pórtico equivalente assim como a sua representação gráfica.

Quadro 4.5 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 1 com desvio dos pilares 2 e 3 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-146.88	372.29	-544.07	-506.84	225.94	-452.48	-452.48
MEF	-95.36	356.17	-389.95	-376.30	229.22	-310.65	-310.65
5%	-84.60	353.97	-435.00	-415.86	218.97	-345.62	-350.52
10%	-81.61	351.48	-476.92	-453.59	209.30	-379.28	-388.33
15%	-79.08	348.85	-514.89	-488.92	200.51	-411.20	-423.18
20%	-79.00	345.98	-547.06	-519.77	192.90	-439.64	-453.30

Analisando os casos estudados anteriormente é espectável que exista uma maior concentração de esforços no pilar 3 e 2 (Figura 4.11). As resultantes para os momentos fletores positivos adjacentes a estes pilares experimentam uma redução de esforços mais acentuada (cerca de 15%), do que nos casos em que os pilares são analisados individualmente.

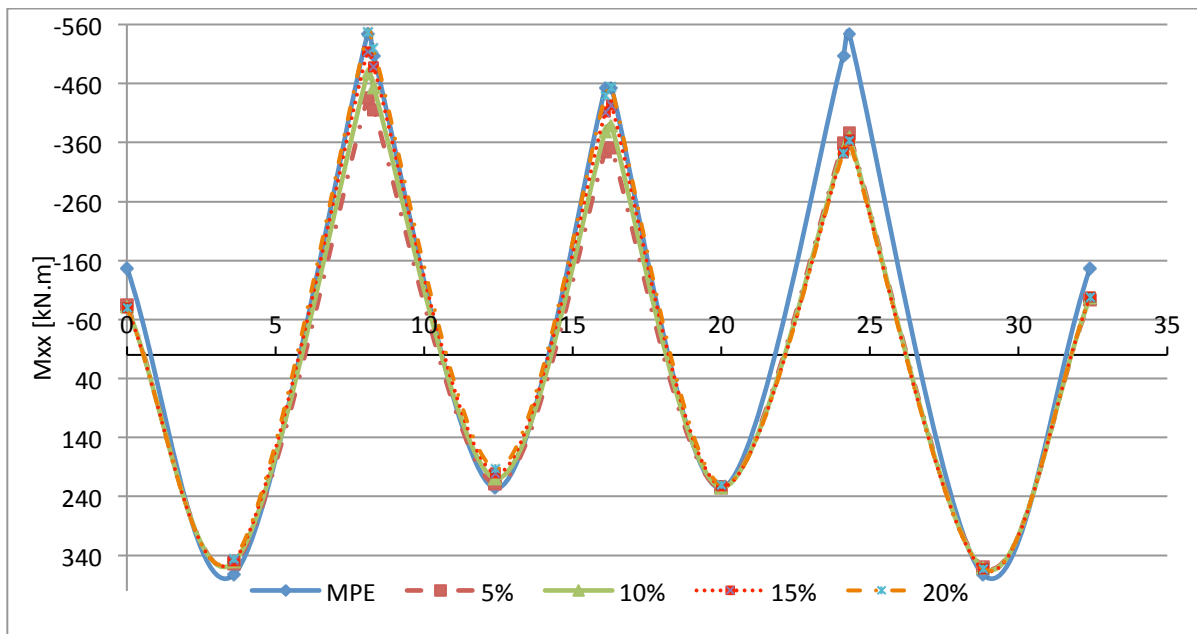


Figura 4.10 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 1

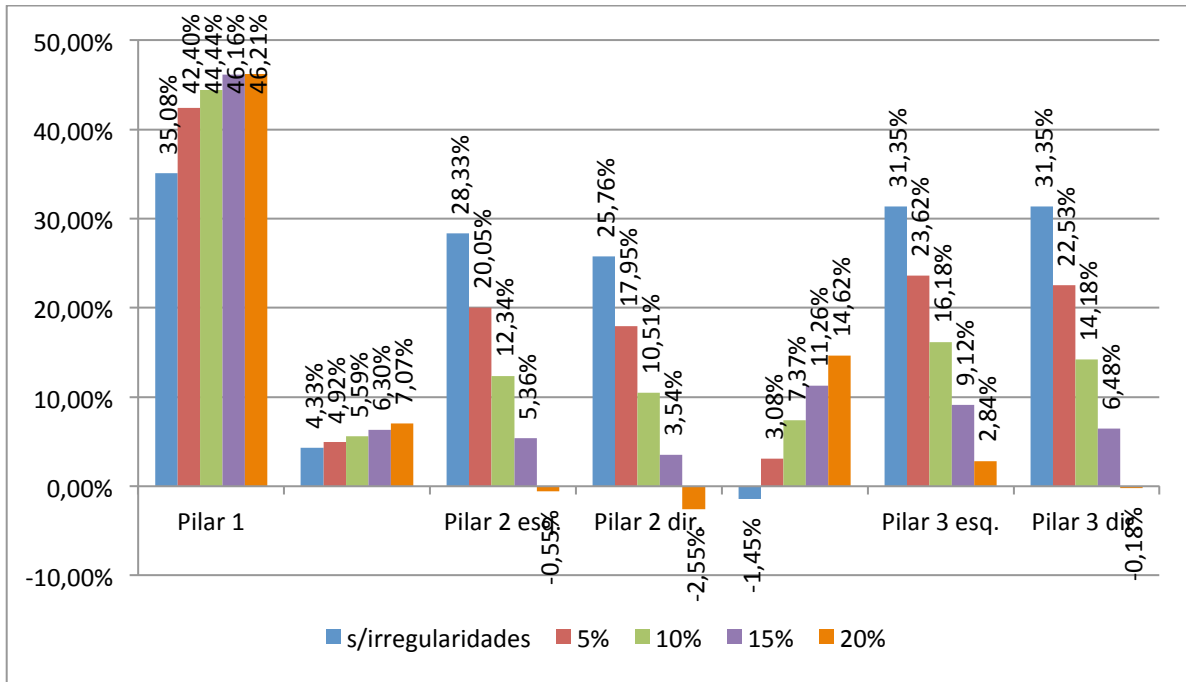


Figura 4.11 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 1 – Pilar 2 e 3

4.4. PÓRTICO 2

4.4.1. PILAR 1

Este pórtico, como foi visto no capítulo 3 é o que se aproxima mais dos resultados obtidos pelo MPE. Tal aproximação pode ser desfavorável à utilização do MPE para lajes fungiformes com irregularidades, visto que, qualquer desvio dos pilares irá aumentar os esforços nesse mesmo pilar e aumentando significativamente o valor obtido pelo MEF comparando com valor obtido pelo MPE.

Quadro 4.6 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 2 com desvio do pilar 1 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-195.84	745.42	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8	-841.8
MEF	-154.68	715.18	-1057.60	-1039.19	419.44	-843.49	-843.49
5%	-150.41	714.94	-1061.53	-1042.79	418.37	-840.77	-840.85
10%	-151.99	713.01	-1074.84	-1054.04	416.57	-841.39	-841.64
15%	-151.02	709.63	-1090.46	-1067.25	413.98	-839.51	-840.01
20%	-148.87	704.64	-1110.19	-1084.02	410.65	-836.81	-837.63

Na Figura 4.12 é possível verificar a quase sobreposição de todos os diagramas de esforços mesmo aplicando o desvio no pilar 1. O desvio do pilar 1 no pórtico 1 tem muito pouca influência nos esforços do resto da laje. Nota-se apenas um ligeiro aumento de esforços no pilar 2, de cerca de 4%, mantendo-se o resto dos esforços ao longo do pórtico equivalente.

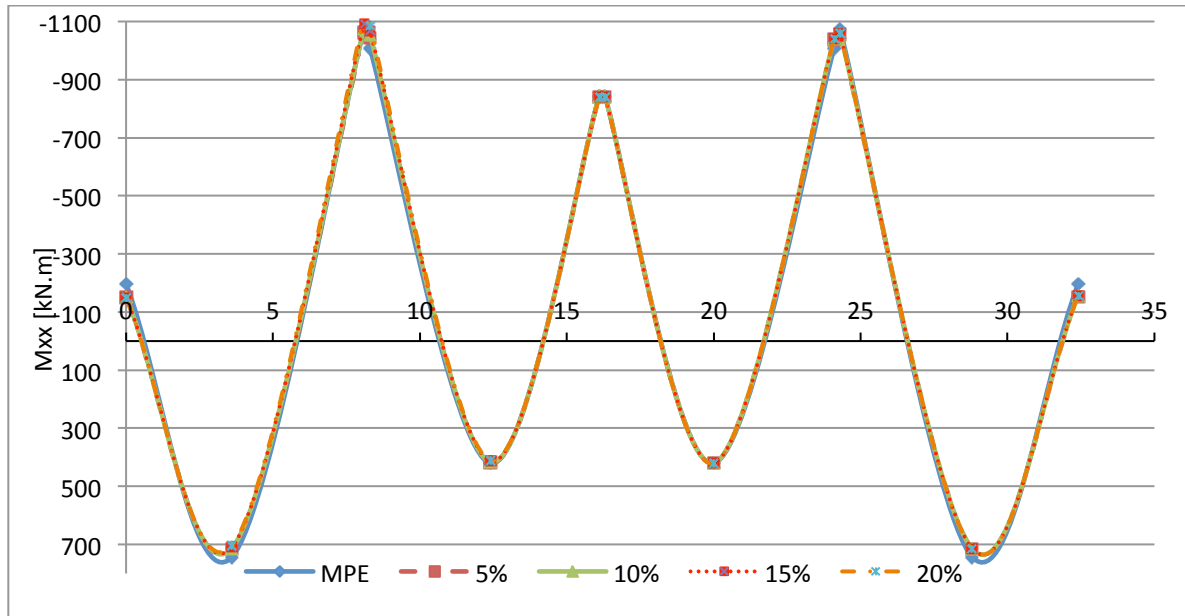


Figura 4.12 - Diagramas de momentos fletores M_{xx} 's para o pórtico 2

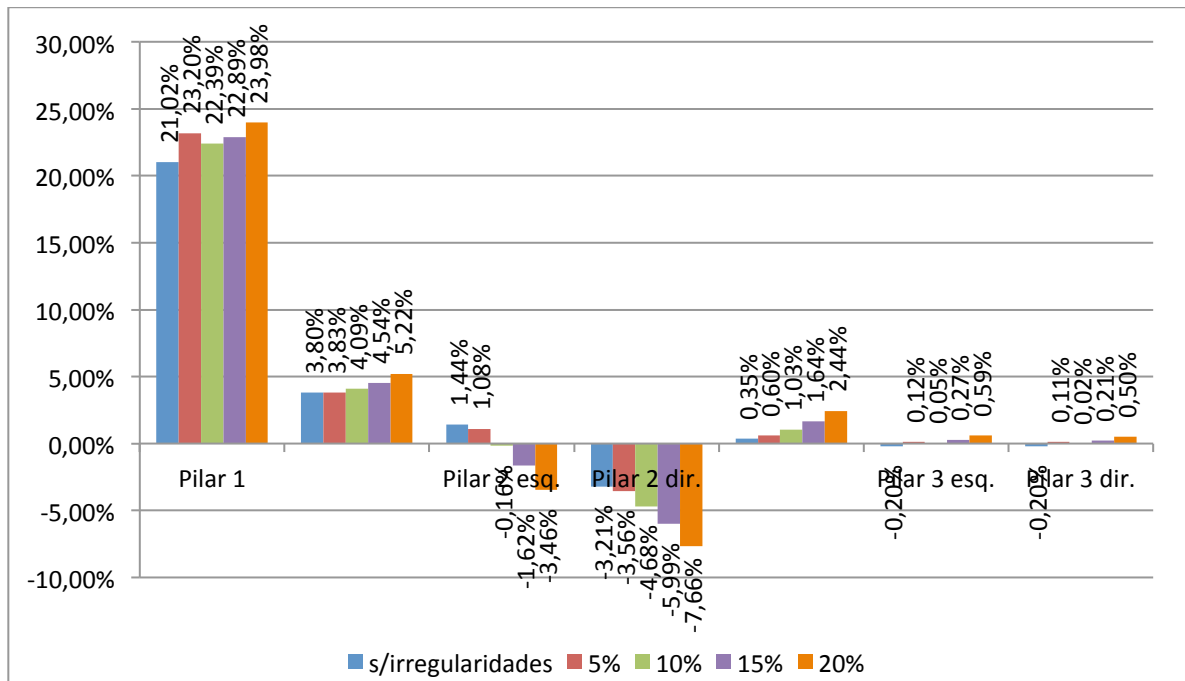


Figura 4.13 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 2 – Pilar 1

A Figura 4.13 permite verificar a baixa influência que a alteração da posição do pilar 1 tem no resto dos esforços de todo o pórtico equivalente. Esta baixa influência deve-se, provavelmente à largura efetiva de laje que a ligação laje-pilar é capaz de mobilizar. Enquanto no pórtico 1 a largura que podia ser mobilizada era reduzida, no pórtico 2 a posição do pilar na laje e a largura do pórtico equivalente, permitem que seja mobilizada a largura máxima de laje que esta ligação consegue efetuar para o caso em estudo.

4.4.2. PILAR 2

Ao contrário do que sucedia no pórtico 1, neste pórtico o pilar desviado do alinhamento inicial tem tendência a distribuir o seu esforço pelos pilares adjacentes e pelos vãos entre esses pilares.

Quadro 4.7 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 2 com desvio do pilar 2 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-195.84	745.42	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8	-841.8
MEF	-154.68	715.18	-1057.60	-1039.19	419.44	-843.49	-843.5
5%	-155.39	718.94	-1040.92	-1022.65	412.68	-851.80	-850.47
10%	-163.75	723.70	-1016.51	-997.47	424.35	-871.18	-867.41
15%	-172.64	729.67	-975.24	-955.86	427.32	-895.55	-888.32
20%	-183.08	736.64	-919.21	-899.69	430.52	-926.13	-914.51

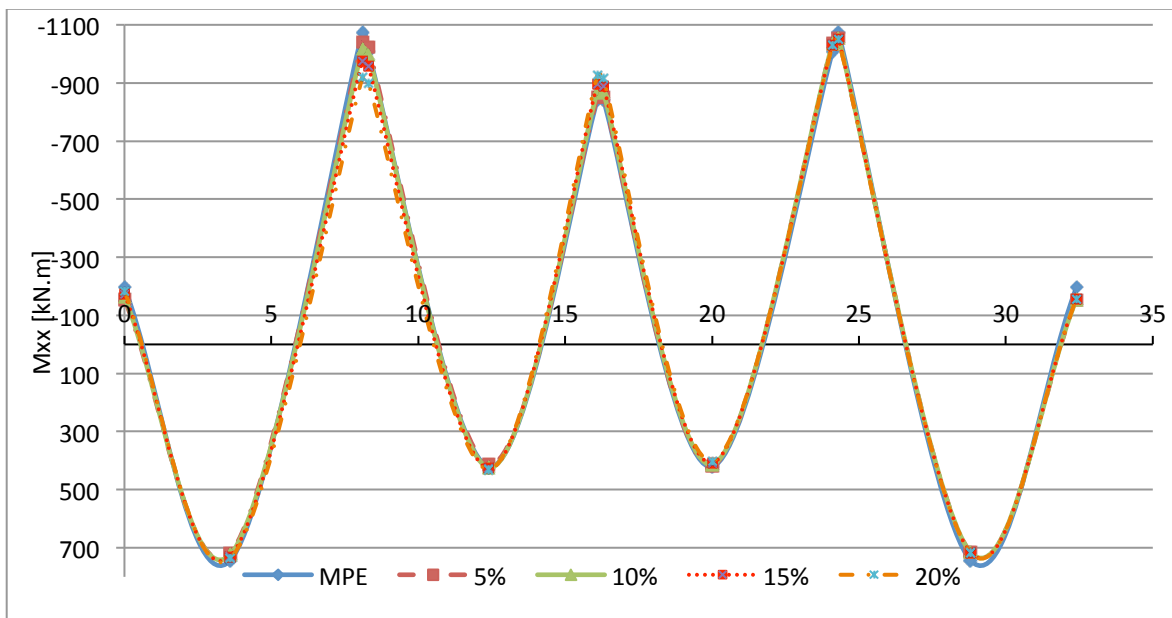


Figura 4.14 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2

Havendo uma diminuição do esforço no pilar 2 à medida que o desvio do pilar aumenta, a diferença entre os resultados obtidos pelos dois métodos aumenta, sendo que, os valores obtidos pelo MPE assumem valores superiores. Para o pilar 1 e 3 os valores obtidos pelos MEF vão crescendo à medida que os desvios dos pilares aumentam sendo que no pilar 1 os valores se aproximam do valor obtido pelo MPE e no pilar 3 os valores distanciam-se do MPE em cerca de 10%.

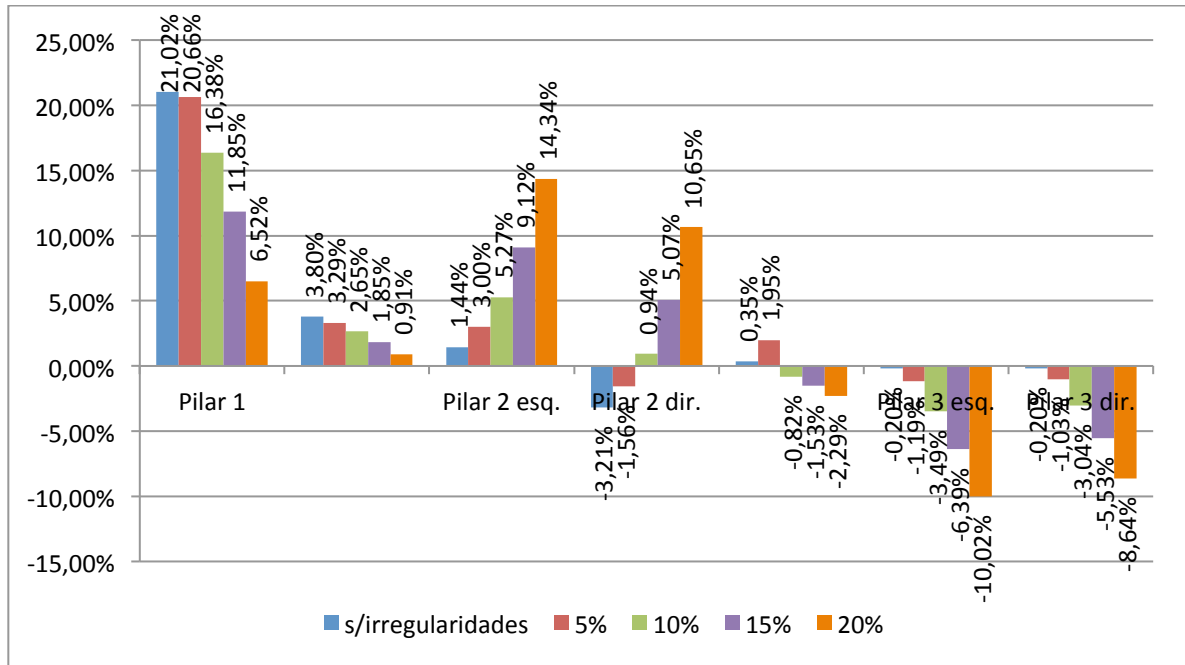


Figura 4.15 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 2 – Pilar 2

4.4.3. PILAR 3

Na introdução da irregularidade do pilar 3 não se pode deixar de verificar que existem semelhanças no comportamento deste mesmo pilar e o comportamento do pilar 2. A diminuição dos esforços no pilar 3 (aumento da disparidade entre MPE e MEF) e concentração desses esforços no pilar 2 e nos dois vãos adjacentes a este pilar. A concentração dos esforços faz com que os resultados obtidos desta forma sejam superiores aos valores obtidos pelo MPE.

Quadro 4.8 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 2 com desvio do pilar 3 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-195.84	745.42	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8	-841.8
MEF	-154.68	715.18	-1057.60	-1039.19	419.44	-843.49	-843.5
5%	-151.56	713.56	-1063.71	-1047.12	422.89	-825.99	-825.99
10%	-153.30	710.68	-1079.69	-1064.95	427.75	-801.41	-801.41
15%	-152.82	706.89	-1098.37	-1086.73	433.83	-761.91	-761.91
20%	-151.41	702.13	-1121.38	-1113.77	440.96	-709.45	-709.45

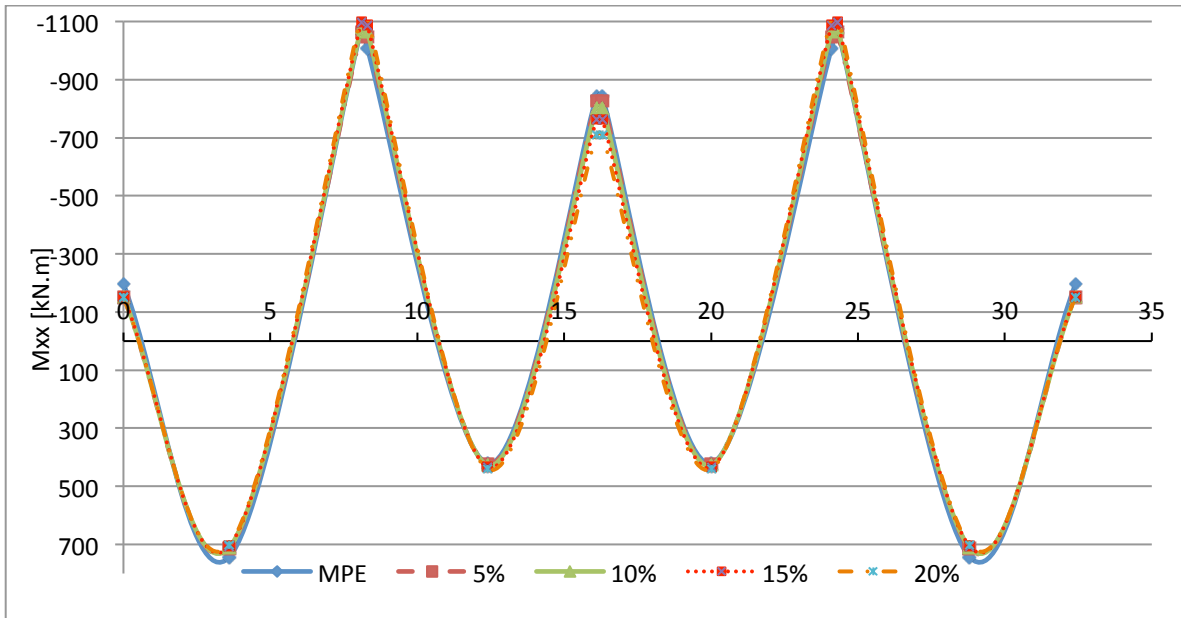


Figura 4.16 - Diagramas de momentos fletores M_{xx} 's para o pórtico 2

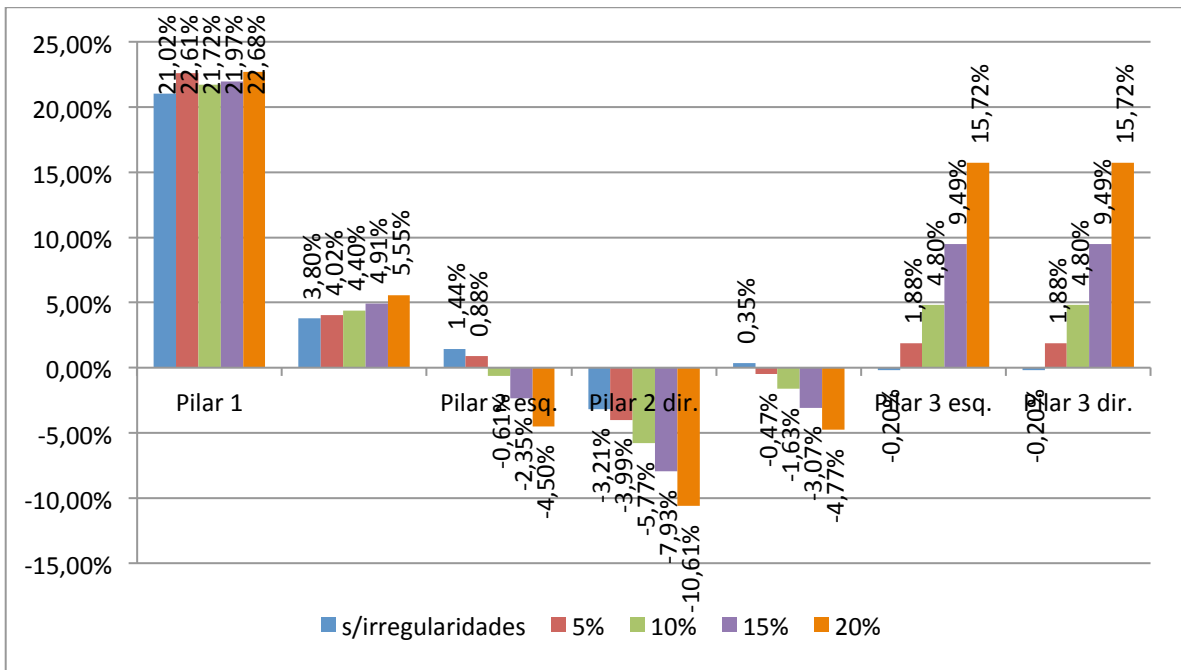


Figura 4.17 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 2 – Pilar 3

4.4.4. PILAR 1 E 2

Como analisado no pórtico 1, quando se estuda a influência na laje dos desvios de dois pilares em simultâneo é como se houvesse uma sobreposição dos diagramas estudados para cada pilar isolado.

No Quadro 4.9 estão apresentados os valores obtidos representativos deste caso de estudo e na Figura 4.18 a sua representação gráfica.

Quadro 4.9 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 2 com desvio dos pilares 1 e 2 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-195.84	745.42	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8	-841.8
MEF	-154.68	715.18	-1057.60	-1039.19	419.44	-843.49	-843.5
5%	-152.93	718.84	-1046.93	-1028.04	420.48	-851.40	-850.11
10%	-158.07	722.54	-1032.67	-1012.11	420.81	-870.42	-866.71
15%	-161.47	726.41	-1005.39	-983.32	420.31	-894.61	-887.40
20%	-164.43	730.21	-966.91	-947.30	418.88	-925.36	-913.67

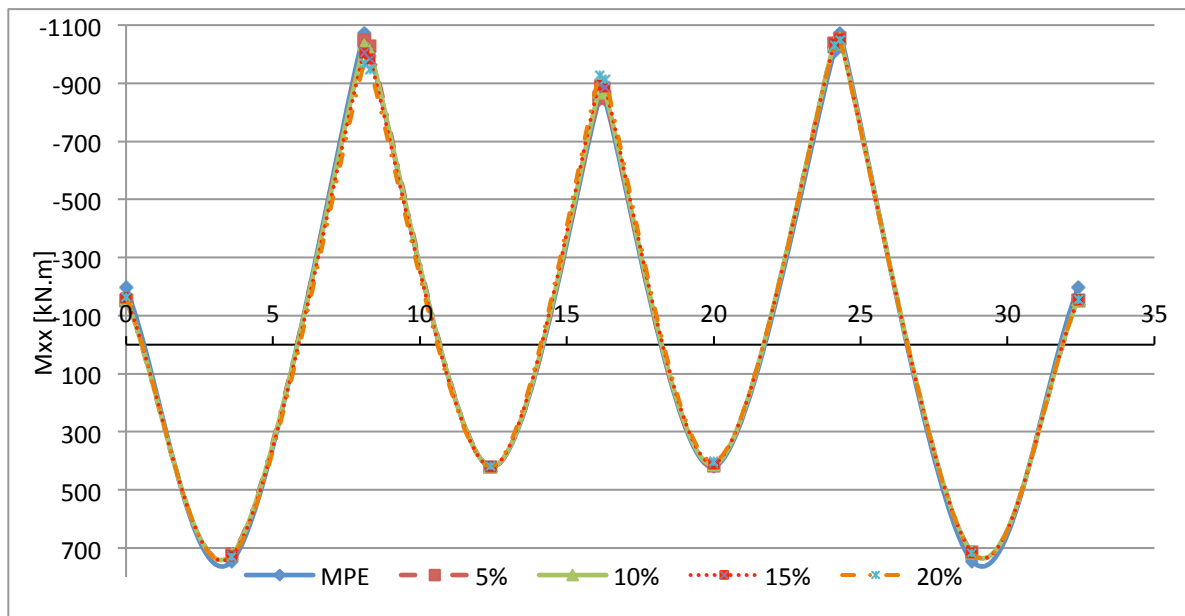


Figura 4.18 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 2

A quebra entre os alinhamentos é onde se verifica uma maior variação dos esforços, diminuição no caso do pilar 2 (pilar desviado) e aumento no pilar 3. Ainda se pode observar que há um ligeiro aumento dos esforços no pilar 1 e no vão adjacente.

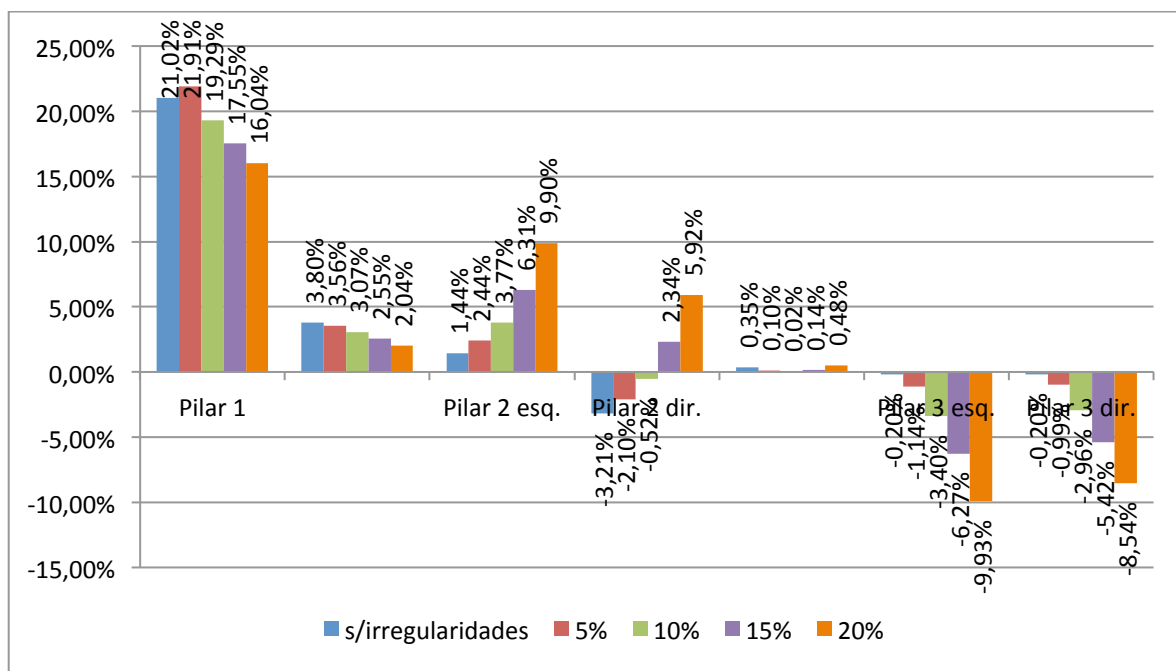


Figura 4.19 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 2 – Pilares 1 e 2

4.4.5. PILAR 2 E 3

De forma semelhante neste caso o pilar 2 e o pilar 3 sofrem diminuições de esforços enquanto o momento fletor entre estes dois pilares aumenta consideravelmente assumindo uma diferença final de cerca de 10%. O momento no pilar 1 aumenta, aproximando-se gradualmente do valor obtido pelo MPE.

Quadro 4.10 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 1 com desvio do pilar 3 [kN.m]

	Pilar 1	Pilar 2					Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7	
MPE	-195.84	745.42	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8	-841.8	
MEF	-154.68	715.18	-1057.60	-1039.19	419.44	-843.49	-843.5	
5%	-155.17	717.17	-1048.87	-1031.51	425.66	-834.98	-834.11	
10%	-163.41	719.01	-1036.64	-1019.63	434.71	-824.10	-822.17	
15%	-172.33	720.97	-1011.31	-995.19	446.40	-802.43	-799.31	
20%	-183.15	722.89	-974.40	-959.47	460.55	-771.29	-766.92	

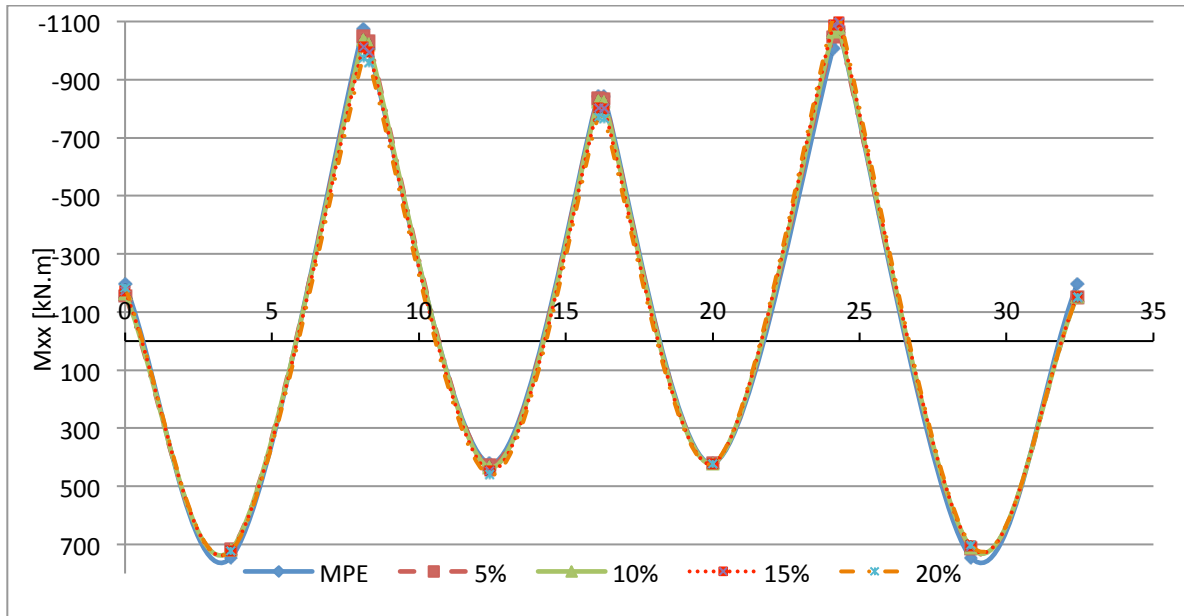


Figura 4.20 - Diagramas de momentos fletores M_{xx} 's para o pórtico 2

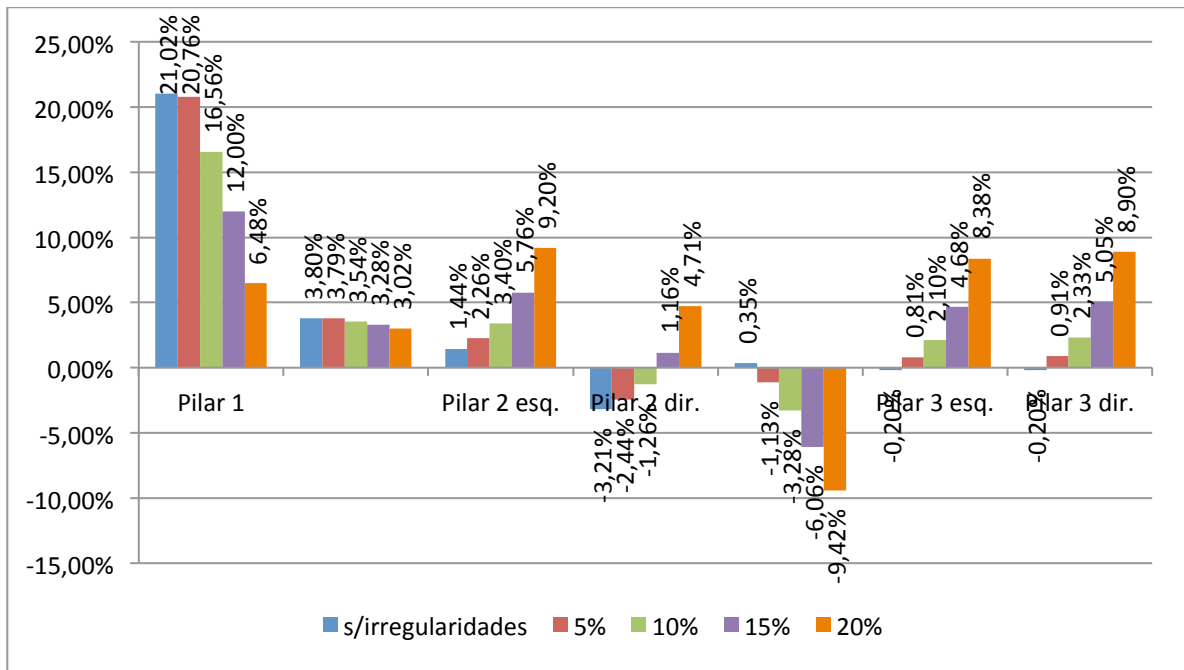


Figura 4.21 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 2 – Pilares 2 e 3

4.5. PÓRTICO 3

4.5.1. PILAR 1

Apesar das semelhanças geométricas, o pórtico 2 e 3 têm uma distribuição de esforços diferentes quando calculadas pelo MEF (Capítulo 3). A diferença inicial entre os valores do MEF e MPE é substancial, permitindo uma margem de manobra para que o MPE possa ser aplicado com segurança, mesmo com introdução de irregularidades geométricas em planta. No pórtico 2 vimos que, em algumas situações específicas, a introdução de irregularidades fez com que os valores obtidos fossem superiores aos valores inicialmente obtidos pelo MPE.

Quadro 4.11 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 3 com desvio do pilar 1 [kN.m]

	Pilar 1	Pilar 2				Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-195.84	745.42	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8	-841.8
MEF	135.61	690.08	957.31	938.44	382.04	731.99	731.99
5%	-132.57	689.52	-957.05	-938.37	381.65	-729.66	-729.69
10%	-134.86	687.41	-965.78	-945.66	380.59	-730.74	-730.89
15%	-134.76	684.01	-976.54	-954.62	378.83	-729.41	-729.74
20%	-133.52	679.16	-991.03	-966.88	376.38	-727.32	-727.89

Analisando a Figura 4.22 e a Figura 4.23 verifica-se que as conclusões obtidas quando foi feita a análise ao pórtico 2 mantêm-se. Quando o pilar 1 é desviado os seus momentos fletores quase não sofrem alterações enquanto o pilar vizinho (pilar 2) sofre uma pequena concentração de esforços.

Tanto no pórtico 2 como no 3, a introdução de uma irregularidade no pilar 1 não gera muitos efeitos no resto do pórtico equivalente, indicando que no limite, é possível fazer variações mais bruscas para além dos 20% sendo razoável a aplicação do MPE para a obtenção de esforços.

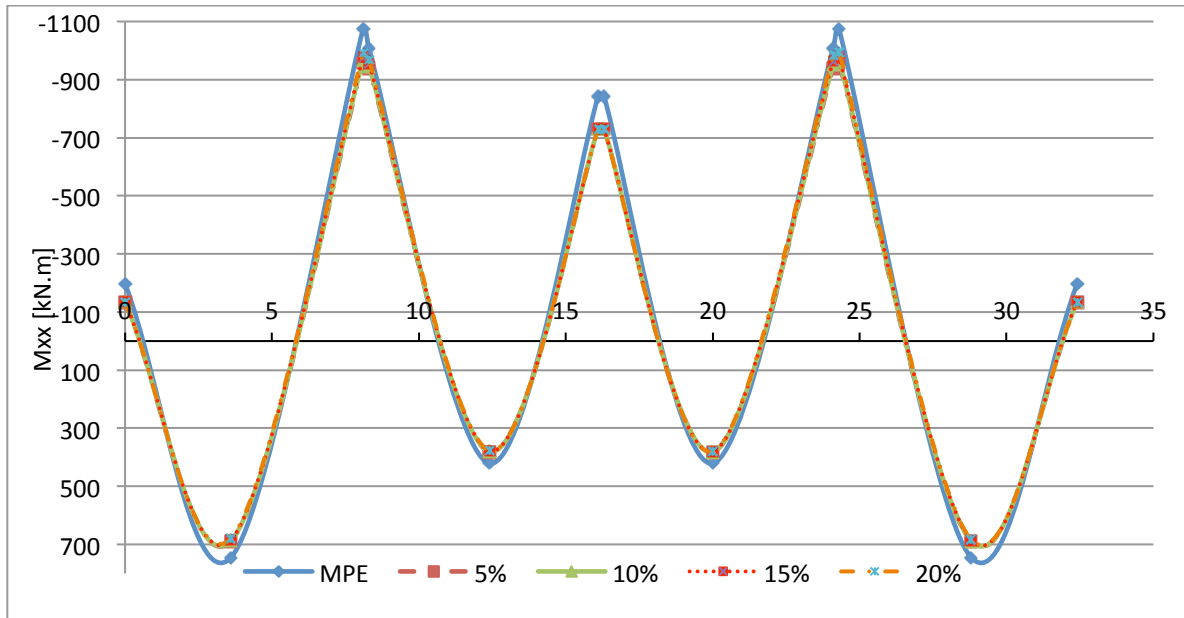


Figura 4.22 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 3

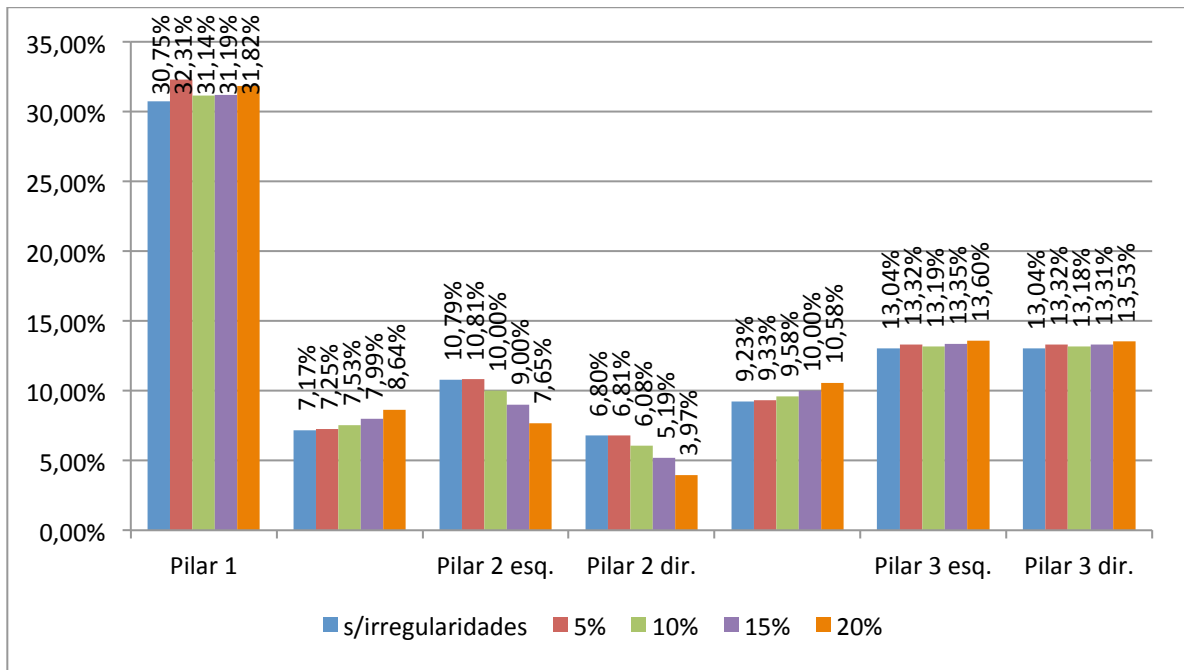


Figura 4.23 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 3 – Pilar 1

4.5.2. PILAR 2

Análise da Figura 4.25, mais uma vez, apresenta conclusões semelhantes ao analisado no pórtico 2; diminuição de esforços no pilar onde foi introduzida a irregularidade, neste caso o pilar 2, e consequente aumento dos esforços nos pilares adjacentes mantendo-se sempre com valores inferiores aos obtidos pelo MPE em cerca de 20% (10% dos quais atribuídos às irregularidades).

Quadro 4.12 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 3 com desvio do pilar 2 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-195.84	745.42	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8	-841.8
MEF	-135.61	690.08	-957.31	-938.44	382.04	-731.99	-731.99
5%	-134.13	690.73	-948.47	-930.12	382.37	-733.23	-732.74
10%	-139.87	692.02	-932.12	-932.33	382.74	-744.79	-742.87
15%	-145.91	694.94	-900.76	-882.86	384.13	-760.75	-756.77
20%	-153.08	698.39	-856.05	-837.25	384.64	-782.39	-774.91

Curiosamente a alteração dos momentos fletores no pilar 1 é mais acentuada quando se move o pilar 2 do que movendo o próprio pilar 1, como se pode verificar pelo Quadro 4.12 pelo aumento dos momentos fletores no pilar 1. A mesma situação também se verificou no pórtico 2 (Quadro 4.7).

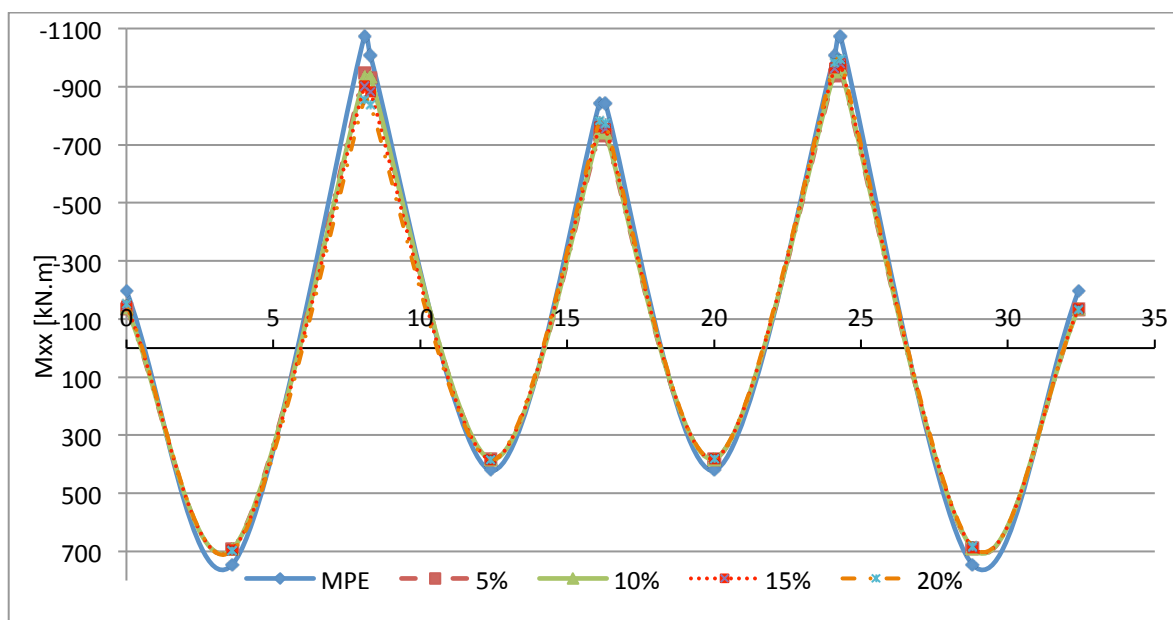


Figura 4.24 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 3

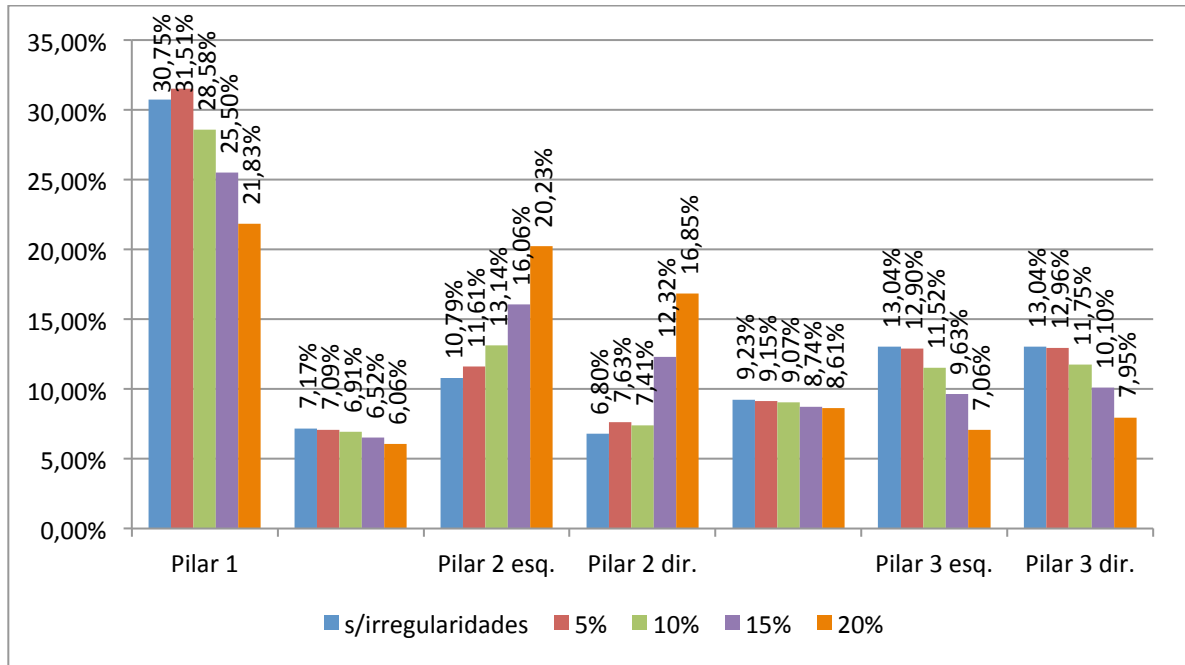


Figura 4.25 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 3 – Pilar 2

4.5.3. PILAR 3

No Quadro 4.13 e nas Figuras 4.26 e 4.27 pode-se concluir que no pilar 2 os aumentos dos valores obtidos aproximam-se razoavelmente dos obtidos pelo MPE. Esta é a indicação que, se o desvio fosse mais acentuado provavelmente o valor obtido seria superior ao obtido pelo MPE inviabilizando a sua utilização.

Quadro 4.13 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 3 com desvio do pilar 3 [kN.m]

	Pilar 1	Pilar 2			Pilar 3		
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-195.84	745.42	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8	-841.8
MEF	135.61	690.08	957.31	938.44	382.04	731.99	731.99
5%	-132.81	682.71	-957.28	-939.36	382.63	-724.18	-724.18
10%	-134.81	688.23	-966.63	-949.54	384.50	-709.33	-709.33
15%	-134.62	685.94	-978.29	-963.18	389.13	-681.18	-681.18
20%	-133.59	682.76	-993.97	-981.73	391.49	-641.21	-641.21

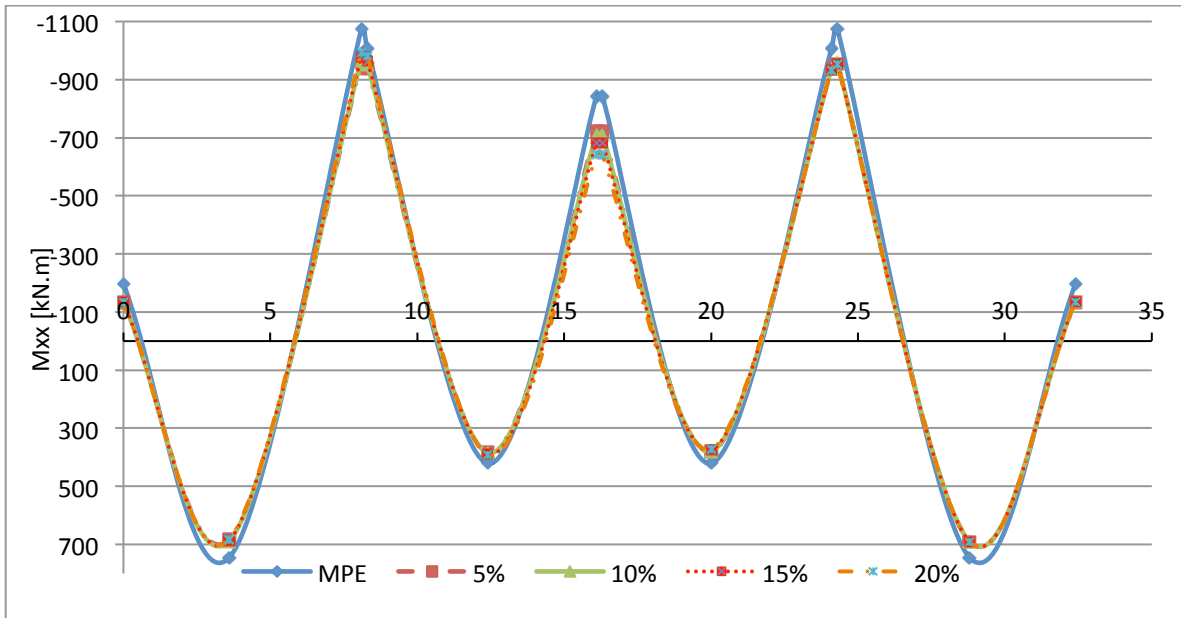


Figura 4.26 - Diagramas de momentos fletores M_{xx} 's para o pórtico 3

É possível ainda concluir que a diminuição do esforço no pilar 3 é mais acentuada do que o aumento do pilar 2. Esta distribuição de esforços é repartida pelos dois pilares adjacentes ao pilar 3.

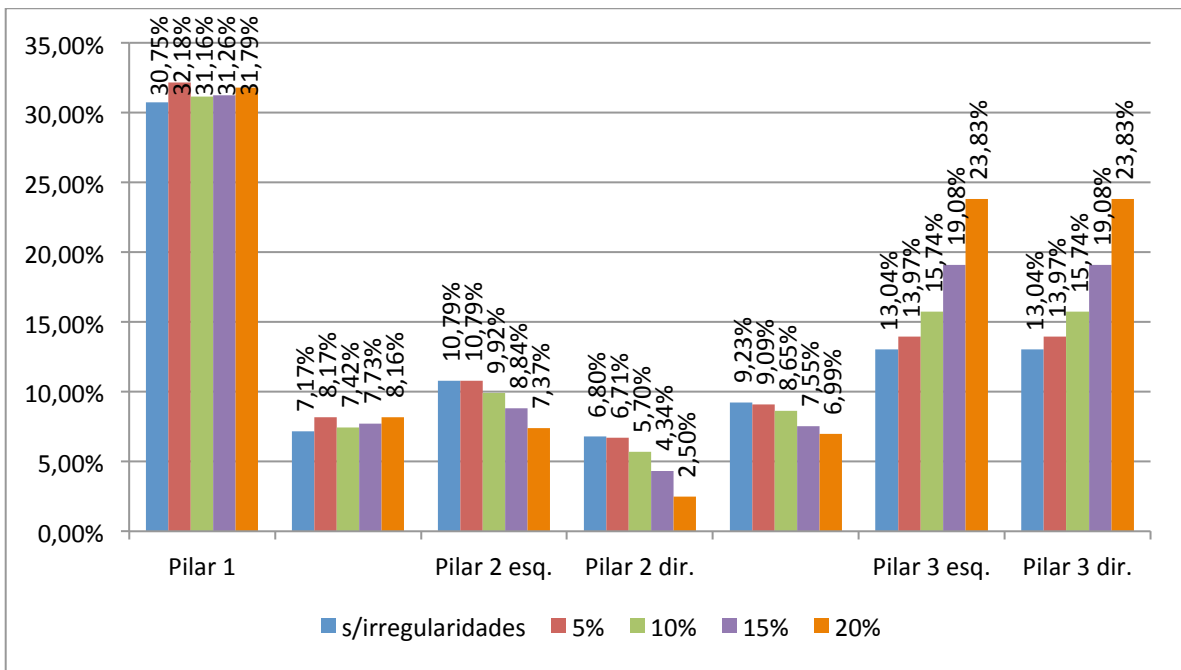


Figura 4.27 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 3 – Pilar 2

4.5.4. PILAR 1 E 2

Similarmente, o resultado da introdução simultânea de desvios nos pilares 1 e 2 conduz a uma diminuição dos esforços do pilar 2 e o consequente aumento de esforços no pilar 3. Virtualmente não existem outras alterações no resto do pórtico equivalente mantendo-se a relação entre os esforços obtidos inicialmente.

Quadro 4.14 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 3 com desvio dos pilares 1 e 2 [kN.m]

	Pilar 1		Pilar 2			Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-195.84	745.42	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8	-841.8
MEF	135.61	690.08	957.31	938.44	382.04	731.99	731.99
5%	-132.96	690.22	-950.29	-931.83	381.70	-733.15	-732.68
10%	-136.71	690.23	-939.51	-920.21	380.75	-744.54	-742.63
15%	-138.92	690.28	-917.24	-897.23	379.12	-760.28	-755.99
20%	-140.84	690.16	-884.90	-864.14	376.73	-781.76	-774.23

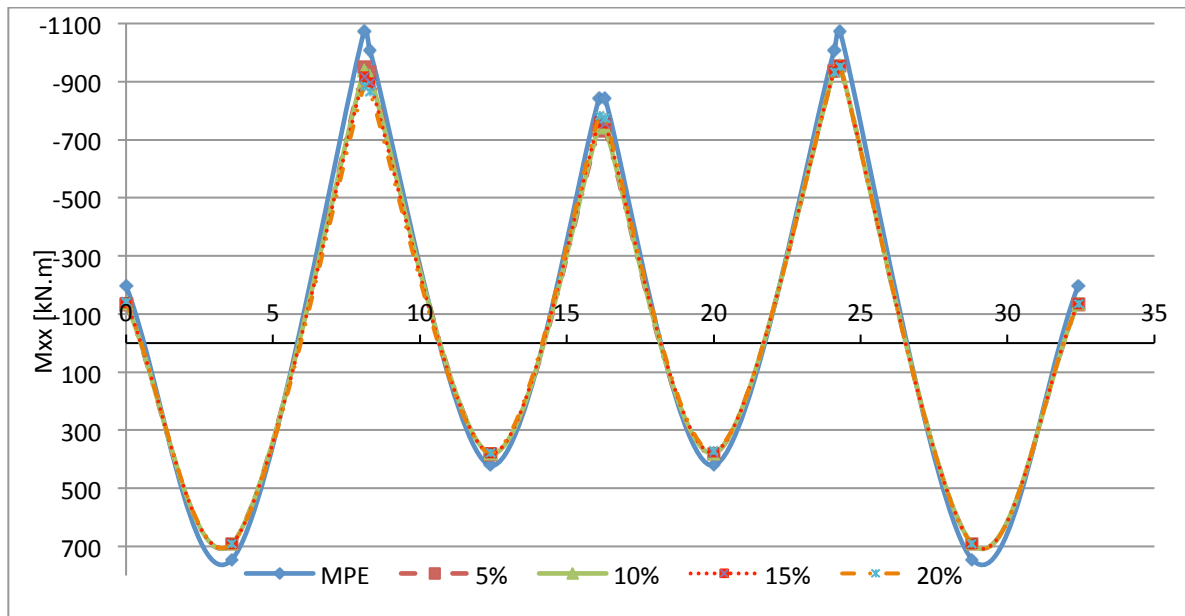


Figura 4.28 - Diagramas de momentos fletores Mxx's para o pórtico 3

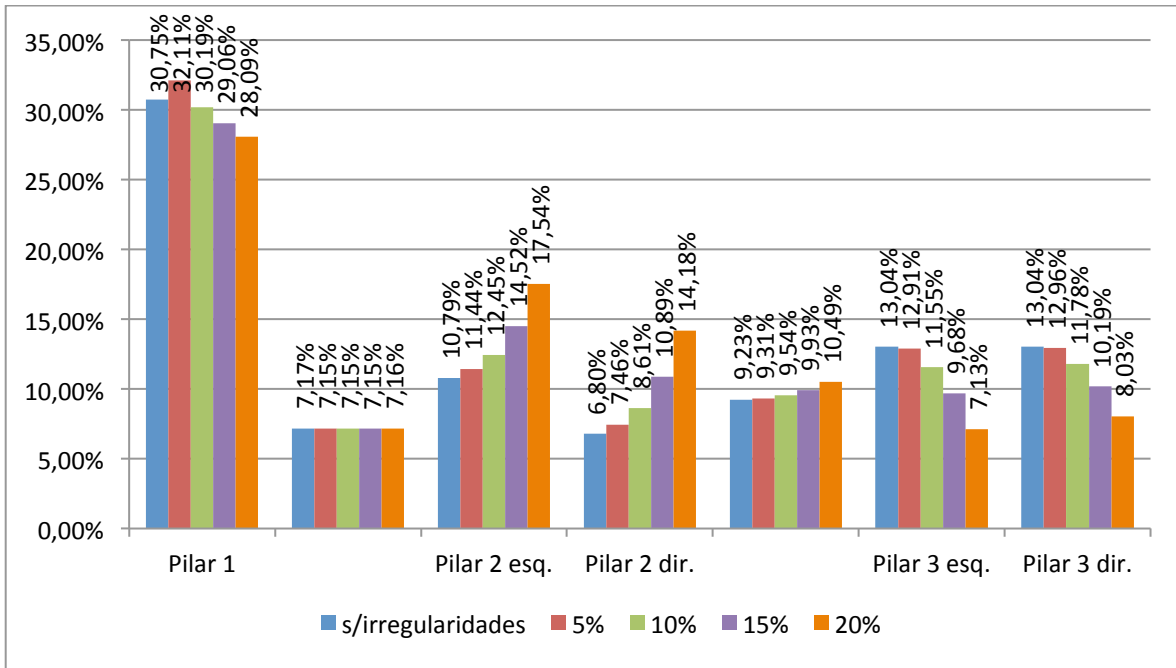


Figura 4.29 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 3 – Pilares 1 e 2

4.5.5. PILAR 2 E 3

Para este caso, o pilar 1 sofreu um aumento dos momentos fletores de cerca de 9% face aos seus momentos instalados inicialmente (MEF), aproximando-se da solução obtida pelo MPE. Contudo esse distanciamento ainda se mantém nos 21.63%. No pilar 2 e 3 houve uma diminuição dos esforços, aumentando a disparidade entre os dois métodos em cerca de 7% correspondendo ao desvio máximo.

Quadro 4.15 – Momentos fletores Mxx's do Pórtico 3 com desvio do pilar 2 e 3 [kN.m]

	Pilar 1	Pilar 2				Pilar 3	
	1	2	3	4	5	6	7
MPE	-195.84	745.42	-1073.1	-1006.9	420.9	-841.8	-841.8
MEF	135.61	690.08	957.31	938.44	382.04	731.99	731.99
5%	-134.11	690.20	-950.40	-932.16	383.16	-726.36	-726.26
10%	-139.85	690.17	-939.92	-921.57	386.57	-718.11	-717.71
15%	-145.92	690.22	-918.07	-900.16	392.11	-700.69	-699.78
20%	-153.49	690.23	-886.13	-869.02	399.63	-675.12	-673.53

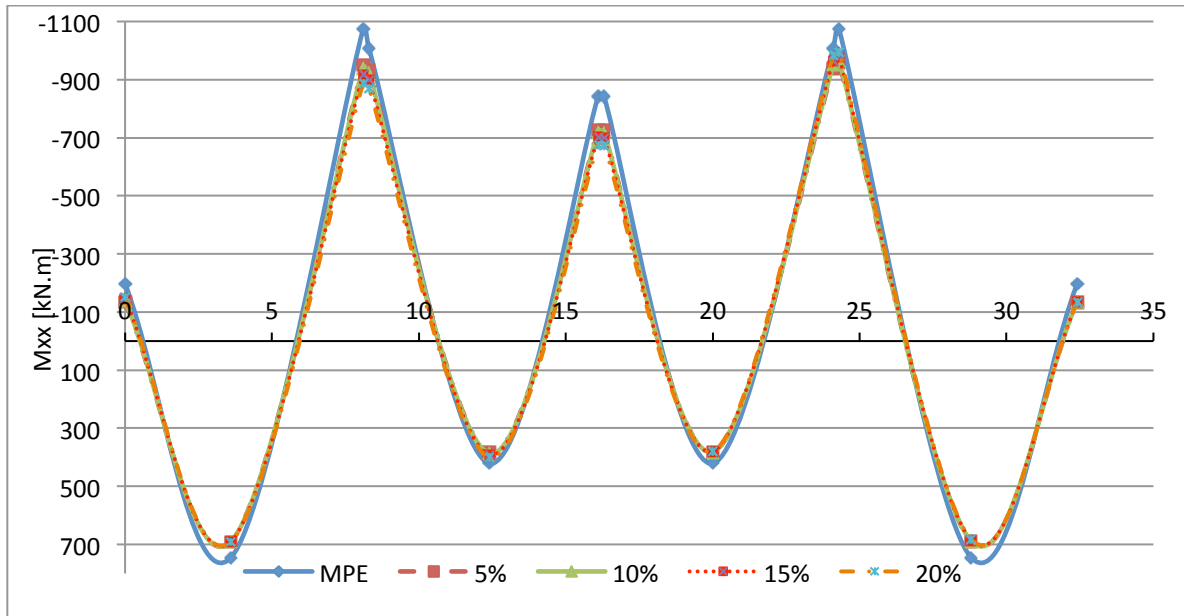


Figura 4.30 - Diagramas de momentos flectores Mxx's para o pórtico 3

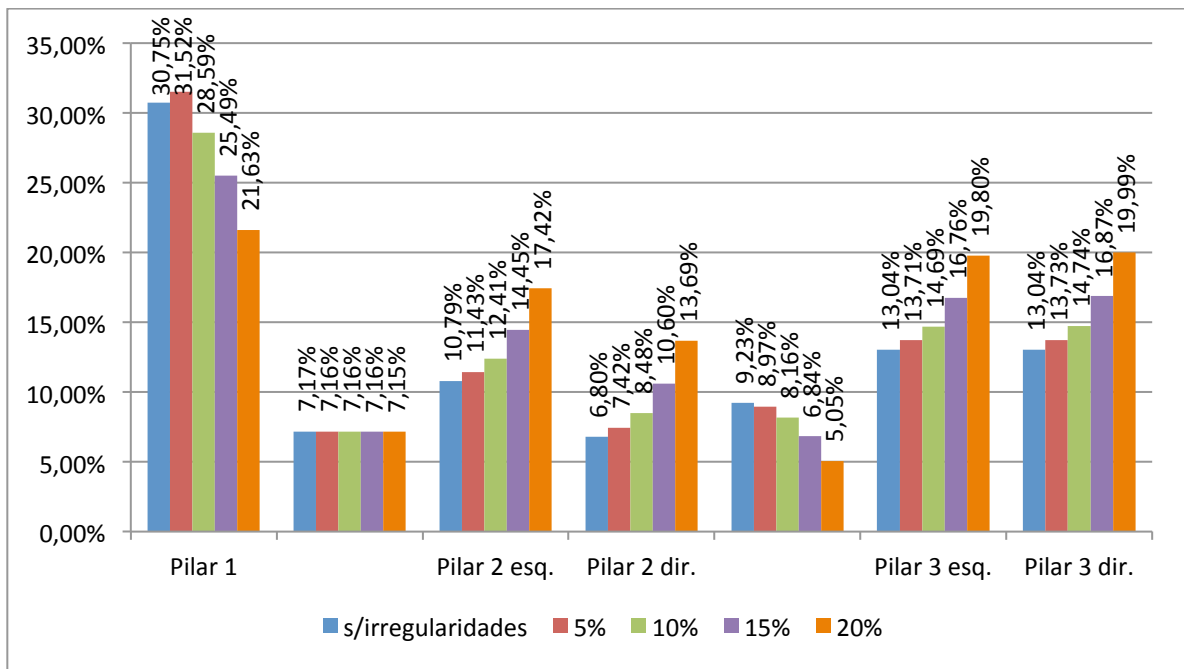


Figura 4.31 - Disparidade correspondente às irregularidades geométricas – Pórtico 3 – Pilares 2 e 3

5

CONCLUSÕES

5.1. CONCLUSÕES GERAIS

O método dos pórticos equivalentes (MPE) é um excelente método simplificado de análise, podendo ser usado para o pré-dimensionamento ou para a aferição dos resultados obtidos pelos programas de cálculo. Contudo, não é um método que o autor se sinta seguro a recomendar para a análise de lajes fungiformes que não apresentem uma regularidade da grelha de pilares. O método dos elementos finitos (MEF), é um método muito mais preciso, que usado cuidadosamente pode responder a todas as necessidades de um projetista, no que diz respeito à análise e dimensionamento deste tipo de lajes. Foram feitas análises, a várias lajes, usando o método dos elementos finitos, com diferentes níveis de irregularidades de forma a perceber o funcionamento das lajes, aquando da introdução dessas irregularidades na grelha de pilares. Para além de perceber o comportamento da laje é possível tirar conclusões quanto à possibilidade de realizar uma análise simplificada para geometrias irregulares.

Estabelecendo um ponto de partida, sem irregularidades geométricas, o MPE não distingue um pórtico intermédio, de um pórtico interior, de um pórtico de bordo quando claramente tem que haver uma distinção. Verificou-se que o MPE atribui uma rigidez elevada aos pilares, derivado da atribuição da largura do pórtico equivalente que na realidade apenas uma parte é mobilizada.

No pórtico 1 nos momentos fletores positivos os valores são quase coincidentes, havendo uma pequena superioridade nos resultados do MEF. Quando são introduzidas as irregularidades nos pilares deste pórtico, os momentos fletores nos pilares desviados (afastados do bordo), têm tendência a aumentar significativamente, muitas das vezes superando o valor obtido pelo MPE. Verificou-se que, maioritariamente, nos desvios superiores a 10% do vão não é aconselhado usar o MPE para obtenção de momentos fletores negativos. De notar que quando se desvia o pilar 1, neste pórtico o momento fletor apesar de aumentar não ultrapassa o valor obtido pelo MPE, no entanto, os momentos fletores positivos no painel interior aumentam razoavelmente ultrapassando o valor obtido pelo MPE.

O pórtico 2 e pórtico 3 assumem um comportamento diferente, enquanto no pórtico 1 o desvio de um pilar, resultava num aumento dos momentos fletores sobre esse pilar para estes dois acontece exatamente o oposto.

Os resultados do MEF para o pórtico 2, foram dos 3 pórticos estudados o que mais se aproximou dos resultados obtidos pelo MPE. Isto traduz-se numa desvantagem enorme, porque não existindo “margem de reserva” para a variação dos momentos fletores quando forem introduzidas as irregularidades vai existir uma discrepância entre os dois métodos não favorável ao MPE. De facto, foi isso que se verificou, resultando numa impossibilidade de efetuar o dimensionamento com segurança, pelos valores obtidos pelo MPE. Começa-se a notar o aumento dos momentos fletores, sejam positivos

ou negativos logo a partir do desvio de 5% do vão. Em alguns casos, correspondentes aos desvios de 20% atinge-se uma discrepância de cerca de 10 valores percentuais entre os dois métodos.

O único caso em que o uso do MPE poderia ser usado mesmo após a introdução das irregularidades geométricas, seria o pórtico 3. Neste pórtico todas as variações ficaram dentro dos limites, apesar de em algumas situações (desvios de pilares de 20% do vão) já se encontrar na fasquia de transição em que o MEF assumiria valores superiores ao MPE, condicionando o dimensionamento e comprometendo a segurança.

Um facto curioso, é que nos pórticos 2 e 3 introduzindo irregularidades no pilar 1, a variação do momento associado a esse pilar são muito baixas comparadas com as variações que se obtinha nos restantes pilares. Prevê-se que, por ser um pilar de bordo seja condicionado pela largura de laje mobilizada e, conseqüentemente, o momento máximo resistente.

De notar que neste trabalho não foram consideradas as distribuições dos momentos na laje devido aos desvios mas apenas à sua resultante. A pormenorização a este nível, iria traduzir-se numa quantidade considerável de variáveis difíceis de controlar.

Na opinião do autor, existe uma verdadeira necessidade de um método simples que permita calcular esforços em lajes fungiformes com irregularidades na grelha de pilares. No entanto, sem qualquer tipo de alteração ao MPE, atualmente é difícil de recomendar este método, para este tipo de análises. Tendo em conta que, os *softwares* comerciais que têm como base o MEF estão tão divulgados e permitem obter resultados relativamente rápido com a mínima sensação de segurança, só faria sentido o seu uso e aplicação ao ambiente de projeto.

5.2. SUGESTÕES PARA DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

O estudo desenvolvido ao longo deste trabalho foi principalmente direcionado para a análise de uma laje fungiforme geometricamente simples sujeita a introdução de irregularidades. Havendo ainda alguns aspectos que interessam desenvolver:

- Possibilidade de desenvolvimento de uma adaptação ao método dos pórticos equivalentes de modo a ser viável o seu uso para uma gama de irregularidades
- Análise das irregularidades geométricas tendo em conta outro tipo de métodos de análise (ex: método das linhas de rotura)

BIBLIOGRAFIA

- [1] Figueiras, J.A. "*Análise e dimensionamento de lajes fungiformes*", Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- [2] Collins, M.P. and D. Mitchell, "*Prestressed Concrete Basics*" 1994: Canadian Prestressed.
- [3] Afonso, C.L.M., "*Lajes fungiformes. Contribuições para a compreensão do seu comportamento*", Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2010.
- [4] NP EN 1992-1-1 - Eurocódigo 2: *Projecto de estruturas de betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*, I.P.d.Q.-. IPQ, Editor 2010, IPQ - Instituto Português da Qualidade.
- [5] Castro, M.S.L., "*Modelação de Lajes com Elementos de Grelha*", Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2002.
- [6] Carvalho, N.R.F., "*Metodologias de Análise de Lajes Fungiformes - Aplicação no Projecto de Edifícios*", Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2008.
- [7] Henriques, A.A.R., "*Novos conceitos na análise e dimensionamento de estruturas de betão armado*", Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1993.