

ESTUDO DA FENDILHAÇÃO EM LAJES RESTRINGIDAS, DEVIDA AO EFEITO CONJUNTO DA RETRAÇÃO E DAS AÇÕES DISTRIBUÍDAS NO PISO

JORGE FREIRE DE CARVALHO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Carvalho Marques de Faria

Coorientador: Professor Doutor Carlos Filipe Ferreira de Sousa

JUNHO DE 2013

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2012/2013

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446



miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440



feup@fe.up.pt



<http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2012/2013 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2013.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

À minha família

“Nothing is our own except the few cubic centimetres inside your skull”
George Orwell

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar expresso o meu apreço ao Professor Rui Faria, orientador científico da presente dissertação, pelo apoio, motivação e disponibilidade prestada ao longo da realização deste trabalho. A sua orientação e ensinamentos foram importantes não só para uma correta realização deste trabalho mas também para a minha vida futura profissional.

Estou também grato ao Professor Carlos Sousa, co-orientador científico desta dissertação, pela ajuda prestada na análise dos modelos numéricos realizados e por todos os conhecimentos transmitidos bastante úteis ao longo da realização desta dissertação.

Gostaria também de agradecer ao Professor Mário Pimentel e aos colegas do LABEST, em especial ao Luís Leitão, pela disponibilização do *software* e conselhos uteis de utilização do mesmo.

A todos os meus amigos que me apoiaram e motivaram através da sua amizade para que a realização deste trabalho fosse bem sucedida. De diferentes formas a ajuda deles foi importante.

Ao concluir este trabalho não poderia deixar de agradecer aos meus pais e à minha irmã por terem sido um exemplo durante toda a minha vida. Pelo apoio e dedicação que sempre me deram e por todas as possibilidades que me proporcionaram. Tornam-se poucas as palavras que traduzem o meu agradecimento.

RESUMO

No presente trabalho é elaborado o estudo da fendilhação em lajes maciças armadas numa direção, fortemente restringidas axialmente, pela existência de paredes ou núcleos de caixas de elevadores, tendo também em consideração o efeito das ações distribuídas no piso. Como essas lajes se encontram fortemente restringidas, as deformações impostas devidas à retração estão impedidas, originando um esforço axial de tração na laje, provocando assim o aparecimento de fendas. Deste modo, a laje encontra-se submetida a flexão composta com tração em situações de serviço.

Com vista a perceber este fenómeno, inicialmente caracterizou-se o comportamento diferido do betão não fendilhado através dos fenómenos de retração e fluência, e a modelação do comportamento do betão fendilhado, através dos efeitos de *tension softening* e *tension stiffening*, tendo em conta um modelo de múltiplas fendas fixas com decomposição de extensões, permitindo a combinação dos efeitos de fendilhação, retração, fluência e variações de temperatura.

Numa fase seguinte, procedeu-se à análise de tirantes de betão armado com diferentes percentagens de armadura, sujeitos a: (i) uma deformação imposta externa, provocada por um assentamento de apoio horizontal; (ii) uma deformação imposta interna (retração). Com a análise destes tirantes, pretendia-se perceber qual a diferença, em termos de variação do esforço axial e abertura de fendas, devida ao tipo de deformação imposta (externa ou interna), e a importância que essa variação pode ter no dimensionamento de estruturas de betão armado. Com estas análises, pretendia-se também compreender e validar o procedimento empregue na análise não-linear.

Posteriormente, foram estudadas lajes, com diferentes tipos de vãos, apoios estruturais e espessuras. O tipo de lajes em estudo, encontram-se fendilhadas em fase de serviço, não sendo possível estimar de modo simples o esforço axial instalado. Assim, começou-se por estimar a armadura necessária, usando procedimentos correntes de projeto, considerando dois valores limite para o esforço axial instalado: (i) esforço axial $N=0$; (ii) esforço axial $N=N_{cr}$. Numa última etapa, recorrendo a uma análise não linear, empregando o programa de cálculo DIANA, obteve-se o esforço axial verdadeiramente instalado na laje, valor esse que pode então ser usado na determinação da quantidade de armadura que garante o cumprimento do limite máximo para a abertura de fendas (sendo considerado, neste trabalho, uma limite de 0,3 mm). Concluiu-se que o esforço axial verdadeiramente instalado é bastante inferior ao esforço de fendilhação $N_{cr}=A_c \cdot f_{ctm}$, tendo sido possível obter valores indicativos, a usar em projeto, para o valor do esforço axial verdadeiramente instalado, em percentagem do esforço de fendilhação. Foi também avaliada a importância da dispensa de armaduras, em termos de comportamento em serviço, assim como a resistência ao esforço transversal destas lajes.

PALAVRAS CHAVE: retração, deformação imposta, laje axialmente restringida, fendilhação, esforço axial.

ABSTRACT

The presente work focuses on the analysis of cracking in uni-directional solid slabs, axially restrained by the presence of earth retaining walls or bracing walls, considering the influence of vertical loads. In these structures, shrinkage deformations are heavily restrained, giving rise to important axial forces, and consequently cracking generally occurs. Thus, the slab is subjected to bending and axial forces, in service.

In order to understand this phenomenon, initial studies were carried out, focusing on the numerical simulation of: (i) the long-term behaviour of non-cracked concrete structures, considering the effects of shrinkage and creep; (ii) the mechanical response of concrete structures after cracking, considering the effects of *tension softening* and *tension stiffening* (by employing a model of multiple fixed cracks with strain decomposition, which makes possible the consideration of creep, shrinkage and temperature effects).

Then, reinforced concrete ties with different reinforcement ratios were analysed, considering the following actions: i) external imposed deformation caused by a support displacement; ii) internal imposed deformation (shrinkage). The main purpose of these analyses consisted in understanding the influence of the nature of imposed deformations (internal or external), in terms of axial force in the tie, crack openings, and consequences for structural design works. These analyses also aimed at understanding and validating the adopted procedure for nonlinear analysis.

Finally, different reinforced concrete slabs (with different spans, support conditions and thicknesses) were analysed. In these structures, the applied axial force (in service) can hardly been quantified by means of current analysis procedures. That effort can be quantified by using the adopted nonlinear-analysis procedure. Thus, lower- and upper-bound values for the required areas of steel reinforcement were initially quantified (by applying current design procedures): (i) a lower-bound value was estimated considering an axial force $N = 0$; (ii) an upper-bound limit was calculated considering $N = N_{cr}$ in the verification of the maximum crack widths (which, in the present work, were limited to 0.3 mm). Then, nonlinear analyses (using the finite element package DIANA) were carried out, in order to obtain realistic estimates for the applied axial force in service. It was found that the actual applied axial force, in service, is significantly lower than cracking effort $N_{cr} = f_{ctm} * A_c$. Indicative values for the applied axial force could be established, in percentage of the cracking effort. Some considerations regarding the curtailment of tensile reinforcements and shear strength were also made

KEYWORDS: shrinkage, imposed deformations axially restrained slab, cracking, axial force, nonlinear analysis.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1 Introdução.....	1
1.1. Enquadramento do tema e objetivos da dissertação	1
1.2. Organização em capítulos	2
2 Modelação do Betão fendilhado, incluindo os efeitos da retração e da fluência	5
2.1. Introdução	5
2.2. Comportamento diferido do betão não fendilhado	6
2.2.1. Retração	6
2.2.2. Evolução da retração e da tensão no betão.....	8
2.2.3. Fluência.....	10
2.2.4. <i>Curage</i> e <i>Aging</i>	13
2.3. Comportamento do betão fendilhado.....	15
2.3.1. Modelos de fendilhação	15
2.3.2. Definição do Diagrama de Retenção de Tensões de Tração no Betão Simples, ' <i>tension softening</i> '	16
2.3.3. Retenção de Tensões de Tração no Betão Armado, ' <i>Tension Stiffening</i> '	18
2.3.4. Abertura de Fendas segundo o MC90 (CEB-FIP, 1991)	23
2.4. Considerações finais	24
3 Simulação da fendilhação em tirantes de betão armado devido a deformações impostas internas e externas	25
3.1. Introdução	25
3.2. Caracterização das estruturas em análise e do modelo adotado	26
3.2.1. Materiais, geometria e condições de apoio	26
3.2.2. Esquema de integração e definição das zonas de <i>stiffening</i> e <i>softening</i>	27
3.2.3. Malha de elementos finitos e variação da resistência de tração do betão ao longo dos elementos finitos.....	28
3.3. Tirante sujeito a uma deformação imposta externa	28
3.3.1. Modelação da deformação imposta e análise numérica incremental.	29
3.3.2. Análise da variação do esforço axial	30
3.3.3. Análise da Abertura de Fendas.....	32

3.4. Tirante sujeito a uma deformação imposta interna.....	33
3.4.1 Análise do Esforço Axial	34
3.4.2 Tensão no aço e no betão na seção da fenda	37
3.4.3 Análise da abertura de fendas.....	39
3.5. Conclusões	40
4 Simulação de lajes sob a ação de cargas verticais com impedimento das deformações devido à retração.....	41
4.1. Introdução	41
4.2. Descrição do caso de estudo e do modelo adotado	43
4.2.1. Propriedades dos Materiais e modelação das ações.....	43
4.2.2. Tamanho dos elementos finitos e sua importância.	44
4.2.3. Cálculo da abertura de fendas e tensão do aço na seção da fenda	46
4.3. Estimativa da espessura e armadura necessária com base em metodologias correntes de dimensionamento.	46
4.3.1. Deformação.....	46
4.3.2. Estado limite último (ELU) e estado limite de serviço (ELS).....	48
4.4. Análise não linear	54
4.4.1. Dispensa de armaduras	59
4.4.2. Esforço transversal	61
4.5. Conclusões	62
5 Conclusões e desenvolvimentos futuros	63
5.1. Conclusões	63
5.2. Desenvolvimentos futuros	65
Bibliografia	66

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1 – Componentes $\epsilon_{ci}(t_0)$, $\epsilon_{cc}(t)$ e $\epsilon_{cs}(t)$ da deformação total de um elemento de betão sujeito a tensão constante. (Sousa, 2004).....	6
Fig. 2.2 – Modelo utilizado na caracterização do fenómeno de retração.	8
Fig. 2.3 – Evolução da tensão no betão devido á retração com o tempo.....	9
Fig. 2.4 – Evolução da extensão de retração do betão com o tempo.....	10
Fig. 2.5 – Modelo usado na caracterização da fluência.	11
Fig. 2.6 –Tensão constante instalada no betão.	11
Fig. 2.7 – Evolução da Fluência do betão com o tempo.....	12
Fig. 2.8 – Evolução da retração para Aging 3 dia Curage 5 dias.....	14
Fig. 2.9 – Evolução da retração para Aging 14 dias Curage 0 dias.	14
Fig. 2.10 – Modelos de <i>tension cut-off</i> implementados no programa. (DIANA, 2012).....	16
Fig. 2.11 – Diagrama de retenção de tensões de tração no betão simples (Sousa, 2004).....	17
Fig. 2.12 – Diagrama de retenção de tração no betão simples considerado pelo <i>software</i>	18
Fig. 2.13 – Determinação da área de betão efetivo: a) vigas; b) lajes; c) elementos em tração. (CEB-FIP, 1991).....	19
Fig. 2.14 – Diagrama de retenção de tensões de tração em elementos de betão armado. (Sousa, 2004).....	19
Fig. 2.15 – Diagrama tensão-extensão para um tirante tracionado (Sousa, 2004).....	21
Fig. 2.16 – Diagrama tensão-extensão considerado para a armadura no presente estudo.....	22
Fig. 2.17 – Diagrama, ilustrativo, de retenção de tensões de tração em elementos de betão armado fornecido ao <i>software</i>	22
Fig. 3.1 – Modelo tipo utilizado para os tirantes de betão armado.....	26
Fig. 3.2 – Esquema ilustrativo da integração usado no modelo.....	27
Fig. 3.3 – Variação da resistência a tração ao longo dos elementos finitos.	28
Fig. 3.4 – Modelo utilizado na análise de um tirante com deformação imposta externa.....	29
Fig. 3.5 – Evolução do incremento da deformação imposta externa ao longo do tempo.....	29
Fig. 3.6 – Variação do esforço axial para tirantes com deformação imposta externa com diferentes percentagens de armadura.	30
Fig. 3.7 – Abertura de fendas para um tirante com deformação imposta externa com percentagem de armadura de 0.85 %.	32
Fig. 3.8 – Abertura de fendas para um tirante com deformação imposta externa com percentagem de armadura de 1.68 %.	33
Fig. 3.9 – Esquema representativo da combinação de efeitos num tirante sujeito a deformação imposta interna.	34
Fig. 3.10 – Variação do esforço axial para tirantes com uma deformação imposta interna com diferentes percentagens de armadura.	35
Fig. 3.11 – Representação, simplificada, das tensões médias na armadura em estado fendilhado (esquerda) e não fendilhado (direita).....	35
Fig. 3.12 – Representação, simplificada, das tensões médias no betão em estado fendilhado (esquerda) e não fendilhado (direita).....	36
Fig. 3.13 – Variação, ilustrativa, da tensão no betão devido ao fenómeno de retração.....	36
Fig. 3.14 – Variação da tensão no betão ao longo do 1º elemento fissurado (t=363 dias, $\epsilon_{cs}=-0,277$ ‰).....	38
Fig. 3.15 – Variação da tensão na armadura ao longo do 1º elemento fissurado (t=363 dias, $\epsilon_{cs}=-0,277$ ‰).....	38

Fig. 3.16 – Abertura de fendas para um tirante sujeito a uma deformação imposta interna com percentagem de armadura de 0.85 %.....	39
Fig. 3.17 – Abertura de fendas para um tirante sujeito a uma deformação imposta interna com percentagem de armadura de 1.68 %.....	39
Fig. 4.1 – Variação do esforço axial considerando diferentes tamanhos de elementos finitos.	45
Fig. 4.2 – Variação da abertura de fendas a meio vão considerando diferentes tamanhos de elementos finitos.	45
Fig. 4.3 – Laje com armadura estritamente necessária pra cumprir ELU e ELS com $N=0$	48
Fig. 4.4 – Equilíbrio usado para estimar armadura em flexão composta com tração numa seção generalizada.	50
Fig. 4.5 – Armadura superior e inferior necessária para garantir $w_k < 0.3$ mm em 3 seções transversais, com $N=N_{cr}$	51
Fig. 4.6 – Esforço axial realmente instalado para uma estimativa de armadura com $N=N_{cr}$ e $N=N^{DIANA}$	57
Fig. 4.7 – Momento flector no apoio realmente instalado na laje para uma estimativa de armadura com $N=N_{cr}$ e $N=N^{DIANA}$	58
Fig. 4.8 – Padrão de fendilhação para um instante de tempo igual a meio ano.	58
Fig. 4.9 – Padrão de fendilhação para um instante de tempo igual a 1 ano.....	58
Fig. 4.10 – Padrão de fendilhação para um instante de tempo igual a 3 anos.	58
Fig. 4.11 – Padrão de fendilhação para um instante de tempo igual a 5 anos.	59
Fig. 4.12 – Dispensa de armadura na laje com um esquema estrutural de vão interior com $N=N^{DIANA}$	60
Fig. 4.13 – Dispensa de armadura na laje com esquema estrutural de vão exterior com $N=N^{DIANA}$	60
Fig. 4.14 – Padrão de fendilhação para um vão interior num instante de tempo igual a 50 anos: a) antes da dispensa; b) após a dispensa.....	61
Fig. 4.15 – Padrão de fendilhação para um vão exterior num instante de tempo igual a 50 anos: a) antes da dispensa; b) após a dispensa.....	61

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Características dos materiais do modelo.....	9
Tabela 2.2 – Valores de β e τ_{bk} de acordo com MC90. (CEB-FIP, 1991) Erro! Marcador não definido.	
Tabela 3.1 – Propriedades dos materiais considerados.....	26
Tabela 3.2 – Percentagens de armadura utilizadas.....	27
Tabela 3.3 – Comparação entre o esforço axial de fendilhação sem recorrer a uma análise não linear com o obtido pelo software para um tirante com deformação imposta interna.....	37
Tabela 4.1 – Propriedades dos materiais utilizados na modelação da laje.....	43
Tabela 4.2 – Espessuras consideradas para um sistema estrutural de vão interior.....	47
Tabela 4.3 – Iterações para obtenção de um critério de deformação para um sistema estrutural de vão exterior.....	47
Tabela 4.4 – Espessuras consideradas para um esquema estrutural de vão exterior.....	47
Tabela 4.5 – Armadura estritamente necessária para cumprir ELU e ELS com $N=0$	48
Tabela 4.6 – Abertura de fendas e tensão na armadura na seção da fenda para flexão simples.....	49
Tabela 4.7 – Armadura necessária para cumprir abertura de fendas em flexão composta com tração, com $N=N_{cr}$	51
Tabela 4.8 – Abertura de fendas, tensões na armadura e deformações ($N=N_{cr}$).....	51
Tabela 4.9 – Comparação do esforço axial usado no cálculo e o realmente instalado na laje.....	52
Tabela 4.10 – Estimativa de armaduras para esquema estrutura de vão interior com $N=N_{cr}$	52
Tabela 4.11 – Estimativa de armaduras para esquema estrutura de vão exterior com $N=N_{cr}$	52
Tabela 4.12 – Abertura de fendas, tensão na armadura e deformação para o esquema estrutura de vão interior ($N=N_{cr}$).....	53
Tabela 4.13 – Abertura de fendas, tensão na armadura e deformação para o esquema estrutura de vão exterior. ($N=N_{cr}$).....	53
Tabela 4.14 – Comparação do esforço axial usado no cálculo e o realmente instalado na laje para um vão interior.....	53
Tabela 4.15 – Comparação do esforço axial usado no cálculo e o realmente instalado na laje para um vão exterior.....	54
Tabela 4.16 – Armadura resultante do cálculo segundo uma análise não linear para o sistema estrutural de vão interior. ($N=N^{DIANA}$).....	55
Tabela 4.17 – Armadura resultante do cálculo segundo uma análise não linear para o sistema estrutural de vão exterior. ($N=N^{DIANA}$).....	55
Tabela 4.18 – Abertura de fendas, tensões no aço e deformações para um esquema estrutura de vão interno com $N=N^{real}$	55
Tabela 4.19 – Abertura de fendas, tensões no aço e deformações para um esquema estrutura de vão extremo com $N=N^{real}$	56
Tabela 4.20 – Esforço axial para um sistema estrutural de vão interior.....	56
Tabela 4.21 – Esforço axial para um sistema estrutural de vão interior.....	57
Tabela 4.22 – Comparação entre esforço transversal resistente e actuante.....	62

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Para clareza de exposição no texto proceder-se-á à descrição de cada símbolo e abreviatura, simultaneamente com a sua primeira utilização. A seguinte lista é apresentada por ordem alfabética.

SÍMBOLOS

$\Delta L(t)$	Deslocamento horizontal num determinado tempo
ΔL	Deformação externa aplicada
μ	Valor reduzido do momento fletor
A	Variável auxiliar de cálculo da força de tração axial superior e inferior
A_c	Área da seção transversal de betão
$A_{c,ef}$	Área da seção efetiva de betão tracionado que envolve as armaduras tracionadas
A_s	Área transversal da armadura
B	Variável auxiliar de cálculo da força de tração axial superior e inferior
d	Altura útil dada pela distância entre o centro de gravidade das armaduras e o bordo da secção
e	Excentricidade do esforço axial dado por N/M
ϵ_{*2}	Extensão de cálculo associada ao diagrama tensão-extensão da metodologia ‘ <i>tension stiffening</i> ’
ϵ_{*3}	Extensão de cálculo associado ao diagrama tensão-extensão da metodologia ‘ <i>tension stiffening</i> ’
E_c	Módulo de elasticidade do betão
$\epsilon_c(t)$	Deformação total de um elemento de betão no instante t
$E_{c,adj}$	Módulo de elasticidade efetivo ajustado do betão
$\epsilon_{cc}(t)$	Deformação de fluência num instante t
$E_{ci}(t_0)$	Módulo de elasticidade tangente na origem do diagrama tensão-deformação do betão
E_{ci}	Módulo de elasticidade tangente na origem, para uma idade de carregamento igual a 28 dias
$\epsilon_{ci}(t_0)$	Deformação instantânea do betão
E_{cm}	Módulo de elasticidade médio do betão
$\epsilon_{cs}(t, t_0)$	Deformação total de retração do betão no instante t
ϵ_{cs0}	Coeficiente de retração nominal do betão
$\epsilon_{ct}(t)$	Deformação térmica, dada pelo produto da variação de temperatura pelo coeficiente de dilatação térmica
$\epsilon_{ct}(t)$	Deformação total de um elemento de betão
ϵ_m	Extensão média no tirante de betão armado tracionado igual a $\Delta L(t)/L$
e_{max}	Excentricidade máxima do esforço axial dado por $d-(h/2)$

E_s	Módulo de cedência do aço
$\epsilon_s(f_{cm})$	Extensão dependente do tipo de betão
ϵ_{sy}	Extensão de cedência do aço
ϵ_{ts}	Extensão de cálculo associada ao diagrama tensão-extensão associada ao diagrama de efeito ' <i>softening</i> '
f_{ck}	Valor característico da resistência do betão á compressão em provetes cilíndricos
f_{cm}	Valor médio da resistência á compressão no betão aos 28 dias
f_{ct}	Resistência á tração do betão
f_{ctm}	Resistência média á tração do betão
$F_{inf.}$	Força axial de tração na armadura inferior
$F_{sup.}$	Força axial de tração na armadura superior
f_{sy}	tensão de cedência na armadura
f_{sy}'	tensão de cedência fictícia na armadura
f_{yk}	Valor característico da tensão de cedência á tração do aço das armaduras de betão armado
G_f	Energia de fratura do material
g_f	Área do gráfico que define o efeito de ' <i>tension softening</i> '
G_k	Valor característico da ação permanente
h	Altura total da secção de betão
h_b	Banda de fendilhação, dependente do tamanho do elemento finito
$h_{c,eff}$	Altura de betão envolvente da armadura que efetivamente contribui para determinar o valor de $A_{c,eff}$
h_{eq}	Espessura equivalente do elemento de betão, dada pela razão entre o dobro da área do elemento de betão e o perímetro do mesmo em contacto com atmosfera
L	Comprimento do tirante
l	vão da laje em estudo
L_{elm}	Comprimento do elemento finito
$l_{s,max}^k$	Comprimento máximo ao longo do qual ocorre deslizamento entre o aço e o betão, calculado com base no valor relativo ao quantil inferior da tensão de aderência
M	Momento fletor
N	Esforço axial
N_{cr}	Esforço axial que provoca a fendilhação num tirante de betão armado
N^{DIANA}	Esforço axial realmente instalado obtido através de uma análise não linear recorrendo ao programa de cálculo usado (DIANA)

N^{real}	Esforço axial realmente instalado obtido através de uma análise não linear recorrendo ao programa de cálculo usado (DIANA)
P	Efeito das ações
Q_k	Valor característico de uma ação variável isolada
RH	Humidade relativa
s	Coeficiente que depende do tipo de cimento
t	Idade do betão
t_0	Idade do betão á data da aplicação da tensão
t_{diana}	Idade do betão desde o final da cura
t_{real}	Idade do betão desde a betonagem
t_s	Idade do betão no início da retração
u	Perímetro do betão exposto á atmosfera
w_k	Abertura de fendas
w_{max}	Valor limite para a abertura de fendas
α_e	Razão entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade do betão
β_{RH}	Coeficiente que depende da humidade relativa
β_s	Coeficiente que exprime o desenvolvimento da retração com o tempo
β_{sc}	Coeficiente que depende do tipo de cimento
β_t	Parâmetro que depende da duração da carga
γ	Peso volúmico do betão
ε_{cr}	Extensão de fendilhação
ν	Coeficiente de Poisson
ρ_s	Percentagem de armadura
ρ_{sef}	Percentagem efetiva de armadura dada por $A_s/A_{c,ef}$
σ_c	Tensão no betão
$\sigma_{s,cedência}$	Tensão de cedência da armadura
$\sigma_{s,fenda}$	Tensão na armadura na seção da fenda
$\sigma_{s,média}$	Tensão média na armadura
σ_{s2}	Tensão na armadura calculada em seção totalmente fendilhada
σ_{sE}	Tensão da armadura no ponto de deslizamento nulo
τ_{bk}	Tensão de aderência média ao longo do comprimento de deslizamento entre aço e betão relativo ao quantil inferior
$\varphi(t, t_0)$	Coeficiente de fluência
ϕ_s	Diâmetro do varão

χ	Coeficiente de envelhecimento do betão
ψ_0	Coeficiente para a determinação do valor de combinação de uma ação variável
ψ_1	Coeficiente para a determinação do valor frequente de uma ação variável
ψ_2	Coeficiente para a determinação do valor quase permanente de uma ação variável

ABREVIATURAS

B.A	Betão Armado
C.A.	Cálculos Analíticos
c.q.p.	combinação quase permanente
EC2	Eurocódigo 2
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Ultimo
inf.	inferior
MC90	CEB-FIP Model Code 1990
MEF	Método de Elementos Finitos
NR	Normal and Rapid hardening cements
REBAP	Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado
RS	Rapid hardening high Strength cements
RSA	Regulamento de Segurança e Ações para estruturas de edifícios e pontes
SL	Slowly hardening cements
sup.	superior

1

INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO DO TEMA E OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

A fendilhação é um fenómeno quase inevitável em estruturas de betão armado, devido essencialmente à baixa resistência à tração do betão. Como tal, deve ser encarado como um fenómeno natural numa estrutura de betão sendo o seu controlo um dos requisitos que o projetista deve respeitar. O controlo de fendilhação baseia-se no controlo da abertura de fendas que, dependendo do tipo de estrutura e seu ambiente envolvente, contribui de maneira decisiva para a funcionalidade, durabilidade e aspeto estético, isto é, para a qualidade estrutural. O controlo de abertura de fendas implica uma correta quantificação e distribuição de armadura por parte do projetista para evitar/prevenir anomalias como por exemplo a corrosão de armaduras. Este fenómeno não é independente e deve ser analisado conjuntamente com o controlo de tensões e deformações na estrutura. Neste trabalho será estudado o comportamento em fase fendilhada tendo sempre em consideração as deformações da estrutura em análise.

A origem da fissuração está normalmente associada ao efeito das deformações impostas, como por exemplo a própria retração do betão, a variação de temperatura e os assentamentos diferenciais. Estas ações podem não provocar o colapso da estrutura mas são responsáveis pelo seu incorreto comportamento em serviço da estrutura. Ao serem restringidas, isto é, ao haver um impedimento do movimento livre, pelas condições de apoio ou de ligação a outros elementos estruturais, estas deformações impostas geram esforços de tração significativos que, ao atingirem valores da resistência à tração do betão, resultam no aparecimento de fendas.

A presente dissertação aborda o efeito das deformações impostas no comportamento de estruturas laminares de betão armado (lajes) fortemente restringidas, em conjunto com ações verticais distribuídas no piso, incidindo no estudo da retração e da fendilhação através do controlo da abertura de fendas. Este efeito conjunto é claramente visível em pisos estruturais de obras enterradas, como por exemplo, caves de edifícios e parques de estacionamento, que estão submetidos à restrição que as paredes de contenção laterais e núcleos de rigidez oferecem à livre contração da laje por efeito da retração e das variações de temperatura, e a cargas verticais provocadas pela movimentação de veículos. Nestas condições, a laje em situações de serviço encontra-se submetida a flexão composta

com tração. Como nessas situações de serviço as lajes estão fendilhadas, o seu comportamento deverá ser estudado recorrendo a uma análise não-linear. No presente estudo essa análise não-linear em fase de serviço é realizada tendo em conta os efeitos de fluência e retração, e simulando a fendilhação através de modelos de fendilhação distribuída.

Para a análise do comportamento destas estruturas laminares recorreu-se a simulações numéricas através de um programa de cálculo baseado no Método de Elementos Finitos (MEF) vocacionado para análises não-lineares e diferidas em estruturas de betão armado. O software utilizado é o DIANA que foi desenvolvido na Holanda pela empresa T.N.O. com a colaboração da Universidade de Delft.

A utilização deste *software* permitiu simular o processo de fissuração do betão em tração, a interação do betão entre fendas com as armaduras (efeito '*tension stiffening*') e incluir os efeitos de retração e fluência do betão (essenciais para este tipo de análises a longo prazo). A obtenção de resultados fiáveis e realistas só é possível com uma correta caracterização dos modelos constitutivos dos materiais, das ações e das condições de apoio.

Contudo, os regulamentos de projeto para betão armado garantem o controlo de fendilhação impondo quantidades de armadura, que de um modo geral, são superiores às efetivamente necessárias. Este facto resulta da falta de informação sobre a influência do efeito do grau de restrição na estrutura e sob o real efeito das deformações impostas. Exemplo disto é a quantificação da armadura mínima por parte do Eurocódigo 2 Parte 1-1 (EN 1992-1-1) no subcapítulo 7.3.2. (CEN, 2010).

O objetivo final deste estudo é a apresentação de indicações práticas que auxiliem os projetistas a determinar a armadura efetivamente necessária para controlar a abertura de fendas nas lajes restringidas axialmente. Esta armadura deverá estar compreendida entre a armadura estritamente necessária para fazer face, em estado limite ultimo de resistência, á atuação do momento flector devido às cargas aplicadas (caso de lajes não restringidas axialmente, $N=0kN$) e a armadura que corresponde á armadura mínima para controlo de fendilhação de um tirante totalmente restringido considerando o esforço axial igual ao esforço de fendilhação $N=N_{cr}$ (condição de armadura mínima do subcapítulo 7.3.2. do Eurocódigo 2 Parte 1-1 (EN 1992-1-1) (CEN, 2010).

Para que esse objetivo seja cumprido terá de ser dado ao projectista a quantificação do esforço axial que fica efetivamente instalado na laje, e resultado do impedimento às deformações, esforço esse que deve ser usado para quantificação da abertura de fendas de um modo mais realista.

O presente estudo incide em lajes maciças, fortemente restringidas no contorno, com funcionamento unidireccional para uma gama de vãos correntes (5,5 metros a 8,5 metros). Para além do vão também é feita a variação da espessura e do esquema estrutural.

1.2. ORGANIZAÇÃO EM CAPÍTULOS

O presente trabalho está dividido em 5 capítulos, sendo o primeiro uma **Introdução** onde se pretende reportar ao leitor uma visão geral do tema apresentado no trabalho e seus objetivos.

No **capítulo 2** é apresentado o comportamento do betão não fendilhado através dos fenómenos de fluência e retração recorrendo a pequenos exemplos elaborados através do programa de cálculo DIANA. Também são apresentados os modelos constitutivos do betão fendilhado de acordo com o efeito de *tension softening* e *tension stiffening* e ainda a modelação da fendilhação através do modelo de múltiplas fendas com decomposição de extensões permitindo a combinação com efeitos não lineares como a retração e a fluência. No final deste capítulo apresentam-se considerações finais acerca dos temas desenvolvidos no mesmo.

No **capítulo 3** apresenta-se a análise de tirantes com diferentes percentagens de armaduras sujeitos a deformações impostas externa e interna. Para cada um dos tipos de deformações é analisado a variação do esforço axial e a abertura de fendas, com recurso ao programa de cálculo automático baseado no MEF usado neste trabalho. São apresentadas as características das estruturas e do modelo adoptado na simulação numérica, assim como as propriedades dos materiais, geometrias e condições de apoios adoptadas. Também se refere a importância da malha de elementos finitos neste tipo de tirantes sujeitos exclusivamente a deformações impostas e o seu esquema de integração. No final do capítulo são retiradas conclusões importantes a reter para o leitor.

No **capítulo 4** é apresentado o estudo de lajes sob a ação de cargas verticais com impedimento das deformações por retração. Nesse capítulo apresenta-se os critérios adotados para a variação de vão, espessura e apoios estruturais considerados para este tipo de laje. Seguidamente apresenta-se a estimativa de armadura tendo em conta metodologia corrente dimensionamento considerando $N=0$, depois recorrendo a flexão composta com tração estima-se a armadura com $N=N_{cr}$ e por fim tomando em consideração uma análise não-linear, com recurso ao programa de calculo, obteve-se o esforço axial verdadeiramente instalado na laje. Neste capítulo são retiradas conclusões importantes para a correta quantificação da armadura neste tipo de laje.

Por fim no **capítulo 5** é apresentada uma síntese do trabalho realizado, salientando as conclusões mais importantes, sendo sugeridos alguns desenvolvimentos futuros no seguimento do presente trabalho.

2

MODELAÇÃO DO BETÃO FENDILHADO, INCLUINDO OS EFEITOS DA RETRAÇÃO E DA FLUÊNCIA

2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se apresentar os fenómenos de retração e de fluência através de exemplos simples, elaborados no programa de cálculo DIANA. Através destes exemplos, pretende-se perceber como se desenvolvem os fenómenos de retração e de fluência num elemento de betão ao longo do tempo. Posteriormente serão apresentados os modelos constitutivos, que se terá em conta nas análises, para o comportamento do betão fendilhado.

As componentes de deformação por fluência e por retração são também designadas por deformações diferidas, por se processarem lentamente ao longo do tempo. É importante referir que a distinção entre fluência e retração é convencional porque, na realidade, estes fenómenos não são independentes. No entanto, essa distinção facilita a análise e, para a maioria das aplicações práticas, conduz a uma aproximação suficiente (Sousa, 2004).

A extensão total num instante de tempo t , $\varepsilon_c(t)$, de um elemento de betão carregado uniaxialmente num instante de tempo t_0 com uma tensão constante $\sigma_c(t_0)$ pode ser expressa pela equação (2.1) (ver Fig. 2.1)

$$\varepsilon_{ct}(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (2.1)$$

em que:

$\varepsilon_{ct}(t)$ deformação total de um elemento de betão;

$\varepsilon_{ci}(t)$ deformação instantânea;

$\varepsilon_{cc}(t)$ deformação de fluência;

$\varepsilon_{cs}(t)$ deformação de retração;

$\varepsilon_{ct}(t)$ deformação térmica, dada pelo produto da variação de temperatura pelo coeficiente de dilatação térmica;

t_0 início da ação.

As componentes de deformação $\varepsilon_{ci}(t_0)$ e $\varepsilon_{cc}(t)$ dependem do estado de tensão, sendo por isso também designadas por componentes de deformação mecânica. Por outro lado, $\varepsilon_{cs}(t)$ e $\varepsilon_{ct}(t)$ não dependem do estado de tensão, sendo também conhecidas por componentes de deformação não mecânica.

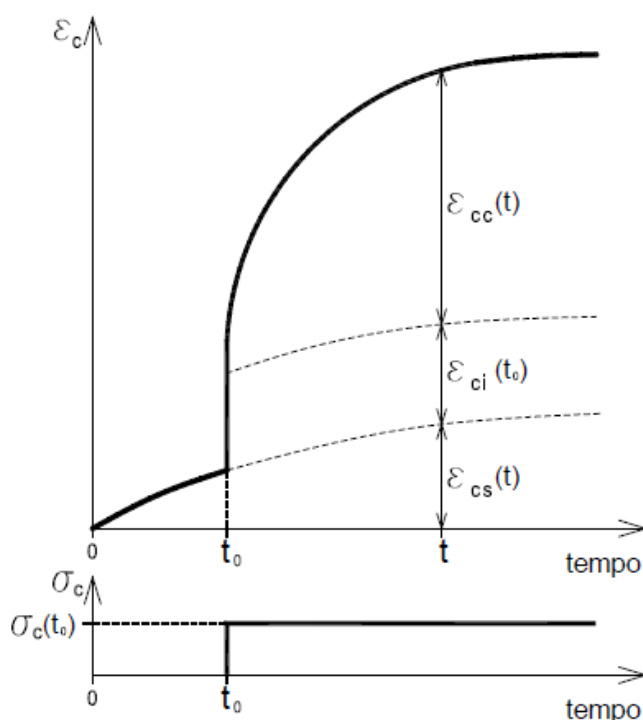


Fig. 2.1 – Componentes $\varepsilon_{ci}(t_0)$, $\varepsilon_{cc}(t)$ e $\varepsilon_{cs}(t)$ da deformação total de um elemento de betão sujeito a tensão constante. (Sousa, 2004)

2.2. COMPORTAMENTO DIFERIDO DO BETÃO NÃO FENDILHADO

2.2.1. RETRAÇÃO

A retração é uma propriedade reológica do betão que consiste numa variação gradual de volume desde o final da compactação e ao longo do tempo, não sujeita a tensões exteriores, a uma temperatura constante. Distinguem-se quatro tipos de deformações de retração:

- Retração plástica: devida à evaporação de água à superfície, quando o betão está ainda no seu estado plástico (antes da presa);

- Retração autógena: resulta da diminuição de volume durante a hidratação do cimento, sendo independente das condições de humidade;
- Retração de secagem: originada pela difusão da água para as faces expostas à secagem, na presença de um gradiente hídrico entre o betão e o meio ambiente;
- Retração por carbonatação: causada pela reação da pasta de cimento hidratado com o dióxido de carbono do ar na presença de humidade, que começa à superfície do betão e evolui para o interior à medida que avança a carbonatação do betão;
- Retração térmica: designada simplesmente como a contração do betão, após a sua presa, que ocorre com a dissipação das elevadas temperaturas geradas pela libertação do calor de hidratação. A evolução deste tipo de retração não é igual em todos os pontos de uma estrutura, pois a hidratação do cimento também não se desenvolve de modo uniforme. (Sousa, 2004)

Normalmente o conceito de retração esta associado à diminuição das dimensões de um elemento de betão, devido à retração por secagem. Este tipo de retração processa-se essencialmente da superfície para o interior das peças, dando origem ao aparecimento de tensões internas autoequilibradas (trações à superfície e compressões no interior do elemento). Esta propriedade revela-se importante nas construções em betão, pois devido à restrição que normalmente é imposta às variações de volume, resultam tensões de tração que quando superiores à resistência à tração do material originam o aparecimento de fissuras (Leitão L. , 2011).

A retração depende de diversos fatores: da dimensão da peça, do teor de água da amassadura, da dosagem de cimento, da natureza e da granulometria dos inertes, da duração do período inicial da cura, da luminosidade ambiente e da composição química do betão (Leitão L. , 2011).

No presente trabalho a deformação por retração é estimada a partir do Model Code 1990 (CEB-FIP, 1991), de acordo com a equação (2.2), (2.3), (2.4) e (2.5).

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t - t_s) \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = \left[160 + 10 \cdot \beta_{sc} \cdot \left(9 - \frac{f_{cm}}{10} \right) \cdot 10^{-6} \right] \quad (2.3)$$

$$\beta_{RH} = -1.55 \cdot \left(1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right) \quad (2.4)$$

$$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{t - t_s}{350 \cdot \left(\frac{h_{eq}}{100} \right)^2 + (t - t_s)} \right] \quad (2.5)$$

em que :

$\epsilon_{cs}(t, t_0)$	deformação total de retração no betão no instante t ;
ϵ_{cs0}	coeficiente de retração nominal;
$\epsilon_s(f_{cm})$	extensão que depende do tipo de betão;
f_{cm}	valor médio da resistência á compressão no betão aos 28 dias (MPa);
β_s	coeficiente que depende do tipo de cimento : $\beta_{sc}=4$ para cimentos do tipo SL, $\beta_{sc}=5$ para cimentos do tipo NR e $\beta_{sc}=8$ para cimentos do tipo RS (sendo os diferentes tipos de cimento identificados no MC90 (CEB-FIP, 1991));
β_{RH}	coeficiente que depende da humidade relativa;
RH	humidade relativa (%);
$\beta_s(t-t_s)$	coeficiente que exprime o desenvolvimento da retração com o tempo;
t	idade do betão (dias);
t_s	idade do betão no início da retração (dias);
h_{eq}	espessura equivalente do elemento, dada por $2A_c/u$;
A_c	área de betão transversal;
u	perímetro do betão exposto à atmosfera (mm).

2.2.2. EVOLUÇÃO DA RETRAÇÃO E DA TENSÃO NO BETÃO

Para melhor se perceber a evolução da retração ao longo do tempo e a tensão que esta provoca no betão foi realizado um pequeno exemplo recorrendo ao programa de cálculo DIANA. Este exemplo consiste na modelação de 1 elemento finito, de três nós, impedido totalmente de rotação e translação num dos nós de extremidade. A única ação relevante aplicada consiste na retração do betão. Para além dessa, é aplicada uma força de valor negligenciável para garantir um estado de equilíbrio no início da análise. Este modelo tem um comprimento de 1 metro, uma espessura 0.24 metros e uma taxa de armadura de 0,42 % por metro linear, tal como se pode observar na Fig. 2.2.

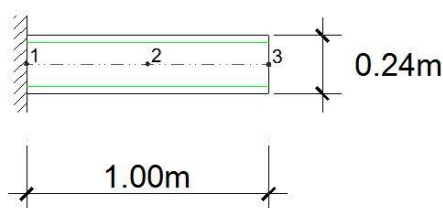


Fig. 2.2 – Modelo utilizado na caracterização do fenómeno de retração.

A barra do meio representada com os números 1 2 3 (numeração dos nós) corresponde ao eixo da secção do modelo e as restantes barras verdes correspondem ao eixo da armadura de baixo e o eixo da armadura de cima.

Nestes modelos foi considerado os efeitos de retração, fluência e a ausência de fendilhação. Foram também consideradas as características dos materiais de acordo com a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Características dos materiais do modelo

Propriedades		Unidades	
Betão	E_c	30.5	GPa
	f_{ck}	30	MPa
	G_f	0.058	$kN.m/m^2$
	Humidade relativa	60	%
	Coeficiente de Poisson (ν)	0.2	
	Temperatura	20	°C
	$heq=2.Ac/u$	240	mm
Aço	f_{sk}	500	MPa
	E_s	200	GPa

De acordo com as características mencionadas dos materiais e com o modelo apresentado observamos que a tensão no betão devido á retração e o próprio fenómeno de retração variam de acordo com Fig. 2.3 e Fig. 2.4, respetivamente.

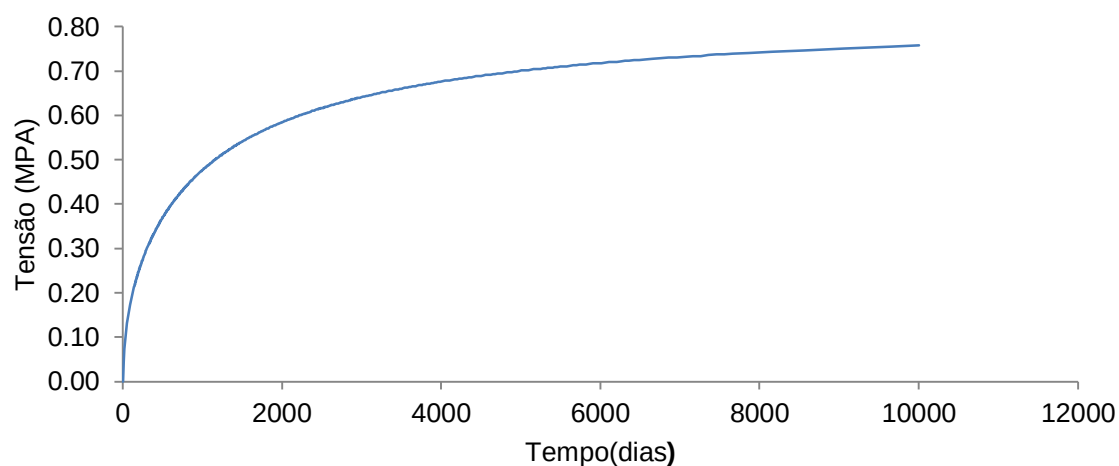


Fig. 2.3 – Evolução da tensão no betão devido á retração com o tempo

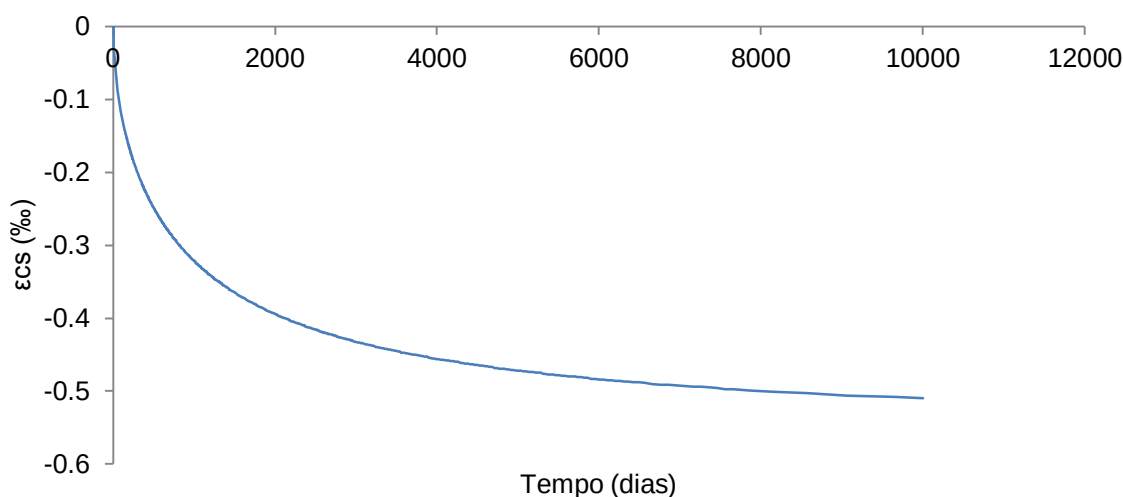


Fig. 2.4 – Evolução da extensão de retração do betão com o tempo

Foi considerado uma escala de tempo até aos dez mil dias por ser suficiente para a caracterização da curva de retração, visto que a partir de determinado tempo (aproximadamente 5 anos) esta se mantém praticamente constante. Com o desenvolvimento da retração observa-se que este fenómeno não linear provoca tensões de tração no betão.

2.2.3. FLUÊNCIA

A fluência define-se como sendo uma deformação adicional à deformação elástica instantânea que ocorre num elemento de betão quando este se encontra sujeito a um estado de tensão constante (Leitão L., 2011).

É geralmente aceite que a fluência do betão é devida, exclusivamente, à fluência da pasta de cimento hidratado, uma vez que os agregados de densidade normal apresentam fluência desprezável. A fluência da pasta de cimento hidratado é condicionada, principalmente, pela água contida na pasta. Para além dos movimentos de água (dependentes do estado de tensão) no sistema poroso da pasta, ocorrem processos de deslizamento e compactação. A alteração do conteúdo de humidade na pasta provocado, por exemplo, pela secagem, acelera este processo (Sousa, 2004).

Como a presente dissertação envolve o estudo dos efeitos da retração nas estruturas de betão armado, principalmente em lajes, ação diferida que envolve longos períodos de tempo para se desenvolver na sua globalidade, revela-se essencial modelar corretamente o fenómeno da fluência. Neste trabalho usa-se a lei de fluência preconizada pelo MC90 (que se revela praticamente idêntica à forma de estimar a fluência sugerida pelo EC2). Convém referir que as normas existentes que permitem definir a fluência são baseadas na idealização que o betão se encontra sobre a influência de tensões de compressão, pois muitas vezes, é conhecida só a classe de resistência na altura em que estão a ser realizados os cálculos. Assim, a sua aplicabilidade a análises que lidem com tensões de tração, tal como é o caso do presente estudo, deve ser feita com alguma reserva. No entanto considera-se, que de uma forma global, o comportamento do betão em termos de fluência consegue ser bem simulado pela aplicação do predisposto no MC90. No caso de solicitações de longa duração, a fluência altera significativamente a resposta da estrutura, devendo ser devidamente contabilizada pelos projetistas. Por este motivo,

convém realçar alguns dos fatores de que depende a fluência: a idade do carregamento, o período do carregamento, a humidade relativa do ambiente, a temperatura relativa do ambiente, a composição do betão, a consistência do betão e a forma da secção (Leitão L. , 2011).

Como o exposto para a retração, procedeu-se à análise de um pequeno modelo para a compreensão do fenómeno de fluência e como varia ao longo do tempo. Neste modelo as características das materiais mantêm-se de acordo com a Tabela 2.1. Porém o esquema estrutural altera-se para apenas um elemento de betão com 3 nós onde um dos nós de extremidade se encontra impedido de rotações e translações em qualquer direção, como apresentado na Fig. 2.5. Não foram considerados elementos de armadura, o fenómeno de retração e fendilhação nem cargas verticais. Somente foi considerado uma pequena força horizontal no nó de extremidade para implementação de um estado de tensão constante no elemento. Esta força foi estimada para que as tensões no betão fossem de 1 MPa, tal como mostra o gráfico da Fig. 2.6. A evolução do fenómeno de fluência é ilustrado pelo gráfico da Fig. 2.7.

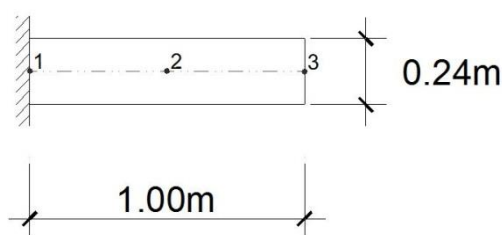


Fig. 2.5 – Modelo usado na caracterização da fluência.

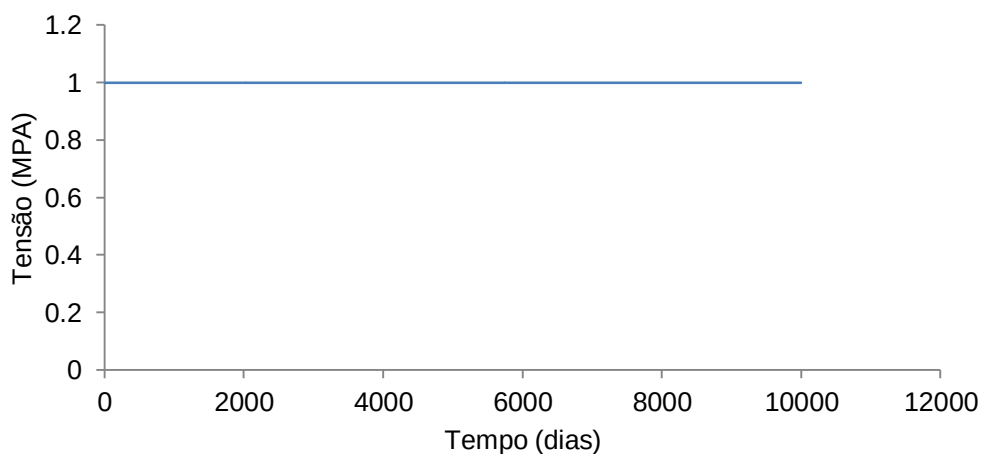


Fig. 2.6 – Tensão constante instalada no betão.

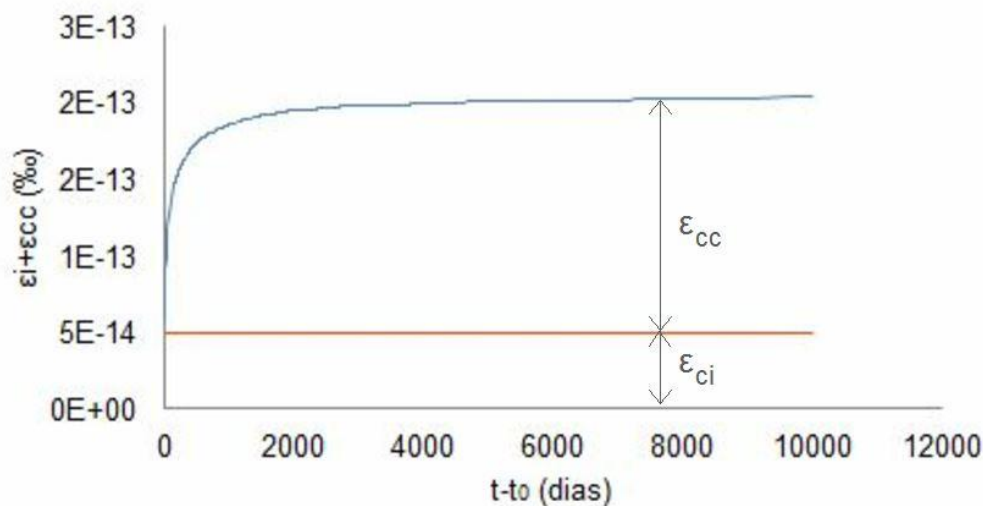


Fig. 2.7 – Evolução da Fluência do betão com o tempo.

Como apresentado na Fig. 2.7 verifica-se que a extensão para o elemento de betão é dada pelas equações (2.6) e (2.7).

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) \quad (2.6)$$

isto é,

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}(t_0)} + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}} \cdot \varphi(t, t_0) \quad (2.7)$$

em que ,

$\varepsilon_c(t)$ deformação de um elemento de betão;

$\varepsilon_{ci}(t_0)$ deformação instantânea (inicial);

$\varepsilon_{cc}(t)$ deformação por fluência;

$\sigma_c(t_0)$ tensão constante aplicada ao betão;

$E_{ci}(t_0)$ módulo de elasticidade tangente na origem do diagrama tensão-deformação do betão;

E_{ci} módulo de elasticidade tangente na origem, para uma idade de carregamento igual a 28 dias;

$\varphi(t, t_0)$ coeficiente de fluência (podendo ser estimado de acordo com o MC90)

t_0 idade do betão à data da aplicação da tensão.

Segundo o Model Code 1990 o módulo de elasticidade tangente na origem do diagrama tensão-deformação do betão é dado pela equação (2.8).

$$E_{ci}(t) = \sqrt{\beta_{cc}(t)} \cdot E_{ci} \quad (2.8)$$

Onde o módulo de elasticidade tangente na origem para idade de carregamento igual a 28 dias é dado pela equação (2.9).

$$E_{ci} = 2.15 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{\left(\frac{1}{8} \right)} \quad (2.9)$$

O coeficiente $\beta_{cc}(t)$ depende da idade do betão e é estimado segundo o MC90 pela equação (2.10).

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left[s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right) \right] \quad (2.10)$$

Onde,

s coeficiente que depende do tipo de cimento: s = 0.20 para cimento RS, 0.25 para cimento NR e 0.38 para cimento SL.

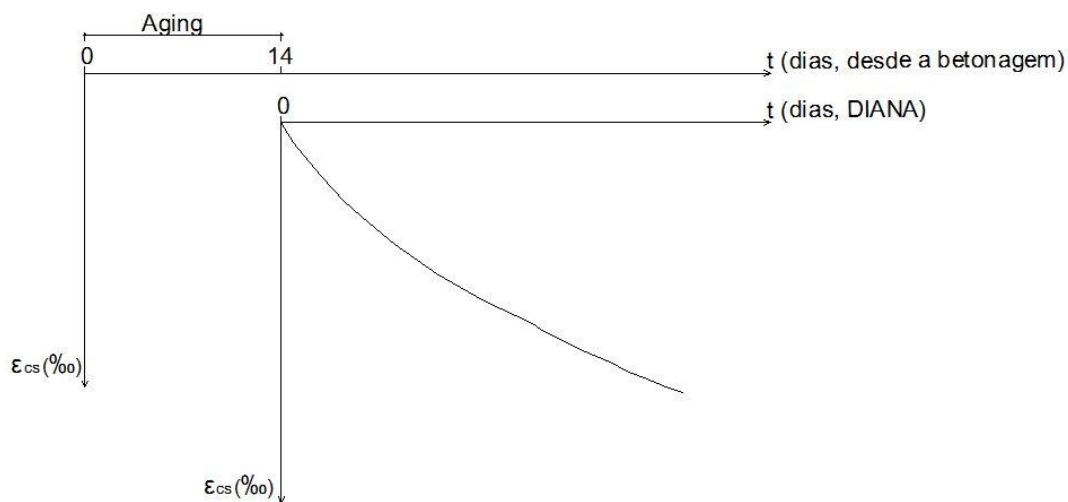
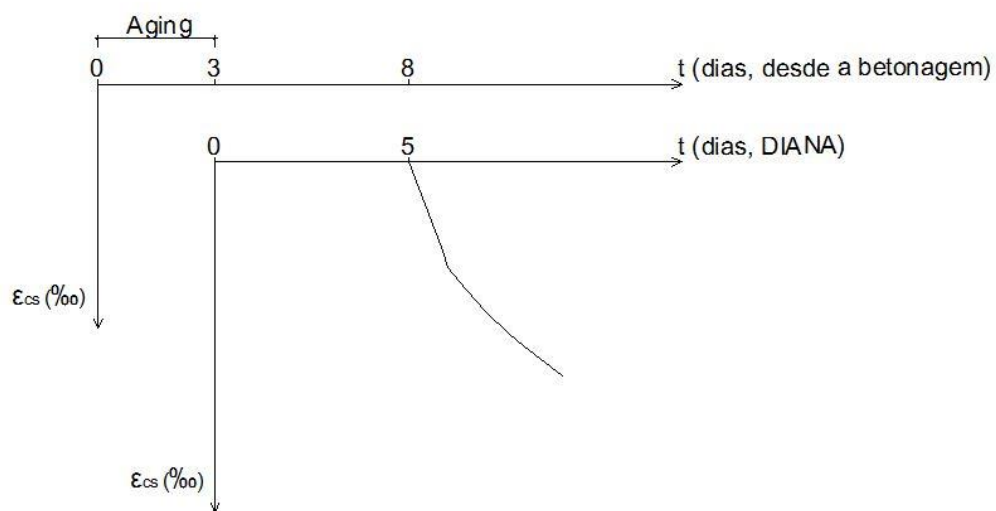
Pela observação da Fig. 2.6 a tensão no betão aparece junta ao eixo das ordenadas, ou seja, para um t_0 igual a zero dias. Este facto acontece porque neste exemplo, temos uma ação muito pequena a provocar tensões e logo no primeiro incremento de tempo sem a consideração da retração.

De acordo com a Fig. 2.7, depois de uma deformação inicial a deformação por fluência tem uma variação não linear e a partir de um determinado tempo torna-se praticamente constante. Neste exemplo a extensão de fluência apresenta valores muito baixos pois o estado de tensão instalado é muito pequeno.

2.2.4. CURAGE E AGING

Curage e *Aging* são dois conceitos associados ao *software* utilizado (DIANA) relativos ao modelo de retração e fluência. A compreensão destes dois conceitos é fundamental para a modelação posterior de tirantes e lajes. Entende-se por *Curage* como sendo a idade (dias) do elemento no final da cura e *Aging* a idade do betão (dias) no início da análise. Para melhor se perceber a sua definição e diferença foram realizados 2 modelos com diferentes valores para as variáveis. Estes exemplos têm por base as características dos materiais e o modelo apresentado em 2.2.2 do presente capítulo.

Os resultados obtidos são representados na Fig. 2.8 e na Fig. 2.9.



2.3. COMPORTAMENTO DO BETÃO FENDILHADO

2.3.1. MODELOS DE FENDILHAÇÃO

De acordo com a modelação de elementos finitos têm sido adotados dois tipos de modelos de fendilhação: o modelo de fenda discreta e o modelo de fenda distribuída.

Nos modelos de fenda discreta, esta é modelada através da separação dos nós pertencentes aos elementos adjacentes, introduzindo-se uma descontinuidade na respetiva interface. Este tipo de modelo torna-se mais apropriado para problemas com poucas fendas e onde a sua localização pode ser prevista antes da análise (Sousa, 2004) (Leitão L. , 2011).

Por outro lado, no modelo de fenda distribuída, o material fendilhado é considerado como um meio contínuo, mantendo-se a continuidade da geometria e do campo de deslocamentos da malha. O efeito de fendilhação é considerado através de uma modificação da lei tensão-extensão, inicialmente isotrópica substituída por uma relação tensão-extensão ortotrópica. Estes modelos são mais adequados para a análise de problemas caracterizados pela ocorrência de padrões de fendilhação difusa, podendo também ser utilizados na análise de problemas com fratura de tipo localizado (Sousa, 2004).

Dentro do conceito de fenda distribuída, distinguem-se ainda dois tipos de modelos: modelos de fenda fixa e os modelos de fendas rodadas. Nos modelos de fendas fixas a direção normal à fenda permanece inalterada após a sua formação. Nos modelos de fendas rodadas a normal à fenda pode rodar durante o processo de fratura do material (mantendo-se a co-axialidade com os eixos principais de deformação ou com os eixos principais de tensão) (Sousa, 2004).

No sentido de representar com um maior grau de aproximação as leis constitutivas que definem a evolução da fenda e tendo em conta o conceito de fenda distribuída revela-se fundamental uma correta interpretação das extensões na zona de fratura. Por este motivo, os modelos de fendilhação distribuída apresentam uma decomposição da extensão média em duas extensões distintas, tal como demonstram as equações (2.11) e (2.12): uma devido aos efeitos elásticos correspondentes ao betão existente entre as microfissuras (ε_e) e outra correspondente à própria fissura (ε_{cr}), denominado na nomenclatura inglesa de ‘*tensile crack strain*’.

$$\varepsilon_m = \varepsilon_e + \varepsilon_{cr} \quad (2.11)$$

Então,

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_m - \frac{\sigma_c}{E_{cm}} \quad (2.12)$$

Em que σ_c é a tensão de tração no betão.

No presente trabalho optou-se por um modelo de fendilhação distribuída que tem a possibilidade de formação de múltiplas fendas fixas com decomposição de extensões denominado na nomenclatura inglesa como ‘*multi-directional fixed crack*’ devido essencialmente á sua grande vantagem de combinação do efeito da fendilhação com efeitos não-lineares do betão, como a retração e a fluência.

De referir ainda a possibilidade da existência de mais do que uma fenda aberta simultaneamente num dado ponto de integração. Este facto resulta de: após a formação de uma fenda, quando é usado um

modelo de retenção de tensões de tração entre fendas, o valor da tensão normal retida e o valor da tensão de corte instalada na fenda podem originar uma rotação dos eixos principais de tensão e o surgimento de uma tensão principal de tração tal que justifique a formação de uma nova fenda com orientação diferente da primeira. Forma-se uma nova fenda assim que é atingido o critério limite da relação entre os valores das tensões principais, designado na nomenclatura inglesa por *tension cut-off criteria* (Sousa, 2004). Na Fig. 2.10 encontra-se ilustrado as duas formulações para *tension cut-off* disponíveis no *software*. Em todos os modelos analisados no presente estudo utilizou-se o critério de *tension cut-off* constante.

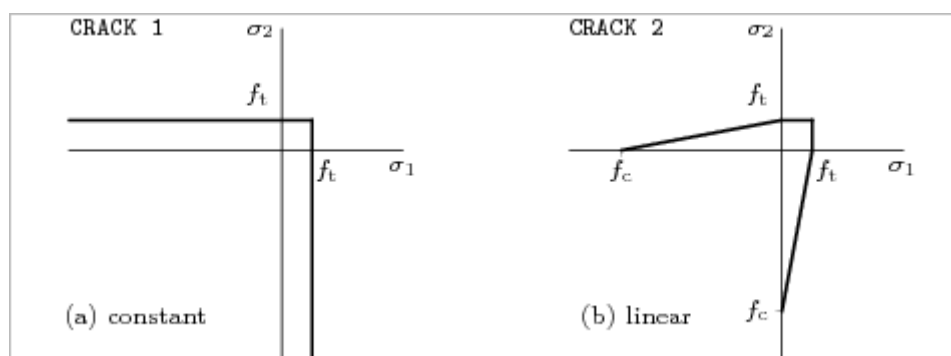


Fig. 2.10 – Modelos de *tension cut-off* implementados no programa. (DIANA, 2012)

2.3.2. DEFINIÇÃO DO DIAGRAMA DE RETENÇÃO DE TENSÕES DE TRAÇÃO NO BETÃO SIMPLES, '*TENSION SOFTENING*'.

O betão, mesmo após fissurar, apresenta alguma capacidade de retenção de tensões de tração. O efeito de amaciamento ou '*tension softening*' ocorre numa área que se encontra afastada dos varões, caracterizada somente por betão simples. O efeito de '*tension softening*' é representado por um diagrama tensão-extensão descendente após fendilhação, sendo a área delimitada pelo diagrama e o eixo das extensões correspondente á relação G_f/h_b (energia de fratura do betão) (Leitão, Faria, Azenha, & Sousa, 2012).

G_f é uma propriedade do material correspondente à quantidade de energia necessária para formar uma fenda, numa superfície com área unitária. O valor da energia de fratura não depende da banda de largura h_b . A banda de largura h_b está relacionada com a configuração da malha de elementos finitos, para que os resultados da análise não dependam da discretização usada. Note-se que G_f pode ser estimado de acordo com o MC90 e depende essencialmente do tipo de inertes utilizados no fabrico do betão. No presente trabalho considera-se uma forma linear para o diagrama de retenção de tensões de tração no betão simples, tendo como principal vantagem a sua simplicidade e porque no presente trabalho analisam-se estruturas de betão armado pouco sensíveis ao efeito de '*tension softening*'.

O diagrama que representa o efeito *softening* deverá ter uma área $g_f = G_f/h_b$ tal como é definido na Fig. 2.11. O parâmetro ε_{ts} , que define o ramo descendente da curva ilustrada na Fig. 2.11 é obtido pela equação (2.13).

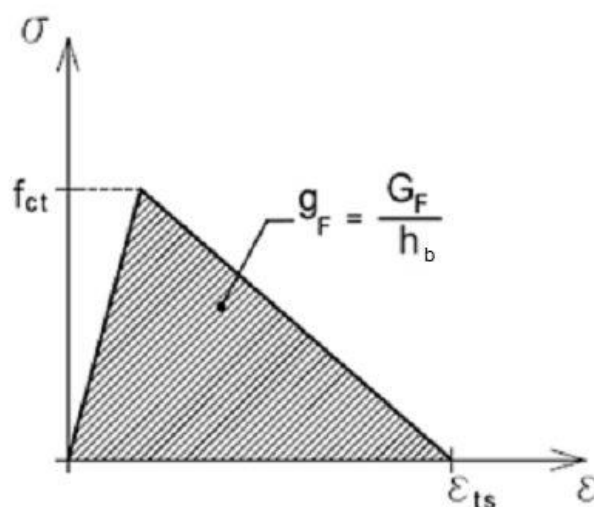


Fig. 2.11 – Diagrama de retenção de tensões de tração no betão simples (Sousa, 2004).

$$\varepsilon_{ts} = \frac{2 \cdot G_f}{h_b \cdot f_{ct}} \quad (2.13)$$

em que :

- ε_{ts} extensão de cálculo associada ao diagrama tensão-extensão do efeito *softening*;
- G_f energia de fratura do material;
- h_b banda de fendilhação, dependente do tamanho do elemento finito;
- f_{ct} resistência à tração;
- g_f área que define o gráfico que traduz o efeito de '*tension softening*'.

A definição deste ramo descendente do diagrama permite que a solução não dependa da malha de elementos finitos. A definição de h_b , de acordo com a malha de elementos finitos, serve somente para que exista uma correta dissipação da energia de fratura. Se tal não acontecesse os resultados ficavam dependentes do refinamento da malha e não do material utilizado. Podemos dizer então que introduzimos dados em função da malha para que os resultados obtidos não dependam desta (Leitão L. , 2011).

Os diagramas fornecidos ao DIANA são a relação tensão-extensão de fendilhação. Deste modo, em termos de '*tension softening*' o seu diagrama é o representado na Fig. 2.11 e o considerado pelo software é o representado na Fig. 2.12.

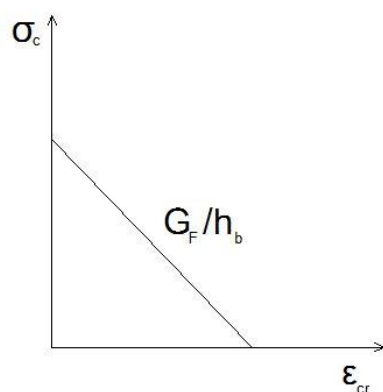


Fig. 2.12 – Diagrama de retenção de tração no betão simples considerado pelo *software*.

Neste caso basta fornecer ao programa G_f (energia de fratura) e h_b (banda de fendilhação) e o comportamento do betão simples é modelado como se verifica na Fig. 2.12 sem qualquer pré-processamento.

2.3.3. RETENÇÃO DE TENSÕES DE TRAÇÃO NO BETÃO ARMADO, 'TENSION STIFFENING'

O '*tension stiffening*' permite traduzir o efeito que o betão entre fendas provoca na rigidez dos elementos de betão armado através da retenção de tensões de tração após fendilhar. Nesses elementos de betão armado a retenção de tensões de tração é superior, ao que ocorre no betão simples, devido à transferência de tensões entre os materiais associada à sua aderência. Deste modo confere ao elemento um aumento de rigidez adicional. O efeito de *tension stiffening* só deve ser considerado na zona efetiva de betão que envolve a armadura tracionada, tal como definido na Fig. 2.13 em que :

- h altura total da secção;
- d altura útil dada pela distância entre o centro de gravidade das armaduras e o bordo da secção;
- x profundidade do eixo neutro;
- ϕ diâmetro do varão;
- t espessura;
- c recobrimento.

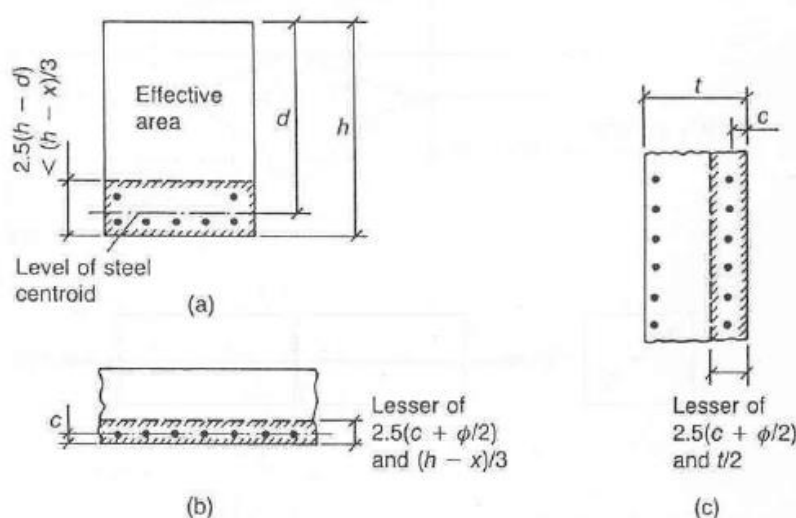


Fig. 2.13 - Determinação da área de betão efetivo: a) vigas; b) lajes; c) elementos em tração. (CEB-FIP, 1991)

Esta abordagem é adequada quando a armadura é modelada através de elementos embebidos no betão. Quando recorremos à modelação baseada no efeito de '*tension stiffening*', assente em parâmetros médios, é possível obter resultados bastante próximos da realidade, quer durante a fase de formação de fendas, quer na definição da rigidez do elemento após a fendilhação estabilizar.

Na presente dissertação, o efeito de '*tension stiffening*' é modelado de acordo com o diagrama da Fig. 2.14.

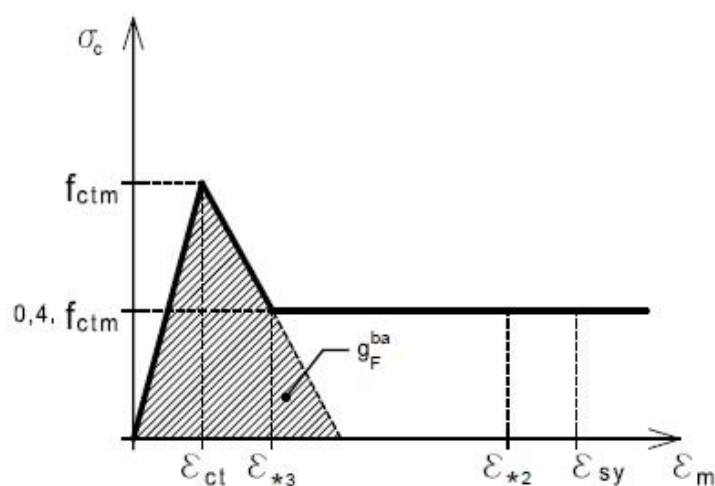


Fig. 2.14 - Diagrama de retenção de tensões de tração em elementos de betão armado. (Sousa, 2004)

Como observamos pela Fig. 2.14, o '*tension stiffening*' é representado por um ramo multilinear, no qual existe um patamar de tensão de tração assumido durante a fase de fendilhação estabilizada. Neste diagrama o esgotamento da energia de fratura G_f durante a fase de formação de cada fenda é simulado igualmente através de um ramo descendente, correspondente ao adotado para o '*tension softening*' (que garante uma correta dissipação da energia de fratura) (Leitão, Faria, Azenha, & Sousa, 2012).

Este ramo descendente termina quando a tensão atinge $\beta_t f_{ctm}$ e uma extensão dada pela equação (2.14)

$$\varepsilon_{*3} = \varepsilon_{ts} - \frac{\beta_t \cdot f_{ctm} \cdot (\varepsilon_{ts} - \varepsilon_{ct})}{f_{ctm}} \quad (2.14)$$

Onde a extensão associada à tensão de rotura do betão à tracção simples é obtida pela equação (2.15).

$$\varepsilon_{ct} = \frac{f_{ctm}}{E_{cm}} \quad (2.15)$$

em que :

- ε_{*3} extensão de cálculo associado ao diagrama tensão-extensão da metodologia '*tension stiffening*';
- β_t parâmetro que depende da duração da carga;
- f_{ctm} resistência média à tração do betão;
- ε_{ts} definido pela equação (2.13);
- E_{cm} modulo de elasticidade médio do betão.

Na presente dissertação, por questões de ordem prática e coerência com o diagrama considerado para efeito de '*tension stiffening*', na zona referente a esse efeito, após a cedência da armadura na secção da fenda, é considerada uma redução da tensão de cedência da armadura, de modo a garantir na zona da secção da fenda que a tensão de cedência nas armaduras não é ultrapassada tal como ilustra a Fig. 2.15. A tensão de cedência fictícia da amadura, f'_{sy} , é dada pela equação (2.16).

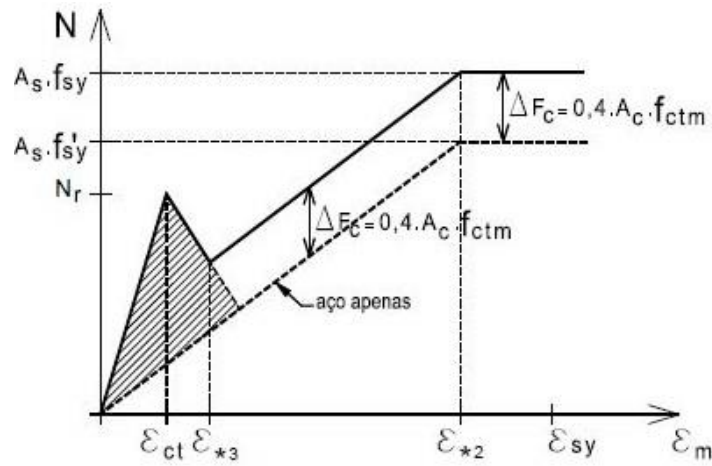


Fig. 2.15 – Diagrama tensão-extensão para um tirante tracionado (Sousa, 2004).

$$f'_{sy} = f_{sy} - 0,4 \cdot f_{ctm} \cdot \frac{A_{c,ef}}{A_s} \quad (2.16)$$

onde:

f_{sy} tensão de cedência das armaduras;

$A_{c,ef}$ área da seção efetiva de betão tracionado que envolve as armaduras tracionadas, calculada de acordo com a Fig. 2.13;

A_s área transversal da armadura.

Os valores referentes às extensões, $\epsilon_{*,2}$ e ϵ_{sy} , representadas na Fig. 2.15 são dados pelas equações (2.17) e (2.18).

$$\epsilon_{*,2} = \epsilon_{sy} - \beta_t \cdot \frac{f_{ctm}}{E_s \cdot \rho_{s,ef}} \quad (2.17)$$

$$\epsilon_{sy} = \frac{\sigma_{s,cedência}}{E_s} \quad (2.18)$$

em que:

$\epsilon_{*,2}$ extensão de cálculo associada ao diagrama tensão-extensão para modelação do aço em cedência na seção da fenda;

ϵ_{sy} extensão de cedência do aço;

$\sigma_{s,cedência}$ tensão de cedência do aço;

E_s módulo de cedência do aço;

$\rho_{s,ef}$ parâmetro que traduz a percentagem de armadura existente na zona de betão que é afetada pela interface aço/betão. O cálculo deste parâmetro está de acordo EC2, indica-se a leitura do seu subcapítulo 4.3.1 de forma a proceder a uma estimativa correta deste valor (ver Fig. 2.13).

No presente estudo a armadura é modelada em elementos embebidos de acordo com o gráfico da Fig. 2.16.

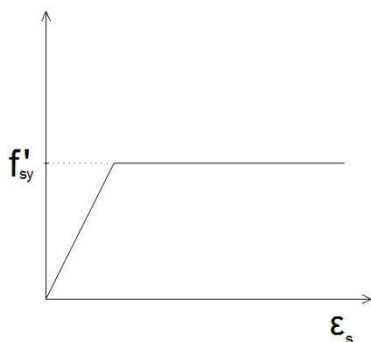


Fig. 2.16 – Diagrama tensão-extensão considerado para a armadura no presente estudo.

A correta modelação do efeito de '*tension stiffening*' torna-se importante em estruturas em estado limite de serviço para que sejam traduzidas corretamente as características de rigidez dos elementos de betão armado tracionado e a correta quantificação da abertura de fendas (Sousa, 2004) .

Como já referido para a modelação do efeito de '*tension softening*', os diagramas fornecidos ao *software* têm em conta as extensões de fendilhação. De acordo com as equações (2.11) e (2.12), o diagrama fornecido ao programa para modelar o comportamento do betão armado entre fendas é o ilustrado pela Fig. 2.17.

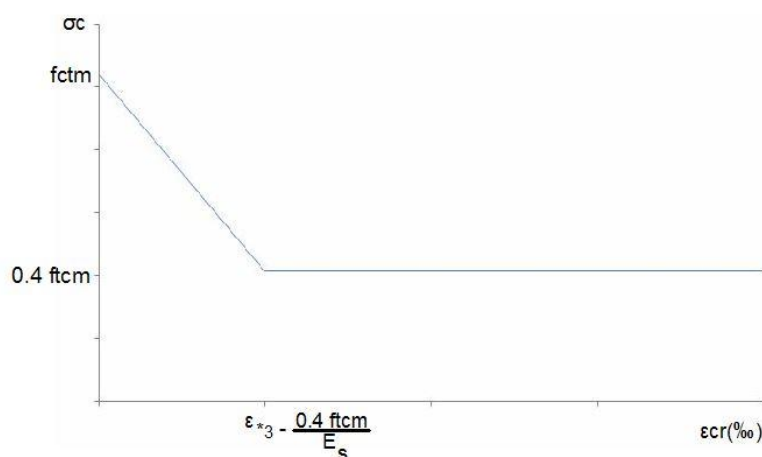


Fig. 2.17 – Diagrama, ilustrativo, de retenção de tensões de tração em elementos de betão armado fornecido ao *software*.

De referir, que no presente trabalho não é usado nenhum modelo de aderência aço/betão concreto pois entendeu-se que esse fenómeno é bem caracterizado pelo efeito '*tension stiffening*'.

Nas análises numéricas efetuadas no presente estudo considera-se, durante a fase de fendilhação estabilizada, uma tensão média retida pelo betão igual a 40 por cento da sua resistência a tração, tal como mostra a Fig. 2.14 e Fig. 2.17. Assim, o valor da abertura de fendas pode ser calculado (de forma coerente com o que é estabelecido no MC90, para situações em que as ações são de longa duração), multiplicando o valor da extensão de fendilhação dado pelo DIANA, ε_{cr}^{DIANA} , pela distância máxima entre fendas, $l_{s,max}^k$ (calculado de acordo com o MC90), tal como demonstram as equações (2.19) e (2.20).

$$w_k = \varepsilon_{cr}^{DIANA} \cdot l_{s,max}^k \quad (2.19)$$

onde,

$$l_{s,max}^k = \frac{\phi_s}{3.6 \cdot \rho_{s,ef}} \quad (2.20)$$

em que,

$l_{s,max}^k$ distância máxima entre fendas em fase de fendilhação estabilizada;

ϕ_s diâmetro do varão;

ρ_{sef} percentagem efetiva de armadura dada por $A_s/A_{c,ef}$;

2.3.4. ABERTURA DE FENDAS SEGUNDO O MC90 (CEB-FIP, 1991)

Ao longo do presente trabalho o cálculo analítico de abertura de fendas será realizado de acordo com o estipulado pelo MC90. Este critério é usado para que o cálculo analítico seja coerente com os resultados das análises não lineares.

Segundo o MC90 a abertura de fendas é calculado pela equação (2.21).

$$w_k = l_{s,max}^k \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs}) \quad (2.21)$$

A determinação da deformação relativa entre betão e aço é calculada pela equação (2.22).

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{s2} - \beta \cdot \frac{f_{ctm}}{\rho_{s,ef}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef})}{E_s} \quad (2.22)$$

onde,

σ_{s2} tensão na armadura calculada em seção totalmente fendilhada;

σ_{sE} tensão da armadura no ponto de deslizamento nulo;

τ_{bk} tensão de aderência média ao longo do comprimento de deslizamento entre aço e betão relativo ao quantil inferior;

α_e razão entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade do betão.

Os respetivos valores de β e τ_{bk} encontram-se na **Erro! A origem da referência não foi encontrada..**

Tabela 2.2 – Valores de β e τ_{bk} de acordo com MC90. (CEB-FIP, 1991)

	Fase de Formação de fendas		Fase de Fendilhação estabilizada	
	β	τ_{bk}	β	τ_{bk}
Ação de Curta Duração	0.6	$1.8 f_{ctm} (t)$	0.6	$1.8 f_{ctm} (t)$
Ação de Longa Duração	0.6	$1.35 f_{ctm} (t)$	0.38	$1.8 f_{ctm} (t)$

De referir que a abertura de fendas segundo o MC90 resulta do deslizamento relativo entre os materiais ao longo do comprimento $l_{s,max}^k$ para um valor de aderência relativo ao quantil inferior (τ_{bk}). A contribuição da extensão de retração (ε_{cs}) também é considerada sendo coerente com o tipo de análise que se pretende com este trabalho, ao contrário por exemplo do EC2 no subcapítulo 7.3.4, que não considera a extensão de retração no cálculo de abertura de fendas.

2.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente capítulo pretendeu-se clarificar as considerações gerais efetuadas no presente trabalho para o comportamento do betão não fendilhado e fendilhado. Tendo em conta um comportamento do betão não fendilhado procurou-se analisar os fenómenos de retração e fluência com pequenos exemplos recorrendo ao programa de cálculo DIANA. Por outro lado, através da caracterização dos efeitos de ‘*tension softening*’ e ‘*tension stiffening*’ pretendeu-se explicar o comportamento do betão em fase fendilhada, assim como o cálculo de abertura de fendas na presente dissertação. A fendilhação é tratada usando modelos de fendilhação distribuída de múltiplas fendas fixas com decomposição de extensões permitindo considerar em simultâneo os efeitos de fendilhação, retração e fluência. Só uma correta modelação constitutiva dos materiais permite obter resultados realistas

3

SIMULAÇÃO DA FENDILHAÇÃO EM TIRANTES DE BETÃO ARMADO DEVIDO A DEFORMAÇÕES IMPOSTAS INTERNAS E EXTERNAS

3.1. INTRODUÇÃO

No presente capítulo pretende-se analisar a variação do esforço axial e a abertura de fendas em tirantes sujeitos a deformações impostas interna e externa. Entende-se como deformação imposta interna como a resultante de deformações intrínsecas ao elemento em estudo, em resultado da retração do betão ou de variações de temperatura. De referir, que a própria armadura apesar de não estar sujeita a deformações impostas como o betão (por exemplo retração), esta provoca uma restrição ao elemento de betão devido à compatibilização de extensões dos materiais. Por outro lado uma deformação imposta externa resulta de ações exteriores ao elemento em estudo, aplicadas nas suas fronteiras (um assentamento de apoio, por exemplo, ou deformações de elementos vizinhos).

A análise numérica baseada no MEF surge então como uma ferramenta essencial ao estudo destes fenómenos não-lineares. Porém não deixam de existir limitações inerentes a esta análise nomeadamente na discretização da malha de elementos finitos e nos processos de convergência. Neste capítulo são usadas malhas não muito refinadas que consigam modelar o comportamento do betão, de acordo com o explicado no capítulo 2, de modo a que se obtenham resultados realistas. Estas malhas serão aplicadas em modelos simples (tirantes) para que sejam posteriormente aplicáveis a outras estruturas, como lajes.

Os objetivos principais deste capítulo são: perceber que influência o fenómeno de retração, quando restringido, tem na variação do esforço axial e na abertura de fendas e validar o procedimento de simulação numérica para posterior aplicação em lajes. Para que estes objetivos fossem concretizados, no presente capítulo foram elaborados tirantes de betão armado, com 3 diferentes percentagens de armadura. Os mesmos tirantes são analisados com deformações impostas externas e internas. Neste

capítulo considerou-se as propriedades geométricas e materiais iguais àquelas que foram consideradas por (Luís, 2005). Este autor analisou também, na sua dissertação de mestrado, o comportamento de tirantes de betão armado sujeitos a deformações impostas impedidas, usando diferentes procedimentos de análise. Deste modo podem ser comparados os resultados obtidos através das duas estratégias.

De referir que em todas as simulações efetuadas no presente capítulo utilizou-se o programa de cálculo DIANA.

3.2. CARACTERIZAÇÃO DAS ESTRUTURAS EM ANÁLISE E DO MODELO ADOTADO

Neste capítulo, o modelo adotado é comum aos dois tirantes de betão armado mudando apenas o tipo de deformação imposta. Não foi considerado qualquer peso próprio para não introduzir nenhum tipo de flexão.

3.2.1 MATERIAIS, GEOMETRIA E CONDIÇÕES DE APOIO

O modelo é caracterizado por um tirante constituído por betão armado, bi-encastado para que as deformações estejam completamente restringidas, uma espessura de 0.24 m, um vão de 7 m e um aço S500, tal como mostra a Fig. 3.1 e a Tabela 3.1.

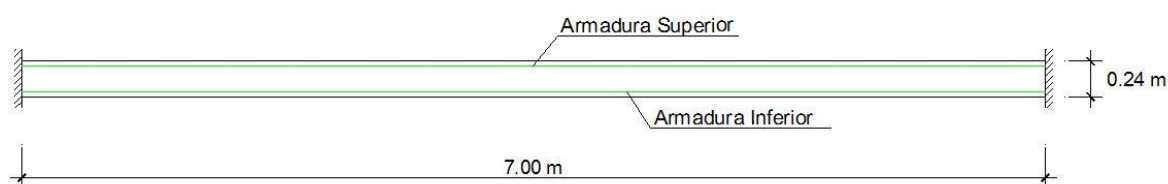


Fig. 3.1 – Modelo tipo utilizado para os tirantes de betão armado.

Tabela 3.1 – Propriedades dos materiais considerados.

Propriedades		Unidades	
Betão	E_c	30.5	GPa
	f_{ck}	30	MPa
	f_{ct}	2.56	MPa
	G_f	0.058	kN.m/m^2
	Humidade relativa	60	%
	Coeficiente de Poisson (ν)	0.2	
	Temperatura	20	$^{\circ}\text{C}$
	$h_{eq}=2.A_c/u$	240	mm
Aço	f_{sk}	500	MPa
	E_s	200	GPa

Foi considerado nos dois modelos um recobrimento de 25 mm, medido até á face da armadura, por se tratar do recobrimento para uma exposição ambiental normal (XC1) e para um tempo de vida útil de

projeto de 50 anos segundo EC2. Também foi considerado um diâmetro de 12 mm que entendemos adequado para esta análise e para que o eixo da armadura fosse constante e igual para todos os tirantes. No presente trabalho foi considerado um cimento de classe NR.

As quantidades de armadura utilizadas são as representadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Percentagens de armadura utilizadas.

Casos de Análise	As, superior (cm ² /m)	As, inferior (cm ² /m)	ρ_{total} (%)
1	6.28	6.28	0.260+0.260
2	10.18	10.18	0.425+0.425
3	20.11	20.11	0.840+0.840

Nestes tirantes a armadura é simétrica por metro linear, sem qualquer tipo de dispensa e modelada no *software* por elementos embebidos com o diagrama de tensão-extensão que se apresenta na Fig. 2.16 e de acordo com o explicado em 2.3.3 relativo à tensão fictícia de cedência do aço.

3.2.2 ESQUEMA DE INTEGRAÇÃO E DEFINIÇÃO DAS ZONAS DE *STIFFENING* E *SOFTENING*

O modelo desenvolvido assume uma representação dos elementos de BA através de elementos finitos do tipo viga de três nós e dois pontos de integração na direção do eixo da barra. Cada ponto de integração na direção do eixo da barra tem nove pontos de integração na secção transversal de acordo com o método de Simpson, tal como se pode observar na Fig. 3.2. Na transição de zonas há sobreposição de dois pontos de integração na secção transversal, pois cada zona é caracterizada por 3 pontos de integração nessa direção.

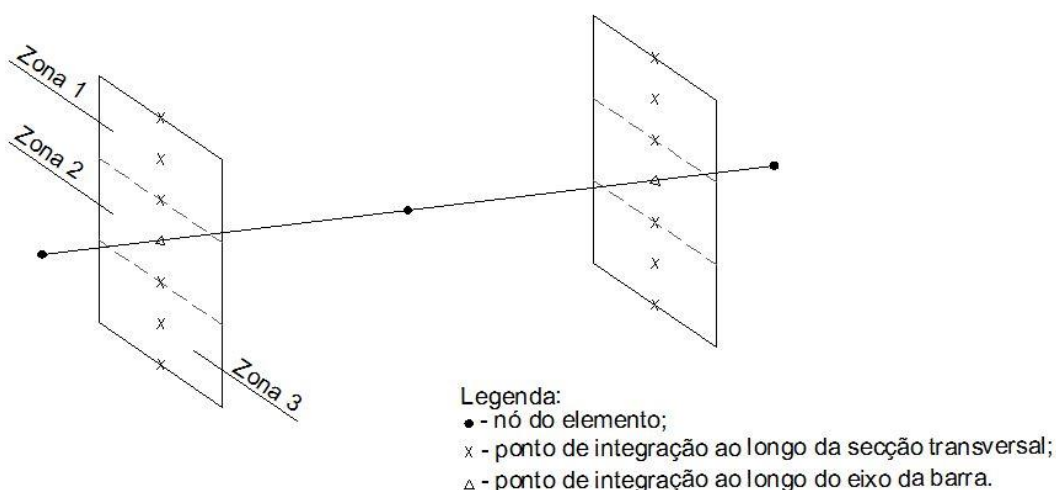


Fig. 3.2 – Esquema ilustrativo da integração usado no modelo

Na zona 1 e 3 o betão é modelado de acordo com o diagrama de '*tension stiffening*' (ver Fig. 2.14) e a zona 2 de acordo com o '*tension softening*' (ver Fig. 2.11). Nestes modelos como a percentagem de armadura é simétrica o diagrama de '*tension stiffening*' será igual na zona 1 e na zona 3. A área efetiva

associada ao efeito de '*tension stiffening*', é calculada segundo o EC2 para elementos de betão armados quando sujeitos a tração pura, semelhante ao considerado pelo MC90 e como representado na Fig. 2.13.

3.2.3 MALHA DE ELEMENTOS FINITOS E VARIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE TRAÇÃO DO BETÃO AO LONGO DOS ELEMENTOS FINITOS.

Neste modelo foi considerado um tamanho do elemento finito igual á distancia máxima entre fendas, na fase de fendilhação estabilizada segundo MC90 (ver equação (2.20)). A redução de rigidez que ocorre quando se forma uma fenda sente-se ao longo desse comprimento, estando em coerência com o diagrama de *tension stiffening* adotado, que traduz o comportamento médio ao longo desse comprimento. Ao longo desse elemento finito ($h_b = l_{s,max}^k$) a energia de fratura será corretamente dissipada.

Para que o tirante não fendilhe integralmente e simultaneamente, foi considerado uma variação da resistência á tração de 0,5% ao longo dos elementos sendo a resistência á tração do primeiro elemento considerada $f_{ct,1} = 2,56$ MPA, tal como ilustra a Fig. 3.3.

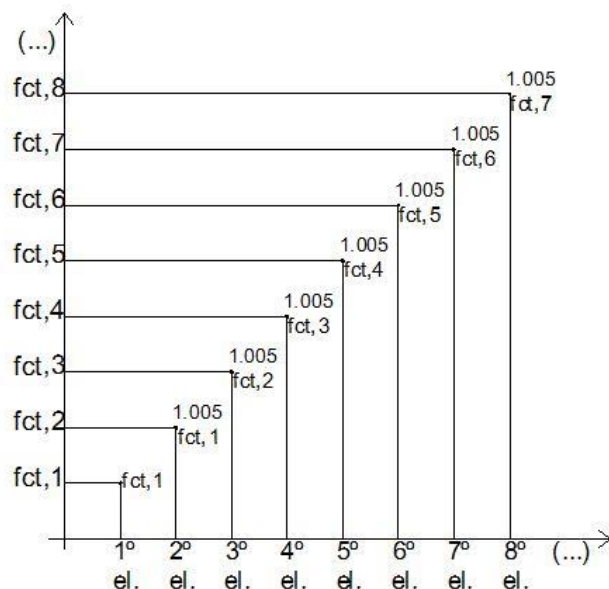


Fig. 3.3 – Variação da resistência a tração ao longo dos elementos finitos.

A utilização deste critério também visa aproximar o comportamento do tirante o mais próximo da realidade pois o valor constante da resistência a tração ao longo de um tirante real não acontece.

Se não fossem aplicados estes critérios quando aplicado uma deformação imposta axial todos os elementos fissuravam de uma só vez originam problemas de convergência no modelo.

3.3. TIRANTE SUJEITO A UMA DEFORMAÇÃO IMPOSTA EXTERNA

O tirante seguidamente apresentado é modelado de acordo com o descrito nos subcapítulos anteriores tendo em conta o fenómeno de fluência, fissuração e não considerando a retração. Este tirante é sujeito a uma deformação imposta externa através de um assentamento de apoio horizontal (ver Fig. 3.4).

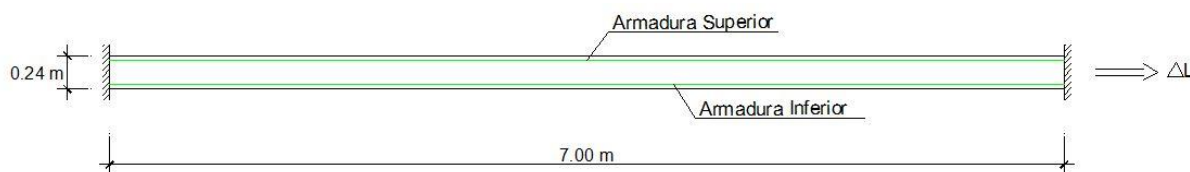


Fig. 3.4 – Modelo utilizado na análise de um tirante com deformação imposta externa.

3.3.1 MODELAÇÃO DA DEFORMAÇÃO IMPOSTA E ANÁLISE NUMÉRICA INCREMENTAL.

A utilização de uma deformação imposta externa através do controlo de um assentamento de apoio horizontal deve-se ao facto de que através desta simulação verifica-se a queda do esforço axial e a formação sucessiva de fendas. Se esta deformação imposta fosse simulada através de um controlo de força não era possível captar a resposta do tirante durante a fase de formação de fendas. Com o aumento dessa força ocorria a formação de um patamar e não de uma fase de formação de fendas. Tal facto não corresponde ao pretendido.

A variação ao longo do tempo da deformação imposta externa é regida pela lei constitutiva da evolução de retração, tal como é explicado nos pressupostos do subcapítulo 2.2.2. A Fig. 3.5 representa a evolução do incremento de deformação imposta aplicada ao tirante ao longo do tempo, em que factor é traduzido pela equação (3.1).

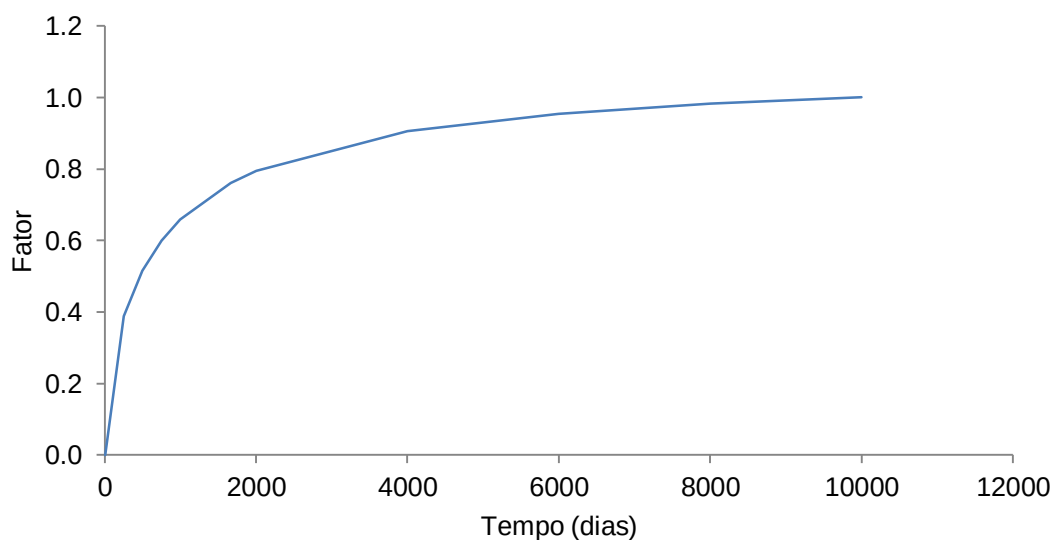


Fig. 3.5 – Evolução do incremento da deformação imposta externa ao longo do tempo.

$$Fator = \frac{\varepsilon_{cs}(t)}{\varepsilon_{cs}(t_{final\ considerada})} \quad (3.1)$$

De acordo com a Fig. 3.5 e a equação (3.1) para um determinado instante de tempo, segundo a variação da lei do fenómeno de retração, a deformação imposta externa aplicada ao tirante será o *Factor* a multiplicar por Δ_L , sendo delta L o valor final da deformação externa (ver equação (3.2)) tal que provoque a cedência das armaduras.

$$\Delta_L = \varepsilon_{sy} \cdot L = 0,0025 \times 7 = 0,0175 \text{ metros} \quad (3.2)$$

onde:

ΔL deformação externa aplicada;

ε_{sy} extensão de cedência das armaduras;

L comprimento do tirante.

Nesta análise optou-se por uma simulação aproximadamente de 10.000 dias por ser suficiente para os resultados pretendidos. Deste modo torna-se evidente a rapidez do cálculo e ausência de problemas de convergência. O critério de convergência foi modelado em termos de forças ou deslocamentos de acordo com o método de Newton. Para mais informações acerca dos métodos de convergência propomos a leitura do manual do *software* (DIANA, 2012). Mantiveram-se também cuidados na discretização da incrementação numérica, de forma a obter uma fendilhação gradual e controlada, para que não se formassem fendas simultaneamente.

3.3.2 ANÁLISE DA VARIAÇÃO DO ESFORÇO AXIAL

De acordo com o que se tem vindo a explicar obtiveram-se os resultados representados na Fig. 3.6, em termos de esforço axial, para os tirantes com deformação imposta externa, com diferentes percentagens de armaduras.

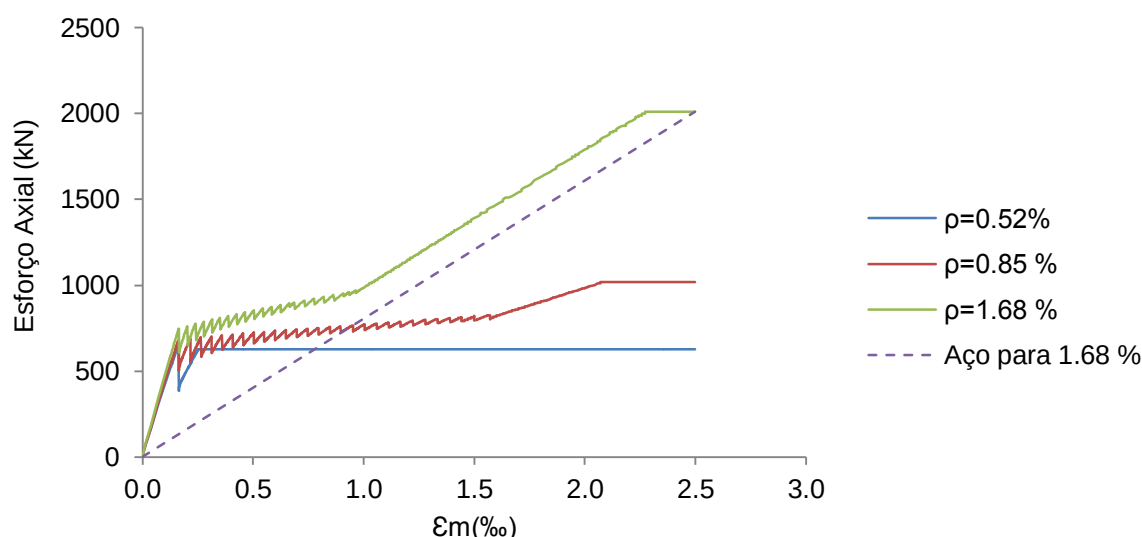


Fig. 3.6 – Variação do esforço axial para tirantes com deformação imposta externa com diferentes percentagens de armadura.

Como observamos pelo gráfico da Fig. 3.6 numa fase inicial ambos os materiais encontram-se em regime linear-elástico, sendo aproximadamente igual a sua deformação. Então, o esforço axial é dado pela equação (3.3).

$$N = N_c + N_s = \varepsilon_m \cdot E_{ci} \cdot A_c \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s) \quad (3.3)$$

Onde:

ε_m extensão média no tirante de betão armado tracionado igual a $\Delta L(t)/L$;

$\Delta L(t)$ deslocamento horizontal num determinado tempo;

α_e razão entre o modulo de elasticidade do aço e o modulo de elasticidade do betão;

ρ_s percentagem de armadura.

A primeira fenda forma-se quando a tensão no betão atinge pela primeira vez um valor igual a f_{ct} . Tal acontece quando o esforço axial atinge o valor do esforço de fendilhação (N_{cr}) (ver equação (3.4)).

$$N_{cr} = f_{ct} \cdot A_c \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s) \quad (3.4)$$

No caso destes tirantes a primeira fenda forma-se no primeiro elemento, pois aí existe uma resistência à tração mais baixa em relação aos outros elementos (ver Fig. 3.3). Como se pode verificar pelo gráfico da Fig. 3.6 este esforço de fendilhação tem uma tendência ascendente pois, como já foi referido, as resistências à tração variam de elemento para elemento e cada vez maiores, logo cada elemento necessita de um esforço de fendilhação maior para atingir a sua resistência de tração.

Quando o esforço de fendilhação é atingido, a tensão no betão anula-se na secção da fenda, ocorrendo uma transferência de tensões de tração entre os materiais. Devido à fendilhação existe uma perda de rigidez do tirante, fazendo com que o esforço axial no tirante diminua tal como se observa na Fig. 3.6. O posterior aumento da deformação imposta provoca uma nova subida do esforço axial de tração, até ser atingida novamente a resistência à tração de cada elemento, altura em que se forma uma nova fenda. O processo de formação de fendas termina quando todos os elementos estiveram fissurados ao longo dos 7 m do tirante.

De referir, que para o tirante com percentagem de armadura de 0.52 % existe uma queda do esforço axial significativa quando se forma a primeira fenda. Para além deste facto, quando a deformação aumenta a armadura entra em patamar de cedência sem se formar mais nenhuma fenda. Este facto acontece porque a armadura está dimensionada para uma resistência à tração do betão de 2.56 MPa. Como no segundo elemento a resistência à tração é ligeiramente superior, necessita de um esforço de fendilhação maior, fazendo com que a armadura não seja capaz de suportar esse esforço e entre em cedência na secção fissurada sem se formar mais nenhuma fenda.

De notar que para percentagens de armaduras maiores, maior será o esforço de fendilhação, como se pode verificar pela diferença de variação de esforço axial entre os gráficos para diferentes percentagens de armadura. Podemos observar também que o número de fendas é maior para uma percentagem de armadura mais baixa. Este facto deriva essencialmente do número de elementos finitos ao longo dos 7 m, que depende do tamanho dos elementos finitos, que está intimamente relacionado com a percentagem de armadura. Claramente, o esforço de fendilhação e a abertura de fendas dependem da quantidade de armadura.

Com a fase de formação de fendas terminada e com o aumento da deformação imposta, a tensão no betão mantém-se inalterada. Então, numa fase posterior de fendilhação estabilizada, o contributo do betão entre fendas é importante para a rigidez do tirante. Este facto é retratado na Fig. 3.6 pela linha ascendente sem quebras depois da formação de todas as fendas, nos tirantes de percentagens 0.85% e 1.68 %.

Quando o esforço de tração no tirante atinge o valor $A_s \cdot f_{sy}$, a armadura entra em cedência na secção da fenda. Assumindo um comportamento da armadura elástico-plástico (ver Fig. 2.16), um posterior aumento da deformação imposta não dá origem ao aumento do esforço axial no tirante mantendo-se este constante originando o patamar horizontal.

3.3.3 ANÁLISE DA ABERTURA DE FENDAS

Nesta seção foram privilegiados os tirantes com percentagens de armadura de 0.85 % e 1.68 % porque, como se viu no subcapítulo anterior, no tirante com uma percentagem igual a 0.52 % só se forma uma fenda entrando posteriormente o aço em cedência na seção fissurada.

Para o cálculo da abertura de fendas é realizado um pós processamento de acordo com os resultados obtidos pelo *software* DIANA. Conforme foi mencionado anteriormente, um dos resultados obtidos na análise não-linear é a extensão de fendilhação ($\mathcal{E}_{cr}$) em cada ponto de integração ao longo do eixo da barra para cada respetivo ponto de integração na seção transversal (1 a 9) (ver Fig. 3.2). Para obter a abertura de fendas multiplica-se a extensão de fendilhação média entre os dois pontos de integração ao longo do eixo da barra pertencentes a cada elemento finito e o seu respetivo tamanho (correspondente á distancia máxima entre fendas segundo MC90). Como a abertura de fendas é igual para ambas as faces do elemento de betão, neste capítulo, esta foi calculada para a superfície 1, que corresponde ao primeiro ponto de integração na seção transversal.

Deste modo obtiveram-se os resultados para os 3 primeiros elementos de cada tirante, apresentados na Fig. 3.7 e na Fig. 3.8.

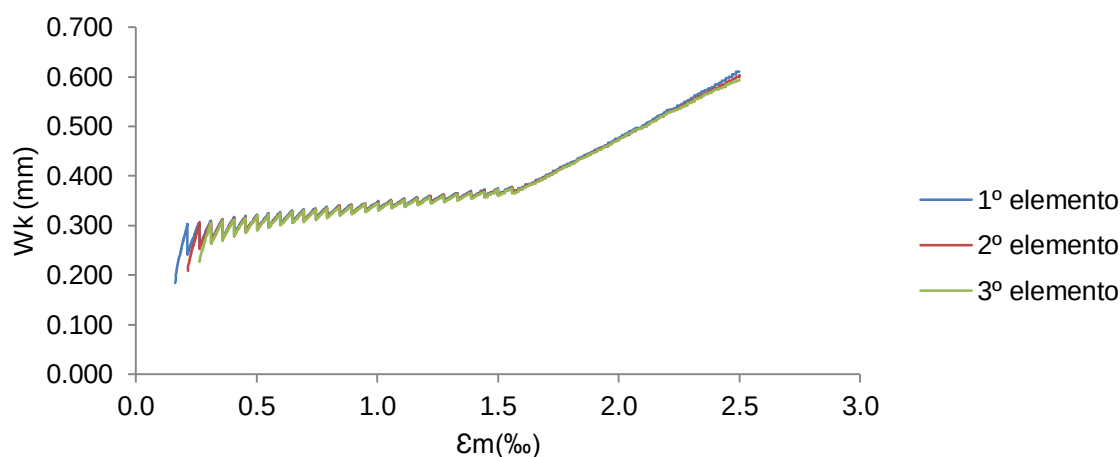


Fig. 3.7 – Abertura de fendas para um tirante com deformação imposta externa com percentagem de armadura de 0.85 %.

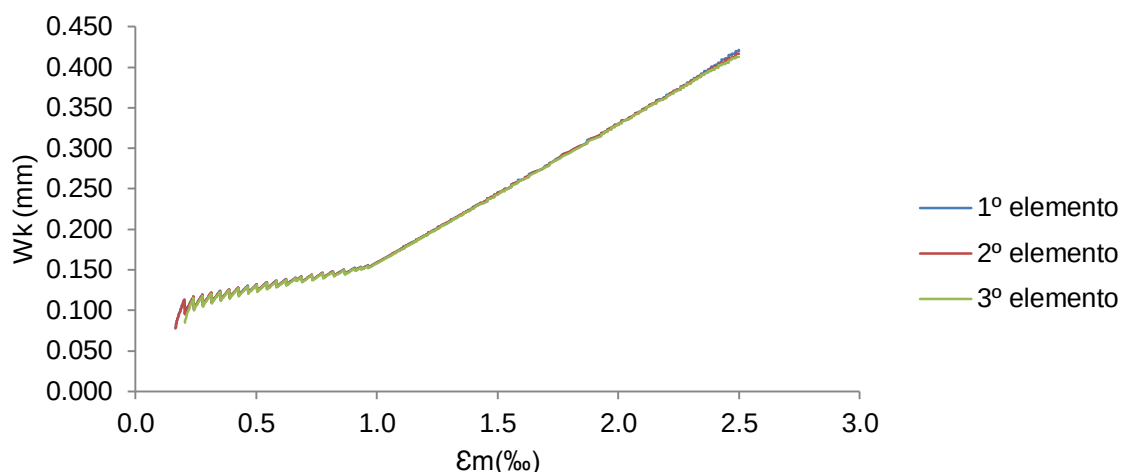


Fig. 3.8 – Abertura de fendas para um tirante com deformação imposta externa com percentagem de armadura de 1.68 %.

Pela observação do gráfico da Fig. 3.7 e da Fig. 3.8, para uma determinada deformação, a fenda, para cada elemento, vai abrindo até chegar a um determinado valor. Durante esse processo da abertura de fenda, ocorrem transferências de tensões entre os materiais onde a tensão no betão vai diminuindo porque vai fissurando (perde rigidez) e a tensão no aço aumenta.

Chegada a essa determinada abertura, a fenda fecha um pouco porque abriu uma fenda noutro elemento, o esforço axial diminui, diminuindo a tensão na armadura. Com o aumento da deformação a fenda volta novamente a abrir, mais do que a primeira vez, porque o esforço axial no tirante, correspondente aquela deformação num tempo subsequente, é maior e aumenta a extensão de fendilhação logo aumenta a abertura da fenda relativamente à primeira abertura que se sucedeu. Quando já se formaram as fendas todas e aumentando a deformação estas vão abrindo com igual valor e todas ao mesmo tempo, sem a cedência da armadura na seção da fenda, até um determinado valor máximo. De referir também, que o que difere as aberturas de fendas de uns elementos para os outros é a deformação para a qual se formam e a sua respetiva abertura inicial porque a partir daí seguem aberturas muito idênticas.

Tal como se observa e seria expectável, para maiores percentagens de armadura, menor o número de fendas e menores as aberturas de fendas. Também era de esperar que os resultados obtidos para a abertura de fendas em diferentes elementos fossem muito parecidos. Se f_{ct} fosse igual em ambos os elementos, w_k seria também igual.

3.4. TIRANTE SUJEITO A UMA DEFORMAÇÃO IMPOSTA INTERNA

O tirante abordado nesta secção é modelado de acordo com o modelo geral estipulado em 3.2 do presente capítulo e tendo em conta os fenómenos de fluência, retração e fissuração. Foi também considerado um *Aging* de 3 dias e um *Curage* de 5 dias (ver Fig. 2.8). Este tirante não está sujeito a qualquer ação exterior ou cargas que provoquem flexão ou deslocamentos. Simplesmente se deixará passar o tempo e perceber como se desenrolam e que efeitos os fenómenos mencionados (preferencialmente a retração) influenciam o comportamento do tirante completamente restringido

axialmente. A análise decorreu ao longo de aproximadamente 10.000 dias por ser suficiente para obter os resultados pretendidos.

3.4.1 ANÁLISE DO ESFORÇO AXIAL

De acordo com o gráfico da Fig. 3.10 podemos observar que a variação do esforço axial para este tipo de deformação tem um comportamento bastante diferente do observado para um tirante com deformação imposta externa.

Para uma deformação imposta interna o esforço axial tem uma tendência descendente, ou seja, a abertura de fendas em cada elemento ocorre para um esforço axial menor que o esforço de fendilhação para uma deformação imposta externa.

O facto de as condições de apoio e a armadura impedirem o livre encurtamento do betão, geram tensões autoequilibradas em estado não fendilhado. Neste estado a armadura está comprimida e o betão tracionado, pelo que a secção fendilhará para valores de esforço axial mais baixos que para um tirante com uma deformação imposta externa. Este tirante é interpretado como a sobreposição do efeito da retração num elemento de betão armado livre mais o efeito do esforço axial devido á restrição dos apoios como ilustra na Fig. 3.9.

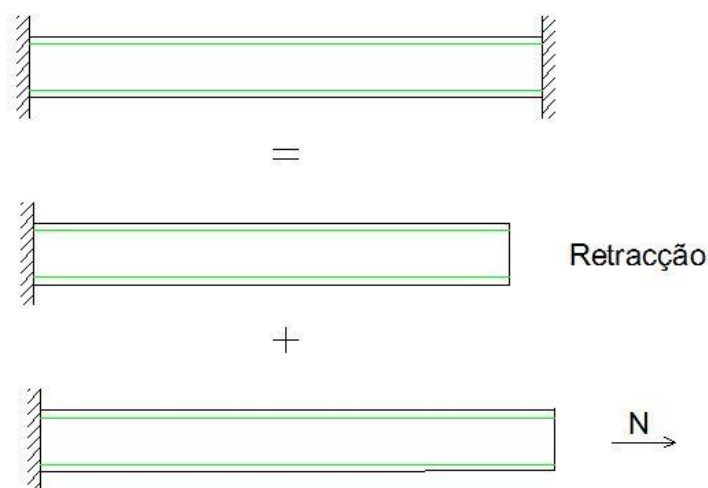


Fig. 3.9 – Esquema representativo da combinação de efeitos num tirante sujeito a deformação imposta interna.

A evolução do esforço axial até ao esforço de fendilhação para estes tirantes apresenta uma ligeira inclinação devido à evolução dos efeitos diferidos não serem lineares.

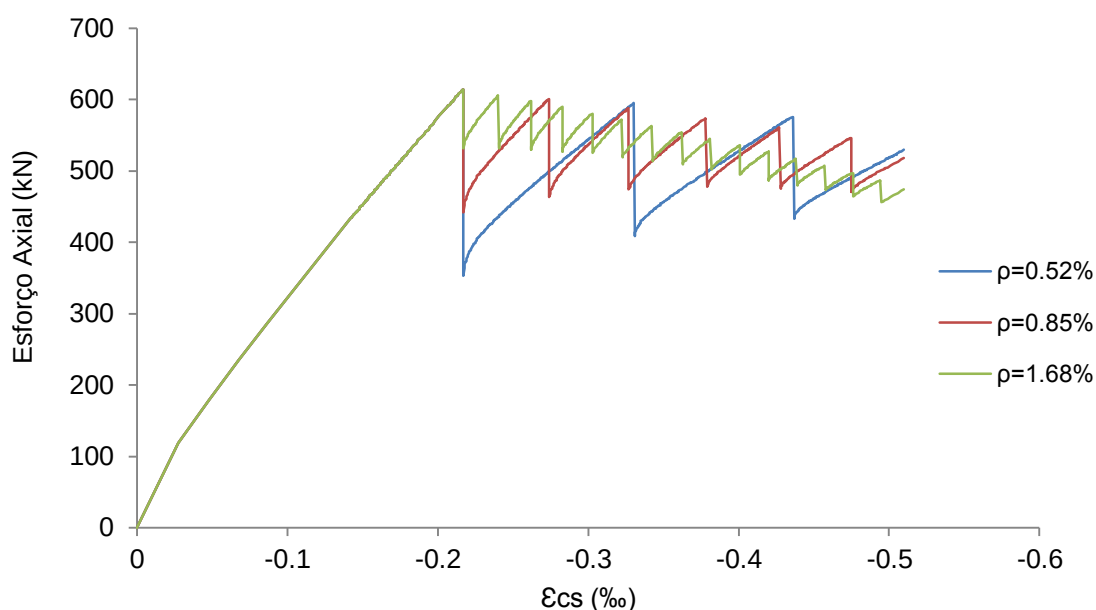


Fig. 3.10 – Variação do esforço axial para tirantes com uma deformação imposta interna com diferentes percentagens de armadura.

A Fig. 3.11 representa um exemplo comprovativo da tensão média no aço entre uma seção totalmente fendilhada (esquerda) e uma seção em estado não fendilhado (direita). Este exemplo foi retirado do tirante com percentagem de armadura de 0.85 % para um tempo de 10.000 dias, ou seja, o tempo em que foi interrompida a análise (último *step* considerado). Até este incremento, neste tirante, com esta percentagem de armadura, só fissuraram os 6 primeiros elementos. Este facto também pode ser comprovado pelo número de 'picos' no gráfico da Fig. 3.10 correspondente ao tirante com 0.85 % de armadura.

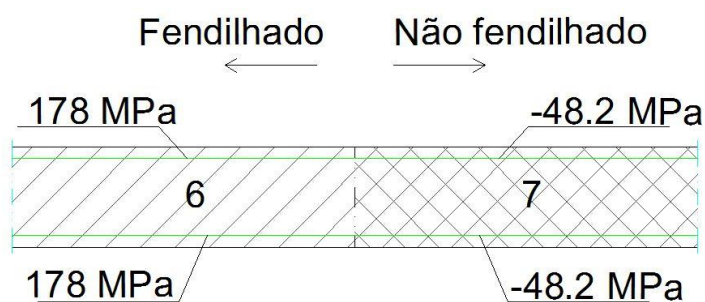


Fig. 3.11 – Representação, simplificada, das tensões médias na armadura em estado fendilhado (esquerda) e não fendilhado (direita).

As linhas a verde em cima e em baixo correspondem ao eixo da armadura, com as respectivas tensões médias. Os números 6 e 7 correspondem ao número do elemento finito. Tal como se pode observar é claro que a armadura em estado não fendilhado (lado direito) está comprimida (-48.2 MPa).

Como demonstra a Fig. 3.12 a tensão média no betão no elemento 6 que está fendilhado (lado esquerdo) é de 1.05 MPa que é precisamente igual a 0.4×2.625 (ver Fig. 3.3), ou seja, ao valor correspondente ao patamar no diagrama de '*tension stiffening*' em fase de patamar.

Por outro lado em estado não fendilhado (lado direito) a tensão média no betão no elemento 7 é de 2.57 MPa inferior portanto ao valor do f_{ct} considerado para esse elemento (ver Fig. 3.3). O esforço axial de fendilhação vai diminuindo à medida que se formam novas fendas, mas cada fenda só se forma quando a tensão de tração atinge f_{ct} .

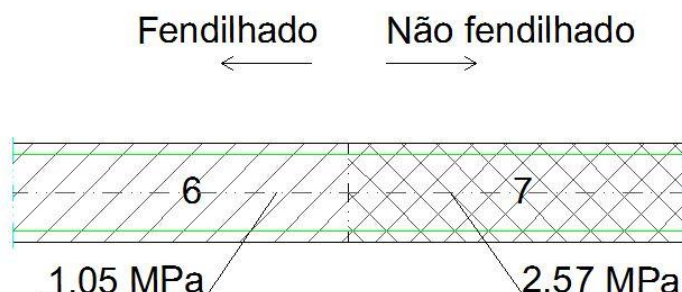


Fig. 3.12 – Representação, simplificada, das tensões médias no betão em estado fendilhado (esquerda) e não fendilhado (direita).

Neste tipo de tirantes com deformação imposta interna é praticamente impossível que todos os elementos fissurem e que a armadura entre em cedência porque a extensão de retração como vimos no capítulo 2, a partir de um determinado tempo é praticamente constante, ou seja, não aumenta mais.

De referir ainda que para o tirante com 0.52 % de armadura, esta não entra em cedência na seção da fenda quando se forma a primeira fenda, como acontece para uma deformação imposta externa. Este facto acontece porque como temos visto o esforço axial necessário para fendilhar um elemento é menor que o esforço de fendilhação para deformação imposta externa. Deste modo, o esforço instalado nessa armadura é menor que o esforço axial para o qual foi dimensionada ($N=2.56 \text{ kN}$).

Também no caso de deformação imposta interna, para maiores percentagens de armadura maior o número de fendas.

Com vista a estimar o esforço de fendilhação num tirante com deformação imposta interna sem recorrer a uma análise não linear, observa-se que a evolução da tensão no betão num elemento de betão armado sujeito ao fenómeno de retração é representada pela Fig. 3.13, sendo o esforço de fendilhação de um tirante com deformação imposta interna dado pela equação (3.5).

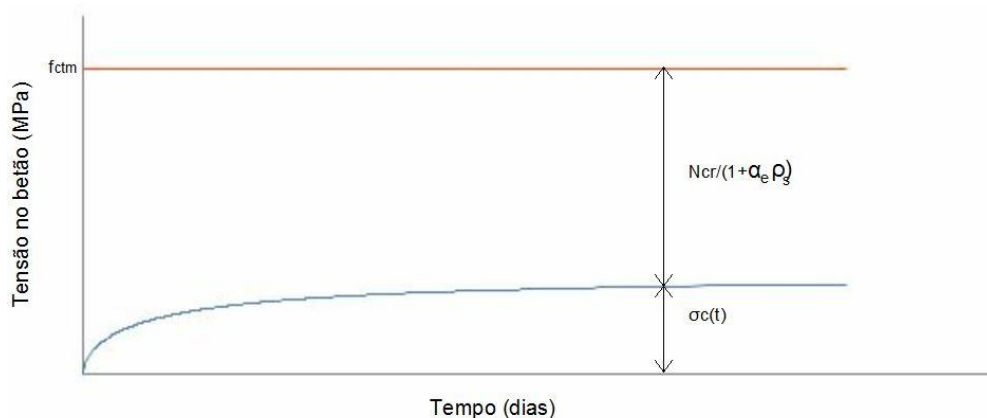


Fig. 3.13 – Variação, ilustrativa, da tensão no betão devido ao fenómeno de retração.

$$N_{cr} = (f_{ctm} - \sigma_c(t)) \cdot A_c \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s) \quad (3.5)$$

Onde α_e é a razão entre o módulo de elasticidade do aço (E_s) e o módulo efetivo ajustado do betão ($E_{c,adj}$), sendo este ultimo dado pela equação (3.6).

$$E_{c,adj}(t, t_0) = \frac{E_{ci}(t_0)}{1 + \chi \cdot \frac{E_{ci}(t_0)}{E_{ci}} \cdot \varphi(t, t_0)} \quad (3.6)$$

Onde χ é o coeficiente de envelhecimento expresso, de modo aproximado, pela equação (3.7).

$$\chi = \frac{\sqrt{t_0}}{1 + \sqrt{t_0}} \quad (3.7)$$

Os restantes parâmetros estão definidos no subcapítulo 2.2.3 do capítulo 2.

De acordo com o explicado, na Tabela 3.3 apresenta-se uma comparação entre o esforço axial de fendilhação, para o primeiro elemento do tirante com deformação imposta interna com percentagem de armadura de 1.68 %, sem recorrer a uma análise não-linear com obtido pelo *software*.

Tabela 3.3 – Comparação entre o esforço axial de fendilhação sem recorrer a uma análise não linear com o obtido pelo software para um tirante com deformação imposta interna.

N_{cr} (análise não linear)	N_{cr} (DIANA)
620	614

O valor do esforço de fendilhação calculado analiticamente é bastante próximo do obtido pelo programa sendo desprezável a margem de erro entre os valores (1%). Este erro ocorre devido ao módulo efectivo ajustado não ser rigoroso mas sim uma aproximação. Considerou-se então o cálculo analítico bem aproximado estando a ser corretamente modelados os efeitos diferidos considerados.

3.4.2 TENSÃO NO AÇO E NO BETÃO NA SEÇÃO DA FENDA

O *software* usado fornece as tensões tanto no betão como no aço em valores médios ao longo do elemento finito. A Fig. 3.14 e Fig. 3.15 representam, para um tirante sujeito a uma deformação imposta interna com uma percentagem de armadura de 0.85 %, a variação da tensão no betão e aço respetivamente, ao longo de um comprimento igual à distância máxima entre fendas considerada no estudo, em resultado de um pós-processamento, assumindo uma tensão de aderência constante ao longo desse comprimento. Os valores das tensões de acordo com o pós-processamento são obtidos através das equações (3.8), (3.9), (3.10) e (3.11).

$$\sigma_c = 2 \cdot \beta \cdot f_{ctm} \quad (3.8)$$

$$\sigma_{c,média} = \beta \cdot f_{ctm} \quad (3.9)$$

$$\sigma_{s,fenda} = \sigma_{s,média} + \frac{\beta \cdot f_{ctm}}{\rho_{s,ef}} \quad (3.10)$$

$$\sigma_s = \sigma_{s,média} - \frac{\beta \cdot f_{ctm}}{\rho_{s,eff}} \quad (3.11)$$

A tensão média ($\sigma_{s,média}$) no aço é dada pelo software e a seção da fenda é caracterizada pela tensão no betão igual a zero. Os dias apresentados e correspondentes extensão de retração dizem respeito à primeira fissura formada (elemento 1). O comprimento do elemento neste tirante tem um valor de 250 mm.

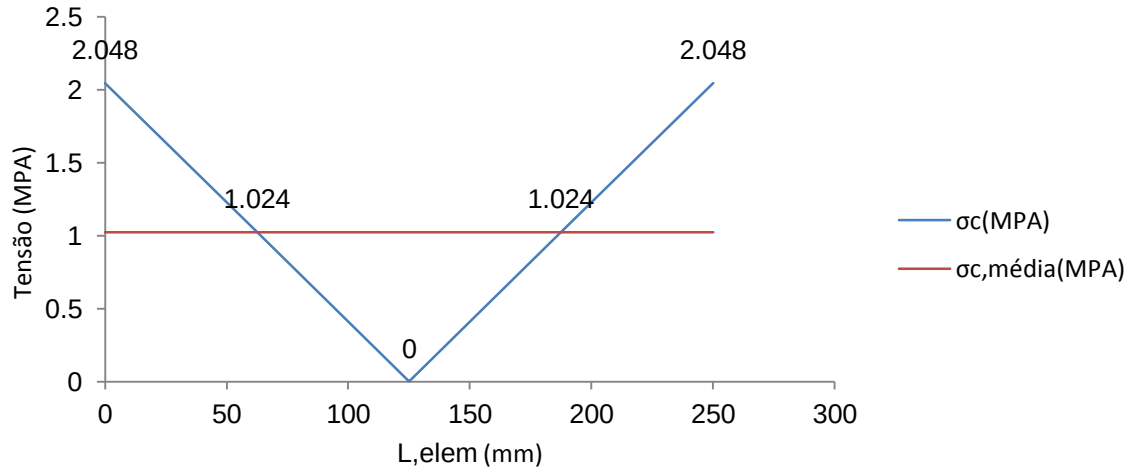


Fig. 3.14 – Variação da tensão no betão ao longo do 1º elemento fissurado (t=363 dias, $\epsilon_{cs}=-0,277 \text{ ‰}$)

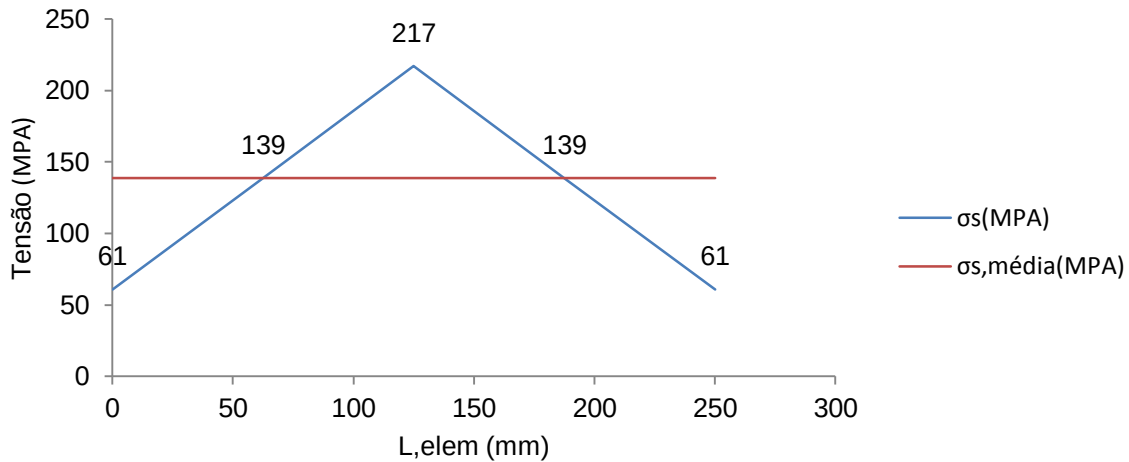


Fig. 3.15 – Variação da tensão na armadura ao longo do 1º elemento fissurado (t=363 dias, $\epsilon_{cs}=-0,277 \text{ ‰}$)

3.4.3 ANÁLISE DA ABERTURA DE FENDAS

Nesta seção, tal como realizado para a deformação imposta externa, será analisado a abertura de fendas para os tirantes com percentagens de armadura de 0.85 % e 1.68 %. São apresentados os resultados para os três primeiros elementos por ser suficiente para perceber a evolução da abertura de fendas, visto que esta se repete de igual forma mas para extensões de retração sucessivamente superiores para os restantes elementos.

Pela observação do gráfico da Fig. 3.16 e da Fig. 3.17 percebe-se que a evolução e o valor da abertura de fendas para cada elemento numa deformação imposta interna é praticamente igual ao valor obtido para uma deformação imposta externa.

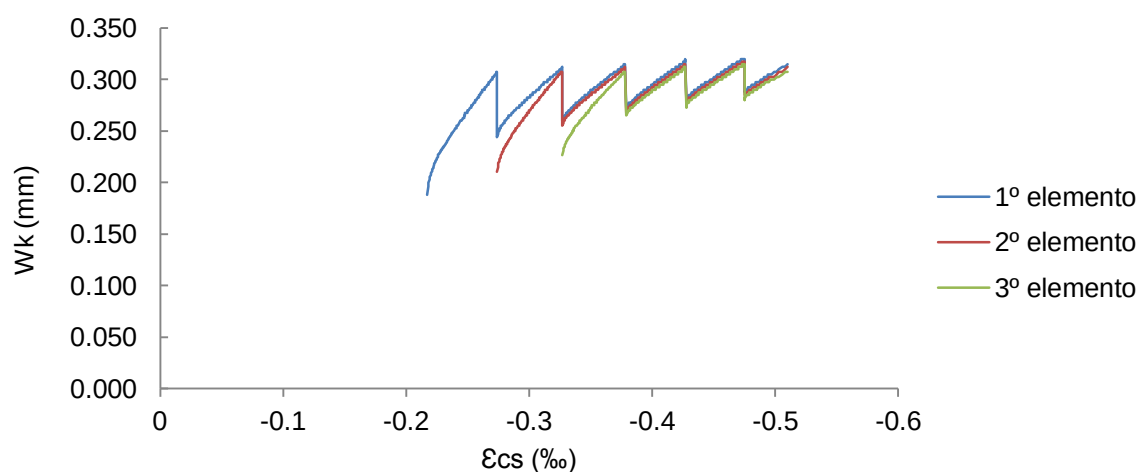


Fig. 3.16 – Abertura de fendas para um tirante sujeito a uma deformação imposta interna com percentagem de armadura de 0.85 %.

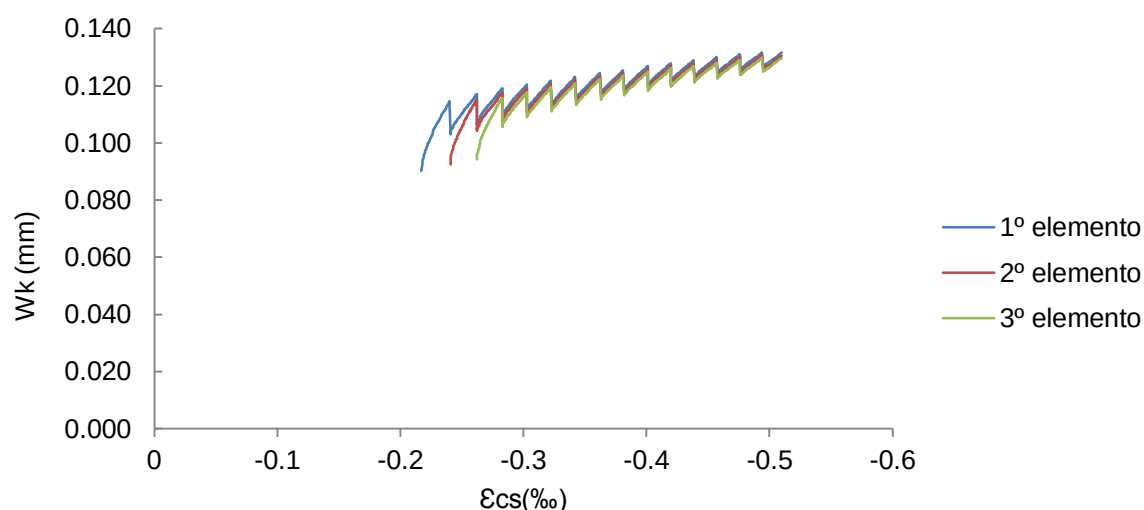


Fig. 3.17 – Abertura de fendas para um tirante sujeito a uma deformação imposta interna com percentagem de armadura de 1.68 %.

No caso da deformação imposta abordada neste subcapítulo, a evolução da abertura de fendas para o respetivo elemento é ascendente porque a extensão de retração e a restrição à sua deformação aumenta com o tempo, o que provoca extensões de fendilhação cada vez maiores, logo a abertura de fenda será maior. Verifica-se também que a fenda num determinado elemento fecha quando abre uma nova fenda no elemento adjacente. Tal facto é também justificado pela queda do esforço axial, diminuindo a tensão na armadura.

Também se verifica que, tal como para o tirante com deformação imposta externa, para menor percentagem de armadura, maior é a abertura de fendas. Tal acontece por motivos já referidos nos tirantes de deformação imposta externa. Quando maior o número de elementos ao longo do tirante mais fendas se formaram. O número de elementos depende da percentagem de armadura, que quanto maior, menor o tamanho do elemento e consequentemente maior o numero de elementos ao longo dos 7 metros de tirante.

3.5. CONCLUSÕES

Ao longo do presente capítulo foi analisado e comparado a variação do esforço axial e a abertura de fendas entre tirantes com deformação imposta externa e interna. Deste modo, pode-se retirar duas conclusões importantes:

- i) Em termos de esforço axial: para uma deformação imposta externa o esforço axial tem uma tendência ascendente e para uma deformação imposta interna tem uma variação descendente. Esta diferença é expressa de uma forma resumida pelas equações (3.12) e (3.13).

$$\varepsilon_{cs} = 0 \Rightarrow N_{cr} = f_{ctm} \cdot A_c \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s) \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_{cs} \neq 0 \Rightarrow N_{cr} = (f_{ctm} - \sigma_c(t)) \cdot A_c \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s) \quad (3.13)$$

- ii) Em termos de abertura de fendas: para ambas as deformações impostas a abertura de fendas é idêntica.

No dimensionamento de estrutura de betão armado fortemente restringido axialmente é importante ter em conta estas diferenças que se observam no comportamento de tirantes com deformação interna versus tirantes com deformação imposta externa. De referir que este comportamento ocorre quando a deformação imposta interna corresponde à retração do betão. Se se tratasse de uma variação de temperatura, o comportamento seria diferente, porque haveria também deformação imposta às armaduras.

Nos próximos capítulos serão abordadas estruturas fortemente restringidas axialmente (lajes) tendo em conta o efeito da retração restringido combinada com ação de cargas verticais, para percebermos que influência tem numa análise estrutural.

4

SIMULAÇÃO DE LAJES SOB A AÇÃO DE CARGAS VERTICAIS COM IMPEDIMENTO DAS DEFORMAÇÕES DEVIDO À RETRAÇÃO.

4.1. INTRODUÇÃO

Sendo o betão um dos principais materiais de construção estrutural, torna-se importante analisar a sua resposta a deformações impostas lentas (retração do betão e variação de temperatura) para diferentes elementos estruturais. O elemento estrutural mais comum em qualquer construção de betão armado, e predominante em edifícios, são lajes. Existem vários tipos de lajes, como por exemplo: lajes maciças, lajes aligeiradas, lajes pré-esforçadas, lajes de vigotas, lajes fungiformes. O presente estudo incide sobre lajes maciças porque há uma grande área de secção transversal de betão neste tipo de laje e, consequentemente, a quantificação das armaduras mínimas em termos de fendilhação é muito sensível ao modo como é feito o estudo dos efeitos das deformações impostas.

Em termos regulamentares, no EC2, os efeitos de deformações impostas lentas são tidos em conta, mas de uma forma nem sempre clara. Este documento sugere que estes efeitos deverão ser considerados na verificação dos estados limites de utilização. Para estados limites últimos estes efeitos só deverão ser considerados quando forem importantes os efeitos de segunda ordem. Noutros casos, não é necessário considerá-los desde que sejam suficientes a ductilidade e a capacidade de rotação. O EC2 salienta ainda que na análise global das estruturas de edifícios, os efeitos das variações de temperatura e da retração poderão ser omitidos desde que sejam dispostas juntas afastadas de 30 metros para acomodar as deformações resultantes (CEN, 2010). As indicações do REBAP são semelhantes, o que no passado poderá ter conduzido muitos projetistas a tomar estas indicações como garantia de menores preocupações e de melhor qualidade do projeto (Camara & Figueiredo, 2012). Deste modo percebemos que a análise e correta aplicação destes efeitos torna-se importante para a conceção estrutural de um edifício.

Na análise do estado limite de serviço de lajes, num edifício corrente, pode-se encontrá-las estruturalmente ligadas nas suas extremidades a elementos de elevada rigidez. Estes elementos com uma rigidez muito superior à da laje podem ser por exemplo uma caixa de elevadores em pisos elevados ou as paredes laterais no caso de caves ou parques de estacionamento. Nestes casos os efeitos da retração são condicionantes para o comportamento em serviço, pois a laje está fortemente restringida axialmente contribuindo para o aparecimento de tensões de tração que poderão levar posteriormente à fendilhação.

Hoje em dia, a comunidade científica está cada vez mais interessada em estudar o efeito destes fenómenos em estruturas de betão armado. Exemplo disso, é o recente caso de estudo, de um parque de estacionamento na cidade de Vigo em Espanha. (Petschke, Corres, García, & Pérez, 2012).

O objetivo deste capítulo é perceber o comportamento estrutural de uma laje quando estão restringidas as deformações devidas à retração, sobreposta com ações verticais (flexão composta com tração). Com este capítulo também pretendemos orientar o projetista para valores do esforço axial a ter em conta no dimensionamento da armadura nestes casos.

Para obtermos tais objetivos, no presente capítulo, optou-se por aproximar o nosso modelo a lajes com cargas correntes de parques de estacionamento variando a espessura, o vão e apoios estruturais. A variação do vão é realizada tendo em conta vãos de 5,5; 7 e 8,5 metros. Do ponto de vista estrutural, a alteração dos apoios pretende simular a localização da laje num vão interno (bi-encastada) e num vão extremo (encastado-apoio duplo). Consoante esta mudança de vãos e de apoios estruturais a espessura alterna para um determinado critério de deformação (vão/altura útil). De referir que se consideram carregamentos típicos de parques de estacionamento, por se tratar de um caso típico de lajes fortemente restringidas (por paredes). Em termos de carregamento e materiais não foi efectuada nenhuma alternância das suas características, por não ser pertinente para o caso em estudo optando-se sempre pelo mesmo carregamento e materiais em todas as lajes.

No presente caso de estudo, inicialmente procedeu-se a uma estimativa da armadura necessária, com base em metodologias correntes de dimensionamento, para estado limite último e estado limite de serviço. Como neste tipo de laje, em estado de serviço, não se conhece o esforço axial realmente instalado na laje estudou-se dois limites para o esforço axial. Considerou-se primeiramente um esforço axial de tração igual a zero ($N=0$) permitindo assim estimar um limite inferior de armadura realmente necessária porque o esforço axial na realidade vai ser superior a zero e num segundo passo um esforço axial de tração igual ao esforço de fendilhação ($N=N_{cr}=A_c*f_{ctm}$), obtendo-se um limite superior da estimativa de armadura realmente necessária.

A segunda etapa do estudo debruça-se sobre uma análise não-linear realizada com recurso ao programa de cálculo DIANA, obtendo-se o esforço axial realmente instalado na laje. Tendo em conta este esforço axial efetivamente instalado na laje, estimou-se a armadura necessária para cumprir uma abertura de fendas de 0,3 mm e deformações menores que vão/250. Posteriormente com essa armadura volta-se a analisar os modelos de laje no *software*, pretendendo verificar que realmente são cumpridas a abertura de fendas, tensões na armadura e deformações tendo em conta a redução do esforço de fendilhação no cálculo analítico. É importante referir que o esforço axial obtido na primeira análise não-linear, é uma boa estimativa do esforço axial instalado com quantidades menores de armadura.

Analizamos ainda, neste capítulo, algumas considerações a ter na dispensa de armadura neste tipo de laje e a importância do esforço transversal.

4.2. DESCRIÇÃO DO CASO DE ESTUDO E DO MODELO ADOTADO

4.2.1. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E MODELAÇÃO DAS AÇÕES.

As características adoptadas para os modelos de laje considerados no nosso caso de estudo apresentam-se na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Propriedades dos materiais utilizados na modelação da laje.

Propriedades		Unidades	
Betão	Peso Volúmico (γ)	25	kN/m ³
	E_{cm}	31	GPa
	f_{ck}	25	MPa
	f_{ctm}	2.6	MPa
	G_f	0.058	kN.m/m ²
	Coeficiente de Poisson (ν)	0.2	
Aço	f_{yk}	500	MPa
	E_s	200	GPa

A escolha destas propriedades para o betão e aço visa representar propriedades comuns destes materiais na construção, estando de acordo com o EC2. Também foram consideradas como propriedades ambientais uma percentagem de 60 % para humidade relativa, 20 °C de temperatura ambiente e um cimento de classe NR. Em todos os modelos, o recobrimento é de 25 mm medido à superfície da armadura, um diâmetro do varão de 12 mm e um diagrama tensão-extensão para a armadura igual ao representado na Fig. 2.16.

Em termos de carregamento, foram tomadas as seguintes considerações:

- Cargas Permanentes (G_k): Peso Próprio;
- Cargas Variáveis (Q_k): 5 kN/m²;
- Coeficientes ψ :
 - i) $\psi_0=0.8$;
 - ii) $\psi_1=0.7$;
 - iii) $\psi_2=0.6$.

A consideração das cargas variáveis e dos coeficientes pelos valores referidos tem por base o Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios e Pontes (RSA), no artigo 35, alínea 35.1.2 e 35.2, referente a sobrecargas em pavimentos para garagens públicas de automóveis ligeiros (RSA, 1983). Estas características de carregamento são muito semelhantes ao estipulado pelo EC1. Não foram tidos em conta qualquer tipo de revestimentos, por tratar-se da simulação de um piso de uma cave que normalmente não possui revestimentos.

Como se pretende analisar o comportamento em serviço de lajes, segundo o EC2, teve-se em consideração a combinação de cargas quase-permanente, estipulada na equação (4.1), sendo esta a sobrecarga considerada, com carácter de permanência, nos modelos de análise não-linear.

$$P_{c.q.p.} = G_k + \psi_2 \cdot Q_k \quad (4.1)$$

Na modelação das lajes analisadas na presente dissertação considera-se uma descofragem aos 28 dias de idade do betão. Em concordância, de modo simplificado, considera-se que a retração de secagem está impedida nos primeiros 14 dias. Este valor 14 dias corresponde a uma média entre um período de cura de 0 dias para a superfície superior da laje e 28 dias para a superfície inferior, protegida pela cofragem. Com o pressuposto explicado, considerou-se um ‘Aging’ de 14 dias e ‘Curage’ de 0 dias (ver Fig. 2.9). Num tempo real desde a betonagem, o peso próprio atua todo de uma vez aos 28 dias ($t_{diana}=14$ dias). A sobrecarga atuará passados 28 dias desde a entrada do peso próprio ($t_{real} = 28+28 = 56$ dias e $t_{diana}=14+28=42$ dias). Esta sobrecarga considerada será incrementada em pequenos ‘steps’ de modo a que o seu comportamento faseado se aproxime o mais possível do carregamento real de uma estrutura deste tipo. Para além deste fator, também se tem em conta um carregamento faseado para que fissuração seja controlada e não crie problemas de convergência no modelo sendo possível captar o processo de formação de fendas, no instante de tempo de entrada da sobrecarga. Neste tipo de carregamento faseado, convém referir que o *software* trabalha em incrementos de tempo ou incrementos de carga não sendo possível, por exemplo, carga e tempo evoluírem em simultâneo. Deste modo, inicialmente tem-se sempre incrementos de carga e quando a percentagem de carga que se pretende estiver aplicada à estrutura, inicia-se a contagem do tempo. Neste caso, o peso próprio é aplicado todo de uma vez procedendo-se posteriormente à contagem do tempo até à aplicação da sobrecarga, sendo esta incrementada até 60 % do seu valor característico de forma faseada e considera-se novamente a posterior contagem do tempo. As análises ocorreram até aproximadamente 18 250 dias (50 anos) pois é o tempo de vida útil de projeto segundo EC2.

De referir ainda, que para além do carregamento vertical, se terá em conta em todos os modelos os fenómenos de retração, fluência e fissuração. O método de convergência foi adoptado em termos de forças ou deslocamentos e o procedimento iterativo foi baseado no Método de Newton.

4.2.2. TAMANHO DOS ELEMENTOS FINITOS E SUA IMPORTÂNCIA.

Tal como foi considerado no capítulo 3, optou-se por uma modelação das lajes através de uma representação 2D, recorrendo à aplicação de elementos finitos do tipo viga de 3 nós. Cada elemento finito tem dois pontos de Gauss com 9 pontos de integração cada na seção transversal de acordo com o Método de Simpson (ver Fig. 3.2).

No caso dos tirantes do capítulo 3, há um problema de localização das fendas. No caso das lajes analisadas no presente capítulo, a distribuição de fendas vai ser muito condicionada pela distribuição de momentos fletores. Deste modo, não é necessário variar a resistência à tração do betão ao longo dos elementos finitos. Prevê-se que, neste caso, os resultados não sejam fortemente dependentes da discretização da malha de elementos finitos. Para comprovar o facto de o tamanho do elemento finito não influenciar os resultados das análises, realizou-se um exemplo ilustrativo em que se varia o tamanho do elemento e compara-se os seus resultados em termos de esforço axial e abertura de fendas.

Neste exemplo modelou-se duas lajes: uma com um tamanho do elemento finito igual à distância máxima entre fendas segundo o MC90 ($l_{s,max}^k$) e outra laje com um tamanho do elemento finito o dobro da distância máxima entre fendas ($2 \times l_{s,max}^k$). No exemplo foi tido em conta um esquema estrutura bi-encastado e carregamento vertical. Obtiveram-se então os resultados representados na Fig. 4.1 e na Fig. 4.2.

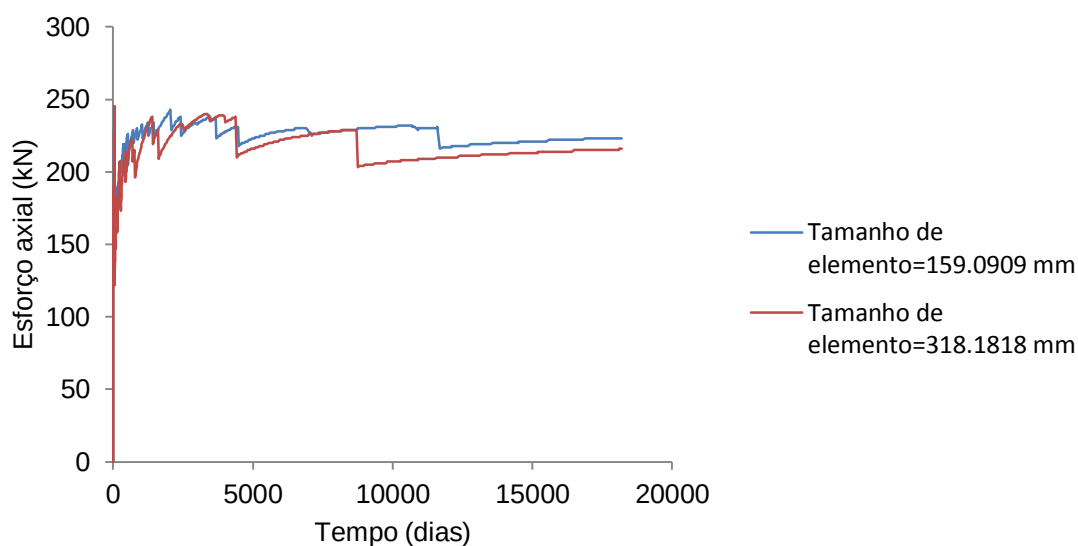


Fig. 4.1 – Variação do esforço axial considerando diferentes tamanhos de elementos finitos.

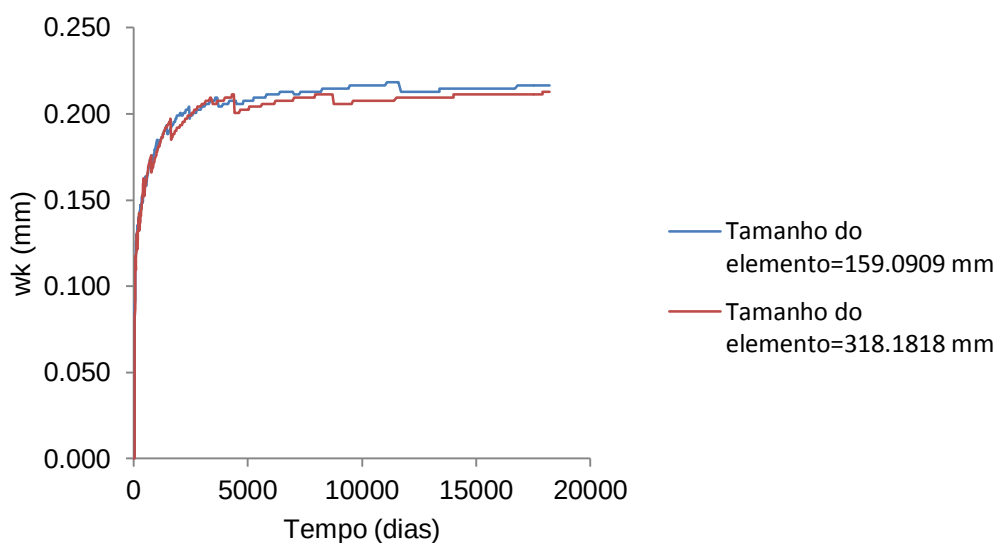


Fig. 4.2 – Variação da abertura de fendas a meio vão considerando diferentes tamanhos de elementos finitos.

Por se ter verificado na Fig. 4.1 e Fig. 4.2 estes resultados optou-se nas análises de lajes em estudo no presente capítulo por considerar o tamanho do elemento finito o dobro da distância máxima entre fendas porque cada elemento finito representa o comprimento correspondente a duas fendas (uma em cada ponto de integração ao longo do eixo da barra). Mas, não se usou sempre exatamente um comprimento de elemento finito igual a este, por simplificação, por se ter verificado que os resultados são pouco dependentes do tamanho do elemento finito.

4.2.3. CÁLCULO DA ABERTURA DE FENDAS E TENSÃO DO AÇO NA SEÇÃO DA FENDA

Neste capítulo, a abertura de fendas é calculada de acordo com o MC90 (ver subcapítulo 2.3.4). Ao contrário do capítulo 3, o pós processamento de cálculo da abertura de fendas através das extensões de fendilhação obtidas pelo DIANA serão calculadas não pela média dos pontos de Gaus na superfície 1, que corresponde ao 1º ponto de integração, mas sim num único ponto de Gaus na zona mais esforçada na superfície coincidente com o eixo da armadura (superfície 8 apoio e superfície 2 no vão) (ver Fig. 3.2). Assim obtêm-se a abertura de fendas na seção da armadura estando coerente com a tensão no aço na seção da fenda, calculada de acordo com a equação (3.10). O limite estabelecido para a abertura de fendas é de 0,3 mm para combinação quase permanente de ações. Este critério está de acordo com os valores recomendados para $w_{\max}$ no EC2. De referir que no quadro 7.1N do referido regulamento, referente ao capítulo de controlo de fendilhação, este sugere uma abertura de fendas de 0,4 mm para a classe de exposição considerada no nosso estudo (XC1). Este limite é sugerido para que a estrutura tenha um aspeto geral aceitável, uma vez que, para esta classe de exposição, a abertura de fendas não influencia de modo relevante a durabilidade da estrutura (CEN, 2010). A redução deste limite para 0,3 mm permite que $w_{\max}$ seja igual ao valor indicado para as outras classes de exposição, para uma combinação quase permanente de ações.

4.3. ESTIMATIVA DA ESPESSURA E ARMADURA NECESSÁRIA COM BASE EM METODOLOGIAS CORRENTES DE DIMENSIONAMENTO.

4.3.1. DEFORMAÇÃO

No controlo de deformação o EC2 sugere um limite de flecha para lajes sujeitas a ação quase permanente de vão/250, tendo sido esse limite estipulado nas análises. Porém, de notar que, em 7.4.1 (5) do mesmo regulamento este limite deve ser alterado para vão/500 para flechas que ocorram depois da construção susceptíveis de danificar elementos adjacentes. Este limite não foi tido em conta pois estamos a simular lajes de caves onde normalmente não existem paredes de alvenaria.

Partindo da premissa de um vão igual a 7 m e um esquema estrutural bi-encastado, realizamos um pré-dimensionamento de acordo com o EC2, considerando um recobrimento de 25 mm medido à superfície de armadura e um diâmetro do varão de 12 mm.

$$\frac{l}{d} \leq 30 \Rightarrow d = 0,233m \Rightarrow \begin{cases} h = 0,260m \\ d = 0,229m \end{cases} \quad (4.2)$$

A relação vão/altura útil utilizada corresponde a um vão interior de uma laje armada numa direção tendo em conta uma percentagem de armadura de 5 %, como descrito em 7.4.2 do EC2. Para a laje com um vão de 7 m, foi ainda considerada uma espessura alternativa de 0,20 m, menor, para avaliação da influência deste parâmetro.

Além destas duas espessuras, consideradas para o mesmo vão, obtivemos as espessuras da Tabela 4.2 que caracterizam o esquema estrutural de vão interior. As referidas espessuras não respeitam exactamente o critério $l/d \leq 30$ mas estão muito próximas. Usou-se as espessuras da Tabela 4.2 para que estas sejam iguais ao critério adoptado para vão extremo.

Tabela 4.2 – Espessuras consideradas para um sistema estrutural de vão interior.

Vão (m)	Espessura (m)	Altura útil (m)
5.5	0.20	0.169
7	0.20	0.169
7	0.26	0.229
8.5	0.30	0.275

Para o esquema estrutural que pretende simular um vão extremo, o raciocínio foi diferente optando-se por não utilizar o quadro 7.4N do EC2. Pela análise de uma laje bi-encastada, com 7 m de vão e 0,20 m de espessura entendeu-se que se estava bastante longe do limite de deformação e procurou-se perceber se com uma espessura igual, se resolveria a laje com apoio duplo. Partindo de um esquema estrutural encastrado-apoio duplo, com uma espessura de 0,20 m e um vão de 7 m, através de um processo iterativo pretendeu-se obter a espessura mínima que garanta uma deformação vão/250. Este processo iterativo foi realizado através do programa de cálculo DIANA, tendo em conta uma variação da espessura de 2 em 2 cm. Obtendo-se então os resultados apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Iterações para obtenção de um critério de deformação para um sistema estrutural de vão exterior.

Vão (m)	Espessura (m)	Flecha (m)	Vão/250 (m)
7	0.20	0.0346	0.0280
7	0.22	0.0300	0.0280
7	0.24	0.0278	0.0280

De acordo com os resultados obtidos pelas iterações apresentadas na Tabela 4.3, para um sistema estrutural de vão exterior, obteve-se um critério de deformação de acordo com o representado na equação (4.3).

$$\frac{l}{d} = \frac{7}{0,24 - 25 \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-3}} = 33,49 \Rightarrow \frac{l}{d} \leq 33,49 \quad (4.3)$$

Tendo em conta este critério obteve-se as espessuras da Tabela 4.4 para diferentes comprimentos do vão.

Tabela 4.4 – Espessuras consideradas para um esquema estrutural de vão exterior.

Vão (m)	Espessura (m)	Altura útil (m)
5.5	0.20	0.169
7	0.24	0.209
8.5	0.30	0.275

De notar que obtivemos um critério para um sistema estrutural de vão exterior diferente mas muito próximo do considerado para um vão interior, uniformizando as espessuras para os diferentes esquemas estruturais. Este critério também nos permite ter espessuras mais baixas do que o sugerido pelo quadro 7.4N do EC2 para vão exteriores, pois tivemos em conta deformações impostas o que não

é considerado na realização desse quadro. Referimos ainda, que as espessuras foram arredondadas por excesso para um valor que entendemos realista e de modo a que fossem iguais para ambos os esquemas estruturais.

4.3.2. ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU) E ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (ELS)

Na análise deste tipo de lajes, como estas se encontram fortemente restringidas axialmente, na estimativa da sua armadura deve ser tido em conta o esforço axial de tração em estado limite de serviço. Para estado limite último não é necessário pois existe ductilidade suficiente. Inicialmente considerou-se a laje sem esforço axial de tração ($N=0$), ou seja, submetida a flexão simples. Com este cálculo, e de acordo com metodologias correntes de dimensionamento em estruturas de betão armado, pretendeu-se estimar um limite inferior para a armadura que garante o estado limite último e estado limite de serviço.

Nesta seção teve-se em conta um modelo exemplificativo de uma laje bi-encastada com espessura de 0,26 m e 7 m de vão, sendo os cálculos apresentados para esta laje repetidos para todos modelos e variâncias. No final do presente subcapítulo apresentaremos uma comparação global dos resultados para todos os tipos de laje estudados. Ao longo deste capítulo os resultados serão apresentados em tabelas apoiadas com comentários, e por vezes de imagens, permitindo clarificar a informação. A organização da apresentação das tabelas e sua análise para cada caso é realizada primordialmente para a estimativa de armadura, seguidamente para a abertura de fendas e deformações e por fim a análise do esforço axial.

Na estimativa da armadura com $N=0$ considerou-se uma redistribuição do momento fletor negativo para 75% do seu valor elástico, em estado limite último, para uniformizar as armaduras superior e inferior. Na combinação de ações quase permanente, considerou-se um diagrama elástico sem redistribuições. Obteve-se então as armaduras, estritamente necessárias para cumprir o estado limite último e estado limite de serviço, da Tabela 4.5 e a laje da Fig. 4.3.

Tabela 4.5 – Armadura estritamente necessária para cumprir ELU e ELS com $N=0$

A_s , superior apoio (cm^2/m)	A_s , inferior vão (cm^2/m)	μ	ρ_{total} (%)
8,54	6,76	0.08	0.33+0.26

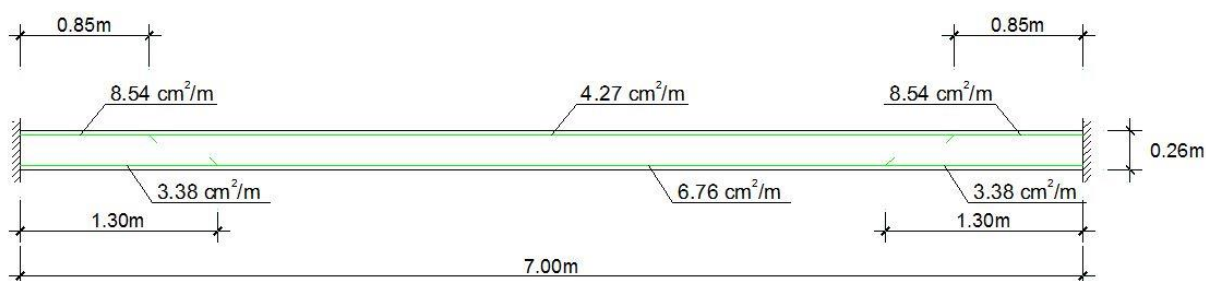


Fig. 4.3 – Laje com armadura estritamente necessária pra cumprir ELU e ELS com $N=0$.

O momento fletor reduzido (μ) representado nas tabelas é o relativo à secção de apoio. As percentagens de armadura indicadas na mesma tabela, correspondem à armadura necessária na camada superior da secção de apoio, e na camada inferior da secção de vão. De notar que a uniformização das armaduras não foi possível pois segundo MC90 o cálculo de abertura de fendas não cumpria 0,3 mm na zona do apoio, sendo necessário colocar mais armadura nesta zona.

Na Tabela 4.6 apresenta-se a comparação do valor da abertura de fendas e a tensão na armadura na secção da fenda entre o cálculo analítico corrente para flexão simples e o obtido na análise não-linear.

Tabela 4.6 – Abertura de fendas e tensão na armadura na secção da fenda para flexão simples.

	$w_{k,apoio}$ (mm)	$w_{k,vão}$ (mm)	$\sigma_{s,fenda\ apoio}$ (MPa)	$\sigma_{s,fenda\ vão}$ (MPa)	Flecha (m)	L/250 (m)
Calculo Analítico	0,300	0,215	220	138	–	–
DIANA	0,592	0,584	402	342	0,0220	0,0280

Os valores da abertura de fendas e da tensão na armadura obtidos pelo programa têm valores, como seria expectável, superiores aos calculados analiticamente. Este facto deriva de no cálculo analítico ter sido considerado a laje em flexão simples, o que na realidade não corresponde à verdade. As lajes, na realidade estão sujeitas a um esforço de tração devido a estarem fortemente restringidas axialmente. Este facto é tido em conta numa análise não-linear originando abertura de fendas e tensões na armadura superiores às calculadas analiticamente. Se na realidade temos aberturas de fendas e tensões na armadura baseadas no DIANA, e superiores às calculadas analiticamente, teremos sempre de ter mais armadura do que a calculada para ELU. Deste modo, verificou-se que a armadura efetivamente necessária para garantir uma abertura de fendas de 0.3 mm (considerando o esforço axial estimado com rigor) foi sempre superior à requerida para verificações de ELU.

De seguida, considerar-se um esforço axial igual ao esforço de fendilhação e estimar-se a armadura necessária para cumprir o critério de abertura de fendas. Deste modo tem-se em conta a laje sujeita a flexão composta com tração, com as ações das equações (4.4) e (4.5).

$$M_{c.q.p} + N_{cr} \quad (4.4)$$

Em que,

$$N_{cr} = f_{ctm} \times A_c \quad (4.5)$$

Ao utilizar um esforço axial igual ao esforço de fendilhação pretendemos caracterizar o esforço axial usado por um projetista perante este tipo de laje fortemente restringida e obter um limite máximo de estimativa de armadura para cumprir os critérios de abertura de fendas e deformações. Deste modo podemos também comparar este esforço de fendilhação adoptado analiticamente com o esforço realmente instalado na laje através dos resultados obtidos com recurso ao DIANA.

Na Fig. 4.4 e nas equações (4.6) e (4.7) apresenta-se o equilíbrio adotado numa secção generalizada (apoio ou vão) para calcular tensões atuantes nas armaduras, em fase de serviço, considerando a flexão composta com tração.

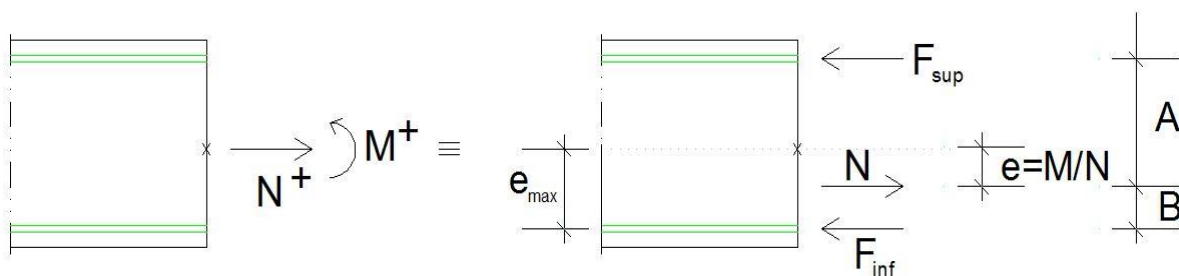


Fig. 4.4 – Equilíbrio usado para estimar armadura em flexão composta com tração numa seção generalizada.

As forças de tração nas armaduras, superior e inferior, F_{sup} e F_{inf} , devidas aos esforços N e M , são determinadas através das equações (4.6) e (4.7).

Se $|e| \leq e_{max}$,

$$\begin{cases} A = e_{max} + e \\ B = e_{max} - e \end{cases} \quad (4.6)$$

então,

$$\begin{cases} F_{inf} = N \times \frac{A}{A+B} \\ F_{sup} = N \times \frac{B}{A+B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{inf} = \frac{F_{inf}}{A_s} \\ \sigma_{sup} = \frac{F_{sup}}{A_s} \end{cases} \quad (4.7)$$

Através deste sistema, apresentado na equação (4.7), realiza-se iterações até ser obtida uma área de armadura estritamente necessária para cumprir uma abertura de fendas de 0,3 mm segundo o MC90.

No equilíbrio da Fig. 4.4 é tido em conta uma seção totalmente fendilhada quando a resultante do sistema de forças se encontra entre a armadura superior e inferior. Deste modo, o esforço axial sobrepõe-se ao momento quase permanente instalado estando a seção totalmente tracionada. Então o cálculo da altura efetiva da laje é realizado com uma profundidade do eixo neutro igual a zero.

Por outro lado se a relação $e > e_{max}$ se cumprir, a resultante encontra-se fora da seção, provocando compressões no betão. O equilíbrio apresentado na Fig. 4.4 deixa de ser válido quando as compressões no betão envolverem a armadura. Isto significa que no cálculo da altura efetiva da laje teremos de considerar uma profundidade do eixo neutro diferente de zero, procedendo ao cálculo corrente da tensão da armadura tendo em conta essas compressões.

De notar, que mesmo que ocorra o esforço axial de tração estar fora da seção e provocar tensões de compressão no betão, se estas não forem suficientes para envolver a armadura a área efetiva da laje continuará a ser calculada com uma profundidade do eixo neutro igual a zero e o cálculo das tensões na armadura será como o exemplificado na Fig. 4.4.

De referir que ao longo do nosso estudo poucos foram os casos em que as compressões no betão envolveram a armadura.

Em todas as análises teve-se por base este raciocínio apresentado, considerando também nos cálculos analíticos uma razão entre o módulo de elasticidade do aço e do betão de 15 para combinações de ações quase permanentes ($\alpha_{e\ c.q.p.}=15$).

Deste modo, obtêm-se as armaduras indicadas na Tabela 4.7 necessárias para verificar uma abertura de fendas de 0,3 mm e deformações menores que a relação vão/250 com $N=N_{cr}$. Observa-se que esta armadura é aproximadamente o dobro da armadura necessária para cumprir o ELU e ELS para $N=0$.

Tabela 4.7 – Armadura necessária para cumprir abertura de fendas em flexão composta com tração, com $N=N_{cr}$

$A_{s, \text{superior apoio}} \text{ (cm}^2\text{/m)}$	$A_{s, \text{inferior vão}} \text{ (cm}^2\text{/m)}$	μ	$\rho_{\text{total}} \text{ (}\%)$
16,19	14,60	0.08	0.62+0.56

Pelo cálculo da armadura no ponto de momento nulo, ou seja, só considerando $N=N_{cr}$ entende-se não se justificar dispensar armadura (ver Fig. 4.5). Nesta fase de cálculo, este critério será aplicado a todas as lajes estudadas.

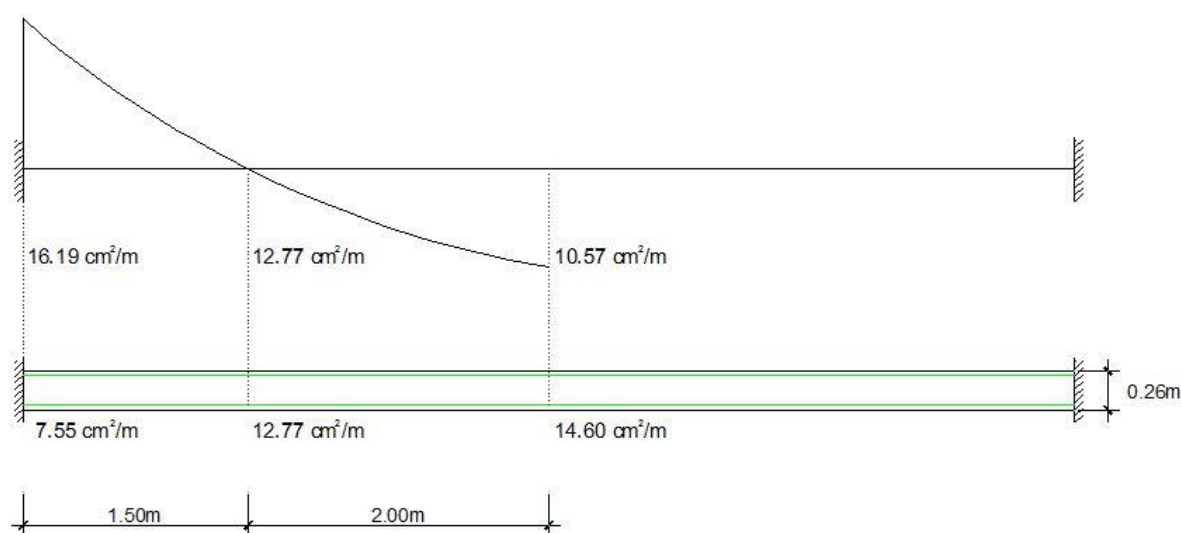


Fig. 4.5 – Armadura superior e inferior necessária para garantir $w_k < 0.3 \text{ mm}$ em 3 seções transversais, com $N=N_{cr}$.

Considerando as armaduras indicadas na Tabela 4.7 obtiveram-se os resultados em termos de abertura de fendas, tensão na armadura na seção da fenda e esforço axial obtidos analiticamente e extraídos do DIANA, para a laje em questão, sendo comparados nas Tabela 4.8 e Tabela 4.9 respetivamente:

Tabela 4.8 – Abertura de fendas, tensões na armadura e deformações ($N=N_{cr}$)

	$w_{k, \text{apoio}} \text{ (mm)}$	$w_{k, \text{vão}} \text{ (mm)}$	$\sigma_{s, \text{fenda apoio}} \text{ (MPa)}$	$\sigma_{s, \text{fenda vão}} \text{ (Mpa)}$	Flecha (m)	L/250 (m)
Calculo Analítico	0,300	0,300	330	299	–	–
DIANA	0,190	0,176	205	172	0,0100	0,0280

Tabela 4.9 – Comparação do esforço axial usado no cálculo e o realmente instalado na laje.

$N_{\text{cálculo da armadura}} \text{ (kN)}$	$N_{\text{DIANA}} \text{ (kN)}$	$N_{\text{DIANA}}/A_c \cdot f_{ctm}$
676	303	0.45

Como se observa, o esforço axial realmente instalado na laje é 45 % do considerado no cálculo da armadura. Este facto advém de na análise não-linear serem considerados os efeitos não-lineares de retração, fluência e fendilhação e no cálculo analítico com um $N_{cr} = A_c \cdot f_{ctm}$ esses efeitos não são tidos em conta. Tal resultado corrobora a conclusão retirada do capítulo 3 (ver subcapítulo 3.5) em que o esforço axial realmente instalado na laje é inferior ao esforço de fendilhação. Com esta estimativa de armadura, na realidade, as aberturas de fendas e as tensões na armadura são bastante mais baixas do que as calculadas, podendo ser reduzidas as quantidades de armadura. Essa redução da quantidade de armadura estará entre a armadura necessária para flexão simples ($N=0$) e esta armadura necessária para cumprir a abertura de fendas de 0,3 mm considerando um esforço axial igual ao esforço de fendilhação $N_{cr} = A_c \cdot f_{ctm}$. O instante de tempo para o qual é lido o esforço axial no *software* (N_{DIANA}) é igual a, aproximadamente, 15 000 dias. Conforme se verá adiante (Fig. 4.6 por exemplo), o esforço axial varia ao longo do tempo, mas essa variação é pouco relevante após os primeiros 5 anos de idade da laje.

Repetindo os cálculos efetuados, tendo em conta um esforço axial igual ao esforço de fendilhação, obtiveram-se as estimativas de armaduras para as restantes espessuras e sistemas estruturais apresentadas na Tabela 4.10 e na Tabela 4.11.

Tabela 4.10 – Estimativa de armaduras para esquema estrutura de vão interior com $N=N_{cr}$

Vão (m)	Espessura (m)	$A_{s, \text{ superior apoio}} \text{ (cm}^2\text{/m)}$	$A_{s, \text{ inferior vão}} \text{ (cm}^2\text{/m)}$	μ	$\rho_{\text{total}} \text{ (\%)}$
5.5	0.20	13.10	11.85	0.08	0.50+0.46
7	0.20	14.55	12.67	0.12	0.73+0.63
8.5	0.30	17.85	15.97	0.09	0.60+0.53

Tabela 4.11 – Estimativa de armaduras para esquema estrutura de vão exterior com $N=N_{cr}$

Vão (m)	Espessura (m)	$A_{s, \text{ superior apoio}} \text{ (cm}^2\text{/m)}$	$A_{s, \text{ inferior vão}} \text{ (cm}^2\text{/m)}$	μ	$\rho_{\text{total}} \text{ (\%)}$
5.5	0.20	14.24	12.74	0.11	0.71+0.64
7	0.24	17.45	15.44	0.13	0.73+0.64
8.5	0.30	19.57	17.27	0.13	0.65+0.58

De referir, que se obteve estimativas de armaduras dentro de uma gama de percentagem na zona tracionada entre 0,5%-0,7% por metro o que é bastante realista e adequado com o tipo de caso de estudo. Do ponto de vista económico, normalmente é difícil ter uma definição concreta de μ (momento flector reduzido) económico, porém este parâmetro encontra-se bastante próximo da gama de valores de μ que se tem em conta em lajes maciças entre 0,10 e 0,12.

Em termos de abertura de fendas, tensões na armadura e deformações percebe-se, pela observação da Tabela 4.12 e da Tabela 4.13, que se obtiveram os resultados esperados na análise não-linear. Os valores para os parâmetros referidos, são na realidade mais baixos do que os calculados, podendo ser reduzida a quantidade de armadura. De notar que, pelos resultados obtidos, procedendo posteriormente

à redução da armadura pode-se avançar que a deformações estarão garantidas, visto que estas encontram-se bastante folgadas em relação ao limite estabelecido. Nos cálculos analíticos (C.A.), como se considera uma seção totalmente tracionada ou, em poucos casos, pequenas compressões, as tensões no aço resultaram bastante maiores do que as tensões realmente instaladas, na ordem dos 200 MPa. Este é um valor razoável para o estado limite de serviço. Observa-se também que quando maior a tensão na armadura, maior a abertura de fendas.

Tabela 4.12 – Abertura de fendas, tensão na armadura e deformação para o esquema estrutura de vão interior
($N=N_{cr}$)

	Vão (m)	H (m)	$W_{k,apoio}$ (mm)	$W_{k,vão}$ (mm)	$\sigma_{s,fenda\ apoio}$ (MPa)	$\sigma_{s,fenda\ vão}$ (Mpa)	Flecha (m)	L/250 (m)
C.A. ($N=N_{cr}$)	5.5	0.20	0.300	0.300	309	281	–	–
	7	0.20	0.300	0.300	343	299	–	–
	8.5	0.30	0.300	0.300	367	328	–	–
DIANA	5.5	0.20	0.184	0.174	185	160	0.00874	0.0220
	7	0.20	0.207	0.177	231	173	0.0201	0.0280
	8.5	0.30	0.190	0.173	225	184	0.0149	0.0340

Tabela 4.13 – Abertura de fendas, tensão na armadura e deformação para o esquema estrutura de vão exterior.
($N=N_{cr}$)

	Vão (m)	H (m)	$W_{k,apoio}$ (mm)	$W_{k,vão}$ (mm)	$\sigma_{s,fenda\ apoio}$ (MPa)	$\sigma_{s,fenda\ vão}$ (Mpa)	Flecha (m)	L/250 (m)
C.A. ($N=N_{cr}$)	5.5	0.20	0.300	0.300	335	301	–	–
	7	0.24	0.300	0.300	356	315	–	–
	8.5	0.30	0.300	0.300	403	355	–	–
DIANA	5.5	0.20	0.204	0.180	215	172	0.0164	0.0220
	7	0.24	0.209	0.182	242	186	0.0237	0.0280
	8.5	0.30	0.203	0.179	265	205	0.0294	0.0340

Pela análise da Tabela 4.14 e da Tabela 4.15 percebe-se que o esforço axial, variando o vão, a espessura e o esquema estrutural, mantém a tendência de redução do esforço axial de fendilhação para valores entre 37% e 44%.

Tabela 4.14 – Comparação do esforço axial usado no cálculo e o realmente instalado na laje para um vão interior.

Vão (m)	H (m)	$N_{cálculo\ da\ armadura}$ (KN)	N_{DIANA} (KN)	$N_{DIANA}/Ac \cdot f_{ctm}$ (KN)
5.5	0.20	520	230	0.44
7	0.20	520	224	0.43
8.5	0.30	780	322	0.41

Tabela 4.15 – Comparação do esforço axial usado no cálculo e o realmente instalado na laje para um vão exterior.

Vão (m)	H (m)	$N_{\text{cálculo da armadura}}$ (KN)	N_{DIANA} (KN)	$N_{\text{DIANA}}/A_c \cdot f_{ctm}$ (KN)
5.5	0.20	520	206	0.40
7	0.24	624	254	0.41
8.5	0.30	780	289	0.37

A variação do esforço axial realmente instalado depende da espessura. Para o mesmo esquema estrutural, com a mesma espessura e diferentes vãos, o esforço axial realmente instalado é praticamente o mesmo. Se por outro lado se comparar o esforço axial instalado, para lajes com a mesma espessura e vão mas para diferentes esquemas estruturais, observa-se que este esforço axial já não tem valores semelhantes. Tal facto deve-se que considerando um esquema estrutural de vão exterior a laje não está tão restringida num dos apoios. A sobreposição das cargas verticais que originam esforços maiores no vão para o esquema estrutural de vão exterior, origina um esforço axial instalado na laje mais pequeno.

4.4. ANÁLISE NÃO LINEAR

Nesta seção pretende-se estudar o comportamento da laje com base numa análise não-linear apoiada no programa de cálculo utilizado. Para cada laje, foram realizadas duas análises não-lineares, sendo a única diferença entre as duas análises a quantidade de armadura considerada: i) na primeira análise, a armadura considerada é a que garante uma abertura de fendas nas secções críticas igual a 0,3 mm, para um esforço axial $N=N_{cr}$; ii) na segunda análise, a armadura considerada é a que garante uma abertura de fendas nas secções críticas igual a 0,3 mm, considerando um esforço axial igual ao obtido na primeira análise não linear, tal como se resume na equação (4.8). Os resultados da primeira análise foram já mostrados no subcapítulo 4.3.2. Os resultados da segunda análise são apresentados neste subcapítulo.

$$\begin{aligned}
 1^{\text{a}} \text{ análise : } A_s \text{ tal que } & \begin{cases} N = N_{cr} = A_c \cdot f_{ctm} \\ w_k = 0,300 \text{ mm} \end{cases} \\
 2^{\text{a}} \text{ análise : } A_s \text{ tal que } & \begin{cases} N = \text{resultado da } 1^{\text{a}} \text{ análise} \\ w_k = 0,300 \text{ mm} \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$

A estimativa da armadura é obtida iterativamente até ser obtida a quantidade de aço que garante uma abertura de fendas de 0,3 mm, sendo as tensões na armadura determinadas recorrendo ao equilíbrio apresentado na equação (4.7). Neste subcapítulo optou-se por colocar na mesma tabela todos os resultados relativos a cada tipo de laje.

Na Tabela 4.16 e na Tabela 4.17 estão apresentadas as armaduras para os diferentes modelos de laje com base numa análise não linear.

Tabela 4.16 – Armadura resultante do cálculo segundo uma análise não linear para o sistema estrutural de vão interior. ($N=N^{DIANA}$)

Vão (m)	Espessura (m)	A_s , superior apoio (cm^2/m)	A_s , inferior vão (cm^2/m)	μ	ρ_{total} (%)
5.5	0.20	10.09	8.73	0.08	0.50+0.44
7	0.20	11.76	9.57	0.12	0.59+0.48
7	0.26	12.73	10.86	0.08	0.49+0.42
8.5	0.30	13.91	11.85	0.09	0.46+0.40

Tabela 4.17 – Armadura resultante do cálculo segundo uma análise não linear para o sistema estrutural de vão exterior. ($N=N^{DIANA}$)

Vão (m)	Espessura (m)	A_s , superior apoio (cm^2/m)	A_s , inferior vão (cm^2/m)	μ	ρ_{total} (%)
5.5	0.20	11.46	9.56	0.11	0.57+0.48
7	0.24	14.25	11.88	0.13	0.59+0.50
8.5	0.30	15.83	13.01	0.13	0.53+0.43

Como seria expectável, esta quantidade de armadura tem valores intermédios entre a quantidade de armadura necessária para flexão simples e a quantidade de armadura necessária utilizando um esforço axial igual ao esforço de fendilhação. As armaduras da Tabela 4.16 e da Tabela 4.17 representam uma redução num intervalo entre 20%–25% em relação à armadura estimada para flexão composta de tração considerando um esforço axial igual ao esforço de fendilhação ($N=N_{cr}$). Mesmo com esta redução de armadura continuando a garantir percentagens, por metro linear, bastante aceitáveis e económicas para este tipo de laje.

Utilizando a armadura estimada na Tabela 4.16 e na Tabela 4.17 pretendemos confirmar se realmente se verifica a abertura de fendas, tensões na armadura e esforço axial obtido através do cálculo analítico, recorrendo novamente ao programa de cálculo. Desta maneira pode-se confirmar a veracidade dos resultados analíticos obtidos considerando um esforço axial reduzido (ver Tabela 4.18 e Tabela 4.19).

Tabela 4.18 – Abertura de fendas, tensões no aço e deformações para um esquema estrutura de vão interno com $N=N^{real}$.

	Vão (m)	H (m)	$w_{k,apoio}$ (mm)	$w_{k,vão}$ (mm)	$\sigma_{s,fenda\ apoio}$ (MPa)	$\sigma_{s,fenda\ vão}$ (Mpa)	Flecha (m)	L/250 (m)
C.A. ($N=N^{real}$)	5.5	0.20	0.300	0.300	243	217	–	–
	7	0.20	0.302	0.300	281	233	–	–
	7	0.26	0.300	0.300	264	231	–	–
	8.5	0.30	0.301	0.300	289	250	–	–
DIANA	5.5	0.20	0.284	0.283	242	215	0.0111	0.0220
	7	0.20	0.291	0.269	280	219	0.0239	0.0280
	7	0.26	0.284	0.278	259	230	0.0127	0.0280
	8.5	0.30	0.298	0.275	293	240	0.0197	0.0340

Tabela 4.19 – Abertura de fendas, tensões no aço e deformações para um esquema estrutura de vão extremo com $N=N^{real}$.

	Vão (m)	H (m)	$W_{k,apoio}$ (mm)	$W_{k,vão}$ (mm)	$\sigma_{s,fenda\ apoio}$ (MPa)	$\sigma_{s,fenda\ vão}$ (Mpa)	Flecha (m)	L/250 (m)
C.A. ($N=N^{real}$)	5.5	0.20	0.300	0.300	272	233	–	–
	7	0.24	0.300	0.300	293	248	–	–
	8.5	0.30	0.307	0.300	334	271	–	–
DIANA	5.5	0.20	0.289	0.276	271	228	0.0199	0.0220
	7	0.24	0.290	0.269	291	232	0.0278	0.0280
	8.5	0.30	0.289	0.279	320	261	0.0349	0.0340

A diferença entre os resultados analíticos e a simulação numérica é da ordem dos 5%–8%, sendo praticamente desprezável. Esta diferença é inevitável porque está-se perante um programa de cálculo automático sofisticado que nas suas análises engloba variáveis que não se tem em conta num cálculo analítico onde as aproximações são forçadas. Contudo, considera-se o cálculo analítico bastante aproximado e conservativo, garantindo ao projetista uma abertura de fendas máxima de 0,3 mm, utilizando um esforço axial na ordem dos 40%-45% do esforço de fendilhação.

Em termos de deformações a longo prazo, tendo em conta as mesmas espessuras para diferentes esquemas estruturais, era expectável que se estivesse mais folgado para um vão interior em comparação com as deformações de um vão exterior.

Com as armaduras estimadas na Tabela 4.16 e na Tabela 4.17 percebe-se também que o esforço axial utilizado no cálculo e o obtido pelo *software* é bastante idêntico, continuando a tomar valores reduzidos entre 40%-45 % do esforço axial de fendilhação. Deste modo considera-se o primeiro esforço axial considerado numa análise não-linear ($N_{cálculo\ da\ armadura}$) uma boa estimativa.

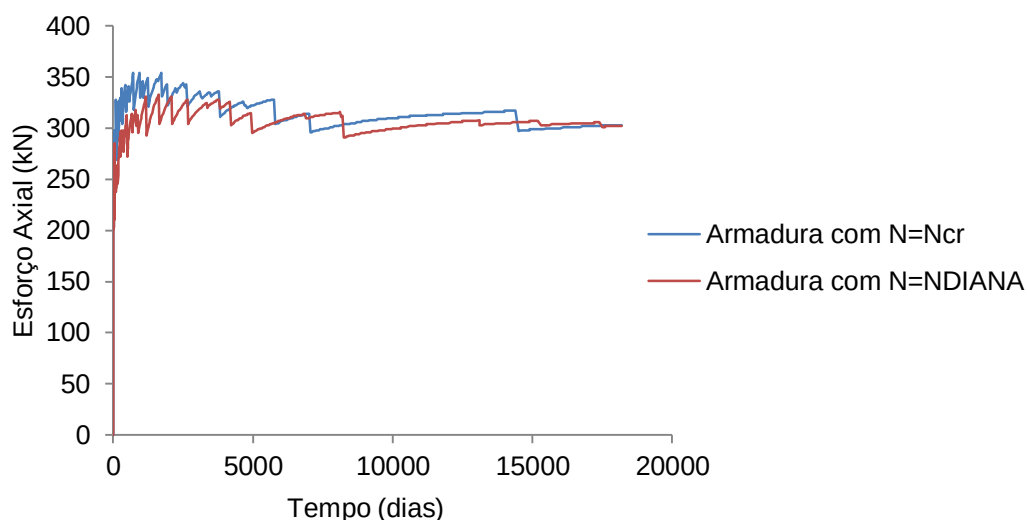
Tabela 4.20 – Esforço axial para um sistema estrutural de vão interior

Vão (m)	H (m)	$N_{cálculo\ da\ armadura}$ (kN) (resultado da 1ª A.N.L)	N_{DIANA} (kN)	$N_{DIANA}/Ac*f_{ctm}$ (kN)
5.5	0.20	230	235	0.45
7	0.20	224	210	0.40
7	0.26	303	302	0.45
8.5	0.30	322	321	0.41

Tabela 4.21 – Esforço axial para um sistema estrutural de vão interior

Vão (m)	H (m)	$N_{\text{cálculo da armadura (kN)}}$ (resultado da 1ª A.N.L)	$N_{\text{DIANA (KN)}}$	$N_{\text{DIANA}}/Ac \cdot f_{ctm} \text{ (kN)}$
5.5	0.20	206	211	0.41
7	0.24	254	234	0.38
8.5	0.30	289	263	0.34

Com o gráfico da Fig. 4.6 e da Fig. 4.7 pretende-se mostrar a variação do esforço axial e do momento fletor no apoio, realmente instalados na laje tendo em conta uma estimativa de armadura com $N=N_{cr}$ e $N=N^{DIANA}$, respetivamente. Estes valores foram retirados do modelo de laje exemplificativo com um sistema estrutural de vão interior de 7 m e espessura de 0,26 m. A variação do esforço axial realmente instalado entre as diferentes estimativas de armadura é bastante aproximada, corroborando com a Tabela 4.20 e Tabela 4.21.

Fig. 4.6 – Esforço axial realmente instalado para uma estimativa de armadura com $N=N_{cr}$ e $N=N^{DIANA}$

Em termos de momento fletor no apoio, estes são praticamente idênticos nas duas análises. A variação do momento fletor com o tempo não é constante devido às redistribuições de esforços existentes entre apoio e vão, verificando-se no gráfico a formação de pequenos ‘degraus’ (ver Fig. 4.7).

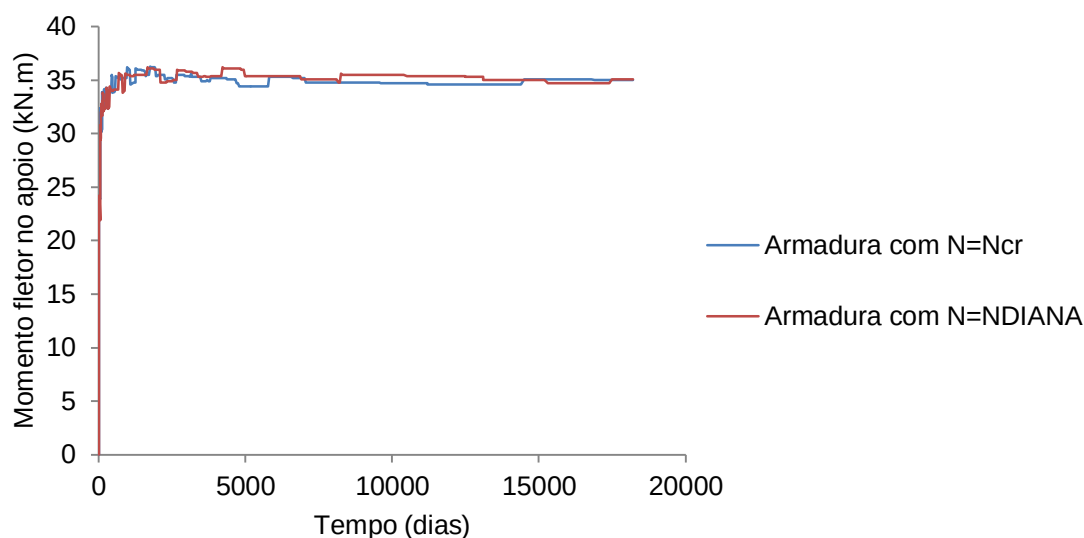


Fig. 4.7 – Momento fletor no apoio realmente instalado na laje para uma estimativa de armadura com $N=N_{cr}$ e $N=N^{DIANA}$

No presente caso de estudo com recurso ao programa de cálculo, é interessante salientar a evolução da fendilhação ao longo dos instantes de tempo, representada na Fig. 4.8, Fig. 4.9, Fig. 4.10 e Fig. 4.11. Os números a vermelho representam o valor da abertura máxima de fendas em cada zona.

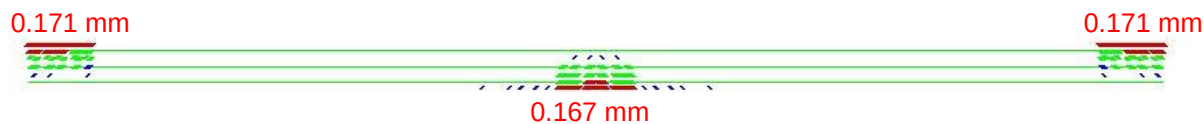


Fig. 4.8 – Padrão de fendilhação para um instante de tempo igual a meio ano.

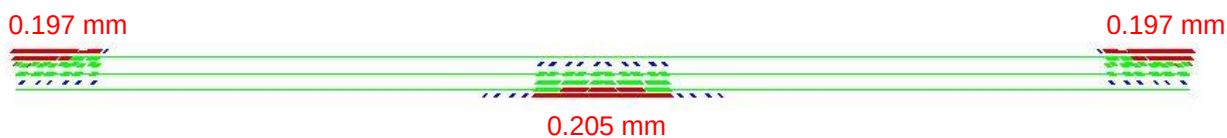


Fig. 4.9 – Padrão de fendilhação para um instante de tempo igual a 1 ano.

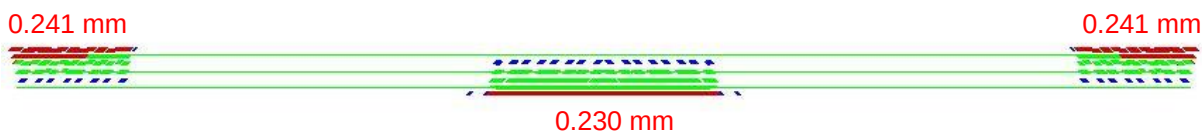


Fig. 4.10 – Padrão de fendilhação para um instante de tempo igual a 3 anos.

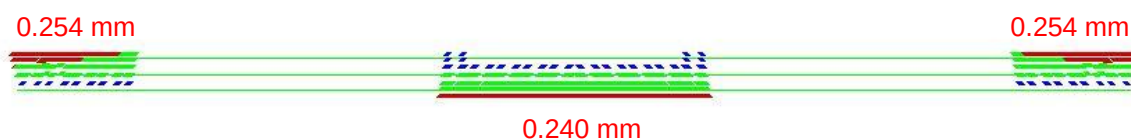


Fig. 4.11 – Padrão de fendilhação para um instante de tempo igual a 5 anos.

A evolução da fendilhação, longitudinalmente, ocorre afastando-se dos pontos mais esforçados (apoio e vão), tendo valores maiores nesses pontos característicos. O padrão de fendilhação é representado através de vectores perpendiculares à direção de formação da fenda. A zona de vectores a vermelho representam as extensões de fendilhação com valores mais altos e a zona azul as extensões de fendilhação para valores mais pequenos. A evolução da fendilhação foi representada até 5 anos pois a partir deste instante de tempo a evolução é praticamente constante, devido às deformações por retração já terem atingido quase o seu valor final. A variação da abertura de fendas entre meio ano e 3 anos encontra-se num intervalo de 10%-20% e por outro lado a variação da abertura de fendas entre 3 anos e 5 anos é cerca de 5%.

A observação da evolução da fendilhação permite-nos retirar algumas considerações que podem ser úteis ao projetista, como por exemplo na dispensa de armaduras e a influência do esforço transversal. Estes dois aspectos serão abordados nos subcapítulos 4.4.1 e 4.4.2, respetivamente.

4.4.1. DISPENSA DE ARMADURAS

A observação do padrão de fendilhação, tal como mostra Fig. 4.11 por exemplo, permite perceber que a partir de determinados pontos do vão da laje a fendilhação tem valores relativamente baixos justificando-se a dispensa de armaduras. Neste subcapítulo realiza-se a dispensa de armadura para dois tipos de laje presentes neste estudo: para uma laje bi-encastada (vão interior) de espessura 0,26 m e vão de 7 m e para a laje com um sistema estrutural de vão exterior (encastamento-apoio duplo) com uma espessura 0,24 m e um vão de 7 m.

A dispensa de armadura foi realizada determinando a posição a partir do qual a armadura poderia ser reduzida para metade. Neste procedimento, o cálculo das tensões atuantes no aço foi realizado conforme é descrito na Fig. 4.4 e nas equações (4.6) e (4.7). Note-se que toda a seção está tracionada porque o momento quase permanente, na secção de dispensa, é muito pequeno em relação ao esforço axial instalado na laje. Pretende-se então calcular, através de iterações, qual a tensão no aço, para essa área, que garanta uma abertura de fendas 0,3 mm. Deste modo obtêm-se, F_{sup} ou F_{inf} . Considerando o esforço axial efetivamente instalado na laje, por equilíbrio obteve-se o momento a partir do qual podemos realizar a dispensa.

Tomando como exemplo a laje bi-encastada, na zona do apoio, obteve-se a equação (4.9).

$$A_{s,sup} = 12,73 \text{ cm}^2 / \text{m} \Rightarrow A_{s,sup/2} = 6,37 \text{ cm}^2 / \text{m} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_s = 180 \text{ MPa} \Rightarrow w_k = 0,300 \text{ mm} \\ F_{sup} = 115 \text{ kN} \end{cases} \quad (4.9)$$

Por equilíbrio, considerando o esforço axial instalado na laje de 303 kN resultam as reacções da equação (4.10).

$$\begin{cases} F_{inf} = 188kN \\ M = 7,227kN.m \end{cases} \quad (4.10)$$

Através da equação de momentos, tendo em conta um momento quase permanente 7,227 kN.m, pode-se saber o ponto a partir do qual se dispensa a armadura para metade.

Repetindo este processo para a armadura inferior e para a laje com encastramento-apoio duplo, obtivemos as dispensas da Fig. 4.12 e da Fig. 4.13.

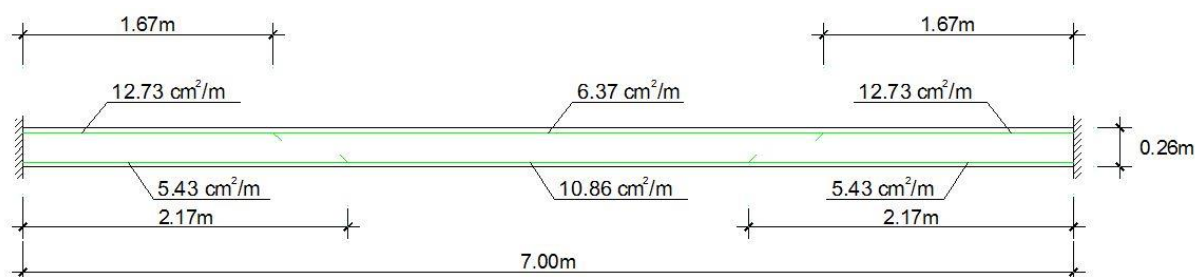


Fig. 4.12 – Dispensa de armadura na laje com um esquema estrutural de vão interior com $N=N^{DIANA}$.

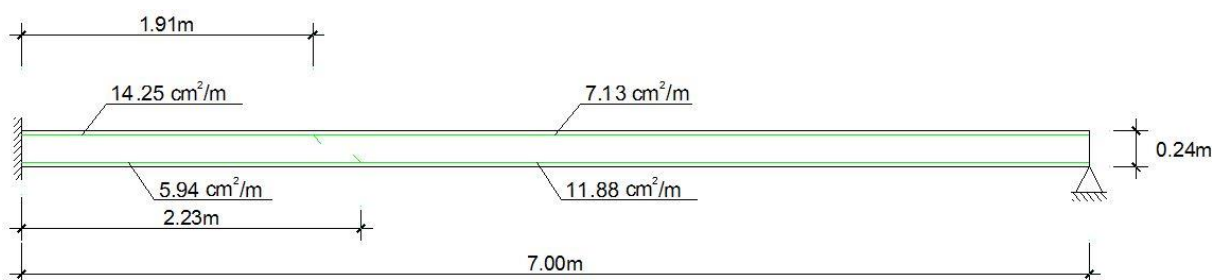


Fig. 4.13 – Dispensa de armadura na laje com esquema estrutural de vão exterior com $N=N^{DIANA}$.

Como o *software* caracteriza a armadura em elementos embebidos de elemento a elemento finito a dispensa foi aproximada para o final do elemento finito mais próximo a seguir ao ponto dessa dispensa. Deste modo evita-se que a armadura fosse interrompida a meio de um elemento, o que provocava problemas de convergência ao modelo, e simulasse corretamente o critério de amarração (l_{bd}) em dimensionamento corrente de estruturas de betão armado.

De modo a analisar a abertura de fendas após a dispensa, verifica-se que a evolução de fendilhação, para cada uma das lajes, prolonga-se até ao ponto de dispensa, terminando nesse mesmo ponto tal como se ilustra na Fig. 4.14 e na Fig. 4.15. Este facto ocorre porque na análise não linear o betão resiste a tensões de tração (ao contrario dos cálculos em seção fendilhada) e a partir do ponto de dispensa a percentagem efetiva de armadura desce fazendo com que a tensão instalada no betão não atinga a sua resistência à tração.

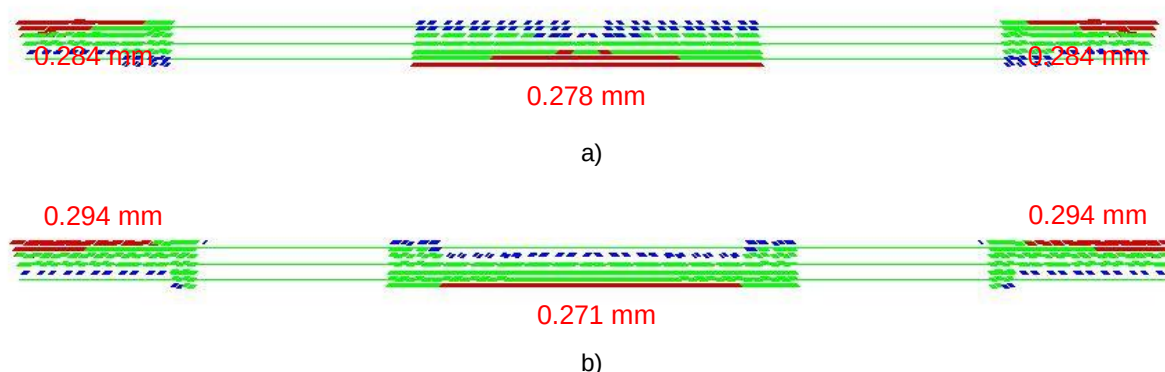


Fig. 4.14 – Padrão de fendilhação para um vão interior num instante de tempo igual a 50 anos: a) antes da dispensa; b) após a dispensa.

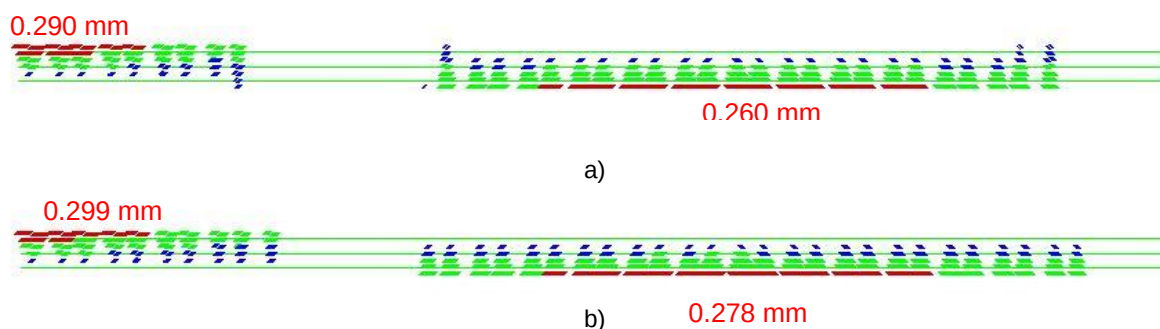


Fig. 4.15 – Padrão de fendilhação para um vão exterior num instante de tempo igual a 50 anos: a) antes da dispensa; b) após a dispensa.

4.4.2. ESFORÇO TRANSVERSO

A análise do padrão de fendilhação para determinados instantes temporais, tal como mostra a Fig. 4.14, por exemplo, leva a afirmar que a fenda atravessa toda a secção transversal. Este facto seria gravoso para a segurança da laje ao corte se a abertura de fendas fosse realmente significativa e o tamanho do agregado do betão fosse muito pequeno, ficando o corte suportado somente por duas barras de ferro. Nos resultados da análise não linear, verifica-se que há secções onde a fendilhação ocorre em todas as camadas, isto é, atravessa toda a secção. No entanto, na zona menos tracionada, a abertura de fendas apresenta valores extremamente pequenos. Tal facto ocorre porque com a estabilização da retração e a evolução da fluência devido ao estado de tensão instalado pelas cargas as extensões de fendilhação diminuem e a fenda fecha.

O *software*, em pontos de integração onde há fendilhação, aplica uma redução de rigidez de corte, denominado na nomenclatura inglesa de *shear retention*. No presente estudo esse factor é de 0,2, que significa uma redução para 20% após a fendilhação.

Em termos regulamentares o EC2 refere em 6.2.2 e de acordo com a equações (4.11) e (4.12), que para elementos para os quais não é exigida armadura de esforço transversal a sua verificação pode ser

calculada tendo em conta trações, porém refere que a influência das deformações impostas pode ser ignorada.

Na Tabela 4.22 apresenta-se a comparação do esforço transversal actuante e do esforço transversal resistente considerando um esforço de tração na laje igual a zero e um esforço axial de tração efetivamente instalado devido á deformação imposta. Os valores destes esforços são calculados pelas equações (4.11) e (4.12) partindo de um exemplo de laje presente neste estudo, com um esquema estrutural bi-encastada, uma espessura de 0,26 m e 7 m de vão.

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_s \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,15 \cdot \frac{N_{ed}}{A_c} \right] \cdot b \cdot d \quad (4.11)$$

Em que

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, \quad d \text{ em mm} \quad (4.12)$$

e A_c em mm^2 .

Tabela 4.22 – Comparação entre esforço transversal resistente e actuante.

	$N_{ed}=0 \text{ kN}$	$N_{ed}=-303 \text{ kN}$
$V_{rd,c}$	127 kN	88 kN
V_{ed}	57 kN	

Como seria expectável, a segurança ao esforço transversal continua garantida mesmo considerando as deformações impostas.

4.5. CONCLUSÕES

O presente capítulo pretendeu estudar o comportamento estrutural de lajes fortemente restringidas axialmente, impedidas de se deformar devido ao efeito da retração. Devido ao impedimento da sua livre movimentação horizontal a laje é sujeita a um esforço axial de tração, combinada com o momento flector, que tem de ser tido em conta na estimativa da armadura. No estudo das lajes do presente capítulo conclui-se que o tamanho do elemento finito não tem grande relevância na qualidade dos resultados obtidos.

Pelas análises realizadas ao longo deste capítulo, concluiu-se também que o esforço axial para dimensionar a armadura que garanta o estado limite último e estado limite de serviço é 40%-45 % do esforço de fendilhação da laje, sendo o primeiro esforço axial considerado na análise não linear uma boa estimativa.

A evolução da fendilhação, baseada no programa de cálculo automático, permite concluir justificar-se a dispensa de armadura continuando os estados limites a ser garantidos depois da dispensa. Concluiu-se por fim que a fenda que atravessa toda a seção transversal não apresenta uma abertura significativa, estando assim ultrapassados os problemas que poderiam surgir com a segurança ao corte da laje.

5

CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

5.1. CONCLUSÕES

A presente dissertação pretende contribuir para a melhor compreensão dos efeitos associado das deformações impostas devidas à retração em estruturas laminares de betão armado (lajes). Essas deformações quando restringidas originam um esforço axial que quando atinge a resistência à tração do betão leva ao aparecimento de fendas. Como em estado limite de serviço não se conhece o esforço axial verdadeiramente instalado na laje, pretendeu-se através de metodologias de análise não-linear, recorrendo a um programa de cálculo automático, estimar de uma forma correta o esforço axial verdadeiramente instalado na laje. Tendo em conta este esforço realmente instalado procedeu-se à estimativa da armadura necessária que garanta a segurança em estado limite de serviço. Foram também feitas considerações sobre a resistência em estado limite último.

Numa primeira fase do trabalho, procedeu-se ao estudo e modelação do comportamento diferido do betão não fendilhado, considerando os fenómenos de retração e fluência. Nesta etapa, percebeu-se como variavam estes efeitos ao longo do tempo, através de pequenos exemplos recorrendo ao programa de cálculo DIANA. Com o desenvolvimento da retração originam-se tensões de tração no betão (quando a deformação por retração está restringida, por efeito dos apoios ou da armadura). Foram também validados os procedimentos empregues na análise não-linear. Por outro lado, utilizando os conceitos de *tension softening* e *tension stiffening*, e empregando um modelo de fendilhação com múltiplas fendas fixas e decomposição de extensões, modelou-se o comportamento do betão fendilhado. Concluiu-se também que não era necessário simular de forma explícita a aderência entre o aço e o betão, pois este efeito é corretamente simulado, para os fins pretendidos, através do efeito de *tension stiffening*. A correta modelação do betão fendilhado é importante para a modelação realista dos fenómenos em estudo.

Numa fase subsequente do trabalho analisou-se a variação do esforço axial e da abertura de fendas em tirantes fortemente restringidos sujeitos a deformações impostas interna e externa. Nestes casos concluiu-se que o tamanho do elemento finito é importante para uma correta dissipação da energia de fratura e simulação do processo de formação de fendas. Os tirantes estão sujeitos a tração pura sendo

difícil a localização prévia das fendas, tendo sido necessário variar a resistência à tração do betão de elemento para elemento. Para um tirante sujeito a uma deformação imposta externa sem retração, a variação do esforço axial, como seria expectável, é ascendente, isto é, abre uma nova fenda quando é atingido o esforço de fendilhação ($N_{cr}=f_{ct}*A_c$) em cada elemento finito. Por outro lado, para um tirante com deformação imposta interna, devido ao efeito conjunto da retração, da restrição dos apoios e da armadura as fendas surgem para valores do esforço axial inferiores ao esforço de fendilhação num tirante com deformação imposta externa. Este facto faz com que a variação do esforço axial num tirante com deformação imposta interna seja descendente. Em termos de abertura de fendas conclui-se que os valores das aberturas de fendas são idênticos, quer a deformação imposta seja interna ou externa. A consideração desta diferença de variação de esforço axial entre tirantes sujeitos a deformações impostas é importante no dimensionamento de estruturas fortemente restringidas.

Com vista a estudar esta importância, na presente dissertação estudaram-se laje maciças armadas numa direção fortemente restringidas axialmente por se encontrarem ligadas a paredes com uma rigidez muito elevada. No estudo das lajes, resultado da variação do momento flector ao longo do seu desenvolvimento, concluiu-se que o tamanho do elemento finito não é importante para a correta obtenção dos resultados desde que esse tamanho seja tal que permita captar o processo de formação de várias fendas. Com o objetivo de perceber que esforço axial está realmente instalado na laje, em estado limite de serviço, adotou-se uma metodologia considerando dois limites para o esforço axial instalado em serviço. Primeiramente, estimou-se um limite inferior para a armadura necessária adoptando-se um esforço axial $N=0$, e quantificou-se a armadura necessária para garantir a segurança em estado limite último e estado limite de serviço (limitação da abertura de fendas em serviço a 0.3 mm). Numa análise não linear considerando a armadura assim quantificada, concluiu-se que a aberturas da fendas que ocorre de facto na laje são muito superiores a 0.3 mm. Seguidamente, considerou-se na estimativa de armadura um esforço axial igual ao esforço de fendilhação ($N_{cr}=A_c*f_{ctm}$). Considerando este esforço, a laje encontra-se em flexão composta com tração. Foram quantificadas as armaduras necessárias, com base nesse pressuposto. Considerando essa estimativa de armadura, e realizando uma nova análise não-linear, verificou-se que as aberturas de fendas reais na laje eram significativamente inferiores ao valor limite de 0,3 mm. Concluiu-se que a armadura pode ser reduzida, tendo-se verificado, numa análise paramétrica de diferentes tipos de lajes maciças com funcionamento uni-direcional, que o esforço axial realmente instalado na laje toma valores iguais a 37%-44% do esforço de fendilhação ($N_{cr}=f_{ctm}*A_c$). Esse é o valor que deve ser considerado, em projeto, na quantificação da armadura que garante a verificação do estado limite de abertura de fendas. A aplicação deste valor a lajes com configuração geométrica diferente daquelas que foram consideradas no presente estudo, deve ser realizada de modo criterioso.

Com este esforço axial, foi possível reduzir a armadura em cerca de 20% a 30% relativamente à que é estimada tendo em conta um esforço de fendilhação $N_{cr}=A_c*f_{ctm}$.

Em termos regulamentares, o EC2 não é esclarecedor na consideração dos efeitos das deformações impostas restringidas, quando o efeito das deformações impostas é combinado com ações gravíticas, nomeadamente no que concerne o cálculo da armadura mínima para elementos de betão armado na zona traccionada (7.3.2. do EC2), na verificação de flechas, em fase de serviço, em vigas ou lajes (7.4.2 do EC2) e a verificação da segurança em relação ao esforço transversal em elementos onde não é exigida armadura de esforço transversal. Este é um dos factos que justifica a realização de trabalhos de investigação sobre este tema.

5.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

No seguimento do presente trabalho, e tendo em conta aspectos que não foram possíveis de abordar nesta dissertação, aconselham-se os seguintes desenvolvimento futuros:

- Estudo da quantificação do esforço axial realmente instalado e abertura de fendas devido às deformações impostas em lajes maciças bi-direcionais, apoiando-se numa grelha de vigas para diferentes tipos de apoios em volta do painel de laje (com continuidade estrutural ou possibilidade de rotação);
- Comparação dos resultados do presente estudo com uma análise alternativa tendo em conta um modelo de aderência aço/betão;
- Estudo da fendilhação em lajes fungiformes e aligeiradas fortemente restringidas axialmente com combinação de ações verticais;
- Análise paramétrica para avaliação dos parâmetros que mais influenciam o valor do esforço axial instalado em serviço devido ao impedimento das deformações.

BIBLIOGRAFIA

- Alfredsson, H., & Spals, J. (2008). *Cracking Behaviour of Concret Subjected to Restraint Forces*. Master's Thesis Goteborg, Sweden: Chalmers University of Technology.
- Camara, J., & Figueiredo, C. (2012). Concepção de Edifícios com Grande Área de Implantação. *Encontro Nacional de Betão Estrutural* (pp. 1-10). Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Camara, J., & Luis, R. (2006). *Structural Response and Design Criteria for Imposed Deformations Superimposed to Vertical Loads Effects*. Naples, Italy.
- Camara, J., & Ricardo, L. (s.d.). *Crack Control for Imposed Deformations*.
- Carino, N., & Clifton, J. R. (April de 1995). *Prediction of Cracking in Reinforced Concret Structures*. Master Thesis, Gaithersburg, United States of America.
- CEB-FIP. (1991). *MODEL CODE 1990*. London.
- CEN. (2010). *Eurocódigo 2 - Projecto de Estruturas de Betão - Parte 1-1 : regras gerais e regras para edifícios*.
- Colotti, V., & Spadea, G. (2004). *An analytical model for crack control in reinforced concrete elements under combined forces*. Calabria, Italy: Cement & Concret Composites.
- Dawood, H., & Marzouk, H. (2011). *Experimental evaluation of the tension stiffening behavior of HSC thick panels*. Toronto: Engineering Structures.
- DIANA. (2012). Finite Element Analysis. *DIANA Manual release 9.4.4*. Delf, Netherlands: TNO Building and Construction Research, Department of Computational Mechanics.
- Leitão, L. (2011). *Análise dos Efeitos das Deformações Impostas em Estruturas de Betão Armado*. Dissertação de Mestrado, Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Leitão, L., Faria, R., Azenha, M., & Sousa, C. (2012). Análise da Fendilhação em Elementos de Betão Armado Induzido por Restrições a Deformações Impostas. *Encontro Nacional de Betão Estrutural* (pp. 1-10). Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Leonhardt, F. (1988). *Cracks and Crack Control in Concret Structures*. Stuttgart: PCI Journal.
- Leonhardt, F., & Monnig, E. (1972). *Construções de Concreto, Vol.1-6*. Stuttgart: Livraria Interciência.
- Luís, R. (2005). *Análise e Dimensionamento de Estruturas de Betão com Sobreposição de Cargas e Deformações Impostas*. Dissertação de Mestrado, Lisboa: Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa.
- Nejadi, S., & Gilbert, R. I. (s.d.). *Shrinkage Cracking in Restrained Reinforced Concret Members*. University of New South Wales.
- Petschke, T., Corres, H., García, E., & Pérez, A. (2012). *Imposed Deformations in Concrete : Case Study of Underground Car Park*.
- Pettersson, D., & Thelanderson, S. (2001). Crack development in concret structures due to imposed strains. *Materials and Structures*, 7-13.
- Research, C. F. (August de 2000). *Guide to Reinforced Concret Design*. Sydney, Australia: University of Western Sydney.

- RSA. (1983). *Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios e Pontes, "Decreto de Lei nº 235/83"*. Lisboa: Imprensa Nacional-Casa da Moeda.
- Sousa, C. (2004). *Continuidade Estrutural em Tabuleiros de Pontes Construídos com Vigas Pré-fabricadas. Solução com Ligação em Betão Armado*. Dissertação de Mestrado, Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Tavares, R. (2010). *State of Art sobre o Controlo de Fendilhação devido a Deformações Impostas*. Dissertação de Mestrado, Lisboa: Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa.
- Teixeira, L., Leitão, L., Faria, R., & Azenha, M. (2012). Ensaio de restrição axial controlada para caracterização do betão tracionado devido à retração. *Encontro Nacional de Betão Estrutural* (pp. 1-10). Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Vieira, O. (Outubro de 2011). *A consideração de deformações imposta no projeto de tanques*. Dissertação de Mestrado, Lisboa: Instituto Superior Técnico Universidade Superior de Lisboa.
- Yongzhen, L. (2010). *Predicting of stiffness of cracked Reinforced Concret Stutures*. Master Thesis, Delf: Delf University of Technology.