

ESTUDO DINÂMICO DA PONTE PEDONAL DA RABADA EM SANTO TIRSO

JOÃO RICARDO DOS SANTOS PEREIRA DA ROCHA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professora Doutora Elsa de Sá Caetano

JULHO DE 2012

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2011/2012

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2011/2012 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2012.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

Aos meus pais

Os erros são a ponte entre a inexperiência e a sabedoria.

Phyllis Theroux

AGRADECIMENTOS

No final desta etapa, não podia deixar de agradecer às pessoas que contribuíram, de forma direta ou indireta, para o sucesso deste trabalho, por todo o apoio e amizade que sempre me deram. Em especial, gostaria de agradecer:

- À Professora Elsa de Sá Caetano, pela oportunidade que me deu ao sugerir este tema e pela forma incansável como procurou que esta dissertação estivesse à altura dos objetivos traçados. A sua exigência e simpatia potenciaram uma enorme aprendizagem que certamente trará muitos frutos na minha vida profissional futura.
- Ao Professor Álvaro Cunha, pela simpatia e disponibilidade demonstrados, e pelo conhecimento transmitido na área da identificação experimental de parâmetros dinâmicos de estruturas, sem o qual esta dissertação estaria sem dúvida mais pobre.
- À Autodesk, pelo apoio prestado na utilização do software Robot através do seu grupo de discussão online, sem o qual não teria sido possível levar o presente trabalho a bom porto.
- Aos meus pais, por sempre terem feito tudo para que alcançasse com sucesso todas as metas a que me propus, dando-me todo o carinho e apoio, e por terem para comigo uma paciência inesgotável, o que nem sempre é tarefa fácil.
- Ao Miguel, por todo o apoio que me deu, não só ao longo desta tese, mas de todo o curso, e por me ter muitas vezes aconselhado sobre o caminho a seguir. Sem ele, o meu percurso em Engenharia não teria certamente tido tanto êxito.
- À Fátima, por tudo o que sempre fez por mim ao longo destes 22 anos. Sem a sua ajuda, este trabalho não seria o mesmo, pois teria sido feito de barriga vazia.
- À Cláudia, pela sua presença na inauguração da Ponte da Rabada, e por ter estado ao meu lado nos bons e maus momentos ao longo dos últimos cinco anos, quase sempre com Engenharia à mistura. A sua motivação e ânimo foram imprescindíveis à concretização deste trabalho.
- À Cristiana, que, para além da sua amizade, me ajudou na correta formatação deste documento.
- A todos os meus amigos que, de uma forma ou de outra, contribuíram para este trabalho e para o meu percurso dentro da FEUP. Sem eles, este trabalho não seria possível.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo o estudo do comportamento dinâmico da Ponte Pedonal da Rabada, com especial atenção às vibrações induzidas pela passagem de peões em corrida, e a análise de um sistema de controlo de vibrações, composto por amortecedores de massas sintonizadas (TMDs), aplicado ao caso em estudo.

Inicialmente, introduz-se a problemática da ação dos peões em pontes pedonais, sistematizando a investigação realizada nos últimos anos quanto às funções de carga que a caracterizam, em caminhada e em corrida, e abordando as metodologias relativas à sua consideração em projeto, através das recomendações técnicas existentes.

Em seguida, apresentam-se sucintamente os sistemas de controlo de vibrações mais comuns em pontes pedonais, detalhando-se o funcionamento e princípios de dimensionamento dos TMDs.

Com base nos resultados de ensaios dinâmicos realizados pelo Laboratório de Vibrações e Monitorização de Estruturas da FEUP (ViBEST), procede-se à caracterização da Ponte da Rabada em termos das suas características geométricas, mecânicas e dinâmicas, que permitiram posteriormente calibrar um modelo de elementos finitos desenvolvido no software Robot Structural Analysis 2012.

Por último, é avaliada a resposta da estrutura com base no modelo de elementos finitos desenvolvido, antes e após instalação dos TMDs, para várias situações com peões em caminhada e em corrida, comparando-se os valores obtidos com os dados experimentais disponíveis. Caracteriza-se, deste modo, o conforto dos peões com e sem TMDs, bem como a eficiência destes sistemas na mitigação de vibrações.

PALAVRAS-CHAVE: ponte em arco, estrutura metálica, vibrações, peões, TMD

ABSTRACT

The objective of the current work is to study the dynamic behaviour of the Rabada footbridge, with particular attention to the vibrations induced by running pedestrians, as well as the analysis of a vibration control system, consisting of tuned mass dampers (TMDs).

Initially, the problem of pedestrian action on footbridges is introduced through a summary of the research conducted over the past years, concerning load functions for both walking and running pedestrians, and addressing their consideration in design, included in existing technical recommendations.

Then, the most common vibration control systems used in footbridges are introduced, with details regarding the basic principles and dimensioning formulas of the TMDs.

Based on the results of dynamic tests conducted by FEUP's Laboratory of Vibrations and Structural Monitoring (ViBEST), the Rabada footbridge is characterised in terms of its geometry and its mechanic and dynamic properties, and a finite elements model, created with Robot Structural Analysis 2012, is presented. The construction of this model and the corresponding calibration based on available experimental data are discussed.

Finally, the structural response is evaluated using the finite elements model, before and after the introduction of the TMDs, for various loads equivalent to walking and running pedestrians. The results are then compared with the data collected by ViBEST. The bridge is classified in terms of the comfort it offers with and without TMDs, and the impact of this system on the decrease of the vibration levels for pedestrian loads is determined.

KEYWORDS: arch bridge, steel structure, vibration, pedestrian, TMD

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
 1. INTRODUÇÃO	 1
1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	1
1.2. OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO	1
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	2
 2. ESTADO DA ARTE	 3
2.1. INTRODUÇÃO	3
2.2. CARACTERIZAÇÃO DA AÇÃO DOS PEÕES	3
2.2.1. MEDIÇÃO DAS FORÇAS EXERCIDAS POR PEÕES	4
2.2.2. MODELAÇÃO DA AÇÃO DOS PEÕES	8
2.2.2.1 Ação de peões individuais	8
2.2.2.2 Ação de grupos e fluxos de peões	17
2.3. VIBRAÇÕES EM PONTES PEDONAIIS	21
2.3.1. RESPOSTA ESTRUTURAL A AÇÕES DINÂMICAS	21
2.3.2. CONFORTO HUMANO EM PONTES PEDONAIIS	23
2.3.3. RECOMENDAÇÕES TÉCNICAS PARA PROJETO	26
2.4. IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS DINÂMICOS DE UMA ESTRUTURA	29
 3. CONTROLO DE VIBRAÇÕES	 35
3.1. INTRODUÇÃO	35
3.2. SISTEMAS DE CONTROLO PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM PONTES PEDONAIIS	35
3.3. AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS (TMDs)	38
3.3.1. DIMENSIONAMENTO DE UM SUPRESSOR DE VIBRAÇÕES	39
3.3.2. DIMENSIONAMENTO DE UM TMD PARA UMA ESTRUTURA SEM AMORTECIMENTO	43
3.3.3. DIMENSIONAMENTO DE UM TMD PARA UMA ESTRUTURA COM AMORTECIMENTO	49
3.3.3.1 Pré-dimensionamento da massa de TMDs para controlo de vibrações induzidas por peões ..	52
3.3.3.2 Sensibilidade da resposta da estrutura face aos parâmetros do TMD	54

3.3.3.3 Aplicação de TMDs equivalentes	54
3.3.3.4 Determinação dos parâmetros dinâmicos após instalação dos TMDs	55
3.3.3.5 Cálculo simplificado da eficiência do TMD	58

4. PONTE PEDONAL DA RABADA

4.1. INTRODUÇÃO	59
4.2. CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA E MECÂNICA.....	60
4.2.1. GEOMETRIA	60
4.2.2. FUNDAÇÕES	64
4.2.3. MATERIAIS.....	65
4.3. PROPRIEDADES DINÂMICAS	66
4.3.1. METODOLOGIA.....	66
4.3.2. MODELO DE PROJETO.....	66
4.3.3. CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL.....	69
4.3.3.1 Ensaio de Vibração Ambiental	69
4.3.3.2 Ensaio de Vibração Livre.....	72

5. MODELO NUMÉRICO DA PONTE DA RABADA.....

5.1. INTRODUÇÃO	75
5.2. ASPETOS GERAIS	75
5.3. VALIDAÇÃO DA MODELAÇÃO NUMÉRICA	83

6. ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE DA RABADA.....

6.1. INTRODUÇÃO	87
6.2. APLICAÇÃO DAS RECOMENDAÇÕES TÉCNICAS.....	87
6.2.1. AÇÃO DE PEÕES EM CAMINHADA	87
6.2.1.1 Aplicação de uma carga pontual na secção de um terço de vão.....	88
6.2.1.2 Modelação de fluxos de peões.....	91
6.2.2. AÇÃO DE PEÕES EM CORRIDA	94
6.2.2.1 Aplicação de uma carga pontual na secção de meio vão	94
6.2.2.2 Atuação de uma carga pontual móvel	96
6.2.2.3 Modelação de grupos em corrida.....	102
6.3. COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS	106
6.4. CONCLUSÕES	109

7. COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE DA RABADA APÓS INSTALAÇÃO DOS TMDS	111
7.1. INTRODUÇÃO	111
7.2. DIMENSIONAMENTO DOS TMDS	111
7.2.1. ESTIMATIVA DA EFICIÊNCIA DOS TMDS	114
7.3. APLICAÇÃO DAS RECOMENDAÇÕES TÉCNICAS	116
7.3.1. MODELAÇÃO NUMÉRICA DOS TMDS	116
7.3.2. AÇÃO DE PEÕES EM CAMINHADA	117
7.3.2.1 Aplicação de uma carga pontual na secção de um terço de vão	118
7.3.2.2 Modelação de fluxos de peões	118
7.3.3. AÇÃO DE PEÕES EM CORRIDA	123
7.3.3.1 Aplicação de uma carga dinâmica pontual na secção de meio vão	123
7.3.3.2 Atuação de uma carga pontual móvel	125
7.3.3.3 Modelação de grupos em corrida	127
7.4. COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS	131
7.5. CONCLUSÕES	136
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS	139
8.1. SÍNTESE DO TRABALHO DESENVOLVIDO	139
8.2. RESULTADOS OBTIDOS	140
8.3. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	141
BIBLIOGRAFIA	143

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Função de carga de um passo em caminhada na direção vertical (a), lateral (b) e longitudinal (c), com a correspondente posição do pé [5]	5
Figura 2.2 – Relação entre a frequência da passada e outros parâmetros caracterizadores da ação dos peões, de acordo com Wheeler [5]	6
Figura 2.3 – Funções de carga de um peão para várias frequências de passada de acordo com Wheeler [5]	6
Figura 2.4 – Funções densidade de probabilidade da frequência da passada de acordo com o SYNPEX [5]	7
Figura 2.5 – Função de carga para um peão com $G=700\text{N}$ e $f_p=1.80\text{ Hz}$, de acordo com Blanchard ..	9
Figura 2.6 – Coeficientes de Fourier para a ação de um peão em caminhada na direção vertical (a), lateral (b) e longitudinal (c), para um peão com $G=587\text{ N}$ e $f_p=2,0\text{ Hz}$ [4]	10
Figura 2.7 – Função de carga vertical para um peão com $G = 700\text{N}$ e $f_p=1,80\text{ Hz}$ de acordo com Bachmann [4]	10
Figura 2.8 - Função de carga lateral para um peão com $G = 700\text{N}$ e $f_p=1,80\text{ Hz}$ de acordo com Bachmann [4]	11
Figura 2.9 - Função de carga longitudinal para $G=700\text{N}$ e $f_p=1,80\text{ Hz}$ de acordo com Bachmann [4] ..	11
Figura 2.10 – Função de carga vertical para corrida para $G=700\text{ N}$ e $f_p=3,0\text{ Hz}$ de acordo com Bachmann	12
Figura 2.11 – Ábaco para determinação dos coeficientes de Fourier dos primeiros quatro harmónicos da função de carga da corrida, segundo Bachmann e Ammann [4].....	13
Figura 2.12 – Coeficientes de Fourier para caminhada (a) e corrida (b), de acordo com Rainer [1] ...	13
Figura 2.13 – Parâmetros da função de carga medidos no âmbito do projeto europeu Synpex [6]	15
Figura 2.14 - Função de carga vertical para um peão em caminhada com $G = 700\text{N}$ e $f_p=1,80\text{ Hz}$ de acordo com o projeto Synpex.....	16
Figura 2.15 – Valor do coeficiente de força dinâmica equivalente e representação gráfica da função de carga lateral equivalente de acordo com o Synpex [6]	16
Figura 2.16 – Coeficiente redutor ψ referente ao primeiro e segundo harmónicos, nas direções vertical, longitudinal e lateral [9]	18
Figura 2.17 – Sinal da carga distribuída para um modo de vibração vertical [9]	18
Figura 2.18 – Coeficiente redutor da amplitude de carga vertical em corrida, de acordo com o Synpex [6].....	19
Figura 2.19 – Coeficiente $k(f_{\text{vert}})$ em função da frequência natural do modo de vibração em estudo [11].....	19
Figura 2.20 – Valor do coeficiente γ , função do amortecimento da estrutura e do vão efetivo [11].....	20
Figura 2.21 – Relação entre o coeficiente de amortecimento e a frequência angular para o amortecimento de Rayleigh [12].....	22

Figura 2.22 - Relação entre a aceleração máxima e o grau de desconforto obtido num estudo realizado na FEUP [6].....	24
Figura 2.23 – Comparação dos valores limite das acelerações limite na direção vertical e horizontal estabelecidos por várias normas internacionais [6]	25
Figura 2.24 – Gamas de frequência para as quais está dispensada a análise dinâmica, relativamente a modos verticais (a) e a modos horizontais (b) [5]	26
Figura 2.25 – Bandas de risco nas direções vertical e longitudinal (SÉTRA) [9].....	27
Figura 2.26 – Bandas de risco na direção transversal (SÉTRA) [9]	27
Figura 2.27 – Representação de uma função harmónica no domínio do tempo e no domínio da frequência	29
Figura 2.28 – Esquema de um sistema de excitação e medição de vibrações [13]	30
Figura 2.29 – Esquema de um martelo de impulsos [13].....	30
Figura 2.30 – Fotografia de um martelo de impulsos [13].....	30
Figura 2.31 – Representação esquemática de um vibrador de massas excêntricas [13]	31
Figura 2.32 – Fotografia de um vibrador de massas excêntricas [13]	31
Figura 2.33 – Vibrador eletromagnético: representação esquemática (a) e fotografia (b) [13]	31
Figura 2.34 – Operações de suspensão e libertação de um bloco nos ensaios de vibração livre da Ponte Pedro e Inês, em Coimbra, conduzidos pelo ViBEST [14]	32
Figura 2.35 – Resposta da estrutura num ensaio de vibração livre (Ponte Pedro e Inês) [14]	32
Figura 2.36 – Vários tipos de acelerómetros e amplificadores de sinal [13].....	33
Figura 2.37 – Exemplo de espectro de potência obtido para ensaios na Ponte Pedro e Inês [14]	33
Figura 3.1 – Esquema de funcionamento de um amortecedor de fluido viscoso [3]	36
Figura 3.2 – Amortecedor de fluido viscoso instalado na ponte pedonal de Minden [15].....	36
Figura 3.3 – Esquema de funcionamento de um amortecedor viscoelástico [3].....	36
Figura 3.4 – Exemplo de um amortecedor friccional [3].....	37
Figura 3.5 – Esquema de funcionamento de um TLD [3].....	37
Figura 3.6 – Funcionamento esquemático de um TMD [3]	38
Figura 3.7 – TMDs na Ponte Pedonal Pedro e Inês, em Coimbra [16].....	38
Figura 3.8 – Representação esquemática de um Supressor de Vibrações [18].....	40
Figura 3.9 – Frequências naturais da estrutura após instalação do supressor de vibrações, em função de μ	42
Figura 3.10 – Resposta da estrutura antes e após instalação do supressor de vibrações para $\mu=0,20$	43
Figura 3.11 – Resposta da estrutura para diferentes massas do supressor de vibrações	43

Figura 3.12 – Representação esquemática de um TMD aplicado a uma estrutura sem amortecimento [18].....	44
Figura 3.13 – Representação de um vetor no plano de Argand [19]	44
Figura 3.14 – Curvas de amplitude do movimento de mS para $\mu=0,20$, $q=0,90$ e vários valores de ξ_T	46
Figura 3.15 - Curvas de amplitude do movimento de mS para $\mu=0,20$, $q=0,80$ e vários valores de ξ_T	46
Figura 3.16 – Amplitude de movimento da estrutura para $\mu=0,20$ e respetivos valores ótimos ξ_{Topt} e q_{opt}	48
Figura 3.17 – Esquema de funcionamento de um TMD aplicado a uma estrutura com amortecimento [18].....	49
Figura 3.18 – Amplitude do deslocamento de mS para $\mu=0,20$, $q=0,85$ e diferentes valores de ξ_T numa estrutura de amortecimento baixo ($\xi_S=0,01$)	50
Figura 3.19 - Amplitude do deslocamento de mS para $\mu=0,20$, $q=0,85$ e diferentes valores de ξ_T numa estrutura de amortecimento elevado ($\xi_S=0,1$)	50
Figura 3.20 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento da massa mS [3]	51
Figura 3.21 – Curvas para determinação de q_{opt} [3].....	51
Figura 3.22 – Curvas para determinação de $\xi_{T,opt}$ [3].....	52
Figura 3.23 – Curva de amplificação máxima do deslocamento relativo entre o TMD e a estrutura [3]	52
Figura 3.24 – Curvas de amplificação máxima para $\mu=0,01$ e $\xi_S=0,01$ [20]	54
Figura 4.1 – Localização da Ponte Pedonal da Rabada [22].....	59
Figura 4.2 – Vista aérea do local de implantação da ponte [22].....	60
Figura 4.3 – Representação em alçado da ponte pedonal [23]	60
Figura 4.4 – Representação em planta da ponte pedonal [23].....	60
Figura 4.5 – Vista lateral da ponte	61
Figura 4.6 – Pormenor da ligação das rótulas dos arcos e dos montantes ao encontro de betão armado	61
Figura 4.7 – Fotografia do tabuleiro da ponte	62
Figura 4.8 – Pormenor da secção transversal da ponte numa secção de ligação a uma carlinga [23]	62
Figura 4.9 – Secções transversais dos perfis metálicos que compõem a estrutura: HEB 600 (a), HEA 450 soldado a uma cantoneira L200x100x10 (b), HEA 450 (c), HEB 300 (d) e contraventamentos RHS 150x100x4 (e).....	63
Figura 4.10 – Representação de uma carlinga tipo 1 [23]	63
Figura 4.11 – Representação de uma carlinga tipo 2 [23]	63
Figura 4.12 – Pormenor da ligação das carlingas extremas (tipo 2) aos pilares de betão [23].....	64
Figura 4.13 – Fundações da ponte na margem direita do Ave [23].....	64

Figura 4.14 – Fundações da ponte na margem esquerda [23]	65
Figura 4.15 – Modelo de cálculo desenvolvido pela SOPSEC [23]	67
Figura 4.16 – Representação das secções instrumentadas pelo ViBEST [25].....	69
Figura 4.17 – Sismógrafo ligado a GPS durante ensaios na Ponte da Rabada	69
Figura 4.18 – Espectros de potência médios para cada conjunto de medições efectuado [25]	70
Figura 4.19 – Valores singulares médios resultantes da aplicação do algoritmo EFDD [25]	70
Figura 4.20 – Diagrama de estabilização correspondente à aplicação do método SSI [25]	71
Figura 4.21 - Posição do bloco e dos sismógrafos para os ensaios com o bloco alinhado com o eixo da ponte [25]	72
Figura 4.22 - Posição do bloco e dos sismógrafos para os ensaios com o bloco na extremidade do arco [25]	72
Figura 4.23 – Operações de suspensão e corte do bloco durante os ensaios de vibração livre [25] ..	73
Figura 4.24 – Resposta da estrutura para libertação de um bloco suspenso numa extremidade do arco [25]	73
Figura 4.25 – Resposta em vibração livre após excitação induzida por saltos com frequência 2,65 Hz [25]	74
Figura 5.1 – Modelo de elementos finitos da Ponte Pedonal da Rabada	76
Figura 5.2 – Modelação do tabuleiro com duas lajes de espessura variável.....	76
Figura 5.3 – Ligação entre a laje do tabuleiro e a longarina exterior	77
Figura 5.4 – Pormenor das ligações nas extremidades do tabuleiro	77
Figura 5.5 – Fotografia de pormenor das ligações entre os vários elementos metálicos	78
Figura 5.6 – Pormenor da modelação do contraventamento do arco.....	78
Figura 5.7 – Representação da ligação dos montantes centrais às carlingas (secções reais)	79
Figura 5.8 – Representação da ligação dos montantes centrais às carlingas (elementos finitos)	79
Figura 5.9 – Alçado do modelo, com representação dos apoios	80
Figura 5.10 – Representação em planta do modelo desenvolvido	80
Figura 5.11 – Representação em alçado e em planta da configuração do 1º modo de vibração do modelo desenvolvido ($f=1,61$ Hz)	81
Figura 5.12 - Representação em alçado e em planta da configuração do 2º modo de vibração do modelo desenvolvido ($f=2,04$ Hz)	81
Figura 5.13 - Representação em alçado e em planta da configuração do 3º modo de vibração do modelo desenvolvido ($f=2,73$ Hz)	82
Figura 5.14 - Representação em alçado e em planta da configuração do 4º modo de vibração do modelo desenvolvido ($f=4,04$ Hz)	82

Figura 5.15 - Representação em alçado e em planta da configuração do 5º modo de vibração do modelo desenvolvido ($f=4,26$ Hz).....	82
Figura 5.16 - Representação em alçado e em planta da configuração do modo não identificado de frequência $f=3,65$ Hz	83
Figura 5.17 - Representação em alçado e em planta da configuração do modo não identificado de frequência $f=3,92$ Hz	83
Figura 5.18 – Comparação dos resultados experimentais com os obtidos no modelo de elementos finitos para o 1º modo de vibração ($f=1,61$ Hz).....	84
Figura 5.19 – Comparação dos resultados experimentais com os obtidos no modelo de elementos finitos para o 2º modo de vibração ($f=2,04$ Hz).....	85
Figura 5.20 – Comparação dos resultados experimentais com os obtidos no modelo de elementos finitos para o 3º modo de vibração ($f=2,73$ Hz).....	85
Figura 6.1 – Esquema de aplicação da carga pontual de caminhada no modelo de elementos finitos	88
Figura 6.2 – Aceleração obtida para um peão, no nó de bordo do tabuleiro na secção de aplicação da carga, calculada com o modelo de elementos finitos	89
Figura 6.3 – Aceleração do sistema de um grau de liberdade equivalente ao primeiro modo de vibração da ponte calculada para ação de uma carga pontual sinusoidal em ressonância.....	90
Figura 6.4 – Validação do amortecimento modal através do comportamento em vibração livre	91
Figura 6.5 – Concordância entre sinal das cargas e a configuração do primeiro modo de vibração ...	91
Figura 6.6 – Aceleração calculada para a secção de coordenada modal máxima para a classe de tráfego TC3.....	93
Figura 6.7 - Aceleração calculada para a secção de coordenada modal máxima para a classe de tráfego TC4.....	93
Figura 6.8 - Aceleração calculada para a secção de coordenada modal máxima para a classe de tráfego TC5.....	93
Figura 6.9 – Esquema de aplicação da carga pontual de corrida no modelo de elementos finitos	94
Figura 6.10 – Aceleração na secção de meio vão para atuação de uma carga harmónica pontual em ressonância com o 3º modo de vibração	95
Figura 6.11 – Aceleração do sistema de um grau de liberdade equivalente ao terceiro modo de vibração da ponte calculada para ação de uma carga pontual sinusoidal em ressonância.....	95
Figura 6.12 – Aceleração na secção de meio vão para atuação de uma carga semi-sinusoidal pontual em ressonância com o 3º modo de vibração	96
Figura 6.13 – Representação esquemática da distribuição da carga móvel pelos nós.....	97
Figura 6.14 – Folha de cálculo desenvolvida para geração das funções de carga móveis	98
Figura 6.15 – Exemplo de ficheiro de resultados gerado	98
Figura 6.16 – Macro de importação e exportação de casos de carga, da autoria da Autodesk [26] ...	99
Figura 6.17 – Macro para importação e exportação dos dados da Análise Temporal [26]	99

Figura 6.18 – Variação da aceleração calculada para a secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida a uma velocidade de 3,0 m/s	100
Figura 6.19 - Variação da aceleração calculada para a secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida a uma velocidade de 2,0 m/s	100
Figura 6.20 - Variação da aceleração calculada para a secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida a uma velocidade de 2,62 m/s	100
Figura 6.21 - Variação da aceleração calculada para a secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida a uma velocidade de 3,50 m/s	101
Figura 6.22 – Variação da aceleração máxima calculada para a secção de meio vão em função da velocidade de propagação da carga	101
Figura 6.23 – Esquema em planta da distribuição dos peões num grupo de cinco indivíduos	102
Figura 6.24 – Espectro de potência verticais da resposta para grupos de peões em corrida de várias dimensões, de acordo com os dados do VIBEST [25]	103
Figura 6.25 – Aceleração calculada para secção de meio vão para a passagem de um grupo de 5 peões em corrida, considerando desvios padrão nulo e igual a 0,08 Hz para a frequência da passada	104
Figura 6.26 – Esquema em planta da distribuição dos peões num grupo de dez indivíduos.....	104
Figura 6.27 – Aceleração calculada para secção de meio vão para a passagem de um grupo de 10 peões em corrida, considerando desvios padrão de 0,12 Hz e 0,16 Hz para a frequência da passada	105
Figura 6.28 – Comparação dos resultados experimentais com os calculados com o modelo para um peão em corrida (secção de meio vão)	107
Figura 6.29 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos para um grupo de 5 peões em corrida com os calculados com o modelo, assumindo um desvio-padrão das frequências de 0,08 Hz (secção de meio vão)	107
Figura 6.30 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos para um grupo de 10 peões em corrida considerando um desvio-padrão das frequências de 0,12 Hz, na secção de meio vão (1ª série de medições)	108
Figura 6.31 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos para um grupo de 10 peões em corrida considerando um desvio-padrão das frequências de 0,12 Hz, na secção de meio vão (2ª série de medições)	108
Figura 7.1 – TMDs utilizados na Ponte Pedonal da Rabada para controlo do 1º (a) e do 3º modo (b)	112
Figura 7.2 – Ensaio de validação dos parâmetros dinâmicos dos TMDs	113
Figura 7.3 – TMDs na Ponte Pedonal da Rabada para controlo do 1º modo (a) e do 3º modo vibração (b).....	114
Figura 7.4 – Resposta em frequência da estrutura após instalação dos TMDs para ação de um peão em caminhada, considerando apenas o contributo do 1º modo de vibração	114
Figura 7.5 – Comparação entre a resposta em frequência antes e após a aplicação do TMD para o 1º modo de vibração sob ação de um peão em caminhada.....	115

Figura 7.6 – Resposta em frequência da estrutura após instalação dos TMDs para ação de um peão em corrida, considerando apenas o contributo do 3º modo de vibração	115
Figura 7.7 – Comparação entre a resposta em frequência antes e após a aplicação do TMD para o 3º modo de vibração sob ação de um peão em corrida	116
Figura 7.8 – Modelação do TMD para controlo do 1º modo de vibração	117
Figura 7.9 – Modelação do TMD para controlo do 3º modo de vibração	117
Figura 7.10 – Aceleração obtida no modelo de elementos finitos para a secção de um terço de vão, no nó de bordo do tabuleiro, para uma força sinusoidal equivalente à ação de um peão em caminhada aplicada nessa secção	118
Figura 7.11 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC3 ressonante com o 1º modo de vibração, após aplicação do TMD	120
Figura 7.12 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC3 ressonante com o 2º modo de vibração, após aplicação do TMD	120
Figura 7.13 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC4 ressonante com o 1º modo de vibração, após aplicação do TMD	121
Figura 7.14 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC4 ressonante com o 2º modo de vibração, após aplicação do TMD	121
Figura 7.15 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC5 ressonante com o 1º modo de vibração, após aplicação do TMD	122
Figura 7.16 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC5 ressonante com o 2º modo de vibração, após aplicação do TMD	122
Figura 7.17 – Aceleração obtida no modelo de elementos finitos para a secção de meio de vão, no nó de bordo do tabuleiro, para uma força sinusoidal equivalente à ação de um peão em corrida após instalação do TMD	124
Figura 7.18 – Aceleração obtida no modelo de elementos finitos para a secção de meio de vão, no nó de bordo do tabuleiro, para uma força semi-sinusoidal equivalente à ação de um peão em corrida após instalação do TMD	124
Figura 7.19 – Aceleração calculada na secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida com uma velocidade de 3 m/s, após instalação do TMD	125
Figura 7.20 – Aceleração calculada na secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida com uma velocidade de 2 m/s, após instalação do TMD	126
Figura 7.21 – Aceleração calculada na secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida com uma velocidade de 2,62 m/s, após instalação do TMD	126
Figura 7.22 – Aceleração calculada na secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida com uma velocidade de 3,5 m/s, após instalação do TMD	127
Figura 7.23 – Aceleração obtida na secção de meio vão para ação de um grupo de 5 peões em corrida com frequências de passada segundo uma distribuição normal de média 2,89 Hz e desvio-padrão 0,08 Hz	128
Figura 7.24 – Aceleração obtida na secção de meio vão para ação de um grupo de 5 peões em corrida com frequência de passada igual a 2,89 Hz	129

Figura 7.25 – Aceleração obtida na secção de meio vão para ação de um grupo de 5 peões em corrida com frequências de passada segundo uma distribuição normal de média 2,89 Hz e desvio-padrão 0,12 Hz	130
Figura 7.26 – Registo da aceleração vertical a um terço de vão durante a inauguração no período 320-640s.....	132
Figura 7.27 – Registo da aceleração vertical a um terço de vão durante a inauguração no período 640-960s.....	132
Figura 7.28 – Imagem representativa da densidade de peões no dia da inauguração da ponte	133
Figura 7.29 – Aceleração na secção de meio vão para uma pessoa em salto rítmico em ressonância com a frequência do 3º modo de vibração da estrutura.....	134
Figura 7.30 – Comparação entre a aceleração medida e calculada com o modelo para um peão em corrida.....	135
Figura 7.31 – Comparação entre a aceleração medida e calculada com o modelo para um grupo de 5 peões em corrida.....	135

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Relação entre a densidade de peões e a velocidade e frequência da passada em fluxos de peões (Synpex) [6]	8
Tabela 2.2 – Coeficientes de Fourier para a caminhada, de acordo com Young [1].....	13
Tabela 2.3 – Coeficientes de Fourier para caminhada no plano horizontal, segundo o SÉTRA [9]	14
Tabela 2.4 – Coeficientes de Fourier dos quatro primeiros harmónicos para a ação de um peão em caminhada (Synpex) [5, 6]	15
Tabela 2.5 – Ângulos de fase dos primeiros quatro harmónicos para a ação de um peão em caminhada (Synpex) [5, 6]	15
Tabela 2.6 – Classes de conforto referentes a diferentes níveis de aceleração de pico, de acordo com estudo realizado na FEUP [6]	24
Tabela 2.7 – Classes de conforto e respetivas acelerações máximas (SÉTRA e Synpex) [6, 9]	25
Tabela 2.8 – Casos de carga para modelação de fluxos contínuos de peões em função da densidade de peões e da banda de risco da ponte pedonal (SÉTRA) [9]	28
Tabela 4.1 – Peso volúmico dos elementos estruturais [23]	66
Tabela 4.2 – Peso próprio dos pavimentos [23].....	66
Tabela 4.3 – Frequências dos modos de vibração calculados pelo projetista [24]	67
Tabela 4.4 – Máximas componentes modais e respetivas massas modais de acordo com o modelo do projetista [24]	68
Tabela 4.5 – Comparação entre frequências naturais calculadas e medidas nos ensaios e coeficientes de amortecimento modais [25]	71
Tabela 4.6 – Frequências naturais calculadas/medidas e coeficientes de amortecimento identificados através de cálculos de projeto e ensaios [25]	74
Tabela 5.1 – Tabela-resumo dos graus de liberdade bloqueados nas ligações entre elementos e no apoio do arco.....	80
Tabela 5.2 – Modos de vibração principais da estrutura obtidos por modelação com elementos finitos	81
Tabela 5.3 – Comparação entre as frequências dos ensaios e do modelo desenvolvido	84
Tabela 6.1 – Valor do peso dos peões, da frequência natural da ponte e dos coeficientes $\Psi_{1,1}$ e λ em função da classe de tráfego	92
Tabela 6.2 – Aceleração e deslocamento máximos em função da classe de tráfego	94
Tabela 6.3 – Valores máximos da aceleração em função da velocidade de propagação da carga ..	101
Tabela 6.4 – Frequência de cada peão do grupo para uma distribuição normal de média 2,73 Hz e desvio padrão igual a 0,08 Hz.....	103
Tabela 6.5 – Frequência de cada peão do grupo para uma distribuição normal de média 2,73 Hz e desvios padrão de 0,12 Hz e 0,16 Hz	105
Tabela 6.6 – Comparação entre valores máximos de aceleração obtidos experimentalmente e com o modelo	106

Tabela 6.7 – Valores máximos de aceleração vertical obtidos nos ensaios e calculados com o modelo de elementos finitos e respetiva classificação de conforto para vários cenários de carga.....	109
Tabela 7.1 – Características dos TMDs	112
Tabela 7.2 – Frequências de vibração e correspondentes coeficientes de amortecimento da estrutura após instalação dos TMDs	113
Tabela 7.3 – Valores teóricos das acelerações e deslocamentos máximos antes e após instalação dos TMDs e respetivos valores de eficiência	116
Tabela 7.4 – Parâmetros definidores das cargas aplicadas para modelação de fluxos de peões em caminhada, após instalação dos TMDs.....	119
Tabela 7.5 – Aceleração e deslocamento máximos para fluxos de peões correspondentes à classe de tráfego TC3, em ressonância com o primeiro e segundo modos de vibração	119
Tabela 7.6 – Aceleração e deslocamento máximos para fluxos de peões correspondentes à classe de tráfego TC4, em ressonância com o primeiro e segundo modos de vibração	121
Tabela 7.7 – Aceleração e deslocamento máximos para fluxos de peões correspondentes à classe de tráfego TC5, em ressonância com o primeiro e segundo modos de vibração	122
Tabela 7.8 – Síntese dos valores de aceleração máxima obtidos e eficiência do TMD	123
Tabela 7.9 – Síntese dos valores de deslocamento máximo obtidos e eficiência do TMD	123
Tabela 7.10 – Comparação da resposta para ações pontuais antes e após instalação do TMD de controlo do 3º modo de vibração	125
Tabela 7.11 – Valores máximos de aceleração com e sem TMD para cargas móveis a diferentes velocidades	127
Tabela 7.12 – Frequência de cada peão do grupo para uma distribuição normal de média 2,89 Hz e desvio-padrão igual a 0,08 Hz	128
Tabela 7.13 – Frequência de cada peão do grupo para uma distribuição normal de média 2,89 Hz e desvio-padrão igual a 0,12 Hz	129
Tabela 7.14 – Valores máximos de aceleração em função do desvio-padrão adotado para a frequência da passada dos elementos do grupo	129
Tabela 7.15 – Comparação da aceleração máxima calculada antes e após instalação do TMD para grupos de 5 peões em corrida, em função do desvio-padrão das frequências da passada.....	131
Tabela 7.16 – Comparação do deslocamento máximo calculado antes e após instalação do TMD para grupos de 5 peões em corrida, em função do desvio-padrão das frequências da passada.....	131
Tabela 7.17 – Acelerações máximas na secção de um terço de vão de acordo com as análises realizadas e registadas no dia da inauguração	132
Tabela 7.18 – Aceleração máxima para cargas pontuais e para o ensaio de salto rítmico.....	134
Tabela 7.19 – Valores máximos de aceleração vertical calculados com o modelo de elementos finitos antes e após aplicação dos TMDs e respetiva eficiência.....	136
Tabela 7.20 – Valores máximos de aceleração medidos experimentalmente para peões em corrida, antes e após instalação dos TMDs na estrutura	137
Tabela 7.21 – Comparação entre a classificação do conforto dos peões com e sem TMDs	137

1

INTRODUÇÃO

1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

As pontes pedonais, frequentemente caracterizadas por uma grande esbelteza e baixo amortecimento estrutural, são muitas vezes suscetíveis às vibrações induzidas pela passagem de peões, o que resulta na necessidade de se realizarem estudos dinâmicos com o objetivo de aferir o nível de conforto oferecido pela estrutura aos seus utilizadores e, em alguns casos, serem concebidos sistemas de controlo de vibrações de forma a garantir condições de serviço adequadas.

A Ponte Pedonal da Rabada, ponte metálica em arco recentemente construída em Santo Tirso, constitui o caso de estudo da presente dissertação. Aquando da realização do seu projeto, da autoria da SOPSEC, foi avaliada a sua suscetibilidade a ações induzidas por peões por intermédio de análises dinâmicas realizadas num modelo da estrutura em elementos finitos.

Deste modo, e após a sua construção, o Laboratório de Vibrações e Monitorização de Estruturas da FEUP (ViBEST) conduziu ensaios dinâmicos que permitiram comprovar a necessidade de adoção de medidas de controlo de vibrações. Assim, foi estudada uma solução de controlo de vibrações passiva, materializada por amortecedores de massas sintonizadas (TMDs), cuja eficiência foi posteriormente comprovada por intermédio de novos ensaios realizados no local.

1.2. OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO

Tendo a Ponte Pedonal da Rabada como base, pretende-se nesta dissertação fazer um estudo da resposta dinâmica às ações pedonais, utilizando dados de observação experimentais para desenvolver e calibrar um modelo tridimensional de elementos finitos com um comportamento dinâmico tão próximo quanto possível do comportamento real da estrutura.

O objetivo do trabalho passa por aplicar as recomendações internacionais existentes sobre as ações pedonais ao caso de estudo da Ponte da Rabada, partindo do modelo de elementos finitos desenvolvido. Pretende-se ainda simular o atravessamento da ponte por peões, dando particular atenção à ação de peões em corrida, pouco estudada no passado, fazendo uma análise da resposta dinâmica resultante.

Adicionalmente, pretende-se estudar o processo de dimensionamento dos TMDs bem como a sua aplicação ao caso em estudo, desenvolvendo análises adicionais para avaliar o seu efeito na resposta. A existência de resultados relativos a ensaios com peões, realizados pelo ViBEST antes e após

instalação dos TMDs na estrutura, permite a comparação dos resultados obtidos na modelação com a resposta real da estrutura.

1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A presente dissertação encontra-se dividida em 8 capítulos.

No segundo capítulo é feito um levantamento da investigação efetuada sobre a ação exercida por peões, bem como das recomendações internacionais quanto aos modelos de cálculo a utilizar para determinar o nível de vibrações expectável em pontes pedonais e indicações sobre o grau de conforto correspondente. É também feita uma descrição sumária das metodologias correntes de identificação experimental dos parâmetros dinâmicos de uma estrutura de Engenharia Civil.

No terceiro capítulo são apresentados vários tipos de dispositivos de controlo de vibrações aplicáveis a pontes pedonais. É posteriormente detalhado o funcionamento dos amortecedores de massas sintonizadas (TMDs), explicando-se a filosofia do seu dimensionamento para cargas harmónicas, como, por exemplo, a ação pedonal, e indicado um método simplificado de estimativa da eficiência dos TMDs.

No quarto capítulo introduz-se o caso da Ponte Pedonal da Rabada, descrevendo-se as suas propriedades geométricas e mecânicas e analisando-se o seu comportamento dinâmico através da caracterização experimental feita pelo ViBEST.

No quinto capítulo aborda-se a modelação numérica desenvolvida, detalhando alguns aspetos da sua calibração, feita a partir dos dados experimentais disponíveis. As propriedades dinâmicas do modelo são ainda comparadas com as obtidas nos ensaios.

No sexto capítulo procede-se ao estudo dinâmico da ponte, aplicando as recomendações técnicas internacionais vigentes. O estudo incide sobre as vibrações na direção vertical relativas ao primeiro e terceiro modos de vibração, críticos em relação à ação pedonal em caminhada e corrida, respetivamente. Os resultados obtidos são comparados com as medições efetuadas no local em ensaios com peões. Por último, é classificado o nível de conforto dos peões para as várias cargas consideradas de acordo com as recomendações existentes.

No sétimo capítulo discutem-se os parâmetros de dimensionamento dos TMDs para o caso da Ponte Pedonal da Rabada e estima-se a sua eficiência na redução das acelerações e dos deslocamentos. Aplicam-se novamente as recomendações técnicas, incorporando os TMDs no modelo de elementos finitos, e averigua-se para cada tipo de carga o nível de conforto associado, verificando se a introdução dos TMDs foi feita com sucesso. Os resultados obtidos na simulação numérica são também comparados com resultados de ensaios realizados com peões após instalação dos TMDs na ponte, permitindo validar as conclusões obtidas.

Por último, sumarizam-se no oitavo capítulo as conclusões do trabalho, sintetizando os resultados das análises realizadas, e apresentam-se indicações relativas a desenvolvimentos futuros do tema abordado.

2 ESTADO DA ARTE

2.1. INTRODUÇÃO

A evolução da Engenharia Civil nas últimas décadas, apoiada não só nos avanços da investigação mas também no progresso dos meios informáticos à disposição dos engenheiros, tem proporcionado alterações consideráveis na construção. As estruturas são, por conseguinte, mais otimizadas, resultando em pontes mais leves e esbeltas, construídas com materiais inovadores. Se, por um lado, este desenvolvimento permitiu resolver muitos problemas do passado, trouxe também inconvenientes anteriormente inexistentes. Questões como as vibrações, comuns em estruturas com maior flexibilidade, têm ganho relevo nos últimos anos, em paralelo com um aumento da exigência relativamente ao cumprimento de condições satisfatórias de serviço.

Neste contexto, as pontes pedonais, por serem estruturas relativamente leves e muitas vezes caracterizadas por conceções mais arrojadadas, apresentam-se como um bom exemplo dos desafios da Engenharia Civil no século XXI. O efeito do movimento de peões sobre a estrutura, de natureza dinâmica, representa um desafio técnico que tem de ser conciliado com o conforto dos próprios peões em circulação na ponte.

O presente capítulo tem como objetivo expor a investigação realizada até hoje no que concerne à ação de peões em estruturas, bem como o seu efeito dinâmico em pontes pedonais. Pretende-se ainda apresentar sumariamente algumas recomendações técnicas existentes para o projeto de pontes pedonais e abordar de forma breve os procedimentos experimentais correntes para a caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutura.

2.2. CARACTERIZAÇÃO DA AÇÃO DOS PEÕES

A consciência de que a ação dos peões nas obras de arte tem efeitos muito relevantes não é recente. De facto, encontram-se diversos exemplos de pontes inglesas do século XIX que apresentavam avisos relativos à circulação de peões, interditando a passagem de militares em marcha ou de multidões em passo sincronizado, motivados pelo colapso de uma ponte na cidade de Broughton, em 1831 [1]. Esta ponte constitui, aliás, o primeiro caso conhecido de colapso de uma obra de arte devido à ação dinâmica de peões. Mais recentemente, registou-se a queda de uma ponte na China, em 1994, devido ao movimento deliberadamente sincronizado de um grupo de estudantes, acidente que causou 38 mortes [2].

Na atualidade, a ação dinâmica dos peões é geralmente encarada como um problema de serviço, e não como um risco à estabilidade das estruturas [1, 3], o que não diminuiu, contudo, a relevância do seu estudo. No ano 2000, aliás, os problemas de vibrações registados na inauguração da Millennium Bridge em Londres levaram a um renovado interesse nesta matéria por parte da comunidade científica, devido, em parte, à grande mediatização dos problemas que se verificaram.

2.2.1. MEDIÇÃO DAS FORÇAS EXERCIDAS POR PEÕES

As ações em estruturas de Engenharia Civil podem ser enquadradas em duas categorias distintas: ações estáticas e ações dinâmicas. As primeiras, como são exemplo o peso próprio da estrutura, caracterizam-se por serem constantes ao longo do tempo, ou variarem de forma muito lenta. Já as ações dinâmicas apresentam variações significativas ao longo do tempo, na sua grandeza, no seu ponto de aplicação ou na sua direção, o que origina forças de inércia e de amortecimento relevantes para o estudo do comportamento da estrutura [4]. Ações como o vento, sismos, peões em movimento e tráfego de veículos ou máquinas são exemplos de ações dinâmicas.

A ação dos peões, em particular, é uma ação dinâmica periódica uma vez que se repete num intervalo de tempo aproximadamente constante. Nas últimas décadas, foram realizados muitos estudos com o objetivo de caracterizar os efeitos do movimento de peões nas estruturas. De forma a compreender as forças que um peão impõe na estrutura que o suporta, vários autores realizaram medições através de células de carga que, dispostas sobre um pavimento rígido e estacionário, permitiram a obtenção de registos temporais das forças [5]. Muita da investigação relativa às forças impostas por peões em caminhada foi realizada na área da Biomecânica, com o objetivo de detetar diferenças no movimento de peões saudáveis e peões com determinados problemas de saúde [1].

O movimento de peões induz forças, não só na direção vertical, como também nas direções transversal e longitudinal. A componente vertical, contudo, foi a mais exaustivamente estudada uma vez que a sua grandeza é muito superior às componentes nas outras direções. A caracterização da ação dos peões em caminhada é feita com base em funções de carga, isto é, curvas que representam a variação da força imposta por um peão ao longo do seu movimento [5]. Na Figura 2.1 apresenta-se a forma típica das funções de carga relativas a um passo de um peão em caminhada para as várias direções. A existência de dois máximos na função de carga vertical está relacionada o contacto do pé com o solo, como se indica igualmente na figura.

Um levantamento exaustivo da investigação realizada neste campo foi feito por Zivanovic [1]. De entre as publicações apresentadas, destaca-se o trabalho de Wheeler, no início da década de 1980, que, sistematizando o trabalho de outros autores, definiu correlações entre os parâmetros que influenciam as funções de carga. Desta forma, Wheeler sugeriu relações entre a frequência da passada e outros aspetos relevantes, como o comprimento da passada, a velocidade, a força de pico e o tempo de contacto do pé com o solo. As suas conclusões estão graficamente expressas na Figura 2.2, adaptada para português por Alves [5].

A forma das funções de carga depende não só dos parâmetros referidos mas sobretudo do tipo de movimento do peão. Assim, enquanto que em caminhada o peão mantém contacto contínuo com o solo, traduzindo-se a sua ação por uma função contínua, em corrida a função de carga é descontínua e caracterizada por um pico único. O contacto com o solo dá-se, por isso, num intervalo de tempo mais reduzido, o que resulta num coeficiente dinâmico mais elevado, isto é, maior valor da razão entre a força de pico e o peso estático do peão. Observa-se igualmente que esse valor é proporcional à

velocidade da passada [5]. As funções de carga para diferentes frequências da passada são ilustradas na Figura 2.3.

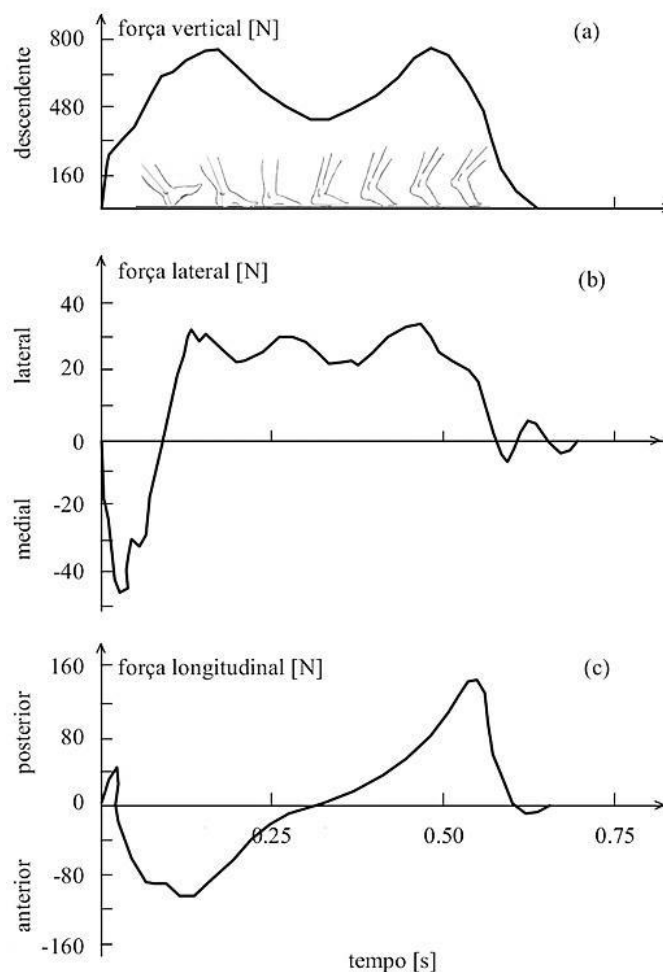


Figura 2.1 - Função de carga de um passo em caminhada na direção vertical (a), lateral (b) e longitudinal (c), com a correspondente posição do pé [5]

Com os seus estudos, Wheeler concluiu que a frequência da passada de um peão está balizada sensivelmente entre os 1,7 Hz em caminhada lenta e 3,2 Hz em corrida rápida, correspondendo o andamento normal a uma frequência de aproximadamente 2,0 Hz [3]. Estas conclusões foram posteriormente validadas e detalhadas por Matsumoto, que realizou pela primeira vez um estudo estatístico com vista à caracterização da função de carga vertical de um peão em caminhada. O estudo, que partiu de uma amostra de 505 indivíduos, concluiu que as frequências seguem uma distribuição gaussiana de média igual a 2,0 Hz e desvio padrão de 0,173 Hz [1]. Mais recentemente, o projeto europeu SYNPEX [6] fez um estudo de 1000 passagens de peões para caracterizar a função de carga, com um universo de 100 indivíduos, tendo obtido funções densidade de probabilidade da frequência de passada para vários tipos de andamento, à semelhança de Matsumoto. O estudo concluiu que, na realidade, a média de frequências é um pouco inferior a 2,0 Hz, cifrando-se nos 1,80 Hz. No entanto, questões como a população escolhida podem influenciar os resultados, havendo sempre alguma incerteza quanto à fiabilidade dos dados medidos [5]. As funções densidade de probabilidade da frequência da passada de acordo com o SYNPEX estão representadas na Figura 2.4.

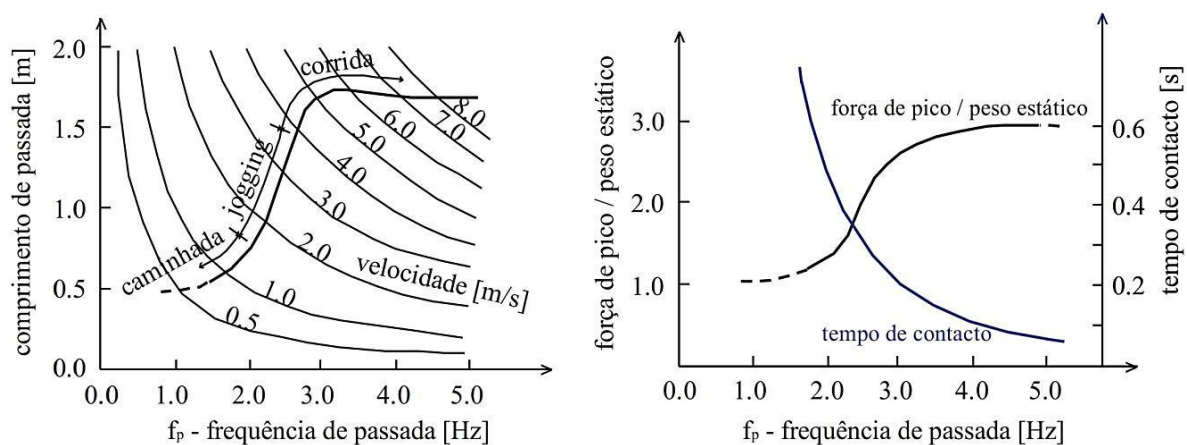


Figura 2.2 – Relação entre a frequência da passada e outros parâmetros caracterizadores da ação dos peões, de acordo com Wheeler [5]

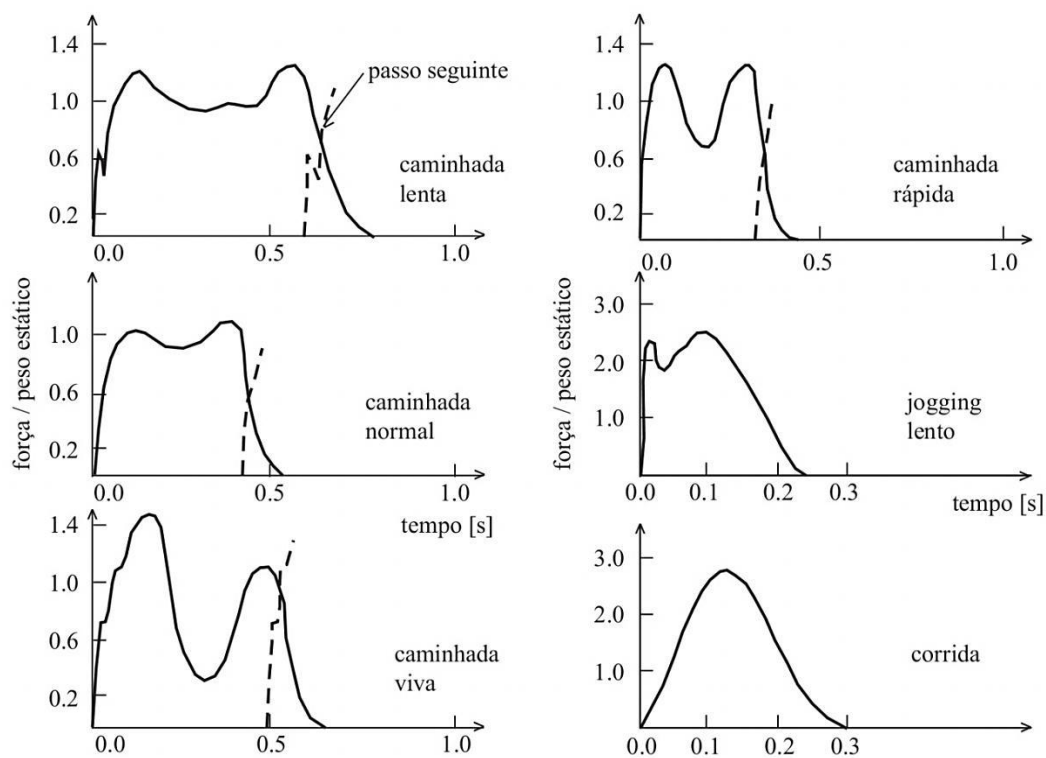


Figura 2.3 – Funções de carga de um peão para várias frequências de passada de acordo com Wheeler [5]

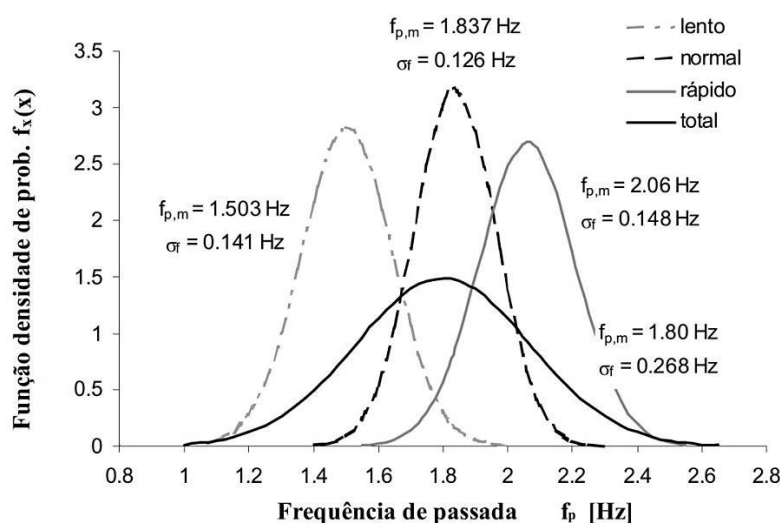


Figura 2.4 – Funções densidade de probabilidade da frequência da passada de acordo com o SYNPEX [5]

Os estudos realizados no projeto Synpex permitiram também estabelecer relações entre a altura dos indivíduos e a frequência da passada para diferentes tipos de movimento, bem como relacionar a frequência da passada com o tempo de contacto com o pavimento e com o coeficiente dinâmico da força exercida. Para além disso, estudou-se igualmente o comportamento dos peões face a oscilações laterais do pavimento, de forma a caracterizar os efeitos de sincronização lateral [6].

Relativamente a outros tipos de movimento, como peões em corrida, o trabalho de investigação existente é notoriamente mais escasso. De facto, no final da década de 1980, Rainer efetuou medições da força exercida por peões em caminhada e em corrida. O estudo cingiu-se, contudo, à análise de apenas três indivíduos, não sendo por isso estatisticamente representativo [1].

A ação de múltiplos peões a movimentarem-se sobre o tabuleiro de uma ponte é particularmente gravosa na hipótese de o andamento dos peões ser sincronizado, isto é, de os peões circular em fase com uma frequência de passada idêntica. Na realidade, quando peões circulam em grupo, não é provável que todos os indivíduos circulem de forma sincronizada, nem, em contrapartida, que a totalidade dos peões circule de forma aleatória. O próprio movimento dos peões é influenciado pela quantidade de pessoas que circulam na ponte, e a compreensão destes aspetos assume hoje um papel importante. Neste contexto, “o termo “grupo” refere-se a um número limitado de pessoas deslocando-se à mesma velocidade, enquanto o termo “fluxo contínuo” está relacionado com uma distribuição uniforme de peões sobre o tabuleiro que, função da densidade pedonal, poderão ter que ajustar as características do seu movimento em função do espaço disponível” [5]. Deste modo, os fluxos de peões podem acarretar, além da sincronização entre peões, uma sincronização entre estes e a estrutura.

Dados experimentais obtidos por Fujino na Toda Park Bridge, em Tóquio, com vibrações assinaláveis na direção lateral, confirmaram que o grau de sincronização dos 2000 peões que circulavam no tabuleiro rondava os 20% [5], um número muito significativo e bastante superior às estimativas realizadas até então. Os estudos levados a cabo por Dallard [7] na Millennium Bridge, bem como trabalhos anteriores relativos aos problemas detetados na Passerelle Solferino, em França, permitiram concluir que, quando a densidade de peões aumenta, o grau de sincronização também sobe uma vez que o movimento dos peões passa a estar mais condicionado pelas limitações de espaço. Nestes dois casos foi também observado que, se as vibrações ocorrerem na direção lateral, os peões tendem a sincronizar a passada não só entre si mas também com o movimento da estrutura, dado que este tipo

de comportamento dinâmico condiciona de forma mais gravosa o movimento humano do que vibrações na direção vertical. Este fenómeno, designado na literatura por lock-in, tem sido alvo de intensa investigação em anos recentes. O tema não será desenvolvido no presente trabalho, recomendando-se contudo o trabalho de Dallard [7], que analisa a fundo a questão, e de Alves, que efetuou um levantamento das publicações existentes e detalhou o fenómeno na sua dissertação de mestrado [5].

Dados experimentais do projeto Synpex [6] permitiram relacionar a densidade de peões com a velocidade de andamento e esta com a frequência da passada para grupos de peões. As suas conclusões sintetizam-se na Tabela 2.1. Por outro lado, Bachmann [4] indica que a sincronização só é provável se a frequência da passada estiver na gama de 1.6 Hz a 2.4 Hz.

Tabela 2.1 – Relação entre a densidade de peões e a velocidade e frequência da passada em fluxos de peões (Synpex) [6]

Densidade Pedonal [P/m ²]	Velocidade de andamento [m/s]	Frequência da Passada [Hz]
0.2	1.45	1.93
0.5	1.30	1.81
1.0	1.04	1.61
1.5	0.79	1.41

2.2.2. MODELAÇÃO DA AÇÃO DOS PEÕES

2.2.2.1 Ação de peões individuais

O objetivo dos estudos enunciados anteriormente é a definição de modelos de carga analíticos que possam ser empregues ao nível do projeto. Na revisão bibliográfica realizada por Zivanovic [1], o autor refere alguns dos aspetos que tornam essa modelação um processo complexo. O facto de a ação dos peões ser variável no tempo mas também frequentemente variável no espaço torna o seu estudo mais difícil. Os parâmetros que caracterizam a força exercida pelos peões, como já demonstrado, dependem de um grande número de fatores, para além de os fenómenos de sincronização de peões serem de difícil caracterização. Por último, o autor refere ainda a dimensão psicológica do problema, uma vez que o comportamento dos peões e, conseqüentemente, a força que estes exercem na ponte, varia de forma significativa de acordo com as características desta. No presente trabalho serão discutidos modelos de carga determinísticos no domínio do tempo, que constituem a abordagem mais comum ao problema.

A carga periódica imposta pelos peões em movimento pode ser definida à custa de um somatório de harmónicos através de um desenvolvimento em série de Fourier [1]. Esta formulação traduz-se pela expressão (2.1).

$$F(p) = G + \sum_{i=1}^n G \alpha_i \sin(2\pi i f_p t - \phi_i) \quad (2.1)$$

onde G representa o peso do peão em N, α_i o coeficiente de Fourier do i -ésimo harmónico, também conhecido na literatura como fator de carga dinâmico ou “dynamic load factor” (DLF), f_p a frequência

da passada em Hz, ϕ_i o ângulo de fase do i -ésimo harmónico, i o número de ordem do harmónico e n o número total de harmónicos considerados. Quanto maior o número de harmónicos utilizados, mais a função de carga se aproximará do seu valor real.

Diferentes autores tentaram, por isso, identificar os coeficientes de Fourier e os ângulos de fase dos harmónicos que compõem a função de carga do movimento dos peões de forma a obter a sua expressão analítica, registando-se contudo alguma dispersão dos resultados obtidos [3].

Blanchard sugeriu um primeiro modelo de carga na década de 1970, posteriormente adotado pela norma britânica BS 5400-2 [5, 8]. O seu trabalho sugeria um modelo simples para estudo do primeiro modo de vibração vertical, contabilizando apenas a contribuição do primeiro harmónico da ação. O valor de amplitude normalizada sugerida, isto é, a razão entre a amplitude do harmónico e o peso do peão, foi de 0,257 para um peão de peso igual a 700N. Este modelo está limitado, todavia, a pontes com frequência de vibração vertical até 4 Hz, sendo que para frequências entre 4 Hz e 5 Hz Blanchard sugere a aplicação de um coeficiente de redução linear de forma a ter em consideração a menor amplitude do segundo harmónico da ação, uma vez que o primeiro harmónico em caminhada não consegue excitar frequências mais elevadas [1]. Na Figura 2.5 representa-se um exemplo da função de carga com este modelo, para um peão de peso igual a 700N e uma frequência de passada igual a 1,80 Hz (frequência média da passada de um peão, de acordo com os resultados do projeto SYNPEX, anteriormente referidos).

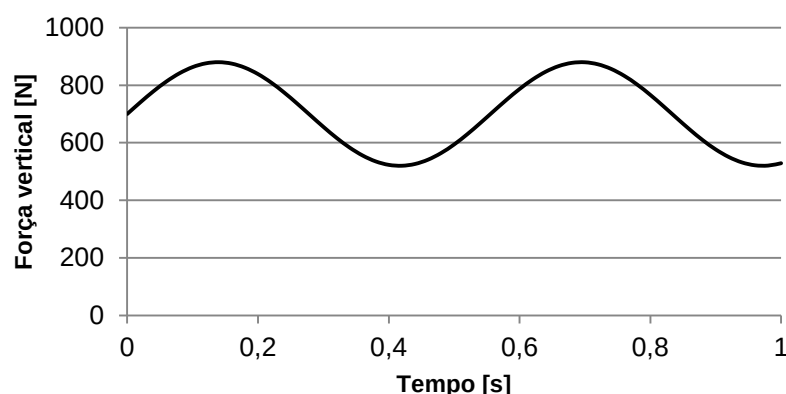


Figura 2.5 – Função de carga para um peão com $G=700\text{N}$ e $f_p=1.80\text{ Hz}$, de acordo com Blanchard

A simplicidade do modelo faz com que seja muito limitado na sua aplicação, refletindo a fraca compreensão da ação dos peões existente na altura. Na sua revisão bibliográfica, Alves [5] refere que, “para frequências entre 1,6 e 2,4 Hz, o facto de se ignorar a forte dependência da amplitude do primeiro harmónico com a frequência da passada constitui uma importante limitação deste modelo”, alertando ainda para o facto de, sendo o contributo do primeiro harmónico bastante baixo para frequências mais elevadas, a resposta pode, para esses casos, ser sobrestimada.

De facto, Bachmann e Ammann [4] sugeriram, no final dos anos 80 do século passado, um modelo mais robusto para a caminhada, baseando-se nos seus estudos e no trabalho desenvolvido por outros autores. O seu trabalho evidencia, através de estudos de um peão em caminhada com $f_p = 2,0\text{ Hz}$, que o deslocamento lateral do centro de gravidade do peão ocorre a metade da frequência da passada, ao contrário do que sucede na direção longitudinal, onde a ação apresenta uma frequência idêntica à direção vertical. Para além disso, os autores procuraram determinar a influência de cada harmónico da ação nas diferentes direções, estando os resultados representados na Figura 2.6. Os autores justificam

o aparecimento de sub-harmónicos na ação horizontal devido ao facto de a força exercida por cada pé em caminhada não ser exatamente idêntica.

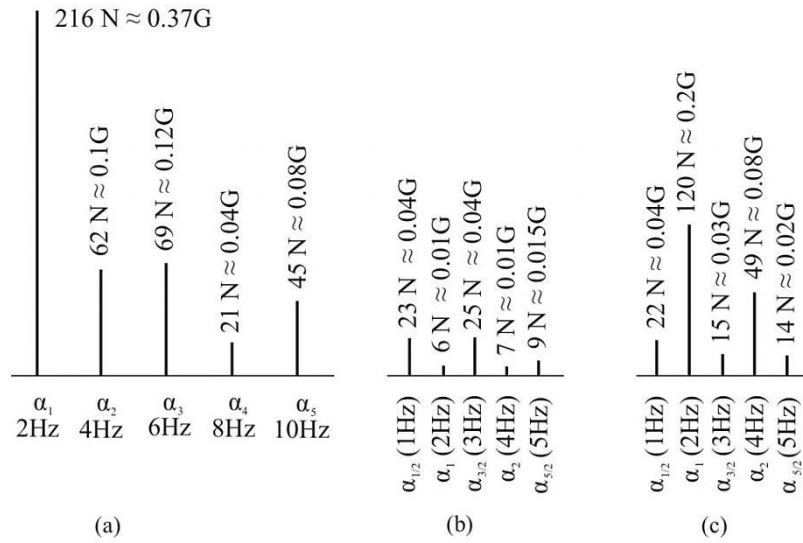


Figura 2.6 – Coeficientes de Fourier para a ação de um peão em caminhada na direção vertical (a), lateral (b) e longitudinal (c), para um peão com $G=587$ N e $f_p=2,0$ Hz [4]

Bachmann e Ammann sugerem a adoção de um modelo de carga vertical para a caminhada composto por três harmónicos em conformidade com os resultados da Figura 2.6. A amplitude do primeiro harmónico é definida em função da frequência da passada, adotando-se o valor de 40% do peso estático do peão para frequências inferiores a 2,0Hz e fazendo variar linearmente a amplitude desse valor até 50% do peso para uma frequência de 2,4 Hz. Quanto aos restantes dois harmónicos, é indicado um valor de 10% para a amplitude normalizada para frequências próximas de 2 Hz. Relativamente aos ângulos de fase do segundo e terceiro harmónicos, e devido ao grande número de parâmetros de que dependem, caracterizam-se por uma grande dispersão de valores. Apesar disso, os autores indicam que, para simulações numéricas, pode adotar-se o valor de $\pi/2$ para ambos. A força induzida por um peão em caminhada é normalmente condicionada apenas pelo primeiro harmónico, pelo que os ângulos de fase acabam por não ter uma grande importância na modelação da ação. Na Figura 2.7 representa-se a função de carga vertical para um peão em caminhada de acordo com Bachmann e Ammann, para uma frequência de passada de 1,80 Hz e um peão com $G = 700$ N.

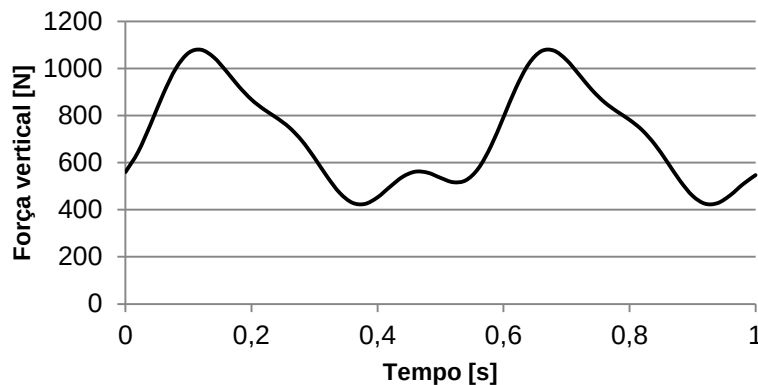


Figura 2.7 – Função de carga vertical para um peão com $G = 700$ N e $f_p=1,80$ Hz de acordo com Bachmann [4]

Relativamente às ações horizontais, Bachmann sugere funções de carga em conformidade com os coeficientes de Fourier indicados na Figura 2.6. Neste caso, a expressão (2.1) é aplicada sem a primeira parcela uma vez que o valor médio é nulo, isto é, no instante $t=0$ o peão não exerce qualquer carga no plano horizontal, ao contrário do que se verifica na direção vertical. Adicionalmente, são também contabilizados os sub-harmónicos 1/2, 3/2 e 5/2 pelos motivos anteriormente explicitados. Os ângulos de fase são aproximadamente nulos. Representa-se na Figura 2.8 a função de carga na direção lateral e na Figura 2.9 a função de carga na direção longitudinal, ambas para um peão de peso igual a 700 N e para uma frequência de passada de 1,80 Hz.

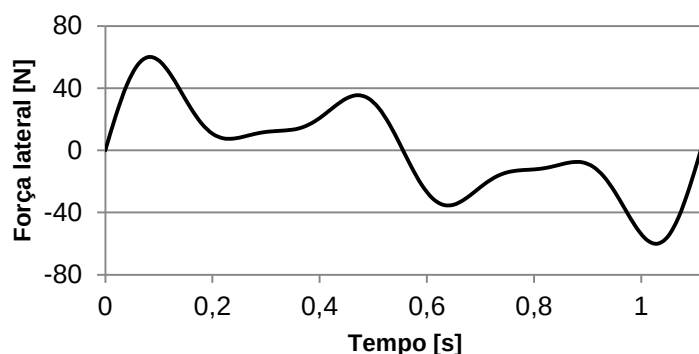


Figura 2.8 - Função de carga lateral para um peão com $G = 700\text{N}$ e $f_p=1,80\text{ Hz}$ de acordo com Bachmann [4]

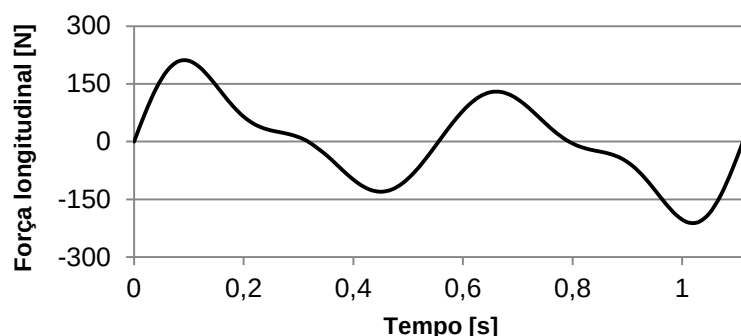


Figura 2.9 - Função de carga longitudinal para $G=700\text{N}$ e $f_p=1,80\text{ Hz}$ de acordo com Bachmann [4]

Outro aspeto relevante do trabalho de Bachmann e Ammann foi a caracterização da carga relativa a um peão em corrida. A função de carga para esta situação, caracterizada por ser descontínua e por ter um único máximo, como já referido, é expressa por uma sequência de impulsos semi-sinusoidais [4]. A função de carga indicada pelos autores é dada pela expressão:

$$F_p(t) = \begin{cases} k_p \cdot G \cdot \sin\left(\pi \frac{t}{t_p}\right), & t \leq t_p \\ 0, & t_p < t \leq T_p \end{cases} \quad (2.2)$$

em que k_p é fator de impacto dinâmico, isto é, a razão entre o valor máximo da força aplicada e o peso do peão, t_p é o tempo de contacto do pé com o pavimento e T_p é o período da passada, isto é, o inverso da frequência da passada f_p .

O tempo de contacto t_p pode ser determinado através da relação gráfica obtida por Wheeler, representada na Figura 2.2. Alternativamente, Alves [5] sugere a utilização da expressão (2.3), obtida por ajuste ao gráfico da Figura 2.2.

$$t_p = \frac{2}{f_p^{2,13}} \quad (2.3)$$

O factor de impacto dinâmico k_p é calculado através da igualdade entre o integral da função de carga durante uma passada e o peso estático do peão, uma vez que a energia potencial é constante [4]. Através dessa consideração, obtém-se a seguinte expressão [5]:

$$k_p = \frac{\pi}{4} f_p^{1,13} \quad (2.4)$$

Na Figura 2.10 representa-se um exemplo da função de carga em corrida formulada por Bachmann e Ammann, para $G=700$ N e uma frequência de passada de 3,0 Hz.

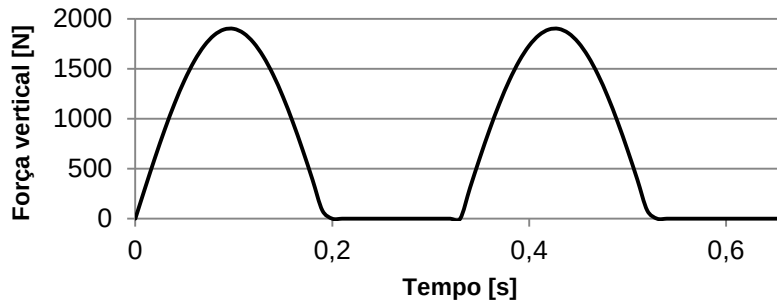


Figura 2.10 – Função de carga vertical para corrida para $G=700$ N e $f_p=3,0$ Hz de acordo com Bachmann

A função de carga para um peão em corrida pode igualmente ser traduzida através de uma série de Fourier, passando a ser dada pela expressão (2.5).

$$F_p(t) = G + \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i * \cos \left[2\pi \cdot i \cdot f_p \cdot \left(t - \frac{t_p}{2i} \right) \right] \quad (2.5)$$

Bachmann e Ammann [4] propõem o uso de quatro harmónicos cujos coeficientes de Fourier são dados na Figura 2.11 em função do quociente entre o tempo de contacto com o solo, t_p , e o período da passada, T_p .

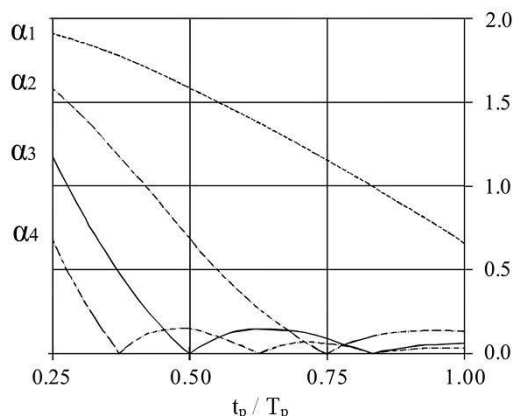


Figura 2.11 – Ábaco para determinação dos coeficientes de Fourier dos primeiros quatro harmônicos da função de carga da corrida, segundo Bachmann e Ammann [4]

Um estudo semelhante foi conduzido por Rainer, que, como referido, realizou medições com três indivíduos em caminhada, corrida e salto rítmico [1]. Deste modo, definiu coeficientes de Fourier para cada um destes tipos de movimento em função da frequência da passada. Apesar da pouca representatividade dos resultados obtidos, a sua importância prende-se com a falta de outros estudos relativos à corrida, sendo portanto uma alternativa ao trabalho desenvolvido por Bachmann. Os coeficientes de Fourier obtidos indicam-se na Figura 2.12.

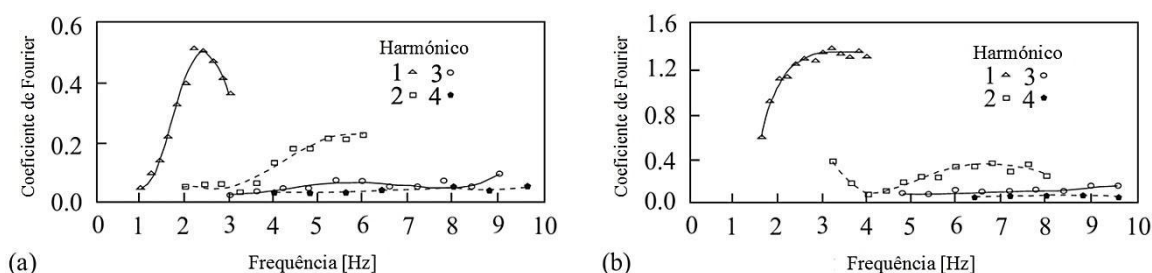


Figura 2.12 – Coeficientes de Fourier para caminhada (a) e corrida (b), de acordo com Rainer [1]

Posteriormente, diversos autores sugeriram outros valores para os coeficientes de Fourier para peões em caminhada. Young estudou os resultados obtidos em vários projetos de investigação e definiu valores médios e de dimensionamento para os quatro primeiros harmônicos, indicados na Tabela 2.2, bem como princípios básicos para projeto relativos à modelação de ações pedonais que são usados pela empresa inglesa Arup Consulting Engineers [1].

Tabela 2.2 – Coeficientes de Fourier para a caminhada, de acordo com Young [1]

	Valor médio	Valor de dimensionamento
α_1	$0.37(f_p - 0.95) \leq 0.5$	$0.41(f_p - 0.95) \leq 0.56$
α_2	$0.054 + 0.088f_p$	$0.069 + 0.0112f_p$
α_3	$0.026 + 0.015f_p$	$0.033 + 0.0192f_p$
α_4	$0.010 + 0.0204f_p$	$0.013 + 0.026f_p$

Em anos recentes, dois estudos de grande importância foram desenvolvidos de forma a, por um lado, expandir o conhecimento existente relativo a ações pedonais em caminhada, como também a sintetizar as conclusões em recomendações técnicas passíveis de serem utilizadas em projeto. O primeiro foi realizado em França, pelo SÉTRA [9], e concluiu que, relativamente à função de carga vertical, as amplitudes dos harmónicos são idênticas às indicadas por Bachmann e Ammann [4], ressalvando apenas que, para andamento lento ($f_p \approx 1,0$ Hz), o coeficiente de Fourier correspondente ao primeiro harmónico é de 10%, em vez dos 40% indicados por Bachmann, indo assim de encontro ao observado em ensaios experimentais. Por outro lado, o SÉTRA indica ainda funções de carga horizontais, recomendando a utilização dos coeficientes de Fourier da Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Coeficientes de Fourier para caminhada no plano horizontal, segundo o SÉTRA [9]

	Direção lateral	Direção longitudinal
$\alpha_{1/2}$	0.05	0.04
α_1	0.01	0.20
$\alpha_{3/2}$	0.05	0.03
α_2	0.01	0.10

Como se observa por comparação com a Figura 2.6, a amplitude normalizada dos harmónicos é quase idêntica à de Bachmann. A supressão do harmónico $\alpha_{5/2}$, face às funções de carga idealizadas por Bachmann, não altera significativamente o modelo. Face à direção longitudinal, o SÉTRA acrescenta que é uma componente que tem “em geral, pouca influência na maioria das pontes pedonais” [9]. Nas suas recomendações para projeto, o SÉTRA define funções de carga simplificadas, compostas apenas por um harmónico, que se indicam de seguida.

$$F_{p,vert}(t) = G[1 + 0.4 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot f_p \cdot t)] \quad (2.6)$$

$$F_{p,lat}(t) = 0.05G \cdot \text{sen}\left(2\pi \frac{f_p}{2} t\right) \quad (2.7)$$

$$F_{p,long}(t) = 0.2G \cdot \text{sen}(2\pi \cdot f_p \cdot t) \quad (2.8)$$

Por último, destaca-se o projeto europeu Synpex [6] que, através dos estudos referidos em 2.2.1, definiu parâmetros caracterizadores da função de carga da caminhada: a duração do carregamento, os dois máximos e o mínimo local entre eles e as variações inicial e final da força registadas. Os parâmetros medidos indicam-se na Figura 2.13.

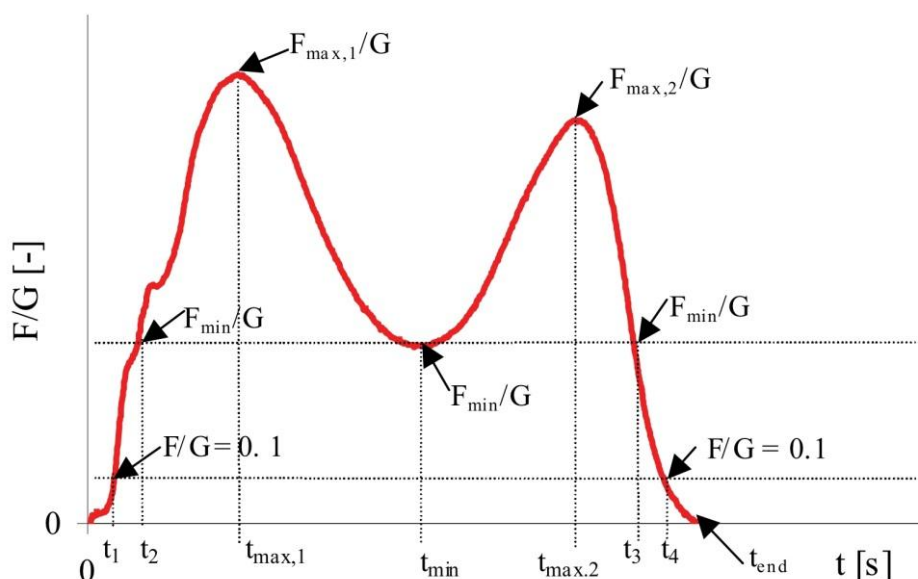


Figura 2.13 – Parâmetros da função de carga medidos no âmbito do projeto europeu Synpex [6]

Com base nestes resultados, foram indicados coeficientes de Fourier e ângulos de fase para os primeiros quatro harmónicos da função de carga, indicados na Tabela 2.4 e na Tabela 2.5, respetivamente. Um exemplo para $G=700$ N e $f_p=1,80$ Hz é também indicado na Figura 2.14.

Tabela 2.4 – Coeficientes de Fourier dos quatro primeiros harmónicos para a ação de um peão em caminhada (Synpex) [5, 6]

Coeficiente de Fourier do harmónico i	
α_1	$0.0115f_p^2 + 0.2803f_p - 0.2902$
α_2	$0.0669f_p^2 + 0.1067f_p - 0.0417$
α_3	$0.0247f_p^2 + 0.1149f_p - 0.1518$
α_4	$-0.0039f_p^2 + 0.0285f_p - 0.0082$

Tabela 2.5 – Ângulos de fase dos primeiros quatro harmónicos para a ação de um peão em caminhada (Synpex) [5, 6]

Coeficiente de Fourier do harmónico i	
ϕ_1	0
ϕ_2	$-1.741f_p^2 + 8.359f_p - 6.768$
ϕ_3	$-2.633f_p^3 + 14.306f_p^2 - 24.982f_p + 14.171, \quad f_p < 2 \text{ Hz}$
	$14.192f_p^3 - 93.508f_p^2 + 204.657f_p - 148.456, \quad f_p \geq 2 \text{ Hz}$
ϕ_4	$0.597f_p - 1.137$

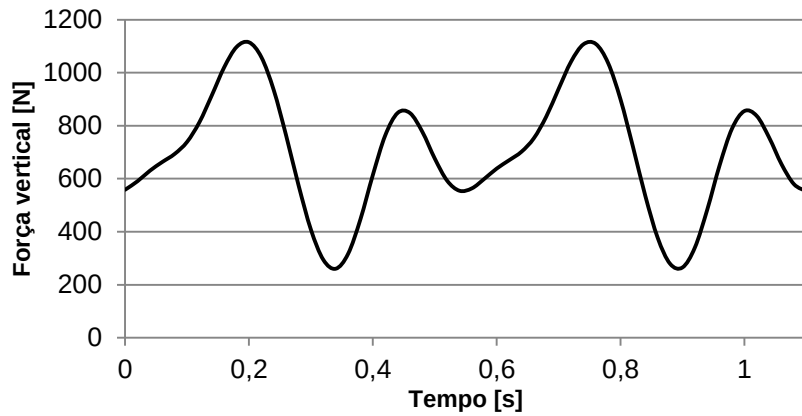


Figura 2.14 - Função de carga vertical para um peão em caminhada com $G = 700\text{N}$ e $f_p=1,80\text{ Hz}$ de acordo com o projeto Synpex

Procurou-se ainda definir os parâmetros da função de carga na direção lateral, à semelhança do que foi feito para a direção vertical. Concluiu-se, contudo, que existe uma enorme dispersão de resultados de indivíduo para indivíduo, não tendo por isso o Synpex produzido um modelo de carga para a ação lateral de um peão. Todavia, e recorrendo ao integral das séries temporais da força lateral experimentalmente, foi apresentado um coeficiente de força dinâmica equivalente, $DLF_{lat,eq}$, que permite a determinação de uma função discreta equivalente à ação lateral. Sobre este coeficiente, o Synpex indica que não apresenta correlação com a frequência da passada e que o seu valor médio é de 0,038. O cálculo do valor do coeficiente de força dinâmica é representado na Figura 2.15.

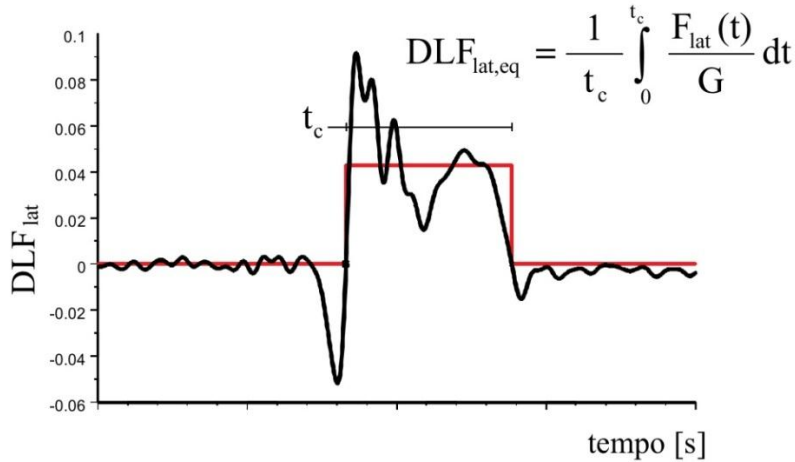


Figura 2.15 – Valor do coeficiente de força dinâmica equivalente e representação gráfica da função de carga lateral equivalente de acordo com o Synpex [6]

Assim, indica-se a expressão (2.9) traduz a função de carga equivalente para a ação lateral exercida por um peão em caminhada [5].

$$F_{p,lat}(t) = \begin{cases} 0,043G * (-1)^{int(t f_p)} & t > t_p - T_p \\ 0 & t \leq t_p - T_p \end{cases} \quad (2.9)$$

onde o tempo de contacto, t_p , pode ser obtido com a função de regressão determinada para a direcção vertical [5] indicada na expressão (2.10).

$$t_p = 0.2846f_p^2 - 1.5164f_p + 2.5091 \quad (2.10)$$

2.2.2.2 Ação de grupos e fluxos de peões

Os dados anteriormente indicados dizem respeito apenas à ação de peões individuais. A caracterização de grupos e fluxos de peões assumiu, como já referido, maior importância em anos recentes.

No trabalho de investigação conduzido pelo SÉTRA [9], foram realizadas 500 simulações, através do Método de Monte Carlo, com vista à determinação do número de peões sincronizados, tendo-se definido o valor de n_{eq} , número de peões sincronizados correspondente ao percentil 95%. Para densidades inferiores a um peão por metro quadrado, o SÉTRA estabelece uma expressão considerando que os peões se deslocam com frequências de passada que seguem uma distribuição normal e fases aleatórias; relativamente a densidades superiores, considera-se que os peões circulam com a mesma frequência da passada e fases aleatórias. O valor de n_{eq} é dado pela seguinte função:

$$\begin{cases} n_{eq} = 10.8\sqrt{n\xi}, & d < 1.0 \text{ P/m}^2 \\ n_{eq} = 1.85\sqrt{n}, & d \geq 1.0 \text{ P/m}^2 \end{cases} \quad (2.11)$$

em que ξ é o coeficiente de amortecimento do modo de vibração em estudo e n é o número de peões no tabuleiro, que pode ser expresso pelo produto da densidade de peões pela área útil do tabuleiro. Verifica-se assim que, para densidades de peões elevadas, a sincronização não está dependente do amortecimento da estrutura.

O valor da carga distribuída na direcção em análise é dado por:

$$p_i(t) = d \cdot \lambda \cdot \psi_{k,i} \cdot [\alpha_i \cdot G \cdot \cos(2\pi \cdot f_i \cdot t)] \quad (2.12)$$

em que d é a densidade de peões no tabuleiro, λ é o quociente entre n_{eq} e o número de peões total, $\psi_{k,i}$ é um coeficiente redutor tendo em conta o risco de ressonância no harmónico de ordem k da ação dos peões para o modo de ordem i . O seu valor é dado pelo gráfico apresentado na Figura 2.16. O peso do peão G a considerar é de 700 N. A parte estática da ação dos peões não está incluída na expressão indicada, pelo que deve ser incluída na massa da ponte. Relativamente aos coeficientes de Fourier, o SÉTRA indica, para o primeiro harmónico, os valores de $\alpha_{1,vert}=0.40$, $\alpha_{1,long}=0.20$ e $\alpha_{1,lat}=0.05$, e para o segundo os valores $\alpha_{2,vert}=0.10$, $\alpha_{2,long}=0.05$ e $\alpha_{2,lat}=0.01$.

O modelo de carga referido é utilizado nas recomendações de projeto indicadas em 2.3.3. A sua aplicação deve ser feita de acordo com a configuração do modo em análise, isto é, a um modo de vibração vertical corresponderá uma ação distribuída na direcção vertical, não devendo ser aplicadas forças harmónicas distribuídas noutras direcções em simultâneo. Para além disso, por forma a verificar-se a resposta mais desfavorável, o sentido da força deve estar em concordância com o sinal da deformação modal, conforme se indica no exemplo da Figura 2.17.

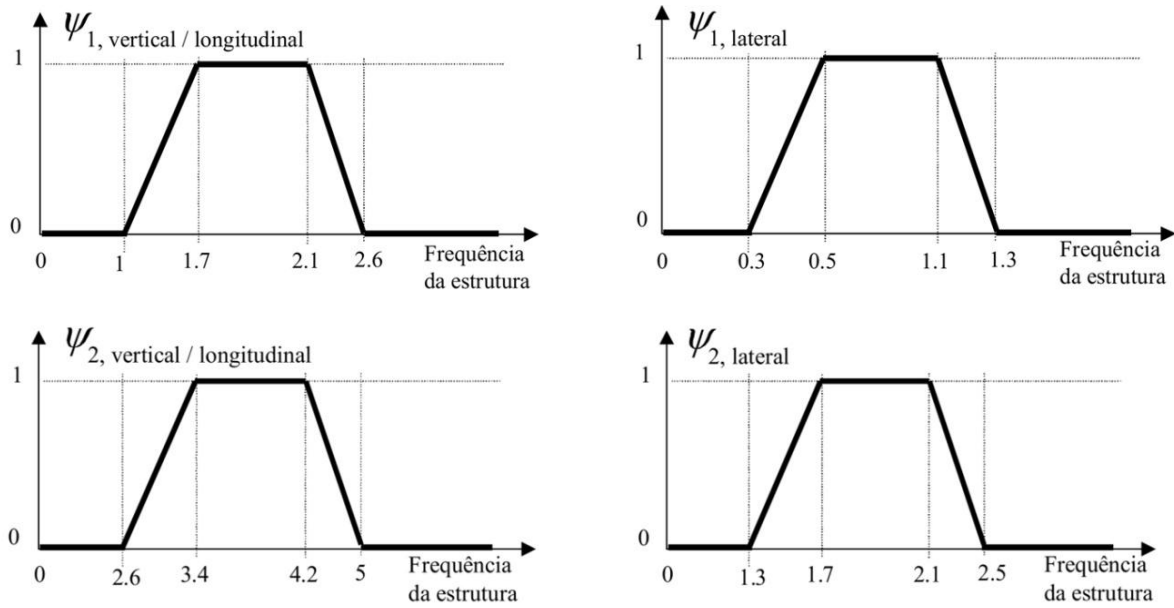


Figura 2.16 – Coeficiente redutor ψ referente ao primeiro e segundo harmónicos, nas direções vertical, longitudinal e lateral [9]

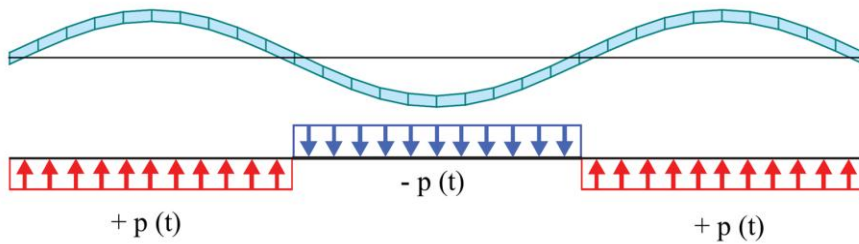


Figura 2.17 – Sinal da carga distribuída para um modo de vibração vertical [9]

O projeto Synpex [6] e subsequentes recomendações europeias HIVOSS [10] adotam um modelo idêntico ao do SÉTRA para fluxos contínuos de peões. O Synpex sugere, todavia, um modelo específico para grupos de peões em corrida lenta, considerando peões deslocando-se a uma velocidade de 3 m/s, com sincronia perfeita de frequência e fase com a frequência natural do modo de vibração em análise. Para peões em corrida com frequências de passada e velocidade superiores, considera-se não ser provável a ocorrência de sincronização dos peões. A expressão analítica da carga é dada por:

$$F_{p, grupo} = n \cdot G \cdot [1 + \psi_1 \cdot \alpha_1 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot f_p \cdot t)] \quad (2.13)$$

sendo n o número de peões do grupo, ψ_1 um coeficiente redutor cujo valor é expresso na Figura 2.18, α_1 é o coeficiente de Fourier do primeiro harmónico da ação, aqui tomado como constante e igual a 1.79.

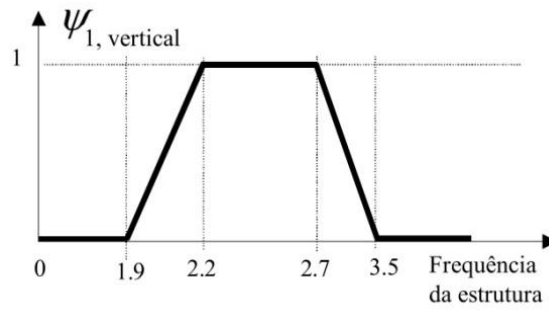


Figura 2.18 – Coeficiente redutor da amplitude de carga vertical em corrida, de acordo com o Synpex [6]

Por fim, o Anexo Nacional da norma britânica BS EN 1991-2 aconselha também um modelo de carga vertical a utilizar para grupos de peões [11], com semelhanças relativamente aos modelos já apresentados. A expressão da carga é dada por:

$$F_{p,grupo}(t) = k(f_{vert}) \cdot n_{eq} \cdot [\alpha_1 \cdot G \cdot \sin(2\pi \cdot f_{vert} \cdot t)] \quad (2.14)$$

em que $k(f_{vert})$ é um coeficiente redutor de natureza semelhante ao coeficiente ψ_1 dos modelos do SÉTRA e Synpex, que traduz a redução da amplitude do segundo harmónico da ação face ao primeiro, bem como a incerteza da sincronização da frequência da passada dos peões com a frequência natural do modo em análise, sendo o seu valor indicado na Figura 2.19, f_{vert} é a frequência natural do modo de vibração em estudo, n_{eq} é o número de peões sincronizados equivalente no grupo de n peões, dado pela equação (2.15), G assume o valor de 700 N e α_1 é igual a 0.4 para grupos em caminhada e 1.3 para grupos em corrida.

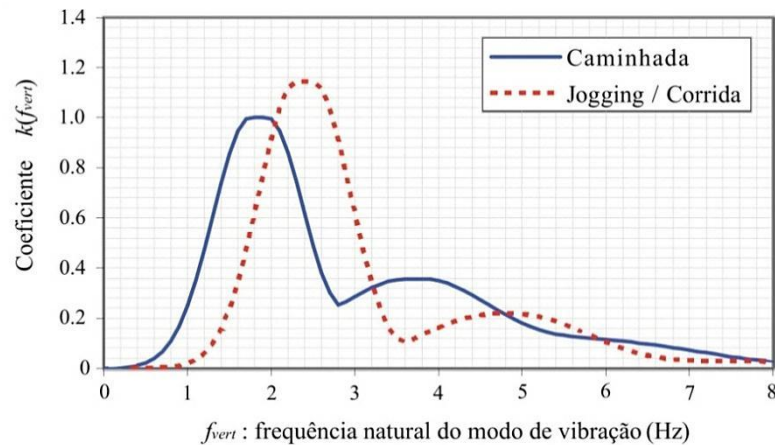


Figura 2.19 – Coeficiente $k(f_{vert})$ em função da frequência natural do modo de vibração em estudo [11]

$$n_{eq} = \sqrt{1 + \gamma(n - 1)} \quad (2.15)$$

sendo γ um coeficiente que traduz a combinação de ações não sincronizadas num grupo de peões, dependendo do coeficiente de amortecimento da estrutura e do vão efetivo, L_{eff} . Este varia consoante o modo de vibração em análise, sugerindo a norma uma metodologia de cálculo específica, podendo, todavia, adotar-se o valor conservativo de $L_{eff} = L$. O valor de γ é dado na Figura 2.20.

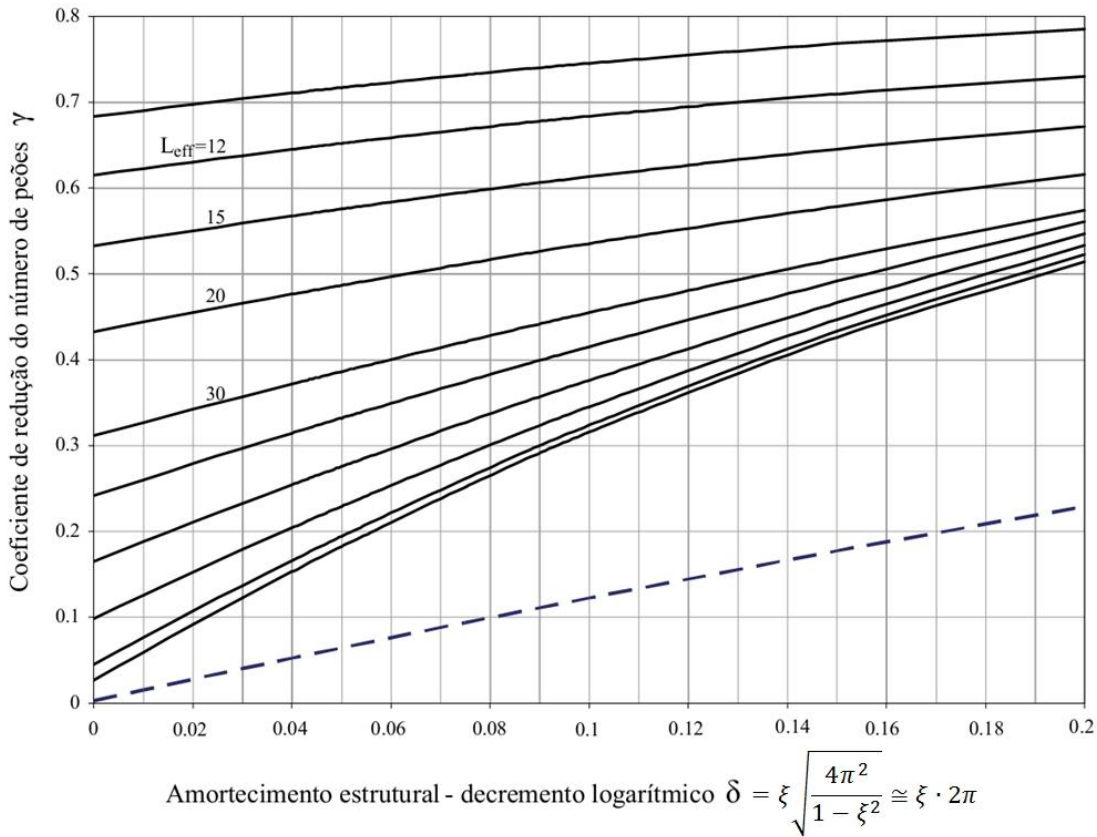


Figura 2.20 – Valor do coeficiente γ , função do amortecimento da estrutura e do vão efetivo [11]

Relativamente a fluxos de peões, a BS EN 1991-2 indica uma carga harmónica estacionária uniformemente distribuída e aplicada de acordo com o disposto na Figura 2.17, expressa por:

$$p_{vert}(t) = d \cdot \lambda \cdot k(f_{vert}) \cdot [\alpha_1 \cdot G \cdot \sin(2\pi \cdot f_{vert} \cdot t)] \quad (2.16)$$

sendo λ a taxa de sincronização dos peões definida por:

$$\lambda = \frac{n_{eq}}{n} = 1.8 \sqrt{\frac{\gamma}{\beta \cdot S \cdot d}} \quad (2.17)$$

em que $\beta = 0.634 L_{eff} / L$, S é a área útil do tabuleiro e d é a densidade de peões em circulação na ponte. A massa dos peões deve, à semelhança do modelo do SÉTRA, ser incluída na massa da ponte.

Vários autores e publicações definem ainda modelos de carga para ações de vandalismo ou de sincronização deliberada, que não serão, contudo, abordados neste trabalho.

2.3. VIBRAÇÕES EM PONTES PEDONAIAS

Após caracterizada a ação dos peões, é necessário caracterizar a resposta da estrutura. Interessa, por isso, contextualizar a abordagem de cálculo da resposta estrutural a ações dinâmicas e, no caso específico das pontes pedonais, abordar a questão do conforto humano e da percepção das vibrações. Vários trabalhos visaram a determinação de valores limite para as vibrações a serem utilizados em projeto e, na eventualidade da estrutura apresentar vibrações mais significativas do que as aconselháveis, medidas mitigadoras para garantia de um maior nível de conforto em serviço.

2.3.1. RESPOSTA ESTRUTURAL A AÇÕES DINÂMICAS

As estruturas de engenharia civil são habitualmente complexas o que, no contexto da sua análise dinâmica, significa que podem ser descritas como sistemas com uma infinidade de graus de liberdade [5]. A equação clássica de equilíbrio dinâmico [12] estabelece que:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{u}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (2.18)$$

em que $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{K}$ representam respetivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, $\mathbf{P}$ o vetor solicitação, $\mathbf{u}$ o vetor dos deslocamentos e $\dot{\mathbf{u}}$ e $\ddot{\mathbf{u}}$ a sua primeira e segunda derivada temporal, respetivamente, ou seja, vetores velocidade e aceleração. As matrizes têm dimensão $n \times n$ e os vetores dimensão $n \times 1$, sendo n o número de graus de liberdade do sistema em estudo.

A resolução da equação de equilíbrio dinâmico de um sistema pode ser feita através de vários métodos. O mais simples é o método da Sobreposição Modal, através do qual o sistema de n equações a n incógnitas indicado na expressão é transformado em n equações desligadas (isto é, n equações ortogonais), associadas a cada um dos modos de vibração da estrutura, como se indica na equação (2.19) [12].

$$\ddot{Y}_n(t) + 2\zeta_n\omega_n\dot{Y}_n(t) + \omega_n^2 Y_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad (2.19)$$

Nesta equação, $\ddot{Y}_n$, $\dot{Y}_n$ e Y_n representam a aceleração, velocidade e deslocamento generalizados, ζ_n é o coeficiente de amortecimento do n -ésimo modo de vibração, ω_n é a frequência angular desse mesmo modo e P_n e M_n representam a força e massa modais do modo de vibração n .

As configurações dos modos de vibração, bem como as suas frequências naturais, podem ser determinadas através da solução do problema de valores e vetores próprios da dinâmica de estruturas, expresso pela equação (2.20).

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \quad (2.20)$$

em que $\boldsymbol{\phi}$ é o vetor das componentes modais de um dado modo de vibração.

A resposta estrutural pode, deste modo, ser representada pela sobreposição dos modos que caracterizam a resposta, através da expressão (2.21).

$$x(t) = \phi_1 Y_1(t) + \phi_2 Y_2(t) + \dots + \phi_n Y_n(t) \quad (2.21)$$

Quanto maior o número de modos de vibração utilizados, mais fiel à realidade será a resposta estrutural obtida. A contribuição de cada modo de vibração pode ser estimada através de um parâmetro denominado por massa modal efetiva, que pode ser interpretado como a parte da massa total da

estrutura que responde à solicitação em cada modo [12]. Desta forma, é possível realizar uma análise simplificada, calculando a resposta como uma sobreposição da resposta nos modos mais relevantes, obtendo ainda assim resultados representativos do comportamento real do sistema.

Em alternativa, pode recorrer-se a métodos de integração direta para a resolução da equação (2.18), o mais comum dos quais sendo o método de Newmark, disponível na grande maioria dos softwares de elementos finitos.

Ao contrário do método da Sobreposição Modal, os métodos de integração direta não limitam a avaliação da resposta dinâmica da estrutura à contribuição de um número limitado de modos de vibração. Este aspeto, apesar de permitir resultados mais fidedignos, pode ser causador de problemas se existirem modos que não estejam bem caracterizados pela modelação e que possam, dessa forma, ter um impacto negativo nos resultados. A definição correta do amortecimento estrutural é fundamental para evitar esses problemas.

A matriz de amortecimento, C , é geralmente calculada com base na matriz de amortecimento de Rayleigh, ou seja, a matriz de amortecimento é obtida por uma combinação linear das matrizes de rigidez e de massa, como se indica na equação (2.22).

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2.22)$$

Os parâmetros α e β podem ser determinados a partir da seguinte expressão [12]:

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = 2 \frac{\omega_m \omega_n}{\omega_n^2 - \omega_m^2} \begin{bmatrix} \omega_n & -\omega_m \\ -1/\omega_n & -1/\omega_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_n \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

em que ω_m e ω_n são as frequências angulares dos modos de ordem m e n , e ξ_m e ξ_n os respetivos coeficientes de amortecimento. Esta relação traduz-se graficamente na Figura 2.21.

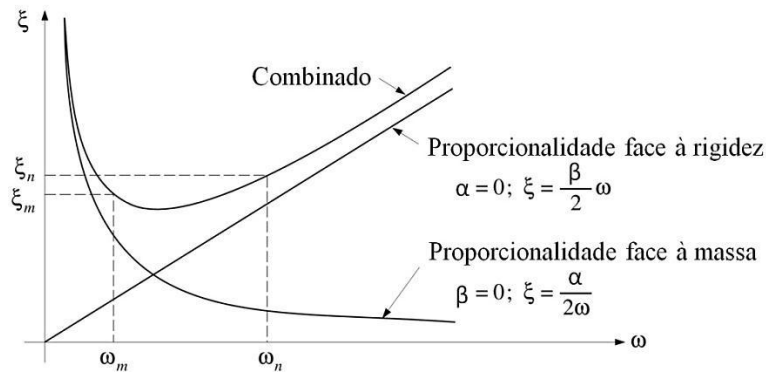


Figura 2.21 – Relação entre o coeficiente de amortecimento e a frequência angular para o amortecimento de Rayleigh [12]

Deste modo, conclui-se que uma escolha criteriosa dos modos a utilizar na determinação da matriz de amortecimento de Rayleigh influenciará significativamente os resultados obtidos. Outro parâmetro de grande importância é o incremento de tempo a utilizar na integração, Δt . É prática comum a utilização de um incremento da ordem de um décimo do período do último modo de vibração com contribuição significativa para a resposta estrutural.

2.3.2. CONFORTO HUMANO EM PONTES PEDONAIAS

As vibrações induzidas pela ação dos peões que circulam sobre as pontes pedonais podem ser excessivas face ao conforto que os utilizadores da estrutura esperam sentir quando a atravessam. De facto, a análise desta problemática é por vezes negligenciada em projeto, muito devido ao facto de os regulamentos ainda não integrarem regras específicas sobre este tema. O caso da Millennium Bridge [7] em Londres constitui um bom exemplo disso, uma vez que as vibrações sentidas no dia da inauguração levaram a uma sensação de grande desconforto nas pessoas que circulavam na ponte, dada a magnitude das vibrações.

Importa desde logo perceber que a perceção das vibrações é um conceito bastante subjetivo e dependente de um grande número de fatores, como por exemplo o sexo dos peões, a sua idade ou mesmo questões culturais. A expectativa dos peões tem também um papel importante na sua sensação de conforto, constatando-se que a tolerância a vibrações é superior em estruturas percecionadas como flexíveis face a outras aparentemente mais rígidas [5].

No âmbito do projeto Synpex [6], foram realizados vários estudos sobre a questão do conforto humano em pontes pedonais. Por um lado, foram conduzidos estudos na ponte pedonal da FEUP, no Porto, através de inquéritos realizados junto dos participantes de uma campanha de ensaios dinâmicos realizados, tendo em vista correlacionar a aceleração máxima registada, parâmetro habitualmente utilizado para caracterizar o nível de vibrações, e o grau de desconforto que os utilizadores dizem sentir. Os participantes classificaram o grau de desconforto numa de cinco categorias (desde impercetível até muito perturbador) e, conforme mostra a Figura 2.22, os resultados mostram existir uma relação aproximadamente linear entre a aceleração máxima registada e o grau de conforto dos peões. Na Tabela 2.6 indicam-se os valores limites de aceleração obtidos para garantir os níveis de conforto referentes a cada uma das classes utilizadas no estudo.

Um outro estudo de conforto foi realizado na Alemanha, analisando duas pontes pedonais distintas, uma na cidade de Stuttgart e outra em Pforzheim. As duas pontes apresentam características dinâmicas idênticas, com frequências naturais da ordem dos 2 Hz, tendo-se registado acelerações de cerca de $0,30 \text{ m/s}^2$ com a passagem de um peão individual. Os inquéritos permitiram concluir que apenas 10% dos utilizadores da ponte de Stuttgart consideravam as vibrações perturbadoras, enquanto na ponte de Pforzheim esse número ascendia aos 40%. As diferenças na distribuição etária e de sexo dos universos de indivíduos inquiridos podem ser um dos fatores que justificam essa discrepância, bem como a importância das emoções e de outros aspetos psicológicos. Conclui-se, desta forma, que a questão do conforto humano é um problema complexo, com grandes variações de caso para caso.

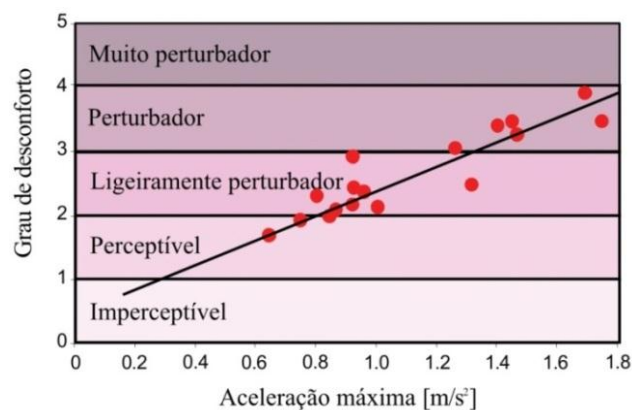


Figura 2.22 - Relação entre a aceleração máxima e o grau de desconforto obtido num estudo realizado na FEUP [6]

Tabela 2.6 – Classes de conforto referentes a diferentes níveis de aceleração de pico, de acordo com estudo realizado na FEUP [6]

Grau de desconforto	Nível de aceleração (m/s^2)
Imperceptível	< 0,25
Perceptível	0,25 – 0,75
Ligeiramente perturbador	0,75 – 1,25
Perturbador	1,25 – 1,75
Muito perturbador	> 1,75

Apesar disso, algumas normas indicam valores máximos de aceleração vertical e lateral a cumprir, como se indica na Figura 2.23, baseada numa revisão de literatura do projeto Synpex [6]. Os valores observados permitem tirar duas conclusões: por um lado, as acelerações horizontais têm um maior impacto no conforto humano, pelo que os limites são mais baixos; por outro, que não existe convergência dos valores apresentados pelas várias normas indicadas.

Na sequência do trabalho realizado pelo SÉTRA [9], foi sugerida a introdução do conceito de classe de conforto, fazendo corresponder a cada classe uma gama de acelerações de pico para as direções vertical e horizontal a cumprir. Na Tabela 2.7 indicam-se os valores de aceleração referentes a cada classe de conforto. Esta metodologia foi posteriormente adotada pelas recomendações do Synpex [6].

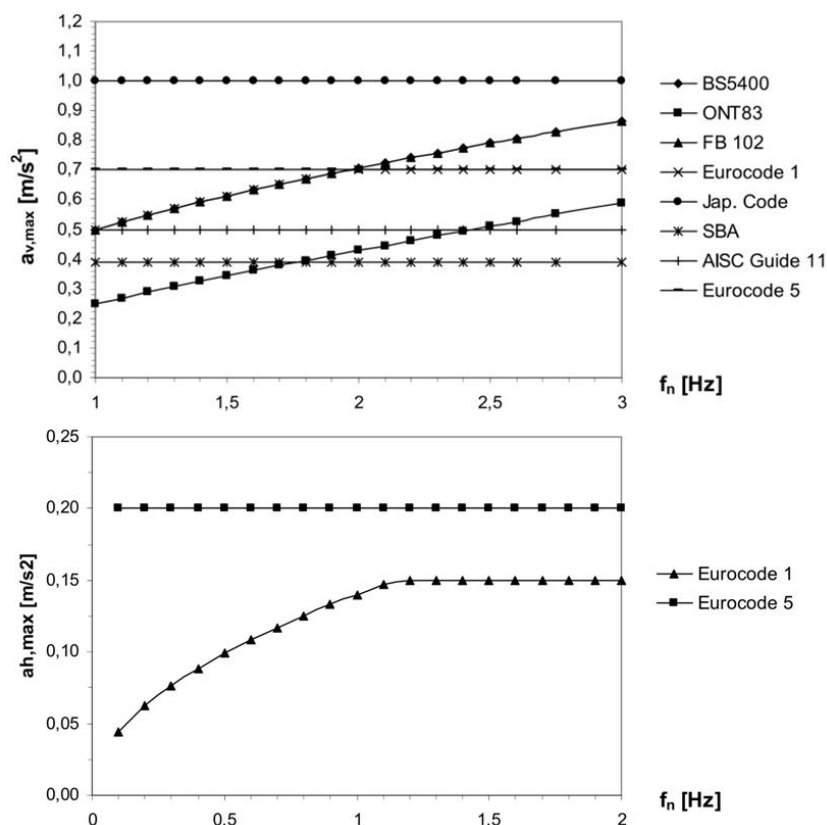


Figura 2.23 – Comparação dos valores limite das acelerações limite na direção vertical e horizontal estabelecidos por várias normas internacionais [6]

Tabela 2.7 – Classes de conforto e respetivas acelerações máximas (SÉTRA e Synpex) [6, 9]

Classe de conforto	Aceleração vertical (m/s ²)	Aceleração horizontal (m/s ²)
Classe 1: conforto máximo	< 0,5	< 0,1
Classe 2: conforto médio	0,5 – 1,0	0,1 – 0,3
Classe 3: conforto mínimo	1,0 – 2,5	0,3 – 0,8
Desconforto intolerável	> 2,5	> 0,8

Outra abordagem é sugerida pelo anexo nacional da norma britânica BS EN 1991-2, onde o valor da aceleração limite na direção vertical é expresso à custa da seguinte expressão [11]:

$$a_{lim} = 1,0 k_1 k_2 k_3 k_4 \quad [m/s^2] \quad (2.24)$$

em que k_1 traduz aspetos relativos à perceção das vibrações face à localização da ponte, k_2 representa a redundância do trajeto, k_3 a sensibilidade a vibrações em função da altura da ponte e k_4 um coeficiente a definir pelo Dono de Obra e o projetista.

Como Alves [5] realça na sua tese de mestrado, esta abordagem permite uma grande flexibilidade no tratamento desta questão em projeto, constituindo uma metodologia de simples aplicação.

2.3.3. RECOMENDAÇÕES TÉCNICAS PARA PROJETO

Tendo em conta o exposto em 2.3.2, o bom comportamento estrutural das pontes pedonais face ao movimento de peões apenas se verificará caso os estudos sejam sistematizados em normas passíveis de serem aplicadas em projeto. Neste trabalho serão abordadas recomendações respeitantes a Estados Limite de Serviço.

Em primeiro lugar, é comum as várias recomendações técnicas estabelecerem gamas de frequências naturais para as quais se recomenda a realização de uma análise dinâmica, isto é, valores de frequências para os quais existe a possibilidade de ressonância face a ações pedonais. Particularmente no passado, estas análises eram morosas e, por conseguinte, apenas usadas quando tal se justificava. Alves [5] comparou essas gamas de frequências críticas, representadas na Figura 2.24. Destacam-se os valores avançados pelo Synpex, muito pouco conservativos face às outras propostas. É de realçar, inclusivamente que, com a gama de frequências indicada, ficam dispensadas, por exemplo, verificações em pontes com frequências naturais mais elevadas e que podem sofrer vibrações excessivas quando solicitadas por peões em corrida. Adicionalmente, o SÉTRA introduziu o conceito de bandas de risco, isto é, classificar as pontes pedonais em função do risco que demonstram relativamente a vibrações excessivas. De acordo com o SÉTRA, existem quatro bandas de risco: risco elevado, risco médio, risco baixo e risco insignificante (bandas de risco 1 a 4, respetivamente) para a direção vertical e para a direção lateral, conforme se indica na Figura 2.25 e na Figura 2.26. Pontes que se insiram na banda de risco 4 estão automaticamente dispensadas de qualquer análise dinâmica.

Quando as frequências naturais da ponte não se enquadram nos valores indicados, é necessário seguir uma metodologia de análise dinâmica. Cada um dos autores/publicações indicados na Figura 2.24 indica procedimentos a seguir, baseados nos modelos de carga respetivos expostos em 2.2.2.

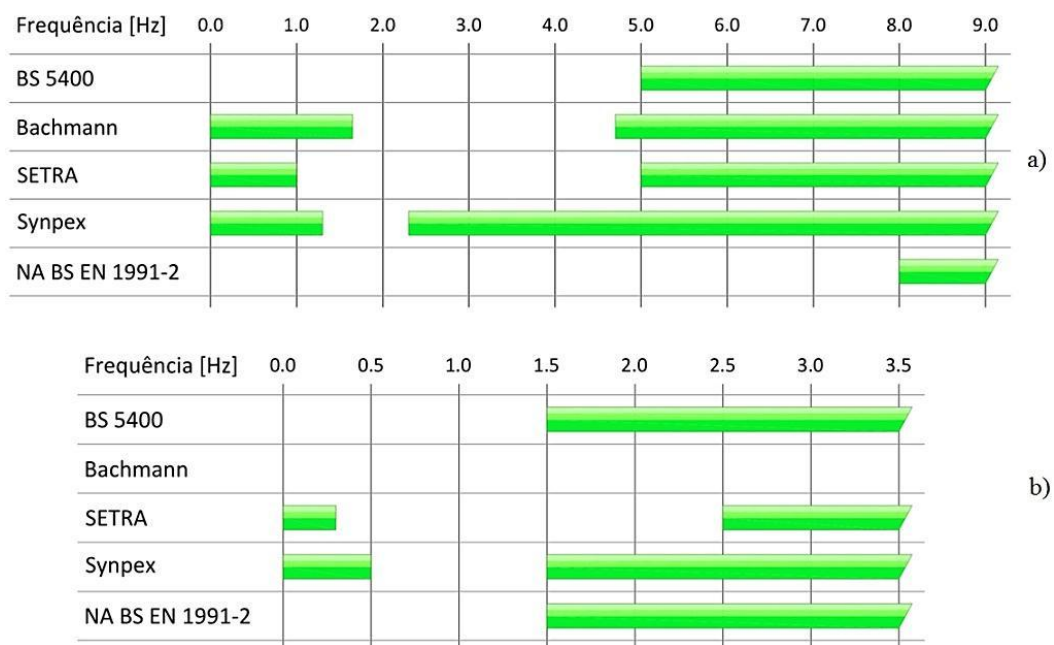


Figura 2.24 – Gamas de frequência para as quais está dispensada a análise dinâmica, relativamente a modos verticais (a) e a modos horizontais (b) [5]

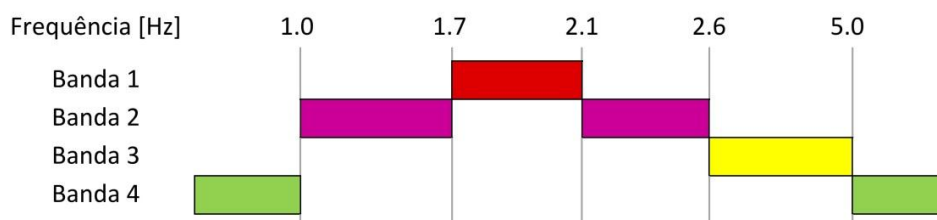


Figura 2.25 – Bandas de risco nas direções vertical e longitudinal (SÉTRA) [9]

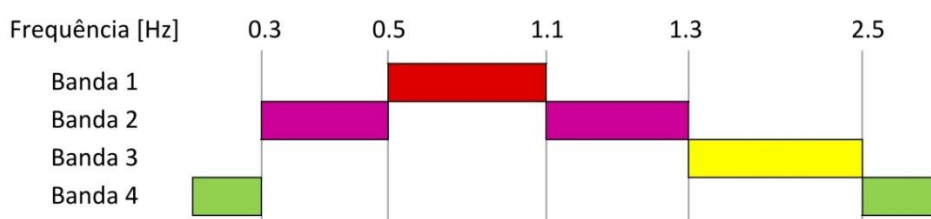


Figura 2.26 – Bandas de risco na direção transversal (SÉTRA) [9]

A metodologia da norma britânica BS 5400 cinge-se ao estudo de vibrações na direção vertical. Caso se verifique que a frequência natural da ponte seja inferior a 5,0 Hz, a norma sugere a aplicação de uma carga relativa a um peão em caminhada com frequência igual à da estrutura (ver modelo de carga de Bachmann em 2.2.2.1), atuando no ponto de coordenada modal máxima, calculando-se a aceleração máxima vertical atingida. Esse valor deve ser comparado com o valor de aceleração limite estipulado pela norma, e que corresponde a $0,5 \sqrt{f_i}$, em m/s^2 . Esta verificação não garante, contudo, um bom comportamento estrutural em situações de peões em corrida nem avalia de forma correta eventuais fenómenos de sincronização de peões.

Mais recentemente, verificou-se uma profunda alteração na abordagem do problema, havendo a preocupação de conciliar níveis de conforto com classes de tráfego de forma a formular recomendações mais realistas e objetivas. O SÉTRA [9] recomenda a classificação das pontes pedonais numa de quatro classes em função da intensidade de utilização prevista. Assim, pontes de classe IV correspondem a estruturas raramente utilizadas, enquanto pontes pedonais de classe I estão sujeitas a tráfego intenso de peões. Com base nessa classificação fica então definida a densidade de tráfego da ponte, admitindo-se respetivamente para as classes I, II, III e IV densidades de peões de 1.0, 0.8, 0.5 e 0.0 peões por metro quadrado. Pontes de classe IV estão, deste modo, dispensadas de qualquer análise dinâmica. A escolha da classe de conforto da ponte fica a cargo do projetista e do dono de obra, que são aconselhados, contudo, a ter em conta aspetos como a população a servir e o nível de importância da ponte.

O SÉTRA sugere o cálculo das frequências naturais com base em duas hipóteses distintas: a primeira, assumindo apenas a massa da estrutura; a segunda, acrescentando a esta a massa de um peão por metro quadrado de superfície do tabuleiro, de forma a compreender se a massa dos peões tem efeito significativo no comportamento dinâmico da ponte. A partir das frequências calculadas, é atribuído à ponte um determinado risco de ressonância. Pontes com frequências verticais entre 1,0 Hz e 5,0 Hz e frequências transversais entre 0,3 Hz e 2,5 Hz não dispensam verificação dinâmica, sendo posteriormente classificadas em risco de ressonância baixo, médio e alto em função das frequências naturais calculadas. A classe da ponte e o risco de ressonância determinam os casos de carga a utilizar,

como se indica Tabela 2.8. O SÉTRA apresenta, assim, três casos de carga: dois casos para o 1º harmónico (C1 e C2), com densidades inferiores a 1 peão/m² para o caso 1, e iguais a 1 peão/m² para o caso 2, e um terceiro caso complementar para análise do 2º harmónico da ação (caso C3).

Tabela 2.8 – Casos de carga para modelação de fluxos contínuos de peões em função da densidade de peões e da banda de risco da ponte pedonal (SÉTRA) [5,9]

Classe da ponte	Densidade de peões [P/m ²]	Banda de risco das frequências naturais		
		Máximo (banda 1)	Médio (banda 2)	Baixo (banda 3)
I	1,0	C2	C2	C3
II	0,8	C1	C1	C3
III	0,5	C1	-	-

Ao contrário da metodologia do BS 5400, a ação modelada diz respeito a grupos e fluxos de peões, e não a peões isolados. Comparando as acelerações máximas verticais obtidas com os limites que dependem da classe de conforto escolhida, e verificando também se as acelerações máximas no plano horizontal não excedem os 0,1 m/s² de forma a prevenir a ocorrência de lock-in, afere-se se o comportamento dinâmico da ponte é satisfatório ou se, por outro lado, são necessárias medidas mitigadoras das vibrações.

Também os resultados do projeto Synpex [6] resultaram em recomendações técnicas, tendo mais tarde dado origem às recomendações europeias HIVOSS [10]. Na realidade, o processo é muito similar ao desenvolvido pelo SÉTRA. Caso as frequências naturais da ponte estejam dentro da gama crítica apresentada na Figura 2.24, o projetista deve definir, em conjunto com o dono de obra, situações de projeto, isto é, conjuntos de classe de tráfego e nível de conforto. A classe de conforto exigida deve ter em consideração a frequência de ocorrência de um carregamento com as características da classe de tráfego que lhe está associada. O HIVOSS preconiza cinco classes de tráfego, correspondendo a classe de tráfego muito reduzido a 15 peões e as classes de tráfego seguintes a densidades de 0.2, 0.5, 1.0 e 1.5 peões por metro quadrado. Através dos modelos de carga explicados em 2.2.2 procede-se à análise dinâmica da estrutura e, comparando por fim os valores de aceleração obtidos com os limites relativos às classes de conforto previamente definidas, verifica-se se a ponte apresenta um comportamento dinâmico satisfatório. O limite da aceleração lateral relativo à não ocorrência de lock-in é de 0.1 m/s², em linha com o definido pelo SÉTRA.

Por último, o anexo nacional da BS EN 1991-2 [11] apresenta um modelo com algumas diferenças assinaláveis. Por um lado, a classificação da ponte é feita pelo dono de obra em função da localização e tráfego, correspondendo a cada classe o número/densidade de peões a utilizar nos casos de carga. Alves [5] destaca o facto de os casos de carga estarem bem definidos e cobrirem todas as situações que a ponte sofrerá em serviço, bem como a avaliação da possibilidade de ocorrência de lock-in, através de um critério de estabilidade ao invés de um valor limite de aceleração, como os pontos essenciais que distinguem esta proposta das restantes. A verificação do critério de estabilidade na direção lateral é feita com base no cálculo de um parâmetro adimensional D , que depende da massa da ponte, do coeficiente de amortecimento do modo de vibração lateral em estudo e da massa dos peões, e posterior comparação com a curva crítica de estabilidade fornecida pela norma.

2.4. IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS DINÂMICOS DE UMA ESTRUTURA

Para além da utilização de modelos numéricos para a realização das análises necessárias, é muitas vezes importante a utilização de métodos experimentais de identificação dos parâmetros dinâmicos das estruturas. Este aspeto é particularmente relevante no caso de estruturas com dispositivos de controlo de vibrações, em que a determinação rigorosa das frequências naturais de vibração e dos respetivos coeficientes de amortecimento se revelam fundamentais para uma implementação eficaz dos próprios dispositivos. Em seguida apresenta-se um breve resumo das principais técnicas aplicáveis a estruturas de Engenharia Civil tendo por base o trabalho de Caetano [13].

As técnicas de identificação experimental permitem, por exemplo, a validação dos modelos numéricos desenvolvidos. Para além disso, podem ser utilizadas para caracterizar a evolução da degradação de estruturas, bem como a definição de parâmetros associados a comportamento não linear. Compreende-se, desta forma, que esta é uma área de grande importância para a Engenharia Civil.

A identificação de parâmetros modais assenta numa abordagem consideravelmente diferente da análise estrutural tradicional. A análise pressupõe o conhecimento da excitação e dos parâmetros dinâmicos da estrutura (isto é, frequências naturais, modos de vibração, coeficientes de amortecimento, etc.), através dos quais se calcula a resposta da estrutura. Nos problemas de identificação, contudo, a determinação da resposta não constitui a incógnita a determinar, mas sim um dos dados do problema. Nestes casos, exercendo uma ação de valor conhecido sobre a estrutura e medindo a respetiva resposta estrutural, visa-se determinar os parâmetros dinâmicos da estrutura.

A identificação experimental aplicada à Engenharia Civil teve a sua origem durante a década de 1970. Apesar disso, a rápida evolução tecnológica dos finais do século XX permitiu um grande avanço deste campo, nomeadamente através da evolução dos computadores, sistemas digitais de análise e transdutores de medida. Particularmente, o aumento da sensibilidade dos aparelhos de medida e da capacidade de armazenamento de dados proporcionaram um alargamento da aplicação destas técnicas. Outro contributo importante para o desenvolvimento da identificação experimental foi o aparecimento da análise de sinal no domínio da frequência, na década de 60, em contraste com a análise no domínio do tempo. A Figura 2.27 ilustra a passagem de uma função harmónica no domínio do tempo para o domínio da frequência.

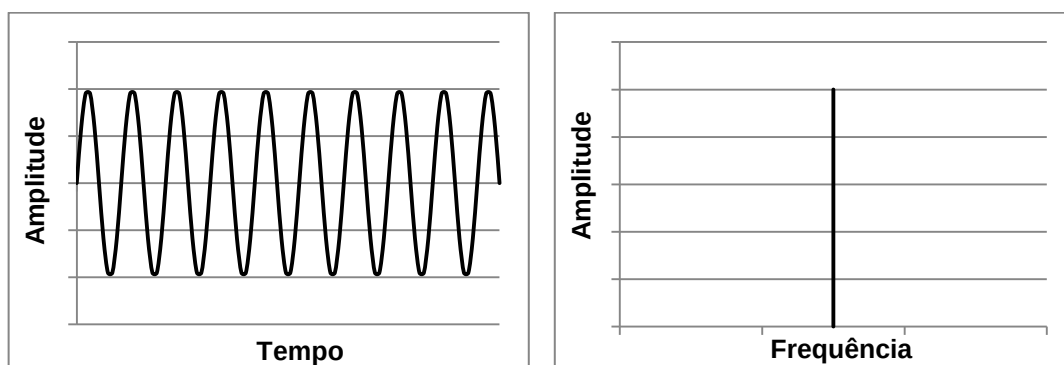


Figura 2.27 – Representação de uma função harmónica no domínio do tempo e no domínio da frequência

Inicialmente, a identificação experimental era feita através da excitação forçada dos modos de vibração, também designados na literatura por métodos “input-output”. Nestes casos, a excitação pode ser aplicada por intermédio de martelos de impulsos ou por vibradores. Em geral, um sistema de excitação e medição de vibrações é composto por um gerador de sinal, ligado a um amplificador de potência, que aciona um excitador. Este atua sobre a estrutura mediante o sinal fornecido, medindo-se a força atuante e o movimento da estrutura, em termos de deslocamentos e/ou acelerações. É

importante salientar, contudo, que as medições de deslocamentos atribuem um maior peso às componentes de baixa frequência enquanto medições de acelerações resultam num peso superior das frequências elevadas [13]. O sinal da resposta pode então passar por um analisador após ter sido amplificado, sendo os resultados, por fim, registados. A representação esquemática deste tipo de sistemas apresenta-se na Figura 2.28.

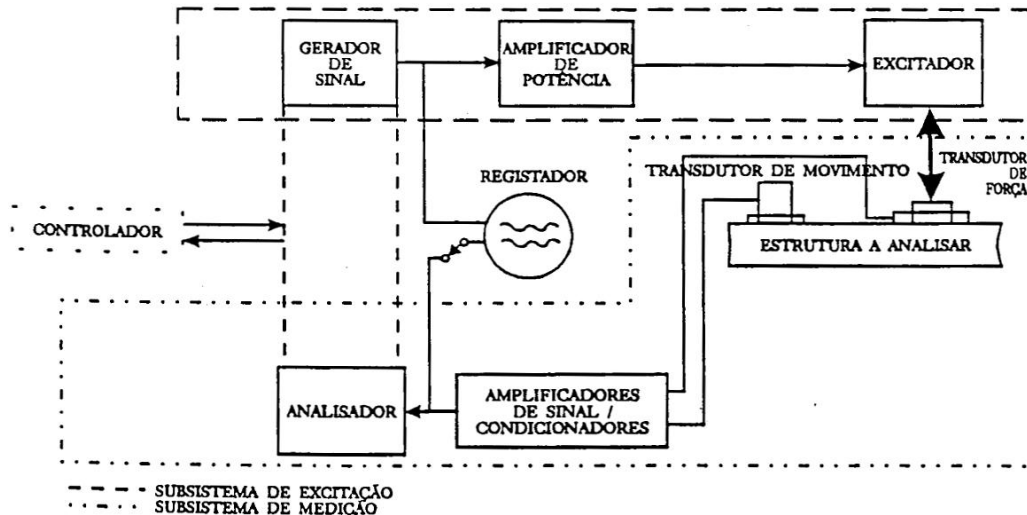


Figura 2.28 – Esquema de um sistema de excitação e medição de vibrações [13]

Os martelos de impulsos (Figuras 2.29 e 2.30) são apenas aplicáveis a estruturas de pequeno e médio porte, uma vez que em estruturas de maiores dimensões se torna inviável a indução de vibrações significativas. A sua aplicação teve origem no campo da Engenharia Mecânica, em que a escala dos ensaios permite a sua utilização na generalidade dos casos. A sua principal vantagem é permitir a excitação de uma grande banda de frequências devido à natureza impulsiva da força que induz na estrutura. Os martelos permitem geralmente a utilização de várias cabeças, resultando em diferentes gamas de frequências excitadas.

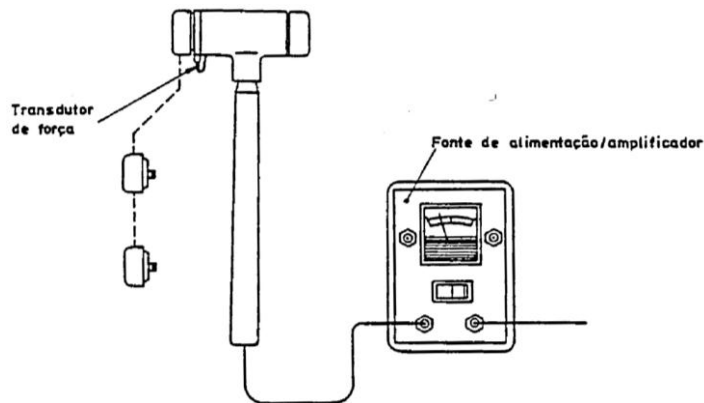


Figura 2.29 – Esquema de um martelo de impulsos [13]



Figura 2.30 – Fotografia de um martelo de impulsos [13]

A excitação pode também ser induzida através de vibradores, que se podem inserir numa de três categorias: vibradores mecânicos, eletromagnéticos e electro-hidráulicos. De entre estes destacam-se, por exemplo, os vibradores de massas excêntricas, que se enquadram na categoria de vibradores mecânicos, e cujo funcionamento se baseia no movimento circular de duas massas que exercem, por conseguinte, forças centrífugas que dependem da velocidade de rotação (Figuras 2.31 e 2.32).

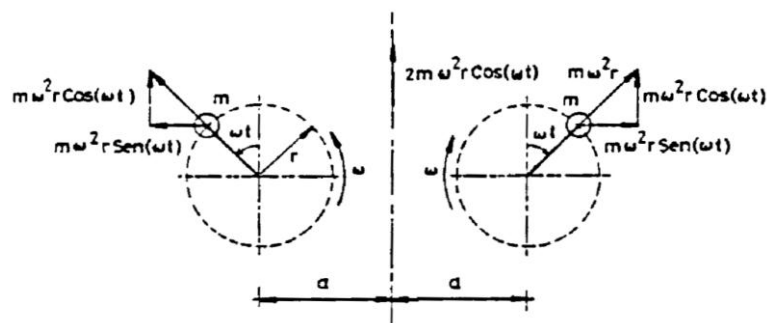
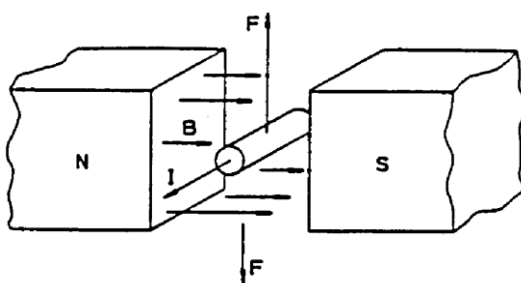


Figura 2.31 – Representação esquemática de um vibrador de massas excêntricas [13]



Figura 2.32 – Fotografia de um vibrador de massas excêntricas [13]

Na Figura 2.33 mostra-se um exemplo de um vibrador eletromagnético. Neste caso, um gerador de sinal faz com que se crie uma corrente elétrica com uma dada intensidade que, atravessando um campo magnético, induz forças perpendiculares às direções do campo magnético e da corrente e de grandeza proporcional ao valor da intensidade de corrente.



(a)



(b)

Figura 2.33 – Vibrador eletromagnético: representação esquemática (a) e fotografia (b) [13]

Um dos parâmetros de grande importância a medir é o amortecimento estrutural associado a cada frequência natural de vibração da estrutura. A sua medição é geralmente feita através de ensaios de vibração livre, isto é, através da análise da resposta após se cessar repentinamente a excitação. O decaimento do movimento da estrutura resultante permite a determinação dos coeficientes de amortecimento. Para tal, pode utilizar-se qualquer forma de excitação que origine níveis de vibrações significativos, incluindo as expostas anteriormente.

Apesar disso, é frequente a utilização de blocos de grande massa que, após suspensos da estrutura, são libertados de forma abrupta, originando uma ação impulsiva de grande amplitude. Esta metodologia permite, deste modo, varrer uma grande gama de frequências naturais, permitindo identificar os parâmetros modais da estrutura. Esta técnica foi aplicada com sucesso, por exemplo, na Ponte Pedro e Inês e na Ponte Pedonal da Rabada, caso de estudo deste trabalho, ambos levados a cabo pelo ViBEST. Na Figura 2.34 exemplifica-se o processo de libertação do bloco para os ensaios de vibração livre da Ponte Pedro e Inês, apresentando-se um exemplo da resposta obtida na Figura 2.35 [14].

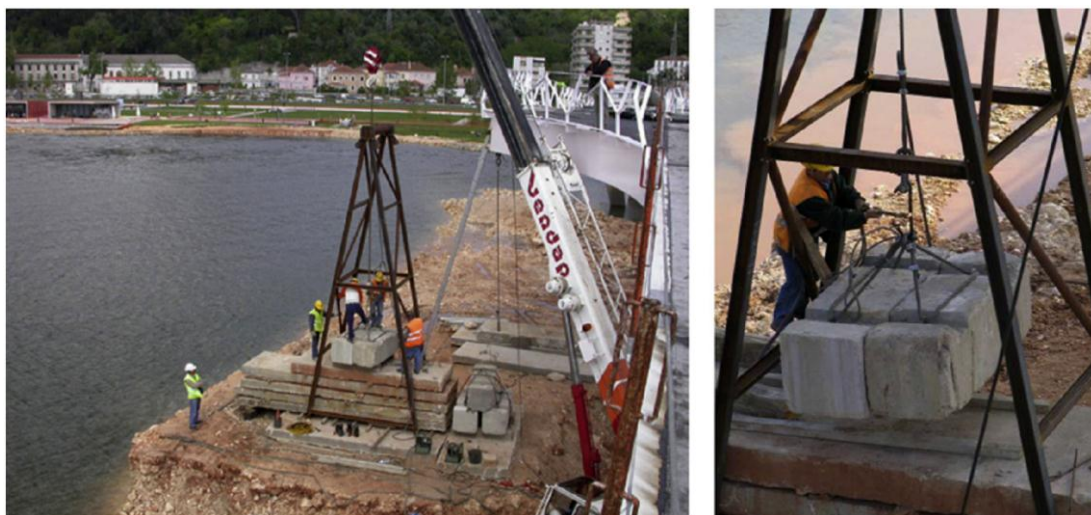


Figura 2.34 – Operações de suspensão e libertação de um bloco nos ensaios de vibração livre da Ponte Pedro e Inês, em Coimbra, conduzidos pelo ViBEST [14]

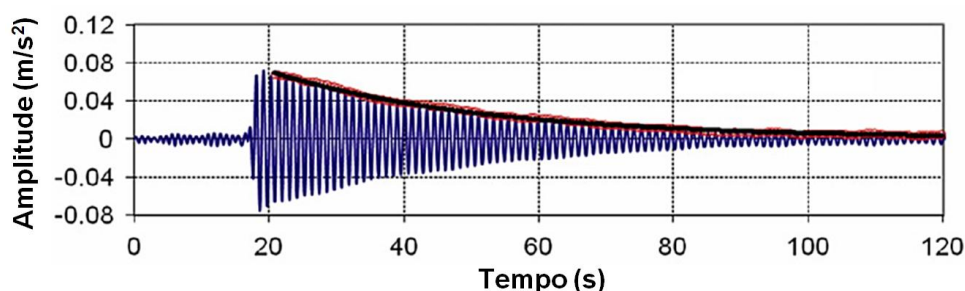


Figura 2.35 – Resposta da estrutura num ensaio de vibração livre (Ponte Pedro e Inês) [14]

Nas últimas duas décadas, contudo, e devido à evolução da sensibilidade dos transdutores de movimento (Figura 2.36), tem-se observado uma crescente utilização das técnicas de vibração ambiental, isto é, técnicas “output-only”. Tendo em conta o sistema apresentado na Figura 2.28, os sistemas de vibração ambiental distinguem-se pela supressão do subsistema de excitação. Isto significa

que, neste género de ensaios, as vibrações a medir são induzidas apenas por ações ambientais, como por exemplo a ação do vento ou a circulação pontual de peões sobre a estrutura.

A amplitude das vibrações associada a estes ensaios é, por isso, muito reduzida. Este facto faz com que os ensaios de vibração ambiental não substituam por completo os ensaios de excitação-medição, em especial quando se pretende analisar o comportamento em regime não-linear da estrutura, o que implica níveis de vibração elevados. Apesar disso, e para efeito de identificação dos parâmetros modais da estrutura, a utilização de ensaios de vibração ambiental revela-se uma solução prática e de rigor aceitável.



Figura 2.36 – Vários tipos de acelerómetros e amplificadores de sinal [13]

As frequências naturais da estrutura podem ser determinadas através dos espectros de potência da resposta ambiental obtidos nos ensaios, conforme se exemplifica na Figura 2.37.

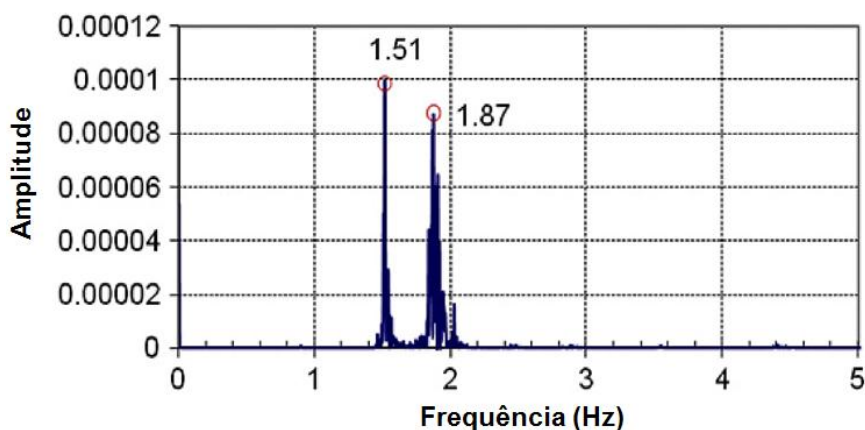


Figura 2.37 – Exemplo de espectro de potência obtido para ensaios na Ponte Pedro e Inês [14]

3

CONTROLO DE VIBRAÇÕES

3.1. INTRODUÇÃO

As pontes pedonais são frequentemente estruturas leves e esbeltas, o que torna difícil, em muitos casos, o cumprimento das disposições de projeto expostas em 2.3.3. Este aspeto é particularmente importante em pontes metálicas, como é o caso da Ponte da Rabada, caso de estudo deste trabalho. Em consequência deste facto, são muitas vezes empregues medidas mitigadoras das vibrações para que a estrutura apresente um comportamento dinâmico aceitável em serviço, garantindo o conforto dos peões. Na literatura [3, 8] são apontadas várias soluções para que as frequências naturais da estrutura se afastem das gamas críticas, como o aumento da rigidez, proporcionando alterações nas frequências naturais da estrutura, aumento do amortecimento estrutural, através de amortecedores adicionais, que contribuem para uma maior eficácia na dissipação da energia associada às ações dinâmicas. Na atualidade, é mais frequente o uso de dispositivos de controlo de vibrações, que podem ser divididos em duas categorias distintas: controlo ativo e controlo passivo.

Os sistemas de controlo ativo têm por base a aplicação de forças adicionais através de uma fonte exterior de energia mediante uma estratégia de controlo pré-definida pelo projetista. Estes sistemas são complexos e geralmente menos comuns do que os sistemas de controlo passivo. A sua principal vantagem reside no facto de ser possível controlar vários modos de vibração através de um único dispositivo. Os sistemas de controlo passivo de vibrações caracterizam-se por serem independentes de fontes de energia exteriores, o que torna a sua aplicação mais económica. Um levantamento exaustivo dos vários dispositivos disponíveis foi realizado por Moutinho [3].

No presente capítulo pretende-se descrever sumariamente as várias soluções de controlo passivo de vibrações em pontes pedonais e detalhar o funcionamento dos amortecedores de massas sintonizadas (TMDs), desenvolvendo a sua fundamentação teórica. A aplicação prática dos conceitos desenvolvidos é feita no Capítulo 7.

3.2. SISTEMAS DE CONTROLO PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM PONTES PEDONAIAS

De entre as opções disponíveis para controlo passivo de vibrações, destacam-se os amortecedores adicionais, soluções de isolamento de base, amortecedores de massas sintonizadas e amortecedores de colunas líquidas sintonizadas.

Os sistemas de amortecedores podem ser divididos em vários tipos, em função da forma de dissipação de energia. Amortecedores de fluido viscoso atuam com base na força gerada pela passagem de um

fluido por um orifício, como se ilustra na Figura 3.1. Este dispositivo foi utilizado, por exemplo, na ponte pedonal de Minden, na Alemanha (Figura 3.2) [15].

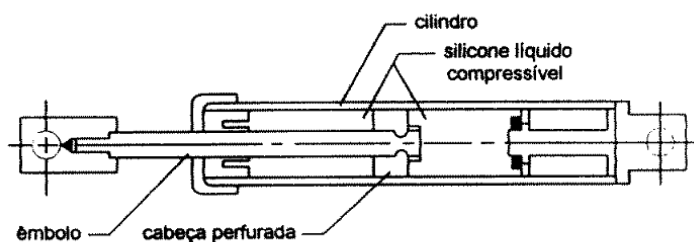


Figura 3.1 – Esquema de funcionamento de um amortecedor de fluido viscoso [3]



Figura 3.2 – Amortecedor de fluido viscoso instalado na ponte pedonal de Minden [15]

Outro tipo de amortecedores utilizado em pontes é o amortecedor viscoelástico (Figura 3.3). Neste caso, a dissipação de energia dá-se através da deformação do material viscoelástico. O seu comportamento em termos estruturais pode ser idealizado através de um amortecedor e uma mola dispostos em paralelo [15].

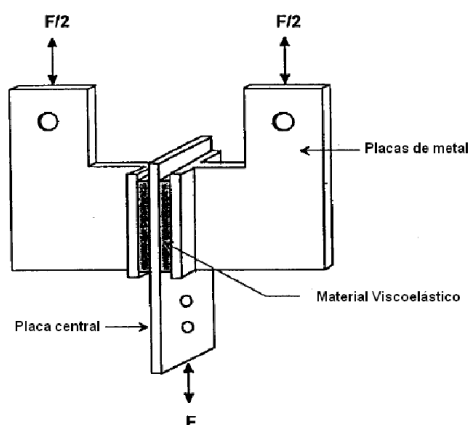


Figura 3.3 – Esquema de funcionamento de um amortecedor viscoelástico [3]

Existem ainda amortecedores cuja dissipação de energia se processa através do atrito entre duas superfícies. Um exemplo deste género de sistemas, denominados de amortecedores friccionais, é ilustrado na Figura 3.4.

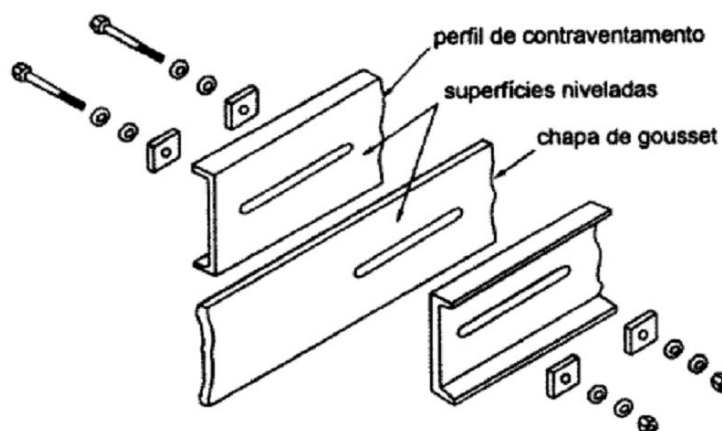


Figura 3.4 – Exemplo de um amortecedor friccional [3]

Para além dos amortecedores, existem ainda dois tipos comuns de soluções de controlo passivo de vibrações: os amortecedores de líquido sintonizado (conhecidos pela sua designação inglesa, “Tuned Liquid Dampers” ou TLD) e os amortecedores de massas sintonizadas (“Tuned Mass Dampers” ou TMD).

Os TLDs, utilizados para a mitigação de vibrações no plano horizontal, dissipam a energia da estrutura através do movimento de um líquido contido num tubo que, por sua vez, introduz forças na estrutura onde está instalado. O esquema de funcionamento apresenta-se na Figura 3.5.

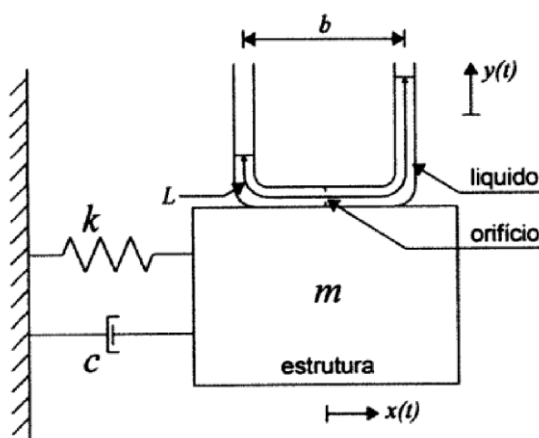


Figura 3.5 – Esquema de funcionamento de um TLD [3]

Relativamente aos TMDs, a sua utilização tem sido cada vez mais frequente, quer em edifícios, quer em pontes pedonais. Estes são compostos por uma massa ligada à estrutura a controlar por intermédio de uma mola e de um amortecedor dispostos em paralelo, conforme se esquematiza na Figura 3.6. Compreende-se assim que o seu comportamento dinâmico é idêntico ao de uma estrutura de um grau de liberdade. Os TMDs apenas são eficazes para estruturas caracterizadas por um baixo amortecimento, sendo que estruturas com coeficientes de amortecimento superiores a 5% não apresentam resultados satisfatórios com este tipo de dispositivos [3].

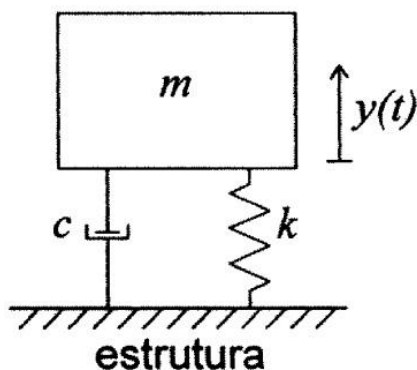


Figura 3.6 – Funcionamento esquemático de um TMD [3]

Os TMDs foram utilizados pela primeira vez em edifícios, tendo o seu campo de aplicação sido posteriormente alargado às pontes pedonais [3]. Em anos recentes, os TMDs foram utilizados com êxito em várias pontes notáveis, como são exemplo a Millennium Bridge em Londres [7] ou, mais recentemente, a Ponte Pedonal Pedro e Inês (Figura 3.7) em Coimbra [16].

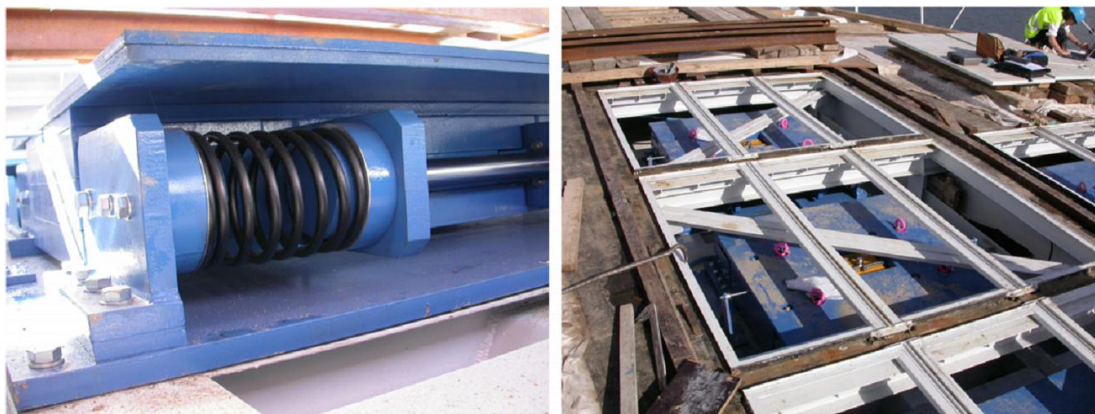


Figura 3.7 – TMDs na Ponte Pedonal Pedro e Inês, em Coimbra [16]

3.3. AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS (TMDs)

Este trabalho focará o uso de amortecedores de massas sintonizadas, uma vez que esta solução foi empregue no caso de estudo da Ponte Pedonal da Rabada.

O conceito de TMD teve a sua origem no Supressor de Vibrações (Figura 3.8) idealizado por Frahm em 1909, que consistia numa massa ligada à estrutura por intermédio de uma mola. Esse conceito foi posteriormente desenvolvido com a introdução de um amortecedor entre a massa adicional e a estrutura, dando origem aos TMDs [17]. As aplicações destes dispositivos são vastas, não se cingindo apenas ao âmbito da Engenharia Civil.

Cada TMD está associado a um modo específico de vibração da estrutura, contribuindo apenas para controlar as vibrações relativas a esse mesmo modo, devendo a sua localização coincidir com o ponto de amplitude máxima da configuração do modo em estudo. Caso se pretenda controlar mais do que um modo de vibração, a solução de controlo de vibrações será composta por um número de TMDs pelo menos igual ao número de modos a controlar. O seu dimensionamento deve ser efetuado de forma individual, uma vez que se considera que cada TMD apenas atenua a resposta do modo para o qual foi concebido [3].

A sintonização de um TMD com o modo de vibração da estrutura que se pretende controlar é feita através da escolha dos parâmetros caracterizadores do TMD, isto é, massa, rigidez e amortecimento, de tal forma que se minimize a amplitude dos deslocamentos, velocidades ou acelerações da estrutura. O processo de dimensionamento de um TMD depende do tipo de solicitação a que a estrutura está sujeita, pelo que diferentes considerações devem ser feitas caso a estrutura esteja sujeita a ações harmónicas, ações periódicas não harmónicas ou ações sísmicas. No presente trabalho apresenta-se a formulação relativa a ações harmónicas, uma vez que, para o caso da Ponte Pedonal da Rabada, os TMDs são dimensionados para fazer face às vibrações induzidas pela passagem de peões em caminhada e em corrida, situações em que as funções de carga são de natureza harmónica, conforme explicado no Capítulo 2.

Para melhor compreender o dimensionamento de um TMD é importante desenvolver alguns aspetos teóricos subjacentes à sua aplicação. A formulação do dimensionamento de um TMD foi exaustivamente detalhada por Den Hartog no seu livro [17], assentando o processo de dimensionamento clássico no pressuposto de se pretender minimizar os deslocamentos da estrutura, como se demonstrará em seguida. Contudo, um raciocínio análogo poderia ser aplicado relativamente à minimização de velocidades e acelerações.

A formulação que se descreve nas secções seguintes baseia-se no trabalho de Den Hartog, utilizando-se a notação e adaptando-se imagens do trabalho de Paredes [18].

3.3.1. DIMENSIONAMENTO DE UM SUPRESSOR DE VIBRAÇÕES

Como anteriormente referido, o conceito de TMD nasceu originalmente como desenvolvimento da ideia de Supressor de Vibrações, da autoria de Frahm, que se apresenta na Figura 3.8. Na generalidade das estruturas de Engenharia Civil, a sua complexidade leva a que apresentem um grande número de graus de liberdade. Em consequência, os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento são dados por matrizes quadradas cuja dimensão corresponde ao número de graus de liberdade que caracterizam o seu comportamento dinâmico. Como demonstrado em 2.3.1, a resposta da estrutura pode ser obtida à custa da sobreposição dos seus modos de vibração. Em teoria, caso a solicitação esteja em ressonância com um modo de vibração da estrutura, isto é, caso a frequência da solicitação seja igual a uma das frequências naturais da estrutura, a resposta será composta apenas pelo contributo do modo em questão.

Assim, a estrutura pode ser representada por um sistema de um grau de liberdade equivalente ao modo a controlar, em que m_s representa a massa modal da estrutura, k_s a sua rigidez modal e x_s o seu deslocamento, enquanto m_T , k_T e $x_T(t)$ correspondem respetivamente à massa, rigidez e deslocamento do supressor de vibrações. A solicitação é dada pela função harmónica $P(t)$ de frequência angular ω . De realçar que, neste caso, se admite que a estrutura não apresenta qualquer amortecimento. A frequência angular do modo de vibração em estudo é dada pela equação (3.1).

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} = \omega \quad (3.1)$$

As equações do movimento relativo ao sistema de dois graus de liberdade formado pela estrutura e pelo supressor de vibrações são dadas por:

$$\begin{cases} m_S \ddot{x}_S + (k_S + k_T)x_S - k_T x_T = P_0 \sin(\omega t) \\ m_T \ddot{x}_T + (x_T - x_S)k_T = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

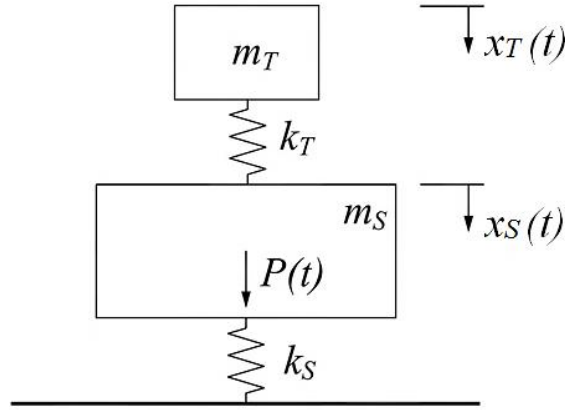


Figura 3.8 – Representação esquemática de um Supressor de Vibrações [18]

Os deslocamentos associados a cada uma das massas devido à ação harmónica aplicada são obtidos através das expressões seguintes.

$$\begin{cases} x_S = a_S \sin(\omega t) \\ x_T = a_T \sin(\omega t) \end{cases} \quad (3.3)$$

Uma vez que a velocidade e a aceleração correspondem respetivamente à primeira e segunda derivadas da função deslocamento, pode concluir-se que:

$$\begin{cases} \dot{x}_S = \omega a_S \cos(\omega t) \\ \dot{x}_T = \omega a_T \cos(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x}_S = -\omega^2 a_S \sin(\omega t) \\ \ddot{x}_T = -\omega^2 a_T \sin(\omega t) \end{cases} \quad (3.4)$$

Substituindo as expressões (3.4) no sistema (3.2) e dividindo ambos os membros por $\sin(\omega t)$, obtém-se:

$$\begin{cases} -m_S \omega^2 a_S + (k_S + k_T)a_S - k_T a_T = P_0 \\ a_T(-m_T \omega^2 + k_T) - a_S k_T = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

O sistema (3.5) pode ser reescrito através de simplificações de notação. Assim, o deslocamento estático da estrutura é dado por:

$$x_{S,est} = \frac{P_0}{k_S} \quad (3.6)$$

Para além disso, a razão da massa modal da estrutura pela massa do supressor de vibrações pode exprimir-se pela letra μ , ou seja:

$$\mu = \frac{m_T}{m_S} \quad (3.7)$$

Pelas equações da dinâmica de estruturas sabe-se ainda que:

$$\omega_T^2 = \frac{k_T}{m_T} \quad (3.8)$$

$$\omega_s^2 = \frac{k_s}{m_s} \quad (3.9)$$

Deste modo, o sistema de equações (3.5) pode ser resolvido em ordem a $\frac{a_s}{x_{s,est}}$ e $\frac{a_T}{x_{s,est}}$, fatores de amplificação dinâmica dos deslocamentos da estrutura e do supressor de vibrações. A solução do sistema é dada por (3.10).

$$\begin{cases} \frac{a_T}{x_{s,est}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}\right) \left(1 + \frac{k_T}{k_s} - \frac{\omega^2}{\omega_s^2}\right) - \frac{k_T}{k_s}} \\ \frac{a_s}{x_{s,est}} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}\right) \left(1 + \frac{k_T}{k_s} - \frac{\omega^2}{\omega_s^2}\right) - \frac{k_T}{k_s}} \end{cases} \quad (3.10)$$

Para que a amplitude de deslocamentos da estrutura seja nula, a seguinte condição tem de ser verdadeira:

$$1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2} = 0 \Leftrightarrow \omega = \omega_T \quad (3.11)$$

Nestas condições, a amplitude de deslocamentos do supressor de vibrações passa a ser expressa por:

$$a_T = -\frac{P_0}{k_T} \quad (3.12)$$

A estrutura está assim em repouso, deslocando-se o supressor de vibrações de tal forma que a força exercida na mola que o liga à estrutura é de igual módulo e de sinal contrário à força exterior exercida, $P(t)$.

Como mostra a equação (3.11), para que o deslocamento seja nulo a frequência da solicitação tem de ser igual à frequência do supressor e, conforme indicado na equação (3.2), a frequência da solicitação é igual à frequência da estrutura para o modo a controlar. Deste modo pode concluir-se que:

$$\omega_T = \omega_s \Leftrightarrow \frac{k_T}{m_T} = \frac{k_s}{m_s} \Leftrightarrow \frac{k_T}{k_s} = \frac{m_T}{m_s} = \mu \quad (3.13)$$

Pode por isso reescrever-se o sistema (3.10) da seguinte forma:

$$\begin{cases} \frac{a_T}{x_{s,est}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}\right) \left(1 + \mu - \frac{\omega^2}{\omega_s^2}\right) - \mu} \\ \frac{a_s}{x_{s,est}} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}\right) \left(1 + \mu - \frac{\omega^2}{\omega_s^2}\right) - \mu} \end{cases} \quad (3.14)$$

O sistema de um grau de liberdade equivalente à vibração da estrutura no modo de vibração em estudo está assim transformado num sistema de dois graus de liberdade pela adição do supressor, pelo que a estrutura passa a apresentar duas frequências naturais em vez de apenas uma. As novas frequências

podem ser calculadas igualando os denominadores das equações (3.14) a zero uma vez que, quando a solicitação está em ressonância com a estrutura, o deslocamento da estrutura tenderá para infinito visto que a estrutura não está dotada de qualquer amortecimento.

$$\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}\right)\left(1 + \mu - \frac{\omega^2}{\omega_S^2}\right) - \mu = 0 \Leftrightarrow \frac{\omega^4}{\omega_T^4} - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}(\mu + 2) + 1 = 0 \quad (3.15)$$

As soluções da equação (3.15) são dadas pela equação (3.16) e representadas graficamente na Figura 3.9.

$$\frac{\omega}{\omega_T} = \sqrt{\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}}} \quad (3.16)$$

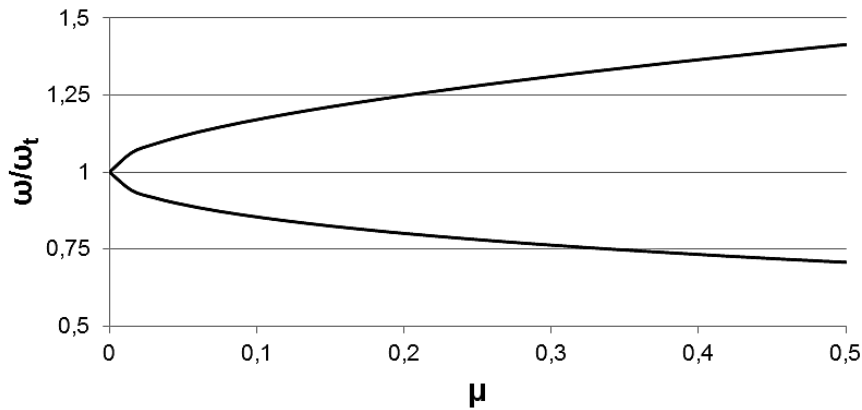


Figura 3.9 – Frequências naturais da estrutura após instalação do supressor de vibrações, em função de μ

Apresenta-se ainda a comparação entre a resposta com e sem supressor de vibrações em função da frequência da solicitação (Figura 3.10), bem como a resposta para diferentes valores de μ (Figura 3.11). Observa-se assim que o sistema passa a ter duas frequências naturais após instalação do supressor, como esperado, e que quanto maior a massa do supressor maior será a diferença entre as novas frequências naturais, isto é, mais distantes estarão as novas frequências naturais da frequência a controlar.

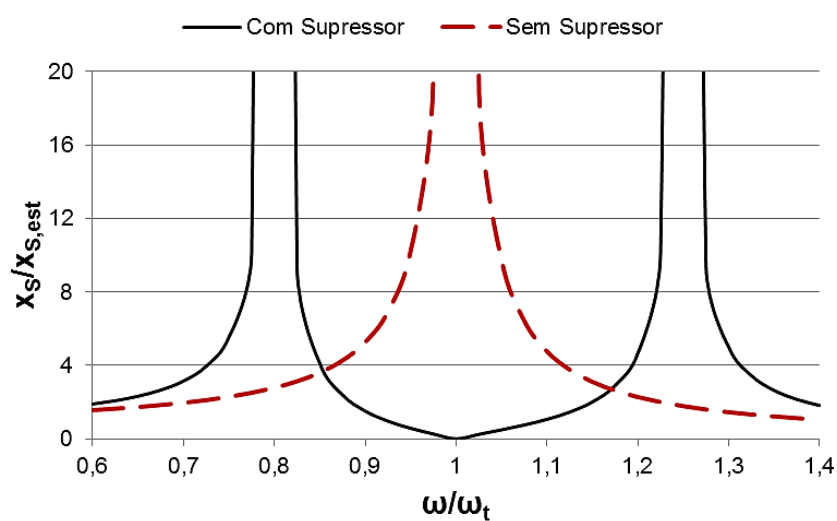


Figura 3.10 – Resposta da estrutura antes e após instalação do supressor de vibrações para $\mu=0,20$

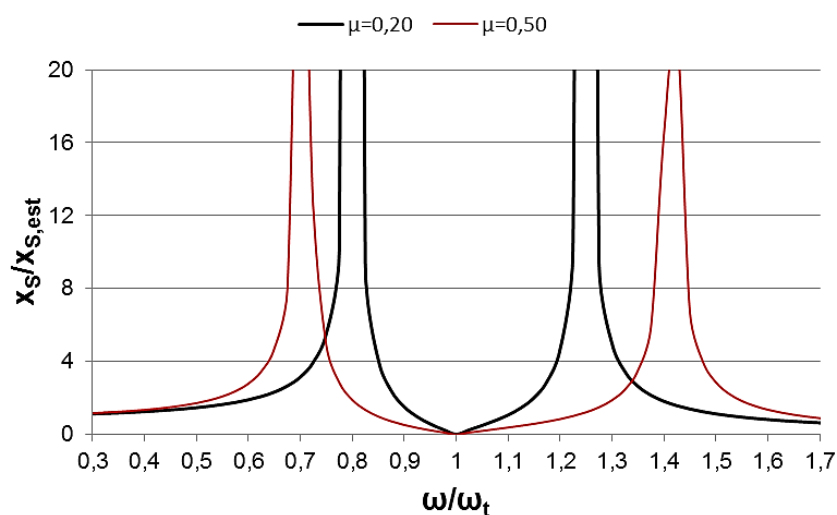


Figura 3.11 – Resposta da estrutura para diferentes massas do supressor de vibrações

3.3.2. DIMENSIONAMENTO DE UM TMD PARA UMA ESTRUTURA SEM AMORTECIMENTO

Analisar-se agora o caso de um TMD ligado a uma estrutura sem amortecimento. Face à situação exposta anteriormente, a única diferença reside no facto de se acrescentar um amortecedor ao dispositivo de controlo. O novo cenário é representado na Figura 3.12.

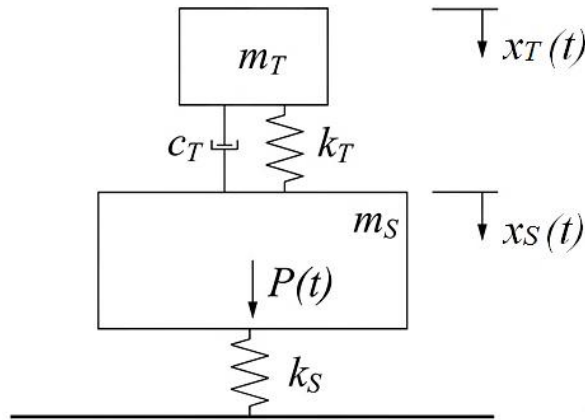


Figura 3.12 – Representação esquemática de um TMD aplicado a uma estrutura sem amortecimento [18]

As equações do movimento para este caso são dadas por:

$$\begin{cases} m_S \ddot{x}_S + k_S x_S + k_T (x_S - x_T) + c_T (\dot{x}_S - \dot{x}_T) = P_0 \sin(\omega t) \\ m_T \ddot{x}_T + k_T (x_T - x_S) + c_T (\dot{x}_T - \dot{x}_S) = 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

Pelas relações estabelecidas nas equações (3.4), o sistema (3.17) pode tomar a seguinte forma:

$$\begin{cases} -m_S \omega^2 a_S \sin(\omega t) + k_S a_S \sin(\omega t) + k_T \sin(\omega t) (a_S - a_T) + \omega c_T \cos(\omega t) (a_S - a_T) = P_0 \sin(\omega t) \\ -m_T \omega^2 a_T \sin(\omega t) + k_T \sin(\omega t) (a_T - a_S) + \omega c_T \cos(\omega t) (a_T - a_S) = 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

O sistema de equações (3.18) pode ser reescrito à custa da representação dos termos com $\sin(\omega t)$ e $\cos(\omega t)$ no plano de Argand, tomando-os como vetores que rodam a uma velocidade ω [17]. Esta representação no domínio dos números complexos é ilustrada na Figura 3.13. O resultado desta transformação é expresso em (3.19).

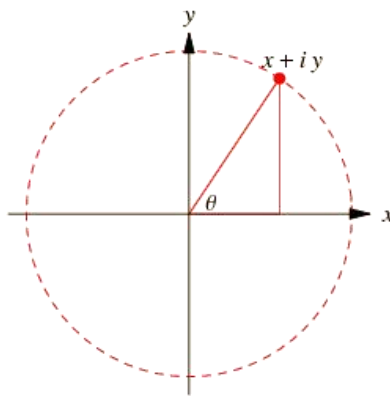


Figura 3.13 – Representação de um vetor no plano de Argand [19]

$$\begin{cases} -m_S \omega^2 x_S + k_S x_S + k_T (x_S - x_T) + i \omega c_T (\omega t) (x_S - x_T) = P_0 \\ -m_T \omega^2 x_T + k_T (x_T - x_S) + i \omega c_T (x_T - x_S) = 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

Desenvolvendo as equações anteriores pode obter-se o deslocamento da estrutura através da seguinte relação:

$$x_S = P_0 \frac{(k_T - m_T \omega^2) + i \omega c_T}{[(-m_S \omega^2 + k_S)(-m_T \omega^2 + k_T) - m_T \omega^2 k_T] + i \omega c_T (-m_S \omega^2 + k_S - m_T \omega^2)} \quad (3.20)$$

A expressão pode ser condensada, obtendo-se:

$$x_S = P_0 (A_1 + i B_1) \quad (3.21)$$

em que A_1 e B_1 são números reais. De acordo com Den Hartog, a expressão (3.21) pode ser entendida pelo facto de o vetor deslocamento x_S ter duas componentes, uma delas em fase com P_0 e outra um quarto de período adiantada [17]. Da soma geométrica dos dois vetores resulta a equação (3.22), representando a norma do vetor x_S .

$$x_S = P_0 \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \quad (3.22)$$

Contudo, a equação (3.21) não tem exatamente a forma da equação (3.20). Para tal pode realizar-se a seguinte transformação:

$$x_S = P_0 \frac{A + iB}{C + iD} = P_0 \frac{(A + iB)(C - iD)}{(C + iD)(C - iD)} = P_0 \frac{(AC + BD) + i(BC - AD)}{C^2 + D^2} \quad (3.23)$$

Assim, a norma do vetor x_S pode ser expressa através da relação estabelecida em (3.22).

$$\frac{x_S}{P_0} = \sqrt{\left(\frac{AC + BD}{C^2 + D^2}\right)^2 + \left(\frac{BC - AD}{C^2 + D^2}\right)^2} \quad (3.24)$$

Desenvolvendo a equação (3.24) obtém-se:

$$\frac{x_S}{P_0} = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}} \quad (3.25)$$

Pode por isso substituir-se a equação (3.25) na equação (3.20), o que resulta em:

$$\frac{x_S^2}{P_0^2} = \frac{(k_T - m_T \omega^2)^2 + \omega^2 c_T^2}{[(-m_S \omega^2 + k_S)(-m_T \omega^2 + k_T) - m_T \omega^2 k_T]^2 + \omega^2 c_T^2 (-m_S \omega^2 + k_S - m_T \omega^2)^2} \quad (3.26)$$

A notação pode ser ainda simplificada. Assim, pode dizer-se que a razão das frequências do TMD e do modo de vibração da estrutura a controlar é expresso por:

$$q = \frac{\omega_T}{\omega_S} \quad (3.27)$$

Por outro lado, a razão entre a frequência da solicitação e a frequência da estrutura é representado por:

$$r_S = \frac{\omega}{\omega_S} \quad (3.28)$$

Por último, o amortecimento do TMD é dado por:

$$c_T = 2\xi_T m_T \omega_T \quad (3.29)$$

Substituindo na equação (3.26), obtém-se a equação da resposta da estrutura:

$$\frac{x_s}{x_{s,est}} = \sqrt{\frac{(2\xi_T r_S q)^2 + (r_S^2 - q^2)^2}{(2\xi_T r_S q)^2 \cdot [1 - r_S^2(1 + \mu)]^2 + \{r_S^4 - [1 + (1 + \mu)q^2] \cdot r_S^2 + q^2\}^2}} \quad (3.30)$$

Na Figura 3.14 representam-se curvas de amplitude do movimento da massa da estrutura para diferentes valores do coeficiente de amortecimento do TMD e para $q=0.90$, obtidas a partir da equação (3.44). Na Figura 3.15 apresentam-se as curvas para o caso de $q=0.80$. Em ambos os casos a razão de massas entre o TMD e a estrutura é $\mu=0.20$.

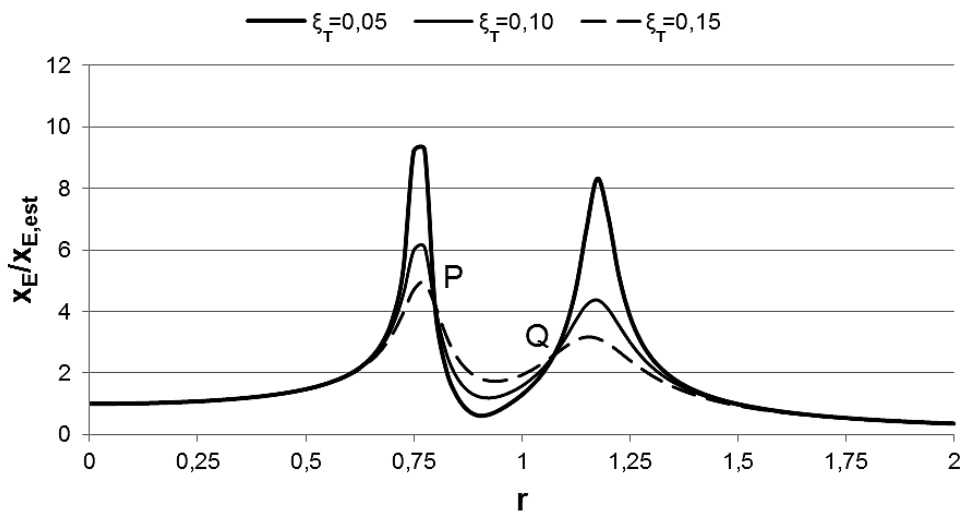


Figura 3.14 – Curvas de amplitude do movimento de m_S para $\mu=0.20$, $q=0.90$ e vários valores de ξ_T

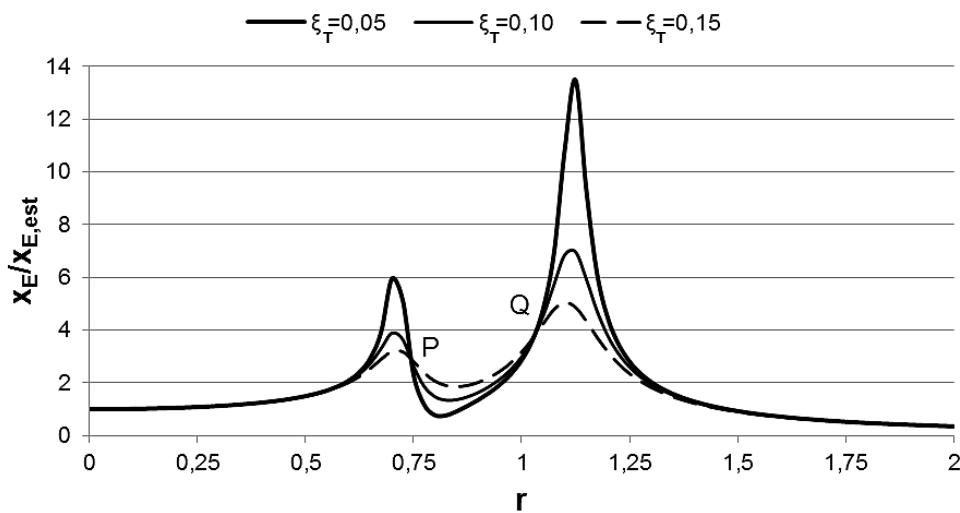


Figura 3.15 - Curvas de amplitude do movimento de m_S para $\mu=0.20$, $q=0.80$ e vários valores de ξ_T

Por observação das figuras anteriores, pode concluir-se que a estrutura passa a ter duas frequências naturais de vibração na vizinhança da frequência natural do sistema de um grau de liberdade equivalente ao modo de vibração a controlar. Contudo, ao contrário do supressor de vibrações, a

aplicação de um TMD não conduz a resposta nula na frequência original de ressonância. Apesar disso, a resposta passa a assumir valores bastante reduzidos.

Outro aspeto importante evidenciado nos gráficos apresentados é a existência de dois pontos fixos, P e Q, comuns às curvas com o mesmo valor de q e μ e independentes do valor do amortecimento do TMD, ξ_T . Esta particularidade está na base do dimensionamento dos TMDs.

De facto, o dimensionamento ótimo do TMD, isto é, os parâmetros do TMD para os quais se minimizam os deslocamentos da estrutura onde está instalado, pode ser obtido a partir da satisfação de duas condições: estabelecer um valor de q para o qual os pontos P e Q tenham a mesma ordenada e calcular o valor de ξ_T tal que P e Q correspondam aos máximos locais da curva de amplitude de deslocamentos da estrutura.

Estas condições implicam, por isso, determinar os valores de r_s para os quais $x_S/x_{S,est}$ é independente de ξ_T . Para o efeito, pode reescrever-se a equação (3.30) na seguinte forma:

$$\frac{x_S}{x_{S,est}} = \sqrt{\frac{A \cdot \xi_T^2 + B}{C \cdot \xi_T^2 + D}} \quad (3.31)$$

Pode concluir-se assim que $x_S/x_{S,est}$ é independente de ξ_T quando:

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{D} \quad (3.32)$$

Assim, obtém-se a seguinte equação:

$$\left(\frac{2r_s q}{(2r_s q)[1 - r_s^2(1 + \mu)]} \right)^2 = \left(\frac{(r_s^2 - q^2)}{(r_s^4 - [1 + (1 + \mu)q^2]r_s^2 + q^2)} \right)^2 \quad (3.33)$$

Os expoentes podem ser eliminados, passando existir duas equações: uma com ambos os membros de sinal positivo; e outra, com um dos membros de sinal positivo e o restante de sinal negativo. Den Hartog [17] refere, todavia, que a equação com um dos membros negativos origina uma solução com $r_s=0$, ou seja, $\omega=0$, o que, para aplicação dos TMDs, é um caso irrelevante visto tratar-se de uma solicitação estática e, por conseguinte, não originar vibrações. Por este motivo, e para efeito da presente formulação, podem eliminar-se os expoentes da equação (3.33) diretamente sem alterar o sinal de qualquer dos membros da equação. A equação resultante pode escrever-se como:

$$r_s^4 - 2r_s^2 \frac{1 + q^2 + \mu q^2}{2 + \mu} + \frac{2q^2}{2 + \mu} = 0 \quad (3.34)$$

A equação (3.34) tem duas soluções, que correspondem às abcissas dos pontos fixos P e Q (ou seja, os valores de r_s correspondentes a esses pontos). No entanto, a obtenção destes valores pode ser feita alternativamente à custa da equação (3.30), uma vez que, como demonstrado, as abcissas dos pontos P e Q são independentes de ξ_T . Por este motivo, ξ_T pode assumir qualquer valor na equação (3.30) para determinação das abcissas dos pontos fixos. Assim, e por conveniência, pode admitir-se que $\xi_T=\infty$ e reescrever a equação do seguinte modo:

$$\frac{x_S}{x_{S,est}} = \frac{1}{1 - r_s^2(1 + \mu)} \quad (3.35)$$

Para um dimensionamento ótimo do TMD, as ordenadas dos pontos P e Q são iguais, ou seja:

$$\left[\frac{x_S}{x_{S,est}} \right]_P = \left[\frac{x_S}{x_{S,est}} \right]_Q \quad (3.36)$$

Ou seja:

$$\frac{1}{1 - (r_s^P)^2(1 + \mu)} = \frac{1}{1 - (r_s^Q)^2(1 + \mu)} \quad (3.37)$$

O valor ótimo de q é, por conseguinte, dado por:

$$q_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (3.38)$$

Resta assim determinar o valor de ξ_T para o qual P e Q correspondem aos picos das curvas de resposta da estrutura. Introduzindo a expressão de q_{opt} na equação (3.30), igualando a derivada da expressão obtida a zero e resolvendo a equação em ordem a ξ_T , obtém-se:

$$\xi_T = \sqrt{\frac{\mu \left(3 \pm \sqrt{\frac{\mu}{\mu + 2}} \right)}{8(1 + \mu)^3}} \quad (3.39)$$

A equação (3.39) expressa dois valores de ξ_T , pelo que Den Hartog sugere a adoção do seu valor médio para determinação do coeficiente de amortecimento ótimo, isto é:

$$\xi_{T,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (3.40)$$

Nestas condições, a amplitude máxima do deslocamento da estrutura é dada por:

$$\left(\frac{x_S}{x_{S,est}} \right)_{max} = 1 + \frac{2}{\mu} \quad (3.41)$$

Aplicando as equações (3.38) e (3.44) para um caso com $\mu=0,20$ obtém-se o gráfico da Figura 3.16.

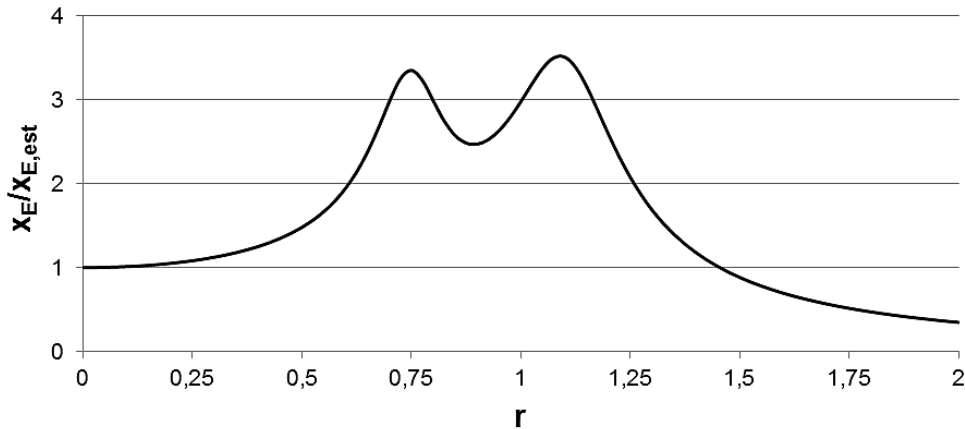


Figura 3.16 – Amplitude de movimento da estrutura para $\mu=0,20$ e respetivos valores ótimos $\xi_{T,opt}$ e q_{opt}

Por último, um aspeto importante para a aplicação prática destes dispositivos é o deslocamento relativo entre o TMD e a estrutura que pode condicionar a sua aplicação ou a sua posição na estrutura em casos onde existam limitações de espaço relevantes.

O deslocamento relativo máximo é dado por:

$$\left(\frac{x_{S,rel}}{x_{S,est}} \right)_{max} = \sqrt{\frac{x_S}{x_{S,est}} \cdot \frac{1}{2\mu \cdot r_S \cdot \xi_{T,opt}}} \quad (3.42)$$

3.3.3. DIMENSIONAMENTO DE UM TMD PARA UMA ESTRUTURA COM AMORTECIMENTO

Em situações práticas, as estruturas de Engenharia Civil apresentam amortecimento não nulo devido ao comportamento dos materiais que as constituem. Deste modo, por exemplo, estruturas de betão armado tendem a apresentar coeficientes de amortecimento superiores face a estruturas de aço [4]. Este facto origina um desenvolvimento dos casos expostos anteriormente, passando o sistema a assumir o esquema que se apresenta na Figura 3.17.

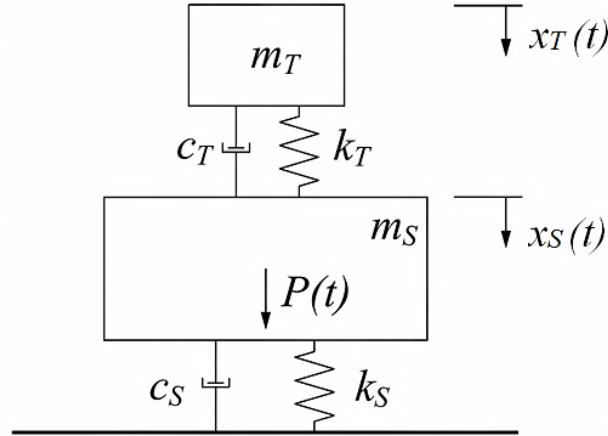


Figura 3.17 – Esquema de funcionamento de um TMD aplicado a uma estrutura com amortecimento [18]

Através de um procedimento análogo ao descrito em 3.3.2, pode obter-se o deslocamento da estrutura e do TMD para o caso de uma estrutura com amortecimento, expressos nas equações (3.43) e (3.44) [18].

$$\frac{x_S}{x_{S,est}} = \sqrt{\frac{(2\xi_T r_S q)^2 + (r_S^2 - q^2)^2}{(2r_S)^2 \{\xi_T [r_S^2(1 + \mu) - 1] + \xi_S(r_S^2 - q^2)\}^2 + [\mu q^2 r_S^2 - (r_S^2 - 1)(r_S^2 - q^2) + (2r_S)^2 \xi_S \xi_T]^2}} \quad (3.43)$$

$$\frac{x_T}{x_{S,est}} = \sqrt{\frac{(2\xi_T q)^2 + q^4}{(2r_S)^2 \{\xi_T [r_S^2(1 + \mu) - 1] + \xi_S(r_S^2 - q^2)\}^2 + [\mu q^2 r_S^2 - (r_S^2 - 1)(r_S^2 - q^2) + (2r_S)^2 \xi_S \xi_T]^2}} \quad (3.44)$$

Nas Figura 3.18 e Figura 3.19 representam-se as curvas de amplitude do movimento da massa da estrutura, m_S , obtidas a partir da equação (3.43), respetivamente para uma estrutura com baixo amortecimento estrutural ($\xi_S=1\%$) e para uma estrutura com amortecimento estrutural elevado ($\xi_S=10\%$). Em ambas as situações adotou-se $\mu=0.20$ e $q=0.85$, fazendo-se variar o valor de amortecimento do TMD, ξ_T .

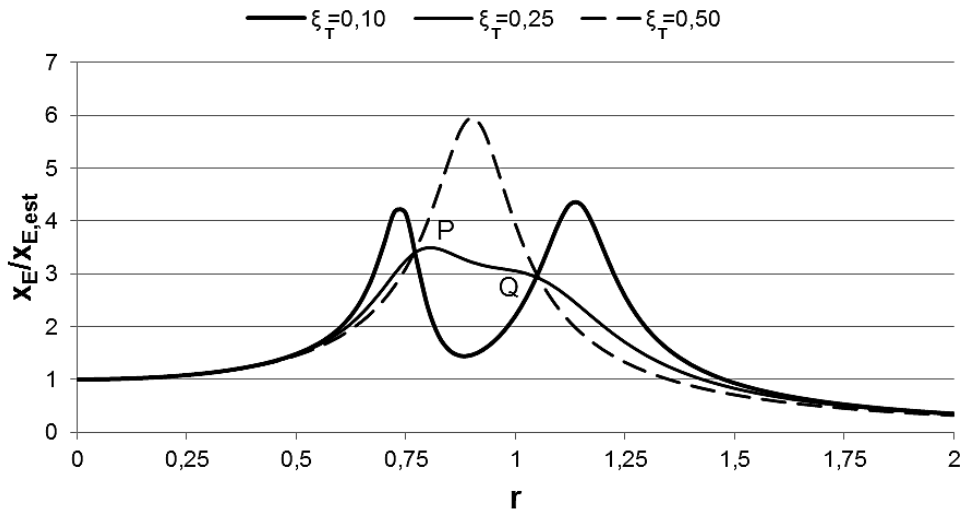


Figura 3.18 – Amplitude do deslocamento de m_s para $\mu=0.20$, $q=0.85$ e diferentes valores de ξ_T numa estrutura de amortecimento baixo ($\xi_s=0.01$)

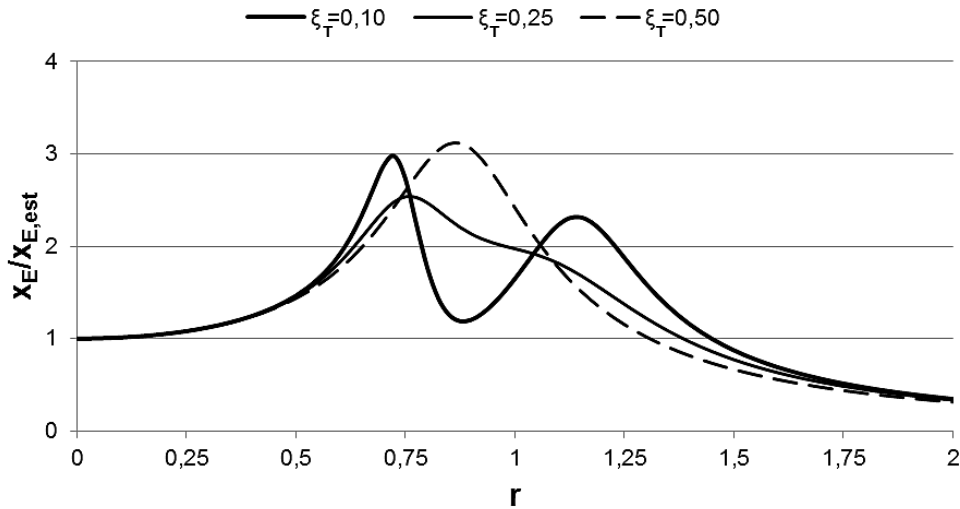


Figura 3.19 - Amplitude do deslocamento de m_s para $\mu=0.20$, $q=0.85$ e diferentes valores de ξ_T numa estrutura de amortecimento elevado ($\xi_s=0.1$)

A comparação dos dois conjuntos de curvas permite tecer considerações importantes para o dimensionamento dos TMDs. De facto, para estruturas de amortecimento baixo, observa-se que todas as curvas têm dois pontos comuns, P e Q, à semelhança da aplicação de um TMD a uma estrutura sem amortecimento. Por conseguinte, as equações (3.38) e (3.40) são adequadas para a determinação dos parâmetros ótimos do TMD em estruturas com amortecimento baixo.

Por outro lado, a Figura 3.19 permite concluir que, para estruturas com amortecimentos elevados, as curvas deixam de apresentar quaisquer pontos fixos. Assim sendo, a formulação anteriormente desenvolvida não é válida, sendo necessário adotar uma metodologia diferente para aplicação de TMDs a estruturas com amortecimento elevado.

De facto, Bachmann e Weber [20] indicam que para valores de amortecimento estrutural ξ_s inferiores a 1% as equações (3.38) e (3.40), para estruturas sem amortecimento, podem ser utilizadas para o dimensionamento do TMD em virtude do erro não ser significativo. Caso contrário, os autores

recomendam a utilização de ábacos que representam a solução da equação (3.43), obtida por intermédio de métodos numéricos, conforme se indica nas Figuras 3.20, 3.21 e 3.22, da autoria de Moutinho [3]. Adicionalmente, a Figura 3.23 permite a determinação do máximo deslocamento relativo entre o TMD e a estrutura, parâmetro importante para instalação do TMD na estrutura. Realça-se, contudo, que os TMDs apresentam uma eficiência superior em estruturas com amortecimento baixo, pelo que a utilização dos ábacos é muitas vezes dispensada.

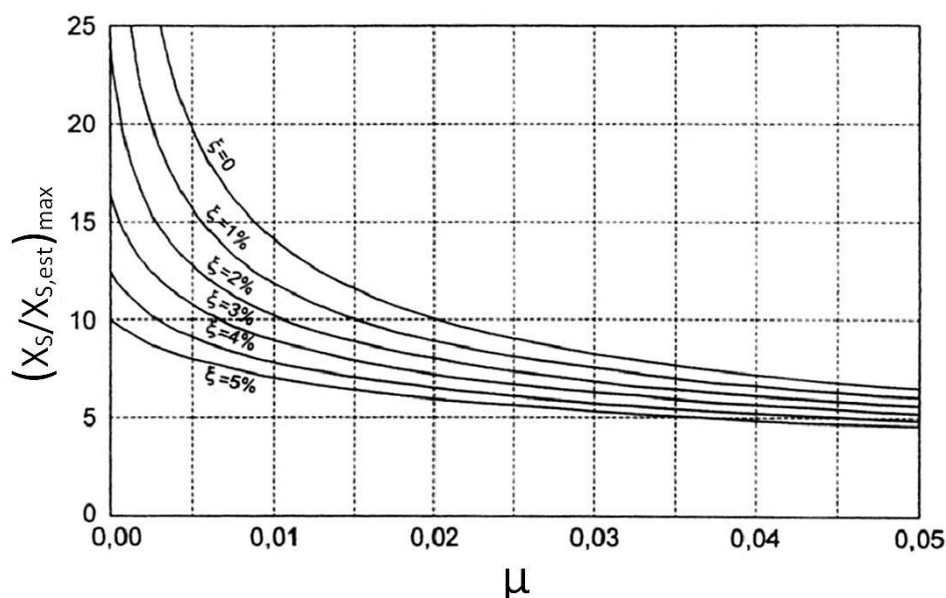


Figura 3.20 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento da massa m_s [3]

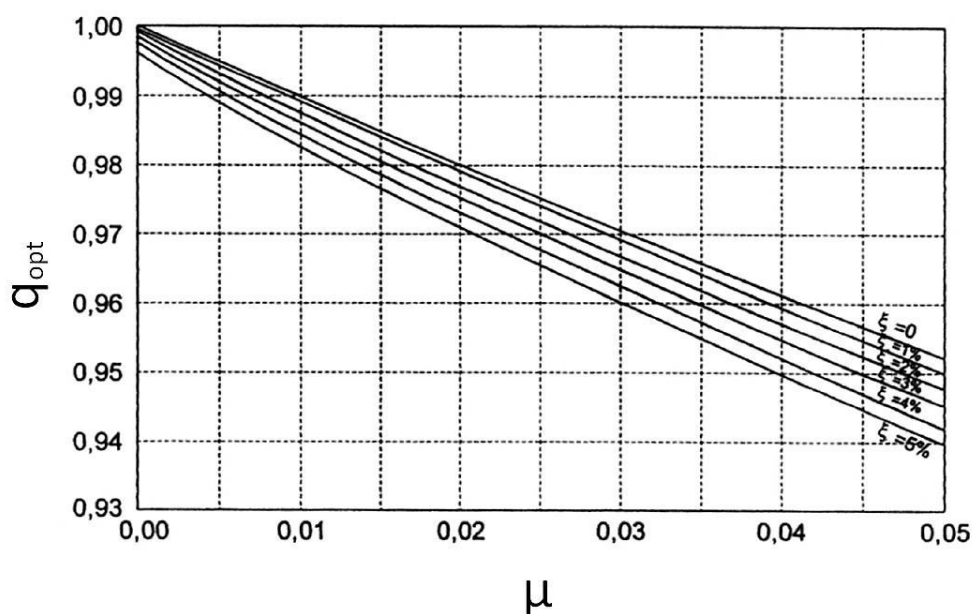


Figura 3.21 – Curvas para determinação de q_{opt} [3]

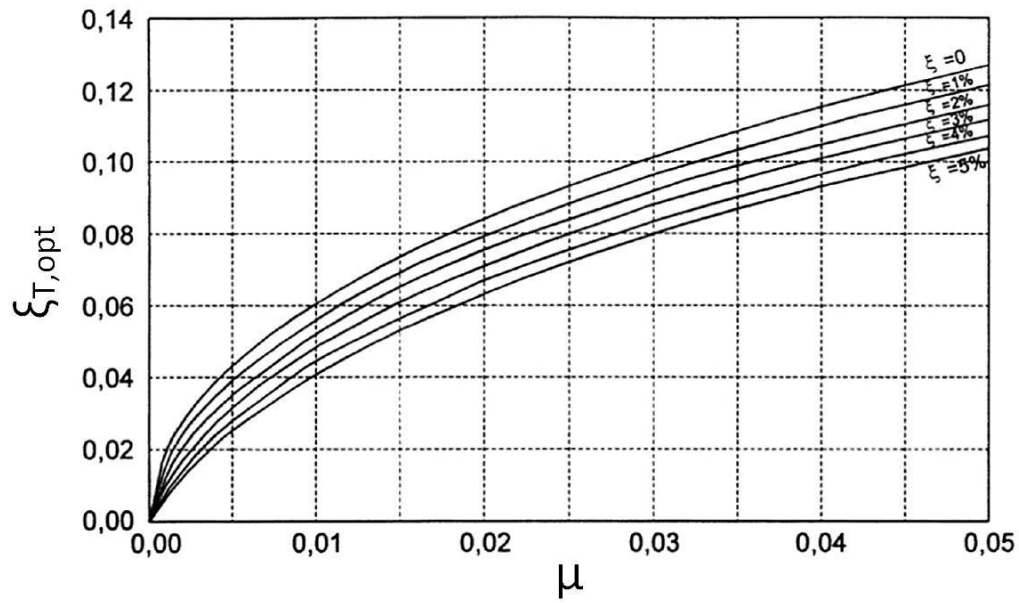
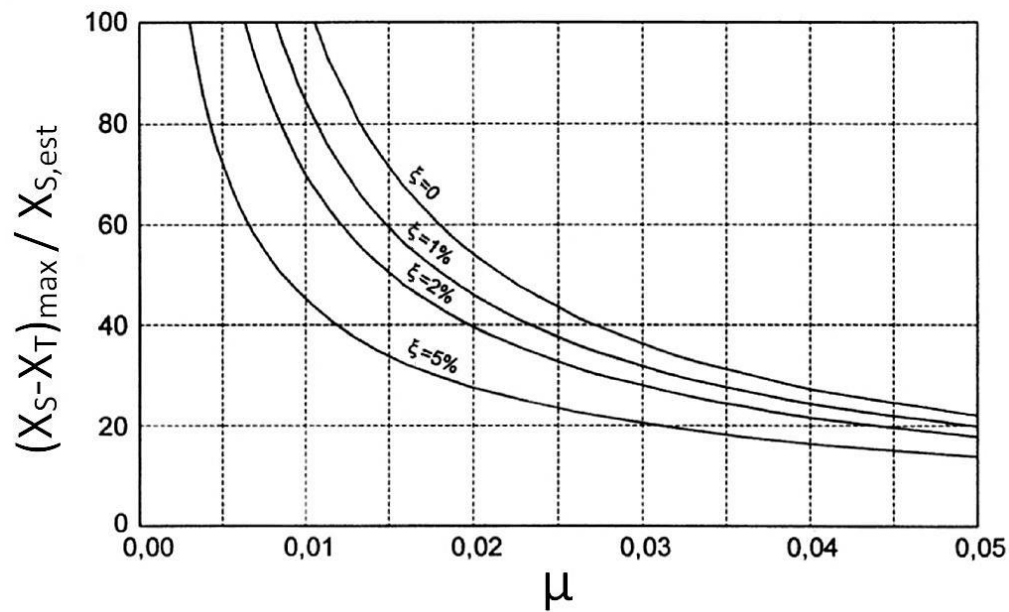
Figura 3.22 – Curvas para determinação de $\xi_{T,opt}$ [3]

Figura 3.23 – Curva de amplificação máxima do deslocamento relativo entre o TMD e a estrutura [3]

3.3.3.1 Pré-dimensionamento da massa de TMDs para controlo de vibrações induzidas por peões

Como explicado em 2.3.3, o cumprimento das condições de serviço em pontes pedonais implica a limitação das acelerações sentidas na estrutura. É por isso importante, à luz dos aspetos discutidos anteriormente face ao dimensionamento dos TMDs, escolher a massa do TMD de acordo com as acelerações máximas que se consideram admissíveis na estrutura em causa. Apresenta-se em seguida um possível procedimento de pré-dimensionamento da massa dos TMDs sugerido por Moutinho [3].

O problema consiste em garantir que:

$$a_{max} = a_{adm} \quad (3.45)$$

onde a_{max} representa a aceleração máxima da estrutura e a_{adm} a aceleração máxima admissível, que deve ser definida de acordo com as recomendações de projeto expostas em 2.3.3.

O valor do deslocamento máximo da massa da estrutura (m_s) do sistema equivalente de um grau de liberdade correspondente ao modo de vibração a controlar antes da instalação do TMD pode ser obtido a partir da Figura 3.20, tomando para isso $\mu=0$, ou seja, considerando nula a massa do TMD. Para esta situação, o valor da amplitude do deslocamento da estrutura é dado por [3]:

$$\frac{x_{s,max}}{x_{s,est}} = \frac{1}{2\xi_s} \quad (3.46)$$

O dimensionamento do TMD pressupõe o raciocínio inverso uma vez que se procura que $x_s/x_{s,est}$ não ultrapasse um dado valor máximo e, para tal, se calcula o valor mínimo da massa do TMD que garante o cumprimento desta condição.

Uma vez que a resposta é dominada pelo modo a controlar, de frequência ω_n , a velocidade máxima (v_{max}) e o deslocamento máximo (d_{max}) da estrutura podem obter-se, de forma simplificada, através das seguintes expressões:

$$v_{max} = \frac{a_{max}}{\omega_n} \quad (3.47)$$

$$d_{max} = x_{s,max} = \frac{a_{max}}{\omega_n^2} \quad (3.48)$$

É importante recordar que o deslocamento estático é dado por:

$$x_{s,est} = \frac{P_0}{k_s} \quad (3.49)$$

Através das equações (3.48) e (3.49) pode concluir-se que:

$$\frac{x_{s,max}}{x_{s,est}} = \frac{a_{max} k_s}{\omega_n^2 P_0} \quad (3.50)$$

Recorrendo ao ábaco da Figura 3.20 pode então determinar-se o valor de μ para o qual o deslocamento da massa da estrutura não ultrapasse o valor definido na expressão (3.50). Tendo definido o valor da massa, é possível então terminar o processo de dimensionamento recorrendo às expressões dos parâmetros ótimos ou aos ábacos de dimensionamento, consoante o coeficiente de amortecimento da estrutura.

É importante notar que este processo de determinação da massa deve ser encarado apenas como indicativo, uma vez que, na aplicação prática de um TMD a uma estrutura, o valor de μ é frequentemente limitado pelo espaço disponível para a sua instalação. Para contornar algumas destas limitações é corrente, por exemplo, a aplicação de vários TMDs equivalentes de dimensão mais reduzida para controlo de um dado modo, ao invés da utilização de um único dispositivo cuja instalação seria inviável.

3.3.3.2 Sensibilidade da resposta da estrutura face aos parâmetros do TMD

A escolha correta dos parâmetros do TMD, nomeadamente o seu amortecimento (ζ_T) e a sua frequência (ω_T) produz, como exposto anteriormente, uma redução muito eficaz da resposta da estrutura. No entanto, Bachmann e Weber [20] destacam que o rigor dessa afinação tem implicações muito significativas para a eficiência do TMD.

Bachmann e Weber ilustram esta questão com um exemplo, assumindo $\mu=0,01$ e $\xi_s=0,01$. As curvas de amplificação máxima da resposta, em função do valor de q e ζ_T , indicam-se na Figura 3.24. O dimensionamento ótimo, correspondente à amplificação mínima de valor 11,6, consiste nos parâmetros $q_{opt}=0,99$ e $\zeta_{T,opt}=0,06$. Observando a curva de amplificação 15 podem tirar-se conclusões relativas ao impacto das variações destes dois parâmetros. Bachmann e Weber realçam que, para que se obtenha uma amplificação inferior a 15, q terá de assumir um valor entre 0,96 e 1,02, ou seja, uma variação máxima de cerca de 3% em torno do seu valor ótimo. Quanto ao valor do amortecimento do TMD, ζ_T , o seu valor deverá estar contido no intervalo de 0,03 e 0,11, isto é, desvios de respetivamente 50% e 100% face ao valor ótimo.

Deste exemplo pode concluir-se que o ajuste rigoroso da frequência do TMD é fundamental para a sua eficiência e que, por outro lado, o seu amortecimento é um parâmetro comparativamente pouco determinante para a resposta da estrutura. Por conseguinte, a afinação da rigidez do TMD, k_T , deverá ser particularmente cuidada.

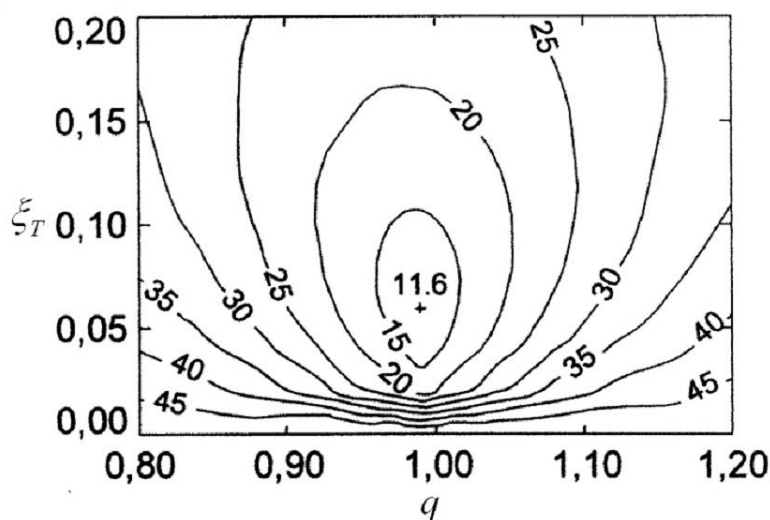


Figura 3.24 – Curvas de amplificação máxima para $\mu=0,01$ e $\xi_s=0,01$ [20]

3.3.3.3 Aplicação de TMDs equivalentes

Quando a dimensão de um TMD não permite a sua integração na estrutura, quer pelo espaço disponível se revelar insuficiente, quer por representar um elemento demasiado destacado a nível arquitetónico, é possível conceber uma solução composta por múltiplos TMDs de dimensão inferior que, dispostos em vários pontos da estrutura, permitem um efeito equivalente ao TMD originalmente pretendido.

Após a determinação do valor de μ necessário para obtenção do nível de acelerações desejado, pode definir-se o número mínimo de TMDs que possibilite a sua implementação mediante as condições da estrutura. A localização de cada TMD deve também ser escolhida dando prioridade a pontos de elevada coordenada modal para que o seu impacto seja tão significativo quanto possível na resposta.

O processo de dimensionamento é feito para cada TMD individualmente. Por conseguinte, deve calcular-se a massa modal correspondente à posição de cada TMD normalizando o modo de vibração para que tenha componente unitária na secção onde o dispositivo está instalado. A massa de cada TMD é calculada assumindo o valor de μ obtido para o caso de ser necessário apenas um único TMD e multiplicando cada valor resultante por um fator de participação, β_i [3]. Este coeficiente redutor faz com que a solução final seja efetivamente equivalente à atuação de um TMD único, e deve respeitar a seguinte condição:

$$\sum_i^m \beta_i = 1 \quad (3.51)$$

em que m é o número de TMDs equivalentes a utilizar.

3.3.3.4 Determinação dos parâmetros dinâmicos após instalação dos TMDs

Importa também determinar as características do sistema de dois graus de liberdade resultante da aplicação do TMD à estrutura, nomeadamente as novas frequências naturais, os seus modos vibração e os respetivos coeficientes de amortecimento.

O sistema representado na Figura 3.17 tem as seguintes matrizes de massa, amortecimento e rigidez:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_S & 0 \\ 0 & m_T \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_S + c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_S + k_T & -k_T \\ -k_T & k_T \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Relembra-se que a equação do movimento é dada por:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{u}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (3.55)$$

e que a sua solução é determinada a partir da equação:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \quad (3.56)$$

Para determinação das frequências naturais, a equação assume a seguinte forma:

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (3.57)$$

Substituindo na equação (3.57) as matrizes de massa e rigidez do sistema de dois graus de liberdade em estudo, a equação passa a:

$$\det \left(\begin{bmatrix} k_S + k_T - \omega^2 m_S & -k_T \\ -k_T & k_S - \omega^2 m_T \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (3.58)$$

Desenvolvendo o determinante da matriz, conclui-se que:

$$\omega^4 m_S m_T + \omega^2 (-m_S k_T - m_T k_S - m_T k_T) + k_S k_T = 0 \quad (3.59)$$

Pode por isso efetuar-se uma mudança de variável, de forma a facilitar a resolução da equação. Assim, admite-se que:

$$\omega^2 = x \quad (3.60)$$

Pelo que a equação (3.59) se transforma em:

$$x^2 m_S m_T + x(-m_S k_T - m_T k_S - m_T k_T) + k_S k_T = 0 \quad (3.61)$$

Ou seja, trata-se de uma equação de 2º grau do tipo:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (3.62)$$

tal que:

$$\begin{cases} a = m_S m_T \\ b = -m_S k_T - m_T k_S - m_T k_T \\ c = k_S k_T \end{cases} \quad (3.63)$$

A solução desta equação é expressa pela fórmula resolvente, ou seja:

$$\omega^2 = x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3.64)$$

As duas soluções correspondem, deste modo, às duas frequências naturais do sistema. Considerando que se pretende controlar o n-ésimo modo de vibração da estrutura, de frequência natural ω_n , as novas frequências designar-se-ão por $\omega_{n,1}$ e $\omega_{n,2}$. Substituindo (3.63) em (3.64) obtêm-se as novas frequências da estrutura:

$$(\omega_{n,1})^2 = \frac{k_T(m_S + m_T) + k_S m_T - \sqrt{[k_T(m_S + m_T) + k_S m_T]^2 - 4m_S m_T k_S k_T}}{2m_S m_T} \quad (3.65)$$

$$(\omega_{n,2})^2 = \frac{k_T(m_S + m_T) + k_S m_T + \sqrt{[k_T(m_S + m_T) + k_S m_T]^2 - 4m_S m_T k_S k_T}}{2m_S m_T} \quad (3.66)$$

Substituindo as frequências obtidas na equação (3.56), os modos de vibração podem escrever-se como:

$$\phi_{n,1} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{k_S + k_T - (\omega_{n,1})^2 m_S}{k_T} \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

$$\phi_{n,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{k_S + k_T - (\omega_{n,2})^2 m_S}{m_T} \end{pmatrix} \quad (3.68)$$

Resta apenas determinar os coeficientes de amortecimento modais para cada um dos modos. Atentando no modo de frequência $\omega_{n,1}$ é possível dizer que:

$$\xi_{n,1} = \frac{c_{n,1}}{c_{critico}} = \frac{c_{n,1}}{2m_{n,1}\omega_{n,1}} \quad (3.69)$$

O amortecimento $C_{n,1}$ pode ser dado por:

$$c_{n,1} = \phi_{n,1}^T \mathbf{C} \phi_{n,1} \quad (3.70)$$

A expressão (3.70) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$c_{n,1} = [1 \quad \phi_{n,12}] \begin{bmatrix} c_S + c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \phi_{n,12} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

em que $\phi_{n,12}$ representa o segundo elemento do vetor $\phi_{n,1}$. Desenvolvendo o produto matricial, obtém-se a seguinte equação:

$$c_{n,1} = c_S + c_T - 2c_T\phi_{n,12} + c_T(\phi_{n,12})^2 \quad (3.72)$$

O amortecimento do sistema de um grau de liberdade equivalente ao modo de vibração da estrutura original que se pretende controlar, c_S , é dado por:

$$c_S = 2\xi_S\omega_S m_S \quad (3.73)$$

Para além disso, e analogamente ao exposto na equação (3.70), a massa do modo de vibração $n,1$ é dada por:

$$m_{n,1} = \phi_{n,1}^T \mathbf{M} \phi_{n,1} \quad (3.74)$$

Ou seja:

$$m_{n,1} = [1 \quad \phi_{n,12}] \begin{bmatrix} m_S & 0 \\ 0 & m_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \phi_{n,12} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

A expressão para o cálculo da massa modal é portanto dada por:

$$m_{n,1} = m_S + m_T(\phi_{n,12})^2 \quad (3.76)$$

Assim, a equação (3.69) passa a assumir a forma:

$$\xi_{n,1} = \frac{2\xi_S\omega_S m_S + c_T [1 - 2\phi_{n,12} + (\phi_{n,12})^2]}{2\omega_{n,1} [m_S + m_T(\phi_{n,12})^2]} \quad (3.77)$$

Por último, exprimindo $\phi_{n,12}$ através das características do sistema conforme explicitado na equação (3.67), o valor do coeficiente de amortecimento passa a:

$$\xi_{n,1} = \frac{2\xi_S\omega_S m_S + c_T \left[1 - 2 \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,1})^2 m_S}{k_T} \right) + \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,1})^2 m_S}{k_T} \right)^2 \right]}{2\omega_{n,1} \left[m_S + m_T \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,1})^2 m_S}{k_T} \right)^2 \right]} \quad (3.78)$$

Analogamente, o coeficiente de amortecimento do segundo modo, $\xi_{n,2}$, é dado por:

$$\xi_{n,2} = \frac{2\xi_S\omega_S m_S + c_T \left[1 - 2 \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,2})^2 m_S}{k_T} \right) + \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,2})^2 m_S}{k_T} \right)^2 \right]}{2\omega_{n,2} \left[m_S + m_T \left(\frac{k_S + k_T - (\omega_{n,2})^2 m_S}{k_T} \right)^2 \right]} \quad (3.79)$$

3.3.3.5 Cálculo simplificado da eficiência do TMD

Tendo determinado as características do novo sistema, formado pela estrutura e pelo TMD, é possível proceder a um cálculo simplificado da sua eficiência que permite, por um lado, validar o dimensionamento efetuado e, por outro, fornecer dados indicativos para comparação com os ensaios experimentais a realizar após instalação dos dispositivos, com vista a validar a sua correta aplicação.

Os deslocamentos da estrutura podem ser obtidos a partir de uma expressão no plano de Argand [13]. Assim, e para o sistema não amortecido, o deslocamento da massa m_s da estrutura, x_s , pode ser escrito como:

$$x_s = \frac{P_0}{m_s(\omega_s^2 - \omega^2) + ic_s\omega} \quad (3.80)$$

onde P_0 é a amplitude do primeiro harmónico da ação dos peões em causa, de frequência angular ω .

Os deslocamentos do sistema amortecido, $x_{s,T}$, podem ser obtidos através de sobreposição das respostas modais, obtendo-se a seguinte expressão:

$$x_{s,T} = \frac{P_0}{m_{n,1}((\omega_{n,1})^2 - \omega^2) + ic_{n,1}\omega} + \frac{P_0}{m_{n,2}((\omega_{n,2})^2 - \omega^2) + ic_{n,2}\omega} \quad (3.81)$$

A eficiência do TMD pode, desta forma, ser calculada através de um coeficiente de redução da resposta dinâmica em termos de deslocamentos, η_x , corresponde à seguinte razão:

$$\eta_x = \frac{\max(x_s)}{\max(x_{s,T})} \quad (3.82)$$

Geralmente, contudo, a eficiência dos TMDs avalia-se pela sua eficiência em termos de redução das acelerações da estrutura. Assim, as equações (3.80) e (3.81) podem transformar-se em acelerações através das seguintes relações:

$$a_s = -\omega^2 x_s \quad (3.83)$$

$$a_{s,T} = -\omega^2 x_{s,T} \quad (3.84)$$

O coeficiente de redução da resposta pode então ser expresso em termos de acelerações, obtendo-se:

$$\eta_a = \frac{\max(a_s)}{\max(a_{s,T})} \quad (3.85)$$

4

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo introduz-se o caso de estudo do presente trabalho, a Ponte Pedonal da Rabada, em Santo Tirso. Descreve-se em seguida a estrutura, caracterizando-a quanto à sua geometria e às suas propriedades mecânicas e dinâmicas.

A ponte, construída sobre o Rio Ave, localiza-se na freguesia de Burgães, em Santo Tirso, e liga a cidade ao Parque Urbano da Rabada. A obra de arte insere-se num percurso pedonal e ciclável com 1,4 quilómetros de extensão realizado no âmbito de um projeto de reabilitação das margens do Ave, levado a cabo pela Câmara Municipal de Santo Tirso [21]. O projeto de estabilidade ficou a cargo da SOPSEC, tendo os ensaios dinâmicos sido realizados pelo ViBEST, Laboratório de Vibrações e Monitorização de Estruturas da FEUP.

Na Figura 4.1 apresenta-se a localização da ponte no mapa da região, assinalada com um marcador azul e, na Figura 4.2, mostra-se a vista aérea do local da construção. Ambas as imagens são cortesia do site Google Maps [22].

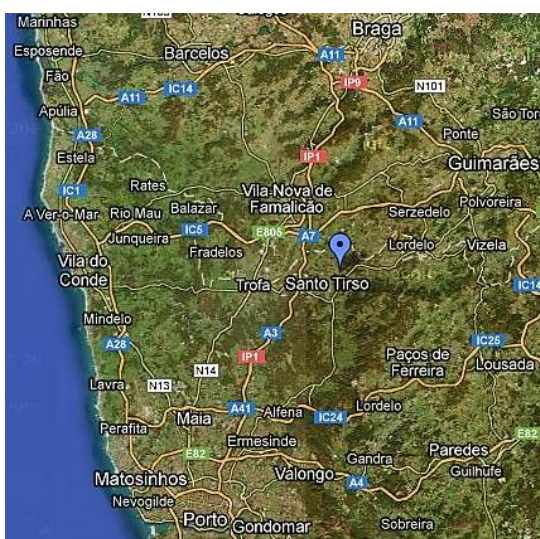


Figura 4.1 – Localização da Ponte Pedonal da Rabada [22]



Figura 4.2 – Vista aérea do local de implantação da ponte [22]

4.2. CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA E MECÂNICA

4.2.1. GEOMETRIA

A Ponte Pedonal da Rabada é uma ponte metálica em arco de traçado em reta, com uma extensão de 84 metros, tendo o arco uma corda de 60 metros e uma flecha de 6 metros. A ponte está estruturalmente desligada dos passeios pedonais contíguos através de juntas de dilatação dispostas nas suas extremidades. Na Figura 4.3, retirada do projeto de estabilidade [23], representa-se o alçado da ponte, e na Figura 4.4 o seu desenho em planta.

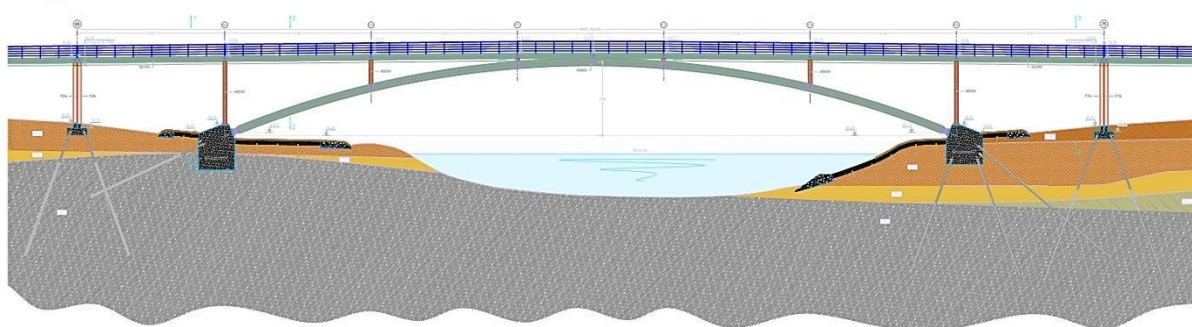


Figura 4.3 – Representação em alçado da ponte pedonal [23]

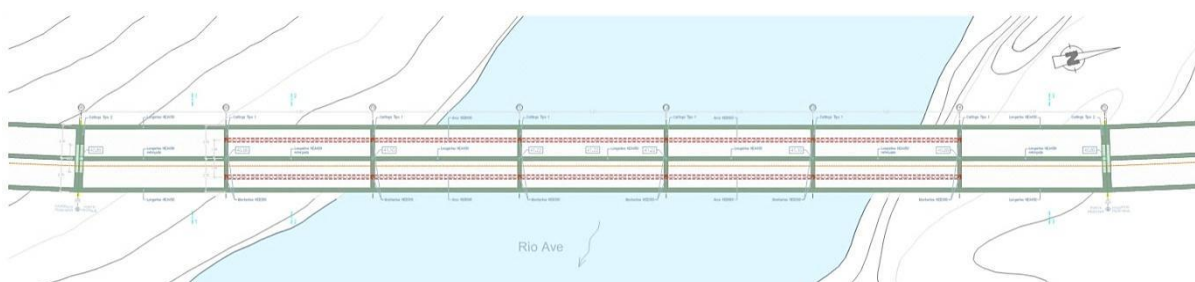


Figura 4.4 – Representação em planta da ponte pedonal [23]

Relativamente às suas condições de apoio, o arco é bi-articulado, ligando-se as rótulas a encontros de betão armado. A ligação do arco ao tabuleiro é materializada por montantes espaçados longitudinalmente de 12 metros. Essa ligação é rígida, à exceção dos quatro montantes mais próximos da secção do meio vão, onde a ligação ao tabuleiro se realiza através de furos ovalizados que permitem alguma capacidade de rotação do topo dos montantes na direção longitudinal.

Para além disso, nas suas extremidades, a ponte apresenta dois pilares de betão armado de secção transversal $2,20 \times 0,30 \text{ m}^2$. O tabuleiro de betão apresenta uma largura útil de 4,80 metros.

Uma fotografia lateral da ponte é representada na Figura 4.5, e um pormenor da ligação do arco aos encontros ilustra-se na Figura 4.6. Na Figura 4.7 apresenta-se uma fotografia tirada a partir do tabuleiro, no dia da inauguração da obra.



Figura 4.5 – Vista lateral da ponte



Figura 4.6 – Pormenor da ligação das rótulas dos arcos e dos montantes ao encontro de betão armado



Figura 4.7 – Fotografia do tabuleiro da ponte

A secção transversal do tabuleiro é não simétrica, devido à necessidade de se acomodar um “deck” de madeira, como se pode observar na Figura 4.7. O tabuleiro é composto por lajes maciças de betão de agregados leves assentes em pré-lajes armadas, conforme se mostra na Figura 4.8. Estruturalmente, e dada a inexistência de conectores, pode considerar-se que a estrutura não apresenta comportamento misto aço-betão.

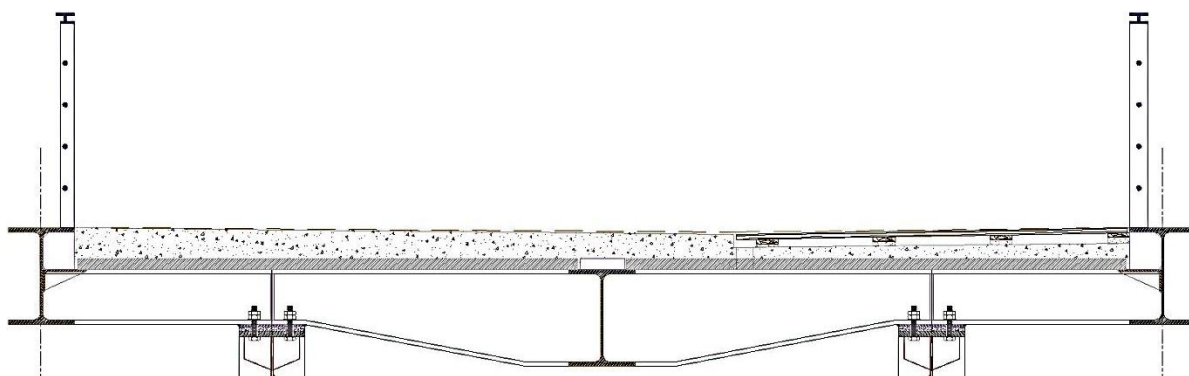


Figura 4.8 – Pormenor da secção transversal da ponte numa secção de ligação a uma carlinga [23]

Relativamente às secções transversais dos perfis metálicos, o arco é composto por dois perfis curvos HEB 600 (Figura 4.9 a). O tabuleiro assenta em três longarinas (Figura 4.8), sendo as longarinas exteriores compostas por perfis HEA 450 aos quais são soldadas cantoneiras L200x100x10 de forma a permitir o apoio do tabuleiro (Figura 4.9 b) e a longarina central concretizada por um perfil HEA 450 simples (Figura 4.9 c). Os montantes são materializados por perfis HEB 300 (Figura 4.9 d), enquanto os contraventamentos dos montantes e do arco são feitos com perfis quadrados RHS 150x100x4 (Figura 4.9 e).

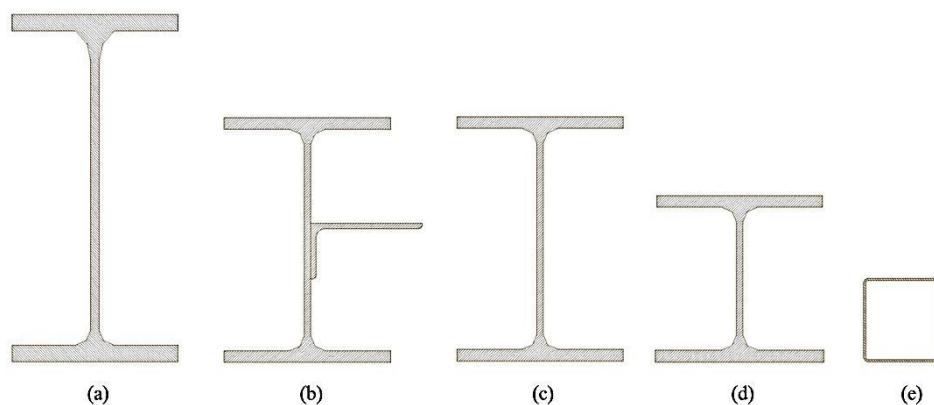


Figura 4.9 – Secções transversais dos perfis metálicos que compõem a estrutura: HEB 600 (a), HEA 450 soldado a uma cantoneira L200x100x10 (b), HEA 450 (c), HEB 300 (d) e contraventamentos RHS 150x100x4 (e)

A ponte apresenta dois tipos de carlingas, ambas feitas a partir de perfis HEA 450. As carlingas tipo 2 (Figura 4.10) estão espaçadas de 12 metros e estão ligadas aos montantes metálicos. As carlingas tipo 1 (Figura 4.11) surgem nos encontros da ponte e garantem a ligação aos pilares de betão armado. Esta ligação é rígida, conforme se pode observar no pormenor da Figura 4.12.

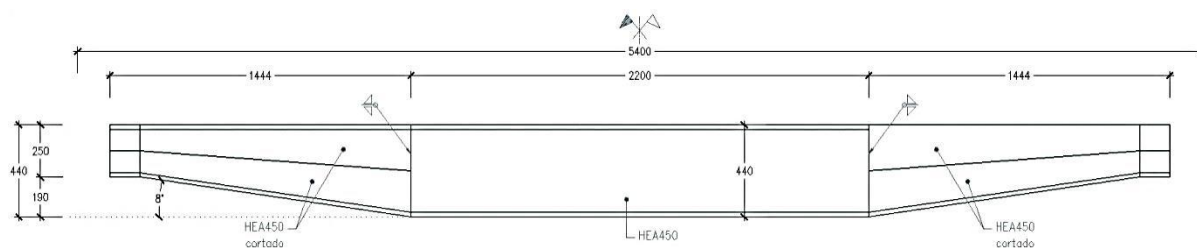


Figura 4.10 – Representação de uma carlinga tipo 2 [23]

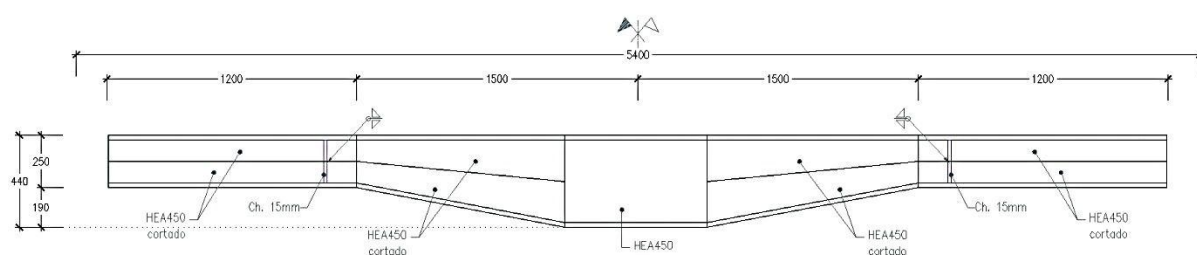


Figura 4.11 – Representação de uma carlinga tipo 1 [23]

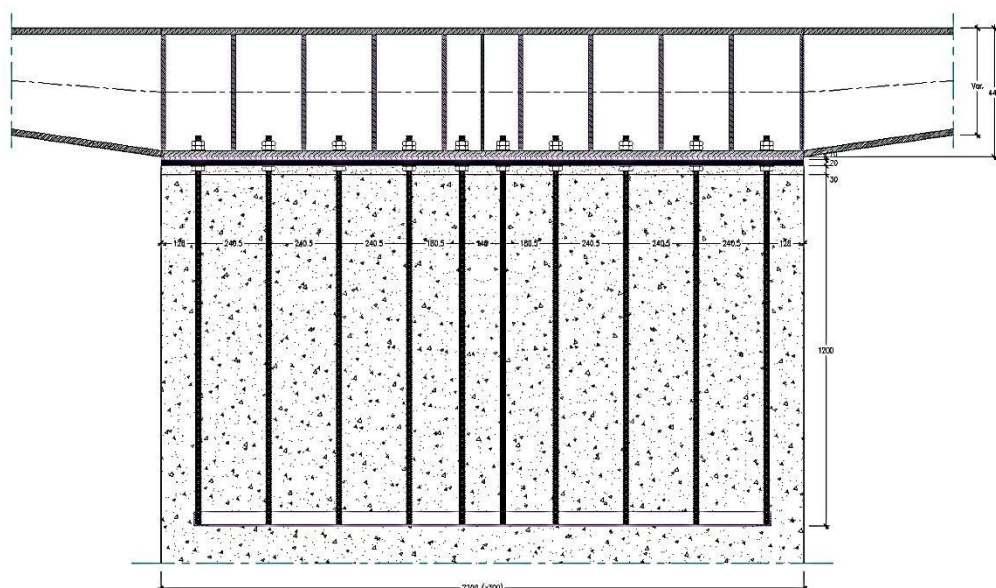


Figura 4.12 – Pormenor da ligação das carlingas extremas (tipo 2) aos pilares de betão [23]

4.2.2. FUNDAÇÕES

Para as fundações adotou-se uma solução mista de microestacas. As Figuras 4.13 e 4.14 ilustram a solução de fundações utilizada bem como a estratificação do solo de acordo com prospeções realizadas pela empresa GEOMA. De acordo com a memória descritiva do projeto, os solos de fundação apresentam boas características na margem direita do Rio Ave, sendo que na margem esquerda (isto é, na margem que dá acesso ao Parque da Rabada) “esse maciço se encontra a grande profundidade encimado por camada de aterros/aluviões com fracas características geomecânicas” [23].

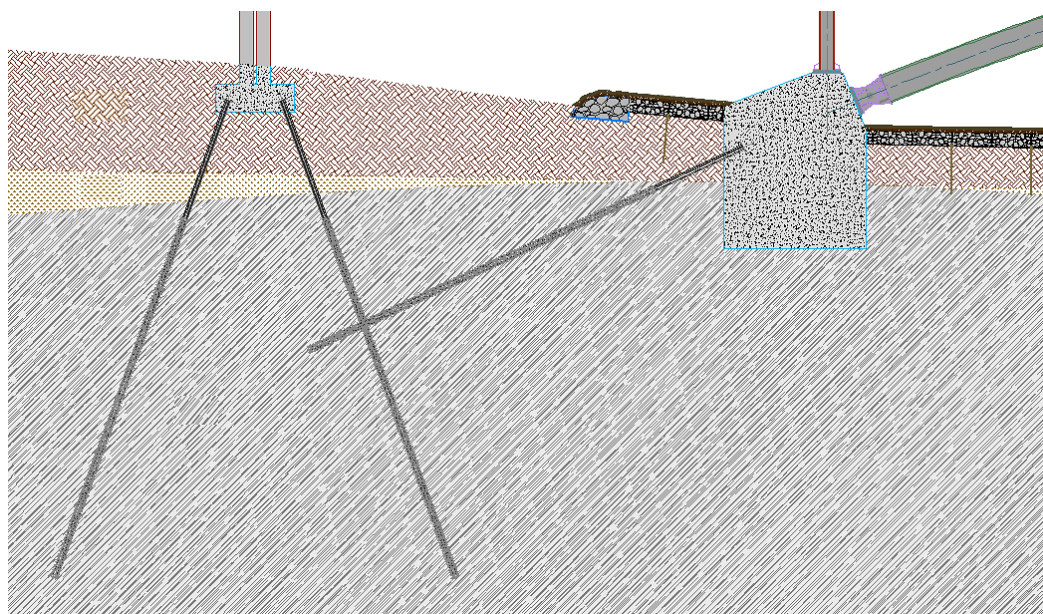


Figura 4.13 – Fundações da ponte na margem direita do Ave [23]

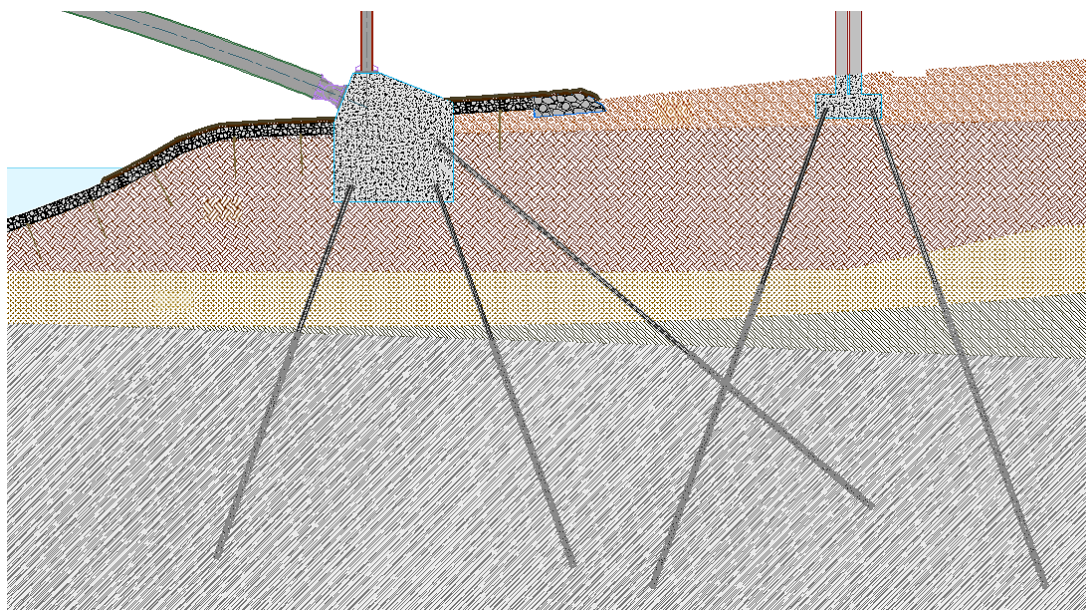


Figura 4.14 – Fundações da ponte na margem esquerda [23]

O encontro da margem direita é fundado por intermédio de 5 microestacas inclinadas em corte, enquanto que o encontro da margem esquerda apresenta 16 microestacas inclinadas em corte e em planta, em virtude da pior qualidade dos solos anteriormente referida. Relativamente aos pilares das extremidades da ponte, as suas fundações são comuns aos pilares extremos dos passeios pedonais, executadas através de sapatas apoiadas em microestacas. Os encontros estão devidamente protegidos contra a eventual erosão dos através da aplicação de revestimentos adequados.

4.2.3. MATERIAIS

Relativamente aos materiais empregues, foi utilizado aço S355JR para os perfis metálicos e aço S235JR para os guarda-corpos, sendo os chumbadouros, varões roscados, parafusos e porcas de classe 8.8. Para os varões de aço foi escolhido aço S500. Quanto às fundações, foi utilizado aço N80 para a concretização das microestacas.

As fundações foram realizadas com betão hidrofugado C30/37-XC2(P), e para as lajes maciças com pré-lajes armadas recorreu-se a um betão hidrofugado de agregados leves LC30/33-XC4(P), com massa volúmica de classe D1,6. De acordo com as especificações para esta classe o peso volúmico seria de 15 kN/m^3 . Contudo, durante a execução da obra constatou-se que o peso volúmico está, na realidade, próximo dos 18 kN/m^3 . Este facto foi posteriormente corroborado pelo ajuste do modelo numérico de elementos finitos aos resultados obtidos por via experimental.

O deck de madeira é constituído por madeira maciça de Casquinha Vermelha (*Pinus Sylvestris*) de classe C24.

Indica-se na Tabela 4.1 o peso volúmico dos elementos estruturais e na Tabela 4.2 o peso próprio dos pavimentos. O peso do guarda-corpos é de $0,45 \text{ kN/m}$.

Tabela 4.1 – Peso volúmico dos elementos estruturais [23]

Elemento	Peso volúmico (kN/m ³)
Betão armado C30/37	25,0
Betão leve LC30/33	18,0
Aço	77,0
Madeira (deck)	5,0

Tabela 4.2 – Peso próprio dos pavimentos [23]

Elemento	Peso volúmico (kN/m ²)
Pré-lajes da ponte pedonal (lado do rio)	1,50
Pré-lajes da ponte pedonal (lado oposto)	2,85
“Deck” e tábuas de madeira	0,15

4.3. PROPRIEDADES DINÂMICAS

4.3.1. METODOLOGIA

Descrevem-se de seguida as características dinâmicas da ponte, importantes para determinar a vulnerabilidade da ponte a fenómenos de vibrações associados à passagem de peões. A determinação dos parâmetros dinâmicos da ponte passou, numa primeira fase, pela criação de um modelo de elementos finitos por parte do projetista a partir do qual foi feita uma estimativa dos seus valores.

Como se constatou nos Capítulos 2 e 3, contudo, o rigor na aferição do comportamento dinâmico da estrutura é fundamental para compreender se, por um lado, a ponte irá apresentar condições de serviço desconfortáveis aos seus utilizadores e, por outro, poder desenvolver medidas eficazes de mitigação das vibrações caso tal se revele necessário. Assim, o ViBEST desenvolveu uma série de ensaios dinâmicos após a construção da ponte de forma a complementar as estimativas iniciais e validar os modelos desenvolvidos, de acordo com o exposto em 2.4. Apresentam-se nas secções seguintes os resultados dos estudos realizados.

4.3.2. MODELO DE PROJETO

O modelo desenvolvido pela SOPSEC no âmbito do projeto da ponte utiliza elementos de barra para a estrutura metálica e para os pilares de betão das extremidades, recorrendo a elementos de casca para modelar o tabuleiro como se mostra na Figura 4.15. Para o efeito foi utilizado o software de elementos finitos da Autodesk, Robot Structural Analysis.

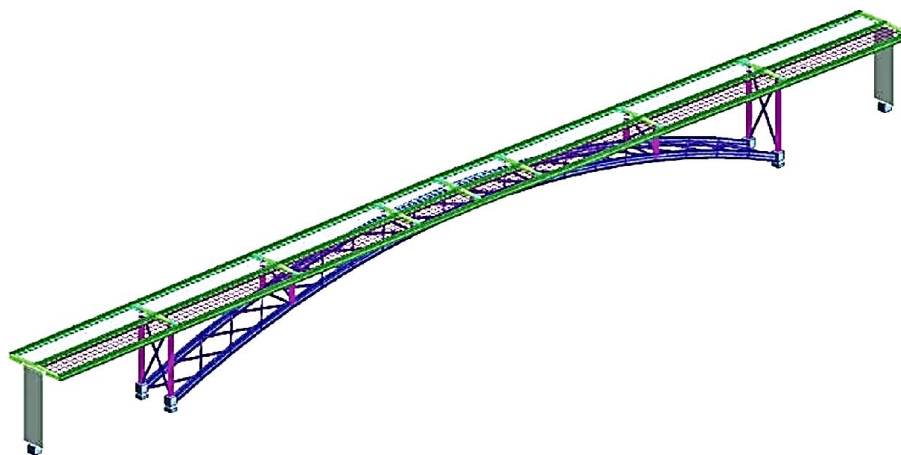


Figura 4.15 – Modelo de cálculo desenvolvido pela SOPSEC [23]

A partir deste modelo calcularam-se as frequências relativas aos modos de vibração relevantes para três situações distintas: ponte descarregada, ponte com meio peão por metro quadrado e ponte com um peão por metro quadrado. Estes cenários surgem no sentido compreender se, aquando do atravessamento da ponte por parte de fluxos de peões, cuja massa pode ser significativa face à massa da ponte, as frequências são consideravelmente afetadas e se, porventura, as novas frequências podem agravar o risco de vibrações significativas. As frequências resultantes da análise modal apresentam-se na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Frequências dos modos de vibração calculados pelo projetista [24]

Modo	Cenário	Frequência (Hz)	Descrição
1	Ponte descarregada	1,50	1º modo longitudinal
	0,5 P/m ²	1,44	
	1,0 P/m ²	1,39	
2	Ponte descarregada	2,45	1º modo lateral com torção
	0,5 P/m ²	2,34	
	1,0 P/m ²	2,25	
3	Ponte descarregada	2,88	Modo de flexão simétrico vertical
	0,5 P/m ²	2,77	
	1,0 P/m ²	2,67	
4	Ponte descarregada	4,31	Modo de flexão simétrico vertical com torção
	0,5 P/m ²	4,14	
	1,0 P/m ²	3,98	

Outro parâmetro dinâmico de grande importância é a massa modal. O programa de cálculo Robot calcula a configuração dos modos de vibração normalizados em relação à massa, ou seja, satisfazendo a condição:

$$\phi_n^T M \phi_n = 1 \quad (4.1)$$

Por outras palavras, o vetor ϕ_n está normalizado em relação à massa. Pode demonstrar-se então que a massa modal para o modo normalizado em relação à componente de deslocamento máximo do tabuleiro pode ser calculada de forma simples a partir do respetivo modo de vibração. Para isso, considere-se o modo de vibração normalizado em relação à componente máxima do tabuleiro, ϕ_n' , ou seja:

$$\phi_n' = b \phi_n \quad (4.2)$$

em que a constante b é dada por:

$$b = \frac{1}{\phi_{n_{max}}} \quad (4.3)$$

Pode por isso dizer-se que a massa modal, M_n , pode ser calculada por:

$$\phi_n'^T M \phi_n' = M_n \quad (4.4)$$

Substituindo ϕ_n' de acordo com a equação (4.2), obtém-se:

$$b \phi_n^T M b \phi_n = M_n \quad (4.5)$$

A equação (4.5) pode ainda tomar a seguinte forma:

$$b^2 \phi_n^T M \phi_n = M_n \quad (4.6)$$

Substituindo as equações (4.1) e (4.3) na expressão (4.6), obtém-se o valor da massa modal:

$$M_n = \frac{1}{(\phi_{n_{max}})^2} \quad (4.7)$$

Na Tabela 4.4 apresentam-se as componentes máximas dos três primeiros modos de vibração e respetivas massas modais obtidas no modelo de cálculo desenvolvido em projeto. As configurações destes modos de vibração são semelhantes às apresentadas no Capítulo 5, relativo à modelação numérica desenvolvida.

Tabela 4.4 – Máximas componentes modais e respetivas massas modais de acordo com o modelo do projetista [24]

Modo	Máxima componente modal	Massa modal (kg)
1	0,00379	69618
2	0,00345	84018
3	0,00510	38447

4.3.3. CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL

As frequências naturais da ponte estimadas em projeto indicaram que a ponte poderia ser suscetível a vibrações de intensidade superior ao recomendado. Deste modo, o ViBEST realizou ensaios de vibração ambiental e de vibração livre de forma a determinar com maior rigor as propriedades dinâmicas da estrutura.

4.3.3.1 Ensaio de Vibração Ambiental

A determinação dos modos de vibração e respetivas frequências foi feita a partir de um ensaio de vibração ambiental. Para o efeito instrumentaram-se 15 secções de medida: as secções dos apoios extremos do tabuleiro, as secções do tabuleiro de ligação aos montantes e também as secções médias entre montantes. Assim, as medições foram realizadas nas extremidades transversais do tabuleiro em secções afastadas de 6 metros entre si. Um esquema das secções instrumentadas apresenta-se na Figura 4.16.

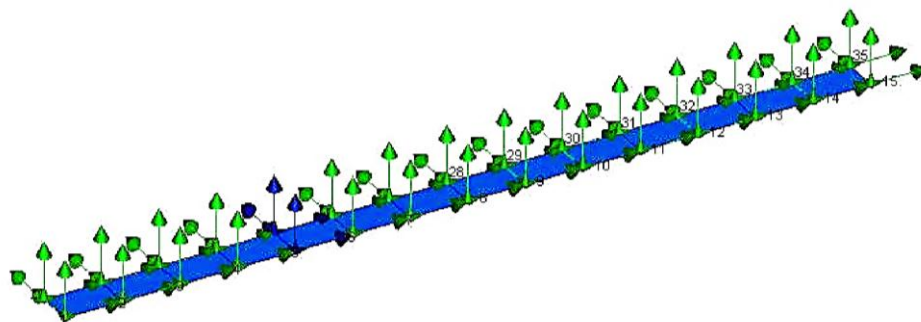


Figura 4.16 – Representação das secções instrumentadas pelo ViBEST [25]

Para efetuar as medições da resposta, foram utilizados 5 sismógrafos com acelerómetros triaxiais sincronizados através de GPS (Figura 4.17). O ensaio foi realizado mantendo fixos três dos sismógrafos nas secções 5 e 8 (Figura 4.16) e percorrendo as outras secções com os restantes dois. Os dois sismógrafos foram sucessivamente colocados nos extremos montante/jusante do tabuleiro, a fim de detetar modos de torção.



Figura 4.17 – Sismógrafo ligado a GPS durante ensaios na Ponte da Rabada

Para cada secção foram colhidos 16 minutos de registos de vibração ambiental amostrados a 100 Hz. Os resultados foram posteriormente decimados para o intervalo 0-5 Hz e o respetivo conteúdo espectral analisado [25]. Na Figura 4.18 apresentam-se os espectros de potência médios respeitantes a cada conjunto de medições realizado. Os modos de vibração da estrutura correspondem aos picos dos espectros.

Os parâmetros modais foram identificados através do software ARTEMIS através de dois algoritmos de identificação: “Enhanced Frequency Domain Decomposition” (EFDD) e “Stochastic Subspace Identification” (SSI). Os resultados da aplicação dos algoritmos apresentam-se nas Figuras Figura 4.19 e Figura 4.20, respetivamente.

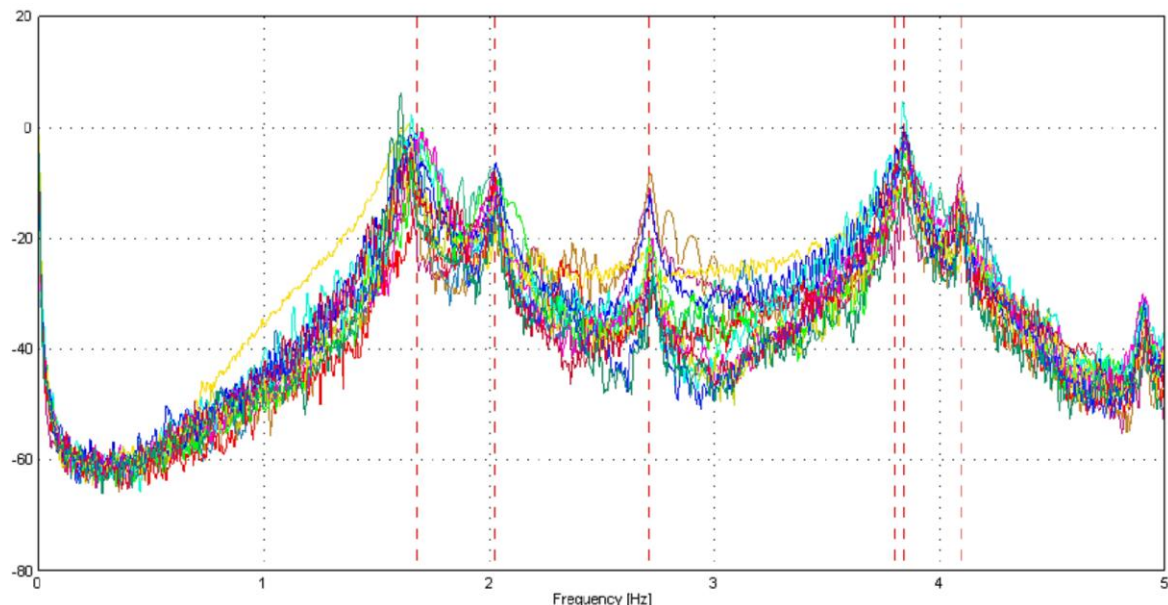


Figura 4.18 – Espectros de potência médios para cada conjunto de medições efectuado [25]

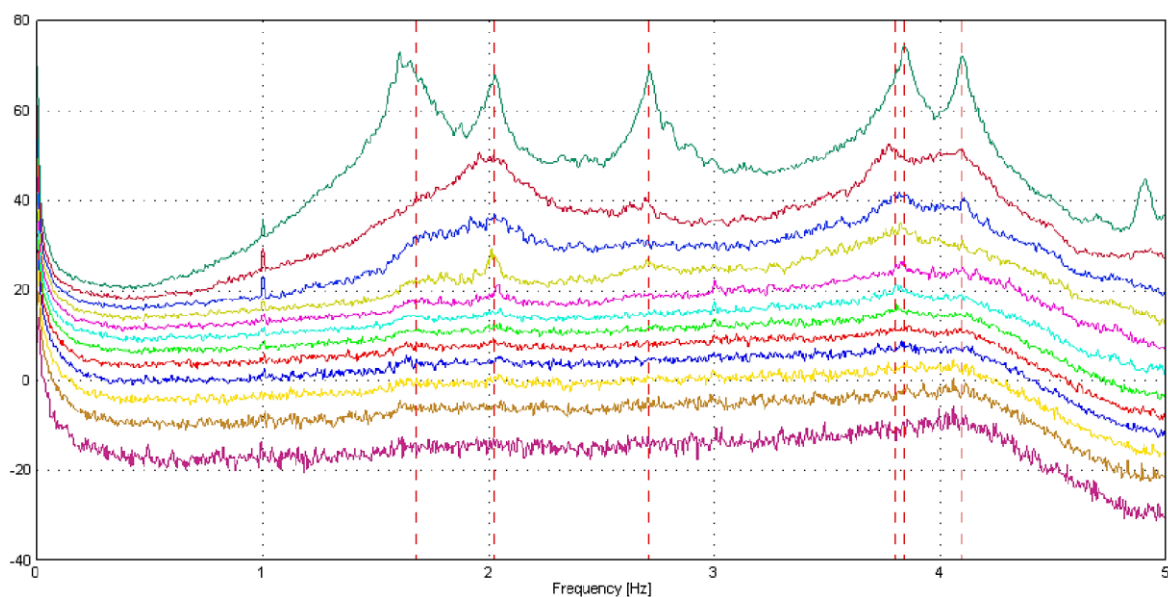


Figura 4.19 – Valores singulares médios resultantes da aplicação do algoritmo EFDD [25]

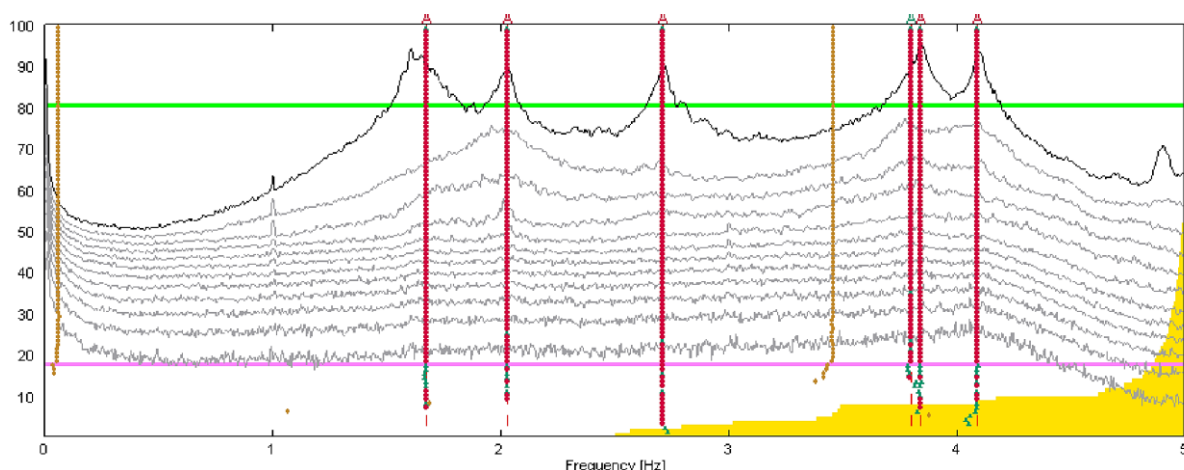


Figura 4.20 – Diagrama de estabilização correspondente à aplicação do método SSI [25]

A análise das figuras permite concluir que as frequências identificadas por ambos os algoritmos são consistentes. A aplicação do algoritmo SSI permite observar que, para o primeiro modo de vibração identificado, existe um duplo pico, pelo que se pode concluir que a frequência deste modo pode sofrer variações importantes em função da amplitude da vibração [25]. A solicitação por peões gera uma resposta com frequência próxima de 1,60 Hz observando-se, todavia, um aumento deste valor quando não circulam peões para cerca de 1,69 Hz. O relatório do laboratório destaca ainda que um comportamento semelhante foi observado relativamente ao terceiro modo durante os ensaios de passagem de peões, muito embora esse comportamento não tivesse sido previsto pelos resultados do ensaio de vibração ambiental, já que os níveis de vibração mobilizados neste ensaio em correspondência com frequências elevadas foram francamente inferiores aos dos ensaios com peões.

Em seguida indicam-se os resultados obtidos relativamente às frequências naturais da ponte e respetivos coeficientes de amortecimento modais. Incluem-se também os valores calculados pelo projetista para comparação.

Tabela 4.5 – Comparação entre frequências naturais calculadas e medidas nos ensaios e coeficientes de amortecimento modais [25]

Modo	Frequência Projetista (Hz)	Frequência Ensaios (Hz)	Coefficiente de amortecimento modal (%)
1	1,50	1,64	1,34
2	2,45	2,03	0,93
3	2,88	2,71	0,60
4	4,31	3,84	0,52
5	4,72	4,09	0,33

As configurações dos modos de vibração identificados são apresentados no Capítulo 5, conjuntamente com as configurações calculadas através do modelo numérico desenvolvido.

4.3.3.2 Ensaio de Vibração Livre

Para uma caracterização rigorosa dos coeficientes de amortecimento modais foram também realizados ensaios de vibração livre. Realizaram-se dois tipos ensaios: um ensaio recorrendo à libertação repentina de um bloco de 900 kg, suspenso a partir de dois pontos distintos do arco; e um ensaio de vibração livre induzida por um peão a saltar num ponto fixo do tabuleiro com o objetivo de entrar em ressonância com os modos críticos para a ação pedonal.

A suspensão do bloco foi feita através de um gancho fixo no arco da ponte. Foram conduzidos seis ensaios no total, metade para cada ponto de fixação do gancho. Os primeiros três ensaios realizaram-se para a situação do bloco alinhado com o eixo da ponte, enquanto nos restantes o bloco ficou suspenso numa das extremidades do arco. Em todas as situações o bloco foi colocado longitudinalmente a cerca de 4 metros do arranque do arco. À semelhança dos ensaios de vibração ambiental, foram utilizados 5 sismógrafos para registo da resposta da estrutura.

A esquematização da posição do bloco e dos sismógrafos utilizados para medição da resposta é indicada nas Figuras 4.21 e 4.22. Na Figura 4.23 mostram-se duas fotografias captadas durante as operações de suspensão e corte do bloco [25].

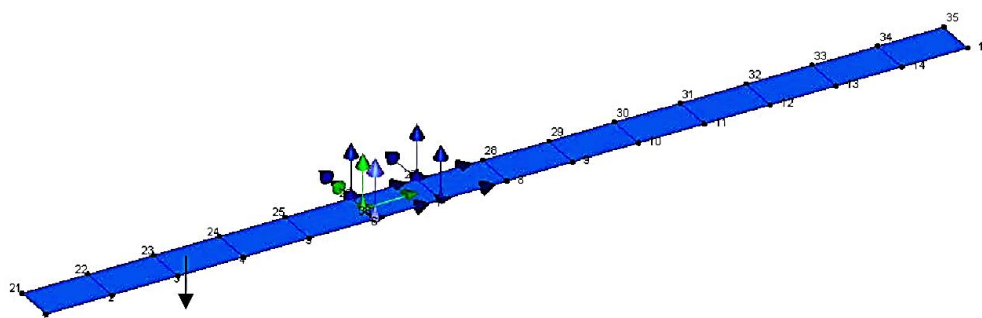


Figura 4.21 - Posição do bloco e dos sismógrafos para os ensaios com o bloco alinhado com o eixo da ponte [25]

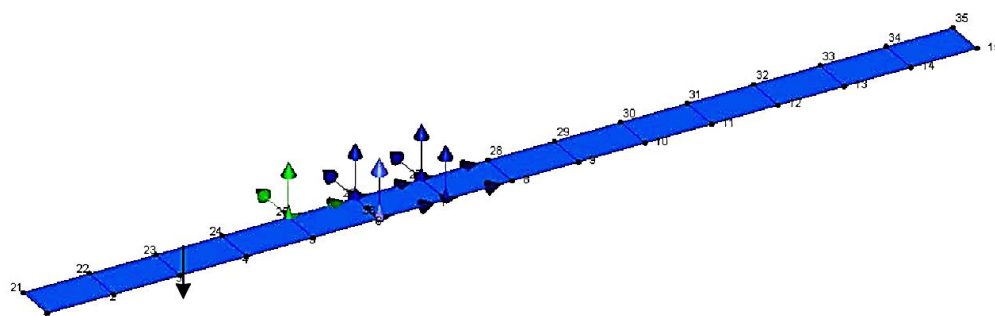


Figura 4.22 - Posição do bloco e dos sismógrafos para os ensaios com o bloco na extremidade do arco [25]

A título de exemplo, indicam-se na Figura 4.24 a resposta da estrutura para o corte do bloco para a situação em que ficou suspenso numa das extremidades do arco. O coeficiente de amortecimento modal pode ser estimado a partir da envolvente do gráfico (assinalada na Figura 4.24) através da equação (4.8).

$$\xi = \frac{1}{2\pi n} \ln \left(\frac{u_1}{u_{n+1}} \right) \quad (4.8)$$

em que ξ é o coeficiente de amortecimento modal, u_1 é o deslocamento máximo medido e u_{n+1} o deslocamento máximo n períodos depois. Quanto maior o número de períodos considerado, maior a precisão do resultado.



Figura 4.23 – Operações de suspensão e corte do bloco durante os ensaios de vibração livre [25]

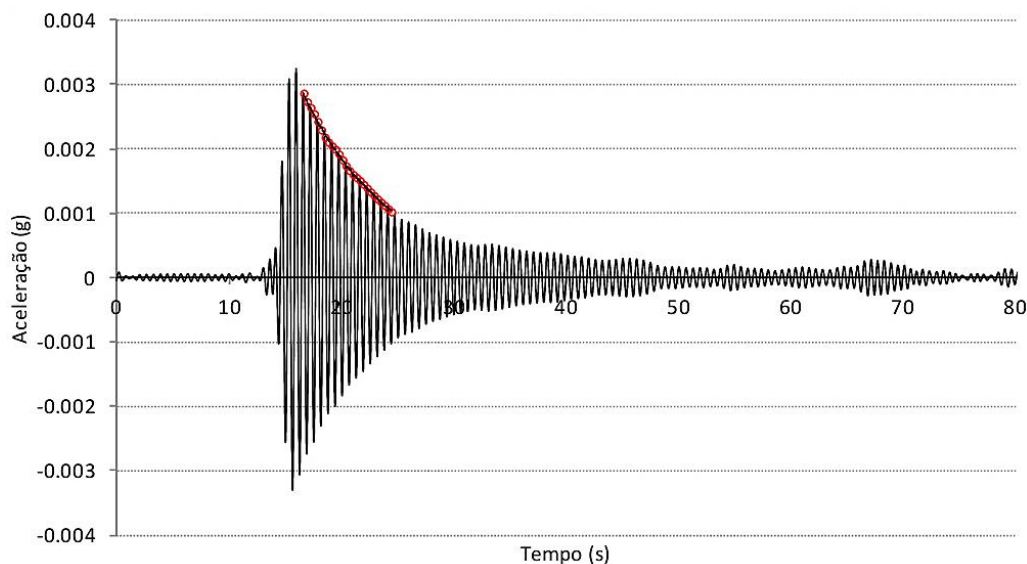


Figura 4.24 – Resposta da estrutura para libertação de um bloco suspenso numa extremidade do arco [25]

Foram também realizados ensaios de vibração livre induzida pela excitação da ponte por uma pessoa em salto. Para cada frequência natural a estudar, o indivíduo saltava na secção de componente modal máxima correspondente com frequência idêntica à do modo. A paragem abrupta dos saltos permite observar o comportamento da estrutura em vibração livre e, consequentemente, determinar o coeficiente de amortecimento modal. De forma a garantir a correta sincronização dos saltos com as

frequências naturais, foi utilizado um metrônomo. Este ensaio permitiu complementar a informação do ensaio de libertação do bloco, em especial sobre os modos na gama de frequências entre 2,0 e 4,0 Hz, cuja mobilização não foi conseguida no ensaio anterior. Apresenta-se como exemplo na Figura 4.25 a resposta obtida na secção de meio vão para saltos com frequência de 2,65 Hz. Os coeficientes de amortecimento modais ξ obtidos apresentam-se na Tabela 4.6.

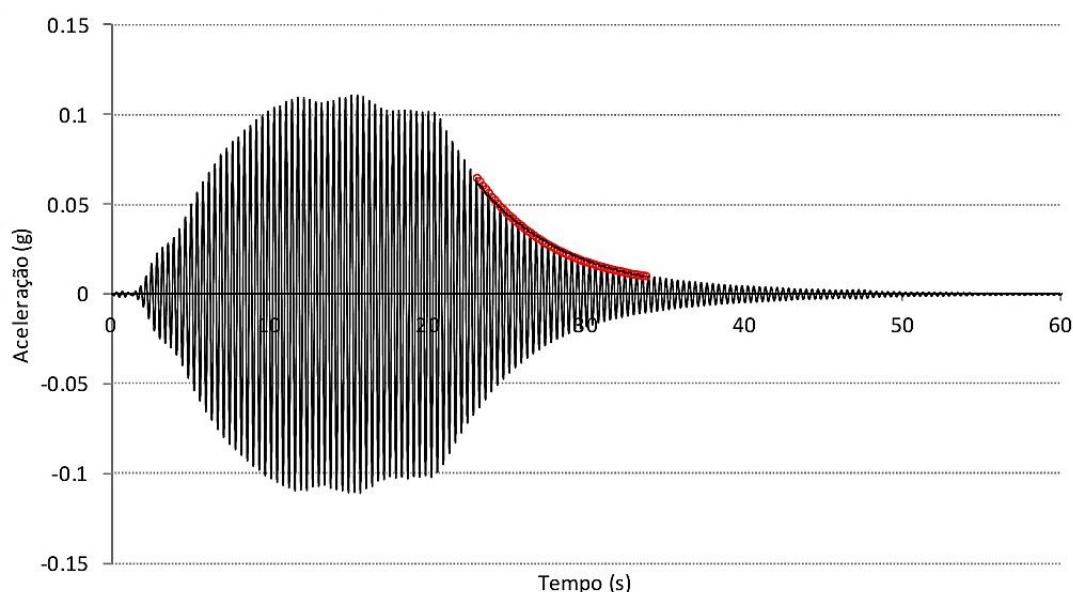


Figura 4.25 – Resposta em vibração livre após excitação induzida por saltos com frequência 2,65 Hz [25]

Tabela 4.6 – Frequências naturais calculadas/medidas e coeficientes de amortecimento identificados através de cálculos de projeto e ensaios [25]

Modo	Frequência Projetista (Hz)	Frequência Vib. Ambiental (Hz)	Frequência Vibração Livre (Hz)	$\xi_{\text{AMBIENTAL}}(\%)$	$\xi_{\text{LIVRE}}(\%)$
1	1,50	1,64	1,60	1,34	1,13 – 1,30
2	2,45	2,03	1,99	0,93	1,15
3	2,88	2,71	2,65 - 2,71	0,60	0,56 – 1,05
4	4,31	3,84	---	0,52	---
5	4,72	4,09	4,05	0,33	0,49

Através da análise dos resultados pode concluir-se que, apesar de os ensaios de vibração ambiental apresentarem resultados mais dispersos, os valores estão concordantes com os obtidos pelos ensaios de vibração livre. É importante também realçar que, através dos ensaios de vibração livre, são identificadas frequências e coeficientes de amortecimento para níveis de vibração superiores aos ensaios de vibração ambiental, em que as únicas ações atuantes são causadas pela circulação esporádica de trabalhadores na ponte e pelo vento. Por este motivo, as frequências medidas são ligeiramente inferiores nos ensaios de vibração livre.

5

MODELO NUMÉRICO DA PONTE DA RABADA

5.1. INTRODUÇÃO

De forma a estudar o comportamento dinâmico da Ponte Pedonal da Rabada foi, desenvolvido um modelo numérico de elementos finitos 3D no software Robot Structural Analysis 2012, da Autodesk, com o objetivo de, por um lado, aplicar as recomendações técnicas relativas à ação dos peões e, por outro, tirar conclusões sobre a validade dos modelos de carga, dos procedimentos de projeto a adotar e do grau de conforto que a ponte oferece em serviço.

Numa segunda fase, foram igualmente modelados os TMDs, o que permitiu comparar a resposta da estrutura para as ações pedonais antes e após a aplicação dos dispositivos de controlo de vibrações. Esses aspetos são abordados em detalhe no Capítulo 7.

Uma vez que a ponte foi ensaiada pelo ViBEST [25], o modelo foi calibrado de forma a reproduzir fielmente o comportamento real da estrutura observado experimentalmente, permitindo um grau de confiança satisfatório nos resultados obtidos. Para isso, fizeram-se os primeiros ajustes tendo em vista a aproximação entre as massas modais do modelo e as obtidas em projeto. Em seguida, e partindo já de um modelo traduzindo já um comportamento dinâmico próximo do real, foram feitos ajustes que permitiram aproximar as frequências do modelo das frequências reais identificadas nos ensaios experimentais.

A modelação efetuada é detalhada no presente capítulo, bem como a comparação dos seus parâmetros dinâmicos resultantes com os obtidos pelo ViBEST.

5.2. ASPETOS GERAIS

Os elementos metálicos da estrutura foram modelados com elementos de barra, tendo as lajes e pilares de betão sido modelados através de elementos de casca. Relativamente aos arcos, ambos foram discretizados por 44 elementos de barra. Quanto aos elementos de casca, adotou-se uma discretização por malha quadrada com espaçamentos de 0,5 metros entre nós. Na Figura 5.1 representa-se uma imagem geral do modelo desenvolvido.

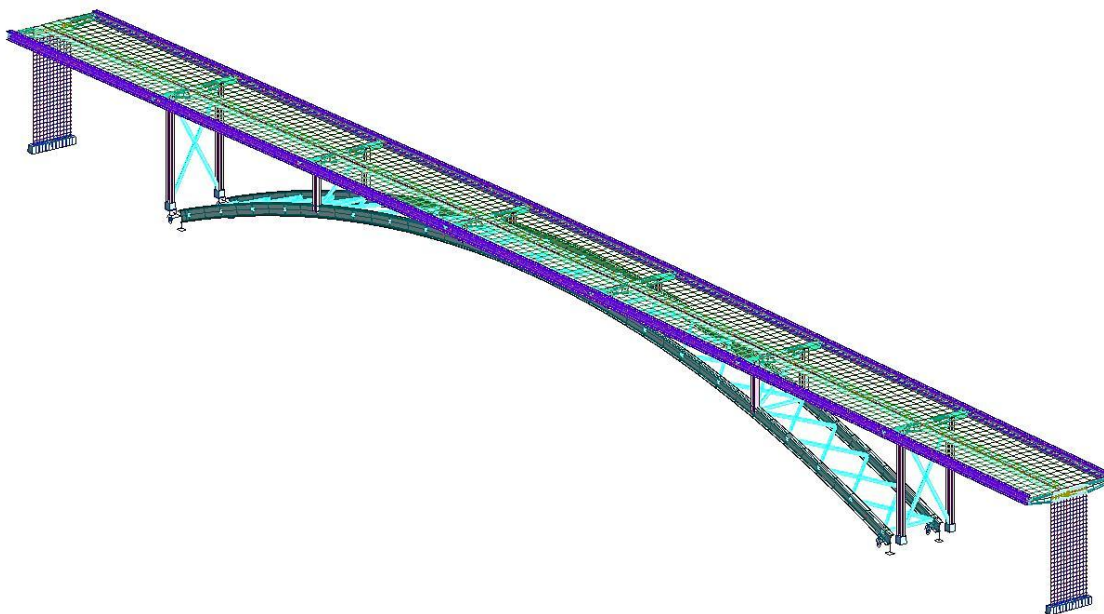


Figura 5.1 – Modelo de elementos finitos da Ponte Pedonal da Rabada

No âmbito do projeto de estruturas, é comum que, para modelação de lajes através de elementos de casca, se façam coincidir os nós exteriores das lajes com os nós das barras onde estas se apoiam. Contudo, e dada a natureza do presente estudo, optou-se por uma modelação de maior rigor, tendo-se realizado a modelação de todos os elementos ao seu eixo. Por este motivo, o tabuleiro foi modelado através de duas lajes distintas de espessura variável uma vez que, devido ao “deck” de madeira, a secção transversal das lajes não é constante (Figura 4.8).

Apresenta-se na Figura 5.2 a modelação da secção transversal do tabuleiro. A continuidade entre as lajes é garantida através de ligações rígidas (“rigid links”) espaçadas de 2 metros que garantem a transmissão de esforços e compatibilidade de deformações em todos os graus de liberdade. Por questões de ordem prática, cada uma das lajes foi ainda dividida em painéis de comprimento igual à distância entre montantes.

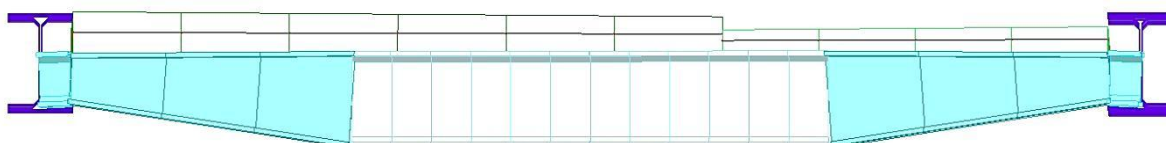


Figura 5.2 – Modelação do tabuleiro com duas lajes de espessura variável

A ligação entre as lajes e as longarinas revelou ser um dos aspetos críticos no comportamento dinâmico da ponte. Na estrutura real, as longarinas exteriores confinam transversalmente a laje do tabuleiro e permitem o seu apoio vertical. Por seu lado, as longarinas centrais permitem o apoio vertical simples da laje, não havendo transmissão de momentos fletores dada a inexistência de conectores.

Em termos da modelação efetuada, as ligações entre as lajes e as longarinas exteriores foram realizadas através de ligações rígidas entre os nós da laje e das vigas, restringindo os graus de liberdade respeitantes a deslocamentos nas direções vertical e lateral, em conformidade com o comportamento anteriormente descrito. Para o efeito, as vigas foram discretizadas em troços de 0,5

metros, à semelhança da malha das lajes, de forma a possibilitar a sua adequada ligação. Concluiu-se, todavia, que a ligação de todos os nós do bordo da laje resulta numa rigidez excessiva da ponte em relação ao observado experimentalmente. Após várias análises, pôde concluir-se que o espaçamento ideal das ligações é de 1,5 m. Na Figura 5.3 ilustra-se um exemplo dessas ligações.

Relativamente à ligação entre o tabuleiro e a longarina central, a sua modelação foi feita por ligações rígidas espaçadas de 1,5 m, à semelhança das longarinas exteriores, mas atuando apenas em relação aos deslocamentos verticais.

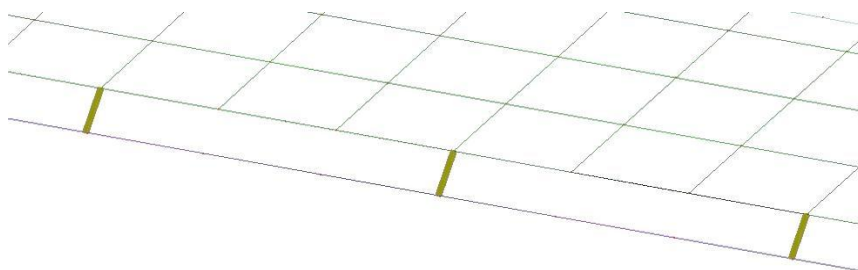


Figura 5.3 – Ligação entre a laje do tabuleiro e a longarina exterior

A ausência de restrições ao deslocamento longitudinal relativo entre o tabuleiro e as longarinas foi um aspeto chave para a aproximação às frequências observadas experimentalmente. O apoio longitudinal do tabuleiro foi garantido nas suas extremidades por intermédio de uma ligação rígida entre um nó da laje, um nó da carlinga extrema e um nó do pilar de betão (Figura 5.4). Esta ligação garante a continuidade relativamente a deslocamentos nas direções vertical e longitudinal.

Para além disso, a ligação entre os pilares de betão e as carlingas extremas é dotada de grande rigidez, como aliás se evidenciou na Figura 4.12. Por este motivo, a sua modelação foi feita através de uma ligação rígida em membrana, ligando os nós superiores da parede aos nós da carlinga, como se mostra igualmente na Figura 5.4. Esta ligação atua sobre todos os graus de liberdade.

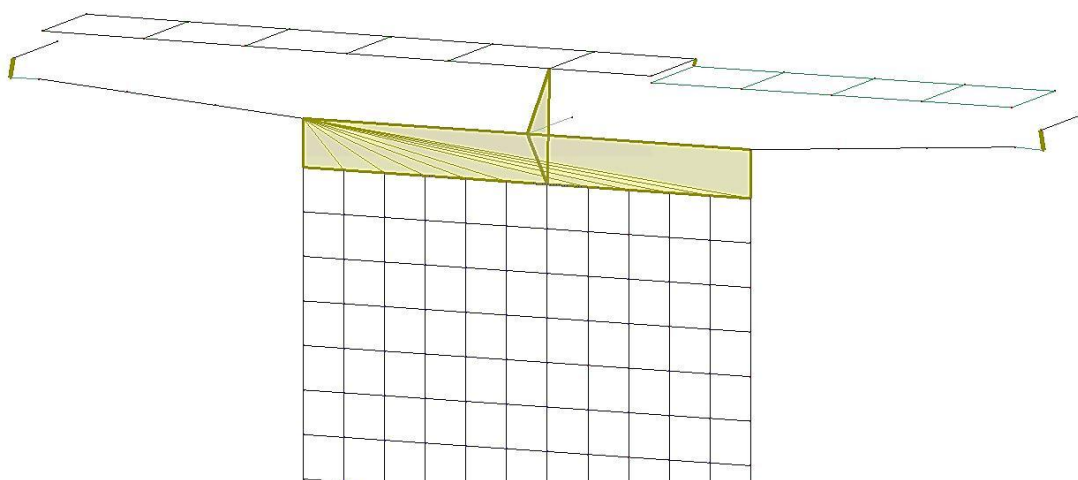


Figura 5.4 – Pormenor das ligações nas extremidades do tabuleiro

Também na Figura 5.4 se pode observar a ligação entre as carlingas e as longarinas exteriores, que se repete em todas as secções da ponte com montantes de ligação ao arco. Esta ligação garante continuidade total entre os dois elementos, em concordância com o comportamento real (Figura 5.5). Entre a longarina central e as carlingas, é garantida continuidade total.



Figura 5.5 – Fotografia de pormenor das ligações entre os vários elementos metálicos

O contraventamento do arco foi modelado por barras que se intersectam no eixo da ponte, conforme se indica na Figura 5.6. Todas as barras garantem continuidade total de esforços. A mesma filosofia foi aplicada ao contraventamento dos montantes.

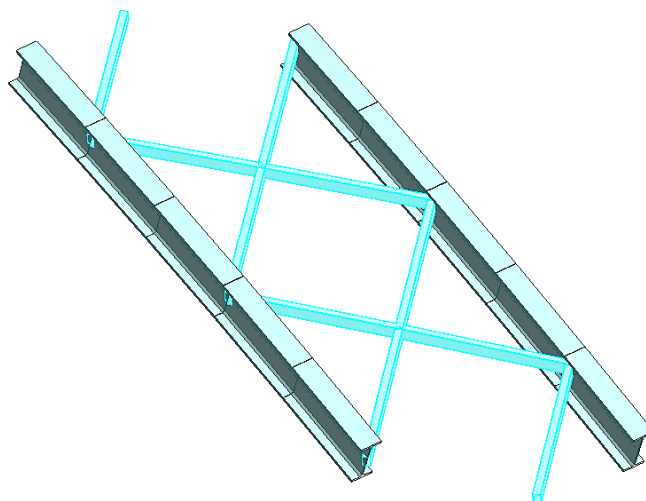


Figura 5.6 – Pormenor da modelação do contraventamento do arco

Todos os montantes garantem continuidade com as carlingas, à exceção dos montantes centrais. Neste caso, e uma vez que os montantes são muito curtos e, consequentemente, muito rígidos, a equipa de projeto optou pelo recurso a furos ovalizados na materialização da ligação aparafusada entre os montantes e as carlingas, permitindo assim a libertação dos graus de liberdade de rotação.

Adicionalmente, admitiu-se na modelação que este facto leva a que a continuidade relativa aos deslocamentos na direção longitudinal deixe de se verificar na totalidade, tendo-se optado por uma ligação elástica dotada de uma determinada rigidez. Em termos do comportamento dinâmico da

estrutura, este aspeto é particularmente relevante para o ajuste do 3º modo de vibração. O valor utilizado foi de 20000 kN/m, calibrado com base nas frequências naturais obtidas nos ensaios experimentais. A modelação de ambos os aspetos foi conseguida através da libertação dos respetivos graus de liberdade no topo dos montantes através da funcionalidade “releases” do Robot Structural Analysis, conforme se ilustra nas Figuras 5.7 e 5.8.

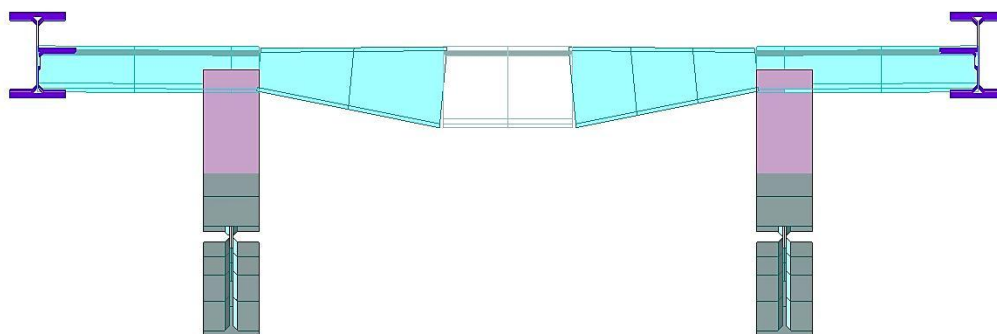


Figura 5.7 – Representação da ligação dos montantes centrais às carlingas (secções reais)

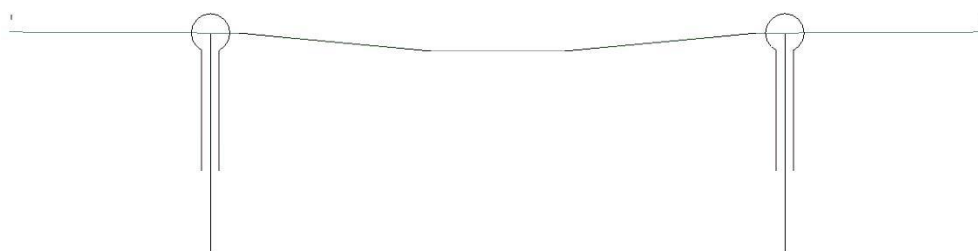


Figura 5.8 – Representação da ligação dos montantes centrais às carlingas (elementos finitos)

Relativamente às condições de apoio, considerou-se que os pilares de betão e os montantes extremos se encontram encastrados na base. Em relação ao arco, as suas condições de fronteira têm naturalmente um impacto muito significativo nos parâmetros dinâmicos da estrutura. As análises realizadas permitiram concluir que, como esperado, o seu comportamento é idêntico ao de um arco bi-articulado. Por outras palavras, as condições de apoio do arco garantem a restrição das rotações em todas direções exceto na direção longitudinal da ponte.

Apesar disso, a libertação total desse grau de liberdade conduz a uma rigidez longitudinal inferior ao verificado experimentalmente, traduzindo-se numa frequência inferior do 1º modo de vibração. Este aspeto permite concluir que as rótulas dos apoios poderão, por força da mobilização do atrito residual resultante dos materiais que as compõem, conferir alguma rigidez de rotação ao arco. O valor dessa rigidez, estimado através dos resultados dos ensaios conduzidos pelo ViBEST, foi considerado igual a 750 kN.m/grau (ou seja, aproximadamente 42972 kN.m/rad).

Na Figura 5.9 apresenta-se uma representação em alçado do modelo desenvolvido e na Figura 5.10 a sua representação em planta, com indicação das condições de apoio utilizadas e da posição das ligações elásticas nos montantes centrais.

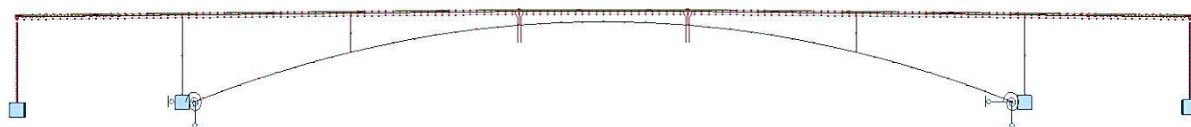


Figura 5.9 – Alçado do modelo, com representação dos apoios

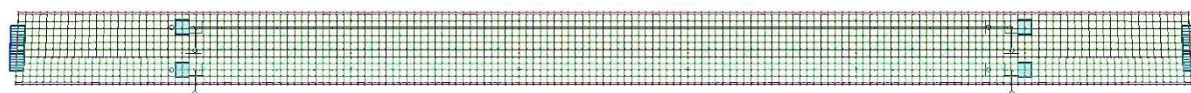


Figura 5.10 – Representação em planta do modelo desenvolvido

Na Tabela 5.1 apresenta-se o resumo das ligações entre os vários elementos da estrutura e os graus de liberdade bloqueados no apoio do arco. Assinalam-se com um “X” os graus de liberdade bloqueados e com “—” os graus de liberdade não restringidos, indicando-se o valor da rigidez adotado nos restantes casos.

Tabela 5.1 – Tabela-resumo dos graus de liberdade bloqueados nas ligações entre elementos e no apoio do arco

	Deslocamentos			Rotações		
	Long.	Lateral	Vertical	Long.	Lateral	Vertical
Ligação laje – longarina exterior	--	X	X	--	--	--
Ligação laje – longarina central	--	--	X	--	--	--
Ligação entre lajes	X	X	X	X	X	X
Ligação laje – pilar	X	--	X	--	--	--
Ligação carlinga – pilar	X	X	X	X	X	X
Ligação montantes centrais – carlingas	20000 kN/m	X	X	--	--	--
Apoio do arco	X	X	X	750 kN.m/grau	X	X

Para além do peso próprio dos materiais foi ainda acrescentado o peso do “deck” de madeira ($0,45 \text{ kN/m}^2$) e das guardas metálicas ($0,15 \text{ kN/m}$), ambos integrados na massa da estrutura nas análises modais realizadas. As massas modais obtidas indicaram, contudo, que o betão leve LC30/33 utilizado no tabuleiro apresenta um peso volúmico superior ao esperado. Por conseguinte, adotou-se um peso volúmico de 18 kN/m^3 .

As frequências dos modos de vibração principais calculados no software de elementos finitos são indicadas na Tabela 5.2, bem como as correspondentes massas modais, que constituem um dos parâmetros de maior importância na calibração do modelo e no estudo do comportamento dinâmico de

qualquer estrutura. Os modos identificados como (a) e (b) correspondem a modos que, apesar de surgirem na modelação, não foram identificados experimentalmente. A configuração dos modos de vibração apresenta-se nas Figuras 5.11 a 5.17. Estes dados dizem respeito à análise da ponte com a atuação exclusiva das cargas permanentes. Nestas condições, a massa total da ponte é de 213156 kg.

Tabela 5.2 – Modos de vibração principais da estrutura obtidos por modelação com elementos finitos

Modo	Frequência (Hz)	Massa Modal (kg)	Configuração modal
1	1,61	80297	1º modo longitudinal
2	2,04	80525	1º modo lateral com torção
3	2,73	30256	Modo de flexão simétrico vertical
(a)	3,65	192536	<i>Modo longitudinal não identificado</i>
(b)	3,92	125748	<i>Modo longitudinal com torção não identificado</i>
4	4,04	41548	Modo de flexão simétrico vertical com torção
5	4,26	27168	Modo de torção

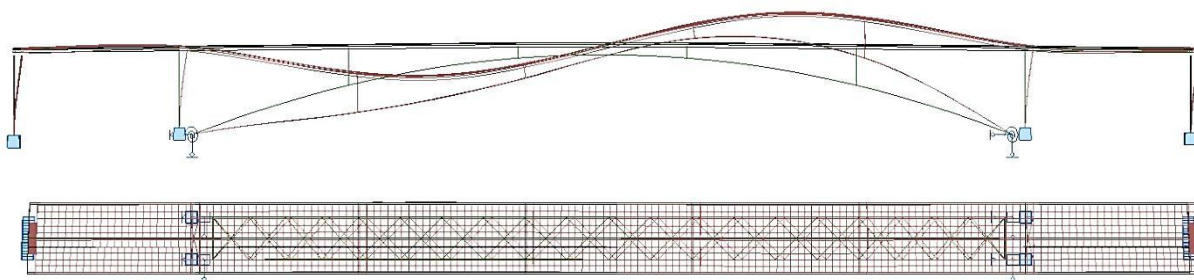


Figura 5.11 – Representação em alçado e em planta da configuração do 1º modo de vibração do modelo desenvolvido ($f=1,61$ Hz)

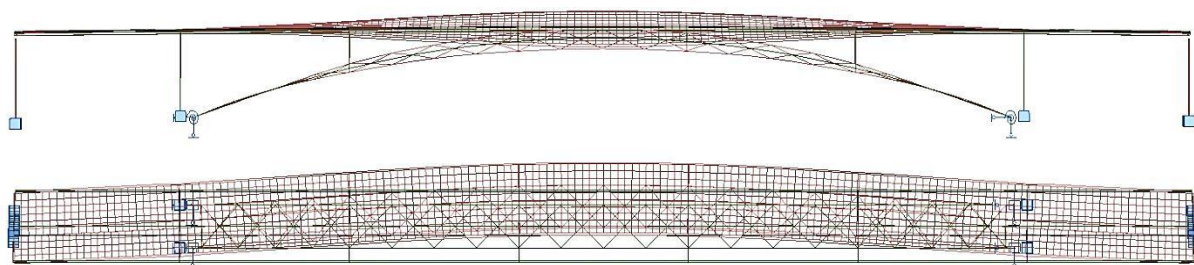


Figura 5.12 - Representação em alçado e em planta da configuração do 2º modo de vibração do modelo desenvolvido ($f=2,04$ Hz)

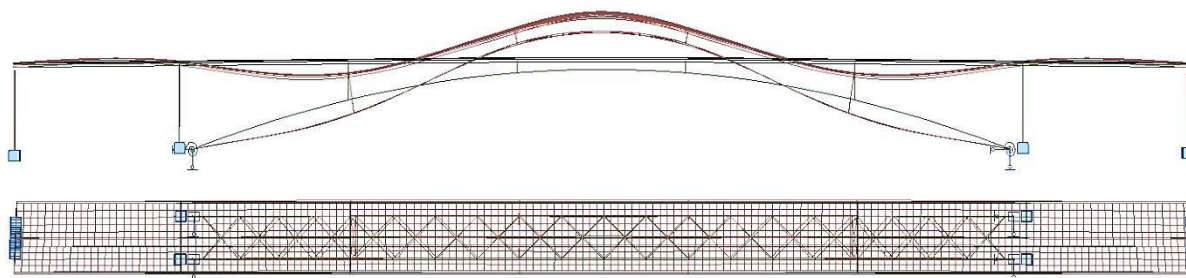


Figura 5.13 - Representação em alçado e em planta da configuração do 3º modo de vibração do modelo desenvolvido ($f=2,73$ Hz)

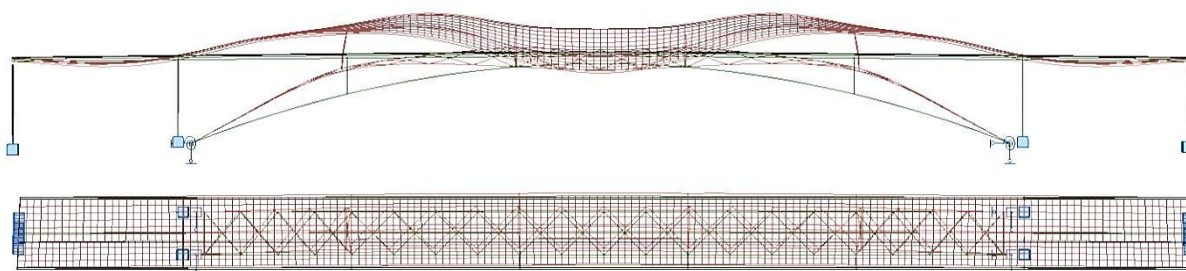


Figura 5.14 - Representação em alçado e em planta da configuração do 4º modo de vibração do modelo desenvolvido ($f=4,04$ Hz)

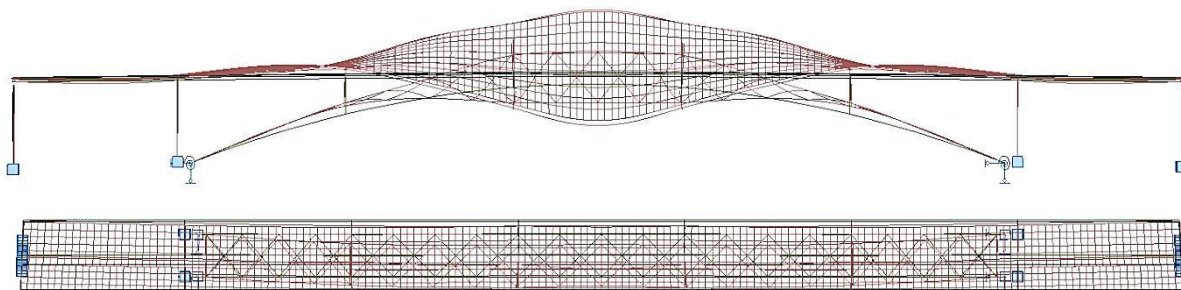


Figura 5.15 - Representação em alçado e em planta da configuração do 5º modo de vibração do modelo desenvolvido ($f=4,26$ Hz)

Para além dos modos já mencionados foram ainda obtidos dois modos de vibração adicionais que não constam das conclusões dos ensaios realizados pelo ViBEST.

O primeiro (modo *a*), corresponde a uma frequência de 3,65 Hz e a sua configuração é indicada na Figura 5.16. Este facto pode dever-se à difícil mobilização do modo em questão através das técnicas de excitação empregues nos ensaios (facto suportado pela elevada massa modal indicada na Tabela 5.2) ou simplesmente devido à pouca relevância do modo para a resposta global da estrutura, o que levou a que não surgisse na análise dos espectros de potência expostos em 4.3.3.

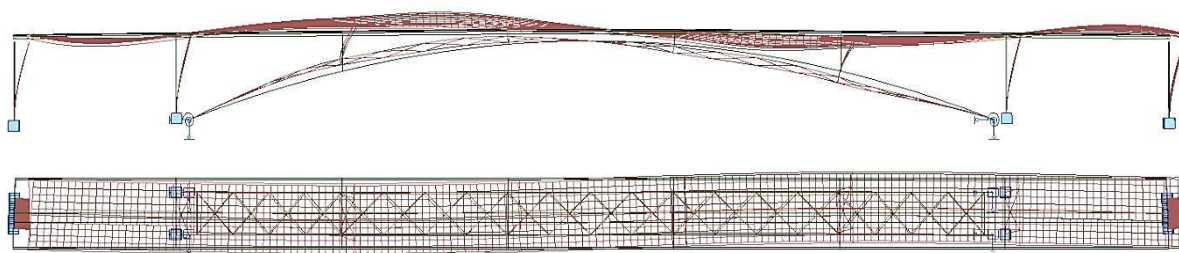


Figura 5.16 - Representação em alçado e em planta da configuração do modo não identificado de frequência $f=3,65$ Hz (modo a)

O segundo modo não identificado (modo *b*) surge devido à consideração de ligações elásticas longitudinais no topo dos quatro elementos de barra que traduzem os montantes centrais da ponte. Efetivamente, esta particularidade potencia a rotação do tabuleiro da ponte como um corpo rígido, conforme se evidencia na Figura 5.17. Esta possibilidade não se verifica na estrutura real uma vez que os furos ovalizados apenas permitem pequenos deslocamentos. Por conseguinte, este modo não se verifica na realidade, resultando apenas das opções tomadas na modelação da ponte.

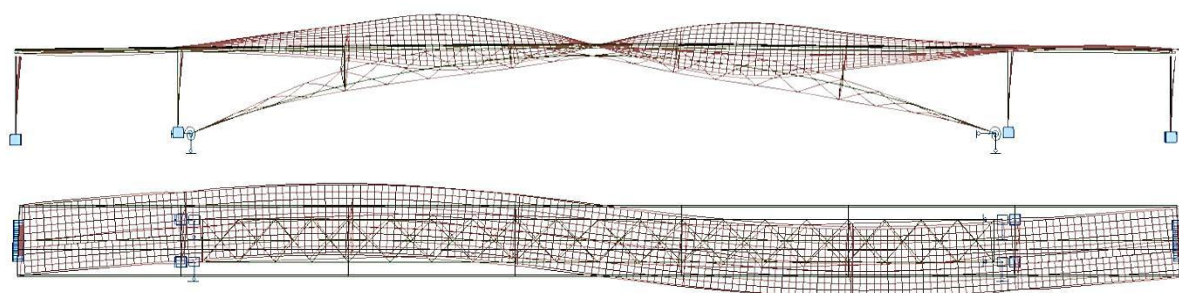


Figura 5.17 - Representação em alçado e em planta da configuração do modo não identificado de frequência $f=3,92$ Hz (modo b)

Apesar disso, o modelo permite a realização da análise da ação dos peões na ponte com um bom grau de confiança uma vez que, por um lado, a frequência do modo em questão não se insere no intervalo crítico de ressonância para o tipo de ação em estudo e, por outro, porque para efeito da verificação do comportamento em serviço se considera a ação a atuar em ressonância com os modos críticos da ponte, o que conduz a uma resposta condicionada quase na totalidade pelo modo de vibração crítico.

5.3. VALIDAÇÃO DA MODELAÇÃO NUMÉRICA

O estudo das vibrações de uma estrutura implica um conhecimento profundo e rigoroso das suas propriedades dinâmicas. A validade do modelo está por isso dependente do grau de aproximação entre os seus resultados e os dados recolhidos nos ensaios realizados. Por este motivo, e como explicado anteriormente, o modelo foi calibrado em função dos dados experimentais disponíveis. Em seguida apresenta-se a comparação entre as propriedades dinâmicas identificadas com base em ensaios sobre a estrutura e calculadas com base no modelo de elementos finitos anteriormente descrito.

Na Tabela 5.3 indicam-se as frequências dos modos de vibração obtidas para cada uma das situações.

Tabela 5.3 – Comparação entre as frequências dos ensaios e do modelo desenvolvido

Modo	Frequência Vib. Ambiental (Hz)	Frequência Vibração Livre (Hz)	Frequência Modelo (Hz)
1	1,64	1,60	1,61
2	2,03	1,99	2,04
3	2,71	2,65 - 2,71	2,73
4	3,84	---	4,04
5	4,09	4,05	4,26

Como se pode verificar, as frequências dos três primeiros modos encontram-se em concordância com as frequências determinadas pelos ensaios experimentais. Relativamente ao quarto e quinto modos, as frequências são 5% superiores às identificadas pelo ViBEST.

Por último, foi também comparada a configuração dos modos de vibração relevantes para a ação pedonal obtida experimentalmente com a calculada no modelo de elementos finitos. Uma vez que os modos de vibração podem ser normalizados arbitrariamente, foi necessário escalar os valores experimentais obtidos de forma a possibilitar a comparação direta com as configurações modais do modelo, normalizadas em relação à massa. Assim, recorreu-se ao método dos mínimos quadrados, multiplicando os resultados experimentais por uma constante, c , cujo valor é dado por:

$$c = \frac{\sum z_{exp} \cdot z_{mod}}{\sum z_{exp}^2} \quad (5.1)$$

em que z_{exp} corresponde às coordenadas modais obtidas experimentalmente e z_{mod} corresponde às coordenadas modais de acordo com o modelo desenvolvido.

Nas Figuras 5.18, 5.19 e 5.20 apresenta-se a sobreposição das configurações modais obtidas pela via experimental e pelo modelo para o 1º, 2º e 3º modos de vibração, respetivamente.

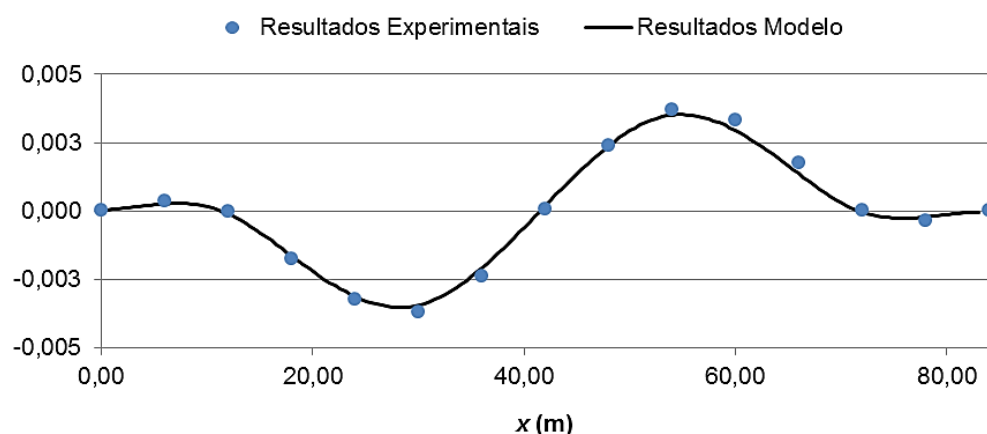


Figura 5.18 – Comparação dos resultados experimentais com os obtidos no modelo de elementos finitos para o 1º modo de vibração ($f=1,61$ Hz)

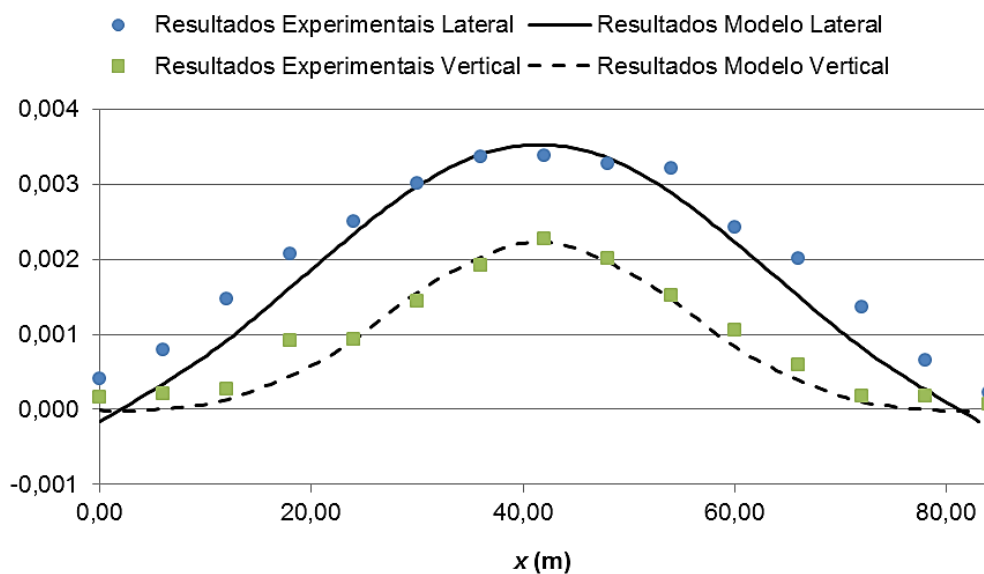


Figura 5.19 – Comparação dos resultados experimentais com os obtidos no modelo de elementos finitos para o 2º modo de vibração ($f=2,04$ Hz)

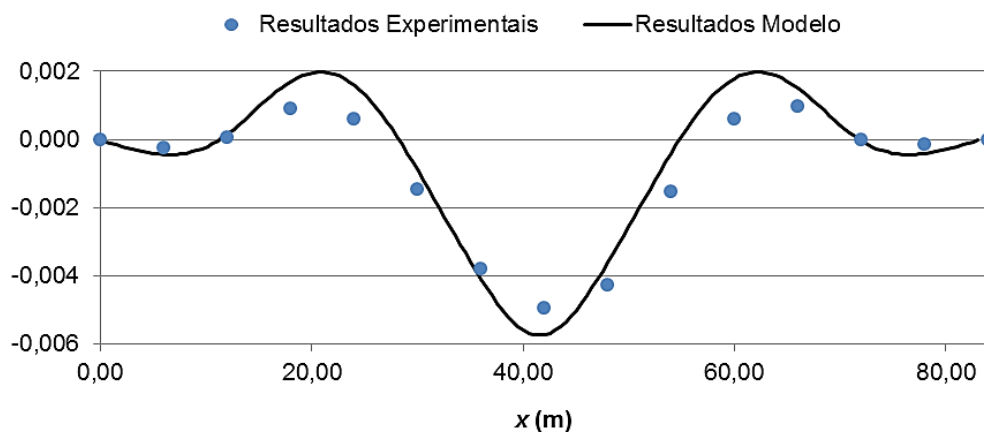


Figura 5.20 – Comparação dos resultados experimentais com os obtidos no modelo de elementos finitos para o 3º modo de vibração ($f=2,73$ Hz)

Pelos gráficos anteriores pode concluir-se que o modelo aproxima de forma satisfatória os modos de vibração relevantes, constituindo por isso uma ferramenta fiável para a análise da resposta estrutural a ações dinâmicas.

Nos capítulos seguintes apresenta-se o resultado das análises dinâmicas realizadas com o modelo desenvolvido, bem como a comparação da resposta obtida com valores medidos experimentalmente.

6

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE DA RABADA

6.1. INTRODUÇÃO

Com base no modelo descrito no Capítulo 5, procedeu-se ao estudo do comportamento dinâmico da Ponte Pedonal da Rabada, a partir da aplicação das recomendações técnicas expostas em 2.3.

Assim, apresentam-se no presente capítulo os resultados das análises dinâmicas realizadas com o modelo de elementos finitos, bem como o seu cruzamento com os dados experimentais disponíveis.

Tendo em conta as frequências naturais da ponte, o estudo focar-se-á no primeiro modo de vibração, de frequência 1,61 Hz, relevante quanto à ação de peões em caminhada, e também no terceiro modo, de frequência 2,73 Hz, importante na resposta à ação de peões em corrida. Apesar de se inserir na banda de frequências de risco, o segundo modo não será abordado, uma vez que o presente trabalho se cinge ao estudo das vibrações verticais da ponte.

Dada a suscetibilidade da ponte relativamente à ação de peões em corrida, e uma vez que este aspeto foi pouco estudado no passado, será dada particular atenção a esta questão.

6.2. APLICAÇÃO DAS RECOMENDAÇÕES TÉCNICAS

6.2.1. AÇÃO DE PEÕES EM CAMINHADA

Tendo em conta as recomendações do SÉTRA, a Ponte Pedonal da Rabada insere-se, relativamente à ação de peões em caminhada, na banda de risco 2. Deste modo, as vibrações da ponte deverão ser aferidas para a ação de uma carga uniformemente distribuída de sinal concordante com a configuração do 1º modo de vibração da estrutura e de valor correspondente à passagem de um fluxo de 0,8 ou 1,0 peões por metro quadrado, em função da densidade de tráfego esperada para a ponte. As recomendações HIVOSS, contudo, aconselham também o cálculo da resposta para um fluxo de 1,5 peões por metro quadrado, tendo em vista a estimativa do comportamento da ponte em situações excecionais, como por exemplo o dia da inauguração.

A ação de peões em caminhada foi então modelada de duas formas distintas: através de uma carga dinâmica pontual aplicada no ponto de coordenada modal máxima do primeiro modo (correspondente à secção a um terço de vão) e com frequência igual à correspondente frequência natural; e através de cargas dinâmicas uniformemente distribuídas, de sinal concordante com o sinal das ordenadas da

configuração do 1º modo de vibração, tendo em vista a modelação de fluxos de peões em caminhada de diferentes densidades.

6.2.1.1 Aplicação de uma carga pontual na secção de um terço de vão

Tendo em vista o cálculo da resposta à ação de um peão individual, fez-se atuar no ponto de coordenada modal máxima (Figura 6.1) e sobre o eixo da ponte uma carga sinusoidal ressonante com o primeiro modo de vibração. Para tal, e tendo em conta o exposto em 2.3, tomou-se o peso do peão igual a 750 N e o coeficiente de Fourier do primeiro harmónico igual a 0,40. Assim, e considerando apenas o contributo do primeiro harmónico, o valor da carga aplicada, f , é dado por:

$$f(t) = 300 \sin(2\pi \cdot 1,61t) \quad (6.1)$$

A consideração desta carga, de natureza simples, permitiu ainda validar a resposta obtida com o software de elementos finitos através do cálculo da resposta teórica esperada, como se verá em seguida.

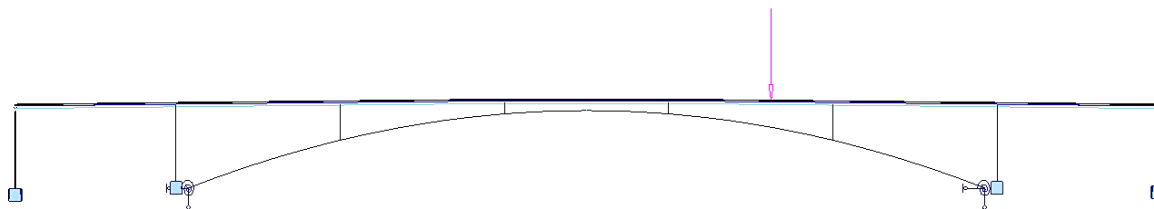


Figura 6.1 – Esquema de aplicação da carga pontual de caminhada no modelo de elementos finitos

A resposta estrutural foi calculada por integração direta através do método de Newmark, uma vez que o Robot não suporta análises por sobreposição modal em modelos que incluam barras com “releases” (ligação entre barras de graus de liberdade selecionados) [26]. A análise foi realizada para um incremento de tempo de 0,02 segundos. Relativamente ao amortecimento, este foi considerado proporcional à massa da estrutura (Amortecimento de Rayleigh), tomando a constante α o valor de 0,2711. Este valor resulta da consideração de um só ponto respeitante a uma frequência de 1,61 Hz e a um coeficiente de amortecimento modal de 1,34%, em concordância com os resultados dos ensaios de vibração ambiental, o que é razoável visto que a ação tem a mesma frequência do modo em causa (Figura 2.21).

Uma vez que, para obtenção experimental da resposta, os acelerómetros foram colocados no bordo do tabuleiro, optou-se por calcular a resposta do modelo igualmente para um dos bordos da laje. Deste modo, e uma vez que se considerou a atuação da carga sobre um único nó, evita-se também um possível empolamento dos resultados causado pela proximidade ao ponto de aplicação da carga concentrada. A aceleração máxima atingida foi de 0,13 m/s², tendo-se registado um deslocamento máximo de 0,13 cm.

Na Figura 6.2 apresenta-se a evolução da resposta calculada para a atuação da carga pontual durante um período de 50 segundos, registando-se ainda 10 segundos de resposta em vibração livre.

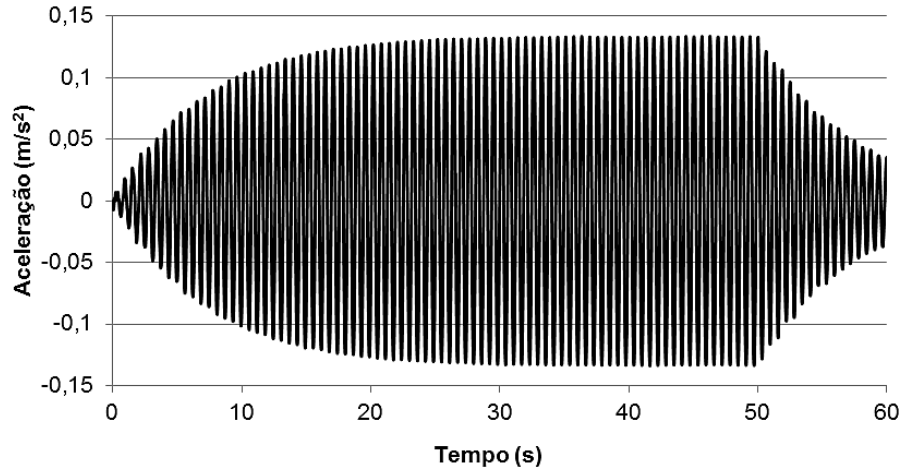


Figura 6.2 – Aceleração obtida para um peão, no nó de bordo do tabuleiro na secção de aplicação da carga, calculada com o modelo de elementos finitos

De forma a validar os resultados obtidos, procedeu-se ao cálculo manual simplificado da resposta tendo por base os parâmetros modais da estrutura. Para tal, resolveu-se a equação de equilíbrio dinâmico do sistema de um grau de liberdade equivalente ao primeiro modo de vibração da estrutura, dado por:

$$M_1 \ddot{y}_1 + 2\xi_1 \omega_1 M_1 \dot{y}_1 + M_1 \omega_1^2 y_1 = F_1(t) \quad (6.2)$$

em que M_1 é a massa modal do 1º modo de vibração, ξ_1 o correspondente coeficiente de amortecimento modal, ω_1 a sua frequência angular, $\ddot{y}_1$, $\dot{y}_1$ e y_1 as coordenadas modais em termos de acelerações, velocidades e deslocamentos, respetivamente, e F_1 a força modal aplicada, neste caso dada por:

$$F_1(t) = \phi_1 f(t) \quad (6.3)$$

em que ϕ_1 é a coordenada modal no ponto de aplicação da carga, ou seja, para o caso concreto em estudo corresponderá à coordenada modal máxima do tabuleiro.

A parcela estacionária da solução da equação (6.2) é dada, em termos do deslocamento generalizado y_1 , por [12]:

$$y_1(t) = \frac{1}{2\xi_1} \frac{p_{01}}{K_1} \left[e^{-\xi_1 \omega_1 t} \left(\cos \omega_{a1} t + \frac{\xi_1}{\sqrt{1 - \xi_1^2}} \sin \omega_{a1} t \right) - \cos \omega_1 t \right] \quad (6.4)$$

em que p_{01} é a amplitude da ação modal, K_1 é a rigidez modal e ω_{a1} a frequência angular amortecida do 1º modo.

A expressão pode ser simplificada uma vez que:

$$\omega_{a1} \cong \omega_1 \quad (6.5)$$

$$\xi_1 \sin \omega_1 t \approx 0 \quad (6.6)$$

A equação (6.4) passa por isso a assumir a seguinte forma:

$$y_1(t) \approx \frac{1}{2\xi_1} \frac{p_{01}}{K_1} (e^{-\xi_1 \omega_1 t} - 1) \cos \omega_1 t \quad (6.7)$$

A passagem para acelerações e deslocamentos é feita a partir das equações

$$\mathbf{u}(t) = y_1(t) \boldsymbol{\phi}_1 \quad (6.8)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) = \omega_1^2 \mathbf{u}(t) \quad (6.9)$$

Pode então calcular-se a evolução da aceleração com base nas expressões anteriores, chegando-se ao gráfico da Figura 6.3.

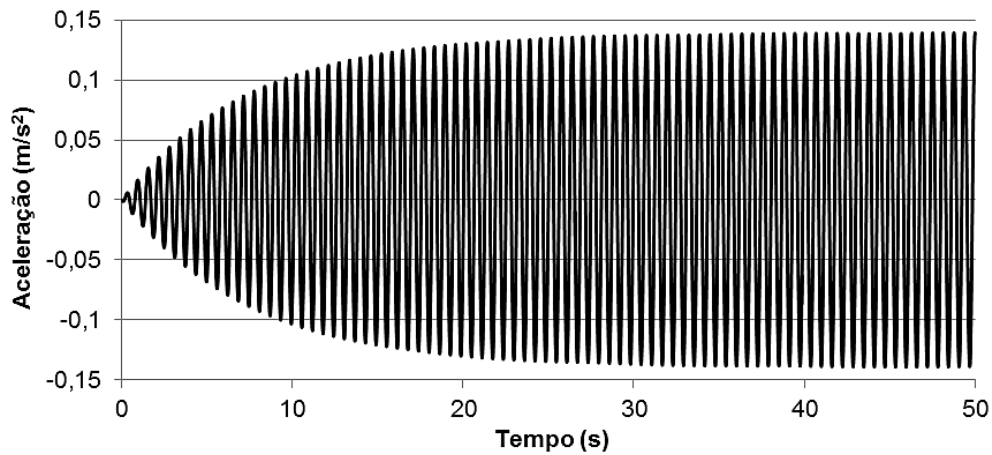


Figura 6.3 – Aceleração do sistema de um grau de liberdade equivalente ao primeiro modo de vibração da ponte calculada para ação de uma carga pontual sinusoidal em ressonância

Considerando apenas o primeiro modo na resposta da estrutura obtém-se uma aceleração máxima de $0,14 \text{ m/s}^2$, valor muito próximo do obtido com o Robot através do método de Newmark. O deslocamento máximo obtido foi de $0,14 \text{ cm}$, praticamente coincidente com o resultado do modelo de elementos finitos. Conclui-se, portanto, que a utilização do método de Newmark conduz a resultados idênticos aos do método da Sobreposição Modal considerando apenas o contributo do primeiro modo devido ao facto da ação estar em ressonância com o modo em questão. Os resultados demonstram, aliás, que o primeiro modo é o único relevante para a resposta a esta solicitação.

A análise dos últimos 10 segundos de resposta obtida no modelo permite também validar o coeficiente de amortecimento através da envolvente do gráfico de evolução dos deslocamentos verticais, indicada na Figura 6.4, através da equação (6.10).

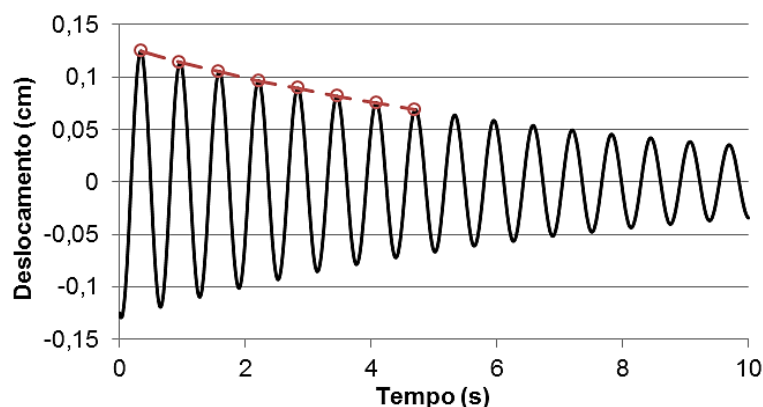


Figura 6.4 – Validação do amortecimento modal através do comportamento em vibração livre

$$\xi = \frac{1}{2\pi n} \ln \left(\frac{u_1}{u_{n+1}} \right) \quad (6.10)$$

Utilizando os primeiros quatro pontos da envolvente, obtém-se um valor do coeficiente de amortecimento de 1,31%, muito próximo dos 1,34% obtidos no ensaio de vibração ambiental, pelo que se conclui que o parâmetro considerado para o amortecimento de Rayleigh descreve adequadamente o amortecimento da estrutura.

6.2.1.2 Modelação de fluxos de peões

Relativamente à modelação de fluxos de peões, aplicaram-se as recomendações do SÉTRA e HIVOSS, introduzindo uma carga dinâmica uniformemente distribuída de sinal concordante com o sinal das ordenadas do primeiro modo de vibração, como se ilustra na Figura 6.5.

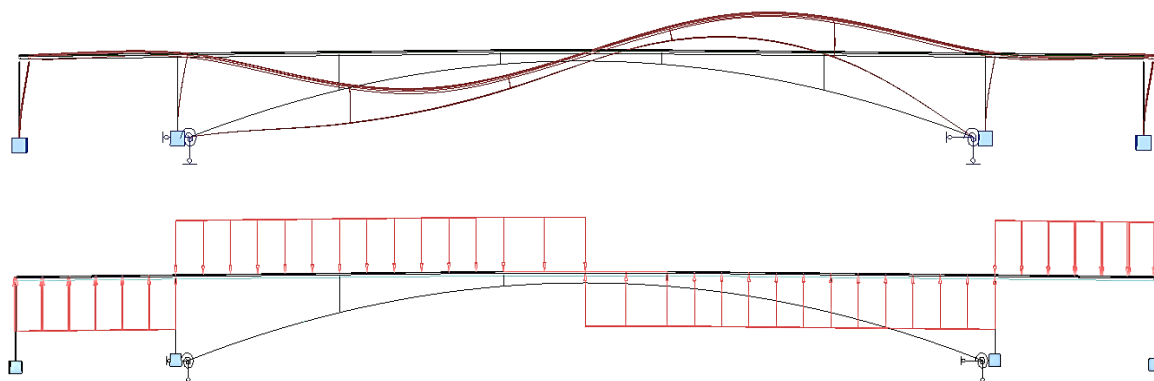


Figura 6.5 – Concordância entre sinal das cargas e a configuração do primeiro modo de vibração

O valor da carga aplicada está dependente da classe de tráfego. Foi calculada a resposta para três classes de tráfego distintas indicadas pelas recomendações HIVOSS: TC3, TC4 e TC5, que correspondem respetivamente a densidades de 0,5, 1,0 e 1,5 peões por metro quadrado. Admite-se que o peso de cada peão é de 700 N.

Uma vez que se trata de um fluxo constante de peões, a massa adicional que estes representam induz alterações nos parâmetros dinâmicos da estrutura, em particular pelo facto de se tratar de uma ponte metálica, ou seja, uma ponte relativamente leve. Isto significa que, para cada classe de tráfego, o primeiro modo de vibração assume uma frequência natural distinta, tanto mais baixa quanto maior a massa da ponte.

Para além disso, relembra-se que as recomendações técnicas indicam um fator redutor $\psi_{1,1}$ que traduz o risco de o fluxo de peões exercer uma ação ressonante com a frequência natural da ponte. Esse fator varia linearmente entre 0 e 1 para frequências de 1,0 e 1,7 Hz (Figura 2.16). Deste modo, e como classes de tráfego superiores diminuem a frequência do primeiro modo de vibração da ponte, pode dizer-se que o risco de ressonância também diminui.

A frequência do 1º modo para cada uma das classes de tráfego, bem como os valores dos parâmetros relevantes para determinação da carga atuante, apresentam-se na Tabela 6.1. A lei de variação no tempo das cargas uniformes aplicadas para cada classe de tráfego é dada pelas equações (6.11), (6.12) e (6.13).

Tabela 6.1 – Valor do peso dos peões, da frequência natural da ponte e dos coeficientes $\psi_{1,1}$ e λ em função da classe de tráfego

Classe de Tráfego	Densidade (P/m ²)	Peso dos peões (kN/m ²)	Frequência 1º Modo (Hz)	$\psi_{1,1}$	λ
TC3	0,5	0,35	1,56	0,800	0,0881
TC4	1,0	0,70	1,51	0,729	0,0752
TC5	1,5	1,05	1,46	0,657	0,0921

$$p(t) = 0.0352 \times 280 \cos(2\pi \times 1,56t) \quad (6.11)$$

$$p(t) = 0.0671 \times 280 \cos(2\pi \times 1,51t) \quad (6.12)$$

$$p(t) = 0.0742 \times 280 \cos(2\pi \times 1,46t) \quad (6.13)$$

Nas Figuras 6.6, 6.7 e 6.8 pode observar-se as acelerações obtidas no modelo de elementos finitos por integração direta para aplicação das cargas anteriormente descritas. Na Tabela 6.2 são indicados os valores máximos da aceleração e deslocamento registados no bordo do tabuleiro da secção de coordenada modal máxima para cada uma das classes.

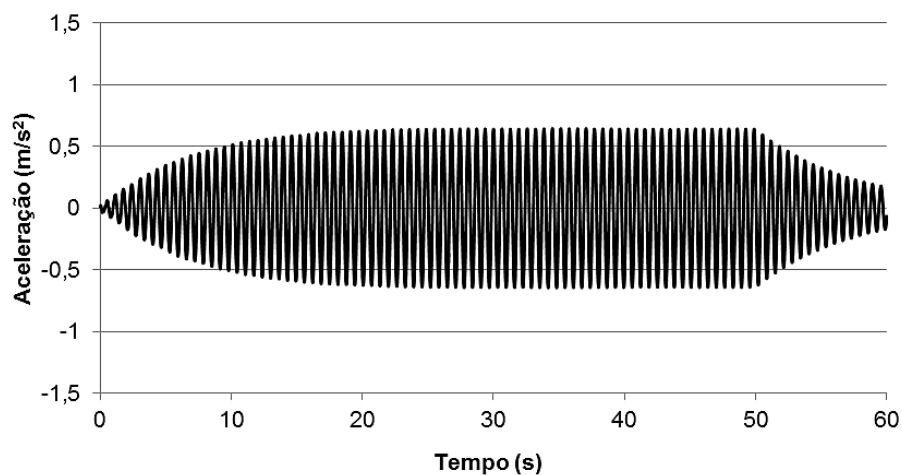


Figura 6.6 – Aceleração calculada para a secção de coordenada modal máxima para a classe de tráfego TC3

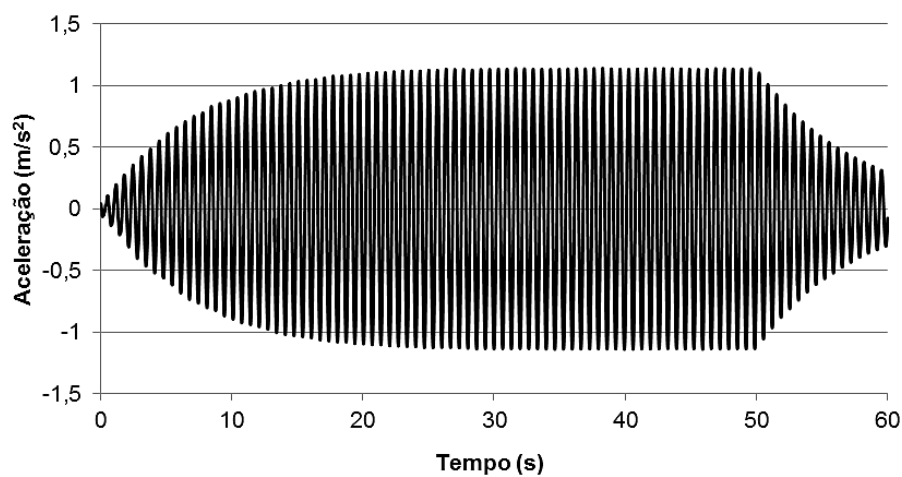


Figura 6.7 - Aceleração calculada para a secção de coordenada modal máxima para a classe de tráfego TC4

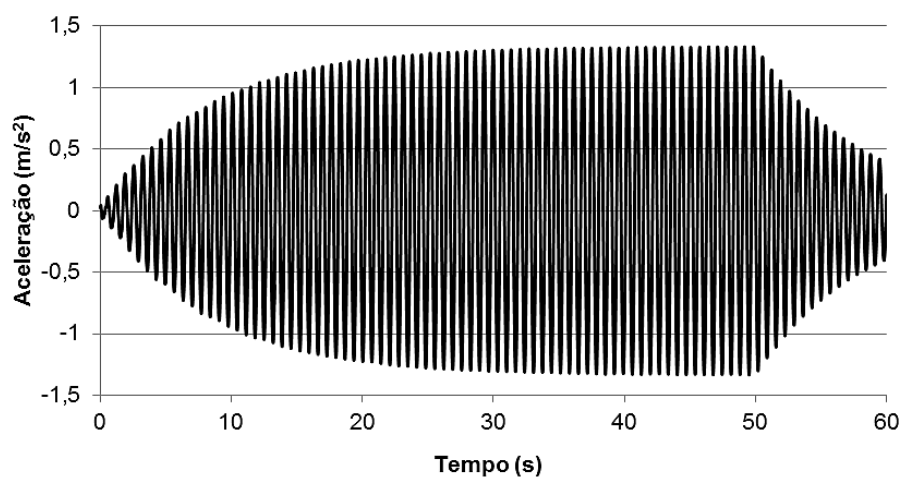


Figura 6.8 - Aceleração calculada para a secção de coordenada modal máxima para a classe de tráfego TC5

Tabela 6.2 – Aceleração e deslocamento máximos em função da classe de tráfego

Classe de Tráfego	Densidade (P/m ²)	Aceleração máxima (m/s ²)	Deslocamento máximo (cm)
TC3	0,5	0,65	0,67
TC4	1,0	1,14	1,26
TC5	1,5	1,33	1,58

6.2.2. AÇÃO DE PEÕES EM CORRIDA

Relativamente à ação de peões em corrida, foi aplicada, em primeiro lugar, uma carga dinâmica pontual a atuar no ponto de coordenada modal máxima do 3º modo de vibração (secção de meio vão), à semelhança do procedimento adotado para a caminhada, considerando-a ressonante face a este modo de vibração.

Para além disso, desenvolveu-se uma análise com uma carga dinâmica pontual que se desloca ao longo do tabuleiro com uma velocidade de 3 metros por segundo, conforme sugerido nas recomendações HIVOSS, avaliando a resposta da estrutura. Adicionalmente, procedeu-se de forma análoga na modelação de grupos de peões em corrida, recorrendo a cargas pontuais dinâmicas que se deslocam em grupo, cada um com uma frequência distinta gerada aleatoriamente, admitindo que as frequências obedecem a uma distribuição normal com um determinado valor médio e desvio-padrão.

Os resultados destas análises detalham-se nas secções seguintes.

6.2.2.1 Aplicação de uma carga pontual na secção de meio vão

A modelação da carga pontual a atuar na secção de meio vão foi feita de forma semelhante ao exposto para a caminhada. Neste caso, contudo, o 3º modo de vibração é o modo relevante para a resposta da ponte, pelo que a ação passa a caracterizar-se por uma frequência $f=2,73$ Hz, ressonante com a frequência do 3º modo. O amortecimento modal utilizado foi de 0,6%, o que corresponde a um parâmetro α do amortecimento de Rayleigh de valor igual a 0,2058. Na Figura 6.9 esquematiza-se a aplicação desta carga na estrutura. A variação da carga aplicada em função do tempo, considerando uma ação sinusoidal simples, é expressa por

$$f(t) = 1250 \sin(2\pi \times 2,73t) \quad (6.14)$$

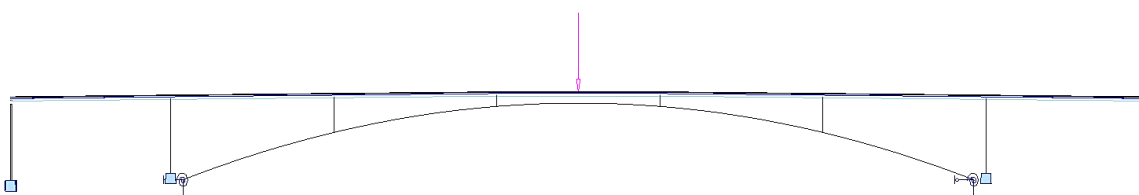


Figura 6.9 – Esquema de aplicação da carga pontual de corrida no modelo de elementos finitos

Para esta ação, que se admitiu atuar durante um período de 50 segundos, a aceleração máxima obtida foi de $3,16 \text{ m/s}^2$, enquanto o deslocamento máximo verificado foi de $1,07 \text{ cm}$. A representação da aceleração em função do tempo na secção de meio vão é feita na Figura 6.10.

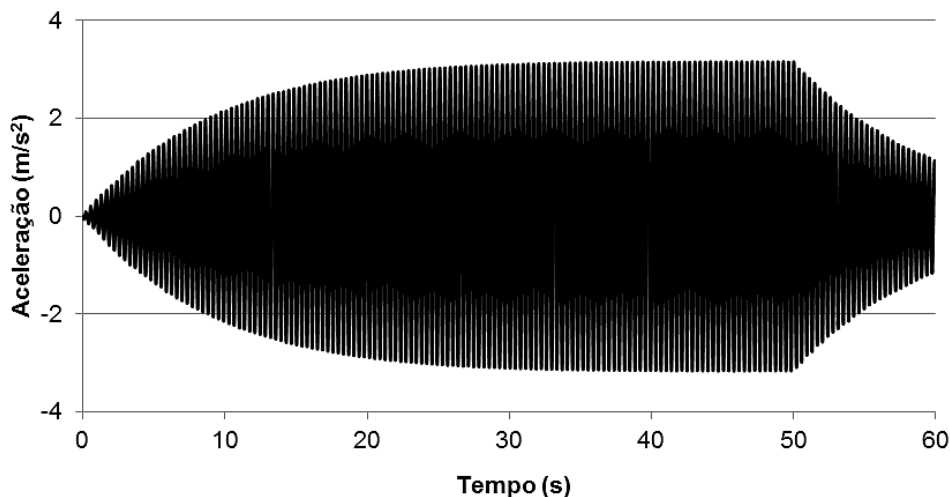


Figura 6.10 – Aceleração na secção de meio vão para atuação de uma carga harmónica pontual em ressonância com o 3º modo de vibração

De forma a validar os resultados do modelo, foi realizada uma análise da resposta com o contributo exclusivo do 3º modo de vibração, analogamente ao que foi feito para a ação da caminhada.

A aceleração máxima obtida por essa via foi de $3,16 \text{ m/s}^2$ e o deslocamento máximo foi de $1,07 \text{ cm}$, valores exatamente coincidentes com os obtidos com o modelo para cargas idênticas. A evolução da resposta em termos de acelerações está representada na Figura 6.11.

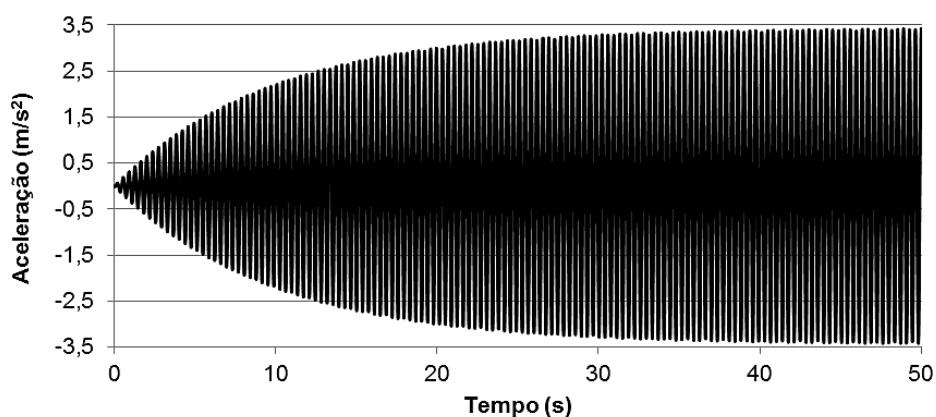


Figura 6.11 – Aceleração do sistema de um grau de liberdade equivalente ao terceiro modo de vibração da ponte calculada para ação de uma carga pontual sinusoidal em ressonância

A resposta da estrutura foi também avaliada para uma ação de corrida composta por impulsos semi-sinusoidais, conforme ilustrado na Figura 2.10. À semelhança da carga harmónica, fez-se atuar a carga

dinâmica da secção de meio vão, medindo-se a resposta no nó de bordo do tabuleiro. A expressão (6.15) traduz a evolução temporal da carga, para um tempo de contacto de 0,236 s e um período de 0,366 s. O tempo de contacto foi determinado com base na expressão (2.3), sugerida por Alves [5].

$$f(t) = \begin{cases} 1710,22 \sin\left(\pi \times \frac{t}{0,236}\right), & t \leq 0,236 \text{ s} \\ 0, & 0,236 \leq t \leq 0,366 \text{ s} \end{cases} \quad (6.15)$$

Para este carregamento, a aceleração máxima é de 2,27 m/s² e o deslocamento máximo tem o valor de 0,77 cm. A aceleração, expressa em função do tempo, é dada na Figura 6.12.

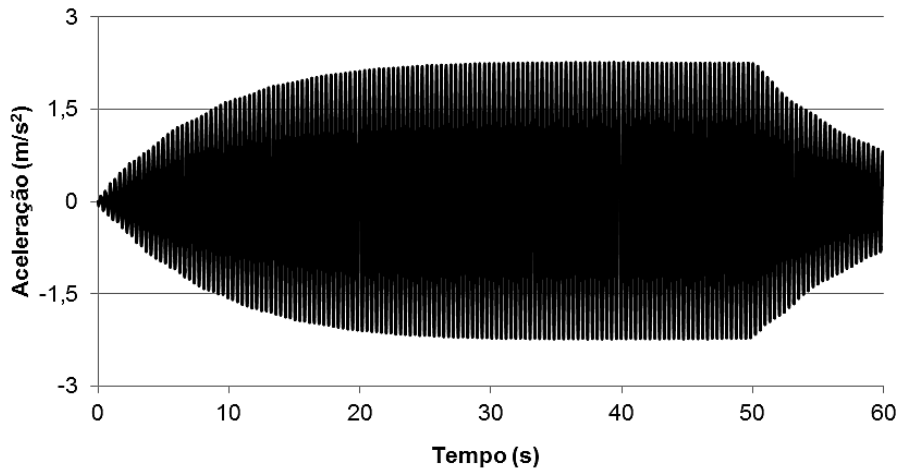


Figura 6.12 – Aceleração na secção de meio vão para atuação de uma carga semi-sinusoidal pontual em ressonância com o 3º modo de vibração

6.2.2.2 Atuação de uma carga pontual móvel

De forma a modelar peões em corrida, as recomendações HIVOSS estabelecem, para além da modelação anteriormente efetuada, a atuação de uma carga móvel em ressonância com o modo de vibração relevante, deslocando-se a uma velocidade de 3 m/s ao longo do tabuleiro da ponte.

O movimento de cargas dinâmicas ao longo da estrutura tem por base a aplicação de uma carga harmónica, dada pela equação (6.1), ao longo dos nós que compõe o percurso do peão, multiplicados por um coeficiente redutor η que traduz o efeito de distribuição da carga pelos nós do tabuleiro em função da distância entre estes e o peão. Assim, com o peão em qualquer ponto do tabuleiro, é exercida uma carga dinâmica nos nós imediatamente anteriores e posteriores à sua posição, como se ilustra na Figura 6.13.

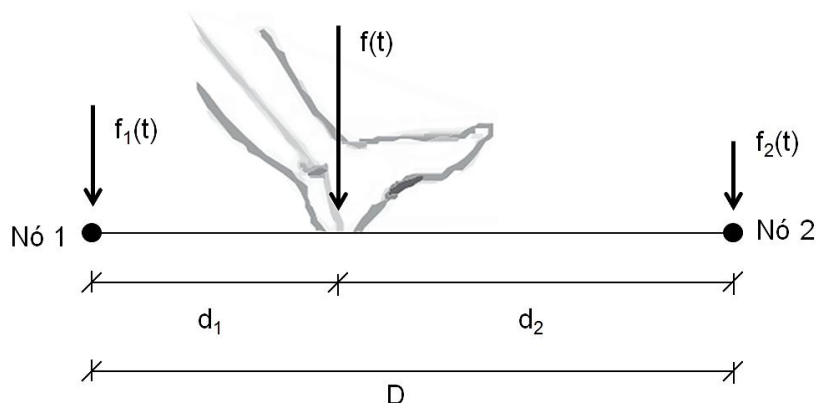


Figura 6.13 – Representação esquemática da distribuição da carga móvel pelos nós

A força actuante em cada um dos nós vizinhos é, por isso, dada por

$$f_1(t) = f(t) \times \eta \quad (6.16)$$

$$f_2(t) = f(t) \times (1 - \eta) \quad (6.17)$$

em que o coeficiente η é dado pela expressão

$$\eta = 1 - \frac{d_1}{D} \quad (6.18)$$

A modelação de cargas dinâmicas que se deslocam sobre uma estrutura não é uma funcionalidade incluída na generalidade dos pacotes de software de elementos finitos, como é o caso do Robot Structural Analysis (RSA). Assim, a aplicação eficaz de uma análise deste género pressupõe o desenvolvimento de ferramentas e metodologias que permitam a sua execução prática. No contexto do presente trabalho foram criadas várias folhas de cálculo com macros baseadas na linguagem de programação Visual Basic for Applications (VBA), incluída no Microsoft Excel, de forma a automatizar o processo de definição das cargas móveis no RSA 2012. Os comandos utilizados integram a ferramenta Robot Open Standard (ROS), desenvolvida pela Autodesk, e que permite a comunicação entre o software de elementos finitos e programas desenvolvidos pelos utilizadores.

Assim, começou por se desenvolver uma folha de cálculo com macros em VBA que, mediante os parâmetros introduzidos pelo utilizador, nomeadamente a frequência da ação, a velocidade de circulação do peão, a amplitude da função de carga, o comprimento do tabuleiro, a distância entre os nós da malha e o incremento de tempo a utilizar, gera as funções de carga para cada um dos nós no percurso do peão e permite a sua exportação em formato .thf (“Time History File”), que o RSA 2012 pode importar. Uma imagem da folha de cálculo desenvolvida é dada na Figura 6.14, e um exemplo de um ficheiro de resultados gerado é representado na Figura 6.15.

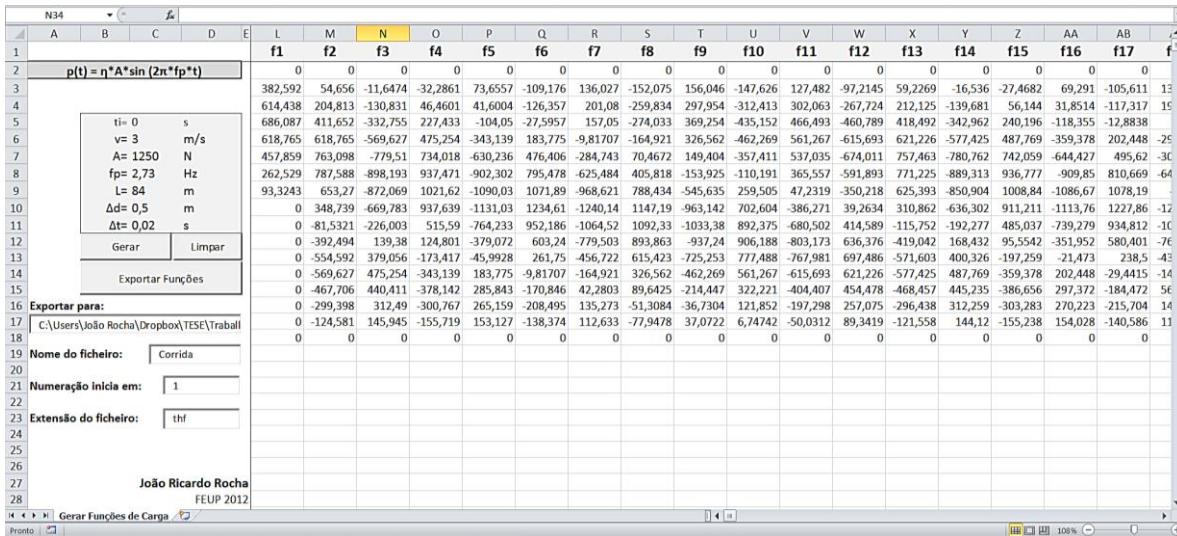


Figura 6.14 – Folha de cálculo desenvolvida para geração das funções de carga móveis

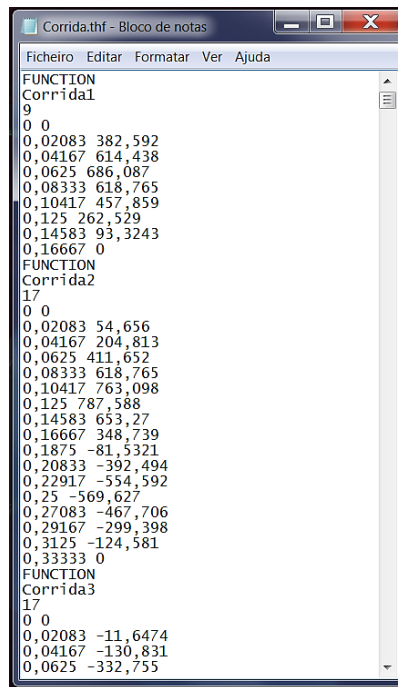


Figura 6.15 – Exemplo de ficheiro de resultados gerado

À ação dinâmica atuante em cada nó corresponde uma ação estática unitária, multiplicada posteriormente em cada instante da análise pelo valor das funções de carga dinâmicas definidas. Este facto resulta na necessidade de criação de um grande número de casos de carga (tantos quanto o número de funções de carga a aplicar), o que não pode ser feito de forma automática com o RSA 2012. Apesar disso, a Autodesk criou uma folha de cálculo com macros que permitem a rápida definição de uma lista de casos de carga, como se ilustra na Figura 6.16.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Número de caso de carga	Nome do caso de carga						
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								
44								
45								
46								
47								
48								
49								
50								
51								
52								
53								
54								
55								
56								
57								
58								
59								
60								
61								
62								
63								
64								
65								
66								
67								
68								
69								
70								
71								
72								
73								
74								
75								
76								
77								
78								
79								
80								
81								
82								
83								
84								
85								
86								
87								
88								
89								
90								
91								
92								
93								
94								
95								
96								
97								
98								
99								
100								

Figura 6.16 – Macro de importação e exportação de casos de carga, da autoria da Autodesk [26]

Em seguida, é necessário fazer corresponder as funções de carga de cada nó aos respetivos casos de carga estáticos. Para tal, foi novamente utilizada uma macro, modificada a partir de uma folha de cálculo cedida pela Autodesk, que permite efetuar esse emparelhamento de forma automática. A folha de cálculo em questão encontra-se representada na Figura 6.17.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
4											
5											
6											
7	Número de funções	167									
8	Caso da AT	843									
9											
10	Índice	Caso para THA	Função	Coefficiente	Shift						
11	1	4	Corrida5_Sinc_1P1	1	0						
12	2	5	Corrida5_Sinc_1P2	1	0						
13	3	6	Corrida5_Sinc_1P3	1	0,233						
14	4	7	Corrida5_Sinc_1P4	1	0,466						
15	5	8	Corrida5_Sinc_1P5	1	0,699						
16	6	9	Corrida5_Sinc_1P6	1	0,932						
17	7	10	Corrida5_Sinc_1P7	1	1,165						
18	8	11	Corrida5_Sinc_1P8	1	1,398						
19	9	12	Corrida5_Sinc_1P9	1	1,631						
20	10	13	Corrida5_Sinc_1P10	1	1,864						
21	11	14	Corrida5_Sinc_1P11	1	2,097						
22	12	15	Corrida5_Sinc_1P12	1	2,33						
23	13	16	Corrida5_Sinc_1P13	1	2,563						
24	14	17	Corrida5_Sinc_1P14	1	2,796						
25	15	18	Corrida5_Sinc_1P15	1	3,029						
26	16	19	Corrida5_Sinc_1P16	1	3,262						
27	17	20	Corrida5_Sinc_1P17	1	3,495						
28	18	21	Corrida5_Sinc_1P18	1	3,728						
29	19	22	Corrida5_Sinc_1P19	1	3,961						
30	20	23	Corrida5_Sinc_1P20	1	4,194						
31	21	24	Corrida5_Sinc_1P21	1	4,427						
32	22	25	Corrida5_Sinc_1P22	1	4,66						

Figura 6.17 – Macro para importação e exportação dos dados da Análise Temporal [26]

Apesar da maior facilidade que as ferramentas anteriormente descritas potenciam à aplicação de cargas móveis numa estrutura, este processo é bastante moroso. Cálculos com um número relativamente reduzido de cargas móveis podem levar várias dezenas de horas a ser realizados pelo programa, pelo que a aplicabilidade destes procedimentos em projeto é relativamente limitada. Por este motivo, optou-se por apenas modelar com cargas móveis a ação da corrida.

A ação de um peão foi modelada através de uma função harmónica de amplitude 1250 N, de frequência igual a 2,73 Hz e que percorre o tabuleiro ao longo do seu eixo a uma velocidade de 3 m/s. A resposta foi calculada a partir do método de Newmark, com parâmetros semelhantes às análises anteriores, tendo-se obtido o gráfico apresentado na Figura 6.18 para a aceleração na secção de meio vão.

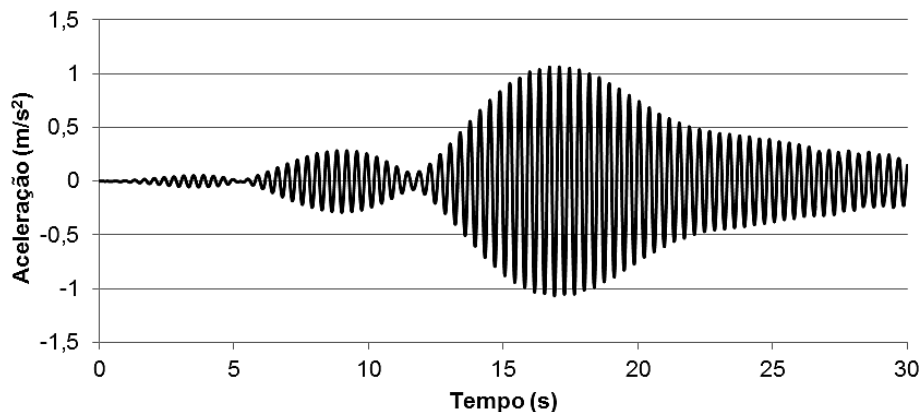


Figura 6.18 – Variação da aceleração calculada para a secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida a uma velocidade de 3,0 m/s

Nestas condições, a aceleração máxima observada foi de $1,06 \text{ m/s}^2$ e o deslocamento atingiu os 0,36 cm. De forma a aferir a importância da velocidade de propagação da carga na resposta, foram realizadas análises idênticas para velocidades de 2,0, 2,62 e 3,5 m/s. A modelação da velocidade de 2,62 m/s deve-se ao facto de esta ter sido a velocidade média observada no registo dos ensaios de um peão em corrida realizados pelo ViBEST, que serão discutidos na secção 6.3. A resposta para cada uma das velocidades indicadas é dada respetivamente nas Figuras 6.19, 6.20 e 6.21.

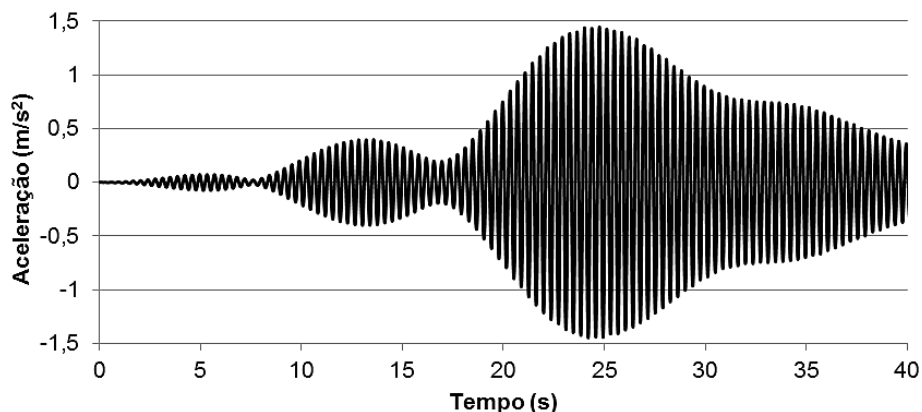


Figura 6.19 - Variação da aceleração calculada para a secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida a uma velocidade de 2,0 m/s

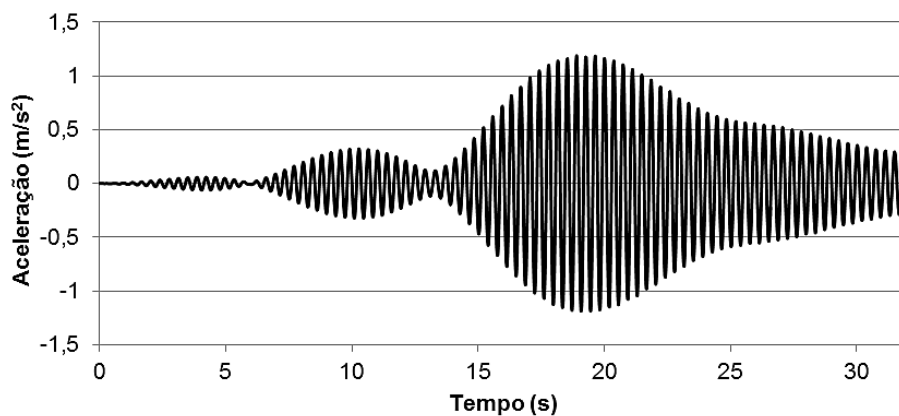


Figura 6.20 - Variação da aceleração calculada para a secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida a uma velocidade de 2,62 m/s

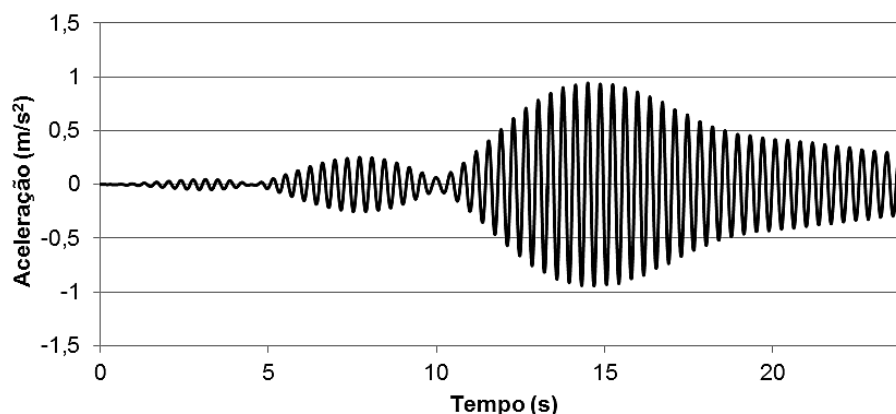


Figura 6.21 - Variação da aceleração calculada para a secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida a uma velocidade de 3,50 m/s

Pode concluir-se, por observação das figuras 6.18 a 6.21, que a velocidade de propagação da carga tem implicações muito significativas quanto à aceleração máxima registada na ponte. Na Tabela 6.3 apresenta-se a variação da aceleração máxima calculada em função da velocidade de propagação da carga, representando-se graficamente os valores obtidos na Figura 6.22.

Tabela 6.3 – Valores máximos da aceleração em função da velocidade de propagação da carga

Velocidade (m/s)	Aceleração máxima (m/s^2)
Carga fixa sinusoidal	3,16
2,00	1,45
2,62	1,19
3,00	1,06
3,50	0,94

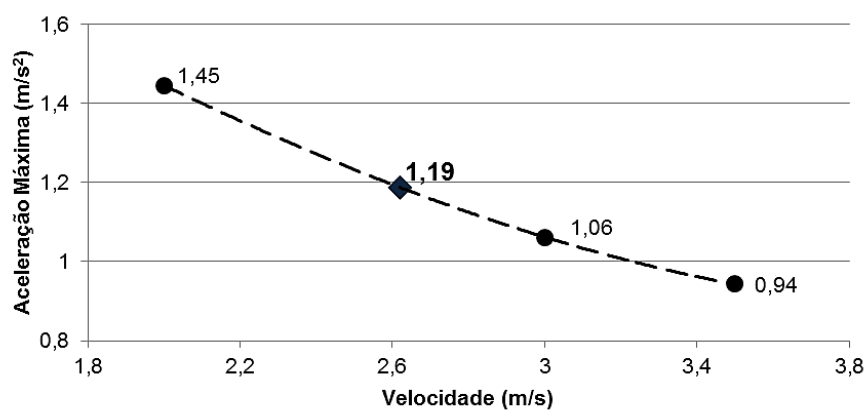


Figura 6.22 – Variação da aceleração máxima calculada para a secção de meio vão em função da velocidade de propagação da carga

Em suma, e no caso da Ponte Pedonal da Rabada, a variação da velocidade da propagação da carga dentro da gama expectável para peões em corrida conduz a variações de até 54% em termos da aceleração máxima observada. Pode concluir-se, portanto, que a velocidade de 3 m/s sugerida nas recomendações técnicas HIVOSS poderá ser demasiado conservativa para uso em projeto para frequências naturais da ordem de grandeza das ensaiadas, podendo os resultados obtidos não refletir a magnitude das vibrações reais observadas no local.

De facto, e por análise da Figura 2.2, em que se estabelece uma relação entre a frequência da passada e a velocidade do peão, pode constatar-se que, para um peão em jogging, isto é, um peão com frequência da passada compreendida entre 2 e 3 Hz, a velocidade pode variar entre 1,5 e 5 m/s, respetivamente para o limite inferior e superior das frequências [1]. Assim, para frequências próximas de 2 Hz são expectáveis velocidades próximas de 2 m/s e, portanto, uma resposta significativamente superior.

Apesar disso, a sensibilidade face à velocidade de propagação da carga estará naturalmente associada a cada estrutura, pelo que noutros casos poder-se-á observar uma variação menos expressiva da aceleração máxima.

Como seria de esperar, é também possível observar que a utilização de uma carga ressonante atuando sobre a secção de meio vão resulta numa aceleração muito superior à obtida com cargas móveis. Face à situação mais gravosa do peão em movimento, isto é, para uma velocidade de propagação de 2,0 m/s, a modelação da carga a meio vão conduz a acelerações 2,3 vezes superiores, considerando uma carga harmónica aplicada a meio vão, ou 1,6 vezes superior considerando uma ação composta por impulsos semi-sinusoidais na mesma secção.

6.2.2.3 Modelação de grupos em corrida

Para além da carga móvel de um peão individual, foram também modeladas situações adicionais com grupos de peões a percorrer a ponte.

Começou por se modelar um grupo de 5 peões que se deslocam com a disposição esquematizada na Figura 6.23, a uma velocidade de 2,15 m/s (determinada a partir da velocidade média registada pelo ViBEST em ensaios equivalentes).

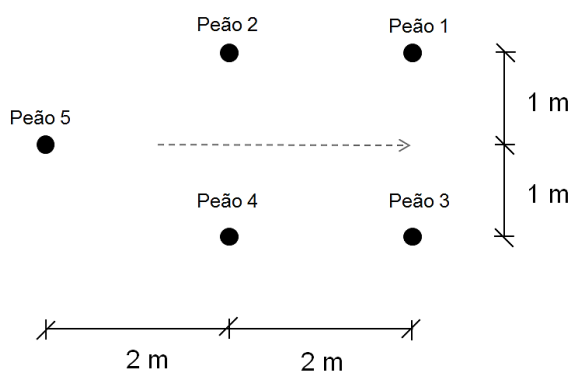


Figura 6.23 – Esquema em planta da distribuição dos peões num grupo de cinco indivíduos

A simulação da passagem de um grupo de 5 peões foi feita com base em duas hipóteses: a primeira, considerando que todos os peões circulam em fase em ressonância com o 3º modo de vibração da ponte; a segunda, considerando que os peões circulam em fase e que as suas frequências seguem uma distribuição gaussiana de média igual a 2,73 Hz, frequência do 3º modo de vibração, e desvio padrão

de 0,08 Hz. Este desvio foi estimado a partir da largura do pico do espectro de potência relativo ao 3º modo, observado durante os ensaios com peões em corrida (Figura 6.24), uma vez que não existem estudos sobre a distribuição estatística dos parâmetros associados à corrida, ao contrário do que sucede com a ação da caminhada. Tal como esperado, à medida que o número de peões do grupo aumenta, a gama de frequências da passada alarga dado que se torna mais difícil a sincronização correta entre todos os elementos do grupo.

A geração aleatória das frequências foi feita a partir do software Matlab, apresentando-se os resultados obtidos para a frequência de passada de cada peão na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 – Frequência de cada peão do grupo para uma distribuição normal de média 2,73 Hz e desvio padrão igual a 0,08 Hz

Peão	Frequência (Hz)
1	2,8128
2	2,7882
3	2,7057
4	2,7535
5	2,6670

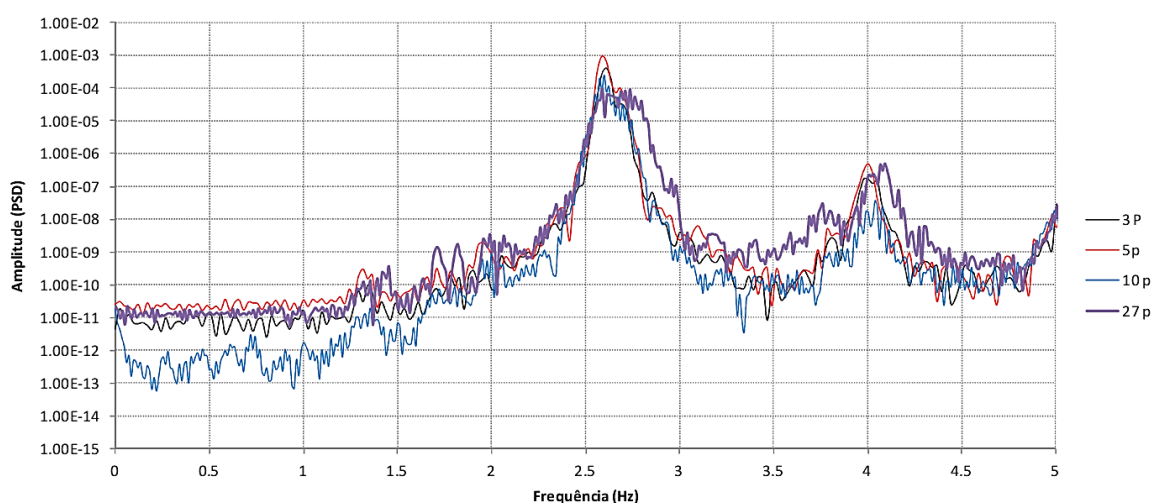


Figura 6.24 – Espectro de potência vertical da resposta para grupos de peões em corrida de várias dimensões, de acordo com os dados do ViBEST [25]

Para a hipótese dos peões circularem em ressonância, obteve-se uma aceleração máxima de $6,12 \text{ m/s}^2$ e um deslocamento máximo de 2,06 cm. Relativamente à situação com desvio padrão de 0.08 Hz, observou-se um valor máximo da aceleração de $3,39 \text{ m/s}^2$ e um valor de pico de deslocamento de 1,15 cm. Na Figura 6.25 representa-se a evolução da aceleração na secção de meio vão obtida no modelo, calculada para ambas as situações.

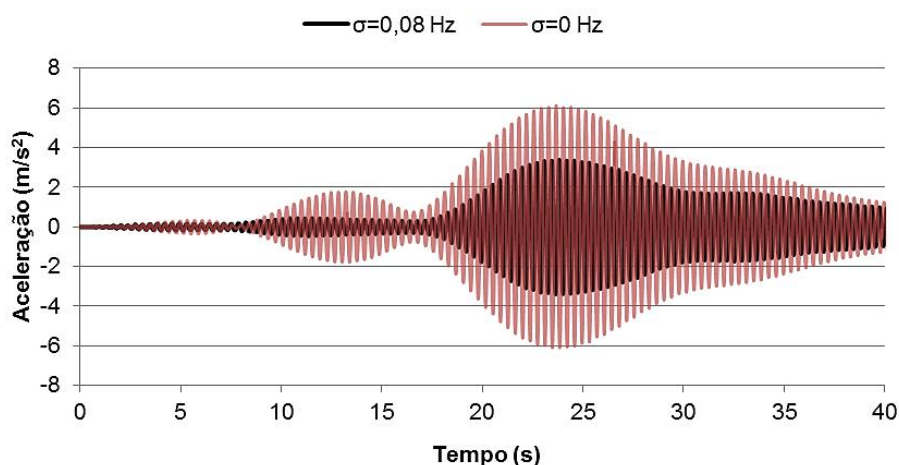


Figura 6.25 – Aceleração calculada para secção de meio vão para a passagem de um grupo de 5 peões em corrida, considerando desvios padrão nulo e igual a 0,08 Hz para a frequência da passada

Como se pode constatar, a consideração de um desvio padrão de 0,08 Hz resulta numa redução da resposta de quase 50%, em termos de acelerações, face à situação com todos os peões ressonantes com o 3º modo. Apesar disso, em ambas as situações as acelerações registadas ultrapassam largamente os valores recomendados.

Procurou-se, por último, modelar um grupo de 10 peões em circunstâncias semelhantes às descritas anteriormente. Para tal, adotou-se a disposição em planta indicada na Figura 6.26.

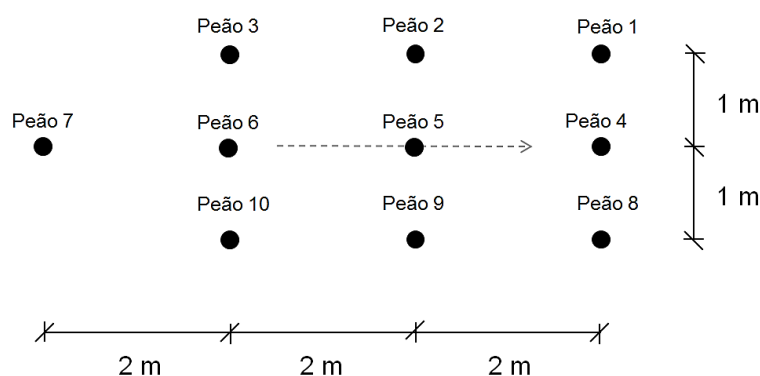


Figura 6.26 – Esquema em planta da distribuição dos peões num grupo de dez indivíduos

Foram consideradas duas hipóteses para o desvio padrão a adotar, novamente com base nos espectros de potência, tendo-se realizado uma análise para um desvio padrão de 0,12 Hz e outra admitindo o seu valor igual a 0,16 Hz. As frequências dos peões, geradas em Matlab, indicam-se na Tabela 6.5. Em ambos os casos considerou-se que os peões percorrem o tabuleiro da ponte a uma velocidade de 2,06 m/s, em concordância com a velocidade média observada nos ensaios experimentais.

Tabela 6.5 – Frequência de cada peão do grupo para uma distribuição normal de média 2,73 Hz e desvios padrão de 0,12 Hz e 0,16 Hz

Peão	Frequência para $\sigma=0,12$ (Hz)	Frequência para $\sigma=0,16$ (Hz)
1	2,7945	2,8810
2	2,9501	2,5350
3	2,4589	2,5483
4	2,8335	2,5924
5	2,7683	2,2295
6	2,5731	2,9745
7	2,6780	2,7853
8	2,7711	2,6017
9	3,1594	2,9630
10	3,0623	2,4390

A consideração de um desvio padrão de 0,16 Hz conduz a uma aceleração máxima de $1,75 \text{ m/s}^2$ e a um deslocamento máximo de 0,58 cm. Por seu lado, um desvio padrão de 0,12 Hz resulta numa aceleração máxima de $3,05 \text{ m/s}^2$ e num deslocamento máximo de 1,02 cm. Uma vez mais é importante realçar como pequenas variações do desvio padrão conduzem a valores de aceleração significativamente diferentes. Para o desvio padrão adotado, aliás, a aceleração obtida para um grupo de 10 peões foi inferior à calculada para um grupo de 5 indivíduos, o que traduz o facto de grupos de maiores dimensões dificilmente conseguirem exercer uma ação sincronizada. A aceleração na secção de meio vão para os dois conjuntos de frequências de passada é representada na Figura 6.27.

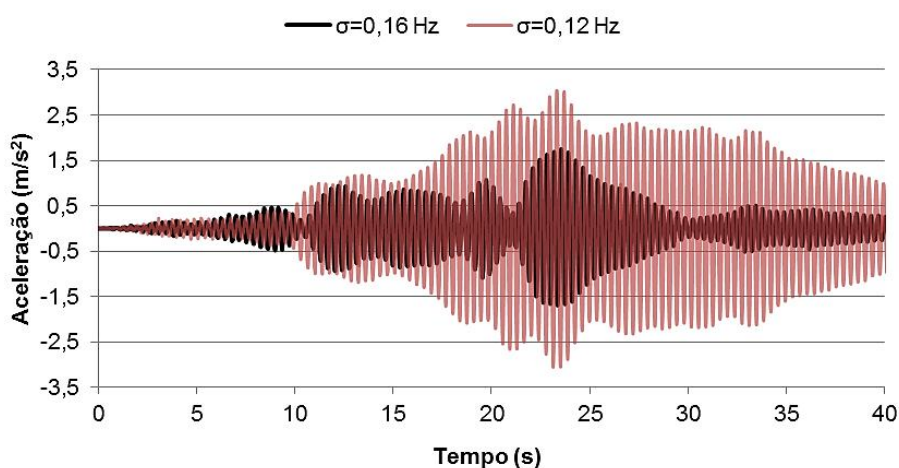


Figura 6.27 – Aceleração calculada para secção de meio vão para a passagem de um grupo de 10 peões em corrida, considerando desvios padrão de 0,12 Hz e 0,16 Hz para a frequência da passada

6.3. COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Uma vez que o ViBEST conduziu vários ensaios com peões em caminhada e corrida [25], foi possível comparar os resultados experimentais com os obtidos com os vários modelos de carga aplicados no modelo de elementos finitos. Um resumo dos resultados obtidos apresenta-se na Tabela 6.6.

Tabela 6.6 – Comparação entre valores máximos de aceleração obtidos experimentalmente e com o modelo

Solicitação	Aceleração máxima ensaios (m/s^2)	Aceleração máxima modelo (m/s^2)
Caminhada (10 Peões)	0,27	---
Caminhada (20 Peões)	0,39	---
Corrida (1 Peão)	0,96	1,19
Corrida (5 Peões)	3,20	3,39
Corrida (10 Peões)	3,97	3,05

Relativamente aos ensaios com peões em caminhada, registou-se uma aceleração vertical máxima de $0,27 \text{ m/s}^2$ para um grupo de 10 peões em caminhada centrada, tentativamente com frequência de passada igual a 1,64 Hz. Para um grupo de 20 peões nas mesmas condições, a aceleração de pico registada foi de $0,39 \text{ m/s}^2$. Lembra-se que, para a carga equivalente a um peão em caminhada a atuar na secção de um terço de vão, a aceleração máxima obtida foi de $0,13 \text{ m/s}^2$, cerca de metade do valor registado para o grupo de 10 peões.

Quanto à modelação de fluxos de peões, não existem registos da resposta real da estrutura uma vez que antes da instalação dos dispositivos de controlo de vibrações a ponte não se encontrava aberta ao público. Todavia, os dados recolhidos no dia da inauguração serão analisados no Capítulo 7.

No que concerne aos ensaios com peões em corrida, foi possível comparar os dados obtidos com os resultados do modelo de elementos finitos para a aplicação de cargas móveis. Na Figura 6.28 apresenta-se a comparação entre os resultados obtidos nos ensaios com um peão em corrida e a situação correspondente do modelo, para um peão que se desloca a uma velocidade de 2,62 m/s.

Como se pode constatar, a aproximação é muito satisfatória, observando-se que, como seria de esperar, os valores obtidos no modelo são ligeiramente superiores aos reais. De facto, na modelação assume-se que a frequência da passada é de valor constante e igual à frequência do 3º modo de vibração da ponte durante todo o percurso do peão, o que dificilmente se observará na realidade, resultando num valor ligeiramente superior ao dos ensaios experimentais. A aceleração máxima registada nos ensaios foi de $0,96 \text{ m/s}^2$, contra os $1,19 \text{ m/s}^2$ obtidos no Robot.

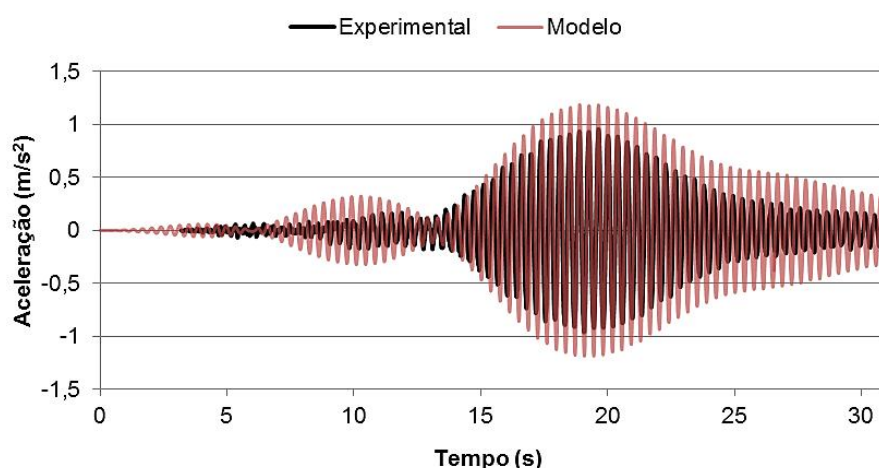


Figura 6.28 – Comparação dos resultados experimentais com os calculados com o modelo para um peão em corrida (secção de meio vão)

Em relação à modelação de um grupo de 5 peões, apresenta-se na Figura 6.29 a comparação entre as acelerações obtidas experimentalmente e as calculadas para o modelo, considerando uma distribuição normal das frequências de passada de média 2,73 Hz e desvio padrão 0,08 Hz e o grupo a deslocar-se a uma velocidade de 2,15 m/s.

Mais uma vez os resultados obtidos são bastante próximos, confirmando a adequabilidade da metodologia empregue na modelação da estrutura e das cargas. Observa-se, contudo, que em alguns pontos as envolventes não coincidem, o que se deve ao facto de, ao contrário do que sucede na modelação, os peões não circularem na realidade a uma velocidade absolutamente constante. A aceleração de pico obtida nos ensaios foi de 3,20 m/s^2 , face aos 3,39 m/s^2 calculados pelo modelo.

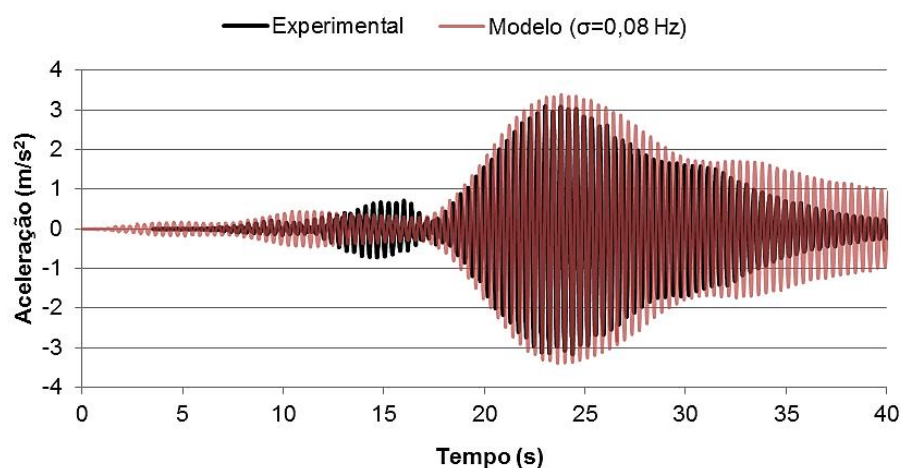


Figura 6.29 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos para um grupo de 5 peões em corrida com os calculados com o modelo, assumindo um desvio-padrão das frequências de 0,08 Hz (secção de meio vão)

Por último, comparam-se os resultados relativos à passagem de um grupo de 10 peões em corrida, conforme se ilustra nas Figuras 6.30 e 6.31. O ensaio consistiu no atravessamento da ponte num sentido e numa segunda passagem no sentido inverso. Apesar deste procedimento ter sido adotado igualmente para o grupo de 5 peões, a maior variação do comportamento dos peões devido ao facto de integrarem um grupo de maiores dimensões resultou em resultados significativamente diferentes nas duas séries de resultados, pelo que se optou por se apresentar o resultado para ambos os registos.

A modelação indicada corresponde à hipótese de um grupo de peões com frequências de passada que seguem uma distribuição normal de média 2,73 Hz e desvio padrão 0,12 Hz, percorrendo o tabuleiro a uma velocidade de 2,06 m/s.

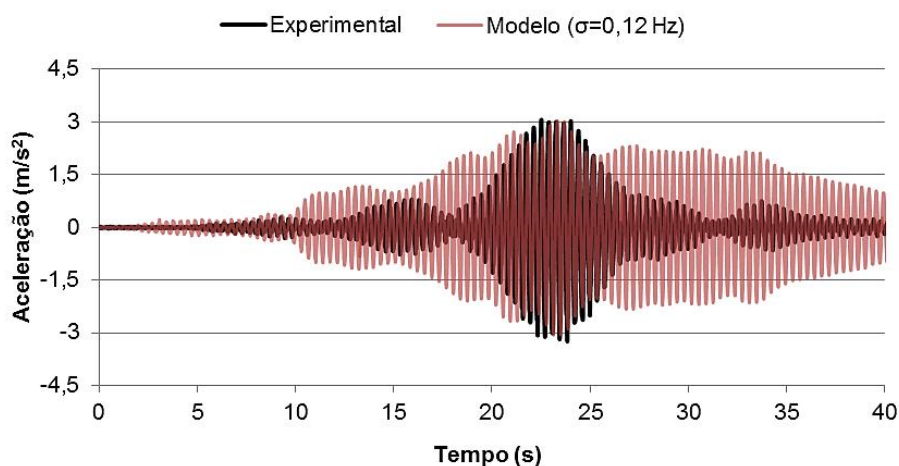


Figura 6.30 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos para um grupo de 10 peões em corrida considerando um desvio-padrão das frequências de 0,12 Hz, na secção de meio vão (1ª série de medições)

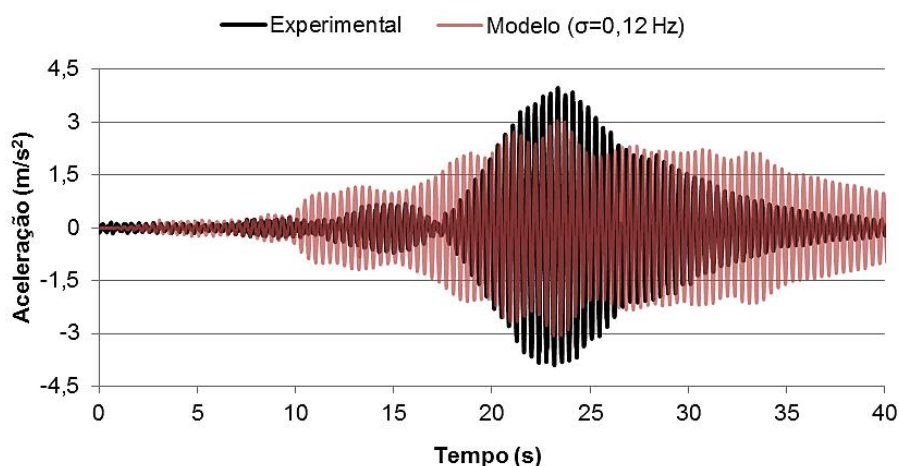


Figura 6.31 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos para um grupo de 10 peões em corrida considerando um desvio-padrão das frequências de 0,12 Hz, na secção de meio vão (2ª série de medições)

Em termos de valores máximos, a primeira passagem aproxima-se bastante dos resultados obtidos com o modelo, tendo-se observado um pico de aceleração de $3,06 \text{ m/s}^2$. Na segunda passagem, todavia, a aceleração máxima registada foi de $3,97 \text{ m/s}^2$. Relembra-se que a aceleração máxima obtida com o modelo foi de $3,05 \text{ m/s}^2$.

Por observação das envolventes das acelerações experimentais e do modelo, é patente uma diferença assinalável na sua forma, ao contrário do que acontecia com o grupo de 5 peões ou com a passagem de um único peão. Este facto pode dever-se a vários fatores, entre os quais o desvio padrão adotado para a frequência da passada dos peões ou o próprio espaçamento entre peões do grupo.

Apesar disso, comprova-se que a modelação dos grupos conduz a uma estimativa realista do nível de vibrações da ponte para condições reais equivalentes.

6.4. CONCLUSÕES

Tendo em conta os resultados expostos nas secções anteriores, é possível tecer algumas considerações relativamente às vibrações observadas na Ponte Pedonal da Rabada.

De facto, e tendo em conta as recomendações técnicas existentes, é possível classificar as vibrações observadas em termos do conforto dos utilizadores para cada um dos cenários de carga avaliados. Na Tabela 6.7 resumem-se os resultados dos ensaios e do modelo de elementos finitos, assim como a respetiva classificação de conforto, de acordo com o SÉTRA.

Tabela 6.7 – Valores máximos de aceleração vertical obtidos nos ensaios e calculados com o modelo de elementos finitos e respetiva classificação de conforto para vários cenários de carga

Ação	Aceleração máxima Ensaio (m/s^2)	Aceleração máxima Modelo (m/s^2)	Classificação de Conforto
Peão em caminhada (carga pontual)	---	0,13	Conforto máximo (Classe 1)
Fluxo de peões em caminhada (TC3)	---	0,65	Conforto médio (Classe 2)
Fluxo de peões em caminhada (TC4)	---	1,14	Conforto mínimo (Classe 3)
Fluxo de peões em caminhada (TC5)	---	1,33	Conforto mínimo (Classe 3)
Peão em corrida (carga pontual sinusoidal)	---	3,16	Intolerável
Peão em corrida (carga móvel)	0,96	1,19	Conforto médio ou mínimo (Classe 2 ou 3)
Grupo de 5 peões em corrida (cargas móveis)	3,20	3,39	Intolerável
Grupo de 10 peões em corrida (cargas móveis)	3,97	3,05	Intolerável

As análises realizadas permitem concluir que, em primeiro lugar, o conforto associado aos fluxos de peões em caminhada é bastante baixo uma vez que, para a classe de tráfego TC4 (correspondente a uma densidade de 1,0 peão por metro quadrado) se registam já vibrações muito significativas. Deste modo, considera-se adequada a aplicação de dispositivos de controlo de vibrações relativamente ao primeiro modo de vibração da estrutura.

Por outro lado, as acelerações máximas observadas para peões em corrida ultrapassam largamente os valores de vibração recomendados, mesmo para grupos pequenos de peões. De facto, um único peão em corrida consegue mobilizar níveis de vibração perceptíveis por parte dos utilizadores da ponte, o que não é recomendável para uma excitação de valor tão baixo. Assim, e apesar da ausência de recomendações sobre a ação de peões em corrida, o controlo do 3º modo de vibração revela-se fundamental para o bom comportamento da estrutura em serviço.

No capítulo seguinte detalhar-se-á o comportamento dinâmico da Ponte Pedonal da Rabada após instalação dos amortecedores de massas sintonizadas (TMDs).

7

COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE DA RABADA APÓS INSTALAÇÃO DOS TMDs

7.1. INTRODUÇÃO

Na sequência dos valores de vibração obtidos nos ensaios conduzidos pelo ViBEST e comprovados nas simulações numéricas realizadas no capítulo anterior, optou-se pela instalação de amortecedores de massas sintonizadas (TMDs) com o objetivo de mitigar as vibrações verticais associadas ao primeiro e terceiro modos de vibração da estrutura.

Em seguida, indicam-se os parâmetros de dimensionamento adotados assim como as propriedades dinâmicas do novo sistema e os respetivos valores de deslocamento e aceleração máximos para as cargas relevantes.

Pretende-se, por isso, comparar os valores obtidos na simulação numérica da ponte com TMDs com os resultados dos ensaios realizados após a sua instalação na estrutura, com o objetivo de tirar conclusões sobre a eficiência do sistema de controlo de vibrações adotado e o grau de conforto sentido pelos utilizadores em situações de serviço.

7.2. DIMENSIONAMENTO DOS TMDs

O dimensionamento dos TMDs foi feito a partir das expressões expostas no Capítulo 3. Para que os valores recolhidos em ensaios experimentais sejam comparáveis com os valores discutidos no presente trabalho, adotaram-se os valores de massa dos TMDs pré-dimensionados pelo ViBEST. Assim, para o 1º modo de vibração, foi utilizado um TMD de massa igual a 1400 kg e para o 3º modo de vibração um TMD com 500 kg de massa.

Os TMDs associados a cada modo foram ainda divididos em dois dispositivos individuais equivalentes, de forma a facilitar a sua instalação na estrutura. Apesar disso, e de forma a simplificar a modelação numérica dos TMDs, doravante admite-se que a cada modo está apenas associado um único TMD. Este facto não afeta os resultados, tratando-se apenas de uma questão de índole prática.

O dimensionamento foi feito para as frequências e massas modais do modelo numérico desenvolvido. As características obtidas para cada TMD indicam-se na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Características dos TMDs

Modo	Frequência (Hz)	Massa Modal (kg)	Massa TMD (kg)	μ (%)	k_{TMD} (N/m)	c_{TMD} (Ns/m)	Frequência TMD (Hz)
1	1,61	80297	1400	1,74	138397	2193	1,582
3	2,73	30256	500	1,65	142370	1296	2,686

Na Figura 7.1 apresenta-se uma fotografia de cada um dos TMDs utilizados na ponte, com os parâmetros indicados anteriormente. Destaca-se o facto de estes terem sido os primeiros TMDs alguma vez fabricados em Portugal, tendo a sua execução ficado a cargo da empresa Socometal.



(a)



(b)

Figura 7.1 – TMDs utilizados na Ponte Pedonal da Rabada para controlo do 1º (a) e do 3º modo (b)

As características dimensionadas foram validadas por intermédio de ensaios dos TMDs, realizados pelo ViBEST antes da sua instalação na ponte de forma a garantir o adequado funcionamento do sistema de controlo de vibrações.

Os ensaios consistem na excitação manual e em ressonância dos TMDs, registrando a vibração da sua massa através de acelerómetros. Deste modo, obtém-se a frequência natural do TMD que pode ser posteriormente comparada à frequência calculada. Caso o TMD não apresente exatamente a frequência pretendida pode proceder-se a um ajuste das suas características, comumente recorrendo ao aumento da sua massa através da adição de chapas metálicas. Por esse motivo, o TMD é geralmente fabricado com uma massa ligeiramente inferior à pretendida, de forma a permitir acomodar os ajustes por adição de massa.

Observou-se contudo, em relação à Ponte da Rabada, que a frequência do TMD era inferior à pretendida, o que exigiu a redução da massa do dispositivo ou o aumento da sua rigidez. No caso em estudo, o problema foi solucionado através da união de espiras das molas que compõe os TMDs, o que aumentou a sua rigidez e permitiu ajustar adequadamente a sua frequência.

Na Figura 7.2 ilustra-se o processo de ensaio dos TMDs, levado a cabo pelo ViBEST.



Figura 7.2 – Ensaio de validação dos parâmetros dinâmicos dos TMDs

A instalação dos TMDs leva a que cada um dos modos de vibração se divida em dois, ou seja, cada modo controlado passa a ter duas novas frequências naturais. As novas frequências da estrutura e os respetivos coeficientes de amortecimento indicam-se na Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Frequências de vibração e correspondentes coeficientes de amortecimento da estrutura após instalação dos TMDs

Modo	Frequência original (Hz)	$f_{i,1}$ (Hz)	$\xi_{i,1}$ (%)	$f_{i,2}$ (Hz)	$\xi_{i,2}$ (%)
1	1,61	1,494	4,55	1,705	4,72
3	2,73	2,539	4,13	2,887	4,20

Na Figura 7.3 representa-se a forma como os TMDs estão acomodados na ponte, por intermédio de “caixas” metálicas montadas para o efeito.



Figura 7.3 – TMDs na Ponte Pedonal da Rabada para controlo do 1º modo (a) e do 3º modo vibração (b)

7.2.1. ESTIMATIVA DA EFICIÊNCIA DOS TMDs

Com base nos métodos simplificados abordados em 3.3.3.5 pode calcular-se a resposta da estrutura em termos de acelerações no domínio da frequência. Assim, relativamente à análise do primeiro modo de vibração, e para a atuação de uma carga sinusoidal de amplitude igual a 300 N (correspondente à amplitude da força exercida por um peão com 750 N de peso em caminhada) no ponto de máxima ordenada modal, o contributo do primeiro modo de vibração para a resposta da estrutura em função da frequência da ação é dado na Figura 7.4. A comparação entre a resposta estimada antes e após a instalação do TMD é feita na Figura 7.5.

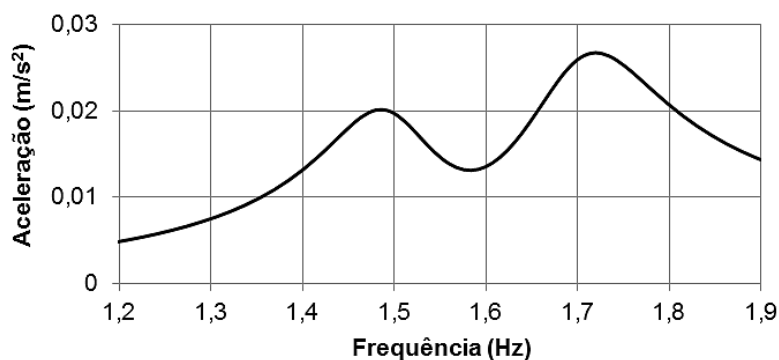


Figura 7.4 – Resposta em frequência da estrutura após instalação dos TMDs para ação de um peão em caminhada, considerando apenas o contributo do 1º modo de vibração

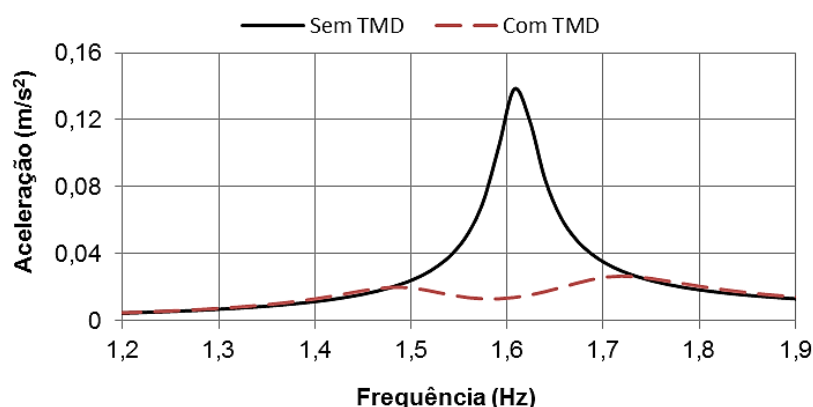


Figura 7.5 – Comparação entre a resposta em frequência antes e após a aplicação do TMD para o 1º modo de vibração sob ação de um peão em caminhada

Os gráficos obtidos permitem concluir que a segunda frequência resultante da instalação do TMD associado à ação da caminhada se revela ligeiramente mais crítica do que a primeira. A aceleração máxima com TMD fica-se pelos $0,027 \text{ m/s}^2$, contra os $0,13 \text{ m/s}^2$ obtidos para a estrutura sem controlo de vibrações. Em termos de deslocamentos, o valor máximo obtido após instalação do TMD é de 0,23 mm, bastante inferior aos 1,3 mm calculados para a estrutura original.

Analogamente, o mesmo procedimento pode ser aplicado ao 3º modo de vibração. Contudo, neste caso a ação tem uma amplitude de 1250 N uma vez que se reproduz a força exercida por um peão em corrida aplicada no ponto de máxima ordenada modal. A aceleração obtida em função da frequência nestas condições é representada na Figura 7.6, e a respetiva comparação com a resposta anterior à aplicação do TMD é feita na Figura 7.7.

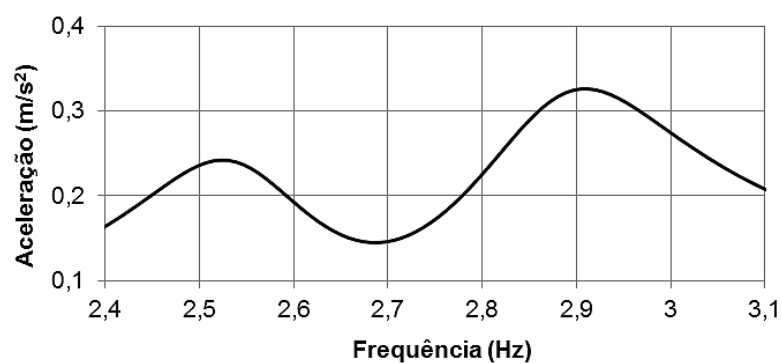


Figura 7.6 – Resposta em frequência da estrutura após instalação dos TMDs para ação de um peão em corrida, considerando apenas o contributo do 3º modo de vibração

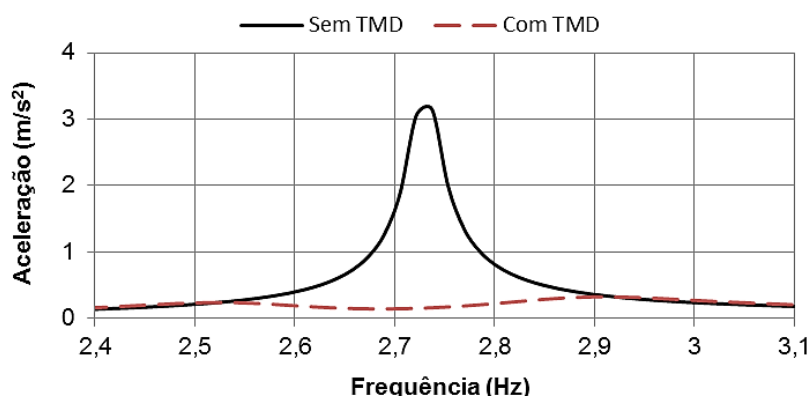


Figura 7.7 – Comparação entre a resposta em frequência antes e após a aplicação do TMD para o 3º modo de vibração sob ação de um peão em corrida

Uma vez mais, o segundo modo de vibração resultante da aplicação do TMD é o mais gravoso em termos de resposta estrutural. Relativamente às acelerações, observou-se uma redução dos $3,16 \text{ m/s}^2$ originalmente calculados para um valor máximo de $0,33 \text{ m/s}^2$ após instalação do TMD. Quanto aos deslocamentos, observa-se que, sem TMD, o valor máximo é de $10,7 \text{ mm}$, passando a estimar-se um deslocamento de pico de $0,98 \text{ mm}$ após a sua aplicação na estrutura.

Na Tabela 7.3 indicam-se os valores máximos de aceleração e deslocamento da estrutura com e sem TMD para ação de peões em caminhada e corrida, assim como o respetivo valor da eficiência em termos de acelerações (η_a) e deslocamentos (η_d), definindo este parâmetro através do quociente entre a aceleração ou deslocamento no sistema original e no sistema amortecido.

Tabela 7.3 – Valores teóricos das acelerações e deslocamentos máximos antes e após instalação dos TMDs e respetivos valores de eficiência

Ação	$a_{\max}$ sem TMD (m/s^2)	$a_{\max}$ com TMD (m/s^2)	η_a	$\delta_{\max}$ sem TMD (mm)	$\delta_{\max}$ com TMD (mm)	η_d
Caminhada	0,13	0,027	4,81	1,3	0,23	5,65
Corrida	3,16	0,33	9,57	10,7	0,98	10,92

7.3. APLICAÇÃO DAS RECOMENDAÇÕES TÉCNICAS

7.3.1. MODELAÇÃO NUMÉRICA DOS TMDs

De forma a melhor aferir o comportamento da estrutura após a instalação dos TMDs, estes foram introduzidos na modelação numérica realizada.

Como tal, e para cada um dos modos controlados, foi introduzido um nó adicional na secção de coordenada modal máxima correspondente (ou seja, na secção de um terço de vão para o TMD associado ao primeiro modo de vibração e na secção de meio vão para o TMD referente ao terceiro modo de vibração), posicionado no eixo da ponte e um metro abaixo do nó do tabuleiro. Em seguida,

atribuiu-se uma massa nodal de valor igual à massa pré-dimensionada de cada TMD e, recorrendo à opção “compatible nodes” do Robot, garantiu-se a ligação em termos de deslocamentos verticais entre esse nó e o nó do tabuleiro correspondente, caracterizando-se a ligação por uma rigidez de valor igual ao indicado na Tabela 7.1.

Relativamente ao amortecimento, este foi considerado através do valor da constante α do Amortecimento de Rayleigh, uma vez mais calculando o seu valor para um único ponto referente à frequência crítica. Os valores dos coeficientes de amortecimento modais do primeiro e terceiro modos de vibração foram conservativamente considerados iguais a 70% dos valores indicados na Tabela 7.1. Deste modo, os resultados da resposta serão mais elevados que os obtidos pela análise simplificada apresentada anteriormente.

As novas frequências naturais resultantes da análise com o modelo de elementos finitos foram de encontro às anteriormente calculadas (Tabela 7.2).

Um esquema da modelação dos TMDs do 1º e 3º modos é dado, respetivamente, na Figura 7.8 e Figura 7.9.

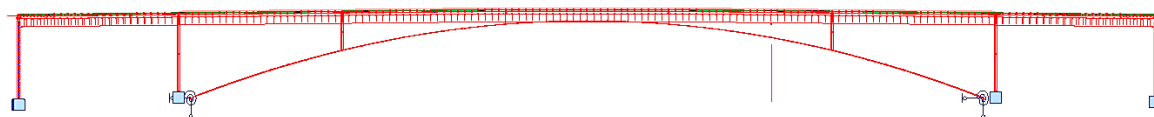


Figura 7.8 – Modelação do TMD para controlo do 1º modo de vibração

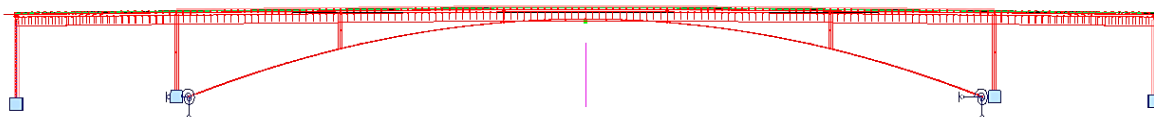


Figura 7.9 – Modelação do TMD para controlo do 3º modo de vibração

7.3.2. AÇÃO DE PEÕES EM CAMINHADA

Relativamente à ação da caminhada, replicaram-se os modelos de carga utilizados no Capítulo 6 respeitantes à situação sem TMD, ou seja, a ação de um peão individual foi modelada por intermédio de uma carga dinâmica pontual atuante na secção de um terço de vão e a ação de fluxos de peões foi simulada por cargas dinâmicas uniformemente distribuídas de sinal concordante com a configuração do 1º modo de vibração. Os resultados de cada uma das análises realizadas apresentam-se nas secções seguintes.

7.3.2.1 Aplicação de uma carga pontual na secção de um terço de vão

À semelhança do que foi feito para o modelo sem TMD, aplicou-se uma carga sinusoidal de amplitude igual a 300 N na secção de um terço de vão, de frequência igual à frequência crítica de vibração da estrutura (neste caso, $f=1,71$ Hz). Nestas condições obteve-se uma aceleração máxima de $0,033 \text{ m/s}^2$ e um deslocamento máximo de 0,28 mm. A resposta em termos de acelerações na secção de um terço de vão é representada na Figura 7.10.

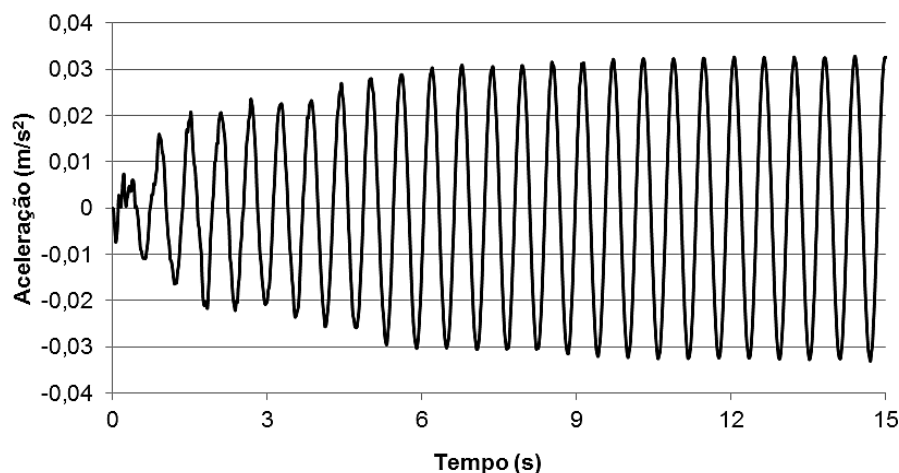


Figura 7.10 – Aceleração obtida no modelo de elementos finitos para a secção de um terço de vão, no nó de bordo do tabuleiro, para uma força sinusoidal equivalente à ação de um peão em caminhada aplicada nessa secção

Face aos valores estimados com o método simplificado exposto em 7.2.1, a resposta obtida com o modelo é ligeiramente superior devido à redução do coeficiente de amortecimento modal por um fator de 0,7. Em comparação com a resposta sem TMD, para o qual se obteve um valor máximo de aceleração $0,13 \text{ m/s}^2$ (Figura 6.2), observa-se que a resposta da estrutura estabiliza de forma mais rápida devido ao aumento do amortecimento estrutural. Em termos da aceleração de pico calculada, a aplicação do TMD resultou numa resposta 3,9 vezes inferior.

7.3.2.2 Modelação de fluxos de peões

A modelação de fluxos de peões após instalação do TMD é caracterizada por algumas diferenças assinaláveis. Enquanto anteriormente a ação era considerada em ressonância com o modo de vibração a controlar, neste caso a existência de duas frequências próximas do valor original leva a que seja necessário realizar duas análises distintas para cada classe de tráfego a estudar.

Se, por um lado, se observou que a frequência crítica após instalação do TMD diz respeito à nova frequência mais elevada, a consideração da massa dos peões leva a que essa frequência reduza o seu valor, aproximando-se da frequência controlada e, por conseguinte, conduzindo a uma resposta de magnitude inferior. Por outro lado, a frequência mais baixa também diminui, reduzindo-se o risco dos peões entrarem em ressonância com esse modo. Este facto traduz-se num decréscimo do parâmetro $\psi_{1,1}$ e, consequentemente, numa redução do valor da carga aplicada.

Estes dois fatores levam a que não seja possível determinar de forma direta a frequência mais gravosa da ação. Por este motivo, optou-se por analisar a ação dos fluxos de peões ressonante com ambos os

modos de vibração da estrutura. As características das novas funções de carga indicam-se na Tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Parâmetros definidores das cargas aplicadas para modelação de fluxos de peões em caminhada, após instalação dos TMDs

Classe de Tráfego	Frequência da ação (Hz)	Densidade (P/m ²)	Peso dos peões (kN/m ²)	$\psi_{1,1}$	λ
TC3	1,467	0,5	0,35	0,667	0,1390
TC3	1,667	0,5	0,35	0,953	0,1390
TC4	1,440	1,0	0,70	0,629	0,0916
TC4	1,644	1,0	0,70	0,920	0,0916
TC5	1,411	1,5	1,05	0,587	0,0759
TC5	1,628	1,5	1,05	0,897	0,0759

As funções de carga referentes à classe de tráfego TC3, isto é, a um fluxo de peões de densidade igual a 0,5 peões por metro quadrado, são dadas pelas equações (7.1) e (7.2), respeitantes respetivamente ao primeiro ($p_{1,1}^{TC3}$) e segundo ($p_{1,2}^{TC3}$) modos resultantes da instalação do TMD. As expressões foram calculadas com base nos parâmetros da Tabela 7.4, a partir da equação (2.12). A resposta obtida, em termos dos valores máximos de aceleração e deslocamento, é indicada na Tabela 7.5.

$$p_{1,1}^{TC3}(t) = 0,0464 \times 280 \cos(2\pi \times 1,467t) \quad (7.1)$$

$$p_{1,2}^{TC3}(t) = 0,0662 \times 280 \cos(2\pi \times 1,667t) \quad (7.2)$$

Tabela 7.5 – Aceleração e deslocamento máximos para fluxos de peões correspondentes à classe de tráfego TC3, em ressonância com o primeiro e segundo modos de vibração

Carregamento	$a_{\max}$ (m/s ²)	$\delta_{\max}$ (cm)
$p_{1,1}^{TC3}$	0,197	0,23
$p_{1,2}^{TC3}$	0,301	0,27

Nas Figuras 7.11 e 7.12 representa-se a resposta obtida com o modelo em termos de acelerações para as ações expressas nas equações (7.1) e (7.2).

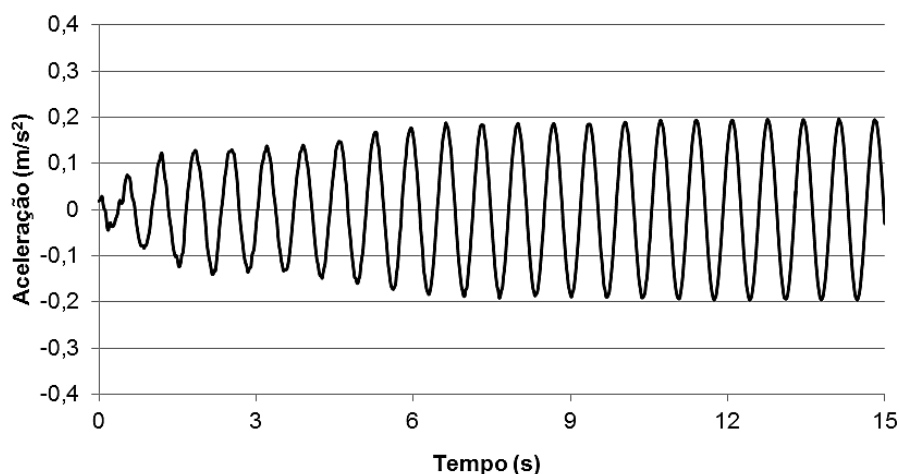


Figura 7.11 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC3 ressonante com o 1º modo de vibração, após aplicação do TMD

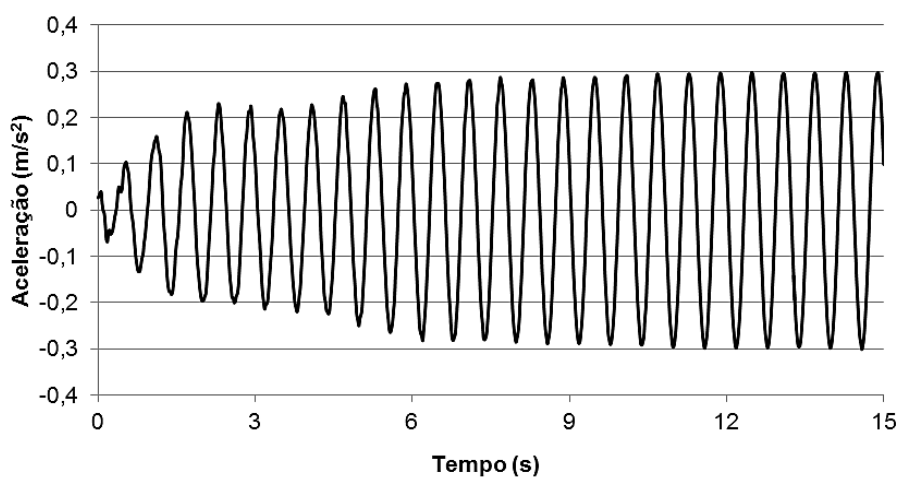


Figura 7.12 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC3 ressonante com o 2º modo de vibração, após aplicação do TMD

Para a ação relativa à classe de tráfego TC4 (Tabela 7.4), obtiveram-se as seguintes funções de carga:

$$p_{1,1}^{TC4}(t) = 0,0576 \times 280 \cos(2\pi \times 1,440t) \quad (7.3)$$

$$p_{1,2}^{TC4}(t) = 0,0843 \times 280 \cos(2\pi \times 1,644t) \quad (7.4)$$

A resposta para estes carregamentos é dada na Tabela 7.6. A representação da resposta em termos de acelerações é feita na Figura 7.13 e na Figura 7.14.

Tabela 7.6 – Aceleração e deslocamento máximos para fluxos de peões correspondentes à classe de tráfego TC4, em ressonância com o primeiro e segundo modos de vibração

Carregamento	$a_{\max}$ (m/s ²)	$\delta_{\max}$ (cm)
$p_{1,1}^{TC4}$	0,269	0,33
$p_{1,2}^{TC4}$	0,294	0,27

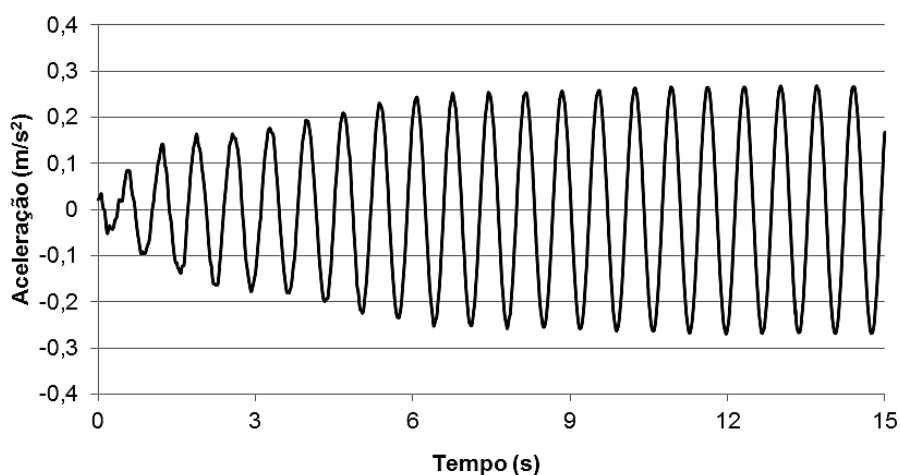


Figura 7.13 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC4 ressonante com o 1º modo de vibração, após aplicação do TMD

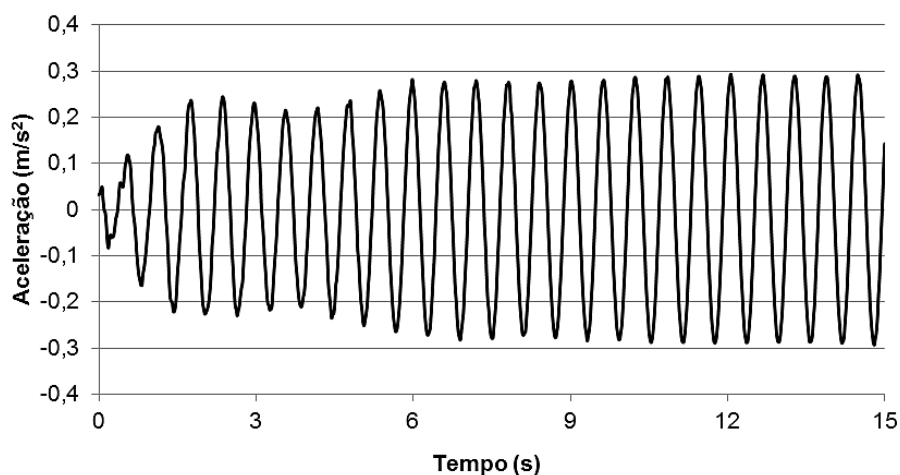


Figura 7.14 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC4 ressonante com o 2º modo de vibração, após aplicação do TMD

Por último, as equações (7.5) e (7.6) exprimem as funções de carga calculadas para a classe de tráfego TC5 (Tabela 7.4), indicando-se na Tabela 7.7 os valores máximos de aceleração e deslocamento obtidos.

$$p_{1,1}^{TC5}(t) = 0,0669 \times 280 \cos(2\pi \times 1,411t) \quad (7.5)$$

$$p_{1,2}^{TC5}(t) = 0,1023 \times 280 \cos(2\pi \times 1,628t) \quad (7.6)$$

Tabela 7.7 – Aceleração e deslocamento máximos para fluxos de peões correspondentes à classe de tráfego TC5, em ressonância com o primeiro e segundo modos de vibração

Carregamento	$a_{\max}$ (m/s ²)	$\delta_{\max}$ (cm)
$p_{1,1}^{TC5}$	0,327	0,41
$p_{1,2}^{TC5}$	0,275	0,26

A evolução da aceleração em função do tempo para cada um dos carregamentos é representada na Figura 7.15 e na Figura 7.16.

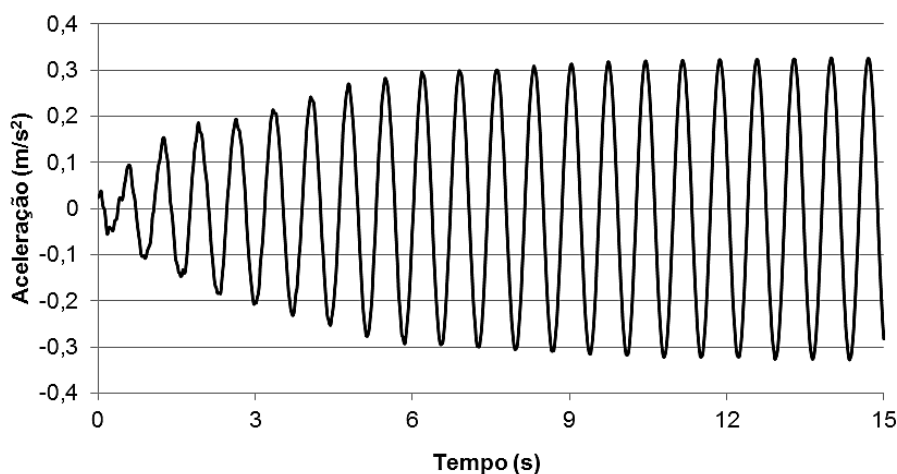


Figura 7.15 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC5 ressonante com o 1º modo de vibração, após aplicação do TMD

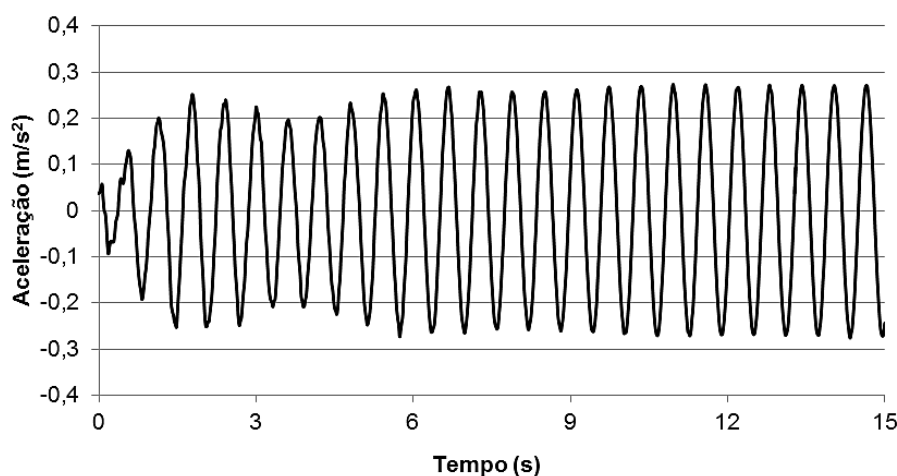


Figura 7.16 – Aceleração na secção de um terço de vão para um fluxo de peões correspondente à classe de tráfego TC5 ressonante com o 2º modo de vibração, após aplicação do TMD

Uma síntese dos valores de aceleração obtidos apresenta-se na Tabela 7.8, incluindo os valores de eficiência do sistema de controlo de vibrações adotado para cada situação. De forma idêntica, indicam-se na Tabela 7.9 os valores obtidos em termos de deslocamentos. De acordo com os resultados obtidos, pode concluir-se que, quanto maior a amplitude da ação atuante, maior é a eficiência do TMD na redução das acelerações e deslocamentos.

Tabela 7.8 – Síntese dos valores de aceleração máxima obtidos e eficiência do TMD

Classe de Tráfego	$a_{\max}$ sem TMD (m/s^2)	$a_{\max}$ com TMD (m/s^2)		η_a
		Modo 1	Modo 2	
TC3	0,65	0,20	0,30	2,17
TC4	1,14	0,27	0,29	3,93
TC5	1,33	0,33	0,28	4,03

Tabela 7.9 – Síntese dos valores de deslocamento máximo obtidos e eficiência do TMD

Classe de Tráfego	$\delta_{\max}$ sem TMD (cm)	$\delta_{\max}$ com TMD (cm)		η_d
		Modo 1	Modo 2	
TC3	0,67	0,23	0,27	2,48
TC4	1,26	0,33	0,27	3,82
TC5	1,58	0,41	0,26	3,85

7.3.3. AÇÃO DE PEÕES EM CORRIDA

De forma a analisar o comportamento da estrutura após instalação do TMD relativo ao 3º modo de vibração da estrutura, realizaram-se análises com cargas dinâmicas pontuais de natureza harmónica e impulsiva, assim como análises com cargas móveis representativas de um peão individual e de um grupo de 5 peões em corrida.

7.3.3.1 Aplicação de uma carga dinâmica pontual na secção de meio vão

Procurando reproduzir as análises realizadas no Capítulo 6, fez-se atuar no ponto de coordenada modal máxima (isto é, na secção de meio vão) uma carga pontual harmónica de amplitude 1250 N e frequência igual à frequência crítica da estrutura, $f=2,89$ Hz.

Para este caso, a aceleração atingiu um valor máximo de $0,424 \text{ m/s}^2$ e o deslocamento um pico de 0,13 cm. O gráfico da aceleração em função do tempo é dado na Figura 7.17.

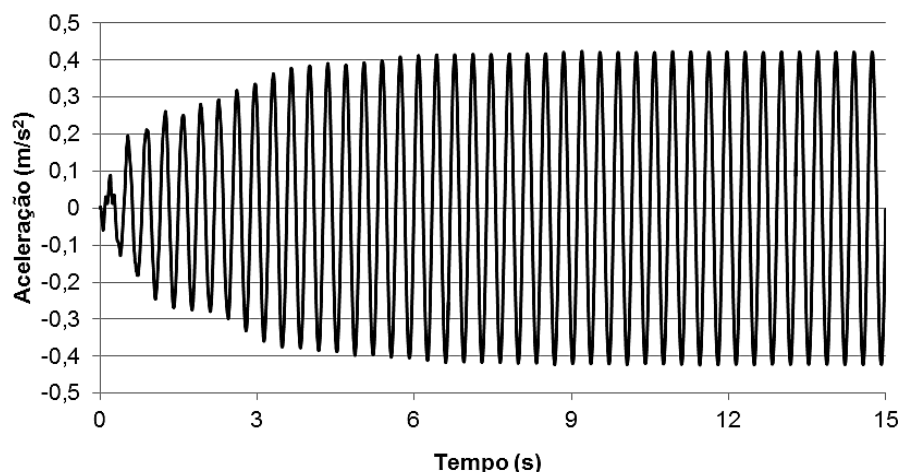


Figura 7.17 – Aceleração obtida no modelo de elementos finitos para a secção de meio de vão, no nó de bordo do tabuleiro, para uma força sinusoidal equivalente à ação de um peão em corrida após instalação do TMD

A força foi também modelada por uma ação impulsiva semi-sinusoidal, considerando um tempo de contacto de 0,209 s, determinado através da expressão (2.3), sugerida por Alves [5], e um período de 0,346 s, em concordância com a frequência crítica da ponte após instalação do TMD.

Nestas circunstâncias, a aceleração máxima tomou o valor de $0,369 \text{ m/s}^2$ e o deslocamento máximo foi de 0,11 cm. A evolução da aceleração é dada na Figura 7.18.

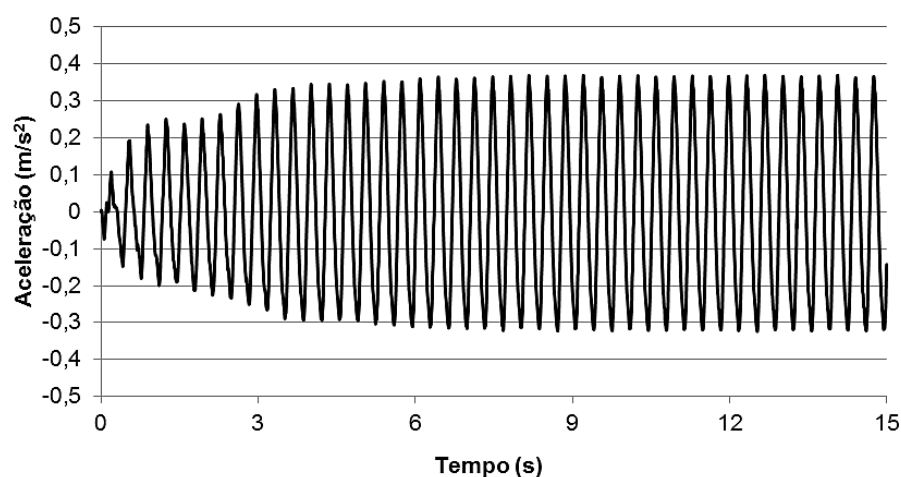


Figura 7.18 – Aceleração obtida no modelo de elementos finitos para a secção de meio de vão, no nó de bordo do tabuleiro, para uma força semi-sinusoidal equivalente à ação de um peão em corrida após instalação do TMD

Na Tabela 7.10 resumem-se os resultados obtidos antes e após a aplicação do TMD associado ao 3º modo de vibração para cargas dinâmicas pontuais, incluindo respetivos valores de eficiência do TMD em termos de deslocamentos e acelerações.

Tabela 7.10 – Comparação da resposta para ações pontuais antes e após instalação do TMD de controlo do 3º modo de vibração

Ação	Deslocamento máximo (cm)		η_d	Aceleração máxima (m/s ²)		η_a
	Sem TMD	Com TMD		Sem TMD	Com TMD	
Harmónica	1,07	0,13	8,23	3,16	0,42	7,52
Impulsos	0,77	0,11	7,00	2,27	0,37	6,14

7.3.3.2 Atuação de uma carga pontual móvel

Seguindo as recomendações HIVOSS, foi novamente aplicada uma carga pontual móvel de natureza harmónica a percorrer o tabuleiro da ponte ao longo do seu eixo, a uma velocidade constante de 3 m/s. A frequência da ação foi tomada igual à frequência crítica da ponte após instalação do TMD associado ao 3º modo de vibração, isto é, $f=2,89$ Hz.

Para esta ação, a aceleração máxima obtida foi de 0,340 m/s², enquanto o deslocamento atingiu 0,10 cm. A aceleração na secção de meio vão é representada na Figura 7.19.

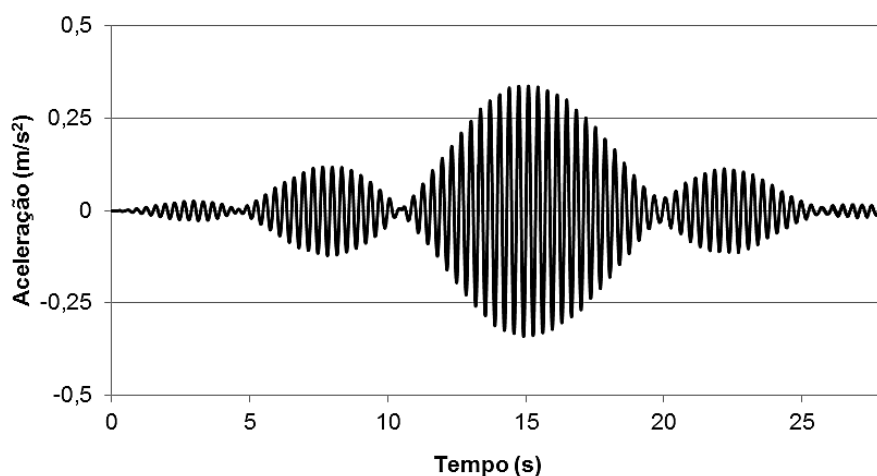


Figura 7.19 – Aceleração calculada na secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida com uma velocidade de 3 m/s, após instalação do TMD

No Capítulo 6 concluiu-se que a velocidade de propagação da carga tinha um peso muito significativo na resposta da estrutura antes da instalação do TMD. De forma a avaliar se esta suscetibilidade se mantém, foram novamente aplicadas cargas à velocidade de 2.00, 2.62 e 3.50 m/s. As acelerações obtidas com o modelo de elementos finitos estão representadas nas Figuras 7.20, 7.21 e 7.22. Os valores máximos estão resumidos na Tabela 7.11.

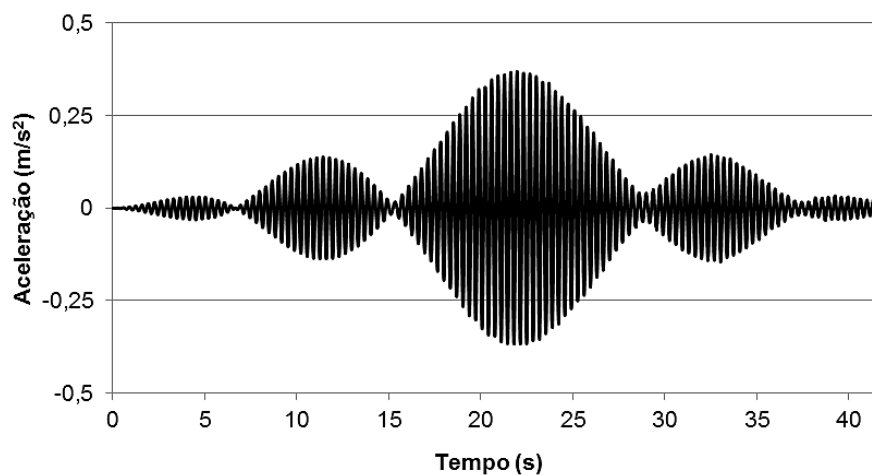


Figura 7.20 – Aceleração calculada na secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida com uma velocidade de 2 m/s, após instalação do TMD

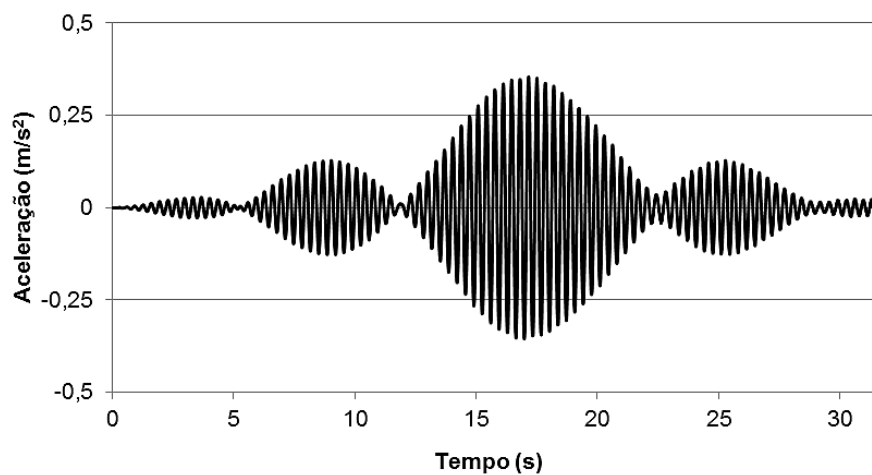


Figura 7.21 – Aceleração calculada na secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida com uma velocidade de 2,62 m/s, após instalação do TMD

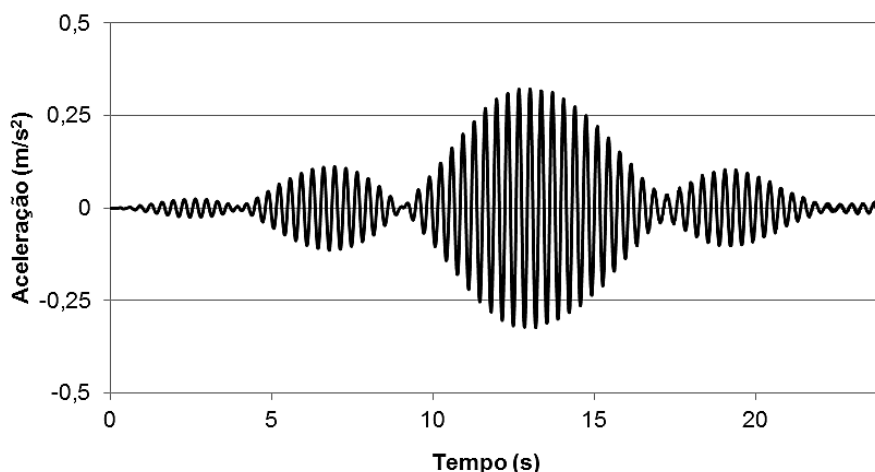


Figura 7.22 – Aceleração calculada na secção de meio vão para a passagem de um peão em corrida com uma velocidade de 3,5 m/s, após instalação do TMD

Tabela 7.11 – Valores máximos de aceleração com e sem TMD para cargas móveis a diferentes velocidades

Velocidade (m/s)	Aceleração máxima (m/s^2)		η_a
	Sem TMD	Com TMD	
2,0	1,45	0,37	3,92
2,62	1,19	0,35	3,40
3,0	1,06	0,34	3,12
3,5	0,94	0,32	2,94

Como se pode constatar pelos valores da Tabela 7.11, a variação da velocidade de propagação do peão passa a assumir uma importância substancialmente menor na resposta da estrutura após instalação do TMD. De facto, sem TMD, a variação deste parâmetro na gama indicada conduzia a uma diferença na resposta de até 54%, verificando-se que, após aplicação do TMD, a variação da resposta não ultrapassa os 16%.

Adicionalmente, verifica-se que, independentemente da velocidade do peão, a aceleração máxima registada encontra-se já em valores satisfatórios em termos do conforto dos peões, ao contrário do que sucedia quando a estrutura não dispunha de quaisquer dispositivos de controlo de vibrações.

7.3.3.3 Modelação de grupos em corrida

Para além da situação com um peão em corrida, foi também modelado novamente um grupo de 5 peões em corrida. Analogamente ao procedimento utilizado para a estrutura sem TMD, a ação dos peões foi modelada por cargas móveis definidas por funções de carga harmónicas simples, tendo-se gerado aleatoriamente as frequências de passada de cada um dos peões do grupo através do software Matlab, desta vez considerando uma distribuição normal de valor médio 2,89 Hz (frequência crítica da

estrutura) e desvio-padrão de 0,08 Hz, que se concluiu ser um valor realista por comparação com os resultados dos ensaios experimentais discutidos no Capítulo 6. O valor da velocidade de propagação das cargas admitiu-se como constante e igual a 2,15 m/s de forma a permitir comparação com as análises realizadas sem TMD.

A disposição dos peões no grupo é idêntica à indicada na Figura 6.23. As frequências utilizadas na modelação indicam-se na Tabela 7.12.

Tabela 7.12 – Frequência de cada peão do grupo para uma distribuição normal de média 2,89 Hz e desvio-padrão igual a 0,08 Hz

Peão	Frequência (Hz)
1	2,9300
2	3,0337
3	2,7063
4	2,9560
5	2,9125

Para estas ações, foi obtida uma aceleração máxima de $0,820 \text{ m/s}^2$ e um deslocamento máximo de 0,24 cm. Os resultados da análise temporal realizada apresentam-se na Figura 7.23.

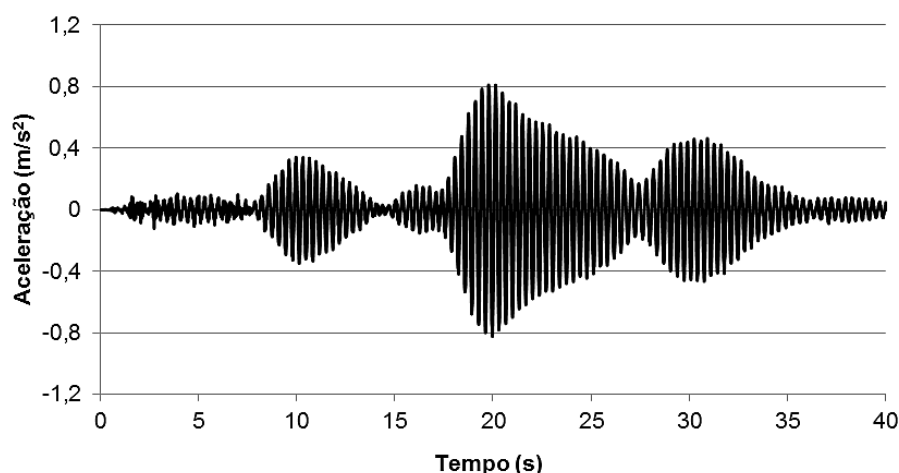


Figura 7.23 – Aceleração obtida na secção de meio vão para ação de um grupo de 5 peões em corrida com frequências de passada segundo uma distribuição normal de média 2,89 Hz e desvio-padrão 0,08 Hz

De forma a aferir a sensibilidade da resposta face à variação do desvio-padrão das frequências após instalação do TMD, a ação do grupo foi ainda modelada considerando duas hipóteses adicionais: desvio-padrão nulo e desvio-padrão de 0,12 Hz.

Considerando as frequências absolutamente sincronizadas com a frequência da ponte, obteve-se uma aceleração de pico de $1,67 \text{ m/s}^2$ e um deslocamento máximo de 0,50 cm. A evolução da resposta expressa em termos de acelerações é dada na Figura 7.24.

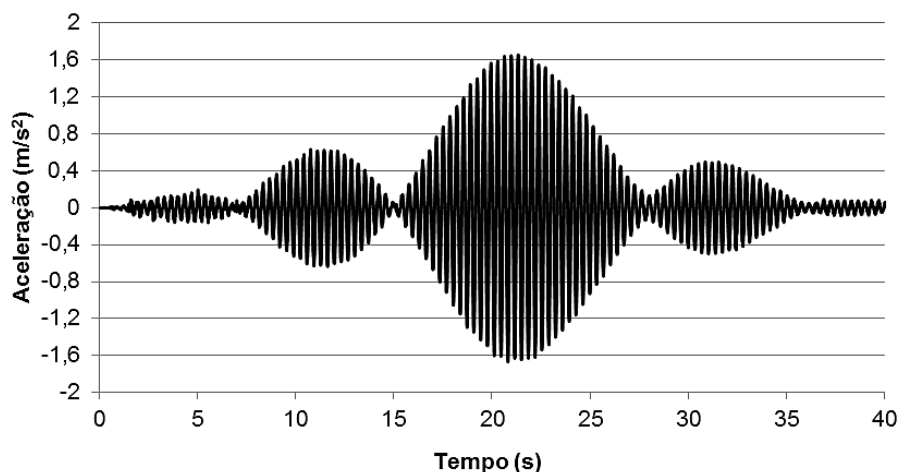


Figura 7.24 – Aceleração obtida na secção de meio vão para ação de um grupo de 5 peões em corrida com frequência de passada igual a 2,89 Hz

A ação em ressonância perfeita, impossível de se verificar na prática, conduz naturalmente a uma resposta estrutural mais “limpa” e de valor mais elevado, apresentando ainda assim um valor bem mais reduzido do que o registado sem TMD, com um valor máximo de $6,12 \text{ m/s}^2$.

Relativamente à hipótese das frequências apresentarem um desvio-padrão de 0,12 Hz, foram utilizadas as frequências da passada que constam da Tabela 7.13. A comparação entre a aceleração máxima obtida para os vários valores de desvio-padrão considerados apresenta-se na Tabela 7.14.

Tabela 7.13 – Frequência de cada peão do grupo para uma distribuição normal de média 2,89 Hz e desvio-padrão igual a 0,12 Hz

Peão	Frequência (Hz)
1	2,9676
2	2,7421
3	2,9731
4	3,0826
5	2,9457

Tabela 7.14 – Valores máximos de aceleração em função do desvio-padrão adotado para a frequência da passada dos elementos do grupo

Desvio-padrão (Hz)	Aceleração máxima (m/s^2)
0,00	1,67
0,08	0,82
0,12	0,84

Nestas circunstâncias, os resultados obtidos em termos de aceleração máxima foram de $0,841 \text{ m/s}^2$, valor superior ao obtido com um desvio-padrão de $0,08 \text{ Hz}$. Este resultado demonstra que a sensibilidade a pequenos desvios em torno da frequência crítica de ressonância é muito menor após instalação do TMD. Este facto pode ser confirmado pela Figura 7.7, em que se pode constatar, por um lado, que pequenas variações na frequência da ação antes da aplicação do TMD resultam numa variação muito expressiva da resposta na vizinhança da frequência de ressonância e que, por outro, após a instalação do TMD os picos do gráfico da resposta em frequência são muito mais largos, o que tem como consequência o facto de variações da ordem dos $0,1 \text{ Hz}$ em torno da frequência de ressonância originarem alterações pouco significativas da resposta. O facto dos valores obtidos com o desvio-padrão de $0,12 \text{ Hz}$ superarem os calculados para um valor de $0,08 \text{ Hz}$ resulta, assim, da resposta ser expectavelmente semelhante e das frequências da passada serem geradas aleatoriamente, pelo que um novo conjunto de frequências com a mesma distribuição estatística poderia resultar em valores de resposta ligeiramente diferentes, sobretudo porque o conjunto de valores gerados é bastante pequeno.

O deslocamento máximo obtido foi de $0,24 \text{ cm}$, semelhante ao registado para um desvio-padrão de $0,08 \text{ Hz}$. A representação da aceleração em função do tempo é feita na Figura 7.25.

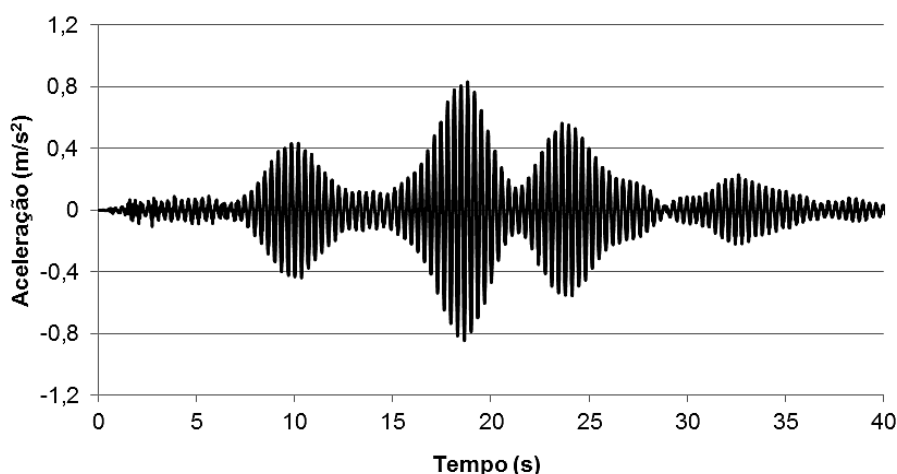


Figura 7.25 – Aceleração obtida na secção de meio vão para ação de um grupo de 5 peões em corrida com frequências de passada segundo uma distribuição normal de média $2,89 \text{ Hz}$ e desvio-padrão $0,12 \text{ Hz}$

Em suma, a instalação do TMD permitiu uma redução superior a 4 vezes das acelerações para um grupo de peões em corrida, levando a uma quebra nos deslocamentos máximos de quase 5 vezes, constituindo por isso uma medida de grande eficácia na mitigação das vibrações. Uma síntese dos resultados obtidos e da eficiência do sistema de controlo para os vários valores de desvio-padrão admitidos é feita nas Tabelas 7.15 e 7.16.

Tabela 7.15 – Comparação da aceleração máxima calculada antes e após instalação do TMD para grupos de 5 peões em corrida, em função do desvio-padrão das frequências da passada

Desvio-padrão (Hz)	Aceleração máxima (m/s ²)		η_a
	Sem TMD	Com TMD	
Nulo	6,12	1,67	3,66
0,08	3,39	0,82	4,13
0,12	--	0,84	--

Tabela 7.16 – Comparação do deslocamento máximo calculado antes e após instalação do TMD para grupos de 5 peões em corrida, em função do desvio-padrão das frequências da passada

Desvio-padrão (Hz)	Deslocamento máximo (cm)		η_d
	Sem TMD	Com TMD	
Nulo	2,06	0,50	4,12
0,08	1,15	0,24	4,79
0,12	--	0,24	--

7.4. COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Após instalação dos TMDs na estrutura, foram recolhidos pelo ViBEST dados relativos às vibrações no dia da inauguração da ponte e foram ainda conduzidos ensaios adicionais com peões em corrida para confirmação da sua eficiência na redução das vibrações.

O dia da inauguração de uma ponte pedonal constitui geralmente a situação de carregamento mais desfavorável na vida da estrutura, pelo que o registo das vibrações para esse cenário permite uma boa estimativa das vibrações máximas esperadas para a ação de peões em caminhada.

Durante a cerimónia de abertura foram colocados acelerómetros nas secções de um terço e a meio vão, efetuando registos contínuos sucessivos de 16 minutos da aceleração. Apresenta-se nas Figuras 7.26 e 7.27 parte destes dados, divididos, por conveniência, em dois gráficos.

A aceleração máxima vertical registada na secção de um terço de vão foi de 0,350 m/s².

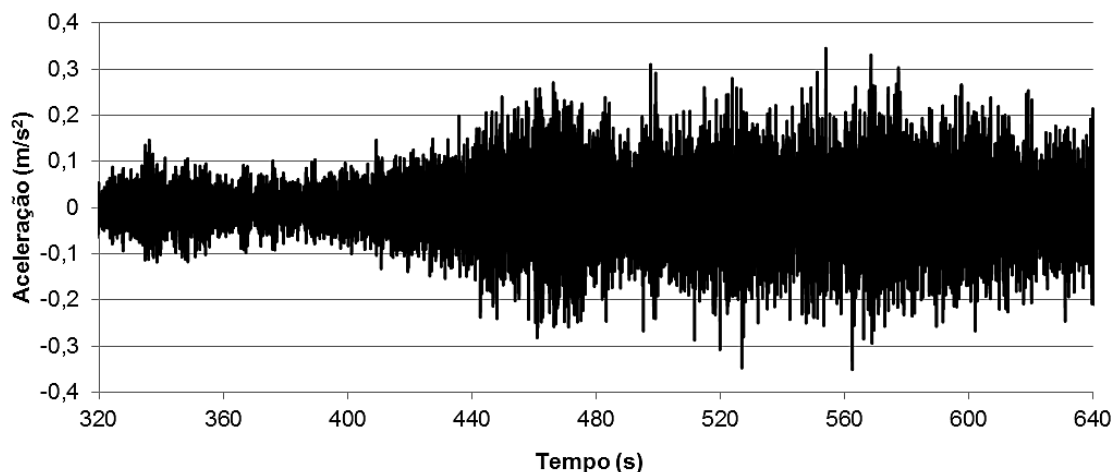


Figura 7.26 – Registo da aceleração vertical a um terço de vão durante a inauguração no período 320-640s

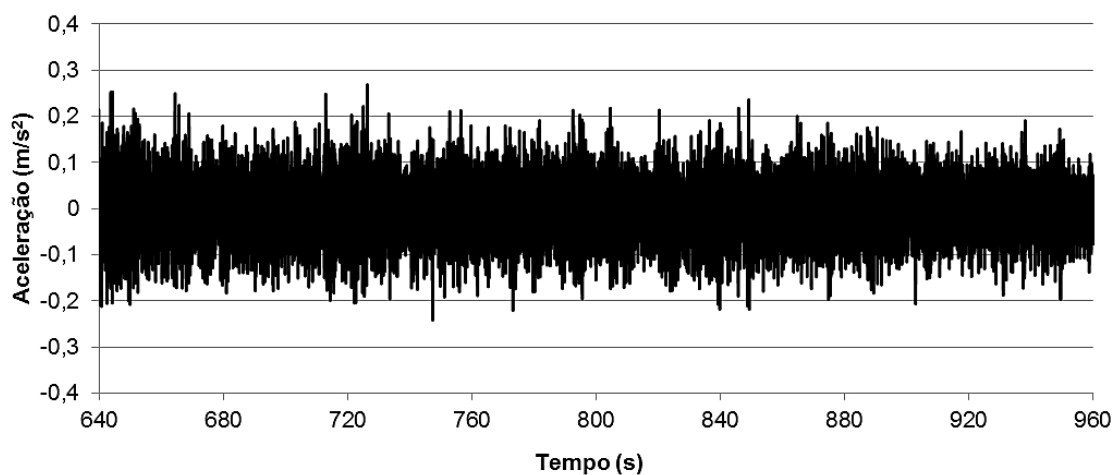


Figura 7.27 – Registo da aceleração vertical a um terço de vão durante a inauguração no período 640-960s

Os resultados obtidos permitem a comparação direta com as análises realizadas para a passagem de fluxos de peões, realizados com as classes de tráfego sugeridas nas recomendações HIVOSS. Os valores calculados com o modelo de elementos finitos e obtidos no dia da inauguração encontram-se resumidos na Tabela 7.17.

Tabela 7.17 – Acelerações máximas na secção de um terço de vão de acordo com as análises realizadas e registadas no dia da inauguração

Carregamento	Densidade (P/m^2)	Aceleração máxima (m/s^2)
TC3	0,5	0,301
TC4	1,0	0,294
TC5	1,5	0,327
Registo Inauguração	---	0,350

Conclui-se assim que na inauguração a resposta ultrapassou ligeiramente a aceleração máxima estimada com base no modelo de elementos finitos, o que se deve, por um lado, a uma possível sobrestimação do coeficiente de amortecimento modal real da estrutura (que foi, ainda assim, minorado por um fator de 0,7 face ao valor teórico obtido no dimensionamento) e, por outro, ao facto de se tratar de uma excitação de natureza aleatória, e não de uma excitação harmónica, não sendo por isso expectável uma redução tão eficaz da resposta da estrutura, tendo em conta os fundamentos do dimensionamento expostos em 3.3. Adicionalmente, outros modos de vibração podem ter um contributo na resposta (nomeadamente o 2º modo de vibração), resultando em valores um pouco diferentes dos calculados.

A densidade de peões observada foi elevada, sendo contudo difícil quantificar de forma rigorosa o seu valor. Apesar disso, e partindo da observação no local, pode afirmar-se que a densidade foi inferior a 1,5 peões por metro quadrado, devendo estar próxima de 1 peão/m². Na Figura 7.28 ilustra-se uma fotografia tirada na abertura da Ponte da Rabada ao público, representativa da densidade de peões no tabuleiro da ponte.

Pode concluir-se, mesmo assim, que a metodologia sugerida nas recomendações técnicas permitiu uma estimativa adequada do nível de vibrações sentido na ponte, o que valida a sua aplicabilidade em projeto.



Figura 7.28 – Imagem representativa da densidade de peões no dia da inauguração da ponte

Relativamente às ações induzidas por peões em frequências mais elevadas, foi realizado um ensaio em salto rítmico na secção de meio vão, sincronizado com o terceiro modo de vibração da estrutura, cujos resultados podem ser diretamente comparados com a análise realizada para uma carga dinâmica pontual. Neste ensaio observou-se um valor de pico da aceleração de 0,253 m/s². A variação da aceleração para este caso representa-se na Figura 7.29. A comparação entre os valores obtidos no ensaio e no modelo para cargas dinâmicas pontuais apresenta-se na Tabela 7.18.

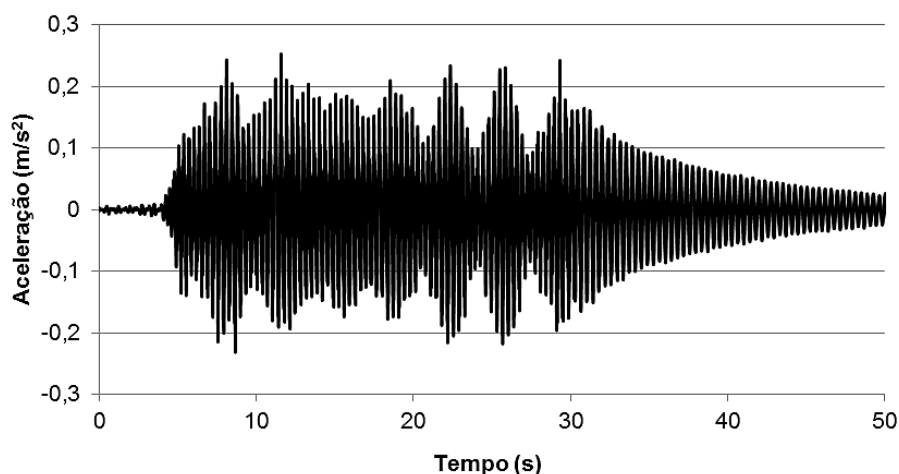


Figura 7.29 – Aceleração na secção de meio vão para uma pessoa em salto rítmico em ressonância com a frequência do 3º modo de vibração da estrutura

Tabela 7.18 – Aceleração máxima para cargas pontuais e para o ensaio de salto rítmico

Ação	Aceleração máxima (m/s^2)
Harmónica	0,42
Impulsos	0,37
Ensaio Salto Rítmico	0,25

Como esperado, o valor obtido no ensaio de salto rítmico é próximo do calculado para a ação modelada por impulsos de natureza semi-sinusoidal, assumindo um valor ligeiramente inferior uma vez que em situações práticas é impossível uma coincidência perfeita entre a frequência da ação e a frequência de vibração da estrutura.

O gráfico da Figura 7.29 permite ainda calcular o coeficiente de amortecimento modal para o 3º modo de vibração após aplicação dos TMDs na estrutura, com base na equação (6.10). O valor obtido foi de 1,5%, muito inferior ao valor de 2,9% considerado, e a 4,1%, valor teórico de dimensionamento. É importante realçar, contudo, que este facto se deve em parte ao funcionamento intermitente dos TMDs, o que resulta num coeficiente de amortecimento modal que não é constante ao longo do tempo e, por isso, não pode ser comparado de forma direta ao coeficiente a utilizar na modelação numérica.

Relativamente à modelação de um peão em corrida através de uma carga dinâmica móvel, a aceleração máxima obtida após instalação do TMD foi de $0,35 \text{ m/s}^2$ (para uma velocidade de $2,62 \text{ m/s}$) contra os $0,54 \text{ m/s}^2$ medidos experimentalmente. Esta discrepância pode explicar-se pelos motivos anteriormente referidos, ou seja, pelo facto da ação real não ser de natureza harmónica, não se observando, por isso, a máxima eficiência do TMD, e também pela sobrestimação do coeficiente de amortecimento modal na modelação da ponte, anteriormente discutida.

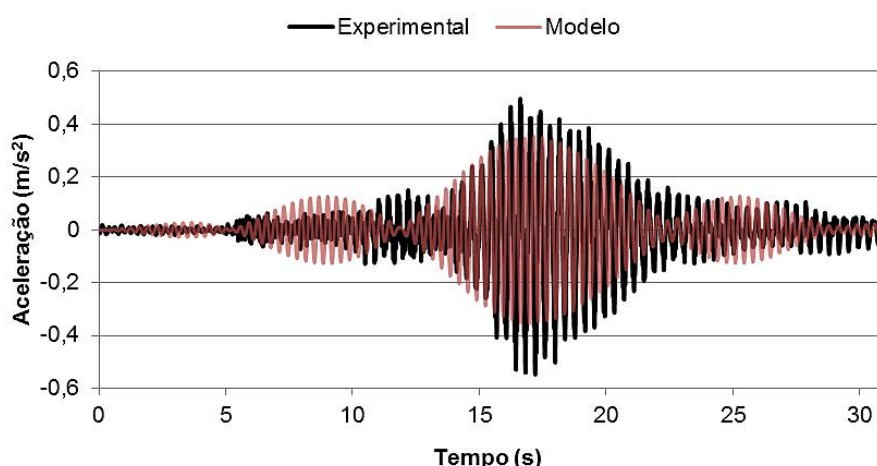


Figura 7.30 – Comparação entre a aceleração medida e calculada com o modelo para um peão em corrida

Quanto à ação de um grupo de 5 peões em corrida, mostra-se na Figura 7.31 a comparação entre o registo de acelerações obtido experimentalmente e através do modelo de elementos finitos, considerando que as frequências da passada seguem uma distribuição normal de média 2,89 Hz e desvio-padrão 0,08 Hz. A aceleração máxima observada experimentalmente foi de $1,06 \text{ m/s}^2$, superior aos $0,82 \text{ m/s}^2$ obtidos com o modelo de elementos finitos.

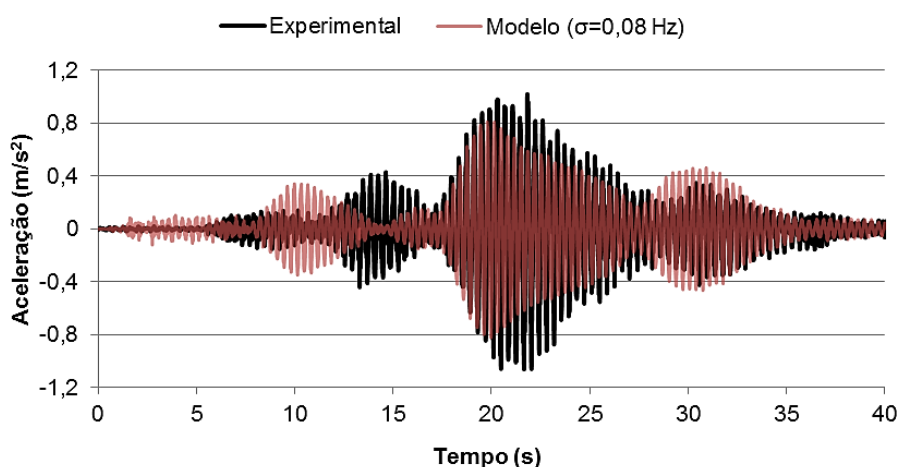


Figura 7.31 – Comparação entre a aceleração medida e calculada com o modelo para um grupo de 5 peões em corrida

Apesar das diferenças observadas, o modelo desenvolvido caracteriza satisfatoriamente a resposta da estrutura após aplicação dos TMDs. Realça-se, contudo, que o coeficiente de amortecimento observado no local é bastante inferior ao valor teórico calculado aquando do dimensionamento dos TMDs (corresponde a cerca de 40% desse valor), o que assume um peso importante na resposta da estrutura e que deve ser devidamente tomado em conta em projeto.

7.5. CONCLUSÕES

Os resultados apresentados permitem concluir que a modelação dos TMDs efetuada caracteriza com boa aproximação o comportamento real da ponte e que a sua instalação na estrutura reduziu de forma expressiva os níveis de vibração da ponte.

Na Tabela 7.19 indicam-se os valores máximos de aceleração obtidos com o modelo desenvolvido antes e após aplicação dos TMDs relativos ao primeiro e terceiro modos de vibração, bem como a sua eficiência na redução das acelerações, e na Tabela 7.20 apresentam-se os valores obtidos nos ensaios experimentais.

Ao contrário do que sucedia antes da aplicação dos TMDs, a aceleração máxima para os carregamentos estudados nunca ultrapassa o valor de 1 m/s^2 e, apenas no caso de 5 peões em corrida, se observam acelerações superiores a $0,5 \text{ m/s}^2$, o que significa que as vibrações da ponte estão corretamente controladas. A eficiência dos TMDs é tanto maior quanto maior o valor da carga atuante. De acordo com os resultados do modelo, para fluxos de peões em caminhada a eficiência média em termos de acelerações é de 3,3, enquanto que para peões em corrida a eficiência média é igual a 3,7.

Experimentalmente, a eficiência obtida em termos de acelerações para um grupo de peões 5 em corrida é de 3,0.

Tabela 7.19 – Valores máximos de aceleração vertical calculados com o modelo de elementos finitos antes e após aplicação dos TMDs e respetiva eficiência

Ação	Aceleração máxima sem TMDs (m/s^2)	Aceleração máxima com TMDs (m/s^2)	η_a
Peão em caminhada (carga pontual)	0,13	0,033	3,94
Fluxo de peões em caminhada (TC3)	0,65	0,30	2,17
Fluxo de peões em caminhada (TC4)	1,14	0,29	3,93
Fluxo de peões em caminhada (TC5)	1,33	0,33	4,03
Peão em corrida (carga pontual sinusoidal)	3,16	0,42	7,52
Peão em corrida (carga móvel)	1,19	0,35	3,40
Grupo de 5 peões em corrida (cargas móveis)	3,39	0,82	4,13

Tabela 7.20 – Valores máximos de aceleração medidos experimentalmente para peões em corrida, antes e após instalação dos TMDs na estrutura

Ação	Aceleração máxima sem TMDs (m/s^2)	Aceleração máxima com TMDs (m/s^2)	η_a
Peão em corrida (carga móvel)	0,96	0,54	1,78
Grupo de 5 peões em corrida (cargas móveis)	3,20	1,06	3,01

A comparação em termos de nível de conforto entre a estrutura original e a estrutura após instalação dos TMDs é feita na Tabela 7.21.

Com a introdução dos TMDs, as vibrações associadas a todas as situações modeladas garantem conforto máximo dos utilizadores, à exceção do grupo de 5 peões em corrida, associado a um nível de conforto médio. Os níveis de vibração da ponte são, deste modo, perfeitamente aceitáveis face à probabilidade de ocorrência dos cenários de carga analisados. Deste modo, conclui-se que, em primeiro lugar, o controlo de vibrações era imperativo dado o comportamento dinâmico observado antes da instalação dos TMDs, e que, para além disso, a sua aplicação foi feita com sucesso, resultando num comportamento muito satisfatório da ponte em termos das vibrações registadas em condições de serviço.

Tabela 7.21 – Comparação entre a classificação do conforto dos peões com e sem TMDs

Ação	Classificação de Conforto sem TMDs	Classificação de Conforto com TMDs
Peão em caminhada (carga pontual)	Conforto máximo (Classe 1)	Conforto máximo (Classe 1)
Fluxo de peões em caminhada (TC3)	Conforto médio (Classe 2)	Conforto máximo (Classe 1)
Fluxo de peões em caminhada (TC4)	Conforto mínimo (Classe 3)	Conforto máximo (Classe 1)
Fluxo de peões em caminhada (TC5)	Conforto mínimo (Classe 3)	Conforto máximo (Classe 1)
Peão em corrida (carga pontual sinusoidal)	Intolerável	Conforto máximo (Classe 1)
Peão em corrida (carga móvel)	Conforto mínimo (Classe 3)	Conforto máximo (Classe 1)
Grupo de 5 peões em corrida (cargas móveis)	Intolerável	Conforto médio (Classe 2)

8

CONSIDERAÇÕES FINAIS

8.1. SÍNTESE DO TRABALHO DESENVOLVIDO

A presente dissertação teve como objetivo o estudo do impacto da ação de peões em pontes pedonais, aplicando as metodologias estudadas num exemplo prático através do estudo da Ponte Pedonal da Rabada, recentemente construída em Santo Tirso. O trabalho centrou-se na análise desta ponte através de um modelo de elementos finitos, cujos resultados foram comparados com dados experimentais fornecidos pelo ViBEST, Laboratório de Vibrações e Monitorização de Estruturas da FEUP. Para além disso, foi ainda estudado um sistema de controlo de vibrações aplicado na ponte e respetivas consequências na resposta dinâmica da estrutura.

Inicialmente foi feito um levantamento da bibliografia relevante, procurando-se sistematizar a abordagem a aplicar na avaliação do comportamento dinâmico de pontes pedonais em projeto. Deste modo, foram expostas as metodologias correntes para avaliação da suscetibilidade das pontes a ações pedonais, incluindo os modelos de carga a aplicar e as condições de serviço recomendadas na ótica do conforto dos peões.

Em seguida, desenvolveu-se um modelo numérico num software comercial de elementos finitos, Robot Structural Analysis 2012, devidamente calibrado e validado com base nos resultados dos ensaios conduzidos pelo ViBEST. Com o modelo criado foi possível realizar simulações numéricas dos efeitos induzidos pela passagem de peões em corrida, individualmente e em grupo, assim como da ação imposta por fluxos de peões em caminhada.

Os resultados obtidos foram comparados com os resultados de situações equivalentes registadas em ensaios experimentais e permitiram aferir o grau de conforto dos utilizadores da estrutura para os vários tipos de carregamento, tendo-se concluído que este era manifestamente insuficiente.

Subsequentemente, foram sumariamente expostas várias soluções de controlo de vibrações correntes em pontes pedonais, tendo-se explorado de forma detalhada uma solução particular de controlo passivo, os amortecedores de massas sintonizadas, vulgarmente designados por TMDs. Foram expostos os princípios fundamentais do seu dimensionamento para mitigação das vibrações induzidas por ações de natureza harmónica, posteriormente aplicados ao caso de estudo da Ponte da Rabada tendo por base as opções de projeto relativas ao pré-dimensionamento da massa dos dispositivos de controlo.

Por fim, e a partir das características dos TMDs obtidas, estes foram introduzidos no modelo da ponte desenvolvido, realizando-se novamente as simulações da ação pedonal com vista a, por um lado,

estudar a eficiência do sistema de controlo e, por outro, estimar o nível de conforto esperado após instalação dos TMDs na estrutura. Os resultados da modelação dos dispositivos foram igualmente validados por comparação com os ensaios realizados pelo ViBEST.

8.2. RESULTADOS OBTIDOS

Em primeiro lugar, é importante destacar as conclusões obtidas durante o processo de modelação numérica da Ponte Pedonal da Rabada. O processo de ajuste das frequências naturais da estrutura por comparação com os resultados experimentais permitiu concluir que a modelação correta da estrutura está dependente de três fatores principais: por um lado, a rigidez de rotação associada às rótulas do arco afeta de forma expressiva o primeiro modo de vibração da estrutura, uma vez que interfere na sua rigidez longitudinal; por outro, a ligação das lajes do tabuleiro, em particular a escolha dos graus de liberdade onde se verifica continuidade de esforços, tem grandes implicações no comportamento dinâmico da ponte; e, por último, a modelação das ligações entre os montantes centrais e as carlingas, que na realidade se materializam por furos ovalizados, permitindo a rotação na direção longitudinal e deslocamento limitado nessa mesma direção, fator crítico no ajuste do terceiro modo de vibração da ponte.

O processo de ajuste em relação aos resultados experimentais foi iterativo e revestiu-se de algumas dificuldades uma vez que se pretendia uma aproximação à centésima de Hz e que certos aspetos, como por exemplo o espaçamento entre ligações rígidas entre nós do tabuleiro e das longarinas, terem de ser avaliados frequentemente num processo de tentativa e erro. Paralelamente, as limitações do software de elementos finitos utilizado (Robot Structural Analysis 2012) dificultaram as tarefas de análise dado que não foi possível a utilização do Método da Sobreposição Modal, incorrendo por isso em análises consideravelmente mais morosas. Para além disso, e uma vez que certas metodologias avançadas, como a introdução de cargas dinâmicas móveis, não são diretamente suportadas pelo programa, houve a necessidade de desenvolver ferramentas que permitissem esse tipo de análise, levando a um esforço de pesquisa acrescido.

Apesar disso, os resultados obtidos com o modelo representam uma boa aproximação da estrutura real, o que se conclui não só a partir da comparação das configurações dos modos de vibração mas também da resposta calculada e medida para situações equivalentes, como por exemplo a passagem de grupos de peões. Mais importante ainda, o trabalho realizado permitiu demonstrar a adequabilidade dos modelos de carga sugeridos pelas várias recomendações técnicas existentes na avaliação das vibrações de pontes pedonais em serviço.

Apesar disso, e uma vez que foi estudada com particular atenção a ação da corrida, conclui-se que algumas incertezas poderão não ser devidamente levadas em conta. De facto, as recomendações HIVOSS sugerem, para avaliação da suscetibilidade de pontes pedonais a vibrações induzidas por peões em corrida, um modelo de carga composto por uma carga dinâmica móvel em ressonância que percorre a ponte a uma velocidade de 3 m/s, o que se demonstrou ser um cenário pouco conservativo para pontes pedonais com frequências naturais inseridas no intervalo 2,0-2,7 Hz ou próximas dele, onde ações ressonantes estão associadas a velocidades mais baixas que se tornam mais gravosas para a estrutura.

De acordo com as análises realizadas para o caso da Ponte da Rabada, velocidades 30% mais baixas (considerando constante o valor da frequência da passada) podem originar uma resposta cerca de 50% superior. Uma vez que, à data, existe pouca informação relativamente à distribuição estatística dos

parâmetros da ação associada a peões em corrida, a adoção de uma velocidade de 3 m/s pode resultar numa avaliação pouco realista das acelerações registadas na estrutura.

Adicionalmente, a consideração de pequenos grupos de peões resultou em acelerações de magnitude bastante elevada. A modelação de um grupo de 5 peões levou, por exemplo, a uma resposta aproximadamente três vezes superior à calculada para a ação de um peão isolado, o que se traduz em valores de vibração intoleráveis, com acelerações superiores a 3 m/s^2 . Com base nas análises realizadas, aliás, concluiu-se que, relativamente à ação de pequenos grupos em corrida, as vibrações resultantes atingem níveis muito acima do aceitável e que a passagem de fluxos de peões em caminhada resulta em vibrações que, embora não sendo intoleráveis, são passíveis de proporcionar uma sensação de grande desconforto nos peões, caracterizadas por acelerações de $1,3 \text{ m/s}^2$ para o nível de tráfego mais elevado. Por este motivo, e em virtude do facto de terem sido implementados na ponte um conjunto de TMDs, foi avaliada uma solução de controlo de vibrações, posteriormente incluída no modelo de elementos finitos.

Uma vez mais, os resultados experimentais permitiram validar a resposta obtida pelos cálculos efetuados com o modelo, tendo-se observado uma aproximação muito satisfatória. Relativamente ao comportamento da estrutura após a aplicação dos TMDs, a modelação efetuada permitiu concluir que a resposta foi reduzida em cerca de 3,3 vezes para fluxos de peões em caminhada, em termos de acelerações, e que houve uma quebra de 3,7 vezes relativamente às acelerações máximas observadas para peões em corrida. O valor máximo de aceleração calculado foi de $0,82 \text{ m/s}^2$ e o deslocamento não ultrapassou os 0,24 cm, valores estimados para um grupo de 5 peões em corrida.

Como esperado, a eficiência dos TMDs observada na realidade foi inferior à do modelo dado que, por um lado, o seu dimensionamento pressupõe a atuação de ações harmónicas, o que nunca se verifica na prática, e, por outro, o coeficiente de amortecimento modal pode ser inferior ao valor admitido na modelação. Em termos dos ensaios com grupos de peões em corrida, foi registada uma redução de 3,0 vezes da aceleração máxima da ponte.

Os resultados obtidos permitem concluir, deste modo, que os TMDs permitem a redução das vibrações da estrutura para níveis aceitáveis, constituindo uma medida mitigadora de grande eficiência em pontes pedonais. Com a sua aplicação, o comportamento dinâmico da Ponte Pedonal da Rabada é satisfatório em termos do conforto garantido aos seus utilizadores em condições de serviço.

8.3. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Apesar de todos os objetivos do presente trabalho terem sido cumpridos, existem ainda diversos aspetos passíveis de serem explorados em trabalhos futuros.

Devido às limitações de tempo inerentes à realização desta dissertação, optou-se por estudar apenas a resposta vertical da Ponte Pedonal da Rabada. Apesar disso, e devido à configuração do segundo modo de vibração da estrutura, o estudo das ações laterais é relevante e poderá originar resultados interessantes.

Para além disso, o grande esforço computacional envolvido na modelação de grupos de peões invalidou a simulação de grupos em caminhada. Uma vez que existem dados experimentais referentes a estes cenários de carga, nomeadamente com grupos de 10 e 20 peões, seria interessante avaliar a resposta da estrutura quando sujeita a estas ações.

Por último, e uma vez que não existem estudos relativos à distribuição estatística dos parâmetros caracterizadores da ação de peões em corrida, a realização de um estudo na Ponte da Rabada com vista à avaliação de variáveis como a velocidade de propagação dos peões e respetiva frequência da passada permitiria tecer algumas considerações relativamente à forma como esses valores devem ser considerados na avaliação das condições de serviço de pontes pedonais em projeto.

BIBLIOGRAFIA

1. Živanović, S., A. Pavic, and P. Reynolds, *Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: A literature review*. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279(1-2): p. 1-74, Elsevier.
2. Caetano, E., *Vandal Loads and Induced Vibrations on a Footbridge*. Journal of Bridge Engineering, 2011.
3. Moutinho, C.M.R., *Controlo passivo e activo de vibrações em pontes de peões*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 1998.
4. Bachmann, H. and W. Ammann, *Vibrations in structures: induced by man and machines (Third Edition)*. International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.
5. Alves, R.A.F., *Comportamento dinâmico de pontes sob a acção pedonal*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 2008.
6. *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges - Final report*. Research Fund for Coal and Steel, European Commission, 2006.
7. Dallard, P., et al., *The London Millennium Footbridge*. Structural Engineer, 2001, 79(22): p. 17-33.
8. Bachmann, H., *Vibration problems in structures practical guidelines*. Berlin: Birkhauser Verlag, 1995.
9. *Technical Guide: Footbridges - Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading*. SÉTRA, 2006.
10. *Human Induced Vibrations of Steel Structures (HIVOSS): Vibrações em Pontes Pedonais - Recomendações Técnicas de Projecto*. Research Fund for Coal and Steel, European Commission, 2008.
11. Mackenzie, D. and C. Barker, *Calibration of the UK National Annex*, in *Footbridge 2008 - Third International Conference*, 2008.
12. Clough, R.W. and J. Penzien, *Dynamics of structures (Third Edition)*. McGraw Hill, 2003.
13. Caetano, E., *Identificação experimental de parâmetros dinâmicos em sistemas estruturais*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 1992.
14. Caetano, E., et al., *Studies for controlling human-induced vibration of the Pedro e Inês footbridge, Portugal. Part 1: Assessment of dynamic behaviour*. Engineering Structures, 2010, 32(4): p. 1069-1081, Elsevier.

15. Oliveira, G.M.C.S., *Análise e dimensionamento de um sistema de amortecimento para uma chaminé*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 2011.
16. Caetano, E., et al., *Studies for controlling human-induced vibration of the Pedro e Inês footbridge, Portugal. Part 2: Implementation of tuned mass dampers*. Engineering Structures, 2010, 32(4): p. 1082-1091, Elsevier.
17. Den Hartog, J.P., *Mechanical vibrations*. Dover, New York, 1985.
18. Paredes, M.M., *Utilização de amortecedores de massas sintonizadas no controlo de vibrações em estruturas*. Dissertação de Mestrado, 2008.
19. <http://mathworld.wolfram.com/>, acedido a 27/06/2012.
20. Bachmann, H. and B. Weber, *Tuned vibration absorbers for lively structures*. Structural Engineering International, 1995, 5(1): p. 31-36.
21. http://www.cm-stirso.pt/index.php?option=com_noticias&Itemid=166&task=detalhe&id=421, acedido a 15/05/2012.
22. <https://maps.google.pt/>. Acedido a 20/05/2012.
23. SOPSEC, *Memória Descritiva e Justificativa do Projecto de Estabilidade da Ponte Pedonal da Rabada*. 2009.
24. Caetano E. and Cunha A., *Estudo do comportamento dinâmico da nova ponte pedonal sobre o Rio Ave em Sto Tirso - Pré-dimensionamento de um sistema de controlo de vibrações*. ViBEST, 2009.
25. Caetano E. and Cunha A., *Ensaaios dinâmicos da nova ponte pedonal sobre o Rio Ave após construção do "Percurso nas margens do Rio Ave"*. ViBEST, 2011.
26. <http://forums.autodesk.com/t5/Autodesk-Robot-Structural/Modal-Decomposition-issue/td-p/3414717>, acedido a 27/05/2012.