

Artigo REF: 05A014

ANÁLISE DO MÉTODO DE CALIBRAÇÃO DE CÂMARAS PROPOSTO POR ZHANG

Teresa C. S. Azevedo^{1(*)}, João Manuel R. S. Tavares^{1,2} e Mário A. P. Vaz^{1,2}

¹INEGI – Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial - Porto, Portugal

²FEUP – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto - Porto, Portugal

(*)Email: teresa.azevedo@fe.up.pt

RESUMO

A calibração de uma câmara de imagem é um processo que permite estimar os parâmetros que definem a projecção de um ponto tridimensional (3D) do mundo num ponto bidimensional (2D) da imagem. Os referidos parâmetros incluem a geometria interna e óptica da câmara, assim como o seu posicionamento e orientação no espaço 3D.

A utilização de câmaras de imagem devidamente calibradas possibilita a resolução de problemas computacionais relacionados com a obtenção da posição e orientação 3D (pose) ou com a reconstrução 3D de objectos a partir de imagens. Tal permite, entre outras tarefas, o seguimento 3D de um objecto, a reconstrução 3D da forma geométrica de objectos ou de cenas ou a estimativa do posicionamento e da orientação da(s) câmara(s) associada a uma determinada imagem.

INTRODUÇÃO

Os parâmetros obtidos pelos métodos de calibração de câmaras de imagem são frequentemente classificados em dois grupos:

- parâmetros intrínsecos: representam as características ópticas e geométricas internas da câmara (como a distância focal f , factores de escala (s_x, s_y) , posição em *pixels* da projecção ortogonal do centro óptico no plano de projecção (u_0, v_0) e as imperfeições geométricas introduzidas pelo sistema sensor da câmara τ);
- parâmetros extrínsecos: fornecem a posição e orientação da câmara em causa, definidas por intermédio de uma matriz de rotação R e um vector de translação t , em relação a um certo sistema de coordenadas 3D global (mundo).

Em conjunto, estes parâmetros definem as condições de formação de uma imagem; ou seja, a transformação associada à projecção de pontos 3D do mundo, de coordenadas $(X \ Y \ Z)$, em pontos 2D da imagem, de coordenadas $(u \ v)$, equação (1):

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} f \cdot s_x & f \cdot \tau & u_0 \\ 0 & f \cdot s_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [R | t] \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \cong A \cdot [R | t] \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Os métodos de calibração são usualmente classificados em dois grandes grupos:

- calibração tradicional: estes métodos associam pontos da imagem 2D com pontos 3D bem conhecidos no mundo, requerendo assim a aquisição de imagens de um objecto de calibração, cuja geometria 3D é perfeitamente conhecida (alguns trabalhos nesta área podem ser verificados em [Tsai, 1987], [Faugeras, 1993], [Heikkilä, 1997], [Batista, 1998], [Zhang, 2000], entre outros);
- auto-calibração: estes métodos associam, entre imagens sucessivas, características da cena ou do objecto a reconstruir, tal como a correspondência de pontos, de tal forma que não requerem a utilização de objectos de calibração (alguns trabalhos nesta área podem ser, por exemplo, encontrados em [Faugeras, 1992], [Pollefeys, 1996], [Triggs, 1997], [Agapito, 1998], [Li, 2004], [Espuny, 2007]).

A aproximação considerada no modelo de câmara descrito pela equação (1) não tem em conta as distorções introduzidas pelo sistema óptico (nomeadamente, pelas lentes) da câmara, o que não é compatível com aplicações nas quais é requerida elevada precisão, tais como na reconstrução 3D de objectos com exactidão. Como a modelação exacta das lentes é complexa, utiliza-se usualmente um modelo empírico para a distorção imposta pelas mesmas, na maior parte das vezes considerando-se apenas a distorção radial mas noutras entrando também em conta com a distorção tangencial.

MÉTODO DE CALIBRAÇÃO DE ZHANG

Neste trabalho, para resolver o problema de calibração de uma câmara de imagem a usar na reconstrução 3D de objectos a partir de imagens, [Azevedo, 2007], foi utilizado o método proposto por *Zhang*, [Zhang, 2000]. Este método apenas requer o uso de um padrão de calibração coplanar, adquirido pelo menos segundo duas orientações distintas. O movimento relativo envolvido nas imagens de calibração usadas não necessita de ser conhecido.

Durante o processo de aquisição das imagens a usar na calibração, as características internas da câmara não podem ser alteradas. Ou seja, os seus parâmetros intrínsecos devem manter-se constantes durante a aquisição; assim, somente os parâmetros extrínsecos são alterados quando o padrão de calibração é reposicionado.

Ao restringir que os pontos 3D do padrão de calibração sejam coplanares ($Z = 0$), o mapeamento entre pontos 3D e 2D da equação (1) simplifica-se, obtendo-se:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \equiv A[\mathbf{R} | \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{Z=0} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \equiv A \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & t_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

em que r_{ij} são os elementos da matriz de rotação \mathbf{R} e t_i os elementos do vector de translação \mathbf{t} . A restrição ao plano de $Z = 0$ define uma transformação projectiva, ou *homografia*, entre este plano e o plano imagem. Assim, um ponto $\tilde{\mathbf{P}} = (X, Y, 1)$ do padrão de calibração e o ponto $\tilde{\mathbf{p}} = (u, v, 1)$, ambos descritos em coordenadas homogéneas, estão relacionados pela *homografia* H da seguinte forma:

$$s\tilde{\mathbf{p}} = H\tilde{\mathbf{P}}, \quad (3)$$

onde s é um factor de escala não nulo.

As homografias entre imagens de calibração podem ser obtidas pela seguinte equação de minimização:

$$\min_H \sum_{i=1}^n \|\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i\|^2, \text{ com } \hat{\mathbf{p}}_i = \frac{1}{\mathbf{h}_3^T \mathbf{P}_i} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1^T \mathbf{P}_i \\ \mathbf{h}_2^T \mathbf{P}_i \end{bmatrix}, \quad (4)$$

em que \mathbf{h}_i são as colunas de índice i da matriz de homografia H e \mathbf{P}_i são as coordenadas 3D correspondentes ao respectivo ponto da imagem \mathbf{p}_i . A minimização envolvida é do tipo não-linear e pode ser resolvida, por exemplo, usando o algoritmo de *Levenberg-Marquardt*, [Moré, 1977].

A segunda etapa do método de *Zhang* é a estimação dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos a partir de H . Assim, fazendo $H = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3]$, pela equação (3) obtém-se:

$$[\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3] = sA[\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}]. \quad (5)$$

Como \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 são vectores unitários e ortogonais, deduz-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_1^T A^{-T} A^{-1} \mathbf{h}_2 &= 0, \\ \mathbf{h}_1^T A^{-T} A^{-1} \mathbf{h}_1 &= \mathbf{h}_2^T A^{-T} A^{-1} \mathbf{h}_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Nas equações anteriores estão definidas as restrições na matriz de parâmetros intrínsecos. Assim, como a homografia tem 8 graus de liberdade e como existem 6 graus de liberdade nos parâmetros extrínsecos (3 para a rotação e 3 para a translação), obtêm-se apenas 2 restrições nos parâmetros intrínsecos. Deste modo, para cada imagem de calibração, obtêm-se duas equações lineares, envolvendo os elementos da matriz simétrica $B = A^{-T} A^{-1}$:

$$\begin{bmatrix} v_{12} \\ (v_{11} - v_{22}) \end{bmatrix} \mathbf{b} = 0, \quad (7)$$

onde $\mathbf{b} = [b_{11} \quad b_{12} \quad b_{22} \quad b_{13} \quad b_{23} \quad b_{33}]^T$, sendo b_{ij} são os elementos da matriz B , e $\mathbf{v}_{ij} = [h_{1i}h_{1j} \quad h_{1i}h_{2j} + h_{2i}h_{1j} \quad h_{2i}h_{2j} \quad h_{3i}h_{1j} + h_{1i}h_{3j} \quad h_{3i}h_{2j} + h_{2i}h_{3j} \quad h_{3i}h_{3j}]$. Para n imagens de calibração, resolver a equação anterior significa ter um sistema de equações do tipo $V \cdot \mathbf{b} = 0$, onde V é uma matriz de dimensões $(2n \times 6)$. Como o sistema da equação anterior tem apenas 6 incógnitas, basta que $n \geq 3$. No entanto, o número n de imagens de calibração pode ser igual a 2, se for imposta a condição de $\theta = 90^\circ \Leftrightarrow \gamma = 0$; que se traduz em acrescentar, ao mesmo sistema de equações, a condição adicional $[0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{b} = 0$. Os elementos da matriz dos parâmetros intrínsecos A , e o factor de escala s , são calculados através das seguintes equações:

$$\begin{aligned} c_x &= (b_{12}b_{13} - b_{11}b_{23}) / (b_{11}b_{22} - b_{12}^2), \\ s &= b_{33} - (b_{13}^2 + c_x(b_{12}b_{13} - b_{11}b_{23})) / b_{11}, \\ f_x &= \sqrt{s / b_{11}}, \\ f_y &= \sqrt{s b_{11} / (b_{11}b_{22} - b_{12}^2)}, \\ \gamma &= -b_{12} f_x^2 f_y / s, \\ c_y &= c_x \gamma / \lambda - b_{13} f_x^2 / s. \end{aligned} \quad (8)$$

Conhecida a matriz dos parâmetros intrínsecos A , os parâmetros extrínsecos associados a cada imagem de calibração são obtidos considerando:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_1 &= \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1, \\
\mathbf{r}_2 &= \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2, \\
\mathbf{r}_3 &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2, \\
\mathbf{t} &= \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_3,
\end{aligned} \tag{9}$$

em que \times significa o produto cruzado e $\lambda = 1/\|\mathbf{A}^{-1}\mathbf{h}_1\| = 1/\|\mathbf{A}^{-1}\mathbf{h}_2\|$.

No método de *Zhang* é também incluída a determinação de k_1 e k_2 , os dois primeiros coeficientes da série infinita que representa a distorção radial imposta pela lente da câmara. Assim, convertendo as coordenadas métricas de imagem (x, y) para as respectivas coordenadas píxel (u, v) , e assumindo somente os dois primeiros coeficientes, tem-se duas equações para cada ponto da imagem associada:

$$\begin{bmatrix} (u-c_x)(x^2+y^2) & (u-c_x)(x^2+y^2)^2 \\ (v-c_y)(x^2+y^2) & (v-c_y)(x^2+y^2)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_r - u \\ v_r - v \end{bmatrix}, \tag{10}$$

onde (u_r, v_r) são as coordenadas píxel reais. Deste modo, dados p pontos em n imagens de calibração, fica-se com o sistema $\mathbf{D}\mathbf{k} = \mathbf{d}$, em que $\mathbf{k} = [k_1 \ k_2]^T$. Este sistema pode ser resolvido, por exemplo, pelo método linear dos mínimos quadrados, [Moré, 1977].

Tal como no cálculo de homografias, esta solução não minimiza os erros das coordenadas píxel dos pontos nas imagens. No método de *Zhang*, a minimização deste erro baseia-se no critério da máxima verosimilhança, e é efectuada considerando a seguinte função de minimização:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left\| \mathbf{p}_{ij} - \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{A}, k_1, k_2, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, \mathbf{P}_j) \right\|^2, \tag{11}$$

onde $\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{A}, k_1, k_2, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, \mathbf{P}_j)$ é a reprojecção do ponto \mathbf{P}_j na imagem i . Este é um problema não-linear, que pode ser resolvido recorrendo, por exemplo, ao algoritmo de *Levenberg-Marquardt*, [Moré, 1977].

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O método de calibração de *Zhang* encontra-se implementado em domínio público em C^{++} , na biblioteca computacional *OpenCV*, [OpenCV, 2004], sendo actualmente muito utilizado em Visão Computacional para calibrar câmaras de imagem. A sua utilização é composta pelos três passos seguintes:

1. obtenção de um conjunto de imagens do padrão de calibração segundo diferentes orientações e posições no espaço;
2. extracção dos vértices dos quadrados que constituem o padrão de calibração em todas as imagens adquiridas;
3. cálculo dos parâmetros intrínsecos, extrínsecos e de distorção da câmara considerada.

O objectivo principal deste trabalho foi analisar as limitações e o grau de influência de certos parâmetros na precisão da calibração obtida pelo método de *Zhang* implementado na biblioteca *OpenCV*. Para tal, várias imagens de dois padrões coplanares foram adquiridas utilizando-se uma câmara digital convencional, Figura 1.

Numa primeira fase, foi aplicada e analisada a função na biblioteca *OpenCV*, que permite a extracção dos vértices dos quadrados do padrão de calibração nas imagens adquiridas. Esta função, embora com a grande vantagem de ser automática, apresenta algumas limitações. Por exemplo, apenas nos casos em que a função detecta na imagem todos os vértices do padrão de calibração é possível ter a correcta ordenação automática dos mesmos; ou seja, o padrão necessita de estar totalmente visível na imagem em causa, Figura 2 e Figura 3. Contudo, por vezes mesmo quando todos os são vértices visíveis a função falha devido ao nível de distorção existente, pelo grau de inclinação do padrão em relação ao plano da imagem ou pela presença de outros objectos, Figura 4.

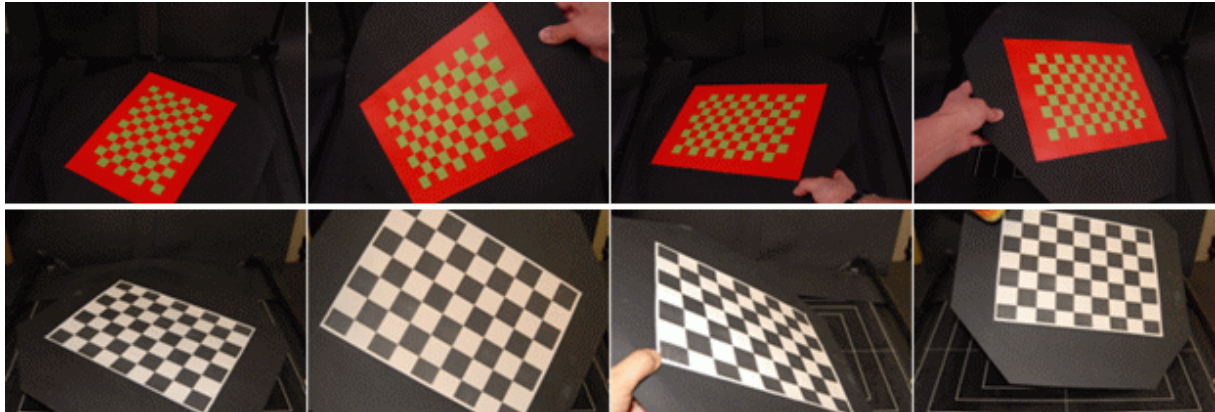


Figura 1. Por linha, exemplos de quatro imagens de dois padrões coplanares de calibração, adquiridas para a calibração de uma câmara de imagem.

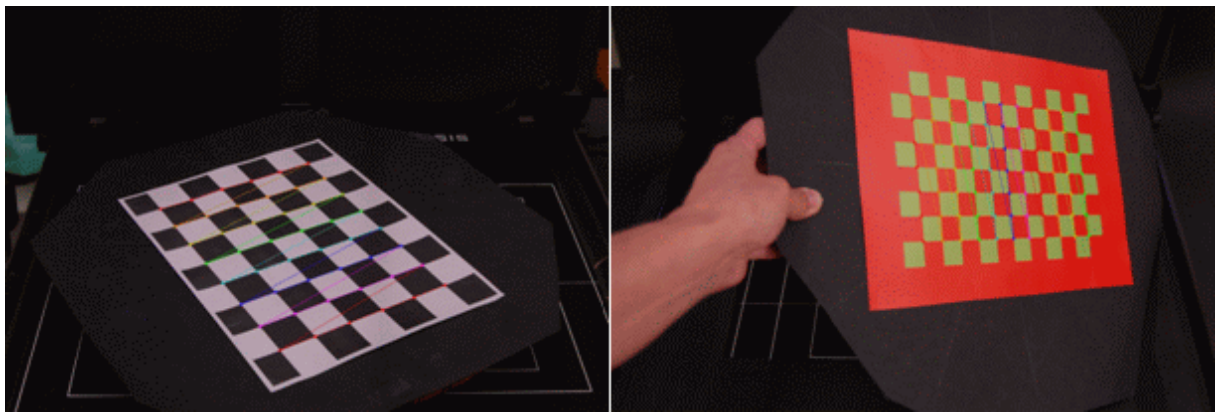


Figura 2. Duas imagens exemplo de uma correcta extracção e ordenação automática de todos os vértices do padrão de calibração usado.

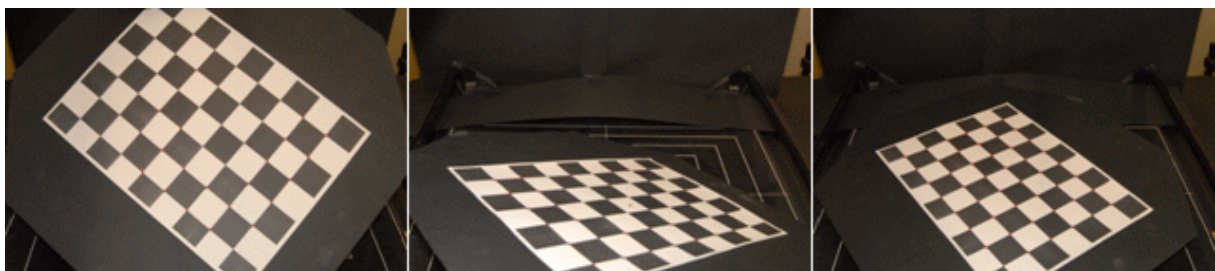


Figura 3. Três imagens exemplo de uma incorrecta extracção e ordenação automática dos vértices do padrão de calibração usado, devido ao facto de alguns dos seus vértices não estarem visíveis na imagem.



Figura 4. Três imagens exemplo de uma incorrecta extracção e ordenação automática dos vértices do padrão de calibração usado, mesmo sendo visíveis na imagem todos os seus vértices.

Utilizando as 27 imagens do padrão de calibração colorido, em que todos os vértices foram correctamente detectados e ordenados pela função automática da *OpenCV*, foi realizada a calibração da câmara de imagem envolvida, obtendo-se os parâmetros intrínsecos, extrínsecos e de distorção indicados na Tabela 1.

Distância focal	f_x	2509.95
	f_y	2507.16
Ponto principal	c_x	974.08
	c_y	623.67
Coefficientes de distorção	k_1	-0.128
	k_2	0.280

Tabela 1. Parâmetros intrínsecos e de distorção obtidos após a calibração do conjunto total de imagens de calibração adquiridas.

Voltou-se a repetir o processo de calibração, utilizando apenas diferentes sub-conjuntos de imagens de calibração, fazendo para tal variar o número de imagens e o modo como o padrão foi orientado no espaço:

- sub-conjunto 1: apenas 2 imagens do total de 27 imagens adquiridas, escolhidas de forma a que o movimento relativo do padrão de calibração entre ambas as imagens seja o mais distinto possível;
- sub-conjunto 2: igual ao sub-conjunto 1, mais uma imagem escolhida aleatoriamente, perfazendo um total de 3 imagens do total de 27 imagens adquiridas;
- sub-conjunto 3: igual ao sub-conjunto 3, mais uma imagem escolhida aleatoriamente, perfazendo um total de 4 imagens do total de 27 imagens adquiridas;
- sub-conjunto 4: igual ao sub-conjunto 3, mais uma imagem escolhida aleatoriamente, perfazendo um total de 5 imagens do total de 27 imagens adquiridas;
- sub-conjunto 5: somente as 12 imagens obtidas rodando o padrão de calibração sobre o mesmo plano, em torno de um eixo, até perfazer um círculo completo de 360° - *turntable motion*.

Como os verdadeiros valores para os parâmetros de calibração eram desconhecidos, consideraram-se os parâmetros obtidos, utilizando todas as 27 imagens de calibração adquiridas, como sendo os correctos. Como se pode verificar pelos resultados obtidos, e apresentados de seguida, a precisão do processo de calibração aumenta com o número de imagens utilizadas.

Assim, determinaram-se os erros dos parâmetros de calibração intrínsecos e de distorção obtidos com os sub-conjuntos de imagens de calibração considerados, Figuras 5, 6 e 7. O erro foi determinado como o valor absoluto da diferença entre o parâmetro obtido pela calibração usando o sub-conjunto de imagens em questão, e o parâmetro tomado como padrão, isto é, aquele que foi determinado pela calibração usando todas as imagens adquiridas. Os erros dos parâmetros de calibração extrínsecos foram determinados apenas para a imagem comum a todos os sub-conjuntos, Figuras 8 e 9. Verificou-se uma nítida dependência da precisão dos resultados de calibração obtidos com o número de imagens consideradas. No caso do sub-conjunto 5, onde o padrão de calibração sofre apenas um movimento relativo de rotação entre imagens consecutivas, a precisão dos resultados de calibração obtidos é bastante inferior à de qualquer outro dos sub-conjuntos considerados.

A análise dos parâmetros extrínsecos obtidos foi também realizada recorrendo-se a uma representação 3D, na qual é evidenciado o posicionamento do padrão de calibração associado a uma determinada imagem em relação ao referencial da câmara usada. Por exemplo, para o sub-conjunto 5, com a representação dos parâmetros extrínsecos em 3D, torna-se claro o movimento de *turntable* envolvido durante a aquisição das imagens, Figura 10. No entanto, é evidente a dificuldade na determinação correcta dos parâmetros extrínsecos em movimentos do tipo *turntable*, na medida em que a função da biblioteca computacional *OpenCV* não distingue a localização da origem do referencial mundo em imagens cujo padrão sofra uma rotação de 180°. Esta dificuldade é superada, por exemplo, na implementação em *Matlab*, igualmente de domínio público, do método de calibração de *Zhang*, [Bouguet, 2003].

Obtidos os parâmetros de calibração da câmara usada, calculou-se o erro entre a reprojecção das coordenadas 3D dos vértices do padrão de calibração e as respectivas coordenadas 2D nas imagens de calibração adquiridas, Tabela 2 e Figura 11. Com esta análise adicional, pode-se verificar que o algoritmo de calibração comporta-se razoavelmente bem em todos os testes efectuados, visto que o desvio-padrão do erro de reprojecção raramente ultrapassa o valor de 1 píxel.

CONCLUSÕES

O objectivo principal deste trabalho foi analisar as limitações e o grau de influência de certos parâmetros na precisão do método de calibração de *Zhang* implementado na biblioteca computacional *OpenCV*. Resolvido o problema de calibração, a câmara de imagem considerada pode ser usada, por exemplo, na reconstrução 3D de objectos a partir de imagens, tal como é feito em [Azevedo, 2007], pelo que se torna fundamental o estudo da precisão do processo de calibração realizado.

Conclui-se que o método de calibração de *Zhang* é flexível na medida em que requer apenas um conjunto de imagens de um padrão de calibração coplanar, obtidas segundo diferentes orientações e posições no espaço. No entanto, na implementação da biblioteca computacional *OpenCV*, algumas das imagens poderão ser eliminadas logo na etapa extracção e ordenação dos vértices dos quadrados que constituem o padrão de calibração, nos seguintes casos: quando o referido padrão não se encontra totalmente visível na imagem em causa, quando o nível de distorção ou o grau de inclinação do padrão em relação ao plano da imagem são elevados ou na presença de outros objectos na imagem. A dificuldade de ordenar correctamente os vértices do padrão de calibração pode ser minimizada, utilizando uma metodologia semi-automática, como em [Bouguet, 2003], onde se requer que o utilizador indique manualmente, em cada imagem, os quatro vértices mais externos do padrão, ou utilizando padrões de calibração mais complexos, como em [Fiala, 2004].

Uma outra observação importante, é que a precisão obtida no processo de calibração é consideravelmente afectada pelo número de imagens de calibração consideradas e/ou o modo como o padrão de calibração é orientado e posicionado no espaço. Assim, para o primeiro caso, conclui-se que a precisão aumenta com o número de imagens consideradas. No segundo caso, conclui-se que o uso de imagens, onde o padrão de calibração apenas sofre um movimento de *turntable*, aumenta consideravelmente o erro dos parâmetros de calibração obtidos.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente desenvolvido no âmbito do Projecto de Investigação “Segmentação, Seguimento e Análise de Movimento de Objectos Deformáveis (2D/3D) usando Princípios Físicos”, financiado pela FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia de Portugal, com a referência POSC/EEA-SRI/55386/2004.

O primeiro autor agradece igualmente a Bolsa de Doutoramento, com a referência SFRH/BD/27716/2006, concedida pela FCT.

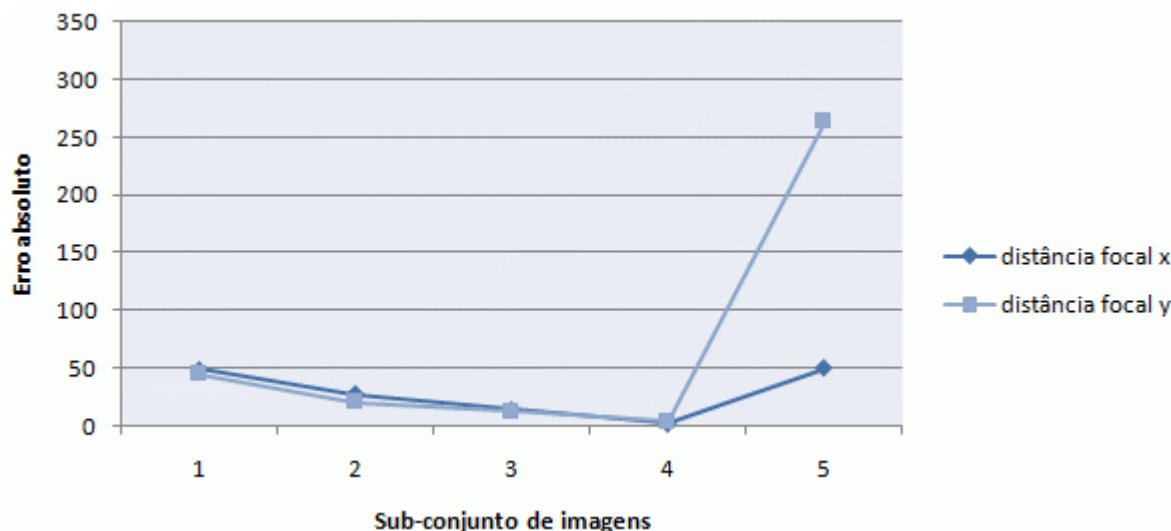


Figura 5. Erro absoluto da distância focal, para os cinco sub-conjuntos de imagens considerados.

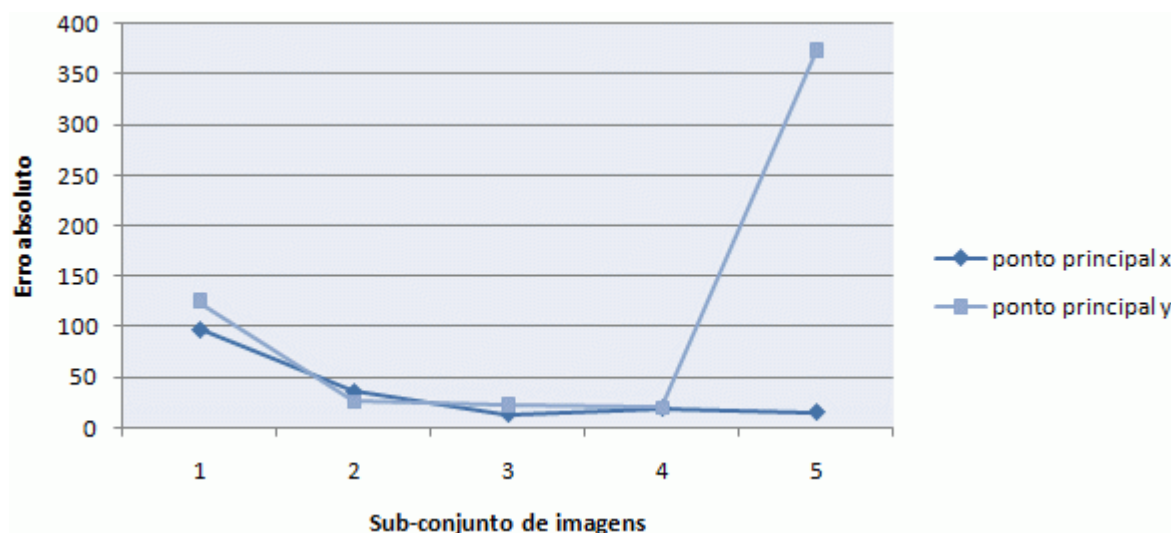


Figura 6. Erro absoluto do ponto principal, para os cinco sub-conjuntos de imagens considerados.

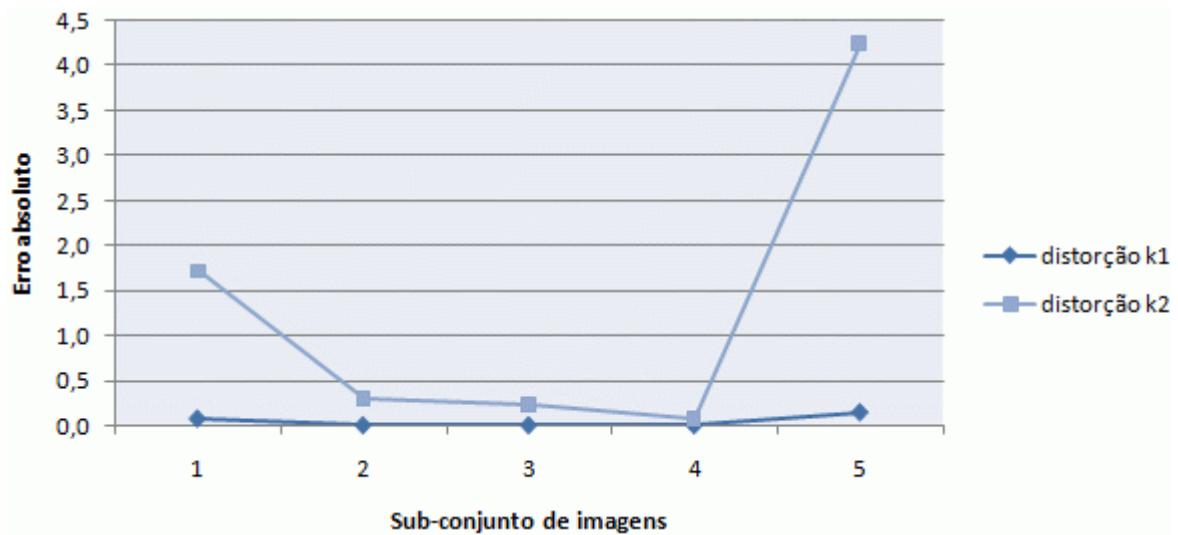


Figura 7. Erro absoluto dos coeficientes de distorção, para os cinco sub-conjuntos de imagens considerados.

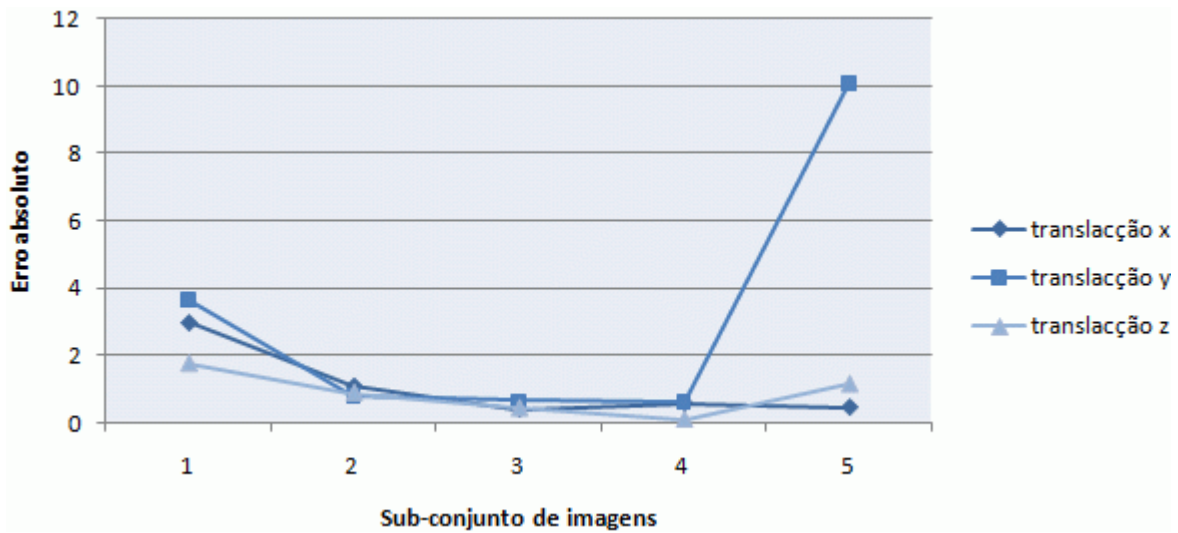


Figura 8. Erro absoluto do vector de translação, para os cinco sub-conjuntos de imagens considerados.

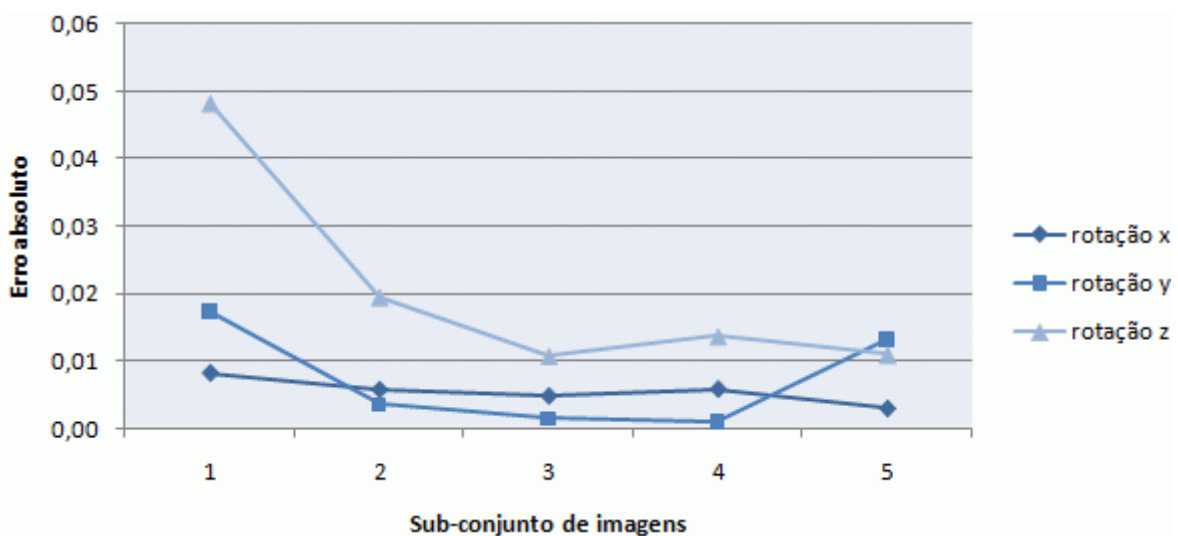


Figura 9. Erro absoluto do vector de rotação, para os cinco sub-conjuntos de imagens considerados.

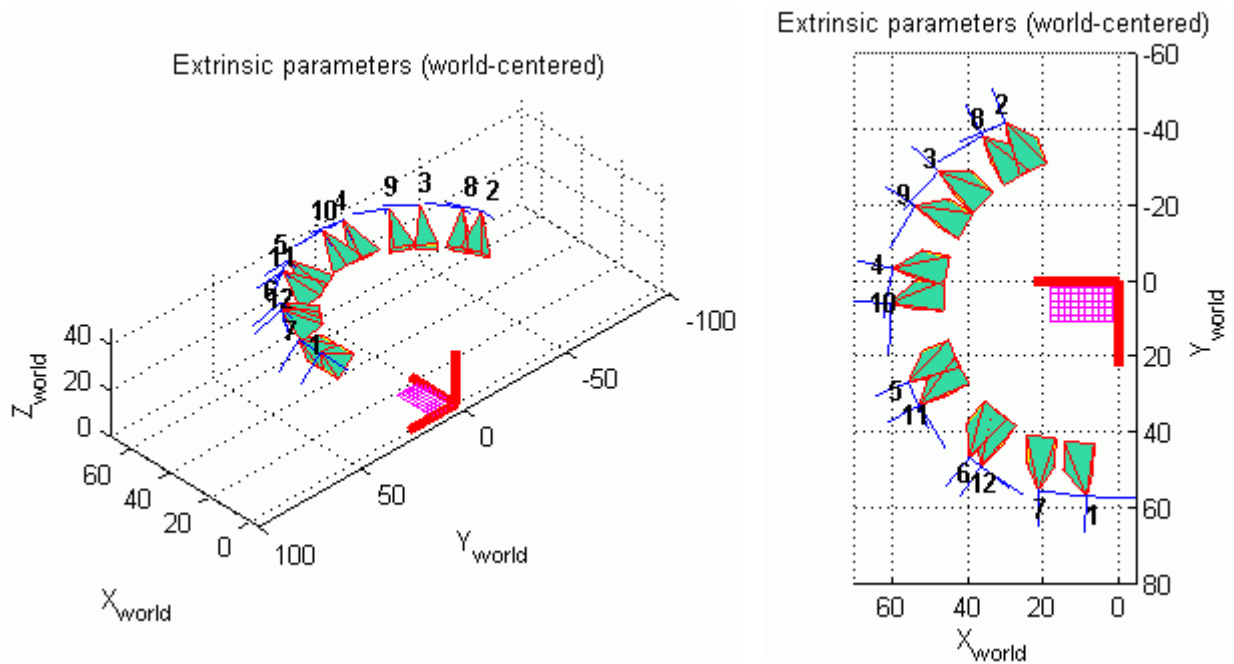


Figura 10. Representação gráfica dos parâmetros extrínsecos obtidos com o sub-conjunto 5: a matriz rosa representa o padrão de calibração, sobre o qual se encontra o sistema de coordenadas mundo a vermelho, e as pirâmides a verde representam as diferentes orientações da câmara usada.

A imagem da esquerda apresenta os parâmetros extrínsecos em 3D, enquanto a direita apresenta-os somente segundo as coordenadas X e Y (2D), de forma a evidenciar o movimento relativo de rotação entre a câmara e o padrão de calibração. Verifica-se que em vez de as diferentes posições da câmara realizarem um círculo completo, apenas se observam as mesmas sobre um semicírculo.

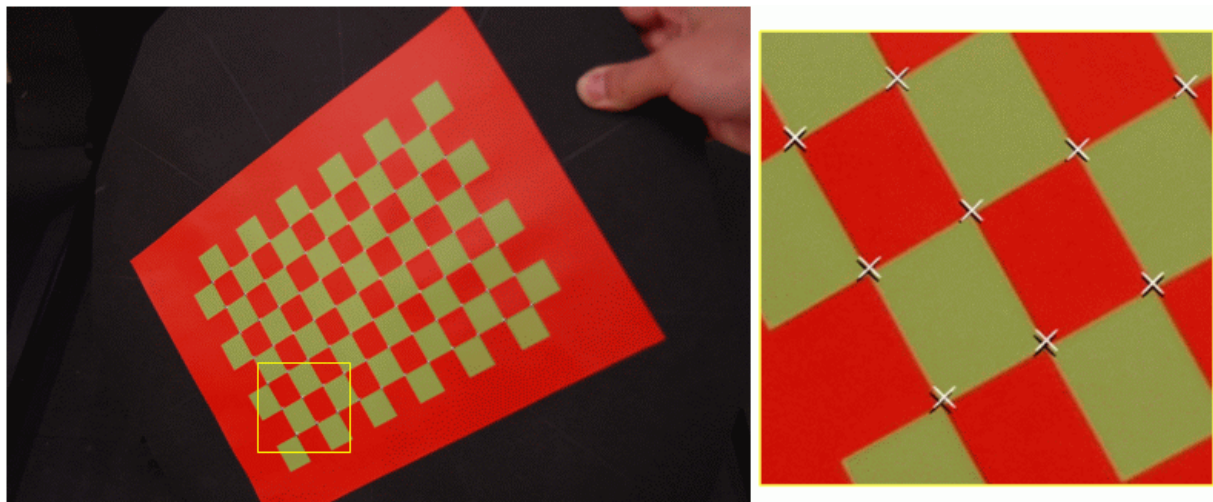


Figura 11. À esquerda, comparação entre os vértices detectados (cruzes brancas) e a reprojeção das coordenadas 3D dos vértices do padrão de calibração (cruzes pretas), para uma das imagens adquiridas. À direita, pormenor de uma das zonas do padrão de calibração, onde se pode verificar que quanto maior a distância ao centro da imagem, tendencialmente maior é a diferença entre vértices detectados e os reprojectados, devido aos efeitos da distorção radial presente na imagem.

Sub-conjuntos de imagem	Média		Desvio-padrão		Valor máximo	
	x	y	x	y	x	y
todas	0.1261	-0.6182	0.8698	0.9158	4.8723	4.4433
1	0.1556	-0.0839	0.4080	0.4881	1.7208	1.2174
2	0.4128	-0.2559	1.2559	0.7351	6.0104	3.9513
3	0.1753	-0.1507	1.0560	0.6678	4.1962	2.9878
4	0.1965	-0.1281	0.9328	0.6204	4.3413	2.9983
5	0.0602	-0.8831	0.3305	1.1754	0.9579	4.3530

Tabela 2. Média, desvio padrão e valores máximos do erro de reprojeção associados aos diferentes sub-conjuntos de imagens de calibração considerados.

REFERÊNCIAS

- [Agapito, 1998] L. d. Agapito, E. Hayman and I. Reid. *Self-calibration of a rotating camera with varying intrinsic parameters*, British Machine Vision Conference, Southampton, Reino Unido, pp. 105-114, 1998.
- [Azevedo, 2007] T. C. S. Azevedo, J. M. R. S. Tavares and M. A. P. Vaz. *3D Volumetric Reconstruction and Characterization of Objects from Uncalibrated Images*, 7th IASTED International Conference on Visualization, Imaging, and Image Processing, Palma de Mallorca, Espanha, pp. 141-146, 2007.
- [Batista, 1998] J. Batista, H. Araújo and A. T. d. Almeida. *Iterative Multistep Explicit Camera Calibration*, International Conference on Computer Vision, Bombay, Índia, vol. 15, pp. 709-714, 1998.
- [Bouguet, 2003] J. Bouguet. *Camera Calibration Toolbox for Matlab*, http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html (acesso em Dezembro de 2006), 2003.
- [Espuny, 2007] F. Espuny. *A New Linear Method for Camera Self-Calibration with Planar Motion*, Journal of Mathematical Imaging and Vision, vol. 27, no. 1, pp. 81-88, 2007.
- [Faugeras, 1992] O. Faugeras, Q.-T. Luong and S. J. Maybank. *Camera self-calibration: Theory and experiments*, 2nd European Conference on Computer Vision, Santa Margherita Ligure, Itália, Lecture Notes in Computer Vision, Springer-Verlag, vol. 588, pp. 321-334, 1992.
- [Faugeras, 1993] O. Faugeras. *Three-Dimensional Computer Vision: a Geometric Viewpoint*, MIT Press, 1993.
- [Fiala, 2004] M. Fiala. *ARTag Revision 1. A Fiducial Marker System Using Digital Techniques*, Report NRC/ERB-1117, Institute for Information Technology, Canadá, 2004.
- [Heikkilä, 1997] J. Heikkilä and O. Silvén. *A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction*, Computer Vision and Pattern Recognition, San Juan, Porto Rico, pp. 1106, 1997.
- [Li, 2004] Y. Li and Y. S. Hung. *A Stratified Self-Calibration Method for a Stereo Rig in Planar Motion with Varying Intrinsic Parameters*, German Pattern Recognition Symposium, Tübingen, Alemanha, pp. 318-325, 2004.
- [Moré, 1977] J. Moré. *The Levenberg-Marquardt algorithm, implementation and theory*, Numerical Analysis, Lecture Notes in Mathematics, Springer-Verlag, vol. 630, pp. 105-116, 1977.

[OpenCV, 2004] OpenCV. *Open Computer Vision Library*, beta 5, <http://sourceforge.net/projects/opencvlibrary> (acesso em Agosto de 2006), 2004.

[Pollefeys, 1996] M. Pollefeys, L. V. Gool and A. Oosterlinck. *The Modulus Constraint: A New Constraint for Self-Calibration*, International Conference on Pattern Recognition, Vienna, Áustria, vol. 1, pp. 349-353, 1996.

[Triggs, 1997] B. Triggs. *Autocalibration and the Absolute Quadric*, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Porto Rico, pp. 609-614, 1997.

[Tsai, 1987] R. Y. Tsai. *A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and lenses*, IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. 3, no. 4, pp. 323-344, 1987.

[Zhang, 2000] Z. Zhang. *A Flexible New Technique for Camera Calibration*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 22, no. 11, pp. 1330-1334, 2000.