



Análise da Propriedade da Monotonicidade no mercado de opções sobre o FTSE 100

Por

Marcelo José Reis Oliveira Ramalho

Dissertação de Mestrado em Finanças

Orientada por

Professora Doutora Cláudia Alexandra Gonçalves Correia Ribeiro

2012

Nota bibliográfica

Marcelo José Reis Oliveira Ramalho, nasceu no Porto em 1986. Licenciou-se em Gestão de Empresas em 2008 pelo Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Coimbra. Em 2009 obteve uma pós-graduação em Gestão Bancária e Seguradora pelo Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Coimbra. No mesmo ano iniciou o Mestrado em Finanças na Faculdade de Economia da Universidade do Porto. Desde 2011 encontra-se a trabalhar como auditor na Ernst & Young.

Agradecimentos

Agradeço, antes de mais, à minha orientadora, Professora Doutora Cláudia Ribeiro por toda a sua disponibilidade e conhecimentos que me transmitiu ao longo da dissertação.

Um especial agradecimento à minha namorada pela companhia, ajuda, paciência e apoio incondicional.

Um profundo obrigado à minha família, em especial aos meus pais, pela força, motivação, apoio e presença ao longo da minha vida.

Por fim, não poderia deixar de agradecer aos meus amigos e colegas de trabalho.

Resumo

A presente dissertação testa a validação da propriedade da monotonicidade para o índice FTSE 100 entre 01 de Outubro de 2008 e 30 de Setembro 2009. Este estudo apresenta um contributo adicional face aos existentes, nomeadamente, a introdução da análise dos níveis e variações da volatilidade intradiária na frequência das violações da propriedade da monotonicidade.

Analisando os resultados obtidos conclui-se que a volatilidade é uma variável importante a ser considerada na análise das violações da propriedade da monotonicidade. Ao introduzir esta variável as violações diminuem consideravelmente em todos os intervalos temporais, indicando que a volatilidade apresenta um forte peso nas variações do preço de uma opção.

Analisando a magnitude das variações do activo subjacente e da volatilidade quando existem violações, concluímos que estas ocorrem com grandes variações da volatilidade e pequenas variações do activo subjacente em sentido contrário. As violações tendem a ocorrer com maior frequência em regimes de elevada volatilidade. A microestrutura dos mercados também apresenta um papel determinante nas violações.

Abstract

This dissertation analyzes the monotonicity property for the FTSE 100 index, between 01 October 2008 and 30 September 2009. This study presents an additional contribution against the existing ones, namely the introduction of the analysis of the levels and variations of intraday volatility in the frequency of violations of monotonicity property.

By analyzing the results obtained, we conclude that volatility is an important variable to be considered in the analysis of violations of monotonicity property. With the introduction of this variable, the violations decreased significantly on all time intervals, indicating that volatility has a strong weight on variations in the option's price.

By analyzing the magnitude of the variations in the underlying asset and the volatility when there are violations, we have concluded that these variations occur with high variations of the volatility and small variations of the underlying asset in opposite direction. The high / low volatility and the market microstructure play a key role depending on the type of violations.

Índice

1. Introdução.....	1
2. Revisão da Literatura.....	3
2.1. Propriedade dos preços das opções.....	3
2.2. Factores explicativos da ocorrência da violação da propriedade da monotonicidade.....	4
2.2.1. Volatilidade estocástica.....	4
2.2.2. Mecanismos de transmissão da informação entre o mercado <i>spot</i> e mercado derivados.....	6
2.2.3. Microestrutura dos mercados.....	8
2.2.4. Liquidez.....	9
2.2.5. Efeito <i>time decay</i>	10
2.3. Consequências da violação da propriedade da monotonicidade.....	11
2.4. Identificação das questões de investigação.....	12
3. Dados e Metodologia.....	13
3.1. Tipologia das violações da propriedade da monotonicidade.....	13
3.2. Dados.....	15
3.3. Medida para a variação dos preços.....	17
3.4. Estimador da volatilidade.....	19
3.4.1. Rendibilidades diárias.....	19
3.4.2. Volatilidade Realizada.....	20
4. Análise empírica.....	21
4.1. Análise da frequência das violações da Propriedade da Monotonicidade.....	21
4.1.1. Frequência das violações sem considerar o efeito da volatilidade.....	22
4.1.2. Frequência das violações considerando o efeito da volatilidade.....	25
4.1.3. Frequência das violações em função das características das opções.....	27

4.2. Magnitude da variação do preço das opções.....	29
4.3. Análise bidimensional: Impacto das variações do activo subjacente e volatilidade nas violações da Propriedade da Monotonicidade	31
4.4. Níveis e regimes da volatilidade nas violações da Propriedade da Monotonicidade.....	36
4.5. Impacto da microestrutura dos mercados nas violações da Propriedade da Monotonicidade.....	39
5. Conclusão	43
Bibliografia	45
Anexos	

Índice de Figuras

Figura 1 – Tipo de violações sem considerar o efeito da volatilidade.....	14
Figura 2 – Tipo de violações considerando o efeito da volatilidade	14
Figura 3 – Informação sobre o contrato da opção e do respectivo activo subjacente.....	16
Figura 4 – Sumário estatístico das opções sobre o índice FTSE 100	17
Figura 5 – Variação dos preços das opções por intervalo fixo e por <i>tick-by-tick</i>	18
Figura 6 – Indicadores estatísticos da rendibilidade a 5 minutos do índice FTSE 100 ..	20
Figura 7 – Violações da Propriedade da monotonocidade sem considerar o efeito da volatilidade.....	22
Figura 8 – Variações das opções <i>call</i> e do activo subjacente para o intervalo diário por categoria de opção	24
Figura 9 – Violações da Propriedade da monotonocidade considerando o efeito da volatilidade.....	27
Figura 10 – Taxas de violação por categoria da opção considerando a volatilidade	29
Figura 11 – Magnitude da variação do Preço da opção considerando a volatilidade.....	31
Figura 12 – Distribuição da variação da volatilidade e do preço do activo subjacente por decis para as violações do tipo I e II.....	33
Figura 13 – Distribuição da variação da volatilidade e do preço do activo subjacente por decis para as violações do tipo I' e II'	33
Figura 14 - Impacto da variação da volatilidade e do activo subjacente no preço da opção quando ocorre violação do tipo I e II	35
Figura 15 - Impacto da variação da volatilidade e do activo subjacente no preço da opção quando ocorre violação do tipo I' e II'	36
Figura 16 – Taxa das violações por regimes de volatilidade	37
Figura 17 – Resultados do modelo PROBIT: Níveis e regimes volatilidade	39
Figura 18 – Média absoluta da variação relativa do activo subjacente quando ocorre uma violação do tipo IV A e IV B	40

Figura 19 - Resultados do modelo PROBIT: Microestrutura dos mercados 41

1. Introdução

A presente dissertação pretende testar a propriedade da monotonicidade no mercado de opções, sobre o índice FTSE 100, entre 01 de Outubro 2008 e 30 de Setembro 2009, com recurso a dados intradiários. Serão introduzidos os níveis intradiários da volatilidade, pretendendo-se analisar o seu papel e em que medida explicam as violações da propriedade da monotonicidade.

Os modelos de avaliação de opções de difusão unidimensional assentam em três propriedades fundamentais: i) propriedade da monotonicidade, ii) propriedade da correlação perfeita, iii) propriedade da redundância. A propriedade da monotonicidade, que será o objecto de estudo, pressupõe que o preço de uma opção *call (put)* varia no mesmo (oposto) sentido que o activo subjacente. A não verificação da propriedade da monotonicidade implicará consequências ao nível do preço das opções e consequente avaliação, a nível da eficiência e rapidez com que se ajustam as variações dos preços dos respectivos activos e a nível de estratégias por parte dos investidores, nomeadamente na cobertura de risco e oportunidades de arbitragem.

A volatilidade apresenta uma relação directa com o preço de uma opção, pelo que quanto maior (menor) a volatilidade em determinado momento maior (menor) será o preço da opção. Desse modo, a volatilidade poderá explicar em parte o fenómeno da violação da propriedade da monotonicidade. Bakshi *et al* (2000) e Fahlenbrach e Sandas (2009), analisando tal fenómeno, atribuíram como factor explicativo das violações a volatilidade estocástica. Nesse sentido pretende-se analisar o papel da volatilidade na análise de tais violações. A presente dissertação apresenta um contributo adicional face à literatura existente, nomeadamente, a introdução da análise dos níveis e variações da volatilidade intradiária na frequência das violações. Para tal, e utilizando um estimador de volatilidade independente, estimar-se-á a volatilidade intradiária.

Com base nesta nova variável, para análise da violação da propriedade da monotonicidade foram desenvolvidas novas tipologias de violações (Areal *et al* 2012). Será realizado um estudo bidimensional da frequência das violações em função das variações do activo subjacente e da volatilidade, idêntico ao de Fahlenbrach e Sandas (2009). Contudo esta análise será realizada com transacções reais por oposição a dados

simulados como realizado pelos referidos autores. Analisar-se-á a frequência das violações em função do nível e regimes de volatilidade registados no mercado. Por fim, será estudado o impacto que a microestrutura tem na frequência das violações.

Da análise que se pretende fazer, espera-se que ao introduzir o efeito da volatilidade as violações da propriedade da monotonicidade reduzam substancialmente, indicando que os resultados obtidos anteriormente por Bakshi *et al* (2000), Pérignon (2006) e Fahlenbrach e Sandas (200) encontram-se sobreestimados. Espera-se que as violações da propriedade da monotonicidade sejam mais frequentes com grandes variações da volatilidade e pequenas variações do activo subjacente, corroborando os resultados apresentados por Fahlenbrach e Sandas (2009). Por fim, é expectável que os regimes de volatilidade e a microestrutura dos mercados apresentem um papel determinante na análise das violações da propriedade da monotonicidade.

De modo a lidar com todas estas questões, o presente trabalho encontra-se estruturado por capítulos. No capítulo 2 será apresentada uma revisão da literatura, onde se abordará os temas necessários para a compreensão do objecto do estudo.

O capítulo 3 identificará as tipologias e a metodologia adoptada para análise das violações da propriedade da monotonicidade.

No capítulo 4 será realizada uma análise empírica, onde iremos analisar a frequência das violações de um modo geral e em função das características das opções. Será analisada a magnitude da variação do preço das opções quando ocorrem violações. Realizaremos uma análise bidimensional, tendo em conta as variações da volatilidade e do activo subjacente quando ocorrem violações. Por fim analisaremos os regimes de volatilidade e a microestrutura dos mercados na frequência das violações.

O capítulo 5 apresentará as conclusões do presente trabalho.

2. Revisão da Literatura

O presente capítulo visa efectuar uma abordagem à literatura existente sobre a temática da violação da propriedade da monotonicidade. Serão abordados vários aspectos, nomeadamente o significado da propriedade da monotonicidade, estudos relacionados com a temática e as respectivas conclusões, factores explicativos para a ocorrência deste fenómeno e a identificação das questões a investigar na presente dissertação.

2.1. Propriedade dos preços das opções

A avaliação de opções tem sido um dos principais temas de investigação das finanças desde a publicação do artigo de Black, Scholes e Merton (1973). Os modelos de avaliação de opções que assentam num processo de difusão unidimensional têm como principal fonte de variação estocástica o activo subjacente. Estes modelos apresentam três propriedades fundamentais. A opção *call* (*put*) é sempre uma função crescente (decrecente) e convexa do activo subjacente (Bergman, Grundy e Wiener (1996)), e deste modo as suas variações apresentam sempre o mesmo (oposto) sinal que a variação do activo subjacente, significa isto que o produto entre as variações das opções *call* (*put*) e do activo subjacente são sempre positivos (negativos) – propriedade da monotonicidade. Uma vez que nestes modelos a única fonte de incerteza é o activo subjacente, os preços das opções e do activo subjacente devem ser perfeitamente correlacionados – Propriedade da correlação perfeita. Por fim, a propriedade da redundância refere que as opções podem ser replicadas usando o activo subjacente e um activo sem risco, sendo portanto activos redundantes.

O nosso estudo visa analisar a frequência das violações da propriedade da monotonicidade (doravante PM) com a introdução dos níveis e variações da volatilidade intradiária.

2.2. Factores explicativos da ocorrência da violação da propriedade da monotonicidade

Neste ponto pretende-se introduzir todos os factores possíveis que podem explicar o fenómeno da violação da PM, abordando a literatura já existente. Será dado especial ênfase à volatilidade estocástica, ao mecanismo de transmissão de informação nos mercados, à microestrutura dos mercados, à liquidez e por fim, ao efeito *time decay*.

2.2.1. Volatilidade estocástica

A maior parte dos modelos de avaliação de opções, tais como os unidimensionais, assentam na verificação da PM. A ocorrência de violações da PM põe em causa o poder explicativo destes mesmos modelos. A introdução de modelos de avaliação de opções com a inclusão de novas variáveis estado, oferece a flexibilidade necessária para melhor explicar a dinâmica dos preços das opções e conseqüentemente ajuda a explicar grande parte das violações por eles (modelos unidimensionais) detectadas.

A variância da rendibilidade de uma acção é fundamental na avaliação de opções e existe desde o artigo de Black e Scholes (1973) uma extensa e vasta literatura sobre esse tema. O modelo Black Scholes assume que a volatilidade é constante, no entanto existem estudos empíricos que demonstram que esta varia ao longo do tempo (Clark (1973), Blatteberg e Gonedes (1974), Epps e Epps (1976) e Kon (1984)). De modo a tentar explicar determinados comportamentos que o modelo Black Scholes apresenta e na tentativa de aperfeiçoamento dos modelos de avaliação de opções, foram-se desenvolvendo desde 1973 modelos que apresentam a volatilidade como variável estocástica. Neste âmbito, Scott (1987), Jhonson e Shanno (1987) Hull e White (1987), Wiggins (1987), Stein e Stein (1991) e Heston (1993) desenvolveram modelos pressupondo um comportamento estocástico para a volatilidade.

Scott (1987) embora não tendo desenvolvido uma fórmula analítica, desenvolveu um modelo que permite obter estimativas precisas dos preços de opções recorrendo a uma simulação *Monte Carlo* e descobriu que um modelo de volatilidade estocástica é mais adequado para explicar os preços das opções. No sentido de satisfazer as condições da

solução da equação diferencial parcial, assumiu uma carteira sem risco constituída por duas opções de compra e uma acção, tal como Jones (1984), que assumiu serem necessárias pelo menos duas opções para criar uma carteira sem risco na avaliação de modelos de opções. Tanto Scott (1987), como Jhonson e Shanno (1987), Hull e White (1987) e Wiggins (1987) desenvolveram modelos resolúveis por métodos numéricos. Stein e Stein (1991) desenvolveram um modelo onde assumiram que a volatilidade é não correlacionada com o activo. Tal facto originou a não verificação de efeitos importantes na assimetria, que aumenta com o facto do activo e a volatilidade estarem correlacionadas. Já Heston (1993) desenvolveu um modelo de volatilidade estocástica de solução fechada, onde o activo se encontra correlacionado com a volatilidade.

Bakshi *et al* (2000) analisaram a violação da PM para o mercado S&P 500 para um período de 6 meses (Março de 1994 a 31 Agosto de 1994). Para tal utilizaram o *bid-ask spread* médio das opções (de modo a eliminar o impacto do *bid-ask bounce*) para dados intradiários e diários, nomeadamente 30 minutos, 1, 2 e 3 horas. Para a sua análise atribuíram 4 tipos de violações. Utilizando o modelo de Heston, os autores demonstraram que 47% das violações do tipo I¹ são explicadas pela presença da volatilidade estocástica. No mesmo âmbito, Fahlenbrach e Sandas (2009), para o mercado inglês, utilizando o mesmo modelo, efectuaram várias simulações e concluíram que a volatilidade estocástica explica um terço das violações da PM e que estas ocorrem com maior incidência com grandes variações da volatilidade e pequenas variações do activo subjacente em sentido contrário ($\Delta S < 0, \Delta C > 0$ e $\Delta S > 0, \Delta C < 0$).

Bossaerts e Hillion (1997 e 2003) atribuíram como uma das causas para a frequente anomalia dos movimentos dos preços dos futuros e das opções no mercado alemão, a volatilidade estocástica. Ao aplicar uma nova metodologia para avaliação e definição de estratégias de cobertura de opções, os referidos autores demonstraram que esta apresenta uma maior performance em dados realizados numa simulação e uma pior performance em dados de mercado, atribuindo tal facto, à presença de volatilidade estocástica nos activos.

¹ $\Delta S \cdot \Delta C < 0$ para as opções de compra e $\Delta S \cdot \Delta P > 0$ para as opções de venda.

2.2.2. Mecanismos de transmissão da informação entre o mercado *spot* e mercado derivados

Pelos modelos clássicos, o valor de uma opção é influenciado fortemente pelo seu activo subjacente. Basicamente o valor de uma opção *call* ou *put* pode ser expressa como uma função do seu activo subjacente. Deste modo e, segundo as propriedades de tais modelos, as notícias ou informações inerentes a determinado activo subjacente, deveriam afectar o seu preço simultaneamente e da mesma maneira que o preço da respectiva opção. Manaster e Randleman (1982) demonstraram que o preço das opções determina o preço das acções. Aplicando dados diários (preços de fecho), a sua análise baseou-se na diferença entre os preços das acções e o preço destas implícito nas opções, concluindo que o preço das opções realmente possui informação não contida no preço das acções e que poderá demorar 24 horas até o preço destas se ajustar.

De modo a colmatar diversas limitações no estudo de Manaster e Randleman (1982), nomeadamente os dados serem diários, o mercado de opções encerrar 10 minutos mais tarde que o mercado de acções e conseqüentemente os preços para análise não serem contemporâneos e a não utilização do *Bid-ask spread*, Bhattacharya (1987) analisou os dados de transacção intradiários e o *bid-ask* das opções *call* para determinar a relação existente entre os mercados. Concluiu que o preço das opções contém informação adicional, mas que tal informação é insuficiente para superar os custos de transacção. Mesmas conclusões que Manaster e Randleman (1982) obteve Anthony (1988). No entanto os resultados obtidos apresentaram a mesma limitação da não simultaneidade do fecho dos dois mercados, (Vijh 1988). Resultados contrários aos estudos acima referidos obtiveram Stephan e Whaley (1990), demonstrando que o preço das acções determina o preço das opções. Contudo Chan *et al* (1993), relativamente às conclusões obtidas por Stephan e Whaley (1990), alertaram para o facto das alterações ocorridas nos preços das acções serem inferiores às variações mínimas permitidas (*tick size* mínimo) nas opções. Deste modo pequenas alterações no preço das acções não se reflectirão imediatamente nas opções, o que levará a que estas se alterem após várias alterações no preço das acções. Esta tendência originará que o mercado de acções influencie o mercado de opções. Demonstraram também que aplicando o valor médio

do *bid-ask spread* em vez dos preços de transacção a influência do mercado de acções desaparece.

Bakshi *et al* (2000) concluíram que o *tick size* mínimo explica o facto do activo subjacente variar e o preço da opção se manter inalterado (tipo de violação II). Este fenómeno acontece porque as variações do activo subjacente são pequenas e não são suficientes para atingir o *tick size* mínimo e os *market-makers* optam por não variar o preço da opção. Contudo se alterarem o preço da opção, a respectiva variação será superior à alteração do activo subjacente e desse modo estamos perante outro tipo de violação, também definida por Bakshi *et al* (2000) ($\Delta C/\Delta S > 1$; $\Delta P/\Delta S < 1$). Estes dois tipos de violações estão directamente relacionados com o *bid-ask spread* e o *tick-size* da opção.

A relação existente entre os dois mercados, sobre qual incorpora mais rapidamente a informação nova que chega ao mercado, apresenta resultados inconclusivos, pelo que existem diversos estudos a relacionar o volume de transacções, o preço e a informação para tentar explicar esse elo de ligação. Black (1975) sugeriu que os reduzidos custos de transacção e o elevado grau de alavancagem existentes no mercado de opções, induz os investidores informados a negociar preferencialmente mais nestes do que no mercado de acções. Neste sentido Easley, O'Hara e Srinivas (1998) argumentaram que a escolha dos mercados por parte dos investidores informados depende da intensidade e do grau de alavancagem produzida pelos mercados. Eles demonstraram existir dois tipos de equilíbrio, equilíbrio separado (*separating equilibrium*), onde os investidores informados apenas negociam no mercado de acções e equilíbrio conjunto (*pooling equilibrium*), onde os investidores informados negociam nos dois mercados e desse modo as negociações de opções podem transmitir informações sobre os preços futuros das acções.

Chakravarty, Gulen e Mayhew (2004) atribuem o volume de negociação, o *bid-ask spread* dos dois mercados e a volatilidade, como causas preponderantes na determinação do preço das acções por parte do mercado de opções. Pan e Poteshman (2006) demonstraram que o volume de transacções nas opções contém informação sobre o preço futuro das acções. Por outro lado, existem estudos apresentando conclusões

contrárias, tais como Chan, Chung e Fong (2002), que demonstraram que o volume de negociação das opções não determina o preço das acções.

2.2.3. Microestrutura dos mercados

A microestrutura dos mercados tem revelado uma elevada importância nas últimas décadas. Actualmente os mercados são compostos por agentes financeiros informados e altamente especializados pelo que se tornou relevante estudar o mercado nesse ponto de vista. O estudo na área da microestrutura já não é recente (ver Ananth Madhavan (2000)), no entanto a disponibilidade e utilização de novas bases de dados permite que novos estudos desenvolvidos nesta área apresentem um maior rigor científico. Tal facto permite avaliar o comportamento dos mercados (de acções e opções) ao longo do dia, tornando possível analisar, por exemplo, o volume de transacções diárias e em que períodos ocorrem durante o dia, quantas vezes as cotações foram revistas, o *bid-ask spread*, entre outras componentes que compõem os mercados. De facto estas componentes apresentam extrema importância para compreender e explicar determinados comportamentos inerentes aos mercados.

Bakshi *et al* (2000) ao analisarem as violações da PM do S&P 500 concluíram que uma parte dessas violações está relacionada com a microestrutura dos mercados, nomeadamente o *bid-ask spread*, o número de transacções, os períodos do dia e o número de revisões das cotações. Pérignon (2006), ao contrário de Bakshi *et al* (2000) para a análise da PM a 5 índices europeus (DJ EUROSTOXX-50), francês (CAC 40), alemão (DAX), Suíço (SMI) e inglês (FTSE 100)) para o ano 2002, utilizou preços de transacção. Apesar desta metodologia não ser susceptível à manipulação do *bid-ask spread*, apresenta a desvantagem de não eliminar o impacto do *bid-ask bounce*. Um dos factores para explicar o facto do preço da *call* (*put*) variar em sentido contrário (igual) ao activo subjacente é precisamente o *bid-ask bounce*. Outras das razões para o facto de ocorrer violações da PM para os mercados europeus são as estratégias de negociação por parte dos investidores. Fahlenbrach e Sandas (2009), no mesmo âmbito, atribuíram que dois terços das violações da PM são explicados pelo efeito da microestrutura dos mercados.

Para além da aplicação das componentes referidas anteriormente para a explicação de diversos comportamentos do mercado, também existem estudos que analisam o comportamento destas, de modo a averiguar se existe algum padrão ao longo do dia. McNish e Wood (1992) e Lee *et al* (1993) demonstraram que o *bid-ask spread* para o NYSE apresenta um padrão em forma de U, isto é, o *spread* tende a ser maior após a abertura do mercado e no período que antecede o fecho do mercado. Brock e Klein (1992) concluíram que o volume de transacções no NYSE também apresenta um padrão em forma de U e que o *bid-ask spread* segue o mesmo comportamento, atingindo os valores mais elevados na abertura e no fecho do mercado. Jain e Joh (1988) e Foster e Viswanathan (1993) afirmaram que este padrão está relacionado com a variação intradiária do volume e da volatilidade das acções da NYSE, pois apresentam um comportamento semelhante. Já anteriormente, Wood McNish e Ord (1985) utilizando as rendibilidades das acções do NYSE, demonstraram que estas apresentam um comportamento normal durante o dia, mas que tanto no início como no encerramento do mercado, as rendibilidades e a volatilidade apresentam-se elevadas. Conclusões contrárias tiveram Chan, Christie e Schultz (1995), ao comprovar que o *bid-ask spread* se mantém estável ao longo do dia, mas que diminui substancialmente na hora que precede o fecho do mercado.

Já numa perspectiva macroeconómica, Chordia, Roll e Subrahmanyam (2001) concluíram que o *spread* em mercados de descida aumenta significativamente e que decresce marginalmente em mercados de subida. Relativamente ao mercado de opções, Chan, Chung e Johnson (1995) concluíram que o *spread* apresenta o valor mais elevado durante o horário de abertura do mercado e apresenta o valor mais baixo aquando do fecho deste. Mayhew (2002) demonstrou que o *bid-ask spread* apresenta uma relação positiva com o preço das opções, e uma relação negativa com o volume de transacções.

2.2.4. Liquidez

O efeito liquidez apresenta um papel importante na microestrutura dos mercados, pois manifesta influência no mercado de acções e opções. Ao analisar a liquidez no mercado de opções, Cao e Wei (2010) verificaram a relação positiva entre as variações do *bid-*

ask spread e o volume de transacções das opções. Estes resultados suportam a evidência de que os investidores informados preferem negociar nos mercados de opções (Black (1975), Easley et. Al. (1998) e Pan e Poteshman (2006)). Os *market-makers* ao verificarem um aumento do volume de transacções depreendem a existência de informação e protegem-se de tal situação, aumentando o *bid-ask spread* (Easley e O'Hara (1992), e Kim e Verrechia (1994)). Cao e Wei (2010) demonstraram, também, a existência de um comportamento assimétrico entre a liquidez do mercado das opções e os movimentos (subida e descida) do mercado dos activos subjacentes, isto é, a liquidez apresentada pelas opções *call* e *put* é diferente durante os mesmos movimentos do mercado. A liquidez das opções *call* aumenta em períodos de subida dos mercados, enquanto que a das opções *put* aumenta em períodos de descida. Relativamente ao *bid-ask spread*, nas opções *call* este diminui (aumenta) em mercados de subida (descida), ao passo que nas opções *put* se mantém inalterado em mercados de subida e decresce em períodos de descida. Já Cetin *et al* (2006) demonstraram a importância da liquidez na avaliação das opções, referindo que os custos de liquidez podem explicar uma parte significativa do preço das opções.

Relativamente à relação retorno/ liquidez, Acharya e Pedersen (2005) concluíram que os investidores deveriam se preocupar mais com o retorno dos seus activos em mercados de descida e reduzida liquidez.

2.2.5. Efeito *time decay*

Bakshi *et al* (2000) ao analisar as violações da PM constataram que para o intervalo diário, quando o activo subjacente variava positivamente e o preço da opção variava em sentido contrário, a frequência das violações era maior face aos outros intervalos. Tal situação acontece devido ao efeito *time decay*. Este efeito corresponde à perda de valor das opções à medida que estas se vão aproximando da maturidade. Testando o efeito do *time decay*, Bakshi *et al* (2000) demonstraram que este efeito é mais visível nas opções OTM, de curto de prazo e para intervalos diários, concluindo que os intervalos intradiários ajudam a minimizar o referido efeito. Por outro lado, mais recentemente, Adcock e Hua (2011), efectuando simulações utilizando o modelo *Black Scholes*

evidenciaram que para intervalos intradiários, tais como 30 minutos, existe uma grande taxa de violações para as opções OTM e de curto prazo, considerando que o efeito *time decay* é significativo para os intervalos intradiários.

2.3. Consequências da violação da propriedade da monotonicidade

A não verificação da PM implicará consequências ao nível do preço das opções e consequente avaliação, a nível da eficiência e rapidez com que se ajustam as variações dos preços dos respectivos activos e a nível de estratégias por parte dos investidores, nomeadamente na cobertura de risco e oportunidades de arbitragem.

Como referido no parágrafo anterior, a violação da PM pode originar uma reduzida eficiência e rapidez do mercado de opções e acções, numa óptica de incorporação das variações do preço do activo subjacente no preço das opções. Tal facto prejudica os investidores em variadas posições tomadas no mercado, tais como posições de cobertura e oportunidades de arbitragem. A literatura sugere que uma posição de cobertura típica consiste em deter uma posição longa numa acção e uma posição curta numa opção de compra, assumindo que o preço da opção varia no mesmo sentido que o da acção. Se ocorrer a violação da PM, o investidor terá uma dupla perda se o activo subjacente variar positivamente ($\Delta S > 0$) e a opção *call* variar negativamente ($\Delta C < 0$). Por outro lado o investidor pode obter ganhos duplos se ocorrer a violação $\Delta S < 0$, $\Delta C > 0$.

Outra questão que a literatura refere e que a violação da PM põe em causa, é a frequência com que se deve reajustar uma carteira de activos de modo a assumir uma posição de cobertura. Quanto mais dinâmica for a estratégia, mais eficaz se torna, isto é, a revisão deve ser feita o mais frequentemente possível, idealmente de forma contínua, pois assim os erros de cobertura tendem a ser nulos². Ao ocorrer a violação da PM, a partir de um determinado ponto, quanto mais dinâmica for a estratégia de cobertura, maior será a ocorrência de erros, Bakshi *et al* (2000) usando o Modelo Black Scholes, demonstraram esse mesmo facto. À medida que existe uma revisão mais frequente, os erros de cobertura inicialmente decrescem, mas aumentam a partir de um certo ponto,

² Nesta situação os custos de transacção são maiores. Quanto maior a eficácia da estratégia de cobertura, maiores serão os custos de transacção.

apresentando um comportamento em forma de U. Esta situação é causada pela correlação imperfeita entre o preço das opções e do activo subjacente. Coval e Shumway (2001) demonstraram que ao utilizar combinações de opções (*Straddles*) para estratégias de cobertura, estas apresentam um retorno médio semanal de aproximadamente -3%, sugerindo que a presença de volatilidade estocástica pode explicar os resultados obtidos. Por outro lado, Pooley, Forsyth e Veztal (2001) concluíram que a probabilidade de uma estratégia de cobertura apresentar resultados favoráveis depende de um menor grau de volatilidade verificada no preço do activo subjacente.

2.4. Identificação das questões de investigação

Após a descrição dos assuntos relevantes para a elaboração do presente estudo, nomeadamente os factores explicativos da violação da PM e as consequências de tais violações, é possível identificar quais as questões que serão alvo de investigação na presente dissertação. Como foi dito anteriormente, este estudo apresenta um contributo novo face aos anteriores, a introdução da volatilidade, desse modo pretendemos analisar a frequência das violações em função das características das opções, saber qual o impacto que a volatilidade apresenta neste fenómeno, analisar as violações nos diferentes regimes de volatilidade em vigor no mercado e determinar qual o papel da microestrutura dos mercados nas violações da PM.

Desse modo, o próximo capítulo apresentará a definição das tipologias para análise das violações da PM e a metodologia adoptada, para no capítulo seguinte (4) responder a todas as questões de investigação.

3. Dados e Metodologia

O presente capítulo visa apresentar a tipologia para a qual iremos analisar as violações da PM e a metodologia adoptada para a associação das observações do mercado à vista com o mercado de derivados. Nesse sentido, num primeiro ponto apresentaremos o tipo de violações que serão analisadas, seguido da descrição e das características dos dados. No terceiro ponto será abordada a metodologia da sincronização dos dados do mercado à vista com o mercado de derivados. Por fim, e uma vez que o presente trabalho apresenta um novo contributo face aos estudos anteriores, a introdução da volatilidade nas violações da PM, será descrito o estimador da volatilidade.

3.1. Tipologia das violações da propriedade da monotonicidade

Para analisar a violação da PM considerou-se os sinais da variação dos preços contemporâneos da opção e do activo subjacente (Pérignon (2006)). Esta metodologia permite comparar a magnitude e a frequência dos desvios quando ocorrem violações.

Utilizando um conjunto de dados de opções e do seu activo subjacente, facilmente é possível analisar as violações da PM. De forma a ser possível lidar com as variações dos níveis da volatilidade nas violações da PM introduziremos novos tipos de violações. Para evidenciar o impacto que o efeito da volatilidade tem nas violações da PM existirão tipos de violação, não considerando a volatilidade – Figura 1, e considerando a volatilidade – Figura 2, desenvolvidas por Areal *et al* (2012).

As figuras seguintes apresentam as respectivas tipologias de violação.

Figura 1 – Tipo de violações sem considerar o efeito da volatilidade

	<i>Call</i>	<i>Put</i>
Tipo I	$\Delta S < 0, \Delta C > 0$	$\Delta S > 0, \Delta P > 0$
Tipo II	$\Delta S > 0, \Delta C < 0$	$\Delta S < 0, \Delta P < 0$
Tipo III	$\Delta S = 0, \Delta C \neq 0$	$\Delta S = 0, \Delta P \neq 0$
Tipo IV	$\Delta S \neq 0, \Delta C = 0$	$\Delta S \neq 0, \Delta P = 0$

A presente figura indica o tipo de violações sem considerar o efeito da volatilidade, onde ΔS corresponde à variação do activo subjacente, ΔC à variação da opção *call* e ΔP à variação da opção *put*.

Figura 2 – Tipo de violações considerando o efeito da volatilidade

	<i>Call</i>	<i>Put</i>
Tipo I'	$\Delta S < 0, \Delta \sigma \leq 0, \Delta C > 0$	$\Delta S > 0, \Delta \sigma \leq 0, \Delta P > 0$
Tipo II'	$\Delta S > 0, \Delta \sigma \geq 0, \Delta C < 0$	$\Delta S < 0, \Delta \sigma \geq 0, \Delta P < 0$
Tipo III' A	$\Delta S = 0, \Delta \sigma = 0, \Delta C \neq 0$	$\Delta S = 0, \Delta \sigma = 0, \Delta P \neq 0$
Tipo III' B	$\Delta S = 0, \Delta \sigma > 0, \Delta C < 0$	$\Delta S = 0, \Delta \sigma > 0, \Delta P < 0$
Tipo III' C	$\Delta S = 0, \Delta \sigma < 0, \Delta C > 0$	$\Delta S = 0, \Delta \sigma < 0, \Delta P > 0$
Tipo IV' A	$\Delta S > 0, \Delta \sigma \geq 0, \Delta C = 0$	$\Delta S < 0, \Delta \sigma \geq 0, \Delta P = 0$
Tipo IV' B	$\Delta S < 0, \Delta \sigma \leq 0, \Delta C = 0$	$\Delta S > 0, \Delta \sigma \leq 0, \Delta P = 0$

A presente figura indica a tipologia das violações da propriedade da monotonicidade considerando a variação dos níveis da volatilidade, onde ΔS corresponde à variação do activo subjacente, $\Delta \sigma$ à variação da volatilidade, ΔC à variação da opção *call* e ΔP à variação da opção *put*.

A introdução de novos tipos de violação (Figura 2) apresenta várias vantagens. Desde já, esta metodologia permite não depender da escolha de um modelo de avaliação específico, uma vez que estamos a assumir que a volatilidade não é constante ao longo do tempo. Outra razão é o facto de esta tipologia não sobrestimar as violações da PM, isto é, a volatilidade apresenta uma relação directa com o preço de uma opção, logo se uma *call* ou *put* variarem no mesmo sentido da volatilidade e o activo subjacente variar no sentido contrário, não estamos perante uma violação, pois a variação do preço da opção pode ser causada pelo efeito volatilidade. A tipologia presente na Figura 1 identifica como violação algo que pode não ser de facto, ao passo que as violações detectadas na nova tipologia são de facto violações.

3.2. Dados

Para análise do estudo da violação da PM usámos i) os dados intradiários das opções¹ sobre o índice FTSE 100 e (ii) os dados *spot* do índice FTSE 100. O período de análise é entre 01 de Outubro 2008 e 30 de Setembro de 2009. Os dados das opções sobre o índice FTSE 100 foram obtidos pela EURONEXT, enquanto que os dados *spot* foram fornecidos pela Olsen.

Os dados das opções são marcados ao segundo e neles constam as cotações negociadas e as transacções ocorridas. Seguindo a metodologia de Pérignon (2006), para a análise, apenas se considerou os preços de transacção. A utilização desta metodologia é menos susceptível à manipulação do *bid-ask spread* e permite verificar violações reais, ao contrário da utilização do *bid-ask midpoint* (metodologia adoptada por Bakshi *et al* (2000)), que apenas permite medir potenciais violações. Contudo, a utilização dos preços de transacção apresenta uma limitação, nomeadamente, não ajuda a eliminar o impacto do *bid-ask bounce*.

No total, o conjunto de dados das opções resume-se a 400.009 transacções de opções *call* e *put* e 18.399.348 contratos negociados (ver Figura 3).

Os dados *spot* são observados de 15 em 15 segundos o que perfaz um total de 514.212 observações.

Para estes dados foi elaborado um processo de limpeza na medida em que este tipo de dados incorpora com alguma frequência alguns erros de registo. Verificamos os dias de transacção, os feriados, o horário de funcionamento da bolsa, a ordenação dos dados, a existência de preços inferiores a zero, as transacções ocorridas mas com volume igual a zero e possíveis *outliers*. Os dados que não cumpriam estes requisitos foram eliminados. É de referir que dos dados fornecidos pela Euronext (opções) não constava o dia 1 de Dezembro de 2008 por falha nos sistemas electrónicos deles.

¹Opções do tipo europeu.

Figura 3 – Informação sobre o contrato da opção e do respectivo activo subjacente

Footsie 100	
Activo subjacente	FTSE 100
Código da opção	ESX
Mercado	NYSE Liffe London
Divisa	£
Transacções	
Call	204.667
Put	195.342
Contratos negociados	
Call	8.724.294
Put	9.675.054
Varição mínima (tick)	0,5 (£5,00)
Observações do índice	514.212

Foram aplicados 3 filtros aos dados, à semelhança da metodologia adoptada por Bakshi *et al* (2000) e Pérignon (2006). Foram eliminadas da amostra inicial as opções com maturidade inferior a 6 dias para evitar os movimentos anormais dos preços nas datas próximas do vencimento dos respectivos contratos. Segundo, foram retiradas todas as opções com preços inferiores ou igual a 2 *tick sizes* para aliviar o impacto das variações elevadas destas opções. Por fim, contratos com menos de 10 transacções (inclusive) num determinado dia, são eliminados desse mesmo dia².

Uma vez que os dados das opções encontram-se no formato “ano-mês-dia-hora-minuto-segundo”, efectuou-se a correspondência dos preços das opções com os valores do índice ao preço mais próximo no tempo. Já que as observações do índice ocorrem de 15 em 15 segundos, o processo de correspondência entre o preço de opções e os valores do índice é limitado aos 7 segundos³.

À semelhança dos estudos de Bakshi *et al* (2000) e Pérignon (2006) dividimos as opções em várias categorias de acordo com o seu grau de *moneyness* e tempo para a

² Individualmente, no primeiro filtro foram eliminadas para a opção *call (put)* 29.890 (30.558) observações, no segundo filtro 2.041 (2.348) e no terceiro filtro 57.287 (62.140) observações.

³ Exemplo: Se o preço da opção estiver entre o segundo 8 e 22 vai corresponder ao segundo 15 do índice (limite superior e inferior de 7 segundos). Uma opção que estiver entre o segundo 23 e 37 vai corresponder ao segundo 30 do índice e assim sucessivamente. Se o preço de uma opção estiver após o segundo 53, esta vai corresponder ao início do minuto seguinte do índice.

maturidade do contrato. Uma opção *call* classifica-se como *in-the-money* (ITM) quando $S/X \geq 1,03$, *at-the-money* (ATM) se $S/X \in [0,97;1,03]$ e *out-the-money* (OTM) se $S/X \leq 0,97$. Para as opções *put* os intervalos são os mesmos, no entanto tem-se de substituir S/X por X/S . Relativamente à maturidade, uma opção é de curto prazo, quando faltam 30 dias⁴ ($t \leq 30$) para o seu vencimento, médio prazo se $t \in (30;60)$ e longo prazo se faltarem mais de 60 dias ($t \geq 60$). A Figura 4 apresenta o número de observações finais por categoria de opção.

Figura 4 – Sumário estatístico das opções sobre o índice FTSE 100

Moneyness	Tempo para a maturidade			Total Maturidades
	Curto Prazo	Médio Prazo	Longo Prazo	
OTM	35,6 ; 41.779 (40,1 ; 45.200)	63,3 ; 19.653 (77,6 ; 15.381)	162,6 ; 13.499 (185,2 ; 7.174)	65,8 ; 74.931 (64 ; 67.755)
ATM	92,4 ; 32.442 (107 ; 24.790)	159,2 ; 5.706 (206,7 ; 4.092)	328 ; 3.834 (443,4 ; 4.868)	123 ; 41.982 (167,6 ; 33.750)
ITM	238,3 ; 1.767 (393,1 ; 2.482)	305,7 ; 641 (426,6 ; 675)	491,2 ; 369 (556,4 ; 384)	287,5 ; 2.777 (417,2 ; 3.541)
Total Moneyness	64,6 ; 75.988 (75,1 ; 72.472)	90,4 ; 26.000 (115,5 ; 20.148)	205,3 ; 17.702 (297,8 ; 12.426)	91 ; 119.690 (109,2 ; 105.046)

A presente figura indica o preço médio de transacção e o número de transacções por categoria de opção. Os valores para as opções *put* encontram-se em parênteses.

3.3. Medida para a variação dos preços

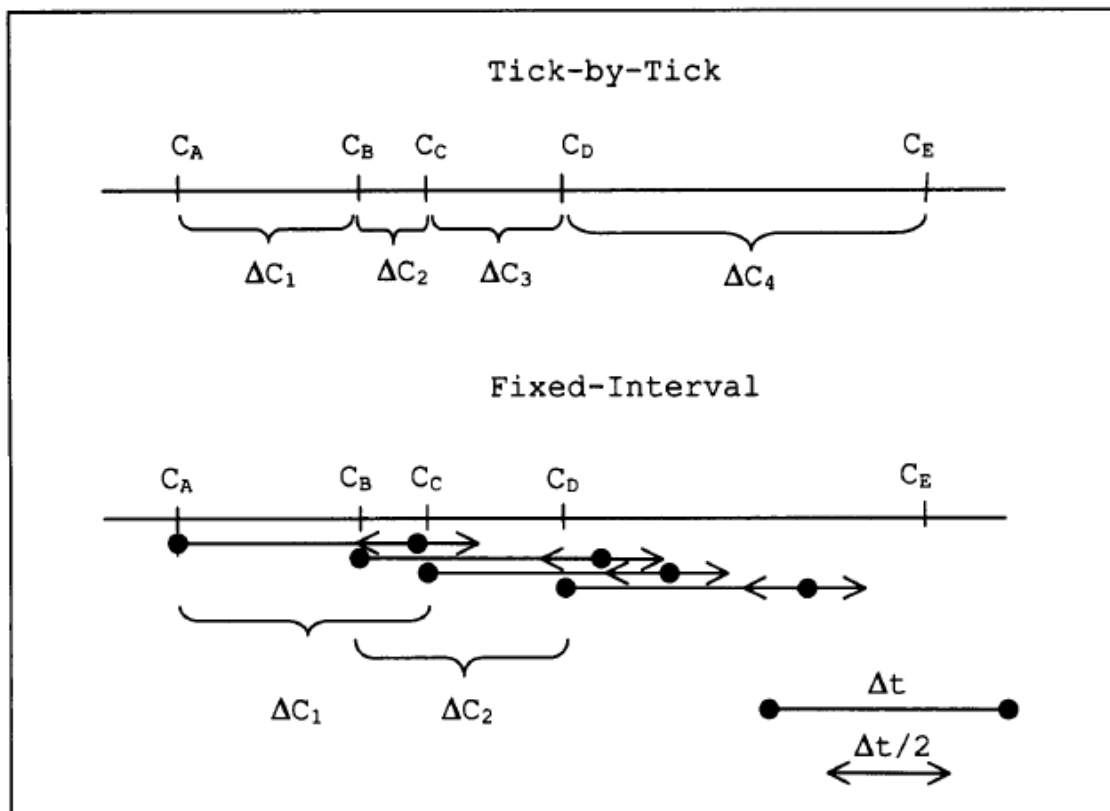
Uma vez que estamos a trabalhar com dados intradiários e preços de transacção, estes ao longo do dia não apresentam um comportamento igualmente espaçado, desse modo adoptámos a metodologia de Pérignon (2006), isto é, analisar as variações dos preços das opções em intervalos fixos e preço *tick-by-tick*. Para a variação em intervalos fixos o tempo entre duas transacções (Δt) é de 30 minutos, 1 hora, 2 horas, 3 horas e 1 dia. Para os intervalos *tick by tick*, o tempo entre duas transacções é aleatório.

Para um melhor entendimento do procedimento de cálculo das variações, observar a Figura 5 (Pérignon (2006)). Consideremos 5 transacções, denominadas de A, B, C, D e

⁴Dias úteis

E que ocorrem no momento t_A , t_B , t_C , t_D e t_E . Pelo método *tick-by-tick* pode obter-se facilmente 4 variações, entre t_A e t_B , t_B e t_C , t_C e t_D e t_D e t_E . Pelo método dos intervalos fixos apenas se obtém 2 variações, entre t_A e t_C e t_B e t_D . Este cálculo é efectuado da seguinte forma: considerando a transacção A, adiciona-se Δt a t_A e consideramos uma janela $\Delta t/2$ em torno de $t_A + \Delta t$. A variação do preço por intervalos fixos será calculado entre o preço no momento t_A ao preço mais próximo entre $t_A + \Delta t$ com a restrição de este se manter dentro da janela $\Delta t/2$ ⁵. Por exemplo, se considerarmos o intervalo de 30 minutos a variação do preço calculada estará compreendida apenas entre os minutos 22,5 (limite inferior) e os 37,5 (limite superior). Este método permite obter um total de 749.465 observações, sendo que 224.736 são *tick-by-tick*.

Figura 5 – Variação dos preços das opções por intervalo fixo e por *tick-by-tick*.



Fonte: Pérignon (2006). A presente figura indica a construção da variação dos preços por intervalo fixo e por *tick-by-tick*.

⁵Para o intervalo diário consideramos $\Delta t/6$ (4 horas)

3.4. Estimador da volatilidade

Para introduzir os novos tipos de violação tivemos que determinar a volatilidade intradiária. Os dois pontos seguintes apresentam a metodologia adoptada para o estimador da volatilidade.

3.4.1. Rendibilidades diárias

Apesar de se ter observações de 15 em 15 segundos, para o cálculo da volatilidade utilizaram-se as rendibilidades do índice de 5 em 5 minutos. Os dados de alta frequência estão sujeitos à microestrutura dos mercados o que por vezes pode conter bastante ruído e distorcer a propriedade das rendibilidades. A utilização da frequência de 5 em 5 minutos permite que o impacto da microestrutura dos mercados nas rendibilidades não seja tão elevado (Koopman, Jungbacker e Hol (2005)). Para o cálculo da volatilidade realizada no mercado das taxas de câmbio, Anderson e Bollerslev (1998) também calcularam as rendibilidades intradiárias utilizando os intervalos de 5 minutos.

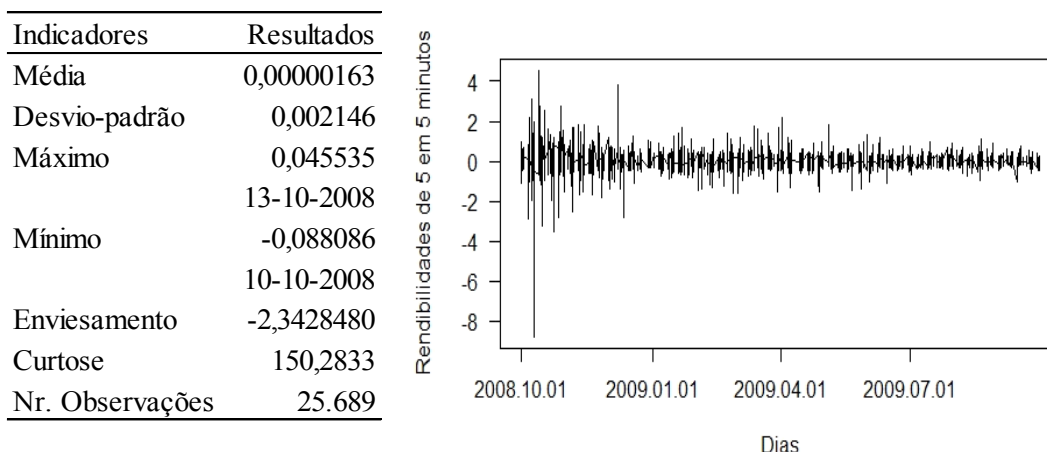
Assim, para o cálculo das rendibilidades foram utilizadas as cotações do índice FTSE 100 no início de cada período de 5 minutos,

$$R_t = \ln(P_{n,t}/P_{n,t-1}) \quad (3.1)$$

Onde $P_{n,t}$ corresponde à cotação do índice no dia n , na marca dos 5 minutos t .

Na Figura 6 encontram-se as propriedades estatísticas das 25.689 observações. Verifica-se que a rendibilidade média é reduzida e não é significativamente diferente de zero, o enviesamento é negativo o que significa que a distribuição é assimétrica à esquerda e a curtose toma valores positivos. Podemos também observar a evolução das rendibilidades de 5 em 5 minutos ao longo do período da análise.

Figura 6 – Indicadores estatísticos da rendibilidade a 5 minutos do índice FTSE 100



3.4.2. Volatilidade Realizada

A volatilidade tem ganho cada vez mais notoriedade nos mercados financeiros e no mundo académico. Existe uma vasta literatura sobre estimadores de volatilidade. Para maior detalhe sobre os diversos estimadores de volatilidade ver Poon e Granger (2003).

Bakshi *et al* (2000), na sua análise utilizaram o estimador da volatilidade implícita. O estimador utilizado por estes não é independente uma vez que depende da informação e do número de opções negociadas a cada momento no tempo. Para este trabalho optou-se por um estimador que seja independente da informação.

A volatilidade será calculada com base em intervalos de 30 minutos, desse modo ter-se-á a volatilidade intradiária para os diferentes dias de análise. Uma vez que se está a utilizar rendibilidades de 5 em 5 minutos, para o cálculo da volatilidade intradiária o estimador mais correcto será o adoptado por Andersen e Bollerslev (1998), nomeadamente,

$$\sigma_{30min.} = \sqrt{\sum_{d=1}^D R_{n,d}^2}, n = 1, \dots, N \quad (3.2)$$

Onde $R_{n,d}$ corresponde à rendibilidade de 5 em 5 minutos do dia d para o período de 30 minutos n .

4. Análise empírica

Como foi referido anteriormente, o presente trabalho apresenta um novo contributo face aos anteriores, nomeadamente a introdução da análise dos níveis e variações da volatilidade intradiária na frequência das violações da PM. A introdução da volatilidade fará com que o número de violações da PM seja menor, uma vez que a volatilidade faz aumentar/diminuir o valor de uma opção e nesse sentido não será considerada violação quando a volatilidade variar no mesmo sentido que o preço de uma opção.

O presente capítulo visa analisar as violações PM e enfatizar a relevância da volatilidade nas respectivas violações. Desse modo a estrutura do capítulo encontra-se organizado do seguinte modo: num primeiro ponto apresentaremos uma visão geral sobre a frequência das violações da PM para os vários intervalos da amostra. Nesse mesmo ponto também serão analisadas as violações em função das características das opções. Posteriormente, no segundo e terceiro ponto, e já focando essencialmente as violações com o efeito da volatilidade, analisaremos a magnitude da variação dos preços das opções, e efectuaremos uma análise bidimensional da variação do activo subjacente e da volatilidade quando ocorrem violações. No quarto ponto serão analisadas as violações em vários regimes e níveis de volatilidade. Por fim, num quinto ponto será abordado o impacto da microestrutura dos mercados nas violações da PM.

4.1. Análise da frequência das violações da Propriedade da Monotonicidade

Neste primeiro ponto será realizada uma abordagem às violações da PM sem considerar o efeito da volatilidade e posteriormente analisar-se-ão as violações com o efeito da mesma. Tal facto permitirá comparar os resultados e obviamente evidenciar o impacto que a volatilidade tem nas violações.

Na primeira análise verifica-se que os resultados obtidos são idênticos aos de Bakshi *et al* (2000), Pérignon (2006) e Fahlenbrach e Sandas (2009). Na segunda análise, considerando a volatilidade verifica-se que a percentagem de violações diminuem consideravelmente, demonstrando que a volatilidade é uma variável relevante a considerar na análise da violação da PM.

4.1.1. Frequência das violações sem considerar o efeito da volatilidade

A Figura 7 apresenta a frequência das violações do tipo I ao tipo IV para as opções sobre o índice FTSE 100. Desde já, observa-se que independentemente do intervalo da amostra o preço de uma *call* (*put*) varia em sentido contrário (igual) ao activo subjacente, um fenómeno inconsistente com a PM e da correlação perfeita nos modelos de difusão unidimensional.

Figura 7 – Violações da Propriedade da monotonocidade sem considerar o efeito da volatilidade

Intervalo da amostra	Número de observações	Violações Opções <i>Call</i>					Total
		Tipo I	Tipo II	Tipo III	Tipo IV		
<i>Tick-by-tick</i>	119.690	3,6	4,1	3,5	11,4	22,6	
30 minutos	44.131	5,3	6,5	0,1	8,0	19,8	
1 hora	54.870	4,7	6,1	0,0	5,5	16,3	
2 horas	59.077	4,5	5,1	0,0	4,6	14,2	
3 horas	56.667	3,4	5,0	0,0	3,9	12,4	
1 dia	71.866	1,0	10,0	0,0	1,6	12,6	

Intervalo da amostra	Número de observações	Violações Opções <i>Put</i>					Total
		Tipo I	Tipo II	Tipo III	Tipo IV		
<i>Tick-by-tick</i>	105.046	2,9	3,4	3,1	12,6	22,0	
30 minutos	36.337	4,4	4,8	0,1	8,1	17,4	
1 hora	45.556	3,9	5,2	0,1	6,1	15,2	
2 horas	48.565	2,9	4,7	0,1	4,4	12,0	
3 horas	48.028	3,2	4,5	0,0	4,7	12,5	
1 dia	59.632	0,7	9,6	0,0	1,7	12,0	

A presente figura indica em percentagem as taxas de violação da propriedade da monotonocidade sem considerar o efeito da volatilidade, por intervalo temporal.

O intervalo *tick-by-tick* é o que regista a maior percentagem de violações, tanto para as opções *call*, como para as *put*. A violação de tipo II é mais frequente nas *calls* (36,8%) seguida do tipo IV (34,9%), já nas *puts* os tipos de violação IV (37,6%) e II (32,3%)¹ são os mais comuns, o que significa que é mais frequente ocorrerem violações da PM quando o preço de uma opção diminui e quando a opção varia e o activo subjacente se

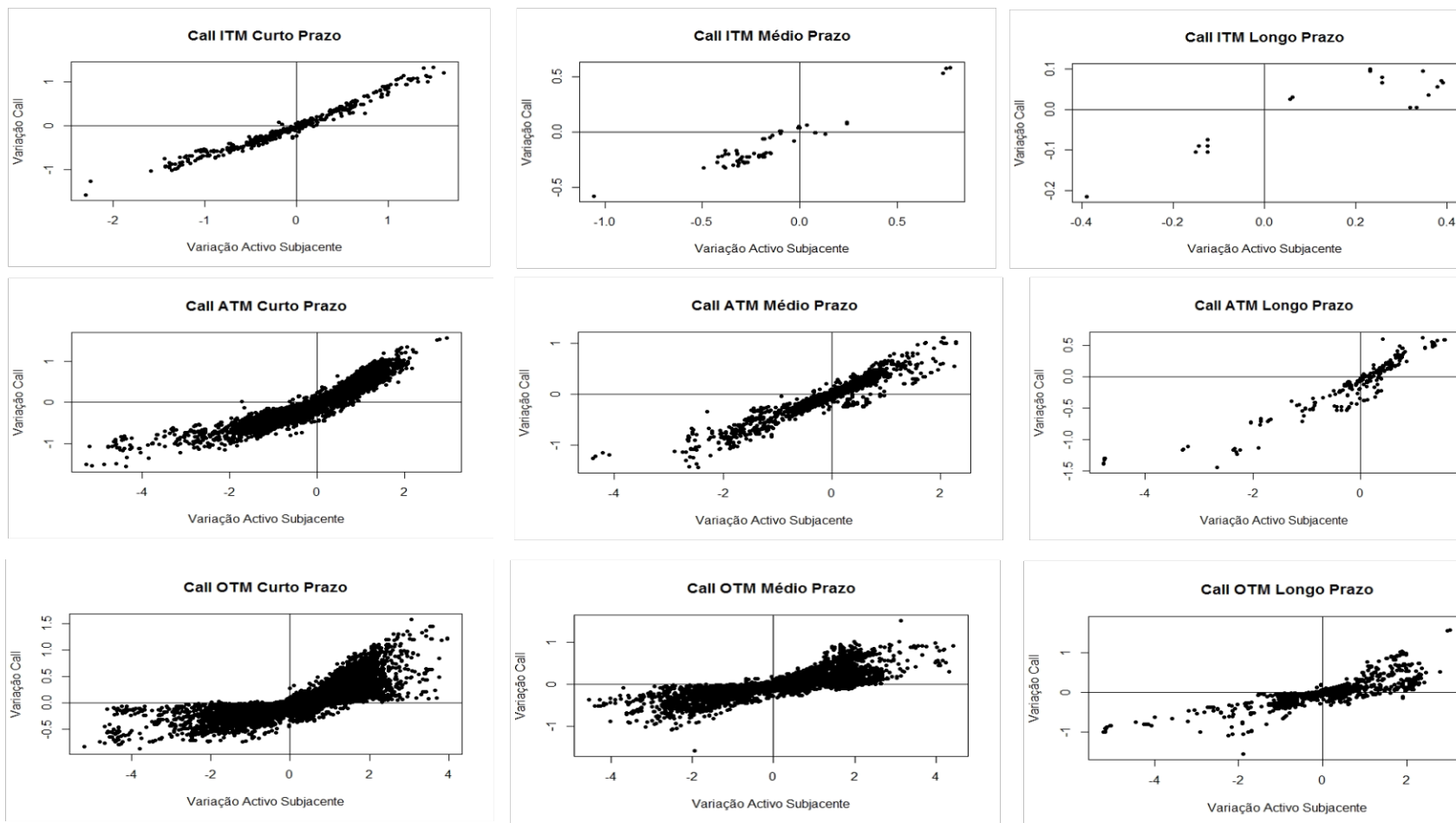
¹ Somatório de todos os intervalos temporais por tipo de violação.

mantém inalterado. A percentagem de violações do tipo III é residual. Os valores obtidos na violação de tipo III são idênticos aos valores de Bakshi *et al* (2000) que concluíram que as mesmas são pouco expressivas.

Para os intervalos de variação fixa as violações do tipo I, III e IV vão diminuindo à medida que o intervalo aumenta. Observando o intervalo de 30 minutos, a violação I (IV) encontra-se nos 5,3% (8,0%) e para o intervalo diário situa-se nos 1% (1,6%). Para as opções *put* os resultados são idênticos. Mais uma vez estes resultados são coincidentes com os apresentados por Bakshi, *et al* (2000) e Pérignon (2006).

As violações do tipo II vão diminuindo com o aumento do intervalo temporal, contudo no intervalo diário a percentagem aumenta. Este padrão é consistente com os resultados de Bakshi *et al* (2000) e Pérignon (2006) para o mercado inglês. O facto das violações do tipo II aumentarem com o intervalo diário está relacionado com o *time decay*, isto é, as opções perdem valor à medida que se vão aproximando do prazo da maturidade. A Figura 8 apresenta as variações da *call* e do activo subjacente no intervalo diário para cada categoria de *moneyness* e maturidade. As violações do tipo II ocorrem no 4º quadrante, quando a variação da *call* é maior que zero e a variação do activo subjacente inferior a zero. Verifica-se que a maior ocorrência de violações do tipo II são nas opções de curto prazo, seguidas das opções de médio prazo, o que leva a concluir que de facto grande parte das violações do tipo II ocorridas no intervalo diário é explicada pela perda de valor das opções à medida que o tempo para a maturidade vai diminuindo. Bakshi *et al* (2000) numa análise efectuada concluíram que o efeito *time decay* é maior nos intervalos diários e para as opções de curto prazo e OTM.

Figura 8 – Variações das opções *call* e do activo subjacente para o intervalo diário por categoria de opção



A presente figura apresenta as variações do activo subjacente e das opções *call* para o intervalo diário.

Somando as percentagens de violação do tipo I e II para todos os intervalos, as taxas obtidas, tanto para as *call* como para as *put* são inferiores (-5% e -7% respectivamente) às obtidas por Pérignon (2006) para o mercado inglês. De salientar que para a nossa análise temos num total, 400.009 transacções (sem os filtros aplicados) enquanto que Pérignon (2006) para o mercado inglês apenas continha 63.131 e que concluiu que o contrato mais negociado na sua amostra (opções sobre o índice DAX) era o que apresentava menos violações da PM.

Resumidamente, verifica-se que os resultados obtidos são idênticos aos dos estudos de Bakshi, *et al* (2000) e Pérignon (2006). No subponto seguinte vamos considerar o efeito da volatilidade e vamos analisar quais os impactos que a respectiva variável tem nas violações da PM.

4.1.2. Frequência das violações considerando o efeito da volatilidade

A volatilidade afecta o preço de uma opção. Quanto maior a volatilidade maior será o valor da opção. Fahlenbrach e Sandas (2009), aplicando o modelo de Heston efectuaram simulações para analisar a magnitude das variações da volatilidade e do activo subjacente nas violações do tipo I² e concluíram que estas são mais frequentes quando ocorrem pequenas variações do activo subjacente e grandes variações da volatilidade em sentido contrário. Os resultados obtidos demonstram que a volatilidade tem um forte impacto no preço da opção. Desse modo, e tendo em conta que a volatilidade apresenta uma relação directa com o preço de uma opção, se uma *call* ou *put* variar no mesmo sentido da volatilidade e o activo subjacente variar no sentido contrário, não estamos perante uma violação, pois a variação do preço da opção pode ser causada pelo efeito da volatilidade.

A Figura 9 apresenta as violações considerando as variações dos níveis de volatilidade. Para esta tipologia os intervalos *tick-by-tick* são eliminados, uma vez que estamos a comparar as violações com níveis de volatilidade de 30 minutos. Ou seja, no intervalo *tick-by tick* é possível ter n observações em 30 minutos, e nesse caso estaríamos a

² Corresponde às violações do tipo I e II do presente estudo.

analisar essas mesmas observações com a mesma volatilidade, o que distorcia os resultados.

Observa-se que o efeito da volatilidade tem um forte peso na violação da PM. Introduzindo os níveis da volatilidade o número de violações diminuiu praticamente para metade em todos os intervalos da amostra. Através das percentagens obtidas na Figura 9 conclui-se que metade das violações ocorrem pelo facto da volatilidade variar no mesmo sentido que o preço da opção. Ao verificar estes resultados podemos concluir que os resultados obtidos por Bakshi *et al* (2000), Pérignon (2006) e Fahlenbrach e Sandas (2009) encontram-se sobrestimados, uma vez que estes não estão a considerar o efeito da volatilidade no preço das opções. Contudo, a tipologia adoptada no presente trabalho poderá subestimar os resultados, uma vez que é impossível quantificar o efeito que a variação da volatilidade e do activo subjacente têm no preço de uma opção e desse modo ao considerar que não existe violação quando o preço da opção e a volatilidade variam no mesmo sentido e o activo subjacente varia em sentido contrário, pode na realidade ser uma violação.

À excepção do tipo II', tanto para a *call* como para a *put* as violações vão diminuindo à medida que o intervalo da amostra aumenta. Este padrão é mais expressivo para as violações de tipo IV'A e IV'B e mais frequente nas opções OTM, uma vez que estas têm em geral um *delta* baixo e desse modo são pouco sensíveis às variações do activo subjacente. Possivelmente, grande parte destas violações pode ser explicadas por pequenas variações do activo subjacente, que podem não atingir o *tick size* mínimo da opção. Apesar do efeito da volatilidade ter reduzido substancialmente o tipo de violações II', verifica-se que estas aumentam quando o intervalo passa para diário. Este tipo de violações continua a ocorrer mais nas opções próximas da maturidade e OTM, sugerindo que o efeito *time decay* continua a ser relevante neste tipo de violação.

As violações do tipo III' são inexpressivas para qualquer intervalo da amostra. Já se verificou anteriormente que as mesmas violações sem considerar o efeito da volatilidade também eram residuais. Dada a insignificância destas, este tipo de violação será excluído das próximas análises.

Figura 9 – Violações da Propriedade da monotonicidade considerando o efeito da volatilidade

		Violações Opções <i>Call</i>							
Intervalo da amostra	Número de observações	Tipo I' (%)	Tipo II' (%)	Tipo III' A (%)	Tipo III' B (%)	Tipo III' C (%)	Tipo IV' A (%)	Tipo IV' B (%)	Total (%)
30 minutos	44.131	3,8	2,4	0,0	0,0	0,0	1,9	2,3	10,5
1 hora	54.870	3,0	2,6	0,0	0,0	0,0	0,9	1,6	8,1
2 horas	59.077	3,2	1,8	0,0	0,0	0,0	0,9	1,5	7,4
3 horas	56.667	2,1	2,1	0,0	0,0	0,0	1,0	1,0	6,3
1 dia	71.866	0,4	3,8	0,0	0,0	0,0	0,5	0,1	4,9

		Violações Opções <i>Put</i>							
Intervalo da amostra	Número de observações	Tipo I' (%)	Tipo II' (%)	Tipo III' A (%)	Tipo III' B (%)	Tipo III' C (%)	Tipo IV' A (%)	Tipo IV' B (%)	Total (%)
30 minutos	36.337	3,1	2,2	0,0	0,0	0,0	1,8	2,5	9,6
1 hora	45.556	2,4	1,7	0,0	0,0	0,0	1,3	1,8	7,2
2 horas	48.565	1,7	1,6	0,0	0,0	0,0	1,0	0,9	5,3
3 horas	48.028	1,7	1,8	0,0	0,0	0,0	1,1	1,2	5,9
1 dia	59.632	0,3	4,4	0,0	0,0	0,0	0,5	0,1	5,2

A presente figura indica em percentagem, as taxas de violação da propriedade da monotonicidade considerando as variações da volatilidade por intervalo temporal.

4.1.3. Frequência das violações em função das características das opções

A Figura 10 apresenta 4 tipos de violações considerando o efeito da volatilidade, por grau de *moneyness* e maturidade para o intervalo de uma hora. As violações ocorrem mais nas opções OTM seguidas das ATM e ITM. Cruzando as duas categorias, tanto para as opções *call* como para as *put*, verificamos que a ocorrência das violações é mais frequente nas opções mais baratas (OTM) e menos frequentes nas opções mais caras (ITM longo prazo).

Verificamos que as violações do tipo IV'A e IV'B (*call* e *put*) são mais frequentes nas opções OTM curto prazo, o que vem reforçar a ideia que estas são geradas por pequenas variações do activo subjacente que poderão não atingir o *tick size* mínimo da opção.

As violações do tipo I' e II' apresentam um comportamento diferente por categoria da opção. Para as *calls* ITM as violações do tipo I' são mais frequentes, quanto mais próxima for a opção da maturidade. Para as *calls* ATM e OTM, acontece precisamente o contrário, ou seja, existem mais violações do tipo I', quanto mais longa for a vida da opção. Surpreendentemente as *calls* ATM registam 9% de violações no longo prazo. As

violações do tipo II' ocorrem mais frequentemente no curto prazo e são mais expressivas nas OTM. Adcock e Hua (2011) com base em simulações concluíram que para intervalos intradiários, tais como 30 minutos, existe uma grande taxa de violações para as opções de curto prazo e OTM, considerando que o efeito *time decay* é significativo para os intervalos de elevada frequência³.

Para as opções *put*, o comportamento é idêntico. Existem mais violações do tipo I' nas ITM para curto e médio prazo, sendo que neste caso, as violações são mais frequentes no médio prazo. As opções ATM e OTM registam mais violações no longo prazo.

Os resultados são semelhantes para os restantes intervalos da amostra. Para o intervalo diário, a frequência das violações é mínima, à excepção do tipo II' que se verificam mais violações nas opções de curto prazo e OTM.

De um modo geral, conclui-se que as violações da PM não são limitadas a qualquer categoria de opção e que não existe consistência na frequência das violações por grau de *moneyness* e maturidade.

Relativamente ao tipo de violações sem considerar o efeito da volatilidade, os resultados são idênticos, isto é, não existe nenhum padrão associado às opções pela sua categoria. O Anexo I apresenta a frequência das violações da PM sem considerar o efeito da volatilidade para o intervalo de 1 hora por categoria da opção. Nela verifica-se que a frequência das violações é maior. Relativamente aos resultados estatísticos, estes são idênticos aos da Figura 10, isto é, não existe um padrão estabelecido por categoria de opção, à excepção do tipo de violação IV que é mais frequente nas opções OTM de curto prazo, e do tipo II que é mais frequente, também, nas opções OTM e de curto prazo, corroborando o que foi transcrito anteriormente sobre o trabalho desenvolvido por Adcock e Hua (2011).

³ O estudo realizado por Adcock e Hua (2011) é desenvolvido num contexto Black & Scholes.

Figura 10 – Taxas de violação por categoria da opção considerando a volatilidade

<i>Moneyness</i>	Tipo de violações	<i>Call</i>			<i>Put</i>		
		Maturidade			Maturidade		
		Curto Prazo	Médio Prazo	Longo Prazo	Curto Prazo	Médio Prazo	Longo Prazo
ITM	Tipo I'	1,7	1,3	0,0	0,9	3,6	0,0
	Tipo II'	1,4	0,0	0,0	0,9	0,9	0,0
	Tipo IV' A	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	Tipo IV' B	1,2	1,3	0,0	0,1	0,0	0,0
ATM	Tipo I'	2,2	2,3	9,1	2,0	1,0	5,6
	Tipo II'	1,1	1,9	1,0	1,6	1,4	1,8
	Tipo IV' A	0,5	0,5	0,6	0,5	0,4	0,2
	Tipo IV' B	1,1	0,4	0,0	0,8	0,6	1,3
OTM	Tipo I'	3,4	3,4	3,8	2,6	2,2	3,2
	Tipo II'	3,9	2,3	4,5	1,7	2,0	2,7
	Tipo IV' A	1,1	1,2	0,9	1,5	2,4	2,5
	Tipo IV' B	2,0	1,8	1,7	2,6	1,5	1,3

A presente figura indica em percentagem a taxa de violações considerando o efeito da volatilidade por categoria da opção para o intervalo de 1 hora.

4.2. Magnitude da variação do preço das opções

Para se ter uma ideia do quanto varia o preço de uma opção quando ocorre uma violação, apresentamos na Figura 11 a média absoluta da variação do preço da opção⁴ (expressa em percentagem do preço da opção) por maturidade. Verifica-se que a magnitude da variação do preço da opção aumenta com o intervalo da amostra. Esta situação é normal uma vez que quanto mais tempo existe entre uma opção, maior será a probabilidade de esta variar. A magnitude é mais elevada para as opções de curto prazo e OTM⁵.

Não podemos excluir que a variação do preço da opção se mantém dentro do intervalo do *bid-ask spread*. Fahlenbrach e Sandas (2009) testaram a propriedade da monotonicidade para o índice inglês e constataram que o *bid-ask spread* das opções variava entre os 7,4% e 18,6%, e de facto a variação do preço das opções encontra-se

⁴ $\left| \frac{C_{t+\Delta t} - C_t}{C_t} \right|$

⁵ Os resultados da magnitude da variação dos preços das opções por *Moneyness* encontram-se no Anexo II, Figura AII.1.

nesse intervalo. Pérignon (2006) atribuiu o *bid-ask bounce* como principal causa da situação anteriormente descrita. Quando o preço de uma opção se mantém inalterado, caso exista uma transacção iniciada por um preço *bid* seguida de um preço *ask*, originará uma violação do tipo I, pois o *spread* aumentará de uma transacção para a outra e a variação do preço da opção será o *spread* existente entre o preço *bid* e o preço *ask*, isto é, o *bid-ask spread*. Da mesma maneira, ocorrerá uma violação do tipo II caso exista uma transacção iniciada por um preço *ask* seguida de um preço *bid*⁶. Utilizando uma base de dados adicional para o mercado inglês, Pérignon (2006) concluiu isso mesmo.

Devido à limitação da nossa base de dados não é possível indagar sobre a referida situação, uma vez que não conseguimos determinar se as transacções decorrem de um preço *bid* ou *ask*. Contudo, e dado os resultados obtidos na Figura 11, foi possível compreender melhor o fenómeno da magnitude das variações dos preços das opções quando ocorrem violações do tipo I' e II'.

Este fenómeno apenas é possível analisar uma vez que estamos a trabalhar com dados de transacção e neles podemos observar o efeito *bid-ask spread*, daí estes resultados serem idênticos para as violações com e sem efeito da volatilidade. No Anexo II, as Figura AII.2 e AII.3 apresentam a magnitude da variação do preço das opções quando ocorre violação do tipo I e II, e nestas é possível verificar que os resultados são idênticos aos da Figura 11.

⁶ Os tipos de violação I e II do presente trabalho são idênticos às tipologias adoptadas por Pérignon (2006).

Figura 11 – Magnitude da variação do Preço da opção considerando a volatilidade

Maturidade	Intervalo amostra	<i>Call</i>		<i>Put</i>	
		Tipo I'	Tipo II'	Tipo I'	Tipo II'
Curto Prazo	30 minutos	5,4	5,1	4,9	3,6
	1 hora	6,6	8,9	5,7	4,7
	2 horas	7,3	6,2	6,0	5,4
	3 horas	8,3	6,4	7,5	5,8
	1 dia	7,1	11,8	6,9	9,4
Médio Prazo	30 minutos	4,8	3,6	4,7	2,3
	1 hora	5,1	3,8	4,1	3,7
	2 horas	6,7	3,9	3,2	3,8
	3 horas	6,3	5,3	4,1	3,8
	1 dia	7,4	9,6	7,9	7,1
Longo Prazo	30 minutos	6,6	2,5	2,2	1,9
	1 hora	6,2	2,1	1,8	1,5
	2 horas	4,0	2,6	1,5	2,3
	3 horas	3,2	2,7	3,7	4,9
	1 dia	4,9	7,5	3,4	3,4

A presente figura indica a média absoluta da variação do preço da opção expressa em percentagem do preço da opção quando os tipos de violação I' e II' ocorrem.

4.3. Análise bidimensional: Impacto das variações do activo subjacente e volatilidade nas violações da Propriedade da Monotonicidade

Neste subcapítulo analisar-se-á o impacto que as variações da volatilidade e do activo subjacente têm nas violações da PM, mais especificamente, quando o preço de uma *call* varia em sentido contrário ao preço do activo subjacente. Bakshi *et al* (2000) e Fahlenbrach e Sandas (2009), aplicando o modelo de Heston, efectuaram simulações para analisar o comportamento da volatilidade nas violações $\Delta S < 0$, $\Delta C > 0$ e $\Delta S > 0$, $\Delta C < 0$. Ambos concluíram que se a volatilidade variar em sentido contrário ao activo subjacente pode ocorrer as violações acima mencionadas. Fahlenbrach e Sandas (2009) adicionalmente, e também com base em simulações, analisaram a magnitude das variações da volatilidade e do activo subjacente e constataram que as violações ($\Delta S < 0$, $\Delta C > 0$ e $\Delta S > 0$, $\Delta C < 0$) ocorrem com grandes variações da volatilidade e pequenas variações do activo subjacente em sentido contrário.

A seguinte análise pretende replicar o trabalho efectuado por Fahlenbrach e Sandas (2009), contudo, esta será efectuada com dados reais e não com dados simulados, o que tornará mais interessante e obviamente real. Para compreender o verdadeiro efeito que a volatilidade tem nesse tipo de violações, utilizaremos as violações sem o efeito da volatilidade (tipo I e II) e posteriormente as violações considerando o efeito da volatilidade (tipo I' e II'). Ao efectuar esta divisão permite-nos verificar, se as violações do tipo I e II são explicadas por movimentos da volatilidade contrários aos do activo subjacente.

As violações de tipo I, II e I', II' serão analisadas em conjunto e apenas será considerado o intervalo de uma hora para as opções *call*. Uma vez que estamos a trabalhar com dados reais, efectuámos os seguintes procedimentos: i) Apurámos a variação máxima e mínima da volatilidade e do activo subjacente e dividimos por dez para ser possível construir a tabela por decis. Nas colunas introduzimos a variação da volatilidade por decil e nas linhas a variação do activo subjacente por decil; ii) Identificámos o número de observações para cada decil; iii) Identificámos o número de violações por decil; iv) Analisámos a percentagem de violações por decis.

De salientar, que uma vez que estamos a trabalhar com dados reais, tivemos de eliminar alguns *outliers*, pois estes estavam a alargar o intervalo entre os decis e consequentemente distorciam os resultados. No total, foram eliminadas 71 observações.

A Figura 12 apresenta a percentagem de violações do tipo I e II ($\Delta S < 0$, $\Delta > 0$ e $\Delta S > 0$, $\Delta < 0$) distribuída por decis. Nas respectivas violações não estamos a considerar que a volatilidade varia no mesmo sentido que a opção e, desse modo, é possível verificar em que sentido a volatilidade e o activo subjacente influenciam o preço de uma opção.

As maiores violações ocorrem nos decis extremos da volatilidade, mais especificamente, no primeiro, segundo, terceiro e décimo e nos decis intermédios do activo

Figura 12 – Distribuição da variação da volatilidade e do preço do activo subjacente por decis para as violações do tipo I e II

<i>d S</i>	<i>d V</i>										
decis	<i>d1</i>	<i>d2</i>	<i>d3</i>	<i>d4</i>	<i>d5</i>	<i>d6</i>	<i>d7</i>	<i>d8</i>	<i>d9</i>	<i>d10</i>	Média
<i>d1</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<i>d2</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<i>d3</i>	0%	100%	0%	0%	0%	0%	4%	2%	0%	0%	11%
<i>d4</i>	26%	0%	0%	0%	2%	8%	2%	7%	7%	10%	6%
<i>d5</i>	47%	10%	86%	34%	8%	18%	14%	15%	12%	60%	30%
<i>d6</i>	100%	25%	9%	8%	22%	4%	4%	11%	9%	0%	19%
<i>d7</i>	0%	0%	0%	4%	24%	1%	1%	2%	0%	0%	3%
<i>d8</i>	33%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	3%
<i>d9</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<i>d10</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Média	21%	14%	10%	5%	6%	3%	3%	4%	3%	7%	7%

A presente figura indica a percentagem de violações do tipo I e II distribuído por decis. As colunas indicam os decis da variação da volatilidade e as linhas correspondem aos decis da variação do activo subjacente.

Figura 13 – Distribuição da variação da volatilidade e do preço do activo subjacente por decis para as violações do tipo I' e II'

<i>d S</i>	<i>d V</i>										
decis	<i>d1</i>	<i>d2</i>	<i>d3</i>	<i>d4</i>	<i>d5</i>	<i>d6</i>	<i>d7</i>	<i>d8</i>	<i>d9</i>	<i>d10</i>	Média
<i>d1</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<i>d2</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<i>d3</i>	0%	100%	0%	0%	0%	0%	4%	0%	0%	0%	10%
<i>d4</i>	26%	0%	0%	0%	2%	8%	2%	0%	0%	0%	4%
<i>d5</i>	47%	0%	86%	31%	5%	14%	7%	7%	2%	0%	20%
<i>d6</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	11%	9%	0%	2%
<i>d7</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	2%	0%	0%	0%
<i>d8</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<i>d9</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<i>d10</i>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Média	7%	10%	9%	3%	1%	2%	1%	2%	1%	0%	4%

A presente figura indica a percentagem de violações do tipo I' e II' distribuído por decis. As colunas indicam os decis da variação da volatilidade e as linhas correspondem aos decis da variação do activo subjacente.

subjacente, nomeadamente no quinto e sexto. Quer isto dizer que as violações ocorrem com maior frequência quando a volatilidade regista grandes variações enquanto que o activo subjacente varia em pequenas quantidades.

Esta análise será melhor compreendida se analisarmos simultaneamente as Figuras 12 e 13. A Figura 13 apresenta as violações do tipo I' e II'. O esquema desta é idêntico ao da Figura 12, nesta apenas consideramos que a volatilidade varia no mesmo sentido que a opção. Se repararmos, o número de violações de uma tabela para a outra diminui para metade (de 7,3% para 3,6%), e essa diminuição, ocorre essencialmente nos decis em que a volatilidade varia em sentido contrário ao activo subjacente. Analisando pormenorizadamente, o primeiro decil da volatilidade e o sexto do activo subjacente, apresentam 100% de violações na Figura 12, quando passamos para a Figura 13 a percentagem de violações nesses decis é zero. Em sentido contrário, o décimo decil da volatilidade apresenta 7% de violações e Figura 13 o mesmo decil não apresenta qualquer violação.

Pode-se constatar que metade das violações (49,7%) são explicadas pelo facto da volatilidade variar em sentido contrário ao activo subjacente e que a respectiva variável é determinante na análise das violações da PM. Estes resultados corroboram os de Bakshi *et al* (2000) e Fahlenbrach e Sandas (2009).

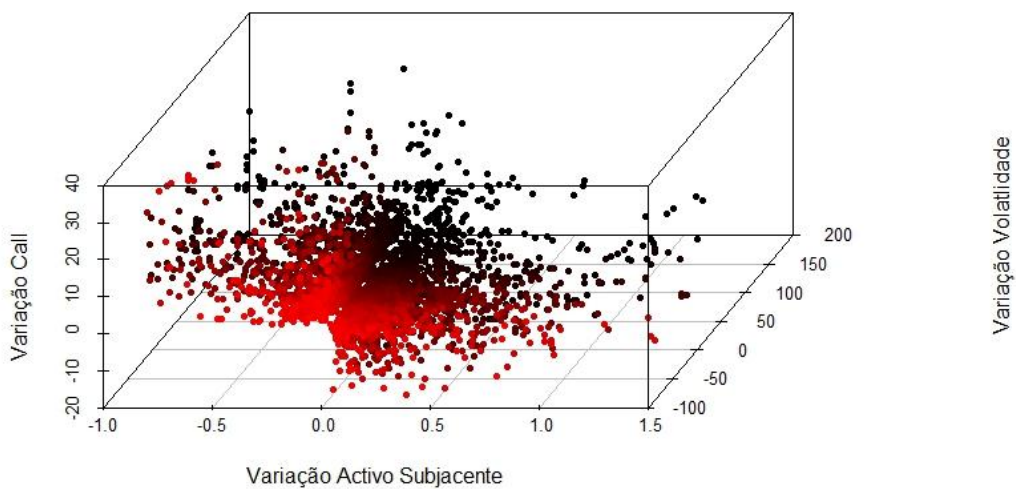
As Figuras 14 e 15 apresentam as variações relativas da volatilidade e do activo subjacente e o impacto que estas têm na variação do opção. Inicialmente é possível verificar a diminuição do número de pontos de um gráfico para o outro. A cor dos pontos indica a profundidade do eixo z, quanto mais escuro, maior será a profundidade.

Na Figura 14 é possível constatar que quando ocorrem violações do tipo I, os pontos são mais escuros, ou seja, a variação da volatilidade é mais acentuada (situação anteriormente identificada com os decis). Por outro lado quando ocorrem violações do tipo II os pontos são vermelhos.

Estes gráficos são interessantes no sentido de entender uma das limitações do nosso trabalho e ao mesmo tempo sugerir um possível estudo no futuro. Por exemplo, o presente estudo e a respectiva tipologia de violações indicam que não existe violação se o activo subjacente subir e a volatilidade e o preço da opção diminuïrem ($\Delta S > 0$, $\sigma < 0$,

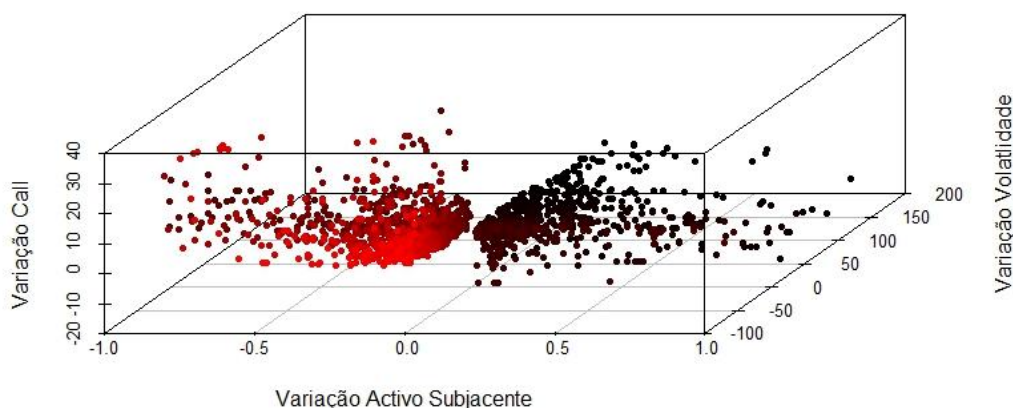
$\Delta < 0$), contudo neste caso, é possível existir violação. O problema é: em que medida é possível quantificar o efeito da volatilidade e do activo subjacente no preço de uma opção? Nesse caso era necessário assumir um modelo de avaliação de opções específico, o que não é o objectivo do presente estudo. As conclusões apuradas neste trabalho são independentes de qualquer modelo de avaliação de opções.

Figura 14 - Impacto da variação da volatilidade e do activo subjacente no preço da opção quando ocorre violação do tipo I e II



A presente figura apresenta o impacto da variação da volatilidade e do activo subjacente no preço da opção quando ocorre violação do tipo I e II. Valores em percentagem.

Figura 15 - Impacto da variação da volatilidade e do activo subjacente no preço da opção quando ocorre violação do tipo I' e II'



A presente figura apresenta o impacto da variação da volatilidade e do activo subjacente no preço da opção quando ocorre violação do tipo I' e II'. Valores em percentagem.

4.4. Níveis e regimes da volatilidade nas violações da Propriedade da Monotonicidade

Na análise anterior foi estudado o impacto das variações da volatilidade e do activo subjacente nas violações. A presente análise visa identificar em que medida os níveis e o regime da volatilidade afectam as violações da PM. Esta análise representa um contributo novo face à literatura existente. Para tal, com base nos preços de fecho do FTSE 100, aplicámos um regime *switching model* e identificámos os períodos de elevada e reduzida volatilidade no mercado⁷.

A Figura 16 apresenta os resultados por tipo de violação para as opções *call* e *put*. As violações do tipo I' e II' para as *call* são mais frequentes nos períodos de elevada volatilidade para qualquer tipo de intervalo da amostra. Em relação às opções *put*, as violações do tipo I ocorrem mais no período de reduzida volatilidade para o intervalo de uma e três horas, no entanto a diferença para o intervalo de três horas é mínimo. Nas violações do tipo II' a frequência destas ocorre mais nos períodos de elevada volatilidade, à excepção do intervalo diário. De um modo geral, conclui-se que os regimes de volatilidade influenciam as violações de tipo I' e II', quanto maior a volatilidade maior o número de violações.

⁷ Os resultados desta identificação foram fornecidos pelos autores Areal *et al.* (2012).

Curiosamente, as violações do tipo IV'A e IV'B são mais frequentes em regime de reduzida volatilidade. Este padrão é mais acentuado para as opções *put*, onde o tipo de violação IV'B chega a ser o dobro em relação ao período de elevada volatilidade. O tipos de violação IV'A e IV'B são essencialmente causados por pequenas variações do activo subjacente que podem não atingir o *tick size* mínimo da opção e desse modo o seu preço não varia. A análise à violação de tipo IV'A e IV'B serão analisados no subcapítulo seguinte.

Figura 16 – Taxa das violações por regimes de volatilidade

Intervalo da amostra	Regime de elevada volatilidade							
	<i>Call</i>				<i>Put</i>			
	Tipo I' (%)	Tipo II' (%)	Tipo IV' A (%)	Tipo IV' B (%)	Tipo I' (%)	Tipo II' (%)	Tipo IV' A (%)	Tipo IV' B (%)
30 minutos	4,0	2,4	1,9	2,2	3,1	2,5	1,7	1,9
1 hora	3,3	2,8	0,9	1,4	2,2	1,8	1,2	1,4
2 horas	3,5	1,9	0,9	1,2	1,7	1,8	1,0	0,8
3 horas	2,2	2,2	1,1	1,0	1,7	1,9	1,0	1,2
1 dia	0,5	3,9	0,5	0,1	0,3	4,3	0,4	0,1
	Regime de baixa volatilidade							
30 minutos	3,2	2,2	1,8	2,9	3,0	1,3	2,3	4,1
1 hora	2,2	1,8	0,9	2,2	2,9	1,3	1,6	2,9
2 horas	2,2	1,7	0,8	2,6	1,7	0,9	1,1	1,4
3 horas	1,8	1,7	0,7	0,9	1,8	1,6	1,5	1,5
1 dia	0,2	3,6	0,6	0,1	0,2	4,5	0,7	0,2

A presente figura indica, em percentagem, as violações da propriedade da monotonicidade considerando o efeito da volatilidade.

Adicionalmente, efectuaremos uma análise econométrica para verificar em que medida as violações do tipo I' e II' são influenciadas pelos níveis de volatilidade. É relevante analisar estes dois tipos de violação pois estes correspondem a movimentos contrários (mesmo sentido) do activo subjacente e da volatilidade com as *call* (*put*) e nesse sentido a variação destas duas variáveis são determinantes para compreender a frequência de tais violações.

Para tal estimou-se o seguinte modelo PROBIT:

$$Violação_i = \alpha + \beta_1 \cdot \left| \frac{\Delta S_i}{S_t} \right| + \beta_2 \cdot Níveis\ volatilidade_i + \varepsilon_i \quad (4.1)$$

Onde $violação_i$ é uma variável binária igual a um se ocorrer a violação do tipo I' ou II' num determinado intervalo de tempo Δt e zero caso contrário; $|\Delta S_i / \Delta S_t|$ corresponde ao módulo da variação relativa do activo subjacente no intervalo Δt , *Níveis volatilidade* é uma variável contínua onde indica a volatilidade do activo subjacente no momento t .

A Figura 17 apresenta o coeficiente Beta para as duas variáveis e o respectivo *P-value*. Estimamos o modelo para todos os intervalos de tempo e em todos eles (excepto o intervalo diário) os resultados são idênticos.

Os resultados estimados indicam que as violações do tipo I' e II' estão negativamente relacionadas com a variação relativa do activo subjacente (valores absolutos) e positivamente relacionados com os níveis de volatilidade. Quer isto dizer que os resultados consolidam a análise efectuada no subcapítulo 4.3, onde analisamos a magnitude da variação da volatilidade e do activo subjacente e no qual verificamos que as violações do tipo I' e II' ocorrem mais frequentemente com pequenas variações do activo subjacente (decil 5 – Figura 13). Corroboram também com a análise estatística da Figura 16, onde demonstramos que as respectivas violações ocorrem em períodos de maior volatilidade. De facto a volatilidade é um factor preponderante na análise da propriedade da monotonicidade.

Em todos os intervalos as variáveis são estatisticamente significativas para o nível de significância de 5%. Os resultados são idênticos quer para as opções *call*, quer para as *put*.

Curiosamente para o intervalo diário, o coeficiente beta dos níveis de volatilidade é de -5,53 e -16,69 para as *call* e *put* respectivamente. À excepção desta variável, as outras mantêm o padrão face aos restantes intervalos. Poderão os níveis de volatilidade apresentar um comportamento diferente para o intervalo diário? Este resultado é bastante enigmático.

Figura 17 – Resultados do modelo PROBIT: Níveis e regimes volatilidade

Intervalo da amostra	<i>Call</i>				Nr. observações
	β_1	<i>P-value</i>	β_2	<i>P-value</i>	
30 minutos	-187,15	0,000	49,83	0,000	44.131
1 hora	-111,87	0,000	46,25	0,000	54.870
2 horas	-75,06	0,000	58,41	0,000	59.077
3 horas	-65,52	0,000	30,60	0,000	56.667
1 dia	-53,55	0,000	-5,53	0,000	71.866
Total intervalos					
	<i>Put</i>				
30 minutos	-191,83	0,000	40,91	0,000	36.337
1 hora	-125,54	0,000	17,47	0,000	45.556
2 horas	-121,35	0,000	15,27	0,000	48.565
3 horas	-93,18	0,000	24,09	0,000	48.028
1 dia	-103,99	0,000	-16,69	0,000	59.632

A presente figura indica os coeficientes beta e os *P-values* associados ao modelo estimado quando ocorrem violações do tipo I' e II'.

4.5. Impacto da microestrutura dos mercados nas violações da Propriedade da Monotonicidade

Ao longo do trabalho obtivemos várias indicações que os tipos de violação IV' A e IV' B poderiam em grande parte ser explicados por factores relacionados com a microestrutura dos mercados, mais especificamente por pequenas variações do activo subjacente que por vezes poderiam não atingir o *tick size* mínimo da opção. Analisando as violações por categoria da opção, constatámos que as violações do tipo IV' A e IV' B ocorrem mais nas opções OTM e no curto prazo. O *delta* das opções OTM de curto prazo é muito próximo de zero e, conseqüentemente, a opção é pouco sensível a variações do activo subjacente. A seguinte análise visa verificar a magnitude da variação do activo subjacente quando ocorre violações do tipo IV'A e IV'B. É expectável que a variação relativa do activo subjacente seja mínima para qualquer intervalo da amostra.

Figura 18 – Média absoluta da variação relativa do activo subjacente quando ocorre uma violação do tipo IV A e IV B

Intervalo da amostra	<i>Call</i>		<i>Put</i>	
	Tipo IV' A	Tipo IV' B	Tipo IV' A	Tipo IV' B
30 minutos	0,2	0,2	0,1	0,1
1 hora	0,2	0,2	0,2	0,1
2 horas	0,4	0,2	0,3	0,2
3 horas	0,4	0,3	0,3	0,3

A presente figura apresenta a média absoluta da variação relativa do activo subjacente quando ocorrem violações do tipo IV'A e IV'B. Valores expressos em percentagem

A Figura 18 indica, em percentagem, a média absoluta da variação relativa do activo subjacente quando ocorrem as violações do tipo IV'A e IV'B para as opções *call* e *put*. É possível identificar que para todos os intervalos a variação do activo subjacente é mínima. Quer isto dizer que grande parte das violações do tipo IV'A e IV'B são devido a pequenas variações do activo subjacente e que, poderão não atingir o *tick size* mínimo da opção. Contudo há que referir que se a reduzida variação do activo activo subjacente ocorrer em simultâneo com uma reduzida variação da volatilidade, tal justificação perde robustez. De facto na análise efectuada no capítulo anterior, constatou-se que as violações do tipo IV'A e IV'B ocorrem mais em períodos de pouca volatilidade do mercado. Quer isto dizer que apesar da variação do activo subjacente explicar um pouco a ocorrência das violações do tipo IV'A e IV'B, é necessário ter em atenção as variações da volatilidade para esta tipologia.

Poderão as violações do tipo I' e II' estarem relacionadas com a microestrutura dos mercados? Já se verificou anteriormente que a volatilidade é uma das explicações para a ocorrência de tais violações, contudo será interessante analisar em que medida a microestrutura dos mercados influencia ou não as respectivas violações. Para tal, e com base nos resultados obtidos anteriormente consideramos as seguintes variáveis explicativas: i) *Moneyness* – as violações da propriedade da monotonicidade afectam mais as opções OTM, ou seja, as opções mais baratas; ii) Número de transacções diária por contrato – permite verificar a liquidez do contrato; iii) Transacções nas últimas 3

horas do dia – os investidores por vezes querem fechar as suas posições, então aguardam sempre pelas últimas horas do dia para tal, ou então têm urgência em efectuar as suas transacções antes do mercado encerrar; iv) Número de transacções à sexta-feira – pela mesma razão do ponto iii (transacções nas últimas 3 horas do dia).

Para investigar as referidas causas, estimamos o seguinte modelo PROBIT:

$$Violação_i = \alpha + \beta_1.Moneyness_i + \beta_2.Transacções_i + \beta_3.Transacções\ final\ dia_i + \beta_4.Sexta\ feira_i + \varepsilon_t \quad (4.2)$$

Onde, $violação_i$ é uma variável binária igual a um se ocorrer violação do tipo I ou II no intervalo de tempo Δt e zero caso contrário; $Moneyness$ é uma variável discreta igual a um se a opção estiver OTM no intervalo tempo Δt e zero caso contrário; $Transacções$ corresponde ao número de transacções diária por contrato; $Transacções\ final\ dia$ é uma variável discreta igual a um, caso a transacção ocorra nas últimas 3 horas do dia, e zero caso contrário; e $Sexta-feira$ corresponde a uma variável discreta igual a um caso a transacção ocorra à sexta-feira e zero caso contrário.

Figura 19 - Resultados do modelo PROBIT: Microestrutura dos mercados

Intervalo da amostra	Call								Nr. observações
	β_1	<i>P-value</i>	β_2	<i>P-value</i>	β_3	<i>P-value</i>	β_4	<i>P-value</i>	
30 minutos	0,185	0,000	-0,003	0,145	-0,005	0,786	-0,258	0,253	44.131
1 hora	0,325	0,000	0,002	0,000	0,110	0,000	-0,049	0,020	54.870
2 horas	0,355	0,000	0,001	0,000	-0,238	0,000	0,159	0,000	59.077
3 horas	0,289	0,000	-0,001	0,002	0,002	0,960	0,218	0,000	56.667
Total intervalos	0,290	0,000	0,001	0,000	0,034	0,001	0,076	0,000	214.745
	Put								
30 minutos	0,179	0,000	0,001	0,000	-0,022	0,333	0,167	0,000	36.337
1 hora	0,101	0,000	-0,001	0,000	-0,169	0,000	0,038	0,109	45.556
2 horas	0,152	0,000	-0,001	0,004	-0,295	0,000	0,079	0,001	48.565
3 horas	0,084	0,000	-0,001	0,000	-0,348	0,000	0,040	0,103	48.028
Total intervalos	0,130	0,000	-0,000	0,001	-0,093	0,000	0,076	0,000	178.486

A presente figura indica os coeficientes e os *P-values* associados para o modelo estimado para o tipo de violações I' e II'.

Na Figura 19 encontra-se o resultado estimado com a regressão. Para cada intervalo intradiário apresentamos o coeficiente beta e o *p-value* associado. As violações do tipo I' e II' (opções *call* e *put*) estão positivamente relacionadas com o grau de *moneyness* das opções, isto é, a probabilidade de ocorrerem violações nas opções OTM é maior, confirmando os resultados anteriormente obtidos, em que as violações da PM são mais frequentes nas opções mais baratas. De referir também que as opções OTM são as mais transaccionadas no mercado inglês.

Relativamente às restantes variáveis, estas não são estatisticamente significativas e/ou não apresentam consistência para cada intervalo temporal, pelo que se optou por englobar todos os intervalos na regressão para os analisar como um todo. Nessa análise concluímos que para as opções *call*, a probabilidade de ocorrer violações é maior às sextas-feiras e nas últimas horas do dia. Já para as opções *put*, o resultado é diferente para a variável *transacções final dia*, demonstrando efeito oposto. A variável *transacções* não é explicativa ao longo dos intervalos temporais.

As 3 últimas variáveis do modelo não são consistentes, quer por intervalos temporais, quer por tipo de opção e por vezes o seu *P-value* não é estatisticamente significativo. Estes resultados não vão de encontro com os obtidos por Pérignon (2006), que demonstrou que a liquidez, as transacções antes do mercado encerrar e as transacções às sextas-feiras são variáveis que ajudam a explicar as violações da PM (estratégias de negociação), contudo há que salientar que a nossa tipologia de violação já incorpora o efeito da volatilidade e, esta variável, como vimos nas análises anteriores ajuda a explicar grande parte do fenómeno da violação da PM.

5. Conclusão

Na presente dissertação testámos a frequência das violações da propriedade da monotonicidade para o mercado inglês, entre 01 de Outubro 2008 e 30 Setembro 2009. A análise efectuada apresenta um novo contributo face às anteriores, ao introduzir os níveis de volatilidade intradiária para a observação de tais violações. Ao incluir esta nova variável foram desenvolvidas novas tipologias de violações (Areal *et al* (2012)).

Concluimos que a volatilidade é uma variável importante a ser considerada na análise das violações da propriedade da monotonicidade. Introduzindo esta variável as violações diminuem consideravelmente em todos os intervalos temporais, indicando que a volatilidade apresenta um forte peso nas variações do preço de uma opção.

Verificámos que existem determinados padrões com as análises efectuadas. As violações diminuem à medida que o intervalo temporal aumenta, à excepção das violações do tipo II e II', cuja frequência aumentou nos intervalos diários, sugerindo que tal facto deve-se ao efeito *time decay* nas opções. Este fenómeno é mais visível nas opções próximas da maturidade e nas opções OTM, isto é, com reduzido valor. Este factor é idêntico ao apurado por Bakshi *et al* (2000).

Relativamente à frequência das violações em função das características das opções, não encontramos uma clara associação entre as violações e o grau de *moneyness* e maturidade da opção. Mesmos resultados encontraram Bakshi *et al* e Pérignon (2006).

A magnitude da variação do preço das opções quando ocorre violações aumenta à medida que o intervalo da amostra aumenta, no entanto, a referida magnitude é maior nas opções OTM e de curto prazo, indicando que esta magnitude pode estar relacionada com o *bid-ask spread* das opções. De salientar que o presente estudo foi realizado com dados de transacção, logo é mais susceptível ao fenómeno do *bid-ask bounce*.

Analisando a magnitude das variações do activo subjacente e da volatilidade quando o preço de uma *call* varia em sentido contrário ao activo subjacente, constatámos que de facto a volatilidade apresenta um factor preponderante na análise das violações da PM. Verificámos que 49,7% das violações do tipo I e II, para o intervalo de uma hora, são explicadas por variações contrárias da volatilidade ao activo subjacente, mais, as

referidas variações, são em grandes proporções, ao invés das variações do activo subjacente, que são em pequenas quantidades. Estes resultados corroboram com os apresentados por Fahlenbrach e Sandas (2009). Contudo há que salientar que referida análise foi realizada com dados reais.

Os regimes de volatilidade em vigor nos mercados também apresentam um contributo para a ocorrência das violações da PM. Pela análise efectuada verificámos que a ocorrência das violações do tipo I' e II' são mais frequentes em períodos de elevada volatilidade. As violações do tipo IV'A e IV'B são mais frequentes em períodos de reduzida volatilidade.

Ao testar o efeito da microestrutura dos mercados nas violações da PM, constatámos que as violações ocorrem mais nas opções mais baratas (OTM), que por sinal são as mais transaccionadas. Também identificámos uma clara associação entre a microestrutura dos mercados e o tipo de violação IV'A e IV'B, concluindo que estas ocorrem devido a pequenas variações do activo subjacente que podem não atingir o *tick size* da opção. No entanto, há que referir que se a reduzida variação do activo subjacente ocorrer em simultâneo com uma reduzida variação da volatilidade, tal justificação perde robustez. Por fim e no âmbito da microestrutura dos mercados, não encontramos associação entre a liquidez dos contratos e os períodos de transacção.

Para finalizar, seria interessante em investigações futuras quantificar o impacto que a variação da volatilidade e do activo subjacente têm nas violações da propriedade da monotonicidade. Como foi dito anteriormente, as análises efectuadas por Bakshi, *et al* (2000), Pérignon (2006) e Fahlenbrach e Sandas (2009) em certa medida encontram-se sobrestimadas, pois não consideram o efeito da volatilidade na variação do preço das opções, contudo o presente estudo subestima as violações, pois não é possível determinar o impacto que cada variável tem na variação do preço de uma opção. Por fim, uma análise das violações da propriedade da monotonicidade para outros tipos de contrato, nomeadamente, opções sobre taxas de juro, *commodities* e/ou taxas de câmbio também seria interessante.

Bibliografia

- Acharya, V. V., & Pedersen, L. H. (2005). Asset pricing with liquidity risk. *Journal of Financial Economics, Vol. 77*, pp. 375-410.
- Adcock, C. J., & Hua, X. (2011). Violations In The Returns On European Options Under The Black Scholes Model. *Working Paper*.
- Andersen, T. G., & Bollerslev, T. (1998). Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts. *International Economic Review, Vol. 39, N° 4*, pp. 885-905.
- Anthony, J. H. (1988). The interrelation of Stock and Option Market Trading-Volume Data. *The Journal of Finance, Vol. 43, N° 4*, pp. 949-964.
- Areal, N., Adcock, C., & Ribeiro, C. (2012). How often options markets misbehave? The monotonicity property of option prices with changing volatility. *Working Paper*.
- Bakshi, G., Cao, C., & Chen, Z. (2000). Do Call Prices and the Underlying Stock Always Move in the Same Direction? *The Review of Financial Studies, Vol. 13, N° 3*, pp. 549-584.
- Bates, D. S. (2003). Empirical option pricing: a retrospection. *Journal of Econometrics, Vol. 116*, pp. 387-404.
- Bergman, Y. Z., Grundy, B. D., & Wiener, Z. (1996). General Properties of Option Prices. *The Journal of Finance, Vol. 51, N° 5*, pp. 1573-1610.
- Bhattacharya, M. (1987). Prices Changes of Related Securities: The case of Call Options and Stocks. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 22, N° 1*, pp. 1-15.
- Black, F. (1975). Fact and Fantasy in the Use of Options. *Financial Analysts Journal, Vol. 31, N° 4*, pp.36-41.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy, Vol. 81, N° 3*, pp. 637-654.

- Blattberg, R. C., & Gonedes, N. J. (1974). A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices. *The Journal of Business*, Vol. 47, N^o 2, pp. 244-280.
- Bossaerts, P., & Hillion, P. (2003). Local parametric analysis of derivatives pricing and hedging. *Journal of Financial Markets*, Vol. 6, pp. 573-605.
- Bossaerts, P., & Hillion, P. (1997). Local parametric analysis of hedging in discrete time. *Journal of Econometrics*, Vol. 81, pp. 243-272.
- Brock, W. A., & Kleidon, A. W. (1992). Periodic market closure and trading volume: A model of intraday bids and asks. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 16, pp. 451-489.
- Cao, M., & Wei, J. (2010). Option market liquidity: Commonality and other characteristics. *Journal of Financial Markets*, Vol. 13, pp. 20-48.
- Cetin, U., Jarrow, R., Protter, P., & Warachka, W. (2006). Pricing options in an extended Black Scholes economy with illiquidity: Theory and empirical evidence. *The Review of Financial Studies*, Vol. 9, N^o 2, pp. 493-529.
- Chan, K. C., Christie, W. G., & Schultz, P. H. (1995). Market structure and the intraday pattern of bid-ask spreads for NASDAQ securities. *The Journal of Business*, Vol. 68, N^o 1, pp. 35-60.
- Chan, K., Chung, Y. P., & Fong, W.-M. (2002). The informational role of stock and option volume. *The Review of Financial Studies*, Vol. 15, N^o 4, pp. 1049-1075.
- Chan, K., Chung, Y. P., & Johnson, H. (1995). The intraday behavior of bid-ask spreads for NYSE stocks and CBOE options. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 30, N^o 3, pp. 329-346.
- Chan, K., Chung, Y. P., & Johnson, H. (1993). Why Option Prices Lag Stock Prices: A Trading-Based Explanation. *The Journal of Finance*, Vol. 48, N^o 5, pp. 1957-1967.
- Chordia, T., Roll, R., & Subrahmanyam, A. (2001). Market liquidity and trading activity. *The Journal of Finance*, Vol. 56, N^o 2, pp. 501-530.

- Clark, P. K. (1973). A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices. *Econometrica*, Vol. 41, N^o 1, pp. 135-155.
- Coval, J. D., & Shumway, T. (2001). Expected Option Returns. *The Journal of Finance*, Vol. 56, N^o 3, pp. 983-1009.
- Easley, D., & O'Hara, M. (1992). Time and the process of security price adjustment. *The Journal of Finance*, Vol. 47, N^o 2, pp. 577-605.
- Easley, D., O'Hara, M., & Srinivas, P. S. (1998). Option volume and stock prices: Evidence on where informed traders trade. *The Journal of Finance*, Vol. 53, N^o 2, pp. 431-465.
- Epps, T. W., & Epps, M. L. (1976). The Stochastic Dependence of Security Price Changes and Transaction Volumes: Implications for the Mixture-of-Distributions Hypothesis. *Econometrica*, Vol. 44, N^o 2, pp. 305-321.
- Fahlenbrach, R., & Sandas, P. (2009). Co-movements of index options and future quotes. *Journal of Empirical Finance*, Vol. 16, pp. 151-163.
- Foster, F. D., & Viswanathan, S. (1993). Variations in trading volume, return volatility, and trading costs: Evidence on recent price formation models. *The Journal of Finance*, Vol. 48, N^o 1, pp. 187-211.
- Heston, S. L. (1993). A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options. *The Review of Financial Studies*, Vol. 6, N^o 2, pp. 327-343.
- Hull, J., & White, A. (1987). The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. *The Journal of Finance*, Vol. 42, N^o 2, pp. 281-300.
- Jain, P. C., & Joh, G.-H. (1988). the dependence between hourly prices and trading volume. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 23, N^o 3, pp. 269-283.
- Johnson, H., & Shanno, D. (1987). Option Pricing when Variance is Changing. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 22, N^o 2, pp. 143-151.

- Jones, E. P. (1984). Option Arbitrage and Strategy with Large Price Changes. *Journal of Financial Economics Vol. 13*, pp. 91-113.
- Kim, O., & Verrecchia, R. E. (1994). Market liquidity and volume around earnings announcements. *Journal of Accounting and economics, Vol. 17*, pp. 41-67.
- Kon, S. J. (1984). Models of Stock Returns - A Comparison. *The Journal of Finance, Vol.39, N° 1*, pp. 147-165.
- Koopman, S. J., Jungbacker, B., & Hol, E. (2005). Forecasting daily variability of the S&P 100 stock index using historical, realised and implied volatility measurements. *Journal of Empirical Finance Vol. 12*, pp. 445-475.
- Lee, C. M., Mucklow, B., & Ready, M. J. (1993). Spreads, Depths, and the impact of earnings information: An intraday analysis. *The review of financial studies, Vol. 6, N° 2*, pp. 345-374.
- Madhavan, A. (2000). Market microstructure: A survey. *Journal of Financial Markets, Vol. 3*, pp. 205-258.
- Manaster, S., & Rendleman, R. J. (1982). Option Prices as Predictors of Equilibrium Stock Prices. *The Journal of Finance, Vol. 23, °.4*, pp. 1043-1057.
- Mayhew, S. (2002). Competition, market structure, and bid-ask spreads in stock options markets. *The Journal of Finance, Vol. 57, N° 2*, pp. 931-958.
- McInish, T. H., & Wood, R. A. (1992). An analysis of intraday patterns in bid/ask spreads for NYSE stocks. *The Journal of Finance, Vol. 47, N° 2*, pp. 753-764.
- Merton, R. C. (1973). Theory of Rational Option Pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, N° 1*, pp. 141-183.
- Pan, J., & Poteshman, A. M. (2006). The information in option volume for future stock prices. *The Review of Financial Studies, Vol. 19, N° 3*, pp. 871-908.
- Pooley, D. M., Forsyth, P., & Vetzal, K. (2003). Numerical Convergence properties of option pricing PDEs with uncertain volatility. *IMA Journal of Numerical Analysis, Vol. 23*, pp. 241-267.

- Poon, S.-H., & Granger, C. W. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. *Journal of Economics Literature*, Vol. 41 , pp. 478-539.
- Scott, L. O. (1987). Option Pricing when the Variance Changes Randomly: Theory, Estimation, and an Application. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.22, N^o 4 , pp. 419-438.
- Stein, E. M., & Stein, J. C. (1991). Stock Price Distributions with Stochastic Volatility: An Analytic Approach. *The review of Financial Studies*, Vol. 4, N^o 4 , pp. 727-752.
- Sugato Chakravarty, H. G. (2004). Informed trading in stock and option markets. *The Journal of Finance*, Vol. 59, N^o 3 , pp. 1235-1257.
- Vijh, A. M. (1988). Potential Biases from Using Only trade Prices of Related Securities on Different Exchanges: A comment. *The Journal of Finance*, Vol.43, N^o 4 , pp. 1049-1055.
- Whaley, J. A. (1990). Intraday Price Change and Trading Volume Relations in the Stock and Stock Option Markets. *The Journal of Finance*, Vol. 45, N^o 1 , pp. 191-220.
- Wiggins, J. B. (1987). Options values under stochastic volatility. Theory and Empirical Estimates. *Journal of Financial Economics*, Vol. 19 , pp. 351-372.
- Wood, R. A., McInish, T. H., & Ord, J. K. (1985). An investigation of transactions data for NYSE stocks. *The Journal of Finance*, Vol. 40, N^o 3 , pp. 723-739.

Anexos

Anexo I

Figura A1.1 – Taxas de violação por categoria da opção sem considerar o efeito da volatilidade

<i>Moneyness</i>	Tipo de violações	<i>Call</i>			<i>Put</i>		
		Maturidade			Maturidade		
		Curto Prazo	Médio Prazo	Longo Prazo	Curto Prazo	Médio Prazo	Longo Prazo
ITM	Tipo I	3,1	1,3	5,6	1,3	5,0	0,0
	Tipo II	2,8	0,9	0,0	2,1	0,9	1,4
	Tipo IV	2,3	3,8	0,0	0,7	0,9	0,0
ATM	Tipo I	3,3	3,8	9,7	2,7	3,3	7,8
	Tipo II	4,1	4,0	4,3	4,9	3,1	3,5
	Tipo IV	3,2	2,5	1,5	2,3	1,4	1,7
OTM	Tipo I	4,9	6,9	5,9	4,7	3,3	5,0
	Tipo II	8,1	5,8	7,8	5,7	4,9	6,9
	Tipo IV	7,4	6,7	5,3	8,5	7,8	6,5

A presente figura indica em percentagem a taxa de violações sem considerar o efeito da volatilidade por categoria da opção para o intervalo de 1 hora.

Anexo II

Figura AII.1 – Magnitude da variação do Preço da opção

Moneyness	Intervalo amostra	<i>Call</i>		<i>Put</i>	
		Tipo I'	Tipo II'	Tipo I'	Tipo II'
ITM	30 minutos	0,5	0,7	2,1	2,1
	1 hora	1,4	2,7	1,1	1,3
	2 horas	1,2	0,8	2,1	1,5
	3 horas	1,2	2,1	3,4	1,2
	1 dia	2,6	1,1	0,0	1,6
ATM	30 minutos	3,2	2,7	2,9	2,1
	1 hora	3,2	3,0	2,3	2,4
	2 horas	3,2	2,8	2,6	2,7
	3 horas	3,0	3,2	4,6	3,2
	1 dia	4,5	5,7	3,9	6,1
OTM	30 minutos	6,4	5,4	5,3	3,6
	1 hora	7,7	8,3	6,3	5,0
	2 horas	7,3	6,1	6,1	5,3
	3 horas	8,4	6,9	7,4	6,0
	1 dia	8,3	13,2	8,0	10,3

A presente figura indica a média absoluta da variação do preço da opção expressa em percentagem do preço da opção quando os tipos de violação I' e II' ocorrem.

Figura A11.2 – Magnitude da variação do Preço da opção sem considerar o efeito da volatilidade

Moneyness	Intervalo amostra	<i>Call</i>		<i>Put</i>	
		Tipo I	Tipo II	Tipo I	Tipo II
ITM	30 minutos	0,4	0,9	1,7	1,9
	1 hora	1,0	1,7	0,9	1,3
	2 horas	1,6	1,1	1,6	1,7
	3 horas	1,4	2,2	3,1	1,2
	1 dia	1,8	1,6	3,3	2,0
ATM	30 minutos	3,2	2,4	2,6	2,3
	1 hora	3,0	2,9	2,7	2,5
	2 horas	3,1	2,8	2,7	2,9
	3 horas	3,0	3,2	3,9	3,1
	1 dia	4,7	6,9	4,5	6,9
OTM	30 minutos	6,4	6,2	5,1	4,6
	1 hora	8,2	7,2	6,2	5,9
	2 horas	7,5	6,7	6,7	5,3
	3 horas	7,8	7,0	7,0	5,5
	1 dia	9,3	13,9	7,3	10,4

A presente figura indica a média absoluta da variação do preço da opção expressa em percentagem do preço da opção quando os tipos de violação I e II ocorrem.

Figura A11.3 – Magnitude da variação do Preço da opção sem considerar o efeito da volatilidade

Maturidade	Intervalo amostra	<i>Call</i>		<i>Put</i>	
		Tipo I	Tipo II	Tipo I	Tipo II
Curto Prazo	30 minutos	5,6	5,4	4,8	4,6
	1 hora	6,8	6,8	5,9	5,4
	2 horas	7,3	6,0	6,6	5,4
	3 horas	7,3	6,4	7,1	5,1
	1 dia	7,2	12,3	6,5	9,8
Médio Prazo	30 minutos	4,7	3,7	4,4	2,3
	1 hora	6,1	4,3	3,6	3,4
	2 horas	6,6	5,7	3,2	4,0
	3 horas	6,1	5,8	3,5	3,8
	1 dia	8,0	10,3	6,8	7,0
Longo Prazo	30 minutos	6,1	4,8	2,0	1,8
	1 hora	6,2	2,3	2,2	1,8
	2 horas	4,0	2,2	1,5	2,0
	3 horas	3,6	4,1	3,1	3,7
	1 dia	5,0	13,1	3,7	2,5

A presente figura indica a média absoluta da variação do preço da opção expressa em percentagem do preço da opção quando os tipos de violação I e II ocorrem.