



FEP FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

**VIOLAÇÕES DA PROPRIEDADE DA
MONOTONICIDADE DOS PREÇOS DE OPÇÕES
SOBRE O ÍNDICE CAC 40**

Por

Moisés Fontes de Lima

Dissertação de Mestrado em Finanças

Orientada por:

Professora Doutora Cláudia Alexandra Gonçalves Correia Ribeiro

2012

Nota Biográfica

Moisés Fontes de Lima nasceu a 3 de Dezembro de 1985 na freguesia do Bonfim, na cidade do Porto.

Em 2003 conclui o 12º ano na área de Económico-Social no Colégio Liceal de Santa Maria de Lamas, com média de 16 valores.

Licenciou-se em Economia pela Faculdade de Economia da Universidade do Porto em 2008, com média de 12 valores.

Em Julho de 2009 obteve a aprovação no exame de acesso à ordem dos Técnicos Oficiais de Contas.

Em Setembro de 2010 iniciou a parte curricular do Mestrado em Finanças na Faculdade de Economia da Universidade do Porto, tendo concluído com média de 15 valores.

A nível profissional, em Setembro de 2007 iniciou um estágio curricular com a duração de 6 meses na Central de Balanços do Banco de Portugal. Depois, em Julho de 2008, ingressou na BDO & Associados, SROC., onde exerceu funções nos departamentos de auditoria e contabilidade. Em Dezembro de 2011 ingressou na Semimetais – Semi-Produtos de Metais, Lda. onde exerce funções como responsável pela contabilidade da empresa.

Agradecimentos

Ao longo da elaboração da presente dissertação contei com ajuda de várias pessoas, que em muito contribuíram para completar este desafio. Agradeço-lhes toda confiança, apoio e motivação que me transmitiram durante todo este tempo.

À minha orientadora, Professora Doutora Cláudia Alexandra Gonçalves Correia Ribeiro, pelo esforço e dedicação que demonstrou durante a elaboração da tese, pelos seus conselhos, cordialidade, pela disponibilidade e o interesse que revelou durante o trabalho e, acima de tudo, pela confiança que depositou em mim.

Aos meus pais, irmãos e avó que sempre me apoiaram em todos os projetos, e que sem eles não seria possível terminar esta dissertação.

À minha namorada pela paciência e compreensão demonstrada durante o percurso de todo o mestrado, e em especial por todo o apoio e motivação que me transmitiu.

Às minhas tias que sempre me incentivaram a completar todos os objetivos a que me propus.

Aos meus amigos que sempre me apoiaram, em particular aqueles que de forma direta ou indireta, estiveram comigo ao longo deste percurso.

Sumário

A propriedade da monotonicidade é partilhada por muitos modelos de avaliação de opções e assume que o preço das *calls* seja função crescente do valor do respetivo ativo subjacente e que o preço das *puts* seja função decrescente do respetivo ativo subjacente.

A não verificação desta propriedade pode colocar em causa pressupostos de vários modelos de avaliação, bem como as próprias estratégias seguidas pelos investidores em mercados financeiros, principalmente pelo efeito adverso que poderá ter em estratégias de *hedging*, especulação ou arbitragem.

Alguns autores já exploraram as violações da propriedade da monotonicidade em diversos mercados e constataram a existência de violações. Os fatores explicativos avançados são a microestrutura dos mercados, o efeito de *time decay* ou o efeito de alterações na volatilidade.

Este estudo apresenta uma nova abordagem na análise das violações. Até agora, as violações estudadas apenas analisavam a relação entre a variação do preço das opções com o preço do ativo subjacente. Neste estudo será acrescentada a volatilidade na análise das violações da propriedade da monotonicidade. É certo que o aumento da volatilidade tem um efeito positivo no valor das opções, independentemente de serem *calls* ou *puts*, o que implica que os estudos realizados anteriormente possam sobrestimar o número de violações.

Com a introdução da volatilidade, verificou-se uma diminuição da frequência das violações para cerca de metade, sendo que relativamente às *calls* a frequência de violações para os vários intervalos situa-se entre 5,57% e 9,85% (sem volatilidade seria entre 11,79% e 18,46%) e a frequência de violações das *puts* entre 4,72% e 8,70% (sem volatilidade seria entre 9,69% e 15,47%).

Também se estudou outros fatores que podem conduzir à ocorrência de violações da propriedade da monotonicidade, nomeadamente, a microestrutura dos mercados e o *time decay*. Por fim, testou-se a significância estatística da influência de algumas variáveis relacionadas com a microestrutura dos mercados e com a volatilidade nas violações da propriedade.

Este estudo incide sobre dados intradiários das opções sobre o índice CAC 40, sendo que na análise, tal como em Pérignon (2006), serão utilizados preços de transações das opções, ao contrário do utilizado em Bakshi *et al* (2000a), onde se recorreu aos *bid-ask midpoints*.

Abstract

The monotonicity property is shared by many option pricing models and states that the price of the call options is a monotonically increasing function of the value of its underlying asset and the price of the put option is a monotonically decreasing function of the value of its underlying asset.

Violations of this property may imply the assumptions of several option pricing models, as well as the strategies used by the investors in the financial markets, mainly by the adverse effect that it may cause on hedging, speculation or arbitrage strategies.

The monotonicity property violations were already studied by a few authors and they came to the conclusion that there are, in fact, violations, and they might be explained by several reasons, as the markets' microstructure, time decay or the effect cause by changes in the volatility.

This paper presents a new approach in the analysis of the violations. Until now, the violations were only reported to the relation between changes in option prices with changes in its underlying asset. In this paper a new variable will be added to the analysis: the volatility. It is clear that an increase in volatility has a positive effect on options' value, whether it's a call or a put option, which means that the previous papers may overestimate the number of the violations.

By introducing the volatility in the analysis, the frequency of the violations decreased to almost one half of before, which means that the frequency of violations of the call options, for all the intervals, was between 5,57% and 9,85% (against 11,79% and 18,46% without considering volatility) and a frequency of violations of the put options between 4,72% and 8,70% (against 9,69% and 15,47% without considering volatility).

The other reasons that may cause violations of the monotonicity property were also assessed during this study, namely, the market microstructure and the time decay. To conclude the analysis, we tested the statistical significance of the influence of some variables related to the market microstructure and volatility on the monotonicity property violations,

This study will work with intra daily data of the CAC 40 index options, using options transaction prices, the same method as Pérignon (2006), instead of bid-ask midpoints, as used on Bakshi *et al* (2000a).

Índice

1. Introdução.....	1
2. Revisão de literatura.....	4
3. Formalização do Problema.....	11
4. Análise Empírica: Dados	15
4.1. <i>Moneyness</i> e Tempo para a Maturidade	16
4.2. Cálculo da Volatilidade.....	18
4.3. Correspondência dos dados <i>Spot</i> com as Opções	18
4.4. Metodologia de Cálculo das Variações de Preços	19
5. Análise estatística dos resultados.....	22
5.1. Violações considerando a volatilidade e violações sem considerar a volatilidade.....	22
5.2. Violações por <i>Moneyness</i> e Tempo para a Maturidade	26
5.3. Violações por dia da semana	28
5.4. Violações por hora do dia	30
5.5. Magnitude da variação dos preços das opções nas violações	32
5.6. Magnitude da variação do preço do ativo subjacentes nas violações	34
5.7. Violações em regimes de volatilidade elevada ou reduzida	35
5.8. Distribuição da Frequência das Violações da Propriedade por ΔS e $\Delta \sigma$	37
6. Análise econométrica dos resultados.....	41
7. Principais Causas das Violações	44
8. Conclusão.....	49
9. Bibliografia	51
ANEXOS.....	53

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Contratos de Opções e Ativo Subjacente	15
Tabela 2 – Resumo dos dados por grau de <i>moneyness</i> e maturidade.....	17
Tabela 3 – Número de observações por intervalo.....	20
Tabela 4 – Violações da propriedade da monotonicidade sem considerar a volatilidade.....	23
Tabela 5 – Violações da propriedade da monotonicidade considerando a volatilidade.....	23
Tabela 6 – Violações por grau de <i>Moneyness</i> e por tempo para a maturidade para o intervalo de 30 minutos.....	26
Tabela 7 – Violações por grau de <i>moneyness</i> e por tempo para a maturidade para o intervalo de 1 hora	27
Tabela 8 – Frequência das violações da propriedade da monotonicidade em cada dia da semana para o intervalo de 30 minutos.....	28
Tabela 9 – Frequência das violações da propriedade da monotonicidade em cada dia da semana para o intervalo de 1 hora.....	28
Tabela 10 – Frequência das violações da propriedade da monotonicidade por dia da semana para o intervalo de 30 minutos.....	29
Tabela 11 – Magnitude média do módulo da variação relativa do preço das opções quando ocorrem violações	33
Tabela 12 – Magnitude do módulo da variação relativa do preço do ativo subjacente nas violações.....	34
Tabela 13 – Violações em regimes de volatilidade elevada e reduzida para o intervalo de 30 minutos.....	36
Tabela 14 – Violações em regimes de volatilidade elevada e reduzida para o intervalo de 1 hora	36
Tabela 15 – Distribuição da frequência das violações para o intervalo de 30 minutos (violações s/ volatilidade).....	38
Tabela 16 – Distribuição da frequência das violações para o intervalo de 1 hora (violações s/ volatilidade)	38
Tabela 17 - Distribuição da frequência das violações para o intervalo de 30 minutos (violações c/ volatilidade).....	39
Tabela 18 - Distribuição da frequência das violações para o intervalo de 1 hora (violações c/ volatilidade)	39
Tabela 19 – Resultados da regressão (6.1) para as <i>calls</i>	42
Tabela 20 – Resultados da regressão (6.1) para as <i>puts</i>	43
Tabela 21 - Frequência das violações da propriedade da monotonicidade por hora do dia para o intervalo de 30 minutos.....	54
Tabela 22 - Frequência das violações da propriedade da monotonicidade por cada hora do dia para o intervalo de 1 hora.....	54
Tabela 23 - Frequência das violações da propriedade da monotonicidade por cada hora do dia para o intervalo de 30 minutos.....	55
Tabela 24 - Número de observações por célula para o intervalo de 30 minutos.....	56
Tabela 25 - Número de violações por célula para o intervalo de 30 minutos (s/ volatilidade) ...	56

Tabela 26 - Número de observações por célula para o intervalo de 1 hora.....	57
Tabela 27 - Número de violações por célula para o intervalo de 1 hora (s/ volatilidade).....	57
Tabela 28 - Número de violações por célula para o intervalo de 30 minutos (c/ volatilidade)...	58
Tabela 29 - Número de violações por célula para o intervalo de 1 hora (c/ volatilidade).....	58

Índice de Ilustrações

Ilustração 1 – Correspondência entre observações para intervalos de tempo fixos	20
Ilustração 2 – Evolução da Frequência das violações por hora do dia para o intervalo de 30 minutos.....	30
Ilustração 3 – Evolução da Frequência das violações por hora do dia para o intervalo de 1 hora	31
Ilustração 4 - Frequência das violações da propriedade da monotonicidade por cada hora do dia para o intervalo de 30 minutos	32

Notação

Abreviaturas	Significado
S	Cotação <i>spot</i> do ativo subjacente
K	Preço de exercício de uma opção
C	Preço de uma <i>call</i>
P	Preço de uma <i>put</i>
ITM	<i>in-the-money</i>
ATM	<i>at-the-money</i>
OTM	<i>out-of-the-money</i>

1. Introdução

O objetivo desta dissertação é aprofundar os estudos já existentes sobre uma das propriedades partilhadas por todos os modelos de avaliação de opções unidimensionais, a propriedade da monotonicidade.

A propriedade da monotonicidade diz-nos que o preço das *calls* deverá variar no mesmo sentido do preço do respetivo ativo subjacente, enquanto o preço das *puts* deverá variar no sentido oposto do preço do respetivo ativo subjacente. Assim, a não verificação desta propriedade, poderá colocar em causa a performance de modelos de avaliação de opções aplicados a um contexto real e, conseqüentemente, terá impacto, positivo ou negativo, em estratégias seguidas pelos investidores, nomeadamente, estratégias de *hedging*, especulação e arbitragem.

Este estudo tem por base os estudos já realizados por Bakshi *et al* (2000a), Pérignon (2006) e Fahlenbrach e Sandas (2009). Estes estudos analisaram as violações da propriedade da monotonicidade em diversos mercados, utilizando para o efeito, dados intradiários. Bakshi *et al* (2000a), verificou a frequência das violações da propriedade da monotonicidade em contratos de opções sobre índice S&P500, utilizando os *bid-ask midpoints*. Pérignon (2006), utilizando os preços de transações efetivas, testou a validade da propriedade da monotonicidade em cinco mercados diferentes: Europeu, Inglês, Francês, Alemão e Suíço. As principais razões apontadas por estes autores para existirem violações da propriedade foram a microestrutura dos mercados, o efeito do *time decay* (que nem sempre pode ser negligenciável em intervalos intradiários) e o efeito de mudanças da volatilidade no valor das opções.

Quer Bakshi *et al* (2000a) quer Pérignon (2006) já tinham estudado a hipótese de parte das violações poder ser justificada por variações na volatilidade. Bakshi *et al* (2000a), utilizando o modelo de volatilidade estocástica de Heston (1993), verificou que os preços simulados desta forma violam a propriedade da monotonicidade quase tão frequentemente como os preços reais. Pérignon (2006), verificou que as violações ocorrem em simultâneo em vários contratos para opções com o mesmo ativo subjacente, a mesma maturidade mas com preços de exercício diferentes, o que sugere que as violações podem ser provocadas por alterações súbitas na volatilidade do ativo subjacente.

No presente estudo pretende-se dar um contributo adicional para a compreensão das violações da propriedade da monotonicidade em contexto real, adicionando uma nova variável na análise: volatilidade estocástica. Nos estudos mencionados, as tipologias das violações não contemplavam variações na volatilidade e o efeito que podem ter no valor de uma opção, que serão positivamente correlacionadas, o que faz com que se sobrestime o número de violações da propriedade da monotonicidade, na medida em que se consideram violações justificáveis por variações na volatilidade. Para se estimar a volatilidade, não se recorre a qualquer modelo dependente da

disponibilidade da informação no momento da estimativa, utiliza-se o estimador de volatilidade de Anderson e Bollerslev (1998).

Este estudo incide sobre opções sobre o Índice CAC 40, utilizando para o efeito dados intradiários das cotações do índice e os preços de transações de opções (*calls* e *puts*) efetivamente realizadas. Os dados analisados são relativos ao período compreendido entre Outubro de 2008 e Setembro de 2009.

Para analisar o impacto de variações na volatilidade nas violações da propriedade da monotonicidade, Adcock, Areal e Ribeiro (2012), propuseram uma nova tipologia de violações que considera o efeito de variações da volatilidade. Mais tarde, à semelhança da simulação realizada por Fahlenbrach e Sandas (2009), compara-se a proporção das violações de acordo com a magnitude da variação no preço do ativo subjacente e a magnitude da variação da volatilidade, neste caso aplicado a dados reais. Analisa-se ainda o número de violações em períodos de volatilidade elevada ou reduzida, socorrendo-nos dos resultados obtidos pela estimação de um *regime switching model* para classificar o tipo de volatilidade associado a cada dia do ano em análise, como elevada ou reduzida. Este estudo demonstra que uma parte significativa das violações é, efetivamente, explicada pela volatilidade, e que estas ocorrem, tendencialmente, em períodos de volatilidade elevada e para grandes variações da volatilidade.

Por outro lado, este estudo contempla várias análises para verificar os efeitos de microestrutura associados ao facto de a análise incidir em dados intradiários. Desde logo verifica-se que o *tick size* justifica grande parte de dois dos tipos de violações e que o próprio *bid-ask spread* também poderá ser um motivo para haver violações.

O efeito *time decay* também não poderá ser negligenciado, particularmente no que respeita a dados com intervalo de 1 dia.

Para começar este estudo, será apresentada no capítulo 2 a revisão da literatura que ajudará a compreender o tema, enquadrando o estudo na literatura em geral e, ao mesmo tempo, a apresentar os estudos similares realizados até então.

De seguida, no capítulo 3, será feita a formalização do problema, propriamente dito, e identificado o tipo de análise que distinguirá este estudo dos realizados anteriormente, reservando o capítulo 4 para a apresentação dos dados que irão ser estudados, processos de filtragem aplicados e de tratamento de dados, bem como do estimador da volatilidade e das regras para efetuar a correspondência entre as observações, nomeadamente das opções com as cotações *spot* e com a volatilidade.

No capítulo 5 faz-se uma análise estatística de todos os resultados obtidos a diferentes níveis, testando o efeito da volatilidade, da microestrutura dos mercados e do *time decay*, seguindo-se o capítulo 6 onde algumas hipóteses avançadas no capítulo anterior são testadas através de uma regressão econométrica.

Antes da conclusão do estudo, no capítulo 7, é feito o resumo dos principais motivos apurados para existirem violações da propriedade da monotonicidade nos dois capítulos anteriores e a relação entre os resultados obtidos em ambos.

2. Revisão de literatura

Este estudo recai sobre uma das propriedades dos preços das opções considerada em diversos modelos de avaliação de opções, a propriedade da monotonicidade, pelo que se torna relevante efetuar a revisão da literatura acerca destes modelos, incluindo os estudos empíricos já realizados sobre violações da referida propriedade. Neste capítulo será, portanto, feito um enquadramento teórico, no qual serão apresentados os principais estudos efetuados.

O modelo de Black-Scholes (1973), adiante designado por modelo BS, é um modelo matemático que permite avaliar opções europeias, isto é, opções que apenas possam ser exercidas na sua maturidade. Neste modelo, o preço da opção depende apenas de uma variável de estado: o preço do ativo subjacente. Todas as outras determinantes utilizadas no modelo, são constantes, nomeadamente a taxa de juro isenta de risco e a volatilidade. Além destas determinantes, o preço da opção depende ainda das características da opção em causa, nomeadamente, o preço de exercício e a maturidade.

O modelo BS, assenta num conjunto de pressupostos sobre o mercado de opções e os respetivos ativos subjacentes:

- a) A taxa de juro de curto prazo é conhecida e constante no tempo;
- b) O preço das ações segue um processo geométrico browniano, contínuo e com volatilidade constante;
- c) A opção só pode ser exercida na maturidade (opção europeia);
- d) Não existem custos de transação na compra ou venda de ações;
- e) É possível obter ou conceder financiamento à taxa de juro isenta de risco;
- f) Não há restrições para a venda a descoberto, isto é, o *short-selling* é permitido.

Assim, o modelo BS assenta na inexistência de atritos de mercado e de oportunidades de arbitragem.

Desde o aparecimento deste modelo foram realizados muitos testes empíricos ao modelo. Rubinstein (1994) demonstrou que a volatilidade implícita no preço de uma opção não é constante, gerando o denominado efeito sorriso da volatilidade. No estudo realizado por Hull e White (1987), ficou explícito que o modelo BS sobreavalia opções *at-the-money* e subavalia opções que estejam muito *in-* ou *out-of-the-money*. Macbeth e Merville (1979), estudaram a capacidade do modelo BS em prever os preços de mercado de *calls*, e verificaram que os preços previstos são normalmente mais baixos (altos) que os preços de mercado de opções *in-the-money* (*out-of-the-money*), e esta subavaliação (sobreevaliação) diminui à medida que diminui o tempo para a maturidade.

Para tentar tornar o modelo de avaliação de opções mais adequado à realidade, na medida em que conseguisse prever com maior exatidão os preços das opções gerados nos mercados, surgiu um vasto número de modelos, relaxando alguns pressupostos assumidos no modelo BS. Merton (1976) e Cox e Ross (1976), demonstraram que se as transações das ações comuns não são contínuas no tempo, implica que, haja “saltos” nos retornos dos ativos, o que, por sua vez, faz com que o mecanismo de *hedging* subjacente ao modelo não seja válido. Heston (1993), criou uma variante do modelo que admite volatilidade estocástica, versátil o suficiente para ser adequada para avaliar opções sobre ações, obrigações e taxas de câmbio. Hull e White (1987), criou uma derivação do modelo que permite avaliar uma *call* sobre um título com uma volatilidade estocástica que não está correlacionada com o preço desse título. Merton (1973) e Amin e Jarrow (1991), propuseram uma extensão do modelo que permitia avaliar opções europeias sobre índices e moedas, respetivamente, admitindo uma taxa de juro estocástica em vez de constante.

Corrado e Su (1998), fizeram um teste ao modelo sugerido por Hull e White (1987), para estudar a sua aplicabilidade a dados empíricos, e verificaram que, aplicando o modelo ao índice S&P 500 e opções sobre esse índice, o modelo de avaliação de opções com volatilidade estocástica oferece uma melhoria significativa na capacidade em prever os preços das opções, quando comparado com modelos de volatilidade constante.

Bakshi *et al* (1997), estudaram a performance de modelos que admitem a volatilidade estocástica, taxa de juro estocástica e retornos do ativo subjacente descontínuos, e verificaram que são uma boa alternativa ao modelo BS. Em particular, para efeitos de *hedging*, verificaram que os modelos que melhor se adequam à realidade são aqueles que admitem uma volatilidade estocástica.

O modelo BS, juntamente com outros modelos unidimensionais de avaliação de opções, tais como, Merton (1973), Cox-Ross (1976), Derman e Kani (1994), Rubinstein (1994), Bergman *et al* (1996), entre outros, assentam no princípio de que o ativo subjacente segue um processo de difusão unidimensional, uma vez que o preço da opção depende apenas de uma variável, o preço do ativo subjacente, sendo todas as outras constantes (além das características da opção em causa). Estes modelos partilham três propriedades essenciais:

- Propriedade da Monotonicidade - diz-nos que o preço de uma opção de compra (*call*) é uma função monotonicamente crescente com o preço do seu ativo subjacente, e que o preço de uma opção de venda (*put*) é uma função monotonicamente decrescente com o valor do ativo subjacente, isto é, quando o preço de um ativo subjacente varia, os preços das *calls* sobre esse ativo deverão variar no mesmo sentido, enquanto os preços das *puts* deverão variar em sentido oposto;

- Propriedade da Correlação Perfeita – significa que, como o preço do ativo subjacente é a única fonte de incerteza das suas opções, os preços das opções têm de ser correlacionados entre si e com o ativo subjacente;
- Propriedade da Redundância das Opções – pressupõe que o *payoff* das opções possa ser replicado usando uma carteira constituída por um ativo subjacente e um ativo isento de risco, tornando as opções ativos redundantes.

A relação entre a evolução dos preços dos ativos subjacentes e dos preços das respetivas opções já foi abordada por vários autores. Stephan e Whaley (1990), verificaram que, no mercado CBOE, alterações no preço do ativo subjacente levam a alterações no preço das *calls* sobre esse mesmo ativo, com uma diferença de tempo de aproximadamente quinze minutos. Esta conclusão ia contra alguns estudos feitos até então, tais como Bhattachyara (1987) e Manaster e Rendleman (1982), que afirmavam que a nova informação chegava primeiro aos mercados de opções, fazendo-se refletir nos seus preços, e só depois aos mercados dos respetivos ativos subjacentes.

Já foi referido que os modelos de avaliação de opções são muitas vezes utilizados para delinear estratégias de gestão/cobertura do risco. Assim, torna-se muito importante estudar o grau de adequação dos modelos para a gestão de investimentos, uma vez que podem ter um efeito ambíguo em estratégias de *hedging*, arbitragem ou especulação. Para que os modelos consigam prever com a exatidão desejada os movimentos de mercado, é necessário que se verifiquem na prática, os pressupostos em estão assentes.

Bossaerts e Hillion (2003), testaram a performance de uma técnica de *pricing* e *hedging* baseada apenas na correlação entre movimentos dos preços dos ativos subjacentes e das respetivas opções, que é capturada por um modelo de opções paramétrico, e verificaram que, ainda assim são frequentes as violações das propriedades.

Bakshi *et al* (2000b), estudaram a capacidade de diversos modelos serem utilizados com fins de *pricing* e *hedging* no longo e curto prazos e verificaram que adicionando taxas de juro estocásticas, acrescenta capacidade explicativa ao modelo e, conseqüentemente, aumenta a eficácia de estratégias de *hedging* baseadas neste tipo de modelos, particularmente no caso das opções de longo prazo. No entanto, ao comparar com modelos com volatilidade estocástica, verificaram que o poder explicativo acrescentado pela introdução da taxa de juro estocástica, não é significativo, concluindo que será muito mais importante introduzir a volatilidade estocástica nos modelos de avaliação de opções.

No caso de violações da propriedade da monotonicidade, em Bakshi *et al* (2000a) evidenciaram que numa estratégia de *hedging* que envolva uma posição curta num determinado ativo subjacente e uma posição longa numa *call* sobre esse ativo, pode ter resultados duplamente negativos (se o preço do ativo descer e o preço da *call* subir) ou

duplamente positivos (se o preço do ativo subir e o preço da *call* descer). Assim, em vez de eliminar a exposição ao risco, o facto de seguir uma estratégia de *hedging* poderia estar a aumentá-la. Este raciocínio também é válido para outro tipo de estratégias seguidas pelos investidores, nomeadamente de arbitragem ou especulação.

Este estudo incide particularmente sobre violações da propriedade da monotonicidade. As violações da propriedade já foram abordadas por diversos autores, os quais apontaram várias razões como potencial causa da verificação das referidas violações.

Os principais estudos realizados acerca da propriedade da monotonicidade foram: Bakshi *et al* (2000a), que incidiu sobre o índice S&P 500 durante o período compreendido entre Março e Agosto de 1994; Pérignon (2006) que incidiu sobre os índices DJ Euro Stoxx 50, FTSE 100, CAC 40, DAX e SMI para o ano 2002; Fahlenbrach e Sandas (2009) que incidiu sobre o FTSE 100 durante o período compreendido entre Agosto de 2001 e Julho de 2002.

Bakshi *et al* (2000a), salientaram que é necessário compreender as características de cada mercado para melhor poder perceber as violações da propriedade da monotonicidade. Nestes estudos foram utilizados dados intradiários, sendo que Bakshi *et al* (2000a) compararam a variação dos *bid-ask midpoints* das opções de compra e venda com a variação do preço do ativo subjacente nos mercados *spot* e de futuros, enquanto Pérignon (2006), com o objetivo de diminuir as manipulações provocadas pela utilização da metodologia anterior, optou por utilizar preços de transações efetivas, permitindo controlar, em certa medida, os problemas de microestrutura, comparando os seus preços com as cotações dos índices mencionados. Os resultados apresentados por ambos os estudos foram consistentes.

O facto de se trabalhar com dados de alta frequência (intradiários), permite aprofundar a correlação dos movimentos entre o preço das opções e o preço do ativo subjacente, mas também cria problemas, nomeadamente por serem frequentemente afetados por efeitos de microestrutura. Para tal, será necessário estudar o impacto da microestrutura nos preços das opções, nomeadamente, separando as violações da propriedade por hora do dia em que ocorrem, analisando o *bid-ask spread*, o *tick size*, o número de revisões das cotações e o volume de transações diário (associado à liquidez dos títulos em questão).

O *tick size*, representa a variação mínima do preço dos títulos, o que implica que possa influenciar as alterações no preço das ações (Angel (1997)). Dennis e Mayhew (2009) demonstraram que os enviesamentos provocados pelos efeitos de microestrutura podem levar a inferências incorretas em alguns estudos, onde incluíram Bakshi *et al* (2000a). No seu estudo, Bakshi *et al* (2000a), analisaram um tipo de violação da propriedade em que o ativo subjacente varia mas a opção mantém o seu preço e concluíram que a mesma pode ser provocada por variações muito reduzidas no preço do

ativo subjacente, que não são suficientemente significativas para se refletirem no preço da opção, pois não têm dimensão suficiente para provocar uma variação equivalente ao *tick size*.

Stephan e Whaley (1990), salientaram que o volume de transações varia consoante a hora do dia: começa relativamente baixo, atingindo um pico cerca de 45 minutos após a abertura, para depois decrescer gradualmente e voltar a crescer ao final do dia, antes do fecho (formando assim um padrão de volume de transações com formato em “U”), e esta inconsistência pode ter impacto em estudos que envolvam dados intradiários, particularmente quando se tratam de mercados ou títulos menos líquidos. Bakshi *et al* (2000a) verificaram que a maior parte das violações ocorre nas horas do meio do dia, que são períodos com menor liquidez o que poderá estar relacionado com uma diminuição da eficiência dos mercados nessas horas.

Pérignon (2006), focou parte do estudo em violações causadas por táticas de negociação racionais seguidas pelos investidores e verificou que, em mercados de pouca liquidez, estas táticas podem estar na origem da violação da propriedade da monotonicidade.

Fahlenbrach e Sandas (2009) também apontaram duas possíveis causas para as violações da propriedade da monotonicidade relacionadas com táticas de negociação racionais: se, por exemplo, for efetuada uma transação de uma *call* iniciada por um comprador, pouco depois de um vendedor submeter uma oferta de venda agressiva (para gerar liquidez quase imediata), que supera a melhor oferta *ask*, fará com que a cotação média das opções desça temporariamente enquanto a cotação média do ativo subjacente se mantém inalterada o que levará a um ajustamento posterior para voltar ao preço normal - concluiu que cerca de 30% das observações imediatamente após esta transação movem-se em sentido oposto do ativo subjacente gerando uma violação da propriedade; quando há cotações das opções sem movimento durante algum tempo, tornam-se, de certa forma, desatualizadas podendo haver depois ajustamentos atrasados em relação ao índice (que é atualizado constantemente), que provocam violações da propriedade - estimou que em cerca de 12% das observações antes duma transação encontramos uma violação da propriedade da monotonicidade.

Outra das conclusões a que Pérignon (2006) chega é que parte das violações pode ser justificada pelo *bid-ask bounce*, isto é, numa situação em que o *bid* e o *ask* se mantêm constantes, pode por exemplo haver violações entre uma transação iniciada pelo vendedor (*bid price*) e uma transação iniciada pelo comprador (*ask price*), pois o preço da opção apenas varia devido ao *spread* e o preço do índice pode ou não variar. Da sua análise, Pérignon (2006) verificou que nestas situações ocorrem violações da propriedade da monotonicidade duas ou três vezes mais relativamente a outro tipo de sequências de negociações. Este problema de microestrutura afeta particularmente estudos efetuados com base em preços de transações efetivas.

O impacto da microestrutura dos mercados assume particular importância quando se estuda dados intradiários, tendo um impacto menor em dados diários, como demonstrado por Pérignon (2006).

Outro motivo é o *time decay*, isto é, a relação da passagem do tempo e consequente aproximação da maturidade da opção, com as violações da propriedade da monotonicidade. Bakshi *et al* (2000a), verificaram que este efeito é mais visível quando se trabalha com intervalos diários e Pérignon (2006) afirma que a utilização de intervalos de elevada frequência permite mitigar o efeito do *time decay*. Por outro lado, Adcock e Hua (2011), verificaram que mesmo em intervalos de alta frequência, como 30 minutos, a taxa de ocorrência de algumas violações não é negligenciável, particularmente em opções de curto prazo e *out-of-the-money*, o que reforça a ideia de que o *time decay* nem sempre pode ser considerado negligenciável para intervalos de tempo reduzidos.

Bakshi *et al* (2000a), concluíram também que não existe associação clara entre o grau de *moneyness* com as violações da propriedade, mas que é mais provável que opções de compra de longo prazo, se movimentem em sentido oposto ao do seu ativo subjacente, seguidas de opções de médio prazo e de curto prazo.

Por outro lado, Bakshi *et al* (2000a), constataram que os preços de opções de compra e de venda, sobre determinado ativo subjacente, com o mesmo preço de exercício e a mesma maturidade, movem-se frequentemente na mesma direção, independentemente da variação no ativo subjacente e do intervalo intradiário da amostra utilizado.

Pérignon (2006), também testa a correlação entre movimentos de preços de opções sobre o mesmo ativo subjacente, em particular para observações em que se verificam violações, concluindo que, regra geral, as observações correspondentes têm o mesmo tipo de violação (ou também não têm violação), quando comparadas com as iniciais, o que sugere que as violações da propriedade podem ser causadas por choques na volatilidade.

O facto de a maior parte dos modelos de avaliação de ativos ser de difusão unidimensional, faz com que não incorporem a possibilidade de a volatilidade ser uma variável estocástica. Uma vez que existe evidência, já referida anteriormente, que aponta para que a volatilidade não seja constante, Bakshi *et al* (2000a) utilizaram o modelo de volatilidade estocástica de Heston (1993), para melhor compreender o efeito da volatilidade no preço das opções. Uma vez que a volatilidade afeta os preços das *calls* e das *puts* positivamente, e não tem, necessariamente, uma correlação perfeita com o preço do ativo subjacente, as alterações na volatilidade podem justificar, por si só, as violações da propriedade da monotonicidade. Deste estudo, concluíram que a adição da volatilidade como variável explicativa oferece mais flexibilidade ao modelo, o que, por sua vez, ajuda na compreensão da dinâmica dos preços das opções.

Para melhor compreender a relação entre a volatilidade e as violações da propriedade da monotonicidade e assim tentar perceber o porquê do modelo de volatilidade estocástica de Heston (1993), utilizado por Bakshi *et al* (2000) não conseguia prever as maiores percentagens de violações, Fahlenbrach e Sandas (2009) construíram uma tabela bidimensional que relaciona as variações da volatilidade com as variações do ativo subjacente. Verificaram que a frequência de ocorrência de violações está negativamente correlacionada com a magnitude da variação do ativo subjacente e, por outro lado, que está positivamente correlacionada com a magnitude da variação do preço da *call*, o que significa que ocorrem mais violações em períodos que a variação da volatilidade é mais alta e a variação do preço do ativo subjacente é mais baixa, com sinais contrários. Concluíram então que, como as transações ocorrem mais frequentemente quando existem grandes variações no preço do ativo subjacente, o modelo de volatilidade estocástica de Heston (1993) apenas consegue prever um terço (ou menos) das violações geradas em intervalos com transações.

Neste estudo pretende-se aprofundar a análise das violações da propriedade da monotonicidade, uma vez que a sua ocorrência põe em causa os pressupostos de diversos modelos de avaliação de opções, além de poder ter um efeito negativo em estratégias seguidas pelos investidores nos mercados financeiros.

3. Formalização do Problema

Partindo da evidência recolhida dos estudos realizados por Bakshi *et al* (2000) e Pérignon (2006), pretende-se com este estudo aprofundar a análise do comportamento das violações da propriedade da monotonicidade, considerando para tal, uma volatilidade variável, para assim aferir sobre o seu impacto nas violações da propriedade.

Nos estudos desenvolvidos até agora sobre violações da propriedade da monotonicidade, apenas se considerou a relação entre variações do preço do ativo subjacente e variações do preço da opção. Considerando o efeito positivo que o aumento da volatilidade tem no valor de uma opção, independentemente de ser uma *call* ou uma *put*, parte das violações será justificada por variações no mesmo sentido da opção e da volatilidade mesmo que o respetivo ativo subjacente não varie no sentido que seria de esperar. Assim, sem a inclusão da volatilidade, os estudos realizados sobrestimaram o número de violações, pois consideraram muitas violações que não o seriam se se tivesse tido em consideração a eventual variação da volatilidade.

A metodologia adotada será semelhante à utilizada por Pérignon (2006), já que a análise incidirá sobre os preços das transações efetuadas, com dados intradiários, em vez de se utilizar os *bid-ask midpoints*, tal como Bakshi *et al* (2000a). Pretende-se assim controlar o impacto dos efeitos de microestrutura na análise e nas conclusões. O grande contributo será, portanto, a introdução da volatilidade na análise.

O facto de se trabalhar com dados intradiários, permite estudar as violações da propriedade da monotonicidade para diferentes intervalos de tempo, o que pode ajudar a justificar a ocorrência de algumas violações. Neste estudo serão considerados cinco intervalos: 30 minutos, 1 hora, 2 horas, 3 horas e 1 dia.

A propriedade da monotonicidade refere que o preço de uma *call* aumenta monotonicamente e o preço de uma *put* diminui monotonicamente, com o aumento do respetivo ativo subjacente. Isto significa que a derivada do preço de uma *call* em ordem ao ativo subjacente deverá ser sempre não negativa e, por outro lado, a derivada do preço de uma *put* em ordem ao respetivo ativo subjacente deverá ser sempre não positiva.

Desta definição conclui-se que o produto entre a variação do preço de uma *call* e do preço do respetivo ativo subjacente deverá ser sempre maior ou igual a zero e, por contrapartida, o produto entre a variação do preço de uma *put* e do preço do ativo subjacente será sempre menor ou igual a zero.

Por outro lado, o módulo da variação da opção, independentemente de se tratar de uma *call* ou de uma *put*, deverá ser inferior ao módulo da variação do respetivo ativo subjacente, o que equivale a dizer que a divisão da variação do preço de uma *call* pela

variação do respetivo ativo subjacente, deverá ser inferior a 1, e a divisão da variação do preço de uma *put* pela variação do respetivo ativo subjacente deverá ser superior a -1.

O valor de uma opção é constituído pelo seu valor intrínseco acrescido do seu valor temporal. O valor temporal da opção representa a possibilidade de uma opção evoluir favoravelmente no tempo que resta para a maturidade, o que significa que, quanto maior for o tempo para a maturidade, maior o seu valor temporal. A volatilidade influencia positivamente o valor da opção, o que significa que quanto maior for a volatilidade, *ceateris paribus*, maior será o valor da opção, independentemente de ser uma *call* ou uma *put*.

Seguindo os tipos de violação usadas em Bakshi *et al* (2000), e incorporando agora a volatilidade, Adcock, Areal e Ribeiro (2012), propuseram uma nova tipologia das violações da propriedade da monotonicidade que se vai analisar com profundidade neste estudo:

- Tipo I
 - Tipo I.i
 - $\Delta S > 0; \Delta \sigma \geq 0 \Rightarrow \Delta C < 0$
 - $\Delta S < 0; \Delta \sigma \geq 0 \Rightarrow \Delta P < 0$
 - Tipo I.ii
 - $\Delta S < 0; \Delta \sigma \leq 0 \Rightarrow \Delta C > 0$
 - $\Delta S > 0; \Delta \sigma \leq 0 \Rightarrow \Delta P > 0$
- Tipo II.
 - Tipo II.i
 - $\Delta S > 0; \Delta \sigma \geq 0 \Rightarrow \Delta C = 0$
 - $\Delta S < 0; \Delta \sigma \geq 0 \Rightarrow \Delta P = 0$
 - Tipo II.ii
 - $\Delta S < 0; \Delta \sigma \leq 0 \Rightarrow \Delta C = 0$
 - $\Delta S > 0; \Delta \sigma \leq 0 \Rightarrow \Delta P = 0$
- Tipo III.
 - Tipo III.i
 - $\Delta S = 0; \Delta \sigma = 0 \Rightarrow \Delta C \neq 0$
 - $\Delta S = 0; \Delta \sigma = 0 \Rightarrow \Delta P \neq 0$
 - Tipo III.ii
 - $\Delta S = 0; \Delta \sigma \geq 0 \Rightarrow \Delta C < 0$
 - $\Delta S = 0; \Delta \sigma \geq 0 \Rightarrow \Delta P < 0$
 - Tipo III.iii
 - $\Delta S = 0; \Delta \sigma \leq 0 \Rightarrow \Delta C > 0$
 - $\Delta S = 0; \Delta \sigma \leq 0 \Rightarrow \Delta P > 0$

Para melhor compreender o impacto da introdução da volatilidade na análise, iremos fazer uma comparação da frequência das violações com e sem a introdução da volatilidade na análise, utilizando para o efeito uma tipologia de violações da propriedade da monotonicidade semelhante à utilizada em estudos anteriores:

- Tipo I'
 - Tipo I.i'
 - $\Delta S > 0 \Rightarrow \Delta C < 0$
 - $\Delta S < 0 \Rightarrow \Delta P < 0$
 - Tipo I.ii'
 - $\Delta S < 0 \Rightarrow \Delta C > 0$
 - $\Delta S > 0 \Rightarrow \Delta P > 0$
- Tipo II'
 - Tipo II.i'
 - $\Delta S > 0 \Rightarrow \Delta C = 0$
 - $\Delta S < 0 \Rightarrow \Delta P = 0$
 - Tipo II.ii'
 - $\Delta S < 0 \Rightarrow \Delta C = 0$
 - $\Delta S > 0 \Rightarrow \Delta P = 0$
- Tipo III'
 - Tipo III.ii'
 - $\Delta S = 0 \Rightarrow \Delta C < 0$
 - $\Delta S = 0 \Rightarrow \Delta P < 0$
 - Tipo III.iii'
 - $\Delta S = 0 \Rightarrow \Delta C > 0$
 - $\Delta S = 0 \Rightarrow \Delta P > 0$

Por questões de simplificação, utilizou-se tipos de violação parecidos com os utilizados considerando a volatilidade, sendo excluído o tipo III.i ($\Delta S = 0; \Delta \sigma = 0 \Rightarrow \Delta C \neq 0$ para as *calls*; $\Delta S = 0; \Delta \sigma = 0 \Rightarrow \Delta P \neq 0$ para as *puts*) uma vez que neste tipo seria exatamente igual à soma dos tipos de violação III.ii' e III.iii'.

Tal como em Pérignon (2006), este estudo incide sobre as variações do preço das opções e dos respetivos ativos subjacentes, e não sobre o seu produto, para assim poder aferir sobre a magnitude das variações dos preços numa violação da propriedade, acrescentando à análise, o efeito de variações na volatilidade. Esta metodologia permite concluir sobre o efeito das violações detetadas no estudo em estratégias de *hedging*.

No entanto, e de acordo com as violações identificadas, não serão quantificados os efeitos de alterações na volatilidade, nas variações do ativo subjacente e do valor das

opções nas observações que deixam de ser consideradas violações da propriedade da monotonicidade pela introdução da volatilidade na análise. Assim, se os estudos realizados até agora correm o risco de sobrestimar o número de violações, este poderá subestimar, uma vez que poderemos estar a excluir violações em que o efeito da variação da volatilidade não é suficiente para justificar o efeito da violação provocada pelas variações das outras variáveis. Por outro lado, haverá a certeza de que todas as observações consideradas violações para efeitos da análise, o serão de facto, enquanto em estudos anteriores não seria necessariamente verdade.

Assim, deixa-se em aberto a necessidade de realização de um outro estudo que quantifique estas mesmas variações, para aferir quantas delas não são efetivamente violações e, por outro lado, se o efeito contrário de uma variação na volatilidade em relação à variação do preço da opção prevalecer sobre a variação do ativo subjacente, poderá gerar violações não consideradas neste estudo, nomeadamente de tipos I.i, I.ii, II.i e II.ii.

Após apurar as violações da propriedade da monotonicidade existentes no mercado de opções CAC 40, para o período considerado, passaremos a aprofundar a relação entre essas mesmas violações com o tempo da opção para a sua maturidade, isto é, tentaremos aferir sobre a ocorrência de violações durante diferentes fases da vida de uma opção. Por outro lado, o estudo irá também relacionar as violações da propriedade da monotonicidade com os diferentes graus de *moneyness*. Iremos aferir sobre a probabilidade de ocorrência de violações ao longo do dia, bem como nos diferentes dias da semana. Também se analisará a variação relativa média do preço das opções e dos ativos subjacentes nas violações, para poder aferir sobre o impacto do *tick size* e do *bid-ask bounce*. Por fim, tentaremos explicar a relação entre as violações da propriedade e a volatilidade, nomeadamente através do estudo das violações por períodos de alta ou baixa volatilidade.

4. Análise Empírica: Dados

Este estudo irá incidir sobre opções sobre o índice de ações Francês, o CAC 40. Os contratos analisados são opções europeias, o que significa que são opções que só podem ser exercidas na sua maturidade, e são transacionadas no NYSE Liffe Paris. Os dados deste estudo reportam ao período compreendido entre Outubro de 2008 e Setembro de 2009, do qual foram obtidas cerca de 229 mil observações de preços de *calls* e *puts*, com mais de 7,2 milhões de contratos transacionados. A fonte para os dados das opções foi a NYSE Euronext, enquanto que para o índice CAC 40 foi a Olsen. As principais informações sobre as opções estão compiladas na tabela 1.

Tabela 1 – Contratos de Opções e Ativo Subjacente

	Descrição
Ativo Subjacente	CAC 40
<i>Option Ticker</i>	PXA
Mercado das Opções	NYSE Liffe Paris
Número de contratos	1.351
Número de transações	228.508
Número de contratos transacionados	7.236.409
<i>Tick Size</i> (valor)	0,10 index points (EUR 10)
Número de observações do Índice	484.388

O CAC 40 é o índice que representa a média ponderada da capitalização bolsista das 40 ações mais importantes, de entre as 100 com maior capitalização bolsista e mais ativas, da bolsa de Paris. O seu valor base de 1.000 remonta a 31 de Dezembro de 1987 e, tal como grande parte dos outros mais importantes mercados mundiais, atingiu o seu pico no ano 2000, durante a bolha *dot-com*. A composição do índice é revista trimestralmente, após do fecho da terceira sexta-feira dos meses de Março, Junho, Setembro e Dezembro. O valor do índice é calculado a cada 15 segundos.

Neste estudo serão utilizados preços de transações, como em Pérignon (2006), em vez de se utilizar os pontos médios das cotações *bid-ask*, tal como em Bakshi *et al* (2000a). Desta forma, o estudo ficará menos sujeito a distorções provocadas por manipulações do *spread*, que podem ser criadas mesmo sem haver qualquer transação. Por outro lado, as conclusões poderão estar mais sujeitas a um enviesamento provocado pelo *bid-ask bounce*, isto é, pelo simples facto de haver uma sequência de duas transações em que uma é iniciada por uma cotação *bid* e outra iniciada por uma cotação *ask*, ou vice-versa, poderá verificar-se uma violação, mesmo sem haver alteração da cotação *spot*, resultante deste fenómeno.

Antes de começar a trabalhar os dados, foi feita uma limpeza dos dados que tipicamente incluem erros de registo. Desde logo, foram excluídas observações que tivessem qualquer tipo de erro: transações fora do horário de funcionamento da bolsa (dias ou horas incorretos); transações com valor zero; transações com quantidade igual a zero. Além disto, por forma a excluir observações que pudessem potencialmente provocar enviesamentos nas conclusões deste estudo, foram aplicados 3 filtros à base de dados original:

- Todas as observações com menos de seis dias para a maturidade foram excluídas;
- Apenas são consideradas observações cujo valor da opção seja superior a duas vezes o valor do *tick size*;
- Foram eliminadas todas as observações de um determinado dia das opções em que, nesse mesmo dia, não tivessem mais do que 10 observações;

Destes filtros, verificamos que 34.369 observações (17.353 *calls* e 17.016 *puts*) tinham menos de seis dias para a maturidade, 301 observações (125 *calls* e 176 *puts*) não tinham valor superior a dois *tick sizes* e 66.477 observações (31.156 *calls* e 35.321 *puts*) não tinham mais de 10 transações desse mesmo contrato nesse mesmo dia. Da aplicação destes filtros resultou a eliminação de 96.619 observações (46.645 *calls* e 49.974 *puts*), um montante inferior à soma das observações eliminadas por cada filtro isoladamente, uma vez que existem observações que se enquadravam em mais do que um filtro. O estudo incide sobre um total de 131.889 observações, 70.860 relativas às *calls* e 61.029 relativas às *puts*.

De seguida serão apresentadas algumas informações acerca dos dados deste estudo, nomeadamente a classificação por grau de *moneyness* e por tempo para a maturidade, a fórmula utilizada para o cálculo da volatilidade, o método de correspondência entre os dados *spot* e as opções e a metodologia de cálculo das variações dos preços.

4.1. *Moneyness* e Tempo para a Maturidade

Para aprofundar o estudo, a base de dados foi dividida em várias categorias, de acordo com o grau de *moneyness* e o tempo para a maturidade. Assim, tal como definido em Pérignon (2006), as *calls* são consideradas *in-the-money* (ITM) se $S/X \geq 1,03$, *at-the-money* (ATM) se $S/X \in (0,97;1,03)$ e *out-of-the-money* (OTM) se $S/X \leq 0,97$, onde S equivale ao preço do ativo subjacente e X ao preço de exercício da opção. O mesmo raciocínio é aplicado às *puts* apenas substituindo S/X por X/S. Por outro lado, uma opção será classificada com prazo curto (*short*) se o tempo para a maturidade for $t \leq 30$ dias corridos, prazo médio (*medium*) se $t \in (30;60)$ ou prazo longo

se $t \geq 60$. Na tabela 2 encontra-se o preço médio das opções bem como o número total de observações distribuídos por grau de *moneyness* e prazo para a maturidade. Os dados relativos às *puts* encontram-se entre parênteses, sendo os restantes dados relativos às *calls*.

Tabela 2 – Resumo dos dados por grau de *moneyness* e maturidade.

<i>Moneyness</i>	Tempo para a Maturidade							
	<i>Short</i>		<i>Medium</i>		<i>Long</i>		Maturidades	
	Pr. Md.	# Obs.	Pr. Md.	# Obs.	Pr. Md.	# Obs.	Pr. Md.	# Obs.
OTM	25,35	26.054	40,93	15.342	49,29	8.607	34,25	50.003
	(32,86)	(27.362)	(63,28)	(11.382)	(66,95)	(6.892)	(45,59)	(45.636)
ATM	62,52	16.314	120,92	2.615	221,91	812	76,81	19.741
	(81,37)	(11.449)	(170,90)	(1.747)	(304,38)	(690)	(103,71)	(13.886)
ITM	247,92	640	372,01	108	409,49	366	313,04	1.114
	(299,53)	(934)	(446,47)	(198)	(508,22)	(375)	(370,77)	(1.507)
Soma <i>Moneyness</i>	42,76	43.008	54,49	18.065	77,08	9.785	50,49	70.858
	(53,10)	(39.745)	(83,08)	(13.327)	(108,34)	(7.957)	(66,85)	(61.029)

Da informação compilada na tabela acima, facilmente se depreende que, regra geral, existem mais transações à medida que se aproxima o prazo da maturidade e, por outro lado, existem mais transações quanto menos perto do grau *in-the-money* estiverem. As opções ITM serão, por norma, opções muito caras, uma vez que quanto mais *in-the-money* estiverem, maior será a probabilidade de serem exercidas na data da maturidade, o que acontece porque, além de terem um valor temporal superior a zero, também têm um valor intrínseco positivo. Isto significa que, a compra de uma opção ITM pode ser vista como um empréstimo do valor intrínseco da opção. Por outro lado, as opções OTM e ATM têm valor intrínseco igual a zero (ou residual no caso as ATM que sejam *near-the-money* com valor positivo), pelo que o seu valor será derivado apenas do valor temporal, para o qual contribui positivamente o valor da volatilidade, independentemente de ser uma opção de compra ou de venda, como já foi referido anteriormente.

Quanto aos preços médios, como é natural, as opções ITM são as mais caras, e o preço será maior quanto maior for o tempo para a maturidade. Isto acontece uma vez que, quanto maior for o prazo para a maturidade de uma determinada opção, maior será o seu valor temporal.

4.2. Cálculo da Volatilidade

A principal diferença e o contributo deste estudo relativamente aos estudos feitos até então, para a melhor compreensão das violações da propriedade da monotonicidade, é o facto de explorar o impacto da introdução da volatilidade na frequência das violações da propriedade.

Bakshi *et al* (2000a) já tinham abordado a hipótese de que as violações podem resultar de variações da volatilidade, com o seu estudo através de um modelo de volatilidade estocástica (Heston, 1993). Verificaram que, de facto, algumas violações poderiam ser explicadas por alterações na volatilidade embora houvesse muitas que o modelo não conseguisse explicar uma vez que a volatilidade implícita calculada desta forma, não variava o suficiente em dados intradiários.

Neste estudo utilizamos o estimador de Anderson e Bollerslev (1998). O cálculo da volatilidade é feito através da soma das rentabilidades do ativo subjacente, elevadas ao quadrado, tal como podemos ver abaixo:

$$(4.1) \sigma^2 = \sum_{i=1}^n (r_i^2)$$

Trata-se de um estimador independente da disponibilidade de informação no momento do cálculo da volatilidade, ao contrário de, por exemplo, Bakshi *et al* (2000a) que utilizam um estimador dependente do montante de opções transacionadas o que o torna variável ao longo do tempo.

Para a estimação da volatilidade utilizam-se períodos de 30 minutos, o que significa que poderíamos ter no máximo 17 diferentes observações por dia. O cálculo da volatilidade é feito com base na variação existente nos preços do ativo subjacente a cada 5 minutos da respetiva meia hora, o que implica que para o cálculo de cada valor da volatilidade serão utilizadas 6 observações.

4.3. Correspondência dos dados *Spot* com as Opções

Os dados *spot* (valores do índice CAC 40) não têm, necessariamente, correspondência exata (preços no mesmo segundo) com os dados das opções. Esta situação deriva do facto de o preço do índice ser calculado a cada 15 segundos (podendo inclusive existir falhas), enquanto os dados das opções são transações efetivas que podem acontecer a qualquer segundo. Assim, de forma a ser possível fazer a correspondência entre os preços do índice e os preços das opções teve de se adotar um critério: todas as observações de opções existentes na base de dados viram a sua hora de transação arredondada para o múltiplo de 15 segundos mais próximo, ou seja, para um dado múltiplo de 15 (S_0) segundos seriam correspondidas todas as observações que estivessem no intervalo [$S_0-7,5$ segundos; $S_0+7,5$ segundos].

Relativamente à volatilidade, esta está diretamente interligada com um preço do índice, pelo que a correspondência com o preço das opções será feita exatamente da mesma forma que com os dados *spot*.

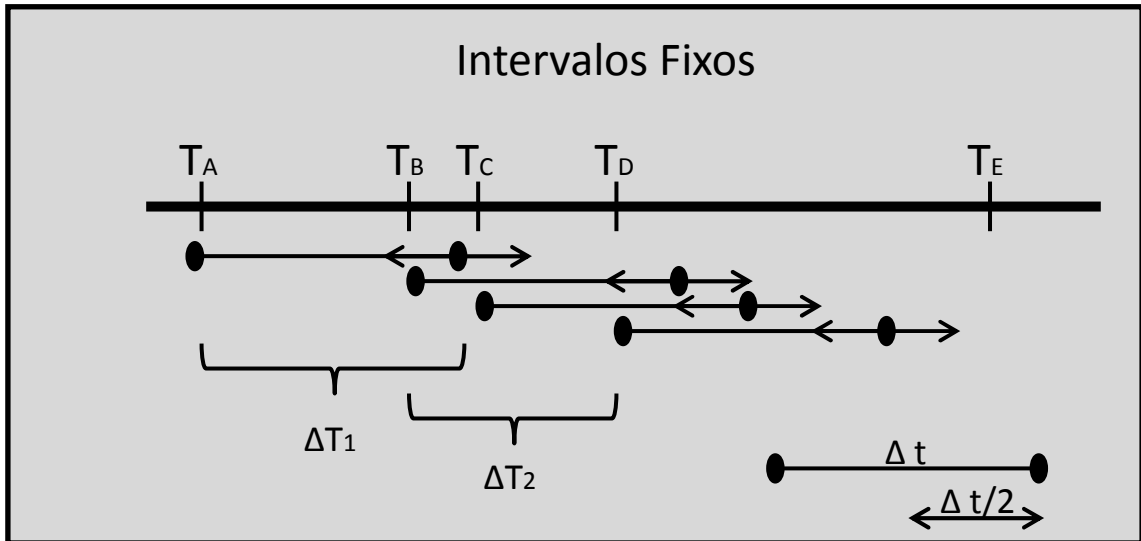
4.4. Metodologia de Cálculo das Variações de Preços

Dado que a volatilidade é um fator muito importante neste estudo, e tendo em conta que o valor da volatilidade apenas se altera a cada 30 minutos, pela metodologia de cálculo adotada previamente explicada, apenas se irá estudar as violações da propriedade da monotonicidade em intervalos fixos de 30 minutos, 1 hora, 2 horas, 3 horas e 1 dia, excluindo neste estudo, quando comparado com estudos anteriores, a análise *tick-by-tick*. Este último tipo de análise, quando se trabalha com dados de alta frequência, pressupõe um número significativo de observações potencialmente separadas por um intervalo inferior a 30 minutos, o que significa que a introdução da volatilidade na análise, apenas variando a cada 30 minutos, não teria o impacto que se pretende analisar, uma vez que para 2 observações dentro do mesmo período de 30 minutos, teriam a mesma volatilidade.

Uma vez que neste estudo, as observações dizem respeito a preços de transações efetivas de opções, estas não se encontram espaçadas no tempo de forma uniforme. Neste estudo iremos adotar uma metodologia semelhante à utilizada em Pérignon (2006). Para fazer a correspondência entre duas observações para um dado intervalo Δt , que corresponde ao espaço de tempo entre as observações no momento zero e no momento um, soma-se Δt a t_0 e procura-se o valor mais próximo desse intervalo com uma margem de erro máxima de $\Delta t/2$, isto é, a observação que será correspondida com a inicial será a mais próxima de $t_0 + \Delta t$ no intervalo $[\Delta t - \Delta t/4; \Delta t + \Delta t/4]$. A única exceção relativamente a este método encontra-se na análise dos dados diários, a qual é feita apenas contando com uma margem de 4 horas, isto é, a observação será a mais próxima de $\Delta t + 24$ horas, situada no intervalo $[t_0 + 22 \text{ horas}; t_0 + 26 \text{ horas}]$. Se para determinada observação, não for possível encontrar uma observação correspondente que obedeça às regras previamente definidas, essa observação não será incluída na análise. De realçar ainda que para efeitos de correspondência de observações, apenas são consideradas observações que sejam no mesmo dia, exceção feita ao intervalo de análise de 24 horas. A inclusão desta regra em vez de corresponder, sempre que possível, cotações perto do fecho de um dia, às cotações perto da abertura do dia seguinte, prende-se com o facto de que podemos encontrar rendibilidades nos mercados durante o período em que está fechado, o que poderia automaticamente enviesar o estudo.

Para melhor compreensão deste método encontra-se de seguida a Ilustração 1, onde se pode ver uma demonstração das correspondências entre observações, idêntica à de Pérignon (2006).

Ilustração 1 – Correspondência entre observações para intervalos de tempo fixos



Como se pode ver na ilustração acima, para a transação T_A haveria duas possibilidades para fazer a correspondência: T_B e T_C . Como T_C é transação mais próxima de $T_A + \Delta t$, será a transação selecionada. Para a transação T_B a mais próxima será inequivocamente T_D . Quanto às restantes transações, não é possível encontrar nenhuma observação correspondente que respeite as regras definidas, pelo que seriam excluídas da análise.

A imposição destas regras levou a que neste estudo fossem consideradas 181.249 observações para as *calls* e 144.000 observações para as *puts* conforme divisão na tabela abaixo de observações por intervalo.

Tabela 3 – Número de observações por intervalo.

Intervalo	<i>Call</i>	<i>Put</i>
30 Minutos	30.696	22.678
1 Hora	35.536	27.642
2 Horas	35.365	28.222
3 Horas	33.598	27.314
1 Dia	46.054	38.144
Total	181.249	144.000

Na base de dados considerada, seria possível encontrar um total de 70.859 transações de *calls* e 61.029 transações de *puts*, o que demonstra que não foi possível fazer correspondência de muitas observações. Esta questão é justificada com o facto de alguns contratos não serem muito líquidos pelo que, como se está a considerar

intervalos de tempo bastante pequenos, não se consiga encontrar observação que respeite os critérios definidos de correspondência. Daí que, como se pode ver na tabela 3, o número de observações seja em geral crescente à medida que cresce o intervalo entre observações, atingindo o pico no intervalo com 24 horas, com a exceção do intervalo de 3 horas, tanto nas *calls* como nas *puts*, o que se justifica com o facto de apenas se fazerem corresponder transações no próprio dia, o que, aliado ao facto de a margem de erro considerada neste tipo de intervalo apenas permita que se faça correspondência entre observações no intervalo $[t_0 + 2h15; t_0 + 3h45]$, automaticamente impossibilita a correspondência de qualquer observação a partir do momento em que faltam menos de 2 horas e 15 minutos para o fecho dos mercados.

5. Análise estatística dos resultados

Neste capítulo passaremos a fazer uma análise estatística dos resultados.

Começaremos por comparar a frequência das violações antes e após a introdução da volatilidade na análise, para aferir sobre a capacidade explicativa desta nova variável. Será também quantificada e analisada a frequência de violações pelos diferentes tipos definidos anteriormente.

Após ser demonstrada a importância que variações na volatilidade têm na explicação das violações da propriedade, as análises incidirão apenas sobre os dados após introdução da volatilidade.

Posteriormente, para aprofundar o estudo do efeito da microestrutura dos mercados, analisa-se a frequência das violações por grau de *moneyness* e tempo para a maturidade, uma vez mais detalhadas por tipo de violação, a frequência de violações por hora do dia e por dia da semana, a magnitude da variação do preço das opções nas violações para estudar o efeito do *bid-ask bounce* e a magnitude da variação do preço dos ativos subjacentes nas violações para aferir sobre o efeito do *tick size*.

Para perceber o impacto da volatilidade nas violações, será ainda estudada a frequência das violações em períodos de elevada ou baixa volatilidade.

Por último, tendo por base uma análise realizada por Fahlenbrach e Sandas (2009), dividiremos as observações por intervalos de níveis de variação da volatilidade e do ativo subjacente para assim tentar identificar algum padrão.

5.1. Violações considerando a volatilidade e violações sem considerar a volatilidade

Um ponto fulcral deste estudo prende-se com a introdução da volatilidade na análise das violações da propriedade da monotonicidade. Assim, torna-se importante perceber a diferença entre os resultados obtidos em termos de frequência de violações antes e após a introdução da volatilidade. Para tal, quantificou-se o número de violações da propriedade em ambas as circunstâncias, considerando para o efeito, os tipos de violação identificados anteriormente.

Nas tabelas 4 e 5 encontram-se as frequências das violações da propriedade da monotonicidade não considerando a volatilidade e depois considerando a volatilidade, respetivamente, e encontram-se divididos por intervalo e por tipo de violação. Estes resultados dizem respeito ao número de violações da propriedade da monotonicidade dividido pelo número total de observações. Os dados das *puts* encontram-se apresentados entre parênteses, sendo os restantes relativos às *calls*.

Tabela 4 – Violações da propriedade da monotonicidade sem considerar a volatilidade

Intervalo	Frequência das violações não considerando a volatilidade						Total
	Tipo I.i'	Tipo I.ii'	Tipo II.i'	Tipo II.ii'	Tipo III.ii'	Tipo III.iii'	
30 Minutos	6,33 (5,02)	6,52 (4,60)	3,06 (3,14)	2,53 (2,63)	0,01 (0,07)	0,01 (0,00)	18,46 (15,47)
1 Hora	5,48 (4,63)	5,03 (3,84)	2,07 (1,95)	1,86 (1,82)	0,01 (0,01)	0,00 (0,02)	14,46 (12,26)
2 Horas	5,02 (5,10)	4,30 (3,70)	1,49 (1,54)	1,24 (1,12)	0,01 (0,01)	0,02 (0,00)	12,07 (11,48)
3 Horas	5,30 (5,01)	3,86 (3,65)	1,64 (1,31)	0,98 (1,08)	0,01 (0,03)	0,00 (0,00)	11,79 (11,09)
1 Dia	10,69 (8,27)	0,75 (0,54)	1,00 (0,69)	0,10 (0,19)	0,00 (0,00)	0,00 (0,00)	12,54 (9,69)
Total	6,83 (5,82)	3,84 (3,02)	1,77 (1,60)	1,24 (1,24)	0,01 (0,02)	0,01 (0,00)	13,69 (11,71)

Tabela 5 – Violações da propriedade da monotonicidade considerando a volatilidade

Intervalo	Frequência das violações considerando a volatilidade							Total
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	Tipo III.i	Tipo III.ii	Tipo III.iii	
30 Minutos	2,58 (2,17)	4,11 (3,49)	1,51 (1,22)	1,64 (1,76)	0,00 (0,03)	0,00 (0,03)	0,01 (0,00)	9,85 (8,70)
1 Hora	1,54 (1,40)	3,41 (2,68)	0,87 (0,80)	1,27 (1,32)	0,00 (0,00)	0,00 (0,00)	0,00 (0,02)	7,09 (6,22)
2 Horas	1,80 (1,68)	2,87 (2,72)	0,59 (0,64)	0,87 (0,82)	0,00 (0,00)	0,01 (0,00)	0,01 (0,00)	6,15 (5,87)
3 Horas	1,82 (2,11)	2,46 (2,67)	0,76 (0,52)	0,52 (0,63)	0,00 (0,00)	0,00 (0,00)	0,00 (0,00)	5,57 (5,93)
1 Dia	5,10 (3,98)	0,31 (0,27)	0,51 (0,40)	0,04 (0,08)	0,00 (0,00)	0,00 (0,00)	0,00 (0,00)	5,96 (4,72)
Total	2,72 (2,39)	2,46 (2,18)	0,81 (0,68)	0,80 (0,83)	0,00 (0,00)	0,00 (0,01)	0,01 (0,00)	6,81 (6,09)

Como se pode deprender da análise às tabelas acima apresentadas, verificamos que a frequência das violações diminui consideravelmente, quando consideramos a volatilidade, independentemente do tipo de violação e do tipo de intervalo que estamos a considerar. A soma de todos os tipos de violações da propriedade nas *calls* sem considerar a volatilidade situa-se entre 11,79% e 18,46% enquanto considerando a volatilidade a frequência das violações desce para o intervalo compreendido entre 5,57% e 9,85%. Por outro lado, a nível das *puts*, não considerando a volatilidade, a frequência de todos os tipos de violações situa-se entre 9,69% e 15,47%, enquanto considerando a volatilidade, descem para frequências situadas entre 4,72% e 8,70%.

Neste sentido, é importante salientar da análise às tabelas 4 e 5, que a frequência de violações considerando todos os tipos, regra geral, diminui quando aumenta o intervalo que estamos a considerar, o que constitui um indício de uma das causas das violações: microestrutura dos mercados. A exceção a esta regra tem a ver com os intervalos diários onde, como se pode constatar pelos dados nos quadros acima, a frequência das violações das *calls* (incluindo todos os tipos) sobe, o que contraria as expectativas iniciais. Estes resultados são compatíveis com os que obtidos em Pérignon (2006).

Para melhor compreender este efeito é necessário analisar a frequência dos diferentes tipos de violações isoladamente. Assim, verifica-se que descem conforme sobe o intervalo em análise, com exceção das violações de tipo I.i (I.i' para resultados não considerando a volatilidade). Esta conclusão é válida tanto para os dados sem volatilidade como para os dados com volatilidade. Por outro lado, a exceção para o tipo de violações I.i, que até tem maior frequência de violações nos intervalos diários (5,10% nas *calls* e 3,98% nas *puts* em dados considerando volatilidade), justifica o facto de que analisando a soma de todas as violações das *calls*, a frequência de violações aumentar para intervalos diários, já que o aumento nas violações de tipo I.i supera todas as outras.

As violações de tipo I.i pressupõem para uma dada variação do ativo subjacente (positiva nas *calls* e negativa nas *puts*), o valor da opção desça. Esta situação, quando se trabalha com intervalos diários, pode ser justificada com o efeito do *time decay*, isto é, com a simples passagem do tempo, ficando a faltar menos dias para a maturidade, o valor temporal da opção diminui, pelo que será natural o valor da opção também diminuir. Assim, se o efeito do *time decay* superar a diminuição dos efeitos de microestrutura, acompanhados por uma determinada variação no ativo subjacente, poderá haver uma violação da propriedade da monotonicidade, que na realidade apenas acontece porque a opção perdeu valor temporal. Torna-se portanto notório, que o aumento das violações de tipo I.i para intervalos diários, é amplamente justificado pelo efeito do *time decay* que provoca uma diminuição no valor da opção.

Por outro lado, para ocorrer uma violação de tipo I.ii é necessário que o valor da opção suba, se o ativo subjacente descer, no caso das *calls*, ou se o ativo subjacente subir, no caso das *puts*. Pela análise às tabelas 4 e 5, verificou-se que as violações diminuem conforme o intervalo aumenta, atingindo a frequência mínima para intervalos diários. Neste tipo de violações o *time decay* pode ter um efeito contraditório quando comparado às violações de tipo I.i, uma vez que com a perda de valor da opção, a diminuição do tempo para a maturidade faz com que o seu valor desça ocultando assim potenciais subidas do ativo subjacente e consequentes violações da propriedade da monotonicidade.

Esta situação deixa em aberto a necessidade de realização de um estudo que permita aferir sobre o efeito do *time decay* nas violações da propriedade da monotonicidade, tendo em conta que pode aumentá-las (tipo I.i) ou diminuí-las (tipo I.ii).

Verificou-se ainda que todas as violações de tipo III.i, III.ii e III.iii são residuais, uma vez que o ativo subjacente varia a cada 15 segundos, pelo que não será muito comum encontrar situações deste tipo nos intervalos seleccionados. Agregando os dados de todos os intervalos analisados, apenas se encontraram 36 violações da propriedade em dados não considerando a volatilidade e 20 violações considerando a volatilidade, sendo natural que a frequência deste tipo de violações da propriedade da monotonicidade seja muito próxima de 0,00%, independentemente do intervalo considerado ou do tipo de violação (III.i, III.ii ou III.iii). Seria muito mais natural ter este tipo de violações se considerasse o intervalo *tick-by-tick*, uma vez que para este tipo de intervalo, as variações do preço das opções podem ocorrer com uma frequência superior à da variação dos preços dos respectivos ativos subjacentes (que variam a cada 15 segundos). Assim, uma vez que este tipo de violações não é significativo, não será aprofundado neste estudo nos pontos seguintes.

As violações mais frequentes são, portanto, as de tipo I.i e as de tipo I.ii, quer para *calls*, quer para *puts* e independentemente de considerar a volatilidade ou não. Tratam-se do tipo de violações em que o ativo subjacente varia no sentido oposto da *call* (ou no mesmo sentido da *put*).

Seguem-se as violações de tipo II.i e II.ii que são aquelas em que o ativo subjacente varia mas o preço da opção mantém-se. A frequência destas violações é elevada para intervalos mais pequenos e vai diminuindo progressivamente à medida que aumentam os intervalos, sendo que para intervalos diários apresenta uma frequência bastante reduzida. Isto leva a crer que estas violações estejam intimamente relacionadas com problemas de microestrutura, que advêm de se trabalhar com dados intradiários. É expectável que grande parte destas violações possam ser justificadas pelo *tick size* uma vez que, se o ativo subjacente variar pouco, poderá não ser o suficiente para variar o valor da opção, gerando assim uma violação do tipo II.i ou II.ii. Esta questão será explorada no ponto 5.6 deste estudo.

5.2. Violações por *Moneyness* e Tempo para a Maturidade

Este ponto do estudo tem como objetivo aprofundar a frequência das violações por grau de *moneyness* e tempo para a maturidade.

Sabendo que existem graus de *moneyness* e períodos de tempo para a maturidade em que as opções têm maior liquidez, respectivamente para as opções *out-of-the-money* ou que estejam perto da maturidade, seria expectável que nestes períodos houvesse menos violações uma vez que, tendencialmente, quanto maior a liquidez, maior a eficiência dos mercados.

Nas tabelas 6 e 7 encontra-se então a frequência de cada tipo de violação, por grau de *moneyness* e tempo para a maturidade, contendo as observações relativas aos intervalos de 30 minutos e de uma hora, respectivamente. Os resultados foram obtidos dividindo o número de violações para um dado grau de *moneyness* ou de tempo para a maturidade, por todas as observações desse mesmo grau de *moneyness* ou tempo para a maturidade. Os dados sobre as *puts* encontram-se entre parênteses, sendo os restantes relativos às *calls*. As violações dos tipos III.i, III.ii e III.3, não foram incluídas na análise uma vez que não são significativas.

Tabela 6 – Violações por grau de *Moneyness* e por tempo para a maturidade para o intervalo de 30 minutos

<i>Moneyness/</i> Maturidade	Frequência das violações				Total
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	
OTM	2,84 (2,45)	4,76 (3,46)	1,88 (1,48)	1,93 (2,18)	11,43 (9,65)
ATM	1,98 (1,33)	2,60 (3,79)	0,63 (0,35)	0,96 (0,49)	6,18 (5,98)
ITM	0,83 (1,08)	0,41 (1,29)	0,00 (1,29)	0,41 (0,43)	1,65 (4,09)
SHORT	1,76 (1,88)	3,62 (3,20)	1,04 (0,80)	1,46 (1,48)	7,88 (7,36)
MEDIUM	3,11 (1,73)	4,88 (3,98)	2,20 (1,73)	1,54 (2,63)	11,78 (10,38)
LONG	6,45 (4,84)	5,48 (4,59)	2,91 (3,11)	2,97 (2,09)	17,81 (14,63)

Tabela 7 – Violações por grau de *moneyness* e por tempo para a maturidade para o intervalo de 1 hora

<i>Moneyness/</i> Maturidade	Frequência das violações				Total
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	
OTM	1,68 (1,62)	3,95 (3,03)	1,05 (0,98)	1,50 (1,58)	8,19 (7,23)
ATM	1,21 (0,75)	2,20 (1,72)	0,45 (0,16)	0,71 (0,61)	4,57 (3,24)
ITM	0,98 (0,40)	0,33 (0,60)	0,00 (1,39)	1,31 (0,00)	2,61 (2,39)
SHORT	1,19 (1,09)	2,87 (2,40)	0,62 (0,50)	1,24 (1,15)	5,93 (5,17)
MEDIUM	2,31 (2,04)	4,44 (2,65)	1,04 (1,05)	0,82 (2,04)	8,61 (7,80)
LONG	2,11 (2,43)	4,72 (4,87)	2,17 (2,55)	2,55 (1,20)	11,56 (11,05)

Da análise aos dados apresentados nas tabelas 6 e 7, constata-se que, regra geral, o número de violações aumenta quando aumenta o tempo para a maturidade, e existem mais violações quanto mais *out-of-the-money* a opção estiver, afirmação válida quer no caso das *calls* quer no caso das *puts*.

Estas conclusões são válidas quer para a tabela 6, quer para a tabela 7, o que significa que existe um padrão entre estes dois intervalos. Relativamente aos intervalos de 2 horas, 3 horas e 1 dia, os resultados obtidos são idênticos, tendo-se optado por não os reportar.

Verificou-se anteriormente que existem mais observações quanto menor for o tempo para a maturidade, o que significa que as opções com maturidade mais longa são menos líquidas. Assim, pelas ilações retiradas das tabelas 6 e 7, podemos concluir que a frequência das violações da propriedade da monotonicidade é maior em opções menos líquidas, como são as opções de maturidade longa.

Quanto ao grau de *moneyness* as conclusões são distintas, uma vez que neste caso, são as opções *out-of-the-money* que têm maior frequência de violação e, ao mesmo tempo, as que têm maior liquidez, o que contraria os resultados relativos ao prazo para a maturidade.

Analisando as violações nestas duas perspetivas combinadas, não foi possível encontrar evidência empírica que apontasse claramente no sentido de que a frequência das violações da propriedade da monotonicidade pudesse ser função da liquidez das opções em questão.

5.3. Violações por dia da semana

Com a finalidade de verificar se existe alguma relação entre as violações da propriedade da monotonicidade e o dia da semana, apurou-se a frequência com que ocorrem violações em cada dia da semana, por intervalo e por tipo de violação. Nas Tabelas 8 e 9 encontram-se as violações por dia da semana para os intervalos de 30 minutos e 1 hora, respectivamente. A frequência apresentada nestas tabelas foi obtida dividindo o número de violações de cada dia pelo número de observações nesse mesmo dia. Entre parênteses encontram-se os valores relativos às *puts* sendo os restantes relativos às *calls*.

Tabela 8 – Frequência das violações da propriedade da monotonicidade em cada dia da semana para o intervalo de 30 minutos

Dia	Frequência das Violações				Total
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	
Segunda	2,05 (2,61)	4,38 (4,49)	1,30 (2,70)	2,25 (2,90)	9,97 (12,72)
Terça	2,44 (2,12)	3,17 (3,21)	1,15 (0,78)	1,64 (1,75)	8,39 (7,89)
Quarta	1,66 (1,81)	5,71 (2,74)	2,37 (1,00)	1,83 (1,34)	11,58 (7,16)
Quinta	3,00 (2,18)	3,93 (3,50)	0,92 (0,96)	1,12 (1,43)	9,00 (8,08)
Sexta	3,46 (2,14)	3,55 (3,49)	1,80 (0,74)	1,48 (1,46)	10,32 (7,82)

Tabela 9 – Frequência das violações da propriedade da monotonicidade em cada dia da semana para o intervalo de 1 hora

Dia	Frequência das Violações				Total
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	
Segunda	1,89 (1,25)	4,48 (2,41)	1,04 (1,65)	0,99 (1,60)	8,41 (6,93)
Terça	1,34 (1,48)	3,74 (2,75)	0,72 (0,58)	1,33 (1,40)	7,13 (6,21)
Quarta	1,36 (1,08)	3,23 (1,90)	1,24 (0,54)	1,31 (1,11)	7,14 (4,67)
Quinta	1,33 (1,37)	2,84 (4,18)	0,68 (0,49)	1,49 (1,50)	6,34 (7,58)
Sexta	1,76 (1,76)	2,97 (2,23)	0,70 (0,74)	1,21 (1,06)	6,64 (5,79)

Analisando as tabelas 8 e 9, verificamos que para o intervalo de 30 minutos existem mais violações às segundas-feiras para as *puts* e às quartas e sextas-feiras para as *calls*. Para o intervalo de 1 hora, assiste-se a uma frequência superior de violações para as *calls* às segundas-feiras e para as *puts* às quintas-feiras. No entanto, não existe nenhum padrão muito claro da relação entre o dia da semana e a frequência das violações, mesmo analisando os tipos de violação isoladamente. Para os restantes intervalos, de 2 horas, 3 horas e 1 dia, regista-se uma situação idêntica, tendo-se optado por não reportar os reportar

Para ter uma ideia do dia em que ocorrem mais violações em termos absolutos, pode-se ver na tabela 10 a frequência de cada tipo de violação por dia, para o intervalo de 30 minutos, obtida dividindo o número de violações ocorridas em cada dia pelo número total de violações.

Tabela 10 – Frequência das violações da propriedade da monotonicidade por dia da semana para o intervalo de 30 minutos

Dia	Frequência das Violações				Total
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	
Segunda	14,39 (23,37)	19,26 (25,00)	15,55 (42,96)	24,85 (32,08)	18,32 (28,42)
Terça	17,68 (16,46)	14,42 (15,53)	14,25 (10,83)	18,69 (16,79)	15,94 (15,30)
Quarta	11,99 (16,46)	25,91 (15,53)	29,37 (16,25)	20,87 (15,04)	21,92 (16,26)
Quinta	24,62 (19,51)	20,21 (19,44)	12,96 (15,16)	14,51 (15,79)	19,31 (17,98)
Sexta	31,31 (24,19)	20,21 (24,49)	27,86 (14,80)	21,07 (20,30)	24,50 (22,04)
Total	100,00 (100,00)	100,00 (100,00)	100,00 (100,00)	100,00 (100,00)	100,00 (100,00)

Da tabela 10 podemos retirar que existem mais violações às sextas-feiras para as *calls* e à segunda-feira para as *puts*, para o intervalo de 30 minutos. Aliado aos quadros anteriores assiste-se a uma tendência para haver mais violações, quer em termos absolutos quer em termos relativos, nos dias mais próximos do fim-de-semana, embora esta tendência não seja muito clara. Os resultados são coincidentes para os outros intervalos uma vez que também neles se verifica a tendência, não muito significativa, para as violações nestes dias.

A evidência registada nesta análise, embora aponte no sentido de existirem mais violações nos dias mais próximos do fim-de-semana, não é suficientemente conclusiva.

Para aferir se de facto estes dois dias têm tendencialmente mais violações da propriedade da monotonicidade, iremos inclui-los numa regressão para assim verificar se são ou não estatisticamente significativos.

5.4. Violações por hora do dia

Neste ponto do estudo, iremos analisar a frequência com que ocorrem violações da propriedade da monotonicidade por cada hora do dia (ilustrações 2 e 3 para intervalos de 30 minutos e 1 hora, respetivamente), para verificar se existe algum padrão na distribuição destas violações ao longo das diferentes horas. Esta frequência é calculada através da divisão entre o número de violações numa determinada hora pelo número de observações nessa mesma hora.

Para realizar este estudo considerei o mesmo fuso horário durante todo o ano, ajustando o período do ano que contém um fuso horário diferente (de 25 de Outubro de 2008 a 29 de Março de 2009), o que significa que, durante o fuso horário de Inverno, as transacções efectuadas entre as 8 e as 9 horas, estarão englobadas no mesmo grupo que as transacções efectuadas entre as 7 e as 8 horas do fuso horário de Verão, isto é, no gráfico abaixo o período relativo às 7 horas corresponde na realidade à primeira hora após a abertura do mercado.

Esta análise não foi feita para os intervalos de 2 horas nem de 3 horas uma vez que, devido às regras utilizadas para a correspondência entre as observações, não existiriam observações no final do dia. Quanto ao intervalo de 1 dia, as conclusões são idênticas às apresentadas sobre os intervalos de 30 minutos e 1 hora pelo que se optou por não as reportar. As tabelas com estes dados podem ser verificadas no anexo A.

Ilustração 2 – Evolução da Frequência das violações por hora do dia para o intervalo de 30 minutos

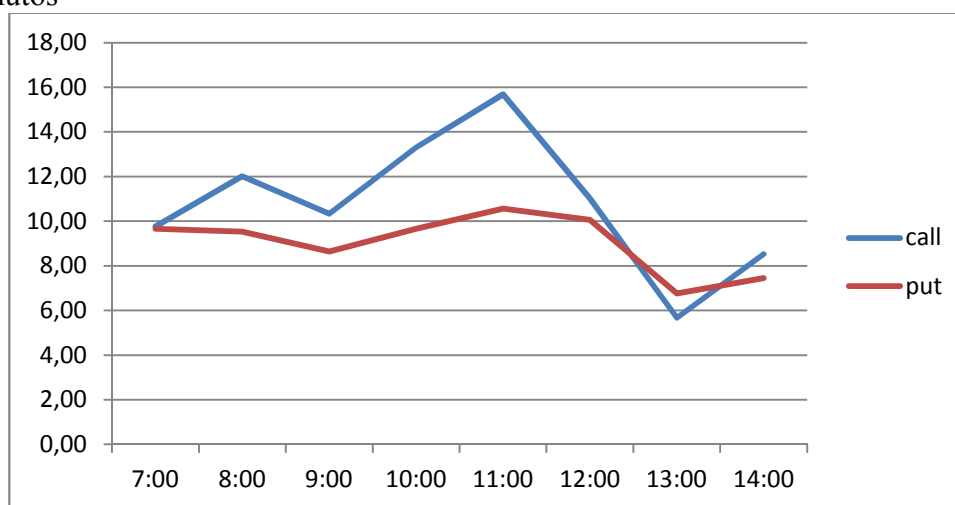
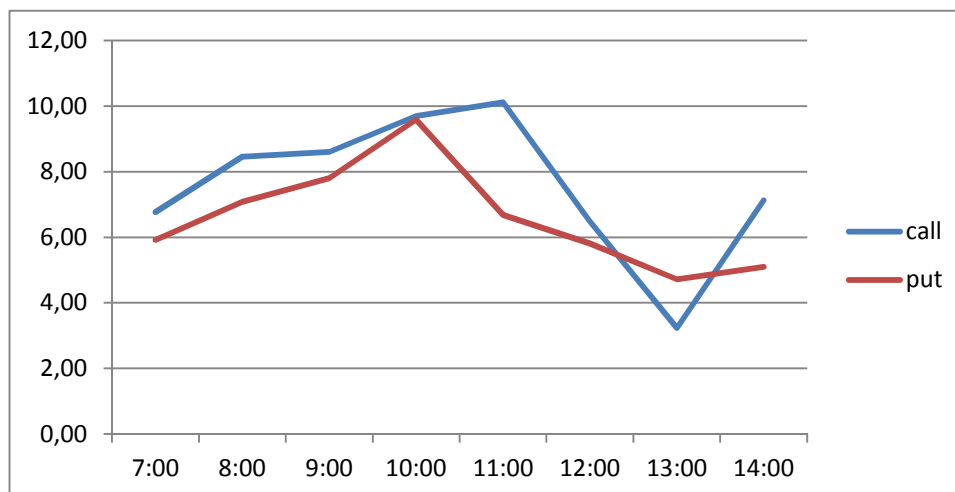


Ilustração 3 – Evolução da Frequência das violações por hora do dia para o intervalo de 1 hora



Analisando as ilustrações 2 e 3, verifica-se que a frequência das violações começa baixa, depois sobe nas horas do meio do dia de transação, atingindo o pico entre as 10 e as 11 horas e volta a descer nas horas próximas do fecho do mercado, antes de uma ligeira subida de novo antes do fecho, desenhando um gráfico com um formato de “U” invertido, o que se verifica quer para intervalos de 30 minutos quer para 1 hora.

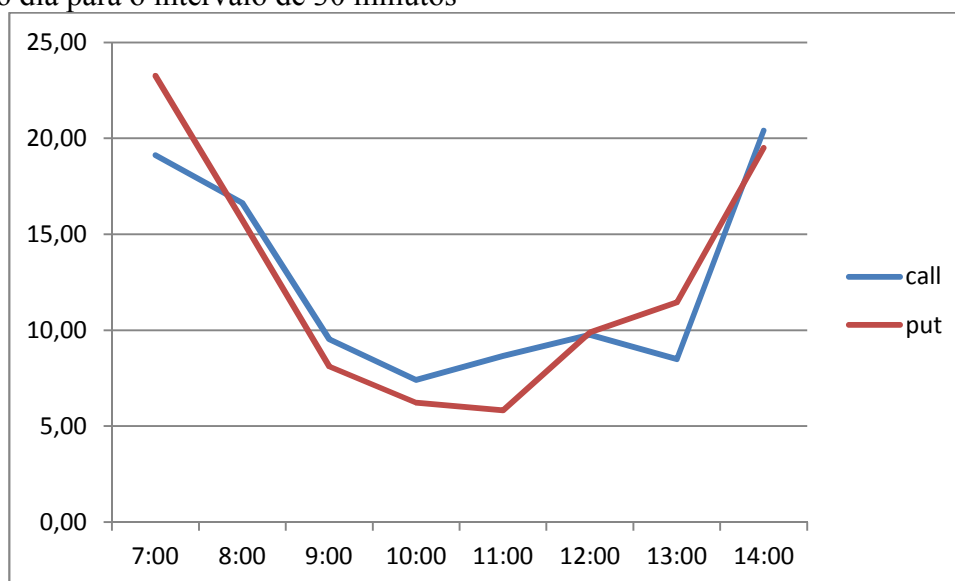
Por outro lado, analisando os diferentes tipos de violação (tabelas no anexo A), no tipo I.ii assiste-se precisamente o oposto, havendo mais violações na abertura e no fecho do mercado relativamente ao restante do dia. No entanto, todos os outros tipos de violações somados anulam este efeito.

O crescimento da frequência das violações que se pode assistir no final do dia, poderá estar relacionado com táticas racionais dos investidores, que envolvam, por exemplo, fechar as suas posições no final de cada dia.

Uma vez que existem diferentes graus de liquidez ao longo do dia pode levar a que mesmo que um determinado intervalo tenha frequências mais elevadas de violações da propriedade da monotonicidade, esse intervalo não tenha, necessariamente, a maior proporção de violações desse dia.

Assim, para completar esta análise, na ilustração 4 (com respetivo quadro no anexo B) encontram-se as frequências das violações distribuídas por cada hora do dia, para o intervalo de 30 minutos, isto é, a divisão do número de violações ocorridas em cada período de tempo, pelo número total de violações.

Ilustração 4 - Frequência das violações da propriedade da monotonicidade por cada hora do dia para o intervalo de 30 minutos



Como se pode ver, a proporção das violações é significativamente superior na abertura e no fecho do mercado, decrescendo nas horas intermédias, desenhando um gráfico em forma de “U”. Curiosamente, os resultados são opostos aos relatados nas ilustrações 2 e 3. O motivo para tal poder acontecer prende-se com o facto de que, apesar de nas horas de abertura e fecho de mercado haver uma maior quantidade, em termos absolutos, de violações, em termos relativos representam menos quando comparadas com o resto do dia, uma vez que nas horas de abertura e fecho existem mais transações e na maior parte não ocorre nenhum tipo de violação.

Analisando estes dois gráficos em simultâneo, leva-nos a concluir que existe aqui evidência de que em períodos de maior liquidez, em que existem mais transações, a frequência das violações tende a diminuir.

Para completar esta análise, irá ser incluída uma variável para analisar a probabilidade de violações ocorrerem nas últimas 2h30 de cada dia, num teste de significância estatística realizado no capítulo 6.

5.5. Magnitude da variação dos preços das opções nas violações

Uma questão importante na análise das violações da propriedade da monotonicidade, é aferir sobre a magnitude da variação dos preços das opções quando ocorrem violações. Na tabela 11 podemos verificar a média da variação percentual do valor das opções sempre que há uma violação de tipo I.i e I.ii, divididas por intervalo. A inclusão de apenas estes dois tipos de violação nesta análise prende-se com o facto de as

violações de tipo II.i e II.ii considerarem que o valor da opção não varia, pelo que esta análise não é aplicável, e as violações de tipo III.i, III.ii e III.iii serem em quantidade residual. A magnitude será portanto o módulo da variação relativa do preço da opção. Os valores entre parênteses dizem respeito à magnitude das variações do preço das *puts*, enquanto os restantes dizem respeito à magnitude das variações do preço das opções das *calls*.

Tabela 11 – Magnitude média do módulo da variação relativa do preço das opções quando ocorrem violações

Intervalo	Variação relativa do preço da opção	
	Tipo I.i	Tipo I.ii
30 Minutos	3,29 (2,99)	4,79 (3,15)
1 Hora	3,39 (3,60)	4,98 (3,77)
2 Horas	5,97 (3,30)	7,51 (4,25)
3 Horas	5,54 (3,99)	6,69 (5,58)
1 Dia	8,58 (8,12)	6,06 (9,17)

Da análise à tabela 11, pode-se constatar, como era expectável, que a variação média é crescente à medida que cresce o intervalo considerado, uma vez que existe um maior período de tempo entre as observações em questão, fazendo com que o preço possa variar mais.

Por outro lado, verificamos que a magnitude para violações de tipo I.i varia entre 3,29% e 8,58% para as *calls* e entre 2,99% e 8,12% para as *puts*, enquanto as violações de tipo I.ii variam entre 4,79% e 7,51% para as *calls* e entre 3,15% e 9,17% para as *puts*.

Isto leva-nos a uma das razões que podem explicar algumas das violações, mencionada no estudo de Pérignon (2006): o *bid-ask bounce*. Como nesta análise se utilizou preços efetivos de transações em vez de cotações *bid* e *ask*, ficou sujeita a que pudessem ocorrer violações pelo simples facto de que a seguir a uma transação iniciada por um preço *ask*, venha uma transação iniciada por um preço *bid*. A título de exemplo, se entre duas transações o preço do ativo subjacente subir, é expectável que o preço da *call* suba, no entanto, se a primeira transação for iniciada por uma cotação *ask* (mais alta) e a segunda for iniciada por uma cotação *bid* (mais baixa), o preço da opção pode inclusivamente descer devido a este *spread*.

A conclusão de Pérignon (2006) de que muitas violações podem ser justificadas pelo *bid-ask bounce*, deve-se ao facto de a magnitude das variações ser relativamente baixa e vários estudos, como é exemplo Fahlenbrach e Sandas (2009), indicam que o *bid-ask spread* é, em regra, superior. Assim, tendo em conta que a magnitude encontrada neste estudo, para estes dois tipos de violação, é baixa quando comparada com o *spread* entre cotações *bid* e cotações *ask*, um dos motivos para que ocorram violações da propriedade da monotonicidade será precisamente o *bid-ask bounce*.

No entanto, neste estudo em concreto não é possível quantificar o número de violações que poderiam ser justificadas pelo *bid-ask bounce* uma vez que os dados trabalhados não contêm a informação sobre que tipo de preço inicia cada transação. Assim, fica em aberto a necessidade de realizar um estudo que permita identificar as violações que sejam provocadas pelo *bid-ask bounce*.

5.6. Magnitude da variação do preço do ativo subjacentes nas violações

Uma vez que nas violações de tipo II.i e II.ii, o preço da opção não varia, torna-se relevante analisar a magnitude média da variação do ativo subjacente neste tipo de violações, que represente a média do módulo da variação relativa do preço do ativo subjacente. Na Tabela 12 encontra-se, portanto, a magnitude por tipo de violação e por intervalo sendo que, tal como anteriormente, os valores entre parênteses dizem respeito às *puts* enquanto os restantes dizem respeito às *calls*.

Tabela 12 – Magnitude do módulo da variação relativa do preço do ativo subjacente nas violações

Intervalo	Variação relativa do ativo subjacente	
	Tipo II.i	Tipo II.ii
30 Minutos	0,28 (0,18)	0,19 (0,12)
1 Hora	0,46 (0,18)	0,26 (0,16)
2 Horas	0,76 (0,25)	0,25 (0,28)
3 Horas	0,44 (0,27)	0,30 (0,30)
1 Dia	0,74 (0,51)	1,05 (1,20)

Como era esperado, pode-se facilmente verificar na tabela 12 que, regra geral, a magnitude média cresce conforme cresce o intervalo de tempo entre as observações atingindo o seu máximo no intervalo de 1 dia.

Relativamente às violações de tipo II.i, a magnitude média das *calls* varia entre 0,28% e 0,76% enquanto a das *puts* varia entre 0,18% e 0,51%. Por outro lado, quanto às violações de tipo II.ii, conclui-se que a magnitude média da variação relativa do preço do ativo subjacente situa-se entre 0,19% e 1,05% nas *calls*, e varia entre 0,12% e 1,20% nas *puts*.

Para todos os tipos de intervalos, nestes dois tipos de violações da propriedade da monotonicidade, assiste-se, portanto, a magnitudes médias da variação do preço do ativo subjacente muito reduzidas. Este facto constitui um indício de que este tipo de violações pode ser causado simplesmente pelo *tick size*. O *tick size* é a variação mínima que o preço de uma opção pode ter e, para o CAC 40, situa-se nos 0,10 Euros. Assim, se o preço do ativo subjacente não variar suficientemente para justificar a variação mínima no preço da opção (igual ao *tick size*), fará com que o ativo subjacente varie, mantendo-se o preço da opção constante, constituindo assim, uma violação do tipo II.i ou II.ii. Esta situação é válida independentemente de ser uma *call* ou uma *put* bem como se for uma variação positiva ou uma variação negativa. Estas conclusões suportam as encontradas no estudo de Bakshi *et al* (2000a)

Analisando esta tabela em conjunto com a tabela 5 do ponto 5.1 deste estudo, podemos verificar que à medida que aumenta a magnitude média das variações do preço do ativo subjacente, ou seja, à medida que aumenta o intervalo de análise, diminui a frequência deste tipo de violações. Em suma, pode-se concluir que grande parte das violações de tipo II.i e II.ii estará relacionada com variações do ativo subjacente que não sejam suficientemente grandes para fazer variar o *tick size*.

5.7. Violações em regimes de volatilidade elevada ou reduzida

Tendo em conta a importância da volatilidade nas conclusões deste estudo, torna-se pertinente analisar as violações da propriedade da monotonicidade em períodos de volatilidade elevada ou reduzida. Para tal, através de um *regime switching model*, estimou-se a probabilidade de se encontrar uma observação num dia de elevada ou reduzida volatilidade¹. Para o período em análise, compreendido entre Outubro de 2008 e Setembro de 2009, e com base em observações diárias de fecho à vista para o CAC 40, estimou-se a probabilidade de cada observação se encontrar num regime de volatilidade elevada ou reduzida, num total de 261 dias. Nesse período registaram-se 192 dias de volatilidade elevada contra apenas 69 dias de volatilidade reduzida, o que é

¹ Resultados fornecidos pelos autores Adcock, Areal e Ribeiro (2012)

compreensível tendo em conta que este período foi de muita instabilidade nos mercados financeiros devido à crise dos *subprimes*, com início em 2007.

Como esta estimativa foi feita com base em cotações de fecho, o tipo da volatilidade do período é identificado numa base diária, pelo que, para relacionar os dados deste estudo com a estimativa dos períodos de volatilidade elevada ou reduzida, fez-se simplesmente a correspondência entre todas as observações de um dia e o tipo de volatilidade desse mesmo dia.

Os resultados estão apresentados nas tabelas 13 e 14, com a frequência de violações em períodos de volatilidade elevada ou reduzida, por tipo de violação, onde os valores relativos às *puts* se encontram entre parênteses sendo os restantes respeitantes às *calls*. A frequência foi calculada dividindo o número de violações num determinado regime, pelo número total de observações nesse mesmo regime.

Tabela 13 – Violações em regimes de volatilidade elevada e reduzida para o intervalo de 30 minutos

Períodos	Frequência de Violações				
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	Total
High	3,06	4,34	1,70	1,72	10,84
Volatility	(2,15)	(3,47)	(1,14)	(1,33)	(8,19)
Low	1,77	3,72	1,19	1,49	8,19
Volatility	(2,21)	(3,54)	(1,38)	(2,63)	(9,76)

Tabela 14 – Violações em regimes de volatilidade elevada e reduzida para o intervalo de 1 hora

Períodos	Frequência de Violações				
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	Total
High	1,78	3,58	1,02	1,24	7,62
Volatility	(1,48)	(2,81)	(0,81)	(0,99)	(6,09)
Low	1,13	3,13	0,60	1,32	6,18
Volatility	(1,22)	(2,42)	(0,78)	(2,00)	(6,48)

Das tabelas 13 e 14, para intervalos de 30 minutos e 1 hora, respetivamente, pode-se verificar que nas *calls* existem mais violações em períodos de elevada volatilidade, enquanto nas *puts* se verifica precisamente o oposto. Analisando os tipos de violação isoladamente, verifica-se que nas *calls* as violações são mais elevadas para todos os tipos em períodos de volatilidade elevada enquanto nas *puts*, se nas violações de tipo I.i e I.ii são quase idênticas nos dois tipos de período de volatilidade, as violações de tipo II.i e II.ii são superiores em períodos de volatilidade reduzida, o

suficiente para que na soma de todas, seja maior a quantidade de violações em períodos de volatilidade reduzida.

Convém ainda referir que, devido ao facto de que as estimativas produzidas pelo modelo utilizado indicarem que há grande probabilidade de em cerca de 74% dos dias do período em análise, serem dias de volatilidade elevada, naturalmente, o número de violações em termos absolutos é largamente superior nos dias de volatilidade elevada, quer para as *calls*, quer para as *puts*.

5.8. Distribuição da Frequência das Violações da Propriedade por ΔS e $\Delta \sigma$

Neste ponto iremos fazer uma análise idêntica à de Fahlenbrach e Sandas (2009), em que realizaram um estudo bidimensional da frequência das violações da propriedade da monotonicidade em função de diferentes níveis de magnitude da variação da volatilidade e do ativo subjacente. O estudo realizado por Fahlenbrach e Sandas (2009) foi realizado com base em dados simulados, dividindo as variações do ativo subjacente e da volatilidade em decis, formando assim uma matriz com 100 células, em que cada uma teria 10.000 observações, num total de 1.000.000 de observações. Este estudo irá recair sobre observações reais do índice CAC 40 relativas ao período compreendido entre Outubro de 2008 e Setembro de 2009.

Quer para variações da volatilidade, quer para variações do ativo subjacente, os decis correspondem a um décimo da diferença entre a variação positiva mais alta e a variação negativa mais baixa, divididos uniformemente neste intervalo. Isto faz com que determinados intervalos não tenham qualquer observação, que estarão identificados com um “NE”. Se tiverem alguma observação mas nenhuma violação, terá 0%.

Esta análise foi feita apenas para as *calls*, para violações de tipo I.i e de tipo I.ii, para os intervalos de 30 minutos e 1 hora. Para aprofundar este estudo e poder comparar com os resultados apresentados por Fahlenbrach e Sandas (2009), foi feito este estudo para as duas tipologias, incluindo ou não a volatilidade.

Nas tabelas 15 e 16 podemos encontrar a análise dos intervalos de 30 minutos e 1 hora, respetivamente, para a tipologia de violações em que não se considera a volatilidade. Os dados absolutos que compõem as percentagens nas tabelas 15 e 16, isto é, o número de observações e de violações por decil, podem ser encontrados nos anexos C e D, para os intervalos de 30 minutos e 1 hora, respetivamente.

Tabela 15 – Distribuição da frequência das violações para o intervalo de 30 minutos (violações s/ volatilidade)

d S/d V	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Total
d1	NE	NE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	NE	NE	NE	0,0%
d2	NE	NE	0,0%	0,0%	10,0%	0,0%	0,0%	0,0%	NE	11,1%	2,2%
d3	0,0%	0,0%	12,5%	0,0%	5,3%	19,4%	1,7%	12,1%	NE	6,5%	11,9%
d4	25,0%	33,3%	13,8%	21,1%	18,4%	15,4%	18,5%	7,4%	0,0%	50,0%	16,2%
d5	0,0%	0,0%	5,4%	5,5%	5,9%	6,2%	4,3%	0,0%	0,0%	87,5%	5,9%
d6	0,0%	3,8%	3,7%	0,0%	13,3%	0,0%	0,8%	0,0%	NE	3,1%	2,7%
d7	0,0%	0,0%	NE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
d8	NE	NE	NE	NE	0,0%	NE	NE	NE	NE	NE	0,0%
d9	NE	NE	NE	NE	0,0%	NE	NE	NE	NE	NE	0,0%
d10	NE	NE	NE	NE	0,0%	NE	NE	NE	NE	NE	0,0%
Total	17,6%	18,5%	7,7%	12,7%	13,7%	13,0%	10,9%	4,4%	0,0%	24,3%	12,8%

Tabela 16 – Distribuição da frequência das violações para o intervalo de 1 hora (violações s/ volatilidade)

d S/d V	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Total
d1	NE	NE	NE	NE	0,0%	NE	16,0%	0,0%	NE	NE	12,5%
d2	NE	NE	0,0%	NE	0,0%	0,0%	44,6%	0,0%	NE	0,0%	27,3%
d3	NE	NE	12,9%	NE	0,0%	5,7%	9,2%	3,3%	0,0%	0,0%	6,6%
d4	0,0%	100,0%	40,0%	0,0%	0,0%	2,6%	4,0%	3,5%	0,0%	11,8%	3,9%
d5	0,0%	36,5%	12,5%	0,0%	0,0%	9,8%	4,8%	6,6%	10,8%	13,3%	5,8%
d6	25,0%	71,4%	6,3%	17,1%	15,6%	19,7%	14,3%	10,4%	9,4%	30,0%	14,5%
d7	22,2%	13,3%	NE	6,9%	2,5%	10,9%	1,7%	1,9%	0,0%	0,0%	3,0%
d8	NE	0,0%	NE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	NE	0,0%
d9	NE	0,0%	NE	NE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	NE	0,0%
d10	NE	0,0%	NE	NE	NE	NE	NE	0,0%	0,0%	NE	0,0%
Total	19,0%	34,2%	15,2%	9,1%	8,7%	14,3%	10,7%	6,8%	4,3%	11,8%	10,5%

Uma vez que se trabalha com dados reais, em vez de simulações, e a distribuição por decis foi feita em intervalos iguais desde a variação mais alta à variação mais baixa, os decis centrais não são, necessariamente, os decis que correspondem à variação zero. Importa referir que, em relação ao ativo subjacente a variação zero encontra-se no decil 4, para o intervalo de 30 minutos e no decil 6 para o intervalo de 1 hora

Da análise à tabela 15, que corresponde ao intervalo de 30 minutos, verifica-se que as maiores frequências de violações são nos decis 1, 2 e 10 para a volatilidade (17,6%, 18,5% e 24,3%, respetivamente) e no decil 4 para o ativo subjacente (16,2%)

Na tabela 16, correspondente ao intervalo de 1 hora, pode-se também ver que a maior parte das violações ocorre para variações muito elevadas da volatilidade, sendo que relativamente ao ativo subjacente, a maior frequência regista-se no decil 2 (27,3%), seguida do decil 6 (14,5%), onde está a variação zero do ativo subjacente. No entanto, no decil 2, apesar de ter uma frequência mais elevada, corresponde apenas a 45

violações da propriedade em número absoluto, enquanto no decil 6 tem 2,885 de um total de 3,717. Ora isto constitui um indício de que se podem encontrar no decil 2 alguns *outliers* que estarão a distorcer a frequência das violações.

De uma forma geral, das tabelas 15 e 16 verifica-se uma tendência para que as violações de tipo I.i e I.ii tenham uma frequência maior para variações baixas do ativo subjacente e para variações muito altas (positivas ou negativas) da volatilidade, particularmente evidente na análise do intervalo de 30 minutos.

Para complementar esta análise, encontram-se nas tabelas 17 e 18, para intervalos de 30 minutos e 1 hora, respetivamente, a distribuição das violações de acordo com a magnitude das variações do ativo subjacente e da volatilidade, para a tipologia de violações considerando a volatilidade.

Tabela 17 - Distribuição da frequência das violações para o intervalo de 30 minutos (violações c/ volatilidade)

d S/d V	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Total
d1	NE	NE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	NE	NE	NE	0,0%
d2	NE	NE	0,0%	0,0%	10,0%	0,0%	0,0%	0,0%	NE	0,0%	1,8%
d3	0,0%	0,0%	12,5%	0,0%	5,3%	5,5%	0,0%	0,0%	NE	0,0%	3,6%
d4	25,0%	26,9%	3,4%	10,8%	11,6%	7,2%	7,1%	0,0%	0,0%	0,0%	7,7%
d5	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	1,1%	4,3%	0,0%	0,0%	87,5%	1,8%
d6	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,8%	0,0%	NE	3,1%	0,4%
d7	0,0%	0,0%	NE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
d8	NE	NE	NE	NE	0,0%	NE	NE	NE	NE	NE	0,0%
d9	NE	NE	NE	NE	0,0%	NE	NE	NE	NE	NE	0,0%
d10	NE	NE	NE	NE	0,0%	NE	NE	NE	NE	NE	0,0%
Total	17,6%	14,4%	2,2%	5,5%	7,7%	5,5%	5,1%	0,0%	0,0%	20,6%	5,7%

Tabela 18 - Distribuição da frequência das violações para o intervalo de 1 hora (violações c/ volatilidade)

d S/d V	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Total
d1	NE	NE	NE	NE	0,0%	NE	16,0%	0,0%	NE	NE	12,5%
d2	NE	NE	0,0%	NE	0,0%	0,0%	44,6%	0,0%	NE	0,0%	27,3%
d3	NE	NE	12,9%	NE	0,0%	5,7%	9,2%	0,0%	0,0%	0,0%	5,8%
d4	0,0%	100,0%	40,0%	0,0%	0,0%	2,6%	1,7%	0,0%	0,0%	0,0%	1,5%
d5	0,0%	36,5%	12,5%	0,0%	0,0%	9,8%	3,0%	0,0%	0,0%	0,0%	3,5%
d6	0,0%	35,7%	0,0%	1,0%	1,1%	5,7%	6,5%	5,8%	9,4%	25,0%	6,3%
d7	0,0%	0,0%	NE	0,0%	0,0%	0,0%	0,6%	1,9%	0,0%	0,0%	0,9%
d8	NE	0,0%	NE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	NE	0,0%
d9	NE	0,0%	NE	NE	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	NE	0,0%
d10	NE	0,0%	NE	NE	NE	NE	NE	0,0%	0,0%	NE	0,0%
Total	0,0%	28,2%	13,6%	0,4%	0,6%	6,4%	5,2%	2,5%	2,5%	5,9%	5,0%

Analisando as tabelas 17 e 18 encontramos resultados semelhantes aos obtidos para a análise da tipologia de violações não considerando variações na volatilidade. Os dados com o número de violações que suportam as tabelas 17 e 18 podem ser encontrados no anexo E, já que o número de observações por célula será idêntico ao da tipologia anterior.

Estas conclusões suportam as retiradas da simulação efetuada em Fahlenbrach e Sandas (2009), onde constatavam que as violações tendem a ocorrer com uma maior frequência para variações elevadas da volatilidade e variações reduzidas do ativo subjacente, em sentidos opostos.

6. Análise econométrica dos resultados

Para melhor compreender as causas das violações da propriedade da monotonicidade, realizou-se um teste de significância estatística que incide sobre variáveis relacionadas com a microestrutura de mercado e com a volatilidade.

Uma vez que a microestrutura dos mercados afeta particularmente os dados intradiários, este estudo incidirá sobre os intervalos de 30 minutos, 1 hora, 2 horas e 3 horas, excluindo da análise o intervalo de 1 dia.

Assim estimou-se o seguinte modelo PROBIT:

$$(6.1) \text{Violação}_i = \alpha_1 + \beta_1 \cdot \left| \frac{\Delta S}{S} \right| + \beta_2 \cdot \text{N}^\circ \text{Transações} + \beta_3 \cdot \text{Final_Dia} + \beta_4 \cdot \text{Sextas} + \beta_5 \cdot \text{Segundas} + \beta_6 \cdot \text{Volatilidade} + \varepsilon_i$$

Como se pode ver na equação acima, o termo independente da regressão será uma variável discreta correspondente às violações dos tipos I.i e I.ii da propriedade da monotonicidade, considerando tipologia de violações com volatilidade, em que será igual a 1 se houver violação ou igual a 0 se não houver.

Para analisar o efeito da microestrutura dos mercados foram adicionadas 5 variáveis explicativas, 4 que faziam parte do estudo de Pérignon (2006) e uma variável adicional na sequência dos resultados da análise estatística efectuada no capítulo 5, nomeadamente, as violações à segunda-feira. Assim, as variáveis associadas ao efeito de microestrutura dos mercados são as seguintes:

- A variação absoluta do preço do ativo subjacente expressa em percentagem do seu preço ($|\Delta S|/S$);
- O número de transações diárias de um determinado contrato relativo a uma *call* ou a uma *put* com um determinado preço de exercício e uma determinada maturidade;
- Uma variável discreta igual a 1 se a transação foi efetuada nas últimas 2h30 de cada dia, e igual a 0 em caso contrário;
- Uma variável discreta igual a 1 se a transação tiver ocorrido a uma sexta-feira ou a 0 em caso contrário;
- Uma variável discreta que será igual a 1 se a transação tiver ocorrido a uma segunda-feira e igual a 0 em caso contrário.

De acordo com as conclusões retiradas no capítulo anterior, podemos esperar os seguintes resultados: o coeficiente associado à magnitude do módulo da variação relativa do ativo subjacente deverá ter sinal negativo já que para valores baixos haverá

mais violações; o coeficiente associado ao número de transações deverá ser negativo uma vez que significaria que existem mais violações em períodos com menos liquidez; os coeficientes associados às restantes três variáveis discretas (violações ao final do dia, às segundas ou às sextas-feiras) deverão ter sinal positivo que significaria que afetam positivamente o número de violações da propriedade da monotonicidade.

Para análise da volatilidade acrescentamos uma variável explicativa que corresponde ao nível da volatilidade. Será expetável que tenha um coeficiente associado com sinal positivo, que significará que o número de violações aumenta com o nível de volatilidade.

Os resultados das regressões efetuadas encontram-se resumidos nas tabelas 19 e 20, para as *calls* e as *puts*, respetivamente, distribuídos por intervalo e onde podemos encontrar, para cada variável explicativa, o seu coeficiente bem como o *p-value*.

Tabela 19 – Resultados da regressão (6.1) para as *calls*

Variável		30 minutos	1 hora	2 horas	3 horas
$\Delta S/S$	β_1	-116,46120	-34,63602	-4,32822	-67,43097
	<i>p-value</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Nº Transações	β_2	0,000164	0,000607	0,000052	0,000631
	<i>p-value</i>	0,3580	0,0006	0,0040	0,0029
Final do dia	β_3	-0,135302	-0,112741	-0,017777	-0,692703
	<i>p-value</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003
Sextas	β_4	0,065149	0,010572	0,005293	0,159369
	<i>p-value</i>	0,0206	0,7177	0,0558	0,0000
Segundas	β_5	-0,060922	0,127095	0,007284	0,059095
	<i>p-value</i>	0,0520	0,0000	0,0125	0,0700
Nível de σ	B_6	28,11314	21,13266	4,99776	21,08578
	<i>p-value</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Analisando a tabela 19, podemos verificar que, para as *calls*, considerando um intervalo de confiança de 95%, não são estatisticamente significativos o número de transações no intervalo de 30 minutos, à sexta-feira para os intervalos de 1 e 2 horas e à segunda-feira para os intervalos de 30 minutos e 3 horas.

Quanto ao sinal esperado dos coeficientes de cada variável, para o número de transações e para as transações ao final do dia não aconteceu o inicialmente esperado. Em relação ao número de transações, que representa a liquidez dos mercados, o coeficiente é muito próximo de zero, pelo que a sua influência não é notória. Em relação às transações no final do dia, os resultados apontam para que existam mais violações nos restantes períodos.

Tabela 20 – Resultados da regressão (6.1) para as *puts*

Variável		30 minutos	1 hora	2 horas	3 horas
$\Delta S/S$	β_1	-251,3284	-222,6320	-183,5564	-143,8546
	<i>p-value</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Nº Transações	β_2	0,001596	0,001029	0,003283	0,002522
	<i>p-value</i>	0,0000	0,0071	0,0000	0,0000
Final do dia	β_3	0,025752	0,012644	-0,023502	-0,576368
	<i>p-value</i>	0,4140	0,7122	0,6295	0,0001
Sextas	β_4	-0,018582	-0,040354	0,225911	0,245746
	<i>p-value</i>	0,6095	0,2829	0,0000	0,0000
Segundas	β_5	0,083068	-0,079847	0,018433	0,083198
	<i>p-value</i>	0,0269	0,0479	0,6361	0,0291
Nível de σ	B6	28,784150	19,06570	18,399200	23,45677
	<i>p-value</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Na tabela 20, verificamos que as variáveis explicativas são todas estatisticamente significativas, para um intervalo de confiança de 95%, com exceção das transações ao final do dia (exceto para o intervalo de 3 horas, das transações às sextas-feiras para os intervalos de 30 minutos e 1 hora e das transações às segundas-feiras para o intervalo de 2 horas).

Comparando os coeficientes obtidos com as expectativas iniciais, assiste-se à mesma situação encontrada para as *calls* relativamente ao número transações, com um sinal oposto mas com um valor muito próximo de zero. Quanto às restantes variáveis, quer nas transações ao final do dia quer nas transações à sexta-feira encontram-se dois intervalos com coeficiente com sinal contrário ao esperado, e nas transações à segunda-feira tem também sinal oposto no intervalo de 1 hora.

Tal como Pérignon (2006) constatou na regressão efetuada, as violações da propriedade da monotonicidade estão negativamente correlacionadas com as variações relativas do preço do ativo subjacente. Por outro lado, ao contrário do que se constatou no mesmo estudo, o nível de actividade nos mercados parece estar positivamente correlacionado com as violações, embora apresente um coeficiente muito próximo de zero, e o coeficiente associado às transações no final do dia também aparece negativo. Os resultados apontam ainda no sentido de haver uma maior probabilidade de violações em transações efetuadas às segundas ou sextas-feiras, embora para alguns intervalos não sejam estatisticamente significativos.

O coeficiente associado ao nível da volatilidade é, segundo os resultados nas tabelas acima, estatisticamente significativo, para todos os intervalos.

Tal como era expectável, o coeficiente associado a esta variável explicativa é positivo, o que significa, que o aumento do nível de volatilidade está positivamente correlacionado com o número de violações da propriedade da monotonicidade.

7. Principais Causas das Violações

Ao longo deste estudo foram explorados vários motivos que podem justificar as violações da propriedade da monotonicidade. Neste capítulo será apresentada uma síntese desses motivos.

➤ Volatilidade

Neste estudo foi feita a comparação de violações da propriedade da monotonicidade considerando ou não a volatilidade. Os resultados demonstraram claramente que a inclusão da volatilidade acrescenta valor a esta análise, uma vez que a frequência de violações desce drasticamente. Assim, podemos concluir que a volatilidade tem um efeito que não pode ser negligenciado nesta análise. Por outro lado verificou-se que as violações da propriedade da monotonicidade são mais frequentes em períodos de volatilidade elevada para as *calls* e de volatilidade reduzida para as *puts*, embora em termos absolutos ocorram sempre mais em períodos de volatilidade elevada, o que está relacionado com o facto de haver uma percentagem superior de períodos de elevada volatilidade no período em estudo. Através da aplicação da análise de Fahlenbrach e Sandas (2009) a um contexto real, verificou-se que as violações da propriedade ocorrem mais quando há grandes variações da volatilidade e pequenas variações do ativo subjacente com sinais opostos.

O teste de significância estatística veio confirmar a que a probabilidade de ocorrência de violações será tanto maior quanto maior o nível da volatilidade.

No entanto, surge uma questão importante não considerada neste estudo: nem todas as violações não consideradas graças ao impacto da volatilidade podem ser excluídas uma vez que, para poder aferir sobre esta questão, seria necessário quantificar o impacto de variações do ativo subjacente e da volatilidade, para aferir qual prevaleceria e, posteriormente, se a violação poderia ser excluída. Por outro lado, ao ter em conta a volatilidade poderá haver violações que nunca foram consideradas mas que, quantificando o efeito da variação do ativo subjacente *versus* variação da volatilidade, deveriam ser, como por exemplo, se $\Delta S > 0$ e $\Delta C > 0$ $\Delta \sigma < 0$ e o efeito da volatilidade prevalecer, poderemos ter uma violação.

Esta questão reforça a necessidade da realização de um estudo que quantifique o impacto no preço das opções de variações da volatilidade associado ao impacto de variações no ativo subjacente.

➤ *Time Decay*

O efeito *time decay* advém da perda de valor das opções, independentemente de ser uma *call* ou uma *put*, com a simples passagem de tempo e consequentemente da aproximação da maturidade da opção.

Ao longo do estudo foi detetada a influência do *time decay* em alguns tipos de violações.

Regra geral, à medida que se aumenta o intervalo entre as observações, diminui a frequência das violações. No entanto, para as violações de tipo I.i, isso não acontece uma vez que a frequência sobe para intervalos de 1 dia. Aqui encontra-se, nitidamente um reflexo do *time decay*. As violações de tipo I.i pressupõem que preço da opção desça e o preço do ativo subjacente suba no caso das *calls*, ou desça no caso das *puts*, sendo que a volatilidade deverá evoluir em sentido contrário da opção. Tendo em conta que com a passagem de um dia para o outro, situação que só acontece no estudo do intervalo diário, diminui um dia para a maturidade da opção, será natural o preço desta descer pois perde valor temporal. Assim, muitas observações que, *ceateris paribus*, deveriam ter o preço da opção a subir, mas que pelo contrário desce, constituindo violações de tipo I.i, graças ao contributo do efeito *time decay*.

O efeito *time decay*, pelo contrário, já não é visível quando a análise recai sobre dados intradiários.

Por outro lado, o efeito *time decay* também pode estar a contribuir para a diminuição do número de violações. As violações de tipo I.ii pressupõem que o preço da opção suba, quando o preço do ativo subjacente desce no caso das *calls*, ou sobe no caso das *puts*, e a volatilidade desce. Verifica-se que o número de violações deste tipo diminui consideravelmente para o intervalo de 1 dia, o que poderá significar que algumas opções apenas estão a descer devido ao efeito do *time decay*, ficando aqui algumas violações camufladas.

Assim, como já foi referido anteriormente, fica em aberto a necessidade de realização de um estudo que quantifique o impacto do *time decay* nas violações da propriedade da monotonicidade

➤ *Bid-ask bounce*

O *bid-ask bounce* não é mais do que a diferença existente entre as cotações *bid* e as cotações *ask*. Pérignon (2006) relatou na sua análise, que este efeito poderia justificar uma parte significativa das violações da propriedade da monotonicidade.

Da análise efetuada às violações de tipo I.i e I.ii, que são aquelas em que o ativo subjacente varia no mesmo sentido da *put* ou em sentidos opostos à *call*, verificou-se

que a magnitude média da variação do preço da opção (valor absoluto da variação do preço da opção expresso em percentagem do preço inicial) quando há violações, é baixa, não atingindo os 10% nem para *calls* nem para *puts*. Estudos apontam para que esta magnitude seja baixa quando comparada ao *spread* entre cotações *bid* e cotações *ask*.

Este simples facto pode justificar muitas violações, uma vez que, tendo em conta que este estudo é realizado com transações efetivas de opções, algumas delas serão iniciadas por uma cotação *ask* (mais alta) e outras por uma cotação *bid* (mais baixa) e, mesmo mantendo o seu preço *bid* e o preço *ask* constantes, o preço de duas transações seguidas poderá variar pelo facto de serem iniciadas por tipo de cotação diferentes.

Se ocorrer uma transação iniciada por uma cotação *bid* seguida de uma cotação *ask*, faz com que o preço da opção suba na proporção do *bid-ask spread*. Isto causará uma violação de tipo I.ii para as *calls* se o ativo subjacente tiver descido e para as *puts* se o ativo subjacente tiver subido.

Por outro lado, se ocorrer uma transação iniciada por uma cotação *ask* seguida de uma transação iniciada por uma cotação *bid*, fará com que o preço desça na proporção do *bid-ask spread*. Assim surgirá uma violação do tipo I.i para as *calls* se o ativo subjacente tiver subido, ou para as *puts* se o ativo subjacente tiver descido no período de tempo compreendido entre as duas observações.

No entanto, uma vez que nos dados trabalhados, não dispomos de informação sobre o tipo de cotação que deu origem a cada transação, não foi possível identificar com clareza o número de violações que podem ser justificadas pelo *bid-ask bounce*.

Assim, fica em aberto a necessidade de realização de um estudo que aprofunde o número de violações que são provocadas pelo *bid-ask bounce*.

➤ *Tick size*

O *tick size* é o montante da variação absoluta mais baixa que pode ocorrer em ações ou outros instrumentos financeiros, como as opções.

No caso das opções sobre o índice CAC 40, como já foi mencionado anteriormente, o *tick size* é de 0,10 Euros.

As violações de tipo II.i e II.ii são aquelas em que o ativo subjacente sobe ou desce, mas o preço da opção mantém-se constante. Se o ativo subjacente variar numa proporção tão pequena que não seja suficiente para o preço da opção variar o seu mínimo (*tick size*), acontecerá uma violação de tipo II.i ou II.ii, uma vez que o ativo subjacente variou enquanto a variação da opção foi zero.

Este é portanto um daqueles problemas de microestrutura, que podem surgir por se trabalhar com dados de alta frequência (intradiários), uma vez que para intervalos pequenos, pode não ocorrer sequer alterações nos preços das opções dado alterações muito reduzidas nos preços dos ativos subjacentes.

Para testar se este tipo de violações poderá estar relacionado com o *tick size*, foi feito um estudo à magnitude média das variações do ativo subjacente (variação absoluta do ativo subjacente expressa em percentagem do seu preço), do qual se concluiu que a magnitude é, de facto muito baixa.

Assim, como resultado deste estudo pode-se concluir que grande parte das violações de tipo II.i e II.ii estarão relacionadas com o *tick size*, devido às variações do ativo subjacente não serem suficientemente grandes para atingir a variação absoluta mínima dos preços das opções.

➤ **Liquidez**

Seria de esperar que, em períodos de maior liquidez, houvesse menos violações da propriedade da monotonicidade, uma vez que nestes períodos os mercados são, tendencialmente, mais eficientes.

Uma vez que neste estudo utilizam-se transações efetivas de opções sobre o índice CAC 40, torna-se possível verificar se em períodos de maior liquidez existem ou não mais violações.

Na análise das violações por grau de *moneyness*, verificou-se que a frequência é superior para opções *out-of-the-money*. Isto contraria o que seria expetável, pois este é o grau de *moneyness* mais líquido e onde, conseqüentemente, existem mais transações.

Por outro lado, na análise das violações por tempo para a maturidade, verificou-se precisamente o oposto, uma vez que as opções com mais transações, correspondentes às que têm menor tempo até a maturidade, são também as que têm menor frequência de violações.

Na análise das violações por hora de dia verificou-se que apesar de em termos absolutos existirem mais violações da propriedade da monotonicidade nas horas de abertura e fecho dos mercados, percentualmente é em valor inferior relativamente aos restantes períodos do dia. As horas de abertura e fecho dos mercados são também as horas do dia com maior volume absoluto de transações e, portanto, maior nível de liquidez, o que leva a concluir que esta análise suporta a ideia de que a frequência de violações é inferior em períodos de maior liquidez.

No teste de significância estatística foi incluída uma variável explicativa que representava, para cada observação, o número de transações diárias com a mesma

maturidade e mesmo preço de exercício, ou seja, todas as transações desse contrato, e verificou-se que havia maior probabilidade de ocorrerem violações para maiores níveis de transações e, portanto, maior liquidez, o que contraria os resultados inicialmente esperados.

8. Conclusão

Na presente dissertação foi feito um estudo das violações da propriedade da monotonicidade acrescentando, face aos estudos realizados até então, o efeito positivo da volatilidade no valor das opções. Para este estudo, foram utilizados os preços de transações de opções sobre o Índice CAC 40, com observações intradiárias, ocorridas entre Outubro de 2008 e Setembro de 2009.

Verificou-se que a frequência das violações da propriedade da monotonicidade considerando a volatilidade desce para cerca de metade, relativamente à frequência de violações apenas considerando o valor da opção e do respetivo ativo subjacente, o que demonstra que os estudos anteriores estariam a sobrestimar o número de violações da propriedade.

Para melhor compreender o efeito da volatilidade nas violações da propriedade, foi feita uma análise sobre a distribuição das violações por períodos de volatilidade elevada ou reduzida, constatando-se que existem mais violações em períodos de volatilidade elevada para as *calls* e de volatilidade reduzida para as *puts*. Por outro lado, fez-se a aplicação da simulação de Fahlenbrach e Sandas (2009) a dados reais, em que se relaciona o número de violações por intervalos de variação do ativo subjacente e da volatilidade e verificou-se que existem mais violações para grandes variações da volatilidade e pequenas variações do ativo subjacente em sentido oposto, corroborando em termos empíricos os resultados obtidos pelos autores.

Verificou-se ainda que o *time decay* é responsável por parte das violações de tipo I.i mas, por outro lado, pode fazer com o número de violações de tipo I.ii diminua, efeito que incide especialmente quando se analisa dados com intervalos de 1 dia.

Foi demonstrado que o *bid-ask bounce* poderá ser responsável por uma parte significativa das violações da propriedade da monotonicidade, não sendo no entanto possível quantificar com precisão o número de violações que justifica. Para fazer este tipo de análise necessitaríamos de mais informação acerca de cada transação, nomeadamente com que preço se fez cada transação (*bid* ou *ask*), pelo que fica em aberto a necessidade de realização de um estudo que consiga quantificar este tipo de violações

Verificou-se que grande parte das violações de tipo II.i e II.ii, em que o ativo subjacente varia e a opção não, são provocadas por pequenas variações no ativo subjacente, não suficientes para fazer variar o *tick size* na opção.

Relativamente à liquidez, não se conseguiu identificar uma relação evidente com a frequência das violações, quer na análise estatística, quer na análise econométrica.

Uma vez que a não verificação da propriedade da monotonicidade põe em causa os pressupostos assumidos em alguns modelos de avaliação de opções além de poder ter

um efeito nocivo em estratégias delineadas por os investidores em mercados financeiros, torna-se importante estudar e perceber o porquê acontecem estas violações. Neste estudo provou-se que os estudos realizados anteriormente sobrestimam as violações da propriedade enquanto neste há a certeza de que as violações consideradas são, efetivamente, violações. No entanto, este método poderá subestimar o número de violações efetivas da propriedade uma vez que não se quantifica o efeito de variações do ativo subjacente e da volatilidade no valor das opções.

Assim, torna-se importante realizar um estudo que quantifique o verdadeiro impacto das alterações na volatilidade nos preços das opções, para apurar o número efetivo de violações.

Por outro lado, seria não menos interessante, realizar um estudo idêntico para opções sobre outro tipo de ativos subjacentes, nomeadamente ações, ou a outros mercados, para assim verificar a consistência das conclusões retiradas neste estudo.

9. Bibliografia

- Adcock, C., Areal, N. e Ribeiro, C. (2012) “The Monotonicity Property of option prices with changing Volatility.” *Working Paper*.
- Adcock, C. e Hua, X. (2011). “Violations in the returns on European options under the Black Scholes Model.” *Working Paper*.
- Amin, K. e Jarrow, R. (1991) “Pricing Foreign Currency Options Under Stochastic Interest Rates.” *Journal of International Money and Finance*, **10 (3)**, 310-329.
- Andersen, T. G. e Bollerslev, T. (1998) “Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts.” *International Economic Review*, **39 (4)**, 885-905.
- Angel, J. (1997) “Tick Size, Share Prices and Stock Splits.” *The Journal of Finance*, **52 (2)**, 655-681.
- Black, F. e Scholes, M. (1973) “The Pricing of Options and Corporate Liabilities.” *Journal of Political Economy*, **81 (3)**, 637-659.
- Bakshi, G., Cao, C. e Chen, Z. (1997) “Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models.” *Journal of Finance*, **52 (5)**, 2003-2049.
- Bakshi, G., Cao, C. e Chen, Z. (2000a) “Do Call Prices and the Underlying Stock Always Move in the Same Directions?” *Review of Financial Studies*, **13 (3)**, 549-584.
- Bakshi, G., Cao, C. e Chen, Z. (2000b) “Pricing and Hedging Long-Term Options.” *Journal of Econometrics*, **94 (1-2)**, 277-318.
- Bhattacharya, M. (1987) “Price Changes of Related Securities: The Case of Call Options and Stocks.” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **22 (1)**, 1-15.
- Bergman, Y. Z., Grundy, B. D. e Wiener, Z. (1996) “General Properties of Option Prices.” *The Journal of Finance*, **51 (5)**, 1573-1610.
- Bossaerts e Hillion (2003) “Local Parametric Analysis of Derivatives Pricing and Hedging.” *Journal of Financial Markets*, **6 (4)**, 573-605.
- Corrado, C. e Sue, T. (1998) “An Empirical Test of the Hull-White Option Pricing Model.” *The Journal of Future Markets*, **18 (4)**, 363-378.
- Cox, J. e Ross, S. (1976) “The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes.” *Journal of Financial Economics*, **3 (1-2)**, 145-166.

- Dennis, P. e Mayhew, S. (2009) “Microstructural Biases in Empirical Tests of Option Pricing Models.” *Review of Derivatives Research*, **12 (3)**, 169-191.
- Derman, E. e Kani, I. (1994) “Riding on a Smile.” *Risk*, **7 (2)**, 32-39.
- Fahlenbrach , R. e Sandas, P. (2009). “Co-movements of index options and future quotes.” *Journal of Empirical Finance*, **16 (1)**, 151-163.
- Heston, S. (1993) “A Closed- Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options.” *The Review of Financial Studies*, **6 (2)**, 327-343.
- Hull, J. e White, A. (1987) “The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities.” *The Journal of Finance*, **42 (2)**, 281-300.
- Macbeth, J. e Merville, L. (1979) “An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model.” *Journal of Finance*, **34 (5)**, 1173-1186.
- Manaster, S. e Rendleman, R. J. (1982) “Option Prices as Predictors of Equilibrium Stock Prices.” *The Journal of Finance*, **37 (4)**, 1043-1058.
- Merton, R. (1973) “Theory of Rational Option Pricing.” *The Bell Journal of Economics and Management Science*, **4 (1)**, 141-183.
- Merton, R. (1976) “Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous.” *Journal of Financial Economics*, **3 (1-2)**, 125-144.
- Pérignon, C. (2006) “Testing the Monotonicity Property of Option Prices.” *The Journal of Derivatives*, **14 (2)**, 61-76.
- Rubinstein, M. (1994) “Implied Binomial Trees.” *The Journal of Finance*, **49 (3)**, 771-818.
- Stephan, J. e Whaley, R. E. (1990) “Intraday Price Change and Trading Volume Relations in the Stock and Stock Options Markets.” *The Journal of Finance*, **45 (1)**, 191-220.

ANEXOS

Anexo A

Tabela 21 - Frequência das violações da propriedade da monotonicidade por hora do dia para o intervalo de 30 minutos

Hora	Frequência das Violações				Total
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	
07:00 - 08:00	1,20 (2,02)	5,91 (4,42)	0,59 (0,72)	2,06 (2,46)	9,76 (9,65)
08:00 - 09:00	3,27 (3,00)	4,54 (3,83)	1,86 (1,10)	2,34 (1,26)	12,01 (9,53)
09:00 - 10:00	2,98 (1,13)	3,12 (3,51)	2,87 (2,48)	1,36 (1,51)	10,33 (8,63)
10:00 - 11:00	4,22 (2,12)	4,22 (3,14)	1,84 (2,90)	3,03 (1,41)	13,30 (9,65)
11:00 - 12:00	4,61 (3,22)	6,58 (2,21)	2,57 (3,77)	1,92 (1,38)	15,68 (10,57)
12:00 - 13:00	4,63 (1,75)	3,51 (4,33)	1,91 (1,29)	0,93 (2,68)	11,02 (10,06)
13:00 - 14:00	2,61 (2,30)	1,02 (1,89)	1,61 (0,72)	0,38 (1,86)	5,68 (6,76)
14:00 - 15:30	1,53 (2,01)	4,34 (3,50)	0,99 (0,66)	1,66 (1,28)	8,52 (7,45)

Tabela 22 - Frequência das violações da propriedade da monotonicidade por cada hora do dia para o intervalo de 1 hora

Hora	Frequência das Violações				Total
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	
07:00 - 08:00	0,46 (0,58)	4,33 (4,06)	0,21 (0,15)	1,76 (1,11)	6,77 (5,91)
08:00 - 09:00	1,32 (1,41)	4,91 (3,39)	0,69 (0,33)	1,53 (1,95)	8,45 (7,08)
09:00 - 10:00	2,77 (1,07)	2,92 (3,33)	1,29 (0,74)	1,62 (2,67)	8,60 (7,80)
10:00 - 11:00	1,78 (1,54)	3,60 (2,15)	2,40 (3,97)	1,87 (1,93)	9,70 (9,59)
11:00 - 12:00	3,93 (3,58)	3,11 (0,66)	2,01 (1,43)	1,06 (0,95)	10,11 (6,68)
12:00 - 13:00	2,45 (1,95)	2,56 (1,61)	0,49 (1,58)	0,98 (0,60)	6,48 (5,81)
13:00 - 14:00	1,43 (1,94)	0,55 (1,20)	1,09 (0,53)	0,16 (1,05)	3,24 (4,72)
14:00 - 15:30	0,76 (0,79)	4,52 (3,05)	0,51 (0,31)	1,33 (0,89)	7,12 (5,09)

Anexo B

Tabela 23 - Frequência das violações da propriedade da monotonicidade por cada hora do dia para o intervalo de 30 minutos

Hora	Frequência das Violações				Total
	Tipo I.i	Tipo I.ii	Tipo II.i	Tipo II.ii	
07:00 - 08:00	8,96 (19,51)	27,73 (26,52)	7,56 (12,27)	24,25 (29,32)	19,11 (23,25)
08:00 - 09:00	17,30 (19,92)	15,06 (15,78)	16,85 (13,00)	19,48 (10,28)	16,63 (15,75)
09:00 - 10:00	10,48 (4,27)	6,89 (8,21)	17,28 (16,61)	7,55 (7,02)	9,52 (8,11)
10:00 - 11:00	8,96 (5,49)	5,63 (5,05)	6,70 (13,36)	10,14 (4,51)	7,41 (6,23)
11:00 - 12:00	9,72 (7,11)	8,72 (3,03)	9,29 (14,80)	6,36 (3,76)	8,66 (5,83)
12:00 - 13:00	15,66 (6,91)	7,45 (10,61)	11,02 (9,03)	4,97 (13,03)	9,76 (9,88)
13:00 - 14:00	14,90 (15,65)	3,65 (7,95)	15,77 (8,66)	3,38 (15,54)	8,50 (11,45)
14:00 - 15:30	14,02 (21,14)	24,88 (22,85)	15,55 (12,27)	23,86 (16,54)	20,40 (19,50)
Total	100,00 (100,00)	100,00 (100,00)	100,00 (100,00)	100,00 (100,00)	100,00 (100,00)

Anexo C

Tabela 24 - Número de observações por célula para o intervalo de 30 minutos

d S/d	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Total
d1	0	0	27	1	5	15	5	0	0	0	53
d2	0	0	48	4	50	122	31	11	0	9	275
d3	1	2	16	23	189	777	407	66	0	31	1.512
d4	36	78	116	232	1.956	15.438	2.068	27	1	2	19.954
d5	12	33	37	165	775	5.427	1.546	63	2	24	8.084
d6	1	26	27	31	75	161	119	46	0	32	518
d7	1	7	0	1	60	12	3	16	2	9	111
d8	0	0	0	0	11	0	0	0	0	0	11
d9	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	20
d10	0	0	0	0	13	0	0	0	0	0	13
Total	51	146	271	457	3.154	21.952	4.179	229	5	107	30.551

Tabela 25 - Número de violações por célula para o intervalo de 30 minutos (s/ volatilidade)

d S/d	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Total
d1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d2	0	0	0	0	5	0	0	0	0	1	6
d3	0	0	2	0	10	151	7	8	0	2	180
d4	9	26	16	49	360	2.378	383	2	0	1	3.224
d5	0	0	2	9	46	335	66	0	0	21	479
d6	0	1	1	0	10	0	1	0	0	1	14
d7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	9	27	21	58	431	2.864	457	10	0	26	3.903

Anexo D

Tabela 26 - Número de observações por célula para o intervalo de 1 hora

d S/d V	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Total
d1	0	0	0	0	3	0	25	4	0	0	32
d2	0	0	1	0	17	1	101	24	0	21	165
d3	0	0	31	0	6	87	130	91	8	11	364
d4	1	1	10	2	11	233	424	454	21	17	1.174
d5	3	74	8	71	77	1.215	7.945	1.564	65	15	11.037
d6	8	14	16	105	186	1.993	15.557	1.897	106	20	19.902
d7	9	15	0	72	40	239	1.091	748	60	1	2.275
d8	0	11	0	2	2	39	67	112	53	0	286
d9	0	1	0	0	4	18	9	28	41	0	101
d10	0	1	0	0	0	0	0	2	43	0	46
Total	21	117	66	252	346	3.825	25.349	4.924	397	85	35.382

Tabela 27 - Número de violações por célula para o intervalo de 1 hora (s/ volatilidade)

d S/d V	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Total
d1	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	4
d2	0	0	0	0	0	0	45	0	0	0	45
d3	0	0	4	0	0	5	12	3	0	0	24
d4	0	1	4	0	0	6	17	16	0	2	46
d5	0	27	1	0	0	119	385	103	7	2	644
d6	2	10	1	18	29	392	2.219	198	10	6	2.885
d7	2	2	0	5	1	26	19	14	0	0	69
d8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	4	40	10	23	30	548	2.701	334	17	10	3.717

Anexo E

Tabela 28 - Número de violações por célula para o intervalo de 30 minutos (c/ volatilidade)

d S/d V	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Total
d1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d2	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	5
d3	0	0	2	0	10	43	0	0	0	0	55
d4	9	21	4	25	227	1.113	146	0	0	0	1.545
d5	0	0	0	0	0	57	66	0	0	21	144
d6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2
d7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	9	21	6	25	242	1.213	213	0	0	22	1.751

Tabela 29 - Número de violações por célula para o intervalo de 1 hora (c/ volatilidade)

d S/d V	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Total
d1	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	4
d2	0	0	0	0	0	0	45	0	0	0	45
d3	0	0	4	0	0	5	12	0	0	0	21
d4	0	1	4	0	0	6	7	0	0	0	18
d5	0	27	1	0	0	119	239	0	0	0	386
d6	0	5	0	1	2	114	1.010	110	10	5	1.257
d7	0	0	0	0	0	0	7	14	0	0	21
d8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	0	33	9	1	2	244	1.324	124	10	5	1.752