

# **TÉCNICAS DE AJUSTE DE MODELOS NUMÉRICOS COM BASE EM RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

**JOÃO LUÍS AFONSO BACELAR**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS**

---

Orientador: Professor Doutor Filipe Manuel Rodrigues Leite de Magalhães

SETEMBRO DE 2012

## **MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2011/2012**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ [miec@fe.up.pt](mailto:miec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ [feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2011/2012 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2012.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

A meus Pais

*Dai-me um ponto de apoio e deslocarei a Terra e os Céus*

*Arquimedes*



## **AGRADECIMENTOS**

Aos meu pais pelo apoio incondicional, carinho e sabedoria proporcionados em todas as adversidades.

Aos meus amigos pelo seu companheirismo e solidariedade demonstrados nas horas de maior aflição e principalmente pelos bons momentos vividos.

Aos vários docentes que ao longo da minha carreira académica me souberam orientar, tanto a nível académico como pessoal.

Ao "ViBest" ("Laboratory of Vibrations and Structural Monitoring") pela disponibilização de informação essencial à elaboração desta tese.

Ao meu orientador Professor Doutor Filipe Magalhães pela partilha de interesse nas questões da dinâmica estrutural.

E finalmente, ao "FEMTools" em geral, pela enorme disponibilidade e interesse em que os melhores resultados fossem alcançados.



## **RESUMO**

O trabalho de investigação apresentado nesta dissertação teve como principais objetivos o estudo, a implementação e a aplicação de ferramentas destinadas a efetuar, a partir da informação decorrente da realização de ensaios de vibração ambiental, o ajuste de modelos de simulação do comportamento estrutural de obras de engenharia civil.

Neste contexto, é discutida a aplicabilidade da análise experimental no cálculo de estruturas e apresentadas as principais técnicas de identificação de parâmetros modais.

Posteriormente são apresentados os fundamentos teóricos e os passos essenciais da implementação das técnicas de ajuste de modelo numéricos, sendo destacada a metodologia que atualmente, se afigura ser uma das mais promissoras para aplicações em engenharia civil.

Em seguimento, são considerados dois casos de aplicação referentes ao processo de ajuste como técnica de deteção de dano.

Por fim é apresentada a aplicação mais relevante no âmbito desta tese, o ajuste do modelo numérico da Ponte sobre o Rio Douro da Concessão Douro Litoral.

Palavras chave: Modelação numérica, Ajuste de modelos de elementos finitos, Análise modal experimental, Ensaios de vibração ambiental, FEMTools.





## **ABSTRACT**

The work presented in this thesis aims the study, implementation and application of different techniques to perform, from the information collected in ambient vibration tests, the update of a simulation model of the structural behaviour from civil engineering structures.

In this context, the applicability of the experimental analysis in the calculation of structures and the main techniques for identifying modal parameters are discussed.

The theoretical foundations and the essential steps of the implementation of tuning techniques of simulation models are presented next. The technique that is supposed to be the most suitable for civil engineering applications, is described in more detail.

Additionally, two cases of application are considered for the update process as a technique for damage detection.

Finally the most relevant application in the context of this thesis is presented, the model update of the Rio Douro Bridge from Douro Litoral concession.

**Keywords:** Numerical modeling, Finite element model updating, Experimental modal analysis, Ambient vibration tests, FEMTools.



## ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO .....	iii
ABSTRACT .....	v

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO DO TRABALHO .....	1
1.2. OBJETIVOS .....	1
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	2

## **2. ANÁLISE EXPERIMENTAL COMO MÉTODO COMPLEMENTAR À ANÁLISE DE MODELOS NUMÉRICOS..3**

2.1. INTRODUÇÃO .....	3
2.2. INTEGRAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS NA ANÁLISE DE MODELOS NUMÉRICOS .....	4
2.2.1. ANÁLISE EXPERIMENTAL DE ESTRUTURAS NO ÂMBITO DA ENGENHARIA CIVIL .....	5
2.2.1.1. Procedimento experimental .....	6
2.2.1.2. Equipamento experimental .....	6
2.2.2. DIFICULDADES DE IMPLEMENTAÇÃO .....	8
2.3. CORRELAÇÃO ENTRE RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS .....	9
2.3.1. INTRODUÇÃO .....	9
2.3.2. PREPARAÇÃO DE DADOS .....	9
2.3.2.1. Redução Modal .....	10
2.3.2.2. Expansão Modal .....	11
2.3.3. CORRELAÇÃO ENTRE PARÂMETROS MODAIS .....	13
2.3.3.1. Inspeção visual .....	13
2.3.3.2. Correlação numérica global .....	13
2.3.3.3. Correlação numérica local .....	14
2.3.3.4. Correlação através de coeficientes de correlação .....	15

<b>3. AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS</b> .....	17
<b>3.1. INTRODUÇÃO</b> .....	17
<b>3.2. TIPOS DE AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS COM BASE EM RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b> .....	18
3.2.1. MÉTODOS DIRETOS BASEADOS EM PARÂMETROS MODAIS .....	19
3.2.2. MÉTODOS INDIRETOS BASEADOS EM PARÂMETROS MODAIS .....	20
3.2.3. MÉTODOS BASEADOS EM FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA .....	21
<b>3.3. APLICABILIDADE DO AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS BASEADOS EM RESULTADOS EXPERIMENTAIS EM ESTRUTURAS DE ENGENHARIA CIVIL</b> .....	21
3.3.1. AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS BASEADO EM RESULTADOS EXPERIMENTAIS EM ESTRUTURAS DE ENGENHARIA CIVIL .....	21
3.3.2. CICLO DE SELEÇÃO DE PARÂMETROS E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE .....	24
3.3.2.1. Análise de sensibilidade .....	24
3.3.3. CICLO DE AJUSTE .....	25
3.3.3.1. Função objetivo .....	25
3.3.3.2. Problema de otimização .....	28
3.3.3.3. Convergência .....	28
<b>3.4. FEMTOOLS</b> .....	29
<b>4. APLICAÇÃO PRÁTICA – INTRODUÇÃO AO FEMTOOLS</b> ..	31
<b>4.1. INTRODUÇÃO</b> .....	31
<b>4.2. VIGA ENCASTRADA</b> .....	32
4.2.1. DESCRIÇÃO E MODELAÇÃO NUMÉRICA DA VIGA ENCASTRADA .....	32
4.2.2. ANÁLISE MODAL – MODELO NUMÉRICO .....	32
4.2.3. ANÁLISE MODAL – ENSAIO EXPERIMENTAL .....	34
4.2.3.1. Hipótese 1 – Solicitação <i>SOMA</i> .....	34
4.2.3.2. Hipótese 2 – Solicitação <i>ALEATÓRIA</i> .....	41
4.2.3.3. Análise da qualidade dos resultados .....	44
4.2.4. ANÁLISE DE DANO .....	47
4.2.4.1. Introdução de dano e cálculo modal da estrutura danificada .....	48
4.2.4.2. Constatação da existência de dano .....	49
4.2.4.3. Identificação da localização do dano .....	49
4.2.4.4. Estimativa da magnitude do dano .....	52

<b>4.3. VIGA APOIADA</b> .....	64
4.3.1. DESCRIÇÃO E MODELAÇÃO NUMÉRICA DA VIGA APOIADA .....	64
4.3.2. ANÁLISE MODAL – MODELO NUMÉRICO .....	64
4.3.3. ANÁLISE MODAL – ENSAIO EXPERIMENTAL .....	66
4.3.4. ANÁLISE DE DANO .....	68
4.3.4.1. Introdução de dano e cálculo modal da estrutura danificada .....	68
4.3.4.2. Constatação da existência de dano .....	69
4.3.4.3. Identificação da localização do dano .....	69
4.3.4.4. Estimativa da magnitude do dano .....	71
<b>4.4. CONCLUSÃO</b> .....	77
<b>5. AJUSTE DO MODELO NUMÉRICO DA PONTE SOBRE O RIO DOURO DA CONCESSÃO DOURO LITORAL</b> .....	79
<b>5.1. INTRODUÇÃO</b> .....	79
<b>5.2. A PONTE SOBRE O RIO DOURO</b> .....	80
5.2.1. DESCRIÇÃO DA PONTE .....	81
5.2.2. ENSAIO DE VIBRAÇÃO AMBIENTAL E PRINCIPAIS RESULTADOS .....	85
<b>5.3. MODELAÇÃO NUMÉRICA</b> .....	88
5.3.1. CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO E ANÁLISE MODAL – AJUSTE PRELIMINAR .....	89
5.3.2. EVOLUÇÃO DA ANÁLISE MODAL DURANTE O PROCESSO DE CALIBRAÇÃO – AJUSTE PRELIMINAR .....	94
5.3.3. MODELAÇÃO NUMÉRICA ADOTADA E CORRESPONDENTES CONFIGURAÇÕES MODAIS .....	96
<b>5.4. AJUSTE AUTOMÁTICO DO MODELO NUMÉRICO DA PONTE SOBRE O RIO DOURO</b> .....	98
5.4.1. IMPORTAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS .....	98
5.4.2. CICLO DE SELEÇÃO DE PARÂMETROS E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE .....	101
5.4.3. CICLO DE AJUSTE .....	105
<b>5.5. ANÁLISE DE RESULTADOS</b> .....	117
<b>6. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS</b> .....	119
<b>6.1. CONCLUSÕES</b> .....	119
<b>6.2. CONSIDERAÇÕES FINAIS E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS</b> .....	121



## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.2.1 – Aplicabilidade dos resultados obtidos via ensaio de vibração ambiental .....	5
Fig.2.2 – Equipamento para ensaio de vibração ambiental com recurso a sistema central de aquisição (Wenzel and Pichier 2005) .....	7
Fig.2.3 – Sismógrafo com sensor triaxial GEOSIG (www.geosig.com) .....	7
Fig.2.4 – Redução do modelo numérico .....	11
Fig.2.5 – Expansão de resultados experimentais .....	12
Fig.3.1 – Método indireto baseado em parâmetros modais .....	23
Fig.4.1 – Modelo numérico da viga encastrada (ROBOT) .....	32
Fig.4.2 – Numeração dos pontos e elementos do modelo numérico da viga encastrada (ROBOT) ....	32
Fig.4.3 – Configurações modais dos cinco primeiros modos de vibração verticais .....	33
Fig.4.4 – Solicitação $u(t)$ .....	36
Fig.4.5 – Ponto de aplicação da solicitação .....	36
Fig.4.6 – Menus de definição da “ <i>Time History Analysis</i> ” (ROBOT).....	37
Fig.4.7 – Resposta da estrutura em velocidade (m/s) medida no nó extremo (nó 11) .....	37
Fig.4.8 – Menu de definição da “ <i>Análise de Fourier</i> ” (ROBOT) .....	38
Fig.4.9 – Organização tipo definida e correspondentes espectros de resposta dos dois primeiros e último troços .....	39
Fig.4.10 – Espectro de resposta da viga encastrada e respetivas frequências naturais de vibração determinadas pela seleção de picos, correspondentes a uma solicitação de 25,575 segundos .....	40
Fig.4.11 – Espectro de resposta da viga encastrada e respetivas frequências naturais de vibração determinadas pela seleção de picos, correspondentes a uma solicitação de 2,5575 segundos .....	40
Fig.4.12 – Solicitação de carácter aleatório definida pela função <i>ALEATÓRIA thf</i> .....	42
Fig.4.13 – Resposta da viga encastrada em velocidade (m/s) medida no ponto extremo (nó 11) .....	42
Fig.4.14 – Espectro de resposta da viga encastrada e respetivas frequências naturais .....	43
Fig.4.15 – Organização tipo definida e correspondentes espectros de resposta dos dois primeiros e último troços .....	45
Fig.4.16 – Espectro de resposta (ER1) e respetivas frequências fundamentais, sem consideração de “overlapping” obtida pela resposta em acelerações .....	46
Fig.4.17 – Espectro de resposta (ER2) e respetivas frequências fundamentais, com consideração de “overlapping” de 50%, obtido pela resposta em acelerações .....	46
Fig.4.18 – Espectro de resposta e respetivas frequências fundamentais da viga encastrada, danificada através da diminuição em 50% do módulo de elasticidade do seu elemento número 1 ....	48
Fig.4.19 – Localização provável do dano .....	50
Fig.4.20 – Matriz de sensibilidade, vista isométrica .....	51

Fig.4.21 – Matriz de sensibilidade, vista de topo .....	51
Fig.4.22 – Esquema de “pairing” de frequências sugerido pelo FEMTools .....	52
Fig.4.23 – Matriz de evolução da resposta ao longo das três iterações, vista isométrica – “ <i>response tracking</i> ” .....	53
Fig.4.24 – Matriz de evolução da resposta ao longo das três iterações, vista de topo – “ <i>response tracking</i> ” .....	53
Fig.4.25 – Evolução da resposta ao longo das três iterações – “ <i>response tracking</i> ” .....	54
Fig.4.26 – Evolução da resposta ao fim da terceira iteração (Frequências ajustadas) – “ <i>response difference</i> ” .....	55
Fig.4.27 – Matriz da evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao longo das três iterações, vista isométrica - “ <i>parameter tracking</i> ” .....	55
Fig.4.28 – Matriz da evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao longo das três iterações, vista topo – “ <i>parameter tracking</i> ” .....	56
Fig.4.29 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste – “ <i>parameter tracking</i> ” .....	56
Fig.4.30 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao fim da terceira iteração (Cenário de Dano) – “ <i>parameter difference</i> ” .....	57
Fig.4.31 – Matriz de evolução da resposta ao longo da única iteração, vista isométrica – “ <i>response tracking</i> ” .....	58
Fig.4.32 – Evolução da resposta ao longo da única iteração – “ <i>response tracking</i> ” .....	58
Fig.4.33 – Evolução da resposta ao fim da única iteração (Frequências ajustadas) – “ <i>response difference</i> ” .....	59
Fig.4.34 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste – “ <i>parameter tracking</i> ” .....	59
Fig.4.35 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste no final do processo iterativo (Cenário de Dano) – “ <i>parameter difference</i> ” .....	60
Fig.4.36 – Matriz de sensibilidade, vista isométrica .....	61
Fig.4.37 – Matriz de sensibilidade, vista de topo .....	61
Fig.4.38 – Evolução da resposta ao longo das duas iterações – “ <i>response tracking</i> ” .....	62
Fig.4.39 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste no final do processo iterativo (Cenário de Dano) – “ <i>parameter difference</i> ” .....	62
Fig.4.40 – Evolução da resposta ao longo da única iteração - “ <i>response tracking</i> ” .....	63
Fig.4.41 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste no final do processo iterativo – (Cenário de Dano) - “ <i>parameter difference</i> ” .....	63
Fig.4.42 – Modelo numérico da viga apoiada (ROBOT) .....	64
Fig.4.43 – Numeração dos pontos e elementos do modelo numérico da viga apoiada (ROBOT) .....	64
Fig.4.44 – Configurações modais dos cinco primeiros modos de vibração verticais .....	65
Fig.4.45 – Ponto de aplicação da solicitação .....	66
Fig.4.46 – Resposta da estrutura em acelerações ( $m/s^2$ ), medida no nó 3 .....	66



Fig.4.47 – Espectro de resposta da viga apoiada e respetivas frequências naturais .....	67
Fig.4.48 – Espectro de resposta e respetivas frequências fundamentais da viga apoiada danificada através da diminuição em 50% do módulo de elasticidade dos seus elementos 1 e 10 .....	68
Fig.4.49 – Localização provável do dano .....	69
Fig.4.50 – Matriz de sensibilidade, vista isométrica .....	71
Fig.4.51 – Matriz de sensibilidade, vista de topo .....	71
Fig.4.52 – Matriz de evolução da resposta ao longo das três iterações, vista isométrica – “ <i>response tracking</i> ” .....	72
Fig.4.53 – Matriz de evolução da resposta ao longo das três iterações, vista topo – “ <i>response tracking</i> ” .....	72
Fig.4.54 – Evolução da resposta ao longo das três iterações – “ <i>response tracking</i> ” .....	73
Fig.4.55 – Evolução da resposta ao fim da terceira iteração (Frequências Ajustadas) – “ <i>response difference</i> ” .....	73
Fig.4.56 – Matriz da evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao longo das três iterações, vista isométrica – “ <i>parameter tracking</i> ” .....	74
Fig.4.57 – Matriz da evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao longo das três iterações, vista topo – “ <i>parameter tracking</i> ” .....	75
Fig.4.58 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste – “ <i>parameter tracking</i> ” .....	75
Fig.4.59 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao fim da terceira iteração, (Cenário de Dano) – “ <i>parameter difference</i> ” .....	76
Fig.5.1 – Vista em planta da Ponte sobre o Rio Douro em fase de projeto .....	80
Fig.5.2 – Localização da ponte e principais acessos .....	80
Fig.5.3 – Alçado da Ponte sobre o Rio Douro em fase de projeto e distribuição dos respetivos vãos .....	81
Fig.5.4 – Vista em planta da Ponte sobre o Rio Douro em fase de projeto e distribuição dos respetivos vãos .....	81
Fig.5.5 – Ponte sobre o Rio Douro em fase de construção .....	82
Fig.5.6 – Secção transversal em caixão, principais dimensões .....	82
Fig.5.7 – Secção transversal da Ponte sobre o Rio Douro e pormenor de uma ligação tabuleiro-pilar .....	83
Fig.5.8 – Secção transversal dos pilares .....	83
Fig.5.9 – Alçado da Ponte sobre o Rio Douro, pormenor das fundações .....	83
Fig.5.10 – Pormenor de uma ligação monolítica tabuleiro-pilar .....	84
Fig.5.11 – Simbologia e nomenclatura referente aos vários aparelhos de ligação .....	84
Fig.5.12 – Configurações modais dos primeiros modos de vibração verticais .....	86
Fig.5.13 – Configurações modais dos primeiros modos de vibração laterais .....	87

Fig.5.14 – Modelo numérico da Ponte sobre o Rio Douro – FEMTools .....	88
Fig.5.15 – Frequências de vibração verticais numéricas e experimentais (Hz) .....	89
Fig.5.16 – Frequências de vibração laterais numéricas e experimentais (Hz) .....	89
Fig.5.17 – Frequências de vibração verticais numéricas e experimentais (Hz) .....	91
Fig.5.18 – Frequências de vibração laterais numéricas e experimentais (Hz) .....	91
Fig.5.19 – Frequências de vibração verticais numéricas e experimentais (Hz) .....	93
Fig.5.20 – Frequências de vibração laterais numéricas e experimentais (Hz) .....	93
Fig.5.21 – Evolução iteração a iteração das frequências verticais ao longo do ajuste preliminar .....	94
Fig.5.22 – Evolução iteração a iteração das frequências laterais ao longo do ajuste preliminar .....	95
Fig.5.23 – Principais configurações modais verticais experimentais e correspondentes numéricas, vista em alçado .....	96
Fig.5.24 – Principais configurações modais laterais experimentais e correspondentes numéricas, vista de topo .....	97
Fig.5.25 – Configurações modais verticais após inspeção visual e importação de dados, vista em alçado .....	99
Fig.5.26 – Configurações modais laterais após inspeção visual e importação de dados, vista de topo .....	100
Fig.5.27 – Matriz de sensibilidade, vista isométrica .....	104
Fig.5.28 – Matriz de sensibilidade, vista de topo .....	104
Fig.5.29 – Matriz MAC, vista isométrica .....	105
Fig.5.30 – Matriz MAC, vista de topo .....	105
Fig.5.31 – Correlação FEA 1 – EMA 1, resposta 1 .....	106
Fig.5.32 – Correlação FEA 2 – EMA 2, resposta 2 .....	106
Fig.5.33 – Correlação FEA 3 – EMA 3, resposta 3 .....	107
Fig.5.34 – Correlação FEA 4 – EMA 4, resposta 4 .....	107
Fig.5.35 – Correlação FEA 5 – EMA 5, resposta 5 .....	107
Fig.5.36 – Correlação FEA 6 – EMA 7, resposta 6 .....	108
Fig.5.37 – Correlação FEA 7 – EMA 6, resposta 7 .....	108
Fig.5.38 – Correlação FEA 9 – EMA 8, resposta 8 .....	108
Fig.5.39 – Evolução da resposta da estrutura ao longo do processo iterativo – “ <i>response tracking</i> ” .....	109
Fig.5.40 – Desvios observados entre frequências numéricas e experimentais no fim do processo iterativo (desvios residuais) – “ <i>response difference</i> ” .....	110
Fig.5.41 – Corte da matriz de rigidez em torno da resposta 1 .....	110
Fig.5.42 – Corte da matriz de rigidez em torno da resposta 3 .....	111

Fig.5.43 – Evolução dos parâmetros ao longo do processo de ajuste – “ <i>parameter tracking</i> ” .....	112
Fig.5.44 – Cenário de perturbação no valor dos parâmetros no fim do ajuste – “ <i>parameter changes</i> ” .....	112
Fig.5.45 – Evolução da resposta da estrutura ao longo do processo iterativo – “ <i>response tracking</i> ” .....	114
Fig.5.46 – Desvios observados entre frequências numéricas e experimentais no fim do processo iterativo (desvios residuais) – “ <i>response difference</i> ” .....	115
Fig.5.47 – Evolução dos parâmetros ao longo do processo de ajuste - “ <i>parameter tracking</i> ” .....	115
Fig.5.48 – Cenário de perturbação no valor dos parâmetros no fim do ajuste – “ <i>parameter changes</i> ” .....	116



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Vantagens e desvantagens do método direto baseado em parâmetros modais .....	19
Tabela 3.2 – Vantagens e desvantagens do método indireto baseado em parâmetros modais .....	20
Tabela 3.3 – Vantagens e desvantagens do método baseado em funções de resposta em frequência (FRFs) .....	21
Tabela 4.1 – Cinco primeiras frequências fundamentais (Hz) e correspondentes períodos de vibração (s) .....	33
Tabela 4.2 – Resumo da resposta da estrutura em velocidade (m/s), medida no nó 11 .....	38
Tabela 4.3 – Erro entre frequências “experimentais” (Análise de Fourier) e numéricas (ROBOT) .....	41
Tabela 4.4 – Solicitação de caráter aleatório definida pela função <i>ALEATÓRIA thf</i> .....	42
Tabela 4.5 – Erro entre frequências fundamentais segundo as hipóteses de solicitação consideradas .....	43
Tabela 4.6 – Erro entre frequências “experimentais” (Análise de Fourier - Solicitação <i>ALEATÓRIA</i> ) e numéricas (ROBOT) .....	44
Tabela 4.7 – Erro entre frequências “experimentais” (ER2) e numéricas (ROBOT) .....	47
Tabela 4.8 – Erro entre frequências “experimentais” (EMA) da estrutura danificada e numéricas (FEA-FEMTools) da estrutura íntegra .....	49
Tabela 4.9 – Parâmetros selecionados para ajuste .....	50
Tabela 4.10 – Evolução em percentagem da resposta ao longo das três iterações .....	54
Tabela 4.11 – Cenário de dano determinado .....	57
Tabela 4.12 – Erro entre frequências “experimentais” (EMA) da estrutura danificada e numéricas (FEA-FEMTools) da estrutura íntegra .....	58
Tabela 4.13 – Cenário de dano determinado .....	60
Tabela 4.14 – Cinco primeiras frequências fundamentais (Hz) e correspondentes períodos de vibração (s) .....	65
Tabela 4.15 – Erro entre frequências “experimentais” (Análise de Fourier) e numéricas (ROBOT) ....	67
Tabela 4.16 – Erro entre frequências “experimentais” (EMA) da estrutura danificada e numéricas (FEA-FEMTools) da estrutura íntegra .....	69
Tabela 4.17 – Parâmetros selecionados para ajuste .....	70
Tabela 4.18 – Tabela de “pairing” de frequências .....	72
Tabela 4.19 – Evolução em percentagem da resposta ao longo das três iterações .....	74
Tabela 4.20 – Cenário de dano determinado .....	76
Tabela 5.1 – Principais materiais utilizados .....	85
Tabela 5.2 – Caracterização das molas selecionadas .....	90
Tabela 5.3 – Caracterização das molas selecionadas .....	92

Tabela 5.4 – Parâmetros selecionados para ajuste .....	103
Tabela 5.5 – Respostas selecionadas para ajuste .....	103
Tabela 5.6 – Desvio entre frequências numéricas e experimentais – “ <i>response difference</i> ” .....	109
Tabela 5.7 – Frequências de vibração após o ajuste .....	113
Tabela 5.8 – Cenário de perturbação no valor dos parâmetros no fim do ajuste .....	113
Tabela 5.9 – Cenário de perturbação no valor dos parâmetros no fim do ajuste .....	116







# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho insere-se no seguimento da tese de mestrado de Magalhães (2005).

A dissertação supracitada incide sobre os conceitos de identificação modal estocástica para validação experimental de modelos numéricos, cujos desenvolvimentos futuros, à data da realização da mesma, sugerem a utilização de parâmetros modais, detetados por ensaios de vibração ambiental, para ajuste de modelos de elementos finitos.

O presente trabalho de investigação surge no seguimento dessa sugestão. Fazendo uso das técnicas exploradas por Magalhães (2005) de identificação experimental do comportamento dinâmico de estruturas, são usados os principais parâmetros modais obtidos, para o ajuste do modelo numérico de simulação estrutural.

Esta necessidade de ajuste surge pela intenção de se determinar o comportamento real até aí desconhecido de determinada estrutura, para, a título de exemplo, melhor compreender o seu estado atual de integridade.

Estas técnicas têm por base a integração da análise experimental no cálculo de estruturas. Sendo até recentemente consideradas duas áreas distintas com os mesmos propósitos, mas que levam na grande maioria dos casos à obtenção de resultados diferentes, a sua interligação para processos de ajuste de modelos numéricos assume-se ainda como um campo de investigação em amplo desenvolvimento.

### 1.2. OBJETIVOS

Este trabalho de investigação tem como principal objetivo a aplicação de técnicas de ajuste de modelos numéricos com base em resultados experimentais a estruturas de engenharia civil.

Este conceito de interligação entre resultados experimentais e numéricos, tendo como principal vantagem a possibilidade de atualização de um modelo de simulação para o mais próximo da realidade, é no entanto, relativamente recente.

Pretende-se com uma abordagem teórica às diversas metodologias de ajuste definir procedimentos de correlação entre ambos, que possibilitem a atualização do referido modelo.

Com a aplicação desses conceitos a duas estruturas simples de engenharia civil pretende-se comprovar a sua aplicabilidade como técnicas de detecção de dano e de uma forma clara introduzir os procedimentos base para a sua aplicação a estruturas de grande porte.

Como aplicação mais relevante será realizado o ajuste do modelo numérico da Ponte sobre o Rio Douro. Com esta abordagem pretende-se comprovar a eficiência destas metodologias através da descrição passo-a-passo das diversas fases do ajuste que conduzem a um modelo de simulação o mais próximo possível da realidade.

### **1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

O presente trabalho encontra-se dividido em seis capítulos.

No primeiro capítulo são apresentadas as potencialidades das técnicas de ajuste de modelos numéricos, que justificam o interesse das matérias desenvolvidas nesta tese, são expostos os principais objetivos do presente trabalho, são enumeradas as tarefas realizadas para alcançar os objetivos propostos e é caracterizada a organização do documento.

No segundo capítulo são apresentados os principais conceitos e objetivos que levam à realização de ensaios experimentais. São discutidas as potencialidades da integração dos seus resultados no cálculo estrutural, evidenciando as dificuldades intrínsecas à sua implementação. São expostas as técnicas e equipamentos correntes de análise experimental de estruturas de engenharia civil e abordados os principais métodos de correlação entre resultados numéricos e experimentais.

No terceiro capítulo, apresentam-se os princípios teóricos fundamentais e etapas principais da implementação das técnicas de ajuste de modelos de elementos finitos. Numa parte inicial são discutidas as diferentes abordagens de ajuste através da clarificação do seu conceito base e enumeração das respetivas vantagens e desvantagens. Numa fase seguinte é discutida a sua aplicação em estruturas de engenharia civil e apresentado em mais pormenor o método que se assume mais promissor. Em seguimento são descritas as suas três principais fases: Importação e tratamento de dados experimentais, ciclo de seleção de parâmetros e ciclo de ajuste. Por fim é introduzido o "software" FEMTools como ferramenta informática que disponibiliza um procedimento de ajuste automático, que será utilizado no decorrer dos capítulos seguintes.

No quarto capítulo, é realizada uma aplicação prática de ajuste do modelo numérico de duas estruturas simples de engenharia civil, como técnica de detecção de dano. Todos os desenvolvimentos terão como objetivo a introdução do "software" FEMTools, que servirá para desenvolvimentos mais complexos no capítulo seguinte. Serão descritos três procedimentos distintos ao longo do presente capítulo: cálculo modal de estruturas com recurso à modelação em elementos finitos, desenvolvimento de uma metodologia de análise experimental e finalmente, simulação de cenários de perturbação.

No quinto capítulo são aplicadas as técnicas de ajuste desenvolvidas durante a presente tese, a uma estrutura de engenharia civil de grande porte, com base em resultados experimentais obtidos através de um ensaio de vibração ambiental, sendo discutidos passo-a-passo todos os procedimentos ao longo do processo de ajuste.

Finalmente no sexto capítulo, são apresentadas as principais conclusões deste trabalho e apontados os temas que merecem um maior aprofundamento em trabalhos futuros.

# 2

## **ANÁLISE EXPERIMENTAL COMO MÉTODO COMPLEMENTAR À ANÁLISE DE MODELOS NUMÉRICOS**

### **2.1. INTRODUÇÃO**

Os métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos ("Finite Element Analysis" - FEA), permitem prever o comportamento dinâmico de uma estrutura a partir de um modelo computacional que simula de forma aproximada a sua geometria e propriedades físicas.

Este método ganhou muita popularidade muito devido à sua ampla aplicabilidade dentro das várias disciplinas da engenharia.

No entanto, estes procedimentos carecem sempre de um obrigatório acompanhamento, verificação e validação. Suposições e aproximações durante o processo de modelação, juntamente com possíveis incertezas nos parâmetros físicos dos elementos a modelar e até a inexperiência e falta de sensibilidade do engenheiro nestas questões, são fatores que tornam a validação dos resultados numéricos, com recurso a resultados experimentais, parte integrante do processo de modelação.

## **2.2. INTEGRAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS NA ANÁLISE DE MODELOS NUMÉRICOS**

A maneira mais eficaz de compreender o funcionamento de uma dada estrutura é através da aplicação de métodos de análise experimental, isto é, testá-la "in loco". Essa eficiência passa muito pelo facto das abordagens tentativa-erro em modelos de simulação, serem muito morosas e conseqüentemente pouco eficientes. Assim, as técnicas de análise experimental constituem uma etapa chave no processo de modelação, na medida em que os seus resultados são usados para validar e calibrar modelos de simulação.

Como contrapartida, estas metodologias são pautadas pela existência de inúmeras fontes de ruído, podendo por vezes nem ser controláveis, por isso algum grau de experiência por parte do engenheiro, é requerido. Em complemento, bastante instrumentação de medição torna-se necessária, mesmo assim, a gama de natureza dos seus resultados é algo reduzida, sendo por ordem decrescente, as frequências de ressonância, modos de vibração, deslocamentos modais e o amortecimento modal, os parâmetros mais eficientes, podendo as funções de resposta em frequência (FRFs), serem usadas em determinados métodos de ajuste.

No entanto, pelo facto destas metodologias permitirem o fornecimento de dados experimentais para o ajuste de modelos de elementos finitos, faz com sejam e que continuem a ser cada vez mais, uma ferramenta de referência.

No campo da dinâmica estrutural, a análise experimental ("Experimental Modal Analysis" - EMA) assume-se como uma ferramenta amplamente utilizada e aceite no que respeita à elaboração de um modelo numérico de simulação. Esta técnica permite a determinação de valores de frequências de ressonância muito precisos e de elevada representatividade, e ainda boas indicações quanto às suas configurações modais.

A comparação entre duas bases de resultados, analítica e experimental, conduz necessariamente a um modelo de elementos finitos melhorado em termos do ajuste dos seus parâmetros físicos a valores efetivos, ou seja reais, tais como propriedades dos materiais utilizados, propriedades geométricas, condições de ligação, entre outras.

A interligação entre resultados experimentais e numéricos permite resolver uma ampla variedade de problemas, tais como, a identificação de propriedades desconhecidas de determinados materiais ou mesmo a deteção de dano.

No problema da identificação de propriedades físicas, o processo determinará o valor das propriedades até aqui desconhecidas, de modo a ser obtido o comportamento estrutural desejado. Neste caso os parâmetros sujeitos a ajuste serão de natureza física, por exemplo, módulo de elasticidade de um determinado betão. Esta ferramenta torna-se particularmente útil no caso em que são utilizados materiais compósitos em que algumas das suas propriedades físicas não vêm descritas de fábrica.

No caso da deteção de dano, o processo confronta o comportamento atual da estrutura com o comportamento de referência. Os desvios encontrados nas suas propriedades modais poderão ser interpretados como dano por relação direta com os parâmetros físicos, por exemplo, a medição de um modo de vibração fundamental cuja correspondente frequência regista um valor menor face ao valor de referência, ou seja uma perda de rigidez, sendo esta justificável com uma diminuição do módulo de elasticidade do material, o que indica, por exemplo, microfissuração do betão. Assim, este processo assume-se como uma excelente ferramenta em programas de monitorização de estruturas e controlo de eficiência.

### 2.2.1. ANÁLISE EXPERIMENTAL DE ESTRUTURAS NO ÂMBITO DA ENGENHARIA CIVIL

A identificação experimental dos principais parâmetros modais de uma estrutura pode ser baseada em dois tipos de ensaios:

- Ensaio de vibração forçada
- Ensaio de vibração ambiental

Os ensaios de vibração forçada caracterizam-se pela medição da resposta da estrutura a uma ação controlada, permitindo a obtenção de Funções de Resposta em Frequência (FRFs), funções estas que relacionam, no domínio da frequência, a resposta da estrutura com a solicitação.

As pontes, no âmbito da engenharia civil e mais concretamente desta tese, são o tipo de estruturas que se pretende estudar com maior ênfase. Sendo estas, estruturas de grande porte, e cujos ensaios não devem interromper o seu funcionamento habitual, devido aos inconvenientes que medidas de encerramento provisório das mesmas ao tráfego, poderiam causar, surgiu a necessidade de se estabelecerem ensaios que não perturbassem o seu habitual funcionamento e que fossem de fácil aplicação em estruturas de grande porte.

Em resposta a estes requisitos surgem os ensaios de vibração ambiental. Estes ensaios são extremamente práticos e económicos quando comparados com qualquer outro tipo de ensaio dinâmico, e como permitem a identificação dos parâmetros modais de estruturas de grande porte de forma muito precisa e sem qualquer perturbação do normal funcionamento das mesmas, tornou-se facilmente numa metodologia de ensaio dinâmico muito popular. A sua aplicabilidade surge nas etapas após a conclusão da obra, constituindo uma importante ferramenta em diversas áreas e processos, como demonstra o esquema que se segue.



Fig.2.1 – Aplicabilidade dos resultados obtidos via ensaio de vibração ambiental

Aplicações como o ajuste de modelos de numéricos fazem dos ensaios de vibração ambiental uma importante ferramenta. A reabilitação estrutural é um campo de análise que muito ganha com a sua realização permitindo de forma realista e atualizada prever, por exemplo, possíveis medidas de reforço. No contexto de programas de inspeção da integridade e segurança estrutural, esta ferramenta permite determinar o atual estado da estrutura. Para além disso, estes ensaios fornecem informação que pode ser usada para a criação e ajuste de dispositivos de controlo de vibrações, e no âmbito da monitorização dinâmica estrutural, permitem criar um base de dados sobre o comportamento íntegro da estrutura, isto é, estabelecer as propriedades dinâmicas caracterizadoras do estado não danificado da mesma, à data do primeiro ensaio, sendo assim possível a sua integração em programas contínuos de deteção de dano.

No entanto, embora esta metodologia de ensaio já esteja implementada desde há vários anos, existem ainda algumas condicionantes que necessitam de ser ultrapassadas. Exemplo disto é a necessidade de desenvolver e melhorar a aplicabilidade dos recentes algoritmos de identificação paramétrica que somente há poucos anos começaram a ser utilizados em procedimentos de engenharia civil. No entanto, o constante desenvolvimento destas técnicas tem tornado possível a fácil obtenção de grandes quantidades de resultados experimentais, que necessita porém de meios eficientes de processamento.

#### 2.2.1.1. Procedimento experimental

Os ensaios de vibração ambiental assentam em procedimentos bastante simples. A resposta de uma estrutura às condições ambientais impostas é obtida por um ou mais sensores de referência, que em conjunto com um grupo de sensores móveis são colocados em diferentes pontos ao longo da estrutura em sucessivos "setups". O número de pontos de medição depende diretamente das configurações modais determinadas pelo modelo de elementos finitos preliminar, sendo que o mínimo admissível será aquele que conseguir traduzir, de forma representativa, a forma das configurações modais referidas. No entanto, são as configurações modais estimadas que influenciam a melhor localização dos sensores de referência.

#### 2.2.1.2. Equipamento experimental

Os sensores que melhor respondem às condicionantes dos ensaios de vibração ambiental, são os acelerómetros "force-balance". As frequências naturais das estruturas de engenharia civil, são caracterizadas por frequências relativamente baixas, e a sua identificação, sem recorrer a excitação artificial, exige a utilização de sensores muito sensíveis. Por gerarem muito pouco ruído e sendo este tipo de sensores, sensíveis a frequências muito baixas e concebidos para serem praticamente insensíveis a valores elevados das mesmas, faz com que se tornem muito eficientes.

Tradicionalmente, estes sensores geram um sinal elétrico contínuo que é transportado por cabos elétricos até um sistema central de aquisição, onde é convertido em sequências discretas de números através de um ou mais conversores do tipo analógico-digital ("analog-to-digital"), sendo agora passível de ser processado por qualquer computador.

No entanto, um tipo de sensor alternativo tem vindo a ser intensamente utilizado. Estes sensores têm como vantagem não necessitarem de quaisquer cabos elétricos, minimizando assim o trabalho de execução e planeamento do ensaio.

Estes equipamentos são constituídos por um acelerómetro "force-balance", interior ou exterior, muito sensível, um conversor analógico-digital ("analog-to-digital") de 18 ou 24 bit garantindo assim uma grande sensibilidade, uma bateria recarregável com autonomia para um dia de testes, um cartão de memória "Compact Flash", onde são memorizadas as series temporais de acelerações, permitindo o descarregamento rápido dos dados adquiridos, e finalmente um GPS externo ("Global Position System") que garante uma análise do tempo precisa, de modo a que várias unidades possam trabalhar de forma independente e sincronizada.

No início do ensaio, o equipamento é programado para memorizar um determinado número de séries temporais (igual ao número de "setups" considerados) de comprimento e intervalo entre aquisições determinados. Durante o ensaio, o intervalo entre aquisições sucessivas é usado para a mudança de posição dos sensores móveis. No fim do ensaio, os ficheiros armazenados no cartão de memória (um por sensor e "setup") são transferidos para um computador e depois convertidos para ficheiros ASCII, estando prontos a ser processados por qualquer computador.



Fig. 2.2 – Equipamento para ensaio de vibração ambiental com recurso a sistema central de aquisição (Wenzel and Pichler 2005)



Fig. 2.3 – Sismógrafo com sensor triaxial GEOSIG ([www.geosig.com](http://www.geosig.com))

### 2.2.2. DIFICULDADES DE IMPLEMENTAÇÃO

Pode considerar-se que a principal vantagem da integração de resultados experimentais no processo de construção de modelos numéricos reside no facto de conduzir a um modelo mais próximo da realidade. No entanto, para que tal seja possível, torna-se inevitável a necessidade de mais informação. Assim, torna-se fundamental que procedimentos para a obtenção de resultados via experimental sejam rotinados, tornando-os de fácil acessibilidade para que a capacidade de simulação do comportamento dinâmico de estruturas seja melhorada.

No entanto, existem diversos obstáculos que necessitam de ser ultrapassados para que os métodos de análise experimental, possam ser tidos como uma técnica "standard" na análise de estruturas. Muitos desses obstáculos apoiam-se no facto de a análise numérica e análise experimental, serem ainda hoje, procedimentos totalmente distintos, utilizados em locais distintos, por especialistas e "softwares" distintos.

Assim, medidas como a criação de "interfaces" que compreendessem as necessidades da análise experimental e numérica numa só plataforma, ou que, em alternativa, permitissem a ligação entre ambas de forma a tornar os procedimentos de importação e exportação de dados numa ferramenta expedita, em muito contribuiriam para ultrapassar os obstáculos referidos.

Em alternativa à proposta anterior, a criação de interfaces base, com uma linguagem fácil e procedimentos base comuns, ainda que em "softwares" diferentes, permitiria que um utilizador familiarizado com um determinado "software", facilmente conseguisse iniciar o trabalho noutra, já que apenas o tipo de análise seria diferente mas a plataforma de cálculo seria idêntica.

Atualmente, constata-se, que por um lado é notório o crescente despertar dos analistas para a afirmação da análise experimental e confrontação de resultados, como complemento às análises numéricas, levando à conseqüente melhoria dos seus resultados. Por outro, novas aplicações para os resultados experimentais, e ferramentas que visam adaptar os seus procedimentos para que me melhor acomodem as necessidades dos analistas, têm vindo a ser desenvolvidas. O que indica, claramente, o aproximar de dois campos de análise perfeitamente colineares que até aqui se mantinham totalmente afastados.

Uma das ferramentas computacionais que contribui para os procedimentos aqui descritos é o "software", FEMtools DDS ("Dynamic Design Solutions"), que será introduzido no decorrer desta tese.



## **2.3. CORRELAÇÃO ENTRE RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS**

### **2.3.1. INTRODUÇÃO**

Os métodos de análise modal experimental (EMA) e numérica (FEA), disponíveis atualmente, permitem determinar um conjunto de parâmetros modais (frequências de ressonância, amortecimento, modos de vibração, etc.) que permitem caracterizar o comportamento dinâmico linear de uma estrutura.

Teoricamente, ambas as técnicas deveriam conduzir a resultados idênticos, o que, na prática, raramente acontece, tornando-se necessário quantificar e qualificar esses desvios.

A análise de correlação surge em resposta a essas necessidades, assumindo-se como uma ferramenta versátil, capaz de caracterizar esses desvios, tornando-se particularmente útil na identificação de parâmetros e/ou zonas causadoras das maiores discrepâncias entre a resposta de uma dada estrutura, obtida numérica e experimentalmente.

Primeiramente, antes da realização de uma análise de correlação numérica e determinação de índices de correlação, é importante proceder a uma comparação entre as frequências obtidas experimentalmente e as previstas pelo modelo numérico, tentando perceber se são coerentes e rapidamente relacionar os desvios detectados com parâmetros físicos que os possam justificar. Assim, estamos também a realizar uma análise de correlação, só que de uma forma manual, mas no entanto, eficaz.

No âmbito da dinâmica estrutural, será debatida a aplicação destas técnicas de correlação entre parâmetros modais.

### **2.3.2 PREPARAÇÃO DE DADOS**

As atuais técnicas de correlação de dados assentam em metodologias de análise que pretendem correlacionar dois conjuntos de dados de origens distintas, assim, torna-se necessário garantir que os resultados desse processo são representativos. Para tal, consideram-se três razões fundamentais para o insucesso que, se ultrapassadas, garantem uma boa base para comparação de resultados:

- Diferente ordenação dos modos de vibração numéricos e experimentais
- Existência de modos experimentais de vibração complexos
- Dados experimentais insuficientes

A diferente ordenação dos modos de vibração obtidos numericamente face aos determinados via experimental pode ser justificada por dois fatores, aproximações e simplificações no processo de modelação numérica e pela não identificação de determinados modos de vibração, justificada pela má consideração da localização dos sensores de medição, podendo ser ordenados corretamente através de uma simples inspeção visual ou através de procedimentos automáticos, como o uso do índice MAC ("Modal Assurance Criterion") que será descrito mais adiante.

No que respeita ao segundo ponto, duas medidas de mitigação são propostas em função do amortecimento da estrutura, estando este diretamente relacionado com a origem do problema. Como não é habitual a consideração do amortecimento em processos de modelação numérica, todos os modos de vibração que dela resultam são sempre reais. No entanto, como seria de esperar, pelo facto de a estrutura ser amortecida, o mesmo não acontece experimentalmente. Assim, a comparação de dados numéricos de uma estrutura sem amortecimento, com os de uma estrutura cujo amortecimento é desconhecido, assume-se bastante difícil. A conversão das configurações modais complexas em reais surge como solução, sendo a forma mais simples de o conseguir, multiplicando a norma de cada componente modal pelo sinal do cosseno do ângulo da sua fase. No entanto, esta técnica só se mostra eficiente, em estruturas fracamente amortecidas, onde o ângulo de fase se aproxima de  $0^\circ$  ou  $180^\circ$ .

Como a grande maioria das estruturas de engenharia civil são pouco amortecidas, este procedimento assume-se bastante adequado. Para as restantes estruturas, cujo amortecimento se assuma de valor considerável, surge um procedimento que assenta numa conversão no domínio dos números complexos, descrito em (Niebdal 1984).

Finalmente, no que toca à insuficiência de dados experimentais, é sabido que a resposta de uma estrutura a esse tipo de ensaios, é medida num número limitado de localizações, sobre um determinado leque de frequências, o que resulta numa quantidade de modos de vibração reduzida, em relação ao previsto numericamente. Assim, torna-se necessário reduzir o modelo numérico para que toda a informação não detetada experimentalmente seja eliminada, ou, em alternativa, expandir os dados resultantes do ensaio experimental, de forma a estimar aqueles localizados em pontos em que não houve medição. Estas medidas são, respetivamente, a base de duas metodologias que serão debatidas em seguida:

- Redução Modal
- Expansão Modal

#### 2.3.2.1. Redução Modal

Como referido, uma das formas para tornar os resultados numéricos e experimentais comparáveis é procedendo à redução do número de graus de liberdade do modelo numérico. Para tal, são utilizados atualmente quatro metodologias:

- Redução de Guyan ou estática ("Guyan or Static Reduction")
- Redução dinâmica ("Dynamic Reduction")
- Sistema de redução melhorado ("Improved Reduction System")
- SEREP ("System Equivalent Reduction Expansion Process")

No entanto, para a quase totalidade dos critérios de correlação existentes (MAC, COMAC, etc.), os graus de liberdade sem correspondência experimental são simplesmente ignorados. Assim, a descrição destas técnicas mostra-se pouco importante por não serem úteis no âmbito desta tese.

Em seguida, apresenta-se um esquema elucidativo do conceito base da redução do modelo numérico.

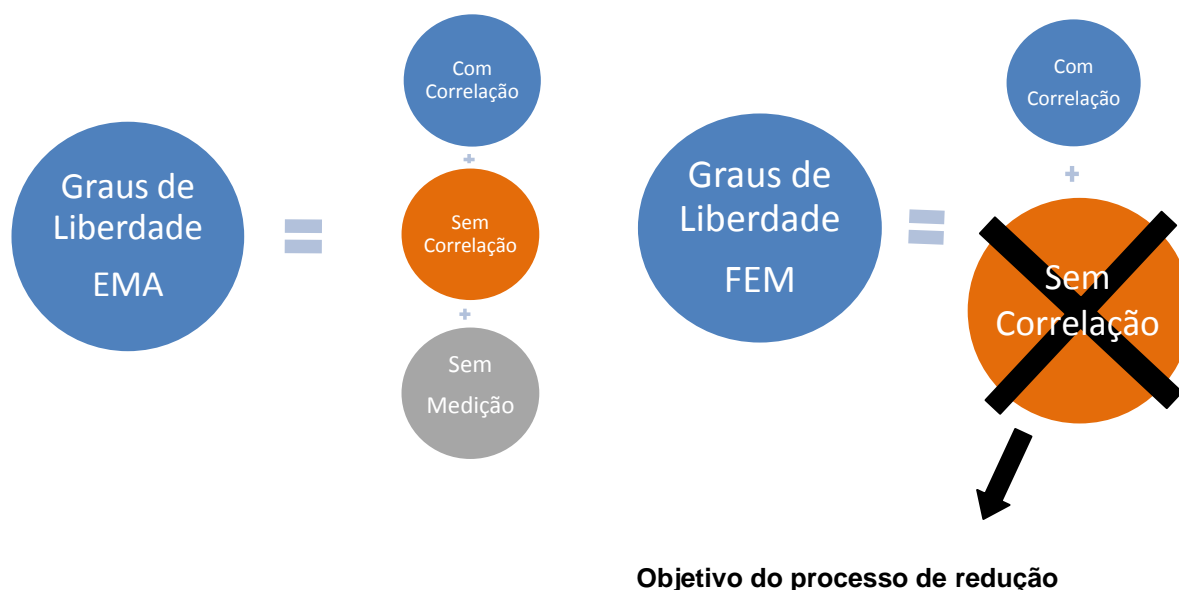


Fig.2.4 – Redução do modelo numérico

Como se pode observar, o processo elimina os graus de liberdade do modelo numérico (FEM) sem correspondência experimental (EMA), de modo a se equivalerem em quantidade com os presentes no ensaio experimental.

#### 2.3.2.2. Expansão Modal

A expansão modal é uma técnica que acrescenta deslocamentos modais aos resultados do ensaio experimental, para os graus de liberdade não medidos. Este procedimento poderá ser realizado recorrendo às matrizes de massa e rigidez, ou através do uso de parâmetros modais.

O facto de várias técnicas de correlação e localização de erro necessitarem da expansão dos resultados experimentais faz com que a eficiente aplicação desta técnica seja de grande importância.

Tal como na metodologia descrita anteriormente, apresenta-se em seguida um esquema representativo do conceito base da expansão de resultados experimentais.

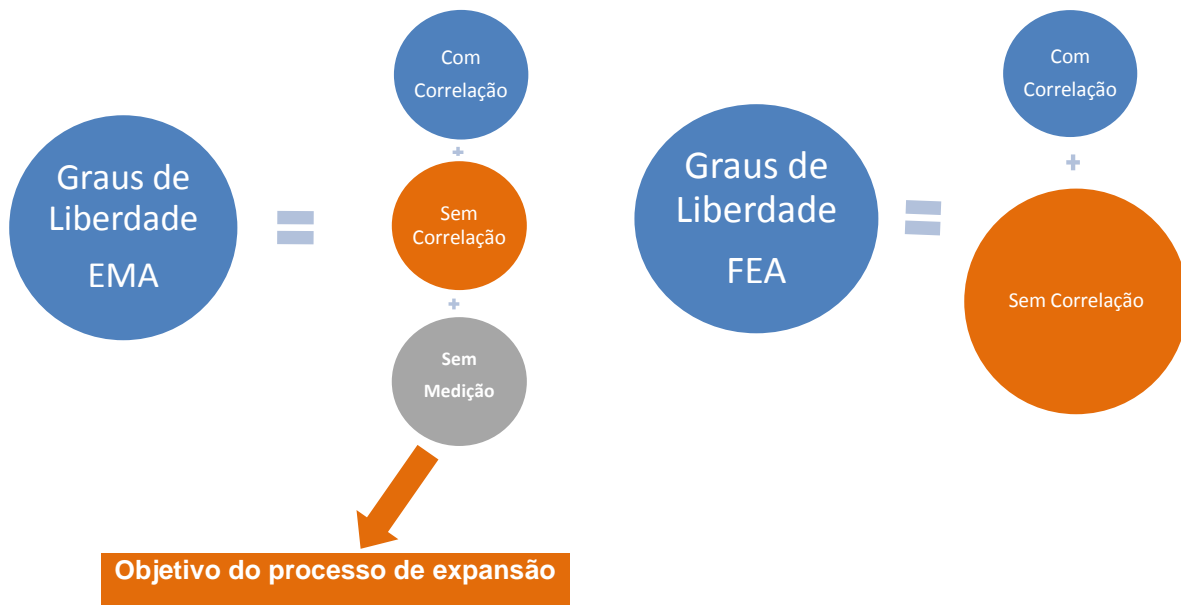


Fig.2.5 – Expansão de resultados experimentais

Como se pode observar, o processo incide sobre os graus de liberdade sem medição no decorrer do ensaio (EMA), ou seja, não solicitados via experimental, no intuito de os tornar passíveis de serem inseridos como "sem correlação" e passíveis de correlação com os restantes numéricos.

No entanto, esta metodologia deve ser aplicada com bastante atenção, já que os seus resultados são diretamente dependentes da representatividade dos modos de vibração detetados experimentalmente e analiticamente, sendo assim, bastante difícil, prever a precisão dos modos de vibração resultante da referida expansão. Sendo que essa precisão, em muito depende da quantidade de modos a expandir, face aos restantes modos experimentais. Assim, a sua aplicação, deve ser apenas ponderada, quando a necessidade de utilização de técnicas de correlação e deteção de dano, dependentes da referida expansão, seja incontornável.

Após a apresentação das medidas mais importantes na preparação de dados para análise de correlação, tal como referido em 2.3.1, será debatida em seguida, a aplicação de técnicas de correlação entre parâmetros modais.

### 2.3.3. CORRELAÇÃO ENTRE PARÂMETROS MODAIS

Do ponto de vista da engenharia civil, a comparação entre modos de vibração, assume-se como a mais capaz de contribuir para o ajuste de modelos numéricos, sendo possível considerar-se os diferentes níveis de correlação:

- Inspeção visual
- Correlação numérica global
- Correlação numérica local
- Correlação através de coeficientes de correlação ("Correlation Coefficients"- CC)

#### 2.3.3.1 Inspeção visual

A inspeção visual baseia-se na comparação visual das configurações modais numéricas e experimentais, tendo por objetivo estabelecer correspondência entre ambas. Através da comparação das configurações modais dos diversos modos de vibração, são facilmente detetáveis erros de ordenação ou mesmo modos de vibração numéricos não detetados experimentalmente. A eficiência desta análise visual pode ser melhorada através do uso de "softwares" com grande capacidade de computação gráfica, nomeadamente a possibilidade de sobreposição animada das configurações modais.

Embora muito eficaz e apelativa visualmente, esta técnica tem como principal desvantagem ser bastante morosa.

#### 2.3.3.2. Correlação numérica global

O objetivo principal das técnicas numéricas de correlação global de configurações modais, numéricas e experimentais, é analisar automaticamente todas as possibilidades de correspondência entre as mesmas, expressando de forma quantitativa, o nível de correlação alcançado para cada par de configurações modais. Para tal, existem duas ferramentas perfeitamente implementadas, o índice MAC ("Modal Assurance Criterion") e a ortogonalização dos modos de vibração ("Eigenvector Orthogonality Criterion" - EVO). O índice MAC será descrito de seguida por se considerar mais simples e eficaz no âmbito das estruturas analisadas ao longo desta tese.

MAC ("MODAL ASSURANCE CRITERION")

O índice MAC entre o modo experimental  $\Psi_e$  e o modo numérico  $\Psi_a$  é dado pela seguinte expressão:

$$MAC_{j,k} = \frac{(\Psi_e^T \cdot \Psi_a)^2}{(\Psi_e^T \cdot \Psi_e) \cdot (\Psi_a^T \cdot \Psi_a)} \quad (2.1)$$

O índice assume valores entre zero e um, sendo que quanto maior for o seu valor, melhor será a correspondência entre o modo experimental  $\Psi_e$  e numérico  $\Psi_a$ . Índice MAC igual a 1, corresponde a uma correlação perfeita ou modos de vibração idênticos. Por outro lado, se for igual a 0, significará que o modo numérico correspondente, não foi identificado pela via experimental.

Os valores dos vários índices MAC podem ser apresentados segundo uma matriz, onde o eixo das abcissas representa os modos numéricos, o eixo das ordenadas, os modos experimentais, ou vice-versa, enquanto que segundo o eixo das cotas, se estabelecem os respectivos valores MAC.

Quando a diagonal da referida matriz, for toda aproximadamente igual à unidade, e nulos os restantes valores, significa que a ordem dos modos experimentais está correta em relação aos correspondentes modos numéricos.

A matriz MAC é muito utilizada não só no cálculo da correspondência entre modos de vibração, mas também na determinação ótima da localização de sensores de medição.

### 2.3.3.3. Correlação numérica local

A correlação numérica local analisa as diferenças espaciais entre os modos de vibração experimentais e numéricos, isto é, para além de analisar as configurações modais dos vários modos de vibração, quantifica as diferenças entre ambas.

Alguns métodos tentam identificar erros de modelação nas matrizes de massa e rigidez através dessas diferenças, assim, esta técnica é muitas vezes denominada como técnica de deteção e localização de dano. Os resultados servem de guia para a escolha de parâmetros para a análise de sensibilidade e ajuste de modelos numéricos.

Podem ser considerados os quatro métodos de análise local que se seguem:

- CMD ("Correlated Mode Shape Differences")
- COMAC ("Coordinate Modal Assurance Criterion")
- CORTHOG ("Coordinate Orthogonality Check")
- MFR ("Modal Force Residues")

O índice COMAC por se revelar o mais promissor em aplicações de engenharia civil será descrito em mais pormenor.

*COMAC ("Coordinate Modal Assurance Criterion")*

Este índice quantifica as disparidades associadas a um determinado grau de liberdade, considerando todos os modos comparáveis. Para um grau de liberdade genérico  $i$ , este índice é calculado através da seguinte expressão.

$$COMAC(i) = \frac{\left(\sum_{j=1}^{m_s} \Psi_j^i \cdot \Psi_j^i\right)^2}{\sum_{j=1}^{m_s} (\Psi_j^i)^2 \cdot \sum_{j=1}^{m_s} (\Psi_j^i)^2} \quad (2.2)$$

$m_s$  representa o número de modos comparáveis e  $\Psi_j^i$  representa a componente modal do modo  $j$  associada ao grau de liberdade  $i$ .

Este índice permite detetar as zonas do modelo numérico em que as diferenças em relação aos valores experimentais são mais relevantes, constituindo uma forma de localização de zonas danificadas ou deficientemente modeladas.

Tal como o índice MAC, o COMAC, é de fácil computação, não necessitando de qualquer análise das matrizes de massa e rigidez.

Por outro lado, é necessário que os modos de vibração a estudar estejam devidamente escalados, ordenados e em correta correspondência entre numéricos e experimentais.

#### 2.3.3.4. Correlação através de coeficientes de correlação

A análise de correlação entre modos de vibração é passível de ser realizada com recurso a coeficientes de correlação. Estes podem ter por base desvios nos parâmetros modais escolhidos como resposta, resultados após análises de correlação global (MAC), ou outro tipo de respostas, como a massa da estrutura. Em seguida, apresentam-se alguns dos coeficientes de correlação mais utilizados, em que  $C_{R_i}$  é uma quantidade de ponderação do erro previsível, para o tipo de resposta selecionada.

CCMEAN ("WEIGHTED RELATIVE DIFFERENCE") - FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA

$$CC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_{Ri} \frac{\Delta f_i}{f_i} \quad (2.3)$$

CCABS ("WEIGHTED ABSOLUTE RELATIVE DIFFERENCE") - FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA

$$CC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_{Ri} \frac{|\Delta f_i|}{f_i} \quad (2.4)$$

$f_i$  é a  $i$ -ésima frequência de ressonância

$\Delta f_i$  é a diferença entre a  $i$ -ésima frequência de ressonância experimental e teórica

$N$  é o número total de frequências analisadas

MACMEAN ("AVERAGE MAC VALUE") - ÍNDICES MAC

$$CC = 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M C_{Ri} \cdot MAC_i \quad (2.5)$$

Estabelece a margem ou folga média dos índices MAC para cada par de modos de vibração ao longo das  $M$  frequências de ressonância escolhidas como resposta.



# 3

## AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

### 3.1. INTRODUÇÃO

No cotidiano de um engenheiro de estruturas surgem novos desafios para além da análise e dimensionamento de novas estruturas. Estes desafios passam largamente pela avaliação de estruturas já existentes, sendo que o método dos elementos finitos estabelece-se como uma ferramenta matemática capaz de satisfazer ambos os requisitos.

Com o objetivo de determinar o comportamento de uma estrutura sob determinadas condições, sejam elas estáticas, dinâmicas, térmicas ou qualquer outro tipo de solicitação, os engenheiros, hoje em dia, apoiam-se em modelo numéricos para simular o seu comportamento real. O método dos elementos finitos devido à sua versatilidade, flexibilidade e precisão tem vindo a tornar-se num dos mais eficazes e populares métodos de simulação numérica.

No entanto, mesmo quando se pretende criar modelos de elementos finitos muito precisos, o resultado é sempre uma aproximação da realidade. O desafio do engenheiro é simplificar essa realidade, criando modelos aproximados, que ainda assim, permitam simular suficientemente bem a estrutura em análise.

Durante o processo de modelação, o engenheiro depara-se com incertezas sobre como modelar corretamente a geometria, as propriedades do material, ou mesmo as condições de fronteira. Como é sabido, a aproximação tende a contribuir para incertezas. Mas, mesmo quando um modelo de elementos finitos foi criado para produzir resultados muito precisos, nunca podemos ter a certeza da sua eficiência até que os resultados sejam validados experimentalmente, isto é, até que comparados com os obtidos pela via experimental.

Assim surge o propósito do ajuste de modelos de elementos finitos. Estudar como alterações no valor dos parâmetros de "design" da estrutura, influenciam o seu comportamento dinâmico, e de que forma uma função de erro, que justifique diferenças no comportamento numérico face ao real, pode ser minorada, sendo que a melhor maneira para o conseguir, assenta numa contínua atualização e validação do modelo, em torno da sua massa, rigidez e amortecimento, através de dados experimentais, dinâmicos ou estáticos. Finalmente, excluídos todos os possíveis erros de modelação, assume-se o modelo computacional como validado, atualizável e capaz de representar o comportamento estrutural detetado experimentalmente.

### 3.2. TIPOS DE AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS COM BASE EM RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Com a evolução tecnológica e devido ao grande desenvolvimento da informática e das técnicas computacionais, a simulação do comportamento dinâmico de estruturas, apresenta-se como extremamente atrativo do ponto de vista econômico (tempo computacional), tendo-se estabelecido como um procedimento chave.

No entanto, os resultados obtidos experimentalmente ainda que concordantes, apresentam por norma desvios consideráveis quando comparados com os previstos numericamente. Três motivos fundamentais podem ser considerados para justificar estes desvios: erros de modelação, erros nos parâmetros do modelo e erros na ordem do modelo.

Os erros de modelação ocorrem fundamentalmente devido a simplificações consideradas com vista a diminuir o grau de complexidade do modelo.

Os erros nos parâmetros do modelo ocorrem devido ao facto de alguns dos valores dos parâmetros físicos da estrutura não serem conhecidos.

Finalmente, os erros na ordem do modelo surgem na discretização de sistemas estruturais complexos em elementos finitos e que podem resultar em modelos de ordem insuficiente, por exemplo, a discretização de uma laje de geometria complexa.

Medidas de mitigação dos erros na ordem do modelo, passam pela consideração de um método adaptativo que controle o erro na discretização da estrutura aumentando o número de graus de liberdade nas zonas onde o refinamento da malha se pensa poder ser inadequado.

Assim, as rotinas de ajuste no contexto geral, procuram encontrar o conjunto de parâmetros do modelo matemático que minimizem as diferenças entre os dados medidos e os obtidos por modelos numéricos, ou, do ponto de vista estatístico, procuram os valores mais prováveis dos parâmetros do modelo.

O ajuste de modelos de elementos finitos pode ser abordado de três formas distintas:

- Métodos diretos baseados em parâmetros modais
- Métodos indiretos baseados em parâmetros modais
- Métodos baseados em funções de resposta em frequência

Os métodos diretos têm por base um ajuste direto das matrizes de massa e/ou de rigidez, enquanto que os restantes são técnicas iterativas de estimação de parâmetros.

Uma revisão dos artigos fornecendo uma visão geral das técnicas de ajuste pode ser encontrado nos trabalhos de Ibrahim & Saafan (1987), Heylen & Sas (1987), Imregun & Visser (1991) e Fiswell & Mottershead (1995).

## 3.2.1. MÉTODOS DIRETOS BASEADOS EM PARÂMETROS MODAIS

Os métodos diretos, baseados em parâmetros modais, fazem o ajuste de modelos de elementos finitos com base na comparação das frequências naturais e das configurações modais numéricas com as experimentais, através de perturbações nas matrizes de massa e/ou rigidez.

Baruch & Bar-Itzhack (1978), introduz a base sobre a qual se fundamentam os métodos diretos de ajuste de modelos numéricos. A matriz de massa numérica é considerada correta, assim, os modos medidos são corrigidos de forma a serem ortogonais à referida matriz; a matriz de rigidez será ajustada minimizando a norma Euclidiana de uma matriz erro. Os multiplicadores de Lagrange são utilizados para forçar a satisfação da equação dinâmica e a simetria das matrizes de massa e rigidez.

Berman & Nagy (1983), usaram um método similar ao de Baruch. Neste caso, os dados medidos são tomados como referência e as matrizes de massa e rigidez serão ajustadas. A matriz de massa é ajustada para garantir a ortogonalidade dos modos medidos e a matriz de rigidez é calculada usando a mesma equação que Baruch, mas com a matriz de massa ajustada.

Desenvolvimentos recentes concluem que, de forma direta e apenas através de um ensaio experimental, é possível obter modos normalizados em relação à matriz de massa. No entanto estes procedimentos não são de fácil realização em estruturas de grande porte.

Na tabela que se segue são apresentadas as principais vantagens e desvantagens deste método.

Tabela 3.1 – Vantagens e desvantagens do método direto baseado em parâmetros modais

Conceito Base	Ajuste com base na comparação das frequências naturais e das configurações modais experimentais com as numéricas através de perturbações nas matrizes de massa e/ou rigidez.
Vantagens	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ajuste muito preciso.</li> <li>• O modelo ajustado reproduz exatamente os dados recolhidos experimentalmente.</li> <li>• Não requer quaisquer iterações.</li> <li>• Não necessita de processos de computação complexos.</li> </ul>
Desvantagens	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Necessidade de redução do modelo numérico ou expansão do experimental devido ao número de graus de liberdade do modelo de elementos finitos ser muito superior aos instrumentados.</li> <li>• Requerem modelação e ensaio de qualidade muito alta.</li> <li>• Matrizes do modelo ajustado desprovidas de qualquer significado físico.</li> <li>• Difícil controlo de resultados por alterações introduzidas não serem relacionáveis com parâmetros estruturais.</li> </ul>

### 3.2.2. MÉTODOS INDIRETOS BASEADOS EM PARÂMETROS MODAIS

O objetivo de qualquer método indireto de ajuste de modelos de elementos finitos com base em parâmetros modais é reduzir os desvios entre estes e os previstos numericamente.

Define-se como função objetivo a correlação entre dados experimentais e numéricos. No entanto, como os parâmetros ajustados não se relacionam linearmente com os parâmetros modais, o processo de ajuste assume um caráter iterativo, tornando necessária a utilização de algoritmos de otimização de problemas não lineares.

Uma das grandes vantagens destes métodos prende-se com o facto de permitirem uma grande variedade de parâmetros a serem atualizados, podendo até serem ponderados através da atribuição de pesos, isto é, serem considerados com maior ou menor prioridade no processo de ajuste. No entanto, na sua principal vantagem, reside também uma importante contrapartida, já que a ponderação dos pesos está totalmente dependente da sensibilidade do analista, tirando assim alguma precisão ao processo.

Na tabela que se segue são apresentadas as principais vantagens e desvantagens deste método.

Tabela 3.2 – Vantagens e desvantagens do método indireto baseado em parâmetros modais

Conceito Base	Ajuste com base na comparação e mitigação dos desvios das frequências naturais e das configurações modais experimentais com as numéricas através de perturbações em parâmetros estruturais selecionados pelo analista.
Vantagens	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ajustes resultantes são facilmente controláveis devido ao seu significado físico bem definido.</li><li>• Possibilidade de atribuir pesos ao enorme leque de parâmetros disponíveis para ajuste.</li></ul>
Desvantagens	<ul style="list-style-type: none"><li>• Processo de caráter iterativo que tem como consequência a necessidade de utilização de algoritmos de otimização de problemas não lineares já que os parâmetros ajustados não se relacionam linearmente com os parâmetros modais.</li><li>• Atribuição de pesos aos parâmetros selecionados para ajuste depende diretamente da sensibilidade do analista.</li></ul>

### 3.2.3. MÉTODOS BASEADOS EM FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Os métodos descritos até agora fazem uso apenas de parâmetros modais (frequências naturais e modos de vibração). Em alternativa, quando são realizados ensaios de vibração forçada, podem ser usadas as FRF como resultados experimentais, neste caso a extração dos parâmetros modais não é requerida, sendo as FRFs usadas diretamente no processo de ajuste.

Estas técnicas têm a vantagem de cada FRF, conter mais informação dos modos dentro e fora da faixa de frequências fundamentais. No entanto, para uma boa correspondência entre as FRF obtidas experimentalmente e as previstas analiticamente, o amortecimento tem que ser incluído no modelo de elementos finitos. No entanto, sendo o amortecimento da estrutura um parâmetro de difícil modelação, torna-se necessária a adoção de simplificações como a consideração do amortecimento proporcional.

Na tabela que se segue são apresentadas as principais vantagens e desvantagens deste método.

Tabela 3.3 - Vantagens e desvantagens do método baseado em funções de resposta em frequência (FRFs)

Conceito Base	Ajuste com base na comparação das FRF obtidas experimental com as FRF obtidas numericamente.
Vantagens	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Não necessita de nenhum algoritmo de identificação dos parâmetros modais da estrutura, sendo as FRF usadas diretamente para o ajuste.</li> <li>• Maior quantidade de informação sobre o comportamento dinâmico da estrutura ao longo de todo o espectro de frequências.</li> </ul>
Desvantagens	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo computacional excessivo.</li> <li>• Consideração do amortecimento da estrutura no modelo numérico é fundamental para a correlação entre FRF obtidas experimentalmente e FRF obtidas numericamente.</li> <li>• Método pouco viável no âmbito da engenharia civil já que obriga a uma excitação artificial e controlada da estrutura, o que acarreta custos operacionais elevados.</li> </ul>

## 3.3. APLICABILIDADE DO AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS BASEADOS EM RESULTADOS EXPERIMENTAIS EM ESTRUTURAS DE ENGENHARIA CIVIL

### 3.3.1. AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS BASEADO EM RESULTADOS EXPERIMENTAIS EM ESTRUTURAS DE ENGENHARIA CIVIL

No contexto da engenharia civil, o ajuste de modelos de elementos finitos com base em resultados experimentais mostra-se útil a dois níveis distintos, ao nível do projeto de novas estruturas e ao nível da reabilitação de estrutura existentes.

Ao nível do projeto, após a conclusão da obra e realizados ensaios de vibração, torna-se possível a validação e correção das hipóteses estabelecidas em projeto. O ajuste do modelo aos resultados experimentais do ensaio de vibração, após concluída a obra, resulta na determinação de uma simulação do comportamento íntegro da estrutura, constituindo uma base de atualização após novos ensaios de vibração, assumindo-se assim como uma ferramenta de grande valor no quadro de monitorização contínua de estruturas. Resta acrescentar, que as diferenças detetadas no comportamento da mesma após novos ensaios, corresponderão a degradações que terá vindo a sofrer, no período que decorreu entre ensaios, desde que as condições ambientais sejam relativamente idênticas. Assim, torna-se viável assumir o ajuste de modelos de elementos finitos como uma técnica de deteção de dano. Resta referir que combinadas as metodologias de monitorização de estruturas, deteção de dano e fadiga é possível determinar o tempo de vida útil da mesma sobre determinadas circunstâncias de carregamento.

Ao nível da reabilitação, a utilização desta metodologia torna-se uma etapa chave, já que na consideração de soluções de reforço, estas poderão ser ensaiadas sobre um modelo o mais possível em conformidade com a estrutura real, resultando seguramente na maior eficiência no planeamento de medidas de reabilitação.

Poderá ainda considerar-se muito útil a utilização desta metodologia na fase de receção da obra, já que permitirá ser verificada a coerência entre resultados obtidos e previstos em projeto.

Provada a aplicabilidade dos métodos de ajuste de modelos de elementos finitos à engenharia civil, resta tentar perceber qual o tipo de ajuste que melhor se adaptará às condicionantes das estruturas desta área, mais concretamente, no âmbito desta tese, a pontes e viadutos.

Analisando os quadros resumos 3.1 a 3.3, apresentados no subcapítulo anterior, constata-se que o método direto baseado em parâmetros modais (Tabela 3.1), embora não necessite de qualquer processo iterativo e o ajuste obtido seja muito preciso, o facto dos parâmetros ajustados não serem relacionáveis com parâmetros estruturais, e por isso de difícil controlo, faz com que a aplicabilidade deste método não seja a melhor.

Em relação ao método indireto baseado em parâmetros modais (Tabela 3.2), embora assente em processos iterativos de ajuste, a possibilidade de ponderação dos vários parâmetros através de pesos, e sendo os ajustes resultantes, pelo seu significado físico bem definido, facilmente controláveis, faz com a aplicação deste método se assuma bastante promissora.

Finalmente, o método baseado em funções de resposta em frequência (FRFs) (Tabela 3.3), por necessitar de uma quantidade elevada de cálculo computacional, consideração do amortecimento no modelo numérico, sendo este de difícil modelação, e por fim, de necessitar de uma excitação artificial e controlada da estrutura, correspondendo esta a custos operacionais elevados, faz com que este tipo de ajuste não seja minimamente adequado a estruturas de grande porte.

No entanto, e ainda no âmbito da engenharia civil, no estudo de estruturas de menor porte, por exemplo vigas, lajes ou mesmo pilares, este método poderá ser admitido como uma ferramenta bastante útil, nomeadamente por não necessitar de qualquer algoritmo de determinação dos parâmetros modais da estrutura, fazendo uso direto das funções de resposta em frequência (FRFs) e também pelo facto de, nestes casos, a excitação artificial da estrutura acarretar custos operacionais reduzidos.

Assim, conclui-se que o método indireto baseado em parâmetros modais, também designado por análise de sensibilidade ("Sensitivity-based Updating Algorithms"), por recorrer a matrizes de sensibilidade, é o que demonstra ser mais adequado para aplicações de engenharia civil.

Apresenta-se de seguida um esquema elucidativo dos diferentes processos ao longo do ajuste do modelo pelo método de sensibilidade.

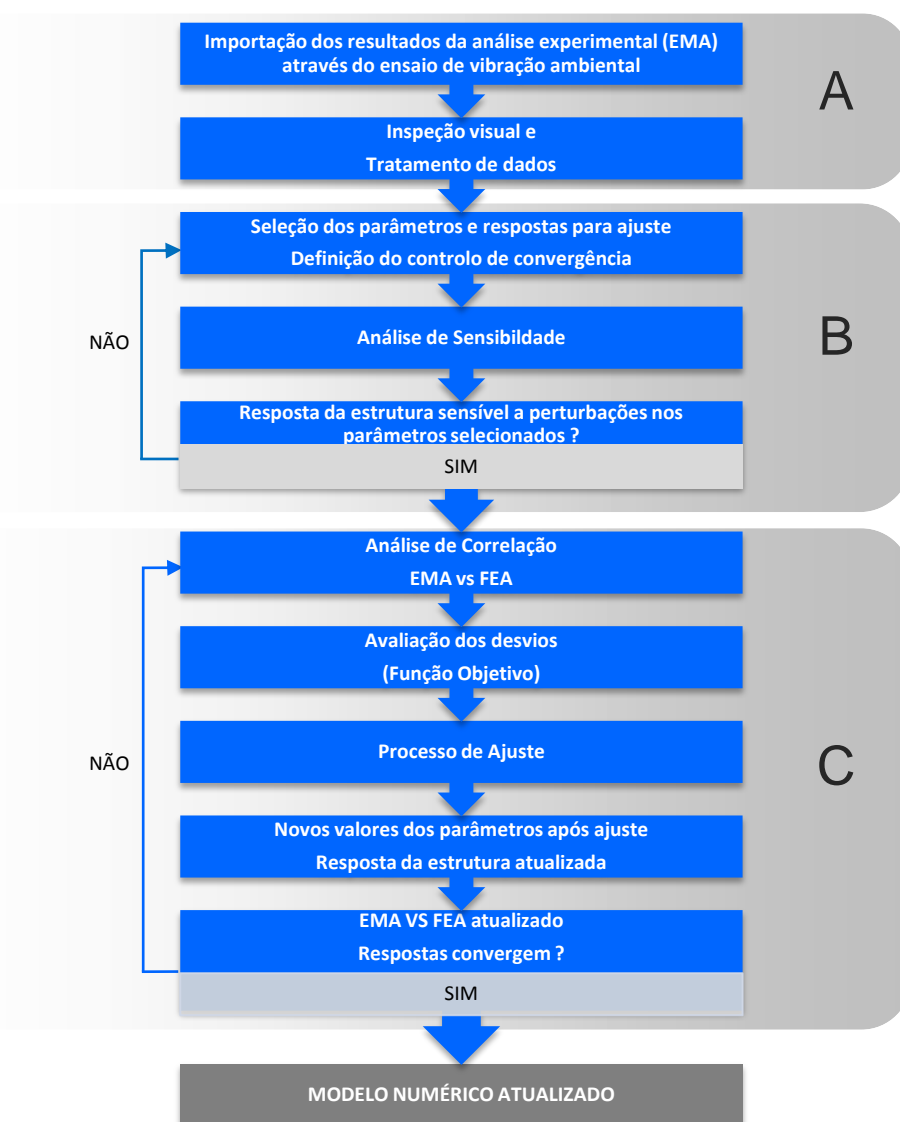


Fig.3.1 - Método indireto baseado em parâmetros modais

No esquema apresentado (Fig. 3.1), é possível identificar três fases distintas A, B e C dentro do processo de ajuste indireto com base em parâmetros modais, respetivamente:

- Importação e tratamento de dados experimentais
- Ciclo de seleção de parâmetros e análise de sensibilidade
- Ciclo de ajuste

Numa parte inicial do esquema são representadas as etapas que dizem respeito à importação dos resultados experimentais e seu tratamento. Os procedimentos de tratamento de dados tendo já sido debatidos no capítulo 2, mais concretamente em 2.3.1 e 2.3.2, não serão abordados novamente, assim como os procedimentos de obtenção de resultados experimentais, descritos previamente na secção 2.2.1. Posteriormente serão apresentados os principais procedimentos que definem as restantes fases do processo de ajuste, os ciclos de seleção de parâmetros e ciclos de ajuste.

### 3.3.2. CICLO DE SELEÇÃO DE PARÂMETROS E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

O método de ajuste indireto baseado em parâmetros modais pode também ser chamado de método de sensibilidade. Esta denominação alternativa advém do facto desta metodologia se apoiar em análises de sensibilidade e correspondentes matrizes, na seleção das respostas e parâmetros sujeitos a ajuste. Assim torna-se necessária a descrição desta fase do processo de ajuste que se estabelece por um processo cíclico de análise de sensibilidade entre os parâmetros selecionados para ajuste e a resposta da estrutura que se pretende ver atualizada.

#### 3.3.2.1. Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade é uma técnica que permite ao analista, através da derivação da resposta da estruturas para parâmetros físicos modelados em elementos finitos, obter uma noção do tipo e localização dos parâmetros que mais influenciam o seu comportamento dinâmico. Estes coeficientes de sensibilidade são dispostos numa matriz de sensibilidade, que analisada, fornece as áreas mais sensíveis e insensíveis da estrutura. Assim, esta ferramenta torna-se muito útil já que permite otimizar o processo de seleção dos parâmetros a ajustar. No entanto, para que o ajuste seja bem condicionado, isto é sem dificuldades de convergência, é necessário que o número de parâmetros seja reduzido, sendo mesmo imperativo que seja inferior ao número de condições estabelecidas.

No caso concreto das estruturas de engenharia civil, como foi dito anteriormente, as frequências de ressonância e as correspondentes configurações modais são as respostas mais usuais a serem consideradas para ajuste. Assim, a análise de sensibilidade, através da seleção de diferentes parâmetros, permite verificar se perturbações nos mesmos alteram a resposta da estrutura, isto é, se a estrutura é suficientemente sensível às modificações desses parâmetros. Assim os coeficientes de sensibilidade poderão ser definidos como a quantidade de modificação de um determinado valor da resposta  $R$  em consequência de um ajuste de um parâmetro  $P$  do modelo.

Este é portanto um processo cíclico, em que se sujeitam as respostas que se pretendem ver atualizadas, a parâmetros que se pensa serem capazes de justificar esses desvios. Caso se confirme a eficiência dos parâmetros selecionados, seguir-se-á o processo iterativo de ajuste, que para além de determinar qual a melhor conjugação potencial, determina o valor mais provável de perturbação que justifique os desvios verificados entre a resposta teórica e experimental da estrutura. Caso contrário, essa conjugação de parâmetros deve ser posta de lado, mesmo que se verifiquem incertezas nos seus valores iniciais, já que baixos valores de sensibilidade tornam o problema mal condicionado, causando dificuldades de convergência ao problema de otimização e tornando a solução mais vulnerável ao ruído presente nos dados experimentais.



### 3.3.3. CICLO DE AJUSTE

O ciclo de ajuste ou processo iterativo de ajuste inicia-se assim que confirmada a eficiência dos parâmetros selecionados no processo de atualização do modelo em torno das respostas consideradas. Selecionados e confirmada a sua eficiência, torna-se necessária a preparação dos resultados experimentais e teóricos que servirão de base para o ajuste. Assim, segue-se a análise de correlação entre EMA e FEA, cujos procedimentos foram previamente descritos no capítulo 2, mais concretamente no subcapítulo 2.3. Diretamente ligada à correlação ou comparação de resultados numéricos e experimentais, surge um conceito que se estabelece como fundamental no processo iterativo: as denominadas Funções Objetivo, que serão descritas em seguida.

#### 3.3.3.1. Função objetivo

Tal como as restantes técnicas de ajuste de modelos de elementos de finitos, o objetivo do método iterativo baseado em parâmetros modais prende-se com o melhoramento da correlação entre dados experimentais e o modelo numérico de simulação, sendo essa correlação estabelecida por uma função objetivo, que quantifica as diferenças entre dados experimentais e numéricos. Esta função é geralmente definida na forma de um problema de mínimos quadrados.

A função objetivo é obtida através da soma dos quadrados das diferenças entre os parâmetros modais alcançados experimentalmente e os resultantes do modelo numérico e pode ser escrita da seguinte forma:

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m [z_j(\theta) - \tilde{z}_j]^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m r_j(\theta)^2 = \frac{1}{2} \|r(\theta)\|^2 \quad (3.1)$$

Os elementos  $z_j(\theta)$  são quantidades que resultam do modelo numérico, que dependem das variáveis do modelo  $\theta$  e que serão alvo de ajuste; os elementos  $\tilde{z}_j$  representam as mesmas quantidades obtidas de forma experimental. As diferenças entre os parâmetros numéricos e os obtidos de forma experimental designam-se resíduos e são representados na expressão (3.1) por  $r_j(\theta)$ . Na terceira igualdade da expressão anterior os resíduos são agrupados no vetor  $r(\theta)$ .

As quantidades usadas para a definição da função objetivo têm que ser determinadas numérica e experimentalmente. Nas estruturas de engenharia civil de grandes dimensões esta determinação deve ser realizada através de um ensaio de vibração ambiental. As variáveis mais usadas na definição desta função são as frequências naturais e os modos de vibração, embora também possam ser utilizadas as extensões ou curvaturas modais. Pretende-se que o número de resíduos ( $m$ ) utilizados seja maior do que o número de variáveis  $\theta$  a ajustar ( $n$ ), para que o problema de mínimos quadrados mostre uma solução única.

## FREQUÊNCIAS NATURAIS COMO RESÍDUO

Os resíduos referentes às frequências naturais podem ser obtidos através das diferenças relativas ou absolutas entre as frequências obtidas experimentalmente e as obtidas numericamente, embora seja preferível utilizar as diferenças relativas uma vez que, assim, o contributo de cada uma delas não depende do seu valor absoluto.

Na referência (Teughels 2003b), estes resíduos são obtidos a partir da seguinte expressão:

$$r_f(\theta) = \frac{\lambda_j(\theta) - \tilde{\lambda}_j}{\tilde{\lambda}_j} , \quad j = 1, 2, \dots, m_f \quad (3.2)$$

Onde  $\lambda_j(\theta)$  e  $\tilde{\lambda}_j$  são os valores próprios da estrutura não amortecida, que se relacionam diretamente com as frequências naturais.

As frequências são obtidas experimentalmente com muito rigor, sendo muito sensíveis a mudanças de rigidez pelo que, alguns autores (Zhang et al 2000), na definição da função objetivo apenas consideram resíduos relacionados com as frequências. Contudo, estas têm a desvantagem de caracterizarem apenas o comportamento global da estrutura.

## MODOS DE VIBRAÇÃO COMO RESÍDUO

Quanto aos modos de vibração, estes são determinados experimentalmente com maiores incertezas, sendo menos sensíveis a mudanças de rigidez, mas são muito importantes, uma vez que são uma grandeza espacial que permite identificar a zona do modelo que deve ser ajustada. Os resíduos que refletem as diferenças entre os modos experimentais e os numéricos podem ser determinados através de diferentes expressões, diferentes entre si na forma como são escalados os modos e na consideração de diferenças relativas ou absolutas. Na referência (Teughels 2003b) é usada a seguinte expressão:

$$r_s(\theta) = \frac{\varphi_j^l(\theta)}{\varphi_j^r(\theta)} - \frac{\tilde{\varphi}_j^l}{\tilde{\varphi}_j^r} , \quad j = 1, 2, \dots, m_s \quad (3.3)$$

Onde  $\varphi_j^l$  e  $\varphi_j^r$  são duas componentes do modo de vibração  $j$ , obtido a partir do modelo numérico, e  $\tilde{\varphi}_j^l$  e  $\tilde{\varphi}_j^r$  são as componentes correspondentes obtidas experimentalmente. Deste modo, todas as componentes  $l$  de cada modo de vibração são escaladas pela componente de referência ( $r$ ), para assegurar que modos de vibração numéricos e experimentais são escalados da mesma forma. Para cada modo deverá ser escolhida, para componente de referência, a componente máxima, com vista a assegurar que os resíduos dos diferentes modos ficam com valores absolutos semelhantes. Desta forma, para cada modo são considerados tantos resíduos quantos os graus de liberdade definidos.

## ATRIBUIÇÃO DE PESOS COMO PONDERAÇÃO DE IMPORTÂNCIA NO PROCESSO DE AJUSTE

Considerando a função objetivo definida pela expressão (3.1), todos os resíduos têm contribuições semelhantes. Contudo, pode desejar-se estabelecer pesos ( $\omega_j$ ) distintos para cada um, passando a função objetivo a ser definida pela seguinte expressão:

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \omega_j^2 \cdot r_j(\theta)^2 \quad (3.4)$$

Entre outras referências, no livro (Friswell e Mottershead 1995), a equação anterior surge escrita de uma maneira mais genérica:

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \cdot r(\theta)^T \cdot W \cdot r(\theta) \quad (3.5)$$

onde  $r(\theta)$  é um vector coluna que contém os resíduos e  $W$  é a matriz dos pesos. Se esta for diagonal, como é correntemente considerado, a expressão (3.5) dá origem à expressão (3.4).

Os pesos ( $\omega_j$ ) devem ser função da importância de cada um dos resíduos e da incerteza que está associada à determinação experimental das grandezas a que dizem respeito.

Na referência (Friswell e Mottershead 1995) é referido que uma das formas de definir os pesos consiste em considerá-los iguais ao inverso do desvio padrão da estimativa experimental correspondente. Neste caso é exigida a quantificação da incerteza associada a cada estimativa experimental.

As frequências naturais são geralmente determinadas com maior rigor do que os modos de vibração, sendo mais sensíveis às variações de rigidez, pelo que deve ser atribuído um peso maior aos seus resíduos. Esta quantificação não é fácil, uma vez que o valor ideal varia de caso prático para caso prático. Dependendo, especialmente, do rigor com que são determinados os modos de vibração. Na referência (Teughels 2003b), é sugerido que estes sejam determinados de forma iterativa. Se numa primeira tentativa o ajuste conseguido em termos de frequências for bom e os modos apresentarem grandes diferenças, deverá ser elaborado um novo cálculo com pesos superiores para os resíduos dos modos; se os modos numéricos, pelo seu ajuste forçado aos modos experimentais apresentarem um aspeto pouco suave, os pesos atribuídos aos resíduos das frequências devem ser aumentados.

O estabelecimento dos pesos retira algum automatismo ao método uma vez que solicita alguma sensibilidade estrutural ao analista. Contudo, torna-o mais flexível e mais eficiente.

## NATUREZA DA FUNÇÃO OBJETIVO

No caso específico da engenharia civil, os parâmetros de ajuste devem ter um significado físico bem definido de forma a serem facilmente controláveis. Assim, a função objetivo assume-se como de natureza física, e sendo este o algoritmo de cálculo para minimizar desvios entre parâmetros modais detetados experimentalmente e numericamente, facilmente se constata que os parâmetros de ajuste não se relacionam de forma direta com a resposta da estrutura. Esta não linearidade obriga a um processo iterativo de resolução, tornando necessária a utilização de algoritmos de otimização de problemas não lineares e conseqüente análise de controlo de convergência. Uma breve descrição destas condicionantes é apresentada de seguida.

### 3.3.3.2. Problema de otimização

A função objetivo referida no ponto anterior, resultante da aplicação do método dos mínimos quadrados, tem que ser minimizada através de algoritmos de otimização.

Podem ser considerados dois tipos de otimização:

- Otimização local
- Otimização global

Os algoritmos de otimização local partindo de um ponto inicial definido pelo analista e através de um processo iterativo baseando-se nas derivadas da função objetivo, vão gradualmente percorrendo uma trajetória em direção ao mínimo, podendo no entanto parar a busca no mínimo local mais próximo do referido ponto de partida.

Por sua vez os algoritmos de otimização global são capazes de ultrapassar os mínimos locais no percurso para a identificação do mínimo absoluto. Estes são mais robustos uma vez que a solução final se assume assim independente do ponto de partida.

O método da minimização local acoplada (CLM – “Coupled Local Minimizers”) tem vindo a demonstrar-se muito promissor na resolução de problemas desta natureza, tendo sido adaptado e aplicado ao problema do ajuste de modelos de elementos finitos por Anne Teughels (Teughels et al. 2003), tendo-se verificado bons resultados. Mais recentemente (Bakir et al.2007) comprova que o método obtém resultados muito bons, tendo neste caso superado os restantes algoritmos empregues. O CLM através da adoção de vários pontos de partida elabora uma otimização local neles baseada. Durante o processo iterativo desta otimização, os vários pontos de partida são obrigados a convergir para o mesmo ponto, ponto esse que, se os parâmetros do método forem devidamente ajustados, será o mínimo global.

Atualmente, a maior parte das aplicações de ajuste de modelos de elementos finitos em engenharia civil é realizada recorrendo a métodos de otimização local, uma vez que são muito rápidos, fáceis de implementar e, na maioria das aplicações, se o ponto de partida for bem selecionado, determinam o mínimo absoluto. O livro (Nocedal e Wright 1999) oferece uma descrição pormenorizada dos inúmeros algoritmos existentes.

### 3.3.3.3. Convergência

A cada iteração do ciclo de ajuste, o modelo numérico é reanalisado e as respostas numéricas e experimentais sujeitas a novos procedimentos de correlação, já que os seus valores foram ajustados. Os coeficientes de correlação são utilizados na monitorização do progresso de ajuste ao longo das consecutivas iterações, terminando quando determinado critério de correlação atinge um valor pré-definido ou não demonstra progresso durante consecutivas iterações. No caso de um ajuste bem condicionado, a convergência costuma ser suave em termos da curva do coeficiente de correlação escolhido, sendo as primeiras iterações as mais eficientes e o ajuste obtido por norma entre as 3 e 10 iterações.

Porém, em determinados casos, a curva dos coeficientes de correlação não apresenta este tipo de comportamento, demonstrando fraca convergência ou mesmo inexistente, oscilações permanentes no valor dos coeficientes, ou, no pior dos casos, divergência.

Com o objetivo de garantir a convergência do processo iterativo, na referência (Teughels 2003a) é aconselhada a utilização de uma estratégia denominada região de confiança (“Trust Region”). Nela, o mínimo da função quadrática, que aproxima a função original, é procurado dentro de uma região limitada denominada, região de confiança. Esta, procura definir os limites, para cada iteração, da zona da função original que é bem caracterizada pela aproximação quadrática.

Porém outros autores como Zhang et al. (2000), defendem a inclusão de restrições no problema de otimização. Do ponto de vista de garantia de convergência, a consideração de uma região de confiança torna estas condições dispensáveis. No entanto, a sua consideração pode ser importante para estabelecer limites físicos dos parâmetros de ajuste, assegurando que a solução final é realista. A consideração de restrições obriga a adoção de algoritmos de otimização diferentes sendo estes descritos detalhadamente na referência (Nocedal e Wright 1999).

### 3.4. FEMTOOLS

No decorrer desta tese serão aplicados os procedimentos de ajuste descritos, com recurso ao "software" FEMTools. Este disponibiliza uma ferramenta de ajuste automático do modelo numérico, que pode ser baseado na:

- Massa da estrutura
- Deslocamentos estáticos
- Parâmetros modais
- Funções de Resposta em Frequência (FRF)

O ajuste protagonizado pelo FEMTools assenta num processo iterativo baseado numa análise de sensibilidade, podendo ser escrita como:

$$\{R_e\} = \{R_a\} + [S](\{P_u\} - \{P_0\}) \quad (3.6)$$

ou

$$\{\Delta R\} = [S]\{\Delta P\} \quad (3.7)$$

$\{R_e\}$  é um vetor que contém a resposta experimental

$\{R_a\}$  um vetor que contém a resposta numérica para uma dada condição  $\{P_0\}$  dos valores dos parâmetros

$\{P_u\}$  é um vetor que contém o valor dos parâmetros após ajuste

$[S]$  é a matriz de sensibilidade

A matriz de sensibilidade  $S$  quantifica a sensibilidade da resposta  $R$  em função do parâmetro  $P$ :

$$[S] = S_{ij} = \frac{\partial R_i}{\partial P_j} \quad (3.8)$$

os valores ajustados do parâmetro  $P$  são obtidos a partir de (3.7) e (3.8)

$$\{P\} = \{P^0\} + [G](\{R^e\} - \{R\}) \quad (3.9)$$

com  $[G]$  ("Gain Matrix"), determinada através do estimador de Bayesian, tal que:

$$[G] = [C_R][S]^T([C_P] + [S][C_R][S]^T)^{-1} \quad (3.10)$$

sendo  $P^0$  o valor inicial dos parâmetros,  $R^e$  as resposta experimentais e  $[C_P]$  e  $[C_R]$  as matrizes ponderadas que expressam a confiança do analista em  $P^0$ . O processo iterativo continua até as função objetivo satisfazer o critério de convergência.

Como comprovado, o ajuste de modelos de elementos finitos baseado em parâmetros modais mostra-se o mais promissor no âmbito dos exemplos que se apresentarão ao longo desta tese. Nos capítulos seguintes, através do acompanhamento do processo de ajuste protagonizado pelo "software", analisar-se-ão, em mais detalhe, os seus procedimentos e potencialidades.

# 4

## APLICAÇÃO PRÁTICA - INTRODUÇÃO AO FEMTOOLS

### 4.1. INTRODUÇÃO

Pretende-se com este capítulo fazer uma aplicação prática de alguns dos conceitos expostos nos capítulos 2 e 3 através do estudo de duas estruturas de pequeno porte tipicamente utilizadas no âmbito da engenharia civil.

Assim, o estudo será apoiado no "software" FEMTools, cujas potencialidades serão exploradas e descritas ao longo do processo de ajuste.

Será realizado um ajuste automático do modelo de elementos finitos de duas vigas de betão armado, sendo uma encastrada e outra simplesmente apoiada. O ajuste consistirá num processo iterativo de alteração dos parâmetros físicos da estrutura, com base nas suas frequências de ressonância. Todo o processo é exposto passo-a-passo, incluindo a análise dinâmica, análise de correlação, análise de sensibilidade e análise de dano.

Numa primeira fase realizar-se-á o cálculo modal de cada estrutura com recurso à modelação em elementos finitos das mesmas. Seguidamente, será desenvolvida uma metodologia de análise modal experimental (EMA) com recurso a espectros de resposta, que fornecerá resultados para análise de correlação.

Entenda-se espectro de resposta como equivalente a Funções de Resposta em Frequência (FRF), quando a excitação da estrutura é semelhante a um ruído branco (sinal com igual contributo de uma banda alargada de frequências).

Seguidamente será simulado um caso de perturbação que permitirá, através de análises de correlação e sensibilidade, testar as potencialidades do ajuste de modelos numéricos como técnica de deteção de dano.

## 4.2. VIGA ENCASTRADA

### 4.2.1. DESCRIÇÃO E MODELAÇÃO NUMÉRICA DA VIGA ENCASTRADA

A viga encastrada com 5 metros de comprimento, tem uma secção transversal quadrada de 0,2 metros de largura e altura, constantes ao longo de todo o comprimento.

A modulação consistiu em 10 troços iguais de 0,5 metros de comprimento, ligados entre si monoliticamente, dando origem a 11 nós, sendo que o primeiro, é o único com ligação ao exterior, representando um encastramento perfeito.

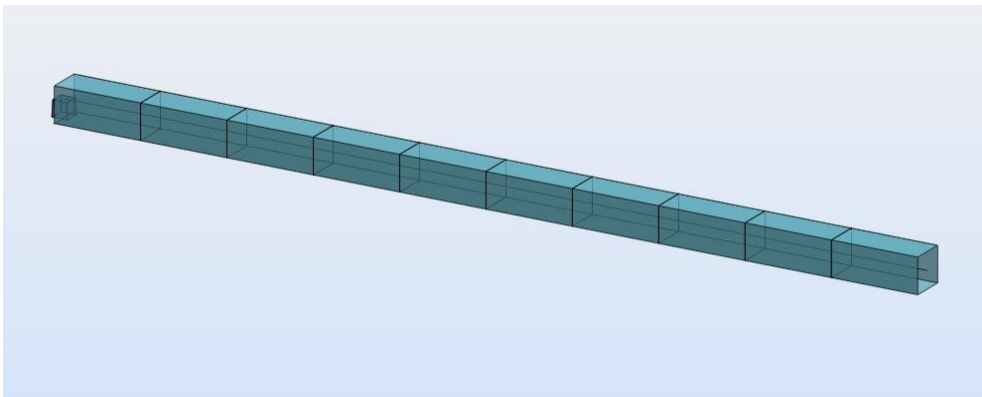


Fig.4.1 – Modelo numérico da viga encastrada (ROBOT)

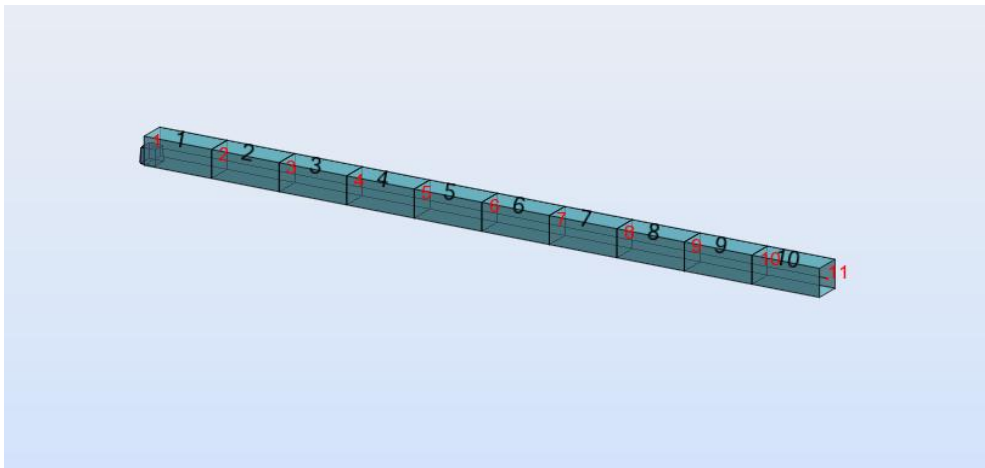


Fig.4.2 – Numeração dos pontos e elementos do modelo numérico da viga encastrada (ROBOT)

### 4.2.2. ANÁLISE MODAL - MODELO NUMÉRICO

Numa segunda fase, recorreu-se às potencialidade de cálculo do "software" "Autodesk Robot Structural Analysis" para extrair os parâmetros modais da estrutura. Esta análise resultou na identificação dos cinco primeiros modos de vibração verticais e horizontais, e respetivas frequências fundamentais de vibração, que nestes caso serão iguais devido à secção transversal ser quadrada.



Tabela 4.1 – Cinco primeiras frequências fundamentais (Hz) e correspondentes períodos de vibração (s)

Frequência (Hz)	Período (s)
4,55	0,22
28,45	0,04
79,44	0,01
155,12	0,01
255,39	0,00

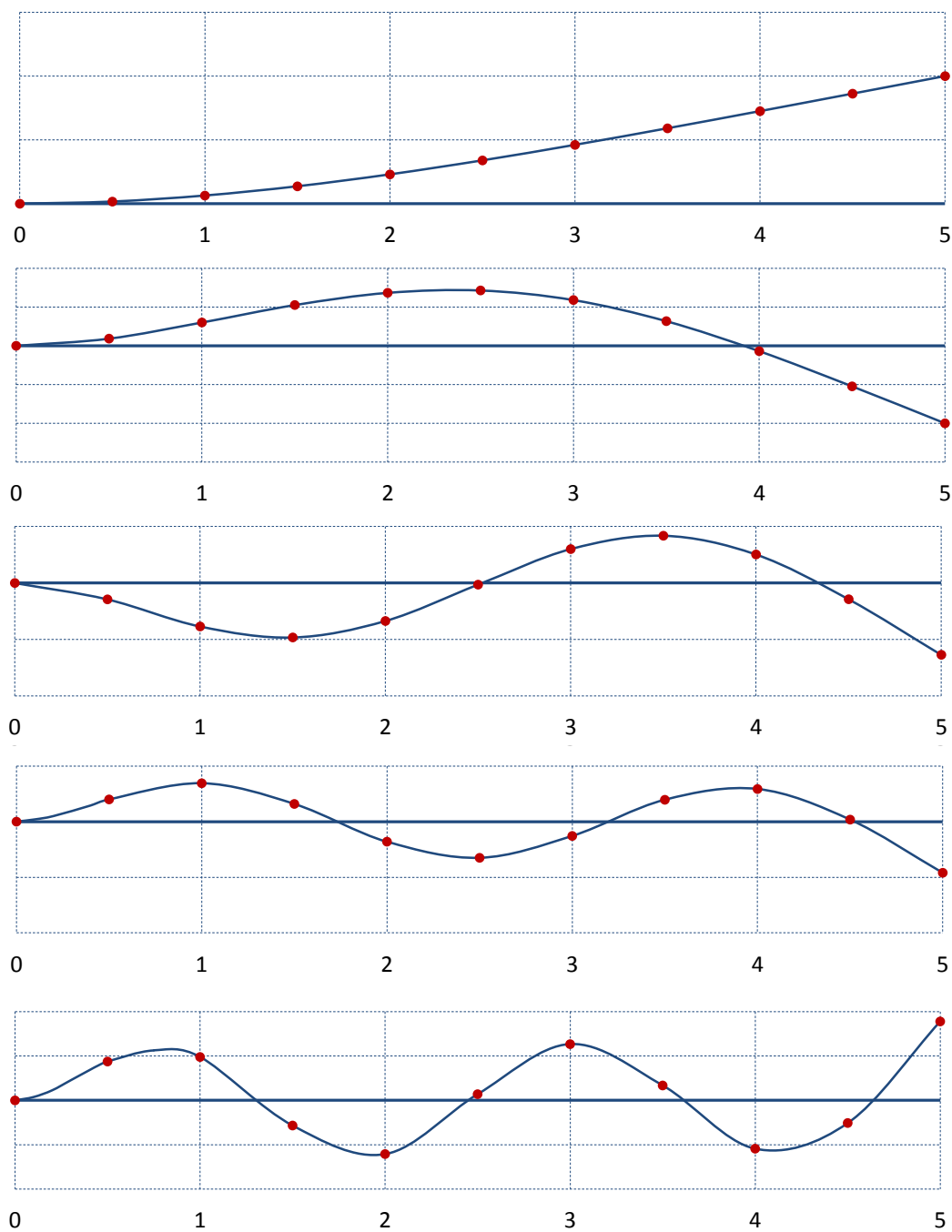


Fig. 4.3 – Configurações modais dos cinco primeiros modos de vibração verticais

## 4.2.3. ANÁLISE MODAL - ENSAIO EXPERIMENTAL

Em estruturas pouco complexas como vigas ou pórticos, o cálculo manual das propriedades modais, é um procedimento possível e de grande utilidade, já que se trata de um processo simples e expedito. No entanto, com o aparecimento de ferramentas computacionais, baseadas em elementos finitos, graças às suas capacidades de cálculo e modelação numérica, é possível, de forma expedita determinar os parâmetros modais de uma qualquer estrutura.

Como não é possível a excitação da estrutura "in loco", recorreu-se à modelação em ROBOT descrita anteriormente, para simular essa excitação experimental e determinar a resposta da estrutura. Recorreu-se posteriormente à Análise de Fourier disponível no "software" Excel, para caracterização do conteúdo em frequência da resposta e determinação das frequências naturais por leitura dos máximos relativos.

Para a construção da referida solicitação serão consideradas duas hipóteses distintas:

- Hipótese 1 - Solicitação *SOMA*
- Hipótese 2 - Solicitação *ALEATÓRIA*

A hipótese 1 assenta no princípio de que, para a determinação das frequências de ressonância da estrutura, é necessário que esta seja solicitada por uma carga que percorra um leque de frequências espectáveis da mesma. Sendo que, a hipótese 2 admite esse princípio por base, mas defende que uma solicitação de carácter aleatório, consegue contemplar o referido leque.

Estas hipóteses e respetivos resultados serão discutidos mais em pormenor seguidamente.

4.2.3.1. Hipótese 1 - Solicitação *SOMA*

Torna-se então necessário simular uma excitação que percorra um intervalo representativo das frequências de vibração naturais expectáveis da estrutura em estudo. Inicialmente com recurso ao "software" Microsoft Excel, foi gerada uma solicitação do tipo:

$$u(t) = A \cdot \cos(w \cdot t) \quad (4.1)$$

$$\text{com } w = 2\pi \cdot f$$

$$\text{onde} \quad (4.2)$$

$$\frac{f_1}{10} \leq f \leq f_n \quad (4.3)$$

$f_1$  é a primeira frequência da estrutura

$f_n$  suficientemente elevado de modo a percorrer as três primeiras frequências naturais da estrutura

No caso da viga encastrada admitiu-se  $f_n = 80$  Hz como um valor capaz de satisfazer a exigência referida e um crescimento das frequências de solicitação  $f$  em passos de 1 Hertz (Hz). No domínio do tempo definiu-se um "time step" tal que:

$$\Delta t = \frac{1}{5} \cdot T_{\min} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{f_n} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{80} = 0,0025 \text{ segundos} \quad (4.4)$$

$T_{\min}$  o valor previsível para o período mínimo de vibração natural da estrutura, neste caso associado à 3ª frequência natural

$$\begin{aligned} \text{Assim,} \quad \Delta f &= 1 \text{ Hz} \\ \Delta t &= 0,0025 \text{ segundos} \end{aligned}$$

No domínio do tempo, a existência de ruído na cadeia de medição exige que o tempo de aquisição seja suficientemente elevado, para permitir a atenuação do seu efeito, nas estimativas espectrais, através da realização de um número de médias considerável. Assim, consideram-se necessários 10 períodos completos de excitação.

Assumindo 0,4 Hz como o valor de frequência mais baixa considerada, obtemos um período máximo de 2,5 segundos.

$$\begin{aligned} T_{\max} &= 2,5 \text{ s} \\ \Delta t &= 0,0025 \text{ s} \end{aligned} \quad \text{Assim,} \quad \frac{T_{\max}}{\Delta t} = \frac{2,5}{0,0025} = 1000 \text{ valores} \quad (4.5)$$

As transformadas discretas finitas de Fourier podem ser calculadas através de um algoritmo matemático bastantes eficiente, designado por FFT ("Fast Fourier Transform") e disponibilizado pelo "software" Excel, sendo que a sua aplicação apenas exige que a série temporal discretizada possua um número de valores de entrada igual a uma qualquer potência de 2 ( $N=2^k$ , sendo k um qualquer número inteiro), logo:

$$2^9 < 1000 < 2^{10} \quad (4.6)$$

assim  $2^{10}$  será o valor mínimo de valores de entrada ou seja 1024 valores.

1023 são então o mínimo de passos  $\Delta t$  necessários para que se complete um período da terceira frequência natural de vibração da viga, mas também, para que seja possível a Análise de Fourier. Logo, como são considerados necessários 10 períodos para estabilização da estrutura temos 10230 como número mínimo de passos para tal, obtendo finalmente a duração do carregamento.

$$10230 \cdot \Delta t = 10230 \cdot 0,0025 = 25,575 \text{ segundos} \quad (4.7)$$

Finalmente, a fim de solicitar a estrutura com a referida excitação, é necessário considerar a mesma como o somatório de todas as parcelas de crescimento em valor de frequência, como descrito em (4.3), tal que:

$$\begin{aligned} u(t) &= A \cdot \sum_{n=1}^n \cos(w_n \cdot t) \\ w_1 &= 2\pi \cdot f_1 \\ w_2 &= 2\pi \cdot f_2 \\ &\vdots \\ w_n &= 2\pi \cdot f_n \end{aligned} \quad (4.8)$$

No caso da viga encastrada, considerando amplitude unitária, chega-se então a,

$$u(t) = A \cdot \sum_{n=1}^n \cos(w_n \cdot t) \Leftrightarrow u(t) = \sum_{n=1}^n \cos(w_n \cdot t) \Leftrightarrow u(t) = \sum_{n=1}^n \cos(2\pi \cdot f_n \cdot t) \quad (4.9)$$

$$\text{sendo } f_1 = 0,4 \quad f_2 = 1,4 \quad \dots \quad f_{80} = 80,4 \text{ Hz}$$

$$u(t) = \sum_{n=1}^{80} \cos(2\pi \cdot f_n \cdot t) \quad \text{vem com } 0 \leq t \leq 25,575 \text{ (s)} \quad (4.10)$$

Apresenta-se em seguida a função u(t) determinada como solitação.

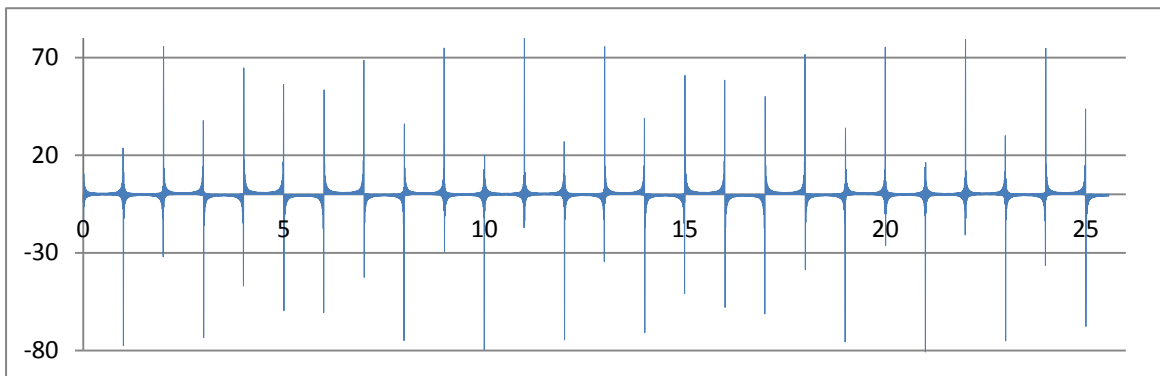


Fig.4.4 – Solicitudão u(t)

A solitação fica definida no ficheiro *SOMA.txt* que posteriormente se converteu em *SOMA.thf*, formato reconhecido pelo "software" ROBOT.

Caraterizada a excitação sobre a qual incidirá a Análise de Fourier, e como não estão disponíveis medições da resposta da estrutura "in loco" através de acelerómetros, esta será simulada recorrendo à modelação de viga encastrada anteriormente apresentada, carregada com a referida excitação no ponto extremo da mesma, o nó 11.

Para tal é necessário solicitar a estrutura com uma carga unitária com o sentido e direção pretendidos, definindo assim o caso de carga 3 : *Carga Unitária*.

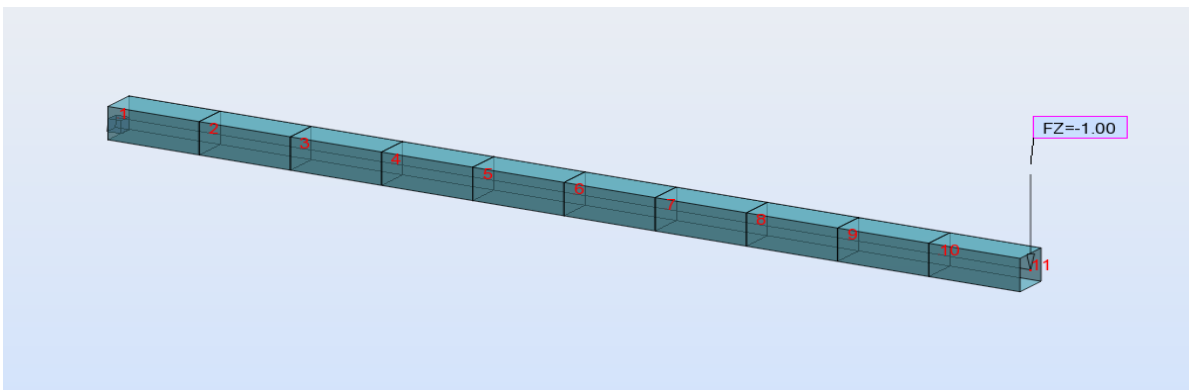


Fig.4.5 – Ponto de aplicação da solitação

No menu "Analysis Type" e através da ferramenta "Time History Analysis" disponível no software ROBOT, é possível definir a solicitação  $u(t)$ , invocada pelo ficheiro *SOMA.thf*, como fator multiplicativo da carga unitária apresentada em cima, e assim proceder à determinação da resposta da estrutura que possibilitará a construção do seu espectro de resposta.

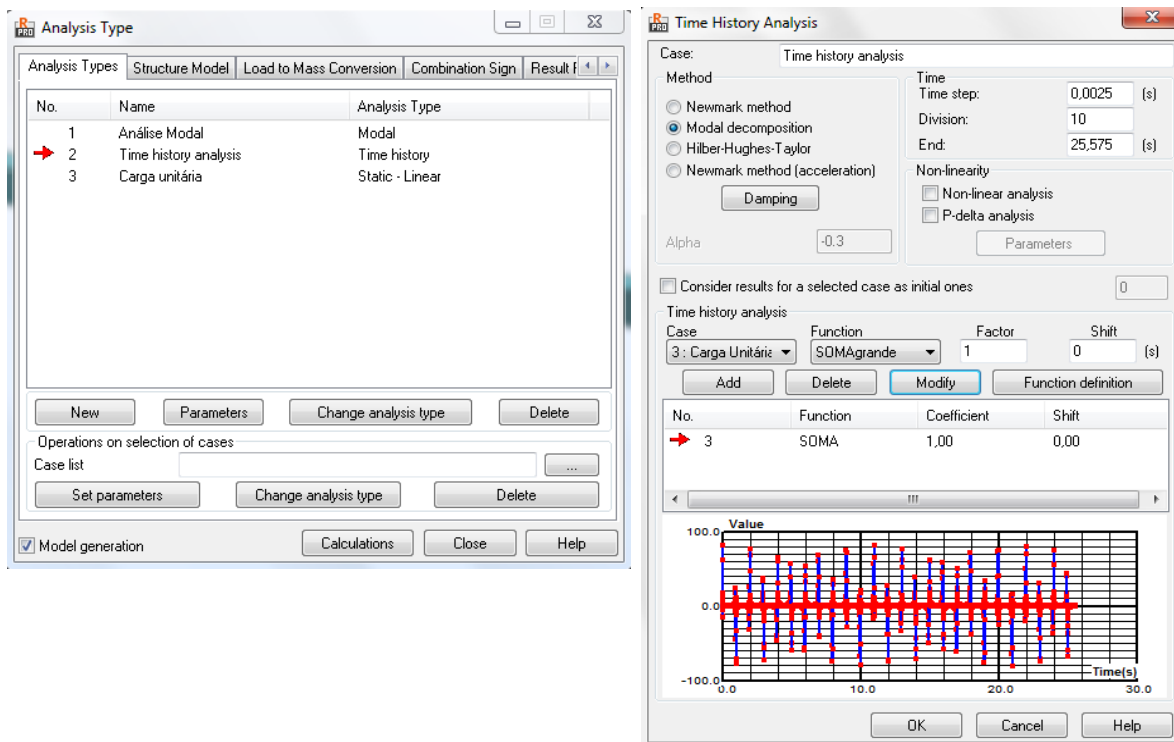


Fig.4.6 – Menus de definição da "Time History Analysis" (ROBOT)

#### RESPOSTA DA ESTRUTURA - CONSTRUÇÃO DO ESPECTRO DE RESPOSTA

Em seguida apresenta-se a resposta em velocidade (m/s), medida no seu nó extremo (nó 11).

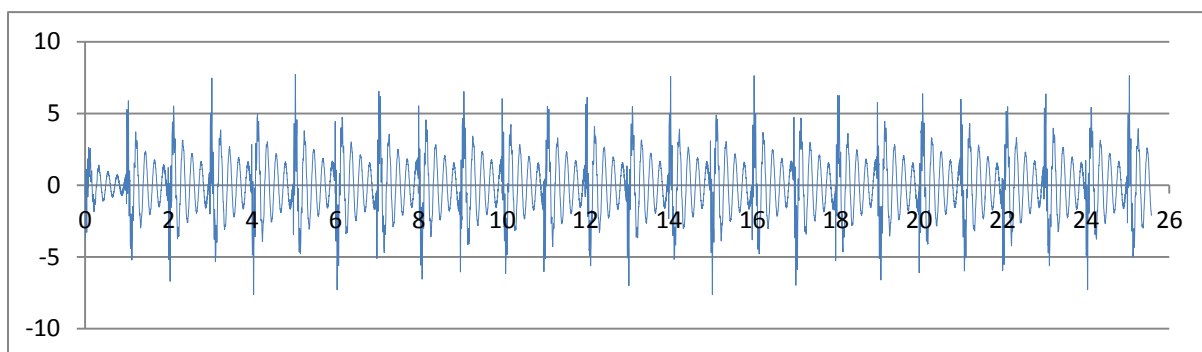


Fig.4.7 – Resposta da estrutura em velocidade (m/s) medida no nó extremo (nó 11)

Definida a resposta da estrutura à solicitação descrita anteriormente, segue-se a determinação do seu espectro de resposta. Para tal, recorreu-se à ferramenta disponível no "software" Excel intitulada Análise de Fourier.

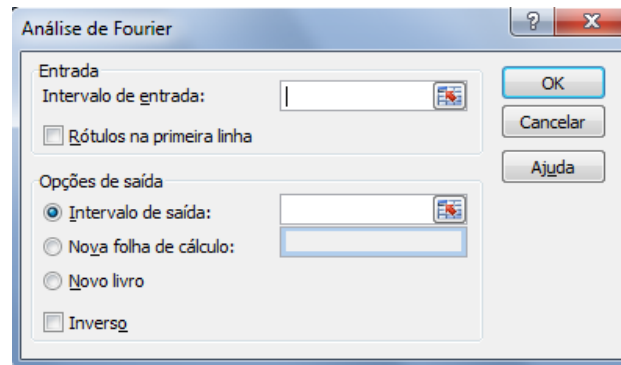


Fig.4.8 – Menu de definição da "Análise de Fourier" (ROBOT)

Em seguida, representam-se em resumo os dados de que dispomos para análise, num total de 10231 células de informação sobre a resposta da estrutura, que entrará como *Intervalo de Entrada* para *Análise de Fourier*, como se apresenta na figura anterior (4.8).

Tabela.4.2 – Resumo da resposta da estrutura em velocidade (m/s), medida no nó 11

	Tempo	Solicitação	Resposta (m/s)
1	0	81	0
2	0,0025	60,8814	-3,6784
3	0,005	17,9782	-3,2984
⋮	-	-	-
10231	25,575	-0,8592	-2,057

Assim, torna-se necessário definir uma metodologia de análise, já que, como referido anteriormente (equação 4.6), o número de valores de um intervalo de entrada submetidos a análise, tem de ser uma potência de 2. A solução encontrada foi então agrupar as 10231 células em 10 troços de 1024 células cada, em que o primeiro elemento é o último do troço anterior, realizando posteriormente uma média dos espectros de resposta dos 10 troços, com vista a determinar o espectro final.

Serão então analisados os 10 troços temporais separadamente, dando origem a 10 espectros de resposta. É no entanto de esperar que ambas conduzam a resultados semelhantes.

Note-se, que para os vários espectros, o eixo das ordenadas fica definido pelas amplitudes obtidas através da Análise de Fourier, representadas na coluna Fourier.

No que respeita ao eixo das abcissas, o espectro de resposta desenvolve-se num intervalo entre 0 Hz e  $1/\Delta t$  Hz, com um "passo ou resolução em frequência" definida pela expressão que se segue, onde  $t$  representa o tempo total em segundos em que se desenvolve o troço correspondente.

$$\Delta f = \frac{1}{t} \quad \text{assim,} \quad \Delta f = \frac{1}{2,5575} = 0,391\text{Hz} \quad (4.11)$$

Assim teremos como abcissas, um intervalo que vai de 0 Hz a 400 Hz, em que a meio, na frequência  $f$  definida em seguida, se regista um eixo vertical de simetria.

$$f = \frac{1}{2 * \Delta t} \text{ com } \Delta t = 0,0025s \quad \Leftrightarrow \quad f = 200Hz \quad (4.12)$$

Na figura seguinte, apresenta-se a organização tipo definida e os seus espectros de resposta, para os dois primeiros troços e para o último, respetivamente.

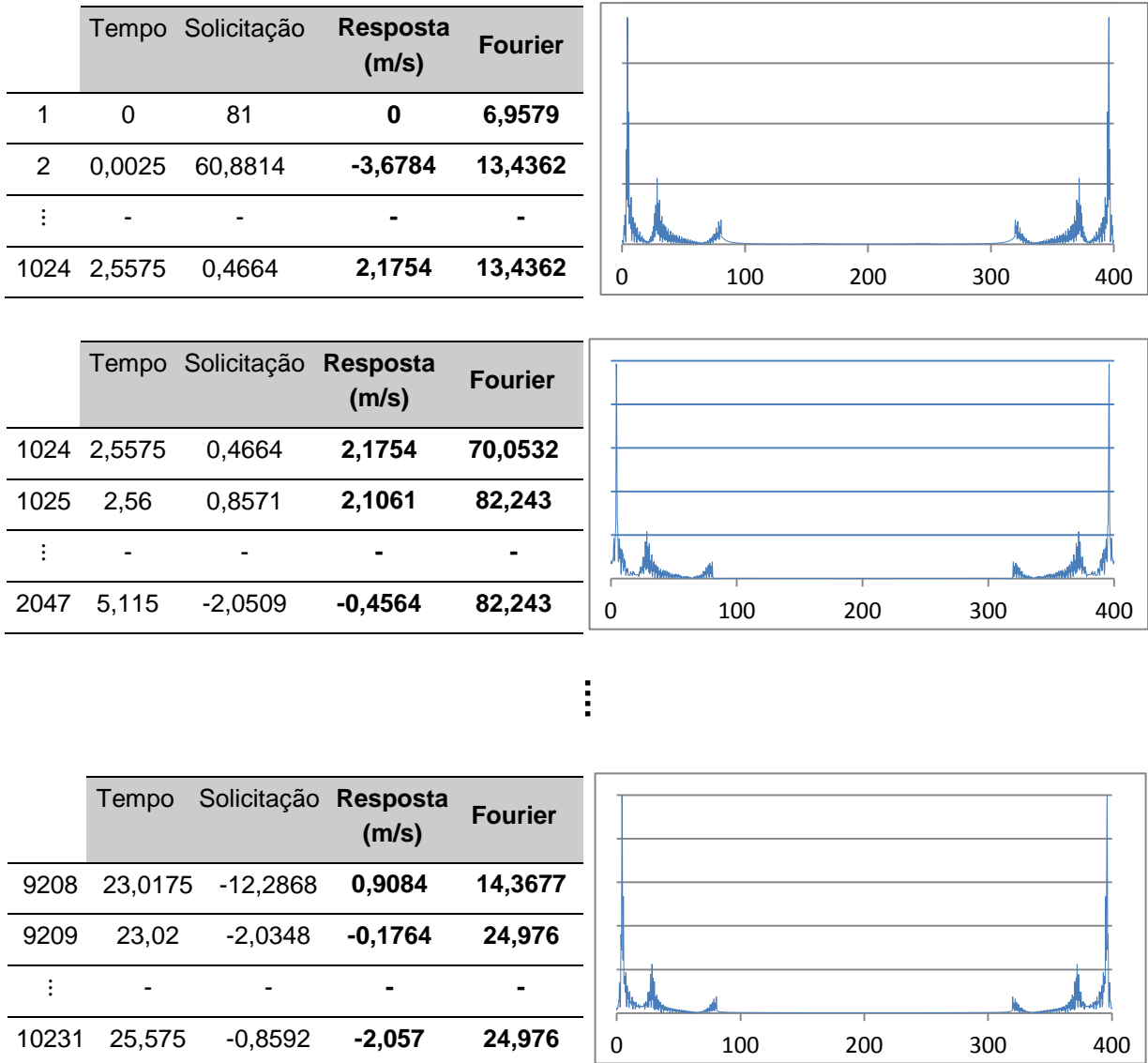


Fig.4.9 – Organização tipo definida e correspondentes espectros de resposta dos dois primeiros e último troços

Como se pode comprovar, os espectros apresentam o referido espelho na frequência de 200 Hz, confirmando a simetria de valores prevista. Assim, em resultado do cálculo da média entre os 10 espectros determinados, apresenta-se em seguida o espectro de resposta final da estrutura.

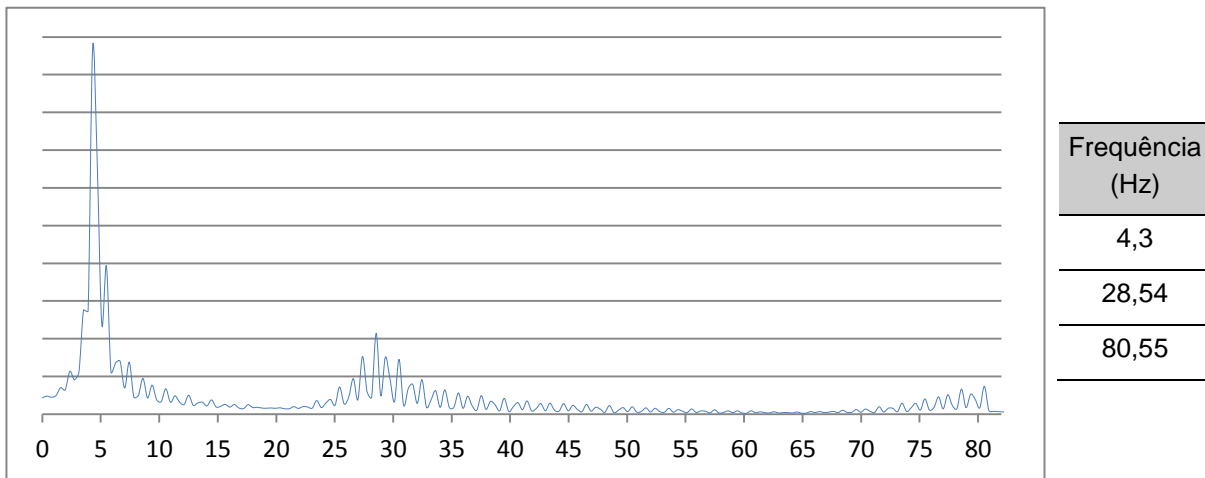


Fig.4.10 – Espectro de resposta da viga encastrada e respectivas frequências naturais de vibração determinadas pela seleção de picos, correspondentes a uma solitação de 25,575 segundos

Em seguida apresenta-se, em comparação, o espectro de resposta da viga encastrada em função do período de excitação de apenas 2,575 segundos não cumprindo o requisito de 10 períodos considerado anteriormente para estabilização da resposta.

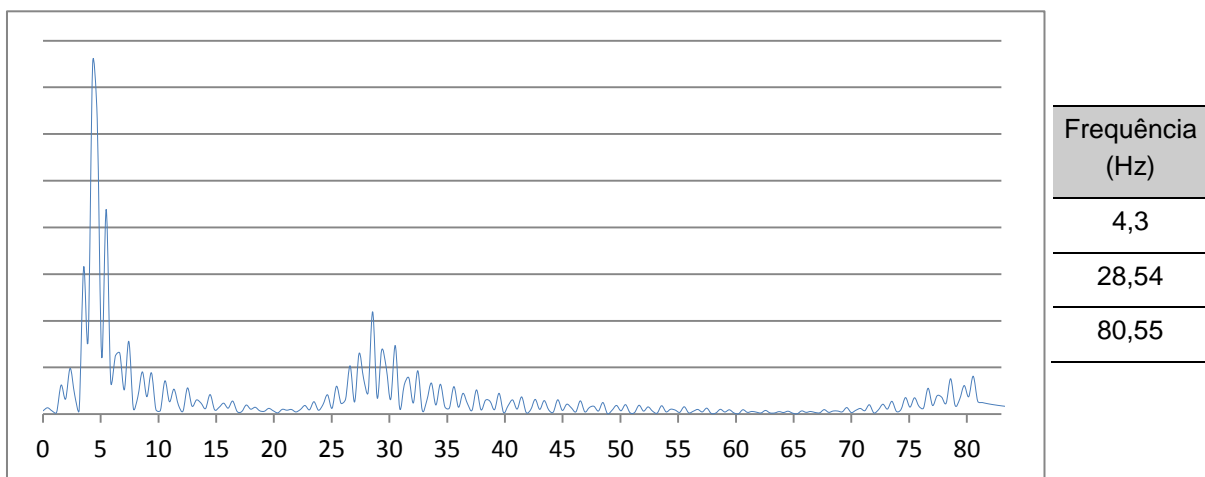


Fig.4.11 – Espectro de resposta da viga encastrada e respectivas frequências naturais de vibração determinadas pela seleção de picos, correspondentes a uma solitação de 2,5575 segundos

Analisando os espectros apresentados, torna-se facilmente constatável, que para a solitação de 25,575 segundos (Fig. 4.10), o espectro de resposta da estrutura, apresenta visivelmente menor quantidade de ruído, face à solitação de 2,5575 segundos (Fig.4.11), embora, como seria de esperar ambas determinam três frequências fundamentais de valor situado em intervalos semelhantes.



## CONFRONTAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM NUMÉRICOS

Comparando as frequências numéricas determinadas pela modulação no "software" *ROBOT*, com as frequências "experimentais", resultantes da metodologia baseada na *Análise de Fourier*, obtemos o seguinte erro.

É de notar que o valor determinado para as frequências "experimentais" pelo método da seleção de picos, dizem respeito, apenas às abcissas dos máximos relativos (picos) detetados. Para a determinação mais exata das mesmas, são necessários procedimentos de processamento mais sofisticados.

Tabela.4.3 – Erro entre frequências "experimentais" (Análise de Fourier) e numéricas (ROBOT)

	Frequência (Hz)		
	1	2	3
Experimentais	4,3	28,54	80,55
Numéricas	4,55	28,45	79,44
Erro (%)	-5,494	+0,316	+1,397

O erro máximo registado é de 5,494%. Sendo este valor bastante aceitável, pode então concluir-se, que a metodologia apresentada conduz a resultados satisfatórios, comprovando a possibilidade de determinação de parâmetros da estrutura através da análise da sua resposta a excitações sinusoidais. No entanto, algumas considerações poderão melhorar a facilidade com que alcançamos resultados satisfatórios.

4.2.3.2. Hipótese 2 - Solicitação *ALEATÓRIA*

É sabido que o conjunto de ações a que uma estrutura está sujeita, pode ser representado por uma solicitação de carácter aleatório. Ou seja, a soma de várias solicitações harmónicas, traduz-se numa solicitação de carácter aleatório. Esta aproximação, conduzindo a resultados concordantes com os determinados anteriormente, torna o procedimento de simulação de resultados experimentais mais expedito e mais próximo da realidade. Assim, em seguida, proceder-se-á à análise de viabilidade do mesmo.

Recorrendo novamente ao "software" Excel, simulou-se a função aleatória intitulada *ALETÓRIA.thf* que se segue:

Tabela.4.4 – Solicitação de carácter aleatório definida pela função *ALETÓRIA.thf*

Tempo (s)	Solicitação
0	0,2985
0,0025	0,5276
0,005	0,2734
-	-
25,575	-0,9002

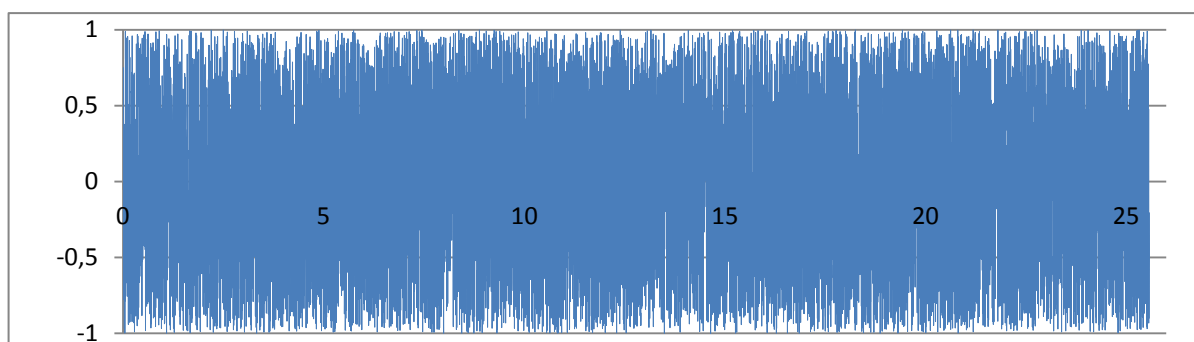


Fig.4.12 – Solicitação de carácter aleatório definida pela função *ALETÓRIA.thf*

#### RESPOSTA DA ESTRUTURA - CONSTRUÇÃO DO ESPECTRO DE RESPOSTA

Todos os resultados que se apresentam em seguida foram determinados segundo as metodologias expostas anteriormente, com alteração exclusiva da função que dá origem à solicitação.

Assim, apresenta-se a resposta em velocidade (m/s) da viga encastrada, no seu nó extremo, (nó 11).

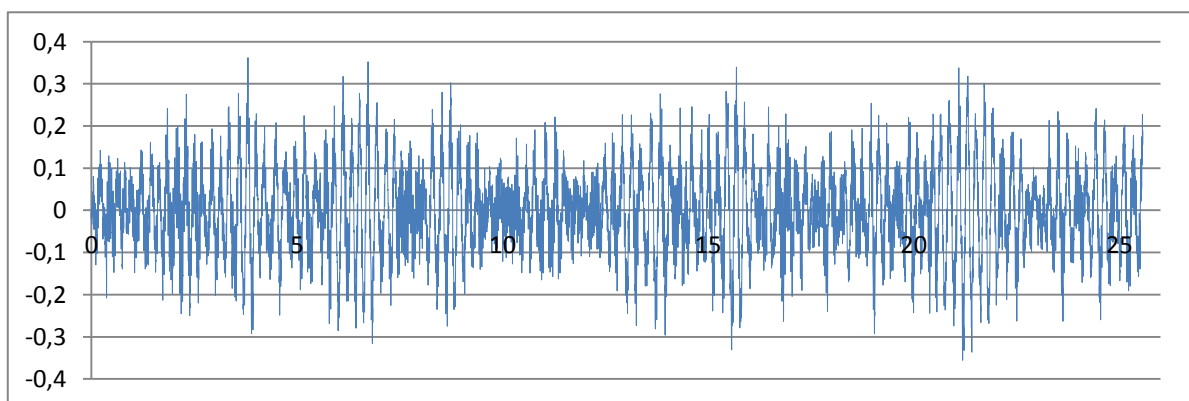


Fig.4.13 – Resposta da viga encastrada em velocidade (m/s) medida no ponto extremo (nó 11)

Resultante da Análise de Fourier exposta anteriormente, representa-se na figura 4.14, o espectro de resposta da viga encastrada correspondente à solicitação aleatória definida anteriormente, e respetivas frequências naturais de vibração, determinadas pela seleção de picos.

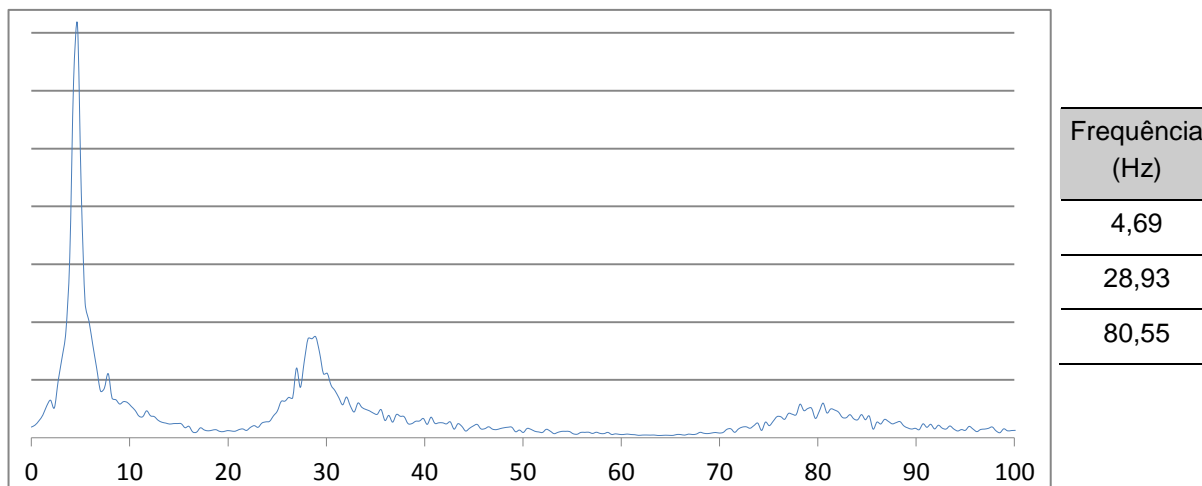


Fig.4.14 – Espectro de resposta da viga encastrada e respetivas frequências naturais

#### CONFRONTAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM NUMÉRICOS

Como facilmente se pode observar (Tabela 4.5), as frequências de vibração fundamentais determinadas com ambas as solicitações são concordantes em valor, sendo que diferem com um erro máximo de 9,07%. É de notar que a solicitação de carácter aleatório, conduz a valores sempre superiores à solicitação primeiramente definida.

Tabela 4.5 – Erro entre frequências fundamentais segundo as hipóteses de solicitação consideradas

ALEATÓRIA (Hz)	SOMA (Hz)	Erro (%)
4,69	4,3	+9,07
28,93	28,54	+1,367
80,55	80,55	0

Torna-se necessário determinar, se este desvio por excesso, ainda que admissível, constante ao longo das três frequências determinadas, é aceitável em relação às frequências numéricas fornecidas pelo "software" ROBOT.

Tabela 4.6 – Erro entre frequências "experimentais" (Análise de Fourier - Solicitação ALEATÓRIA) e numéricas (ROBOT)

	Frequência (Hz)		
	1	2	3
Experimentais	4,69	28,93	80,55
Numéricas	4,55	28,45	79,44
Erro (%)	+3.077	+1.687	+1.397

Como se pode observar, o erro máximo detetado é de 3.077%, sendo menor que os 5,494% determinados anteriormente.

Pode então considerar-se a aproximação da solicitação inicial a uma função de carácter aleatório como admissível.

Assim, todas as metodologias que se seguem terão por base esta consideração.

#### 4.2.3.3. Análise da qualidade dos resultados

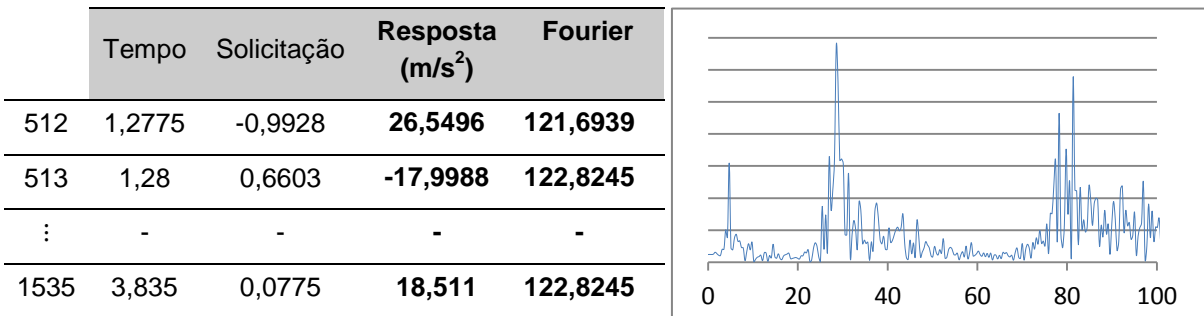
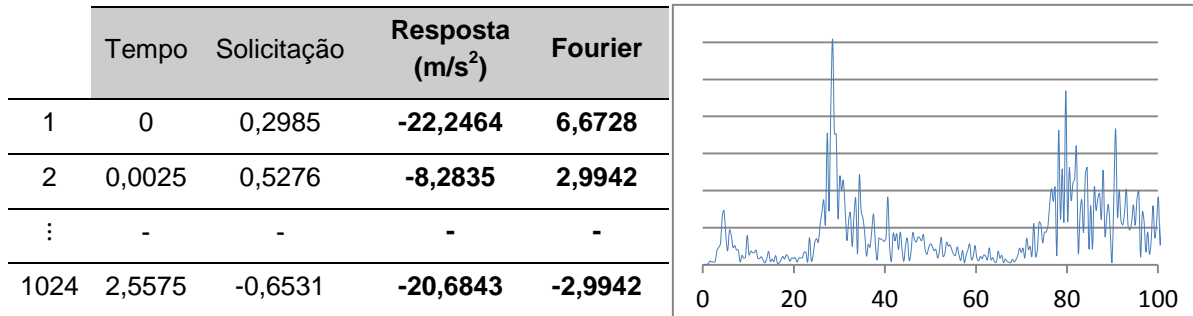
Como referido anteriormente, a eficiência da leitura de resultados, torna-se muitas das vezes dependente da qualidade da amostra, sendo esta diretamente afetável pela quantidade de ruído. No entanto, existem procedimentos, bastante simples, que poderão conduzir a uma diminuição visível da quantidade de ruído ou erro e conseqüente melhoria na representatividade dos "picos":

- Consideração de troços ou grupos temporais mais curtos, obrigando à realização de mais médias
- Séries temporais em "overlapping"
- Determinação das séries de resposta em acelerações

No entanto, a consideração de troços temporais mais curtos, resulta na adoção de mais troços, e conseqüentemente, numa diminuição da resolução em frequência  $\Delta f$ , ou seja, ao aumento do espaçamento entre cada abcissa do espetro. Sendo as frequências de ressonância, estimadas pelos pontos de ordenada máxima dos picos do espetro, a diminuição de  $\Delta f$ , conduz inevitavelmente a uma estimativa menos rigorosa das frequências de ressonância.

Assim, proceder-se-á apenas, à consideração de um "overlapping" de 50%, ou seja, a primeira metade do troço seguinte (ex. troço 2) sobrepõe-se à segunda metade do troço anterior (ex. troço 1). Esta consideração levará, por si só, ao aumento do número de troços temporais de 10 para 19 troços, como se apresenta em seguida, em resumo, pela organização tipo considerada.

São representados seguidamente, em resumo, os dois primeiros troços e o último. Note-se que, tal como proposto, são consideradas as séries temporais de resposta, em acelerações, medidas no nó extremo da viga, quando solicitada pela excitação aleatória definida anteriormente.



⋮

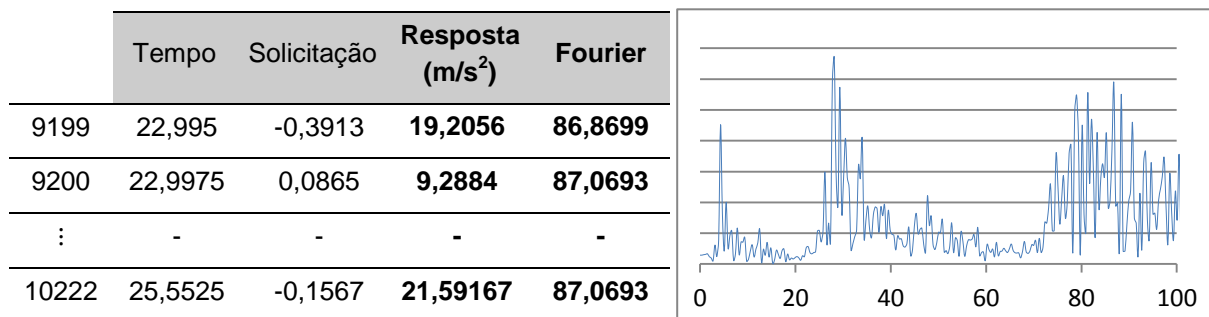


Fig.4.15 – Organização tipo definida e correspondentes espectros de resposta dos dois primeiros e último troços

Para melhor compreensão do efeito das progressivas alterações, serão expostas os consequentes espectros de resposta (ER) após de cada alteração:

- ER1 - 10 troços temporais, resposta em acelerações
- ER2 - 19 troços temporais, resposta em acelerações e "overlapping" de 50%

A figura que se segue diz respeito ao espectro de resposta sem consideração de "overlapping" obtida por espectros de resposta em acelerações (ER1).

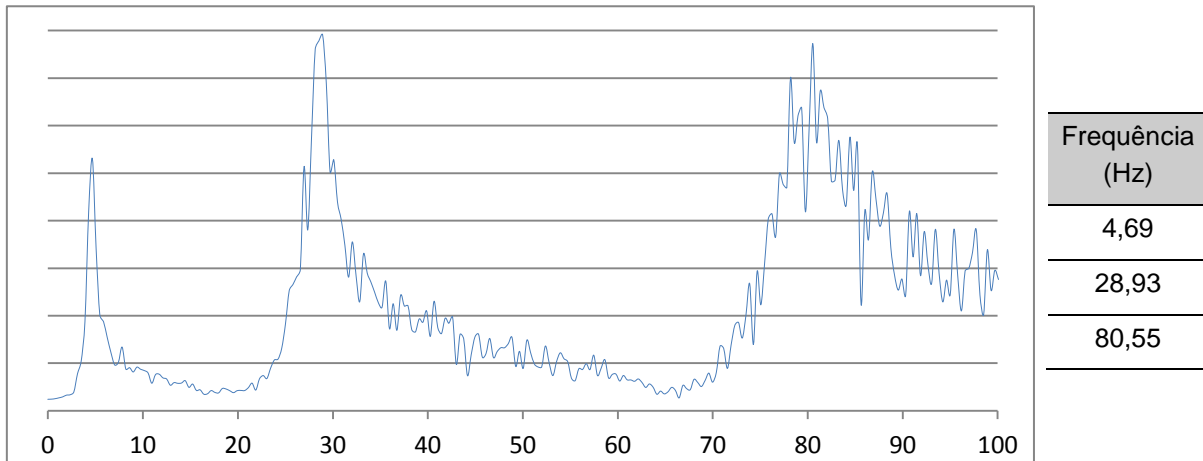


Fig.4.16 – Espectro de resposta (ER1) e respectivas frequências fundamentais, sem consideração de "overlapping" obtida pela resposta em acelerações

Com a aplicação desta primeira medida de mitigação do ruído da amostra (remete-se comparação com Fig.4.14), é notório que a consideração da resposta em acelerações, contribui para uma melhor representação dos "picos" associados às frequências de ressonância mais elevadas, que no entanto, não sofreram qualquer alteração em valor. No entanto, é ainda detetável bastante ruído, o que justifica a necessidade de testar a segunda medida proposta, a consideração de um "overlapping".

Assim, em resultado do cálculo da média entre os 19 espectros de resposta obtidos pela consideração de um "overlapping" de 50% em troços temporais da resposta em acelerações da viga (Fig.4.15), apresenta-se em seguida o espectro de resposta final da estrutura (ER2).

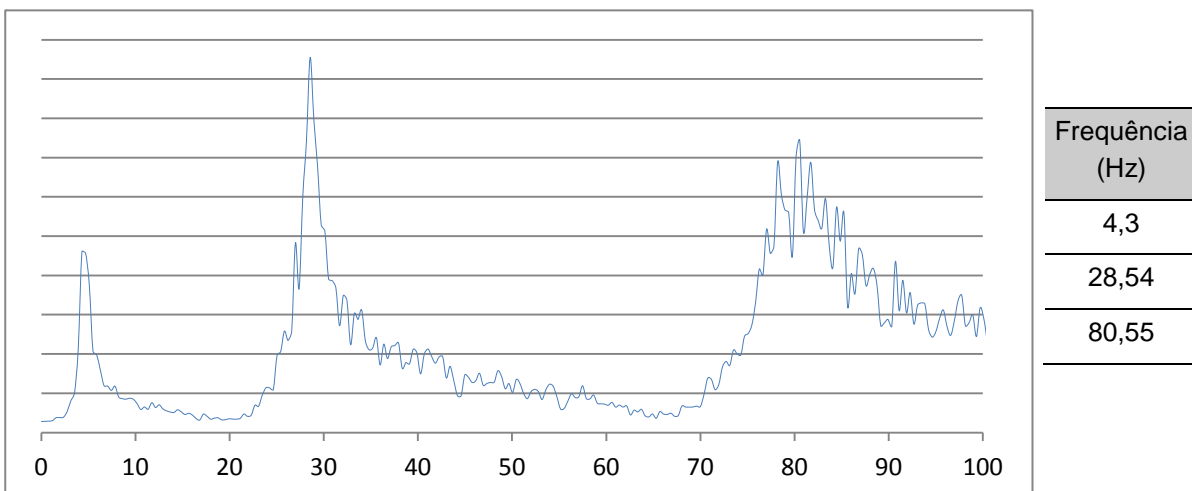


Fig.4.17 -Espectro de resposta (ER2) e respectivas frequências fundamentais, com consideração de "overlapping" de 50%, obtido pela resposta em acelerações

Pode concluir-se, que tal como esperado, a qualidade do resultado é superior por diminuição da quantidade de ruído detetado, sendo que a estimativa das frequências de ressonância pelos pontos de ordenada máxima, se torna mais "fácil", já que os "picos" se apresentam mais notórios. No entanto, pode concluir-se que as frequências detetadas sofreram um desvio, que se trata em seguida:

Tabela 4.7 – Erro entre frequências "experimentais" (ER2) e numéricas (ROBOT)

	Frequência (Hz)		
	1	2	3
Experimentais	4,3	28,54	80,55
Numéricas	4,55	28,45	79,44
Erro (%)	-5,494	+0,316	+1.397

Como se pode observar, o desvio máximo consequente neste caso particular é de 5,494%, valor bastante admissível embora superior ao registado antes da aplicação de qualquer medida de mitigação de ruído, que era de 3,077% (Fig.4.14 e Tabela 4.6).

#### 4.2.4. ANÁLISE DE DANO

Embora o dano tenha um impacto direto nos parâmetros modais da estrutura, encontrar a localização e amplitude desse dano a partir desses parâmetros, revela-se uma difícil tarefa. Se não houver um conhecimento prévio da localização e amplitude do dano, o problema torna-se de difícil resolução, muito devido ao tamanho limitado dos dados experimentais face ao elevado potencial número de parâmetros de identificação.

Assim, os problemas de localização de dano são sobredeterminados, conduzindo inevitavelmente a um conjunto de múltiplas soluções.

Tendo por base as metodologias de ajuste de modelos numéricos, o dano é identificado através da modificação local das propriedades de um elemento, isto é, elemento a elemento, sendo assim a redução de rigidez, um indicativo de presença de dano localizado. No entanto, a consideração de todas as propriedades de um elemento, como parâmetros individuais de ajuste, conduz, tal como referido, a um problema sobredeterminado.

O número de parâmetros a considerar poderá assim ser reduzido, agrupando-os em "sets" onde as propriedades dos diversos elementos se distribuem de forma homogénea.

Um determinado modelo numérico de simulação, quando ajustado pela via experimental, reflete as características dinâmicas da estrutura danificada. Quando comparado com o modelo de referência, esse dano é facilmente detetado. Podem ser distinguidas diferentes fases no processo de detecção de dano:

- Constatação da existência de dano (análise de correlação)
- Identificação da localização do dano (análise de sensibilidade)
- Estimativa da magnitude do dano (ajuste do modelo numérico)

A análise de dano que se sugere, recorrendo ao "software" FEMTools, é baseada no pressuposto de existir um conhecimento prévio do tipo de dano que pode ser esperado. Em teoria, o dano pode estar localizado em qualquer parte da estrutura, porém, muitas dessas localizações possíveis, são pouco prováveis de serem identificadas na realidade. Assim, torna-se fundamentada a hipótese de reduzir a quantidade de parâmetros de ajuste, definindo um número de possíveis ou prováveis cenários de dano. Sendo o número de parâmetros diminuído para o número de cenários de dano considerado.

O objetivo desta análise passa por, através da introdução prévia de dano na estrutura, testar as capacidades do "software", em determinar esse mesmo dano, como o cenário de perturbação mais provável na justificação das alterações registadas nos seus parâmetros modais.

#### 4.2.4.1. Introdução de dano e cálculo modal da estrutura danificada

Recorrendo à modelação desenvolvida anteriormente em ROBOT, simulou-se um dano correspondente a uma diminuição de 50% no módulo de elasticidade do elemento 1 da viga encastrada, e recorrendo à metodologia desenvolvida, o seu espectro de resposta e frequências de ressonância detetadas apresentam-se de seguida.

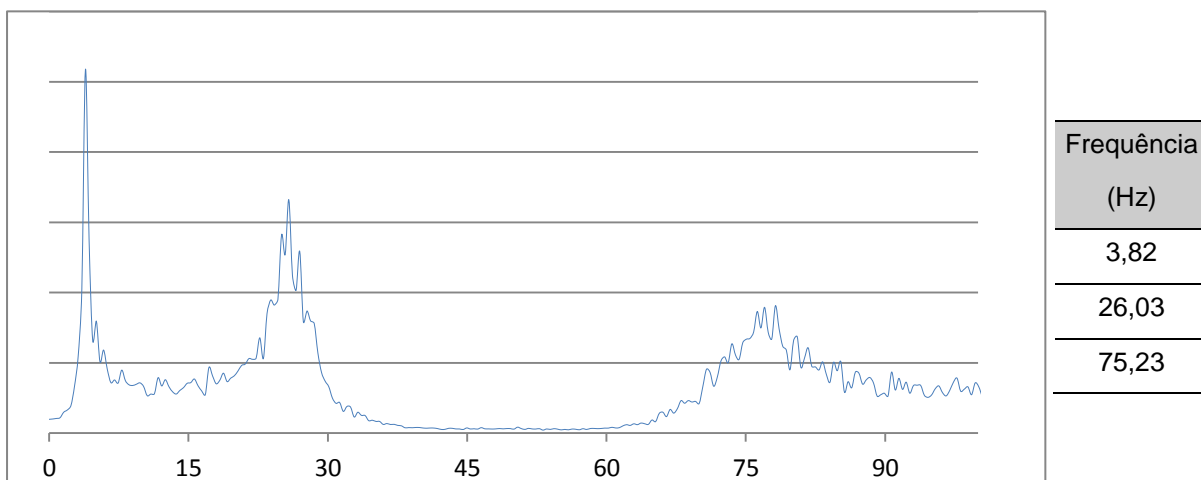


Fig.4.18 – Espectro de resposta e respetivas frequências fundamentais da viga encastrada, danificada através da diminuição em 50% do módulo de elasticidade do seu elemento número 1



Assim torna-se legítimo considerar em diante estas frequências naturais, como passíveis de serem determinadas através de um ensaio "in loco" por excitação de uma viga encastrada semelhante, ou seja, serem consideradas como EMA ("Experimental Modal Analysis"), onde, à data do ensaio, se desconhecia a existência de qualquer dano. Assim, o recurso à modelação em ROBOT do dano, serve apenas para que os desenvolvimentos em seguida assentem em cenários minimamente realistas.

#### 4.2.4.2. Constatação da existência de dano

##### CONFRONTAÇÃO DE FREQUÊNCIAS NUMÉRICAS E "EXPERIMENTAIS" (ANÁLISE DE CORRELAÇÃO)

Apresenta-se em seguida, o erro detetado por comparação das frequências "experimentais" (EMA), com as FEA ("Finite Element Analysis") calculadas pela modelação em elementos finitos da estrutura íntegra no programa FEMTools.

Tabela 4.8 – Erro entre frequências experimentais (EMA) da estrutura danificada e numéricas (FEA-FEMTools) da estrutura íntegra

	Frequência (Hz)		
	1	2	3
Experimentais (EMA)	3,82	26,03	75,23
Numéricas (FEA-FEMTools)	4,57	28,31	78,46
Erro (%)	-16,52	-8,08	-4,12

O erro máximo registado em relação às FEA, 16,52% é muito distante dos 5,814% tidos como admissíveis, no caso da estrutura íntegra (Tabela 4.7), o que indicia de forma clara a presença de dano.

#### 4.2.4.3. Identificação da localização do dano

##### INTERPRETAÇÃO DOS DESVIOS REGISTADOS E CONCEÇÃO DO CENÁRIO DE DANO

A discrepância registada no ponto anterior (Tabela 4.8) sugere, que de alguma forma, a estrutura poderá ter sido danificada, e como se constata uma diminuição de valor ao longo das três frequências de ressonância, a perda de rigidez da mesma, parece ser um cenário muito provável. Assim, admitiu-se como provável localização de dano a barra 1, barra 5 e 6 e a barra 10, como se representa na figura.

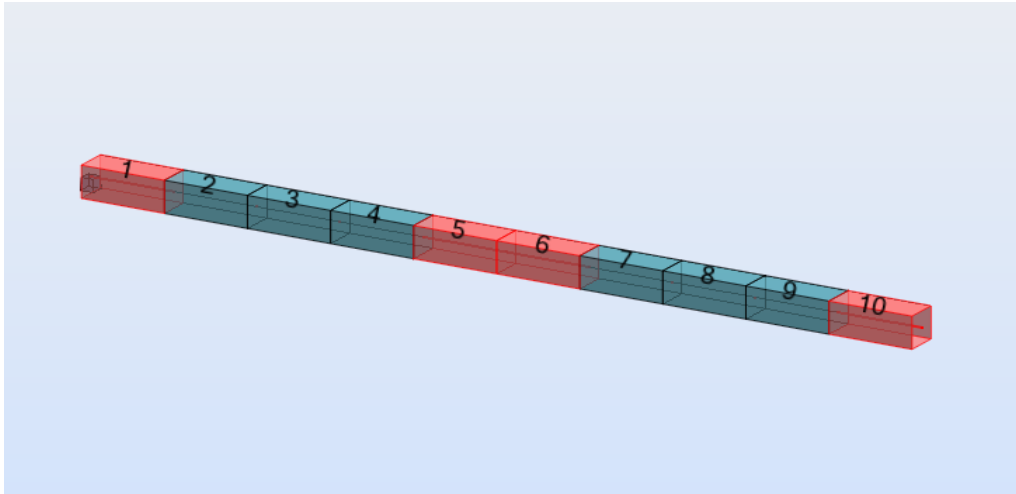


Fig.4.19 – Localização provável do dano

Como referido anteriormente, a diminuição do valor das frequências de ressonância da estrutura (FEA) pode ser justificado pela perda de rigidez da mesma. Tal pode ser comprovado pela expressão em seguida, onde

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{com} \quad w = 2\pi \cdot f \quad (4.13)$$

Sabendo que a rigidez  $k$  de uma estrutura, depende diretamente das características dos materiais que a constituem, tal diminuição pode ser representada como uma redução de módulo de elasticidade  $E$  do mesmo.

A escolha do módulo de elasticidade para a representação de dano prende-se com o facto de ser facilmente atualizável. No entanto, de entre os parâmetros físicos, a densidade do material podia também ser tida em conta, tal como a inércia da secção transversal como parâmetro mecânico.

Assim, como se representa na tabela seguinte, consideram-se os parâmetros:

Tabela 4.9 – Parâmetros selecionados para ajuste

Parâmetro	Módulo de Elasticidade ( $E$ )
1	Barra 1
2	Barras 5 e 6
3	Barra 10

Admite-se portanto, que perturbações induzidas nestes parâmetros, são capazes de justificar as diferenças detetadas por comparação com as frequências de ressonância determinadas experimentalmente (EMA). Assim, consideram-se as frequências "experimentais" (EMA), como função objetivo do problema, isto é, procura-se determinar se perturbações nos parâmetros 1, 2 e 3 podem levar a alterações das frequências naturais da estrutura, apurando, em caso afirmativo, qual o cenário de perturbação mais provável, que leva a diminuições de 16,52%, 8,08% e 4,12% no valor das frequências numéricas espectáveis FEA 1, 2 e 3, respetivamente.

## ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Porém, atualmente estão disponíveis ferramentas que permitem a determinação numérica de localizações possíveis de dano, ou seja:

- Identificar áreas de sensibilidade ou insensibilidade da estrutura para uma dada resposta e a um determinado parâmetro.
- Verificar se o parâmetro selecionado permite modificar a resposta da estrutura, ou seja, se a estrutura é suficientemente sensível às modificações desse parâmetro.

Assim, torna-se necessário comprovar a eficiência dos parâmetros escolhidos, isto é, verificar se o cenário de dano considerado é efetivamente capaz de causar alterações na resposta da estrutura, caso contrário, proceder-se-á à construção de um novo cenário.

Como se pode constatar pela matriz de sensibilidade representada em seguida, a estrutura é sensível ao longo das suas primeiras três frequências naturais (Response 1, 2 e 3) às perturbações nos parâmetros 1 e 2, definidos anteriormente (Tabela 4.9).

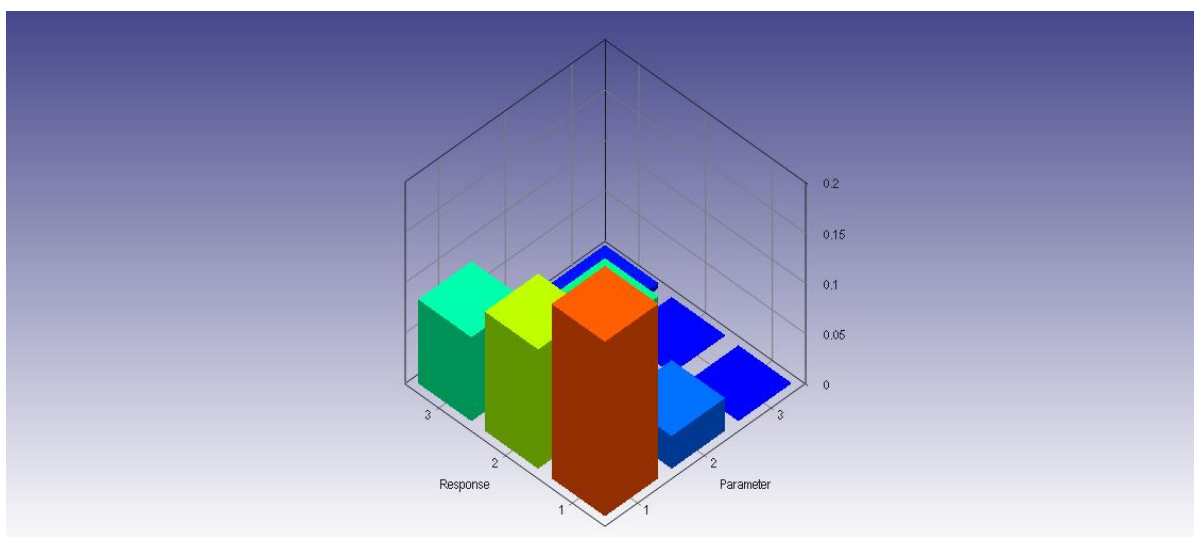


Fig.4.20 – Matriz de sensibilidade, vista isométrica

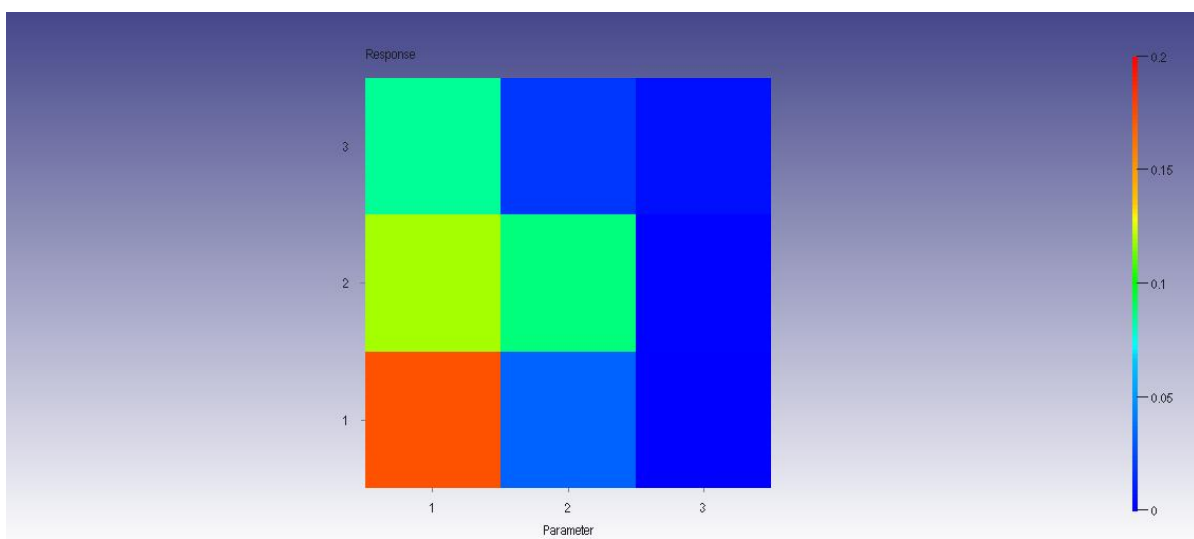


Fig.4.21 – Matriz de sensibilidade, vista de topo

## 4.2.4.4. Estimativa da magnitude do dano

## AJUSTE DO MODELO NUMÉRICO

Proceder-se-á em seguida à determinação de qual o cenário de perturbação mais provável que leva à diminuição, como esquematizado na tabela 4.8, em 16,52%, 8,08% e 4,12% no valor das frequências numéricas espectáveis FEA 1, 2 e 3 respetivamente.

Assim, serão utilizadas as metodologias expostas anteriormente sobre o ajuste de modelos numéricos.

O ajuste será baseado nas frequências numéricas de ressonância da estrutura (FEA), que se pretendem ver atualizadas para os valores detetados experimentalmente (EMA). Para tal, recorrer-se-á aos parâmetros definidos anteriormente (tabela 4.9), cuja eficiência foi comprovada com recurso a uma análise de sensibilidade exposta em 4.2.4.3.

O "software" FEMTools servirá de ferramenta para o ajuste referido, sendo feita ao longo do mesmo uma descrição, passo a passo, dos vários procedimentos.

A figura que se segue consiste numa representação que o "software" sugere para o "pairing" entre as frequências numéricas (FEA-FEMTools) e "experimentais" (EMA), definidas na tabela 4.8.

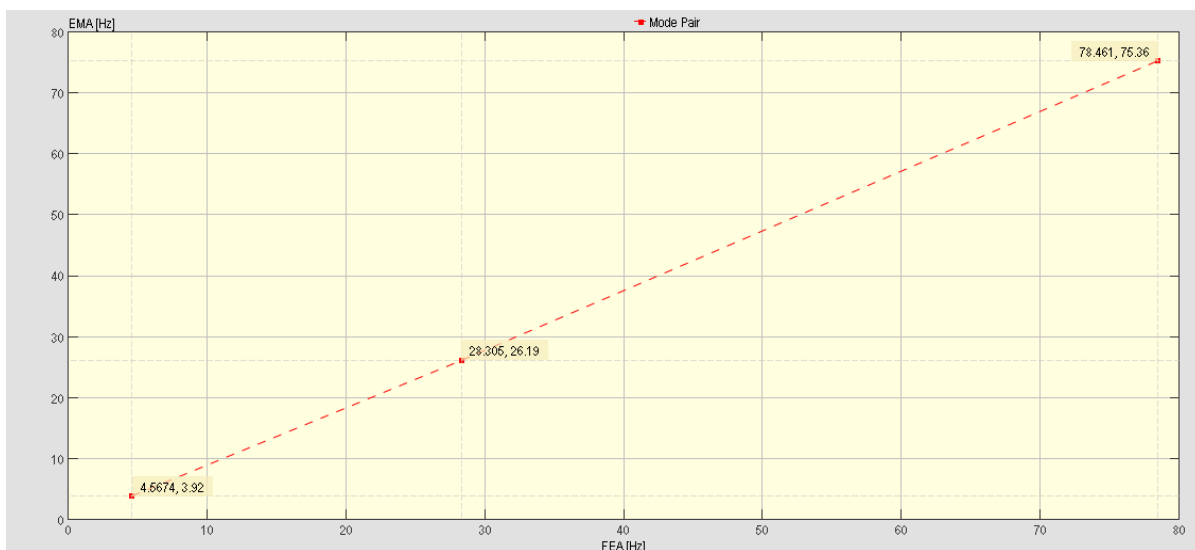


Fig.4.22 – Esquema de "pairing" de frequências sugerido pelo FEMTools

De seguida procedeu-se ao cálculo iterativo do ajuste, tendo sido necessárias três iterações.

A evolução da resposta da estrutura ao longo do processo é apresentada nas figuras que se seguem, denominadas "response tracking".

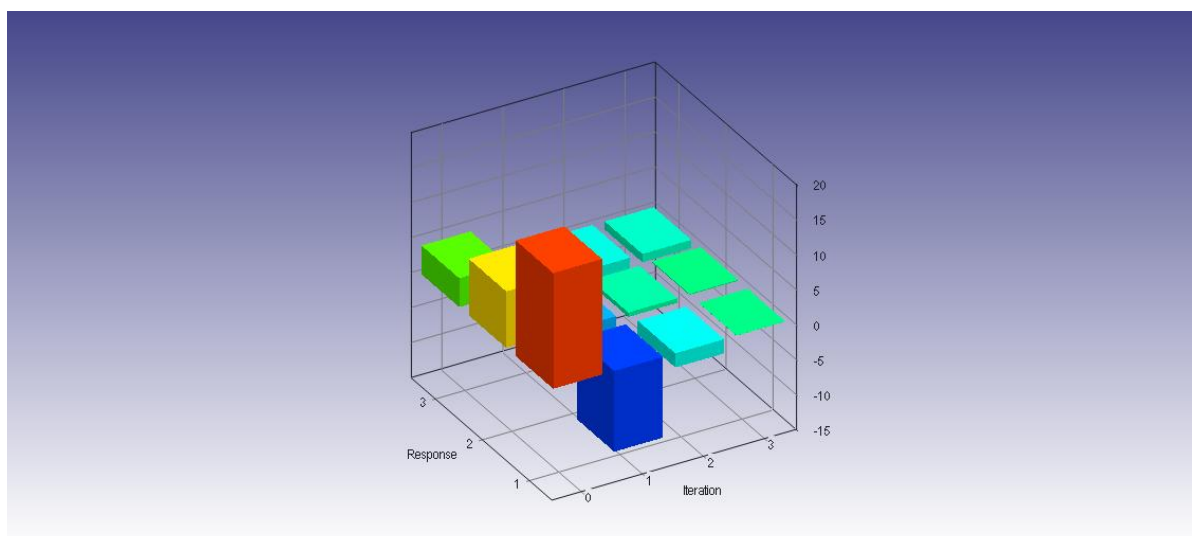


Fig.4.23 – Matriz de evolução da resposta ao longo das três iterações, vista isométrica - "response tracking"

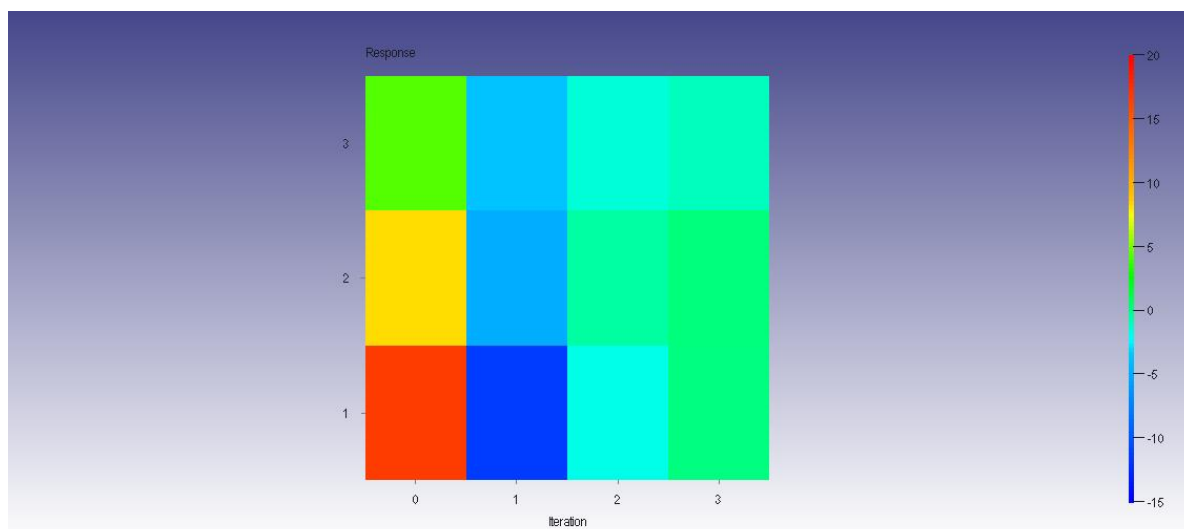


Fig.4.24 – Matriz de evolução da resposta ao longo das três iterações, vista de topo - "response tracking"

É de notar, que as matrizes representadas dizem respeito à evolução da resposta da estrutura, no sentido da mitigação dos erros detetados, por outras palavras, representa-se nesta matriz os seus desvios em percentagem e a correspondente diminuição ao longo do processo de ajuste.

Por observação das matrizes apresentadas constata-se, que ao fim da terceira iteração os desvios foram anulados quase na totalidade, o que sugere valores muito aproximados de frequências numéricas ajustadas e experimentais.

A figura 4.25, que se apresenta em seguida, assenta no mesmo princípio, mas a representação da evolução das respostas não é em matriz, o que torna a leitura mais fácil. Como podemos constatar, após a primeira iteração, o valor das frequências sofreu uma grande alteração, que durante o restante processo se foi atenuando até que ambos os desvios convergissem para aproximadamente zero.

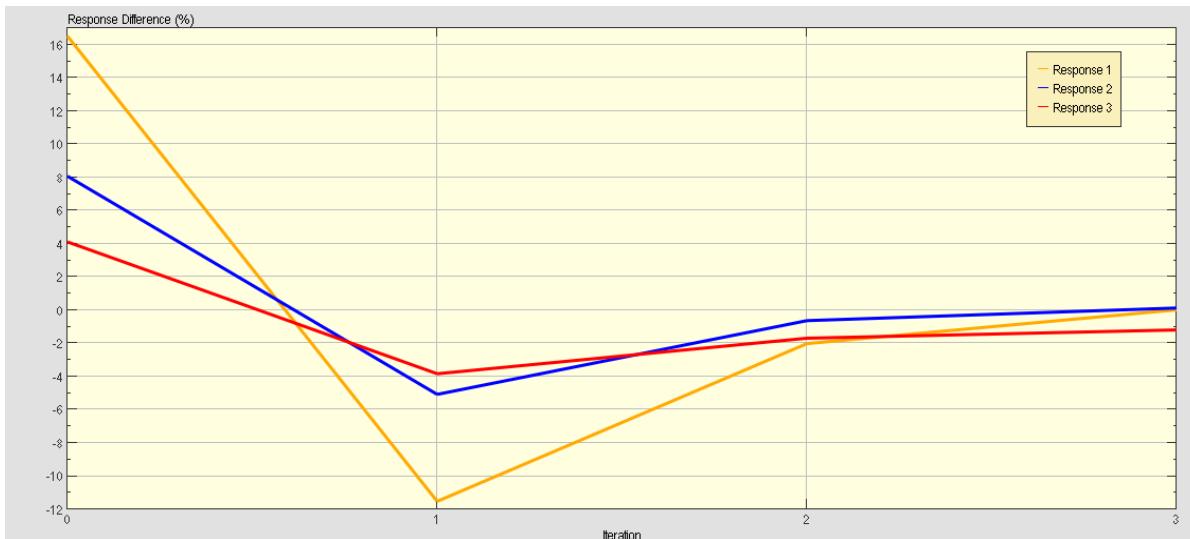


Fig.4.25 – Evolução da resposta ao longo das três iterações - "response tracking"

Através da tabela 4.10, é possível concluir que o ajuste das frequências a valores experimentais foi muito bom, registando um desvio máximo residual de apenas 1,1879% ao fim da terceira iteração, o que significa que apenas a terceira resposta continua, após ajuste, a ser superior à detetada experimentalmente, tendo o desvio diminuído de 4,1152% para apenas 1,1879%.

É de notar o facto da resposta com maior desvio inicial (Resposta 1) ser a que, após ajuste, regista menor desvio residual. Tal facto é certamente justificável através da análise da matriz de sensibilidade em 4.2.3.3 (Fig.4.20 e Fig.4.21), onde se pode observar que é a primeira resposta a que mais se mostra sensível a perturbações nos parâmetros considerados. Assim, o processo tende a debruçar-se mais sobre essa resposta, o que vem justificar o desvio residual de apenas 0,023%.

Tabela 4.10 – Evolução em percentagem da resposta ao longo das três iterações

	Iteração %			
	0	1	2	3
Resposta 1 (frequência 1)	+16,516	-11,519	-2,0126	+0,023258
Resposta 2 (frequência 2)	+8,0756	-5,0721	-0,62918	+0,13320
Resposta 3 (frequência 3)	+4,1152	-3,8286	-1,6876	-1,1879

O "software" disponibiliza ainda uma outra forma de representação da mesma informação.

A figura que se segue, denominada "*response difference*", apresenta através de um gráfico de barras, iteração a iteração, os desvios existentes entre respostas.

Como se pode comprovar, ao fim da terceira iteração, o "software" atualiza as FEA para valores muito próximos das EMA, sendo claramente visível o erro máximo de apenas 1,1879% na resposta 3.

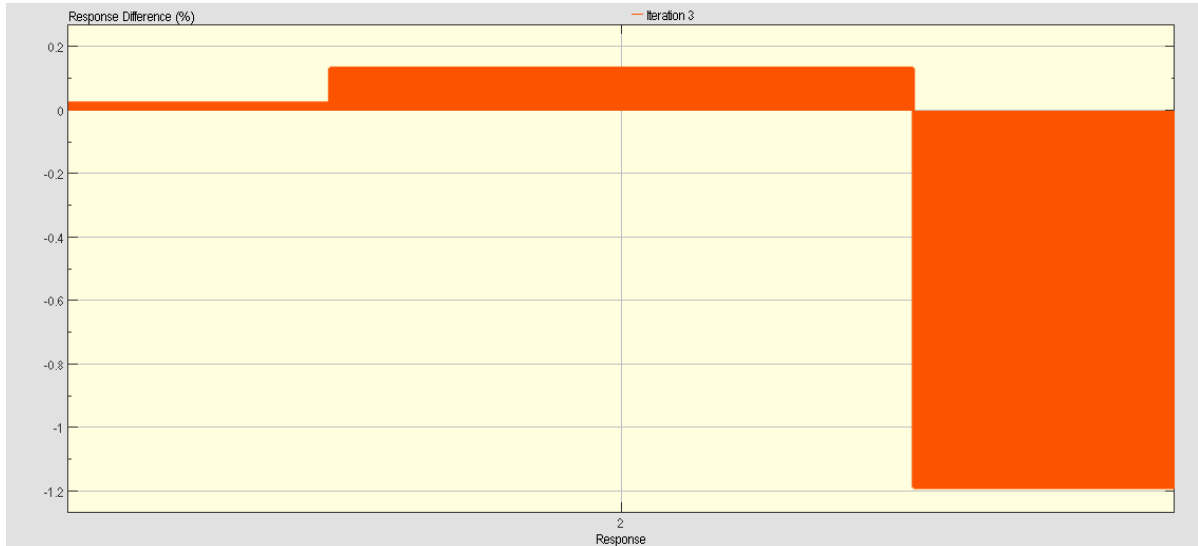


Fig.4.26 – Evolução da resposta ao fim da terceira iteração (Frequências ajustadas) - "*response difference*"

Assim, comprovada a eficiência do ajuste em torno das frequências de ressonância da estrutura, resta perceber a evolução do valor dos parâmetros que conduziu a essa eficiência.

Seguidamente, apresenta-se a evolução correspondente dos parâmetros ao longo das três iterações que conduziram, tal como referido anteriormente, à atualização das frequências do modelo.

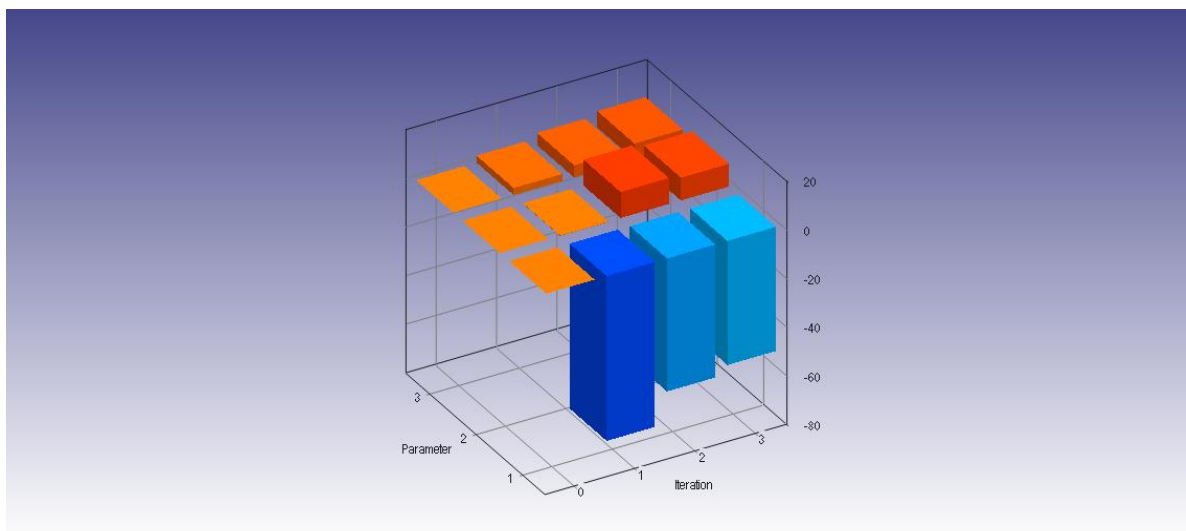


Fig.4.27 – Matriz da evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao longo das três iterações, vista isométrica - "*parameter tracking*"

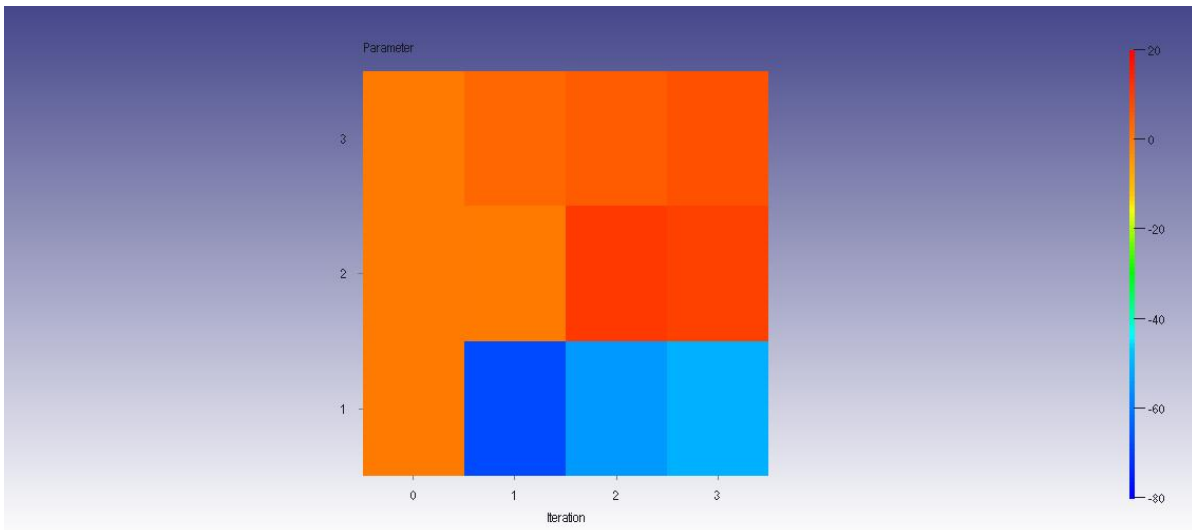


Fig.4.28 – Matriz da evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao longo das três iterações, vista topo - "parameter tracking"

É de notar, como se prova pela figura anterior, que devido à grande sensibilidade da estrutura na primeira resposta a alterações do parâmetro 1 (Fig.4.20 e 4.21), o "software" começa primeiramente por tentar ajustar unicamente este parâmetro. Através da figura que se segue (Fig.4.29), constata-se que esse ajuste consistiu numa alteração muito brusca do seu valor, tendendo ao longo das restantes iterações, a diminuir por recurso aos restantes parâmetros (nomeadamente o parâmetro 2 que até então não tinha sofrido qualquer alteração), que em conjunto resultam num erro menor e consequentemente numa melhor atualização.

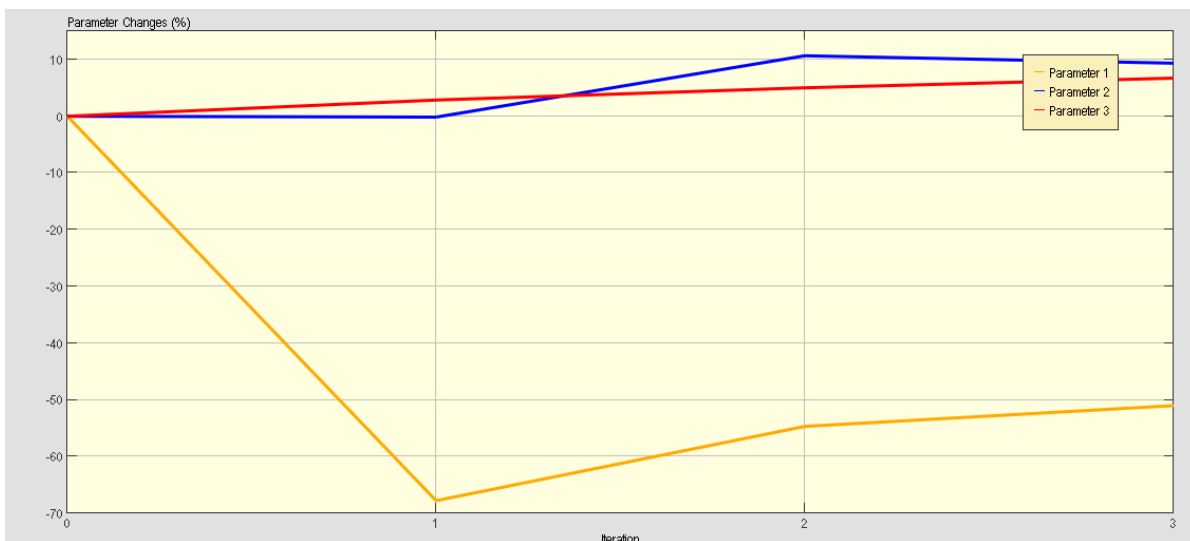


Fig.4.29 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste - "parameter tracking"

Como se pode observar pela figura apresentada, no fim do processo iterativo, o cenário de perturbação determinado, corresponde aproximadamente a uma diminuição na ordem dos 50% do valor do parâmetro 1 e de cerca de 10% nos restantes.



No entanto o mesmo pode ser representado, de uma forma mais clara, através da figura que se segue.

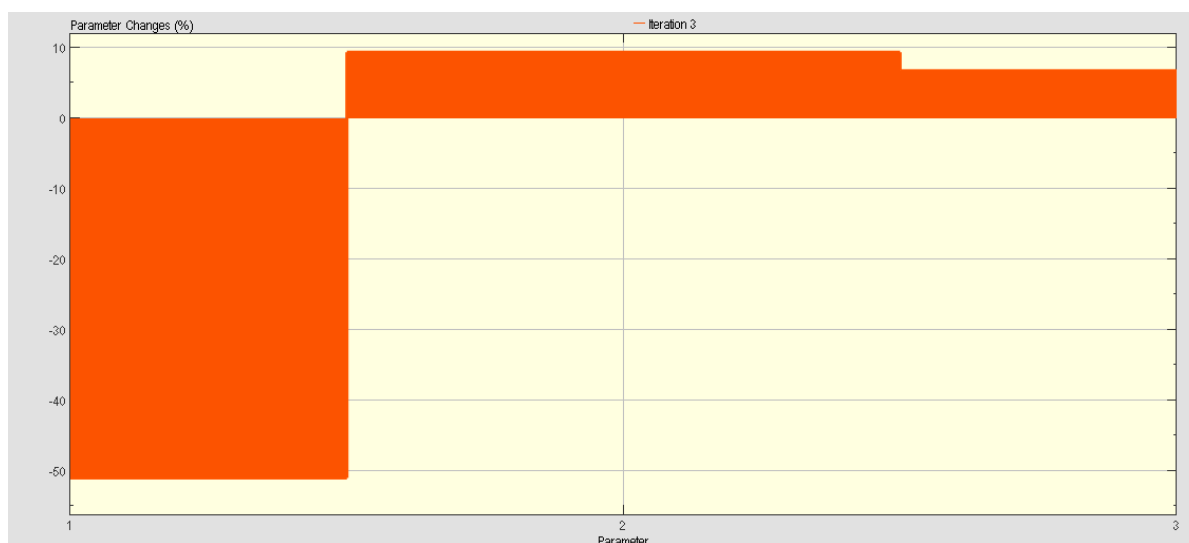


Fig.4.30 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao fim da terceira iteração (Cenário de Dano) - "parameter difference"

Assim, concluído o ajuste, o cenário de dano ou perturbação mais provável na justificação dos desvios encontrados entre frequências "experimentais" e numéricas, é o seguinte:

Tabela 4.11 – Cenário de dano determinado

	ANTES (MPa)	DEPOIS (MPa)	ERRO%
Parâmetro 1	31000	15184	-51,02
Parâmetro 2	31000	33899	+9,35
Parâmetro 3	31000	33083	+6,72

Constata-se que o "software" foi capaz de, com bastante eficiência, atualizar o modelo numérico da viga encastrada em termos de frequências numéricas FEA em frequências "experimentais" EMA, (erro máximo de atualização em frequência de apenas 1.1879%, tabela 4.10).

Comprovou-se a redução em 50% do módulo de elasticidade do elemento 1 (parâmetro 1) como cenário de dano mais provável para justificar as alterações no comportamento dinâmico da viga.

É de notar que embora o resultado final não corresponda a valores inalterados dos parâmetros 2 e 3, constata-se uma forte tendência de presença de dano localizado no elemento 1, tendência essa, comprovada com uma determinação de amplitude de dano bastante precisa.

Seguidamente propor-se-ão novos cenários de perturbação que visam por à prova a metodologia apresentada como uma excelente ferramenta de apoio ao estudo do comportamento dinâmico de estruturas, nomeadamente na questão da deteção e interpretação de dano.

DANO DE 10% NO ELEMENTO 1

A fim de testar a eficiência dos procedimentos descritos para cenários de perturbação mais reduzidos, simulou-se um dano correspondente a uma diminuição de 10% no módulo de elasticidade do elemento 1 da viga em questão. Os principais resultados, tal como expostos anteriormente, são apresentados de seguida.

Tabela 4.12 – Erro entre frequências "experimentais" (EMA) da estrutura danificada e numéricas (FEA-FEMTools) da estrutura íntegra

	Frequência (Hz)		
	1	2	3
Experimentais (EMA)	4,46	28,09	78,75
Numéricas (FEA-FEMTools)	4,57	28,31	78,46
Erro (%)	-2,41	-0,77	+0,37

O processo iterativo fica resolvido numa iteração, cuja evolução se apresenta nas figuras 4.31 e 4.32.

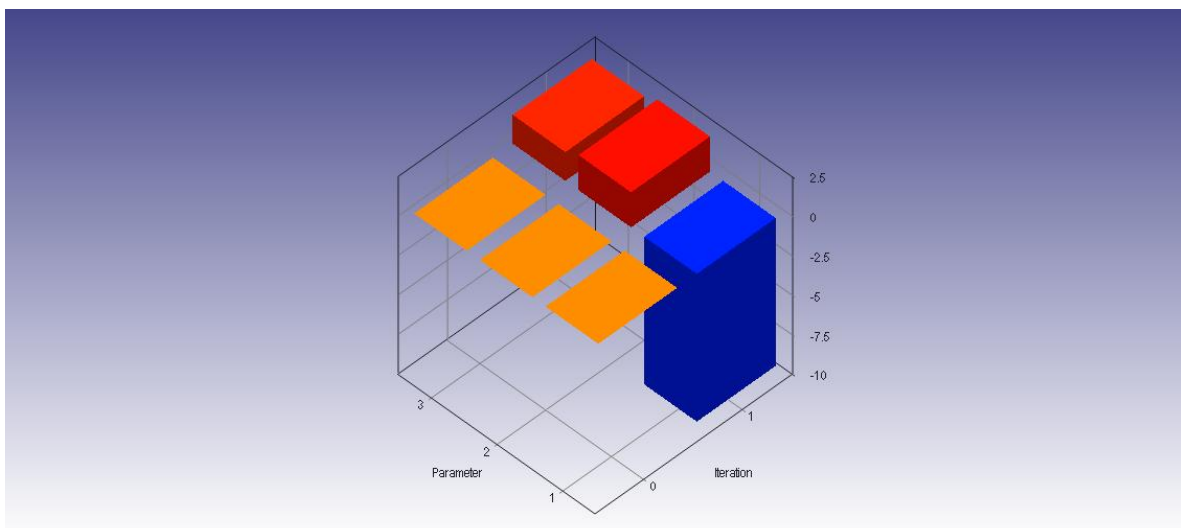


Fig.4.31 – Matriz de evolução da resposta ao longo da única iteração, vista isométrica - "response tracking"

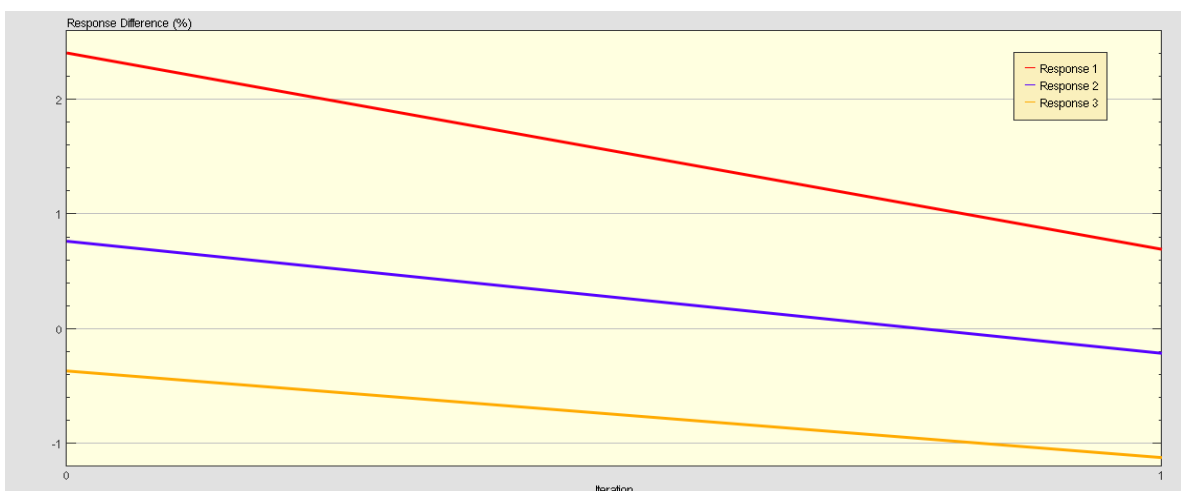


Fig.4.32 – Evolução da resposta ao longo da única iteração - "response tracking"

No fim do ajuste, foram registados os desvios residuais de +0,69%, -0,21% e -1,12%, respetivamente nas respostas 1, 2 e 3, como se apresenta na figura que se segue.

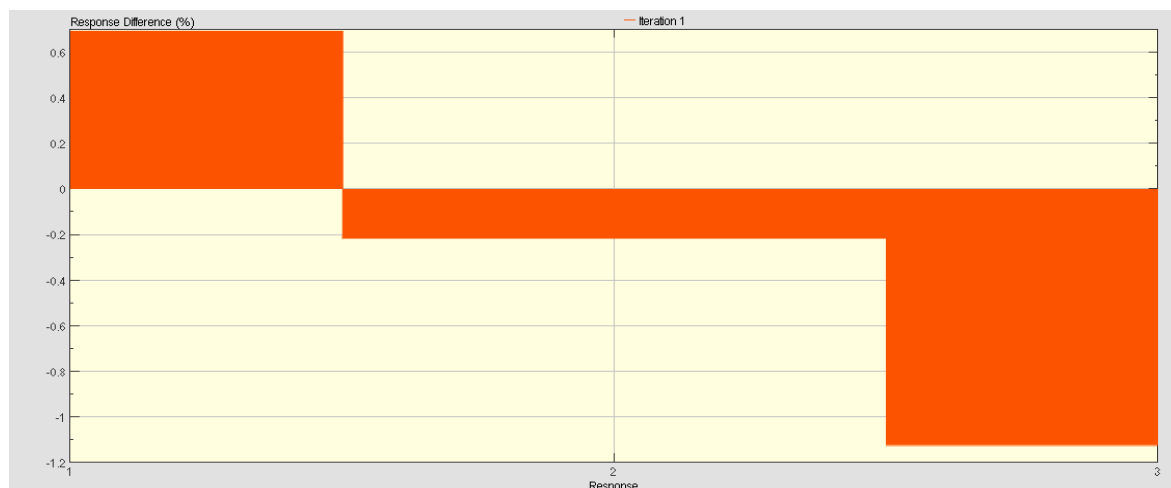


Fig.4.33 – Evolução da resposta ao fim da única iteração (Frequências ajustadas) - "response difference"

Os parâmetros escolhidos para ajuste são os mesmos do caso anterior (Tabela 4.9).

A evolução do valor dos mesmos, que conduziu a um ajuste tão preciso das frequências, apresenta-se na figura 4.34, sendo o cenário de dano determinado, exposto na figura 4.35. e tabela 4.13.

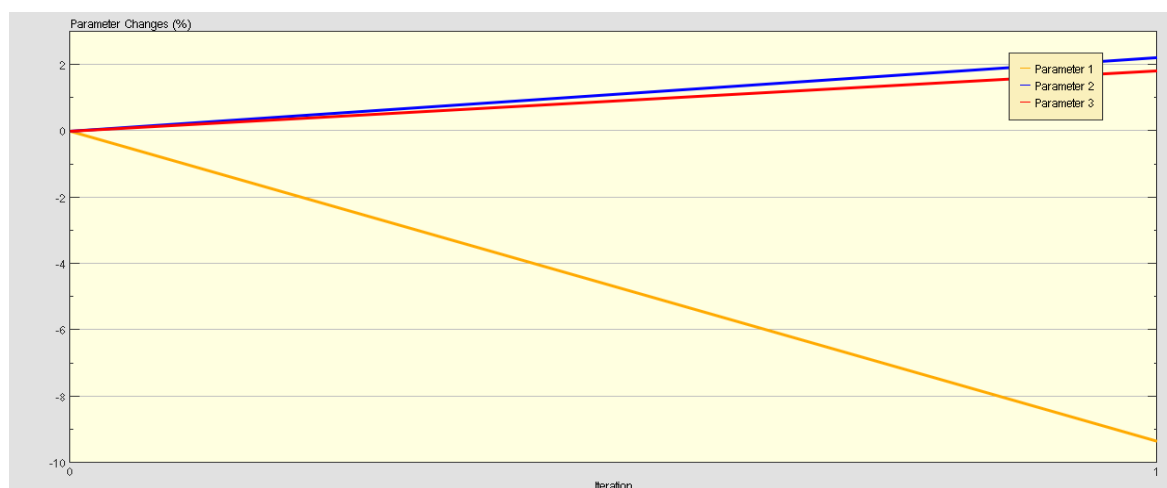


Fig.4.34 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste - "parameter tracking"

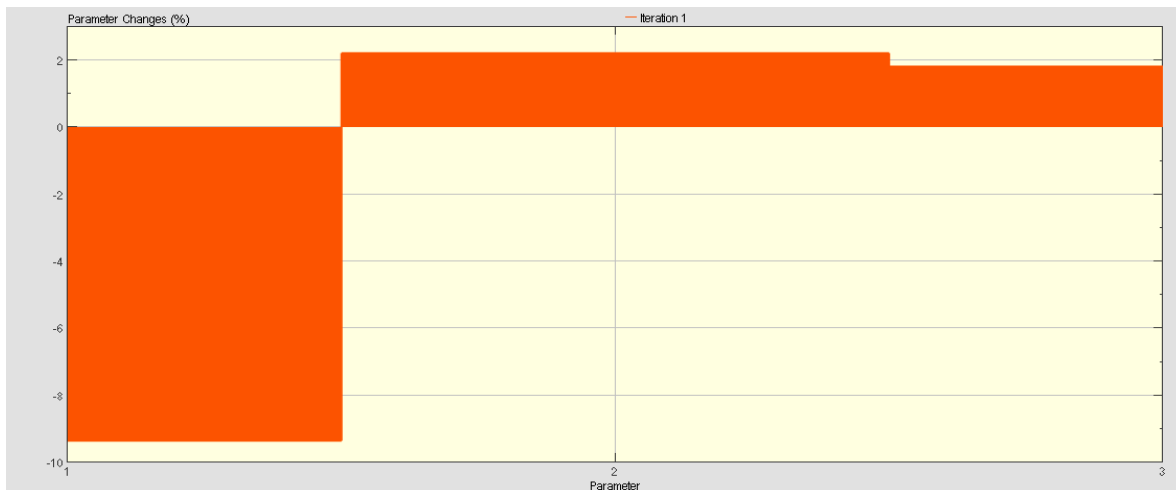


Fig.4.35 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste no final do processo iterativo (Cenário de Dano) - "parameter difference"

Tabela 4.13 – Cenário de dano determinado

	ANTES (MPa)	DEPOIS (MPa)	ERRO%
Parâmetro 1	31000	28102	-9,35
Parâmetro 2	31000	31688	+2,22
Parâmetro 3	31000	31564	+1,82

Assim, constata-se que o "software" foi capaz de, com bastante eficiência, atualizar o modelo de elementos finitos da viga encastrada em termos de frequências numéricas FEA em frequências "experimentais" EMA, (erro máximo de atualização em frequência de apenas 1.12%).

Comprovando a redução em 10% do módulo de elasticidade do elemento 1 (parâmetro 1) como cenário de dano mais provável para justificar as alterações no comportamento dinâmico da viga.

Chama-se a atenção para o facto da matriz de sensibilidade não ter sido exposta por ser idêntica à do caso de perturbação anterior (Fig.4.20 e Fig.4.21), já que a sua configuração é independente da magnitude de perturbação, dependo apenas da localização da mesma e dos parâmetros selecionados para ajuste.

É de notar, que embora o resultado final não corresponda a valores inalterados dos parâmetros 2 e 3, constata-se uma forte tendência de presença de dano localizado no elemento 1, tendência essa, comprovada com uma determinação de amplitude de dano bastante precisa.

No entanto, mostra-se ainda interessante a ponderação de um caso de perturbação que incida numa zona da viga menos sensível, com vista a testar as potencialidades do "software" nestas condições de ajuste.

DANO NOS ELEMENTOS INTERMÉDIOS 5 E 6

Simulou-se um dano correspondente a uma diminuição de 50% no módulo de elasticidade dos elementos 5 e 6 da viga em questão. Os principais resultados, tal como expostos anteriormente, são apresentados de seguida.

Considerando os mesmos parâmetros de ajuste seleccionados até aqui (Tabela 4.9), comprava-se que a matriz de sensibilidade terá uma representação distinta (remete-se comparação entre Fig.4.20 e Fig.4.21 com Fig.4.36 e Fig.4.37), já que, como descrito anteriormente, esta depende da localização do dano.

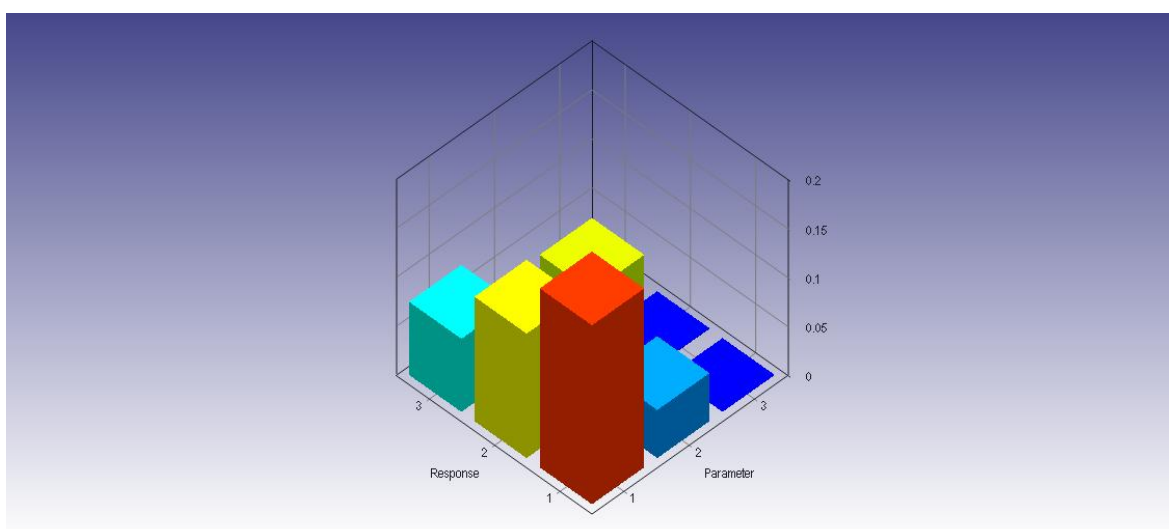


Fig.4.36 – Matriz de sensibilidade, vista isométrica

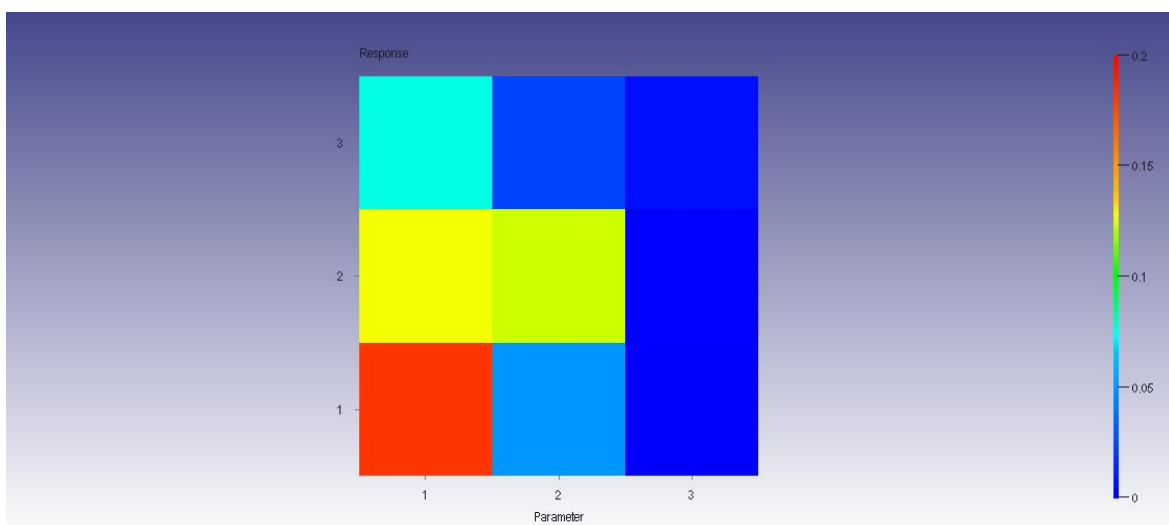


Fig.4.37 – Matriz de sensibilidade, vista de topo

O "software" resolveu o processo iterativo com grande eficiência ao fim de duas iterações, registrando um desvio residual de +0,009%, +0,3% e -1,53% nas respostas 1, 2 e 3 respectivamente, como se indica pela figura em baixo.



Fig.4.38 – Evolução da resposta ao longo das duas iterações -"response tracking"

Tal como se pode observar pela figura 4.39, o cenário de dano determinado corresponde em pleno com o pretendido, por determinar uma correta tendência para a localização de dano nos elementos 5 e 6 por diminuição em 5,66% no valor do parâmetro 1, 44,32% no parâmetro 2 e por um aumento em 4,78% no parâmetro 3.

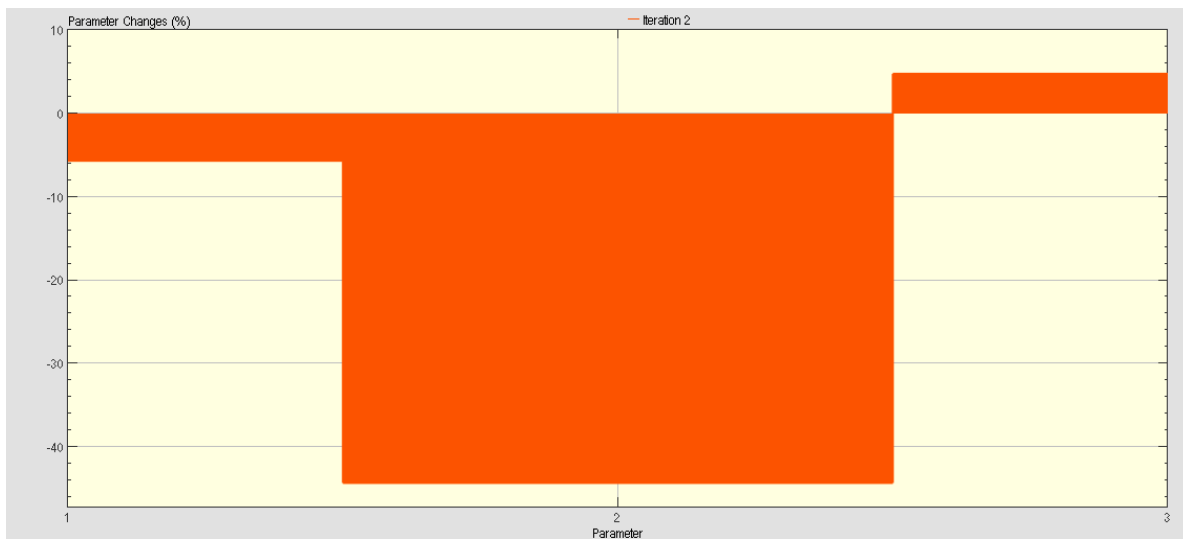


Fig.4.39 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste no final do processo iterativo (Cenário de Dano) - "parameter difference"

Assim, diminui-se a magnitude do dano para 25%, tendo o "software" resolvido o processo iterativo com grande eficiência ao fim de apenas uma iteração e registado um desvio residual de +0,21%, +0,52% e -1,35% nas respostas 1, 2 e 3 respectivamente, como se indica pela figura que se segue.

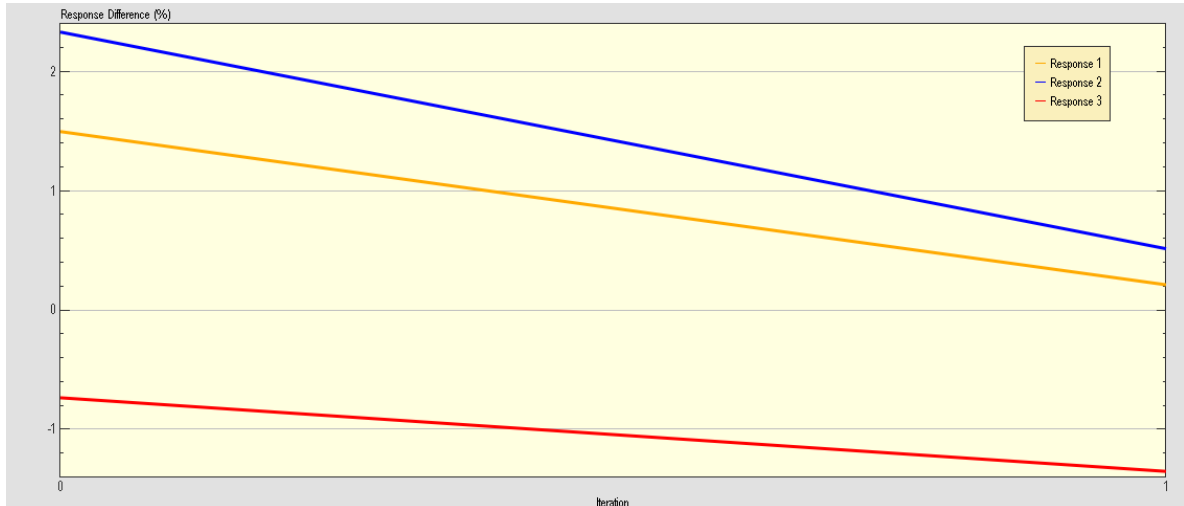


Fig.4.40 – Evolução da resposta ao longo da única iteração - "response tracking"

No entanto, o cenário de dano determinado é bem menos preciso, sendo ainda assim claramente detetada uma tendência de localização de dano concentrado nos elementos 5 e 6 por diminuição em 4,5% no valor do parâmetro 1, 12,74% no parâmetro 2 e por um aumento de 2,03% no parâmetro 3.

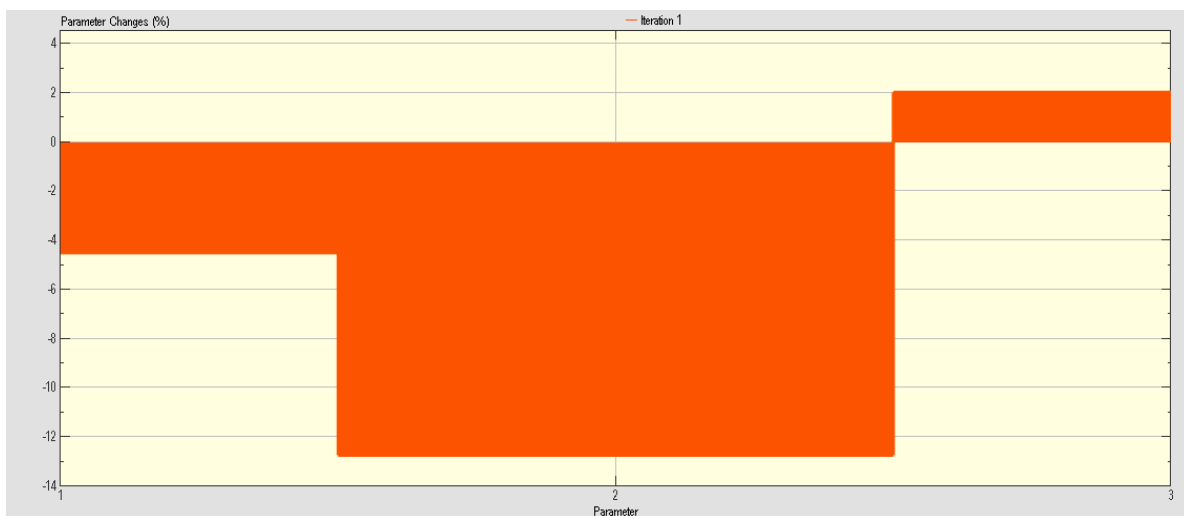


Fig.4.41 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste no final do processo iterativo (Cenário de Dano) - "parameter difference"

Nestes termos, constata-se que o "software" foi capaz de, com bastante eficiência, atualizar o modelo de elementos finitos da viga encastrada em termos de frequências numéricas FEA em frequências "experimentais" EMA, (erro máximo de atualização em frequência de apenas 1.35%). Comprovou-se assim, a eficiência do mesmo como ferramenta em procedimentos de detecção de dano. No entanto, é importante referir, que no mesmo cenário de perturbação, para um dano de apenas 10% no valor do módulo de elasticidade, o "software" não foi capaz de realizar qualquer ajuste, tendo o mesmo acontecido para todo o leque de magnitudes de perturbação no elemento 10.

É de notar que apenas foram consideradas as frequências para ajuste, contudo, a utilização dos modos de vibração melhoraria certamente os resultados.

### 4.3. VIGA APOIADA

Pretende-se com este exemplo comprovar a eficiência das metodologias dispostas anteriormente no cálculo do comportamento dinâmico, deteção e interpretação de dano através da análise de uma estrutura de características distintas.

#### 4.3.1. DESCRIÇÃO E MODELAÇÃO NUMÉRICA DA VIGA APOIADA

A viga apoiada, igualmente com 5 metros de comprimento, tem uma secção transversal quadrada de 0,15 metros de largura e altura, constantes ao longo de todo o comprimento. Tal como na estrutura anterior, a modulação consistiu em 10 troços iguais de 0,5 metros de comprimento ligados entre si monoliticamente, dando origem a 11 nós, sendo que o primeiro e o último, nó número 1 e nó número 11 correspondentemente, são os únicos com ligação ao exterior, ligações estas representados por um apoio simples e um apoio duplo.

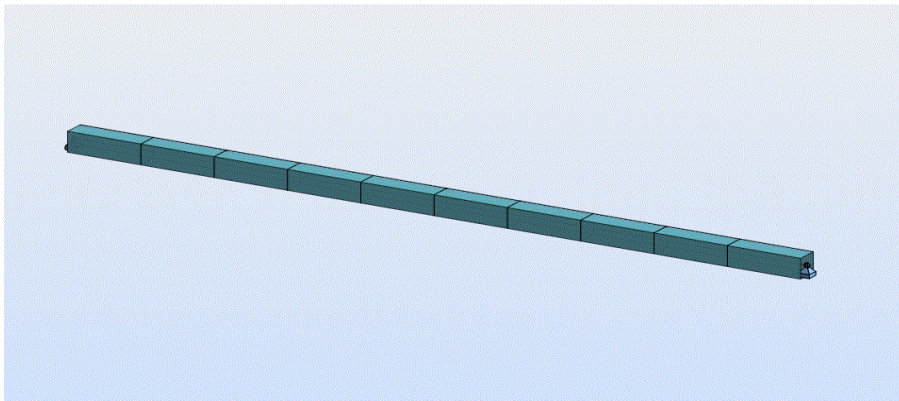


Fig.4.42 – Modelo numérico da viga apoiada (ROBOT)

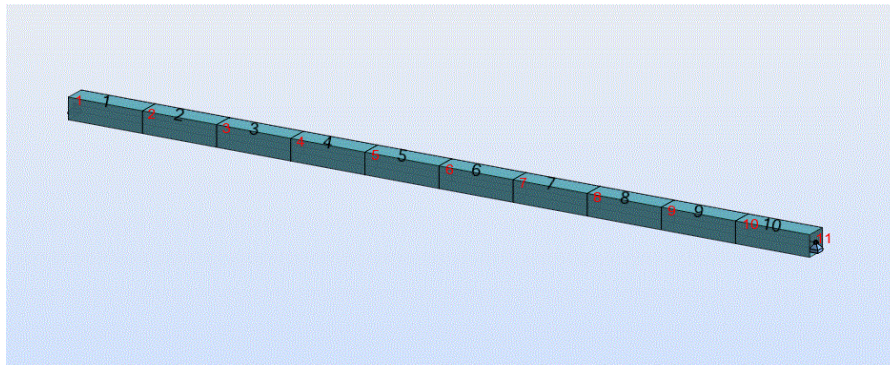


Fig.4.43 – Numeração dos pontos e elementos do modelo numérico da viga apoiada (ROBOT)

#### 4.3.2. ANÁLISE MODAL - MODELO NUMÉRICO

Novamente, recorrendo às potencialidades de cálculo do "software" ROBOT, determinaram-se os cinco primeiros modos de vibração verticais e horizontais, que mais uma vez serão iguais devido à secção transversal ser quadrada, e respetivas frequências fundamentais de vibração.



Tabela 4.14 – Cinco primeiras frequências fundamentais (Hz) e correspondentes períodos de vibração (s)

Frequência (Hz)	Período (s)
9,57	0,10
38,26	0,03
85,96	0,01
152,60	0,01
238,20	0,00

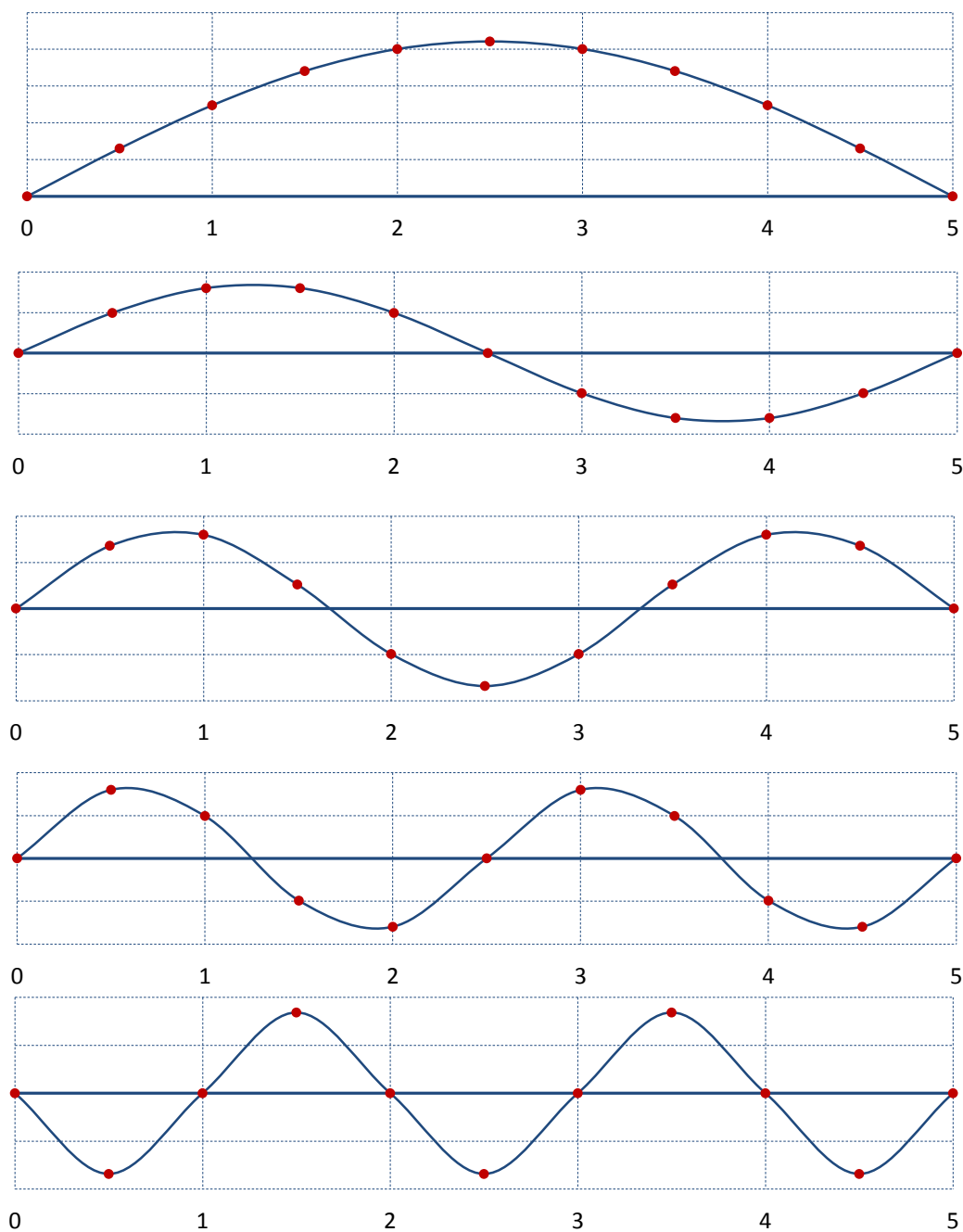


Fig.4.44 – Configurações modais dos cinco primeiros modos de vibração verticais

#### 4.3.3. ANÁLISE MODAL - ENSAIO EXPERIMENTAL

Tal como a Figura 4.45 sugere, em seguimento do explorado para a viga encastrada, recorreu-se à ferramenta "Time History Analysis" disponibilizada pelo ROBOT, solicitando a estrutura com uma carga unitária no nó 3, que será multiplicada pela excitação *ALEATÓRIA.thf* criada anteriormente em Excel.

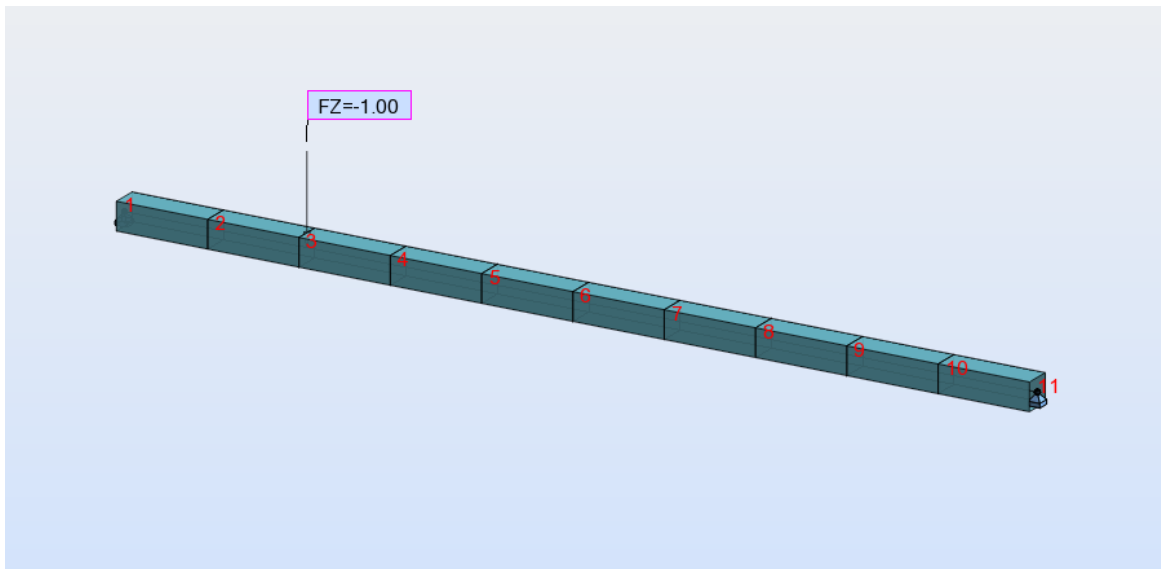


Fig.4.45 – Ponto de aplicação da solicitação

Em resultado, como mostra a figura que se segue, foi possível determinar a resposta da viga apoiada, em acelerações medidas no ponto 3.

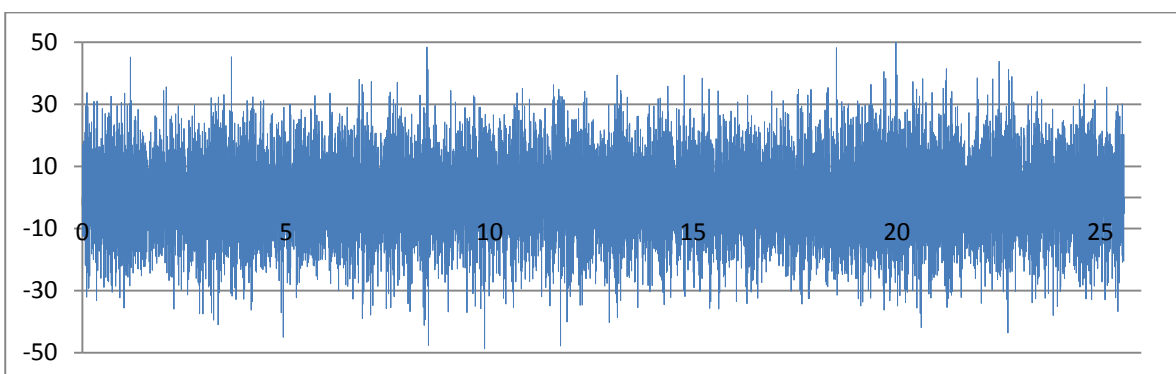


Fig.4.46 – Resposta da estrutura em acelerações ( $m/s^2$ ), medida no nó 3

Consequentemente, através da Análise de Fourier descrita anteriormente, determinou-se o espectro de resposta que se apresenta em seguida.

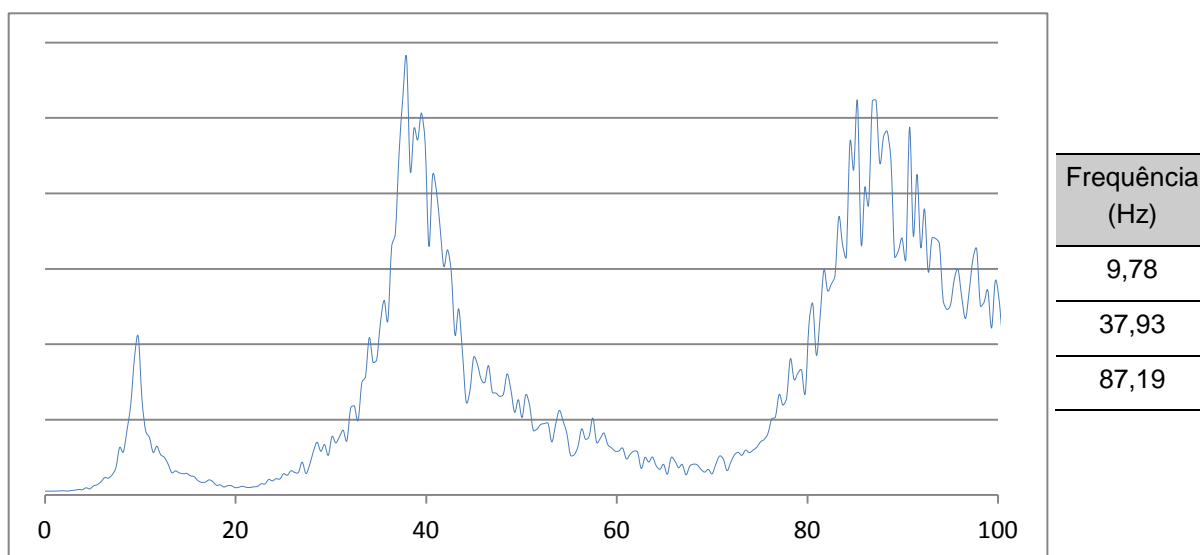


Fig.4.47 – Espectro de resposta da viga apoiada e respectivas frequências naturais

A seguir, é apresentada a quantificação do erro detetado.

Tabela 4.15 – Erro entre frequências "experimentais" (Análise de Fourier) e numéricas (ROBOT)

	Frequência (Hz)		
	1	2	3
Experimentais	9,78	37,93	87,19
Numéricas	9,57	38,26	85,96
Erro (%)	+2,19	-0,86	+1,41

Como se pode confirmar, o erro máximo detetado é de 2,19%, valor bastante admissível, o que comprova a eficiência da metodologia escolhida para a determinação das frequências de ressonância das duas estruturas propostas, com base na medição da resposta a excitações aleatórias, isto é, com base apenas na análise experimental.

#### 4.3.4. ANÁLISE DE DANO

##### 4.3.4.1. Introdução de dano e cálculo modal da estrutura danificada

Mais uma vez, como não dispomos da estrutura "in loco", recorrendo à modelação desenvolvida anteriormente em ROBOT, simulou-se um dano correspondente a uma diminuição de 50% no módulo de elasticidade dos elementos 1 e 10 da viga apoiada e recorrendo à metodologia desenvolvida, representa-se, a seguir, o seu espectro de resposta e frequências de ressonância detetadas.

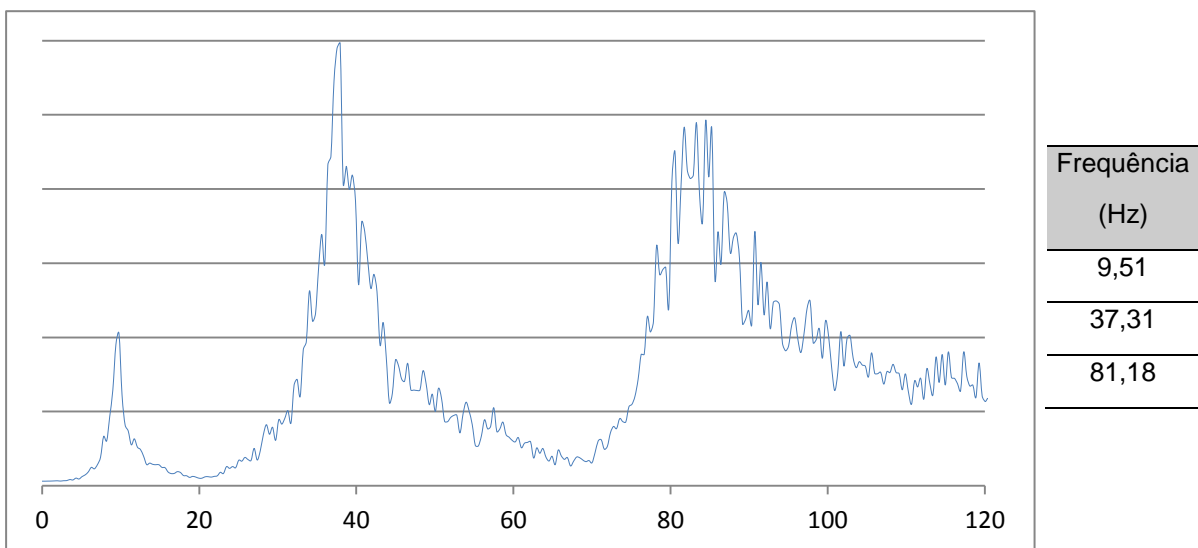


Fig.4.48 – Espectro de resposta e respetivas frequências fundamentais da viga apoiada danificada através da diminuição em 50% do módulo de elasticidade dos seus elementos 1 e 10

Tal como definido para a viga encastrada, torna-se legítimo considerar em diante estas frequências naturais, como passíveis de serem determinadas através de um ensaio "in loco", por excitação de uma viga apoiada semelhante, ou seja, serem consideradas como resultados EMA ("Experimental Modal Analysis") onde, à data do ensaio, se desconhecia a existência de qualquer dano.

Assim, o recurso à modelação em ROBOT do dano serve apenas para que os desenvolvimentos em seguida assentem em cenários minimamente realistas.

## 4.3.4.2. Constatação da existência de dano

Apresenta-se em seguida o erro detetado por comparação com as frequências FEA ("Finite Element Analysis") calculadas pela modelação em elementos finitos do programa FEMTools.

Tabela 4.16 – Erro entre frequências "experimentais" (EMA) da estrutura danificada e numéricas (FEA-FEMTools) da estrutura íntegra

	Frequência (Hz)		
	1	2	3
Experimentais (EMA)	9,51	37,31	81,18
Numéricas (FEA - FEMTools)	9,65	38,6	86,33
Erro (%)	-1,48	-3,34	-5,96

O erro máximo registado, 5,4% indica uma notória discrepância entre valores experimentais (EMA) e os que seriam previsíveis (FEA). Tal discrepância sugere que de alguma maneira a estrutura poderá ter sido danificada, e como se constata uma diminuição de valor ao longo das três frequências de ressonância, a perda de rigidez da mesma parece ser um cenário muito provável.

## 4.3.4.3. Identificação da localização do dano

Admitiu-se como provável localização do dano a barra 1, 5, 6 e 10, como se representa na figura 4.49. É de notar, que ao contrário da estrutura analisada anteriormente, não serão consideradas associações de troços, a fim de avaliar a capacidade do "software" em determinar perturbações comuns em elementos independentes entre si, tal como será de esperar para os elementos 1 e 10.

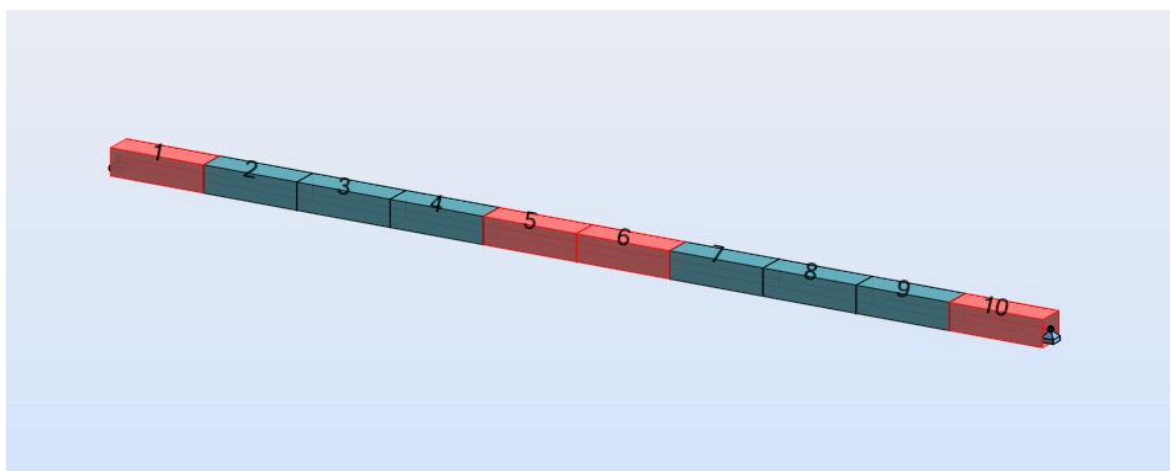


Fig.4.49 – Localização provável do dano

A escolha do módulo de elasticidade para a representação de dano prende-se com o facto de ser facilmente atualizável. No entanto, a escolha da inércia da secção transversal conduziria a resultados equivalentes.

Assim, como se representa na tabela seguinte, consideram-se os parâmetros:

Tabela 4.17 – Parâmetros selecionados para ajuste

Parâmetro	Módulo de Elasticidade ( $E$ )
1	Barra 1
2	Barra 5
3	Barra 6
4	Barra 10

Admite-se que perturbações induzidas nestes parâmetros são capazes de justificar as diferenças detetadas nas frequências de ressonância.

Contudo, essa suposição carece de confirmação numérica, isto é, necessita de ser fundamentada através de uma análise de sensibilidade.

#### ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Mais uma vez, recorrer-se-á à análise de sensibilidade a fim de comprovar a eficiência dos parâmetros de ajuste escolhidos.

Como se pode constatar pela matriz de sensibilidade representada em seguida, a estrutura é sensível ao longo das suas primeiras três frequências naturais (Response 1, 2 e 3) às perturbações nos parâmetros 1, 2, 3 e 4.

É de salientar o comportamento simétrico dos parâmetros representados na matriz de sensibilidade. Tal simetria é justificada pela própria estrutura, que por si só é simétrica ao longo do seu desenvolvimento longitudinal. Tal comportamento sugere que o ajuste dos parâmetros assumam também um comportamento simétrico. Assim, as alterações propostas para os parâmetros 1 e 4 serão idênticas, tal como se admite vir a acontecer com os parâmetros 2 e 3, como poderá ser comprovado no decorrer do processo de ajuste.

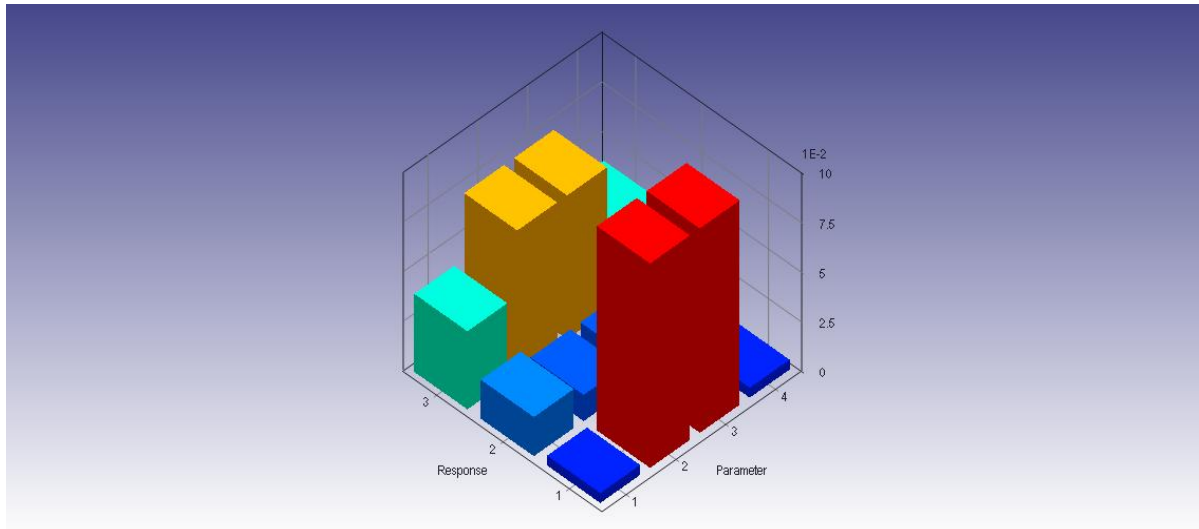


Fig.4.50 – Matriz de sensibilidade, vista isométrica

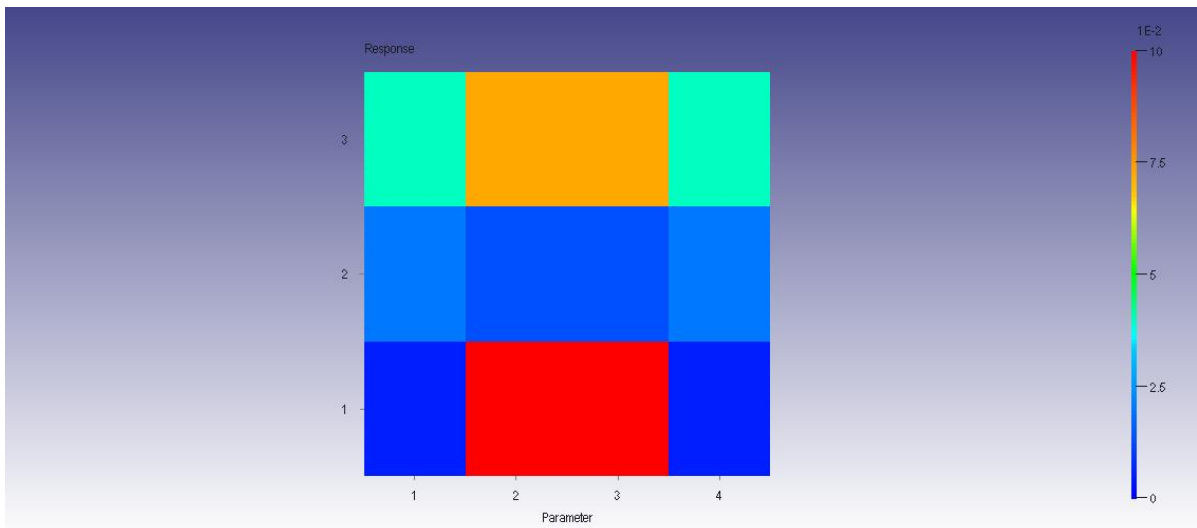


Fig.4.51 – Matriz de sensibilidade, vista de topo

#### 4.3.4.4. Estimativa da magnitude do dano

#### AJUSTE DO MODELO NUMÉRICO

Comprovada a eficiência dos parâmetros selecionados, consideram-se as frequências "experimentais" EMA como função objetivo do problema, isto é, procura-se determinar qual o cenário de perturbação que leva a diminuições de 1,48%, 3,34% e 5,96% no valor das frequências numéricas espectáveis FEA 1, 2 e 3 respetivamente (Tabela 4.16). Para tal recorrer-se-á aos parâmetros definidos anteriormente (tabela 4.17), cuja eficiência foi comprovada com recurso a uma análise de sensibilidade exposta em 4.3.4.3.

Assim, serão utilizadas as metodologias expostas anteriormente sobre o ajuste de modelos numéricos. A tabela que se segue representa o "pairing" entre as frequências FEA e EMA.

Tabela 4.18 – Tabela de "pairing" de frequências

	Frequência (Hz)		
	1	2	3
EMA	9,51	37,31	81,18
FEA (FEMTools)	9,65	38,6	86,33

De seguida procedeu-se ao cálculo iterativo do ajuste, tendo sido necessárias três iterações.

A evolução da resposta da estrutura ao longo do processo é apresentada pelas figuras que se seguem, denominadas "response tracking".

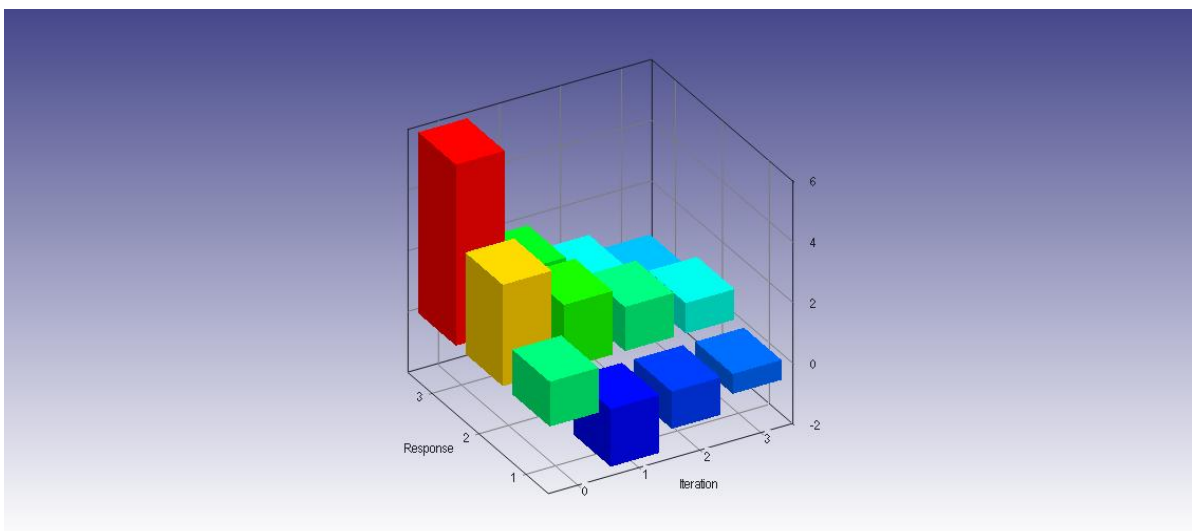


Fig.4.52 – Matriz de evolução da resposta ao longo das três iterações, vista isométrica -" response tracking"

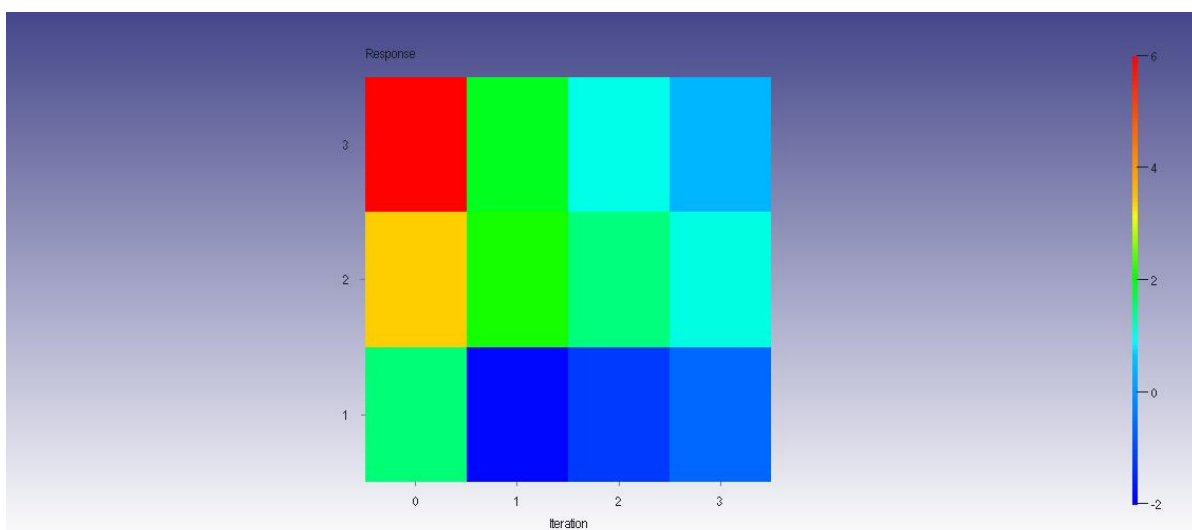


Fig.4.53 – Matriz de evolução da resposta ao longo das três iterações, vista topo -" response tracking"



Por observação das matrizes apresentadas constata-se que ao fim da terceira iteração os desvios foram anulados quase na totalidade, como comprova os tons de azul presentes em cada uma, o que sugere valores muito aproximados de frequências numéricas ajustadas e "experimentais".

A figura 4.54 que se apresenta em seguida assenta no mesmo princípio, sendo que a representação da evolução das respostas não é em matriz, o que torna a sua leitura mais fácil.

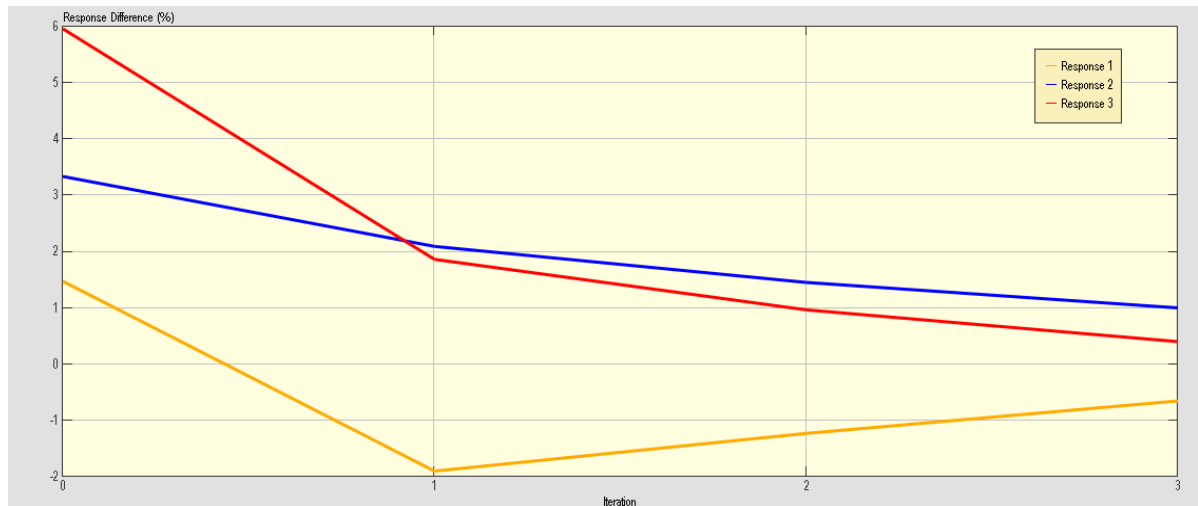


Fig.4.54 – Evolução da resposta ao longo das três iterações - "response tracking"

Como podemos constatar, após a primeira iteração, o valor da frequência associada à resposta 1 (cor laranja), sofreu uma alteração brusca que durante o restante processo se foi atenuando até que ambos os desvios convergem para aproximadamente zero.

É de notar que o valor do desvio residual mais elevado, isto é, a resposta que ao fim do processo foi pior ajustada, resposta 2 (cor azul) é, por análise da matriz de sensibilidade (Fig.4.50 e Fig.4.51), a menos sensível de entre as três. Serve este facto de justificação para o maior interesse por parte do "software" em mitigar os desvios das respostas 1 e 3, registando estas, valores de desvio residual mais baixos.

Na figura que se segue apresentam-se os referidos residuais para cada resposta ao fim da terceira iteração.



Fig.4.55 – Evolução da resposta ao fim da terceira iteração (Frequências Ajustadas) -"response difference"

Os valores exatos por resposta e iteração, são discriminados na tabela em baixo.

Tabela 4.19 – Evolução em percentagem da resposta ao longo das três iterações

	Iteração			
	0	1	2	3
Resposta 1	+1,4756	-1,9003	-1,2297	-0,6519
Resposta 2	+3,3387	+2,0953	+1,4548	+1,0019
Resposta 3	+5,9641	+1,8648	-0,9670	+0,4021

Como podemos verificar pela tabela apresentada, ao fim da terceira iteração o "software" atualiza as frequências FEA para valores muito próximos das EMA, sendo registado um erro máximo de apenas 1,002%.

Assim, comprovada a eficiência do ajuste em torno das frequências de ressonância da estrutura, resta perceber a evolução do valor dos parâmetros que conduziu a essa eficiência.

Seguidamente apresenta-se a evolução correspondente dos parâmetros ao longo das três iterações que conduziram, tal como referido anteriormente, à atualização do modelo em frequências.

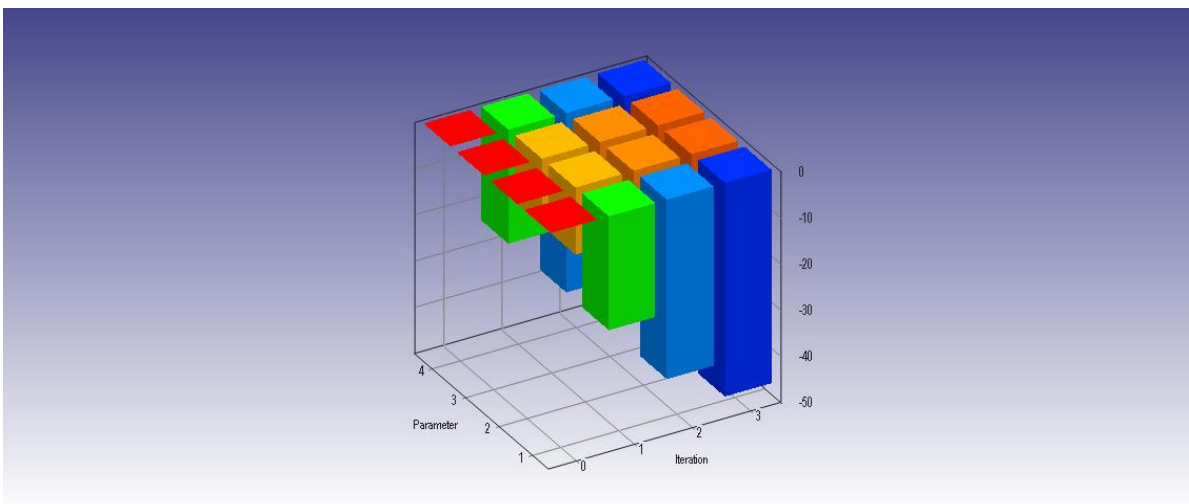


Fig.4.56 – Matriz da evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao longo das três iterações, vista isométrica - "parameter tracking"

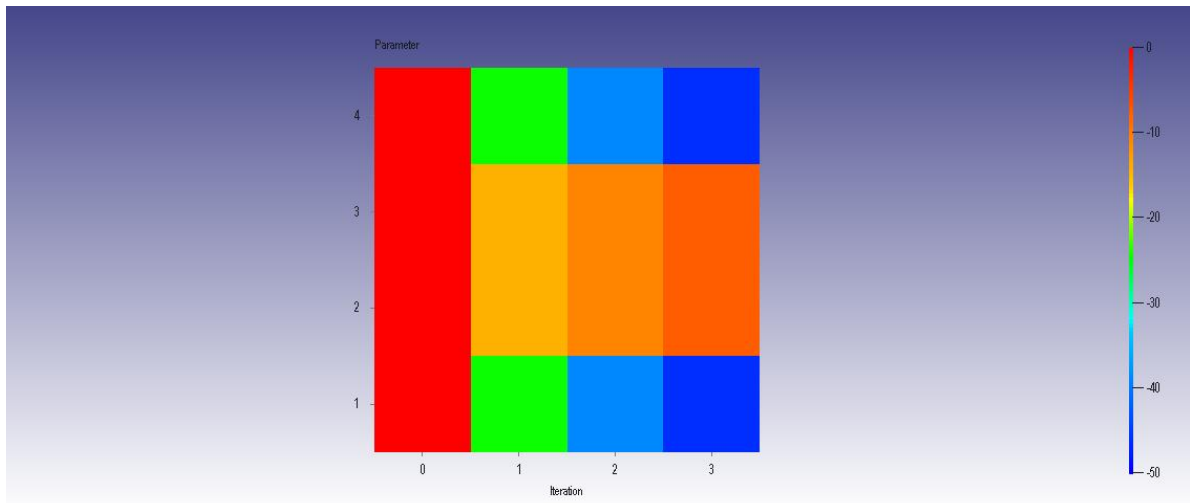


Fig.4.57 - Matriz da evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao longo das três iterações, vista topo - "parameter tracking"

Como se prova pela figura apresentada, devido à simetria da matriz de sensibilidade da estrutura (Fig. 4.50 e Fig. 4.51), a matriz de evolução do valor dos parâmetros é também simétrica.

Assim, tal como previsto em 4.3.4.3 aquando da constatação do comportamento simétrico da matriz de sensibilidade, o "software" sobrepõe as curvas de evolução do valor dos parâmetros 1 e 4 (curva azul) e parâmetros 2 e 3 (curva amarela), como se pode observar pela figura que se segue.

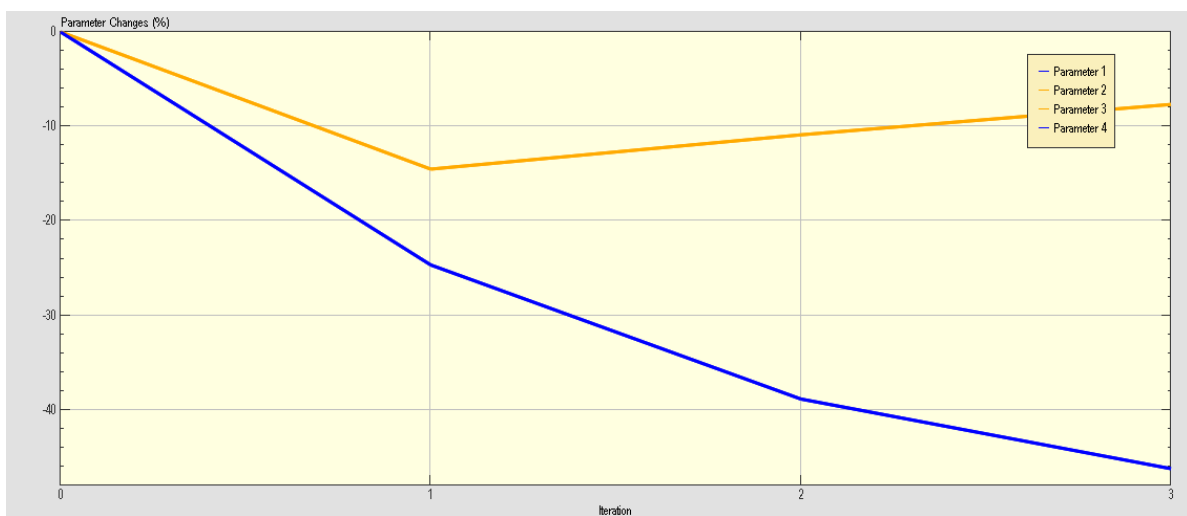


Fig.4.58 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste -"parameter tracking"

Como consequência direta, o cenário de perturbação determinado pelo "software" é também simétrico ao longo dos 4 parâmetros, comprovando-se a eficiência do mesmo na determinação de perturbações comuns em elementos independentes entre si, tal como se pode observar seguidamente.

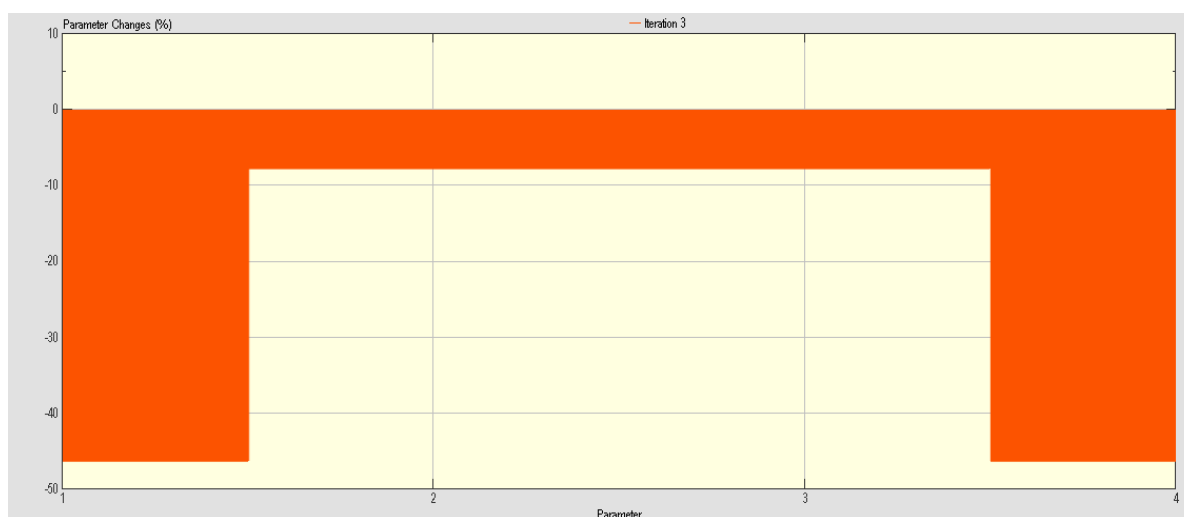


Fig.4.59 – Evolução do valor dos parâmetros de ajuste ao fim da terceira iteração, (Cenário de Dano)  
- "parameter difference"

Assim, concluído o ajuste, o cenário de dano ou perturbação mais provável na justificação dos desvios encontrados entre frequências experimentais e numéricas, é o seguinte:

Tabela 4.20 – Cenário de dano determinado

	ANTES (MPa)	DEPOIS (MPa)	ERRO%
Parâmetro 1	31000	16672	-46,22
Parâmetro 2	31000	28622	-7,67
Parâmetro 3	31000	28622	-7,67
Parâmetro 4	31000	16672	-46,22

Constata-se que o "software" foi capaz de, com bastante eficiência, atualizar o modelo de elementos finitos da viga apoiada em questão, em termos de frequências numéricas FEA em frequências experimentais EMA, erro máximo detetado de apenas 1,002%. Comprovou-se que a redução em cerca de 50% do valor dos parâmetros 1 e 10, como cenário de perturbação mais provável para justificar as alterações no comportamento dinâmico da viga.

Refira-se que embora o resultado final não corresponda a valores inalterados dos parâmetros 2 e 3, constata-se uma forte tendência de presença de dano localizado nos elemento 1 e 10, tendência essa, comprovada com uma determinação de amplitude de dano bastante precisa.

Por último, resta salientar o facto de que toda a análise poderia ter sido desenvolvida com base apenas no "software" FEMTools, através da extração das configurações modais da estrutura íntegra (tidas como numéricas) e das referentes às sucessivas perturbações (experimentais), realizando o ajuste entre ambas sem recurso a ensaio experimental. No entanto, as análises descritas saem enriquecidas com o recurso a ensaio experimental, já que este introduz nas mesmas as variáveis ruído e erro, que dificultam o processo de ajuste mas que por outro lado testam as reais capacidade do "software" em situações representativas no âmbito da engenharia civil, já que estas recorrem, inevitavelmente, a ensaios experimentais.

#### **4.4. CONCLUSÃO**

Neste capítulo abordaram-se as metodologias de ajuste de modelos numéricos sobre um ponto de vista prático. Recorrendo a duas vigas distintas, comprovou-se a eficiência do "software" FEMTools como ferramenta de ajuste, através da simulação de diversos casos de dano. Ao longo de todos eles, o ajuste revelou-se muito preciso. No entanto, outras ferramentas devem ser utilizadas para que os valores possíveis de ajuste dos parâmetros sejam representativos, isto é, com significado físico coerente com o contexto em que se inserem. Assim, no próximo capítulo, serão abordadas questões suplementares no ajuste de modelos numéricos, respeitantes ao condicionamento dos parâmetros de ajuste e convergência de resultados, que não foram abordados no presente capítulo, por se pretender fazer uma análise introdutória ao "software" citado, através de exemplos muito simples.



# 5

## **AJUSTE DO MODELO NUMÉRICO DA PONTE SOBRE O RIO DOURO DA CONCESSÃO DOURO LITORAL**

### **5.1. INTRODUÇÃO**

O presente capítulo está dividido em três secções distintas.

Numa primeira fase é apresentada a estrutura em questão e descrito o ensaio de vibração de ambiental que conduziu à caracterização do seu comportamento dinâmico.

Seguidamente será realizado um ajuste preliminar com vista à progressiva calibração do modelo numérico da estrutura em torno das suas frequências fundamentais de vibração, de modo a validar os resultados por ele obtidos.

Correlacionando o comportamento numérico e experimental da estrutura, proceder-se-á finalmente ao ajuste automático do modelo de simulação.

Pretende-se com este capítulo demonstrar de um ponto de vista prático, a aplicabilidade dos conceitos de ajuste de modelos numéricos a estruturas de engenharia civil, tentando perceber as suas potencialidades e limitações fundamentais.

As análises protagonizadas ao longo do mesmo terão por base o "software" FEMTools que se pretende testar como ferramenta complementar e inovadora no domínio da dinâmica de estruturas.

## 5.2. A PONTE SOBRE O RIO DOURO

A Ponte sobre o Rio Douro da concessão Douro Litoral situa-se na região do Douro e na Grande Área Metropolitana do Porto, a montante da Ponte do Freixo e a 3km Barragem de Crestuma-Lever.

Inserida na A41-CREP (Circular Regional Exterior ao Porto) faz a ligação sobre o Rio Douro, entre Picoto e o Nó Da Ermida, permitindo o atravessamento do mesmo sem necessidade de entrar na cidade do Porto descongestionando a VCI (Via de Cintura Interna).

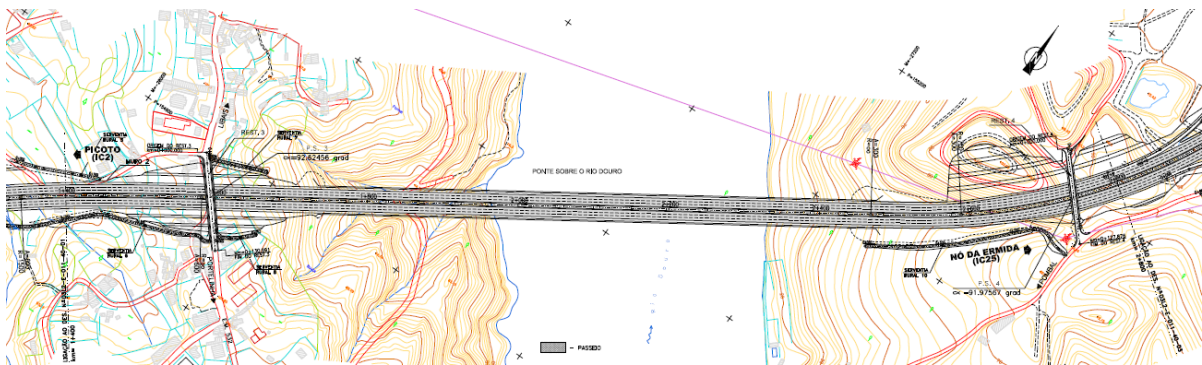


Fig. 5.1 – Vista em planta da Ponte sobre o Rio Douro em fase de projeto.

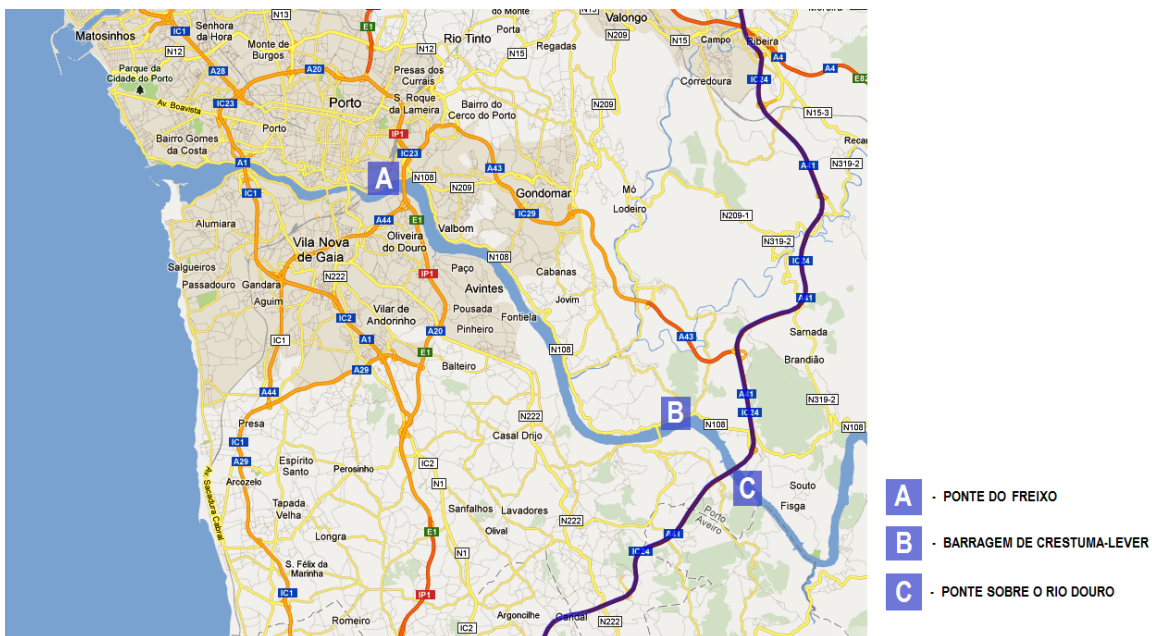


Fig. 5.2 – Localização da ponte e principais acessos



A seleção desta ponte prende-se com o facto de ter sido recentemente estudada através de um ensaio de vibração ambiental realizado pelo Laboratório de Vibração e Monitorização de Estruturas (VIBEST) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, no dia 16 de Março de 2011. Ensaio esse integrado num programa de ensaios mais alargado, solicitado pelo consórcio construtor DLACE (Douro Litoral ACE).

Com o ensaio foi possível caraterizar o comportamento dinâmico atual da estrutura, nomeadamente a caraterização das suas frequências naturais e configurações dos principais modos de vibração.

Assim, a possibilidade de tomar tais resultados como ponto de partida para o ajuste do modelo numérico em causa, tornou-se bastante aliciante, podendo através de resultados base de grande valor, proceder a desenvolvimentos que vêm completar o estudo desta estrutura.

### 5.2.1. DESCRIÇÃO DA PONTE

A ponte projetada pelo Engenheiro Armando Rito, concluída em Agosto de 2010, desenvolve-se em dois tabuleiros paralelos e independentes, formando duas estruturas do tipo viga contínua com seis tramos cada uma. Com um comprimento total entre encontros de 730 metros, a modelação dos vãos é de  $65 + 115 + 3 \times 150 + 100$  m.

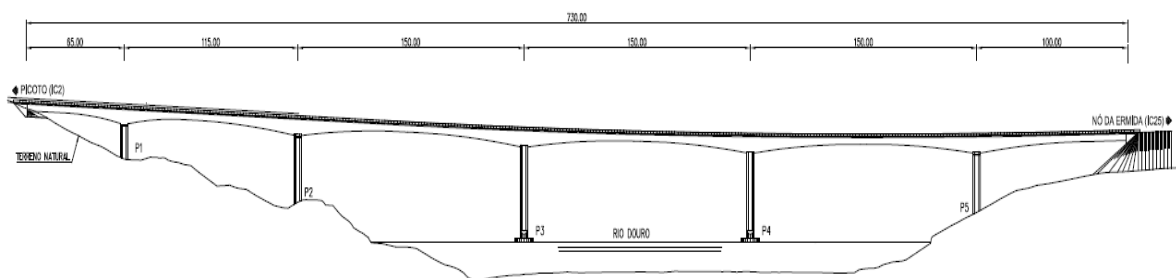


Fig. 5.3 – Alçado da Ponte sobre o Rio Douro em fase de projeto e distribuição dos respetivos vãos

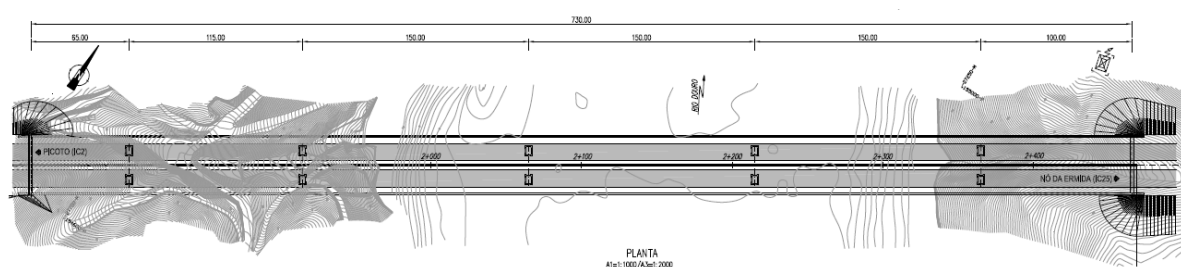


Fig. 5.4 – Vista em planta da Ponte sobre o Rio Douro em fase de projeto e distribuição dos respetivos vãos



Fig. 5.5 – Ponte sobre o Rio Douro em fase de construção

Cada tabuleiro tem uma largura de 19,235 m e é materializado por uma viga em caixão de betão armado pré-esforçado de altura variável entre 3.6 e 9.4 m (Fig.5.6 e Fig.5.7), de acordo com uma função parabólica. A altura do caixão sobre os pilares é de 7,60 m ou 9,40 m, variando ao longo do comprimento das parábolas até atingir a altura mínima de 3,60 m nas aduelas de fecho. Nas restantes zonas do tabuleiro é mantida a referida altura mínima do caixão.

A secção transversal do caixão é composta por uma laje superior com 0,35 m de espessura e duas almas inclinadas com 0,50 m. A laje inferior é de espessura variável, desde 0,80 m junto ao pilar P1 e 1,80 m junto aos pilares P2 a P5 até 0,30 m nas secções de meio vão.

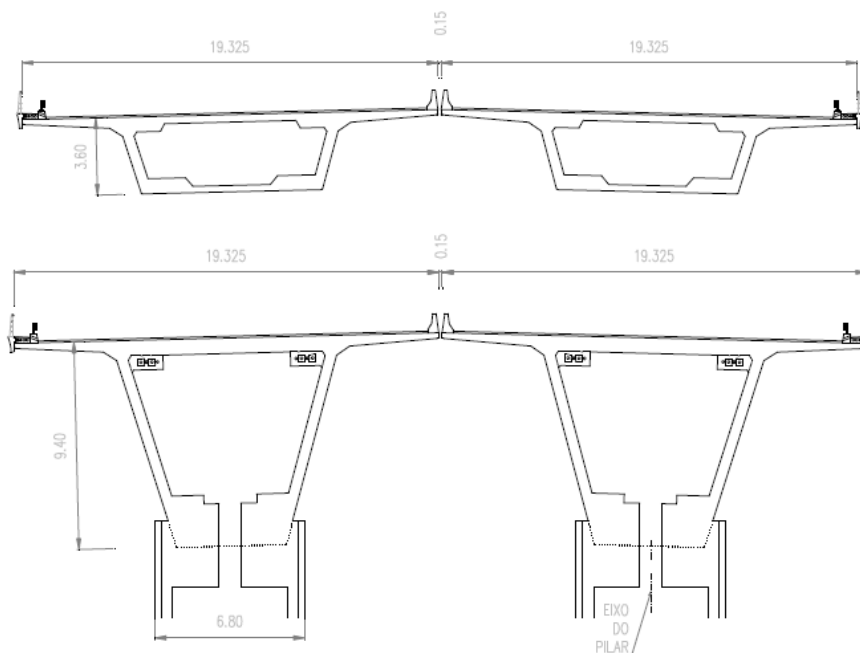


Fig. 5.6 – Secção transversal em caixão, principais dimensões.



Fig. 5.7 – Secção transversal da Ponte sobre o Rio Douro e pormenor de uma ligação tabuleiro-pilar

Os pilares, posicionados em correspondência com o eixo de cada tabuleiro, são em betão armado com secção transversal oca com dimensões exteriores constantes e iguais a  $6,80 \times 5,00$  metros (Fig.5.8), com almas de 0,50 m de espessura e com alturas que variam entre 20 a 40 m (Fig.5.9). Os pilares transmitem os esforços aos terrenos através de fundações indiretas, por intermédio de nove estacas nos pilares localizados no rio e fundações diretas nos restantes (Fig.5.9).

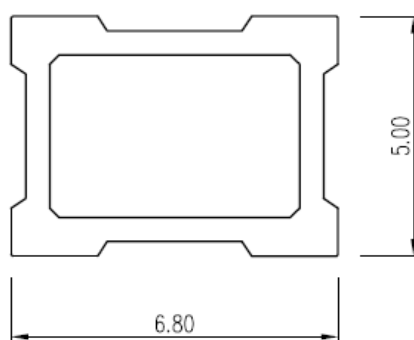


Fig. 5.8 – Secção transversal dos pilares

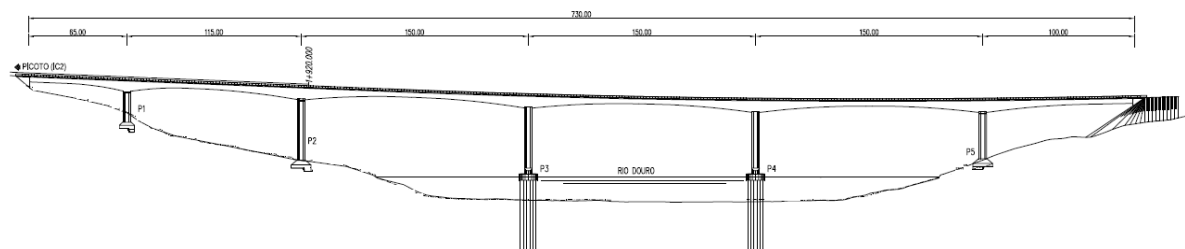


Fig. 5.9 – Alcançado da Ponte sobre o Rio Douro, pormenor das fundações.



Fig. 5.10 – Pormenor de uma ligação monolítica tabuleiro-pilar.

As ligações tabuleiro-pilar são feitas através de aparelhos de apoio do tipo “pot-bearing” nos pilares P1, P2 e P5 sendo que os pilares P3 e P4 têm ligação monolítica ao tabuleiro (Fig.5.11). Como pode ser observado na figura que se segue, todos os aparelhos de apoio, dois por ligação tabuleiro-pilar, permitem deslocamentos na direção longitudinal e rotações em ambas as direções, sendo que apenas um dos apoios é fixo na direção transversal.

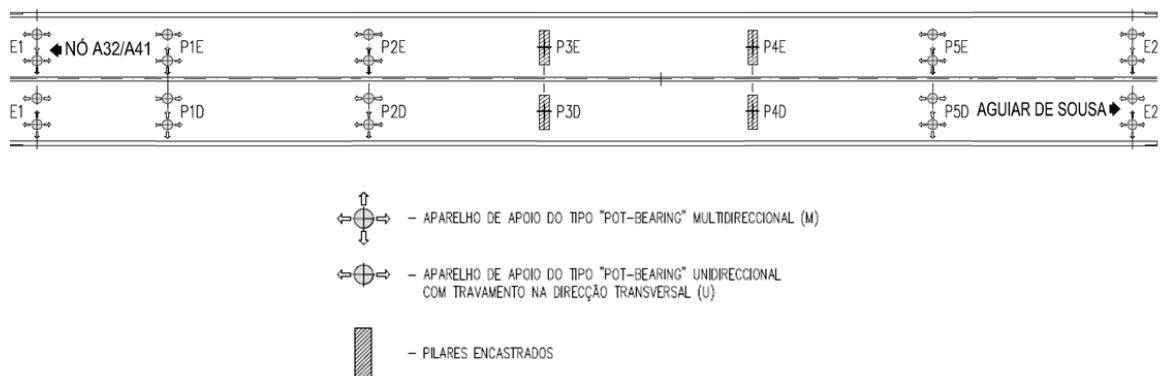


Fig. 5.11 – Simbologia e nomenclatura referente aos vários aparelhos de ligação

Na figura proposta estão também representadas as ligações tabuleiro-encontros, E1 e E2.

Os encontros são do tipo perdido, cada um recebe os tabuleiros através de dois aparelhos de apoio do tipo “pot-bearing”, um por alma, sendo um destes fixo na direção transversal e livre na direção longitudinal e o outro livre em todas as direções. Todos os aparelhos permitem rotações em ambas as direções.

Em seguida apresentam-se os principais materiais adotados nesta obra:

Tabela 5.1 – Principais materiais utilizados

BETÃO		
Superestrutura	Tabuleiro	C40/50
	Pilares	C35/45
	Encontros	C30/37
Infraestrutura	Pilares	C30/37
	Encontros	C30/37

O aço passivo usado é o A500 NR, o aço de pré-esforço é da classe Y1860S7 e o aço estrutural nos tubos de encamisamento das estacas é o S235JR.

#### 5.2.2. ENSAIO DE VIBRAÇÃO AMBIENTAL E PRINCIPAIS RESULTADOS

O objetivo fundamental da realização de ensaios de vibração ambiental em estruturas de engenharia civil de grande porte, é o fornecimento da informação modal obtida para melhoramento do modelo numérico da estrutura.

Porém, antes da realização de um ensaio é necessário compreender o comportamento dinâmico da estrutura. O conhecimento do valor das frequências naturais de vibração e as suas configurações modais é de enorme importância para o planeamento do ensaio, já que a qualidade deste e a representatividade dos seus resultados em muito dependem da boa estimativa dos parâmetros referidos. Desde logo, a escolha do tipo de sensores depende do valor das frequências naturais tal como o tempo de aquisição e frequência da amostragem. No entanto, são as configurações modais estimadas que influenciam a melhor localização dos sensores de referência.

No presente caso, os resultados obtidos conduziram a uma identificação experimental dos parâmetros mais representativos do comportamento dinâmico da ponte, muito consistentes com os previstos no modelo numérico, o que vem justificar a qualidade do ensaio realizado e representatividade dos seus resultados que apresentaremos de seguida.

A identificação dos parâmetros modais, designadamente frequências naturais e modos de vibração, foi realizada tendo por base a medição da resposta dinâmica da estrutura a ações de natureza ambiental, como por exemplo a ação do vento e as vibrações provocadas pelos trabalhos de construção a decorrer na envolvente da estrutura. A medição das respostas dinâmicas às ações de carácter ambiental foi efetuada com recurso a sismógrafos, munidos de acelerómetros triaxiais de tipo “force-balance” e conversores analógico-digitais de 24 bits.

A descrição completa do ensaio pode ser consultada no relatório do VIBEST (Magalhães *et al*, 2011), cujos resultados referentes à caracterização das principais configurações modais se apresentam a seguir pelas figuras 5.12 e 5.13, principais configurações modais verticais e laterais, respetivamente.

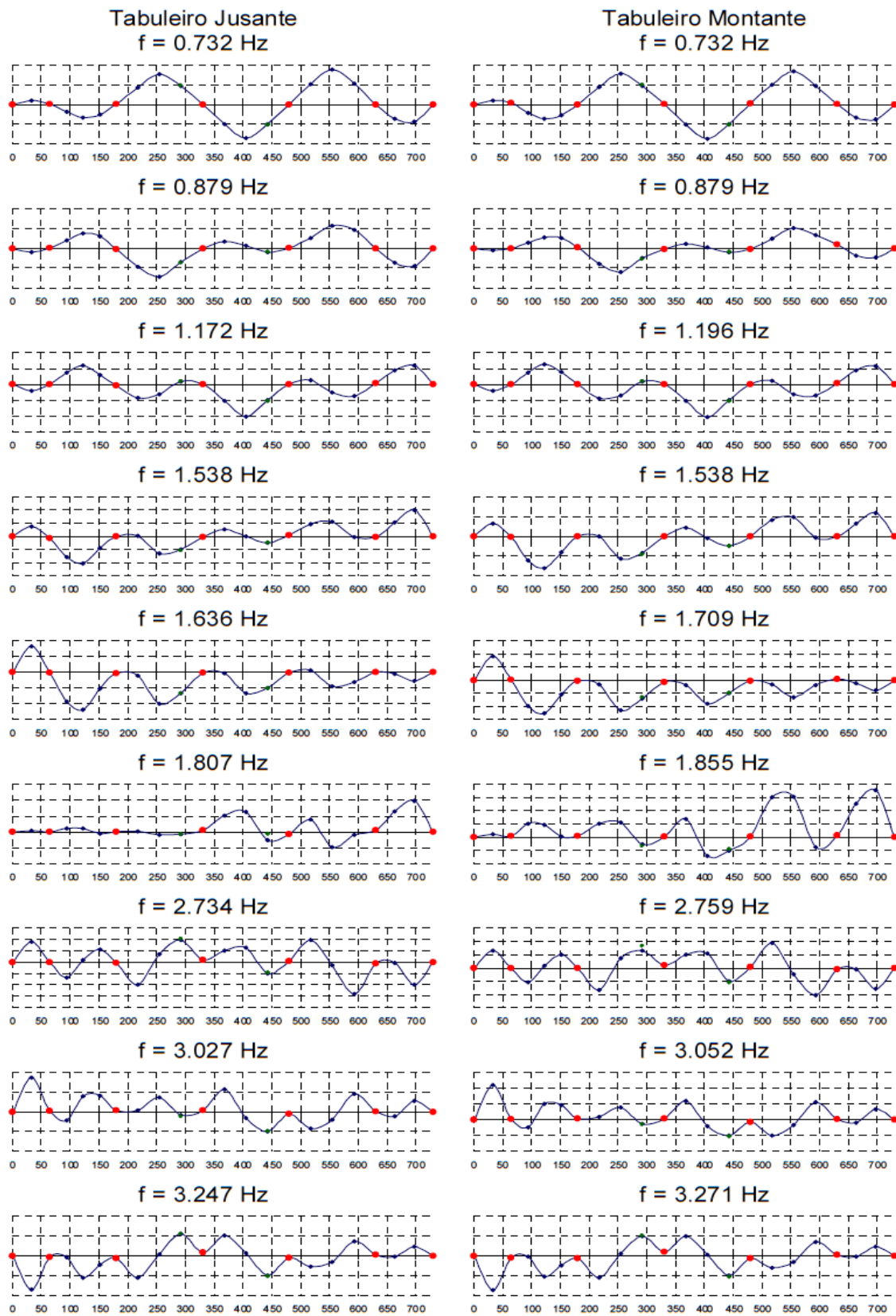


Fig.5.12 – Configurações modais dos primeiros modos de vibração verticais



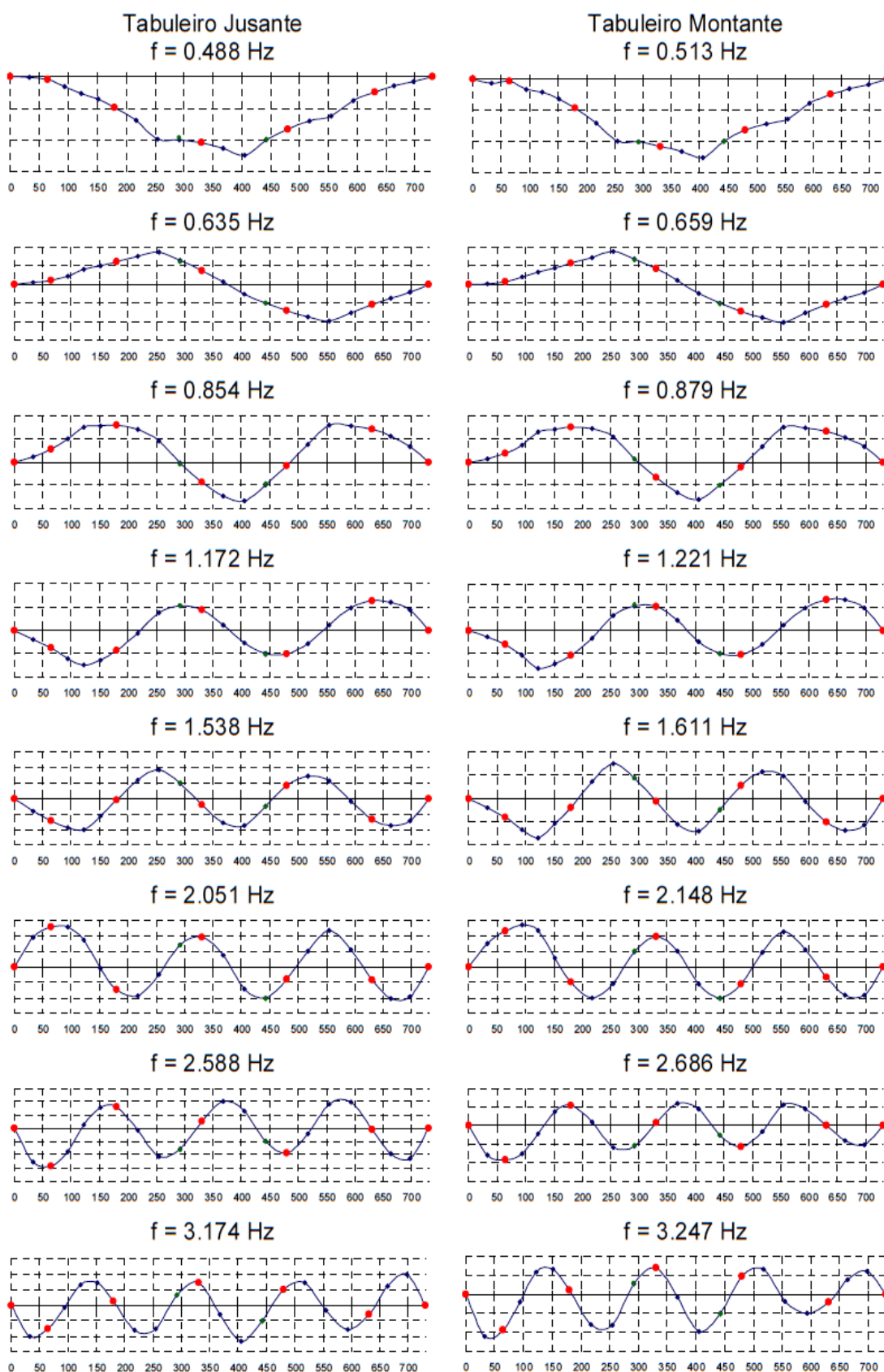


Fig. 5.13 – Configurações modais dos primeiros modos de vibração laterais

### 5.3. MODELAÇÃO NUMÉRICA

Por não termos disponível o modelo numérico da estrutura que serviu de base ao ensaio apresentado, tornou-se necessária a elaboração de um que fosse capaz de traduzir o comportamento dinâmico apresentado. Como a estrutura é composta por dois tabuleiros idênticos totalmente independentes, optou-se por estudar apenas o tabuleiro de jusante, já que o comportamento dinâmico de ambos se mostra muito semelhante (Fig.5.12 e Fig.5.13). Para tal recorreu-se ao "software" de elementos finitos "Autodesk Robot Structural Analysis Professional", idealizando um modelo de barras que permitisse simular a geometria da estrutura. No entanto, este assume-se bastante limitado nas questões de ajuste do modelo já que apenas permite um ajuste manual, através de um processo iterativo de sucessivas alterações nos valores de determinados parâmetros. Assim, a modelação da estrutura em ROBOT, estabelece-se como um passo intermédio para a elaboração do modelo numérico em FEMTools, percebendo gradualmente as limitações e condicionantes deste último, face às inúmeras e intuitivas capacidades de modelação do ROBOT.

Este "software" dispõe de inúmeras funcionalidades que permitem facilmente simular os mecanismos que frequentemente se encontram em estruturas de engenharia civil, como por exemplo as condições de apoio.

No entanto, o FEMTools obriga a serem consideradas soluções alternativas para a simulação destas condições, como por exemplo a colocação de molas para simular os mecanismos de apoio presentes. Assim, em seguida representa-se o modelo numérico alcançado.

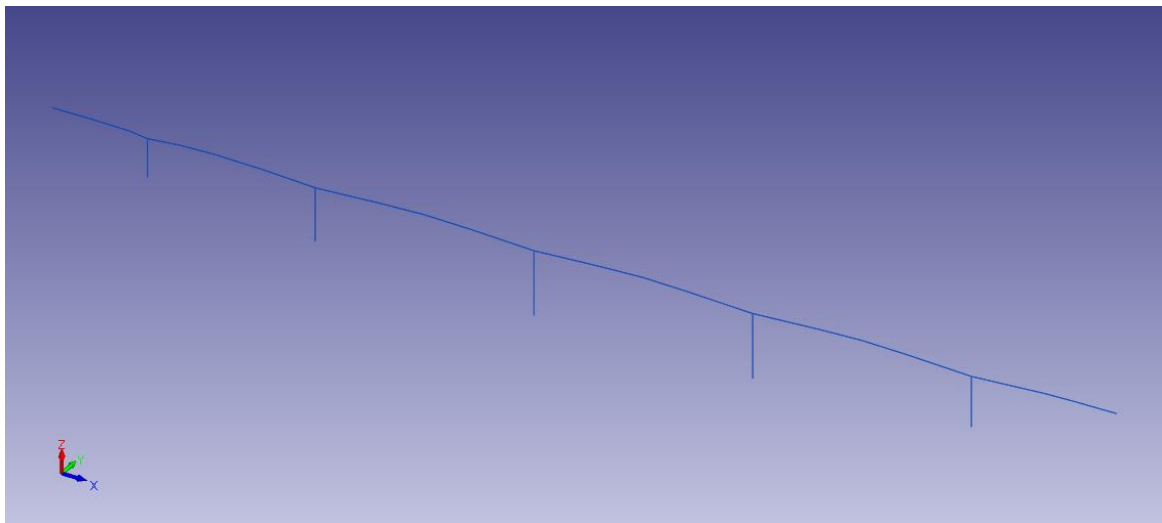


Fig. 5.14 – Modelo numérico da Ponte sobre o Rio Douro - FEMTools

Pretende-se com esta modelação, a definição de um modelo base para ajuste das suas frequências e configurações modais às detetadas experimentalmente. Porém torna-se necessário serem primeiramente validados os resultados dessa modelação, resultados esses que serão discutidos seguidamente.



## 5.3.1. CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO E ANÁLISE MODAL - AJUSTE PRELIMINAR

Como referido, uma das principais questões que suscitou dúvidas durante o processo de modelação, foi a simulação das condições de ligação, já que inicialmente, após a estrutura estar completamente montada em FEMTools, se verifica que as várias "peças", em determinadas localizações se encontravam desligadas. Um exemplo concreto deste fenómeno eram as ligações tabuleiro-pilar, em que se verificava que não existia qualquer transferência de deformação, ou seja, enquanto o tabuleiro se deformava de forma expectável, o pilar mantinha-se intacto. Esta dificuldade foi porém tida como uma oportunidade de encarar o problema como um processo de ajuste preliminar, com o objetivo de calibrar a modelação inicial até configurações modais concordantes com as obtidas via ensaio de vibração ambiental (Fig. 5.12 e Fig. 5.13).

Inicialmente foi ponderada a construção de um modelo em que todas as ligações fossem monolíticas, simulando-se molas infinitamente rígidas nas condições de ligação tabuleiro-pilar, encontros e fundações. Estas considerações estabelecem o modelo numérico da ponte que servirá de base ao processo de ajuste, cujas frequências fundamentais de vibração se apresentam na figura em baixo.

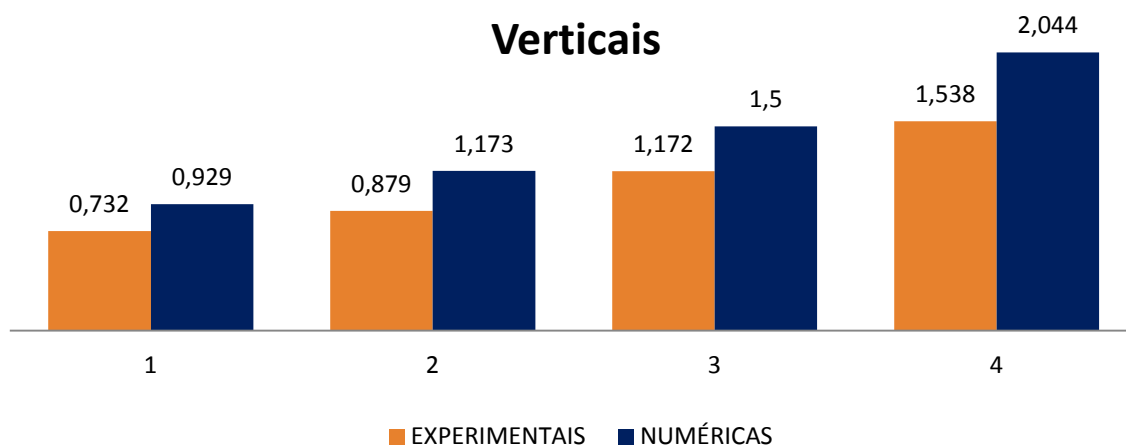


Fig. 5.15 – Frequências de vibração verticais numéricas e experimentais (Hz)

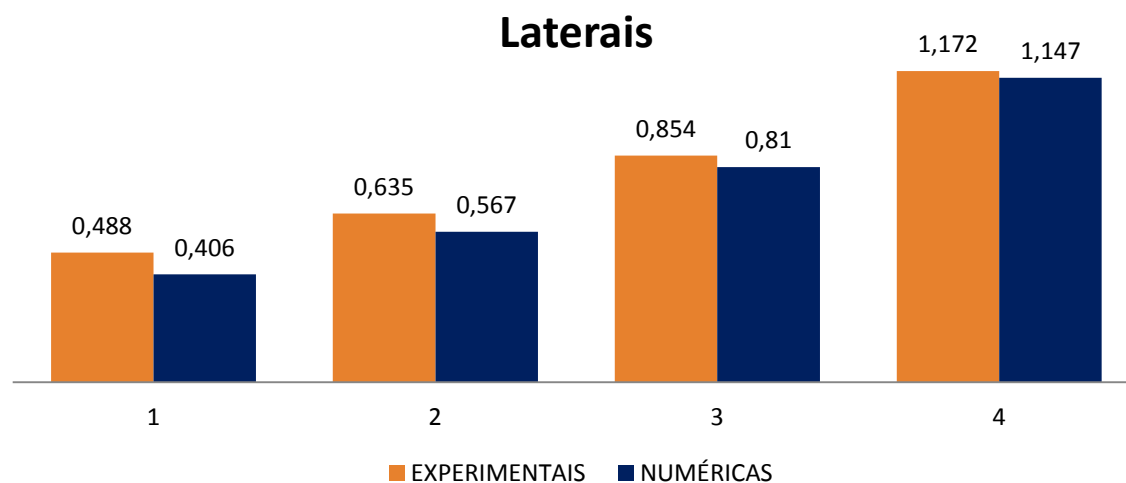


Fig. 5.16 – Frequências de vibração laterais numéricas e experimentais (Hz)

Note-se, que por frequências experimentais se consideram as obtidas através do ensaio de vibração ambiental descrito em 5.2.2, e numéricas as resultante da análise modal do modelo numérico da ponte.

Constata-se que ao nível do comportamento dinâmico vertical (Fig. 5.15), as frequências numéricas assumem-se de valor superior às registadas experimentalmente. Tal facto poderá ser justificado pela consideração de excesso de rigidez ao nível da modelação das condições de ligação.

Em consequência, e como na realidade as ligações não são na sua totalidade monolíticas procedeu-se à modelação das condições de ligação com recurso a molas, de forma a simular os mecanismos descritos em projeto (Fig. 5.11).

No que respeita aos mecanismos tabuleiro-pilar foram simulados a partir da introdução de molas, no caso das ligações rotuladas (P1, P2 e P5), infinitamente rígidas na direção transversal ( $K_y$ ), devido ao facto de um dos dois aparelhos por pilar, não permitir deslocamentos nessa direção. Contudo, pelo facto de a estrutura não estar condicionada longitudinalmente foi admitida rigidez nula nesta direção ( $K_x$ ). Consequentemente, do ponto de vista rotacional, pelo facto de existirem dois aparelhos por pilar que impedem deslocamentos verticais, estão impedidas rotações em torno do eixo longitudinal ( $H_x$ ) e libertas segundo os restantes eixos. Considerações semelhantes são aplicadas aos dois encontros (E1 e E2). No caso das ligações monolíticas, pilares P3, P4 e fundações F1 a F5, foram inseridas molas infinitamente rígidas em todas as direções. Na tabela seguinte são esquematizadas as configurações seleccionadas.

Tabela 5.2 – Caracterização das molas seleccionadas

	P1 P2 P5	P3 P4	E1 E2	F1 F2 F3 F4 F5
$K_x$	LIVRE	BLOQUEADO	LIVRE	BLOQUEADO
$K_y$	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO
$K_z$	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO
$H_x$	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO
$H_y$	LIVRE	BLOQUEADO	LIVRE	BLOQUEADO
$H_z$	LIVRE	BLOQUEADO	LIVRE	BLOQUEADO

Em suma, este primeiro ajuste resulta numa modelação correspondente às condições estabelecidas em projeto, cujas frequências saem alteradas da seguinte forma:

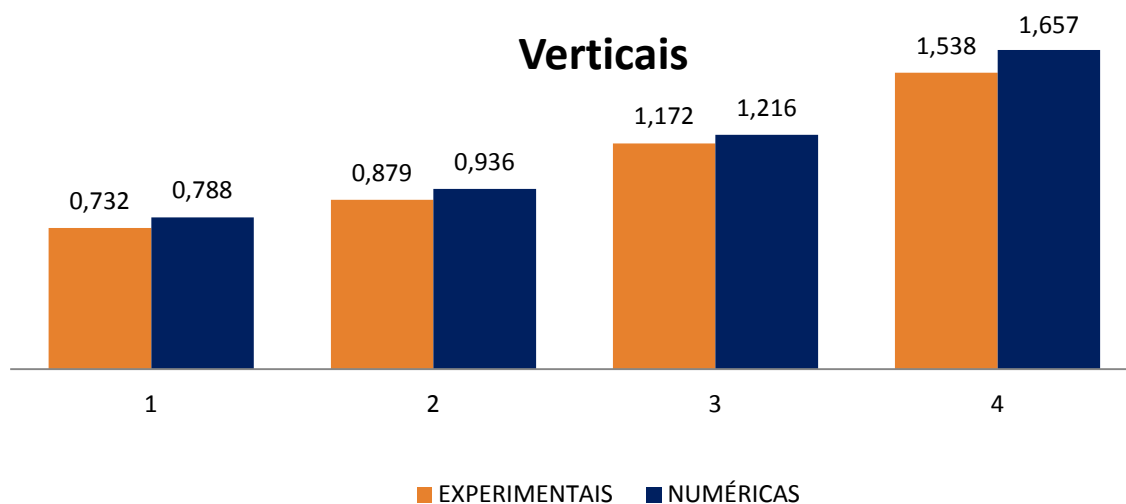


Fig. 5.17 – Frequências de vibração verticais numéricas e experimentais (Hz)

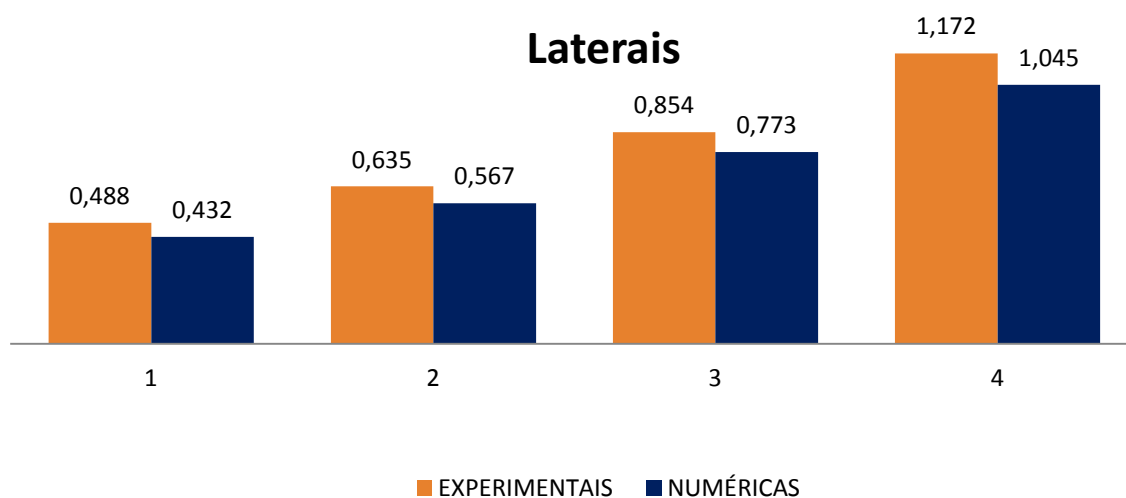


Fig. 5.18 – Frequências de vibração laterais numéricas e experimentais (Hz)

Rapidamente se constata uma notória redução no valor das frequências numéricas verticais (remete-se comparação de Fig. 5.17 com Fig. 5.15), o que indica que a suposição anterior, referente ao excesso de rigidez, estava correta.

Essa concordância estabelece-se pelo facto das configurações verticais estarem diretamente relacionadas com a rigidez rotacional em torno do eixo transversal (Hy).

Porém observa-se um comportamento dinâmico lateral pouco razoável em torno das suas frequências fundamentais, embora a primeira frequência se tenha aproximado do valor experimental, as últimas duas afastaram-se para valores cujos desvios consequentes são demasiado elevados (Fig. 5.18)

Conclui-se que o modelo calibrado representa de forma bastante consistente o comportamento dinâmico vertical em torno do valor das suas frequências fundamentais de vibração, tendo inclusivamente o ajuste, conduzido a valores das mesmas bastante próximas dos obtidos pelo ensaio de vibração ambiental.

No que respeita às configurações laterais, como se pode observar, os valores determinados para as frequências numéricas são inferiores aos detetados pelo ensaio de vibração, o que remete diretamente, considerando a correta modelação da estrutura conforme o projeto, para a constatação de que a estrutura na realidade não se comporta como previsto em projeto.

Torna-se então necessário alcançar um cenário de comportamento dinâmico em torno das frequências de vibração, tanto laterais como verticais, representativo, assegurando assim, a qualidade e significado do ajuste.

O objetivo passa por aumentar o valor das frequências laterais tentando evitar perturbação no comportamento dinâmico vertical. Para tal, após revisão de todo o processo de modelação e posta de parte a possibilidade de eventuais erros, encarou-se a hipótese do comportamento da ponte durante o ensaio de vibração ser diferente do modelado.

Os ensaios de vibração ambiental e correspondentes resultados, estão inevitavelmente associados a níveis baixos de vibrações, pelo que, a hipótese de se admitirem incapazes de vencer a resistência estática dos aparelhos de ligação na direção longitudinal, não é de todo descabida. Nestes termos, na tabela 5.3 caracterizam-se as molas adequadas à referida consideração.

Tabela 5.3 – Caracterização das molas selecionadas

	P1 P2 P5	P3 P4	E1 E2	F1 F2 F3 F4 F5
Kx	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO
Ky	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO
Kz	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO
Hx	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO
Hy	LIVRE	BLOQUEADO	LIVRE	BLOQUEADO
H <sub>z</sub>	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO	BLOQUEADO

Como se pode constatar, por comparação com a tabela 5.2 referente à situação anterior, a ponte considera-se agora condicionada longitudinalmente, por alteração da rigidez da mola (Kx) de livre para bloqueada (ou seja, de rigidez zero para infinitamente rígida, valor no FEMTools da ordem dos 1E30 kN/m).

Como consequência deste bloqueio, ficam também impedidas as rotações no plano do tabuleiro, em torno dos pilares (Hz), impedimento este verificado para os P1 P2 e P5 juntamente com ambos os encontros, E1 e E2.

As alterações protagonizadas resultam no seguinte ajuste de frequências:

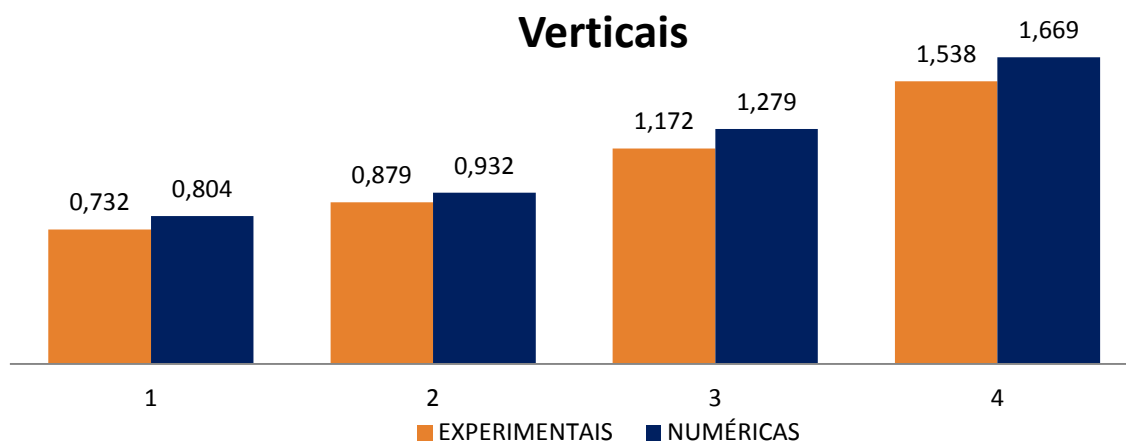


Fig. 5.19 – Frequências de vibração verticais numéricas e experimentais (Hz)

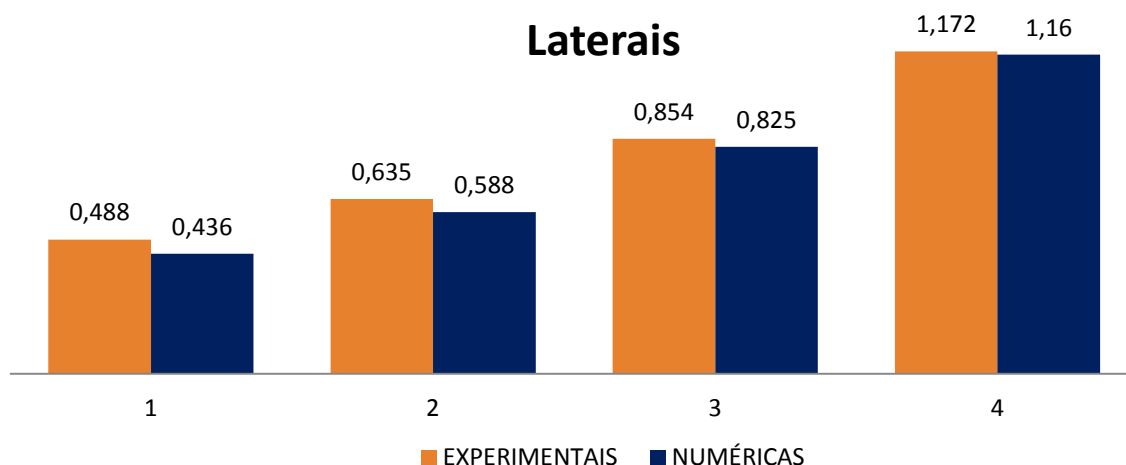


Fig. 5.20 – Frequências de vibração laterais numéricas e experimentais (Hz)

Como era de esperar, devido ao aumento da rigidez total da estrutura, ambas as frequências cresceram em valor (remete-se comparação das Fig.5.19 e Fig. 5.20 com Fig. 5.17 e Fig.5.18, respetivamente), tendo-se registado inclusivamente, no caso da terceira e quarta frequência lateral (Fig.5.20), uma diminuição do desvio entre valores experimentais e numéricos para quantidades admissíveis.

Por fim, substituíram-se as ligações ao nível das fundações e encontros, até aqui simuladas por molas muito rígidas, por apoios rígidos, deixando liberta no caso dos encontros, a rotação em torno do eixo transversal ao tabuleiro ( $H_y$ ). Após a constatação de que essa substituição não produz alterações, considera-se este modelo, como base para realização do processo de ajuste automático, por consideração dos desvios observados como pertencentes a um intervalo de erro aceitável.

5.3.2. EVOLUÇÃO DA ANÁLISE MODAL DURANTE O PROCESSO DE CALIBRAÇÃO - AJUSTE PRELIMINAR

Terminado o ajuste preliminar, a evolução das várias frequências é representada na figura que se segue

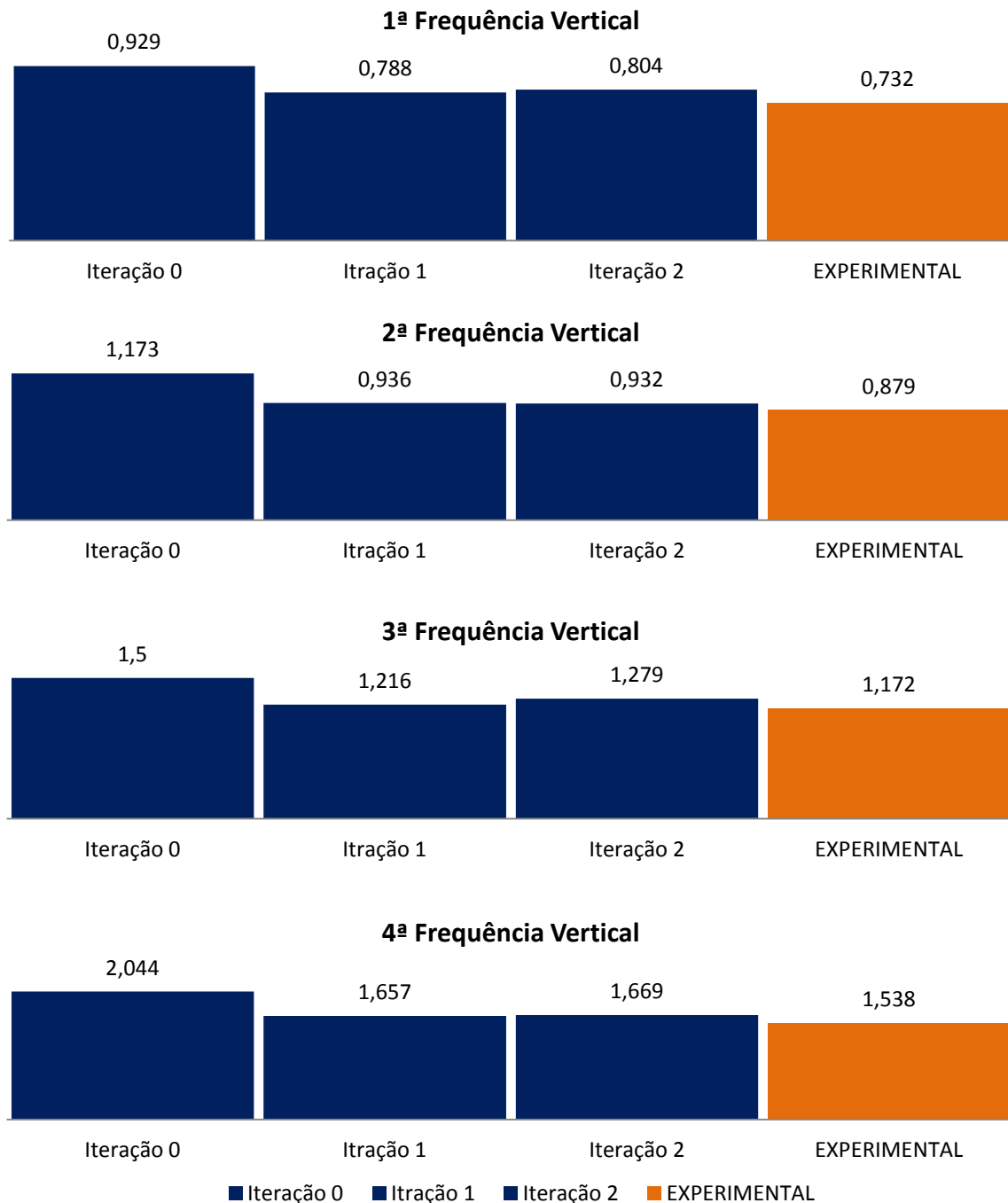


Fig. 5.21 – Evolução iteração a iteração das frequências verticais ao longo do ajuste preliminar

Como se pode observar, ao nível das frequências verticais o ajuste foi tendencialmente decrescente em torno dos seus valores, revelando-se bastante suave mas preciso, sendo apenas algo irregular ao fim do segundo processo iterativo devido ao facto de ser ter condicionado a ponte longitudinalmente, o que se refletiu no aumento da rigidez total da estrutura e conseqüentemente subida nos valores das frequências, tanto vertical como lateralmente, como se pode observar em seguida.

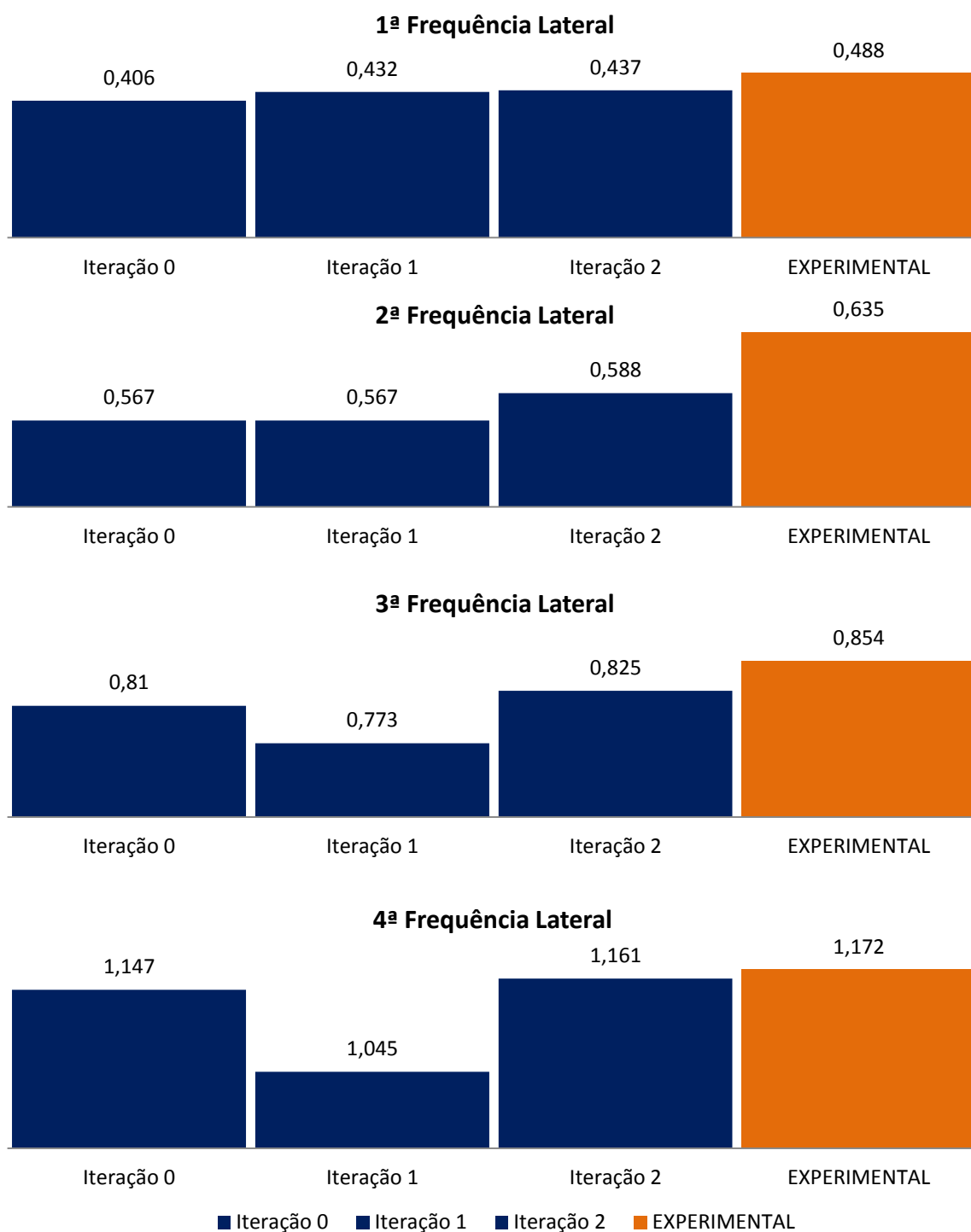


Fig. 5.22 – Evolução iteração a iteração das frequências laterais ao longo do ajuste preliminar

Ao nível do comportamento dinâmico lateral, o ajuste foi tendencialmente crescente em torno dos valores das suas frequências fundamentais de vibração, no entanto não tão preciso como alcançado ao nível vertical. Deteta-se uma descida brusca de valor na 3ª e 4ª frequência, após a primeira iteração, facto esse que será explicado através da exposição das várias configurações modais correspondentes.

### 5.3.3. MODELAÇÃO NUMÉRICA ADOTADA E CORRESPONDENTES CONFIGURAÇÕES MODAIS

Em seguida resume-se a configuração final do modelo numérico determinado anteriormente (Tabela 5.4), respetivas frequências de vibração (Fig.5.21 e Fig.5.22) e correspondentes configurações modais.

Ao nível dos aparelhos tabuleiro-pilar, todas as ligações foram simuladas com recurso a uma mola infinitamente rígida por alinhamento, sendo apenas permitida a rotação em torno do eixo transversal à estrutura (Hy) nos pilares P1, P2 e P5 (Fig.5.4). Ao nível das fundações e encontros, as condições de ligação não foram simuladas com recurso a molas, sendo estas admitidas como ligações diretas monolíticas ao exterior (situação equivalente a molas com rigidez infinita). No caso particular dos encontros, a rotação em relação ao eixo transversal (Hy) manteve-se livre.

As frequências fundamentais de vibração e correspondentes modos são expostos de seguida.

### Configurações modais Verticais

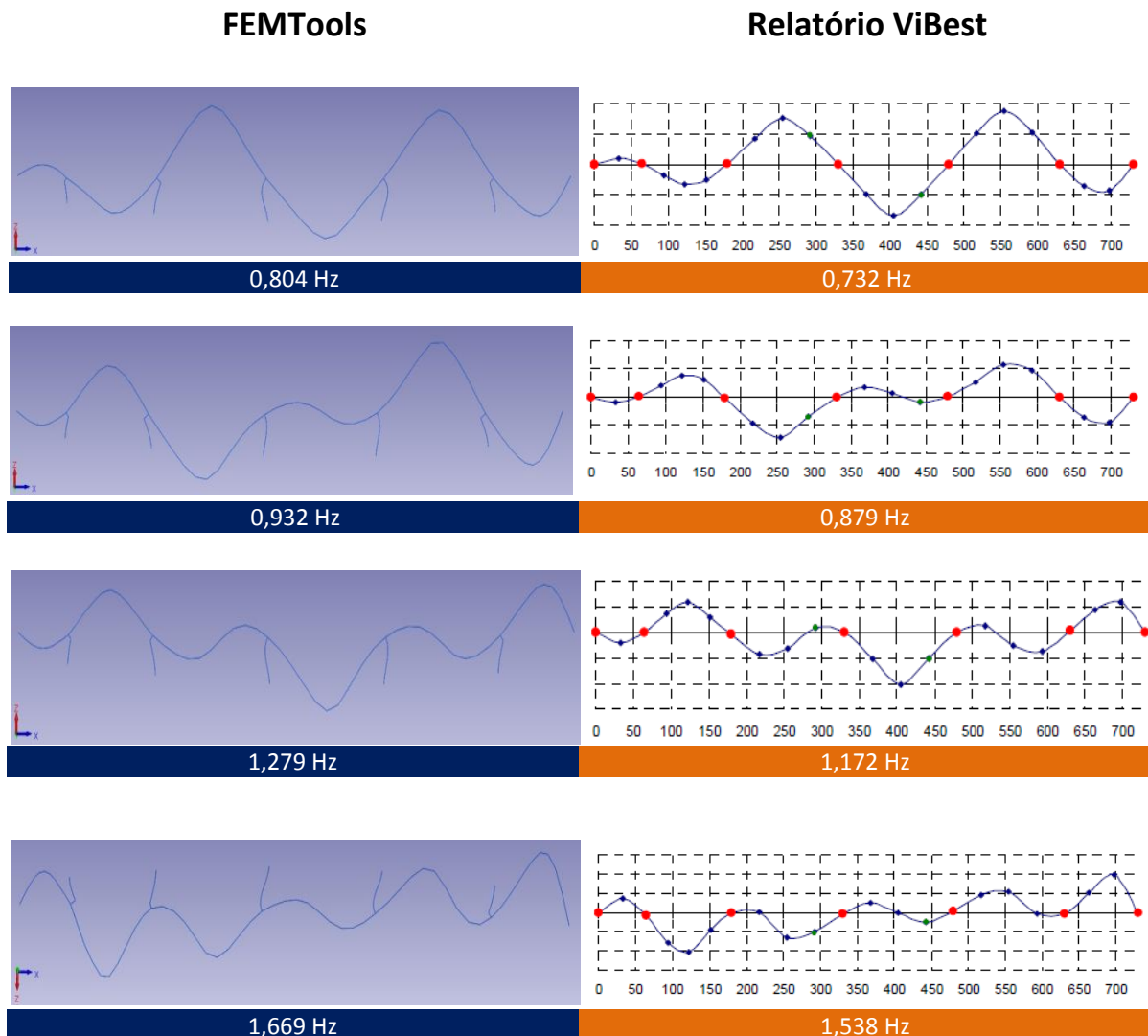


Fig. 5.23 – Principais configurações modais verticais experimentais e correspondentes numéricas, vista em alçado.



Os modos de vibração verticais determinados pelo FEMTools, como se pode constatar pela figura anterior (Fig. 5.25), são muito idênticos aos determinados pelo ensaio de vibração ambiental protagonizado pelo ViBest. Este facto vem comprovar a qualidade da modelação da estrutura, que para além de conduzir a frequências de vibração muito idênticas às experimentais, tem associados modos de vibração também concordantes. Após a análise das configurações modais laterais que se segue poderá considerar-se o modelo numérico, preparado para ajuste.

### Configurações modais Laterais

#### FEMTools

#### Relatório ViBest

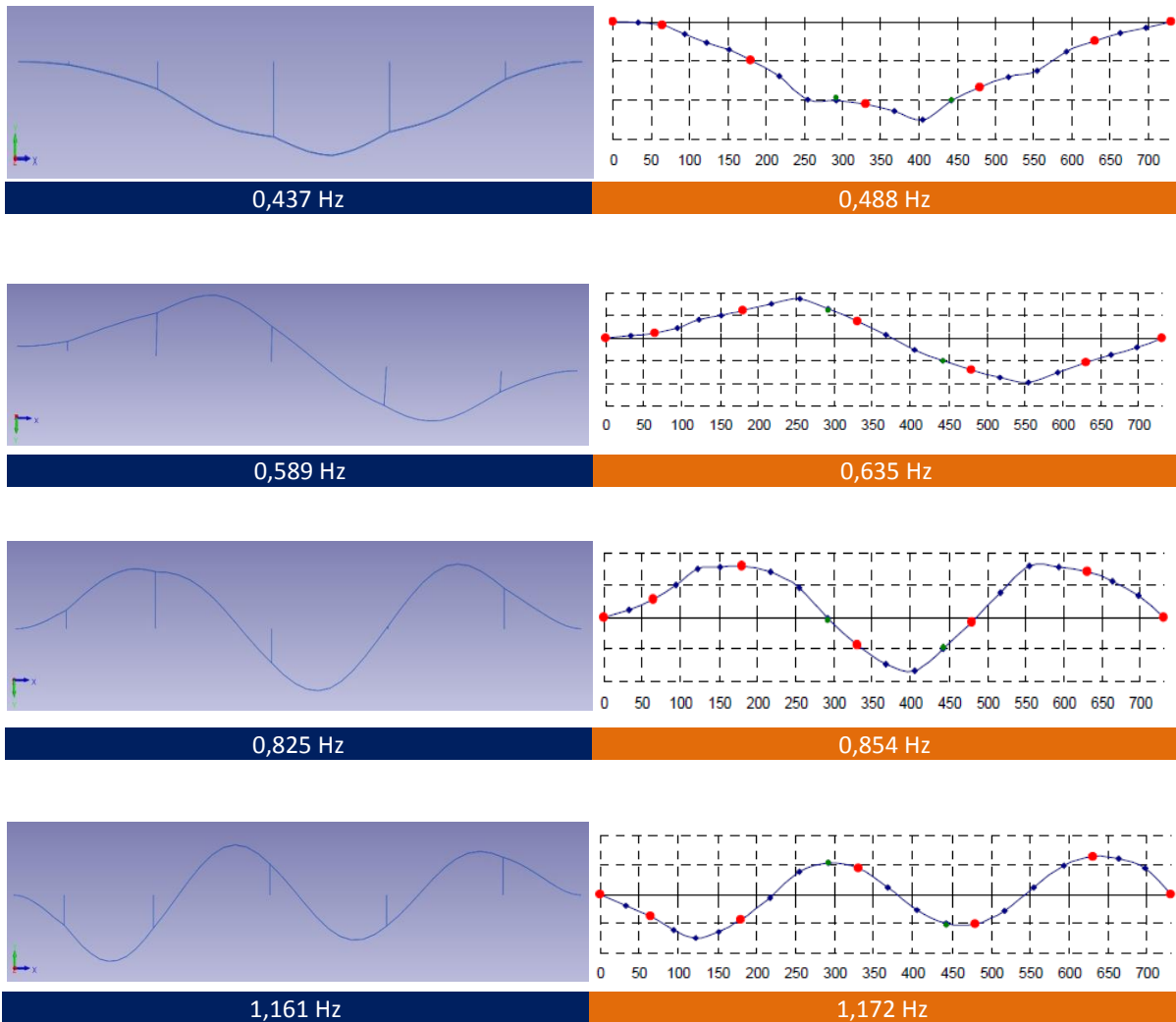


Fig. 5.24 – Principais configurações modais laterais experimentais e correspondentes numéricas, vista de topo.

Tal como no comportamento vertical, as configurações modais ao nível lateral detetadas numericamente são muito idênticas às detetadas experimentalmente.

Atente-se na terceira e quarta configuração modal lateral (Fig.5.26). Como se observa, por comparação com as duas primeiras, estas obrigam a maior flexão do tabuleiro, solicitando maioritariamente a inércia em torno do eixo vertical ( $I_z$ ). Assim, poderá considerar-se que as ligações tabuleiro-pilar e tabuleiro-encontro simuladas através de molas, na sua rigidez rotacional segundo o eixo descrito ( $H_z$ ), têm grande influência nas configurações modais referidas. Conclui-se que esta constatação, poderá justificar a brusca descida de valor nas referidas frequências após a primeira iteração, em que se considerou libertas as rotações referidas, nos pilares P1,P2 e P5 e nos encontros E1 e E2. É de notar, que foram simultaneamente libertos, nos mesmos aparelhos, os deslocamentos segundo a direção longitudinal ( $K_x$ ) e a rotação em torno do eixo transversal ao tabuleiro ( $H_y$ ). No entanto, como o comportamento dinâmico lateral em pouco sairá alterado por modificações nessas condições de ligação, despreza-se o seu contributo na justificação do facto constatado.

#### 5.4. AJUSTE AUTOMÁTICO DO MODELO NUMÉRICO DA PONTE SOBRE O RIO DOURO

Determinado um modelo numérico concordante com o comportamento dinâmico detetado experimentalmente, torna-se útil testar a aplicabilidade dos conceitos descritos ao longo desta tese, numa estrutura de grande porte, sustentados em resultados obtidos por metodologias clássicas de análise experimental no contexto da engenharia civil.

Define-se como objetivo do ajuste a minimização dos desvios observados entre frequências de vibração, detetadas experimentalmente através do ensaio de vibração ambiental e determinadas pelo modelo numérico., através de perturbações em parâmetros físicos da estrutura.

Como descrito em 3.3.1 poderão ser consideradas três fases distintas dentro do processo de ajuste:

- Importação e tratamento de dados experimentais
- Ciclo de seleção de parâmetros e análise de sensibilidade
- Ciclo de ajuste

Os diversos procedimentos inseridos em cada uma das referidas etapas serão abordados passo-a-passo, tal como representado na figura 3.1.

##### 5.4.1. IMPORTAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS

Numa primeira fase torna-se necessária a realização de uma inspeção visual do modelo e tratamento de dados, tanto experimentais como numéricos, a fim de conferir ao ajuste o melhor ponto de partida possível. Procedeu-se à construção e importação das configurações modais obtidas experimentalmente, que o "software" imediatamente ordenou por ordem de grandeza, e após inspeção visual confirmou-se a semelhança entre os diversos modos de vibração, chegando à organização representada nas figuras 5.27 e 5.28, que se pensa vir a ser a determinada pelo "software" após análise de correlação. Note-se que a numeração (EMA 1, EMA 2, etc.) diz respeito à ordenação realizada pelo mesmo, após importação das frequências, assim EMA 1 dirá respeito à frequência numérica de valor mais reduzido, enquanto que EMA 8 à de valor mais elevado.

## Configurações modais Verticais

### NUMÉRICAS

### EXPERIMENTAIS

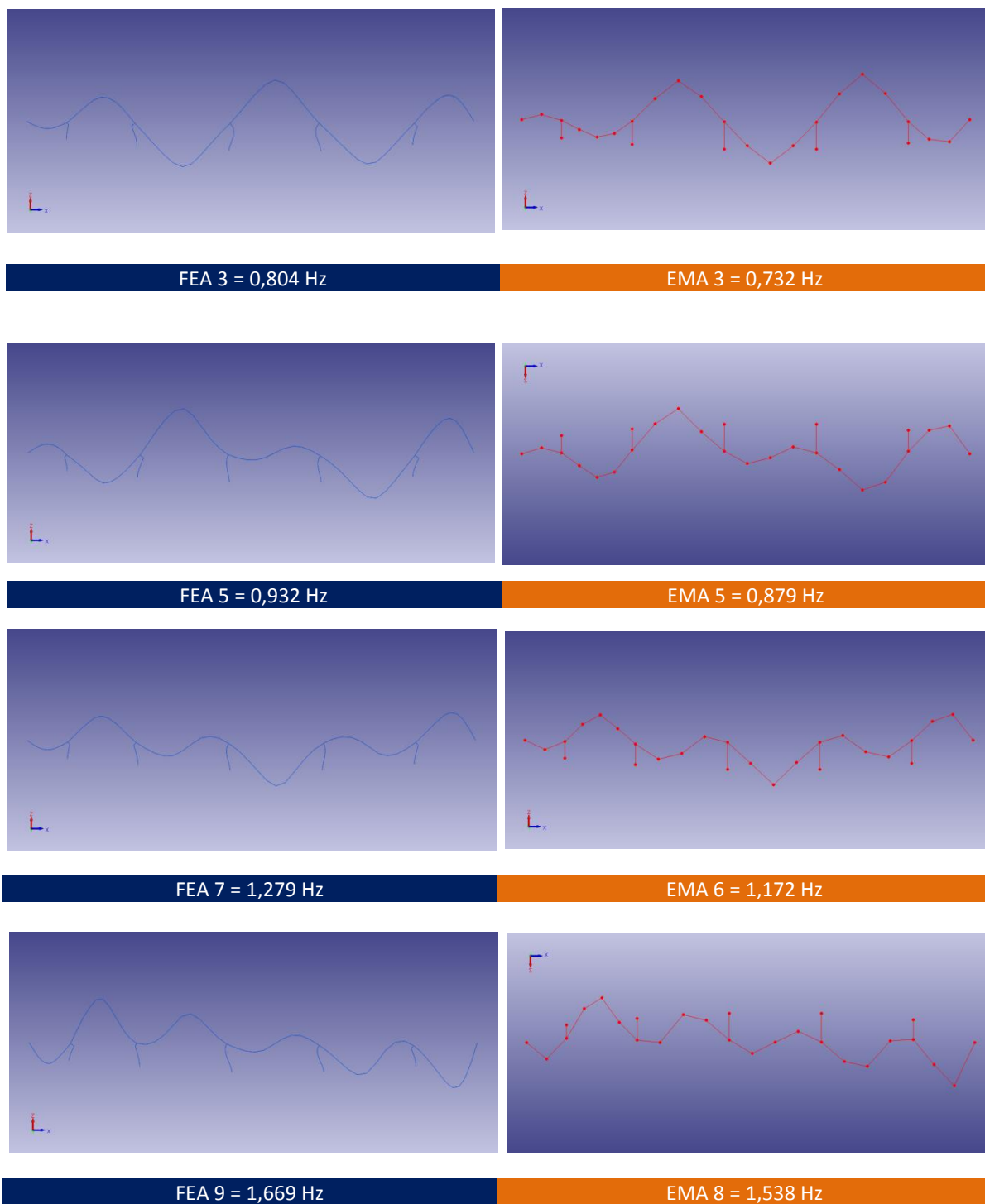
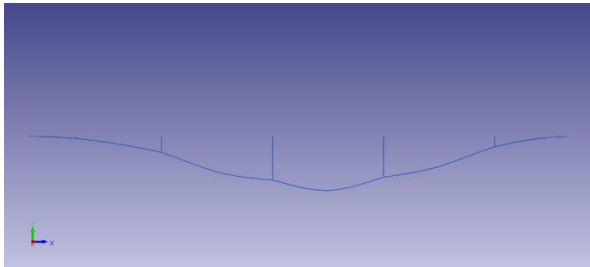


Fig. 5.25 – Configurações modais verticais após inspeção visual e importação de dados, vista em alçado

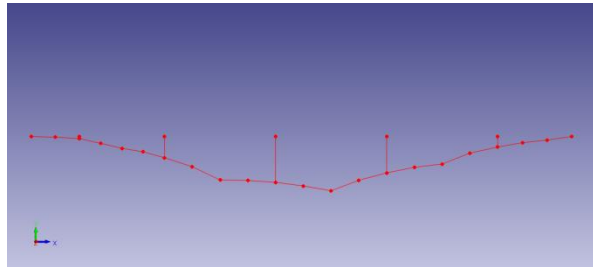
## Configurações modais Laterais

### NUMÉRICAS

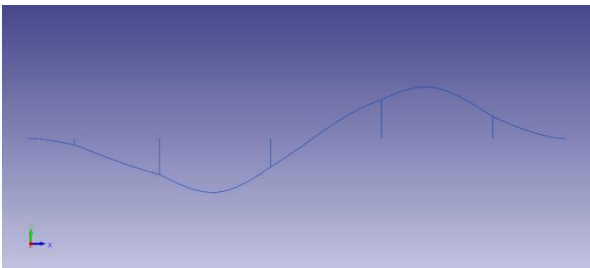
### EXPERIMENTAIS



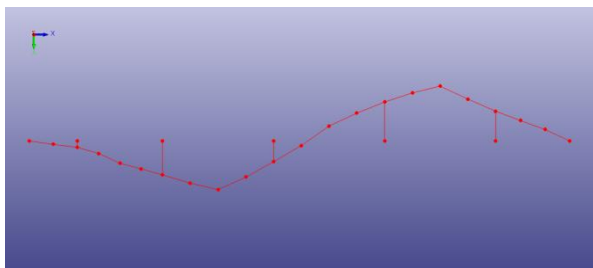
FEA 1 = 0,437 Hz



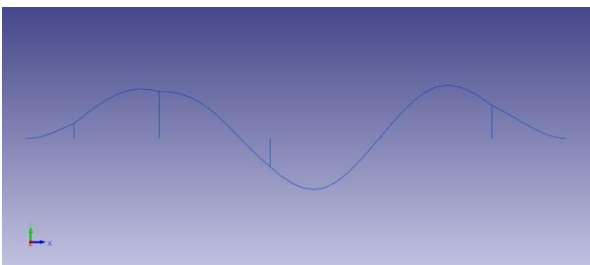
EMA 1 = 0,488 Hz



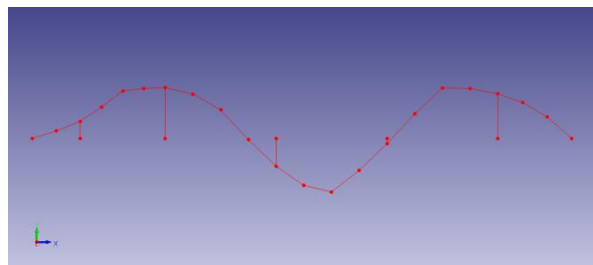
FEA 2 = 0,589 Hz



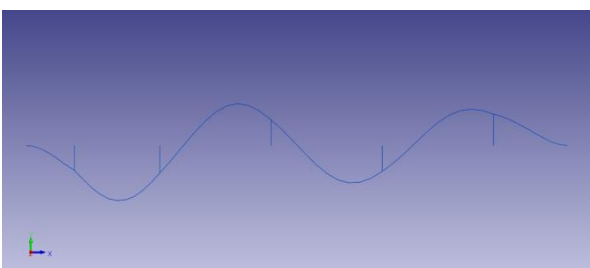
EMA 2 = 0,635 Hz



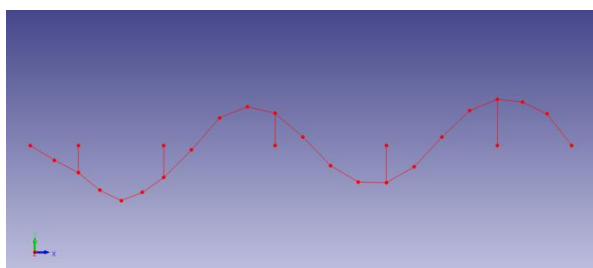
FEA 4 = 0,825 Hz



EMA 4 = 0,854 Hz



FEA 6 = 1,161 Hz



EMA 7 = 1,172 Hz

Fig. 5.26 – Configurações modais laterais após inspeção visual e importação de dados, vista de topo

Como se pode constatar, durante esta etapa surgiram fundamentalmente três problemas.

O primeiro diz respeito à orientação dos modos de vibração. Analisando por exemplo as configurações modais verticais, (Fig.5.27), mais concretamente as frequências EMA 5 e EMA 8, pode comprovar-se que foi necessário proceder à transformação de coordenadas destes dois modos de vibração.

O segundo problema assenta no facto de a última configuração modal (FEA8) não ter correspondência experimental. Tal pode ser justificado pelo facto de esse modo numérico não ter sido detetado pelo ensaio de vibração, por deficiente localização dos sensores ou por essa configuração modal não ter significado. Assim, assume-se a situação descrita como um desafio às potencialidades do FEMTools respeitantes à análise de correlação que será discutida mais adiante.

Finalmente, o terceiro problema consistiu no facto das frequências numéricas FEA 6 e FEA 7 terem correspondência experimental cuja ordem de grandeza remete para numerações distintas. Nestas condições, após inspeção visual constata-se que a frequência FEA 6 tem como correspondente experimental a frequência EMA 7. Refira-se que a correlação expedita FEA 6 com EMA 6, resultaria em corresponder uma frequência numérica lateral com uma vertical.

Contudo, prevê-se que o "software" com recurso ao cálculo da matriz MAC ("Modal Assurance Criterion") obtenha a correlação correta entre frequências numéricas e experimentais.

Terminada a primeira fase, respeitante à importação e tratamento de dados experimentais, descrevem-se em seguida os procedimentos respeitantes à seleção das respostas e parâmetros da estrutura para ajuste, incluídos no também denominado ciclo de sensibilidade.

#### 5.4.2. CICLO DE SELEÇÃO DE PARÂMETROS E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Torna-se necessário proceder à seleção das respostas e parâmetros sujeitos a ajuste. Para tal, como descrito em 3.3.1., recorrer-se-á a uma análise estabelecida como um processo cíclico de análise de sensibilidade entre os parâmetros selecionados para ajuste e a resposta da estrutura que se pretende ver atualizada.

Refira-se que inicialmente foi ponderado o ajuste através da seleção direta da rigidez das molas. Porém, o ajuste não foi conseguido, por se ter constatado a dificuldade do "software" em lidar com parâmetros de elevada ordem de grandeza, como por exemplo na tentativa de ajuste de uma mola infinitamente rígida que se caracteriza por uma rigidez na ordem dos  $1E30$  kN/m. O constatado foi que, no fim do processo iterativo, o "software" mantinha estes valores inalterados. Mesmo quando considerados como parâmetros de ajuste, conjuntamente com outros de diferente natureza, o processo determinava perturbações nos restantes, mantendo intactos os valores dessa ordem de rigidez.

Como consequência foram estudadas diferentes medidas de simulação das condições de ligação até aqui representadas através de molas, concluindo-se que a substituição das mesmas por betão em conformidade com as secções dos pilares, seria uma boa alternativa, procedendo-se à determinação do cenário de perturbação no módulo de elasticidade que conduz à minimização dos desvios observados.

No entanto esta solução conduziu ao problema detetado anteriormente, partes da estrutura desligadas do resto do conjunto. Assim optou-se por manter as ligações simuladas com recurso a molas, confirmadas como eficazes (como se pode observar pelas configurações modais apresentados nas Fig.5.25 e Fig.5.26 ou Fig.5.27 e Fig.5.28)), realizando o ajuste em torno do módulo de elasticidade, ao longo do comprimento total de cada pilar.

Com esta solução alternativa pretende-se também justificar incertezas no processo de modelação, como a profundidade efetiva das sapatas e conseqüente altura livre dos pilares, ou seja, tentar perceber até que ponto é que as rotações acima das sapatas podem estar impedidas por efeito de confinamento do solo junto dos pilar. Estando estas incertezas diretamente relacionadas com o comportamento dinâmico lateral da estrutura, prevê-se que as frequências naturais sejam bastante suscetíveis a este tipo de perturbações, isto é, que alterações nos parâmetros selecionados sejam capazes de justificar os desvios observados entre respostas numéricas e experimentais.

Nestas condições, de forma a tornar o problema de otimização bem condicionado, a limitação do número de parâmetros de ajuste a um valor máximo, definido como o número de respostas da estrutura, deve ser ter tida em conta. No presente caso, como dispomos de um total de oito respostas perfeitamente definidas, quatro frequências verticais e quatro laterais, considera-se esse número como máximo de parâmetros a ajustar.

Assim sendo, definem-se os módulos de elasticidade de cada pilar como parâmetros, restando porém a hipótese de seleção de outros três.

A seleção dos modos de elasticidade do betão dos pilares, prende-se com o facto de que alterações no seu valor têm um significado estrutural, como descrito, bem definido. Nesse contexto, torna-se importante que a adoção de parâmetros complementares se baseiem no mesmo princípio. Por isso, ponderou-se a seleção de tais que permitissem justificar restantes erros de modelação, como por exemplo, os desvios em torno da massa total da estrutura, ou seja, a escolha de um parâmetro que servisse de artifício de cálculo com vista a estudar a influência das massas que foram desprezadas no processo de modelação, como por exemplo guardas, asfalto ou diafragmas. Nessas condições, o estudo da densidade do betão ao longo de todo tabuleiro, parece apropriado. Vantagens como a relação direta com o comportamento dinâmico vertical da estrutura, fazem com que a adoção deste parâmetro contribua de forma eficiente para o melhor ajuste possível entre frequências numéricas e experimentais. Resta acrescentar que pelo facto de possibilitar a incidência do ajuste em propriedades físicas de elementos que não os pilares, torna a seleção deste parâmetro muito acertada possibilitando ainda o estudo das debilidades do modelo, por simplificações aquando do processo de modelação, ao longo de toda a estrutura.

Apresentam-se de seguida as respostas e parâmetros da estrutura selecionados para ajuste.

Tabela 5.4 – Parâmetros selecionados para ajuste

	Módulo de Elasticidade (E)	Densidade do betão ( $\rho$ )
1	PILAR P1	-
2	PILAR P2	-
3	PILAR P3	-
4	PILAR P4	-
5	PILAR P5	-
6	-	TABULEIRO

Tabela 5.5 – Respostas selecionadas para ajuste

	Frequência (Hz)
1	0,488
2	0,635
3	0,732
4	0,854
5	0,879
6	1,172
7	1,172
8	1,538

Como referido anteriormente, a análise de sensibilidade permite constatar a eficiência dos parâmetros selecionados, na mitigação dos desvios entre as respostas obtidas numérica e experimentalmente. Carecendo de comprovação numérica, determinou-se a eficiência dos mesmos com recurso ao cálculo das matrizes de sensibilidade que se seguem.

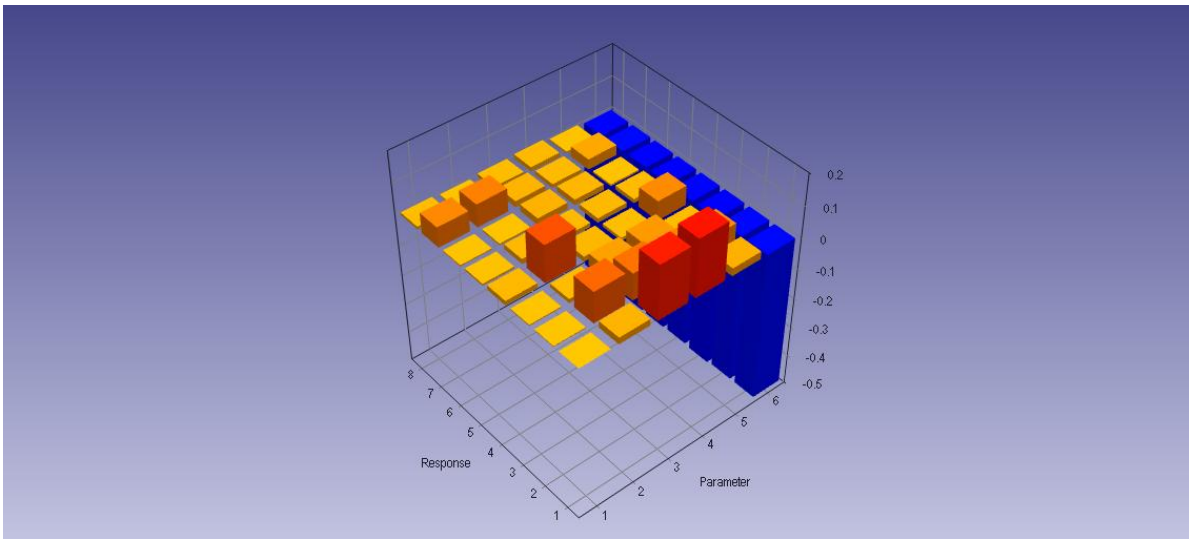


Fig. 5.27 – Matriz de sensibilidade, vista isométrica

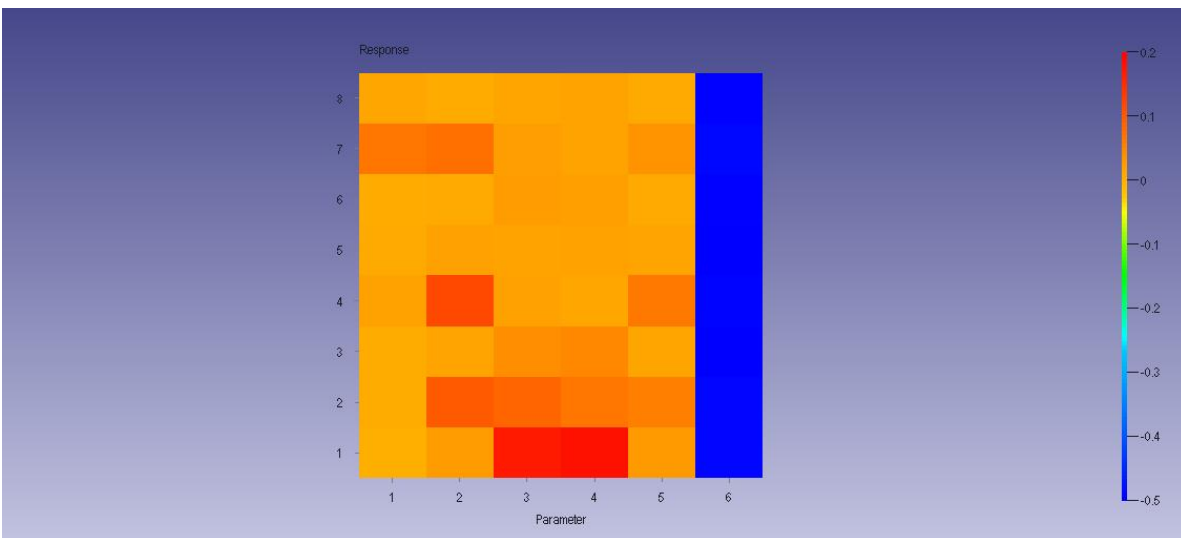


Fig. 5.28 – Matriz de sensibilidade, vista de topo

Como se constata pelas figuras anteriores (Fig. 5.30 e Fig. 5.31), a estrutura mostra-se sensível em torno das suas frequências fundamentais de vibração a perturbações nos parâmetros seleccionados (Tabela 5.5). É no entanto de notar que a referida sensibilidade se assume muito superior por perturbações na densidade do betão do tabuleiro (parâmetro 6), do que por alterações no valor do módulo de elasticidade dos diversos pilares (parâmetros 1 a 5), muito devido ao facto de todas as respostas se assumirem dependentes da massa do tabuleiro, enquanto que o módulo de elasticidade contribuirá de forma mais directa para o ajuste das resposta ao nível lateral e também pelo facto de que qualquer alteração na densidade do betão, cobrirá uma área da estrutura muito superior à de qualquer um dos pilares, tendo assim muito mais influência ao nível do comportamento global dinâmico da estrutura. Nestas condições, verificada a eficiência do processo de seleção de parâmetros para ajuste, torna-se necessária a preparação dos resultados experimentais e numéricos que servirão de base ao referido processo. Assim, são expostas de seguida as principais etapas da análise de correlação pertencentes ao denominado ciclo de ajuste.



## 5.4.3. CICLO DE AJUSTE

Com vista à quantificação dos desvios entre as frequências determinadas com recurso ao "software" FEMTools e as obtidas através do ensaio de vibração ambiental protagonizado pelo ViBest, recorre-se a uma análise de correlação, que a partir da informação resultante da inspeção visual preliminar, estabelece ligações entre as mesmas baseadas em índices numéricos. A matriz MAC ("Modal Assurance Criterion") resultante dessa análise representa-se pelas figuras 5.31 e 5.32 em baixo.

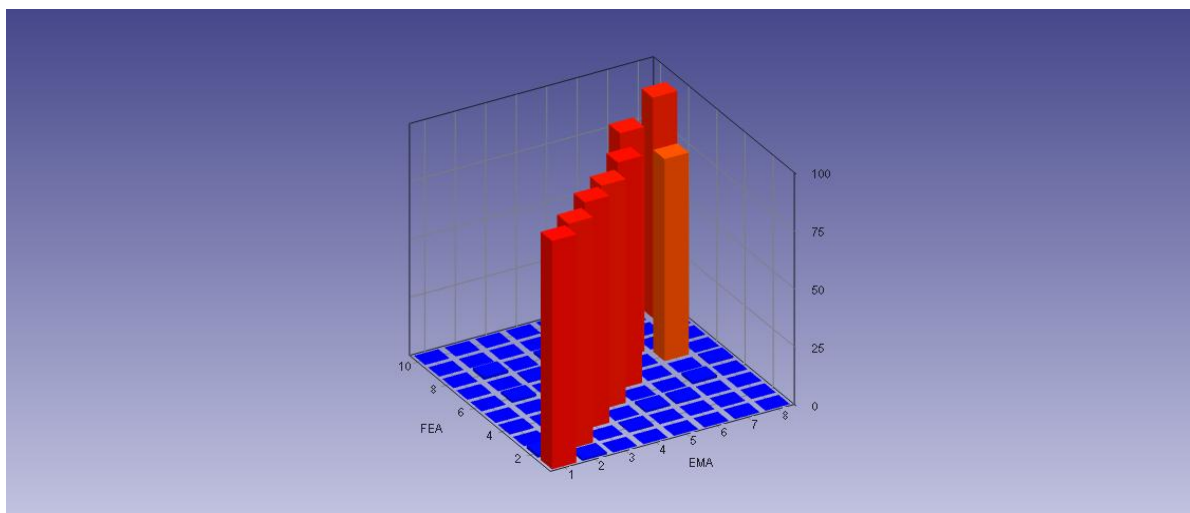


Fig. 5.29 – Matriz MAC, vista isométrica

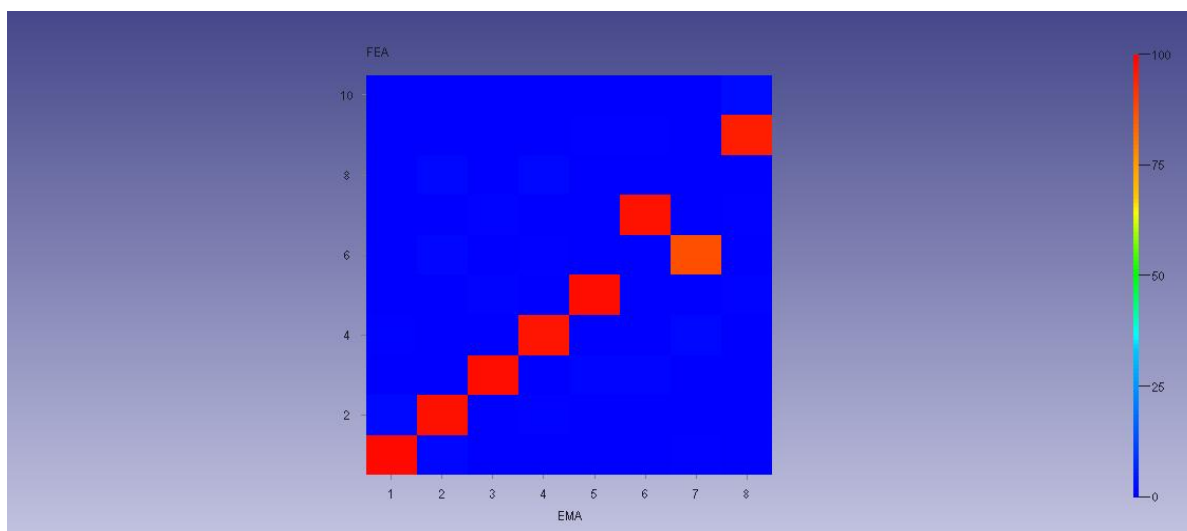


Fig. 5.30 – Matriz MAC, vista de topo

Podemos constatar através da análise da matriz anterior, que a correlação prevista à data do tratamento de dados, se veio a verificar, já que os índices MAC de valores não nulos se encontram dispostos segundo a diagonal da matriz e fora desta se estabelecerem iguais a zero. Como pode verificar-se, o "software" foi capaz de detetar o problema observado à data da inspeção preliminar, determinando a correta correlação entre configurações modais, FEA 6-EMA7 e FEA 7-EMA 6 (Fig.5.32). Assim, a análise de correlação protagonizada estabelece-se como bastante eficaz, por de forma automática, conduzir ao "pairing" de frequências de vibração, com significado em relação às configurações dos

modos de vibração correspondentes, isto é, por de forma automática e em poucos segundos, distinguir diferentes naturezas de vibração e correlacioná-las com a mais elevada percentagem possível.

Note-se que segundo as frequências numéricas, o "software" tenta correlacionar dez configurações modais (Fig.5.32), isto deve-se ao facto deste, ao proceder à análise das oito frequências experimentais, possibilitar a correlação com todas as detetadas numericamente, não se limitando simplesmente às primeiras oito. Exemplo disso é, tal como previsto preliminarmente, a frequência experimental EMA 8, já que, não tendo correspondência numérica no leque das oito primeiras determinadas pelo FEMTools, foi correlacionada, em elevada percentagem, com a nona frequência numérica. Nestas condições, confirma-se a situação prevista de não correspondência experimental da oitava configuração numérica, por localização deficiente dos sensores durante o ensaio (hipótese pouco crível), o que resulta na não deteção desta configuração experimentalmente, ou pelo facto da mesma não ter significado experimental, isto é, não contribuir de forma relevante para o comportamento dinâmico da ponte. Em resultado da análise de correlação protagonizada é exposto de seguida o "pairing" de configurações modais e os respetivo índices MAC.

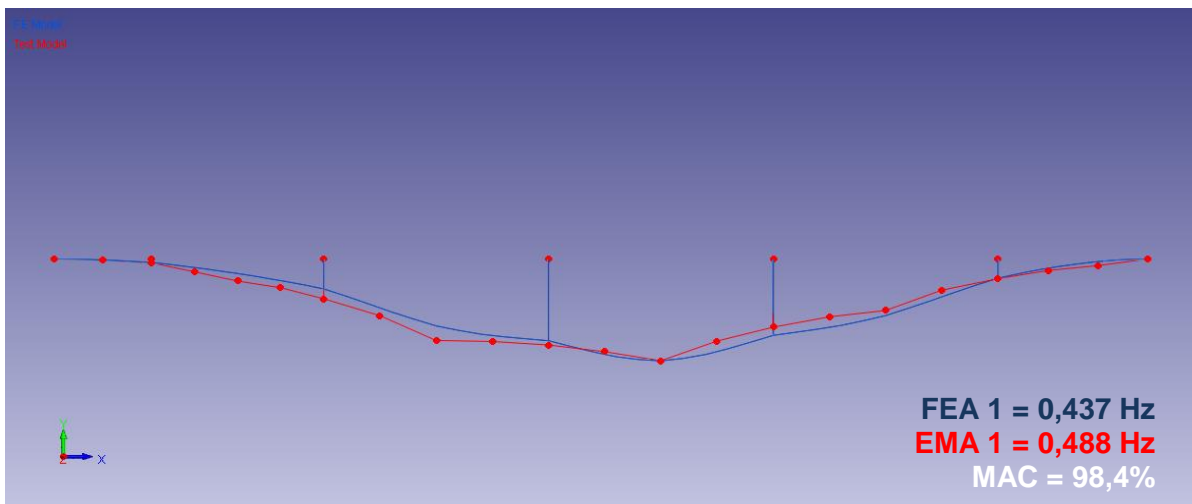


Fig. 5.31 – Correlação FEA 1 - EMA 1, resposta 1

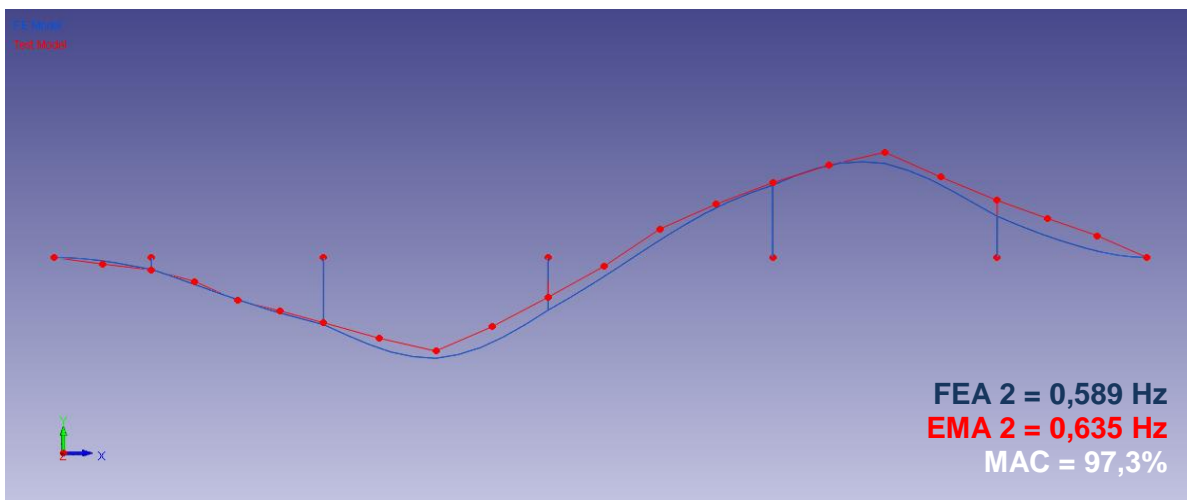


Fig. 5.32 – Correlação FEA 2 - EMA 2, resposta 2

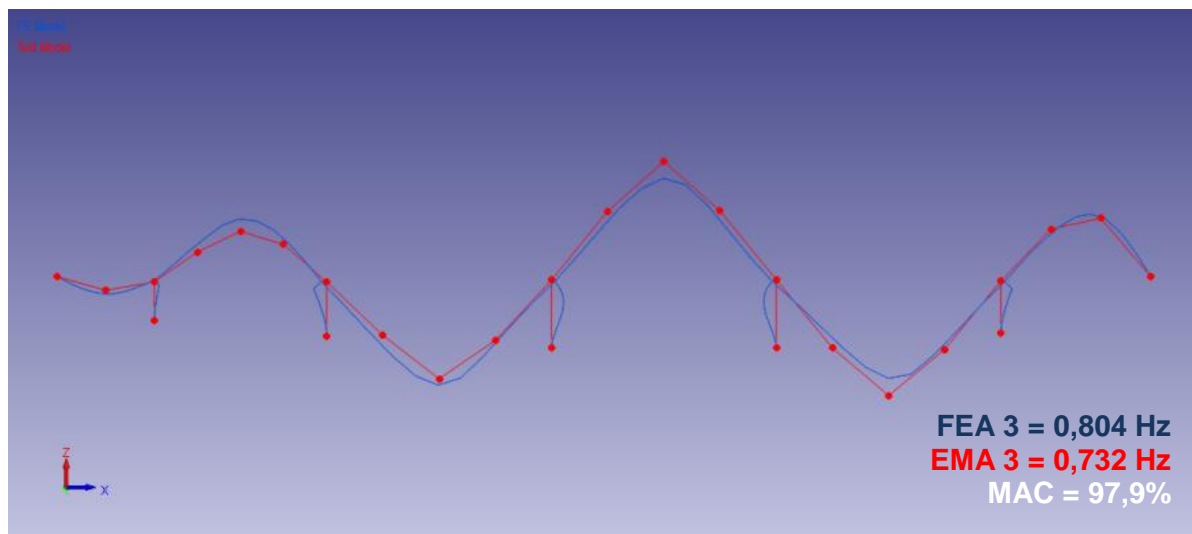


Fig. 5.33 – Correlação FEA 3 - EMA 3, resposta 3

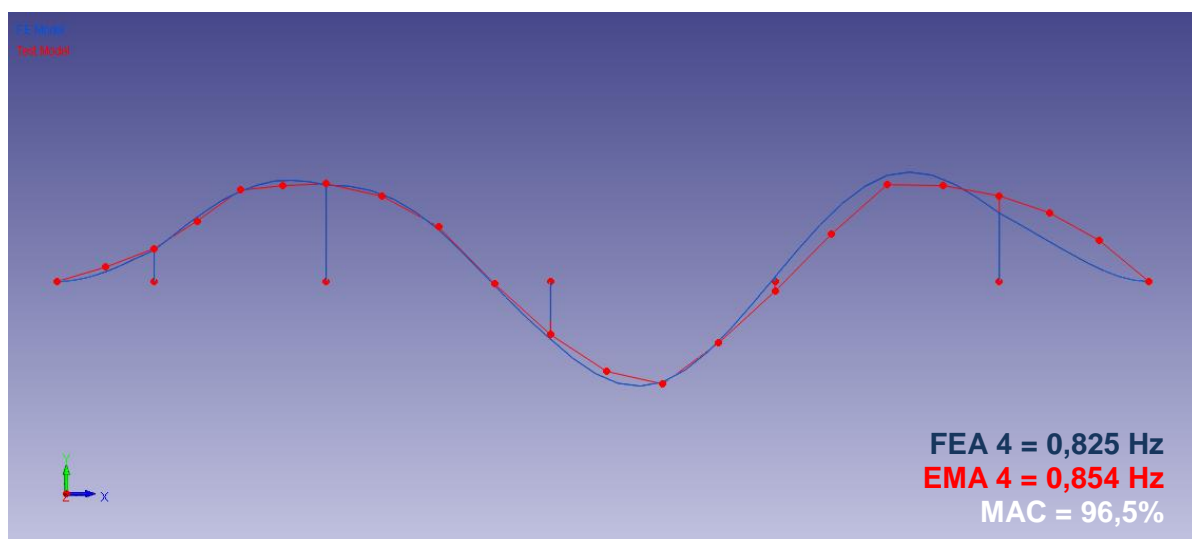


Fig. 5.34 – Correlação FEA 4 - EMA 4, resposta 4

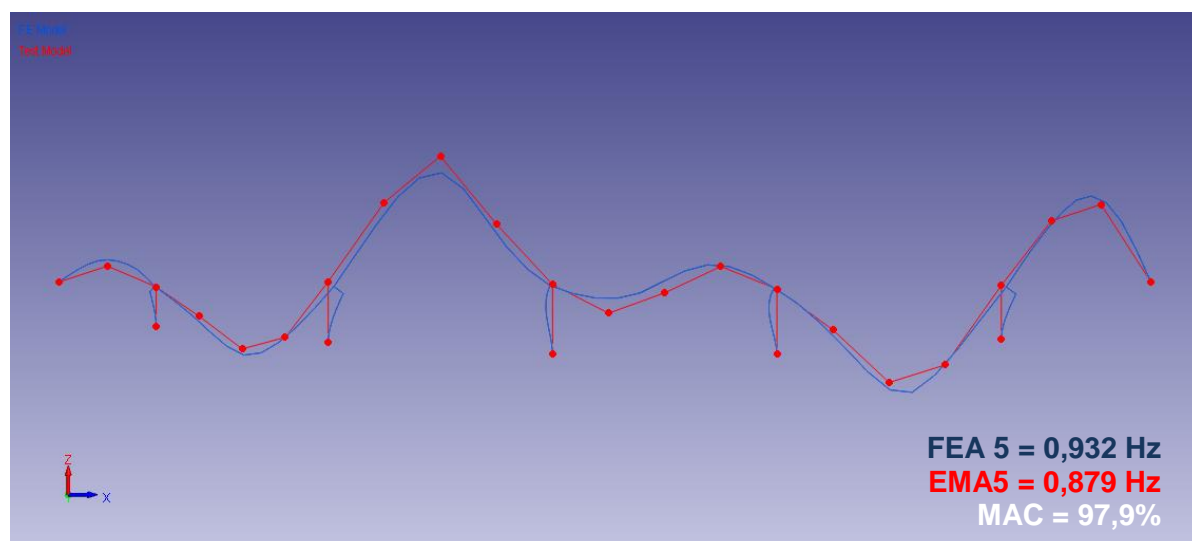


Fig. 5.35 – Correlação FEA 5 - EMA 5, resposta 5

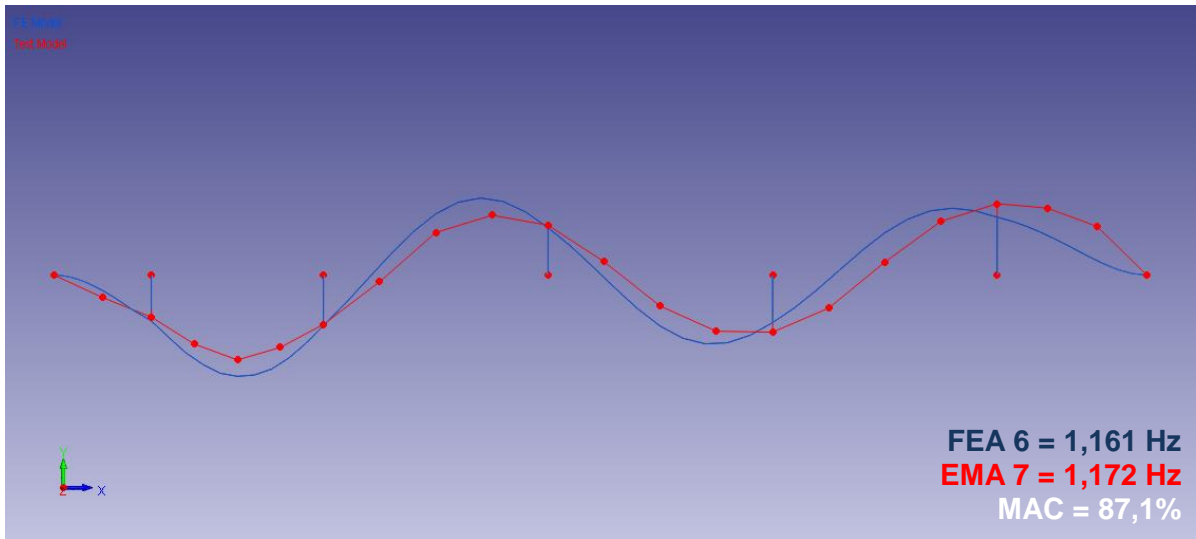


Fig. 5.36 – Correlação FEA 6 - EMA 7, resposta 6

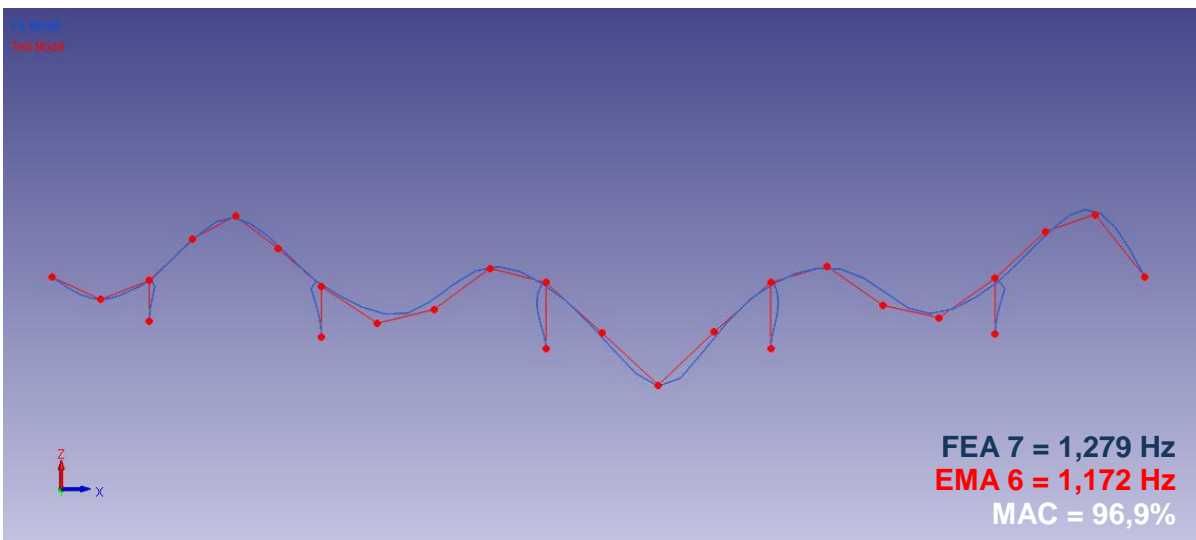


Fig. 5.37 – Correlação FEA 7 - EMA 6, resposta 7

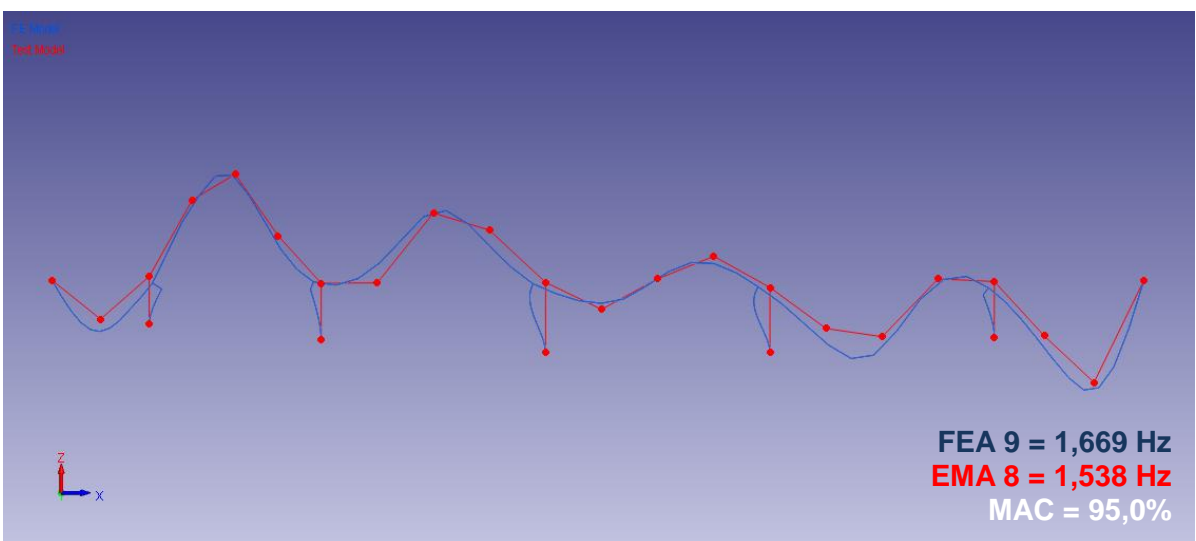


Fig. 5.38 – Correlação FEA 9 - EMA 8, resposta 8

Os respectivos desvios observados apresentam-se de seguida na tabela 5.7.

Tabela. 5.6 – Desvio entre frequências numéricas e experimentais - "response difference"

	Frequências (Hz)							
	FEA1	FEA2	FEA3	FEA4	FEA5	FEA6	FEA7	FEA9
	EMA1	EMA2	EMA3	EMA4	EMA5	EMA7	EMA6	EMA8
	Resposta 1	Resposta 2	Resposta 3	Resposta 4	Resposta 5	Resposta 6	Resposta 7	Resposta 8
Numéricas	0,437	0,589	0,804	0,825	0,932	1,161	1,279	1,669
Experimentais	0,488	0,635	0,732	0,854	0,879	1,172	1,172	1,538
Erro (%)	-10,45	-7,25	+9,82	-3,36	5,98	-0,94	9,09	8,54

Caracterizadas as respostas da estrutura que se pretendem ajustar, identificados os parâmetros sobre os quais incidirá o processo de minimização dos desvios observados e caracterizados esses desvios, proceder-se-á ao ajuste automático do modelo, cujos principais resultados se expõem de seguida.

Na figura que se segue pode ser observado o percurso de alteração dos valores de cada frequência ao longo das cinco iterações que o processo necessitou para ajustar os desvios previamente apresentados (Tabela 5.7).

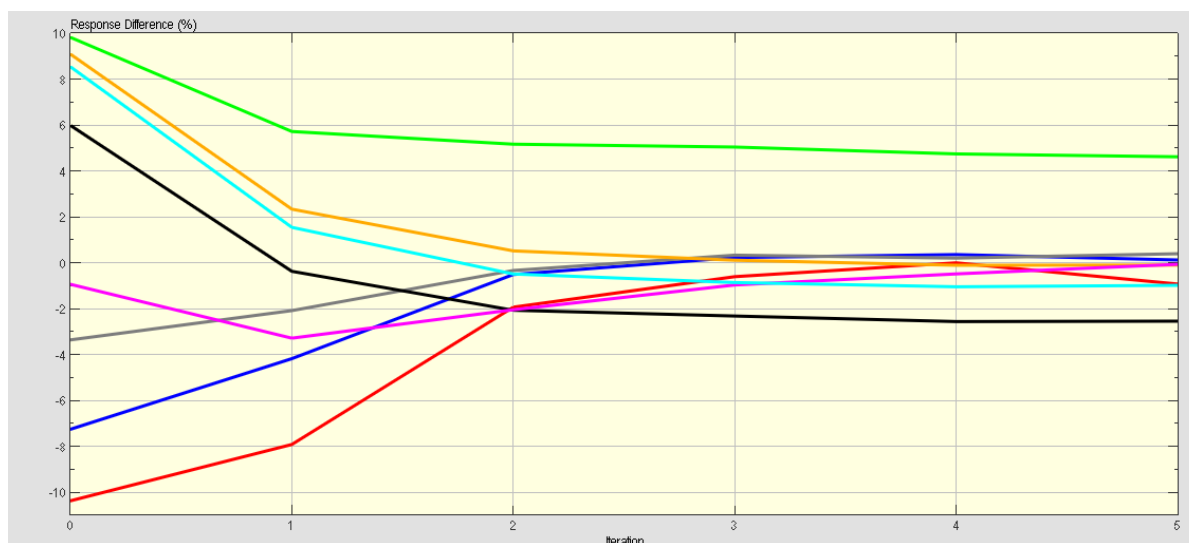


Fig. 5.39 – Evolução da resposta da estrutura ao longo do processo iterativo- "response tracking"

Tendo ao fim da quinta iteração sido observados os seguintes desvio residuais.

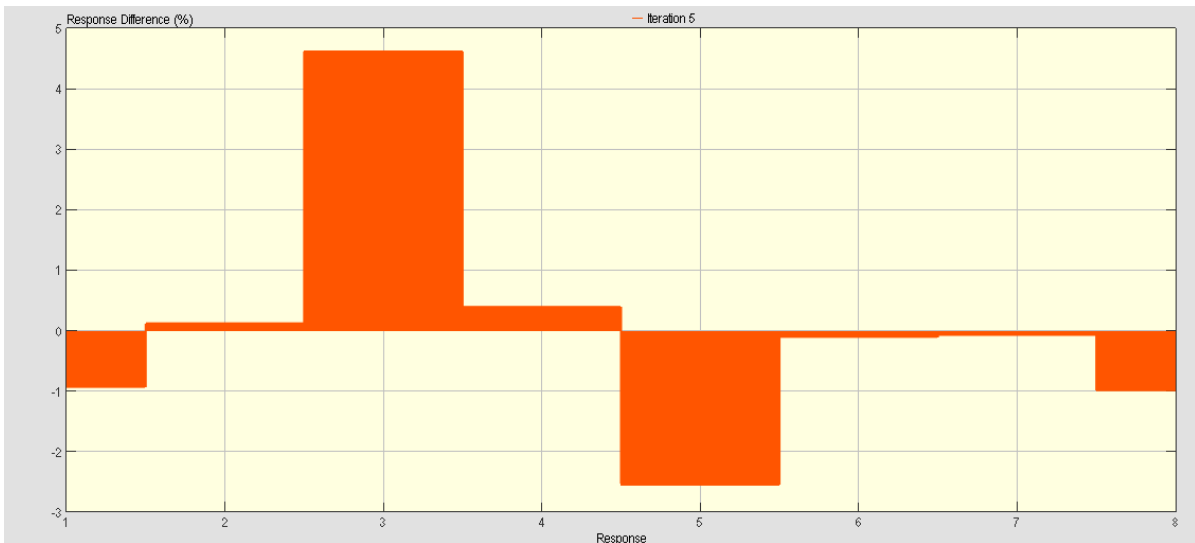


Fig. 5.40 – Desvios observados entre frequências numéricas e experimentais no fim do processo iterativo (desvios residuais) - "response difference"

Constata-se que o ajuste foi bastante preciso, sendo registado um desvio residual máximo de 4,61% na resposta 3. Sendo nesta resposta, que antes do processo de ajuste se registava o segundo maior desvio, cerca de 9,82% (Tabela 5.7) e que na análise de sensibilidade (Fig.5.44) se demonstrou pouco sensível a alterações no valor dos parâmetros, tal resultado torna-se de certa forma previsível.

No caso da resposta 1, que registava o desvio inicial mais elevado (10,45%), o ajuste revelou-se bem mais preciso, observando-se um valor residual de apenas 0,93%. Tal facto pode ser facilmente explicado quando contraposto com o cenário referido anteriormente. Assim, se atentarmos nas análises de sensibilidade referente a cada resposta, pelas figuras que se seguem (Fig.5.43 e Fig.5.44), rapidamente constatamos que a resposta 1 se mostra bastante sensível a perturbações nos parâmetros 3 e 4, a que correspondem o módulo de elasticidade dos pilares P3 e P4 (Tabela 5.5), enquanto que a resposta 3 se assume praticamente insensível a qualquer a perturbação.

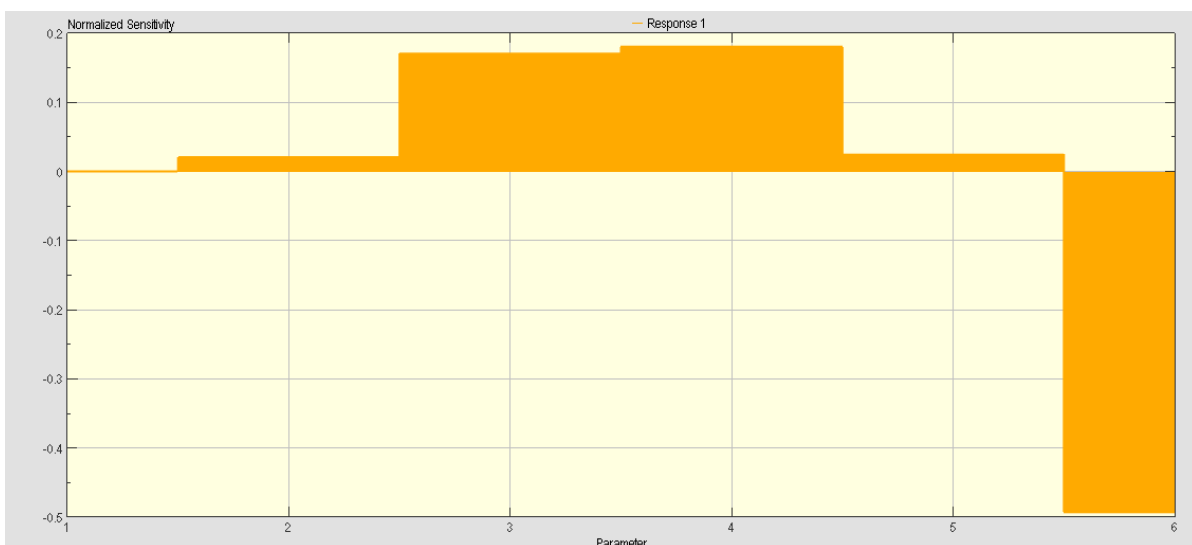


Fig. 5.41 – Corte da matriz de rigidez em torno da resposta 1

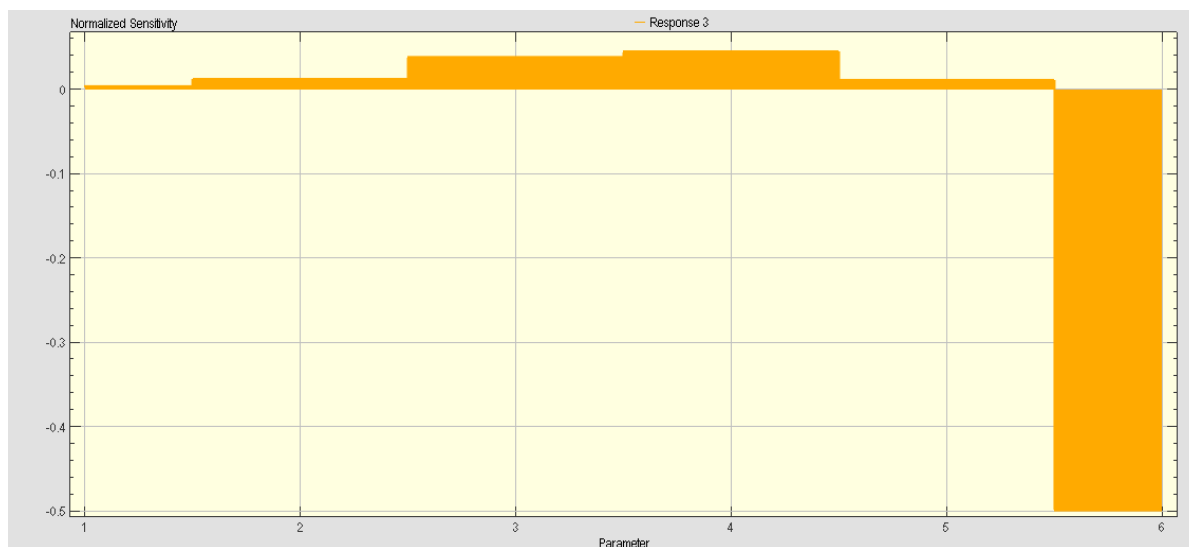


Fig. 5.42 – Corte da matriz de rigidez em torno da resposta 3

Comprova-se que o ajuste em torno da resposta 1 será necessariamente mais preciso em comparação com o protagonizado para a resposta 3.

Note-se que na análise realizada não foi referida a grande sensibilidade de ambas as respostas a alterações no parâmetro 6, já que sendo este bastante eficiente em ambas, não produz justificção para o melhor ajuste da resposta 1 em relação à resposta 3.

Por fim torna-se interessante tentar perceber a grande eficiência dos parâmetros 3 e 4 no ajuste da resposta 1, face à ineficácia dos mesmos, constatada em relação à resposta 3. Através da observação da configuração modal associada (Fig.5.33) constata-se que os pilares P3 e P4 são fortemente solicitados, sendo que qualquer alteração no módulo de elasticidade dos mesmos (parâmetros 3 e 4 respetivamente) se refletirá conseqüentemente no valor da sua rigidez e por relação direta com as frequências, no seu comportamento dinâmico.

Contrariamente, a resposta 3 associada a um modo de vibração vertical (Fig.5.35) pouco é influenciável por perturbações nos parâmetros referidos, já que é claramente o tabuleiro, o elemento mais esforçado por flexão, sendo alterações nas propriedades físicas do mesmo, e não nos pilares, passíveis de provocar alterações ao nível do seu comportamento dinâmico.

Resta então perceber qual o cenário de perturbação que conduziu ao ajuste de frequência referido.

Seguidamente apresenta-se a evolução do valor dos diversos parâmetros ao longo do processo iterativo.

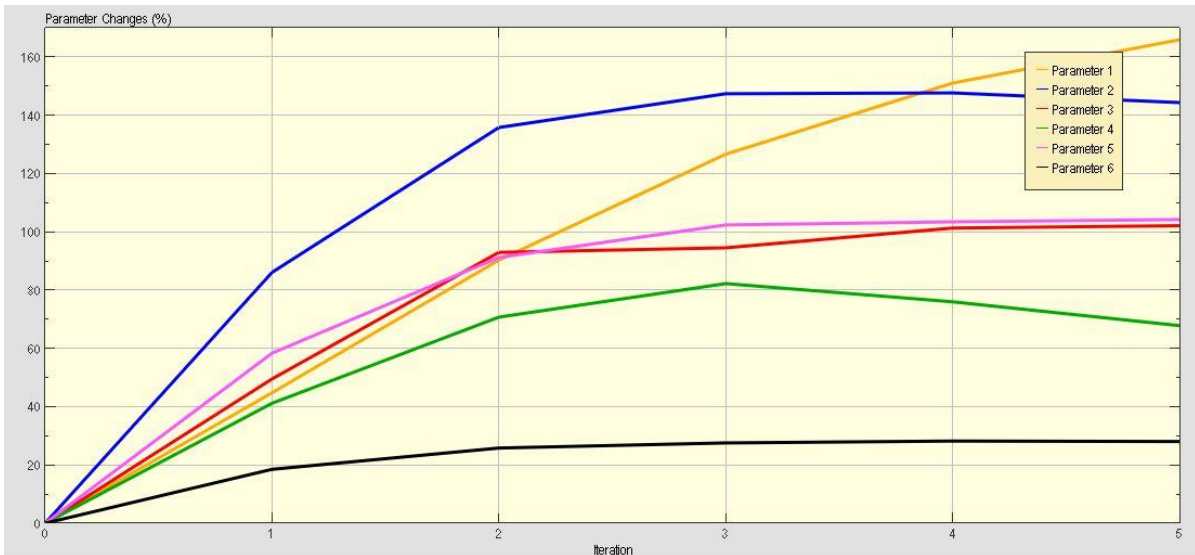


Fig. 5.43 – Evolução dos parâmetros ao longo do processo de ajuste - "parameter tracking"

Para efeitos de acautelamento de possíveis dificuldades de leitura esclarece-se que as curvas apresentadas em cima, por ordem decrescente de alteração no seu valor ao fim do processo iterativo, dizem respeito às respostas 1, 2, 5, 3, 4 e 6.

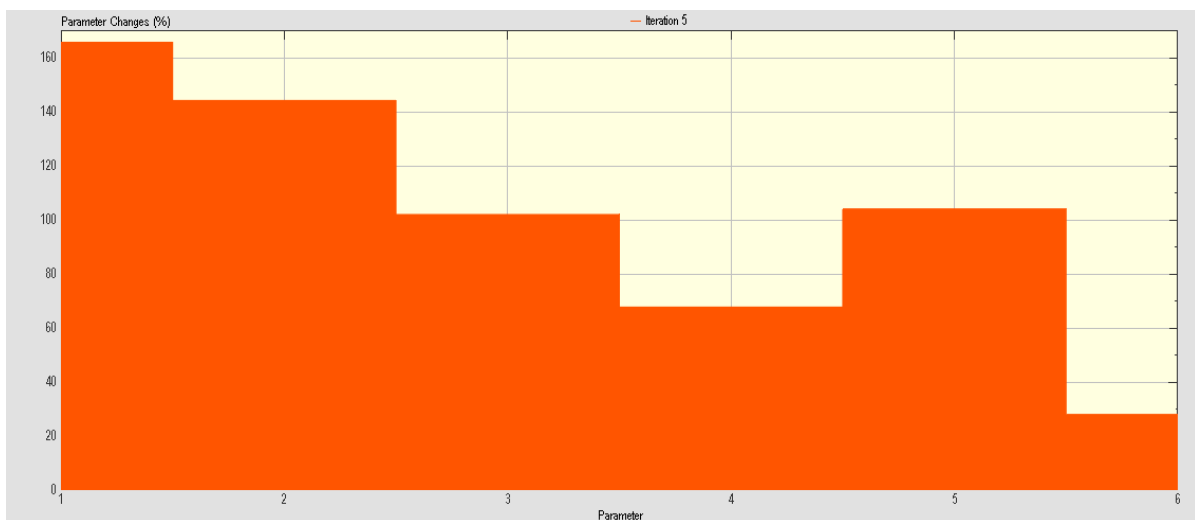


Fig. 5.44 – Cenário de perturbação no valor dos parâmetros no fim do ajuste - "parameter changes"



Analisando as figuras apresentadas conclui-se que os pilares P1 e P2 sofreram grandes alterações no seu valor de módulo de elasticidade, enquanto que a densidade do tabuleiro se pondera ter de ser ajustada por um aumento em cerca de 20 % do seu valor inicial. O cenário de ajuste completo pode ser observado através da tabela que se segue.

Tabela. 5.7 – Frequências de vibração após o ajuste

DIFERENÇA (%) ANTES DO AJUSTE	FREQUÊNCIAS (HZ)			DIFERENÇA (%) APÓS AJUSTE
	INICIAL	FINAL	VIBEST	
-10,45	0,437	0,484	0,488	<b>-0,93</b>
-7,25	0,589	0,636	0,635	<b>0,12</b>
9,82	0,804	0,766	0,732	<b>4,61</b>
-3,36	0,825	0,858	0,854	<b>0,39</b>
5,98	0,932	0,857	0,879	<b>-2,54</b>
-0,94	1,161	1,171	1,172	<b>-0,10</b>
9,09	1,279	1,171	1,172	<b>-0,07</b>
8,54	1,669	1,523	1,538	<b>-0,98</b>
<b>TOTAL EM MÓDULO</b>				
<b>= 9,74%</b>				

Tabela. 5.8 – Cenário de perturbação no valor dos parâmetros no fim do ajuste

PARÂMETRO	VALOR		DIFERENÇA (%)
	INICIAL	FINAL	
1	34000MPa	90403MPa	165,89
2	34000MPa	83073MPa	144,33
3	34000MPa	68709MPa	102,09
4	34000MPa	57050MPa	67,79
5	34000MPa	69422MPa	104,18
6	24,53 kN/m <sup>3</sup>	31,41 kN/m <sup>3</sup>	28,03

Conclui-se que o ajuste entre frequências foi muito preciso, registrando um erro máximo, tal como referido anteriormente de apenas 4,61 % e obtendo como total dos desvios um erro de somente 9,74%.

Porém, como se pode constatar pela tabela 5.9, as alterações propostas nos valores dos parâmetros são bastante elevadas, tornando importante analisar a representatividade das mesmas sob o ponto de vista da sua aplicação prática.

Nesse sentido verifica-se que o valor mínimo sugerido para os módulos de elasticidade dos pilares é irrealista, já que não existem betões com módulos de elasticidade dessa ordem de grandeza, e mesmo que existissem, no caso concreto de estrutura como pontes, o máximo seria o corresponde a uma variação admissível do mesmo, que rondasse os 15 %. Assim, rejeitou-se o ajuste anterior e procedeu-se à sua limitação através da definição de um intervalo possível de variação para os parâmetros 1 a 5. Assim admitiu-se variações do módulo de elasticidade do betão na ordem dos 15% mantendo o parâmetro 6, respeitante à densidade do betão, sem quaisquer restrições.

Porém é de notar, que o aumento do valor do módulo de elasticidade pode ser uma forma indireta de modelar um comprimento livre do pilar inferior ao considerado. Nesse sentido os valores determinados (Tabela 5.9), podem não ser de todo descabidos.

Os principais resultados são descritos em diante.

O "software" concluiu o processo iterativo ao fim de apenas uma iteração, sendo a evolução das respostas da estrutura representada pela figura que se segue.

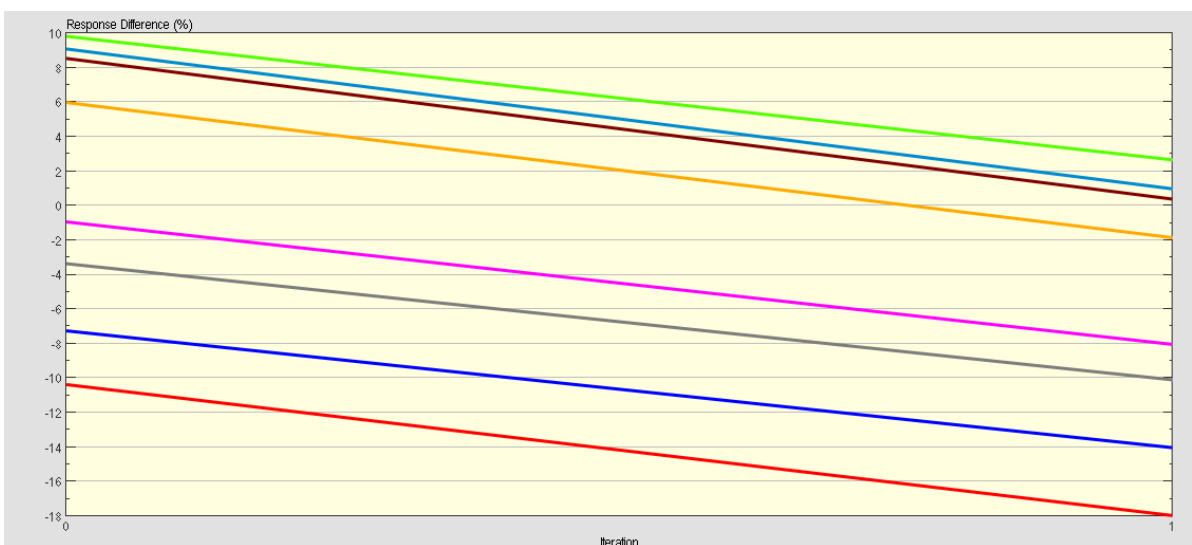


Fig. 5.45 – Evolução da resposta da estrutura ao longo do processo iterativo- "response tracking"

Como se observa, ao fim de uma iteração foi possível reduzir os desvios observados entre frequências numéricas e experimentais, tendo-se obtido a seguinte configuração final desses desvios.

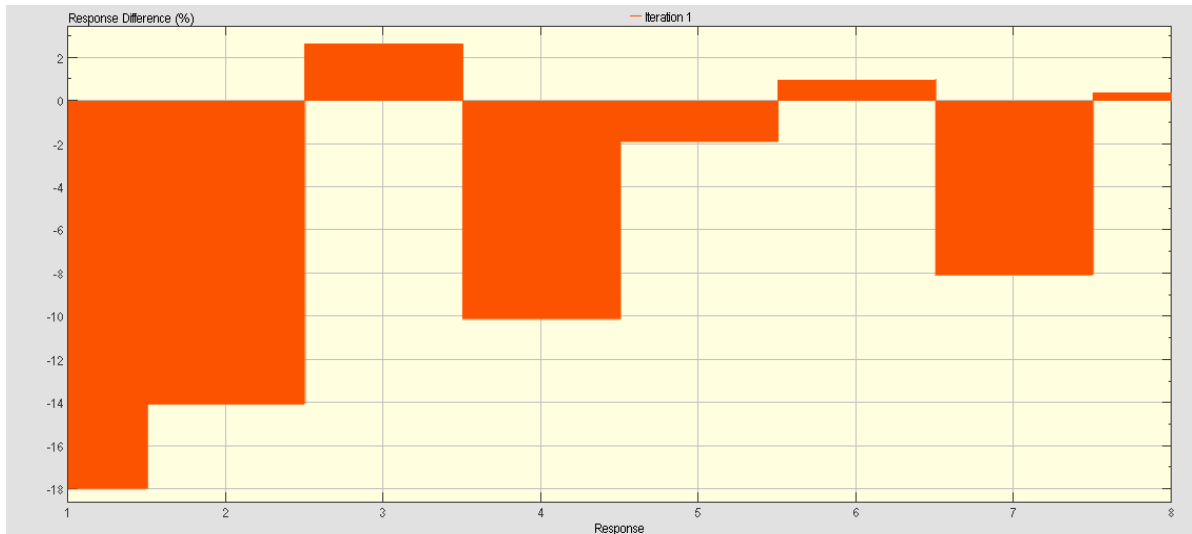


Fig. 5.46 – Desvios observados entre frequências numéricas e experimentais no fim do processo iterativo (desvios residuais) - "response difference"

A figura 5.48 torna-se esclarecedora quanto ao facto de que a limitação do ajuste a um intervalo de variação dos parâmetros 1 a 5, conduziu a um ajuste final em torno das frequências menos preciso, cujo desvio máximo registado foi da ordem dos 18% (resposta 1). Note-se que nessa mesma resposta, o desvio inicial era de apenas 10,45 %, o que vem justificar a influência que as alterações protagonizadas tiveram sobre o ajuste.

No que respeita à evolução dos parâmetros de ajuste pode constatar-se, por análise da figura que se segue, que as limitações impostas ao intervalo de variação, resultaram no ajuste comum dos parâmetros alvo dessa consideração. Nesse sentido, constata-se que a variação máxima permitida foi atingida durante a primeira iteração, cuja consequência direta foi a paragem do cálculo iterativo por não existir margem de progresso segundo esses parâmetros.

Note-se que na figura que se apresenta, a linha azul a tracejado corresponde à representação das curvas sobrepostas referentes à evolução dos parâmetros 1 a 5, enquanto que a linha a vermelho diz respeito ao parâmetro 6.

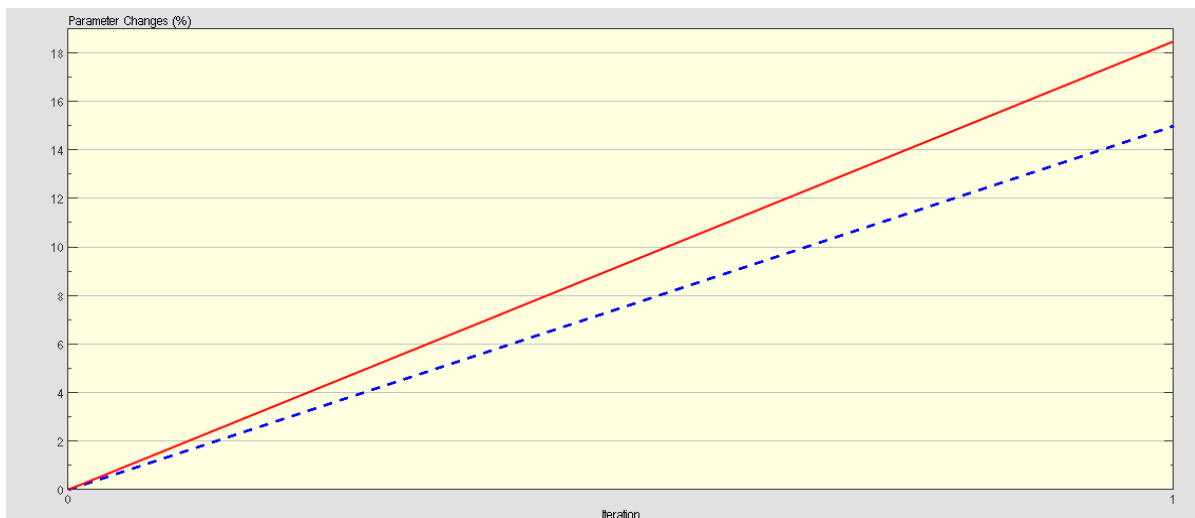


Fig. 5.47 – Evolução dos parâmetros ao longo do processo de ajuste - "parameter tracking"

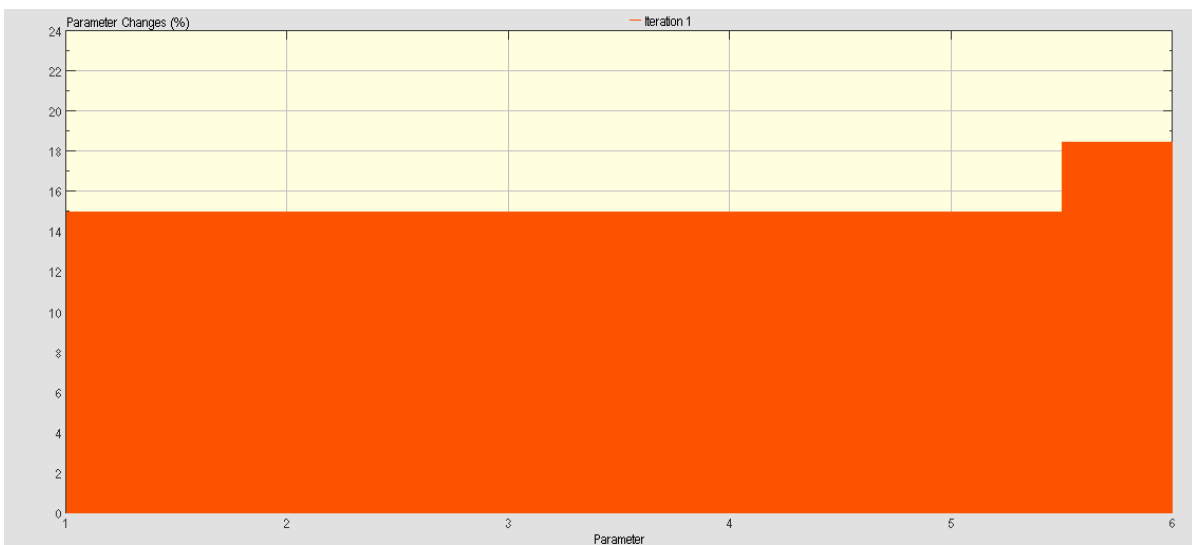


Fig. 5.48 – Cenário de perturbação no valor dos parâmetros no fim do ajuste - "parameter changes"

A figura 5.50 representa o valor final de cada parâmetro após o ajuste, permitindo constatar a limitação imposta à variação dos seus valores.

Apresenta-se a por fim a configuração final dos parâmetros após o ajuste.

Tabela. 5.9 – Cenário de perturbação no valor dos parâmetros no fim do ajuste

PARAMETRO	VALOR		DIFERENÇA (%)
	INICIAL	FINAL	
1	34000MPa	39100MPa	15
2	34000MPa	39100MPa	15
3	34000MPa	39100MPa	15
4	34000MPa	39100MPa	15
5	34000MPa	39100MPa	15
6	24,53 kN/m <sup>3</sup>	29,07 kN/m <sup>3</sup>	18,5

Conclui-se que a abordagem sem limitação da variação dos parâmetros, apresenta-se como o melhor ajuste pela consideração de que os valores determinados para os módulos de elasticidade dos pilares, parecendo irrealistas, são justificáveis pelo efeito do comprimento livre dos mesmos.

## **5.5. ANÁLISE DE RESULTADOS**

A interpretação dos resultados após o ajuste permite concluir que será necessário o estudo em volta da altura livre dos pilares, isto é, torna-se evidente a necessidade de calibração dos mesmos por efeito da contribuição do solo para a estabilização da estrutura. Assim, admite-se como deficiente a modelação dos pilares como descrito em projeto, já que tal simplificação conduz a um comportamento dinâmico correspondente a uma estrutura menos rígida do que a detetada por recurso a ensaios de vibração ambiental.

No que respeita às alterações sugeridas ao parâmetro 6, densidade do betão do tabuleiro, tal como esperado, o ajuste conduz a uma necessidade de aumento do valor do mesmo. Nesse sentido, poderão considerar-se as simplificações respeitantes à não contabilização das massas referentes ao asfalto, guardas, diafragmas entre outras, como inadequadas, conduzindo a um comportamento estrutural pouco representativo, por erros de modelação da massa total da estrutura.

Conclui-se por fim, que no contexto da engenharia civil pode ser importante impor limitações às variações dos parâmetros ajustados para evitar a obtenção de resultados irrealistas.



# 6

## CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

### 6.1. CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido no âmbito desta dissertação teve como principal objetivo a aquisição de conhecimentos na área do ajuste de modelos numéricos com base em resultados experimentais, que permitiram estudar a sua aplicabilidade a estrutura de engenharia civil.

De seguida sistematizam-se os principais resultados obtidos no decorrer desta tese.

No capítulo 2 foram expostos de um ponto de vista teórico os principais conceitos por de trás da análise experimental de estruturas de engenharia civil, e debatida a sua aplicabilidade em complemento à análise de modelos numéricos. Nesta secção começa-se por fazer uma breve abordagem ao conceito de análise experimental através das descrições dos seus principais objetivos e metodologias, terminando nas inerentes dificuldades de aplicação. Todas as exposições têm como objetivo comprovar o interesse em complementar a análise numérica com resultados experimentais. Assim são descritos de seguida os principais procedimentos de integração desses resultados com os resultados numéricos, através da análise de processos de correlação entre ambos.

No capítulo 3, apresentam-se os princípios teóricos fundamentais e etapas principais da implementação das técnicas de ajuste de modelos de elementos finitos. Numa parte inicial são discutidas as diferentes abordagens de ajuste através da clarificação do seu conceito base e enumeração das respetivas vantagens e desvantagens. Numa fase seguinte é discutida a sua aplicação em estruturas de engenharia civil, através da constatação do método iterativo baseado em parâmetros modais como a abordagem de ajuste mais promissora. No seguimento dessa constatação são descritas as suas três principais fases: Importação e tratamento de dados experimentais, ciclo de seleção de parâmetros e ciclo de ajuste. Por fim é introduzido o "software" FEMTools como ferramenta informática que disponibiliza um procedimento de ajuste automático baseado numa análise de sensibilidade, que será utilizado no decorrer dos capítulos seguintes.

O capítulo 4 consiste numa aplicação prática dos conceitos anteriormente introduzidos com recurso a duas estruturas simples de engenharia civil.

Nesta secção, todos os desenvolvimentos têm como objetivo a introdução do "software" FEMTools, que serviu para desenvolvimentos mais complexos no capítulo seguinte. Podem ser consideradas três fases distintas ao longo do presente capítulo: cálculo modal de cada estrutura com recurso à modelação em elementos finitos, desenvolvimento de uma metodologia de análise experimental e finalmente a simulação de cenários de perturbação.

Primeiramente com recurso ao "software" ROBOT foram modeladas em elementos finitos as duas vigas propostas, uma encastrada e outra simplesmente apoiada. Esta modelação permitiu a obtenção dos principais parâmetros modais das estruturas, frequências de vibração e configurações modais.

Em seguimento, desenvolveu-se uma metodologia de análise experimental (EMA-"Experimental Modal Analysis") que permitiu a obtenção pela via experimental das principais características modais das estruturas. Esta metodologia, com base nos espectros de resposta, possibilitou a correlação entre resultados experimentais e numéricos.

Nesse sentido, foi possível através da seleção de possíveis locais de debilidade da estrutura, definir parâmetros locais nos quais foi previamente introduzido dano. Assim, através da aplicação dos conceitos anteriormente definidos de análise de correlação, análise de sensibilidade e ciclo de ajuste foi possível, correspondentemente, constatar a existência de dano, identificar a sua localização e estimar a magnitude do mesmo. Foram desenvolvidos diversos casos de perturbação que permitiram testar as potencialidades da metodologia em diversos cenários, dano em zonas de diferente debilidade, amplitudes de dano variadas e aplicabilidade em diferentes estruturas. Estes procedimentos possibilitaram a familiarização com as várias ferramentas disponibilizadas pelo "software" e a comprovação do mesmo como uma eficiente ferramenta de ajuste.

Por fim, no capítulo 5, com recurso ao referido "software", procedeu-se à aplicação dos conceitos previamente abordados, a uma estrutura de grande porte de engenharia civil.

A Ponte sobre o Rio Douro da concessão Douro Litoral foi a obra escolhida.

Numa parte inicial é apresentada a estrutura e descrito o ensaio de vibração ambiental que conduziu à caracterização do seu comportamento dinâmico. Foi possível nesta fase constatar a aplicação prática das metodologias de análise experimental de estruturas de engenharia civil descritas anteriormente, possibilitando o contacto direto com os resultados experimentais obtidos pelo ensaio de vibração.

Numa segunda fase foi realizado um ajuste preliminar de calibração do modelo de elementos finitos da estrutura, em torno das suas frequências fundamentais de vibração, resultando assim num modelo numérico capaz de simular o comportamento dinâmico determinado pelo ensaio de vibração ambiental. Através da análise modal do referido modelo, foi possível obter os principais parâmetros modais da estrutura, que correlacionados com os determinados experimentalmente conduziram ao ajuste automático do mesmo. Para tal, foram estudadas diversas configurações de parâmetros de ajuste, tendo sido considerados o módulo de elasticidade do betão dos cinco pilares e a densidade do betão do tabuleiro, como parâmetros físicos capazes de justificar os desvios observados entre frequências experimentais (EMA) e numéricas (FEA). Esta escolha permitiu concluir, que a modelação em torno de ambos, incidiu sobre simplificações inadequadas, como por exemplo a não contabilização das massas das guardas, pavimentos e diafragmas, tal como a não consideração do efeito estabilizador dos solos, que conduziram à determinação de um comportamento dinâmico correspondente a uma estrutura menos rígida do que a detetada pelo ensaio de vibração ambiental. Por fim, foi possível concluir que no contexto da engenharia civil, poderá tornar-se importante a limitação da variação dos parâmetros ajustados, com vista a evitar a obtenção de resultados irrealistas.



## **6.2. CONSIDERAÇÕES FINAIS E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS**

Neste trabalho foram estudadas as principais técnicas de ajuste de modelos numérico, pretendendo-se, naturalmente, em trabalhos futuros explorar em maior profundidade a sua aplicação e melhorar alguns dos procedimentos apresentados.

Dificuldades como o ajuste direto das condições de rigidez e a modelação das condições de apoios, são fatores determinantes que mereciam análise futura a fim de serem ultrapassadas. Certamente, que os problemas detetados em torno de ambos são facilmente contornáveis, porém no tempo disponível para a realização desta tese, medidas alternativas tiveram de ser consideradas sob pena de desenvolvimentos seguintes saírem prejudicados.

No campo das aplicações, a extensão das metodologias apresentadas a outras estruturas constitui uma premissa fundamental para trabalhos futuros incluindo nomeadamente o estudo de fenómenos mais complexos como as análises de convergência e o melhoramento de algoritmos de otimização.

Porém, a aplicação mais ambiciosa das técnicas de ajuste de modelos de simulação, tem por base o ainda reduzido estado de desenvolvimento destes assuntos. Este tema tem vindo a ser abordado num âmbito ainda bastante alargado pelas diversas disciplinas de engenharia, tal fato resulta em abordagens algo generalistas que acabam por resultar em aplicações pouco direcionadas às especificidades de cada área. Neste sentido, e com vista a satisfazer as crescentes necessidades de atualização de modelos de simulação do comportamento estrutural em obras de engenharia civil, a aplicação concreta destas metodologias associada a "softwares" específicos desta disciplina, resultaria numa ferramenta de grande utilidade. Note-se que a grande maioria das dificuldades encontradas no decorrer desta tese, se prenderam com questões de modelação das estruturas em análise, isto é, não estando o "software" diretamente vocacionado para as particularidades da modelação de estruturas de engenharia civil, a sua aplicação torna-se algo condicionada. Um exemplo simples dessas dificuldades é a não computação da deformada real de uma barra de dois nós, o que obriga à sua discretização em grandes quantidades de pontos.

Em suma, a inclusão destas metodologias em "softwares" mais vocacionados para o cálculo de estruturas de engenharia civil, constitui certamente a grande motivação para possíveis desenvolvimentos futuros.



## BIBLIOGRAFIA

- Bakir, P. G., Reynders E., Roeck, G. De. 2007. *An improved finite element model updating method by the global optimization technique 'Coupled Local Minimizers'*.  
<http://web.itu.edu.tr/~gundes/computers%20and%20structures.pdf>. Acedido em 20.03.2012.
- Baruch, M., Bar-Itzhack, I. Y. 1978. *Optimal Weighted Orthogonalization of Measured Modes*. AIAA Journal, April 1978, 16(4), 346-351, Peretz P. Friedmann, Reston, USA.
- Berman, A., Nagy, E. J. 1983. *Improvement of a Large Analytical Model using Test Data*. AIAA Journal, 01.08.1983, 21(8), 1168-1173, Peretz P. Friedmann, Reston, USA.
- Friswell, M. I., Mottershead, J. E. 1995. *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Kluwer Academic Publishers, Swansea, U. K.
- Heylen, W., Sas, P. 1987. *Review of model optimization techniques*. Proceedings of the 5th International Modal Analysis Conference, April 6-9, 1987, Imperial College of Science & Technology, London, England, p.1177-1182, Society for Experimental.
- Ibrahim, S. R., Saafan, A. A. 1987. *Correlation of analysis and test in modeling of structures assessment and review*. Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, London, England, p.1651-1660, Society for Experimental.
- Imregun, M., Visser, W. J. 1991. *A Review of Model Updating Techniques*. Shock and Vibration Digest, Vol. 23, No. 1, EBSCO Publishing.
- Magalhães, Filipe. (2005). *Identificação Modal Estocástica para Validação Experimental de Modelos Numéricos*. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- Mottershead, J. E., Friswell, M. I. 1993. *Model Updating in Structural Dynamics: A Survey*. Journal of Sound and Vibration, 22 October 1993, 167(2), 347-375, Inst. of Sound & Vibration Research, University of Southampton, UK.
- Niebdal, N. 1984. *Analytical Determination of Real Normal Modes from Measured Complex Responses*. 25<sup>th</sup> Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, May 1984, Palm Springs, California, USA.
- Nocedal, J., Wright, S. J. 1999. *Numerical optimization*. Springer, New York, USA.

Teughels, Anne. (2003a). *Inverse Modelling of Civil Engineering Structures Based on Operational Modal Data*. Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Belgium.

Teughels, Anne. (2003b). *Inverse Modelling of Civil Engineering Structures Based on Operational Modal Data*. PhD Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Belgium.

Teughels, A., Roeck, G. De., Suykens, J. A. K. 2003. *Global Optimization by Coupled Local Minimizers and its Application to FE Model Updating*. Computers & Structures, September 2003, 81(24-25), 2337-2351, Elsevier, Amsterdam.

Zhang, Q. W., Chang, C. C., Chang, T. Y. P. 2000. *Finite Element Model Updating for Structures with Parametric Dynamics*, HKUST Scholarly Publications, July 2000, Earthquake engineering & structural dynamics, vol. 29, 927-944, The Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong.

[www.femtools.com](http://www.femtools.com) . Acedido em 12/04/2012.

[www.geosig.com](http://www.geosig.com) . Acedido em 15/05/2012.