

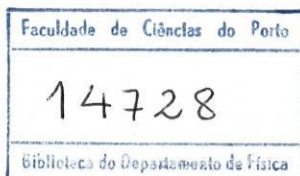
**U. PORTO**

**FC**

**FACULDADE DE CIÊNCIAS  
UNIVERSIDADE DO PORTO**

Contributos para a interdisciplinaridade  
no ensino da Física e da Matemática

**Maria Isabel de Melo Ferreira da Silva Couto**



**Departamento de Física**

**Faculdade de Ciências da Universidade do Porto**

**Junho / 2007**

QC 30 coum c 2007

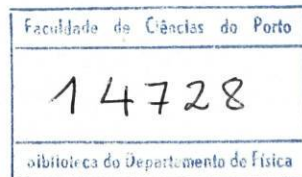
# U. PORTO

**FC**

FACULDADE DE CIÊNCIAS  
UNIVERSIDADE DO PORTO

## Contributos para a interdisciplinaridade no ensino da Física e da Matemática

**Maria Isabel de Melo Ferreira da Silva Couto**



Dissertação submetida à Faculdade de Ciências da Universidade do Porto para a  
obtenção do grau de Mestre em Física para o Ensino

**Departamento de Física**

**Faculdade de Ciências da Universidade do Porto**

**Junho / 2007**

*O Presidente do júri,  
Paulo Simão Cordeiro.*

## Resumo

Esta dissertação tem como objectivo central dar um contributo no processo ensino-aprendizagem da Física, no âmbito do Ensino Secundário, numa perspectiva de interdisciplinaridade com a Matemática.

Sendo assim, são sugeridas propostas de alterações pontuais de conteúdos programáticos de Matemática, como por exemplo: o estudo das regras de derivação ser leccionado na Matemática no início do 12.º ano, transpondo para o terceiro período o estudo do tema: Probabilidades e Análise Combinatória, e que o estudo do produto vectorial seja contemplado no currículo de Matemática do 11.º ano.

Neste trabalho são igualmente propostas actividades experimentais, em contexto de sala de aula, a explorar, nas disciplinas de Física ou de Matemática como por exemplo: o estudo do som emitido por um diapasão, a modulação de sinais em AM e FM e ainda uma actividade experimental que ilustra dois conceitos, a nível do 11.º ano, nomeadamente o de derivada e o de indução electromagnética.

Sugerimos também, que algumas das experiências que constam nos programas de Física, entre elas, a experiência TLII.5 – Construção de um relógio logarítmico – do 12.º ano, que seja realizada nas aulas de Matemática como aplicação da função exponencial.

A metodologia usada neste trabalho foi a seguinte:

Numa primeira parte fez-se um levantamento bibliográfico sobre o tema. Analisaram-se os programas curriculares das disciplinas de Física e de Matemática, do ensino secundário, com o intuito de identificar ferramentas matemáticas necessárias para a compreensão de conceitos físicos.

Numa segunda parte essas ferramentas matemáticas foram analisadas, quer do ponto de vista físico quer do ponto de vista matemático, em contexto de ano de escolaridade.

Numa terceira parte estudaram-se e propuseram-se actividades experimentais interdisciplinares entre a Física e a Matemática que permitem o estudo de conceitos físicos associados a determinados modelos matemáticos. Esta metodologia permitirá a gestão do tempo necessário para o cumprimento dos programas, e, igualmente otimizar a utilização dos equipamentos existentes na Escola.

## Abstract

The main purpose of this dissertation is to give a personal contribution to the teaching-learning process of Physics, at the Secondary School level, in the perspective of interdisciplinary work with Mathematics.

Thus, several proposals are presented for occasional alterations of programmatic subjects of Mathematics such as the study of derivation rules being taught at the beginning of the 12<sup>th</sup> grade, for instance, transposing to the third term the study of Probability and Combinatory Analysis, and the study of vectorial product being included in the Mathematics curriculum of the 11<sup>th</sup> grade.

In this work, experimental activities are also suggested, in classroom context, to be exploited in Physics or Mathematics classes, such as, for instance, the study of sound emitted by a diapason, the modulation of AM and FM signals and also an experimental activity which illustrates two concepts, at the 11<sup>th</sup> grade level, namely derivative and electromagnetic induction.

We also suggest that some of the experiments included in the Physics programs, such as the “TLII5 experiment” – Construction of a logarithmic clock – of the 12<sup>th</sup> grade, to be conducted in the Mathematics classes as an application of the exponential function.

The methodology used in this work was as follows:

In a first part, a bibliographical survey of the subject was made. Curricular programs of Physics and Mathematics in the secondary school were analysed, in order to identify mathematical tools necessary to the understanding of Physics concepts.

In a second part, these mathematical tools were analysed, both from the physics and the mathematics point of view, in the context of school grades.

In a third part, interdisciplinary experimental activities were studied and proposed, which enable the study of physics concepts associated with specific mathematical models. This methodology will allow the time management necessary to the fulfilment of the programs, and also to optimize the use of School equipments.

## Résumé

Cette dissertation a pour objectif central donner une contribution dans le processus enseignement apprentissage de la Physique, dans le contexte de l'Enseignement Secondaire, dans une perspective d'interdisciplinarité avec les Mathématiques.

Dans ce cadre, des propositions de modifications ponctuelles de contenus programmatiques des Mathématiques sont suggérées, comme par exemple: que l'étude des règles de dérivation soit enseigné dans la classe de Mathématiques dans le début de la 12<sup>ème</sup>. année, en transposant pour la troisième période l'étude du sujet Probabilités et Analyse Combinatoire, et que l'étude du produit vectoriel soit envisagée dans le curriculum de Mathématiques de la 11<sup>ème</sup>. année.

Dans ce travail des activités expérimentales sont également proposées, dans un contexte de salle de classe, à explorer dans les disciplines de Physique ou de Mathématiques comme par exemple: l'étude du son émis par une diapason, la modulation de signes dans AM et FM et aussi une activité expérimentale qui illustre deux concepts, au niveau de la 11<sup>ème</sup>. année, notamment celui de dérivé et celui d'induction électromagnétique.

Nous suggérons, aussi, que certaines des expériences qui font partie des programmes de Physique, entre elles l'expérience TLII.5 – Construction d'une horloge logarithmique – de la 12<sup>ème</sup>. année, soient réalisées dans les classes de Mathématiques comme application de la fonction exponentielle.

La méthodologie utilisée dans ce travail a été la suivante:

Dans une première partie une prospection bibliographique sur le sujet a été faite. Les programmes scolaires de Physique et de Mathématiques de l'enseignement secondaire ont été analysés avec l'intention d'identifier des outils mathématiques nécessaires pour la compréhension de concepts physiques.

Dans une deuxième partie ces outils mathématiques ont été analysés, soit du point de vue physique, soit du point de vue mathématique, dans contexte d'année de scolarité.

Dans une troisième partie des activités expérimentales interdisciplinaires entre la Physique et la Mathématiques ont été étudiées et proposées, qui permettent l'étude de concepts physiques associés à certains modèles mathématiques. Cette méthodologie rendra possible la gestion du temps nécessaire à l'accomplissement des programmes, et aussi d'optimiser l'utilisation des équipements existants dans l'École.

## **Agradecimentos**

O meu primeiro agradecimento vai para o Professor Manuel Joaquim Marques, meu orientador, que com o seu estímulo e saber, me apoiou desde o primeiro instante, com os seus conselhos, sugestões e incentivos que sempre me orientaram neste trabalho. Quero agradecer a sua total disponibilidade que demonstrou em todas as sessões de trabalho e o muito que com ele aprendi.

Não posso também deixar de agradecer aos colegas com quem tive a oportunidade de trocar impressões sobre alguns aspectos deste trabalho.

Ao Presidente do Conselho Executivo da minha Escola agradeço também a atenção que sempre me disponibilizou.

Aos meus Pais pelo apoio, ajuda e incentivo que sempre me deram.

# ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Escolha do tema .....	1
1.2	Perspectiva histórica da inter-relação entre a Física e a Matemática .....	7
1.3	Organização do trabalho .....	10
2	INTERLIGAÇÃO DE PROGRAMAS.....	11
2.1	Introdução .....	11
2.1.1	Conteúdos dos programas.....	12
2.1.2	Ferramentas da Matemática no Ensino da Física.....	16
2.1.3	Interdisciplinaridade entre professores de Física e Matemática .....	17
2.2	Proporcionalidade Inversa / Directa.....	18
2.3	Gráficos.....	19
2.3.1	Representação gráfica.....	22
2.3.2	Gráficos lineares.....	23
2.3.3	Gráficos de outras funções.....	27
2.3.4	Análise de máximos e mínimos.....	34
2.4	Trigonometria.....	36
2.4.1	Noção de ângulo e de arco.....	36
2.4.2	Funções trigonométricas.....	37
2.5	Geometria Analítica .....	41
2.5.1	Formas geométricas .....	41
2.5.2	Vectores.....	42
2.6	Cálculo Diferencial .....	43
2.6.1	Limites.....	43
2.6.2	Derivadas.....	44
2.7	Funções Exponencial e Logaritmo.....	47
2.7.1	Base 10 .....	47
2.7.2	Base e .....	48
2.8	Estatística .....	48
2.8.1	Actividade com o contador de Geiger-Müller .....	49
3	ACTIVIDADES EXPERIMENTAIS.....	52
3.1	Introdução .....	52
3.2	Actividades Experimentais.....	54
3.2.1	Exemplo de experiências cuja representação gráfica é uma recta. ....	54
3.2.2	Exemplo de experiência cuja representação gráfica é um ramo de parábola.....	59
3.2.3	Exemplo de experiência cuja representação gráfica é uma exponencial. ....	60
3.2.4	Estudo do som emitido por um diapasão .....	66
3.2.5	Experiência do rendimento de uma Célula Solar.....	69
3.2.6	Experiência de derivadas .....	71
3.2.7	Experiências de radioactividade .....	75
4	CONCLUSÃO.....	78
5	BIBLIOGRAFIA .....	80
	APÊNDICE .....	84

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Escolha do tema

No decorrer da minha actividade docente como professora de Física tenho vindo a constatar que os alunos demonstram grandes dificuldades na aquisição e compreensão de alguns conceitos físicos. Estas dificuldades resultam, frequentemente, de uma má consolidação de bases matemáticas ou mesmo de uma ausência desses pré-requisitos.

A constatação deste facto e sua reflexão impuseram como objectivo central deste trabalho dar um contributo no processo ensino-aprendizagem, para melhorar o Ensino da Física, a nível do ensino secundário, sugerindo conexões entre os programas curriculares de Física e de Matemática que permitam rentabilizar os espaços físicos, os recursos didácticos, bem como o tempo lectivo nas duas disciplinas. Neste âmbito, aproveitando as valias da Física e da Matemática, propõem-se alterações na ordem de leccionação de alguns conceitos físicos e matemáticos e sugerem-se actividades de sala de aula no sentido de favorecer a interdisciplinaridade e, assim, otimizar a aprendizagem dos alunos.

Este trabalho pretende, também, evidenciar a utilização de modelos matemáticos em Física, considerando um modelo como uma representação ou interpretação simplificada da realidade, ou uma interpretação de um fragmento de um sistema segundo uma estrutura de conceitos.

Tendo por base os dados adquiridos a partir de actividades experimentais, realizadas em contexto de sala de aula, os alunos identificarão o modelo matemático que melhor se ajusta aos referidos dados, recorrendo ao uso de interfaces ligadas a calculadoras gráficas e ao computador.

A utilização das novas tecnologias de informação e de comunicação pode constituir um elemento facilitador no processo ensino-aprendizagem de conteúdos curriculares, em particular na Física e na Matemática, tornando mais acessível aos alunos a abordagem de conceitos físicos e matemáticos abstractos.

As próprias orientações metodológicas que acompanham os programas curriculares destas duas disciplinas, referem a importância ao recurso a novas tecnologias.<sup>[1]</sup>

No relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI, a propósito das vantagens das novas tecnologias no ensino, pode ler-se: “O

recurso às novas tecnologias constitui um meio de lutar contra o insucesso escolar: observa-se muitas vezes que alunos com dificuldades no sistema tradicional ficam mais motivados quando têm oportunidade de utilizar essas tecnologias”. [2]

É um facto que as novas tecnologias apresentam enormes possibilidades e vantagens no campo didáctico/pedagógico. Em especial o recurso ao computador e aos sistemas multimédia.

Como afirma o professor João Paiva: “o colosso da Internet mudou de facto o paradigma da informação/educação, é necessário olhar para a Internet como um mecanismo de aprendizagem”. [3]

Cabe ao professor, para além de ensinar os alunos a aprender, ensiná-los também, a retirar e a relacionar entre si diversas informações, revelando compreensão, espírito crítico, e respeitando a ética.

Apesar da Física ser uma disciplina que nos permite compreender muitos dos fenómenos que ocorrem no nosso quotidiano, a grande maioria dos alunos do ensino secundário que estuda Física não consegue relacionar os conteúdos apresentados na sala de aula com o seu dia-a-dia, apresentando dificuldades em estabelecer relações entre os conceitos abordados ou, por vezes, revelando total incompreensão desses conceitos.

Em virtude disso, acabam por associar a disciplina a um tipo de “matemática mais complicada”, não conseguindo alcançar o nível de abstracção necessário.

De facto, “a Física não pode ser entendida como uma mera extensão da Matemática, onde os alunos são bombardeados com problemas de cálculo, por exemplo, sobre o campo eléctrico criado por cargas pontuais”. “Apenas aplicam fórmulas sem perceberem a verdadeira natureza dos fenómenos em questão (por exemplo na mecânica)”. [4]

Talvez deste facto advenham os índices alarmantes de insucesso no estudo da Física bem como no estudo da Matemática.

Neste contexto, cabe aos professores da área das Ciências a tarefa de procurar combater as dificuldades dos seus alunos, proporcionando-lhes experiências de aprendizagem eficazes, procurando actualizar, tanto quanto possível, os instrumentos pedagógicos que utilizam.

Analisando as orientações metodológicas que acompanham os programas curriculares destas duas disciplinas, deparamo-nos com uma constante referência à importância da interdisciplinaridade.

No entanto o que se verifica nas escolas é a ausência de trabalho conjunto entre docentes destas duas áreas do saber: Física e Matemática.

Os professores de Ciências deveriam aproveitar as reuniões de departamento para, efectivamente, desenvolverem um trabalho de interdisciplinaridade em termos de articulação e ordenação de leccionação dos conteúdos programáticos assim como quanto a actividades a desenvolver por ciclo / turma.

Segundo Olga Pombo: "Por interdisciplinaridade, deve-se entender qualquer forma de combinação entre duas ou mais disciplinas com vista à compreensão de um objecto a partir da confluência de pontos de vista diferentes e tendo como objectivo final a elaboração de uma síntese relativamente ao objecto comum". "A interdisciplinaridade implica, portanto, alguma reorganização do processo de ensino-aprendizagem e supõe um trabalho continuado de cooperação dos professores envolvidos". [5]

Assim, dentro da perspectiva de potenciar aproximações entre as disciplinas de Matemática e de Física, e diante da importância de reduzir o distanciamento entre estas disciplinas no contexto escolar, é preciso enfatizar e esclarecer o papel desempenhado pela Matemática no processo de aprendizagem e de apreensão dos conceitos da disciplina de Física, bem como dos seus significados.

Os alunos podem realizar experiências nas aulas de Matemática relacionadas quer com conteúdos de Física quer com conteúdos de Química e modelar a informação obtida por essas experiências usando conceitos matemáticos.

A nível do 12º ano, por exemplo, no domínio da disciplina de "Área de Projecto", é possível concretizar a interdisciplinaridade envolvendo todos os saberes, com especial participação das disciplinas de Física e de Matemática.

O estudo da Física no ensino secundário, nomeadamente a nível do 12º ano, nos cursos da área científica, de acordo com as novas orientações superiores, passa a ser opcional. Verificando-se, assim, que o número de alunos que se inscreve na disciplina de Física no 12º ano é cada vez menor pois, escolhem, disciplinas que lhes permitem melhorar a média e portanto, do leque de opções que lhes é apresentado, escolhem aquelas que lhes

parecem ser menos trabalhosas e com maior facilidade de obtenção de classificações elevadas.

Como se pode constatar no Parecer Sobre o Projecto de Reforma do Ensino Secundário, do professor Décio Ruivo Martins, do Departamento de Física da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, este facto irá “contribuir para agravar uma situação lamentável da sociedade portuguesa: o da iliteracia científica”. [6]

Cabe aqui também deixar uma nota acerca da responsabilidade neste processo dos encarregados de educação destes alunos, exercendo assim o seu direito de cidadania, participando na educação dos seus educandos, motivando-os para o estudo das Ciências em particular da Física como parte integrante da formação científica, quer na carreira académica, quer na vida profissional.

A importância da Física na sociedade moderna é reconhecidamente um dado de aceitação comum e como afirma o Professor José Dias Urbano: “só uma boa Educação nesta Ciência poderá facultar os instrumentos necessários para edificar a infra-estrutura científica essencial para o Desenvolvimento”. [7]

É, pois, necessário dar a conhecer aos jovens a importância e o impacto da Física no mundo moderno. O impacto não diz respeito somente aos avanços dos conhecimentos em Física, mas também às contribuições da Física em outras áreas do conhecimento, à sua importância para a construção de um mundo melhor, por exemplo, no que diz respeito ao desenvolvimento da Medicina, nomeadamente, nas tecnologias de diagnóstico médico e na preservação do meio ambiente pela aplicação das novas tecnologias às energias renováveis.

A Física tem permitido à Humanidade compreender aspectos da Natureza cada vez mais complexos. A criação de sistemas, dispositivos e materiais artificiais, tem contribuído para o progresso tecnológico.

É hoje consensual que um ensino secundário de qualidade nos domínios da Ciência e da Tecnologia é uma condição da preparação dos jovens para a sua inserção numa sociedade democrática tecnologicamente desenvolvida, quer no que se refere à sua participação enquanto cidadãos de pleno direito, quer pela contribuição que podem dar para o desenvolvimento dessa mesma sociedade.

Um ensino das Ciências, que se pretenda renovado, passa necessariamente pela valorização da sua componente experimental, com vista ao desenvolvimento nos alunos

de competências promotoras das capacidades de pensamento crítico e de resolução de problemas.

Perante uma Sociedade como esta, Sociedade do Século XXI, dominada pela competitividade em termos laborais, a Escola tem de proporcionar ambientes de aprendizagem que facultem aos alunos condições para desenvolverem capacidades de criatividade, de reflexão, de como trabalhar em grupo, de saber estar, de saber fazer, de decidir, ou seja, prepará-los para a resolução de problemas.

O trabalho experimental é, hoje em dia, um pólo de debate e de reflexão na Educação em Ciências, que faz emergir intervenções, por vezes divergentes, de todos os sectores da comunidade educativa, como referem Martins e Veiga (1999).<sup>[8]</sup> Apesar disso, a crença nas potencialidades do trabalho experimental como meio de ensino de Ciências, nomeadamente da Física e da Química, é amplamente partilhada por professores e decisores de currículo, podendo afirmar-se que o trabalho experimental tem um papel central e estratégico nos programas de Ciências como se pode constatar, por exemplo, nos princípios orientadores da organização e da gestão curricular do Ensino Secundário,<sup>[1]</sup> onde se dá relevo à obrigatoriedade do ensino Experimental das Ciências, “um dos objectivos gerais para a disciplina de Física e Química do Ensino Secundário é o de desenvolver competências sobre processos e métodos da Ciência, incluindo a aquisição de competências práticas/laboratoriais/experimentais”.<sup>[1]</sup>

Lê-se igualmente nas orientações para o 12º ano - componente de Física: “O trabalho prático desempenha um papel crucial não só para operacionalizar ideias mas também para desenvolver competências científicas. Ele concretiza-se numa multiplicidade de formatos como actividades de resolução de exercícios e problemas, trabalhos laboratoriais e experimentais, actividades com programas computacionais e calculadoras gráficas, etc.”.<sup>[9]</sup>

A recolha de dados experimentais feita com interfaces para a sua aquisição automática facilita o seu tratamento estatístico e a visualização gráfica, e deve ser estimulada.<sup>[1]</sup> Este facto, o da aquisição automática, permite também o tratamento de dados experimentais em tempo real.

As actividades experimentais são apresentadas nos documentos programáticos, quer ao nível dos objectivos, quer das orientações metodológicas, assumindo particular relevo na Reorganização Curricular dos Ensinos Básico e Secundário. Esta preocupação vem

expressa nos Documentos de Política Educativa actuais, relacionados com o Ensino das Ciências, nomeadamente no Decreto-lei nº 6/2001, de 18 de Janeiro, onde se pode ler: “valorização das aprendizagens experimentais, nas diferentes áreas e disciplinas, em particular e com carácter obrigatório, no ensino das Ciências, promovendo a integração das dimensões teórica e prática”. [10]

As actividades experimentais podem, pois, desempenhar um papel muito importante no desenvolvimento de conceitos e de capacidades de resolução de problemas, permitindo aos alunos aprender a abordar objectivamente o seu mundo e a desenvolver soluções para problemas complexos e abstractos, no desenvolvimento do raciocínio e pensamento crítico (Hodson, 1994), [11] e devem ser vistas como uma actividade de comunicação de conhecimento científico (Luneta, 1991; Martins *et al.*, 2000). [11]

As actividades experimentais também permitem: a motivação, a estimulação e o interesse dos alunos e bem assim a aprendizagem de competências técnicas e práticas, de conhecimento conceptual, de metodologias científicas e igualmente o desenvolvimento de atitudes científicas que incluem nomeadamente rigor, persistência, raciocínio crítico e criatividade.

Em torno da questão - Trabalho Experimental em contexto de sala de aula - e consultando alguma literatura sobre o mesmo deparamo-nos com vários significados; fala-se em distinguir as expressões: “Trabalho Prático”, “Trabalho Laboratorial”, “Trabalho de Campo” e “Trabalho Experimental”. O conceito de trabalho experimental tem evoluído nas últimas duas décadas, embora seja um aspecto importante a ter em conta, na componente experimental das Ciências, optamos por não nos debruçarmos sobre esta questão pois é nossa opinião de que não é objecto de estudo deste trabalho.

A metodologia usada nesta dissertação foi a seguinte: numa primeira etapa procedeu-se a uma pesquisa bibliográfica sobre o tema, analisaram-se os programas actuais das disciplinas de Física e Química - A, Física e Matemática A do Ensino Secundário, bem como os respectivos manuais escolares adoptadas na minha Escola. Numa segunda etapa foram estudadas e propostas situações de interligação dos conteúdos de Física e de Matemática. Numa terceira etapa foram estudadas e sugeridas actividades experimentais no âmbito da interdisciplinaridade entre estas duas disciplinas.

## 1.2 Perspectiva histórica da inter-relação entre a Física e a Matemática

Há entre a Física e a Matemática uma grande proximidade. A linguagem da Física é, sem qualquer dúvida, a Matemática.

Já na Grécia clássica, a escola pitagórica defendia, nas suas teorias sobre a harmonia, a música e a astronomia, que a natureza está escrita em linguagem Matemática.

Segundo Galileu Galilei, “a Natureza está escrita em caracteres matemáticos”<sup>[12]</sup> e, para Francis Bacon (o seu contemporâneo que teorizou o método científico) “à medida que a Física avança cada vez mais e desenvolve novos axiomas, ela exige uma ajuda pronta da Matemática”.<sup>[12]</sup>

O Físico John Polkinghorne, de Cambridge, escreveu em 1986: “ A Matemática é a chave abstracta que abre as portas ao Universo Físico”.<sup>[13]</sup>

Muitos dos Físicos mais importantes ao longo da história foram também Matemáticos.

Já na Antiguidade não havia lugar a uma distinção nítida entre Matemáticos (geómetras), Físicos (cientistas naturais) e Filósofos. Entre todos os pensadores gregos sobressai Aristóteles (384-322 a.C.), que fundou em Atenas o Liceu, onde ensinava ciências naturais e filosofia. No campo da Física aceitou a teoria das esferas celestes supondo que estas esferas tinham existência física real. Aceitou também a suposição de Empédocles em relação aos quatro elementos (terra, água, ar e fogo) sugerindo um quinto elemento – o éter – do qual todo o espaço celeste seria formado. Para Aristóteles o mais pesado dos objectos era o que teria maior tendência de adquirir mais rapidamente o seu próprio lugar de origem, isto é acreditava que o objecto mais pesado cairia mais rapidamente que o mais leve.

Arquimedes (288-212 a.C.), criou um método para calcular o número  $\pi$ . Em Física, estabeleceu as leis fundamentais da estática e da hidrostática que foram enunciadas no seu Tratado dos Corpos Flutuantes. Em mecânica são lhe atribuídas algumas invenções tais como a rosca sem fim, a roda dentada, a roldana móvel e a alavanca.

René Descartes (1596-1650), filósofo que mais influenciou o pensamento do mundo ocidental, deu início ao racionalismo moderno partindo do conceito de Cogito (*Cogito ergo sum!*). Na Matemática, criou a geometria analítica, introduzindo a álgebra na geometria. No campo da Física, Descartes pesquisou nas áreas da óptica e da mecânica,

tendo, nesta última, elaborado um conjunto de leis e definições com as quais imaginava descrever e explicar os movimentos (isso, na primeira metade do século XVII, antes, portanto, de Newton escrever o seu principal trabalho, os *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, no qual enuncia as suas leis).

O século XVII, entre 1610 e 1690, viu nascer ao mesmo tempo o cálculo infinitesimal e a ciência do movimento. Isaac Newton, na Inglaterra, e Gottfried Leibniz, na Alemanha, desenvolveram o cálculo diferencial para descrever o movimento dos corpos, fossem estes maçãs ou luas.

Jean-Baptiste Joseph Fourier, Matemático e Físico francês, ficou célebre por iniciar a investigação das séries que receberam o seu nome e a sua aplicação aos problemas da condução do calor. <sup>[14]</sup>

O Matemático alemão Hermann Grassmann, no seu livro *Ausdehnungslehre*, publicado em 1844, descreveu a sua teoria, sobre a álgebra vectorial; tal como Keith Devlin sublinha no seu livro “*Matemática - A Ciência dos padrões*” <sup>[13]</sup>: A Física incentivou o desenvolvimento de uma “álgebra de vectores”.

Blaise Pascal (1623-1662), Filósofo, Físico e Matemático francês, especializou-se em cálculos infinitesimais. Realizou experiências sobre sons que resultaram num pequeno tratado (1634). Publicou *Essay pour les coniques* (1640), contendo o célebre teorema de Pascal.

André-Marie Ampère (1775-1836), Físico, Filósofo e Matemático francês, deixou obras importantes principalmente no domínio da Física descobrindo as leis que regem as atracções e repulsões das correntes eléctricas entre si.

Johann Friedrich Gauss (1777-1855), Matemático, Astrónomo e Físico alemão, obteve avanços significativos em geometria e na aplicação da matemática para a teoria Newtoniana da atracção e electromagnetismo. A Lei de Gauss da distribuição normal de erros com a sua curva em forma de sino é hoje uma ferramenta essencial no campo da estatística.

Em 1873, James Clerk Maxwell (1831-1879), Físico e Matemático, britânico publica o livro intitulado *A Treatise on Electricity & Magnetism*, no qual apresenta a formulação matemática das leis empíricas do electromagnetismo, que ficaram conhecidas como as Equações de Maxwell.

Albert Einstein (1879-1955) nunca teria conseguido formular a sua teoria geral da relatividade se não tivesse estudado profundamente cálculo tensorial, que era algo completamente desconhecido da imensa maioria dos Físicos da sua época. <sup>[14]</sup>

Paul Adrien Maurice Dirac, (1902-1984) engenheiro e matemático britânico, em 1926 desenvolveu uma Mecânica Quântica que englobava a Mecânica Matricial de Heisenberg com a Mecânica Ondulatória de Schrödinger num único formalismo matemático. Em 1928, desenvolveu a chamada Equação de Dirac, que descreve o comportamento relativista do electrão, tendo previsto a existência do positrão, a antipartícula do electrão.

Ainda hoje, a fronteira entre Físicos e Matemáticos, é de difícil distinção. Vejamos, por exemplo, o caso do estudo da chamada “Teoria de cordas” que foi iniciado na década de sessenta. <sup>[15]</sup> Essa teoria propõe unificar toda a Física e unir a Teoria da Relatividade e a Teoria Quântica numa única estrutura Matemática.

“A Teoria de Cordas é um exemplo de teoria Matemática aguardando indícios empíricos da sua realidade física e, ao mesmo tempo, um exemplo de conjunto de ideias em Física impulsionando a pesquisa Matemática, principalmente nas áreas de Topologia e Geometria Diferencial”. <sup>[17]</sup>

Vemos, assim, que a Física desde sempre contribuiu fortemente para o desenvolvimento da Matemática, sendo inúmeros os grandes Matemáticos cuja obra foi impulsionada, em grande parte, por problemas originários da Física. Temos, por exemplo, nomes como os de Newton, Euler, Laplace, Gauss, e Riemann, que remontam a um tempo no qual as Ciências Naturais envolviam a Física e a Matemática de modo quase indistinto, até nomes mais recentes como os de Poincaré, Hilbert, Kolmogorov, John von Neumann, Atiyah\* e Alain Connes†.

A complexidade de certos modelos físicos exige que eles sejam expressos em termos altamente abstractos. Assim, a estreita relação que se estabelece entre a Física e a Matemática torna difusos os limites entre as duas Ciências. Os conceitos da mecânica quântica e da física de partículas, ainda que parcialmente apoiados na experimentação, muitas vezes surgem a partir da pura abstracção Matemática. <sup>[18]</sup>

---

\* Atiyah Michael, Universidade de Edimburgo (Prémio Abel 2004 “Teorema Atiyah Singer”

† Alain Connes, Matemático Francês seguindo as ideias de von Neumann, na tentativa de encontrar uma formulação geométrica adequada à mecânica quântica, elaborou, nos anos oitenta, a geometria não comutativa dos números  $\mathbb{H}$  em “Projecto de pesquisa de simetrias de Hopf em espaços não comutativo”

### **1.3 Organização do trabalho**

Esta dissertação encontra-se organizada em quatro partes, das quais se apresenta, de seguida, um resumo dos respectivos conteúdos.

Nesta primeira parte faz-se uma introdução aos fundamentos em que se baseou este trabalho, apresentando-se as principais motivações que levaram ao seu desenvolvimento. Encontra-se também uma breve abordagem histórica sobre a inter-relação entre a Física e a Matemática.

Na segunda parte abordam-se os conteúdos programáticos, numa perspectiva de interligação dos mesmos, das disciplinas de Física e Química - A (componente de Física), Física e Matemática A. Apresenta-se um estudo sobre algumas ferramentas Matemáticas, nomeadamente gráficos, vectores, trigonometria e derivadas, necessárias ao ensino da Física, no âmbito do ensino secundário. São ainda indicadas actividades experimentais que elucidam algumas destas ferramentas. Sugerem-se alterações pontuais na ordem de leccionação de certos conceitos matemáticos, com o objectivo de colmatar as dificuldades que os alunos normalmente apresentam no estudo de certos conceitos físicos.

Na terceira parte encontra-se uma referência à importância da realização de actividades experimentais no processo ensino-aprendizagem. Apresentam-se oito actividades a serem realizadas, quer nas aulas de Física, quer nas aulas de Matemática, com a finalidade de fomentar a interdisciplinaridade entre a Física e a Matemática. Encontra-se também uma análise dos aspectos teóricos e experimentais destas actividades. Na realização destas actividades, recorreremos, de uma forma sistemática, à utilização de: calculadora gráfica, sensores, interface e computador.

A finalizar esta dissertação são sumariadas as suas principais conclusões e sugestões, apresentando-se ainda algumas propostas de continuidade deste trabalho.

## **2 INTERLIGAÇÃO DE PROGRAMAS**

### **2.1 Introdução**

Neste capítulo apresentar-se-ão os tópicos leccionados nas disciplinas de Física e Química - A (componente de Física); Física e Matemática A a nível do ensino secundário, numa perspectiva de interdisciplinaridade.

Será apresentado um estudo, não exaustivo, sobre as ferramentas Matemáticas necessárias no ensino da Física.

Assim, cada ferramenta será abordada quer do ponto de vista matemático, quer do ponto de vista físico, apresentando-se exemplos concretos de actividades experimentais, a desenvolver em contexto de sala de aula, que permitem o estudo de conceitos físicos/matemáticos numa perspectiva de interdisciplinaridade.

Serão sugeridas algumas alterações na ordem de leccionação de alguns conceitos com o objectivo de colmatar as ausências de ferramentas matemáticas aquando da leccionação de certos conceitos físicos.

Far-se-á também referência à importância da uniformização em questões de linguagem. A utilização de diferentes linguagens pelos professores de Física e de Matemática pode induzir os alunos a pensar que se trata de conceitos diferentes.

Analisaremos nos próximos parágrafos o programa de Física e de Matemática por ano de escolaridade, a nível do ensino secundário.

O programa de Física do 10º ano desenvolve-se em torno da compreensão da lei da Conservação da Energia, focando conceitos nas áreas de Termodinâmica, Mecânica e Electricidade.

No 11º ano os temas abordados estão relacionados com a exploração do espaço e as comunicações.

Os conteúdos do programa do 12º ano estão organizados em três unidades: Mecânica; Electricidade e Magnetismo; Física Moderna.

O programa de Matemática A é organizado por grandes temas. Ao longo dos três anos do ensino secundário, os alunos abordam os seguintes: números e geometria, incluindo vectores e trigonometria; funções reais e análise infinitesimal; estatística e probabilidades.

Os professores de Física e de Matemática deveriam conhecer, cada um, os exemplos usados na disciplina do outro, para poderem estabelecer pontes de ligação entre estas duas áreas.

Como já foi referido, na introdução deste trabalho, as orientações da organização e da gestão curricular do Ensino Secundário <sup>[1]</sup> apontam para a obrigatoriedade da prática da componente experimental nas aulas de Física e nas aulas de Matemática.

O recurso ao manuseamento da calculadora gráfica, bem como ao uso de computadores na sala de aula, nestas duas disciplinas, é uma recomendação contida nas propostas de orientação do Ministério da Educação.

Uma ferramenta importante, associada ao computador, é a folha de cálculo.

No currículo actual, na componente de formação geral do 10<sup>o</sup> ano dos cursos científico-humanísticos e dos cursos tecnológicos, existe uma disciplina obrigatória denominada TIC (Tecnologias da Informação e Comunicação). Esta disciplina, que já tinha sido integrada no plano de estudos do 9<sup>o</sup> ano de escolaridade, desenvolve saberes e competências que os alunos poderão aplicar, no caso concreto, às Ciências. \*

### **2.1.1 Conteúdos dos programas**

Analisando os programas do Ministério da Educação para as disciplinas de Física e Química - A, Física e Matemática A, do Secundário, e consultando as planificações elaboradas pelos grupos disciplinares <sup>†</sup>constata-se que há, em relação às mesmas, uma orientação bem definida quanto aos conteúdos a leccionar e sua ordenação, bem como a sua distribuição em termos de número de aulas para exploração de cada tópico.

A nível do 10<sup>o</sup> ano, o estudo da disciplina de Física e Química - A inicia-se por uma abordagem de conteúdos de Química. Sendo assim, a leccionação dos conteúdos de Física tem início durante o mês de Fevereiro, ou seja, já no decorrer do 2<sup>o</sup> período.

O estudo desta disciplina no 11<sup>o</sup> ano inicia-se por conteúdos de Física, até meados de Fevereiro (2<sup>o</sup> período), mudando-se posteriormente para o estudo da Química.

No 11<sup>o</sup> ano de Física incrementa-se a utilização da calculadora gráfica, nas actividades de sala de aula, privilegiando-se, assim, a interpretação gráfica.

---

\*Consultando o boletim dos Professores, <sup>[19]</sup> deparamo-nos com o facto das TIC, segundo a proposta do grupo de trabalho sobre a reforma curricular deixarem de ser obrigatórias na componente de formação geral do ensino secundário, passando a existir a nível geral no 3<sup>o</sup>Ciclo.

<sup>†</sup>Exemplo da Escola Secundária c/3<sup>o</sup>Ciclo João Gonçalves Zarco

Em relação à Física do 12º ano a proposta de programa divide-se em três unidades, dando ênfase à prática laboratorial e particular importância ao uso de interface de aquisição de dados ligada à calculadora gráfica.

Em relação à disciplina de Matemática, os conteúdos leccionados são aprofundados ao longo do ensino secundário. As propostas curriculares dão igualmente ênfase ao uso de calculadoras gráficas e de computadores, ao trabalho experimental e à resolução de questões relacionadas com o dia-a-dia.

Observa-se na Tabela I uma sistematização dos conteúdos das duas disciplinas, tabela esta que vai servir de base à discussão do paralelismo/interligação dos referidos conteúdos.

Tabela I: Conteúdos programáticos das disciplinas de Física e Química - A (componente de Física), Matemática A e Física

10º Ano

Física	Matemática A
<p>Para o estudo da energia são necessários os seguintes conceitos.</p> <p>Lei da conservação de energia:</p> <p>O estudo da energia é inicialmente abordado numa perspectiva qualitativa, referindo-se os vários tipos e formas de energia, analisando-se histogramas que permitam avaliar o consumo energético a nível mundial.</p> <p>Como exemplos de formas de transferência de energia abordam-se os conceitos de calor, trabalho e radiação.</p> <p>Do Sol ao aquecimento:</p> <p>Neste tema abordam-se os problemas do aquecimento da superfície terrestre e o papel desempenhado pela radiação solar. Faz-se o estudo da Lei de Stefan-Boltzmann, analisando as variáveis de que depende.</p> <p>Interpreta-se qualitativamente o diagrama de Wien.</p> <p>Refere-se a importância dos painéis fotovoltaicos e dos colectores solares.</p> <p>Abordam-se vários modos de transferência de calor, (condução e convecção).</p> <p>Neste tema ainda se abordam as três leis da termodinâmica.</p> <p>Energia em movimentos:</p>	<p>Geometria analítica:</p> <p>Neste tema são abordadas as seguintes noções: Referencial cartesiano; rectas horizontais, verticais; bissectrizes e semiplanos.</p> <p>Geometria no plano e no espaço:</p> <p>Neste tema aborda-se a noção de vector livre no plano e no espaço, sua representação através das suas componentes e coordenadas e sua caracterização.</p> <p>Faz-se o estudo da recta no plano e no espaço. Analisa-se a equação reduzida da recta no plano, fazendo referência ao declive da mesma.</p> <p>Funções e gráficos - generalidades:</p> <p>Neste tema a noção de função e suas características, isto é, zeros, monotonia, sinal, extremos, maximizantes, minimizantes e injectividade, são leccionados através de observação de gráficos.</p> <p>Estudam-se vários tipos de funções: polinomiais, definida por ramos e módulo, analisando transformações e simetrias dos respectivos gráficos.</p>

<p>Neste tema, estuda-se a energia transferida entre sistemas sob a forma de trabalho realizado por uma força constante em qualquer direcção, é portanto, necessário saber decompor forças segundo duas direcções, identificando a componente eficaz.</p> <p>Aplicação do teorema da energia cinética</p> <p>Trabalho realizado pelo peso, como variação da energia potencial gravítica.</p> <p>Estudo de forças conservativas e forças não conservativas, determinação de rendimentos e de energias dissipadas.</p>	
--	--

## 11º Ano

Física	Matemática A
<p><b>Movimentos na Terra e no Espaço:</b></p> <p>No estudo da cinemática abordam-se as noções de: referencial, posição (coordenadas geográficas e cartesianas), tempo, trajectória, espaço, distâncias, deslocamento, velocidade média, velocidade instantânea, rapidez e aceleração.</p> <p>O estudo dos movimentos (m.r.u; m.r.u.v; queda e lançamento vertical e lançamento horizontal de projecteis) efectua-se através da análise de gráficos, e também por via analítica.</p> <p>Abordam-se os vários tipos de forças dando maior ênfase à força gravitacional.</p> <p>Aplica-se a noção de vector, ao conceito de força, isto é, na sua representação, através de componentes e caracterização, para posterior estudo das leis de Newton.</p> <p>Caracteriza-se o movimento de um satélite geostacionário (m.c.u), abordando os conceitos de: velocidade linear; velocidade angular; aceleração centrípeta; período e frequência.</p> <p><b>Comunicações:</b></p> <p>Comunicação de informação a curtas distancias:</p> <p>Neste tema são abordados alguns conceitos tais como o de informação e o de propagação de ondas, referindo –se diferentes tipos de ondas e suas características. Faz-se o estudo da onda sinusoidal, do som e da radiação electromagnética. Este estudo é feito essencialmente por meio de observação e registos gráficos obtidos no osciloscópio.</p> <p>A noção de indução electromagnética (Lei de Faraday) surge com o intuito de conhecer o funcionamento do microfone e do altifalante.</p> <p>Os conceitos de campo eléctrico e magnético são abordados do ponto de vista qualitativo, em termos da sua origem, características, zonas de maior ou menor intensidade, a partir da observação de espectros eléctricos e magnéticos e da sua representação pelas respectivas linhas de campo.</p>	<p><b>Trigonometria:</b></p> <p>No estudo da trigonometria faz-se uma abordagem das funções trigonométricas (seno, co-seno e tangente) através do círculo trigonométrico.</p> <p>Generaliza-se a noção de ângulo e de arco e as respectivas amplitudes em graus e radianos.</p> <p>Estuda se também as razões trigonométricas de um ângulo. (30°; 45° e 60°).</p> <p><b>Geometria no plano e no espaço:</b></p> <p>Aprofunda-se o conhecimento de vectores, estudando-se as propriedades do produto escalar de dois vectores, exprimindo esse produto nas coordenadas dos vectores em referencial ortonormado.</p> <p>Estuda-se a perpendicularidade de rectas e de vectores.</p> <p><b>Funções racionais e com radicais:</b></p> <p>Neste tema aborda-se a noção de função racional fazendo um estudo sobre domínios; zeros e assíptotas, em gráficos.</p> <p>O conceito de derivada é introduzido na interpretação geométrica da taxa de variação da função.</p> <p>Determina-se algumas derivadas de funções polinomiais.</p> <p>A noção de limite é introduzida na secção de sucessões.</p>

<p>Comunicação de informação a longas distâncias: Neste tema abordam-se as noções de: modulação em AM e FM, fenómenos de: reflexão, reflexão total, refração e difracção da luz, explicando com base na reflexão, refração e absorção da radiação na atmosfera e junto da superfície da Terra, as bandas de frequência adequadas às comunicações por telemóvel e transmissão por satélite.</p>	
--	--

## 12º Ano

Física	Matemática A
<p><b>Mecânica:</b></p> <p>Neste tema e a este nível abordam-se com maior detalhe os conceitos apreendidos no 11º ano, na cinemática e na dinâmica aplicando o conceito de derivada aos vectores: posição e velocidade.</p> <p>No lançamento de projecteis para além do horizontal também se estuda o lançamento oblíquo.</p> <p>O estudo de movimentos é feito por via analítica e gráfica.</p> <p>Faz-se a distinção entre força de atrito estático e de atrito cinético.</p> <p>Estuda-se o pêndulo gravítico como exemplo de movimento harmónico simples.</p> <p>Determina-se a posição do centro de massa de um sistema de partículas.</p> <p>Aplica-se a lei da conservação do momento linear, fazendo-se referência aos vários tipos de colisões.</p> <p>Interpreta-se e aplica-se o conceito de coeficiente de restituição.</p> <p><b>Hidrostática:</b></p> <p>Neste tema abordam-se os conceitos de fluido; massa volúmica, densidade relativa, pressão e de equilíbrio hidrostático. Estudando-se ainda a Lei fundamental da hidrostática.</p> <p><b>Hidrodinâmica:</b></p> <p>Neste tema dá-se a noção de caudal e estuda-se a Equação de Bernoulli.</p> <p><b>Gravitação:</b></p> <p>Neste tema estuda-se em maior detalhe a lei da gravitação universal, os satélites geoestacionários e o campo gravítico.</p> <p><b>Electricidade e magnetismo:</b></p> <p><b>Electricidade:</b></p> <p>Neste tema estudam-se as interacções electrostáticas, referindo a Lei de Coulomb, abordando a noção de campo eléctrico criado por uma carga pontual, através de representação gráfica e por via analítica.</p> <p>No tema circuitos eléctricos abordam-se as noções de corrente eléctrica, diferença de potencial, resistência e resistividade.</p>	<p><b>Probabilidades e Análise Combinatória:</b></p> <p>Experiência aleatória Definição frequencista de probabilidade Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades.</p> <p><b>Introdução ao cálculo diferencial II:</b></p> <p>Neste tema e a este nível estudam-se as funções: exponencial e logarítmica de base maior do que 1, resolvendo-se equações e inequações que envolvem estas duas novas funções. Determina-se também as derivadas destas funções.</p> <p>Aplicam-se regras de derivação.</p> <p>Faz-se o estudo do sinal da derivada e sentido de variação desta. Estudam-se funções analisando extremos relativos, segundas derivadas e concavidades.</p> <p><b>Trigonometria:</b></p> <p>Neste tema aborda-se em maior detalhe as funções trigonométricas em termos de limites e derivadas.</p>

Interpreta-se e aplica-se a lei de Ohm, generalizada a um circuito com gerador e receptor. Distingue-se gerador de receptor e aplica-se a lei de Joule.

Magnetismo:

Neste tema e a este nível faz-se um estudo quantitativo do campo magnético.

Física moderna

Teoria da relatividade:

Neste tópico faz-se a distinção entre referenciais inércias e não inércias. Aplica-se: a transformação geral de Galileu e o Princípio da Relatividade de Galileu. Estudando-se ainda os Postulados da relatividade restrita e o princípio da Equivalência massa-energia.

Introdução à Física Quântica:

Neste tema aborda-se a dificuldade que a Física clássica apresenta na explicação da radiação do corpo negro. Aplica-se a relação de Planck. Estuda-se o comportamento corpuscular / ondulatório da luz. (efeito fotoelétrico, interferência e difracção). Interpreta-se a relação de De Broglie e o Princípio de incerteza.

Núcleos atômicos e radioactividade:

Neste tópico aborda-se a noção de estabilidade nuclear, aplica-se a relação de equivalência entre massa e energia à energia de ligação nuclear. Estuda-se o decaimento radioactivo de partículas alfa; beta e gama, identificando o tempo de semivida e a constante de decaimento, aplicando-se a noção de actividade de uma amostra. Faz-se o estudo da fissão e da fusão nuclear.

## 2.1.2 Ferramentas da Matemática no Ensino da Física

A Matemática dispõe de um conjunto de ferramentas e permite a aquisição de um conjunto de competências, como, por exemplo, o raciocínio lógico, as técnicas de resolução de problemas, a capacidade de pensar em termos abstractos, aos quais a Física recorre, para além das ferramentas e competências que estão inerentes ao ensino da Física.

Nos programas de Física do ensino secundário identificam-se certas ferramentas em termos de noções e aplicações de conceitos matemáticos que irão sendo apresentadas a seguir. Neste trabalho não iremos fazer uma análise exaustiva destas ferramentas, limitando-nos àquelas que na nossa opinião serão as mais relevantes para o estudo da Física no ensino secundário.

Alguns destes conceitos já são leccionados na disciplina de Matemática do 3º Ciclo, do ensino básico como acontece com o teorema de Pitágoras, determinação de perímetros; áreas e volumes, potências de base 10, notação científica, proporcionalidade inversa e directa, diferença entre “variável” e “constante” assim como as noções básicas das funções trigonométricas.

As noções e conceitos de Geometria Analítica necessárias ao ensino da Física são leccionados no 10º ano de Matemática: a noção de referencial cartesiano (a uma, duas e três dimensões); coordenadas; distância entre dois pontos; circunferência; círculo; elipse, noção de vector; componentes e coordenadas de um vector; operação com vectores (soma de um ponto com um vector, adição de vectores, diferença entre dois pontos, multiplicação de um numero real por um vector); norma de um vector.

As noções generalizadas de ângulo e de arco, a definição das funções seno, co-seno e tangente com base no círculo trigonométrico, a noção de limite na introdução da definição de derivada de uma função, produto interno ou escalar de dois vectores (leccionados na geometria no plano e no espaço), são ferramentas Matemáticas leccionadas no 11º ano.

A função exponencial e a função logarítmica, assim como as regras de derivação são objecto de estudo do 12º ano de Matemática (2º período). Na Física do 12º ano, verifica-se a necessidade de aplicar estas regras de derivação, nos conteúdos leccionados durante o início do 1º período. A noção de produto externo ou vectorial é uma ferramenta necessária à Física do 12º ano, no entanto, esta noção não é objecto de estudo da Matemática no ensino secundário.

### **2.1.3 Interdisciplinaridade entre professores de Física e Matemática**

Nos próximos parágrafos abordaremos algumas questões relacionadas com a interdisciplinaridade como, por exemplo, a questão da linguagem e a necessidade de um trabalho conjunto entre professores de Física e de Matemática.

Os professores de Física e os professores de Matemática devem usar a mesma linguagem para não induzirem os alunos a pensar que se trata de conceitos diferentes.

Vejam alguns exemplos onde se verifica a ausência desta uniformização, que não iremos, porém, tratar exhaustivamente.

Na Matemática, o declive ( $m$ ) de uma recta não vertical é igual à tangente trigonométrica do ângulo  $\alpha$  onde  $\alpha$  é a inclinação da recta. Na Física, fala-se em declive da recta como sendo a taxa de variação de uma das grandezas com a outra, ou como a constante de proporcionalidade entre elas.

Na Matemática a norma do vector ( $\|\vec{u}\|$ ) é definida como a medida do comprimento do vector (exemplo: a norma do vector é 5), e o módulo é definido como distância entre a origem e a extremidade de um vector aplicado. Na linguagem física a norma do vector é o comprimento do vector (exemplo: a norma do vector deslocamento é 5 m), não se fazendo a distinção entre a norma e o módulo do vector. Usa-se indistintamente a palavra módulo e norma atribuindo-lhes o mesmo significado. Consultando as recomendações <sup>[20]</sup> para o uso de terminologia e símbolos deveria usar-se: módulo, sentido e direcção para caracterizar uma grandeza vectorial. Na Física ainda se usa a terminologia intensidade do campo eléctrico, em vez de módulo do campo eléctrico.

No programa de Química do 10º ano associa-se a divisão da atmosfera em camadas aos pontos de inflexão da variação de temperatura em função da altitude. Estes pontos de inflexão não correspondem, de facto, à definição matemática de pontos de inflexão mas correspondendo antes a máximos e mínimos locais da temperatura da atmosfera em função da altitude.

Nos tópicos seguintes iremos abordar alguns aspectos Matemáticos necessários para o estudo da Física. Começaremos por referir o conceito de proporcionalidade inversa / directa; abordaremos alguns aspectos que estão relacionados com a representação de gráficos e sua análise, nomeadamente, em gráficos lineares, parabólicos, exponenciais, sinusoidais e histogramas; referiremos a importância da trigonometria no estudo da Física; abordaremos de seguida as noções de: vector, derivada, função exponencial e função logarítmica, terminando com um estudo sobre a estatística.

## **2.2 Proporcionalidade Inversa / Directa**

A proporcionalidade inversa, assim como a directa, é objecto de estudo no 3º Ciclo do Ensino Básico na disciplina de Matemática. Os alunos, quando iniciam o estudo da Física no secundário devem, portanto, estar aptos a aplicar e reconhecer estas noções, o que a nossa prática lectiva constata que nem sempre se verifica.

Ao longo do estudo da Física, deparamo-nos com um leque variado de conceitos no qual está presente a relação de proporcionalidade directa. Entende-se como proporcionalidade directa de duas grandezas  $X$  e  $Y$  sempre que se pode escrever a relação entre elas na forma  $Y = KX$ , onde  $X$  e  $Y$  são chamadas de variáveis e  $K$  é chamada constante de proporcionalidade.

A proporcionalidade directa está inerente à análise de rectas em gráficos. Na secção 2.3 é apresentada uma análise mais detalhada deste tipo de proporcionalidade.

Em relação à proporcionalidade inversa, este conceito surge na Física com menos frequência do que acontece com a proporcionalidade directa. Esta também é analisada em gráfico, apesar da sua representação gráfica não ser uma recta, ela poderá ser, analisada graficamente aplicando-se o processo (ou técnica) de linearização.

No 10º ano este conceito, de proporcionalidade inversa, aparece com o estudo da Lei do deslocamento de Wien.

No 11º ano este conceito surge quando se estuda a Lei de Newton da Gravitação Universal, no movimento circular, no estudo dos satélites geostacionários, no estudo do som, no estudo do índice de refração absoluto de um material e no estudo do campo magnético e do campo eléctrico.

No 12º ano o conceito de proporcionalidade inversa aparece aquando do estudo da resistência de um condutor filiforme em função da área da secção recta do fio; na relação entre a energia do fóton e o comprimento de onda da radiação ( $\lambda$ ) e na relação de De Broglie ( $\lambda = \frac{h}{p}$ ).

## 2.3 Gráficos

A representação gráfica constitui um dos recursos mais eficientes no estudo de fenómenos naturais.

Uma das competências requeridas para a compreensão de conteúdos de Física é, sem dúvida, a construção e interpretação de gráficos. Num gráfico pode ser apresentada uma grande quantidade de informação.

O traçado de gráficos e sua interpretação, incluindo diferentes representações, é, portanto, um aspecto importante no estudo da Física. Desde o 3º Ciclo do ensino básico

que os alunos estão familiarizados com a construção de gráficos, sendo no ensino secundário feito um estudo mais aprofundado, incluindo o uso da calculadora gráfica.

Neste trabalho iremos apenas abordar gráficos que correspondem a funções do tipo  $y = f(x)$  e histogramas, omitindo outros tipos de representações gráficas.

A análise de gráficos permite descobrir a relação matemática entre as grandezas de um fenómeno, determinar constantes características, identificar pontos críticos, nomeadamente: máximos, mínimos e pontos de inflexão.

Os gráficos podem ser construídos a partir de relações funcionais conhecidas ou de conjuntos de dados experimentais em que uma ou as duas variáveis são conhecidas com um dado erro. A relação mais simples é a recta ( $y = mx + b$ ).

Do ponto de vista físico a representação de trajectórias é outra informação que está subjacente na análise de um gráfico. Por vezes, os alunos confundem o gráfico a partir do qual podem identificar o tipo de trajectória  $y = f(x)$ , com o gráfico que representa as equações paramétricas do movimento, por exemplo,  $x = f(t)$ .

Em termos de trajectória há que distinguir vários tipos e associar o tipo de movimento a essa trajectória. Na trajectória curvilínea temos alguns casos particulares nomeadamente: o rectilíneo, o circular e o parabólico.

Relativamente ao movimento rectilíneo, a trajectória que lhe está associada é a de uma recta, sendo este um caso limite de uma trajectória curvilínea em que o raio da mesma é infinito. No caso do movimento circular, a trajectória que lhe está associada é a de uma circunferência. No movimento parabólico, a trajectória que lhe está subjacente é parabólica.

No 12º ano faz-se uma referência à trajectória helicoidal (partícula carregada num campo magnético uniforme em que a velocidade da partícula é oblíqua relativamente ao campo).

A representação de um gráfico pode ser: unidimensional, bidimensional e tridimensional. É na compreensão da representação tridimensional que os alunos revelam mais dificuldades.

Outro dado importante que se pode retirar da análise de um gráfico é o da área subjacente a esse gráfico, ou seja entre a linha do gráfico e o eixo das abcissas. Do

ponto de vista físico a esta área está associado um determinado significado físico correspondente a uma grandeza física (por exemplo, quando num gráfico de força em função do deslocamento se determinam os valores das áreas, esses valores correspondem, ao cálculo do trabalho realizado por essa força). Uma vez que as áreas correspondem a valores positivos dever-se-á associar à noção de área o conceito de integral.

No Cálculo (ramo da Matemática que se dedica ao estudo de taxas de variação de grandezas), o integral de uma função  $f(x)$  entre o intervalo  $[a, b]$  é entendido como a soma de pequenos rectângulos de base  $dx$  e altura  $f(x)$ , onde o produto  $f(x) dx$  é a área deste rectângulo. A soma de todas estas pequenas áreas, ou áreas infinitesimais, dá-nos a área total abaixo da curva.

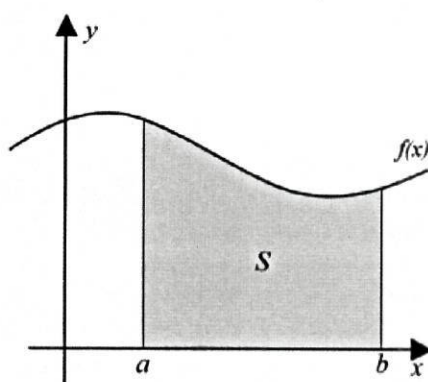


Figura 1 – A área (S) sombreada corresponde ao integral da função  $f(x)$  no intervalo  $[a, b]$ .

A notação que se utiliza para representar o integral é:  $S = \int_a^b f(x) dx$ , em que o símbolo  $\int$  generaliza a noção de somatório.

Na Física, a interpretação de gráficos a nível do ensino secundário, tem início no 10º ano com o objectivo de analisar a “situação energética Mundial e degradação de energia”. Para tal recorre-se a gráficos na forma de histogramas (já referidos no 9º ano de Matemática). Outro tipo de gráficos surge em seguida com o estudo do deslocamento de Wien e no estudo da capacidade térmica mássica.

Um estudo mais pormenorizado de gráficos aparece, no 11º ano, na cinemática e no estudo das comunicações.

No 12º ano surgem outros tipos de gráficos associados a outros tipos de funções não lineares.

Em relação à Matemática, a noção de gráfico está associada ao estudo e representação das funções.

No estudo da Estatística surgem outras representações gráficas, para apresentação de dados, como por exemplo: o diagrama de barras, o diagrama circular, pictograma, diagrama de caule-e-folhas, histograma e diagrama de dispersão.

Nos itens seguintes vão ser tratados aspectos relativos a gráficos tais como: construção de gráficos atendendo a escalas, unidades e proporcionalidades; análise em particular de gráficos lineares, referindo a equação reduzida da recta, indicando-se duas propostas de actividades experimentais. É feita também a análise de gráficos de funções quadráticas, de funções exponenciais, de funções sinusoidais, apresentando-se propostas de actividades experimentais que elucidam estes tipos de funções. Aborda-se também a importância dos pontos críticos que uma função pode apresentar.

### 2.3.1 Representação gráfica

Na construção de um gráfico é necessário ter em atenção a escolha adequada das escalas para cada eixo.

O eixo na horizontal é denominado, por convenção, o eixo das abcissas e nele são colocados os valores da variável independente (por exemplo, o tempo) e o eixo na vertical é denominado o eixo das ordenadas e nele são colocados os valores da variável dependente (por exemplo, a velocidade).

Relativamente ao modo como se deve apresentar num gráfico grandezas e respectivas unidades, encontramos duas maneiras de as representar. Consultando os manuais escolares (do ensino secundário) adoptados para o ensino da Física verificamos que, num gráfico, por exemplo  $v = f(t)$ , as grandezas estão escritas em itálico e as unidades do seguinte modo  $v / \text{m.s}^{-1}$  e  $t / \text{s}^*$ . Como se pode ver na figura 2a. No entanto, na comunidade científica internacional encontra-se, em geral, outro modo de apresentar num gráfico as respectivas unidades como, por exemplo,  $v (\text{m.s}^{-1})$  e  $t (\text{s})$ , ver figura 2b. †

---

\* Estas notações estão de acordo com as recomendações apresentadas no, livro: “ Sistema Internacional de Unidades (SI) “ sobre regras de escrita de nomes e de símbolos de Guilherme de Almeida, 1ª Edição.

† Sendo esta a representação encontrada em quase todas as revistas científicas.

Consultando a brochura “Règles d’écriture des noms et des symboles” lê-se: “Les axes d’un graphique peuvent aussi être symbolisés de cette manière, afin que les graduations soient purement numériques”. [21] Este “peuvent aussi”, traduzido livremente por “podem também” não indica uma obrigatoriedade nem sequer uma recomendação.

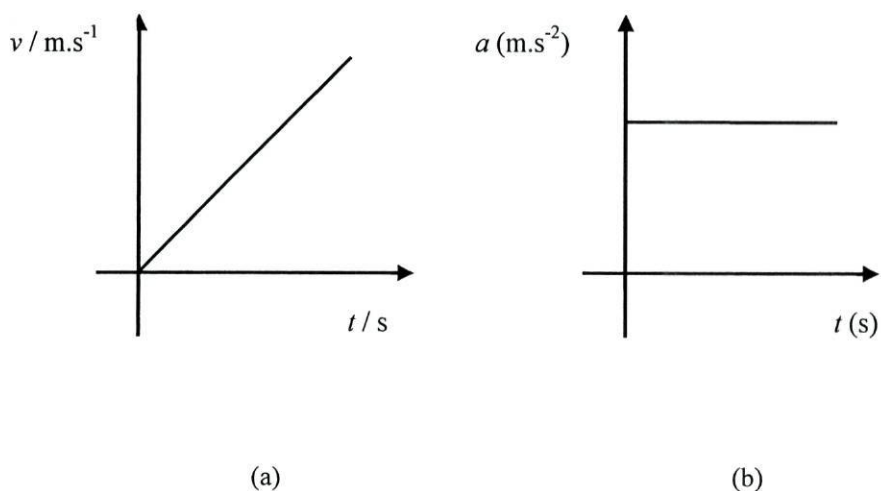


Figura 2 – Exemplos de representações de símbolos / unidades num gráfico. a) Recomendações apresentadas no livro: “Sistema Internacional de Unidades (SI)” sobre regras de escrita de nomes e de símbolos de Guilherme de Almeida, 1ª edição. b) Representação encontrada em quase todas as revistas científicas de Física.

### 2.3.2 Gráficos lineares

A maior parte dos gráficos que são objecto de estudo na Física são rectas. Estas traduzem uma relação linear entre duas variáveis.

Na equação reduzida de uma recta ( $y=mx+b$ ) os alunos têm que saber identificar claramente os coeficientes, isto é, o declive e a ordenada na origem, presentes nesta equação. Este declive é na Física um aspecto fundamental quando se está a analisar um gráfico, pois dá-nos informações diversas como sendo a variação relativa das grandezas (velocidade, tempo, temperatura, força, entre outras), assim como nos indica o valor e o sinal da constante de proporcionalidade (quando  $b = 0$ ) entre as grandezas físicas em questão.

Em muitas situações é possível prever à partida o tipo de função matemática que relaciona duas variáveis. Efectuando-se uma transformação em uma das variáveis ou em

ambas pode-se obter uma relação linear. Desta forma pode simplificar-se a análise gráfica dos resultados experimentais.

Uma outra situação ocorre quando pretendemos encontrar experimentalmente a relação matemática entre variáveis. A partir dos dados obtidos de um trabalho experimental podem ser testados modelos e através da representação gráfica linearizada confirmar o respectivo ajuste.

Do ponto de vista da Matemática a linearização de gráficos não é relevante. Em termos da Física Experimental, a linearização dos gráficos permite, através da percepção visual, uma estimativa rápida do acordo dos dados experimentais com o modelo.

Se a relação não for do tipo linear, nem linearizável, os processos para obter a melhor equação são vários e podem designar-se genericamente de regressão não linear. A técnica mais usada para determinar os parâmetros que melhor adaptam a equação aos valores disponíveis é o método dos mínimos quadrados. Este método não é referido explicitamente no ensino secundário, sendo no entanto utilizado na Matemática na regressão linear.

No tema Estatística, a nível do 10º ano de Matemática fala-se, portanto, na regressão linear bem como em coeficiente de correlação ( $r$ ) como sendo este, uma medida do grau de adaptação entre o modelo matemático que, neste caso, é uma recta e os dados referentes às variáveis. O valor deste ( $r$ ) varia entre 1 e  $-1^*$ . É de referir que o valor obtido na maioria dos programas de computador, não é o de  $r$  mas o valor do quadrado de  $r$  ( $r^2$ ).

A recta de regressão é definida como a recta que melhor se ajusta aos pontos do diagrama de dispersão.

Como já foi referido, os gráficos lineares são os primeiros a aparecer no ensino da Física. No ensino secundário, no 10º ano, no Módulo Inicial – Das fontes de energia ao utilizador, a representação de rectas surge na actividade experimental “Rendimento no Aquecimento”. Na Unidade 1 – Do Sol ao Aquecimento, este tipo de representação aparece aquando do estudo da absorção e emissão de radiação / equilíbrio térmico e no

---

<sup>1\*</sup> Propriedades do coeficiente de correlação: 1) o valor de  $r$  está no intervalo  $[-1,1]$ ; 2) quanto maior for o módulo de  $r$ , maior será a relação linear existente entre os  $x_i$  e os  $y_i$ ; 3) quando  $r$  é positivo, significa que a relação entre os  $x$ 's e os  $y$ 's é do mesmo sentido, isto é, a valores grandes de  $x$ , correspondem valores grandes de  $y$  e vice-versa; quando  $r$  é negativo, a relação entre os  $x$ 's e os  $y$ 's é de sentido contrário, o que significa que a valores grandes de  $x$ , correspondem valores pequenos de  $y$  e vice-versa.

estudo da Lei de Stefan-Boltzmann, usando linearização, uma vez que a potência total emitida depende da quarta potência da temperatura a que o corpo se encontra. Na Unidade 2 – Energia em Movimentos – a representação de uma função linear aparece em actividades experimentais como é o caso do estudo da energia cinética de um corpo acelerado em função da distância percorrida pelo seu centro de massa, e na relação entre a altura a que se deixa cair uma bola e a altura atingida nos ressaltos sucessivos. A análise de rectas surge igualmente aquando do estudo do trabalho realizado por uma força em função do deslocamento.

No 11º ano, na Unidade 1 – Movimentos na Terra e no Espaço – a representação gráfica de rectas surge na análise de gráficos de movimento uniforme ( $x = f(t)$ ;  $v = f(t)$ ) e no movimento variado ( $v = f(t)$ ;  $a = f(t)$ ).

No tópico seguinte, analisaremos duas propostas de actividade no âmbito do 10º ano, sendo uma delas possível de ser realizada em contexto de sala de aula de Matemática, uma vez que se utilizam sensores e que a recolha de dados se torna menos demorada. Em relação à outra actividade que é proposta, uma vez que a aquisição de dados é demorada, propomos que seja realizada no âmbito de sala de aula de Física, e, a análise matemática seja realizada posteriormente na aula de Matemática.

Um estudo mais detalhado sobre estas actividades pode ser encontrado no 3º capítulo.

### **2.3.2.1 Exemplos de experiências cuja representação gráfica é uma recta**

Apresentamos dois exemplos de actividade experimental, inseridos no 10º ano, que nos permitem abordar alguns aspectos relacionados com o traçado de rectas, quer do ponto de vista físico quer do ponto de vista matemático.

#### **2.3.2.1.1 Experiência de aquecimento de uma massa de água com resistência**

Esta actividade permite estabelecer a relação linear entre a temperatura e o tempo durante o qual uma determinada massa de água está a ser aquecida. A expressão matemática que traduz esta função é:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{mc} \Delta E_t = \frac{P}{mc} \Delta t + \theta_0.$$

Esta função é do tipo ( $y = mx + b$ ).

Os dados obtidos experimentalmente permitem, assim, o estudo da recta que não passa pela origem, tendo um declive cujo valor corresponde ao quociente entre a potência fornecida ( $P$ ) e o produto da massa pela capacidade térmica mássica, da substância

aquecida, ( $mc$ ), isto é, o declive é determinado pela expressão:  $P/mc$ , e a ordenada na origem corresponde ao valor da temperatura a que se encontrava inicialmente a massa de água ( $\theta_0$ ).

Como se pode concluir, através do gráfico experimental apresentado na figura 3, e pelo valor do quadrado do coeficiente de correlação obtido na folha de cálculo, pode-se afirmar que o modelo experimental se aproxima muito do modelo teórico.

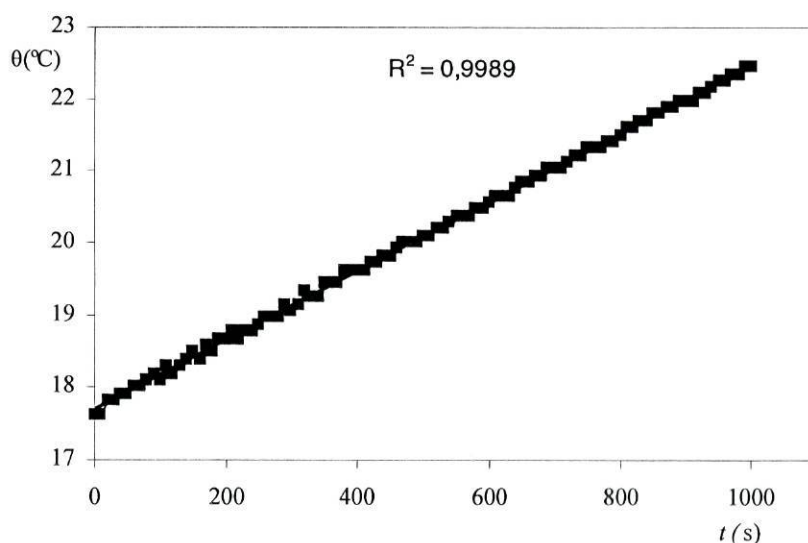


Figura 3 – Gráfico que representa a temperatura de 200 g de água em função do tempo de aquecimento com a potência de 4,2 W. A equação linear da recta que melhor se ajusta aos dados experimentais é:  $\theta = 0,0048t + 17,687$ .

#### 2.3.2.1.2 Experiência da queda de um objecto

Esta actividade, inserida na unidade Energia em Movimentos no âmbito do 10ºano, permite estudar a relação linear entre o quadrado da velocidade adquirida pelo centro de massa de um objecto e a distância percorrida pelo mesmo. A actividade proposta nas orientações curriculares para este mesmo estudo é a de fazer variar a velocidade ao longo de um plano inclinado.

A proposta por nós apresentada consiste em medir a velocidade adquirida por um corpo em queda livre para diferentes alturas. A representação gráfica do quadrado da velocidade adquirida em função da distância percorrida pelo centro de massa permite visualizar a relação entre as duas grandezas.

Na figura 4, encontra-se o gráfico obtido com os dados experimentais desta actividade.

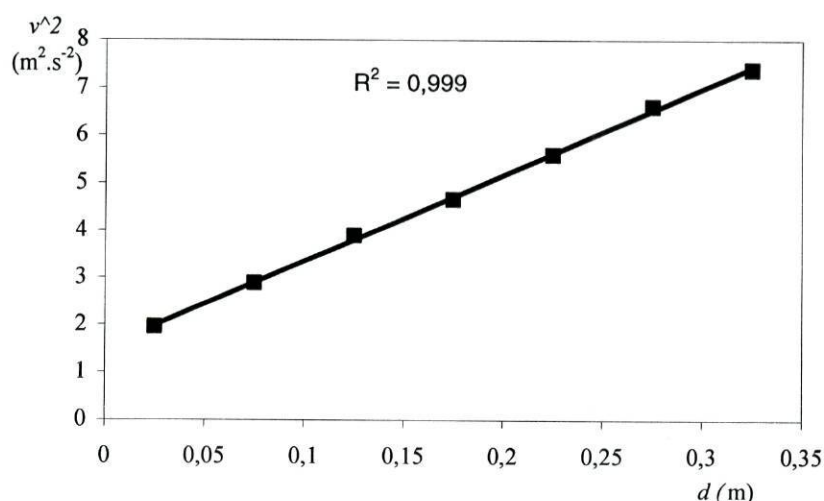


Figura 4 – Gráfico que representa o quadrado da velocidade em função da distância percorrida pelo centro de massa de um objecto em queda livre. A equação linear da recta que melhor se ajusta aos dados experimentais é:  $v^2 = 18,181 d + 1,5273$

### 2.3.3 Gráficos de outras funções

Os gráficos de funções não lineares que, mais frequentemente, aparecem na Física, são as parábolas, exponenciais e sinusóides. Nos pontos seguintes vamos analisar estes tipos de gráficos, e alguns outros.

#### 2.3.3.1 Parábolas

A função quadrática, tendo como representação gráfica uma parábola, é objecto de estudo da Matemática do 10º ano de escolaridade. Analisa-se: domínio, contradomínio, zeros, sinal, monotonia e extremos. Esta função permite modelar, por exemplo, o movimento acelerado de uma partícula material ao longo de um plano inclinado.

A representação gráfica de uma parábola pode surgir na Física, no 10º ano, na Unidade 2 – Energia em Movimentos – quando experimentalmente se faz o estudo da dependência da energia cinética na velocidade. Esta actividade relaciona a variação da altura com a velocidade assumindo que há transformação total da energia potencial gravítica em cinética. Alterando-se os eixos ( $d = f(v)$ ), esta experiência permite também, o estudo de uma parábola na Matemática.

Na Física do 11º ano e do 12º ano esta representação está associada por exemplo ao estudo do movimento de um projectil e no estudo da queda livre de corpos

O movimento associado a um projectil é um movimento parabólico, dado que a sua trajectória é descrita por uma parábola. A Lei do movimento uniformemente variado  $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$  é uma função do 2º grau em ordem ao tempo, do tipo  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . A sua representação gráfica é uma parábola, podendo apresentar a concavidade voltada para cima figura 5a se o coeficiente do termo  $x^2$  for maior que zero ( $\frac{1}{2}a$ ), ou voltada para baixo figura 5b se o coeficiente do termo  $x^2$  for menor que zero ( $\frac{1}{2}a$ ).

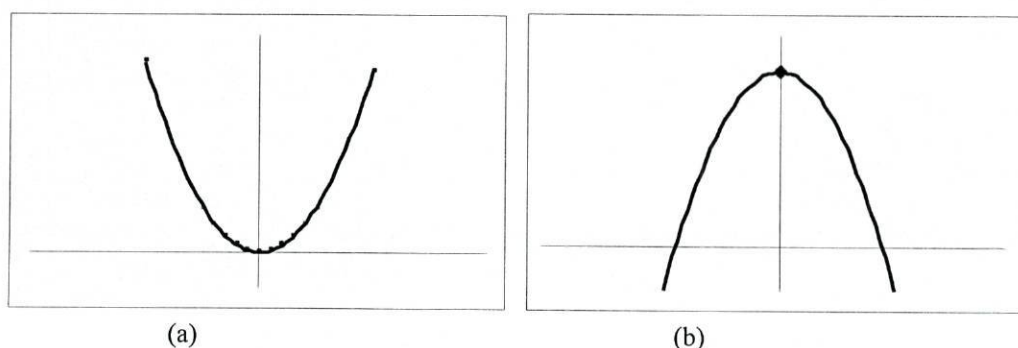


Figura 5a) – Parábola com concavidade voltada para cima. 5b) – Parábola com concavidade voltada para baixo.

No item seguinte é dado um exemplo de uma actividade experimental cuja representação gráfica corresponde a um ramo de parábola.

#### 2.3.3.1.1 *Experiência da queda de um objecto*

Esta experiência permite o estudo da variação da distância que percorre o centro de massa de um objecto que é deixado cair, com o valor da velocidade adquirida pelo mesmo neste movimento. Admite-se, que neste percurso, há transformação de energia potencial gravítica em energia cinética.

Analisando o gráfico, ver figura 6, obtido a partir dos dados experimentais, conclui-se que se obtém o traçado de um ramo de uma parábola.

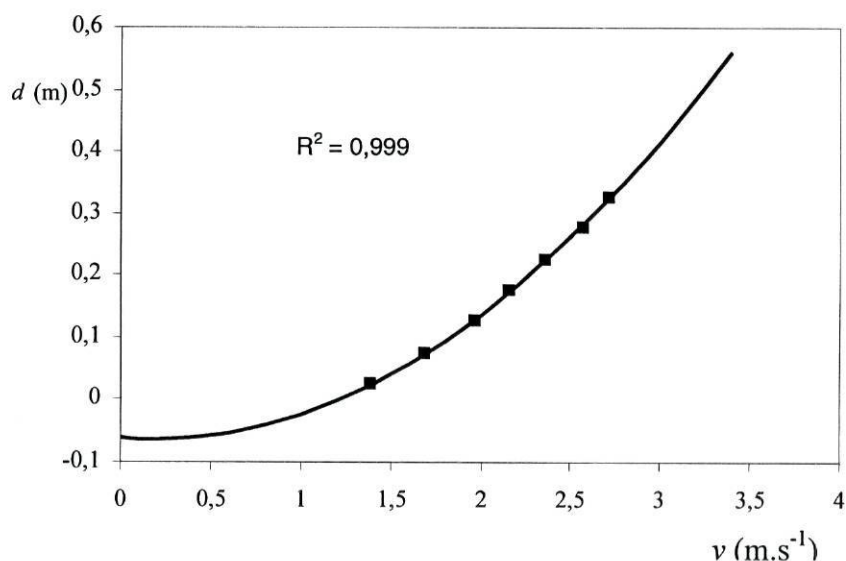


Figura 6 – Gráfico da distância que percorre o centro de massa de um objecto que é deixado cair, em função do valor da velocidade adquirida. A equação parabólica que melhor se ajusta aos dados experimentais é:  $d = 0,0602 v^2 - 0,0218 v - 0,062$ .

### 2.3.3.2 Exponencial

A função exponencial de base maior do que 1,  $f(x) = a^x$  com  $a > 1$ , é objecto de estudo na Matemática do 12º ano. Na Física, por exemplo, esta função, com base  $e$ , aparece no 12º ano, aquando do estudo da descarga do condensador e da lei do decaimento radioactivo, sendo, neste caso, uma função exponencial decrescente cuja expressão matemática é [22]

$$N = N_o e^{-\lambda t},$$

na qual,  $N$  representa o número de núcleos de um elemento num dado instante  $t$ ;  $N_o$  é o número de núcleos do elemento no instante  $t = 0$ ;  $\lambda$  representa a probabilidade de declínio por unidade de tempo (constante de decaimento); e  $e$  é a base de logaritmo natural (número de neper).

O inverso desta probabilidade de declínio,  $\lambda$ , designa-se também por vida média  $\tau$  do núcleo,  $\tau = 1/\lambda$ , que corresponde ao tempo ao fim do qual o número de núcleos radioactivos de um dado elemento se reduz para  $1/e$  do seu valor inicial.

Nos pontos seguintes vamos analisar dois exemplos de actividade experimental, que nos permitem abordar o conceito de exponencial decrescente e o de exponencial crescente. Um estudo mais detalhado sobre estas actividades pode ser encontrado no 3º capítulo.

#### 2.3.3.2.1 *Experiência da descarga de um condensador*

Com esta actividade pode-se estudar a função exponencial decrescente cuja expressão matemática é  $V(t) = \frac{q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}}$ , [23] onde  $\frac{q_0}{C}$  corresponde à tensão inicial aplicada nos terminais do condensador; o produto de R por C denomina-se constante de tempo ( $\tau$ ) correspondendo ao tempo necessário para a tensão diminuir para  $1/e$  do valor inicial.

Na figura 7 encontra-se o gráfico relativo a esta actividade experimental.

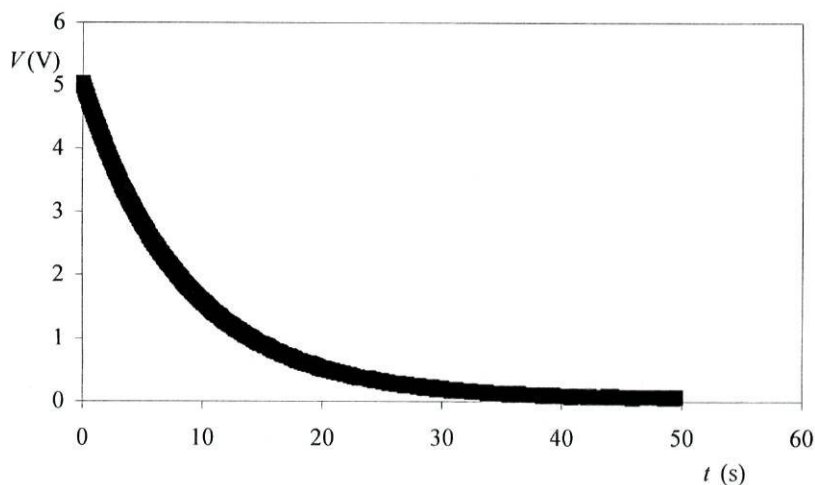


Figura 7 – Gráfico da diferença de potencial nos terminais do condensador, de capacidade  $8\mu\text{F}$ , durante a sua descarga sobre  $1\text{ M}\Omega$ .

#### 2.3.3.2.2 *Experiência com o LED*

Como exemplo da função exponencial crescente temos a relação entre a corrente e a diferença de potencial nos terminais de um díodo emissor de luz (LED).

Na figura 8 pode-se visualizar o gráfico que representa a característica tensão-corrente de um LED verde.

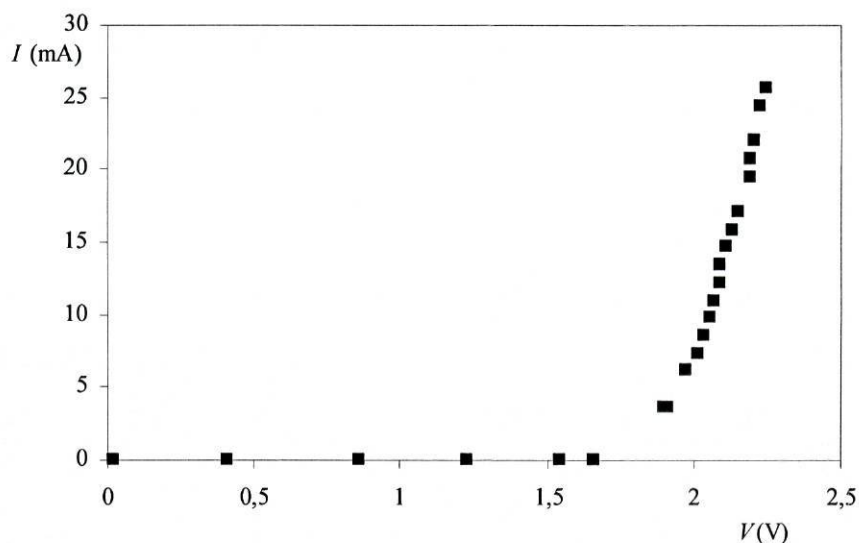


Figura 8 – Gráfico que representa a curva característica corrente-tensão de um diodo emissor de luz.

### 2.3.3.3 Sinusóide

Nas secções 2.4 e 3.2.4. as funções trigonométricas serão analisadas em maior detalhe, quer do ponto de vista da Física quer do ponto de vista da Matemática.

O estudo das funções seno, co-seno e tangente, é abordado no início do 11º ano de Matemática, tendo por base o círculo trigonométrico e recorrendo à calculadora gráfica.

Na Física, as funções trigonométricas surgem no mesmo nível de ensino (11º ano) aquando do estudo do som, no 2º período. Nos conteúdos de Física do 12º ano, estas funções estão inerentes ao estudo do movimento harmónico simples, que decorre durante o 1º período.

Para estudar este tipo de função, propõe-se o estudo do som emitido por um diapásão de 440 Hz com caixa de ressonância. O gráfico obtido, na calculadora gráfica, encontra-se representado na figura 9.

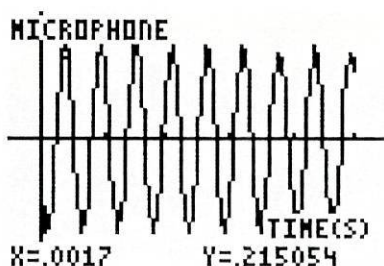


Figura 9 – Gráfico obtido, na calculadora gráfica, do estudo do som produzido por um diapásão de frequência 440 Hz.

### 2.3.3.4 Outros

Encontramos outro tipo de gráficos, aquando do estudo da radiação emitida por um corpo negro.

O estudo da radiação emitida por um corpo negro insere-se na Unidade 1 – Do Sol ao aquecimento – leccionada no 10º ano de Física. Estuda-se a lei de Stefan-Boltzmann, interpretando as diferentes variáveis de que depende a potência total irradiada por um corpo, com a temperatura a que este se encontra. Analisa-se do ponto de vista qualitativo o gráfico que representa o deslocamento de Wien, ver figura 10.

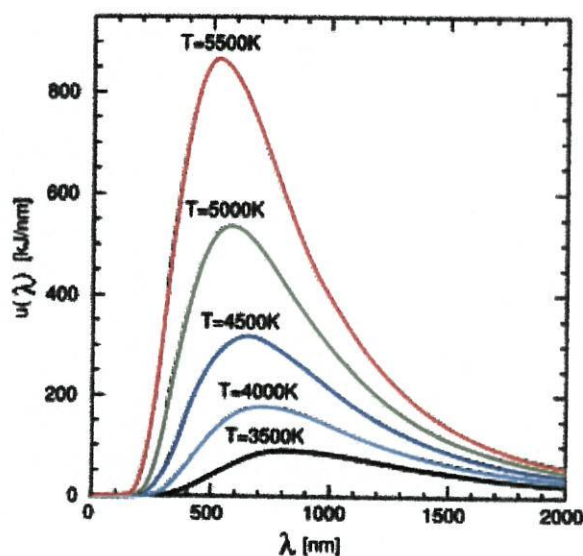


Figura 10 – Gráfico da densidade espectral de energia em função do comprimento de onda e da temperatura do corpo negro donde se pode inferir o deslocamento de Wien. Imagem retirada do site. [http://pt.wikipedia.org/wiki/Lei\\_de\\_Planck\\_da\\_Radiação](http://pt.wikipedia.org/wiki/Lei_de_Planck_da_Radiação), em 8/Maio/2007.

Neste gráfico observa-se, para determinada temperatura, um valor máximo de intensidade de radiação associado a um determinado comprimento de onda.

Do ponto de vista da Matemática, o estudo deste tipo de gráfico permite a determinação de valores máximos. A análise de valores máximos será objecto de estudo na secção 2.3.4.

Outros tipos de gráficos aparecem na Física como, por exemplo, no estudo da difracção da luz por uma fenda (figura 11), no estudo do efeito de Compton (figura 12) e no estudo da radioactividade (figura 13)

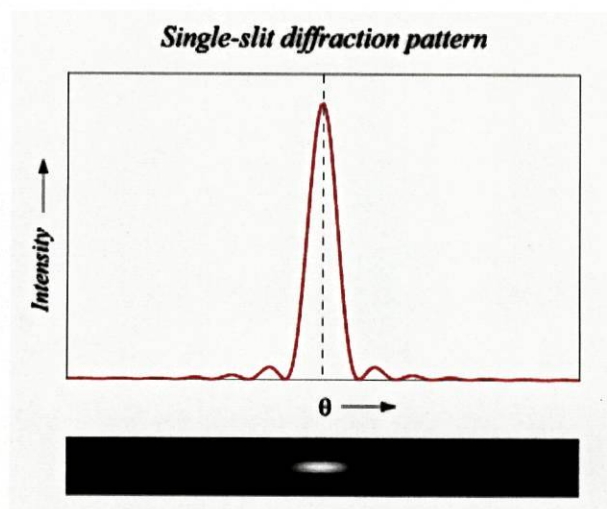


Figura 11 – Gráfico que representa a intensidade da radiação em função do ângulo, para a difracção de luz por uma fenda fina. Imagem retirada do site <http://www.chemistrydaily.com/chemistry/upload/e/e1/Diffraction1.png>.18/Maio/2007.

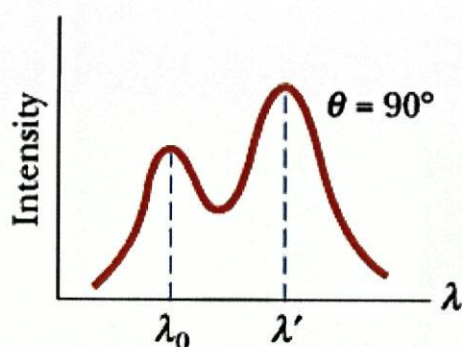


Figura 12 – Gráfico que representa a intensidade de radiação em função do comprimento de onda na difracção de raios x por electrões (efeito de Compton), para o ângulo de difracção de  $90^\circ$ . Imagem retirada do site: [courses.tagus.ist.utl.pt/df/fiii0/web/doc/Aula22.pdf](http://courses.tagus.ist.utl.pt/df/fiii0/web/doc/Aula22.pdf) em 15/06/2007.

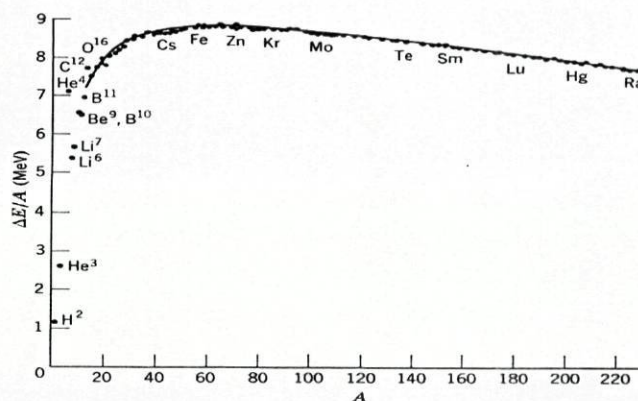


Figura 13 – Gráfico que representa a energia de ligação por nucleão em função do número de massa para os núcleos estáveis. Imagem retirada do site <http://www.w3.u.alg.pt/~ãrodrig/Documentos/fancap8a.DOC> em 8/Maio/2007.

### 2.3.4 Análise de máximos e mínimos

A determinação dos pontos em que uma função atinge máximos, ou mínimos, é importante do ponto de vista quer da Matemática quer da Física.

Na Matemática o estudo do máximo de uma função, surge quando se analisam os extremos de uma função e está inserido no tema cálculo diferencial.

Considerando uma função  $f$ , contínua, bem como a sua primeira derivada, os pontos onde a derivada da função é nula chamam-se pontos críticos ou estacionários. Existem três tipos de pontos onde isto pode acontecer numa função.

Como o valor da derivada de uma função num ponto é igual ao declive da recta tangente ao gráfico da função nesse ponto, e o valor da tangente do ângulo de amplitude zero é zero, estes pontos ocorrem onde a recta tangente ao gráfico é paralela ao eixo horizontal. Os pontos críticos podem ocorrer onde a função atinge um valor máximo, chamados pontos máximos da função, ou onde ela atinge um valor mínimo, chamados pontos mínimos, ou ainda nos chamados *saddle points*, ou pontos de inflexão horizontal.

Para identificar o tipo de ponto estacionário, torna-se necessário analisar também a segunda derivada de  $f$ . Se a segunda derivada de  $f$  é positiva no ponto onde a primeira derivada é nula, então o ponto é um mínimo local, não necessariamente o mínimo da função. Se a segunda derivada for negativa, o ponto em questão é um máximo local. Finalmente, se a segunda derivada for nula o ponto é um *saddle point*. Consultando manuais escolares e programas curriculares, verifica-se que, no ensino secundário, nem na disciplina de Matemática nem na disciplina de Física (neste caso não é relevante no ensino do secundário) se faz referência aos *saddle point*.

É importante referir que a segunda derivada pode ser nula, não o sendo a primeira derivada. Estes pontos especiais denominam-se por pontos de inflexão onde ocorre mudança do sentido da concavidade, sendo importantes quer na Física quer na Matemática.

Como já foi referido a identificação de valores máximos e de valores mínimos é importante na Física.

Temos, por exemplo, no estudo de movimentos oscilatórios, o caso particular do M.H.S., em que o estudo da posição de equilíbrio do oscilador permite a identificação

do valor máximo da velocidade e portanto concluir que a energia cinética é a única forma de energia presente naquela posição. Na determinação da intensidade máxima da força magnética que um campo magnético exerce sobre uma carga em movimento ( $\vec{v} \perp \vec{B}$ ). Na obtenção de rendimento máximo em qualquer máquina.

Em termos de valores mínimos, temos por exemplo, o mínimo da energia potencial no M.H.S., determinação da localização de mínimos de intensidade em óptica, análise de situações em que se pretende despende um menor valor de energia para realizar a mesma tarefa.

Por exemplo a expressão matemática a partir da qual se determina o fluxo magnético que atravessa uma espira ( $\phi = BA \cos \alpha$ ) permite-nos obter, em função do ângulo  $\alpha$ , um valor máximo, mínimo ou nulo.

Os pontos de inflexão aparecem no estudo da Física, a nível do ensino secundário, por exemplo, no caso do estudo de movimentos periódicos.

Na Química do 10º ano faz-se o estudo da atmosfera associando-se a divisão da atmosfera em camadas aos pontos de inflexão de variação da temperatura em função da altitude. Temos, aqui, um exemplo de uso de linguagem indevida. Na figura 14, encontra-se uma imagem que é muito idêntica às imagens referidas nos manuais escolares, onde está representada a temperatura da atmosfera em função da altitude, em que os eixos estão trocados para possibilitar que a altitude apareça na vertical, pois não é usual colocar valores de altitude nas abcissas.

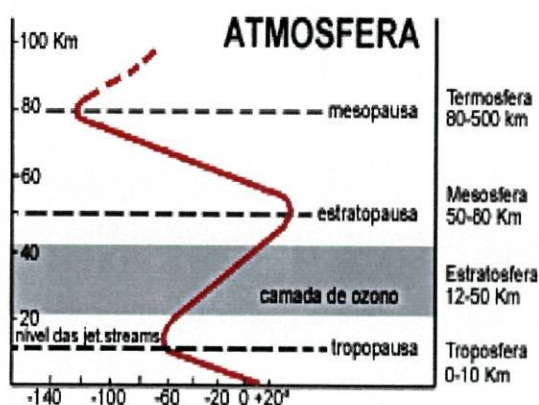


Figura 14 – Gráfico da temperatura da atmosfera em função da altitude. Imagem retirada em 8/ Maio/2007 do site [www.eb23-gois.rcts.pt](http://www.eb23-gois.rcts.pt).

\* Além do referido em relação à utilização do termo inflexão, neste gráfico aparece uma incorrecção frequente de utilização da letra k maiúscula para representação do prefixo quilo.

Passemos, agora, a analisar uma actividade experimental que nos permite identificar um máximo.

#### 2.3.4.1.1 *Experiência do rendimento máximo de uma célula solar*

Esta actividade surge no 10º ano, na Física, inserida no subtema Estudo da Radiação Solar na produção de energia eléctrica. Pretende-se estudar a variação da potência fornecida por uma célula solar em função de uma resistência externa.

O gráfico  $P = f(R)$  permite obter um máximo, como se pode visualizar na figura 15.

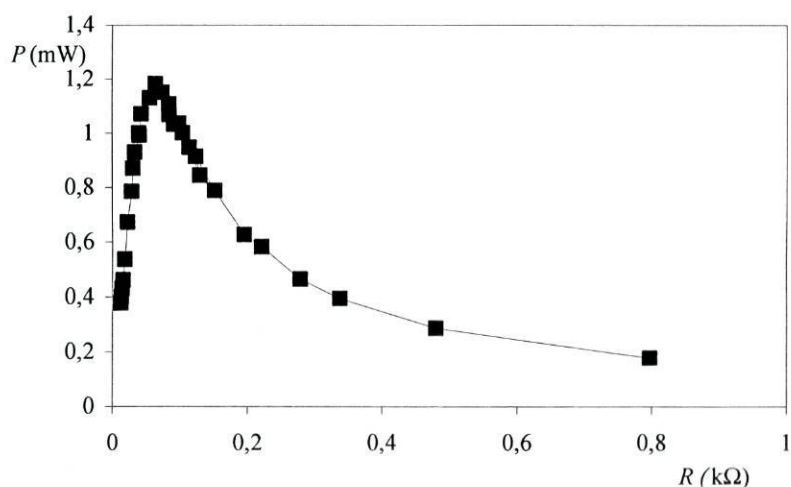


Figura 15 – Gráfico da potência fornecida por uma célula solar em função da resistência externa.

No 3º capítulo encontra-se um estudo mais detalhado sobre esta actividade.

## 2.4 Trigonometria

Outra ferramenta matemática essencial no estudo da Física é a trigonometria. Abordaremos, nos próximos parágrafos, a noção de ângulo e a de arco e a aplicação das funções trigonométricas em conceitos físicos.

### 2.4.1 Noção de ângulo e de arco

No 3º Ciclo, na disciplina de Matemática, já se faz uma referência a ângulos como ângulos internos e externos de um triângulo, e à noção de ângulo ao centro que corresponde ao arco. No 11º ano, no início do 1º período, faz-se uma generalização do conceito de ângulo e de arco mencionando unidades.

A noção de ângulo é necessária no estudo da Física, do 11º ano, na Unidade 1 – Movimento na Terra e no Espaço – quando se analisa o movimento circular com aplicação ao caso dos satélites geostacionários, na determinação da velocidade angular. Esta noção está ainda presente, no estudo do movimento de um projectil lançado horizontalmente, quando se pretende determinar a direcção da velocidade do projectil ao atingir o solo; na Unidade 2 – Comunicação – no estudo da reflexão e refacção na aplicação das leis de Snell.

Na Física do 12º ano, esta noção está também presente num leque variado de temas, como por exemplo, no estudo do lançamento de projecteis (horizontal e oblíquo), no estudo do movimento de corpos sujeitos a ligações e nos movimentos oscilatórios.

### 2.4.2 Funções trigonométricas

As razões trigonométricas (seno, co-seno e tangente) são estudadas, na Matemática, no ensino Básico, de forma simples (relacionadas num triângulo rectângulo) e as funções trigonométricas (usando o círculo trigonométrico – figura 16) são apresentadas no 11º ano no decorrer do 1º período.

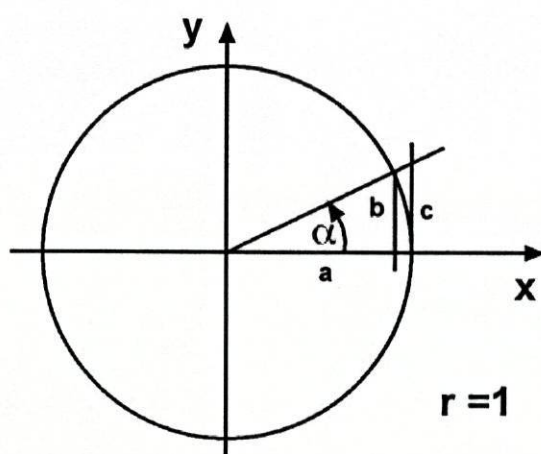


Figura16 – Figura do círculo trigonométrico. a–co-seno; b–seno ; c–tangente.

Em termos matemáticos faz-se o estudo da variação das razões trigonométricas em cada quadrante, isto é, analisa-se o crescimento ou decrescimento destas à medida que as amplitudes dos ângulos aumentam. Para cada função trigonométrica analisa-se: domínio, contradomínio, período, paridade, variação, (tendo por base o círculo trigonométrico) representando-as graficamente.

As equações trigonométricas do tipo  $\text{sen } x = a$  apresentam dois tipos de solução: uma no sistema sexagesimal, em que a unidade é o grau, e outra, no sistema circular, em que a unidade é o radiano. Estas unidades estão relacionadas entre si:  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ .

O sistema circular é o sistema que se utiliza com mais frequência quer na Matemática quer na Física. Na Física, ele surge, por exemplo, quando se faz o estudo do movimento circular, ao identificarmos o valor da velocidade angular média como sendo a variação do ângulo ao centro num determinado intervalo de tempo, isto é,  $\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ .

Faz-se o estudo de uma função trigonométrica com o objectivo de identificar os seguintes parâmetros: amplitude ( $A$ ), frequência ( $f$ ) e fase ( $\varphi$ ), que permitem, por exemplo, caracterizar um movimento oscilatório, isto é,  $E(t) = A \text{sen}(\omega t + \varphi)$ .<sup>[24]</sup>

Em termos de aprendizagem, por parte dos alunos, destes dois tipos de sistemas, verifica-se que os alunos revelam uma certa confusão em relação ao uso das unidades destes dois sistemas e na conversão das mesmas. Por um lado, a função seno é definida em radianos (para que o sistema de eixos no qual se faz a sua representação gráfica seja um sistema monométrico), por outro lado, a noção de grau é mais familiar, dado o seu uso exclusivo até ao secundário. A utilização do grau, em paralelo com o radiano, que surge com alguma frequência na abordagem de situações no ensino, contribui para a confusão que os alunos revelam quando trabalham com estas unidades.

As orientações curriculares do programa de Física do 10º ano sugerem o estudo da energia transferida como trabalho apenas por forças constantes actuando em qualquer direcção.

No estudo de um plano inclinado apenas se refere o facto de se relacionar o trabalho de forças conservativas (peso de um corpo, por exemplo) com a variação da energia potencial gravítica. O conceito de força eficaz é tratado apenas qualitativamente.

Estas mesmas orientações curriculares recomendam não trabalhar com as relações trigonométricas, acentuando que os alunos encontram alguma dificuldade no manuseamento destas relações. Ora o que se verifica é que, como já foi referido, estas noções são trabalhadas na Matemática do ensino básico (relacionadas num triângulo rectângulo). Na Física ao determinar o trabalho realizado por uma força que não seja colinear com o movimento é apenas necessário decompor esta força na direcção do

movimento correspondendo à utilização da noção de co-seno do ângulo tal como é ensinada no ensino básico.

No 11º ano, no estudo de movimentos, é deveras importante que haja uma coordenação entre os professores de Física e os de Matemática. Esta importância está referida nas orientações curriculares da Matemática do 11º ano que apontam para a importância da trigonometria nas várias Ciências. Os professores de Matemática deveriam aludir a esse facto aplicando métodos trigonométricos a problemas ligados à navegação, à topografia, etc, dando como exemplo a aplicação do GPS.

Um sinal harmónico é descrito por uma função do tipo  $(A \sin(\omega t - kx))$ ,<sup>[24]</sup> recomenda-se este estudo no ensino secundário a uma só variável, isto é, em função de  $t$ . O facto de nunca se trabalhar com as duas variáveis em conjunto cria, nos alunos, um *handicap* na compreensão das relações entre grandezas espaço-temporais associadas à propagação de ondas (comprimento de onda, período e velocidade).

#### 2.4.2.1 Actividades

Propõe-se como actividades a explorar, nas duas disciplinas, o estudo do som emitido por um diapasão e a modulação de sinais em AM e FM.

##### 2.4.2.1.1 Estudo do som emitido por um diapasão.

Esta actividade encontra-se descrita mais pormenorizadamente no 3º capítulo.

Utilizando o sensor de som e a calculadora gráfica obteve-se o gráfico indicado na figura 17.

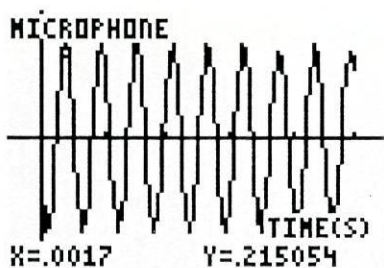


Figura 17 – Gráfico do sinal sonoro produzido por um diapasão em função do tempo.

#### 2.4.2.1.2 Modulação AM e FM

Uma vez que as funções trigonométricas como funções reais de variável real do tipo  $y = A \sin x$ , e as funções compostas  $y = (A + \sin bx) \sin x$ ;  $y = A \sin((\sin bx) x)$ , são leccionadas no 11º ano de Matemática, sugere-se que, o estudo da modulação de sinal (modulação em amplitude e em frequência) seja abordado na Matemática.

No programa curricular de Física refere-se que os alunos devem reconhecer a necessidade de se utilizar ondas electromagnéticas de determinadas frequências, submetidas a processos de modulação, quando se pretende transmitir sons a longas distâncias. Estas modulações, em amplitude e frequência, são funções compostas. Propomos que essa exemplificação seja feita nas aulas de Matemática.

Na folha de cálculo pode-se simular estas modulações.

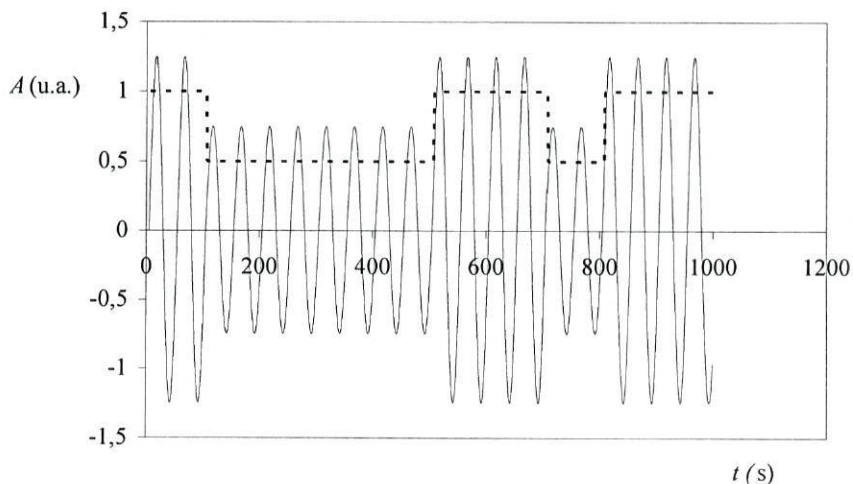


Figura 18 – O gráfico representa a modelação em amplitude. A linha a tracejado representa o sinal que está a ser modulado. A linha a cheio corresponde ao sinal modelado em amplitude.

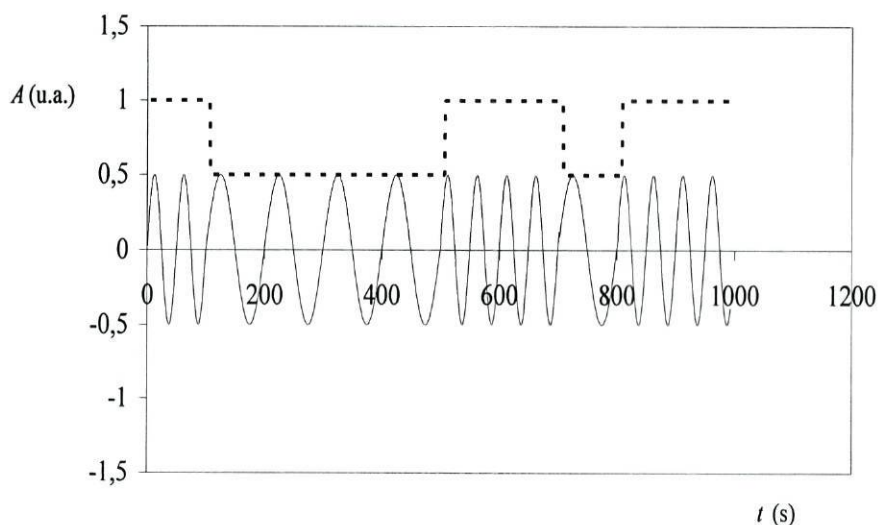


Figura 19 – O gráfico representa a modelação em frequência. A linha a tracejado representa o sinal que está a ser modulado. A linha a cheio corresponde ao sinal modelado em frequência.

Pode-se, igualmente, estudar as funções harmónicas se, na folha de cálculo, somarmos várias sinusóides com frequências e amplitudes diferentes. Deste modo poderemos fornecer um mecanismo para auxiliar a compreensão dos espectros harmónicos facilitando o respectivo estudo.

## 2.5 Geometria Analítica

Nos próximos parágrafos abordaremos as formas geométricas que surgem com maior frequência no estudo da Física, bem como a noção de vector e sua aplicação na Física.

### 2.5.1 Formas geométricas

As formas geométricas que aparecem com maior frequência no estudo da Física são: a parábola, a circunferência e o círculo. Encontrando-se ainda a elipse no estudo das leis de Kepler, e a hipérbole (a nível do ensino secundário esta forma geométrica não é muito usada).

Identifica-se a parábola na trajectória de um projectil; no estudo da variação da posição do centro de massa de uma partícula animada de movimento uniformemente variado em função do tempo; no estudo da energia cinética de um oscilador em MHS em função da elongação, bem como no estudo da energia potencial elástica em função da elongação.

A circunferência aparece no estudo da trajectória do movimento circular e uniforme.

No estudo da Física recorre-se, frequentemente, ao cálculo de áreas e volumes de sólidos no espaço e ao cálculo de perímetros e áreas de figuras geométricas no plano. Assume-se que os alunos após o ensino básico já estão familiarizados com este cálculo.

### **2.5.2 Vectores**

A noção de vector é uma das ferramentas essenciais no estudo da Física. Na disciplina de Matemática este conceito já é trabalhado ao nível do 3º Ciclo, no 8º ano, no tópico Translações. A translação é descrita como transformando uma figura noutra e sendo caracterizada por três elementos (direcção, sentido e comprimento).

Há três tipos de vectores: livres, deslizantes e aplicados. Os vectores livres e deslizantes são caracterizados por: direcção, sentido e comprimento. Os vectores aplicados caracterizam-se por: ponto de aplicação, direcção, sentido e norma (como sendo a medida do comprimento do vector). Na Física aplica-se a noção de vector aplicado no estudo de grandezas vectoriais (caracterizadas por: ponto de aplicação, módulo, sentido e direcção). A norma em Matemática não tem unidades.

As coordenadas e componentes de um vector num referencial ortonormado são estudadas no 10º ano de Matemática.

Partindo do pressuposto de que os professores de Física seguem as orientações curriculares, ou seja, não alteram a ordem de leccionação dos conteúdos, a aprendizagem dos alunos sobre a representação de grandezas vectoriais torna-se mais eficaz.

Como já foi referido, esta análise das ferramentas matemáticas necessárias ao estudo da Física insere-se apenas ao nível do ensino secundário. Entendemos, no entanto, referir que a primeira abordagem de representação de grandezas vectoriais (ex: força) é já conhecida dos alunos desde o 7º ano de escolaridade, na disciplina de Física.

O produto interno ou escalar de dois vectores é leccionado no 11º ano de Matemática no tema geometria no plano e no espaço, no 1º período, não se fazendo qualquer referência ao produto externo ou vectorial que é essencial no estudo da Física no 12º ano. Verifica-se que os professores de Física despendem tempo lectivo no início do estudo do 12º ano, para colmatar as lacunas relativamente ao cálculo vectorial. É nossa sugestão que o estudo do produto vectorial seja contemplado no currículo de Matemática do 11º ano.

No 10º ano de Física, na Unidade 2 – Energia em Movimentos, a noção de vector está associada à representação de grandezas físicas vectoriais, como por exemplo da força, e sua caracterização. Sendo necessário aplicar as regras de adição e decomposição de vectores, num plano horizontal e num plano inclinado, identificando a componente eficaz da força.

No 11º ano, na Unidade 1 – Movimentos na Terra e no Espaço, a representação de vectores surge aquando do estudo dos movimentos, nomeadamente na caracterização do deslocamento, da velocidade e da aceleração; nas interacções entre corpos em particular no estudo da força gravítica. Na Unidade 2 – Comunicações, a noção de vector está associada à caracterização dos campos eléctrico e magnético.

Com a excepção das unidades: Circuitos Eléctricos, Física Quântica e Núcleos Atómicos e Radioactividade, a ferramenta – vector – é uma das ferramentas matemáticas essenciais, presentes no estudo da Física do 12º ano.

## 2.6 Cálculo Diferencial

A noção de limite e a noção de derivada são dois conceitos que integram o cálculo diferencial, os quais estão associados a conceitos físicos como, por exemplo, o de velocidade instantânea.

Nos próximos parágrafos vão ser abordadas as noções de limite e de derivada.

### 2.6.1 Limites

A noção intuitiva de limite é leccionada no 11º ano de Matemática a fim de se introduzir as noções de taxa média de variação e de taxa de variação / derivada.

Na Física do 11º ano esta noção surge aquando do estudo das grandezas que caracterizam um movimento. Na determinação da velocidade média e da velocidade instantânea.

O valor da velocidade instantânea é o limite da razão  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  quando  $\Delta t$  tende para zero:

[25]

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Este limite é a derivada de  $x$  em ordem a  $t$ . Geometricamente, esta derivada é representada pela tangente trigonométrica da inclinação da recta tangente ao gráfico de posição em função do tempo.

### 2.6.2 Derivadas

O conceito de derivada de uma função num ponto (taxa de variação) é leccionado no 11º ano de Matemática, como sendo o declive da recta tangente nesse ponto: [26]

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right).$$

Esta noção é aplicada usando a calculadora gráfica. Posteriormente o seu estudo será alargado no 12º ano, analisando-se o valor da segunda derivada e concavidades da função.

A aplicação das regras deste conceito surge, no estudo da Física, do 12º ano, no caso de funções simples, na determinação da velocidade e da aceleração, bem como em funções trigonométricas para determinar a velocidade e a aceleração do MHS.

A noção de derivada das funções trigonométricas (seno; co-seno) apenas é leccionada no final do programa curricular de Matemática do 12º ano.

Uma vez que a Física necessita de aplicar as regras de derivação no início do estudo do 12º ano, sugere-se que na Matemática elas sejam leccionadas no início do 12º ano, transpondo para o terceiro período o estudo do tema: Probabilidades e Análise Combinatória

Apresenta-se em seguida uma proposta de actividade experimental, interdisciplinar, a realizar no âmbito da disciplina de Matemática ou na de Física, nas aulas do 11º ano.

Esta actividade experimental ilustra o conceito de derivada e permite o estudo da indução electromagnética a nível do 11º ano de Física.

Como já foi referido, o conceito de derivada é abordado na Matemática inicialmente no 11º ano, durante o 2º período lectivo. Ao mesmo tempo, na Física, lecciona-se o tema Comunicação de Informação a curtas distâncias, onde se aborda o conceito de indução electromagnética.

Na figura 20 encontra-se uma fotografia que representa a montagem efectuada para esta experiência.

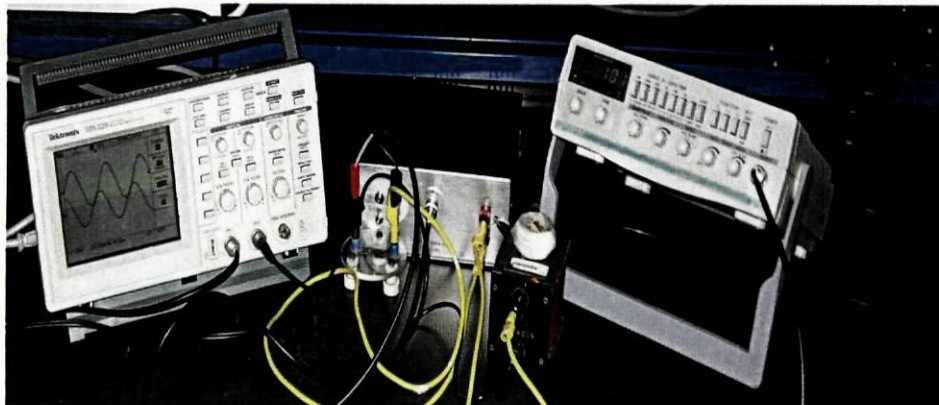


Figura 20 – Fotografia da montagem utilizada.

Num circuito fechado, a diferença de potencial é proporcional à derivada temporal do campo magnético. <sup>[27]</sup>

$$V = -\left(\frac{d\Phi}{dt}\right) = -NA\left(\frac{dB}{dt}\right),$$

é a força electromotriz gerada pelo fluxo ( $\Phi$ ) do campo magnético ( $B$ ) que atravessa a bobine de prova, com  $N$  espiras de área  $A$ , que se encontra sobre a bobine maior, ver figura 21a.

A corrente que passa num circuito (ou elemento) cria um campo magnético directamente proporcional à corrente que o atravessa, ver figura 21b.

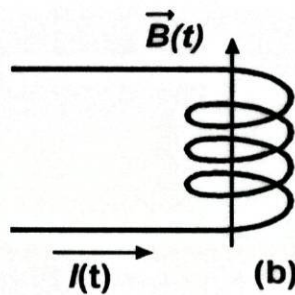
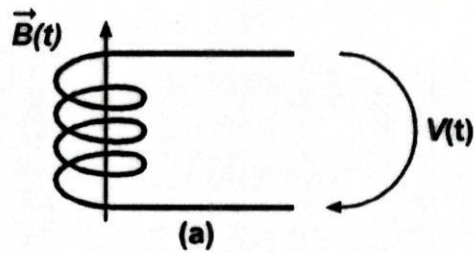


Figura 21a) – Num circuito a diferença de potencial é directamente proporcional à derivada do campo magnético. b) – A corrente que passa num elemento de circuito cria um campo magnético directamente proporcional à intensidade da corrente que o atravessa.

Se tivermos os dois circuitos próximos iremos ter uma diferença de potencial proporcional à derivada em ordem ao tempo da intensidade da corrente, ou seja <sup>[27]</sup>

$$V = k \left( \frac{dI}{dt} \right).$$

Quando o sinal de entrada apresenta a forma triangular, a sua derivada, que corresponde ao sinal de saída, terá a forma de um sinal quadrado.

Pode-se associar a equação reduzida da recta ao sinal de entrada, isto é: <sup>[28]</sup>

$$v(t) = mt + b.$$

Analisando os gráficos das figuras 22a e 22b pode-se concluir que se o declive da recta diminuir isso significa que o valor da frequência também diminuiu.

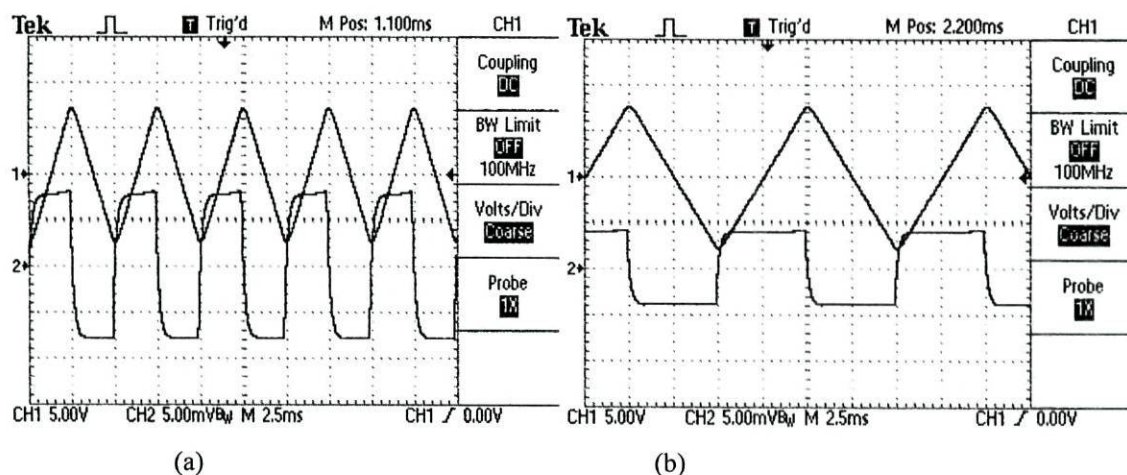


Figura 22 a) Sinal de entrada de frequência 200 Hz, declive de  $5,6 \times 10^3 \text{ V s}^{-1}$  e amplitude de saída 7,8 mV. b) Sinal de entrada de frequência de 100 Hz, declive de  $3,0 \times 10^3 \text{ V s}^{-1}$  e amplitude de saída 4 mV.

No 3º capítulo encontra-se uma descrição mais pormenorizada desta actividade.

## 2.7 Funções Exponencial e Logaritmo

Estas funções são estudadas na Matemática no 12º ano no 1º período surgindo na Física quer do 11º quer no 12º ano. A função logarítmica é a função inversa da função exponencial. Na secção 2.3.3.2. foi já apresentada a função exponencial como exemplo de outro tipo de representação gráfica. Nos próximos parágrafos analisaremos essencialmente as funções logaritmos de base 10 ( $\log(x)$ ) e base e ( $\ln(x)$ ).

### 2.7.1 Base 10

A função logarítmica de base 10 é também uma função importante que surge aquando do estudo do som e telecomunicações. Temos como exemplo o dB que é uma unidade logarítmica muito usada no estudo do som e em telecomunicações. No caso do som esta unidade de medida é definida como: <sup>[25]</sup>

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0},$$

onde  $I$  representa a intensidade do som e  $I_0$  a intensidade num nível de referência que está relacionada com o limiar de audição.

É nossa sugestão que o currículo de Matemática do 10º ano contemple o estudo de escalas logarítmicas de base 10, para que seja possível, na Física, fazer referência a esta unidade no estudo do som (11º ano) ou no cálculo do pH (Química 11º ano).

A exponencial de base 10 é também utilizada de forma sistemática na Física, estando associada à representação de valores algébricos na forma de notação científica já abordada no Ensino Básico.

### **2.7.2 Base e**

É necessário aplicar esta noção no 12º ano na Unidade 2 – Electricidade e Magnetismo – aquando do estudo: da carga e descarga de um condensador num circuito RC; da resistência de um termistor com a temperatura e na Unidade 3 – Física Moderna – no estudo da Lei do decaimento radioactivo. Como já foi referido, esta noção foi leccionada na Matemática, durante o 1º período lectivo.

O logaritmo de base  $e$  é menos utilizado do que o de base 10, embora seja muito útil na linearização de curvas exponenciais.

A este tipo de função já nos referimos na secção 2.3.3.2, tendo-se apresentado duas propostas de actividades experimentais cujo modelo teórico é uma exponencial, onde se deram os exemplos: da curva característica corrente-tensão de um LED e da descarga de um condensador num circuito RC.

## **2.8 Estatística**

A Estatística é um campo importante da Matemática, que permite a descrição, análise e previsão de fenómenos aleatórios e é usada em todas as Ciências. No ensino da Matemática a nível do 10º ano, no Tema 3 – Estatística – introduzem-se alguns conceitos, como por exemplo, o de classificação de variáveis estatísticas, o de frequência simples e o de frequência acumulada, medidas de dispersão, etc. No 12º ano, no Tema 3 – Probabilidades e Análise Combinatória – estes conceitos são mais aprofundados fazendo-se o estudo da distribuição binomial (distribuição de probabilidade discreta) e da distribuição normal (distribuição contínua) também denominada por distribuição de Gauss.

As actividades de sala de aula que acompanham o estudo deste tema, em ambos os níveis de escolaridade, têm como um dos recursos a calculadora gráfica.

Como exemplo de fenómeno aleatório, encontra-se no estudo da Física do 12º ano, o processo de decaimento radioactivo.

A equação da curva normal de Gauss (curva matemática teórica), é caracterizada por dois parâmetros: a média e o desvio-padrão. A área compreendida entre a curva e o eixo dos  $xx$  é igual a 1, (100%), tem um máximo que corresponde ao ponto médio e é simétrica relativamente ao valor médio.

A expressão, <sup>[29]</sup>

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\},$$

representa a equação da curva de Gauss, onde  $\mu$  representa a média e  $\sigma$  o desvio padrão.

Analise a distribuição de Poisson, (distribuição de probabilidade discreta) que é frequentemente usada para modelar o número de ocorrências de um evento por um certo período de tempo, ou por um certo volume, ou por uma certa área.

As suposições teóricas para a utilização do modelo são:

1- As condições da experiência permanecem constantes no decorrer do tempo, isto é, a taxa média de ocorrência ( $\lambda$ ) é constante ao longo do tempo;

2- Intervalos de tempo disjuntos são independentes, isto é, a informação sobre o número de ocorrências num período nada revela sobre o número de ocorrências noutro período.

A probabilidade de que existam exactamente  $k$  ocorrências ( $k$  sendo um inteiro não negativo  $k = 0, 1, 2, \dots$ ) é, <sup>[29]</sup>

$$f(k; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!},$$

onde  $e$  é base do logaritmo natural;  $k!$  é o factorial de  $k$ ;  $\lambda$  é um número real, igual ao número esperado de ocorrências que ocorrem num dado intervalo de tempo.

### 2.8.1 Actividade com o contador de Geiger-Müller

Com esta actividade pode-se introduzir o conceito de probabilidade, obter a distribuição das contagens e identificar os parâmetros que caracterizam a distribuição. Comparar a distribuição experimental com a de Gauss ou com a de Poisson.

Na figura 23 mostra-se o contador Geiger-Müller, a fonte de radiação e a interface, utilizados nesta actividade experimental.



Figura 23 – Fotografia que representa o contador Geiger-Müller, a fonte de radiação usada e a interface.

Nas figuras 24 e 25 encontram-se os gráficos obtidos com os dados experimentais para distribuição de Gauss e de Poisson.

Estes resultados foram obtidos com tempo de integração de dez segundos, com a fonte radioactiva, no caso da distribuição de Gauss, e radiação de fundo (sem fonte) no caso da distribuição de Poisson.

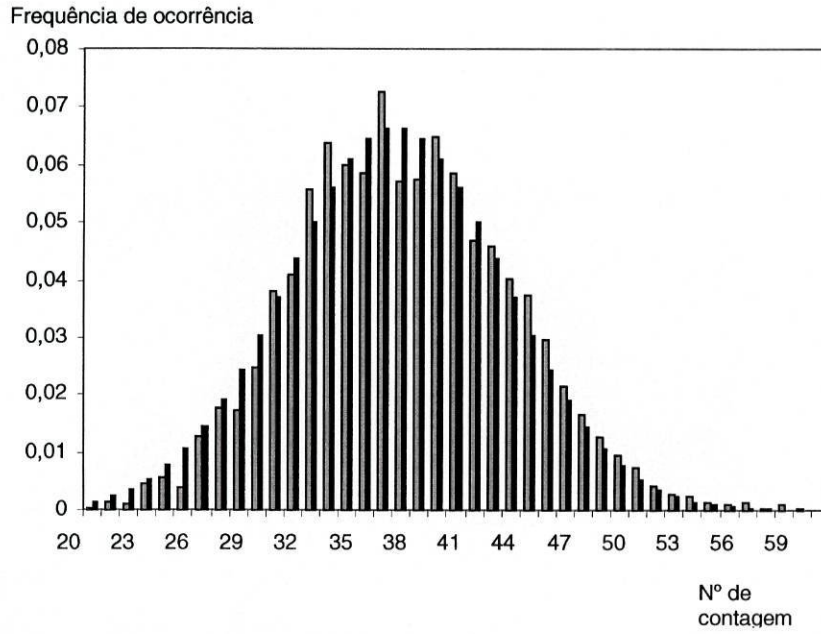


Figura 24 – Gráfico que representa a distribuição de Gauss. Barras brancas - curva experimental. Barras negras - curva teórica com valor médio de 36,5 e desvio padrão de 6.

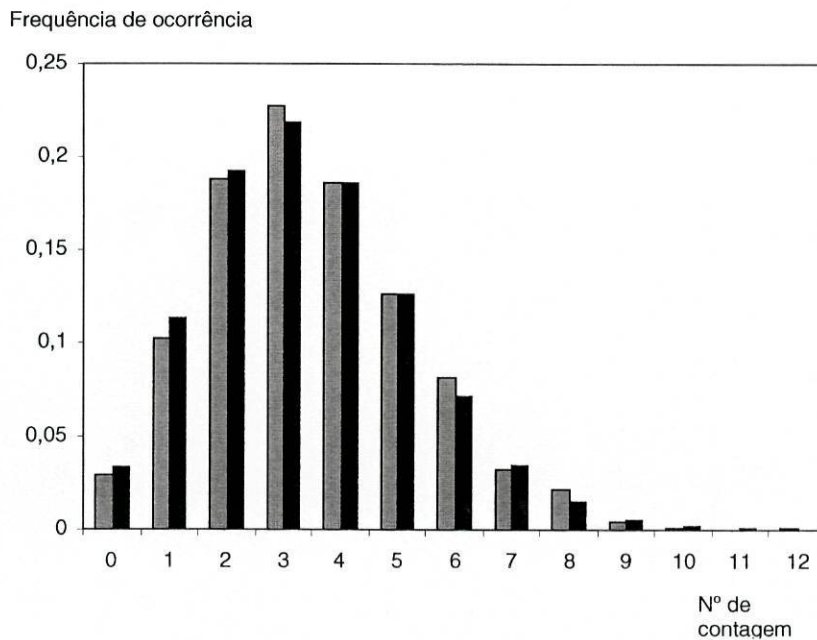


Figura 25 – Gráfico que representa a distribuição de Poisson - Barras brancas - curva experimental. Barras negras - curva teórica de valor médio de 3.

### 3 ACTIVIDADES EXPERIMENTAIS

#### 3.1 Introdução

Com a finalidade de promover a interdisciplinaridade entre a Física e a Matemática, propõe-se, neste capítulo, algumas actividades experimentais a serem realizadas, quer no âmbito da disciplina de Matemática, quer no da disciplina de Física.

Estas actividades são sugeridas com o objectivo de introduzir, por este meio, conceitos físicos, tais como: indução electromagnética, velocidade, capacidade térmica mássica, potência, entre outros, e de introduzir certos conceitos matemáticos nomeadamente: o conceito de recta, o de derivada de uma função, o da função sinusoidal, o de função exponencial e assim identificar e relacionar os parâmetros matemáticos inerentes às expressões que traduzem essas mesmas funções com as grandezas físicas em estudo.

Sendo a Física uma Ciência Experimental, a prática de actividades experimentais em contexto de sala de aula é, sem dúvida alguma, uma componente essencial no estudo desta Ciência.

Por outro lado, segundo as orientações curriculares para o estudo da Matemática, “as aprendizagens significativas em Matemática não podem excluir características típicas do ensino experimental, sendo que as competências adquiridas por via da Matemática devem contribuir para alicerçar conhecimentos e formas de pensar sobre a ciência experimental”.<sup>[30]</sup>

Em nosso entender a actividade experimental, em contexto de sala de aula, permite desenvolver nos alunos o gosto de aprender, estimulando-os e motivando-os, devendo ser considerada como uma actividade integrante no processo ensino-aprendizagem, no qual o papel do professor como mediador é fundamental.

Nas actividades por nós propostas, recomenda-se o uso quer das calculadoras gráficas quer das interfaces, de modo a permitir um tratamento de dados experimentais em tempo real.

Esta nossa sugestão vem ao encontro das orientações curriculares das disciplinas de Física e de Matemática. “A recolha de dados experimentais feita com interfaces para a sua aquisição automática facilita o seu tratamento estatístico e a visualização gráfica, e deve ser estimulada”.<sup>[1]</sup>

Nas aulas de Matemática e nas aulas de Física, e usando sensores e interfaces, podem-se armazenar os dados obtidos nas experiências em tempo real, transferindo-se essa informação para a calculadora gráfica, visualizando e podendo manipular matematicamente os dados experimentais.

Sendo assim, os alunos precisam de reconhecer a interdependência funcional de dados experimentais e encontrar funções que melhor se adaptem aos resultados experimentais. Por este motivo os alunos precisam de conhecimentos sobre diferentes tipos de funções. Devem conhecer as formas típicas dos gráficos e as transformações que ocorrem quando se alteram os parâmetros (variáveis).

Na perspectiva de rentabilizar os espaços físicos, os recursos didácticos e o tempo lectivo nas duas disciplinas, Física e Matemática, uma actividade experimental que se enquadre nos objectivos curriculares das duas disciplinas só deve ser realizada numa delas.

Igualmente importante para a interdisciplinaridade é a nova disciplina de Área de Projecto. Lê-se no documento orientador da revisão curricular do Ensino Secundário: “A Área de Projecto, é uma área curricular de final do ensino secundário que visa a mobilização e a integração de competências adquiridas nas diferentes disciplinas ao longo do percurso do secundário, desenvolvendo e aprofundando competências de trabalho autónomo e em equipa no âmbito da elaboração de trabalhos de iniciação à investigação; na aplicação de conhecimentos adquiridos nas disciplinas do currículo; na utilização de ferramentas simples de tratamento de dados; na análise e interpretação qualitativa e quantitativa da informação e de monitorização de fenómenos físicos e/ou humanos”. [31]

Sendo assim, é nossa opinião que algumas das propostas de actividades experimentais, interdisciplinares, aqui apresentadas, podem ser objecto de trabalho no âmbito da Área de Projecto.

As actividades experimentais, por nós aqui propostas, permitem desenvolver nos alunos competências tais como: competências técnicas e práticas, de conhecimento conceptual, de metodologias científicas. Além das competências referidas, em nosso entender, permitem também o desenvolvimento de atitudes científicas que incluem: observação, descrição, previsões, interpretação e discussão dos resultados obtidos, rigor, persistência e raciocínio crítico entre outras.

## 3.2 Actividades Experimentais

Os alunos do ensino Secundário que frequentam aulas de Matemática A, são provenientes de cursos diferentes: Científico - Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas. Visto que nem todos os alunos que frequentam as aulas de Matemática frequentam em simultâneo aulas de Física, o professor de Matemática ao explorar uma actividade deverá fazer referência junto dos alunos que um determinado assunto vai ser objecto de estudo na Física, ou relembrar que este assunto, já foi estudado em Física.

Neste sentido é nossa sugestão que a actividade indicada no programa de Física do 12º ano TLII.5 – Construção de um relógio logarítmico – seja realizada nas aulas de Matemática como aplicação da função exponencial.

Todas as actividades aqui propostas, com a excepção das “derivadas” e “radioactividade”, foram realizadas no Laboratório da Escola Secundária João Gonçalves Zarco (onde lecciono), com material normalmente existente nas escolas.

### 3.2.1 Exemplo de experiências cuja representação gráfica é uma recta.

O estudo de rectas insere-se no tema: geometria no plano e no espaço, na Matemática, no 10º ano.

#### 3.2.1.1 *Experiência de aquecimento de uma massa de água com resistência*

Esta actividade surge na Física do 10º ano quando se pretende fazer o estudo da temperatura em função do tempo, de uma amostra de massa conhecida, por exemplo, de água, contida numa garrafa-termos, fornecendo uma certa quantidade de energia através de uma resistência eléctrica.

O modelo matemático associado a este modelo experimental é o de uma função linear, em que as variáveis serão a temperatura e o tempo. A recta obtida nesta actividade experimental é um exemplo de uma recta que não passa pela origem.

A expressão matemática que traduz esta função é:

$$\theta = \theta_0 + \frac{\Delta E_i}{mc} = \theta_0 + \frac{VI\Delta t}{mc}$$

na qual,  $m$  é a massa da substância (ex: água);  $c$  capacidade térmica mássica dessa substância,  $\Delta t$  intervalo de tempo;  $\theta_0$  temperatura inicial;  $\theta$  a temperatura num determinado instante;  $V$  é a diferença de potencial eléctrico entre os extremos da resistência;  $I$  intensidade de corrente que percorre a resistência;  $\Delta E_i$  variação da energia interna. Esta expressão foi obtida a partir da relação  $\Delta E_i = mc\Delta\theta$ . [32]

Na figura 26 encontra-se o esquema da montagem efectuada para esta experiência. Uma fotografia da mesma é mostrada na figura 27.

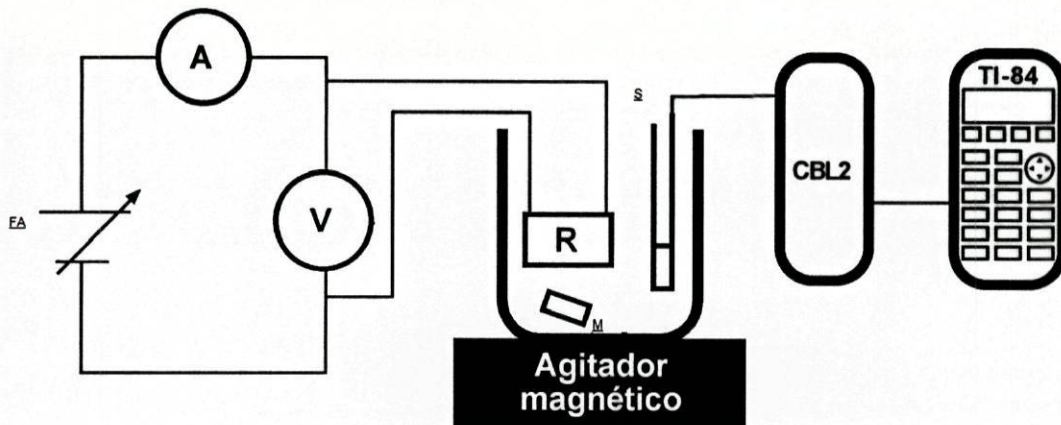


Figura 26 – Esquema da montagem utilizada para esta actividade experimental. A – amperímetro; V – voltímetro; R – resistência; EA – fonte de alimentação; M – magneto; S – sensor de temperatura.

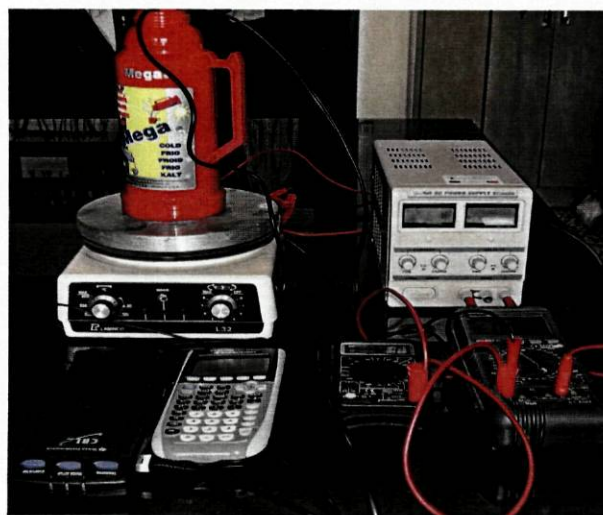


Figura 27 – Fotografia da montagem experimental.

No interior da garrafa-termos temos uma massa de água cuja quantidade é medida antes de se iniciar a experiência, um magneto, uma resistência imersa na água e um sensor de temperatura. A garrafa é colocada sobre um agitador magnético para homogeneizar a

temperatura da água. Deve-se ter o cuidado para que o magneto, bem como o sensor de temperatura, não entrem em contacto com a resistência.

O sensor de temperatura está ligado à interface CBL2 que por sua vez está ligada à calculadora gráfica.

Pretende-se registar valores de temperatura em função do tempo, mantendo-se constante o valor da potência dissipada na resistência. Este valor é controlado através das medições no voltímetro e no amperímetro inseridos no circuito.

Na figura 28 está representado o gráfico obtido, na calculadora gráfica, do aquecimento de 200 g de água em função do tempo de aquecimento com a potência de 4,2 W.

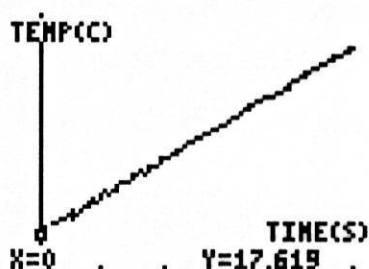


Figura 28 – Gráfico obtido, na calculadora gráfica, do aquecimento de uma massa de água.

Nesta actividade obteve-se para valor de coeficiente de correlação o valor de 0,9989, como se pode verificar no gráfico representado na figura 29, pelo qual podemos constatar a linearidade entre a temperatura e o tempo. Isto é, o modelo experimental aproxima-se muito do modelo teórico.

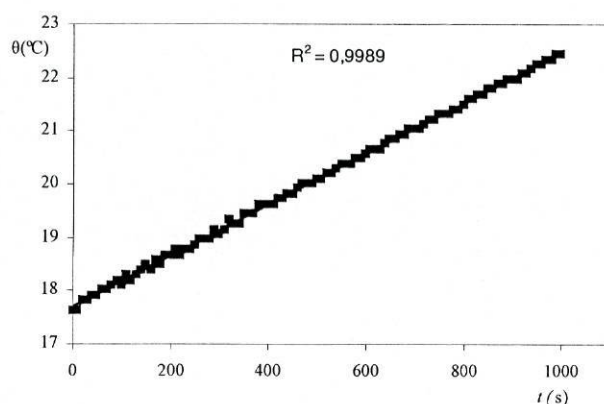


Figura 29 – Gráfico que representa a temperatura de 200 g de água em função do tempo de aquecimento com a potência de 4,2 W. A equação linear da recta que melhor se ajusta aos dados experimentais é:  $\theta = 0,0048t + 17,687$ .

Gráfico que representa a temperatura de 200 g de água em função do tempo de aquecimento com a potência de 4,2 W.

Obteve-se, sem mais nenhum tratamento de dados, o valor  $c_{\text{água}} = 4380 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , sendo o valor tabelado de  $4190 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  (no intervalo de temperaturas 10 a 25 °C).

Em relação à análise nas aulas de Física, se quisermos obter com exactidão o valor da capacidade térmica mássica, era necessário repetir a experiência com massas de água diferentes para estimar a influência do calorímetro pois  $m_{\text{água}}c_{\text{água}} + m_{\text{calorímetro}}c_{\text{calorímetro}} = P/\text{declive}$ . Uma representação de  $P/\text{declive}$  em função da massa de água permitiria obter o valor de  $c_{\text{água}}$  com maior exactidão.

A resolução do sensor de temperatura utilizado é de 0,095 K como pode ser facilmente verificado se alterarmos a escala vertical do gráfico  $\theta = f(t)$ , de modo a salientar os saltos de digitalização dos dados experimentais, isto é os valores registados só podem assumir valores discretos, conforme se pode ver na figura 30.

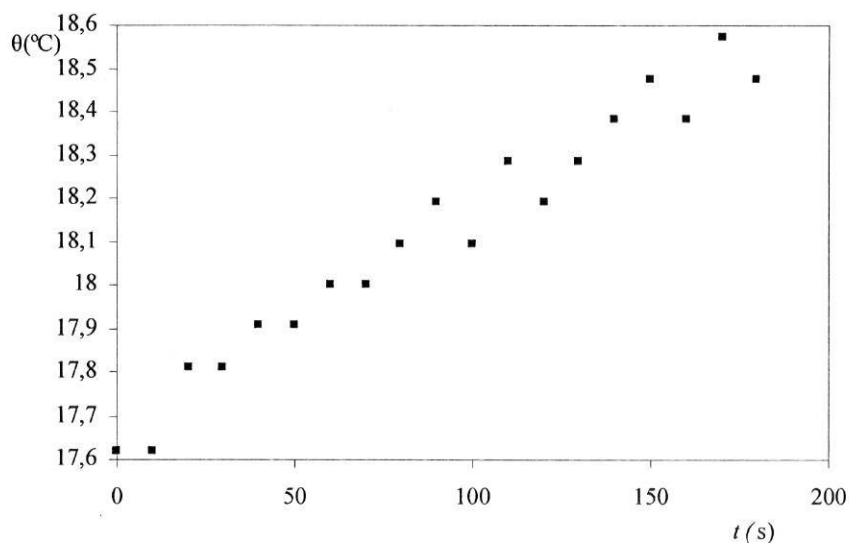


Figura 30 – Detalhe do gráfico da figura 29 evidenciando os saltos de digitalização.

### 3.2.1.2 *Experiência da queda de um corpo*

Com esta actividade pretende-se estudar a relação linear entre o quadrado do valor da velocidade adquirida pelo centro de massa de um objecto e a distância percorrida pelo mesmo (função linear).

Deixa-se cair de uma altura fixa um objecto, registando-se o tempo que o objecto demora a passar na *photogate*. Este processo é repetido para alturas diferentes, várias vezes, de modo a obtermos para cada uma das alturas um tempo médio.

O valor da velocidade do centro de massa na altura em que este passa na *photogate* é obtido através da velocidade média, calculada como sendo o comprimento do objecto dividido pelo tempo em que este é detectado.

Na figura 31 encontra-se o esquema da montagem efectuada para esta experiência.

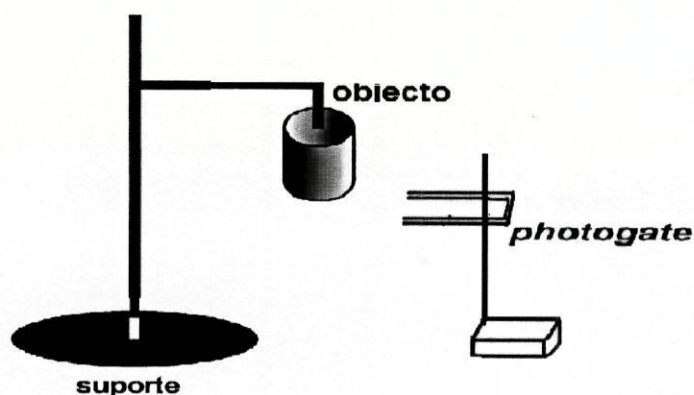


Figura 31 – Esquema da montagem experimental.

O objecto deve ser opaco no infravermelho próximo, e de forma regular, de modo a não se cometerem erros, no início e fim da contagem de tempo, ao passar pela *photogate*.

Na figura 32 encontra-se o gráfico relativo a esta experiência.

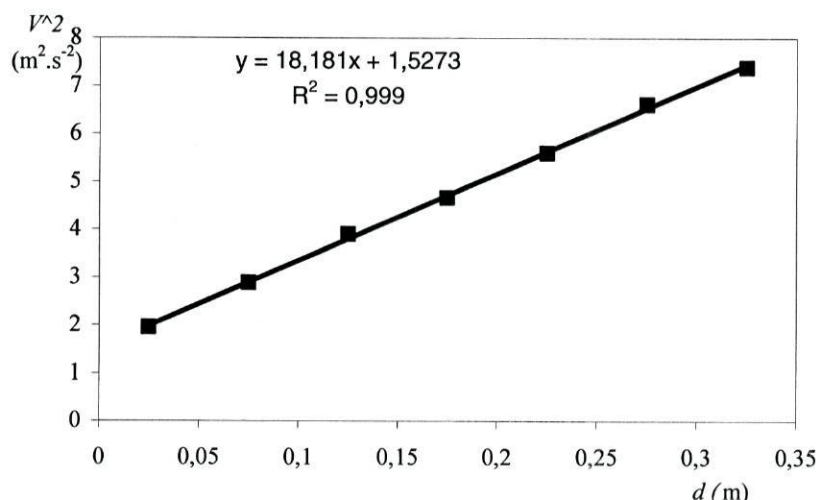


Figura 32 – O gráfico obtido representa o quadrado da velocidade em função da distância percorrida pelo centro de massa do objecto.

Considerando que neste processo há conservação da energia, o coeficiente de  $x$  na equação  $y = 18,181x + 1,5273$ , corresponde ao valor de  $2g$ . Sendo assim, obtemos para o valor da aceleração gravítica o valor de  $9,09 \text{ m.s}^{-2}$ .

A ordenada na origem  $1,53$  corresponde fisicamente a uma velocidade inicial não nula ou mais provavelmente a um erro sistemático na estimativa da posição inicial do centro do corpo.

### 3.2.2 Exemplo de experiência cuja representação gráfica é um ramo de parábola.

#### 3.2.2.1 Experiência da queda de um corpo

Fazendo o estudo da distância percorrida pelo centro de massa do objecto em função do valor da velocidade obteremos um ramo da parábola (função quadrática).

A montagem utilizada nesta experiência é a mesma montagem referida na experiência mencionada na secção 3.2.1.2.

De uma determinada altura deixa-se cair um objecto, que passa na *photogate*. Este processo é repetido de modo a obtermos um tempo médio para posterior cálculo do valor da velocidade adquirida pelo objecto. O processo repete-se para diferentes alturas a que se encontra o objecto da *photogate*. O gráfico obtido nesta actividade está representado na figura 33.

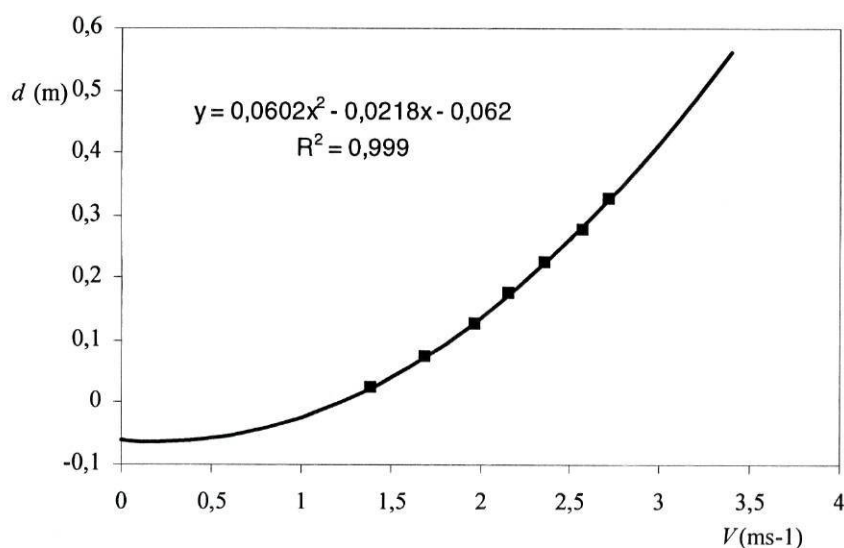


Figura 33 – Gráfico que representa a distância percorrida pelo centro de massa de um objecto em função da velocidade adquirida pelo mesmo.

Como podemos constatar a equação definida pela função  $d = f(v)$  corresponde a uma função quadrática do tipo  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , que está associada ao movimento uniformemente acelerado, que é o caso do movimento em queda livre. Considerando que a energia potencial gravítica se converte em energia cinética, então o coeficiente do termo  $x^2$  é igual a  $\frac{1}{2}g$ , donde se pode inferir que o valor de  $g$  medido será de  $8,33 \text{ m.s}^{-2}$ .

O coeficiente do termo  $x$  deve-se ao erro de ajuste devido aos poucos pontos experimentais com bastante erro associado. Isto corresponde ao facto da parábola de ajuste ter o mínimo para uma velocidade de  $0,18 \text{ ms}^{-1}$  em vez de zero.

### 3.2.3 Exemplo de experiência cuja representação gráfica é uma exponencial.

#### 3.2.3.1 Estudo da descarga de um condensador

Esta actividade surge como uma actividade experimental aconselhável no 12º ano de Física, inserida no tema “Electricidade e Magnetismo”.

Do ponto de vista da Matemática, esta actividade permite associar aos dados experimentais o modelo que se ajusta à função exponencial decrescente.

O esquema da montagem desta experiência encontra-se representado na figura 34.

Com o comutador na posição um o condensador carrega através da resistência R. Ao comutar para a posição dois inicia-se a descarga do condensador através da resistência interna do sensor.

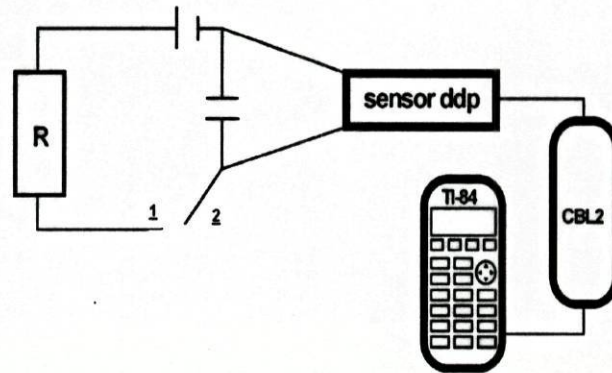


Figura 34 – Esquema da montagem experimental para o estudo da descarga de um condensador.

Esta montagem pode também ser visualizada na fotografia da figura 35.

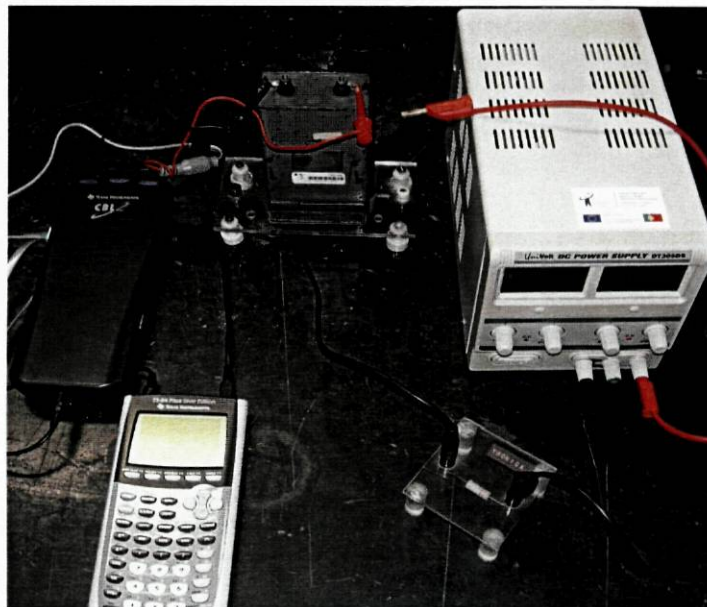


Figura 35 – Fotografia da montagem para o estudo da descarga de um condensador.

Foi utilizado um condensador de capacidade nominal  $8 \mu\text{F}$ . A resistência interna da interface, que corresponde à resistência de descarga, tem o valor nominal de  $1 \text{ M}\Omega$ . Nestas condições o valor da constante de tempo para a descarga do condensador será  $RC=8 \text{ s}$ . A resistência de  $2,7 \text{ k}\Omega$ , colocada em série com a fonte de alimentação, tinha

por objectivo limitar a corrente de carga do condensador e simultaneamente o de protecção do circuito.

O gráfico obtido, na calculadora gráfica, correspondente à descarga do condensador está representado na figura 36.

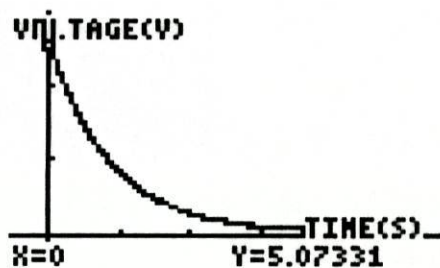


Figura 36 – Gráfico obtido na calculadora gráfica correspondente à descarga de um condensador.

Nas figuras 37 e 38 estão representados os gráficos obtidos nesta experiência, respectivamente, em escala linear e em escala logarítmica.

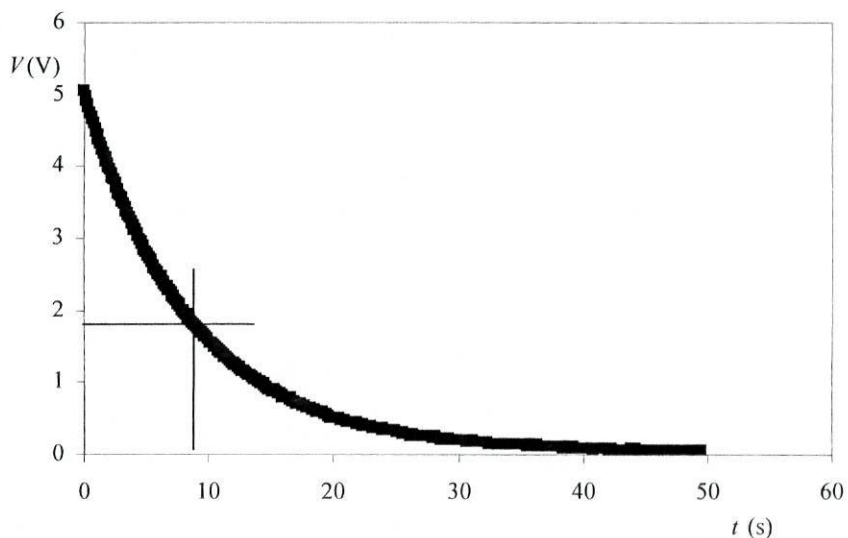
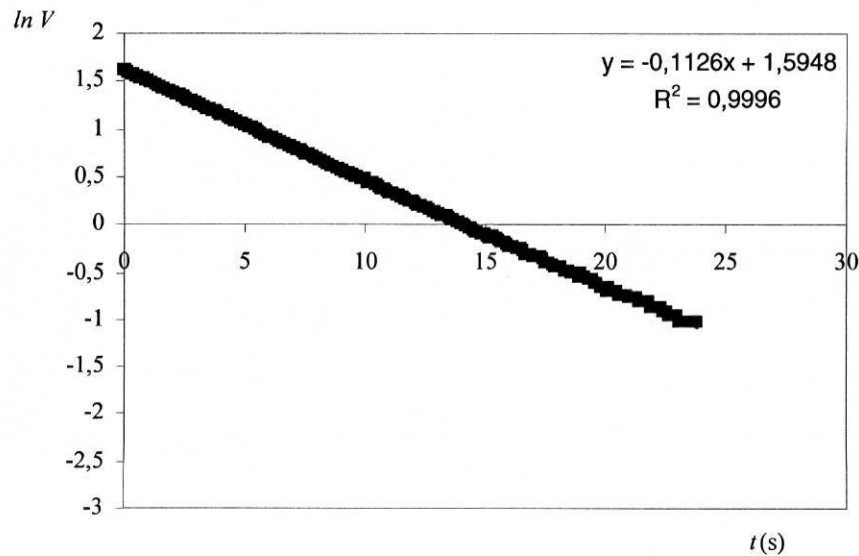


Figura 37 – O ponto (8,6; 1,8475), assinalado no gráfico indica que a constante de tempo é de 8,6 s a que corresponde uma tensão de  $1/e$  do valor inicial da tensão.



Conforme se pode ver nos dois gráficos a constante de tempo obtida experimentalmente é cerca de 8,8 s, o que está dentro da margem experimental.

### 3.2.3.2 . Estudo da corrente em função da tensão de um LED

Esta actividade experimental, permite identificar a função exponencial crescente, através do estudo da curva característica corrente-tensão de um componente electrónico não óhmico (LED).

O LED é um díodo que emite luz quando passa corrente no sentido directo. Consoante os tipos de LED, a luz emitida pode cobrir a região que vai do visível ao infra-vermelho próximo.

A expressão matemática, que é do tipo função exponencial, que relaciona estas duas variáveis: corrente e tensão, é <sup>[33]</sup>

$$I = I_s (e^{V/V_T} - 1),$$

onde  $I_s$  é a intensidade de corrente de saturação, que depende da energia de *band gap* e da temperatura ( $T$ ), e  $V_T = k_B T / e$ , onde  $e$  representa a carga do electrão e  $k_B$  a constante de Boltzman.

O esquema da montagem utilizada nesta actividade está representado na figura 39.

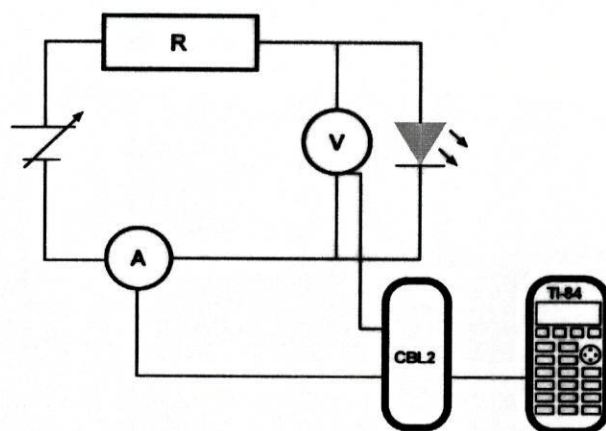


Figura 39 – Esquema da montagem experimental para o estudo da curva corrente-tensão de um LED.

Na figura 40 está representado o gráfico obtido com um LED verde.

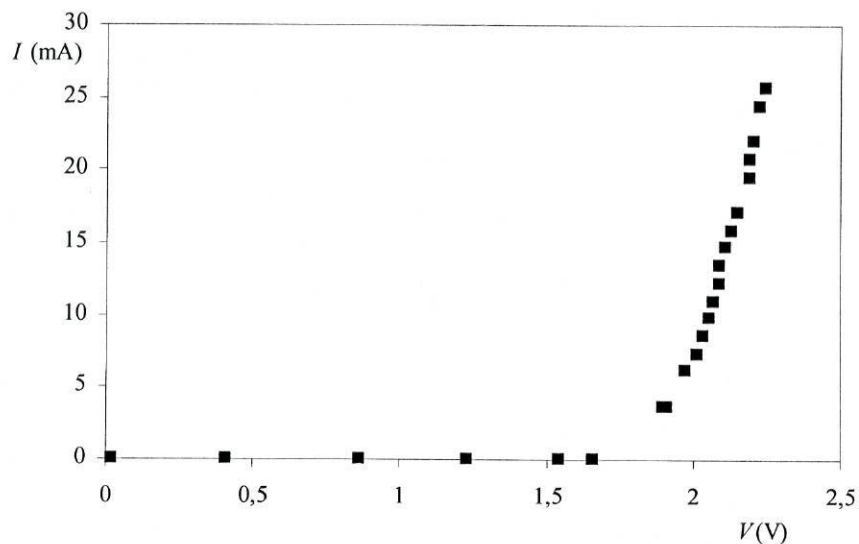


Figura 40 – Gráfico que representa a curva característica corrente-tensão de um LED verde.

A curva da figura 40 mostra que este díodo (LED verde) só começa a conduzir de maneira apreciável quando a tensão é superior a 1,7 V.

Na figura 41 está representado o gráfico obtido da curva corrente-tensão para um LED vermelho, tendo-se usado a montagem esquematizada na figura 39.

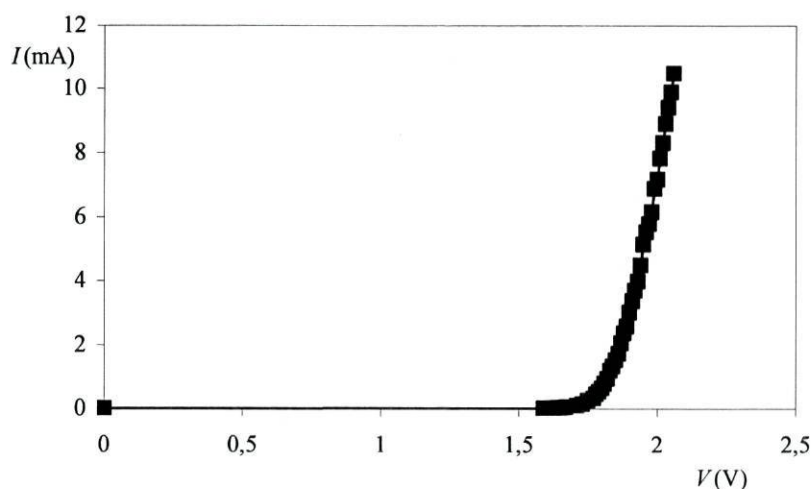


Figura 41 – Gráfico que representa a curva característica corrente-tensão de um LED vermelho.

Pela análise dos resultados experimentais podemos concluir que, para correntes abaixo de  $10 \mu\text{A}$ , nesta montagem, na qual o amperímetro se encontra fora da malha do LED, a corrente que se mede é a do voltímetro, porque a resistência do voltímetro é da ordem do  $\text{M}\Omega$  e inferior à do LED. Para valores acima de  $5\text{mA}$  o principal termo de limitação da corrente é a resistência ohmica dos condutores (fios de ligação, contactos, etc).

Estes efeitos podem-se visualizar melhor quando se representa a corrente em escala logarítmica. Neste gráfico (figura 41) apresentam-se duas zonas que se afastam de uma linha recta correspondendo a desvios relativamente à curva exponencial esperada dos dados experimentais.

Da análise dos gráficos dos dois LEDs verifica-se que eles apresentam, aproximadamente, a mesma tensão de limiar, ao contrário do que seria de esperar. Isto deve-se ao facto de os fabricantes, artificialmente, equalizarem as curvas para os LEDs da mesma série de cores diferentes. Este facto, não sendo levado em conta, pode induzir a resultados inconclusivos em experiências tais como a da determinação da constante de Planck pela análise das curvas  $VI$  de diferentes LEDs.

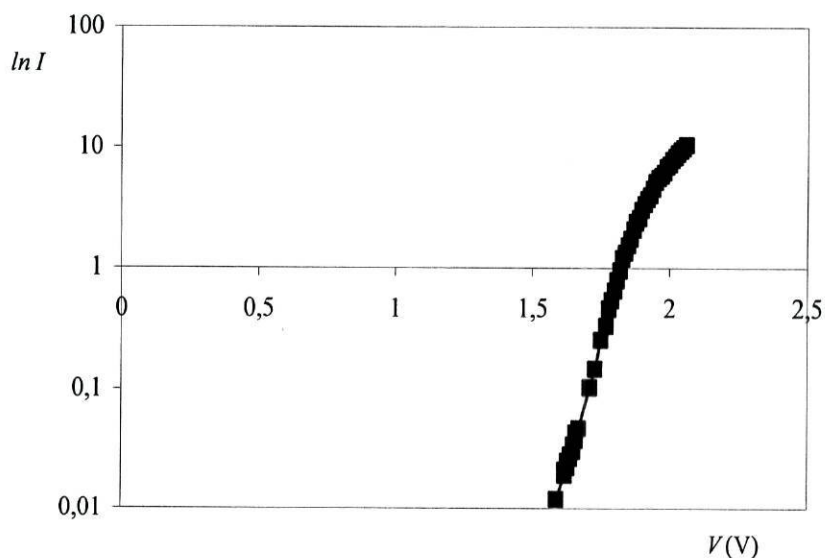


Figura 41 – Gráfico que representa a curva experimental numa escala logarítmica.

### 3.2.4 Estudo do som emitido por um diapásão

O som é uma onda de pressão. O som que ouvimos é produzido pelas variações de pressão do ar nos nossos ouvidos. Um microfone transforma estas variações de pressão em tensões eléctricas. Usando um microfone apropriado, uma interface e uma calculadora gráfica ou computador, pode-se estudar as propriedades do som.

Com a realização desta actividade pretende-se que os alunos ao estudarem o som, o identifiquem como um sinal harmónico, nas aulas de Física, ao mesmo tempo que nas aulas de Matemática estudam as funções sinusoidais.

Uma onda harmónica é uma onda com a forma de uma função seno ou co-seno, como se indica na figura 42.

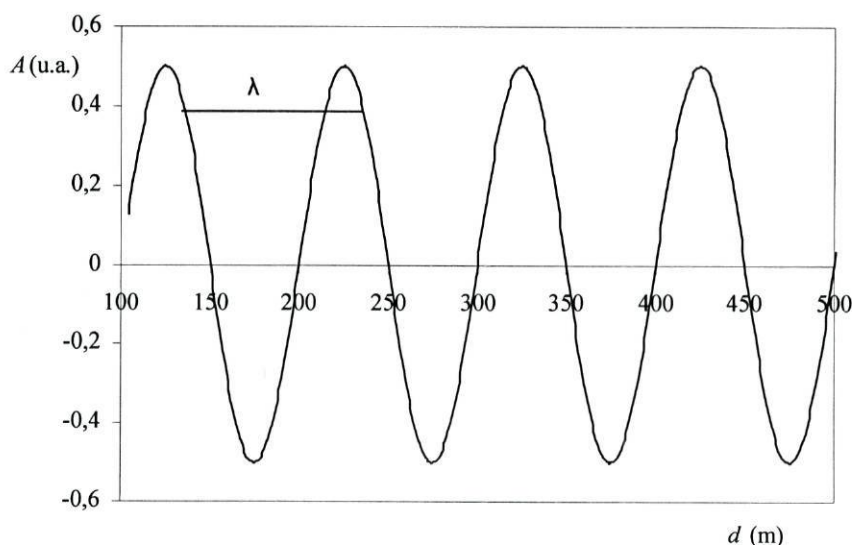


Figura 42 – Gráfico que representa uma função sinusoidal em que  $\lambda$  representa o período espacial (comprimento de onda).

Na representação espacial de uma onda a distância entre dois pontos consecutivos onde o deslocamento e a sua derivada têm o mesmo valor, é designada por comprimento de onda ( $\lambda$ ) (por exemplo, a distância entre dois máximos ou mínimos consecutivos). O deslocamento máximo da onda,  $A$ , é a sua amplitude.

O tempo que a onda demora a percorrer um comprimento de onda designa-se por período ( $T$ ).

O inverso do período é a frequência  $f = 1/T$ , que indica o número de ondas que passam num ponto, por unidade de tempo. No sistema SI a unidade da frequência é o hertz, representado pelo símbolo Hz, equivalente a  $s^{-1}$ .

Se  $v$  for a velocidade de propagação da onda e  $T$  o seu período, temos que

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f.$$

Para fazer este estudo utilizamos um diapasão com caixa de ressonância e um microfone ligado a uma interface tal como se pode visualizar na figura 43, onde se encontra representado o esquema da montagem experimental.

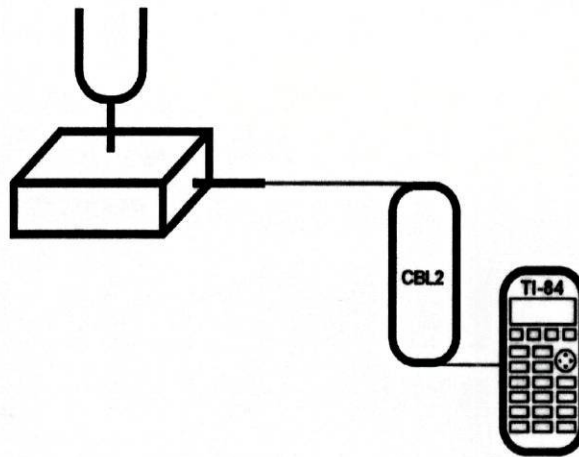


Figura 43 – Esquema da montagem para o estudo do som produzido por um diapasão de 440 Hz.

Uma fotografia desta montagem pode ser visualizada na figura 44.

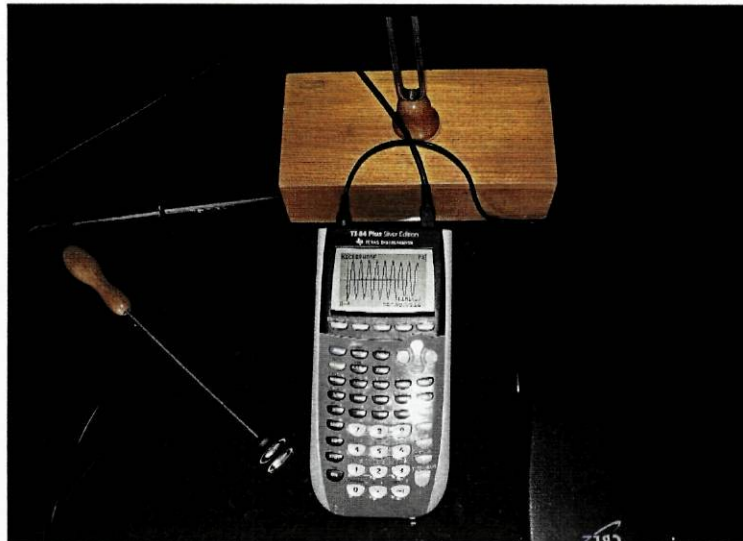


Figura 44 – Fotografia da montagem para o estudo do som emitido por um diapasão.

O gráfico obtido, do sinal sonoro produzido por um diapasão em função do tempo, encontra-se representado na figura 45.

No qual podemos comparar os dados experimentais (■) com o ajuste teórico (linha a cheio) com a amplitude de 0,23.

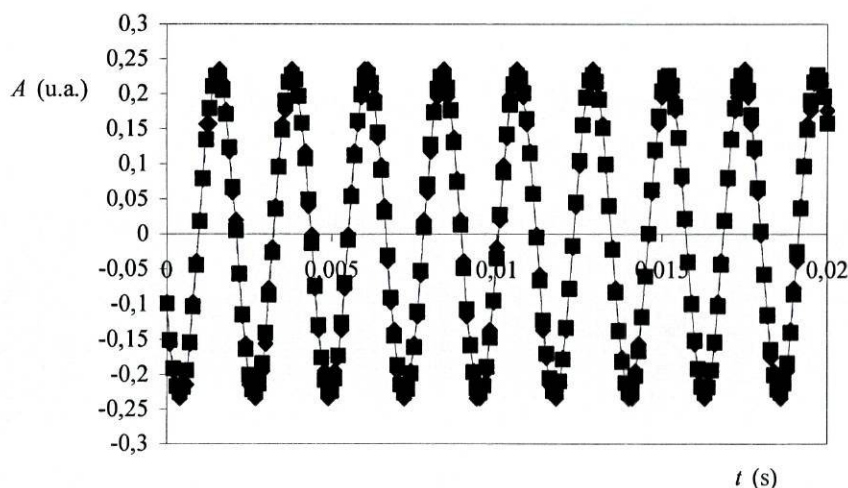


Figura 45 – Gráfico do sinal sonoro produzido por um diapasão em função do tempo. Pontos - resultados experimentais. Linha a cheio - curva teórica de ajuste.

### 3.2.5 Experiência do rendimento de uma Célula Solar

Esta actividade surge no 10º ano de Física inserida no subtema Estudo da Radiação Solar na produção de energia eléctrica. Pretende-se estudar a variação da potência fornecida por uma célula solar em função de uma resistência externa de carga.

Para resistência infinita a corrente é nula (potência nula), e para resistência nula a diferença de potencial é nula (potência igualmente nula). Para outros valores de resistência a potência dissipada nesta é diferente de zero. Como consequência deverá existir um valor de  $R$  que maximiza a função  $P = f(R)$ .

Na Matemática o estudo do máximo surge quando se estuda os extremos de uma função e está inserido no tema cálculo diferencial.

O esquema da montagem desta actividade experimental está representado na figura 46 e na fotografia representada na figura 47.

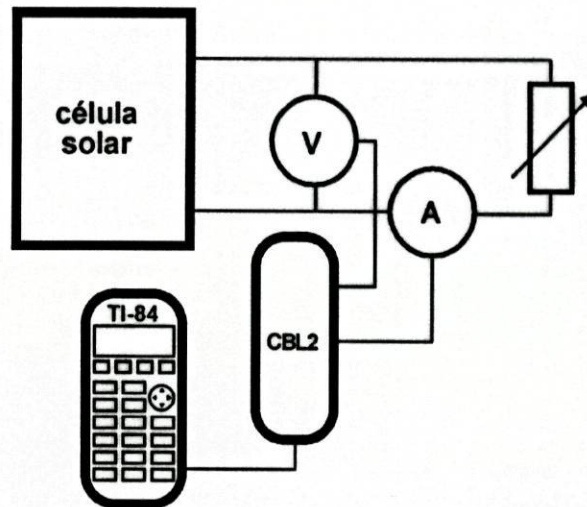


Figura 46 – Esquema da montagem para o estudo da potência fornecida por uma célula solar em função da resistência externa.

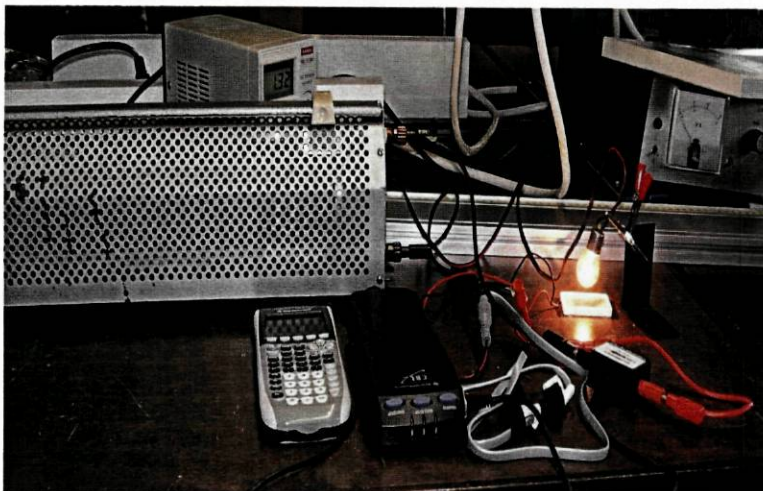


Figura 47 – Fotografia da montagem experimental.

Fazendo incidir luz com uma lâmpada, a uma distância fixa da célula solar, e variando o valor da resistência, (movendo o cursor do reóstato) obtemos os pares de valores ( $V$  e  $I$ ) necessários para construir o gráfico  $P = f(R)$ , como mostra a figura 48.

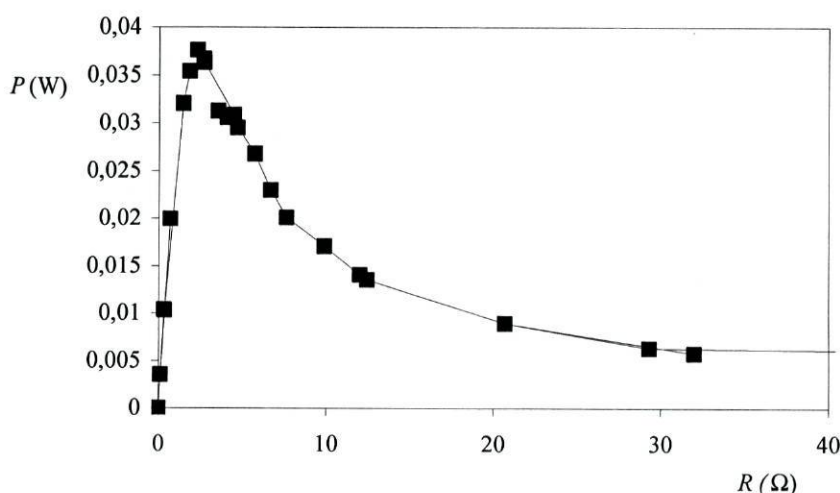


Figura 48 – Gráfico da potência fornecida por uma célula solar em função da resistência externa.

Nesta experiência, para além dos erros experimentais inerentes a qualquer experiência, temos que considerar também os erros associados à variação de iluminação, nomeadamente da variação das sombras dos operadores.

No gráfico  $P = f(R)$ , estamos perante duas grandezas que dependem das grandezas medidas, isto é, da tensão e da intensidade de corrente  $i$ , portanto, os erros cometidos estão associados a estas duas leituras o que faz com que haja flutuações nestes resultados. Um erro por defeito na medição da resistência, corresponderá a um erro por excesso na potência.

Realizando esta actividade com sensores, dificulta a construção do gráfico, uma vez que este não pode ser construído ao mesmo tempo que se realiza a experiência, não permitindo a obtenção de mais pontos junto ao máximo da curva, melhorando a sua definição.

### 3.2.6 Experiência de derivadas

Como já foi referido na secção 2.6.2, esta actividade permite o estudo da indução electromagnética, em simultâneo com o estudo da noção de derivada a nível do 11º ano.

Num circuito fechado a diferença de potencial induzida por um campo magnético é proporcional à derivada temporal deste. Isto é, <sup>[27]</sup>

$$V = - \left( \frac{d\Phi}{dt} \right)$$

é a força electromotriz gerada na bobine de prova, figura 49a, pela variação do fluxo do campo magnético ( $\Phi$ ). Este é gerado pela intensidade de corrente ( $I(t)$ ) que atravessa a bobine maior, figura 49b.

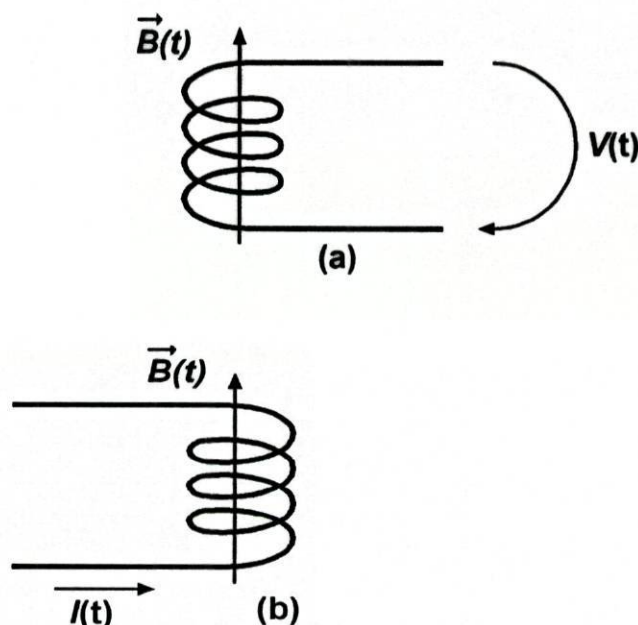


Figura 49 a) Num circuito fechado a diferença de potencial é proporcional à derivada do campo. b) A corrente que passa num elemento cria um campo magnético directamente proporcional à corrente que o atravessa.

Se tivermos os dois circuitos próximos, isto é alinhados, iremos ter uma diferença de potencial proporcional á derivada da intensidade de corrente em ordem ao tempo, ou seja

$$V = k \left( \frac{dI}{dt} \right).$$

Esta constante de proporcionalidade, designada por coeficiente de indução mútua ( $M$ ) ou indução mútua dos dois circuitos, depende das características do par de circuitos, da distância dos enrolamentos; do meio existente entre eles e do número de espiras que constituem os dois circuitos.

O esquema da montagem experimental encontra-se representado na figura 50.

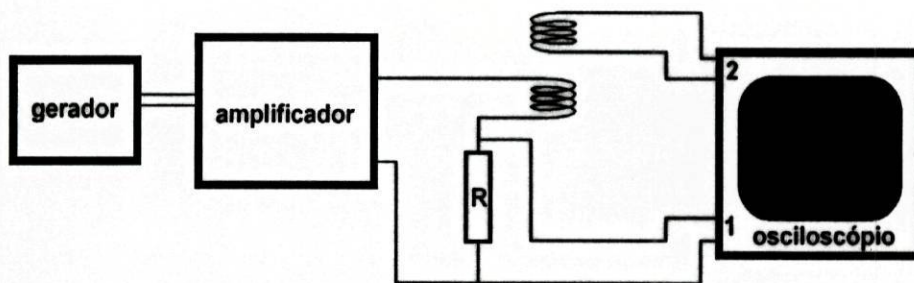


Figura 50 – Esquema da montagem para o estudo de derivadas.

O sinal de entrada, lido no canal 1 do osciloscópio, corresponde à corrente que atravessa a bobine e que através da resistência colocada no circuito é convertida em tensão.

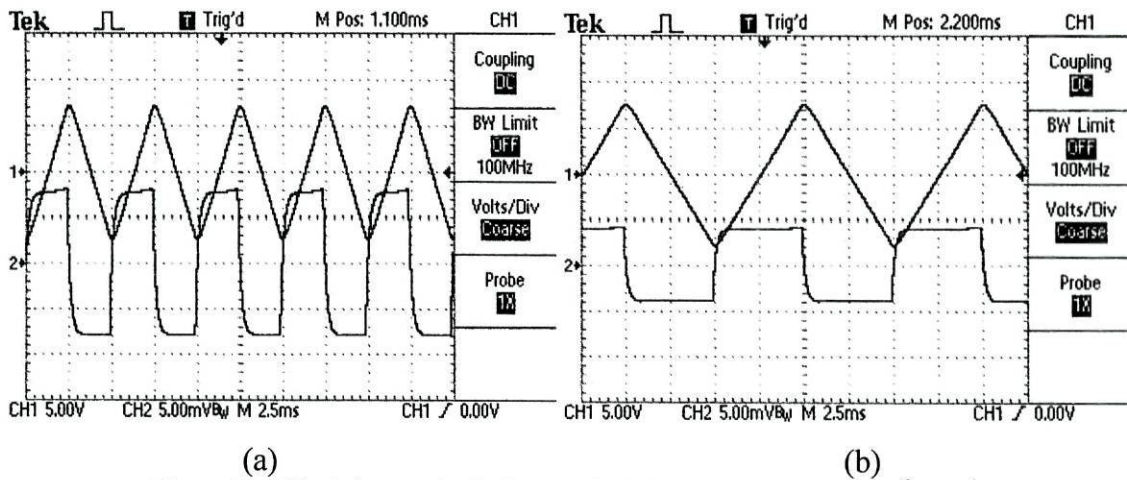
O sinal de saída, lido no canal 2 do osciloscópio, corresponde ao valor da tensão induzida.

Na figura 51 encontra-se a fotografia da montagem efectuada.



Figura 51 – Fotografia que mostra a montagem utilizada.

Quando o sinal de entrada apresenta a forma triangular a sua derivada, que corresponde ao sinal de saída, terá a forma de um sinal quadrado, tal como se pode visualizar na figura 52.



(a) Figura 52a) Sinal de entrada de frequência 200 Hz, declive de  $5,6 \times 10^3 \text{ (V s}^{-1}\text{)}$  e amplitude de saída 7,8 mV. b) Sinal de entrada de frequência de 100 Hz, declive de  $3,0 \times 10^3 \text{ (V s}^{-1}\text{)}$  e amplitude de saída 4 mV.

Quando o sinal de entrada apresenta a forma sinusoidal a sua derivada, que corresponde ao sinal de saída, apresenta também a forma sinusoidal mas desfasada de  $(\pi/2)$ .

Sendo <sup>[34]</sup>

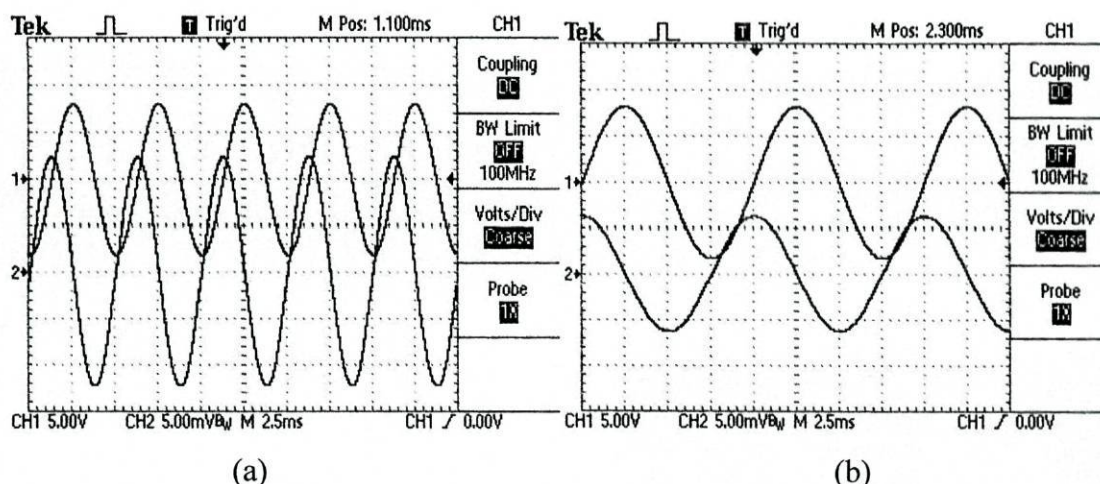
$$i(t) = I \text{ sen } \omega t ,$$

a expressão matemática que representa a intensidade de corrente que percorre a bobine maior, proporcional à tensão no canal 1 do osciloscópio, em função do tempo. A derivada desta função será

$$\frac{di}{dt} = \omega I \cos \omega t = \omega I \text{ sen}(\omega t + \pi/2),$$

ou seja, será proporcional à tensão na bobine de prova (tensão no canal 2).

Analisando os gráficos das figuras 53a e 53b pode-se concluir que se o valor da frequência diminuir também diminui o valor da amplitude de saída.



(a) Canal 1- sinal de entrada de frequência de 200 Hz e amplitude 8 V. Canal 2- sinal de saída com amplitude de 12,3 mV. b) Canal 1- sinal de entrada de frequência de 100Hz e amplitude de 8 V. Canal 2- sinal de saída com amplitude de 6,2 mV.

### 3.2.7 Experiências de radioatividade

Com esta actividade pode-se introduzir o conceito de probabilidade, obter a distribuição das contagens e identificar os parâmetros que caracterizam a distribuição. Comparar as distribuições experimentais com a de Gauss, ou com a de Poisson.

Esta actividade pode ser realizada na aula de Matemática, (usando um sensor de radiação) em simultâneo com a actividade já conhecida de lançar os dados. A nossa actividade foi realizada, de início, com um sensor de radiação (da Vernier) que a dada altura avariou, não podendo ter sido substituído; daí, termos continuado a realização desta experiência com o contador Geiger-Müller usando o software COBRA da PHYWE e uma fonte de Ra 226; 3 kBq. Usando uma fonte radioactiva, ou por exemplo sais de Potássio, esta experiência torna-se menos demorada.

Na figura 54 encontra-se o esquema da montagem desta experiência.



Figura 54 – Esquema da montagem para o estudo da radioatividade.

Como se pode ver na figura 54 o detector está ligado a uma interface, (o tempo de aquisição foi de 10 s), que por sua vez se liga ao computador.

Esta experiência foi realizada nos Laboratórios do Departamento de Física da F.C.U.P.

No estudo de um processo aleatório, podemos obter dois tipos de curva, que estão relacionadas com o intervalo de tempo, em que decorre o processo, a de Gauss (intervalo de tempo de aquisição grande quando comparado com o tempo médio entre ocorrências) e a de Poisson (quando o tempo entre ocorrência não é muito menor que o de medição)

Os gráficos obtidos nesta actividade estão representados nas figuras 55 e 56.

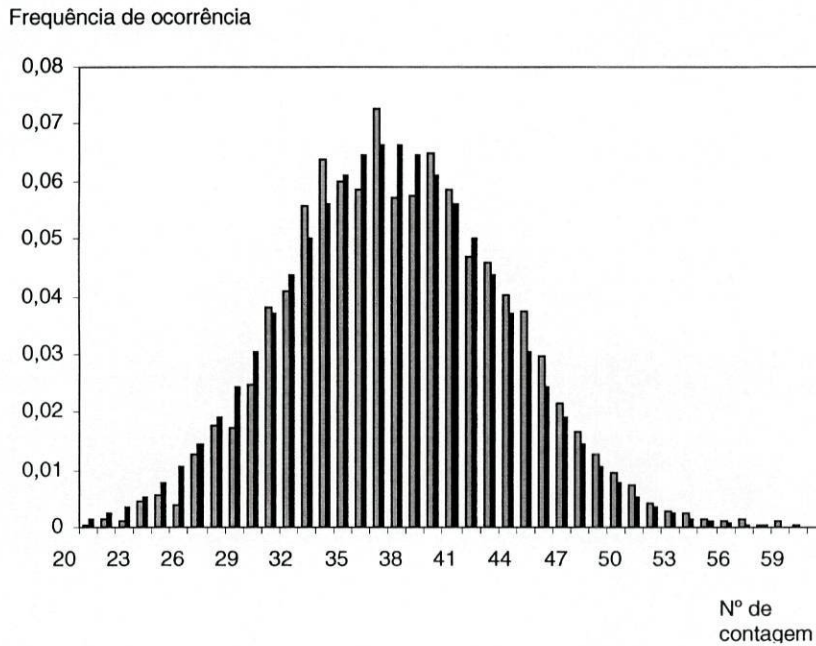


Figura 55 – Gráfico que representa a distribuição de Gauss - Barras brancas - curva experimental. Barras negras - curva teórica com valor médio de 36,5 e desvio padrão de 6.

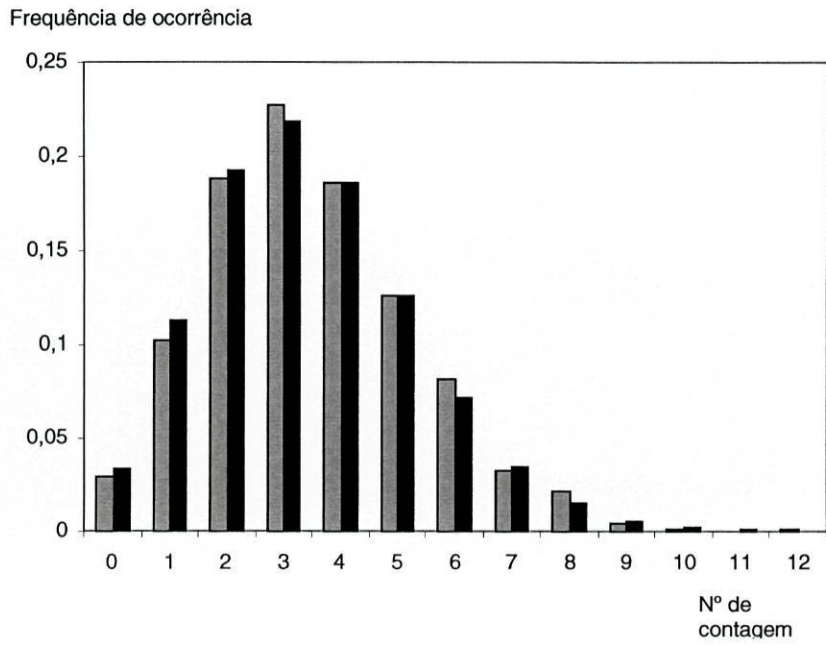


Figura 56 – Gráfico que representa a distribuição de Poisson - Barras brancas - curva experimental. Barras negras - curva teórica de valor médio de 3.

## 4 CONCLUSÃO

Com este trabalho, pretende-se dar um contributo para o Ensino da Física, no âmbito do Ensino Secundário.

Considerando que entre a Física e a Matemática há uma grande proximidade e que a linguagem da Física é, sem qualquer dúvida, a Matemática, uma das finalidades deste trabalho é fomentar o ensino interdisciplinar destas duas áreas do saber.

Neste trabalho propomos, depois de termos analisado os conteúdos programáticos actuais das disciplinas de Física e Química - A (conteúdos de Física), Física e Matemática A, alguns ajustes na ordem de leccionação de certos conceitos físicos e matemáticos, nomeadamente: que as regras de derivação leccionadas no 12º ano de Matemática passem a ser leccionadas no 1º período, de forma a otimizar o ensino da Física no 12º ano, e que o currículo de Matemática do 10º ano contemple o estudo de escalas logarítmicas de base 10, em virtude de serem bastante utilizadas na leccionação de conteúdos de Química.

Para evidenciar os objectivos desta interdisciplinaridade propusemos, a título de exemplo, oito actividades experimentais em contexto de sala de aula.

A mesma actividade permite introduzir conceitos matemáticos e físicos como por exemplo: demonstrar experimentalmente o conceito de derivada e em simultâneo fazer o estudo da indução electromagnética, estudar a função sinusoidal e caracterizar uma onda harmónica a partir do estudo experimental do som emitido por um diapasão, através de gráficos obtidos no aquecimento de uma massa de água e na variação da energia cinética de um objecto com a distância percorrida pelo seu centro de massa é possível fazer a análise de rectas ao mesmo tempo que se estudam os conceitos físicos relevantes.

Por outro lado, estas mesmas actividades permitem evidenciar a utilização de modelos matemáticos em Física.

Nesta dissertação são, assim, abordados alguns aspectos relacionados com o ensino-aprendizagem da Física e sua interacção com a Matemática. Consideramos que a abrangência do tema e a sua importância exigiria um trabalho bastante mais extenso e profundo. Não nos foi possível, no entanto, abarcar exhaustivamente todos os aspectos relevantes associados ao tema, dadas as contingências de um trabalho de dissertação de

mestrado, limitando-nos a seleccionar alguns tópicos que nos pareceram mais relevantes.

É meu objectivo colocar em prática as propostas de trabalho, por nós aqui apresentadas, em colaboração com professores de Física e de Matemática da minha Escola.

Assim sendo, poderei comparar e analisar as aprendizagens adquiridas pelos alunos, tendo por base a metodologia sugerida neste trabalho, com as aprendizagens adquiridas que não se enquadram numa perspectiva de interdisciplinaridade, neste caso com a Matemática.

Em nossa opinião, este trabalho é um ponto de partida que permite, por exemplo, alargar esta metodologia ao 3º Ciclo do Ensino Básico, no que diz respeito às disciplinas de Ciências Físico-Químicas, Ciências Naturais e Matemática.

## 5 BIBLIOGRAFIA

- [1] Ministério da Educação/Departamento Do Ensino Secundário -Programa de Física e Química A - 10º ou 11º anos - Componente de Física - Curso Científico - Humanístico de Ciências e Tecnologias. (Homologação: 12/03/2001).
- [2] Delors, Jacques -Educação um tesouro a descobrir – Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI - Edições ASA (coleção perspectivas actuais), (1996-1ª Edição).
- [3] Seminário -“ Os desafios do E - learning – o que fazer com esta rede?”2/Março/2007 Escola Secundária João Gonçalves Zarco.
- [4] The Physics Teacher – Bessin, Bob – pág 134 - Volume 45 Março 2007.
- [5] Guimarães, Henrique M; Levy, Teresa e Pombo, Olga - A Interdisciplinaridade reflexão e experiência - Educação Hoje - Texto Editora.
- [6] Martins, Décio Ruivo - Parecer Sobre o Projecto de Reforma do Ensino Secundário. Retirado do site [http://nautilus.fis.uc.pt/spf/DTE/pdfs/Parecer\\_prof\\_Decio\\_Univ\\_Coimbra.pdf](http://nautilus.fis.uc.pt/spf/DTE/pdfs/Parecer_prof_Decio_Univ_Coimbra.pdf), consultado em Maio de 2007.
- [7] Revista País Positivo – NR / 4 ABRIL 2005.
- [8] [http://essa.fc.ul.pt/ficheiros/artigos/revistas\\_com\\_revisao\\_cientifica/2004\\_trabalho\\_experimental\\_nasaulaspdf](http://essa.fc.ul.pt/ficheiros/artigos/revistas_com_revisao_cientifica/2004_trabalho_experimental_nasaulaspdf).
- [9] Ministério da Educação - Direcção Geral De Inovação e De Desenvolvimento Curricular – Programa de Física -12ºano – Cursos Científico - Humanístico de Ciências e Tecnologias - Homologação: 21/10/2004.
- [10] Documento de Política Educativa – Decreto/Lei nº 6/2001 de 18 de Janeiro.
- [11] [http://cie.fc.ul.pt/membros/mcesar/textos2001/Experimental\\_interagindo.pdf](http://cie.fc.ul.pt/membros/mcesar/textos2001/Experimental_interagindo.pdf)- Texto de Maria Cristina Borges e Margarida César.
- [12] [www.cim.pt/cimE/proceedings/vol017.pdf](http://www.cim.pt/cimE/proceedings/vol017.pdf)
- [13] Devlin, Keith - Matemática \_ A Ciência dos padrões - Biblioteca Científica Porto Editora.
- [14] [pt.wikipedia.org/wiki/Jean-Batiste\\_Joseph\\_Fourrier](http://pt.wikipedia.org/wiki/Jean-Batiste_Joseph_Fourrier)

- [15] [www.ime.unicamp.br/~vaz/fismat.htm](http://www.ime.unicamp.br/~vaz/fismat.htm).pt
- [16] Veneziano G. Nuovo Cim, 57<sup>a</sup>,160,1968.
- [17] [www.somatematica.com.br/coluna\\_29062004.php](http://www.somatematica.com.br/coluna_29062004.php)
- [18] [www.coladaweb.com/fisica.htm](http://www.coladaweb.com/fisica.htm)
- [19] O boletim dos professores, Ministério da Educação - Março 2007
- [20] Almeida, Guilherme de - Sistema Internacional de Unidades (SI), Grandezas e Unidades Físicas – (terminologia, símbolos e recomendações) – Plátano Editora (1<sup>a</sup>Edição).
- [21] Regras de escrita de nomes e de símbolos. Sistema internacional de unidades publicado pelo instituto internacional de pesos e medidas – 8<sup>a</sup> Edição (2006).
- [22] Deus, Jorge Dias de - Introdução à Física – Editora - Mc Graw Hill (1992-2<sup>a</sup>Edição).
- [23] Bello, Adelaide; Caldeira, Helena; Gomes, João - Ontem e Hoje Física– Livro de Texto 2<sup>a</sup> parte - Física 12<sup>o</sup>ano – Porto Editora (2005).
- [24] Hecht, Eugene – Óptica-2<sup>a</sup> Edição – Fundação Calouste Gulbenkian
- [25] Tipler, Paul A. Física – 4<sup>a</sup> Edição Volume 1- LTC Editora(2000).
- [26] Guerreiro, Luís; Moura, Ana; Neves, Maria Augusta Ferreira – Funções III - Matemática A – 12<sup>o</sup>ano - Porto Editora(2005).
- [27] Tipler, Paul A. Física – 4<sup>a</sup> Edição Volume 2 - LTC Editora(2000).
- [28] Costa, Belmiro; Resende, Lurdes do Céu; Rodrigues, Ermelinda Espaço 11- matemática A – Edições Asa (2004-2<sup>a</sup> Edição).
- [29] [http://pt.wikipedia.org/wiki/Distribui%C3%A7%C3%A3o\\_de\\_Poisson](http://pt.wikipedia.org/wiki/Distribui%C3%A7%C3%A3o_de_Poisson)
- [30] Ministério Da Educação/Departamento Do Ensino Secundário – Programa de Matemática A -.10<sup>o</sup>ano - Cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas. Homologação: 22/02/2001.
- [31] Documento Orientador da Revisão Curricular do ensino Secundário – versão definitiva 10 de Abril de 2003, retirado do site em 16/05/2007.
- [32] Bello, Adelaide; Caldeira, Helena - Ontem e Hoje Física e Química A - Física 10<sup>o</sup>ano – Porto Editora (2003).

[33] Lopes, Sousa – Introdução à Electrónica - LFEN - Sacavem(1976)(2º tiragem,1979)

[34] Edminister, Joseph A. Circuitos Eléctricos – Colecção Shaum Editora McGraw-Hill do Brasil, LTDA (1977)

### **Outra bibliografia consultada**

Física Experimental Uma introdução - M.C. Abreu; L.Matias; L.F.Peralta Editorial Presença

Aspetsberger, Brigitta e Aspetsberger, Klaus Modelling and Interpreting Experimental Data- [www.Modelling and Interpreting Experimental Data](http://www.Modelling and Interpreting Experimental Data).

Barreiro, Aguida C. de Méo; Guerrini, Iria Müller e Mascarenhas, Yvonne P - Novas Metodologias em Educação - Adalberto Dias de Carvalho (Org); colecção Educação Porto Editora

Bastos, Margarida M.H.M e Gomes, J.A.N.F – Probabilidades & Estatística uma introdução em sete dias - Departamento de Química da Faculdade de Ciências do Porto(1981).

Bello, Adelaide e Caldeira, Helena - Ontem e Hoje Física e Química A - Física 10ºano – Porto Editora (2003).

Bello, Adelaide e Caldeira, Helena - Ontem e Hoje Física e Química A - Física 11ºano – Porto Editora (2004).

Bello, Adelaide; Caldeira, Helena; Gomes, João - Ontem e Hoje Física– Livro de Texto 1ª e 2ª parte - Física 12ºano – Porto Editora (2005).

Costa Belmiro; Resende, Lurdes do Céu; Rodrigues, Ermelinda Espaço 10- Matemática A – Edições Asa (2004-2ª Edição).

Costa Belmiro; Resende, Lurdes do Céu; Rodrigues, Ermelinda Espaço 11- Matemática A – Edições Asa (2004-2ª Edição).

Edminister, Joseph A. Circuitos Eléctricos – Colecção Shaum Editora McGraw-Hill do Brasil, LTDA (1977)

FÍSICA 2005 – Física para o século XXI - Livro de resumos – SPF(2005)

Gibert, Armand - Origens Históricas da Física Moderna - introdução abreviada  
Fundação Calouste Gulbenkian (Novembro,1982).

Guerreiro, Luís; Moura, Ana e Neves, Maria Augusta Ferreira –1º, 2º e 3º volumes -  
Matemática A – 12ºano - Porto Editora(2005).

Hecht, Eugene – Óptica-2ª Edição – Fundação Calouste Gulbenkian

Livro Branco da Física e da Química – Diagnóstico 2000, Recomendações 2002 - SPDF  
(2002-1ª Edição).

Lopes, Bernardino – Aprender e Ensinar Física - Fundação Calouste Gulbenkian -  
Fundação para a ciência e a Tecnologia - Ministério da Ciência e do Ensino Superior  
(Março 2004)

Lopes, Sousa – Introdução à Electrónica - LFEN - Sacavém(1976)(2º tiragem,1979)

M. Almeida (2001) - Educação em Ciências e Trabalho Experimental: Emergência de  
uma nova concepção, (Re) pensar o Ensino das Ciências, EEC, ME, DES, (51-73)

Tipler Paul A – Física 4ª Edição volumes 1,2 e 3 LTC Editora (2000)

## Apêndice

Neste apêndice são apresentados os procedimentos experimentais das actividades propostas nos capítulos 2 e 3.

Todas as experiências são realizadas com calculadora gráfica, sensores e interface do tipo CBL2, o tratamento de dados foi feito na folha de cálculo de Excel. Os dados foram transferidos usando o programa TI Connect.

O sistema utilizado para a aquisição automática de dados é do tipo CBL2 que são equipamentos constituídos por dispositivos de aquisição automática de dados ligados a calculadoras gráficas. Tais dispositivos, associados a sensores apropriados, possibilitam a medida de diferentes grandezas físicas, tais como temperatura, corrente, tensão, pressão.

As calculadoras gráficas disponibilizam alguns programas que permitem a visualização em tempo real dos dados armazenados, assim como o tratamento estatístico dos dados obtidos.

O dispositivo de armazenamento automático de dados possui uma memória onde podem ser guardados os dados da experiência realizada. É possível, também, ligar a calculadora ao computador e, através de software apropriado, transferir estes dados para serem analisados, por exemplo, numa folha de cálculo.

O sistema CBL2 pode ser utilizado quer por alunos na realização de experiências em grupos, quer pelo professor numa actividade demonstrativa em que toda a turma acompanha simultaneamente a recolha de dados. Nesta segunda possibilidade de uso dispõe-se de um dispositivo que, ligado ao sistema CBL2, permite a projecção do ecrã da calculadora através de um retroprojector.

Em torno da escolha de máquinas gráficas (Cassio / Texas) surge sempre divergências entre os professores de Física e de Matemática.

Do ponto de vista quer da Matemática quer da Física o que é importante é o tratamento de dados e não como foram recolhidos, se bem que a Texas pode ser ligado a CBL2.

## *Experiência de aquecimento de uma massa de água com resistência*

### Material

CBL2

Calculadora gráfica com o programa DataMate e cabo de ligação

Resistência

Agitador magnético e respectivo magneto (M)

Sensor de temperatura (S)

Voltímetro

Amperímetro

Fonte de tensão

### Preparação da Experiência

Ligar a calculadora ao CBL2

Ligar o sensor de temperatura ao CH1 do CBL2

Executar a aplicação DataMate

Pressionar SETUP para aceder ao ecrã de configuração

Pressionar ENTER e seleccionar sucessivamente as operações correspondentes ao sensor que está a ser utilizado.

Pressionar ▲ ou ▼ para mover o cursor para MODE e, em seguida, pressionar ENTER

Pressionar EVENTS WITHENTRY

Pressionar OK para voltar ao ecrã de configuração

Montar o esquema representado na figura 1

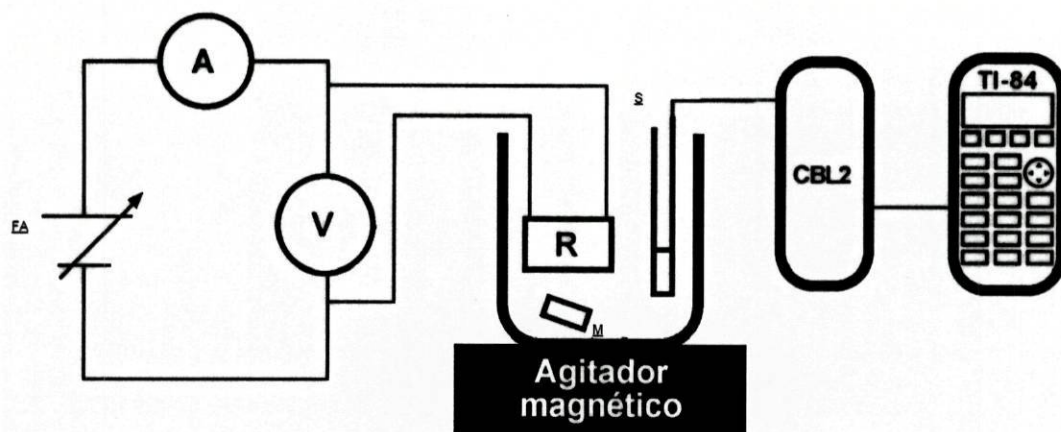


Figura 1- Esquema da montagem experimental para o aquecimento de uma massa de água.

Pressionar START para iniciar a recolha de dados

*Experiência da queda de um corpo (corpo sujeito à força gravítica)*

Material

Photogate

Computador

Objecto de forma regular

Suporte universal e agarras

Mola de roupa

Régua

Preparação da Experiência

Medir o comprimento do objecto

Efectuar a montagem indicada na figura 2

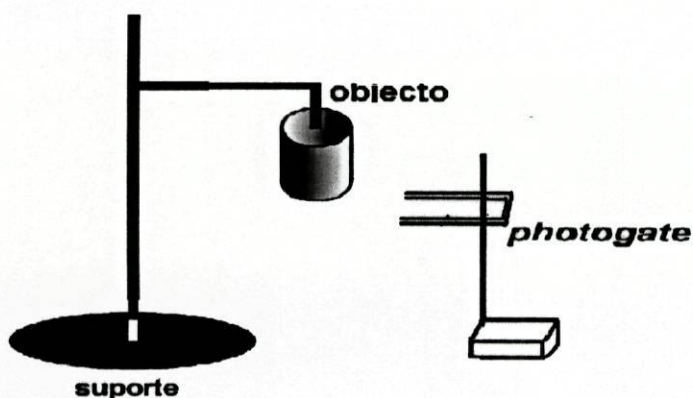


Figura 2- Esquema de montagem experimental para o estudo da queda de um corpo

Medir a distância a que se encontra o objecto da photogate, e para esta mesma distância registrar o tempo que demora o objecto a passar no sensor.

Repetir o mesmo procedimento para alturas diferentes.

### *Estudo da descarga do condensador.*

#### Material

CBL2

Calculadora gráfica com o programa DataMate e cabo de ligação

Condensador ( $8 \mu\text{F}$ )

Sensor de tensão

Resistência de protecção ( $2,7 \text{ k}\Omega$ )

Fios de ligação

Fonte de alimentação de corrente contínua

Preparação da experiência:

Ligar a calculadora ao CBL2

Ligar o sensor de diferença de potencial ao canal 2 do CBL2

Executar a aplicação DataMate na calculadora

Pressionar SETUP para aceder ao ecrã de configuração

Pressionar ENTER e seleccionar sucessivamente as operações correspondentes ao sensor que está a ser utilizado

Pressionar ▲ ou ▼ para mover o cursor para MODE e, em seguida, pressionar ENTER

Pressionar TIME GRAPH

Pressionar CHANGE TIME SETTINGS para introduzir as novas definições do gráfico de tempo: para o tempo decorrido entre amostras introduzir 0,1s ENTER; para o número de amostras, 500 ENTER

Pressionar OK para voltar ao ecrã de configuração e novamente OK para voltar ao ecrã principal

Descrição da experiência

Efectuar a montagem como indicada na figura 3.

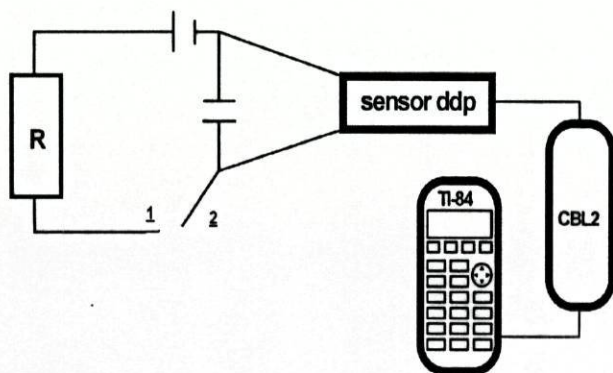


Figura 3- Esquema de montagem experimental para o estudo da descarga de um condensador.

Colocar o interruptor na posição 1, de forma a carregar o condensador por uns instantes  
Pressionar START para iniciar a recolha de dados e abrir o interruptor, de forma a descarregar o condensador sobre a resistência da interface.

## *Estudo da corrente em função da tensão de um LED*

### Material

LED (vermelho, verde e amarelo)

Fonte de tensão contínua

Fios de ligação

Resistência de  $1k\Omega$

Sensor de tensão

Sensor de corrente

Interface CBL2

Calculadora gráfica TI-84 PLUS com o programa DataMate e cabo de ligação

Preparação da Experiência

Ligar a calculadora ao CBL2

Ligar o sensor de tensão ao CH1 do CBL2

Ligar o sensor de corrente ao CH2 do CBL2

Executar a aplicação DataMate

Pressionar SETUP para aceder ao ecrã de configuração

Pressionar ENTER e seleccionar sucessivamente as operações correspondentes ao sensor que está a ser utilizado

Pressionar ▲ ou ▼ para mover o cursor para MODE e, em seguida, pressionar ENTER

Pressionar EVENTS WITHENTRY

Pressionar OK para voltar ao ecrã de configuração

Descrição da experiência

Efectuar a montagem indicada na figura 4

Variar o valor da fonte de tensão

Deixar estabilizar

Pressionar START para iniciar a recolha de dados

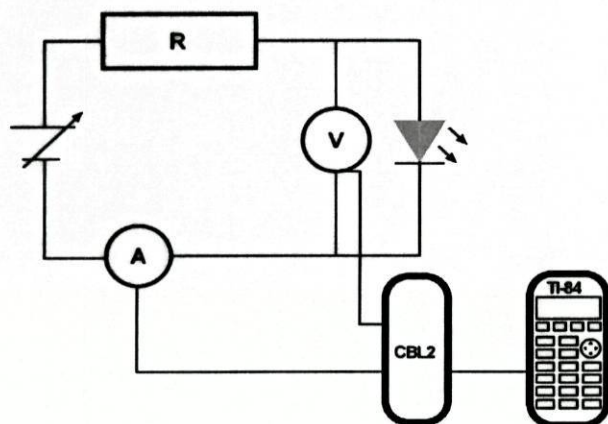


Figura 4- Esquema da montagem experimental para o estudo da curva corrente-tensão de um LED.

### *Estudo do som emitido por um diapasão*

Material

CBL2

Calculadora gráfica com o programa DataMate e cabo de ligação

Diapasão de 440 Hz com caixa de ressonância e martelo

Sensor Vernier Microphone (SM)

Preparação da Experiência:

Ligar a calculadora ao CBL2 e o microfone ao CH1 do CBL2

Executar a aplicação DataMate

Pressionar SETUP para aceder ao ecrã de configuração

Pressionar ENTER e seleccionar sucessivamente as operações correspondentes ao sensor que está a ser utilizado

Pressionar ▲ ou ▼ para mover o cursor para MODE e, em seguida, pressionar ENTER

Pressionar TIME GRAPH

Pressionar CHANGE TIME SETTINGS para introduzir as novas definições do gráfico de tempo: para o tempo decorrido entre amostras introduzir 0.00025 ENTER; para o número de amostras, 100 ENTER

Pressionar OK para voltar ao ecrã de configuração e novamente OK para voltar ao ecrã principal

Descrição da experiência

Colocar o microfone em frente do diapasão como se pode ver na figura 5

Colocar o diapasão a vibrar

Pressionar START para iniciar a recolha de dados

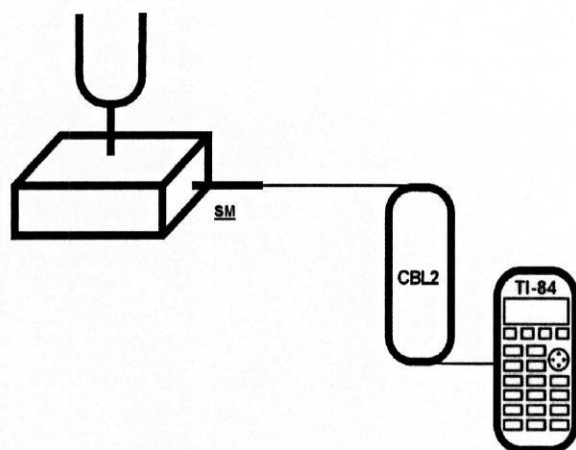


Figura 5- Esquema da montagem experimental para o estudo do som produzido por um diapasão.

## *Experiência do rendimento de uma Célula Solar*

### Material

Reóstato

Fios de ligação

Sensor de tensão

Sensor de corrente

Interface CBL2

Calculadora gráfica TI-84 PLUS com o programa DataMate e cabo de ligação

### Preparação da Experiência

Ligar a calculadora ao CBL2

Ligar o sensor de corrente ao CH1 do CBL2

Ligar o sensor de tensão ao CH2 do CBL2

Executar a aplicação DataMate

Pressionar SETUP para aceder ao ecrã de configuração

Pressionar ENTER e seleccionar sucessivamente as operações correspondentes ao sensor que está a ser utilizado

Pressionar ▲ ou ▼ para mover o cursor para SELECT MODE e, em seguida, pressionar ENTER

Pressionar SELECTED EVENTS

Pressionar OK para voltar ao ecrã de configuração

### Descrição da experiência

Efectuar a montagem indicada na figura 6

Variar o cursor do reóstato

Deixar estabilizar

Pressionar START para iniciar a recolha de dados

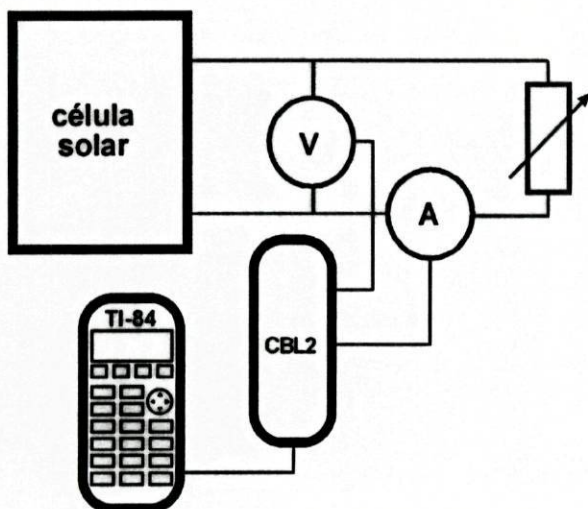


Figura 6- Esquema da montagem experimental para o estudo da potência fornecida por uma célula solar em função da resistência externa.

### *Experiência de derivadas*

Material

Osciloscópio

Gerador de sinal

Resistência

Duas bobinas (uma com muitas espiras e outra mais pequena considerada bobine de prova)

Preparação da experiência

Liga se o circuito de acordo com o esquema representado na figura 7

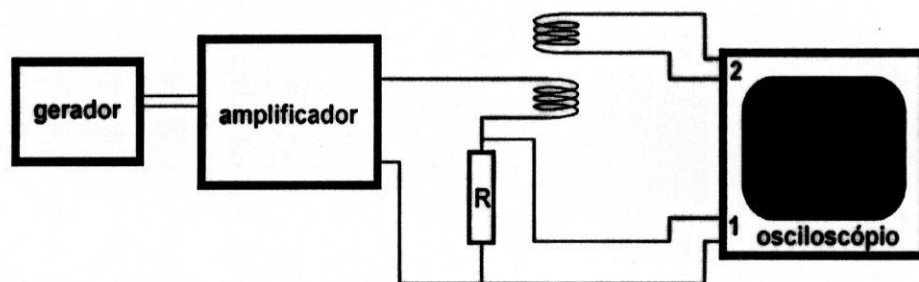


Figura 7- Esquema da montagem experimental para o estudo de derivadas.

Colocar um sinal triangular no gerador de frequência apropriada e observar no osciloscópio o sinal de saída.

Inverter a bobine e ver que o sinal muda de sentido.

Mudar a frequência e observar com sinais sinusoidais.

### *Experiências de radioatividade com o sensor de radiação*

Embora se tenha utilizado na dissertação a interface COBRA da PHYWE e uma fonte de Ra 226; 3 kBq, apresenta-se o protocolo da actividade realizada com o sensor de Vernier e a calculadora gráfica que são materiais mais usuais nas escolas.

Esta actividade é realizada com um sensor de radiação da Vernier, uma calculadora gráfica TI-84 PLUS com o programa DATARAD e um CBL2.

#### Preparação da Experiência

Liga – se o sensor de radiação ao canal DIG/ SONIC do CBL2. Liga-se a calculadora gráfica à interface fazendo uso do cabo de ligação preto.

Ligue a calculadora e prima APPS. Seleccione VST Apps e faça ENTER. No ecrã SELECT A PROGRAM seleccione 3: DataRad

Prepare o programa DataRad para esta experiência

Seleccione SETUP do menu principal

Seleccione SET INTERVAL do menu SETUP MENU

Selecione SET INTERVAL do menu INTERVAL SETTINGS

Selecione OK do ecrã INTERVAL SETTINGS

Selecione RATE/HISTOGRAM do SETUP MENU

Selecione START para iniciar a contagem

Pressione STO ► para terminar a contagem.

No modo ON colocando a uma distância que permanecerá fixa ao longo da experiência da fonte emissora de radiação. No caso da Escola não possuir fonte radioactiva, pode-se utilizar uma camisa de candeeiro a gás uma vez que esta contém uma percentagem elevada de potássio possuindo assim uma actividade natural que possibilita a realização da experiência.

Para o caso da estatística de Poisson faz-se a aquisição de dados com a fonte muito afastada do detector ou mesmo sem fonte detectando-se a radiação de fundo.

Para a estatística de Gauss aproxima-se a fonte do detector de forma a obter-se no tempo de aquisição seleccionado o número de contagem de algumas dezenas.

