

*Ana Rita Taveira da Costa*

# **Estudo de modelos climáticos simples**



**FC**

**FACULDADE DE CIÊNCIAS**  
UNIVERSIDADE DO PORTO

*Departamento de Física*

*Faculdade de Ciências da Universidade do Porto*

*Fevereiro de 2006*



**FC**

**Biblioteca**  
Faculdade de Ciências  
Universidade do Porto



D000086126

DC 951.5 25 02756 2 - 1174

*Ana Rita Taveira da Costa*

DEPARTAMENTO	
198	
Entrada em	7 3 06

# Estudo de modelos climáticos simples



# FC

FACULDADE DE CIÊNCIAS  
UNIVERSIDADE DO PORTO

*Tese submetida à Faculdade de Ciências da Universidade do Porto para a  
obtenção do grau de Mestre em Ensino de Física*

Faculdade de Ciências do Porto
14329
Biblioteca do Departamento de Física

3-3-2006  
*Ana Rita Taveira da Costa*

*Departamento de Física*

*Faculdade de Ciências da Universidade do Porto*

*Fevereiro de 2006*

*Aos meus Pais e ao meu Irmão...*

*Ao André...*

## **Agradecimentos**

Neste momento gostaria de prestar um agradecimento a todos aqueles que, de uma forma ou de outra, deram o seu contributo especial para a concretização deste trabalho.

Não sendo possível enumerar, de forma exaustiva, todos quantos concorreram para a sua realização, é da mais elementar justiça prestar uma homenagem a algumas pessoas em especial.

Em primeiro lugar ao coordenador de todo o projecto, Manuel A. Salgueiro da Silva, pelo seu apoio constante, pela sua sempre prestável orientação nos momentos de maiores dúvidas quanto ao caminho a seguir, revelando uma constante paciência e simpatia.

A todos os professores do Mestrado em Física para o Ensino, sem os quais não teria sido possível criar as bases onde se alicerça todo este trabalho. Igualmente, a todos os colegas de mestrado que se revelaram grandes companheiros nos momentos de maior trabalho e angústia.

À pessoa do Engenheiro Francisco Salgueiro Carpinteiro pelo sua disponibilidade e paciência, ao tornar possível através do seu contributo a realização das experiências sustentadoras das ideias aqui defendidas.

Aos meus pais, ao meu irmão e ao André pelo seu estímulo sempre presente, pela compreensão quando o trabalho requisitava maior dedicação e disponibilidade, pelo seu apoio constante o qual não deixará de ser reconhecido.

Aos meus amigos e colegas Sílvia, Vítor, Carlos e José pelas sugestões, incentivo, carinho e amizade.

Não poderia deixar de agradecer também a todos aqueles que através da sua paciência, do seu estímulo e da sua compreensão contribuíram para o reforço da motivação quando esta parecia desvanecer nos momentos mais críticos.

Por fim, a todos os amigos, colegas e demais pessoas, por toda e qualquer ajuda que tenham prestado um muito sincero e sentido *obrigado*.

## **Resumo**

As páginas que se vão seguir abordarão o tema das mudanças climáticas da Terra tendo como base o estudo de modelos climáticos simples. Os diversos modelos climáticos estudados são abordados por ordem crescente de complexidade, tendo em vista uma melhor compreensão do papel desempenhado pelos múltiplos factores de modulação climática. Dar-se-á uma atenção especial ao Efeito Estufa e às suas consequências no aquecimento global.

Após a introdução dos conceitos essenciais à compreensão do efeito estufa e dos factores de modulação climática, apresentamos no Capítulo 5 uma simulação laboratorial do efeito estufa. A experiência simples descrita permite confirmar algumas das principais conclusões retiradas nos capítulos anteriores.

## **Abstract**

The next pages will focus on the Earth climate changes on the basis of simple climate models. The various climate models studied are introduced by increasing order of complexity, so as to provide a better understanding of the role played by the multiple climate modulation factors. Special attention will be devoted to the greenhouse effect and its consequences on the global warming problem.

After the introduction of the essential concepts to the understanding of the greenhouse effect and the climate modulation factors, we present on Chapter 5 a laboratorial simulation of the greenhouse effect. The described simple experiment allows the confirmation of some of the main conclusions of the previous chapters.

# Índice

Índice .....	5
Índice de figuras .....	7
Índice de tabelas .....	9
Capítulo 1 - Efeito Estufa .....	10
1.1 Descrição do Efeito Estufa .....	11
1.2 Visão geral do balanço radiativo global da Terra.....	14
Capítulo 2 - Modelos do balanço radiativo da Terra.....	15
2.1 A Terra como um corpo negro sem atmosfera .....	15
2.2 Atmosfera terrestre opaca à radiação IV .....	17
2.3 Atmosfera terrestre semi-transparente à radiação IV .....	18
2.4 Atmosfera parcialmente transparente à radiação solar e infravermelha.....	21
2.5 Modelo zonal do balanço de energia.....	27
2.6 Modelo em não equilíbrio térmico .....	34
Capítulo 3 - Aplicação dos modelos de balanço radiativo ao estudo do clima de Vénus .....	37
3.1 Atmosfera de Vénus opaca à radiação IV .....	37
3.2 Efeito da reflectividade IV da atmosfera.....	38
3.3 Atmosfera parcialmente transparente à radiação solar e infravermelha.....	40
Comparação entre os valores de $T_s$ no caso dos Planetas Terra e Vénus .....	41
Capítulo 4 - Hipótese Gaia .....	43
Modelo Mundo das Margaridas (“Daisyworld”).....	43
Alteração da constante solar .....	46
Alteração da taxa de morte .....	53
Alteração do factor de absorção de calor (F).....	57
Evolução temporal.....	59
Capítulo 5 - O efeito estufa em laboratório .....	61
Objectivos.....	61
Material.....	61
Procedimento .....	61
Esquema de montagem.....	62
Resultados.....	63
Análise de resultados/ conclusões .....	63

Apêndice A - Método de Newton.....	65
Referências bibliográficas .....	67

## Índice de figuras

Figura 1 - Área que recebe a radiação solar. ....	10
Figura 2 – Contribuição, para o aquecimento global, de vários gases responsáveis pelo efeito estufa, verificada na década de 1980. ....	12
Figura 3 – Espectros de absorção dos diferentes gases de estufa. ....	12
Figura 4 – Efeito Estufa. ....	13
Figura 5 - Visão geral do balanço radiativo terrestre. ....	14
Figura 6 – Balanço da intensidade radiativa. ....	15
Figura 7 – Atmosfera que contém uma camada de absorção IV .....	17
Figura 8 – Atmosfera semi-transparente à radiação IV .....	19
Figura 9 - Variação da temperatura de superfície terrestre ( $T_s$ ) e da temperatura da atmosfera ( $T_a$ ) em função da transmissibilidade da atmosfera para a radiação infravermelha ( $t_a'$ ).....	20
Figura 10 – Atmosfera semi-transparente à radiação solar e à radiação IV .....	21
Figura 11 – Variação da temperatura da superfície terrestre e da atmosfera em função da reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha ( $r_a'$ ).....	23
Figura 12 - Variação da temperatura da superfície terrestre e da atmosfera em função da transmissibilidade da atmosfera para a radiação infravermelha ( $t_a'$ ). ....	24
Figura 13 - Variação da temperatura da superfície terrestre e da atmosfera em função da transmissibilidade da atmosfera para a radiação solar ( $t_a$ ). ....	25
Figura 14 - Variação da temperatura da superfície terrestre e da atmosfera em função do albedo da atmosfera para a radiação solar ( $r_a$ ). ....	25
Figura 15 - Variação da temperatura da superfície terrestre e da atmosfera em função do albedo de superfície terrestre para a radiação solar ( $r_s$ ). ....	26
Figura 16 – Modelo zonal do balanço de energia.....	28
Figura 17 – Definição geométrica de uma zona do modelo. ....	30
Figura 18 – Temperatura relativa a cada uma das zonas consideradas em função do n.º de iterações, desprezando o efeito estufa. ....	31
Figura 19 - Temperatura relativa a cada uma das zonas consideradas em função do n.º de iterações, considerando o efeito estufa. ....	32
Figura 20 – Temperatura em equilíbrio em função da latitude. ....	33
Figura 21 – Temperatura global do Planeta em função do valor relativo da constante solar.....	33
Figura 22 – Variação da temperatura em função do tempo.....	35

Figura 23 - Atmosfera considerando a reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha. .....	38
Figura 24 - Variação das temperaturas da superfície de Vénus e da atmosfera em função da reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha ( $r_a'$ ).....	39
Figura 25 – Modelo daisyworld .....	44
Figura 26 – Factor de crescimento das margaridas em função da temperatura local.....	45
Figura 27 – Temperatura global do planeta em função da constante solar considerando dois casos: albedo de valor constante (0.5) e albedo com valor variável.....	47
Figura 28 - Temperatura das margaridas brancas, temperatura das margaridas pretas e temperatura da área descoberta em função da constante solar.....	49
Figura 29 – Fracção de área do Planeta descoberto e fracções de área do Planeta coberto por margaridas brancas e pretas em função da constante solar. ....	50
Figura 30 – Esquema elucidativo da diferença de fracções de margaridas brancas e pretas. ....	51
Figura 31 – Temperatura global do Planeta, temperatura das margaridas brancas, temperatura das margaridas pretas e temperatura da área descoberta em função da taxa de morte das margaridas. .....	53
Figura 32 – Fracção de área do Planeta descoberto e fracções de área do Planeta coberto por margaridas brancas e pretas em função da taxa de morte das margaridas. ....	54
Figura 33 – Temperatura global do planeta, da área descoberta e das áreas cobertas por margaridas brancas e pretas em função do factor de absorção de calor (F).....	57
Figura 34 – Fracção de área do Planeta descoberto e fracções de área do Planeta coberto por margaridas brancas e pretas em função do factor de absorção de calor (F).....	59
Figura 35 – Temperatura global do Planeta e albedo do Planeta em função do tempo. ....	60
Figura 36 - Fracção de área do Planeta descoberto e fracções de área do Planeta coberto por margaridas brancas e pretas em função do tempo.....	60
Figura 37 – a. Vista de frente; b. Vista de cima .....	62
Figura 38 – Variação da temperatura dentro da caixa de cada uma das coberturas em função do tempo.....	63

## Índice de tabelas

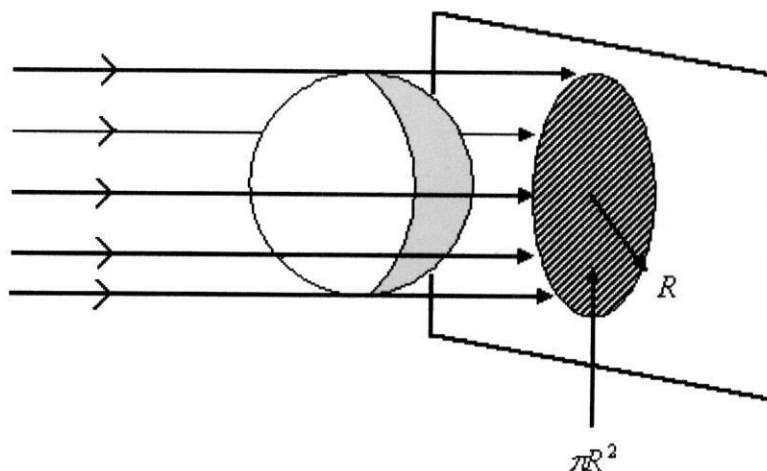
Tabela 1 – Parâmetros do modelo de estufa simples para as condições actuais do sistema climático. ....	22
Tabela 2 – Peso relativo de cada zona ( <i>k</i> ) .....	30
Tabela 3 – Parâmetros que controlam a variação do albedo. ....	31
Tabela 4 - Parâmetros do modelo de estufa simples. ....	41
Tabela 5 – Comparação entre os parâmetros relativos ao Planeta Terra e ao Planeta Vénus. ....	42
Tabela 6 – Parâmetros usados no Modelo o Mundo das Margaridas. ....	46
Tabela 7 – Variação da temperatura dentro da caixa por influência do dióxido de carbono. ....	64

## Capítulo 1 - Efeito Estufa

Um tema bastante actual que tem vindo a suscitar grande preocupação dos cientistas, voltados para o estudo do clima, prende-se com o tão bem conhecido efeito estufa, dado que, nas últimas décadas, tem surgido a polémica sobre um possível aquecimento global do nosso Planeta, decorrente de um aumento do efeito estufa. Contudo, o tema passou a fazer parte das preocupações da humanidade, conjuntamente com a comunidade científica, uma vez que o Homem tem vindo a tomar consciência do seu contributo para o aumento desse mesmo efeito. Mais à frente, no texto, compreender-se-á em que medida o efeito estufa se pode tornar preocupante, sendo para isso conveniente entender, primeiramente, em que consiste.

Nesta fase, e para podermos compreender o efeito estufa, é importante começar por introduzir algumas noções essenciais para a compreensão dos capítulos subsequentes.

A densidade de fluxo de energia solar na superfície perpendicular ao topo da atmosfera é cerca de  $1370 \text{ W/m}^2$ . Este valor denomina-se de constante solar e será representada pela letra  $S$ . A área efectiva exposta à radiação solar corresponde à área de um círculo de raio ( $R$ ) (Figura 1). A energia recebida pela Terra distribui-se pela área total da superfície terrestre,  $4\pi R^2$ . Desta forma a fracção da intensidade de radiação recebida pela Terra é  $(\pi R^2 / 4\pi R^2) = 1/4$  da constante solar, ou seja,  $I_i = S/4$  que é aproximadamente  $343 \text{ W/m}^2$ . Entenda-se que o valor de  $I_i$  é uma aproximação, dado a distribuição de energia, no Planeta, não ser uniforme. O facto da Terra rodar sobre si mesma e de o eixo de rotação estar inclinado relativamente ao plano da órbita, leva a que as diferentes zonas da superfície terrestre não receberem a mesma quantidade de radiação, pois esta varia com o ângulo de incidência dos raios solares a uma zona particular.



**Figura 1** - Área que recebe a radiação solar.

Da intensidade de radiação solar incidente ( $I_i$ ), parte é directamente reflectida ( $I_r$ ) e parte é absorvida ( $I_a$ ) ou transmitida ( $I_t$ ), ou seja:

$$I_i = I_r + I_t + I_a \quad (1.1)$$

A grandeza ( $r$ ) que determina a fracção de radiação solar incidente que é reflectida é designada albedo, sendo dada por:

$$r = \frac{I_r}{I_i} \quad (1.2)$$

Para além de absorver radiação solar, a Terra tem também a possibilidade de emitir radiação na gama do infravermelho. De acordo com a lei de Stefan-Boltzman, a intensidade de radiação emitida é dada por

$$I_e = \sigma T_e^4 \quad (1.3)$$

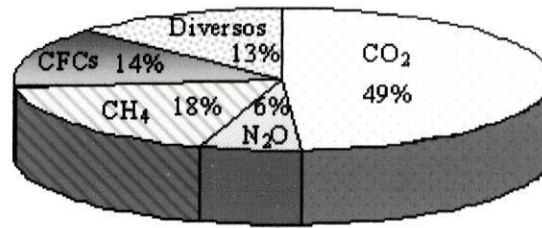
onde  $T_e$  é designada temperatura efectiva de emissão da Terra e  $\sigma = 5,670 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$  é a constante de Stefan-Boltzman. Num estado de equilíbrio, a radiação absorvida é compensada pela radiação emitida, ou seja,  $I_a = I_e$ .

## 1.1 Descrição do Efeito Estufa

Por agora faremos uma abordagem muito geral uma vez que o tema será desenvolvido em capítulos posteriores, ou seja, o efeito estufa depende de vários factores que serão tidos em conta e estudados em pormenor.

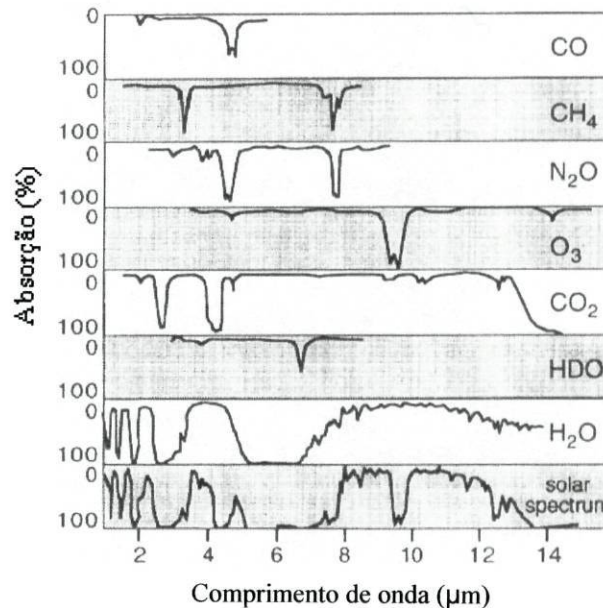
O efeito estufa é um fenómeno ocasionado pela concentração de gases na atmosfera, formando uma camada que permite a passagem dos raios solares e que absorve grande parte do calor emitido pela superfície terrestre, ou seja, absorve grande parte da radiação de grandes comprimentos de onda (infravermelha). O efeito desta absorção permite um aumento da temperatura de superfície da terra. Este efeito, que existe naturalmente na atmosfera, torna a Terra habitável, impedindo-a de arrefecer excessivamente durante a noite. Mas, devido à poluição atmosférica, têm vindo a acumular-se na atmosfera, gases muito eficientes em absorver

e reemitir os infravermelhos. Conjuntamente com o dióxido de carbono, os gases responsáveis pelo efeito estufa incluem os CFCs, o metano (CH<sub>4</sub>), o óxido nitroso (N<sub>2</sub>O) e vários compostos orgânicos voláteis (Figura 2) [Chang98].



**Figura 2** – Contribuição, para o aquecimento global, de vários gases responsáveis pelo efeito estufa, verificada na década de 1980.

As concentrações de CFCs e de metano são muito inferiores à concentração de dióxido de carbono. No entanto, como podem absorver radiação IV de um modo muito mais eficiente que o dióxido de carbono, estes gases têm ainda assim uma contribuição apreciável para o aquecimento global (Figura 3) [Boeker]. O aumento do teor desses gases na atmosfera em decorrência de actividades humanas pode causar uma exacerbação do efeito estufa: aquecimento da atmosfera e aumento da temperatura da superfície terrestre.

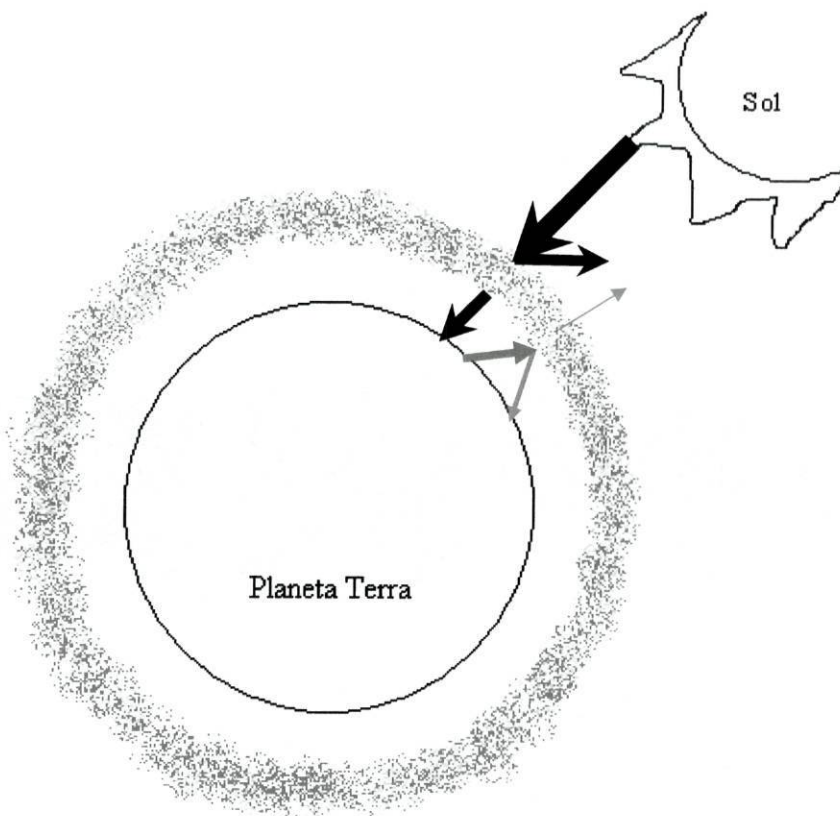


**Figura 3** – Espectros de absorção dos diferentes gases de estufa.

Os “gases de estufa” absorvem as radiações (principalmente na região do infravermelho) provenientes da superfície da Terra e reenviam de novo essa radiação para a Terra, funcionando como uma espécie de cobertura isoladora à semelhança de uma estufa. Observe-se a Figura 4 que

pretende demonstrar uma representação simples do efeito estufa. Note-se a existência de uma camada que envolve o Planeta Terra – atmosfera – a qual permite a retenção de grande parte das radiações infravermelhas escapando para o espaço exterior apenas uma pequena parte (as radiações infravermelhas são representadas pelas setas com uma cor cinza; as setas com cor preta representam a radiação solar).

Estudos revelam que a concentração de dióxido de carbono tem vindo a aumentar constantemente desde a viragem do século como resultado da queima de combustíveis fósseis (petróleo, gás natural e carvão). A intensificação do efeito estufa constitui uma ameaça para o balanço térmico da atmosfera. Se esse balanço entre a energia absorvida e a energia emitida não for atingido, dar-se-á um aquecimento gradual da superfície terrestre. Ainda que esse aumento seja apenas de 1 a 3 °C o que pode parecer insignificante, num período de tempo de, por exemplo, 100 anos, é na realidade suficientemente elevado para romper o delicado balanço térmico na Terra e pode provocar a fusão de glaciares e das calotes de gelo polar. Como consequência, o nível das águas do mar subiria e as áreas costeiras seriam inundadas [Chang98].



**Figura 4** – Efeito Estufa.

## 1.2 Visão geral do balanço radiativo global da Terra

O Planeta Terra apresenta certas características que o tornam único no sistema solar. A atmosfera terrestre, devido à sua composição e estrutura, interage simultaneamente com a radiação solar e a superfície terrestre, estabelecendo um sistema de trocas energéticas que explicam muitos fenómenos que afectam o Planeta. A principal fonte de energia da Terra é a radiação solar. Essencialmente, toda a energia que entra na atmosfera terrestre provem do Sol uma vez que é legítimo desprezar a condução de calor a partir do interior da Terra ( $0.04 \text{ W/m}^2$  a  $0.06 \text{ W/m}^2$ ) [Rodrigues de Freitas]. Da radiação que entra na atmosfera, parte é absorvida (cerca de 19%), parte é reflectida (23% pelas nuvens) e outra parte espalhada pelos gases atmosféricos, aerossóis e nuvens (7%). A restante radiação que alcança a superfície terrestre é predominantemente absorvida pelos oceanos, litosfera, criosfera e biosfera (cerca de 47%) e apenas uma pequena parte reflectida como radiação infravermelha (cerca de 4%) (Figura 5). Da radiação infravermelha emitida pela superfície da Terra, uma parte passa através da atmosfera para o espaço, outra parte é absorvida pelos gases de estufa que a reenviam de novo para a Terra – Efeito Estufa [Boeker].

O estado de quase-equilíbrio da Terra é conseguido através do balanço entre a quantidade de energia solar absorvida pela Terra e a que ela emite para o espaço, pois, caso contrário, o Planeta estaria em processo contínuo de aquecimento ou arrefecimento.

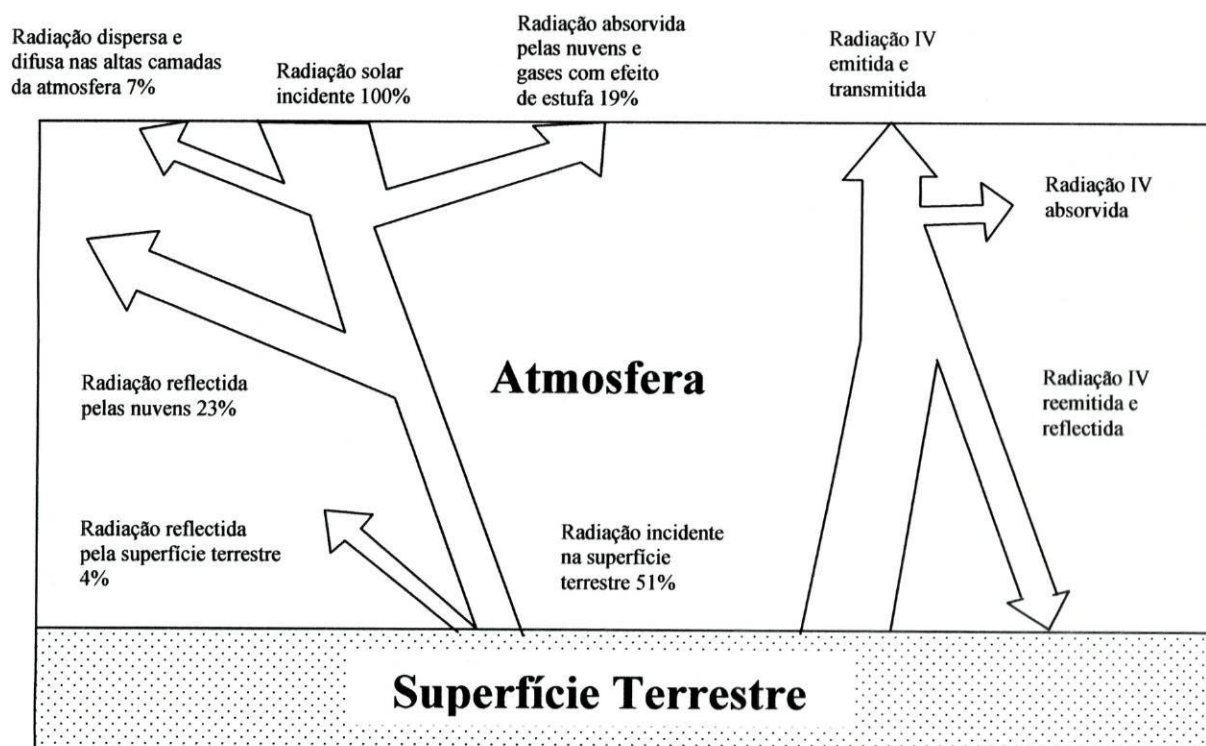


Figura 5 - Visão geral do balanço radiativo terrestre.

## Capítulo 2 - Modelos do balanço radiativo da Terra

Conhecem-se vários modelos que descrevem o balanço radiativo da Terra, nos quais podemos considerar, ou não, a presença do efeito estufa. Destes modelos uns são mais simples de tratar e outros de tratamento mais complexo aproximando-se mais da realidade. Contudo é importante referir que apenas serão tratados modelos simples para o balanço radiativo da Terra.

Refira-se, ainda, que no caso dos quatro primeiros modelos apresentados são comuns as considerações feitas para a determinação das intensidades de radiação recebida e emitida pelo planeta que têm por base as seguintes suposições:

- a) A superfície terrestre está toda a temperatura uniforme;
- b) As intensidades de radiação absorvida e emitida estão em equilíbrio no domínio do infravermelho;
- c) A superfície terrestre emite radiação como um corpo negro (emissividade,  $\varepsilon = 1$ ) e é completamente opaca à radiação incidente;
- d) A temperatura do espaço exterior é  $T' = 0K$ .

### 2.1 A Terra como um corpo negro sem atmosfera

Neste modelo começa-se por considerar o caso simples de um planeta esférico sem nenhuma atmosfera.

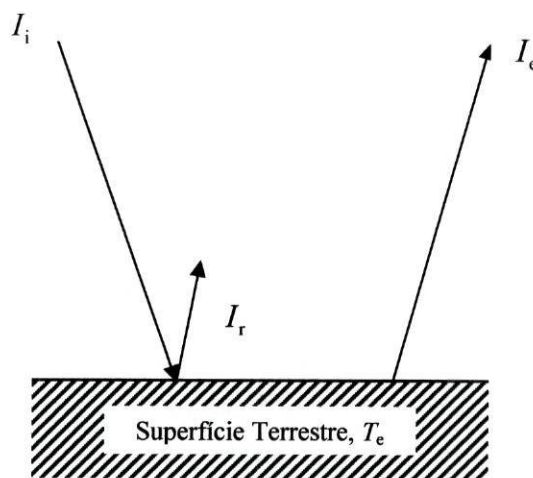


Figura 6 – Balanço da intensidade radiativa

A intensidade de radiação solar reflectida pela superfície é dada por

$$I_r = rI_i = r \frac{S}{4} \quad (2.1)$$

Admitindo que a superfície terrestre é totalmente opaca à radiação solar incidente, a intensidade de radiação solar absorvida pela superfície, de acordo com a [Eq. (1.1)] é dada por:

$$I_a = I_i - I_r = (1-r) \frac{S}{4} \quad (2.2)$$

Em equilíbrio, o balanço entre a radiação absorvida e a infravermelha emitida traduz-se pela condição  $I_a = I_e$ , ou seja:

$$(1-r) \frac{S}{4} = \sigma T_e^4 \quad (2.3)$$

Efectuando uma manipulação simples na [Eq. (2.3)] obtemos a expressão que permite calcular o valor da temperatura  $T_e$ :

$$T_e = \left( \frac{(1-r)S}{4\sigma} \right)^{1/4} \quad (2.4)$$

Aceitando que o valor do albedo planetário é  $r = 0.30$  e substituindo os outros parâmetros pelos seus valores numéricos na [Eq. (2.4)] obtém-se para  $T_e$  o valor aproximado de 255K.

O valor actual da temperatura média à superfície da Terra é 288 K (cerca de 15°C). A temperatura calculada na hipótese de não haver atmosfera é, manifestamente, baixa de mais para ser representativa das temperaturas que na realidade são observadas na superfície terrestre. Então o que está mal nos raciocínios efectuados? Na verdade a temperatura do espaço exterior não é nula mas cerca de 3K, mas não foi esta a aproximação mais “drástica” que se fez. A aproximação mais “drástica” foi não se ter considerado o efeito estufa. Sabe-se que esse efeito está relacionado com a absorção e reemissão da radiação, sobretudo infravermelha, por alguns gases presentes na atmosfera, o que faz elevar a temperatura média da Terra,  $T_0$ , para cerca de 15°C. No caso considerado, em que não existe efeito estufa, o valor de temperatura que obtivemos foi de  $T_e = 255K$  (cerca de -18°C) [Eq. (2.4)].

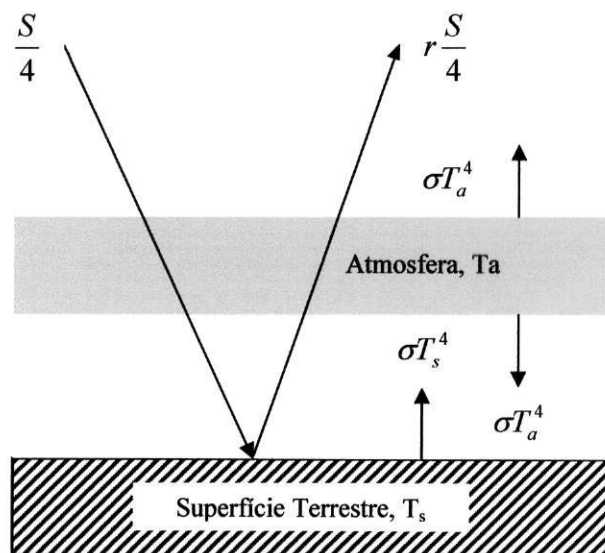
Podemos então concluir que o efeito estufa é um fenómeno natural sem o qual não seria possível a manutenção de valores de temperatura compatíveis com a existência de vida na Terra tal como a que conhecemos.

Estamos por isso ainda longe de um modelo que se aproxima da realidade.

## 2.2 Atmosfera terrestre opaca à radiação IV

No modelo anterior considerou-se o planeta sem atmosfera. Vamos agora considerar o caso do planeta com atmosfera transparente à radiação solar, mas opaca à radiação IV. Considera-se assim que toda a radiação de grandes comprimentos de onda é absorvida na camada atmosférica. Neste caso é necessário calcular o balanço de energia da Terra e do seu invólucro atmosférico.

Os parâmetros usados são os mesmos do modelo anterior, mas consideraremos valores diferentes para as temperaturas de emissão da superfície ( $T_s$ ) e da atmosfera ( $T_a$ ).



**Figura 7** – Atmosfera que contém uma camada de absorção IV

Neste caso, a radiação infravermelha que é emitida pela superfície terrestre é totalmente absorvida pela camada atmosférica. Esta, por sua vez, emite também radiação infravermelha para cima e para baixo (Figura 7). Sabemos que a energia que entra na camada tem de balancear a energia que sai da camada. Consequentemente, o balanço radiativo da superfície terrestre e da atmosfera é traduzido, respectivamente, pelas equações:

$$(1 - r) \frac{S}{4} + \sigma T_a^4 = \sigma T_s^4 \quad (2.5)$$

$$\sigma T_s^4 = 2\sigma T_a^4 \quad (2.6)$$

Resolvendo o sistema de equações obtém-se os valores  $T_a = 255\text{K}$  e  $T_s = 303\text{K}$ . Este último valor representa a nova temperatura de equilíbrio da superfície afectada pelo efeito estufa.

É de notar que a temperatura da camada de absorção atmosférica,  $T_a$ , é a mesma que a temperatura da Terra,  $T_s$ , no caso do modelo 2.1. Tal resultado deve-se ao facto de o balanço radiativo com o exterior envolver, em ambos os casos, a mesma quantidade de radiação solar incidente.

Então, podemos concluir que, a superfície planetária está aquecida pela atmosfera, relativamente ao exemplo de nenhuma atmosfera (modelo 2.1), o que se traduz num aumento da sua temperatura por um factor de  $2^{1/4}$ , ou aproximadamente 20%.

No entanto, repare-se que o valor de  $T_s$  obtido é superior ao valor da temperatura média à superfície da Terra,  $T_0$ . Este facto deve-se a estarmos a considerar uma camada atmosférica completamente absorvente da radiação infravermelha o que origina o grande aumento da temperatura do Planeta (cerca de mais  $15^\circ\text{C}$  do que o valor actual).

Esta situação põe em evidência a importância decisiva que a atmosfera tem no valor da temperatura observada à superfície quando comparado com o caso de nenhuma atmosfera.

Também este modelo se afasta de um modelo que possa representar a realidade.

### 2.3 Atmosfera terrestre semitransparente à radiação IV

Vamos agora considerar o caso do planeta com atmosfera parcialmente transparente à radiação IV, mas completamente transparente à radiação solar.

Para além dos parâmetros usados nos modelos anteriores, é necessário agora incluir uma nova grandeza ( $t'_a$ ) que traduz a transmissibilidade da atmosfera para a radiação infravermelha e cujo valor varia entre 0 e 1.

Mais uma vez faz-se o balanço radiativo da superfície terrestre e da atmosfera que é traduzido, respectivamente, pelas equações (Figura 8):

$$(1-r)\frac{S}{4} + \sigma T_a^4 = \sigma T_s^4 \quad (2.7)$$

$$\sigma T_s^4 = t'_a \sigma T_s^4 + 2\sigma T_a^4 \quad (2.8)$$

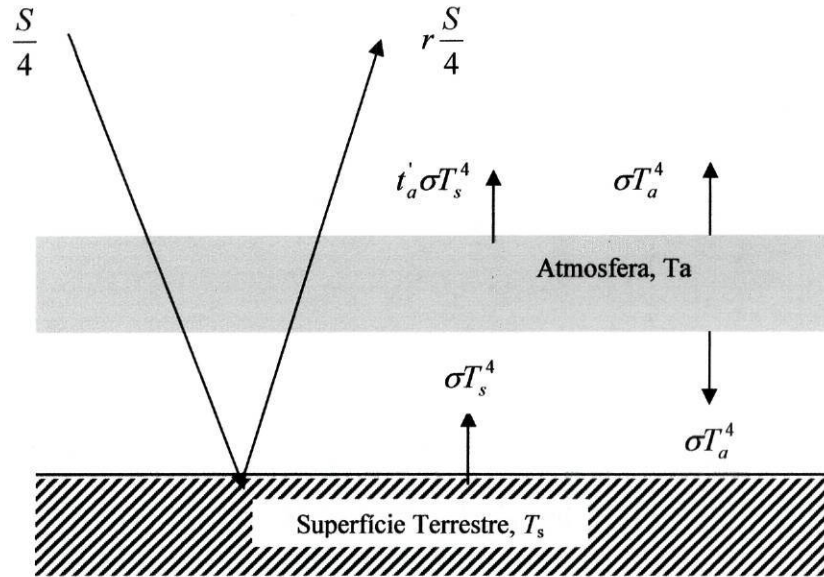


Figura 8 – Atmosfera semi-transparente à radiação IV

Resolvendo o sistema de equações, chegámos às equações finais que permitem obter as temperaturas em função dos parâmetros.

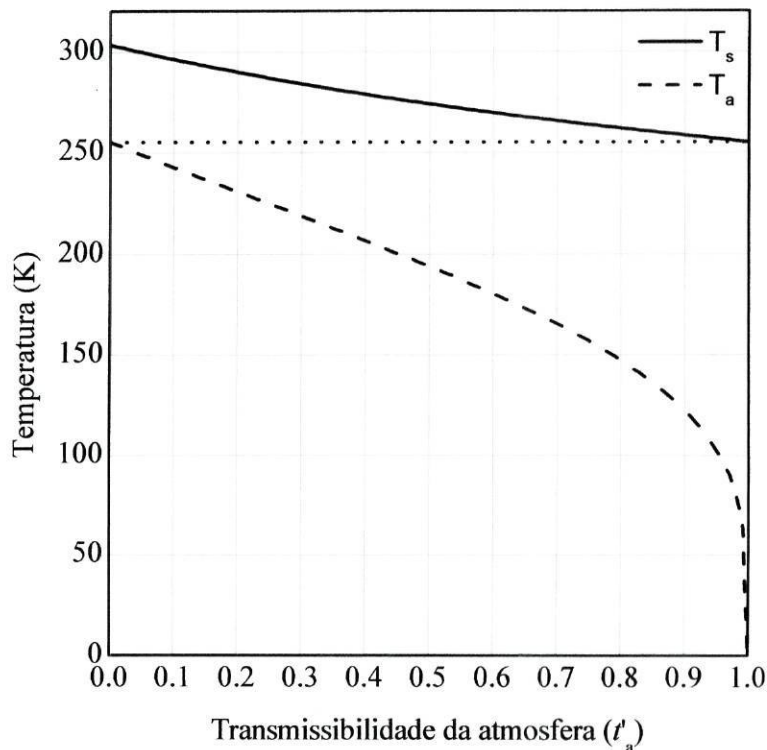
$$T_a = \sqrt[4]{\frac{(1-r)S/4 - t'_a(1-r)S/4}{\sigma(t'_a + 1)}} \quad (2.9)$$

$$T_s = \sqrt[4]{\frac{(1-r)S/2}{\sigma(t'_a + 1)}} \quad (2.10)$$

Atribuindo valores num intervalo entre 0 e 1 para a transmissibilidade ( $t'_a$ ) podemos analisar como se comportam as temperaturas  $T_a$  e  $T_s$  em função de  $t'_a$  (Figura 9).

A interpretação da Figura 9 é muito simples e evidente tendo em conta as conclusões retiradas para os modelos anteriores. Analisaremos, primeiramente, os casos extremos. Quando a transmissibilidade é 0 encontramos-nos perante o caso do modelo 2.2, ou seja, atmosfera opaca à radiação infravermelha, logo a temperatura do planeta é muito elevada pelas razões apresentadas (ver modelo 2.2). Quando a transmissibilidade toma o valor 1 estamos perante o caso do modelo 2.1. Toda a radiação emitida pela superfície terrestre “escapa” para o espaço exterior (ver modelo 2.1). Nesta situação, a atmosfera não desempenha qualquer papel no balanço radiativo terrestre, pelo que a sua temperatura de emissão efectiva coincide com a do espaço exterior ( $T' = 0$  K). Como também parece evidente, à medida que a transmissibilidade aumenta, a temperatura da atmosfera e da superfície terrestre diminuem. A atmosfera absorve cada vez

menos radiação infravermelha, pois existe cada vez maior “escape” da radiação infravermelha para o espaço exterior, o que implica, como consequência, menor quantidade de radiação infravermelha reemitida para a superfície terrestre, logo a sua temperatura também vai diminuindo.



**Figura 9** - Variação da temperatura de superfície terrestre ( $T_s$ ) e da temperatura da atmosfera ( $T_a$ ) em função da transmissibilidade da atmosfera para a radiação infravermelha ( $t'_a$ ). Repare-se que existe uma linha a tracejado que une o ponto inicial de ( $T_a$ ) com o final de ( $T_s$ ), pois são exactamente iguais.

Para uma transmissibilidade ( $t'_a$ ) da ordem de 0.23, a temperatura da superfície atinge o valor actual da temperatura média global à superfície da Terra ( $\approx 15^\circ C$ ).

Ainda continuamos numa representação de um modelo afastado da realidade. Embora tenhamos considerado o escape de radiação infravermelha para o espaço exterior ( $t'_a$ ), existem outras grandezas que foram completamente ignoradas, como, a reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha, a radiação solar que pode atingir a superfície da Terra, pois parte dela, em contacto com a atmosfera, é reflectida para o espaço exterior e só uma parte transmitida atingindo a superfície terrestre. Da mesma forma, não estão a ser contabilizados os processos de evaporação, convecção, entre outros.

## 2.4 Atmosfera parcialmente transparente à radiação solar e infravermelha

Neste modelo, o sistema climático é dividido, igualmente, à semelhança dos modelos anteriores, em dois blocos que podem trocar energia entre si e com o espaço exterior: a atmosfera e a superfície terrestre.

Como simplificação adicional, considera-se apenas dois tipos de radiação: uma de pequenos comprimentos de onda com máximo no visível, correspondente à radiação solar, e outra de grandes comprimentos de onda predominantemente infravermelha, correspondente à radiação terrestre.

Consideram-se também processos de evaporação, convecção, entre outros, ou seja, tem-se em conta um novo parâmetro - o coeficiente característico do acoplamento térmico entre a superfície e a atmosfera ( $c = 2.7Wm^{-2}K^{-1}$ ). Para além deste parâmetro novo e dos já conhecidos nos outros modelos, serão ainda introduzidos mais alguns. Para melhor compreensão do modelo procedemos à sua definição.

- $r_s; r_a$  Albedos da superfície terrestre e da atmosfera para a radiação solar.
- $r'_a$  Reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha emitida pela superfície terrestre (a reflectividade da superfície é, em princípio, zero uma vez que esta se comporta aproximadamente como um corpo negro na região do infravermelho).
- $t_a$  Transmissibilidade da atmosfera para a radiação solar (pequenos comprimentos de onda).

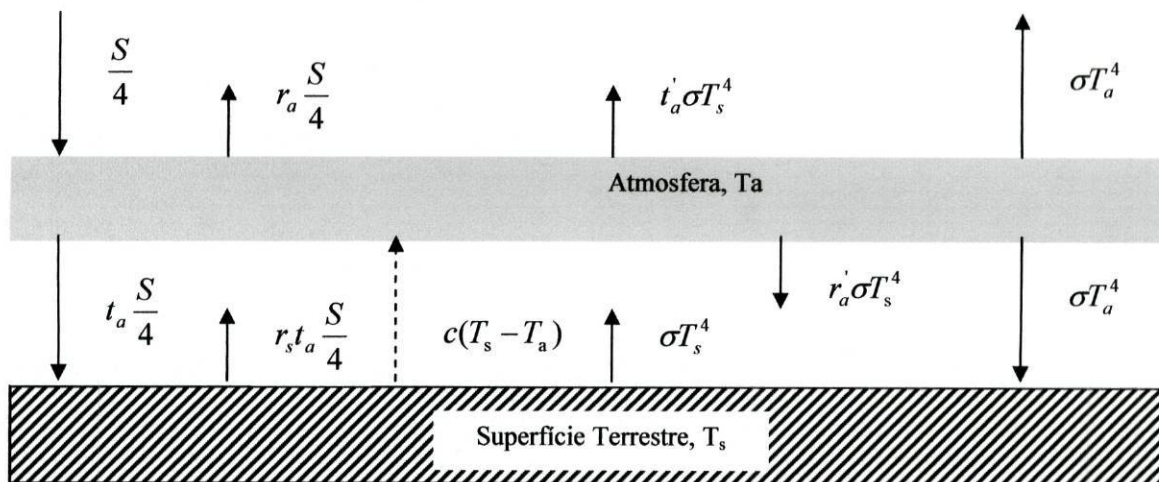


Figura 10 – Atmosfera semi-transparente à radiação solar e à radiação IV.

Em condições estacionárias, o balanço radiativo da superfície e da atmosfera é traduzido, respectivamente, pelas equações (Figura 10):

$$t_a \frac{S}{4} + r'_a \sigma T_s^4 + \sigma T_a^4 = r_s t_a \frac{S}{4} + c(T_s - T_a) + \sigma T_s^4 \quad (2.11)$$

$$\frac{S}{4} + r_s t_a \frac{S}{4} + c(T_s - T_a) + \sigma T_s^4 = t_a \frac{S}{4} + r_a \frac{S}{4} + t'_a \sigma T_s^4 + r'_a \sigma T_s^4 + 2\sigma T_a^4 \quad (2.12)$$

Estas equações são equivalentes às que se seguem:

$$0 = -t_a \frac{S}{4} (1 - r_s) + \sigma T_s^4 (1 - r'_a) + c(T_s - T_a) - \sigma T_a^4 \quad (2.13)$$

$$0 = -\frac{S}{4} (1 - r_a - t_a + r_s t_a) - \sigma T_s^4 (1 - t'_a - r'_a) - c(T_s - T_a) + 2\sigma T_a^4 \quad (2.14)$$

Uma vez que se trata de equações não lineares, as suas soluções podem ser obtidas utilizando um método numérico, como por exemplo, o método de Newton (Apêndice A).

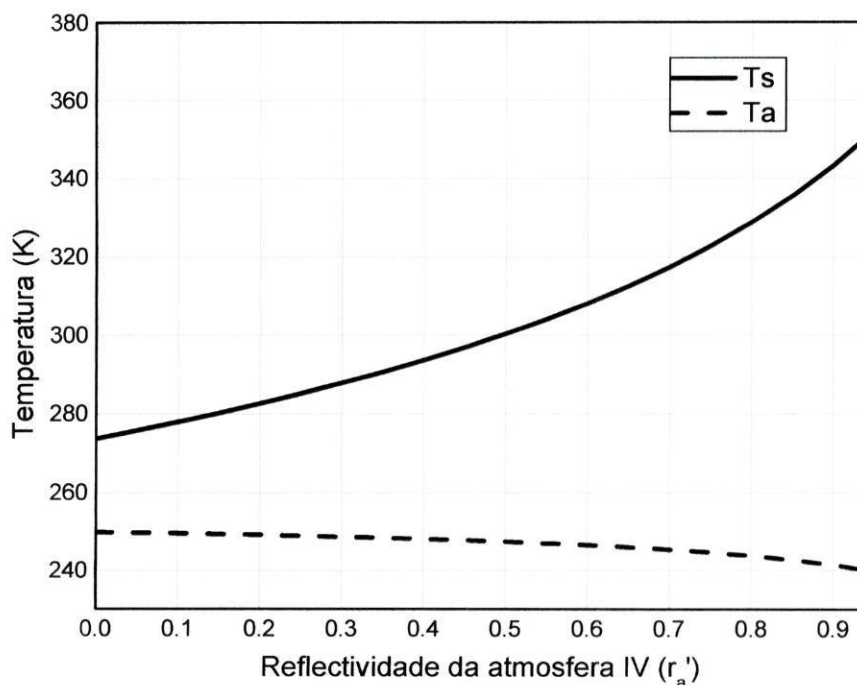
Conhecendo os parâmetros do modelo de estufa para as condições actuais do sistema climático (Tabela 1), podemos determinar as temperaturas de  $T_s$  e  $T_a$  [Boeker].

$\lambda$ 's pequenos	$\lambda$ 's grandes
$r_s = 0.11$	
$t_a = 0.53$	$t'_a = 0.06$
$r_a = 0.30$	$r'_a = 0.31$
$c = 2.7 \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-1}$	
$S = 1370 \text{ Wm}^{-2}$	

**Tabela 1** – Parâmetros do modelo de estufa simples para as condições actuais do sistema climático.

Usando uma folha de cálculo do Microsoft® Excel® versão 2003 obtemos para valores de  $T_s$  e  $T_a$ , respectivamente, 288.31 K e 248.51 K. Estes valores são aproximadamente iguais aos valores actuais das temperaturas da superfície terrestre e da atmosfera.

De seguida vamos analisar a influência que cada um dos parâmetros do modelo de estufa simples tem nas temperaturas da superfície terrestre ( $T_s$ ) e da atmosfera ( $T_a$ ). Para isso efectuar-se-á a variação de um dos parâmetros de cada vez mantendo os restantes constantes, ou seja, analisar-se-á o efeito de cada um deles (Figura 11, Figura 12, Figura 13, Figura 14 e Figura 15).



**Figura 11** – Variação da temperatura da superfície terrestre e da atmosfera em função da reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha ( $r_a'$ ).

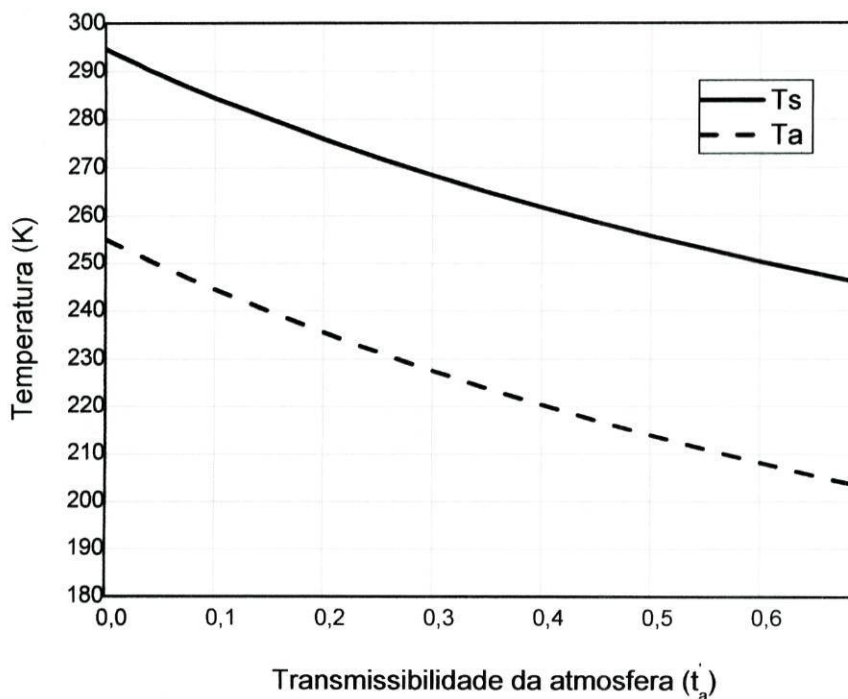
Na Figura 11 verificámos que à medida que aumentamos o valor de  $r_a'$  o valor de  $T_s$  também aumenta. Esta ocorrência deve-se ao facto de ser maior a quantidade de radiação infravermelha enviada para a superfície terrestre pelos gases de estufa o que provoca um aumento da temperatura da mesma e conseqüente decréscimo de  $T_a$ . Para o estudo da influência desta grandeza teve-se o cuidado de garantir que  $1 - t_a' - r_a' \geq 0$  [Eq. (2. 14)] o que significa que o valor máximo de  $r_a' = 0.94$ .

No caso da Figura 12, como parece evidente, à medida que a transmissibilidade da atmosfera para a radiação infravermelha aumenta, a temperatura da superfície terrestre vai diminuir, pois existe cada vez maior “escape” da radiação infravermelha para o exterior, o que implica menor

quantidade de radiação infravermelha reemitida para a superfície terrestre, logo a sua temperatura vai diminuindo.

Quando a transmissibilidade toma valores baixos, grande parte da radiação infravermelha fica retida na atmosfera o que provoca um aumento da sua temperatura. À medida que a transmissibilidade aumenta, a temperatura da atmosfera vai diminuir, pois existe cada vez maior “escape” da radiação infravermelha para o exterior. A variação do parâmetro da transmissibilidade para a radiação infravermelha é contudo mais notório no  $T_a$ .

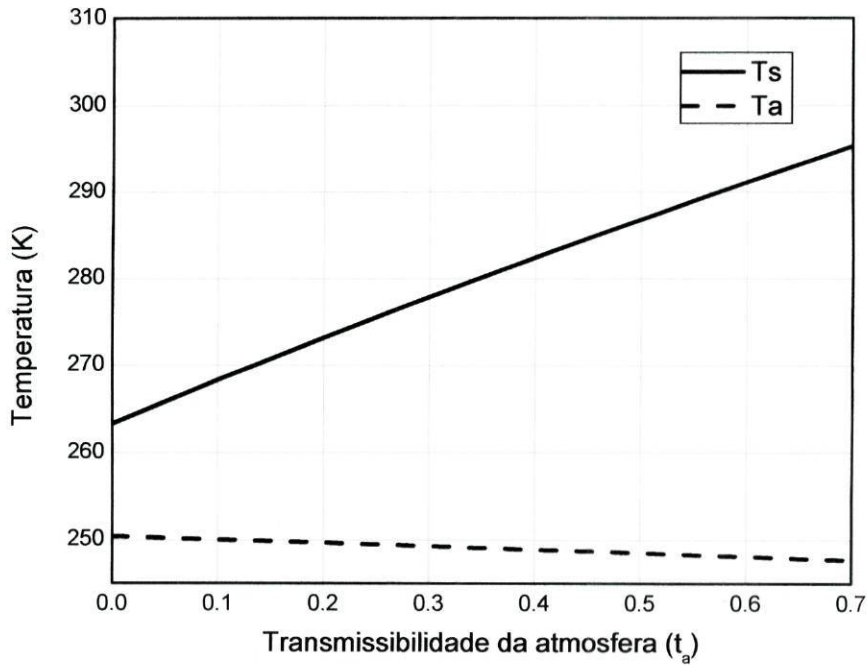
À semelhança da figura anterior mais uma vez se garantiu, no estudo desta grandeza, que  $1 - t'_a - r'_a \geq 0$ , o que significa que o valor máximo de  $t'_a = 0.69$ .



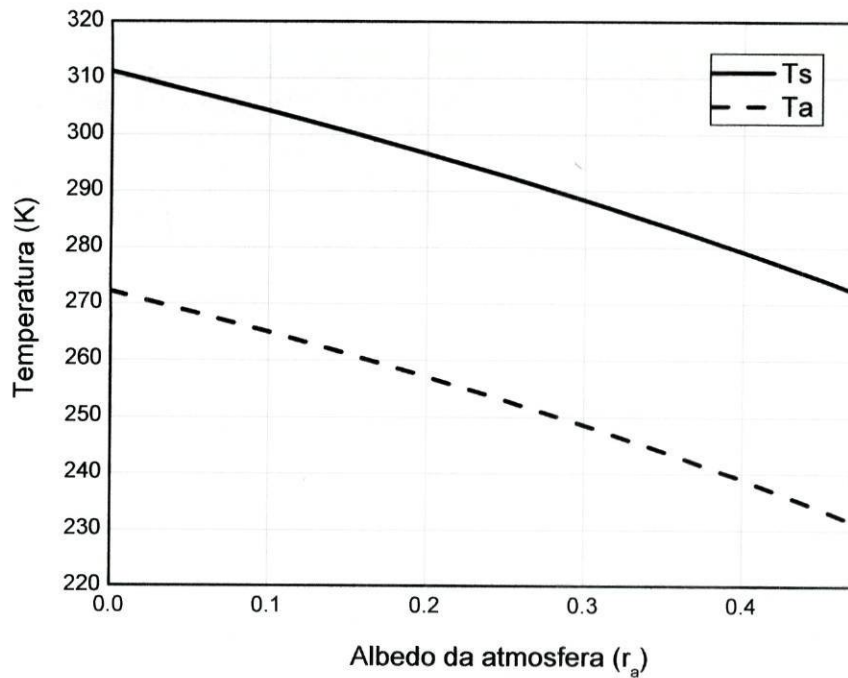
**Figura 12** - Variação da temperatura da superfície terrestre e da atmosfera em função da transmissibilidade da atmosfera para a radiação infravermelha ( $t'_a$ ).

Relativamente à Figura 13, um aumento de  $t_a$  provoca, tal como na situação da Figura 11, um aumento de  $T_s$ , que se pode explicar, neste caso, pelo facto de ser maior a quantidade de radiação solar que atinge a superfície terrestre “aquecendo-a” e menor a que fica retida na atmosfera. Resulta, mais uma vez, uma diminuição de  $T_a$  em consequência dessa situação.

Repare-se que neste caso o eixo referente aos valores da transmissibilidade da atmosfera para a radiação solar varia apenas no intervalo [0;0.70] pois para um valor de  $r_a = 0.30$ , pela análise da [Eq. (2. 14)], o valor máximo de  $t_a$  é  $1-r_a = 0.70$ .



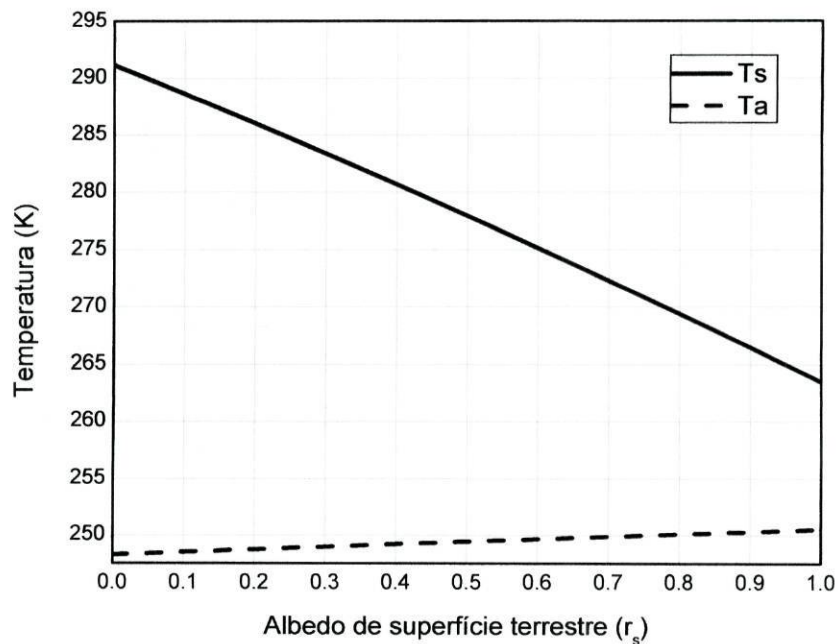
**Figura 13** - Variação da temperatura da superfície terrestre e da atmosfera em função da transmissibilidade da atmosfera para a radiação solar ( $t_a$ ).



**Figura 14** - Variação da temperatura da superfície terrestre e da atmosfera em função do albedo da atmosfera para a radiação solar ( $r_a$ ).

Em relação à Figura 14, um aumento de  $r_a$  provoca uma diminuição de  $T_s$  porque vai diminuindo a quantidade de radiação solar que atinge a superfície terrestre, uma vez que quando atinge a atmosfera em vez de ser transmitida para a superfície terrestre grande parte é reflectida para o espaço exterior. Desta forma este parâmetro provoca, igualmente, e de forma considerável, uma diminuição de  $T_a$ .

Do mesmo modo que já foi referido para a análise à figura anterior, repare-se que, também, nesta situação, o eixo referente ao albedo da atmosfera para a radiação solar varia apenas no intervalo  $[0; 0.47]$ , pois para um valor de  $t_a = 0.53$ , pela análise da [Eq. (2. 14)], o valor máximo de  $r_a$  é  $1-t_a = 0.47$ .



**Figura 15** - Variação da temperatura da superfície terrestre e da atmosfera em função do albedo de superfície terrestre para a radiação solar ( $r_s$ ).

No que se refere à Figura 15, uma variação de  $r_s$  não afecta muito o  $T_a$ , pois a atmosfera é mais afectada pela radiação infravermelha do que pela radiação solar. O  $T_s$  é mais afectado, pois é menor a intensidade de radiação absorvida pela superfície terrestre.

Em resumo, pela análise da Figura 11, Figura 12, Figura 13, Figura 14 e Figura 15 verificámos que de uma maneira geral a alteração de um dos parâmetros produz consequências bastante mais notáveis na temperatura da superfície terrestre do que na temperatura da atmosfera.

No que se refere à temperatura da atmosfera esta é mais afectada pela alteração do albedo da atmosfera para a radiação solar e transmissibilidade da atmosfera para a radiação infravermelha, sendo muito pouco afectada pela alteração dos restantes parâmetros.

Todos os modelos anteriormente apresentados supõem que a temperatura do Planeta Terra é igual em toda a sua superfície. Isto não é realmente muito exacto, o facto da Terra rodar sobre si própria e de o eixo de rotação estar inclinado relativamente ao plano da órbita origina grandes variações de temperatura nas diferentes zonas do planeta. Por exemplo, nos pólos a temperatura é bastante mais baixa do que na região do equador. O modelo que se segue vai prever essa situação.

## 2.5 Modelo zonal do balanço de energia

Neste modelo abandona-se a consideração de que a temperatura da Terra é a mesma em toda a sua superfície, ou seja, o que se faz é dividir o Planeta, nos dois hemisférios, em várias regiões, em que cada região sofre um acréscimo de latitude, em relação à anterior, de  $10^\circ$  (Figura 16). Isto permitirá determinar não apenas a temperatura média global, mas também a temperatura em cada uma das regiões consideradas. Cada um dos hemisférios será, deste modo, dividido em 9 regiões. Consideraremos que cada zona tem o seu próprio albedo ( $r_k$ ,  $k = 1, \dots, 9$ ) e temperatura de superfície ( $\theta_k$ ,  $k = 1, \dots, 9$ ) que inclui geralmente o incremento de estufa. Isto deve-se ao facto de as diferentes zonas não receberem a mesma quantidade de radiação, pois esta varia com o ângulo de incidência dos raios solares a uma zona particular [PhysicsA].

Considera-se, igualmente, que a superfície terrestre emite radiação como um corpo negro ( $\varepsilon = 1$ ), é completamente opaca à intensidade da radiação incidente, que a temperatura do espaço exterior é  $T' = 0K$  e o valor máximo do albedo é 0.6, pois a partir deste valor o Planeta torna-se numa superfície coberta por gelo.

Desta forma, a intensidade de radiação solar incidente numa zona  $k$  é dada por (Figura 16)

$$I_i^{(k)} = \frac{S_k}{4} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (2.15)$$

onde  $S_k = S \times s_k$ , sendo  $s_k$  um factor que determina a intensidade de radiação solar incidente na zona  $k$ .

Por sua vez, a intensidade de radiação solar reflectida pelas diferentes zonas da superfície terrestre é dada por:

$$I_r^{(k)} = r_k I_i^{(k)} = r_k \frac{S_k}{4} \quad (2.16)$$

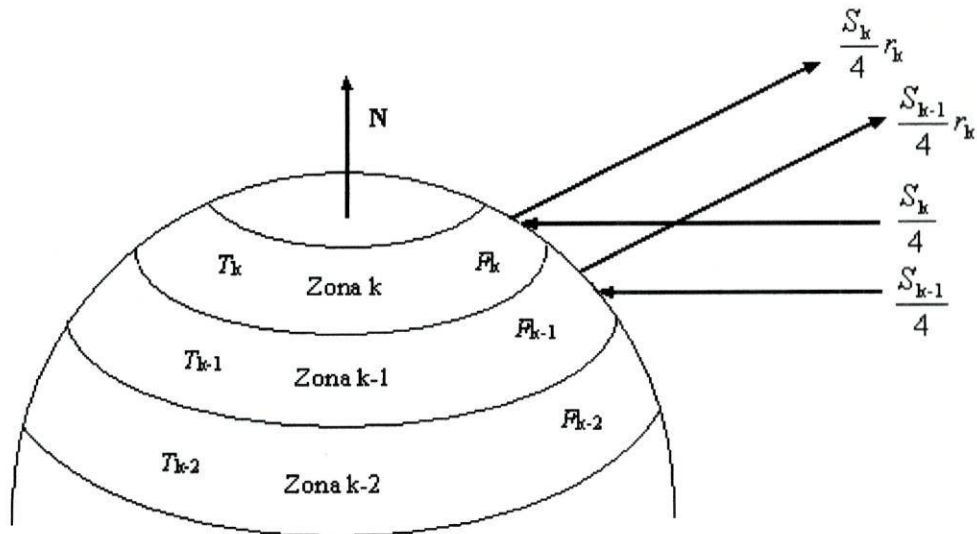


Figura 16 – Modelo zonal do balanço de energia

A intensidade de radiação solar absorvida pela superfície, de acordo com [Eq. (1. 1)] é a seguinte:

$$I_a^{(k)} = I_i^{(k)} - I_r^{(k)} = (1 - r_k) \frac{S_k}{4} \quad (k = 1, \dots, 9) \quad (2. 17)$$

O balanço radiativo global implica, que em equilíbrio:

$$I_a^{(k)} = I_e^{(k)} + \text{transporte para outras zonas} \quad (k = 1, \dots, 9) \quad (2. 18)$$

O transporte da energia entre zonas é dado por:

$$F_k = C(T_k - \bar{T}) \quad (2. 19)$$

$C$  Coeficiente de transporte de calor ( $3.80 \text{ Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ )

$T_k$  Temperatura da zona  $k$

$\bar{T}$  Temperatura média global da superfície

Logo obtemos a seguinte equação para o equilíbrio radiativo:

$$(1 - r_k) \frac{S_k}{4} = \sigma T_k^4 + C(T_k - \bar{T}) \quad (2. 20)$$

Considerando  $T_k = T_0 + \theta_k$ , em que  $T_0 = 273.15$  K e  $\theta_k$  é a temperatura em °C podemos escrever:

$$(1 - r_k) \frac{S_k}{4} = \sigma(T_0 + \theta_k)^4 + C(\theta_k - \bar{\theta}) \quad (2.21)$$

Utilizando a aproximação linear para a expansão binomial, ou seja,

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$$

$$\approx 1 + nx$$
(2.22)

obtemos:

$$(1 - r_k) \frac{S_k}{4} = A + B\theta_k + C(\theta_k - \bar{\theta}) \quad (2.23)$$

que permite determinar a temperatura de uma determinada zona, ou seja:

$$\theta_k = \frac{\frac{S_k}{4}(1 - r_k) - A + C\bar{\theta}}{B + C} \quad (2.24)$$

A temperatura média ( $\bar{\theta}$ ) da superfície terrestre é calculada pela expressão:

$$\bar{\theta} = \sum_k f_k \theta_k \quad (2.25)$$

em que  $f_k$  representa o peso de cada zona ( $k$ ) para o valor médio da temperatura. Atendendo à área  $\Delta A_k$  ocupada por cada zona, tem-se:

$$f_k = \frac{\Delta A_k}{\sum_k \Delta A_k} \quad (2.26)$$

De acordo com a Figura 17, podemos escrever

$$\begin{aligned} \Delta A_k &= 2\pi R^2 \cos \alpha \Delta \alpha = 2\pi R^2 \Delta(\sin \alpha) \\ &= 2\pi R^2 (\sin \alpha_{k2} - \sin \alpha_{k1}) \end{aligned} \quad (2.27)$$

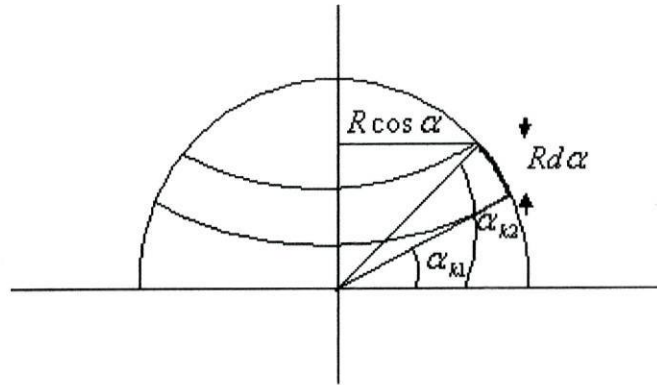


Figura 17 – Definição geométrica de uma zona do modelo.

Substituindo o resultado anterior na [Eq. (2. 26)] vem

$$f_k = \sin \alpha_{K2} - \sin \alpha_{K1} \quad (2. 28)$$

Na tabela que se segue (Tabela 2) encontram-se os valores relativos ao peso de cada zona ( $k$ ) consoante o seu valor de latitude.

Zona ( $k$ )	$\alpha_{K1}$	$\alpha_{K2}$	$f_k$
1	0	10	0.173648
2	10	20	0.168372
3	20	30	0.157980
4	30	40	0.142788
5	40	50	0.123257
6	50	60	0.099981
7	60	70	0.073667
8	70	80	0.045115
9	80	90	0.015192

Tabela 2 – Peso relativo de cada zona ( $k$ )

No entanto, neste modelo o albedo, como já foi referido nas considerações iniciais, varia com a natureza da superfície de cada zona. De modo a incluir o efeito da temperatura na alteração das características radiativas da superfície, consideraremos que o albedo pode variar entre um valor máximo correspondente ao albedo do gelo, aproximadamente, 0.6 e um valor mínimo

correspondente ao albedo da Terra, aproximadamente, 0.32. A equação que permite determinar o albedo das diferentes zonas é a seguinte:

$$r_k = r_{\text{Gelo}} + \left( \frac{\theta_k - \theta_{\text{Gelo}}}{\theta_{\text{Terra}} - \theta_{\text{Gelo}}} \right) (r_{\text{Terra}} - r_{\text{Gelo}}) \quad (2.29)$$

Superfície	Temperatura	Albedo
gelo	$\theta_{\text{Gelo}} = -10\text{ }^\circ\text{C}$	$r_{\text{Gelo}} = 0.6$
terra	$\theta_{\text{Terra}} = 10\text{ }^\circ\text{C}$	$r_{\text{Terra}} = 0.32$

Tabela 3 – Parâmetros que controlam a variação do albedo [PhysicsA].

A figura que se segue (Figura 18) resume os valores obtidos para a temperatura relativa a cada uma das zonas. Esses valores foram calculados numa folha de cálculo do Microsoft® Excel® versão 2003. Para A e B usaram-se os valores, respectivamente,  $315.6\text{ Wm}^{-2}$  e  $4.6\text{ Wm}^{-2}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

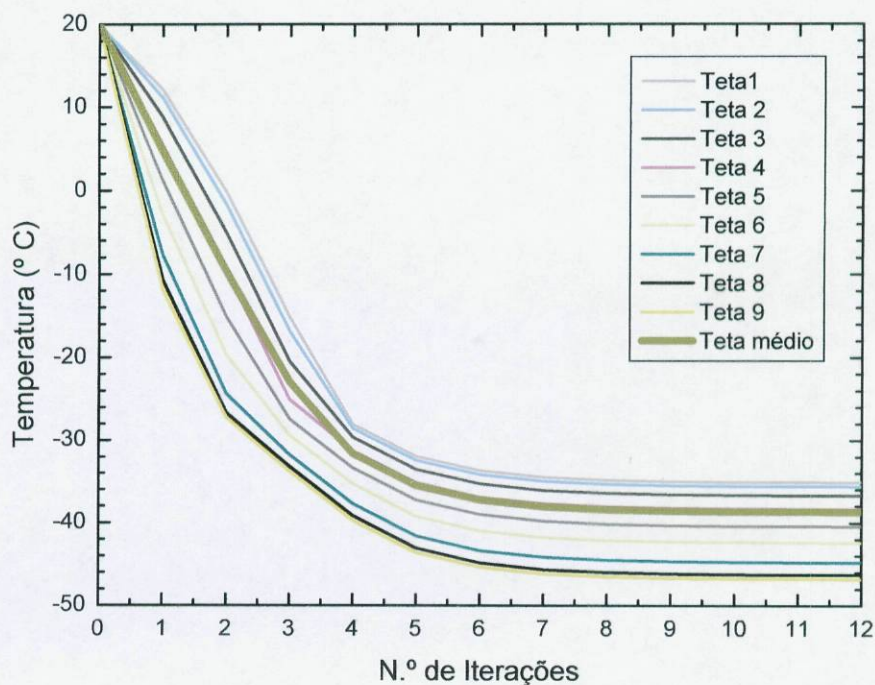
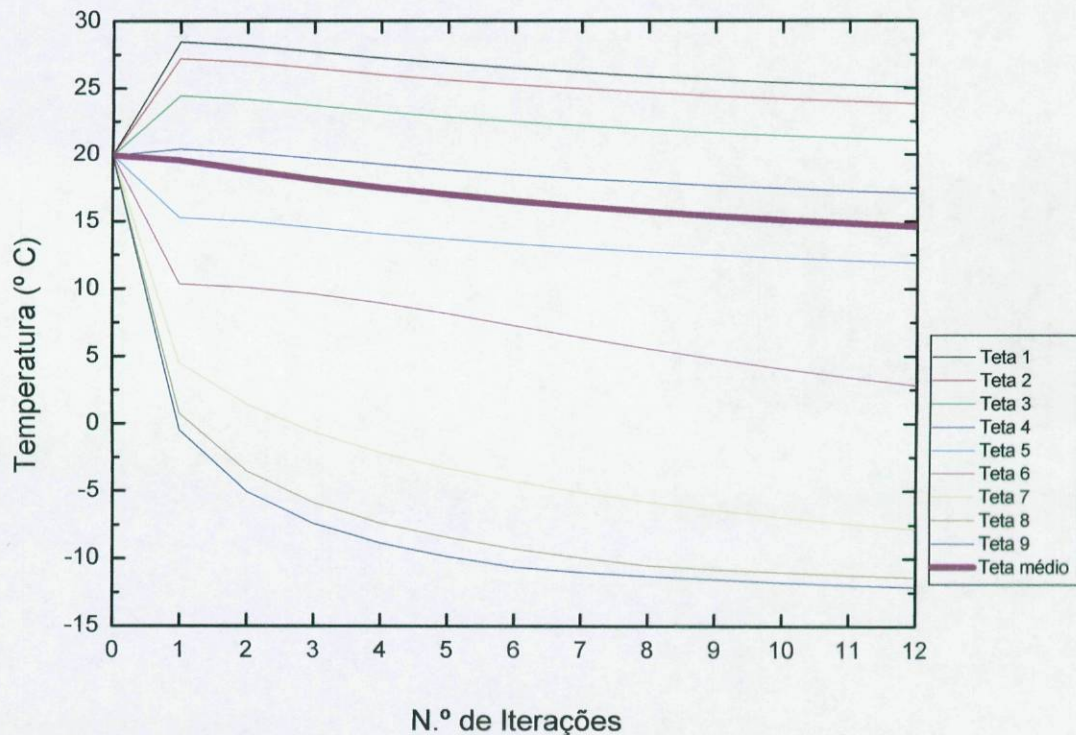


Figura 18 – Temperatura relativa a cada uma das zonas consideradas em função do n.º de iterações, desprezando o efeito estufa.

Neste modelo a temperatura média global obtida para a superfície terrestre é de  $-38.7\text{ }^\circ\text{C}$ , ou seja,  $234.45\text{ K}$ . Este valor encontra-se bastante abaixo do valor actual da temperatura de superfície terrestre o que é facilmente compreensível pois neste modelo é completamente

desprezado o efeito estufa, ou seja, considera-se o planeta sem atmosfera. E como verificado noutros modelos anteriores a atmosfera desempenha um papel fulcral no estabelecimento da temperatura da superfície terrestre.

Vamos, então agora, admitir a existência do efeito estufa. Para isso basta apenas modificar os valores tomados para A e B. Como consequência deste efeito, a temperatura média à superfície da Terra vai aumentar. No caso de admitirmos para A e B, respectivamente, os valores de  $195 \text{ Wm}^{-2}$  e  $2 \text{ Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$  obtém-se uma temperatura média de superfície terrestre de aproximadamente  $14.6^\circ \text{ C}$  (próximo do valor actual da temperatura de superfície terrestre, Figura 19). Como é evidente, e reforçando a ideia anterior, a temperatura de superfície terrestre varia consoante os valores tomados para A e B.



**Figura 19** - Temperatura relativa a cada uma das zonas consideradas em função do n.º de iterações, considerando o efeito estufa.

Podemos, ainda, apresentar uma figura que represente a temperatura de equilíbrio em função da latitude (Figura 20). Como é previsível, a temperatura média à superfície diminui à medida que nos afastamos do equador, ou seja, aumento de latitude, atingindo valores negativos para valores de latitude superior a  $60^\circ$ .

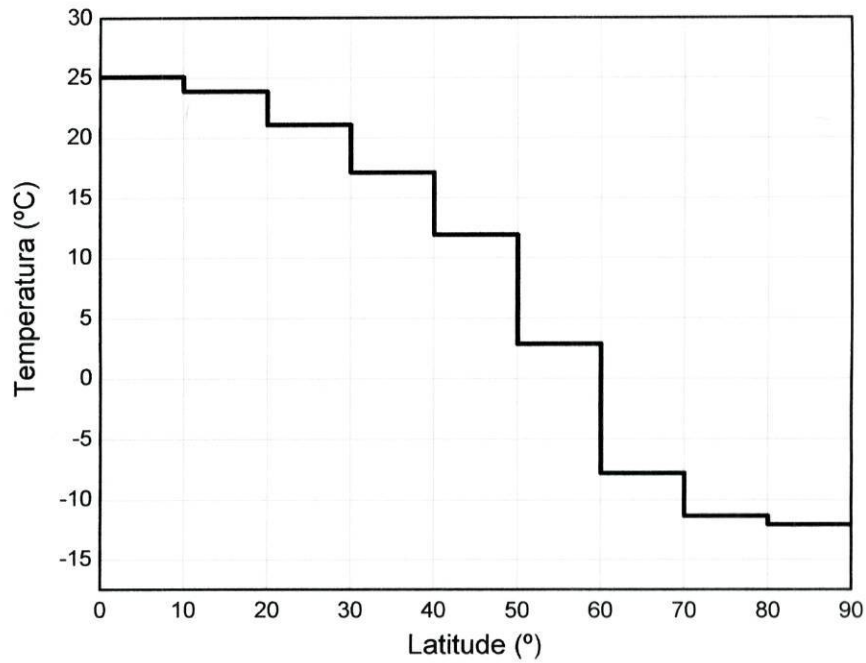


Figura 20 – Temperatura em equilíbrio em função da latitude.

Para finalizar a exploração deste modelo, podemos estudar o caso da variação da temperatura global do Planeta com a constante solar.

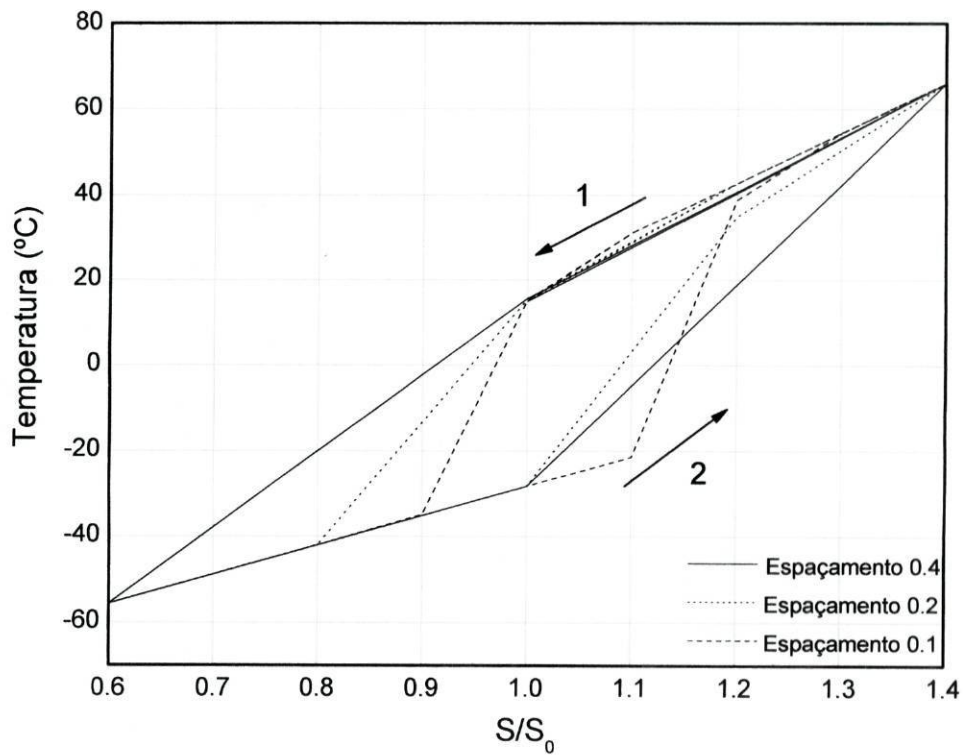


Figura 21 – Temperatura global do Planeta em função do valor relativo da constante solar.

Uma conclusão imediata que retirámos da análise da Figura 21 prende-se com o facto de se verificar histerese, ou seja, para um mesmo valor da constante solar podem corresponder dois valores diferentes de temperatura do Planeta. Esta situação indica-nos que a temperatura global do planeta depende das condições anteriores de que se parte podendo seguir percursos diferentes: 1 ou 2. Verifique-se, ainda, por observação da mesma figura, que para espaçamentos diferentes do valor relativo da constante solar obtém-se ciclos histeréticos diferentes.

## 2.6 Modelo em não equilíbrio térmico

Retomamos, nesta fase, a situação em que a temperatura do Planeta Terra é igual em toda a sua superfície, só que deixamos de ter o sistema em equilíbrio térmico como nos modelos anteriores, isto é, a intensidade de radiação absorvida ( $I_a$ ) não é igual à intensidade de radiação emitida ( $I_e$ ). Esta situação vai implicar uma redistribuição na temperatura do sistema até ser atingido o equilíbrio térmico.

Suponhamos que a maior parte da energia térmica armazenada nos oceanos está concentrada na camada superior da água até uma profundidade efectiva  $h$ . A capacidade calorífica eficaz é calculada a partir da seguinte expressão:

$$C_E = f \times \rho \times c \times h \quad (2.30)$$

onde os parâmetros são definidos como [PhysicsB]:

$f = 0.7$	Fracção da superfície terrestre coberta por água
$\rho = 1023 \text{ kg/m}^3$	Densidade da água do mar
$c = 4186 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$	Calor específico da água
$h = 70 \text{ m}$	Profundidade efectiva do mar

Substituindo os valores das constantes na [Eq. (2.30)] obtém-se o seguinte valor para a capacidade calorífica:

$$C_E = 2.08 \times 10^8 \text{ J/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$$

Este parâmetro modera os efeitos de mudanças “rápidas” em alguns parâmetros responsáveis pela temperatura global de equilíbrio. Assim pode acontecer passarem-se muitos anos até que a temperatura atinja um novo estado de equilíbrio. Deste modo podemos calcular uma variação de temperatura ( $\Delta T$ ), durante o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), através da diferença entre a intensidade de radiação absorvida e a intensidade de radiação emitida.

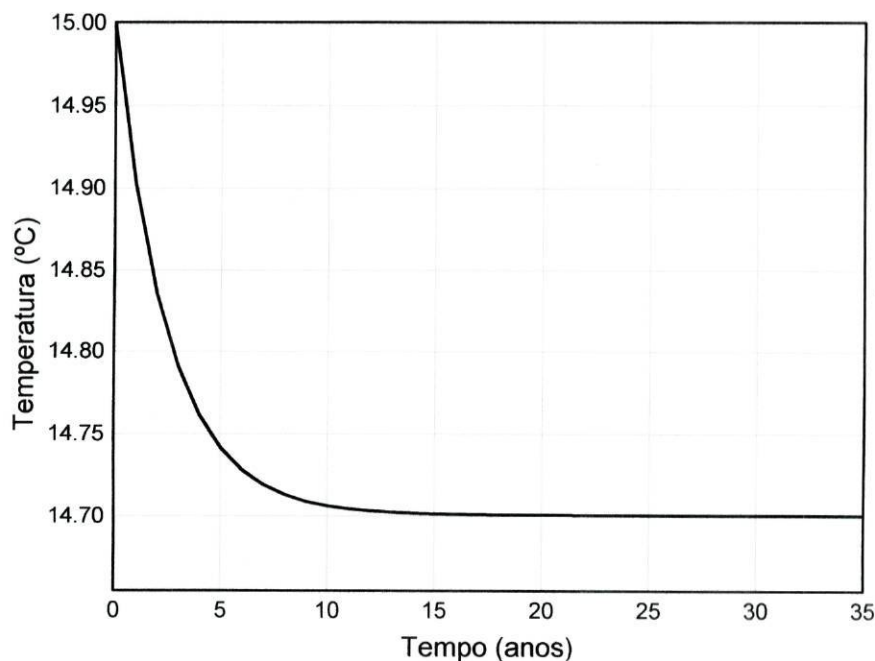
$$\Delta T = \frac{(I_a - I_e) \times \Delta t}{C_E} \quad (2.31)$$

$I_a$  e  $I_e$  são calculados através das equações:

$$I_a = (1 - r) \frac{S}{4} \quad (2.32)$$

$$I_e = A + B\theta \quad (2.33)$$

Numa folha de cálculo do Microsoft<sup>®</sup> Excel<sup>®</sup> versão 2003 foram calculados os novos valores da temperatura da superfície terrestre em função do tempo decorrido até ao estabelecimento do estado de equilíbrio (Figura 22).



**Figura 22** – Variação da temperatura em função do tempo.

Neste caso concreto foram admitidos para A e B, respectivamente, os valores  $201 \text{ Wm}^{-2}$  e  $2.17 \text{ Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ . Ao observar a Figura 22 verificámos que a temperatura evolui de forma a ser atingido o equilíbrio de temperatura, o que ocorre ao fim de, aproximadamente, treze anos. O valor obtido para a temperatura média à superfície terrestre foi de, aproximadamente,  $14.7 \text{ }^\circ\text{C}$  (próximo do valor actual da temperatura da superfície terrestre). Mais uma vez se salienta que o valor da temperatura de superfície varia com a alteração dos parâmetros A e B.

## Capítulo 3 - Aplicação dos modelos de balanço radiativo ao estudo do clima de Vénus

Neste capítulo vamos aplicar os modelos estudados anteriormente ao caso de Vénus e comparar o valor da temperatura de superfície obtida para Vénus com o valor da temperatura de superfície obtido para a Terra.

Nos três casos que se apresentam, à semelhança do que aconteceu para o Planeta Terra, são comuns as considerações feitas para a determinação das intensidades de radiação recebida e emitida pelo planeta que tem por base as seguintes suposições:

a) A superfície está toda a temperatura uniforme;

b) As intensidades de radiação absorvida e emitida estão em equilíbrio no domínio do infravermelho;

c) A superfície de Vénus emite radiação como um corpo negro ( $\varepsilon = 1$ ) e é completamente opaca à radiação incidente;

d) A temperatura do espaço exterior é  $T' = 0K$ .

### 3.1 Atmosfera de Vénus opaca à radiação IV

Vamos considerar o caso do Planeta com atmosfera transparente à radiação solar mas opaca à radiação IV. Considera-se assim que toda a radiação de grandes comprimentos de onda é absorvida na camada atmosférica. No caso de Vénus, a constante Solar ( $S$ ) é  $2614 \text{ W/m}^2$  e o albedo ( $r$ )  $0.75$ .

Recorde-se que este modelo já foi estudado para o Planeta Terra, modelo 2.2, por isso passemos, de imediato, à sua aplicação ao caso do Planeta Vénus. Para isso, lembre-se a apresentação do modelo (Figura 7) e as respectivas equações para o balanço radiativo [Eq. (2. 5)] e [Eq. (2. 6)].

Resolvendo o sistema de equações obtém-se os valores:  $T_a = 232 \text{ K}$  e  $T_s = 276 \text{ K}$ .

Através da análise dos resultados obtidos, conclui-se facilmente que este modelo não é suficiente para explicar o efeito estufa em Vénus, pois a temperatura de superfície obtida está

muito longe do valor actual (aproximadamente 730 K). Esta situação, deve-se, provavelmente, ao facto de não estarmos a contabilizar a quantidade de radiação reemitida para a superfície de Vénus, pelos gases de estufa, o que elevaria com toda a certeza a sua temperatura.

### 3.2 Efeito da reflectividade IV da atmosfera

Vejamus o que acontece quando se considera a quantidade de radiação infravermelha que é reemitida, da atmosfera, para a superfície do Planeta ( $r'_a$ ). O valor da grandeza ( $r'_a$ ) vai variar entre 0 e 1.

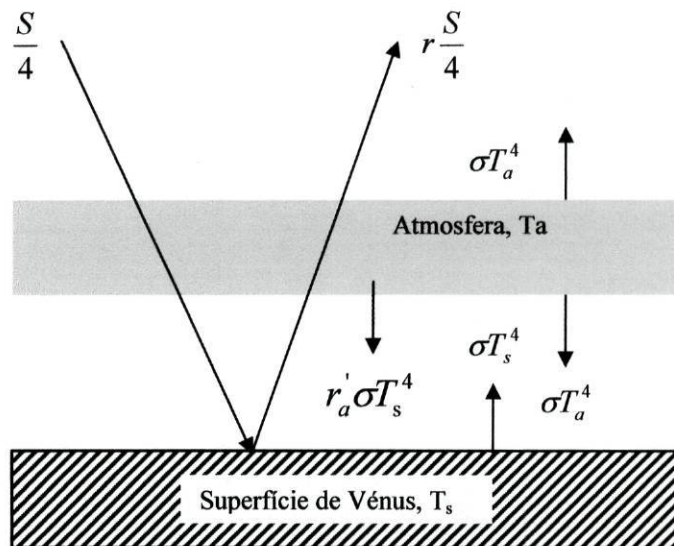


Figura 23 - Atmosfera considerando a reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha.

O balanço radiativo da superfície de Vénus e da atmosfera é traduzido, respectivamente, pelas equações:

$$(1-r)\frac{S}{4} + r'_a\sigma T_s^4 + \sigma T_a^4 = \sigma T_s^4 \quad (3.1)$$

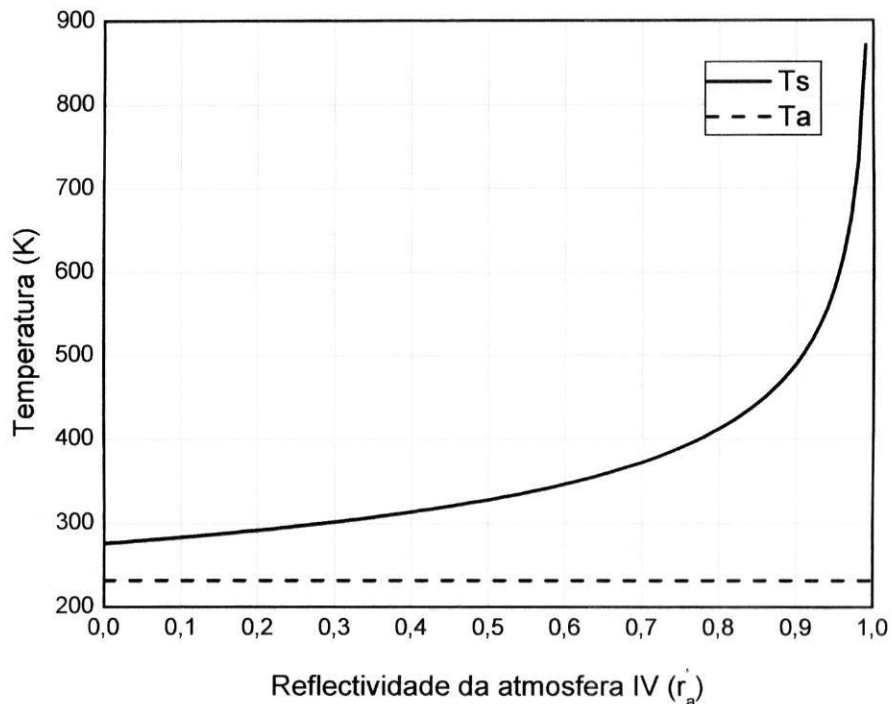
$$\sigma T_s^4 = 2\sigma T_a^4 + r'_a\sigma T_s^4 \quad (3.2)$$

Resolvendo o sistema de equações, chegámos às equações finais que permitem obter as temperaturas em função dos parâmetros.

$$T_s = \sqrt[4]{\frac{(1-r)S}{2\sigma(1-r'_a)}} \quad (3.3)$$

$$T_a = \sqrt[4]{\frac{(1-r)S}{4\sigma}} \quad (3.4)$$

Atribuindo valores num intervalo entre 0 e 1 para a reflectividade ( $r'_a$ ) podemos analisar como se comportam as temperaturas  $T_a$  e  $T_s$  em função de  $r'_a$  (Figura 24).



**Figura 24** - Variação das temperaturas da superfície de Vénus e da atmosfera em função da reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha ( $r'_a$ ).

Pela análise da Figura 24 verifica-se que a partir de um valor de, aproximadamente 0.8, da reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha, a temperatura da superfície de Vénus aumenta significativamente enquanto que a temperatura da atmosfera se mantém sempre constante. A explicação para o aumento da temperatura de superfície de Vénus é muito simples de compreender. Grande parte da radiação que é emitida pela superfície de Vénus ao atingir a

atmosfera é reenviada de novo para a superfície do Planeta aumentando a sua temperatura. Por exemplo, para um valor da reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha igual a 0.98, a temperatura da superfície de Vénus toma o valor de 733 K, aproximadamente o valor actual (730K).

### 3.3 Atmosfera parcialmente transparente à radiação solar e infravermelha

Considere-se agora um modelo que se aproxime mais da situação real. Para tal aplique-se o modelo 2.4 ao caso de Vénus. A diferença encontra-se nos valores a atribuir aos parâmetros, pois estes terão que se ajustar ao Planeta em questão.

Vamos, então, considerar duas situações: uma primeira em que se vai supor que o coeficiente característico do acoplamento térmico entre a superfície e a atmosfera toma um dado valor de modo a obter uma temperatura próxima do valor actual da temperatura de superfície de Vénus e numa segunda situação admitir para esta grandeza o valor zero ( $c=0$ ), devido ao não conhecimento exacto do seu valor.

Vamos partir da [Eq. (2. 13)] e da [Eq. (2. 14)] e eliminar os termos que não se consideram.

#### 1ª Situação: $c \neq 0$

Nesta situação proceder-se-á da mesma forma que se procedeu para o modelo 2.4. Uma vez que se trata de equações não lineares, as suas soluções serão obtidas utilizando o método de Newton.

$$0 = -t_a \frac{S}{4} (1 - r_s) + \sigma T_s^4 (1 - r_a') + c(T_s - T_a) - \sigma T_a^4 \quad (3.5)$$

$$0 = -\frac{S}{4} (1 - r_a - t_a + r_s t_a) - \sigma T_s^4 (1 - t_a' - r_a') - c(T_s - T_a) + 2\sigma T_a^4 \quad (3.6)$$

Atribuindo valores aos parâmetros do modelo de estufa (Tabela 4), podemos determinar as temperaturas de  $T_s$  e  $T_a$ .

$\lambda$ 's pequenos	$\lambda$ 's grandes
$r_s = 0.10$	
$t_a = 0.30$	$t'_a = 0$
$r_a = 0.70$	$r'_a = 0.99$
$c = 0.43 \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-1}$	
$S = 2614 \text{ Wm}^{-2}$	

**Tabela 4** - Parâmetros do modelo de estufa simples.

Usando uma folha de cálculo do Microsoft® Excel® versão 2003 obtemos para os valores de  $T_s$  e  $T_a$ , respectivamente, 731.41 K e 242.49 K. Estes valores são próximos dos valores actuais da temperatura de superfície de Vénus. No entanto, sabemos que é sempre possível escolher os parâmetros de modo a obter os valores desejados para a temperatura, que foi o procedimento efectuado para a escolha do parâmetro  $c$  devido ao seu desconhecimento.

### 2ª Situação: $c = 0$

Agora é só considerar a 1ª situação com  $c = 0$ . Nesta nova situação obtemos para os valores de  $T_s$  e  $T_a$ , respectivamente, 900.29 K e 242.49 K. No entanto, se alterarmos, conjuntamente, o valor da reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha ( $r'_a = 0.977$ ) obtemos como novo valor de  $T_s$ , 731.06 K, uma vez que o valor de  $T_a$  se mantém, 242.49 K.

Conclui-se, deste modo, que existe uma influência acentuada da constante  $c$  e de  $r'_a$  na temperatura global do Planeta Vénus.

## Comparação entre os valores de $T_s$ no caso dos Planetas Terra e Vénus

Quando fazemos uma análise comparativa entre a temperatura obtida para o Planeta Vénus e para o Planeta Terra, verificámos que o Planeta Vénus apresenta uma temperatura global bastante superior à da Terra, o que é uma situação bastante previsível. Esta situação deve-se ao

facto de, para além de Vénus ser um planeta mais próximo do Sol do que a Terra, a sua atmosfera ser muito densa, pois é essencialmente constituído, por dióxido de carbono (gás de estufa). O Planeta recebe a radiação solar e, devido ao dióxido de carbono as radiações infravermelhas são na sua maioria retidas pela atmosfera de Vénus o que contribui bastante para as elevadas temperaturas obtidas para este Planeta. É o Planeta mais “quente” do Sistema Solar. Estes factos são comprovados pelos valores atribuídos aos parâmetros. Na Tabela 5 apresentam-se os valores dos diferentes parâmetros que influenciam a temperatura de cada um dos Planetas.

Planeta Terra	Planeta Vénus
$r_s = 0.11$	$r_s = 0.10$
$t_a = 0.53$	$t_a = 0.30$
$r_a = 0.30$	$r_a = 0.70$
$t'_a = 0.06$	$t'_a \cong 0$
$r'_a = 0.31$	$r'_a \cong 0.99$
$c = 2.7 \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$	$c = 0.43 \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$
$S = 1370 \text{Wm}^{-2}$	$S = 2614 \text{Wm}^{-2}$

**Tabela 5** – Comparação entre os parâmetros relativos ao Planeta Terra e ao Planeta Vénus.

Os parâmetros que mais influenciam a temperatura de Vénus são: a reflectividade da atmosfera para a radiação infravermelha, o coeficiente de acoplamento térmico e a constante solar. Se repararmos, existe uma diferença significativa nos valores destes parâmetros para o caso do Planeta Vénus e do Planeta Terra o que comprova a sua influência na temperatura global do Planeta.

## Capítulo 4 - Hipótese Gaia

A Hipótese Gaia foi proposta pela primeira vez por James Lovelock [Lovelock72]. Defendia que o clima era regulado pela vida, ou seja, Gaia era uma espécie de sistema onde a vida evoluía influenciando o ambiente e vice-versa. Era essencialmente “um sistema cibernético” que desenvolvia mecanismos para a manutenção das condições favoráveis à vida. No entanto, é comum confundir-se “Gaia” com “biosfera”. Entenda-se que a “Biosfera” é definida como “a região geográfica onde os organismos vivos existem”, enquanto que “Gaia” foi definida como “o super-organismo composto de toda a vida fortemente acoplada aos processos de interação entre a atmosfera, os oceanos e a superfície.”

Em 1979 James Lovelock publicou algumas de suas idéias no livro "Gaia: A New Look at Life on Earth" no qual foi postulada de maneira mais definitiva a Hipótese Gaia.

*“...as condições químicas e físicas da superfície da Terra, da atmosfera, e dos oceanos têm sido, e continuam a ser, ajustadas (activamente) para criar condições confortáveis para a presença de vida, pelos próprios elementos viventes. O contrário também se verifica, que a vida se adaptou às condições de vida planetárias existentes na Terra e, desde então, ambas evoluíram por caminhos diferentes (sem interações).” [Lovelock79].*

Mais tarde, já num outro livro “The Ages of Gaia”...

*“Quando a actividade de um organismo favorece o ambiente tanto quanto o próprio organismo, então a sua proliferação será favorecida, eventualmente, o organismo e a mudança ambiental associada a ele passam a ter uma extensão maior ou global. O inverso também é verdadeiro e qualquer espécie que afecte de maneira adversa o ambiente está destinada ao fracasso (como espécie); porém a vida continuará.” [Lovelock88].*

### Modelo Mundo das Margaridas (“Daisyworld”)

Lovelock começou por criar um modelo de um planeta imaginário chamado daisyworld. Nesse Planeta considerava três zonas distintas: zonas descobertas, zonas cobertas por margaridas brancas e zonas cobertas por margaridas pretas (Figura 25).

Daisyworld é um planeta muito simples que contem apenas duas espécies de vida: margaridas brancas e pretas. Como os dois tipos de margaridas têm cores diferentes os albedos

correspondentes serão também diferentes. Como consequência as margaridas podem alterar a temperatura de superfície onde vão crescendo.

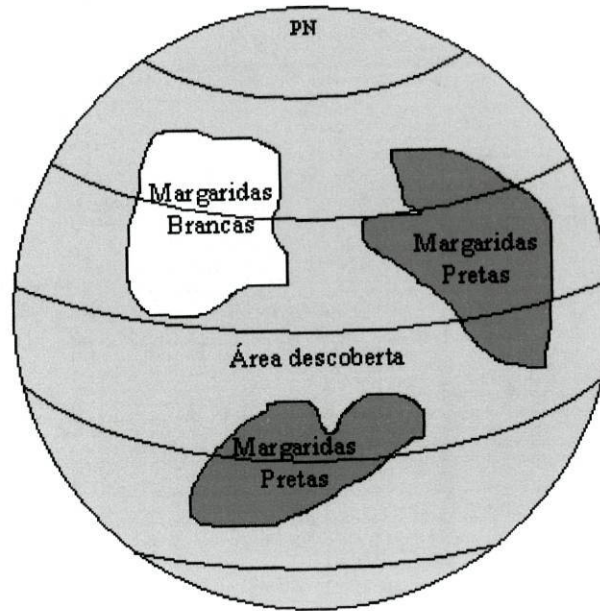


Figura 25 – Modelo daisyworld

A temperatura do daisyworld é calculada usando algumas equações muito básicas. No cálculo do albedo do daisyworld temos que ter em conta a fracção da área descoberta e coberta por margaridas pretas e margaridas brancas de acordo com a seguinte equação:

$$r_{Planeta} = f_{descoberto} r_{descoberto} + f_{brancos} r_{brancos} + f_{pretos} r_{pretos} \quad (4.1)$$

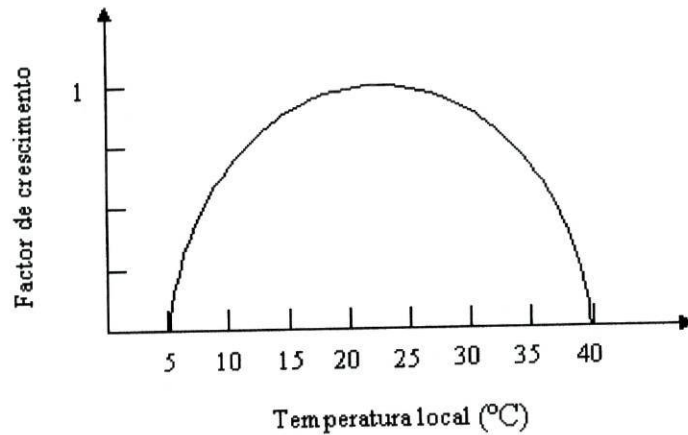
onde  $f_{descoberto}$ ,  $f_{brancos}$  e  $f_{pretos}$  representa, respectivamente, a fracção de área descoberta, a fracção de área coberta por margaridas brancas e a fracção de área coberta por margaridas pretas (sendo  $f_{descoberto} + f_{brancos} + f_{pretos} = 1$ ). Os albedos das diferentes superfícies tomam os valores: 0.5 no caso do albedo da Terra descoberta, 0.75 para o albedo da Terra coberta por margaridas brancas e 0.25 para o albedo da Terra coberta por margaridas pretas.

### Crescimento das margaridas

As margaridas irão colonizar as áreas do planeta que se encontram descobertas sempre que existam condições favoráveis para o seu crescimento. O factor de crescimento pode variar entre 0 e 1 de acordo com a equação:

$$GC_{branco} = 1 - 0.003265(22.5 - T_{branco})^2 \quad (4.2)$$

O factor de crescimento para as margaridas pretas é calculado de maneira similar. Repare-se que se trata da equação de uma parábola (Figura 26). Analisando a figura verificamos que as margaridas só podem crescer dentro de um intervalo de temperaturas entre 5°C e 40°C apresentando um pico, factor máximo de crescimento possível, para um valor de temperatura de 22.5°C.



**Figura 26** – Factor de crescimento das margaridas em função da temperatura local.

Como é evidente a temperatura local vai variar de acordo com a natureza da superfície, ou seja, consoante esta é coberta por margaridas brancas ou margaridas pretas, pois absorvem diferentes quantidades de energia solar. A equação que permite o cálculo da temperatura local para as margaridas brancas é:

$$T_{\text{branco}} = F \times (r_{\text{planeta}} - r_{\text{branco}}) + T_{\text{planeta}} \quad (4.3)$$

onde  $F$  representa o factor de absorção de calor ajustado inicialmente em 20 °C.

Para a temperatura local da Terra descoberta e da área coberta por margaridas pretas a equação é análoga. No cálculo da temperatura do Planeta usa-se a equação:

$$T_{\text{Planeta}} = \left[ \frac{S \times L \times (1 - r_{\text{Planeta}})}{\sigma} \right]^{0.25} - 273.15 \quad (4.4)$$

onde  $L$  representa o factor de luminosidade solar.

Após calcular os factores de crescimento determina-se a nova fracção de área ganha ou perdida por cada margarida de acordo com as equações:

$$\frac{df_{brancas}}{dt} = f_{brancas} \times (f_{descoberta} \times GC_{brancas} - GM) \quad (4.5)$$

$$\frac{df_{pretas}}{dt} = f_{pretas} \times (f_{descoberta} \times GC_{pretas} - GM) \quad (4.6)$$

onde GM corresponde à taxa de morte das margaridas que se considera igual a 0.2.

O cálculo dos valores relativos a cada equação foram efectuados numa folha de cálculo do Microsoft® Excel® versão 2003. Os valores utilizados para o cálculo das grandezas físicas referidas nas equações encontram-se resumidos na Tabela 6 [ColégioCarleton].

$r_{descoberto}$	0.5
$r_{branco}$	0.75
$r_{preto}$	0.25
GM	0.2
F	20 °C
$\Delta t$	0.2 anos
S	917 W/m <sup>2</sup>
L	1

**Tabela 6** – Parâmetros usados no Modelo o Mundo das Margaridas.

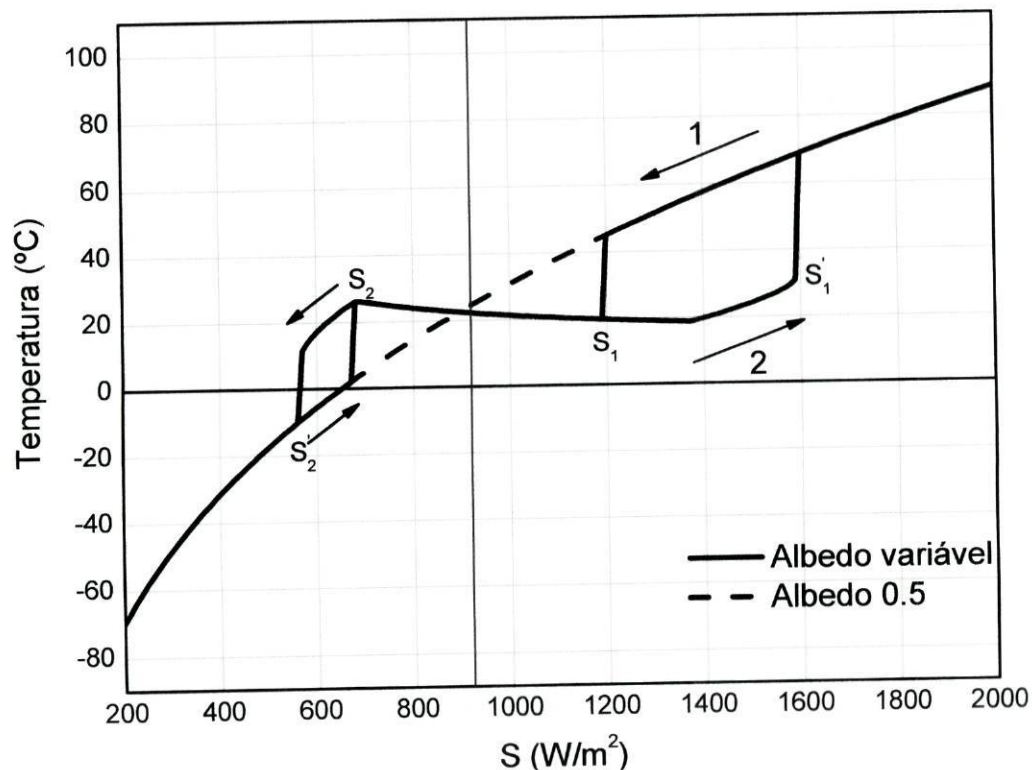
Na execução dos cálculos foi imposta a condição de que o valor mínimo tomado para as fracções de área correspondentes às margaridas brancas e pretas é de 0.01. Esta condição é necessária porque se as duas populações de margaridas se extinguissem jamais voltariam a crescer visto então não restar qualquer “semente”.

Seguidamente são apresentados os resultados mais relevantes para o tratamento deste modelo em função dos parâmetros alterados.

### Alteração da constante solar

Nesta situação pretende-se verificar a influência da alteração da constante solar na temperatura global do Planeta, na temperatura das margaridas brancas, na temperatura das

margaridas pretas, na temperatura da área descoberta, na fracção de área descoberta e nas fracções de área cobertas por margaridas brancas e pretas.



**Figura 27** – Temperatura global do planeta em função da constante solar considerando dois casos: albedo de valor constante (0.5) e albedo com valor variável.

Pela observação da Figura 27, verificámos que no caso da constante solar ter um valor inferior a  $570 \text{ W/m}^2$ , superior a  $1600 \text{ W/m}^2$  ou estar contido num intervalo entre  $680 \text{ W/m}^2$  e  $1190 \text{ W/m}^2$  a temperatura global do Planeta não depende das condições iniciais de que se parte, ou seja, da fracção de área descoberta e das fracções de área cobertas por margaridas brancas e pretas. No caso da constante solar não ter um valor compreendido nesses intervalos, a temperatura global do Planeta depende da fracção de área descoberta e das fracções de área cobertas por margaridas brancas e pretas seguindo percursos diferentes (1 e 2), consoante os valores de que se parte. Estamos portanto perante um caso evidente de histerese cujos pontos críticos para o valor da constante solar se encontram explícitos no gráfico:  $S_1 - 1190 \text{ W/m}^2$ ;  $S'_1 - 1600 \text{ W/m}^2$ ;  $S_2 - 680 \text{ W/m}^2$ ;  $S'_2 - 570 \text{ W/m}^2$ . Estes valores críticos correspondem exactamente aos limites dos intervalos anteriormente referidos no texto.  $S'_1$  e  $S'_2$  correspondem a valores em que temos o Planeta descoberto.  $S_1$  e  $S_2$  correspondem a valores, respectivamente, de crescimento e morte das margaridas.

Torna-se, no entanto, necessário referir que os valores críticos da constante solar dependem da taxa de variação de  $S$ , pois no caso desta variar obtêm-se ciclos histeréticos ligeiramente diferentes.

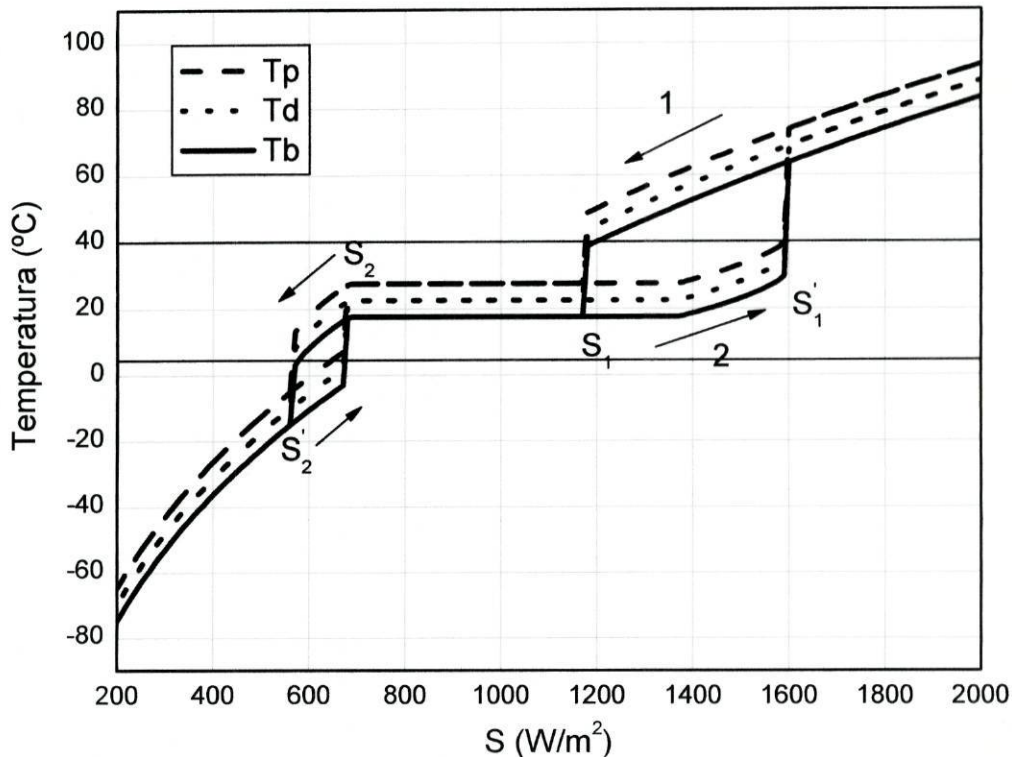
Entre  $[1190;680]$   $W/m^2$  o sistema auto regula-se uma vez que a temperatura se mantém praticamente constante. Esta situação permite-nos concluir que poderíamos ter usado qualquer valor da constante solar neste intervalo que os resultados obtidos seriam praticamente os mesmos.

Analiseemos, agora, as diferenças na temperatura global do Planeta quando se altera a constante solar nos dois casos apresentados na Figura 27: o albedo do Planeta ter um valor constante, igual ao albedo da área descoberta (0.5), e de ter um valor variável [Eq. (4. 1)].

No caso do albedo apresentar um valor variável temos que analisar duas situações: percurso 1 e 2 (histerese). Relativamente ao percurso 1, aferimos que quando a constante solar toma o valor de  $1190 W/m^2$  inicia-se o crescimento das margaridas. Estas crescem e quando a constante solar atinge um valor de, aproximadamente,  $570 W/m^2$  morrem e passamos a ter de novo toda a área descoberta assim como para um valor superior a  $1190 W/m^2$ . Conclui-se perante esta situação que valores da constante solar inferiores a  $570 W/m^2$  e superiores a  $1190 W/m^2$  não são favoráveis ao crescimento das margaridas para as condições iniciais de fracção de margaridas brancas e pretas. Esta situação pode ser facilmente compreensível se tivermos em conta a Figura 28 e o intervalo de temperatura favorável ao crescimento das margaridas (Figura 26), igualmente assinalado na Figura 28. Para valores inferiores a  $570 W/m^2$  e superiores  $1190 W/m^2$  estamos fora do intervalo de temperatura favorável ao crescimento das margaridas ( $5^\circ C$  e  $40^\circ C$ ), sendo assim compreensível que estas não se reproduzam. No intervalo,  $[570;1190]$   $W/m^2$ , estamos dentro do intervalo de temperatura favorável ao crescimento das margaridas e estas reproduzem-se tanto melhor quanto mais próximo estiverem da temperatura óptima de crescimento ( $22.5^\circ C$ ).

No que se refere ao percurso 2, a análise é semelhante, vejamos: quando se atinge um valor da constante solar de, aproximadamente,  $680 W/m^2$  inicia-se o crescimento das margaridas. Para um valor próximo de  $1600 W/m^2$  estas morrem e a partir deste valor temos de novo toda a área descoberta, assim como para um valor inferior a, aproximadamente,  $680 W/m^2$ . Mais uma vez, nesta situação, estamos fora do intervalo de crescimento favorável às margaridas, sendo normal que estas não se multipliquem, dado a taxa de crescimento ser igual a zero e a taxa de morte superior a zero, acabando por desaparecerem. No intervalo,  $[680; 1600]$   $W/m^2$ , estamos dentro do intervalo de temperatura favorável ao crescimento das margaridas e estas reproduzem-se tanto melhor quanto mais próximo estiverem da temperatura óptima de crescimento.

Na situação em que o albedo é constante à medida que se aumenta a constante solar a temperatura do Planeta também vai aumentar. Neste caso considerámos que a área existente no Planeta é toda descoberta.



**Figura 28** - Temperatura das margaridas brancas, temperatura das margaridas pretas e temperatura da área descoberta em função da constante solar.

A Figura 29 estuda a influência da constante solar na fracção de área descoberta e nas fracções de área coberta por margaridas brancas e pretas. Também nesta análise temos a considerar duas situações: o percurso 1 e 2. Em relação ao percurso 1 averiguamos que para um valor da constante solar igual a  $1190 \text{ W/m}^2$  inicia-se o crescimento das margaridas brancas e pretas em detrimento da área descoberta, o que também está de acordo com a Figura 27, sendo mais notório nas margaridas brancas. Em primeiro lugar as margaridas brancas atingem primeiro o intervalo de temperatura favorável ao seu crescimento relativamente às pretas ( $40^\circ\text{C}$ ). Depois de ambas as populações de margaridas se encontrarem dentro do intervalo de temperatura favorável ao seu crescimento, verificámos que as temperaturas das margaridas brancas e pretas se mantêm constantes e, respectivamente, iguais a  $17.5^\circ\text{C}$  e  $27.5^\circ\text{C}$  o que significa que os seus factores de crescimento são iguais. Esta situação da temperatura da área coberta por margaridas brancas e pretas ser constante é válida até um valor da constante solar de, aproximadamente,  $680 \text{ W/m}^2$ . No entanto, é sempre verdade que a temperatura das margaridas brancas é sempre

inferior à das pretas (Figura 28) o que é esperado, pois o albedo das últimas é inferior ao das primeiras.

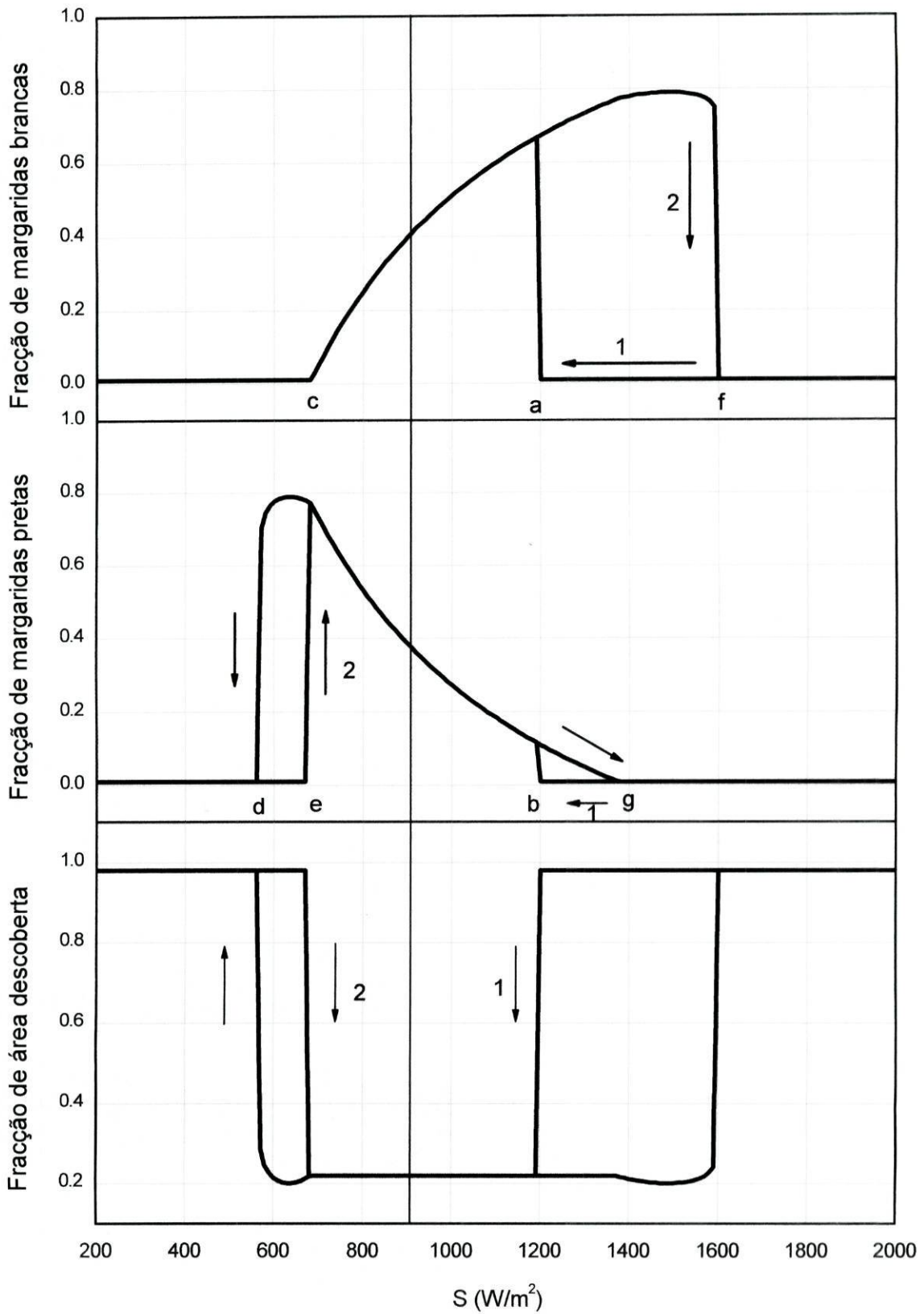
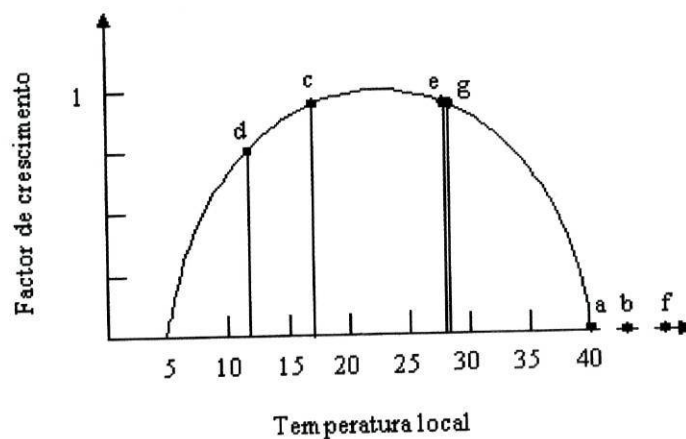


Figura 29 – Fracção de área do Planeta descoberto e fracções de área do Planeta coberto por margaridas brancas e pretas em função da constante solar.

A Figura 30 é um exemplo elucidativo do que foi referido anteriormente e do que será discutido posteriormente, onde se encontra bem demarcado o intervalo de temperatura favorável ao crescimento das margaridas. Assim podemos compreender porque crescem mais cedo as margaridas brancas quando comparadas com as pretas. Exactamente, e como já foi referido anteriormente, porque de acordo com a curva do factor de crescimento, as margaridas brancas atingem primeiro os limites de temperatura favoráveis ao seu crescimento comparativamente com as pretas (pontos *a* e *b*). Entenda-se que os pontos representados na Figura 30 correspondem aos mesmos pontos representados na Figura 29. Ainda na Figura 29, inicialmente, a fracção de margaridas brancas é superior à fracção de margaridas pretas, pois também iniciam o seu crescimento mais cedo. Mas repare-se que a partir de um valor da constante solar de  $890 \text{ W/m}^2$  a fracção de área coberta por margaridas pretas é superior à fracção de área coberta por margaridas brancas, isto porque, para valores baixos da constante solar favorecemos o crescimento das margaridas pretas, que absorvem maior quantidade de radiação em relação às margaridas brancas.



**Figura 30** – Esquema elucidativo da diferença de fracções de margaridas brancas e pretas.

Ainda no que se refere às margaridas brancas e pretas, para um valor de, respectivamente,  $680 \text{ W/m}^2$  e  $570 \text{ W/m}^2$  todas as margaridas morrem e temos apenas área descoberta. Estes resultados estão relacionados, mais uma vez, com o facto de a temperatura de cada zona não se encontrar dentro da gama considerada como favorável ao crescimento das margaridas como já foi referido na análise à Figura 27. Neste caso concreto as margaridas brancas morrem primeiro dado atingirem, igualmente, primeiro o limite de temperatura favorável ao seu crescimento ( $5^\circ\text{C}$ ). Neste caso estas afastam-se mais da temperatura óptima de crescimento, ou seja, o factor de crescimento das margaridas brancas é menor do que nas margaridas pretas (Figura 30, pontos *c* e *e*). As margaridas brancas extinguem-se para um valor da constante solar de  $680 \text{ W/m}^2$

(Figura 30 – ponto *c*). Para este valor de *S* a temperatura das margaridas brancas é 17.29°C e das pretas é 27.29°C, o que significa que a temperatura das margaridas pretas se encontra mais próxima da temperatura óptima de crescimento (22.5°C), logo corresponde-lhe um factor de crescimento superior. No caso do ponto *d* (Figura 30), o factor de crescimento das margaridas brancas continua a ser zero e o das pretas vai atingir o valor zero a partir deste ponto.

Se para um determinado valor da constante solar a temperatura de cada zona coberta por margaridas se encontra dentro do intervalo de temperatura favorável ao seu crescimento então temos o crescimento das mesmas, e conseqüentemente, a diminuição da área descoberta, pois esta última é ocupada pelas primeiras. Ao observar a Figura 28 podemos confirmar que segundo o percurso 1, no intervalo de 1190 W/m<sup>2</sup> a 570 W/m<sup>2</sup> as margaridas se encontram dentro do intervalo de temperatura favorável ao seu crescimento e com efeito crescem. Caso contrário não se favorece o seu crescimento, a taxa de crescimento é nula e a taxa de morte diferente de zero, acabando, praticamente, todas as margaridas por desaparecerem e quase todo o planeta fica descoberto.

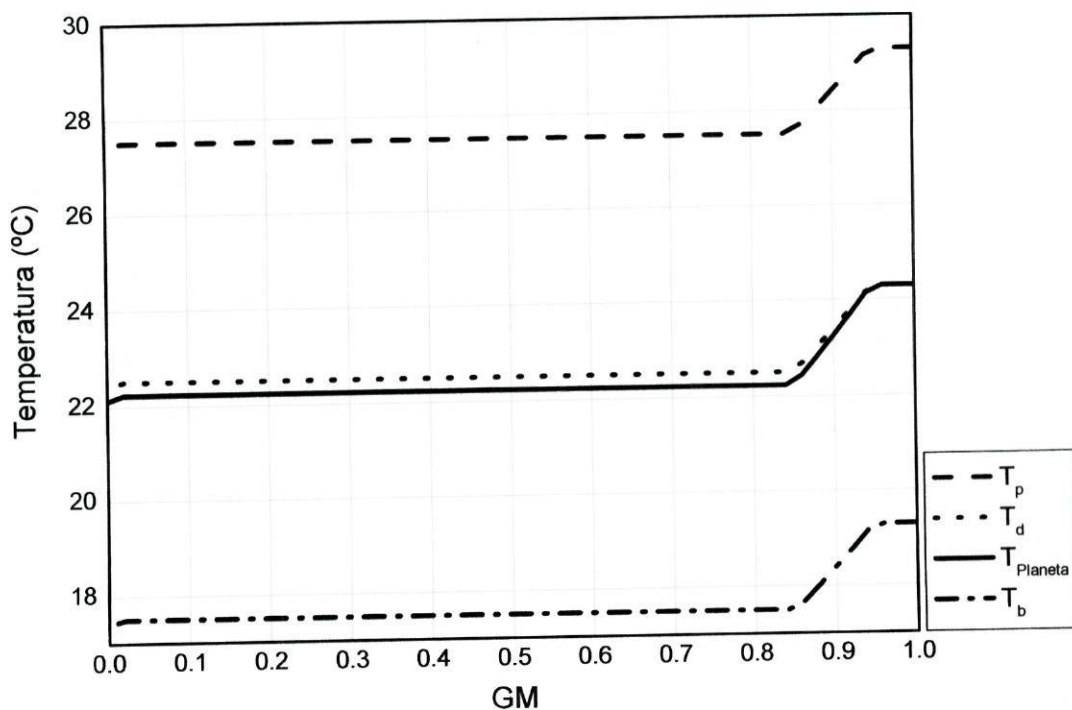
O raciocínio anterior foi feito no sentido da direita para a esquerda (percurso 1), façamos, agora o raciocínio inverso (percurso 2).

Para um valor da constante solar de, aproximadamente, 680 W/m<sup>2</sup> inicia-se o crescimento das margaridas brancas e pretas em detrimento da área descoberta. Esse crescimento é agora mais notório nas margaridas pretas, estas crescem mais rapidamente que as brancas. Se analisarmos a Figura 28 verificamos que as margaridas pretas atingem primeiro os limites de temperatura favoráveis ao seu crescimento quando comparadas com as brancas (5°C), logo o seu factor de crescimento é maior (Figura 30, pontos *c* e *e*). Contudo esta situação não é muito prolongada pois rapidamente a temperatura das margaridas brancas e pretas é, respectivamente, 17.5°C e 27.5°C, o que significa que o factor de crescimento é igual para os dois tipos de margaridas. Estas continuam a crescer e quando se atinge um valor da constante solar de 1600 W/m<sup>2</sup> e 1380 W/m<sup>2</sup>, respectivamente, para as margaridas brancas e pretas, estas morrem e começa de novo a aumentar a fracção de área descoberta, ou seja, praticamente todo o planeta é descoberto. O desaparecimento das margaridas pretas (Figura 29 - ponto *g*) ocorre primeiro do que o desaparecimento das margaridas brancas (Figura 29 – ponto *f*). A razão pela qual as margaridas pretas desaparecem primeiro, embora pela observação da Figura 30 – ponto *g*, as margaridas pretas ainda se encontrem dentro do intervalo de temperatura favorável ao seu crescimento, tem a ver com o facto de a sua taxa de morte ser superior à sua taxa de crescimento quando multiplicada pela fracção de área descoberta [Eq. (4.6)].

Em resumo, para valores da constante solar muito baixos ou muito elevados não se proporcionam condições favoráveis para as margaridas crescerem, mas existe uma gama em que essas condições são notoriamente favoráveis como se verificou da análise anterior.

### Alteração da taxa de morte

Inicialmente definiu-se a taxa de morte como sendo 0.2. Para estudar a influência da variação deste parâmetro na variação da temperatura global do Planeta, na temperatura das margaridas brancas, na temperatura das margaridas pretas, na temperatura da área descoberta, na fracção de área descoberta e nas fracções de área cobertas por margaridas pretas e brancas variou-se a taxa de morte num intervalo entre 0 e 1.



**Figura 31** – Temperatura global do Planeta, temperatura das margaridas brancas, temperatura das margaridas pretas e temperatura da área descoberta em função da taxa de morte das margaridas.

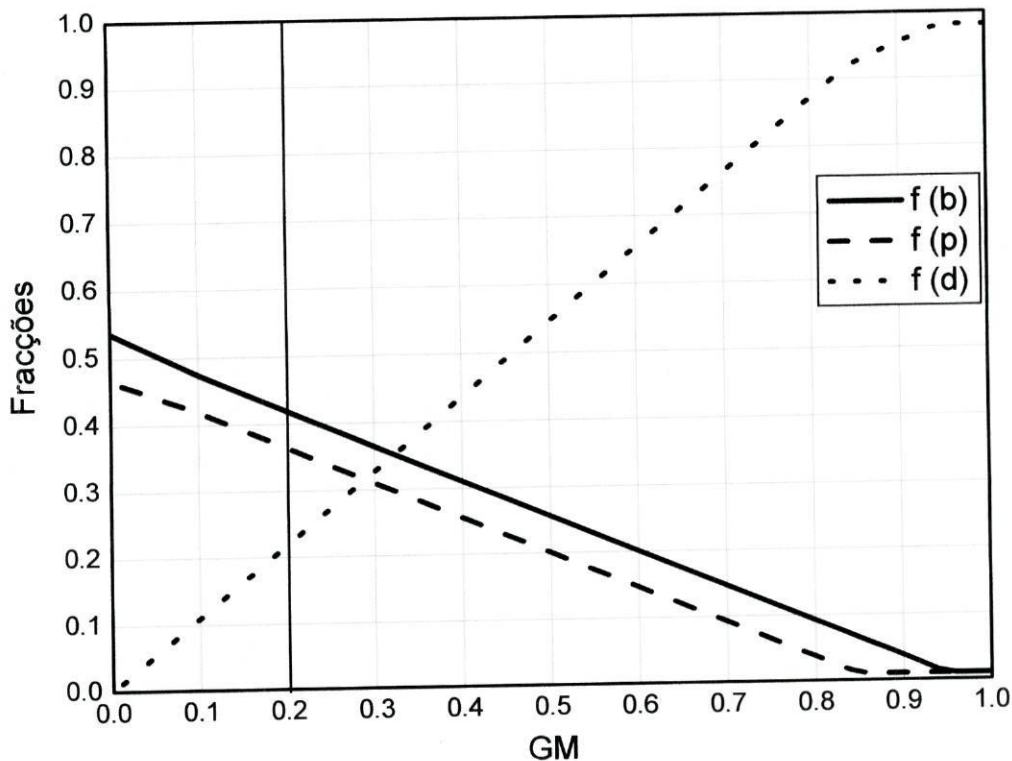
Pela análise da Figura 31, verificámos que a temperatura global do Planeta é constante quando a taxa de morte toma valores entre 0.02 e 0.84 ou superiores a 0.94. Se a taxa de morte tomar um valor inferior a 0.02 ou superior a 0.84 e inferior a 0.94 então a temperatura global do Planeta sofre uma pequena alteração, sendo mais notória no intervalo de 0.84 a 0.94. Vejamos

como podemos interpretar tal situação. Para isso vamos articular a [Eq. (4. 1)] relativa ao albedo planetário e a seguinte equação:

$$f_d = 1 - f_b - f_p \quad (4. 7)$$

Substituindo a [Eq. (4. 7)] na [Eq. (4. 1)] e com algum artifício matemático chegámos a uma outra equação mais simplificada que nos permite interpretar melhor a Figura 31, como sendo:

$$r_{\text{Planeta}} = 0.25 \times (f_b - f_p) + r_d \quad (4. 8)$$



**Figura 32** – Fração de área do Planeta descoberto e frações de área do Planeta coberto por margaridas brancas e pretas em função da taxa de morte das margaridas.

Enquanto  $(f_b - f_p)$  for constante o albedo do Planeta também o será e, conseqüentemente a temperatura global do Planeta. A situação anterior só se altera quando a diferença entre  $f_b$  e  $f_p$  deixa de ser constante, o que ocorre quando a taxa de morte atinge o valor de aproximadamente 0.84. A partir deste ponto  $f_p = 0.01$  (Figura 32) enquanto que  $f_b$  continua a variar até um valor da taxa de morte de aproximadamente 0.94. Perante esta situação, da taxa de morte tomar um valor superior a 0.84 e inferior a 0.94, o albedo do planeta vai ter um valor variável, uma vez que

varia  $f_b$  e, como consequência, a temperatura global do Planeta varia igualmente. Por outras palavras,  $f_b$  diminui,  $r_{\text{Planeta}}$  também diminui e como é previsível aumenta a temperatura global do Planeta. Quando a taxa de morte é superior a 0.94,  $f_b$  e  $f_p$  tomam, ambos, o valor de 0.01, logo  $0.25 \times (f_b - f_p) = 0$ , [Eq. (4. 8)], e temos que o  $r_{\text{Planeta}} = r_d$  tornando a temperatura global do Planeta constante, uma vez que o albedo também o é. E, naturalmente, a temperatura global do planeta coincide com a temperatura da área do Planeta descoberta.

Mas outra questão ainda se poderá colocar: Porque é que aumenta a temperatura das margaridas brancas e pretas, igualmente, no intervalo da taxa de morte entre 0.84 e 0.94? A explicação é também muito simples. Neste caso é necessário ter presente a [Eq. (4. 3)]. Enquanto o albedo do Planeta for constante a sua temperatura também o será, logo a temperatura das margaridas brancas e pretas mantêm, igualmente, o seu valor. Todos os termos do segundo membro da [Eq. (4. 3)] permanecem constantes e consequentemente a temperatura das margaridas brancas e pretas. No caso da taxa de morte estar compreendida entre 0.84 e 0.94 a temperatura do Planeta aumenta, o que induz, naturalmente, um aumento na temperatura das margaridas pretas e brancas. Porquê?

No caso das margaridas pretas, à medida que a taxa de morte aumenta, no intervalo considerado, o valor de  $F(r_{\text{planeta}} - r_{\text{preto}})$ , [Eq. (4. 3)], vai diminuir com sinal positivo, pois o albedo do Planeta também vai diminuir. No que se refere ao  $T_{\text{planeta}}$ , este aumenta, igualmente, com sinal positivo. O facto de na Figura 31 a temperatura das margaridas pretas continuar a aumentar dá-nos a informação que o valor de  $F(r_{\text{planeta}} - r_{\text{preto}})$  será pouco significativo comparativamente com o aumento verificado para o  $T_{\text{planeta}}$ , [Eq. (4. 3)].

No que se refere às margaridas brancas, o valor de  $F(r_{\text{planeta}} - r_{\text{branco}})$  aumenta, em valor absoluto, sendo o seu sinal negativo, enquanto que o  $T_{\text{planeta}}$  aumenta com sinal positivo, o que nos permite, mais uma vez inferir, que o valor de  $F(r_{\text{planeta}} - r_{\text{branco}})$ , será pouco significativo comparativamente com o aumento verificado para o  $T_{\text{planeta}}$ , [Eq. (4. 3)].

Outra informação adicional que se pode retirar pela observação da Figura 31 é que não se verifica histerese.

Finalmente, e ainda no que se refere à Figura 31, verificámos que qualquer que seja o valor da taxa de morte a temperatura das margaridas brancas e pretas encontra-se dentro do intervalo de temperatura favorável ao seu crescimento. O facto das margaridas brancas e pretas serem substituídas por área descoberta (Figura 32) pode ser explicado pela razão da taxa de morte ser

superior à taxa de crescimento das margaridas. Seguidamente entender-se-á melhor tal justificação.

Prosseguindo com a análise à Figura 32, e reforçando o que foi dito anteriormente, verificamos que, à medida que a taxa de morte das margaridas aumenta, as fracções de área coberta por margaridas brancas e pretas diminui, sendo substituída por área descoberta até todo o planeta se tornar praticamente descoberto, o que acontece à medida que a taxa de morte se aproxima de 1. Para podermos entender melhor porque é que tal situação se verifica tomemos como referência primeiro a [Eq. (4. 5)].

Quando  $t \rightarrow \infty$ ,  $f_b = \text{constante}$ , logo ou  $f_b = 0$  ou  $f_d \times GC_b - GM = 0$ . Uma das condições que se impôs no modelo foi considerar que as fracções de margaridas brancas e pretas nunca seriam nulas, embora pudessem ter um valor pequeno (0.01). Resta-nos então a segunda situação:

$$f_d \times GC_b = GM \quad (4. 9)$$

Resolvendo a [Eq. (4. 9)] em ordem a  $f_d$  obtém-se

$$f_d = \frac{GM}{GC_b} \quad (4. 10)$$

Para as margaridas pretas, o raciocínio é exactamente o mesmo, a única diferença é na taxa de crescimento; assim

$$f_d = \frac{GM}{GC_p} \quad (4. 11)$$

Igualando a [Eq. (4. 10)] com a [Eq. (4. 11)] obtemos:

$$\frac{GM}{GC_b} = \frac{GM}{GC_p} \rightarrow GC_b = GC_p \quad (4. 12)$$

O resultado desta equação permite-nos concluir que a taxa de crescimento das margaridas brancas é igual à das margaridas pretas. Como a taxa de morte também é igual para as duas margaridas compreende-se que elas decresçam ao mesmo ritmo. O facto de a fracção de margaridas brancas e pretas decrescer indica-nos, igualmente, que a taxa de morte tem de ser, como é óbvio, superior à taxa de crescimento quando multiplicada pela área descoberta [Eq. (4.5)], por essa razão passamos a ter praticamente todo o Planeta descoberto, como já tinha sido referido anteriormente.

Ainda podemos explicar o facto do decréscimo de margaridas brancas e pretas ser compensado pela área descoberta, basta para isso reconhecer que

$$f_b + f_p + f_d = 1 \quad (4.13)$$

Se derivarmos a [Eq. (4.13)] em ordem à taxa de morte, obtemos:

$$\frac{df_b}{dGM} + \frac{df_p}{dGM} + \frac{df_d}{dGM} = 0 \quad (4.14)$$

Para que o resultado anterior seja zero é necessário que

$$\frac{df_b}{dGM} + \frac{df_p}{dGM} = -\frac{df_d}{dGM} \quad (4.15)$$

### Alteração do factor de absorção de calor (F)

Estuda-se agora a influência do factor de absorção de calor na variação da temperatura global do Planeta, na temperatura das margaridas brancas, na temperatura das margaridas pretas, na fracção de área descoberta e nas fracções de área coberta por margaridas brancas e pretas. O factor de absorção de calor sofreu uma variação no intervalo entre 0 °C e 80 °C.

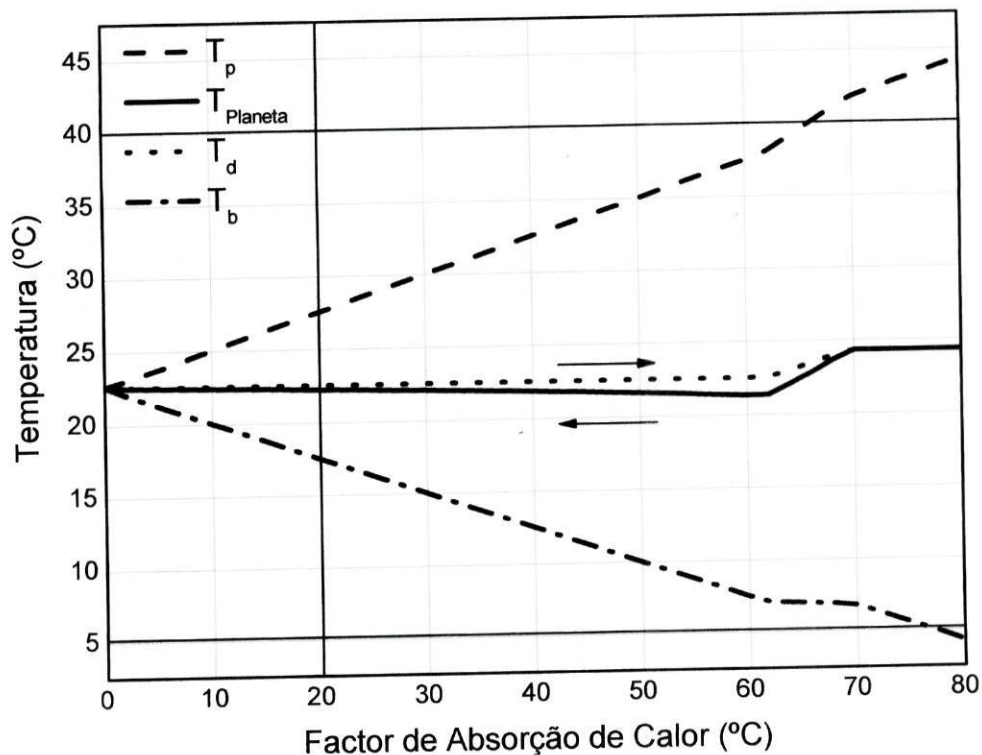


Figura 33 – Temperatura global do planeta, da área descoberta e das áreas cobertas por margaridas brancas e pretas em função do factor de absorção de calor (F).

O factor de absorção de calor está relacionado com a distribuição de energia para outras zonas. Com o aumento desta grandeza acentua-se a diferença entre a temperatura das margaridas brancas e pretas (Figura 33). A temperatura das margaridas pretas aumenta, uma vez que o seu albedo é baixo (0.25) absorvendo maior quantidade de energia sob a forma de calor. Ao contrário, a temperatura das margaridas brancas diminui, pois estas possuem um albedo elevado (0.75) reflectindo grande parte da radiação. Se analisarmos a [Eq. (4. 3)] que relaciona a temperatura das margaridas brancas e pretas com o factor de absorção de calor conseguimos mais facilmente compreender a Figura 33. Quando  $F = 0$  a temperatura das margaridas brancas e pretas iguala-se. Esta temperatura é, por sua vez, igual à temperatura global do Planeta. Com a variação de  $F$  a temperatura global do Planeta é praticamente constante, mas o mesmo já não acontece para a temperatura das margaridas brancas e pretas.

Vamos analisar a [Eq. (4. 3)], para o caso da temperatura das margaridas brancas. Neste caso como  $r_{\text{Planeta}} < r_{\text{branco}}$  à medida que o  $F$  aumenta, o valor de  $F(r_{\text{planeta}} - r_{\text{branco}})$  também vai aumentando, em valor absoluto, sendo o seu sinal negativo, ou seja,

$$T_{\text{branco}} = \overbrace{F \times (r_{\text{planeta}} - r_{\text{branco}})}^{-} + \overbrace{T_{\text{Planeta}}}^{+}$$

logo a temperatura das margaridas brancas vai diminuindo.

No caso das margaridas pretas  $r_{\text{Planeta}} > r_{\text{Preto}}$  e com o aumento do  $F$  o valor de  $F(r_{\text{planeta}} - r_{\text{preto}})$  também vai aumentando neste caso com sinal positivo, ou seja,

$$T_{\text{preto}} = \overbrace{F \times (r_{\text{planeta}} - r_{\text{preto}})}^{+} + \overbrace{T_{\text{Planeta}}}^{+}$$

logo a temperatura das margaridas pretas vai aumentando. Quanto maior o  $F$  mais se acentua a diferença de temperatura entre as margaridas brancas e pretas.

Para um valor de  $F$  superior a 65 °C e 75 °C, respectivamente, para as margaridas pretas e brancas, deixamos de nos encontrar no intervalo de temperatura favorável ao crescimento das margaridas.

Na Figura 33 não se verifica histerese.

No que se refere à Figura 34 e para complementar o entendimento da Figura 33, verificámos que à medida que se aumenta o  $F$ , as fracções de área coberta por margaridas brancas e pretas diminui, e consequentemente aumenta na mesma proporção a fracção de área descoberta.

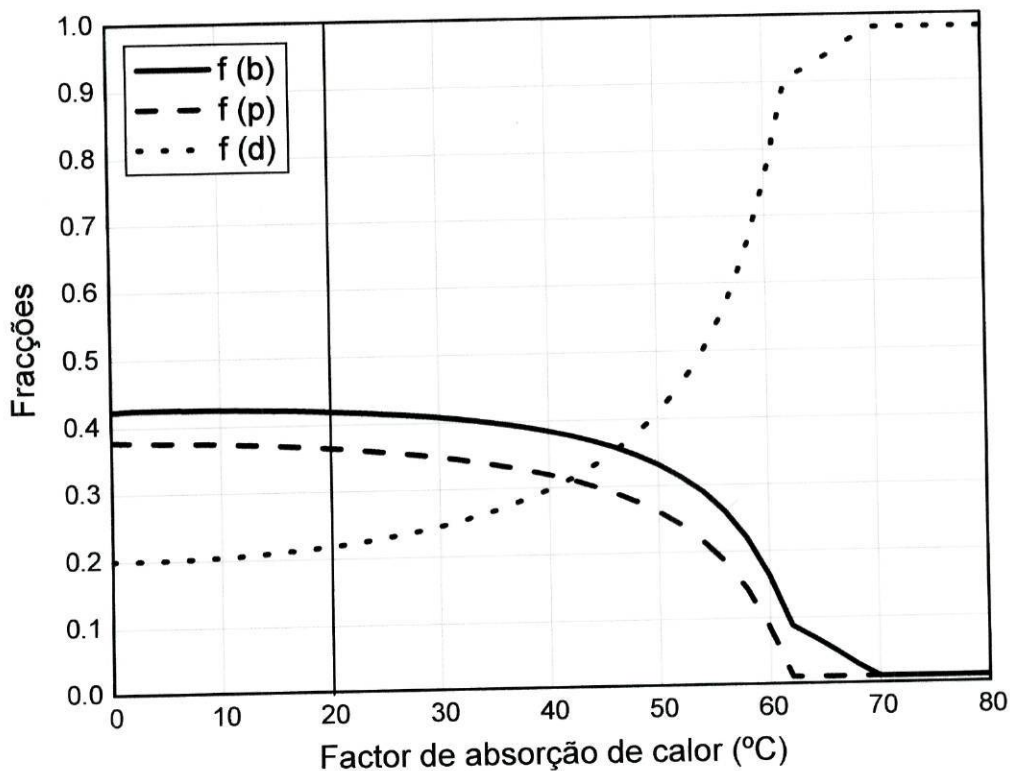


Figura 34 – Fração de área do Planeta descoberto e frações de área do Planeta coberto por margaridas brancas e pretas em função do factor de absorção de calor (F).

## Evolução temporal

A Figura 35 e a Figura 36, que se seguem, estão inseridas apenas como forma de evidenciar o modo como o sistema evolui até ser atingido o equilíbrio de temperatura, (Figura 35), e, igualmente, o equilíbrio da fração de área descoberta e das frações de área coberta por margaridas brancas e pretas, (Figura 36).

Relativamente ao valor da temperatura este evolui e ao fim de 29 anos atinge o equilíbrio. Note-se que essa evolução ocorre com a existência não de uma relaxação normal, mas sim duas relaxações. Repare-se ainda que o mínimo de temperatura corresponde ao máximo valor do albedo, o que está de acordo com a [Eq. (4. 4)], ou seja, se aumentar o albedo do Planeta a temperatura global do mesmo diminui.

No caso da Figura 36 observámos uma diminuição da fração de área descoberta e consequentemente um aumento da área coberta por margaridas brancas e pretas. Ao fim de, aproximadamente, 6 anos atinge-se o equilíbrio.

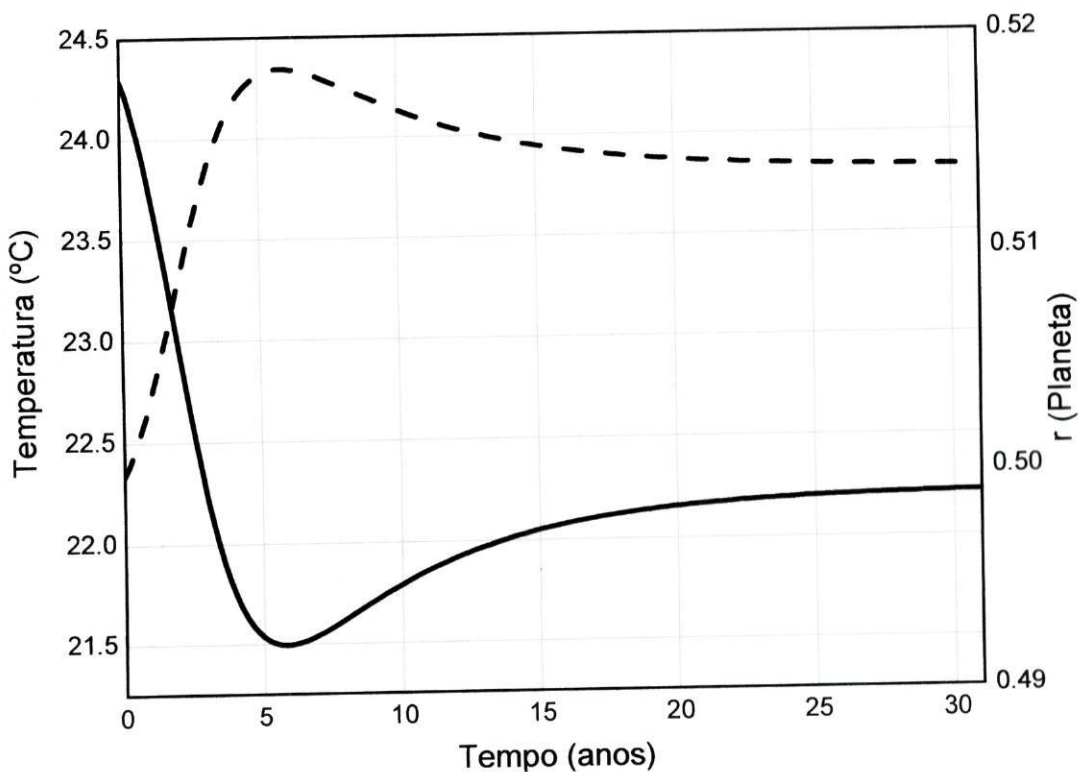


Figura 35 – Temperatura global do Planeta e albedo do Planeta em função do tempo. A linha a tracejado diz respeito à variação do albedo do Planeta e a linha de traço contínuo à temperatura global do Planeta.

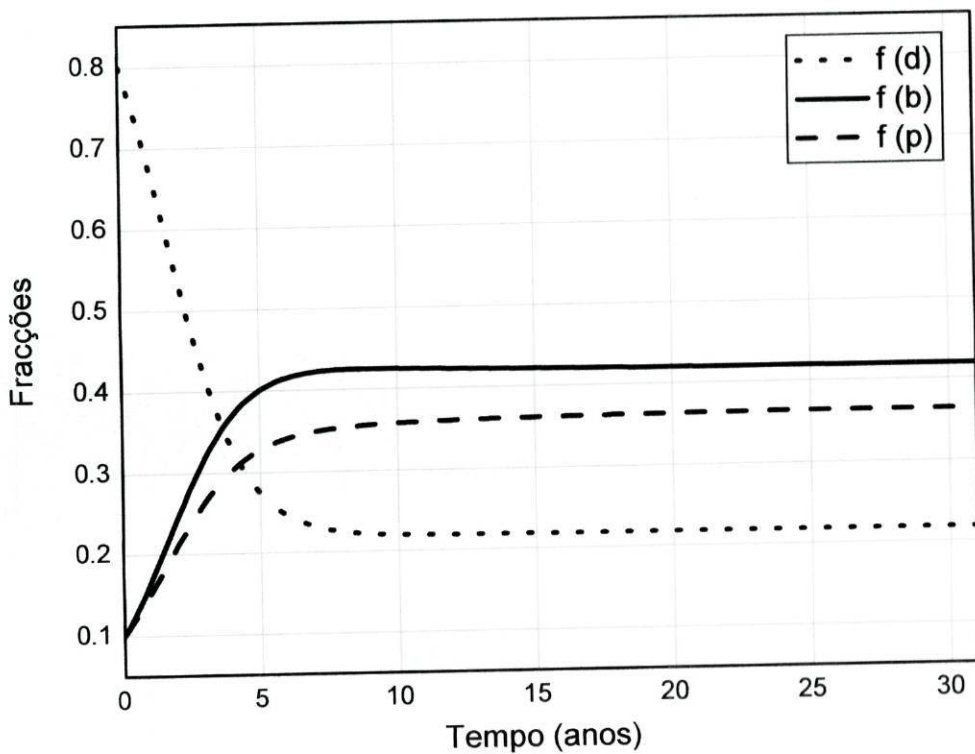


Figura 36 - Fração de área do Planeta descoberto e frações de área do Planeta coberto por margaridas brancas e pretas em função do tempo.

## Capítulo 5 - O efeito estufa em laboratório

Neste capítulo será efectuada uma experiência, com a variação de algumas condições, de modo a evidenciar de forma muito simples como o efeito estufa pode aquecer a superfície terrestre. A experiência tem por base a aplicação de conhecimentos dos capítulos anteriores.

### Objectivos

- Compreender em que medida o aumento da concentração de dióxido de carbono na atmosfera pode contribuir para o aumento da temperatura global da Terra;
- Verificar a influência de diferentes superfícies no aquecimento global.

### Material

- Caixa (50cmx30cmx17cm)
- 3 Termómetros digitais
- Lâmpada de 60 W
- Placa de vidro (48,5cmx28,4 cm)
- Cartolinas preta e branca.
- Folha de alumínio.
- Vela

### Procedimento

1. Efectuar a montagem da Figura 37.
2. Ligar a lâmpada e medir a temperatura em cada um dos termómetros de 5 em 5 minutos.
3. Efectuar a média das temperaturas nos 3 termómetros.
4. Quando a temperatura se mantiver constante abrir a caixa e colocar lá dentro uma vela acesa. (*Nota: Devemos ter o cuidado de deixar a caixa aberta apenas durante o tempo necessário para a operação*).
5. Elaborar um gráfico da temperatura em função do tempo.
6. Substituir o forro do interior da caixa por alumínio e repetir os procedimentos a partir do ponto 2.
7. Substituir o forro do interior da caixa por cartolina branca e repetir os procedimentos do ponto 2 até ao 5.

Esquema de montagem

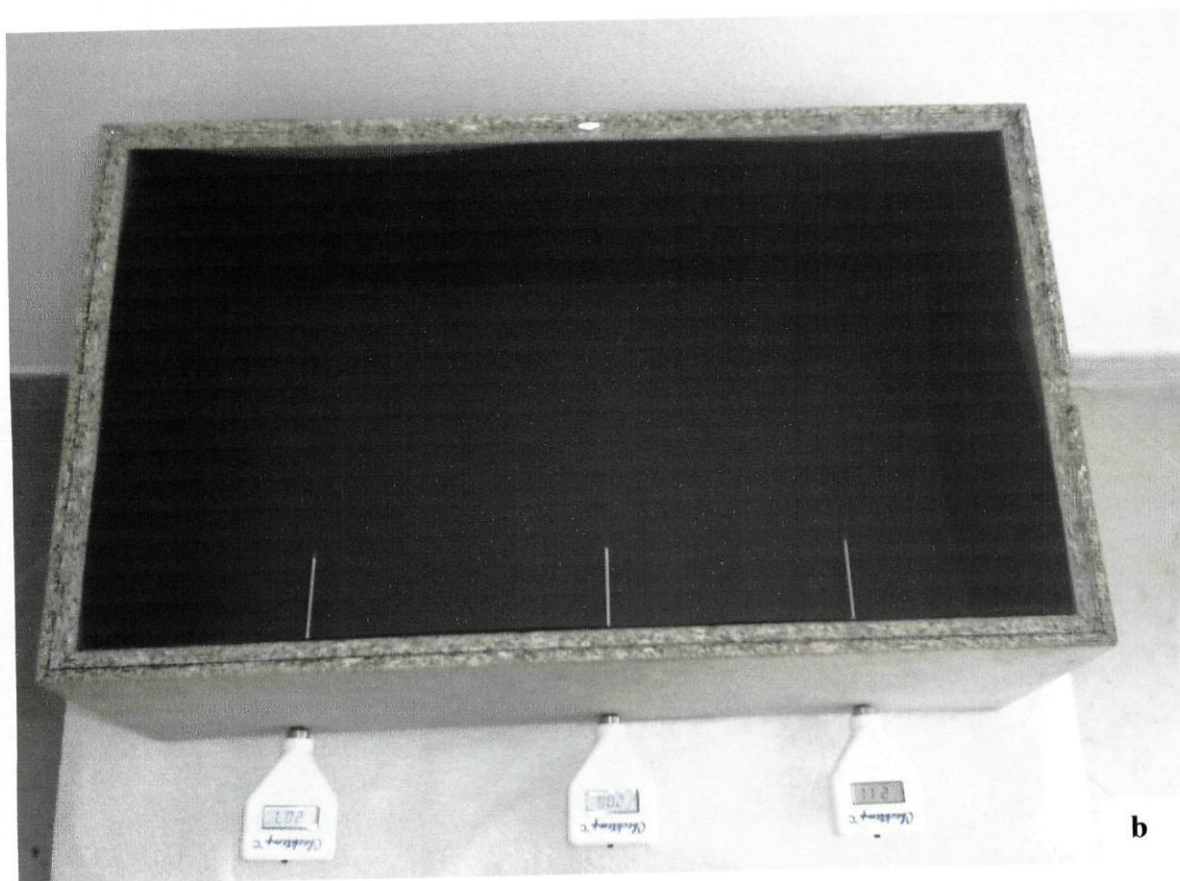
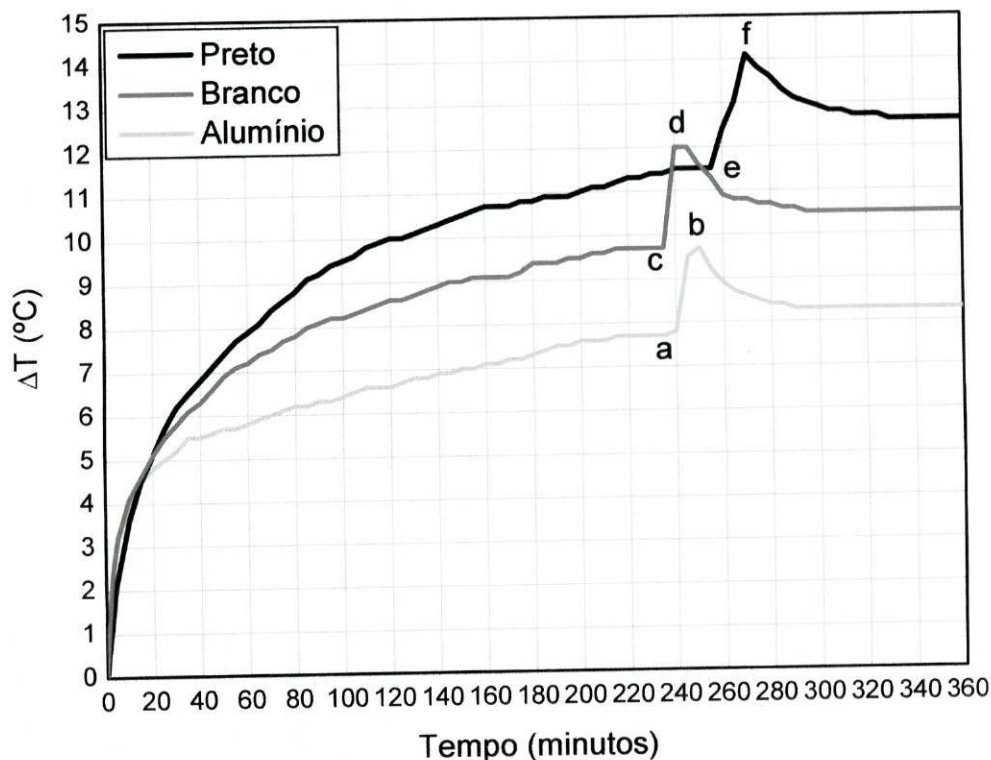


Figura 37 – a. Vista de frente; b. Vista de cima

## Resultados



**Figura 38** – Variação da temperatura dentro da caixa de cada uma das coberturas em função do tempo.

### Análise de resultados/ conclusões

Iniciemos a análise com a leitura da Figura 38. O instante, inicial,  $t = 0 s$ , corresponde ao momento em que se liga a lâmpada. A temperatura vai subir, por influência da radiação emitida pela lâmpada, até atingir um valor constante.

Os pontos *a*, *c*, *e* equivalem, aproximadamente, aos momentos em que se acende a vela no interior da caixa, em cada uma das superfícies. Como consequência observa-se uma alteração brusca da temperatura, devido à influência da temperatura da chama.

Nos pontos marcados, na figura, com as letras *b*, *d*, *f* a vela apaga-se uma vez que se esgotou todo o oxigénio existente dentro da caixa, o que leva à diminuição da temperatura dentro da mesma.

Ao fim de, aproximadamente, 330, 300 e 290 minutos, respectivamente, para as superfícies preta, branca e de alumínio a temperatura volta a estabilizar, agora num valor ligeiramente

superior ao valor que se registava antes do acendimento da vela (Tabela 7). Durante a queima da vela no interior da caixa, a concentração de dióxido de carbono aumenta. Como sabemos, e já foi descrito nos capítulos anteriores, o dióxido de carbono é um poderoso gás de estufa, que retém as radiações de grandes comprimentos de onda (radiações infravermelhas), daí o aumento adicional de temperatura no interior da caixa como resultado do aumento da concentração deste gás.

<b>Superfície</b>	<b><math>T_f - T_i</math> (°C)</b>
Alumínio	0.6
Branca	0.8
Preta	1.1

**Tabela 7** – Variação da temperatura dentro da caixa por influência do dióxido de carbono.

O facto de se obter diferentes valores para o aumento de temperatura referentes a cada uma das superfícies, permite-nos inferir que o efeito estufa é influenciado pela natureza da superfície onde a radiação incide. Como é evidente esta situação relaciona-se com o facto das diferentes superfícies terem albedos diferentes. É já do nosso conhecimento que um aumento do albedo de uma superfície implica que a sua temperatura irá variar no sentido inverso, ou seja, diminuir. Se recordarmos a [Eq. (2. 2)] que nos dá a intensidade de radiação absorvida, confirmamos isso mesmo, quanto maior o albedo de uma determinada superfície menor será a temperatura dessa mesma superfície, pois é menor a quantidade de radiação absorvida pela mesma. Ao observar a Figura 38, verificamos que a temperatura das três superfícies se relacionam da seguinte forma  $T_p > T_b > T_a$  o que nos permite chegar à relação entre os seus albedos:  $r_p < r_b < r_a$ .

## Apêndice A - Método de Newton

Consideremos um sistema de duas equações não lineares do tipo:

$$\begin{cases} f(x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x, y) \approx f(x_0, y_0) + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)dy \approx 0 \\ g(x, y) \approx g(x_0, y_0) + \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)dy \approx 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x_0, y_0) + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)dy = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)dy = -f(x_0, y_0) \\ g(x_0, y_0) + \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)dy = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)dy = -g(x_0, y_0) \end{cases}$$

Efectuando uma mudança de variável:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = a_1; \quad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = b_1; \quad -f(x, y) = c_1$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right) = a_2; \quad \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right) = b_2; \quad -g(x, y) = c_2$$

Substituindo a mudança de variáveis no último sistema de equações obtemos o novo sistema de equações:

$$\begin{cases} a_1 dx + b_1 dy = c_1 \\ a_2 dx + b_2 dy = c_2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema obtemos as equações para os valores de  $dx$  e  $dy$ , respectivamente:

$$\begin{cases} dx = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \\ dy = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + dx \\ y = y_0 + dy \end{cases}$$

**Exemplo:**

$$\begin{cases} x^2 + x + y = 0 \rightarrow f(x, y) \\ y^2 - y + x = 0 \rightarrow g(x, y) \end{cases}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 1$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 1$$

$$\frac{\partial g}{\partial y} = 2y - 1$$

$$\begin{cases} \overbrace{(2x_0 + 1)dx}^{a_1} + \overbrace{dy}^{b_1} = -\overbrace{f(x_0, y_0)}^{c_1} \\ \overbrace{dx}^{a_2} + \overbrace{(2y_0 - 1)dy}^{b_2} = -\overbrace{g(x_0, y_0)}^{c_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} dx = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \\ dy = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + dx \\ y = y_0 + dy \end{cases}$$

## Referências bibliográficas

- [Boeker]Van Grondelle, Rienk; Boeker, Egbert. *Environmental Physics* – Second Edition. Wiley.
- [Chang98]Chang, Raymond. *Química* – 5ª Edição, McGraw-Hill. Outubro 1998.
- [Lovelock72]Lovelock James, *Gaia: A New Look at Life on Earth*, Oxford. 1972.
- [Lovelock79]Lovelock James, *Gaia: A New Look at Life on Earth*, Oxford. 1979.
- [Lovelock88]Lovelock James, *The Ages of Gaia*. 1988.
- [PhysicsA]<http://physics.gac.edu/~huber/envision/instruct/ebm2doc.htm>
- [PhysicsB]<http://physics.gac.edu/~huber/envision/instruct/ebm1doc.htm#eqn3>
- [Rodrigues de Feitas]<http://www.fem.unicamp.br/~em313/paginas/geoter/geoter.html>
- [ColégioCarleton][http://www.acad.carleton.edu/curricular/GEOL/DaveSTELLA/Daisyworld/daisyworld\\_model.htm](http://www.acad.carleton.edu/curricular/GEOL/DaveSTELLA/Daisyworld/daisyworld_model.htm)

## Bibliografia Adicional

- Santos, F.D., Forbes, K., Moita, R.. *Climate Chang in Portugal Scenarios, impacts and adaptation measures Siam Project*. Gradiva.
- Seinfeld, John H., Pandis Spyros N. *Atmospheric and Physics*. Wiley – interscience.
- Peixoto, José Pinto. *As variações do clima e o Ambiente, O Ambiente e o Homem*, Abril 1997.
- Deus, Jorge Dias; Pimenta Mário; Noronha Ana; outros. *Introdução À Física*. 2ª Edição, McGraw-Hill. Março 2000.
- ATHINS, P. & JONES, L. – *Princípios de Química – Questionando a vida moderna e o meio ambiente*, Editora Bookman. 2001.

## Páginas da Internet

- [http://eesc.columbia.edu/courses/eesc/climate/lectures/gh\\_kushnir.html](http://eesc.columbia.edu/courses/eesc/climate/lectures/gh_kushnir.html)
- <http://www.atmos.umd.edu/~owen/POSTIX/>
- <http://geosci.uchicago.edu/~archer/PS134/LabManual/lab.layer.html>
- <http://geosci.uchicago.edu/~archer/PS134/LabManual/>
- [http://www.fact-index.com/c/cl/climate\\_model.html](http://www.fact-index.com/c/cl/climate_model.html)
- <http://staff.imsa.edu/science/geophysics/atmosphere/ebm/ebm1.html>
- <http://www.geo.umass.edu/courses/climat/radbal.html>
- [http://www.geocities.com/we\\_evolve/Evolution/gaia.html](http://www.geocities.com/we_evolve/Evolution/gaia.html)
- <http://geosci.uchicago.edu/~archer/PS134/LabManual/lab.phys.gh.html>
- <http://sbqensino.foco.fae.ufmg.br/uploads/768/quimsoc.pdf>
- <http://www.ambientebrasil.com.br/composer.php3?base=./natural/index.html&conteudo=./natural/artigos/efeitoestufa.html>
- <http://www.supercarloshp.hpg.ig.com.br/efeitoestufa.htm>
- <http://www.unicamp.br/fea/ortega/ealatina/gaia-2.htm>
- <http://www.atmosphere.mpg.de/enid/17.html>

