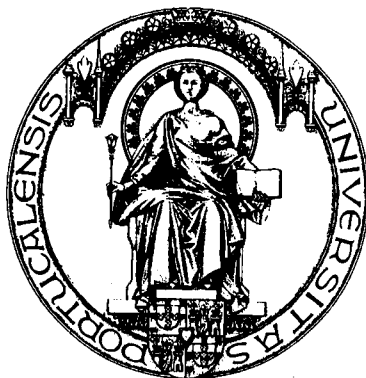


**FACULDADE DE CIÊNCIAS E FACULDADE DE ENGENHARIA
DA UNIVERSIDADE DO PORTO**



***Desenvolvimento de um Sistema de
Levantamento de Forma 3D usando
Visão por Computador***

Maria Cândida Felgueiras Seabra Pinto Coelho

Abril de 2003

TA1634 COE m D 2003

Desenvolvimento de um Sistema de Levantamento de Forma 3D usando Visão por Computador

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do Mestrado em Métodos Computacionais em Ciências e Engenharia pela Universidade do Porto

Por:

Maria Cândida Felgueiras Seabra Pinto Coelho

Licenciada em Matemática Aplicada à Tecnologia pela
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (2002)

Orientador:

João Manuel R. S. Tavares

Prof. Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial da
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

UNIVERSIDADE DO PORTO
BIBLIOTECA
Sala
Coloc.
N.º 44443
FACULDADE DE CIÊNCIAS

Alf. M. Ayl
(Presidente do Júri)
2003/09/10

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor João Manuel R. S. Tavares pela sua orientação e pela disponibilidade sempre demonstrada.

Ao Dr. Paulo J. Tavares pelo apoio dado ao longo desta dissertação; em particular, no domínio da aquisição tridimensional e na disponibilização do sistema de levantamento de forma 3D que está a ser por si desenvolvido.

Aos colegas do LOME pelo bom ambiente proporcionado e pelo companheirismo demonstrado.

Ao INEGI pela bolsa de investigação que me concedeu e a possibilidade de realizar este Curso de Mestrado.

Ao LOME pelas excelentes instalações e condições de trabalho proporcionadas.

Aos meus amigos e colegas do Mestrado pela amizade e entre ajuda demonstrados.

Aos meus pais, irmão e ao Marco pela infinita paciência, apoio e incentivo que têm demonstrado ao longo da minha vida.

SUMÁRIO

A presente dissertação está inserida no domínio de Visão por Computador, nomeadamente, no contexto da visão tridimensional. A informação tridimensional (3D) sobre o ambiente que rodeia o Homem é uma das mais importantes informações que o sistema de visão proporciona. Por essa razão, tem-se assistido, ao longo dos tempos, a um grande investimento da comunidade científica no desenvolvimento de metodologias que tornem possível a obtenção de informação 3D de uma cena (ou objecto) utilizando Visão por Computador.

Tendo sempre presente o sistema de aquisição de informação tridimensional que está a ser desenvolvido no Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental (LOME), baseado numa técnica de luz estruturada para obtenção de informação 3D e que ainda não dispõem de nenhum processo de calibração – para determinar o modelo da(s) câmara(s)/projector(es) utilizado(s) que transforma pontos no espaço tridimensional em pontos no plano imagem da câmara (e vice-versa, no caso do projector) – nem de nenhum sistema interactivo de visualização tridimensional dos dados recuperados, foram estabelecidos como principais objectivos desta dissertação: 1) estudo, descrição e comparação das principais técnicas de aquisição de informação 3D; 2) estudo, descrição e comparação de alguns métodos comuns para a calibração de câmaras/ projectores; 3) implementação de dois desses métodos – um mais simples, o método *Pin Hole*, e um mais complexo e preciso, uma versão do método de *Tsai* – e de um simulador de câmaras de geometria interna baseada nesses dois modelos e com uma interface amigável; 4) utilização das implementações desenvolvidas no estudo da influência da variação dos parâmetros de calibração obtidos na precisão das coordenadas 3D recuperadas, dos erros na estimativa desses parâmetros causados pela adição de ruído às coordenadas 2D e/ou 3D dos pontos de calibração e consequente efeito sobre a precisão das coordenadas 3D recuperadas, e verificação da validade do campo 3D; 5) desenvolvimento de uma aplicação para visualização 3D da cena (ou objecto) reconstruída. Assim, ao longo do trabalho realizado, procurou-se satisfazer adequadamente estes objectivos, tendo em vista, como um dos resultados finais, esta publicação.

Dos vários ensaios experimentais realizados, a principal conclusão obtida foi que, para variações idênticas e aceitáveis dos parâmetros de calibração e do campo 3D considerado na calibração, o método mais complexo e robusto (método baseado no método de calibração de *Tsai*) apresenta melhores resultados na recuperação dos pontos 3D; contudo, a utilização desse método de calibração torna-se menos interessante, e provavelmente desnecessária, quando não se dispõe de ferramentas com a adequada resolução para a determinação das coordenadas 3D dos pontos de calibração. Esta, e as restantes conclusões obtidas, estão descritas no último capítulo desta dissertação, bem como os trabalhos sugeridos como tarefas a realizar no seguimento da mesma.

SOMMAIRE

Cette dissertation est insérée spécifiquement dans le contexte de la vision tridimensionnelle. L'information tridimensionnelle (3D) sur l'environnement de l'Homme est l'une des informations les plus importantes que le système de vision procure. C'est pourquoi nous avons assisté, au cours du temps, à un grand investissement de la communauté scientifique dans le développement des méthodologies qui rendent possible l'obtention de l'information 3D d'une scène (ou objet) utilisant la Vision par Ordinateur.

En ayant toujours en présence le système d'acquisition d'information tridimensionnelle qui est en train d'être développé dans le Laboratoire d'Optique et de Mécanisme Expérimentale (LOME), basé sur une technique de lumière structurée pour l'obtention d'information 3D et qui ne dispose encore d'aucun processus de calibrage – pour déterminer le modèle d'appareils camera/projecteur utilisé qui transforme des points dans l'espace tridimensionnelle dans des points sur le plan image de l'appareil camera (et vice-versa, dans le cas du projecteur) – ni d'aucun système interactif pour la visualisation tridimensionnelle des données récupérées, furent établis comme objectifs principaux de cette dissertation: 1) étude, description et comparaison des principales techniques d'acquisition de l'information 3D; 2) étude, description et comparaison de quelques méthodes communes pour le calibrage d'appareils cameras/projecteurs; 3) utilisation de deux de ces méthodes - l'une plus simple, la méthode *Pin Hole*, et l'autre plus complexe et plus précise, une version de la méthode *Tsai*, et d'un simulateur d'appareils de géométrie interne basée sur ces deux modèles et ayant une interface amicale; 4) en utilisant les installations développées, étude de l'influence de la variation des paramètres de calibrage obtenus dans la précision des coordonnées 3D récupérées, des erreurs dans l'estimation de ces paramètres provoqués par l'addition de bruit aux coordonnées 2D et/ou 3D des points de calibrage et d'effet conséquent sur la précision des coordonnées 3D récupérées, et la vérification de la validité du champ 3D; 5) développement d'une application pour la visualisation 3D de la scène (ou objet) reconstruite. Ainsi nous avons cherché, au long du travail réalisé, de satisfaire de façon adéquate ces objectifs, ayant en vue cette publication comme un des résultats finaux.

A partir des divers essais expérimentaux réalisés, la principale conclusion obtenue fut que, pour des variations identiques et acceptables des paramètres de calibrage et du champ 3D considéré dans le calibrage, la méthode de la plus complexe et la plus solide (basée sur la méthode de calibrage *Tsai*) présente de meilleurs résultats dans la récupération des points 3D; malgré cela, l'utilisation de cette méthode de calibrage devient moins intéressante et probablement inutile, quand nous ne disposons pas d'outils ayant la résolution adéquate pour la détermination des coordonnées 3D des points de calibrage. Cette conclusion, tout comme les autres conclusions obtenues, sont décrites dans le dernier chapitre de cette dissertation, ainsi que les travaux suggérés telles que les tâches à réaliser dans le développement de celle-ci.

ABSTRACT

The present dissertation is in the Computer Vision domain, to be specific, in the area of three-dimensional vision. The three-dimensional (3D) information on the surrounding environment perceived by human eyes is one of the most important kinds of information offered by sight. Thus it has been developed a large effort by the scientific community throughout time in the development of methods which make possible the acquisition of a scene (or object) using Computer Vision.

Bearing always in mind the 3D information acquisition system being developed by the Optical and Experimental Mechanics Laboratory (LOME), which is based in a light structure technique designed for the acquisition of 3D information, still with no calibration method – in order to determine the camera/projector model used which transforms points into the three-dimensional space in points in the plain image of the camera (and vice-versa, when a projector is used) – nor any interactive system for 3D visualization of the acquired data, in this dissertation the following items have been established: 1) study, description and comparison of the main 3D information acquisition techniques; 2) study, description and comparison of some common methods used in cameras/projectors calibration; 3) implementation of two of those methods – a simpler one, the *Pin Hole* method, and a more precise and complex one, a version of the *Tsai* method – and of a internal geometry camera simulator based in these two models, with a friendly interface; 4) using the developed implementations, study of the influence of calibration parameters variation in the accuracy of the recovered 3D co-ordinates, the errors in the estimation of these parameters caused by the addition of noise to the 2D and/or 3D co-ordinates of the calibration points and consequent effect on the accuracy of the recovered 3D co-ordinates, and verification of the 3D field validity; 5) development of an application for 3D visualization of the reconstructed scene (or object). Thus, the work carried through in this dissertation tries to satisfy adequately these goals, having this publication as one of the final results.

From the many experimental tests taken out, the main conclusion drawn has been that, for acceptable and identical variations of the calibration parameters and the 3D field considered in the calibration, the most complex and robust method (the one based on the *Tsai* method) presents the best results on the 3D recovered points. However, the use of this calibration method becomes less important, and probably unnecessary, when there are no adequate resolution tools to determine the 3D co-ordinates of the calibration points. This and other conclusions drawn are described in the last chapter of this dissertation, next to the works suggested as tasks to undertake throughout the research.

Índice

Capítulo I Introdução à Dissertação.....	1
1. Introdução	3
1.1 Objectivos e Abordagem Seguida.....	4
1.2 Estrutura da Dissertação	6
1.3 Principais Contribuições	7
 Capítulo II Aquisição de Informação Tridimensional.....	 9
2. Introdução	11
2.1 Técnicas Passivas.....	11
2.1.1 <i>Técnicas Baseadas em Imagens Monoculares de Intensidade</i>	12
2.1.2 <i>Estereoscopia Passiva</i>	18
2.2 Técnicas Activas.....	22
2.2.1 <i>Técnica de Moiré</i>	23
2.2.2 <i>Técnicas de Detecção de Ecos</i>	24
2.2.3 <i>Estereoscopia Activa</i>	25
2.3 <i>Técnica de Temporal Phase Unwrapping</i>	31
2.4 Sumário.....	34
 Capítulo III Métodos de Calibração de Câmaras/Projectores	 37
3. Introdução	39
3.1 Alguns Métodos de Calibração de Câmaras.....	42
3.1.1 <i>Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, um Modelo Ideal para a</i> <i>Câmara e um Conjunto de Pontos de Calibração Não Coplanares</i>	42
3.1.2 <i>Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, Distorção Radial da Lente</i> <i>(um único termo) e um Conjunto de Pontos de Calibração Não Coplanares</i>	47
3.1.3 <i>Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, Distorção Radial da Lente</i> <i>(um único termo) e um Conjunto de Pontos de Calibração Coplanares</i>	53

3.1.4 Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, Distorção Radial da Lente
(um único termo), Determinação das Coordenadas Correctas do Centro da Imagem na
Memória Frame e um Conjunto de Pontos de Calibração Coplanares..... 58

3.2 Alguns Métodos de Calibração de Projectores..... 61

3.2.1 Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, um Modelo Ideal para o
Projector e Planos de Luz/Sombra Codificados 61

3.2.2 Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, um Modelo Ideal para o
Projector e um Conjunto de Pontos de Calibração Não Coplanares 64

3.2.3 Método de Calibração Simultâneo da Câmara e do Projector, Considerando Projecção
Perspectiva e um Modelo Ideal..... 68

3.3 Sumário 70

Capítulo IV || Implementações Desenvolvidas 71

4. Introdução 73

4.1 Aplicação para Calibração de Câmaras 73

4.1.1 Simulação de uma Dada Câmara de Geometria Conhecida..... 74

4.1.2 Calibração de uma Dada Câmara..... 76

4.1.3 Determinação das Coordenadas 2D/3D Utilizando os Parâmetros de uma Dada
Câmara Obtidos na Fase de Calibração..... 80

4.2 Aplicação para Visualização Tridimensional 85

4.3 Sumário 86

**Capítulo V || Influência da Calibração na Precisão das Coordenadas 3D
|| Recuperadas 87**

5. Introdução 89

5.1 Simulação de Câmaras de Geometria Interna Conhecida 89

5.1.1 Simulação de Câmaras para um Dado Conjunto de Pontos Não Coplanares 90

5.1.2 Simulação de Câmaras para um Dado Conjunto de Pontos Coplanares 93

5.2 Calibração de Câmaras Utilizando os Métodos Pin Hole e Tsai Modificado..... 95

5.2.1 Câmara com Modelo Pin Hole e Pontos de Calibração Não Coplanares.....	96
5.2.2 Câmara com Modelo Tsai Modificado e Pontos de Calibração Coplanares.....	98
5.3 Influência dos Vários Parâmetros de Calibração na Recuperação dos Pontos 3D Considerados.....	100
5.3.1 Determinação dos Pontos 2D na Memória Frame.....	102
5.3.2 Recuperação dos Pontos 3D no Referencial Mundo.....	104
5.4 Influência dos Erros nas Coordenadas dos Pontos de Calibração na Recuperação dos Pontos 3D Considerados.....	121
5.4.1 Parâmetros da Câmara Estimados com Erro nas Coordenadas 3D dos Pontos de Calibração.....	124
5.4.2 Parâmetros da Câmara Estimados com Erro nas Coordenadas 2D na Memória Frame dos Pontos de Calibração.....	129
5.5 Influência da Variação do Campo 3D dos Pontos de Calibração na Recuperação dos Pontos 3D Considerados.....	133
5.6 Algumas Conclusões dos Estudos Realizados.....	138
Capítulo VI Conclusões e Perspectivas de Desenvolvimento Futuro	141
6.1 Conclusões.....	143
6.2 Perspectivas de Desenvolvimento Futuro.....	145
Bibliografia	147

Capítulo I

Introdução à Dissertação

1. Introdução

O sistema de visão de enúmeros seres vivos é o elemento sensorial mais importante para a sua sobrevivência e para as suas condições de vida. O sistema de visão é de extrema importância principalmente devido à riqueza de informação que faculta, não só em termos quantitativos, mas também qualitativos.

A informação tridimensional (3D) sobre o ambiente que rodeia o Homem é, sem sombra de dúvida, uma das mais importantes informações que o sistema de visão proporciona. Dada a importância que este tipo de informação tem para o Homem, é normal que este tente criar sistemas computadorizados com capacidades para executar funções normalmente encontradas no sistema de visão dos seres vivos, especialmente no seu próprio. Assim sendo, a obtenção de estrutura, ou informação, tridimensional dos ambientes é das áreas da Visão por Computador que tem sido contemplada com um grande número de cooperações por parte da comunidade científica.

A necessidade deste tipo de informação é comum nas mais diversas áreas, como por exemplo:

- *Inspecção industrial* – em ambientes industriais esta informação pode ser usada para controlar os movimentos de *robots*, as linhas de montagem automáticas, as dimensões de componentes, a qualidade superficial ou a verificação da integridade dessas componentes, determinar a sua posição e orientação para manipulação automática, etc.
- *Aplicações médicas* – em ambientes clínicos, a informação tridimensional pode ser útil em estudos antropométricos, na análise da evolução de deformações, no dimensionamento de certos tipos de próteses, no alinhamento 3D, na reconstrução tridimensional de órgãos, etc.
- *Modelação sólida para a criação de ambientes virtuais* – neste campo, os artefactos da arqueologia e da paleontologia têm utilizado sistemas de Visão por Computador para o levantamento de formas de modo a conseguir reproduzir com exactidão as peças, que pela sua preciosidade e raridade, não podem ser expostas ao público. Com estas soluções consegue-se a reprodução integral virtual com adequada resolução e elevado pormenor (até ao nível da cor e da textura).
- *Indústria Cinematográfica, videojogos e indústria da moda* – os sistemas de Visão por Computador são extremamente requeridos por estas áreas. A indústria cinematográfica é, sem dúvida, a mais solicitadora, pois estes sistemas possibilitam a reconstrução de personagens e cenários que por diversos motivos não podem ser criados fisicamente.

Apesar destes serem apenas alguns exemplos das áreas de aplicação, eles evidenciam perfeitamente a utilidade dos sistemas de Visão por Computador no dia a dia da humanidade. Por essa razão, têm-se assistido, ao longo dos tempos, a um aumento do número de técnicas que tornam possível a obtenção de informação tridimensional utilizando Visão por Computador. As técnicas existentes podem ser divididas em duas categorias:

- a) *Activas*¹ – técnicas que requerem a projecção de energia (como por exemplo luz, ultra-sons, raios laser, etc.) sobre a cena em análise. A energia reflectida é detectada por sensores que, directa ou indirectamente, fornecem informação tridimensional.
- b) *Passivas* – técnicas que não requerem a projecção de energia, usam apenas a iluminação ambiente existente. São de aplicação mais geral, no entanto, a extracção de informação tridimensional é geralmente mais difícil.

O presente trabalho enquadra-se nas técnicas activas de obtenção de informação tridimensional, pretendendo-se estudar e implementar um conjunto de ferramentas que formem uma solução global para a obtenção de estrutura tridimensional.

1.1 Objectivos e Abordagem Seguida

Quando se pretende obter informação tridimensional de um objecto ou de uma cena por um sistema de aquisição 3D é geralmente necessário conhecer o modelo da(s) câmara(s)/projector(es) utilizado, que transforma pontos no espaço tridimensional em pontos no plano imagem da câmara (e vice-versa, no caso do projector). A determinação dos modelos da câmara e do projector - isto é, a determinação da geometria interna e das características ópticas (parâmetros intrínsecos) e/ou a orientação e posição 3D da câmara/projector relativamente a um certo sistema de coordenadas mundo (parâmetros extrínsecos) - é designada por calibração².

Na base do planeamento desta dissertação esteve o sistema de aquisição de informação 3D que está a ser desenvolvido no Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental (LOME), constituído por: um projector vídeo que utiliza a tecnologia *Digital Light Processing* (DLP) de elevada resolução,

¹ O termo activa pode também ser utilizado para caracterizar as técnicas que utilizam uma ou mais câmaras em movimento para levantamento da forma 3D, sem recorrer à projecção de energia – normalmente, tal procedimento é designado por visão activa.

² Por vezes, designa-se por calibração unicamente a estimação dos parâmetros intrínsecos, sendo o processo de obtenção dos parâmetros extrínsecos designado por estimação da pose.

por uma câmara *CCD Kodak ES-10* de 1008×1018 *pixel* por 8 *bits*, e por um *frame grabber Matrox Genesis* capaz de endereçar correctamente os requerimentos de resolução e velocidade. O sistema é totalmente controlado por *software*, que corre em plataforma *Microsoft Windows* (Fig. 1.1).

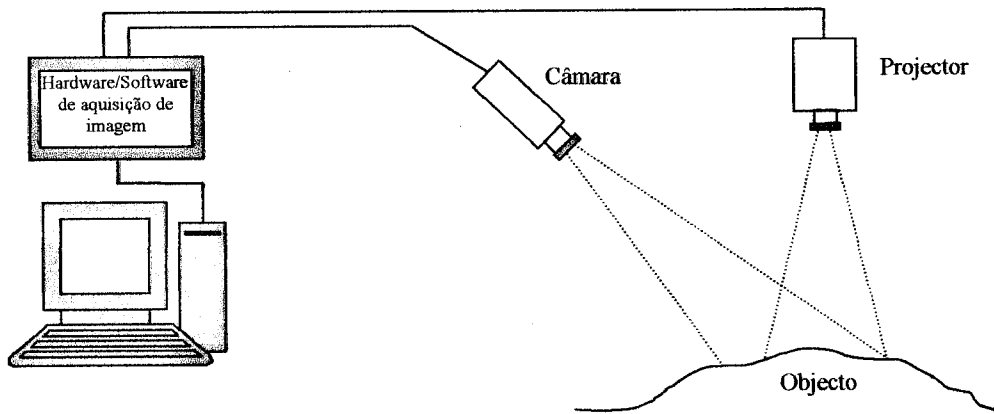


Figura 1.1 – Sistema de aquisição de informação tridimensional a considerar nesta dissertação.

Note-se que o principal objectivo deste trabalho não foi desenvolver e implementar um sistema de aquisição tridimensional mas sim, o estudo e implementação de um conjunto de ferramentas que tornam tal sistema possível, nomeadamente: o estudo de técnicas de aquisição de informação tridimensional, incluindo aquela a utilizar pelo referido sistema; o estudo e implementação de métodos de calibração, visto que o sistema considerado não está dotado de um método de calibração, pretende-se implementar e comparar dois desses métodos; o estudo da influência da variação dos parâmetros de calibração obtidos, dos erros na estimativa desses parâmetros causados pela adição de ruído às coordenadas 2D/3D dos pontos de calibração e da validade do campo 3D, na precisão das coordenadas 3D recuperadas; e o desenvolvimento de uma aplicação para visualização tridimensional da cena (ou objecto) reconstruída. Assim, a abordagem seguida ao longo desta dissertação foi constituída pelas seguintes etapas:

- 1ªetapa:** estudo bibliográfico e descrição das principais técnicas para obtenção de informação tridimensional de um objecto ou cena;
- 2ªetapa:** estudo bibliográfico e descrição de alguns métodos de calibração de câmaras/projectores;
- 3ªetapa:** adaptação de um simulador de câmaras de geometria interna conhecida proposto em [Tavares, 1995], que determina automaticamente as coordenadas 3D no plano de calibração e as respectivas coordenadas 2D na memória *frame* de conjuntos de pontos de calibração *coplanares*, por forma a permitir também a determinação das coordenadas de pontos não *coplanares*;

- 4ª etapa:** implementação dos métodos de calibração de câmaras *Pin Hole* [Hall, 1982] e *Tsai* modificado [Tavares, 1995] (descritos no capítulo 3, secções 1.1 e 1.4, respectivamente), com o intuito de determinar os parâmetros intrínsecos e extrínsecos de uma dada câmara pelos métodos referidos;
- 5ª etapa:** verificação da influência dos métodos calibração na recuperação das coordenadas 3D da cena (ou objecto), utilizando as implementações desenvolvidas nas etapas 3 e 4;
- 6ª etapa:** criação de uma aplicação que permita a visualização tridimensional da cena (ou objecto) reconstruída, utilizando a biblioteca de domínio público *OpenGL*.

1.2 Estrutura da Dissertação

Apresentam-se de seguida, de forma resumida, os restantes cinco capítulos que constituem esta dissertação:

Capítulo II || Aquisição de Informação Tridimensional

Neste capítulo, faz-se uma revisão das principais técnicas que têm sido utilizadas no domínio da Visão por Computador para a obtenção de informação tridimensional. Descreve-se o princípio básico de cada técnica e analisam-se as principais vantagens e dificuldades que lhes são apontadas. É também descrita a técnica de aquisição de informação tridimensional utilizada pelo sistema de aquisição 3D que está a ser desenvolvido no Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental (LOME), e no qual será inserido este trabalho.

Capítulo III || Métodos de Calibração de Câmaras/Projectores

Neste capítulo é abordado o problema da calibração de câmaras e projectores no domínio da visão tridimensional. Este problema consiste basicamente na determinação do modelo matemático que transforma pontos de coordenadas 3D no sistema mundo em pontos de coordenadas 2D no sistema da memória *frame* (e vice-versa, no caso do projector). Assim, neste capítulo são apresentados alguns métodos de calibração, incluindo os adoptados no âmbito desta dissertação.

Capítulo IV || Implementações Desenvolvidas

Neste capítulo são apresentadas as implementações desenvolvidas para: simulação de uma dada câmara de geometria interna conhecida, calibração de uma câmara pelos métodos *Pin Hole* e *Tsai* modificado e visualização tridimensional da cena (ou objecto) reconstruída.

Capítulo V || Influência da Calibração na Precisão das Coordenadas 3D Recuperadas

Neste capítulo são analisados os resultados obtidos pelas implementações desenvolvidas apresentadas no capítulo anterior. Resumidamente, esta análise tem como objectivo verificar a influência dos métodos de calibração na precisão das coordenadas 3D recuperadas da cena (ou objecto).

Capítulo VI || Conclusões e Perspectivas de Desenvolvimento Futuro

Neste capítulo são apresentadas algumas conclusões finais sobre o trabalho desenvolvido e sobre os resultados obtidos. Também são indicadas algumas perspectivas de desenvolvimento futuro, as quais poderão ser consideradas no prosseguimento deste trabalho.

1.3 Principais Contribuições

As principais contribuição do trabalho desenvolvido ao longo desta dissertação são:

- Estudo e compilação das principais técnicas de aquisição de informação tridimensional, e suas vantagens e dificuldades;
- Estudo e compilação dos métodos de calibração de câmaras/projectores mais referenciados no estudo bibliográfico realizado, que se espera ser de utilidade em trabalhos futuros;
- Implementação de um interface amigável para a aplicação do simulador de câmaras de geometria interna do modelo *Tsai* proposto em [Tavares, 1995] e adaptação dessa aplicação à determinação das coordenadas dos pontos de calibração não *coplanares*, sem a necessidade de montar todo o *setup* prático, normalmente, requerido;

- Implementação de um interface amigável para calibração de câmaras, utilizando os métodos *Pin Hole* [Hall, 1982] e *Tsai* modificado [Tavares, 1995];
- Comparação da aplicabilidade dos métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado no problema da precisão das coordenadas 3D recuperadas da cena (ou objecto);
- Implementação de um sistema amigável para visualização tridimensional da cena (ou objecto) reconstruída.

Capítulo II || **Aquisição de Informação Tridimensional**

Neste capítulo, faz-se uma revisão das principais técnicas que têm sido utilizadas no domínio da Visão por Computador para a obtenção de informação tridimensional. Descreve-se o princípio básico de cada técnica e analisam-se as principais vantagens e dificuldades que lhes são apontadas. É também descrita a técnica de aquisição de informação tridimensional utilizada pelo sistema de aquisição 3D que está a ser desenvolvido no Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental (LOME), e no qual será inserido este trabalho.

2. Introdução

Ao longo dos anos tem-se assistido ao desenvolvimento de várias técnicas de aquisição de informação tridimensional que, directa ou indirectamente, determinam as coordenadas tridimensionais de pontos de uma cena ou de um objecto, a distância desses pontos a um determinado referencial ou a orientação local das superfícies que os constituem. Algumas dessas técnicas são apresentadas neste capítulo.

Optou-se por fazer a divisão das técnicas de aquisição de informação 3D em duas classes: passivas e activas; estando cada uma delas dividida em várias subclasses, como se observa no esquema da Fig. 2.1. Esta divisão, habitual no domínio de Visão 3D, teve em atenção os princípios básicos utilizados por cada uma dessas técnicas.

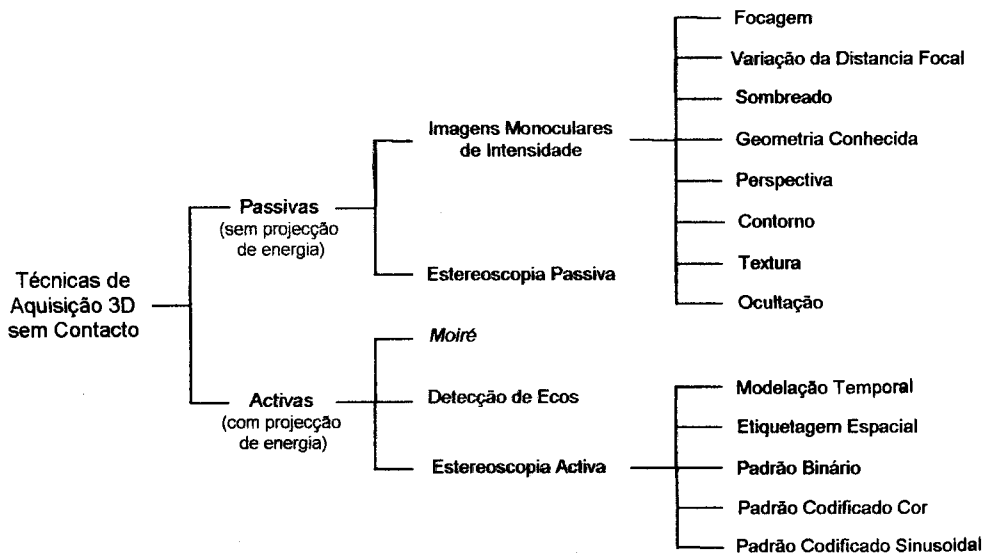


Figura 2.1 – Divisão das técnicas sem contacto para obtenção de informação 3D de uma cena ou objecto.

Neste capítulo, os termos cena e objecto irão ser utilizados de uma forma não distinta, assim, a aquisição da informação tridimensional tanto pode ser relativa a uma cena como a um objecto.

2.1 Técnicas Passivas

As técnicas passivas caracterizam-se por utilizarem apenas a luz ambiente para iluminar a cena. A informação de distância é extraída a partir de uma ou mais imagens de intensidade da cena. As técnicas passivas que têm a designação genérica de “forma com base em x ”, procuram extrair a

informação de distância a partir de uma ou mais imagens monoculares de intensidade, obtidas com uma câmara fixa. De um modo geral, estas técnicas apenas permitem obter informação acerca da orientação das superfícies ou da distância relativa entre os pontos da cena, não permitindo medir distâncias absolutas. No entanto, existem técnicas de medida de distância absoluta usando imagens monoculares: o exemplo mais conhecido é o das técnicas de focagem que recorrem à equação das lentes para determinar a distância às regiões bem focadas de uma ou mais imagens de intensidade. Das técnicas passivas a mais conhecida é a estereoscopia que permite obter informação de distância a partir de duas ou mais imagens de intensidade da cena, tomadas com uma ou mais câmaras colocadas em posições diferentes, recorrendo ao princípio da *Triangulação*.

2.1.1 Técnicas Baseadas em Imagens Monoculares de Intensidade

As técnicas descritas nesta secção procuram extrair informação de distância com base em imagens monoculares de intensidade, obtidas com uma câmara fixa. Estas técnicas têm a designação genérica de “forma com base em x ”, em que “ x ” é a informação usada para extrair informação tridimensional. Normalmente, estas técnicas são divididas em dois grupos: aquelas que permitem obter medidas de distância absoluta com base na focagem, na variação da distância focal ou no conhecimento prévio da geometria da cena, como o tamanho dos objectos ou de outros elementos da cena; e aquelas que permitem obter informação acerca da orientação das superfícies ou da proximidade relativa dos objectos com base no sombreado, na perspectiva, na textura, nos contornos, na oclusão ou noutras características que de forma indirecta traduzem a geometria da cena. Nestes casos, a obtenção da informação de orientação das superfícies só é possível quando se dispõe de várias imagens da cena obtidas da mesma posição, mas em condições ambientais diferentes.

Focagem

A técnica de focagem [Awcock, 1996; Jain, 1995; Silva, 1994] consiste no cálculo da distância aos pontos da imagem que estejam bem focados (r), tendo o conhecimento prévio da distância focal da lente da câmara (f) e da distância entre o centro óptico da lente e o plano imagem (s), a partir da equação das lentes finas (Fig. 2.2):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{r} + \frac{1}{s} \quad (2.1)$$

Esta equação é aplicável também em lentes mais espessas, desde que as distâncias r , s e f sejam ajustadas aos pontos principais que resultam da intersecção dos planos principais da lente com o eixo óptico. O sucesso da obtenção de distância dos pontos da imagem depende essencialmente da qualidade da focagem. A precisão das medidas é inversamente proporcional à profundidade do campo, por essa razão a abertura do campo de visão e a distância focal devem ser elevadas [Silva, 1994].

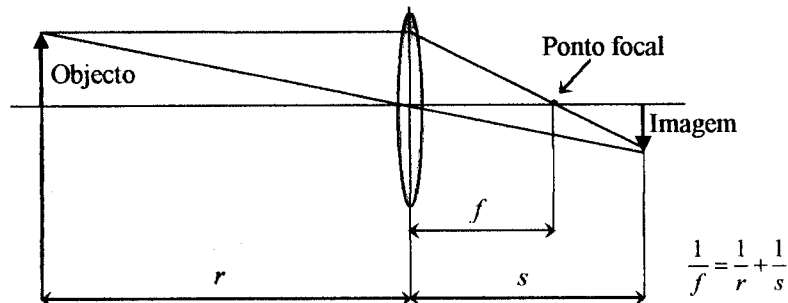


Figura 2.2 – Técnica baseada na focagem: formação de imagens a partir da equação das lentes finas.

A principal vantagem desta técnica é permitir obter informação de distância absoluta usando uma só câmara, sem conhecimento prévio da cena. No entanto, esta técnica está limitada a cenas que não sejam visualmente homogêneas. Outra desvantagem é a rápida diminuição da precisão e resolução com o aumento da distância.

Variação da distância focal

A técnica de variação da distância focal [Awcock, 1996; Jain, 1995; Silva, 1994] consiste no cálculo da distância absoluta a partir da comparação de um determinado ponto característico em duas imagens de intensidade adquiridas com variação da distância focal (Δf) do sistema de aquisição (Fig. 2.3).

A principal desvantagem desta técnica é obrigar à detecção e emparelhamento dos pontos característicos nas duas imagens. Outra dificuldade ocorre quando se trata de estudar objectos distantes, pois a distância absoluta tem de ser determinada com elevada precisão.

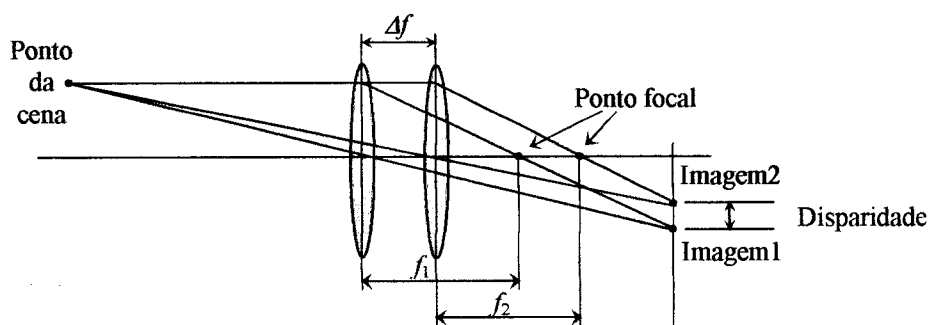


Figura 2.3 – Técnica baseada na variação da distância focal: disparidade entre pontos da imagem.

Geometria conhecida

Na técnica baseada em geometria conhecida dos objectos [Awcock, 1996; Jain, 1995; Silva, 1994] é possível determinar a distância absoluta através de uma relação simples, conhecendo as dimensões dos objectos da cena (R) e os parâmetros geométricos do sensor de imagem (eixo óptico, centro de projecção, R' , e distância focal, f). Esta técnica é particularmente simples para objectos esféricos se o ângulo de visão for pequeno (Fig. 2.4).

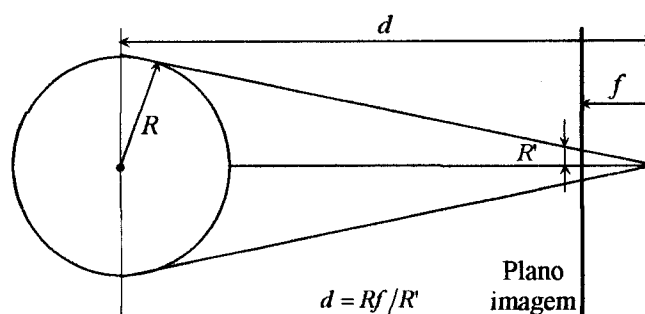


Figura 2.4 – Técnica baseada em geometria conhecida: determinação da distância absoluta de um objecto esférico.

No entanto, esta técnica tem a desvantagem de ser de difícil aplicação em cenas com objectos poliédricos ou em que o campo de visão seja elevado.

Sombreado

A técnica baseada no sombreado [Awcock, 1996; Jain, 1995; Silva, 1994] pretende extrair informação sobre a forma de um objecto a partir do sombreado das superfícies, resultante da

variação da sua orientação local relativamente à fonte de luz. Uma câmara mede a intensidade de um elemento de superfície. A qualidade desta medição depende da iluminação incidente, das características reflectoras da superfície, da sua orientação relativamente à fonte de luz e à câmara, e das características da câmara (Fig. 2.5). Esta técnica baseia-se na aquisição de várias imagens da cena, captadas da mesma posição, mas iluminadas por uma fonte de luz diferente. A aquisição é conseguida se a superfície for perfeitamente difusora (superfície *Lambertiana*), a fonte de luz e a câmara estiverem em posições fixas e suficientemente afastadas da superfície de modo que a intensidade da iluminação incidente sobre cada ponto desta se possa considerar constante, e a direcção de visão se possa admitir a mesma para todos os pontos da cena. Considerando estes pressupostos, a intensidade medida no plano imagem, $I(i, j)$, é dada pela função:

$$I(i, j) = R(p, q), \quad (2.2)$$

em que $I(i, j)$ são os dois parâmetros que determinam a orientação da superfície e $R(p, q)$ especifica a intensidade de um elemento de superfície em função da sua orientação.

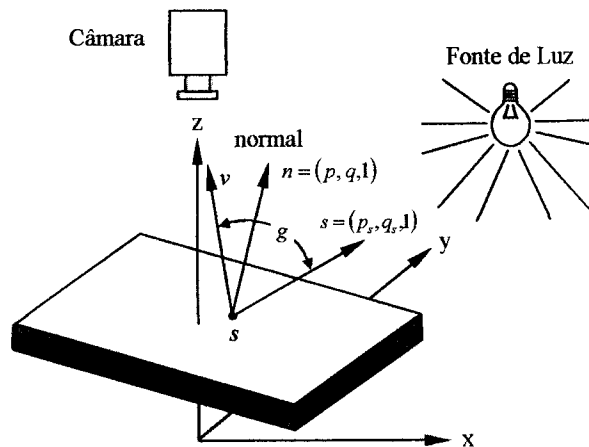


Figura 2.5 – Técnica baseada no sombreado: informação da forma de um objecto extraída a partir da variação da sua orientação local relativamente a uma fonte de luz, imagem adaptada de [Silva, 1994].

A principal desvantagem desta técnica é não ser aplicável a cenas que apresentem descontinuidades, pois a distância relativa entre dois pontos é obtida por integração. A determinação de distâncias absolutas só é possível se for conhecida previamente a distância a um ponto da cena, visível nas imagens.

Perspectiva

Esta técnica [Jain, 1995; Silva, 1994] pressupõe que existam linhas paralelas na cena, por exemplo arestas de objectos. Sabendo-se que duas linhas de uma imagem correspondem a linhas paralelas na cena é possível impor “restrições” à orientação do plano que contém essas linhas. Quando as linhas na imagem se intersectam, o ponto de intersecção (normalmente, designado ponto de fuga) define, com o centro óptico da lente do sistema formador de imagem, uma recta no espaço, coplanar com as referidas linhas, restringindo assim as posições possíveis do plano (Fig. 2.6). Dispondo-se de um outro conjunto de linhas paralelas, no mesmo plano e com direcção diferente, é possível obter outra recta no espaço que também pertence ao plano. O plano é pois a superfície definida por essas duas rectas.

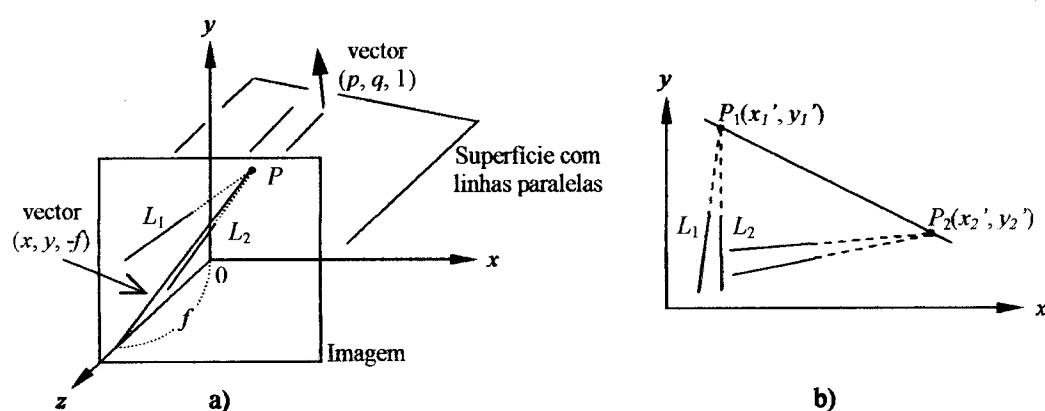


Figura 2.6 – Técnica baseada na perspectiva: a) as linhas (paralelas) da superfície projectadas na imagem intersectam-se no ponto de fuga (P); b) os pontos de fuga P_1 e P_2 de dois conjuntos de linhas.

A principal desvantagem desta técnica é a necessidade de existência, na cena, de superfícies planas que contenham pelo menos dois conjuntos de linhas paralelas. Outra dificuldade é a existência de outras linhas não paralelas.

Contorno

A técnica no contorno [Jain, 1995; Silva, 1994] consiste na determinação da orientação da superfície a que pertence um contorno de uma imagem dada, fazendo a sua projecção inversa sobre planos com diversas orientações e escolhendo a orientação do plano a partir da maximização do factor de forma do contorno projectado (F), dado por:

$$F = \frac{\text{area}}{\text{perimetro}^2}. \quad (2.3)$$

Deste modo, uma elipse, um trapézio e um triângulo são interpretados, respectivamente, como uma circunferência, um rectângulo e um triângulo equilátero inclinados.

A principal dificuldade deste método é a possibilidade de um contorno bidimensional poder ser a projecção de uma infinidade de contornos tridimensionais, o que o torna ambíguo (*Fig. 2.7*).

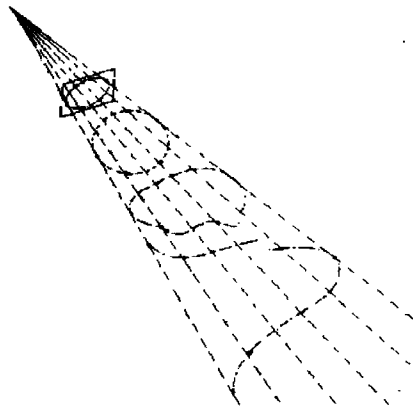


Figura 2.7 – Técnica baseada no contorno: um contorno bidimensional poder ser a projecção de uma infinidade de contornos tridimensionais, imagem de [Silva, 1994].

Textura

A textura de uma superfície [Awcock, 1996; Jain, 1995; Silva, 1994] pode ser usada para obter informação de orientação e de distância relativa. As variações de tamanho, densidade ou orientação, que os elementos de uma textura uniforme têm numa imagem, dependem da distância e da inclinação da superfície relativamente ao plano de imagem. É possível também obter informação de distância absoluta, se o tamanho dos elementos da textura forem conhecidos.

Existem variantes desta técnica, no entanto, irá ser apresentada como exemplo apenas uma. Assim, esta variante implica que os elementos da textura da cena tenham uma densidade uniforme, ou seja, o número de elementos por unidade de área seja constante. Este gradiente traduz uma inclinação da superfície relativamente ao plano de imagem, sendo possível assim obter a sua orientação (*Fig. 2.8*). Esta variante tem como dificuldade a identificação e a contagem exacta dos elementos da textura.

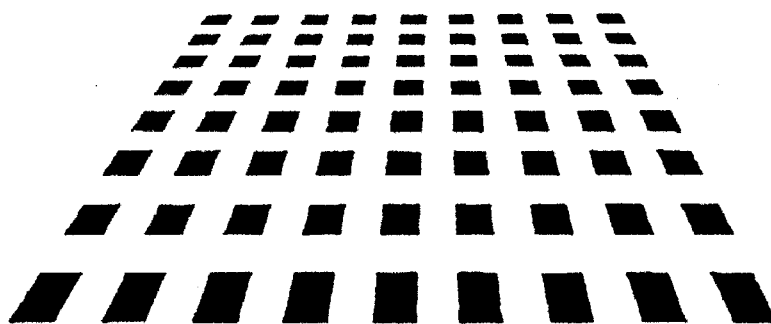


Figura 2.8 – Técnica baseada na textura: o gradiente de textura pode ser usado para determinar a orientação das superfícies, imagem de [Silva, 1994].

As principais desvantagens da técnica de determinação da forma com base na textura são: a necessidade de existência de superfícies texturas na cena, o conhecimento prévio da textura de modo a poder fazer a distinção entre as distorções devidas à projecção e as características da textura, e o elevado custo computacional.

Ocultação

A técnica baseada na ocultação [Jain, 1995; Silva, 1994] pressupõe a existência de ocultação parcial entre os objectos da cena, e consiste no estabelecimento de relações de posição relativa, do tipo “em frente de”, “atrás de” e “equidistante”, entre as regiões resultantes de uma segmentação prévia. São criadas seis classes nas quais são inseridos, consoante a evidencia de ocultação, os diferentes grupos de regiões adjacentes. Para resolver ou diminuir possíveis inconsistências nas relações criadas são usadas técnicas de etiquetagem por relaxação probabilística.

Esta técnica é a mais limitada de todas as técnicas descritas anteriormente, pois só pode ser usada em situações de ocultação entre objectos da cena, uma vez que exige a segmentação prévia das imagens, e apenas permite estabelecer relações de posição relativa entre eles.

2.1.2 Estereoscopia Passiva

A técnica que recorre a duas imagens de uma cena, adquiridas de posições diferentes, para obter informação de distância, designa-se estereoscopia passiva [Awcock, 1996; Jain, 1995; Silva, 1994]. Esta técnica baseia-se na forma como se processa o sistema visual humano para obtenção da informação tridimensional. A percepção de distância deste sistema resulta principalmente de um

processo que opera sobre duas imagens, chamado “fusão”. Apesar de cada imagem por si só não conter informação de distância, quando as duas imagens são “fundidas” pelo sistema de visão humano, é percebida uma estrutura tridimensional resultante da disparidade, ou diferença de posição, entre os pontos das duas imagens (Fig. 2.9).

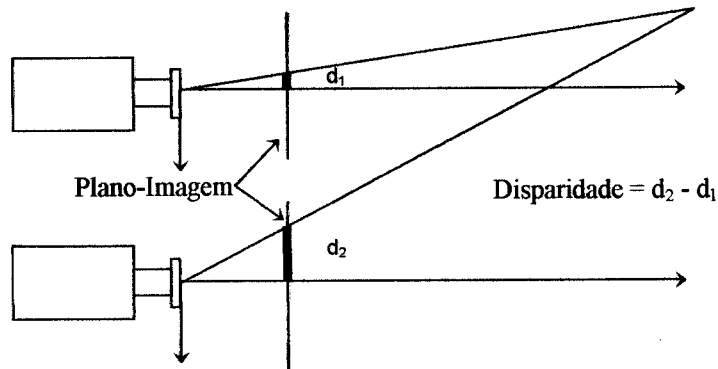


Figura 2.9 – Ilustração do conceito de disparidade.

O processo de medida de distância por estereoscopia passiva pode ser dividido nos três passos seguintes:

- i) aquisição de duas imagens da cena, captadas por câmaras afastadas uma da outra (ou por uma só câmara em posições/instantes distintas) o suficiente de modo a que a parte a reconstruir da cena seja visível nas duas imagens;
- ii) estabelecer correspondências entre pontos característicos presentes nas duas imagens, que sejam a projecção do mesmo ponto na cena;
- iii) para cada par de pontos correspondentes determinar o ponto de intersecção das rectas por eles determinadas no espaço, obtendo assim as coordenadas do ponto da cena. Este é o princípio usado nas técnicas estereoscópicas para obtenção da informação tridimensional, o qual tem a designação de *Triangulação*.

Existem duas configurações básicas do sistema de aquisição para obtenção das duas imagens da cena: uma em que as câmaras estão colocadas no mesmo plano, com eixos ópticos paralelos, e orientadas de modo a que as linhas de varrimento das imagens sejam paralelas à linha que une os centros ópticos das duas câmaras, facilitando assim o estabelecimento de correspondências entre os pontos das duas imagens (Fig. 2.10a); outra em que os eixos ópticos das duas câmaras são não paralelos e não necessariamente concorrentes (Fig. 2.10b).

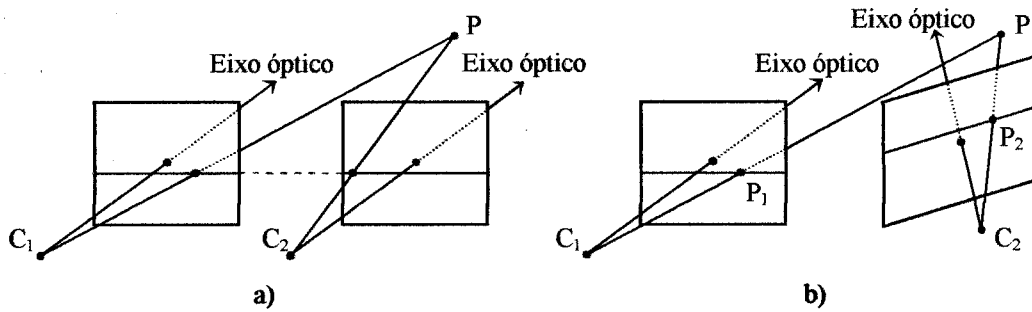


Figura 2.10 – Estereoscopia passiva: câmaras com os eixos ópticos a) paralelos; b) convergentes.

No entanto, o principal desafio das técnicas de estereoscopia passiva reside no processo de estabelecimento de correspondência entre os pontos das duas imagens, que pode ser dividido em três fases: a primeira consiste no processamento das imagens no sentido de detectar pontos ou outras características a usar no emparelhamento; a segunda consiste em efectuar um emparelhamento local entre as duas imagens; e a terceira consiste em resolver as ambiguidades e erros no emparelhamento. Os procedimentos que podem ser usados em cada uma dessas fases são descritos em seguida:

- Na primeira fase, é feito um processamento das duas imagens, no sentido de detectar pontos ou outras características a usar no emparelhamento. Para evitar ambiguidades no emparelhamento são escolhidos pontos, em torno dos quais se define uma janela de correlação, e que se distinguem bem dos restantes pontos que se encontram nessa janela. Estes pontos são designados por pontos de interesse, e resultam normalmente de características locais da cena, como arestas, vértices, orlas dos objectos, ou outras resultantes da textura, variação de tonalidade ou de sombras. Os pontos de interesse podem ser detectados usando um operador sensível às variações locais de intensidade, como o operador de *Moravec* ou um operador de gradiente [Silva, 1994; Tavares, 1995].
- Na segunda fase, para efectuar o emparelhamento local têm sido usadas duas técnicas, designadas por emparelhamento baseado em áreas e emparelhamento baseado em elementos característicos. A primeira técnica consiste em seleccionar uma região em torno de um ponto de interesse de uma das imagens e procurar, na outra imagem, uma região com semelhança máxima. Essa semelhança é medida a partir do coeficiente de correlação das intensidades de cada região. Esta técnica é condicionada por diversos factores como: a escolha do tamanho da janela de correlação, a sensibilidade às diferenças de intensidade entre regiões correspondentes das duas imagens e a existência de descontinuidades na cena. A segunda técnica é a mais utilizada e consiste em estabelecer correspondências entre características

discretas extraídas, geralmente, dos segmentos das orlas da cena. Essas características são do tipo geométrico ou “físico”, como por exemplo, o comprimento, as coordenadas dos pontos extremos, a orientação ou o contraste médio ao longo do segmento. Nesta técnica coloca-se um problema, que também surge na técnica anterior, que é o da selecção do tamanho da máscara de convolução usada para extrair as características. Esta técnica é considerada vantajosa relativamente à anterior por diversos motivos, entre eles, a maior rapidez no emparelhamento devido ao número de candidatos ser, em princípio, inferior; e a menor sensibilidade às diferenças de intensidade entre as duas imagens. No entanto, tem a desvantagem de não permitir obter uma imagem de distância mais densa.

- Na terceira fase, com o objectivo de resolver certas ambiguidades e impor consistência global nos emparelhamentos têm sido usadas técnicas de relaxação. Estas técnicas podem ser utilizadas no emparelhamento baseado em áreas ou em características, e consistem no seguinte procedimento: para cada ponto de interesse ou segmento característico de uma imagem é determinado um conjunto de candidatos ao emparelhamento na outra imagem; a cada par é atribuída uma probabilidade baseada num critério de semelhança que depende do método de emparelhamento e é actualizada através de um processo iterativo (relaxação). Este processo consiste em reforçar ou enfraquecer essa probabilidade de emparelhamento, consoante a disparidade associada ao candidato seja próxima ou afastada à associada a pontos ou características vizinhos que tenham probabilidades de emparelhamento elevado.

Estabelecidas as correspondências, pretende-se determinar o ponto de intersecção das rectas, determinadas por cada par de pontos correspondentes no espaço, de forma a obter as coordenadas tridimensionais do ponto da cena. Para tal, é usado o princípio da *Triangulação* que também é aplicável quando uma das imagens é substituída pela projecção de um padrão de luz sobre a cena (estas técnicas são descritas na secção seguinte). O padrão a projectar pode ser visto como uma imagem do padrão que a projecção gera na cena.

O princípio de *Triangulação* explora o facto de, no espaço tridimensional, um ponto da cena em análise poder ser definido pela intersecção de duas rectas (ou de um plano com uma recta) no espaço [Jähne, 2001; Jain, 1995; Paiva, 1997; Silva, 1994; Tavares, 1995]. Cada recta é a linha de visão que une esse ponto da cena (P) com o centro óptico da lente da câmara utilizada na aquisição (C_i) e que passa pelo ponto da imagem correspondente (P_i) (Fig. 2.11) (ou o plano é um plano de luz projectado que passa por esse ponto da cena (P)). A equação destas rectas (ou do plano e da

recta) é calculada a partir das coordenadas do ponto na imagem e dos parâmetros geométricos da câmara.

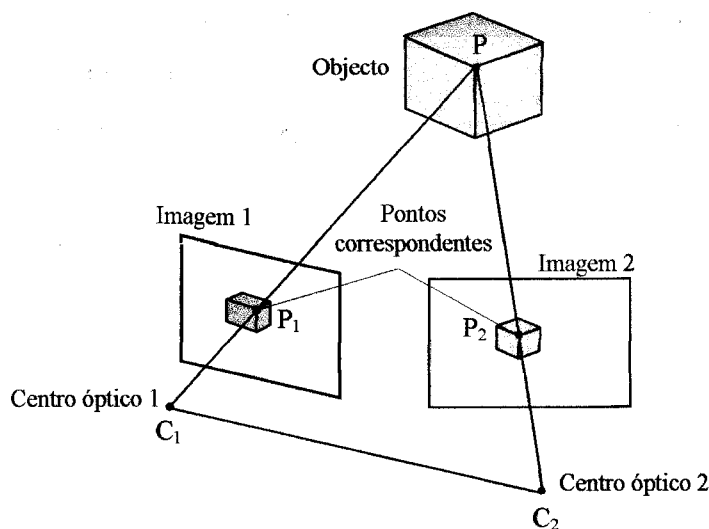


Figura 2.11 - Triangulação usando duas câmaras.

2.2 Técnicas Activas

As técnicas activas de aquisição de informação tridimensional são caracterizadas pela projecção directa e controlada de energia sobre a cena, recorrendo a um ou mais projectores e um ou mais sensores. A energia projectada, geralmente sob a forma de luz ou ultra-sons, é reflectida pelos objectos da cena, sendo detectada por sensores que, de forma mais ou menos directa, fornecem a informação de distância. Estas técnicas podem ser divididas em: técnicas de *Moiré*, técnicas de detecção de ecos e técnicas de luz estruturada. Nas técnicas de *Moiré*, a informação de distância é obtida a partir da interacção entre um padrão de luz projectado sobre uma cena e um padrão de referência. As técnicas de detecção de ecos baseiam-se na projecção de energia (feixe de luz colimado ou ultra-sons) sobre a cena e na medida do tempo que decorre entre a emissão e a recepção dessa energia, após reflexão na cena. A estereoscopia activa é a designação comum para um conjunto de técnicas que utilizam a projecção de um padrão de luz sobre a cena, da qual se adquire uma imagem de intensidade, com uma câmara (sensor) afastada do projector.

2.2.1 Técnica de Moiré

A técnica de *Moiré* [Benoit, 1975; Brooks, 1969; Chen, 2000; Gonzalez, 2002; Silva, 1994] consiste na projecção de um conjunto de linhas paralelas sobre a cena e a aquisição de uma imagem da mesma, recorrendo a uma câmara deslocada em relação ao projector, em frente da qual está colocada uma grelha idêntica à usada para projectar as linhas. O padrão de *Moiré* é um padrão de interferência de baixa frequência formado pela sobreposição de duas grelhas com padrões regularmente espaçados de frequência espacial mais elevada (Fig. 2.12a). O resultado é um padrão constituído por franjas alternadamente brilhantes e escuras, chamadas franjas de *Moiré*. Os pontos da cena que são iluminados pelo projector e captados na imagem aparecem brilhantes, os restantes aparecem escuros.

Existe uma variante desta técnica, designada por *Moiré de sombra*, que usa uma única grelha colocada em frente de toda a extensão da superfície em estudo, tão próxima desta quanto possível (Fig. 2.12b). A grelha utilizada define, com os centros de projecção e de aquisição de imagem do sistema, dois conjuntos de planos no espaço. As intersecções destes planos dão origem a superfícies de contorno com forma cilíndrica. A intersecção destas superfícies com a superfície do objecto dá origem a um conjunto de franjas de *Moiré*. Conhecido o espaçamento das linhas da grelha projectada, a distância entre o projector e a câmara, a distância do projector/câmara à grelha e o número de ordem da superfície de contorno é possível determinar a variação de distância entre os pontos de duas franjas consecutivas.

Ambas as variantes usam o mesmo princípio na aquisição de informação tridimensional, sendo apenas o modo de geração das franjas diferente.

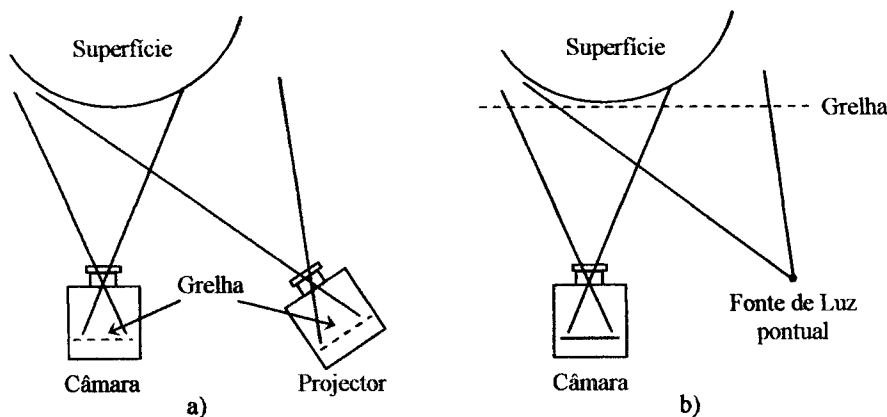


Figura 2.12 – Técnicas de Moiré: a) Moiré de projecção; b) Moiré de sombra.

A variante de sombra tem a vantagem de ser mais simples de implementar, mas não pode ser aplicada em cenas de grandes dimensões devido à necessidade de uma grelha do tamanho da cena. A principal vantagem da técnica de *Moiré* é a sua elevada resolução, sendo a da técnica de sombra superior à de projecção. A principal dificuldade é de só permitir obter informação de distância relativa entre as franjas. Outra desvantagem é a difícil determinação da linha central de cada franja.

2.2.2 Técnicas de Detecção de Ecos

A técnica de detecção de ecos [Chen, 2000; Jähne, 2001; Jain, 1995; Silva, 1994] consiste na determinação de distância a partir do tempo de percurso desde que uma fonte de energia (como por exemplo um feixe de luz colimado, ultra-sons, etc.) é emitida até ser detectada. Esta técnica implica a utilização de um emissor de energia, um sistema de varrimento da cena e um receptor que detecta uma parte da energia reflectida pela cena. Existem duas técnicas para determinar o tempo de percurso que se distinguem pelo tipo de modulação utilizada. Na primeira, mede-se o tempo que decorre entre a emissão de um impulso de energia e o seu retorno (*Fig. 2.13a*). A principal desvantagem desta técnica ocorre quando os objectos da cena estão muito próximos do sensor, sendo necessário uma maior precisão na medição dos intervalos de tempo, visto se tratar de intervalos muito curtos. Na segunda, mede-se o tempo com base na diferença de fase entre um feixe de energia emitido, modulado em amplitude por uma função sinusoidal, e o sinal reflectido (*Fig. 2.13b*). Esta técnica falha quando a diferença de fase é superior a 2π . As formas de contornar esta situação seriam a utilização de uma frequência de modulação mais baixa ou, caso se disponha de informação acerca da gama de distância dos pontos da cena, a imposição de limites aos valores de distância medidos.

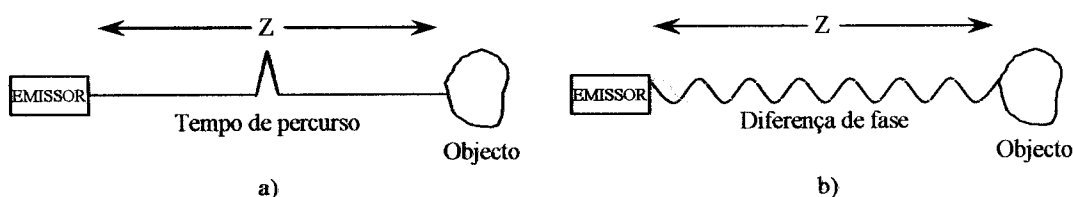


Figura 2.13 – Técnicas de detecção de ecos: medição de distância usando: a) tempo de percurso e b) diferença de fase.

As principais vantagens das técnicas de detecção de ecos são: permitirem obter informação em cenas visualmente uniformes e controlarem a densidade de pontos das imagens obtidas. No entanto,

têm a desvantagem de não poderem ser aplicadas a superfícies com muito elevada ou muito baixa reflectividade, transparentes ou translúcidas, podendo ainda existir problemas de múltiplos reflexos e/ou de interferência.

2.2.3 Estereoscopia Activa

As técnicas de luz estruturada [Awcock, 1996; Chen, 2000; Jain, 1995; Paiva, 1997; Silva, 1993, Silva, 1994], também designadas por estereoscopia activa, baseiam-se na projecção controlada de luz (um feixe, um plano ou outro padrão de luz) sobre a cena e na captação da luz reflectida pela cena por um sensor (câmara ou sensor linear), afastado do projector. Em ambientes em que a iluminação pode ser controlada, estas técnicas são preferíveis relativamente às técnicas passivas, dado que a luz projectada dá origem a pontos luminosos que podem ser detectados na imagem com maior facilidade. No entanto, a dificuldade da obtenção desses pontos característicos varia consoante o tipo de padrão projectado.

Das técnicas de luz estruturada, a mais simples consiste na projecção de um feixe de luz que determina a iluminação de um ponto da cena de cada vez. As coordenadas tridimensionais do ponto em questão podem ser determinadas por triangulação depois de conhecida a posição e orientação do projector relativamente à câmara. A obtenção da informação tridimensional de toda uma cena, usando esta técnica, implica que se faça um varrimento da cena com um feixe de luz (*Fig. 2.14*). Assim, para uma imagem de $n \times m$ pontos são necessárias $n \times m$ aquisições de imagens, tornando-se portanto, num processo lento.

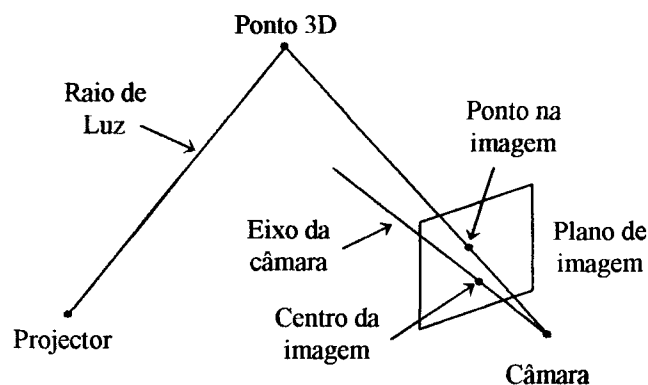


Figura 2.14 – Projecção de um raio de luz.

A projecção de um plano de luz, em vez de um feixe, tem a vantagem de permitir um varrimento mais rápido da cena (*Fig. 2.15*). Assim, para uma imagem de $n \times m$ pontos são necessários n ou m

aquisições de imagens conforme os planos sejam projectados horizontal ou verticalmente. As técnicas que utilizam este tipo de projecção tem sido muito usadas para a inspecção, identificação e posicionamento de objectos tridimensionais.

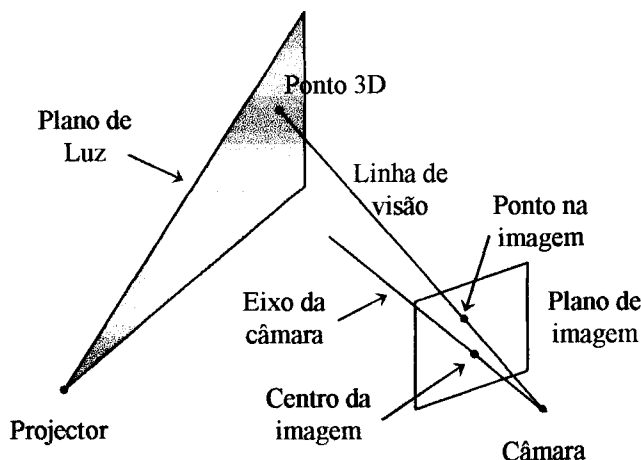


Figura 2.15 – Projecção de um plano de luz.

Para eliminar a necessidade de varrimento da cena pode ser usada a projecção de vários planos de luz paralelos (ou em grelha), no entanto, o estabelecimento das correspondências entre os pontos projectados e os pontos visíveis na imagem captada pela câmara torna-se num problema mais complexo, dado que os pontos projectados não se diferenciam uns dos outros (Fig. 2.16).

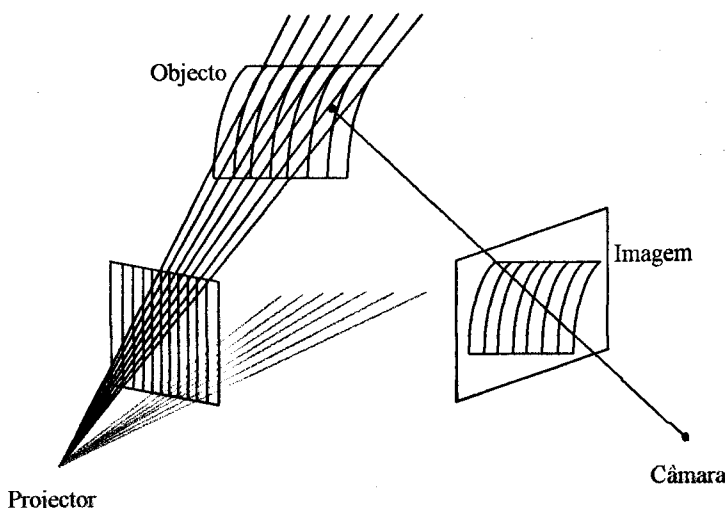


Figura 2.16 – Projecção simultânea de vários planos de luz.

Ao longo dos anos foram propostas várias soluções para resolver, ou pelo menos atenuar, o problema do estabelecimento de correspondências dos sistemas que recorrem à projecção controlada de luz. Em seguida são apresentadas algumas dessas propostas.

Técnica de modulação temporal

A técnica de modulação temporal foi proposta por *Posdamer e Altschuler* [Altschuler, 1982; Paiva, 1997; Rechsteiner, 1996; Silva, 1994; Wahl, 1984] e utiliza uma matriz de feixes laser controlados por um obturador. Esta matriz corresponde aos planos de *bits* de um código binário, sendo atribuído a cada feixe um código binário único. Começa-se por criar uma imagem de referência projectando todos os feixes simultaneamente, em seguida são projectados vários padrões, sendo cada um definido pelos planos de *bits* correspondentes aos códigos dos feixes. O feixe de referência é alterado quando os *bits* do código valem 0 (zero), mantendo-se inalterado quando valem 1 (um). O sistema codifica os feixes em grupos, segundo as colunas (*Fig. 2.17*).

Se o sistema gerar na cena $N - 1$ planos de luz, serão necessárias $\log_2 N$ projecções. No caso de se pretender obter uma imagem de distância densa, esta técnica torna-se bastante lenta. No entanto, o número de projecções necessárias para obter os pontos da cena é bastante inferior àquele necessário quando se faz um varrimento da cena com um plano de luz.

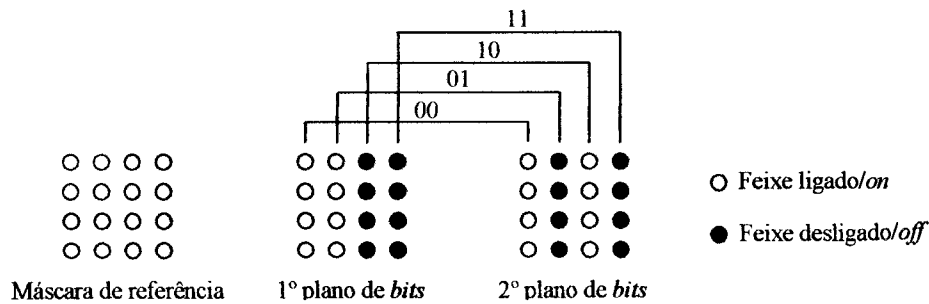


Figura 2.17 – Técnica de modulação temporal: codificação dos feixes usando um plano de bits.

A principal vantagem desta técnica é permitir a identificação dos pontos ou linhas projectados sem ambiguidades, permitindo também a identificação daqueles que não são detectados pela câmara.

Técnica de etiquetagem espacial

A técnica de etiquetagem espacial foi proposta por *Le Moigne e Waxman* [Le Moigne, 1988; Paiva, 1997; Silva, 1993; Silva, 1994] e consiste em projectar uma grelha de luz, à qual são acrescentados alguns quadrados iluminados (*Fig. 2.18*). Estes quadrados são usados como referência para se proceder à identificação dos pontos de cruzamento da grelha. O projector e a câmara são posicionados de forma a que as linhas verticais da grelha projectada apareçam igualmente na

vertical na imagem captada. Após a extracção das linhas verticais e horizontais e dos pontos de cruzamento, estes pontos são etiquetados partindo de um dos pontos de referência, seguindo as linhas detectadas e contando os pontos de cruzamento já considerados.

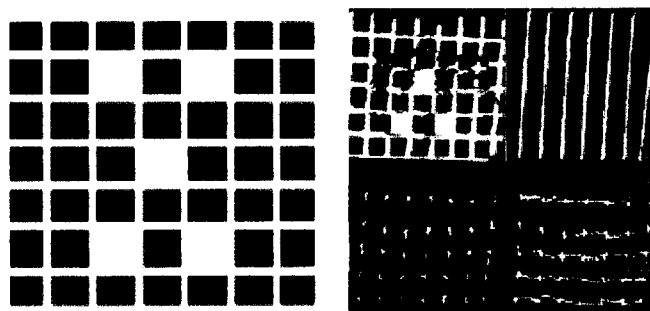


Figura 2.18 – Técnica de etiquetagem espacial: grelha com pontos de referência e passos de processamento, imagem de [Silva, 1994].

Uma das principais desvantagens desta técnica é não poder ser aplicada em situações em que ocorrem descontinuidades nas linhas, quer por não ser possível detectar todos os pontos, quer devido a descontinuidades da cena, ou quando os pontos de cruzamento não são detectados. Este problema pode ser resolvido recorrendo a várias etiquetagens, seguindo caminhos diferentes, e usando uma técnica de relaxação para resolver eventuais ambiguidades na etiquetagem.

Técnica de projecção de um padrão binário

Esta técnica foi proposta por *Vuylsteke* e *Oosterlinck* [Paiva, 1997; Silva, 1993; Silva, 1994; Vuylsteke, 1990] e baseia-se na projecção de um padrão binário constituído por quadrados opacos e transparentes, em forma de xadrez, cujos vértices de junção são sobrepostos por outros mais pequenos, também opacos ou transparentes conforme representam o código binário 0 (zero) ou 1 (um) (Fig. 2.19). Estes pequenos quadrados são os pontos característicos que se pretende identificar. Assim, o padrão é construído de tal forma que o plano vertical ao qual um ponto característico pertence pode ser identificado por análise do padrão binário de uma janela definida em torno do ponto.

A principal vantagem desta técnica, relativamente às técnicas de modelação temporal apresentadas anteriormente, é a de permitir identificar os pontos característicos usando uma única imagem da cena. No entanto, tem a desvantagem de os pontos característicos não poderem ser identificados

quando ocorrem descontinuidades na janela definida em torno desses pontos, ou a binarização ser inadequada. Outra desvantagem desta técnica é o elevado tempo computacional e a limitada densidade espacial da informação tridimensional obtida.

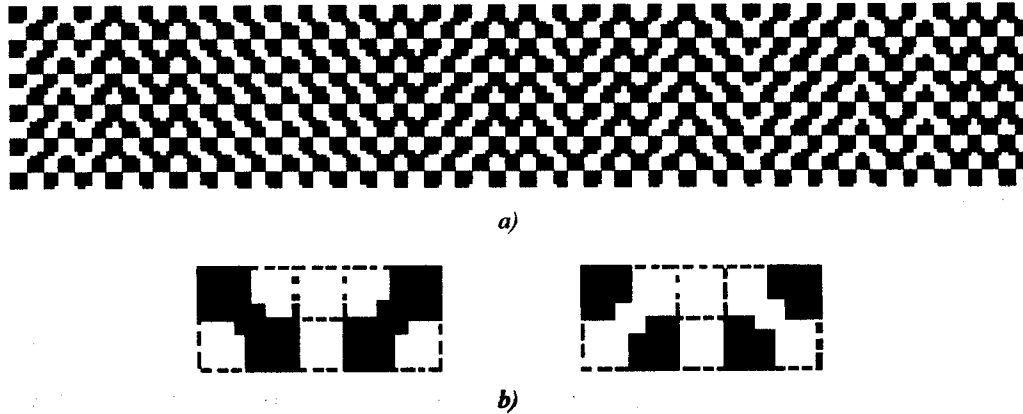


Figura 2.19 – Técnica de projecção de um padrão binário (imagens de [Silva, 1994]): a) Padrão binário usado por Vuylsteke e Oosterlinck; b) Constituintes básicos do padrão, ampliados.

Técnica de projecção de um padrão codificado através da cor

Boyer e Kak propuseram um sistema que ilumina a cena através da projecção de um único padrão com linhas vermelhas, verdes, azuis e brancas formando subconjuntos de quatro linhas [Boyer, 1987; Gonzalez, 2002; Jain, 1995; Paiva, 1997; Silva, 1994]. Cada um desses subconjuntos é identificado pela sequência de cores presentes no padrão projectado, evitando assim ambiguidades (Fig. 2.20). O trabalho proposto por Boyer e Kak teve como objectivo demonstrar que era possível extrair as linhas projectadas e determinar o seu índice de posição.

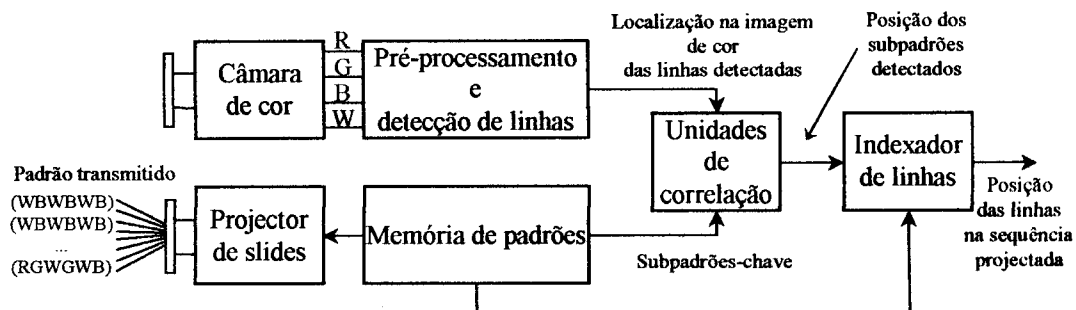


Figura 2.20 – Técnica de projecção de um padrão codificado através da cor: esquema básico do sistema, imagem adaptada de [Boyer, 1987].

A principal vantagem desta técnica é a obtenção de uma imagem de distância com base na aquisição de uma única imagem de intensidade. No entanto, esta técnica está limitada a cenas com cores neutras. A principal desvantagem reside no facto de poder existir iluminação mútua entre objectos da cena, alterando assim a cor das linhas captadas pela câmara, conduzindo à determinação de índices de posição errados.

Técnica de projecção de um padrão codificado com perfil sinusoidal

A técnica de projecção de um padrão codificado com perfil sinusoidal foi proposto por Gomes [Coggrave, 2000; Gomes, 1992; Paiva, 1997; Silva, 1994] e baseia-se na codificação do espaço onde se situa um objecto em estudo, usando iluminação com uma configuração de intensidade de perfil periódico sinusoidal (*Fig. 2.21*). Primeiro, esse padrão codificado com período e geometria conhecidos é projectado sobre um plano de referência e todos os pontos desse plano são caracterizados por um valor de fase relativo a um ponto de referência. Em seguida, são determinadas as coordenadas tridimensionais de cada ponto do objecto a partir da diferença entre os registos de fase da intensidade das imagens codificadas e do plano de referência.

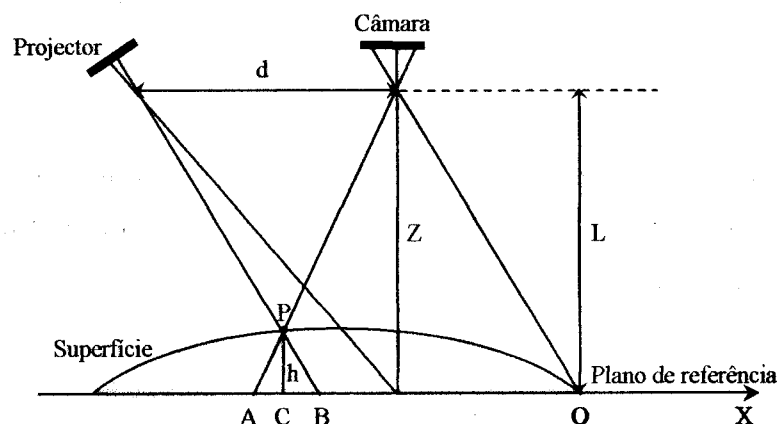


Figura 2.21 – Técnica de projecção de um padrão codificado com perfil sinusoidal: a altura h é medida a partir da diferença entre registos de fase da intensidade das imagens da cena e do plano de referência.

Esta técnica tem a vantagem de permitir obter imagens de distância densas com erros pequenos. A principal dificuldade é a que resulta da necessidade de ter pontos vizinhos com valores de fase contínuos, cuja as variações sejam inferiores a $\pm \pi$. Esta necessidade implica o ajuste do padrão sinusoidal à inclinação da superfície em estudo, dificultando a determinação de distância em superfícies com descontinuidades.

Na secção seguinte é apresentada uma variante desta técnica de aquisição de informação tridimensional, aplicável a superfícies com descontinuidades, e utilizada pelo sistema de aquisição 3D que está a ser desenvolvido no Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental (LOME) [Tavares P., 2001; Tavares P., 2002], no qual será integrado o trabalho desenvolvido nesta dissertação. Por essa razão, a variante desta técnica é descrita com algum pormenor na secção seguinte.

2.3 Técnica de *Temporal Phase Unwrapping*

A técnica de *temporal phase unwrapping* [Coggrave, 1999; Coggrave, 2000; Huntley, 1993; Saldner, 1997] é uma das técnicas activas de projecção de um padrão de luz/sombra com perfil sinusoidal apresentado na subsecção 2.2.3. Esta técnica é aplicável ao problema da existência de descontinuidades no perfil dos objectos e consiste na projecção de franjas para medição desse perfil. O padrão de franjas projectado é formado por linhas paralelas com perfil de intensidade aproximadamente sinusoidal. A ideia base desta técnica é variar a largura das franjas ao longo do tempo, de forma a obter uma sequência de mapas de fase. Cada mapa de fase é obtido a partir da projecção de um padrão de franjas (com a mesma largura) cujo valor de fase varia num intervalo de $-\pi$ a $+\pi$ como ilustra a Fig. 2.22. A sequência de mapas de fase forma a distribuição de fase tridimensional do objecto que se pretende reconstruir. A fase em cada *pixel* é então “desembrulhada” ao longo do eixo do tempo e este procedimento reduz-se a uma simples soma de mapas de fase intermédios com intervalos de fase de $\pm \pi$.

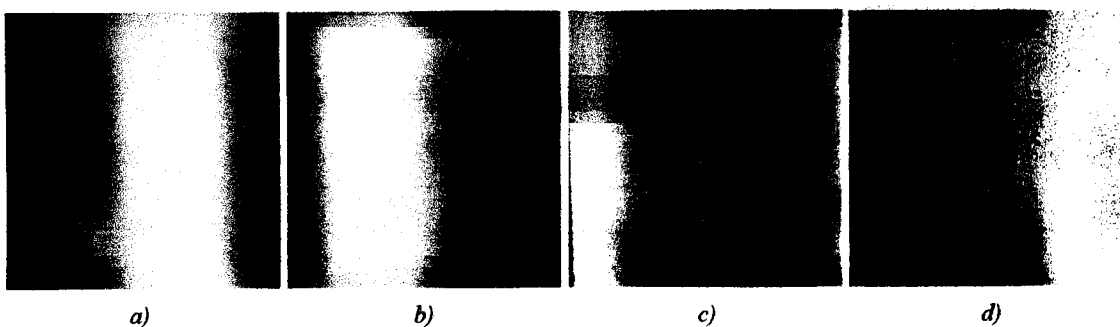


Figura 2.22 – Padrão de franjas com perfil de intensidade aproximadamente sinusoidal para construção de um mapa de fase. Imagem (t, k) : a) (1,1), b) (1,2), c) (1,3), d) (1,4).

O projector de luz branca, utilizado pelo sistema de aquisição, é baseado num modelador de luz espacial (*SLM*) para a projecção do padrão de franjas. Assim, as franjas são geradas de forma a que

a intensidade da luz que passa pela coordenada do *pixel* (i, j) do *SLM*, $(i, j = 0, 1, 2, \dots, N-1)$, seja dada por:

$$I_{SLM}(i, j, k, t) = I_0 + V \cos \left\{ 2\pi \left(t \left(\frac{i}{N} - \frac{1}{2} \right) + \frac{k-1}{4} \right) \right\} \quad (2.4)$$

onde I_0 é a intensidade média, V é a visibilidade da franja, k é o índice do salto de fase ($k = 1, 2, 3, 4$), e t é o índice da largura da franja definindo o número de franjas no vector imagem ($t = 1, 2, \dots, s$). A sequência de padrões de franjas é enviada para o *SLM*, começando na imagem $(t, k) = (1, 1)$ e abrangendo todas as combinações de índices de largura de franja e de salto de fase. Para cada um dos $(4s - 4)$ padrões, é obtida pela câmara (*CCD*) uma imagem do objecto coberto pelas franjas projectadas sobre ele. A intensidade medida em cada *pixel* (m, n) dessa imagem será designada por $I(m, n, k, t)$.

A distribuição de fase das franjas medidas pela câmara pode ser calculada por um algoritmo de *salto-de-fase* padronizado. No sistema de aquisição de informação tridimensional considerado é usada a técnica *quatro-janelas*, que consiste em determinar cada mapa de fase $\Phi(i, j, t)$ a partir de quatro janelas (imagens) de intensidade, cuja fase em cada uma é, respectivamente, $-\pi, -\pi/2, 0, \pi/2$. Para cada novo mapa de fase a determinar, t é incrementado provocando o aumento de uma franja no padrão projectado; a franja central mantém-se fixa, com as restantes franjas a moverem-se nos limites do *SLM*. Nesta técnica de medição de forma, a distância de um determinado ponto da cena ao plano mundo segundo o eixo Z igual a zero é calculada a partir da diferença de fase total produzida quando t varia de 1 a s .

Para a maioria dos pontos da cena, a diferença de fase irá cair fora do intervalo $(-\pi, \pi)$ e, por isso, a fase tem de ser “desembrulhada”. A diferença de fase, para um determinado *pixel* (m, n) , entre dois mapas de fase consecutivos $\Phi(m, n, t-1)$ e $\Phi(m, n, t)$ irá cair dentro do intervalo $(-\pi, \pi)$. Este facto resulta da Eq. (2.4), e é a razão pela qual se adiciona apenas uma franja extra ao longo dos mapas entre valores sucessivos de t . Se a diferença de fase calculada cair fora desse intervalo, é adicionado a $\Phi(m, n, t)$ um múltiplo de 2π para repor essa diferença no intervalo desejado.

O t -ésimo mapa de fase, $\Phi(m, n, t)$, pode ser calculado como:

$$\Phi(m, n, t) = \tan^{-1} \left[\frac{\Delta I_{42}(m, n, t)}{\Delta I_{13}(m, n, t)} \right], \quad (2.5)$$

onde,

$$\Delta I_{ij}(m, n, t) = I(m, n, i, t) - I(m, n, j, t), \quad (2.6)$$

e o “desembrulhar” de fase pode ser feito ao longo do eixo t da distribuição de fase tridimensional definida pela Eq. (2.5). No entanto, os cálculos da técnica de *temporal phase unwrapping* podem ser simplificados usando mapas de fase “embrulhados” incrementados. Para o método das *quatro-janelas*, estes são dados pela seguinte equação:

$$\Delta\Phi(t) = \tan^{-1} \left[\frac{\Delta I_{42}(t)\Delta I_{13}(t-1) - \Delta I_{13}(t)\Delta I_{42}(t-1)}{\Delta I_{13}(t)\Delta I_{13}(t-1) - \Delta I_{42}(t)\Delta I_{42}(t-1)} \right]. \quad (2.7)$$

Por razões de clareza, na Eq. (2.7), foram retiradas as dependências (m, n) de ΔI_{ij} e $\Delta\Phi$. Esta equação é numericamente equivalente a calcular $\Delta\Phi$ a partir da Eq. (2.5), fazendo:

$$\Delta\Phi(m, n, t) = \Phi(m, n, t) - \Phi(m, n, t-1), \quad (2.8)$$

embora o resultado da Eq. (2.7) já se encontra no intervalo $(-\pi, \pi)$. Quando determinado o s -ésimo mapa de fase, a variação de fase “desembrulhada” total $\Psi(m, n)$ pode ser calculada somando as diferenças de fase, ou seja,

$$\Psi(m, n) = \Phi(m, n, s) - \Phi(m, n, 0) = \sum_{t=1}^s \Delta\Phi(m, n, t). \quad (2.9)$$

O que distingue a técnica de *temporal phase unwrapping* das restantes técnicas espaciais de “desembrulhar” da fase é o facto deste processo ocorrer ao longo do índice t , em vez dos índices m ou n . Os cálculos, em cada *pixel*, são realizados independentemente dos restantes *pixels*, evitando as dificuldades causadas pelas descontinuidades da cena, normalmente, encontradas nas outras técnicas espaciais de “desembrulhar” da fase [Saldner, 1997].

Note-se que os erros nos valores de fase intermédios $(\Phi(m, n, 1), \dots, \Phi(m, n, s-1))$ são automaticamente cancelados usando esta equação. Apenas os erros nos mapas de fase inicial e final,

$\Phi(m, n, 0)$ e $\Phi(m, n, s)$, contribuem para a variação de fase medida. Observe-se que para $\Phi(m, n, 0)$ esses erros são automaticamente eliminados, visto que a imagem $t = 0$ corresponde ao caso em que a fase é zero em todos os pontos no padrão de franjas projectado, tornando possível calcular $\Delta\Phi(m, n, 1)$ a partir das Eqs. (2.5) e (2.8) e considerando $\Phi(m, n, 0)$ igual a zero.

Para um dado *pixel*, as variações de fase “embrulhadas” sucessivas, calculadas a partir da Eq. (2.7), devem ser similares entre elas. Contudo, quando ocorrem erros de “desembrulhar” da fase essas variações diferem umas das outras por valores próximos de 2π . Assim, um mapa de consistência pode ser calculado como [Saldner, 1997]:

$$C(m, n) = \sum_{t=2}^s [\Delta\Phi(m, n, t) - \Delta\Phi(m, n, t-1)]^2. \quad (2.10)$$

Valores elevados de $C(m, n)$ indicam dados inválidos, assim, para um intervalo de confiança escolhido, é criada uma máscara para prevenir que os pontos nesses *pixels* sejam utilizados nas operações de regressão ou de representação tridimensional.

2.4 Sumário

Neste capítulo foram apresentadas algumas técnicas que têm sido utilizadas na aquisição de informação tridimensional no domínio de Visão por Computador. Assim, foram descritas técnicas que utilizam apenas a luz ambiente para iluminar a cena, designadas técnicas passivas, e técnicas que utilizam projecção directa e controlada de energia sobre a cena, designadas técnicas activas. As técnicas passivas estão divididas em duas categorias: a primeira, onde se inserem as técnicas baseadas em imagens monoculares de intensidade que extraem a informação de distância a partir de uma ou mais imagens monoculares de intensidade captadas com uma câmara fixa; e a segunda, onde se inserem as técnicas baseadas em estereoscopia passiva que permitem obter informação de distância a partir de duas ou mais imagens de intensidade, captadas com uma ou mais câmaras colocadas em posições distintas. As técnicas activas estão divididas em três categorias: a primeira, onde se inserem as técnicas baseadas em estereoscopia activa que se caracterizam pela projecção controlada de luz sobre a cena e na captação da luz reflectida por esta a partir de um sensor, afastado do projector; a segunda, designada por técnica de *Moiré*, consiste na projecção de um conjunto de linhas paralelas e na aquisição de uma imagem da mesma, utilizando uma câmara em

frente da qual está colocada uma grelha idêntica à usada para projectar as linhas; e a terceira, designada por técnica de detecção de ecos que consiste na determinação de distância a partir do tempo de percurso desde que uma fonte de energia é emitida até ser detectada.

Todas as técnicas descritas neste capítulo apresentam dificuldades e limitações, por essa razão não existe uma técnica que possa ser considerada “a melhor em geral”. Contudo, em cenas de interior, com ambientes controlados, as técnicas activas são mais utilizadas e em cenas de exterior ou ambientes não controlados são, geralmente, utilizadas as técnicas passivas.

A técnica de *temporal phase unwrapping*, descrita na secção anterior (2.3), bem como aquelas que se baseiam em estereoscopia passiva e activa utilizam, para obtenção de informação tridimensional, o princípio da *Triangulação*, descrito na subsecção 2.1.2.

Capítulo III || Métodos de Calibração de Câmaras/Projectores

Neste capítulo é abordado o problema da calibração de câmaras e projectores no domínio da visão tridimensional. Este problema consiste basicamente na determinação do modelo matemático que transforma pontos de coordenadas 3D num sistema mundo em pontos de coordenadas 2D no sistema da memória *frame* (e vice-versa, no caso do projector). Assim, neste capítulo são apresentados alguns métodos de calibração, incluindo os adoptados no âmbito desta dissertação.

3. Introdução

Entende-se por calibração de um sistema de aquisição no domínio da Visão por Computador, nomeadamente, no contexto da visão tridimensional, como o processo para a determinação da relação matemática que, para o respectivo sistema, transforma pontos 3D em pontos 2D e vice-versa.

Neste contexto, a calibração de um(a) dada(o) câmara/projector é o processo de determinação dos parâmetros que caracterizam a geometria interna e as características ópticas (parâmetros intrínsecos), e/ou a orientação e posição 3D da(o) câmara/projector relativamente a um certo sistema de coordenadas do mundo (parâmetros extrínsecos – como já foi referido, o processo para a determinação destes parâmetros é também designado por estimativa da pose; neste caso, designa-se por calibração apenas a estimação dos parâmetros intrínsecos), *Fig. 3.1*. A calibração dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos da(o) câmara/projector é, geralmente, realizada uma única vez.

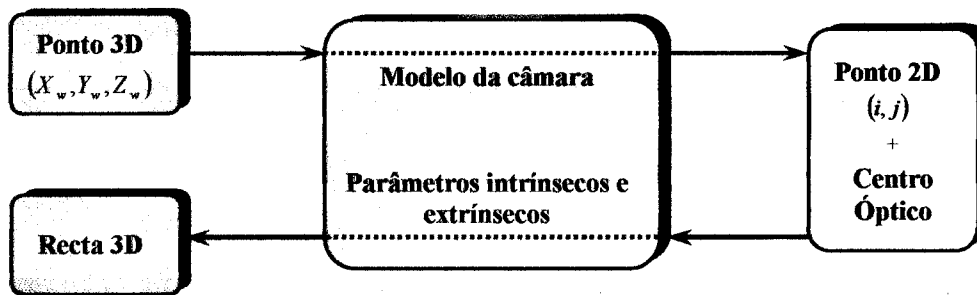


Figura 3.1 – Calibração da câmara: transformação de um ponto no sistema de coordenadas 3D mundo para o sistema de coordenadas 2D imagem e vice-versa (recta 3D que devidamente interceptada dará o ponto 3D correspondente).

Este processo pode ter os seguintes propósitos:

- dadas as coordenadas (X_w, Y_w, Z_w) de um ponto 3D mundo, determinar as suas coordenadas 2D imagem. Para verificar que as coordenadas imagem do objecto estão de acordo com o estado do mundo é necessário conhecer os parâmetros intrínsecos e extrínsecos dos modelos da câmara e do projector estimados, de tal modo que dada a localização 3D do objecto é possível estimar devidamente as suas coordenadas 2D imagem.
- dadas as coordenadas 2D de um ponto da imagem na memória *frame*, determinar a informação 3D correspondente. Para simplificação, se a informação 3D do objecto que se pretende

determinar é uma característica pontual deste, a calibração da câmara/projector fornece, a partir das coordenadas imagem na memória *frame*, uma solução para a determinação de uma recta de projecção no espaço 3D definida por esse ponto objecto da imagem e pelo centro óptico da lente da câmara/projector. Com uma imagem adquirida e o padrão projectado, a posição do ponto objecto pode ser determinada pela intersecção da recta com o plano de projecção – princípio da *Triangulação*. O conhecimento dos parâmetros da câmara/projector permite também obter informação 3D quanto à posição e orientação dessa câmara/projector relativamente a um sistema de coordenadas mundo.

A calibração é um problema crucial para uma medição métrica precisa da cena, necessária em determinadas aplicações, por essa razão, numerosas técnicas e estudos sobre calibração têm sido realizados nestes últimos anos. O processo de calibração está dividido em duas fases: na primeira, constrói-se o modelo para a câmara/projector a partir de aproximações matemáticas do comportamento físico e óptico da mesma, utilizando um conjunto de parâmetros; e na segunda, utilizam-se métodos directos ou iterativos para estimar o valor desses parâmetros.

Existem diversas formas de classificar os métodos de calibração para estimação dos parâmetros do modelo da câmara/projector, podendo-se optar pela seguinte:

i. Técnicas lineares (para o calculo da matriz de transformação perspectiva): Estas são as técnicas mais simples e que requerem menor esforço computacional, no entanto, não são aplicáveis em aplicações que requerem uma precisão elevada ou a modelação da distorção da lente da câmara/projector. Estas técnicas utilizam, por exemplo, o método dos mínimos quadrados para determinar a matriz de transformação que relaciona as coordenadas 3D mundo com as suas projecções 2D imagem. Como se trata de uma calibração implícita, torna-se por vezes difícil extrair os parâmetros dessa matriz. Algumas referências relacionadas com a calibração linear podem ser encontradas em [Hall, 1982] e [Faugeras, 1986].

ii. Técnicas de optimização não lineares: Estas técnicas utilizam sistemas não lineares para a estimação de um ou mais parâmetros do modelo da câmara/projector. Neste caso, esses parâmetros de calibração são normalmente determinados de uma forma iterativa com uma restrição de minimização para uma determinada função. Esta função a minimizar é geralmente a distância entre os pontos da imagem e as projecções modeladas obtidas iterativamente. A precisão destas técnicas pode ser aumentada, aumentando o número de iterações desde que converjam. Contudo, estas técnicas requerem a suposição de “boas” condições iniciais de forma a

garantir essa convergência. Algumas referências relacionadas com a calibração não linear podem ser encontradas em [Slama, 1980].

iii. Técnicas híbridas: Geralmente estas técnicas são classificadas, consoante o número de passos que utilizam para determinar os parâmetros da câmara/projector, nos dois grupos seguintes:

- a. dois-passos:** Estas técnicas utilizam, no primeiro passo, optimização linear para determinar alguns dos parâmetros da câmara e, no segundo passo, os restantes parâmetros são calculados iterativamente. Estas técnicas permitem uma calibração rápida devido à diminuição considerável do número de iterações. Além disso, a convergência é quase garantida devido à solução inicial obtida no primeiro passo. Algumas referências relacionadas com a calibração de *dois-passos* podem ser encontradas em [Tsai, 1987], [Weng, 1992] e [Wei, 1994].
- b. quatro-passos:** Estas técnicas de precisão elevada são uma extensão das técnicas de *dois-passos*. Existe um passo adicional para compensar a distorção causada pelas características dos círculos, cujos centros são usados como pontos de calibração, ou outro tipo de pontos de calibração e um passo para corrigir as coordenadas imagem distorcidas. A correcção da imagem é realizada utilizando um novo modelo implícito que interpola os pontos correctos da imagem baseados nos parâmetros físicos da câmara obtidos nos passos anteriores. Esta nova técnica foi proposta por J. Heikkilä e pode ser encontrada em [Heikkilä, 1997] e [Heikkilä, 2000].

A calibração do sistema de aquisição de informação tridimensional é constituída por dois procedimentos: num, procede-se à calibração da câmara e no outro, à calibração do projector. Ambos consistem em calcular os parâmetros que permitem determinar a linha de projecção associada a cada *pixel* de uma imagem de intensidade adquirida/projectada com a/o câmara/projector, a partir das coordenadas 2D imagem (i, j) desse *pixel*.

Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos de alguns métodos de calibração de câmaras e de projectores existentes, assim como os que foram implementados no âmbito desta dissertação.

3.1 Alguns Métodos de Calibração de Câmaras

Nesta secção são revistos quatro métodos para calibração de câmaras. Em primeiro lugar, é revisto um método implementado no âmbito desta dissertação, proposto em [Hall, 1982], que utiliza um conjunto de pontos de calibração não *coplanares*, projecção perspectiva e um modelo ideal para a câmara (modelo *Pin Hole*). A seguir, é apresentado um método proposto em [Tsai, 1987] que utiliza um conjunto de pontos de calibração não *coplanares*, projecção perspectiva e uma modelação teórica para a câmara na qual são considerados um factor de incerteza horizontal (devido ao varrimento da câmara TV ou a erros de sincronismo na aquisição) e a distorção radial da lente (modelada por um único termo). Em terceiro lugar, é apresentado um método proposto em [Tsai, 1987], idêntico ao anterior, mas utilizando um conjunto de pontos *coplanares*. Em seguida, é apresentado outro método implementado no âmbito desta dissertação, proposto em [Tavares, 1995], que consiste na modelação teórica para a câmara tal como foi apresentada no segundo e terceiro métodos, e que utiliza para a calibração um conjunto de pontos *coplanares*, no entanto, neste método a determinação dos parâmetros da câmara a estimar é realizada de uma forma iterativa.

3.1.1 Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, um Modelo Ideal para a Câmara e um Conjunto de Pontos de Calibração Não Coplanares

Nesta subsecção é apresentado um método de calibração de câmaras proposto em [Hall, 1982]. Este método de calibração pressupõe projecção perspectiva, um modelo perfeito para a câmara sem distorções, isto é um modelo *Pin Hole*, e um conjunto de pontos de calibração não *coplanares*.

Transformação do sistema de coordenadas mundo para o sistema de coordenadas da câmara

A Fig. 3.2 representa a geometria básica do modelo da câmara com transformação perspectiva. Assim, nessa figura:

- $P_w(x_w, y_w, z_w)$ representa as coordenadas 3D do ponto P no sistema mundo (X_w, Y_w, Z_w) ;
- (X_c, Y_c, Z_c) representa o sistema de coordenadas câmara, o qual é centrado no ponto O (o centro óptico) e com o eixo Z_c coincidente com o eixo óptico;

- (X_i, Y_i) representa o sistema de coordenadas imagem centrado em O_i , intersecção do eixo óptico Z_c e o plano imagem anterior ao plano câmara, e com os eixos X_i e Y_i paralelos, respectivamente, aos eixos X_c e Y_c do sistema câmara;
- $P_i(x_i, y_i)$ representa as coordenadas 2D imagem do ponto P , quando se considera um modelo ideal para a câmara (modelo *Pin Hole*), isto é, coordenadas imagem sem distorção.

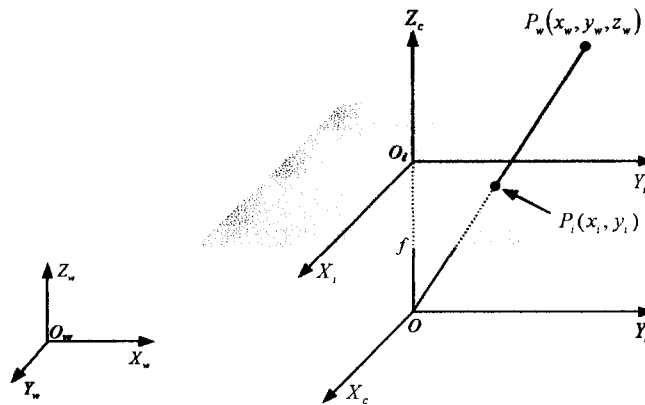
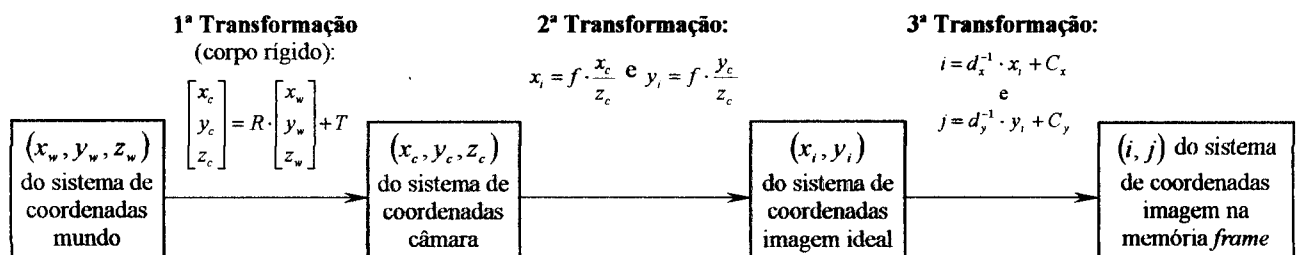


Figura 3.2 – Sistema de eixos usados na determinação da matriz de projecção perspectiva.

Como a unidade para as coordenadas utilizadas no computador é o *pixel* (i, j) , para a imagem discreta na memória *frame*, parâmetros adicionais necessitam de ser especificados e estimados de forma a relacionar o sistema de coordenadas imagem com o sistema de coordenadas imagem na memória *frame*. Utilizando este modelo para a câmara, um ponto P_w , no sistema de coordenadas 3D mundo, é transformado num ponto P_i , no sistema de coordenadas 2D imagem na memória *frame*, por uma transformação geométrica A , que pode ser decomposta nas três transformações representadas no esquema da Fig. 3.3 (onde R é a matriz de rotação 3D, T é o vector de translação 3D, f é a distância focal efectiva, (C_x, C_y) são as coordenadas discretas do centro óptico na memória *frame*, e d_x e d_y são as distâncias entre centros dos elementos sensores vizinhos segundo as direcções X e Y , respectivamente).


 Figura 3.3 – Esquema da transformação do sistema de coordenadas mundo para o sistema de coordenadas imagem na memória *frame*.

Equações que relacionam as coordenadas 3D mundo com as coordenadas 2D imagem da câmara

Combinando as 2ª e 3ª transformações representadas na Fig. 3.3, as coordenadas 2D do plano-imagem ideal (x_i, y_i) estão relacionadas com as coordenadas 3D do sistema câmara (x_c, y_c, z_c) pelas seguintes equações:

$$i = d_x^{-1} \cdot f \cdot \frac{x_c}{z_c} + C_x; \quad j = d_y^{-1} \cdot f \cdot \frac{y_c}{z_c} + C_y, \quad (3.1)$$

e escrevendo a Eq. (3.1) sob a forma matricial, em coordenadas homogêneas, obtém-se

$$\begin{bmatrix} w \cdot i \\ w \cdot j \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{x1} & 0 & C_x & 0 \\ 0 & d_{y1} & C_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

onde,

$$d_{x1} = d_x^{-1} \cdot f; \quad d_{y1} = d_y^{-1} \cdot f. \quad (3.3)$$

A equação da 1ª transformação também pode ser escrita em coordenadas homogêneas, como

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Reunindo agora as Eqs. (3.3) e (3.4) numa transformação única, para qualquer ponto P tem-se

$$P_{(i,j)} = A \cdot P_{(x_w, y_w, z_w)} \text{ ou}$$

$$\begin{bmatrix} w \cdot i \\ w \cdot j \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{x1} & 0 & C_x & 0 \\ 0 & d_{y1} & C_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

onde,

$$A = \begin{bmatrix} d_{x1} \cdot r_{11} + C_x \cdot r_{31} & d_{x1} \cdot r_{12} + C_x \cdot r_{32} & d_{x1} \cdot r_{13} + C_x \cdot r_{33} & d_{x1} \cdot t_x + C_x \cdot t_z \\ d_{y1} \cdot r_{21} + C_y \cdot r_{31} & d_{y1} \cdot r_{22} + C_y \cdot r_{32} & d_{y1} \cdot r_{23} + C_y \cdot r_{33} & d_{y1} \cdot t_y + C_y \cdot t_z \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

é uma matriz de dimensão (3×4) , vulgarmente designada matriz de transformação de projecção perspectiva ou, simplesmente, matriz de projecção perspectiva (MPP).

Para um dado conjunto de pontos de calibração não *coplanares*, cuja correspondência entre as coordenadas no sistema mundo e no sistema imagem é conhecida, a Eq. (3.5) permite determinar os elementos a_{ij} da transformação A , isto é, a calibração da câmara. No entanto, esta equação apresenta uma variedade de soluções para os elementos a_{ij} 's; para transformar A numa equação de solução única pode-se atribuir ao elemento a_{34} o valor 1 (ou seja, dividir todos os elementos da matriz por t_z , sendo $t_z \neq 0$).

Calibração da câmara utilizando um conjunto de pontos não coplanares

Um exemplo de um *setup* para a calibração de uma câmara utilizando um conjunto de pontos não *coplanares* é ilustrado pela Fig. 3.4. O plano de calibração representado nessa figura, é constituído por vários quadrados cujos vértices são os pontos de calibração. Para se determinar um conjunto de pontos de calibração não *coplanares*, obtém-se, para duas posições distintas do plano de calibração relativamente à câmara, o respectivo subconjunto de pontos de calibração.

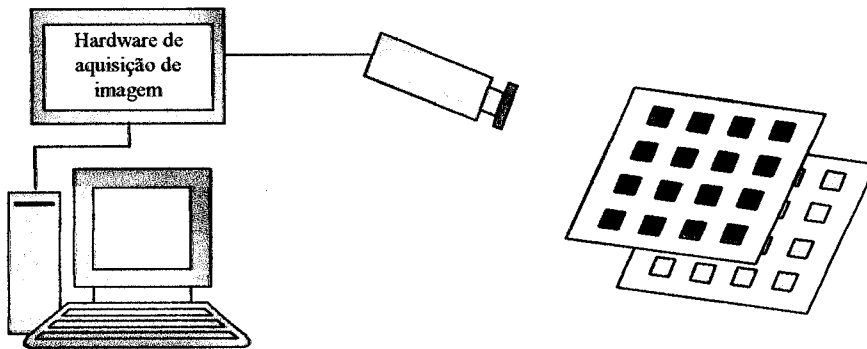


Figura 3.4 – Setup experimental para calibração de uma câmara utilizando pontos não coplanares.

A equação matricial (3.5) pode ser decomposta nas três equações seguintes:

$$\begin{aligned} w \cdot i &= a_{11} \cdot x_w + a_{12} \cdot y_w + a_{13} \cdot z_w + a_{14}; \\ w \cdot j &= a_{21} \cdot x_w + a_{22} \cdot y_w + a_{23} \cdot z_w + a_{24}; \\ w &= a_{31} \cdot x_w + a_{32} \cdot y_w + a_{33} \cdot z_w + a_{34}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Substituindo w nas duas primeiras equações obtém-se:

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_w + a_{12} \cdot y_w + a_{13} \cdot z_w + a_{14} - a_{31} \cdot x_w \cdot i - a_{32} \cdot y_w \cdot i - a_{33} \cdot z_w \cdot i - a_{34} \cdot i &= 0; \\ a_{21} \cdot x_w + a_{22} \cdot y_w + a_{23} \cdot z_w + a_{24} - a_{31} \cdot x_w \cdot j - a_{32} \cdot y_w \cdot j - a_{33} \cdot z_w \cdot j - a_{34} \cdot j &= 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Escrevendo estas duas equações para os n pares de pontos não *coplanares*, da cena e da imagem, considerados para a calibração, obtém-se o sistema de equações:

$$Q \cdot B = 0, \quad (3.9)$$

onde,

$$B = [a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ a_{14} \ a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{24} \ a_{31} \ a_{32} \ a_{33} \ a_{34}]^T, \quad (3.10)$$

e os vectores linha da matriz Q são:

$$\begin{aligned} q_{2k-1} &= [x_{w_k} \ y_{w_k} \ z_{w_k} \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -x_{w_k} \cdot i_k \ -y_{w_k} \cdot i_k \ -z_{w_k} \cdot i_k \ -i_k]; \\ q_{2k} &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ x_{w_k} \ y_{w_k} \ z_{w_k} \ 1 \ -x_{w_k} \cdot j_k \ -y_{w_k} \cdot j_k \ -z_{w_k} \cdot j_k \ -j_k], \end{aligned} \quad (3.11)$$

em que, k varia de 1 até ao número de pontos usados na calibração (n).

Para se resolver este sistema de equações lineares sobredeterminado, pode-se: primeiro, atribuir o valor 1 (um) a a_{34} , de seguida passar a última coluna do primeiro membro da Eq. (3.9) para o segundo membro da mesma [Tavares, 1995] e, por último, determinar as soluções pretendidas - utilizando por exemplo o método de regressão dos mínimos quadrados [Chapra, 1988].

Este método de calibração tem como requisito o conhecimento prévio das coordenadas (x_w, y_w, z_w) e as respectivas coordenadas (i, j) de pelo menos 6 (seis) pontos não *coplanares*. No entanto, para melhorar a precisão dos resultados obtidos, deverão ser utilizados mais pontos de calibração.

Observações

As principais vantagens normalmente apontadas para este método são [Tavares, 1995]: a sua simplicidade e a utilização de apenas equações lineares. No entanto, são também apontadas as desvantagens seguintes: não considerar a distorção da lente; considerar que as coordenadas dos centros ópticos da câmara e da memória *frame* coincidem; considerar que todo o processo de aquisição, por exemplo em termos de sincronismo, é perfeito; os elementos da transformação A não serem linearmente independentes entre si, pois para sete graus de liberdade - três ângulos de rotação, três translações e a distância entre o centro de projecção e o plano de projecção (distância focal efectiva) - correspondem doze incógnitas no sistema da Eq. (3.9); e a necessidade de utilizar um conjunto de pontos de calibração não *coplanares*, que pode não corresponder à solução mais interessante e desejável em certas aplicações.

3.1.2 Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, Distorção Radial da Lente (um único termo) e um Conjunto de Pontos de Calibração Não Coplanares

Nesta subsecção é apresentado um método de calibração de câmaras proposto em [Tsai, 1987]. Este método pressupõe, para a modelação teórica da câmara, projecção perspectiva, distorção radial da lente (modelada por um único termo) e um conjunto de pontos de calibração não *coplanares*.

Transformação do sistema de coordenadas mundo para o sistema de coordenadas da câmara

A Fig. 3.5 representa a geometria básica do modelo da câmara para este método de calibração.

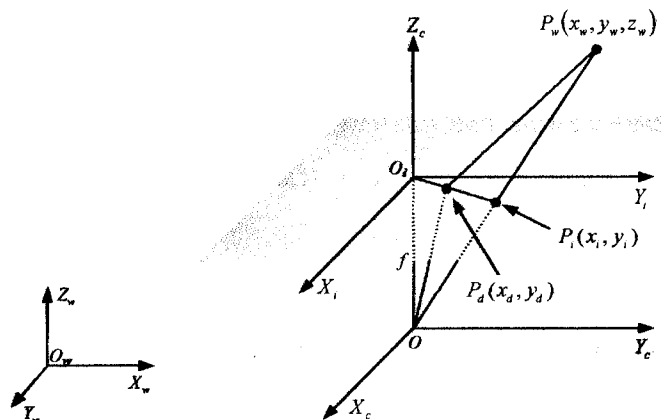


Figura 3.5 – Sistema de eixos usados para representar a geometria da câmara com projecção perspectiva e distorção radial da lente.

Assim, para além dos sistemas de coordenadas apresentados na Fig. 3.2, nesta figura é ainda representado um novo sistema de coordenadas para o modelo em estudo:

- (X_d, Y_d) representam as coordenadas imagem real, que diferem das coordenadas imagem ideal (X_i, Y_i) devido à distorção da lente. Considerando esse factor, é a partir destas coordenadas que se irão obter as coordenadas imagem na memória *frame*, (i, j) .

A transformação global das coordenadas 3D mundo (x_w, y_w, z_w) em coordenadas 2D imagem na memória *frame* (i, j) , para um dado ponto P , pode ser decomposta nas quatro transformações representadas no esquema da Fig. 3.6 (onde s_x é o factor de incerteza horizontal e $D_x = x_d \cdot (k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4 + \dots)$ e $D_y = y_d \cdot (k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4 + \dots)$, com $r^2 = x_i^2 + y_i^2$).

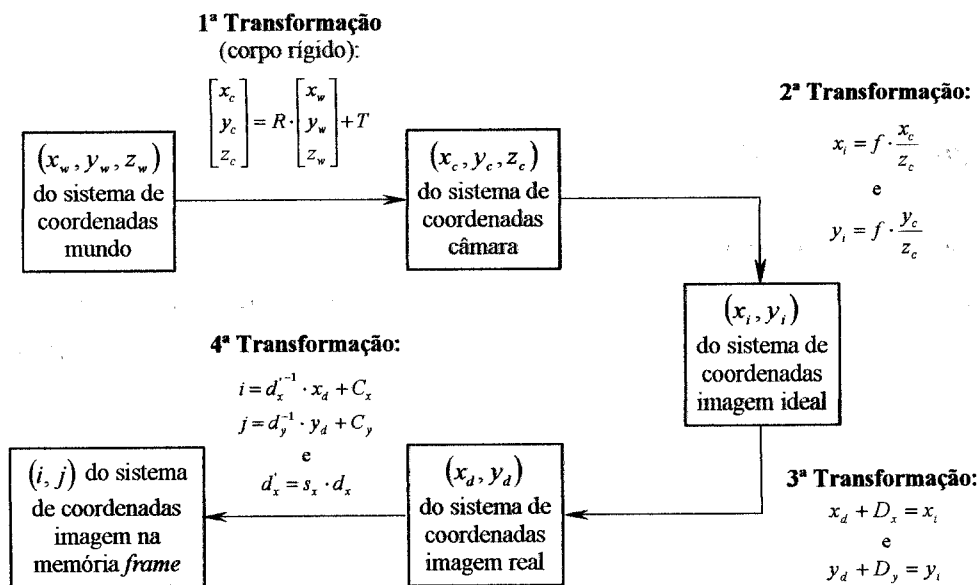


Figura 3.6 – Esquema da transformação do sistema de coordenadas mundo para o sistema de coordenadas imagem na memória *frame* (modelo com distorção da lente).

Neste método, os parâmetros a estimar são: a matriz de rotação 3D R , o vector de translação 3D T , a distância focal efectiva f , os coeficientes de distorção da lente k_i e o factor de incerteza horizontal s_x .

Existem dois tipos de distorção de uma lente: radial e tangencial. Cada tipo de distorção é representada por uma série infinita; contudo, experiências realizadas demonstram que apenas é

necessário considerar a distorção radial e um único termo da respectiva série, tornando a modelação mais simples e evitando instabilidades numéricas [Tsai, 1987].

Equações que relacionam as coordenadas 3D mundo com as coordenadas 2D imagem da câmara

Combinando as 2ª, 3ª e 4ª transformações representadas na Fig. 3.6, as coordenadas 2D imagem real (ou distorcida) (x_d, y_d) estão relacionadas com as coordenadas 3D no sistemas câmara (x_c, y_c, z_c) pelas seguintes equações:

$$x_d(1 + k_1 \cdot r^2) = f \cdot \frac{x_c}{z_c}; \quad y_d(1 + k_1 \cdot r^2) = f \cdot \frac{y_c}{z_c}. \quad (3.12)$$

Reunindo agora a equação da 1ª transformação e a Eq. (3.12) numa transformação única, obtém-se

$$\begin{aligned} x_d(1 + k_1 \cdot r^2) &= f \cdot \frac{r_{11} \cdot x_w + r_{12} \cdot y_w + r_{13} \cdot z_w + t_x}{r_{31} \cdot x_w + r_{32} \cdot y_w + r_{33} \cdot z_w + t_z}, \\ y_d(1 + k_1 \cdot r^2) &= f \cdot \frac{r_{21} \cdot x_w + r_{22} \cdot y_w + r_{23} \cdot z_w + t_y}{r_{31} \cdot x_w + r_{32} \cdot y_w + r_{33} \cdot z_w + t_z}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Calibração da câmara utilizando um conjunto de pontos não coplanares

Neste método, foi utilizado o mesmo *setup* do método anterior para a calibração de uma câmara utilizando um conjunto de pontos não *coplanares* [Tsai, 1987] (Fig. 3.4).

A determinação dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara para este método de calibração está dividida em duas etapas: na primeira, são determinados os elementos da matriz de rotação 3D, as componentes segundo os eixos X_c e Y_c da translação 3D e o factor de incerteza horizontal s_x ; na segunda, são determinados a componente segundo Z_c da translação 3D, o factor de distorção radial da lente k_1 e a distância focal efectiva f .

Etapa I. Nas alíneas *a)* a *c)* são apresentados os cálculos da matriz de rotação 3D, das translações segundo os eixos X_c e Y_c , e do factor de incerteza horizontal s_x , seguindo os procedimentos indicados.

a) Para cada ponto de calibração, calcular as coordenadas (x_d, y_d) da imagem distorcida.

Procedimento:

- i. Detectar a localização de cada ponto de calibração k na memória *frame*, designar as respectivas coordenadas por (i_k, j_k) ;
- ii. Obter d'_x e d'_y utilizando os dados fornecidos pelo fabricante da câmara e as equações da 4ª transformação (Fig. 3.6), com $s_x = 1$;
- iii. Fazer (C_x, C_y) igual às coordenadas do centro da memória *frame*;
- iv. Calcular (x_{d_k}, y_{d_k}) utilizando as equações da 4ª transformação apresentada na Fig. 3.6:
 $i_k = d'^{-1}_x \cdot x_{d_k} + C_x$ e $j_k = d'^{-1}_y \cdot y_{d_k} + C_y$, com $k = 1, \dots, n$, sendo n o número total de pontos de calibração considerados.

b) Calcular as sete incógnitas $t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{11}$, $t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{12}$, $t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{13}$, $t_y^{-1} \cdot s_x \cdot t_x$, $t_y^{-1} \cdot r_{21}$, $t_y^{-1} \cdot r_{22}$ e $t_y^{-1} \cdot r_{23}$.

Procedimento: Para cada ponto de calibração k , com $(x_{w_k}, y_{w_k}, z_{w_k})$ e (x_{d_k}, y_{d_k}) representando as coordenadas 3D no sistema mundo e as coordenadas 2D imagem distorcida calculadas anteriormente, resolver o seguinte sistema de equações lineares, em função dessas sete incógnitas:

$$\begin{bmatrix} y_{d_k} x_{w_k} & y_{d_k} y_{w_k} & y_{d_k} z_{w_k} & y_{d_k} & -x_{d_k} x_{w_k} & -x_{d_k} y_{w_k} & -x_{d_k} z_{w_k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{11} \\ t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{12} \\ t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{13} \\ t_y^{-1} \cdot s_x \cdot t_x \\ t_y^{-1} \cdot r_{21} \\ t_y^{-1} \cdot r_{22} \\ t_y^{-1} \cdot r_{23} \end{bmatrix} = x_{d_k}. \quad (3.14)$$

Considerando o número de pontos de calibração a utilizar muito superior a sete, é possível resolver este sistema de equações lineares sobredeterminado utilizando, por exemplo, o método de regressão dos mínimos quadrados.

- c) Calcular $r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{31}, r_{32}, r_{33}, t_x$ e t_y , a partir de $t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{11}, t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{12}, t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{13}, t_y^{-1} \cdot s_x \cdot t_x, t_y^{-1} \cdot r_{21}, t_y^{-1} \cdot r_{22}$ e $t_y^{-1} \cdot r_{23}$.

Procedimento:

- i. Calcular $|t_y|$, considerando o conjunto a_i (com $i=1,...,7$) definido como

$$a_1 = t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{11}, \quad a_2 = t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{12}, \quad a_3 = t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{13}, \quad a_4 = t_y^{-1} \cdot s_x \cdot t_x, \quad a_5 = t_y^{-1} \cdot r_{21}, \\ a_6 = t_y^{-1} \cdot r_{22} \text{ e } a_7 = t_y^{-1} \cdot r_{23} \text{ e sabendo que:}$$

$$|t_y| = (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)^{-1/2}. \quad (3.15)$$

- ii. Determinar o sinal de t_y : escolhendo um ponto de calibração k , no sistema mundo $(x_{w_k}, y_{w_k}, z_{w_k})$, cujas coordenadas imagem na memória *frame* (i_k, j_k) sejam afastadas das coordenadas do centro óptico da mesma, e calculando $r_{11} = (t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{11}) \cdot t_y$, $r_{12} = (t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{12}) \cdot t_y$, $r_{13} = (t_y^{-1} \cdot s_x \cdot r_{13}) \cdot t_y$, $r_{21} = (t_y^{-1} \cdot r_{21}) \cdot t_y$, $r_{22} = (t_y^{-1} \cdot r_{22}) \cdot t_y$, $r_{23} = (t_y^{-1} \cdot r_{23}) \cdot t_y$, $t_x = (t_y^{-1} \cdot s_x \cdot t_x) \cdot t_y$, $x_{c_k} = r_{11} \cdot x_{w_k} + r_{12} \cdot y_{w_k} + r_{13} \cdot z_{w_k} + t_x$ e $y_{c_k} = r_{21} \cdot x_{w_k} + r_{22} \cdot y_{w_k} + r_{23} \cdot z_{w_k} + t_y$. Se x_{c_k} e x_{d_k} têm o mesmo sinal assim como y_{c_k} e y_{d_k} , então o sinal de t_y é igual a $+1$, caso contrário é igual a -1 .

- iii. Determinar o factor de incerteza horizontal s_x , como $s_x = (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)^{1/2} |t_y|$.

- iv. Calcular a matriz de rotação 3D (R) e a translação segundo o eixo X_c (t_x): utilizando as equações $r_{11} = a_1 \cdot t_y / s_x$, $r_{12} = a_2 \cdot t_y / s_x$, $r_{13} = a_3 \cdot t_y / s_x$, $r_{21} = a_5 \cdot t_y$, $r_{22} = a_6 \cdot t_y$, $r_{23} = a_7 \cdot t_y$, $r_{31} = r_{12} \cdot r_{23} - r_{13} \cdot r_{22}$, $r_{32} = r_{13} \cdot r_{21} - r_{11} \cdot r_{23}$, $r_{33} = r_{11} \cdot r_{22} - r_{12} \cdot r_{21}$ e $t_x = a_4 \cdot t_y / s_x$ (r_{31}, r_{32}, r_{33} são calculados utilizando a propriedade ortonormal da matriz de rotação 3D e a regra da mão direita).

Etapa II. Nas alíneas **a)** e **b)** são apresentados os cálculos da distância focal efectiva f , do coeficiente de distorção radial k_1 e da translação segundo o eixo Z_c , t_z , seguindo os procedimentos indicados.

- a) Calcular uma aproximação para f e para t_z , ignorando a distorção da lente.

Procedimento: Para cada ponto de calibração k , estabelecer a seguinte equação linear com f e t_z como incógnitas:

$$\begin{bmatrix} y_{c_k} & -y_{d_k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f \\ t_z \end{bmatrix} = w_k \cdot y_{d_k}, \quad (3.16)$$

onde,

$$y_{c_k} = r_{21} \cdot x_{w_k} + r_{22} \cdot y_{w_k} + r_{23} \cdot z_{w_k} + t_y \quad \text{e} \quad w_k = r_{31} \cdot x_{w_k} + r_{32} \cdot y_{w_k} + r_{33} \cdot z_{w_k}. \quad (3.17)$$

Considerando um elevado número de pontos de calibração é possível resolver este sistema de equações lineares sobredeterminado em ordem às incógnitas f e t_z utilizando, por exemplo, o método de regressão dos mínimos quadrados.

- b) Calcular a solução exacta para f , t_z e k_1 .

Procedimento: Resolver a segunda equação apresentada em (3.13), com f , t_z e k_1 como incógnitas, por exemplo, pelo método *Levenberg-Marquardt* [Press, 1992]. Utilizar como solução inicial as aproximações encontradas para f e t_z na alínea anterior, e zero para k_1 .

Nota: Este é o processo original para determinação dos parâmetros f , t_z e k_1 . De notar que este problema de não linearidade já foi resolvido [Batista, 1993; Batista, 1999].

Observações

As principais vantagens apontadas para este método são [Tavares, 1995]: a inclusão da distorção radial da lente e de um factor de incerteza horizontal no modelo utilizado para a câmara e a utilização de equações lineares e não lineares de pequena dimensão e simples resolução. No entanto, são também apontadas como desvantagens o facto de considerar que as coordenadas do centro óptico da imagem na memória *frame* do computador coincidem com as coordenadas do centro desta, e a necessidade de utilizar um conjunto de pontos de calibração não *coplanares*, o que pode não corresponder à solução mais interessante e desejável em certas aplicações.

3.1.3 Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, Distorção Radial da Lente (um único termo) e um Conjunto de Pontos de Calibração Coplanares

Nesta subsecção é apresentado um método de calibração de câmaras proposto por [Tsai, 1987], em tudo semelhante ao anterior, excepto no tipo de pontos utilizados na calibração: pontos *coplanares*. Deste modo, as transformações e equações que relacionam as coordenadas 3D mundo com as coordenadas 2D imagem são comuns aos dois métodos. Assim, nesta subsecção apenas é descrito o algoritmo utilizado para a determinação dos parâmetros de calibração.

Calibração da câmara utilizando um conjunto de pontos coplanares

Um exemplo de um *setup* para a calibração de uma câmara utilizando um conjunto de pontos *coplanares* é ilustrado na Fig. 3.7. Como neste caso os pontos de calibração estão sobre o mesmo plano, o sistema de coordenadas mundo (X_w, Y_w, Z_w) pode ser escolhido de forma a que a coordenada Z_w de todos os pontos seja igual a zero e a sua origem não seja próxima do centro de visão ou do eixo Y_c do sistema de coordenadas da câmara. O propósito desta última condição é garantir que t_y (a translação segundo o eixo Y_c) não seja exactamente igual a zero, de tal modo que a descrição do procedimento de cálculo seja mais compacta e simples [Tavares, 1995].

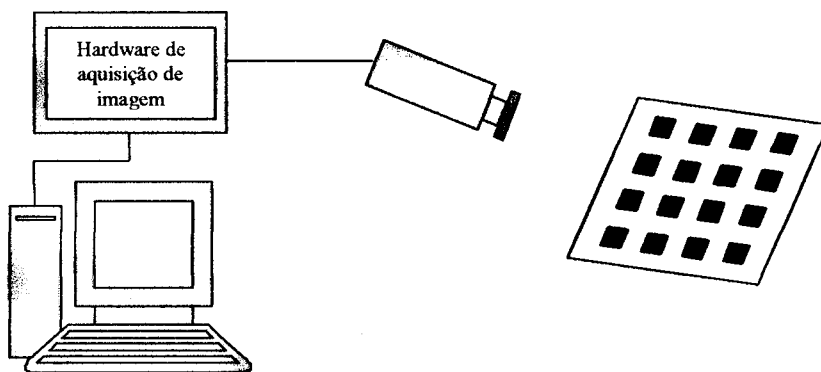


Figura 3.7 – Setup experimental para calibração de uma câmara utilizando um conjunto de pontos coplanares.

Tal como sucede para o método de calibração anterior, a determinação dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara está também dividida nas seguintes duas etapas:

Etapa I. Nas alíneas *a)* a *d)* são apresentados os cálculos do factor de incerteza horizontal s_x , da rotação 3D R e das translações segundo os eixos X_c e Y_c , seguindo os procedimentos indicados.

a) Determinar o factor de incerteza horizontal s_x .

Procedimento: Defina-se s_x como $s_x = N_{cx}/N_{fx}$, quando $N_{cx} < N_{fx}$, ou $s_x = N_{fx}/N_{cx}$, caso contrário, onde N_{cx} é o número de elementos sensores na direcção do eixo X e N_{fx} é o número de elementos imagem numa linha discretizada pelo computador [Lenz, 1988]. No entanto, trata-se de uma estimativa de fraca qualidade para o parâmetro s_x .

b) Para cada ponto de calibração, calcular as coordenadas (x_d, y_d) da imagem distorcida.

Procedimento:

- i. Detectar a localização de cada ponto de calibração k na memória *frame*, designar as respectivas coordenadas por (i_k, j_k) ;
- ii. Obter d'_x e d'_y utilizando os dados fornecidos pelo fabricante da câmara e as equações da 4ª transformação (Fig. 3.6), com s_x determinado em a);
- iii. Fazer (C_x, C_y) igual às coordenadas do centro da memória *frame*;
- iv. Calcular (x_{d_k}, y_{d_k}) utilizando as equações da 4ª transformação apresentada na Fig. 3.6:
 $i_k = d_x'^{-1} \cdot x_{d_k} + C_x$ e $j_k = d_y'^{-1} \cdot y_{d_k} + C_y$, com $k = 1, \dots, n$, sendo n o número total de pontos de calibração considerados.

c) Calcular as cinco incógnitas $t_y^{-1} \cdot r_{11}$, $t_y^{-1} \cdot r_{12}$, $t_y^{-1} \cdot t_x$, $t_y^{-1} \cdot r_{21}$, $t_y^{-1} \cdot r_{22}$.

Procedimento: Para cada ponto de calibração k , com $(x_{w_k}, y_{w_k}, z_{w_k})$ e (x_{d_k}, y_{d_k}) representando as coordenadas 3D mundo e 2D imagem distorcida calculadas anteriormente, resolver o seguinte sistema de equações lineares, em ordem a essas cinco incógnitas:

$$\begin{bmatrix} y_{d_k} x_{w_k} & y_{d_k} y_{w_k} & y_{d_k} & -x_{d_k} x_{w_k} & -x_{d_k} y_{w_k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_y^{-1} \cdot r_{11} \\ t_y^{-1} \cdot r_{12} \\ t_y^{-1} \cdot t_x \\ t_y^{-1} \cdot r_{21} \\ t_y^{-1} \cdot r_{22} \end{bmatrix} = x_{d_k}. \quad (3.18)$$

Considerando o número de pontos de calibração a utilizar muito superior a cinco, é possível resolver este sistema de equações lineares sobredeterminado utilizando, por exemplo, o método de regressão dos mínimos quadrados. A solução deste sistema é única [Tsai, 1987].

d) Calcular r_{11} , r_{12} , r_{13} , r_{21} , r_{22} , r_{23} , r_{31} , r_{32} , r_{33} , t_x e t_y , a partir de $t_y^{-1} \cdot r_{11}$, $t_y^{-1} \cdot r_{12}$, $t_y^{-1} \cdot t_x$, $t_y^{-1} \cdot r_{21}$ e $t_y^{-1} \cdot r_{22}$.

c1) Calcular $|t_y|$ a partir de $t_y^{-1} \cdot r_{11}$, $t_y^{-1} \cdot r_{12}$, $t_y^{-1} \cdot t_x$, $t_y^{-1} \cdot r_{21}$ e $t_y^{-1} \cdot r_{22}$.

Procedimento: Considerar R' uma submatriz (2×2) da matriz de rotação 3D R , definida como:

$$R' = \begin{bmatrix} r'_{11} & r'_{12} \\ r'_{21} & r'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11}/t_y & r_{12}/t_y \\ r_{21}/t_y & r_{22}/t_y \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Se o determinante de R' for diferente de zero, então t_y^2 é calculado como:

$$t_y^2 = \frac{S_r - [S_r^2 - 4 \cdot (r'_{11} \cdot r'_{22} - r'_{21} \cdot r'_{12})^2]^{1/2}}{2 \cdot (r'_{11} \cdot r'_{22} - r'_{21} \cdot r'_{12})}, \quad (3.20)$$

onde $S_r = r'_{11}^2 + r'_{12}^2 + r'_{21}^2 + r'_{22}^2$, senão (o que raramente acontece) é calculado como:

$$t_y^2 = (r'_{11}^2 + r'_{12}^2)^{-1}, \quad (3.21)$$

onde r'_{1i} e r'_{1j} são os elementos da linha ou da coluna da matriz R' que não apresenta nenhum elemento igual a zero. Esta equação tem solução e é única [Tsai, 1987].

c2) Determinar o sinal de t_y .

Procedimento: Determinar o sinal de t_y : escolhendo um ponto de calibração k , no sistema mundo $(x_{w_k}, y_{w_k}, z_{w_k})$, cujas coordenadas imagem na memória *frame* (i_k, j_k) sejam afastadas das coordenadas do centro óptico da mesma, e calculando $r_{11} = (t_y^{-1} \cdot r_{11}) \cdot t_y$, $r_{12} = (t_y^{-1} \cdot r_{12}) \cdot t_y$, $r_{21} = (t_y^{-1} \cdot r_{21}) \cdot t_y$, $r_{22} = (t_y^{-1} \cdot r_{22}) \cdot t_y$,

$t_x = (t_y^{-1} \cdot t_x) \cdot t_y$, $x_{c_k} = r_{11} \cdot x_{w_k} + r_{12} \cdot y_{w_k} + t_x$ e $y_{c_k} = r_{21} \cdot x_{w_k} + r_{22} \cdot y_{w_k} + t_y$. Se x_{c_k} e x_{d_k} têm o mesmo sinal assim como y_{c_k} e y_{d_k} , então o sinal de t_y é igual a +1, caso contrário é igual a -1 [Tsai, 1987].

c3) Calcular a matriz de rotação 3D R e a componente do vector de translação 3D t_x .

Procedimento:

- i. Calcular $r_{11} = (t_y^{-1} \cdot r_{11}) \cdot t_y$, $r_{12} = (t_y^{-1} \cdot r_{12}) \cdot t_y$, $r_{21} = (t_y^{-1} \cdot r_{21}) \cdot t_y$, $r_{22} = (t_y^{-1} \cdot r_{22}) \cdot t_y$ e $t_x = (t_y^{-1} \cdot t_x) \cdot t_y$;
- ii. Calcular a matriz R da seguinte forma:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & (1 - r_{11}^2 - r_{12}^2)^{1/2} \\ r_{21} & r_{22} & s \cdot (1 - r_{21}^2 - r_{22}^2)^{1/2} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

onde $s = -\text{sinal}(r_{11} \cdot r_{21} + r_{12} \cdot r_{22})$. A função $\text{sinal}()$ representa o sinal do seu argumento. As componentes r_{31} , r_{32} e r_{33} são determinados a partir do produto vectorial das duas primeiras linhas, utilizando a propriedade ortonormal da matriz R e a regra da mão direita apresentada na **Etapa I - c)** do método anterior;

- iii. Calcular uma aproximação para a distância focal efectiva f utilizando a Eq. (3.24); se esta aproximação é menor do que zero, então:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & -(1 - r_{11}^2 - r_{12}^2)^{1/2} \\ r_{21} & r_{22} & -s \cdot (1 - r_{21}^2 - r_{22}^2)^{1/2} \\ -r_{31} & -r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

R tem solução única para cada um dos seus elementos [Tsai, 1987].

Etapa II. Nas alíneas **a)** e **b)** são apresentados os cálculos da distância focal efectiva f , do coeficiente de distorção radial k_1 e da translação segundo o eixo Z_c , t_z .

- a)** Calcular uma aproximação para f e para t_z ignorando a distorção da lente.

Procedimento: Para cada ponto de calibração k , estabelecer a seguinte equação linear com f e t_z como incógnitas:

$$\begin{bmatrix} y_{c_k} & -y_{d_k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f \\ t_z \end{bmatrix} = w_k \cdot y_{d_k}, \quad (3.24)$$

onde,

$$y_{c_k} = r_{21} \cdot x_{w_k} + r_{22} \cdot y_{w_k} + r_{23} \cdot 0 + t_y \quad \text{e} \quad w_k = r_{31} \cdot x_{w_k} + r_{32} \cdot y_{w_k} + r_{33} \cdot 0. \quad (3.25)$$

Considerando um elevado número de pontos de calibração é possível resolver este sistema de equações lineares sobredeterminado utilizando, por exemplo, o método de regressão dos mínimos quadrados. O plano de calibração não pode ser exactamente paralelo ao plano imagem pois, de outro modo, as equações do sistema (3.24) tornar-se-iam linearmente dependentes [Tsai, 1987].

b) Calcular a solução exacta para f , t_z e k_1 .

Procedimento: Resolver a segunda equação apresentada em (3.13) - com f , t_z e k_1 como incógnitas - por um método de optimização *standard*, por exemplo o método *Levenberg-Marquardt* [Press, 1992]. Utilizar como solução inicial as aproximações de f e de t_z encontradas na alínea anterior e zero para k_1 .

Observações

Para além das vantagens apresentadas pelo método anterior, este método apresenta ainda a vantagem de utilizar conjuntos de pontos de calibração *coplanares*. Contudo, apresenta como principais desvantagens [Tavares, 1995]: a impossibilidade do factor de incerteza horizontal s_x ser determinado pelo processo de calibração (a solução adoptada foi considerar uma aproximação para o valor de s_x dada por N_{cx}/N_{fx}); o facto de considerar que as coordenadas do centro óptico da imagem na memória *frame* do computador coincidem com as coordenadas do centro desta; e a necessidade do plano de calibração não ser paralelo ao plano câmara, devendo apresentar um ângulo de pelo menos 30° em relação ao eixo óptico, o que constitui uma dificuldade em certas aplicações.

3.1.4 Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, Distorção Radial da Lente (um único termo), Determinação das Coordenadas Correctas do Centro da Imagem na Memória Frame e um Conjunto de Pontos de Calibração Coplanares

Nesta subsecção é apresentado um método de calibração de câmaras implementado nesta dissertação. Este método foi proposto por Tavares em [Tavares, 1995] e baseia-se no método proposto em [Tsai, 1987], apresentado na subsecção 3.1.3. Deste modo, os dois métodos têm em comum o modelo para a câmara, o *setup* experimental (pontos de calibração *coplanares*), no entanto, o que os distingue é o facto deste método determinar as coordenadas do centro da imagem na memória *frame* pelo processo de calibração. Contudo, continua a não ser possível determinar o factor de incerteza horizontal s_x por este processo; assim, a obtenção deste parâmetro é realizada de forma independente dos restantes parâmetros de calibração, utilizando a estimativa apresentada nesta subsecção.

Calibração da câmara utilizando um conjunto de pontos coplanares

Neste método, foi utilizado o mesmo *setup* do método anterior (Fig. 3.7), sendo o processo de calibração global constituído pelas seguintes três etapas:

- I. determinação do factor de incerteza horizontal s_x ;
- II. determinação das coordenadas do centro da imagem na memória *frame* C_x e C_y ;
- III. determinação dos restantes parâmetros de calibração: matriz de rotação 3D R , vector de translação 3D T , distância focal efectiva f e factor de distorção radial k_1 .

As duas primeiras etapas apenas necessitam de ser realizadas uma única vez, para um mesmo conjunto de câmara, lente e *hardware* de aquisição de imagem; no entanto, neste método são fundidas as duas últimas etapas numa só, como será descrito mais adiante.

Etapa I. Determinação do factor de incerteza horizontal s_x .

Procedimento: O factor de incerteza horizontal s_x é dado por:

$$s_x = \frac{f_c}{f_f}, \quad (3.26)$$

onde f_c é a frequência de relógio dos elementos sensores da câmara e f_f é a frequência de amostragem do conversor analógico/digital [Tavares, 1995].

Etapa II. Nas alíneas *a)* a *d)* são apresentados os cálculos para a determinação do centro da imagem na memória *frame*, definido pelas coordenadas (C_x, C_y) na memória *frame* do ponto de intersecção do eixo óptico com o plano imagem

- a)* Definir a localização do centro da imagem na memória *frame* como coincidente com o centro desta.
- b)* Calcular a matriz de rotação 3D R , o vector de translação 3D T e a distância focal efectiva f , ignorando a distorção radial da lente.

Procedimento: determinar estes parâmetros de calibração utilizando o método apresentado na subsecção 3.1.3, mas ignorando a distorção radial da lente.

- c)* Determinar (C_x, C_y) que minimiza o erro residual da Eq. (3.18) dado por $\sqrt{k_1^2 \cdot (K_x \Delta C_x^2 + K_y \Delta C_y^2)}$, onde $(\Delta C_x, \Delta C_y)$ é a diferença entre as coordenadas no plano imagem do centro ideal da imagem e do centro determinado incorrectamente e K_x e K_y dependem do *setup* experimental que está a ser utilizado [Lenz, 1988].

Procedimento: Para cada ponto de calibração k , definir o sistema de equações não linear,

$$\begin{aligned} \Delta C_x \cdot \left[\frac{y_{d_k}}{f} \cdot (x_{w_k} \cdot r_{31} + y_{w_k} \cdot r_{32} + t_z) - x_{w_k} \cdot r_{21} - y_{w_k} \cdot r_{22} - t_y \right] + \\ \Delta C_y \cdot \left[-\frac{x_{d_k}}{f} \cdot (x_{w_k} \cdot r_{31} + y_{w_k} \cdot r_{32} + t_z) + x_{w_k} \cdot r_{11} + y_{w_k} \cdot r_{12} + t_x \right] = \\ = -y_{d_k} \cdot (x_{w_k} \cdot r_{11} + y_{w_k} \cdot r_{12} + t_x) + x_{d_k} \cdot (x_{w_k} \cdot r_{21} + y_{w_k} \cdot r_{22} + t_y), \end{aligned} \quad (3.27)$$

com $k = 1, \dots, n$, sendo n o número de pontos de calibração *coplanares* considerados. A Eq. (3.27) pode ser resolvida em ordem às incógnitas ΔC_x e ΔC_y , por exemplo pelo método *Levenberg-Marquardt* [Press, 1992], com a solução inicial $\Delta C_x = \Delta C_y = 0$.

d) Verificar testes de convergência para o erro residual calculado na alínea c).

Procedimento: Utilizar como critério de verificação da convergência para a determinação das coordenadas do centro da imagem na memória *frame* o facto de a diferença entre as coordenadas obtidas não diferir mais do que um dado valor, arbitrado pelo utilizador (erro máximo estipulado), ou seja,

i. se $\sqrt{k_1^2 \cdot (K_x \Delta C_x^2 + K_y \Delta C_y^2)} > \text{Erro máximo estipulado}$, então voltar à alínea b).

ii. se $\sqrt{k_1^2 \cdot (K_x \Delta C_x^2 + K_y \Delta C_y^2)} < \text{Erro máximo estipulado}$, terminar.

Etapa III. Calcular a matriz de rotação 3D R , o vector de translação 3D T , a distância focal efectiva f , e o factor de distorção radial da lente k_1 , utilizando o método de calibração apresentado na subsecção 3.1.3.

Na Fig. 3.8 está representado o esquema do método de calibração considerado e implementado nesta dissertação.

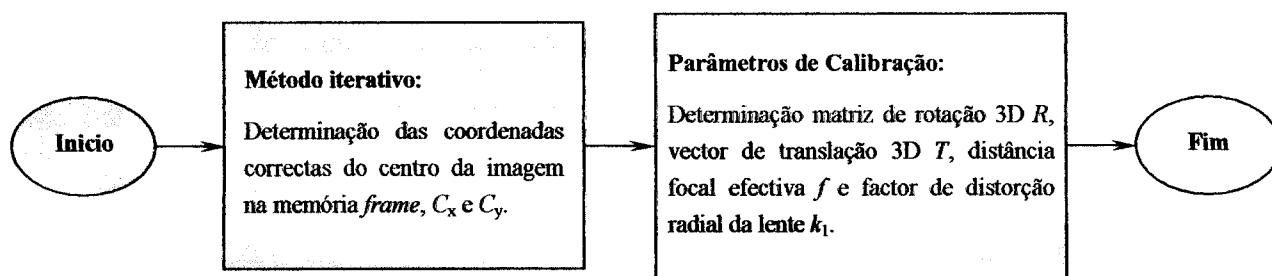


Figura 3.8 – Esquema do método de calibração implementado.

Observações

Este método de calibração apresenta as seguintes vantagens [Tavares, 1995]: com a excepção do factor de incerteza horizontal, a não necessidade de estimativas iniciais para qualquer parâmetro e a possibilidade de determinação das coordenadas do centro da imagem na memória *frame* conjuntamente com os restantes parâmetros. Contudo, apresenta algumas desvantagens como [Tavares, 1995]: a impossibilidade de obtenção do factor de incerteza horizontal pelo processo de calibração, sendo realizada apenas uma estimativa para este parâmetro (um método para a

determinação exacta deste parâmetro é proposto em [Lenz, 1988; Tavares, 1995], no entanto, trata-se de um processo de difícil aplicação); a necessidade de o plano de calibração não ser paralelo ao plano câmara; não considerar a possibilidade de os eixos, segundo as direcções dos eixos I e J do referencial de coordenadas na memória *frame*, não serem paralelos aos eixos X_i e Y_i do referencial imagem (uma solução para este problema foi proposta em [Batista, 1993]).

3.2 Alguns Métodos de Calibração de Projectores

Nesta secção são revistos três métodos para calibração de projectores. O primeiro, consiste na calibração do projector a partir da projecção de um padrão de franjas codificado, utilizando projecção perspectiva e um modelo ideal para o projector; o segundo, consiste na projecção de um conjunto de pontos de calibração não *coplanares* e utilizando, novamente, projecção perspectiva e um modelo ideal para o projector; e o terceiro, consiste na calibração simultânea do projector e da câmara utilizando um modelo ideal para ambos.

3.2.1 Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, um Modelo Ideal para o Projector e Planos de Luz/Sombra Codificados

Nesta subsecção é apresentado um método de calibração de projectores proposto em [Paiva, 1997]. Este método utiliza um modelo teórico para o projector semelhante àquele utilizado para a câmara e apresentado na subsecção 3.1.1, modelo *Pin Hole*. Neste caso, a calibração do projector só pode ser efectuada depois de calibrada a câmara, uma vez que é necessário usar os resultados de calibração da câmara para obter a informação necessária para calibrar o projector. Na calibração da câmara determina-se um conjunto de parâmetros (*MPP*) que nos permitem obter a relação entre as coordenadas dos pontos 3D mundo e as coordenadas dos pontos 2D imagem. No caso da calibração do projector, determina-se um conjunto de parâmetros que permitem obter a equação de um plano no espaço 3D mundo dado o seu código de identificação do padrão de franjas projectado. Esta relação pode, à semelhança do que se passa com a câmara, ser descrita por uma matriz de projecção perspectiva que, no caso do projector, tem dimensão (2×4) . Em seguida, são apresentadas as equações que descrevem esta relação.

Equações que relacionam as coordenadas 3D mundo com o código do plano de luz/sombra projectado

Em coordenadas homogêneas, a relação entre o código do plano de luz/sombra projectado (p) e as coordenadas 3D dos pontos da cena (x_w, y_w, z_w), no qual esse plano passa, pode ser descrita da seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} w \cdot p \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_p & 0 & p_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{bmatrix} w \cdot p \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_p \cdot r_{11} + p_0 \cdot r_{31} & f_p \cdot r_{12} + p_0 \cdot r_{32} & f_p \cdot r_{13} + p_0 \cdot r_{33} & f_p \cdot t_x + p_0 \cdot t_z \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

em que f_p é a distância focal, p_0 é o código do plano de luz que passa pelo eixo óptico do projector, os parâmetros r_{ij} são os elementos da matriz de rotação 3D e os parâmetros t_x , t_y e t_z constituem o vector de translação 3D.

A transformação descrita pela equação (3.28) pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} w \cdot p \\ w \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \end{bmatrix}}_P \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

onde P é uma matriz de projecção perspectiva (MPP) de dimensão (2×4) . Para cada par constituído por um ponto 3D da cena e pelo código do plano projectado que passa por esse ponto, a Eq. (3.29) permite determinar os elementos p_{ij} da transformação P , isto é, a calibração do projector.

Calibração do projector utilizando planos de luz/sombra codificados e um conjunto de pontos de calibração não coplanares

Um exemplo de um *setup* para a calibração do projector utilizando um conjunto de pontos não coplanares é ilustrado pela Fig. 3.9. Para se determinar um conjunto de pontos de calibração não coplanares, obtém-se, para duas posições distintas do plano de calibração relativamente ao projector, o respectivo subconjunto de pontos de calibração.

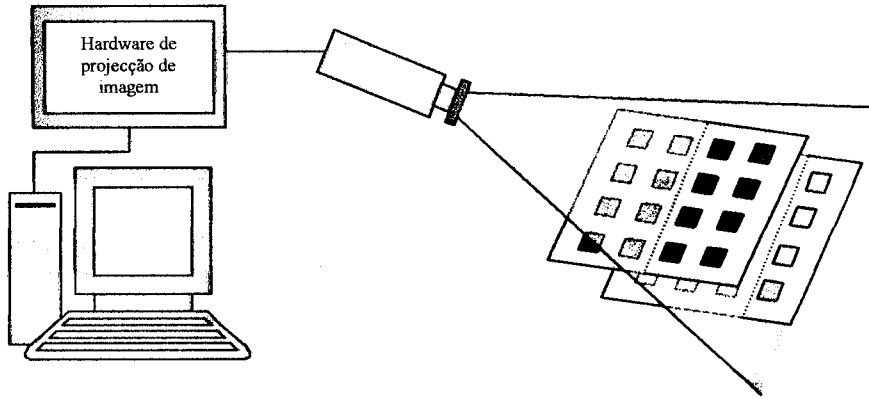


Figura 3.9 – Setup experimental para calibração de um projector utilizando planos de luz/sombra codificados e um conjunto de pontos não coplanares.

A equação matricial (3.29) pode ser decomposta nas duas equações seguintes:

$$\begin{aligned} w \cdot p &= p_{11} \cdot x_w + p_{12} \cdot y_w + p_{13} \cdot z_w + p_{14}; \\ w &= p_{21} \cdot x_w + p_{22} \cdot y_w + p_{23} \cdot z_w + p_{24}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Substituindo a segunda equação, w , na primeira obtém-se:

$$p_{11} \cdot x_w + p_{12} \cdot y_w + p_{13} \cdot z_w + p_{14} - p_{21} \cdot x_w \cdot p - p_{22} \cdot y_w \cdot p - p_{23} \cdot z_w \cdot p - p_{24} \cdot p = 0. \quad (3.31)$$

Escrevendo esta equação para os n pares de pontos considerados para a calibração, obtém-se:

$$Q \cdot B = 0, \quad (3.32)$$

onde,

$$B = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \end{bmatrix}^T, \quad (3.33)$$

e os vectores linha da matriz Q são:

$$q_{k-1} = \begin{bmatrix} x_{w_k} & y_{w_k} & z_{w_k} & 1 & -x_{w_k} \cdot p_k & -y_{w_k} \cdot p_k & -z_{w_k} \cdot p_k & -p_k \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

em que, k varia de 1 até ao número de pontos usados na calibração (n).

Para se resolver este sistema de equações lineares sobredeterminado, pode-se: primeiro, atribuir o valor 1 (um) a p_{24} , de seguida passar a última coluna da matriz Q para o segundo membro da Eq. (3.32) e, por último, determinar as soluções pretendidas - utilizando por exemplo o método de regressão dos mínimos quadrados (outro procedimento para resolver a referida equação seria a utilização da decomposição em valores singulares, *SVD*, e a obtenção da solução de espaço nulo à direita [Chapra, 1988; Press, 1992]).

Este método de calibração tem como requisito o conhecimento prévio das coordenadas (x_w, y_w, z_w) e o respectivo código (p) do plano a que pertencem de pelo menos 7 (sete) pontos de calibração. Para melhorar a precisão dos resultados obtidos, deverão ser utilizados mais pontos de calibração.

Observações

Este método de calibração de projectores tem como vantagens a sua simplicidade e a utilização de apenas equações lineares. No entanto, tem as desvantagens seguintes: não entrar em conta com a distorção da lente; considerar que o código do plano de luz/sombra que passa pelo centro óptico do projector e da memória *frame* coincidem; os elementos da transformação P não serem linearmente independentes entre si, pois para sete graus de liberdade - três ângulos de rotação, três translações e a distância entre o centro de projecção e o plano de projecção (distância focal efectiva) - correspondem oito incógnitas no sistema da Eq. (3.32); e a necessidade de utilizar um conjunto de pontos de calibração não *coplanares*, que pode não corresponder à solução mais interessante e desejável em certas aplicações.

3.2.2 Método de Calibração Considerando Projecção Perspectiva, um Modelo Ideal para o Projector e um Conjunto de Pontos de Calibração Não Coplanares

Nesta subsecção é apresentado um método de calibração de projectores, em tudo semelhante ao método de calibração de câmaras apresentado na subsecção 3.1.1. Deste modo, as transformações e

equações que relacionam as coordenadas 3D mundo com as coordenadas 2D imagem são comuns aos dois métodos. Assim, nesta subsecção apenas é apresentada a equação final que relaciona essas coordenadas e é descrito o algoritmo utilizado para a determinação dos parâmetros de calibração do projector.

Equações que relacionam as coordenadas 3D mundo com as coordenadas 2D imagem do projector

A Eq. (3.5), que representa a transformação das coordenadas 3D mundo em coordenadas 2D imagem na memória *frame* da câmara, pode ser adaptada de forma a representar a mesma transformação para o projector, assim tem-se:

$$\begin{bmatrix} w \cdot i_p \\ w \cdot j_p \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{x_p}^{-1} \cdot f_p & 0 & P_x & 0 \\ 0 & d_{y_p}^{-1} \cdot f_p & P_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

em que, f_p é a distância focal efectiva, (P_x, P_y) são as coordenadas discretas do centro óptico na memória *frame* do projector, os parâmetros r_{ij} são os elementos da matriz de rotação 3D e os parâmetros t_x , t_y e t_z constituem o vector de translação 3D.

Conjugando as transformações descritas pela equação (3.35) numa única transformação e fazendo $d_{x1p} = d_{x_p}^{-1} \cdot f_p$ e $d_{y1p} = d_{y_p}^{-1} \cdot f_p$, tem-se:

$$\begin{bmatrix} w \cdot i_p \\ w \cdot j_p \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{x1p} \cdot r_{11} + P_x \cdot r_{31} & d_{x1p} \cdot r_{12} + P_x \cdot r_{32} & d_{x1p} \cdot r_{13} + P_x \cdot r_{33} & d_{x1p} \cdot t_x + P_x \cdot t_z \\ d_{y1p} \cdot r_{21} + P_y \cdot r_{31} & d_{y1p} \cdot r_{22} + P_y \cdot r_{32} & d_{y1p} \cdot r_{23} + P_y \cdot r_{33} & d_{y1p} \cdot t_y + P_y \cdot t_z \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

⇔

$$\begin{bmatrix} w \cdot i_p \\ w \cdot j_p \\ w \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{bmatrix}}_P \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.36)$$

onde P é uma matriz de projecção perspectiva (MPP) de dimensão (3×4) . Para cada par constituído por um ponto 2D na memória *frame* do projector e o respectivo ponto 3D da cena projectado, a Eq. (3.36) permite determinar os elementos p_{ij} da transformação P , isto é, a calibração do projector. No entanto, esta equação apresenta uma variedade de soluções para os elementos p_{ij} 's; para transformar P numa equação de solução única basta atribuir ao elemento p_{34} o valor 1 (um).

Calibração do projector utilizando um conjunto de pontos não coplanares projectados

Um exemplo de um *setup* para a calibração de um projector utilizando um conjunto de pontos não coplanares é ilustrado pela Fig. 3.10. Nessa figura, o plano de calibração é representado pela projecção de uma imagem constituída por vários quadrados cujos vértices são os pontos de calibração. Para se determinar um conjunto de pontos de calibração não coplanares, obtém-se, para duas posições distintas do projector relativamente ao plano de calibração, o respectivo subconjunto de pontos de calibração projectado.

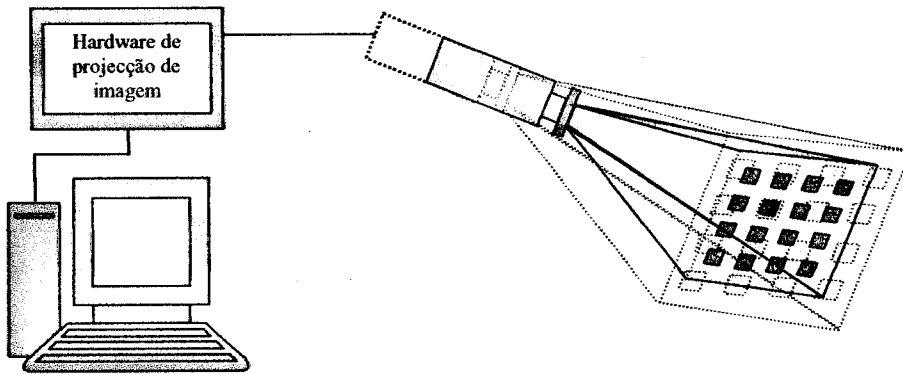


Figura 3.10 – Setup experimental para calibração de um projector utilizando pontos não coplanares projectados.

A equação matricial (3.36) pode ser decomposta nas três equações seguintes:

$$\begin{aligned} w \cdot i_p &= p_{11} \cdot x_w + p_{12} \cdot y_w + p_{13} \cdot z_w + p_{14}; \\ w \cdot j_p &= p_{21} \cdot x_w + p_{22} \cdot y_w + p_{23} \cdot z_w + p_{24}; \\ w &= p_{31} \cdot x_w + p_{32} \cdot y_w + p_{33} \cdot z_w + p_{34}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Substituindo w da terceira equação nas duas primeiras equações obtém-se:

$$\begin{aligned} p_{11} \cdot x_w + p_{12} \cdot y_w + p_{13} \cdot z_w + p_{14} - p_{31} \cdot x_w \cdot i_p - p_{32} \cdot y_w \cdot i_p - p_{33} \cdot z_w \cdot i_p - p_{34} \cdot i_p &= 0; \\ p_{21} \cdot x_w + p_{22} \cdot y_w + p_{23} \cdot z_w + p_{24} - p_{31} \cdot x_w \cdot j_p - p_{32} \cdot y_w \cdot j_p - p_{33} \cdot z_w \cdot j_p - p_{34} \cdot j_p &= 0. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Escrevendo estas duas equações para os n pares de pontos não *coplanares* projectados, da cena e da imagem, considerados para a calibração, obtém-se o sistema de equações:

$$Q \cdot B = 0, \quad (3.39)$$

onde,

$$B = [p_{11} \ p_{12} \ p_{13} \ p_{14} \ p_{21} \ p_{22} \ p_{23} \ p_{24} \ p_{31} \ p_{32} \ p_{33} \ p_{34}]^T, \quad (3.40)$$

e os vectores linha da matriz Q são:

$$\begin{aligned} q_{2k-1} &= [x_{w_k} \ y_{w_k} \ z_{w_k} \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -x_{w_k} \cdot i_{p_k} \ -y_{w_k} \cdot i_{p_k} \ -z_{w_k} \cdot i_{p_k} \ -i_{p_k}]; \\ q_{2k} &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ x_{w_k} \ y_{w_k} \ z_{w_k} \ 1 \ -x_{w_k} \cdot j_{p_k} \ -y_{w_k} \cdot j_{p_k} \ -z_{w_k} \cdot j_{p_k} \ -j_{p_k}], \end{aligned} \quad (3.41)$$

em que, k varia de 1 até ao número de pontos usados na calibração (n).

Para se resolver este sistema de equações lineares sobredeterminado, pode-se: primeiro, atribuir o valor 1 (um) a p_{34} , de seguida, passar a última coluna do primeiro membro da Eq. (3.39) para o segundo membro da mesma e, por último, determinar as soluções pretendidas – utilizando, por exemplo, o método dos mínimos quadrados (tal como no caso da Eq. (3.32), a solução poderia ser obtida usando a decomposição em valores singulares, *SVD*).

Este método de calibração tem como requisito o conhecimento prévio das coordenadas 3D mundo (x_w, y_w, z_w) e as respectivas coordenadas 2D imagem (i, j) de pelo menos 6 (seis) pontos não *coplanares*.

Observações

Este método apresenta exactamente as mesmas vantagens e dificuldades daquelas encontradas para o método de calibração de câmaras apresentado na subsecção 3.1.1, visto que o modelo, as equações relacionas as coordenadas 3D mundo e 2D na memória *frame* e o *setup* de calibração considerados são os mesmos para a câmara e para o projector.

3.2.3 Método de Calibração Simultâneo da Câmara e do Projector, Considerando Projectão Perspectiva e um Modelo Ideal

Nesta subsecção é apresentado um método para calibração simultânea de câmaras e projectores proposto em [Morishima, 2002]. Este método utiliza um modelo teórico para a câmara e para o projector, modelo *Pin Hole*, e baseia-se na determinação da relação entre os pontos imagem na memória *frame* do projector e da câmara, relação essa designada por homografia. A homografia é representada por uma matriz de transformação projectiva com dimensão (3×3) .

Equação que relaciona as coordenadas 2D imagem do projector com as coordenadas 2D imagem da câmara

Considere-se H a homografia que relaciona a imagem na memória *frame* do projector e da câmara. Isto significa que a um ponto 2D imagem de coordenadas homogêneas no sistema câmara,

$$\bar{c} = (x_c/z_c, y_c/z_c),$$

corresponde um ponto 2D imagem,

$$\bar{p} = (x_p/z_p, y_p/z_p),$$

no sistema de coordenadas do projector, assim tem-se que,

$$p = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} = H \cdot c = H \cdot \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix}, \quad (3.42)$$

a homografia está completamente definida se a projecção de quatro pontos 3D mundo em ambos os planos imagem forem conhecidos.

Calibração da câmara e do projector utilizando um conjunto de pontos de calibração

Para determinar a homografia entre a câmara e o projector, basta considerar quatro pontos e alinhar esses pontos projectados com aqueles na superfície real (*Fig. 3.11*).

As coordenadas homogêneas dos quatro pontos a serem projectados,

$$p_i = (x_{p_i}, y_{p_i}, 1), \text{ com } i = 1, 2, 3, 4,$$

são determinadas arbitrariamente, no entanto os pontos têm de ser visíveis no plano imagem da câmara.

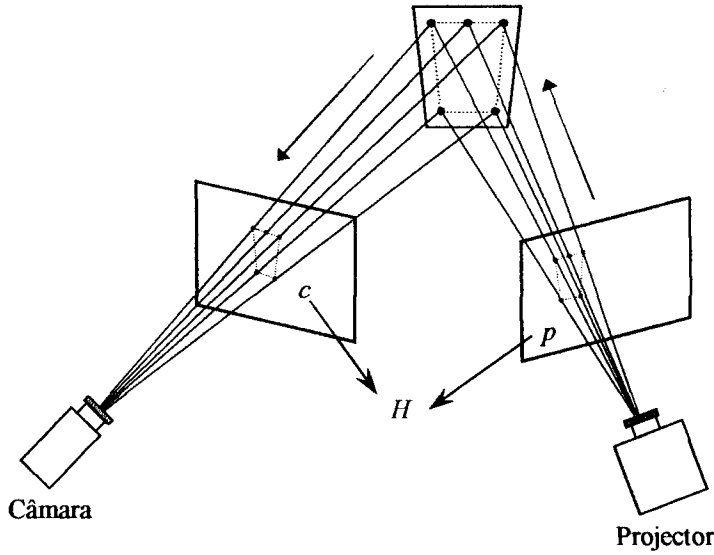


Figura 3.11 – Setup experimental para calibração simultânea da câmara e do projector utilizando como pontos de calibração um conjunto de marcas na cena.

Em seguida, considere-se as coordenadas homogêneas dos quatro pontos na imagem da câmara detectados pelo sistema de aquisição,

$$c_i = (x_{c_i}, y_{c_i}, 1), \text{ com } i = 1, 2, 3, 4.$$

As matrizes correspondentes a estes dois conjuntos de quatro pontos são representadas como:

$$P = (p_1^T, p_2^T, p_3^T, p_4^T) \text{ e } C = (c_1^T, c_2^T, c_3^T, c_4^T),$$

assim, obtém-se $P = H \cdot C$, cuja solução é

$$H = P \cdot C^T (C \cdot C^T)^{-1}, \quad (3.43)$$

esta homografia permite obter a relação entre pontos na memória *frame* do projector e da câmara que pertençam ao mesmo plano 3D.

Este método de calibração apesar de muito simples é numericamente estável mesmo com apenas quatro pontos de calibração e pode ser realizado, na prática, em apenas poucos segundos.

Observações

Este método apresenta como vantagens: o facto de a calibração do projector e da câmara ser realizada simultaneamente e requerer um esforço computacional muito menor, relativamente aos métodos de calibração apresentados anteriormente. Contudo, tem como desvantagens: não estimar cada um dos parâmetros da câmara/ projector (calibração implícita) e de não poder ser usado em aplicações que requerem uma calibração com elevada precisão.

3.3 Sumário

Neste capítulo foram apresentados alguns métodos para a calibração de câmaras e projectores que têm sido a base de muitos métodos propostos nos últimos anos. Assim, foram descritos quatro métodos para calibração de câmaras: começando por se descrever um método mais simples e menos apropriado ao domínio da visão tridimensional, que considera um modelo perfeito para a câmara (modelo *Pin Hole*) e que utiliza um conjunto de pontos de calibração não *coplanares*, até a um método bastante mais complexo e mais apropriado ao mesmo domínio, que considera a distorção radial da lente modelada por um termo, um factor de incerteza horizontal, a possibilidade de determinação das coordenadas correctas do centro da imagem na memória *frame* e que utiliza um conjunto de pontos de calibração *coplanares*. Este último método apresentado foi implementado no âmbito desta dissertação e trata-se de um método constituído por três etapas: a primeira, consiste na determinação do factor de incerteza horizontal; a segunda, consiste na determinação das coordenadas correctas do centro da imagem na memória *frame*; e a terceira, consiste na determinação dos restantes parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara. Do mesmo modo, foram também apresentados três métodos para calibração de projectores: o primeiro, que considera projecção perspectiva, um modelo ideal para o projector (modelo *Pin Hole*) e que utiliza a projecção de um padrão de franjas codificado; o segundo, que considera, novamente, projecção perspectiva, um modelo ideal para o projector e que utiliza a projecção de um conjunto de pontos de calibração não *coplanares*; e o terceiro e último método, consiste na calibração simultânea do projector e da câmara utilizando um modelo ideal para ambos.

Capítulo IV || Implementações Desenvolvidas

Neste capítulo são apresentadas as implementações desenvolvidas para: simulação de uma dada câmara de geometria interna conhecida, para calibração de uma câmara pelos métodos *Pin Hole* e *Tsai* modificado e para visualização tridimensional da cena (ou objecto) reconstruída.

4. Introdução

O estudo realizado nesta dissertação deu origem à construção de duas aplicações: a primeira, insere-se no domínio da calibração de câmaras e inclui implementações para simulação e calibração de câmaras e determinação das coordenadas 2D/3D; e a segunda, insere-se no domínio da visualização tridimensional da cena (ou objecto) reconstruída. Estas aplicações foram desenvolvidas em ambiente *Microsoft Visual Basic 6.0* e serão integradas no sistema de aquisição desenvolvido no Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental (LOME) [Tavares P., 2001; Tavares P., 2002].

4.1 Aplicação para Calibração de Câmaras

Nesta secção são apresentadas as seguintes implementações desenvolvidas para construção de uma aplicação no domínio da calibração de câmaras (*Fig. 4.1*):

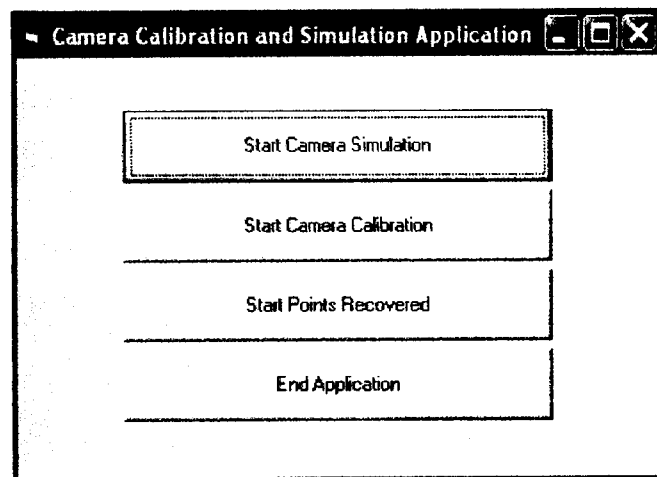


Figura 4.1 – Aplicação desenvolvida para simulação e calibração de uma dada câmara.

- ***SimCamera*** - simulação de uma câmara com a geometria interna do modelo Tsai. Implementação proposta em [Tavares, 1995] e nesta dissertação adaptada para a determinação de pontos não *coplanares* e com um interface mais amigável.
- ***CalCameraPinHole*** e ***CalCameraTsaiM*** - calibração dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos de uma câmara pelos métodos *Pin Hole* proposto em [Hall, 1982] e *Tsai* modificado proposto em [Tavares, 1995] e apresentados no capítulo 3, secções 1.1 e 1.4, respectivamente;
- ***SimCameraImageCoord*** e ***SimCameraWorldCoord*** - determinação das coordenadas 2D na memória *frame* e 3D no referencial mundo, respectivamente, utilizando os parâmetros de calibração obtidos pelas implementações anteriormente indicadas.

A adaptação e utilização da implementação *SimCamera* teve como objectivo testar as implementações *CalCameraPinHole* e *CalCameraTsaiM* através de resultados simulados, sem a necessidade dos diferentes *setups* que, em testes reais, seriam indispensáveis. Assim, com esta implementação é possível obter, de forma automática, as coordenadas 3D no referencial mundo e 2D na memória *frame* dos pontos de calibração não *coplanares* e *coplanares*, para uma dada geometria interna e posição e orientação da câmara relativamente ao plano de calibração.

4.1.1 Simulação de uma Dada Câmara de Geometria Conhecida

Nesta subsecção é apresentada a implementação *SimCamera* proposta em [Tavares, 1995], para simulação de uma dada câmara de geometria interna conhecida para um dado conjunto de pontos *coplanares*, e adaptada para incluir também pontos não *coplanares* e um interface amigável. A própria implementação determina automaticamente as coordenadas 3D no referencial mundo, uniformemente distribuídas na área visível pela câmara; e, seguidamente, as coordenadas 2D imagem na memória *frame*, para cada ponto desse conjunto. No início do processo da determinação destas coordenadas é exibida uma caixa de diálogo, que permite seleccionar o tipo de pontos a determinar e controlar os seguintes parâmetros de entrada (Fig. 4.2):

- **Coordinate Zw**, coordenada 3D no referencial mundo segundo o eixo Z dos pontos que se pretendem determinar. É possível determinar pontos não *coplanares* com dois planos de calibração com posições distintas segundo o eixo Z;
- **Horizontal Scale Factor**, factor de incerteza horizontal s_x ;
- **Radial Len Distortion**, distorção radial da lente k_1 ;
- **Focal Length**, distância focal efectiva f ;
- **Points Number**, número de pontos pretendidos, n ;
- **Rotation Angles (in degrees)** ou **Rotation Matrix**
 - ❖ **Rotation Angles (in degrees)**, ângulos de rotação 3D (Fig. 4.2):
 - **rot x** - valor em grau da rotação segundo o eixo X, $R_{(x,\phi)}$;
 - **rot y** - valor em grau da rotação segundo o eixo Y, $R_{(y,\theta)}$;
 - **rot z** - valor em grau da rotação segundo o eixo Z, $R_{(z,\varphi)}$.

- ❖ **Rotation Matrix**, matriz de rotação 3D (3×3) (Fig. 4.8);
- **Translation Vector**, vector de translação 3D:
 - ❖ **tx** - translação segundo o eixo X , t_x ;
 - ❖ **ty** - translação segundo o eixo Y , t_y ;
 - ❖ **tz** - translação segundo o eixo Z , t_z ;
- **Center Buffer (pixels)**, centro da imagem na memória *frame* em *pixels*:
 - ❖ **cx** - na direcção X , C_x ;
 - ❖ **cy** - na direcção Y , C_y ;
- **Size Buffer (pixels)**, dimensão da imagem na memória *frame* em *pixels*:
 - ❖ **nx** - na direcção X ;
 - ❖ **ny** - na direcção Y ;
- **Sensors Distance**, distância entre centros dos elementos *CCD* vizinhos:
 - ❖ **dx** - na direcção X , d_x ;
 - ❖ **dy** - na direcção Y , d_y ;
- **Points Type**, tipo de pontos a determinar:
 - ❖ **Coplanar** - coplanares ou **Not Coplanar** - não coplanares.

Figura 4.2 – Interface da aplicação para simulação de uma dada câmara para a geração automática de um conjunto de pontos coplanares ou não coplanares.

Antes da execução do algoritmo é solicitado ao utilizador o nome do ficheiro para escrita dos parâmetros de saída e após a sua execução, esta implementação apresenta uma nova caixa de diálogo com o seguinte parâmetro de saída:

- **Results were Saved in the File:** <nome do ficheiro>, designação do ficheiro no qual foram guardadas as coordenadas 3D no referencial mundo e 2D imagem na memória *frame* de um dado conjunto de pontos *coplanares* ou não *coplanares* (Fig. 4.3).

Calibration Points:				
Xw	Yw	Zw	I	J
-138.344946491495	-120.687723288705	0	457.146466423475	56.3023108430134
-150.361979203146	-108.690863779722	0	398.624454705436	54.7967976444719
-162.379011914796	-96.6940042707396	0	339.551472367304	53.8152177015664
-174.396044626447	-84.6971447617568	0	280.392451029901	53.358062839941
-186.413077338098	-72.7002852527739	0	221.602933789586	53.4177692805915
-198.430110049748	-60.703425743791	0	163.617895214771	53.9791886945947
-210.447142761399	-48.7065662348082	0	106.841872630064	55.0203196190689
...	...	...	...	...
-70.7607398835277	26.100064682463	0	398.253029924295	463.170274589494
-82.8775118462387	39.2557453254156	0	339.222003599689	464.203720097198
-94.9942838089497	52.4114259683683	0	280.130650027181	464.696856987661
-107.111055771661	65.567106611321	0	221.433513402715	464.657945539966
-119.227827734372	78.7227872542737	0	163.563530162527	464.103021860873
-131.344599697083	91.8784678972263	0	106.922308539121	463.055121153025
-143.461371659794	105.034148540179	0	51.8721858945767	461.543294436929

Figura 4.3 – Exemplo do conteúdo do ficheiro de saída da implementação *SimCamera*. Coordenadas 3D no plano de calibração (X_w, Y_w, Z_w) e 2D imagem na memória *frame* (I, J) dos pontos de calibração determinados.

4.1.2 Calibração de uma Dada Câmara

Nesta secção são apresentadas as implementações *CalCameraPinHole* e *CalCameraTsaiM* para calibração de uma dada câmara pelos métodos *Pin Hole* [Hall, 1982] (capítulo 3, secção 1.1) e *Tsai* modificado [Tavares, 1995] (capítulo 3, secção 1.4), respectivamente. Com estas implementações, é possível calibrar os parâmetros intrínsecos e extrínsecos de uma câmara. No início do processo da calibração da câmara é exibida uma caixa de diálogo, que permite seleccionar o algoritmo de calibração correspondente a cada implementação e controlar os parâmetros de entrada para cada um deles.

Implementação CalCameraPinHole

Esta implementação é executada quando se selecciona o modelo de calibração (*Calibration Model*) *Pin Hole* no interface implementação/utilizador principal (Fig. 4.4) e tem os seguintes parâmetros de entrada:

- **Sensors Distance**, distância entre centros dos elementos *CCD* vizinhos:
 - ❖ **dx** - na direcção *X*, d_x ;
 - ❖ **dy** - na direcção *Y*, d_y ;
- **Gaussian Noise**, adição de ruído *Gaussiano* às coordenadas dos pontos de calibração:
 - ❖ **Axis** - escolha dos eixos das coordenadas desses pontos aos quais é adicionado ruído *Gaussiano*: *<None>*, *World X axis*, *World Y axis*, *World XY axis*, *Image X axis*, *Image Y axis*, *Image XY axis*, *World/Image XY axis*;
 - ❖ **Std Deviation** - desvio padrão do ruído *Gaussiano* adicionado (opção activa quando escolhido o(s) eixo(s) ao qual se adiciona esse ruído).
- **File**, nome do ficheiro de entrada que contém as coordenadas 3D no referencial mundo e 2D imagem na memória *frame* dos pontos de calibração.

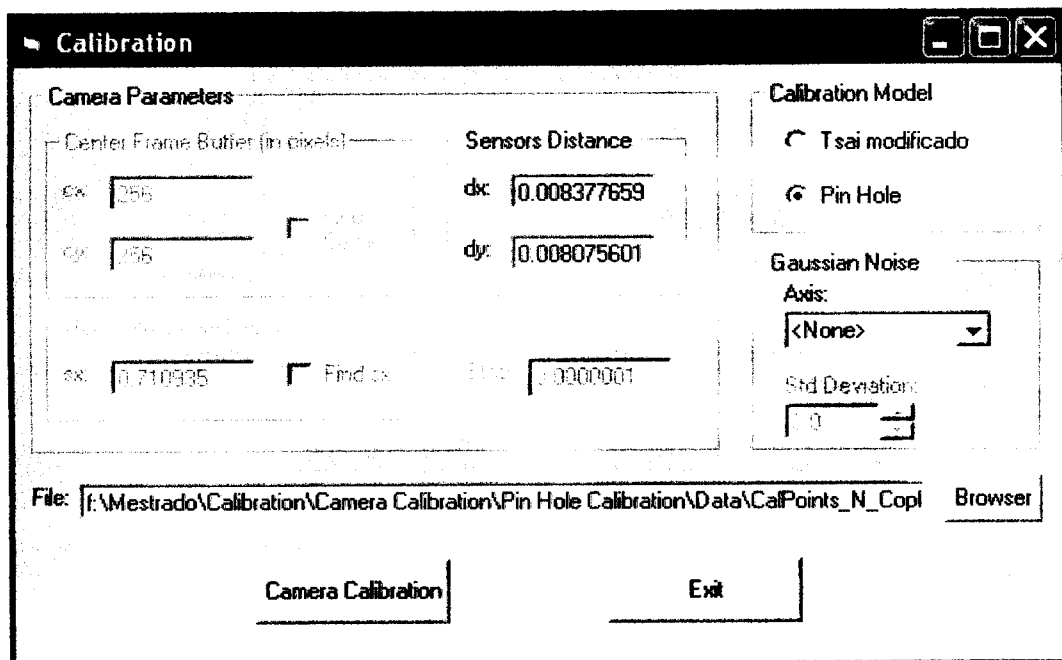


Figura 4.4 – Interface da aplicação desenvolvida para calibração de uma dada câmara. Permite seleccionar o método de calibração a utilizar e controlar os parâmetros de entrada.

Antes de se iniciar a calibração, é solicitado ao utilizador o nome do ficheiro no qual irão ser guardados os resultados obtidos, e após a execução do algoritmo, esses resultados são visíveis numa outra caixa de diálogo com os seguintes parâmetros de saída (Fig. 4.5):

- **Rotation Matrix**, matriz de rotação 3D estimada;
- **Translation Vector**, vector de translação 3D estimado;
- **Focal Length**, distância focal efectiva (f) estimada;
- **Results Saved in the File:** <nome do ficheiro>, designação do ficheiro para escrita dos resultados obtidos, nomeadamente, condições da realização da calibração e parâmetros da câmara estimados (Fig. 4.6).

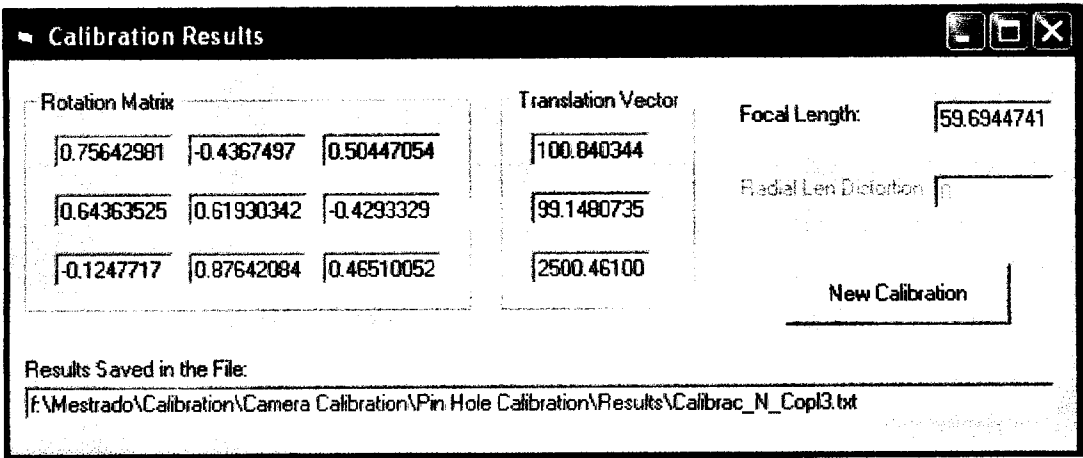


Figura 4.5 – Interface com os resultados da calibração de uma câmara pelo método Pin Hole (parâmetros de saída).

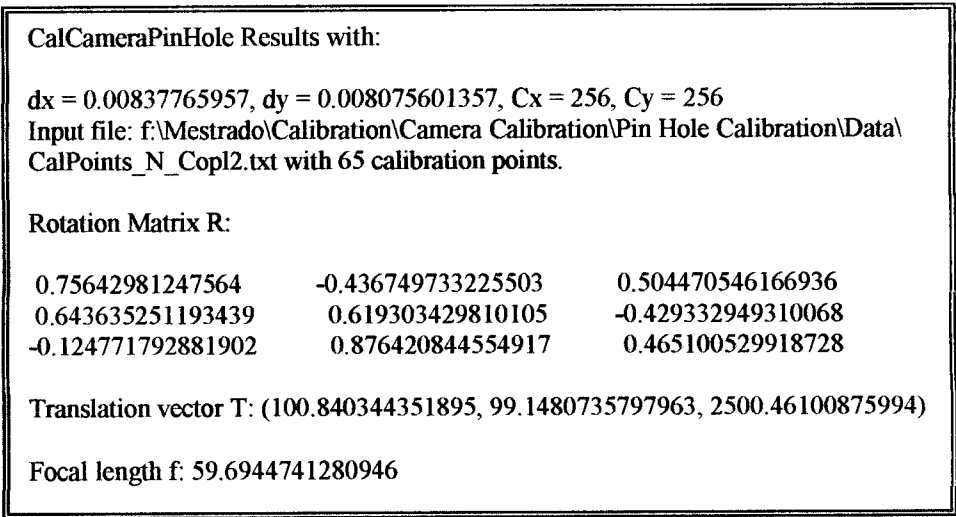


Figura 4.6 – Exemplo do conteúdo do ficheiro de saída da implementação *CalCameraPinHole*. Parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara estimados pelo método de Pin Hole.

Implementação CalCameraTsaiM

Esta implementação é executada quando se selecciona o modelo de calibração (**Calibration Model**) **Tsai modificado** no interface implementação/utilizador principal (Fig. 4.7) e tem, para além dos parâmetros de entrada da implementação anterior, os seguintes parâmetros:

- **Center Frame Buffer (in pixels)**, centro da imagem na memória *frame* em *pixels*:
 - ❖ **cx** - na direcção X , C_x ;
 - ❖ **cy** - na direcção Y , C_y .

Nota: Quando C_x e C_y não são conhecidos, o utilizador deve especificar C_x e C_y iguais a metade da dimensão da memória *frame* segundo as direcções X e Y , respectivamente, e especificar à implementação que pretende que esta determine as coordenadas correctas (seleccionando a opção **Find Center**). Deste modo, os valores especificados para estes parâmetros são apenas a solução inicial sendo a implementação responsável pela determinação da solução exacta.

- **Horizontal Scale Factor**, factor de incerteza horizontal, s_x . Quando s_x não é conhecido, o utilizador deve especificar à implementação que pretende que esta determine o seu valor correcto (seleccionando a opção **Find s_x**);
- **Stop**, tolerância de erro para determinação das soluções exactas do sistema de equações não linear (utilizando o método *Levenberg-Marquardt*): da distância focal efectiva f , da componente t_z do vector de translação 3D e do factor de distorção radial da lente k_1 .

Tal como para a implementação anterior, é solicitado ao utilizador o nome do ficheiro no qual são guardados os resultados desta implementação, e após a execução do algoritmo, esses resultados são visíveis numa outra caixa de diálogo que, para além dos mesmos parâmetros de saída da implementação anterior, tem ainda o parâmetro (Fig. 4.8):

- **Radial Len Distortion**, distorção radial da lente estimada, k_1 .

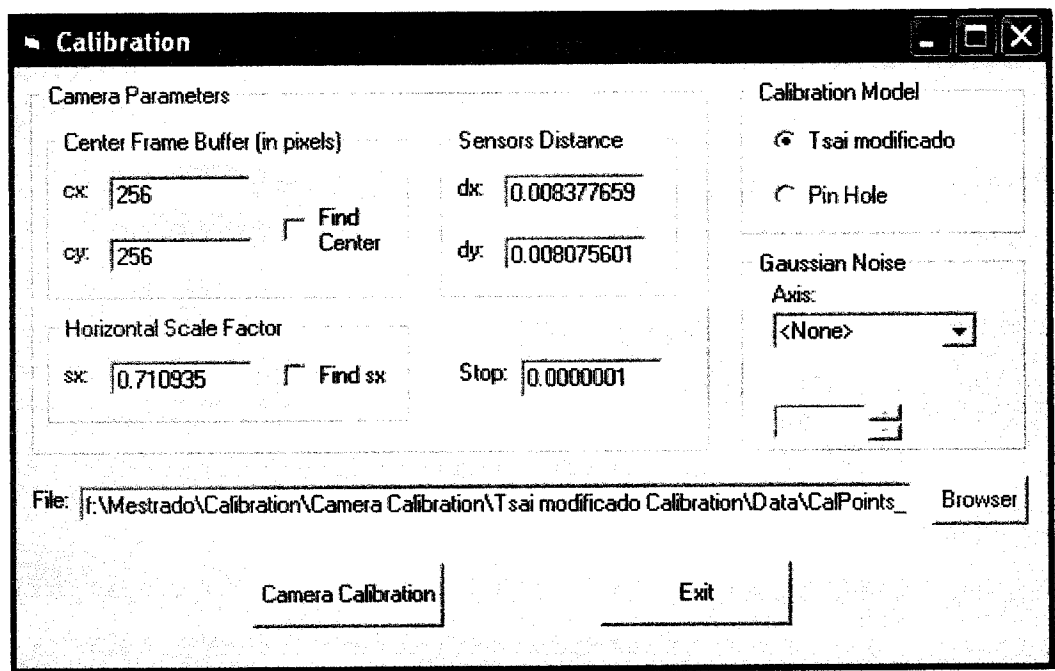


Figura 4.7 – Interface da aplicação desenvolvida para calibração de uma câmara. Permite seleccionar o método de calibração a utilizar e controlar os parâmetros de entrada.

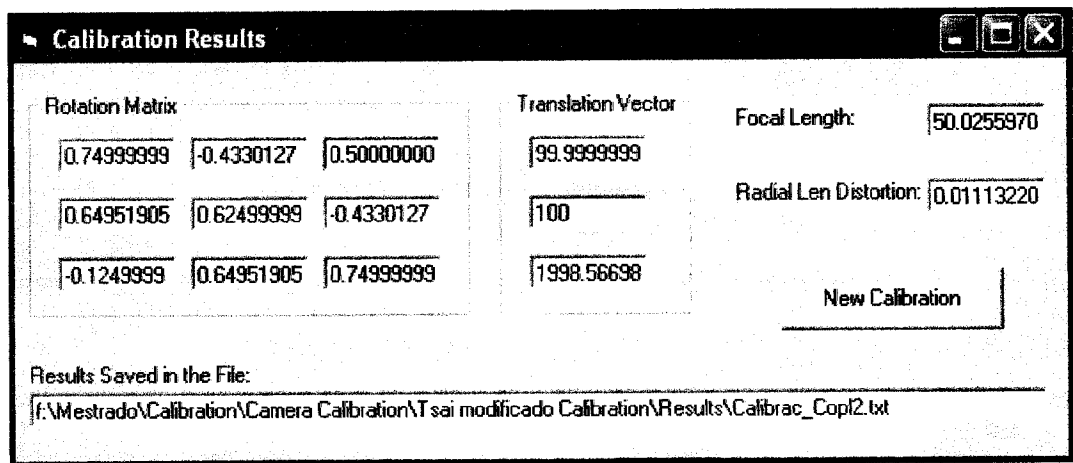


Figura 4.8 – Interface com os resultados da calibração de uma câmara pelo método Tsai modificado (parâmetros de saída).

4.1.3 Determinação das Coordenadas 2D/3D Utilizando os Parâmetros de uma Dada Câmara Obtidos na Fase de Calibração

Nesta subsecção são apresentadas as implementações *SimCameraImageCoord* e *SimCameraWorldCoord* para determinação das coordenadas dos pontos 2D na memória *frame* e 3D no referencial mundo, respectivamente, utilizando os parâmetros de calibração obtidos pelas implementações descritas na subsecção anterior (*CalCameraPinHole* e *CalCameraTsaiM*). No

início do processo da determinação destas coordenadas é exibida uma caixa de diálogo, que permite seleccionar o tipo de coordenadas a determinar (2D ou 3D) e controlar os parâmetros de entrada para cada uma das implementações. Estas implementações têm em comum os seguintes parâmetros de entrada (Figs. 4.11 e 4.12):

- **Radial Len Distortion**, distorção radial da lente k_1 ;
- **Focal Length**, distância focal efectiva f ;
- **Horizontal Scale Factor**, factor de incerteza horizontal s_x ;
- **Rotation Angles (in degrees)** ou **Rotation Matrix**
 - ❖ **Rotation Angles (in degrees)**, ângulos de rotação 3D (Fig. 4.2):
 - **rot x** - valor em grau da rotação segundo o eixo X , $R_{(x,\phi)}$;
 - **rot y** - valor em grau da rotação segundo o eixo Y , $R_{(y,\theta)}$;
 - **rot z** - valor em grau da rotação segundo o eixo Z , $R_{(z,\varphi)}$.
 - ❖ **Rotation Matrix**, matriz de rotação 3D (3×3) (Fig. 4.12);
- **Translation Vector**, vector de translação 3D:
 - ❖ **tx** - translação segundo o eixo X , t_x ;
 - ❖ **ty** - translação segundo o eixo Y , t_y ;
 - ❖ **tz** - translação segundo o eixo Z , t_z ;
- **Center Buffer (pixels)**, centro da imagem na memória *frame* em *pixels*:
 - ❖ **cx** - na direcção X , C_x ;
 - ❖ **cy** - na direcção Y , C_y ;
- **Size Buffer (pixels)**, dimensão da imagem na memória *frame* em *pixels*:
 - ❖ **nx** - na direcção X ;
 - ❖ **ny** - na direcção Y ;
- **Sensors Distance**, distância entre centros dos elementos *CCD* vizinhos:
 - ❖ **dx** - na direcção X , d_x ;
 - ❖ **dy** - na direcção Y , d_y ;
- **Deviation Error**, desvio entre as coordenadas dos pontos recuperadas e as dos respectivos pontos exactos, bem como o seu desvio médio. Quando seleccionada esta opção é solicitado ao utilizador o nome do ficheiro no qual serão guardados estes desvios (Fig. 4.9).

Em seguida são apresentados os parâmetros de entrada específicos a cada uma das implementações *SimCameraImageCoord* e *SimCameraWorldCoord*, bem como os seus parâmetros de saída.

SimCameraWorldCoord: Deviation between Real World Coordinates and Simulated World Coordinates		
Deviation Results:		
Deviation in Xw axis	Deviation in Yw axis	Deviation in Zw axis
-4.2632564145606E-14	5.6843418860808E-14	0
0	2.8421709430404E-14	0
-8.5265128291212E-14	5.6843418860808E-14	0
1.13686837721616E-13	-6.3948846218409E-14	0
1.4210854715202E-13	-1.20792265079217E-13	0
...	...	...
4.2632564145606E-14	-2.8066438062524E-13	0
1.4210854715202E-13	9.2370555648813E-14	0
-8.5265128291212E-14	-1.27897692436818E-13	0
-2.8421709430404E-14	2.8421709430404E-14	0
-5.6843418860808E-14	-1.4210854715202E-13	0
Deviation media in Xw axis:	Deviation media in Yw axis:	Deviation media in Zw axis:
7.59885981298996E-14	1.02994773203907E-13	0

Figura 4.9 – Exemplo do conteúdo do ficheiro de saída da implementação *SimCameraWorldCoord*. Desvios entre as Coordenadas 3D no referencial mundo exactas e recuperadas e a media desses desvios.

Implementação *SimCameraImageCoord*

Esta implementação é executada quando se selecciona a opção coordenadas mundo (*World Coordinates*) em tipo de coordenadas dadas (*Coordinates Data*) no interface implementação/ utilizador principal (Fig. 4.10) e tem, para além dos parâmetros de entrada referidos anteriormente, os seguintes parâmetros:

- **File**, nome do ficheiro de entrada que contém as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos a considerar.

Antes da execução do algoritmo, é ainda solicitado ao utilizador o nome do ficheiro para escrita dos resultados obtidos, e após a sua execução, é apresentada uma nova caixa de diálogo com o seguinte parâmetro de saída:

- **Results were Saved in the File:** <nome do ficheiro>, designação do ficheiro no qual foram guardadas as coordenadas 2D imagem na memória *frame* determinadas.

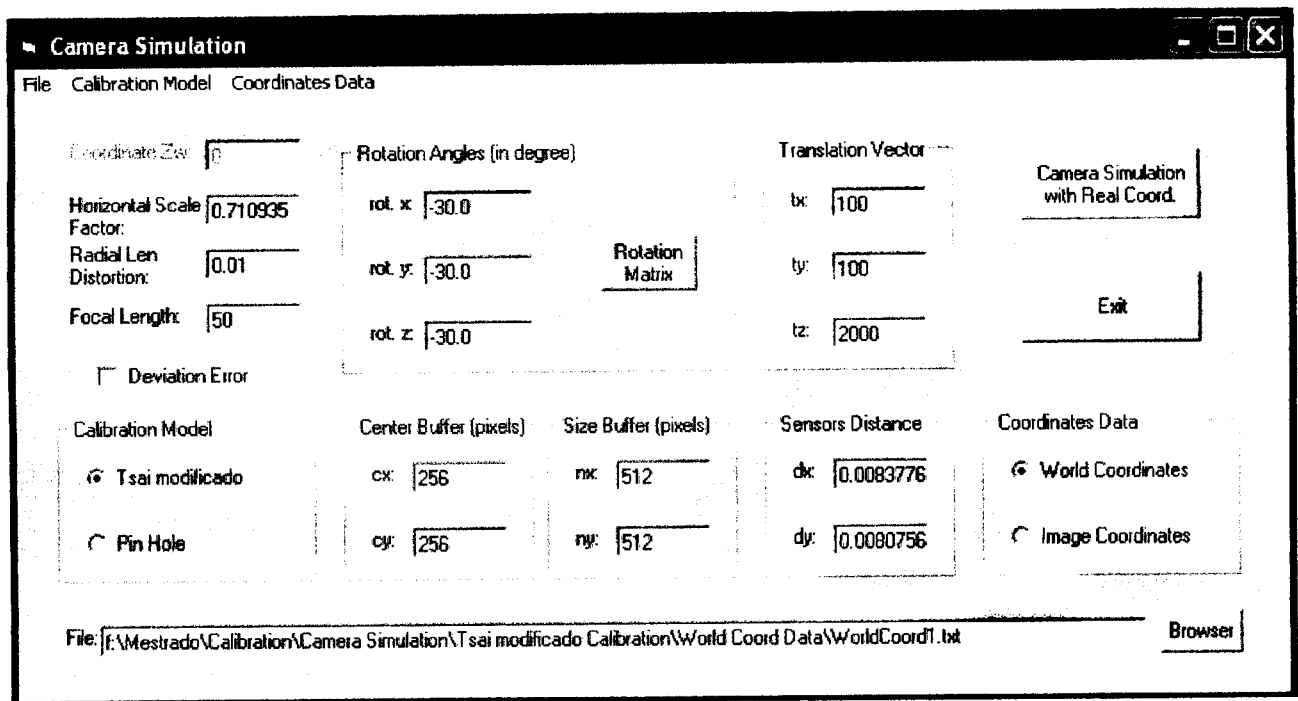


Figura 4.10 – Interface da aplicação desenvolvida para determinação de coordenadas 2D/3D. Permite seleccionar o tipo de coordenadas a utilizar (seleccionadas as 3D) e controlar os parâmetros de entrada.

Implementação *SimCameraWorldCoord*

Esta implementação é chamada quando se selecciona a opção coordenadas imagem (*Image Coordinates*) em tipo de coordenadas dadas (*Coordinates Data*) no interface implementação/ utilizador (Fig. 4.11) e tem, para além dos parâmetros de entrada referidos anteriormente, os seguintes parâmetros:

- **Coordinate Zw**, coordenada 3D no referencial mundo segundo o eixo Z dos pontos que se pretendem recuperar. No caso da utilização de parâmetros da câmara estimados pelo método *Pin Hole* é possível recuperar pontos *não coplanares* (com dois planos de calibração diferentes segundo o eixo Z do referencial mundo);
- **File**, nome do ficheiro de entrada que contém as coordenadas 2D imagem na memória *frame* dos pontos a considerar.

Tal como para a implementação anterior, antes da execução do algoritmo, é solicitado ao utilizador o nome do ficheiro para escrita dos resultados desta implementação e, após a sua execução, é exibida uma nova caixa de diálogo que apresenta:

- **Results were Saved in the File:** <nome do ficheiro>, designação do ficheiro no qual foram guardadas as coordenadas 3D no referencial mundo determinadas para um dado conjunto de pontos *coplanares* ou não *coplanares* (Fig. 4.12).

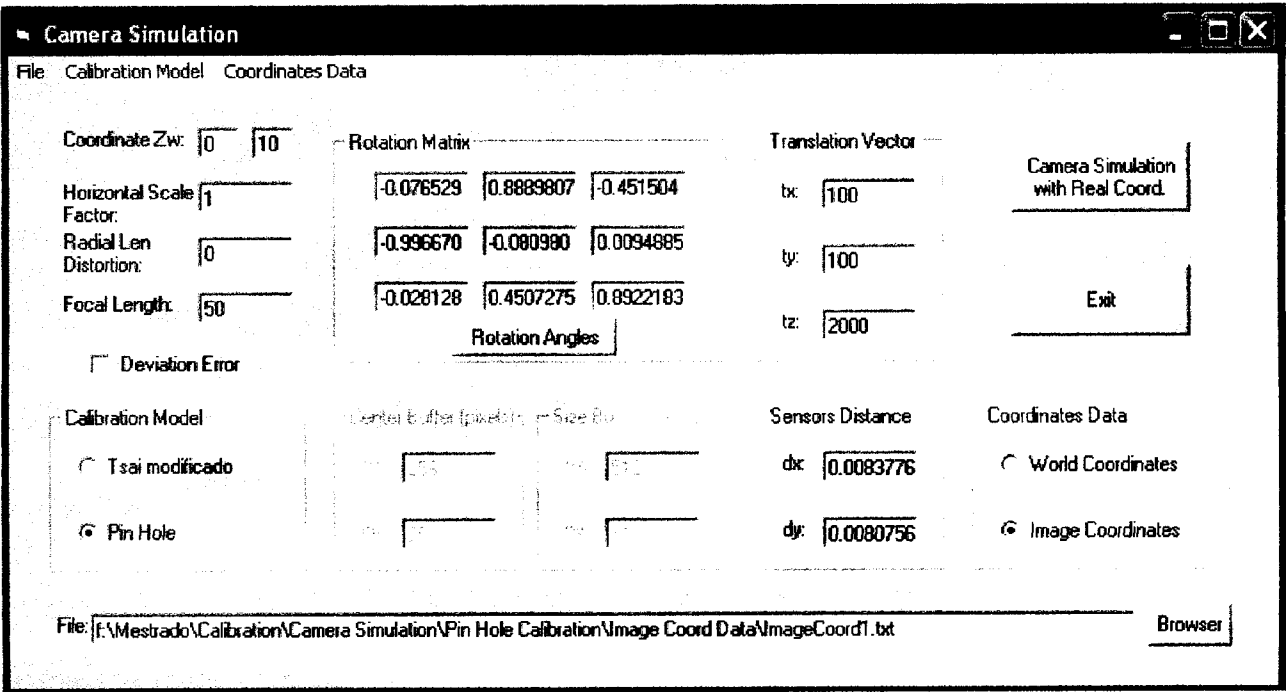


Figura 4.11 – Interface da aplicação desenvolvida para determinação de coordenadas 2D/3D. Permite seleccionar o tipo de coordenadas a utilizar (seleccionadas as 2D) e controlar os parâmetros de entrada.

SimCameraWorldCoord results		
World Coordinates Simulation using the Real Image Coordinates of the Calibration Points:		
Xw	Yw	Zw
-123.528452714128	-128.745779798883	0
-145.737921923925	-106.50895288948	0
-167.947391133722	-84.2721259800756	0
-190.156860343518	-62.035299070672	0
-212.366329553315	-39.7984721612681	0
-234.575798763111	-17.5616452518641	0
-108.567270851354	-103.890193476553	0
...	...	...
-177.322997417869	99.2361324389746	10
-49.776308395852	4.25167192350927	10
-72.3086422304438	28.6568220997742	10
-94.8409760650353	53.0619722760399	10
-117.373309899627	77.467122452305	10
-139.905643734219	101.87227262857	10
-162.43797756881	126.277422804836	10

Figura 4.12 – Exemplo do conteúdo do ficheiro de saída da implementação *SimCameraWorldCoord*. Coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos não coplanares recuperados.

4.2 Aplicação para Visualização Tridimensional

Nesta secção é apresentada uma aplicação que permite a visualização tridimensional do objecto (ou cena) reconstruído (Fig. 4.13), a qual utiliza a biblioteca de domínio público *OpenGL*.

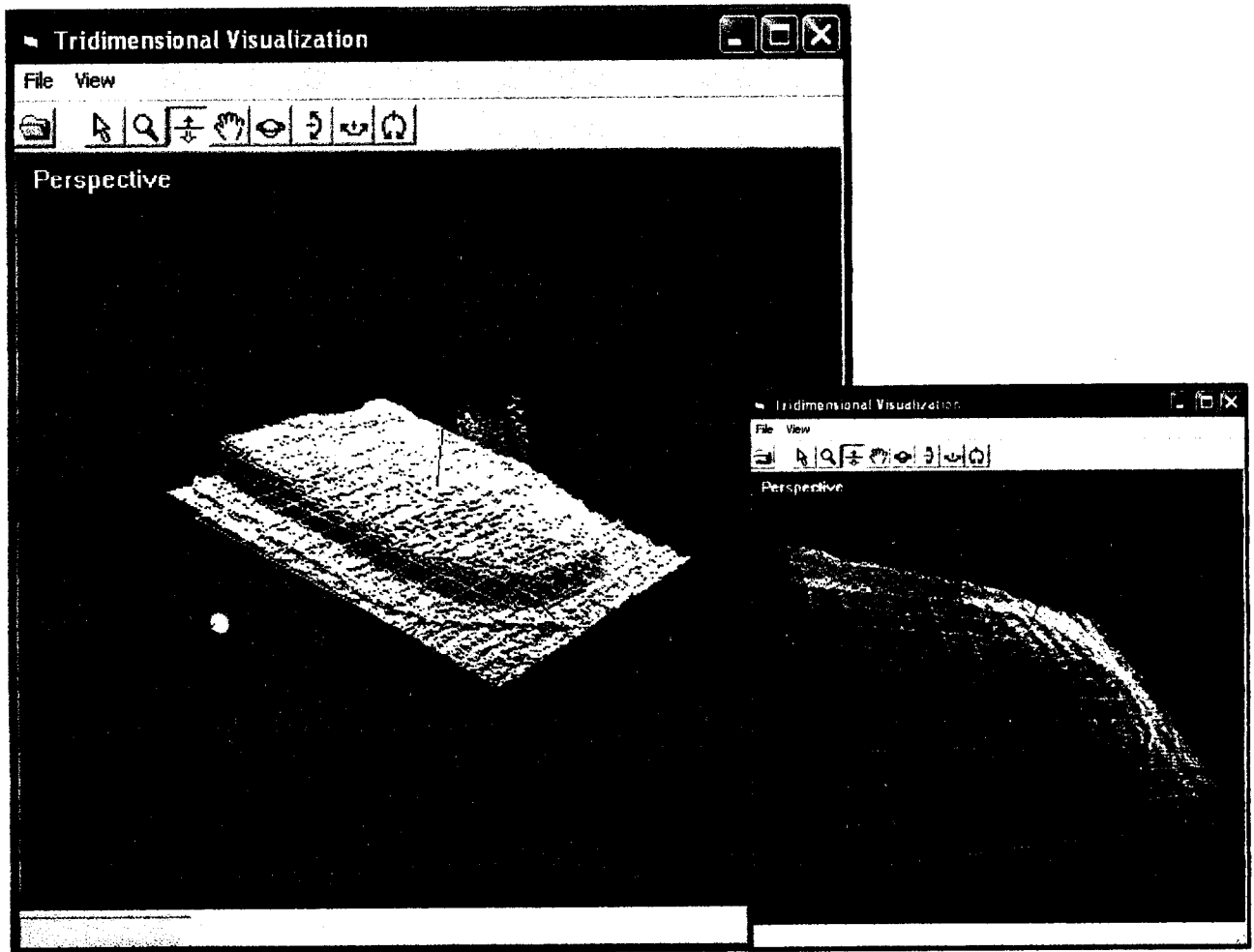


Figura 4.13 – Interface da aplicação desenvolvida para visualização 3D de um objecto (ou cena) reconstruído.

Para a visualização tridimensional de um objecto ou cena, é necessário a leitura de um ficheiro *ASCII* (com extensão *.txt*) que contenha as coordenadas 3D no referencial mundo (X_w, Y_w, Z_w) associada a cada *pixel* da imagem 2D considerada (Fig. 4.14).

Após a leitura deste ficheiro, é exibida a nuvem de pontos tridimensional representando o objecto (ou cena) reconstruído, bem como os três eixos do sistema de coordenadas mundo - X_w a vermelho, Y_w a azul e Z_w a verde - Fig. 4.13. O utilizador pode observar os dados da cena com diferentes posições e/ou orientações através dos menus, das barras de ferramentas e por intermédio do rato.

File with the World Coordinates of the Scene:		
Xw	Yw	Zw
0	0	63
0	1	119
0	2	118
0	3	174
0	4	121
0	5	120
0	6	123
0	7	66
0	8	60
...	...	...
511	504	146
511	505	122
511	506	152
511	507	148
511	508	132
511	509	137
511	510	174
511	511	155

Figura 4.14 – Exemplo do conteúdo do ficheiro de entrada da aplicação desenvolvida para visualização tridimensional do objecto (ou cena) reconstruído.

4.3 Sumário

Foi adaptado o simulador de câmaras de geometria interna conhecida proposto em [Tavares, 1995], que determina de forma automática as coordenadas 3D no plano de calibração e as respectivas coordenadas 2D na memória *frame* de conjuntos de pontos de calibração *coplanares*, de forma a determinar também essas coordenadas para conjuntos de pontos de calibração não *coplanares*. Os conjuntos de pontos de calibração não *coplanares* e *coplanares* foram gerados com o intuito de serem utilizados posteriormente pelas implementações dos métodos de calibração de câmaras *Pin Hole* e *Tsai* modificado, sem a necessidade de montar todo o *setup* prático. Na implementação desenvolvida foi incluído um interface amigável.

Foram implementados os métodos de calibração de câmaras *Pin Hole* [Hall, 1982] e *Tsai* modificado [Tavares, 1995], com um interface amigável, com o intuito de determinar os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara pelos dois métodos referidos.

Também foi desenvolvida uma aplicação com um interface amigável para visualização tridimensional, com o intuito de visualizar em diferentes posições e/ou orientações os dados obtidos pelo sistema de aquisição tridimensional.

Capítulo V || **Influência da Calibração na Precisão das Coordenadas 3D Recuperadas**

Neste capítulo são analisados os resultados obtidos pelas implementações desenvolvidas apresentadas no capítulo anterior. Resumidamente, esta análise tem como objectivo verificar a influência dos métodos de calibração na precisão das coordenadas 3D recuperadas da cena (ou objecto).

5. Introdução

Neste capítulo serão apresentados alguns resultados experimentais obtidos pelas várias implementações descritas no capítulo anterior. Assim, serão apresentados:

- i. resultados experimentais obtidos na utilização da implementação *SimCamera* para simulação de câmaras de geometria interna conhecida;
- ii. resultados experimentais obtidos pelas implementações *CalCameraPinHole* e *CalCameraTsaiM* para calibração de câmaras pelos métodos *Pin Hole* e *Tsai* modificado, respectivamente;
- iii. resultados experimentais obtidos pelas implementações *SimCameraImageCoord* e *SimCameraWorldCoord* para determinação das coordenadas dos pontos 2D na memória *frame* e 3D no referencial mundo, respectivamente, e utilizando os parâmetros de calibração obtidos nas experiências do ponto anterior. Estas experiências têm como objectivo:
 - Verificar a influência dos parâmetros de calibração na recuperação das coordenadas dos pontos 3D considerados;
 - Verificar a influência dos erros nas coordenadas 3D mundo dos pontos de calibração, utilizados para calibrar a câmara, na recuperação das coordenadas dos pontos 3D considerados;
 - Verificar a influência dos erros nas coordenadas 2D imagem dos pontos de calibração, utilizados para calibrar a câmara, na recuperação das coordenadas dos pontos 3D considerados;
 - Verificar a validade do campo 3D: influência da calibração realizada com diferentes posições do plano de calibração segundo o eixo Z do referencial mundo (Z_w) na recuperação das coordenadas dos pontos 3D considerados.

5.1 Simulação de Câmaras de Geometria Interna Conhecida

Neste ponto, são apresentados os resultados de dois tipos de simulações de câmaras de geometria interna conhecida utilizando a implementação *SimCamera* (adaptação da implementação proposta em [Tavares, 1995]). O primeiro pretende simular câmaras para um dado conjunto de pontos de

calibração não *coplanares* e o segundo para um dado conjunto de pontos de calibração *coplanares*. Os conjuntos de pontos gerados serão utilizados nas experiências das secções seguintes.

5.1.1 Simulação de Câmaras para um Dado Conjunto de Pontos Não Coplanares

Nesta subsecção, são apresentados os resultados de duas simulações de câmaras de geometria interna conhecida realizadas para a determinação de pontos de calibração não *coplanares*, utilizando a implementação *SimCamera* e considerando o modelo *Pin Hole* para a câmara.

Primeira Simulação

Na primeira simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada apresentados na Tab. 5.1.

<i>Ficheiro de Saída</i>	<i>CalPoints_N_Cop11.txt</i>	<i>Rot. X</i>	-30.0
<i>Número de Pontos</i>	49+16=65	<i>Rot. Y</i>	-30.0
<i>Coordenada Z_w</i>	0 e 50	<i>Rot. Z</i>	-30.0
<i>Cx</i>	256	<i>Tx</i>	100.0
<i>Cy</i>	256	<i>Ty</i>	100.0
<i>Nx</i>	512	<i>Tz</i>	2000.0
<i>Ny</i>	512	<i>Distância Focal</i>	50.0
<i>dx</i>	8.37765957e-3	<i>Distorção Radial Lente</i>	0.0
<i>dy</i>	8.075601357e-3	<i>Factor Incerteza Horizontal</i>	1.0

Tabela 5.1 – Parâmetros de entrada para a implementação *SimCamera* utilizados na simulação de uma câmara sem distorção radial da lente para determinação de um conjunto de pontos não coplanares.

Como se pode observar na Tab. 5.1 (e na Fig. 5.1), o número de pontos de calibração nos planos $Z_w = 0$ e $Z_w = 50$ são diferentes, isto prende-se com o facto de se pretender que o números total de pontos de calibração não *coplanares* seja o mais próximo possível do número adoptado de pontos de calibração *coplanares* que irão ser determinados na subsecção seguinte.

A matriz de rotação 3D resultante desta simulação é $R = \begin{bmatrix} 0.749999 & -0.433013 & 0.500000 \\ 0.649519 & 0.624999 & -0.433013 \\ -0.124999 & 0.649519 & 0.749999 \end{bmatrix}$.

A distribuição dos pontos de calibração não *coplanares*, obtidos nesta simulação, no plano de calibração e na memória *frame* está representada na Fig. 5.1.

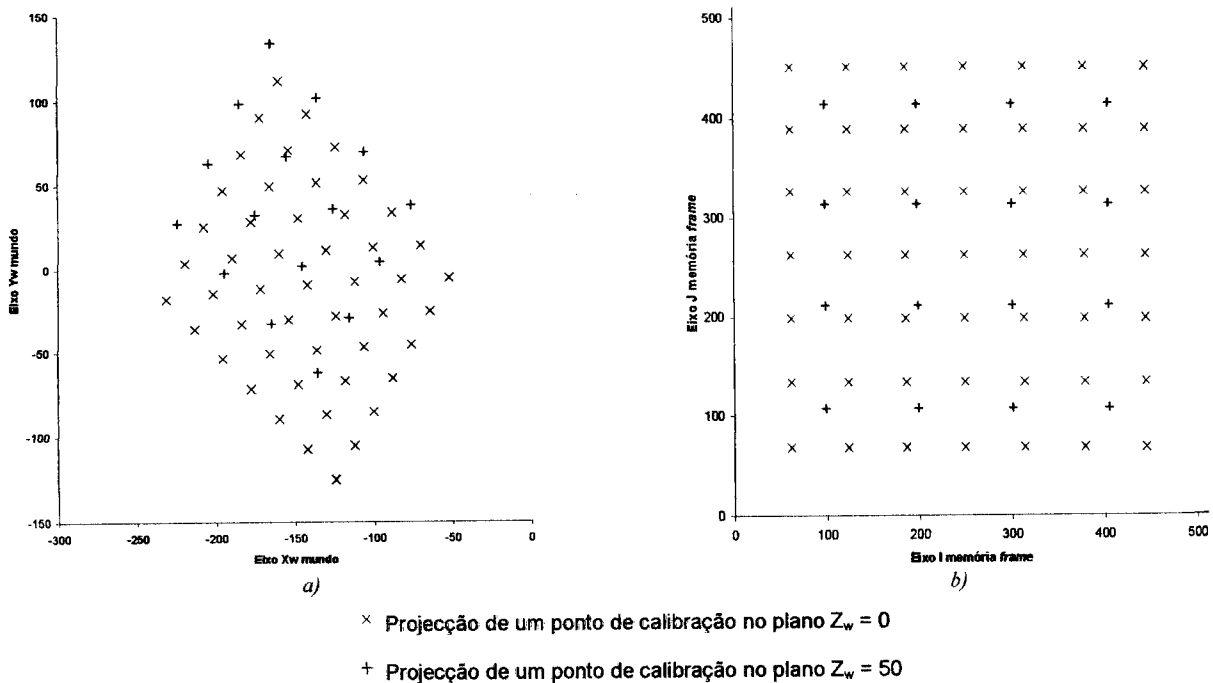


Figura 5.1 – Distribuição dos pontos de calibração não *coplanares* obtidos na simulação de uma câmara sem distorção radial da lente: a) no plano de calibração, b) na memória *frame*.

Como se observa na Fig. 5.1, a distribuição dos pontos de calibração não *coplanares* é regular tanto na memória *frame* como no plano de calibração. No caso da memória *frame*, esta regularidade deve-se ao facto de não haver distorção radial da lente. Para o caso do plano de calibração, a regularidade deve-se à filosofia da implementação *SimCamera*, que consiste em distribuir os pontos de calibração regularmente sobre o referido plano [Tavares, 1995].

Segunda Simulação

A segunda simulação realizada é semelhante à anterior, excepto na existência de distorção radial da lente, de forma a verificar o seu efeito na distribuição dos pontos de calibração na memória *frame*. Assim, foram utilizados os parâmetros de entrada apresentados na Tab. 5.2.

Como foram utilizados os mesmos ângulos de rotação 3D, a matriz de rotação 3D resultante é igual à da simulação anterior.

Ficheiro de Saída	CalPoints_N_Copl2.txt	Rot. X	-30.0
Número de Pontos	49+16=65	Rot. Y	-30.0
Coordenada Z_w	0 e 50	Rot. Z	-30.0
Cx	256	Tx	100.0
Cy	256	Ty	100.0
Nx	512	Tz	2000.0
Ny	512	Distância Focal	50.0
dx	8.37765957e-3	Distorção Radial Lente	0.01
dy	8.075601357e-3	Factor Incerteza Horizontal	1.0

Tabela 5.2 – Parâmetros de entrada para a implementação *SimCamera* utilizados na simulação de uma câmara com distorção radial da lente para determinação de pontos de calibração não coplanares.

A distribuição dos pontos de calibração não *coplanares*, obtidos nesta simulação, no plano de calibração e na memória *frame* está representada na Fig. 5.2.

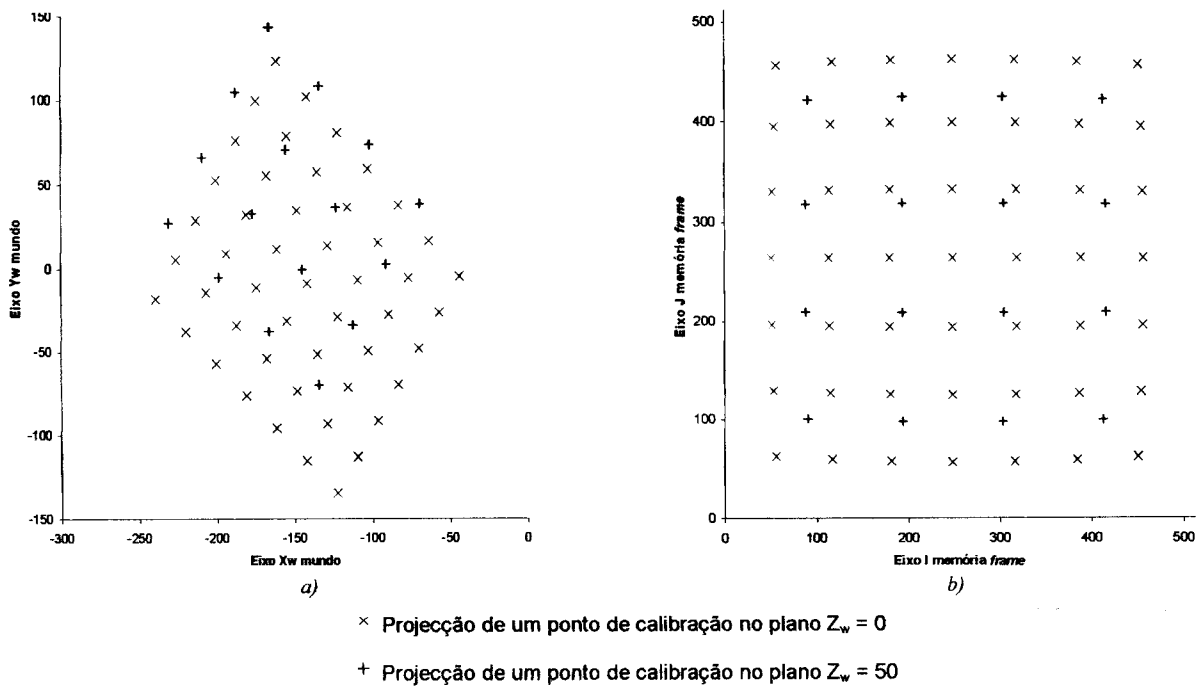


Figura 5.2 – Distribuição dos pontos de calibração não coplanares obtidos na simulação de uma câmara com distorção radial da lente: a) no plano de calibração, b) na memória *frame*.

Como se observa da Fig. 5.2, a distribuição dos pontos de calibração não *coplanares* é regular no plano de calibração, mas nesta experiência verifica-se uma pequena irregularidade na memória *frame*. Esta irregularidade deve-se ao facto de haver distorção radial da lente, embora de valor reduzido.

5.1.2 Simulação de Câmaras para um Dado Conjunto de Pontos Coplanares

Nesta subsecção, são apresentados os resultados de duas simulações de câmaras de geometria interna conhecida realizadas para determinação de pontos de calibração *coplanares*, utilizando a implementação *SimCamera* e considerando o modelo *Tsai* modificado para a câmara.

Primeira Simulação

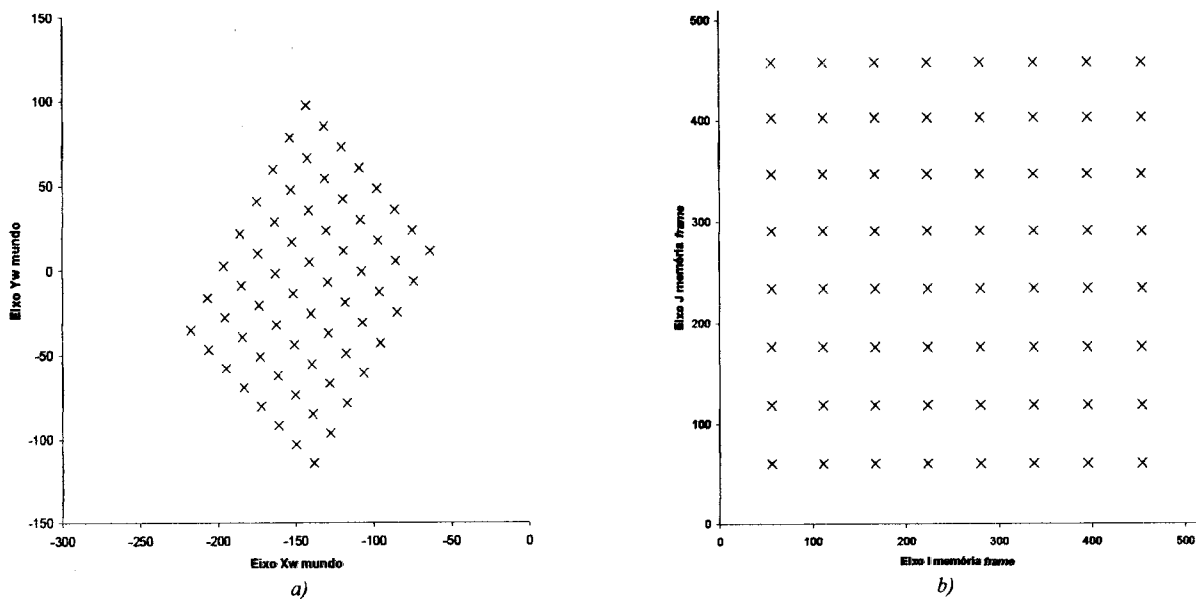
Na primeira simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada apresentados na *Tab. 5.3*.

Ficheiro de Saída	CalPoints_Cop11.txt	Rot. X	-30.0
Número de Pontos	64	Rot. Y	-30.0
Coordenada Z_w	0.0	Rot. Z	-30.0
Cx	256	Tx	100.0
Cy	256	Ty	100.0
Nx	512	Tz	2000.0
Ny	512	Distância Focal	50.0
dx	8.37765957e-3	Distorção Radial Lente	0.0
dy	8.075601357e-3	Factor Incerteza Horizontal	0.710935

Tabela 5.3 – Parâmetros de entrada para a implementação *SimCamera* utilizados na simulação de uma câmara sem distorção radial da lente para determinação de um conjunto de pontos coplanares.

Como foram utilizados os mesmos ângulos de rotação 3D das simulações anteriores, a matriz de rotação 3D resultante mantém-se.

A distribuição dos pontos de calibração *coplanares*, obtidos nesta simulação, no plano de calibração e na memória *frame* está representada na *Fig. 5.3*. Observa-se nessa figura que a distribuição dos pontos de calibração *coplanares* é regular no plano de calibração e na memória *frame*. Esta regularidade na memória *frame* deve-se ao facto de não se considerar distorção radial da lente na geração destes pontos.



+ Projecção de um ponto de calibração no plano $Z_w = 0$

Figura 5.3 – Distribuição dos pontos de calibração coplanares obtidos na simulação de uma câmara sem distorção radial da lente: a) no plano de calibração, b) na memória frame.

Segunda Simulação

Tal como na segunda simulação realizada na subsecção anterior, esta segunda simulação pretende verificar a influência da distorção radial da lente na distribuição dos pontos de calibração na memória frame. Assim, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCamera* apresentados na Tab. 5.4.

Ficheiro de Saída	<i>CalPoints_Copl2.txt</i>	Rot. X	-30.0
Número de Pontos	64	Rot. Y	-30.0
Coordenada Z_w	0.0	Rot. Z	-30.0
Cx	256	Tx	100.0
Cy	256	Ty	100.0
Nx	512	Tz	2000.0
Ny	512	Distância Focal	50.0
dx	8.37765957e-3	Distorção Radial Lente	0.01
dy	8.075601357e-3	Factor Incerteza Horizontal	0.710935

Tabela 5.4 – Parâmetros de entrada para a implementação *SimCamera* utilizados na simulação de uma câmara com distorção radial da lente para a determinação de um conjunto de pontos coplanares.

A matriz de rotação 3D resultante desta simulação continua a ser igual à das simulações anteriores.

A distribuição dos pontos de calibração *coplanares*, obtidos nesta simulação, no plano de calibração e na memória *frame* está representada na Fig. 5.4.

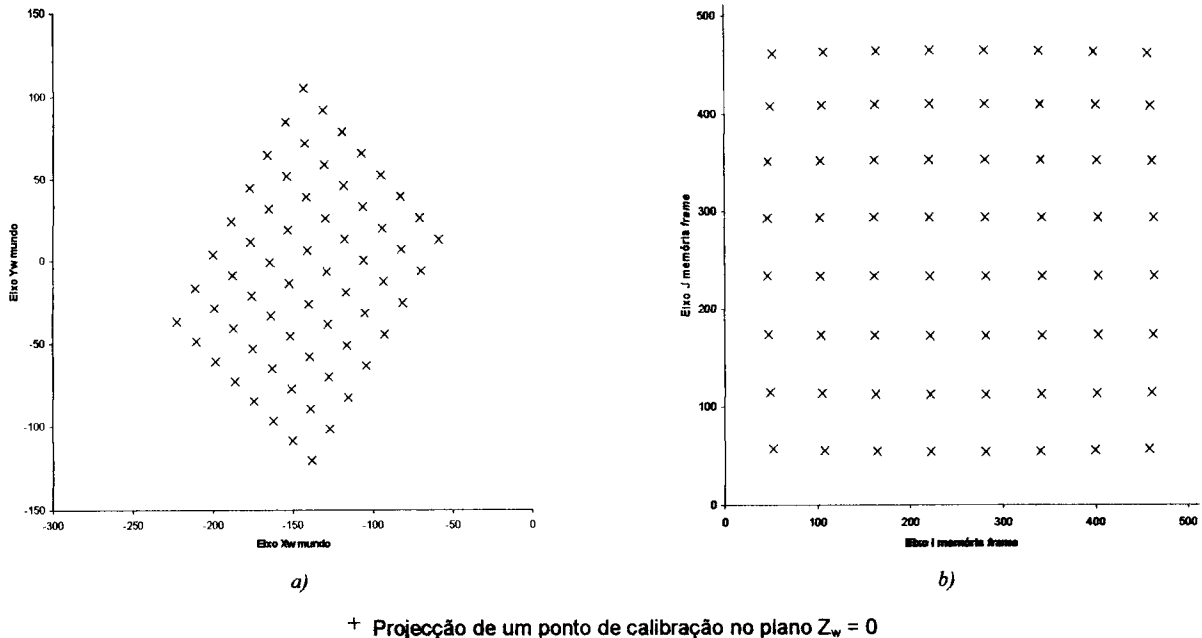


Figura 5.4 – Distribuição dos pontos de calibração *coplanares* obtidos na simulação de uma câmara com distorção radial da lente: a) no plano de calibração, b) na memória *frame*.

Observa-se na Fig. 5.4 que a distribuição dos pontos de calibração *coplanares* é regular no plano de calibração, mas verifica-se uma pequena irregularidade dessa distribuição na memória *frame*. Esta irregularidade deve-se mais uma vez ao facto de haver distorção radial da lente, apesar desse valor ser reduzido.

5.2 Calibração de Câmaras Utilizando os Métodos *Pin Hole* e *Tsai Modificado*

Nesta secção, são apresentados os resultados de dois métodos de calibração de câmaras utilizando as implementações *CalCameraPinHole* e *CalCameraTsaiM*. O primeiro consiste na calibração de uma câmara pelo método *Pin Hole* proposto em [Hall, 1982] (apresentado no capítulo 3, secção 1.1), utilizando pontos de calibração não *coplanares*; e o segundo consiste na calibração de uma câmara pelo método *Tsai* modificado proposto em [Tavares, 1995] (apresentado no capítulo 3, secção 1.4), utilizando pontos de calibração *coplanares*.

5.2.1 Câmara com Modelo Pin Hole e Pontos de Calibração Não Coplanares

Nesta subsecção, são apresentados os resultados da implementação *CalCameraPinHole* para duas calibrações de câmaras utilizando o método de calibração *Pin Hole*.

Primeira Calibração

Nesta primeira calibração, foi utilizado um conjunto de pontos de calibração não *coplanares* determinado na primeira simulação apresentada na subsecção 5.1.1 (não inclui distorção radial da lente), através da implementação *SimCamera*. Com este conjunto de pontos de calibração utilizou-se a implementação *CalCameraPinHole* com os parâmetros de entrada apresentados na *Tab. 5.5*.

<i>Ficheiro de Entrada</i>	<i>CalPoints_N_Copl1.txt</i>	<i>Cx</i>	256
<i>Ficheiro de Saída</i>	<i>Calibrac_N_Copl1.txt</i>	<i>Cy</i>	256
<i>Encontrar Centro</i>	<i>unchecked</i>	<i>dx</i>	8.37765957e-3
		<i>dy</i>	8.075601357e-3

Tabela 5.5 – Parâmetros de entrada para a implementação *CalCameraPinHole* utilizados na primeira calibração de uma câmara com modelo *Pin Hole*.

Os resultados obtidos pela implementação *CalCameraPinHole* são apresentados na *Fig. 5.5*, através do conteúdo do ficheiro de saída desta implementação.

CalCameraPinHole Results with:		
dx = 0.00837765957, dy = 0.008075601357, Cx = 256, Cy = 256		
Input file:CalPoints_N_Copl1.txt with 65 calibration points.		
Rotation Matrix R:		
0.749999999940743	-0.433012701926272	0.500000000059192
0.649519052915297	0.624999999896406	-0.433012701926344
-0.124999999954255	0.649519052913889	0.749999999942187
Translation vector T: (99.999999999802, 99.999999999977, 1999.99999999541)		
Focal length f: 49.9999999998864		

Figura 5.5 – Conteúdo do ficheiro de saída da implementação *CalCameraPinHole* para a primeira calibração de uma câmara com modelo *Pin Hole*.

Observando a Fig. 5.5 conclui-se que a implementação *CalCameraPinHole* obteve resultados de boa qualidade, visto que os valores dos parâmetros são praticamente idênticos àqueles utilizados na simulação da câmara para a determinação destes pontos de calibração (Tab. 5.1).

Segunda Calibração

Na segunda calibração, foi utilizado um conjunto de pontos de calibração não *coplanares* determinado na segunda simulação de uma câmara apresentada na subsecção 5.1.1 (inclui distorção radial da lente de valor igual a 0.01), através da implementação *SimCamera*. Com este conjunto de pontos de calibração utilizou-se a implementação *CalCameraPinHole* com os parâmetros de entrada apresentados na Tab. 5.6.

Ficheiro de Entrada	CalPoints_N_Copl2.txt	Cx	256
Ficheiro de Saída	Calibrac_N_Copl2.txt	Cy	256
Encontrar Centro	unchecked	dx	8.37765957e-3
		dy	8.075601357e-3

Tabela 5.6 – Parâmetros de entrada para a implementação *CalCameraPinHole* utilizados na segunda calibração de uma câmara com modelo Pin Hole.

Os resultados obtidos nesta calibração são apresentados na Fig. 5.6, através do conteúdo do ficheiro de saída desta implementação.

CalCameraPinHole Results with:		
dx = 0.00837765957, dy = 0.008075601357, Cx = 256, Cy = 256		
Input file: CalPoints_N_Copl2.txt with 65 calibration points.		
Rotation Matrix R:		
0.75642981247564	-0.436749733225503	0.504470546166936
0.643635251193439	0.619303429810105	-0.429332949310068
-0.124771792881902	0.876420844554917	0.465100529918728
Translation vector T: (100.840344351895, 99.1480735797963, 2500.46100875994)		
Focal length f: 59.6944741280946		

Figura 5.6 – Conteúdo do ficheiro de saída da implementação *CalCameraPinHole* para a segunda calibração de uma câmara com modelo Pin Hole.

Observando a Fig. 5.6, verifica-se que existem variações no valor dos parâmetros estimados relativamente àqueles apresentados na Tab. 5.2, e que foram escolhidos para gerar os pontos não *coplanares* utilizados nesta calibração. Este facto deve-se à existência de distorção radial da lente na geração desses pontos. Visto que, o método *Pin Hole* não tem em consideração este parâmetro, existe uma certa compensação reflectida em alguns dos parâmetros estimados, nomeadamente, na distância focal efectiva f (valor real = 50.0 e estimado $\cong$ 59.7), na matriz de rotação 3D (valores reais: R_{31} = -0.124999, R_{32} = 0.649519, R_{33} = 0.749999 e estimados: R_{31} $\cong$ -0.124772, R_{32} $\cong$ 0.876403, R_{33} $\cong$ 0.465100) e no vector de translação 3D segundo o eixo Z (valor real: t_z = 2000.0 e estimado: t_z $\cong$ 2500.5).

5.2.2 Câmara com Modelo Tsai Modificado e Pontos de Calibração Coplanares

Nesta subsecção, são apresentados os resultados da implementação *CalCameraTsaiM* para duas calibrações de câmaras utilizando o método de calibração *Tsai* modificado.

Primeira Calibração

Nesta primeira calibração, foi utilizado um conjunto de pontos de calibração *coplanares* determinado na primeira simulação apresentada na subsecção 5.1.2 (sem distorção radial da lente), através da implementação *SimCamera*. Com este conjunto de pontos de calibração utilizou-se a implementação *CalCameraTsaiM* com os parâmetros de entrada apresentados na Tab. 5.7.

Ficheiro de Entrada	CalPoints_Cop11.txt	Cy	256
Ficheiro de Saída	Calibrac_Cop11.txt	dx	8.37765957e-3
Encontrar Centro	unchecked	dy	8.075601357e-3
Parar	1e-7	Factor Incerteza Horizontal	0.710935
Cx	256		

Tabela 5.7 – Parâmetros de entrada para a implementação *CalCameraTsaiM* utilizados na primeira calibração de uma câmara com modelo *Tsai* modificado.

Os resultados obtidos nesta calibração são apresentados na Fig. 5.7, através do conteúdo do ficheiro de saída desta implementação.

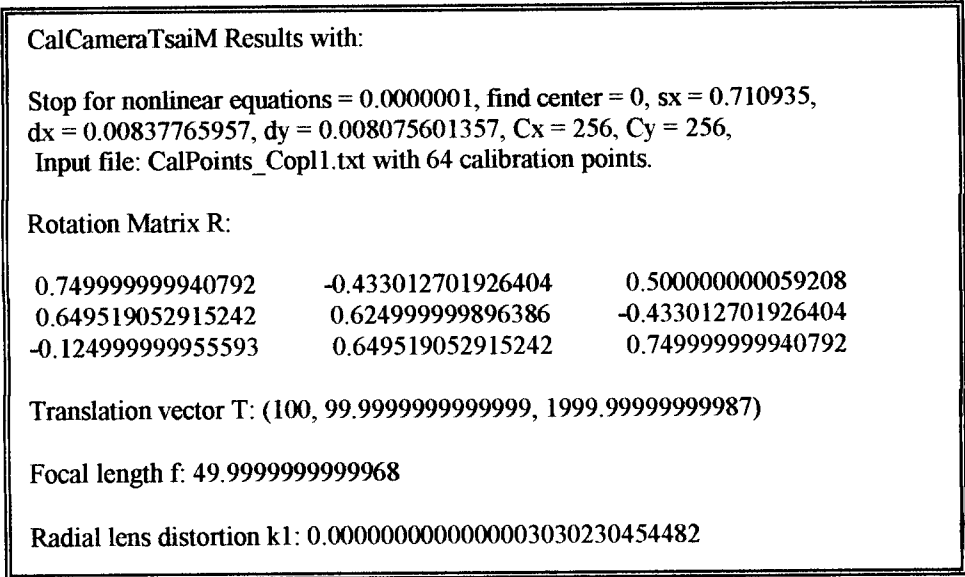


Figura 5.7 – Conteúdo do ficheiro de saída da implementação *CalCameraTsaiM* para a primeira calibração de uma câmara com modelo Tsai modificado.

Observando a Fig. 5.7 conclui-se que a implementação *CalCameraTsaiM* apresenta resultados de boa qualidade para esta experiência. Comparando estes resultados com aqueles obtidos na primeira calibração pelo método *Pin Hole*, verifica-se que, apesar dos valores dos parâmetros estimados serem idênticos, os do método Tsai modificado são ligeiramente melhores.

Segunda Calibração

Na segunda calibração, foi utilizado um conjunto de pontos de calibração *coplanares* determinado na segunda simulação apresentada na subsecção 5.1.2 (com distorção radial da lente de valor igual a 0.01), através da implementação *SimCamera*. Com este conjunto de pontos de calibração utilizou-se a implementação *CalCameraTsaiM* com os parâmetros de entrada apresentados na Tab. 5.8.

Ficheiro de Entrada	CalPoints_Copl2.txt	Cy	256
Ficheiro de Saída	Calibrac_Copl2.txt	dx	8.37765957e-3
Encontrar Centro	unchecked	dy	8.075601357e-3
Parar	1e-7	Factor Incerteza Horizontal	0.710935
Cx	256		

Tabela 5.8 – Parâmetros de entrada para a implementação *CalCameraTsaiM* utilizados na segunda calibração de uma câmara com modelo Tsai modificado.

Os resultados obtidos nesta calibração são apresentados na Fig. 5.8, através do conteúdo do ficheiro de saída desta implementação.

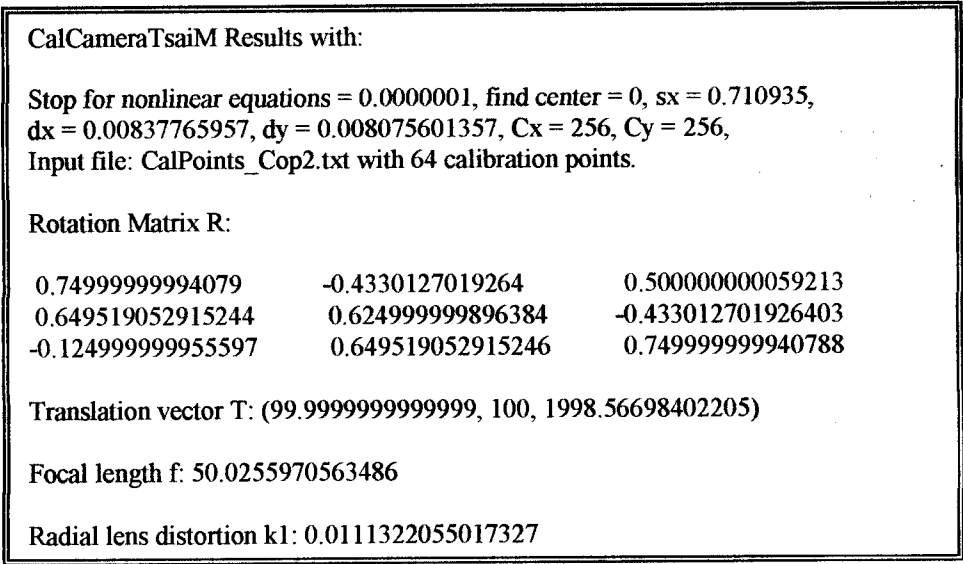


Figura 5.8 – Conteúdo do ficheiro de saída da implementação *CalCameraTsaiM* para a segunda calibração de uma câmara com modelo Tsai modificado.

Através da análise da Fig. 5.8, e ao contrário do que sucede com a segunda calibração pelo método *Pin Hole* apresentada na subsecção 5.2.1, os parâmetros estimados podem ser considerados praticamente idênticos àqueles pressupostos para a câmara na geração dos pontos utilizados para esta calibração. Isto deve-se ao facto do método de calibração de Tsai modificado estimar o parâmetro k_1 (distorção radial da lente). Assim, conclui-se que a implementação *CalCameraTsaiM* apresenta também resultados de boa qualidade para esta segunda calibração.

5.3 Influência dos Vários Parâmetros de Calibração na Recuperação dos Pontos 3D Considerados

Para estudar a influência dos vários parâmetros de calibração na determinação das coordenadas tridimensionais foram seguidos os dois passos seguintes (representados esquematicamente na Fig. 5.9):

Passo 1. Determinação dos pontos 2D na memória *frame*, utilizando a implementação *SimCameraImageCoord* com os seguintes parâmetros de entrada: 9 pontos 3D no referencial mundo, determinados da mesma forma que os pontos de calibração

apresentados nas segundas simulações das subsecções 5.1.1 e 5.1.2 (considerando distorção radial da lente de valor igual a 0.01), e os parâmetros de calibração, determinados pelos métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado para esses pontos, apresentados nas segundas calibrações das subsecções 5.2.1 e 5.2.2.

Passo 2. Recuperação dos pontos 3D no referencial mundo, utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord* com os seguintes parâmetros de entrada: 9 pontos 2D na memória *frame*, determinados no passo anterior, e os parâmetros de calibração também utilizados no passo anterior, estudando a influência da variação do valor de cada um desses parâmetros na recuperação das coordenadas dos pontos 3D considerados.

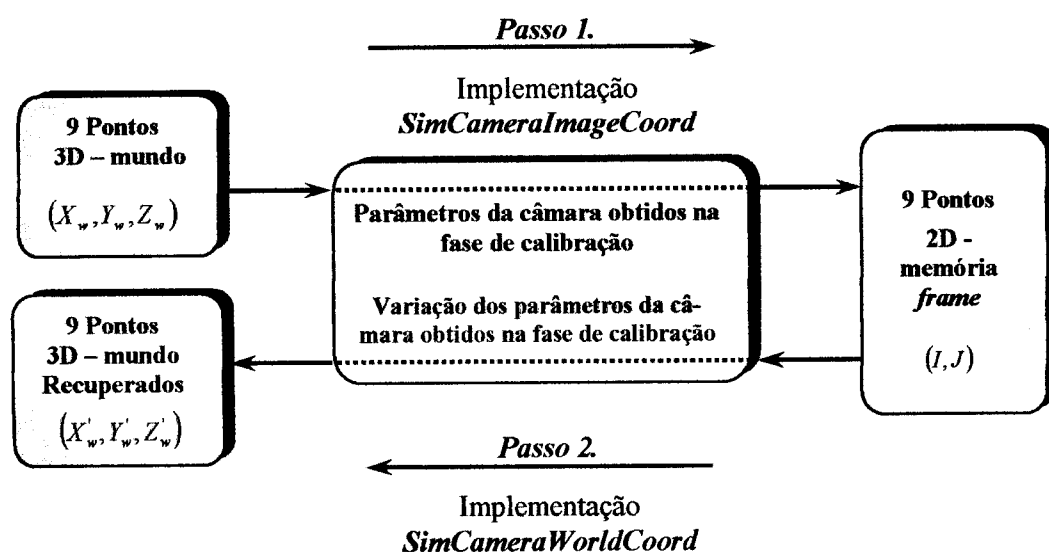


Figura 5.9 – Esquema contendo os parâmetros de entrada e de saída das implementações *SimCameraImageCoord* e *SimCameraWorldCoord* para a simulação de câmaras com geometria interna conhecida.

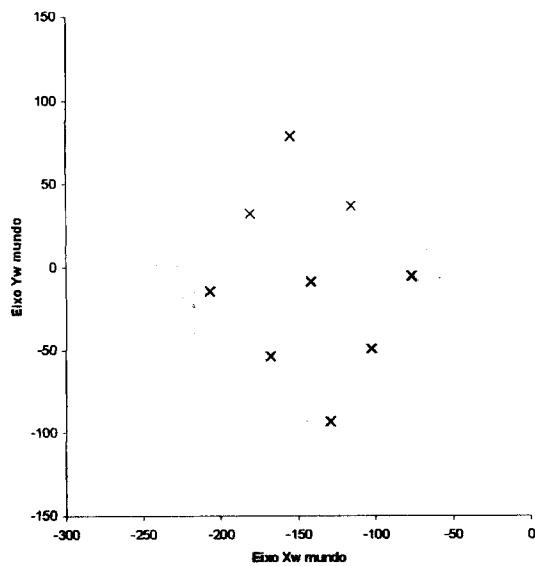
Assim, será estudada a influência dos seguintes parâmetros de calibração, obtidos pelos métodos *Pin Hole* e *Tsai* modificado, na determinação das coordenadas dos pontos 3D recuperados:

- *parâmetros intrínsecos*: centro da imagem na memória *frame*, C_x e C_y , distância entre centros dos elementos sensores vizinhos segundo as direcções X e Y , d_x e d_y , respectivamente, distância focal efectiva, f , factor de incerteza horizontal, s_x , e distorção radial da lente k_1 (estes dois últimos, apenas para o método de *Tsai* modificado).

Visto que o **Passo 1.** irá ser repetido em todos os casos a estudar, começa-se por apresentar os resultados obtidos neste passo para cada um dos métodos de calibração considerados.

5.3.1 Determinação dos Pontos 2D na Memória Frame

Nesta subsecção serão determinados os pontos 2D na memória *frame*, partindo de um conjunto de 9 pontos 3D no referencial mundo e utilizando os parâmetros de calibração obtidos pelos métodos *Pin Hole* (Fig. 5.6) e *Tsai* modificado (Fig. 5.8). Para tal, repetiram-se as experiências realizadas nas segundas simulações das subsecções 5.1.1 e 5.1.2, de forma a que esses 9 pontos sejam gerados com os mesmos parâmetros que os pontos de calibração utilizados para calibrar a câmara em ambos os métodos. Nas Figs. 5.10 e 5.11 estão representadas as distribuições desses pontos no referencial mundo.



x Projecção de um ponto 3D exacto ($Z_w = 0$)

Figura 5.10 – 9 pontos coplanares gerados pela implementação *SimCamera* com os parâmetros de entrada da Tab.5.2.

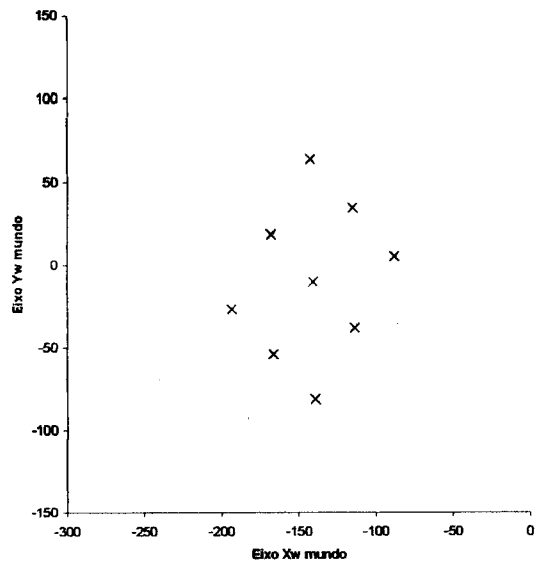


Figura 5.11 – 9 pontos coplanares gerados pela implementação *SimCamera* com os parâmetros de entrada da Tab.5.4.

Câmara calibrada pelo método *Pin Hole*

Para determinar as coordenadas dos pontos 2D na memória *frame*, é utilizada a implementação *SimCameraImageCoord* com os seguintes parâmetros de entrada: 9 pontos 3D no referencial mundo (Fig. 5.10) e os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos na segunda calibração da subsecção 5.2.1 (Fig. 5.6).

Esta implementação tem como saída as coordenadas dos pontos 2D na memória *frame* para esta experiência. A distribuição destes pontos está representada na Fig. 5.12.

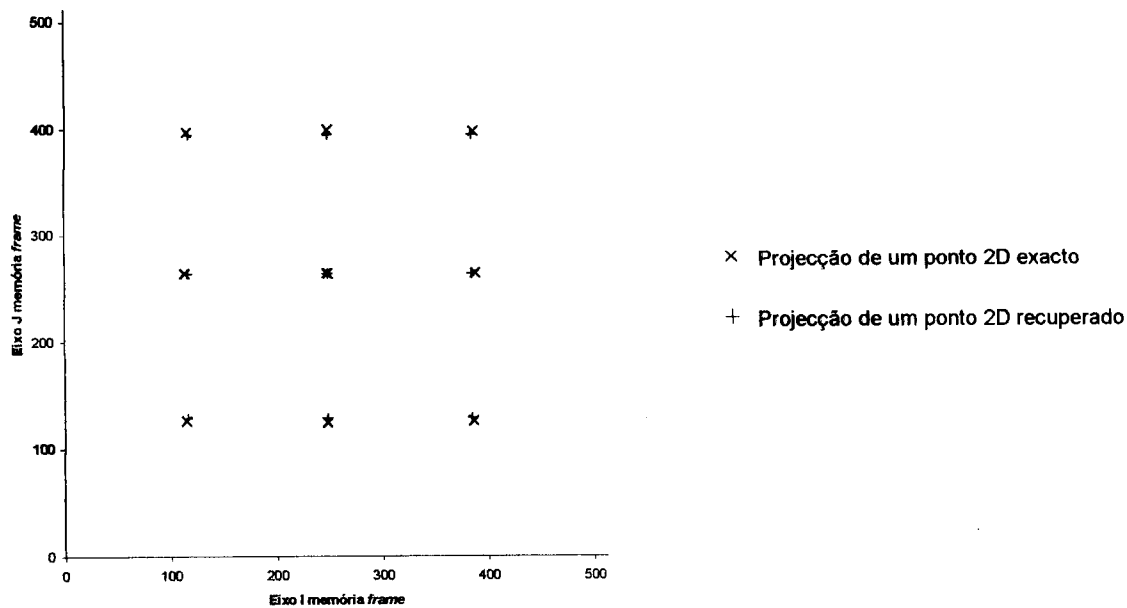


Figura 5.12 – Simulação de uma câmara com parâmetros estimados pelo método *Pin Hole*: distribuição dos pontos 2D exactos e recuperados na memória *frame*.

Na Fig. 5.12 observa-se que existe uma pequena diferença entre as coordenadas dos pontos 2D exactos, determinados pela implementação *SimCamera*, e as coordenadas dos pontos 2D recuperados, determinados pela implementação *SimCameraImageCoord*. Como seria de esperar, esta diferença deve-se ao facto de os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos na fase de calibração pelo método *Pin Hole* (Fig. 5.6) serem diferentes daqueles escolhidos para gerar os pontos exactos e, para além disso, considerar a distorção radial da lente nula.

Câmara calibrada pelo método Tsai modificado

Para determinar as coordenadas dos pontos 2D na memória *frame* pelo método de calibração de *Tsai* modificado, é utilizada a implementação *SimCameraImageCoord* com os seguintes parâmetros de entrada: 9 pontos 3D no referencial mundo (Fig. 5.11) e os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos na segunda calibração da subsecção 5.2.2 (Fig. 5.8).

Esta implementação tem como saída as coordenadas dos pontos 2D na memória *frame* e a sua distribuição está representada na Fig. 5.13. Nessa figura, observa-se que as coordenadas dos pontos 2D na memória *frame* exactos e recuperados estão praticamente sobrepostas, isto deve-se ao facto de os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos na fase de calibração por este método serem muito próximos daqueles escolhidos para gerar os pontos exactos.

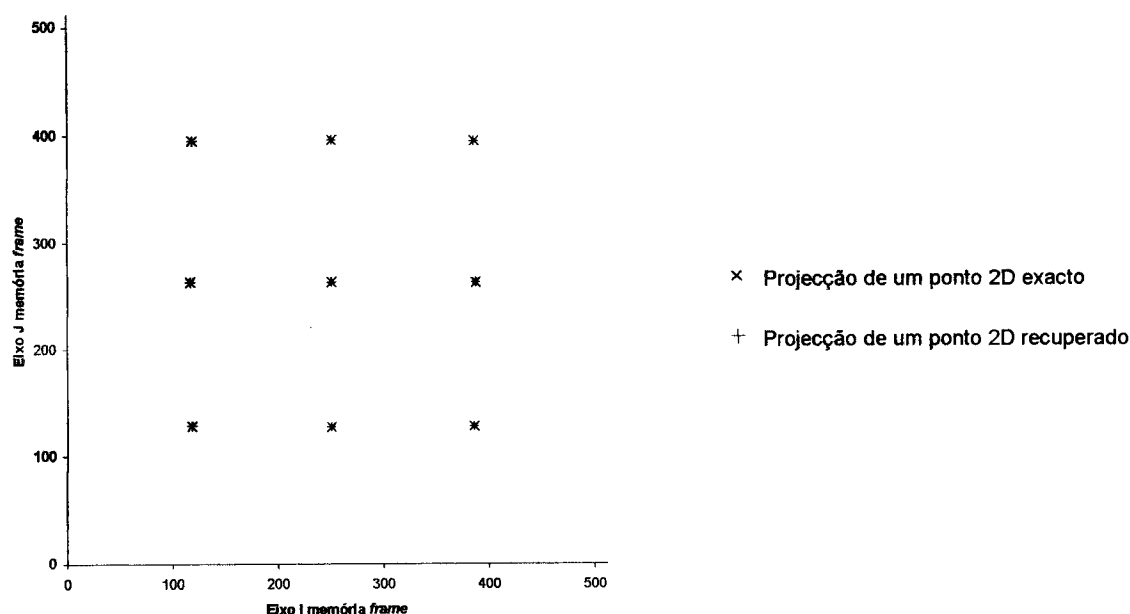


Figura 5.13 – Simulação de câmaras com parâmetros estimados pelo método Tsai modificado: distribuição dos pontos 2D exactos e recuperados na memória frame.

5.3.2 Recuperação dos Pontos 3D no Referencial Mundo

Nesta subsecção serão determinados os pontos 3D no referencial mundo, utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord*, com os seguintes parâmetros de entrada: 9 pontos 2D na memória *frame* (determinados na subsecção anterior) e os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos pelos métodos de calibração *Pin Hole* (Fig. 5.6) e *Tsai* modificado (Fig. 5.8), também utilizados na subsecção anterior. No entanto, para cada experiência que será apresentada proceder-se-á à alteração do valor de cada um desses parâmetros, de forma a observar-se o seu efeito na recuperação das coordenadas 3D dos pontos considerados.

i. Variação do centro da imagem na memória *frame* segundo a direcção do eixo X (c_x)

Neste ponto, pretende-se verificar a influência do parâmetro c_x , centro da imagem na memória *frame* na direcção X , na determinação das coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados e a comparação dos dois métodos de calibração para diferentes valores deste parâmetro.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole

Nesta simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCameraWorldCoord* determinados na segunda calibração do ponto 5.2.1 (Fig. 5.6) e apresentados agora na Tab. 5.9.

Para estudar a influência do parâmetro c_x na determinação das coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados, são apresentados na Tab. 5.9 três valores deste parâmetro diferentes daquele utilizado para gerar os pontos exactos (sendo o valor correcto de c_x igual a 256).

Ficheiro de Entrada	<i>SimImageCalPoints_Exp_PH.txt</i>	tx	100.840344351895
Cy	256	ty	99.1480735797963
dx	8.37765957e-3	tz	2500.46100875994
dy	8.075601357e-3	Distância Focal	59.6944741280946
Matriz de Rotação R			
	0.75642981247564	-0.436749733225503	0.504470546166936
	0.643635251193439	0.619303429810105	-0.429332949310068
	-0.124771792881902	0.876420844554917	0.465100529918728
	Experiência 1	Experiência 2	Experiência 3
Cx	266	246	200

Tabela 5.9 – Parâmetros de entrada da implementação *SimCameraWorldCoord* utilizados na simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole. Experiências realizadas para vários valores do parâmetro c_x (cujo valor correcto é 256).

Esta implementação, para as três experiências realizadas, tem como saída as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados e os desvios entre essas coordenadas recuperadas e as dos respectivos pontos exactos, bem como o seu desvio médio.

A distribuição, no referencial mundo, dos pontos 3D recuperados e exactos para as três experiências realizadas está representada na Fig. 5.14. Observa-se nessa figura que a distribuição dos pontos recuperados é praticamente idêntica à dos pontos exactos, estando apenas deslocados destes segundo a direcção da seta desenhada na figura central, à medida que o valor do parâmetro c_x diminui.

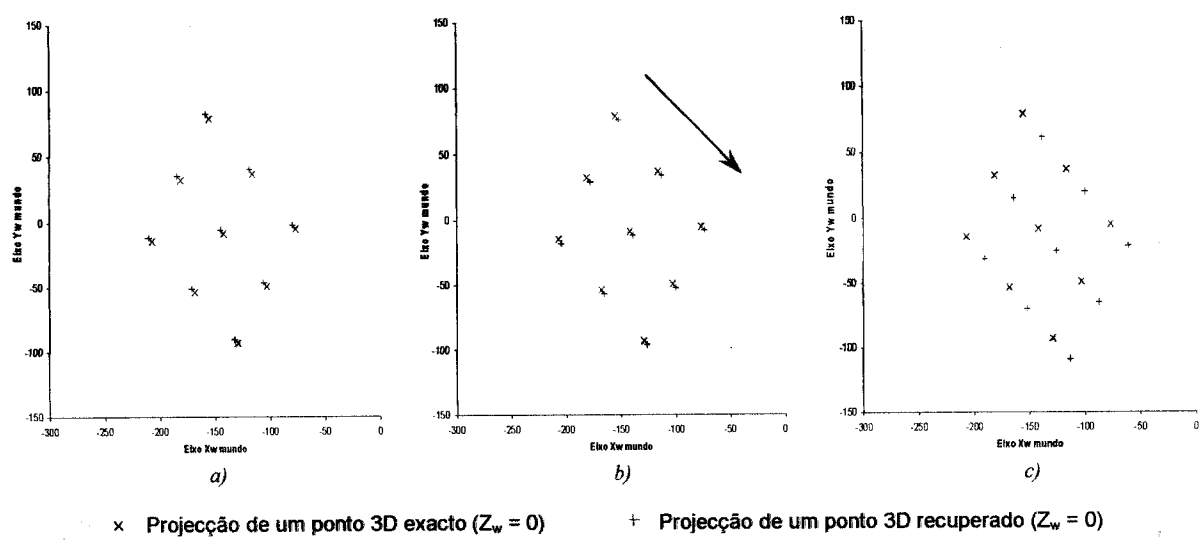


Figura 5.14 – Distribuição dos pontos exactos e recuperados no referencial mundo obtidos na simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole e para os valores de c_x (cujo valor correcto é 256): a) 266, b) 246 e c) 200.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado

Para esta simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCameraWorldCoord* determinados na segunda calibração da subsecção 5.2.2 (Fig. 5.8) e apresentados agora na Tab. 5.10.

Ficheiro de Entrada	SimImageCalPoints_Exp_Tsai.txt	tx	99.9999999999999
Cy	256	ty	100.0
dx	8.37765957e-3	tz	1998.56698402205
dy	8.075601357e-3	Distância Focal	50.0255970563486
Factor Incerteza Horizontal	0.710935	Distorção Radial da Lente	0.0111322055017327
Matriz de Rotação R			
	0.74999999994079	-0.4330127019264	0.500000000059213
	0.649519052915244	0.624999999896384	-0.433012701926403
	-0.124999999955597	0.649519052915246	0.749999999940788
Experiência 1 Experiência 2 Experiência 3			
Cx	266	246	200

Tabela 5.10 – Parâmetros de entrada da implementação *SimCameraWorldCoord* para simulação uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado. Experiências realizadas para vários valores do parâmetro c_x (cujo valor correcto é 256).

Esta implementação, para as três experiências realizadas, tem como saída as coordenadas 3D dos pontos recuperados no referencial mundo e os desvios entre essas coordenadas recuperadas e as dos respectivos pontos exactos, bem como o seu desvio médio. A distribuição, no referencial mundo, dos pontos recuperados e exactos para as três experiências realizadas está representada na Fig. 5.15.

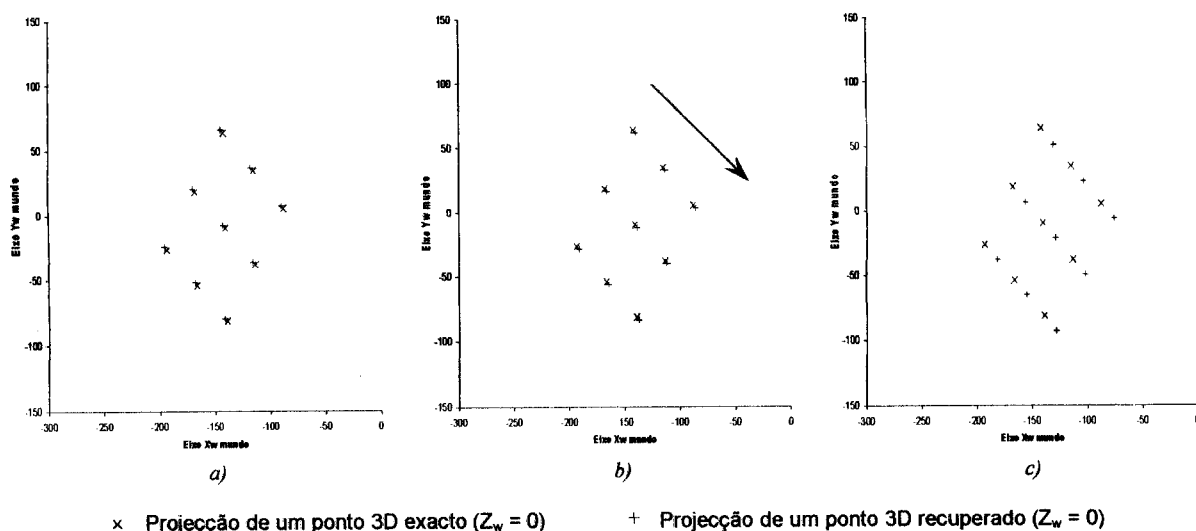


Figura 5.15 – Distribuição dos pontos exactos e recuperados no referencial mundo obtidos na simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado e para os valores de c_x (cujo valor correcto é 256): a) 266, b) 246 e c) 200.

Tal como na experiência realizada anteriormente, observa-se que a distribuição dos pontos recuperados é praticamente idêntica à dos pontos exactos, estando apenas deslocados deste segundo a direcção da seta representada na figura central.

Comparação dos resultados obtidos pelos dois métodos de calibração

Após as experiências realizadas para a determinação das coordenadas 3D dos pontos recuperados para os diferentes valores do parâmetro c_x , irão ser comparados os dois métodos de calibração utilizados a partir dos desvios médios calculados da seguinte forma:

$$\text{desvio médio em } X_w = \frac{\sum_{i=1}^n |X_{wEi} - X_{wRi}|}{n} \quad \text{e} \quad \text{desvio médio em } Y_w = \frac{\sum_{i=1}^n |Y_{wEi} - Y_{wRi}|}{n}$$

onde X_{wEi} é a coordenada 3D do i -ésimo ponto exacto segundo o eixo X , X_{wRi} é a coordenada 3D do i -ésimo ponto recuperado segundo o eixo X , Y_{wEi} é a coordenada 3D do i -ésimo ponto exacto

segundo o eixo Y , Y_{wRi} é a coordenada 3D do i -ésimo ponto recuperado segundo o eixo Y e n é número de pontos considerados nesta experiência. Na *Tab. 5.11*, são apresentados estes desvios médios.

C_x	Pin Hole		Tsai modificado	
	Desvio médio em X_w	Desvio médio em Y_w	Desvio médio em X_w	Desvio médio em Y_w
266	2.904283999	3.056603599	2.043419599	2.127756454
246	2.92048476	3.008784679	2.039912507	2.123701929
200	16.21175745	16.84908523	11.39383201	11.85666457

Tabela 5.11 – Desvios médios nas direcções dos eixos X_w e Y_w para os diferentes valores do parâmetro c_x (cujo valor correcto é 256) e para os métodos de calibração Pin Hole e Tsai modificado.

Pela análise da *Tab. 5.11* verifica-se que, para os diferentes valores do parâmetro c_x , os desvios médios em X_w e em Y_w para os dois métodos tem valores praticamente semelhantes. Verifica-se também que as experiências realizadas com os parâmetros estimados pelo método de Tsai modificado originam melhores resultados, isto é, as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados nas direcções X e Y são, em média, mais próximas das coordenadas 3D dos pontos exactos.

ii. Variação do centro da imagem na memória *frame* segundo a direcção do eixo Y (c_y)

Neste ponto, pretende-se verificar a influência do parâmetro c_y , centro da imagem na memória *frame* segundo a direcção do eixo Y , na determinação das coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados e a comparação dos métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado. Para tal, realizaram-se três experiências para cada um dos métodos e considerando os valores do parâmetro c_y apresentados na *Tab. 5.12* (sendo o seu valor correcto igual a 256).

	Experiência 1	Experiência 2	Experiência 3
C_y	266	246	200

Tabela 5.12 – Experiências realizadas para diferentes valores do parâmetro c_y (cujo valor correcto é 256) na simulação de uma câmara calibrada pelos métodos Pin Hole e Tsai modificado e utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord*.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole

Nesta simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCameraWorldCoord* apresentados na Fig. 5.6 e com valores do parâmetro c_y apresentados na Tab. 5.12.

A distribuição, no referencial mundo, dos pontos recuperados e exactos para as três experiências realizadas está representada na Fig. 5.16.

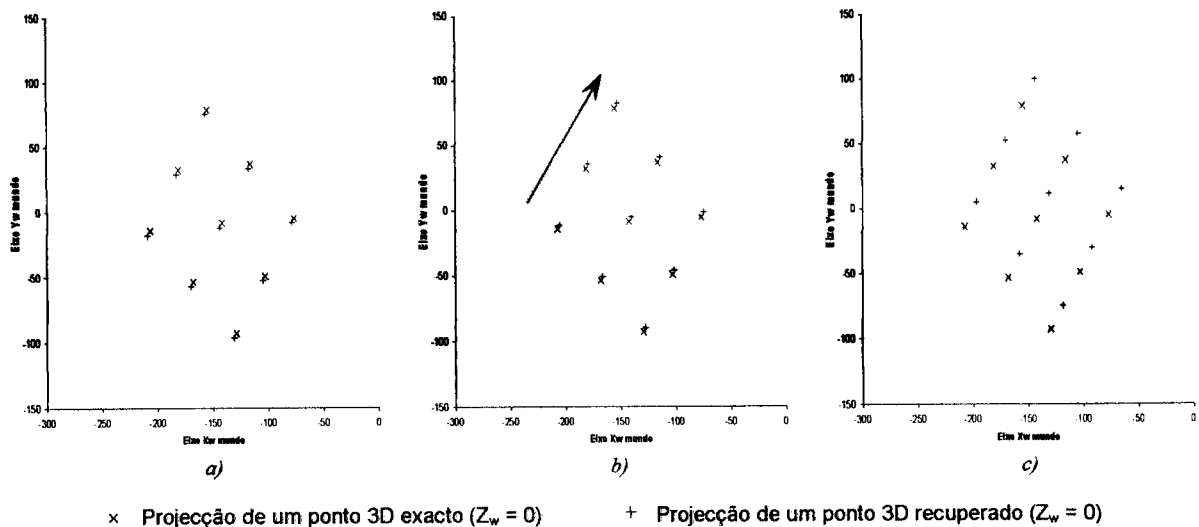


Figura 5.16 – Distribuição dos pontos exactos e recuperados no referencial mundo obtidos na simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole e para os valores de c_y (cujo valor correcto é 256): a) 266, b) 246 e c) 200.

Observa-se na Fig. 5.16 que a distribuição dos pontos recuperados é praticamente idêntica à dos pontos exactos, estando apenas deslocados destes segundo a direcção da seta desenhada na figura central, e de acordo com a diminuição do valor do parâmetro c_y .

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado

Nesta simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCameraWorldCoord* apresentados na Fig. 5.8 e na Tab. 5.12.

A distribuição, no referencial mundo, dos pontos exactos e recuperados para as três experiências realizadas está representada na Fig. 5.17. Tal como na experiência realizada anteriormente, observa-se que a distribuição dos pontos recuperados é praticamente idêntica à dos pontos exactos, estando

apenas deslocados destes segundo a direcção da seta representada na figura central, à medida que o valor do parâmetro c_y diminui.

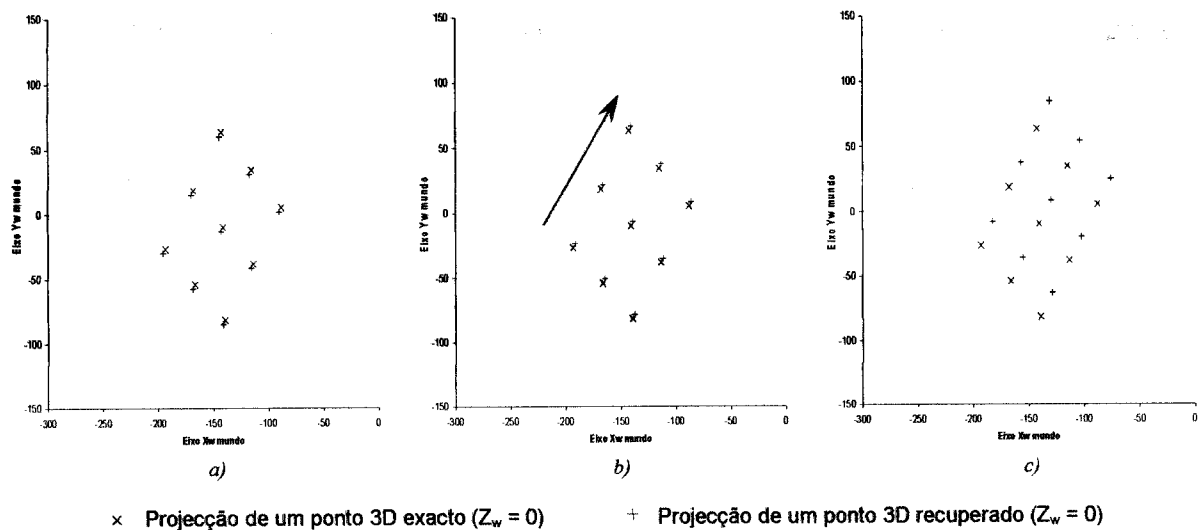


Figura 5.17 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos na simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado e para os valores de c_y (cujo valor correcto é 256): a) 266, b) 246 e c) 200.

Comparação dos resultados obtidos pelos dois métodos de calibração

Após as experiências realizadas para a determinação das coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados para os diferentes valores do parâmetro c_y , irão ser comparados os desvios médios para os dois métodos de calibração utilizados e apresentados na Tab. 5.13.

Cy	Pin Hole		Tsai modificado	
	Desvio médio em Xw	Desvio médio em Yw	Desvio médio em Xw	Desvio médio em Yw
266	1.964266376	3.410075416	1.932511096	3.350827944
246	1.991829967	3.458153224	1.936842519	3.35892537
200	11.15734115	19.37055595	10.93144061	18.96529838

Tabela 5.13 – Desvios médios nas direcções dos eixos X_w e Y_w para os diferentes valores do parâmetro c_y (cujo valor correcto é 256) e para os métodos de calibração Pin Hole e Tsai modificado.

Pela análise da Tab. 5.13, verifica-se que os valores do desvio médio em cada um dos métodos de calibração utilizados são muito próximos; no entanto, o método de Pin Hole apresenta sempre piores resultados.

Observando novamente as *Tab*s. 5.11 e 5.13 verifica-se que, para variações do parâmetro c_x e tendo em conta o *setup* utilizado, os desvios médios em X_w e em Y_w tem valores praticamente semelhantes e o método de *Tsai* modificado é significativamente melhor, contudo, isto já não se verifica para variações do parâmetro c_y . Isto deve-se ao facto deste método considerar a existência de um factor de incerteza horizontal segundo o eixo x , s_x , que compensa as variações que possam ocorrer segundo esse eixo, facto confirmado pelas experiências realizadas ao longo desta dissertação.

iii. **Variação da distância entre centros dos elementos sensores segundo a direcção do eixo X (d_x)**

Neste ponto, pretende-se verificar a influência do parâmetro d_x , distância entre centros dos elementos sensores segundo a direcção X , na determinação das coordenadas 3D dos pontos recuperados e comparar os dois métodos de calibração para os diferentes valores deste parâmetro apresentados na *Tab*. 5.14 (sendo o seu valor correcto igual a $8.37765957e-3$).

	<i>Experiência 1</i>	<i>Experiência 2</i>	<i>Experiência 3</i>
d_x	9.37765957e-3	7.37765957e-3	0.37765957e-3

*Tabela 5.14 – Experiências realizadas para diferentes valores do parâmetro d_x (cujo valor correcto é $8.37765957e-3$) na simulação de uma câmara calibrada pelos métodos Pin Hole e Tsai modificado e utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord*.*

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole

Nesta simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCameraWorldCoord* apresentados na *Fig*. 5.6 e considerando os valores do parâmetro d_x apresentados na tabela anterior, sendo o seu valor correcto igual a $8.37765957e-3$.

A distribuição, no referencial mundo, dos pontos recuperados e exactos para as três experiências realizadas está representada na *Fig*. 5.18. Observa-se nessa figura que, à medida que o valor de d_x diminui os pontos vão-se “aproximando” segundo a direcção das setas representadas na figura central, até coincidirem. Este facto deve-se à variação do espaço entre os *pixels* na imagem, segundo a direcção X (d_x); o que equivale a simular uma variação do factor de *zoom* segundo esse eixo. Desta observação, confirma-se que este parâmetro tem necessariamente uma influência considerável na distribuição dos pontos 3D no referencial mundo recuperados.

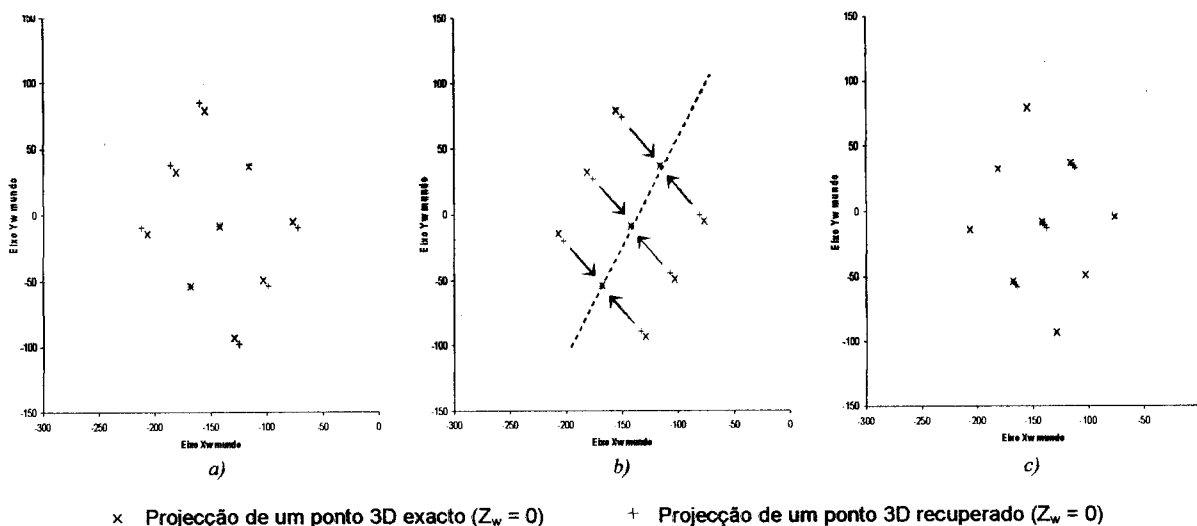


Figura 5.18 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole e para os valores de d_x (cujo valor correcto é $8.37765957e-3$): a) $9.37765957e-3$, b) $7.37765957e-3$ e c) $0.37765957e-3$.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado

Nesta simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCameraWorldCoord* apresentados na Fig. 5.8 e considerando os valores do parâmetro d_x apresentados na Tab. 5.14 (sendo o valor correcto deste parâmetro igual a $8.37765957e-3$).

A distribuição, no referencial mundo, dos pontos recuperados e exactos para as três experiências realizadas está representada na Fig. 5.19.

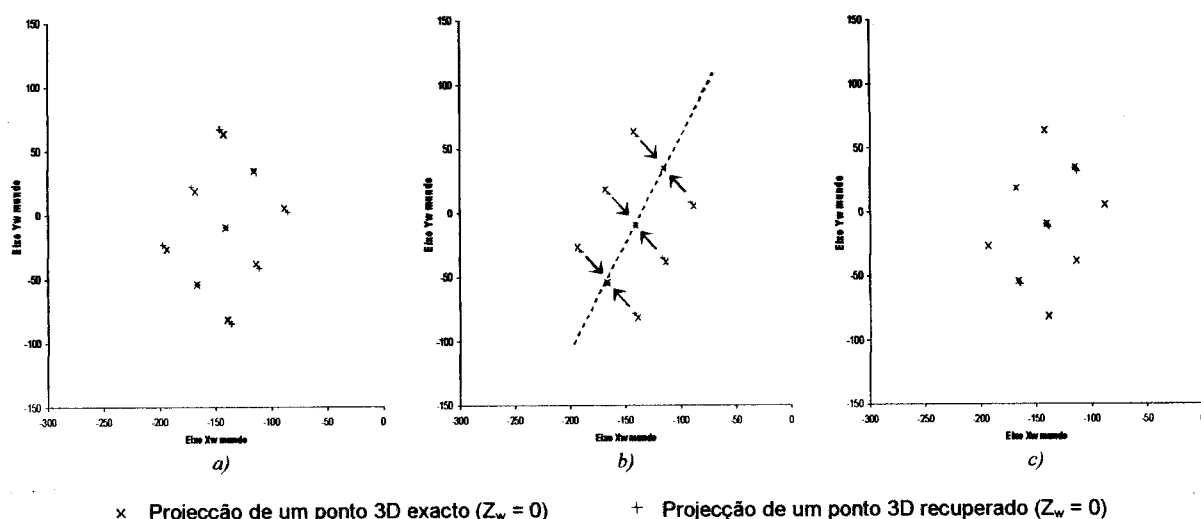


Figura 5.19 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado e para os valores de d_x (cujo valor correcto é $8.37765957e-3$): a) $9.37765957e-3$, b) $7.37765957e-3$ e c) $0.37765957e-3$.

Tal como sucede nas experiências realizadas pelo método *Pin Hole*, verifica-se que à medida que o valor do parâmetro d_x diminui os pontos vão-se “aproximando” segundo a direcção das setas representadas na figura central, até coincidirem.

Comparação dos resultados obtidos pelos dois métodos de calibração

A comparação entre os métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado é realizada a partir dos desvios médios, para os diferentes valores do parâmetro d_x . Na *Tab. 5.15*, são apresentados esses desvios médios.

d_x	<i>Pin Hole</i>		<i>Tsai modificado</i>	
	<i>Desvio médio em Xw</i>	<i>Desvio médio em Yw</i>	<i>Desvio médio em Xw</i>	<i>Desvio médio em Yw</i>
9.37765957e-3	3.199615107	3.345193404	2.244380072	2.336984038
7.37765957e-3	3.205842616	3.332864534	2.232039202	2.3240549
0.37765957e-3	25.58004808	26.62481564	17.63686945	18.36213259

*Tabela 5.15 – Desvios médios nas direcções dos eixos X_w e Y_w para os diferentes valores do parâmetro d_x (cujo valor correcto é 8.37765957e-3) e para os métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado.*

Pela análise da *Tab. 5.15* verifica-se que, para os diferentes valores do parâmetro d_x , a experiência realizada com os parâmetros estimados pelo método de *Tsai* modificado apresenta melhores resultados, isto é, as coordenadas 3D dos pontos recuperados são, em média, mais próximas das coordenadas dos pontos exactos.

iv. Variação da distância entre centros dos elementos sensores segundo a direcção do eixo Y (d_y)

Neste ponto, pretende-se verificar a influência do parâmetro d_y , distância entre centros dos elementos sensores segundo a direcção Y , na determinação das coordenadas 3D dos pontos recuperados e comparar os dois métodos de calibração para os valores deste parâmetro apresentados na *Tab. 5.16* (sendo o seu valor correcto igual a 8.075601357e-3).

	Experiência 1	Experiência 2	Experiência 3
d_y	9.075601357e-3	7.075601357e-3	0.975601357e-3

Tabela 5.16 – Experiências realizadas para diferentes valores do parâmetro d_y (cujo valor correcto é 8.075601357e-3) na simulação de uma câmara calibrada pelos métodos Pin Hole e Tsai modificado e utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord*.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole

Nesta simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCameraWorldCoord* apresentados na Fig. 5.6 e considerando os valores do parâmetro d_y apresentados na Tab. 5.16 (cujo valor correcto desse parâmetro é 8.075601357e-3)..

Para as três experiências realizadas, obtiveram-se as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados e a sua distribuição, bem como a dos pontos exactos, está representada na Fig. 5.20.

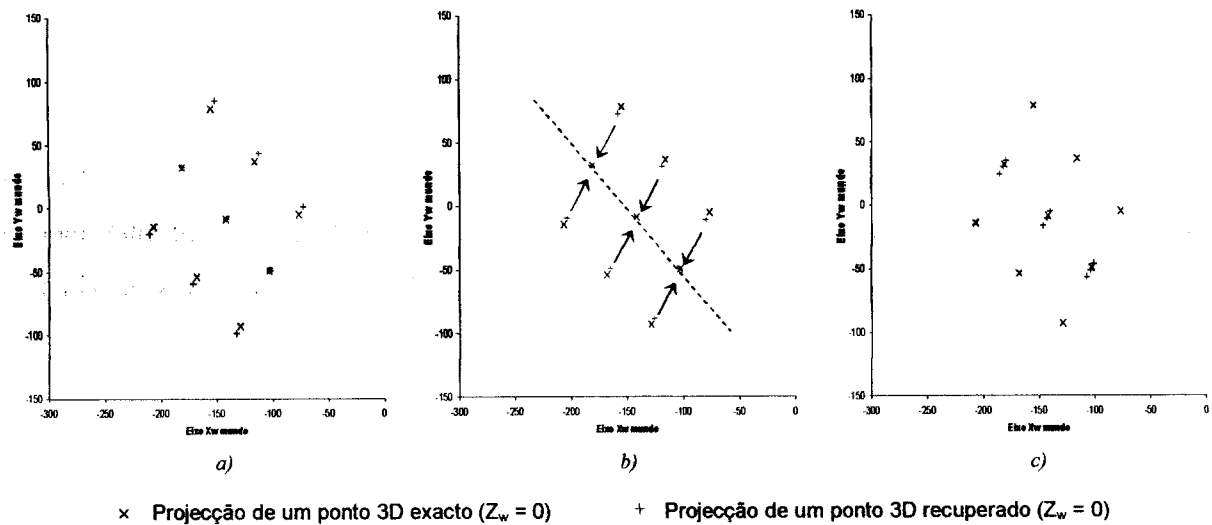


Figura 5.20 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole e para os valores de d_y (cujo valor correcto é 8.075601357e-3): a) 9.075601357e-3, b) 7.075601357e-3 e c) 0.975601357e-3.

Observa-se na Fig. 5.20 que, à medida que o valor do parâmetro d_y diminui, os pontos “aproximam-se” cada vez mais na direcção das setas representadas na figura central, até coincidirem. Este facto deve-se à variação do espaço entre os *pixeis* na imagem, segundo a direcção do eixo Y , d_y . Desta observação, confirma-se que este parâmetro, tal como o parâmetro d_x , tem necessariamente uma influência considerável na distribuição dos pontos 3D.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado

Nesta simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCameraWorldCoord* apresentados na Fig. 5.8 e para os diferentes valores do parâmetro d_y , apresentados na Tab. 5.16 (sendo o seu valor correcto igual a $8.075601357e-3$).

Para as três experiências realizadas, obtiveram-se as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados e a sua distribuição, bem como a dos pontos exactos, está representada na Fig. 5.21.

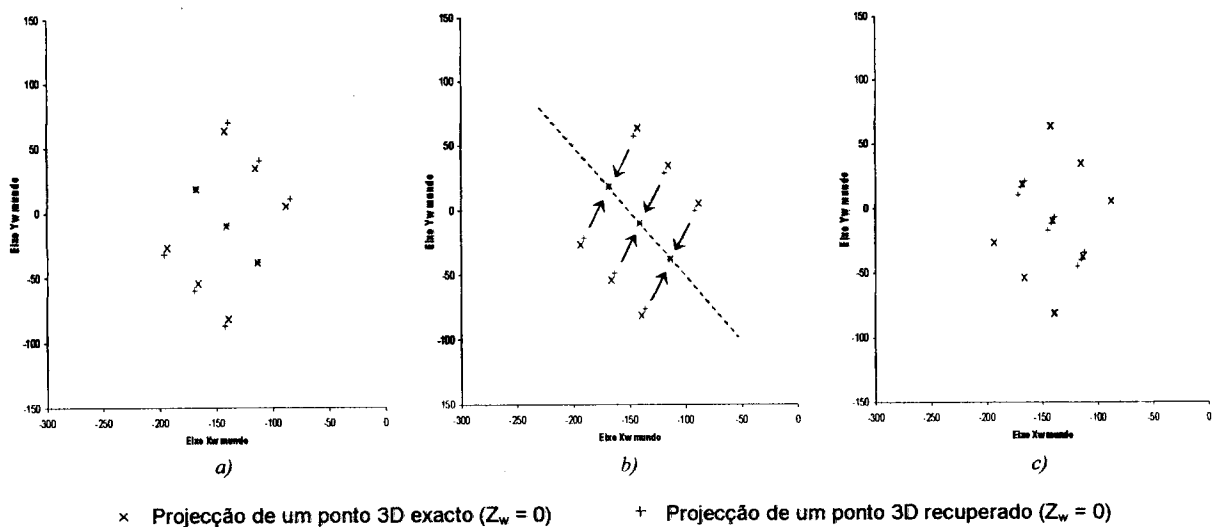


Figura 5.21 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado e para os valores de d_y (cujo valor correcto é $8.075601357e-3$): a) $9.075601357e-3$, b) $7.075601357e-3$ e c) $0.975601357e-3$.

Tal como sucede no método *Pin Hole*, à medida que o valor do parâmetro d_y diminui os pontos vão-se “aproximando” segundo a direcção das setas representadas na figura central, até coincidirem.

Comparação dos resultados obtidos pelos dois métodos de calibração

Na Tab. 5.17 é possível observar os desvios médios obtidos em cada um dos métodos de calibração estudados, para diferentes valores do parâmetro d_y . Pela análise desta tabela, não é possível concluir qual dos métodos de calibração apresenta melhores resultados para variações idênticas do parâmetro d_y , visto que para o valor deste parâmetro igual a $7.075601357e-3$ o método *Pin Hole* apresenta menores desvios e para os restantes valores o método *Tsai* modificado apresenta menores desvios. Por essa razão, realizaram-se novas experiências para valores deste parâmetro iguais a

10.075601357e-3, 5.075601357e-3 e 0.775601357e-3 e verificou-se que o método *Tsai* modificado apresenta sempre menores desvios.

dy	Pin Hole		Tsai modificado	
	Desvio médio em Xw	Desvio médio em Yw	Desvio médio em Xw	Desvio médio em Yw
9.075601357e-3	2.35052903	4.080790787	2.23790328	3.88118294
7.075601357e-3	2.11124035	3.665299527	2.21453519	3.84048077
0.975601357e-3	15.69674259	27.25109527	15.39709720	26.69883701

Tabela 5.17 – Desvios médios nas direcções dos eixos X_w e Y_w para os diferentes valores do parâmetro d_x (cujo valor correcto é 8.075601357e-3) e para os métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado.

v. Variação da distância focal efectiva f

Neste ponto, pretende-se comparar os métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado na determinação das coordenadas 3D dos pontos recuperados para variações idênticas do parâmetro f , distância focal efectiva. Visto que este parâmetro foi estimado na fase de calibração, ele toma valores diferentes em cada um dos métodos utilizados, assim, a comparação será feita variando o valor deste parâmetro na mesma proporção (percentagem) para os dois métodos, e não atribuindo-lhe valores como sucedeu nas experiências apresentadas anteriormente.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método *Pin Hole*

Nesta simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCameraWorldCoord* apresentados na Fig. 5.6 e utilizando os diferentes valores do parâmetro f apresentados na Tab. 5.18.

f	Experiência 1 (+10% do parâmetro calibrado)	Experiência 2 (-10% do parâmetro calibrado)	Experiência 3 (-20% do parâmetro calibrado)
	65.663921540904	53.7250267152851	47.75557930247568

Tabela 5.18 – Experiências realizadas para diferentes valores do parâmetro f (cujo valor estimado é 59.6944741280946) na simulação de uma câmara calibrada pelo método *Pin Hole* e utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord*.

Para as três experiências realizadas, obtiveram-se as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados e a sua distribuição, bem como a dos pontos exactos, está representada na Fig. 5.22.

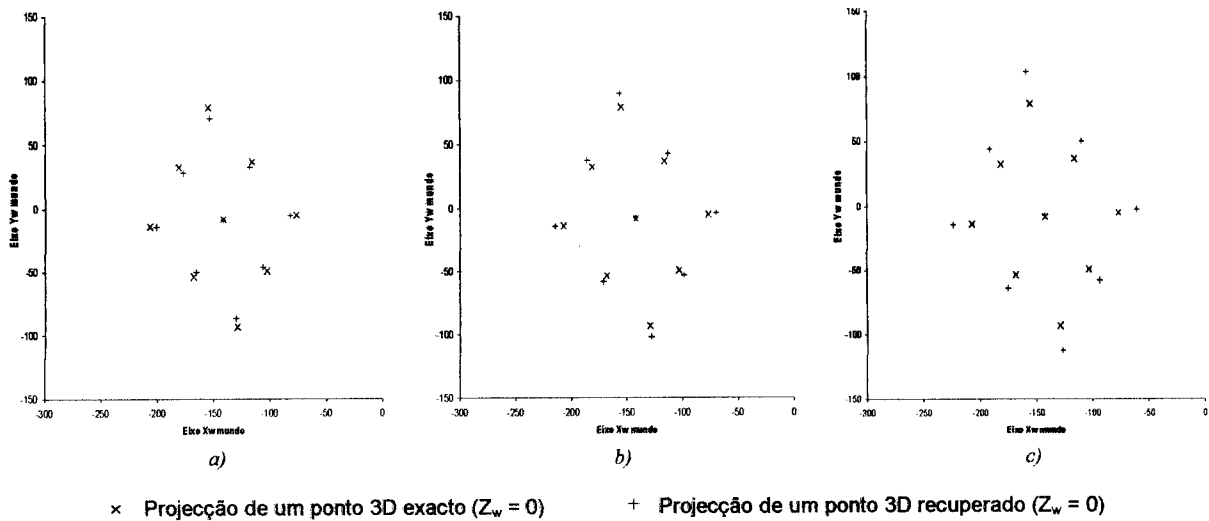


Figura 5.22 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole e para os valores de f (cujo valor estimado é 59.6944741280946): a) 65.663921540904, b) 53.7250267152851 e c) 47.75557930247568.

Como se pode observar na Fig. 5.22, à medida que o valor da distância focal diminui, os pontos “afastam-se” relativamente ao centro da imagem, dando a sensação de proximidade. Desta observação, verifica-se que, apesar deste parâmetro afectar a distribuição dos pontos 3D, mantém a sua forma inicial.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado

Nesta simulação, foram utilizados os parâmetros de entrada para a implementação *SimCameraWorldCoord* apresentados na Fig. 5.8 e utilizando os diferentes valores do parâmetro f apresentados na Tab. 5.19.

	Experiência 1 (+10% do parâmetro calibrado)	Experiência 2 (-10% do parâmetro calibrado)	Experiência 3 (-20% do parâmetro calibrado)
f	55.02815676198346	45.02303735071374	40.02047764507888

Tabela 5.19 – Experiências realizadas para diferentes valores do parâmetro f (cujo valor estimado é 50.0255970563486) para a simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado e utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord*.

Para as três experiências realizadas, obtiveram-se as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados e a sua distribuição, bem como a dos pontos exactos, está representada na Fig. 5.23.

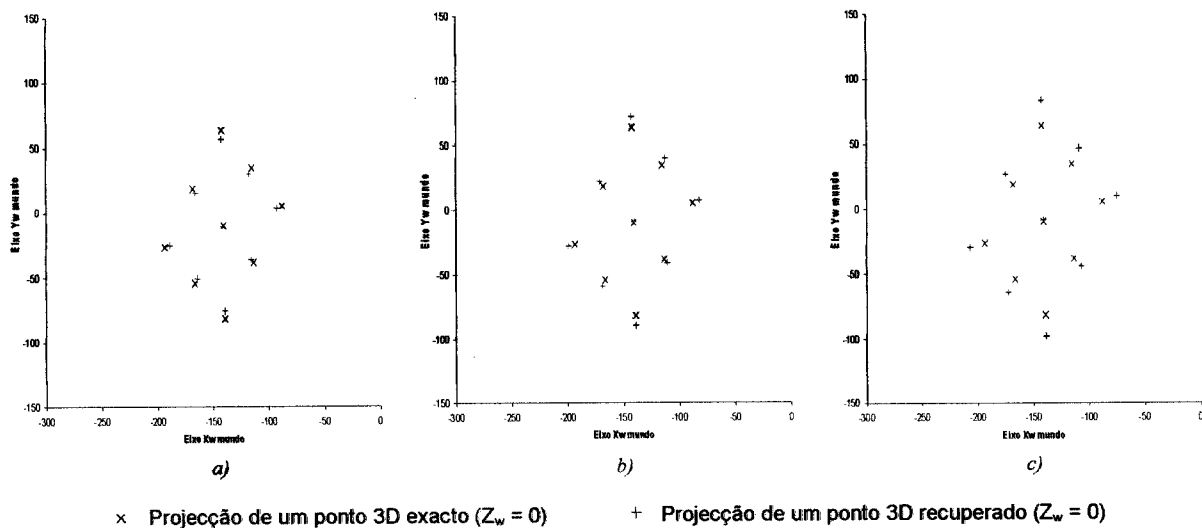


Figura 5.23 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado e para os valores de f (cujo valor estimado é 50.0255970563486): a) 55.02815676198346, b) 45.02303735071374 e c) 40.02047764507888.

Tal como sucede nas experiências equivalentes realizadas para o método *Pin Hole*, à medida que o valor da distância focal diminui, os pontos “afastam-se” relativamente ao centro da imagem, dando a sensação de proximidade.

Comparação dos resultados obtidos pelos dois métodos de calibração

Na Tab. 5.20 é possível observar os desvios médios obtidos em cada um dos métodos de calibração estudados, para variações idênticas (em percentagem) do parâmetro f .

Variação de f	Pin Hole		Tsai modificado	
	Desvio médio em X_w	Desvio médio em Y_w	Desvio médio em X_w	Desvio médio em Y_w
+10%	2.869244651	3.483128964	2.166041691	3.29675681
-10%	3.591535175	4.662731894	2.647934327	4.03158114
-20%	8.036461127	10.24364109	5.958725579	9.07461554

Tabela 5.20 – Desvios médios nas direcções dos eixos X_w e Y_w para variações idênticas do parâmetro f e para os métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai modificado*.

Comparando os desvios médios obtidos, verifica-se que o método de *Tsai* modificado apresenta menores desvios médios em todas as experiências realizadas, ou seja, para variações idênticas do parâmetro f , este método revela-se mais robusto na recuperação das coordenadas 3D no referencial mundo relativamente ao método *Pin Hole*. Tal facto seria de esperar, visto que o método *Pin Hole*, para além de não considerar distorção radial da lente, estima erradamente o valor deste parâmetro.

vi. Variação da distorção radial da lente k_1

Neste ponto, pretende-se estudar a influência da distorção radial da lente, k_1 , na determinação das coordenadas 3D dos pontos recuperados pelo método de *Tsai* modificado. Assim, foram utilizados os parâmetros de entrada apresentados na Fig. 5.8 e diferentes valores para o parâmetro k_1 (Tab. 5.21), sendo o seu valor correcto igual a 0.0111322055017327.

	Experiência 1	Experiência 2	Experiência 3
k_1	0.1	0.001	-0.1

Tabela 5.21 – Experiências realizadas para diferentes valores do parâmetro k_1 (cujo valor correcto é 0.0111322055017327) na simulação de uma câmara calibrada pelo método *Tsai* modificado e utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord*.

A distribuição, no referencial mundo, dos pontos recuperados e exactos para as três experiências realizadas está representada na Fig. 5.24.

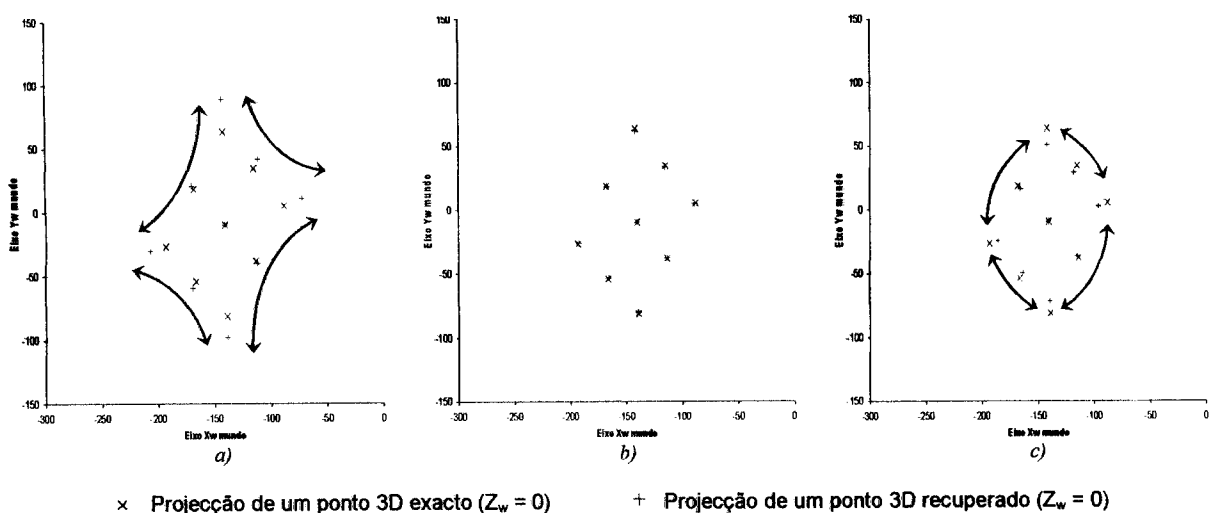


Figura 5.24 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método *Tsai* modificado e para os valores de k_1 (cujo valor correcto é 0.0111322055017327): a) 0.1, b) 0.001 e c) -0.1.

Observando a Fig. 5.24, verifica-se que para valores de k_1 superiores àquele obtido na fase de calibração, a distribuição dos pontos recuperados apresenta um aspecto tal que os pontos nos vértices parecem “esticados” (Fig. 5.24 a)) e, para valores inferiores, esses mesmos pontos apresentam-se “encolhidos” (Fig. 5.24 c)) relativamente aos restantes pontos. Isto deve-se precisamente ao efeito radial provocado pela variação deste parâmetro relativamente ao usado para gerar os pontos exactos.

vii. Variação do factor de incerteza horizontal s_x

Neste ponto, pretende-se estudar a influência do factor de incerteza horizontal, s_x , na determinação das coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados pelo método de Tsai modificado.

Foram utilizados os parâmetros de entrada apresentados na Fig. 5.8 e valores do parâmetro s_x apresentados na Tab. 5.22 (cujo valor correcto é igual a 0.710935).

	Experiência 1	Experiência 2	Experiência 3
s_x	1.0	0.5	0.001

Tabela 5.22 – Experiências realizadas para diferentes valores do parâmetro s_x (cujo valor correcto é 0.710935) na simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado e utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord*.

A distribuição, no referencial mundo, dos pontos recuperados e exactos para as três experiências realizadas está representada na Fig. 5.25.

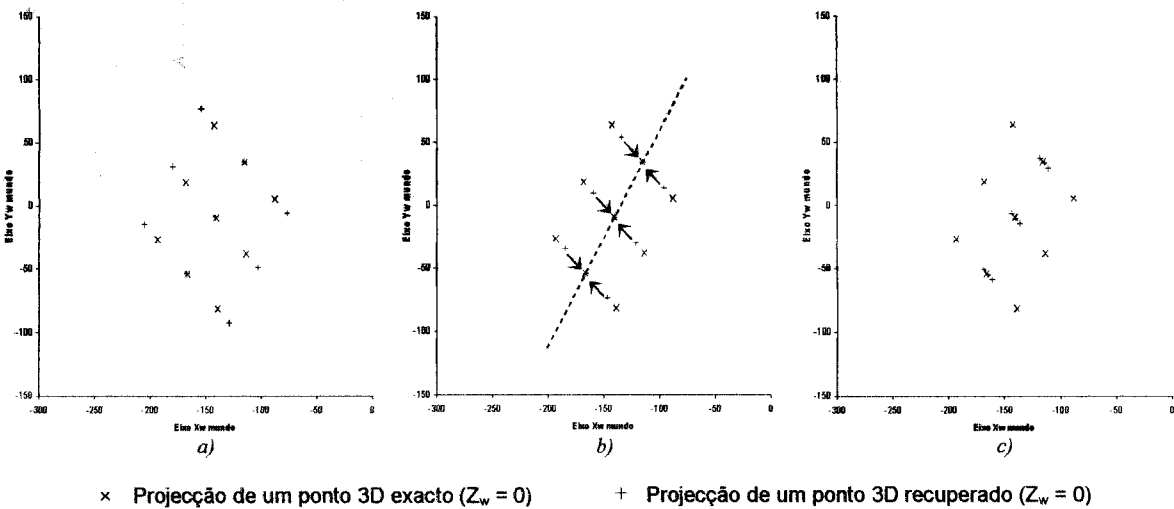


Figura 5.25 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado e para os valores de s_x (valor correcto: 0.710935): a) 1, b) 0.5 e c) 0.1.

Tal como nas experiências realizadas para os diferentes valores do parâmetro d_x (visto que, como já foi referido, no modelo $d'_x = s_x \cdot d_x$), observa-se na Fig. 5.25 que, à medida que o valor do parâmetro s_x diminui, os pontos vão-se “aproximando” cada vez mais na direcção das setas representadas na figura central, até coincidirem.

5.4 Influência dos Erros nas Coordenadas dos Pontos de Calibração na Recuperação dos Pontos 3D Considerados

Neste secção, pretende-se estudar a influência dos erros obtidos na estimativa dos parâmetros da câmara na fase de calibração, causados pela adição de ruído *Gaussiano* às coordenadas 3D/2D dos pontos de calibração, na recuperação dos pontos 3D no referencial mundo considerados. Assim, para se realizar este estudo foram seguidos os dois passos seguintes (representados esquematicamente na Fig. 5.26):

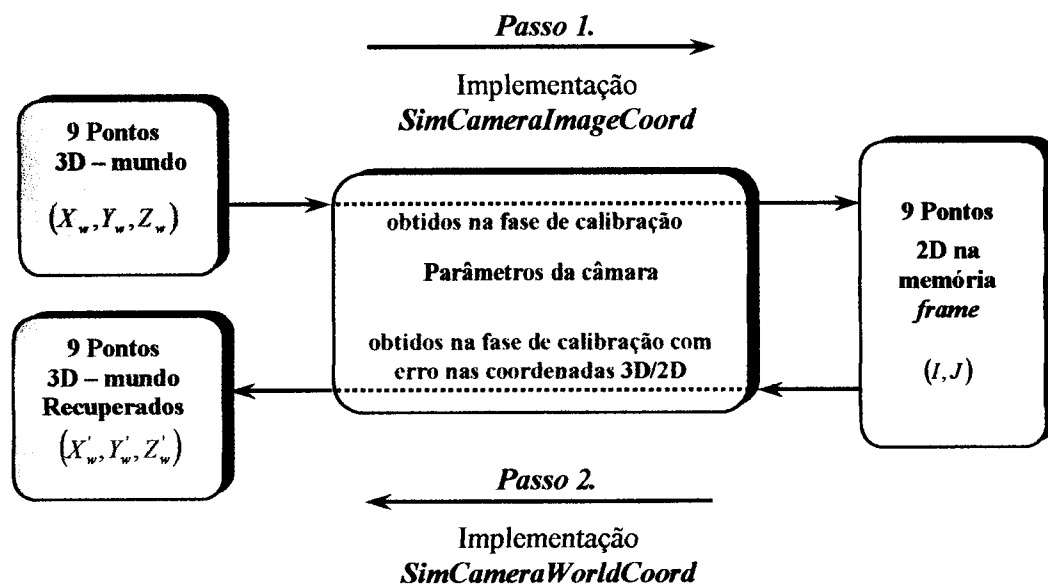


Figura 5.26 – Representação esquemática dos passos seguidos para o estudo da influência dos erros obtidos na fase de calibração, causado pela adição de ruído nas coordenadas 3D/2D dos pontos de calibração, na recuperação dos pontos 3D do referencial mundo considerados.

Passo 1. Determinação dos 9 pontos considerados na memória *frame*, utilizando a implementação *SimCameraImageCoord*, tal como foi descrito no **Passo 1** da secção 5.3.

Passo 2. Recuperação dos pontos 3D no referencial mundo, utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord* com os seguintes parâmetros de entrada: 9 pontos 2D na memória *frame*, determinados no passo anterior, e os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos na fase de calibração utilizando pontos de calibração adicionados de ruído *Gaussiano* nas suas coordenadas 3D /2D (plano de calibração/memória *frame*).

Nas subsecções seguintes são apresentados apenas os resultados das experiências realizadas no **Passo 2** (subsecção 5.4.1), visto que aquelas realizadas no **Passo 1** foram apresentadas na subsecção 5.3.1.

Geração de uma sequência de variáveis aleatórias com distribuição Gaussiana

Para adicionar ruído *Gaussiano* às coordenadas 2D/3D dos pontos de calibração foi necessário seguir os seguintes procedimentos:

- a) Gerar uma sequência de valores aleatórios $Y_1, \dots, Y_n$ uniformemente distribuídos no intervalo $[0,1]$.
- b) O Teorema do Limite Central [Naylor, 1966] afirma que, se Z_n for a soma de n variáveis aleatórias identicamente distribuídas, então, se $n \rightarrow \infty$, a distribuição de probabilidade de Z_n tende para a distribuição *Gaussiana*. Seja Y_i o i -ésimo valor da sequência gerada *Uniformemente*. Então,

$$E[Y_i] = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \text{var}[Y_i] = \frac{1}{12},$$

sendo $E[.]$ e $\text{var}[.]$ o valor esperado e a variância de uma variável aleatória, respectivamente. Assim,

$$E\left[\sum_{i=1}^n Y_i\right] = \frac{n}{2} \quad \text{e} \quad \text{var}\left[\sum_{i=1}^n Y_i\right] = \frac{n}{12}.$$

Deste modo, conclui-se que:

$$Z_n = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{12}}},$$

representa a aproximação de uma variável aleatória *Gaussiana* ($Z_n \sim N(0,1)$).

- c) Considerando $n = 12$ suficientemente grande [Naylor, 1966], a equação anterior vem simplificada da forma:

$$Z_n = \sum_{i=1}^{12} Y_i - 6.$$

- d) Uma variável aleatória X com distribuição *Normal* ($X \sim N(\mu, \sigma^2)$) pode ser standardizada subtraindo-lhe o seu valor esperado (μ) e dividindo o resultado pelo seu desvio padrão ($\sigma > 0$):

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma},$$

onde,

$$\mu = E(X) \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \text{var}(X).$$

Assim, Z tem distribuição *Normal Reduzida* ($Z \sim N(0,1)$).

Ruído Gaussiano adicionado às coordenadas 2D/3D dos pontos de calibração

Para cada experiência a apresentar, é adicionado ruído *Gaussiano* às coordenadas 2D/3D dos pontos de calibração com diferentes parâmetros de distribuição - $N(0, \sigma^2)$, com desvio padrão (σ) igual a 0.25, 2.5 e 6 - de forma a observar-se o seu efeito na recuperação dos pontos 3D do referencial mundo considerados.

As sequências de variáveis aleatórias com distribuição *Gaussiana* foram geradas seguindo o procedimento apresentado anteriormente. Note-se que se trata sempre da mesma sequência, contudo é realizada a transformação apresentada na alínea d) de forma a obter-se a distribuição desejada ($N(0, \sigma^2)$, com σ igual a 0.25, 2.5 e 6). Na Tab. 5.23 são apresentados os valores máximos e mínimos das sequências aleatórias geradas e na Fig. 5.27 é apresentado, a título de exemplo, o histograma da sequência *Gaussiana* gerada com desvia padrão (σ) igual 0.25.

Ruído Gaussiano	Ruído Mínimo	Ruído Máximo
$N(0,0.25^2)$	-0.728991956	0.914270431
$N(0,2.5^2)$	-7.289919555	9.142704308
$N(0,6^2)$	-17.49580693	21.94249034

Tabela 5.23 – Valores máximo e mínimo das sequências aleatórias geradas com distribuição Gaussiana $N(0,\sigma^2)$, com desvio padrão (σ) igual a 0.25, 2.5 e 6. A razão existente entre valores de ruído, quer mínimos quer máximos, é igual à razão dos desvios padrão respectivos.

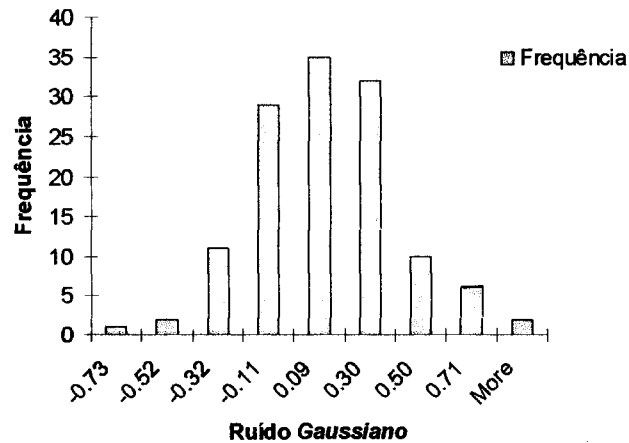


Figura 5.27 – Histograma da sequência aleatória gerada com distribuição Gaussiana $N(0,0.25^2)$.

Como se pode observar na Fig. 5.27, a sequência aleatória gerada segue uma distribuição Gaussiana (Normal), sendo as frequências mais elevadas em torno do valor zero e ocorrendo apenas um caso em que o valor gerado é -0.73 (ruído mínimo) e dois casos em que esse valor é superior a 0.71. Como seria de esperar, tal comportamento também se verifica para as sequências aleatórias geradas com σ igual a 2.5 e igual a 6.

5.4.1 Parâmetros da Câmara Estimados com Erro nas Coordenadas 3D dos Pontos de Calibração

Nesta subsecção são determinados os pontos 3D no referencial mundo, utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord*, com os seguintes parâmetros de entrada: um conjunto de 9 pontos 2D na memória *frame* (determinados na subsecção 5.3.1) e os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos pelos métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado, utilizando os pontos de calibração determinados nas segundas simulações da secção 5.1 (com distorção radial da lente) e adicionados de ruído Gaussiano nas suas coordenadas 3D do plano de calibração.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole

Para verificar o efeito do ruído na recuperação dos pontos 3D do referencial mundo considerados é adicionado ruído *Gaussiano* às coordenadas 3D dos pontos de calibração não *coplanares* (Fig. 5.28).

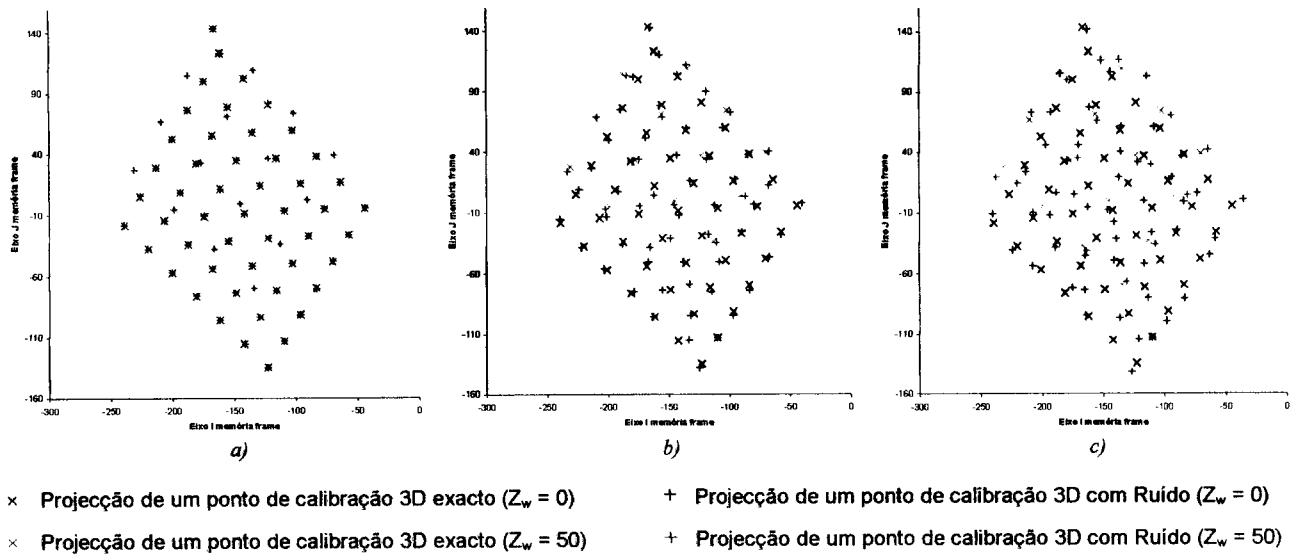


Figura 5.28 – Distribuição dos pontos de calibração 3D no referencial mundo exactos e com ruído *Gaussiano* $N(0, \sigma^2)$, sendo o desvio padrão (σ) igual a: a) 0.25, b) 2.5 e c) 6.

Na Tab. 5.24 são apresentados os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos pelo método de calibração *Pin Hole* utilizando pontos de calibração não *coplanares*, cujas coordenadas no plano de calibração são adicionadas de ruído *Gaussiano* (Fig. 5.28).

Cx	256	dx	8.37765957e-3		
Cy	256	dy	8.075601357e-3		
<i>Ruído Gaussiano</i>	<i>tx</i>	<i>ty</i>	<i>tz</i>	<i>Distância Focal</i>	<i>Matriz de Rotação</i>
$N(0,0.25^2)$	100.6792127	99.2570104	2388.750508	57.0211279	$\begin{pmatrix} 0.7551118 & -0.4358688 & 0.5008964 \\ 0.6443601 & 0.6196123 & -0.4303037 \\ -0.0844934 & 0.8281297 & 0.5541318 \end{pmatrix}$
$N(0,2.5^2)$	98.5766006	98.7973061	1414.5736038	32.9103294	$\begin{pmatrix} 0.7362214 & -0.4254878 & 0.4655253 \\ 0.6392860 & 0.6122307 & -0.4330026 \\ 0.4201155 & 0.4820955 & 0.7688217 \end{pmatrix}$
$N(0,6^2)$	93.7429933	93.8494878	685.1579429	14.3359495	$\begin{pmatrix} 0.6892744 & -0.4040909 & 0.4069942 \\ 0.5974706 & 0.5726568 & -0.4178257 \\ 0.8552668 & 0.2782916 & 0.4371184 \end{pmatrix}$

Tabela 5.24 – Parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara estimados pelo método *Pin Hole* e utilizando pontos não *coplanares* adicionados de ruído *Gaussiano* $N(0, \sigma^2)$ nas suas coordenadas 3D do plano de calibração, com desvio padrão (σ) igual a 0.25, 2.5 e 6.

Utilizando como parâmetros de entrada da implementação *SimCameraWorldCoord* os resultados apresentados na *Tab. 5.24* e o conjunto de 9 pontos 2D na memória *frame*, obtiveram-se as coordenadas 3D dos pontos recuperados, cuja distribuição no referencial mundo para as três experiências realizadas está representada na *Fig. 5.29*.

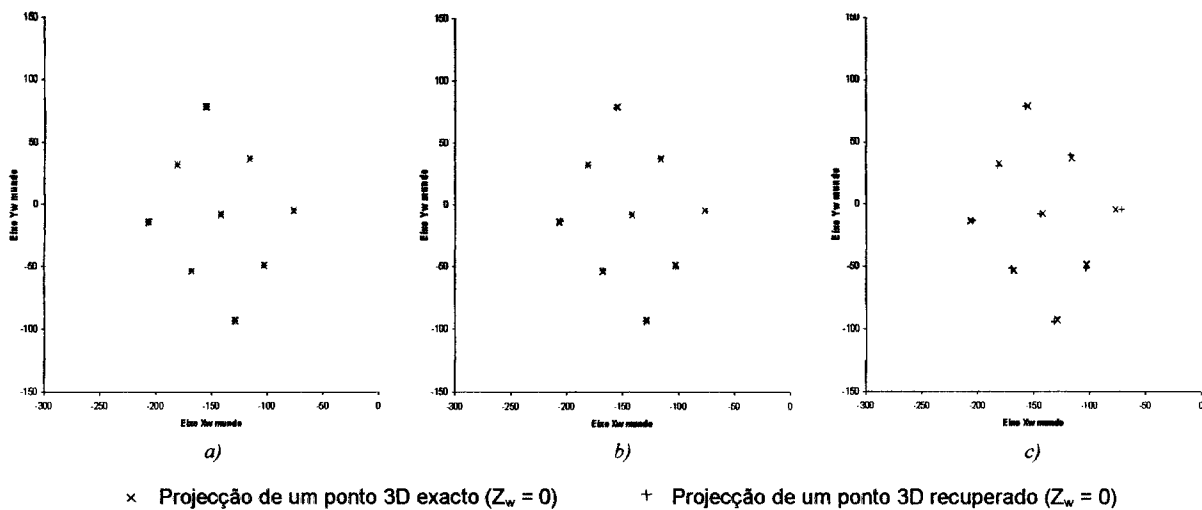


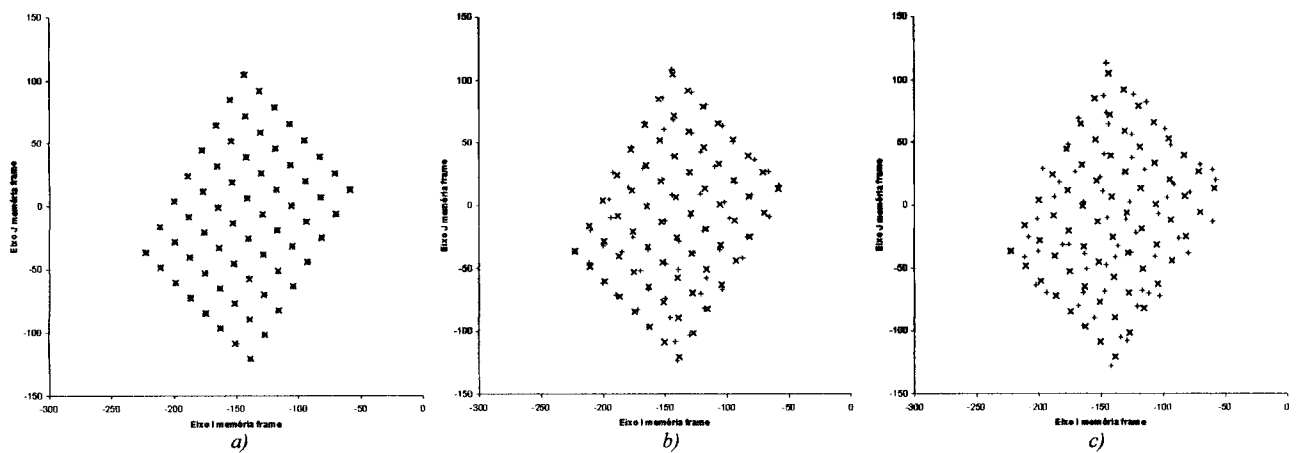
Figura 5.29 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole e utilizando pontos coplanares com ruído Gaussiano $N(0, \sigma^2)$ nas suas coordenadas 3D, com desvio padrão (σ) igual a: a) 0.25, b) 2.5 e c) 6.0.

Como seria de esperar à medida que o desvio padrão da distribuição *Normal* que caracteriza o ruído *Gaussiano* aumenta, as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados vão-se afastando, de forma irregular, das dos pontos exactos.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado

Tal como nas experiências realizadas para o método *Pin Hole*, é adicionado ruído *Gaussiano* às coordenadas 3D dos pontos de calibração *coplanares* de forma a observar-se o seu efeito na recuperação dos pontos 3D do referencial mundo considerados (*Fig. 5.30*).

Na *Tab. 5.25* são apresentados os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos pelo método de calibração *Tsai* modificado utilizando pontos de calibração *coplanares*, cujas coordenadas no plano de calibração são adicionadas de ruído *Gaussiano* (*Fig. 5.30*).



× Projecção de um ponto de calibração 3D exacto ($Z_w = 0$) + Projecção de um ponto de calibração 3D com Ruído ($Z_w = 0$)

Figura 5.30 – Distribuição dos pontos de calibração coplanares 3D no referencial mundo exactos e com ruído Gaussiano $N(0, \sigma^2)$, sendo o desvio padrão (σ) igual a: a) 0.25, b) 2.5 e c) 6.

Cx	256	dx	8.37765957e-3			
Cy	256	dy	8.075601357e-3			
		Factor de Incerteza Horizontal	0.710935			
Ruído Gaussiano	tx	ty	tz	Distância Focal	Distorção Radial lente	Matriz de Rotação
$N(0,0.25^2)$	99.905561	100.024822	1933.638102	48.563587	0.012516	$\begin{pmatrix} 0.749985 & -0.433978 & 0.499186 \\ 0.649709 & 0.624914 & -0.432851 \\ -0.124101 & 0.648957 & 0.750635 \end{pmatrix}$
$N(0,2.5^2)$	98.396935	101.028882	1397.550932	35.162848	0.013879	$\begin{pmatrix} 0.744703 & -0.437818 & 0.503719 \\ 0.656224 & 0.617877 & -0.433126 \\ -0.121607 & 0.653103 & 0.747441 \end{pmatrix}$
$N(0,6^2)$	93.951869	105.049728	869.888434	19.335310	-0.029313	$\begin{pmatrix} 0.719579 & -0.426895 & 0.547691 \\ 0.681429 & 0.585888 & -0.438623 \\ -0.133640 & 0.688837 & 0.712492 \end{pmatrix}$

Tabela 5.25 – Parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara estimados pelo método Tsai modificado utilizando de pontos coplanares adicionados de ruído Gaussiano $N(0, \sigma^2)$ nas suas coordenadas 3D do plano de calibração, com desvio padrão (σ) igual a 0.25, 2.5 e 6.

Utilizando como parâmetros de entrada da implementação *SimCameraWorldCoord* os valores dos parâmetros apresentados na Tab. 5.25 e o conjunto de 9 pontos 2D na memória *frame*, obtiveram-se as coordenadas 3D dos pontos recuperados, cuja distribuição no referencial mundo para as três experiências realizadas está representada na Fig. 5.31.

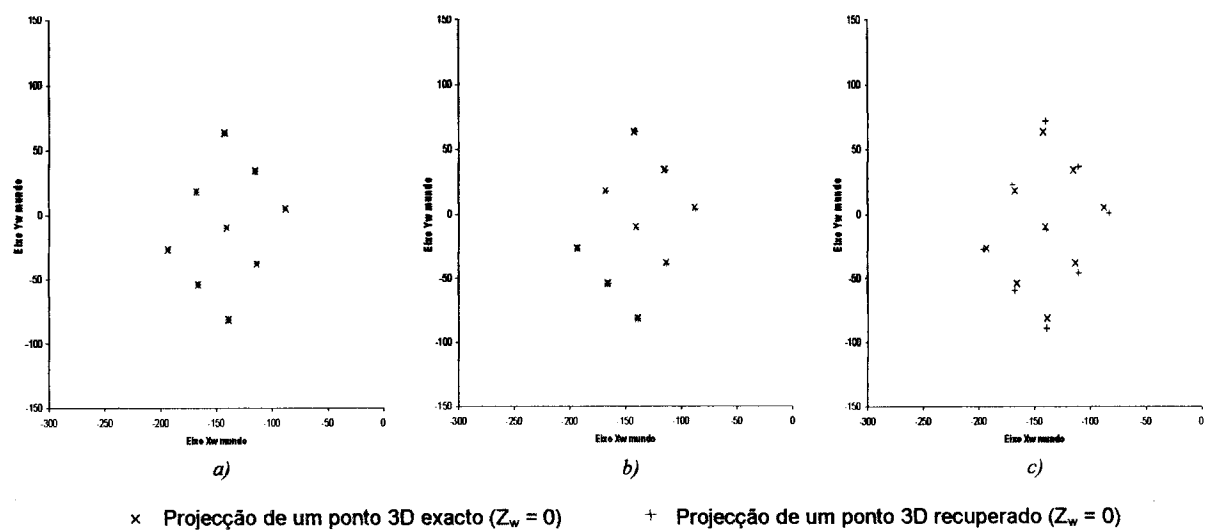


Figura 5.31 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado e utilizando pontos coplanares com ruído Gaussiano $N(0, \sigma^2)$ nas suas coordenadas 3D, com desvio padrão igual a: a) 0.25, b) 2.5 e c) 6.

Tal como nas experiências realizadas para o método de *Pin Hole*, à medida que o desvio padrão do ruído Gaussiano aumenta, as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados vão-se afastando, de forma irregular, das dos pontos exactos.

Comparação dos resultados obtidos pelos dois métodos de calibração

Pretende-se comparar os métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai modificado*, a partir dos desvios médios apresentados na Tab. 5.26, para os parâmetros de calibração obtidos a partir dos pontos de calibração adicionados de ruído Gaussiano nas suas coordenadas 3D.

Ruído Gaussiano	Pin Hole		Tsai modificado	
	Desvio médio em X_w	Desvio médio em Y_w	Desvio médio em X_w	Desvio médio em Y_w
$N(0,0.25^2)$	0.071999269	0.128988019	0.078541629	0.086510363
$N(0,2.5^2)$	0.480141243	0.410126845	0.594596587	0.678219329
$N(0,6^2)$	2.365222035	1.263327388	2.442803743	4.927667583

Tabela 5.26 – Desvios médios entre as coordenadas dos pontos 3D exactos e recuperados obtidas a partir da calibração de pontos com ruído Gaussiano nas suas coordenadas 3D do plano de calibração pelos métodos *Pin Hole* e *Tsai modificado*.

Pela análise da *Tab. 5.26* verifica-se que, à medida que o ruído *Gaussiano* adicionado às coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos de calibração aumenta, o método de calibração *Pin Hole* conduz a melhores resultados para a recuperação dos pontos 3D no referencial mundo.

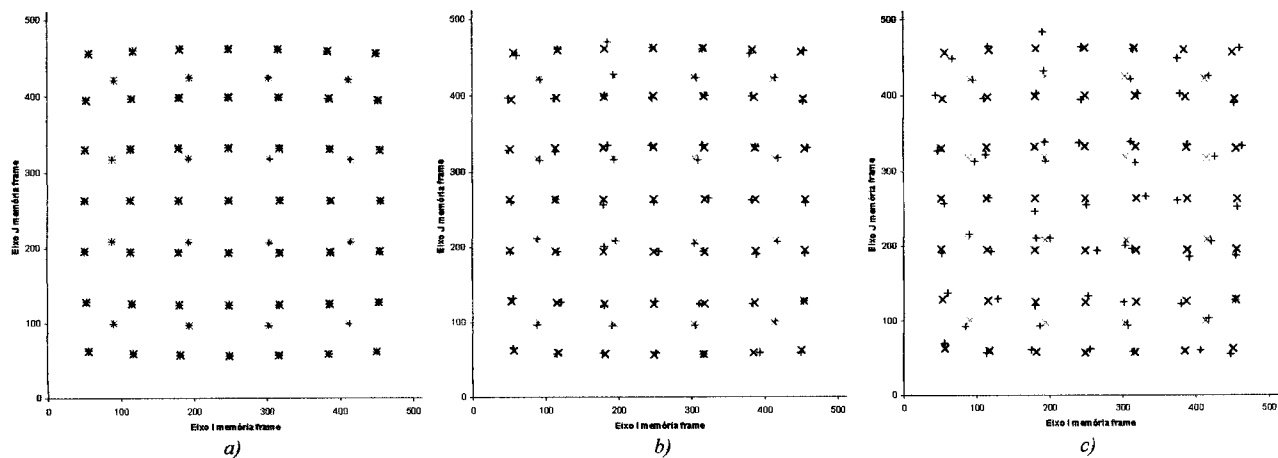
Deste estudo, conclui-se que a utilização de métodos de calibração mais robustos e computacionalmente mais complexos torna-se desnecessária quando as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos de calibração são determinadas com erros. Assim, quando se pretende realizar uma calibração que requer uma precisão elevada, para além de um bom método de calibração, é necessário dispor de ferramentas com resolução adequada para a determinação das coordenadas 3D dos pontos de calibração. Caso não se disponha de tais ferramentas, então será mais razoável a utilização de um método de calibração mais simples, como o método *Pin Hole*.

5.4.2 Parâmetros da Câmara Estimados com Erro nas Coordenadas 2D na Memória Frame dos Pontos de Calibração

Nesta subsecção são determinados os pontos 3D no referencial mundo, utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord*, com os seguintes parâmetros de entrada: um conjunto de 9 pontos 2D na memória *frame* (determinados na subsecção 5.3.1) e os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara estimados pelos métodos *Pin Hole* e *Tsai* modificado, utilizando os pontos de calibração determinados nas segundas simulações da secção 5.1 (com distorção radial da lente) e adicionados de ruído *Gaussiano* nas suas coordenadas 2D na memória *frame*.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole

Para cada experiência a apresentar, é adicionado ruído *Gaussiano* às coordenadas 2D na memória *frame* dos pontos de calibração não *coplanares* com diferentes parâmetros de distribuição - $N(0, \sigma^2)$ com σ igual a 0.25, 2.5 e 6 - de forma a observar-se o seu efeito na recuperação dos pontos 3D do referencial mundo considerados (*Fig. 5.32*).



- × Projecção de um ponto de calibração 2D exacto ($Z_w = 0$)
- × Projecção de um ponto de calibração 2D exacto ($Z_w = 50$)
- + Projecção de um ponto de calibração 2D com Ruído ($Z_w = 0$)
- + Projecção de um ponto de calibração 2D com Ruído ($Z_w = 50$)

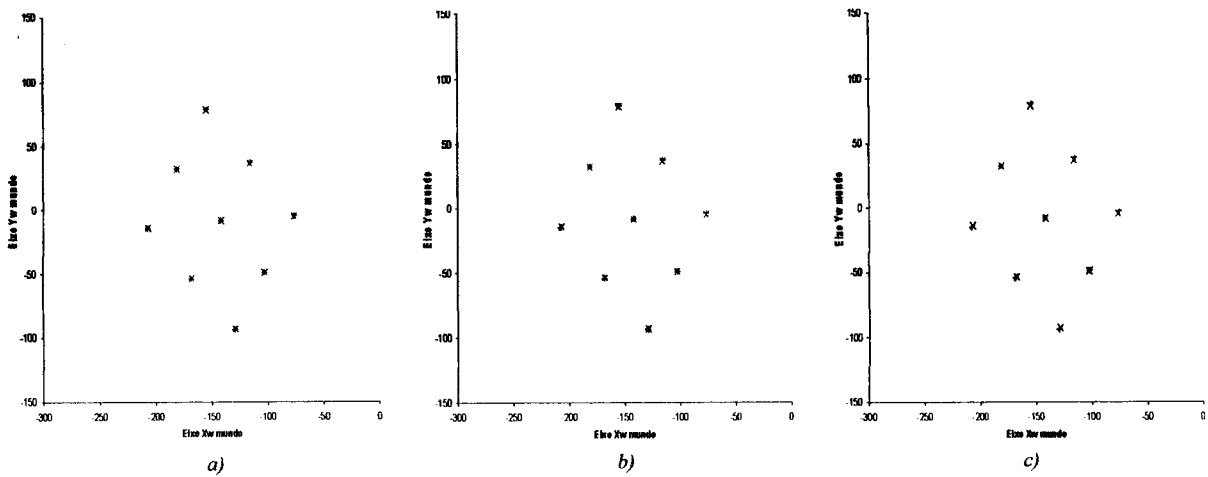
Figura 5.32 – Distribuição dos pontos de calibração não coplanares na memória frame exactos e com ruído Gaussiano $N(0, \sigma^2)$, sendo o desvio padrão (σ) igual a: a) 0.25, b) 2.5 e c) 6.

Na Tab. 5.27 são apresentados os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos pelo método *Pin Hole* utilizando os pontos de calibração não coplanares adicionados de ruído Gaussiano nas coordenadas 2D, apresentados na Fig. 5.32.

Cx	256	dx	8.37765957e-3		
Cy	256	dy	8.075601357e-3		
Ruído Gaussiano	tx	ty	tz	Distância Focal	Matriz de Rotação
$N(0,0.25^2)$	100.8896392	99.0908028	2539.7081964	60.6480218	$\begin{pmatrix} 0.7568029 & -0.4369107 & 0.5056366 \\ 0.6433239 & 0.6192214 & -0.4297195 \\ -0.1416756 & 0.8873387 & 0.4388143 \end{pmatrix}$
$N(0,2.5^2)$	101.2037247	98.3964457	2830.2437345	67.5323411	$\begin{pmatrix} 0.7587881 & -0.4376473 & 0.5150737 \\ 0.6390463 & 0.6169856 & -0.4322780 \\ -0.2101285 & 0.9681875 & 0.1358638 \end{pmatrix}$
$N(0,6^2)$	101.2015858	96.7201079	2655.4742795	62.5636413	$\begin{pmatrix} 0.7567579 & -0.4361197 & 0.5258089 \\ 0.6274126 & 0.6084325 & -0.4329914 \\ 0.0560715 & 0.9048889 & -0.4219384 \end{pmatrix}$

Tabela 5.27 – Parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara estimados pelo método *Pin Hole* utilizando pontos não coplanares adicionados de ruído Gaussiano $N(0, \sigma^2)$ nas suas coordenadas 2D na memória frame, com desvio padrão (σ): 0.25, 2.5 e 6.

Utilizando como parâmetros de entrada da implementação *SimCameraWorldCoord* os resultados apresentados na tabela anterior e o conjunto de 9 pontos 2D na memória *frame*, obtiveram-se as coordenadas 3D dos pontos recuperados, cuja distribuição no referencial mundo para as experiências realizadas está representada na Fig. 5.33.



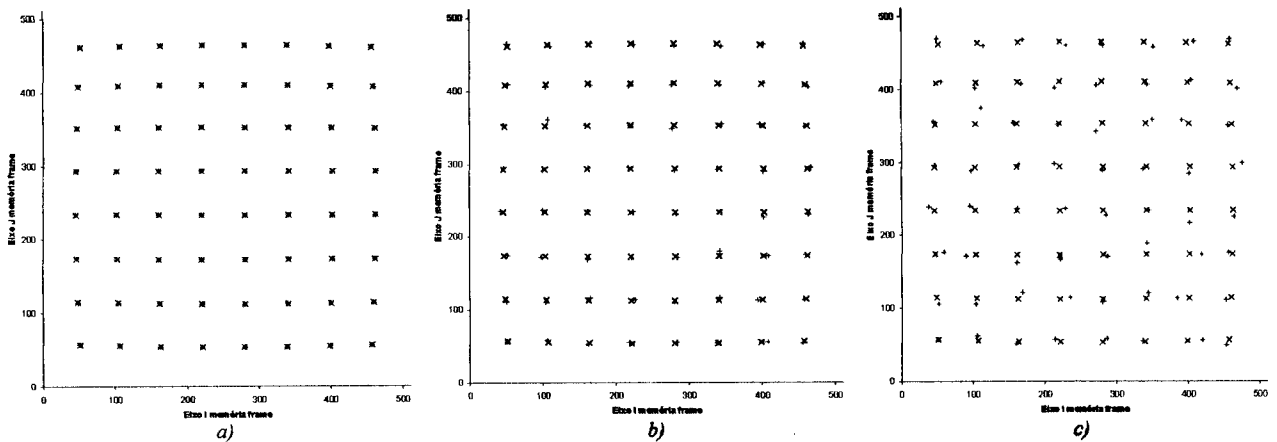
× Projecção de um ponto 3D exacto ($Z_w = 0$) + Projecção de um ponto 3D recuperado ($Z_w = 0$)

Figura 5.33 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método *Pin Hole* e utilizando pontos coplanares com ruído Gaussiano $N(0, \sigma^2)$ nas suas coordenadas 2D, com desvio padrão (σ) igual a: a) 0.25, b) 2.5 e c) 6.

Tal como sucede quando se adiciona ruído *Gaussiano* às coordenadas 3D mundo dos pontos de calibração, a distribuição no referencial mundo dos pontos 3D recuperados apresenta-se cada vez mais irregular (Fig. 5.33); no entanto, para a mesma adição de ruído, essa irregularidade é desta feita menos acentuada.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado

Tal como para o método *Pin Hole*, é adicionado ruído *Gaussiano* às coordenadas 2D na memória *frame* dos pontos de calibração *coplanares* de forma a observar-se o seu efeito na recuperação dos pontos 3D do referencial mundo considerados (Fig. 5.34).



× Projecção de um ponto de calibração 2D exacto ($Z_w = 0$) + Projecção de um ponto de calibração 2D com Ruído ($Z_w = 0$)

Figura 5.34 – Distribuição, na memória *frame*, dos pontos de calibração coplanares exactos e com ruído Gaussiano $N(0, \sigma^2)$, sendo o desvio padrão (σ) igual a: a) 0.25, b) 2.5 e c) 6.

Na Tab. 5.28 são apresentados os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos pelo método de calibração *Tsai* modificado utilizando pontos de calibração *coplanares*, cujas coordenadas na memória *frame* são adicionadas de ruído *Gaussiano* (Fig. 5.34).

Cx	256	dx	8.37765957e-3			
Cy	256	dy	8.075601357e-3			
		Factor de Incerteza Horizontal	0.710935			
Ruído Gaussiano	tx	ty	tz	Distância Focal	Distorção Radial lente	Matriz de Rotação
$N(0,0.25^2)$	100.051778	99.965840	1999.025647	49.974663	0.010823	$\begin{pmatrix} 0.750166 & -0.432947 & 0.499807 \\ 0.649264 & 0.625519 & -0.432645 \\ -0.125327 & 0.649062 & 0.750341 \end{pmatrix}$
$N(0,2.5^2)$	100.445869	99.747783	1977.779579	48.781868	0.006838	$\begin{pmatrix} 0.751076 & -0.431529 & 0.499667 \\ 0.647556 & 0.629002 & -0.430148 \\ -0.128670 & 0.646636 & 0.751868 \end{pmatrix}$
$N(0,6^2)$	100.798095	99.730696	1873.070436	44.967167	-0.002799	$\begin{pmatrix} 0.750376 & -0.426287 & 0.505189 \\ 0.647039 & 0.629995 & -0.429472 \\ -0.135188 & 0.649143 & 0.748557 \end{pmatrix}$

Tabela 5.28 – Parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara estimados pelo método *Tsai* modificado utilizando pontos *coplanares* adicionados de ruído *Gaussiano* $N(0,\sigma^2)$ nas suas coordenadas 2D, com desvio padrão (σ) igual a: 0.25, 2.5 e 6.

Utilizando como parâmetros de entrada da implementação *SimCameraWorldCoord* os resultados apresentados na Tab. 5.28 e o conjunto de 9 pontos 2D na memória *frame*, obtiveram-se as coordenadas 3D dos pontos recuperados, cuja distribuição no referencial mundo para as experiências realizadas está representada na Fig. 5.35.

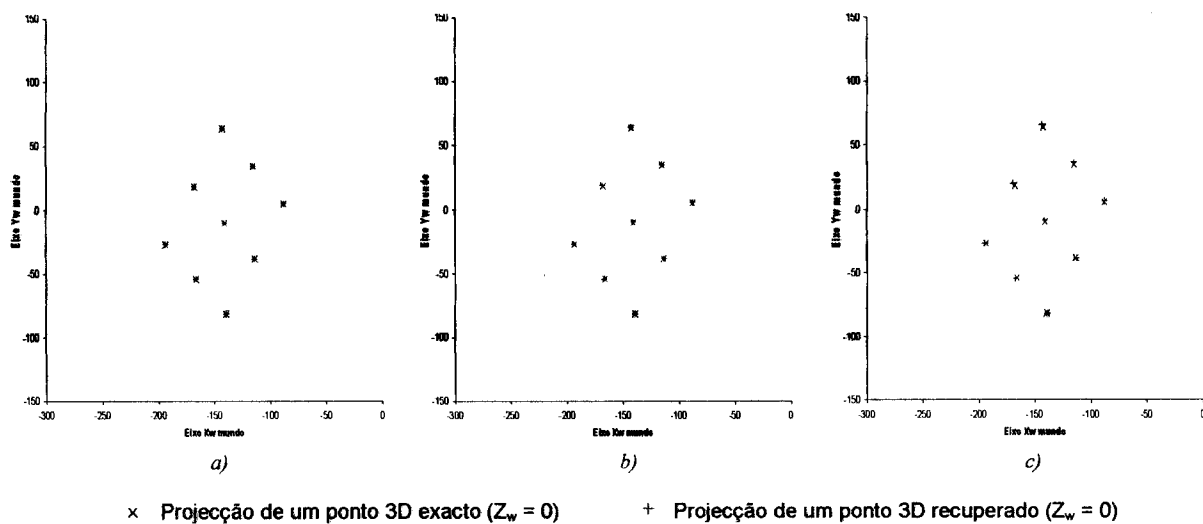


Figura 5.35 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método *Tsai* modificado e utilizando pontos *coplanares* com ruído *Gaussiano* $N(0,\sigma^2)$ nas suas coordenadas 2D, com desvio padrão (σ): a) 0.25, b) 2.5 e c) 6.

Tal como sucede na experiência realizada para o método *Pin Hole*, o aumento de ruído *Gaussiano* nas coordenadas 2D na memória *frame* dos pontos utilizados para estimar os parâmetros da câmara gera um aumento da irregularidade na distribuição dos pontos 3D recuperados com esses mesmos parâmetros (Fig. 5.35).

Comparação dos resultados obtidos pelos dois métodos de calibração

Pretende-se comparar os métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado, para os parâmetros da câmara estimados a partir de pontos de calibração com ruído *Gaussiano* nas suas coordenadas 2D imagem na memória *frame*, na recuperação dos pontos 3D no mesmo referencial considerados. Para tal, são apresentados na Tab. 5.29 os desvios médios obtidos em cada um dos métodos.

Ruído Gaussiano	Pin Hole		Tsai modificado	
	<i>Desvio médio em Xw</i>	<i>Desvio médio em Yw</i>	<i>Desvio médio em Xw</i>	<i>Desvio médio em Yw</i>
$N(0,0.25^2)$	0.133925137	0.239017161	0.028859383	0.029119233
$N(0,2.5^2)$	0.290107147	0.542540693	0.307128874	0.317537242
$N(0,6^2)$	0.599770071	1.046188467	0.800652706	0.999825005

Tabela 5.29 – Desvios médios entre as coordenadas dos pontos 3D recuperados e exactos obtidas a partir da calibração de pontos com ruído *Gaussiano* nas suas coordenadas 2D, utilizando os métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado.

Pela análise da Tab. 5.29 verifica-se que o aumento de ruído *Gaussiano* adicionado às coordenadas 2D imagem dos pontos de calibração, utilizados para estimar os parâmetros da câmara, torna o método de calibração *Tsai* modificado cada vez menos eficiente. Assim, concluir-se que métodos de calibração simples, como o método *Pin Hole*, podem ser tão ou mais eficientes quando a determinação das coordenadas 2D dos pontos de calibração é realizada de forma pouco precisa.

5.5 Influência da Variação do Campo 3D dos Pontos de Calibração na Recuperação dos Pontos 3D Considerados

Neste ponto, pretende-se verificar a validade do campo 3D dos pontos de calibração, utilizados para calibrar a câmara pelos métodos *Pin Hole* e *Tsai* modificado, na recuperação das coordenadas dos

pontos 3D no referencial mundo considerados. Assim, para se realizar este estudo foram seguidos os dois passos seguintes (representados esquematicamente na Fig. 5.36):

Passo 1. Determinação dos pontos 2D na memória *frame*, utilizando a implementação *SimCameraImageCoord*, tal como foi descrito no **Passo 1** da secção 5.3.

Passo 2. Recuperação dos pontos 3D no referencial mundo, utilizando a implementação *SimCameraWorldCoord* com os seguintes parâmetros de entrada: 9 pontos 2D na memória *frame*, determinados no passo anterior, e os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara estimados a partir de pontos de calibração com diferentes posições do plano de calibração segundo o eixo Z do referencial 3D mundo (Z_w).

Neste último passo, de forma a obter os pontos de calibração com diferentes posições do plano de calibração segundo o eixo Z do referencial 3D mundo (Z_w), repetiram-se as experiências realizadas nas segundas simulações da secção 5.1 (com distorção radial da lente de valor igual a 0.01) para diferentes valores do parâmetro T_z , translação segundo o eixo Z do referencial mundo (Z_w).

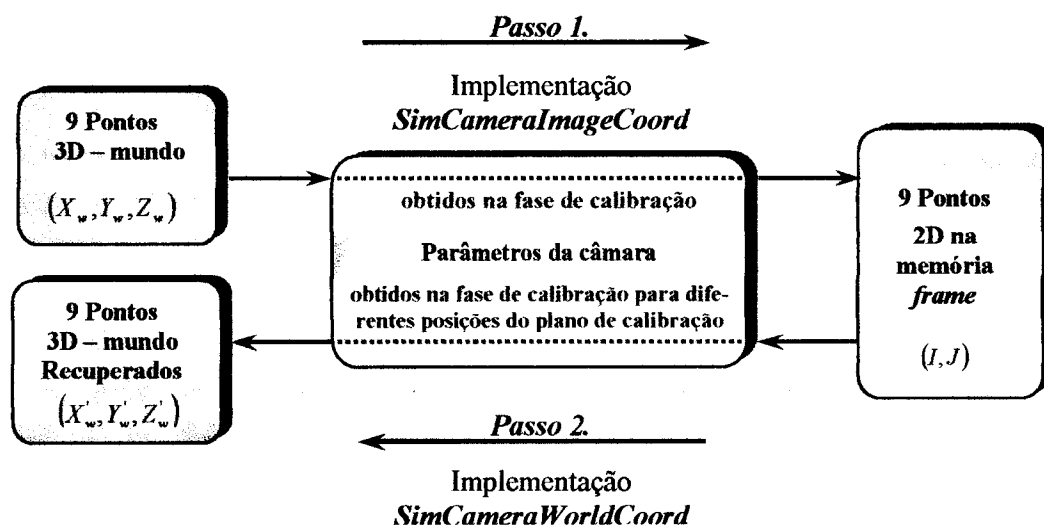


Figura 5.36 – Representação esquemática dos passos seguidos para o estudo da validade do campo 3D na fase de calibração, na recuperação das coordenadas dos pontos 3D considerados.

Note-se que tal experiência é possível de realizar, visto se considerar que os planos câmara e mundo/calibração são paralelos segundo este eixo. Assim, variações do parâmetro T_z de uma unidade correspondem a deslocamentos do plano de calibração segundo o eixo Z de 1 mm.

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Pin Hole

Na Tab. 5.30 são apresentados os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos pelo método de calibração *Pin Hole* utilizando pontos de calibração não *coplanares* com diferentes posições do plano de calibração segundo o eixo Z do referencial 3D mundo.

Cx	256	dx	8.37765957e-3		
Cy	256	dy	8.075601357e-3		
Plano Z _w (Trans. Z _m)	tx	ty	tz	Distância Focal	Matriz de Rotação
+100 mm (2100)	100.8790778	99.1241721	2649.5301991	60.2286619	$\begin{pmatrix} 0.7567345 & -0.4369242 & 0.5046845 \\ 0.6434693 & 0.6191450 & -0.4292346 \\ -0.1276456 & 0.8843348 & 0.4490640 \end{pmatrix}$
-100 mm (1900)	100.8011961	99.1715657	2353.3898272	59.1511289	$\begin{pmatrix} 0.7561220 & -0.4365736 & 0.5042548 \\ 0.6437986 & 0.6194591 & -0.4294293 \\ -0.1217356 & 0.8683992 & 0.4806904 \end{pmatrix}$
-500 mm (1500)	100.6386493	99.2597206	1787.0014629	56.9095468	$\begin{pmatrix} 0.7548464 & -0.4358455 & 0.5033646 \\ 0.6444143 & 0.6200439 & -0.4297871 \\ -0.1074597 & 0.8356621 & 0.5386291 \end{pmatrix}$

Tabela 5.30 – Parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara estimados pelo método *Pin Hole* e utilizando pontos não coplanares com as seguintes posições do plano de calibração segundo o eixo Z do referencial mundo (relativamente a Z igual a 0 mm): +100 mm, -100 mm e -500 mm.

Utilizando como parâmetros de entrada da implementação *SimCameraWorldCoord* os valores dos parâmetros da câmara apresentados na tabela anterior e o conjunto de 9 pontos 2D na memória *frame*, recuperaram-se as coordenadas dos pontos 3D, cuja distribuição no referencial mundo para as três experiências realizadas está representada na Fig. 5.37.

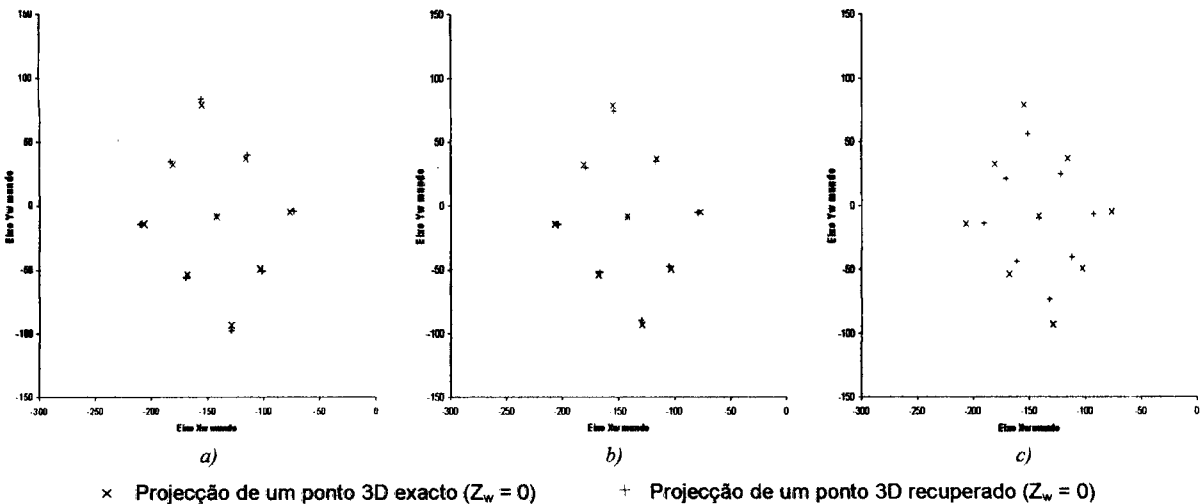


Figura 5.37 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método *Pin Hole* e utilizando pontos não coplanares no plano de calibração segundo o eixo Z igual a : a) 100 mm, b) -100 mm e c) -500 mm.

Como se pode observar na Fig. 5.37, à medida que os parâmetros da câmara são estimados considerando o plano de calibração segundo o eixo Z mais próximo ou mais afastado desta, os pontos 3D recuperados “afastam-se” ou “aproximam-se” relativamente ao centro da imagem. Desta observação, verifica-se que, apesar deste parâmetro afectar a distribuição dos pontos 3D mantém a sua forma original (tal como sucede nas experiências realizadas para o parâmetro f).

Simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado

Os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara obtidos pelo método de calibração Tsai modificado, utilizando pontos de calibração *coplanares* com diferentes posições do plano de calibração segundo o eixo Z dos referencial mundo (Z_w), são apresentados na Tab. 5.31.

Cx	256	dx	8.37765957e-3			
Cy	256	dy	8.075601357e-3			
		Factor de Incerteza Horizontal	0.710935			
Plano Z_w (Trans. T_z)	tx	ty	Tz	Distância Focal	Distorção Radial Lente	Matriz de Rotação
+100 mm (2100)	99.999999	100.000000	2098.495652	50.025597	0.011132	$\begin{pmatrix} 0.749999 & -0.433013 & 0.500000 \\ 0.649519 & 0.624999 & -0.433013 \\ -0.124999 & 0.649519 & 0.749999 \end{pmatrix}$
-100 mm (1900)	99.999999	100.000000	1898.638316	50.025597	0.011132	$\begin{pmatrix} 0.749999 & -0.433013 & 0.500000 \\ 0.649519 & 0.624999 & -0.433013 \\ -0.124999 & 0.649519 & 0.749999 \end{pmatrix}$
-500 mm (1500)	99.999999	100.000000	1498.923645	50.025597	0.011132	$\begin{pmatrix} 0.749999 & -0.433013 & 0.500000 \\ 0.649519 & 0.624999 & -0.433013 \\ -0.124999 & 0.649519 & 0.749999 \end{pmatrix}$

Tabela 5.31 – Parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara estimados pelo método Tsai modificado utilizando pontos coplanares com as seguintes posições do plano de calibração segundo o eixo Z do referencial mundo (relativamente a Z igual a 0 mm): +100 mm, -100 mm e -500 mm.

Utilizando como parâmetros de entrada da implementação *SimCameraWorldCoord* os parâmetros da câmara apresentados na Tab. 5.31 e o conjunto de 9 pontos 2D na memória *frame*, recuperaram-se as suas coordenadas 3D no referencial mundo desses 9 pontos, cuja distribuição no referencial mundo para as três experiências realizadas está representada na Fig. 5.38.

Tal como sucede nas experiências realizadas para o método *Pin Hole*, à medida que a câmara é calibrada com o plano de calibração segundo eixo Z mais afastado desta, os pontos 3D recuperados

“aproximam-se” relativamente ao centro da imagem, mantendo a sua distribuição inicial mas dando a sensação de profundidade (Fig. 5.38).

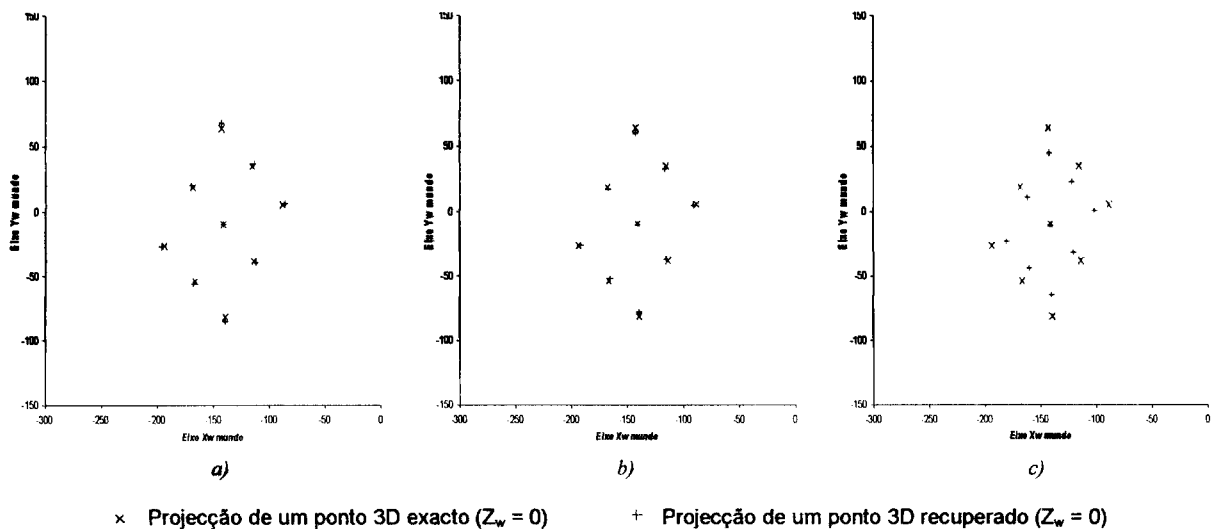


Figura 5.38 – Distribuição dos pontos recuperados e exactos no referencial mundo obtidos pela simulação de uma câmara calibrada pelo método Tsai modificado e utilizando pontos coplanares no plano de calibração segundo o eixo Z igual a: a) +100 mm, b) -100 mm e c) -500 mm.

Comparação dos resultados obtidos pelos dois métodos de calibração considerados

Pretende-se comparar os métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado, para os parâmetros da câmara estimados a partir de pontos de calibração em diferentes posições do plano de calibração segundo o eixo Z do referencial mundo, na recuperação das coordenadas dos pontos 3D no mesmo referencial. Para tal, são apresentados na Tab. 5.32 os desvios médios obtidos em cada um dos métodos.

Plano Z_w / Trans. T_z	Pin Hole		Tsai modificado	
	Desvio médio em X_w	Desvio médio em Y_w	Desvio médio em X_w	Desvio médio em Y_w
+100 mm / 2100	1.630273455	2.213195369	1.185012705	1.801272825
-100 mm / 1900	1.554993778	1.849320209	1.185012705	1.801272825
-500 mm / 1500	7.921044821	9.816520946	5.925063524	9.006364127

Tabela 5.32 – Desvios médios entre as coordenadas dos pontos 3D no referencial mundo recuperados e exactos obtidas a partir da calibração de câmaras pelos métodos *Pin Hole* e *Tsai* modificado, utilizando pontos de calibração com diferentes posições do plano de calibração segundo o eixo Z.

Pela análise da *Tab. 5.32* verifica-se que, para todas as experiências realizadas neste estudo, o método de calibração *Tsai* modificado conduz a melhores resultados para a recuperação das coordenadas dos pontos 3D no referencial mundo.

5.6 Algumas Conclusões dos Estudos Realizados

O simulador de câmaras de geometria interna conhecida, apresentado no capítulo anterior, permitiu a geração automática das coordenadas 3D no referencial mundo e as respectivas coordenadas 2D na memória *frame* de conjuntos de pontos de calibração não *coplanares* e *coplanares*, para serem utilizados posteriormente pelas implementações dos métodos de calibração de câmaras *Pin Hole* e *Tsai* modificado, sem a necessidade de montar todo o *setup* prático e com a vantagem de se poder controlar facilmente as variáveis envolvidas.

Foram determinados os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara pelos métodos de calibração de câmaras *Pin Hole* e *Tsai* modificado, e utilizando os pontos de calibração gerados pelo simulador de câmaras. Verificou-se que em ambos os métodos, e para valores da distorção radial nulos, os parâmetros determinados são muito próximos daqueles utilizados pelo simulador de câmaras para gerar os conjuntos de pontos de calibração. No entanto, isso não se verifica para o método de calibração *Pin Hole* quando esses conjuntos de pontos são gerados com distorção radial da lente.

Neste capítulo foram também realizadas várias experiências com o intuito de estudar a influência: da variação dos diferentes parâmetros da câmara calibrada, dos erros nas coordenadas 3D/2D dos pontos de calibração e da validade do campo tridimensional, na recuperação dos pontos 3D considerados pelos métodos de calibração *Pin Hole* e *Tsai* modificado. Para cada estudo realizado, foram comparados os dois métodos de calibração a partir dos desvios médios nas coordenadas 3D no referencial mundo entre os pontos exactos e recuperados. Assim, concluiu-se que:

- para variações idênticas e aceitáveis dos vários parâmetros de calibração, o método de *Tsai* modificado apresenta melhores resultados, isto é, as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados a partir dos parâmetros da câmara estimados por este método são mais próximas das coordenadas dos pontos exactos;
- os parâmetros da câmara s_x , factor de incerteza horizontal, d_x e d_y , distâncias entre centros dos sensores vizinhos segundo as direcções X e Y , respectivamente, devem ser conhecidos com elevada exactidão pois têm grande influência nos resultados obtidos;

- o aumento de ruído *Gaussiano* nas coordenadas 3D dos pontos de calibração no plano de calibração, leva a que o método mais simples, o método *Pin Hole*, seja mais preciso na determinação dos parâmetros da câmara, utilizados para a recuperação das coordenadas dos pontos 3D no referencial mundo considerados, relativamente ao método mais complexo, o método *Tsai* modificado. Assim, a utilização de métodos de calibração mais complexos faz mais sentido quando se dispõe de ferramentas com a resolução adequada para a determinação das coordenadas 3D dos pontos de calibração;
- tal como para as coordenadas 3D dos pontos de calibração, o aumento de ruído *Gaussiano* nas coordenadas 2D imagem na memória *frame* (embora de forma menos significativa), leva a que o método de calibração mais simples, o método *Pin Hole*, seja mais preciso que o mais complexo, o método *Tsai* modificado, quanto à precisão na estimação dos parâmetros da câmara, utilizados para a recuperação dos pontos 3D no referencial mundo considerados;
- para variações do campo tridimensional segundo o eixo Z do referencial 3D mundo (paralelo ao eixo Z do referencial câmara), o método de *Tsai* modificado apresenta sempre melhores resultados.

Capítulo VI

Conclusões e Perspectivas de Desenvolvimento Futuro

6.1 Conclusões

Nesta dissertação são descritas algumas ferramentas necessárias para a construção de um sistema de aquisição de informação tridimensional de uma cena ou objecto. Assim, descreveram-se sumariamente:

- as principais técnicas de aquisição de informação tridimensional que têm sido utilizadas por estes sistemas e que, directa ou indirectamente, determinam as coordenadas tridimensionais de pontos de uma cena ou de um objecto, a distância desses pontos a um determinado referencial ou a orientação local das superfícies que os constituem;
- o princípio da *Triangulação* em que se baseiam todas as técnicas de estereoscopia passiva e activa e que, segundo este princípio, um ponto no espaço fica definido pela intersecção de um plano (plano de luz projectado que passa por esse ponto da cena - ou uma recta que é a linha de visão que une esse ponto ao centro óptico da lente de uma dada câmara) com uma dada recta (linha de visão que une esse ponto da cena ao centro óptico da lente de uma outra câmara). O processamento da informação 3D por este princípio é idêntico ao do sistema de visão humano;
- alguns métodos de calibração de câmaras e projectores que definem as equações dessa recta e desse plano, que não são mais que a relação matemática que transforma pontos 3D em pontos 2D e vice-versa.

As técnicas de aquisição tridimensional descritas nesta dissertação apresentam dificuldades e limitações, por essa razão não existe uma técnica que possa ser considerada “a melhor em geral”. Contudo, em cenas de interior, com ambientes controlados, as técnicas activas são mais utilizadas e em cenas de exterior ou ambientes não controlados geralmente são utilizadas as técnicas passivas.

Ao longo desta dissertação foram realizadas várias pesquisas bibliográficas de forma a encontrar métodos de calibração de câmaras/projectores mais recentes, inovadores e que apresentassem resultados mais precisos na obtenção dos parâmetros da câmara/projector. Nesta pesquisa, verificou-se que os métodos mais recentes são, na sua maioria, variantes dos métodos apresentados no capítulo 3, tendo vantagens em determinadas características mas apresentando dificuldades noutras. Assim, pode-se considerar que os métodos de calibração propostos nos últimos anos têm como base os métodos de calibração descritos nesse capítulo.

Nesta dissertação foram implementados dois métodos de calibração de câmaras: um mais simples, que considera projecção perspectiva, um modelo ideal para a câmara e pontos de calibração não *coplanares*, designado por método *Pin Hole*; e um mais complexo, que considera projecção perspectiva, distorção radial da lente (um único termo), a possibilidade de determinação das coordenadas correctas do centro da imagem na memória *frame* e pontos de calibração *coplanares*, designado por método *Tsai* modificado. O estudo e implementação destes métodos tiveram como objectivo principal a verificação da necessidade, ou não, da utilização de métodos de calibração mais complexos, a partir da comparação da precisão das medidas 3D obtidas pela câmara calibrada por cada um dos métodos estudados. Durante o desenvolvimento de ferramentas para esta fase tornou-se de grande utilidade o simulador de câmaras de geometria interna conhecida proposto em [Tavares, 1995] e adaptado aos estudos realizados nesta dissertação. Com este simulador foi possível testar os métodos de calibração sem a necessidade de montar todo o *setup* prático, constituindo assim, uma solução mais flexível e onde todas as variáveis envolvidas eram facilmente controladas.

Foram realizadas várias experiências com o intuito de estudar a influência: da variação dos diferentes parâmetros de calibração, dos erros nas coordenadas 3D/2D dos pontos de calibração e da validade do campo tridimensional, na precisão das coordenadas 3D recuperadas por uma câmara calibrada pelos métodos *Pin Hole* e *Tsai* modificado. Para cada estudo realizado, foram comparados os dois métodos de calibração a partir dos desvios médios nas coordenadas 3D do referencial mundo entre os pontos exactos e recuperados e verificou-se que para variações idênticas e aceitáveis dos diferentes parâmetros de calibração e do campo tridimensional o método de *Tsai* modificado apresenta melhores resultados, isto é, as coordenadas 3D no referencial mundo dos pontos recuperados a partir dos parâmetros da câmara estimados por este método são mais próximas das coordenadas dos pontos exactos. No entanto, quando os pontos de calibração são determinados com erros nas suas coordenadas (3D no plano de calibração e/ou 2D na memória *frame*), o método de calibração mais simples, o método *Pin Hole*, poderá apresentar melhores resultados. Este facto, leva a considerar que a utilização de métodos de calibração mais robustos e complexos se torne menos interessante e provavelmente desnecessária quando as coordenadas dos pontos de calibração são determinadas com erro. Assim, quando se pretende realizar uma calibração que requer uma precisão elevada, para além da complexidade do método a escolher, é necessário dispor de ferramentas com adequada resolução para determinação dessas coordenadas. Caso não se disponha de tais ferramentas então a utilização de um método de calibração mais simples, como por exemplo o método *Pin Hole*, será mais razoável. Dos ensaios realizados, verificou-se também que os

parâmetros da câmara s_x , factor de incerteza horizontal, d_x e d_y , distâncias entre centros dos sensores vizinhos segundo as direcções X e Y , respectivamente, têm grande influência na precisão da determinação das coordenadas dos pontos 3D recuperados e, por essa razão, devem ser conhecidos com elevada exactidão.

A presente dissertação permitiu a construção de uma outra ferramenta normalmente utilizada pelos sistemas de aquisição – uma aplicação de visualização tridimensional da cena (ou objecto) reconstruída a partir do sistema de aquisição calibrado. Na interface da referida implementação, o utilizador pode escolher o ponto de observação, com diferentes posições e/ou orientações, através dos menus, das barras de ferramentas e do rato.

6.2 Perspectivas de Desenvolvimento Futuro

Nesta secção são apresentadas algumas tarefas que podem melhorar o trabalho realizado ao longo desta dissertação, nomeadamente:

- *Calibração do Projector* – implementação dos métodos de calibração de projectores apresentados na secção 2 do capítulo 3, bem como o estudo e comparação da precisão desses métodos de calibração na estimação dos parâmetros do projector;
- *Experiência real* – os resultados e conclusões obtidos baseiam-se apenas em simulações numéricas. Assim, seria necessário integrar o trabalho realizado no sistema de aquisição de informação tridimensional que está a ser desenvolvido no Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental (LOME) de forma a realizar ensaios experimentais reais para validar as conclusões obtidas nesta dissertação;
- *Outros métodos de calibração* – os resultados obtidos dizem respeito à implementação dos métodos de calibração de câmaras *Pin Hole* e *Tsai* modificado. Assim, seria interessante implementar e comparar outros métodos de calibração existentes; como por exemplo, os métodos disponíveis na *toolbox* de calibração de câmaras para a ferramenta *Matlab*, encontrada através da pesquisa bibliográfica realizada ao longo desta dissertação (disponível na página de *Internet*: http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc).

Bibliografia

[Altschuler, 1982] - *Martin D. Altschuler, Kyongtae Bae*

Robot Vision by Encoded Light Beams in Three-Dimensional Robot Vision

Ed. T. Kanade, pp. 97-149, 1982

[Awcock, 1996] - *G. W. Awcock, R. Thomas*

Applied Image Processing

McGraw-Hill International Editions – Electrical & Electronic Series, 1996

[Batista, 1993] - *J. Batista, J. Dias, H. Araújo, T. de Almeida*

Monoplane Camera Calibration - Iterative Multi-Step Approach

4th British Machine Vision Conference, Guildford, September 1993

[Batista, 1999] - *J. Batista, H. Araújo, T. de Almeida*

Iterative Multistep Explicit Camera Calibration

IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 15, No. 5, pp. 897-917, Oct. 1999

[Benoit, 1975] - *P. Benoit, E. Mathieu, J. Hormière, A. Thomas*

Characterization and Control of Threedimensional Objects Using Fringe Projection Techniques

Nouv. Rev. Optique, Vol. 6, No. 2, pp.67-86, 1975

[Boyer, 1987] - *K. L. Boyer, A. C. Kak*

Color-Encoded Structured Light for Rapid Active Ranging

IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 9, No. 1, pp. 14-28, Jan. 1987

[Brooks, 1969] - *R. E. Brooks, L. O. Heflinger*

Moiré Gauging Using Optical Interference Patterns

Applied Optics, Vol. 8, No. 5, pp.935-939, May 1969

[Chen, 2000] - *F. Chen, G. M. Brown, M. Song*

Overview of Three-Dimensional Shape Measurement Using Optical Methods

Opt. Eng., Vol. 39, No. 1, pp. 10-22, Jan. 2000

[Chapra, 1988] - *Steven C. Chapra, Raymond P. Canale*

Numerical Methods for Engineers

McGraw-Hill - 1988

[Coggrave, 1999] - *C. R. Coggrave, J. M. Huntley*

High-Speed Surface Profilometer Based on a Spatial Light Modulator and Pipeline Image Processor

Opt. Eng., Vol. 38, No. 9, pp. 1573-1581, Sept. 1999

[Coggrave, 2000] - *C. R. Coggrave, J. M. Huntley*

Optimization of a Shape Measurement System Based on Spatial Light Modulators

Opt. Eng., Vol. 39, No. 1, pp. 91-98, Jan. 2000

[Faugeras, 1986] - *O. D. Faugeras, G. Toscani*

The Calibration Problem for Stereo

Proceedings of the IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 15-20, 1986

[Gomes, 1992] - *Augusto O. Silva Gomes*

Techniques Utilisant La Lumiere Structuree

Innov. Tech. Biol. Med., Vol. 13, No. spécial 1, 1992

[Gonzalez, 2002] - *R. C. Gonzalez, R. E. Woods*

Digital Image Processing

Prentice Hall, Second Edition, 2002

[Hall, 1982] - *E. L. Hall, J. B. K. Tio, C. A. McPherson, F. A. Sadjadi*

Measuring Curved Surfaces for Robot Vision

Computer Journal, Vol. 15, pp. 42-54, 1982

[Heikkilä, 1997] - *J. Heikkilä, O. Silvén*

A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction

IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'97), San Juan, Puerto Rico, pp. 1106-1112, (1997)

[Heikkilä, 2000] - *J. Heikkilä*

Geometric Camera Calibration Using Circular Control Points

IEEE Trans. on Pattern Analysis Machine Intelligence, Vol. 22, No. 10, pp.1066-1077, Oct. 2000

[Huntley, 1993] - *J. M. Huntley, H. O. Saldner*

Temporal Phase-Unwrapping Algorithm for Automated Interferogram Analysis

Applied Optics, Vol. 32, No. 17, pp. 3047-3052, Jun. 1993

[Jähne, 2000] - *B. Jähne, H. Haubecker*

Computer Vision and Applications

Academic Press, 2000

[Jain, 1995] - *R. Jain, R. Kasturi, B. G. Schunck*

Machine Vision

McGraw-Hill International Editions – Computer Science Series, 1995

[Le Moigne, 1988] - *J. J. Le Moigne, A. M. Waxman*

Structured Light Patterns for Robot Mobility

IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. 4, No. 5, pp. 541-548, Oct. 1988

[Lenz, 1988] - *Reimar K. Lenz, Roger Y. Tsai*

Techniques for Calibration of the Scale Factor and Image Center for High Accuracy 3-D Machine Vision Metrology

IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 10, No. 5, pp. 713-720, Sept. 1988

[Morishima, 2002] - *S. Morishima, T. Yotsukura, K. Binsted, F. Nielsen, C. Pinhanes*

HyperMask - Projecting a Talking Head onto Real Objects

The Visual Computer 18, Issue 2, pp.111-120, 2002

[Naylor, 1966] - *T. Naylor, J. Balinfy, D. Burdick, K. Chu*

Computer Simulation Techniques

J. Wiley & Sons, 1966

[Paiva, 1997] - *Ana C. Ramada Paiva*

Aquisição e Processamento de Informação Tridimensional com Luz Estruturada Codificada

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores, Porto, 1997

[Press, 1992] - *William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery*

Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing

Cambridge University Press - 1992 Second Edition

[Rechsteiner, 1996] - *M. Rechsteiner, B. Schneuwly, W. Guggenbühl*

Fast and Precise 3D-Sensor Insensitive to Ambient Light

Electronics Laboratory ETH Zurich, 1996

[Saldner, 1997] - *Henrik O. Saldner, Jonathan M. Huntley*

Profilometry Using Temporal Phase Unwrapping and a Spatial Light Modulator-Based Fringe

Optical Engineering, Vol. 36, No. 2, pp. 610-615, Feb. 1997

[Silva, 1993] - *J. A. Silva, A. C. Campilho, J. C. Marques de Sá*

Structured-light Techniques: Basic Principle and Comparative Analysis

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1993

[Silva, 1994] - *Jorge Alves da Silva*

Aquisição e Processamento de informação tridimensional

Dissertação de Doutoramento apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Departamento de Eng.^a Electrotécnica e de Computadores, Porto, 1994

[Slama, 1980] - *C. C. Slama, C. Theurer, S. W. Henriksen*

Manual of Photogrammetry

4th Edition, American Society of Photogrammetry, Falls Church, VA, 1980

[Tavares, 1995] - *João Manuel R. da Silva Tavares*

Obtenção de Estrutura Tridimensional a Partir de Movimento de Câmara

Tese de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Departamento

de Engenharia Electrotécnica e de Computadores, Porto, 1995

[Tavares P., 2001] - *Paulo Tavares, Mário Vaz*

Perfilometria Tridimensional por Utilização de Luz Estruturada

4º Encontro nacional da APAET (Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões)
Bragança, Oct. 2001

[Tavares P., 2002] - *Paulo Tavares, Mário Vaz*

Three Dimensional Profilometer for Shape Extraction in Rapid Prototyping

RPD2002, October 2002 CENTIMFE, Marinha Grande, Oct. 2002

[Tsai, 1987] - *R. Y. Tsai*

**A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology
Using off-the Shelf TV Cameras and Lenses**

IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. RA-3, No. 4, pp. 323-344, Aug. 1987

[Vuylsteke, 1990] - *P. Vuylsteke, A. Oosterlinck*

Range Image Acquisition with a Single Binary-Encoded Light Pattern

IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 12, No. 12, pp. 148-164, Feb. 1990

[Wahl, 1984] - *F. M. Wahl*

A Coded-Light Approach for 3-Dimensional (3D) Vision

IBM Zurich Research Laboratory, Switzerland, September 1984

[Wei, 1994] - *G. Q. Wei, S. De Ma*

Implicit and Explicit Camera Calibration: Theory and Experiments

IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 16, pp. 469-480, 1994

[Weng, 1992] - *J. Weng, P. Cohen, M. Herniou*

Camera Calibration with Distortion Models and Accuracy Evaluation

IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14, No. 10, pp. 965-980, 1992