

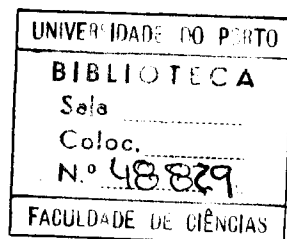
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto



Comutação de solitões em fibras ópticas não-lineares

Ricardo Santos Morla

(Licenciado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores)



Dissertação para a obtenção do grau de
Mestre em Optoelectrónica e Lasers
pela Universidade do Porto

Janeiro de 2001

D.R. 99-07-02

TA1800 MORAL C 2001-2

O Presidente do júri

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Paulo Henrique'.

Comutação de solitões em fibras ópticas não-lineares

Ricardo Santos Morla

Resumo

O aumento da capacidade e da distância de transmissão de informação é uma necessidade renovada diariamente. A carência da existência de dispositivos de comutação de informação que permitam acompanhar o aumento de débito imposto aos sistemas de transmissão é uma consequência deste aumento, nomeadamente no que diz respeito aos sistemas de transmissão por fibra óptica e aos comutadores integralmente ópticos.

Neste trabalho é estudada a comutação de impulsos solitónicos muito curtos numa fibra de núcleo duplo, sob o efeito da dispersão não-linear da velocidade de grupo.

Para este efeito, são tomados em consideração os estudos prévios de propagação de solitões em fibras ópticas, de comutação de solitões em fibras de núcleo duplo e de propagação de solitões em fibras ópticas sob o efeito da dispersão não-linear, de modo a alicerçar o estudo subsequente pretendido e a permitir comparar os resultados que serão obtidos.

São exemplificados casos de controlo da comutação sob o efeito da dispersão não-linear, em função de parâmetros diversos como o acoplamento linear, a potência de pico do solitão ou a fase relativa de um solitão de controlo, e comparados com os casos sem dispersão não-linear que tinham sido já analisados. São depois obtidas relações entre o ponto de funcionamento crítico dos dispositivos e o parâmetro da dispersão não-linear.

Abstract

The increasing need for larger and longer information transmission is renewed every day. The need for information switching devices that can keep up with the increasing transmission rate imposed to the transmission systems is a consequence of such an increase, namely in what concerns optical fiber transmission systems and all optical switching devices.

This work studies the switching of very short solitonic impulses in a twin-core fiber under the effect of nonlinear dispersion of the group velocity.

To do so, previous studies are taken in consideration, such as soliton propagation in optical fibers, soliton switching in twin-core fibers, and soliton propagation in optical fibers under the effect of nonlinear dispersion, all of which lay the ground for the proposed subsequent study and which will allow for result comparison.

Some examples are given of switching control under the effect of nonlinear dispersion, in function of several parameters such as linear coupling, soliton peak power, or relative phase of a control soliton, and these are compared to the cases without nonlinear dispersion already analysed. Relations are then obtained between the critical operating point of the devices and the nonlinear dispersion parameter.

Résumé

L'augmentation de la capacité et de la distance de transmission d'information est un besoin qui est, chaque jour, renouvelé. La nécessité de dispositifs de commutation d'information qui permettent d'accompagner l'augmentation de la cadence imposé aux systèmes de transmission est une conséquence de cette augmentation, notamment en ce qui concerne les systèmes de transmission par fibre optique et les commutateurs intégralement optiques.

Dans ce travail est étudiée la commutation d'impulsions solitoniques très courtes dans une fibre de noyau double, sous l'effet de la dispersion non-linéaire.

Pour ceci sont pris en considération les études préalables de propagation de solitons en fibres optiques, de commutation de solitons en fibres de noyau double et de propagation de solitons en fibres optiques sous l'effet de la dispersion non-linéaire, ce qui permet d'établir les bases de l'étude subséquent et de comparer les résultats qui seront obtenus.

Quelques exemples sont présentés qui permettent le contrôle de la commutation sous l'effet de la dispersion non-linéaire, en fonction de divers paramètres tels que l'accouplement linéaire, la puissance de pointe du soliton ou la phase relative d'un soliton de contrôle, et comparés avec les cas sans dispersion non-linéaire obtenus auparavant. Sont après obtenues des relations entre le point d'opération critique des dispositifs et le paramètre de la dispersion non-linéaire.

Agradecimentos

Os meus agradecimentos ao doutor Augusto da Silveira Rodrigues, pela orientação que deu a este trabalho.

Este trabalho foi apoiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia através do programa PRAXIS XXI.

Conteúdo

Resumo	i
Abstract	iii
Résumé	v
Agradecimentos	vii
1 Introdução	1
1.1 Estrutura da Tese	7
2 Solitões em fibras ópticas	9
2.1 Introdução	9
2.2 Dispersão da velocidade de grupo	9
2.2.1 Equação de propagação	10
2.2.2 Distância característica	12
2.2.3 Propagação de um impulso Gaussiano	14
2.2.4 Trinado do impulso inicial	15
2.3 Efeito não-linear de Kerr	17
2.3.1 Equação de propagação	17
2.3.2 Distância característica	18
2.3.3 Propagação de um impulso Gaussiano	19
2.3.4 Trinado do impulso inicial	20
2.4 Solitões : a interacção entre DVG e Kerr	21
2.4.1 Equação de propagação	22
2.4.2 Solução analítica	23
2.4.3 Perturbações na <i>NLS</i>	25
2.4.4 Resolução numérica da <i>NLS</i>	34
2.5 Conclusão	36
3 Acoplamento de solitões em fibras de núcleo duplo	37
3.1 Introdução	37

3.2	Acoplamento de feixes de ondas	38
3.2.1	Acoplamento linear	39
3.2.2	Acoplamento não-linear	40
3.3	Acoplamento de solitões	46
3.3.1	Estados solitônicos	49
3.3.2	Auto-comutação	51
3.3.3	Influência do termo de acoplamento não-linear na potência crítica	58
3.3.4	Comutação auxiliada	59
3.4	Conclusão	63
4	Dispersão não-linear	65
4.1	Introdução	65
4.2	Polarização de terceira ordem	66
4.3	Absorção de dois fótons	68
4.3.1	Expressão genérica para a polarização	69
4.3.2	Propriedades dos materiais	70
4.4	Polarização de terceira ordem com dispersão não-linear	74
4.5	Equação de propagação	78
4.5.1	Propagação sem dispersão linear	80
4.5.2	Propagação de um solitão fundamental perturbado pela DNL	81
4.5.3	Propagação de solitões de ordem superior perturbados pela DNL	82
4.5.4	Efeito da dispersão de terceira ordem	85
4.6	Conclusão	90
5	Acoplamento de solitões com dispersão não-linear	91
5.1	Introdução	91
5.2	Equação de propagação	92
5.3	Auto-comutação	93
5.3.1	Variação da constante de acoplamento linear	94
5.3.2	Variação da potência do solitão	100
5.3.3	Solitões de ordem superior	102
5.3.4	Efeito da dispersão de terceira ordem	104
5.4	Comutação auxiliada	111
5.5	Características de comutação	111
5.5.1	Transmissão com DNL variando a constante de acoplamento linear	113
5.5.2	Normalização em função da potência relativa	115
5.5.3	Transmissão com DNL variando a potência relativa	116

5.5.4	Variação do ponto crítico com a DNL	118
5.5.5	Comutação auxiliada	121
5.6	Conclusão	122
6	Conclusões e perspectivas de trabalho futuro	125
A	Dispersão Linear	131
B	Equação de Propagação	135
B.1	Equação de propagação genérica	135
B.2	Exemplo : a equação <i>NLS</i>	137

Lista de Figuras

1.1	Perfil temporal de um solitão claro e de um solitão escuro. . .	2
2.1	Variação da dispersão D (ver apêndice A) com o comprimento de onda λ , para fibras ópticas monomodo convencionais (C-SMF) e monomodo com dispersão deslocada (DS-SMF) típicas. . .	11
2.2	Variação do parâmetro β_2 (ver apêndice A) com o comprimento de onda λ , para fibras ópticas monomodo convencionais (C-SMF) e monomodo com dispersão deslocada (DS-SMF) típicas.	12
2.3	Variação relativa da largura do impulso em função da distância de propagação para impulsos gaussianos distintamente trinados num meio em que a DVG normal domina.	16
2.4	Modulação de frequência de um impulso gaussiano num meio onde o efeito Kerr domina - também chamada de auto-modulação de fase.	20
2.5	Modulação de frequência de um impulso gaussiano trinado negativamente num meio onde o efeito Kerr domina. À esquerda a distribuição espectral e espacial da intensidade e à direita os perfis espectrais no início da propagação, num ponto em que o impulso está a ser comprimido e noutro ponto onde já se nota o processo normal de modulação, à medida que a espessura do traço aumenta.	21
2.6	Espectro de três impulsos gaussianos trinados linearmente de maneira diferente, após propagação igual num meio onde o efeito Kerr domina. Da esquerda para a direita, o valor do parâmetro do trinado de cada impulso é 1, 0 e -1.	21
2.7	Relação entre a potência P_0 e a largura T_0 de um solitão fundamental para valores típicos dos parâmetros do meio - à esquerda valores de potência do impulso elevados, e à direita reduzidos.	23
2.8	Perfil da intensidade de um solitão $N=2$ em função do tempo, com unidades relativas, ao longo de um período de oscilação. .	26

2.9	Variação dos parâmetros S e β_3 (ver apêndice A) com o comprimento de onda λ , para fibras ópticas monomodo convencionais (C-SMF) e monomodo com dispersão deslocada (DS-SMF) típicas.	28
2.10	Comparação entre as distâncias características da DVG e da DTO em função da largura do impulso, para valores típicos dos parâmetros de dispersão das fibras - $\beta_2 = 20ps^2km^{-1}$ e $\beta_3 = 0.1ps^3km^{-1}$	28
2.11	Perfis temporal e espectral da propagação de um solitão num meio com DVG anômala, Kerr e DTO, em três pontos distintos da propagação. O parâmetro da DTO é positivo. O aumento da espessura dos traços indica um aumento da distância de propagação.	30
2.12	Perfis temporal e espectral da propagação de um solitão num meio com Kerr e DTO, em três pontos distintos da propagação. O parâmetro da DTO é positivo. O aumento da espessura dos traços indica um aumento da distância de propagação.	31
2.13	Propagação de um solitão fundamental num meio com DVG anômala e efeitos Kerr e Raman, no tempo e na frequência. As três curvas no gráfico da frequência correspondem a três distâncias diferentes : no início, a meio e no final da propagação.	32
2.14	Propagação de um solitão de ordem dois sob os mesmos efeitos da figura 2.13, no tempo e na frequência, esta no início e no meio da propagação.	33
2.15	Propagação de um solitão tendo em conta a auto-inclinação.	34
2.16	Representação gráfica do método simples de resolução da equação de propagação.	35
2.17	Representação gráfica de uma variação do método de resolução da equação de propagação.	35
3.1	Potência de feixes de ondas em fase dos dois canais de um acoplador linear, ao longo deste. A energia é aplicada no início do primeiro canal. As unidades estão normalizadas para a potência da onda e para o período de acoplamento da energia de um canal para o outro, z_B	40

3.2	Potência de feixes de ondas desfasadas dos dois canais - à esquerda e à direita - de um acoplador linear, ao longo deste. O aumento da espessura do traço das curvas reflecte o aumento da diferença de fase entre os dois canais, em que o traço mais fino corresponde ao caso de diferença nula mostrado na figura 3.1. A energia é aplicada no início do primeiro canal e as unidades são as mesmas da figura 3.1.	41
3.3	Variação da potência do feixe de ondas do primeiro canal de um acoplador com características não-lineares, ao longo deste, para diversos valores da potência inicial no primeiro canal. As unidades foram normalizadas para a potência crítica do acoplador e para o período de acoplamento linear da energia de um canal para o outro, z_B	43
3.4	Transmissão de feixe de ondas em função da potência de entrada relativa, para dois dispositivos com comprimentos diferentes - à esquerda o comprimento é igual ao comprimento de acoplamento para o caso linear, z_B , e à direita é o dobro deste.	45
3.5	O mesmo que a figura 3.4 para impulsos sem dispersão.	46
3.6	Intensidade do acoplamento com características lineares de um solitão em função da distância relativa ao período de acoplamento linear, ξ/ξ_B	48
3.7	O mesmo que a figura 3.6, excepto no que diz respeito ao valor da potência de pico do solitão fundamental, que é tal que se notam os efeitos não-lineares no acoplamento.	48
3.8	Energia relativa dos dois canais de um acoplador ao longo da propagação, para dois valores distintos da potência de pico inicial da secante hiperbólica que correspondem a dois estados diferentes do acoplador, em unidades do período de acoplamento linear.	51
3.9	Transmissão de um acoplador com comprimento igual à distância de acoplamento linear e com um parâmetro $K_k = \frac{1}{4}$, para impulsos descritos pela equação 3.26.	52
3.10	Variação da potência crítica η_c^2 com o parâmetro de acoplamento linear normalizado K_k (a traço espesso) e da derivada de η_c^2 em relação a K_k (a traço fino) para um impulso como o da equação 3.26.	53
3.11	Distribuição da intensidade e da energia num acoplador ao longo do comprimento deste, em unidades relativas à potência de pico, à energia inicial e ao período de acoplamento linear. A potência de pico inicial é inferior à potência crítica do acoplador.	53

- 3.12 Semelhante à figura 3.11, mas com uma potência de pico do impulso de entrada superior à potência crítica do acoplador. . . 54
- 3.13 Variação da potência crítica com o parâmetro de acoplamento linear normalizado (a traço espesso), e da relação entre estes (a traço fino), para um impulso como o da equação 3.27. . . . 55
- 3.14 Variação da transmissão com o parâmetro de acoplamento linear normalizado para um impulso como o da equação 3.27 num dispositivo com comprimento equivalente a um período de acoplamento linear : a traço cheio os resultados numéricos, a tracejado os resultados analíticos aproximados. 56
- 3.15 Variação da transmissão com o parâmetro K'_k , para três valores do coeficiente de acoplamento não-linear normalizado K_σ : 0, 0.3 e 0.5. O aumento da espessura dos traços indica um aumento deste coeficiente. 58
- 3.16 Variação do parâmetro K'_k crítico obtida numericamente - traço mais espesso - e seu inverso $1/K'_k = \eta^2/K_k$ obtido a partir deste e também analiticamente a partir da equação 3.37 - traços mais finos -, em função do parâmetro de acoplamento não-linear normalizado K_σ 59
- 3.17 Variação da transmissão após uma distância equivalente a um período de acoplamento linear com a diferença de fase relativa a π entre os solitões de dados e de controlo, para $r=5$ (à esquerda) e $r=15$ (à direita). Em cada gráfico são representadas diferentes curvas correspondentes a diferentes potências η^2 do solitão de dados, cujo valor aumenta com a espessura do traço da seguinte forma : $5.4K_k$, $6.6K_k$, $7.8K_k$ e $12K_k$ 60
- 3.18 Variação transmissão com a diferença de fase relativa a π dos dois impulsos para diferentes valores de r . Os traços aumentam de espessura com $r = 5$, $r = 15$, $r = 100$ e $r = 500$. A potência de pico do impulso de dados é $\eta^2 = 6.6K_k$ 61
- 3.19 Intensidade e energia relativas da comutação de um solitão de um canal para o outro devido a uma diferença de fase entre este e o solitão de controlo. Os parâmetros são $\phi = 0.4\pi$, $r = 15$, $\eta^2 = 6.6$, $K_k = 1$, e as unidades de distância são relativas ao período de acoplamento linear. 62
- 3.20 Intensidade e energia relativas da manutenção de um solitão no canal inicial devido a uma diferença de fase entre este e o solitão de controlo. Semelhante à figura 3.19, excepto $\phi = 0$. . . 62

4.1	Forma da resposta não-linear de um material em que dois níveis energéticos predominam, em função da relação entre a energia de um fóton e a energia proibida E_g	72
4.2	Variação da não-linearidade Kerr - à esquerda - e da sua dispersão relativa - à direita - com o comprimento de onda e com o parâmetro p , para o composto $B_2O_3SiO_2$ e $CdSe$. A diminuição da espessura dos traços indica uma diminuição de p , que toma os valores 1.000, 0.975, 0.950, 0.925 e 0.900.	73
4.3	Distribuição temporal da intensidade e frequência instantânea, juntamente com a distribuição espectral da intensidade, para três posições ao longo da propagação de um impulso num meio em que o efeito Kerr e a DNL são dominantes e em que o impulso inicial é um solitão fundamental. O aumento da espessura do traço indica o aumento da distância de propagação. . .	80
4.4	Propagação de um solitão perturbado pela dispersão não-linear : distribuições temporais de intensidade e de frequência instantânea, bem com as distribuições espectrais de intensidade do impulso inicial e do impulso ao fim de dez unidades de distância relativa ($\xi = 10$).	81
4.5	Intensidade temporal, frequência instantânea e intensidade espectral no início e fim da propagação de um solitão $N = 2$ perturbado pela DNL, bem como a intensidade temporal ao longo da propagação.	83
4.6	Semelhante à figura 4.5, para um solitão $N = 3$	83
4.7	Distribuição da intensidade no tempo e na frequência da propagação de um solitão fundamental sob o efeito conjunto da DNL e da DTO. Os parâmetros da equação de propagação que representam este caso são : $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 3$	86
4.8	Comparação temporal e espectral da distribuição de intensidade de dois impulsos com DTO, um sob o efeito da DNL (a traço espesso e da figura 4.7) e outro não (a traço fino e da figura 2.11), para uma determinada distância de propagação. .	87
4.9	Distribuição da intensidade no tempo e na frequência da propagação de uma secante hiperbólica sob o efeito conjunto da auto-modulação de fase, da DNL e da DTO. Os parâmetros da equação de propagação que representam este caso são : $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 1$, normalizados em relação à distância característica do efeito Kerr.	87

- 4.10 Comparação temporal e espectral da distribuição de intensidade de dois impulsos com DTO e sem DVG, um sob o efeito da DNL (a traço espesso e da figura 4.9) e outro não (a traço fino e da figura 2.12), para uma determinada distância de propagação. 88
- 4.11 Propagação de um solitão fundamental sob o efeito da DNL ($K_\alpha = -0.5$) e da DTO ($K_{DTO} = -3$), em unidades de distância normalizadas ($\xi = z/L_{DVG}$). 89
- 4.12 Distribuição temporal da intensidade de um solitão após uma distância de propagação igual a $\xi = 20$, sob o efeito da DNL ($K_\alpha = -0.5$), para vários valores do parâmetro da DTO, positivos e negativos (imagem esquerda). Distribuição temporal e espacial da intensidade de um solitão para o caso em que a DTO compensa o atraso imposto pela DNL ($K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} \simeq -0.8$, imagem direita). 89
- 5.1 Intensidade e a energia ao longo da propagação nos dois canais de um acoplador linear com dispersão não-linear ($K_\alpha = -0.5$), em que o acoplamento linear é dominante ($K_k = 5$), para dois períodos de acoplamento linear (isto é, até $\xi/\xi_B = 2$). 95
- 5.2 Intensidade no primeiro canal, nas mesmas condições da figura 5.1, para múltiplos do dobro do período de acoplamento linear ($2\xi_B$), até $\xi/\xi_B = 80$ (imagens superiores). Para comparação, mesma situação sem dispersão não-linear (imagens inferiores). 96
- 5.3 Semelhante à figura 5.1, excepto no que diz respeito ao acoplamento linear, que é bastante mais fraco ($K_k = 0.1$). 97
- 5.4 Semelhante à figura 5.2, excepto no que diz respeito ao acoplamento linear ($K_k = 0.1$), à distância de propagação e aos pontos desta que foram amostrados ($\xi = n\xi_B$ até $\xi/\xi_B = 6$). . 98
- 5.5 Intensidade (imagens superiores) e energia (imagem inferior esquerda) ao longo da propagação nos dois canais de um acoplador linear com dispersão não-linear, para dois períodos de acoplamento linear ($\xi/\xi_B = 2$) em que o impulso de entrada é um solitão de potência suficientemente pequena, de modo a que o acoplamento linear seja dominante. Perfil temporal da intensidade no canal inicial, para $\xi = 0, 2\xi_B, 4\xi_B$ e $6\xi_B$ (imagem inferior direita). 100
- 5.6 Semelhante à figura 5.5, mas com um solitão inicial de potência elevada, de modo a que os efeitos não-lineares sejam dominantes. 101

- 5.7 Distribuição temporal da intensidade ao longo da propagação de um solitão de segunda ordem nos dois canais de um acoplador linear, em que os efeitos da DNL não são desprezáveis (duas imagens superiores). Perfil temporal do canal inicial ao fim de dois períodos de acoplamento linear, a traço espesso, comparado com o perfil inicial, a traço fino (imagem inferior). $K_k = 0.25$ e $K_\alpha = -0.15$ 103
- 5.8 Distribuição temporal e de energia da comutação de um solitão num meio em que $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 3$, ao longo de dois períodos de acoplamento linear, e em que o acoplamento linear é $K_k = 5$. Comparação com o caso equivalente sem dispersão de terceira ordem, representado no segundo canal ao fim de um período de acoplamento linear pelo traço mais fino da imagem inferior direita. 105
- 5.9 Distribuição temporal, espectral e de energia da não comutação de um solitão num meio em que $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 0.75$, ao longo de dois períodos de acoplamento linear, e em que o acoplamento linear é $K_k = 0.1$ 106
- 5.10 Comparação temporal e espectral da situação da figura 5.9 com o caso equivalente sem dispersão de terceira ordem (traço fino), ao fim de um período de acoplamento linear. As figuras superiores dizem respeito ao primeiro canal, onde foi inserido um solitão fundamental da NLS em $\xi = 0$, e as inferiores ao segundo canal. 108
- 5.11 Distribuição temporal, espectral e de energia da comutação de um solitão num meio em que $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 3$, ao longo de dois períodos de acoplamento linear, e em que o acoplamento linear é $K_k = 0.25$. Comparação com o caso equivalente sem dispersão de terceira ordem, representado no primeiro canal ao fim de um período de acoplamento linear pelo traço mais fino das imagens inferiores. 109
- 5.12 Distribuição temporal e de energia da comutação de um solitão num meio em que $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 0.15$, ao longo de dois períodos de acoplamento linear, e em que o acoplamento linear é $K_k = 0.25$. Comparação com o caso equivalente sem dispersão de terceira ordem, representado no segundo canal ao fim de um período de acoplamento linear pelo traço mais fino da imagem inferior direita. 110

- 5.13 Intensidade e energia relativas da comutação de um solitão de dados de um canal para o outro sob o efeito da DNL, devido à fase relativa do solitão de controlo. Os parâmetros são $\phi = 0.4\pi$, $r = 15$, $K_k/\eta^2 = 0.15$ e $K_\alpha = -1$, em unidades de distância relativas ao período de acoplamento linear. 112
- 5.14 Semelhante à figura 5.13, excepto a fase relativa $\phi = 0$, que impede a comutação do solitão para o outro canal. 112
- 5.15 Transmissão de um solitão fundamental (para $\xi = \xi_B$) em função da constante de acoplamento linear normalizada para $K_\alpha = -0.5$ (traço cheio) e para $K_\alpha = 0$ (a tracejado, igual aos resultados numéricos da figura 3.14 para $\eta^2 = 1$). 114
- 5.16 Variação da transmissão e dos parâmetros K'_α e K'_k (para $\xi = \xi_B$, e do traço mais espesso para o mais fino) em função da potência relativa de um solitão fundamental que se propaga num acoplador, com dispersão não-linear e em que $K_k = 0.25$ e $K_\alpha = -0.5$ 117
- 5.17 Resultados numéricos obtidos para a variação da constante de acoplamento normalizada crítica K'_{kc} em função da constante de dispersão não-linear normalizada K'_α , a traço espesso. A traço fino, o erro relativo da função analítica apresentada no texto que modela esta mesma variação, dentro dos limites de K'_α do gráfico. 118
- 5.18 Variação da constante de acoplamento crítica K_{kc} com a constante de dispersão não-linear K_α e a potência relativa η^2 de um solitão fundamental, expandida da relação entre K'_{kc} e K'_α da figura 5.17. 120
- 5.19 Variação da constante de acoplamento crítica K_{kc} com a potência relativa η^2 de um solitão fundamental para determinados valores da constante de dispersão não-linear K_α . $|K_\alpha| = 0, 0.25, 0.5, 0.75$ e 1 120
- 5.20 Transmissão de solitões fundamentais num dispositivo com dispersão não-linear e cujo comprimento é equivalente a um período de acoplamento linear, em função da fase relativa do solitão de controlo, para vários valores da constante de dispersão não-linear K_α . $|K_\alpha| = 0, 0.5, 1, 1.5, 2$ e 2.5 , do traço mais fino para o mais espesso. 122

Capítulo 1

Introdução

A procura de uma comunicação sem ruído, rápida, segura, barata, que alcance a maior distância possível, cuja infra-estrutura necessite de um mínimo de manutenção, está desde sempre presente nas preocupações (mais altruístas, ou menos) da Humanidade. Os sinais gestuais, a fala, as gravuras, os sinais de fumo, o papiro, o pombo-correio, a sinalização por bandeiras, os sinais ópticos, a transmissão de sinais eléctricos através de meios condutores, a transmissão electromagnética livre na atmosfera e através dela, ou guiada em meios dieléctricos, são exemplos das soluções que o génio humano e a força da Natureza conseguiram construir para resolver o problema da comunicação, entre muitas outras que ficaram esquecidas ou que certamente virão.

Entre todas estas soluções para o problema da comunicação, a fibra óptica é das que na última década mais frutos tem dado, nomeadamente em termos de capacidade e distância máxima de transmissão. Toda uma infra-estrutura tem sido construída com base na fibra óptica, desde cabos transoceânicos até ligações locais, que em alguns casos chegam mesmo a casa dos utilizadores. Com o aperfeiçoamento das técnicas de fabrico e consequente melhoria da qualidade da fibra em termos de absorção [1], e com a escolha de novos comprimentos de onda para os quais a absorção não é tão grande, a distância de transmissão sem repetidores electrónicos aumenta. Estes são até substituídos por amplificadores ópticos em fibras dopadas (por exemplo com érbio, os *EDFA*), o que permite a eliminação da custosa conversão opto-electrónica. Com novas e mais baratas fontes *laser*, e com novas técnicas de transmissão (por exemplo a multiplexagem em comprimento de onda, *WDM* e *DWDM*), o débito de informação transmitida também aumenta, e a geração de tráfego

óptico em fibra é generalizado.

Mas todas as técnicas de transmissão utilizadas fazem com que os impulsos transmitidos estejam sujeitos à dispersão temporal, consequência da variação das características da fibra com o comprimento de onda, que limita o débito de transmissão de informação. O conceito de solitão aparece então como solução do problema da dispersão temporal em fibras ópticas. Já extensamente debatido noutros contextos, o conceito de impulso estacionário na propagação em fibras ópticas foi descrito por Hasegawa e Tappert em 1973 [2] recorrendo à equação de Schrödinger não linear para analisar o resultado da interacção entre dispersão temporal e não-linearidade de terceira ordem, comparar a propagação de solitões com a propagação de outros impulsos¹ e mostrar a relativa robustez do solitão ao ruído, à absorção e a perturbações de amplitude. O estado de polarização do impulso foi tomado em consideração em [3]. Uma análise matemática aproximada para a solução da equação de Schrödinger não-linear foi proposta por Anderson [4], que se baseou num método variacional com funções de teste gaussianas para obter resultados que se mostraram em concordância com os resultados dos métodos numéricos² e com a teoria da transformada de dispersão inversa, *IST* [5]. Foi também introduzido o conceito de solitão claro [2] e solitão escuro [6], respectivamente em condições de dispersão anómala e impulso com forma convexa, e de dispersão normal e impulso com forma côncava; ambos são representados na figura 1.1.

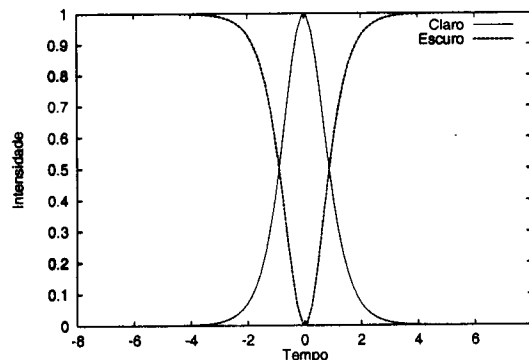


Figura 1.1: Perfil temporal de um solitão claro e de um solitão escuro.

A análise matemática da propagação de solitões foi levada um passo à frente [7] com a introdução de efeitos de dispersão linear e efeitos não-lineares

¹Por exemplo do género *nonreturn-to-zero* em que a não-linearidade e a dispersão são tomados como efeitos secundários.

²Por exemplo como o *Split Step Fourier Method*.

de ordem superior à dos dois que se equilibram para a formação de um solitão: a dispersão da velocidade de grupo e a auto-modulação de fase. A dispersão de terceira ordem - que em certas condições pode estabilizar a interação temporal de solitões [8] - e de quarta ordem [9], o efeito de Raman [10, 11, 12] e a auto-inclinação são portanto enquadrados teoricamente na equação de propagação, expandindo a equação de Schrödinger não-linear. Estes efeitos surgem como consequência da propagação de impulsos muito curtos, propagação esta que foi estudada na região de dispersão de segunda ordem nula [13], com os efeitos combinados da dispersão de terceira ordem, de Raman e de auto-inclinação [14] e tendo em conta perdas de Stokes e a dependência da não-linearidade e da área do modo da fibra com a frequência [15].

A primeira observação documentada de propagação de solitões em fibras data de 1980, quando Mollenauer e colegas [16] conseguiram fazer com que se propagasse um impulso curto - cerca de 7 pico-segundos - com características de solitão, ao longo de 700 metros de uma fibra monomodo. Estão actualmente documentadas experiências de transmissão de solitões com débitos que chegam aos 40 Gbit/s até 70000 quilómetros [17] num só canal, e que, usando técnicas de WDM, chegam aos 160 Gbit/s em 8 canais até 4000 quilómetros [18].

A amplificação óptica de impulsos através de *EDFA* (por exemplo) introduz ruído espontâneo na geração de novos fotões, que causa o chamado *jitter* temporal de Gordon-Haus [19] e também variações aleatórias na amplitude. A técnica de gestão da dispersão, através da compensação periódica da dispersão [20] tem sido foco de atenção significativa para melhorar estes problemas, com resultados promissores em termos de propagação de solitões (que chegam aos 320 Gbit/s até 6000 quilómetros [21] num só canal ou 640 Gbit/s até 1000 quilómetros [22] em 16 canais DWDM) e não só [23], e com novas técnicas que permitem a propagação de solitões com larguras até 2.57 ps por gestão densa da dispersão [24].

Qualquer rede de comunicações depende fortemente de dispositivos que comutem apropriadamente o tráfego para o seu destino. A electrónica fornece um inúmero leque destes dispositivos, tanto para tráfego eléctrico³ como para tráfego em fibras ópticas, sendo a conversão opto-electrónica uma necessidade constante. Esta conversão, claro, limita o desempenho da comutação, o que faz surgir a comutação completamente óptica como solução desejada para

³Estes dispositivos vão desde o mais básico transistor até à comutação de alto nível, os chamados *switches*, telefónicos ou para redes de computadores, por exemplo *Ethernet* ou *ATM*.

o problema da comutação [25]. Neste contexto, vários tipos de dispositivos têm servido como base para o estudo do acoplamento de energia entre canais, entre os quais se destacam as redes de Bragg, as fibras birrefringentes [26], as fibras com variação periódica de parâmetros [27], o interferómetro de Sagnac [28], o interferómetro integrado [29], a junção simétrica em Y [30] e a fibra de núcleo duplo [31]. Têm sido também experimentados novos materiais para os acopladores, nomeadamente polímeros [32] e semicondutores [33].

O estudo destes dispositivos começou com feixes de ondas electromagnéticas, em particular com o estudo do comportamento não-linear de um acoplador direccionado por Jensen [34]. Este definiu a potência crítica do dispositivo e levou ao reconhecimento das suas capacidades de comutação, baseadas na potência relativa do feixe. A comutação de feixes de dados através de feixes auxiliares mais fracos é também possível, usando a fase relativa como parâmetro de controlo [35].

A necessidade de comutar impulsos para poder transmitir informação e o mau desempenho destes comparados com feixes⁴ levou à introdução do conceito de comutação de solitões [27], permitindo a interligação destes dispositivos com sistemas de transmissão de longa distância baseados em solitões, numa perspectiva global de uma rede de comunicações. Mais do que uma vez utilizado devido às suas características de partícula, o solitão é aqui comutado como um todo, adaptando-se à transferência de energia para o outro canal. A teoria desenvolvida para descrever o comportamento de solitões num acoplador [36] baseia-se na equação de Schrödinger não-linear e no acoplamento dos modos numa fibra. Uma aproximação variacional destas equações acopladas para fibras de núcleo duplo, baseada no formalismo das lagrangianas, permite determinar o ponto crítico de funcionamento do dispositivo, comparando a magnitude do acoplamento e a potência do solitão [37, 38]. Os acopladores têm, à semelhança da equação de Schrödinger não-linear, estados solitónicos [39, 40], para os quais a distribuição temporal da intensidade do impulso de cada canal do acoplador não varia com a distância de propagação. Qualquer estado inicial, ou seja, qualquer distribuição temporal dos impulsos à entrada do acoplador, terá tendência a evoluir para um estado solitónico, à medida que a distância de propagação aumenta. A propagação e acoplamento em fibras birrefringentes têm um formalismo semelhante ao das fibras de núcleo duplo, e cada canal é diferenciado pelo seu estado de polarização [26, 41].

A primeira comutação de solitões foi realizada num interferómetro de Sagnac [28], demonstrando experimentalmente a viabilidade da utilização de solitões em dispositivos de comutação. Entretanto, resultados numéricos pa-

⁴Para impedir a semi-comutação de um impulso devida à variação do seu perfil temporal, é necessário utilizar impulsos quase rectangulares, o que aumenta a dispersão destes.

ra fibras de núcleo duplo tinham já confirmado a comutação de solitões sem distorção e mostrado que as características de comutação destes se aproximam bastante mais das características de comutação de feixes do que as de outros impulsos, tanto para a comutação baseada na potência de pico relativa do solitão [42] como para a comutação auxiliada por um solitão mais fraco e dependente da fase relativa deste [43]. Foi também, posteriormente, estudada uma aproximação analítica variacional das equações de propagação, baseada no formalismo das lagrangianas [44].

Estudos específicos sobre o acoplamento não-linear⁵ mostram o efeito da modulação cruzada de fase entre solitões de dois canais, nomeadamente a interação de dois solitões com comprimentos de onda diferentes [45] e a evolução de parâmetros dos solitões em função da relação entre a modulação cruzada de fase e a auto-modulação de fase, recorrendo a uma aproximação variacional [46, 47].

A necessidade de transmitir impulsos cada vez mais curtos para obter cada vez maior débito de transmissão de informação leva à procura de condições para as quais as características não-lineares dos materiais sejam mais fortes, para que, com a mesma potência, se possam obter solitões mais curtos [48].

Com este fim em vista, a absorção de dois fotões surge como uma possibilidade para a melhoria das características não-lineares e de absorção do material. As suas propriedades são conhecidas, nomeadamente a variação do parâmetro de absorção não-linear de dois fotões com a relação entre a energia do fotão e a energia da banda proibida do material [49, 50], a variação do índice de refração não-linear de dois fotões com a mesma relação entre a energia do fotão e a energia da banda proibida [51] e alguns modelos matemáticos que descrevem a propagação de impulsos em meios com absorção de dois fotões [52, 53]. Observam-se então: um aumento do índice de refração não-linear, com um máximo para um valor da energia do fotão um pouco superior a metade do valor da banda proibida [51]; a existência da absorção não-linear para valores superiores a metade da banda proibida [49, 50, 54]; e, devido à distância de qualquer ressonância simples, uma reduzida absorção linear. A melhor relação entre índice de refração não-linear, absorção não-linear e absorção linear parece ser, portanto, para valores de energia do fotão imediatamente inferiores a metade do valor da banda proibida, e em consequência será esta região a mais apropriada para obter solitões

⁵ Acoplamento não-linear visto como sendo a contribuição, para a propagação, do termo não-linear de acoplamento, juntamente com os termos de acoplamento linear e com os termos lineares e não-lineares no próprio canal.

mais curtos e débitos e distâncias de transmissão de informação maiores.

Uma maneira de conseguir obter na fibra óptica bandas de energia proibidas que se adequem ao comprimento de onda geralmente utilizado nas comunicações ópticas, $1.55\mu m$, é através da inserção de pontos quânticos no interior do vidro da fibra [55, 56, 57, 58]. Para caracterizar as propriedades deste composto, é utilizada a teoria de Maxwell-Garnet [59] juntamente com as propriedades lineares dos vidros [60] e dos semicondutores [61], e com as propriedades não-lineares de ambos [51, 62].

A propagação de um impulso nestas condições de proximidade de uma ressonância de dois fótons produz uma auto-inclinação do perfil temporal, notada em vapores de Rb [63], e uma assimetria do espectro, notada em semicondutores com poços quânticos múltiplos (*MQW*) [64]. Assim, o facto de se diminuir a largura do impulso introduz a necessidade de aumentar a precisão da equação que descreve a propagação, que já não reflecte, nomeadamente, a assimetria espectral e a auto-inclinação. A dedução da equação de Schrödinger não-linear implica aproximações que deixam de ser válidas para impulsos mais curtos que se propagam perto da região de ressonância de dois fótons. Surge assim a dispersão não-linear [65], variação da velocidade de grupo com a intensidade do impulso, como termo de correcção da equação de Schrödinger não-linear. Em [65], sem caracterizar o tipo de material que permite a propagação de impulsos tão curtos, e em [66], para um material genérico baseado em pontos quânticos, é apresentado o modelo teórico que consegue representar esta assimetria espectral e auto-inclinação temporal através da dispersão não-linear.

Numa rede de comunicações global, a transmissão de impulsos muito curtos - recorrendo à propagação na proximidade de uma ressonância de dois fótons e tendo em conta a dispersão não-linear - tem que ser acompanhada pela comutação destes mesmos impulsos curtos, sob pena de se limitar esta comunicação de alto débito a ligações ponto-a-ponto, em que a informação é transmitida por caminhos pré-definidos pela instalação dos cabos nos quais passam as fibras ópticas, e em que qualquer alteração de percurso é impossível, ou limitada à alteração do percurso dos cabos.

Nesta perspectiva, e tendo em conta alguns resultados experimentais de comutação ultra-rápida na proximidade de uma ressonância de dois fótons [67, 29], o estudo do acoplamento e comutação de solitões sob o efeito da dispersão não-linear, do ponto de vista em que esta altera as características dos dispositivos acopladores e comutadores, é essencial e é objecto do trabalho que esta Tese expõe.

1.1 Estrutura da Tese

Esta Tese está dividida em seis capítulos. O capítulo 2 é um capítulo genérico sobre a propagação de solitões em fibras ópticas; o capítulo 3 apresenta o acoplamento de solitões em fibras de núcleo duplo; o capítulo 4 descreve o efeito da dispersão não-linear na propagação de solitões em fibras ópticas; o capítulo 5 estuda o efeito da dispersão não-linear na comutação de solitões em fibras de núcleo duplo; e por fim, o capítulo 6 apresenta as conclusões deste trabalho e perspectivas de trabalho futuro.

Com mais pormenor, o capítulo 2 introduz a dispersão da velocidade de grupo e a auto-modulação de fase ou efeito Kerr, mostrando o seu efeito individual sobre um impulso, na perspectiva de dar a entender melhor o equilíbrio entre estes dois fenómenos, que leva à formação de solitões nas fibras ópticas. Descreve também o comportamento de solitões fundamentais e de ordem superior na perspectiva da equação de Schrödinger não-linear, bem como efeitos de ordem superior que perturbam e eventualmente distorcem os solitões.

O capítulo 3 apresenta o acoplamento e a comutação entre impulsos de dois canais de um dispositivo acoplador direccional não-linear (fibra de núcleo duplo), começando por feixes de ondas e pelas características que o dispositivo apresenta, para passar ao acoplamento e comutação de solitões. Também evidencia a auto-comutação, baseada na potência relativa de pico do solitão, e a comutação auxiliada, baseada na fase relativa de um solitão de controlo mais fraco.

O capítulo 4 descreve o efeito da dispersão não-linear na propagação de solitões, começando por situar a relevância da dispersão não-linear no contexto do aumento da não-linearidade na proximidade de uma ressonância de dois fotões, para depois deduzir a expressão da polarização de terceira ordem que está ligada à dispersão não-linear e a equação de propagação que modela o comportamento de um impulso sob o efeito da dispersão da velocidade de grupo, da auto-modulação de fase e da dispersão não-linear. Finalmente são exemplificados vários casos de impulsos propagando-se num meio com estas características.

O capítulo 5 estuda o efeito da dispersão não-linear no acoplamento e comutação de solitões em fibras de núcleo duplo, mostrando distintas situações de controlo da comutação sob o efeito da dispersão não-linear, e as diferenças entre estas e os casos em que a dispersão não-linear é desprezável. Apresenta depois as características, obtidas numericamente, de um comutador com dispersão não-linear, em função da magnitude desta, para casos de auto-comutação e de comutação auxiliada.

Capítulo 2

Solitões em fibras ópticas

2.1 Introdução

Os solitões ópticos temporais são o resultado do equilíbrio entre dispersão temporal e não-linearidade. Os solitões mantêm-se num equilíbrio estável, em que a não-linearidade impede a sua dispersão temporal e a dispersão temporal impede a sua distorção não-linear.

À luz de uma interpretação física da interacção destes fenómenos na propagação de um impulso numa fibra, é possível imaginar um impulso que se mantenha constante ao longo da propagação. A resolução da equação que descreve a propagação nestas condições - a equação de Schrödinger não-linear - fornece a forma analítica do impulso que se propaga com as propriedades de um solitão, e permite estudar mais profundamente efeitos de outra ordem.

As duas secções seguintes descrevem os tipos de dispersão e não-linearidade que permitem a formação de solitões, e o efeito que estas produzem num impulso, individualmente. Depois, noutra secção, é descrita a sua interacção e a formação propriamente dita de solitões.

2.2 Dispersão da velocidade de grupo

A DVG - dispersão da velocidade de grupo - reflecte parte do fenómeno físico mais fundamental da propagação, a dispersão. A dispersão é a combinação de vários efeitos físicos cujo comportamento varia com o valor da frequência

do campo eléctrico, como a dispersão cromática - onde os electrões não livres do meio reagem de maneira diferente a cada comprimento de onda - ou a dispersão de guia de onda - onde o perfil transversal do índice de refração ou do ganho do guia de onda altera a constante de propagação de acordo com a frequência. Pela definição de dispersão referida acima, é fácil de perceber que as componentes espectrais do impulso que se propaga têm diferentes constantes de propagação e, por consequência, diferentes velocidades. Isto inevitavelmente fará com que o impulso alargue, o que é negativo para as comunicações - ter maiores impulsos implica ter um menor ritmo de transmissão de impulsos, e portanto ter uma pior utilização do canal. A dispersão - e particularmente a DVG - foi o ponto de partida para o estudo de outros efeitos de propagação, na tentativa de contrabalançar o efeito de alargamento dos impulsos, e por exemplo, ter maiores débitos de transmissão.

A DVG é a aproximação de segunda ordem da variação da constante de propagação com a frequência. É de facto a dispersão da velocidade de grupo, no sentido em que as velocidades de grupo dos conjuntos de ondas¹ de frequências em redor da frequência central vão variar em função da frequência de cada conjunto de ondas. Assim, se um conjunto de ondas central tem uma velocidade de grupo particular, definida pela aproximação de primeira ordem da variação da constante de propagação com a frequência, então cada conjunto de ondas cuja frequência se encontre na vizinhança da frequência do conjunto de ondas central verá o inverso da sua velocidade de grupo variar linearmente com a distância da sua frequência à frequência do conjunto de ondas central. Há então dispersão temporal do impulso.

A figura 2.1 mostra a variação típica da dispersão de uma fibra monomodo convencional e de uma fibra monomodo com dispersão deslocada - isto é, cujo comprimento de onda para o qual a dispersão é nula foi alterado - em função do comprimento de onda. Pode observar-se que a dispersão de segunda ordem é nula para $\lambda = 1.31\mu m$ no exemplo da fibra monomodo convencional, e que este valor foi propositadamente alterado para $\lambda = 1.55\mu m$ no exemplo da fibra monomodo com dispersão deslocada.

2.2.1 Equação de propagação

Na equação que descreve a propagação de um impulso através de uma fibra óptica, ou seja a equação de propagação, a DVG é modelada pela derivada de segunda ordem do impulso em relação ao tempo. As equações seguintes

¹ *Wave packs* em Inglês.

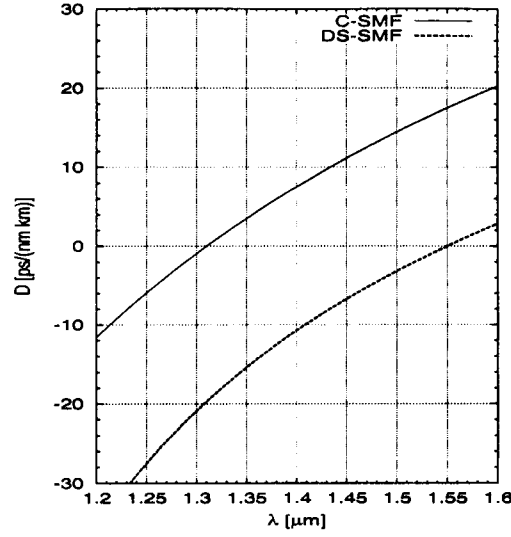


Figura 2.1: Variação da dispersão D (ver apêndice A) com o comprimento de onda λ , para fibras ópticas monomodo convencionais (C-SMF) e monomodo com dispersão deslocada (DS-SMF) típicas.

descrevem, no tempo e na frequência, a propagação de um impulso em que o efeito dominante é a DVG. A variável U , que descreve a amplitude do campo, é definida na equação B.9. O parâmetro β_2 define a quantidade ou grandeza do efeito de DVG à frequência central do impulso, e está representado na figura 2.2 em função do comprimento de onda.

$$\frac{\partial U(z,T)}{\partial z} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 U(z,T)}{\partial T^2} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial U(z,\omega)}{\partial z} = \frac{i}{2}\beta_2 \omega^2 U(z,\omega) \quad (2.2)$$

$$\beta_2 = \left. \frac{\partial^2 \beta(\Omega)}{\partial \Omega^2} \right|_{\Omega=\omega_0} \quad (2.3)$$

A maneira como a velocidade de grupo depende da frequência através da DVG faz com que as frequências mais baixas do impulso viagem mais depressa que as frequências mais altas - dispersão normal - ou ao contrário, que as frequências mais altas viagem mais depressa que as frequências mais baixas - dispersão anômala -, dependendo do sinal da constante da DVG, β_2 . Isto pode ser visto através das equações que se seguem.

$$v_g = \frac{1}{\beta_1} \quad (2.4)$$

$$\beta_2 = \frac{d\beta_1}{d\omega} = -\frac{1}{v_g^2} \frac{dv_g}{d\omega} \quad (2.5)$$

$$\frac{dv_g}{d\omega} = -\beta_2 v_g^2 \quad (2.6)$$

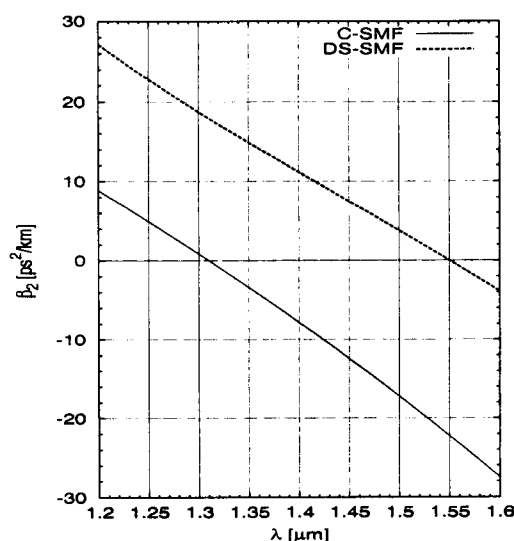


Figura 2.2: Variação do parâmetro β_2 (ver apêndice A) com o comprimento de onda λ , para fibras ópticas monomodo convencionais (C-SMF) e monomodo com dispersão deslocada (DS-SMF) típicas.

Esta relação significa que, por exemplo numa situação de dispersão anômala - β_2 negativo -, a frente do impulso sofrerá um desvio para o azul e a sua traseira um desvio para o vermelho, uma vez que as componentes com frequências inferiores à frequência central, que causam um desvio para o vermelho, serão atrasadas - sendo deslocadas para a parte de trás do impulso - e as componentes com frequências superiores à frequência central, que causam um desvio para o azul, serão aceleradas - sendo deslocadas para a parte da frente do impulso. Isto, claro, causa o alargamento do impulso e a diminuição da sua amplitude.

Como pode ser visto através da equação de propagação no domínio das frequências, a natureza da DVG - dispersão normal ou anômala - depende apenas do sinal da constante da DVG, β_2 , e não do sinal da componente espectral em questão, ou seja de esta ser maior ou menor que a frequência central do impulso, ω_0 .

2.2.2 Distância característica

A distância característica é uma medida da influência que um determinado efeito físico tem sobre a propagação de um impulso. Como a propagação é um fenómeno cumulativo - no sentido em que quanto mais longe for propa-

gado um impulso, mais grave será a influência do efeito físico no impulso - é razoável definir uma distância para a qual a influência de um efeito físico deve ser considerada. Se a distância de propagação for muito menor que a distância característica de um determinado efeito, então não há qualquer razão para manter o termo que lhe corresponde na equação de propagação, pois a sua influência na propagação do impulso será desprezável.

Como exemplo do que foi dito no parágrafo anterior, se um impulso for propagado através de um cristal suficientemente pequeno, então os efeitos de dispersão serão desprezáveis e os efeitos não-lineares não. Para justificar isto poder-se-ia argumentar que, por um lado, os valores da não-linearidade do meio e da potência do impulso seriam elevados, e, por outro, o valor do parâmetro da dispersão seria reduzido e a largura do impulso elevada.

No caso da DVG a distância característica depende da largura T_0 do impulso que se propaga e do valor do parâmetro da DVG, β_2 , da maneira explicitada na equação que se segue.

$$L_{DVG} = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (2.7)$$

Significa esta expressão que quanto menor for a largura do impulso, mais perto do início da propagação será notada a influência da DVG. Isto é relativamente evidente, uma vez que um impulso mais curto tem um espectro mais largo, e por consequência mais ampla será a variação de velocidades dentro do impulso. Não tão evidente é o facto de a largura do impulso aparecer elevada ao quadrado; está isto relacionado com o facto de a DVG depender de uma derivada de segunda ordem em relação ao tempo - o que será importante para a comparação com as distâncias característica de outros efeitos, nomeadamente aqueles envolvendo derivadas temporais. A distância característica da DVG depende também do valor do parâmetro β_2 , que representa a quantidade de dispersão - ou melhor, a grandeza da variação de segunda ordem da dispersão da constante de propagação com a frequência - que o meio impõe ao impulso, para o seu comprimento de onda central.

Pode obter-se uma equação de propagação independente da largura do impulso e do valor da constante da DVG fazendo uma mudança de variáveis tal que $\tau = \frac{T}{T_0}$ e $\xi = \frac{z}{L_{DVG}}$. Assim definidas, as novas variáveis de tempo (τ) e distância de propagação (ξ) permitem obter uma variedade de resultados para qualquer combinação de valores de T_0 e β_2 resolvendo apenas uma vez a nova equação de propagação, que é definida a seguir.

$$\frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \xi} = -\frac{i}{2} \text{sgn}(\beta_2) \frac{\partial^2 U(\xi, \tau)}{\partial \tau^2} \quad (2.8)$$

2.2.3 Propagação de um impulso Gaussiano

A equação de propagação é facilmente resolvida quando a condição inicial é um impulso Gaussiano, e pode servir de exemplo de como a DVG, de maneira geral, modifica um impulso. Para mais informação ver [48], capítulo 3.

Este impulso Gaussiano toma a forma da expressão seguinte, quando se assume uma polarização linear do campo eléctrico e T_0 como o valor de T para o ponto cuja amplitude é uma fracção e^{-1} do valor de amplitude máxima.

$$U(0, T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right) \quad (2.9)$$

A solução da equação para esta condição inicial é particularmente fácil de obter uma vez que a transformada de Fourier de uma função Gaussiana é sobejamente conhecida. Para isto, basta resolver a equação de propagação no domínio da frequência - equação 2.2 - em ordem à distância de propagação z , que é uma equação diferencial de primeira ordem em z dependente de um valor inicial para $z = 0$. Depois, insere-se a transformada de Fourier do impulso inicial - equação 2.9 - na solução da equação diferencial, como valor inicial desta. Obtém-se portanto a distribuição nas frequências da amplitude do impulso, em função da distância de propagação. Como esta distribuição é Gaussiana nas frequências, a transformada de Fourier inversa é facilmente calculada, e o resultado é a solução da equação de propagação de um impulso Gaussiano sob o efeito da DVG. Esta solução, representada a seguir, mostra que o impulso diminui em amplitude e aumenta em largura com o aumento da distância de propagação.

$$U(z, T) = \sqrt{\frac{T_0^2}{T_0^2 - j\beta_2 z}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{T^2}{T_0^2 - j\beta_2 z}\right) \quad (2.10)$$

Através da equação para o desvio de frequência que se encontra a seguir pode ser visto que, para dispersão anómala, a traseira do impulso (T positivo) sofre um desvio para o vermelho e que a frente do impulso (T negativo) sofre um desvio para o azul, à medida que a distância de propagação vai aumentando. Isto confirma o que tinha sido dito atrás, mais genericamente, acerca de qualquer impulso sobre o qual a DVG aja.

$$\delta\omega(T) = \frac{2\text{sgn}(\beta_2) \frac{z}{L_{DVG}} \frac{T}{T_0^2}}{1 + \left(\frac{z}{L_{DVG}}\right)^2} \quad (2.11)$$

2.2.4 Trinado do impulso inicial

Trinado² é uma modulação de fase do impulso variável no tempo. Esta modulação pode ocorrer ao longo da propagação pela acção de um ou vários efeitos, ou pode ser provocada inicialmente no impulso para estudar os seus efeitos ou obter melhores resultados na propagação. O trinado linear é comumente usado em cálculos teóricos para determinar o efeito do trinado na propagação.

A existência de trinado inicial pode alterar substancialmente a evolução do impulso. Da fase e desvio de frequência variáveis no tempo que lhe correspondem - representados nas equações 2.12 e 2.13 - pode ver-se que a frente do impulso será desviada para o vermelho e a traseira do impulso será desviada para o azul, ou ao contrário, dependendo do sinal do parâmetro de trinado C . Então, em particular para a DVG, as novas frequências introduzidas através do trinado - resultado do alargamento do espectro que se pode confirmar através da equação 2.14, apresentada em [48] como a largura espectral no ponto de intensidade relativa e^{-1} - viajarão com diferentes velocidades e isso acabará, mais cedo ou mais tarde, por alargar o impulso ainda mais do que se não tivesse havido trinado inicial.

$$\phi(T) = CT^2 \quad (2.12)$$

$$\delta\omega(T) = \frac{\partial\phi}{\partial T} = 2CT \quad (2.13)$$

$$\Delta\omega = \frac{1}{T_0} \sqrt{1 + C^2} \quad (2.14)$$

Embora o impulso acabe por alargar, pode ocorrer uma situação em que o impulso sofra uma compressão inicial. Imagine-se um impulso trinado positivamente, que se propaga num meio onde a DVG anómala é dominante. Inicialmente, por causa do trinado, a frente do impulso tem um desvio para o vermelho e a traseira um desvio para o azul - isto pode ser visto através da equação para o desvio de frequência acima. À medida que a DVG anómala vai atrasando as frequências negativas e adiantando as frequências positivas, a frente do impulso será atrasada e a traseira adiantada, o que resulta numa compressão inicial do impulso. Claro que esta compressão acabará por se transformar num alargamento ilimitado do impulso, ao atrasar ainda mais as frequências negativas (tanto as frequências correspondentes ao impulso não trinado como o incremento espectral correspondente ao trinado) e acabando estas por se mover para a parte traseira do impulso, acontecendo o inverso com as frequências positivas. Há pois, para uma distância de propagação suficiente, um alargamento do impulso.

² *Chirp* em Inglês.

Como o conteúdo espectral global do impulso trinado é maior que o do mesmo impulso sem esta modulação de fase, o efeito global da DVG é mais acentuado (pior, por exemplo, para as comunicações) quando o trinado existe. Apesar disto, a compressão inicial do impulso pode ser usada com benefício para distâncias de propagação apropriadas, que podem ser dimensionadas de maneira a que o impulso chegue ao destino com a mesma largura que tinha no início da propagação.

Em geral, então, é suficiente que os sinais dos parâmetros de trinado e de DVG sejam opostos para que a compressão inicial ocorra.

Como exemplo, o impulso Gaussiano pode ser facilmente trinado e uma solução para a equação de propagação obtida. Desta solução, chega-se à expressão para a variação relativa da largura do impulso ao longo da propagação, descrita a seguir (capítulo 3 de [48]). A figura 2.3 ilustra a situação referida acima com base nesta expressão, para três valores diferentes do parâmetro de trinado e para DVG normal.

$$T_{0r}(z) = \frac{T_0(z)}{T_0(z=0)} = \sqrt{\left(1 + \operatorname{sgn}(\beta_2) C \frac{z}{L_{DVG}}\right)^2 + \left(\frac{z}{L_{DVG}}\right)^2} \quad (2.15)$$

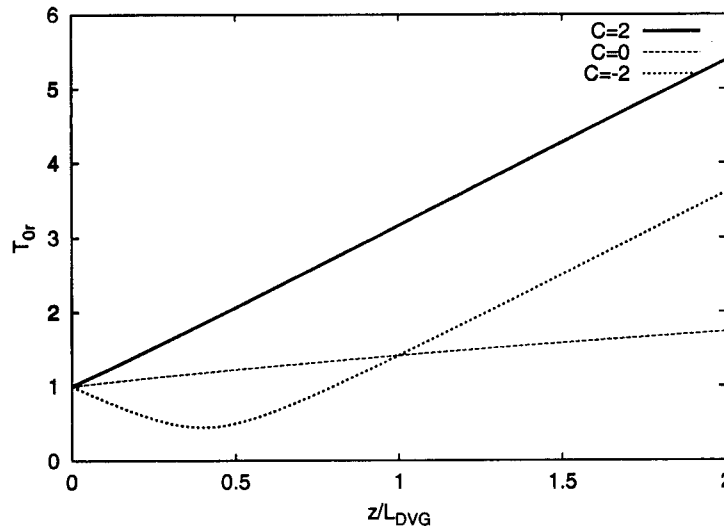


Figura 2.3: Variação relativa da largura do impulso em função da distância de propagação para impulsos gaussianos distintamente trinados num meio em que a DVG normal domina.

2.3 Efeito não-linear de Kerr

O efeito Kerr representa a resposta não-linear cúbica instantânea do meio. À medida que o campo eléctrico se torna mais intenso, a resposta dos electrões não livres do meio aproxima-se do limite da linearidade, a partir do qual não consegue acompanhar as variações do campo eléctrico, como podia antes. Electrostricção, variações térmicas causadas pela intensidade do campo eléctrico e proximidade da banda proibida dos semicondutores são fenómenos físicos que podem ser responsáveis pelo efeito Kerr.

A intensidade do campo eléctrico toma então um papel importante neste fenómeno: altera o índice de refração efectivo, de tal maneira que o campo vê o meio responder-lhe de forma distinta de acordo com a sua intensidade. Quando o índice de refração varia, varia igualmente a fase do campo, e é por isso que este fenómeno é também chamado auto-modulação de fase³, uma vez que o campo modula a sua própria fase ao longo da propagação através do meio.

Uma situação diferente, paralela, onde o efeito Kerr está presente é a propagação de um feixe luminoso através da atmosfera. Neste caso, a intensidade do feixe é suficiente para alterar termicamente o índice de refração do ar, criando uma espécie de guia de onda. À medida que o efeito de guia de onda aumenta, aumenta também a intensidade do feixe, e este é auto-focado. Há também o caso de propagação num guia de onda uni-dimensional, onde o efeito Kerr é limitado pela difracção e os campos que se propagam são estáveis [68]. A diferença entre estes casos e a propagação de um impulso numa fibra óptica é a dimensão na qual ocorre a dispersão: num caso é o espaço - difracção -, noutro o tempo - dispersão temporal.

2.3.1 Equação de propagação

Na equação de propagação, o efeito Kerr aparece como um termo que depende da intensidade do campo eléctrico - através do quadrado do seu módulo - multiplicada pelo próprio campo eléctrico. A equação seguinte modela a propagação de um impulso onde o efeito dominante é a não-linearidade de Kerr. A variável U , que descreve a amplitude do campo, é definida na equação B.9, o parâmetro de não-linearidade γ está relacionado com a susceptibilidade de terceira ordem do meio $\bar{\chi}^{(3)}$ - equação B.17 - e P_0 é a potência de pico inicial

³Self phase modulation em Inglês.

do impulso.

$$\frac{\partial U(z,T)}{\partial z} = j\gamma P_0 |U(z,T)|^2 U(z,T) \quad (2.16)$$

Esta equação pode ser expeditamente resolvida - uma vez que a variação introduzida com o decorrer da propagação é apenas em fase e não altera o módulo do campo eléctrico - e resulta num impulso que tem uma fase com variação não-linear, ϕ , descrita a seguir juntamente com a sua frequência instantânea.

$$\phi = -z\gamma P_0 |U(0,T)|^2 \quad (2.17)$$

$$\delta\omega = \frac{\partial\phi}{\partial T} = -z\gamma P_0 \frac{\partial}{\partial T} |U(0,T)|^2 \quad (2.18)$$

Novas frequências vão ser geradas pelo efeito Kerr à medida que o impulso se propaga - a modulação do índice de refração cria variações de fase que geram novas frequências - e o espectro vai alargar. Mas como se pode ver através da resolução da equação de propagação, a forma do impulso não varia com a propagação, apenas a sua fase. O impulso está a ser trinado.

Se se pensar na forma usual de um impulso - um impulso gaussiano, por exemplo - pode ver-se que o desvio de frequência é negativo à frente do impulso - desvio para o vermelho -, e positivo atrás do impulso - desvio para o azul. Isto é exactamente o que acontece com a DVG - a frente e a traseira do impulso sofrem desvios de frequência com sinais opostos. Se a forma do impulso e o sinal do parâmetro da DVG forem apropriados, e se ambos os efeitos se fizerem sentir, então podem neutralizar-se mutuamente de maneira a que o impulso se propague sem distorção.

2.3.2 Distância característica

A distância característica do efeito Kerr depende do parâmetro de não-linearidade Kerr e da potência de pico do impulso da maneira descrita a seguir.

$$L_{Kerr} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (2.19)$$

Isto quer dizer que quanto maiores forem a potência de pico ou o parâmetro de não-linearidade, mais perto do início da propagação se fará sentir o efeito Kerr. Isto porque o efeito Kerr é mais forte para intensidades elevadas, e, claro, a resposta do meio é caracterizada pelo parâmetro de não-linearidade -

sendo a resposta do meio mais forte, maior será o valor do parâmetro e maior o efeito da não-linearidade no impulso. O efeito Kerr não impõe qualquer dependência da distância característica com a largura do impulso, agindo de igual modo para impulsos curtos e largos.

Fazendo uma mudança de variáveis de maneira a normalizar o tempo pela largura do impulso, $\tau = \frac{T}{T_0}$, e a distância de propagação pela distância característica do efeito Kerr, $\xi = \frac{z}{L_{Kerr}}$, obtém-se uma nova equação de propagação para a situação em que o efeito Kerr domina, que está a seguir.

$$\frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \xi} = j|U(\xi, \tau)|^2 U(\xi, \tau) \quad (2.20)$$

2.3.3 Propagação de um impulso Gaussiano

A característica mais relevante de um impulso que está submetido a uma propagação dominada pelo efeito Kerr é o alargamento espectral e a modulação de frequência que crescem juntamente com a propagação. Isto pode ser explicado através do trinado imposto pelo efeito Kerr a um impulso gaussiano, que é referido a seguir (ver capítulo 4 de [48]). Como era de esperar pela análise prévia, o desvio de frequência é positivo na traseira do impulso e negativo na sua frente.

$$\delta\omega = 2 \frac{T}{T_0^2} \frac{z}{L_{Kerr}} \exp \left[- \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \right] \quad (2.21)$$

Mas o mais importante de notar é que o desvio de frequência é ímpar, isto é anti-simétrico, em relação a T - a fase é par -, e que cresce linearmente com a distância de propagação. Portanto, ao transformar o impulso do domínio temporal para o espectral, os lados positivo e negativo do impulso - aos pares $U(-T), U(T)$ - vão contribuir de maneira simétrica para o espectro, interferindo para construir a sua forma. À medida que o impulso se propaga, as contribuições de fase de todos os pares $U(-T), U(T)$ vão sendo progressivamente diferentes, variando assim a maneira como a interferência é feita - às vezes construtivamente outras vezes destrutivamente, e isto para cada componente espectral. É portanto razoável esperar alguma modulação do espectro.

A figura 2.4 mostra a intensidade espectral de um impulso Gaussiano propagando-se num meio onde domina o efeito Kerr. É de notar um aumento da modulação da intensidade à medida que a propagação decorre, e também os lobos laterais mais fortes.

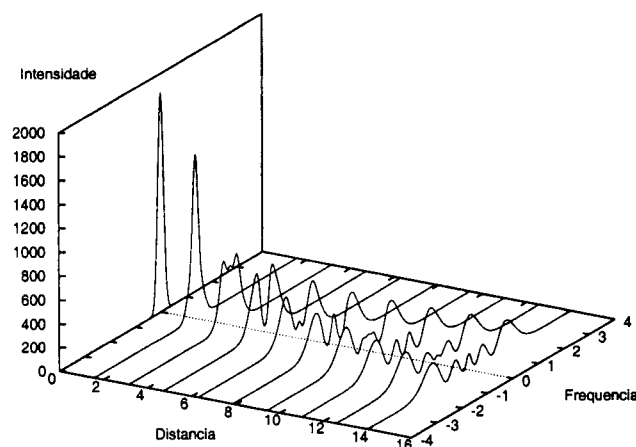


Figura 2.4: Modulação de frequência de um impulso gaussiano num meio onde o efeito Kerr domina - também chamada de auto-modulação de fase.

2.3.4 Trinado do impulso inicial

Trinar linearmente o impulso não terá um efeito substancial na propagação, o que é bastante diferente do que acontece com a DVG. No entanto o trinado alterará o espectro.

Trinado positivo fará com que o efeito da modulação avance, uma vez que a frequência instantânea inicial, devida ao trinado - equação 2.13 -, tem o mesmo sentido, que é positivo ou negativo conforme o instante temporal e o valor da constante de trinado C , do que a frequência instantânea imposta pelo efeito Kerr ao longo da propagação - equação 2.18. Ao contrário, trinado negativo atrasará a efeito da modulação: a frequência instantânea inicial tem o sentido oposto à frequência instantânea imposta pelo efeito Kerr, o que faz com que o espectro seja comprimido inicialmente, antes da modulação e alargamento normais da auto-modulação de fase, como é possível ver na figura 2.5 e por comparação com a figura 2.4.

A figura 2.6 mostra o espectro de dois impulsos que foram inicialmente trinados - com parâmetros positivo e negativo - e de um impulso inicialmente não trinado, depois da mesma distância de propagação - equivalente a várias distâncias características. Note-se o número de picos dos espectros: o impulso trinado negativamente tem menos picos que o impulso que não foi trinado, e este menos ainda que o espectro do impulso que foi trinado positivamente.

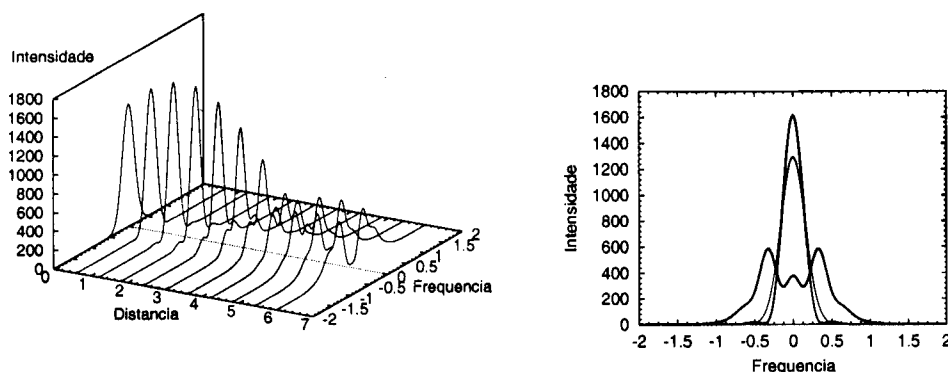


Figura 2.5: Modulação de frequência de um impulso gaussiano trinado negativamente num meio onde o efeito Kerr domina. À esquerda a distribuição espectral e espacial da intensidade e à direita os perfis espectrais no início da propagação, num ponto em que o impulso está a ser comprimido e noutra ponto onde já se nota o processo normal de modulação, à medida que a espessura do traço aumenta.

O efeito da auto-modulação de fase pode ser visto como sendo atrasado para trinado negativo e avançado para trinado positivo, tal como foi explicado no parágrafo anterior.

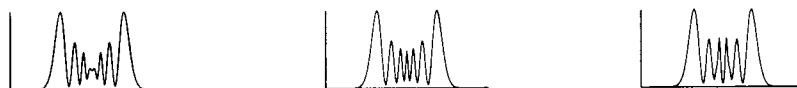


Figura 2.6: Espectro de três impulsos gaussianos trinados linearmente de maneira diferente, após propagação igual num meio onde o efeito Kerr domina. Da esquerda para a direita, o valor do parâmetro do trinado de cada impulso é 1, 0 e -1.

2.4 Solitões: a interacção entre DVG e Kerr

Como foi dito na introdução deste capítulo, o solitão óptico temporal resulta de um forte equilíbrio entre a dispersão da velocidade de grupo e a não-linearidade de terceira ordem do meio. De facto, é uma solução estável da equação de propagação - a equação de Schrödinger não-linear (*NLS*) - na medida em que pequenas perturbações introduzidas na propagação são

absorvidas pelo impulso [2], que se adapta e continua a propagar-se mantendo a sua característica de solitão, de tal modo que é frequente associar ao solitão características de uma partícula. Por exemplo, ao sofrer uma redução de amplitude através de um fenómeno externo, o solitão tem tendência a alargar-se, mantendo o mesmo produto amplitude-largura. Isto porque o efeito não-linear, reduzido devido à diminuição de amplitude, não é suficiente para suportar a mesma dispersão e o impulso será alargado até que a não-linearidade seja de novo equilibrada pela dispersão, que entretanto viu o seu efeito diminuído pelo dito alargamento.

Nesta secção é feita uma breve referência à solução analítica da *NLS* e são postas em evidência algumas das suas características. São também introduzidas algumas perturbações da *NLS* que modelam outros fenómenos físicos. Por fim é exposto o método de resolução numérica da *NLS*.

2.4.1 Equação de propagação

A integração dos dois efeitos - DVG e Kerr - numa só equação é descrita a seguir, segundo o apêndice B. Os parâmetros utilizados foram descritos nas secções anteriores para a DVG e o efeito Kerr.

$$\frac{\partial U(z, T)}{\partial z} = -\frac{j}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 U(z, T)}{\partial T^2} + j\gamma P_0 |U(z, T)|^2 U(z, T) \quad (2.22)$$

Ao utilizar a definição de distância característica da DVG e a largura T_0 do impulso para normalizar as variáveis de tempo e distância de propagação obtém-se a nova equação de propagação, a *NLS* normalizada. O parâmetro N^2 é a relação entre as distâncias características da DVG e do efeito Kerr, e indica se um destes efeitos é dominante, na perspectiva das distâncias características dos fenómenos físicos.

$$\frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \xi} = -j\frac{1}{2}\text{sgn}(\beta_2) \frac{\partial^2 U(\xi, \tau)}{\partial \tau^2} + jN^2 |U(\xi, \tau)|^2 U(\xi, \tau) \quad (2.23)$$

$$N^2 = \frac{L_{DVG}}{L_{Kerr}} \quad (2.24)$$

Para um solitão que se propaga num determinado meio em que as distâncias características dos efeitos Kerr e DVG são iguais, isto é, para um solitão fundamental, obtém-se uma determinada relação entre a potência do impulso e a sua largura. Esta relação é representada na figura 2.7, para a qual foram escolhidos valores típicos dos parâmetros da fibra, como $\gamma = 2 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ e $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2\text{km}^{-1}$ [48]. Com estes valores, se se quiser obter um

solitão de 1 ps é necessário fornecer-lhe uma potência de 10 W, mas se for suficiente um solitão de 100 ps basta uma potência de 1 mW.

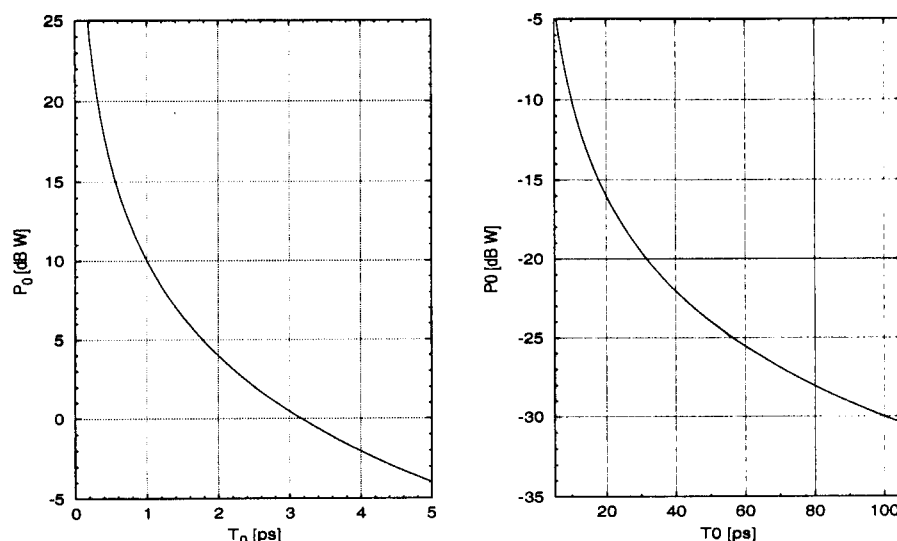


Figura 2.7: Relação entre a potência P_0 e a largura T_0 de um solitão fundamental para valores típicos dos parâmetros do meio - à esquerda valores de potência do impulso elevados, e à direita reduzidos.

Outra forma de exprimir a equação *NLS* é separar claramente a parte dispersiva linear da parte não-linear, como é feito na equação seguinte. Desta maneira é possível incluir na equação de propagação outros efeitos de ordem superior mantendo o mesmo formalismo. O operador $\hat{D}$ representa a parte dispersiva linear, e o operador $\hat{N}$ representa a parte não-linear. Ambos podem ser representados na sua forma normalizada, como na equação 2.23.

$$\frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \xi} = (\hat{D} + \hat{N}) U(\xi, \tau) \quad (2.25)$$

$$\hat{D} = -j \frac{1}{2} \text{sgn}(\beta_2) \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \quad (2.26)$$

$$\hat{N} = j N^2 |U(\xi, \tau)|^2 \quad (2.27)$$

2.4.2 Solução analítica

A solução analítica da equação de Schrödinger não-linear pode ser obtida através do método da Transformada Inversa de Espalhamento⁴, detalhado

⁴*Inverse Scattering Transform, IST*, em Inglês.

no capítulo 4 de [5]. Fazendo uso do conceito de integrabilidade da *NLS*, define-se um par de operadores sobre uma função de onda e uma relação entre estes, que equivale à *NLS*. Esta é a teoria de Lax. A partir destes operadores e dos seus valores próprios é possível obter um conjunto de dados de espalhamento⁵ iniciais. Estes dados de espalhamento poderão variar ao longo da propagação, de maneira determinada pela forma dos referidos operadores. Então, a solução da equação, obtida resolvendo um conjunto de equações integrais lineares, funções dos dados de espalhamento e da função de onda, variará com a distância de propagação de maneira que depende pois da variação dos dados de espalhamento. Não há regra que determine os operadores da teoria de Lax para uma determinada equação - para a *NLS*, estes foram descobertos por Zakharov e Shabat em 1971 [69].

O resultado obtido na resolução da *NLS* depende da relação entre os parâmetros da dispersão e da não-linearidade. Para valores inteiros desta relação haverá formação de solitões, e em particular se esta for unitária o solitão manterá a sua forma - que será uma secante hiperbólica - alterando apenas a sua fase, como é mostrado na equação 2.28 e descrito no capítulo 3 de [5]; passa este a ser um solitão fundamental. Os parâmetros variáveis desta solução são os seguintes: η é a amplitude e o inverso da largura do solitão - pode ver-se que, de facto e como tinha sido já referido, o solitão mantém a sua relação amplitude-largura -, κ é o inverso do desvio da velocidade de grupo bem como o desvio de frequência, e T_0 e σ_0 são constantes.

$$q(T, Z) = \eta \operatorname{sech} [\eta (T + \kappa Z - T_0)] \exp \left[-i\kappa T + \frac{i}{2} (\eta^2 - \kappa^2) Z + i\sigma_0 \right] \quad (2.28)$$

Se o valor da relação não-linearidade/dispersão for superior à unidade e inteiro, então haverá variação periódica da forma do solitão. Ou seja, neste caso o efeito da não-linearidade é superior ao da dispersão e tenderá a comprimir o impulso, até ao momento em que este seja suficientemente curto para que a dispersão o consiga alargar. Os dois efeitos continuarão neste jogo, comprimindo e alargando o impulso, de maneira que depende da relação entre a não-linearidade e a dispersão, até regressar à forma inicial. Estas oscilações são periódicas, com um valor comum para o período de $\xi_c = \frac{1}{2}\pi$. Se o valor da relação entre a não-linearidade e a dispersão não for inteiro - mas superior a $\frac{1}{2}$ - então mesmo assim haverá formação de solitões, sendo a energia extra dispersa no processo de evolução para a forma de solitão, cujo parâmetro final terá o valor do inteiro mais próximo do valor do parâmetro inicial.

⁵ *Scattering data* em Inglês.

Este comportamento pode ser compreendido através dos dados de espalhamento que se obtêm na resolução analítica da equação de Schrödinger não-linear pelo método da *IST*. A cada dado de espalhamento corresponde um solitão fundamental, com amplitude e velocidade definidas pela sua parte real e imaginária, respectivamente. Para a *NLS* de ordem N - isto é, para a qual a relação entre as distâncias características da não-linearidade e da dispersão é N^2 - existem N dados de espalhamento e N solitões fundamentais. Através do método da *IST*, é possível saber que estes solitões apresentam todos a mesma velocidade, mas amplitudes diferentes. A distribuição de amplitudes é igual a $(N-n+\frac{1}{2})$ [5], em que n é o índice que identifica cada solitão fundamental, e varia de 1 a N . A solução da *NLS* de ordem N - o solitão de ordem N - é portanto a combinação de todos os solitões fundamentais. Como têm a mesma velocidade, os solitões fundamentais vão interagir todos na mesma janela temporal de referência, e como têm amplitudes diferentes - e por causa disto fases que variam com a distância de propagação de maneira diferente, como pode ser visto na equação 2.28 -, a distribuição temporal da intensidade da solução vai variar com a distância de propagação, de maneira periódica.

A figura 2.8 representa a propagação de um solitão para o qual N é igual a dois, ou seja no caso em que o efeito da não-linearidade é suficientemente maior do que o da dispersão para que haja dois solitões fundamentais a interagir ao longo da propagação. Inicialmente o impulso sofre uma compressão e um aumento da intensidade de pico, uma vez que o efeito não-linear é maior que o efeito de dispersão, devido à sua maior amplitude quando comparada com a amplitude do solitão fundamental. A meio do período de oscilação, a intensidade de pico é já quatro vezes maior que a intensidade inicial, e formaram-se lobos laterais ao lobo central. Nesta altura, o efeito da dispersão finalmente supera o da não-linearidade, pois o impulso está já suficientemente comprimido, o que faz com que este eventualmente retome a sua forma inicial, voltando ao início do ciclo. A expressão analítica para esta situação, obtida pelo método referido acima, é descrita a seguir [48].

$$q(T, Z) = 4 \frac{\cosh(3T) + 3 \exp(4iZ) \cosh(T)}{\cosh(4T) + 4 \cosh(2T) + 3 \cos(4Z)} \exp(i \frac{Z}{2}) \quad (2.29)$$

2.4.3 Perturbações na *NLS*

A *NLS* pode ser modificada de modo a permitir modelar outras situações físicas, nomeadamente quando outros fenómenos começam, pelo seu efeito

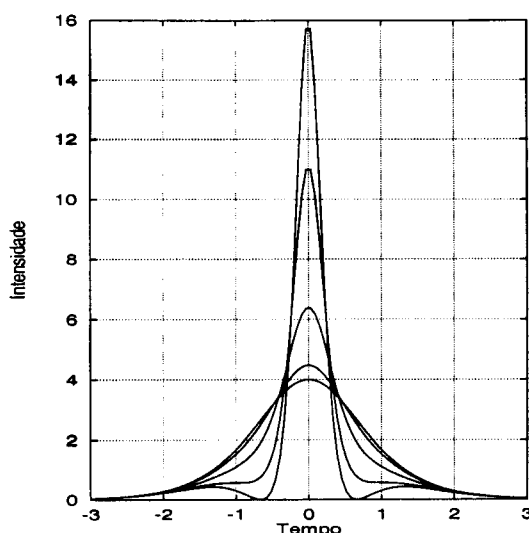


Figura 2.8: Perfil da intensidade de um solitão $N=2$ em função do tempo, com unidades relativas, ao longo de um período de oscilação.

cumulativo, a fazer sentir-se, ou quando a própria situação física que se pretende modelar é alterada. Kodama e Hasegawa [7] obtiveram termos novos para a *NLS* que modelam dispersão e dissipação de ordem superior, tanto linear como não-linear, e desenvolveram uma teoria perturbativa para analisar o comportamento do impulso ao longo da propagação. Foi mostrado que termos como a dispersão de terceira ordem e a dispersão não-linear não alteram significativamente a forma de um solitão fundamental, mas dividem um solitão de ordem superior - $N > 1$ - nos seus solitões fundamentais, cada um com a sua velocidade e amplitude características, e que o efeito de Raman diminui a frequência central de um solitão fundamental ao transferir energia das suas frequências mais altas para as mais baixas.

Entre outros, estes efeitos são referidos a seguir, excepto a dispersão não-linear que será tratada com mais pormenor no capítulo 4.

2.4.3.1 Dispersão de terceira ordem

A dispersão de terceira ordem - DTO, o termo de terceira ordem na expansão em série de Taylor da dispersão em torno do comprimento de onda central do solitão - faz-se sentir geralmente quando o efeito da DVG é muito pequeno, ou seja quando o comprimento de onda do solitão está muito próximo do comprimento de onda de dispersão nula do material, ou quando o impulso

é muito estreito, e portanto a sua derivada de terceira ordem muito grande. Isto porque o parâmetro associado à DTO é geralmente muito inferior ao parâmetro da DVG - tipicamente $0.1 \text{ ps}^3 \text{ km}^{-1}$ [48].

O termo que se deve incluir na equação de propagação de maneira a modelar o efeito da dispersão de terceira ordem é proporcional à derivada de terceira ordem do campo em relação ao tempo. Na equação de propagação geral, onde se separam a parte dispersiva linear e a parte não-linear, esta dispersão toma a forma da equação 2.30, onde β_3 é o valor do termo de terceira ordem da expansão em série de Taylor da constante de propagação em função da frequência central do impulso. A variação típica deste parâmetro com o comprimento de onda é representada na figura 2.9.

$$\hat{D} = \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3}{\partial t^3} \quad (2.30)$$

$$\beta_3 = \left. \frac{\partial^3 \beta(\Omega)}{\partial \Omega^3} \right|_{\Omega=\omega_0} \quad (2.31)$$

$$(2.32)$$

Também se pode obter a mesma expressão normalizada em relação à distância característica da DVG, como é apresentado a seguir.

$$\hat{D} = K_{DTO} \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \quad (2.33)$$

$$K_{DTO} = \frac{|\beta_3|}{6|\beta_2|T_0} \quad (2.34)$$

A dispersão de terceira ordem tem associada uma distância a partir da qual não se deve desprezar o seu efeito, a sua distância característica. A comparação desta distância com a distância de outros efeitos - como por exemplo a distância da DVG - permite saber se é necessário incluir este termo no modelo da situação física particular, ou se, de facto, o seu efeito é desprezável. Segue a expressão para a distância característica da dispersão de terceira ordem.

$$L_{DTO} = \frac{T_0^3}{|\beta_3|} \quad (2.35)$$

Na figura 2.10 é feita a comparação entre as distâncias características da DVG e da DTO, em função da largura do impulso, para um caso típico. Para larguras grandes do impulso, o efeito da DTO é desprezável, uma vez que a sua distância característica é muito superior à da DVG. Mas se o impulso for suficientemente curto, então o efeito da DTO passa a ser relevante, fazendo com que a DTO tenha que ser tomada em consideração no modelo de propagação.

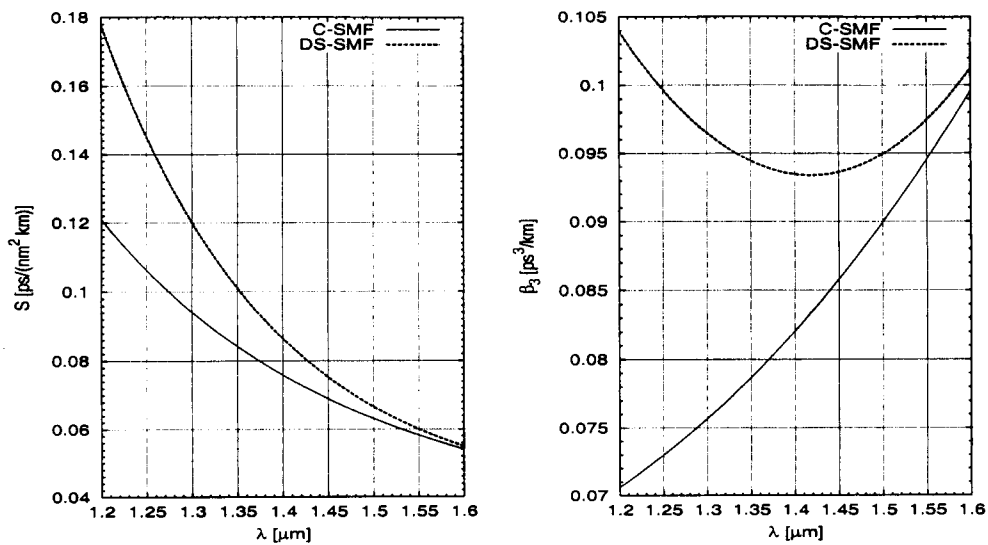


Figura 2.9: Variação dos parâmetros S e β_3 (ver apêndice A) com o comprimento de onda λ , para fibras ópticas monomodo convencionais (C-SMF) e monomodo com dispersão deslocada (DS-SMF) típicas.

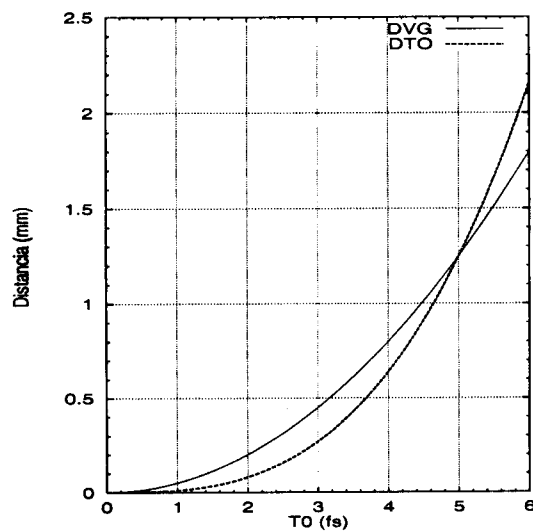


Figura 2.10: Comparação entre as distâncias características da DVG e da DTO em função da largura do impulso, para valores típicos dos parâmetros de dispersão das fibras - $\beta_2 = 20 \text{ps}^2 \text{km}^{-1}$ e $\beta_3 = 0.1 \text{ps}^3 \text{km}^{-1}$.

Como foi visto em cima, o efeito da dispersão de terceira ordem pode ser significativo na propagação de solitões, em especial quando estes são bastante curtos. A dispersão de terceira ordem vai intrometer-se no jogo entre a dispersão de segunda ordem e o efeito Kerr, modificando o equilíbrio entre estes dois efeitos e alterando o impulso. Como dispersão que é, a DTO vai variar a velocidade das componentes espectrais do impulso, dando azo a duas alterações qualitativamente diferentes, que dependem do valor do produto da largura espectral do impulso pelo parâmetro da DTO. Esta variação pode ser obtida a partir da equação 2.6, que representa a variação da velocidade de grupo com a frequência em função do parâmetro β_2 da DVG. A DTO introduz uma variação de β_2 linear com a frequência ($\beta_2(\Delta\omega) = \beta_2(\omega_0) + \beta_3\Delta\omega$), que pode ser introduzida nesta equação, obtendo-se a equação que segue.

$$\Delta v_g = -v_g^2 (\beta_2 + \beta_3\Delta\omega) \Delta\omega \quad (2.36)$$

Se o valor do produto da largura espectral do impulso pelo parâmetro da DTO for suficientemente pequeno, o solitão sofrerá apenas um desvio da sua velocidade de grupo - os desvios de frequência na frente e traseira do impulso continuarão a ser simétricos mas ligeiramente desequilibrados, e o solitão encontrará o equilíbrio numa velocidade de grupo ligeiramente superior ou inferior à velocidade de grupo não perturbada. Por outro lado, se este produto for suficientemente grande, então a simetria espectral dos desvios de velocidade de grupo deixará de existir e todas as componentes do espectro serão aceleradas ou desaceleradas, conforme o sinal do parâmetro da DTO. Isto levará ao desmoronamento do solitão, uma vez que os desvios de frequência impostos pela não-linearidade deixam de ser contrabalançados correctamente pelos desvios de frequência impostos pela dispersão. Cada vez mais energia é afastada para um dos lados do centro do impulso - como se pode ver na figura 2.11 - e o impulso fica cada vez mais assimétrico à medida que é propagado. Esta energia que se afasta do centro do impulso tem um espectro característico, cuja intensidade vai aumentando ao longo da propagação, o que quer dizer que cada vez mais energia do solitão é transferida para a onda que se dispersa.

Quando se considera a propagação de um solitão num meio com dispersão de terceira ordem, pode pensar-se também no caso em que o comprimento de onda central do solitão coincide com o comprimento de onda de dispersão nula. Sendo a dispersão de segunda ordem nula - o que quer dizer que, ao diminuir o valor do parâmetro β_2 da DVG para valores próximos de zero, a distância característica deste efeito aumenta muito, podendo este ser desprezado quando comparado com os outros efeitos - ficam portanto apenas

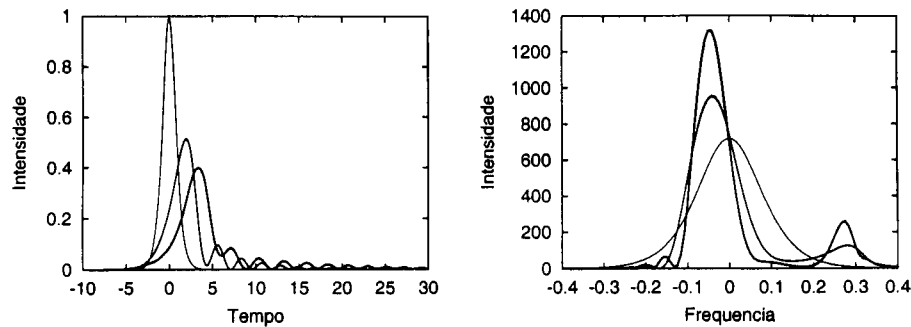


Figura 2.11: Perfis temporal e espectral da propagação de um solitão num meio com DVG anômala, Kerr e DTO, em três pontos distintos da propagação. O parâmetro da DTO é positivo. O aumento da espessura dos traços indica um aumento da distância de propagação.

em acção os outros dois efeitos presentes, a DTO e o efeito Kerr, e há uma alteração significativa da evolução do impulso através da fibra. A figura 2.12 apresenta esta mesma evolução. Para interpretar estes resultados, pode pensar-se na dispersão de terceira ordem como a derivada da dispersão de segunda ordem, e pensar-se também que, se para a frequência central do solitão a DVG é nula e a DTO não, então para frequências próximas da frequência central a DVG deixará de ser nula, variando o seu valor de maneira aproximadamente linear com a distância à frequência central (equação 2.36 com $\beta_2 = 0$ para a variação da velocidade de grupo correspondente). Portanto, se para a parte superior do espectro se tem DVG com um determinado sinal, para a parte inferior ter-se-á DVG com o sinal oposto. Implica isto a existência de condições, numa região do espectro, para a formação de um solitão - com Kerr, sempre presente, e DVG anômala - e, na outra região do espectro, para a dispersão da energia - com Kerr e dispersão normal. Assim, se por exemplo o sinal do parâmetro β_3 da DTO for positivo - como é o caso na figura 2.12 -, a DVG será positiva para as frequências mais altas do impulso e negativa para as mais baixas, e formar-se-á um solitão com um espectro abaixo da frequência central e uma onda dispersiva com um espectro acima da frequência central, como aliás pode ser visto na mesma figura. No início da propagação, a forma do impulso é ainda uma secante hiperbólica, mas depois o espectro começa a dividir-se, e a parte dispersiva começa a afastar-se. Quando a distância de propagação é suficiente, a parte dispersiva está já claramente afastada do solitão e é possível identificar ambos, tanto no tempo como na frequência.

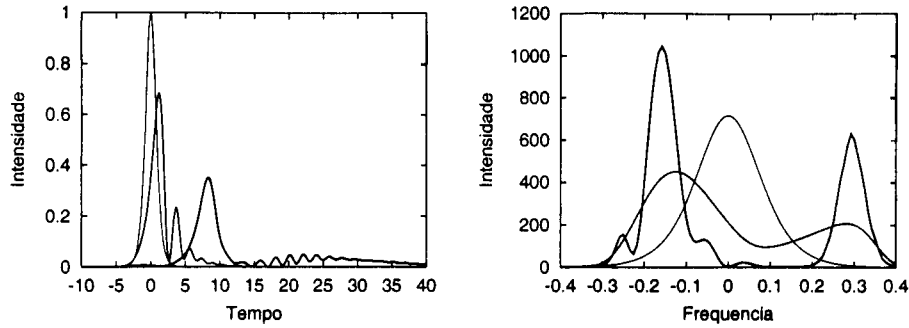


Figura 2.12: Perfis temporal e espectral da propagação de um solitão num meio com Kerr e DTO, em três pontos distintos da propagação. O parâmetro da DTO é positivo. O aumento da espessura dos traços indica um aumento da distância de propagação.

2.4.3.2 Efeito de Raman

O efeito de Raman tem a sua origem física na absorção de dois fótons, como é referido no capítulo 4. A absorção de um fóton do impulso é, no caso do efeito de Raman, seguida pela emissão de um fonão óptico e de um fóton. O fonão é absorvido pelo meio e, uma vez que a energia se conserva nesta interação, o fóton resultante tem uma frequência inferior à do fóton absorvido [10]. Isto faz com que o impulso sofra um desvio espectral para o vermelho e uma consequente mudança de velocidade, se estiver sob o efeito da dispersão.

O efeito de Raman terá influência na propagação do impulso apenas se a gama de frequências do impulso estiver próxima de uma frequência de ressonância do meio, uma vez que as transições quânticas que estão na sua origem são bastante mais prováveis nesta situação. No caso em que a estrutura de níveis energéticos do meio é diferente e a gama de frequências do impulso estiver afastada de qualquer ressonância do meio, outro tipo de fenómenos não-lineares de absorção de dois fótons poderão ser mais importantes para o comportamento do impulso ao longo da propagação.

A modelação do efeito de Raman pode ser obtida, na equação de propagação geral, através do termo descrito na expressão seguinte. O parâmetro R está relacionado com a derivada na frequência da parte imaginária da susceptibilidade de terceira ordem.

$$\hat{N} = -jR \frac{\partial |U(z,T)|^2}{\partial T} \quad (2.37)$$

$$R = \frac{3\omega_0}{2nc} \frac{\partial \text{Im}(\chi^{(3)}(\omega))}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad (2.38)$$

Pode obter-se a mesma modelação do efeito Raman, mas normalizada em relação à distância característica da DVG - equação 2.39. Se as distâncias características da DVG e do efeito Kerr forem iguais - isto é, se o solitão for fundamental - então pode usar-se a expressão 2.41 para o parâmetro de Raman normalizado, em que T_R é o tempo de resposta de Raman [70], da ordem de poucos femtosegundos.

$$\hat{N} = -jK_R \frac{\partial |U(\xi, \tau)|^2}{\partial \tau} \quad (2.39)$$

$$K_R = \frac{3\omega_0}{2nc} \frac{T_0}{|\beta_2|} \left. \frac{\partial \text{Im}(\chi^{(3)}(\omega))}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (2.40)$$

$$K_R = \frac{T_R}{T_0} \quad (2.41)$$

As figuras 2.13 e 2.14 mostram a propagação de um solitão fundamental e de um solitão de segunda ordem sob a influência do efeito de Raman, com um parâmetro $K_R = 0.01$. Pode notar-se a diminuição de velocidade do solitão fundamental - reflexo do seu desvio espectral para o vermelho sob a influência da DVG anómala - e a separação em dois solitões fundamentais do solitão de segunda ordem, cada um com a sua velocidade - neste caso o solitão mais estreito é atrasado, o seu espectro corresponde às frequências negativas, e o solitão mais largo é adiantado, o seu espectro corresponde às frequências positivas.

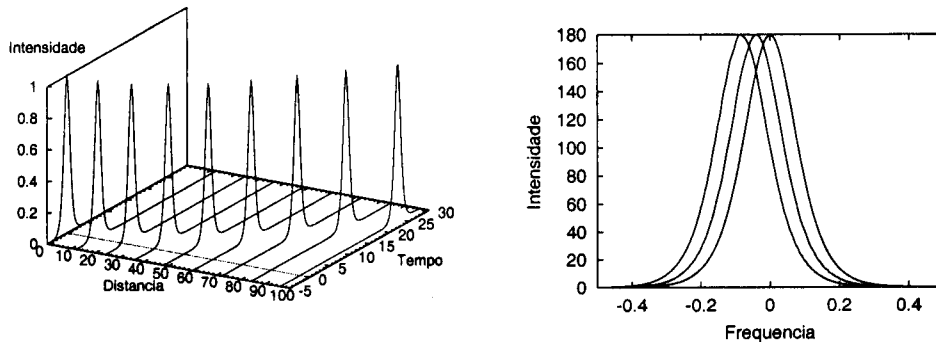


Figura 2.13: Propagação de um solitão fundamental num meio com DVG anómala e efeitos Kerr e Raman, no tempo e na frequência. As três curvas no gráfico da frequência correspondem a três distâncias diferentes: no início, a meio e no final da propagação.

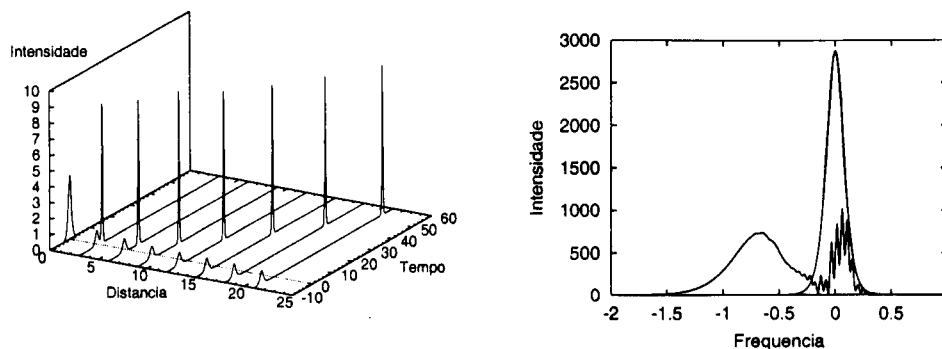


Figura 2.14: Propagação de um solitão de ordem dois sob os mesmos efeitos da figura 2.13, no tempo e na frequência, esta no início e no meio da propagação.

2.4.3.3 Auto-inclinação

A auto-inclinação⁶ é um fenómeno implícito na equação de propagação mas normalmente desprezado na dedução desta, ao assumir uma variação muito lenta da polarização não-linear, em particular da polarização responsável pelo efeito Kerr. Portanto, ao considerar a derivada da polarização introduz-se na equação de propagação um termo de correcção que é proporcional à derivada em ordem ao tempo do termo de Kerr, isto para além de uma mudança na velocidade de grupo. Esta correcção torna-se importante apenas para impulsos com durações inferiores a 100 fs.

O termo que modela a auto-inclinação é representado a seguir, segundo [48]. O parâmetro s é uma medida da importância da auto-inclinação, e é inversamente proporcional à frequência central do impulso e à sua largura, quando se consideram iguais as distâncias características da DVG e do efeito Kerr.

$$\hat{N} = -s \frac{\partial}{\partial T} [U(z, T) |U(z, T)|^2] \frac{1}{U(z, T)} \quad (2.42)$$

$$s = \frac{2}{\omega_0 T_0} \quad (2.43)$$

A figura 2.15 representa a propagação de um solitão em condições onde a auto-inclinação não é de desprezar. O centro do solitão atrasa-se em relação ao centro da janela de referência - que se move à velocidade de grupo - de maneira aproximadamente igual a $s\xi$, em que $s = 0.1$.

⁶ *Self-steepening* em Inglês.

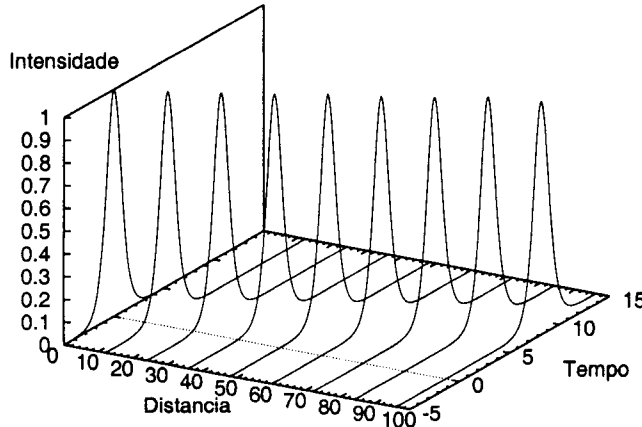


Figura 2.15: Propagação de um solitão tendo em conta a auto-inclinação.

2.4.4 Resolução numérica da *NLS*

O método utilizado neste trabalho para resolver numericamente a *NLS* foi o *Split-step Fourier method* [48]. Este método baseia-se na separação dos efeitos dispersivos lineares dos efeitos dispersivos não-lineares, permitindo uma eficiente resolução da parte dispersiva linear da equação no espaço das frequências ao recorrer ao algoritmo da Transformada de Fourier Rápida, a FFT. Ao incluir de maneira geral efeitos dispersivos e efeitos não-lineares, o método permite a resolução não só da equação *NLS*, mas também da equação *NLS* modificada, com perturbações lineares e não-lineares, e também perturbações que modelam o acoplamento entre núcleos da fibra.

Para utilizar este método é necessário dividir em pequenas secções o comprimento de propagação na fibra. A estas é aplicado em primeiro lugar o efeito não-linear, concentrado num só ponto - o início da secção. Depois de calculado o efeito da não-linearidade é aplicado o efeito dispersivo linear, correspondente ao comprimento de uma secção. A figura 2.16 dá uma visão desta metodologia.

Este método pode ser melhorado - o erro que introduz é da ordem de h^2 , em que h é o comprimento de cada secção [48]. Se o efeito da não-linearidade for calculado a meio de cada secção e a dispersão linear for dividida em duas - actuando cada uma em metade da secção, a primeira antes da não-linearidade e a segunda após esta -, como é mostrado na figura 2.17, então o erro pode

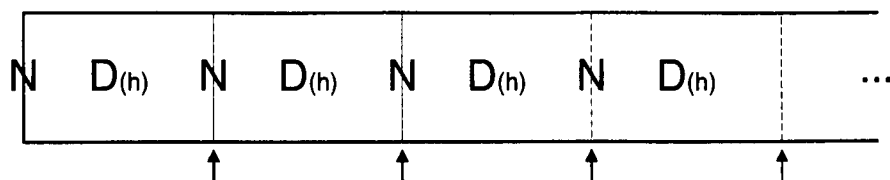


Figura 2.16: Representação gráfica do método simples de resolução da equação de propagação.

ser diminuído para uma ordem de grandeza de h^3 [48].

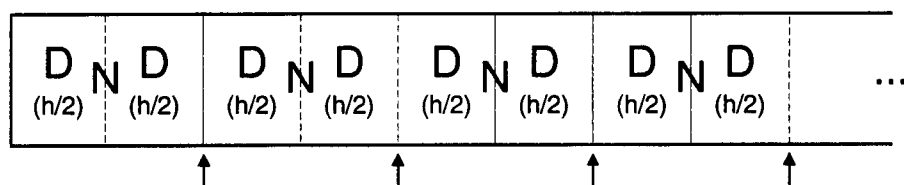


Figura 2.17: Representação gráfica de uma variação do método de resolução da equação de propagação.

A expressão seguinte - reprodução da equação 2.25 - mostra a equação de propagação dividida, portanto, na parte linear dispersiva e na parte não-linear.

$$\frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \xi} = (\hat{D} + \hat{N}) U(\xi, \tau)$$

A solução aproximada da equação de propagação através da variação do método numérico com a qual se obtém um erro menor pode ser expressa na forma da equação seguinte. A integração do operador não-linear é necessária uma vez que o valor deste depende da posição ao longo do comprimento da fibra. A utilização de métodos numéricos de ordem superior à da integração simples - $h\hat{N}(\xi)$ -, como o método de Runge-Kutta de quarta ordem, permite reduzir o erro na resolução da equação, uma vez que é fornecida ao método uma indicação de como variam os termos da equação ao longo da secção de integração.

$$U(\xi + h, \tau) \simeq \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \exp\left(\int_{\xi}^{\xi+h} \hat{N}(\xi') d\xi'\right) \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) U(\xi, \tau) \quad (2.44)$$

Fez parte deste trabalho implementar num programa de computador, de raiz, o método de resolução da equação de propagação. A linguagem de

programação escolhida para este fim foi *C++* num sistema operativo *Linux*. Para juntar de forma flexível os elementos que compõem o programa e que permitem a resolução da equação, foi definida uma arquitectura capaz de interpretar determinados comandos e parâmetros e traduzi-los para uma estrutura que permite a execução eficiente do programa. A principal vantagem desta metodologia é a redução do tempo de processamento quando alguns termos da equação não estão presentes, evitando o normal e desnecessário cálculo do seu efeito - o procedimento normal é colocar a zero o valor dos parâmetros associados aos termos que não são desejados. Alguns elementos fundamentais do programa são o algoritmo da FFT, com várias implementações de domínio público disponíveis, o método de integração de quarta ordem de Runge-Kutta, o procedimento para armazenar tridimensionalmente os valores do campo e seu posterior tratamento para visualização, a interpretação de uma lista complexa de comandos e a estrutura base que permite executar qualquer sequência de comandos pré-definidos.

2.5 Conclusão

Este capítulo introduziu brevemente a propagação de solitões em fibras ópticas, nomeadamente a sua origem como equilíbrio entre dois fenómenos fundamentais, a dispersão anómala da velocidade de grupo e o efeito óptico de Kerr.

Estes dois fenómenos foram descritos individualmente, bem como os seus efeitos na propagação de um impulso, e foi feita uma referência à equação de propagação, à distância característica do fenómeno e ao efeito da introdução de trinado na fase do impulso inicial.

O solitão foi introduzido como solução da equação de Schrödinger não-linear, e algumas das suas diversas formas - solitão fundamental e de ordens superiores - foram analisadas, referindo o método da Transformada de Dispersão Inversa. Foi também introduzido o conceito de perturbação na equação *NLS* modificada, e fenómenos como a dispersão de terceira ordem, o efeito de Raman e o efeito de auto-inclinação foram analisados. Para finalizar, o método numérico e a metodologia de programação foram explicados.

O estudo dos solitões da *NLS* e o seu comportamento com outros termos perturbativos permitirá uma melhor compreensão da propagação de solitões ao longo de um acoplador de fibra e sob efeito da dispersão não-linear, como será estudado nos capítulos seguintes.

Capítulo 3

Acoplamento de solitões em fibras de núcleo duplo

3.1 Introdução

O acoplamento de energia entre dois canais é um conceito fundamental em que se baseiam os comutadores ópticos, e portanto toda a infra-estrutura de comunicações ópticas que não se limite à comutação electrónica.

A fibra de núcleo duplo é um dispositivo que permite este acoplamento de energia. A energia de cada canal é transmitida maioritariamente no núcleo que lhe corresponde, e o acoplamento é conseguido através dos campos evanescentes que se estendem para fora do núcleo até ao outro canal.

A comutação de impulsos nestes dispositivos é limitado pela dispersão da velocidade de grupo e pela não-linearidade do material. A dispersão da velocidade de grupo não compensada pela não-linearidade vai alargar os impulsos, o que prejudica o ritmo de transmissão de informação, e a não-linearidade conjugada com o acoplamento vai desagregar os impulsos com maior potência - há acoplamento apenas das potências mais pequenas do impulso - o que impõe um limite à potência dos impulsos que podem ser transmitidos.

Se no entanto existirem as condições apropriadas, isto é, se a não-linearidade da fibra compensar a dispersão anómala da velocidade de grupo, então poder-se-á passar a comutar solitões. Neste caso os impulsos não alargarão devido à dispersão da velocidade de grupo, e a comutação não desagregará

os impulsos com maior potência. O solitão, visto como partícula, manterá a sua estrutura e a potência servirá para controlar a comutação para o outro canal.

O controlo da comutação é essencial para a infra-estrutura de comunicações. Existem duas possibilidades para controlar a comutação de um impulso num dispositivo acoplador com características não-lineares, que correspondem a perspectivas diferentes de encaminhar a informação. Uma forma de o fazer é a auto-comutação, em que a comutação depende da potência do impulso - o caminho através dos vários comutadores ópticos da rede é definido na altura em que o impulso é criado e a informação correspondente é embebida no próprio impulso através da sua potência. Outra forma é a comutação auxiliada, através de um impulso de controlo que é inserido noutra canal do comutador, e na qual o impulso de dados será comutado em função das características do impulso de controlo - o caminho através dos vários comutadores é controlado dinamicamente pela rede, ao contrário da auto-comutação.

Nas secções que se seguem são introduzidos os conceitos fundamentais da comutação com características lineares e não-lineares de feixes de ondas electromagnéticas e solitões, e são exploradas a auto-comutação e a comutação auxiliada destes.

3.2 Acoplamento de feixes de ondas

O acoplamento de feixes de ondas serve como base para o estudo do acoplamento de impulsos curtos, nomeadamente solitões, uma vez que ao eliminar da equação de propagação referências à variável temporal e às derivadas em ordem ao tempo, que causam a dispersão, é simplificada a resolução desta equação e é possível obter resultados analíticos.

O acoplamento pode ser dividido em duas categorias: o acoplamento linear, onde a transferência de energia de um canal para o outro é linear e a propagação do impulso em cada canal também o é [71, 72]; e o acoplamento não-linear, onde a propagação é não-linear e o acoplamento pode ser linear ou não-linear [34]. Estes casos são analisados a seguir.

3.2.1 Acoplamento linear

Através do Teorema da Reciprocidade de Lorenz - capítulo 8 de [71] - é possível obter soluções das equações de Maxwell para guias de onda com estruturas dielétricas complexas, ao admitir que estas são apenas a composição da estrutura base do guia de onda e de uma perturbação. Os campos nos guias, portanto as soluções das equações de Maxwell, são assim combinações dos modos das estruturas base dos guias. Nesta perspectiva, o núcleo de um guia pode ser visto como uma perturbação na estrutura dielétrica do outro guia, e no caso destes serem monomodo e terem constantes de propagação muito semelhantes, as equações de propagação para acoplamento e propagação lineares tomam a forma representada na equação 3.1, em que m e n são os índices que representam cada guia. O coeficiente k_{nm} é o coeficiente de acoplamento linear, $\Delta\beta_{nm}$ é a diferença entre as constantes de propagação dos dois campos, S é a superfície de integração que corresponde à área do outro núcleo, $\Delta\epsilon$ é a variação de permitividade que o outro núcleo, como perturbação, causa e F_i são os perfis transversais dos modos. A polarização é linear.

$$\frac{\partial A_m(z)}{\partial z} = j k_{nm} e^{j\Delta\beta_{nm}} A_n(z) \quad (3.1)$$

$$k_{nm} = \frac{\omega}{2} \iint_S \Delta\epsilon F_m(x, y) F_n^*(x, y) dx dy \quad (3.2)$$

Estas equações podem ser resolvidas facilmente, traduzindo-se numa transferência periódica de energia de um canal para o outro, de forma sinusoidal. As equações seguintes e a figura 3.1 representam a potência em cada canal ao longo da propagação, quando os guias são idênticos - $k_{21} = k_{12} = k$ -, quando os campos têm a mesma constante de propagação - $\Delta\beta_{21} = 0$ - e quando a energia inicial está totalmente no canal 1. O período de acoplamento de toda a energia de um canal para o outro é $z_B = \frac{\pi}{2k}$ e P_t é a potência total nos dois canais, neste caso igual à potência no canal 1 para $z = 0$.

$$P_1(z) = P_t \cos^2(kz) \quad (3.3)$$

$$P_2(z) = P_t \sin^2(kz) \quad (3.4)$$

Quando os dois campos não têm a mesma constante de propagação, a transferência de energia de um canal para o outro deixa de ser completa. Quanto maior for a diferença entre as constantes de propagação, menor é a amplitude da transferência periódica de energia entre os núcleos, como pode ser visto na figura 3.2. A potência em cada canal ao longo da propagação é descrita pelas equações seguintes, nas mesmas condições que as equações

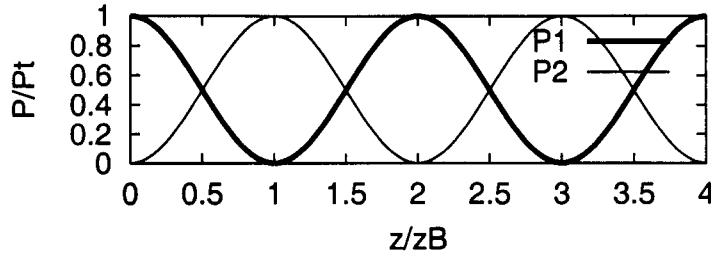


Figura 3.1: Potência de feixes de ondas em fase dos dois canais de um acoplador linear, ao longo deste. A energia é aplicada no início do primeiro canal. As unidades estão normalizadas para a potência da onda e para o período de acoplamento da energia de um canal para o outro, z_B .

3.3 e 3.4, isto é, com toda a energia inicial no canal 1 e com constantes de acoplamento k idênticas. S é a constante de acoplamento modificada pela diferença de constantes de propagação, que define um novo período de acoplamento parcial de energia de um canal para o outro, $z'_B = \frac{\pi}{2S}$, variável com a diferença de constantes de propagação.

$$P_1(z) = P_t \left[\left(\frac{\Delta\beta/2}{S} \right)^2 \sin^2(Sz) + \cos^2(Sz) \right] \quad (3.5)$$

$$P_2(z) = P_t \frac{k^2}{S^2} \sin^2(Sz) \quad (3.6)$$

$$S = \sqrt{k^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{2} \right)^2} \quad (3.7)$$

Um dispositivo deste género, com a mesma constante de propagação nos dois canais, seria ideal para transferir toda a potência de um canal para o outro ao fim de uma certa distância. No entanto os efeitos não-lineares e a dispersão impedem o seu funcionamento nas condições desejadas, como será visto posteriormente. Além disto, o controlo electro-óptico que seria necessário fornecer a este dispositivo para poder controlar a comutação de um canal para o outro impor-lhe-ia uma grande limitação: a dependência da velocidade da electrónica, quando comparada com a velocidade de um dispositivo inteiramente óptico.

3.2.2 Acoplamento não-linear

A introdução de elementos não-lineares no acoplador altera completamente o comportamento dos campos nos canais. Enquanto a potência dos feixes de

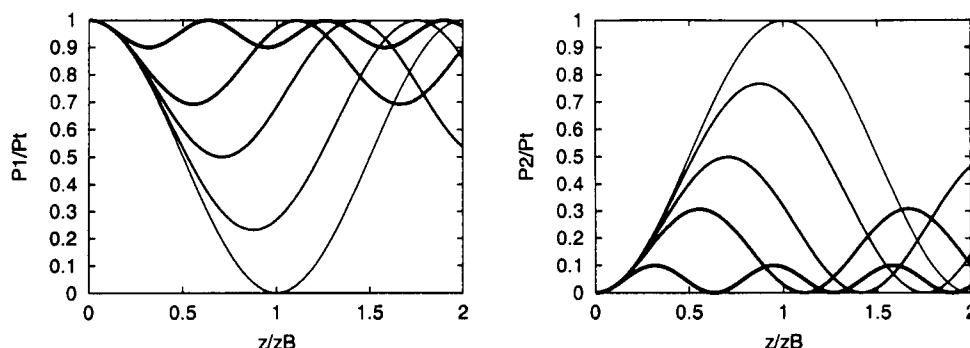


Figura 3.2: Potência de feixes de ondas desfasadas dos dois canais - à esquerda e à direita - de um acoplador linear, ao longo deste. O aumento da espessura do traço das curvas reflecte o aumento da diferença de fase entre os dois canais, em que o traço mais fino corresponde ao caso de diferença nula mostrado na figura 3.1. A energia é aplicada no início do primeiro canal e as unidades são as mesmas da figura 3.1.

ondas for suficientemente pequena, o comportamento exibido é praticamente linear - toda a energia é transmitida de um canal para o outro num período próximo do período de acoplamento linear. No entanto, quando a potência é aumentada, o efeito da não-linearidade cresce e o comportamento é alterado.

Seguindo um raciocínio semelhante ao utilizado para o acoplamento linear, podem ser deduzidas expressões para as equações de propagação num meio onde a propagação é não-linear. Além do termo não-linear de Kerr do próprio canal, o campo poderá também interferir com a polarização não-linear causada pelo campo evanescente do outro canal, alterar a energia acoplada e introduzir um termo de acoplamento não-linear.

As equações para a propagação num acoplador não-linear são expostas a seguir, para uma polarização linear [34]. O parâmetro γ representa a magnitude da resposta não-linear no próprio canal devido ao efeito Kerr, enquanto que o parâmetro σ representa a magnitude do acoplamento não-linear devido à interacção entre o campo e a polarização de Kerr causada pelo campo evanescente do outro canal. k é o parâmetro do acoplamento linear, β_0 é a constante de propagação comum aos dois canais, n é o índice de refração linear, $\chi_{1111}^{(3)}$ é o elemento da susceptibilidade correspondente à polarização em questão, à frequência dos impulsos, e $F_i(x, y)$ são os perfis

transversais dos modos.

$$\frac{\partial A_m(z)}{\partial z} = jkA_n(z) + j(\gamma|A_m(z)|^2 + \sigma|A_n(z)|^2)A_m(z) \quad (3.8)$$

$$\gamma = \frac{3}{8} \frac{\beta_0}{n} \chi_{1111}^{(3)} \iint_S |F_m(x, y)|^4 dx dy \left(\iint_S |F_m(x, y)|^2 dx dy \right)^{-1} \quad (3.9)$$

$$\sigma = \frac{3}{4} \frac{\beta_0}{n} \chi_{1111}^{(3)} \iint_S |F_m(x, y)|^2 |F_n(x, y)|^2 dx dy \left(\iint_S |F_m(x, y)|^2 dx dy \right)^{-1} \quad (3.10)$$

Estas equações acopladas podem ser resolvidas através de integrais elípticas e o resultado é expresso na equação seguinte [73], supondo toda a energia no canal 1 no início da propagação, como no caso linear. P_t é a potência total nos dois canais, e $\text{cn}(\phi|m)$ e $\text{dn}(\phi|m)$ são funções elípticas de Jacobi.

$$P_1(z) = \frac{1}{2} P_1(0) \begin{cases} 1 + \text{cn}(2kz|m) & \text{para } m < 1 \\ 1 + \text{sech}(2kz) & \text{para } m = 1 \\ 1 + \text{dn}(2kz\sqrt{m}|\frac{1}{m}) & \text{para } m > 1 \end{cases} \quad (3.11)$$

$$m = \frac{P_t^2}{P_c^2} \quad (3.12)$$

$$P_c = \frac{4k}{\gamma - \sigma} \quad (3.13)$$

A potência crítica P_c é a potência limiar que distingue três tipos de comportamentos distintos no acoplador, através do parâmetro m . Para valores muito pequenos de m , ou seja para potências do feixe de ondas muito inferiores à potência crítica, a função elíptica de Jacobi $\text{cn}(\phi|m)$ pode ser aproximada por uma função sinusoidal, e as potências em ambos os canais ao longo da propagação são aproximadamente representadas pelas equações 3.3 e 3.4. Este é o caso linear, em que o efeito da não-linearidade é desprezável e em que toda a energia de um canal é transferida periodicamente para o outro canal. Observa-se outro tipo de comportamento quando a potência do feixe é muito superior à potência crítica, ou seja quando o parâmetro m é muito grande. Neste caso $\text{dn}(\phi|m)$ tenderá para a unidade e muito pouca potência será acoplada entre os dois canais, quase toda ficará no canal inicial. Finalmente há o comportamento limiar, em que a potência do feixe é igual à potência crítica. Para esta situação pode observar-se uma distribuição semelhante de potência entre os dois canais, com uma transferência progressiva e não periódica da potência do primeiro canal para o segundo. A figura 3.3 mostra exactamente este tipo de variação da potência de um canal em relação à potência crítica do acoplador não-linear, em função da distância. Como no caso linear, toda a potência é aplicada inicialmente neste canal.

O comportamento descrito pode ser explicado através da fase não-linear imposta a cada campo pelo efeito Kerr. Como foi visto, o acoplamento linear depende da diferença entre as constantes de propagação dos campos

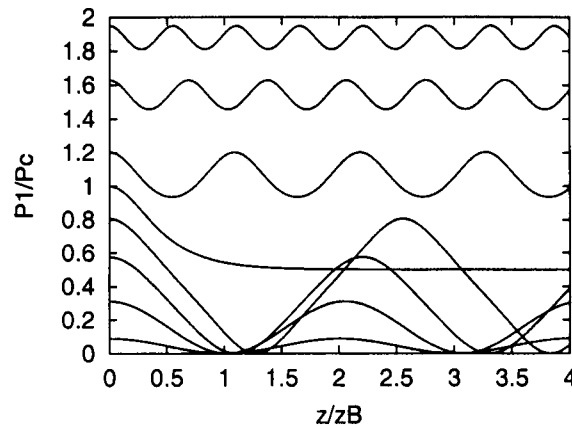


Figura 3.3: Variação da potência do feixe de ondas do primeiro canal de um acoplador com características não-lineares, ao longo deste, para diversos valores da potência inicial no primeiro canal. As unidades foram normalizadas para a potência crítica do acoplador e para o período de acoplamento linear da energia de um canal para o outro, z_B .

dos dois canais - ver por exemplo a figura 3.2 -, que no caso não-linear é função da variação da fase não-linear dos dois campos com a distância de propagação, $\Delta\phi = n_{Kerr}\beta_0 (|E_1|^2 - |E_2|^2) z$. O efeito da não-linearidade é desfazar os campos, fazendo variar a forma como a potência é acoplada de um canal para o outro, de maneira semelhante ao acoplamento linear desfasado. No entanto, como a potência de cada canal vai variar ao longo da propagação devido ao próprio acoplamento, a diferença entre as suas constantes de propagação não se manterá, introduzindo diferenças significativas na comparação com o caso linear. Assim, quando a potência das ondas é pequena haverá uma reduzida diferença de fase, podendo a situação ser comparada com o caso linear em que o desfasamento é pequeno. A diferença significativa é que um aumento, nem que pequeno, da diferença de fase no caso linear impede a transferência completa da potência para o outro canal, enquanto que no caso não-linear esta é completamente transferida; também se pode observar um aumento do período destas oscilações a acompanhar o aumento do desfasamento no caso não-linear, por oposição à sua diminuição gradual no caso linear. Estas diferenças são devidas à grande variação relativa da diferença das constantes de propagação com a distância. Pensando agora na situação em que a potência da onda inserida no primeiro canal é muito grande, verifica-se que a fase não-linear desta também será grande, bem como a diferença entre as fases dos dois canais, pois o segundo canal não tem inicialmente nenhuma potência. Pode portanto comparar-se este caso com o caso linear em que o desfasamento é grande: pouca potência será

transferida para o segundo canal, o que faz com que a diferença de fases tenha pequenas variações, mantendo-se grande, e impedindo por sua vez um acoplamento mais significativo de potência para o segundo canal. Por fim, a situação limiar, correspondente à potência crítica inserida no primeiro canal, pode ser vista como um equilíbrio entre o acoplamento e a não-linearidade. A diferença de fase não-linear inicial é significativa, mas não é suficiente para impedir uma troca de potência relativamente forte no começo da propagação - a diferença de fase é inferior à da situação anterior, já que a potência inicial também o é. Nestas condições, a evolução do sistema é tal que não permite o retorno desta potência ao primeiro canal, nem a transferência total da potência que ainda restava no primeiro canal para o segundo. A derivada da potência em relação à distância em cada canal vai tender para zero com a distância e as potências finais nos dois canais terão tendência a tornar-se idênticas, o que é equivalente à situação em que a um acoplador linear são fornecidas potências iguais no início de cada canal.

Para os dispositivos reais modelados por estas equações, nomeadamente a fibra de núcleo duplo, e que não podem alterar a sua constante de acoplamento, só é possível retirar do dispositivo as ondas acopladas num determinado ponto da propagação, que corresponde ao comprimento equivalente do dispositivo. Tem assim interesse estudar qual a variação relativa da potência ou energia de saída ao fim de uma distância de propagação fixa no acoplador. Esta variação é medida pela transmissão - $T(p, Z)$ - definida na próxima equação para ondas monocromáticas, em que Z é a distância fixa de propagação, p é o parâmetro variável de potência de entrada relativa à potência crítica do dispositivo e P_t é a potência total das ondas acopladas.

$$T(p, Z) = \frac{P_1(Z)}{P_t} \quad (3.14)$$

$$p = \frac{P_t}{P_c} \quad (3.15)$$

A figura 3.4 representa a variação da transmissão com a potência das ondas, para dois dispositivos com comprimentos diferentes. No caso em que o comprimento do dispositivo é igual ao comprimento de acoplamento linear, ou seja em que no caso linear toda a potência foi já transferida para o outro canal, notam-se dois tipos de comportamento para a distribuição de potência entre os dois canais: para valores baixos, inferiores à potência crítica do dispositivo - para a qual $p = 1$ - e portanto correspondentes ao caso linear, pouca é a potência que resta no canal inicial após a propagação, esta foi maioritariamente transferida para o outro canal; para valores altos, quando a potência total é superior à potência crítica, o caso é inverso, quase toda a potência fica retida no canal inicial. Para o outro dispositivo, cujo compri-

mento é igual ao dobro do comprimento de acoplamento linear, ou seja em que no caso linear a potência regressou ao canal inicial após ter sido transferida para o outro canal, a situação é diferente: para quase todos os valores da potência de entrada a potência de saída fica maioritariamente no canal inicial. Apenas para o valor limiar de potência, que corresponde à potência crítica do dispositivo, há uma súbita variação do valor da transmissão, em que este rapidamente desce a zero e ainda mais rapidamente regressa a valores altos. Há portanto uma estreita janela de valores para os quais a energia é transferida para o outro canal, no entanto talvez estreita demais para que um dispositivo destes, no qual se propagam ondas com uma potência de precisão limitada, consiga comutar sinais baseados na sua potência.

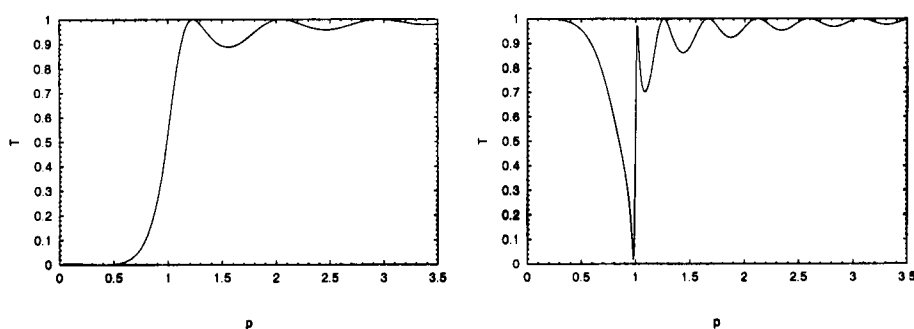


Figura 3.4: Transmissão de feixe de ondas em função da potência de entrada relativa, para dois dispositivos com comprimentos diferentes - à esquerda o comprimento é igual ao comprimento de acoplamento para o caso linear, z_B , e à direita é o dobro deste.

A aparente desvantagem da existência de não-linearidade num acoplador, sublinhada no fim da secção anterior, é convertida em grande benefício para o controlo da comutação em dispositivos cujo comprimento de acoplamento é fixo. Ao variar a potência consegue-se a transferência - ou não - para o outro canal, enquanto que num acoplador linear esta transferência é determinada à partida, na construção do dispositivo. No entanto, as características de transmissão referidas acima e na figura 3.4 são para ondas cuja potência é constante. Quando esta varia, como é necessário que varie para transmitir um impulso, as características de transmissão alteram-se, mesmo sem introduzir dispersão temporal. Isto porque cada parte do impulso terá uma amplitude diferente que será afectada de maneira diferente pela não-linearidade. Estas características são mostradas na figura 3.5 para um impulso em forma de secante hiperbólica. Pode observar-se uma degradação da característica de comutação neste caso, quando comparado com a comutação de ondas de potência constante: a rápida subida na curva da transmissão das ondas de

potência constante para o dispositivo de comprimento igual ao período de acoplamento linear define muito melhor a comutação do que a equivalente - mas mais lenta - subida destes impulsos sem dispersão.

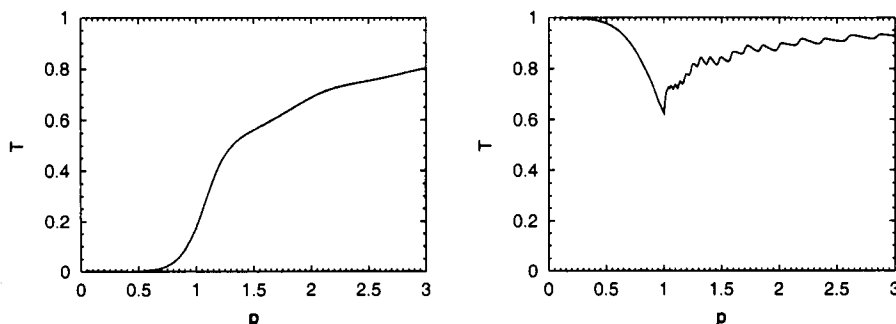


Figura 3.5: O mesmo que a figura 3.4 para impulsos sem dispersão.

Além da degradação imposta pelo acoplamento e pela não-linearidade, os impulsos curtos são alargados pela dispersão, pelo que o ritmo de transmissão fica limitado. A utilização de solitões permite a resolução destes dois problemas, como é visto na secção seguinte.

3.3 Acoplamento de solitões

É possível propagar e acoplar solitões usando acopladores nos quais a não-linearidade compensa a dispersão da velocidade de grupo. Assim é possível controlar a dispersão dos impulsos e evitar que estes se desagreguem ao serem transferidos entre os canais do acoplador. A estabilidade dos solitões faz com que estes tenham tendência a comutar como um todo, exibindo mais uma vez características de partícula [27]. Pelo facto de a energia do impulso num canal diminuir - através da sua transferência para o outro canal do acoplador - o equilíbrio entre a não-linearidade e a dispersão nesse canal é alterado e faz com que o impulso alargue, de maneira a que uma nova posição de equilíbrio seja atingida. O oposto acontece no outro canal, mantendo assim a característica de solitão em ambos os canais, e fazendo com que ambos os impulsos não se desagreguem. É possível obter uma comutação perto do ideal, ou seja em que todo o impulso tenha sido transferido para o outro canal.

As equações acopladas que modelam o comportamento do impulso nestas

condições são semelhantes às equações para os feixes de ondas - equação 3.8. A diferença fundamental é a introdução da dispersão da velocidade de grupo, como o primeiro factor significativo da dispersão temporal. As equações acopladas são descritas na expressão seguinte.

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_m(t, z)}{\partial z} = & -j\frac{1}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A_m(t, z)}{\partial t^2} + jkA_n(z) + \\ & + j(\gamma|A_m(t, z)|^2 + \sigma|A_n(t, z)|^2) A_m(t, z) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Estas equações podem também ser normalizadas em relação à distância característica da DVG e à potência do solitão fundamental, resultando na equação seguinte. K_k representa a relação entre a distância característica do efeito da DVG e a distância característica do efeito do acoplamento linear, e K_σ a relação entre a distância característica do efeito da DVG e a distância característica do efeito do acoplamento não-linear. É de notar que, por causa desta normalização, todas as distâncias ficam relativas à distância característica da DVG, em especial a distância de acoplamento linear $\xi_B = z_B/L_{DVG}$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_m(\tau, \xi)}{\partial \xi} = & -j\frac{1}{2}\text{sgn}(\beta_2) \frac{\partial^2 U_m(\tau, \xi)}{\partial \tau^2} + jN^2|U_m(\tau, \xi)|^2 U_m(\tau, \xi) + \\ & + jK_\sigma|U_n(\tau, \xi)|^2 U_m(\tau, \xi) + jK_k U_n(\tau, \xi) \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$K_k = \frac{kT_0^2}{|\beta_2|} \quad (3.18)$$

$$K_\sigma = \frac{P_t \sigma T_0^2}{|\beta_2|} \quad (3.19)$$

Escolhendo um solitão fundamental no primeiro canal como condição inicial para a resolução destas equações, observa-se como resultado, na figura 3.6, uma transferência progressiva do impulso para o segundo canal, no qual toda a energia inicial se encontra quando foi percorrida uma distância igual à distância de acoplamento linear. Atingido o dobro desta distância - dois períodos de acoplamento linear -, o impulso regressou já completamente ao primeiro canal, de onde tinha saído originalmente. Claro que a potência de pico do impulso neste caso é muito reduzida, de maneira a poder comparar-se esta situação com o caso linear sem dispersão. Os efeitos não-lineares compensam apenas a dispersão da velocidade de grupo, e não os efeitos de acoplamento. Recorrendo à explicação dada na secção anterior acerca do desfasamento entre os dois canais, pode pensar-se que a fase introduzida pelo efeito Kerr é suficiente para compensar a fase introduzida pela dispersão da velocidade de grupo, mas não é suficiente para alterar o comportamento do acoplador.

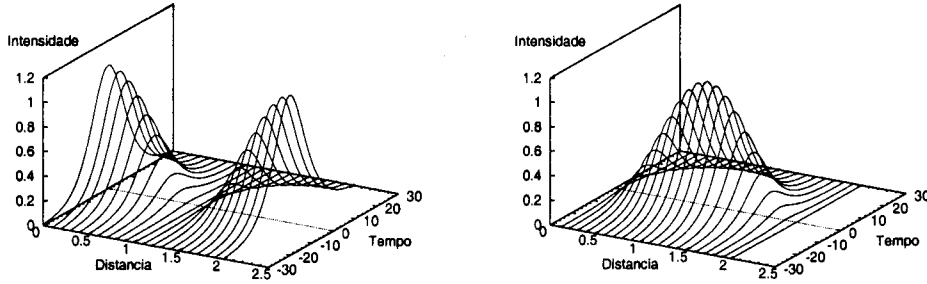


Figura 3.6: Intensidade do acoplamento com características lineares de um solitão em função da distância relativa ao período de acoplamento linear, ξ/ξ_B .

Pensando agora no caso em que a potência do solitão fundamental é maior, o suficiente para que a fase introduzida pelo efeito Kerr altere as características do acoplamento linear, como discutido na secção 3.2.2, observa-se na figura 3.7 o oposto da figura 3.6: o impulso não é transferido para o outro canal, fica maioritariamente no canal inicial.

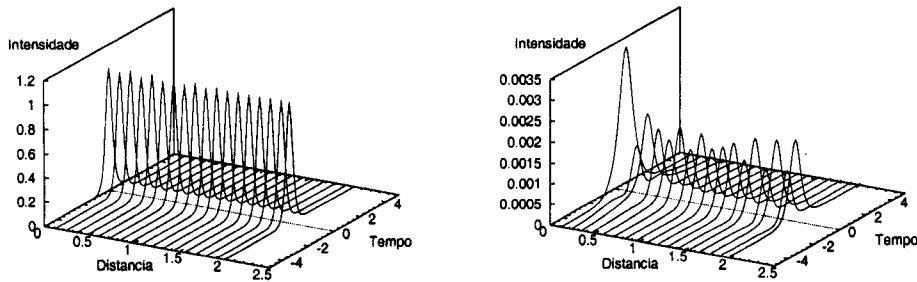


Figura 3.7: O mesmo que a figura 3.6, excepto no que diz respeito ao valor da potência de pico do solitão fundamental, que é tal que se notam os efeitos não-lineares no acoplamento.

Para dispositivos com distância de acoplamento fixa, pode redefinir-se o conceito de transmissão para impulsos, pensando agora na sua energia por comparação com a potência no caso dos feixes de ondas. A função correspondente é apresentada a seguir, juntamente com a definição de energia normalizada ao longo da fibra em cada canal, $Q_i(Z)$.

$$Q_i(Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} |U_i(t, Z)|^2 dt \quad (3.20)$$

$$T(Z) = \frac{Q_1(Z)}{Q_1(Z) + Q_2(Z)} \quad (3.21)$$

É possível também redefinir a potência crítica de um dispositivo para impulsos: esta é a potência de pico do impulso à entrada do dispositivo para a qual a transmissão à saída é igual a $\frac{1}{2}$, ou seja para a qual a energia dos dois canais é igual.

Com base nestes conceitos, são de seguida vistos com mais pormenor os estados solitónicos de um acoplador, a auto-comutação em função da potência do impulso, a influência do termo de acoplamento não-linear na potência crítica e a comutação auxiliada dependente da fase relativa entre o impulso principal e o impulso auxiliar.

3.3.1 Estados solitónicos

O solitão fundamental é uma solução estacionária da equação de propagação num guia isolado. À semelhança deste, um acoplador linear com comportamento não-linear¹ exhibe soluções estacionárias, que são os seus estados solitónicos. Estes estados solitónicos podem ser combinações das soluções dos guias isolados, ou ter formas mais complexas que não correspondam a estas combinações [39].

As soluções estacionárias da equação de propagação, $U_i(z, T) = u_i(q, T)e^{jqz}$, requerem que as derivadas das suas amplitudes em relação à distância de propagação sejam nulas, podendo ser considerada apenas uma variação com a distância da sua fase. A equação de propagação pode ser simplificada e as suas variáveis mudadas de modo a reflectir esta independência em relação à distância de propagação, resultando nas seguintes equações acopladas. As variáveis $x(t) = 1/\sqrt{2q}(u_1(t) + u_2(t))$ e $y(t) = 1/\sqrt{2q}(u_1(t) - u_2(t))$ [39] representam respectivamente as soluções simétrica e anti-simétrica das equações. Estas variáveis e as suas derivadas devem ser nulas no infinito, uma vez que a forma procurada é a de um impulso, ou seja, limitado no tempo. Os parâmetros α e μ dependem de $\kappa = \frac{k}{q}$, a relação entre a constante de acoplamento linear k e o período espacial da fase dos impulsos, q , que está ligado à sua potência de pico, como pode ser visto na equação 2.28.

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \alpha^2 x + x^3 + 3xy = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \mu^2 \alpha^2 y + y^3 + 3yx = 0 \quad (3.23)$$

As soluções triviais destas equações são aquelas em que ou x ou y são zero,

¹Um acoplador linear com comportamento não-linear é um dispositivo no qual a transferência de energia é linear mas que, devido aos termos não-lineares em acção em cada canal, exhibe um comportamento não-linear.

ou seja quando as soluções são completamente simétricas ou anti-simétricas, e por consequência quando o ângulo $\phi(t)$ - arco cuja tangente é $\frac{y}{x}$ - toma os valores 0° ou 90° . Estas soluções são secantes hiperbólicas cuja largura e amplitude dependem de maneira distinta do parâmetro κ , como é mostrado nas equações seguintes [39].

$$x(t)|_{y(t)=0} = 2\sqrt{(1-\kappa)}\operatorname{sech}\sqrt{2(1-\kappa)}t \quad (3.24)$$

$$y(t)|_{x(t)=0} = 2\sqrt{(1+\kappa)}\operatorname{sech}\sqrt{2(1+\kappa)}t \quad (3.25)$$

Para encontrar soluções não-triviais é necessário resolver as equações acopladas 3.22 e 3.23 para diferentes valores de κ , com vários valores iniciais de x , y , $\frac{\partial x}{\partial t}$ e $\frac{\partial y}{\partial t}$. Uma vez que o impulso em $t = -\infty$ é nulo - x , y , $\frac{\partial x}{\partial t}$ e $\frac{\partial y}{\partial t}$ são iguais a zero -, o método numérico deve iniciar com um valor de t o mais pequeno possível. Isto permite, com o mínimo de erro, aproximar as derivadas de x e y em ordem ao tempo a zero, e dar valores pequenos a x e y , de maneira a que o raio $r(r) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2}$ seja também muito pequeno, e que tenda para zero com a escolha de valores iniciais para t cada vez menores, até $-\infty$. Fica assim disponível para caracterizar os diferentes tipos de soluções, além do parâmetro κ , a relação entre x e y em t perto de $-\infty$, por exemplo a fase $\phi(t = -\infty)$. Apenas algumas soluções da equação são válidas, uma vez que nem todas são impulsos - o raio r deve ser nulo no final da resolução das equações, em $t = +\infty$, tal como no início, em $t = -\infty$, para que de facto se esteja na presença de um impulso. É assim possível determinar qual o conjunto de pares (ϕ, κ) para os quais se obtêm soluções não-triviais, e portanto estados solitónicos de um acoplador, soluções estas de vários tipos [40].

Impulsos com formas iniciais arbitrárias terão tendência para se transformar num conjunto destas soluções ou estados estacionários ao longo da propagação. A energia a mais será dispersa e a forma dos impulsos tenderá oscilatoriamente para os estados do acoplador. Pode assim ver-se que a comutação de um solitão através dos canais de um acoplador ao longo de vários períodos de acoplamento linear poderá ser constantemente degradada, até se chegar a um ponto em que não faz mais sentido falar de comutação, uma vez que os impulsos nos dois canais não sofrem mais alterações significativas com a propagação. A figura 3.8 representa a propagação de solitões num acoplador, focando a sua transformação em estados solitónicos, quando num canal e apenas neste é transmitido um solitão, para dois valores diferentes da potência de pico da secante hiperbólica inicial. É de referir que a forma do impulso é pouco importante para se chegar a um estado do acoplador.

As oscilações de energia que permitem a transição de um estado inicial

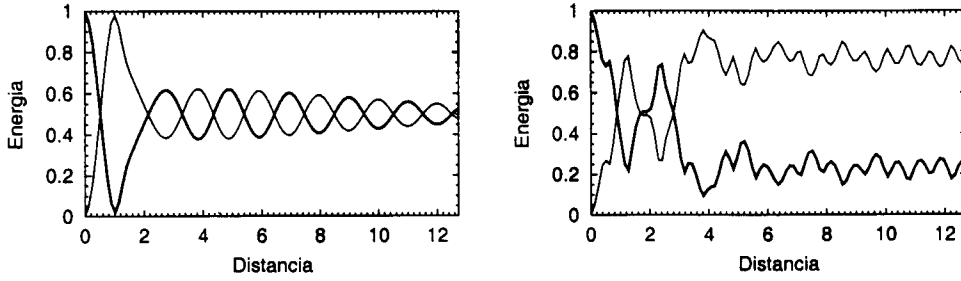


Figura 3.8: Energia relativa dos dois canais de um acoplador ao longo da propagação, para dois valores distintos da potência de pico inicial da secante hiperbólica que correspondem a dois estados diferentes do acoplador, em unidades do período de acoplamento linear.

arbitrário para um estado solitónico - desde que o estado inicial não seja um estado solitónico - são intensas no início da propagação, e vão-se esbatendo à medida que o estado solitónico vai sendo alcançado. Ora esta dinâmica é ideal, já que os dispositivos comutadores que são objecto deste estudo têm comprimentos equivalentes da ordem de um período de acoplamento linear, que corresponde para a grande maioria das situações ao início do processo de transição para o estado solitónico, em que as oscilações são mais intensas e propiciam pois uma comutação mais eficiente.

3.3.2 Auto-comutação

A auto-comutação é a capacidade que um solitão tem de comutar do canal onde se encontra para o outro canal, com base na sua potência de pico. Como no caso dos feixes de ondas, é possível definir para um certo dispositivo uma potência de pico limiar do solitão acima da qual grande parte da sua energia não é transferida para o outro canal.

Definindo o impulso de entrada como é feito na equação seguinte, ou seja mantendo a largura constante e variando a amplitude, é possível conseguir os dois tipos de resultados à saída do dispositivo: o acoplamento total da energia entre os dois canais, para valores de η baixos, e a conservação quase total da energia no canal inicial, para valores de η altos.

$$U_1(\tau) = \eta \operatorname{sech}(\tau) \quad (3.26)$$

A curva de transmissão para impulsos deste tipo é obtida através da variação do parâmetro η , medindo a energia do canal inicial no fim do dis-

positivo [42]. A figura 3.9 mostra esta variação para um dispositivo de comprimento igual ao período de acoplamento linear. Uma comparação com os resultados para impulsos sem dispersão - figura 3.5 - mostra claramente uma melhoria da definição da transição entre as duas saídas pretendidas, ou seja, uma melhoria do controlo da comutação de um canal para o outro através da potência do impulso. Por outro lado, esta transição continua melhor definida para os feixes de ondas, por comparação com a figura 3.4. A potência crítica, definida atrás como o valor da potência de pico do impulso que faz com que a energia à saída do dispositivo esteja repartida igualmente entre os dois canais, é neste caso - em que $K_k = \frac{1}{4}$ - cerca de $\eta_c^2 = 1.3$.

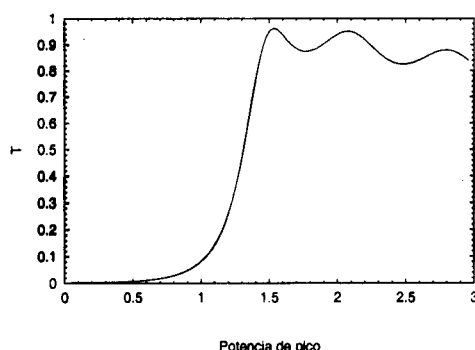


Figura 3.9: Transmissão de um acoplador com comprimento igual à distância de acoplamento linear e com um parâmetro $K_k = \frac{1}{4}$, para impulsos descritos pela equação 3.26.

Cada acoplador tem uma potência crítica particular que depende da constante de acoplamento linear e da forma do impulso de entrada. A figura 3.10 representa a variação da potência crítica de um acoplador cuja distância equivalente é igual a um período de acoplamento linear com o valor da constante de acoplamento normalizada, para uma secante hiperbólica de largura fixa - equação 3.26 - , bem como a derivada desta em relação à constante de acoplamento linear.

A representação temporal da distribuição de intensidade ao longo do acoplador - cujo comprimento é igual ao seu período de acoplamento linear - pode ser observada nas figuras 3.11 e 3.12 para dois valores distintos de η que fazem com que o impulso comute para o outro canal ou fique no canal inicial, respectivamente. Como pode ser visto - no primeiro caso - apesar de a energia ser completamente transferida para o segundo canal, a dispersão não é compensada correctamente pela não-linearidade, já que a potência de pico é inferior à de um solitão fundamental. Os impulsos sofrem pois um

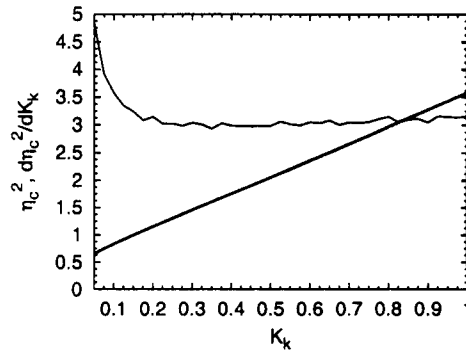


Figura 3.10: Variação da potência crítica η_c^2 com o parâmetro de acoplamento linear normalizado K_k (a traço espesso) e da derivada de η_c^2 em relação a K_k (a traço fino) para um impulso como o da equação 3.26.

indesejável alargamento temporal que força a diminuição do seu ritmo de transmissão.

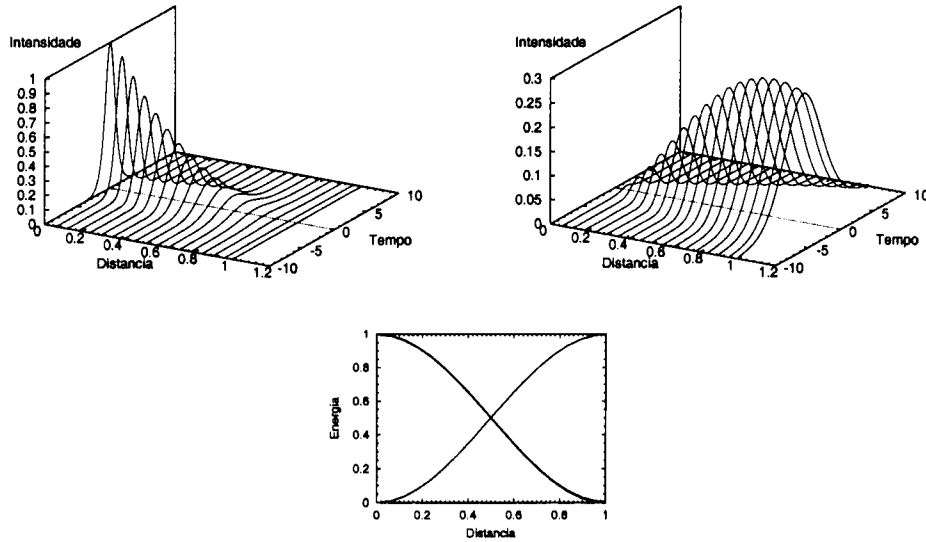


Figura 3.11: Distribuição da intensidade e da energia num acoplador ao longo do comprimento deste, em unidades relativas à potência de pico, à energia inicial e ao período de acoplamento linear. A potência de pico inicial é inferior à potência crítica do acoplador.

O impulso de entrada pode ser definido de forma diferente da que é definida na equação 3.26. Pode ser um solitão cuja largura se adapta à variação de potência de pico, e como é definido na equação 3.27. Neste caso, a

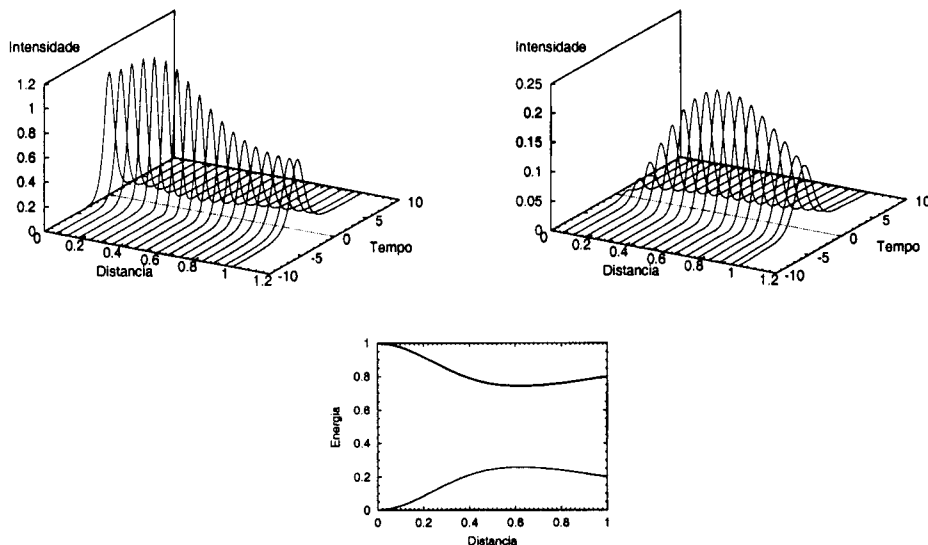


Figura 3.12: Semelhante à figura 3.11, mas com uma potência de pico do impulso de entrada superior à potência crítica do acoplador.

distância característica da dispersão da velocidade de grupo vai variar devido à variação da largura do impulso, alterando o significado das variáveis normalizadas da equação de propagação. Um aumento da potência do solitão implica portanto uma diminuição da sua largura - para se manter um solitão fundamental -, o que por sua vez diminui a distância característica da DVG. Esta diminuição faz com que o parâmetro normalizado K_k de acoplamento linear diminua, uma vez que o parâmetro de acoplamento linear k é mantido constante - as características físicas do acoplador não são alteradas -, como é explícito na equação 3.18.

$$U_1(\tau) = \eta \operatorname{sech}(\eta\tau) \quad (3.27)$$

Foi obtida uma expressão analítica aproximada para a variação da potência crítica de um acoplador com a constante de acoplamento linear normalizada para impulsos deste género em [38]. É calculada a lagrangiana do sistema, são definidas as funções de teste e as variáveis lagrangianas de interesse, e chega-se a um resultado para a variação da potência de pico semelhante à dos feixes de ondas - ver figura 3.3. Esta variação tem uma potência crítica claramente marcada, que para os solitões fundamentais depende do parâmetro de acoplamento linear normalizado da maneira expressa na equação seguinte.

$$\eta_c^2 = 6K_k \quad (3.28)$$

Esta dependência pode também ser obtida numericamente. A figura 3.13 representa a variação da potência crítica com o parâmetro de acoplamento linear normalizado para impulsos cuja forma é a do solitão fundamental da equação de Schrödinger não-linear. O valor obtido numericamente para o quociente entre η_c^2 e K_k é aproximadamente 6.6 (comparável com outros resultados numéricos citados em [38]), perto do resultado analítico aproximado, 6. Como se pode observar comparando estes resultados com os da figura 3.10, a relação entre a potência crítica e o parâmetro de acoplamento linear normalizado é constante para solitões fundamentais (para os quais a relação entre a distância característica da DVG e a do efeito Kerr é unitária) e variável para as secantes hiperbólicas com largura constante e potência de pico variável (para as quais a relação entre a distância característica da DVG e a do efeito Kerr varia).

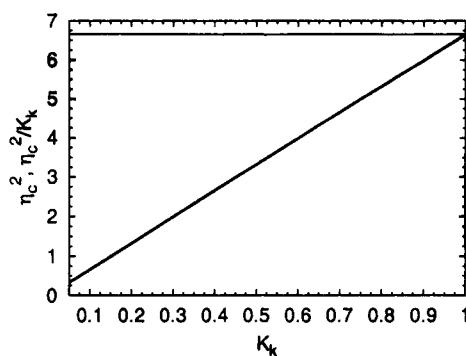


Figura 3.13: Variação da potência crítica com o parâmetro de acoplamento linear normalizado (a traço espesso), e da relação entre estes (a traço fino), para um impulso como o da equação 3.27.

A relação entre η_c^2 e K_k pode ser entendida através da mudança de variáveis da equação de propagação. Variar a potência do solitão é equivalente a variar a constante de acoplamento normalizada sem alterar o resto da equação de propagação - todos os parâmetros ficam normalizados em relação à nova distância característica da DVG, uma vez que ao variar a potência do solitão está a alterar-se a sua largura. A nova constante de acoplamento normalizada K'_k da equação de propagação com parâmetros redefinidos varia com a potência do solitão da forma mostrada na equação 3.29. A potência crítica do acoplador para este tipo de impulsos corresponde a um valor particular de K'_k : K'_{kc} . Da equação 3.29 obtém-se portanto a dependência da potência crítica com o parâmetro de acoplamento linear normalizado, mostrada na equação 3.30. Resta apenas determinar qual o valor numérico de

K'_{kc} : a transmissão de um solitão fundamental num acoplador linear de comprimento igual ao período de acoplamento linear em função da potência de pico do solitão - e portanto do parâmetro de acoplamento linear normalizado - é mostrada na figura 3.14. O valor de K'_k para o qual $T = 0.5$ é aproximadamente igual a 0.15, e a equação 3.30 é particularizada pela equação 3.31.

$$K'_k = \frac{K_k}{\eta^2} \quad (3.29)$$

$$\eta_c^2 = \frac{1}{K'_{kc}} K_k \quad (3.30)$$

$$\eta_c^2 \simeq 6.6 K_k \quad (3.31)$$

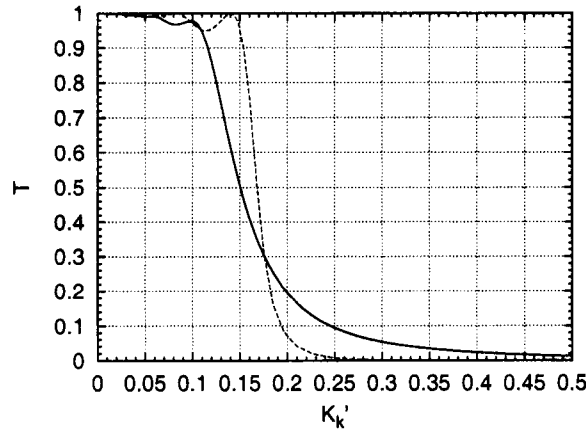


Figura 3.14: Variação da transmissão com o parâmetro de acoplamento linear normalizado para um impulso como o da equação 3.27 num dispositivo com comprimento equivalente a um período de acoplamento linear: a traço cheio os resultados numéricos, a tracejado os resultados analíticos aproximados.

A expressão 3.28 para a potência crítica em função da constante de acoplamento foi obtida a partir de uma expressão analítica aproximada para a transmissão em função da potência do solitão fundamental, mostrada na equação seguinte [37]. Para $m = 1$, ou seja na situação crítica, a equação 3.33 dá lugar à equação da potência crítica 3.28.

$$T(z, m) = \frac{1}{2} \begin{cases} 1 + \text{cn}(2kz | m) & \text{para } m < 1 \\ 1 + \text{sech}(2kz) & \text{para } m = 1 \\ 1 + \text{dn}(2kz\sqrt{m} | \frac{1}{m}) & \text{para } m > 1 \end{cases} \quad (3.32)$$

$$m = \left[\frac{\eta^2}{6K_k} \right]^2 \quad (3.33)$$

Esta expressão é muito semelhante à variação não-linear da potência de um feixe num acoplador (equação 3.11). Na figura 3.14 é comparada esta expressão analítica aproximada com os resultados numéricos obtidos para a transmissão (para um dispositivo com uma distância equivalente igual a um período de acoplamento linear $\xi_B = \pi/(2K_k)$), em função da constante de acoplamento normalizada K'_k , modificando a equação 3.33 da maneira que segue:

$$K'_k = \frac{K_k}{\eta^2} \quad (3.34)$$

$$m = \left[\frac{\eta^2}{6K_k} \right]^2 = \left[\frac{1}{6K'_k} \right]^2 \quad (3.35)$$

$$T(z, K'_k) = \frac{1}{2} \begin{cases} 1 + \operatorname{cn}(2kz | (6K'_k)^{-2}) & \text{para } K'_k > 1/6 \\ 1 + \operatorname{sech}(2kz) & \text{para } K'_k = 1/6 \\ 1 + \operatorname{dn}(2kz \frac{1}{6K'_k} | (6K'_k)^2) & \text{para } K'_k < 1/6 \end{cases} \quad (3.36)$$

As duas formas da figura 3.14 são semelhantes, mas os resultados analíticos aproximados definem melhor a transição entre o estado comutado e o estado não comutado do que os resultados numéricos, e o valor crítico K'_k destes é inferior ao dos resultados analíticos aproximados. Isto é compreensível se se pensar que os resultados analíticos aproximados têm a mesma forma que os resultados analíticos para a comutação de um feixe de ondas (secção 3.2.2). Aliás, usando a expressão da potência de um feixe (equação 3.11) para calcular a sua transmissão (equação 3.14), obtém-se uma expressão igual à expressão analítica aproximada da transmissão para um solitão fundamental, a equação 3.32.

Com a auto-comutação é possível obter uma distinção nítida entre impulso comutado e impulso não comutado. As secantes hiperbólicas de amplitude variável e largura fixa sofrem de dispersão para baixos valores da amplitude relativa à amplitude do solitão com a mesma largura. Por outro lado, as duas saídas possíveis de um comutador, que correspondem a dois solitões fundamentais com amplitudes diferentes, têm larguras diferentes, o que limita o ritmo de transmissão de informação ao ritmo do solitão mais pequeno. Uma desvantagem da auto-comutação é que esta não permite a comutação dinâmica: a informação sobre o trajecto do impulso numa rede de comutadores tem que ser sabida antes do impulso ser enviado.

3.3.3 Influência do termo de acoplamento não-linear na potência crítica

O coeficiente de acoplamento não-linear normalizado K_σ da equação 3.17 define a razão de transferência não-linear de energia de um canal do acoplador para o outro em relação à distância característica da dispersão da velocidade de grupo. O campo de um canal interage com a polarização não-linear causada pelo campo evanescente do outro canal, alterando assim o seu índice de refração efectivo.

Como no caso dos feixes de ondas, a potência crítica do dispositivo é alterada quando o efeito do acoplamento não-linear é significativo. A transferência de ainda mais energia para o outro canal - para além da transferência linear - faz com que seja necessário um aumento da potência do impulso inicial para se obterem resultados semelhantes aos do caso linear, nomeadamente em termos da potência crítica. A figura 3.15 mostra a variação da transmissão com o parâmetro de acoplamento linear normalizado K'_k - equação 3.29 - para alguns valores do parâmetro de acoplamento não-linear normalizado K_σ . O impulso de entrada é um solitão, como definido na equação 3.27.

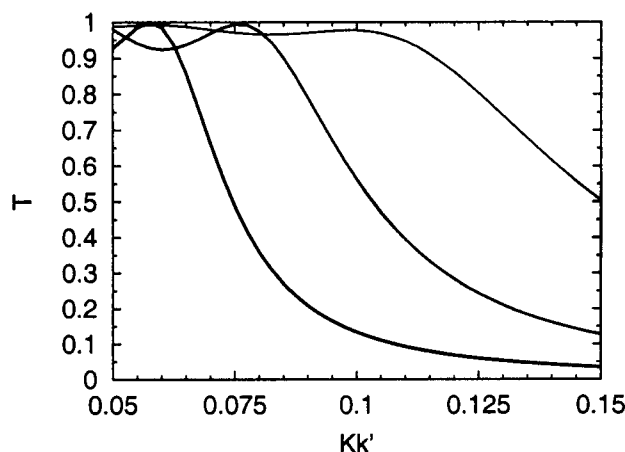


Figura 3.15: Variação da transmissão com o parâmetro K'_k , para três valores do coeficiente de acoplamento não-linear normalizado K_σ : 0, 0.3 e 0.5. O aumento da espessura dos traços indica um aumento deste coeficiente.

Como pode ser visto da figura 3.15, a potência crítica aumenta com o aumento da constante de acoplamento não-linear. Esta variação é pormenorizada na figura 3.16, para o parâmetro de acoplamento linear normalizado

à potência do solitão, K'_k (equação 3.29). A equação 3.37 define uma aproximação analítica para esta variação, para valores de K_σ inferiores a 0.7 [74], mostrando a variação da potência crítica com a constante de acoplamento linear K_k em função da constante de acoplamento não-linear K_σ . A relação entre η^2 e K_k é também mostrada na figura 3.16, tanto para o resultado numérico como para o analítico obtido a partir da equação 3.37. Esta pode ser comparada com a equação 3.31 e com a figura 3.13: para um determinado valor do acoplamento não-linear K_σ (em particular para $K_\sigma = 0$, a relação entre a potência de pico η^2 e o acoplamento linear K_k é constante; no entanto, variando K_σ a razão entre as duas é alterada.

$$\eta_c^2 = \frac{6.6K_k}{1 - K_\sigma} \quad (3.37)$$

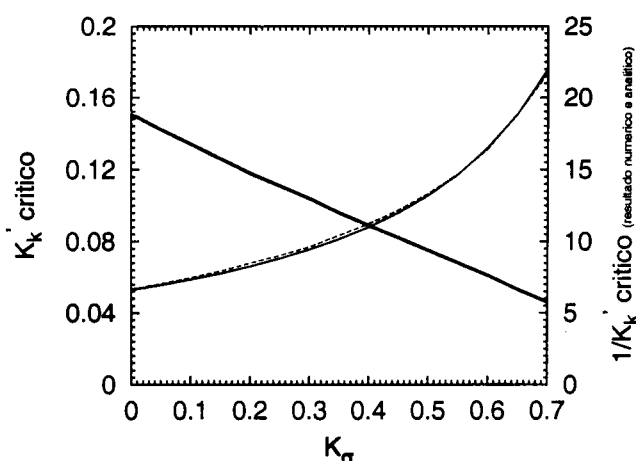


Figura 3.16: Variação do parâmetro K'_k crítico obtida numericamente - traço mais espesso - e seu inverso $1/K'_k = \eta^2/K_k$ obtido a partir deste e também analiticamente a partir da equação 3.37 - traços mais finos -, em função do parâmetro de acoplamento não-linear normalizado K_σ .

3.3.4 Comutação auxiliada

A comutação auxiliada baseia-se no controlo da comutação de um impulso por outro. Um impulso de controlo, mais fraco que o de dados, é inserido no segundo canal do acoplador, alterando o equilíbrio de energia entre os

dois canais de maneira a que a energia do impulso de dados seja transferida maioritariamente para o segundo canal, ou fique maioritariamente no primeiro.

O controlo da comutação depende das características do impulso de controlo em relação às do impulso de dados: a amplitude e a fase relativas [43]. Os impulsos de entrada podem ser definidos através das equações seguintes, em que r é a relação de potências e ϕ a relação de fases entre os impulsos.

$$U_1(\tau) = \eta \operatorname{sech}(\eta\tau) \quad (3.38)$$

$$U_2(\tau) = \frac{\eta}{\sqrt{r}} \operatorname{sech}(\eta\tau) \exp(j\phi) \quad (3.39)$$

$$(3.40)$$

Definindo um valor para a razão entre as potências de pico dos impulsos de dados e de controlo e alterando proporcionalmente a potência de ambos obtêm-se diferentes variações da transmissão em função da diferença de fase dos impulsos. Estas são mostradas na figura 3.17, para dois valores da razão de potências e para quatro valores da potência de pico do solitão de dados. O aumento proporcional das potências dos solitões de dados e de controlo (mantendo constante r) alarga o intervalo de fases para as quais o dispositivo não comuta o impulso de dados, aumentando também o valor de pico da transmissão neste intervalo. Nota-se também uma diminuição do pico relativo para $\phi \simeq 3/4\pi$ com o aumento da potência dos solitões, o que beneficia a distinção entre comutação e não comutação em função da fase relativa.

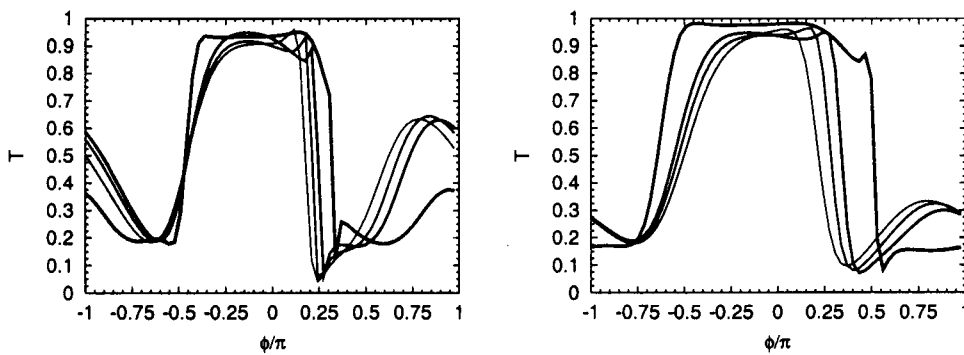


Figura 3.17: Variação da transmissão após uma distância equivalente a um período de acoplamento linear com a diferença de fase relativa a π entre os solitões de dados e de controlo, para $r=5$ (à esquerda) e $r=15$ (à direita). Em cada gráfico são representadas diferentes curvas correspondentes a diferentes potências η^2 do solitão de dados, cujo valor aumenta com a espessura do traço da seguinte forma: $5.4K_k$, $6.6K_k$, $7.8K_k$ e $12K_k$.

A figura 3.18 mostra a variação da transmissão com a fase relativa dos impulsos de dados e de controlo, para um valor de potência de pico do impulso de dados fixa e diferentes valores da potência de pico do impulso de controlo. Pode notar-se a degradação da capacidade de comutação da energia com a diminuição da potência do impulso de controlo.

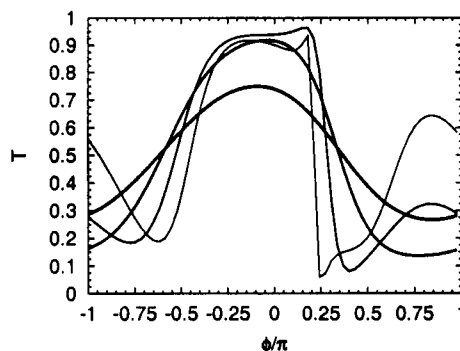


Figura 3.18: Variação transmissão com a diferença de fase relativa a π dos dois impulsos para diferentes valores de r . Os traços aumentam de espessura com $r = 5$, $r = 15$, $r = 100$ e $r = 500$. A potência de pico do impulso de dados é $\eta^2 = 6.6K_k$.

As figuras 3.19 e 3.20 mostram o controlo da comutação através da escolha apropriada da diferença de fase entre os dois solitões. Na curva da figura 3.18 para a qual $r = 15$ pode observar-se um mínimo e um máximo da transmissão. Escolhendo os valores da diferença de fase a que correspondem estes extremos, $\phi \simeq 0.4\pi$ e $\phi \simeq 0$ respectivamente, obtêm-se as distribuições de intensidade e energia ao longo do comprimento do acoplador, representadas nas figuras 3.19 e 3.20. Para $\phi = 0$, a energia comutada para o segundo canal no extremo do dispositivo é mínima: o solitão de dados mantém-se basicamente no canal onde foi inserido, não há portanto comutação. Para $\phi = 0.4\pi$, a situação é inversa, pois no fim do dispositivo a maior parte da energia encontra-se no segundo canal: o solitão de dados comutou de canal.

A variação da transmissão com a fase pode ser optimizada para que os intervalos de valores da fase que correspondem a um máximo e a um mínimo de transmissão sejam os maiores possíveis [74]. A relação entre as potências dos solitões - de dados e de controlo - e o parâmetro de acoplamento linear que optimizam os intervalos de fase podem ser obtidos da seguinte maneira: escolher um valor arbitrário para a potência do solitão de dados e fazer variar a potência do solitão de controlo, ou seja variar r ; é escolhido o valor de r para o qual os intervalos de fase sejam os melhores, ou seja para o qual as amplitudes dos intervalos de fase que correspondem a uma variação aceitável

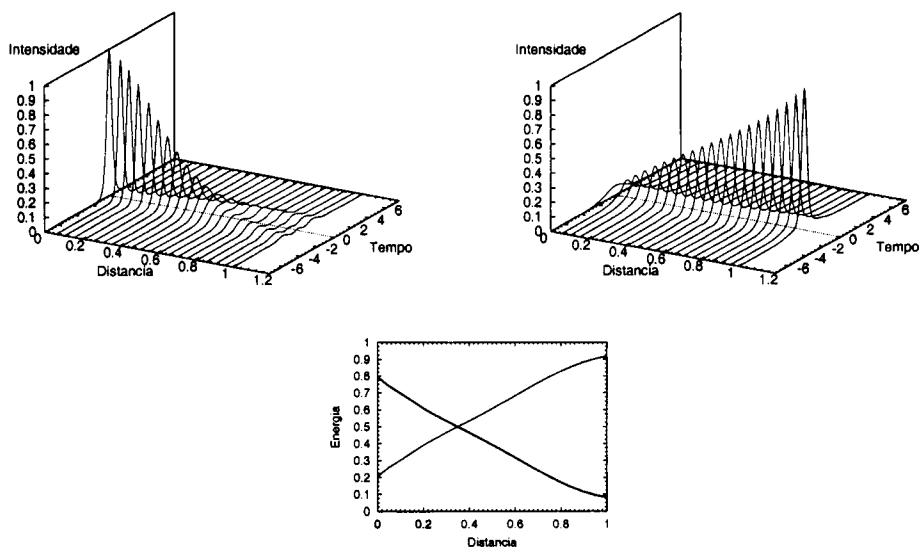


Figura 3.19: Intensidade e energia relativas da comutação de um solitão de um canal para o outro devido a uma diferença de fase entre este e o solitão de controle. Os parâmetros são $\phi = 0.4\pi$, $r = 15$, $\eta^2 = 6.6$, $K_k = 1$, e as unidades de distância são relativas ao período de acoplamento linear.

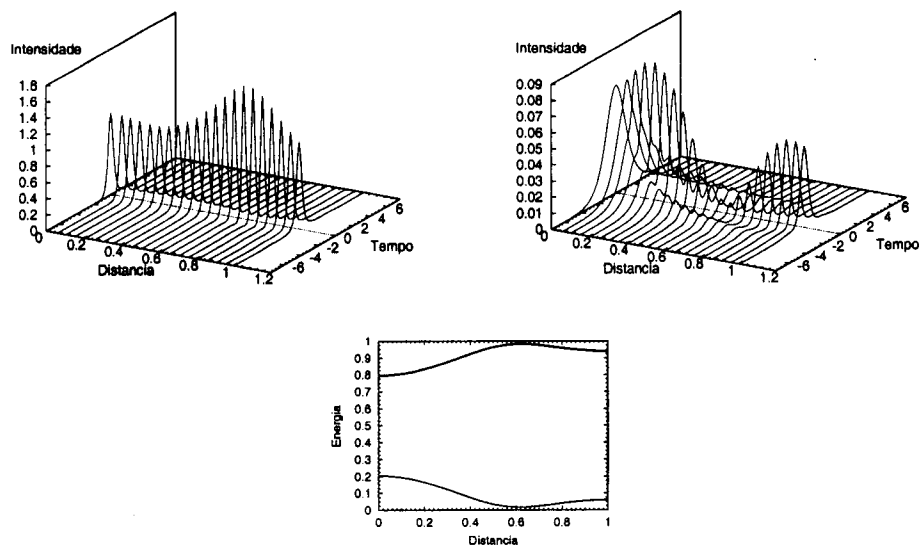


Figura 3.20: Intensidade e energia relativas da manutenção de um solitão no canal inicial devido a uma diferença de fase entre este e o solitão de controle. Semelhante à figura 3.19, excepto $\phi = 0$.

do máximo e do mínimo da transmissão - por exemplo 10 por cento do máximo e 10 por cento do mínimo - sejam maximizadas; para este valor de r é escolhido o valor de η^2 para o qual, de novo, os intervalos de fase sejam maximizados. Os valores obtidos em [74] para as potências otimizadas dos dois solitões são $\eta^2 = 7.5K_k$ e $r = 15$.

3.4 Conclusão

Este capítulo introduziu o conceito de acoplamento de solitões em fibras de núcleo duplo, como fundamental para um encaminhamento eficaz numa rede de comunicações ópticas.

Para fundamentar o acoplamento de solitões foi descrito o acoplamento de feixes de ondas electromagnéticas, em acopladores com características lineares - cuja propagação e acoplamento são lineares - e com características não-lineares - cuja propagação e eventualmente acoplamento tenham uma componente não-linear. Foi introduzido o conceito de transmissão e potência crítica para ondas, baseada na potência destas.

Depois de estudado o acoplamento de feixes de ondas foi possível transitar para o acoplamento de solitões, definindo a alteração da equação de Schrödinger não-linear que permite modelar esta situação e redefinindo o conceito de transmissão e potência crítica para impulsos, baseada na energia destes. Foram introduzidos os estados solitónicos de um acoplador, em semelhança aos estados de um guia isolado (os solitões da *NLS*), e referida a transição de um estado inicial do acoplador para uma combinação dos seus estados solitónicos, ao fim de uma distância de propagação suficiente. A auto-comutação e a comutação auxiliada foram caracterizadas, em particular a potência crítica e a variação da transmissão com a fase relativa dos dois impulsos. Foi também estudada a influência do termo de acoplamento não-linear na potência crítica de um acoplador.

O conhecimento acerca do acoplamento de solitões será útil para uma melhor compreensão do acoplamento de solitões sob o efeito da dispersão não-linear, que será objecto de estudo subsequente.

Capítulo 4

Dispersão não-linear

4.1 Introdução

Os efeitos não-lineares de um meio num campo electromagnético podem sofrer um aumento significativo se a frequência do campo for ligeiramente inferior a metade de uma frequência de ressonância do meio [75, 52]. Nesta situação, a absorção linear e a absorção não-linear de dois fótons são diminuídas e o índice de refração não-linear é aumentado. Embora o índice de refração não-linear possa ser ainda mais aumentado na proximidade de uma ressonância simples do meio, a relação entre aumento da variação não-linear do índice de refração e a diminuição das absorções linear e não-linear é bastante melhor na situação de proximidade de uma ressonância de dois fótons. Podem-se portanto obter do meio respostas não-lineares mais fortes, ou, para obter a mesma resposta não-linear, utilizar menores intensidades do campo.

Se os efeitos não-lineares forem mais fortes - nomeadamente o efeito não-linear de Kerr - então é possível propagar solitões mais curtos. Isto porque para que um solitão se propague é necessário que o efeito Kerr seja equilibrado pela dispersão anómala da velocidade de grupo, e esta é maior quanto mais curto for o solitão. Assim, para propagar solitões muito curtos com potências limitadas é necessário um efeito não-linear muito grande.

A consequente diminuição da largura do solitão para valores na ordem de femto-segundos tem algumas implicações no que diz respeito aos efeitos que o meio impõe ao campo. Por exemplo, podem passar a ser notados os efeitos de mecanismos de dispersão de ordem superior à da dispersão da velocidade de grupo - nomeadamente a dispersão de terceira ordem - e também de res-

postas não-lineares não instantâneas do meio. Ao considerar que a equação de Schrödinger não-linear é válida para modelar a propagação de um impulso num meio, é assumido que o meio responde muito mais rapidamente do que as variações da envolvente do campo, ou seja, que lhe responde instantaneamente. No entanto, se a largura do impulso for de tal maneira pequena que se compare ao tempo de resposta do meio, é necessário introduzir alterações que corrijam o comportamento do impulso ao longo da propagação e modificar assim a equação de Schrödinger não-linear.

A dispersão não-linear é o resultado de ser utilizada uma aproximação de primeira ordem para a variação do campo eléctrico no cálculo da resposta do meio, ou seja da polarização de terceira ordem. É portanto um termo de correcção ao termo de Kerr.

A próxima secção descreve os passos necessários para se obter a polarização de terceira ordem clássica, onde o efeito de Kerr é modelado. Depois, noutra secção, são explicados os fenómenos físicos que fazem com que a absorção de dois fótons tenha importância, e como é o modelo da resposta do meio nesta situação. Posteriormente é deduzida a expressão para a polarização de terceira ordem que contém a dispersão não-linear, e alterada a equação de propagação de Schrödinger não-linear de modo a reflectir este comportamento e permitir estudar alguns casos de propagação de impulsos em meios com dispersão não-linear.

4.2 Polarização de terceira ordem

A polarização de terceira ordem é a componente da resposta do meio que depende da interacção de três campos eléctricos, ou seja, é a resposta do meio à interacção de quatro ondas. Esta pode ser expressa como a convolução do campo eléctrico, em três instantes diferentes, com o tensor que descreve a resposta do meio, e está detalhada em baixo.

$$\begin{aligned} \vec{P}_3(\vec{r}, t) &= \epsilon_0 \int \int \int_{t_1, t_2, t_3}^{+\infty} dt_1 dt_2 dt_3 \overline{\overline{R}}^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) : \\ &\quad : \vec{E}(\vec{r}, t_1) \vec{E}(\vec{r}, t_2) \vec{E}(\vec{r}, t_3) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Se o campo eléctrico for definido como um conjunto de comprimentos de onda cujas envolventes são moduladas com maior ou menor amplitude, então a polarização definida acima fica composta por um conjunto de termos de

envolventes, cada um centrado a um comprimento de onda particular. A expressão geral para as envolventes das várias frequências da polarização é dada a seguir, sendo ω_d a frequência do termo de polarização escolhido, $\omega_{a,b,c}$ as frequências das componentes do campo eléctrico que gera este termo de polarização e $\bar{\chi}^{(3)}$ a transformada de Fourier da resposta do meio, $\bar{R}^{(3)}$.

$$\vec{\mathcal{P}}^{(3)}(\vec{r}, \omega_d, t) = \frac{1}{4} \epsilon_0 \bar{\chi}^{(3)}(\omega_a, \omega_b, \omega_c) : \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega_a, t) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega_b, t) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega_c, t) \quad (4.2)$$

O produto tensorial presente na expressão dos termos da polarização pode ser representado na notação de Einstein, onde os termos com índices repetidos - j , k e l - são somados. Devido à simetria de permutação intrínseca do tensor $\bar{\chi}^{(3)}$ - capítulo 5 de [76] -, os pares (ω_a, j) , (ω_b, k) e (ω_c, l) podem ser permutados, o que torna alguns termos da polarização iguais. Isto leva a uma simplificação da expressão geral para a polarização, ao ser introduzido nesta um factor numérico Δ , que depende dos valores das frequências das componentes do campo eléctrico que nela estão envolvidas. Δ é igual a 1 se os valores destas frequências forem todos iguais, é igual a 3 se apenas um deles for diferente dos outros, e é igual a 6 se todos forem diferentes. A expressão seguinte define então a polarização definida desta maneira, e ao contrário da expressão anterior a ordem das frequências deve ser estabelecida à priori e não mais trocada, uma vez que o efeito de todas as permutações de frequência é incluído no factor Δ .

$$\mathcal{P}_i^{(3)}(\vec{r}, \omega_d, t) = \frac{\Delta}{4} \epsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_a, \omega_b, \omega_c) \cdot \mathcal{E}_j(\vec{r}, \omega_a, t) \mathcal{E}_k(\vec{r}, \omega_b, t) \mathcal{E}_l(\vec{r}, \omega_c, t) \quad (4.3)$$

A partir desta expressão podem ser obtidas as expressões para as polarizações que correspondem aos mais diversos fenómenos não-lineares de terceira ordem, apenas pela escolha apropriada dos valores para as frequências $\omega_{a,b,c}$. Exemplos destes fenómenos são a geração do terceiro harmónico - quando as três frequências são iguais -, a mistura de quatro ondas¹ - quando todas as frequências são diferentes, incluindo a frequência gerada pela polarização -, a geração do segundo harmónico induzida por um campo eléctrico contínuo - quando duas frequências são iguais e uma é zero - e o fenómeno que mais importância tem para este trabalho, a variação do índice de refração com a intensidade do campo - quando duas frequências são iguais e a terceira é simétrica das duas primeiras, ficando a polarização com a mesma frequência do campo eléctrico.

¹ *Four wave mixing* em Inglês.

Em 1965 foi obtida por Marker e Terhune [75] uma expressão para a polarização de terceira ordem em meios isotrópicos que torna o índice de refração dependente da intensidade do campo, e esta é mostrada em baixo. Para chegar a este resultado a partir da expressão geral é necessário seleccionar, como foi dito, para as frequências ω_a , ω_b e ω_c os valores ω , ω e $-\omega$, respectivamente. Depois, ao assumir que o meio é isotrópico, simplifica-se o produto tensorial e o resultado decorre daí. Os parâmetros $A(\omega) = 3/4 (\chi_{1122}^3(\omega) + \chi_{1212}^3(\omega))$ e $B(\omega) = 3/2 \chi_{1221}^3(\omega)$ dependem dos elementos do tensor da susceptibilidade, e portanto são característicos do meio. Os vectores $\vec{\mathcal{P}}^3$ e $\vec{\mathcal{E}}$ representam, respectivamente, a envolvente da polarização de terceira ordem e a envolvente do campo eléctrico, centradas à frequência ω do campo eléctrico.

$$\vec{\mathcal{P}}^3 = \epsilon_0 A(\omega) [\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*] \vec{\mathcal{E}} + \frac{1}{2} \epsilon_0 B(\omega) [\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}] \vec{\mathcal{E}}^* \quad (4.4)$$

Se a polarização for linear, esta expressão fica mais simplificada, como pode ser visto a seguir. $\mathcal{P}^3$ e $\mathcal{E}$ são as componentes segundo x , ou 1, de $\vec{\mathcal{P}}^3$ e $\vec{\mathcal{E}}$ respectivamente, e $A+B/2=3/4 \chi_{1111}^3$.

$$\mathcal{P}^3 = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi_{1111}^3(\omega) |\mathcal{E}|^2 \mathcal{E} \quad (4.5)$$

Estas expressões assumem que o campo eléctrico é constante quando comparado com a resposta do meio, e isto é reflectido em particular na convolução do tensor da resposta do meio com o campo e na susceptibilidade. Como foi já dito, esta situação deixa de ser correcta para impulsos extremamente curtos, e nesse caso é necessário considerar uma melhor aproximação para a variação do campo em relação à resposta do meio, o que é feito numa secção seguinte.

4.3 Absorção de dois fotões

O tipo de resposta não-linear de terceira ordem de um meio varia de acordo com a relação entre as energias das transições existentes no meio e a energia dos fotões dos campos presentes, bem como com os elementos das matrizes de interacção ou de polarizabilidade. Armstrong *et al.* [77] chegaram a uma expressão para esta resposta em função da relação entre as frequências do campo eléctrico e as frequências de ressonância do meio. Esta expressão contém termos que dependem de uma ou de duas frequências do campo, correspondendo respectivamente a efeitos de absorção ou emissão de um fotão

e a efeitos de absorção ou emissão simultânea de dois fótons, ou absorção de um fóton e emissão simultânea de outro. Ao escolher o tipo preponderante de resposta não-linear de terceira ordem do meio pode obter-se uma melhoria significativa da relação entre o índice de refração não-linear e a absorção, nomeadamente passando da situação de proximidade de uma ressonância de um fóton para a de dois.

O efeito de Raman - que modela a absorção de um fóton e a emissão simultânea de outro - e a absorção de dois fótons são predominantes na resposta do meio quando as frequências do campo eléctrico se encontram na proximidade de uma ressonância de dois fótons. Quer isto dizer que uma frequência de ressonância do meio terá um valor próximo, no caso do efeito de Raman, da diferença entre a frequência do fóton absorvido e a do fóton emitido, e no caso da absorção de dois fótons, da soma das frequências dos fótons absorvidos ou emitidos.

4.3.1 Expressão genérica para a polarização

Foi derivada uma expressão para a susceptibilidade de terceira ordem ressonante com dois fótons em [75] e na secção 4.5 de [76], que é descrita a seguir. Esta é uma expressão geral que engloba os efeitos de Raman e de absorção de dois fótons. K é uma constante, Ω é a frequência de transição de dois fótons, Γ é a largura espectral desta transição e $\alpha_{mn}(\omega_a, \omega_b)$ são os elementos da matriz de polarizabilidade de primeira ordem. Esta matriz representa a resposta do meio em ressonância de um fóton, para os vários níveis de energia do meio e para as frequências do campo.

$$\chi_{ijkl}^{(3)}(-\omega_\sigma; \omega_p, \omega_q, \omega_r) = K \frac{\alpha_{jk}(-\omega_p, -\omega_q) \alpha_{il}(-\omega_\sigma, \omega_r)}{\Omega - \omega_p - \omega_q - i\Gamma} \quad (4.6)$$

Ao assumir que as frequências do campo eléctrico ficam perto da frequência de ressonância de dois fótons mas afastadas das frequências de ressonância de um fóton, reduz-se a variação da susceptibilidade linear com a frequência. Os elementos da matriz de polarizabilidade de primeira ordem ficam aproximadamente constantes - uma vez que a sua forma é a de uma singularidade na frequência de ressonância de um fóton - e o factor mais importante passa a ser o denominador da expressão, que representa a singularidade na proximidade de uma ressonância de dois fótons. Uma vez que a susceptibilidade varia significativamente apenas com o seu denominador, esta passa a depender apenas de duas frequências, neste caso ω_p e ω_q - a escolha das frequências

é irrelevante devido à propriedade de simetria de permutação intrínseca da susceptibilidade [76]. A resposta do meio, como transformada de Fourier da susceptibilidade, é então redefinida para a proximidade de uma ressonância de dois fótons na expressão seguinte, em que t_3 é a variável conjugada de Fourier de ω_r .

$$\overline{\overline{R}}^{(3)}(t_1, t_2, t_3) = \overline{\overline{R}}^{(3)}(t_1, t_2) \delta(t_3) \quad (4.7)$$

A polarização, por consequência, fica também alterada. A convolução que define a interação entre o campo e o meio passa a depender apenas do campo em dois instantes distintos. Isto é definido na expressão seguinte.

$$\begin{aligned} \vec{P}_3(\vec{r}, t) &= \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) \int \int_{t_1, t_2 = -\infty}^{+\infty} dt_1 dt_2 \overline{\overline{R}}^{(3)}(t - t_1, t - t_2) : \\ &\quad : \vec{E}(\vec{r}, t_1) \vec{E}(\vec{r}, t_2) \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.3.2 Propriedades dos materiais

O fenómeno de propagação de impulsos ópticos na proximidade de uma ressonância de dois fótons foi inicialmente observado em substâncias inorgânicas como o vapor de Rb [63], onde foi notada auto-modulação de fase assimétrica e auto-inclinação². No entanto, além dos materiais convencionais com boas características não-lineares que estão comumente à disposição, como os cristais inorgânicos e os semicondutores *bulk*, surgiu também a possibilidade de criar materiais propositadamente para este fim, isto é, criar materiais com características não-lineares bastante mais interessantes. Um exemplo destes materiais são aqueles com estruturas artificiais neles construídas: devido às suas dimensões físicas, estas estruturas têm propriedades quânticas que lhes permitem um número quase ilimitado de aplicações - são os chamados poços quânticos³ e pontos quânticos⁴.

Materiais com poços quânticos são obtidos crescendo camadas de diferentes materiais semicondutores uma sobre a outra, repetidamente - poços quânticos múltiplos. Esta periodicidade de altos e baixos de potencial limita a localização dos portadores a duas dimensões, o que altera a distribuição dos níveis de energia e portanto o comportamento do material em função do comprimento de onda.

² *Self-steepening* em Inglês.

³ *Quantum wells* em Inglês.

⁴ *Quantum dots* em Inglês.

Pontos quânticos são pequenos volumes de material metálico ou semicondutor inseridos num meio dieléctrico, por exemplo vidro. Os efeitos de limitação de portadores são agora tridimensionais, pois os pontos estão separados uns dos outros, isolados no meio do dieléctrico, o que particulariza ainda mais a resposta do material. É possível definir as propriedades deste tipo de material composto através das propriedades dos dois materiais base que o formam [59], recorrendo nomeadamente à teoria de Maxwell-Garnet. São mostradas nas equações 4.9 e 4.10, respectivamente, as dependências das propriedades linear e não-linear de terceira ordem do composto com as propriedades dos materiais base e com as fracções de volume que cada um ocupa [66]. p é a fracção de volume do material isolador, por exemplo o vidro, e $1-p$ a fracção de volume do material que compõe os pontos quânticos, por exemplo material semicondutor. Os índices c , v e s representam o composto, o vidro e o semicondutor, respectivamente. As funções $F_{v,s}$ são as derivadas de primeira ordem da constante dieléctrica do composto em relação às constantes dieléctricas dos materiais base.

$$\epsilon_c(\omega) = \epsilon_s(\omega) \frac{\epsilon_v(\omega)(1+2p) + 2\epsilon_s(\omega)(1-p)}{\epsilon_v(\omega)(1-p) + \epsilon_s(\omega)(2+p)} \quad (4.9)$$

$$\chi_c^3(\omega) = \chi_v^3(\omega) \frac{F_v(\omega)|F_v(\omega)|}{p} + \chi_s^3(\omega) \frac{F_s(\omega)|F_s(\omega)|}{1-p} \quad (4.10)$$

As propriedades lineares de materiais base variados - tanto vidro como semicondutores - são definidas através das fórmulas de Sellmeier, por exemplo em [60] e [61] respectivamente. As propriedades não-lineares de terceira ordem de cada material base podem ser obtidas através de um modelo de dois níveis energéticos, como é descrito em [51, 62]. Neste modelo são particularizadas as formas da dependência espectral das partes real e imaginária da susceptibilidade de terceira ordem em função da relação entre a energia de cada fóton do campo eléctrico e a energia E_g da banda proibida do material. A parte imaginária da susceptibilidade corresponde à absorção de dois fótons, e desaparece para valores de energia dos fótons do campo eléctrico inferiores a metade de E_g [54]. Os materiais e as frequências do campo eléctrico devem portanto ser escolhidos de modo a que a absorção de dois fótons seja minimizada, isto é, o ponto de funcionamento deverá ser inferior a metade de E_g . A parte real da susceptibilidade de terceira ordem corresponde ao índice de refração não-linear, cuja forma, mostrada na figura 4.1, é comum a todos os materiais, uma vez que a dependência espectral é escalada a E_g , variando apenas a magnitude da resposta com E_g e com o índice de refração linear do material. Como pode ser visto nesta figura, o máximo da resposta

não-linear é atingido para valores ligeiramente superiores a $E_g/2$, uma zona espectral que devido à absorção de dois fotões não é conveniente utilizar. Portanto este valor máximo nunca é explorado. As expressões seguintes definem com mais pormenor o escalamento da forma genérica G_2 para o índice de refração não-linear n_2 e para a susceptibilidade de terceira ordem $\chi^{(3)}$, para cada material, através da sua E_g - [62] juntamente com o apêndice 5 de [76]. K' é uma constante.

$$n_2 = \frac{K'}{n_0 E_g^4} G_2 \left(\frac{\hbar\omega}{E_g} \right) \text{ [esu]} = \frac{40\pi\epsilon_0 K'}{n_0 E_g^4} G_2 \left(\frac{\hbar\omega}{E_g} \right) \text{ [m}^2\text{V}^{-2}] \quad (4.11)$$

$$\chi^3(\omega) = \frac{320\pi\epsilon_0 K'}{3E_g^4} G_2 \left(\frac{\hbar\omega}{E_g} \right) \text{ [m}^2\text{V}^{-2}] \quad (4.12)$$

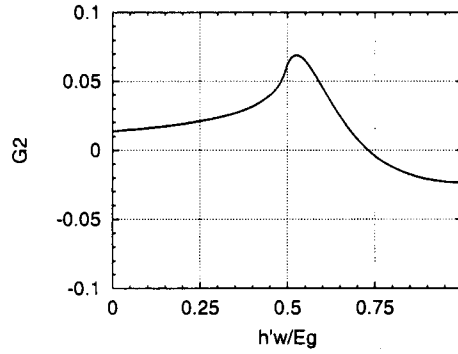


Figura 4.1: Forma da resposta não-linear de um material em que dois níveis energéticos predominam, em função da relação entre a energia de um fotão e a energia proibida E_g .

Com uma escolha criteriosa de materiais para o isolador e para os pontos quânticos, é possível observar a melhoria das propriedades não-lineares do composto com o aumento da fracção de volume de material semiconductor. Como pode ser visto das expressões para $F_{v,s}$ mostradas a seguir e da equação 4.10, o valor da não-linearidade do composto tende para os valores das não-linearidades dos materiais base quando a fracção de volume de cada um destes tende para a unidade.

$$F_v = \frac{9p\epsilon_s^2(\omega)}{[\epsilon_v(\omega)(1-p) + \epsilon_s(\omega)(2+p)]^2} \quad (4.13)$$

$$F_s = (1-p) \frac{\epsilon_v^2(\omega)(1+2p) + 2\epsilon_s^2(\omega)(2+p) + 4\epsilon_v(\omega)\epsilon_s(\omega)(1-p)}{[\epsilon_v(\omega)(1-p) + \epsilon_s(\omega)(2+p)]^2} \quad (4.14)$$

Assim é possível comparar os valores da não-linearidade do material isolador - sem pontos quânticos - com um aumento gradual da concentração destes. Isto é feito na figura 4.2 para um composto de borosilicato - $B_2O_3SiO_2$ - e selenite de cádmio - $CdSe$ - [66].

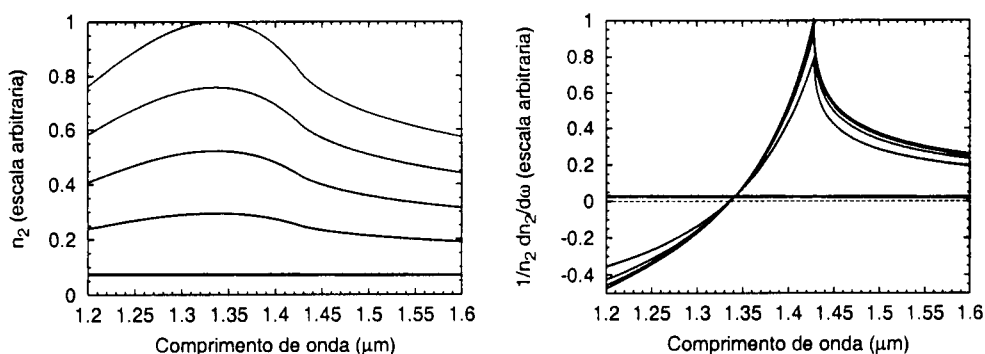


Figura 4.2: Variação da não-linearidade Kerr - à esquerda - e da sua dispersão relativa - à direita - com o comprimento de onda e com o parâmetro p , para o composto $B_2O_3SiO_2$ e $CdSe$. A diminuição da espessura dos traços indica uma diminuição de p , que toma os valores 1.000, 0.975, 0.950, 0.925 e 0.900.

A diferença entre os dois níveis de energia do $CdSe$, $E_g = 1.74$ eV, é um pouco superior ao dobro da energia de um fóton da terceira janela espectral⁵, $1.55 \mu m$, o que faz com que a não-linearidade devida a efeitos de ressonância de dois fótons na presença de campos eléctricos com este comprimento de onda seja particularmente aumentada em relação à do vidro base, sem no entanto atingir o máximo espectral, mas também sem introduzir absorção de dois fótons significativa. Na figura 4.2 é possível verificar um aumento de mais de quatro vezes do valor da não-linearidade do composto com $p = 0.95$ quando comparada com a do vidro simples ($p = 1$). Supondo que a dispersão da velocidade de grupo permanece constante, permite isto uma diminuição de 4 vezes da potência do impulso, ou a redução da sua largura para metade, mantendo a potência constante. Estas considerações deixam no entanto de ser verdade, já que a DVG também é alterada - a constante dieléctrica linear também varia com a fracção de volume p . O semiconductor introduz um aumento - positivo - da DVG, o que limita o aumento de p : para que haja equilíbrio entre o efeito Kerr e a DVG é necessário que esta seja negativa.

⁵ As três janelas espectrais históricas no contexto das comunicações ópticas são em torno dos comprimentos de onda $0.8 \sim 0.9 \mu m$, $1.3 \mu m$ e $1.55 \mu m$ [1], uma evolução motivada pela construção de dispositivos geradores e detectores apropriados, e pelo controlo da dispersão e da absorção da fibra.

Para o caso em que $p = 0.95$, a DVG tem um valor de $-0.01 \text{ ps}^2\text{m}^{-1}$ [66], aproximadamente 4 vezes menos que a dispersão do vidro, o que juntamente com o efeito do aumento da não-linearidade permite reduzir 16 vezes a potência do impulso ou 4 vezes a sua largura. Para outros semicondutores base, é possível obter resultados bastante superiores [66].

Ligado ao aumento do coeficiente não-linear está um aumento ainda mais significativo da dispersão não-linear. Este aumento pode ser visto na figura 4.2: para o composto com $p = 0.95$, e para um campo eléctrico com comprimento de onda igual a $1.55 \mu\text{m}$, o valor do coeficiente de dispersão não-linear, proporcional a $1/n_2 \cdot \partial n_2 / \partial \omega$, é cerca de 10 vezes superior ao coeficiente do vidro simples, em que $p = 1$. De facto, este aumento faz com que seja necessária a consideração de um termo novo na equação de propagação, o termo de dispersão não-linear. Este é deduzido na secção seguinte.

4.4 Polarização de terceira ordem com dispersão não-linear

A diminuição da largura dos impulsos num meio não-linear até uma ordem de grandeza comparável com o tempo de resposta do meio tem uma implicação clara: a simplificação utilizada para calcular a resposta do meio (isto é, a simplificação da convolução do tensor da resposta do meio com o campo em vários instantes) deixa de ser válida. Esta simplificação consiste em supor o campo constante no intervalo de tempo em que os valores da resposta do meio não são desprezáveis, ou seja, considerar este intervalo de tempo muito inferior ao tempo característico das variações do campo. Ora, se a largura dos impulsos se torna tão pequena quanto o tempo característico da resposta do meio, então o campo deixa de ser aproximadamente constante no intervalo em questão e a aproximação utilizada deixa de fazer sentido.

Para resolver este problema recorre-se à introdução de um termo de correcção à envolvente do campo eléctrico, que é linear com o tempo⁶, no integral da convolução que define a polarização de terceira ordem do meio. Este termo é definido na expressão seguinte, em que a é o índice das variáveis mudas da convolução que define a polarização de terceira ordem.

$$\mathcal{E}(\vec{r}, t_a) \simeq \mathcal{E}(\vec{r}, t) + (t_a - t) \frac{\partial \mathcal{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (4.15)$$

⁶Ou seja, o termo de primeira ordem da expansão em série de Taylor da envolvente do campo eléctrico em função do tempo.

Ao introduzir este termo de correcção apenas nos campos que estão dentro do integral da convolução na expressão da polarização (equação 4.8), está implicitamente a dizer-se que o processo de modulação do meio através da absorção de dois fotões é mais importante e necessita de mais detalhe do que a posterior dispersão, no meio modulado, do terceiro fotão (correspondente ao campo que está fora do integral da convolução). O resultado da introdução dos termos de correcção do campo eléctrico na polarização leva a que a expressão da envolvente de uma dada frequência ω_d da polarização, definida na equação 4.3, seja alterada da maneira descrita a seguir. Para chegar a este resultado foram desprezados os termos de segunda ordem do produto dos campos, por comparação com os de primeira.

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_i^{(3)}(\vec{r}, \omega_d, t) = & \frac{\Delta}{4} \epsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_a, \omega_b, \omega_c) \cdot \mathcal{E}_j(\vec{r}, \omega_a, t) \mathcal{E}_k(\vec{r}, \omega_b, t) \mathcal{E}_l(\vec{r}, \omega_c, t) + \\
 & + j \frac{\Delta}{4} \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial \omega_a} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_a, \omega_b, \omega_c) \cdot \\
 & \cdot \frac{\partial \mathcal{E}_j(\vec{r}, \omega_a, t)}{\partial t} \mathcal{E}_k(\vec{r}, \omega_b, t) \mathcal{E}_l(\vec{r}, \omega_c, t) + \\
 & + j \frac{\Delta}{4} \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial \omega_b} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_a, \omega_b, \omega_c) \cdot \\
 & \cdot \mathcal{E}_j(\vec{r}, \omega_a, t) \frac{\partial \mathcal{E}_k(\vec{r}, \omega_b, t)}{\partial t} \mathcal{E}_l(\vec{r}, \omega_c, t)
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

A expressão anterior define a envolvente da polarização para qualquer conjunto de frequências que componham o campo eléctrico e qualquer disposição quântica de níveis energéticos do meio, na proximidade de uma ressonância de dois fotões. Através da definição da relação entre os níveis de energia do meio e as energias dos fotões do campo eléctrico pode obter-se com maior probabilidade um determinado fenómeno. Por exemplo, se a energia dos fotões do campo for muito próxima da energia proibida do meio, então o efeito Raman será dominante - as frequências envolvidas na absorção/emissão simultâneas, ω_a e ω_b , serão respectivamente ω e $-\omega$ (em que ω é a frequência do campo). Doutra forma, se a energia dos fotões for muito próxima de metade da energia proibida, então a absorção simultânea de dois fotões será o fenómeno dominante - as frequências envolvidas no processo, ω_a e ω_b , serão ambas ω ou $-\omega$. Esta é a disposição energética do meio e do campo que, juntamente com o termo de correcção do campo eléctrico, torna relevante a dispersão não-linear - DNL. Nesta situação, a envolvente da polarização de terceira ordem do meio para a frequência ω toma a forma que é descrita a seguir, onde a disposição das frequências $\omega_{a,b,c}$ leva a que Δ seja igual a 3,

como é referido na secção 4.2.

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_i^{(3)}(\vec{r}, \omega, t) = & \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega) \cdot \mathcal{E}_j(\vec{r}, \omega, t) \mathcal{E}_k(\vec{r}, \omega, t) \mathcal{E}_l^*(\vec{r}, \omega, t) + \\
 & + j \frac{3}{4} \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial \omega} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega) \cdot \left(\frac{\partial \mathcal{E}_j(\vec{r}, \omega, t)}{\partial t} \mathcal{E}_k(\vec{r}, \omega, t) \mathcal{E}_l^*(\vec{r}, \omega, t) + \right. \\
 & \left. + \mathcal{E}_j(\vec{r}, \omega, t) \frac{\partial \mathcal{E}_k(\vec{r}, \omega, t)}{\partial t} \mathcal{E}_l^*(\vec{r}, \omega, t) \right) \quad (4.17)
 \end{aligned}$$

Esta expressão é agora simplificada para meios isotrópicos e longe de uma ressonância simples do meio (onde é válida a simetria de Kleinman). Os elementos do tensor da susceptibilidade são na sua maioria nulos, e os que não o são, 21, estão fortemente ligados entre si, como é mostrado na equação seguinte (a dependência da frequência não é evidenciada para simplificar as expressões).

$$\chi_{i122}^{(3)} = \chi_{i133}^{(3)} \quad \chi_{i212}^{(3)} = \chi_{i313}^{(3)} \quad \chi_{i221}^{(3)} = \chi_{i331}^{(3)} \quad (4.18)$$

$$\chi_{i111}^{(3)} = \chi_{i122}^{(3)} + \chi_{i212}^{(3)} + \chi_{i221}^{(3)} \quad (4.19)$$

$$\chi_{i122}^{(3)} = \chi_{i212}^{(3)} \quad (4.20)$$

$$\chi_{1ijk}^{(3)} = \chi_{2ijk}^{(3)} = \chi_{3ijk}^{(3)} \quad (4.21)$$

Usando estas relações, podem simplificar-se então os termos da equação 4.17, um a um, como é feito a seguir. Partindo de uma coordenada da polarização (por exemplo a coordenada 1), facilmente se obtêm as outras duas coordenadas e a expressão vectorial para o termo em questão. Começando pela primeira coordenada do termo Kerr (também não evidenciando as dependências da polarização e do campo),

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{1Kerr}^3 = & \frac{3}{4} \epsilon_0 \left[\chi_{1111}^{(3)} |\mathcal{E}_1|^2 \mathcal{E}_1 + \chi_{1122}^{(3)} |\mathcal{E}_2|^2 \mathcal{E}_1 + \chi_{1133}^{(3)} |\mathcal{E}_3|^2 \mathcal{E}_1 + \right. \\
 & \left. + \chi_{1212}^{(3)} |\mathcal{E}_2|^2 \mathcal{E}_1 + \chi_{1313}^{(3)} |\mathcal{E}_3|^2 \mathcal{E}_1 + \chi_{1221}^{(3)} \mathcal{E}_2^2 \mathcal{E}_1^* + \chi_{1331}^{(3)} \mathcal{E}_3^2 \mathcal{E}_1^* \right] \quad (4.22)
 \end{aligned}$$

$$= \frac{3}{2} \epsilon_0 \chi_{1122}^{(3)} (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*) \mathcal{E}_1 + \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi_{1221}^{(3)} (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}) \mathcal{E}_1^*, \quad (4.23)$$

e extrapolando para as coordenadas 2 e 3, fica a expressão vectorial para a polarização do termo Kerr igual a:

$$\vec{\mathcal{P}}_{Kerr}^3 = \frac{3}{2} \epsilon_0 \chi_{1122}^{(3)} (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*) \vec{\mathcal{E}} + \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi_{1221}^{(3)} (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}) \vec{\mathcal{E}}^*. \quad (4.24)$$

Passando ao segundo termo da equação 4.17, que representa parte da polarização que diz respeito à dispersão não-linear, a sua primeira coordenada fica então, de maneira equivalente ao do primeiro termo,

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{1DNL_1}^3 &= j\frac{3}{4}\epsilon_0 \left[\chi_{1111}^{(3)'} |\mathcal{E}_1|^2 \mathcal{E}_1' + \chi_{1122}^{(3)'} |\mathcal{E}_2|^2 \mathcal{E}_1' + \chi_{1133}^{(3)'} |\mathcal{E}_3|^2 \mathcal{E}_1' + \right. \\ &+ \chi_{1212}^{(3)'} \mathcal{E}_2' \mathcal{E}_2^* \mathcal{E}_1 + \chi_{1313}^{(3)'} \mathcal{E}_3' \mathcal{E}_3^* \mathcal{E}_1 + \\ &+ \left. \chi_{1221}^{(3)'} \mathcal{E}_2' \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_1^* + \chi_{1331}^{(3)'} \mathcal{E}_3' \mathcal{E}_3 \mathcal{E}_1^* \right] \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} &= j\frac{3}{4}\epsilon_0 \chi_{1122}^{(3)'} \left[(\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*) \mathcal{E}_1' + (\vec{\mathcal{E}}' \cdot \vec{\mathcal{E}}^*) \mathcal{E}_1 \right] + \\ &+ j\frac{3}{4}\epsilon_0 \chi_{1221}^{(3)'} (\vec{\mathcal{E}}' \cdot \vec{\mathcal{E}}) \mathcal{E}_1^*, \end{aligned} \quad (4.26)$$

em que

$$\chi_{ijkl}^{(3)'} = \frac{\partial}{\partial \omega} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega) \quad (4.27)$$

$$\mathcal{E}_i' = \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}_i(\vec{r}, \omega, t) \quad (4.28)$$

$$\vec{\mathcal{E}}' = \frac{\partial}{\partial t} \vec{\mathcal{E}}, \quad (4.29)$$

e extrapolando, tal como foi feito para o termo Kerr, para as coordenadas 2 e 3, fica a expressão vectorial para a polarização do segundo termo da polarização igual a:

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{P}}_{DNL_1}^3 &= j\frac{3}{4}\epsilon_0 \chi_{1122}^{(3)'} \left([\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*] \vec{\mathcal{E}}' + [\vec{\mathcal{E}}' \cdot \vec{\mathcal{E}}^*] \vec{\mathcal{E}} \right) + \\ &+ j\frac{3}{8}\epsilon_0 \chi_{1221}^{(3)'} \frac{\partial}{\partial t} [\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}] \vec{\mathcal{E}}^*. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Finalmente o terceiro termo da equação 4.17, que é muito semelhante ao segundo, pode ser obtido por comparação com este, e resulta numa expressão idêntica.

Juntando estes três termos, obtém-se a expressão geral para a polarização num meio isotrópico com dispersão não-linear:

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{P}}^3 &= \frac{3}{2}\epsilon_0 \chi_{1122}^{(3)} (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*) \vec{\mathcal{E}} + \frac{3}{4}\epsilon_0 \chi_{1221}^{(3)} (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}) \vec{\mathcal{E}}^* + \\ &+ j\frac{3}{2}\epsilon_0 \chi_{1122}^{(3)'} \left([\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*] \vec{\mathcal{E}}' + [\vec{\mathcal{E}}' \cdot \vec{\mathcal{E}}^*] \vec{\mathcal{E}} \right) + \\ &+ j\frac{3}{4}\epsilon_0 \chi_{1221}^{(3)'} \frac{\partial}{\partial t} [\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}] \vec{\mathcal{E}}^* \end{aligned} \quad (4.31)$$

De maneira equivalente ao que foi obtido em [65], obtém-se a partir da equação 4.31 a polarização de terceira ordem num meio isotrópico com dispersão não-linear, definindo, como foi feito na secção 4.2, os parâmetros $A(\omega) = 3/2 \chi_{1122}^{(3)}(\omega)$ e $B(\omega) = 3/2 \chi_{1221}^{(3)}(\omega)$, juntamente com as suas derivadas em ordem a ω , $\partial A(\omega)/\partial\omega = 3/2 \partial\chi_{1122}^{(3)}(\omega)/\partial\omega$ e $\partial B(\omega)/\partial\omega = 3/2 \partial\chi_{1221}^{(3)}(\omega)/\partial\omega$. Esta expressão e a expressão para um campo com polarização linear - por exemplo segundo x , ou 1 - são mostradas a seguir:

$$\begin{aligned} \vec{p}^3 = & \epsilon_0 A(\omega) [\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*] \vec{\mathcal{E}} + \frac{1}{2} \epsilon_0 B(\omega) [\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}] \vec{\mathcal{E}}^* + \\ & + j \epsilon_0 \frac{\partial A(\omega)}{\partial \omega} \left(\left[\frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} \cdot \vec{\mathcal{E}}^* \right] \vec{\mathcal{E}} + [\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*] \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} \right) + \\ & + \frac{j}{2} \epsilon_0 \frac{\partial B(\omega)}{\partial \omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} [\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{E}}] \right) \vec{\mathcal{E}}^* \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$p^3 = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi_{1111}^3(\omega) |\mathcal{E}|^2 \mathcal{E} + j \frac{3}{2} \epsilon_0 \frac{\partial \chi_{1111}^3(\omega)}{\partial \omega} |\mathcal{E}|^2 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \quad (4.33)$$

Expresso desta forma, o modelo para a polarização de terceira ordem inclui uma resposta a impulsos mais curtos através da dispersão não-linear, que o modelo anterior da polarização de terceira ordem, apenas com o efeito Kerr, não conseguia simular. Ao ser incluída como fonte na equação de propagação, a dispersão não-linear possibilita o estudo mais realista de impulsos curtos e coeficientes não-lineares sujeitos a dispersão, como é o caso quando, na proximidade de uma ressonância de dois fotões, a não-linearidade é aumentada.

4.5 Equação de propagação

A expressão para a polarização obtida na secção anterior pode ser usada para modificar a equação de Schrödinger não-linear de modo a obter uma equação de propagação que, para além do efeito Kerr e da DVG, modele o efeito que a dispersão não-linear tem sobre um impulso.

Tendo como referência o apêndice B, é possível obter esta equação para campos com polarização linear em apenas três passos. Primeiro, obtém-se a variação da permitividade, pela equação B.5. Segundo e a partir desta, obtém-se a variação correspondente na constante de propagação - equação

B.14. Terceiro e por fim, insere-se esta variação na equação de propagação genérica B.13 e, juntamente com o termo Kerr, obtém-se a equação desejada. Estes passos são feitos nas equações seguintes.

$$\Delta\epsilon_r = i \frac{3}{2} \frac{\partial \chi_{1111}^3(\omega)}{\partial \omega} \mathcal{E}^* \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \quad (4.34)$$

$$\Delta\beta = i \frac{3\omega_0}{4n_0c} \frac{\partial \chi_{1111}^3(\omega)}{\partial \omega} \cdot \frac{\iint |F(x, y)|^4 dx dy}{\iint |F(x, y)|^2 dx dy} \cdot \frac{\partial A(z, T)}{\partial t} A(z, T)^* \quad (4.35)$$

$$= -i\alpha \frac{\partial A(z, T)}{\partial t} A(z, T)^* \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(z, t)}{\partial z} &= i\gamma |A(z, t)|^2 A(z, t) + \alpha |A(z, t)|^2 \frac{\partial A(z, T)}{\partial t} + \\ &- i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (4.37)$$

À semelhança da *NLS*, é possível normalizar esta equação em relação à potência de pico P_0 do impulso - equação B.9 -, em relação à sua largura T_0 - $t = T_0\tau$ - e em relação à distância característica da DVG - $z = \xi L_{DVG}$, equação 2.7 -, obtendo o resultado que é mostrado na equação seguinte. N^2 foi definido na equação 2.24 e K_α é a relação entre as distâncias características da DVG e da dispersão não-linear.

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \xi} &= iN^2 |U(\xi, \tau)|^2 U(\xi, \tau) + K_\alpha |U(\xi, \tau)|^2 \frac{\partial U(\xi, \tau)}{\partial \tau} + \\ &- i \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U(\xi, \tau)}{\partial \tau^2} \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$K_\alpha = \frac{L_{DVG}}{L_{DNL}} = \frac{\frac{T_0^2}{|\beta_2|}}{\frac{T_0}{\alpha P_0}} = \alpha P_0 \frac{T_0}{|\beta_2|} \quad (4.39)$$

A propagação de solitões através do meio modelado por esta equação é descrita a seguir, para o caso em que a dispersão linear é desprezável - e portanto apenas o efeito Kerr e a dispersão não-linear estão presentes - e para o caso em que não o é. É também mostrado o efeito conjunto da dispersão de terceira ordem e da dispersão não-linear.

4.5.1 Propagação sem dispersão linear

Considera-se aqui o caso em que um impulso é propagado num meio sem dispersão linear. Neste caso, o coeficiente correspondente à DNL deve ser normalizado em relação à distância característica do efeito Kerr, e não à da DVG. A relação entre estas distâncias é de -0.08 para a figura 4.3 [66]. Pode ver-se que a dispersão não-linear produz uma inclinação do impulso para a sua traseira, com um correspondente aumento do conteúdo espectral na parte que vai ficando cada vez mais inclinada. Se não entrassem em acção outros fenómenos físicos - como a dispersão linear, devido ao alargamento espectral do impulso -, haveria um choque óptico, já que a derivada do impulso na zona de maior inclinação tenderia para valores cada vez maiores, até ao infinito. Além do efeito temporal, o espectro modulado e simétrico devido ao efeito Kerr (figura 2.4) é alterado pela dispersão não-linear de modo a reflectir as assimetrias que esta impõe ao impulso.

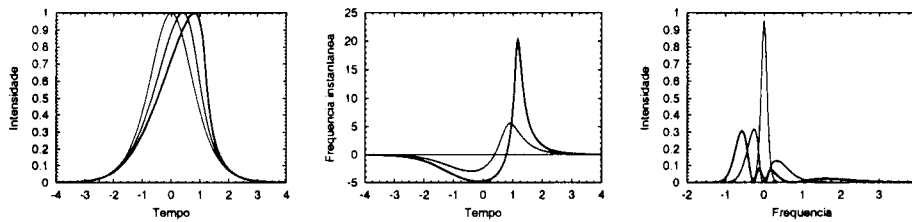


Figura 4.3: Distribuição temporal da intensidade e frequência instantânea, juntamente com a distribuição espectral da intensidade, para três posições ao longo da propagação de um impulso num meio em que o efeito Kerr e a DNL são dominantes e em que o impulso inicial é um solitão fundamental. O aumento da espessura do traço indica o aumento da distância de propagação.

A dispersão não-linear pode ser vista como uma variação da velocidade de grupo dependente da intensidade do impulso em cada instante. De facto, a forma do termo que modela a DNL é semelhante à forma do termo que modela a velocidade de grupo. A velocidade de grupo - definida pela dispersão linear - é constante e igual a β_1^{-1} , enquanto que o aumento ou diminuição da velocidade de grupo através da DNL é inversamente proporcional a $-K_\alpha |U(\xi, \tau)|^2$ e depende assim da potência do impulso em cada instante temporal e em cada posição ao longo da propagação. Percebe-se portanto que os pontos de maior intensidade tenham tendência a deslocar-se em direcção à traseira do impulso - com K_α negativo, a sua velocidade diminui em relação à velocidade de grupo - e que os pontos de menor intensidade praticamente não se desloquem, dando azo a que o impulso se incline cada vez mais e fique

com a distribuição de intensidade temporal mostrada na figura respectiva.

4.5.2 Propagação de um solitão fundamental perturbado pela DNL

Pensando agora no caso da propagação em que a dispersão da velocidade de grupo é significativa, a situação é distinta da anterior. O solitão, resultado do equilíbrio entre a DVG anômala e o efeito Kerr, vai ser agora apenas perturbado pela dispersão não-linear, e a propagação vai ser estável, não se dando o choque referido anteriormente. A figura 4.4 representa esta situação, para o caso em que K_α , a relação entre as distâncias característica da DVG e da DNL, é -0.5 . O impulso atrasa-se em relação à janela de referência - tem portanto uma velocidade inferior à velocidade de grupo -, mas mantém-se estável com uma forma semelhante à inicial. Em termos espectrais, a diferença quase não se nota, mas pode ser visto um aumento da intensidade das frequências mais altas, e uma diminuição da intensidade das mais baixas, quando se está razoavelmente afastado do centro do espectro. E quanto à frequência instantânea, ela é positiva no centro do impulso e negativa nas suas abas, à medida que este se desloca na janela de referência.

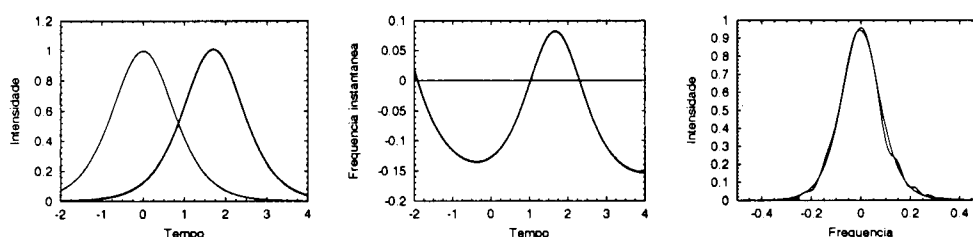


Figura 4.4: Propagação de um solitão perturbado pela dispersão não-linear: distribuições temporais de intensidade e de frequência instantânea, bem com as distribuições espectrais de intensidade do impulso inicial e do impulso ao fim de dez unidades de distância relativa ($\xi = 10$).

O comportamento do solitão perturbado pela dispersão não-linear mostrado na figura 4.4 pode ser explicado pelo efeito da DVG nas componentes espectrais geradas pela DNL. No centro do impulso, onde a intensidade é maior, a frequência instantânea é positiva - há um desvio para o azul -, o que faz com que a energia que compõe esta parte do impulso tenha tendência a aumentar a sua velocidade devido à DVG anômala; por outro lado, nesta parte o efeito da DNL é maior que no resto do impulso uma vez que a intensi-

dade é maior, e para K_α negativo - como foi visto atrás - há uma diminuição da velocidade. Para as zonas laterais do impulso, a frequência instantânea é negativa e portanto a DVG anômala faz com que a sua velocidade tenha tendência a diminuir; o efeito da DNL é diminuto, pois a intensidade nestas partes do impulso é pequena, não deixando porém o seu efeito na velocidade de se adicionar ao efeito da DVG, diminuindo-a ainda mais. Nos dois pontos em que a frequência instantânea é zero, a velocidade fica definida apenas pela dispersão não-linear - estes pontos marcam a velocidade do impulso. Resumindo, na zona de baixa intensidade e de frequência instantânea negativa ou zero, há redução da velocidade pelo efeito combinado da DNL e da DVG; na zona de alta intensidade e frequência instantânea positiva há redução de velocidade pela DNL e aumento de velocidade pela DVG anômala, e o resultado combinado é um atraso desta zona. Assim, tendo em conta as duas zonas em que há diferentes interações, o resultado final é um equilíbrio em que todo o impulso é atrasado em relação à velocidade de grupo.

4.5.3 Propagação de solitões de ordem superior perturbados pela DNL

Um solitão de ordem N é constituído por N solitões fundamentais interligados. Na propagação normal, isto é quando o equilíbrio entre a DVG anômala e o efeito Kerr não é perturbado, a interação entre os solitões fundamentais resulta numa variação periódica da forma do impulso - os solitões fundamentais estão a oscilar em relação a um ponto de equilíbrio. Quando a dispersão não-linear entra em acção, o seu efeito é o de quebrar o equilíbrio entre os solitões fundamentais e separá-los, como pode ser visto nas figuras 4.5 e 4.6 para solitões $N=2$ e $N=3$, respectivamente. Na propagação do solitão $N=2$ observa-se a separação deste em dois impulsos, que se atrasam de maneira diferente em relação à janela de referência; o espectro é modulado e ligeiramente assimétrico, à semelhança da propagação sem dispersão linear; a frequência instantânea é positiva no centro do impulso mais estreito e negativa nas suas abas, e é sempre negativa no impulso mais largo. Para o solitão $N=3$ o caso é semelhante, observam-se três impulsos, cada um com a sua velocidade e intensidade de pico; a modulação espectral é mais intensa do que no caso do solitão $N=2$, mas a assimetria diminui; os dois impulsos mais estreitos têm frequências instantâneas positivas nos seus centros e negativas nas suas abas, e para o impulso mais largo a frequência instantânea é sempre negativa.

A tabela 4.1 mostra as intensidades de pico e as larguras a meia altura

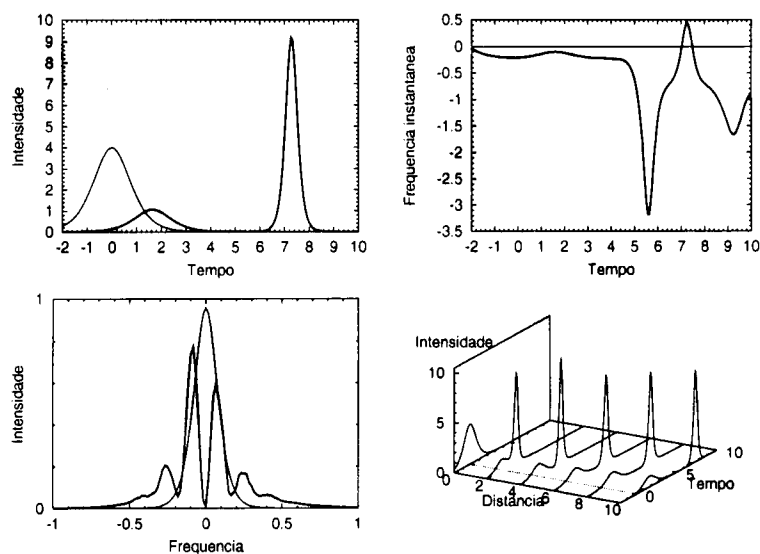


Figura 4.5: Intensidade temporal, frequência instantânea e intensidade espectral no início e fim da propagação de um solitão $N = 2$ perturbado pela DNL, bem como a intensidade temporal ao longo da propagação.

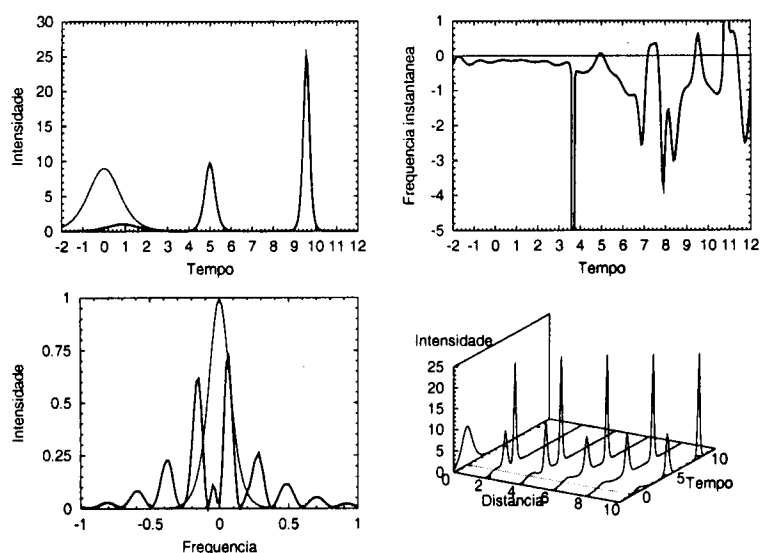


Figura 4.6: Semelhante à figura 4.5, para um solitão $N = 3$.

Solitão	Intensidade	Largura	$ U ^2 \cdot T_0^2$
N=2	1.08	1.74	1.00
	9.20	0.56	0.94
N=3	1.02	1.74	1.01
	9.80	0.56	1.00
	25.1	0.35	1.00

Tabela 4.1: Intensidade de pico, largura a meia altura e produto da intensidade pelo quadrado da largura dos solitões fundamentais que compõem os solitões de ordem N=2 e N=3 após propagação com perturbação da DNL.

dos impulsos que se observam nas figuras 4.5 e 4.6. Para a uma secante hiperbólica a largura a meia altura da sua intensidade está relacionada com T_0 através de $T_{FWHM} = 1.76T_0$. Mostra também esta tabela o produto da intensidade de pico de cada impulso pelo quadrado da sua largura. Este produto é unitário para os solitões fundamentais, e portanto bom indicador da proximidade desta forma à forma de um impulso. Pelos resultados desta coluna da tabela, é possível ver que de facto estes impulsos se aproximam de solitões fundamentais. O equilíbrio entre a dispersão da velocidade de grupo e o efeito Kerr perturbado pela dispersão não-linear vai manter o impulso estável - como foi visto para a propagação de um solitão fundamental - e com uma forma aproximada à de um solitão fundamental. Para se manterem assim, os impulsos com maior intensidade necessitam de maior dispersão e portanto ficam mais curtos, e os impulsos com menor intensidade necessitam de menor dispersão e logo alargam.

Pensando em termos dos dados de espalhamento ou valores próprios no método da IST - ver secção 2.4.2 -, a cada solitão fundamental de um solitão de ordem N corresponde um valor próprio, que define uma amplitude - que é equivalente a dizer uma largura, pois o solitão é fundamental - e uma velocidade. Os solitões fundamentais têm a mesma velocidade, mas diferentes amplitudes. Assim, na propagação sem perturbações, os solitões fundamentais seguem todos juntos e a interacção das suas amplitudes e fases provoca a variação da forma do impulso. Quando a dispersão não-linear entra em acção, o seu efeito é de modificar as velocidades dos solitões fundamentais, o que provoca o seu afastamento uns dos outros, destruindo o impulso. A relação de amplitudes de um solitão de ordem N é igual a $(N-n+\frac{1}{2})$ [5], ou seja uma relação de intensidades igual a $\{\frac{1}{4}, \frac{9}{4}, \frac{25}{4}, \dots\}$, que está muito próximo da relação de intensidades obtidas numericamente para os diversos solitões fundamentais, referidas na tabela 4.1. Após a separação, estes so-

litões comportam-se de maneira semelhante ao caso da propagação de um solitão fundamental perturbado pela DNL: as suas formas mantêm-se aproximadamente semelhantes, mas sofrem um atraso - neste caso as constantes associadas à DNL também são negativas - resultante de um equilíbrio entre o efeito da dispersão da velocidade de grupo para diversas frequências e o efeito da DNL. Quando este é demasiado forte e tende a atrasar mais certa parte do impulso que outras, isto é, quando a intensidade é demasiado alta no pico do impulso, o efeito da DVG anómala nas frequências instantâneas positivas associadas ao pico do impulso é contrário ao da DNL, reduzindo o atraso de modo a que este seja semelhante ao das outras partes do impulso. As frequências instantâneas positivas associadas ao centro dos impulsos mais estreitos justificam este raciocínio.

4.5.4 Efeito da dispersão de terceira ordem

Como foi já explicado no capítulo 2, a dispersão de terceira ordem deve ser tomada em consideração em algumas situações, nomeadamente quando a derivada de terceira ordem da envolvente é suficientemente grande para compensar o reduzido valor do parâmetro de dispersão de terceira ordem da fibra, ou quando o impulso se encontra no comprimento de onda de dispersão de segunda ordem nula da fibra.

À semelhança também do que foi explicado no capítulo 2, o efeito da dispersão de terceira ordem depende da grandeza do produto entre a largura espectral do impulso e o parâmetro de dispersão de terceira ordem. Também sob o efeito da dispersão não-linear, para pequenos valores deste produto o solitão sofre um desvio da velocidade de grupo, mas mantém a sua forma aproximada (figura 7 de [66]); para valores mais elevados, o solitão é distorcido, tanto no tempo como no espectro. É nesta última situação que são obtidos alguns exemplos dos efeitos da dispersão de terceira ordem na propagação de solitões tendo em conta a dispersão não-linear, com ou sem dispersão da velocidade de grupo, e comparados com os resultados obtidos no capítulo 2, sem dispersão não-linear. O termo incluído na equação de propagação para modelar a dispersão de terceira ordem é o representado na equação 2.30.

A figura 4.7 representa a propagação de um solitão sob o efeito da dispersão não-linear e sob o efeito da dispersão de terceira ordem. É possível observar a transferência da energia do solitão para uma onda dispersiva, tanto no tempo, através da oscilação que aumenta de um lado do impulso, como

no espectro, com o aparecimento de um pico espectral positivo. Esta situação é equivalente ao caso sem dispersão não-linear, representado na figura 2.11.

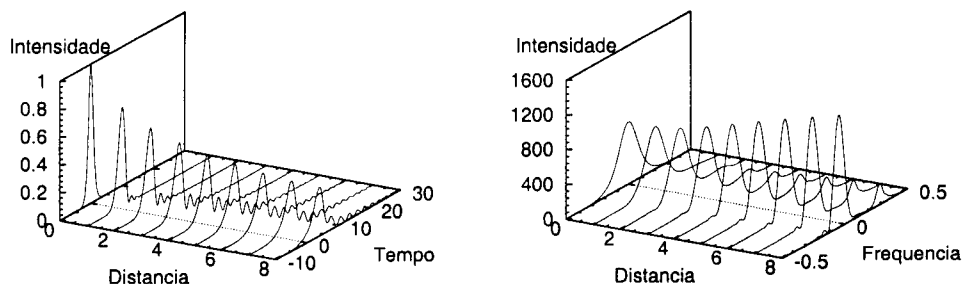


Figura 4.7: Distribuição da intensidade no tempo e na frequência da propagação de um solitão fundamental sob o efeito conjunto da DNL e da DTO. Os parâmetros da equação de propagação que representam este caso são: $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 3$.

O efeito da dispersão não-linear pode ser melhor percebido ao comparar, num determinado ponto da propagação, as distribuições temporal e espectral do impulso que se propaga sob o efeito da DNL com o impulso que se propaga numa situação semelhante, mas em que a DNL é desprezável. A figura 4.8 mostra exactamente esta comparação com os resultados da figura 2.11. O efeito da DNL não é significativo, nota-se um ligeiro aumento da velocidade do impulso - efeito da DNL tal como foi explicado nas secções anteriores - e o correspondente ligeiro desvio do espectro. Isto é semelhante ao efeito da DNL num solitão fundamental sem DTO (figura 4.4).

Já quando se pensa numa situação em que o comprimento de onda do impulso se encontra próximo do comprimento de onda de dispersão da velocidade de grupo nula, situação equivalente à da figura 2.12 sem dispersão não-linear, a influência da dispersão não-linear apresenta outras características. Como pode ser visto na figura 4.9, o solitão fundamental divide-se em duas partes, cada uma com a sua velocidade e visíveis tanto no tempo como no espectro, o que é bastante semelhante ao que acontece sem dispersão não-linear.

A figura 4.10 mostra com maior pormenor a comparação desta situação com o caso equivalente sem dispersão não-linear. As duas partes do impulso sofrem um atraso maior do que no caso sem DNL, e o espectro que corresponde à parte mais intensa e mais lenta é modulado; ambos efeitos são característicos da DNL, como foi visto nas secções anteriores.

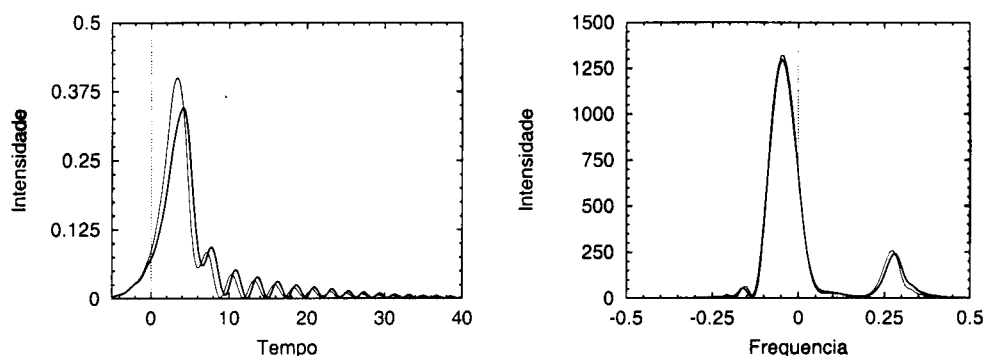


Figura 4.8: Comparação temporal e espectral da distribuição de intensidade de dois impulsos com DTO, um sob o efeito da DNL (a traço espesso e da figura 4.7) e outro não (a traço fino e da figura 2.11), para uma determinada distância de propagação.

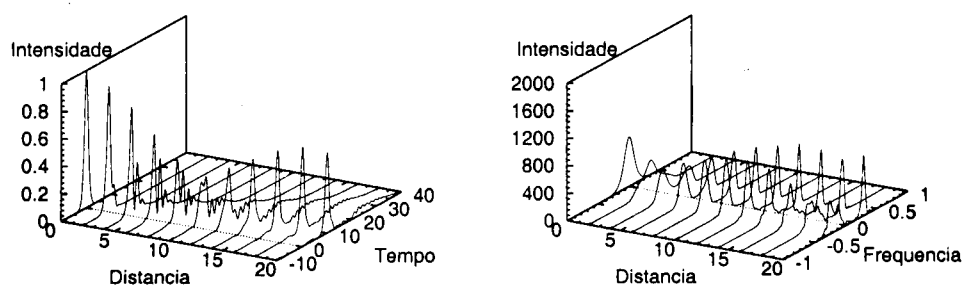


Figura 4.9: Distribuição da intensidade no tempo e na frequência da propagação de uma secante hiperbólica sob o efeito conjunto da auto-modulação de fase, da DNL e da DTO. Os parâmetros da equação de propagação que representam este caso são: $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 1$, normalizados em relação à distância característica do efeito Kerr.

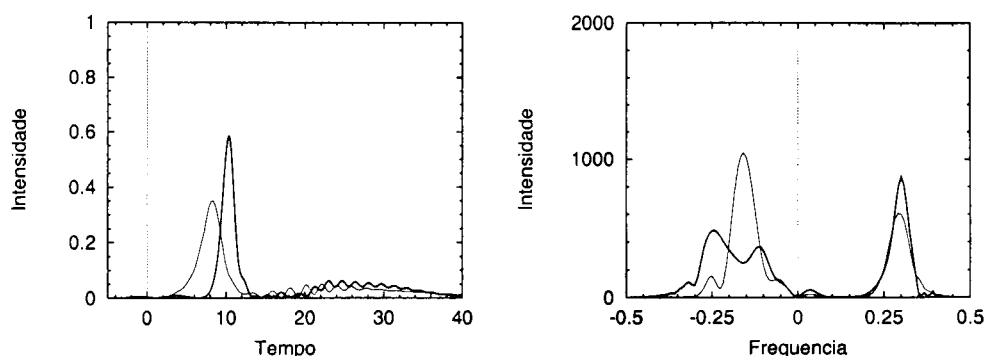


Figura 4.10: Comparação temporal e espectral da distribuição de intensidade de dois impulsos com DTO e sem DVG, um sob o efeito da DNL (a traço espesso e da figura 4.9) e outro não (a traço fino e da figura 2.12), para uma determinada distância de propagação.

De uma perspectiva global dos efeitos da dispersão não-linear e da dispersão de terceira ordem num impulso, pode dizer-se em certa medida (para os valores apresentados nas figuras anteriores para os parâmetros), que estes se adicionam: a velocidade de um impulso com DNL e DTO é superior à velocidade de um impulso apenas com DNL ou DTO. Mas o efeito de distorção desequilibrada da DTO (as componentes espectrais são todas atrasadas ou adiantadas, ao contrário da DVG) não é compensada pela DNL. Os seus efeitos parecem ser ortogonais.

Nos casos anteriores os efeitos da DNL e da DTO em relação ao atraso adicionam-se. Mas o efeito da DTO pode ser contrário ao da DNL: se o parâmetro β_3 for negativo, então a velocidade de grupo do impulso vai aumentar. Este é o caso da figura 4.11, em que o avanço imposto à DTO é superior ao do atraso imposto pela DNL.

É possível encontrar um valor óptimo para a DTO negativa de modo a que o atraso imposto por uma DNL com um certo valor seja cancelado pelo avanço da DTO, resultando num equilíbrio. A figura 4.12 apresenta os perfis de intensidade no tempo ao fim de uma certa distância de propagação de um impulso sujeito à mesma DNL, mas a diferentes DTO. Observa-se que a diminuição da DTO (de valores positivos para negativos) corresponde a uma diminuição do atraso do impulso, que passa por um ponto de atraso nulo para depois avançar. Para $K_\alpha = -0.5$, este ponto é aproximadamente $K_{DTO} = 0.8$, para o qual é apresentada a propagação do impulso também na figura 4.12.

Vê-se então que, em certas condições, a dispersão de terceira ordem pode

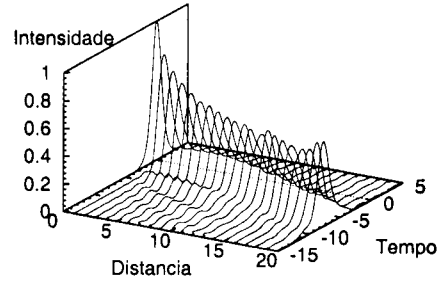


Figura 4.11: Propagação de um solitão fundamental sob o efeito da DNL ($K_\alpha = -0.5$) e da DTO ($K_{DTO} = -3$), em unidades de distância normalizadas ($\xi = z/L_{DVG}$).

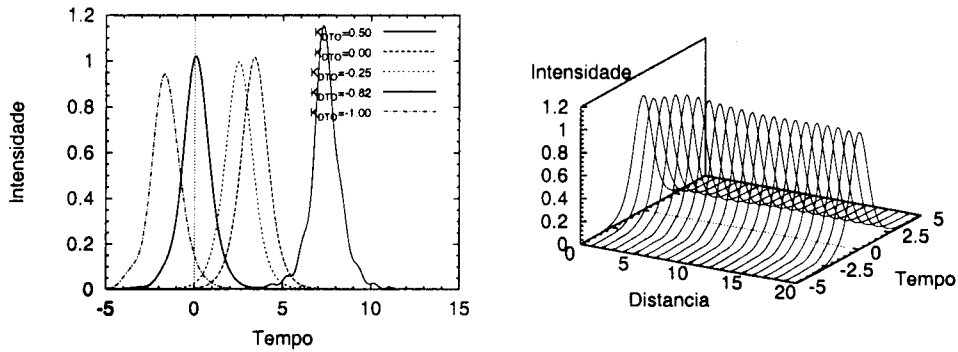


Figura 4.12: Distribuição temporal da intensidade de um solitão após uma distância de propagação igual a $\xi = 20$, sob o efeito da DNL ($K_\alpha = -0.5$), para vários valores do parâmetro da DTO, positivos e negativos (imagem esquerda). Distribuição temporal e espacial da intensidade de um solitão para o caso em que a DTO compensa o atraso imposto pela DNL ($K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} \simeq -0.8$, imagem direita).

ter um efeito benéfico na propagação do impulso com dispersão não-linear, impedindo o atraso característico desta.

4.6 Conclusão

Neste capítulo foi mostrado que um aumento da não-linearidade Kerr pode ser obtido quando o campo eléctrico está na proximidade de uma ressonância de dois fótons, e que este aumento ainda é significativo quando o material tem uma estrutura tipo *quantum dots*, sendo composto maioritariamente por um isolador - para o qual o campo eléctrico está longe de qualquer ressonância - e por pequenas quantidades de um semiconductor - para o qual, este sim, o campo eléctrico está na proximidade de uma ressonância de dois fótons.

Como consequência do aumento do valor da não-linearidade, foi mostrado o aumento da dispersão não-linear, e surgiu a necessidade de introduzir um novo termo na polarização e na equação de propagação que tivesse em conta este aumento. A expressão para a polarização que tem em conta este termo foi deduzida através da introdução da derivada do campo eléctrico na expressão da convolução que define a polarização. Baseada nesta, a equação de propagação foi alterada de modo a reflectir o efeito da dispersão não-linear.

Foram expostos e explicados vários casos de propagação de impulsos em meios em que a dispersão não-linear é significativa, nomeadamente no caso em que a dispersão linear não se faz sentir e nos casos em que um solitão fundamental e um solitão de ordem superior têm condições para se propagar. Foi também mostrado o efeito da dispersão de terceira ordem juntamente com a dispersão não-linear na propagação de um solitão fundamental, e observadas nesta propagação características individuais de cada um dos efeitos. Concluiu-se que a variação da velocidade de grupo imposta pela dispersão não-linear pode, em certas condições, ser cancelada pela dispersão de terceira ordem.

Tem este capítulo, juntamente com os anteriores, o propósito de preparar o estudo de solitões sob o efeito da dispersão não-linear em fibras de núcleo duplo, que se segue.

Capítulo 5

Acoplamento de solitões com dispersão não-linear

5.1 Introdução

O acoplamento de energia entre dois canais é um conceito fundamental para a infra-estrutura de comunicações ópticas. A fibra de núcleo duplo permite este acoplamento, e é utilizada nomeadamente em sistemas não-lineares para a comutação de solitões. Para que haja formação destes, um impulso que se propague numa fibra de núcleo duplo - tal como numa fibra em geral - deve sofrer um efeito não-linear que contrabalance correctamente a sua dispersão da velocidade de grupo. Como já foi visto, o aumento da não-linearidade do meio permite obter solitões mais estreitos, e portanto um maior débito de transmissão de informação, o que para um acoplador, tanto como para uma fibra, é uma preocupação constante.

Mas a diminuição da largura do impulso nestas condições faz com que outros efeitos entrem em acção, nomeadamente a dispersão não-linear. Esta altera a propagação de um solitão num acoplador, assim como o faz numa fibra. Portanto, as características destes dispositivos variam, tanto em termos de propagação como de comutação. A velocidade de grupo dos impulsos, a forma dos impulsos, o ponto crítico do auto-acoplamento e a relação entre a transmissão e a fase relativa de um solitão de controlo são exemplos destas características que são alteradas pela consideração da dispersão não-linear num acoplador.

A próxima secção descreve as equações de propagação acopladas modifi-

casas pela introdução do termo de dispersão não-linear. Depois, são apresentados alguns exemplos de propagação e acoplamento de solitões sob o efeito da dispersão não-linear, para as situações de auto-comutação e de comutação auxiliada. Após esta exemplificação, são determinadas as características de comutação de um dispositivo em que a dispersão não-linear não é desprezável, e a relação entre estas características e a dispersão não-linear.

5.2 Equação de propagação

As equações que modelam a propagação não-linear de um impulso numa fibra de núcleo duplo com acoplamento linear e não-linear e com o efeito da dispersão não-linear são descritas a seguir. Os efeitos presentes aqui foram já discutidos nos capítulos anteriores: a dispersão da velocidade de grupo e a não-linearidade de Kerr (cujos parâmetros são respectivamente β_2 e γ) no capítulo 2, os acoplamentos linear e não-linear (cujos parâmetros são respectivamente k e σ) no capítulo 3 e a dispersão não-linear (cujo parâmetro é α) no capítulo 4.

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_m(t, z)}{\partial z} = & -j\frac{1}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A_m(t, z)}{\partial t^2} + jkA_n(z) + \\ & + j(\gamma|A_m(t, z)|^2 + \sigma|A_n(t, z)|^2) A_m(t, z) + \\ & + \alpha|A_m(t, z)|^2 \frac{\partial A_m(t, z)}{\partial T} \end{aligned} \quad (5.1)$$

É possível normalizar estas equações em relação ao comprimento característico da dispersão da velocidade de grupo e à largura e potência de pico do impulso, como é feito na equação seguinte. As variáveis de distância $\xi = z/L_{DVG}$, de tempo $\tau = t/T_0$ e de amplitude $U = A/\sqrt{P_0}$ representam esta normalização. Os parâmetros normalizados de efeito Kerr N , de acoplamento linear K_k , de acoplamento não-linear K_σ e de dispersão não-linear K_α , representados logo depois da equação, foram já definidos nos capítulos anteriores.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_m(\tau, \xi)}{\partial \xi} = & -j\frac{1}{2}\text{sgn}(\beta_2)\frac{\partial^2 U_m(\tau, \xi)}{\partial \tau^2} + jN^2|U_m(\tau, \xi)|^2U_m(\tau, \xi) + \\
& + jK_\sigma|U_n(\tau, \xi)|^2U_m(\tau, \xi) + jK_kU_n(\tau, \xi) + \\
& + K_\alpha|U_m(\tau, \xi)|^2\frac{\partial U_m(\tau, \xi)}{\partial \tau}
\end{aligned} \tag{5.2}$$

$$N^2 = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \tag{5.3}$$

$$K_k = \frac{k T_0^2}{|\beta_2|} \tag{5.4}$$

$$K_\sigma = \frac{\sigma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \tag{5.5}$$

$$K_\alpha = \alpha P_0 \frac{T_0}{|\beta_2|} \tag{5.6}$$

5.3 Auto-comutação

A auto-comutação é uma das maneiras de controlar a comutação de impulsos entre canais de um acoplador, baseada nas características do próprio impulso, como é referido no capítulo 3. Ao introduzir a dispersão não-linear, as características de comutação discutidas naquele capítulo são alteradas.

Existem várias maneiras de controlar o ponto de funcionamento do acoplador, no que diz respeito à comutação ou não de um impulso de um canal para o outro de um acoplador. Por um lado, é possível variar o acoplamento entre os canais, de maneira a que o acoplamento linear tenha maior ou menor influência na equação de propagação, quando comparado com os termos não-lineares. Isto pode ser feito alterando fisicamente o dispositivo. Por outro lado, é possível aumentar ou diminuir a influência dos termos não-lineares na equação. Para isto basta variar a potência do impulso, ou alterar as propriedades não-lineares do meio.

As duas situações que se seguem - variação da constante de acoplamento linear e variação da potência do solitão - mostram que é possível controlar a comutação de solitões num acoplador em que é necessário considerar o efeito da dispersão não-linear. No capítulo 3 foi visto que é possível obter resultados de propagação idênticos para variações equivalentes de potência ou de constante de acoplamento linear. Além de terem aplicações diferentes, estas duas situações passam a ser distintas em termos de propagação quando se tem em conta a dispersão não-linear, pois a influência desta não é independente da

potência. Assim, ao aumento de potência necessário para contrabalançar o aumento da constante de acoplamento linear - como é feito no capítulo 3 - está associado um aumento do efeito da DNL: quanto maior for a potência do impulso, mais acentuada será a variação da velocidade de grupo imposta pela DNL, como é explicado no capítulo 4.

5.3.1 Variação da constante de acoplamento linear

A figura 5.1 mostra a propagação de um solitão fundamental da *NLS* (equação 3.27, $\eta = 1$) num acoplador em que a dispersão não-linear não é desprezável e em que o acoplamento linear tem um efeito dominante em relação aos efeitos dos termos não-lineares, até $\xi = 2\xi_B$. Através da equação 5.2 é possível caracterizar melhor esta situação, para a qual $K_k = 5$, $K_\alpha = -0.5$ e $K_\sigma = 0$, e, para ter um solitão fundamental (apesar de perturbado), $N^2 = 1$ e $\beta_2 < 0$. Está-se portanto numa situação de quase linearidade no que diz respeito ao acoplamento (claro que em relação à formação do impulso em si própria, a não-linearidade Kerr continua a contrabalançar exactamente a dispersão da velocidade de grupo, uma vez que o solitão é fundamental). Esta situação é comparável com a da figura 3.6, em que a dispersão não-linear é desprezada. Não há diferenças aparentes entre os dois casos após dois períodos de acoplamento linear: a forma dos impulsos parece ser mantida tanto num caso como no outro, e, apesar da energia dos impulsos não estar representada na figura 3.6, esta é acoplada completamente entre os dois canais de maneira semelhante ao que é mostrado para o caso com DNL.

No entanto, ao prolongar a propagação é possível observar o efeito da dispersão não-linear, fazendo a comparação com o caso sem DNL para distâncias múltiplas do dobro do período de acoplamento linear (figura 5.2); estas distâncias correspondem à situação em que a energia do impulso inicial, que tinha sido transferida para o segundo canal, regressou de novo ao primeiro. Tanto no caso com DNL como no caso sem DNL, a energia continua a ser acoplada periodicamente entre os canais ao longo da propagação ($E_m = E_T \cos^2(2\pi\xi/\xi_B + \phi_m)$, com $\phi_1 = 0$ e $\phi_2 = \pi/2$), mas a intensidade de pico do impulso na altura em que toda a energia se encontra no primeiro canal ($\xi = 2n\xi_B$) oscila de forma amortecida, acompanhada da respectiva variação da largura do impulso (relação esta entre intensidade de pico e largura que é uma característica do equilíbrio entre DVG e efeito Kerr, como foi visto no capítulo 2; apesar de a DVG e o efeito Kerr não serem os únicos efeitos em jogo nesta situação, são os mais importantes). O efeito que a consideração da dispersão não-linear tem é facilmente notada ao comparar as imagens da

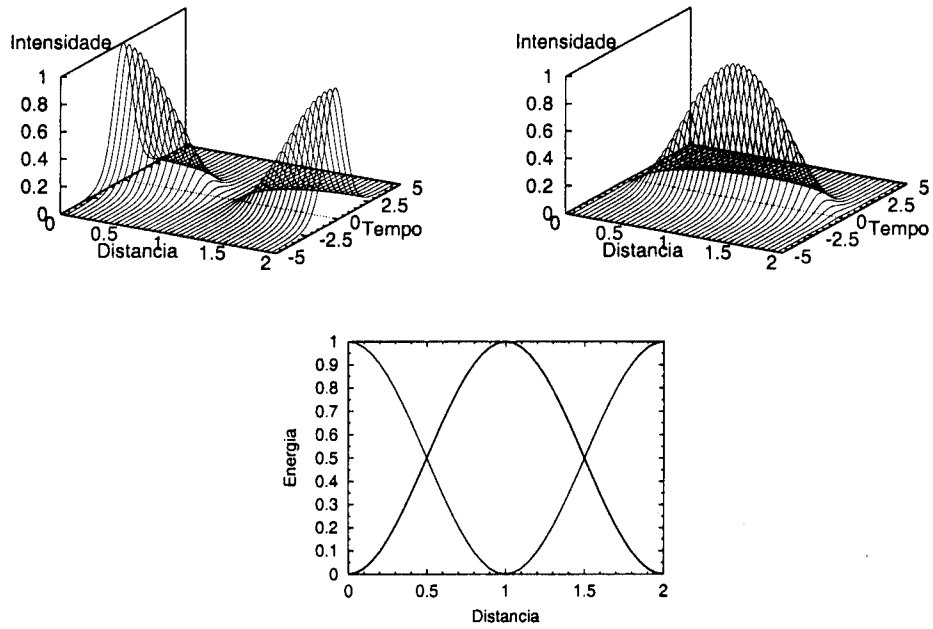


Figura 5.1: Intensidade e a energia ao longo da propagação nos dois canais de um acoplador linear com dispersão não-linear ($K_\alpha = -0.5$), em que o acoplamento linear é dominante ($K_k = 5$), para dois períodos de acoplamento linear (isto é, até $\xi/\xi_B = 2$).

esquerda da figura 5.2, se se conseguir abstrair do efeito oscilatório: o impulso, ao regressar ao canal inicial, tem um atraso cada vez maior (no segundo canal a situação é semelhante). Como foi visto no capítulo 4, a variação da velocidade de grupo é uma característica da DNL, que leva a um atraso, desde que o parâmetro da DNL seja negativo.

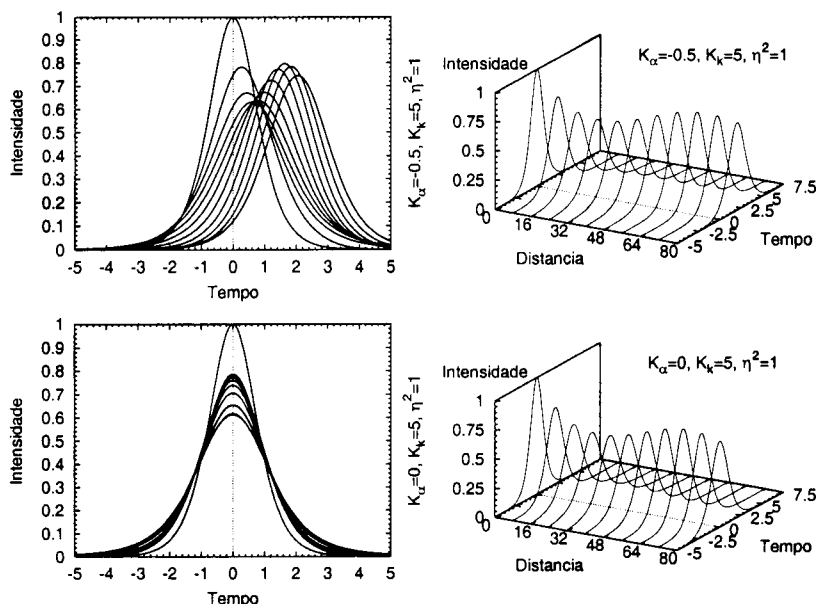


Figura 5.2: Intensidade no primeiro canal, nas mesmas condições da figura 5.1, para múltiplos do dobro do período de acoplamento linear ($2\xi_B$), até $\xi/\xi_B = 80$ (imagens superiores). Para comparação, mesma situação sem dispersão não-linear (imagens inferiores).

A figura 5.3 mostra a situação oposta, em termos de comutação, à situação anterior (figura 5.1), comparável à figura 3.7 sem dispersão não-linear. O acoplamento linear tem um efeito diminuto quando comparado ao efeito dos termos não-lineares, o coeficiente K_k é 50 vezes menor ($K_k = 0.1$) que na situação anterior ($K_k = 5$). O impulso inserido no canal inicial não comuta para o outro canal, apenas uma fracção da energia é transferida entre os dois canais (no ponto máximo entre $\xi = 0$ e $\xi = 2\xi_B$, ou seja para $\xi/\xi_B = 0.4$, nem 15 por cento da energia é transferida). A forma da transferência de energia, que no caso anterior (figura 5.1) era sinusoidal, tem agora uma variação irregular, com máximos e mínimos variados. Algo semelhante acontece com a intensidade de pico nos dois canais, reflexo do aumento e diminuição de energia: a intensidade de pico no segundo canal não chega a 10 por cento da intensidade de pico no primeiro canal, e neste a intensidade não diminui menos de 20 por cento. Mas o fundamental, como será visto a seguir, é o

atraso que o impulso no primeiro canal sofre ao propagar-se apenas numa distância igual a dois períodos de acoplamento linear: o centro do impulso tem um atraso em relação à janela de referência aproximadamente igual a 2.5 vezes a sua largura T_0 , o que é mais do que o atraso acumulado ao longo de 80 períodos de acoplamento linear pelo impulso da figura 5.2, em que há comutação. Este atraso é, claro, devido ao efeito da dispersão não-linear (e não acontece na situação da figura 3.7, nem no caso exactamente igual sem DNL, que se segue, da figura 5.4). O impulso no segundo canal sofre um atraso muito semelhante, que não pode ser devido exclusivamente ao efeito da DNL no próprio canal, já que as intensidades neste são muito pequenas. O atraso é maioritariamente causado no primeiro canal, e depois transferido para o segundo. Por outro lado, a energia que é transferida do segundo para o primeiro canal vai diminuir o efeito do atraso no primeiro canal, já que esta sofre um atraso menor. No entanto o efeito desta diminuição de atraso é parco, pois a energia no segundo canal é pequena comparada com a do primeiro.

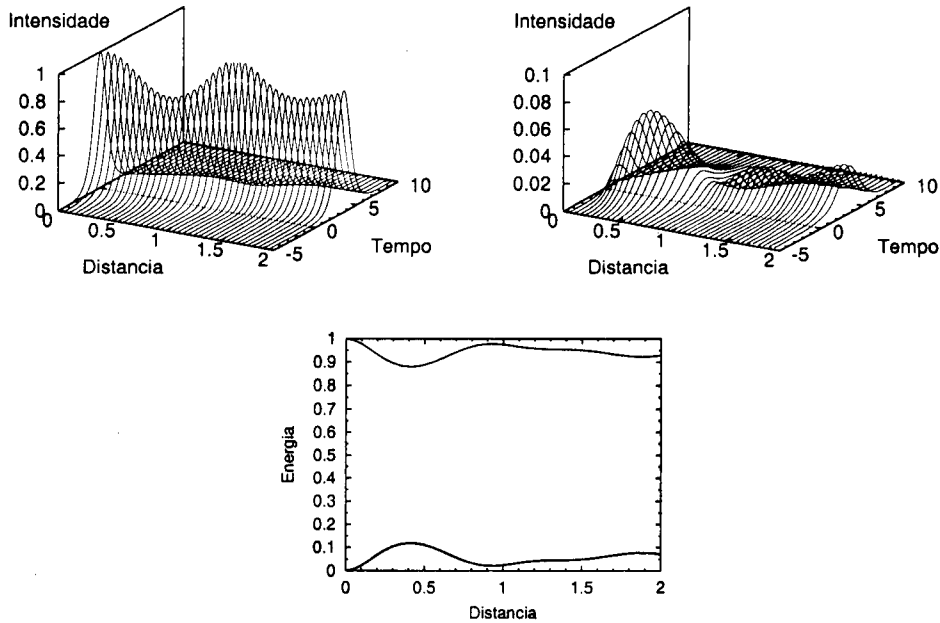


Figura 5.3: Semelhante à figura 5.1, excepto no que diz respeito ao acoplamento linear, que é bastante mais fraco ($K_k = 0.1$).

Prolongando um pouco mais a propagação, até $\xi = 6\xi_B$, e comparando com a situação exactamente igual sem dispersão não-linear, apercebe-se

que (apesar de não ser possível confirmar através destas imagens) a transferência de energia é muito semelhante nos dois casos e que as oscilações da intensidade de pico são também em tudo semelhantes com e sem DNL. Estas observações são semelhantes às do caso em que $K_k = 5$, no entanto a variação da intensidade de pico neste caso pode ser devida também às variações da energia do impulso através do acoplamento. Para $K_k = 5$, e nos pontos de amostragem ($\xi = 2n\xi_B$), a energia encontra-se toda no canal inicial, enquanto que para $K_k = 0.1$, apesar de não haver comutação, esta não se encontra completamente no canal inicial nos pontos amostrados ($\xi = n\xi_B$). O atraso, que não existe no caso sem DNL, é aproximadamente proporcional à distância de propagação. Mais uma vez (como no caso anterior em que $K_k = 5$), o efeito da consideração da DNL é o mesmo: a variação da velocidade de grupo em função da intensidade do impulso faz com que, neste caso (em que $K_\alpha < 0$), o impulso se atrase, o que não acontecia sem DNL. Comparando com o caso em que o impulso é comutado periodicamente entre os dois canais, o efeito da DNL é mais forte, sendo significativo mesmo para distâncias curtas (um período de acoplamento linear).

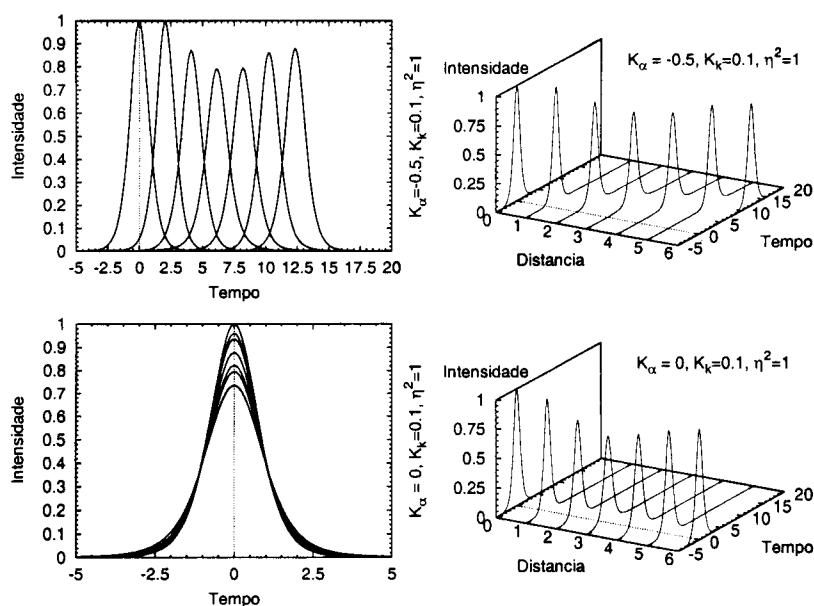


Figura 5.4: Semelhante à figura 5.2, excepto no que diz respeito ao acoplamento linear ($K_k = 0.1$), à distância de propagação e aos pontos desta que foram amostrados ($\xi = n\xi_B$ até $\xi/\xi_B = 6$).

Estes dois exemplos ($K_k = 5$ e $K_k = 0.1$) podem ser vistos como uma variação apenas na constante de acoplamento linear k , mantendo-se constante

a potência do impulso e o parâmetro de dispersão não-linear. É possível assim ter dois dispositivos diferentes, com uma distância equivalente de um período de acoplamento linear, um em que o impulso é comutado e outro em que não o é. No primeiro, o efeito da dispersão não-linear é reduzido quando comparado com o acoplamento linear. No segundo não é, e faz-se notar no atraso do impulso.

A relação entre a distância característica do acoplamento linear e as distâncias características dos efeitos não-lineares (nomeadamente Kerr e DNL) é diferente nestas duas situações de diferentes acoplamentos: na primeira ($K_k = 5$), a distância de acoplamento linear é muito inferior à das dos efeitos não-lineares, o que quer dizer que a diferença de fase imposta pelos efeitos não-lineares, ao ser distribuída por vários períodos de acoplamento linear, vai afectar muito pouco o acoplamento linear (como foi explicado na secção 3.2.2); na segunda ($K_k = 0.1$), a distância característica dos efeitos não-lineares é muito menor que a do acoplamento linear, o que quer dizer que, num período de acoplamento linear, a diferença de fase imposta por estes vai ser enorme, e portanto determinante para impedir a comutação.

O facto de o atraso do impulso ao fim de um período de acoplamento linear ser muito menor para $K_k = 5$ do que o atraso do impulso para $K_k = 0.1$ tem a sua causa na distância a que corresponde um período de acoplamento linear nas duas situações. Há uma diferença de 50 vezes entre estas distâncias ($\xi_B|_{K_k=0.1} = \frac{\pi}{2K_k} = 5\pi$, enquanto que $\xi_B|_{K_k=5} = \frac{\pi}{10}$), ou seja, para se ter a mesma distância normalizada em relação a $L_{DVG}(\xi)$ nas duas situações, é preciso que ξ/ξ_B seja 50 vezes maior com $K_k = 5$ do que com $K_k = 0.1$. Assim, comparando os atrasos nas figuras 5.2 e 5.4, para $\xi/\xi_B|_{K_k=5} \simeq 50$ e para $\xi/\xi_B|_{K_k=0.1} = 1$, obtêm-se respectivamente os valores aproximados $1.2T_0$ e $2T_0$. Para justificar esta diferença, há que ter em consideração que o efeito da dispersão não-linear é menor quando a intensidade de pico do impulso num canal oscila. Para o mesmo impulso inicial, o valor médio da intensidade (e portanto do atraso) é menor no caso em que há comutação (e oscilação acentuada da intensidade) quando comparado com o caso em que não há comutação (e apenas ligeira oscilação da intensidade). O mesmo se passa aliás com o efeito Kerr e com a fase em cada canal: esta é, em média e para o mesmo impulso inicial, menor quando a intensidade oscila do que quando é a intensidade é aproximadamente constante.

5.3.2 Variação da potência do solitão

Outra situação, diferente da anterior, é ter apenas um dispositivo e variar a potência dos impulsos. Em função desta, é possível comutar ou não o impulso de um canal para o outro.

A figura 5.5 mostra a comutação de um solitão fundamental (equação 3.27) de potência reduzida, em que os efeitos de acoplamento linear predominam. Apesar de ser tomado em conta, o efeito da dispersão não-linear não é significativo, já que a potência é diminuta. A potência é cem vezes inferior ($\eta = 0.1$) à potência do solitão utilizado nas figuras anteriores (5.1 e 5.3), e o parâmetro de acoplamento linear K_k é igual a 0.25. O parâmetro de dispersão não linear K_α é o mesmo que o das figuras anteriores (5.1 e 5.3).

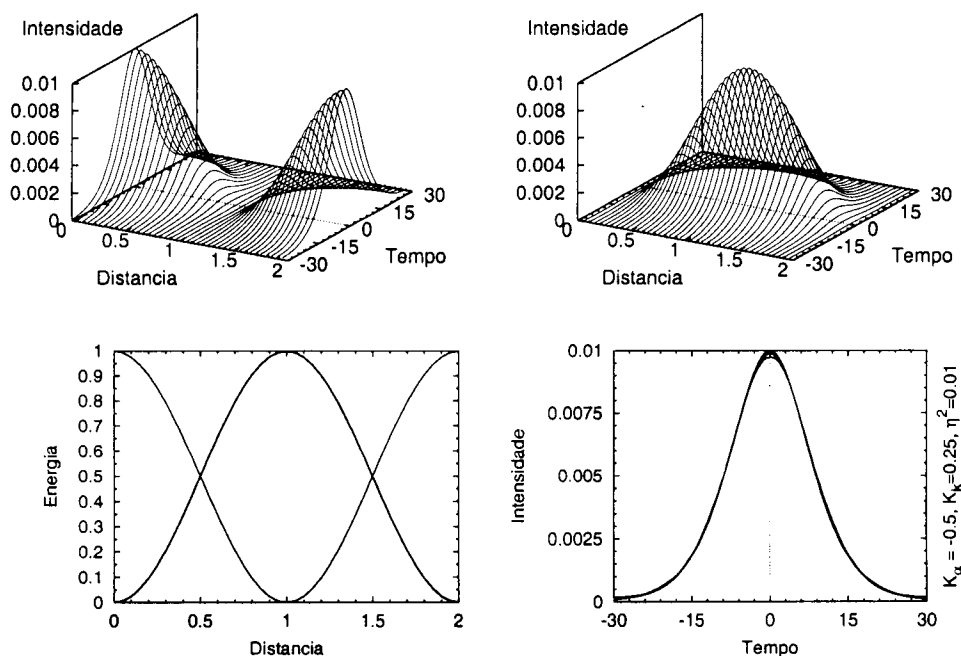


Figura 5.5: Intensidade (imagens superiores) e energia (imagem inferior esquerda) ao longo da propagação nos dois canais de um acoplador linear com dispersão não-linear, para dois períodos de acoplamento linear ($\xi/\xi_B = 2$) em que o impulso de entrada é um solitão de potência suficientemente pequena, de modo a que o acoplamento linear seja dominante. Perfil temporal da intensidade no canal inicial, para $\xi = 0, 2\xi_B, 4\xi_B$ e $6\xi_B$ (imagem inferior direita).

Na figura 5.6 está representada a propagação de um solitão fundamental nas mesmas condições da figura 5.5, excepto no que diz respeito à sua

potência de pico, que é quatro vezes superior à do solitão utilizado nas figuras 5.1 e 5.3. Notam-se aqui características semelhantes às da figura 5.3 - para a qual a potência do solitão não é tão grande, mas em que a constante de acoplamento é muito inferior -, tais como não haver comutação, já que a maior parte da energia fica no canal inicial, e como o atraso do impulso devido à dispersão não-linear.

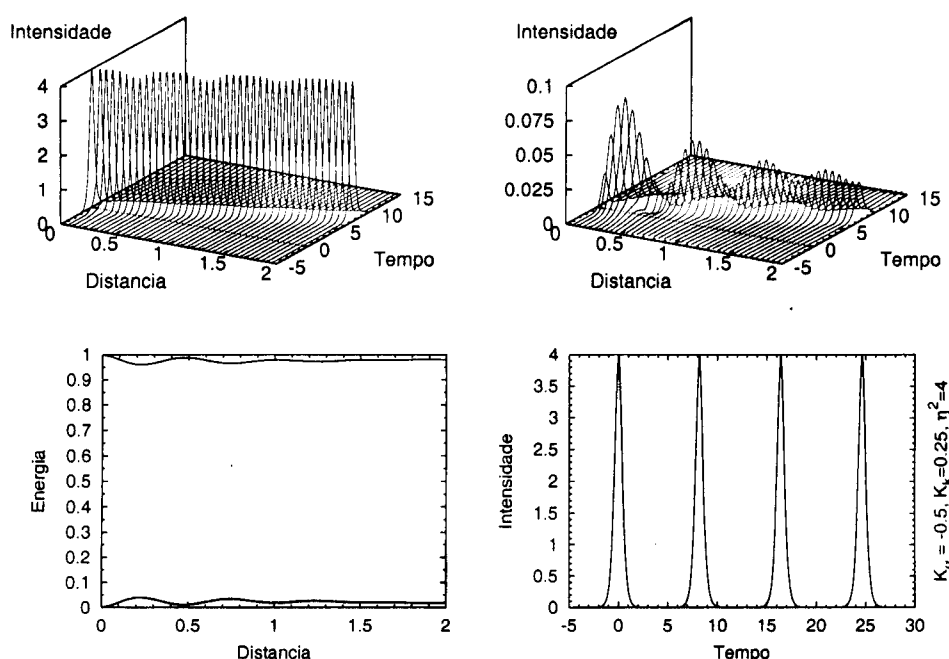


Figura 5.6: Semelhante à figura 5.5, mas com um solitão inicial de potência elevada, de modo a que os efeitos não-lineares sejam dominantes.

A comparação destas figuras com as figuras 3.6 e 3.7 do capítulo 3, em que a dispersão não-linear é desprezável, permite notar que para solitões de reduzida potência de pico, o efeito da dispersão não-linear é limitado, pois este efeito depende da potência do impulso, e que para solitões de maior potência de pico este já se nota, nomeadamente em termos da variação da velocidade de grupo do impulso que é inserido no canal inicial (o impulso atrasa ou avança ao longo da propagação).

5.3.3 Solitões de ordem superior

Quando um solitão de ordem superior à fundamental é propagado num acoplador com dispersão não-linear não desprezável, o seu comportamento depende da relação entre a potência crítica do acoplador e a potência de cada solitão fundamental que o compõe, como pode ser antevisto a partir do exposto nos capítulos 3 e 4.

A figura 5.7 mostra a propagação de um solitão de segunda ordem a propagar-se num acoplador com constante de acoplamento linear $K_k=0.25$ e constante de dispersão não-linear $K_\alpha = -0.15$. Nota-se a separação do impulso em dois, um estreito e de grande potência de pico, e outro mais largo e menos intenso. O mais estreito sofre os efeitos da dispersão não-linear a um nível maior que o mais largo, pois é mais intenso que este, e portanto é deslocado para a parte traseira da janela de referência. O mais largo sofre os efeitos do acoplamento linear, já que os efeitos não-lineares são reduzidos devido à reduzida potência, e é acoplado entre os dois canais. Ao contrário, o mais estreito fica restringido ao canal inicial, pois os efeitos não-lineares são dominantes.

Este comportamento pode ser explicado em termos de dados de espalhamento do método *IST* - capítulo 4. Cada solitão de ordem superior é composto por N solitões fundamentais, cada um com a sua amplitude e velocidade, correspondendo aos dados de espalhamento. Como foi explicado no capítulo 4, a dispersão não-linear impõe diferentes velocidades a cada solitão fundamental, separando no tempo os solitões fundamentais que constituem o solitão de ordem superior. Devido a esta separação temporal, vai ser possível a distinção pelo acoplamento de cada solitão fundamental, o que se traduz na comutação ou não de cada um destes, decidida com base na potência crítica do acoplador - como foi visto no capítulo 3. Assim, solitões fundamentais cuja potência de pico seja inferior à potência crítica do acoplador - como é o caso do solitão fundamental mais largo do solitão $N = 2$ mostrado na figura 5.7 - serão comutados, e solitões fundamentais cuja potência de pico seja superior à potência crítica do acoplador - como é o caso do outro solitão fundamental da figura 5.7 - não serão comutados.

É assim possível encaminhar para canais distintos os solitões fundamentais que constituem um solitão de ordem superior. No entanto, para valores superiores do quociente entre o acoplamento linear e a dispersão não-linear, a separação entre os dois solitões fundamentais não se dá suficientemente depressa para que estes sejam distinguidos pelo acoplamento. O impulso é desintegrado.

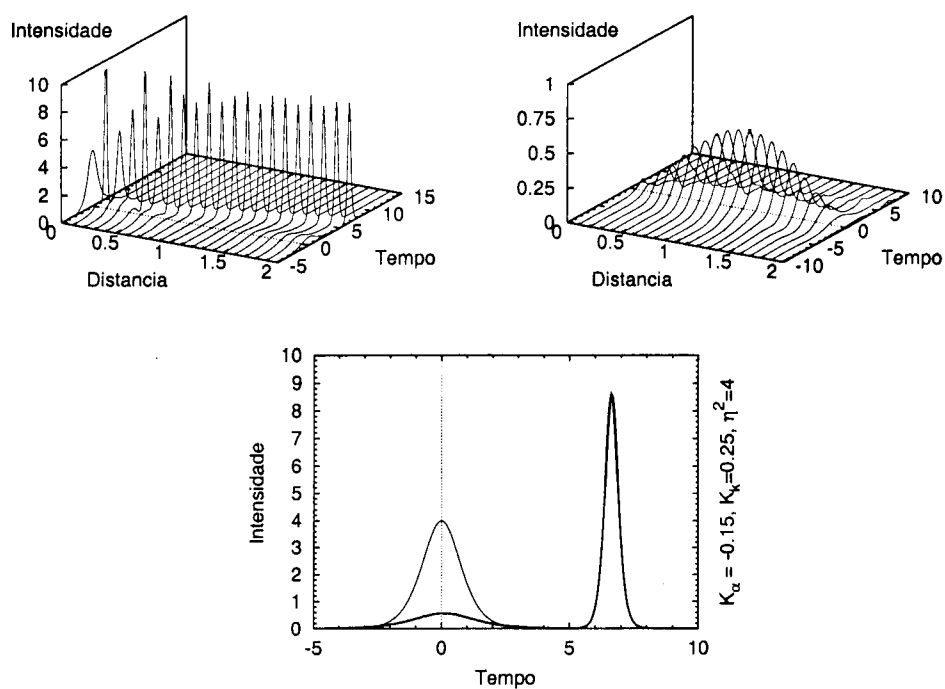


Figura 5.7: Distribuição temporal da intensidade ao longo da propagação de um solitão de segunda ordem nos dois canais de um acoplador linear, em que os efeitos da DNL não são desprezáveis (duas imagens superiores). Perfil temporal do canal inicial ao fim de dois períodos de acoplamento linear, a traço espesso, comparado com o perfil inicial, a traço fino (imagem inferior). $K_k = 0.25$ e $K_\alpha = -0.15$.

5.3.4 Efeito da dispersão de terceira ordem

Como foi já visto no capítulo 2 e na secção 4.5.4, a dispersão de terceira ordem pode ser importante para entender a propagação de impulsos.

Nesta secção é exemplificado o efeito da dispersão de terceira ordem na comutação de impulsos através da variação do parâmetro de acoplamento linear e da potência de pico do solitão fundamental, à semelhança do que foi feito nas secções 5.3.1 e 5.3.2, respectivamente. São apresentadas quatro situações em que o impulso introduzido num canal é comutado ou não para o outro canal, e observado o efeito da DTO, comparando-o com as situações sem DTO. O parâmetro da dispersão não-linear é o mesmo, $K_\alpha = -0.5$.

Comutação baseada no acoplamento.

No caso em que o impulso é comutado (figura 5.8), é ligeira a diferença para o caso sem dispersão de terceira ordem (figura 5.1). A energia é comutada de maneira semelhante (como se pode ver da distribuição de energia da figura 5.1), mas a distribuição temporal ao fim de um período de acoplamento linear no segundo canal (ou seja, a saída de um dispositivo com este comprimento equivalente) é diferente: o atraso ligeiro apresentado apenas com dispersão não-linear é acentuado pela DTO positiva, e notam-se pequenas oscilações e ligeira inclinação, típicas da DTO. O espectro não é alterado significativamente.

No caso em que o impulso não é comutado (figura 5.9) o efeito da dispersão de terceira ordem já é expressivo. A evolução da energia ao longo da propagação define pior a não comutação do que no caso sem DTO (distribuição de energia da figura 5.3), pois a energia a mais ou a menos em cada canal é cerca de 20 por cento da energia total, comparado com os 10 por cento do caso sem DTO. A distribuição temporal ao longo da propagação mostra um atraso do impulso, bem como o seu alargamento, seguido de uma ligeira compressão. A distribuição espectral mostra um pico pequeno e estreito para valores positivos das frequências, que revela uma onda dispersiva a retirar energia do impulso principal, não evidente na distribuição temporal. No primeiro canal, este pico vai crescendo até aproximadamente $\xi/\xi_B = 0.5$ devido ao efeito da DTO, mas diminui até ficar muito pequeno em $\xi/\xi_B = 1$; no segundo canal nota-se o correspondente aumento, máximo em $\xi/\xi_B = 1$: quer isto dizer que, apesar de o impulso principal não ter comutado, a onda dispersiva, afastada deste temporalmente e com uma potência inferior, foi comutada.

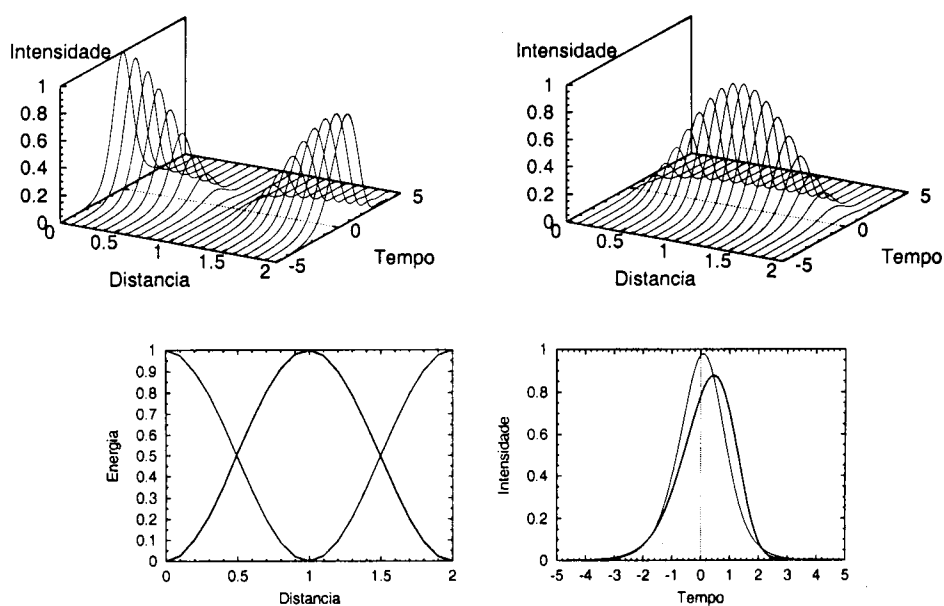


Figura 5.8: Distribuição temporal e de energia da comutação de um solitão num meio em que $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 3$, ao longo de dois períodos de acoplamento linear, e em que o acoplamento linear é $K_k = 5$. Comparação com o caso equivalente sem dispersão de terceira ordem, representado no segundo canal ao fim de um período de acoplamento linear pelo traço mais fino da imagem inferior direita.

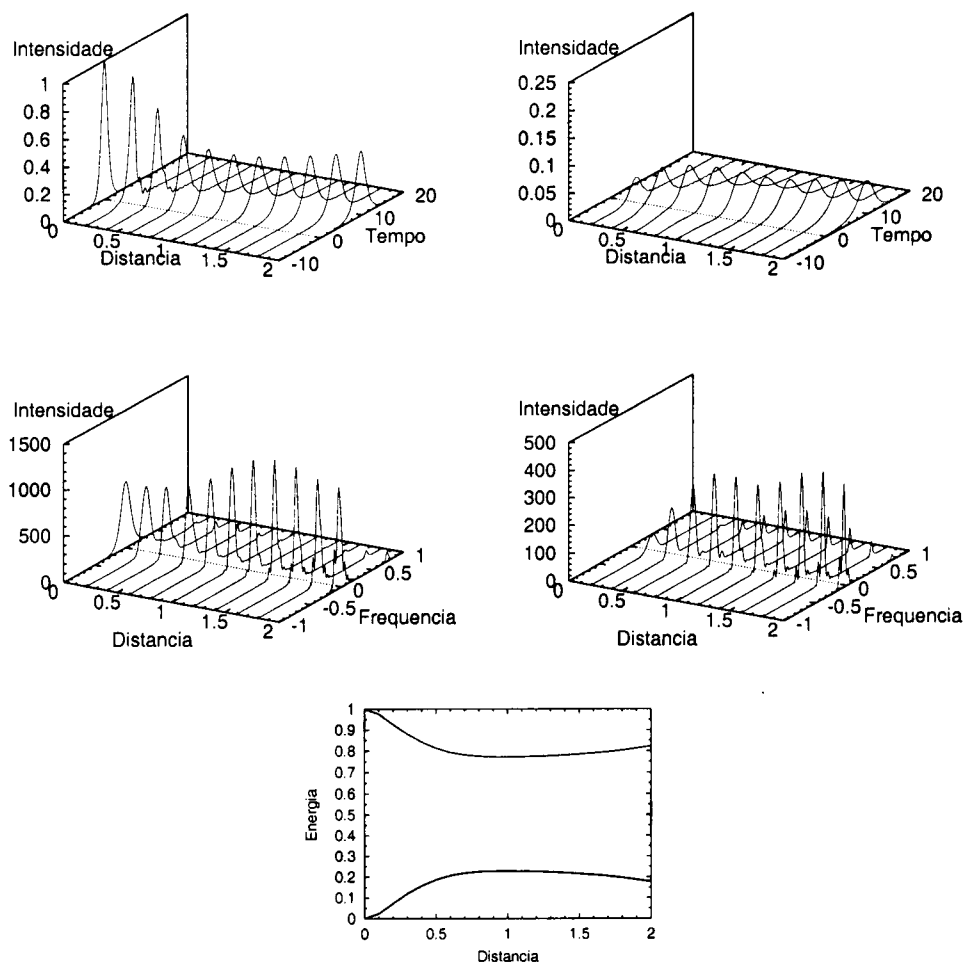


Figura 5.9: Distribuição temporal, espectral e de energia da não comutação de um solitão num meio em que $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 0.75$, ao longo de dois períodos de acoplamento linear, e em que o acoplamento linear é $K_k = 0.1$.

A comparação dos perfis temporal e espectral do impulso ao fim de um período de acoplamento linear da situação da figura 5.9 com o caso idêntico sem DTO (figura 5.10) permite uma melhor análise do que acontece à saída de um dispositivo para o qual $\xi = \xi_B$. No primeiro canal, o impulso é ainda mais atrasado do que apenas com a dispersão não-linear, e sofre uma diminuição da sua intensidade de pico (consequência de ter sido transferida mais energia para o segundo canal do que sem DTO - comparação dos gráficos da energia das figuras 5.9 e 5.3 para $\xi/\xi_B = 1$) e um alargamento (o equilíbrio entre Kerr e DVG faz com que a diminuição da intensidade do impulso seja acompanhada pelo seu alargamento). No segundo canal, a energia aumentou (ficou pior definida a não comutação), e portanto surge um impulso maior (quatro vezes mais intenso) e mais largo do que no caso sem DTO. Em termos de espectro, as componentes centrais do impulso do primeiro canal são comprimidas, e as componentes da onda dispersiva não foram completamente transferidas para o segundo canal; neste, nota-se um aumento das componentes centrais do espectro (o pico é cerca de dez vezes mais intenso com DTO), e apercebe-se que é no segundo canal que a energia da onda dispersiva se encontra em grande maioria. Em suma, ao fim de um período de acoplamento linear, alguma energia do impulso central foi perdida para o segundo canal, mas este impulso continua maioritariamente no primeiro canal; a onda dispersiva, que não existia sem DTO (e cuja existência foi já discutida no capítulo 2 para solitões sob o efeito da DTO mas sem DNL), ao contrário, passou maioritariamente para o segundo canal. As suas intensidades de pico (dependentes da forma) definem este comportamento: o impulso central tem uma intensidade superior à da potência crítica, e portanto fica maioritariamente no primeiro canal; a onda dispersiva tem uma intensidade mais fraca, inferior à potência crítica, logo é grandemente acoplada para o segundo canal.

Comutação baseada na potência.

Na figura 5.11 está representada a comutação de um solitão com uma potência de pico idêntica às potências de pico dos solitões das figuras anteriores e com uma constante de acoplamento $K_k = 0.25$, para uma dispersão de terceira ordem $K_{DTO} = 3$. Observa-se a comutação do impulso, com acentuada distorção devida à dispersão de terceira ordem. Uma onda dispersiva atrasa-se e tem reflexo no espectro através de um pico nas frequências mais elevadas, que é acoplado juntamente com o resto do impulso para o segundo canal. A energia é praticamente toda acoplada para o segundo canal. Comparando os perfis temporal e espectral do segundo canal com as situações

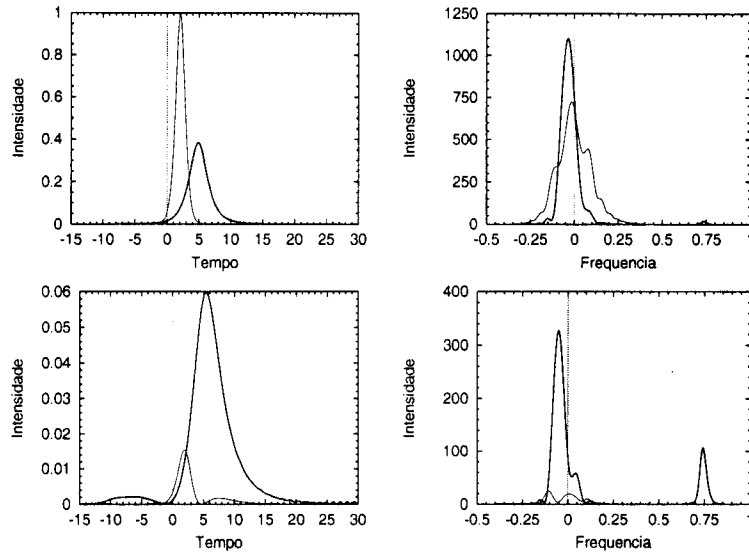


Figura 5.10: Comparação temporal e espectral da situação da figura 5.9 com o caso equivalente sem dispersão de terceira ordem (traço fino), ao fim de um período de acoplamento linear. As figuras superiores dizem respeito ao primeiro canal, onde foi inserido um solitão fundamental da NLS em $\xi = 0$, e as inferiores ao segundo canal.

equivalentes sem DTO, para uma distância igual ao período de acoplamento linear, vêem-se nitidamente as oscilações da onda dispersiva que se afasta e a formação do pico espectral que lhe corresponde.

Para valores de potência mais elevado, o solitão fundamental deixa de comutar, como é mostrado na figura 5.12 para uma potência quatro vezes superior à do solitão fundamental da figura 5.11, para um parâmetro de dispersão de terceira ordem $K_{DTO} = 0.15$ e para o mesmo acoplamento linear $K_k = 0.25$. Como o parâmetro da dispersão de terceira ordem é pequeno, os efeitos desta são apenas um aumento da velocidade de grupo do impulso, quando comparado com o caso sem DTO. Pouca energia é acoplada para o segundo canal, e o impulso sofre apenas uma ligeira diminuição da potência de pico.

A introdução de dispersão de terceira ordem no acoplamento de solitões sob a influência da dispersão não-linear para dispositivos com comprimento equivalente igual a um período de acoplamento linear produz resultados distintos, conforme a magnitude da dispersão de terceira ordem. Quando a influência da DTO é relativamente pequena, o efeito da dispersão não-linear é apenas acentuado, isto é, o impulso não é distorcido: são impostos a este um maior atraso e uma maior largura. Quando a influência da DTO é mais

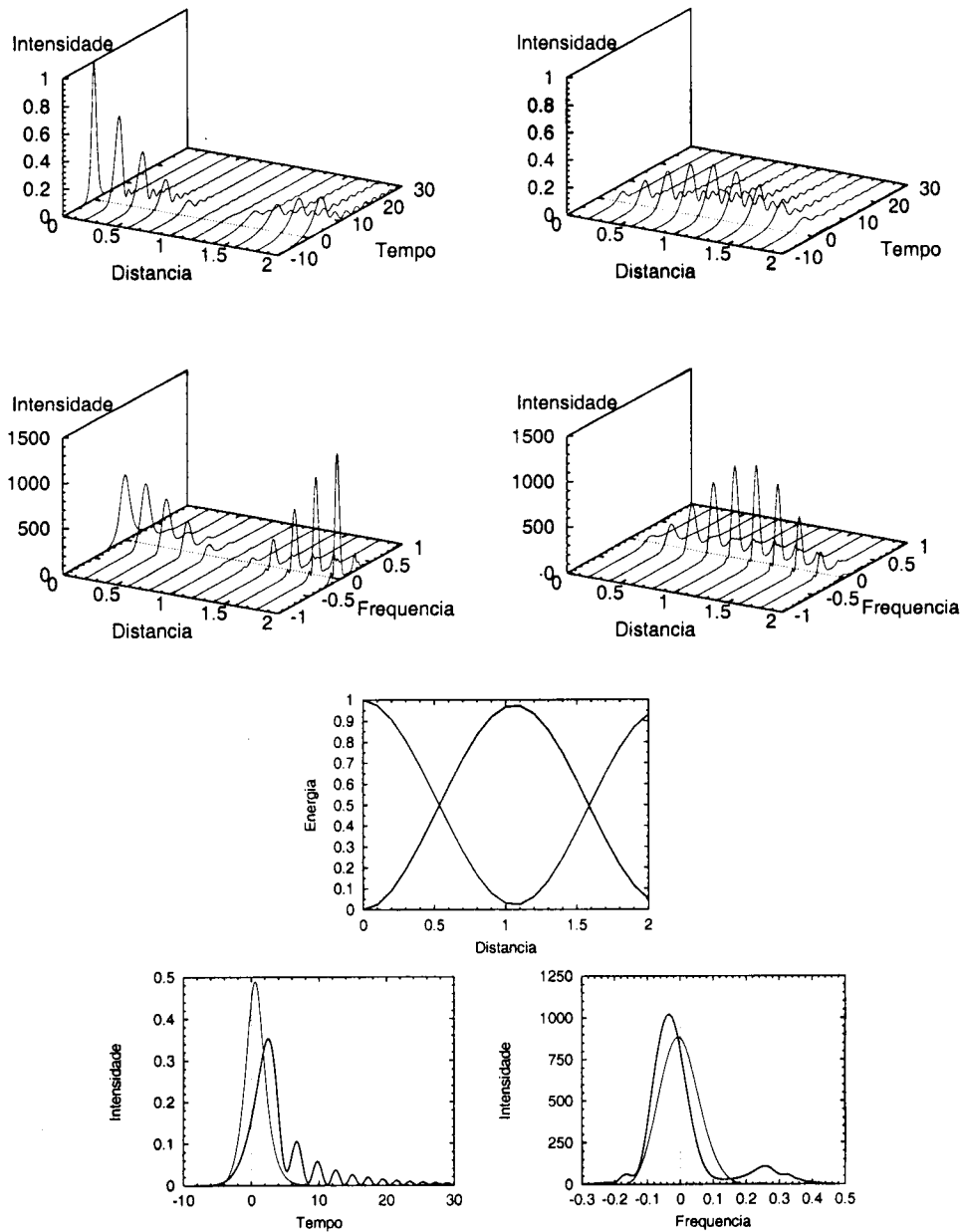


Figura 5.11: Distribuição temporal, espectral e de energia da comutação de um solitão num meio em que $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DFO} = 3$, ao longo de dois períodos de acoplamento linear, e em que o acoplamento linear é $K_k = 0.25$. Comparação com o caso equivalente sem dispersão de terceira ordem, representado no primeiro canal ao fim de um período de acoplamento linear pelo traço mais fino das imagens inferiores.

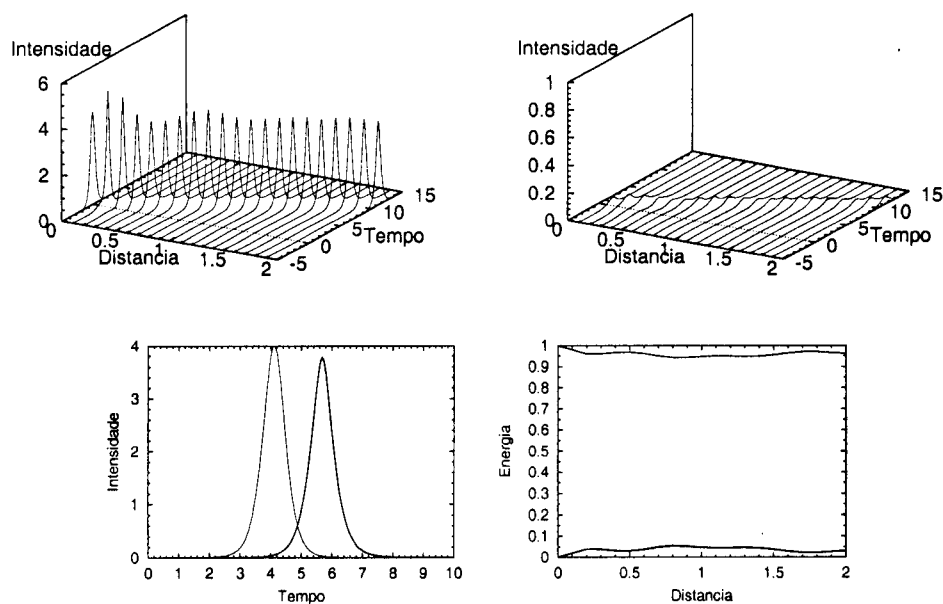


Figura 5.12: Distribuição temporal e de energia da comutação de um solitão num meio em que $K_\alpha = -0.5$ e $K_{DTO} = 0.15$, ao longo de dois períodos de acoplamento linear, e em que o acoplamento linear é $K_k = 0.25$. Comparação com o caso equivalente sem dispersão de terceira ordem, representado no segundo canal ao fim de um período de acoplamento linear pelo traço mais fino da imagem inferior direita.

significativa, então sim o impulso é distorcido, e é possível observar uma onda dispersiva (com menor intensidade) que se afasta no tempo, e por isso poderá sofrer o efeito do acoplamento de maneira distinta que o impulso principal: se a potência crítica do dispositivo for apropriada, a onda dispersiva acaba por ser comutada, enquanto que o impulso principal não.

5.4 Comutação auxiliada

Outra maneira de controlar a comutação de um impulso entre canais de um acoplador é a introdução de um segundo impulso - de controlo - no canal oposto, como foi visto no capítulo 3. Através de variações de fase e de potência relativas é possível obter condições propícias à distinção clara entre comutação e não comutação. Com a introdução do efeito da dispersão não-linear, as características de comutação discutidas no capítulo 3 são alteradas.

As figuras 5.13 e 5.14 mostram o controlo da comutação de um impulso de dados através da variação da fase relativa entre este e um impulso de controlo, cuja potência de pico é 15 vezes inferior à potência do impulso de dados, e para as quais a relação entre a constante de acoplamento K_k e a potência do impulso η^2 é 0.15.

Esta situação de comutação / não comutação é semelhante à do capítulo 3, figuras 3.19 e 3.20. Quando ambos impulsos - de controlo e de dados - têm a mesma fase, a comutação não acontece, a maior parte da energia fica no canal de dados inicial; quando a diferença de fase entre os dois impulsos é 0.4π , o impulso de dados é comutado para o outro canal ao fim de um período de acoplamento linear, onde a maior parte da energia se encontra. A diferença entre as figuras 5.13 e 5.14 e as figuras 3.19 e 3.20 é a dispersão não-linear: tanto no caso de comutação como no caso de não comutação, quanto maior é a intensidade dos impulsos, mais atrasados estes são. Além desta diferença, as características de comutação são alteradas, como é visto mais à frente.

5.5 Características de comutação

Para ser possível a comutação controlada de um impulso de um canal de um dispositivo para outro, é necessário conhecer o ponto - ou região - que define a fronteira entre os dois estados possíveis do impulso à saída do dispositivo:

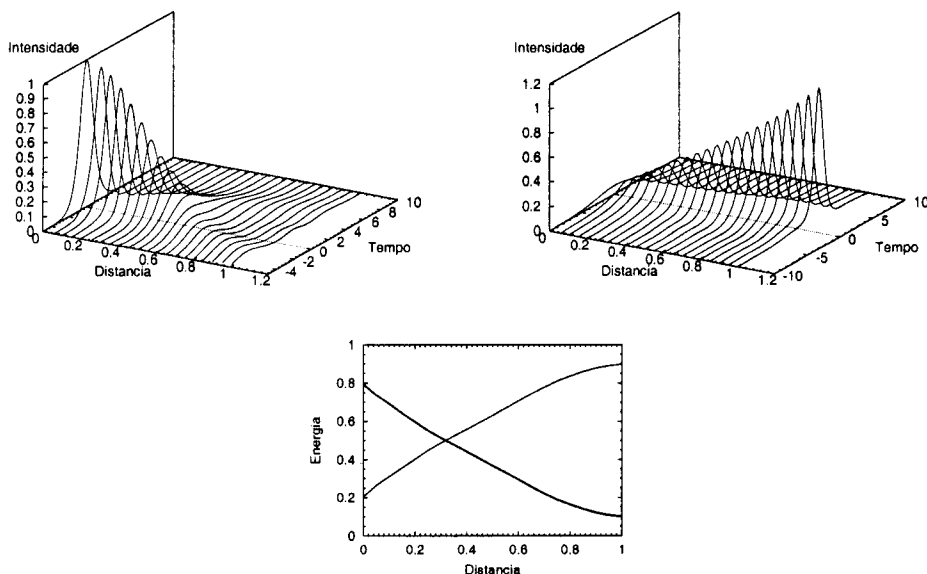


Figura 5.13: Intensidade e energia relativas da comutação de um solitão de dados de um canal para o outro sob o efeito da DNL, devido à fase relativa do solitão de controle. Os parâmetros são $\phi = 0.4\pi$, $r = 15$, $K_k/\eta^2 = 0.15$ e $K_\alpha = -1$, em unidades de distância relativas ao período de acoplamento linear.

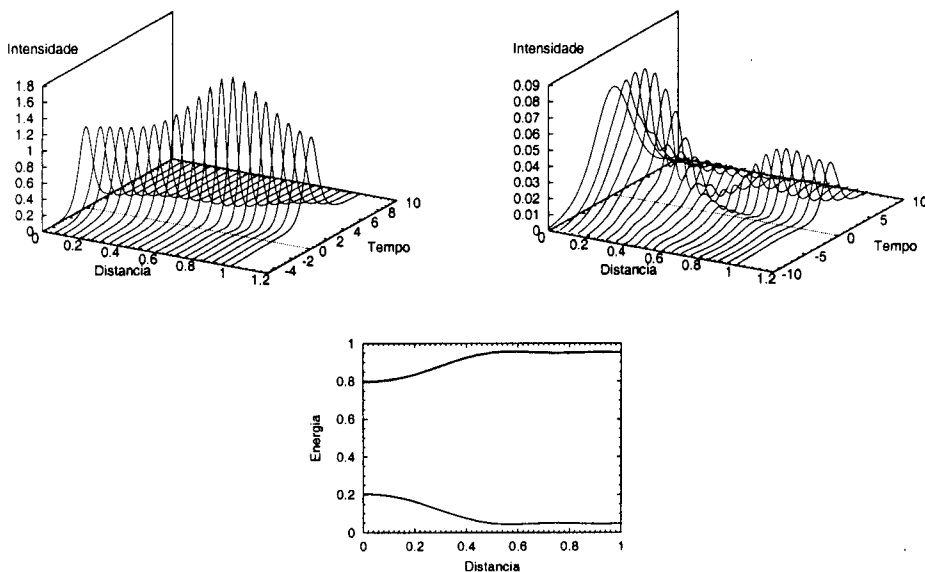


Figura 5.14: Semelhante à figura 5.13, excepto a fase relativa $\phi = 0$, que impede a comutação do solitão para o outro canal.

comutado ou não comutado.

A transmissão, definida na equação 3.21 como a razão entre a energia que se encontra no primeiro canal, num determinado ponto da propagação, e a energia total, de ambos os canais, é uma medida da presença de um dado estado, ou seja, uma medida do grau de comutação ou não comutação do impulso que se introduziu no início do dispositivo e que se espera no fim deste. Esta medida só será útil se a variação da transmissão com um determinado parâmetro - por exemplo a potência do impulso ou a constante de acoplamento linear - apresentar transições suficientemente acentuadas e valores máximos e mínimos o mais afastados quanto possível uns dos outros. Só assim será possível variar o parâmetro e obter estados suficientemente distintos.

Para esta variação da transmissão com um determinado parâmetro, é definido o valor crítico como o valor do parâmetro para o qual a transmissão é 0.5 - capítulo 3 -, e que portanto define com um grau de certeza variável o ponto de fronteira entre os dois estados à saída do dispositivo. É assim possível representar a variação deste parâmetro crítico - e portanto do ponto de fronteira entre os dois estados - com a intensidade de diversos efeitos, como por exemplo a dispersão não-linear, e caracterizar desta maneira os dispositivos.

Para isto são apresentados de seguida alguns exemplos de transmissão em função de diversos parâmetros, tanto para auto-comutação como para comutação auxiliada. É também apresentado o resultado numérico da variação do ponto crítico - potência crítica ou constante de acoplamento linear crítica - de um acoplador em que a dispersão não-linear não é desprezável, em função do parâmetro que representa a DNL.

5.5.1 Transmissão com DNL variando a constante de acoplamento linear

A variação da transmissão com a constante de acoplamento linear num meio com dispersão não-linear é bastante semelhante à mesma variação sem DNL, mostrada na figura 3.14. Um exemplo desta variação é mostrada na figura 5.15, onde o parâmetro de DNL, K_α , é igual a -0.5 .

Observam-se as mesmas duas zonas distintas da figura 3.14, uma de transmissão quase nula e outra de transmissão quase unitária, correspondendo respectivamente aos dois estados de comutação e de não comutação, e que

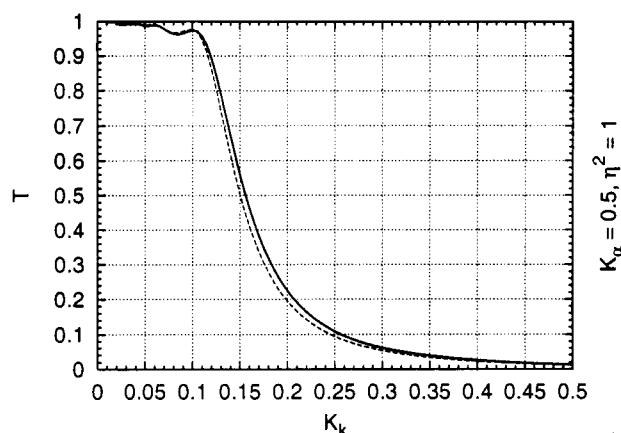


Figura 5.15: Transmissão de um solitão fundamental (para $\xi = \xi_B$) em função da constante de acoplamento linear normalizada para $K_\alpha = -0.5$ (traço cheio) e para $K_\alpha = 0$ (a tracejado, igual aos resultados numéricos da figura 3.14 para $\eta^2 = 1$).

são separadas por uma transição relativamente acentuada. Esta transição é simbolizada pelo ponto de constante de acoplamento crítica, para a qual a transmissão é igual a 0.5.

Assim, um impulso que se propague num dispositivo com constante de acoplamento normalizada inferior a, digamos, 0.12, verá a sua energia conservar-se maioritariamente no canal inicial à saída do dispositivo, enquanto que o mesmo impulso verá a sua energia transferir-se quase completamente para o outro canal à saída do dispositivo, se este dispositivo tiver uma constante de acoplamento superior a, digamos também, 0.25.

Por comparação com o caso sem DNL, nota-se um aumento do valor da constante de acoplamento crítica. Isto pode ser explicado através do balanço entre o acoplamento linear e os efeitos não-lineares. Assim, a introdução de DNL é um aumento da não-linearidade, que deve ser contrabalançada por um aumento do acoplamento linear para que o ponto de funcionamento seja mantido, tendo em vista a explicação da secção 3.2.2: a DNL introduz uma diferença de fase entre os campos dos dois canais, que diminui o acoplamento de energia; para que este se mantenha, é necessário aumentar a constante de acoplamento. Assim sendo, pois, percebe-se que o ponto crítico varie com a variação da dispersão não-linear.

5.5.2 Normalização em função da potência relativa

Como foi referido na secção 5.3, quando se tem em conta a dispersão não-linear, variar a potência de pico do solitão não é equivalente a variar a constante de acoplamento linear do dispositivo em questão, devido precisamente à dependência da DNL com a potência do solitão.

Assim, convém pôr em evidência esta dependência na equação de propagação, de modo a facilitar a interpretação dos resultados dela obtidos e do significado dos seus parâmetros. Variar a potência P_0 do solitão implica variar a sua largura através de T_0 , para o manter como solitão, e implica variar os parâmetros associados aos termos de acoplamento linear e de dispersão não-linear. Ora para os valores dos parâmetros dos termos de DVG, Kerr e acoplamento não-linear, esta variação simultânea de P_0 e T_0 não tem implicação alguma, já que as variações de P_0 cancelam as variações de T_0^2 , como pode ser visto das equações 5.3 e 5.5. O mesmo não se passa para os valores dos parâmetros dos termos de acoplamento linear e de dispersão não-linear: por exemplo, o aumento da potência de pico P_0 do solitão simultaneamente com uma diminuição equivalente de T_0^2 leva a um aumento do parâmetro de dispersão não-linear K_α , igual à variação de $\sqrt{P_0}$ (como pode ser visto na equação 5.6), e a uma diminuição do valor do parâmetro de acoplamento linear K_k , igual à variação de T_0^2 (como pode ser visto na equação 5.4).

Uma maneira de conseguir pôr em evidência esta dependência é introduzir a potência relativa η^2 , fracção da potência de referência P_0 , que define a nova potência de pico do impulso (igual a $\eta^2 P_0$). Todos os termos da equação ficam assim definidos em relação à distância característica da DVG que corresponde à nova largura T_0/η , e o efeito no valor dos parâmetros dos termos da equação causado pela variação de potência η^2 e de largura $1/\eta$ (relativas à potência de referência P_0 e à largura de referência T_0) fica restrito explicitamente aos termos de acoplamento linear e de dispersão não-linear, como foi explicado no parágrafo anterior. Do impulso U - normalização de A em relação a $\sqrt{P_0}$ definida na equação B.9 -, obtém-se o impulso u , mostrado na expressão seguinte, e também a correspondente variável temporal normalizada τ' .

$$U_i(\xi, \tau) = \eta u_i(\xi, \tau') \quad (5.7)$$

$$\tau' = \eta \tau \quad (5.8)$$

Resulta da introdução desta expressão para a forma do impulso na equação de propagação 5.2 a equação seguinte, para solitões fundamentais ($N^2 = 1$ e $\text{sgn}(\beta_2) = -1$), onde é evidenciada a dependência da equação com a potência

relativa η^2 . A nova variável que representa a distância, $\xi' = \eta^2 \xi$, é normalizada em relação à nova distância característica da DVG.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_m(\tau', \xi')}{\partial \xi'} = & +j \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_m(\tau', \xi')}{\partial \tau'^2} + j |u_m(\tau', \xi')|^2 u_m(\tau', \xi') + \\ & + j K_\sigma |u_n(\tau', \xi')|^2 u_m(\tau', \xi') + j \frac{1}{\eta^2} K_k u_n(\tau', \xi') + \\ & + \eta K_\alpha |u_m(\tau', \xi')|^2 \frac{\partial u_m(\tau', \xi')}{\partial \tau'} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Em termos absolutos, é possível definir novos parâmetros associados aos termos de acoplamento linear e de dispersão não-linear, K'_k e K'_α , dependentes da potência relativa η^2 , bem como a equação de propagação que lhes está ligada, como é feito nas equações seguintes.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_m(\tau', \xi')}{\partial \xi'} = & +j \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_m(\tau', \xi')}{\partial \tau'^2} + j |u_m(\tau', \xi')|^2 u_m(\tau', \xi') + \\ & + j K_\sigma |u_n(\tau', \xi')|^2 u_m(\tau', \xi') + j K'_k u_n(\tau', \xi') + \\ & + K'_\alpha |u_m(\tau', \xi')|^2 \frac{\partial u_m(\tau', \xi')}{\partial \tau'} \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$K'_k = \frac{1}{\eta^2} K_k \quad (5.11)$$

$$K'_\alpha = \eta K_\alpha \quad (5.12)$$

5.5.3 Transmissão com DNL variando a potência relativa

Para o caso em que se dispõe de um dispositivo com determinadas características físicas e se consegue variar a potência do solitão fundamental que se introduz num dos canais do dispositivo, pode pensar-se na variação da transmissão em função da potência relativa do solitão para caracterizar o dispositivo em termos de comutação, num processo semelhante ao da secção 5.5.1.

A diferença entre esta situação e a descrita na secção 5.5.1 reside no facto de que, ao variar a constante de acoplamento (como é feito nessa secção), o parâmetro associado ao termo de dispersão não-linear fica constante (a influência da dispersão não-linear na equação de propagação não se altera, há apenas a variação da influência do termo de acoplamento linear), enquanto

que ao variar a potência (como será feito nesta secção) não só se altera o parâmetro associado ao termo de acoplamento linear (variando a influência deste termo, tal como no caso da secção 5.5.1), mas também o parâmetro associado ao termo de dispersão não-linear (o que é obvio, já que esta dispersão é não-linear). Altera-se portanto a influência do termo de dispersão não-linear na equação de propagação, o que faz com que estas duas situações - variação da constante de acoplamento linear e variação da potência relativa - deixem de ser equivalentes.

A figura 5.16 representa a variação da transmissão em função da potência relativa η^2 de um solitão fundamental num dispositivo para o qual $K_k = 0.25$ e $K_\alpha = -0.5$. Estes parâmetros representam a relação entre os parâmetros físicos de acoplamento linear e de dispersão não-linear e a potência P_0 e largura T_0 de referência do solitão fundamental. Nesta figura estão também representados os valores dos parâmetros associados aos termos de acoplamento linear (K'_k) e dispersão não-linear (K'_α) na equação de propagação 5.10, calculados a partir de K_k , K_α e η pelas equações 5.11 e 5.12.

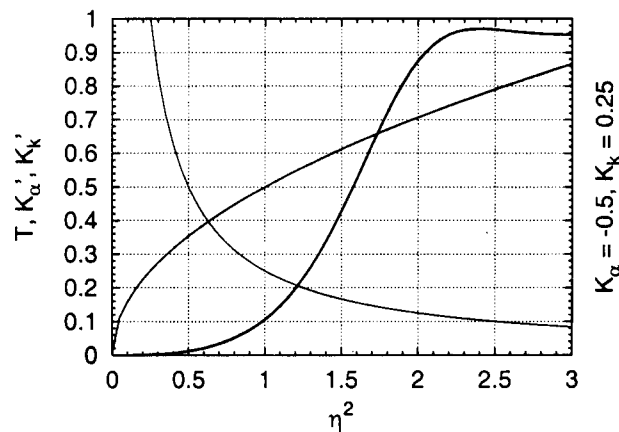


Figura 5.16: Variação da transmissão e dos parâmetros K'_α e K'_k (para $\xi = \xi_B$, e do traço mais espesso para o mais fino) em função da potência relativa de um solitão fundamental que se propaga num acoplador, com dispersão não-linear e em que $K_k = 0.25$ e $K_\alpha = -0.5$.

O comportamento da transmissão em função da potência relativa é simples, no quadro já referido da distinção entre comutação e não comutação. Para potências relativas pequenas, o solitão é quase completamente acoplado para o segundo canal, enquanto que para potências relativamente grandes pouca é a energia acoplada para o segundo canal. Na transição, define-se o ponto crítico, que corresponde para a figura 5.16 aproximadamente a

uma potência relativa $\eta_c^2 = 1.57$ (que determina os parâmetros $K'_k = 0.16$ e $K'_\alpha = 0.63$).

5.5.4 Variação do ponto crítico com a DNL

As secções anteriores mostraram alguns exemplos da variação da transmissão com a potência do impulso ou com a constante de acoplamento linear, para um valor fixo da dispersão não-linear do meio.

Nesta secção é mostrada a variação do ponto crítico em função da potência, da constante de acoplamento linear e da dispersão não-linear, baseada em resultados numéricos obtidos através da equação 5.10.

Para cada valor de K'_α , foi determinado o valor de K'_k para o qual a energia no final do dispositivo é igual a metade da energia total introduzida no início do dispositivo, ou seja, foi determinado qual o valor de K'_k para o qual a transmissão é igual a 0.5. Este é o conjunto de pontos para o qual os valores de potência, acoplamento linear e dispersão não-linear são limiares, ou críticos. Esta curva é mostrada na figura 5.17 a traço espesso.

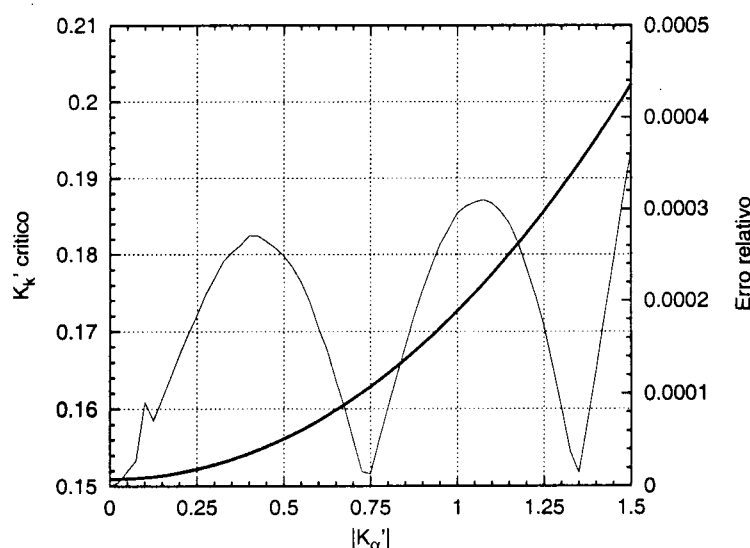


Figura 5.17: Resultados numéricos obtidos para a variação da constante de acoplamento normalizada crítica K'_{kc} em função da constante de dispersão não-linear normalizada K'_α , a traço espesso. A traço fino, o erro relativo da função analítica apresentada no texto que modela esta mesma variação, dentro dos limites de K'_α do gráfico.

Observa-se nesta curva um aumento de K'_k crítica com o aumento de K'_α . Ou seja, por um lado, o aumento da dispersão não-linear através do aumento de K_α - mantendo η^2 constante - faz com que a não-linearidade total aumente e com que seja portanto acoplada menos energia para o outro canal, aumentando o valor crítico da constante de acoplamento linear. Por outro lado, um aumento da potência η^2 sem alteração da dispersão não-linear K_α , além de aumentar os efeitos não-lineares através de K'_α - equação 5.12 -, diminui a influência do termo de acoplamento linear na equação de propagação, já que K'_k depende inversamente da potência η^2 - equação 5.11 -, o que faz com que o valor crítico da constante de acoplamento linear também aumente. Quando a dispersão não-linear é desprezável - $K_\alpha = 0$ - a situação é idêntica à do capítulo 3, figura 3.14. K'_k é aproximadamente igual a 0.151, como pode ser visto da figura 5.17 e na figura 3.14.

Foi escolhida uma função analítica para representar a variação numérica de K'_{kc} em função de K'_α , um polinómio de terceira ordem mostrado na equação seguinte.

$$K'_{kc} \simeq 0.151 + 1.973 \cdot 10^{-2} |K'_\alpha|^2 + 2.040 \cdot 10^{-3} |K'_\alpha|^3 \quad (5.13)$$

A figura 5.17 apresenta, além da relação numérica entre K'_{kc} e K'_α a traço espesso, o erro relativo inerente à substituição desta relação numérica pela função 5.13, a traço fino. Na gama de valores de K'_α para a qual os resultados numéricos foram obtidos, o erro relativo é inferior a $5 \cdot 10^{-4}$.

Expandindo as variáveis K'_{kc} e K'_α em função de K_k , K_α e η^2 (equações 5.11 e 5.12), obtém-se a relação tridimensional da figura 5.18. Esta relação está limitada aos intervalos de K'_{kc} e K'_α para os quais a figura 5.17 foi obtida. Assim, e sendo a expansão destas variáveis para as variáveis K_k , K_α e η^2 não-linear, haverá uma região do espaço (K_k, K_α, η^2) para a qual a nenhum ponto foi numericamente determinado, pois não há correspondência entre estas coordenadas e a gama de valores de K'_{kc} e K'_α para qual o ponto crítico foi determinado. A expansão de K'_{kc} e K'_α permite perceber melhor o efeito da variação da potência na definição do estado de comutação ou não comutação de um determinado dispositivo. Assim, para um valor de dispersão não-linear desprezável ($K_\alpha = 0$), a variação da constante de acoplamento crítica com a potência relativa é igual à da figura 3.13 do capítulo 3, nomeadamente através da equação 3.31. É portanto linear a relação entre η^2 e K_k : para $\eta^2 = 1$, $K_k \simeq 0.15$, e para $\eta^2 = 10$, $K_k \simeq 1.5$, como pode ser visto aproximadamente na figura 5.18. À medida que o valor de K_α aumenta, esta relação deixa de ser linear. Quanto maior for a dispersão não-linear, maior deverá ser a constante de acoplamento linear, ou menor terá de ser a potência, para que

se obter o mesmo ponto de funcionamento crítico.

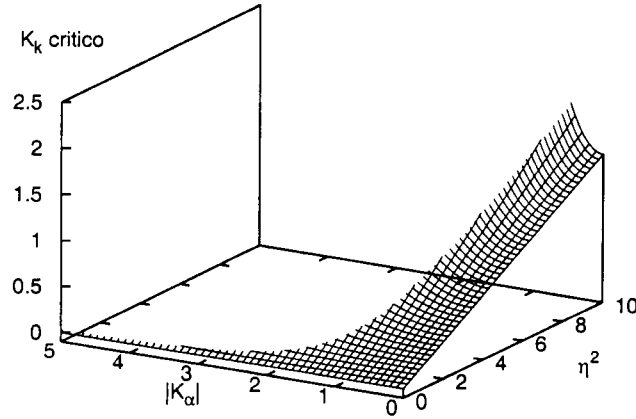


Figura 5.18: Variação da constante de acoplamento crítica K_{kc} com a constante de dispersão não-linear K_α e a potência relativa η^2 de um solitão fundamental, expandida da relação entre K_{kc}' e K_α' da figura 5.17.

A figura 5.19 particulariza a relação entre a constante de acoplamento linear crítica K_{kc} e a potência relativa η^2 para determinados valores de K_α .

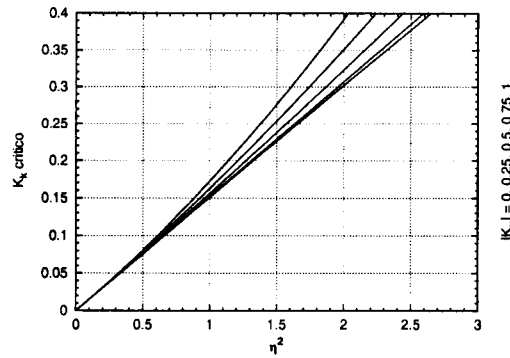


Figura 5.19: Variação da constante de acoplamento crítica K_{kc} com a potência relativa η^2 de um solitão fundamental para determinados valores da constante de dispersão não-linear K_α . $|K_\alpha| = 0, 0.25, 0.5, 0.75$ e 1

A variação do ponto de funcionamento crítico com a constante de acoplamento linear, com a constante de dispersão não-linear e com a potência do

impulso permite auxiliar o correcto dimensionamento de um dispositivo que comuta solitões e para o qual a dispersão não-linear tenha que ser tomada em conta. A potência dos solitões fundamentais que devem ser comutados é facilmente determinada a partir desta relação, bem como a dos que não devem ser comutados, em vista por exemplo do funcionamento de uma rede de dispositivos funcionando em auto-comutação.

5.5.5 Comutação auxiliada

Na secção 5.4 foi apresentado um exemplo de controlo da comutação através da fase relativa entre o solitão de dados e um solitão de controlo, num dispositivo em que a dispersão não-linear não é desprezável. A fase relativa utilizada para distinguir as duas situações - comutação e não comutação - foi baseada na fase relativa utilizada no capítulo 3, que para aquela situação - sem dispersão não-linear, com a relação de potências r igual a 15 e com a potência relativa do solitão de dados igual a $6.6K_k$ - se apresentava como a fase para a qual a transferência de energia na situação de comutação era máxima.

No entanto, a introdução de dispersão não-linear altera a variação da transmissão com a fase relativa do impulso de controlo, como pode ser visto na figura 5.20.

Para o limite de $K_\alpha = 0$, a forma é semelhante à da figura 3.18 com $r = 15$. Depois, com o aumento de K_α , o valor máximo de energia transferida para o outro canal diminui, e o valor da fase para o qual este acontece aumenta. Assim, para se obter um resultado melhor, a fase do impulso de controlo da figura 5.13 deveria ser 0.45π , em vez de 0.4π . O valor mínimo de energia que é transferida para o outro canal, que para o caso em que a dispersão não-linear é desprezável corresponde a um intervalo de fases de $\pm 0.2\pi$, também aumenta com o aumento de K_α , o mesmo se passando com a largura do intervalo de mínima transferência.

Ou seja, para o caso em que $r = 15$ e $\eta^2 = 6.6K_k$, o aumento da dispersão não-linear prejudica a distinção clara entre comutação e não comutação. Apesar das zonas de máxima e mínima transferência de energia para o outro canal serem mais amplas, o que beneficia o leque de valores possíveis para a fase relativa do solitão de controlo e torna a alteração do estado do comutador menos sensível a variações desta resultantes de ruído, a diferença entre os valores máximo e mínimo de transferência de energia é diminuída. Ora esta diminuição é prejudicial para a completa transferência de energia ou comple-

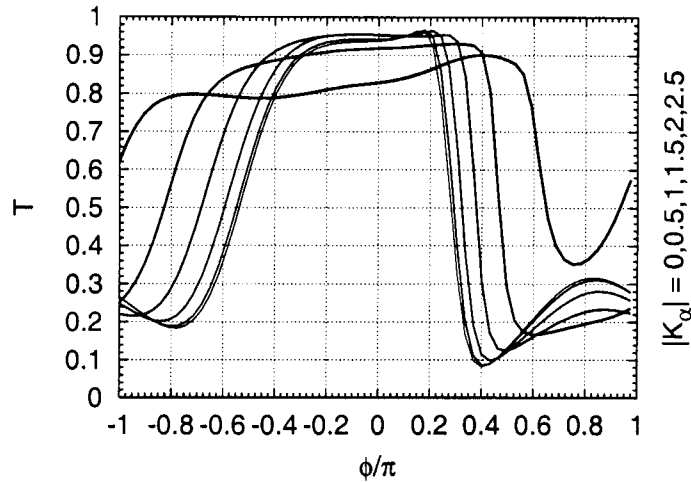


Figura 5.20: Transmissão de solitões fundamentais num dispositivo com dispersão não-linear e cujo comprimento é equivalente a um período de acoplamento linear, em função da fase relativa do solitão de controlo, para vários valores da constante de dispersão não-linear K_α . $|K_\alpha| = 0, 0.5, 1, 1.5, 2$ e 2.5 , do traço mais fino para o mais espesso.

ta manutenção de energia nos canais do dispositivo, e para a clara distinção entre estado comutado e estado não comutado à saída do dispositivo.

5.6 Conclusão

Neste capítulo foram combinados os conceitos introduzidos nos capítulos anteriores, nomeadamente a propagação de solitões em fibras ópticas, a comutação de solitões em fibras de núcleo duplo e o efeito da dispersão não-linear na propagação de solitões em fibras ópticas, com o propósito de estudar a propagação, o acoplamento e a comutação de solitões em fibras de núcleo duplo sob o efeito da dispersão não-linear.

Foram apresentadas as equações de propagação acopladas que descrevem a evolução dos impulsos no tempo e no espaço, muito semelhantes às equações anteriormente introduzidas e que descrevem os efeitos de dispersão da velocidade de grupo, de Kerr, de acoplamento linear e não-linear e de dispersão não-linear.

Para dar uma ideia do comportamento dos impulsos ao longo da propagação num acoplador em que a dispersão não-linear não é desprezável, foram mostrados vários conjuntos de casos em que é possível, através da variação de

um parâmetro, comutar a saída do acoplador, tanto para a auto-comutação como para a comutação auxiliada. A influência da dispersão não-linear é mínima na forma dos impulsos, sendo o seu efeito notado em algumas situações no atraso que esta impõe aos impulsos suficientemente intensos. Foram também mostrados exemplos do efeito da dispersão de terceira ordem na comutação de impulsos sob a dispersão não-linear, evidenciando a distorção ou não dos impulsos devida a este efeito.

Finalmente, foram estudadas as características de comutação para os vários casos mostrados nas secções prévias, variando os valores dos parâmetros de controlo e registando a variação da comutação, tanto para a auto-comutação como para a comutação auxiliada. Foram obtidos resultados numéricos para a variação do ponto de funcionamento crítico de um dispositivo acoplador, em função da sua constante de acoplamento linear, da dispersão não-linear que este impõe ao impulso e da potência de pico do impulso.

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas de trabalho futuro

O objectivo do trabalho que levou à realização desta Tese foi o domínio de conhecimentos na área da propagação não-linear de impulsos, em particular de envolventes solitónicas de portadoras ópticas em guias de onda dieléctricos. Este estudo envolveu a propagação de solitões em fibras ópticas, o acoplamento e comutação de solitões em fibras de núcleo duplo e a propagação de solitões sob o efeito da dispersão não-linear. Além deste estudo de base, que serviu de alicerce, foi introduzida e analisada a comutação de solitões em fibras de núcleo duplo sob o efeito da dispersão não-linear. No contexto das comunicações, serve este trabalho para tentar encontrar novas soluções que levem a uma maior e melhor distribuição da informação, nas suas vertentes de débito e de encaminhamento.

Foi então apresentada no capítulo 2 uma visão geral sobre a propagação de solitões em fibras ópticas. Foi explicada a génese destes, como equilíbrio entre a dispersão anómala da velocidade de grupo e a auto-modulação de fase, ou efeito de Kerr óptico, aplicados a um impulso com a forma de uma secante hiperbólica. Os solitões, por não sofrerem dispersão temporal, encontram-se melhor colocados para transmitir grandes quantidades de informação através de longas distâncias do que impulsos dimensionados sem ter em conta o efeito da dispersão da velocidade de grupo nem o da auto-modulação de fase. Foi referido um método analítico (*IST*) que permite a resolução da equação de Schrödinger não-linear, equação que descreve a propagação de impulsos sob o efeito conjunto da dispersão da velocidade de grupo e da auto-modulação de fase, e as suas soluções fundamental e de ordem superior.

Através da *IST* é possível concluir que um solitão de ordem superior é uma combinação de solitões fundamentais com diferentes amplitudes mas com a mesma velocidade, e oscilam periodicamente ao longo da propagação.

Por fim introduziram-se novos efeitos na equação de propagação, perturbações que alteram o comportamento solitónico dos impulsos: dispersão linear de terceira ordem, efeito Raman e auto-inclinação. Na ausência de dispersão da velocidade de grupo, a dispersão de terceira ordem cria condições para que parte da energia de uma secante hiperbólica se propague como um solitão; no entanto, na presença da dispersão da velocidade de grupo, a dispersão de terceira ordem destrói o solitão, transferindo-lhe a energia para uma onda dispersiva. O efeito Raman transfere energia das frequências mais elevadas do impulso para as frequências mais baixas, havendo portanto variação da velocidade de grupo ao longo da propagação devida à dispersão da velocidade de grupo. A auto-inclinação toma em conta a variação da polarização do meio com o tempo, através da primeira derivada da polarização Kerr e como o nome indica faz com que o impulso se incline, ou em condições de fraca auto-inclinação, com que a velocidade de grupo do impulso seja alterada.

No capítulo 3 foram estudados o acoplamento e a comutação de solitões entre dois canais de um acoplador direccionado não-linear - uma fibra óptica de núcleo duplo - em que os efeitos em cada canal são a dispersão da velocidade de grupo e a auto-modulação de fase. Para chegar à comutação de solitões, partiu-se do acoplamento linear e não-linear de feixes de ondas electromagnéticas, que exibem comportamento não-linear e características de comutação, com um ponto crítico que define muito bem o estado comutado e o estado não-comutado. Comparou-se depois, com a transmissão de feixes de ondas, a transmissão de impulsos sem dispersão em função da potência do feixe, exibindo esta uma fraca distinção entre estado comutado e estado não-comutado, como reflexo da desintegração do impulso por comutação incompleta.

A comutação de solitões surge como solução para a desintegração por comutação incompleta e por dispersão temporal. Observou-se que estes se comportam como partículas, na medida em que a sua forma não é significativamente alterada pelo acoplamento. Referiram-se os estados solitónicos de um acoplador, como estados finais de qualquer distribuição de intensidade inicial no acoplador, justificando as oscilações que permitem a comutação nos primeiros momentos da propagação, isto é, para poucos períodos de acoplamento linear.

Foram estudadas a auto-comutação, baseada na relação entre a potência de pico do solitão e a magnitude do acoplamento entre canais, e a comutação

auxiliada, baseada na fase de um solitão de controlo relativamente à fase do solitão de dados. Ambas técnicas mostraram ser úteis para o controlo do destino de um impulso através de uma rede de comunicação, embora com a auto-comutação seja impossível um encaminhamento dinâmico através da rede, pois a comutação é apenas função das características do impulso de dados e do dispositivo comutador, ao contrário da comutação auxiliada em que o impulso de controlo permite mais um grau de liberdade. Foi mostrado que o termo de acoplamento não-linear aumenta o valor da potência crítica do dispositivo, por comparação com o acoplamento que é apenas linear.

A propagação de impulsos muito curtos através da escolha de um valor para a frequência do campo ligeiramente inferior a metade da banda proibida do meio, descrita no capítulo 4, implica a introdução de um termo de dispersão não-linear. Este termo introduz assimetria espectral e auto-inclinação temporal à medida que o impulso se propaga, o que reflecte o comportamento observado em algumas situações experimentais.

Foi descrita a absorção de dois fotões e a implicação que a proximidade de uma região espectral onde esta é predominante tem para as propriedades não-lineares do material. Como exemplo de um material que permite a propagação nestas condições, foram analisadas algumas das propriedades de uma estrutura de pontos quânticos, em função do comprimento de onda do campo electromagnético. Observou-se um máximo relativo do índice de refração não-linear desta estrutura para uma energia do fotão do campo eléctrico um pouco superior a metade da banda proibida, e um aumento considerável do mesmo quando comparado com o índice de refração não-linear do material sem pontos quânticos para uma energia do fotão ligeiramente inferior à energia proibida do material. Concluiu-se que a região espectral para a qual a relação entre o índice de refração não-linear e a absorção é melhor, é exactamente para uma energia do fotão ligeiramente inferior à energia proibida do meio.

Foi depois deduzida a expressão para a polarização de terceira ordem associada à dispersão não-linear, bem como a equação de propagação que modela a propagação de um impulso nestas condições. O termo de polarização associado à dispersão não-linear é proporcional ao produto da derivada do campo eléctrico pelo quadrado do módulo do mesmo, e o seu efeito é o de alterar em função da distribuição de intensidade do impulso a sua velocidade de grupo, portanto de maneira não-linear.

Foram apresentados diferentes casos de propagação sob o efeito da dispersão não-linear, nomeadamente: propagação sem dispersão linear, onde se apercebem os efeitos de auto-inclinação do perfil temporal e de assimetria do espectro modulado pelo efeito Kerr; propagação de um solitão funda-

mental sob o efeito da dispersão não-linear, notando que a auto-inclinação é substituída pela alteração da velocidade de grupo, já que a dispersão da velocidade de grupo compensa, introduzindo trinado apropriado, a dispersão não-linear de maneira a que o impulso se propague em equilíbrio; e propagação de solitões de ordem superior, onde os solitões fundamentais que os constituem são separados no tempo devido às diferentes velocidades que a dispersão não-linear lhes impõe, propagando-se no entanto cada um em equilíbrio pela compensação da variação da velocidade de grupo que os dois efeitos - dispersão da velocidade de grupo e dispersão não-linear - provocam. Este comportamento dos solitões de ordem superior foi explicado recorrendo ao método da *IST*, em que cada solitão fundamental que compõe o solitão de ordem superior tem, sob o efeito da dispersão não-linear, além de amplitudes diferentes, velocidades diferentes.

O capítulo 5 refere-se a trabalho feito sobre o estudo base já referido, conjugando os conceitos de acoplamento e de dispersão não-linear no contexto da propagação de solitões ópticos. Foram apresentados exemplos de controlo da comutação sob o efeito da dispersão não-linear num dispositivo de comprimento equivalente ao período de acoplamento linear, demonstrando a viabilidade deste: auto-comutação por variação da constante de acoplamento linear, por exemplo através da propagação em diferentes acopladores; auto-comutação por variação da potência de pico do solitão; e comutação auxiliada por variação da fase de um solitão de controlo relativamente à fase do solitão de dados. As duas situações de auto-comutação (por variação da constante de acoplamento linear e por variação da potência do solitão), que para o caso em que a dispersão não-linear é desprezável são equivalentes, já não o são aqui, pelo facto de a dispersão não-linear ser diferente nas duas situações: variar a constante de acoplamento não altera a dispersão não-linear, mas alterar a potência do solitão já o faz, uma vez que esta é, como o nome indica, não-linear.

Para solitões fundamentais da *NLS* de reduzida potência de pico ou propagando-se em acopladores com uma grande constante de acoplamento, o efeito da dispersão não-linear no acoplamento é reduzido: o atraso é negligenciável e praticamente não há alterações à forma dos impulsos, quando comparados com os casos sem dispersão não-linear. Para solitões fundamentais da *NLS* de potência de pico elevada ou propagando-se em acopladores com reduzida constante de acoplamento, a dispersão não-linear já se faz sentir, atrasando o impulso, que não é comutado e portanto sofre o acumular do atraso no seu canal; mais uma vez a alteração da forma dos impulsos é desprezável.

Foi também mostrada a auto-comutação de um solitão de segunda or-

dem. Devido à diferenciação que a dispersão não-linear impõe às velocidades dos dois solitões fundamentais que constituem o solitão de segunda ordem, estes vão separar-se no tempo, e portanto cada um deles vai ser acoplado de maneira distinta. Assim, o solitão mais largo e com menor potência de pico será comutado, pois neste caso esta é menor que a potência crítica do dispositivo; por outro lado o solitão mais estreito e com maior potência de pico não será comutado, pois a sua potência de pico é superior à potência crítica do acoplador. É possível então separar a energia de um impulso com estas características em dois, com propriedades (largura e potência de pico) diferentes. Para outros valores dos parâmetros da dispersão não-linear e do acoplamento este pode já não ser o caso, resultando em geral na distorção e desintegração do impulso à medida que é acoplado.

Foi exemplificado o efeito da dispersão de terceira ordem no acoplamento sob o efeito da dispersão não-linear, e distinguiram-se exemplos, em função da intensidade do efeito da dispersão de terceira ordem, em que esta não distorce o impulso, apenas se junta à dispersão não-linear para aumentar os seus efeitos, e também situações em que isto já não ocorre, e em que a onda dispersiva que se forma é significativa e destrói o impulso ao fim do dispositivo acoplador.

Todos estes exemplos foram escolhidos tendo em conta uma determinada dispersão não-linear imposta pelo meio. Em complemento, foi estudada a variação do ponto de funcionamento crítico do dispositivo de comprimento equivalente ao período de acoplamento linear em função da dispersão não-linear. Para isto, começou por se mostrar a variação da transmissão em função da constante de acoplamento linear e, para fazer o mesmo em função da potência do solitão, normalizaram-se as equações de propagação em função da potência relativa, salientando a diferença de pontos de funcionamento crítico dos dispositivos em relação aos casos equivalentes sem dispersão não-linear. Obteve-se depois, numericamente e para a auto-comutação, a variação do ponto de funcionamento crítico do dispositivo em função da dispersão não-linear, relacionando a constante de acoplamento crítica normalizada pela potência relativa do solitão com a dispersão não-linear normalizada pela largura relativa do solitão. Esta variação aproxima-se de um polinómio crescente com o módulo da dispersão não-linear normalizada, de terceira ordem, tendo um valor não nulo em zero que corresponde ao ponto de funcionamento crítico no caso em que a dispersão não-linear é desprezável. Foi expandida esta variação para ter explicitamente em conta a potência relativa do solitão, e o resultado é o aumento do grau de não-linearidade na relação entre a constante de acoplamento e a potência relativa do solitão, quando se aumenta a dispersão não-linear. Sem dispersão não-linear, esta relação é linear, mas

com o aumento da dispersão não-linear torna-se cada vez mais não-linear.

Foi também mostrada a variação da transmissão, e portanto dos pontos de funcionamento críticos, para o acoplamento auxiliado em função da fase relativa entre o solitão de dados e o solitão de controlo. Para o caso exemplificado, observou-se uma diminuição da qualidade da comutação com o aumento da dispersão não-linear.

Fica por determinar com maior profundidade a relação entre a dispersão não-linear e o ponto de funcionamento crítico do dispositivo acoplador, nomeadamente para diferentes potências do solitão de dados e do solitão de controlo no caso da comutação auxiliada. Um estudo sobre a forma analítica que descreve a relação entre K_{k_c}' e K_{α}' seria também interessante.

Por averiguar fica o efeito nas características da auto-comutação e da comutação auxiliada da dispersão linear de ordem superior (em particular a dispersão de terceira ordem), o efeito do comportamento de solitões de ordem superior na comutação auxiliada e o efeito do acoplamento não-linear com dispersão não-linear.

Além destes estudos, ficam por explicitar outras utilizações possíveis e mais específicas do efeito da dispersão não-linear em acopladores, além do comutador de solitões muito curtos já referido, explorando talvez o atraso do impulso ao propagar-se no acoplador ou a distribuição dos solitões fundamentais de um solitão de segunda ordem pelos canais do dispositivo comutador.

Apêndice A

Dispersão Linear

No capítulo 2 é introduzido o fenómeno da dispersão linear, como combinação de vários efeitos físicos, por exemplo a dispersão cromática e a dispersão de guia de onda, que fazem variar a constante de propagação do campo eléctrico com a sua frequência. Neste apêndice é mostrada a variação de diversos parâmetros - de segunda e terceira ordem - que caracterizam a dispersão, em função do comprimento de onda. É assim possível caracterizar os vários termos da dispersão para uma fibra específica, desde que se conheçam algumas características desta.

A constante de propagação pode ser expandida em série de Taylor em torno da frequência central do impulso, ω_0 . Obtêm-se os parâmetros β_n , que servem para caracterizar as várias ordens de dispersão: velocidade de grupo (β_1), dispersão de velocidade de grupo (β_2), dispersão de terceira ordem (β_3), e outras de ordem mais elevada. As seguintes equações definem esta expansão.

$$\beta(\omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} \beta_n(\omega_0) (\omega - \omega_0)^n \quad (\text{A.1})$$

$$\beta_n(\omega_0) = \left. \frac{\partial^n \beta(\omega)}{\partial \omega^n} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (\text{A.2})$$

A dispersão $D(\lambda)$ e a dispersão de terceira ordem $S(\lambda)$ são definidas como derivadas - de primeira e segunda ordem - em relação ao comprimento de onda do inverso da velocidade de grupo do impulso, β_1 , como é mostrado nas equações que se seguem.

$$D(\lambda) = \frac{\partial \beta_1(\lambda)}{\partial \lambda} \quad (\text{A.3})$$

$$S(\lambda) = \frac{\partial D(\lambda)}{\partial \lambda} = \frac{\partial^2 \beta_1(\lambda)}{\partial \lambda^2} \quad (\text{A.4})$$

Os parâmetros de dispersão D e S e os parâmetros da expansão em série de Taylor da constante de propagação β_2 e β_3 podem ser relacionados da forma que se segue, baseada na derivada da frequência angular em relação ao comprimento de onda.

$$\frac{\partial \beta_n(\lambda)}{\partial \lambda} = \left(-\frac{2\pi c}{\lambda^2} \right)^n \frac{\partial \beta_n(\omega)}{\partial \omega} \quad (\text{A.5})$$

$$\beta_2(\lambda) = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} D(\lambda) \quad (\text{A.6})$$

$$\beta_3(\lambda) = \frac{\lambda^4}{4\pi^2 c^2} S(\lambda) \quad (\text{A.7})$$

Existem modelos analíticos que pretendem simular com um determinado grau de precisão a variação dos parâmetros de dispersão D e S com o comprimento de onda, para fibras com variadas composições. Esta variação com a composição da fibra é determinada através dos parâmetros λ_D (comprimento de onda para o qual a dispersão D é nula) e S_D . Um destes modelos é apresentado de seguida, para fibras monomodo convencionais e para fibras monomodo com dispersão deslocada [78].

Fibras monomodo convencionais (em que $\lambda_D = 1.31\mu\text{m}$ e $S_D = 0.092\text{ps} \cdot \text{km}^{-1} \cdot \text{nm}^{-2}$) :

$$D(\lambda) = \frac{\lambda S_D}{4} \left(1 - \frac{\lambda_D^4}{\lambda^4} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$S(\lambda) = \frac{S_D}{4} \left(1 + 3 \frac{\lambda_D^4}{\lambda^4} \right) \quad (\text{A.9})$$

Fibras monomodo com dispersão deslocada (em que $\lambda_D = 1.55\mu\text{m}$ e $S_D = 0.06\text{ps} \cdot \text{km}^{-1} \cdot \text{nm}^{-2}$) :

$$D(\lambda) = \frac{\lambda S_D}{20} \left(1 + 2 \frac{\lambda^2}{\lambda_D^2} \right) - \frac{S_D \lambda_D^4}{20 \lambda^3} \left(1 + 2 \frac{\lambda_D^2}{\lambda^2} \right) \quad (\text{A.10})$$

$$S(\lambda) = \frac{S_D}{20} \left(1 + 6 \frac{\lambda^2}{\lambda_D^2} \right) + \frac{S_D \lambda_D^4}{20 \lambda^4} \left(3 + 10 \frac{\lambda_D^2}{\lambda^2} \right) \quad (\text{A.11})$$

Através das equações A.6 e A.7 é possível determinar a variação dos parâmetros β_2 e β_3 com o comprimento de onda, como é feito de seguida para fibras monomodo convencionais e para fibras monomodo com dispersão deslocada, e que será útil para a correcta modelação dos termos de dispersão da velocidade de grupo (DVG) e de dispersão de terceira ordem (DTO).

Fibras monomodo convencionais:

$$\beta_2(\lambda) = -\frac{\lambda^3 S_D}{8\pi c} \left(1 - \frac{\lambda_D^4}{\lambda^4} \right) \quad (\text{A.12})$$

$$\beta_3(\lambda) = \frac{\lambda^4 S_D}{16\pi^2 c^2} \left(1 + 3 \frac{\lambda_D^4}{\lambda^4} \right) \quad (\text{A.13})$$

Fibras monomodo com dispersão deslocada:

$$\beta_2(\lambda) = -\frac{\lambda^3 S_D}{40\pi c} \left(1 + 2 \frac{\lambda^2}{\lambda_D^2} \right) + \frac{\lambda^2 S_D}{40\pi c} \frac{\lambda_D^4}{\lambda^3} \left(1 + 2 \frac{\lambda_D^2}{\lambda^2} \right) \quad (\text{A.14})$$

$$\beta_3(\lambda) = \frac{\lambda^4 S_D}{80\pi^2 c^2} \left(1 + 6 \frac{\lambda^2}{\lambda_D^2} \right) + \frac{\lambda^4 S_D}{80\pi^2 c^2} \frac{\lambda_D^4}{\lambda^4} \left(3 + 10 \frac{\lambda_D^2}{\lambda^2} \right) \quad (\text{A.15})$$

Apêndice B

Equação de Propagação

Neste apêndice são mostrados os passos necessários para se obter uma equação genérica de propagação de impulsos electromagnéticos num fibra óptica, isto é, para qualquer tipo de polarização não-linear do meio. Esta equação é depois particularizada para a equação de Schrödinger não-linear, *NLS*.

B.1 Equação de propagação genérica

Começa-se pela equação de onda, derivada das equações electromagnéticas de Maxwell, onde se identificam o campo eléctrico e a polarização do meio.

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, T) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, T)}{\partial T^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r}, T)}{\partial T^2}. \quad (\text{B.1})$$

O campo eléctrico tem uma parte rapidamente variável no tempo, à frequência ω_0 . Separando esta parte, obtém-se a parte lentamente variável no tempo, $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)$.

$$\vec{E}(\vec{r}, T) = \frac{1}{2} \left[\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, T) e^{-i\omega_0 T} + \vec{\mathcal{E}}^*(\vec{r}, T) e^{i\omega_0 T} \right] \quad (\text{B.2})$$

Escolhendo uma das componentes lentamente variáveis do campo eléctrico como eixo de projecção, chega-se a uma equação de onda para a parte lentamente variável do campo eléctrico, onde se desprezaram as derivadas deste em ordem ao tempo.

$$\nabla^2 \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, T) + \frac{\omega_0^2}{c^2} \left(\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, T) + \frac{1}{\epsilon_0} \vec{\mathcal{P}}(\vec{r}, T) \right) = 0 \quad (\text{B.3})$$

Na equação anterior pode isolar-se a permitividade relativa, como função da polarização e do campo eléctrico. $\Delta\epsilon_r$ é a variação da permitividade

devida a efeitos não-lineares.

$$\nabla^2 \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, T) + \bar{\epsilon}_r \frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, T) = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\bar{\epsilon}_r = \epsilon_r + \Delta\epsilon_r = \epsilon_r + \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\mathcal{P}_{NL}(\vec{r}, T)}{\mathcal{E}(\vec{r}, T)} \quad (\text{B.5})$$

O campo eléctrico lentamente variável no tempo pode separar-se em duas componentes: uma transversal e outra longitudinal e temporal.

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, T) = \vec{V} F(x, y) A(z, T) \exp(i\beta_0 z) \quad (\text{B.6})$$

A fase do campo - e em particular da sua parte temporal e transversal $A(z, T)$ - está relacionada com a frequência instantânea da forma que se segue.

$$A(z, T) = |A(z, T)| \exp^{-i\phi(T)} \quad (\text{B.7})$$

$$\omega(T) = \frac{\partial \phi(T)}{\partial T} \quad (\text{B.8})$$

A parte longitudinal e temporal do campo eléctrico lentamente variável no tempo pode normalizar-se em relação à potência de pico do impulso - ou em relação à potência total no dispositivo, no caso de propagação em acopladores -, como é feito de seguida.

$$U(z, T) = \frac{1}{\sqrt{P_0}} A(z, T) \quad (\text{B.9})$$

Inserindo a forma do campo eléctrico representada na equação B.6 na equação de onda B.4, obtêm-se duas equações. A equação transversal define o perfil transversal, e portanto modal, do campo (equação B.10), e a equação longitudinal é a equação de propagação (equação B.11). Ambas definem a constante de propagação efectiva $\bar{\beta}$.

$$\nabla_{xy}^2 F(x, y) + \left(\bar{\epsilon}_r \frac{\omega_0^2}{c^2} - \bar{\beta} \right) F(x, y) = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} [A(z, T) e^{i\beta_0 z}] = -\bar{\beta}^2 A(z, T) e^{i\beta_0 z} \quad (\text{B.11})$$

Fazendo algumas aproximações, como assumir que a variação em z é lenta - desprezando portanto a segunda derivada em ordem a esta variável - ou que $\Delta\bar{\beta} = \bar{\beta} - \beta_0 \ll \bar{\beta}$, chega-se a uma equação simplificada quando comparada com a equação B.11.

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = i\Delta\bar{\beta} A(z, T) \quad (\text{B.12})$$

Separando os efeitos lineares dos efeitos não-lineares na constante de propagação - $\bar{\beta} = \beta + \Delta\beta$ -, e expandindo em torno da frequência central ω_0 a constante de propagação linear, chega-se finalmente à equação que inclui o efeito dos termos não-lineares - através de $\Delta\beta$ e da polarização não-linear - e de todos os termos lineares dispersivos - dispersão de velocidade de grupo, dispersão de terceira ordem e ordens superiores. A variável $t = T - \frac{z}{v_g}$ acompanha a velocidade de grupo do impulso.

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = i\Delta\beta A(z, t) + i \sum_{n=2}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \beta_n \frac{\partial^{(n)} A(z, t)}{\partial t^n} \quad (\text{B.13})$$

O efeito da não-linearidade na constante de propagação é feito pela polarização não-linear através da variação não-linear da permitividade, como é mostrado na expressão seguinte.

$$\Delta\beta = \frac{\omega_0}{2n_0 c} \frac{\iint \Delta\epsilon_r |F(x, y)|^2 dx dy}{\iint |F(x, y)|^2 dx dy} \quad (\text{B.14})$$

Portanto, para se obter uma equação de propagação que modele um certo fenómeno não-linear, basta calcular a polarização não-linear que esse fenómeno causa e colocá-la na expressão anterior que define a variação da constante de propagação através da variação da permitividade. Uma vez esta obtida, basta inseri-la na equação B.13 e esta é a equação de propagação desejada.

B.2 Exemplo: a equação NLS

A NLS é obtida a partir da equação de propagação genérica descrita acima usando a polarização de Kerr e assumindo que a dispersão é suficientemente bem descrita apenas pela dispersão da velocidade de grupo. Seguem os passos para obter a NLS.

A polarização de Kerr para um campo com polarização linear em x é descrita pela expressão seguinte.

$$\mathcal{P}_{NL}(\vec{r}, T) = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi_{1111}^3(\omega) |\mathcal{E}(\vec{r}, T)|^2 \mathcal{E}(\vec{r}, T) \quad (\text{B.15})$$

A correspondente variação da permitividade relativa é, através da equação B.5:

$$\Delta\epsilon_r = \frac{3}{4} \chi_{1111}^3(\omega) |\mathcal{E}(\vec{r}, T)|^2. \quad (\text{B.16})$$

Inserindo esta expressão na equação B.14, obtém-se a variação da constante de propagação devida ao efeito Kerr, na expressão seguinte.

$$\Delta\beta = \frac{3\omega_0}{8n_0c} \chi_{1111}^3 \frac{\iint |F(x,y)|^4 dx dy}{\iint |F(x,y)|^2 dx dy} |A(z,T)|^2 = \gamma |A(z,T)|^2 \quad (\text{B.17})$$

Colocando esta expressão na equação de propagação B.13, e assumindo portanto que a dispersão da velocidade de grupo é a ordem mais alta da expansão da dispersão em torno da frequência ω_0 que tem relevância na situação física em causa, obtém-se a *NLS*, descrita em baixo também na sua forma normalizada, e na qual $\beta_2 < 0$.

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = i\gamma |A(z,t)|^2 A(z,t) - i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2} \quad (\text{B.18})$$

$$iu_\xi + |u|^2 u + \frac{1}{2} u_{\tau\tau} = 0 \quad (\text{B.19})$$

Bibliografia

- [1] John M. Senior. *Optical Fiber Communications - Principles and Practice*. International Series in Optoelectronics. Prentice Hall, second edition, 1992.
- [2] Akira Hasegawa and Frederick Tappert. Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion. *Appl. Phys. Lett.*, 23(3):142, August 1973.
- [3] A.L. Berkhoer and V.E. Zakharov. Self excitation of waves with different polarizations in nonlinear media. *Soviet Physics JTEP*, 31(3):486, September 1970.
- [4] D. Anderson. Variational approach to nonlinear pulse propagation in optical fibers. *Phys. Rev. A*, 27(6):3135, June 1983.
- [5] Akira Hasegawa and Yuji Kodama. *Solitons in Optical Communications*. Oxford Series in Optical and Imaging Sciences. Clarendon Press, Oxford, 1995.
- [6] Akira Hasegawa and Frederick Tappert. Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion. *Appl. Phys. Lett.*, 23(3):171, August 1973.
- [7] Yuji Kodama and Akira Hasegawa. Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, QE-23(5):510, May 1987.
- [8] P. L. Chu and C. Desem. Effect of third-order dispersion of optical fibre on soliton interaction. *Electron. Lett.*, 21(6):228, March 1985.
- [9] Anders Höök and Magnus Karlsson. Soliton instabilities and pulse compression in minimum dispersion fibers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 30(8):1831, 1994.

- [10] Y.R.Shen and N.Bloembergen. Theory of Brillouin and Raman scattering. *Physical Review*, 137:A1797, March 1965.
- [11] Keith J. Blow and David Wood. Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, QE-25(12):2665, December 1989.
- [12] R.H.Stolen, J.P.Gordon, W.J.Tomlinson, and H.A.Haus. Raman response function of silica-core fibers. *J.Opt.Soc.Am.B*, 6(6):1159, July 1989.
- [13] A.I.Maïmistov. Propagation of an ultrashort light pulse in the region of the zero second-order dispersion of group velocities. *Quantum Electronic*, 24(8):687, 1994.
- [14] M.J.Potasek. Novel femtosecond solitons in optical fibers, photonic switching and computing. *J.Appl.Phys.*, 65(3):941, February 1989.
- [15] P.V.Mamyshev and S.V.Chernikov. Ultrahort-pulse propagation in optical fibers. *Optics Letters*, 15(19):1076, 1990.
- [16] L.F.Mollenauer, R.H.Stolen, and J.P.Gordon. Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers. *Phys.Rev.Lett.*, 45(13):1095, September 1980.
- [17] K.Suzuki, H.Kubota, A.Sahara, and M.Nakazawa. 40 Gbit/s single channel optical soliton transmission over 70000 km using in-line synchronous modulation and optical filtering. *Electron.Lett.*, 34(1):98, January 1998.
- [18] M.Suzuki, I.Morita, K.Tanaka, N.Edagawa, S.Yamamoto, and S.Akiba. 160 Gbit/s (8x20 Gbit/s) soliton WDM transmission experiments using dispersion flattened fiber and periodic dispersion compensation. *Electron.Lett.*, 34(5):475, March 1998.
- [19] J.P. Gordon and H.A. Haus. Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission. *Opt.Lett.*, 11:665, October 1986.
- [20] Nicholas J. Smith, Nicholas J. Doran, Wladek Forysiak, and Finlay M. Knox. Soliton transmission using periodic dispersion compensation. *J. Lightwave Tech.*, 15(10):1808, October 1997.
- [21] L.J.Richardson, W.Forysiak, and K.J.Blow. Single channel 320 Gbit/s short period dispersion managed transmission over 6000 km. *Electron.Lett.*, 36(24):2029, November 2000.

- [22] K.Suzuki, H.Kubita, A.Sahara, and M.Nakazawa. 640 Gbit/s (40 Gbit/s x 16 channel) dispersion-managed DWDM soliton transmission over 1000 km with spectral efficiency of 0.4 bit/Hz. *Electron.Lett.*, 36(5):443, March 2000.
- [23] H.Tagu, M.Suzuki, N.Edagawa, N.Takeda, K.Imai, S.Yamamoto, and S.Akiba. 40 Gbit/s single channel optical soliton transmission over 70000 km using in-line synchronous modulation and optical filtering. *Electron.Lett.*, 34(5):98, March 1998.
- [24] A.Maruta, Y.Yamamoto, S.Okamoto, A.Suzuki, T.Morita, A.Agata, and A.Hasegawa. Effectiveness of densely dispersion managed solitons in ultra high speed transmission. *Electron.Lett.*, 36:1947, November 2000.
- [25] Mohammed N. Islam. Ultrafast switching with nonlinear optics. *Physics Today*, page 34, May 1994.
- [26] Curtis R. Menyuk. Nonlinear pulse propagation in birefringent optical fibers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, QE-23(2):174, February 1987.
- [27] M.Romagnoli, S.Trillo, and S.Wabnitz. Soliton switching in nonlinear couplers. *Optical and Quantum Electronics*, 24:1237, 1992.
- [28] K.J.Blow, N.J.Doran, and B.K.Nayar. Experimental demonstration of optical soliton switching in an all-fiber nonlinear Sagnac interferometer. *Opt.Lett.*, 14(14):754, July 1989.
- [29] K.Al-hemyari, J.S.Aitchinson, C.N.Ironside, G.T.Kennedy, R.S.Grant, and W.Sibbett. Ultrafast all-optical switching in GaAlAs integrated interferometer in 1.55 μm spectral region. *Electron.Lett.*, 28:1090, 1992.
- [30] Y.Silberberg and B.G.Sfez. All-optical phase- and power-controlled switching in nonlinear waveguide junctions. *Opt.Lett.*, 13(12):1132, December 1988.
- [31] S.R.Friberg, A.M.Weiner, Y.Silberberg, B.G.Sfez, and P.W.Smith. *Opt.Lett.*, 13:904, 1988.
- [32] S. R. Vigil, Z. Zhou, B. K. Canfield, J. Tostenrude, and M. G. Kuzyk. Dual-core single-mode polymer fiber coupler. *J. Opt. Soc. Am. B*, 15(2):895, February 1998.

- [33] D. Marchese, M. De Sario, A. Jha, A. K. Kar, and E.C. Smith. Highly nonlinear GeS_2 -based chalcogenide glass for all-optical twin-core-fiber switching. *J. Opt. Soc. Am. B*, 15(9):2361, September 1998.
- [34] Stephen M. Jensen. The nonlinear coherent coupler. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, QE-18(10):1580, October 1982.
- [35] S.Wabnitz, E.M.Wright, C.T.Seaton, and G.I.Stegeman. Instabilities and all-optical phase-controlled switching in a nonlinear directional coherent coupler. *Appl. Phys. Lett.*, 49(14):838, October 1986.
- [36] Bruno Crosignani, Antonello Cutolo, and Paolo Di Porto. Couple-mode theory of nonlinear propagation in multimode and single-mode fibers : envelope solitons and self-confinement. *J.Opt.Soc.Am.*, 72(9):1136, September 1982.
- [37] P.L.Chu, B.A.Molomed, and G.D.Peng. Soliton switching and propagation in nonlinear fiber couplers: analytical results. *J.Opt.Soc.Am.B*, 10(8):1379, August 1993.
- [38] P.L.Chu, G.D.Peng, and B.A.Malomed. Analytical solution to soliton switching in nonlinear twin-core fibers. *Opt.Lett.*, 18(5):328, March 1993.
- [39] Nail Akhmediev and Adrian Ankiewicz. Novel states and bifurcation phenomena in nonlinear fiber couplers. *Phys.Rev.Lett.*, 70(16):2395, April 1993.
- [40] Nail Akhmediev and J.M.Soto-Crespo. Propagation dynamics of ultrashort pulses in nonlinear fiber couplers. *Phys.Rev.E*, 49(5):4519, May 1994.
- [41] K.J.Blow, N.J.Doran, and David Wood. Polarization instabilities for solitons in birefringent fibers. *Opt.Lett.*, 12(3):202, March 1987.
- [42] S.Trillo, S.Wabnitz, E.M.Wright, and G.I.Stegeman. Soliton switching in fiber nonlinear directional couplers. *Opt. Lett.*, 13(8):672, August 1988.
- [43] S.Trillo and S.Wabnitz. Weak-pulse-activated coherent soliton switching in nonlinear couplers. *Opt. Lett.*, 16(1):1, January 1991.
- [44] I.M.Uzunov, R.Muschall, M.Gölles, Yuri S.Kivshar, B.A.Malomed, and F.Lederer. Pulse switching in nonlinear fiber directional couplers. *Phys.Rev.E*, 51(3):2527, March 1995.

- [45] Vsevolod V. Afanasjev, E.M. Dianov, and Vladimir N. Serkin. Nonlinear pairing of short bright and dark soliton pulses by phase cross modulation. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 25(12):2656, December 1989.
- [46] Yuri S. Kivshar and Manuel L. Quiroga-Teixeiro. Influence of cross-phase modulation on soliton switching in nonlinear fiber optics. *Opt.Lett.*, 18(12):980, June 1993.
- [47] Yuri S. Kivshar. Switching dynamics of solitons in fiber directional couplers. *Opt.Lett.*, 18(1):7, January 1993.
- [48] Govind P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, Inc., 1989.
- [49] Eric W. Van Stryland, M.A. Woodall, H.Vanherzeele, and M.J. Soileau. Energy band-gap dependence of two-photon absorption. *Opt.Lett.*, 10(10):490, October 1985.
- [50] M.H.Weiler. Nonparabolicity and exciton effects in two-photon absorption in zincblende semiconductors. *Solid State Commun.*, 39:937, 1981.
- [51] M.Sheik-Bahae, D.J.Hagan, and E.W.Van Stryland. Dispersion and band-gap scaling of the electronic Kerr effect in solids associated with two-photon absorption. *Physical Review Letters*, 65(1):96, July 1990.
- [52] M.Takatsuji. Propagation of a light pulse in a two-photon resonant medium. *Physical Review A*, 4(2):808, August 1971.
- [53] É.M.Belenov and I.A.Poluénktov. Coherent effects in the propagation of an ultrashort light pulse in a medium with a two-photon resonance absorption. *Soviet Physics JETP*, 29(4):754, October 1969.
- [54] D.C. Hutchings and B.S. Wherrett. Theory of anisotropy of two-photon absorption in zinc-blende semiconductors. *Phys.Rev B*, 49(14):2418, January 1994.
- [55] B. L. Justus, R. J. Tonucci, and A. D. Berry. Nonlinear optical properties of quantum-confined GaAs nanocrystals in Vycor glass. *Appl.Phys.Lett.*, 61(26):3151, December 1992.
- [56] B.L.Justus, A.J.Campillo, D.G.Hendershot, and D.K.Gaskill. Optical limiting in semiconductor nanocrystals in glass. *Opt.Comm.*, 103(5,6):405, December 1993.

- [57] N.F.Borrelli, D.W.Hall, H.J.Holland, and D.W.Smith. Quantum confinement effects of semiconducting microcrystallites in glass. *J.Appl.Phys.*, 61(12):5399, June 1987.
- [58] D.Cotter, M.G.Burt, and R.J.Manning. Below-band-gap third order optical nonlinearity of nanometer-size semiconductor crystallites. *Phys.Rev.Lett.*, 68(8):1200, February 1992.
- [59] D. Stroud and Van E. Wood. Decoupling approximation for the nonlinear-optical response of composite media. *J.Opt.Soc.Am.B*, 6(4):778, April 1989.
- [60] J.W.Fleming. Material dispersion in lightguide glasses. *Electron.Lett.*, 14(11):326, May 1978.
- [61] A.N. Pikhtin and A.D. Yas'kov. Refraction of light in semiconductors. *Sov.Phys. of Semicond.*, 22:613, 1988.
- [62] Mansoor Sheik-Bahae, David Crichton Hutchings, David J. Hagan, and Eric W. Van Stryland. Dispersion of bound electronic nonlinear refraction in solids. *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-27(6):1296, June 1991.
- [63] D.Grischkowsky, M.M.T.Loy, and P.F.Liao. Adiabatic following model for two-photon transitions : Nonlinear mixing and pulse propagation. *Physical Review A*, 12(6):2514, December 1975.
- [64] C.C.Yang, Alain Villeneuve, George I. Stegeman, Cheng-Hui Lin, and Hao-Hsiung Lin. Effects of dispersive two-photon transitions on femto-second pulse propagation in semiconductor waveguides. *Appl.Phys.Lett.*, 63(10):1304, September 1993.
- [65] A.S.Rodrigues, M.Santagiustina, and E.M.Wright. Nonlinear pulse propagation in the vicinity of a two-photon resonance. *Physical Review A*, 52(4):3231, October 1995.
- [66] A.S.Rodrigues, M.Santagiustina, and E.M.Wright. Femtosecond pulse propagation and optical solitons in semiconductor-doped glass waveguides in the vicinity of a two-photon resonance. *Optical and Quantum Electronics*, 29:961, 1997.
- [67] A.Villeneuve, C.C.Yang, P.G.J.Wigley, and G.I.Stegeman. Ultrafast all-optical switching in semiconductor nonlinear directional couplers at half the band gap. *Appl.Phys.Lett.*, 61:147, July 1992.

- [68] Roland Ryf, Andreas Lötscher, Max Wiki, Germano Montemezzani, and Peter Günter. Study of photorefractive self-focusing and spatial soliton generation in KNbO₃ crystals. <http://www.iqe.ethz.ch/~rryf/PR-Jap/pr-jap.html>, April 1997.
- [69] V.E.Zakharov and A.B.Shabat. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one dimensional self-modulation of waves in nonlinear media. *Sov.Phys.JETP*, 34:62, 1972.
- [70] J.P. Gordon. Theory of the soliton self-frequency shift. *Opt.Lett.*, 11(10):662, October 1986.
- [71] D.L.Lee. *Electromagnetic Principles of Integrated Optics*. J.Wiley, 1986.
- [72] H.Nishihara, M.Haurana, and T.Subara. *Optical Integrated Circuits*. McGraw-Hill, 1985.
- [73] A. Ankiewicz. New effects in nonlinear coupling. *Opt. Quantum Electron.*, 20:329, 1988.
- [74] Pedro M. Ramos and Carlos R. Paiva. Optimization and characterization of phase-controlled all-optical switching with fiber solitons. *IEEE J. Select. Topics in Quant. Electron.*, 3(5):1224, October 1997.
- [75] P.D.Marker and R.W.Terhune. Study of optical effects due to an induced polarization third order in the electric field strength. *Physical Review*, 137(3A):A801, February 1965.
- [76] Paul N. Butcher and David Cotter. *The elements of nonlinear optics*, volume 9 of *Cambridge Studies in Modern Optics*. Cambridge University Press, 1991.
- [77] J.A.Armstrong, N.Bloembergen, J.Ducuing, and P.S.Pershan. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric. *Physical Review*, 127(6):1918, September 1962.
- [78] L. M. Manica. Sistemas de comunicação óptica WDM com solitões. Master's thesis, UTL-IST, November 1998.