

**Controlo Passivo de Vibrações de uma Serra Circular  
por Aplicação de Tratamentos Viscoelásticos:  
Modelação e Análise**

*Jorge Miguel Ferreira Martins Coelho*

**Dissertação do MIEM**

Orientador na FEUP: Prof. Doutor José Fernando Dias Rodrigues



**FEUP**

**Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica**

Julho de 2011



## **Agradecimentos**

Ao longo da realização deste trabalho fui presenteado com o apoio e incentivo do Prof. José Fernando Dias Rodrigues, registrando um agradecimento especial pelo acompanhamento e orientação prestados, essenciais neste caminho difícil mas gratificante.

Ao Luís Carlos da Silva Mendes Cardoso um obrigado pela ajuda em momentos chave deste trabalho.

Agradeço aos meus familiares e amigos os bons momentos de descontração que me proporcionaram.

## Resumo

No presente trabalho é abordada a temática do controlo passivo de vibrações em discos de corte, por aplicação de tratamentos viscoelásticos. Numa fase inicial realizou-se uma análise modal e uma análise em frequência ao disco sem tratamento, com o objectivo de se ter uma base de comparação para os resultados obtidos com os tratamentos viscoelásticos.

Com a intenção de melhor caracterizar o comportamento dinâmico do disco com tratamentos adoptaram-se três configurações com tratamentos superficiais com camada de restrição e uma configuração com tratamento integrado. Estas configurações foram alvo de uma análise em frequência com base numa teoria de elementos finitos tridimensionais no software ACTRAN/VA, sendo posteriormente efectuada uma comparação com os resultados obtidos para o disco sem tratamento. A configuração com tratamento integrado também foi alvo de uma análise em frequência num código que implementa elementos finitos com base na teoria layerwise. Esta análise teve como objectivo não só analisar e comparar os resultados obtidos segundo as duas teorias, mas também validar o código utilizado.

Por último, foi realizada uma análise paramétrica a uma das configurações com tratamento superficial com camada de restrição, com o intuito de compreender a eficiência do tratamento, na perspectiva de projectar um amortecimento viscoelástico eficiente para serras circulares.

## Abstract

The present work deals with the passive vibration control on cutting disks, using viscoelastic treatments. Initially, a modal and frequency analysis to the untreated disk were performed in order to have a basis for comparing the results obtained with the viscoelastic treatments.

To best characterize the dynamic behaviour of the disk with treatments, three configurations with superficial constrained damping treatments and a configuration with integrated treatment were adopted. These configurations were subject to a frequency analysis based in a theory of three-dimensional finite elements in the ACTRAN/VA software, and were subsequently compared to the results obtained in the disk without treatment. The configuration with integrated treatment was also subjected to a frequency analysis with a code that implements finite elements, based in the layerwise theory. This analysis was intended not only to analyze and compare the results obtained using the two theories, but also to validate the used code.

Finally, a parametric analysis to one of the configurations with superficial treatment was performed in order to understand treatment efficiency with the final purpose of developing a viscoelastic damping for circular saw blades.



# Índice Geral

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação e revisão bibliográfica . . . . .	1
1.2	Objectivos . . . . .	2
1.3	Estrutura da Dissertação . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Tratamentos Viscoelásticos</b>	<b>5</b>
2.1	Introdução . . . . .	5
2.2	Configurações de tratamentos viscoelásticos . . . . .	6
2.2.1	Tratamentos superficiais sem restrição . . . . .	7
2.2.2	Tratamentos superficiais com restrição . . . . .	8
2.2.3	Tratamentos Integrados . . . . .	8
2.3	Caracterização das propriedades dos materiais viscoelásticos	10
2.3.1	Efeito da temperatura . . . . .	11
2.3.2	Efeito da frequência . . . . .	12
2.3.3	Módulo complexo . . . . .	12
2.4	Modelação em elementos finitos de tratamentos viscoelásticos	14
2.4.1	Modelação espacial sob a forma de modelos combinados . . . . .	15
2.4.2	Modelação dos materiais viscoelásticos segundo o módulo complexo . . . . .	19
2.4.3	Análise directa em frequência . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Análise do Disco</b>	<b>25</b>
3.1	Introdução . . . . .	25

3.2	Geometria e modelação espacial . . . . .	25
3.3	Análise modal . . . . .	28
3.3.1	Condições de fronteira livre-livre . . . . .	29
3.3.2	Condições de fronteira encastrado-livre . . . . .	31
3.4	Análise em frequência . . . . .	33
3.4.1	Condições de fronteira livre-livre . . . . .	33
3.4.2	Condições de fronteira encastrado-livre . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Disco com tratamentos viscoelásticos</b>	<b>37</b>
4.1	Introdução . . . . .	37
4.2	Geometria e modelização . . . . .	38
4.3	Análise em frequência . . . . .	44
4.3.1	Configuração RVD . . . . .	45
4.3.2	Configuração RVDVR . . . . .	48
4.3.3	Configuração RVVD . . . . .	51
4.3.4	Configuração DVD . . . . .	53
4.3.4.1	Análise no ACTRAN/VA . . . . .	54
4.3.4.2	Análise no BaPMEF . . . . .	57
4.3.4.3	Comparação das análises realizadas para a configuração DVD . . . . .	59
4.4	Discussão de resultados . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Análise paramétrica</b>	<b>69</b>
5.1	Configuração das malhas . . . . .	69
5.2	Discussão de resultados . . . . .	70
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>75</b>
6.1	Conclusões . . . . .	75
6.2	Sugestão de Trabalho Futuro . . . . .	78
<b>A</b>	<b>Nomograma do material 3M ISD112</b>	<b>81</b>

# Lista de Figuras

1.1	Serra circular analisada. . . . .	1
2.1	Tratamento superficial sem restrição. . . . .	7
2.2	Tratamento superficial com restrição. . . . .	8
2.3	Tratamento integrado. . . . .	9
2.4	Distribuição da densidade de energia de deformação da camada viscoelástica. . . . .	9
2.5	Variação do módulo do ganho ( $G'$ ) e do factor de perda ( $\eta$ ) de um material viscoelástico com a frequência e temperatura. . . . .	11
2.6	Representação de um elemento dos tratamentos viscoelásticos. . . . .	15
2.7	Modelo combinado de elementos de placa e elementos de viga. . . . .	16
2.8	Modelo combinado de elementos de placa e elemento hexaédrico com ligações rígidas. . . . .	17
2.9	Modelo combinado de elementos de placa e elemento hexaédrico. . . . .	17
2.10	Modelo combinado de elementos hexaédricos. . . . .	18
2.11	Processo de cálculo cíclico do método de análise directa em frequência. . . . .	24
3.1	Geometria do disco sem tratamento. . . . .	26
3.2	Malha do disco sem tratamento. . . . .	27
3.3	"Zoom" da região de encastramento do disco. . . . .	28
3.4	Formas naturais de vibração / Disco Livre-Livre. . . . .	30

3.5	Formas naturais de vibração / Disco Encastrado-Livre. . . . .	32
3.6	Localização do nó de excitação e resposta (ponto vermelho).	33
3.7	FRF/receptância - Disco Livre-Livre. . . . .	34
3.8	Diagrama de Bode - Disco Livre-Livre. . . . .	35
3.9	FRF/receptância - Disco Encastrado-Livre. . . . .	35
3.10	Diagrama de Bode - Disco Encastrado-Livre. . . . .	36
4.1	Módulo de corte e factor de perda do material 3M ISD112 a 27°C. . . . .	38
4.2	Disco com tratamento viscoelástico e camada de restrição. . .	39
4.3	Esquema representativo das 4 configurações adoptadas. . . . .	41
4.4	Disco com tratamento superficial com restrição e nó de ex- citação e resposta (ponto vermelho). . . . .	42
4.5	Malha do disco com tratamento viscoelástico integrado e nó de excitação (ponto vermelho). . . . .	43
4.6	“Zoom” da região de encastramento do disco com trata- mento superficial e camada de restrição. . . . .	44
4.7	FRF/receptância - RVD. . . . .	46
4.8	Diagrama de Bode - RVD. . . . .	46
4.9	Formas operacionais de vibração - RVD. . . . .	47
4.10	FRF/receptância - RVDVR. . . . .	48
4.11	Diagrama de Bode- RVDVR. . . . .	49
4.12	Formas operacionais de vibração - RVDVR. . . . .	50
4.13	FRF/receptância - RVVD. . . . .	51
4.14	Diagrama de Bode - RVVD. . . . .	51
4.15	Formas operacionais de vibração - RVVD. . . . .	52
4.16	FRF/receptância - DVD - ACTRAN/VA. . . . .	55
4.17	Diagrama de Bode - DVD - ACTRAN/VA. . . . .	55
4.18	Formas operacionais de vibração - DVD - ACTRAN/VA. . . . .	56
4.19	FRF/receptância - DVD - BaPMEF. . . . .	57
4.20	Diagrama de Bode - DVD - BaPMEF. . . . .	58
4.21	Comparação da FRF/receptância - DVD. . . . .	59
4.22	FRF/receptância - 5 configurações. . . . .	62

4.23	Comparação das magnitudes máximas para as 5 configurações . . . . .	63
5.1	Malhas com as diferentes áreas de tratamento analisadas. . .	70
5.2	FRF das 4 malhas analisadas e do disco sem tratamento. . .	70
5.3	"Zoom" das FRF das 4 malhas analisadas e do disco sem tratamento. . . . .	71
5.4	Comparação da eficiência dos vários tratamentos. . . . .	74
A.1	Nomograma do material 3M ISD112 [Moreira, 1996]. . . . .	81



# Lista de Tabelas

3.1	Propriedades geométricas e materiais do disco. . . . .	26
3.2	Frequências naturais de vibração. . . . .	29
3.3	Frequências naturais de vibração. . . . .	31
4.1	Propriedades geométricas e dos materiais do sistema vibratório. . . . .	38
4.2	Parâmetros ADF para o material 3M ISD 112 a 27 °C usando três séries. . . . .	39
4.3	Designação das 4 configurações adotadas e do disco sem tratamento. . . . .	42
4.4	Frequências de ressonância e factores de perda - RVD. . . . .	47
4.5	Frequências de ressonância e factores de perda - RVDVR. . . . .	50
4.6	Frequências de ressonância e factores de perda - RVVD. . . . .	52
4.7	Frequências de ressonância e factores de perda - DVD - AC-TRAN/VA. . . . .	56
4.8	Frequências operacionais e factores de perda - DVD - BaPMEF. . . . .	58
4.9	Comparação das frequências de ressonância - DVD. . . . .	60
4.10	Comparação dos factores de perda - DVD. . . . .	60
4.11	Comparação das magnitudes máximas - DVD. . . . .	61
4.12	Magnitudes máximas das 5 configurações. . . . .	62
4.13	Redução das magnitudes máximas das configurações com tratamento (RVD, RVDVR, RVVD,DVD), relativamente à configuração sem tratamento (D). . . . .	63
4.14	Factores de Perda das 4 configurações analisadas . . . . .	64
4.15	Variação da massa nas 4 configurações. . . . .	65

4.16	Eficiência do tratamento viscoelástico. . . . .	65
4.17	Comparação das frequências de ressonância das 5 configurações. . . . .	67
5.1	Malhas e número de elementos na direcção radial. . . . .	69
5.2	Factores de perda das 4 malhas. . . . .	71
5.3	Frequências operacionais das 4 malhas. . . . .	72
5.4	Massa introduzida nas 4 malhas adoptadas. . . . .	72
5.5	Eficiência do tratamento viscoelástico das 4 malhas. . . . .	73

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação e revisão bibliográfica

A elevada eficiência demonstrada pelos tratamentos viscoelásticos, justifica a utilização das mais diversas formas de optimização na aplicação a discos/placas circulares. O facto de as serras circulares se poderem equiparar a serras circulares, levou a que com a crescente evolução e exigências da indústria, o estudo das vibrações assumisse um papel importante na procura de soluções que promovam a redução das vibrações e do ruído nos espaços industriais.



*Figura 1.1:* Serra circular analisada.

Em 1989, é publicado um relatório técnico sobre a redução do ruído em serras circulares, onde são abordadas questões como a geometria da serra e dos dentes de corte, os vários tipos de ruído, os problemas que resultam

da transmissão das vibrações e métodos específicos para a sua redução [Departement of Labour Wellington [1989]].

Com o objectivo de atenuar a vibração e ruído, a construção de novos equipamentos industriais é assente em critérios relativos ao comportamento dinâmico de estruturas e com a redução destes dois factores é possível conceber equipamentos mais precisos e eficientes e de maior longevidade. À constante evolução dos equipamentos vem associada a crescente redução dos mecanismos dissipativos presentes nos materiais clássicos e nas construções tradicionais. É aqui que o recurso a materiais viscoelásticos pode ser uma importante ajuda. Vasques and Rodrigues, 2010, analisaram a aplicação de materiais viscoelásticos no controlo do ruído em serras circulares conseguindo uma boa atenuação da potência de som emitida.

A aplicação dos materiais viscoelásticos permitirá a construção de equipamentos mais flexíveis e resistentes, que possuem uma elevada capacidade de amortecimento essencial no controlo das vibrações e ruído radiado nas serras circulares.

## 1.2 Objectivos

Os objectivos principais desta dissertação são analisar a eficiência da aplicação de tratamentos viscoelásticos no controlo passivo de vibrações em discos representativos de serras circulares e realizar uma análise paramétrica na perspectiva de um projecto de um amortecimento viscoelástico para serras circulares.

Para atingir os objectivos referidos recorre-se ao método dos elementos finitos e como ferramenta utiliza-se o ACTRAN/VA, numa perspectiva futura de realizar uma análise vibro-acústica, capacidade que está contemplada no referido software.

Adicionalmente a estes objectivos principais, pretende-se analisar e validar a configuração com tratamento integrado utilizando um código que implementa elementos finitos com base na teoria layerwise.

## 1.3 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação divide-se em 6 capítulos, incluindo este da introdução onde são apresentados os objectivos deste trabalho e os motivos que justificam a escolha do tema proposto.

No segundo capítulo são abordados os tratamentos viscoelásticos, com especial atenção às configurações destes tratamentos, a caracterização das suas propriedades e a modelação em elementos finitos.

No terceiro capítulo é analisado o disco sem tratamentos viscoelásticos, onde após a elaboração da geometria e modelação espacial, é efectuada uma análise modal e uma análise em frequência nas condições de fronteira livre-livre e encastrado-livre.

O quarto capítulo apresenta a análise ao disco com os tratamentos viscoelásticos. Primeiramente começou-se por elaborar a geometria e modelação espacial das 3 configurações com tratamento superficial com restrição e da configuração com tratamento integrado. Após a realização desta etapa todas as configurações foram sujeitas a uma análise em frequência no software ACTRAN/VA. A configuração com tratamento integrado também foi analisada segundo um código que implementa elementos finitos com base na teoria layerwise, com o objectivo de validar este código e comparar os valores obtidos para esta configuração segundo duas teorias diferentes. Por último foi realizada uma análise comparativa de todos os resultados obtidos.

No capítulo 5, é apresentada uma análise paramétrica à configuração com tratamento superficial que obteve os melhores resultados ao nível da diminuição da magnitude no capítulo 4, sendo analisadas 4 malhas diferentes correspondentes a diferentes áreas de tratamento.

A dissertação termina com um capítulo dedicado à apresentação das conclusões obtidas ao longo deste trabalho e sugestões de eventual trabalho futuro de interesse relativo ao tema em análise.



# Capítulo 2

## Tratamentos Viscoelásticos

### 2.1 Introdução

Com a constante evolução da engenharia estrutural, a construção de estruturas tem-se revelado cada vez mais eficiente do ponto de vista estrutural, ultrapassando barreiras outrora inalcançáveis. A optimização dos processos de produção e montagem, a par do desenvolvimento dos novos materiais cada vez mais leves e resistentes vem sustentando esta evolução.

Com esta evolução tem-se, no entanto, verificado uma redução gradual dos mecanismos dissipativos. Com a introdução dos novos materiais e processos de fabrico e montagem, a capacidade de amortecimento das antigas e pesadas estruturas, rebitadas e aparafusadas foi desaparecendo. Devido ao baixo nível de amortecimento presente nas novas estruturas, tem-se verificado que algumas destas sofrem danos irreversíveis devido principalmente à acção contínua de fontes interiores e exteriores de excitação dinâmica como, por exemplo, a induzida pelo tráfego ou pela acção dos ventos e marés.

Infelizmente, muitos dos acidentes ocorridos em estruturas (pontes, edifícios, aeronaves e outros veículos) estão relacionados com falhas por fadiga da estrutura induzidas por carregamentos cíclicos, impacto ou mesmo ruído. Isto acontece se a capacidade de amortecimento presente na estrutura, não conseguir dissipar a energia de vibração introduzida. A ac-

ção contínua destas fontes de excitação pode causar danos irreversíveis na estrutura, reduzindo a sua vida útil e o nível de segurança da mesma.

Para reduzir estes problemas é necessário desenvolver mecanismos dissipadores adicionais para aumentar a capacidade de amortecimento das estruturas. Dentro destes mecanismos, os tratamentos distribuídos num material viscoelástico vão ser a base deste trabalho devido à sua elevada eficiência, facilidade de aplicação, reduzido custo e à reduzida alteração estrutural na estrutura suporte.

Os materiais viscoelásticos possuem grande capacidade dissipativa resultante da sua estrutura molecular, dissipando grandes quantidades de energia sobre a forma de calor quando deformados cíclica e continuamente. Podemos encontrar algumas aplicações destes materiais em apoios de pontes (isoladores) e apoios anti-vibração de máquinas (bases anti-vibração).

Por outro lado, a sua eficiência estrutural é reduzida, isto é, apresentam grandes massas e reduzida resistência mecânica, necessitando por isso de serem integrados sob a forma de tratamentos dissipativos, em componentes de materiais com elevada eficiência estrutural, como é o caso das ligas de alumínio, de aço e compósitos de carbono.

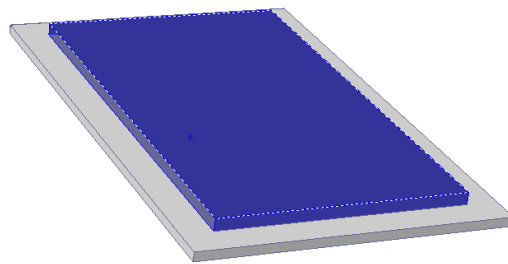
## 2.2 Configurações de tratamentos viscoelásticos

Os tratamentos viscoelásticos, superficiais e integrados, que resultam da aplicação de uma camada de material viscoelástico numa estrutura são um método eficiente de combinar as propriedades de dois tipos de materiais. Estes tratamentos surgiram nos anos 50 associados ao desenvolvimento e inovação da indústria aeroespacial que potenciou o estudo de tratamentos passivos e eficientes de massa reduzida. Estes tratamentos podem ter três configurações: superficial sem restrição ou livre (FLD - free layer damping), superficial com restrição (CLD - constrained layer damping) e integrada (ILD - integrated layer damping). Cada tipo de configuração oferece determinadas características que são mais favoráveis para

determinadas aplicações, havendo portanto um processo de pré-selecção do tipo de configuração, consoante a aplicação final a que se destina [Moreira, 1996].

### 2.2.1 Tratamentos superficiais sem restrição

Os tratamentos superficiais sem restrição ou livres resultam da deposição de uma camada de material viscoelástico sobre a superfície da estrutura a tratar. É uma operação de custo reduzido e com uma simulação numérica ou analítica relativamente simples. Em termos da eficiência do tratamento esta é tanto melhor quanto maior a sua espessura, encontrando-se o seu valor majorante a uma ou duas vezes a espessura da placa base. Isto deve-se ao facto de a sollicitação em extensão-compressão, imposta pela estrutura em vibração à camada viscoelástica, ser pouco significativa, o que faz que esta necessite de grandes espessuras para o tratamento ser mais eficiente. A razão entre o módulo de ganho do material viscoelástico e o módulo extensional do material da estrutura, é também um factor determinante na eficiência do tratamento, o que faz com que os materiais com elevado módulo de ganho sejam muito utilizados.



*Figura 2.1:* Tratamento superficial sem restrição.

Em suma, estes tratamentos têm a seu favor o facto de serem uma forma de controlo dinâmico pouco onerosa e de fácil aplicação mas, por outro lado, são pouco eficientes e introduzem grandes alterações de massa e de rigidez na estrutura tratada, devido às elevadas espessuras das camadas dissipativas normalmente empregues e à rigidez pouco significativa do material viscoelástico utilizado [Moreira, 2004a].

### 2.2.2 Tratamentos superficiais com restrição

Os tratamentos superficiais com restrição consistem na aplicação de uma camada de restrição sobre a camada viscoelástica (Figura 2.2). A camada de restrição provoca na camada viscoelástica uma deformação de corte significativa, permitindo o desenvolvimento de tratamentos mais eficientes e simultaneamente pouco espessos. Esta tem como funções principais restringir a face superior da camada de material viscoelástico e ainda proteger a camada viscoelástica.

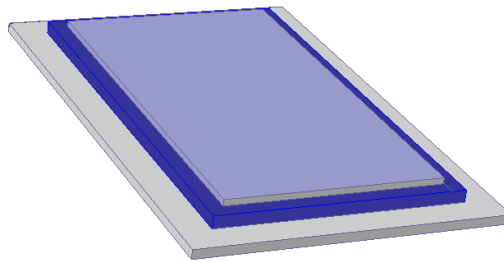


Figura 2.2: Tratamento superficial com restrição.

Os materiais viscoelásticos normalmente utilizados apresentam um módulo de ganho relativamente baixo, para promover a sua deformação de corte. É de notar que com esta configuração há um acréscimo de massa e de rigidez, devido principalmente à camada de restrição. Este tipo de tratamentos são igualmente fáceis de aplicar, encontrando-se soluções no mercado já prontas a aplicar constituídas pelo filme de polímero dissipativo e por uma camada de restrição normalmente em alumínio ou aço inoxidável [Moreira, 2004a].

### 2.2.3 Tratamentos Integrados

Os tratamentos integrados consistem na aplicação da camada dissipativa no núcleo de uma placa sandwich (Figura 2.3). Este tipo de tratamentos permite maximizar a eficiência do tratamento viscoelástico, uma vez que a deformação de corte que é induzida na camada de material viscoelástico é muito elevada por esta se encontrar sobre o plano neutro

do conjunto. Esta configuração é normalmente aplicada numa fase pré-produtiva, ou seja, na concepção da matéria-prima, ao contrário do que acontece nas configurações anteriores onde são utilizadas para aplicações de tratamento correctivo, ou seja no pós fabrico da estrutura. Contudo, este tipo de tratamentos requer algumas considerações adicionais, uma vez que os materiais viscoelásticos usualmente aplicados nestes tratamentos não suportam temperaturas extremas, e sendo a gama de temperaturas de aplicação muito restrita, os processos de produção devem ser criteriosamente seleccionados. Uma solução eficaz passa por substituir as ligações por processos térmicos, por uniões com adesivos e ligações mecânicas [Moreira, 2004a].

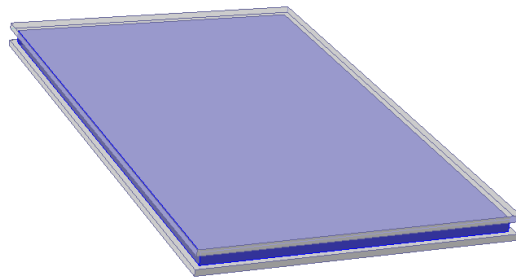


Figura 2.3: Tratamento integrado.

De seguida, é apresentada uma análise sobre uma viga com as três configurações propostas, onde se pode observar a deformação total desenvolvida na camada viscoelástica para o primeiro modo natural de vibração.

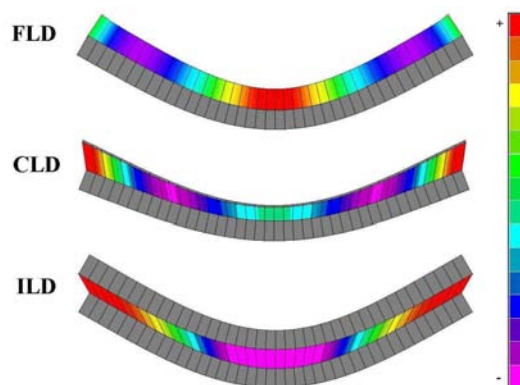


Figura 2.4: Distribuição da densidade de energia de deformação da camada viscoelástica.

Como se pode constatar, o campo de deformações da camada viscoelástica é dependente do tipo de configuração do tratamento viscoelástico aplicado na estrutura [Balmès, 2004].

### 2.3 Caracterização das propriedades dos materiais viscoelásticos

Os materiais viscoelásticos empregues em tratamentos de amortecimento são normalmente materiais de base polimérica. Estes materiais exibem um factor de perda considerável, responsável pela curva elíptica do ciclo de histerese e por um acréscimo importante da capacidade de amortecimento, que depende essencialmente da temperatura e da frequência de deformação. O comportamento mecânico destes materiais depende sobretudo do comportamento das suas longas cadeias moleculares, as quais interagem entre si conforme a temperatura do material e a frequência da perturbação causada na configuração molecular inicial.

A aplicação eficiente destes materiais está limitada a uma gama bem definida de frequência e de temperatura, existindo uma relação bem definida entre a distribuição do módulo de ganho, que traduz a capacidade de armazenamento de energia de deformação do material, e do factor de perda, que representa a sua capacidade de dissipação.

A maioria dos materiais viscoelásticos aplicados em tratamentos de amortecimento podem ser considerados homogéneos, uma vez que as suas propriedades são idênticas em todo o volume da amostra de material, e isotrópicos, ou seja, as suas propriedades são idênticas em qualquer direcção. Contudo, alguns materiais viscoelásticos podem ter uma abordagem mais simples, uma vez que não apresentam as propriedades apresentadas anteriormente. É o caso dos especialmente formulados, contendo fibras direccionais ou obtidos por laminagem de camadas de materiais diferentes.

O número de materiais viscoelásticos com interesse em aplicações de amortecimento é muito elevado, passando pelos plásticos de elevada ri-

## 2.3. CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS 11

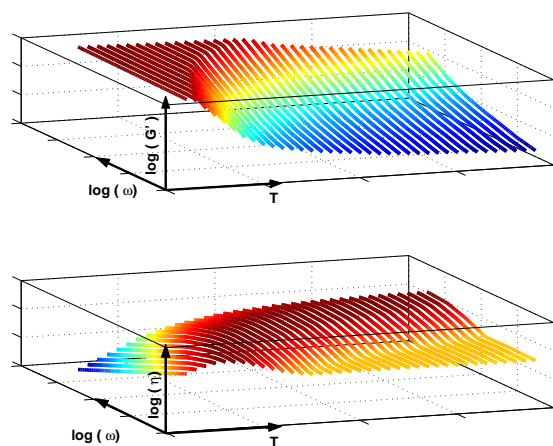
gidez, utilizados sobretudo em tratamentos superficiais sem restrição, a adesivos de baixo valor de módulo de ganho, usualmente empregues em tratamentos superficiais com restrição e em tratamentos integrados.

A caracterização das propriedades dos materiais viscoelásticos e a sua dependência com a frequência e com a temperatura constitui, assim, uma das etapas cruciais no processo de projecto e de optimização de tratamentos passivos com materiais viscoelásticos.

### 2.3.1 Efeito da temperatura

Os materiais viscoelásticos envolvidos em mecanismos de amortecimento podem ter temperaturas de funcionamento muito díspares consoante a aplicação a que se destinam, podendo atingir valores entre os  $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$  até  $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

A importância da dependência dos materiais viscoelásticos com a temperatura deve-se ao facto de a sua capacidade de amortecimento e a rigidez estar fortemente relacionada com a sua temperatura de transição. Esta temperatura é a responsável pela passagem do seu estado vítreo (material com elevada rigidez), para o seu estado amorfo (material com baixo valor de rigidez), sendo nesta que o material apresenta o seu valor máximo de amortecimento.



*Figura 2.5:* Variação do módulo do ganho ( $G'$ ) e do factor de perda ( $\eta$ ) de um material viscoelástico com a frequência e temperatura.

Ao nível da eficiência do tratamento de amortecimento, este depende fortemente da relação entre a temperatura de funcionamento e essa temperatura de transição do material.

Nas aplicações de tratamentos viscoelásticos em componentes sujeitos a elevados gradientes de temperatura, é necessário desenvolver e aplicar técnicas construtivas adequadas para permitir alargar a gama de temperaturas eficientes do tratamento viscoelástico, sendo exemplo disso os tratamentos multi-camada e multi-material [Moreira, 1996].

### 2.3.2 Efeito da frequência

Um material viscoelástico, ao ser deformado, induz uma perturbação da posição inicial de equilíbrio nas suas longas cadeias moleculares, levando a que estas se reagrupem entre si como forma de reacção à deformação imposta, atingindo assim uma nova posição de equilíbrio.

Se a deformação imposta ao material viscoelástico for cíclica do tipo harmónico, as cadeias moleculares atingem um novo estado de equilíbrio dinâmico, respondendo em sintonia com a excitação. Com isto apresentam uma rigidez elevada quando a sollicitação for cíclica e de frequência elevada, e uma rigidez mais baixa quando a sollicitação apresenta também uma frequência mais baixa [Moreira, 1996].

### 2.3.3 Módulo complexo

O módulo complexo é uma medida das propriedades mecânicas dinâmicas de um material, tendo em conta a energia dissipada como calor durante a deformação e recuperação para uma determinada frequência de excitação e uma dada temperatura de funcionamento.

Tomando como ponto de partida a relação constitutiva do material viscoelástico,

$$\sigma(t) = E'\varepsilon(t) + \frac{E'}{\omega} \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \operatorname{tg}(\delta) \quad (2.1)$$

e a função exponencial complexa do tipo,

### 2.3. CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS 13

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{j\omega t} \quad (2.2)$$

podemos obter a Equação 2.1 no domínio da frequência:

$$\sigma(\omega) = E'(\omega)\varepsilon(\omega) + jE''(\omega)\varepsilon(\omega) = \bar{E}(\omega)\varepsilon(\omega) \quad (2.3)$$

sendo a variável  $\bar{E}(\omega)$  designada por módulo extensional complexo.

A componente real do módulo complexo,  $E'$ , designa-se por módulo de ganho e representa a capacidade de armazenamento da energia de deformação do material. Por sua vez, a componente imaginária define a capacidade de dissipação do material viscoelástico e pode ser obtida pela multiplicação do módulo de ganho pelo factor de perda do material, designando-se por módulo de perda  $E''$ .

O factor de perda, é a razão entre o módulo de perda e o módulo de ganho do material,

$$\eta(\omega) = \frac{E''(\omega)}{E'(\omega)} \quad (2.4)$$

podendo também relacionar-se com a razão de amortecimento viscoso, às frequências de ressonância, através da seguinte relação:

$$\eta = 2\zeta \quad (2.5)$$

Se considerarmos o caso particular do regime harmónico, o módulo extensional complexo designa-se por módulo complexo  $\bar{E}(\omega)$ , sendo representado por:

$$\bar{E}(\omega) = E'(\omega) + jE''(\omega) \quad (2.6)$$

O módulo complexo permite representar, de uma forma simples, o amortecimento viscoelástico e o efeito viscoelástico em regime estacionário harmónico [Moreira, 1996].

## 2.4 Modelação em elementos finitos de tratamentos viscoelásticos

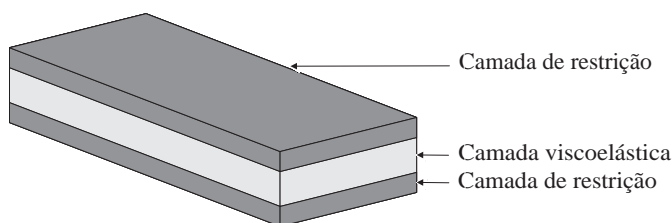
O método dos elementos finitos é o método mais utilizado na resolução de problemas de comportamento estático e dinâmico de estruturas. Tem por base um conjunto de funções de interpolação simples, definidas num subdomínio regular do domínio total em análise. Para obter as matrizes de cada um dos elementos individuais, as quais são posteriormente integradas em matrizes globais representativas do domínio total em estudo, é frequente utilizar o método dos resíduos pesados ou princípios variacionais. Como resultado da aplicação deste método de análise temos um modelo espacial descrito com base num conjunto de graus de liberdade, que nos permite obter a solução pretendida depois de resolvido numericamente.

Na aplicação do método dos elementos finitos a sistemas contínuos com amortecimento viscoelástico, é necessário ter em conta alguns cuidados particulares. Em primeiro lugar, é necessário ter especial atenção na forma como esses elementos são espacialmente discretizados, dado que os tratamentos de amortecimento viscoelástico em estruturas contínuas são realizados através de elementos discretos e distribuídos na estrutura, sob a forma de camadas discretas totais ou parciais. Em segundo lugar, é necessário considerar a variação das propriedades dos materiais viscoelásticos com a frequência e com a temperatura no processo de simulação, quer este seja realizado no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Por último, é necessário seleccionar o método de análise conveniente, tendo cuidado por um lado, pelo método de modelação do material viscoelástico aplicado e, por outro, pelo objectivo da simulação e tipo de solução pretendida. É de realçar que existe sempre uma associação necessária e inerente entre os processos de modelação do material viscoelástico e os métodos de análise, facto que não impede uma abordagem personalizada a cada um deles.

### 2.4.1 Modelação espacial sob a forma de modelos combinados

A discretização espacial da estrutura em subdomínios regulares e uniformes, denominados por elementos finitos, é a base do presente método numérico de análise. A correcta discretização ou modelação espacial de estruturas com tratamentos viscoelásticos, é um factor determinante na qualidade e validade dos resultados obtidos na simulação numérica do comportamento dinâmico das mesmas, dependendo a abordagem do problema de discretização da configuração do tratamento.

A discretização espacial dos tratamentos superficiais com restrição e dos tratamentos integrados, requer uma correcta representação da elevada deformação de corte desenvolvida no núcleo viscoelástico, devido à acção restritiva das camadas elásticas adjacentes (Figura 2.6), uma vez que é um factor preponderante no mecanismo de amortecimento desenvolvido nessas configurações de tratamento. A modelação espacial dos tratamentos superficiais sem restrição é relativamente mais simples e fácil de discretizar através da teoria clássica dos laminados, uma vez que o mecanismo dissipativo desenvolvido nesta configuração assenta no armazenamento e dissipação de energia de deformação extensional.



*Figura 2.6:* Representação de um elemento dos tratamentos viscoelásticos.

Uma vez que a teoria clássica dos laminados é inadequada para representar a deformação de corte das camadas viscoelásticas, são usualmente aplicadas formas alternativas de modelação que têm por base uma correcta representação do campo de deformações que se desenvolve na estrutura tratada, nomeadamente o campo de deformações de corte do núcleo viscoelástico. Estas formas alternativas de modelação podem ser classi-

ficadas segundo a metodologia construtiva do modelo espacial, podendo ser divididas em modelos combinados e em modelos de camada discreta. Uma vez que no âmbito deste trabalho só serão utilizados na modelação espacial os modelos combinados, só estes vão ser alvo de uma análise mais pormenorizada.

Os modelos combinados, usualmente utilizados na simulação de tratamentos viscoelásticos, consistem na sobreposição de elementos finitos sólidos, de placa e de viga, sendo que cada camada é alvo de uma modelização individual, permitindo assim obter bons resultados devido à correcta descrição da deformação de corte desenvolvida na camada dissipativa. Por sua vez, os modelos discretos recorrem a elementos finitos de camada discreta, baseados na teoria layerwise, que permitem essencialmente reduzir o custo associado ao processo de modelação espacial.

Dentro dos modelos combinados podemos encontrar várias configurações. Desde o modelo estratificado mais simples que é o proposto por Killian e Lu (Figura 2.8) conforme [Moreira, 2004b], que recorre a uma combinação de dois elementos de placa, representativos das duas camadas externas, e a quatro elementos de viga, cuja rigidez de flexão está relacionada com a rigidez da camada viscoelástica que os mesmos representam.

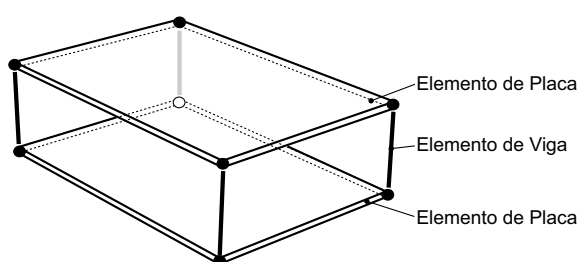
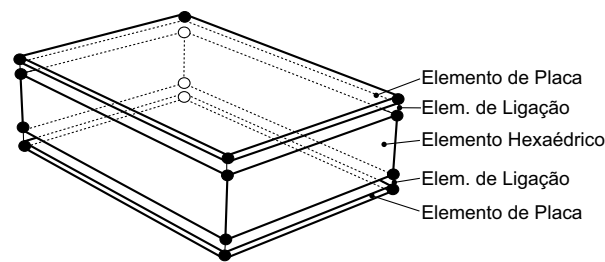


Figura 2.7: Modelo combinado de elementos de placa e elementos de viga.

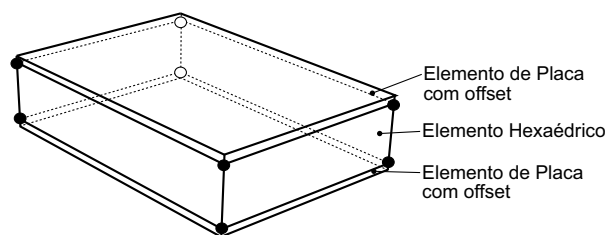
Podemos encontrar um outro modelo que utiliza dois elementos finitos de placa e um elemento finito hexaédrico para representar, respectivamente, as camadas externas e o núcleo viscoelástico (Figura 2.8).

## 2.4. MODELAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS DE TRATAMENTOS VISCOELÁSTICOS 17



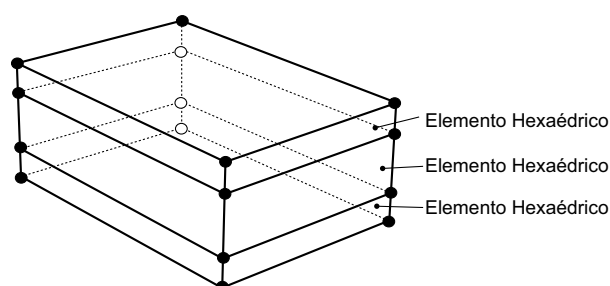
*Figura 2.8:* Modelo combinado de elementos de placa e elemento hexaédrico com ligações rígidas.

No modelo proposto por Johnson e Kienholz ver [Moreira, 2004a], os elementos finitos de placa partilham as localizações nodais do elemento sólido que representa a camada viscoelástica (Figura 2.9).



*Figura 2.9:* Modelo combinado de elementos de placa e elemento hexaédrico.

O último modelo combinado considerado, e que foi a base do modelo adoptado para a realização deste trabalho, foi o que utiliza três elementos finitos hexaédricos para representar as três camadas da estrutura sandwich com tratamento viscoelástico (Figura 2.10). Este modelo apresenta como vantagem principal a simplicidade e rapidez associada à modelação espacial. Moreira, 2004a apresenta uma comparação entre o modelo que utiliza dois elementos finitos de placa e um elemento finito hexaédrico, o modelo proposto por Johnson e Kienholz e o modelo que utiliza três elementos finitos hexaédricos para representação das camadas da estrutura sandwich. Esta análise foi realizada com base nos elementos finitos disponíveis no software comercial MSC.NastranTM, onde é avaliado o desempenho de cada um dos modelos referidos através de uma análise de convergência de resultados.



*Figura 2.10:* Modelo combinado de elementos hexaédricos.

Este estudo revela que o modelo combinado de elementos hexaédricos permite obter uma convergência mais rápida que os restantes modelos. Embora as conclusões retiradas do estudo referido sejam restritas à aplicação dos elementos finitos disponibilizados pelo software utilizado, estas permitem verificar, por um lado, a importância da protecção ao bloqueio de corte transversal (shear locking) presente na formulação do elemento finito e, por outro, a representatividade da deformação de corte transversal obtida em cada uma das formas de modelação consideradas. De facto, a aplicação do modelo com elementos hexaédricos requer um cuidado especial no que respeita ao problema do bloqueio de corte transversal, resultante da elevada razão entre a maior e a menor dimensão dos elementos sólidos, sendo por isso imperativo recorrer-se a elementos finitos com protecção a este problema numérico. No entanto, os resultados obtidos demonstram que a reduzida rigidez do material viscoelástico, quando comparada com a rigidez do material das camadas externas, atenua os efeitos do bloqueio de corte da camada viscoelástica na matriz global da estrutura. Para além disso, devido ao reduzido módulo extensional do material viscoelástico, a energia de deformação desenvolvida na camada viscoelástica é essencialmente devida à deformação de corte que aí ocorre.

A utilização de elementos sólidos com protecção ao bloqueio de corte na modelação da camada viscoelástica deve ser criteriosamente aplicada. No entanto, o estudo publicado em [Moreira, 2004a] demonstra que este efeito secundário, em parte devido à reduzida contribuição da energia de deformação da camada viscoelástica para a energia global do sistema, não se revela nos resultados, obtendo-se exactamente os mesmos resultados

utilizando quer elementos sólidos com integração uniforme quer elementos sólidos com integração reduzida/selectiva. Os elementos finitos hexaédricos nas camadas externas devem forçosamente possuir protecção ao bloqueio de corte, já que neste caso, a contribuição energética destas camadas no sistema global é preponderante. Independentemente da razão de aspecto dos elementos finitos e da formulação aplicada, a malha de elementos finitos deve possuir o nível de refinamento necessário à correcta representação dos modos naturais de vibração da estrutura presentes na gama de frequências em análise [Moreira, 1996].

### 2.4.2 Modelação dos materiais viscoelásticos segundo o módulo complexo

Um aspecto de extrema importância que deve ser considerado no método dos elementos finitos, na análise dos tratamentos viscoelásticos, é a correcta caracterização das propriedades dos materiais viscoelásticos no processo de cálculo e do amortecimento característico do sistema.

Uma vez que os materiais viscoelásticos apresentam um factor de perda elevado e uma forte dependência da frequência de excitação e da temperatura de funcionamento, a modelização destes materiais deve permitir uma caracterização correcta do amortecimento viscoelástico e das propriedades do material viscoelástico (módulo de ganho e factor de perda) com a frequência e com a temperatura.

Uma vez que grande parte dos software comerciais de elementos finitos só consideram amortecimento viscoso, histerético ou estrutural, proporcional e modal, não permitem uma correcta caracterização das propriedades reais apresentadas pelos materiais viscoelásticos utilizados em tratamentos passivos. Para além disso, não nos permitem controlar a dependência das propriedades mecânicas com a frequência e a temperatura. Este problema pode ser contornado, removendo o factor temperatura do processo de cálculo, admitindo exclusivamente condições isotérmicas. Se a gama de temperaturas de interesse envolver mais do que um valor, temos que realizar para cada caso uma simulação para os diferentes valores

de temperatura.

Este tipo de abordagem, embora não seja a ideal e a mais realista, permite-nos resolver a maior parte das situações com que somos confrontados. No entanto o efeito da frequência nas propriedades dos materiais viscoelásticos é totalmente imprescindível. Esta dependência pode ser analisada à luz de vários modelos, tais como, modelo de Golla-Hughes-McTavish, modelo do campo de deslocamentos inelásticos (ADF) e o módulo complexo que é a base deste trabalho e, por isso, alvo de uma abordagem mais detalhada que passo a apresentar.

Tendo como base um sistema dinâmico generalizado com  $n$  graus de liberdade constituído por elementos elásticos e elementos viscoelásticos, a equação do movimento apresenta a seguinte forma:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [\bar{K}]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (2.7)$$

onde  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[\bar{K}]$  representam, respectivamente, a matriz de massa, de amortecimento viscoso e de rigidez complexa e os vectores  $\{x(t)\}$  e  $\{F(t)\}$  o vector da resposta e o de excitação do sistema, respectivamente.

A matriz de rigidez global contém termos complexos e dependentes da frequência, podendo apresentar a seguinte forma:

$$[\bar{K}] = [K_e] + [\bar{K}_v(\omega)] \quad (2.8)$$

onde  $[K_e]$  representa a matriz de rigidez real e constante dos elementos puramente elásticos do sistema e  $[\bar{K}_v(\omega)]$  a matriz de rigidez viscoelástica, complexa e dependente da frequência e da temperatura se esta não for considerada constante (condições isotérmicas).

Apesar da relação do módulo extensional complexo  $\bar{E}(\omega)$  com o módulo de corte complexo  $\bar{G}(\omega)$  não ser directamente proporcional, podemos assumir a seguinte relação,

$$\bar{G}(\omega) = \frac{\bar{E}(\omega)}{2(1 + \nu)} \quad (2.9)$$

permitindo assim decompor a matriz de rigidez viscoelástica na forma:

$$[\bar{K}_v(\omega)] = \bar{G}(\omega)[K_v] \quad (2.10)$$

sendo  $[K_v]$  a matriz de rigidez viscoelástica factorizada, definida por termos reais e constantes, para um módulo de corte unitário.

Considerando o regime harmónico estacionário podemos assumir que a excitação do sistema é do tipo,

$$\{F(t)\} = \{F\}e^{j\omega t} \quad (2.11)$$

e que a resposta do sistema é da forma:

$$\{x(t)\} = \{\bar{X}(\omega)\}e^{j\omega t} \quad (2.12)$$

A equação de movimento 2.7 pode agora ser reescrita no domínio da frequência:

$$(-\omega^2[M] + j\omega[C] + ([K_e] + \bar{G}(\omega)[K_v]))\{\bar{X}(\omega)\} = \{F\} \quad (2.13)$$

A aplicabilidade deste método é restrita a sistemas com excitação harmónica e, na maioria das vezes, de dimensão reduzida ou média dado o elevado custo operacional necessário pelo método de análise associado, normalmente o método de análise directa em frequência. Contudo, é um método expedito e daí a sua utilização quer em aplicações de natureza científica, quer em aplicações industriais [Moreira, 1996].

### 2.4.3 Análise directa em frequência

De entre os vários métodos de análise existentes, como por exemplo, o método de análise directa em frequência, a integração numérica no domínio do tempo, o método dos modos complexos, o que normalmente aparece associado à modelação apresentada na secção 2.4.2, é o método da análise directa em frequência. Uma vez que a distinção entre este e a própria modelação não é muito clara, optou-se por definir e apresentar toda a

metodologia associada a este método.

Consideremos o sistema de equações do movimento que caracteriza o sistema com amortecimento puramente viscoelástico:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [\bar{K}(\omega, T)]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (2.14)$$

onde as matrizes  $[M]$  e  $[\bar{K}(\omega, T)]$  e os vectores  $\{x(t)\}$  e  $\{F(t)\}$  representam, respectivamente, a matriz de massa, a matriz de rigidez complexa, o vector da resposta e o vector de excitação do sistema.

Considerando o regime harmónico, a excitação do sistema pode ser caracterizada pelo vector de amplitudes  $\{F\}$  e por uma frequência  $\omega$ , sendo do tipo:

$$\{F(t)\} = \{F\}e^{j\omega t} \quad (2.15)$$

Por sua vez, a resposta do sistema em regime harmónico estacionário, apresenta um vector complexo  $\{\bar{X}(\omega)\}$  e apresenta a mesma frequência  $\omega$  da excitação:

$$\{x(t)\} = \{\bar{X}(\omega)\}e^{j\omega t} \quad (2.16)$$

Considerando as condições isotérmicas e substituindo as Equações 2.15 e 2.16 na Equação 2.14 obtemos:

$$[[\bar{K}(\omega)] - \omega^2[M]]\{\bar{X}(\omega)\} = \{F\} \quad (2.17)$$

onde  $[[\bar{K}(\omega)] - \omega^2[M]]$  representa a matriz de rigidez dinâmica do sistema.

Sendo a matriz de rigidez dinâmica do sistema  $[Z(\omega)]$ ,

$$[Z(\omega)] = [[\bar{K}(\omega)] - \omega^2[M]] \quad (2.18)$$

obtemos a equação simplificada:

$$[Z(\omega)]\{\bar{X}(\omega)\} = \{F\} \quad (2.19)$$

## 2.4. MODELAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS DE TRATAMENTOS VISCOELÁSTICOS 23

Podemos agora determinar o vector  $\{\bar{X}(\omega)\}$  em função da frequência  $\omega$  e dos parâmetros do sistema.

Por definição, a função de resposta em frequência do tipo receptância  $[\alpha_{j\ell}(\omega)]$  é dada pela expressão:

$$\alpha_{j\ell}(\omega) = \left( \frac{\bar{X}_j(\omega)}{F_\ell} \right)_{F_i=0}, \begin{cases} i = 1, \dots, n \\ i \neq \ell \end{cases} \quad (2.20)$$

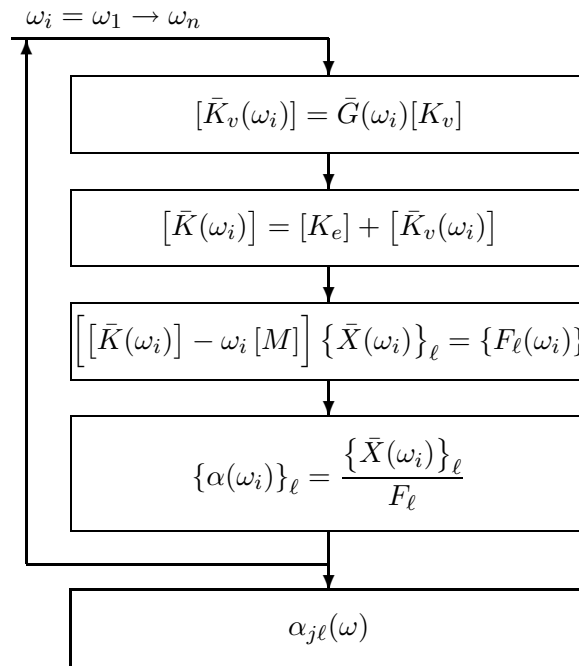
onde  $\bar{X}_j(\omega)$  representa a amplitude e o desfasamento da resposta do sistema, segundo o grau de liberdade  $j$  resultante da excitação  $F_\ell(\omega)$ , aplicada no grau de liberdade correspondente à referência  $\ell$ . Assim, uma via para determinar as funções de resposta em frequência consiste em resolver o seguinte sistema de equações lineares para diferentes valores da frequência  $\omega$ :

$$\left[ [\bar{K}(\omega)] - \omega^2[M] \right] \{\bar{X}(\omega)\}_\ell = \{F_\ell\} \quad (2.21)$$

sendo o vector excitação  $\{F_\ell\}$ , um vector com uma única componente não nula, correspondente ao grau de liberdade da referência  $\ell$ .

O modelo de resposta em frequência do sistema pode ser integralmente determinado através de um ciclo de cálculo (Figura 2.11), ao longo da gama de frequências de interesse.

Ao adoptarmos por base a hipótese de excitação harmónica, podemos introduzir no modelo as propriedades dos materiais viscoelásticos através do método do módulo complexo. Isto permite-nos actualizar as propriedades dos materiais viscoelásticos para cada uma das frequências do ciclo, assegurando assim a dependência dos materiais viscoelásticos com a frequência. A sua introdução no modelo numérico pode ser efectuada através de tabelas ou de uma função representativa do nomograma do material.



**Figura 2.11:** Processo de cálculo cíclico do método de análise directa em frequência.

Este método tem a seu favor o facto de permitir a determinação directa do modelo de resposta em frequência, que é o método normalmente adoptado para a validação de modelos numéricos com base em resultados experimentais, evitando assim os processos de identificação modal e consequente introdução de fontes de erro.

Por sua vez, é um método que necessita de um elevado custo computacional e um elevado tempo de análise, visto que é necessário resolver um sistema de equações lineares complexas, com a dimensão global do modelo espacial, para cada uma das frequências do ciclo. Apesar de permitir uma comparação directa com os resultados obtidos por via experimental, não fornece directamente os parâmetros descritivos do sistema amortecido, ou seja, os factores de perda e as frequências naturais [Moreira, 2004a, 1996].

# Capítulo 3

## Análise do Disco

### 3.1 Introdução

Este capítulo tem como objectivo principal, a caracterização do comportamento dinâmico do disco/placa circular. Com a intenção de melhor caracterizar o comportamento dinâmico do disco, optou-se por efectuar uma análise modal e uma análise em frequência no software comercial ACTRAN/VA. Para isso foi necessário analisar fisicamente o problema e conceber a respectiva geometria, recorrendo-se a um outro software, o SolidWorks. Com a geometria do problema, já foi possível efectuar a sua modelização através dos elementos finitos presentes no FEMAP e assim obter a malha necessária, para realizarmos a análise modal e em frequência ao disco.

### 3.2 Geometria e modelação espacial

O disco objecto deste trabalho derivou de uma serra circular. Este facto influenciou a discretização estrutural, uma vez que foi necessário ignorar a existência dos dentes da serra circular na realização da malha. Nesta simplificação, foi adoptado para o diâmetro exterior do disco, o valor médio entre o diâmetro de pé e o de cabeça dos dentes. Com esta simplificação pretendeu-se assegurar que o diâmetro exterior e a massa do disco

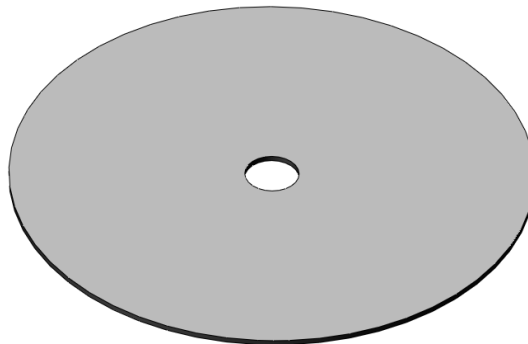
se aproximam das características da serra circular, para que para além de o modelo ser o mais fidedigno possível, também seja possível comparar resultados numéricos com resultados experimentais numa análise modal experimental.

Uma vez que a geometria do disco é relativamente simples, a obtenção da sua geometria não apresentou qualquer dificuldade. A mesma foi realizada no SolidWorks, software que já era de todo conhecido. As simulações e análises efectuadas ao disco foram realizadas com base nas propriedades geométricas e materiais apresentadas na Tabela 3.1.

*Tabela 3.1:* Propriedades geométricas e materiais do disco.

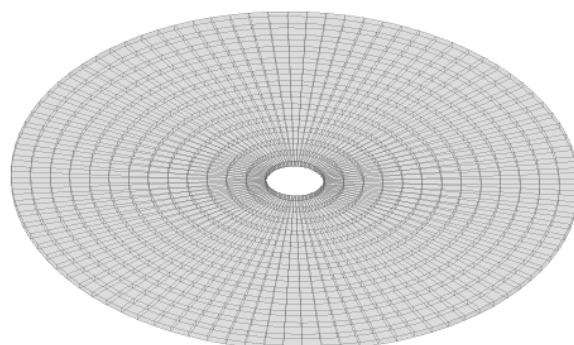
Disco					
Módulo de Young / GPa	Coefficiente de Poisson	Massa volúmica / kg m <sup>-3</sup>	Diâmetro exterior / mm	Diâmetro interior / mm	Espessura / mm
215	0.32	8034	145	15	3

Faço notar que o valor adoptado para a massa volúmica do disco não é um valor padrão. Este não é mais do que um preciosismo, uma vez que o disco analisado derivou de uma serra circular e o que se fez foi calcular a sua massa volúmica tendo em conta que conhecíamos a sua massa e volume. Para as restantes propriedades materiais adoptaram-se as propriedades do aço, que é o material base do disco de corte.



*Figura 3.1:* Geometria do disco sem tratamento.

Em termos de discretização, esta foi realizada recorrendo aos elementos sólidos disponíveis na biblioteca do FEMAP. O elemento estrutural que foi utilizado para a estrutura base foi o elemento sólido de casca (HEX 08), que é um elemento hexaédrico, com 8 nós e 3 graus de liberdade (deslocamentos) por nó. Não existe nenhum procedimento específico para a realização da malha, estando sujeita ao senso comum do utilizador. É de boa prática não realizar malhas com escassez de elementos, para que na discretização realizada não falem características fundamentais do problema, ou por excesso, para que o custo computacional não seja demasiado elevado. A malha realizada (Figura 3.2) contém 13 elementos na direcção radial e 92 na direcção circunferencial, sendo que o valor circunferencial, embora possa ser manipulado, foi seguida a sugestão do software com o intuito de uma melhor discretização. Na direcção axial foi usado um único elemento devido à reduzida espessura do disco.



*Figura 3.2:* Malha do disco sem tratamento.

Relativamente às condições de fronteira utilizadas, foram adoptadas duas configurações. Na primeira considera-se o disco com condições de fronteira livre-livre, uma vez que são as condições de fronteira mais fáceis de reproduzir a nível experimental. Na segunda configuração, considera-se que o disco está encastrado na circunferência interior e livre na exterior. Esta configuração tenta reproduzir as condições de funcionamento e os fenómenos físicos envolvidos nas utilizações com serras circulares. Relativamente ao encastramento, este foi realizado considerando os deslocamentos nulos exclusivamente nos nós que se encontram na circunferência

interior de ambas as faces. Esta simplificação permite facilitar toda a modelação envolvida e por outro lado retrata na perfeição toda a zona de encastramento e os fenómenos físicos envolvidos (Figura 3.3). De agora em diante, quando se referir ao disco nas condições de fronteira livre-livre ou encastrado-livre refere-se às configurações anteriormente descritas. A banda de frequências analisada foi de [0 ; 500] Hz. Refiro ainda que, quando se menciona disco, placa circular ou serra circular, trata-se do mesmo objecto, isto é, o objecto do estudo.

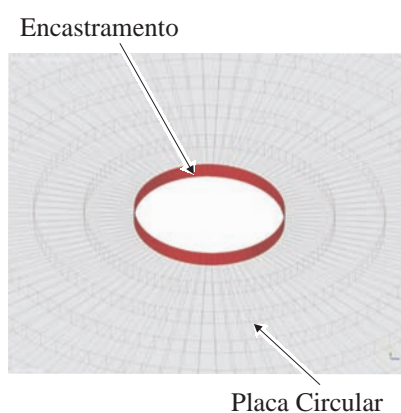


Figura 3.3: "Zoom" da região de encastramento do disco.

### 3.3 Análise modal

A análise modal em ACTRAN/VA é realizada, aliás como em outros códigos, através da resolução de um problema generalizado de valores e vectores próprios do tipo

$$[k]\{\phi\} = \omega^2[m]\{\phi\} \quad (3.1)$$

onde os valores próprios correspondem ao quadrado das frequências naturais e os vectores próprios às formas naturais de vibração.

Importa referir que os vectores  $\{\phi\}_{i=1, \dots, n}$  podem ser definidos a menos de uma constante, sendo apenas as razões entre as componentes do vector, soluções únicas. São denominados por formas naturais de vibração e definem a forma ou configuração espacial assumida pelo sistema

durante o movimento síncrono de frequência natural  $\omega_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , respectivamente.

Os modos naturais de vibração são os movimentos harmônicos síncronos às frequências naturais de amplitudes definidas pelas formas naturais. Constituem uma propriedade intrínseca do sistema e são únicos para um dado sistema, excepto a grandeza das componentes dos vectores modais, isto é, apenas as razões dos vectores modais são únicas [Rodrigues, 2010a].

O ACTRAN/VA disponibiliza vários solvers para a resolução do problema de valores e vectores próprios, sendo que o que apresenta melhor desempenho nas características do problema é o SPARSE, sendo por isso o adoptado para a análise modal. Esta ferramenta tem o handicap de só permitir a resolução de problemas reais, o que nos restringe as análises modais exclusivamente ao caso do disco sem qualquer tratamento viscoelástico.

A análise modal em ACTRAN/VA é realizada através do comando "MODAL\_EXTRACTION" [FFT, 2009].

### 3.3.1 Condições de fronteira livre-livre

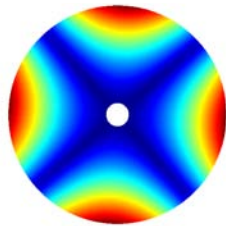
Na análise modal efectuada ao disco, com as condições de fronteira livre-livre, verificou-se que este possuía 5 modos naturais de vibração na banda de frequências analisada. Na Tabela 3.2, são apresentadas as frequências naturais obtidas para os 5 modos.

*Tabela 3.2:* Frequências naturais de vibração.

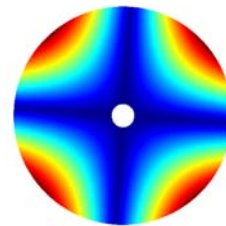
Frequências naturais / Hz				
1°	2°	3°	4°	5°
187.878	187.887	316.127	441.394	441.490

Através da análise da Tabela 3.2, podemos constatar que as frequências naturais apresentam valores muito próximos entre si para o 1° e 2° modo e para o 4° e 5° modo natural. Refira-se que, teoricamente e dada a simetria da estrutura, estas frequências são iguais. Uma análise da Figura 3.4 per-

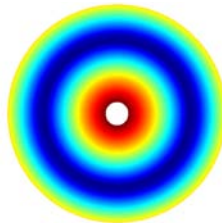
mite constatar que as formas naturais destes dois pares são muito semelhantes entre si, a menos de uma rotação dos diâmetros nodais de 45 e 30 graus, respectivamente. O 3º modo é único, uma vez que a sua forma natural permanecerá igual para qualquer rotação aplicada à sua circunferência nodal. Importa referir que as linhas nodais, diâmetros e circunferências, são as linhas de máxima rigidez e portanto de deslocamentos nulos.



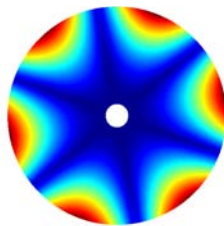
(a) 1ª forma: 187.878 Hz.



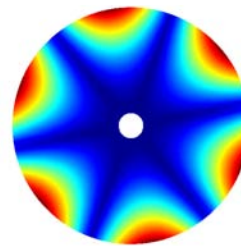
(b) 2ª forma: 187.887 Hz.



(c) 3ª forma: 316.127 Hz.



(d) 4ª forma: 441.394 Hz.



(e) 5ª forma: 441.490 Hz.

**Figura 3.4:** Formas naturais de vibração / Disco Livre-Livre.

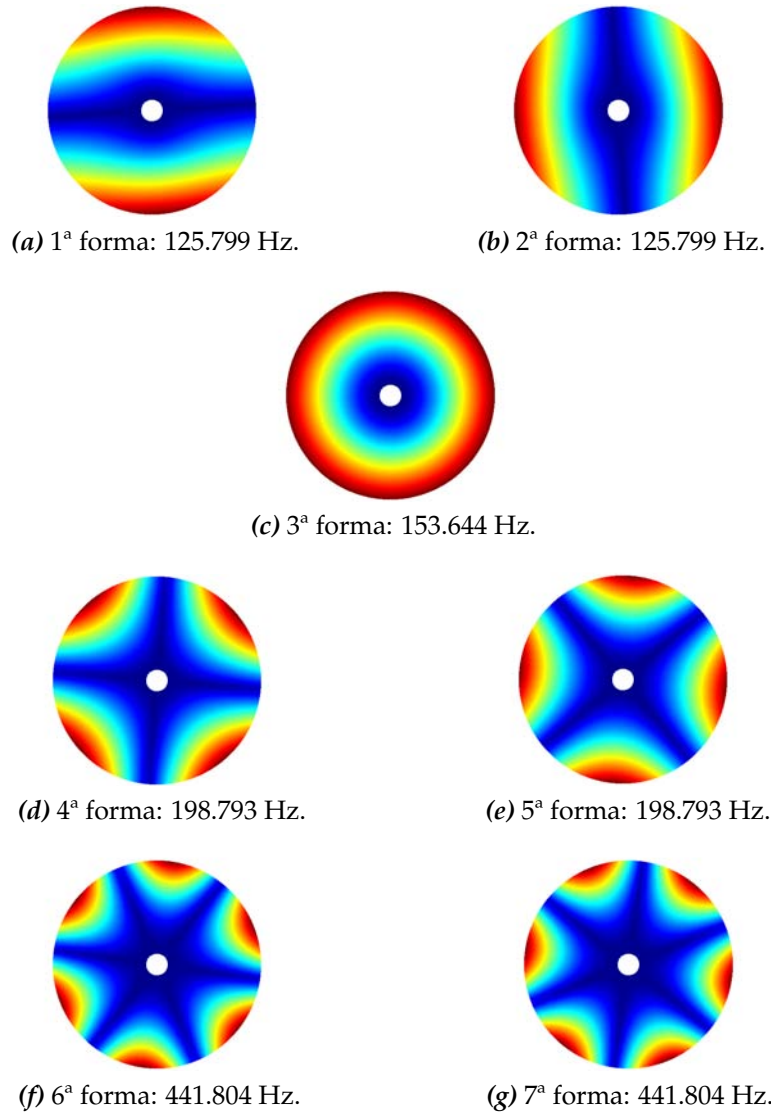
### 3.3.2 Condições de fronteira encastrado-livre

Na análise modal efectuada ao disco, com as condições de fronteira encastrado-livre, na banda de frequências [0 ; 500] Hz, verificou-se que este possuía 7 modos naturais de vibração. Na Tabela 3.3, são apresentadas as frequências naturais obtidas.

*Tabela 3.3:* Frequências naturais de vibração.

Frequências naturais / Hz						
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°
125.799	125.799	153.644	198.793	198.793	441.804	441.804

Analisando a Tabela 3.3, constatamos que os pares de modos naturais 1 e 2, 4 e 5, 6 e 7 possuem a mesma frequência natural entre si, diferindo por isso somente na forma natural. Observando a Figura 3.5, constatamos que em todos os pares anteriormente mencionados, as formas naturais são semelhantes entre si, encontrando-se novamente os diâmetros nodais desfasados entre si de 90°, 45° e 30°, para os modos 1 e 2, 4 e 5, 6 e 7, respectivamente. O 3° modo é único, uma vez que a sua forma natural permanecerá igual para qualquer rotação aplicada à sua circunferência nodal.



*Figura 3.5:* Formas naturais de vibração / Disco Encastado-Livre.

## 3.4 Análise em frequência

A análise em frequência foi realizada no ACTRAN/VA e permite-nos determinar a resposta de um sistema de vibração para uma excitação específica. Esta é a análise mais utilizada neste software, não havendo qualquer limitação ao nível das condições de fronteira e dos materiais possíveis de analisar. O procedimento de análise tem por base a análise directa em frequência (ADF) descrita na Secção 2.4.3, e de entre os vários solvers disponibilizados pelo software, o Krylov é o que apresenta melhor eficiência computacional na resolução dos sistemas de equações [FFT, 2009].

Relativamente às condições em que a análise foi efectuada, esta foi realizada num intervalo de frequências entre 0 e 500 Hz, com um incremento de 0.5 Hz. A análise efectuada foi no sentido de obtermos a função de resposta em frequência do tipo receptância. Tratando-se de uma função de resposta directa, o ponto de aplicação da carga coincide com o ponto de leitura da resposta, situando-se na periferia do disco (Figura 3.6). A carga aplicada, foi uma carga dinâmica harmónica de amplitude unitária segundo a direcção positiva do eixo  $y$ , isto é, perpendicular ao plano apresentado na Figura 3.6.

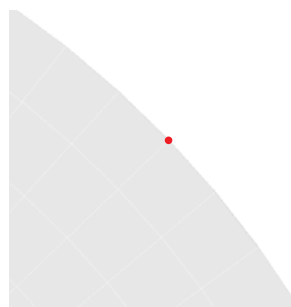


Figura 3.6: Localização do nó de excitação e resposta (ponto vermelho).

### 3.4.1 Condições de fronteira livre-livre

Na análise directa em frequência, para o disco nas condições de fronteira livre-livre, o ACTRAN/VA forneceu a função de resposta em frequência (FRF) posteriormente processada em Matlab para a sua representação

gráfica sob a forma do diagrama de Bode.

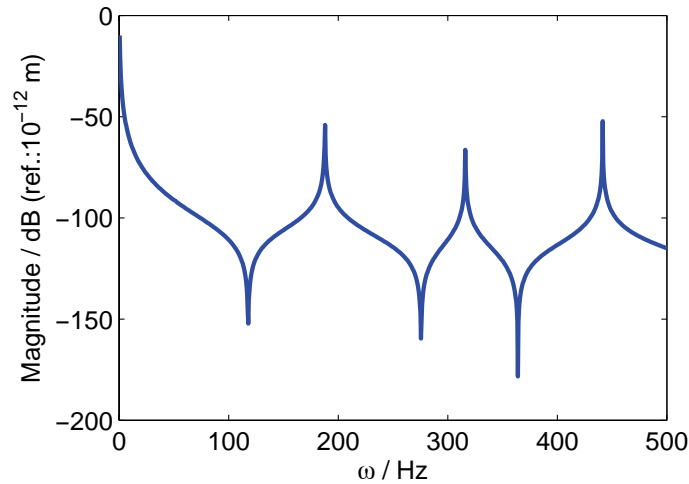


Figura 3.7: FRF/receptância - Disco Livre-Livre.

A análise da Figura 3.7, permite-nos comprovar que se trata de uma função de resposta em frequência directa, uma vez que entre cada pico de ressonância temos uma anti-ressonância, sendo estas mudanças sempre acompanhadas com mudança de fase (Figura 3.8), que no caso dos sistemas não amortecidos e da FRF do tipo receptância varia precisamente entre zero e  $\pi$ . Em termos das frequências naturais do sistema, estas coincidem com as frequências de ressonância, uma vez que o disco não possui qualquer amortecimento dissipativo. Tendo em conta a proximidade das frequências naturais do 1º e 2º modo e do 4º e 5º modo (Tabela 3.2), não é possível a visualização independente destes modos na FRF. A FRF permite-nos constatar a existência de modos de corpo rígido. Para este tipo de sistemas, com graus de liberdade não restringidos (ausência de ligações ao exterior), a equação característica apresenta raízes nulas, em número igual ao número de graus de liberdade não restringidos, a que correspondem frequências naturais nulas, o que significa que não existe oscilação no movimento associado a estas raízes. Para as frequências nulas, as respectivas formas naturais de vibração representam movimentos de corpo rígido, isto é, movimentos sem oscilação e sem deformação elástica dos elementos de ligação.

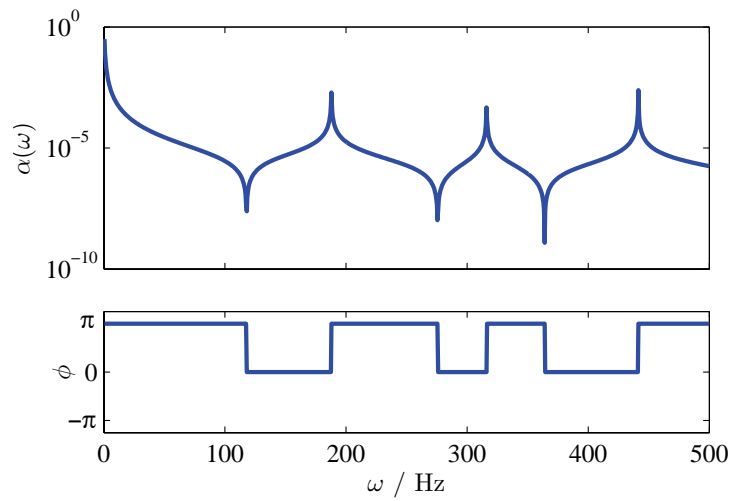


Figura 3.8: Diagrama de Bode - Disco Livre-Livre.

### 3.4.2 Condições de fronteira encastrado-livre

Na análise directa em frequência, para o disco com as condições de fronteira encastrado-livre, determinou-se igualmente a função de resposta em frequência directa representada nas Figuras 3.9 (magnitude) e 3.10 (diagrama de Bode).

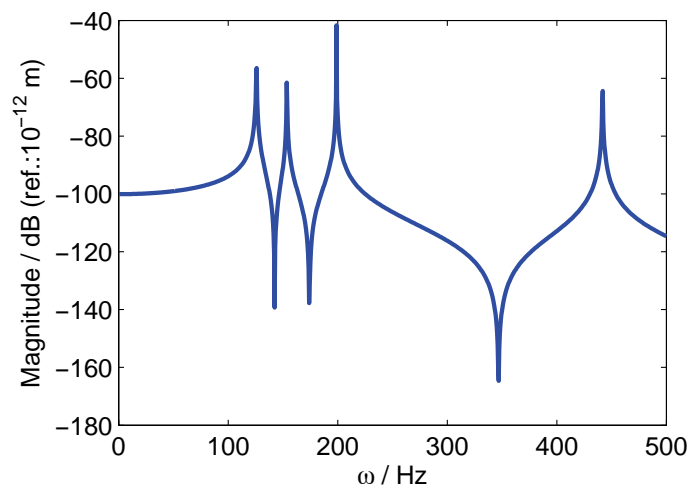
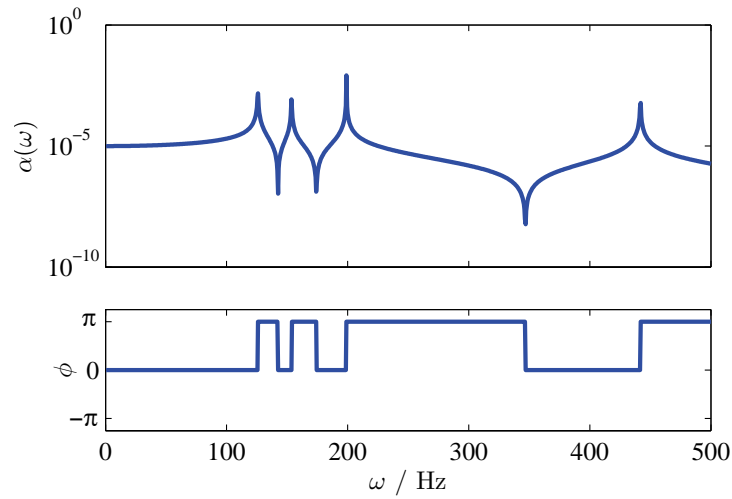


Figura 3.9: FRF/receptância - Disco Encastrado-Livre.



**Figura 3.10:** Diagrama de Bode - Disco Encastrado-Livre.

Uma análise das Figuras 3.9 e 3.10 e da Tabela 3.3 das frequências naturais, permite-nos constatar que as conclusões obtidas na secção anterior para as condições de fronteira livre-livre, são na maioria válidas para estas condições de fronteira, realçando só o facto de nesta configuração não existir modos de corpo rígido.

# Capítulo 4

## Análise do disco com tratamentos viscoelásticos

### 4.1 Introdução

Este capítulo tem como objectivo principal analisar a eficiência da aplicação de tratamentos viscoelásticos para o controlo de vibrações. Os materiais viscoelásticos apresentam excelentes características para o controlo de vibrações, assunto já abordado no Capítulo 2, e por isso são dos materiais mais utilizados para esse fim. As serras circulares são das ferramentas mais utilizadas a nível industrial, e por isso são forçadas a acompanhar a constante evolução e crescimento da indústria. Uma vez que o disco analisado teve como origem uma serra circular, o controlo passivo de vibrações com o recurso a materiais viscoelásticos assume um papel de extrema importância na melhoria das capacidades de corte, associadas à crescente exigência da qualidade dos produtos e à necessidade económica de melhorar a longevidade das ferramentas. Neste capítulo, vão ser analisadas 4 configurações, passando a análise principal pelas funções de resposta em frequência do tipo de receptância (FRF), sob a forma de diagramas da magnitude e representação de Bode.

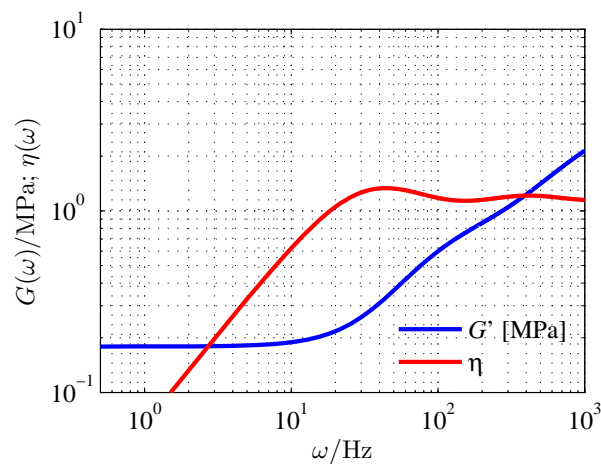
## 4.2 Geometria e modelização

A geometria e modelização do disco com os tratamentos viscoelásticos é em tudo semelhante à realizada na Secção 3.2. Assim, as geometrias foram elaboradas no SolidWorks, as modelizações realizadas no FEMAP e as análises efectuadas no ACTRAN/VA, segundo as propriedades geométricas e dos materiais presentes na Tabela 4.1.

**Tabela 4.1:** Propriedades geométricas e dos materiais do sistema vibratório.

	Módulo de Young / GPa	Coefficiente de Poisson	Massa volúmica / $\text{kg m}^{-3}$	Diâmetro exterior / mm	Diâmetro interior / mm	Espessura / mm
Disco (D)	215	0.32	8034	145	15	3
Camada de restrição (R)	70	0.3	2700	125	25	0.254
Camada viscoelástica (V)	Tabela 4.2	0.49	1140	125	25	0.127

As propriedades do material viscoelástico utilizado, o 3M ISD 112, foram determinadas para condições isotérmicas, isto é, para uma temperatura de referência de 27 °C.



**Figura 4.1:** Módulo de corte e factor de perda do material 3M ISD112 a 27°C.

Neste trabalho, o módulo complexo do material viscoelástico foi gerado utilizando o modelo constitutivo ADF, *anelastic displacement fields*, realizado por *Vasques and Moreira, 2010*, onde o módulo complexo de corte do material é obtido pela seguinte equação:

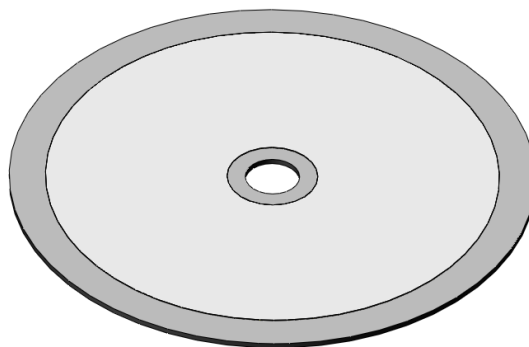
$$G(j\omega) = G_{\infty} \left( 1 + \sum_{i=1}^n \Delta_i \frac{\omega^2 + j\omega\Omega_i}{\omega^2 + \Omega_i^2} \right) \quad (4.1)$$

Os valores dos parâmetros envolvidos na Equação 4.1 são apresentados na Tabela 4.2, para um conjunto de 3 séries ( $i=1,2,3$ ).

**Tabela 4.2:** Parâmetros ADF para o material 3M ISD 112 a 27 °C usando três séries.

$G_{\infty}/ \text{MPa}$	Modelo ADF		
	$i$	$\Delta_i$	$\Omega_i / \text{rad s}^{-1}$
0.1789	1	3.5286	504.20
	2	8.7533	4282.5
	3	60.324	39313

Uma vez que os tratamentos viscoelásticos apresentam uma maior eficiência quando associados a uma camada de restrição (Figura 4.2) ou quando se encontram integrados numa estrutura, nas configurações posteriormente adoptadas não serão abordados tratamentos superficiais sem restrição [Moreira, 2004b].



**Figura 4.2:** Disco com tratamento viscoelástico e camada de restrição.

A camada de restrição, cuja rigidez extensional é da mesma ordem de grandeza da apresentada pelo disco, induz uma elevada deformação de

corte na camada viscoelástica durante cada ciclo de deformação em flexão da estrutura em vibração. Esta força a mudança da superfície neutra do centro do disco para uma região mais próxima da camada viscoelástica, fazendo com que a deformação de corte obtida na camada viscoelástica na configuração com restrição seja significativamente superior à deformação de extensão que resulta na configuração sem restrição [Vasques and Rodrigues, 2010]. De facto, enquanto que a deformação em extensão está relacionada com o comprimento do tratamento, a deformação de corte relaciona-se com a espessura do tratamento. Numa configuração sem camada de restrição, a eficiência depende directamente da espessura e módulo de ganho do material de amortecimento, de forma a maximizar a energia armazenada durante a deformação extensional. Nos tratamentos superficiais com restrição, pretende-se maximizar a energia de deformação de corte que ocorre na camada viscoelástica devido ao efeito da camada de restrição. No entanto esta também tem uma função de protecção do material viscoelástico contra danos físicos e químicos. Esta função é em algumas aplicações de grande importância, como por exemplo nos tratamentos aplicados em serras circulares, onde a camada de restrição impede o ataque químico por parte do fluído lubrificante, bem como a introdução de partículas de corte no material viscoelástico. Por outro lado, o recurso à camada de restrição aumenta a complexidade do projecto e a dificuldade de aplicação no entanto, não são factores impeditivos da sua utilização.

Em estruturas com tratamentos integrados, o mecanismo de amortecimento é integrado na própria estrutura do material durante o seu processo de fabrico ou numa fase posterior. Assim, é possível considerar no projecto de um componente a capacidade de amortecimento presente no material, permitindo projectar estruturas mais leves, flexíveis e resistentes mecanicamente. É comum a aplicação deste conceito na realização de painéis e vigas compósitas com camadas interlaminares de material viscoelástico. Nestes casos, o princípio de funcionamento do mecanismo de amortecimento é equivalente ao que se verifica no tratamento superficial com restrição. O material viscoelástico é normalmente colocado sobre a superfície neutra do conjunto, o que permite maximizar a deformação de

corte na camada de amortecimento. Associando este mecanismo de amortecimento ao conceito de estruturas “Sandwich”, é possível obter soluções extremamente eficientes do ponto de vista da relação rigidez/peso exibindo um excelente nível de amortecimento interno.

Por último, é de referir ainda que a possibilidade de obtermos tratamentos eficientes com camadas de amortecimento de espessura reduzida constitui uma vantagem, não só do ponto de vista da modificação estrutural, mas também de ordem económica, já que as quantidades de material a aplicar são menores para estas configurações [Moreira, 1996].

Com o objectivo de perceber qual a configuração de tratamento mais eficiente, foram adoptadas 4 configurações diferentes. Na primeira configuração adoptada o disco só tinha tratamento viscoelástico de um lado, na segunda tinha de ambos os lados e na terceira tinha só de um lado, mas com o dobro da espessura do material viscoelástico. Nestas 3 configurações, os tratamentos aplicados são do tipo superficial com restrição. Na quarta configuração, utilizou-se um tratamento integrado, onde o material viscoelástico, de espessura indicada na Tabela 4.1, foi integrado entre dois discos com a espessura de 1.5 mm, isto é, com a metade da espessura do disco, indicada na Tabela 4.1.

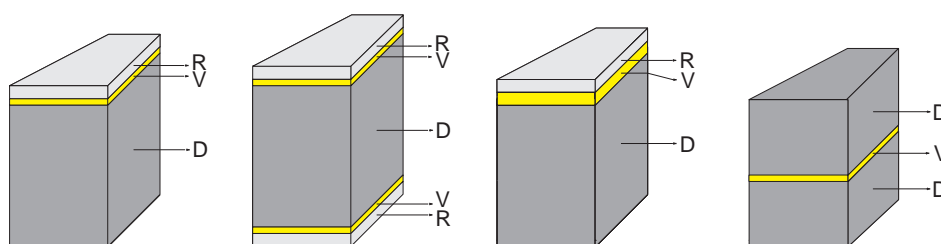


Figura 4.3: Esquema representativo das 4 configurações adoptadas.

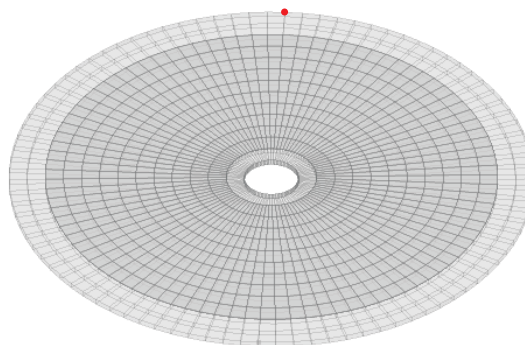
Uma vez que as 4 configurações apresentadas na Figura 4.3, mais a configuração do disco sem tratamento, são referidas inúmeras vezes ao longo deste trabalho, foi elaborada uma designação para cada uma delas, por uma questão de simplificação e facilidade de referência. Estas designações estão apresentadas na Tabela 4.3.

**Tabela 4.3:** Designação das 4 configurações adoptadas e do disco sem tratamento.

Configuração $i$	Designação	Descrição
1	D	Disco
2	RVD	Disco com tratamento e camada de restrição de um lado
3	RVDVR	Disco com tratamento e camada de restrição de ambos os lados
4	RVVD	Disco com o dobro do tratamento e camada de restrição de um lado
5	DVD	Disco com tratamento integrado

A designação foi elaborada tendo em conta as letras atribuídas ao disco (D), à camada de restrição (R) e à camada viscoelástica (V) anteriormente apresentadas na Tabela 4.1. A disposição que estes constituintes apresentam nas 4 configurações mais o disco sem tratamento, originou uma designação de fácil compreensão, que é apresentada na Tabela 4.3.

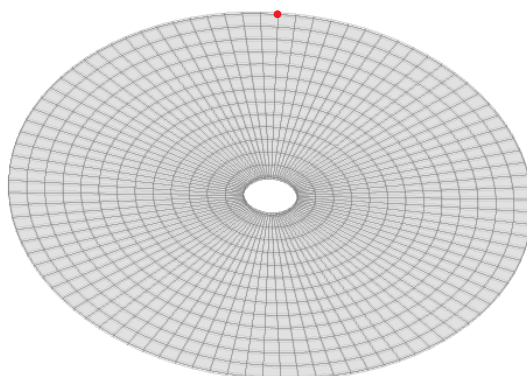
Em termos da discretização, esta foi elaborada com os mesmos elementos que foram utilizados no caso do disco sem tratamento, os elementos sólidos de casca (HEX 08). O procedimento foi em tudo igual ao realizado anteriormente, mantendo-se a malha com o mesmo número e distribuição de elementos para o disco, nas 3 configurações com tratamento superficial e camada de restrição.

**Figura 4.4:** Disco com tratamento superficial com restrição e nó de excitação e resposta (ponto vermelho).

Por sua vez, a malha da camada viscoelástica e da camada de restri-

ção só difere do disco na direcção radial, possuindo somente 10 elementos nesta direcção. Na direcção circunferencial mantém os mesmos 92 elementos e na direcção axial continua a possuir um elemento por camada (elástica, viscoelástica e restrição).

A malha utilizada na configuração DVD possui os mesmos elementos e distribuição para as “metades” do disco e camada viscoelástica, uma vez que nesta configuração o tratamento viscoelástico abrange toda a superfície do disco. A malha possui 13 elementos na direcção radial, 92 na direcção circunferencial e um elemento na direcção axial para cada um dos 3 constituintes. A geometria e modelização desta configuração irão ser alvo de análise novamente na Secção 4.3.4, uma vez que a configuração DVD vai ser abordada segundo duas teorias diferentes, ao contrário das restantes configurações.



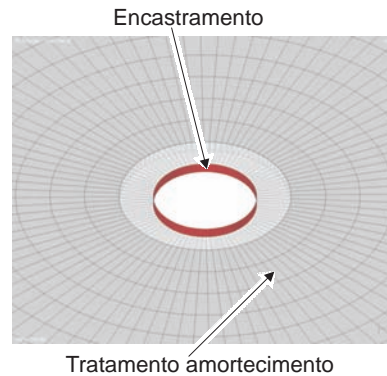
*Figura 4.5:* Malha do disco com tratamento viscoelástico integrado e nó de excitação (ponto vermelho).

Para assegurar que existe a continuidade dos deslocamentos entre as várias camadas, disco/material viscoelástico, material viscoelástico/camada de restrição, houve o cuidado de, ao realizar as malhas, assegurar que os nós presentes entre elas eram os mesmos para forçar os deslocamentos.

Tendo em conta que a espessura do disco e sobretudo da camada viscoelástica e de restrição são muito pequenas quando comparadas com a o diâmetro exterior, os problemas relacionadas com o bloqueio de corte (shear locking) podem comprometer e afectar os resultados obtidos. Contudo, os elementos HEX 08 possuem mecanismos adicionais para reduzir

e até mesmo evitar o efeito do bloqueio de corte [Vasques and Rodrigues, 2010].

Nas configurações com tratamentos viscoelásticos, só foi analisada a condição de fronteira encastrado-livre, isto é, a condição em que o disco está encastrado na circunferência interior e livre na circunferência exterior, pelos mesmos motivos apresentados na Secção 3.2, ou seja, reproduzir as condições de funcionamento e os fenómenos físicos envolvidos nas aplicações com serras circulares. O encastramento foi realizado da mesma forma que o encastramento realizado na Secção 3.4.2, ou seja, restringindo os deslocamentos dos nós presentes na circunferência interior do sistema vibratório.



*Figura 4.6:* “Zoom” da região de encastramento do disco com tratamento superficial e camada de restrição.

### 4.3 Análise em frequência

A análise directa em frequência realizada para as configurações com tratamento de amortecimento foi executada novamente no ACTRAN/VA e seguiu exactamente o mesmo procedimento e as mesmas condições de funcionamento da análise realizada para o disco, descrita na Secção 3.4. Nas configurações com tratamento viscoelástico só irão ser consideradas as condições de fronteira encastrado-livre, pelos motivos já anteriormente apresentados.

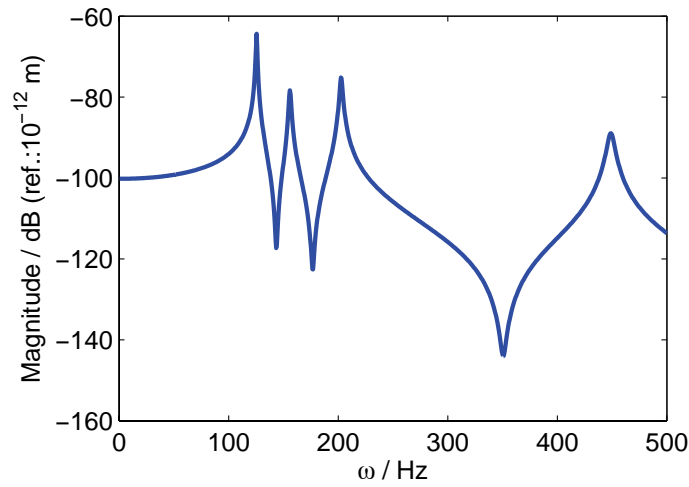
Relativamente à análise que foi efectuada no disco sem qualquer amor-

tecimento dissipativo, aqui já possuímos o amortecimento viscoelástico e daí o interesse em determinar os factores de perda associados a estas configurações. Os factores de perda medem a capacidade de dissipação de energia do sistema, permitindo assim comparar as configurações com tratamento viscoelástico consideradas, relativamente à capacidade de amortecimento introduzida.

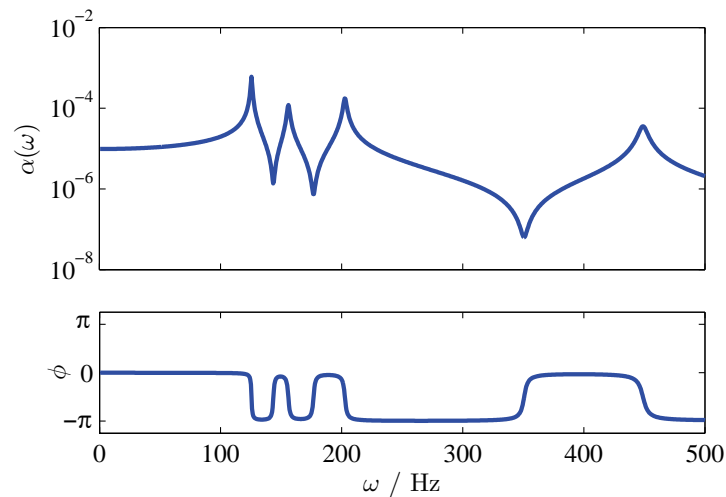
Uma vez que o ACTRAN/VA não permite obter as frequências naturais para as configurações com tratamento viscoelástico, por se tratarem de problemas dependentes da frequência através da matriz de rigidez, os parâmetros modais que são possíveis de obter são as frequências operacionais e os factores de perda através de um processo de identificação baseado nas funções de resposta em frequência geradas. Com o método de ajustamento circular (Circle Curve Fitting), é possível obter as frequências de ressonância e os factores de perda para cada modo operacional. O procedimento de identificação modal foi desenvolvido com recurso a um conjunto de rotinas de cálculo e de representação, propositadamente desenvolvidas em ambiente Matlab, que já se encontram perfeitamente validadas, permitindo-nos obter resultados com uma baixa percentagem de erro [Moreira, 1996].

#### 4.3.1 Configuração RVD

Na análise directa em frequência, para a configuração RVD, obteve-se a função de resposta em frequência (FRF) na banda [0 ; 500] Hz cuja magnitude está representada na Figura 4.7.



*Figura 4.7:* FRF/receptância - RVD.



*Figura 4.8:* Diagrama de Bode - RVD.

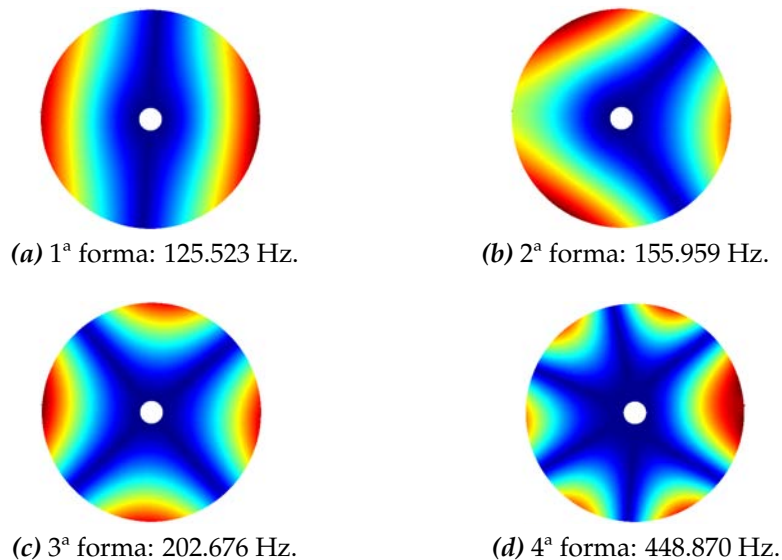
Na análise da Figura 4.8, podemos constatar que se trata novamente de uma função de resposta em frequência directa, mas ao contrário do que acontecia no disco sem tratamento, em que a fase variava entre zero e  $\pi$ , aqui isso já não se verifica devido ao amortecimento introduzido com o tratamento viscoelástico. A fase varia entre valores próximos de zero e  $-\pi$ , sendo essa proximidade inversamente proporcional ao factor de perda afecto a essa região, isto é, quanto maior for o factor de perda ca-

racterístico na mudança da fase menor será a proximidade relativamente a zero ou  $-\pi$ . Estas variações são praticamente indetectáveis devido ao reduzido amortecimento e à proximidade entre os vários factores de perda. Com a FRF obtida, já foi possível identificar os valores das frequências de ressonância e os factores de perda dos diversos modos operacionais do sistema.

**Tabela 4.4:** Frequências de ressonância e factores de perda - RVD.

Modo operacional	Freq. ressonância (Hz)	Factor de perda (%)
1°	125.523	0.796
2°	155.959	1.249
3°	202.676	1.195
4°	448.870	1.433

Com os valores das frequências de ressonância, é possível obter uma aproximação para as formas operacionais de vibração no ACTRAN/VA, através do cálculo da resposta harmónica forçada às frequências de ressonância.



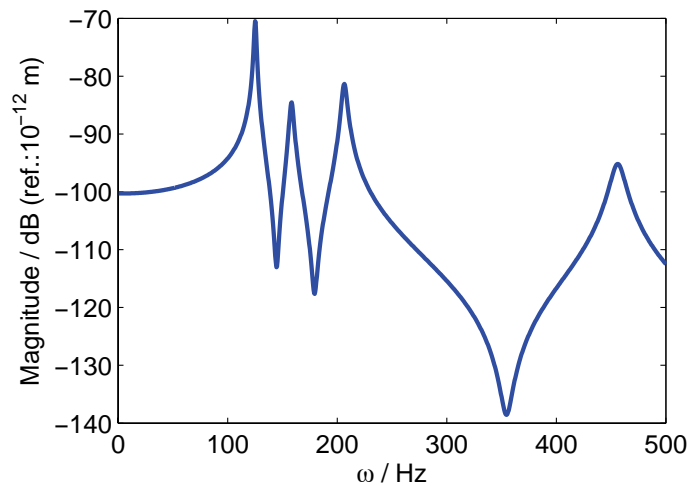
**Figura 4.9:** Formas operacionais de vibração - RVD.

Analisando as formas operacionais obtidas, e comparando-as com as

as formas naturais do disco sem tratamento, apresentadas na Secção 3.4.2, podemos constatar que a 1ª forma operacional é muito semelhante à 2ª forma natural então obtida. O mesmo se pode afirmar para a 3ª forma operacional e 5ª forma natural e para a 4ª forma operacional e 7ª forma natural. A 2ª forma operacional, embora apresente algumas semelhanças com a 3ª forma natural, é a que demonstra ser mais afectada pelo tratamento viscoelástico empregue. Para uma melhor compreensão deste comportamento seria necessário uma análise mais aprofundada deste modo operacional, o que fica como sugestão de um trabalho futuro.

### 4.3.2 Configuração RVDVR

A magnitude da função de resposta em frequência (FRF) e o diagrama de Bode obtidos para a configuração RVDVR são apresentados, respectivamente, nas Figuras 4.10 e 4.11.



*Figura 4.10: FRF/receptância - RVDVR.*

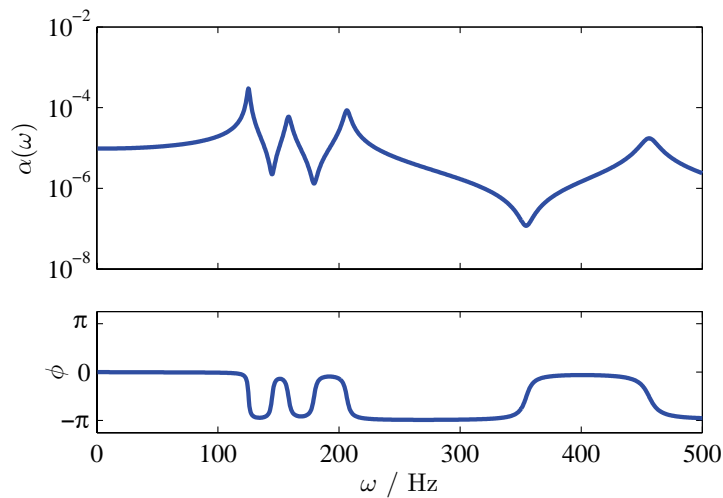


Figura 4.11: Diagrama de Bode- RVDVR.

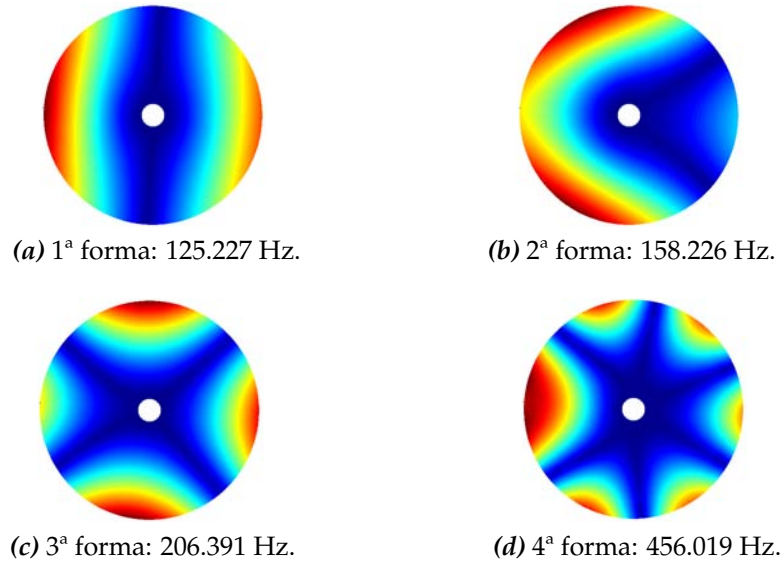
As conclusões que podemos obter da análise das Figuras 4.10 e 4.11, são em tudo semelhantes às que foram obtidas na Secção 4.3.1. Contudo, nesta configuração verifica-se um amaciamento e uma aproximação da magnitude dos picos de ressonância dos vários modos operacionais. Esta aproximação é um aspecto de extrema importância, uma vez que a uniformização da magnitude dos picos de ressonância permite uma banda de funcionamento mais uniforme e estável ao nível das vibrações. Se pensarmos na aplicação destes tratamentos a serras circulares, esta uniformização da magnitude permite uma melhoria significativa das condições de funcionamento e do tempo útil da serra circular, uma vez que a magnitude das vibrações diminuiu e o regime de funcionamento é mais homogêneo.

Com a FRF e recorrendo novamente ao método Circle Curve Fitting, identificaram-se os valores das frequências de ressonância e os factores de perda dos diversos modos operacionais presentes no sistema e na banda de análise.

*Tabela 4.5:* Frequências de ressonância e factores de perda - RVDVR.

Modo operacional	Freq. ressonância (Hz)	Factor de perda (%)
1°	125.227	1.551
2°	158.266	2.403
3°	206.391	2.348
4°	456.019	2.827

Uma análise da Tabela 4.4 e 4.5 permite quantificar melhor as diferenças obtidas nas duas configurações já analisadas com tratamento viscoelástico, sendo possível constatar que o factor de perda e as frequências de ressonância aumentaram significativamente. Posteriormente será apresentada uma discussão de resultados mais pormenorizada entre os vários resultados obtidos para as diferentes configurações. De seguida são apresentadas as formas operacionais obtidas no ACTRAN/VA para os diferentes modos operacionais.

*Figura 4.12:* Formas operacionais de vibração - RVDVR.

As formas operacionais apresentam a mesma distribuição que as formas apresentadas na Secção 4.3.1, sendo as conclusões então obtidas, igualmente válidas para estas formas operacionais.

### 4.3.3 Configuração RVVD

A magnitude da função de resposta em frequência (FRF) e o diagrama de Bode obtidos para a configuração RVVD são apresentados nas Figuras 4.13 e 4.14, respectivamente.

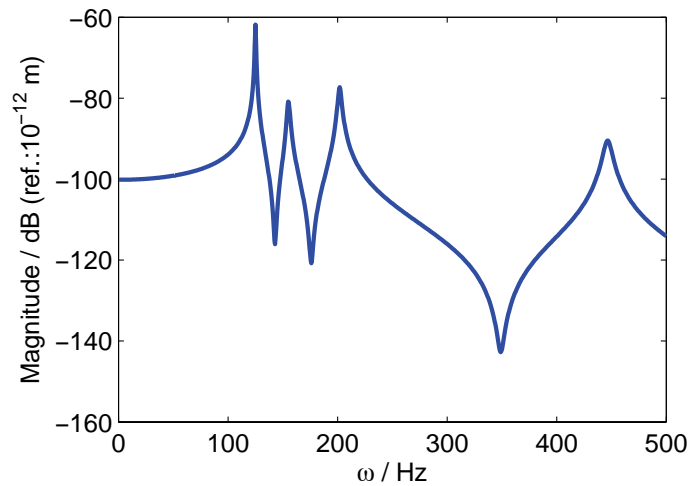


Figura 4.13: FRF/receptância - RVVD.

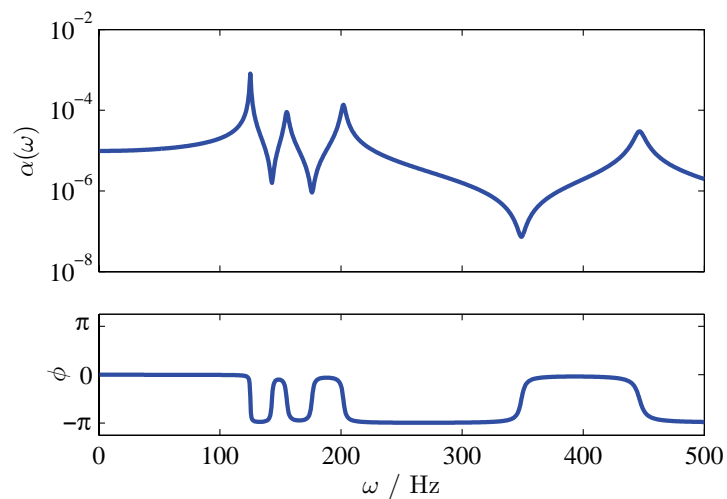


Figura 4.14: Diagrama de Bode - RVVD.

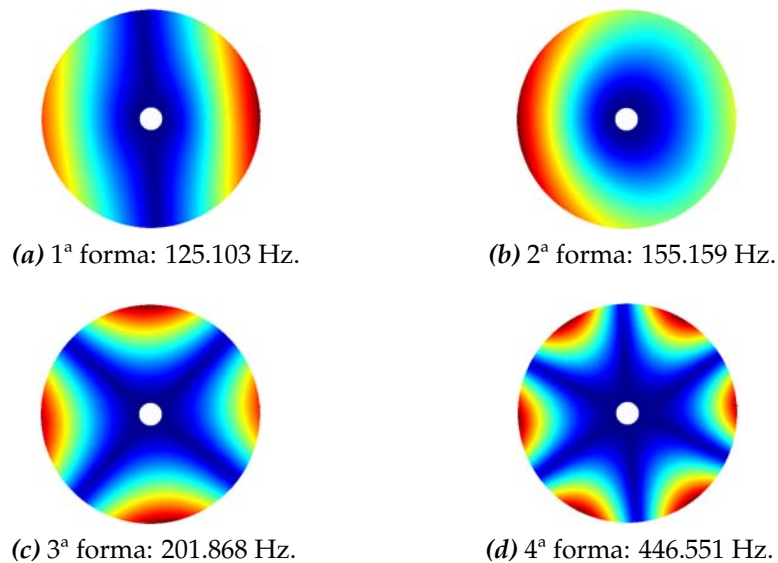
Na análise das Figuras 4.13 e 4.14 e da Tabela 4.6, podemos constatar que os resultados obtidos para esta configuração são semelhantes aos já

obtidos anteriormente e por isso uma análise mais pormenorizada e comparativa entre as 5 configurações, será apresentada posteriormente na Secção 4.4.

**Tabela 4.6:** Frequências de ressonância e factores de perda - RVVD.

Modo operacional	Freq. ressonância (Hz)	Factor de perda (%)
1º	125.103	0.630
2º	155.159	1.654
3º	201.868	1.550
4º	446.511	1.721

As formas operacionais obtidas no ACTRAN/VA, relativas a esta configuração, são apresentadas de seguida.



**Figura 4.15:** Formas operacionais de vibração - RVVD.

As formas operacionais apresentam a mesma distribuição que as formas apresentadas na Secção 4.3.1, sendo as conclusões então obtidas, igualmente válidas para estas formas operacionais.

#### 4.3.4 Configuração DVD

As configurações apresentadas anteriormente foram analisadas segundo uma modelação espacial com o recurso ao ACTRAN/VA, que permite descrever correctamente a deformação de corte. Contudo, esta modelação, apesar de permitir satisfazer esse requisito, apresenta alguns inconvenientes, nomeadamente na aplicação a estruturas de geometria complexa e a tratamentos multi-camada, exigindo um trabalho de modelação moroso e difícil. Em alternativa, têm sido propostos elementos finitos baseados em teorias “layerwise” que permitem substituir eficazmente os modelos combinados, pelo menos no que respeita aos tratamentos de amortecimento com camadas viscoelásticas de reduzida espessura usualmente aplicados no controlo dinâmico de estruturas leves.

Nesta secção vão ser utilizados duas abordagens distintas, sendo que na primeira abordagem a análise vai ser efectuada no software ACTRAN/VA e a segunda num código que implementa elementos finitos baseados na teoria layerwise. O ACTRAN/VA recorre a elementos finitos hexaédricos de 8 nós com 3 graus de liberdade (deslocamentos) por nó baseados numa teoria tridimensional. Na segunda análise são utilizados elementos finitos de placa baseados numa teoria layerwise parcial de 1ª ordem. Os deslocamentos no plano são interpolados segundo uma teoria layerwise que considera os deslocamentos lineares ao longo de cada camada. O deslocamento transversal (normal) é considerado constante ao longo da espessura. O elemento finito apresenta 4 nós cujos graus de liberdade são três deslocamentos e duas rotações por cada camada. Para a integração da matriz de rigidez é adoptado um procedimento de integração selectiva, a que corresponde uma sub-integração da componente de corte. Para a matriz de massa é adoptada uma formulação consistente, isto é, são usadas as mesmas funções de interpolação para o campo de deslocamentos e de velocidades [Moreira, 2004b, Moreira and Rodrigues, 2006]. O elemento encontra-se implementado no código BaPMEF (Base de Programação do Método dos Elementos Finitos), desenvolvido em Matlab [Rodrigues, 2010b]. Este código permite a análise estática e a análise dinâmica,

em termos da determinação das frequências e formas naturais de vibração e das funções de resposta em frequência por análise directa em frequência.

Em termos dos parâmetros envolvidos nas duas análises, as únicas diferenças foram no nível de refinamento da malha e do ponto de excitação e resposta. A malha utilizada no ACTRAN/VA foi igual à apresentada na Secção 4.2, isto é, com 13 elementos na direcção radial, 92 na direcção circunferencial e 1 na direcção axial, para cada constituinte do sistema vibratório. A malha utilizada no BaPMEF teve que ser menos refinada, devido a requisitos de memória, possuindo 10 elementos na direcção radial e 60 na direcção circunferencial. No BaPMEF, como a teoria implementada é uma teoria bi-dimensional, não temos que fornecer os elementos na direcção axial. Para a obtenção da FRF do tipo directa, na análise no ACTRAN/VA foi usado o nó referenciado na Secção 4.2 para excitação do sistema e obtenção da resposta. No BaPMEF, o nó utilizado para a excitação e resposta foi o nó 11, ou seja, um nó da periferia do disco uma vez que este possui 10 elementos na direcção circunferencial e ,assim, garantimos que estamos a obter a resposta em nós equivalentes.

#### **4.3.4.1 Análise no ACTRAN/VA**

A magnitude da função de resposta em frequência (FRF) e o diagrama de Bode obtidos no ACTRAN/VA para a configuração DVD são apresentados de seguida.

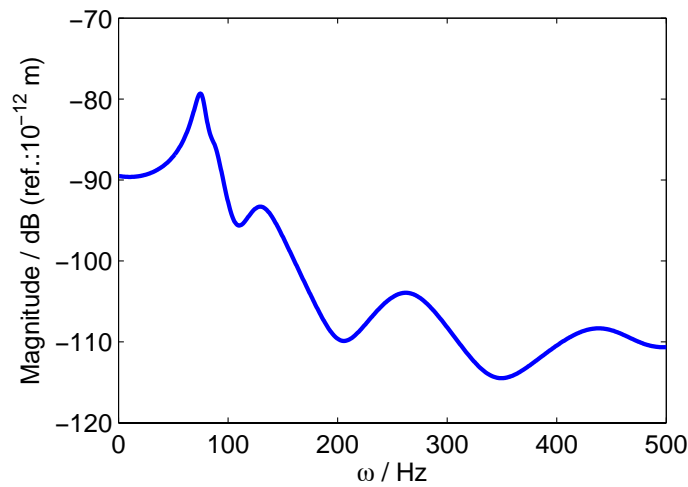


Figura 4.16: FRF/receptância - DVD - ACTRAN/VA.

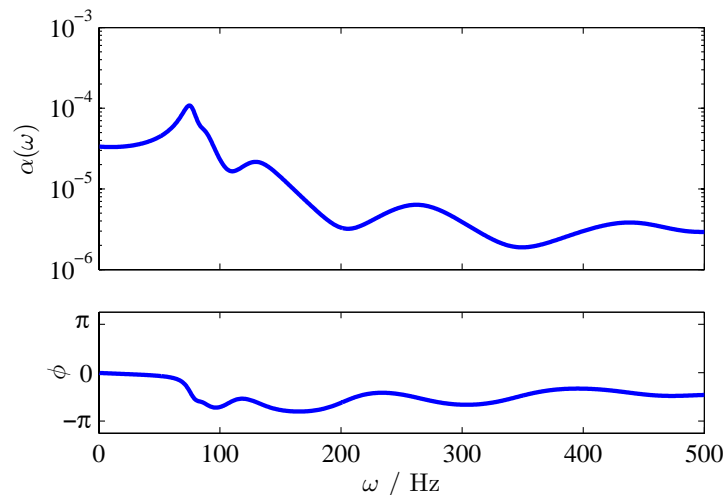


Figura 4.17: Diagrama de Bode - DVD - ACTRAN/VA.

Analisando as Figuras 4.16 e 4.17, podemos constatar que se trata de uma função de resposta em frequência directa, com um amortecimento mais elevado do que o obtido nos tratamentos superficiais com restrição realizados anteriormente. A fase obtida com este tratamento encontra-se pouco definida devido ao elevado amortecimento introduzido no sistema, continuando a variar entre zero e  $-\pi$ , característica das FRF do tipo receptância para sistemas amortecidos. A proximidade da fase, relativamente

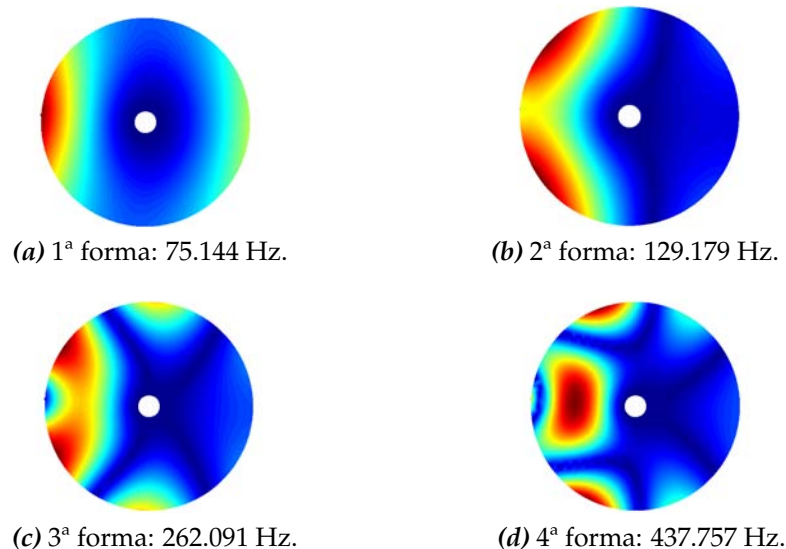
aos valores limite anteriormente apresentados, é muita baixa no entanto, podemos verificar que para os picos de ressonância e anti-ressonância, esta continua a apresentar ligeiras variações.

Com a FRF obtida e recorrendo ao método Circle Curve Fitting, podemos quantificar os valores dos factores perda introduzidos com este tratamento e os valores das frequências de ressonância.

**Tabela 4.7:** Frequências de ressonância e factores de perda - DVD - ACTRAN/VA.

Modo operacional	Freq. ressonância (Hz)	Factor de perda (%)
1°	75.144	16.224
2°	129.179	16.063
3°	262.091	19.256
4°	437.757	15.588

Analisando a Tabela 4.7, podemos constatar os elevados factores de perda que estão presentes nos 4 modos operacionais. As formas operacionais obtidas no ACTRAN/VA, relativas a esta configuração, são apresentadas de seguida.



**Figura 4.18:** Formas operacionais de vibração - DVD - ACTRAN/VA.

Analisando as formas operacionais obtidas, e comparando-as com as formas naturais do disco sem tratamento, apresentadas na Secção 3.4.2, podemos constatar que estas apresentam o mesmo número de diâmetros nodais ou circunferências nodais com as homólogas. Contudo, a distribuição que apresentam é substancialmente diferente, salientando-se o facto de estas perderem a característica de simetria, que as formas naturais apresentam. Para uma melhor compreensão deste comportamento seria necessário uma análise mais aprofundada destas formas operacionais, o que fica como sugestão de um trabalho futuro.

#### 4.3.4.2 Análise no BaPMEF

A magnitude da função de resposta em frequência (FRF) e o diagrama de Bode obtidos no BaPMEF são apresentados de seguida nas Figuras 4.19 e 4.20.

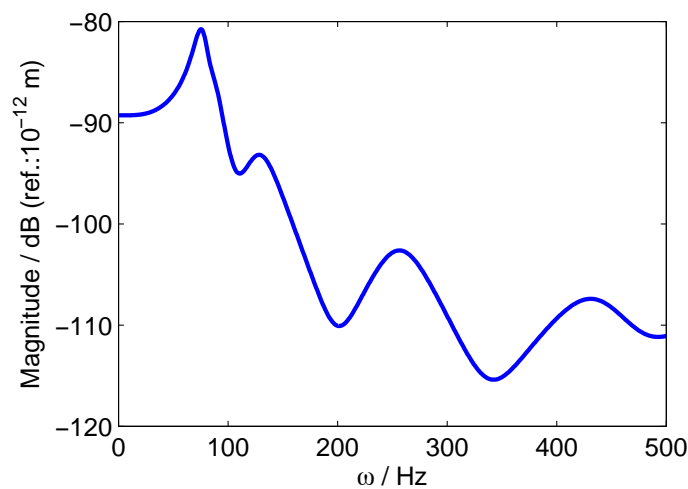
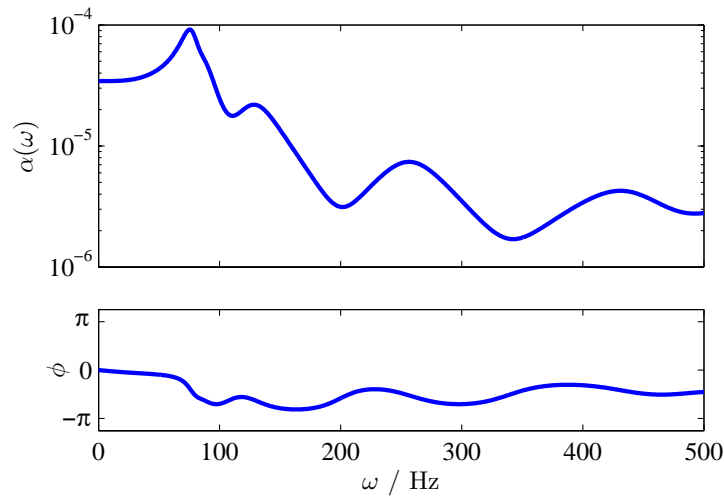


Figura 4.19: FRF/receptância - DVD - BaPMEF.



**Figura 4.20:** Diagrama de Bode - DVD - BaPMEF.

Analisando as Figuras 4.19 e 4.20, podemos constatar que os resultados obtidos são muito semelhantes aos da secção anterior, sendo válidas as conclusões então referidas. Os valores dos factores perda introduzidos com este tratamento e das frequências ressonância são apresentados na tabela seguinte.

**Tabela 4.8:** Frequências operacionais e factores de perda - DVD - BaPMEF.

Modo operacional	Freq. ressonância (Hz)	Factores de perda (%)
1º	75.852	20.108
2º	127.934	14.786
3º	255.948	19.406
4º	429.911	15.547

O código de elementos finitos BaPMEF não permite no imediato obter as formas operacionais do sistema e, por isso, não irá ser realizada uma comparação ao nível das formas operacionais obtidas no ACTRAN/VA com as do BaPMEF, ficando como sugestão uma melhoria da programação existente.

#### 4.3.4.3 Comparação das análises realizadas para a configuração DVD

Na Figura 4.21, é apresentada uma comparação da magnitude das FRF obtidas nas análises efectuadas no ACTRAN/VA e no BaPMEF, para a configuração DVD.

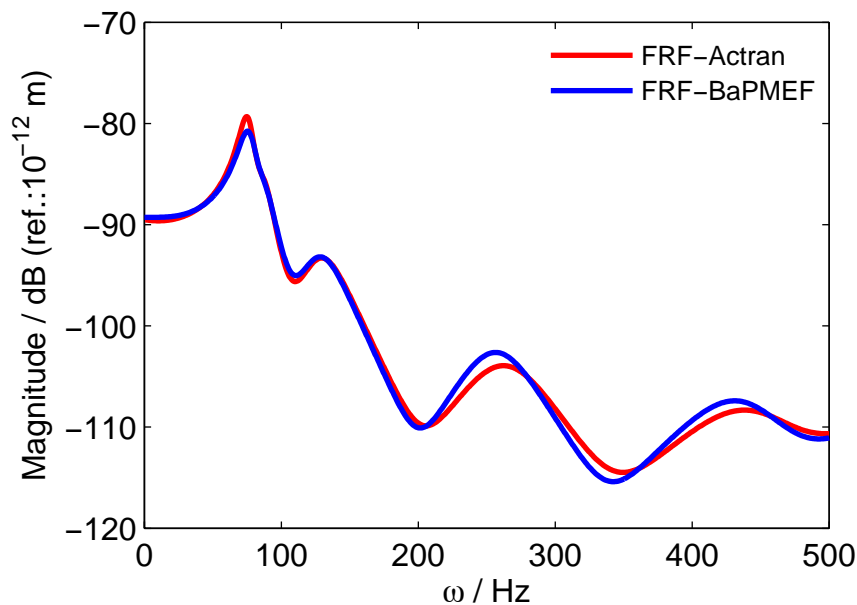


Figura 4.21: Comparação da FRF/receptância - DVD.

Analisando a Figura 4.21, podemos constatar que as FRF obtidas nas duas análises são praticamente coincidentes, como seria de esperar. De seguida são apresentadas 3 comparações entre as duas análises efectuadas para a configuração DVD, ao nível das frequências de ressonância, dos factores de perda e das magnitudes máximas. São também apresentados os respectivos desvios relativos, tendo como base de referência o ACTRAN/VA, visto tratar-se de um software comercial que, supostamente, se encontra validado.

**Tabela 4.9:** Comparação das frequências de ressonância - DVD.

Frequências ressonância (Hz)			
Modo operacional	ACTRAN/VA	BaPMEF	Desvio relativo (%)
1°	75.144	75.852	0.942
2°	129.179	127.934	0.964
3°	262.091	255.948	2.344
4°	437.757	429.911	1.792

Analisando a Tabela 4.9, podemos constatar pelo desvio relativo que os valores obtidos para as frequências de ressonância nas duas análises encontram-se muito próximos entre si, sendo o desvio máximo de  $\simeq 2.4\%$ .

**Tabela 4.10:** Comparação dos factores de perda - DVD.

Factores de perda (%)			
Modo operacional	ACTRAN/VA	BaPMEF	Desvio relativo (%)
1°	16.224	20.108	23.940
2°	16.063	14.786	7.639
3°	19.256	19.406	0.779
4°	15.588	15.547	0.263

Em termos dos factores de perda, Tabela 4.10, podemos constatar que a tendência é inversa à das frequências de ressonância, isto é, à medida que as frequências aumentam, os factores de perda das duas análises tendem a aproximar-se, sendo que para o 4° modo operacional, os factores de perda são praticamente coincidentes.

**Tabela 4.11:** Comparação das magnitudes máximas - DVD.

Modo operacional	Magnitude /dB		Desvio relativo (%)
	ACTRAN/VA	BaPMEF	
1°	-79.34	-80.76	1.790
2°	-93.29	-93.18	0.118
3°	-103.93	-102.63	1.251
4°	-108.33	-107.41	0.849

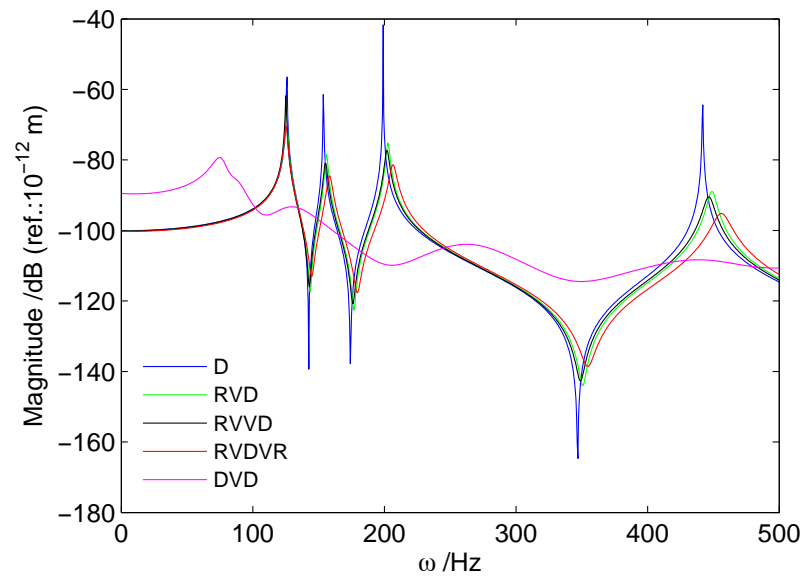
As magnitudes máximas correspondentes aos picos de ressonância, Tabela 4.11, são muito próximas entre si, não apresentando desvios relativos significativos.

Em suma, os resultados obtidos no BaPMEF, com a teoria layerwise parcial, encontram-se muito próximos dos obtidos com a teoria tridimensional utilizada pelo ACTRAN/VA, salientando-se como pontos fortes a rapidez e simplicidade da elaboração do procedimento da análise e como ponto a melhorar, o requisito de memória exigido pelo BaPMEF para a realização da função de resposta em frequência.

## 4.4 Discussão de resultados

Nesta secção vai ser efectuada uma análise comparativa entre as 5 configurações analisadas. Para a configuração D vai ser utilizado o disco nas condições de fronteira encastrado-livre, para que a comparação realizada se encontre nas mesmas condições de fronteira das restantes configurações. A configuração DVD vai ser comparada recorrendo à análise efectuada no ACTRAN/VA, uma vez que as restantes análises foram todas realizadas no mesmo software.

Para uma melhor percepção dos resultados obtidos, é apresentado na Figura 4.22 uma função de resposta em frequência (FRF) directa com as 5 configurações.



*Figura 4.22:* FRF/receptância - 5 configurações.

Analisando a Figura 4.22, podemos constatar que a configuração DVD é a que apresenta uma maior diminuição da magnitude nos 4 modos operacionais. Nas configurações com tratamento superficial com camada de restrição, a configuração RVDVR é a que apresenta a maior diminuição da magnitude. Na Tabela 4.12, podemos observar a magnitude máxima de cada modo operacional para as 5 configurações.

*Tabela 4.12:* Magnitudes máximas das 5 configurações.

Configuração	Magnitude /dB			
	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo
D	-56.46	-61.47	-41.68	-64.41
RVD	-64.35	-78.36	-75.18	-88.94
RVDVR	-70.47	-84.52	-81.34	-95.19
RVVD	-61.82	-80.85	-77.29	-90.46
DVD	-79.34	-93.29	-103.93	-108.33

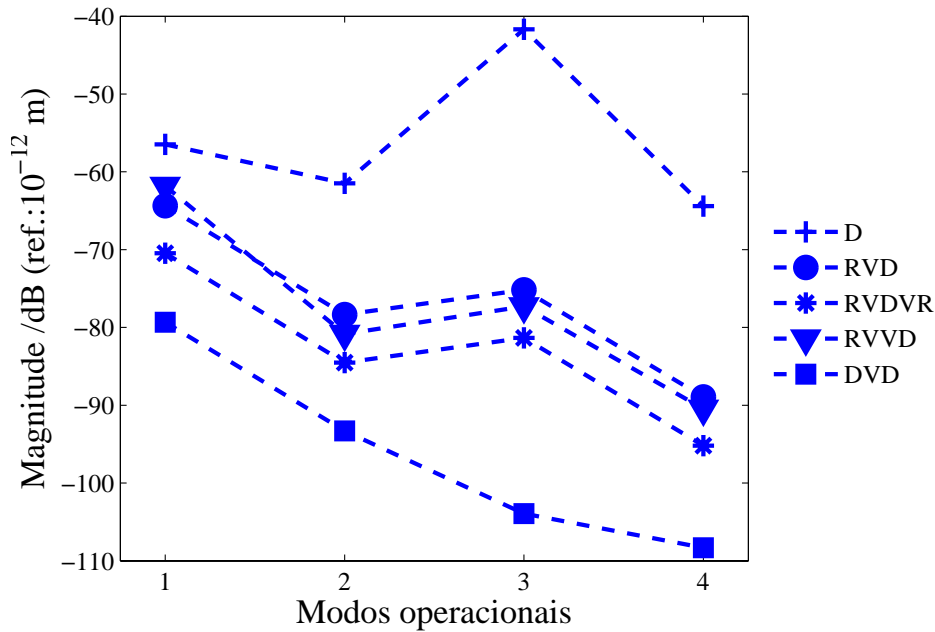


Figura 4.23: Comparação das magnitudes máximas para as 5 configurações .

A Figura 4.23 permite comparar de uma forma mais perceptível a evolução das magnitudes máximas de cada modo. Como podemos constatar, as configurações com tratamento superficial e camada de restrição apresentam melhorias muito significativas em termos da diminuição da magnitude comparativamente com a configuração D. No entanto, é a configuração DVD a que apresenta a maior diminuição da magnitude das 4 configurações analisadas (Tabela 4.13).

Tabela 4.13: Redução das magnitudes máximas das configurações com tratamento (RVD, RVDVR, RVVD,DVD), relativamente à configuração sem tratamento (D).

Configuração	Redução relativa da Magnitude /dB			
	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo
RVD	-7.89	-16.89	-33.50	-24.53
RVDVR	-14.01	-20.05	-39.66	-30.78
RVVD	-5.36	-19.38	-35.61	-26.05
DVD	-22.88	-28.82	-62.25	-43.92

De seguida são apresentados os factores de perda das 4 configurações analisadas para os diversos modos operacionais.

**Tabela 4.14:** Factores de Perda das 4 configurações analisadas .

Configuração	Factor de Perda / %			
	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo
RVD	0.796	1.249	1.195	1.433
RVDVR	1.551	2.403	2.348	2.827
RVVD	0.630	1.654	1.550	1.721
DVD	16.224	16.063	19.256	15.588

Como seria de esperar, a configuração DVD é a que apresenta o maior factor de perda nos diversos modos operacionais (Tabela 4.14). Isto seria previsível, uma vez que a camada de material viscoelástico se encontra precisamente na superfície neutra do conjunto, ou seja, onde as deformações devido ao corte são máximas, aumentando assim a capacidade dissipativa. Os elevados factores de perda desta configuração provocam um forte amaciamento da magnitude nos picos de ressonância, apresentando por isso os valores mais baixos de magnitude das 5 configurações analisadas.

Nas configurações com tratamento superficial com camada de restrição, a configuração RVDVR é a que apresenta os factores de perda mais elevados. Embora a quantidade de material viscoelástico aplicada na configuração RVDVR seja a mesma quantidade que foi aplicada na configuração RVVD, o facto de o tratamento estar repartido pelas duas faces faz com que o esforço de corte desenvolvido pelas camadas de restrição nas camadas de material viscoelástico seja superior ao da configuração RVVD, traduzindo-se em factores de perda superiores e, conseqüentemente, uma maior capacidade de amortecimento. A configuração RVD é de todas as configurações a que apresenta os factores de perda mais baixos com a excepção do 1º modo, onde a configuração RVVD é a que apresenta o valor mais baixo de todos os factores de perda. Isto pode ser explicado pelo facto de no 1º modo operacional o disco ser fortemente solicitado à flexão e, com

o aumento da espessura de material viscoelástico para o dobro, ocorrer o desacoplamento entre as diferentes camadas de materiais. O problema do desacoplamento, para as dimensões em que a configuração DVD foi concebida, é relevante no entanto, a utilização de camadas de material viscoelástico de espessura menor, se possível colocada entre porções do disco de menores dimensões, permitiria aumentar o acoplamento entre as camadas do disco e, conseqüentemente, a rigidez do sistema, conseguindo-se assim um disco compósito estruturalmente equivalente ao disco original [Moreira, 1996].

Na Tabela 4.15, é apresentada a massa inicial do disco e a massa introduzida em cada tratamento viscoelástico. A massa do disco é igual nas 4 configurações à massa do disco sem tratamento e foi obtida com o recurso à pesagem da serra circular, ponto de partida deste trabalho. Por sua vez, a massa introduzida em cada tratamento foi obtida tendo em conta a relação da massa volúmica e as propriedades geométricas e materiais presentes na Tabela 4.1, para as camadas viscoelástica e de restrição.

*Tabela 4.15:* Variação da massa nas 4 configurações.

Configuração	Massa inicial (g)	Massa introduzida (g)
D	1575	0
RVD	1575	39.1
RVDVR	1575	78.3
RVVD	1575	46.0
DVD	1575	9.5

*Tabela 4.16:* Eficiência do tratamento viscoelástico.

Configuração	Eficiência			
	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo
RVD	0.0203	0.0319	0.0306	0.0366
RVDVR	0.0198	0.0307	0.0300	0.0361
RVVD	0.0137	0.0360	0.0337	0.0374
DVD	1.708	1.691	2.027	1.641

Com as massas introduzidas e os factores de perda obtidos para os 4 modos operacionais nas 4 configurações, podemos determinar um factor de eficiência que nos permite avaliar os factores de perda conseguidos com a massa introduzida por cada tratamento. Este factor de eficiência é obtido como sendo a razão entre os factores de perda e as massa introduzidas por cada tratamento [Moreira, 1996].

A configuração DVD é de todas as configurações a que apresenta a melhor eficiência dos tratamentos viscoelásticos, o que seria de esperar visto ser a configuração que apresenta os maiores valores para os factores de perda e o menor para a massa introduzida com o tratamento. Por ventura, esta configuração é possivelmente a configuração com mais entraves à realização, tanto mais se pensarmos na aplicação a serras circulares.

Nas configurações com tratamento superficial com camada de restrição, podemos concluir que consoante as exigências das aplicações a que os tratamentos se destinam, uma ponderação prévia dos custos envolvidos na configuração RVDVR face aos da RVVD, pode levar a que na escolha do tratamento a utilizar se opte pelo dobro do tratamento de um lado (configuração RVVD), reduzindo-se assim os custos com o alumínio na camada de restrição e com o tempo necessário na produção, em detrimento da maior redução da magnitude obtida para a configuração RVDVR. Esta conclusão pode ainda ser sustentada sob o ponto de vista da eficiência do tratamento e ao analisarmos a Tabela 5.5, podemos ver que a configuração RVVD apresenta a melhor eficiência em todos os modos, excepto no primeiro. É também de realçar que a configuração RVD apresenta resultados muito aceitáveis, superando mesmo a configuração RVDVR em termos da eficiência do tratamento, apresentando a melhor eficiência para o primeiro modo, dentro das configurações com tratamento superficial com restrição. Tendo em conta ser a opção em todos os aspectos mais económica e mais simples de concretizar, pode ser uma alternativa muito interessante face às outras duas configurações com tratamentos superficiais. A configuração RVDVR é mesmo a menos eficiente de todas. Todavia, nada invalida que a aplicação de camadas viscoelásticas e de restrição mais finas não permitam inverter esta relação de eficiência. Tudo depende da deformação

de corte que é imposta à camada dissipativa, que depende essencialmente da espessura da camada viscoelástica, da sua posição relativamente à superfície neutra do conjunto e das propriedades materiais que apresenta. Na Tabela 4.17, são apresentadas as frequências de ressonância obtidas para os 4 modos operacionais nas 5 configurações. Deve referir-se que na configuração DVD, e dado o elevado amaciamento da FRF, não é fácil a identificação visual ou pelo método Circle Curve Fitting, das frequências de ressonância. Com efeito, para esta configuração, as 4 frequências indicadas poderão não corresponder necessariamente aos 4 primeiros modos operacionais, justificando este aspecto uma análise de identificação mais robusta e aprofundada.

**Tabela 4.17:** Comparação das frequências de ressonância das 5 configurações.

Configuração	Frequências de ressonância / Hz			
	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo
D	125.791	153.646	198.977	441.806
RVD	125.523	155.959	202.676	448.870
RVDVR	125.227	158.266	206.391	456.019
RVVD	125.103	155.159	201.868	446.511
DVD	75.144	129.179	262.091	437.757

Ao analisar a Tabela 4.17, somos confrontados com a diferença das frequências de ressonância nos tratamentos superficiais com restrição face ao tratamento integrado. A configuração DVD para o 1º, 2º e 4º modo operacional apresenta valores para a frequência de ressonância mais baixos, uma vez que nesta configuração o desacoplamento entre as camadas devido à elevada espessura do material viscoelástico, diminui a rigidez estrutural, o que faz com que as frequências baixem relativamente aos tratamentos superficiais com restrição. O facto de o valor da frequência de ressonância para o 3º modo operacional da configuração DVD se encontrar muito fora da tendência apresentada pelas outras frequências e ser muito superior às frequências de ressonância apresentadas pelas configurações com tratamento superficial, é razão para acreditar que esta configuração

possui mais do que 4 modos operacionais e que a sua obtenção foi deficitária na configuração com tratamento integrado. Este facto vem reafirmar o interesse de se justificar uma análise de identificação dos modos operacionais mais robusta e aprofundada. A rigidez do sistema vibratório não é tão afectada nos tratamentos superficiais com restrição, uma vez que o tratamento é aplicado na superfície do disco, o que inviabiliza o fenómeno de desacoplamento e conseqüente diminuição da rigidez. Neste tipo de tratamentos é a configuração RVDVR que apresenta as maiores frequências de ressonância com a excepção do 1º modo operacional, onde é superada pela configuração RVD. Os valores mais baixos das frequências de ressonância são apresentados pela configuração RVVD.

O aumento das frequências de ressonância, nas configurações com tratamento superficial e camada de restrição, é bem visível na Figura 4.22. Apesar do aumento da massa provocado pela introdução da camada de restrição e do material viscoelástico, permite-nos concluir que o efeito do aumento de rigidez devido à camada de restrição supera o efeito da massa introduzida nas 4 configurações. A configuração RVDVR é aquela a que corresponde o maior aumento de massa mas também o maior aumento de rigidez, justificado pela presença de duas camadas de restrição.

# Capítulo 5

## Análise paramétrica - configuração RVDVR

Este capítulo tem como principal objectivo desenvolver uma análise paramétrica à configuração RVDVR. A variável de teste é o número de elementos na direcção radial das camadas viscoelásticas e de restrição. É esperado que com esta análise se obtenha um perfil da eficiência dos tratamentos viscoelásticos com restrição em função da massa introduzida e da área coberta com o tratamento.

### 5.1 Configuração das malhas

Na procura do tratamento optimizado em termos do melhor número de elementos na direcção radial, foram adoptadas quatro malhas distintas.

*Tabela 5.1:* Malhas e número de elementos na direcção radial.

Malha	Nº de elementos
10	10
8	8
5	5
3	3

Na Tabela 5.1 são apresentados os números de elementos das diferentes malhas, sendo que cada elemento apresenta a dimensão de 10 milíme-

tros na direcção radial. Na figura seguinte são apresentadas as 4 malhas analisadas.

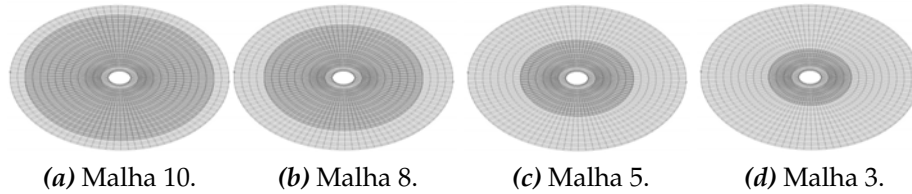


Figura 5.1: Malhas com as diferentes áreas de tratamento analisadas.

As 4 malhas elaboradas foram sujeitas a uma análise em frequência, nas mesmas condições das análises em frequência anteriormente realizadas, com o recurso ao software ACTRAN/VA.

## 5.2 Discussão de resultados

Após a realização da análise em frequência às 4 malhas em estudo, foi possível obter uma FRF do tipo receptância e os factores de perda associados a cada modo operacional.

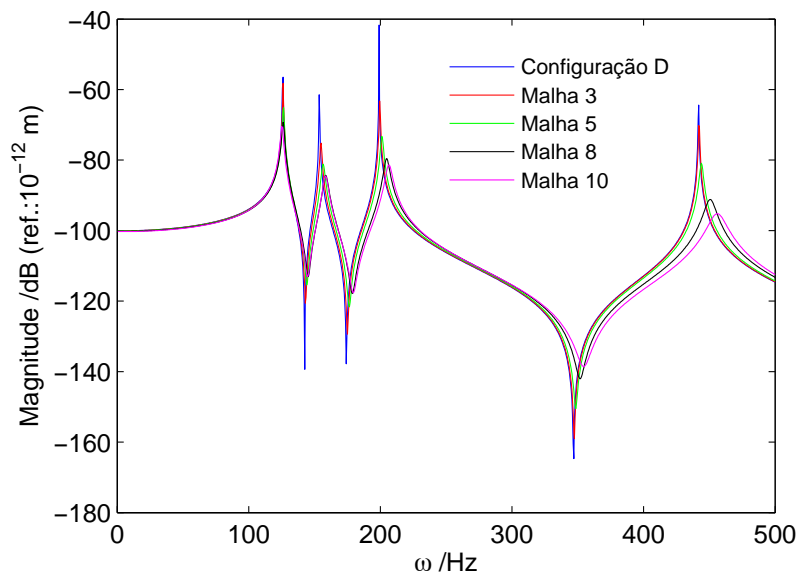


Figura 5.2: FRF das 4 malhas analisadas e do disco sem tratamento.

Com objectivo de termos uma base de comparação em termos do amortecimento conseguido com as 4 malhas, adicionou-se também a FRF do disco sem qualquer tratamento. Uma vez que as FRF das 4 malhas e do disco no 1º e 2º modo operacional aparecem muito próximas entre si na Figura 5.2, apresenta-se na Figura 5.3 um “zoom” dessa banda.

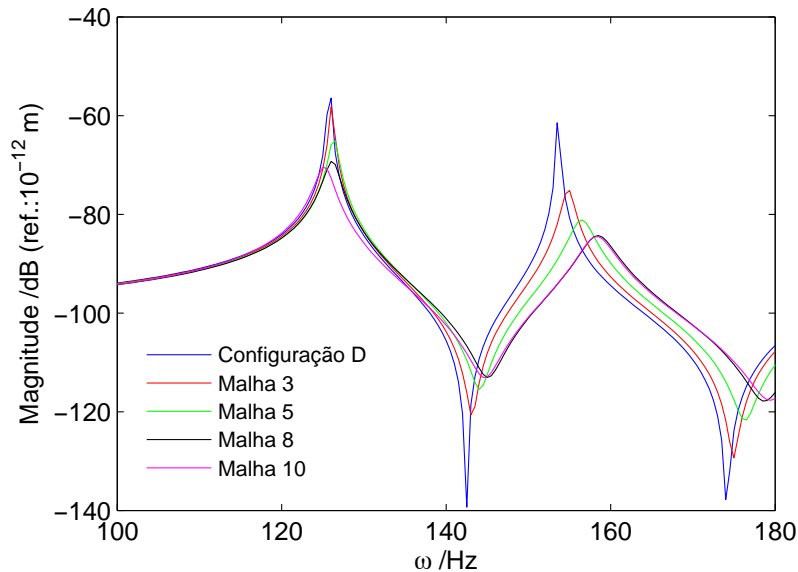


Figura 5.3: “Zoom” das FRF das 4 malhas analisadas e do disco sem tratamento.

O comportamento apresentado nas Figuras 5.2 e 5.3 é muito semelhante ao obtido na análise descrita na Secção 4.4 para as 4 configurações com tratamento superficial e restrição. Sendo assim, as frequências de ressonância deslocam-se para a direita do gráfico, ou seja, aumentam e a magnitude baixa.

Tabela 5.2: Factores de perda das 4 malhas.

Malha	Modos operacionais			
	1º	2º	3º	4º
10	1.551	2.403	2.348	2.827
8	1.372	2.400	1.979	1.861
5	0.835	1.742	0.977	0.587
3	0.442	0.877	0.362	0.136

Os factores de perda máximos conseguem-se para tratamentos com maiores quantidades de material, ou seja, com o maior número de elementos na direcção radial. Na Figura 5.3 são apresentadas as frequências de ressonância das 4 malhas analisadas.

**Tabela 5.3:** Frequências operacionais das 4 malhas.

Malha	Modos operacionais			
	1°	2°	3°	4°
10	125.227	158.266	206.391	456.019
8	126.173	158.393	204.696	450.621
5	126.296	156.442	201.186	444.003
3	126.154	154.803	199.660	442.245

Analisando a Figura 5.3, podemos constatar que para o 2°, 3° e 4° modo operacional, as frequências de ressonância tendem a baixar com a diminuição do número de elementos da malha. Esta tendência pode ser explicada pela diminuição de massa e rigidez. No 1° modo operacional, as frequências não apresentam nenhuma tendência, apresentando valores próximos para as diferentes malhas.

De seguida vai ser analisado o problema em termos da eficiência do tratamento, objectivo principal deste capítulo. Começou-se por determinar a massa introduzida nas configurações associadas às diferentes malhas, da mesma forma que se calculou na Secção 4.4, ou seja, pela relação da massa volúmica e tendo em conta a dimensão radial do tratamento aplicado.

**Tabela 5.4:** Massa introduzida nas 4 malhas adoptadas.

Malha	Massa inicial (g)	Massa introduzida (g)
10	1575	78.3
8	1575	54.3
5	1575	26.1
3	1575	12.2

Com as massas adicionais obtidas, podemos então calcular as eficiências dos tratamentos aplicados tendo em conta a massa introduzida nas 4 malhas analisadas. A eficiência foi determinada da mesma forma que se calculou na Secção 4.4, isto é, como sendo a razão entre os factores de perda e as massas introduzidas com o tratamento, obtendo-se os valores apresentados na Tabela 5.5 para as 4 malhas e respectivos modos operacionais.

*Tabela 5.5:* Eficiência do tratamento viscoelástico das 4 malhas.

Malha	Modo operacional			
	1°	2°	3°	4°
10	0.0198	0.0307	0.0300	0.0361
8	0.0253	0.0442	0.0364	0.0343
5	0.0320	0.0667	0.0374	0.0225
3	0.0362	0.0719	0.0297	0.0111

Analisando a tabela anterior, verificamos que a eficiência não apresenta um comportamento regular ao longo dos 4 modos operacionais. Para o 1° e 2° modo operacional, podemos constatar que a eficiência aumenta conforme o número de elementos na direcção radial diminui. No 3° e 4° modo esta tendência já não se verifica, assumindo as malhas 5 e 10 respectivamente as melhores eficiências em detrimento das malhas 8 e 3.

Podemos então concluir que se o regime de funcionamento do disco/serra circular se situar próximo da 1° e 2° frequência de ressonância, as malhas que possuem um menor número de elementos na direcção radial são as que apresentam uma melhor eficiência. Para o 3° modo operacional, já são as malhas de refinamento médio as que apresentam as melhores eficiências e para o 4° modo a eficiência já é maior para a malha mais refinada, diminuindo progressivamente com o decréscimo do número de elementos. Para finalizar, é apresentada na Figura 5.4, uma comparação da eficiência das 4 malhas para os 4 modos operacionais.

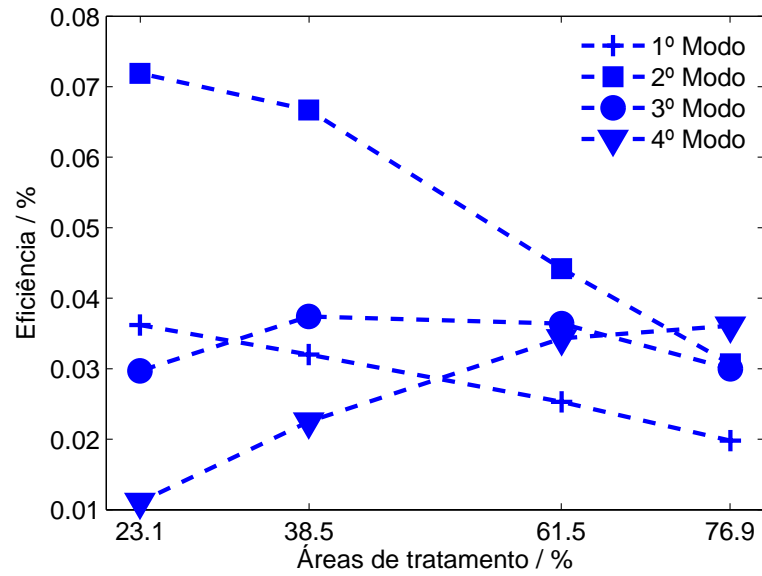


Figura 5.4: Comparação da eficiência dos vários tratamentos.

A Figura 5.4, permite-nos constatar que a malha 5, equivalente a uma área de tratamento intermédia, é a que apresenta em termos de eficiência o melhor compromisso para os 4 modos operacionais.

# Capítulo 6

## Conclusão

### 6.1 Conclusões

Nesta secção serão apresentadas as principais conclusões obtidas ao longo deste trabalho consoante o capítulo em que se inserem.

#### Capítulo 4 : Análise do disco com tratamentos viscoelásticos

- BaPMEF - ACTRAN/VA
  - A teoria layerwise parcial utilizada no BaPMEF permite obter resultados muito próximos dos obtidos com a teoria tridimensional utilizada pelo ACTRAN/VA;
  - O BaPMEF apresenta como pontos fortes a rapidez e simplicidade na construção da malha de elementos finitos e na execução do procedimento da análise associados a resultados precisos; como aspectos a melhorar, a adequação para tratamentos parciais e uma optimização em termos de memória para a geração das funções de resposta em frequência.
- Factores de perda - Magnitudes
  - A configuração DVD é a que apresenta os maiores factores de perda de todas as configurações analisadas e, conseqüentemente,

- a maior diminuição da magnitude nos 4 modos operacionais;
- A configuração RVDVR é a que apresenta os maiores factores de perda das configurações com tratamento superficial e camada de restrição e, conseqüentemente, as maiores diminuições da magnitude nos 4 modos operacionais para esta configuração de tratamentos viscoelásticos;
  - A configuração RVD é, de todas as configurações, a que apresenta os factores de perda mais baixos e maiores magnitudes, com a excepção do 1º modo operacional, onde a configuração RVVD é a que apresenta o valor mais baixo de todos os factores de perda e a maior amplitude de todas as configurações;
  - Nas configurações com tratamento superficial com camada de restrição, podemos afirmar que, consoante as exigências das aplicações a que os tratamentos se destinam, uma ponderação prévia dos custos envolvidos na configuração RVDVR face aos da RVVD pode levar a que na escolha do tratamento a utilizar, se opte pelo dobro do tratamento de um lado (configuração RVVD), reduzindo-se assim os custos com o alumínio na camada de restrição e com o tempo necessário na produção, em detrimento da maior redução da magnitude obtida para a configuração RVDVR.
- Eficiência dos tratamentos viscoelásticos
    - A configuração DVD é de todas as configurações a que apresenta a melhor eficiência dos tratamentos viscoelásticos, pela facto de possuir os maiores factores de perda e a menor massa introduzida com o tratamento;
    - Nas configurações com tratamento superficial, é a configuração RVVD que apresenta a melhor eficiência em todos os modos operacionais, com a excepção do primeiro onde é superada pelo RVD;

- A configuração RVD apresenta resultados muito aceitáveis, superando mesmo a configuração RVDVR em termos da eficiência do tratamento. Tendo em conta ser a opção em todos os aspectos mais económica e mais simples de concretizar, pode ser uma alternativa muito interessante face às outras duas configurações com tratamentos superficiais;
  - A configuração RVDVR é mesmo a menos eficiente de todas as configurações. Todavia, nada invalida que a aplicação de camadas viscoelásticas e de restrição mais finas não permitam inverter esta relação de eficiência.
- Frequências de ressonância
    - A configuração DVD para o 1º, 2º e 4º modos operacionais, apresenta os valores mais baixos das frequências de ressonância, uma vez que nesta configuração, o desacoplamento entre as camadas devido à elevada espessura do material viscoelástico diminui a rigidez estrutural, o que faz com que as frequências baixem relativamente aos tratamentos superficiais com restrição;
    - Nos tratamentos superficiais com camada de restrição, é a configuração RVDVR que apresenta as maiores frequências de ressonância com a excepção do 1º modo operacional, onde é superada pela configuração RVD;
    - Os valores mais baixos das frequências de ressonância são apresentados pela configuração RVVD.

### Capítulo 5 : Análise paramétrica - configuração RVDVR

- Se o regime de funcionamento do disco/serra circular se situar próximo da 1º e 2º frequência de ressonância, as malhas que possuem um menor número de elementos na direcção radial, correspondentes a menores áreas de tratamento, são as que apresentam uma melhor eficiência;

- Se o regime de funcionamento se situar próximo do 3º modo operacional, as malhas de refinamento médio são as que apresentam as melhores eficiências;
- Se o regime de funcionamento se situar próximo do 4º modo operacional, a eficiência já é maior para o tratamento de maior área, diminuindo progressivamente com o decréscimo da dimensão radial;
- O melhor compromisso em termos de eficiência para os 4 modos operacionais é verificado para o tratamento correspondente a uma dimensão radial intermédia.

Como conclusão geral, e em resultado do estudo realizado, pode concluir-se que, independentemente de restrições de índole prática, a aplicação de tratamentos viscoelásticos de amortecimento constitui uma solução interessante e eficaz no controlo passivo de vibrações em serras circulares.

## 6.2 Sugestão de Trabalho Futuro

Para eventuais trabalhos futuros apresenta-se as seguintes sugestões:

- Realização de uma análise experimental do disco sem tratamento e com as configurações de tratamento analisadas, pelo menos as superficiais que são as de concretização mais simples;
- Adequação do programa BaPMEF para a modelização de tratamentos parciais;
- Análise de uma configuração integrada parcial onde a camada viscoelástica se situa na coroa circular mais interior do disco;
- Incorporação do efeito da força centrífuga no modelo de elementos finitos;
- Análise do efeito dos tratamentos viscoelásticos no comportamento acústico do disco;

- Análise mais aprofundada do 2º modo operacional de vibração para as configurações com tratamento superficial e camada de restrição;
- Utilização de um método mais robusto para a determinação dos fatores de perda na configuração com tratamento integrado.



# Apêndice A

## Nomograma do material 3M ISD112

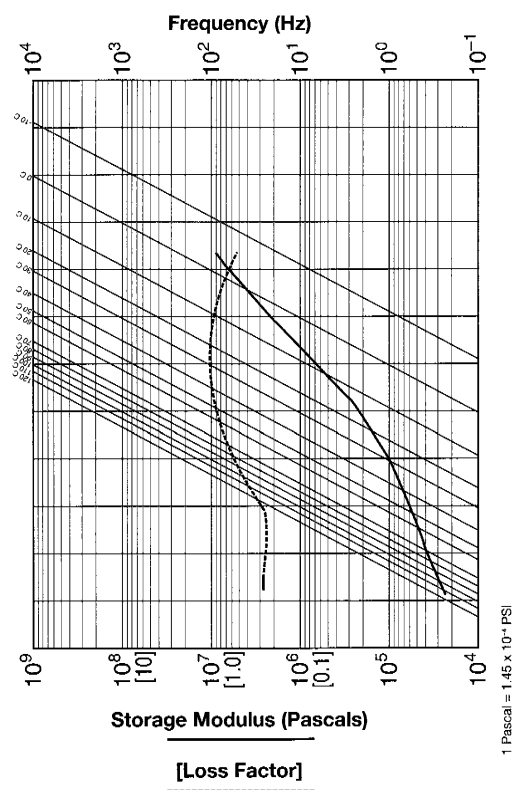


Figura A.1: Nomograma do material 3M ISD112 [Moreira, 1996].



# Referências

- S. Balmès, E. e Germès. Design strategies for viscoelastic damping treatment applied to automotive components. page 9, 2004.
- FFT. Actran 2007.3 users guide. *Free Field Technologies SA (www.fft.be)*, page 677, 2009.
- Noise Abatement for Circular Saws. Department of Labour Wellington, New Zealand. *Occupational Safety and Health Service*, page 20, 1989.
- J. D. Moreira, R. e Rodrigues. Constrained damping layer treatments: Finite element modeling. *Journal of Vibration and Control*, 10(4):575–595, 2004a.
- R. A. S Moreira. *Análise do Comportamento Dinâmico de Placas com Tratamento Passivo por Amortecimento Viscoelástico*. Tese de mestrado, FEUP, 1996.
- R. A. S Moreira. *Modelação e Análise de Tratamentos Viscoelásticos Multi-Camada para Controlo Passivo de Vibrações*. Tese de doutoramento, FEUP, 2004b.
- R.A.S. Moreira and Ferreira A.J.M. Rodrigues, J.D. A generalized layerwise finite element for multi-layer damping treatments. *Comput Mech*, 37:426–444, 2006.
- J. D. Rodrigues. *Apontamentos de Vibrações de Sistemas Mecânicos*. Faculdade de Engenharia da U.PORTO, Porto, 2010a.

- J. D. Rodrigues. *Programa BaPMEF - Método dos Elementos Finitos*. Faculdade de Engenharia da U.PORTO, 2010b.
- C.M.A. Vasques and Rodrigues J.D. Moreira, R.A.S. *Viscoelastic Damping Technologies - Part 2: Experimental Identification Procedure and Validation*. *HyperScienses*, 2010.
- C.M.A. Vasques and J. D. Rodrigues. *Low-noise circular saw blades by added viscoelastic damping: Centrifugal stiffening effect*. *Internoise*, page 19, 2010.