



ESCOLA DE GESTÃO DO PORTO
Universidade do Porto

José António da Silva Vidrigo

Diversificação Eficiente de Carteiras de Investimento
de Longo Prazo: o Estudo de Caso do FEFSS

Porto, Julho de 2008



ESCOLA DE GESTÃO DO PORTO
Universidade do Porto

José António da Silva Vidrigo

Diversificação Eficiente de Carteiras de Investimento de Longo Prazo: o Estudo de Caso do FEFSS

Orientador: Jorge Bento Ribeiro Barbosa Farinha

Dissertação para obtenção do grau de mestre em Gestão de Empresas

Porto, Julho de 2008

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Dr. Jorge Farinha, pela disponibilidade para me acompanhar neste trabalho.

Aos alunos, professores e colaboradores da EGP, bem como aos meus colegas no IGFCSS, com tive e tenho a sorte de partilhar inúmeras horas do meu dia-a-dia, passadas a debater mil e um assuntos que sempre nos permitem dar mais um passo em frente na conquista do activo mais precioso de que dispomos: o conhecimento.

À minha família e amigos, em particular aos meus pais, à minha confidente de sempre, Sónia, e à nossa lindíssima filha Bárbara, a quem roubei uma parte significativa do tempo que destinei a este projecto.

Pelo apoio e compreensão que sempre manifestaram, o meu sincero OBRIGADO.

Resumo

A gestão eficaz do risco de investimento exige um enquadramento adequado que permita uma diversificação eficiente da carteira.

A existência de limites quantitativos pode resultar em posições não óptimas, do ponto de vista do binómio risco / retorno, ao colocarem, indevidamente, a ênfase no risco de activos individualmente considerados e não no respectivo contributo para o risco da carteira, risco que pode ser reduzido através da diversificação.

De facto, a literatura sobre o tema¹ reconhece que a imposição de limites quantitativos traduz-se em custos de não optimização. Tanto mais quanto mais significativas, ao impedirem uma diversificação eficiente, as restrições impostas.

Com este trabalho procura-se, revendo a literatura pertinente e contextualizando o problema da selecção, por um investidor de longo prazo, de carteiras óptimas, aferir da possibilidade de introduzir melhorias na alocação estratégica (de longo prazo) do FEFSS – Fundo de Estabilização Financeira da Segurança Social.

Melhorias que, necessariamente, se devem traduzir no aumento do retorno esperado por unidade de risco (esperado). É nisto que consiste “optimizar” uma carteira de investimentos.

A pergunta que se coloca, e a que se procura responder com base na análise empírica empreendida, é se será possível, primeiro com base nas restrições actualmente existentes e, de seguida, flexibilizando-as selectivamente, diversificar de forma mais eficiente a carteira do FEFSS e, portanto, optimizar a longo prazo a alocação às diferentes classes de activos consideradas.

Conclui-se, para o conjunto de dados utilizados, que existe espaço, através da flexibilização de algumas das restrições de investimento do FEFSS actualmente vigentes, para melhorar, diversificando de forma mais eficiente, a alocação estratégica do FEFSS, à luz dos objectivos pretendidos para o Fundo.

No fundo corrobora-se, empiricamente, a tese articulada na teoria. Os custos de restrições quantitativas adoptadas numa lógica isolada, i.e., desconsiderando os ganhos de diversificação resultantes de uma gestão eficiente da carteira, podem ser extremamente elevados.

¹ Cf., por exemplo, Sharpe (1991).

Abstract

The effective management of investment risk demands an adequate framework that allows an efficient portfolio diversification.

The imposition of strict quantitative limits may generate non optimal allocations by unduly emphasizing individual asset risks over their contribution to the portfolio's overall risk, which can be reduced by efficient diversification.

Theory² on this subject recognizes that, by defining quantitative limits, one may generate non intended costs. The more restrictive these limits are, by impeding an efficient portfolio diversification, the more significant the costs.

By reviewing portfolio selection theory, specifically for the case of a long term investor, an attempt is made at trying to infer whether improvements can be made to FEFSS' (Social Security Financial Stabilization Fund) strategic asset allocation.

These improvements should be observable through a higher risk-adjusted expected return. This is what "optimizing a portfolio" is all about.

The question we can make is whether, based on current restrictions by selectively lifting some of these limits, it is possible to efficiently improve the diversification of FEFSS' portfolio and, therefore, optimize the fund's strategic asset allocation.

Based on the empirical analysis conducted, loosening some of the investment restrictions FEFSS is subject to should yield favourable results, allowing a more efficient asset allocation and, therefore, improving the probability of achieving the objectives that were defined for the Fund.

The analysis corroborates the ex-ante theory. There are potentially significant costs derived from the imposition of strict quantitative investment restrictions that reflect the fact that efficient portfolio management should be based not on individual asset's risk but on its contribution to the overall portfolio (diversified) risk.

² Ibid.

1. Introdução

1.1. *Enquadramento Geral*

1.1.1. O FEFSS no Contexto da Segurança Social

O sistema da Segurança Social portuguesa funciona, no essencial, em regime financeiro de distribuição. As despesas com prestações a favor de gerações mais antigas são suportadas com as contribuições de gerações mais novas³.

Esta circunstância, quando conjugada com a evolução demográfica do país, traduzida no progressivo envelhecimento da população, tem gerado uma pressão crescente sobre a Segurança Social que se espera vir a intensificar-se em décadas futuras.

Visando a estabilização financeira do sistema de segurança social e a instituição de uma garantia complementar de maior solidez, o Decreto-lei 259/89 de 14 de Agosto instituiu o FEFSS – Fundo de Estabilização Financeira da Segurança Social.

Recentemente, mais concretamente no ano de 2006, o Governo Português procedeu à análise da sustentabilidade, de longo prazo, do sistema de segurança social⁴.

Da análise empreendida resultou a apresentação de propostas de reforma⁵ que produziriam determinados impactos (estimados) sobre a evolução da conta da segurança social. Um desses impactos das medidas propostas (entretanto objecto de acordo em sede de Comité Económico e Social⁶) é o reflectido no seguinte cenário de evolução para o FEFSS:

³ *PAYG – Pay As You Go*, do inglês.

⁴ Cf. Relatório Orçamento Estado para 2007 (2006c)

⁵ Cf. Documento de Trabalho, Ministério do Trabalho e da Solidariedade Social (2006b)

⁶ Cf. Acordo Sobre a Reforma da Segurança Social (2006a)

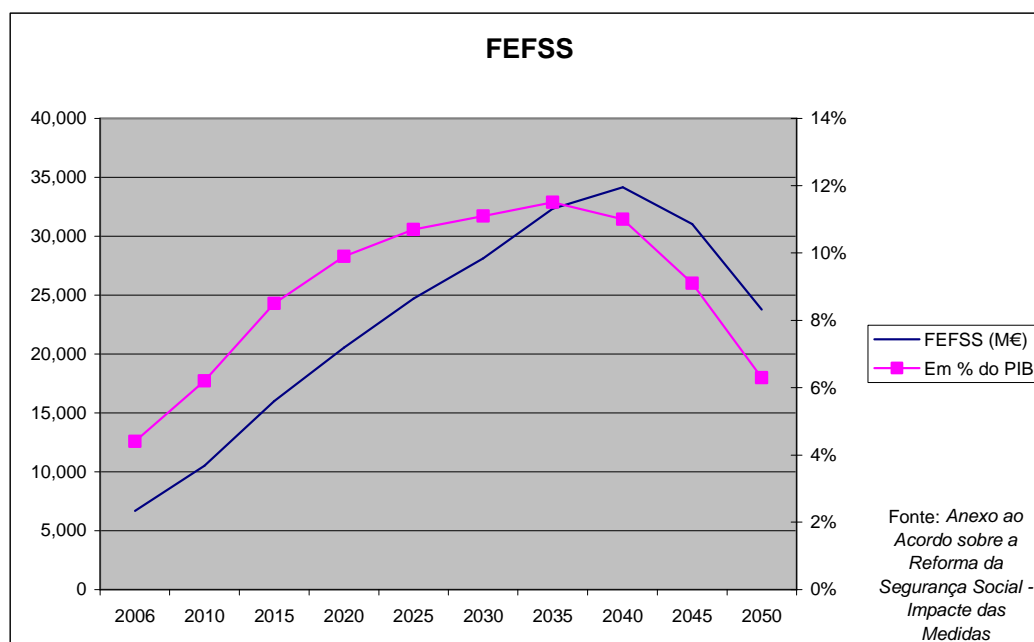


Gráfico 1 – Evolução projectada do FEFSS

O cenário de evolução para o FEFSS contempla, como pressupostos centrais, a transferência para o Fundo dos excedentes projectados para o regime geral⁷ e a necessidade de suprir os défices do sistema a partir de 2035 (inclusive), não ocorrendo dentro do horizonte de projecção considerado (2050) o esgotamento do FEFSS.

Como é óbvio estes são pressupostos que, embora extremamente relevantes para a definição de carteiras de investimento eficientes para o FEFSS, serão, no contexto deste estudo, considerados como *inputs* exógenos. Isto é, a incerteza, necessariamente resultante do facto de se tratarem de estimativas de longo prazo, não será incorporada nos resultados a apresentar (também em função da solução metodológica escolhida).

Há, no entanto, para além das “entradas” e “saídas” de capital do FEFSS, um pressuposto fundamental que, adicionalmente se considera: o de que o FEFSS capitaliza a uma taxa anual (real) de 3%. E é sobre este pressuposto que importa, no âmbito deste estudo, reflectir.

A assumpção do referido pressuposto de retorno anual parte da consideração de uma determinada estrutura de carteira para o FEFSS (a longo prazo). Toma, igualmente, em consideração determinados pressupostos para os valores esperados de retorno, risco e correlação entre classes de activos.

Importa analisar estes dois aspectos sob perspectivas distintas:

⁷ De acordo com as projecções o primeiro défice do sistema passaria a ocorrer em 2035 (-0.1% do PIB) pelo que até então não existiriam “saídas” do FEFSS.

- No que diz respeito à estrutura de carteira usada, questão central deste estudo, importa questionar a respectiva adequação, aos objectivos da tutela⁸, à luz da teoria de selecção de carteiras.
- Já no que se refere ao segundo conjunto de pressupostos, dever-se-á questionar não só a referida razoabilidade⁹, mas também qual a sensibilidade da taxa de retorno usada (3% anual real¹⁰) à oscilação dos pressupostos em causa;

1.1.2. Relevância do Tema

Consideremos os “números” em causa¹¹.

O FEFSS dispõe (Dezembro de 2007) de uma carteira avaliada (a preços de mercado) em aproximadamente 7,500 milhões de Euros¹².

Este valor representa cerca de 4.66% do PIB Português¹³ ou o equivalente a cerca de 10.3 meses de prestações pagas pelo regime geral de segurança social (aproximadamente 86% de um total anual de 8,773 milhões de Euros de prestações do regime geral).

A respectiva evolução projectada (ver Gráfico 1 – Evolução projectada do FEFSS) permite-nos, facilmente, determinar que cada décima de ponto percentual (i.e., 0.10%) adicional de retorno anual corresponde, a preços de 2007, a um acréscimo de cerca de 642 milhões de Euros do valor do FEFSS (8.5% do respectivo valor global em 2007).

Por uma outra perspectiva, o referido acréscimo de apenas 0.10% de rentabilidade anual do FEFSS até 2050 (642 milhões de Euros, a preços correntes), corresponde a cerca de 7.3% da referida despesa anual com pensões do regime geral de segurança social (o equivalente, portanto, ao gasto em pensões de quase um mês).

Assim, e como se pode constatar, a melhoria da taxa de retorno anual expectável para o FEFSS permite colmatar por mais tempo a ocorrência de défices no regime geral da Segurança Social Portuguesa.

De facto qualquer ganho que se possa obter por via de uma mais adequada definição da estrutura de carteira para o FEFSS contribuirá significativamente para os respectivos objectivos.

⁸ Maximização do retorno sujeito à restrição de obtenção de retornos reais positivos em períodos rolantes sucessivos de 3 anos (com 95% de confiança estatística).

⁹ Algo que, necessariamente, afecta igualmente a definição de carteiras eficientes.

¹⁰ Ou outra a que, eventualmente, se venha a chegar.

¹¹ Fonte (se nada em contrário for indicado): Instituto de Gestão de Fundos de Capitalização da Segurança Social (2008)

¹² Valor exacto de mercado a 31 de Dezembro de 2007: 7,560.24 Milhões de Euros.

¹³ Correspondente a 160,929.8 Milhões de Euros. Cf. Site Internet INE

É, portanto, de relevo para a gestão de um património que é de todos os contribuintes do regime geral da Segurança Social, uma adequada fundamentação da estratégia de alocação estratégica, i.e. de longo prazo, do FEFSS, bem como contributos no sentido de melhorar a respectiva performance, objectivos que se pretendem ajudar a concretizar com este estudo.

1.1.3. Objectivo da Dissertação

Esta análise pretende, desde logo, concluir se a estrutura de referência actual, bem como as restrições legais e regulamentares em vigor¹⁴, são ou não consistentes com o objectivo definido pela tutela (no âmbito da Carta de Missão assinada com o IGFCSS – Instituto de Gestão de Fundos de Capitalização da Segurança Social, a entidade responsável pela gestão do referido fundo), i.e. a obtenção, com probabilidade de 95%, de retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos.

Pretende-se, ainda, poder fundamentar, de forma teoricamente mais sólida, eventuais limites à constituição do FEFSS bem como identificar as restrições mais significativas à gestão do FEFSS (mantendo o objectivo definido na Carta de Missão), quantificando o respectivo impacto potencial.

De facto, a expectativa é de procurar descobrir se existe espaço para diversificar, e se sim, em que circunstâncias, a carteira do FEFSS e, conseqüentemente, aumentar a probabilidade de atingir o objectivo definido.

A análise deverá permitir comparar os resultados expectáveis com aplicação das restrições actuais bem como com a flexibilização de algumas delas, de forma a concluirmos acerca da “força” das mesmas e, portanto, do benefício em eventualmente as eliminar ou mitigar.

1.1.4. Organização da Dissertação

Para o efeito descrito pretende-se:

- Proceder à revisão dos desenvolvimentos teóricos relevantes, no âmbito da selecção de carteiras de investimento;
- Determinar as carteiras óptimas possíveis, incorporando as mais relevantes restrições legais e regulamentares vigentes;
- Determinar as carteiras óptimas teóricas, consistentes com os objectivos da Carta de Missão, de acordo com o(s) modelo(s) mais relevante(s), flexibilizando algumas das restrições vigentes;

¹⁴ Por força do Regulamento de Gestão do FEFSS aprovado pela Portaria 1273/2004, de 7 de Outubro.

- Comparar os resultados óptimos obtidos com a estrutura de referência (*benchmark*) e a carteira actual do FEFSS (a 31.12.2007), quantificando o eventual custo de não optimização implícito nessas estruturas de carteira (e nas restrições em que estas se baseiam).

A revisão de literatura a emprender deverá cobrir um conjunto de referências relativamente bem conhecidas, destinando-se, essencialmente, à sistematização e adequada compreensão do alcance das mesmas.

Há, contudo, que delimitar o âmbito da revisão a emprender.

Tal como Sharpe (1967) referiu, “*portfolio analysis theory deals with the selection of a set of investments*”, podendo o problema do investidor ser dividido em 3 partes:

1. Obtenção de estimativas de resultados futuros para activos, ou grupos de activos, individuais (“*security analysis*”);
2. Dado um conjunto “adequado” para estas estimativas, o investidor necessita de determinar o conjunto de carteiras eficientes (“*portfolio analysis*”);
3. O problema final do investidor é a escolha de uma carteira, de entre as eficientes, que deseje deter dadas as respectivas preferências relativamente ao risco vis-à-vis o retorno esperado (“*portfolio selection*”).

Embora, obviamente, a primeira questão seja fundamental (e envolva um extenso debate) não é o principal objecto do trabalho desenvolvido neste estudo. De facto, a revisão bibliográfica a este nível resumir-se-á à referência ao que de essencial se tem tratado nesta matéria.

A preocupação será, sobretudo, a de fundamentar opções (necessariamente discutíveis) e proceder, numa perspectiva empírica, a análises de sensibilidade que permitam medir o impacto das escolhas feitas.

O enfoque principal é na segunda etapa, isto é, nos algoritmos de determinação de carteiras eficientes.

Pretende-se, no que a este aspecto diz respeito, rever a evolução dos inúmeros contributos teóricos surgidos, centrando-nos em três momentos fundamentais:

- “Nascimento” da teoria de selecção de carteiras, com Markowitz (1952); o trabalho de Tobin (1958), Hicks (1962) ou Sharpe (1964; (1967)¹⁵, pela relação com o de Markowitz, serão também objecto de contextualização (entre outros);
- Introdução da cobertura inter temporal, especialmente com o trabalho de Merton (1973);

¹⁵ Ligando o trabalho de Markowitz e o CAPM – *Capital Asset Pricing Model*.

- Extensão internacional ao modelo – cobertura da inflação doméstica, nomeadamente com os trabalhos de Solnik (1974) e Adler e Dumas (1983) de forma a introduzir o efeito resultante da expansão do modelo de um contexto doméstico a um contexto internacional (com diferentes oportunidades de consumo e investimento).

A revisão de bibliografia proposta deverá permitir sistematizar o corpo de conhecimento criado nesta área, servindo para fundamentar, dado o perfil do FEFSS e respectivos objectivos, a escolha de algoritmos adequados à determinação de carteiras eficientes.

A análise empírica a empreender passará pela explicitação do método a usar, definição de espectro de activos disponíveis a considerar bem como das respectivas estimativas de resultados futuros esperados, resultados para o caso da estrutura de referência e carteira actual do FEFSS, resultados para os casos sem restrições e com as sucessivas restrições consideradas.

Por fim proceder-se-á à comparação das diferentes opções consideradas, à luz do objectivo para o FEFSS (a obtenção, com probabilidade de 95%, de retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos).

Relativamente ao espectro de activos a usar, utilizaram-se 4 tipos de activos por mercado: activo sem risco nominal (Bilhete do Tesouro)¹⁶, Obrigações do Tesouro, Obrigações Não Governamentais¹⁷ e Acções.

Consideraram-se 4 mercados: Zona Euro, EUA, Reino Unido e Japão (o FEFSS apenas pode investir em países da OCDE – Organização de Cooperação e Desenvolvimento Económico).

Uma atenção especial terá de ser dada à dívida pública portuguesa (dada a respectiva importância no contexto das imposições legais a que o FEFSS está sujeito¹⁸), bem como ao imobiliário europeu, neste caso de forma a “isolar” o efeito desta classe (que existe, actualmente, na carteira do FEFSS¹⁹).

Quanto ao método a usar para aferir os respectivos resultados futuros expectáveis, recorrer-se-á à análise da performance histórica dos referidos activos. Proceder-se-á a uma análise crítica dos “números” daqui resultantes, quer pelo confronto com alguma da literatura sobre o assunto, quer pela explicitação de algumas “crenças” do autor, resultantes da observação e experiência, acerca da performance futura de cada activo considerado.

¹⁶ Os Bilhetes de Tesouro são, em linha com o sugerido, por exemplo, por Adler e Dumas (1983), também usados para a definição de *forwards* cambiais.

¹⁷ Segmentadas, no caso dos EUA e dada a respectiva importância, em Dívida Hipotecária (“*Mortgage*”) e Empresarial (“*Corporate*”).

¹⁸ O FEFSS tem de investir um mínimo de 50% da respectiva carteira em dívida garantida pelo Estado Português (cf. adiante, ponto 2.2 – Limites à Composição do FEFSS).

¹⁹ Embora numa proporção reduzida (aproximadamente 3%; cf. adiante, ponto 2.1 – Objectivo e Descrição Geral).

Como refere Markowitz²⁰, “*the first stage [no processo de selecção de uma carteira] starts with observation and experience and ends with beliefs about the future performances of available securities.*”

O estudo terminará com a enumeração de conclusões, reflexões sobre fraquezas e pontos fortes da análise empírica empreendida bem como com a referência a ideias para investigação futura.

1.2. Enquadramento Teórico

1.2.1. Perspectiva Geral

O nascimento da Teoria Moderna de Carteiras (*MPT*, acrónimo do inglês *Modern Portfolio Theory*) é, regra geral, referenciado pela Análise de Média e Variância de Markowitz²¹.

Markowitz demonstra como os investidores devem proceder à escolha de carteiras se apenas tiverem em atenção a média e variância²² do retorno da carteira num único período.

Os resultados desta análise são apresentados no diagrama clássico risco / retorno.

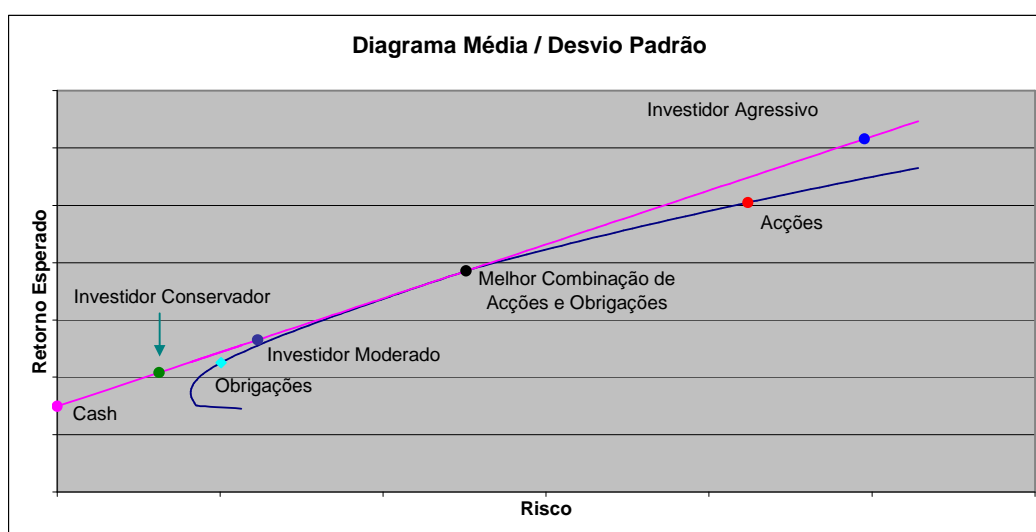


Gráfico 2 – Diagrama Risco / Retorno Esperado

Considerem-se três activos: acções, obrigações e um veículo de investimento em tesouraria (*cash*)²³. O eixo das ordenadas apresenta o retorno esperado e o das

²⁰ Markowitz (1952)

²¹ Ibid.

²² Ou, de forma equivalente, média e desvio padrão.

²³ Em rigor, deveria tratar-se de instrumentos de dívida do tesouro, de forma a “eliminar” o risco de crédito. Como refere Merton (1973) este activo (sem risco) “*could represent (very) short government bonds*”.

abscissas o risco (medido através do desvio padrão). Assim, as acções são representadas com elevado retorno esperado e elevado desvio padrão, enquanto que as obrigações terão um menor retorno esperado e desvio padrão. O *cash* tem um retorno esperado ainda menor mas é considerado sem risco (durante o período considerado)²⁴.

A linha curva no Gráfico 2 – Diagrama Risco / Retorno Esperado, representa o conjunto de médias e desvios padrões que podem ser alcançados pela combinação de acções e obrigações numa carteira com risco. Quando juntamos *cash* à carteira o conjunto de médias e desvios padrões alcançáveis situa-se agora na linha recta do Gráfico 2 – Diagrama Risco / Retorno Esperado, que une o *cash* e a carteira com risco.

Um investidor que se preocupe apenas com a média e o desvio padrão da sua carteira de investimento escolherá um ponto nesta linha recta, tangente à linha curva. Esta linha recta, a fronteira eficiente, proporciona o mais elevado retorno esperado para qualquer nível de desvio padrão (risco). O ponto em que a linha recta toca a linha curva é uma carteira tangente de activos com risco, designada aqui de “Melhor Combinação de Acções e Obrigações”.

A conclusão mais interessante desta análise é a de que todos os investidores, que apenas se preocupem com a média e o desvio padrão, irão querer deter a mesma carteira de activos com risco, ou seja, a “Melhor Combinação de Acções e Obrigações”:

- Investidores conservadores combinam esta carteira com *cash* de forma a atingirem um ponto, ao longo da fronteira eficiente, abaixo e à esquerda;
- Investidores moderados reduzirão a posição de *cash*, deslocando-se para a direita e para cima (ao longo da fronteira eficiente);
- Investidores agressivos poderão inclusive pedir emprestado de forma a alavancarem o investimento na carteira tangente atingindo, dessa forma, um ponto na fronteira eficiente com mais risco que a carteira tangente.

No entanto, nenhum destes investidores deverá alterar as proporções relativas dos activos com risco (no caso acções e obrigações) na carteira tangente²⁵.

Existem, no entanto, várias razões legítimas para que diferentes investidores possam necessitar de diferentes carteiras de activos com risco:

- A complexidade resultante de distintas situações fiscais proporciona diferenças;

²⁴ Na presença de risco de inflação, os instrumentos de tesouraria não são verdadeiramente isentos de risco em termos reais, mas este risco de inflação de curto prazo é suficientemente pequeno para poder ser, convencionalmente, ignorado.

²⁵ A este resultado chama-se Teorema da Separação de Tobin (*Mutual Fund Theorem* ou *Separation Theorem*).

- Os investidores podem ter diferentes horizontes temporais de investimento e diferentes perfis de rendimento (não dependente dos investimentos);
- A existência de activos ilíquidos constitui igualmente uma razão para a existência de diferenças.

Existe evidência empírica de que, por exemplo, investidores mais conservadores tendem a deter mais obrigações (e menos acções – continuando a usar o nosso exemplo) que os investidores agressivos, contrariando o teorema acima enunciado. Canner et al. (1997), chamam a isto “*asset allocation puzzle*”. Uma explicação possível passa pelo facto de investidores mais agressivos não poderem endividar-se à taxa de juro sem risco e, portanto, não conseguirem atingir a parte da direita da linha recta do Gráfico 2 – Diagrama Risco / Retorno Esperado. Em alternativa movem-se ao longo da linha curva, aumentando a exposição a acções e reduzindo a exposição a obrigações.

A chave, no entanto, pode estar na necessidade de reconhecer que a estrutura de alocação óptima para investidores de longo prazo não tem de ser igual à de investidores de curto prazo. O *cash*, por exemplo, constitui um activo de risco no longo prazo embora não o seja a curto prazo, isto porque tem de ser reinvestido no futuro a taxas de juro reais desconhecidas. Já as obrigações indexadas à inflação providenciam um conjunto de pagamentos reais conhecidos (de longo prazo), embora o respectivo valor do capital seja desconhecido no curto prazo. Existe também evidência de que as acções poderão facultar um “nível de vida”²⁶, a longo prazo, estável de forma mais bem sucedida do que a respectiva variabilidade de curto prazo parece sugerir. Por estas razões, um investidor de mais longo prazo poderá estar mais disponível para deter mais acções e obrigações, e menos *cash*, do que um investidor de curto prazo. E um investidor de longo prazo relativamente mais conservador poderá deter mais obrigações do que *cash*.

1.2.2. O Problema (Teórico) Específico

É importante situar, convenientemente, o fulcro teórico da problemática em análise.

Tal como referimos atrás, e nas palavras de Sharpe (1967)²⁷, “*portfolio analysis theory deals with the selection of a set of investments*”, podendo o problema do investidor ser dividido em 3 partes²⁸: *Security Analysis, Portfolio Analysis e Portfolio Selection*.

²⁶ O “nível de vida” depende da quantidade de bens e serviços que uma determinada quantia acumulada permite adquirir (consumir). Dito de outra forma, o relevante é o retorno real dos activos (não o nominal).

²⁷ Markowitz (1952) refere duas: “*The first stage starts with observation and experience and ends with beliefs about the future performances of available securities. The second stage starts with the relevant beliefs about future performances and ends with the choice of portfolio.*” Sharpe dividiu a segunda etapa de Markowitz em duas.

²⁸ É na segunda destas “fases” que se concentra o essencial da revisão de literatura a empreender. No caso da primeira “fase”, a discussão central é a do *Equity Risk Premium*, enquanto que na última os desenvolvimentos teóricos se têm centrado na difícil tarefa de expressão das preferências

Na primeira fase o investidor procura obter estimativas de resultados futuros para activos, ou grupos de activos, individuais. Trata-se, neste caso, de obter estimativas não só de retornos mas acima de tudo do risco e, sobretudo, da forma como esse resultado poderá estar correlacionado com o de outras classes.

Na segunda etapa, dado um conjunto “adequado” para estas estimativas, o investidor necessita de determinar o conjunto de carteiras eficientes. Uma carteira é “eficiente” se (e só se) ela proporcionar um retorno esperado maior que o de outra carteira de risco comparável.

Esta tarefa não pode ser levada a cabo pela enumeração de todas as possibilidades.

Uma das principais contribuições de Markowitz foi precisamente a definição de um algoritmo especificamente destinado a esta tarefa²⁹. As evoluções, a este algoritmo, mais relevantes situam-se no domínio da consideração de múltiplos períodos de tempo com variabilidade temporal das oportunidades de investimento, domínio em que o trabalho de Merton³⁰ é central, e na extensão do modelo a um contexto internacional (consideração de diferentes oportunidades de consumo e investimento) – Solnik (1974) e Adler e Dumas (1983).

O problema final do investidor é a escolha de uma carteira, de entre as eficientes, que deseje deter dadas as respectivas preferências relativamente ao risco *vis-à-vis* o retorno esperado.

dos investidores sob a forma de funções utilidade. Serão, no contexto deste estudo, matérias a rever (porque instrumentais na compreensão do algoritmo a usar e dos resultados obtidos), embora de forma breve (porque demasiado amplas para serem aprofundadamente cobertas neste estudo, não constituindo, também, o fulcro da reflexão a promover).

²⁹ Resolução de um problema de optimização quadrática.

³⁰ *Inter Temporal Hedging Effect*, inicialmente explorado em Merton (1973).

2. FEFSS

2.1. Objectivo e Descrição Geral

O Fundo de Estabilização Financeira da Segurança Social (FEFSS) foi criado pelo Decreto lei 259/89 de 14 de Agosto, invocando-se, já nessa altura, que o *“progressivo envelhecimento da população, tem determinado uma pressão constante sobre os encargos da Segurança Social”* impondo-se a necessidade de consideração de *“medidas que possam introduzir mais flexibilidade, no sentido de se adoptarem formas mistas de financiamento da Segurança Social, em que se combinem modalidades de capitalização com o actual sistema distributivo.”* Assim, *“visando a estabilização financeira do sistema de Segurança Social e a instituição de uma garantia complementar de maior solidez”*, foi criado o FEFSS.

O FEFSS constitui um verdadeiro instrumento de estabilização do financiamento do sistema público de Segurança Social, sendo determinante conhecer e estimar a evolução deste sistema para otimizar a composição da carteira de investimentos daquele Fundo em ordem a contribuir, de forma positiva, para a sustentabilidade financeira da Segurança Social e para o alívio do peso dos encargos sociais no Orçamento Geral do Estado.

O FEFSS é um património autónomo que tem por objectivo assegurar a estabilização financeira da Segurança Social, designadamente cobrindo as despesas previsíveis com pensões por um período mínimo de dois anos³¹.

Nos termos da lei³² que aprova as bases gerais do sistema de segurança social:

- Reverte para o FEFSS uma parcela entre dois e quatro pontos percentuais do valor percentual correspondente às quotizações dos trabalhadores por conta de outrem, até que aquele fundo assegure a cobertura das despesas previsíveis com pensões, por um período mínimo de dois anos;
- Os saldos anuais do subsistema previdencial, bem como as receitas resultantes da alienação de património e os ganhos obtidos das aplicações financeiras integram o fundo, sendo geridos em regime de capitalização;
- A ocorrência de condições económicas adversas que originem acréscimos extraordinários de despesa ou quebras de receitas pode determinar a não aplicabilidade fundamentada do descrito acima³³.

Sendo património de um instituto público, o FEFSS goza de todas as isenções fiscais gerais atribuídas aos organismos do Estado com a mesma natureza.

³¹ Artigo 1º do Regulamento de Gestão do FEFSS aprovado pela Portaria 1273/2004, de 7 de Outubro. A referência é a despesa com prestações (pensões) do regime geral da Segurança Social (exclui, por exemplo, a despesa com prestações pagas pela Caixa Geral de Aposentações – CGA).

³² Artigo 111º da Lei n.º 32/2002 de 20 Dezembro.

³³ Ou seja, a não transferência, para o FEFSS, dos montantes referidos.

Adicionalmente, tratando-se de um fundo de capitalização administrado e gerido por uma instituição de Segurança Social os seus rendimentos estão totalmente isentos de IRC³⁴.

A respectiva carteira tem, actualmente, a seguinte composição (dados a Dezembro de 2007):

Classe³⁵	Peso Benchmark	Peso Real (2007)
Activo Sem Risco	17.9%	12.5%
Dívida Pública Portuguesa	50.0%	50.4%
Imobiliário	10.0%	3.2%
Divida Pública Euro	4.3%	12.4%
Divida Privada (Corporate) Euro	1.8%	2.6%
Acções Euro	7.4%	9.2%
Bilhete Tesouro EUA	-12.7%	-9.3%
Divida Pública EUA	2.1%	5.1%
Divida Privada (Corporate) EUA	2.1%	0.0%
Divida Hipotecária (Mortgage) EUA	3.5%	0.0%
Acções EUA	9.4%	10.1%
Bilhete Tesouro RU	-1.2%	-0.7%
Divida Pública RU	0.6%	0.0%
Divida Privada (Corporate) RU	0.6%	0.0%
Acções RU	2.2%	2.4%
Bilhete Tesouro Japão	-4.0%	0.0%
Divida Pública Japão	3.6%	0.0%
Divida Privada (Corporate) Japão	0.4%	0.0%
Acções Japão	2.0%	2.2%

Fonte: Relatório & Contas FEFSS 2007 (dados a 31.12.2007)

Tabela 1 – Benchmark e Carteira [31.12.2007] do FEFSS

O regulamento de gestão do FEFSS³⁶ é o resultado de diversas propostas de aumento da diversificação dos investimentos do Fundo. Estas tornaram-se necessárias face ao aumento exponencial do Fundo ao longo dos anos. Em 1998 o Fundo valia pouco mais de 1,500 milhões de euros e só podia investir em Portugal. Até Outubro de 2004, altura em que o Fundo já acumulava 5,659 milhões de euros, o Fundo estava autorizado apenas a investir em activos denominados em euros. Desde Outubro de 2004, o Fundo pode diversificar os seus investimentos para activos denominados em moedas da OCDE.

³⁴ Nos termos da alínea d) do nº1 do art. 9º do CIRC.

³⁵ Na prática (i.e., na carteira do FEFSS de 31.12.2007), o Activo Sem Risco corresponde a *cash* sob variadas formas (depósitos, fundos de tesouraria, etc.) que, em conjunto com as posições indicadas em Bilhetes do Tesouro dos EUA, Reino Unido e Japão (posições curtas), representam *forwards* cambiais (repare-se que a alocação ao activo sem risco nominal em Euros, +17.9%, é igual ao simétrico da soma de posições nos activos sem risco nominal em Dólares, Ienes e Libras). Existe, portanto, um risco de crédito residual (por comparação com Bilhetes do Tesouro).

³⁶ Aprovado pela mencionada Portaria 1273/2004, de 7 de Outubro.

2.2. Limites à Composição do FEFSS

O referido regulamento, além de enunciar a política de investimentos, define os activos que podem compor o respectivo património. O FEFSS pode investir em valores mobiliários representativos de dívida pública ou privada, com *rating* não inferior a “BBB-/Baa3³⁷”, emitidos por entidades sedeadas em países da União Europeia ou da OCDE, em acções ou outros valores representativos de direitos análogos negociados em mercados regulamentados da União Europeia ou da OCDE, em imóveis ou veículos de investimento imobiliário, podendo incorrer em exposição cambial não coberta até 15% do seu activo.

O quadro que se segue sistematiza o conjunto de restrições ao FEFSS³⁸:

		Regulamento de Gestão	
		Mínimo	Máximo
Dívida Garantida pelo Estado Português	Exposição directa / Valor FEFSS	50%	100%
Dívida Privada	Exposição directa / Valor FEFSS	0%	40%
	Rating	BBB-/Baa3	Aaa/AAA
Acções	Exposição directa / Valor FEFSS	0%	25%
Fundos de Investimento Mistos	Fundos Investimento Mistos/ Valor FEFSS	0%	10%
Imobiliário	Exposição directa / Valor FEFSS	0%	10%
Reserva Estratégica	Exposição directa / Valor FEFSS	0%	5%
Moeda estrangeira	Exposição não coberta / Valor FEFSS	0%	15%
Derivados	Valor nocional / Valor FEFSS	0%	100%
	Op. fixação custo aquisições futuras/ Valor FEFSS	0%	10%
Diversificação	Investimento em cada emitente / Capitais Próprios do Emitente	0%	20%
	Investimento em cada emitente / Valor do FEFSS	0%	5%

Tabela 2 – Limites de Composição do FEFSS

2.3. Política de Investimentos

³⁷ Na notação usada pela *Standard & Poor's*, uma obrigação com *rating* BBB exhibe parâmetros de protecção ADEQUADOS. No entanto, condições económicas adversas, ou circunstâncias em mutação, conduzirão com maior probabilidade (relativamente a *ratings* mais elevados) a uma capacidade enfraquecida do devedor em fazer face aos compromissos financeiros inerentes à obrigação emitida (o sinal “-“ representa a existência de perspectivas negativas, i.e., uma posição relativa dentro da categoria maior). No caso da notação da *Moody's*, o *rating* Baa tem idêntico significado. O “3” tem uma utilização idêntica à referida para o sinal “-“ no caso da *S&P*.

³⁸ Com base na referida Portaria 1273/2004, de 7 de Outubro.

A política de investimentos do FEFSS aponta para “*a obtenção a médio prazo da maximização dos valores dos investimentos, salvaguardando as melhores condições de estabilidade e liquidez. Os níveis de volatilidade incorridos deverão ser similares aos da carteira de dívida pública do Estado Português.*”³⁹.

Estão assim definidos os parâmetros mestres para a construção da carteira otimizada do FEFSS: aquela que, utilizando os activos que podem compor o activo do FEFSS, oferece as condições de máxima rentabilidade para níveis de volatilidade similares aos da carteira de dívida pública do Estado Português.

Sistematizando, as “preferências” enunciadas⁴⁰:

- Obtenção de uma rentabilidade nominal média anual superior ao custo médio anual da dívida pública portuguesa, num horizonte de 5 anos (cf. Carta de Missão);
- Preservação real do capital em períodos móveis de 3 anos (cf. Carta de Missão);
- Obtenção do máximo de rentabilidade para níveis de volatilidade similares aos da carteira de dívida pública do Estado Português (cf. Regulamento de Gestão).

Como se pode constatar, foram definidos objectivos que podem ser mutuamente inconsistentes (tendo sobretudo em conta o ponto anterior: 2.2 – Limites à Composição do FEFSS).

Adiante (cf. 4.5 – Resultados) esclarecemos a forma como procurámos assegurar a verificação simultânea destes objectivos.

2.4. Desenvolvimentos Recentes

No Orçamento de Estado para 2007 foram apresentadas projecções relativas à sustentabilidade da Segurança Social nacional e, conseqüentemente, de utilização do FEFSS que apresentam diferenças significativas em relação ao cenário anteriormente equacionado dado contemplarem a introdução de um conjunto de medidas entretanto objecto de acordo em sede de Conselho Económico e Social⁴¹.

Em concreto:

³⁹ N° 1 do artigo 5° do regulamento de gestão do FEFSS.

⁴⁰ Cf. Relatório & Contas FEFSS 2007.

⁴¹ Acordo Sobre a Reforma da Segurança Social.

	2006	2010	2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050
FEFSS (M€)	6.674	10.505	16.015	20.546	24.693	28.117	32.340	34.163	31.009	23.771
Em % do PIB	4.40%	6.20%	8.50%	9.90%	10.70%	11.10%	11.50%	11.00%	9.10%	6.30%
Cenário com Efeito Combinado das Medidas										
Saldo Subsistema Previdencial										
(% PIB)	0,3	0,8	0,3	0,2	0,0	0,0	-0,1	-0,3	-0,6	-0,7

1º défices: 2035 de -0,1

Não se projecta o esgotamento do FEFSS até 2050

Fonte: Anexo ao Acordo sobre a Reforma da Segurança Social - Impacte das Medidas

Tabela 3 – Projecções da Segurança Social

Como se pode verificar, a primeira data de utilização do Fundo passa para 2035 (a prazo de quase 30 anos) não se prevendo o respectivo esgotamento no horizonte temporal estimado (i.e., até 2050).

Estes aspectos permitem, de forma clara, posicionar o FEFSS como um investidor de longo prazo. Urge, portanto, aferir a razoabilidade da estrutura de carteira (actual e de referência) do FEFSS, dados os objectivos que lhe estão afectos bem como as condicionantes e envolvente descrita.

3. Teoria

3.1. Introdução

“*Diversification of investments was a well-established practice long before I published my paper on portfolio selection in 1952*”⁴². Este comentário de Markowitz permite-nos contextualizar, situando historicamente, o que habitualmente tem sido marcado como o nascimento da *MPT – Modern Portfolio Theory*.

Efectivamente, o que faltava no período pré Markowitz (1952) era uma “*adequate theory of investment*”⁴³ que contemplasse o efeito da diversificação na presença de riscos correlacionados, no fundo que procedesse à distinção entre carteiras eficientes e não eficientes, analisando os *trade-offs* risco/retorno no contexto de uma carteira.

De facto⁴⁴, “*Markowitz was hardly the first to consider the desirability of diversification.*”

Bernoulli⁴⁵, num artigo famoso sobre o paradoxo de São Petersburgo refere a diversificação como comportamento adequado a investidores avessos ao risco.

No Mercador de Veneza⁴⁶, de Shakespeare, António (o mercador) diz:

“*...I thank my fortune for it,
My ventures are not in one bottom trusted,
Nor to one place; nor is my whole estate
Upon the fortune of this present year...*”

A variância terá sido referida pela primeira vez como medida de risco económico por Irving Fischer⁴⁷.

Tal como Markowitz reconhece⁴⁸, ele é geralmente referenciado como o “pai” da MPT. Como Sharpe (1967) refere, “*Harry Markowitz is almost universally considered to be the father of portfolio analysis*”.

Há, no entanto, um conjunto de autores, referidos pelo próprio Markowitz, cujo trabalho merece ser passado em revista.

⁴² Markowitz (1999)

⁴³ Ibid.

⁴⁴ Rubinstein (2002)

⁴⁵ [Daniel] Bernoulli, citado por Ibid..

⁴⁶ Citado por Ibid..

⁴⁷ Fischer (1906)

⁴⁸ Markowitz (1999)

3.2. As Primeiras Referências

Roy (1952) também propôs que se fizessem escolhas com base na média e variância da carteira como um todo, existindo entre este trabalho e o de Markowitz⁴⁹ duas diferenças:

1. Markowitz exige investimentos não negativos enquanto que Roy permite que, em qualquer activo, a posição possa ser positiva ou negativa (posteriormente⁵⁰ ultrapassada);
2. Markowitz propôs que o investidor pudesse escolher, de acordo com as suas preferências, uma carteira de entre as que constituíam a fronteira eficiente, enquanto que Roy recomendava a escolha de uma carteira específica⁵¹;

A verdade é que este foi o único trabalho de Roy na área, enquanto que Markowitz continuou a investigar de forma prolífica.

De facto, Markowitz (1956; (1959) procedeu à correcção de alguns aspectos de Markowitz (1952) clarificando e desenvolvendo os conceitos em causa⁵².

As principais limitações de Markowitz (1952) eram:

- Não derivar, analiticamente, resultados para o caso de n títulos⁵³;
- Assumpção de distribuições de probabilidade estáticas⁵⁴;

Já Tobin (1958), preocupado com a procura de moeda, assumiu que o investidor procurava uma combinação, de activos monetários, que fosse eficiente do ponto de vista da média/variância. Tobin justificava o uso do retorno esperado e do desvio padrão como critérios adequados para o efeito em duas circunstâncias: as funções utilidade eram quadráticas⁵⁵, ou as distribuições de probabilidade provêm da família de distribuições de retornos totalmente caracterizáveis com dois parâmetros.

⁴⁹ Markowitz (1952)

⁵⁰ Markowitz (1956)

⁵¹ Concretamente: escolha da carteira que maximize $(E-d)/\sigma$; com E: valor esperado do retorno, σ : desvio padrão do retorno e d: retorno (fixo) “desastroso”.

⁵² Sharpe (1967) referia-se ao livro de Markowitz (1959) quando comentava: “*The essence of the theory appeared in his [Markowitz] 1952 article, although the full exposition was not available until several years later.*”

⁵³ Abordada em Markowitz (1956) e no Anexo A do livro, Markowitz (1959).

⁵⁴ Estas distribuições são uma função do tempo. Tratado no capítulo 13 de Markowitz (1959).

⁵⁵ Assunto a que voltaremos adiante (cf. 3.3 – Markowitz).

Na parte final⁵⁶ do artigo, Tobin apresenta o que viria a ser conhecido como o Teorema de Separação de Tobin. Considerando um modelo de selecção de carteiras com n activos de risco e um activo sem risco, *cash*, o autor mostrou que para um determinado conjunto de médias, variâncias e covariâncias entre carteiras eficientes, as proporções entre activos com risco são sempre as mesmas: “...*the proportionate composition of the non-cash assets is independent of their aggregate share of the investment balance. This fact makes it possible to describe the investor's decisions as if there were a single non-cash asset, a composite formed by combining the multitude of actual non-cash assets in fixed proportions.*”

Markowitz⁵⁷ chegou a referir-se a este artigo de Tobin como o primeiro Modelo de Avaliação de Activos Financeiros (*CAPM – Capital Asset Pricing Model*)⁵⁸.

A mesma conclusão extraída por Tobin aparece em Hicks (1962), concretamente sob a forma de um apêndice matemático intitulado “*The Pure Theory of Portfolio Investment*” e de uma nota de rodapé (que apresenta um diagrama Média/Desvio Padrão com a representação de carteiras eficientes).

Trata-se quase exactamente do modelo de Tobin⁵⁹ mas sem qualquer referência a este autor, residindo a diferença no facto de Hicks apenas considerar o caso de correlações zero.

De facto Hicks apresenta neste artigo o que chamamos de Teorema de Separação de Tobin. Ora Hicks refere a dada altura deste artigo o seguinte: “... *It all works out very nicely, being indeed no more than a formalisation of an approach with which economists have been familiar since 1936 (or perhaps I may say 1935)*”.

Trata-se, de facto de uma referência a um seu artigo⁶⁰ que conteria portanto a discussão verbal destes conceitos posteriormente formalizados.

No entanto, tal como Markowitz⁶¹ refere, esta argumentação não colhe dado o artigo de 1935 de Hicks, por exemplo: não indicar o desvio padrão (ou qualquer outra medida de dispersão) como parâmetro de risco na análise⁶²; não distinguir entre carteiras eficientes e não eficientes; não apresentar qualquer representação

⁵⁶ Sob o título: “*Multiple alternatives to cash*”.

⁵⁷ Cf. comentário em Markowitz (1999).

⁵⁸ Os trabalhos de Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966) são geralmente referenciados no contexto do surgimento do CAPM (cf. adiante, 3.6 – O CAPM). As duas principais diferenças de pressupostos entre o trabalho de Tobin e o de Sharpe são: enquanto que Sharpe admitia a possibilidade dos investidores emprestarem ou obterem emprestado à mesma taxa, Tobin apenas considerou a possibilidade de emprestar à taxa sem risco; quanto à segunda diferença: Sharpe postulou que o modelo se aplicava a todos os “*capital assets*” enquanto que para Tobin, o modelo apenas contemplava “*monetary assets*”. A verdade é que os pressupostos, mais amplos, de Sharpe permitiram uma revolução.

⁵⁹ Tobin (1958)

⁶⁰ Hicks (1935)

⁶¹ Markowitz (1999)

⁶² Pelo que não poderia derivar uma relação entre risco ao nível da carteira e risco de activos individuais.

da fronteira eficiente; e não apresentar qualquer pista ou referência ao facto de todas as carteiras eficientes que incluam *cash* contemplarem a mesma proporção entre activos de risco.

Kenneth Arrow⁶³ referiu que, em Marschack (1938) ,“*Jacob Marschack...made some efforts to construct an ordinal theory of choice under uncertainty.*”

Markowitz⁶⁴ refere o trabalho de Marschack como importante no percurso para a elaboração de uma teoria de mercados cujos participantes actuam sob risco e incerteza, da forma posteriormente exposta por Tobin ou no contexto do CAPM. Mas de facto considera que nada acrescenta, por exemplo, em relação a Hicks (1935), não constituindo um passo em direcção a uma teoria de carteiras pois nem sequer as considera.

Markowitz (1952) tem 3 referências bibliográficas⁶⁵: uma, relacionada com a forma de antecipar retornos, a Hicks⁶⁶; uma segunda a Uspensky⁶⁷, a propósito do conceito matemático de variância; uma outra refere Williams (1938).

Markowitz refere Williams com destaque: “*The basic principles of portfolio theory came to me one day while I was reading John Burr Williams, The Theory of Investment Value.*”

É a partir de uma recomendação de Williams aos investidores (a de diversificarem fundos pelos títulos que providenciem um retorno esperado máximo) que Markowitz trabalha uma conclusão central do seu trabalho: “*The returns from securities are too intercorrelated. Diversification cannot eliminate all variance.*”

Esta é, como refere Rubinstein⁶⁸, uma reflexão brilhante. Tratou-se da primeira formalização matemática da ideia de diversificação de investimentos, postulando que um investidor deveria maximizar o retorno esperado da carteira, minimizando a variância (do retorno) da carteira.

Talvez o aspecto mais importante de Markowitz (1952) tenha sido o facto de ter demonstrado que não é o risco de cada activo que é importante para o investidor mas sim a respectiva contribuição para o risco (a variância) da carteira toda, e que isto era sobretudo uma função da respectiva covariância com os restantes activos (da carteira).

⁶³ Arrow (1991)

⁶⁴ Markowitz (1999)

⁶⁵ O que atesta do respectivo carácter inovador.

⁶⁶ Hicks (1939)

⁶⁷ Uspensky (1937)

⁶⁸ “*Markowitz had the brilliant insight that, while diversification would reduce risk, it would not generally eliminate it.*” Rubinstein (2002)

Esta ideia de que o interesse de um investidor num determinado activo/título não deve ser aferido de forma isolada mas num contexto de carteira é central e não estava presente, por exemplo, em Williams⁶⁹.

Por outro lado, enquanto que Markowitz deixou que fosse o investidor a escolher (de acordo com as suas preferências retorno/risco) a carteira em que investir (de entre as eficientes), Roy⁷⁰ recomendava uma determinada escolha (como vimos atrás).

Adicionalmente, o trabalho de Markowitz (1959) aponta caminhos de evolução futura, por exemplo no contexto da resolução do problema multiperíodo⁷¹.

3.3. Markowitz

A teoria desenvolvida por Markowitz começa com o pressuposto simples (e intuitivo) de que os investidores “gostam” de retorno e “não gostam” de risco. No entanto e porque “*each investor may weigh risk and return very differently, Markowitz makes no attempt to specify the exact preferences of every individual.*”⁷²

O que Markowitz procura fazer é determinar o conjunto de carteiras que permitem maximizar o retorno para cada nível de risco (e minimizar o risco para cada nível de retorno), i.e., definir as carteiras eficientes de entre as quais o investidor deve então proceder à sua escolha de acordo com as suas necessidades.

Esta escolha exige que o investidor defina a natureza e forma da sua função utilidade (no espaço retorno/risco) para que a carteira “óptima” possa ser definida como a que resulta do ponto de tangencia entre a referida curva de utilidade e o conjunto de carteiras eficientes.

A formulação do problema por Markowitz assume que os únicos objectivos de investimento são maximizar o retorno esperado e minimizar a variância do retorno da carteira.

O “e” é essencial. Como referido por Markowitz (1952), “*the hypothesis (or maxim) that the investor does (or should) maximize discounted return must be rejected...; a rule of behaviour which does not imply the superiority of diversification must be rejected both as a hypothesis and as a maxim.*”

No entanto, e como já referido, “*diversification cannot eliminate all variance. The portfolio with maximum expected return is not necessarily the one with minimum variance*”⁷³.

⁶⁹ Williams (1938)

⁷⁰ Roy (1952)

⁷¹ Que abordaremos no ponto 3.4 – Alocação Multiperíodo.

⁷² Wallingford (1967)

⁷³ Markowitz (1952)

Por outro lado, é importante constatar que, no conjunto de carteiras eficientes, num extremo temos o ponto de variância mínima e no outro, o de máximo retorno esperado. No entanto, é concebível a superioridade de carteiras não diversificadas: pode existir um activo, com (significativo) maior retorno esperado e menor variância que a dos restantes activos, que gere um retorno esperado máximo e variância mínima⁷⁴.

Como constataremos, a utilidade prática do conceito depende de duas condições⁷⁵:

1. O investidor deve efectivamente actuar de acordo com uma função utilidade consistente com a optimização retorno/variância;
2. Devemos ser capazes de chegar a valores razoáveis para os diferentes *inputs* (valor esperado do retorno de cada activo; desvio padrão e correlações).

De qualquer forma trabalhos conduzidos, por exemplo, por Farrar⁷⁶ e Cohen e Pogue⁷⁷, atestam da utilidade do modelo concebido por Markowitz.

No caso de Cohen e Pogue, mesmo com a utilização da média de retornos passados como estimador (ingénuo) para o retorno esperado, os resultados obtidos são francamente positivos.

De facto, e como Sharpe⁷⁸ refere: “...*the Markowitz approach appears to stand up well. The evidence, although limited, is thus comforting to the theory's proponents.*”

Sistematizando⁷⁹, os pressupostos considerados são:

- Todos os activos podem ser livremente transaccionados;
- Os investidores operam com base num horizonte de planeamento de um período;
- Os investidores podem assumir posições longas e curtas em todos os activos;
- Os investidores são indiferentes entre duas quaisquer carteiras com idênticas médias e variâncias (que é igual a dizer que a função objectivo do investidor é quadrática ou, ainda, que os retornos são normais);

⁷⁴ I.e., que pertençam ao conjunto de carteiras eficientes. Embora esta não seja uma solução habitual, desde que o conjunto de activos seja suficientemente representativo.

⁷⁵ Markowitz (1952)

⁷⁶ Farrar (1965)

⁷⁷ Cohen e Pogue (1967)

⁷⁸ Sharpe (1967)

⁷⁹ Com base em Canner, et al. (1997) e relativamente ao trabalho de Markowitz até 1959.

Como facilmente se constata, então, o pressuposto fundamental de Markowitz (1952; 1956; 1959) é o de que o investidor é sensível, apenas ao valor esperado do retorno e respectiva variância.

Como Tobin⁸⁰ refere: “*Indifference curves between μR [retorno esperado da carteira] and σR [desvio padrão da carteira] do not necessarily exist. It is a simplification to assume that the investor chooses among the alternative probability distributions of R [retorno da carteira] available to him on the basis of only two parameters of those distributions. Even if this simplification is accepted, the mean and standard deviation may not be the pair of parameters that concern the investor.*”

Este pressuposto, assumido por Markowitz⁸¹, tem como consequência, de acordo com Tobin⁸²: “*This way of formulating the utility function makes the investor’s indifference map, and therefore his choices of proportions of cash and consols [entre activo sem e com risco], independent of the absolute amount of his initial balance.*”

Para uma defesa da opção veja-se Markowitz (1991): são apresentados resultados empíricos⁸³ e é defendida a opção com base na diferença entre perfeição teórica e exequibilidade prática.

Como Markowitz refere: “*He [Arrow (1965)] sought a precise and general solution. I sought as good an approximation as could be implemented.*” Centrando a questão numa pergunta: “*... on the basis of expected return and variance, could the investor achieve almost maximum expected utility?*”

No fundo, Markowitz defende que este pressuposto não é particularmente grave desde que a simplificação que introduz não afaste o resultado excessivamente do que resultaria da “verdadeira” função utilidade do investidor.

Os resultados empíricos apresentados por Levy e Markowitz⁸⁴ parecem corroborar a escolha⁸⁵; de qualquer forma, o enfoque na média e desvio padrão é justificável, de acordo, por exemplo, com Tobin⁸⁶, com base no pressuposto de que a função utilidade seria quadrática. Mossin⁸⁷ faculta uma explicação aprofundada sobre a questão.

⁸⁰ Tobin (1958)

⁸¹ Markowitz (1952)

⁸² Tobin (1958)

⁸³ Levy e Markowitz (1979)

⁸⁴ Ibid.

⁸⁵ Ederington (1995) também procede a testes empíricos que, tal como no caso de Levy e Markowitz (1979), permitem concluir que a aproximação em causa (com base na média/variância) é tão boa que, para algumas funções utilidade, não existe espaço para melhorias.

⁸⁶ Tobin (1958)

⁸⁷ Mossin (1968)

No fundo a questão colocada por esta discussão é a de saber quantos momentos são necessários para caracterizar adequadamente a apreciação que o investidor faz da distribuição de probabilidades.

O trabalho de Samuelson⁸⁸ prova que em muitas situações importantes não considerar os momentos de ordem superior à segunda (a variância) não afectará a escolha de carteiras e que a variância é tão importante quanto a média para o bem-estar do investidor.

Esta é, talvez, “*the major theoretical justification for mean variance analysis*”⁸⁹.

O pressuposto básico é o de que as distribuições de retornos sejam “compactas”, i.e., o risco pode ser controlado pelo investidor. Dito de outra forma, isto implica assumir retornos contínuos, circunstância em que a possibilidade do investidor rever as suas alocações de carteira frequentemente tornará os momentos mais elevados da distribuição praticamente negligenciáveis.

No entanto, a consideração de funções utilidade quadráticas implica que os retornos são normais, o que é implausível. Efectivamente, a consideração de retornos normais é inapropriada para problemas de escolha de carteiras de investimento a longo prazo porque não se verifica a mais de um período de tempo: Se os retornos, por exemplo com periodicidade mensal, são normais então os retornos de dois meses já não serão normais pois a soma de duas normais é uma normal mas não o produto.

Uma alternativa natural é a função potência, caso em que se assume retornos lognormais⁹⁰ (i.e., os logaritmos dos retornos brutos são normais). Neste caso, o pressuposto é sustentável a qualquer horizonte temporal pois o produto de variáveis lognormais é ainda lognormal. Por outro lado, variáveis lognormais nunca podem ser negativas, pelo que é um pressuposto mais consistente com a responsabilidade limitada da maioria dos activos financeiros.

De facto, de acordo com Mossin⁹¹, a condição necessária e suficiente para que as decisões miópicas⁹² sejam óptimas é a aversão relativa ao risco ser constante. O que ocorre com funções potência.

Passemos, então à explicitação do algoritmo pertinente.

⁸⁸ Samuelson (1970)

⁸⁹ Bodie, et al. (2005)

⁹⁰ Ideia suportada por estudos como o de Campbell e Hentschel (1992). Este pressuposto permitirá a Merton (1969), Merton (1971) e Samuelson (1969) derivarem, em determinadas condições, soluções para o problema de alocação em tempo contínuo (finito ou infinito) similares às derivadas para o caso de um só período.

⁹¹ Mossin (1968)

⁹² Circunstância em que o investidor trata cada período como se fosse o último.

3.3.1. Escolha de carteiras de investimento para investidores de curto prazo

Neste caso o prazo de investimento é irrelevante para os investidores dado que estes ignoram o que pode acontecer para além do período seguinte imediato. Assume-se a existência de riqueza financeira mas não de qualquer outro rendimento não derivado dessa riqueza.

Com base no trabalho de Markowitz (1952)⁹³, considerem-se as seguintes definições:

- R_{t+1} É um vector de retornos de activos de risco, com N elementos
- $E_t R_{t+1}$ É o vector médio (esperado em t)
- \sum_t É a matriz de variâncias e covariâncias
- α_t É o vector de alocações aos activos de risco
- $R_{f,t+1}$ É o retorno do activo sem risco
- l É um vector unitário
- $\alpha_t' \sum_t \alpha_t$ É a variância do retorno da carteira
- k coeficiente que representa a aversão à variância (ao risco)

O objectivo é determinar α_t com base no seguinte problema de maximização:

$$\text{Max } \alpha_t' (E_t R_{t+1} - R_{f,t+1} l) - \frac{k}{2} \alpha_t' \sum_t \alpha_t, \text{ um problema de optimização quadrática.}$$

A segunda parcela pode ser interpretada como uma penalização de risco, o que leva a interpretar a função a maximizar como “*a risk adjusted expected return*”⁹⁴.

Pelo que a solução será:

$$\alpha_t = \frac{1}{k} \sum_t^{-1} (E_t R_{t+1} - R_{f,t+1} l)$$

Nesta fórmula, $1/k$ representa o grau de tolerância ao risco, ou seja, a taxa marginal de substituição de variância por retorno esperado⁹⁵.

A escolha recai, então, numa carteira em que a utilidade marginal de cada activo é a mesma. Se assim não fosse, seria possível, pela alteração de alocações de um activo com menor para um de maior utilidade marginal, aumentar a utilidade do investidor sem violar qualquer restrição.

⁹³ Logo, com base nos pressupostos referidos em 3.3 – Markowitz.

⁹⁴ Sharpe (1991)

⁹⁵ Ibid.

Como também se pode constatar, este resultado assegura a observância do Teorema de Separação de Tobin⁹⁶ dado que o coeficiente que traduz a aversão ao risco (k) apenas afecta a alocação entre activo sem risco e carteira de activos de risco, não alterando a composição desta carteira de activos de risco (definida pelo vector $\sum_t^{-1} (E_t R_{t+1} - R_{f,t+1} I)$).

Dito de outra forma, um investidor relativamente mais conservador (i.e., com k elevado) deterá mais do activo sem risco e menos da carteira de activos com risco.

Passemos, agora, a considerar que os investidores, ao invés de se preocuparem apenas com a média e variância do retorno da carteira (como até agora), têm também uma função utilidade sobre a riqueza acumulada no final do período⁹⁷.

O problema é agora o de maximizar essa mesma utilidade:

$$\text{Max } E_t U(W_{t+1})$$

Sujeito a:

$$W_{t+1} = (1 + R_{p,t+1})W_t$$

Com:

- W_i Stock de riqueza acumulada em i
- $U(W_i)$ Utilidade do stock de riqueza acumulada em i
- $R_{p,i}$ Rentabilidade da carteira durante i

Em que a função utilidade é côncava (o que implica um investidor avesso ao risco).

⁹⁶ Tobin (1958)

⁹⁷ De forma a introduzirmos a evolução de uma função utilidade quadrática para uma função utilidade potência (e, logo, para a consideração de retornos lognormais).

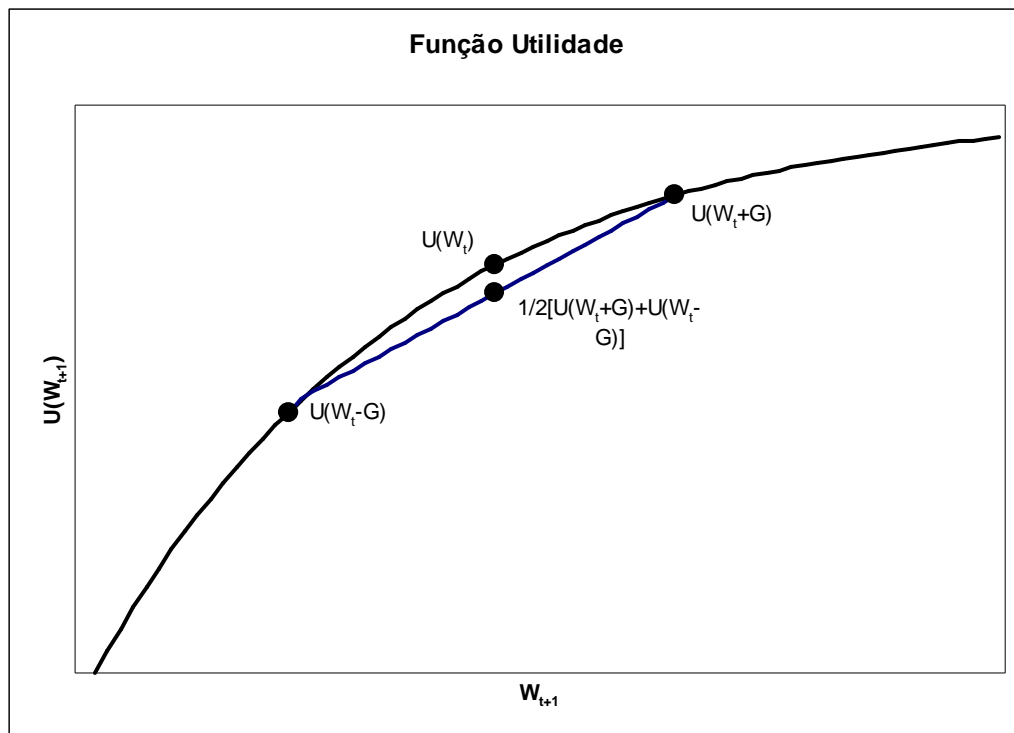


Gráfico 3 – Função Utilidade Potência

Por outro lado a função utilidade é uma função potência (o que implica que a aversão, absoluta⁹⁸, ao risco diminui com a riqueza embora a aversão relativa⁹⁹ permaneça constante – coeficiente γ) e os retornos dos activos têm distribuição lognormal (o que é representado pela utilização de letras minúsculas).

O comportamento de longo prazo da economia sustenta a ideia de que a aversão relativa ao risco não depende significativamente da riqueza. Efectivamente, o consumo e a riqueza *per capita* aumentaram imenso (ao longo dos dois últimos séculos). Dado que os riscos financeiros são multiplicativos, isto significa que a escala absoluta dos riscos financeiros também aumentou mas não a escala relativa.

Ou seja, as taxas de juro ou os prémios de risco não demonstram qualquer tendência de longo prazo em resposta a esse crescimento do consumo e da riqueza, o que significa que os investidores estarão, hoje, dispostos a pagar praticamente os mesmos custos relativos para evitar determinados riscos, por comparação com períodos em que eram bem mais pobres, o que apenas pode resultar do facto de a aversão relativa ao risco ser (praticamente) independente da riqueza¹⁰⁰.

Considerando as seguintes definições:

⁹⁸ Primeira derivada da função utilidade.

⁹⁹ Segunda derivada da função utilidade.

¹⁰⁰ Cf. Campbell e Viceira (2002). Resultados clássicos de Pratt (1964) permitem uma contextualização do tema. O trabalho de referência de Arrow (1970) expõe os conceitos de utilidade relevantes para a compreensão da argumentação.

- r_{t+1} É um vector de retornos de activos de risco, com N elementos
- $E_t r_{t+1}$ É o vector médio (esperado em t)
- \sum_t É a matriz de variâncias e covariâncias
- α_t É o vector de alocações aos activos de risco
- $r_{f,t+1}$ É o retorno do activo sem risco
- l É um vector unitário
- σ_t^2 É a variância do retorno da carteira
- γ Coeficiente que representa a aversão relativa à variância (ao risco)

Neste caso a solução será:

$$\alpha_t = \frac{1}{\gamma} \sum_t^{-1} (E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} l + \frac{\sigma_t^2}{2})$$

3.3.2. Escolha de carteiras de investimento para investidores de longo prazo

Uma das considerações que fizemos no ponto anterior foi a de que um investidor com um horizonte temporal de investimento curto apenas se preocupa com a distribuição de riqueza no final do próximo período.

Alternativamente podemos considerar que a preocupação do investidor é com a distribuição da riqueza acumulada daqui a K períodos, caso em que a função utilidade passa de $U(W_{t+1})$ para $U(W_{t+k})$ ¹⁰¹.

A alocação óptima para um investidor de longo prazo depende não apenas do seu objectivo mas também do que lhe é permitido fazer em cada um desses períodos intermédios. Em particular, da eventual possibilidade de rebalancear a carteira a cada período, por contraponto à exigência de escolha de uma alocação no momento t sem qualquer possibilidade de compras ou vendas entre t e o horizonte t+k.

Sem possibilidade de rebalanceamento da carteira

Assumamos, primeiro, que não existe possibilidade de rebalanceamento da carteira.

Neste caso o investidor trata os retornos de k períodos da mesma forma que anteriormente se referiu a propósito de retornos para um único período.

Desde que os retornos tenham distribuições independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.), o mapeamento de retornos (logarítmicos) de um único período

¹⁰¹ Assumindo o total reinvestimento da riqueza acumulada.

para K períodos é simples: basta multiplicar todas as médias e variâncias pelo factor K .

A solução ótima é, neste caso, idêntica para investidores de longo ou curto prazo.

A assumpção de impossibilidade de rebalanceamento da carteira é superficialmente apelativa já que torna o problema de otimização de longo prazo formalmente idêntico ao de curto prazo, no entanto, não traduz a realidade.

Com possibilidade de rebalanceamento da carteira

Resultados clássicos de Samuelson¹⁰² e Merton¹⁰³ providenciam dois conjuntos de condições em que, ainda que com possibilidade de rebalanceamento, a solução ótima para um investidor de longo prazo é similar à solução de curto prazo.

Primeiro o investidor deve ter uma função utilidade potência¹⁰⁴ (como descrito atrás).

Note-se que, como constatamos, com aversão relativa ao risco constante a alocação de carteira não depende da riqueza e, logo, não depende de retornos passados.

De seguida, se os retornos são i.i.d. não existe informação nova entre um período e o outro, pelo que não existe razão para a alocação de carteira variar de forma aleatória de um período para o seguinte.

Como os retornos de K períodos têm uma distribuição lognormal se os retornos de períodos individuais forem i.i.d. e com distribuição lognormal, o investidor, com função utilidade potência, escolhe uma carteira com base na média e variância do retorno logarítmico da carteira para K períodos, ou seja, de acordo com uma *constant portfolio rule* (minimizando assim a variância)¹⁰⁵.

A segunda condição de Samuelson-Merton é a de que o investidor tenha utilidade logarítmica (um caso particular da função potência, com $\gamma=1$).

Neste caso nem sequer é necessário que os retornos sejam i.i.d. Como referimos, o investidor com utilidade logarítmica escolhe uma carteira que maximize o retorno logarítmico esperado. Ora, o retorno logarítmico de K períodos é apenas a soma dos retornos logarítmicos de um período. Dado que a carteira pode ser escolhida livremente a cada período, a soma é maximizada através da maximização de cada um dos seus elementos separadamente, i.e., pela escolha, a cada período, da

¹⁰² Samuelson (1969)

¹⁰³ Merton (1969), Merton (1971)

¹⁰⁴ Recorde-se que, de acordo com Mossin (1968), a condição necessária e suficiente para que as decisões míopicas sejam ótimas é a de que a aversão ao risco relativo seja constante. Condição que as funções potência cumprem.

¹⁰⁵ Dado que a variância depende da soma dos quadrados das alocações nos diferentes períodos, Cf. Campbell e Viceira (2002), a respectiva minimização é obtida com: Alocação em 1=Alocação em 2=...= Alocação em n .

carteira que é óptima para um investidor de curto prazo com função utilidade logarítmica.

Assim sendo, a solução óptima continua a ser a fórmula acima enunciada¹⁰⁶:

$$\alpha_t = \frac{1}{\gamma} \sum_t^{-1} (E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} l + \frac{\sigma_t^2}{2})$$

O que poderá, então, introduzir diferenças?

Há, desde logo, que eventualmente considerar a possibilidade de variação das oportunidades de investimento: a variação temporal da taxa de juro do activo sem risco, a variabilidade temporal dos prémios de risco (bem como da variância e covariâncias dos retornos esperados destes activos), etc.

Ou seja, trata-se de considerar que as distribuições de probabilidade dos retornos esperados não sejam estáticas (no tempo).

É o que analisaremos no ponto que se segue.

3.4. Alocação Multiperíodo

Tobin¹⁰⁷ alegava já que “*a portfolio is never so irrevocably frozen that there are no conceivable events during the period which would induce the investor to reconsider.*”

De facto considerava uma “ficção” o pressuposto de existência de um período de investimento fixo.

Recordemos adicionalmente que havíamos já mencionado que Markowitz¹⁰⁸ aponta este aspecto como uma das áreas em que investigação adicional deveria ser conduzida.

Mossin¹⁰⁹ menciona Tobin como, provavelmente, o primeiro a tentar a extensão da análise de um período para vários períodos. Mossin refere que “*by a multiperiod model is meant a theory of the following structure: the investor has determined a certain future point in time (his horizon) at which he plans to consume whatever wealth he has then available.*”

¹⁰⁶ Como Merton (1971) refere: “... *the limits of the discrete time model solutions as the period spacing goes to zero are the solutions of the continuous time model.*” Ajustados, convenientemente, os pressupostos, os modelos em tempo discreto e em tempo contínuo (finito ou infinito) assumem soluções equivalentes – como derivado por Merton (1969).

¹⁰⁷ Tobin (1958)

¹⁰⁸ Markowitz (1959)

¹⁰⁹ Mossin (1968)

Ao formular o problema desta forma, as possibilidades de consumo intermédio são excluídas¹¹⁰.

O autor prossegue com a derivação, através de um raciocínio recursivo (partindo da decisão do último período de uma série de n), de uma solução óptima para o primeiro período.

Um comentário central de Mossin é o seguinte: *“Regardless of the investor’s preferences, his optimal policy could not be stationary unless yield distributions were stationary.”*¹¹¹

Nestas circunstâncias existirá um *“time effect”* que Mossin relaciona com a inclinação da função aversão ao risco relativo. I.e., o efeito temporal é positivo quando a aversão relativa ao risco aumenta com a riqueza e negativo na circunstância contrária. Uma adequada reflexão sobre o comportamento deste efeito no caso em que a aversão relativa ao risco é constante é feita adiante (para o caso de uma função utilidade potência).

A sistematização da solução sugerida para esta problemática surgiu com Merton (1973).

No artigo em questão, o autor refere que *“an investor making a portfolio decision which is irrevocable (“frozen”) for ten years, will choose quite differently than the one who has the option (even at a cost) to revise his portfolio daily.”*

Justificando a opção pela solução em tempo contínuo: *“... the time interval between successive market openings is sufficiently small to make the continuous time assumption a good approximation.”*

Ao contrário de um investidor que tem uma função objectivo para um único período, o “maximizador inter temporal”, ao escolher a sua carteira de investimento, tem de tomar em consideração a relação entre os retornos observados hoje e os que ocorrerão no futuro, isto é, a evolução das oportunidades de investimento¹¹².

O exemplo dado por Merton: *“...suppose that the current return on a particular asset is negatively correlated with changes in yields (“capitalization” rates). Then, by holding this asset, the investor expects a higher return on the asset if, ex post, yield opportunities next period are lower than were expected.”*

¹¹⁰ O que, não correspondendo necessariamente à realidade, pode, como veremos adiante, ser objecto de um relativamente simples ajustamento (caso seja preciso proceder à consideração do consumo intermédio de uma determinada proporção da riqueza).

¹¹¹ Que era, recorde-se, um dos pressupostos usados por Markowitz (1952). No capítulo 13 do seu livro, Markowitz (1959), ele abordou essa limitação do trabalho original. Registe-se, no entanto que, mesmo a condição das distribuições de retornos serem estacionárias não é suficiente: apenas em conjunção com determinadas funções utilidade tal se torna suficiente.

¹¹² Dado que as distribuições de retornos deixam de ser i.i.d., independentes e identicamente distribuídas.

Como veremos em maior detalhe adiante, a solução que Merton deriva gera duas parcelas:

- Uma exactamente igual à do investidor que funciona numa lógica de optimização média/variância, exposta no ponto anterior;
- E outra que traduz a procura por activos que o “protejam”¹¹³ da evolução desfavorável das oportunidades de investimento (usando o exemplo atrás, que o protejam da descida de *yields*; num caso que será relevante no capítulo seguinte, poderíamos considerar a procura de activos que providenciassem um *hedge* contra subidas de inflação¹¹⁴, por exemplo).

Esta segunda componente constitui, pois, nas palavras de Merton “*an attempt to minimize the (unanticipated) variability in consumption over time*”.

Se assumirmos retornos lognormais (pressuposto consistente com a consideração de uma função utilidade potência) e invariabilidade das oportunidades de investimento temos as condições suficientes para que os investidores (de longo prazo) se comportem como se fossem “*single period maximizers*”.

É a variabilidade das oportunidades de investimento que invalida o carácter óptimo deste comportamento a longo prazo.

Visualmente, o que se pretende exprimir é o seguinte: a assumpção de distribuições de retorno constantes (no tempo) permite derivar uma fronteira eficiente que não variará (independentemente do horizonte de investimento considerado). Se agora considerarmos a variabilidade das referidas distribuições a fronteira eficiente não será constante. E é contra essas deslocações (desfavoráveis) da fronteira eficiente que a referida parcela inter temporal pretende providenciar um *hedge*.

Merton assume a existência de um activo sem risco “instantâneo”; ou seja, a cada instante, cada investidor sabe (com certeza) que pode obter um determinado retorno durante o próximo “instante” ao deter o referido activo. No entanto os futuros valores deste activo sem risco não são conhecidos com certeza (variam). Este activo “*could represent (very) short government bonds*”.

Um activo cujo valor aumenta com a queda das taxas de juro constitui, então, um *hedge* contra essas mesmas quedas que, de outra forma, reduzem o rendimento gerado pela carteira.

Os preços das obrigações de longo prazo movem-se de forma inversa à evolução das taxas de juro, pelo que constituem, potencialmente, boas formas de proceder a esta cobertura inter temporal¹¹⁵.

¹¹³ Providenciem um *hedge*.

¹¹⁴ Afectando, dessa forma, o consumo real futuro do investidor.

¹¹⁵ Sobretudo no caso das obrigações indexadas à inflação (que, pode-se argumentar, constituem o “verdadeiro” activo sem risco de um investidor de longo prazo). À medida que a aversão ao risco de um investidor aumenta, a carteira óptima aproxima-se de uma perpetuidade indexada à inflação

Assim sendo, a fórmula acima enunciada, deve ser ajustada:

$$\alpha_t = \frac{1}{\gamma} \sum_t^{-1} (E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} l + \frac{\sigma_t^2}{2}) + (1 - \frac{1}{\gamma}) \sum_t^{-1} \sigma_{ht}$$

Com:

$$\sigma_{ht} = Cov_t(r_{t+1}, -(E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} r_{f,t+1+j})$$

O vector de alocações aos activos de risco é uma média ponderada dos dois termos mencionados:

- Um primeiro termo determinado da forma anteriormente descrita (em função, apenas, do prémio de risco de cada activo em relação à respectiva variância);
- E um segundo termo, de cobertura¹¹⁶, determinado pela covariância entre o retorno da activo e as reduções futuras às taxas de juro.

Os pesos são função do grau de aversão ao risco. Quanto maior a aversão (o coeficiente γ) menor o peso da primeira parcela e maior o da segunda (e vice versa).

No limite ($\gamma \rightarrow \infty$) a primeira parcela desaparece, subsistindo apenas a que relaciona os activos com a evolução da taxa de juro (o que favorece, por exemplo, a alocação a obrigações indexadas¹¹⁷, que, em principio, disporão de maior covariância com as reduções à taxa de juro¹¹⁸).

Como se constata, num contexto convencional de média e variância, as obrigações são avaliadas, apenas, pelo respectivo contributo potencial para o *excess return* de curto prazo (relativamente ao nível de risco).

(que paga uma unidade de consumo real para sempre). Apesar de poder ter um valor de capital instável no curto prazo, financia uma sequência (de longo prazo) de consumo (sem risco), constituindo, por isso, o activo sem risco. Se considerarmos obrigações nominais (de longo prazo), isto é, obrigações cujos preços oscilam em função não só das taxas de juro reais mas também das expectativas de inflação, o raciocínio deve ser precisado. Se o risco de inflação for contido, as obrigações nominais comportam-se de forma similar às obrigações indexadas mas num ambiente de risco de elevada inflação as obrigações nominais constituem um activo de risco, mesmo para investidores de longo prazo (resultando num menor “potencial” enquanto *hedge* de inflação).

¹¹⁶ A expressão apresentada tem como pressuposto o total reinvestimento da riqueza acumulada (i.e., não há lugar a consumo intermédio). No caso de existir consumo intermédio (desde que proporcionalmente constante) o ajustamento é feito pelo rácio de reinvestimento.

¹¹⁷ Ou obrigações nominais, desde que num contexto de baixo risco de inflação. Efectivamente, na prática, o potencial das obrigações indexadas é mitigado pela reduzida dimensão do mercado em questão (inexistente no caso Português).

¹¹⁸ Dito de outra forma, mais genérica, o ajustamento de cobertura favorece os activos com maior *duration* (sensibilidade do preço à evolução da taxa de juro).

Já no contexto de uma carteira de activos de risco, no caso de uma análise de longo prazo, as obrigações são tratadas de forma muito diferente. Naturalmente que este tratamento depende dos instrumentos disponíveis bem como das perspectivas dos investidores acerca do risco de inflação.

3.5. Extensão Internacional

As teorias de avaliação internacional de activos diferem nos pressupostos quanto às oportunidades de investimento e consumo existentes nos diferentes países.

Dado que a apreciação dos retornos nominais de activos é heterogénea entre investidores de diferentes países, o panorama internacional assume contornos mais complexos que o estritamente doméstico.

De facto, as dinâmicas associadas ao comportamento de taxas de câmbio e taxas de inflação locais tornam mais difícil o desenvolvimento consistente de um enquadramento para os retornos esperados.

Esta heterogeneidade na percepção de risco e retorno pelos investidores de diferentes países é causada por desvios à Paridade de Poderes de Compra (PPC) entre países.

O conceito de PPC tem origem com Cassel (1916) e mede a semelhança de oportunidades de consumo em diferentes países.

Assim, as principais fontes de desvio à PPC provêm das diferenças de composição do cabaz de consumo de cada país, dos preços relativos de bens em diferentes países e da evolução temporal desses preços.

É habitual falar em duas versões da PPC: a PPC absoluta e a PPC relativa.

3.5.1. Versão PPC Absoluta

PPC absoluta: a taxa de câmbio entre as moedas de dois países deverá corresponder ao rácio entre o nível médio de preços nesses dois países:

$$\sum_{g=1}^{G^d} w_g^d \cdot P_g^d = S_f^d \sum_{g=1}^{G^f} w_g^f \cdot P_g^f$$

Com:

- P_g^d Representa o preço do bem g na economia doméstica
- w_g^d Representa o peso do bem g no cabaz de consumo da economia doméstica

- G^d Representa o número de bens no cabaz de consumo da economia doméstica
- P_g^f Representa o preço do bem g na economia estrangeira
- w_g^f Representa o peso do bem g no cabaz de consumo da economia estrangeira
- G^f Representa o número de bens no cabaz de consumo da economia estrangeira
- S_f^d Representa o preço (à vista) da moeda estrangeira em unidades da moeda doméstica

Trata-se de uma relação para os níveis de preços médios, que deve ser objecto de distinção em relação à “*law of one price*” (LOP)¹¹⁹.

A LOP estabelece que o preço real de qualquer bem individual é o mesmo independentemente do país, o que implica a seguinte relação para qualquer bem disponível na economia doméstica e estrangeira:

$$P_g^d = S_f^d \cdot P_g^f$$

Esta relação pode ser encarada como uma regra de arbitragem instantânea que se verifica na ausência de barreiras ao comércio entre países.

Assim sendo, podem existir duas fontes de desvio da PPC absoluta: diferenças no cabaz de consumo e desvios na relação de paridade preço nos bens individuais.

3.5.2. Versão PPC relativa

PPC relativa: a relação entre as taxas de inflação de dois países e a variação da taxa de câmbio ao longo de um certo período.

O diferencial de inflação entre dois países é compensado pelo movimento da taxa de câmbio entre as respectivas moedas:

$$S_f^d = \frac{S_{f,t}^d}{S_{f,t-1}^d} = \frac{1 + \pi_t^d}{1 + \pi_t^f}$$

Com:

- $S_{f,t}^d$ Representa o preço (à vista) da moeda estrangeira em unidades da moeda doméstica, no momento t
- $S_{f,t-1}^d$ Representa o preço (à vista) da moeda estrangeira em unidades da moeda doméstica, no momento t-1
- π_t^d Representa a taxa de inflação doméstica no período t

¹¹⁹ Também designada de CPP – *Commodity Price Parity*.

- π_t^f Representa a taxa de inflação estrangeira no período t

Naturalmente que, se a PPC relativa se verificar, as variações na taxa de câmbio reflectirão de forma perfeita os diferenciais de inflação e, portanto, não influenciam a avaliação de activos financeiros em termos reais.

Desvios à PPC absoluta e relativa podem ser observados a todo o tempo e entre todos os países.

No entanto é geralmente aceite que a PPC é uma hipótese válida para efeitos de longo prazo, sendo que algum trabalho empírico¹²⁰ demonstra que o desvio tende a ser nulo no (muito) longo prazo: *“there is a frequently stated view, however, that while PPP may fail at any instant, it is a good long-run hypothesis. This belief appears to be based on the notion that the average deviation, where the average is taken over long periods, seems to tend to zero for most countries.”*¹²¹

Se tal sucede (i.e., a PPC for uma hipótese válida) não existe risco cambial, não havendo cobertura cambial nem prémio cambial. O modelo anteriormente descrito pode ser estendido para um ambiente internacional.

3.5.3. Desvios à PPC

No entanto, quando existem desvios à PPC, investidores de diferentes regiões (com diferentes índices de preços) *“will measure their real returns differently and desire to hold generally different portfolios.”*¹²²

Ora, alguns trabalhos empíricos¹²³ *“suggest that PPP is violated instantaneously and can be expected to be violated for any forecasting horizon. They therefore suggest the heterogeneity of national consumption tastes as a foundation for international finance.”*¹²⁴

Como lidar, então, num contexto de optimização de carteiras de investimento com esta questão (dado que, como Adler e Dumas referem, *“The potential for international diversification to reduce risk seems unquestionable.”*)?

De acordo com Stulz¹²⁵, podemos identificar 3 grandes classes de modelos de avaliação internacionais:

- Modelos que assumem oportunidades de investimento e consumo iguais nos diferentes países;

¹²⁰ Aliber e Stickney (1975), Gailliot (1970)

¹²¹ Citação de Adler e Dumas (1983).

¹²² Ibid.

¹²³ Adler e Lehmann (1983), Richard J. Rogalski (1977), Roll (1979)

¹²⁴ Adler e Dumas (1983)

¹²⁵ Stulz (1995)

-
- Modelos que identificam o impacto de barreiras ao investimento internacional;
 - Teorias que consideram, de forma explícita, diferenças no conjunto de oportunidades de consumo e investimento nacionais.

No primeiro caso, trata-se de teorias de avaliação internacionais que procedem, como mencionamos, à extensão do modelo “doméstico” para um contexto internacional. Stulz¹²⁶ procede à derivação de um modelo nestes moldes (discutindo as respectivas implicações)¹²⁷.

Algumas vezes designado de *IntCAPM* (*International Capital Asset Pricing Model*), assume:

- Inexistência de diferenças nas oportunidades de consumo e investimento entre países;
- Todos os investidores consomem o mesmo bem (único), disponível em todos os países e livremente transaccionável;
- O preço real em qualquer moeda é sempre o mesmo em todos os países: a LOP verifica-se a todo o tempo;
- Os mercados são perfeitos e não existem barreiras ao investimento internacional;
- Por fim, considera ainda que os investidores são avessos ao risco, maximizam o consumo no final do período em análise e utilizam o bem de consumo como “moeda” para calcular os retornos reais.

Ora, este é um modelo em termos reais. Com base em alguns pressupostos adicionais pode-se derivar a versão nominal. No entanto, independentemente de tais ajustamentos, o conjunto de pressupostos assumidos não parece satisfatório, dada a realidade.

No segundo grupo de modelos, inclui-se o trabalho de Black e Stulz¹²⁸, entre outros.

No terceiro caso, mais relevante, os modelos abordam as diferenças de oportunidades de consumo e investimento de forma diversa.

Solnik¹²⁹ sugere um modelo em que o consumo dos investidores é limitado ao seu país de origem e a inflação local é zero. O modelo é posteriormente refinado por

¹²⁶ Black (1974), Stulz (1995)

¹²⁷ Trata-se de um modelo idêntico ao descrito no ponto 3.6 – O CAPM.

¹²⁸ Black (1974), Stulz (1981)

¹²⁹ Solnik (1974)

Sercu¹³⁰. Solnik trabalha com base no *framework* inter temporal, e em tempo contínuo, de Merton¹³¹.

Ao assumir que a inflação local é nula, Solnik considera que as alterações às taxas de câmbio são um espelho das alterações aos preços relativos dos *baskets* de consumo, i.e., representam desvios puros à PPC (antecipados).

De facto no modelo em causa, também conhecido como *SS – IAPM* (*Solnik-Sercu International Asset Pricing Model*), o poder de compra dos consumidores é apenas afectado por alterações não antecipadas de taxas de câmbio.

Na realidade, o poder de compra dos consumidores é também afectado por alterações aos preços dos bens de consumo.

Desvios explícitos à PPC são considerados nos trabalhos mais genéricos de Stulz e Adler e Dumas¹³², frequentemente conhecidos como *IntAPM* (*International Asset Pricing Model*).

Neste contexto, os investidores podem reduzir os riscos, para o respectivo poder de compra, inerentes ao investimento em activos sem risco nominal e activos de risco pelo investimento em activos positivamente correlacionados com a evolução (desfavorável) do poder de compra da respectiva moeda de referência.

Com base neste último trabalho, consideremos a fórmula acima apresentada:

$$\alpha_t = \frac{1}{\gamma} \sum_t^{-1} (E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} l + \frac{\sigma_t^2}{2}) + (1 - \frac{1}{\gamma}) \sum_t^{-1} \sigma_{ht}$$

Com:

$$\sigma_{ht} = Cov_t(r_{t+1}, (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \pi_{d,t+1+j})$$

Em que:

- π_d Representa a inflação do país “base” do investidor;

A primeira componente da carteira óptima (com peso $1/\gamma$) tem a interpretação antes descrita (igual para todos os investidores, independentemente da respectiva nacionalidade).

Enquanto que a segunda componente (com peso $1-1/\gamma$) consiste numa sub carteira cujo retorno nominal é mais correlacionado com a inflação do investidor (na moeda “base”), traduzindo o melhor *hedge*, possível, contra a inflação. Note-

¹³⁰ Sercu (1980)

¹³¹ Merton (1973)

¹³² Adler e Dumas (1983), Stulz (1981)

se que, como acontecia no capítulo anterior (aí em relação à taxa sem risco), esta carteira de cobertura é “*investor specific*”. Isto é, a respectiva composição é independente dos retornos nominais envolvendo apenas covariâncias pois é uma sub carteira que procura minimizar variância sem tomar em consideração o ganho.

A respectiva composição é também independente da moeda “base”.

De notar que neste contexto o activo sem risco nominal (na moeda doméstica), comporta risco real, o que não acontece no modelo baseado em Solnik (1974) e Sercu (1980).

Parece-nos que esta forma de expandir internacionalmente o modelo se afigura mais sólida que a sugerida no seguimento de Solnik e Sercu¹³³ em que se assume que o investidor ignora a sua inflação doméstica (assumindo que é zero) e, portanto, considera os retornos expressos em moeda “base” como reais¹³⁴.

De facto, baseando-nos no trabalho de Merton¹³⁵, tratamos a inflação como uma variável cuja eventual evolução (desfavorável) será objecto de uma alocação específica, de cobertura.

3.6. O CAPM

3.6.1. Enquadramento

O Modelo de Avaliação de Activos Financeiros (*CAPM – Capital Asset Pricing Model*) é fruto do trabalho desenvolvido por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966).

É um modelo destinado a lidar com os aspectos centrais de equilíbrio nos mercados de capitais.

Partindo do modelo inicial surgiram já inúmeras extensões e adaptações destinadas a procurar integrar diferente aspectos¹³⁶:

- Versão de Lintner¹³⁷, foca-se nos retornos em termos reais;
- Versão de Brennan¹³⁸, lida com os efeitos da tributação;
- Versão de Black¹³⁹, em que não há activo sem risco;

¹³³ Sercu (1980), Solnik (1974)

¹³⁴ Caso em que o investidor deteria duas sub carteiras: uma primeira, com peso $1/\gamma$, nos moldes habituais e uma segunda, com peso $1-1/\gamma$, alocada ao activo sem risco (neste caso, real) doméstico.

¹³⁵ Merton (1973)

¹³⁶ Com base em Sharpe (1991).

¹³⁷ Lintner (1969)

¹³⁸ Brennan (1970)

¹³⁹ Black (1972)

- Versão de Merton¹⁴⁰, que incorpora a preocupação dos investidores com a evolução futura de oportunidades de investimento;
- Versão de Rubinstein¹⁴¹, que lida com classes mais genéricas de funções utilidade;
- Versão de Kraus e Litzenberger¹⁴², que toma em consideração o terceiro momento das distribuições de retornos;
- Versão de Levy¹⁴³, que considera custos de transacção;
- Versão de Breeden¹⁴⁴, que parte das preferências de consumo dos investidores;
- Versão de Merton¹⁴⁵, que lida com a segmentação dos mercados;
- Versão de Markowitz¹⁴⁶, que lida com restrições às posições curtas.

Foram, adicionalmente, feitos desenvolvimentos alternativos, como o de Ross¹⁴⁷: *Arbitrage Pricing Theory (APT)*.

3.6.2. Relação Markowitz – CAPM

Importa relacionar convenientemente o CAPM (e outros modelos de equilíbrio com propósitos similares) com os algoritmos que temos vindo a discutir.

Como Markowitz refere¹⁴⁸, *“my work on portfolio theory considers how an optimizing investor would behave, whereas the work by Sharpe and Lintner on the Capital Asset Pricing Model is concerned with economic equilibrium assuming all investors optimize in the particular manner I proposed”*.

A relação é, como se percebe, umbilical.

No entanto, habitualmente distingue-se, no âmbito das finanças, entre teorias normativas (ou prescritivas) e positivas (ou descritivas).

O trabalho de Markowitz encaixa no primeiro tipo, ao lidar com regras de escolha, por um investidor individual, de carteiras óptimas.

O CAPM, ao preocupar-se com a *“determination of the prices of capital assets in a competitive market”*¹⁴⁹, inclui-se no segundo tipo de teorias.

¹⁴⁰ Merton (1973)

¹⁴¹ Rubinstein (1974)

¹⁴² Kraus e Litzenberger (1976)

¹⁴³ Levy (1978)

¹⁴⁴ Breeden (1979)

¹⁴⁵ Merton (1987)

¹⁴⁶ Markowitz (1990)

¹⁴⁷ Ross (1976)

¹⁴⁸ Markowitz (1991). Meu sublinhado.

¹⁴⁹ Cf. Sharpe (1991).

É evidente que os modelos de índole positiva são frequentemente baseados em alicerces normativos: indivíduos com um comportamento maximizador interagem até ser atingido um ponto de equilíbrio.

É o caso do CAPM, “*which explicitly assumes that investors follow the prescriptions of Markowitz’ portfolio theory.*”¹⁵⁰

Incorpora, igualmente, pressupostos acerca das funções utilidade dos investidores¹⁵¹, assumindo a existência de um mercado com um grande número de participantes, cada um com acesso à mesma informação.

3.6.3. Descrição

O objectivo é estabelecer uma teoria capaz de explicar a forma como os activos financeiros são avaliados pelo mercado. Para tal caracteriza-se a relação entre o retorno esperado de um título e o seu risco em condições de equilíbrio de mercado onde todos os investidores seleccionam racionalmente e de forma óptima as suas carteiras de investimento, com base nos seguintes pressupostos¹⁵²:

- Existem inúmeros investidores (cada um deles dispõe de um stock de riqueza insuficiente para provocar, pela sua actuação no mercado, efeitos nos preços; i.e., podemos raciocinar numa lógica price taker, como no pressuposto habitual de concorrência perfeita);
- Todos os investidores se comportam de forma miópica¹⁵³;
- Os investimentos limitam-se a activos livremente transaccionáveis pelo público; qualquer investidor pode emprestar ou obter emprestado qualquer montante à taxa de juro sem risco (nominal);
- Ausência de impostos e custos de transacção¹⁵⁴;
- Todos os investidores seguem uma abordagem “à Markowitz” (i.e., são “*mean-variance optimizers*”);

¹⁵⁰ Ibid.

¹⁵¹ Por “contraponto” a modelos “*arbitrage-based*”. É óbvio que este tipo de modelos também assumem alguns pressupostos acerca das preferências dos investidores – como “mais ganho é melhor que menos ganho”, mínimas quando comparadas com as dos “*utility-based*”.

¹⁵² Sistematização com base em Bodie, et al. (2005)

¹⁵³ Relevante no modelo original. Com o ajuste inter temporal referido em Merton (1973) este pressuposto pode deixar-se cair.

¹⁵⁴ Relevante na medida em que introduzem diferenças entre investidores (que assim deixam de poder ser tratados de forma homogénea).

- Todos os investidores têm a mesma visão económica do mundo (expectativas homogéneas); i.e., utilizam as mesmas distribuições de retornos e as mesmas covariâncias;

Nestas circunstâncias, e utilizando todos os activos com risco disponíveis no mercado, o espaço (risco, retorno) de todas as combinações possíveis destes activos com risco será a área coincidente com, ou abaixo da, linha AMZ seguinte:

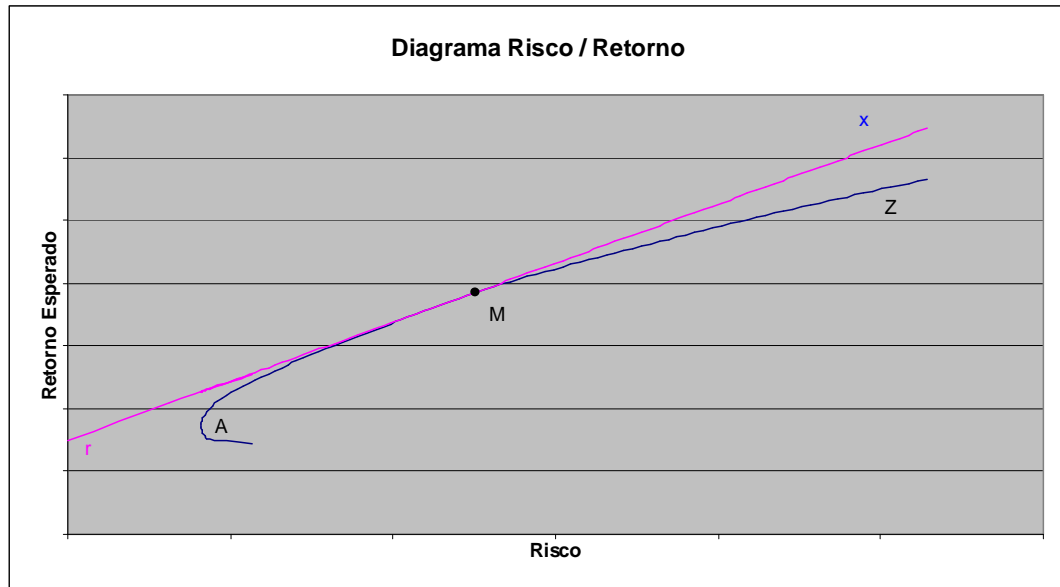


Gráfico 4 – Diagrama Risco / Retorno Esperado [2]

Ao considerarmos um activo sem risco (cujo desvio padrão é nulo e retorno é r), o retorno das carteiras que é possível formar entre uma qualquer combinação de activos de risco (na linha AMZ ou abaixo desta) e o activo sem risco será uma linha que passará necessariamente por r .

O conjunto mais eficiente de carteiras (curva eficiente), encontrar-se-á sobre a linha rMx que é a que permite, para qualquer nível de risco desejado, o retorno mais elevado ou, alternativamente, minimiza o risco para cada retorno desejado.

Para pontos à esquerda de M , parte da carteira do investidor é constituída pelo activo sem risco (“empresta” dinheiro, por exemplo um montante w) e a parte restante pelo conjunto M de activos com risco. À direita de M , os pontos da linha rMx resultam do investidor pedir dinheiro emprestado (montante w , à taxa r) para investir no conjunto de activos M (alavancagem). Nessa última situação, poder-se-á dizer que o investidor investe $(100+w)\%$ da sua riqueza em M e aplica, no activo sem risco, $-w\%$ da sua riqueza.

A linha rMx designa-se de Linha de Mercado de Capitais (“*Capital Market Line*”). Em equilíbrio, M deverá ser o conjunto activos financeiros publicamente transaccionados¹⁵⁵ (ou o “índice de mercado”). Como já vimos, independentemente das suas maiores ou menores preferências por activos com risco, todos os investidores deterão uma carteira caracterizada por uma dada percentagem no activo sem risco nominal (positiva ou negativa) e uma dada

¹⁵⁵ Como acções e obrigações.

percentagem em M (negativa ou positiva). Este tema foi anteriormente abordado quando se referiu o Teorema da Separação, de Tobin.

Por outro lado, o conceito de diversificação constitui, como discutimos, um dos alicerces da Teoria Moderna de Carteiras (*MPT*), ou seja, a volatilidade é reduzida, embora não possa ser eliminada, pela adição de mais activos a uma carteira (dada a existência de retornos não correlacionados de forma perfeita).

Esta redução é tanto maior quanto maior o número de activos na carteira. A volatilidade pode assim ser reduzida de forma eficaz sem custos significativos, pelo que faz sentido que os investidores não sejam remunerados pela porção da volatilidade que é específica a um determinado activo e que não tem qualquer impacto numa carteira bem diversificada.

Esta volatilidade é designada de risco não sistemático (dado que não está correlacionada com o mercado como um todo), constituindo apenas “ruído” aleatório adicional no retorno de um activo específico. Já que o retorno esperado deste factor é zero, pode ser eliminado por diversificação através da adição de mais activos à carteira. A respectiva média será zero e a volatilidade será diminuída com a junção de um número crescente de activos.

A extensão lógica desta argumentação é que, com o número suficiente de activos na carteira, a respectiva volatilidade torna-se similar à do mercado como um todo. Assim sendo, os investidores apenas deveriam esperar ser compensados pelo risco que não podem diversificar, i.e., o risco sistemático.

Como referido, um determinado activo exhibe risco sistemático e não sistemático.

A porção da respectiva volatilidade que é considerada sistemática é medida pelo grau com que os respectivos retornos variam por comparação com os do mercado. Para proceder a esta quantificação, um parâmetro designado de Beta é usado, como medida da contribuição risco de um activo no contexto de uma carteira bem diversificada. Na prática, o Beta é calculado usando os retornos históricos do activo e do mercado (representado por um índice). Para determinar o Beta de uma carteira procede-se apenas ao cálculo da média (ponderada pela capitalização respectiva) dos Betas individuais dos activos que a compõem.

Dado que o *CAPM* prevê qual deveria ser o retorno esperado num activo ou carteira particular, por comparação com o respectivo risco e o retorno de mercado, o modelo pode ser usado para avaliação da performance de gestores activos.

Os gestores activos procuram bater o mercado com base em escolhas informadas sendo que uma das questões centrais é a de saber se o gestor está, efectivamente, a atingir retornos mais elevados do que os previstos de acordo com o risco tomado pelo gestor. O modelo facultava-nos uma estimativa de qual o retorno que a carteira deveria ter alcançado dado o respectivo beta. Se o retorno é superior ao previsto, existe uma indicação de que se poderá estar a “acrescentar valor”.

Com base na argumentação anterior constata-se que uma das formas através da qual o gestor pode aumentar o retorno esperado é através de um maior risco

sistemático. Efectivamente, ao aceitar mais variância, o gestor pode aumentar o Beta (e, logo, o risco da carteira) e em consequência aumentar o retorno esperado. Embora isto possa suceder, o “verdadeiro valor” está em obter maiores retornos com um nível de risco igual ou inferior. Basicamente, a pergunta é se o gestor é capaz de criar uma carteira com retornos superiores aos esperados de acordo com o *CAPM*. Ao comparar o retorno realizado com o estimado pelo *CAPM* obtemos o “*excess return*”, habitualmente designado de Alfa. Graficamente, se o Alfa é positivo, a carteira situar-se-á acima da “*Security Market Line*” (*SML*)¹⁵⁶.

A ausência ou presença de Alfa positivo pode ser usada para avaliação de gestores.

3.6.4. Implicações

Ao agregar as carteiras de todos os investidores individuais, os créditos e débitos resultantes de empréstimos eliminam-se e o valor da carteira de risco agregada corresponderá à riqueza total da economia. Nestas circunstâncias a proporção de cada activo (na carteira de “mercado”) é igual ao respectivo valor de mercado (capitalização) dividido pela capitalização total do mercado de activos transaccionáveis.

Assim se:

- Todos os investidores seguirem uma abordagem “à Markowitz” (i.e., são “*mean-variance optimizers*”);
- Que aplicam ao mesmo universo de activos;
- E usarem a mesma lista de *inputs*;

Deverão chegar ao mesmo resultado. A uma carteira de “mercado” que traduz a tolerância (ou aversão) ao risco “da sociedade”.

No sentido de Markowitz (1952), a carteira de “mercado” é eficiente. Ou seja, será óptima para um investidor com a tolerância (ou aversão) ao risco média (i.e., da sociedade).

No entanto, e na realidade, individualmente considerados, os investidores geram carteiras de risco que diferem desta “carteira de mercado” do *CAPM*, desde logo porque utilizam diferentes *inputs*.

¹⁵⁶ A *CML* (*Capital Market Line*) relaciona prémios de risco de carteiras eficientes (compostas pelo activo sem risco e pela carteira de risco de mercado) com o desvio padrão (risco). A *SML* (*Security Market Line*) relaciona, ao invés, o prémio de risco de activos individuais com o risco do activo. A medida de risco relevante para um activo que faça parte de uma carteira bem diversificada não é o desvio padrão (ou a variância) mas sim o Beta. A *SML* é, portanto, válida quer para carteiras eficientes quer para activos individuais.

No caso do FEFSS, o exercício a conduzir neste estudo visa, num primeiro momento, a definição do “mercado”. Assumiremos, primeiro a “carteira de mercado” baseada em proporções determinadas pelas capitalizações dos diferentes activos que consideramos que a compõem (é o “mercado” do *CAPM*).

Procederemos de seguida à consideração de um conjunto de *inputs* distintos dos implícitos nesta “carteira de mercado” de forma a gerarmos carteiras de risco (para o investidor específico FEFSS) que necessariamente diferirão.

Procuraremos discutir a razoabilidade dessas diferenças bem como os ganhos que potencialmente se podem extrair das mesmas.

3.7. Escolha de Algoritmo FEFSS

3.7.1. Algoritmo Aplicado

Como referimos atrás (cf. 2.4 – Desenvolvimentos Recentes), a primeira utilização do Fundo dar-se-á em quase 30 anos, um período suficientemente longo para que possamos aceitar os pressupostos implícitos no modelo em causa.

Adicionalmente, a incerteza associada às projecções referidas acerca da utilização futura do FEFSS (cf. ponto 2.4 – Desenvolvimentos Recentes) dificultam a adopção de uma lógica de “*liability matching*”¹⁵⁷.

No ponto 5 – Conclusão, apontam-se algumas pistas no sentido de eventualmente evoluir para a definição de uma estrutura de alocação óptima incorporando estas técnicas (dependentes da precisão com que se possam estimar as “responsabilidades”).

Assim sendo a consideração de um momento no futuro, suficientemente distante, como é o caso (recorde-se que a primeira utilização previsível do FEFSS é em 2035, não sendo previsto o esgotamento do fundo antes de 2050) permite-nos, em conjunto com os objectivos enunciados e os limites à actuação do fundo (cf. ponto 2.3 – Política de Investimentos) considerar a abordagem descrita anteriormente (nos pontos 3.4 – Alocação Multiperíodo e 3.5.3 – Desvios à PPC) como adequada.

Em concreto a determinação das alocações óptimas deve ser feita com base na seguinte expressão:

$$\alpha_t = \frac{1}{\gamma} \sum_t^{-1} (E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} l + \frac{\sigma_t^2}{2}) + (1 - \frac{1}{\gamma}) \sum_t^{-1} \sigma_{ht}^*$$

Com:

¹⁵⁷ Seja numa óptica de *duration matching*, seja, por maioria de razão, numa perspectiva de *cash flow matching*.

$$\sigma_{ht}^* = Cov_t(r_{t+1}, -(E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} r_{f,t+1+j}) + Cov_t(r_{t+1}, (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \pi_{d,t+1+j})$$

É importante, na implementação deste modelo de alocação, em particular por referência à questão da variabilidade temporal das oportunidades de investimento¹⁵⁸, proceder a revisões periódicas de forma a garantir a aderência dos pressupostos (e portanto dos resultados) ao melhor consenso sobre os mesmos disponível a cada momento¹⁵⁹.

Efectivamente a incerteza em relação aos parâmetros a estimar (em particular o retorno esperado), significa que o investidor está constantemente a “aprender” sobre os “verdadeiros” valores desses mesmos parâmetros. Como Campbell e Viceira (2002) referem “*in practice...institutions might implement it [a alocação estratégica] by periodically resetting their strategic policy portfolios*”.

3.7.2. Observações Críticas

Existem três aspectos que merecem uma atenção particular. Tomados cada um deles isoladamente e, por maioria de razão, em conjunto permitem fundamentar uma alocação estratégica mais favorável a activos reais, em particular a acções.

Existência de entradas para o FEFSS

No enquadramento teórico consideramos a existência de riqueza financeira mas não de qualquer rendimento não derivado dessa riqueza.

A consideração de outras formas de “rendimento”, nomeadamente a consideração da eventual existência de entradas¹⁶⁰ para o FEFSS, resultantes de saldos positivos do subsistema previdencial, motiva alguns ajustes¹⁶¹:

1. Se considerarmos que essas entradas são equivalentes a um activo sem risco, gera-se uma maior procura por activos com risco.

Considerando:

- W_t Riqueza Financeira (stock)
- H_t Valor actual de rendimento futuro (não derivado da riqueza financeira)

¹⁵⁸ Na discussão empreendida atrás deu-se destaque à variabilidade das taxas de juro. Como é óbvio não temos de nos restringir a essa possibilidade: os prémios de risco (e.g., de acções) podem, e a evidência empírica aponta nesse sentido, oscilar no tempo.

¹⁵⁹ Sem ter de formalizar, a priori, uma alocação específica destinada a cobrir a variabilidade de cada um desses factores.

¹⁶⁰ Descontadas para “hoje”.

¹⁶¹ Com base em Bodie, et al. (1992). Viceira (2001), Heaton e Lucas (1997) e Koo (1998), Koo (1999) consideram aspectos similares.

- α_t vector de alocações aos activos de risco

Aplicar-se-ia:

$\alpha_t (W_t + H_t)$ no activo com risco e $(1 - \alpha_t)(W_t + H_t)$ no activo sem risco.

2. Se considerarmos que essas entradas são, de alguma forma, correlacionadas com activos com risco¹⁶², a alocação dependerá do grau dessa correlação:
 - Se a correlação é, para efeitos práticos, nula gerar-se-á maior procura de activos com risco (embora menos que no caso anterior);
 - Se a correlação é positiva, para valores intermédios a procura é acrescida (embora menos ainda) enquanto que para valores muito altos (próximos de 1) o alocação a activos de risco pode, efectivamente, ser reduzida.

A hipótese mais ajustada ao caso do FEFSS é a de existência de alguma correlação, embora não exageradamente elevada.

Efectivamente, a diversificação empreendida, primeiro para a Zona Euro e, desde Outubro de 2004, para os países da OCDE, ajudou na redução desta correlação.

Como tal, a alocação a activos de risco definida nos termos da fórmula acima indicada deve, por esta razão, ser considerada um mínimo (tanto mais quanto menos os retornos de cada um desses activos de risco forem correlacionados com as entradas para o FEFSS¹⁶³).

A operacionalização deste aspecto levanta, contudo, questões relevantes associadas quer à já referida incerteza acerca das projecções sobre a evolução da conta da Segurança Social (logo, das entradas para o FEFSS e, conseqüentemente, do parâmetro H_t) quer à eventual necessidade de, em consequência de uma eventual implementação do que aqui se equaciona, proceder à alavancagem do FEFSS.

Variabilidade das volatilidades e correlações entre activos

Uma segunda consideração relevante tem que ver com o comportamento das volatilidades e correlações entre activos em diferentes contextos de mercado.

¹⁶² O que faz algum sentido. Basta para o efeito recordar a prerrogativa que assiste à tutela de não proceder a transferências com base na existência de situações adversas do ponto de vista económico. Logo, este “rendimento” tenderá a ocorrer em “bons” momentos (pelo menos da economia Portuguesa) de onde se pode depreender a (muito) provável existência de alguma correlação positiva com o comportamento de activos de risco.

¹⁶³ Registe-se que saídas do FEFSS podem ser interpretadas de forma inversa às entradas. Da mesma forma, quanto mais distante a data de início de utilização do FEFSS, ou melhor, quanto maior a duração do período de acumulação (e portanto de H_t), maior o rácio H_t / W_t e logo maior o reforço de alocação a activos de risco (numa lógica *Life Cycle*).

Zimmermann et al. (2003) fazem uma excelente abordagem a este tema, evidenciando dois factos relevantes:

- As volatilidades tendem a aumentar mais com mercados a cair (do que com mercados a subir);
- As correlações tendem a aumentar com mercados a cair (diminuindo quando os mercados se portam “melhor”¹⁶⁴)

Estas observações reforçam a necessidade de utilização de estimativas de mais longo prazo de forma a, para além de conseguirmos reduzir o erro de estimação dos parâmetros, obtermos à utilização de valores condicionados por realidades potencialmente “anormais”.

A existência de evidência empírica de que o risco¹⁶⁵ não é estacionário, sugere a possibilidade do comportamento de um investidor de longo prazo passar (em moldes idênticos aos sugeridos para a taxa de juro, a inflação ou os prémios de risco) pela cobertura de tal variabilidade¹⁶⁶.

Variabilidade temporal dos prémios de risco

Existe uma propriedade importante dos retornos das acções: a respectiva tendência para reverterem para a média. Um elevado retorno (inesperado) hoje reduz o retorno esperado no futuro, pelo que elevados retornos no curto prazo tendem a ser objecto de compensação com mais baixos retornos a longo prazo (e vice versa). Esta compensação leva a que a variância (condicional) dos retornos das acções não cresça em proporção com o horizonte de investimento, mas mais lentamente.

Um investidor de longo prazo deverá, pois, responder à reversão para a média dos retornos das acções através do aumento da alocação média a acções. Existe aqui uma componente de *market timing*.

Tipicamente a volatilidade é aferida para *holding periods* de 1 ano. A consideração de um *holding period* mais longo (típico de investidores como o FEFSS), por exemplo 20 anos, implica uma redução da volatilidade (condicional) anualizada¹⁶⁷, bastante significativa para investidores de longo prazo.

Campbell e Viceira (2002) apresentam cálculos (para o período 1890-1998) em que a redução do desvio padrão se situa entre 25% e 50%:

¹⁶⁴ Pelo que o efeito de diversificação diminui quando mais necessário.

¹⁶⁵ Bem como as covariâncias.

¹⁶⁶ Existe imensa literatura sobre variabilidade temporal do risco. Alguns exemplos: Bollerslev, et al. (1992), Hentschel (1995), Ghysels, et al. (1996) ou Campbell, et al. (1997).

¹⁶⁷ Dos retornos. Ou seja, embora a banda de confiança em torno do retorno esperado estimado diminua com o tempo, a banda de confiança em torno do valor final da carteira aumenta.

- Considerando dados anuais, de 18% (*holding period* de 1 ano) para 14% (*holding period* de 25 anos);
- Considerando dados trimestrais, de 16% (*holding period* de 1 ano) para 8% (!) (*holding period* de 25 anos);

4. Aplicação Empírica – Caso do FEFSS

4.1. Carteira de Referência

A carteira central (o “mercado” para a carteira do FEFSS) inclui os seguintes activos¹⁶⁸:

- Acções Zona Euro (*SXXT – Dow Jones EURO STOXX Return Index EUR*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações bolsistas que inclui um número variável de emissões de empresas de países da Zona Euro. Procedeu-se a um ajuste em função do *free float* das acções. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1991.
- Dívida Pública Zona Euro (*EUGATR – Bloomberg/EFFAS Bond Indices Euro Govt All > 1 Yr TR*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações que inclui emissões, com maturidades superiores a 1 ano, de governos de países da Zona Euro. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1998. Para o período anterior a esta data foi usado o sub-índice, com iguais características, relativo à Alemanha.
- Dívida Privada Zona Euro (*EC00 – Merrill Lynch EMU Corporate & Pfandbrief Index*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações que inclui emissões *corporate* e colateralizadas, com maturidades superiores a 1 ano, de instituições de países da Zona Euro. O *rating* das emissões deve ser superior a BBB/Baa. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1995.
- Acções EUA (*SPX – S&P 500 Index*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações bolsistas que inclui 500 emissões de empresas dos EUA. Procedeu-se a um ajuste em função do *free float* das acções. O índice foi desenvolvido com uma base de 10 para o período base de 1941-43.
- Dívida Pública EUA (*USGATR – Bloomberg/EFFAS Bond Indices US Govt All > 1 Yr TR*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações que inclui emissões, com maturidades superiores a 1 ano, do governo dos EUA. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1991.
- Dívida Privada EUA (*C0A0 – Merrill Lynch U.S. Corporate Master*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações que inclui emissões *corporate*, com maturidades superiores a 1 ano, de instituições dos EUA. O *rating* das emissões deve ser superior a BBB/Baa. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1972.

¹⁶⁸ Entre parênteses colocamos o *ticker* dos índices (retorno total) na Bloomberg, fonte utilizada para obtenção dos dados.

- Dívida Hipotecária EUA (*MOA0 – Merrill Lynch Mortgage Master Index*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações que inclui emissões hipotecárias, com maturidades superiores a 1 ano, de instituições dos EUA. O *rating* das emissões deve ser superior a BBB/Baa. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1975.
- Acções Reino Unido (*UKX – FTSE 100 Index*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações bolsistas que inclui 100 emissões de empresas do Reino Unido. Procede-se a um ajuste em função do *free float* das acções. O índice foi desenvolvido com uma base de 1000 para 3 de Janeiro de 1984.
- Dívida Pública Reino Unido (*UKGATR – Bloomberg/EFFAS Bond Indices UK Govt All > 1 Yr TR*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações que inclui emissões, com maturidades superiores a 1 ano, do governo do Reino Unido. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1991.
- Dívida Privada Reino Unido (*UC00 – Merrill Lynch Sterling Corporate & Collateralized Index*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações que inclui emissões *corporate* e colateralizadas, com maturidades superiores a 1 ano, de instituições do Reino Unido. O *rating* das emissões deve ser superior a BBB/Baa. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1996.
- Acções Japão (*TPX – Topix Index*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações bolsistas que inclui todas as emissões de empresas do Japão listadas na primeira secção do mercado de Tóquio. Procede-se a um ajuste em função do *free float* das acções. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 4 de Janeiro de 1968.
- Dívida Pública Japão (*JNGATR – Bloomberg/EFFAS Bond Indices Japan Govt All > 1 Yr TR*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações que inclui emissões, com maturidades superiores a 1 ano, do governo Japonês. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1991.
- Dívida Privada Japão (*JC00 – Merrill Lynch Japan Corporate Index*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações que inclui emissões *corporate*, com maturidades superiores a 1 ano, de instituições do Japão. O *rating* das emissões deve ser superior a BBB/Baa. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1996.

A que juntamos 2 séries:

- Dívida Pública Portuguesa (*PTGATR – Bloomberg/EFFAS Bond Indices Portugal Govt All > 1 Yr TR*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações que inclui emissões, com maturidades superiores a 1 ano, do governo Português. O índice foi desenvolvido com uma base de 100 a 31 de Dezembro de 1991.

- Imobiliário Europeu (*RPEU – EPRA/NAREIT Euro Zone Index Net TRI*). Trata-se de um índice ponderado por capitalizações (ajustadas pelo *free float*) que inclui cerca de 50 emissões de empresas imobiliárias cotadas e *REITs* (*Real Estate Investment Trusts*) da zona euro, com início em 31 de Dezembro de 1989.

Consideramos adicionalmente, como activos sem risco nominal, Bilhetes do Tesouro (com maturidade de 3 meses):

- Em Euros, o activo sem risco nominal para o FEFSS (*GECU3M – Euro Generic Government Bond 3 Month*);
- Em Dólares, de forma a definir a cobertura a esta moeda (*USGG3M – US Generic Government Bond 3 Month*);
- Em Libras, de forma a definir a cobertura a esta moeda (*GUKTB3MO – UK Treasury Bills 3 Month*);
- Em Ienes, de forma a definir a cobertura a esta moeda (*GJFB3MO – Japan Financing Bill 3 Month*);

Por força da possibilidade de tributar e controlar a emissão de moeda, apenas o Estado pode emitir obrigações sem risco. Enquanto emissões nominais, contudo, não são sem risco real.

Apenas, caso existissem, as obrigações perfeitamente indexadas à variação dos preços seriam livres de risco real. Por outro lado, mesmo nesta circunstância, as obrigações indexadas seriam sem risco apenas caso a respectiva maturidade correspondesse à desejada pelo investidor (dadas as suas necessidades e responsabilidades). Ou seja, mesmo este tipo de produto está sujeito a risco de taxa de juro (real), dada a sua evolução futura incerta.

Na prática, não só as obrigações indexadas não são “perfeitas”, no sentido que apenas providenciam protecção face à evolução de um determinado índice de preços, não reflectindo, senão por acaso, as necessidades específicas do investidor, como o respectivo mercado é demasiado pequeno ou, como é o caso em Portugal, inexistente.

Assim sendo é habitual o uso de Bilhetes do Tesouro como “o” activo sem risco. A respectiva natureza de curto prazo torna-os relativamente insensíveis ao risco de taxa de juro nominal a que acresce o facto de a incerteza relativa à inflação num tão curto espaço de tempo ser negligenciável.

Na prática, no entanto, os investidores usam, como activo sem risco, um conjunto vasto de instrumentos: Bilhetes do Tesouro, Depósitos junto de instituições bancárias ou papel comercial, por exemplo. Instrumentos de muito curto prazo e com risco de crédito negligenciável.

O “mercado” para o FEFSS tem portanto a seguinte composição (de acordo com as respectivas capitalizações):

Classe	Peso
Divida Pública Euro	9.58%
Divida Privada (<i>Corporate</i>) Euro	4.13%
Acções Euro	20.28%
Divida Pública EUA	4.75%
Divida Privada (<i>Corporate</i>) EUA	4.72%
Divida Hipotecária (<i>Mortgage</i>) EUA	7.76%
Acções EUA	25.65%
Divida Pública RU	1.38%
Divida Privada (<i>Corporate</i>) RU	1.23%
Acções RU	6.08%
Divida Pública Japão	8.10%
Divida Privada (<i>Corporate</i>) Japão	0.79%
Acções Japão	5.55%

Fonte: Bloomberg (dados a 31.12.2007)

Tabela 4 – Carteira “de Mercado” para o FEFSS

Registe-se, nesta tabela, a ausência de alocações a Bilhetes do Tesouro. Como referido (3.6 – O CAPM) ao agregar todos os investidores individuais, os créditos e débitos resultantes de empréstimos eliminam-se. É o papel desempenhado pelos Bilhetes do Tesouro, enquanto activos sem risco nominal.

Testamos as seguintes possibilidades:

1. Carteira de “mercado” (conforme descrito acima);
2. *Benchmark* actual do FEFSS (cf. Tabela 1 – *Benchmark* e Carteira [31.12.2007] do FEFSS);
3. Carteira actual do FEFSS (cf. Tabela 1 – *Benchmark* e Carteira [31.12.2007] do FEFSS);

Estas carteiras servirão de base de comparação aos testes subsequentes, que considerarão as seguintes possibilidades:

4. Optimização de carteira com base na imposição de todas as restrições previstas para o FEFSS (cf. 2.2 – Limites à Composição do FEFSS);
5. Optimização com base na flexibilização da restrição respeitante ao mínimo de Dívida Pública Portuguesa (de 50% para 0%);
6. Optimização com base, adicionalmente, no alargamento do limite máximo de exposição a risco acções (de 25% para 50%);
7. Optimização permitindo, ainda, o aumento da exposição cambial não coberta (de 15% para 100%);

8. Optimização com base na possibilidade de assumpção posições negativas em todas as classes de activos com risco (numa banda de -100% a +100%); os limites, no caso do activo sem risco nominal e no caso do imobiliário, não são alterados (de 0% a 100% e de 0% a 10%, respectivamente);
9. Optimização em condições idênticas às do ponto anterior mas com a restrição adicional de que a volatilidade da carteira não ultrapasse a obtida no ponto 4;

A imposição de restrições faz com que a relação linear, expectável com base no *CAPM*, entre retornos esperados de activos e o respectivo Beta seja “quebrada”. Consequentemente, a carteira de mercado pode não ser eficiente (num grau dependente da severidade das restrições impostas).

Recordemo-nos que a escolha recai numa carteira em que a utilidade marginal de cada activo é a mesma. Se assim não fosse, seria possível, pela alteração de alocações de um activo com menor para um de maior utilidade marginal, aumentar a utilidade do investidor sem violar qualquer restrição. Ora a consideração de restrições (operativas) pode levar a situações em que tal processo não é optimizado.

4.2. Universo de Activos Considerados

Procuramos, como se constata, cumprir os seguintes requisitos:

- Cobertura tão ampla quanto possível da OCDE, que é o universo geográfico de possível investimento do FEFSS – procuramos, adicionalmente, conciliar este aspecto com o propósito de não complexificar desnecessariamente o modelo – daí a consideração das 4 economias mais significativas da OCDE¹⁶⁹);
- Assegurar a consideração de classes suficientemente líquidas (de forma a garantir que a obtenção de exposição à mesma, numa perspectiva de Beta¹⁷⁰, é não só exequível como virtualmente gratuita);

Tentamos, adicionalmente, que o espectro de investimentos considerado não fosse para além do que se encontra de facto incluído no *benchmark* do FEFSS¹⁷¹.

¹⁶⁹ As economias consideradas representam 81% do PIB da OCDE. Das economias excluídas (19% do PIB da OCDE) as mais significativas são: México e Canadá (cada com um pouco mais de 3% do PIB da OCDE), Coreia do Sul (também com um pouco mais de 3% do PIB da OCDE) e Austrália (já com apenas cerca de 2% do PIB da OCDE).

¹⁷⁰ De acordo com a lógica exposta em 3.6 – O *CAPM*.

¹⁷¹ Cf. Instituto de Gestão de Fundos de Capitalização da Segurança Social (2008). O *benchmark* do FEFSS inclui precisamente as economias que consideramos bem como, grosso modo, as classes que aqui elencamos (embora a nossa escolha de classes, no caso da dívida, tenha sido um pouco mais “fina”, de forma a identificar relações, logo oportunidades de diversificação, que poderiam passar despercebidas se usássemos um índice mais agregado).

Essa escolha (feita pelo IGFCSS, entidade gestora do Fundo) reflecte, também e de alguma forma, restrições operacionais da entidade gestora cujas implicações e resolução não cumpre analisar neste contexto.

De facto, o objectivo desta análise é a de proporcionar pistas para a melhoria da alocação de carteira do FEFSS. Tal tem, no entanto, de ser feito de forma realista.

Isto é, não cremos poder ser de valor acrescentado (sem outras considerações) a apresentação de soluções de alocação que se venham a revelar inadequadas dada a estrutura e limites de actuação da entidade gestora. Como tal, a consideração do *benchmark* actual do FEFSS, definido de acordo com os referidos limites, parece ser um mais adequado ponto de partida.

Ou seja, o que é as propostas que eventualmente possamos fazer podem acrescentar, imediatamente e sem necessidade de considerar aspectos não directamente relacionados com a estrutura de carteira¹⁷², ao retorno da carteira do FEFSS?

Qualquer análise que se afaste significativamente desta primeira referência exige a consideração de aspectos (como os sugeridos) que ultrapassam o âmbito desta análise.

4.3. Inputs

4.3.1. Explicação

A aplicação empírica deste modelo de alocação parte da consideração de parâmetros de preferências específicos bem como da admissão de que existem determinados processos estocásticos através dos quais é possível definir a evolução dos retornos dos activos.

Embora se possam utilizar pressupostos arbitrários, uma abordagem natural será considerar, pelo menos numa primeira iteração, pressupostos razoáveis dados os resultados históricos, isto é, estimar modelos paramétricos dos retornos dos activos com base em informação histórica, utilizando os parâmetros assim estimados para cálculo de carteiras óptimas.

Esta aproximação confronta-se com algumas dificuldades no que diz respeito à determinação da posição óptima em acções. A média histórica de retornos das acções tem sido muito elevada (em relação a *cash*) o que torna o activo acções particularmente atractivo para investidores que considerem razoável que tal comportamento subsista no futuro.

¹⁷² Como a organização do IGFCSS, respectivo orçamento, relação entre gestão interna e externa da carteira, etc. No fundo aspectos definidos ou profundamente condicionados pelo “proprietário” do fundo, o Governo.

Algumas considerações (como as que referimos atrás, no ponto 3.7.2 – Observações Críticas) apenas ajudam a reforçar o entusiasmo por acções (efeito do rendimento nas decisões de alocação ou reversão para a média do comportamento das acções).

Factores que ajudariam a reduzir este entusiasmo revelam-se empiricamente pouco relevantes¹⁷³ (caso do risco de volatilidade ou a incerteza acerca dos retornos médios).

Estas constatações levantam as seguintes questões:

- Como poderão retornos tão altos ser consistentes com equilíbrio no mercado accionista?
- Porque é que os investidores não pressionam em alta os preços de tal forma que os retornos recuem para níveis mais razoáveis?

A literatura designa, como referimos atrás, esta questão de *equity premium puzzle*. Existem inúmeros trabalhos sobre a matéria, caso de Mehra e Prescott (1985), Rubinstein (1976), Lucas (1978), Breeden (1979) ou Grossman e Shiller (1981). No entanto não se tem chegado a uma explicação que motive unanimidade (ou sequer grande acordo). Kocherlakota (1996) e Campbell (1999) providenciam uma excelente revisão da literatura neste domínio.

Uma explicação possível passa por considerar os dados históricos como um guia pouco fiável para o futuro do retorno de acções. Talvez o século XX constitua uma época caracterizada por um anormal conjunto de choques positivos que provocaram retornos claramente acima da “verdadeira” média de longo prazo¹⁷⁴.

Os dados foram recolhidos com base no recurso à Bloomberg®. Foram recolhidos valores diários sendo a primeira data comum¹⁷⁵ a todas as séries o 1 de Janeiro de 1997 o que permite considerarmos a existência de um período completo de 11 anos (os dados terminam a 31 de Dezembro de 2007).

A partir destes dados em bruto foram calculados 2 parâmetros para cada uma das séries (a que se junta o Índice de Preços no Consumidor Harmonizado de Portugal): média (aritmética¹⁷⁶) de retornos anuais homólogos nominais em Euros e respectivo desvio padrão¹⁷⁷.

¹⁷³ Cf. Campbell e Viceira (2002).

¹⁷⁴ Caso de autores como Blanchard, et al. (1993), Campbell e Shiller (2001), Fama e French (2001) e Jagannathan, et al. (2001) que têm argumentado em favor de retornos de acções mais baixos no futuro.

¹⁷⁵ Relevante para a obtenção de uma Matriz (de variâncias e covariâncias) não singular ou invertível (i.e., que tenha matriz inversa).

¹⁷⁶ A média aritmética é um estimador não enviesado. Cf. Samuelson (1969) para uma defesa do uso da média aritmética (e não da geométrica).

¹⁷⁷ Tratamos a variância (e a covariância) como não condicional, i.e., como constante no tempo. Este é um aspecto que, como sugerido adiante, poderá ser objecto de refinamento futuro,

Ou seja, para cada data (dia) e para cada série foi calculado o respectivo retorno anual homólogo (x_n). Deste procedimento resultou a obtenção de 2608 (N) observações diárias de retorno homólogos anuais. Extraíram-se, de seguida as estatísticas descritivas relevantes¹⁷⁸:

Média Amostral

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$$

Desvio Padrão Amostral

$$\sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2}$$

Foram ainda calculadas as covariâncias entre todos os pares de activos ($C_{X,Y}$) que se agruparam, em conjunto com as variâncias amostrais, numa matriz (18x18) baseada nestas séries:

Covariância Amostral

$$C_{XY} = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x}) \cdot (y_n - \bar{y})$$

Quanto à inflação Portuguesa, aferida pelo Índice de Preços no Consumidor Harmonizado (IPCH), procedeu-se ao cálculo da respectiva média e desvio padrão amostral, bem como da covariância com cada uma das referidas séries de retornos nominais (em Euros) dos activos de risco, de forma a determinar a parcela de alocação destinada a cobrir o risco de inflação.

Determinou-se, ainda, a covariância entre cada série de retornos nominais e as variações da taxa de juro sem risco de forma a definir a alocação de cobertura do risco de variação dessa variável.

4.3.2. Dados

São os seguintes os resultados obtidos:

Activo	Retorno Histórico	Risco Histórico
Sem Risco	2.98%	---
Divida Pública Portuguesa	5.16%	4.15%

considerando a variância condicional, i.e., “*time varying*”, através de métodos baseados no trabalho de Engle (1982).

¹⁷⁸ Estimadores não enviesados e “absolutamente eficientes” dos parâmetros Valor Esperado, Variância e Covariância. Cf. Guimarães e Cabral (1997).

Imobiliário	16.50%	11.77%
Divida Pública Euro	4.99%	3.72%
Divida Privada (<i>Corporate</i>) Euro	4.81%	3.28%
Acções Euro	11.67%	21.10%
Bilhetes Tesouro EUA	3.32%	11.59%
Divida Pública EUA	5.31%	10.87%
Divida Privada (<i>Corporate</i>) EUA	5.74%	10.22%
Divida Hipotecária (<i>Mortgage</i>) EUA	5.55%	11.12%
Acções EUA	8.38%	20.23%
Bilhetes Tesouro RU	6.53% (5.50% ¹⁷⁹)	7.94%
Divida Pública RU	7.69% (4.50% ¹⁸⁰)	8.79%
Divida Privada (<i>Corporate</i>) RU	6.95% (6.15% ¹⁸¹)	4.03%
Acções RU	6.27%	18.76%
Bilhetes Tesouro Japão	-1.48%	11.96%
Divida Pública Japão	0.31%	12.04%
Divida Privada (<i>Corporate</i>) Japão	0.10%	12.52%
Acções Japão	1.22%	29.92%
Inflação Portugal	2.81%	0.85%

Tabela 5 – Estimativas de Retorno e Risco Esperado (com base em dados históricos)

Os dados (como é natural) reflectem o período a que se referem:

- O Dólar e o Iene depreciaram-se, 0.5% e mais de 1% por ano, respectivamente:
 - No caso da moeda norte-americana, reflectindo uma maior taxa de inflação bem como a persistência de um défice externo com a Zona Euro.
 - No caso Japonês, em consequência, sobretudo, dos “*carry trades*”, i.e., financiamento em Ienes para investimento em activos com maiores *yields* noutras moedas¹⁸², bem como da integração da economia Chinesa na economia mundial (dado que a indexação do Yuan ao Dólar promoveu, por razões competitivas, a necessidade de intervenção frequente do *Bank of Japan* no sentido de, no mínimo, evitar a apreciação do Iene);
- A Libra apresentou uma significativa apreciação anual de cerca de 1.25% a que não será alheio o maior sucesso, no período em análise, do *Bank of England* no combate à inflação bem como o facto de a economia Britânica ter, neste intervalo de tempo, tido um crescimento económico significativo (fruto do posicionamento do país face à globalização da economia mundial);

¹⁷⁹ *Yield* média dos Bilhetes de Tesouro Britânicos em finais de 2007.

¹⁸⁰ *Yield* média das Obrigações de Tesouro Britânicas (maturidade superior a 1 ano) em finais de 2007.

¹⁸¹ *Yield* média dos Títulos que compõem o índice UC00, em finais de 2007.

¹⁸² O que também é válido para investidores domésticos Japoneses que, confrontados com baixíssimas taxas de remuneração no Japão, “exportaram” massivamente as suas poupanças.

- O retorno total da classe dívida (em particular governos) é genericamente elevado (por comparação com as *yields* actuais), fruto de um processo de significativa desinflação mundial, particularmente notório no caso do Reino Unido. Recorde-se que a independência do *Bank of England* foi adquirida em 1997; existiu, por outro lado, uma pressão muito significativa sobre a oferta de activos de rendimento fixo Britânicos em função de necessidades de “*liability matching*” por parte de fundos de pensões “*defined benefit*”;
- A excepção é o caso Japonês, país confrontado com uma persistente deflação (ainda não ultrapassada);
- No que diz respeito aos prémios de risco de acções (face aos activos sem risco nominais) eles situam-se, por comparação com os valores referidos na literatura, a níveis elevados no caso da Zona Euro (cerca de 8.5 pontos percentuais), intermédios no caso dos EUA (cerca de 5 p.p.) e bastante baixos (nulos até) nos casos do Reino Unido (aproximadamente nulo) e Japão (um pouco menos de 3 p.p.). Centremo-nos nos casos “extremos”:
 - No caso da Zona Euro, as suas empresas parecem ter usufruído da procura de bens de equipamento por parte sobretudo de países emergentes (China, Índia e exportadores de recursos naturais); este é um factor que admitimos dever subsistir;
 - No caso do Reino Unido, o carácter anormal do prémio de risco residirá, provavelmente, muito mais na performance elevada do activo sem risco pelas razões acima expostas, ligadas com a política monetária Britânica e desequilíbrio procura/oferta; embora o segundo factor deva persistir (o que também contribui, em baixa, para o retorno das acções), a primeira questão deverá deixar de ser tão significativa, pelo que se poderá justificar um alargar do prémio de risco das acções Britânicas, sobretudo pela redução da performance futura dos activos de rendimento fixo para níveis mais consentâneos com os das duas outras economias ocidentais (Zona Euro e EUA);
 - No caso Japonês, a persistência de um cenário de deflação (que tarda em ser definitivamente ultrapassado, até pelos desafios demográficos com que o Japão se confronta), tem justificado e deverá continuar a justificar, um prémio de risco inferior (ao registado noutras economias);
- Registe-se, ainda, o facto da dívida privada (e hipotecária) ter tido uma performance muito similar (nalguns casos até inferior) à dívida governamental;
- O imobiliário registou uma performance muito significativa, o que poderá justificar cautelas fundadas acerca da respectiva sustentabilidade no futuro;

Assim, face ao que referimos, parece sensato proceder a um ajustamento na performance esperada dos activos de rendimento fixo Britânicos, de forma a

torná-los mais semelhantes aos de outras economias muito similares (como a da Zona Euro ou a dos EUA).

Desta forma procedemos aos ajustes registados na Tabela 5 – Estimativas de Retorno e Risco Esperado, entre parênteses, de forma a aproximarmos a retorno esperado dos valores actuais de *yields* no Reino Unido.

A Matriz de correlações (dos 18 activos de risco), é:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
A	1.00	-0.14	0.94	0.92	-0.38	-0.27	0.03	0.05	-0.08	-0.29	-0.41	0.04	0.86	-0.38	-0.43	-0.32	0.51	-0.70
B	-0.14	1.00	-0.10	-0.15	0.46	-0.10	-0.21	-0.16	-0.16	0.26	-0.07	-0.08	-0.04	0.44	-0.12	-0.19	-0.43	0.24
C	0.94	-0.10	1.00	0.97	-0.47	-0.32	-0.04	-0.03	-0.14	-0.39	-0.37	0.07	0.85	-0.42	-0.39	-0.28	0.44	-0.64
D	0.92	-0.15	0.97	1.00	-0.52	-0.39	-0.12	-0.09	-0.21	-0.43	-0.38	0.01	0.80	-0.45	-0.43	-0.33	0.41	-0.65
E	-0.38	0.46	-0.47	-0.52	1.00	0.41	0.23	0.24	0.26	0.89	0.45	0.36	-0.20	0.90	0.42	0.39	-0.20	0.60
F	-0.27	-0.10	-0.32	-0.39	0.41	1.00	0.94	0.92	0.97	0.67	0.65	0.57	0.04	0.48	0.63	0.67	0.23	0.38
G	0.03	-0.21	-0.04	-0.12	0.23	0.94	1.00	0.98	0.99	0.51	0.49	0.53	0.28	0.27	0.48	0.56	0.42	0.09
H	0.05	-0.16	-0.03	-0.09	0.24	0.92	0.98	1.00	0.98	0.53	0.46	0.49	0.30	0.29	0.44	0.52	0.41	0.10
I	-0.08	-0.16	-0.14	-0.21	0.26	0.97	0.99	0.98	1.00	0.54	0.54	0.53	0.19	0.33	0.52	0.58	0.35	0.18
J	-0.29	0.26	-0.39	-0.43	0.89	0.67	0.51	0.53	0.54	1.00	0.67	0.61	-0.05	0.93	0.64	0.64	-0.02	0.64
K	-0.41	-0.07	-0.37	-0.38	0.45	0.65	0.49	0.46	0.54	0.67	1.00	0.86	-0.17	0.69	0.78	0.78	0.05	0.62
L	0.04	-0.08	0.07	0.01	0.36	0.57	0.53	0.49	0.53	0.61	0.86	1.00	0.30	0.59	0.63	0.69	0.24	0.36
M	0.86	-0.04	0.85	0.80	-0.20	0.04	0.28	0.30	0.19	-0.05	-0.17	0.30	1.00	-0.14	-0.22	-0.11	0.43	-0.49
N	-0.38	0.44	-0.42	-0.45	0.90	0.48	0.27	0.29	0.33	0.93	0.69	0.59	-0.14	1.00	0.55	0.51	-0.20	0.69
O	-0.43	-0.12	-0.39	-0.43	0.42	0.63	0.48	0.44	0.52	0.64	0.78	0.63	-0.22	0.55	1.00	0.98	0.01	0.78
P	-0.32	-0.19	-0.28	-0.33	0.39	0.67	0.56	0.52	0.58	0.64	0.78	0.69	-0.11	0.51	0.98	1.00	0.18	0.69
Q	0.51	-0.43	0.44	0.41	-0.20	0.23	0.42	0.41	0.35	-0.02	0.05	0.24	0.43	-0.20	0.01	0.18	1.00	-0.39
R	-0.70	0.24	-0.64	-0.65	0.60	0.38	0.09	0.10	0.18	0.64	0.62	0.36	-0.49	0.69	0.78	0.69	-0.39	1.00

Tabela 6 – Matriz de Correlações Estimadas (com base em dados históricos)

Legenda:

- A – Dívida Pública Portuguesa
- B – Imobiliário
- C – Dívida Pública Euro
- D – Dívida Privada (*Corporate*) Euro
- E – Acções Euro
- F – Bilhete Tesouro EUA
- G – Dívida Pública EUA
- H – Dívida Privada (*Corporate*) EUA
- I – Dívida Hipotecária (*Mortgage*) EUA
- J – Acções EUA
- K – Bilhete Tesouro RU
- L – Dívida Pública RU
- M – Dívida Privada (*Corporate*) RU
- N – Acções RU
- O – Bilhete Tesouro Japão
- P – Dívida Pública Japão
- Q – Dívida Privada (*Corporate*) Japão
- R – Acções Japão

Quanto às referidas covariâncias entre cada série de retornos nominais e as variações de taxa de juro sem risco e inflação:

Activo	Covariância Taxa Juro Sem Risco	Covariância Inflação Portuguesa
Divida Pública Portuguesa	0.0000114	0.0000842
Imobiliário	-0.0000101	-0.0003456
Divida Pública Euro	0.0000122	0.0000897
Divida Privada (<i>Corporate</i>) Euro	0.0000128	0.0000929
Acções Euro	-0.0000608	-0.0014745
Bilhetes Tesouro EUA	-0.0000266	-0.0001177
Divida Pública EUA	-0.0000191	0.0000364
Divida Privada (<i>Corporate</i>) EUA	-0.0000143	0.0000376
Divida Hipotecária (<i>Mortgage</i>) EUA	-0.0000207	0.0000189
Acções EUA	-0.0000336	-0.0011453
Bilhetes Tesouro RU	-0.0000092	-0.0002509
Divida Pública RU	-0.0000011	-0.0002375
Divida Privada (<i>Corporate</i>) RU	0.0000105	0.0000629
Acções RU	-0.0000246	-0.0011429
Bilhetes Tesouro Japão	-0.0000067	-0.0004087
Divida Pública Japão	-0.0000052	-0.0003941
Divida Privada (<i>Corporate</i>) Japão	0.0000008	0.0000041
Acções Japão	-0.0000174	-0.0013552

Tabela 7 – Covariâncias com Taxa Sem Risco e Inflação

Como referido por Markowitz (1952), há que utilizar procedimentos para estimar o retorno, a variância e covariâncias esperados.

Para Markowitz, “*these procedures, I believe, should combine statistical techniques and the judgment of practical men. My feeling is that the statistical computations should be used to arrive at a tentative set of μ_i [retorno esperado] and σ_{ij} [variâncias e covariâncias]. Judgment should then be used in increasing or decreasing some of these μ_i and σ_{ij} on the basis of factors or nuances not taken into account by the formal computations*”.

Foi o que se procurou fazer, tendo perfeita consciência de que outros poderiam, justificadamente, proceder de outra forma.

4.4. Recursos Informáticos

O modelo de alocação foi objecto de tratamento em Microsoft Excel e Visual Basic.

Procedeu-se, para os diferentes graus de aversão ao risco testados, à resolução do problema de optimização quadrática para 2 casos: sem e com restrições.

No primeiro caso foi usada a solução fechada apresentada no ponto 3.7 – Escolha de Algoritmo FEFSS. No segundo caso, a imposição de restrições (com base no

resultado obtido sem restrições) processou-se pelo uso do *add-in* da aplicação Excel, Solver.

A repetição do processo (de forma a gerar as carteiras e curvas eficientes) recorreu a programação em Visual Basic.

Quanto à análise de sensibilidade aos resultados, usou-se o software @Risk, um *add-in* à aplicação Excel.

4.5. Resultados

4.5.1. Verificação de Objectivos

Como indicado anteriormente (cf. 2.3 – Política de Investimentos) os objectivos fixados para o FEFSS são os seguintes:

- Obtenção de uma rentabilidade nominal média anual superior ao custo médio anual da dívida pública portuguesa, num horizonte de 5 anos (cf. Carta de Missão);
- Preservação real do capital em períodos móveis de 3 anos (cf. Carta de Missão);
- Obtenção do máximo de rentabilidade para níveis de volatilidade similares aos da carteira de dívida pública do Estado Português (cf. Regulamento de Gestão).

No primeiro caso, podemos aproximar o custo da dívida pública portuguesa pela *yield* média do respectivo índice de mercado.

Os retornos de todas as carteiras apresentadas (com um mínimo de 6.0% anualizado) cumprem este requisito:

EFFAS Portugal - Maturidade > 1 Ano	
Ano	Yield Média
1997	5.90%
1998	4.56%
1999	4.57%
2000	5.50%
2001	4.93%
2002	4.72%
2003	3.71%
2004	3.62%
2005	3.16%
2006	3.85%
2007	4.39%
Média	4.45%

Tabela 8 – Yield Média do Índice EFFAS Portugal Maturidades > 1 Ano

É óbvio que o estado português não emite apenas os títulos que compõem este índice de mercado. Existem Bilhetes do Tesouro, Certificados de Aforro e outros instrumentos de menor importância.

De facto, a 31 de Dezembro de 2007, de um stock de dívida total de quase 113 mil milhões de euros, 69% eram constituídos por títulos admitidos ao referido índice, 16% por Certificados de Aforro e o remanescente (aproximadamente 15%) por Bilhetes do Tesouro e outros instrumentos¹⁸³.

De qualquer forma registre-se o seguinte: os instrumentos não incluídos no referido índice têm uma maturidade inferior a 1 ano, devendo, portanto, a respectiva inclusão nos cálculos traduzir-se na diminuição da *yield* média total (a curva de rendimentos teve, predominantemente, uma inclinação positiva).

Desta forma, mesmo não havendo informação agregada sobre o custo médio (total) da dívida emitida pelo governo português, parece-nos francamente razoável a consideração dos valores acima indicados, como um “tecto” máximo.

Um outro ponto a verificar é o da volatilidade da Dívida Pública Portuguesa.

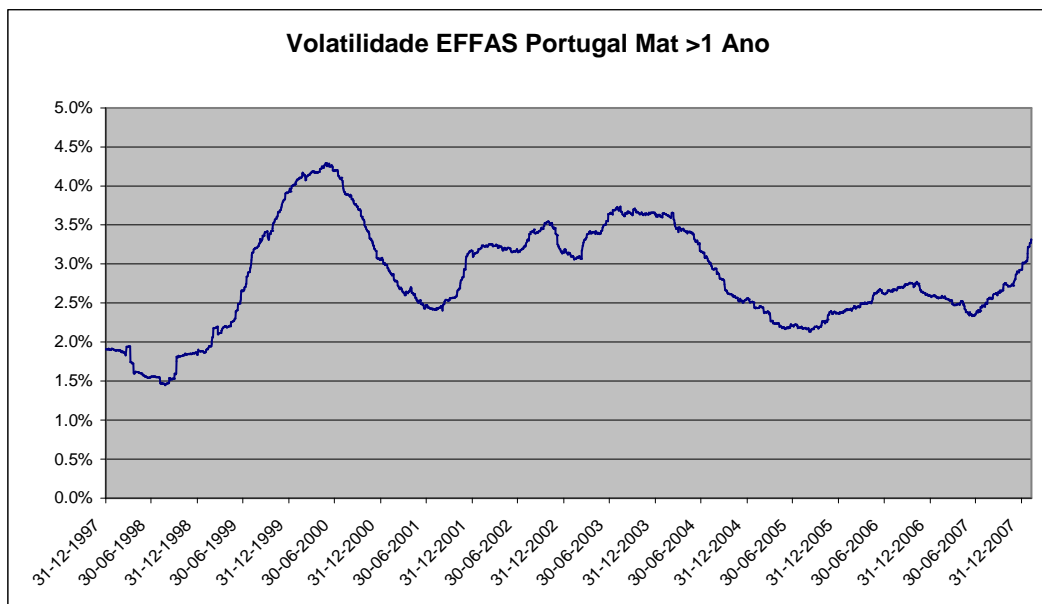


Gráfico 5 – Evolução da volatilidade do índice EFFAS Portugal Maturidade > 1 Ano

Como se pode constatar a volatilidade do referido índice oscilou, quando aferida com base em observações diárias entre 1997 e 2007 (dados do Gráfico 5 – Evolução da volatilidade do índice EFFAS Portugal Maturidade > 1 Ano), entre um mínimo de 1.5% e um máximo de quase 4.5%.

A referência usada pelo IGFCSS, cf. Instituto de Gestão de Fundos de Capitalização da Segurança Social (2008), é de 4%.

¹⁸³ Fonte: IGCP

Este é o ponto em relação ao qual a formulação de objectivos acima apresentada parece ser mais “*soft*” (apesar de emanar do Regulamento de Gestão), com a expressão “níveis de volatilidade similares” a proporcionar alguma incerteza.

Constitui, no entanto, e em conjunto com a necessidade de obtenção de retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos¹⁸⁴, a restrição a impor ao objectivo de “obtenção do máximo de rentabilidade”.

4.5.2. Outputs – Explicação

Os cálculos levados a cabo permitiram a obtenção, para cada caso testado, de um vasto conjunto de indicadores:

- Alocações (otimizadas com base nas restrições impostas em cada situação) a cada classe de activos; estas alocações são segmentadas: parcela de “otimização média-variância”, parcela de cobertura de risco de taxa de juro e parcela de cobertura do risco de inflação;
- Retorno nominal anual estimado para a carteira em cada situação (e respectivo desvio padrão);
- Índice de Sharpe (diferença entre retorno anual nominal estimado e retorno do activo sem risco nominal sobre o desvio padrão estimado para a carteira);
- Retorno real anual estimado (que consiste no retorno nominal anual estimado deflacionado pelo índice de preços portugueses);
- Probabilidade de obtenção de retornos anuais nominais e reais positivos em períodos rolantes de 3 anos;

No que a este último ponto diz respeito, clarifiquemos um pouco mais o procedimento usado¹⁸⁵.

Começando pela probabilidade de retornos anuais nominais positivos (em períodos rolantes de 3 anos), utilizou-se como *input* o retorno nominal anual estimado para a carteira bem como o respectivo desvio padrão, calculando-se a probabilidade de uma distribuição normal com os referidos parâmetros ter retornos positivos.

Considerou-se, de seguida, que esta distribuição anual de retornos era i.i.d., isto é, independente e identicamente distribuída, pelo que a probabilidade de obtenção de retornos anuais nominais positivos em períodos rolantes de 3 anos é a probabilidade de retornos nominais positivos num ano elevada a 3 (anos).

¹⁸⁴ Com, pelo menos, 95% de confiança estatística.

¹⁸⁵ Cf. Guimarães e Cabral (1997).

Quanto à probabilidade de obtenção de retornos anuais reais positivos (em períodos rolantes de 3 anos), a única diferença radica na necessidade de aferir qual o desvio padrão da distribuição de retornos anuais reais estimados.

Admitimos, para o efeito, que a distribuição de retornos nominais anuais estimados não é independente da distribuição estimada para a inflação portuguesa (e que ambas são normais), pelo que a média da combinação linear das duas variáveis referidas é ainda uma distribuição normal com média igual à diferença de médias e variância igual à soma de variâncias subtraída de 2 vezes a respectiva covariância.

Chegou-se, então, à referida probabilidade de obtenção de retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos.

Para cada caso procedeu-se ainda à análise de sensibilidade dos resultados obtidos.

Utilizou-se, para o efeito, o referido software de simulação (@Risk), que permitiu construir uma distribuição de probabilidade¹⁸⁶ para o retorno anual nominal da carteira com base na consideração dos parâmetros de retorno e risco de cada uma das classes de risco bem como das respectivas correlações.

Procedeu-se, igualmente e de forma a analisar o grau de concentração do risco da carteira otimizada, não só à análise da distribuição dos contributos (por classe de activo) para a variância da carteira como também ao cálculo de coeficientes de uma regressão em que a variável dependente é o retorno anual nominal estimado para a carteira e as variáveis dependentes correspondem às diferentes classes de activos consideradas.

4.5.3. Outputs – Resultados¹⁸⁷

Alocações de cobertura.

As alocações destinadas a cobrirem o risco de variação da taxa de juro sem risco e de variação da inflação Portuguesa são, para os dois casos de maior relevo – carteiras [4] e [9], idênticas.

Tal resulta das restrições impostas.

A consideração de um nível de volatilidade suficiente para garantir a obtenção de retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos (com pelo menos 95% de confiança estatística) implica um grau de aversão ao risco elevado em qualquer dos casos em análise.

São os seguintes os valores em causa:

¹⁸⁶ Não paramétrica mas simulada.

¹⁸⁷ Neste ponto e seguintes apresentamos os principais resultados. Para maior detalhe conferir dados em Anexo.

	Hedge Taxa Juro	Hedge Inflação	Hedge Total
Sem Risco		3%	3%
Div. Púb. Portuguesa	-1%	-12%	-13%
Imobiliário	0%	1%	1%
Div. Púb. Euro	1%	7%	8%
Div. Corporate Euro	1%	-11%	-10%
Acções Euro	-1%	-8%	-9%
BT EUA	-1%	-4%	-5%
Div. Púb. EUA	1%	19%	21%
Div. Corporate EUA	-1%	6%	5%
Div. Mortgage EUA	0%	-19%	-19%
Acções EUA	1%	5%	6%
BT RU	2%	6%	8%
Div. Púb. RU	-2%	-7%	-9%
Div. Corporate RU	2%	4%	6%
Acções RU	0%	0%	0%
BT Japão	-5%	-41%	-46%
Div. Púb. Japão	4%	38%	43%
Div. Corporate Japão	-1%	-8%	-8%
Acções Japão	0%	0%	0%
Total	1%	-21%	-20%
Sem Risco		3%	3%
Div. Púb. Portuguesa	-1%	-12%	-13%
Dívida	6%	30%	35%
Acções	0%	-3%	-2%
Imobiliário	0%	1%	1%
BT's	-4%	-39%	-43%
Total	1%	-21%	-20%
Zona Euro	-1%	-20%	-21%
EUA	0%	7%	8%
RU	2%	3%	4%
Japão	-1%	-11%	-11%
Total	1%	-21%	-20%

Tabela 9 – Alocações de Cobertura de Variabilidade de Taxa de Juro e Inflação

A componente destinada a cobrir a variabilidade da taxa de juro sem risco é extremamente reduzida, ascendendo a um total (positivo) de nem 1%¹⁸⁸.

Deste total, existe uma alocação positiva a dívida (6%, com particular destaque para a dívida Japonesa com cerca de 4%) e negativa a Bilhetes do Tesouro em moedas que não o Euro (-4%, também com particular destaque para uma posição curta em Ienes, de -5%).

Quando procedemos à análise por blocos geográficos os valores são efectivamente muito próximos de nulos. Como se constata, pelo detalhe por instrumento, a

¹⁸⁸ O quadro apresentado apresenta valores arredondados ao ponto percentual. O valor exacto é, no caso, 0.61%.

dispersão de alocações, positivas e negativas, é significativa e de molde a anularem-se mutuamente.

Já as alocações destinadas a cobrir a variabilidade da inflação são bem mais significativas, ascendendo a um total de -21% (posição curta).

Desse total, a Zona Euro representa -20% e o Japão -11%, posições curtas atenuadas pelas posições (desta feita longas) em activos dos EUA (8%) e Reino Unido (4%).

Os dois principais tipos de activos objecto de posições (curtas) de cobertura são os Bilhetes do Tesouro (não Euro) com um total de -43%, e a dívida pública portuguesa com um total de -13%. A posição (longa) na restante dívida (35%) anula parte desta alocação¹⁸⁹.

De entre os diferentes instrumentos analisados, as posições mais significativas são as que dizem respeito a:

- Bilhetes do Tesouro do Japão (-46%);
- Dívida Pública Japonesa (+43%);
- Dívida Hipotecária (*Mortgage*) dos EUA (-19%);
- Dívida Pública dos EUA (+21%);
- Dívida Pública Portuguesa (-13%);
- Dívida Privada (*Corporate*) Europeia (-10%);

Daqui resulta uma alocação de cobertura total de -20%, em que domina a cobertura associada ao risco de evolução desfavorável da inflação Portuguesa.

Ou seja a alocação que melhor permite cobrir o risco de evolução desfavorável do poder de compra da carteira de investimentos traduz-se numa posição, globalmente, curta no conjunto de activos nominais analisados (embora com diferenças entre eles).

Resultados Base.

Os resultados associados às carteiras [1] a [4], são os seguintes:

¹⁸⁹ O que faz, intuitivamente, sentido: face à subida (relativa) de inflação Portuguesa, a dívida (nominal) nacional deverá ter uma performance pior que a dos restantes países, daí a “aposta” na posição curta em dívida nacional (nominal) combinada com a posição longa em dívida estrangeira. É uma consequência da performance relativa das classes de activos (face à evolução desfavorável da inflação portuguesa).

	Carteira Mercado	Benchmark FEFSS	FEFSS 31.12.2007	Todas Restrições
Sem risco	0.0%	17.9%	12.5%	24.9%
Div. Púb. Portuguesa	0.0%	50.0%	50.4%	50.0%
Imobiliário	0.0%	10.0%	3.2%	10.0%
Div. Púb. Euro	9.6%	4.3%	12.4%	0.0%
Div. Corporate Euro	4.1%	1.8%	2.6%	0.0%
Acções Euro	20.3%	7.4%	9.2%	0.1%
BT EUA	0.0%	-12.7%	-9.3%	-33.3%
Div. Púb. EUA	4.8%	2.1%	5.1%	0.0%
Div. Corporate EUA	4.7%	2.1%	0.0%	0.0%
Div. Mortgage EUA	7.8%	3.5%	0.0%	33.3%
Acções EUA	25.7%	9.4%	10.1%	0.0%
BT RU	0.0%	-1.2%	-0.7%	15.0%
Div. Púb. RU	1.4%	0.6%	0.0%	0.0%
Div. Corporate RU	1.2%	0.6%	0.0%	0.0%
Acções RU	6.1%	2.2%	2.4%	0.0%
BT Japão	0.0%	-4.0%	0.0%	-6.6%
Div. Púb. Japão	8.1%	3.6%	0.0%	0.0%
Div. Corporate Japão	0.8%	0.4%	0.0%	0.0%
Acções Japão	5.6%	2.0%	2.2%	6.6%
Retorno Carteira	6.8%	6.9%	6.3%	6.7%
Sharpe	0.3	1.0	0.8	1.7
Desv Pad Carteira	12.7%	4.1%	4.2%	2.2%
Retorno (Real Anual)	3.8%	4.0%	3.4%	3.8%
Prob. Ret. Reais Positivos em 3 anos	23.1%	51.7%	43.2%	81.3%
Prob. Ret. Nominais Positivos em 3 anos	34.6%	86.8%	80.7%	99.7%

Tabela 10 – Resultados de Base

Em nenhum dos casos a probabilidade de obter retornos anuais reais positivos é igual ou superior a 95%.

A Carteira [1] (“de Mercado”), apresenta uma forte alocação a acções (57.6%) que se traduz num desvio padrão elevado (12.7%), de longe o mais elevado de todas as carteiras testadas.

Não apresentando uma rentabilidade anualizada, nominal (6.8%) ou real (3.8%), significativamente superior à das restantes carteiras (antes pelo contrário), tem o índice Sharpe mais baixo de todos (0.3). Dito de outra forma, é a carteira mais ineficiente no aproveitamento do respectivo orçamento de risco¹⁹⁰.

Tal é evidenciado pela fortíssima concentração de variância em acções: 88.2% da variância da carteira em causa é atribuível à classe acções (40.3% a acções dos EUA, 30.5% a acções da Zona Euro, 9.1% a acções Japonesas e 8.3% a acções Britânicas). Assim, todas as restantes classes de activos apenas consomem o remanescente, 11.8%, da variância da carteira.

¹⁹⁰ Tendo em conta, como é óbvio, os pressupostos usados quanto aos *inputs* (retorno e risco esperado, matriz de variâncias e covariâncias).

Como resultado, a probabilidade de obter retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos é a mais baixa de todas, apenas 23.1%.

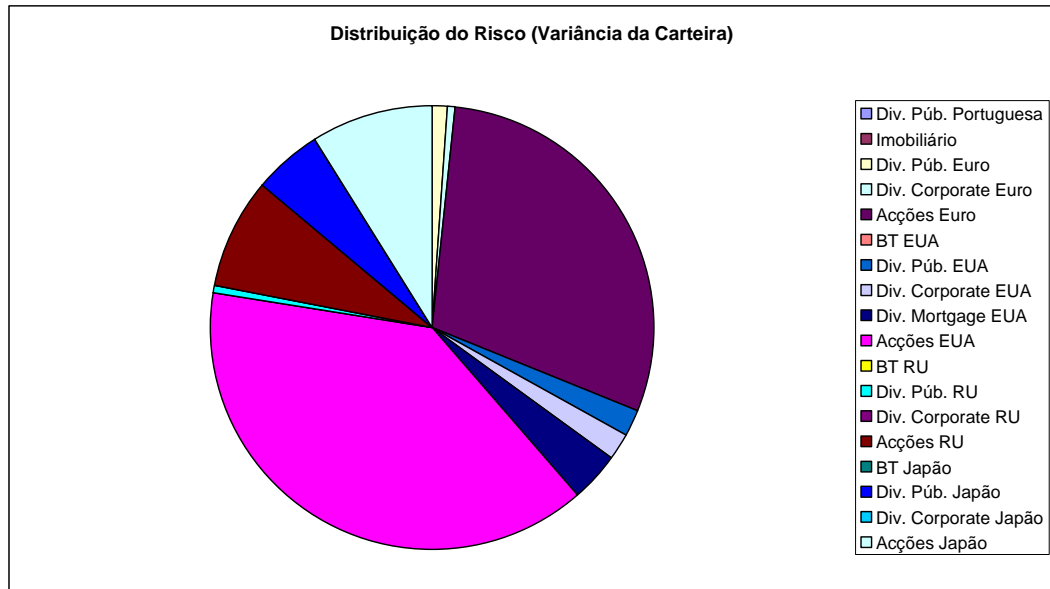


Gráfico 6 – Distribuição Variância Carteira [1]

O Benchmark escolhido para o FEFSS – Carteira [2] parece comportar-se melhor.

As alocações estão um pouco melhor distribuídas (com as acções com 21%, a Dívida Pública Internacional com 10.7% e a restante Dívida Internacional com 8.3%, por exemplo), embora subsista um desequilíbrio, neste caso associado ao peso da Dívida Pública Portuguesa, com uma alocação de 50%.

Tal resulta numa rentabilidade anualizada marginalmente mais elevada: 6.9%, em termos nominais, e 4.0%, em termos reais.

O principal efeito nota-se no desvio padrão que desce significativamente para 4.1%. Tal resulta numa carteira bem mais eficiente (Sharpe de 1.0).

De facto as alocações estão um pouco melhor distribuídas mas, sobretudo, mais enviesadas para a dívida (total de 69% da carteira)¹⁹¹ de que resulta um desvio padrão mais reduzido.

A perda de rentabilidade associada à descida de alocação a acções é compensada pelas coberturas cambiais implementadas (-12.7% na exposição a Dólares, -1.2% na exposição a Libras e -4.0% na exposição a Ienes¹⁹²).

O efeito de tal estratégia é o de permitir obter o retorno associado ao *spread* entre a dívida (pública e privada) e os bilhetes do tesouro (dada a inclinação positiva

¹⁹¹ E imobiliário, com 10% de alocação.

¹⁹² Tendo como contrapartida a posição longa no Activo Sem Risco Nominal em Euros (17.9% = 12.7%+1.2%+4.0%).

das várias curvas de rendimento), com um nível de risco (dada a correlação positiva) extremamente reduzido.

Por exemplo, no caso dos EUA a alocação a dívida ascende a 7.7%, com retornos que oscilam entre um mínimo de 5.31% (Dívida Pública) e um máximo de 5.74% (Dívida Privada). Já a alocação a Bilhetes do Tesouro é de -12.7%. O retorno esperado neste caso seria de 3.32%.

Dadas volatilidades similares (cerca de 10%-11%), e como a correlação da dívida com os bilhetes do tesouro é elevada (entre 0.92 e 0.97), a posição simétrica permite capturar o retorno com risco baixo. Se apenas considerarmos -7.7% da cobertura indicada (de forma a anular exactamente a exposição a dívida), o retorno de uma tal “carteira” é o seguinte:

$$(2.1\%/7.7\%) \times 5.31\% + (2.1\%/7.7\%) \times 5.74\% + (3.5\%/7.7\%) \times 5.55\% - (7.7\%/7.7\%) \times 3.36\% = 5.53\% - 3.36\% = \underline{2.17\%}$$

O “consumo” de risco de uma tal estratégia é muito baixo. Efectivamente, apesar de volatilidades isoladas de cerca de 10% a 11%, a volatilidade da carteira composta por 27.3% em Dívida Pública EUA, 27.3% em Dívida Privada EUA, 45.5% em Dívida Hipotecária EUA e -100% em Bilhetes do Tesouro EUA, é de apenas 3.50%.

Em última análise o resultado de tal estratégia é o de uma posição longa no activo Sem Risco Nominal em Euros (no exemplo de 7.7%) que rende 2.98% (anual nominal; sem risco) + 2.17% (anual nominal; com risco 3.50%). O retorno “total” é portanto de 5.15% com um nível de risco, inferior a 3.50%, que apenas decorre da variabilidade do referido spread entre os bilhetes do tesouro e a restante dívida dos EUA.

De facto, apesar de 75.1% da variância total da Carteira *Benchmark* FEFSS continuar a ser consumida pela classe acções, 19.0% são alocados a dívida e 16.4% a imobiliário. Estas parcelas perfazem mais que 100%, precisamente porque as coberturas implementadas permitem a redução da variância total em 10.5%¹⁹³.

¹⁹³ Os gráficos *pie* apresentados não traduzem, como é óbvio, este contributo negativo. Pretende-se, apenas, com os referidos gráficos permitir uma fácil visualização da maior ou menor dispersão dos contributos para o risco total da carteira, independentemente do sinal. No caso de existirem contributos negativos, o gráfico recalcula as percentagens para a soma do valor absoluto de todos os contributos.

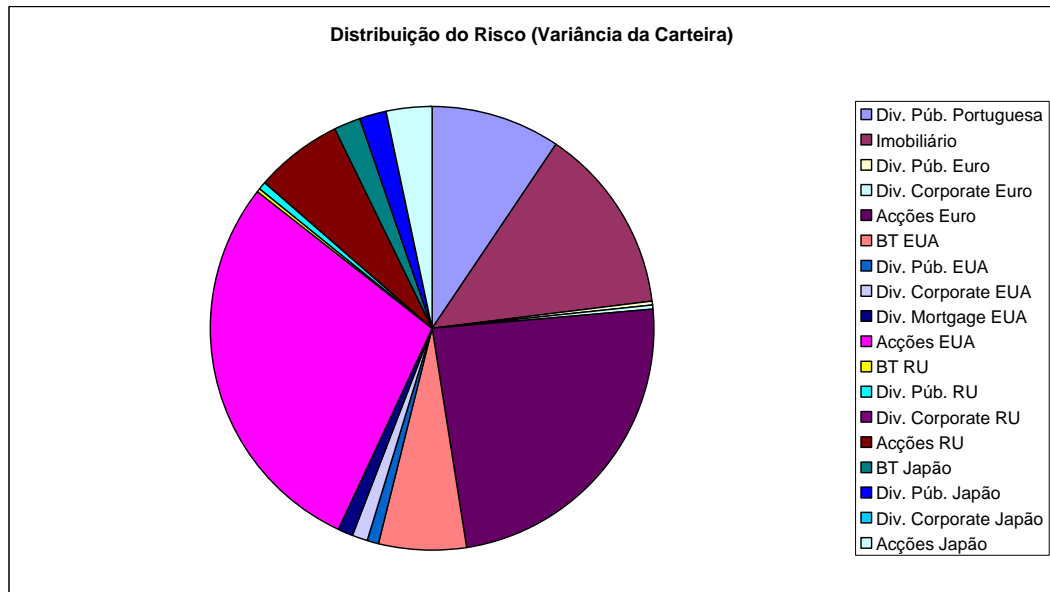


Gráfico 7 – Distribuição Variância Carteira [2]

Assim sendo, a probabilidade de obter retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos passa para 51.7% (mais do dobro do caso anterior), ainda assim aquém do objectivo de 95%.

A Carteira [3] (FEFSS 31.12.2007) apresenta alocações distintas das da carteira anterior, no que constitui um desvio tático à alocação estratégica implícita no *Benchmark*.

A longo prazo, este desvio parece apresentar um comportamento pior que o do *Benchmark*:

- Retorno anualizado, nominal (6.3%) e real (3.4%), inferior;
- Desvio padrão marginalmente mais elevado (4.2%);
- Logo, índice Sharpe mais baixo (0.8);
- Com uma probabilidade, de obtenção de retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos, de apenas 43.2%.

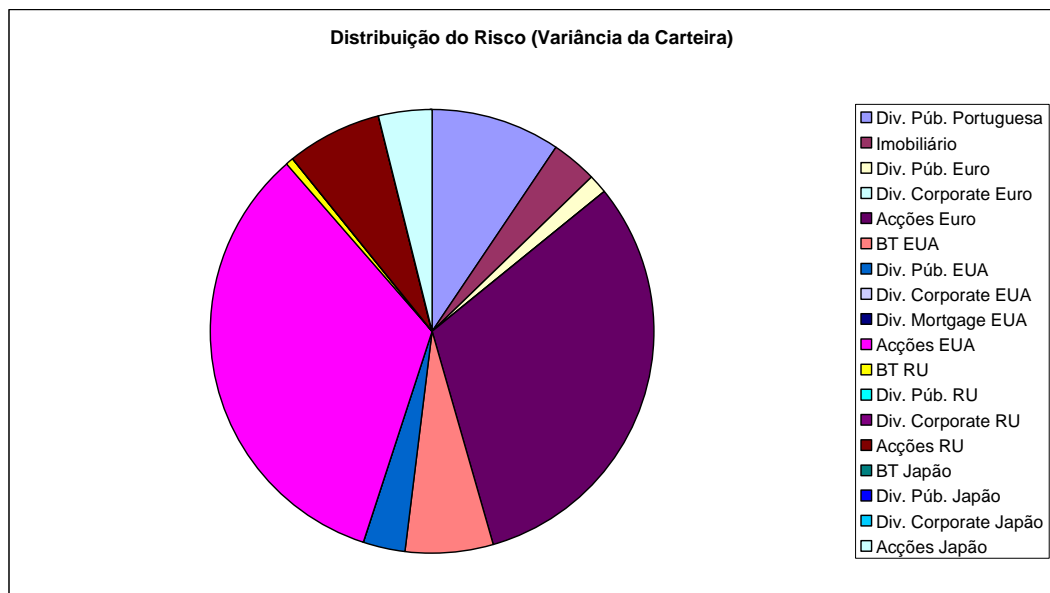


Gráfico 8 – Distribuição Variância Carteira [3]

Como referido, constitui um desvio tático que visa o aproveitamento de circunstâncias particulares de curto prazo e que, como tal, não parece permitir uma optimização da posição a longo prazo (mas que pode constituir uma melhor opção tática).

Com base na Carteira [4] (com Todas as Restrições), procurou-se, à luz dos *inputs* aqui usados verificar se, ainda que cumprindo todas as restrições associadas ao FEFSS, seria possível optimizar as alocações de longo prazo.

Verifica-se a possibilidade de gerar uma carteira que permite a obtenção de retornos anuais de 6.7% (nominal) e 3.8% (real), com base num desvio padrão de apenas 2.2%.

Como tal, o índice de Sharpe sobe para 1.7 (esta constitui, pois uma carteira mais eficiente) com a probabilidade de obtenção de retornos anuais reais não negativos a atingir os 81.3%.

Subsiste a elevada alocação a Dívida Pública Portuguesa (50%), com uma posição (totalmente coberta) de 33.3% em Dívida Hipotecária dos EUA, uma posição longa em Libras (15.0%) e em activos em Ienes (6.6% Acções Japonesas) que também é totalmente coberta.

Há, adicionalmente, uma alocação marginal de 0.1% a Acções Euro, de 10% a imobiliário e de 24.9% ao Activo Sem Risco Nominal em Euros (posição longa correspondente às coberturas implementadas).

O facto é que esta alocação de carteira concentra significativamente o risco: 48.6% da variância total é consumida pela alocação a Dívida Pública Portuguesa, 29.3% pela do Imobiliário e 16.7% pela Alocação a Dívida *Mortgage* dos EUA. De facto, 65.3% da variância diz respeito à alocação a dívida, tendo as posições de cobertura um efeito nulo (0.3% da variância total).

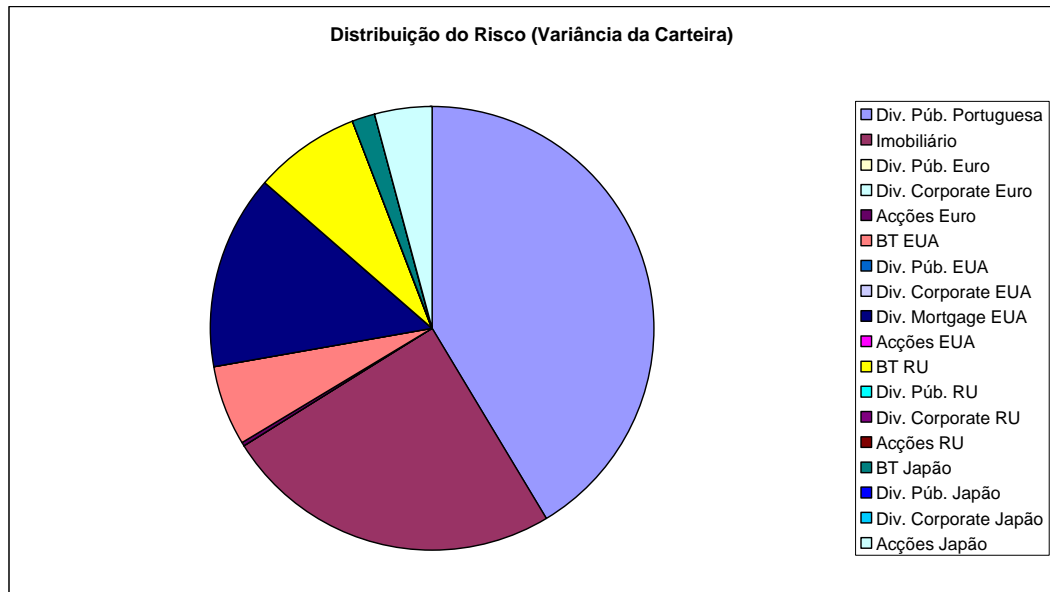


Gráfico 9 – Distribuição Variância Carteira [4]

A representação num diagrama risco / retorno da carteira assim gerada é a seguinte:

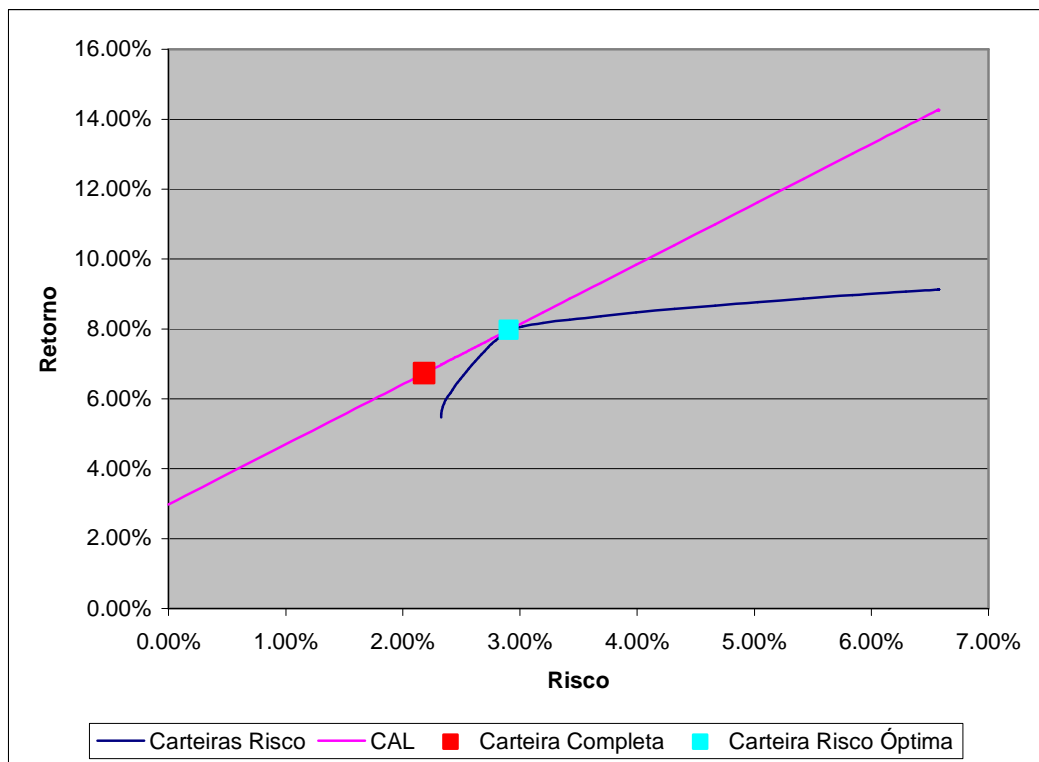


Gráfico 10 – Diagrama Risco / Retorno Carteira [4]

Como se constata esta carteira permite gerar uma probabilidade de obtenção de retornos anuais reais não negativos maior (81.3%) mas ainda assim aquém dos 95%.

Ao proceder-se à análise de sensibilidade destes resultados é notória a dependência, do retorno anual da carteira, em relação a um pequeno conjunto de

activos: Dívida Mortgage EUA (e respectiva cobertura cambial), Dívida Pública Portuguesa, Acções Japonesas (e respectiva cobertura cambial), Bilhetes do Tesouro Britânicos e Imobiliário.

O gráfico que de seguida se reproduz apresenta a distribuição de frequências de retornos anuais nominais para a carteira com base numa simulação em que se usam como *inputs*: as alocações óptimas, os retornos estimados, o risco estimado e a matriz de correlações também estimada. São geradas 5,000 iterações.

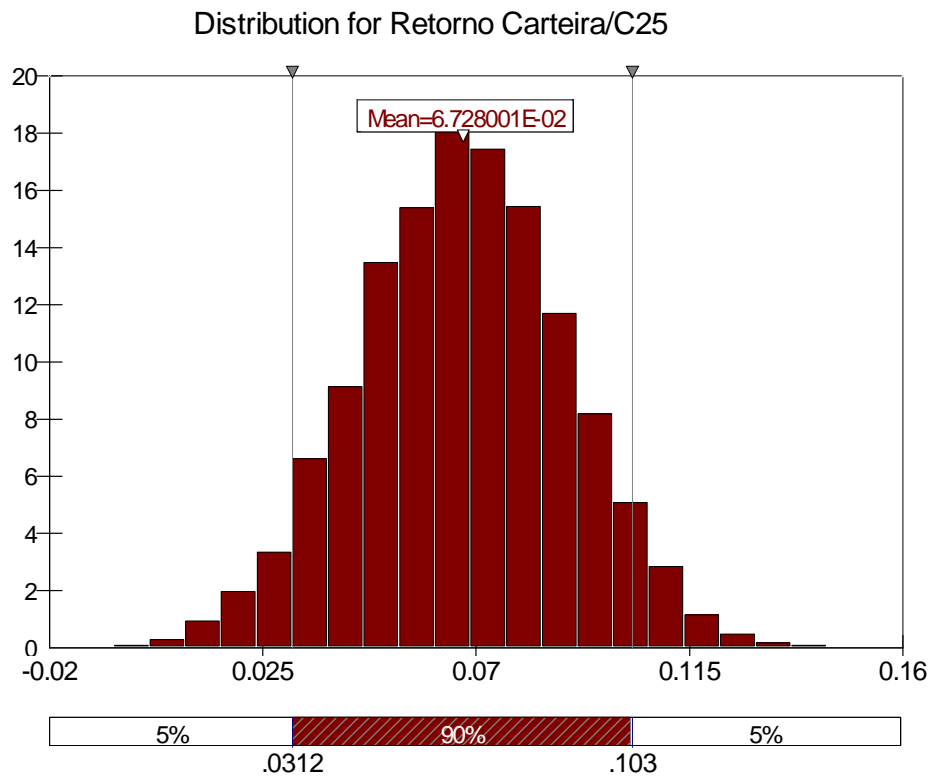


Gráfico 11 – Distribuição Retorno Anual Nominal Carteira [4]

A distribuição é, efectivamente, aproximadamente normal (com coeficiente de assimetria¹⁹⁴ de -0.03 e kurtose¹⁹⁵ de 2.94) revelando que, apesar de existir um valor médio de 6.7%, o 5º percentil é de 3.1%, significativamente inferior¹⁹⁶.

De facto, ao regredirmos a variável retorno anual nominal da carteira (em função da distribuição de retornos de cada classe de activos considerados), os resultados são os seguintes:

¹⁹⁴ Skewness. Momento de terceira ordem da distribuição.

¹⁹⁵ Momento de quarta ordem da distribuição.

¹⁹⁶ Em consequência do desvio padrão, 2.2%.

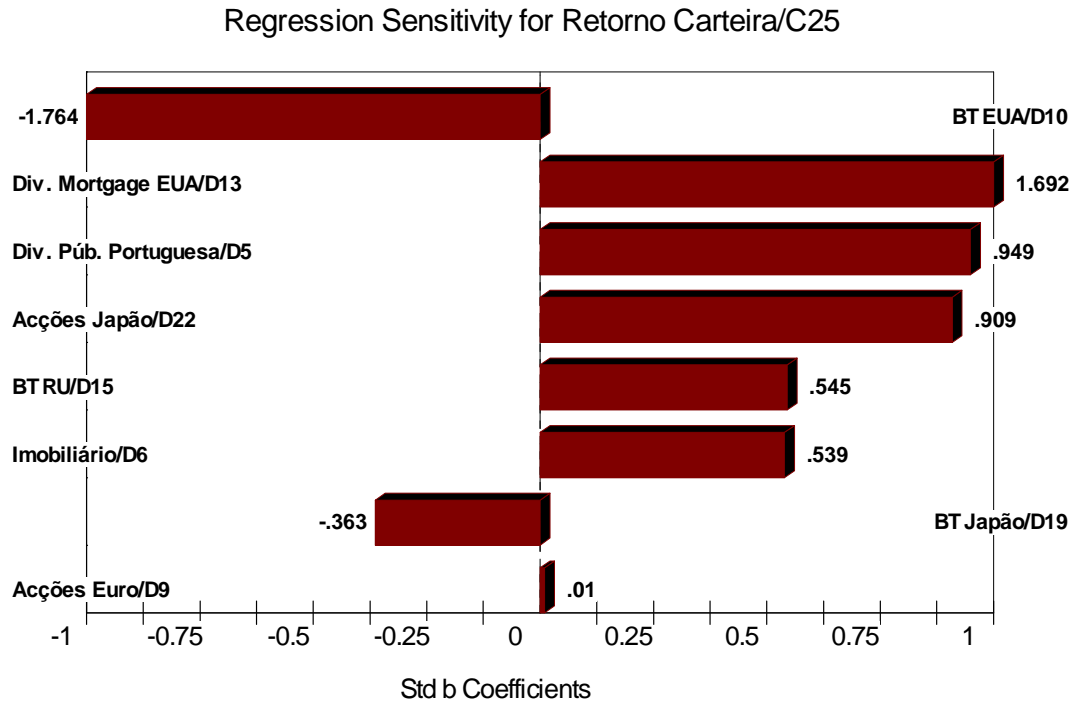


Gráfico 12 – Sensibilidade do Retorno Anual Nominal da Carteira [4]

Extremamente dependentes da performance de um reduzido número de variáveis.

Há, portanto, que testar o efeito da flexibilização de algumas restrições.

Resultados com flexibilização de restrições.

As carteiras [5] a [9] apresentam resultados que procuram traduzir o efeito da flexibilização, sucessiva e cumulativa, das mais importantes restrições.

4. Aplicação Empírica – Caso do FEFSS

	Retirar Min DPP	Alargar Max Acções	Alargar Exp Não Coberta	Permitir Short Positions	Permitir Short Positions (2)
Sem risco	68.2%	68.8%	67.6%	0.0%	0.0%
Div. Púb. Portuguesa	10.9%	10.0%	10.8%	100.0%	100.0%
Imobiliário	9.8%	10.0%	10.0%	10.0%	10.0%
Div. Púb. Euro	0.0%	0.0%	0.0%	-6.5%	4.0%
Div. Corporate Euro	0.0%	0.0%	0.0%	-100.0%	-92.8%
Acções Euro	0.0%	0.0%	0.0%	39.4%	11.3%
BT EUA	-41.8%	-42.0%	-40.2%	-64.2%	-51.5%
Div. Púb. EUA	2.2%	2.6%	12.1%	-13.7%	-26.6%
Div. Corporate EUA	0.0%	0.0%	0.0%	-46.6%	-44.6%
Div. Mortgage EUA	39.6%	39.4%	28.1%	94.6%	100.0%
Acções EUA	0.0%	0.0%	0.0%	29.8%	22.7%
BT RU	11.1%	11.3%	11.5%	100.0%	100.0%
Div. Púb. RU	0.0%	0.0%	0.0%	-68.0%	-69.5%
Div. Corporate RU	0.0%	0.0%	0.0%	100.0%	80.7%
Acções RU	0.0%	0.0%	0.0%	-75.0%	-43.6%
BT Japão	-12.0%	-11.7%	-13.8%	-35.8%	-48.5%
Div. Púb. Japão	7.8%	7.4%	9.6%	36.4%	41.3%
Div. Corporate Japão	0.4%	0.6%	0.2%	-8.1%	-3.3%
Acções Japão	3.8%	3.7%	4.0%	7.4%	10.5%
Retorno Carteira	6.0%	6.0%	6.0%	13.1%	11.2%
Sharpe	2.1	2.1	2.1	2.4	3.8
Desv Pad Carteira	1.5%	1.5%	1.5%	4.3%	2.2%
Retorno (Real Anual)	3.1%	3.1%	3.1%	10.0%	8.2%
Prob. Ret. Reais					
Positivos em 3 anos	86.7%	86.7%	86.2%	94.8%	99.8%
Prob. Ret. Nominais					
Positivos em 3 anos	100.0%	100.0%	100.0%	99.7%	100.0%

Tabela 11 – Resultados com flexibilização de restrições

A Carteira [5] (“Retirar Min DPP”), ao não impor um mínimo de alocação a Dívida Pública Portuguesa tão significativo (o limite mínimo passa de 50% para 0%; ou seja apenas não se permitem posições curtas) leva a uma redistribuição das alocações que, no essencial, provoca uma troca de Dívida garantida pelo Estado Português pelo activo Sem Risco.

A alocação ao activo Sem Risco é agora de 68.2% enquanto que a alocação a Dívida Pública Portuguesa desce para 10.9%. As alocações às restantes classes de activos apresentam um perfil similar (embora de magnitude um pouco diferente) ao assumido na situação da carteira [4], permitindo uma melhor distribuição do risco.

O retorno anual esperado baixa: para 6.0% (nominal) e 3.1% (real). Mas o desvio padrão assume valores ainda mais baixos do que anteriormente: apenas 1.5%. Disto resulta uma subida do índice de Sharpe para 2.1.

A distribuição da variância da carteira é agora mais equilibrada: 62.9% em dívida, 5.0% em acções e -22.6% em coberturas cambiais. No entanto o imobiliário, que representa apenas uma posição de carteira de 10.0%, consome 54.7% (!) do “orçamento” de risco.

De facto, a concentração das alocações em activos de menor risco (60.9% em Dívida, sem contar com activo Sem Risco), leva a tal efeito.

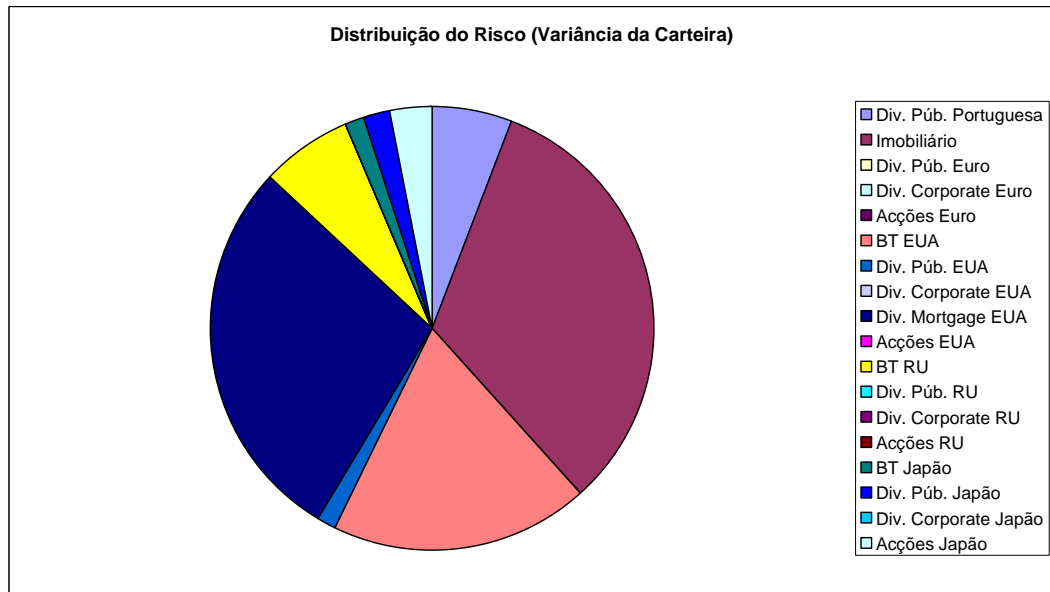


Gráfico 13 – Distribuição Variância Carteira [5]

Neste caso, a probabilidade de geração de retornos anuais reais não negativos é de 86.7%, melhorando um pouco em relação ao caso anterior.

Os dois casos que de seguida se testam, ao permitir, adicionalmente, um máximo de exposição a acções de 50% (em vez dos 25% originais) e um máximo de exposição a activos em moedas que não o Euro de 100% (em vez dos 15% originais) não resultam em alterações significativas (como se pode constatar pela rápida inspecção dos números da Tabela 11 – Resultados com flexibilização de restrições, ou dos gráficos apresentados em Anexo, relativos à distribuição da variância da carteira em cada um desses casos).

No caso da Carteira [8] (designada “Permitir *Short Positions*”), os resultados obtidos são já significativamente distintos.

A possibilidade de assumir posições longas ou curtas em todas as classes (com as referidas excepções do Activo Sem Risco, de 0% a 100%, e do Imobiliário, de 0% a 10%) permite “trabalhar” a matriz de correlações e aproveitar *spreads* de retorno (do género que descrevemos atrás a propósito da cobertura cambial) com reduzidos níveis de volatilidade.

De facto, e como se pode constatar da Tabela 11 – Resultados com flexibilização de restrições, as posições assumidas são muito extremadas.

Adicionalmente a alocação ao activo Sem Risco é nula, enquanto que a alocação ao Imobiliário encosta ao limite superior admitido (10%). O facto é que, em ambos os casos, estas restrições estão a impossibilitar a obtenção de carteiras ainda mais eficientes.

Ou seja, a utilidade marginal da alocação a estas duas classes (para terreno negativo no primeiro caso e para valores superiores a 10% no caso do Imobiliário) seria superior à utilidade marginal de alocações a outras classes. De facto, no que diz respeito ao activo Sem Risco, caso existisse essa possibilidade seria ainda

mais eficiente pedir “emprestado” (posição curta) à taxa de juro Sem Risco e investir na Carteira de Risco Ótima.

Os resultados obtidos são elucidativos: retornos anuais elevados, de 13.1% em termos nominais e 10.0% em termos reais, e um nível de risco, ainda assim, relativamente contido, de 4.3%.

Daqui resulta um índice de Sharpe de 2.4, evidência de que esta é a mais eficiente das carteiras testadas até ao momento.

A probabilidade de obtenção de retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos é de 95%¹⁹⁷.

Acima de tudo, esta é uma carteira que evidencia uma muito mais eficiente distribuição dos contributos para a variância total.

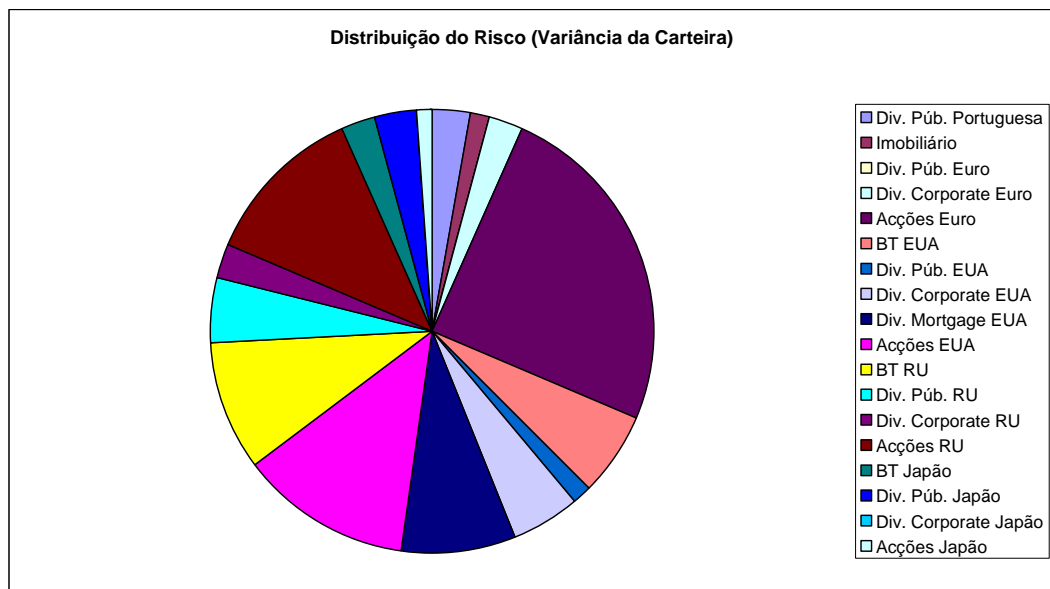


Gráfico 14 – Distribuição Variância Carteira [8]

A Dívida contribui com 63.4% da variância, as acções com 100.1%, o Imobiliário com 5.7% e as coberturas cambiais (posições em Bilhetes do Tesouro) com -69.3%.

Estes resultados são pois uma evidência da eficiência que se pode alcançar pela possibilidade de aprofundar a diversificação da carteira. Ou se quisermos, dos custos associados à limitação de utilização de instrumentos tão significativos como a possibilidade de assumpção de posições curtas.

¹⁹⁷ A escolha é deliberada. Existem, no contexto das restrições impostas, carteiras ainda mais “agressivas”. No entanto a opção foi a de apresentar a estrutura de carteira que permitisse, pelo menos, 95% de confiança na obtenção de retornos anuais reais positivos (em períodos rolantes de 3 anos).

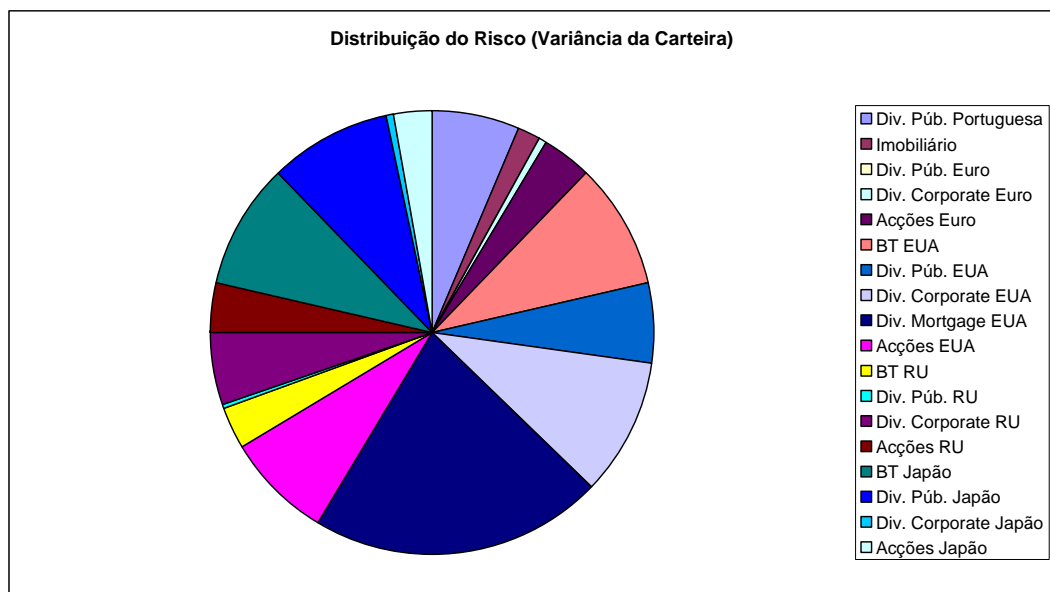
O benefício é evidente pela melhoria que assim é possível obter no retorno anual esperado. Mas, mais importante ainda, pela possibilidade de o fazer sem acrescentar risco.

De facto, o teste levado a cabo com a Carteira [9] (designada “Permitir *Short Positions* 2”), visava permitir o mesmo tipo de operações que no caso anterior mas com uma restrição adicional: a de não acrescentar risco à posição gerada na Carteira [4], que tinha um desvio padrão de 2.2%.

Como facilmente se verifica a carteira em causa permite a obtenção, para idêntico nível de volatilidade (os referidos 2.2%), de um retorno anual nominal de 11.2% e real de 8.2%, de que resulta um índice de Sharpe de 3.8 (!!).

Esta é, de longe, a carteira mais eficiente. A probabilidade de obtenção de retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos é de virtualmente 100% (!!).

Este resultado é, mais uma vez, fruto de uma mais eficiente distribuição do risco da carteira.



De facto, e em relação ao caso imediatamente anterior, a principal nota é a de transferência de risco da classe acções para a classe de dívida: as acções representam agora 67.2% da variância total, a dívida 158.4%, com 9.8% em Imobiliário e -135.3% em coberturas.

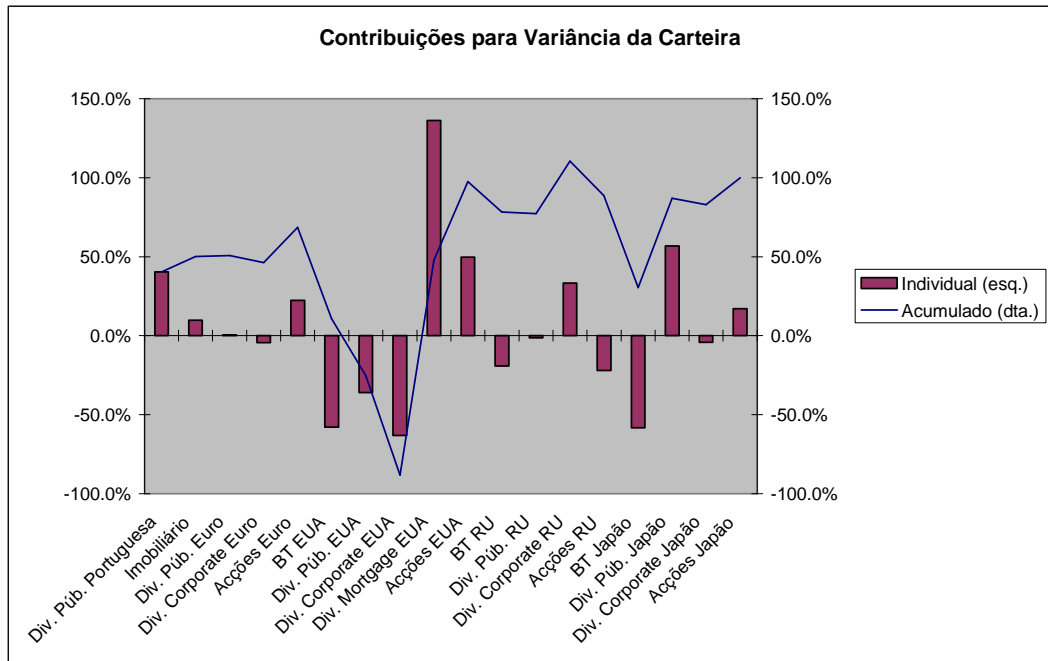


Gráfico 16 – Contribuições (Individuais e Acumuladas) para a Variância da Carteira [9]

O aproveitamento dos referidos *spreads* entre classes de activos é aqui mais eficiente já que as correlações entre dívida e bilhetes do tesouro são bem mais elevadas (e estáveis) que no caso das restantes classes de activos.

A representação num diagrama risco / retorno da carteira assim gerada é a seguinte:

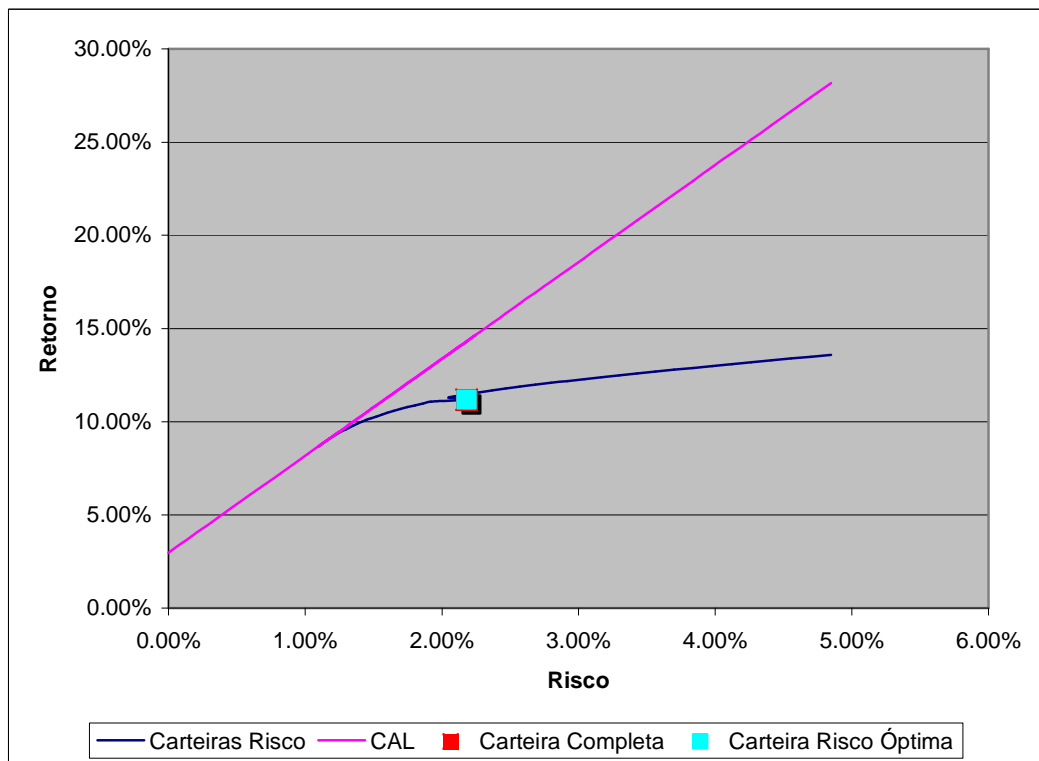


Gráfico 17 – Diagrama Risco / Retorno Carteira [9]

Neste caso, a análise de sensibilidade levada a cabo reforça a ideia de um maior equilíbrio na distribuição do risco.

Quanto à distribuição de frequências:

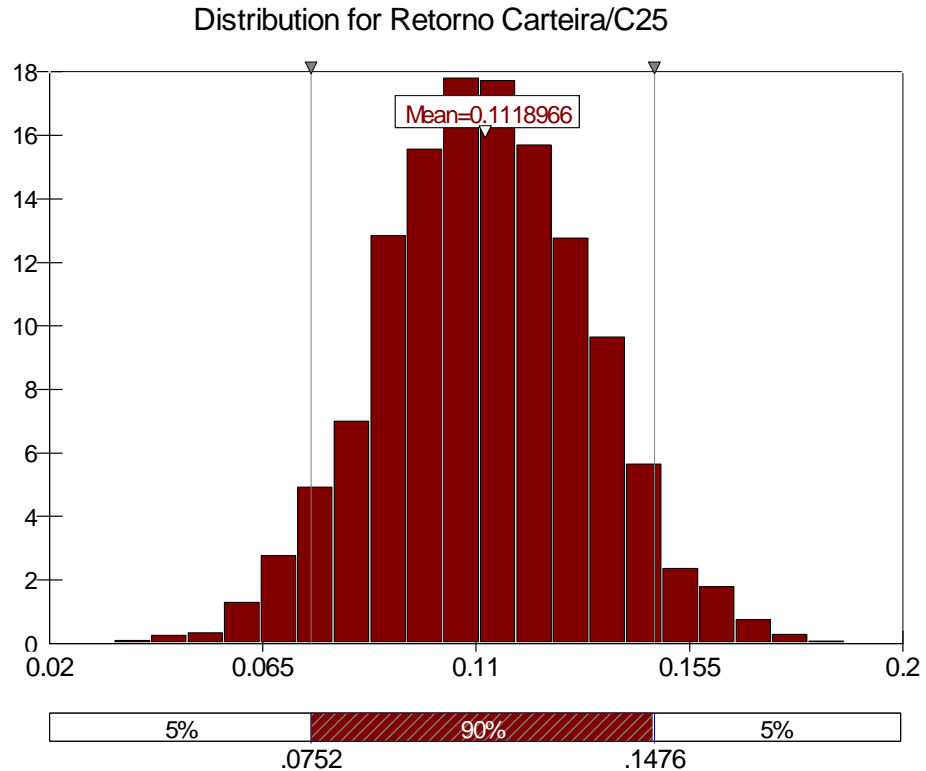


Gráfico 18 – Distribuição Retorno Anual Nominal Carteira [9]

Neste caso, em que a distribuição é, também, aproximadamente normal (com coeficiente de assimetria de 0.02 e kurtose de 3.05), para um valor médio de 11.2%, o 5º percentil é de 7.5% (!), superior ao retorno anual médio esperado, por exemplo, no caso da Carteira [4].

Quanto à análise de regressão levada a cabo:

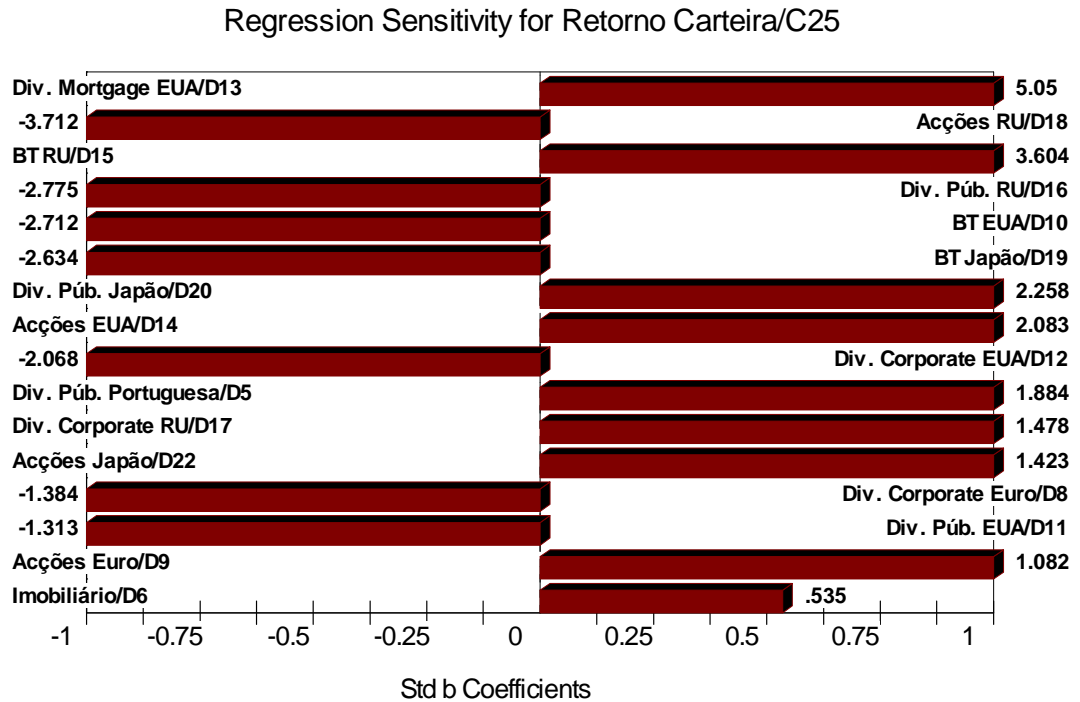


Gráfico 19 – Sensibilidade do Retorno Anual Nominal da Carteira [9]

Nota-se um significativo equilíbrio entre as diferentes variáveis, o que produz uma muito menor dependência de qualquer delas isoladamente.

4.6. Comparações

Comparemos então os resultados mais importantes das três principais carteiras testadas: a que reflecte o *Benchmark* do FEFSS – Carteira [2], a que traduz o resultado da imposição de todas as restrições do FEFSS – Carteira [4] e a que permite a uma significativa maior flexibilidade (permitindo, genericamente, posições entre -100% e +100%), embora com a volatilidade limitada à do caso anterior – Carteira [9].

	Carteira (4) vs. Benchmark FEFSS	Carteira (9) vs. Carteira (4)	Carteira (9) vs. Benchmark FEFSS
Ganho Retorno Anual (Nominal)	-0.2%	4.5%	4.2%
Ganho Índice Sharpe	0.8	2.0	2.8
Descida Desvio Padrão	-1.9%	0.0%	-1.9%
Ganho Retorno Anual (Real)	-0.2%	4.3%	4.1%
Ganho Prob. Ret. Reais Positivos em 3 anos	29.6%	18.5%	48.1%
Ganho Acumulado (até 2050) - preços de 2007 (M €)	-1,413.02	28,587.71	27,174.69
Ganho Acumulado (até 2050) - preços de 2007 (% FEFSS 2007)	-18.69%	378.13%	359.44%
Ganho Acumulado (até 2050) - preços de 2007 (% PIB 2007)	-0.88%	17.76%	16.89%
Ganho Acumulado (até 2050) - preços de 2007 (% Pensões 2007)	-16.11%	325.88%	309.77%

Tabela 12 – Comparação Carteiras [2], [4] e [9]

Como se verifica o principal “salto” dá-se ao considerar a Carteira [9].

De facto, considerando as restrições actualmente em vigor, Carteira [4], os ganhos possíveis pela optimização da carteira são relativamente reduzidos e situados sobretudo na possibilidade de redução do risco, com aumento da probabilidade de obtenção de retornos anuais reais não negativos (em 29.6 p.p.).

A diferença, se acumulada até 2050, a preços de 2007, entre a Carteira [2], o actual *Benchmark* do FEFSS, e a Carteira [9], equivale a cerca de 27,200 milhões de Euros (!) ou 3.6 vezes o valor, em 2007, do FEFSS.

É um valor correspondente a quase 17% do actual PIB Português ou 3.1 vezes a despesa anual com prestações do regime geral de segurança social.

Repare-se na diferença em relação à carteira [4], optimizada para as restrições actuais:

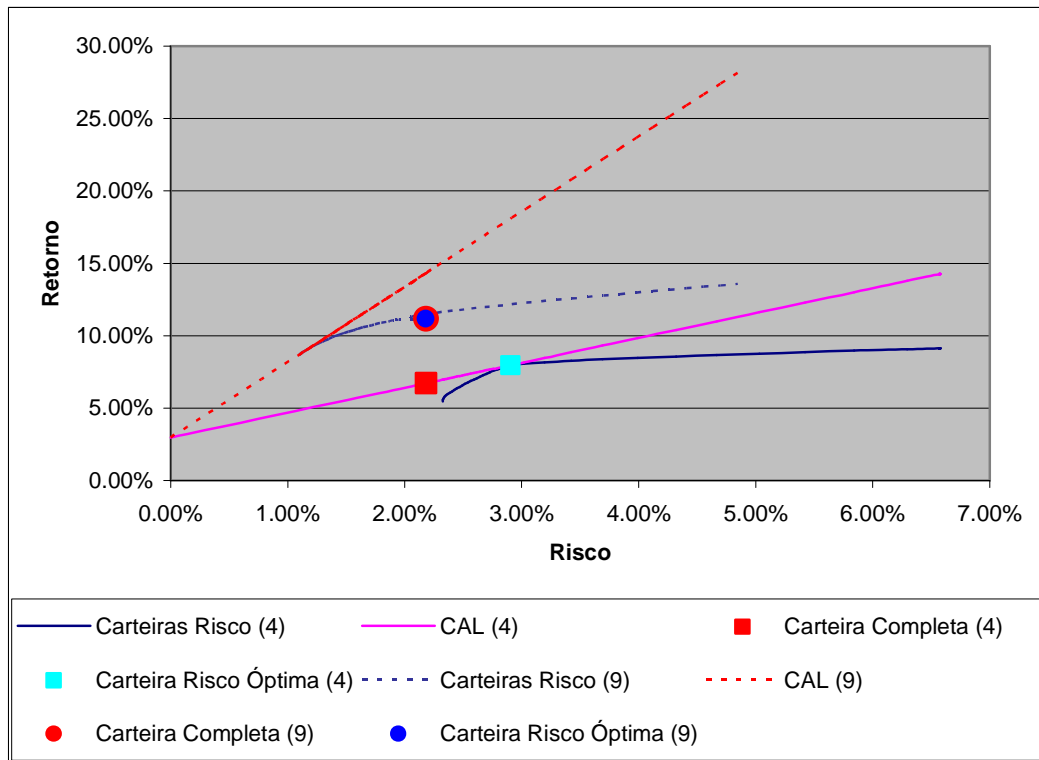


Gráfico 20 – Diagrama Risco / Retorno Carteiras [4] e [9]

Processa-se uma deslocação da *CAL* (*Capital Allocation Line*) por força de uma maior inclinação, que mais não é que o índice de Sharpe. Sobe de 1.7 na carteira [4] para 5.2 no caso da carteira [9] antes da restrição que não permite posições curtas no Activo Sem Risco¹⁹⁸. Mesmo com esta restrição o Sharpe, da carteira [9], passa para 3.8.

Dito de outra forma, a diferença de retornos é um dos “custos”, sob a forma de uma menor performance anual, de todas as restrições impostas na Carteira [4], por comparação com a Carteira [9].

Como consequência, a probabilidade de obtenção de retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos é também afectada, diminuindo (de, virtualmente, 100% na Carteira [4]) cerca de 18.5 pontos percentuais.

¹⁹⁸ O abandono dessa restrição, permitindo “alavancar” o FEFSS, possibilitaria a obtenção de uma carteira com desvio padrão 2.2% e retorno esperado de 14.4% (2.98% + 5.2 x 2.2%). Uma diferença, no retorno anual nominal, de 3.2 pontos percentuais...

5. Conclusão

5.1. Principais Resultados e Inferências

Como referido anteriormente, o aspecto mais importante de Markowitz (1952) talvez tenha sido o facto de ele ter demonstrado que não é o risco de cada activo que é importante para o investidor mas sim a respectiva contribuição para o risco (a variância) da carteira toda, e que isto era sobretudo uma função da respectiva covariância com os restantes activos (da carteira).

De facto, e embora a ideia de diversificação não fosse nova, o trabalho de Markowitz permitiu a formalização do conceito no contexto de uma carteira de investimentos.

Esta é, talvez, e apesar de não constituir qualquer novidade, a principal mensagem da análise aqui empreendida.

Ao compararmos as diferentes carteiras testadas, constatamos com relativa facilidade a evolução de estruturas mais concentradas e dependentes de um número limitado de activos, para estruturas mais diversificadas e menos constringidas por restrições que, como também destacamos, comportam custos significativos.

A escolha óptima, num contexto liberto de restrições, recai numa carteira em que a utilidade marginal (do peso) de cada activo é a mesma. Se assim não fosse, seria possível, pela alteração de alocações de um activo com menor para um de maior utilidade marginal, aumentar a utilidade do investidor sem violar qualquer restrição. Ora a consideração de restrições (operativas) pode levar a situações em que tal processo não é otimizado.

É o que sucede, em significativo maior grau nos casos das carteiras aqui testadas com maiores restrições.

A imposição de restrições, certamente com o intuito de restringir o risco da carteira, produz frequentemente o efeito contrário, criando situações de profunda ineficiência.

Recordemos, mais uma vez, a mensagem do Gráfico 20 – Diagrama Risco / Retorno Carteiras [4] e [9]. A flexibilização de restrições permite a deslocação da fronteira eficiente, no espaço risco retorno, para cima, possibilitando a constituição de carteiras mais eficientes (i.e., com maior retorno para cada nível de risco).

A tradução prática de tal flexibilização é avassaladora.

O ganho expectável (acumulado até 2050), de cerca de 27,200 milhões de Euros como referido atrás, por comparação com o *Benchmark* actualmente em vigor motiva com certeza o sentimento de que algo mais pode (e deve) ser feito no sentido de melhorar a alocação estratégica da carteira do FEFSS.

E, ao contrário do que se possa pensar, não por força da assumpção de mais risco, mas “tão-somente” por uma mais rigorosa gestão do “orçamento de risco”¹⁹⁹ actual do FEFSS.

Como havíamos proposto, no ponto 1.1.3 – Objectivo da Dissertação, procuramos investigar a consistência dos limites impostos ao FEFSS, nos termos do ponto 2.2 – Limites à Composição do FEFSS, com os objectivos que se encontram estabelecidos para o Fundo (cf. ponto 2.3 – Política de Investimentos).

Dados os resultados a que chegamos, dificilmente se pode defender esta consistência.

A intenção era também a de procurar fundamentar de forma mais sólida eventuais limitações à gestão do FEFSS. A imposição de limites quantitativos deve ser feita de forma cautelosa, e tendo presentes os objectivos que se pretendam atingir com o FEFSS.

Como referido num estudo recente²⁰⁰, “*effective management of investment risks requires a framework that allows efficient portfolio diversification. Regulations that strictly limit investment may result in pension assets not being invested in the best interest of pension scheme members, enforcing portfolio holdings that are not risk–return-optimised. They tend to focus unduly on the risk of individual assets and fail to take into account the fact that, at the level of the portfolio, risk can be reduced through diversification.*”

Além do mais, “*a restrictive investment framework conflicts with prudent-person principles...*”²⁰¹

Por outro lado, procuramos assegurar o cumprimento dos objectivos propostos para o FEFSS, o que com as restrições em vigor dificilmente será exequível.

Mau grado a flagrante inconsistência que parece existir na definição de objectivos e imposição de limitações à gestão do FEFSS, uma tal discussão tem necessariamente que começar pela clarificação dos primeiros.

A definição de *targets* claros, consistentes e de longo prazo é fundamental. Julgo que a análise aqui vertida contribui para reforçar esta necessidade.

5.2. Pontos Fracos e Fortes da Análise Empírica

¹⁹⁹ Um nível de volatilidade similar ao da Dívida Pública Portuguesa bem como a necessidade de obtenção de retornos anuais reais positivos em períodos rolantes de 3 anos (com, pelo menos, 95% de confiança estatística).

²⁰⁰ Barnes, et al. (2008)

²⁰¹ Ibid.

É óbvio que os resultados obtidos dependem em larguíssima medida dos pressupostos usados quanto aos *inputs* (retorno e risco esperado, matriz de variâncias e covariâncias).

Reside aqui, não apenas no caso dos dados usados nesta análise mas em todas as de índole semelhante, o cerne das críticas que podem ser feitas ao exercício empírico levado a cabo.

Em última análise, como já Markowitz (1952) destacava, e independentemente dos procedimentos que se opte por utilizar para estimar os parâmetros relevantes, um julgamento final acerca da razoabilidade dos *inputs* tem de ser feito, procedendo aos ajustes que se considerem adequados.

No caso dos dados aqui utilizados, pode-se sempre questionar a respectiva abrangência geográfica: como referimos atrás limitamo-nos a considerar quatro blocos económicos, apesar do Regulamento de Gestão do FEFSS permitir investimentos no contexto da OCDE.

A consideração dos EUA, da Zona Euro, do Reino Unido e do Japão permite “cobrir” 81% do PIB da OCDE. Das economias excluídas (19% do PIB da OCDE) as mais significativas são: México e Canadá (cada com um pouco mais de 3% do PIB da OCDE), Coreia do Sul (também com um pouco mais de 3% do PIB da OCDE) e Austrália (já com apenas cerca de 2% do PIB da OCDE).

A possibilidade de títulos emitidos por entidades destes países terem uma performance diversa, não perfeitamente correlacionada com a de nenhum dos blocos considerados, introduz oportunidades adicionais de obtenção de ganhos, “directos” e de diversificação. Tal não é, como é natural, de excluir. E, neste sentido, constitui um aspecto a melhorar em análises futuras.

Repare-se, no entanto, nos países em causa: Canadá, México, Coreia do Sul ou Austrália.

São países profundamente integrados na economia mundial, logo “sincronizados” com o comportamento das principais economias que consideramos. Ainda mais ao nível regional (particularmente notório nos casos Mexicano e Canadano).

Há, portanto, também de considerar a relação entre o benefício de os incluir em qualquer análise (acima mencionados) com o custo associado a uma maior complexidade de recolha de dados, respectivo tratamento e análise e, finalmente, inclusão num modelo de optimização de carteiras.

Os produtos considerados não abrangerão, como em qualquer outro caso, a totalidade de activos disponíveis, mesmo no contexto do que se encontra autorizado pelo Regulamento de Gestão do FEFSS. Esta poderá constituir uma área a melhorar em análises futuras.

Consideramos:

- Dívida (Pública e Privada), não incluindo, contudo, dívida quase-soberana ou indexada à inflação; de facto, nestes casos, o grau de cobertura dos variados mercados é pouco uniforme: por exemplo, no caso da dívida indexada à inflação, o mercado dos EUA é o relativamente mais desenvolvido, no entanto a verdade é que a maior parte do negócio se tem vindo a desenvolver na área dos *Swaps* de Inflação, não na da dívida emitida por governos, o que dificulta as análises com base em pesos determinados por capitalizações;
- Acções, embora tenhamos considerado apenas as incluídas nos principais índices de mercado; no caso dos EUA, por exemplo, consideramos o S&P 500. Existem índices mais abrangentes (sobretudo, mais uma vez, nos EUA) como o Russell 3000 embora os respectivos dados não sejam de simples recolha (pelo menos para os restantes mercados e com o alcance temporal desejável a análises de longo prazo);
- Imobiliário Europeu. Esta é uma classe de activos muito pouco uniforme em que qualquer índice usado carecerá sempre de um problema de representatividade. De facto, começamos aqui a falar sobretudo de instrumentos não cotados cuja inclusão no “mercado” é sempre difícil de ser feita. Procuramos, neste caso, apenas isolar o efeito da existência desta classe na estrutura actual do FEFSS.

Existe um conjunto vasto de activos, não considerados nesta análise, e que se vêm tornando comuns, senão nas carteiras pelo menos no discurso de vários investidores: os designados de “Alternativos”.

São, regra geral, produtos não cotados em áreas como: imobiliário, infra-estruturas, *hedge funds*, matérias-primas, etc.

De facto esta “classe” tende a reunir um conjunto de produtos muito diverso, caracterizado pela dificuldade de obtenção de exposição de mercado (Beta), razão pela qual não são, geralmente, incluídos em carteiras numa lógica Beta (aqui usada) mas sim numa óptica de Alfa.

De facto, se no caso dos produtos cotados mais standard já é difícil obter estimativas minimamente razoáveis de parâmetros essenciais, como o retorno ou o risco esperado, aqui tal afigura-se, até pela falta de uniformidade dos produtos em causa, virtualmente impossível.

Uma última observação acerca dos mercados e produtos usados parece extremamente pertinente. Apesar das limitações destacadas (e que com certeza merecerão análises futuras), a verdade é que elas não influenciam a comparabilidade dos resultados apresentados dado o *Benchmark* do FEFSS considerar exactamente os mesmos países e tipos de produtos.

Um outro aspecto que pode ser objecto de melhoria é talvez o da janela temporal usada para recolha de dados históricos. Foi usado o período de 11 anos a partir de 1997 e até 2007.

A utilização de uma maior “quantidade” de dados históricos permite a obtenção de intervalos para as estimativas de parâmetros com um menor erro máximo.

Há, no entanto, que exercer um juízo crítico sobre os resultados obtidos até porque as condições subjacentes ao período amostral usado poderão não se repetir. No caso, registre-se o facto de o período (imediatamente) anterior a 1997 ter sido marcado por circunstâncias muito particulares: a reunificação Alemã, o movimento de convergência para o Euro (isto sobretudo ao nível da Zona Euro); a “expulsão” da Libra do Sistema Monetário Europeu que conduziu à aprovação (com efeitos em 1997) de novos estatutos do Banco de Inglaterra; e, genericamente, um fortíssimo movimento de desinflação conduzido quer pelo facto da maior parte dos Bancos Centrais ter adquirido a respectiva independência nesta fase, quer pelo processo de globalização.

Por outro lado a extensão do período de análise levanta a questão de precisarmos de garantir a geração de uma matriz de variâncias e covariâncias não singular ou invertível (i.e., que tenha matriz inversa). Para algumas das séries de dados existe um limite em 1997. Para dados anteriores teríamos, quando possível, de usar aproximações que tornariam os resultados criticáveis por esse ângulo.

5.3. Análises Futuras

Para além de análises relativas a melhorias ao nível dos dados empíricos a usar (que mencionamos no ponto anterior), existem três grandes áreas em que é possível o desenvolvimento de estudos no futuro.

Primeiro, as questões relativas ao grau de confiança das estimativas de longo prazo sobre a sustentabilidade da Segurança Social.

Como é natural (e de resto já mencionado), a razoabilidade da consideração para o FEFSS de um horizonte temporal de investimento de longo prazo depende do perfil das respectivas “responsabilidades”.

Estas são, reconhecidamente, incertas e, ao mesmo tempo, de magnitude muito significativa (por comparação com a dimensão do fundo) podendo-se argumentar o benefício de se gerirem estas duas realidades (os passivos, i.e., os défices futuros do regime geral de Segurança Social, e os activos, ou seja, o FEFSS) de forma mais interligada.

De facto poder-se-ia, em alternativa (ou complemento) à metodologia adoptada neste estudo, considerar as vantagens de proceder a uma análise de *liability matching* (pelo menos parcial). Tal permitiria a imunização do risco de taxa de juro (pelo menos para o período explícito de previsão, no caso até 2050) embora suscite dúvidas derivadas da variabilidade das estimativas a tão longo prazo dos referidos défices.

Poder-se-ia, inclusive, separar a análise em duas fases: uma primeira durante o período de previsões explícitas, em que o objectivo seria o de proceder à referida

imunização através de uma lógica de *duration matching* ou *cash flow matching*²⁰²; e uma segunda, para lá do período explícito de previsões, em que se poderia adoptar uma metodologia em tudo idêntica à aqui referida (optimização de alocação de carteira para um investidor de longo prazo).

Como é óbvio, a anteriormente referida necessidade de clarificação de objectivos para o FEFSS, embora parcial e implicitamente definida pela escolha da referida abordagem metodológica²⁰³, teria ainda de ser feita pelo menos para o mais longo prazo.

Uma segunda área a analisar futuramente é a que diz respeito ao método de estimação (e incorporação na análise) dos parâmetros relevantes.

Adoptamos, na determinação das estimativas do retorno e risco esperados (bem como da matriz de variâncias e covariâncias) uma abordagem que é possível melhorar, em particular à luz de modelos como os desenvolvidos com base no trabalho de Engle (1982): Modelos *ARCH* (*AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity*) e Modelos *GARCH* (*Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity*).

Uma outra abordagem poderá, na linha do que sugerem Campbell e Viceira (2002), passar pela inclusão no conjunto de oportunidades de investimento, cuja evolução deve ser objecto de “cobertura”, da variabilidade das estimativas dos parâmetros²⁰⁴.

Não é, no entanto, e em consequência de tal evolução, de crer na alteração (significativa) do essencial das conclusões extraídas com a aplicação empírica levada a cabo. E é por aí que julgamos dever avaliar o “ganho” de se virem a introduzir as melhorias referidas.

Uma terceira área a desenvolver passa pela redefinição de objectivos para o FEFSS e, em conjunto, pela análise aprofundada da questão das curvas de utilidade que melhor se lhes possam ajustar.

Este é um tema em relação ao qual não procuramos, neste estudo, mais do que aflorar, resumindo, sistematizando e integrando o que consideramos ser relevante para o objectivo de análise traçado, a imensa quantidade de estudos que sobre ele existem, reflexo da discussão que suscita.

Como se pode constatar são três áreas, (1) relativas ao método (de determinação da carteira de activos mais adequada aos objectivos), (2) à razoabilidade dos *inputs* (ao algoritmo de optimização de carteiras de longo prazo) e (3) às preferências dos investidores, que atravessam as três etapas por que passa o investidor no problema de determinação de carteiras de investimento óptimas.

²⁰² Com eventual alavancagem do FEFSS, pela “antecipação” de entradas (*cash in flows*) futuras. Veja-se, a este respeito, o ponto 3.7.2 – Observações Críticas.

²⁰³ Ao adoptar uma lógica de *matching* de responsabilidades, o objectivo passa a ser o de gerir com a menor variabilidade possível o desencontro entre activos e passivos.

²⁰⁴ Cf. ponto 3.7.2 – Observações Críticas.

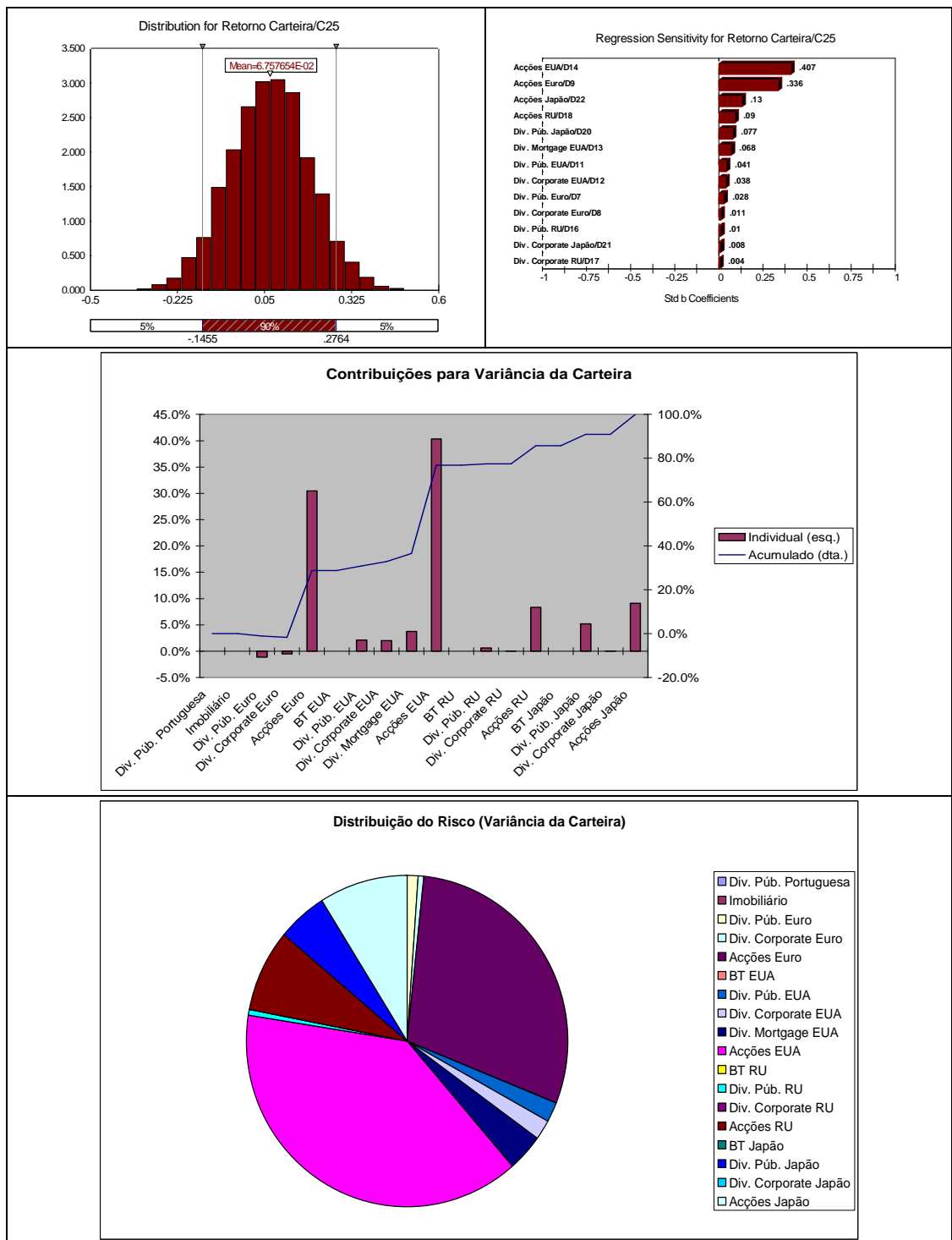
6. Anexos

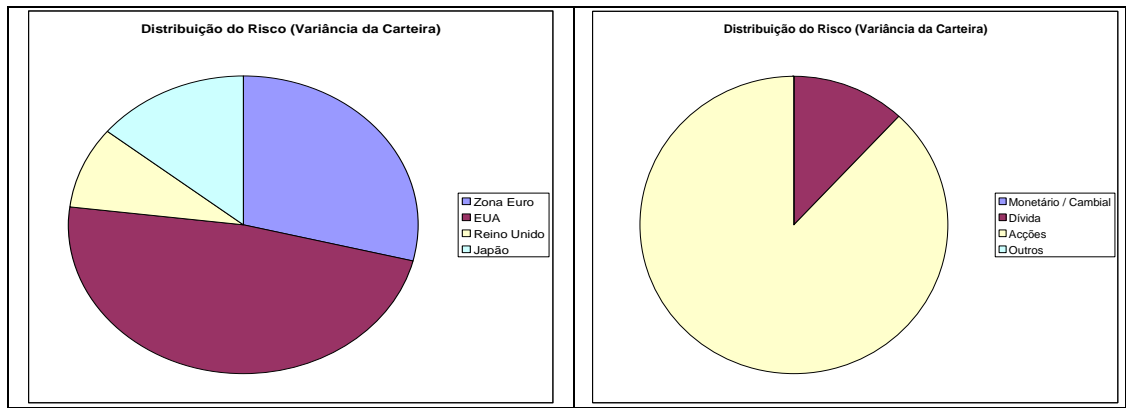
Detalhe das Alocações de Cobertura

	Todas Restrições			Retirar Min DPP			Alargar Max Ações		
	Hedge Taxa Juro	Hedge Inflação	Hedge Total	Hedge Taxa Juro	Hedge Inflação	Hedge Total	Hedge Taxa Juro	Hedge Inflação	Hedge Total
Sem Risco		3%	3%		35%	35%		35%	35%
Div. Púb. Portuguesa	-1%	-12%	-13%	-1%	-12%	-14%	-1%	-12%	-14%
Imobiliário	0%	1%	1%	0%	1%	1%	0%	1%	1%
Div. Púb. Euro	1%	7%	8%	1%	7%	8%	1%	7%	8%
Div. Corporate Euro	1%	-11%	-10%	1%	-11%	-10%	1%	-11%	-10%
Accções Euro	-1%	-8%	-9%	-1%	-8%	-9%	-1%	-8%	-9%
BT EUA	-1%	-4%	-5%	-1%	-4%	-5%	-1%	-4%	-5%
Div. Púb. EUA	1%	19%	21%	1%	19%	21%	1%	19%	21%
Div. Corporate EUA	-1%	6%	5%	-1%	6%	5%	-1%	6%	5%
Div. Mortgage EUA	0%	-19%	-19%	0%	-19%	-19%	0%	-19%	-19%
Accções EUA	1%	5%	6%	1%	5%	6%	1%	5%	6%
BT RU	2%	6%	8%	2%	6%	8%	2%	6%	8%
Div. Púb. RU	-2%	-7%	-9%	-2%	-7%	-9%	-2%	-7%	-9%
Div. Corporate RU	2%	4%	6%	2%	4%	6%	2%	4%	6%
Accções RU	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
BT Japão	-5%	-41%	-46%	-5%	-41%	-46%	-5%	-41%	-46%
Div. Púb. Japão	4%	38%	43%	4%	38%	43%	4%	38%	43%
Div. Corporate Japão	-1%	-8%	-8%	-1%	-8%	-8%	-1%	-8%	-8%
Accções Japão	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Total	1%	-21%	-20%	1%	11%	12%	1%	11%	12%
Sem Risco		3%	3%		35%	35%		35%	35%
Div. Púb. Portuguesa	-1%	-12%	-13%	-1%	-12%	-14%	-1%	-12%	-14%
Dívida	6%	30%	35%	6%	30%	35%	6%	30%	35%
Accções	0%	-3%	-2%	0%	-3%	-2%	0%	-3%	-2%
Imobiliário	0%	1%	1%	0%	1%	1%	0%	1%	1%
BT's	-4%	-39%	-43%	-4%	-39%	-43%	-4%	-39%	-43%
Total	1%	-21%	-20%	1%	11%	12%	1%	11%	12%
Zona Euro	-1%	-20%	-21%	-1%	12%	11%	-1%	12%	11%
EUA	0%	7%	8%	0%	7%	8%	0%	7%	8%
RU	2%	3%	4%	2%	3%	4%	2%	3%	4%
Japão	-1%	-11%	-11%	-1%	-11%	-11%	-1%	-11%	-11%
Total	1%	-21%	-20%	1%	11%	12%	1%	11%	12%

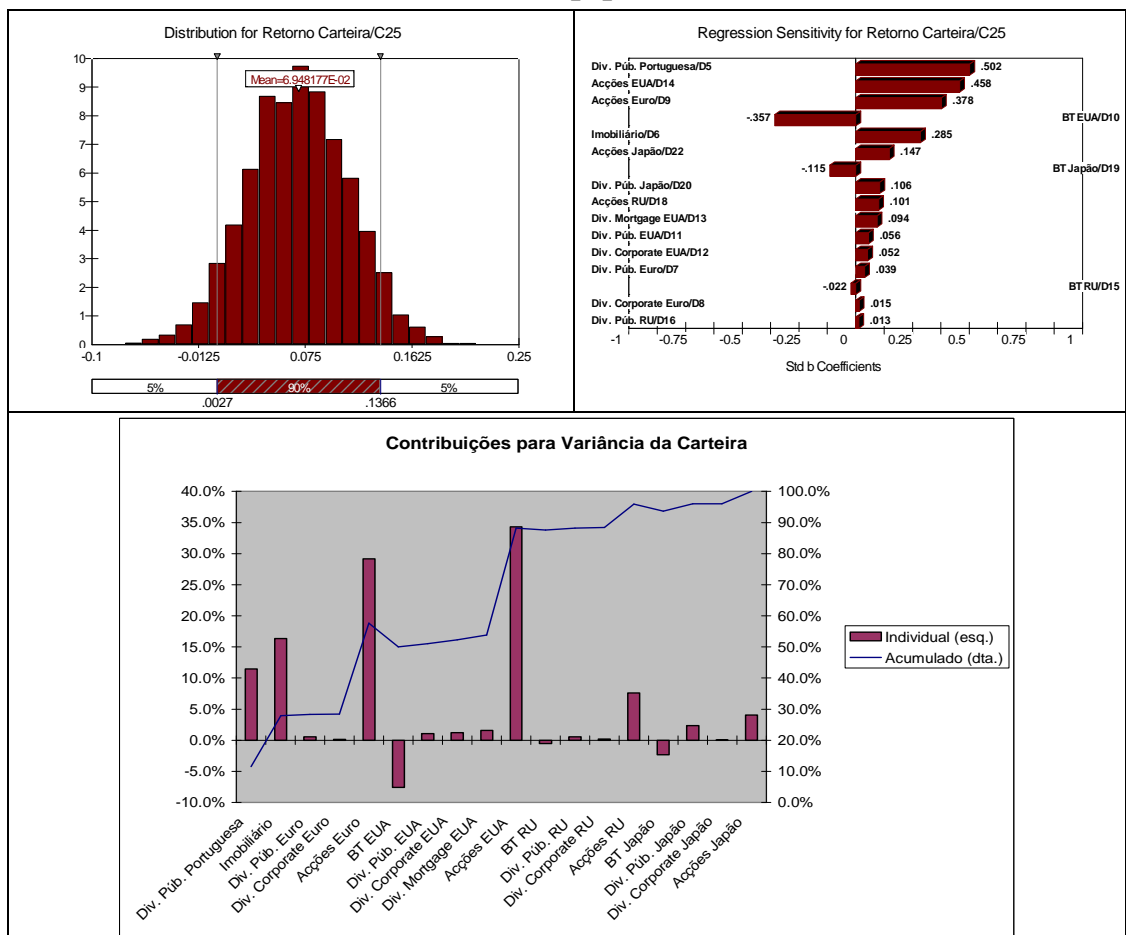
	Alargar Exp Não Coberta			Permitir Short Positions			Permitir Short Positions (2)		
	Hedge Taxa Juro	Hedge Inflação	Hedge Total	Hedge Taxa Juro	Hedge Inflação	Hedge Total	Hedge Taxa Juro	Hedge Inflação	Hedge Total
Sem Risco		35%	35%		-91%	-91%		3%	3%
Div. Púb. Portuguesa	-1%	-12%	-14%	-1%	-12%	-13%	-1%	-12%	-13%
Imobiliário	0%	1%	1%	0%	1%	1%	0%	1%	1%
Div. Púb. Euro	1%	7%	8%	1%	7%	8%	1%	7%	8%
Div. Corporate Euro	1%	-11%	-10%	1%	-11%	-10%	1%	-11%	-10%
Accções Euro	-1%	-8%	-9%	-1%	-8%	-9%	-1%	-8%	-9%
BT EUA	-1%	-4%	-5%	-1%	-4%	-5%	-1%	-4%	-5%
Div. Púb. EUA	1%	19%	21%	1%	19%	21%	1%	19%	21%
Div. Corporate EUA	-1%	6%	5%	-1%	6%	5%	-1%	6%	5%
Div. Mortgage EUA	0%	-19%	-19%	0%	-19%	-19%	0%	-19%	-19%
Accções EUA	1%	5%	6%	1%	5%	6%	1%	5%	6%
BT RU	2%	6%	8%	2%	6%	8%	2%	6%	8%
Div. Púb. RU	-2%	-7%	-9%	-2%	-7%	-9%	-2%	-7%	-9%
Div. Corporate RU	2%	4%	6%	2%	4%	6%	2%	4%	6%
Accções RU	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
BT Japão	-5%	-41%	-46%	-5%	-41%	-46%	-5%	-41%	-46%
Div. Púb. Japão	4%	38%	43%	4%	38%	43%	4%	38%	43%
Div. Corporate Japão	-1%	-8%	-8%	-1%	-8%	-8%	-1%	-8%	-8%
Accções Japão	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Total	1%	11%	12%	1%	-114%	-113%	1%	-21%	-20%
Sem Risco		35%	35%		-91%	-91%		3%	3%
Div. Púb. Portuguesa	-1%	-12%	-14%	-1%	-12%	-13%	-1%	-12%	-13%
Dívida	6%	30%	35%	6%	29%	35%	6%	30%	35%
Accções	0%	-3%	-2%	0%	-3%	-2%	0%	-3%	-2%
Imobiliário	0%	1%	1%	0%	1%	1%	0%	1%	1%
BT's	-4%	-39%	-43%	-4%	-39%	-43%	-4%	-39%	-43%
Total	1%	11%	12%	1%	-114%	-113%	1%	-21%	-20%
Zona Euro	-1%	12%	11%	-1%	-113%	-114%	-1%	-20%	-21%
EUA	0%	7%	8%	0%	7%	8%	0%	7%	8%
RU	2%	3%	4%	2%	3%	4%	2%	3%	4%
Japão	-1%	-11%	-11%	-1%	-11%	-11%	-1%	-11%	-11%
Total	1%	11%	12%	1%	-114%	-113%	1%	-21%	-20%

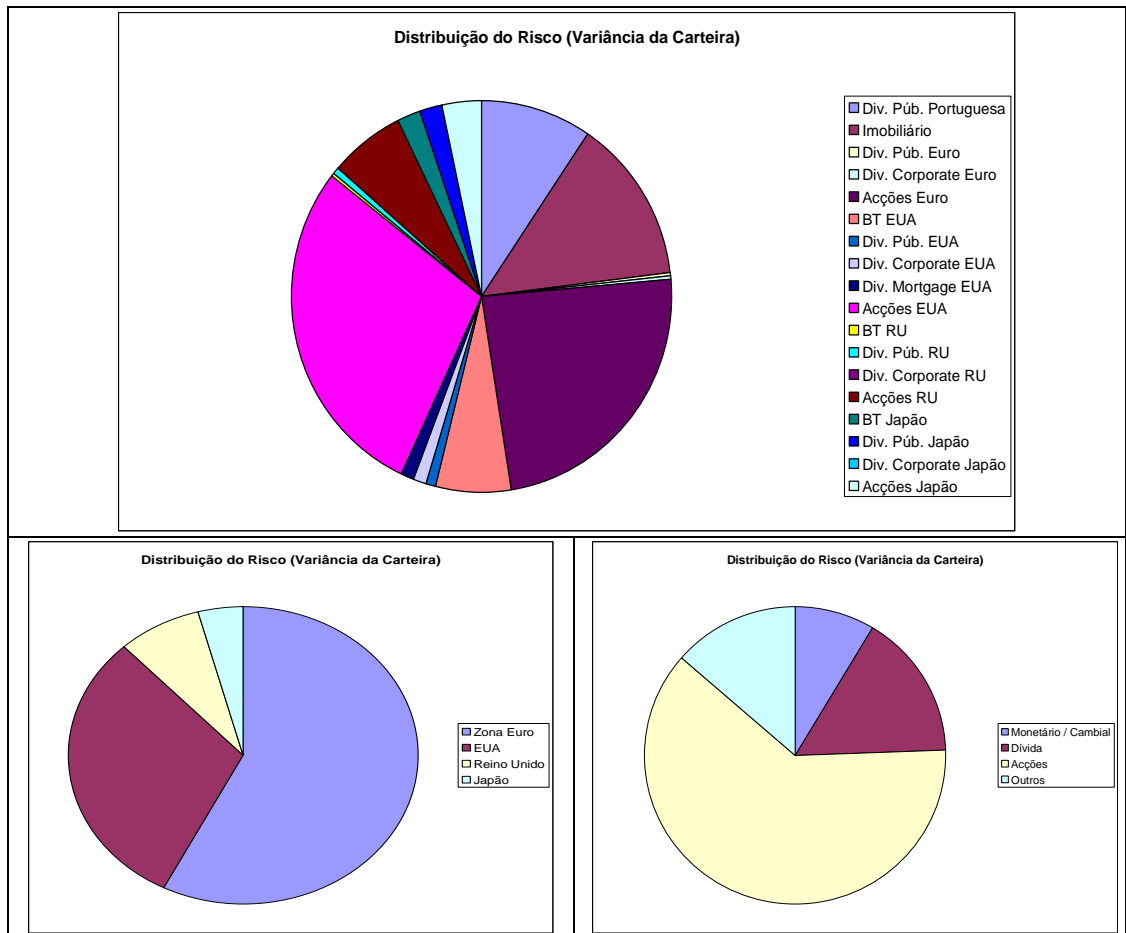
Detalhe da Análise da Carteira [1]



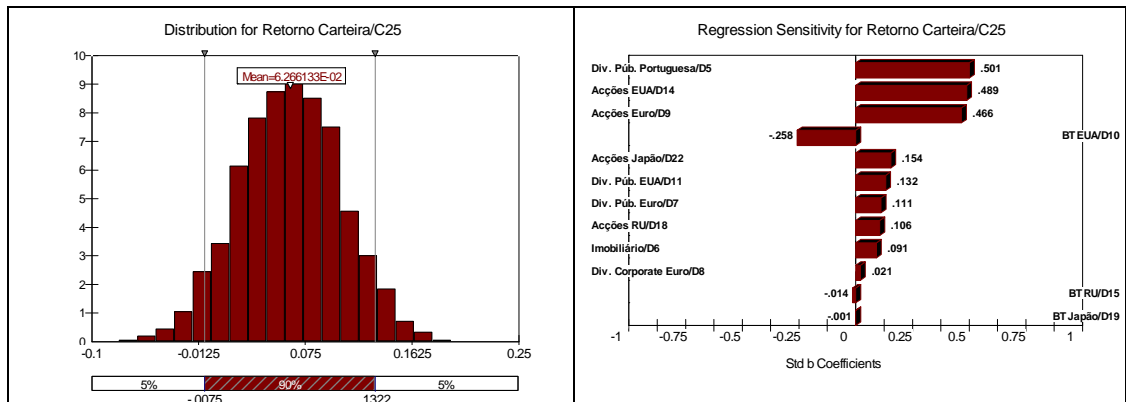


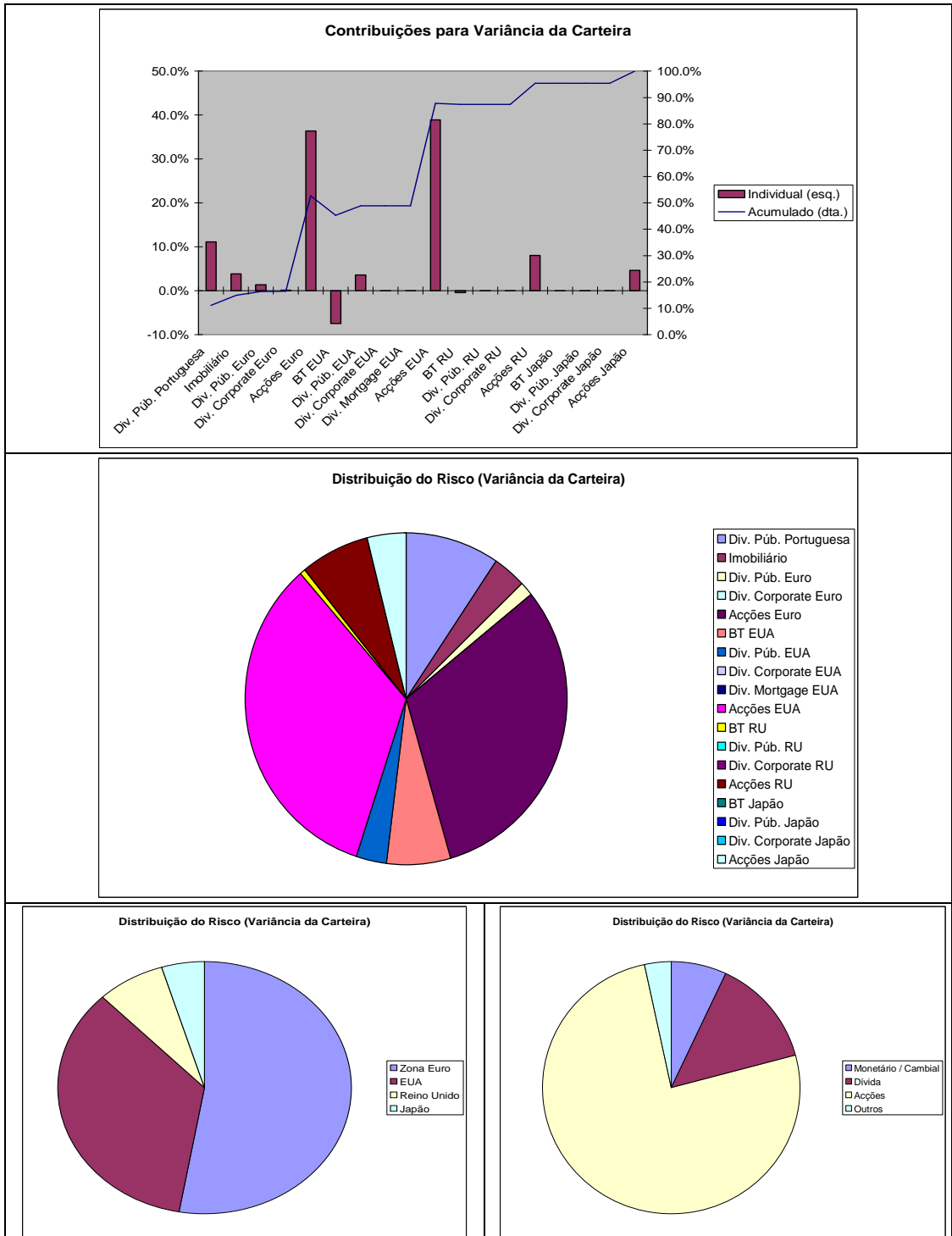
Detalhe da Análise da Carteira [2]



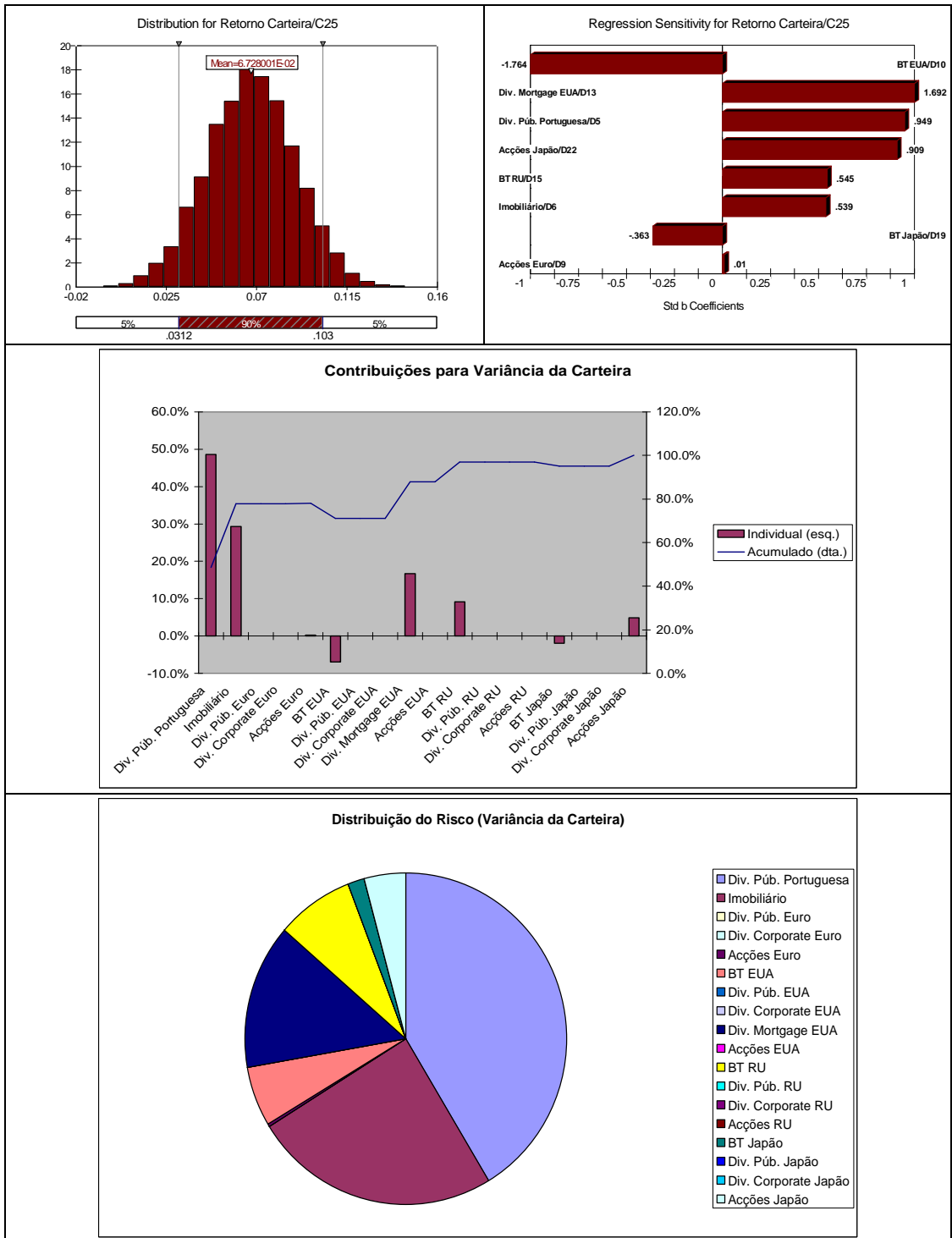


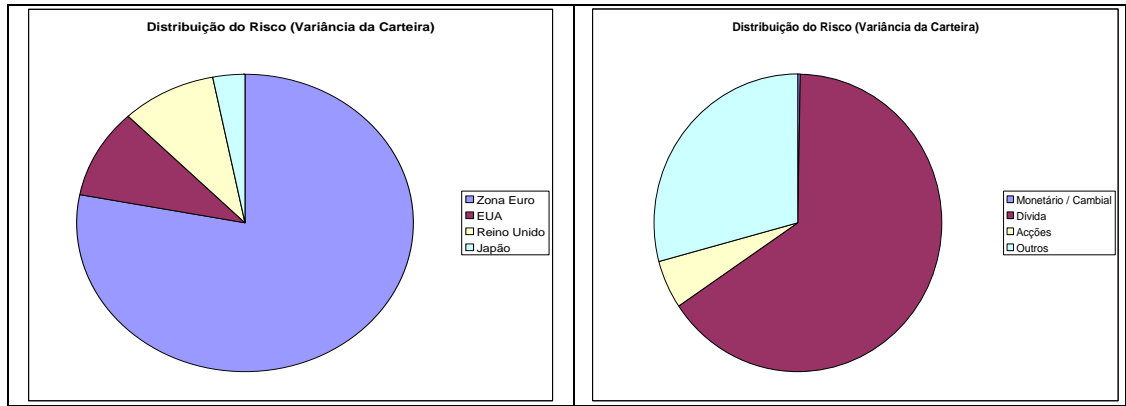
Detalhe da Análise da Carteira [3]



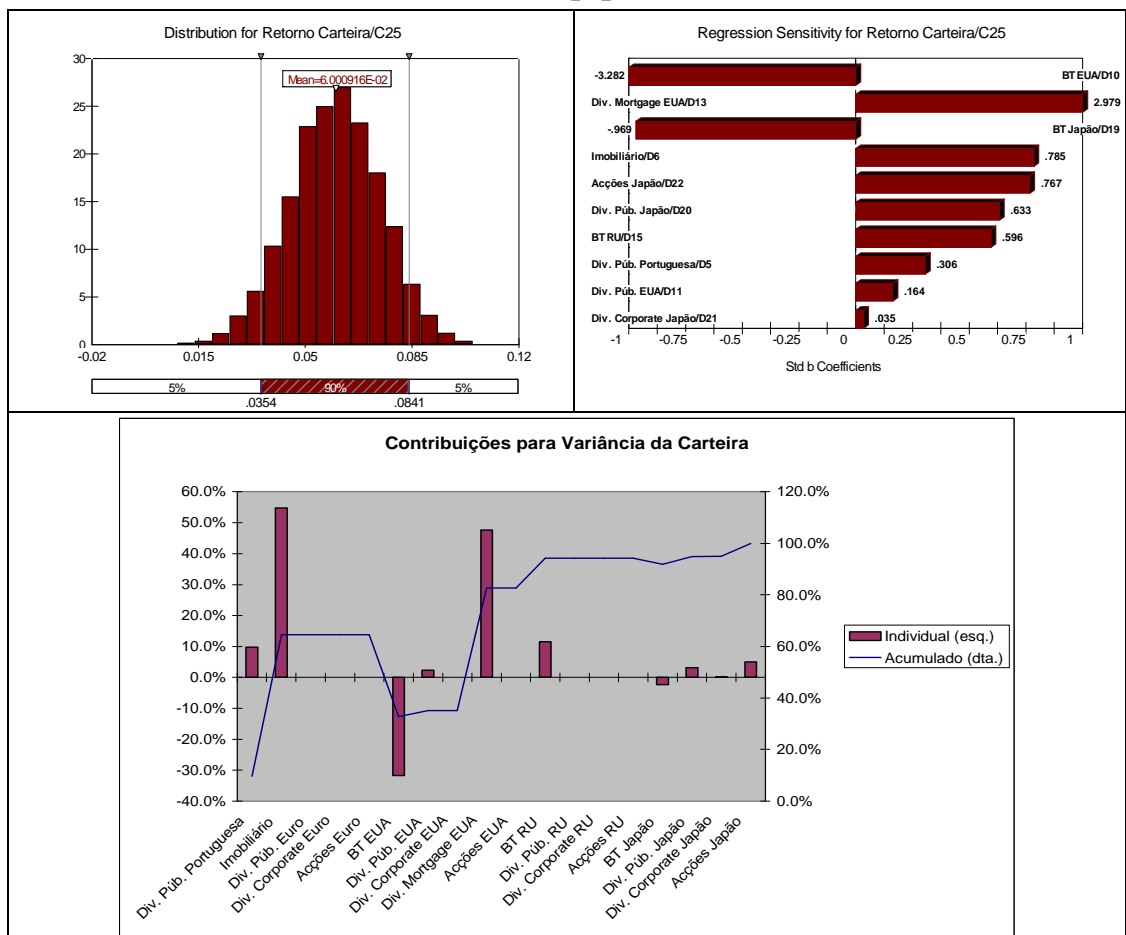


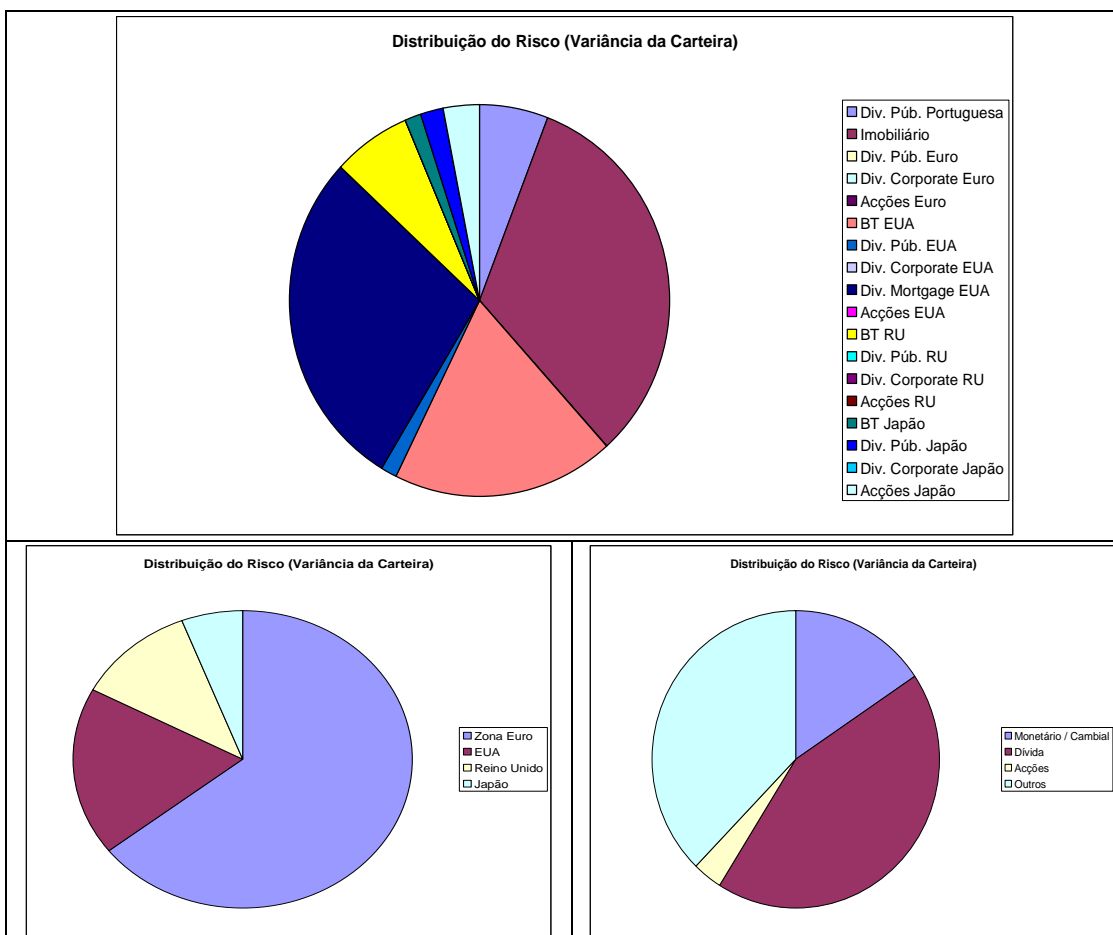
Detalhe da Análise da Carteira [4]



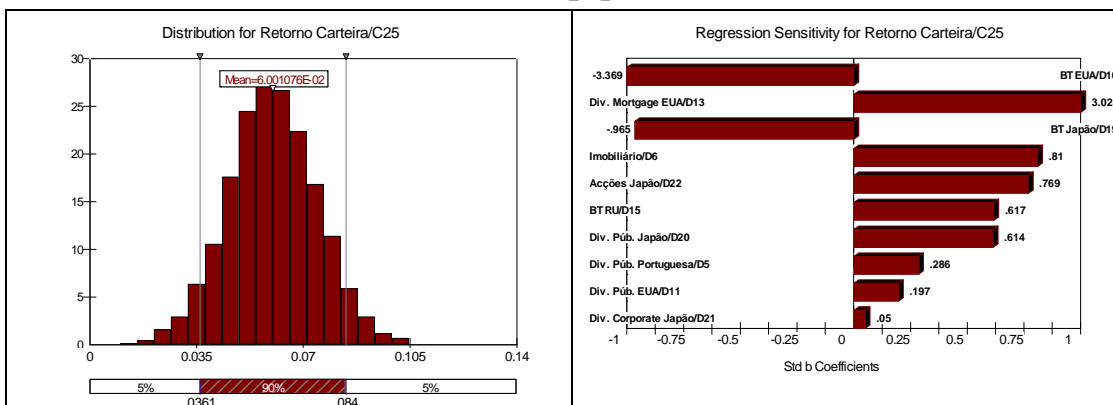


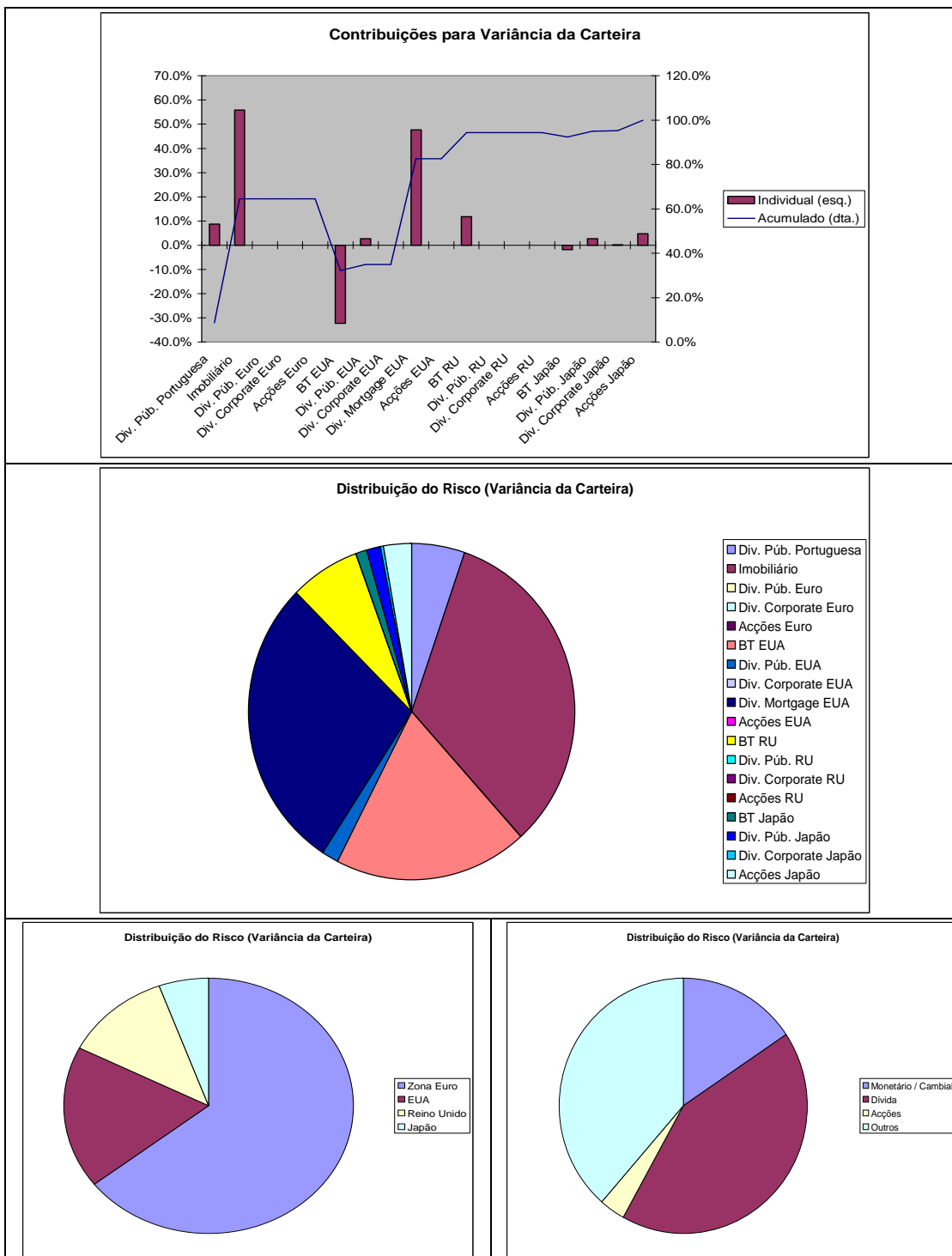
Detalhe da Análise da Carteira [5]



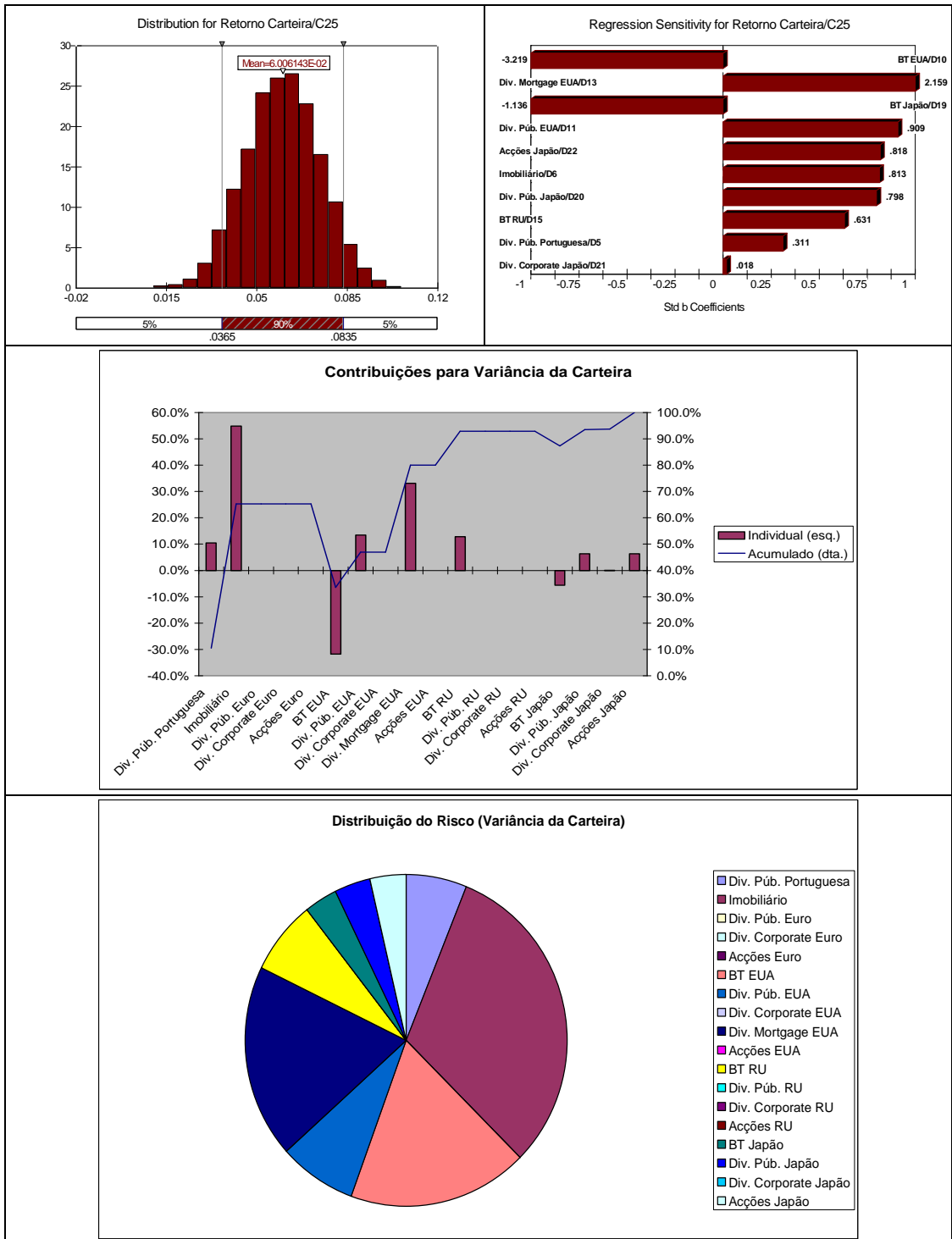


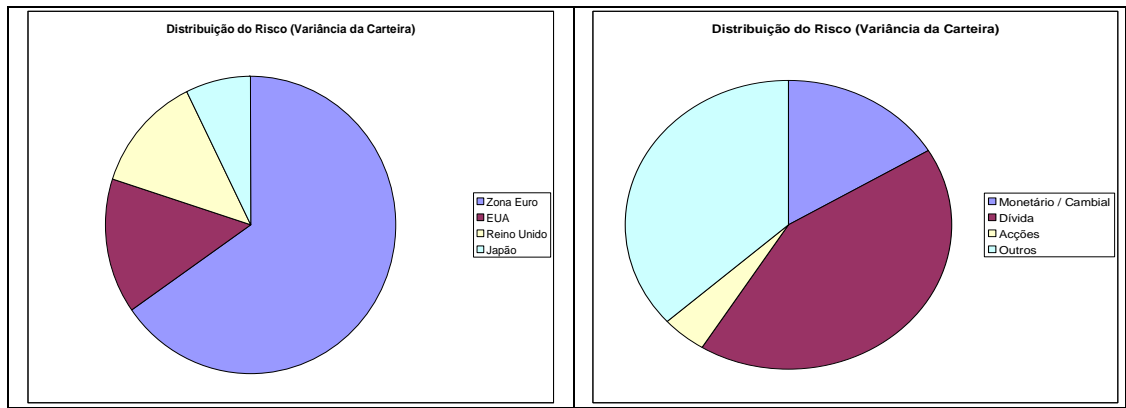
Detalhe da Análise da Carteira [6]



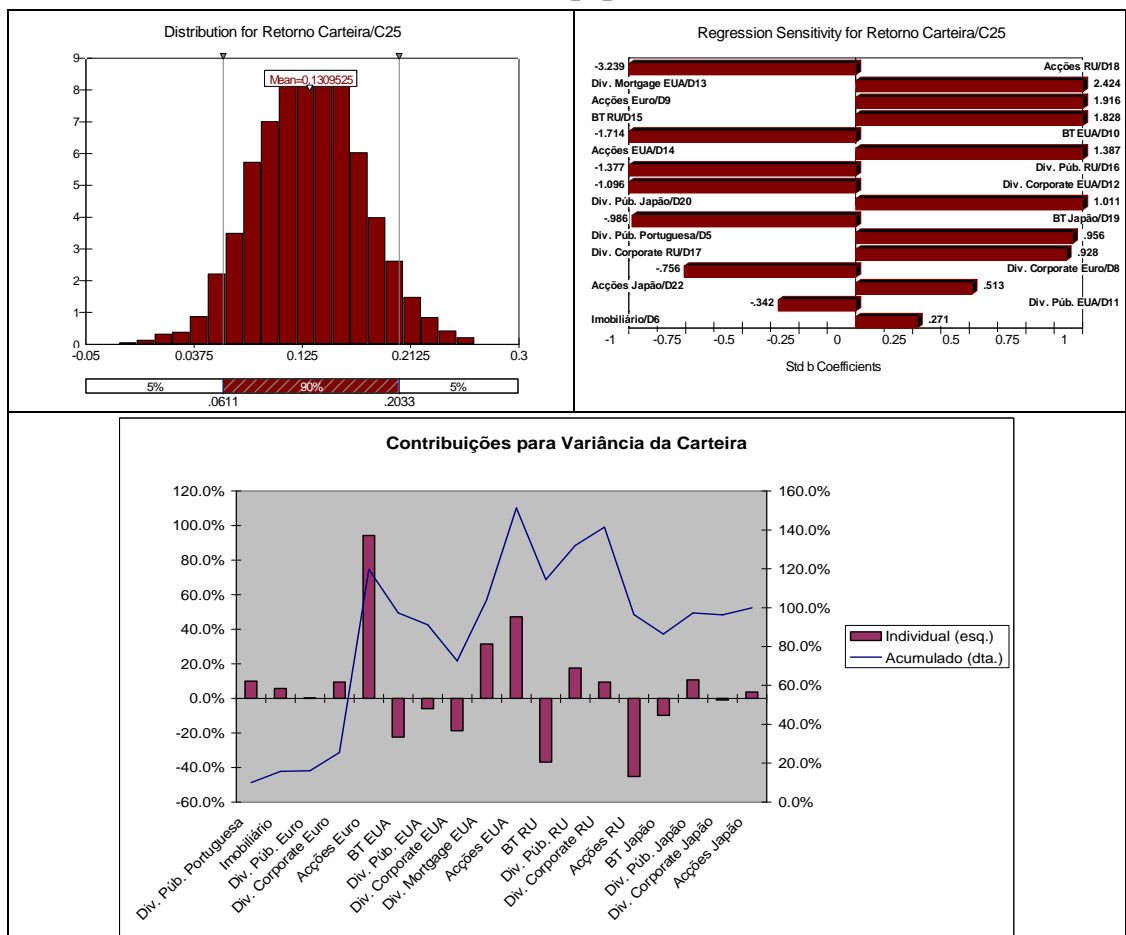


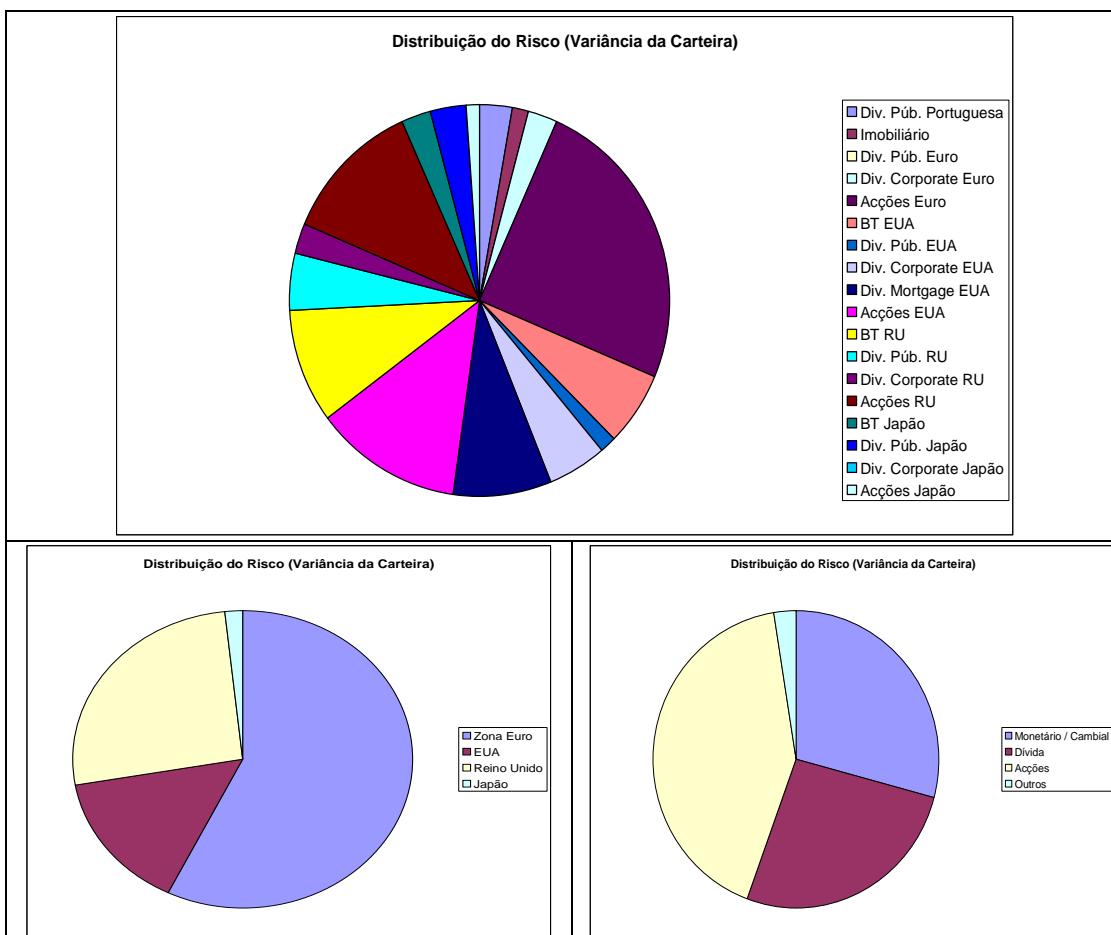
Detalhe da Análise da Carteira [7]



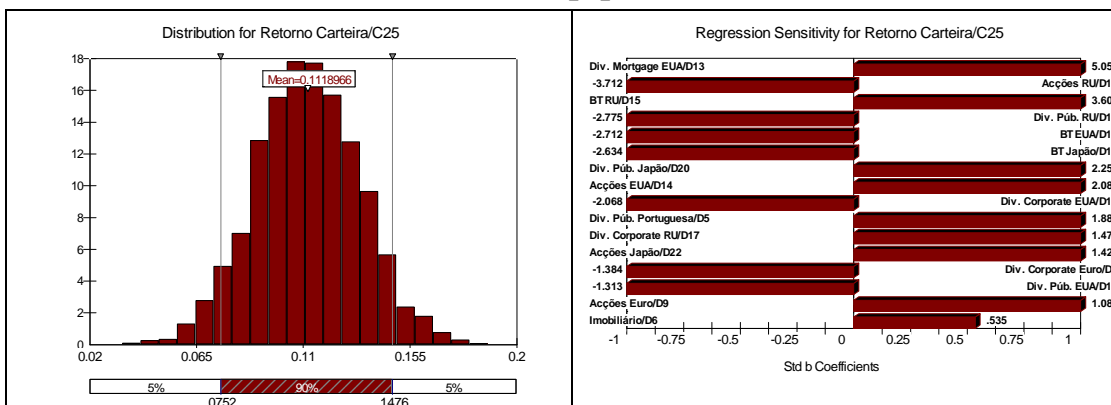


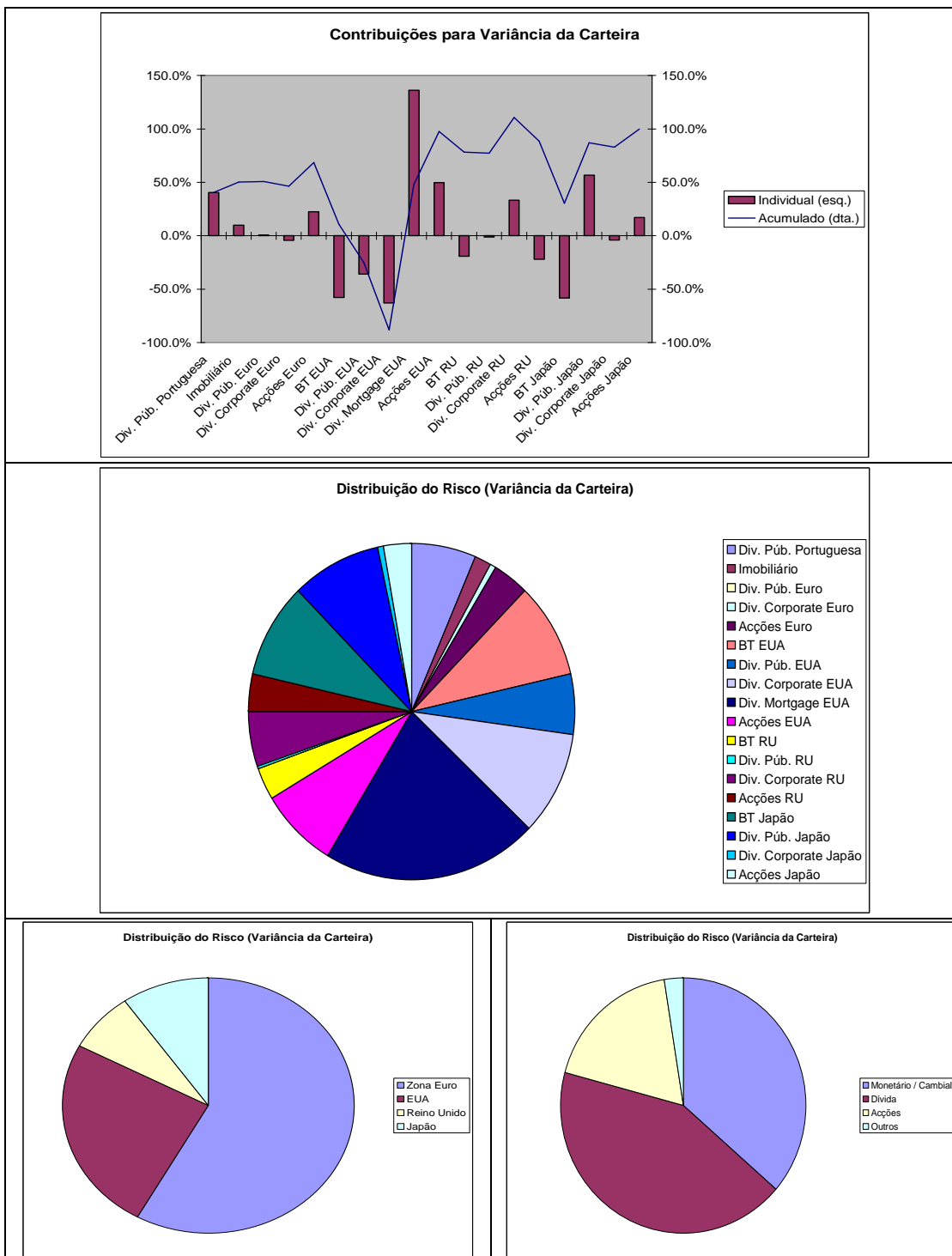
Detalhe da Análise da Carteira [8]





Detalhe da Análise da Carteira [9]





7. Bibliografia

- (2006a). Acordo Sobre a Reforma da Segurança Social, Conselho Económico e Social - Comissão Permanente de Concertação Social.
- (2006b). Medidas de Reforma da Segurança Social - Documento de Trabalho, Ministério do Trabalho e da Solidariedade Social.
- (2006c). Orçamento do Estado para 2007 - Relatório, Ministério das Finanças e da Administração Pública.
- Adler, M. e B. Dumas (1983). "International Portfolio Choice and Corporation Finance: A Synthesis." The Journal of Finance **38**(3): pp. 925-985.
- Adler, M. e B. Lehmann (1983). "Deviations from Purchasing Power Parity in the Long Run " The Journal of Finance **38**(5): pp. 1471-1488.
- Aliber, R. Z. e C. P. Stickney (1975). "Accounting Measures of Foreign Exchange Exposure: The Long and Short of It " The Accounting Review **50**(1): pp. 44-58.
- Arrow, K. (1965). Aspects of the Theory of Risk-Bearing. Helsinki, Yrjö Jahnssonin Säätiö.
- Arrow, K. (1970). Essays in the Theory of Risk Bearing. Amsterdam, North-Holland.
- Arrow, K. (1991). Cowles in the History of Economic Thought. Cowles Fiftieth Anniversary - Four Essays and an Index of Publications, The Cowles Foundation at Yale University.
- Barnes, F., L. Bell, et al. (2008). Defined-Contribution Pension Schemes: Risks and Advantages for Occupational Retirement Provision. Brussels, EFAMA - European Fund and Asset Management Association.
- Black, F. (1972). "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing." The Journal of Business **45**(3): pp. 444-456.

-
- Black, F. (1974). "International Capital Market Equilibrium with Investment Barriers." Journal of Financial Economics **1**: pp. 337-352.
- Blanchard, O. J., R. Shiller, et al. (1993). "Movements in the Equity Premium " Brookings Papers on Economic Activity **1993**(2): pp. 75-139.
- Bodie, Z., A. Kane, et al. (2005). Investments. New York, McGraw-Hill/Irwin.
- Bodie, Z., R. C. Merton, et al. (1992). "Labor Supply Flexibility and Portfolio Choice in a Life Cycle Model." Journal of Economic Dynamics and Control **16**(3/4): pp. 427-449.
- Bollerslev, T., R. Y. Chou, et al. (1992). "ARCH Modeling in Finance." Journal of Econometrics **52**: pp. 5-59.
- Breeden, D. (1979). "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities." Journal of Financial Economics **7**(3): pp. 265-275.
- Brennan, M. J. (1970). "Taxes, Market Valuation, and Corporation Financial Policy." National Tax Journal **23**: pp. 417-427.
- Campbell, J. e L. Hentschel (1992). "No News is Good News: An Asymmetric Model of Changing Volatility in Stock Returns." Journal of Financial Economics **31**: pp. 281-318.
- Campbell, J. e R. Shiller (2001). "Valuation Ratios and the Long-Run Stock Market Outlook: An Update." NBER Working Paper No. W8221: pp. Valuation Ratios and the Long-Run Stock Market Outlook: An Update.
- Campbell, J. e L. Viceira (2002). Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long Term Investors. Oxford, Oxford University Press.
- Campbell, J. Y. (1999). Asset Prices, Consumption, and the Business Cycle. Handbook of Macroeconomics. J. Taylor e M. Woodford. Amsterdam, North-Holland. **1A**: 588.
- Campbell, J. Y., A. W. Lo, et al. (1997). The Econometrics of Financial Markets. Princeton, Princeton University Press.

-
- Canner, N., G. Mankiw, et al. (1997). "An Asset Allocation Puzzle." American Economic Review **87**(1): pp. 181-192.
- Cassel, G. (1916). "The Present Situation of the Foreign Exchanges." The Economic Journal **26**(101): pp. 62-66.
- Cohen, K. e J. Pogue (1967). "An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio-Selection Models." Journal of Business **40**(2): pp. 166-193.
- Ederington, L. H. (1995). Mean-Variance as an Approximation to Expected Utility Maximization: Semi Ex-Ante Results. Advances in Financial Economics. M. Hirschey e W. Marr.
- Engle, R. F. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation." Econometrica **50**(4): pp. 987-1008.
- Fama, E. F. e K. R. French (2001). The Equity Premium. Chicago and Cambridge, Graduate School of Business University of Chicago
Sloan School of Management Massachusetts Institute of Technology.
- Farrar, D. (1965). The Investment Decision Under Uncertainty. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, Inc.
- Fischer, I. (1906). The Nature of Capital and Income. New York, The Macmillan Company.
- Gailliot, H. J. (1970). "Purchasing Power Parity As An Explanation of Long-Term Changes In Exchange Rates." Journal of Money, Credit and Banking **2**(3): pp. 348-358.
- Ghysels, E., A. C. Harvey, et al. (1996). Stochastic Volatility. Handbook of Statistics. G. S. Maddala e C. R. Rao. Amsterdam, North-Holland.
- Grossman, S. J. e R. J. Shiller (1981). "The Determinants of the Variability of Stock Market Prices." The American Economic Review **71**(2): pp. 222-228.
- Guimarães, R. e J. Cabral (1997). Estatística. Lisboa, Editora Mc Graw-Hill de Portugal.

Heaton, J. e D. Lucas (1997). "Market Frictions, Savings Behavior, and Portfolio Choice." Macroeconomic Dynamics **1**(1): pp. 76-101.

Hentschel, L. (1995). "All in the Family Nesting Symmetric and Asymmetric GARCH Models." Journal of Financial Economics **39**(1): pp. 71-104.

Hicks, J. (1935). "A Suggestion for Simplifying the Theory of Money." Economica **2**(5): pp. 1-20.

Hicks, J. (1939). Value and Capital. Oxford and New York, Oxford University Press.

Hicks, J. (1962). "Liquidity." The Economic Journal **72**(288): pp. 787-793.

IGCP. "Site IGCP." from <http://www.igcp.pt/>.

INE. "Site INE." from http://www.ine.pt/portal/page/portal/PORTAL_INE.

Instituto de Gestão de Fundos de Capitalização da Segurança Social, I. P. (2008). Instituto de Gestão de Fundos de Capitalização da Segurança Social, I.P. - Relatório de Actividades 2007, IGFCSS I.P.

Jagannathan, R., E. R. McGrattan, et al. (2001). "The Declining U.S. Equity Premium." NBER Working Paper No. W8172: pp. The Declining U.S. Equity Premium.

Kocherlakota, N. R. (1996). "The Equity Premium: It's Still a Puzzle." Journal of Economic Literature **34**(1): pp. 42-72.

Koo, H. K. (1998). "Consumption and Portfolio Selection with Labor Income: A Continuous Time Approach." Mathematical Finance **8**(1): pp. 49-65.

Koo, H. K. (1999). "Consumption and Portfolio Selection with Labor Income: A Discrete-Time Approach." Mathematical Methods of Operations Research **50**(2): pp. 219-243.

Kraus, A. e R. H. Litzenberger (1976). "Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets." The Journal of Finance **31**(4): pp. 1085-1101.

-
- Levy, H. (1978). "Equilibrium in an Imperfect Market: A Constraint on the Number of Securities in the Portfolio." The American Economic Review **68**(4): pp. 643-659.
- Levy, H. e H. Markowitz (1979). "Approximating Expected Utility by a Function of Mean and Variance." American Economic Review **69**: pp. 308-317.
- Lintner, J. (1965). "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets." Review of Economics and Statistics **47**: pp. 13-37.
- Lintner, J. (1969). "The Aggregation of Investor's Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Security Markets." Journal of Financial and Quantitative Analysis **4**: pp. 346-382.
- Lucas, R. E. (1978). "Asset Prices in an Exchange Economy." Econometrica **46**(6): pp. 1429-1446.
- Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection." The Journal of Finance **7**(1): pp. 77-92.
- Markowitz, H. (1956). "The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints." Naval Research Logistics Quarterly **3**: pp. 111-133.
- Markowitz, H. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. New York, John Wiley.
- Markowitz, H. (1990). "Risk Adjustment." Journal of Accounting, Auditing and Finance: pp. 213-225.
- Markowitz, H. (1991). "Foundations of Portfolio Theory." The Journal of Finance **46**(2): pp. 469-478.
- Markowitz, H. (1999). "The Early History of Portfolio Theory: 1600-1960." Financial Analysts Journal **55**(4): pp. 5-16.
- Marschack, J. (1938). "Money and the Theory of Assets." Econometrica **6**(4): pp. 311-326.

-
- Mehra, R. e E. Prescott (1985). "The Equity Premium: A Puzzle." Journal of Monetary Economics **15**: pp. 145-161.
- Merton, R. (1969). "Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous Time Case." The Review of Economics and Statistics **51**(3): pp. 247-258.
- Merton, R. (1971). "Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model." Journal of Economic Theory **3**(4): pp. 373-413.
- Merton, R. (1973). "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model." Econometrica **41**(5): pp. 867-888.
- Merton, R. C. (1987). "A Simple Model of Capital Market Equilibrium with Incomplete Information." The Journal of Finance **42**(3): pp. 483-512.
- Mossin, J. (1966). "Equilibrium in a Capital Asset Market." Econometrica **34**(4): pp. 768-783.
- Mossin, J. (1968). "Optimal Multiperiod Portfolio Policies." The Journal of Business **41**(2): pp. 215-230.
- Pratt, J. W. (1964). "Risk Aversion in the Small and in the Large." Econometrica **32**(1/2): pp. 122-137.
- Richard J. Rogalski, J. D. V. (1977). "Price Level Variations as Predictors of Flexible Exchange Rates." Journal of International Business Studies **8**(1): pp. 71-82.
- Roll, R. (1979). Violations of Purchasing Power Parity and their Implications for Efficient. International Commodity Markets. International finance and Trade. M. Sarnat e G. P. Szego. Cambridge, Ballinger Publishing Co.
- Ross, S. (1976). "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing." Journal of Economic Theory **13**(3): pp. 341-360.
- Roy, A. D. (1952). "Safety First and the Holding of Assets." Econometrica **20**(3): pp. 431-450.

-
- Rubinstein, M. (1974). "An Aggregation Theorem for Securities Markets." Journal of Financial Economics **1**: pp. 225-244.
- Rubinstein, M. (1976). "The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options." The Bell Journal of Economics **7(2)**: pp. 407-426.
- Rubinstein, M. (2002). "Markowitz's "Portfolio Selection": A Fifty-Year Retrospective." The Journal of Finance **57(3)**: pp. 1041-1046.
- Samuelson, P. (1969). "Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming." The Review of Economics and Statistics **51(3)**: pp. 239-247.
- Samuelson, P. (1970). "The Fundamental Approximation of Theorem of Portfolio Analysis in terms of Means, Variances and Higher Moments." Review of Economic Studies **37**: pp. 537-542.
- Sercu, P. (1980). "A Generalization of the International Asset Pricing Model." Review of the French Association of Finance **1**: pp. 91-135.
- Sharpe, W. (1964). "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk." The Journal of Finance **19(3)**: pp. 425-443.
- Sharpe, W. (1967). "Portfolio Analysis." The Journal of Financial and Quantitative Analysis **2(2)**: pp. 76-86.
- Sharpe, W. (1991). "Capital Asset Prices with and without Negative Holdings." The Journal of Finance **46(2)**: pp. 489-510.
- Solnik, B. H. (1974). "An Equilibrium Model of the International Capital Market." Journal of Economic Theory **8(4)**: pp. 500-524.
- Stulz, R. (1981). "On the Effects of Barriers to International Investment." Journal of Finance **36(4)**: pp. 923-934.
- Stulz, R. (1995). International Asset Pricing: An Integrative Survey. Handbook of Modern Finance. M. Maksimovic e W. Ziemba, North Holland-Elsevier.
- Tobin, J. (1958). "Liquidity Preference as Behavior Towards Risk." The Review of Economic Studies **25(2)**: pp. 65-87.

Uspensky, J. V. (1937). Introduction to Mathematical Probability. New York, Mc Graw-Hill Book Company, Inc.

Viceira, L. (2001). "Optimal Portfolio Choice for Long-Horizon Investors with Nontradable Labor Income." Journal of Finance **56**(2): pp. 433-470.

Wallingford, B. (1967). "A Survey and Comparison of Portfolio Selection Models." The Journal of Financial and Quantitative Analysis **2**(2): pp. 85-107.

Williams, J. B. (1938). The Theory of Investment Value. Cambridge, Harvard University Press.

Zimmermann, H., W. Drobetz, et al. (2003). Global Asset Allocation: New Methods and Applications, John Wiley and Sons.

8. Índice de Figuras

8.1. Gráficos

Gráfico 1 – Evolução projectada do FEFSS.....	8
Gráfico 2 – Diagrama Risco / Retorno Esperado	13
Gráfico 3 – Função Utilidade Potência	32
Gráfico 4 – Diagrama Risco / Retorno Esperado [2]	47
Gráfico 5 – Evolução da volatilidade do índice EFFAS Portugal Maturidade > 1 Ano	68
Gráfico 6 – Distribuição Variância Carteira [1].....	74
Gráfico 7 – Distribuição Variância Carteira [2].....	76
Gráfico 8 – Distribuição Variância Carteira [3].....	77
Gráfico 9 – Distribuição Variância Carteira [4].....	78
Gráfico 10 – Diagrama Risco / Retorno Carteira [4]	78
Gráfico 11 – Distribuição Retorno Anual Nominal Carteira [4].....	79
Gráfico 12 – Sensibilidade do Retorno Anual Nominal da Carteira [4]	80
Gráfico 13 – Distribuição Variância Carteira [5].....	82
Gráfico 14 – Distribuição Variância Carteira [8].....	83
Gráfico 15 – Distribuição Variância Carteira [9].....	84
Gráfico 16 – Contribuições (Individuais e Acumuladas) para a Variância da Carteira [9]	85
Gráfico 17 – Diagrama Risco / Retorno Carteira [9]	85
Gráfico 18 – Distribuição Retorno Anual Nominal Carteira [9].....	86
Gráfico 19 – Sensibilidade do Retorno Anual Nominal da Carteira [9]	87
Gráfico 20 – Diagrama Risco / Retorno Carteiras [4] e [9]	89

8.2. Tabelas

Tabela 1 – <i>Benchmark</i> e Carteira [31.12.2007] do FEFSS	18
Tabela 2 – Limites de Composição do FEFSS.....	19
Tabela 3 – Projecções da Segurança Social	21
Tabela 4 – Carteira “de Mercado” para o FEFSS	58
Tabela 5 – Estimativas de Retorno e Risco Esperado (com base em dados históricos).....	63
Tabela 6 – Matriz de Correlações Estimadas (com base em dados históricos).....	65
Tabela 7 – Covariâncias com Taxa Sem Risco e Inflação	66
Tabela 8 – <i>Yield</i> Média do Índice EFFAS Portugal Maturidades > 1 Ano	67
Tabela 9 – Alocações de Cobertura de Variabilidade de Taxa de Juro e Inflação	71
Tabela 10 – Resultados de Base	73
Tabela 11 – Resultados com flexibilização de restrições.....	81
Tabela 12 – Comparação Carteiras [2], [4] e [9].....	88

ÍNDICE

Agradecimentos.....	4
Resumo.....	5
Abstract.....	6
1. Introdução.....	7
1.1. Enquadramento Geral.....	7
1.1.1. O FEFSS no Contexto da Segurança Social.....	7
1.1.2. Relevância do Tema.....	9
1.1.3. Objectivo da Dissertação.....	10
1.1.4. Organização da Dissertação.....	10
1.2. Enquadramento Teórico.....	13
1.2.1. Perspectiva Geral.....	13
1.2.2. O Problema (Teórico) Específico.....	15
2. FEFSS.....	17
2.1. Objectivo e Descrição Geral.....	17
2.2. Limites à Composição do FEFSS.....	19
2.3. Política de Investimentos.....	19
2.4. Desenvolvimentos Recentes.....	20
3. Teoria.....	22
3.1. Introdução.....	22
3.2. As Primeiras Referências.....	23
3.3. Markowitz.....	26
3.3.1. Escolha de carteiras de investimento para investidores de curto prazo.....	30
3.3.2. Escolha de carteiras de investimento para investidores de longo prazo.....	33
3.4. Alocação Multiperíodo.....	35
3.5. Extensão Internacional.....	39
3.5.1. Versão PPC Absoluta.....	39
3.5.2. Versão PPC relativa.....	40
3.5.3. Desvios à PPC.....	41
3.6. O CAPM.....	44
3.6.1. Enquadramento.....	44
3.6.2. Relação Markowitz – CAPM.....	45
3.6.3. Descrição.....	46
3.6.4. Implicações.....	49
3.7. Escolha de Algoritmo FEFSS.....	50
3.7.1. Algoritmo Aplicado.....	50
3.7.2. Observações Críticas.....	51
4. Aplicação Empírica – Caso do FEFSS.....	55
4.1. Carteira de Referência.....	55
4.2. Universo de Activos Considerados.....	59
4.3. Inputs.....	60
4.3.1. Explicação.....	60
4.3.2. Dados.....	62
4.4. Recursos Informáticos.....	66
4.5. Resultados.....	67
4.5.1. Verificação de Objectivos.....	67
4.5.2. Outputs – Explicação.....	69

4.5.3.	Outputs – Resultados.....	70
4.6.	Comparações	87
5.	Conclusão	90
5.1.	Principais Resultados e Inferências.....	90
5.2.	Pontos Fracos e Fortes da Análise Empírica.....	91
5.3.	Análises Futuras	94
6.	Anexos.....	96
	Detalhe das Alocações de Cobertura.....	96
	Detalhe da Análise da Carteira [1]	97
	Detalhe da Análise da Carteira [2]	98
	Detalhe da Análise da Carteira [3]	99
	Detalhe da Análise da Carteira [4]	101
	Detalhe da Análise da Carteira [5]	102
	Detalhe da Análise da Carteira [6]	103
	Detalhe da Análise da Carteira [7]	105
	Detalhe da Análise da Carteira [8]	106
	Detalhe da Análise da Carteira [9]	107
7.	Bibliografia.....	109
8.	Índice de Figuras	117
8.1.	Gráficos	117
8.2.	Tabelas.....	117