

BETÃO ESTRUTURAL: NOVOS MODELOS PARA A ANÁLISE DE ELEMENTOS CRÍTICOS AO CORTE

JOÃO CARLOS FERNANDES ESTEVES

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Carvalho Marques de Faria

JULHO DE 2011

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2010/2011

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2010/2011 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2011.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Para a minha família

Quem não lê, não quer saber. Quem não quer saber, quer errar.

António Vieira

AGRADECIMENTOS

Os meus sinceros agradecimentos a todos os que contribuíram para a realização desta tese, em especial:

- Ao Professor Mário Pimentel, pelo apoio concedido, através do fornecimento de material indispensável à realização desta tese, bem como todos os esclarecimentos prestados.
- Ao Luís Oliveira, pela disponibilidade constante e ajuda incondicional na aprendizagem do programa computacional utilizado.
- Aos meus colegas, em especial, ao Hugo Costa e ao José Iria, pela amizade e ajuda durante estes últimos anos.
- Aos meus amigos e à minha família, pelo encorajamento constante e incondicional.
- À Ana Baltazar pela ajuda, apoio e encorajamento durante todo o período da tese.
- A todos os Professores do Mestrado Integrado em Engenharia Civil, pela transmissão dos seus conhecimentos.

RESUMO

O futuro da Engenharia Civil requer não só o dimensionamento de novas estruturas mas também a análise e verificação da segurança de estruturas existentes. No caso particular das pontes, com o desenvolvimento social que se tem verificado, a evolução dos modelos de carga de forma a traduzir o aumento significativo de tráfego torna cada vez mais urgente a adopção de métodos de análise estrutural mais realistas que permitam averiguar convenientemente a capacidade de carga de pontes existentes, o que pode ser decisivo quanto a uma possível intervenção nas mesmas.

Neste trabalho procurou-se efectuar um estudo comparativo entre os modelos mais recentes para verificação de segurança ao esforço transversal. Seleccionaram-se os modelos de análise baseados na Teoria da Plasticidade e na Modified Compression Field Theory. Nomeadamente os modelos presentes no Eurocódigo 2 e no Model Code 2010 e o modelo proposto por Pimentel. Para o efeito, desenvolveu-se uma campanha de validação com resultados gráficos e estatísticos com base numa série de ensaios experimentais preferidos.

Por fim, pretendeu-se efectuar a aplicação destes modelos num caso prático. Assim, foi verificada a segurança ao esforço transversal num viaduto existente substituído recentemente (*Wassnerwald*, Suíça) em Estado Limite Último para cada modelo estudado. Procurou-se então avaliar a aplicabilidade destes modelos num caso prático real e corrente na prática de Engenharia. Este viaduto é constituído por vigas com uma grande quantidade de pré-esforço e uma armação transversal reduzida. Utilizou-se o programa de cálculo computacional *SAP2000* para modelar a ponte e calcular os esforços actuantes segundo o modelo de carga preconizado no Eurocódigo 1.

Obtiveram-se então os valores de cálculo do esforço transversal resistente e actuante segundo os modelos de análise ao corte em estudo, bem como os valores de cálculo correspondentes à verificação da segurança da estrutura à flexão. Paralelamente, foram analisados os valores médios dos esforços resistentes e actuantes aproveitando o estudo experimental desenvolvido nestas vigas.

PALAVRAS-CHAVE: Esforço transversal, Teoria da Plasticidade, Modified Compression Field Theory, Model Code 2010, pontes existentes em betão.

ABSTRACT

In the upcoming practice of civil engineering it is not only required the design of new structures but also to test and verify the security of the existing ones. In the particular case of existing bridges the development of load models in order to express the significant increase in traffic loads makes it more and more urgent to adopt methodologies to analyze the properly carrying capacity that allows a more realistic assessment of the structure. It is expected that the right modeling of this behavior will on one hand lead to better designed structural member's evaluation and on the other to more clearly appreciate situations where shear will be a critical safety issue in existing structures.

The purpose of this thesis was to study and compare the recent models for shear security verification. The selected models are based on the Theory of Plasticity and the Modified Compression Field Theory. For this purpose a validation campaign was undertaken using a database with the experimental results of 41 full-scale beams subjected to shear. The results obtained are statistically and graphically studied and they are, in general, accurately predicted.

Finally, the intention to apply these methods led to a case study with an evaluation of shear safety in an existing viaduct. The computer program *SAP2000*, which employs simplified 3D models of the structures, was used to model the bridge and calculate the actuating loads response for the load model recommended in Eurocode 1. Then, the values of the design the shear capacity and the design shear force were obtained for each model and discussed.

KEYWORDS: Shear failure, Modified Compression Field Theory, plasticity approach, safety assessment, bridge engineering.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. CONTEXTO.....	1
1.2. OBJECTIVOS.....	2
1.3. ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	2
2. MODELOS DE ANÁLISE AO ESFORÇO TRANSVERSO	5
2.1. GERAL	5
2.2. EVOLUÇÃO HISTÓRICA E RESUMO DO CONHECIMENTO	5
2.3. MODELOS BASEADOS NA TEORIA DA PLASTICIDADE.....	10
2.3.1. GERAL	10
2.3.2. EN 1992-1-1: EUROCÓDIGO 2 (2004) PROJECTO DE ESTRUTURAS DE BETÃO	11
2.4. MODELOS BASEADOS NA MODIFIED COMPRESSION FIELD THEORY	16
2.4.1. GERAL	16
2.4.2. MODEL CODE 2010.....	21
2.5. MODELO PROPOSTO POR PIMENTEL	25
2.5.1. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO	25
2.5.2. LEIS CONSTITUTIVAS.....	27
2.5.3. ANÁLISE LIMITE.....	28
2.5.4. MÉTODO DE ANÁLISE SECCIONAL PARA ZONAS DE CONTINUIDADE	29
3. VALIDAÇÃO DOS MODELOS DE ANÁLISE	31
3.1. GERAL	31
3.2. DESCRIÇÃO EXPERIMENTAL	32
3.2.1. VIGAS TESTADAS POR HIGGINS ET AL	32
3.2.2. VIGA T1 TESTADA POR LEONHARDT E WALTHER	34
3.2.3. VIGAS TESTADAS POR REINECK.....	34
3.2.4. VIGA G8E TESTADA POR KUCHMA ET AL	35

3.2.5. VIGAS TESTADAS POR LEVI E MARRO.....	36
3.2.6. VIGAS TESTADAS POR HARS E MUTTONI	38
3.2.7. VIGAS TESTADAS POR LIPING XIE	41
3.2.8. VIGAS TESTADAS POR HWAN OH E SOO KIM	44
3.3. OBTENÇÃO DE RESULTADOS PELOS MODELOS DE ANÁLISE AO ESFORÇO TRANSVERSO	45
3.4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS	50
3.5. CONCLUSÕES.....	56
4. CASO DE ESTUDO	57
4.1. GERAL	57
4.2. APRESENTAÇÃO E DESCRIÇÃO DA PONTE	58
4.3. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS	61
4.4. MODELAÇÃO DA PONTE E MODELO DE CARGA	63
4.4.1. MODELAÇÃO DA PONTE.....	63
4.4.2. MODELO DE CARGA	65
4.5. VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DA PONTE EM ESTADO LIMITE ÚLTIMO.....	71
4.5.1. VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA AO ESFORÇO TRANSVERSO PELOS MODELOS DE ANÁLISE.....	71
4.5.1.1. Resultados obtidos pelo Modelo de Análise presente no Eurocódigo 2.....	74
4.5.1.2. Resultados obtidos pelo Modelo de Análise proposto por Pimentel (Nível II)	74
4.5.1.3. Resultados obtidos pelo Modelo de Análise presente no Model Code 2010 (Nível III)	75
4.5.2. VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA À FLEXÃO	76
4.5.3. COMPILAÇÃO DE RESULTADOS	77
4.6. DISCUSSÃO DE RESULTADOS E CONCLUSÕES.....	77
5. CONCLUSÕES.....	79
5.1. CONCLUSÕES DO TRABALHO	79
5.2. SUGESTÕES PARA DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	80

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.1 – Viaduto “Sopra le Cantine” na Suíça: (a) Construção do viaduto em 1967; (b) Remoção das vigas para análise ao corte em 2003.	2
Fig.2.1 - Modelo de Mörsch: (a) Disposição da Treliça de Mörsch [7]; (b) Modelo de Mörsch versus resultados experimentais	6
Fig.2.2 - Esquema da estrutura dos armazéns da Força Aérea (1 in = 25,4 mm, 1 ft.= 0,305 mm) [9] ..	7
Fig.2.3 - Curvas esquemáticas tensão-extensão: (a) aço estrutural; (b) betão com diferentes resistências à compressão; (c) idealização rígida-plástica do betão usada na análise plástica [20]. ...	11
Fig.2.4 – Redistribuição das forças na alma sujeita a acções de corte através da rotação das escoras comprimidas [21].	12
Fig.2.5 – Modelo de treliça do Eurocódigo 2 [2].....	13
Fig.2.6 – Capacidade última do elemento: (a) Capacidade última $V_{R,s}$ nas armaduras de esforço transversal em cedência; (b) Capacidade última $V_{R,máx}$ no esmagamento das escoras comprimidas de betão.....	14
Fig.2.7 – Representação de $V_{R,s}$ e $V_{R,máx}$ com a evolução da inclinação das escoras comprimidas θ' [21].....	15
Fig.2.8 – Representação da interrupção da armadura longitudinal tendo em conta o efeito das fendas inclinadas e da resistência da armadura nos seus comprimentos de amarração [5].....	16
Fig.2.9 – Exemplos de armaduras de esforço transversal [5].	16
Fig.2.10 – Expressões e relações entre tensões e extensões na Modified Compression Field Theory (MCFT)	18
Fig.2.11 – Relações tensão-extensão para o betão fendilhado: (a) Relação tensão-extensão para o betão fendilhado à compressão; (b) Representação a três dimensões das relações tensão-extensão à compressão [16].	19
Fig.2.12 – (a) Comparação entre tensões locais na fenda e tensões médias calculadas; (b) Transmissão de tensões de corte ao longo das fendas pelo fenómeno “aggregate interlock” [16].	19
Fig.2.13 – Exemplo da determinação de ϵ_x em vigas não pré-esforçadas [1].	20
Fig.2.14 – Forças desenvolvidas na alma da viga [25].	21
Fig.2.15 – Complexidade, nível de detalhe e precisão do modelo MC 2010 para os diferentes níveis de aproximação [25].	22
Fig.2.16 – Rotação das bielas comprimidas na alma de vigas com armadura de esforço transversal durante o período de carga (Walraven, 1995) [25].....	23
Fig.2.17 – Elemento de painel: (a) Notação; (b) Equilíbrio em termos de tensões nas fendas [23].	26
Fig.2.18 – Secção de controlo: Definição e localização onde ϵ_x é analisado	29

Fig.3.1 – Geometria e armaduras de corte e flexão das vigas testadas por Higgins et al. (dimensões em mm) [23].....	32
Fig.3.2 – Esquema do quadro de teste com a amostra para o teste típico (1 in = 25,4 mm, 1 ft.= 0,305 mm) [29].....	33
Fig.3.3 – Geometria e armaduras de corte e flexão da viga T1 testada por Leonhardt e Walther [23].34	
Fig.3.4 – Geometria e disposição das armaduras das vigas testadas por Reineck	35
Fig.3.5 – Geometria longitudinal e distribuição dos estribos #4 (2x129mm ²), secção transversal, disposição dos 42+2 cordões de pré-esforço e dimensões características da viga G8E testada por Kuchma et al. [23].....	36
Fig.3.6 - Geometria longitudinal e exemplo da secção transversal das vigas não pré-esforçadas testadas por Levi e Marro com disposição da armadura de corte e flexão.....	37
Fig.3.7 – Cabos de pré-esforço: Posição das bainhas e aproximação das posições a três parábolas [34].....	38
Fig.3.8 – Geometria e disposição da armadura nas vigas testadas por Hars e Muttoni: (a) Secção longitudinal (valores em metros); (b) secção transversal e detalhe da armadura constituinte na secção A-A da viga (valores em mm) [34] [35].	40
Fig.3.9 – Disposição do carregamento para todas as vigas testadas [35].....	40
Fig.3.10 – Geometria longitudinal específica, esquema geral do ensaio e representação dos diagramas gerais de esforço transversal e momento flector das vigas testadas por Xie [36] (Dimensões em mm).	42
Fig.3.11 – Descrição da secção das vigas testadas por Xie: (a) Dimensões específicas das secções transversais dos dois grupos de vigas; (b) Exemplo do detalhe das armaduras das vigas LB6 a LB9 [36].	42
Fig.3.12 – Ilustração do conjunto de armaduras em fase de amarração [36].	43
Fig.3.13 – Características das vigas testadas por Oh e Kim: (a) Geometria e diagramas gerais de esforço transversal e momento flector; (b) Secções transversais a meio vão e na zona de ancoragem, e disposição das armaduras constituintes; (c) Disposição das bainhas de pré-esforço parabólicas [37]	44
Fig.3.14 – Efeito da inclinação de cabos de pré-esforço	46
Fig.3.15 – Relação entre os termos $v f_c$ e $\zeta f_c^{2/3}$ com a evolução da resistência à compressão do betão f_c	50
Fig.3.16 – Resumo dos exemplos de validação efectuados: (a) Resultados obtidos; (b) Validação dos modelos do Eurocódigo 2 e do modelo proposto por Pimentel; (c) Validação do modelo do Model Code 2010 e comparação entre os níveis de aproximação	51
Fig.3.17 – Comparação entre a resistência ao esforço transversal calculada (T_R^{calc}) e experimental (T_R^{exp}) observada em 37 vigas à escala real para os modelos de análise ao esforço transversal propostos	53
Fig.3.18 – Rácio V_R^{exp} / V_R^{calc} dos modelos de análise vs. f_c para as 37 vigas testadas	54
Fig.3.19 – Rácio V_R^{exp} / V_R^{calc} dos modelos de análise vs. $\rho_w f_{yw} / f_c$ para as 37 vigas testadas	54

Fig.4.1 – Representação do viaduto Wassnerwald (dimensões em mm): (a) Secção transversal sobre o apoio; (b) Detalhe da construção do apoio articulado e ligação de vãos; (c) Dimensões pormenorizadas das vigas pré-fabricadas [38]	59
Fig.4.2 – Reforço transversal e longitudinal ordinário das vigas pré-fabricadas do viaduto Wassnerwald (dimensões em mm): (a) Reforço na alma da viga; (b) Geometria da amadura transversal (redes soldadas); (c) Arranjo das armaduras ao longo do comprimento da viga [38]	60
Fig.4.3 – Pormenor do reforço de suporte no apoio [38]	60
Fig.4.4 – Armadura de pré-esforço prevista e efectivamente colocada na secção transversal das vigas [38].....	51
Fig.4.5 – Geometria da bainha de pré-esforço e posições do suporte do cabo [38].....	51
Fig.4.6 – Disposição do carregamento experimental associado a esforços de corte levado a cabo por Zwicky e Vogel em 4 vigas constituintes da ponte: (a) Distribuição de cargas simétrica e (b) assimétrica [38]	62
Fig.4.7 – Disposição das fendas padrão em todas as amostras ensaiadas por Zwicky e Vogel para a última fase de carregamento [38].....	63
Fig.4.8 – Representação esquemática do modelo 3D em perspectiva de toda a secção do viaduto observada no programa de cálculo computacional SAP2000	64
Fig.4.9 – Representação esquemática do modelo 3D em perspectiva de toda a secção do viaduto observada no programa de cálculo computacional SAP2000	65
Fig.4.10 – Representação esquemática em perspectiva das faixas fictícias 1 e 2 e da área restante da faixa de rodagem definida no programa de cálculo computacional SAP2000	66
Fig.4.11 – Apresentação do quadro resumo com os valores característicos do modelo de carga LM1 [40].....	67
Fig.4.12 – Cargas aplicadas no modelo de carga LM1: (a) Configuração dos dois sistemas de carga nas faixas fictícias (Chave da figura: (1) Lane Nr. 1: $Q_{1k} = 300$ kN; $q_{1k} = 9$ kN/m ² ; (2) Lane Nr. 2: $Q_{2k} = 200$ kN; $q_{2k} = 2,5$ kN/m ² ; (3) Lane Nr. 3: $Q_{3k} = 100$ kN; $q_{3k} = 2,5$ kN/m ²); (b) Aplicação do sistema paralelo TS para verificações locais [40]	67
Fig.4.13 – Representação transversal da sobrecarga rodoviária definida pelo modelo de carga LM1 presente no EC1.....	67
Fig.4.14 – Representação esquemática da vista plana longitudinal sobre o tabuleiro observada no programa de cálculo computacional SAP2000 onde se representam os valores correspondentes à restante carga permanente ($5.75 \times 0.5/0.55 = 5.23$ kN/m ² ; $5.75 \times 0.7/0.75 = 5.37$ kN/m ²)	68
Fig.4.15 – Resumo dos diagramas de esforços internos gerados pelo programa de cálculo computacional SAP2000: (a1) Diagrama de esforço transversal e (a2) Diagrama de momento flector correspondente ao peso próprio - Case DEAD; (b1) Diagrama de esforço transversal e (b2) Diagrama de momento flector correspondente à restante carga permanente – Case G_RCP; (c1) Envolvente do diagrama de esforço transversal e (c2) Diagrama de momento flector correspondente à carga rodoviária pelo LM1 – Combo Sob Rodoviária	69
Fig.4.16 – Representação em perspectiva da configuração deformada de toda a secção do viaduto gerada pelo programa de cálculo computacional SAP2000 (e apresentação da escala representativa dos valores dos contornos de deslocamento na direcção da gravidade nas áreas dos elementos)	70

Fig.4.17 – Resumo das envolventes dos diagramas de esforços internos em toda a secção do viaduto gerados pelo programa de cálculo computacional SAP2000 para a verificação ao Estado Limite Último – Combo ELU: (a) Esforço transverso; (b) Momento flector..... 70

Fig.4.18 – Resumo das envolventes dos diagramas de esforços internos gerados pelo programa de cálculo computacional SAP2000 na viga exterior esquerda (Right Exterior Girder) para a verificação ao Estado Limite Último: (a) Esforço transverso; (b) Momento flector..... 71

Fig.4.19 – Aproximação da posição do cabo de pré-esforço parabólico e simétrico a linhas de tendência polinomial de 2º grau e linear 72

Fig.4.20 – Representação simplificada da distribuição rectangular de tensões 76

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 3.1 – Dados das vigas testadas por Higgins et al.....	33
Quadro 3.2 – Dados da viga T1 testada por Leonhardt e Walther.	34
Quadro 3.3 – Dados das vigas testadas por Reineck.....	35
Quadro 3.4 – Dados da viga G8E testada por Kuchma et al.....	36
Quadro 3.5 – Dados característicos das vigas testadas por Levi e Marro	37
Quadro 3.6 – Dados característicos das vigas testadas por Hars e Muttoni	39
Quadro 3.7 – Valores da força axial externa aplicada a cada viga (valores negativos significam esforços axiais de compressão).....	40
Quadro 3.8 – Valores conferidos a a_N , c e a_S da figura 3.9 para s disposição do carregamento.....	41
Quadro 3.9 – Dados característicos das vigas testadas por Xie	43
Quadro 3.10 – Dados característicos das vigas testadas por Oh e Kim	44
Quadro 3.11 – Valores de φ e $V_{P\infty}$ para os cabos de pré-esforço superior e inferior das vigas testadas por Hars e Muttoni.....	46
Quadro 3.12 – Valores de φ e $V_{P\infty}$ para os 3 cabos de pré-esforço das vigas testadas por Oh e Kim.....	47
Quadro 3.13 – Resumo dos valores experimentais (V_R^{exp}) e valores calculados (V_R^{calc}) do esforço transversal resistente para todo o conjunto de vigas ensaiadas	47
Quadro 3.14- Resumo dos rácios obtidos pela relação entre os valores experimentais e calculados do esforço transversal resistente para todo o conjunto de vigas ensaiadas	49
Quadro 3.15- Resumo da comparação (análise estatística) entre as capacidades de resistência ao corte calculadas e ensaiadas	55
Quadro 4.1 -Resumo dos valores médios da tensão de rotura do betão à compressão e das tensões de cedência à tracção das armaduras transversais e de pré-esforço	62
Quadro 4.2- Resumo dos esforços transversos V e momentos flectores M resistentes obtidos para as quatro amostras ensaiadas (PV1 a PV4).....	63
Quadro 4.3 – Dados característicos das vigas constituintes do viaduto Wassnerwald.....	72
Quadro 4.4 – Resumo dos valores de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão e das tensões de cedência à tracção das armaduras transversais e de pré-esforço	73
Quadro 4.5 – Resultados do processo de cálculo obtidos pelo Eurocódigo 2	74
Quadro 4.6 – Resultados intermédios do processo de cálculo obtidos pelo modelo proposto por Pimentel.....	74
Quadro 4.7 – Resultados finais obtidos pelo modelo de análise proposto por Pimentel.....	75
Quadro 4.8 – Resultados intermédios obtidos pelo modelo presente no Model Code 2010	75
Quadro 4.9 – Resultados do modelo de análise presente no Model Code 2010	75

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

A – área da secção transversal

A_{sw} – área da secção das armaduras de esforço transverso

A_p – área da secção de uma armadura ou de cabos de pré-esforço

A_{sl} - área da armadura longitudinal ordinária na parte tensionada da secção por flexão

E_p - valor do módulo de elasticidade do aço de uma armadura de pré-esforço

E_s - valor do módulo de elasticidade do aço de uma armadura para betão armado

G - valor de uma acção permanente

Q - valor de uma acção variável

M_{Ed} - valor de cálculo do momento flector actuante

$M_{E,máx}$ – momento máximo ao longo do elemento

M_{Rd} – valor de cálculo da resistência à flexão

M_p – momento flector devido ao pré-esforço

N_p – esforço axial devido ao pré-esforço

d - altura útil de uma secção transversal

d_g - dimensão nominal máxima do agregado

f_c - tensão de rotura do betão à compressão

f_{cd} - valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão

f_{cm} - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão

$f_{c,ef}$ – resistência efectiva à compressão do betão fendilhado do painel

f_p tensão de rotura à tracção do aço das armaduras de pré-esforço

f_{p0} – tensão no cabo de pré-esforço quando o betão envolvente está num estado de tensão nulo

f_y - tensão de cedência à tracção do aço das armaduras para betão armado

f_{yd} - valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras para betão armado

h - altura total de uma secção transversal

x,y,z – coordenadas

z - braço do binário das forças interiores

α – ângulo formado pela armadura de esforço transverso com o eixo do elemento

s – espaçamento das armaduras de esforço transverso, medido longitudinalmente

b_w – menor largura da secção entre os banzos traccionado e comprimido

$b_{w,nom}$ - valor nominal da largura da alma

θ' – ângulo formado pela escora comprimida de betão com o eixo da viga;

γ - coeficiente parcial

ρ_w - taxa de armaduras de esforço transverso

σ_c - tensão de compressão no betão

τ_{xy} – tensão de corte

ζ – factor de redução

$V_{R,c}$ – valor do esforço transverso resistente do elemento sem armadura de esforço transverso

$V_{R,s}$ – valor do esforço transverso equilibrado pela armadura transversal na tensão de cedência

$V_{R,máx}$ – valor do esforço transverso resistente máximo no elemento, limitado pelo esmagamento das escoras comprimidas

$V_{p\infty}$ – componente vertical da tensão no cabo de pré-esforço inclinado após perdas

V_R^{exp} – resistência ao esforço transverso experimentada

V_R^{calc} – resistência ao esforço transverso calculada

V_{Ed} - valor de cálculo do esforço transverso actuante

F_t – força de tracção na armadura longitudinal

F_c – força de compressão no betão na direcção do eixo longitudinal do elemento

α_{cw} – coeficiente que tem em conta o estado de tensão no banzo comprimido

\varnothing_D – diâmetro exterior da bainha

η_D – factor de redução

ε – extensão

y_{xy} – extensão de corte

w – largura da fenda

s_e – espaçamento de fendas

f_{c0} – tensão de referência

w_x – taxa mecânica de armadura na direcção x

w_y – taxa mecânica de armadura na direcção y

φ – inclinação do cabo de pré-esforço relativamente ao eixo da viga

MCFT – Modified Compression Field Theory

EC – Eurocódigo

MC2010 – Model Code 2010

ELU – Estado Limite Último

1

INTRODUÇÃO

1.1. CONTEXTO

A sociedade exige um elevado nível de segurança em estruturas edificadas. Esta exigência incide de um modo particular em estruturas de interesse público tais como pontes, dada a sua relevância para as populações e tendo em conta as graves perdas humanas, bem como prejuízos económicos que um potencial colapso acarreta. Desta forma, e considerando que a rotura de vigas e elementos de betão armado constituintes da ponte por esforço transversal é um dos grandes testes à segurança deste tipo de estrutura e devido ao carácter frágil associado a este tipo de roturas, torna-se indiscutível a importância de uma análise consciente de verificação à segurança ao esforço transversal deste tipo de estruturas.

Comparativamente a outros modelos de cálculo resistente, como sejam a flexão simples ou composta e o esforço axial, a determinação e verificação da segurança de um elemento de betão armado ao esforço transversal revela-se menos clara e conseqüentemente menos precisa. É frequente que normas de segurança presentes nos diversos livros técnicos e regulamentares, bem como as diferentes metodologias de segurança com registo em textos consagrados nesta matéria, exibam uma apreciável divergência de critérios na sua abordagem.

A consequência desta divergência decorre da difícil quantificação de factores que afectam o elemento de betão armado quando sujeito a esforços de corte. Neste sentido, a complexidade e multiplicidade dos fenómenos intervenientes, associada às características frágeis normalmente ligadas às roturas por corte, leva a que seja admitido algum grau de conservadorismo nas correspondentes expressões regulamentares.

Enquanto no caso de dimensionamento de estruturas novas, nomeadamente no caso de pontes, o uso de métodos simplificados com um grau de conservadorismo apreciável não se traduz, por norma, em acréscimos significativos no valor global da obra, já no caso da verificação de segurança de estruturas existentes a decisão de uma possível intervenção deve ser baseada em modelos e estimativas realistas do comportamento estrutural. Como tal, na análise de estruturas existentes, a utilização de métodos realistas de análise revela-se decisiva na verificação à segurança e conseqüente acção de reforço da estrutura. A regulamentação mais recente recomenda a utilização de modelos de complexidade crescente consoante as necessidades evidenciadas pelo caso em estudo.

Há, portanto, necessidade de traduzir um comportamento complexo através de expressões simples e adequadas ao uso prático diário corrente na engenharia. Tem-se assistido então a uma evolução contínua dos métodos de dimensionamento e verificação de segurança ao esforço transversal. Daqui resulta que uma grande parte das estruturas existentes falhe na verificação de segurança quando analisadas à luz de regulamentação que entrou em vigor numa época posterior à sua construção. No

caso particular das pontes, com o desenvolvimento socioeconómico que se tem verificado, a evolução dos modelos de carga de forma a traduzir o aumento significativo de tráfego e das cargas máximas por eixo, torna ainda mais importante e urgente a adopção de metodologias que permitam averiguar convenientemente a capacidade de carga de pontes já construídas (Fig. 1).



Fig.1 – Viaduto “Sopra le Cantine” na Suíça: (a) Construção do viaduto em 1967; (b) Remoção das vigas para análise ao corte em 2003.

1.2. OBJECTIVOS

O objectivo deste trabalho consiste em efectuar um estudo comparativo entre os modelos mais recentes para a verificação da segurança ao esforço transversal com o intuito de averiguar qual o método que mais se aproxima à realidade do caso em estudo traduzindo um grau de precisão mais apreciável.

Numa primeira fase do trabalho pretende-se efectuar uma pesquisa bibliográfica com vista a seleccionar os modelos teóricos alvo do estudo e a reunir uma série de resultados experimentais que servirão de base à fase seguinte, e que consiste na validação dos modelos seleccionados. Procurar-se-á assim confrontar os resultados obtidos segundo as várias metodologias de forma a responder às estimativas realistas da capacidade de resistência dos elementos experimentados.

Por fim, pretende-se efectuar a aplicação destes modelos num caso prático, nomeadamente na avaliação da segurança ao esforço transversal de uma ponte existente.

Durante a execução de todas as fases do trabalho é imperiosa a demonstração e compreensão dos modelos seleccionados de forma a tornar clara a sua aplicação prática, espelhando na sua resolução, uma aproximação satisfatória às condições que envolvem todo o caso em estudo.

Avaliar-se-á também a influência dos diversos factores que afectam o comportamento dos elementos de betão armado ao corte nos métodos analisados, bem como a similaridade de cada um dos modelos a estes factores no caso prático.

1.3. ORGANIZAÇÃO DA TESE

O presente trabalho está dividido em cinco capítulos que, de certa forma, reflectem as várias etapas da sua elaboração.

No Capítulo 1 (Introdução) é apresentado o enquadramento da tese, bem como os objectivos da sua realização e uma breve descrição da mesma.

No Capítulo 2 (Modelos de Análise ao Esforço Transverso) faz-se um resumo do estado da arte. São focados os aspectos mais importantes na evolução dos modelos com vista à verificação da segurança ao esforço transverso, seleccionando assim os modelos mais sofisticados actualmente em engenharia. Este capítulo é dividido em três partes, sendo que na primeira parte são estudados os modelos baseados na Teoria da Plasticidade, na segunda parte são analisados os modelos baseados na Modified Compression Field Theory (MCFT) e por fim é analisado o modelo proposto por Pimentel. Para cada modelo é efectuada uma pesquisa bibliográfica onde é apresentada a sua evolução ao longo dos anos pelos diversos autores e onde é descrito o procedimento de resolução e explicação do mesmo.

O Capítulo 3 (Validação dos Modelos de Análise) é então dedicado à validação das metodologias seleccionadas no capítulo anterior. Após um estudo bibliográfico, reuniu-se uma série de casos experimentais com vigas de grandes dimensões de forma a simular o estudo real de vigas constituintes de pontes. Este tem como objectivo de analisar os resultados e obter conclusões da aplicação prática de cada método nos casos em estudo. Estes resultados servem de base a uma discussão que procura comparar e confrontar os modelos de cálculo do esforço transverso incluindo a avaliação da precisão de cada modelo através do estudo probabilístico e gráfico.

No Capítulo 4 (Caso de Estudo) é apresentada a ponte existente na Suíça que é objecto deste estudo, bem como o desenvolvimento dos modelos usados para efectuar a verificação da segurança ao esforço transverso. O estudo das disposições construtivas e das combinações dos modelos de carga na ponte foi efectuada recorrendo ao programa de software integrado de análise e dimensionamento estrutural *SAP2000*.

No capítulo 5 (Conclusões) são apresentadas as conclusões do trabalho e, adicionalmente, são concretizadas algumas sugestões com vista a possíveis trabalhos futuros dentro do tema desta tese.

2

MODELOS DE ANÁLISE AO ESFORÇO TRANSVERSO

2.1. GERAL

Desde o início do séc. XX que o comportamento ao corte de elementos em betão estrutural tem vindo a ser alvo de investigação aturada [1].

No entanto, e como referido no capítulo anterior, a determinação da resistência de uma peça de betão armado ao esforço transversal carece, ainda actualmente, de uma modelação teórica que satisfaça plenamente todos os critérios envolventes a este estudo. Pelo menos com uma fiabilidade comparável à conseguida na modelação do comportamento do betão armado sob acção de esforços axiais ou flexão (simples ou composta).

Este facto decorre de o comportamento do betão armado ser, nestas condições, significativamente afectado por factores de difícil quantificação. Um dos factores é, eventualmente, a definição precisa do funcionamento das peças de betão após fendilhação, já que sob a acção de esforços que induzem efeitos de corte, as fendas desempenham um papel importante, consequência dos movimentos relativos que se observam entre as correspondentes faces rugosas. A interacção das superfícies de betão ao longo dos dois bordos da fenda resulta de quantificação difícil, não só em virtude da incerteza quanto à aspereza da superfície da fenda, mas também em relação à inclinação média dessa superfície relativamente ao eixo do elemento, ou ainda à sua curvatura. Um outro efeito é a influência das armaduras longitudinais do elemento, que ao atravessarem as fendas geradas pelos esforços cortantes intervêm na resistência transversal deste. Outros efeitos que afectam o comportamento das peças de betão armado quando submetidas ao esforço transversal serão descritos no desenvolvimento dos modelos apresentados.

Neste enquadramento, e não se dispondo de um modelo teórico verdadeiramente estipulado para explicação do comportamento do betão armado sob a acção do esforço transversal, torna-se necessária a análise específica e cuidada dos assuntos envolventes e dos modelos que se vêm completando com o estudo dos diversos autores na sua aplicação prática.

2.2. EVOLUÇÃO HISTÓRICA E RESUMO DO CONHECIMENTO

Há já mais de um século que o esforço transversal é uma das poucas áreas de investigação do comportamento de estruturas de betão armado onde a discórdia e diferentes argumentações persistem entre os investigadores desta matéria sobre os mecanismos que permitem que as tensões atravessem e fluam entre as peças de betão e ao longo das suas fendas [2].

Desde o início da construção de estruturas em betão armado que os projectistas têm então procurado modelos precisos que descrevam e determinem a resistência dos mesmos ao esforço transversal. Mas, apesar do estudo contínuo, o betão é diferente dos outros materiais pois exibe um comportamento de fendilhação que por um lado é muito complexo de prever e por outro essencial ao funcionamento de todo o elemento em estudo.

No início do séc. XX, os modelos de treliça eram utilizados como ferramentas de análise e dimensionamento de vigas de betão armado. Na sua publicação, *Die Bauweise Hennebique*, em 1899, Ritter [3] apresentou fios de aço como reforço ao corte e solicitou que, após uma viga de betão armado fendilhar devido à distribuição de tensões diagonais, esta pode ser idealizada como uma treliça de banzos paralelos e escoras diagonais em compressão inclinadas a 45° em relação ao eixo longitudinal da viga.

Em 1908, Morsch [4] adoptou a ideia de Ritter, e baseando-se em resultados experimentais, propôs uma analogia em treliça para determinar a quantidade necessária de armadura de corte e mais tarde (1920 a 1922) introduziu os modelos de treliça no cálculo da torsão. Com o modelo de treliça plana, Morsch tentou modelar o comportamento resistente de um elemento ao esforço transversal com base na idealização de que as fendas de tracção se orientam ao longo das trajectórias de compressão, formando ângulos de 45° com o eixo (Figura 2.1 (a)). Esta metodologia, corresponde ao conhecido modelo de treliça de Ritter-Morsch que é, ainda hoje, a base de muitos códigos de prática corrente [5] [6].

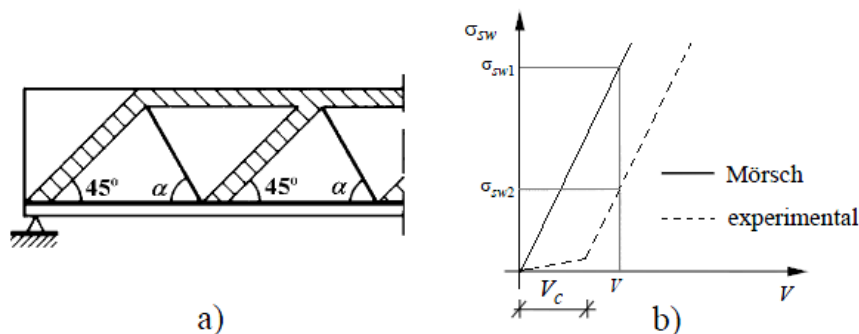


Fig.2.1 – Modelo de Morsch: (a) Disposição da Treliça de Morsch [7]; (b) Modelo de Morsch versus resultados experimentais.

Contudo, estes modelos de treliça negligenciavam a contribuição da resistência à tracção do betão. E em 1908, Withey [8] denunciou que o modelo de treliça utilizado por Ritter e Morsch oferecia resultados muito conservativos quando comparado com resultados experimentais (Figura 2.1 (b)).

Em alguns países, o dimensionamento ao esforço transversal tem incluído a contribuição do betão, V_c , para compensar o modelo de treliça de Morsch a 45° para que os resultados em vigas com escasso reforço ao corte se aproximem aos resultados experimentais e para assegurar um dimensionamento mais económico destes elementos. No *American Concrete Institute* – ACI como é conhecido – nas especificações normais (1920), o reforço ao corte era calculado pela equação:

$$A_v f_v = V s \sin \alpha / j d \quad (2.1.)$$

Onde V reproduz o esforço transversal total; A_v representa a área da armadura de esforço transversal com um ângulo α em relação à direcção longitudinal dentro da distância s ; f_v é a tensão de tracção admissível na armadura de corte e $j d$ o braço das forças interiores.

Porém, em 1955, os armazéns da Força Aérea Wilkins (Figura 2.2) em Shelby, Ohio, colapsaram devido à rotura por esforço transversal de vigas com 914 mm de altura que não continham qualquer estribo (reforço ao corte) no local de rotura. Estas vigas colapsaram com uma tensão de corte de apenas 0,5 MPa enquanto o código de construção ACI naquela época permitia trabalhar com tensões de corte até 0,62 MPa para o betão com tensão de rotura à compressão (f_c) de 20 MPa usado nestas vigas. Assim, foram levantadas muitas dúvidas quanto ao procedimento de dimensionamento tradicional do ACI em vigor neste período. Estas roturas conduziram a comunidade técnica a ampliar a investigação de todo o objecto de estudo sobre tensões de corte e verificou-se um grande esforço para encontrar respostas aos resultados observados. Tornara-se então claro que os esforços de corte e as tensões diagonais eram um assunto muito mais complexo com vários factores e variáveis que influenciavam a capacidade de corte, o que levou a rever fundamentos sobre esta matéria já esquecidos.

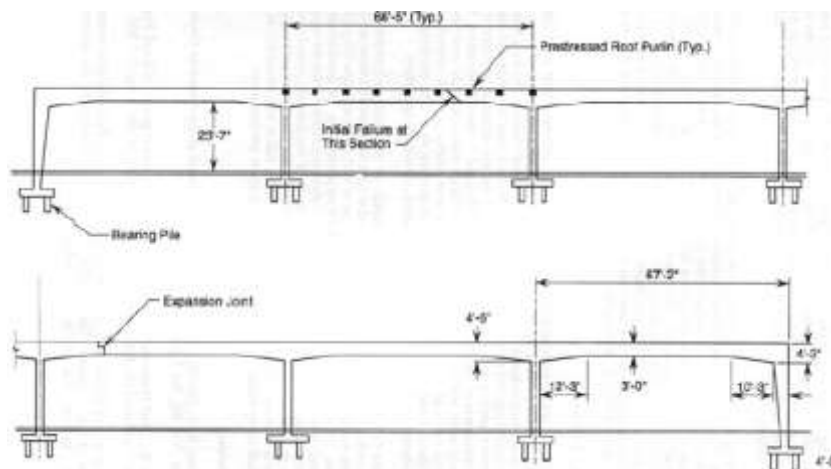


Fig.2.2 – Esquema da estrutura dos armazéns da Força Aérea (1 in = 25,4 mm, 1 ft.= 0,305 mm) [9].

Já em 1909, na Universidade de Illinois, Talbot [10] denunciou as falhas deste modo de procedimento quando estudou roturas por corte em vigas sem armadura transversal. Baseando-se no estudo de testes em 106 vigas, Talbot concluiu que o valor das tensões de corte (τ) nas vigas variava com a quantidade de reforço longitudinal, com o comprimento relativo das vigas e com outros factores que influenciavam a sua rigidez. Mas, infelizmente, as conclusões de Talbot sobre a influência da percentagem de armadura longitudinal e do rácio comprimento-altura da viga não se reflectiram nos modelos e fórmulas de verificação e dimensionamento ao esforço transversal até muito mais tarde. Foi necessário ocorrerem os colapsos de 1955 para trazer de volta aos investigadores os fundamentos da importância do estudo destes assuntos indispensáveis à análise coerente do esforço transversal em elementos de betão armado.

Mais recentemente, desenvolveu-se um grande esforço para que vários modelos de análise ao esforço transversal economizassem o reforço transversal, nomeadamente no dimensionamento da quantidade de estribos aplicados aos elementos de betão armado. Um dos modelos de abordagem a este problema tem sido o apresentado, por exemplo, pelo Código de Construções do *American Concrete Institute* (ACI 318-95), onde se adicionou um termo ao cálculo da capacidade de resistência da armadura de corte que representa a contribuição da resistência à tracção do betão, assumindo um modelo de treliça com 45°.

Outro modo de procedimento tem sido o uso de treliças com diagonais comprimidas com inclinação variável. O ângulo de inclinação das diagonais pode variar, mas dentro de certos limites sugeridos a partir dos princípios da Teoria da Plasticidade. Esta teoria é explicada, entre outros assuntos, pela existência do fenómeno “aggregate interlock”, pelas forças de engrenagem das faces rugosas das fendas e pelo efeito de ferrolho que se desenvolve nas armaduras longitudinais que permitem a diminuição da inclinação das diagonais comprimidas e consequente mobilização das tensões nas armaduras de corte (estribos).

“Aggregate interlock” é o fenómeno que ocorre no betão fendilhado em que a saliência dos agregados da superfície de um lado da fenda faz com que estes interajam com os agregados do lado oposto da superfície da fenda criando um mecanismo de resistência ao corte. Este fenómeno foi reconhecido pela primeira vez no início dos anos noventa como um mecanismo benéfico de transferência de tensões em juntas. É um mecanismo natural eficaz na transmissão de esforços e tensões ao longo de descontinuidades como as fendas. Numa tentativa de modelar teoricamente a transferência das tensões de corte ao longo das fendas no betão, Walraven (1981) [11] mostrou que os mecanismos do “aggregate interlock” de transferência de esforços cortantes são altamente complexos. Além do contacto existente entre as bordas rígidas dos agregados nas superfícies constituintes da fenda, também estão em contacto partículas da pasta de cimento e dos agregados esmagados durante a fendilhação, bem como outras partículas soltas. Walraven afirmou então que a superfície rugosa do agregado, a resistência do betão (incluindo pasta de cimento e agregados) e a forma, dimensão e distribuição dos agregados são factores que devem ser tomados em consideração neste mecanismo. Verificou-se que a transferência de tensões de corte ao longo destas fendas não pode ser formulada através da relação entre as tensões e deformações de corte, mas através de um mecanismo mais complexo em que as tensões de corte, as deformações e deslocamentos de corte, as tensões normais e a largura da abertura da fenda estão envolvidos. Ao longo do tempo, a abrasão e o atrito dos agregados juntamente com o aumento da largura da fenda pode provocar num decréscimo significativo da eficiência deste mecanismo.

Ainda como terceiro procedimento, têm surgido modelos onde é proposta a combinação da treliça de bielas de inclinação variável e a contribuição do betão. Este modelo de análise ao esforço transversal tem sido referido, por exemplo, pelo Comité Euro Internacional du Beton (CEB) e por Ramirez e Breen (1991) como “modified truss model”. Neste modelo, além da variação do ângulo de inclinação das diagonais comprimidas, a contribuição da resistência à tracção do betão em elementos de betão armado não pré-esforçado diminui com o nível de tensões de corte. Para elementos de betão armado pré-esforçados, a contribuição do betão não varia com o nível das tensões de corte, mas é ponderada como função do grau de pré-esforço e das tensões no extremo traccionado [1].

Como referido atrás, os modelos de treliça não têm directamente em conta os mecanismos componentes da análise ao esforço transversal como sejam o fenómeno de “aggregate interlock”, a fricção e o efeito de engrenagem das fendas, o efeito de ferrolho que se desenvolve nas armaduras longitudinais e a capacidade de resistência ao corte do betão não fendilhado. Para além de que, para vigas pré-esforçadas, quanto mais elevado for o nível de pré-esforço, menor vai ser o ângulo de inclinação da primeira diagonal a fendilhar. Assim, dependendo do nível das tensões de compressão devidas ao pré-esforço, as vigas pré-esforçadas têm naturalmente fendas com ângulos de inclinação mais baixos em rotura que as vigas não pré-esforçadas, exigindo assim uma menor quantidade de armadura transversal [1].

Portanto, o trabalho pioneiro de Ritter e Morsch teve um novo impulso no período entre 1960 e 1980, de onde resultou então o uso de modelos de treliça modificados nos códigos mais recentes. Os modelos de treliça com diagonais de inclinação variável tornaram-se no centro do estudo dos modelos

de verificação ao esforço transversal e torsão em vigas de betão armado e vigas pré-esforçadas como nos casos de Kupfer (1964), Caflisch et al. (1971), Lampert e Thurlimann (1971) ou Thurlimann et al (1983) [1].

Consequentemente, Schlaich et al (1987) [12] alargou o estudo dos modelos de treliça às vigas com diagonais uniformemente inclinadas, onde todas as partes da estrutura estão sob a forma de modelos de escoras e tirantes (“strut-and-tie models” - STM). Este procedimento é particularmente importante em estruturas com regiões onde a distribuição de extensões não é linear ao longo da altura da secção. Schlaich et al introduziu então o conceito de regiões “D” e “B”, onde “D” representa a região de descontinuidade, e “B” reproduz o resto das regiões da viga. Nas regiões “D” a distribuição das extensões é não linear.

Em 1964, ao analisar o modelo de treliça em elementos linearmente elásticos e ao negligenciar a contribuição da resistência à tracção do betão, Kupfer [13] desenvolveu uma solução para a inclinação das fendas diagonais. E em 1980, Collins e Mitchell abandonaram o pressuposto de linearidade elástica e desenvolveram um dos modelos mais importantes na análise ao esforço transversal e à torsão, conhecido como Compression Field Theory (CFT) [14]. Com base em testes experimentais extensos, Vecchio e Collins (1982 e 1986) [15] [16] apresentaram um novo modelo, Modified Compression Field Theory - MCFT como é conhecido – que incluía uma justificação lógica para a determinação das tensões de tracção nas diagonais de betão fendilhado. Embora a CFT se ajuste bem a médias e altas percentagens de armadura transversal, a MCFT fornece uma análise mais realista para elementos com uma vasta gama de percentagens de armadura de corte, incluindo o caso de elementos sem armadura transversal.

A interacção entre a flexão e o esforço transversal tem sido abordada indirectamente através de regras de dispensa da armadura de flexão. Na prática corrente em alguns países, o incremento da área de armadura longitudinal traccionada devido ao esforço transversal tem sido provido pelo aumento do comprimento de amarração da mesma para além da interrupção da armadura sob a acção da flexão. Mas, apesar de este procedimento ser adequado para modelos de treliça com diagonais a 45°, não é adequado para modelos de treliças com diagonais inclinadas a ângulos mais pequenos. Desta forma, a força de tracção adicional na armadura longitudinal devido ao esforço transversal pode ser calculada através de equações de equilíbrio do modelo de treliça.

Averiguar a capacidade de resistência das bielas comprimidas de betão tem sido outro dos grandes problemas a transpor pelos investigadores estruturais. O betão na alma fendilhada de uma viga está sujeito a tensões de compressão diagonais que têm um ângulo de inclinação próximo do ângulo de inclinação das fendas nessa viga. A resistência à compressão do betão deve então ser definida de forma que não ocorra o esmagamento das escoras comprimidas do betão na alma da secção. A resistência à compressão do betão é, assim, função do número e do grau de inclinação das fendas, da extensão transversal às fendas e da extensão longitudinal na alma da secção.

Ao longo dos últimos anos, o esforço transversal permaneceu assim um espaço de grande interesse por parte dos projectistas e a sua investigação tem vindo a crescer substancialmente [17]. Como já foi referido anteriormente, devido ao elevado número de factores que influenciam a resistência ao corte, o esforço transversal apresenta-se como um fenómeno complexo de descrever. A maior parte dos modelos de análise propostos são, portanto, (semi-) empíricos e como tal, não são apropriados para todo o tipo de elementos de betão armado. Assim, nas últimas duas décadas a atenção transmutou de modelos (semi-) empíricos para modelos analíticos com bases teóricas, dissociando-se tanto quanto possível da dependência empírica [1]. Ainda assim, estes modelos apresentam um vasto lote de

discrepâncias em relação aos resultados experimentais e são destinados, principalmente, ao estudo de elementos de betão armado.

Tem sido dedicada, relativamente pouca pesquisa ao estudo teórico do comportamento dos mecanismos de elementos de betão armado pré-esforçado sujeito ao esforço transversal. Na prática, os resultados no dimensionamento e verificação ao esforço transversal de elementos pré-esforçados revelam-se ainda muito conservativos, como é demonstrado por De Wilder [18] na sua tese de mestrado. Este procedimento, por um lado, conduz a um melhor dimensionamento de novos elementos estruturais, mas por outro, leva a situações onde o esforço transversal será uma questão crítica na verificação da segurança de estruturas existentes.

Concluindo, o dimensionamento regulamentar de elementos de betão armado ao esforço transversal deve ser integrado, simplificado, elucidativo e com um significado físico adjacente para que os projectistas possam abordar os problemas de dimensionamento de forma clara e racional. Com este objectivo em vista, a grande maioria dos códigos e normas técnicas de prática corrente usam modelos de análise seccional para verificar e dimensionar vigas sob esforços de flexão e corte como os que serão descritos a seguir.

2.3. MODELOS BASEADOS NA TEORIA DA PLASTICIDADE

2.3.1. GERAL

A aplicação da Teoria da Plasticidade à verificação do esforço transversal em elementos de betão armado tem vindo a ser estudada há já mais de 40 anos. A maior parte dos problemas importantes desta matéria foram desde então investigados. Durante muitos anos a aplicação da Teoria da Plasticidade na prática corrente de dimensionamento ao esforço transversal era restringida somente a países como a Suíça e Dinamarca. Mais tarde, emergiu o interesse de outros países e os modelos baseados na Teoria da Plasticidade foram adoptados pelo *Eurocódigo 2* [5], o actual código de legislação à construção na Europa [19].

O problema a ser superado não é encontrar a solução plástica, apesar de nem sempre ser fácil atingir essa solução, mas sim perceber o enfraquecimento acentuado da resistência do betão armado não confinado que torna o modelo do material perfeitamente plástico um modelo algo imperfeito. Nas últimas décadas tem sido demonstrado que introduzir determinados factores de redução empíricos, conhecidos como coeficientes de eficácia, na resistência do betão tem levado a soluções próximas dos resultados obtidos experimentalmente.

Considere-se que a armadura de esforço transversal exibe um comportamento plástico preciso e um ponto de cedência facilmente definido (Fig. 2.3 (a)), que o betão exibe uma relação tensão-extensão e um comportamento frágil quando submetido a esforços de compressão (Fig. 2.3 (b)). Então, o betão pode ser caracterizado por um patamar de cedência $f_{c,eff} = \nu f_c$, onde ν é o factor de redução, cujo valor depende do valor da tensão de rotura do provete cilíndrico de betão à compressão (f_c) e da extensão última ε_u (Fig. 2.3 (c)). Este modelo rígido-plástico tem-se revelado útil na análise do comportamento do betão armado [20].

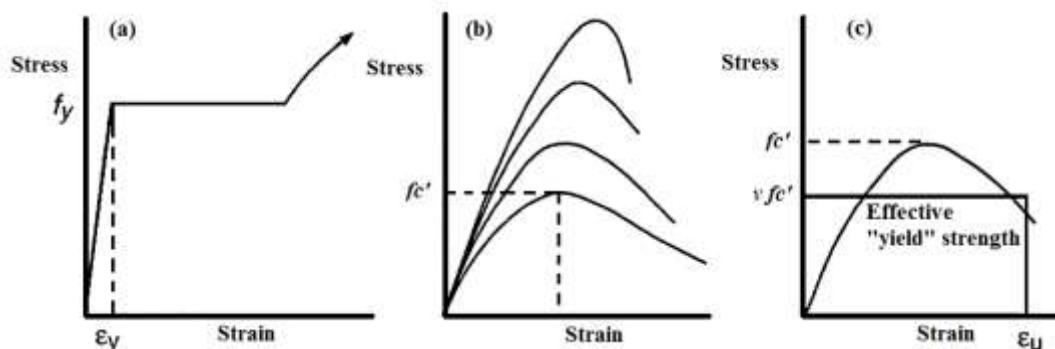


Fig.2.3 – Curvas esquemáticas tensão-extensão: (a) aço estrutural; (b) betão com diferentes resistências à compressão; (c) idealização rígida-plástica do betão usada na análise plástica [20].

Pode então afirmar-se que a Teoria da Plasticidade fornece ferramentas úteis para definir a capacidade de carga de diversos elementos estruturais e é um modelo extremamente eficaz em encontrar fórmulas empíricas para a resistência ao esforço transversal de estruturas em betão armado [19].

Dentro desta teoria é ainda possível distinguir dois modos de rotura por esforço transversal, como se percebe na leitura do capítulo 2.2, nomeadamente rotura por esmagamento das almas e rotura por deslizamento relativo das fendas. O primeiro modo de rotura é verificado em vigas com grandes percentagens de armadura ao corte. Enquanto a rotura por deslizamento está ligada a vigas com pouca ou nenhuma percentagem de armadura de esforço transversal.

2.3.2. EN 1992-1-1: EUROCÓDIGO 2 (2004) PROJECTO DE ESTRUTURAS DE BETÃO

Os Eurocódigos são um dos conjuntos mais avançados de códigos estruturais de todo o mundo. Estes incorporam a experiência e conhecimentos colectivos de toda a Europa e nasceram de um ambicioso programa da União Europeia. Com a experiência Europeia no desenvolvimento de códigos, foi possível desenvolver o Eurocódigo 2 de forma racional e lógica que reflecte uma pesquisa da tecnologia material e do comportamento estrutural nos últimos 50 anos e incorpora quase todas as tendências modernas no projecto e dimensionamento de estruturas.

Na norma Europeia ENV 1992-1-1 anterior ao Eurocódigo versão 2004, o Método Padrão e o Método das Bielas de Inclinação Variável eram as duas alternativas para o dimensionamento ao esforço transversal. Contudo, o Método Padrão, apesar do seu rigor aceitável, a partir de certo nível de exigência é insatisfatório pois o termo que representa a contribuição do betão é puramente empírico e esconde a realidade física do seu significado. Ou seja, nas vigas de betão armado submetidas ao esforço transversal, ocorre uma redistribuição de tensões na alma da viga que resulta em inclinações menores do que 45° nas diagonais comprimidas da treliça (Figura 2.4) [21].

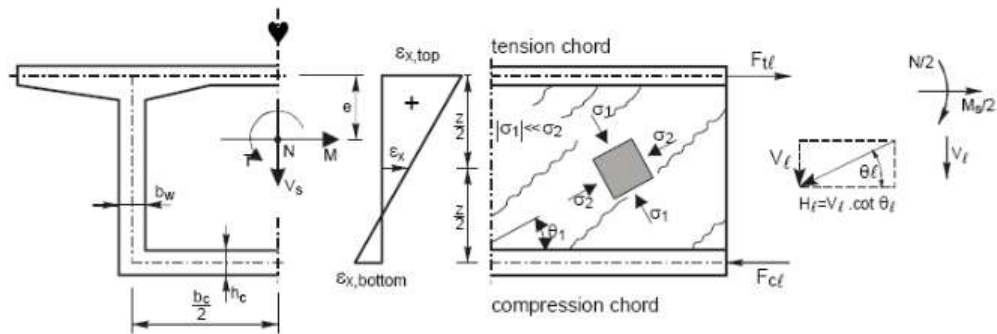


Fig.2.4 – Redistribuição das forças na alma sujeita a acções de corte através da rotação das escoras comprimidas [21].

Da análise da figura 2.4 verifica-se que como a inclinação das escoras é menor, é activado um maior número de estribos (armaduras transversais) e a capacidade de resistência ao esforço transversal aumenta. Porém, com a diminuição da inclinação as diagonais comprimidas, as tensões no betão das escoras aumentam claramente de tal forma que é necessário definir um limite superior para a capacidade de resistência ao corte. Assim, o Método das Bielas de Inclinação variável, com inclinações das escoras menores do que 45°, pode ser adoptado para a verificação ao esforço transversal. Este método não é só atractivo devido à sua proximidade com a realidade física do comportamento do elemento de betão armado, mas também porque é um método de equilíbrio simples, dando uma noção transparente da transmissão de forças na estrutura.

Para verificar a resistência em relação ao esforço transversal no Eurocódigo 2, definem-se os seguintes valores:

$V_{R,c}$ – valor do esforço transversal resistente do elemento sem armadura de esforço transversal;

$V_{R,s}$ – valor do esforço transversal equilibrado pela armadura transversal na tensão de cedência;

$V_{R,máx}$ – valor do esforço transversal resistente máximo no elemento, limitado pelo esmagamento das escoras comprimidas.

Em regiões do elemento em que $V_E \leq V_{R,c}$, não é necessário o cálculo da armadura de esforço transversal. Onde V_E é o valor do esforço transversal actuante na secção considerada resultante das acções exteriores e do pré-esforço.

Não é aqui apresentada a avaliação de $V_{R,c}$. O objectivo deste trabalho passa por analisar casos de vigas com armadura de esforço transversal mínima, e portanto serão apenas estudados e apresentados os procedimentos dos modelos relativos a esta situação, deixando de fora os casos de estudo de elementos sem armadura de corte.

Assim, os elementos de estudo dos casos experimentais têm uma armadura mínima de esforço transversal de acordo com o EC2 igual a:

$$\rho_{w,min} = (0,08 \sqrt{f_c}) / f_y \quad (2.2)$$

Onde $\rho_{w,min}$ representa a taxa de armadura de esforço transversal mínima no elemento. Para calcular a taxa de armadura transversal (ρ_w) presente no elemento vem:

$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) \quad (2.3)$$

Em que:

f_c – tensão de rotura do betão à compressão;

f_{yw} – tensão de cedência das armaduras de esforço transverso;

A_{sw} – área da secção transversal das armaduras de esforço transverso;

s – espaçamento das armaduras de esforço transverso, medido ao longo do eixo longitudinal do elemento;

b_w – menor largura da secção entre os banzos traccionado e comprimido;

α – ângulo formado pelas armaduras de esforço transverso com o eixo da viga.

O cálculo de elementos com armadura de esforço transverso baseia-se num modelo de treliça como o representado na figura 2.5.

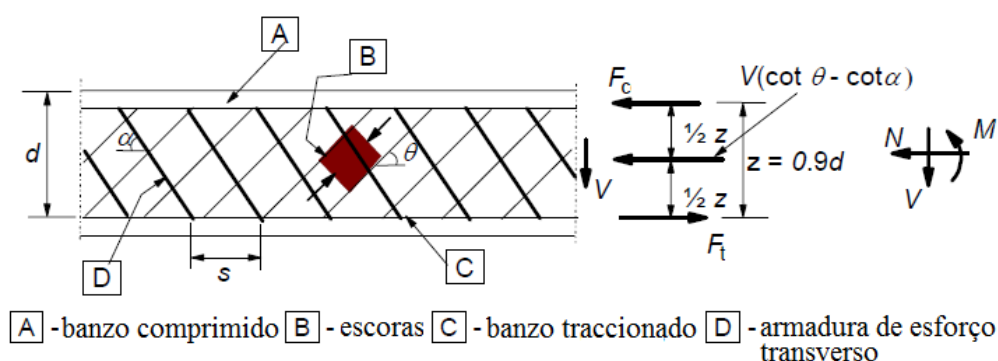


Fig.2.5 – Modelo de treliça do Eurocódigo 2 [2].

As notações apresentadas na figura 2.5 seguem-se:

θ' – ângulo formado pela escora comprimida de betão com o eixo da viga;

F_t – força de tracção na armadura longitudinal;

F_c – força de compressão no betão na direcção do eixo longitudinal do elemento;

z – braço do binário das forças interiores correspondente ao momento flector no elemento.

Na verificação ao esforço transverso numa secção de betão armado sem esforço normal, pode utilizar-se o valor aproximado $z = 0,9 d$.

d – altura útil de uma secção transversal.

Os valores limite admitidos para o ângulo θ' das escoras comprimidas inclinadas na alma são:

$$1 \leq \cot \theta' \leq 2,5 \quad (2.4.)$$

O que significa que θ' pode ser variar entre $21,8^\circ$ e 45° . A escolha do menor ângulo permitido leva ao dimensionamento mais económico do elemento. É presumível que as escoras comprimidas rodem de um valor inicial de 45° até ao menor ângulo permitido.

Nos elementos com armaduras de esforço transverso constituída por estribos verticais, se as armaduras estremem em cedência, a capacidade última de corte transmitida pelas armaduras é $V_{R,s}$ (figura 2.6 (a)):

$$V_{R,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yw} \cot \theta' \quad (2.5.)$$

Se a armadura de esforço transversal entrar em cedência, o modelo de treliça pode activar um maior número de armaduras (estribos) através da rotação das diagonais comprimidas para inclinações com ângulos mais baixos, de forma a atingir uma transmissão do esforço transversal mais distribuída, e assim expandir a área da zona de rotura.

Contudo, devido à rotação das escoras comprimidas, as tensões no betão da alma aumentam significativamente. Por consequência, a rotação só pode ocorrer até ao esmagamento do betão das escoras. Para uma tensão de rotura do betão à compressão de f_c nas escoras, o correspondente esforço transversal resistente máximo vem: (ver figura 2.6 (b))

$$V_{R,máx} = \frac{\alpha_{cw} b_w z v f_c}{(\cot \theta' + \tan \theta')} \quad (2.6.)$$

Em que v corresponde ao coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal e α_{cw} é um coeficiente que tem em conta o estado de tensão no banzo comprimido. O valor recomendado para α_{cw} em estruturas não pré-esforçadas é 1. Para estruturas pré-esforçadas verificar o disposto no capítulo 6.2.3 do Eurocódigo 2 (versão 2004) [5].

Tendo em conta o facto de que a alma da viga está sujeita a tensões transversais, o betão presente na alma não resiste a esforços de compressão inclinados como aqueles conseguidos no cálculo da resistência ao betão em provetes cilíndricos utilizados para determinar f_c . Daqui resulta a introdução do coeficiente de redução da resistência do betão v na equação (2.6.). A expressão usada no Eurocódigo 2 para obter v é:

$$v = 0,6 \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) \quad (2.7.)$$

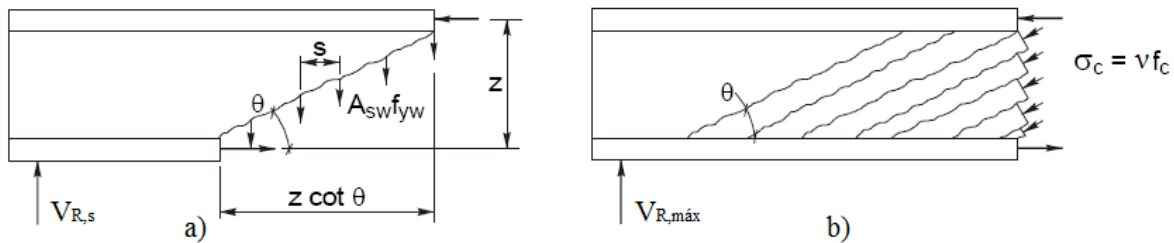


Fig.2.6 – Capacidade última do elemento: (a) Capacidade última $V_{R,s}$ nas armaduras de esforço transversal em cedência; (b) Capacidade última $V_{R,máx}$ no esmagamento das escoras comprimidas de betão.

Igualando as equações 2.5. e 2.6. é possível encontrar o valor do esforço transversal máximo resistente e a correspondente inclinação θ' (2.8.).

$$\sin \theta'^2 = \frac{A_{sw} f_{yw}}{s b_w v f_c} = \rho_w \frac{f_{yw}}{v f_c} \quad (2.8.)$$

A figura 2.7 mostra a evolução de $V_{R,s}$ e $V_{R,máx}$ com a diminuição da inclinação das escoras comprimidas, θ' .

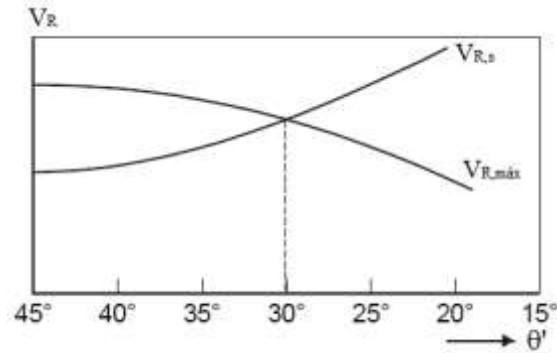


Fig.2.7 – Representação de $V_{R,s}$ e $V_{R,máx}$ com a evolução da inclinação das escoras comprimidas θ' [21].

No caso de a alma conter bainhas injectadas de diâmetro $\phi_D > b_w/8$, a resistência ao esforço transversal, V_R , deve ser calculada com base na espessura nominal da alma:

$$b_{w,nom} = b_w - 0,5 \sum \phi_D \quad (2.9.)$$

Em que ϕ_D é o diâmetro exterior da bainha e $\sum \phi_D$ é determinado para o nível mais desfavorável.

Para bainhas metálicas injectadas com $\phi_D \leq b_w/8$, $b_{w,nom} = b_w$. Enquanto que para bainhas não injectadas, bainhas plásticas injectadas e armaduras não aderentes, a espessura nominal da alma é:

$$b_{w,nom} = b_w - 1,2 \sum \phi_D \quad (2.10.)$$

A armadura de tracção longitudinal deve ser capaz de resistir à força de tracção adicional devida ao esforço transversal. A força de tracção adicional na armadura longitudinal, ΔF_t , devida ao esforço transversal actuante V_E é calculada pela expressão:

$$\Delta F_t = 0,5 V_E \cot \theta' \quad (2.11.)$$

Mas, $(M_E/z) + \Delta F_t$ não deve ser superior a $M_{E,máx}/z$, em que $M_{E,máx}$ corresponde ao momento máximo ao longo da viga (ver figura 2.8).

Como referido anteriormente na evolução histórica, a relação entre o esforço transversal e as armaduras longitudinais vem sob a forma de interrupções da armadura longitudinal tendo em conta o efeito das fendas inclinadas. Assim, para elementos com armadura de esforço transversal, ΔF_t pode ser estimado efectuando uma translação do diagrama de momentos de uma distância a_l (2.12.) na direcção mais desfavorável como mostra a figura 2.8.

$$a_l = 0,5 z \cot \theta' \quad (2.12.)$$

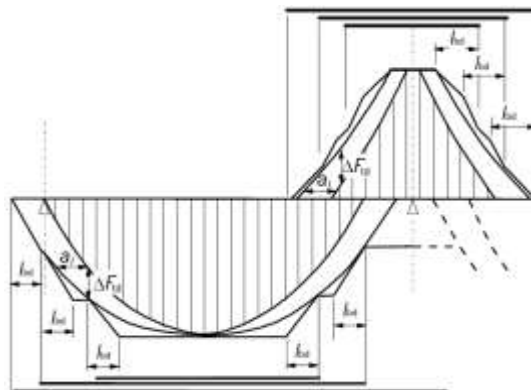


Fig.2.8 – Representação da interrupção da armadura longitudinal tendo em conta o efeito das fendas inclinadas e da resistência da armadura nos seus comprimentos de amarração [5].

A armadura de esforço transversal pode ser constituída por uma combinação de estribos envolvendo a armadura longitudinal de tracção e a zona de compressão, varões inclinados e “ladders”. Neste trabalho vão ser analisados apenas os casos com estribos verticais envolvendo a armadura longitudinal como os representados na figura 2.9.

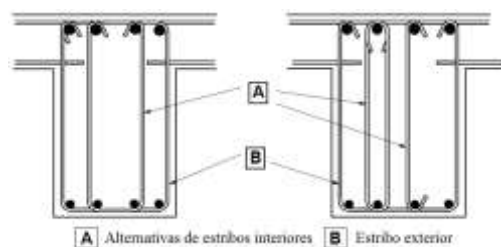


Fig.2.9 – Exemplos de armaduras de esforço transversal [5].

2.4. MODELOS BASEADOS NA MODIFIED COMPRESSION FIELD THEORY

2.4.1. GERAL

Pelas soluções já apresentadas, percebe-se que prever o comportamento de um elemento de betão armado sujeito a esforços axiais e transversos não é uma tarefa tão simples quanto pode parecer numa primeira análise. Sob um conjunto específico de esforços actuantes, quanto maior for a acção aplicada, várias situações podem ocorrer, nomeadamente formação de novas fendas ou propagação e variação de inclinação de fendas pré existentes. Os esforços serão assim resistidos por um conjunto estrutural constituído por fracções de betão unidos por varões da armadura.

Nos antigos modelos de treliça de Ritter e Morsch este comportamento era explicado negligenciando a contribuição da resistência à tracção do betão fendilhado nas diagonais em compressão e assumindo que os esforços transversos eram resistidos pelas tensões de compressão nas bielas comprimidas, inclinadas a 45° em relação ao eixo longitudinal. Contudo, verificou-se que as equações aplicáveis aos modelos de treliça a 45° eram bastante conservativas, por um lado porque sabe-se hoje que inclinação das bielas comprimidas é menor que 45°. Durante o estudo desta questão, Morsch afirmou que “é absolutamente impossível determinar matematicamente o valor da inclinação das fenda secundárias inclinadas segundo as quais se pode dimensionar a quantidade de armadura transversal” [1].

Não muito tempo após esta afirmação, H. A. Wagner sugeriu um modelo que ficaria conhecido como “tension field theory”. Posteriormente, todos os modelos de dimensionamento ao esforço transversal que, tal como a teoria de Wagner, procederam à determinação do ângulo de inclinação θ das diagonais comprimidas tomando em conta as deformações das armaduras transversais e longitudinais, bem como do betão diagonalmente comprimido ficaram conhecidos como “compression field approaches”. Estes modelos consideram as equações de equilíbrio, condições de compatibilidade e as relações tensão-extensão tanto para as armaduras como o betão fendilhado diagonal de forma a prever a resposta acção-deformação de uma secção sujeita a esforços transversos.

Em 1974, novos métodos para determinar o valor de θ' , baseados no modelo de Wagner, foram desenvolvidos por Collins e Mitch para membros submetidos à torsão. E em 1978 foram aplicados ao esforço transversal por Collins. Esta metodologia seria denominada por “Compression Field Theory” (CFT). Neste modelo proposto por Collins, a tensão de corte τ aplicada ao betão armado fendilhado produz tensões de tracção na armadura longitudinal, $\sigma_{s,x}$, e na armadura transversal, $\sigma_{s,y}$, e tensões de compressão no betão fendilhado, $\sigma_{c,2}$, com um ângulo de inclinação θ' em relação ao eixo longitudinal. Baseando-se numa série de resultados experimentais em vigas, Collins sugeriu ainda que a relação entre a tensão de compressão principal, $\sigma_{c,2}$, e a extensão principal de compressão, ε_2 , do betão diagonalmente fendilhado difere da curva habitual de tensão de compressão-extensão que deriva dos testes cilíndricos do betão. Este autor concluiu ainda que a habilidade do betão em transmitir esforços transversos ao longo das fendas depende da abertura dessas fendas (largura da fenda – w), que por sua vez, está relacionada com a extensão de tracção no betão normal à fenda.

Em 1986, Vecchio e Collins [16] desenvolveram o modelo Modified Compression Field Theory – MCFT como é conhecido. Este modelo é uma evolução do Compression Field Theory (CFT) para elementos de betão armado submetidos ao corte e à torsão. Em ambos os modelos, o betão fendilhado é tratado como um novo material com as suas características próprias de tensão-extensão. As equações de equilíbrio, as condições de compatibilidade e as relações tensão-extensão são formuladas em termos de tensões médias e extensões médias. Mas, enquanto o modelo original, CFT, ignora a contribuição da tensão no betão fendilhado, o Modified Compression Field Theory considera as tensões de tracção no betão entre as fendas, e emprega relações tensão média-extensão média, experimentalmente verificadas, para o betão fendilhado. É também atribuída muita importância às condições de tensão local nas fendas. Pois, como se sabe, as tensões nos varões da armadura variam ao longo do seu comprimento, sendo maiores na localização das fendas. Enquanto as fracções do betão fendilhado, que são limitadas pelas superfícies rugosas das fendas, são capazes de transmitir tensões de corte e de compressão no local de contacto, mas não tensões de tracção.

O painel apresentado na figura 2.10 (a) representa a unidade elementar da estrutura de betão armado considerada. O eixo longitudinal (x) e o eixo transversal (y) coincidem com as direcções dos varões da armadura. As acções actuantes consistem na tensão axial uniforme σ_x e σ_y e a tensão de corte uniforme τ_{xy} e o contorno deformado do painel é definido pelas extensões normais ε_x e ε_y e pela extensão de corte γ_{xy} . Verifica-se então que a dificuldade deste procedimento reside na formulação da relação entre as três tensões σ_x , σ_y e τ_{xy} , e as correspondentes extensões ε_x , ε_y e γ_{xy} .

Na figura 2.12 são apresentadas as equações de compatibilidade assumidas neste método (equações 6,7 e 8), onde ε_1 é a extensão principal de tracção e ε_2 é a extensão principal de compressão. As forças aplicadas ao elemento de betão armado são resistidas pelas tensões no betão e na armadura.

Assumindo que as condições de tensão no betão são inteiramente definidas, se forem conhecidos os valores de $\sigma_{c,x}$, $\sigma_{c,y}$ e $\tau_{c,xy}$, é possível obter as equações de equilíbrio 1, 2 e 3 da figura 2.10.

Quanto às relações constitutivas, estas são articuladas de forma a relacionar as tensões médias com as extensões médias para o betão e armadura. Estas relações médias são significativamente diferentes das relações tensão-extensão locais obtidas em testes normalizados. A relação uniaxial tensão-extensão nas armaduras é representada na figura 2.10 (c), e como tal, são adoptadas as equações 11 e 12.

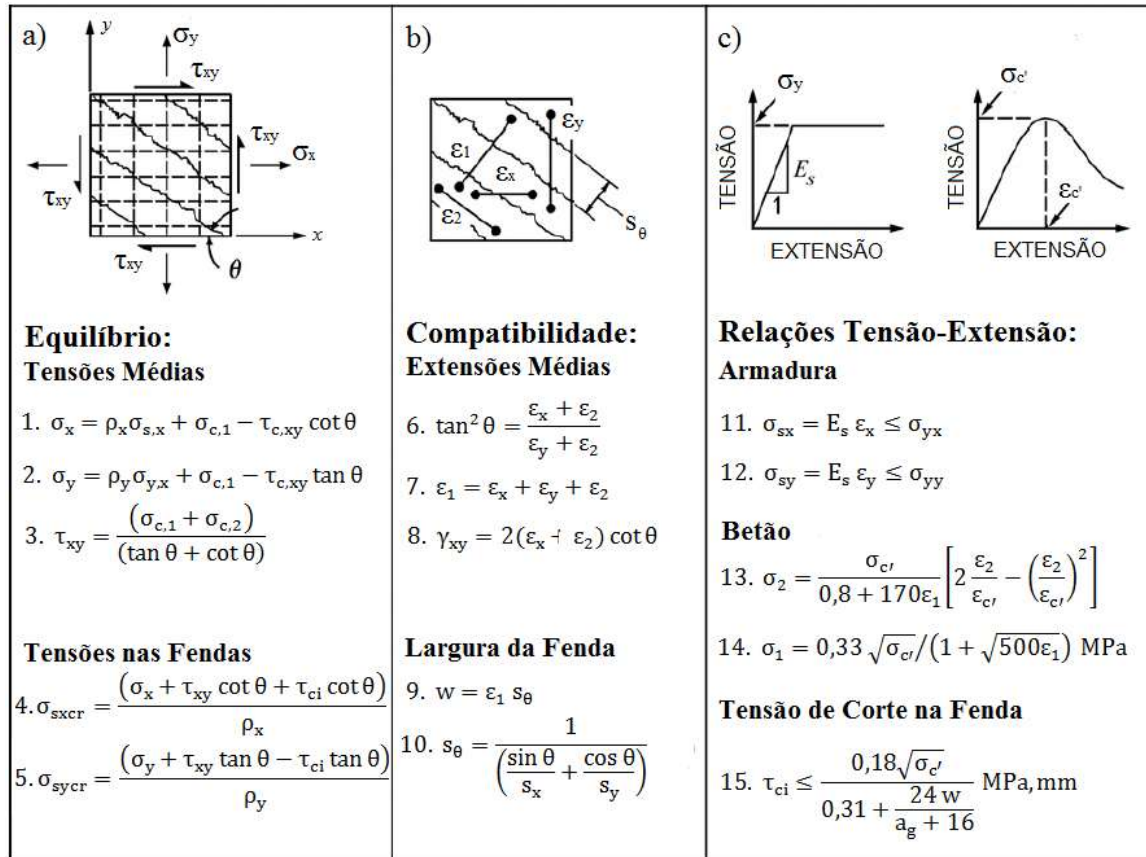


Fig.2.10 – Expressões e relações entre tensões e extensões na Modified Compression Field Theory (MCFT).

Para completar o modelo, é necessário determinar as relações entre a tensão principal de compressão, σ_2 , e a extensão principal de compressão, ϵ_2 , e entre a tensão principal de tracção, σ_1 , e a extensão principal de tracção, ϵ_1 .

Apesar das direcções principais de extensão no betão se desviarem um pouco das direcções principais de tensão no betão, é razoável assumir que estas direcções coincidem. Vecchio e Collins mostraram então que a tensão principal de compressão no betão, $\sigma_{c,2}$, é função, não só da extensão principal de compressão, ϵ_2 , mas também da extensão principal de tracção ϵ_1 . Portanto, o betão fendilhado sujeito a altas tensões de tracção na direcção normal à compressão fica mais débil (menos resistente) que o betão testado em provetes cilíndricos (Figura 2.11 (a)). A relação sugerida por estes autores é mostrada na Figura 2.10 (Expressão 13), onde $\sigma_{c'} = f_c$. Verifica-se claramente nesta formulação que com o aumento de ϵ_1 ocorre uma diminuição de σ_2 . A relação entre a tensão principal média de tracção, σ_1 , e a extensão principal média de tracção, ϵ_1 , é linear antes da fendilhação do betão enquanto depois de esta ocorrer, verifica-se uma diminuição de σ_1 com o aumento dos valores de ϵ_1 . Collins e Mitchell (1991) [22] sugeriram uma expressão mais apropriada para esta relação (Figura 2.10 – Equação 14).

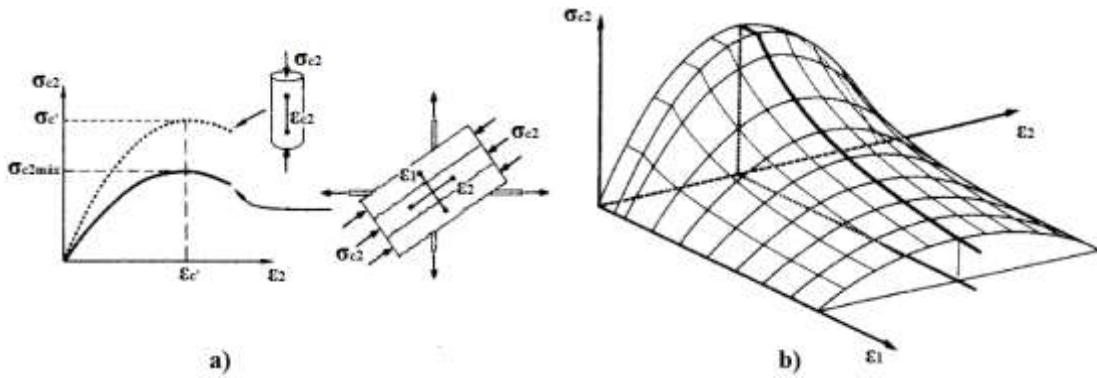


Fig.2.11 – Relações tensão-extensão para o betão fendilhado: (a) Relação tensão-extensão para o betão fendilhado à compressão; (b) Representação a três dimensões das relações tensão-extensão à compressão [16].

As tensões e extensões descritas anteriormente lidam com valores médios, e como tal não fornecem informação sobre a transmissão de esforços ao longo das fendas. As variações locais que ocorrem nas fendas são importantes porque a capacidade de carga de um elemento submetido a tensões biaxiais pode ser regulada pela capacidade da armadura em transmitir a tensão através das fendas. Na figura 2.12 (a) são comparadas as tensões médias no Plano 1 com as tensões locais que actuam na fenda (Plano 2). A direcção da fenda crítica é assumida normal à direcção da extensão principal de tracção. Enquanto a tensão de corte média no Plano 1 da figura 2.12 é zero, existem tensões de corte locais no Plano 2, onde se situa a fenda. Estas tensões de corte, τ_{ci} , são acompanhadas de pequenas tensões locais de compressão, σ_{ci} , ao longo da fenda. As equações que relacionam as tensões locais nas fendas estão descritas na figura 2.10 (Equações 4 e 5).

A maioria dos betões fendilha ao longo da interface entre a pasta de cimento e as partículas agregadas. As fendas rugosas daqui resultantes podem transferir tensões de corte através do fenómeno “aggregate interlock”, explicado no capítulo 2.2 (Figura 2.12 (b)). A relação entre as tensões de corte na fenda, τ_{ci} , e a largura da abertura da fenda, w , está descrita na equação 15 da figura 2.10. Onde a_g é a dimensão máxima do agregado. A largura da fenda, w , a ser aplicada na equação 15 pode ser calculada através do produto entre a extensão principal de tracção e o espaçamento de fendas s_θ (Figura 2.10 - Equações 9 e 10). Onde s_x e s_y são os indicadores das características de controlo na fenda das armaduras.

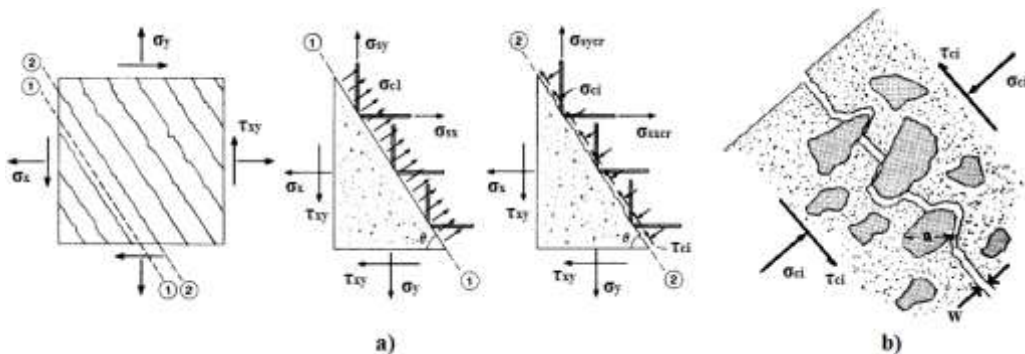


Fig.2.12 – (a) Comparação entre tensões locais na fenda e tensões média calculadas; (b) Transmissão de tensões de corte ao longo das fendas pelo fenómeno “aggregate interlock” [16].

As relações do MCFT podem então ser utilizadas para proceder à verificação e dimensionamento ao esforço transversal de elementos estruturais, nomeadamente vigas. Assumindo que a tensão de corte na

alma da secção é igual à força de corte a dividir pela área efectiva de corte, $b_w z$, e que, na rotura, as armaduras estão em cedência, as equações de equilíbrio 1,2 e 3 da figura 2.10 podem ser rearranjadas de forma a obter a expressão:

$$V_R = V_c + V_s + V_p$$

$$V_R = \sigma_1 b_w z \cot \theta + \frac{A_{sw} f_{yw}}{s} z \cot \theta + V_p \quad (2.13.)$$

$$V_R = \beta \sqrt{f'_c} b_w z + \frac{A_{sw} f_{yw}}{s} z \cot \theta + V_p$$

Onde V_c representa a força de corte munida pelas tensões de tracção no betão fendilhado, V_s a força de corte fornecida pelas tensões de tracção na armadura transversal e V_p a componente vertical da tensão no cabo de pré-esforço inclinado. O factor de tensão de tracção no betão (β) revela a capacidade do betão diagonalmente comprimido resistir ao esforço transverso.

Como se concluiu, a capacidade de resistência da alma de uma viga ao esforço transverso é função da extensão longitudinal na alma. Quanto maior for a extensão longitudinal, menor será a tensão de corte necessária à rotura na alma. Assim, no cálculo da capacidade de carga ao esforço transverso numa viga, é conservativo analisar a maior extensão longitudinal, ϵ_x , que ocorre na alma. Para as equações de dimensionamento ao esforço transverso, ϵ_x pode ser aproximado à extensão que ocorre no banzo traccionado da treliça equivalente (Figura 2.13). Por isso:

$$\epsilon_x = \frac{M/z + 0,5 V \cot \theta + 0,5 N - A_p f_{p0}}{(E_s A_{sl} + E_p A_p)} \quad (2.14.)$$

Onde f_{p0} representa a tensão no cabo de pré-esforço quando o betão envolvente está num estado de tensão nulo e:

- A_{sl} - área da armadura longitudinal ordinária na parte tensionada da secção por flexão;
- A_p - área da armadura longitudinal de pré-esforço parte tensionada da secção por flexão;
- N - esforço axial na secção (valor negativo se o esforço for de compressão);
- M - momento na secção (valor em módulo).

Assim, o parâmetro de extensão longitudinal numa secção, ϵ_x , é influenciado pelo momento, esforço axial, pré-esforço e quantidade de armadura longitudinal no esforço transverso de uma secção.

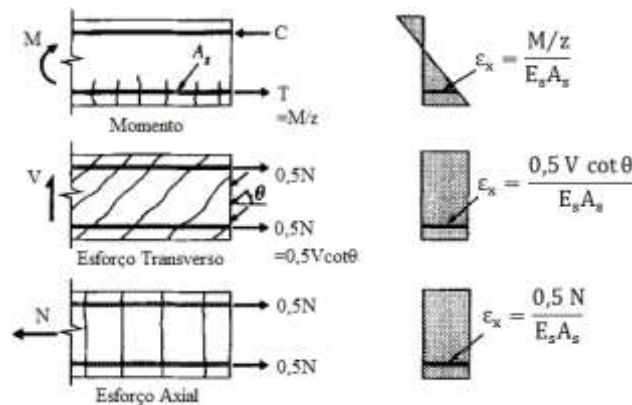


Fig.2.13 – Exemplo da determinação de ϵ_x em vigas não pré-esforçadas [1].

As expressões de dimensionamento ao esforço transversal do modelo MCFT são as bases adoptadas até à presente data na América do Norte. Apesar do modelo MCFT ter sido formulado há mais de 20 anos tem resistido ao teste do tempo. As suas leis constitutivas originais têm vindo a sofrer pequenas correcções desde a sua formulação mas esta teoria continua a ser amplamente aceite pela comunidade científica e técnica e é implementada em muitos programas de análise avançada [23]. Novas versões mais simplificadas têm vindo a surgir para o dimensionamento ao esforço transversal e têm sido aplicadas em vários códigos de dimensionamento de estruturas como é o caso da “Canadian Standards Association” (CSA) no código Design of Concrete Structures de 2004 [24].

Conclui-se então que o modelo MCFT é capaz de prever a resposta de elementos de betão armado quando sujeitos a tensões de corte e axiais no próprio plano considerando equações de equilíbrio, condições de compatibilidade e relações tensão-extensão, expressas em termos de tensões e extensões médias e referenciando também as condições de tensões locais nas fendas.

2.4.2. MODEL CODE 2010

A *Federação Internacional de Estruturas de Betão* (fib- “*fédération internationale du béton*”) é uma organização sem fins lucrativos criada em 1998 pela fusão do *Euro-International Concrete Committee* (CEB – “*Comité Euro-International du Béton*”) e da *International Federation for Prestressing* (FIP – “*Fédération Internationale de la Précontrainte*”) que existiam independentemente desde 1952. O objectivo da fib passa por desenvolver, a um nível internacional, o estudo dos assuntos científicos e práticos capazes de evoluir a capacidade técnica, económica, estética e ambiental de estruturas em betão. Estes objectivos são perseguidos em conjunto com as actuais associações técnicas internacionais e organizações de normalização. Na extensão da sua existência, a *fib* tem vindo a desenvolver códigos, conhecidos por “*Model Code*” (MC), sendo o mais recente datado de 2010.

O Model Code para estruturas de betão destina-se a servir de base para futuros códigos. Este código toma em conta novos desenvolvimentos e evoluções do estudo respeitante a estruturas de betão e novas ideias para atingir as exigências das estruturas de forma a obter um comportamento óptimo, de acordo com novas perspectivas. Destina-se igualmente a ser uma das fontes de informações para melhorar e actualizar códigos existentes ou desenvolver novos códigos para estruturas de betão e, ao mesmo tempo, é concebido como um documento operacional para o dimensionamento normal de estruturas.

No Model Code 2010 o dimensionamento ao esforço transversal é descrito através das seguintes equações enumeradas. Para compreender os termos apresentados é representada na figura 2.14 a região do elemento (viga) a ser dimensionada.

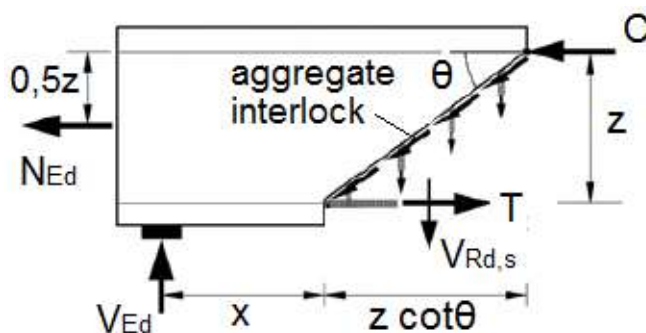


Fig.2.14 – Forças desenvolvidas na alma da viga [25].

A resistência ao esforço transversal da alma de uma viga é determinada de acordo com:

$$V_R = V_{R,c} + V_{R,s} \quad (2.15.)$$

Onde V_R é a resistência ao esforço transversal, $V_{R,c}$ é a resistência atribuída ao betão e $V_{R,s}$ é a resistência fornecida pela armadura de esforço transversal.

Para dimensionar um elemento ao esforço transversal pelo Model Code 2010 é necessário definir qual secção de controlo a considerar crítica. Para este modelo, a secção de controlo localiza-se, em geral, a uma distância z da face dos apoios, das descontinuidades da secção ou das forças aplicadas. Outras secções de controlo podem também ser necessárias, como por exemplo em zonas de interrupção de armadura. Também os elementos com variação da largura da alma ao longo do vão devem ter secções de controlo adicionais.

Portanto, o valor do esforço transversal resultante das acções exteriores e do pré-esforço V_E deve ser calculado para a secção considerada. Este valor deve ainda ser afectado pela contribuição resultante dos elementos inclinados, como sejam, banzos traccionados, banzos comprimidos e cabos de pré-esforço.

No dimensionamento e análise ao esforço transversal de um elemento podem ser considerados diferentes níveis de aproximação. Estes níveis diferem em complexidade e detalhe da metodologia aplicada e consequentemente na precisão dos resultados como se vai poder concluir (ver figura 2.15).

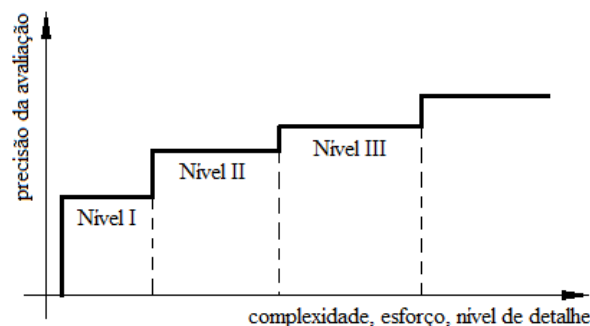


Fig.2.15 – Complexidade, nível de detalhe e precisão do modelo MC 2010 para os diferentes níveis de aproximação [25].

Em geral, o *Nível I* de aproximação é usado na concepção ou dimensionamento de novas estruturas. O *Nível II* é apropriado para o dimensionamento de novas estruturas, bem como para uma curta avaliação geral de um elemento existente. Enquanto o nível de aproximação mais elevado, *Nível III*, deve ser usado para o dimensionamento de estruturas sujeitas a complexos estados de carga ou numa avaliação mais profunda e rigorosa de estruturas existentes.

É possível existirem diferentes níveis de aproximação para cada tipo de dimensionamento e localização dentro da mesma estrutura.

O valor do esforço transversal resistente do elemento calculado pela equação (2.15.) é limitado pelo esmagamento das escoras comprimidas, ou seja:

$$V_{R,máx} = k_c f_c b_w z \frac{\cot \theta' + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta'} \quad (2.16.)$$

Onde, tal como Eurocódigo 2, θ' reproduz a inclinação das tensões de compressão e α a inclinação dos estribos relativamente ao eixo longitudinal do elemento.

Para os níveis de aproximação I e III deve ser introduzido um valor $\theta' = 45^\circ$ na equação (2.16.).

O valor do esforço transversal resistente equilibrado pelas armaduras de corte é calculado pela expressão:

$$V_{R,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yw} (\cot \theta' + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (2.17.)$$

Enquanto o valor do esforço transversal resistente atribuído ao betão vem:

$$V_{R,c} = k_v \sqrt{f_c} z b_w \quad (2.18.)$$

Onde $\sqrt{f_c} \leq 8 \text{ MPa}$, devido à grande variedade de resistência ao esforço transversal observada em betões de alta resistência.

No caso de a alma conter cabos de pré-esforço em bainhas de diâmetro $\phi_D > b_w/8$, a resistência à compressão das bielas deve ser calculada da forma idêntica à descrita no EC2 (Equações 2.9. e 2.10.), através do valor nominal da largura da alma ($b_{w,nom}$) calculado pela seguinte expressão:

$$b_{w,nom} = b_w - k_D \sum \phi_D \quad (2.19.)$$

Os valores de k_D dependem do tipo de material da bainha e se esta é injectada ou não.

a) Nível I de Aproximação

Este nível de aproximação deve ser usado em estados de dimensionamento precoces e para um dimensionamento eficiente sem grande esforço dos elementos mais comuns com ou sem armadura de esforço transversal. O ângulo θ' é assumido como:

$$\theta' = 36^\circ \quad (2.20.)$$

Para elementos sem esforços axiais significantes, onde $f_c \leq 64 \text{ MPa}$, $f_{yw} \leq 500 \text{ MPa}$ e com uma dimensão de agregado de pelo menos 10mm, os seguintes valores podem ser inseridas nas equações (2.16.) e (2.18.):

$$k_c = 0,5 \left(\frac{30}{f_c} \right)^{1/3} \leq 0,5 \quad (2.21.)$$

$$k_v = \begin{cases} = \frac{200}{(1000+1,3z)} \leq 0,15 & \text{if } \rho_w = 0 \\ = 0,15 & \text{if } \rho_w \geq 0,08 \sqrt{f_c/f_{yw}} \end{cases} \quad (2.22.)$$

b) Nível II de Aproximação

O nível II de aproximação deriva do método das bielas de inclinação variável descrito anteriormente. Este método permite a escolha do ângulo de inclinação das bielas comprimidas, θ' , dentro de certos limites, sendo este facto comprovado por observações experimentais (Figura 2.16).

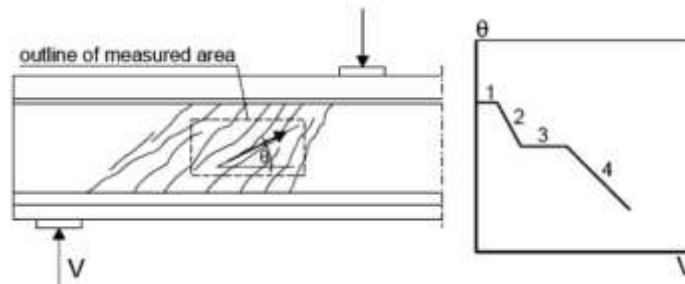


Fig.2.16 – Rotação das bielas comprimidas na alma de vigas com armadura de esforço transversal durante o período de carga (Walraven, 1995) [25].

Assim, neste nível de aproximação, a inclinação das tensões de compressão a adoptar é limitada pelos seguintes valores:

$$20^\circ + 10000 \varepsilon_x \leq \theta' \leq 45^\circ \quad (2.23.)$$

Onde ε_x representa a extensão longitudinal a meia altura da secção do elemento e deve ser adoptado o valor 0,001 para um dimensionamento preliminar.

No nível II de aproximação, o esforço transversal resistente atribuído ao betão deve ser negligenciado, ou seja, $k_v=0$ e $V_{R,c}=0$.

Para as inclinações das tensões de compressão consideradas, a largura da alma do elemento deve ser verificada através da equação (2.16.), mas para o nível II de aproximação k_c vem:

$$k_c = 0,55 \left(\frac{30}{f_c} \right)^{1/3} \leq 0,55 \quad (2.24.)$$

c) Nível III de Aproximação

As equações do nível III de aproximação derivam da Modified Compression Field Theory (MCFT) e assumem que o elemento contém um reforço detalhado pelo menos na direcção longitudinal.

Este nível representa, de uma forma geral, as equações de esforço transversal em secções aplicáveis a vigas e lajes.

O ângulo θ' deve ser assumido como:

$$\theta' = 29^\circ + 7000 \varepsilon_x \quad (2.25.)$$

Tal como no nível II, ε_x representa a extensão longitudinal a meia altura da secção do elemento e é aproximadamente igual a um meio da extensão no banzo traccionado do membro. Adicionalmente, em relação ao modelo da MCFT, o termo $0,5 \cot\theta' V$ foi aproximado a V . Assim, a extensão longitudinal vem:

$$\varepsilon_x = \frac{M/z + V + 0,5 N - A_p f_{p0}}{2(E_s A_{st} + E_p A_p)} \quad (2.26.)$$

Finalmente, as equações (2.16.) e (2.18.) podem ser usadas com os seguintes valores de k_c e k_v :

$$k_c = 0,55 \left(\frac{30}{f_c} \right)^{1/3} \leq 0,55 \quad (2.27.)$$

$$k_v = \begin{cases} = \frac{0,4}{(1+1500 \varepsilon_x)} \frac{1300}{(1000+0,7 k_{dg} z)} & \text{if } \rho_w = 0 \\ = \frac{0,4}{(1+1500 \varepsilon_x)} & \text{if } \rho_w \geq 0,08 \sqrt{f_c/f_{yw}} \end{cases} \quad (2.28.)$$

Onde:

$$k_{dg} = \frac{48}{16+d_g} \geq 1,15 \quad (2.29.)$$

Em que d_g é o diâmetro do agregado.

No desenvolvimento das equações deste nível de aproximação são aplicadas várias condições que se encontram redigidas no documento do Model Code 2010 Volume 2 [25] e serão explicadas ao longo da análise dos casos experimentais descritos no capítulo seguinte.

2.5. MODELO PROPOSTO POR PIMENTEL

Através do estudo de painéis sujeitos a esforços axiais e de corte, foram desenvolvidos modelos teóricos que permitem a análise do seu comportamento. Partindo de uma formulação geral deste estudo e seguindo o trabalho desenvolvido por Collins e Vecchio [16] no modelo da MCFT, Pimentel [23] desenvolveu um modelo de análise ao esforço transversal com dois níveis de simplificação. Desta forma, Pimentel considerou que o estudo destes painéis poderia ser ajustado ao caso de vigas sujeitas a esforços cortantes.

Este autor recorreu a leis constitutivas que serviram de base aos modelos desenvolvidos. O designado “*Extended cracked membrane model*” [26] é um modelo baseado no caso geral das equações de equilíbrio e pode ser considerado como uma extensão do “*Cracked membrane model*” proposto por Kaufmann e Marti [27] ao caso geral de fendas fixas capazes de transmitir tensões de corte. Por se tratar de um modelo de fendas fixas este modelo passa a ser designado por F-CMM. O R-CMM é basicamente idêntico ao modelo de Kaufmann e Marti, e baseia-se na forma simplificada das equações de equilíbrio com coincidência entre as direcções principais de extensão e de tensão no betão fendilhado.

Depois de atingir os níveis de simplificação necessários, adoptando os conceitos da Teoria da Plasticidade que são aceites nas leis constitutivas adoptadas e na formulação dos modelos mais simplificados, Pimentel alcançou um modelo de análise limite. Posteriormente, estes modelos foram desenvolvidos até serem susceptíveis de ser aplicados na análise estrutural corrente na prática de engenharia, renovando assim o modelo de análise limite numa formulação de análise seccional.

Pimentel desenvolveu este modelo com vista à necessidade de responder a um comportamento difícil de prever e quantificar, como é o caso do betão estrutural sujeito a tensões de corte, através um procedimento simples e adequado ao uso diário na prática de engenharia. Devido à contínua evolução dos modelos de dimensionamento e verificação de segurança ao corte, muitas estruturas existentes falham na verificação à segurança quando analisadas através da regulamentação mais recente. Foi então este o problema que este autor se deparou e, tal como outros autores anteriormente a ele, tentou superá-lo adoptando metodologias que permitam analisar convenientemente a capacidade de estruturas existentes, nomeadamente o caso de pontes existentes, através de estimativas mais realistas dessa capacidade.

Apesar de este procedimento ser algo análogo ao método das bielas de inclinação variável sugerido na regulamentação actual, o modelo proposto por Pimentel permite considerar a influência do estado de deformação das almas na resistência ao esmagamento das bielas, e portanto na resistência ao esforço transversal.

2.5.1. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

A maior parte dos elementos estruturais, como as vigas constituintes de uma ponte, podem ser idealizados como uma associação de painéis elementares sujeitos a esforços actuantes no seu próprio plano que representam o seu comportamento.

O painel de betão armado apresentado na figura 2.17 (a) é então considerado como a unidade básica, ou o volume de controlo, sobre o qual as leis constitutivas são válidas.

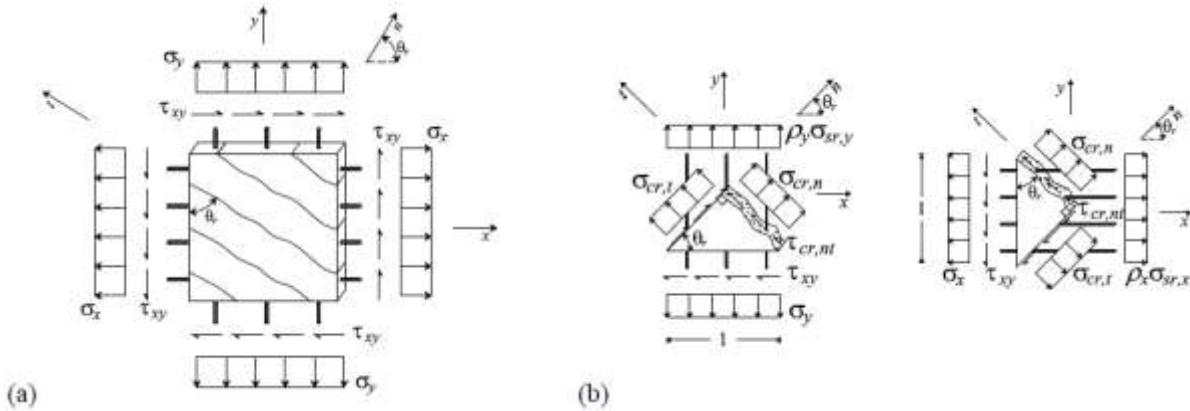


Fig.2.17 – Elemento de painel: (a) Notação; (b) Equilíbrio em termos de tensões nas fendas [23].

Considere-se um painel com armaduras ortogonais nas direcções x e y no qual se formam um conjunto de fendas paralelas e uniformemente espaçadas, como o representado na figura 2.17 (a). Por simplicidade, o referencial de eixos global está alinhado com as direcções das armaduras e o referencial local (n-t) está alinhado com a direcção das fendas, sendo que o ângulo θ_r define a sua normal. Este ângulo é fixado de forma a tornar coincidente o referencial local com a direcção da tensão principal de tracção do betão em condições de fendilhação.

Um dos factores mais difíceis de quantificar na análise do comportamento do betão estrutural após a sua fendilhação é o deslizamento ou deslocação relativa entre o betão e a armadura o que origina estados de tensão muito irregulares. Este facto é ultrapassado considerando o betão armado como um novo material com as suas próprias características de tensão-extensão, que só são válidas se consideradas em termos médios.

Assim, apesar de o painel ser sujeito a um estado de tensão uniforme σ_x , σ_y e τ_{xy} , a aderência entre as armaduras e o betão causa uma distribuição irregular de tensões no betão entre fendas e ao longo das armaduras. No entanto, uma vez atingida a fase de fendilhação estabilizada, e até à carga de pico, é legítimo assumirem-se estados de tensão e de deformação médios, ou homogeneizados, uma vez que estas irregularidades tendem a repetir-se [26].

No caso geral, o equilíbrio do painel pode ser expresso em termos das tensões actuantes nas fendas (Figura 2.17 (b)) através das expressões:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_{cr,n} \cos^2 \theta_r + \sigma_{cr,t} \sin^2 \theta_r - 2 \tau_{cr,nt} \sin \theta_r \cos \theta_r + \rho_x \sigma_{sr,x} \\ \sigma_y &= \sigma_{cr,n} \sin^2 \theta_r + \sigma_{cr,t} \cos^2 \theta_r + 2 \tau_{cr,nt} \sin \theta_r \cos \theta_r + \rho_y \sigma_{sr,y} \\ \tau_{xy} &= \sigma_{cr,n} \sin \theta_r \cos \theta_r - \sigma_{cr,t} \sin \theta_r \cos \theta_r + \tau_{cr,nt} (\cos^2 \theta_r - \sin^2 \theta_r) \end{aligned} \quad (2.30.)$$

As tensões $\sigma_{cr,t}$ representam o campo de compressões paralelo a t, e traduzem o valor que este toma ao nível das fendas. As tensões $\sigma_{cr,n}$ ($\sigma_{cr,n} = \sigma_{bri} + \sigma_{dil}$) são normais às fissuras e são constituídas pela soma das tensões de tracção resultantes da engrenagem entre agregados e do efeito de ponte entre faces das fendas, σ_{bri} , e das tensões de compressão σ_{dil} necessárias à mobilização da resistência ao corte e que resultam do comportamento dilatante das fissuras de acordo com os fenómenos descritos pelos modelos de “aggregate interlock” (explicado no subcapítulo 2.2.). A tensão $\tau_{cr,nt}$ traduz as tensões de corte que actuam ao nível das fendas enquanto as tensões $\sigma_{sr,x}$ e $\sigma_{sr,y}$ traduzem as tensões nas armaduras [28]. Para consultar a análise detalhada da relação entre o tensor das tensões locais nas fendas e do tensor de tensões médio consultar a referência [26].

As equações de equilíbrio (2.30.) apresentadas podem sofrer simplificações. Como referido anteriormente, adoptando a hipótese de coincidência entre as direcções principais de extensão e de tensão no betão, as fendas passam a ser encaradas como fendas fictícias e rotativas, incapazes de transmitir tensões de corte entre as suas faces. Esta hipótese faz com que o referencial local passe a ser um sistema de eixos principal, o que justifica a alteração dos índices $(.)_n$ e $(.)_t$ por $(.)_1$ e $(.)_2$, respectivamente. Nestas circunstâncias, θ_r deixa de ser fixo, e portanto, o referencial local 1-2 passa a ser um referencial rotativo com o evoluir do carregamento. A tensão $\sigma_{cr,1}$ passa a reproduzir apenas as tensões de tracção resultantes da engrenagem entre agregados e do efeito de ponte entre as faces da fissura, σ_{bri} [28].

Outra hipótese a adoptar consiste em considerar a resistência à tracção do betão desprezável. Isto equivale a desprezar também os efeitos da aderência entre o betão e as armaduras.

Assim, respeitando as hipóteses descritas, as equações de equilíbrio são simplificadas de forma consistente com as hipóteses que servem de base à análise limite:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_{c,2} \sin^2 \theta + \rho_x \sigma_{s,x} \\ \sigma_y &= \sigma_{c,2} \cos^2 \theta + \rho_y \sigma_{s,y} \\ \tau_{xy} &= -\sigma_{c,2} \sin \theta \cos \theta\end{aligned}\quad (2.31.)$$

O índice $(.)_r$ deixa de ter significado pois, como é desprezada a aderência entre o betão e o aço e a resistência à tracção do betão, não é possível distinguir tensões locais nas fendas de tensões médias.

2.5.2. LEIS CONSTITUTIVAS

O modelo geral para analisar integralmente o comportamento acção-deformação dos painéis elementares de betão armado sujeitos a esforços axiais e de corte requer, não só considerar as equações de equilíbrio descritas, mas também as equações de compatibilidade e as leis constitutivas para: (1) o comportamento não linear de betão sob esforços de compressão; (2) a transmissão de tensões nas fendas; (3) transferência de tensões de corte entre fendas rugosas; (4) a aderência e ligação das tensões entre a armadura e o betão envolvente.

As leis constitutivas que servem de base aos modelos desenvolvidos são novamente detalhadas na referência [26].

No que se refere à lei constitutiva utilizada para o cálculo da resistência efectiva à compressão do betão fendilhado do painel, $f_{c,ef}$, são propostos dois coeficientes, ζ_f e ζ_e , que são multiplicados pela tensão f_c . A resistência à compressão normalizada do betão f_c é normalmente determinada a partir de ensaios em provetes cilíndricos com um rácio altura-diâmetro de 2.

Zhang (1992,1995) verificou experimentalmente que a resistência à compressão de painéis de betão não aumenta proporcionalmente com f_c . Adicionalmente, em 1981, Vecchio e Collins procederam a um estudo experimental em painéis de betão armado sob esforços axiais e de corte na Universidade de Toronto e concluíram que o principal factor que influencia a redução à compressão do betão são as extensões principais de tracção. Ou seja, o betão fendilhado exhibe uma resistência à compressão tanto mais baixa quanto maiores as extensões de tracção ε_n na direcção perpendicular às compressões, fenómeno conhecido como “compression softening” [23]. Este termo expressa a redução da resistência à compressão do betão fendilhado quando comparado com a resistência à compressão do betão normalizado em provetes cilíndricos. Então, a resistência efectiva do betão do painel vem:

$$f_{c,ef} = \zeta_f \zeta_e f_c \quad (2.32.)$$

$$\zeta_f = \left(\frac{f_{c0}}{f_c}\right)^{\frac{1}{3}} \leq 1 \quad (2.33.)$$

$$\zeta_e = \frac{1}{C_m(1,08+81 \varepsilon_n)} \leq 1 \quad (2.34.)$$

O coeficiente C_m traduz o facto de a resistência do betão a adoptar em modelos de fendas rotativas ou modelos de análise limite ser inferior à que se adopta em modelos de fendas fixas capazes de reproduzir roturas por escorregamento das fissuras. Enquanto f_{c0} representa a tensão de referência e está geralmente situada entre 20 e 30MPa.

2.5.3. ANÁLISE LIMITE

As condições de cedência do painel de betão armado sob esforços no próprio plano como o representado na figura 2.17 podem ser derivadas de forma a determinar as capacidades de carga de acordo com a análise limite. Como a resistência efectiva do betão à compressão $f_{c,ef}$ é considerada proporcional a $f_c^{2/3}$, a taxa mecânica de armadura nas direcções x e y pode ser definida:

$$\omega_x = \frac{\rho_x f_{sy,x} - \sigma_x}{f_c^{2/3}} ; \omega_y = \frac{\rho_y f_{sy,y} - \sigma_y}{f_c^{2/3}} \quad (2.35.)$$

As condições de cedência podem ser facilmente deduzidas a partir da forma simplificada das equações de equilíbrio (2.31.) e utilizando o coeficiente:

$$\zeta_f = f_{c,ef}/f_c^{2/3} = f_{c0}^{1/3} \zeta_e \quad (2.36.)$$

Estas condições de cedência (Y1 a Y4) podem ser consultadas em [23] e correspondem a cada um dos modos de rotura passíveis de serem identificados em análise limite.

Muttoni propôs atribuir um valor constante (0,6) ao coeficiente ζ_e . Mas, mais tarde, foi proposto um melhoramento das equações clássicas da análise limite por parte de Kaufmann, introduzindo o coeficiente de redução da resistência efectiva do betão de acordo com a equação (2.32.) nas condições de cedência do elemento painel, em vez de adoptar um valor constante [23].

Através da análise das circunferências de Mohr relativamente às extensões, é possível obter a extensão principal de tracção em função da extensão principal de compressão e longitudinal:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x - \varepsilon_2) \tan^2 \theta \quad (2.37.)$$

Sabendo que quando o betão esmaga tem-se em geral $\varepsilon_2 = -0,002$, após alguma manipulação algébrica, a condição de cedência Y2, correspondente à rotura por esmagamento de betão com as armaduras y em cedência, pode ser expressa através de:

$$Y_2: \quad \frac{\tau_{xy}}{f_c^{2/3}} = \omega_y \tan \theta \quad (2.38.)$$

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{-0,46 - 60 \varepsilon_x + \sqrt{0,1156 + \frac{44,21 f_{c0}^{1/3}}{\omega_y} (\varepsilon_x + 0,002)}}{0,12 + 60 \varepsilon_x}}$$

2.5.4. MÉTODO DE ANÁLISE SECCIONAL PARA ZONAS DE CONTINUIDADE

A nível estrutural, os modelos descritos são empregues de forma a obter campos de tensões contínuos em condições de rotura através de um método simplificado de análise não linear. É importante referenciar que os mesmos conjuntos de equações podem ser usados em elementos com campos de tensões descontínuos. Finalmente, é formulado um método de análise seccional em zonas de continuidade cujas expressões, como foi mencionado anteriormente, são próximas das conhecidas no Método das Bielas de Inclinação Variável.

Partindo da última das equações de equilíbrio simplificadas (2.31.) e considerando uma distribuição uniforme das tensões de corte ao longo da altura da secção transversal $\tau_{xy} = V / b_w z$, a resistência ao esforço transverso máxima devida ao esmagamento do betão na alma da viga vem:

$$V_{R,máx} = \frac{b_w z \zeta f_c^{2/3}}{\tan \theta' + \cot \theta'} \quad (2.39.)$$

É adoptado o ângulo $\theta' = 90 - \theta$, em vez do seu complementar θ pois, neste contexto, é comum usar o ângulo de inclinação do campo de compressões na alma, θ' .

Partindo ainda da segunda das equações (2.31.), e notando que $\rho_y = A_{sw} / b_w z$, é possível obter a expressão:

$$V_{R,s} = \frac{A_{sw}}{s} f_{yw} z \cot \theta' \quad (2.40.)$$

Esta equação permite verificar a quantidade de estribos para fazer face ao esforço transverso actuante.

Como as expressões (2.39.) e (2.40.) resultam das equações de equilíbrio da análise limite, estas são idênticas às do Método das Bielas de Inclinação Variável indicado no Eurocódigo 2, com a excepção da resistência efectiva à compressão do betão.

O desenvolvimento do modelo prático requer a definição de secções de controlo onde o valor do esforço transverso obtido nas expressões (2.39.) e (2.40.) é comparado com o esforço transverso real verificado.

O esforço transverso numa dada secção é equilibrado pelos estribos interiores a uma distância de $z \cot \theta'$ dessa secção. Assim, a análise seccional pode ser representada considerando uma viga de comprimento $z \cot \theta'$ com a secção de controlo a meio desse comprimento (Figura 2.18).

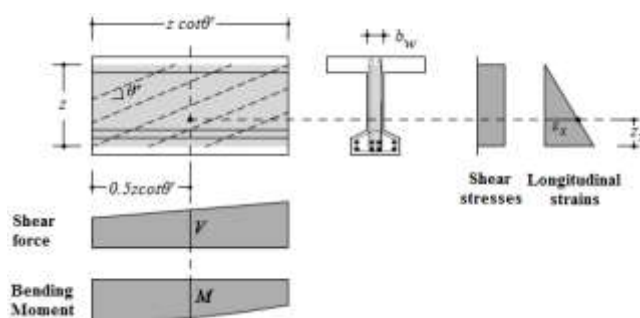


Fig.2.18 – Secção de controlo: Definição e localização onde ϵ_x é analisado.

A extensão longitudinal ϵ_x é conservadoramente avaliada na região mais desfavorável da secção, ou seja, perto do banzo traccionado. Verificando a figura 2.18, é fácil perceber que z_x define a cota do ponto onde ϵ_x é estimado em relação à posição da armadura longitudinal. Normalmente $z_x=0$, o que significa que ϵ_x é estimado ao nível das armaduras longitudinais. Mas, em vigas I, vigas T ou vigas caixão ϵ_x pode ser estimado b_w acima da borda do banzo traccionado. Por simplicidade, pode ser

adoptada uma variação linear da extensão considerando que $\varepsilon_x=0$ no centro do banzo de compressão, como se mostra nesta figura.

a) Método simplificado para dimensionamento – Nível I

No primeiro nível de análise, a resistência efectiva à compressão do betão a adoptar na equação (2.39.) é determinada usando um valor constante para o coeficiente de redução ($\zeta_e=0,55$):

$$\zeta = 0,55 f_{c0}^{1/3} \geq \quad (2.41.)$$

Com $f_{c0} = 30\text{MPa}$ se $f_c \geq 30\text{MPa}$, caso contrário $f_{c0} = f_c$.

O ângulo θ' nas equações (2.39.) e (2.40.) é limitado pela equação (2.42.), sendo introduzido o limite superior adicional para atender ao facto de a adopção de um valor constante para $f_{c,ef}$ sobrestimar a resistência ao corte na presença de extensões principais elevadas na alma:

$$1 \leq \cot \theta' \leq \sqrt{\frac{\zeta - \omega_y}{\omega_y}} \wedge \cot \theta' \leq 2,5 \quad (2.42.)$$

A taxa mecânica de armadura é definida:

$$\omega_y = \frac{A_{sw} f_{yw}}{s b_w f_c^{2/3}} \quad (2.43.)$$

b) Método detalhado para verificação de segurança de estruturas existentes – Nível II

Caso seja necessário uma análise mais rigorosa, podem ser adoptadas as seguintes expressões em (2.39.):

$$\zeta = \frac{f_{c0}^{1/3}}{1,08 + 81 \varepsilon_1} \quad (2.44.)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x + 0,002) \cot^2 \theta' \quad (2.45.)$$

O valor de $\cot \theta'$ é agora limitado de acordo com a segunda expressão de (2.38.):

$$1 \leq \cot \theta' \leq \sqrt{\frac{-0,46 - 60 \varepsilon_x + \sqrt{0,1156 + \frac{44,21 f_{c0}^{1/3}}{\omega_y} (\varepsilon_x + 0,002)}}{0,12 + 60 \varepsilon_x}} \quad (2.46.)$$

Onde a extensão longitudinal média pode ser estimada através de:

$$\varepsilon_x \approx 0,8 \left(1 - \frac{z_x}{z} \right) \frac{|M|/z + 0,5|V| \cot \theta' + 0,5 N}{E_s A_{sl} + E_p A_p}, \quad \varepsilon_x \geq 0 \quad (2.47.)$$

Admite-se que valores do momento flector M , do esforço transverso V e do esforço axial N incluem os efeitos do pré-esforço. Tal como se sucede no EC2, o termo $|M|/z + 0,5|V| \cot \theta'$ é limitado pelo esforço no local de momento máximo devido apenas à acção do momento. As áreas da armadura longitudinal e da armadura de pré-esforço são, respectivamente A_{sl} e A_p .

Para averiguar os detalhes acerca da derivação destas expressões consultar a referência [23].

Como se pode verificar, no presente trabalho não são apresentados os valores de cálculo nas expressões do desenvolvimento dos modelos de análise mas sim os valores nominais por forma a tornar claro o estudo de validação dos modelos nos casos experimentais definidos no capítulo seguinte.

3

VALIDAÇÃO DOS MODELOS DE ANÁLISE

3.1. GERAL

Neste capítulo serão apresentados alguns exemplos que comprovam a validação dos modelos propostos na secção anterior.

Nesta fase do trabalho pretende-se efectuar um estudo comparativo entre os modelos de análise citados para verificação da segurança ao esforço transversal percebendo qual o modelo que melhor se adapta à situação envolvente de cada caso em estudo.

Após efectuar uma pesquisa bibliográfica com vista a seleccionar os testes experimentais mais adequados ao estudo e objectivos pretendidos, foram sugeridos os casos que conseguiam descrever perfeitamente uma situação real e discriminada das condições correntes de uma ponte existente. Pois só assim se alcança uma avaliação realista, prática e justa à adaptação dos modelos de forma a obter uma maior precisão da capacidade de carga de uma estrutura e consequentemente poder concluir se esta é crítica ou não para a segurança da mesma. Para esse efeito foram seleccionados casos experimentais com vigas de grande porte à semelhança dos elementos comuns em pontes existentes. Em alguns casos foram até seleccionados testes feitos em vigas extraídas de pontes operacionais que tiveram de ser desmanteladas.

Pretendeu-se, assim, obter uma série de casos experimentais que resguardassem uma grande parte das situações mais comuns de casos reais em pontes. Para isso elegeram-se os casos de vigas de betão armado com um amplo intervalo de resistências do betão à compressão, vigas com reduzida e elevada percentagem de armadura de esforço transversal, vigas pré-esforçadas e pós-tensionadas, e ainda vigas com alma fina.

Desde os ensaios experimentais mais antigos até aos recentes, foram seleccionadas uma ou mais vigas para cada autor eleito para este estudo. Todas as características e valores descritos no desenrolar da exposição experimental neste capítulo foram recolhidos nos relatórios e artigos da autoria pertencente às referências bibliográficas.

Após reunir todos os resultados calculados pelos modelos de análise ao esforço transversal, procedeu-se à sua validação, estimando a sua precisão. Assim, é possível compreender a veracidade de adaptar um determinado modelo de análise ao caso experimental correspondente com todas as condicionantes e variáveis envolventes.

Finalmente, desde os níveis de aproximação mais simples e gerais dos diferentes modelos até à análise mais detalhada e complexa, pretende-se perceber quais as vantagens e desvantagens de executar um

estudo com complexidade crescente em função das necessidades de cada caso e se este é proporcional à precisão conseguida. Apesar de consumir mais tempo e trabalho do que efectuar uma análise geral, é essencial perceber se a capacidade de carga das vigas existentes em pontes já construídas é real e está garantida, apresentando uma proposta criteriosa quanto à intervenção do caso em estudo ou não. Como referido no capítulo 1, nos dias de hoje, esta situação é importante devido à grande extensão de pontes e viadutos rodoviários existentes e com necessidade de serem verificados.

3.2. DESCRIÇÃO EXPERIMENTAL

Foram reunidos e analisados oito conjuntos de ensaios experimentais de diferentes autores, num total de 41 vigas. De entre os autores seleccionados encontram-se nomes como Higgins, Leonhardt, Reineck, Kuchma, Levi, Marro, Muttoni, Xie, e Kim.

Como o objectivo do presente trabalho decorre da análise de elementos críticos ao corte, procurou-se eleger os ensaios que provocassem a rotura das vigas por esforço transversal previamente à ocorrência de rotura por flexão.

3.2.1. VIGAS TESTADAS POR HIGGINS ET AL.

Em 2004 foi realizado um intenso estudo experimental conduzido por Higgins et al. [29] na Universidade Estatal de Oregon sobre o comportamento ao corte de vigas de pontes, utilizando para o efeito 44 vigas de grandes dimensões, onde se procurou reproduzir os detalhes característicos encontrados em pontes presentes nesse estado. Para a análise presente neste trabalho, foram recolhidos e preferidos apenas os resultados de um subconjunto de vigas.

Neste subconjunto de 7 vigas seleccionadas, as variáveis foram a quantidade de estribos e a resistência à compressão do betão, sendo a primeira a mais significativa, já que ρ_w variou ente 0.12 e 0.48%.

A figura 3.1 apresenta a geometria da secção longitudinal e da secção transversal das 7 vigas consideradas, bem como a disposição das armaduras de corte e armaduras longitudinais.

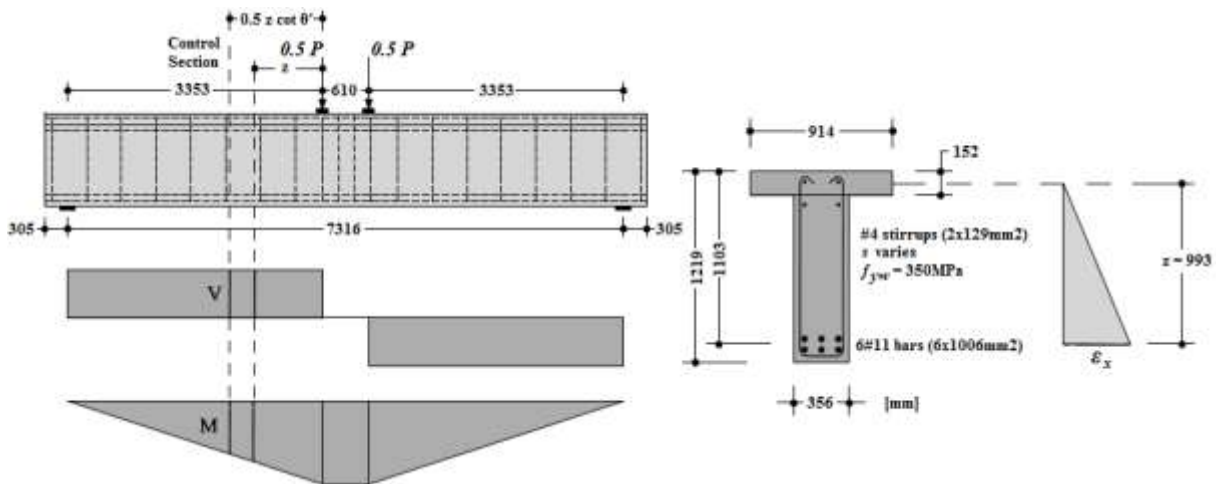


Fig.3.1 – Geometria e armaduras de corte e flexão das vigas testadas por Higgins et al. (dimensões em mm) [23].

Para a análise ao esforço transversal segundo o modelo proposto por Pimentel e o modelo do Model Code 2010, a secção crítica está localizada a $0.5z \cot \theta'$ e z , respectivamente, das forças aplicadas

como se pode observar na figura 3.1. Outra hipótese seria considerar a secção crítica às distâncias respectivas descritas relativamente aos apoios. Contudo, nesta situação, as forças de tracção do banzo correspondente são mais baixas, o que de acordo com as equações (2.26.) e (2.47.) leva a uma situação não conservativa na estimativa do esforço transverso. Esta situação é corroborada pelas observações experimentais, pois as fendas de corte que levaram à rotura destas vigas foram identificadas nas secções de controlo consideradas.

Na secção transversal apresentada na figura 3.1, para o dimensionamento segundo o modelo proposto por Pimentel, a extensão longitudinal ε_x é determinada ao nível da armadura longitudinal, considerando $z_x=0$ na expressão (2.47.). Enquanto no modelo do Model Code 2010 ε_x é calculada a meia altura da secção para todas as amostras.

Os dados e variáveis das vigas Higgins et al. estão representados no quadro 3.1.

Quadro 3.1. – Dados das vigas testadas por Higgins et al.

	f_c	f_{yw}	f_{yl}	b_w	d	z	A_{sl}	A_{sw}	s	A_{sw}/s	A_p	z_x	d_g
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(m)	(m)	(m)	(cm ²)	(cm ²)	(m)	(cm ² /m)	(cm ²)	(m)	(mm)
1	32,40	350	487	0,4	1,103	0,993	60,36	2,58	0,2	16,93	0	0	12,7
3	33,95	350	487	0,4	1,103	0,993	60,36	2,58	0,5	5,64	0	0	12,7
5	24,47	350	487	0,4	1,103	0,993	60,36	2,58	0,3	10,16	0	0	12,7
7	24,27	350	487	0,4	1,103	0,993	60,36	2,58	0,3	8,47	0	0	12,7
11	27,37	350	487	0,4	1,103	0,993	60,36	2,58	0,5	5,64	0	0	12,7
25	30,37	350	487	0,4	1,103	0,993	60,36	2,58	0,2	16,93	0	0	12,7
40	23,58	350	487	0,4	1,103	0,993	60,36	2,58	0,6	4,23	0	0	12,7

A coluna correspondente a f_{yl} representa os valores das tensões de cedência das armaduras longitudinais.

As condições de carga aplicadas às vigas testadas por Higgins et al. foram realizadas de acordo com o esquema representado na figura 3.2.

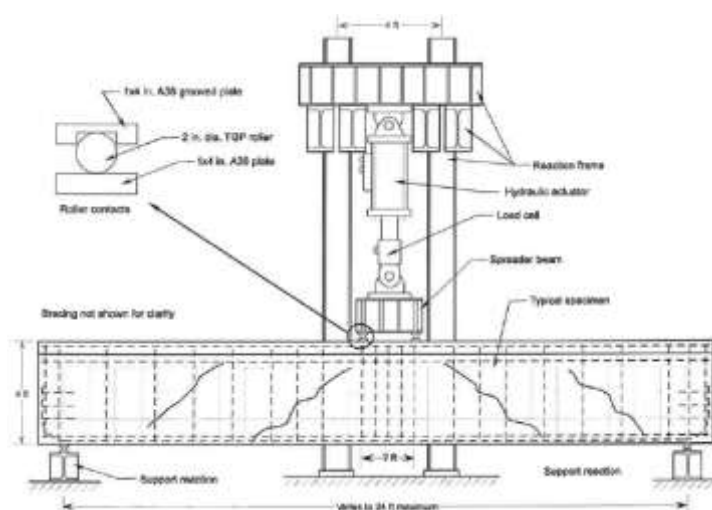


Fig.3.2 – Esquema do quadro de teste com a amostra para o teste típico (1 in = 25,4 mm, 1 ft.= 0,305 mm) [29].

3.2.2. VIGA T1 TESTADA POR LEONHARDT E WALTHER

Contrariamente às vigas Higgins et al., apresenta-se o exemplo da viga T1 testada por Leonhardt e Walther [30] que ostenta uma grande percentagem de armadura transversal, $\rho_w=2.83\%$.

Este ensaio teve como objectivo avaliar o esforço transversal de um elemento que entra em rotura por corte devido do esmagamento das bielas de betão comprimido anteriormente à cedência dos estribos.

A geometria longitudinal e transversal da viga, bem como a disposição da armadura, é descrita na figura 3.3.

A secção de controlo é definida de forma semelhante ao exemplo anterior. Contudo, no caso da viga T1, como a viga apresenta uma secção transversal em “T”, a extensão longitudinal ϵ_x foi determinada a uma distancia b_w acima do limite do banzo traccionado, ou seja, $z_x=175\text{mm}$.

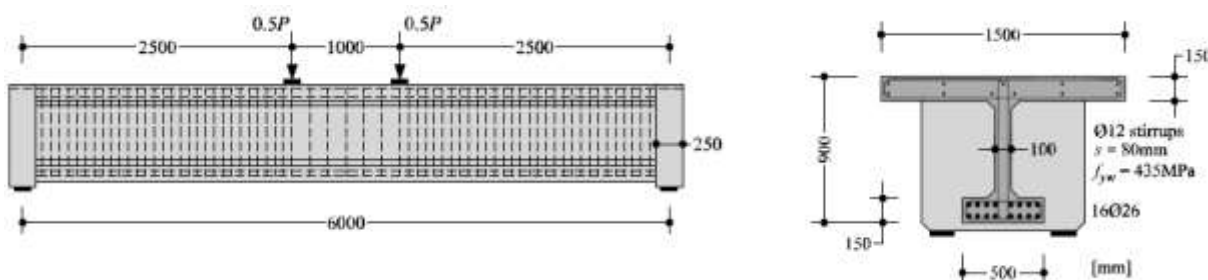


Fig.3.3 - Geometria e armaduras de corte e flexão da viga T1 testada por Leonhardt e Walther [23].

Verifica-se que as condições de carregamento são idênticas ao esquema representado na figura 3.2. Significa então que a disposição dos diagramas de esforços (momento flector e esforço transversal) é idêntica à descrita anteriormente para as vigas testadas por Higgins et al.

Os dados característicos da viga T1 testada por Leonhardt e Walther estão representados no quadro 3.2.

Quadro 3.2. – Dados da viga T1 testada por Leonhardt e Walther

	f_c	f_{yw}	f_{yl}	b_w	d	z	A_{sl}	A_{sw}	s	A_{sw}/s	A_p	z_x	d_g
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(m)	(m)	(m)	(cm ²)	(cm ²)	(m)	(cm ² /m)	(cm ²)	(m)	(mm)
T1	25,30	435	500	0,1	0,825	0,750	84,95	2,26	0,08	28,28	0	0,175	15,0

3.2.3. VIGAS TESTADAS POR REINECK

Reineck [31] testou duas vigas de betão armado de alta resistência ao esforço transversal com rotura por esmagamento das bielas comprimidas. Para tal colocou uma viga de betão armado e uma viga de betão pré-esforçado sob condições de carregamento tais que considerou três regiões de rotura.

Foi então verificada a segurança ao esforço transversal nas regiões I e III das vigas (ver figura 3.4) com menor percentagem de armadura de corte, nomeadamente com $\rho_w=1.68$ e 1.20%, respectivamente.

Para a viga pré-esforçada foi colocada uma armadura de pré-esforço no banzo superior e no banzo inferior, de tal forma que se obteve um momento M_p igual a 147.15 kN.m, com uma tensão de pré-esforço determinada no instante em que se procedeu ao ensaio $f_{p\infty} = 1000\text{MPa}$.

Na figura 3.4 está representada a geometria longitudinal e a disposição da armadura transversal. É também apresentada a secção transversal para o caso da viga não pré-esforçada onde se averigua a armadura longitudinal considerada na região I e na região III.

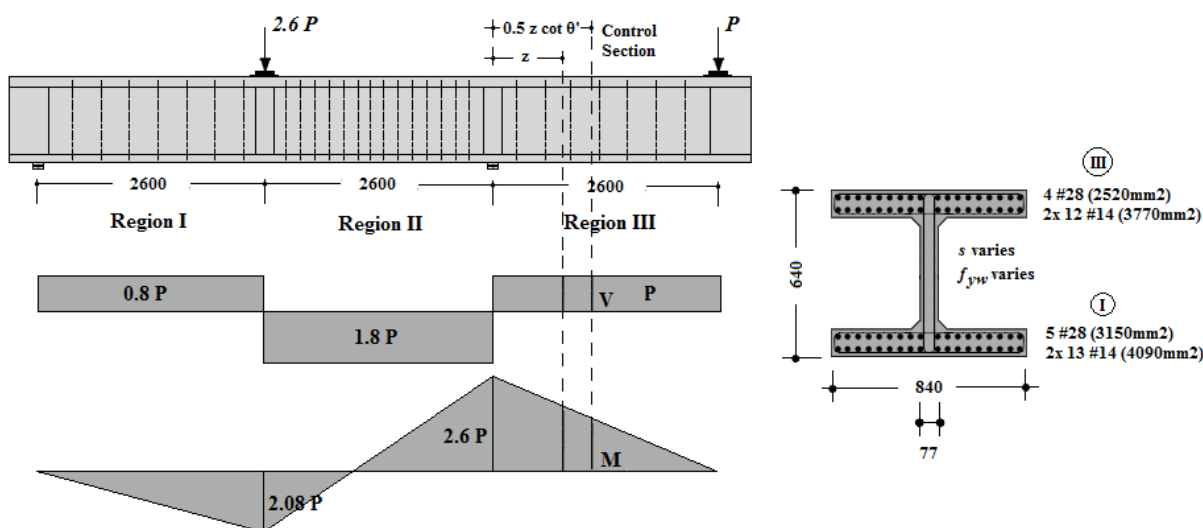


Fig.3.4 – Geometria e disposição das armaduras das vigas testadas por Reineck.

É ainda apresentada a configuração dos diagramas de esforços, nomeadamente, esforço transversal e momento flector e as secções críticas de controlo definidas nos modelos de análise.

Os dados característicos das vigas testadas por Reineck estão representados no quadro 3.3.

Quadro 3.3. – Dados das vigas testadas por Reineck

	f_c	f_{yw}	f_{yl}	b_w	d	z	A_{sl}	A_{sw}/s	ρ_w	A_p	Z_x	d_g
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(m)	(m)	(m)	(cm ²)	(cm ² /m)	(%)	(cm ²)	(m)	(mm)
StbIII	56,8	515	500	0,077	0,59	0,54	62,9	9,2015	1,20	0,00	0,127	15,0
Stbl	56,8	565	500	0,077	0,59	0,54	72,4	12,921	1,68	0,00	0,127	15,0
SpbIII	55,8	515	500	0,077	0,59	0,54	16,3	9,2015	1,20	21,90	0,127	15,0
Spbl	55,8	565	500	0,077	0,59	0,54	13,0	13,244	1,72	27,35	0,127	15,0

3.2.4. VIGA G8E TESTADA POR KUCHMA ET AL.

A viga G8E pertence a uma série de vigas testadas por Kuchma et al. [32]. Ao contrário da maioria das vigas presentes nesta série de estudo, esta amostra foi fortalecida com mecanismos de betão com o intuito de prevenir a rotura nas pontas finais da viga e, assim, conduzir a zona de rotura de uma região de descontinuidade para uma região de continuidade. Os cabos de pré-esforço longitudinais desta viga foram ancorados através de dispositivos especiais para eliminar o deslizamento destes nas proximidades do fim da viga.

Uma das características mais singulares da viga G8E é a elevada resistência à compressão do betão constituinte, $f_c = 86,2$ MPa.

A geometria e a disposição das armaduras longitudinal e transversal da viga estão descritas na figura 3.5.

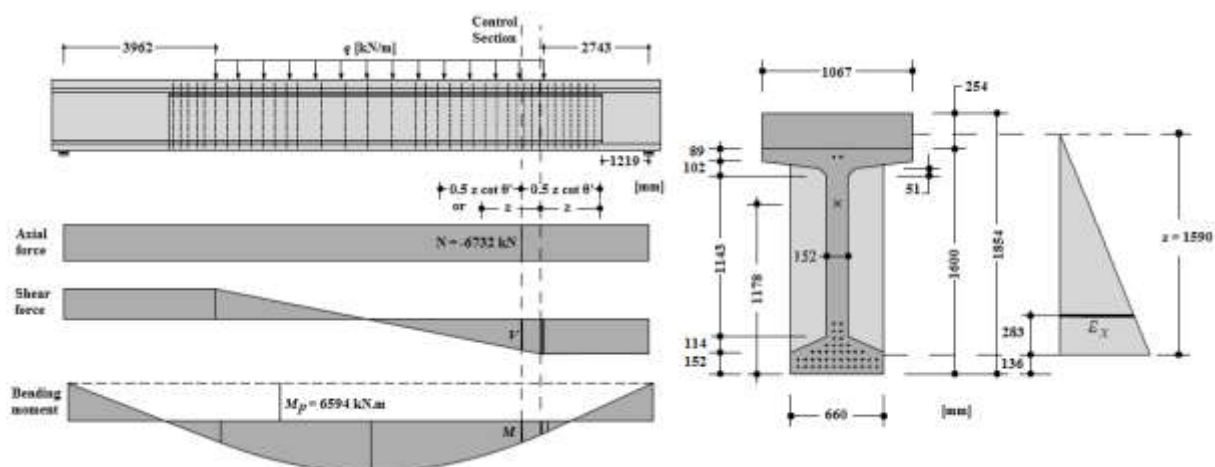


Fig.3.5 – Geometria longitudinal e distribuição dos estribos #4 ($2 \times 129 \text{mm}^2$), secção transversal, disposição dos 42+2 cordões de pré-esforço e dimensões características da viga G8E testada por Kuchma et al. [23].

Analisando a figura 3.5 é possível verificar que aplicar o método de análise seccional implica a activação dos estribos dentro de um comprimento $z \cot \theta'$ ou z , consoante se empregue o modelo proposto por Pimentel ou o modelo do Model Code 2010, respectivamente. Pode observar-se que o espaçamento entre os estribos neste comprimento não é constante e como tal, para o primeiro modelo, o rácio da armadura de esforço transversal a aplicar nos cálculos depende de $\cot \theta'$ e deve ser calculado de acordo com um processo iterativo que será descrito mais à frente.

A localização da secção de controlo é então indicada na figura 3.5 para ambos os modelos de análise, bem como o ponto onde a extensão longitudinal ϵ_x é avaliada para o modelo proposto por Pimentel.

Pode-se ainda verificar que as condições de carregamento da viga G8E são diferentes das vigas expostas anteriormente pois esta é submetida por uma carga uniformemente distribuída e não pontual.

A força de pré-esforço foi determinada com base nos dados do teste e corresponde a uma tensão do aço pré-esforçado de 1093 MPa. O momento flector devido ao pré-esforço foi determinado considerando que o centro geométrico da secção mista z_G está localizado a 1178 mm do limite do banzo inferior (ver figura 3.5).

Esta viga entrou em rotura devido ao esmagamento do betão comprimido com os estribos previamente em regime plástico.

Os dados característicos da viga testada por Kuchma et al. estão enumerados no quadro seguinte.

Quadro 3.4 – Dados da viga G8E testada por Kuchma et al.

	f_c	f_{yw}	b_w	h	d	z	A_{sl}	A_{sw}	A_{sw}/s	ρ_w	A_p	Z_x	d_g
	(MPa)	(MPa)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm^2)	(cm^2)	(cm^2/m)	(%)	(cm^2)	(m)	(mm)
G8E	86,2	477	0,152	1,854	1,718	1,59	0,00	2,58	10,67	0,70	58,80	0,312	0,0

3.2.5. VIGAS TESTADAS POR LEVI E MARRO

Em 1989, Levi e Marro [33] realizaram uma série de testes ao esforço transversal em vigas até à rotura.

Neste conjunto de vigas encontram-se as 7 vigas de betão armado e 3 de betão pré-esforçado seleccionadas. A percentagem de estribos presentes em cada uma das vigas distingue-se apenas entre dois valores, sendo que $\rho_w = 0,84$ ou 1,26%.

A percentagem de armadura longitudinal também varia entre as vigas testadas. Os valores de A_{sl} variam entre 37,17 e 49,48 cm² para as vigas pré-esforçadas e entre valores mais elevados (67,86 a 106,03cm²) para as restantes vigas. Apesar de se encontrarem 20 varões de armadura de flexão a meio vão da viga foram apenas considerados 15 varões no cálculo ao esforço transversal pois verifica-se que existem 5 varões que não estão totalmente amarrados nos comprimentos de corte $z \cot \theta'$ ou z considerados para os modelos de análise. Quanto às três vigas pré-esforçadas, a força de pré-esforço foi calculada com base numa tensão f_{px} no momento do ensaio de 957, 790 e 793 MPa, respectivamente.

As vigas testadas foram produzidas com betão de resistência normal e betão de alta resistência, em que f_c variou entre 25 e 60MPa.

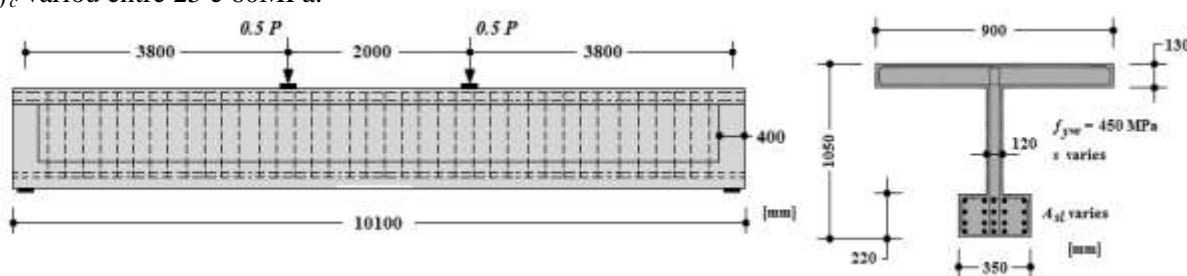


Fig.3.6 – Geometria longitudinal e exemplo da secção transversal das vigas não pré-esforçadas testadas por Levi e Marro com disposição da armadura de corte e flexão.

O esquema de carregamento e a distribuição dos diagramas de esforços são idênticos àqueles descritos, por exemplo, para as vigas testadas por Leonhardt e Walther. A secção de controlo é também definida de forma semelhante a esse exemplo. Quanto à extensão longitudinal ϵ_x , esta foi determinada a uma distancia b_w acima do limite do banzo traccionado, ou seja, $z_x = 230$ mm.

O quadro 3.5. resumo dos dados característicos das vigas testadas é apresentado a seguir:

Quadro 3.5. – Dados característicos das vigas testadas por Levi e Marro

	f_c	f_{yw}	f_{yl}	b_w	h	d	z	A_{sl}	A_{sw}/s	A_p	z_x	d_g
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm ²)	(cm ² /m)	(cm ²)	(m)	(mm)
RC30A1	25	480	500	0,12	1,05	0,94	0,875	67,86	10,05	0	0,230	15,0
RC30A2	25	480	500	0,12	1,05	0,94	0,875	67,86	10,05	0	0,230	15,0
RC60A1	47	480	450	0,12	1,05	0,94	0,875	79,64	10,05	0	0,230	15,0
RC60A2	47	480	450	0,12	1,05	0,94	0,875	79,64	10,05	0	0,230	15,0
RC60B1	50	480	470	0,12	1,05	0,94	0,875	106,03	15,08	0	0,230	15,0
RC60B2	50	480	470	0,12	1,05	0,94	0,875	106,03	15,08	0	0,230	15,0
RC70B1	60	480	470	0,12	1,05	0,94	0,875	106,03	15,08	0	0,230	15,0
PC30A1	30	480	500	0,12	1,05	0,94	0,875	37,17	10,05	8,34	0,230	15,0
PC60A2	50	480	500	0,12	1,05	0,94	0,875	37,17	10,05	16,68	0,230	15,0
PC60B1	50	480	500	0,12	1,05	0,94	0,875	49,48	15,08	16,68	0,230	15,0

3.2.6. VIGAS TESTADAS POR HARS E MUTTONI

Recentemente, Hars e Muttoni [34] [35] concretizaram uma série de testes ao esforço transversal em vigas pós-tensionadas com almas finas.

Este teste resultou de uma investigação experimental realizada em 5 vigas reais extraídas do viaduto “Viadotto Sopra le Cantine” situado na Suíça e substituído após 36 anos em serviço (ver figura 1 alusiva à construção e remoção das vigas). O viaduto foi substituído em 2003 devido à degradação da laje do pavimento e dos apoios da ponte. Cinco das suas vigas sem sinais de deterioração foram então testadas até à rotura num laboratório de estruturas.

Os resultados obtidos dos testes realizados tiveram como objectivo explicar o comportamento de vigas pós-tensionadas de alma fina e investigar a interacção entre o estado de fendilhação na alma e a presença das bainhas de pré-esforço sob diferentes condições de carga.

Em consequência da diminuição do peso das vigas ao mínimo, cada viga foi montada a partir de dois elementos pré-fabricados de 10 metros de comprimento até ao meio vão. Estes elementos foram pré-tensionados na pré-fabricação em estaleiro por meio de 12 cabos rectos de 7 mm de diâmetro (P1) no banzo inferior.

Assim que os elementos pré-fabricados foram colocados em posição, a laje do pavimento da ponte foi executada. Numa fase posterior, duas bainhas pré-esforçadas de 60 mm, cada uma com 27 cabos de 7 mm de diâmetro (P2) foram pós-tensionadas para criar um vão contínuo de 5 intervalos. O rácio bainha-largura da alma é de 0,48.

As vigas entraram em rotura devido ao esmagamento do betão comprimido. E verifica-se que a resistência ao corte nestas amostras é significativamente baixa devido ao estado de fendilhação na alma fina e à perturbação da distribuição de tensões introduzida pelas bainhas de pré-esforço.

A redução da resistência devido à presença de bainhas de pré-esforço em almas finas é considerada nos modelos de análise dos códigos de dimensionamento mais recentes, tais como os descritos no Eurocódigo 2, Model Code 2010 e o modelo proposto por Pimentel, através de um factor de redução η_D . O valor de η_D depende do diâmetro da bainha, do material constituinte e do tipo de injeção desta. Como referido no capítulo 1, para os três modelos de dimensionamento enumerados, este factor é introduzido no procedimento de cálculo através da definição de um valor nominal da largura da alma ($b_{w,nom}$) obtido através da redução da largura real da alma (b_w). Assim, nesta amostragem, com $b_w=125$ mm, foi considerado um valor nominal $b_{w,nom}= 95$ mm devido à presença de bainhas metálicas injectadas de 60 mm.

O traçado das bainhas de pré-esforço, com uma curvatura mais acentuada a meio vão do que nos apoios, é apresentado na figura 3.7.

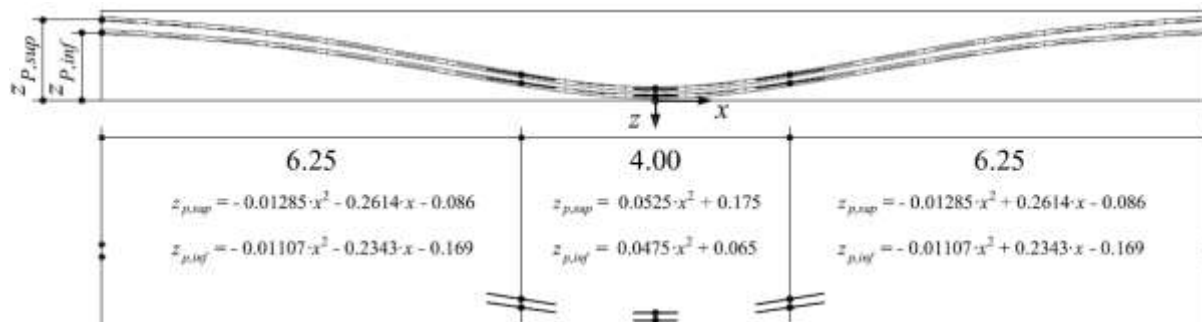


Fig.3.7 - Cabos de pré-esforço: Posição das bainhas e aproximação das posições a três parábolas [34].

Foram realizadas medições para determinar o valor real da força de pré-esforço restante nas armaduras antes de ensaiar os elementos. Foi encontrada uma tensão de pré-esforço presente nestas armaduras de apenas 530 MPa para todo o conjunto de amostras. O momento flector devido ao pré-esforço M_p foi determinado considerando que o centro geométrico da secção z_G está localizado a 847 mm do limite inferior do banzo traccionado.

Como a secção crítica de controlo considerada nos modelos de análise de Pimentel e do Model Code 2010 é diferente, significa que z_p vai variar consoante o modelo a praticar.

As características do betão e das armaduras longitudinal e transversal bem como a armadura de pré-esforço (P1 e P2) podem ser consultadas no quadro resumo 3.6 onde são descritos os dados característicos das 5 vigas presentes nestes ensaios.

Quadro 3.6. – Dados característicos das vigas testadas por Hars e Muttoni

	f_c	f_{yw}	f_{yl}	b_w	d	z	A_{sl}	A_{sw}/s	A_{P1}	A_{P2}	z_x	d_g
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(m)	(m)	(m)	(cm ²)	(cm ² /m)	(cm ²)	(cm ²)	(m)	(mm)
SH1	53,4	730	544	0,095	1,279	1,151	4,12	7,854	4,62	20,78	0,244	16,0
SH2	52,3	730	544	0,095	1,279	1,151	4,12	7,854	4,62	20,78	0,244	16,0
SH3	55,8	730	544	0,095	1,279	1,151	4,12	7,854	4,62	20,78	0,244	16,0
SH4a	49,5	730	544	0,095	1,279	1,151	4,12	7,854	4,62	20,78	0,244	16,0
SH4b	60	730	544	0,095	1,279	1,151	4,12	7,854	4,62	20,78	0,244	16,0
SH5	47,2	730	544	0,095	1,279	1,151	4,12	7,854	4,62	20,78	0,244	16,0

Estas vigas têm uma percentagem de estribos $\rho_w = 0,83\%$, tendo a extensão longitudinal ϵ_x sido determinada com $z_x = 244\text{mm}$.

A secção longitudinal das vigas é descrita na figura 3.8 (a). Pode notar-se que foi aplicada uma força normal externa N_{test} excêntrica durante a execução dos testes, proporcionando uma resistência à flexão suficiente para que as vigas não entrassem em rotura por flexão mas sim por corte. Isto porque as vigas testadas eram simplesmente apoiadas de vãos únicos, enquanto as vigas originais do viaduto eram vigas contínuas.

A secção transversal e o detalhe das armaduras constituintes são descritos na figura 3.8 (b). A largura do banzo superior $b=745\text{mm}$ é considerado para todas as amostras excepto para a amostra SH4 onde $b=705\text{mm}$.

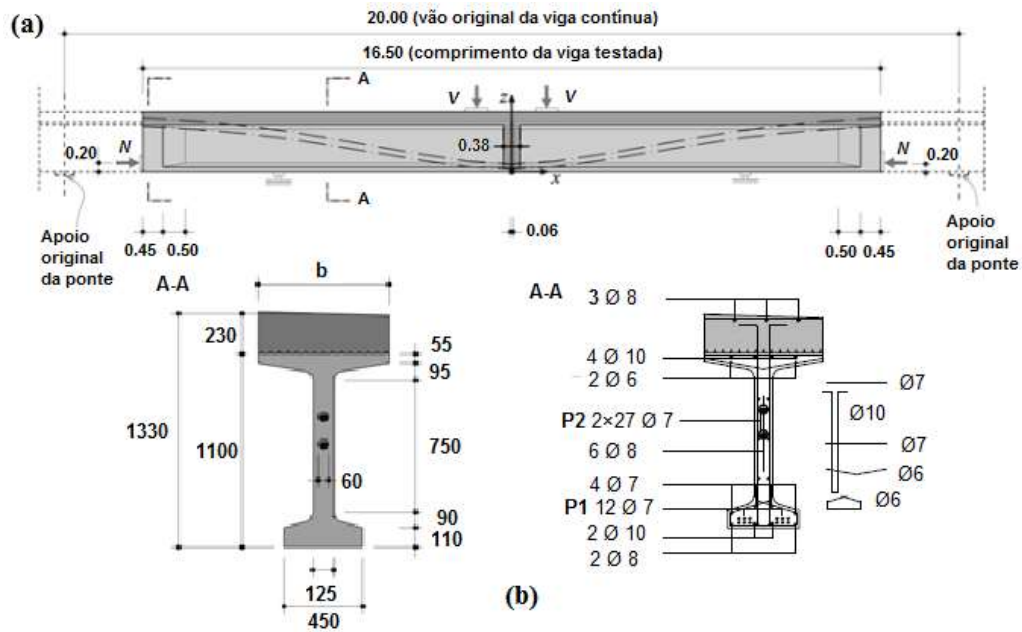


Fig.3.8 – Geometria e disposição da armadura nas vigas testadas por Hars e Muttoni: (a) Secção longitudinal (valores em metros); (b) secção transversal e detalhe da armadura constituinte na secção A-A da viga (valores em mm) [34] [35].

Os valores de N_{test} para cada viga testada são descritos no quadro seguinte.

Quadro 3.7. – Valores da força axial externa aplicada a cada viga (valores negativos significam esforços axiais de compressão)

	SH1	SH2	SH3	SH4a	SH4b	SH5
N_{test} (kN)	-3583	-2021	-3758	-693	-2456	-2985

O esquema representativo das condições de carga aplicadas a cada amostra é exposto na figura 3.9 com os valores presentes no quadro 3.8.

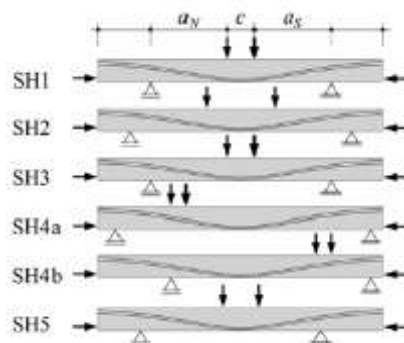


Fig.3.9 – Disposição do carregamento para todas as vigas testadas [35].

Os comprimentos relativos às zonas de rotura por corte estão referenciados a sombreado no quadro 3.8.

Quadro 3.8. – Valores conferidos a a_N , c e a_S da figura 3.9 para a disposição do carregamento

		SH1	SH2	SH3	SH4a	SH4b	SH5
a_N	(m)	4,44	4,44	4,44	3,23	8,38	4,8
c	(m)	1,56	3,96	1,56	0,84	0,84	2,04
a_S	(m)	4,44	4,44	4,44	10,73	2,33	3,6

A amostra SH4 foi testada duas vezes, alterando a carga aplicada e as condições de suporte, e consequentemente a localização da rotura por esforço transversal.

3.2.7. VIGAS TESTADAS POR LIPING XIE

O conjunto de testes experimentais realizados por Xie [36] envolve o ensaio de 11 vigas (LB1 a LB11) de alma fina com secção I sob diferentes condições de esforço axial e transversal.

O esforço axial aplicado a cada uma das vigas testadas varia desde grandes esforços de tracção ($\approx 500\text{kN}$) até valores de elevada compressão ($\approx 820\text{kN}$).

As dimensões e configuração da armadura de corte e flexão foram especificamente seleccionadas para que as vigas rompessem por esmagamento da alma comprimida. E as condições de carga aplicadas às vigas foram eleitas de forma a simular as condições de cedência numa viga contínua nas proximidades dos pontos de inflexão.

A viga LB1 foi a primeira amostra a ser testada e foi considerada como um modelo-piloto concebido para analisar a exequibilidade do programa de teste, onde se incluiu o modelo de construção, os detalhes de disposição da armadura e as condições de carga. As modificações feitas às vigas testadas posteriormente à viga LB1 incluíram uma diminuição da quantidade de armadura longitudinal, como se pode averiguar no quadro 3.9 e duplicação do número de estribos na região 2 das vigas (ver figura 3.10).

A secção longitudinal específica das vigas testadas e as correspondentes distâncias constituintes são apresentadas na figura 3.10.

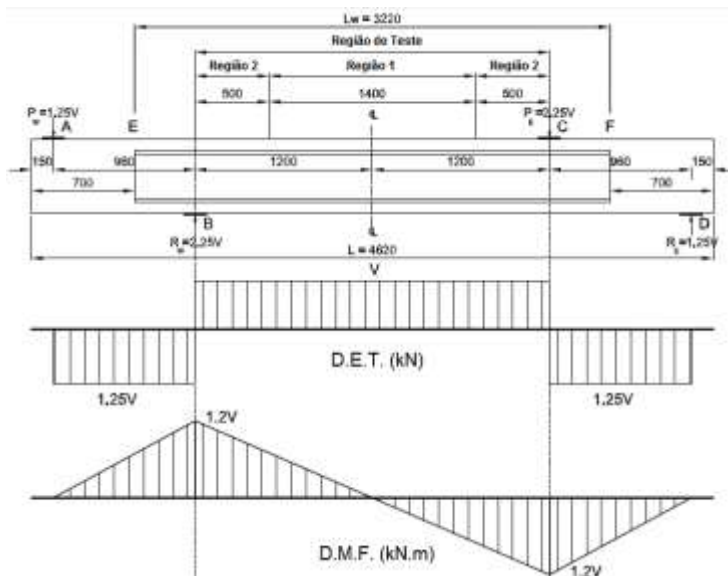


Fig.3.10 – Geometria longitudinal específica, esquema geral do ensaio e representação dos diagramas gerais de esforço transverso e momento flector das vigas testadas por Xie [36] (Dimensões em mm).

Como se pode observar, em ambas as extremidades das vigas, foi utilizada uma secção em bloco para transferir as forças do pré-esforço das zonas do fim para o meio vão das vigas.

A configuração das acções foi delineada de forma a introduzir momento duplo (-1,2V a 1,2V) dentro da região de teste com 2,4 metros de comprimento (entre B e C). Os diagramas de esforço transverso (D.E.T.) e momento flector (D.M.F.) são também apresentados na figura 3.10.

A secção de controlo é definida a meio da região de teste, ou seja, a 1,2 metros de B e C na figura 3.10. Assim, o valor do momento flector M devido à flexão é considerado igual a zero nas expressões do modelo proposto por Pimentel e do modelo do Model Code 2010.

Todas as vigas têm a mesma largura específica da alma ($b_w=75$ mm). Contudo, a espessura específica do banzo da secção transversal I das vigas (h_f) foi dividida em dois grupos. Do grupo 1 fazem parte as vigas com $h_f=75$ mm (LB1 a LB5). As vigas LB2 a LB11 pertencem ao grupo 2 com uma espessura $h_f=50$ mm. Assim, z_x varia consoante o grupo de vigas a analisar.

A figura 3.11 apresenta os valores específicos das dimensões da secção transversal dos dois grupos de vigas (a) e mostra o exemplo da distribuição das armaduras das vigas LB6 e LB9 (b).

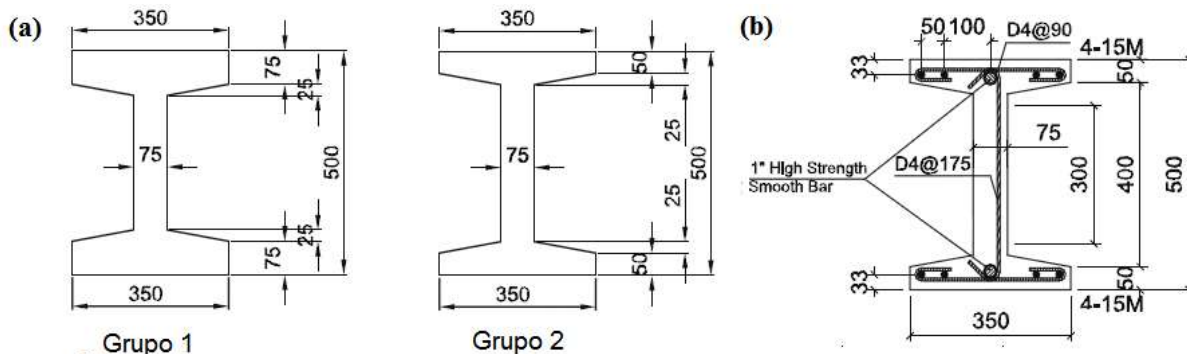


Fig.3.11 – Descrição da secção das vigas testadas por Xie: (a) Dimensões específicas das secções transversais dos dois grupos de vigas; (b) Exemplo do detalhe das armaduras das vigas LB6 a LB9 [36].

As vigas LB1 a LB9 contêm a mesma quantidade de armadura de esforço transversal, enquanto a viga LB10 contém o dobro da armadura em relação a esta.

Na figura 3.12 é ilustrada a organização e amarração das armaduras longitudinal e transversal e armadura de pré-esforço das vigas.



Fig.3.12 – Ilustração do conjunto de armaduras em fase de amarração [36].

O quadro 3.9 resume os valores reais das dimensões registados em todas as vigas durante a execução dos testes. Este quadro contém as características da secção e das armaduras constituintes, sendo que estes foram os valores utilizados nos cálculos dos procedimentos metodológicos. A taxa de armadura de esforço transversal ρ_w variou entre 0,16 e 0,37%.

Quadro 3.9. - Dados característicos das vigas testadas por Xie

	f_c	f_{yw}	f_{yl}	b_w	h	d	z	A_{sl}	s	A_{sw}/s	A_p	z_x
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm ²)	(m)	(cm ² /m)	(cm ²)	(m)
LB1	65,2	529	409	0,075	0,500	0,467	0,420	13,34	0,175	1,3829	10,14	0,062
LB2	63,2	529	409	0,074	0,506	0,473	0,426	5,34	0,175	1,3829	10,14	0,064
LB3	63,2	529	409	0,073	0,506	0,473	0,426	5,34	0,175	1,3829	10,14	0,068
LB4	63,2	529	1026	0,087	0,504	0,471	0,424	8,42	0,175	1,3829	10,14	0,075
LB5	63,2	529	1026	0,068	0,502	0,469	0,422	8,42	0,175	1,3829	10,14	0,068
LB6	63,5	529	409	0,073	0,506	0,473	0,426	9,34	0,175	1,3829	10,14	0,047
LB7	63,5	529	409	0,073	0,506	0,473	0,426	9,34	0,175	1,3829	10,14	0,047
LB8	63,5	529	409	0,073	0,504	0,471	0,424	9,34	0,175	1,3829	10,14	0,043
LB9	63,5	529	409	0,073	0,504	0,471	0,424	9,34	0,175	1,3829	10,14	0,044
LB10	62,3	529	409	0,074	0,506	0,473	0,426	9,34	0,0875	2,7657	10,14	0,042

Porque a última das vigas testadas, LB11, não possui armadura de esforço, como referido no subcapítulo 3.1, esta não foi considerada na análise e validação dos modelos de dimensionamento seleccionados.

Pode-se concluir da análise das figuras 3.11 e 3.12 que as dimensões e a disposição das armaduras ordinárias são transversalmente simétricas na secção, assim como os dois cabos de pré-esforço.

Significa então que o momento flector devido ao esforço transverso M_p , calculado para o centro de gravidade a meio da secção é considerado igual a zero ($M_p=0$).

3.2.8. VIGAS TESTADAS POR HWAN OH E SOO KIM

Finalmente, Oh e Kim [37] precederam em 2004 ao ensaio ao esforço transverso de vigas de pontes à escala real. Este teste pretendeu explorar e averiguar o comportamento ao esforço transverso de vigas pós-tensionadas de betão armado pré-esforçado.

Para cumprir esse objectivo foram dimensionadas, fabricadas e testadas duas vigas pré-esforçadas pós-tensionadas de betão armado de média e elevada resistência à compressão, à escala real com 10,6 metros de comprimento e 1.2 metros de altura.

Cada viga contém três bainhas de pré-esforço, e cada bainha contém seis cordões de pré-esforço (ou seja, um total de 18 cordões) com um diâmetro nominal de 12,7 mm. O valor esperado da tensão de pré-esforço nos cordões após perdas e no momento da execução do ensaio foi de 1007.9 MPa. O arranjo das bainhas nas vigas é parabólico e simétrico como se pode observar na figura 3.13 (c).

A secção longitudinal das vigas testadas (a), as secções transversais a meio vão e na zona de ancoragem e a distribuição das armaduras de flexão e corte (b) são apresentadas na figura 3.13. Também aqui é exibida a configuração geral dos diagramas de esforço transverso e momento flector das vigas.

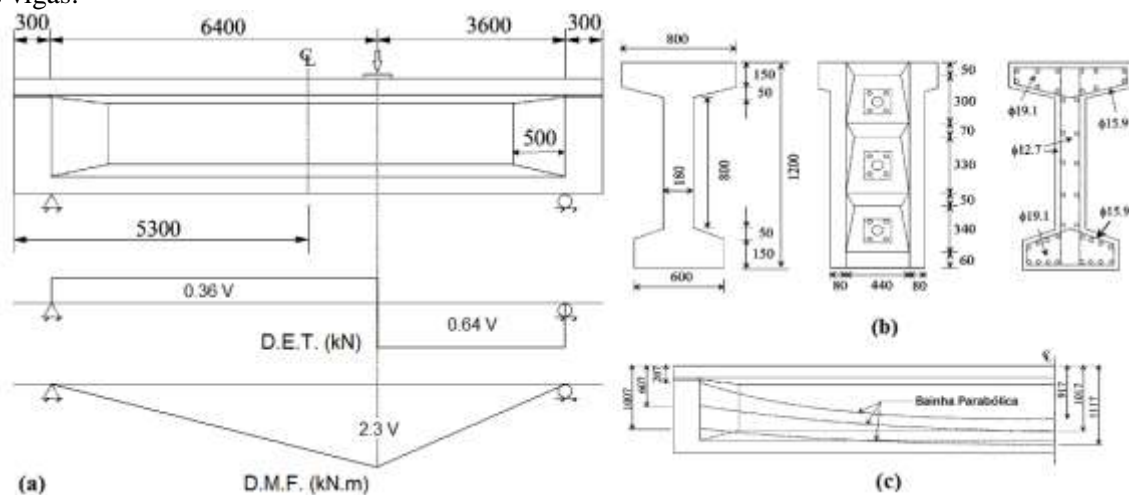


Fig.3.13 – Características das vigas testadas por Oh e Kim: (a) Geometria e diagramas gerais de esforço transverso e momento flector; (b) Secções transversais a meio vão e na zona de ancoragem, e disposição das armaduras constituintes; (c) Disposição das bainhas de pré-esforço parabólicas [37].

Os dados característicos das vigas testadas por Oh e Kim estão enumerados no quadro seguinte.

Quadro 3.10. - Dados característicos das vigas testadas por Oh e Kim

	f_c	f_{yw}	f_{yl}	b_w	h	d	z	A_{sl}	s	A_{sw}/s	A_p	z_x	d_g
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm ²)	(m)	(cm ² /m)	(cm ²)	(m)	(mm)
G I (dir)	42,8	345	345	0,153	1,2	1,2	1,08	45,84	0,2	12,67	17,77	0,200	19,0
G II (dir)	62,1	345	345	0,153	1,2	1,2	1,08	45,84	0,2	12,67	17,77	0,200	19,0

A taxa de armadura de esforço transverso ρ_w nas duas vigas foi de 0,83%.

Tal como nas vigas Muttoni, também nas vigas testadas por Oh e Kim, devido à presença de bainhas de pré-esforço com $\emptyset_D \geq b_w/8$, foi definido um valor nominal da largura da alma $b_{w,nom}=153$ mm.

Como será explicado no subcapítulo seguinte, e apesar de terem sido efectuados os cálculos da verificação à segurança das vigas testadas por Oh e Kim pelos três métodos de análise ao esforço transverso, estas vigas não serão consideradas na validação dos modelos seleccionados pois não se encontram em conformidade com o tipo de estudo presente neste trabalho.

Para obter informações adicionais mais detalhadas sobre todos os ensaios aqui descritos, consultar referências [29] a [37].

3.3. OBTENÇÃO DE RESULTADOS PELOS MODELOS DE ANÁLISE AO ESFORÇO TRANSVERSO

Posteriormente à recolha de todos os dados característicos dos casos experimentais objecto de estudo, procedeu-se ao cálculo de verificação ao esforço transverso das vigas consideradas nos respectivos testes através dos modelos de análise descritos no capítulo 2 (Eurocódigo 2, Model Code 2010 e Pimentel). A série de resultados obtidos será necessária ao subcapítulo seguinte, onde se pretende discutir a validação destes modelos.

Porque na aplicação prática do nível II de aproximação do modelo de análise proposto por Pimentel a localização da secção crítica de controlo depende da extensão longitudinal ε_x que por sua vez depende da posição onde a secção de controlo está a ser considerada na viga, é necessário recorrer a um processo iterativo para resolver o procedimento de cálculo.

Pode então ser utilizado um algoritmo simples com os seguintes passos [23]:

- i. Estimar $\cot \theta'$ pela expressão (2.46.) usando um valor de teste para ε_x . Neste trabalho foi sempre empregue o valor inicial 0.001 para ε_x ;
- ii. Definir a secção de controlo de acordo com a figura 2.18 e determinar os correspondentes esforços V e M ;
- iii. Actualizar o valor de ε_x através da expressão (2.29.);
- iv. Estimar de novo $\cot \theta'$ pela expressão (2.28.) com o ε_x obtido em iii;
- v. Verificar se a solução é aceitável: $|\varepsilon_{x,i} - \varepsilon_{x,i-1}| < \text{tolerância}$;
- vi. Se a solução for aceitável, calcular V_R pelas equações (2.39.) e (2.40.), caso contrário voltar a ii.

Verifica-se um caso análogo na aplicação prática do nível II e nível III de análise do modelo presente no Model Code 2010. Onde, apesar da localização da secção de controlo crítica não depender de nenhuma variável, pois é constante e igual a z , o valor de θ' depende de ε_x que por sua vez depende do valor do esforço transverso na secção V que é calculado utilizando θ' . Logo, é necessário recorrer a um processo iterativo semelhante ao descrito em cima.

No cálculo do modelo presente no Model Code 2010 em relação à viga G8E testada por Kuchma et al, foi utilizado um valor igual a zero para d_g (ver quadro 3.4) pois, como descrito neste código, para o betão com uma resistência à compressão igual ou superior a 70 MPa, o valor do diâmetro do agregado deve ser nulo. Apesar de serem apresentados os valores de d_g para todas as amostras experimentadas estes valores nunca foram utilizados no procedimento de cálculo pois ocorre $\rho_w > \rho_{w,min}$ em todas as situações.

Quanto às amostras ensaiadas por Hars e Muttoni e por Oh e Kim verifica-se que estas são as únicas vigas que contêm cabos de pré-esforço com disposição parabólica ao longo do seu comprimento, ou seja, contêm cabos pré-esforçados inclinados em relação ao eixo do elemento. A presença deste tipo de cabos de pré-esforço dá origem a forças internas com uma componente vertical. No presente trabalho, de forma a considerar a contribuição da componente vertical do pré-esforço $V_{P\infty}$ para determinar a resistência ao esforço transversal, os resultados experimentais obtidos pelos autores dos ensaios foram corrigidos da seguinte forma:

$$V_R^{exp} = V_R - V_{P\infty} \quad (3.1.)$$

Onde V_R^{exp} corresponde à resistência ao esforço transversal corrigida do efeito de inclinação dos cabos de pré-esforço considerada na validação dos modelos e V_R ao valor da resistência experimental obtida nos ensaios das vigas.

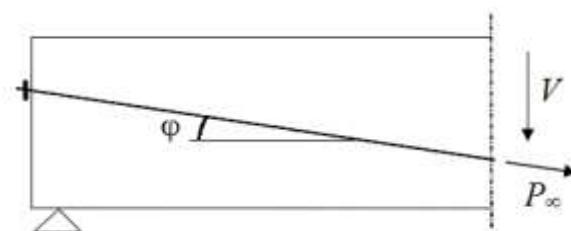


Fig.3.14 – Efeito da inclinação de cabos de pré-esforço.

Observando a figura 3.14, conclui-se que a expressão (3.1) resulta da seguinte forma:

$$V_{R,exp} = V_R - P_{\infty} \tan \varphi \quad (3.2.)$$

Em que φ corresponde à inclinação do cabo de pré-esforço relativamente ao eixo da viga e P_{∞} à força de pré-esforço do cabo após perdas. O valor de P_{∞} pode ser calculado através da tensão de pré-esforço divulgada nos ensaios pelos correspondentes autores, $P_{\infty} = f_{P\infty} A_p$.

Os valores de φ e consequentemente de $V_{P\infty}$ dependem da localização da secção crítica de controlo, pois como os cabos são parabólicos, a inclinação do cabo varia em cada ponto da viga. Significa então que estes valores vão ser diferentes para o modelo proposto por Pimentel e para o modelo presente no Model Code 2010 (ver quadros 3.11 e 3.12).

Quadro 3.11. – Valores de φ e $V_{P\infty}$ para os cabos de pré-esforço superior e inferior das vigas testadas por Hars e Muttoni

	Pimentel				Model Code 2010			
	φ_{sup} (°)	φ_{inf} (°)	$V_{P\infty sup}$ (kN)	$V_{P\infty inf}$ (kN)	φ_{sup} (°)	φ_{inf} (°)	$V_{P\infty sup}$ (kN)	$V_{P\infty inf}$ (kN)
SH1	-11,0	-9,95	104,8	95,1	-11,5	-10,40	109,4	99,3
SH2	-10,4	-9,48	99,2	90,7	-10,3	-9,37	98,0	89,6
SH3	-11,1	-10,03	105,6	95,8	-11,5	-10,40	109,4	99,3
SH4a	-7,9	-7,30	75,3	69,9	-7,7	-7,14	73,6	68,5
SH4b	6,0	5,70	57,6	54,7	5,9	5,64	57,0	54,1
SH5	11,8	10,70	112,5	102,2	11,6	10,55	110,9	100,8

Quadro 3.12. – Valores de φ e $V_{P\infty}$ para os 3 cabos de pré-esforço das vigas testadas por Oh e Kim

	Pimentel		Model Code 2010		
	φ (°)	$V_{P\infty}$	φ (°)	$V_{P\infty}$	
G I	1º Cabo	1,24	12,9	1,19	12,4
	2º Cabo	4,60	47,9	4,44	46,2
	3º Cabo	7,94	82,5	7,66	79,5
G II	1º Cabo	1,28	13,4	1,19	12,4
	2º Cabo	4,77	49,6	4,44	46,2
	3º Cabo	8,22	85,4	7,66	79,5

Ainda relativamente aos modelos de análise propostos por Pimentel e pelo Model Code 2010, é neles recomendado que se o valor de ε_x calculado pelas equações (2.26.) e (2.47.) for negativo, este deve ser recalculado aplicando uma equação com um denominador diferente onde é considerada a contribuição da área de betão traccionada. Contudo, neste trabalho não foram considerados valores menores que zero para a extensão longitudinal ε_x sendo que uma das condições impostas no processo iterativo foi $\varepsilon_x \geq 0$ para simplificação do procedimento de cálculo, sem descuidar da precisão pretendida.

Além disso, no desenvolvimento da análise pelo modelo do Model Code 2010, no cálculo de ε_x é subtraído o termo $A_p f_{p0}$ no numerador da equação (ver expressão 2.26) para considerar a contribuição da armadura de pré-esforço no cálculo da extensão longitudinal. Porém, nos cálculos presentes neste trabalho não foi considerado este termo, mas adicionou-se o efeito do pré-esforço nos termos M e N da equação, ou seja, $M + M_p$ e $N + N_p$, respectivamente. Isto porque se torna mais clara a intervenção do efeito do pré-esforço nos esforços axiais e momento flector na viga.

Finalizando o processo de cálculo, e após recolher os resultados experimentais dos vários autores V_R^{exp} , foram obtidos os seguintes resultados V_R^{calc} calculados pelos modelos de análise ao esforço transversal para as vigas testadas:

Quadro 3.13. – Resumo dos valores experimentais (V_R^{exp}) e valores calculados (V_R^{calc}) do esforço transversal resistente para todo o conjunto de vigas ensaiadas

Viga	Ref.	V_R^{exp} (Pimentel) (kN)	V_R^{exp} (MC 2010) (kN)	Eurocódigo 2 V_R^{calc} (kN)	Pimentel		Model Code 2010		
					Nível I V_R^{calc} (kN)	Nível II V_R^{calc} (kN)	Nível I V_R^{calc} (kN)	Nível II V_R^{calc} (kN)	Nível III V_R^{calc} (kN)
40	[29]	536,9	-	367,7	367,7	496,8	459,9	322,7	538,2
3		738,9	-	490,3	490,3	662,4	578,8	407,6	632,2
11		665,0	-	490,3	490,3	642,2	547,3	407,6	606,2
7		840,3	-	735,4	735,4	797,1	666,0	557,9	692,2
5		897,7	-	882,5	882,5	891,3	748,1	638,6	751,1
1		918,6	-	1470,8	903,0	903,0	1111,5	913,3	903,0
25		950,6	-	1470,8	903,0	903,0	1101,9	913,3	903,0
T1	[30]	785,0	-	511,6	521,8	685,9	474,4	481,0	521,8
StbIII	[31]	530,0	-	463,4	450,8	438,7	399,2	444,1	425,9
Stbl		675,0	-	525,6	508,4	545,6	477,3	463,0	525,0
SpbIII		616,0	-	459,6	447,3	473,2	398,8	384,3	518,8

Spbl		710,0	-	523,1	506,0	596,7	471,7	418,2	518,8
G8E	[32]	2580,0	-	2022,7	2092,6	2124,6	1404,4	2223,0	2235,1
RC30A1	[33]	676,0	-	648,3	656,8	655,7	656,3	639,4	655,4
RC30A2		688,0	-	648,3	656,8	655,7	656,3	639,4	655,4
RC60A1		990,0	-	914,8	899,2	805,6	689,2	732,0	704,8
RC60A2		938,0	-	914,8	899,2	805,6	689,2	732,0	704,8
RC60B1		1181,0	-	1093,1	1068,3	1037,3	983,1	1060,0	987,3
RC60B2		1239,0	-	1093,1	1068,3	1037,3	983,1	1060,0	987,3
RC70B1		1330,0	-	1190,9	1157,9	1089,7	993,7	1060,0	995,9
PC30A1		880,0	-	723,9	743,8	702,6	667,4	683,6	653,6
PC60A2		1207,0	-	941,2	922,0	824,4	692,5	762,8	736,0
PC60B1		1327,0	-	1093,1	1068,3	1028,1	983,1	1028,4	970,8
SH1	[34]	1291,1	1282,3	1176,0	1146,1	1223,5	1028,2	991,1	1325,1
SH2		1301,1	1303,4	1164,2	1135,5	1113,4	1027,0	1126,9	1099,4
SH3		1289,6	1282,3	1200,6	1168,5	1239,6	1030,9	1005,3	1364,5
SH4a		1345,7	1348,9	1132,9	1107,8	1063,9	1023,8	1069,9	1017,7
SH4b		1378,7	1379,9	1240,6	1206,1	1266,4	1035,4	958,4	1432,1
SH5		1276,3	1279,4	1105,6	1084,1	1178,6	1021,1	879,9	1220,4
LB1	[36]	133,6	-	76,8	76,8	115,7	80,1	84,4	156,2
LB2		172,0	-	77,9	77,9	116,2	80,5	85,7	156,5
LB3		149,0	-	77,9	77,9	115,7	80,0	85,6	155,1
LB4		119,1	-	77,6	77,6	114,2	86,7	70,8	119,1
LB5		79,6	-	77,2	77,2	103,3	76,7	63,9	93,5
LB6		155,8	-	77,9	77,9	115,8	80,1	85,6	155,3
LB7		134,3	-	77,9	77,9	114,2	80,1	85,6	155,3
LB8		137,8	-	77,5	77,5	115,2	79,7	85,2	154,6
LB9		100,0	-	77,5	77,5	110,5	79,7	79,2	126,8
LB10		215,0	-	155,8	155,8	184,9	123,1	171,2	212,0
G I	[37]	2159,7	2014,7	1056,9	1056,9	922,6	726,6	852,6	837,9
G II		2163,6	2173,8	1056,9	1056,9	999,9	756,2	851,3	863,8

Tanto nos casos experimentais como no procedimento de cálculo dos modelos de análise, os resultados aqui divulgados não consideram a contribuição do peso próprio das vigas testadas para a capacidade de carga. O peso próprio é quase negligenciável quando comparado com as forças aplicadas pelo que todos os resultados finais aqui expostos não atentam estes valores.

Como se pode verificar na análise do quadro 3.13 existem dois conjuntos de resultados experimentais para as vigas testadas por Muttoni e as vigas testadas por Oh e Kim pois, como referido anteriormente, a secção de controlo crítica é diferente nos dois modelos e como tal, diferentes valores de $V_{P,\infty}$ influenciam os resultados V_R^{exp} .

Para conferir os resultados calculados pelos modelos de análise em relação aos resultados obtidos experimentalmente, os valores do quadro 3.13 foram relacionados através de rácios (expressão 3.3) resumidos no quadro 3.14.

$$R\acute{a}c\acute{i}o = \frac{V_R^{exp}}{V_R^{calc}} \quad (3.3.)$$

Quadro 3.14. – Resumo dos rácios obtidos pela relação entre os valores experimentais e calculados do esforço transversal resistente para todo o conjunto de vigas ensaiadas

Viga	Ref.	Eurocódigo 2	Pimentel		Model Code 2010		
			Nível I	Nível II	Nível I	Nível II	Nível III
		Rácio	Rácio	Rácio	Rácio	Rácio	Rácio
		(-)	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)
40	[29]	1,46	1,46	1,08	1,17	1,66	1,00
3		1,51	1,51	1,12	1,28	1,81	1,17
11		1,36	1,36	1,04	1,22	1,63	1,10
7		1,14	1,14	1,05	1,26	1,51	1,21
5		1,02	1,02	1,01	1,20	1,41	1,20
1		0,62	1,02	1,02	0,83	1,01	1,02
25		0,65	1,05	1,05	0,86	1,04	1,05
T1	[30]	1,53	1,50	1,14	1,65	1,63	1,50
StbIII	[31]	1,14	1,18	1,21	1,33	1,19	1,24
Stbl		1,28	1,33	1,24	1,41	1,46	1,29
SpbIII		1,34	1,38	1,30	1,54	1,60	1,19
Spbl		1,36	1,40	1,19	1,51	1,70	1,37
G8E	[32]	1,28	1,26	1,21	1,84	1,16	1,15
RC30A1	[33]	1,04	1,03	1,03	1,03	1,06	1,03
RC30A2		1,06	1,05	1,05	1,05	1,08	1,05
RC60A1		1,08	1,10	1,23	1,44	1,35	1,40
RC60A2		1,03	1,04	1,16	1,36	1,28	1,33
RC60B1		1,08	1,11	1,14	1,20	1,11	1,20
RC60B2		1,13	1,16	1,19	1,26	1,17	1,25
RC70B1		1,12	1,15	1,22	1,34	1,25	1,34
PC30A1		1,22	1,18	1,25	1,32	1,29	1,35
PC60A2		1,28	1,31	1,46	1,74	1,58	1,64
PC60B1		1,21	1,24	1,29	1,35	1,29	1,37
SH1	[34]	1,10	1,13	1,06	1,25	1,29	0,97
SH2		1,12	1,14	1,17	1,27	1,16	1,19
SH3		1,07	1,10	1,04	1,24	1,28	0,94
SH4a		1,19	1,21	1,26	1,32	1,26	1,33
SH4b		1,11	1,14	1,09	1,33	1,44	0,96
SH5		1,15	1,18	1,08	1,25	1,45	1,05
LB1	[36]	1,74	1,74	1,15	1,67	1,58	0,86
LB2		2,21	2,21	1,48	2,14	2,01	1,10
LB3		1,91	1,91	1,29	1,86	1,74	0,96
LB4		1,54	1,54	1,04	1,37	1,68	1,00
LB5		1,03	1,03	0,77	1,04	1,25	0,78
LB6		2,00	2,00	1,35	1,95	1,82	1,00

LB7		1,72	1,72	1,18	1,68	1,57	0,85
LB8		1,78	1,78	1,20	1,73	1,62	0,89
LB9		1,29	1,29	0,91	1,25	1,26	0,79
LB10		1,38	1,38	1,16	1,75	1,26	1,01
G I	[37]	2,04	2,04	2,34	2,77	2,36	2,40
G II		2,05	2,05	2,16	2,87	2,55	2,52

Os resultados intermédios do processo de cálculo dos modelos de análise ao esforço transversal para todo o conjunto de vigas seleccionadas podem ser consultados nos anexos A1 a A4 presentes no final do trabalho.

3.4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Alcançados os resultados do esforço transversal resistente do conjunto de amostras ensaiadas, estes serão agora analisados e comparados. Através deste estudo pretende-se obter uma comparação apreciável entre a capacidade de carga em relação ao esforço transversal de uma situação corrente e aquela calculada através dos modelos de análise ao esforço transversal seleccionados.

Analisando os quadros 3.13 e 3.14 é possível identificar a semelhança, ou mesmo igualdade na maioria dos casos, entre os valores calculados pelo modelo de análise do Eurocódigo 2 e pelo nível I de aproximação do modelo proposto por Pimentel. Aliás, se as expressões dos dois modelos forem bem analisadas, verifica-se que não existe diferença no cálculo de $\cot \theta'$ nos dois modelos, com excepção do coeficiente de redução da resistência à compressão do betão. A diferença entre os termos $v f_c$ e $\zeta f_c^{2/3}$ que entram nas equações (2.6) e (2.39), respectivamente, é na verdade muito reduzida como se demonstra na figura 3.15, e portanto os resultados são quase idênticos.

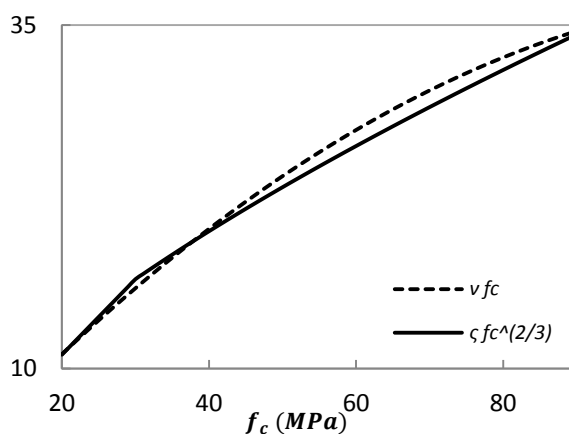


Fig.3.15 – Relação entre os termos $v f_c$ e $\zeta f_c^{2/3}$ com a evolução da resistência à compressão do betão f_c .

Ainda no quadro 3.13, pode observar-se que as vigas 1 e 25 testadas por Higgins et al. rompem por flexão, tal como é previsto pelos métodos de análise seccional nos dois níveis de aproximação do modelo proposto por Pimentel e no nível III do Model Code 2010. Foi adoptado o valor 0,002 para ϵ_x por simplicidade para o nível II de análise no modelo proposto por Pimentel pois a armadura longitudinal está em cedência ou a entrar em cedência na secção de controlo. Significa então que V_R está limitado pela capacidade à flexão do elemento. No presente trabalho são considerados para a análise e validação dos modelos apenas os testes de rotura por esforço transversal e não por flexão por

forma a atingir o objectivo pretendido. Assim, as vigas 1 e 25, testadas por Higgins et al., sombreadas nos quadros 3.13 e 3.14, não são consideradas neste estudo.

Verifica-se também que no modelo de análise proposto por Pimentel, como a zona de influência da secção de controlo crítica é representada pelo comprimento $z \cot \theta'$, quando $\cot \theta'$ é mais elevado do que a razão entre comprimento de corte L_c e o braço das forças interiores z , L_c/z , prevê-se algum grau de apoio directo. Ou seja, considerando que a armadura longitudinal do elemento se encontra devidamente amarrada, ocorre a transmissão directa de uma percentagem da carga para o apoio. Apesar de não ser possível adoptar este modelo nestas condições, se a acção de apoio directo da escora comprimida for negligenciada, a aplicação do método de análise seccional continua a ser conservativa, e pode considerar-se um valor máximo para $\cot \theta'$, $\cot \theta'_{max} \leq L_c/z$. Nesta situação encontram-se as vigas 40 e 3 testadas por Higgins et al, onde o valor de $\cot \theta'_{max}$ vem 3,38 (ver anexos A1 a A4).

O conjunto de vigas estudadas apresenta uma gama de taxa mecânica de armadura transversal ω_y considerada suficiente para a sua validação. Na figura 3.16 apresenta-se o resumo dos resultados experimentais (a) e a correspondente validação dos modelos de análise do Eurocódigo 2 e do modelo proposto por Pimentel (b), bem como a validação dos níveis de aproximação do modelo do Model Code 2010 (c). Foi admitido $f_c = f_{c0} = 30\text{MPa}$ e são apresentados os vários valores considerados para ε_x .

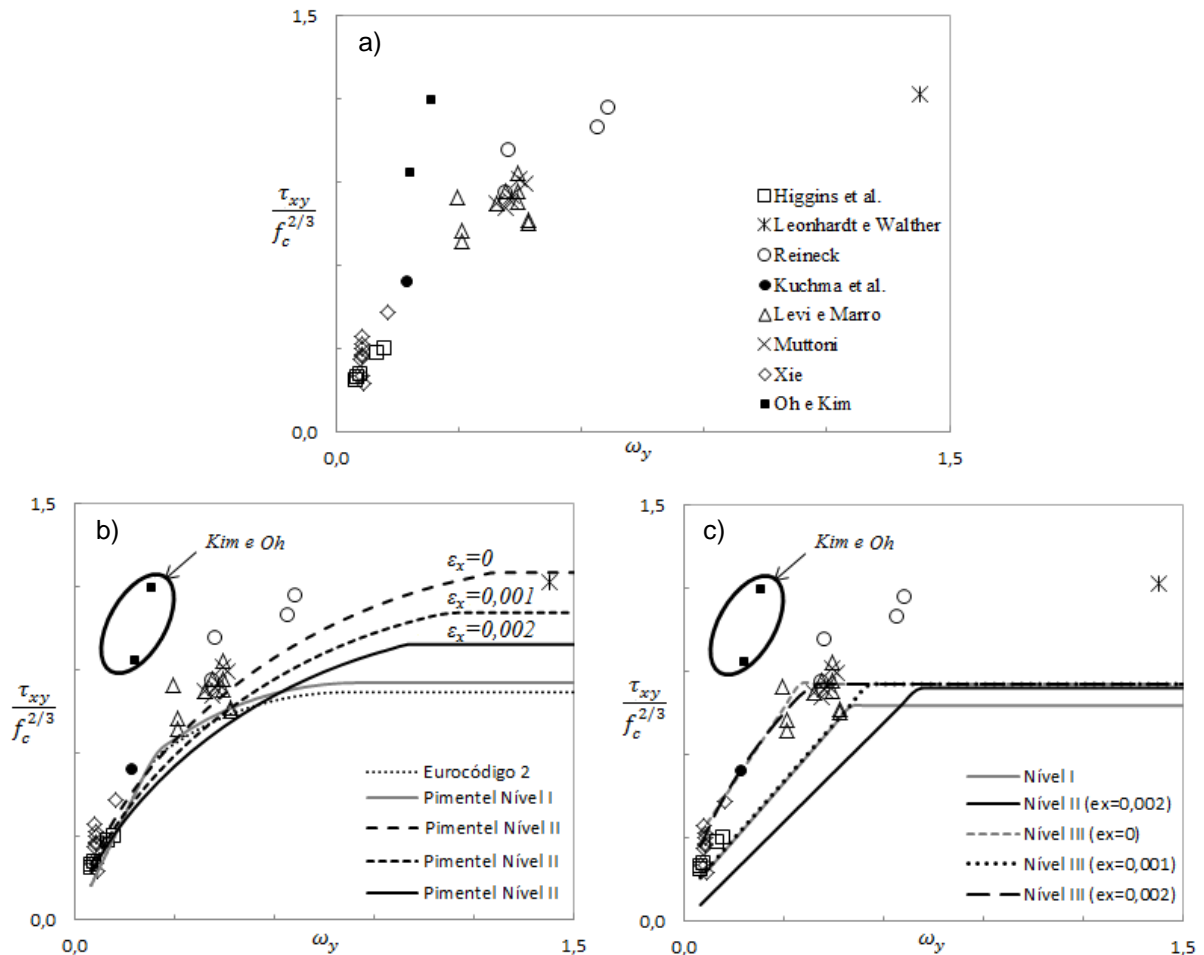


Fig.3.16 – Resumo dos exemplos de validação efectuados: (a) Resultados obtidos; (b) Validação dos modelos do Eurocódigo 2 e do modelo proposto por Pimentel; (c) Validação do modelo do Model Code 2010 e comparação entre os níveis de aproximação.

Verifica-se desde já, observando a figura 3.16, que na viga com a maior taxa mecânica de armadura de esforço transversal de todo o conjunto de vigas ensaiadas (viga T1) o modo de rotura é correctamente previsto pelos dois níveis de aproximação do modelo proposto por Pimentel. Contudo o valor da resistência ao corte é claramente sobrestimado pelo nível de aproximação mais simples, como se pode ver no quadro 3.13 e 3.14. O mesmo acontece com os modelos de análise do Eurocódigo 2 e do Model Code 2010 que apresentam rácios V_R^{exp}/V_R^{calc} elevados para esta viga.

O modelo de análise do Eurocódigo 2 é aquele que prevê os rácios V_R^{exp}/V_R^{calc} mais próximos de 1 para a maior parte da série de vigas testadas por Levi e Marro.

Confirmou-se ainda que as vigas ensaiadas por Hars e Muttoni entraram em rotura por esmagamento do betão ao longo das bainhas de pré-esforço com fragmentação da camada de betão de cobertura na zona de rotura. Esta situação foi perfeitamente prevista pelo modelo proposto por Pimentel em ambos os níveis de aproximação e pelo Eurocódigo 2. Para estes modelos, os valores dos rácios aproximaram-se consideravelmente da unidade para a grande maioria das vigas desta série.

Como se pode verificar, as vigas testadas por Oh e Kim identificadas na figura 3.16 não concordam com o resto do conjunto de vigas, afastando-se consideravelmente dos modelos de análise adoptados neste trabalho. Isto pode ser confirmado pelo quadro 3.14 onde se denota que os resultados da capacidade de carga em relação ao esforço transversal estão muito afastados dos resultados experimentais, e como tal, os rácios V_R^{exp}/V_R^{calc} para estes ensaios vão desde 2,0 a 2,9 nos modelos de análise estudados.

Esta situação decorre muito provavelmente do facto de estas vigas transmitirem uma grande percentagem da carga concentrada aplicada directamente para o apoio através das bielas comprimidas, ou seja, a secção de controlo crítica onde é avaliado o esforço transversal situa-se numa zona de descontinuidade. Além do comprimento de corte L_c nestas vigas ser reduzido, a secção transversal, na zona da alma, alarga desde a proximidade da secção de controlo até ao apoio (ver figura 3.13). Adicionalmente o ângulo das escoras comprimidas θ' é relativamente pequeno em todos os modelos de análise aumentando assim o comprimento da zona de rotura até atingir o apoio.

Nestas condições, as vigas testadas por Oh e Kim não serão consideradas no processo de validação subsequente pois não é objecto de estudo neste trabalho averiguar mecanismos de apoio directo.

A campanha de validação introdutória apresentada na figura 3.16 deverá agora ser alargada. Assim, na figura 3.17 apresenta-se o resumo dos resultados da uma campanha de validação através da comparação entre as tensões de corte calculadas pelos modelos de análise e aquelas verificadas experimentalmente.

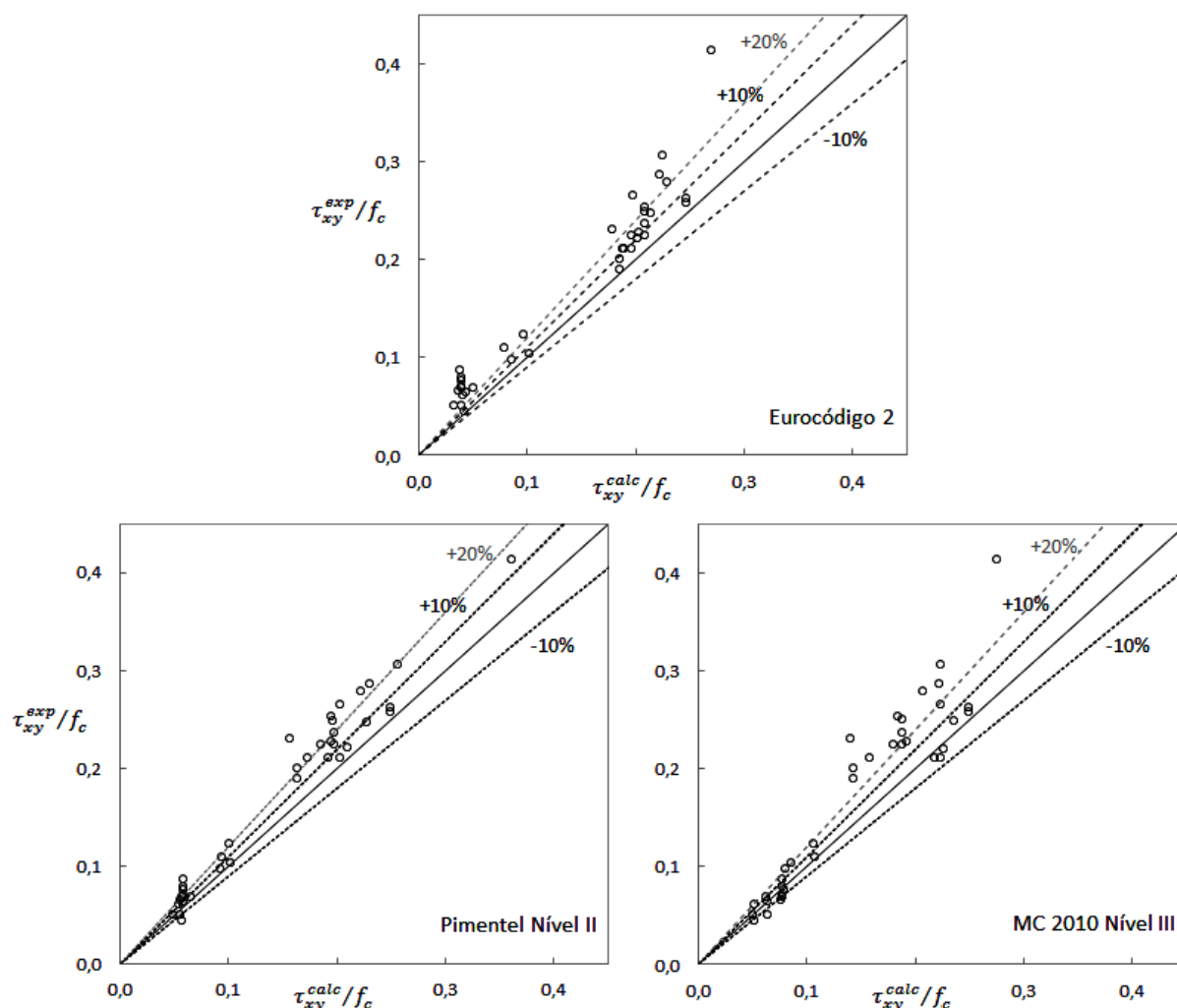


Fig.3.17 – Comparação entre a resistência ao esforço transverso calculada (τ_{xy}^{calc}) e experimental (τ_{xy}^{exp}) observada em 37 vigas à escala real para os modelos de análise ao esforço transverso propostos.

De seguida, no prolongamento da campanha de validação dos modelos de análise expõem-se a figuras 3.18 e 3.19 onde se relacionam os rácios obtidos pelos níveis de aproximação mais detalhados dos modelos de análise e, respectivamente, a resistência à compressão do betão f_c e a taxa mecânica de armadura $\rho_w f_{yw}/f_c$.

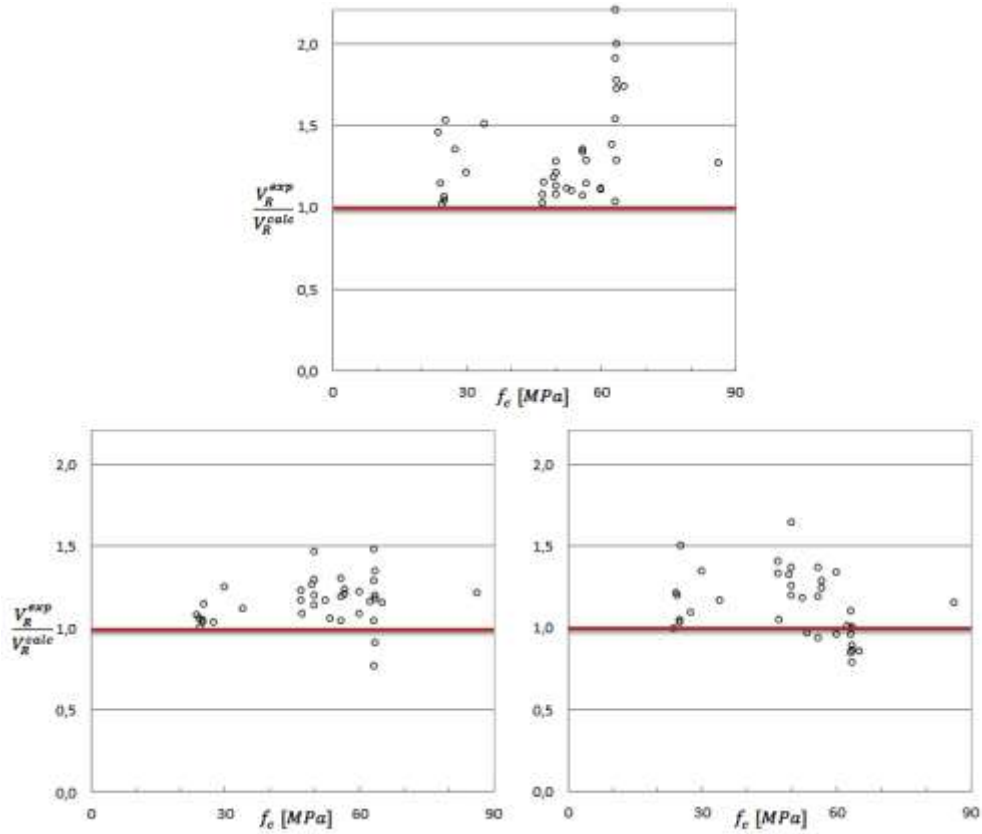


Fig.3.18 – Rácio V_R^{exp} / V_R^{calc} dos modelos de análise vs. f_c para as 37 vigas testadas.

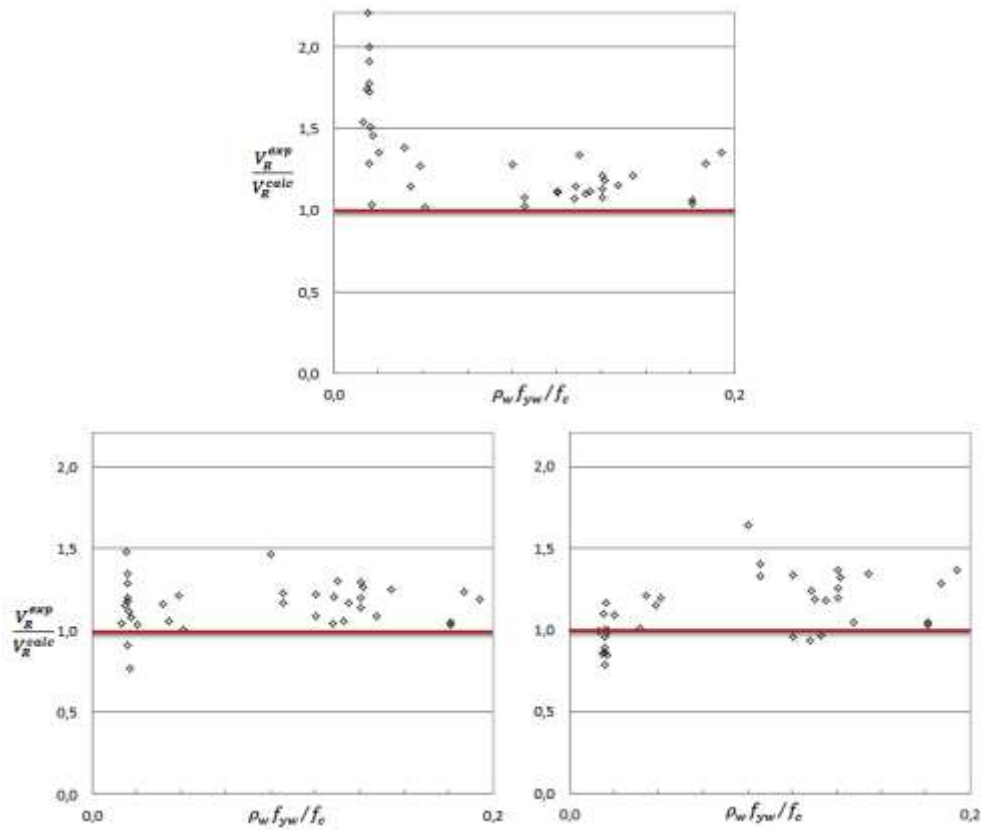


Fig.3.19 - Rácio V_R^{exp} / V_R^{calc} dos modelos de análise vs. $\rho_w f_{yw} / f_c$ para as 37 vigas testadas.

A figura 3.19 mostra que, aparentemente, para vigas com reduzidas taxas mecânicas de armadura de esforço transversal $\rho_w f_{yw} / f_c$ os modelos do EC2 e de Pimentel apresentam uma dispersão considerável e os resultados revelam-se algo conservativos enquanto o modelo do MC 2010 apresenta alguns resultados não conservativos. No entanto, é importante mencionar que os valores não conservativos referidos para o MC 2010 pertencem todos à série de vigas testadas por Xie. Verifica-se ainda que o modelo proposto por Pimentel é não conservativo apenas para dois dos elementos testados, também para a série referida. Quanto ao Eurocódigo 2, todos os dados referidos são conservativos.

Por fim, os rácios V_R^{exp} / V_R^{calc} da capacidade de carga relativamente ao esforço transversal dos modelos seleccionados e presentes no quadro 3.14 são comparados no quadro 3.15 por meio de uma análise estatística.

Quadro 3.15. – Resumo da comparação (análise estatística) entre as capacidades de resistência ao corte calculadas e ensaiadas

	EC 2	Pimentel Nível I	Pimentel Nível II	MC 2010 Nível I	MC 2010 Nível II	MC 2010 Nível III
	$\frac{V_R^{exp}}{V_R^{calc}}$	$\frac{V_R^{exp}}{V_R^{calc}}$	$\frac{V_R^{exp}}{V_R^{calc}}$	$\frac{V_R^{exp}}{V_R^{calc}}$	$\frac{V_R^{exp}}{V_R^{calc}}$	$\frac{V_R^{exp}}{V_R^{calc}}$
Nº Vigas Consideradas	37	37	37	37	37	37
Média ⁽¹⁾	1,32	1,34	1,16	1,42	1,42	1,14
Desvio Padrão ⁽²⁾	0,30	0,29	0,14	0,27	0,24	0,20
Coef. Variação ⁽³⁾	22,61%	22,01%	11,87%	18,82%	16,63%	17,53%
Probabilidade Rácio<1	0,0%	0,0%	5,4%	0,0%	0,0%	24,3%

$$(1) \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; (2) \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} ; (3) c_v = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

Os resultados do quadro 3.15 mostram que os modelos de análise descritos neste trabalho são, em média, fiáveis e conservativos nas previsões da capacidade de esforço transversal das vigas à escala real apresentadas.

Como se pode averiguar, para os modelos do EC2 e para os níveis de aproximação mais complexos do modelo proposto por Pimentel e pelo Model Code 2010, a média do quociente entre a resistência experimentada e calculada é de, respectivamente, 1.32, 1.16 e 1.14 com coeficientes de variação de 22.6, 11.9 e 17.5%.

Comparativamente aos modelos mais detalhados do MC 2010 e de Pimentel, verifica-se que a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação foram mais elevados para o modelo do Eurocódigo 2, o que significa que houve uma maior dispersão nos resultados para este modelo, apesar de ser também o mais conservativo, em média.

Os resultados obtidos, em média, por ambos os modelos do MC 2010 e de Pimentel foram semelhantes. Apesar do modelo do Model Code 2010 ter a média do rácio mais baixa do que o modelo de Pimentel, aquele teve um maior desvio padrão e um maior coeficiente de variação.

O nível III de aproximação do modelo do MC 2010 é aquele que apresenta uma maior probabilidade de rácio<1. Verifica-se ainda que os resultados do nível II de aproximação do modelo de análise proposto por Pimentel estão no geral, à excepção de dois elementos (5,4%), no lado da segurança. Isto

significa que os pressupostos conservativos adoptados por este autor na definição da secção de controlo e na definição do cálculo da extensão longitudinal na proximidade do banzo traccionado (ver subcapítulo 2.5) transpareceram nos resultados [23].

Quanto aos níveis de aproximação mais simples dos modelos propostos por Pimentel (nível I) e pelo Model Code 2010 (nível I e II), estes mostram ser muito conservativos com uma média de rácios V_R^{exp}/V_R^{calc} de 1.34, 1.42 e 1.43, respectivamente.

3.5. CONCLUSÕES

Da análise e discussão dos resultados obtidos neste capítulo pela campanha de validação realizada, são aqui resumidas as seguintes conclusões.

Apesar da vantagem a nível da capacidade de carga resultante da ocorrência de um mecanismo de apoio directo (transmissão directa de uma determinada percentagem de carga para o apoio) é indispensável perceber que o método de análise seccional adoptado por todos os modelos de análise aqui estudados deixa de ser aplicável. Deve então ser tomada a devida atenção à zona de ancoragem e às tensões no betão nas proximidades do apoio pelos métodos de campos de tensões descontínuos ou métodos aplicáveis a zonas de descontinuidade, como por exemplo o modelo de escoras e tirantes.

Como seria expectável, os níveis de aproximação mais simples dos modelos de análise do MC 2010 e de Pimentel apresentam resultados mais conservativos do que aqueles obtidos pelos níveis mais detalhados. Concluiu-se então que para os níveis de complexidade crescente são conseguidas estimativas mais realistas da capacidade de carga da estrutura.

Como se contemplou na campanha de validação, o nível II do modelo de análise proposto por Pimentel e o nível III do modelo do MC 2010 são, em média, semelhantes quanto ao rácio entre a capacidade resistente experimentada e calculada, mas o modelo de Pimentel apresenta um coeficiente de variação menor e como tal é mais uniforme.

O coeficiente de variação do nível II de aproximação deste modelo (11.9%) é inferior a 12%, o que reproduz um resultado de dispersão muito favorável e preciso tendo em consideração a diversidade de factores envolventes no estudo do esforço transversal e a diversidade de ensaios apresentados. Concluiu-se então que Pimentel, aproveitando o trabalho desenvolvido na Teoria da Plasticidade e na MCFT apresenta modelos mais sofisticados e realistas do que os modelos reconhecidos na regulamentação mais recente para a verificação de segurança em relação ao esforço transversal.

O modelo presente no MC 2010 apresentou resultados ligeiramente não conservativos em algumas vigas pertencentes às séries testadas por Hars e Muttoni e por Xie.

No que se refere ao modelo de análise presente no Eurocódigo 2, este apresenta, em média, valores significativamente conservativos.

Como se observa na figura 3.16, aparentemente, para vigas com uma taxa de armadura mecânica de esforço transversal muito elevada (caso da viga testada por Leonhardt e Walther) os resultados obtidos pelos modelos de análise do EC2 e do MC 2010 são bastante conservativos. Contudo, deviam ter sido analisados mais casos experimentais com esta característica para averiguar efectivamente esta tendência.

4

CASO DE ESTUDO

4.1. GERAL

Neste capítulo pretende-se efectuar a aplicação dos modelos de análise ao esforço transversal descritos neste trabalho e validados no capítulo anterior no estudo de um caso prático, nomeadamente na avaliação da segurança de uma ponte existente.

Preferiu-se então completar os resultados experimentais e expor a aplicação dos modelos de análise num caso prático por forma a descrever uma situação real corrente numa ponte existente. Daí que se tenha optado por verificar a capacidade de carga de uma ponte em que as suas vigas constituintes foram removidas e, sem que apresentassem sinais de consideráveis de degradação, foram postas à prova por meio de ensaios em ambiente próprio.

Nos anos 60 e 70, as vigas pré-fabricadas de betão armado eram normalmente usadas em pontes e viadutos rodoviários na Suíça com vãos aproximadamente até 30 m. A laje da ponte era geralmente betonada e moldada no local e as vigas eram frequentemente pré-esforçadas com fios e varões, e pós-tensionadas com bainhas.

Durante esse período as vigas eram dimensionadas ao esforço transversal segundo o modelo de tensões principais inclinadas. Para além disso, eram aplicados rácios de armadura de pré-esforço muito elevados de forma a reduzir as tensões de tracção e como tal a armadura de esforço transversal podia ser considerada apenas como uma armadura secundária. Aplicando os modelos de análise mais recentes, como por exemplo o modelo das bielas de inclinação variável, este tipo de vigas apresentam uma resistência ao corte insuficiente. Esta é precisamente a situação objecto de estudo, onde se pretende verificar a segurança em relação ao esforço transversal através da aplicação de modelos de análise mais sofisticados e de complexidade crescente.

Neste seguimento desenvolveu-se a adaptação da geometria e modelação das características da ponte, bem como a modelação das condições de carga no sentido de reproduzir as acções de tráfego preconizadas no Eurocódigo 1.

A análise e comparação dos resultados permitirá tirar conclusões não apenas em relação à segurança da ponte seleccionada mas, também, sobre a validade e aplicabilidade dos modelos de análise ao esforço transversal utilizados.

4.2. APRESENTAÇÃO E DESCRIÇÃO DA PONTE

No enquadramento do programa nacional de auto-estradas, iniciou-se em 1964 a construção do viaduto *Wassnerwald* no cantão de Uri, na parte alemã da Suíça. Esta construção rodoviária tinha como objectivo melhorar a ligação entre a zona Norte e Sul neste país e foi aberta ao trânsito em Maio de 1969.

O viaduto é constituído por três estruturas principais com um comprimento total de 400 metros, as quais foram executadas da mesma forma. A estrutura número um é composta por 12 vãos de 21 metros cada um, ou seja, tem um comprimento total de $12 \times 21\text{m} = 252\text{m}$, enquanto a estrutura dois tem $4 \times 21\text{m} = 84\text{m}$ e a estrutura três tem $3 \times 21\text{m} = 63\text{m}$. As juntas de dilatação estão separadas por 84 metros e situam-se no início e no fim da estrutura número dois.

A transmissão de cargas da superestrutura para as fundações é feita por pilares do tipo parede com betão armado e secção cheia assentes em fundações fundas e contínuas ou, em alguns casos, directamente sobre os blocos de rocha.

A superestrutura, ilustrada na figura 4.1 (a), é constituída por um conjunto de quatro longarinas pré-fabricadas de betão pré-esforçado com cerca de 21 metros de vão e uma laje de betão, betonada no local aquando da construção. As carlingas sobre os apoios também foram executadas *in situ*. Foi montado um mecanismo de ligação nos apoios como o descrito na figura 4.1 (b) designado por “junta belga”.

O tabuleiro do viaduto tem um comprimento de largura total de 7.7 metros com uma distância de rodagem de 6.5 metros e bandas laterais de 0.5 e 0.7 metros para aplicação das barreiras de segurança. A espessura do pavimento é de 80 mm com uma inclinação de 2%.

As dimensões características das vigas constituintes são apresentadas na figura 4.1 (c).

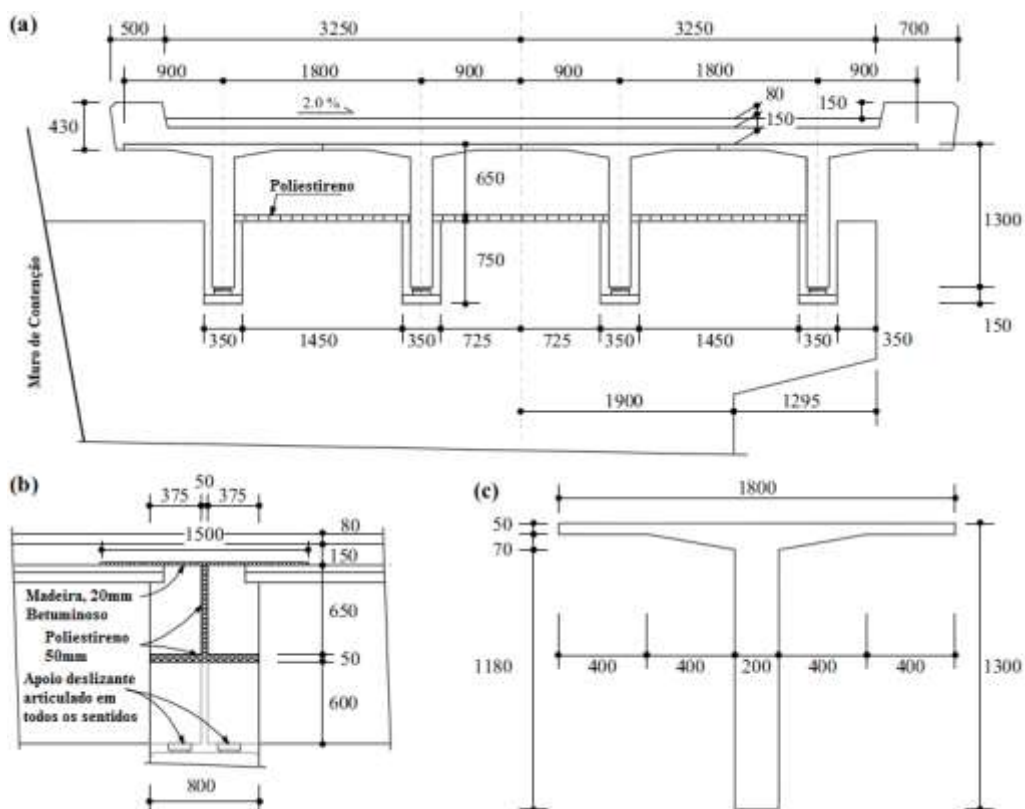


Fig.4.1 – Representação do viaduto Wassnerwald (dimensões em mm): (a) Secção transversal sobre o apoio; (b) Detalhe da construção do apoio articulado e ligação de vãos; (c) Dimensões pormenorizadas das vigas pré-fabricadas [38].

A armadura de esforço transversal nas longarinas foi inserida apenas como reforço secundário. Esta consiste numa armação soldada e aberta em cima com fios $\varnothing 8$ com espaçamento $s = 200$ mm, e com um reforço na zona sobre os apoios através da aplicação de fios $\varnothing 10$, como se pode observar na figura 4.2.

A armadura de flexão longitudinal geral é constituída por $4 \times 2 \varnothing 5$. Sobre a área do apoio existe um reforço e esta armadura passa a ser $4 \times 2 \varnothing 6$.

A figura 4.2 (a), (b) e (c) mostra a disposição sistemática das armaduras transversais e longitudinais ordinárias na alma ao longo da longarina.

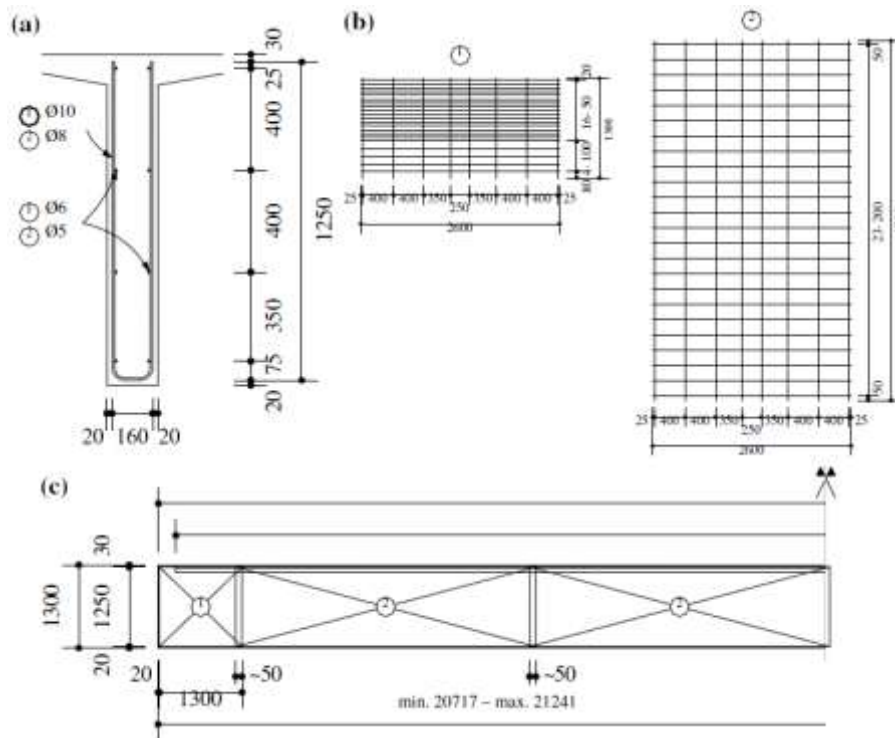


Fig.4.2 – Reforço transversal e longitudinal ordinário das vigas pré-fabricadas do viaduto Wassnerwald (dimensões em mm): (a) Reforço na alma da viga; (b) Geometria da amadura transversal (redes soldadas); (c) Arranjo das armaduras ao longo do comprimento da viga [38].

Para garantir o suporte da viga por parte do mecanismo de apoio com dimensões reduzidas foram introduzidos $3 \times \text{Ø}18$ soldados com barras transversais, como se mostra na figura 4.3. A eficácia deste mecanismo não é objecto de estudo neste trabalho sendo que esta deve ser examinada com mais detalhe.

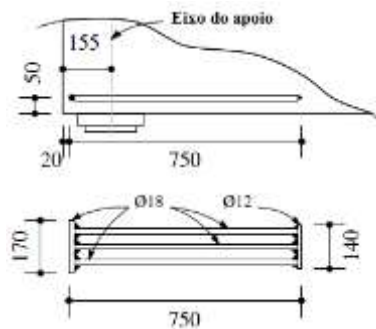


Fig.4.3 – Pormenor do reforço de suporte no apoio [38].

Quanto à armadura longitudinal fundamental prevista nas vigas pré-fabricadas, esta é constituída por um conjunto de fios pré-esforçados com um total de $50 \times \text{Ø}6$ (P1) colocados na base da alma e com $14 \times \text{Ø}4$ (P2) distribuídos pela alma e banzo, ver figura 4.4. Contudo, quando as vigas foram removidas e ensaiadas verificou-se que estas continham apenas $44 \times \text{Ø}6$ em vez dos 50 previstos.

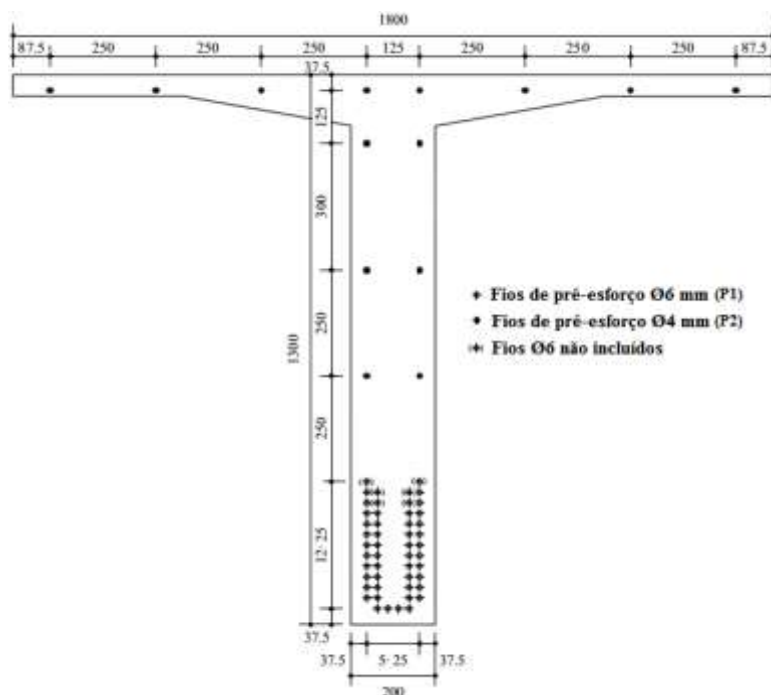


Fig.4.4 – Armadura de pré-esforço prevista e efectivamente colocada na secção transversal das vigas [38].

Além desta armadura foi adicionado ainda um cabo de pré-esforço formado por 32 fios com Ø6 mm (P3). Este cabo foi introduzido numa bainha de pré-esforço parabólica com uma força de pré-esforço inicial de 1050 kN. A figura 4.5 mostra a geometria simétrica e o arranjo construtivo do suporte do cabo pré-esforçado com configuração parabólica. A bainha tem um diâmetro normal $\varnothing_D = 56$ mm.

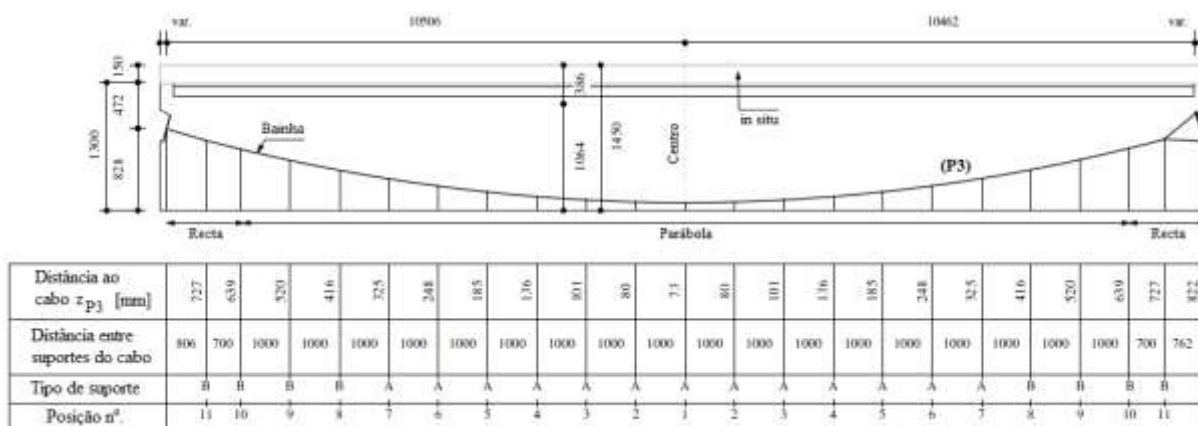


Fig.4.5 – Geometria da bainha de pré-esforço e posições do suporte do cabo [38].

4.3. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Em 1993, sob a alçada do programa de reabilitação da auto-estrada nacional A2, foi realizada uma avaliação das condições de segurança do viaduto *Wassnerwald*, onde se observaram fenómenos de corrosão significativos em várias peças constituintes da ponte. Além disso, foi efectuado um exame computacional onde se averiguou que o factor de segurança relativamente aos esforços de flexão e de corte, em conformidade com as normas vigentes neste país, não era atingido.

Assim, em 1996, devido à substituição e conseqüente desmantelamento deste viaduto, diversas vigas pré-fabricadas de betão pré-esforçado com aproximadamente 21 metros de comprimento e 35 toneladas foram removidas e disponibilizadas para ensaios de carregamento até à rotura. Para esse feito foi construído um laboratório de ensaios ao ar livre, e em 2000, Zwicky e Vogel [38] levaram a cabo um relatório de estudo de 4 ensaios de carregamento nestas vigas. Estes autores dispunham também de um laboratório experimental situado em Höggerberg.

O projecto de investigação era originalmente destinado a fornecer um método de reforço a vigas pré-fabricadas de pontes para esforços transversos sob diferentes condições de tráfego. Contudo, com a aplicação de diferentes condições de carga em vários ensaios, não se conseguiu atingir a rotura por corte antes de ocorrer a rotura previsível por flexão.

O programa experimental efectuado pelos autores está descrito na figura 4.6.

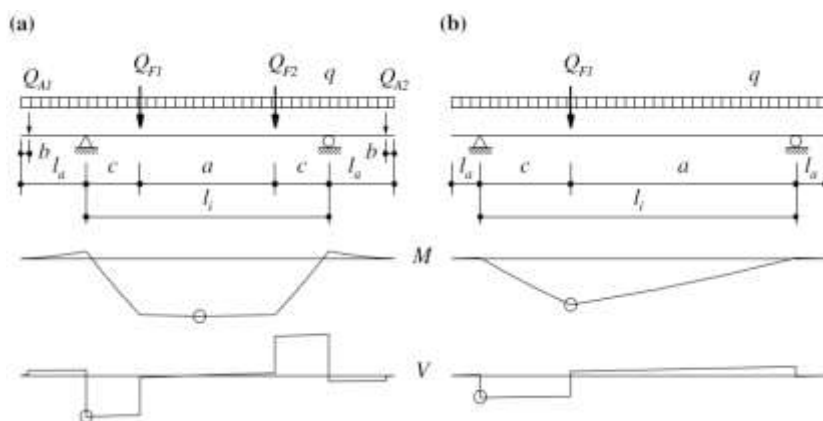


Fig.4.6 - Disposição do carregamento experimental associado a esforços de corte levado a cabo por Zwicky e Vogel em 4 vigas constituintes da ponte: (a) Distribuição de cargas simétrica e (b) assimétrica [38].

Como o objectivo inicial do estudo experimental era distinto daquele que acabou por ser realizado, existiam vários parâmetros e rácios geométricos definidos nas amostras, no qual a variável mais significativa foi a distância entre as cargas concentradas aplicadas e os apoios.

As forças de carregamento aplicadas e as relações geométricas em cada amostra experimental podem ser consultadas na referência [38].

Durante o procedimento experimental desenvolvido por Zwicky e Vogel nas vigas componentes do viaduto, foi recolhido um elevado número de provetes por forma a determinar as características mecânicas de resistência e de deformação tanto no betão como nas armaduras constituintes. No documento produzido por estes autores são descritas as características mecânicas do betão e das armaduras, onde se apresenta a média e desvio padrão destes valores. No quadro seguinte expõem-se os valores médios recolhidos e considerados no desenvolvimento de cálculo pelos modelos de análise ao esforço transverso.

Quadro 4.1. – Resumo dos valores médios da tensão de rotura do betão à compressão e das tensões de cedência à tracção das armaduras transversais e de pré-esforço

$f_{c m}$	$f_{y w m}$	$f_{p y m} (P1)$	$f_{p y m} (P2)$	$f_{p y m} (P3)$
(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
60,8	554,1	1500,3	1500,3	1400,4

Finalmente, os resultados experimentais, em valores médios, obtidos para cada amostra ensaiada (PV1 a PV4) foram os descritos a seguir.

Quadro 4.2. – Resumo dos esforços conseguidos experimentalmente sem que as vigas entrassem em rotura, em valores médios.

	PV1	PV2	PV3	PV4
V_m (kN)	808	2177	1173	1244
M_m (kN.m)	4922	6201	4974	4591

Como a amostra PV2 ensaiada não foi considerada válida, o esforço transversal máximo obtido foi 1244 kN para a amostra PV4. Na figura 4.7 é ilustrada a configuração das fendas padrão nas amostras ensaiadas para a última etapa do carregamento experimentalado.

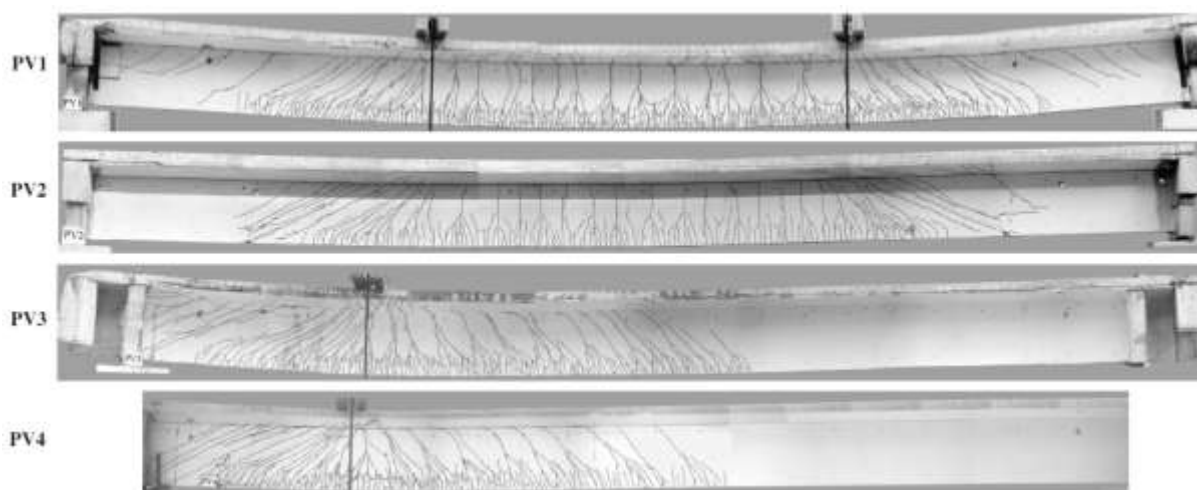


Fig.4.7 – Disposição das fendas padrão em todas as amostras ensaiadas por Zwicky e Vogel para a última fase de carregamento [38].

4.4. MODELAÇÃO DA PONTE E MODELO DE CARGA

4.4.1. MODELAÇÃO DA PONTE

A distribuição transversal das cargas em estruturas tipo laje depende da eficácia da ligação transversal entre os elementos de suporte principais. Uma estrutura sujeita a cargas concentradas, do género das originadas pelos veículos correntes, é tanto mais económica quanto maior for a sua capacidade de repartição transversal, uma vez que desta forma qualquer carga num ponto indiferenciado da estrutura é suportada não apenas pelo elemento principal, mas também com o auxílio dos elementos adjacentes. Este facto incute uma redução considerável da resistência necessária para cada elemento principal, e daqui portanto a redução de custo [39].

Existem diversos métodos de aproximação para a determinação da distribuição de esforços na secção transversal e longitudinal de pontes rodoviárias. Contudo, no presente trabalho, a análise da ponte foi desenvolvida através de uma modelação computacional. Para esse efeito foi utilizado um modelo tridimensional com aplicação do método de elementos finitos através do programa

de cálculo automático *SAP 2000* [40]. Foi utilizada a versão 14.2.0 do *SAP2000* com o nível *Advanced*.

Tirando partido das funcionalidades deste programa de cálculo, as vigas principais (longarinas) e a laje foram modeladas com o uso de elementos planos de casca. A figura 4.8 mostra a representação esquemática do modelo 3D em perspectiva utilizada no *display* do programa.

Como se pode verificar na análise da figura 4.1 (b) onde se apresenta o detalhe da construção do apoio e da ligação entre vãos através de vigas transversais (carlingas) mostra-se que, longitudinalmente, a secção da ponte pode ser considerada simplesmente apoiada. Assim, as ligações ao exterior são feitas por apoios simples nos pilares e por encontros nas extremidades do tabuleiro.

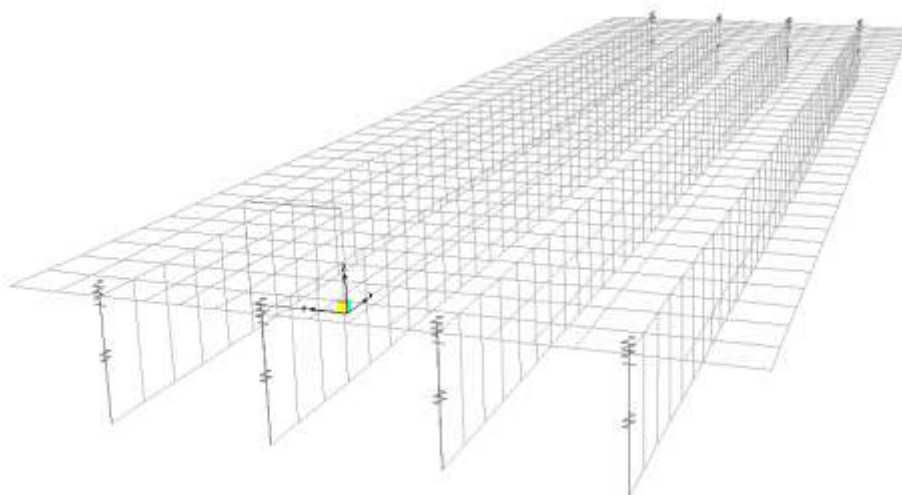


Fig.4.8 – Representação esquemática do modelo 3D em perspectiva de toda a secção do viaduto observada no programa de cálculo computacional *SAP2000*.

Para efeitos de análise, e como divulgado nos quadros anexos do Eurocódigo 0 para os materiais em pontes rodoviárias, foi adoptado um peso volúmico $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ para o betão das longarinas, da laje e também para o betão betuminoso do pavimento. Foram adoptadas ainda as seguintes características físicas para o betão: $f_{cd} = 35 \text{ MPa}$, módulo de elasticidade igual a 37,8 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,2.

Devido à ligeira curvatura do tabuleiro do viaduto, as vigas ensaiadas apresentam comprimentos um pouco distintos mas com um valor médio de aproximadamente 21 metros. Na figura 4.1 (c) pode confirmar-se que este comprimento destas varia entre 20.717 e 21.241 metros. Na modelação da ponte foi considerado um comprimento igual a 20,968 metros para o vão das longarinas e da laje constituinte do tabuleiro.

Após introduzir todas as dimensões características das longarinas e da laje no modelo computacional do *SAP2000* observadas a partir dos comprimentos enumerados na figura 4.1 (a) e (c) obteve-se a seguinte configuração da secção transversal (figura 4.9).

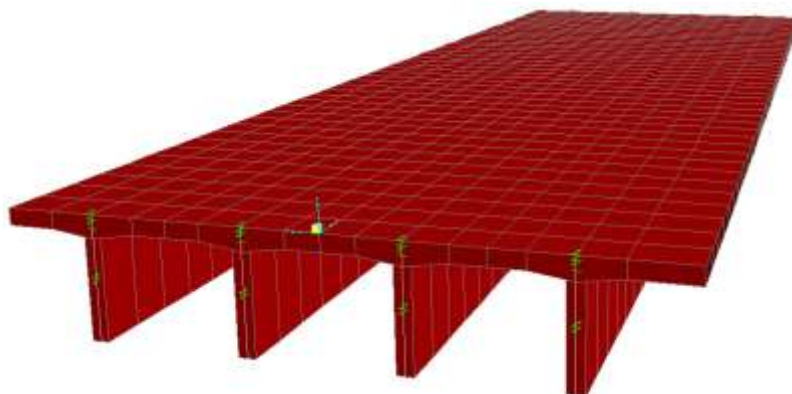


Fig.4.9 – Representação esquemática do modelo 3D em perspectiva de toda a secção do viaduto observada no programa de cálculo computacional SAP2000.

4.4.2. MODELO DE CARGA

Quanto ao modelo de carga aplicado para a análise da sobrecarga rodoviária sobre o viaduto a estudar, foram adoptadas as normas de projecto actualmente preconizadas pelo Eurocódigo 1 – Acções em Estruturas.

A norma Europeia - EN1991-2: Eurocódigo 1 (2003); Parte 2: Tráfego em pontes [41] - define os modelos de carga a serem usados no projecto de pontes ferroviárias, rodoviárias e pedestres e é um dos códigos normativos mais utilizados actualmente para o projecto de pontes cobrindo os efeitos do tráfego mais comum, principalmente na Europa.

O EC1 é um dos códigos actuais que apresenta o modelo com carregamentos mais desfavoráveis para a análise e dimensionamento de pontes e que reproduz claramente a evolução dos modelos de carga no sentido de traduzir o aumento de tráfego e das cargas máximas por eixo. Por esta razão, e para averiguar uma condição de carga muito superior àquela a que esta estrutura foi dimensionada, foi o modelo de carga eleito.

Segundo o definido no EC1, a largura da faixa de rodagem, w , deve ser medida entre passeios ou entre os limites internos de sistemas de retenção do veículo, e não deve incluir as larguras desses sistemas de retenção. Como se pode verificar na figura 4.1, a largura da faixa de rodagem do viaduto estudado é $w = 6.5$ m.

Esta largura deve ser dividida em faixas fictícias que definem a localização de cada tipo de carga dentro da faixa de rodagem. O número de faixas fictícias (n_l) e a sua largura (w_l) são definidas segundo a tabela 4.1 presente no EC1. Para o caso presente, como $w \geq 6$ m vem:

$$n_l \geq \text{Int} \left(\frac{w}{3} \right) \text{ e } w_l = 3 \text{ m} \quad (4.1.)$$

São consideradas então duas faixas fictícias de 3 metros de largura. Logo, restante área da faixa de rodagem apresenta uma largura $w - 3 \times n_l = 0.5$ metros.

Para cada verificação individual (por exemplo, para uma verificação do estado limite último de resistência), o número de faixas fictícias a ter em conta, a sua localização na faixa de rodagem e a sua numeração deve ser escolhida de forma a que os efeitos devido aos modelos de carga sejam os mais adversos. A faixa fictícia que apresenta o efeito mais desfavorável é numerada como *Lane 1*, a faixa que ostenta o segundo efeito mais desfavorável é numerada como *Lane 2*, etc.

Para responder à situação mais desfavorável de carga na ponte, aplicou-se a faixa fictícia com maior carregamento (*Lane 1*), na zona do tabuleiro com a maior consola em secção transversal, ou seja, no lado direito da faixa de rodagem.

A modelação das faixas fictícias (*Lanes*) para o programa *SAP2000* foi definida como se mostra na figura 4.10.

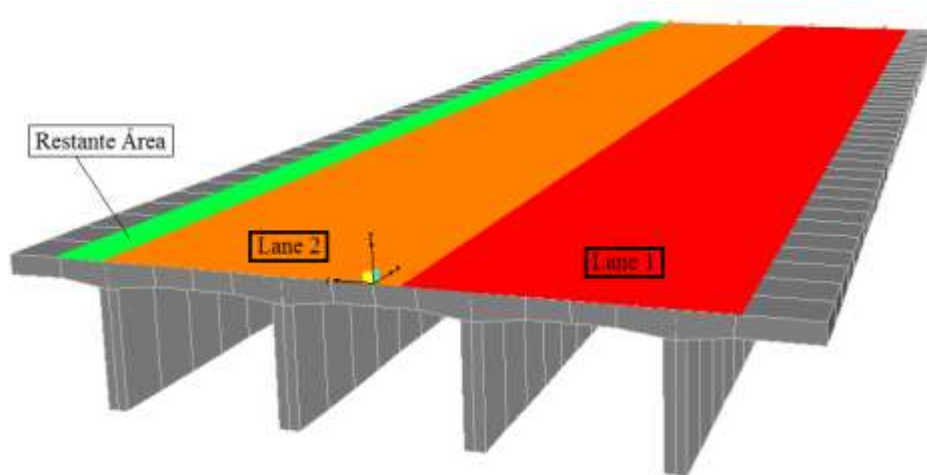


Fig.4.10 – Representação esquemática em perspectiva das faixas fictícias 1 e 2 e da área restante da faixa de rodagem definida no programa de cálculo computacional *SAP2000*.

Segundo o EC1, em cada verificação individual, os modelos de carga correspondentes a cada faixa fictícia devem ser aplicados num comprimento longitudinal tal que se obtenha o efeito mais desfavorável.

Para pontes rodoviárias, o código define quatro modelos de carga, LM1 a LM4. Cada modelo de carga é determinado por um conjunto de acções características verticais que se destinam à determinação dos efeitos do tráfego rodoviário associado às verificações em estado limite último.

O modelo de carga LM1 cobre a maioria dos efeitos do tráfego rodoviário de carros e camiões. Este modelo deve ser usado para verificações gerais e locais e é caracterizado por cargas concentradas e uniformemente distribuídas. O LM1 é assim constituído por dois sistemas parciais, nomeadamente um sistema paralelo (TS) com eixo duplo de cargas concentradas, em que cada eixo tem um peso $\alpha_Q Q_k$ e um sistema de cargas uniformemente distribuídas (UDL) com um peso por metro quadrado de faixa fictícia igual a $\alpha_q q_k$. Na restante área da faixa fictícia é aplicada uma carga uniformemente distribuída de grandeza $\alpha_{qr} q_{rk}$. Os valores dos factores de adaptação α_Q , α_q e α_{qr} foram considerados igual a 1.0 e os valores característicos Q_k , q_k e q_{rk} das cargas são descritos no Eurocódigo 1 e apresentam-se na figura 4.11.

Posição	Sistema paralelo TS	Sistema UDL
	Cargas por eixo Q_{ik} (kN)	q_{ik} (ou q_{3k}) (kN/m ²)
Lane 1	300	9
Lane 2	200	2,5
Lane 3	100	2,5
Outras faixas	0	2,5
Restante área (q_{ik})	0	2,5

Fig.4.11 – Apresentação do quadro com os valores característicos do modelo de carga LM1 [41].

Os detalhes das cargas aplicadas nos sistemas TS e UDL para o modelo LM1 são apresentados na figura 4.12.

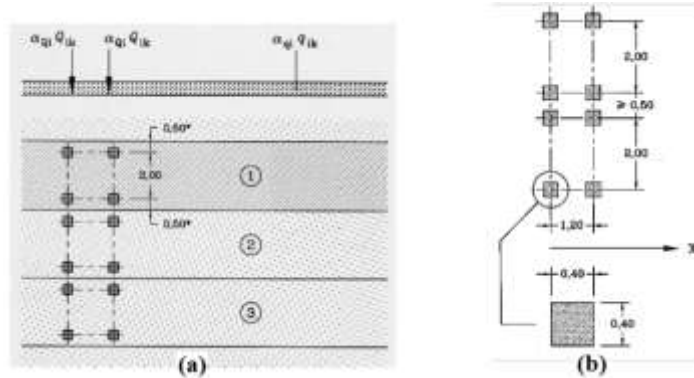


Fig.4.12 – Cargas aplicadas no modelo de carga LM1: (a) Configuração dos dois sistemas de carga nas faixas fictícias (Chave da figura: (1) Lane Nr. 1: $Q_{1k} = 300$ kN; $q_{1k} = 9$ kN/m²; (2) Lane Nr. 2: $Q_{2k} = 200$ kN; $q_{2k} = 2,5$ kN/m²; (3) Lane Nr. 3: $Q_{3k} = 100$ kN; $q_{3k} = 2,5$ kN/m²); (b) Aplicação do sistema paralelo TS para verificações locais [41].

A modelação dos sistemas de carga segundo o modelo LM1 para o programa *SAP2000* foi executada através da definição de veículos de carga e associando cada veículo à respectiva faixa fictícia correspondente como está representado na figura 4.13.

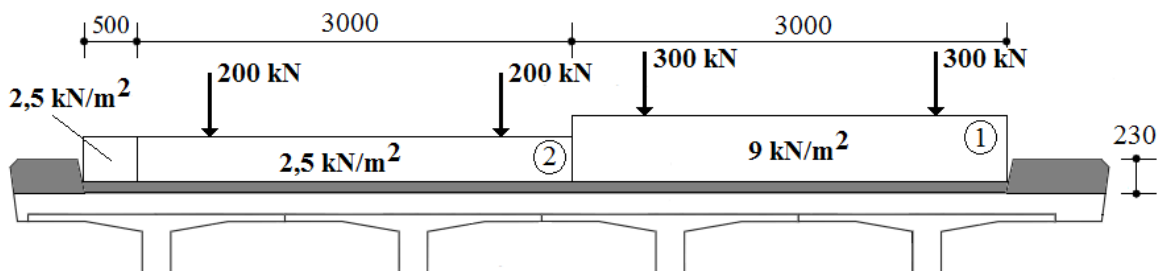


Fig.4.13 – Representação transversal da sobrecarga rodoviária definida pelo modelo de carga LM1 presente no EC1.

Verifica-se que o programa computacional *SAP2000* tem a capacidade de circular os veículos definidos segundo as instruções e dados introduzidos para a sua localização e restrições avaliando em cada elemento da malha os efeitos mais desfavoráveis de introdução ou não da mesma.

Quanto ao peso próprio das bandas laterais do tabuleiro e do pavimento betuminoso (áreas preenchidas na figura 4.13) foi definida uma carga permanente uniformemente distribuída para o modelo computacional no *SAP2000*. Assim, considerou-se uma carga uniformemente distribuída de $0.23\text{m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 5.75 \text{ kN/m}^2$ para as bandas laterais e $0.08\text{m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 2 \text{ kN/m}^2$ para o pavimento. A figura 4.14 mostra a modelação da restante carga permanente sobre o tabuleiro da ponte considerada no *SAP2000*.

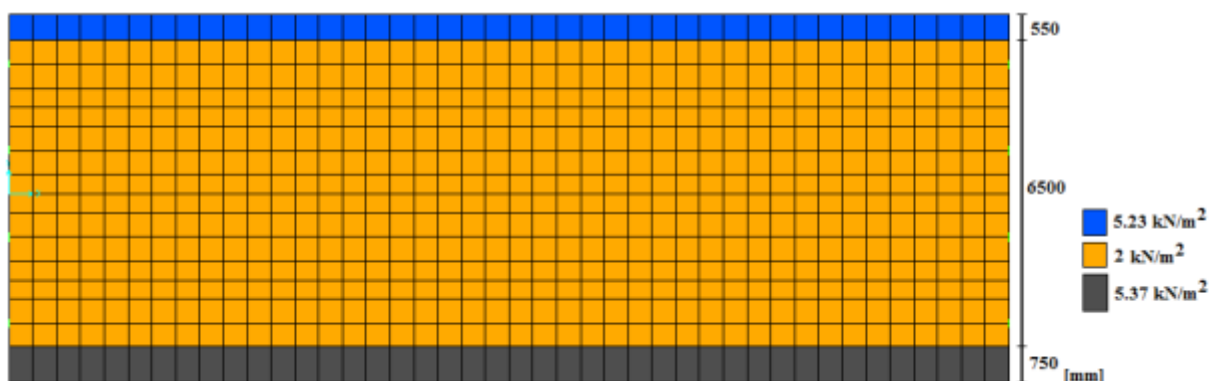


Fig.4.14 – Representação esquemática da vista plana longitudinal sobre o tabuleiro observada no programa de cálculo computacional *SAP2000* onde se representam os valores correspondentes à restante carga permanente ($5.75 \times 0.5/0.55 = 5.23 \text{ kN/m}^2$; $5.75 \times 0.7/0.75 = 5.37 \text{ kN/m}^2$).

A seguir apresentam-se os valores dos esforços internos para toda a secção da ponte através de diagramas de esforços transversos e momentos flectores longitudinalmente gerados pelo programa computacional *SAP2000*. Estes diagramas são identificados individualmente para o peso próprio do tabuleiro (conjunto longarinas/laje), para a restante carga permanente correspondente às bandas laterais e ao pavimento e para a sobrecarga rodoviária pelo modelo de carga LM1 presente no EC1.

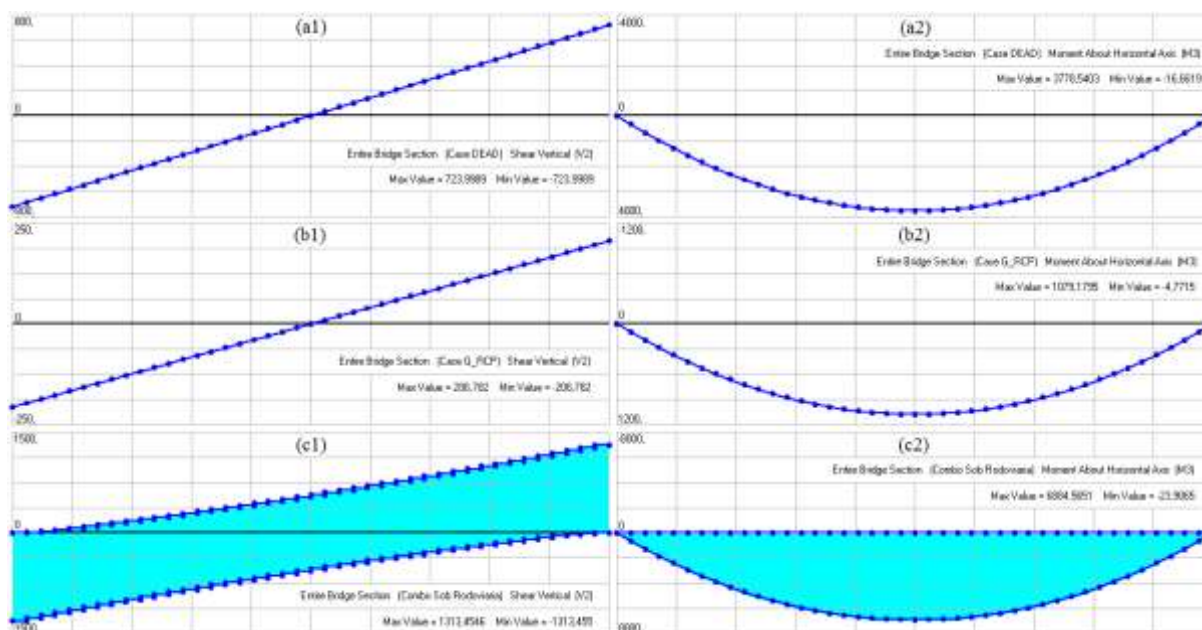


Fig.4.15 – Resumo dos diagramas de esforços internos gerados pelo programa de cálculo computacional SAP2000: (a1) Diagrama de esforço transversal e (a2) Diagrama de momento flector correspondente ao peso próprio - Case DEAD; (b1) Diagrama de esforço transversal e (b2) Diagrama de momento flector correspondente à restante carga permanente – Case G_RCP; (c1) Envolvente do diagrama de esforço transversal e (c2) Diagrama de momento flector correspondente à carga rodoviário pelo LM1 – Combo Sob Rodoviaria.

Por fim, as combinações de acções consideradas condicionantes foram analisadas para a verificação ao Estado Limite Último (ELU), como prescrito no Eurocódigo 0.

A acção aplicada no presente estudo é constituída por uma parcela de carga permanente (G), que engloba o peso próprio da estrutura e a restante carga permanente, e uma parcela de carga variável (Q), constituída pela sobrecarga rodoviária segundo o Eurocódigo 1.

A expressão geral de combinações fundamentais para o Estado Limite Último é a seguinte:

$$E_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k \quad (4.2.)$$

Sendo E_d o valor de cálculo do efeito das acções, G_k o valor característico da carga permanente e Q_k o valor característico da carga variável; γ_G e γ_Q correspondem aos coeficientes parciais de segurança das cargas permanentes e variáveis, respectivamente. O EC0 recomenda que estes coeficientes parciais relativos ao Estado Limite Último sejam igual a 1.35 para acções permanentes e 1.5 para acções variáveis, quando estas são desfavoráveis.

Para a modelação do ELU no programa computacional SAP2000 foram então aplicadas combinações das cargas majoradas com os coeficientes parciais descritos em cima.

A figura 4.16 mostra a configuração deformada de toda a secção da ponte para a verificação ao ELU.

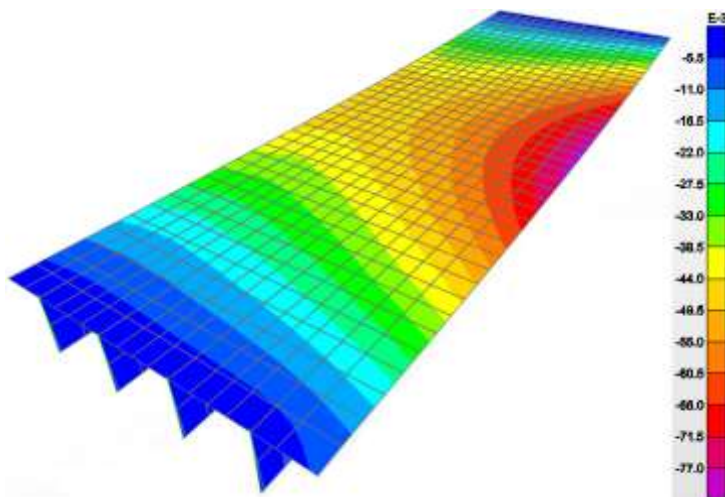


Fig.4.16 – Representação em perspectiva da configuração deformada de toda a secção do viaduto gerada pelo programa de cálculo computacional SAP2000 (e apresentação da escala representativa dos valores dos contornos de deslocamento na direcção da gravidade nas áreas dos elementos).

A seguir apresentam-se os valores dos esforços internos para toda a secção do viaduto gerados longitudinalmente pelo programa computacional SAP2000 para o Estado Limite Último.

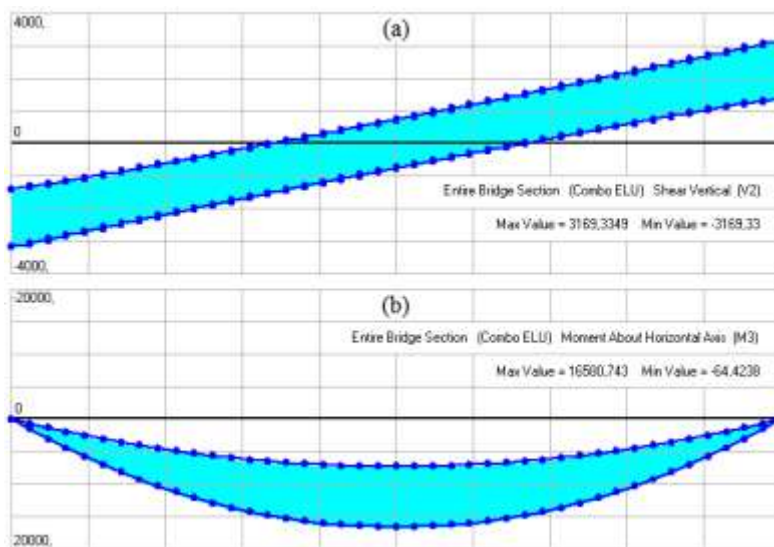


Fig.4.17 – Resumo das envolventes dos diagramas de esforços internos em toda a secção do viaduto gerados pelo programa de cálculo computacional SAP2000 para a verificação ao Estado Limite Último – Combo ELU: (a) Esforço transversor; (b) Momento flector.

Analisando as figuras 4.15 e 4.17 é possível confirmar então que, por exemplo, para o diagrama de momentos flectores em toda a secção do viaduto vem:

$$1.35 \times (M_{DEAD} + M_{GRCP}) + 1.5 \times M_{Sob\ Rodoviaria} \approx M_{Ed,Combo\ ELU} \quad (4.3.)$$

$$1.35 \times (3778 + 1079) + 1.5 \times 6884 \approx 16581\ kN.m$$

Durante a análise computacional da distribuição transversal das cargas no tabuleiro do viaduto no *SAP2000* para as quatro longarinas constituintes, concluiu-se que a viga mais desfavorável, isto é, a viga com que sofre um carregamento mais elevado quando sujeita às combinações em Estado Limite Último para o modelo de carga definido no EC1 é a viga exterior direita. Também se pode averiguar no estudo da figura 4.16 que é a viga exterior direita (Right Exterior Girder, como é definida no *SAP 2000*) a que apresenta uma maior deformação.

Para esta viga são apresentados na figura 4.18 os esforços internos gerados pelo modelo computacional e utilizados nos modelos de análise ao esforço transverso no subcapítulo seguinte.

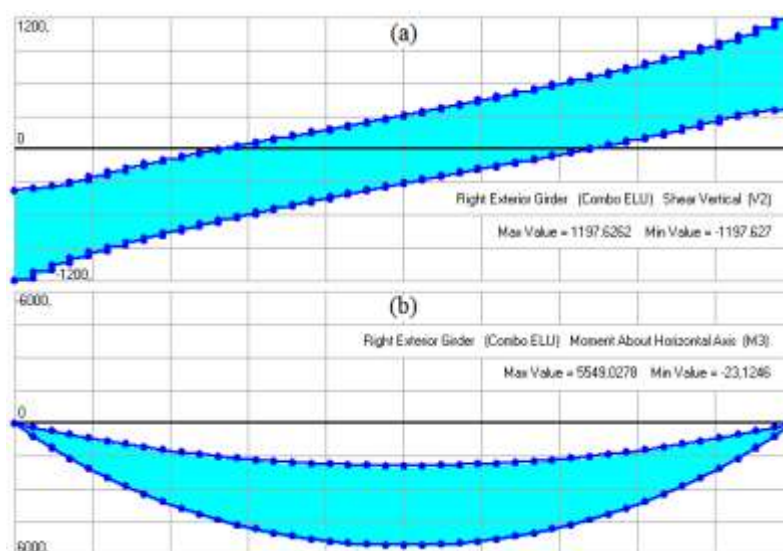


Fig.4.18 – Resumo das envolventes dos diagramas de esforços internos gerados pelo programa de cálculo computacional *SAP2000* na viga exterior esquerda (Right Exterior Girder) para a verificação ao Estado Limite Último: (a) Esforço transverso; (b) Momento flector.

Os valores dos esforços internos em cada ponto da secção do viaduto para a viga exterior direita podem ser consultados no anexo A5.

4.5. VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DA PONTE EM ESTADO LIMITE ÚLTIMO

4.5.1. VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA AO ESFORÇO TRANSVERSO PELOS MODELOS DE ANÁLISE

É parte do objectivo pretendido neste trabalho verificar a segurança de pontes existentes, nomeadamente do viaduto *Wassnerwald*, através dos modelos de análise ao esforço transverso aqui reflectidos.

Posteriormente à validação dos modelos de análise no capítulo 4, verificou-se que se estava em posição de concluir que os modelos de complexidade crescente, ou os níveis de aproximação mais elevados dos modelos de análise em função das necessidades evidenciadas pelo caso em estudo revelam resultados mais realistas do comportamento da estrutura. Assim, nesta fase do trabalho serão analisados apenas os níveis de aproximação mais detalhados tanto no modelo proposto por Pimentel como no modelo presente no Model Code 2010. É também investigado um dos modelos de análise propostos actualmente para o dimensionamento de estruturas (Eurocódigo 2) por forma a poder confrontar os resultados com os modelos referidos.

No que se refere às armaduras constituintes dessa estrutura, a quantidade de armadura longitudinal ordinária presente nas vigas é desprezável em relação à armadura de pré-esforço e como tal não é considerada no procedimento de cálculo dos modelos de análise ao esforço transverso.

O valor do pré-esforço restante nas armaduras após perdas considerado foi de 900 MPa. Esta é a tensão de rotura à tracção nas armaduras de pré-esforço considerada nas expressões dos modelos de análise descritos nos subcapítulos seguintes.

Devido à presença da bainha de pré-esforço com $\varnothing_D = 56\text{mm} \geq b_w/8$, a resistência ao esforço transverso definida pelos modelos de análise foi calculada com base na seguinte espessura nominal da alma:

$$b_{w,nom} = b_w - 0.5 \varnothing_D = 0.172\text{ m} \quad (4.4.)$$

Para definir o momento flector devido ao pré-esforço para os modelos de análise é necessário atentar a altura do cabo parabólico na secção crítica de controlo considerada. Contudo, para o modelo proposto por Pimentel e para o modelo do MC 2010 a secção de controlo é distinta, e no primeiro modelo esta varia consoante o valor de θ' . Assim, para simplificação dos cálculos, a posição do cabo parabólico apresentada na figura 4.5 foi aproximada às seguintes funções polinomial e linear apresentadas na figura 4.19.

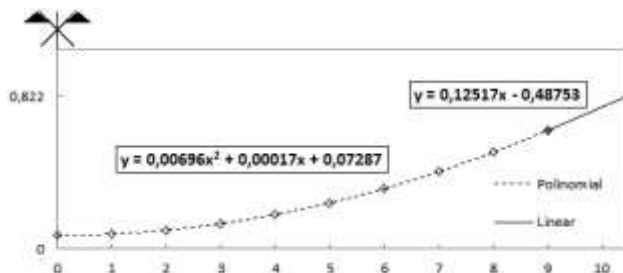


Fig.4.19 – Aproximação da posição do cabo de pré-esforço parabólico e simétrico a linhas de tendência polinomial de 2º grau e linear.

Por fim, o quadro 4.3 resume os dados característicos empregues nas expressões dos modelos de análise ao esforço transverso expostos a seguir.

Quadro 4.3. – Dados característicos das vigas constituintes do viaduto Wassnerwald

b_w	$b_{w,nom}$	h	d	z	A_{sw}	s	$A_{sw/s}$	A_{P1}	A_{P2}	A_{P3}
(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(cm ²)	(m)	(cm ² /m)	(cm ²)	(cm ²)	(cm ²)
0,200	0,172	1,450	1,300	1,200	1,005	0,200	5,027	14,137	1,759	9,048

Quando se aplica a verificação do Estado Limite Último pelo método dos coeficientes parciais, como o caso aqui presente, deve verificar-se, para todas as situações se análise, que se utilizam os valores de cálculo das acções ou dos efeitos das acções e das resistências.

Aproveitando o rigor dos valores médios obtidos por Zwicky e Vogel e descritos no quadro 4.1 para as características mecânicas de resistência dos materiais constituintes das vigas durante os ensaios experimentais, foi possível calcular os valores de cálculo da resistência desses materiais. Para tal aplicaram-se os factores de segurança indicados no documento *Commentary Eurocode 2* [21]

publicado pela *European Concrete Platform ASBL* que relacionam os valores médios com os valores de cálculo.

Segundo este documento os factores de segurança para os materiais vêm:

$$\gamma_M = \exp(3.04 C_R) \quad (4.5.)$$

Onde:

$$C_R = \sqrt{(C_m^2 + C_G^2 + C_f^2)} \quad (4.6.)$$

C_R – coeficiente de variação da resistência;

C_m – coeficiente de variação da incerteza do modelo;

C_G – coeficiente de variação do factor geométrico;

C_f – coeficiente de variação da resistência do material.

Os valores recomendados pelo EC2 para os coeficientes enumerados são: $C_m = 5\%$, $C_G = 5\%$ e $C_f = 15\%$ para o betão; $C_m = 2.5\%$, $C_G = 5\%$ e $C_f = 4\%$ para as armaduras ordinárias e de pré-esforço.

Assim, os valores dos coeficientes de segurança apresentam os valores $\gamma_M = 1.656$ e $\gamma_M = 1.232$ para o betão e para as armaduras, respectivamente. No quadro seguinte apresentam-se os valores de cálculo determinados ($f_d = f_m / \gamma_M$).

Quadro 4.4. – Resumo dos valores de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão e das tensões de cedência à tracção das armaduras transversais e de pré-esforço

$f_{c,d}$	$f_{yw,d}$	$f_{py,d} (P1)$	$f_{py,d} (P2)$	$f_{py,d} (P3)$
(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
36,73	449,61	1217,38	1217,38	1136,32

Note-se que estes coeficientes não são iguais aos factores parciais de segurança que relacionam os valores característicos com os valores de cálculo.

Na verificação da segurança ao esforço transversal da viga mais desfavorável (viga exterior direita) e consequentemente da estrutura em Estado Limite Último tendo em conta o efeito favorável do pré-esforço, averigua-se que só é garantida a segurança se a seguinte condição for assegurada:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,calc} + V_{P\infty} \quad (4.7.)$$

Onde $V_{Rd,calc}$ corresponde ao valor de cálculo do esforço transversal resistente calculado pelo modelo de análise em estudo afectado pelo efeito do pré-esforço inclinado $V_{P\infty}$ e V_{Ed} corresponde ao valor de cálculo do esforço transversal na secção considerada resultante das acções exteriores obtido pelo modelo computacional no programa *SAP2000*.

A seguir apresentam-se os resultados obtidos em valores de cálculo para a verificação da segurança da estrutura em relação ao esforço transversal pelos modelos de análise estudados.

4.5.1.1. Resultados obtidos pelo Modelo de Análise presente no Eurocódigo 2

O resumo dos resultados intermédios e finais do procedimento de cálculo na verificação da resistência ao esforço transversal em Estado Limite Último pelo Eurocódigo 2 é apresentado no quadro 4.5.

Quadro 4.5. – Resultados do processo de cálculo obtidos pelo Eurocódigo 2

σ_{cp}	α_{cw}	v_1	$\cot(\theta')$	$V_{Rd,s}$	$V_{Rd,max}$	$V_{Rd,calc}$	$V_{P\infty}$	$V_{Rd,calc} + V_{P\infty}$
(MPa)	-	-	(rad)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)
3,53	1,096	0,454	2,5	678	1301	678	101,14	779,13

A componente vertical do pré-esforço $V_{P\infty}$ devido à presença do cabo pré-esforçado inclinado foi calculada para a secção a uma distância d da face do apoio e é igual a 104.14 kN.

O valor de cálculo do esforço transversal na secção considerada resultante das acções exteriores para a viga exterior direita foi recolhido no programa computacional *SAP2000*, $V_{Ed} = 1044,3$ kN.

Se os valores apresentados pelo Eurocódigo 2 garantirem a condição (4.7.) significa que a verificação da segurança ao esforço transversal analisada por este modelo é assegurada.

4.5.1.2. Resultados obtidos pelo Modelo de Análise proposto por Pimentel (Nível II)

No processo de cálculo do modelo proposto por Pimentel o momento flector devido ao pré-esforço M_P foi determinado considerando que o centro geométrico da secção está localizado a 1059 mm do limite inferior da secção.

No quadro 4.6 são então apresentados alguns resultados intermédios do procedimento de cálculo neste modelo.

Quadro 4.6. – Resultados intermédios do processo de cálculo obtidos pelo modelo proposto por Pimentel

ϵ_x Trial	ω_y	$\cotg \theta'$	V_{Ed}	M_{Ed}	N_{Pd}	M_{Pd}	$M_{Ed+M_{Pd}}$	M_{Pd}	M_d máx	ϵ_x	ϵ_1
(‰)	-	(rad)	(kN)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)	(‰)	(‰)
0,92	0,1047	2,898	988	1821	-2245	-1494	328	4056	0,92	25,4	

Onde V_{Ed} e M_{Ed} representam os valores de cálculo do efeito das acções exteriores recolhidos no programa computacional *SAP2000* (viga exterior direita) na secção crítica de controlo considerada a uma distância $0.5 z \cotg \theta'$ da face do apoio para o esforço transversal e momento flector, respectivamente; Aos esforços das acções exteriores foram adicionados N_{Pd} e M_{Pd} que correspondem aos valores de cálculo do esforço axial e momento flector, respectivamente, devido ao pré-esforço.

Verifica-se que o modelo proposto por Pimentel não foi previsto para a aplicação de valores de cálculo mas para valores nominais. Na definição de $\cot \theta'$ para $V_{Rd,s}$ foram considerados os valores médios e como tal a taxa mecânica de armadura ω_y foi calculada em termos de tensões médias. De seguida, para obter a resistência efectiva à compressão do betão foi calculado o seguinte coeficiente de redução:

$$\zeta' = \frac{1}{1.08 + 81 \epsilon_1} \left(\frac{f_{co}}{f_{cm}} \right)^{1/3} \quad (4.8.)$$

Onde f_{cm} representa a tensão média de resistência do betão e adoptou-se uma tensão de referência $f_{cd}=30$ MPa. Assim, o valor de cálculo do esforço transversal resistente máximo veio:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z \zeta' f_{cd}}{\cot \theta' + \tan \theta'} \quad (4.9.)$$

Na expressão (4.9.), e tal como no modelo do Model Code 2010, quando se aplicam as tensões de cálculo afectadas dos coeficientes de segurança é inserido o valor $\theta' = 45^\circ$.

O resumo dos resultados finais do procedimento de cálculo da resistência ao esforço transversal em Estado Limite Último pelo modelo proposto por Pimentel é apresentado no quadro 4.7.

Quadro 4.7. – Resultados finais obtidos pelo modelo de análise proposto por Pimentel

$V_{Rd,s}$	$V_{Rd,max}$	$V_{Rd,calc}$	$V_{P\infty}$	$V_{Rd,calc} + V_{P\infty}$
(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)
785,82	953,47	785,82	98,44	884,25

O valor da componente vertical do pré-esforço $V_{P\infty}$ devido à presença do cabo pré-esforçado inclinado foi calculado para a secção crítica de controlo considerada e é igual a 98.44 kN.

Se os valores de $V_{Rd,calc}$, $V_{P\infty}$ e V_{Ed} do modelo proposto por Pimentel garantirem a condição (4.7.), a segurança ao esforço transversal desta estrutura está assegurada quando analisada por este modelo. O valor de cálculo do efeito das acções exteriores V_{Ed} é apresentado no quadro 4.6.

4.5.1.3. Resultados obtidos pelo Modelo de Análise presente no Model Code 2010 (Nível III)

No quadro 4.8 são apresentados alguns resultados intermédios do procedimento de cálculo neste modelo.

Quadro 4.8. – Resultados intermédios obtidos pelo modelo presente no Model Code 2010

V_{Ed}	M_{Ed}	N_{Pd}	M_{Pd}	$M_{Ed} + M_{Pd}$	M_d máx	ϵ_x	θ'	$\cot \theta'$	k_c	k_v
(kN)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)	(‰)	(°)	-	-	-
1048	1308	-2245	-1439	-131	4110	0,0346	29,2	1,79	0,43	0,38

Tal como no modelo proposto por Pimentel, V_{Ed} e M_{Ed} representam aos valores de cálculo recolhidos no programa computacional *SAP2000*, mas na secção crítica de controlo da viga exterior direita a uma distância z da face do apoio para o esforço transversal e momento flector, respectivamente.

O resumo dos resultados finais do procedimento de cálculo da resistência ao esforço transversal em Estado Limite Último pelo Model Code 2010 é apresentado no quadro 4.9.

Quadro 4.9. – Resultados do modelo de análise presente no Model Code 2010

$V_{Rd,s}$	$V_{Rd,c}$	V_{Rd}	$V_{Rd,max}$	$V_{Rd,calc}$	$V_{P\infty}$	$V_{Rd,calc} + V_{P\infty}$
(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)
484,41	407,98	892,39	1647,20	892,39	101,14	993,53

O valor da componente vertical do pré-esforço $V_{P\infty}$ devido à presença do cabo pré-esforçado inclinado foi calculado para a secção crítica de controlo considerada e é igual a 101,14 kN.

4.5.2. VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA À FLEXÃO

A determinação da capacidade resistente à flexão das secções de betão armado e pré-esforçado baseia-se, em geral, na construção de um modelo simples que simule o comportamento último das secções. A análise ao Estado Limite Último de flexão deve ser efectuada tendo em conta as hipóteses descritas no EC2 2004 [5].

A segurança à flexão em Estado Limite Último na secção mais desfavorável é garantida pela condição:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} \quad (4.10.)$$

Onde M_{Rd} corresponde ao valor de cálculo da resistência à flexão e M_{Ed} ao valor de cálculo da flexão na secção considerada do efeito das acções obtido pelo modelo computacional no programa *SAP2000*.

Na figura 4.18 representa-se o diagrama de tensões rectangular simplificado considerado.

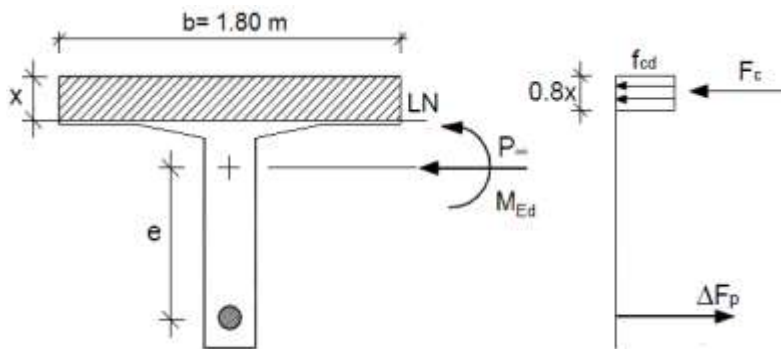


Fig.4.20 – Representação simplificada da distribuição rectangular de tensões.

Admitindo que a linha neutra LN se situa no banzo da secção ($x < 0,2m$), através das seguintes equações de equilíbrio:

(i) Equilíbrio de forças ($\Sigma F_{int} = P_{\infty} \leftrightarrow F_c = \Delta F_p + P_{\infty} \rightarrow x = \dots$)

(ii) Equilíbrio de momentos ($\Sigma M_{int} = M_{Ed} - P_{\infty} \times e \rightarrow M_{Rd} = \dots$)

Onde:

$$F_c = f_{cd} \times 0,8 x \times b \quad (4.11.)$$

$$\Delta F_p = A_p \times (f_{pyd} - \frac{P_{\infty}}{A_p}) \quad (4.12.)$$

Vem $x = 0,056$ m e $M_{Rd} = 3610,06$ kN.m.

O valor de cálculo da flexão actuante a meio vão obtido no modelo computacional do *SAP2000* para a viga exterior direita é igual a 5549,03 kN.m (ver figura 4.16 (b)).

4.5.3. COMPILAÇÃO DE RESULTADOS

O quadro seguinte resume os valores de cálculo do esforço transversal actuante e resistente na verificação da segurança deste viaduto segundo os modelos de análise ao esforço transversal estudados. Segundo esta verificação são também apresentados os valores de cálculo do esforço transversal actuante e resistente.

Adicionalmente, para averiguar objectivamente a verificação de segurança da estrutura, estes valores são relacionados pela razão do valor de cálculo da resistência afectada pelo pré-esforço e pelo valor de cálculo do efeito das forças, $r_{Vd} = (V_{Rd,calc} + V_{P\infty}) / V_{Ed}$ para a verificação ao corte e $r_{Md} = M_{Rd} / M_{Ed}$ para a verificação à flexão.

Quadro 4.10. – Resumo dos valores de cálculo da verificação da segurança ao corte e à flexão

	$V_{Rd,calc} + V_{P\infty}$ (kN)	V_{Ed} (kN)	r_{Vd}
EC2	779,1	1044,3	0,75
Pimentel	884,3	987,7	0,90
MC 2010	993,5	1048,1	0,95
	M_{Rd} (kN.m)	M_{Ed} (kN.m)	r_{Md}
Momento	3610,1	5549,0	0,65

4.6. DISCUSSÃO DE RESULTADOS E CONCLUSÕES

Averiguando as condições de equilíbrio de resistência (4.7.) e (4.10.) e os valores apresentados no quadro 4.10, conclui-se que em Estado Limite Último o viaduto não se encontra em segurança segundo o modelo de carga preconizado no Eurocódigo 1.

Verifica-se que em ELU ao esforço transversal a segurança não é garantida em nenhuma das verificações pelos modelos de análise ao corte estudados. Para estes modelos a razão entre os valores de cálculo resistentes e calculados r_{Vd} varia entre 0.75 e 0.95.

No entanto, é possível concluir que a resistência ao esforço transversal nas vigas pré-esforçadas deste caso de estudo é efectivamente maior do que o valor calculado pelos códigos e normas existentes actualmente, nomeadamente pelo Eurocódigo 2 aqui descrito. Como se pode verificar são obtidos valores significativamente mais elevados de r_{Vd} para o modelo proposto por Pimentel e o modelo presente no Model Code 2010. Verifica-se ainda que a diferença entre os valores de cálculo resistente e actuante é inferior no último modelo identificando-se como o modelo mais próximo de garantir a segurança ao esforço transversal desta estrutura apesar de isso não se verificar.

Na verificação da segurança em ELU à flexão conclui-se que $M_{Ed} > M_{Rd}$ para a secção mais desfavorável. Significa então que a segurança em relação à flexão no viaduto não é garantida. O valor da razão r_{Md} obtida para a avaliação da segurança à flexão foi 0.65.

Analisando os valores de r descritos no quadro resumo 4.10, conclui-se desde já que para a avaliação da segurança ao corte e à flexão do viaduto *Wassnerwald* segundo todos os modelos de análise estudados, é a flexão e não o corte a condição crítica de segurança nesta estrutura.

Usufruindo do estudo experimental realizado por Zwicky e Voguel em vigas removidas deste viaduto e analisando os valores dos esforços obtidos para a última etapa de carregamento experimentado através dos diagramas divulgados, foi possível avaliar a segurança desta estrutura em valores médios. Neste seguimento foram calculadas as razões de corte médias r_{Vm} entre o valor médio da resistência influenciada pela presença do pré-esforço e o valor médio do efeito das acções exteriores para os três

modelos de análise ao esforço transversal. Obtiveram-se então os valores 0.76, 0.84 e 0.97 para r_{vm} na verificação pelos modelos do EC2, de Pimentel e do MC 2010, respectivamente.

Seria expectável obter valores de r mais elevados na verificação da segurança em valores médios do que aqueles obtidos em ELU mas verificou-se que isso não aconteceu no modelo proposto por Pimentel. Como se pode observar, para o modelo do Model Code 2010 o valor de r_{vm} é ligeiramente superior na análise em valores médios o que provavelmente significa que segundo este modelo a verificação da segurança em ELU seria na realidade garantida. Os valores r_{vd} e r_{vm} para este modelo encontram-se muito próximos da unidade.

Por fim, verifica-se que, apesar de ser precisamente objecto de estudo avaliar a segurança para um modelo de carga significativamente desfavorável para a estrutura comparativamente ao modelo segundo o qual esta foi dimensionada, talvez estas condições de carga não sejam as mais adequadas para a verificação da segurança neste tipo de pontes. Muito provavelmente, se fosse aplicado um modelo de carga que não o preconizado no EC1, a verificação da segurança ao esforço transversal em Estado Limite Último seria garantida pelo modelo proposto por Pimentel e o modelo do MC 2010 segundo os seus níveis de aproximação mais detalhados. Contudo, seria necessário proceder realmente à avaliação da segurança segundo outro modelo de carga e apresentar mais casos de estudo para comprovar este facto.

Além disso, o programa computacional *SAP2000* revelou-se ser uma ferramenta muito útil e prática de aplicação relativamente simples do cálculo estrutural quanto à disponibilização de diagramas de esforços internos definidos por modelos de elementos finitos.

5

CONCLUSÕES

5.1. CONCLUSÕES DO TRABALHO

O futuro da Engenharia Civil requer não só o dimensionamento de novas estruturas mas também a avaliação das condições de segurança de estruturas existentes. Na análise da capacidade de carga de estruturas existentes e da resposta às condições de carga actuais, nomeadamente no caso de pontes e viadutos, a utilização de modelos de análise estrutural mais realistas pode ser determinante na verificação de segurança e consequente intervenção.

Este trabalho teve precisamente como objectivo avaliar a aplicabilidade de novos modelos de análise para a verificação da segurança ao esforço transversal, efectuando um estudo comparativo entre o modelo presente no Eurocódigo 2, o modelo proposto por Pimentel e o modelo do Model Code 2010.

O estudo comparativo entre os modelos seleccionados foi levado a cabo através de uma campanha de validação onde se recolheram os resultados experimentais de um conjunto de 41 vigas à escala real com diferentes configurações, características e condições de carga. Deste estudo foi possível concluir que os modelos de análise prevêem de forma satisfatória a capacidade de carga de elementos críticos ao corte.

Contudo, como era expectável, conclui-se que os níveis de aproximação mais detalhados dos modelos do MC2010 e de Pimentel calculam uma resistência ao corte significativamente mais próxima daquela experimentada do que os níveis mais simples de análise que apresentam resultados, em média, significativamente mais conservativos. Significa então que apesar do trabalho despendido e da complexidade crescente nos níveis mais detalhados, são obtidos resultados mais satisfatórios e reais da capacidade de carga da estrutura ao corte. Confirmou-se assim que a complexidade dos modelos de análise deve ser crescente em função das necessidades evidenciadas pelo caso em estudo.

Foi possível averiguar que a média do rácio da resistência experimentada e resistência calculada para as vigas ensaiadas no modelo do EC2 e para os níveis de aproximação mais detalhados do modelo proposto por Pimentel e pelo MC 2010 foi, respectivamente, 1.32, 1.16 e 1.14, com coeficientes de variação de 22.6, 11.9 e 17.5%. Assim, conclui-se que os resultados obtidos pelo nível II do modelo de análise proposto por Pimentel e o nível III do modelo do MC 2010 são, em média, muito semelhantes, e apesar do MC 2010 apresentar uma média ligeiramente mais baixa do que o modelo de Pimentel, este último apresenta um coeficiente de variação significativamente menor e por isso apresenta-se como o modelo mais uniforme.

Para além disso, foi indispensável perceber que para o caso de elementos onde se verifique a transmissão directa de uma elevada percentagem de carga para o apoio, apesar da vantagem a nível da capacidade de carga estes modelos de análise deixam de ser aplicáveis.

Quanto ao modelo preconizado no EC2, comparativamente aos níveis mais detalhados dos modelos referidos, conclui-se que apresenta resultados muito conservativos nos resultados obtidos e por isso, tal como os nos níveis mais simplificados, verifica-se que este modelo não deve ser aplicado na verificação de pontes existentes quando for solicitada uma análise estrutural mais realista da capacidade da estrutura.

De seguida, procedeu-se à verificação da segurança em Estado Limite Último à flexão e ao esforço transversal segundo os modelos de análise estudados de um viaduto substituído recentemente. Pretendeu-se assim avaliar a aplicabilidade destes modelos num caso prático real e actual.

Conclui-se que em ELU o viaduto não se encontra em segurança para o modelo de carga preconizado no Eurocódigo 1. Verificou-se que não foi garantida a segurança em nenhuma das verificações pelos modelos de análise ao corte estudados. No entanto, foi possível concluir que a resistência ao esforço transversal nas vigas pré-esforçadas deste caso de estudo é efectivamente maior do que o valor calculado pelos códigos e normas existentes actualmente, nomeadamente pelo Eurocódigo 2 aqui descrito. Verificou-se ainda que a diferença entre os valores de cálculo resistente e actuante é inferior no modelo presente no Model Code 2010, sendo o modelo mais próximo de garantir a segurança ao esforço transversal desta estrutura. A resistência à flexão do viaduto também não foi garantida e, para todos os modelos de análise estudados, concluiu-se que para as condições de carga averiguadas a flexão é a condição crítica de segurança nesta estrutura e não o esforço transversal. Significa então que o reforço do viaduto poderia ser facilmente providenciado através de mecanismos resistentes à flexão que são mais simples que os de corte.

Quanto à verificação da segurança de pontes com outros tipos de disposições quer da armadura transversal quer de pré-esforço não foi possível retirar conclusões quanto à segurança pelos modelos de análise em estudo. Para isso teriam que ser analisados mais casos práticos com diferentes características. Verificou-se ainda que o modelo de carga aplicado pode não ter sido o mais indicado para a verificação da segurança desta estrutura. Durante o procedimento de validação e de verificação da segurança ao caso de estudo revelou-se ser fundamental adoptar uma postura crítica e rigorosa mas ao mesmo tempo flexível por forma a aproximar as expressões e condições presentes nos modelos de análise com as condições das vigas estudadas, tentando nunca deteriorar em demasia o grau de exactidão das soluções a que acederam.

5.2. SUGESTÕES PARA DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Apresentam-se de seguida algumas sugestões para trabalhos futuros dentro do tema desenvolvido nesta tese:

- Utilização e análise de um maior número de ensaios experimentais que cubram toda uma vasta gama de percentagem de armadura de esforço transversal e de resistência do betão à compressão para uma validação mais precisa dos modelos de análise ao esforço transversal.
- Seleccionar e estudar diferentes casos práticos actuais que permitam verificar a aplicabilidade dos modelos de análise estudados na verificação da segurança em pontes existentes.
- Verificar a segurança segundo os diferentes modelos de análise do viaduto *Wassnerwald* aqui estudado para outros modelos de carga que não o Eurocódigo 1, nomeadamente com condições de carregamento menos desfavoráveis para a estrutura.

BIBLIOGRAFIA

- [1] ASCE-ACI_Committee_445_on_Shear_and_Torsion. (1998). "Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete." *Journal of Structural Engineering*, 124(12), 1375-1417.
- [2] Balázs, G. (2010). "A historical review of shear In: Sigrist V., Minelli F., Plizzari G., Foster S. (Eds.), Shear and punching, shear in RC and FRC elements"-*FIB bulletin 57*, Lausanne, Switzerland, International Federation for Structural Concrete, 1-13.
- [3] Ritter, W. (1899). "Die Bauweise Hennebique." *Schweizerische Bauzeitung*, 33(7), 59-61.
- [4] Mörsch, E. (1908). "Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung." Verlag von Konrad Wittwer, Stuttgart, 146-215.
- [5] CEN. (2004). *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, Brussels.
- [6] (2001). *ACI Manual of Concrete Practice Part 3 : "Use of Concrete in Buildings - Design, Specifications, and Related Topics."* Farmington Hills, Michigan, American Concrete Institute: pp. 318/318R-133 - 318/318R-148.
- [7] Walther, R., and Miehlebradt, M. (1990). – "Dimensionnement des Structures en Béton." Bases et Technologie - *Presses Polytechniques et Universitaires Romandes*, Lausanne.
- [8] Withey, M. O. (1908). "Tests of plain reinforced concrete series of 1907." *Bull. Univ. of Wis., Engineering Series*, 4(2), 1-66.
- [9] Shepherd R., and Frost D.J. (1995). "Failures in Civil Engineering : Structural, Foundation and Geoenvironmental Case Studies." *ASCE Education*, New York, New York.
- [10] Talbot, A. N. (1909). "Tests of reinforced concrete beams: resistance to web stresses series of 1907 and 1908." *Bull. 29*, University of Illinois Engineering Experiment Station, Urbana, III.
- [11] Walraven, J. C. (1981). "Fundamental analysis of aggregate interlock." *J. Struct. Div.*, ASCE, 108, 2245-2270.
- [12] Schlaich, J., et al. (1987). "Towards a consistent design of structural concrete." *J. Prestressed Concrete Inst.*, 32(3), 74-150.
- [13] Kupfer, H. (1964). "Erweiterung der Morsch schen Fachwerkanalogie mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit (Generalization of Morsch's truss analogy using the principle of minimum strain energy)." *Comite Euro-International du Beton, Bulletin d'information, No 40*, CEB, Paris, 44-57.
- [14] Collins, M. P., and Mitchell, D. (1980). "Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams." *J. Prestressed Concrete Inst.*, 25(5), 32-100.
- [15] Vecchio, F. J., and Collins, M. P. (1982). "The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses." *Publ. No. 82-03*, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Canada.
- [16] Vecchio, F. J., and Collins, M. P. (1986). "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear." *ACI Journal*, 83(2), 219-231.
- [17] Collins, M. P., et al. (2008). "Where is Shear Reinforcement Required? Review of Research Results and Design Procedures." *ACI Structural Journal* 105(5): 590-600.

- [18] De Wilder, K., et al. (2010). "Onderzoek naar de invloed van voorspanning op de dwarskrachtcapaciteit van betonbalken (Research on the influence of prestressing on the shear capacity of concrete beams)" MSc Thesis, Department of Civil Engineering, Leuven, Katholieke Universiteit Leuven: 223 pp.
- [19] Hoang, L. C., and Nielsen, M. P. (1998). "Plasticity Approach to Shear Design." *Cement and Concrete Composites*, 20, 437-453.
- [20] Duthinh, D, Carino, N.J. (2004). "Shear design of high-strength concrete beams: a review of the state-of-art". National Institute of Standards and Technology. *Kutchma D. Shear Databank*, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- [21] *European Concrete Platform ASBL*, (2008). "Eurocode 2 Commentary" ,Brussels.
- [22] Collins, M. P., and Mitchell, D. (1991). *Prestressed concrete structures*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- [23] Pimentel, M. (2010). "Numerical modelling for safety examination of existing concrete bridges," Doctoral Thesis, Faculty of Engineering of the University of Porto, Porto.
- [24] CSA. (2004). *Design of Concrete Structures*, CSA A23.3-04, Canadian Standards Association.
- [25] fib. (2010). *Model Code 2010 - First complete draft*, fib, Lausanne.
- [26] Pimentel, M., Brühwiler, E., and Figueiras, J. (2010). "Extended cracked membrane model for the analysis of RC panels." *Engineering Structures*, 32(8), 1964-1975.
- [27] Kaufmann, W., and Marti, P. (1998). "Structural Concrete: Cracked Membrane Model." *Journal of Structural Engineering*, 124(12), 1467-1475.
- [28] Pimentel, M., and Figueiras, J. (2010). "Novos modelos para análise e verificação de segurança ao esforço transverso." BE2010- Encontro Nacional Betão Estrutural, Lisboa
- [29] Higgins, C., et al. (2004). "Assessment methodology for diagonally cracked reinforced concrete deck girders - Final Report SPR 350, SR 500-091." Oregon Department of Transportation (ODOT) and Federal Highway Administration (FHWA). Washington, DC.
- [30] Leonhardt, F., and Walther, R. (1962). "Versuche an Plattenbalken mit hoher Schubbeanspruchung." Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (Heft 152), Berlin.
- [31] Reineck, K.-H. (1989). "Theoretical considerations and experimental evidence on web compression failures of high strength concrete beams." *Bulletin d'Information 193 - Design Aspects of High Strength Concrete*, CEB, Lausanne.
- [32] Kuchma, D., Kim, K. S., Nagle, T., Sun, S., and Hawkins, N. M. (2008). "Shear Tests on High-Strength Prestressed Bulb-Tee Girders: Strengths and Key Observations." *ACI Structural Journal*, 105(3), 358-367.
- [33] Levi, F., and Marro, P. (1989). "Shear tests up to failure of beams made with normal and high strength concrete." *Bulletin d'Information 193 - Design Aspects of High Strength Concrete*, CEB, Lausanne.
- [34] Hars, E., and Muttoni, A. (2006). "Shear Tests on Thin-Webbed Post-Tensioned Girders," *Test Report*, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 108 pp.
- [35] Fernández Ruiz, M., and Muttoni, A. (2008). "Shear Strength of Thin Webbed Post-Tensioned Beams" *ACI JOURNAL*, Proceedings V. 105, No. 3, May.-June. pp. 308-317.

[36] Xie, L. (2009). “The Influence of Axial Load and Prestress on The Shear Strength of Web-Shear Critical Reinforced Concrete Elements” *Ph. D. Thesis*, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto, Canada.

[37] Oh, B. H., and Kim, K. S., “Shear Behavior of Full-Scale Post-Tensioned Prestressed Concrete Bridge Girders” *ACI JOURNAL*, Proceedings V. 101, No. 2, Mar.-Apr. 2004, pp. 176-182.

[38] Zwicky, D. and Vogel, T. (2000) “Bruchversuche an ausgebauten Brückenträgern aus Spannbeton.” Institut für Baustatik und Konstruktion, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich .

[39] Carril, R. S., Ferreira Lopes, V. M., “Métodos aproximados de determinação da distribuição de esforços na secção transversal de pontes rodoviárias. Comparação com métodos mais exactos.” *Apontamentos Sifeup*. Sítio da Internet. 06-06-2011

(http://www.fe.up.pt/si/conteudos_service.conteudos_cont?pct_id=23747&pv_cod=37xraFgb5Ykp).

[40] SAP2000. *SAP2000 versão 14.2.0 nível Advanced*. Software de análise de estruturas disponível em (<http://www.sap2000.org/>).

[41] CEN. (2004). *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, Brussels

ANEXOS

A1. RESULTADOS INTERMÉDIOS DO PROCESSO DE CÁLCULO NO EUROCÓDIGO 2

		Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1:2004)								
		k	σ_{cp}	v _l	cot θ'	cot θ' (Lim)	V R,s	α_{cw}	V R,max	V R,calc
		-	(Mpa)	-	(Rad)	(Rad)	(kN)	-	(kN)	(kN)
1	[29]	1,43	0,00	0,52	3,03	2,50	1470,8	1,0	2062,3	1470,8
3		1,43	0,00	0,52	5,54	2,50	490,3	1,0	2145,6	490,3
5		1,43	0,00	0,54	3,50	2,50	882,5	1,0	1614,4	882,5
7		1,43	0,00	0,54	3,85	2,50	735,4	1,0	1602,3	735,4
11		1,43	0,00	0,53	5,04	2,50	490,3	1,0	1782,3	490,3
25		1,43	0,00	0,53	2,94	2,50	1470,8	1,0	1950,9	1470,8
40		1,43	0,00	0,54	5,46	2,50	367,7	1,0	1561,5	367,7
T1	[30]	1,49	0,00	0,54	0,33	1,00	922,5	1,0	511,6	511,6
StbIII	[31]	1,58	0,00	0,46	1,81	1,81	463,4	1,0	463,4	463,4
StbI		1,58	0,00	0,46	1,33	1,33	525,6	1,0	525,6	525,6
SpbIII		1,58	11,16	0,47	1,80	1,80	459,6	1,0	459,6	459,6
SpbI		1,58	11,16	0,47	1,29	1,29	523,1	1,0	523,1	523,1
G8E	[32]	1,34	17,24	0,39	3,02	2,50	2022,7	1,0	2831,2	2022,7
RC30A1	[33]	1,46	0,00	0,54	1,54	1,54	648,3	1,0	648,3	648,3
RC30A2		1,46	0,00	0,54	1,54	1,54	648,3	1,0	648,3	648,3
RC60A1		1,46	0,00	0,49	2,17	2,17	914,8	1,0	914,8	914,8
RC60A2		1,46	0,00	0,49	2,17	2,17	914,8	1,0	914,8	914,8
RC60B1		1,46	0,00	0,48	1,73	1,73	1093,1	1,0	1093,1	1093,1
RC60B2		1,46	0,00	0,48	1,73	1,73	1093,1	1,0	1093,1	1093,1
RC70B1		1,46	0,00	0,46	1,88	1,88	1190,9	1,0	1190,9	1190,9
PC30A1		1,46	6,00	0,53	1,71	1,71	723,9	1,0	723,9	723,9
PC60A2		1,46	10,00	0,48	2,23	2,23	941,2	1,0	941,2	941,2
PC60B1		1,46	10,00	0,48	1,73	1,73	1093,1	1,0	1093,1	1093,1
SH1		[34]	1,40	10,68	0,47	1,78	1,78	1176,0	1,3	1469,9
SH2	1,40		10,46	0,47	1,76	1,76	1164,2	1,3	1455,3	1164,2
SH3	1,40		10,91	0,47	1,82	1,82	1200,6	1,3	1500,7	1200,6
SH4a	1,40		9,90	0,48	1,72	1,72	1132,9	1,1	1261,5	1132,9
SH4b	1,40		10,91	0,46	1,88	1,88	1240,6	1,3	1550,7	1240,6
SH5	1,40		9,44	0,49	1,68	1,68	1105,6	1,3	1382,0	1105,6
LB1	[36]	1,65	13,04	0,44	5,35	2,50	76,8	1,0	314,1	76,8
LB2		1,65	12,64	0,45	5,26	2,50	77,9	1,0	308,0	77,9
LB3		1,65	12,64	0,45	5,22	2,50	77,9	1,0	303,8	77,9
LB4		1,65	-6,00	0,45	5,72	2,50	77,6	1,0	360,4	77,6
LB5		1,65	-15,46	0,45	5,03	2,50	77,2	1,0	280,4	77,2
LB6		1,65	12,70	0,45	5,23	2,50	77,9	1,0	304,8	77,9
LB7		1,65	9,12	0,45	5,23	2,50	77,9	1,0	304,8	77,9

LB8		1,65	12,70	0,45	5,23	2,50	77,5	1,0	303,4	77,5
LB9		1,65	0,00	0,45	5,23	2,50	77,5	1,0	303,4	77,5
LB10		1,65	12,46	0,45	3,63	2,50	155,8	1,0	305,1	155,8
G I (dir)	[37]	1,43	8,56	0,50	2,54	2,50	1056,9	1,0	1082,6	1056,9
G II (dir)		1,43	10,14	0,45	2,96	2,50	1056,9	1,0	1424,5	1056,9

A2. RESULTADOS INTERMÉDIOS DO PROCESSO DE CÁLCULO NO MODELO DE PIMENTEL NÍVEL I

		Pimentel Nível I							
		fco	ζ	ωy	cotg θ'	V R,s	V R,max	V R,calc	
		(MPa)	-	-	(Rad)	(kN)	(kN)	(kN)	
1	[29]	30,0	1,709	0,1638	2,50	903,0	2116,8	902,9	
3		30,0	1,709	0,0529	2,50	490,3	2183,9	490,2	
5		24,5	1,597	0,1185	2,50	882,5	1640,5	882,5	
7		24,3	1,592	0,0993	2,50	735,4	1626,7	735,4	
11		27,4	1,658	0,0611	2,50	490,3	1834,6	490,2	
25		30,0	1,709	0,1710	2,50	903,0	2027,3	902,9	
40		23,6	1,577	0,0506	2,50	367,7	1580,4	367,7	
T1	[30]	25,3	1,615	1,4272	1,00	922,5	521,8	521,8	
StbIII	[31]	30,0	1,709	0,4165	1,76	450,8	450,8	450,7	
StbI		30,0	1,709	0,6416	1,29	508,4	508,4	508,4	
SpbIII		30,0	1,709	0,4215	1,75	447,3	447,3	447,2	
SpbI		30,0	1,709	0,6655	1,25	506,0	506,0	505,9	
G8E	[32]	30,0	1,709	0,1711	2,50	2092,6	2786,1	2092,6	
RC30A1	[33]	25,0	1,608	0,4704	1,56	656,8	656,8	656,8	
RC30A2		25,0	1,608	0,4704	1,56	656,8	656,8	656,8	
RC60A1		30,0	1,709	0,3088	2,13	899,2	899,2	899,2	
RC60A2		30,0	1,709	0,3088	2,13	899,2	899,2	899,2	
RC60B1		30,0	1,709	0,4444	1,69	1068,3	1068,3	1068,3	
RC60B2		30,0	1,709	0,4444	1,69	1068,3	1068,3	1068,3	
RC70B1		30,0	1,709	0,3936	1,83	1157,9	1157,9	1157,9	
PC30A1		30,0	1,709	0,4165	1,76	743,8	743,8	743,8	
PC60A2		30,0	1,709	0,2963	2,18	921,9	922,0	922,0	
PC60B1		30,0	1,709	0,4444	1,69	1068,3	1068,3	1068,3	
SH1		[34]	30,0	1,709	0,4256	1,74	1146,0	1146,1	1146,1
SH2			30,0	1,709	0,4315	1,72	1135,4	1135,5	1135,5
SH3	30,0		1,709	0,4133	1,77	1168,5	1168,5	1168,5	
SH4a	30,0		1,709	0,4477	1,68	1107,8	1107,8	1107,8	
SH4b	30,0		1,709	0,3938	1,83	1206,1	1206,1	1206,1	
SH5	30,0		1,709	0,4621	1,64	1084,1	1084,1	1084,1	
LB1	[36]	30,0	1,709	0,0602	2,50	76,7	300,7	76,8	

LB2		30,0	1,709	0,0623	2,50	77,9	294,8	77,9
LB3		30,0	1,709	0,0632	2,50	77,9	290,8	77,9
LB4		30,0	1,709	0,0530	2,50	77,5	344,9	77,6
LB5		30,0	1,709	0,0678	2,50	77,1	268,3	77,2
LB6		30,0	1,709	0,0630	2,50	77,9	291,7	77,9
LB7		30,0	1,709	0,0630	2,50	77,9	291,7	77,9
LB8		30,0	1,709	0,0630	2,50	77,5	290,3	77,5
LB9		30,0	1,709	0,0630	2,50	77,5	290,3	77,5
LB10		30,0	1,709	0,1258	2,50	155,8	291,9	155,8
G I (dir)	[37]	30,0	1,709	0,2342	2,50	1056,8	1063,6	1056,8
G II (dir)		30,0	1,709	0,1827	2,50	1056,8	1363,2	1056,8

A3. RESULTADOS INTERMÉDIOS DO PROCESSO DE CÁLCULO NO MODELO DE PIMENTEL NÍVEL II

		Pimentel Nível II									
		cotg θ' max	cotg θ'	V R,s	V R,max	M max	M	N _p	M _p	V R,calc	ϵ_x
		-	-	(kN)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN)	(%)
1		3,4	2,3	903	1367	3028	1991	0	0	903	2,000
3		3,4	3,4	662	709	2221	1111	0	0	662	1,483
5		3,4	2,5	891	896	2989	1872	0	0	891	1,995
7	[29]	3,4	2,7	797	801	2673	1601	0	0	797	1,784
11		3,4	3,3	642	646	2153	1109	0	0	642	1,437
25		3,4	2,3	903	1347	3028	2007	0	0	903	2,000
40		3,4	3,4	497	561	1666	833	0	0	497	1,112
T1	[30]	3,3	1,0	686	690	1715	1458	0	0	686	0,825
StbIII		4,8	1,7	439	441	1141	938	0	0	439	1,027
StbI	[31]	4,8	1,4	546	548	1418	1215	0	0	546	1,110
SpbIII		4,8	1,8	473	476	1377	1141	-4925	147	473	4,015
SpbI		4,8	1,5	597	600	1404	1166	-4925	-147	597	3,839
G8E	[32]	-	2,6	2125	2136	12218	1327	-6732	-6594	2125	3,822
RC30A1		4,3	1,6	656	659	2492	2046	0	0	656	1,237
RC30A2		4,3	1,6	656	659	2492	2046	0	0	656	1,237
RC60A1		4,3	1,9	806	810	3061	2389	0	0	806	1,295
RC60A2		4,3	1,9	806	810	3061	2389	0	0	806	1,295
RC60B1	[33]	4,3	1,6	1037	1043	3942	3198	0	0	1037	1,253
RC60B2		4,3	1,6	1037	1043	3942	3198	0	0	1037	1,253
RC70B1		4,3	1,7	1090	1095	4141	3321	0	0	1090	1,316
PC30A1		-	1,7	703	706	3053	2542	-798	-383	703	2,519
PC60A2		-	2,0	824	829	3765	3061	-1318	-633	824	2,717
PC60B1		-	1,6	1028	1034	3272	2542	1323	-635	1028	1,372
SH1	[34]	3,9	1,9	1224	1230	2306	1000	-1346	-3127	1224	0,000

SH2		3,9	1,7	1113	1119	3058	1977	-1346	-1886	1113	1,039
SH3		3,9	1,9	1240	1246	2267	927	-1346	-3237	1240	0,000
SH4a		2,8	1,6	1064	1070	3011	1724	-1346	-726	1064	1,426
SH4b		2,0	1,9	1266	1273	1631	-134	-1346	-1686	1266	0,000
SH5		3,1	1,8	1179	1185	1794	335	-1346	-2696	1179	0,000
LB1	[36]	-	3,8	116	116	139	0	-804	0	116	0,000
LB2		-	3,7	116	117	139	0	-786	0	116	0,000
LB3		-	3,7	116	116	139	0	-475	0	116	0,000
LB4		-	3,7	114	115	137	0	252	0	114	0,616
LB5		-	3,3	103	104	124	0	499	0	103	0,849
LB6		-	3,7	115	116	139	0	-797	0	116	0,000
LB7		-	3,7	114	115	137	0	-319	0	114	0,100
LB8		-	3,7	115	116	138	0	-512	0	115	0,000
LB9		-	3,6	111	111	133	0	0	0	110	0,395
LB10		-	3,0	185	186	222	0	-822	0	185	0,000
G I (dir)	[37]	3,2	2,2	923	927	2682	1708	-1791	-640	923	0,903
G II (dir)		3,2	2,4	999	1005	2973	1829	-1791	-627	1000	1,048

A4. RESULTADOS INTERMÉDIOS DO PROCESSO DE CÁLCULO NO MODEL CODE 2010 NÍVEL III

Model Code 2010 Nível III													
		k dg	θ	k c	K v	V R,s	V R,c	V R	V R,max	M max	M	ε x	V R,calc
		-	(°)	-	-	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	(‰)	(kN)
1	[29]	1,7	38	0,5	0	757	278	903	3069	3028	2131	1,26	903
3		1,7	35	0,5	0	278	354	632	3167	2120	1492	0,88	632
5		1,7	36	0,6	0	480	271	751	2379	2518	1773	1,05	751
7		1,7	36	0,6	0	408	284	692	2359	2321	1634	0,97	692
11		1,7	35	0,6	0	281	325	606	2660	2033	1431	0,85	606
25		1,7	38	0,5	0	757	269	903	2940	3028	2131	1,26	903
40		1,7	34	0,6	0	216	322	538	2292	1805	1270	0,75	538
T1	[30]	1,5	36	0,6	0	1292	63	1274	522	3186	2230	1,25	522
StbIII	[31]	1,5	35	0,4	0	369	56	426	525	1107	877	0,82	426
StbI		1,5	36	0,4	0	544	50	595	525	1546	1225	0,99	525
SpbIII		1,5	31	0,4	0	433	93	525	519	1513	1230	3,55	519
SpbI		1,5	32	0,4	0	642	74	716	519	1714	1327	3,61	519
G8E	[32]	3,0	29	0,4	0	1460	775	2235	4040	11445	-225	2,44	2235
RC30A1	[33]	1,5	36	0,6	0	574	82	655	722	2491	1917	1,05	655
RC30A2		1,5	36	0,6	0	574	82	655	722	2491	1917	1,05	655
RC60A1		1,5	36	0,5	0	587	118	705	1168	2678	2062	0,96	705
RC60A2		1,5	36	0,5	0	587	118	705	1168	2678	2062	0,96	705

RC60B1		1,5	36	0,5	0	869	118	987	1218	3752	2888	1,01	987
RC60B2		1,5	36	0,5	0	869	118	987	1218	3752	2888	1,01	987
RC70B1		1,5	36	0,4	0	867	129	996	1375	3784	2913	1,02	996
PC30A1		1,5	37	0,6	0	567	87	654	866	2867	2295	2,02	654
PC60A2		1,5	35	0,5	0	605	131	736	1218	3429	2785	2,13	736
PC60B1		1,5	36	0,5	0	857	114	971	1218	3054	2205	1,07	971
SH1	[34]	1,5	30	0,5	0	1135	255	1391	1325	3065	1464	0,17	1325
SH2		1,5	35	0,5	0	956	143	1099	1307	3031	1765	0,80	1099
SH3		1,5	30	0,4	0	1149	276	1425	1364	3106	1465	0,12	1364
SH4a		1,5	36	0,5	0	898	120	1018	1260	2882	1423	1,05	1018
SH4b		1,5	29	0,4	0	1191	339	1529	1432	2325	123	0,00	1432
SH5		1,5	29	0,5	0	1173	279	1453	1220	2865	888	0,05	1220
LB1	[36]	1,8	29	0,4	0	55	101	156	436	187	0	0,00	156
LB2		1,8	29	0,4	0	56	100	156	427	188	0	0,00	156
LB3		1,8	29	0,4	0	56	99	155	422	186	0	0,00	155
LB4		1,8	32	0,4	0	49	70	119	500	143	0	0,45	119
LB5		1,8	33	0,4	0	47	47	93	389	112	0	0,64	93
LB6		1,8	29	0,4	0	56	99	155	423	186	0	0,00	155
LB7		1,8	29	0,4	0	56	99	155	423	186	0	0,00	155
LB8		1,8	29	0,4	0	56	99	155	421	186	0	0,00	155
LB9		1,8	31	0,4	0	53	74	127	421	152	0	0,22	127
LB10		1,8	29	0,4	0	112	100	212	423	254	0	0,00	212
G I (dir)	[37]	1,4	33	0,5	0	640	198	838	1542	2364	1554	0,61	838
G II (dir)		1,4	34	0,4	0	633	231	864	1977	2458	1622	0,65	864

A5. ESFORÇO TRANSVERSO E MOMENTO FLECTOR OBTIDO NO PROGRAMA SAP2000

Coordenada	ItemType	V	M
(m)	-	(kN)	(kN.m)
0	Max	-375,25	-7,98
0	Min	-1197,63	-23,12
0,499	Max	-356,36	572,70
0,499	Min	-1178,74	173,64
0,499	Max	-358,56	567,08
0,499	Min	-1123,34	171,78
0,998	Max	-339,68	1112,12
0,998	Min	-1104,45	346,18
0,998	Max	-337,47	1102,91
0,998	Min	-1055,71	343,47
1,498	Max	-318,59	1604,89

Coordenada	ItemType	V	M
(m)	-	(kN)	(kN.m)
10,484	Max	303,31	5549,02
10,484	Min	-316,68	1930,37
10,484	Max	316,68	5549,03
10,484	Min	-303,32	1930,37
10,983	Max	335,57	5541,37
10,983	Min	-284,43	1925,96
10,983	Max	349,23	5542,52
10,983	Min	-271,34	1925,88
11,482	Max	368,12	5511,84
11,482	Min	-252,46	1912,81
11,482	Max	382,10	5512,53

1,498	Min	-1036,82	509,42
1,498	Max	-297,19	1596,60
1,498	Min	-996,80	506,81
1,997	Max	-278,30	2059,84
1,997	Min	-977,92	663,60
1,997	Max	-251,61	2053,74
1,997	Min	-943,96	661,39
2,496	Max	-232,72	2481,56
2,496	Min	-925,07	808,81
2,496	Max	-209,23	2477,96
2,496	Min	-895,20	807,01
2,995	Max	-190,34	2872,65
2,995	Min	-876,32	945,02
2,995	Max	-169,52	2871,07
2,995	Min	-849,33	943,66
3,495	Max	-150,63	3234,30
3,495	Min	-830,44	1072,31
3,495	Max	-131,63	3234,07
3,495	Min	-805,84	1071,32
3,994	Max	-112,74	3567,45
3,994	Min	-786,95	1190,69
3,994	Max	-95,52	3568,10
3,994	Min	-764,21	1190,03
4,493	Max	-76,63	3872,75
4,493	Min	-745,32	1300,19
4,493	Max	-60,89	3873,87
4,493	Min	-724,11	1299,80
4,992	Max	-42,00	4150,97
4,992	Min	-705,23	1400,82
4,992	Max	-27,47	4152,38
4,992	Min	-685,24	1400,67
5,492	Max	-8,58	4402,76
5,492	Min	-666,35	1492,64
5,492	Max	4,98	4404,22
5,492	Min	-647,40	1492,69
5,991	Max	23,87	4628,50
5,991	Min	-628,51	1575,70
5,991	Max	36,66	4629,90
5,991	Min	-610,42	1575,87
6,490	Max	55,55	4828,78
6,490	Min	-591,53	1649,99
6,490	Max	67,73	4829,99
6,490	Min	-574,16	1650,27

11,482	Min	-239,58	1912,63
11,982	Max	400,99	5458,54
11,982	Min	-220,69	1890,91
11,982	Max	415,85	5458,85
11,982	Min	-208,00	1890,65
12,481	Max	434,73	5381,49
12,481	Min	-189,11	1860,27
12,481	Max	449,99	5381,46
12,481	Min	-177,50	1859,95
12,980	Max	468,88	5280,32
12,980	Min	-158,62	1820,89
12,980	Max	484,58	5279,87
12,980	Min	-147,48	1820,54
13,479	Max	503,46	5154,88
13,479	Min	-128,59	1772,76
13,479	Max	519,65	5154,18
13,479	Min	-117,22	1772,40
13,979	Max	538,54	5004,83
13,979	Min	-98,33	1715,90
13,979	Max	555,27	5003,83
13,979	Min	-86,62	1715,56
14,478	Max	574,16	4830,01
14,478	Min	-67,73	1650,27
14,478	Max	591,53	4828,78
14,478	Min	-55,55	1649,99
14,977	Max	610,42	4629,88
14,977	Min	-36,66	1575,87
14,977	Max	628,52	4628,50
14,977	Min	-23,87	1575,70
15,476	Max	647,40	4404,22
15,476	Min	-4,98	1492,69
15,476	Max	666,35	4402,76
15,476	Min	8,58	1492,64
15,976	Max	685,24	4152,38
15,976	Min	27,47	1400,67
15,976	Max	705,23	4150,97
15,976	Min	42,00	1400,82
16,475	Max	724,11	3873,87
16,475	Min	60,89	1299,80
16,475	Max	745,32	3872,76
16,475	Min	76,63	1300,19
16,974	Max	764,21	3568,10
16,974	Min	95,52	1190,03

6,989	Max	86,62	5003,83
6,989	Min	-555,27	1715,56
6,989	Max	98,33	5004,84
6,989	Min	-538,54	1715,90
7,489	Max	117,22	5154,18
7,489	Min	-519,65	1772,40
7,489	Max	128,59	5154,88
7,489	Min	-503,46	1772,76
7,988	Max	147,48	5279,88
7,988	Min	-484,57	1820,54
7,988	Max	158,62	5280,33
7,988	Min	-468,88	1820,89
8,487	Max	177,50	5381,46
8,487	Min	-449,99	1859,95
8,487	Max	189,11	5381,49
8,487	Min	-434,73	1860,27
8,986	Max	208,00	5458,85
8,986	Min	-415,84	1890,65
8,986	Max	220,69	5458,55
8,986	Min	-400,99	1890,91
9,486	Max	239,58	5512,54
9,486	Min	-382,10	1912,63
9,486	Max	252,46	5511,86
9,486	Min	-368,12	1912,81
9,985	Max	271,34	5542,51
9,985	Min	-349,23	1925,88
9,985	Max	284,43	5541,38
9,985	Min	-335,56	1925,96
10,484	Max	303,31	5549,02
10,484	Min	-316,68	1930,37
10,484	Max	316,68	5549,03
10,484	Min	-303,32	1930,37

16,974	Max	786,95	3567,45
16,974	Min	112,74	1190,69
17,473	Max	805,84	3234,07
17,473	Min	131,63	1071,32
17,473	Max	830,44	3234,30
17,473	Min	150,63	1072,31
17,973	Max	849,33	2871,08
17,973	Min	169,52	943,66
17,973	Max	876,31	2872,65
17,973	Min	190,34	945,02
18,472	Max	895,20	2477,96
18,472	Min	209,23	807,01
18,472	Max	925,07	2481,56
18,472	Min	232,72	808,81
18,971	Max	943,96	2053,74
18,971	Min	251,61	661,39
18,971	Max	977,92	2059,84
18,971	Min	278,30	663,60
19,470	Max	996,80	1596,60
19,470	Min	297,19	506,81
19,470	Max	1036,82	1604,89
19,470	Min	318,59	509,42
19,970	Max	1055,71	1102,91
19,970	Min	337,47	343,47
19,970	Max	1104,46	1112,12
19,970	Min	339,68	346,18
20,469	Max	1123,34	567,08
20,469	Min	358,56	171,78
20,469	Max	1178,74	572,70
20,469	Min	356,36	173,64
20,968	Max	1197,63	-7,98
20,968	Min	375,25	-23,12

