

UTILIZAÇÃO DE TMDs DE GRANDES DIMENSÕES NO CONTROLO DA RESPOSTA DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS

JOSÉ EDUARDO ASSUNÇÃO TORRES BARROS

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Carlos Manuel Ramos Moutinho

JULHO DE 2010

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2009/2010

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2009/2010 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2010.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Aos meus Pais,
e ao meu Avô José Barros

A mente que se abre a uma nova ideia jamais volta ao seu tamanho original

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Serve esta secção para eu prestar o meu sincero agradecimento a todas as pessoas que directa ou indirectamente contribuíram, e me ajudaram nas mais diversas formas, para conseguir alcançar os meus objectivos, não só na elaboração e concretização desta tese, mas também em toda a minha formação académica ao longo destes 17 longos anos, mas com particular ênfase a estes 5 últimos.

Em primeiro lugar, quero prestar um especial agradecimento aos meus pais que sempre me apoiaram e ajudaram incondicionalmente em todas as lutas académicas que enfrentei, consistindo assim numa força de motivação extra e assumindo deste modo a forma de pilar essencial em toda a minha formação, tanto académica como pessoal.

Ao Professor Carlos Moutinho, o meu muito obrigado pela dedicação, pela partilha de conhecimento, por toda a motivação e pelas inúmeras horas dispendidas no meu apoio, para tornar esta tese uma realidade.

Agradeço também a todos os professores que fizeram parte da minha carreira académica, e que contribuíram de forma significativa para a minha formação e gosto pela profissão que escolhi, nomeadamente o Professor Raimundo Delgado e o Professor Pedro Pacheco, responsáveis por umas fantásticas aulas de Teoria das Estruturas, que possuem uma parte da culpa de eu ter optado pela opção de Estruturas, e de ter ganho um verdadeiro gosto por este ramo acima de qualquer outro.

Por último, gostava de agradecer aos meus amigos e colegas de curso, companheiros destes últimos 5 anos, por o bom ambiente sempre vivido na Faculdade e por todos os momentos e provas de amizade transmitidas, e em particular ao Carlos Cunha e ao Marco Fernandes o meu muito obrigado por todas as longas e longas horas de saudáveis discussões, praticamente sempre no âmbito de questões de nível estrutural, e por todas as dicas informáticas que foram partilhando.

Por tudo isto e muito mais, cada um de forma mais ou menos representativa, contribuíram para aquilo que sou hoje, tanto a nível académico como a nível pessoal.

O meu muito obrigado a todos!

RESUMO

Este documento centra-se no estudo de um sistema de controlo de vibrações estruturais denominado por amortecedor de massas sintonizadas (vulgarmente designado por TMD) de grandes dimensões, destinado a controlar a resposta da estrutura em situações de solicitações sísmicas.

Os amortecedores de massas sintonizadas de grandes dimensões conseguem transformar uma estrutura num sistema fortemente amortecido, constituindo um procedimento vantajoso para minimizar a resposta da estrutura sob acções sísmicas.

Em primeiro lugar, é apresentado este tipo de aparelhos de controlo, nomeadamente no que diz respeito à sua constituição e ao seu comportamento. São também comparados os resultados obtidos fazendo variar alguns dos seus parâmetros. São igualmente apresentados alguns exemplos práticos de instalações de TMDs bem sucedidas e é feita uma ligeira referência a outros tipos de sistemas de controlo de vibrações, comparando o seu comportamento com o dos TMDs.

Além disso, esta tese contém um método para se encontrar os parâmetros óptimos de dimensionamento de TMDs de grandes dimensões, resultando na apresentação de ábacos de dimensionamento que possibilitam de uma maneira prática, fácil e rápida alcançar a melhor eficácia de funcionamento para cada TMD. São estudados exemplos de aplicação de TMDs em duas estruturas, que consistem num pórtico de 5 pisos e outro de 15 pisos, tendo cada um deles características de ductilidade bastante diferentes, para posterior comparação da eficácia do TMD em cada uma dessas situações.

Para finalizar, são tiradas conclusões e analisados os efeitos da instalação do TMD em cada um dos edifícios, e são propostas algumas futuras investigações para melhorar a eficácia e a viabilidade deste tipo de sistemas de controlo de vibrações.

PALAVRAS-CHAVE: Amortecimento estrutural, vibrações, TMD, solicitações sísmicas, controlo estrutural.

ABSTRACT

This document focuses on the study of a specific structural vibration control system, called Tuned Mass Dampers (TMD) with heavy mass, acting on particular situations of seismic loads.

The Tuned Mass Dampers with heavy mass can transform the structures in heavily damped systems. This represents their main advantage, since they minimize the structure response in seismic situations.

First of all, one presents this type of control devices, introducing their constitution and behavior. Furthermore, a study is carried out where different results of TMDs are compared depending on variations of some of their parameters. Some examples of successful TMD's implementations on real structures are presented, as well as other different types of vibration control systems. These last ones are compared to TMDs.

This thesis contains a method to find out the optimal values of TMD's characteristics. This method results in design graphics, that ensures it is, still, a practical, fast and effective way to achieve the best efficiency on each TMD. Therefore, studies applications of TMDs on two different structural systems were developed: one consisting of a five storey high building and the other of a fifteen storey high building. These two applications are subdivided into four different analyzes. For each building it is evaluated its behavior considering two different ductility characteristics. Consequently, one can compare the TMD's efficiency on each situation.

To finish, one presents the conclusions and analyzes the numerical effects of TMD's installation on each building. In the same chapter one suggests future investigations to improve the effectiveness and the feasibility of this vibrations control system.

KEYWORDS: Structural damping, vibrations, TMD, seismic loads, structural control.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. ENQUADRAMENTO DO PROBLEMA EM ANÁLISE	1
1.2. OBJECTIVOS DESTE ESTUDO	2
1.3. BREVE DESCRIÇÃO DA ORGANIZAÇÃO DA TESE	3
2. APLICAÇÃO DE TMDs A ESTRUTURAS	5
2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. APRESENTAÇÃO DO SISTEMA E PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO	5
2.2.1. ESTRUTURAS SEM AMORTECIMENTO	6
2.2.2. ESTRUTURAS COM AMORTECIMENTO	11
2.3. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO EM ESTRUTURAS	15
2.4. OUTROS SISTEMAS DE CONTROLO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS	21
3. ANÁLISE DE TMDs DE GRANDES DIMENSÕES	29
3.1. INTRODUÇÃO	29
3.2. COMPORTAMENTO DAS ESTRUTURAS PERANTE UM SISMO – AS VANTAGENS DE TMDs DE GRANDES DIMENSÕES	30
3.2.1. BREVES GENERALIDADES DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL	30
3.2.2. ESTRUTURAS FORTEMENTE AMORTECIDAS	31
3.3. ANÁLISE EM ESPAÇO DE ESTADO	33
3.3.1. MATRIZ DE AMORTECIMENTO CLÁSSICO – AMORTECIMENTO DE RAYLEIGH	33
3.3.2. MATRIZ DE ESTADO	35
3.4. ÁBACOS DE DIMENSIONAMENTO DE TMDs DE GRANDES DIMENSÕES	36
3.5. GENERALIZAÇÃO PARA ESTRUTURAS COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE	42
3.6. INSTALAÇÃO DE UM TMD – CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS	42

4. EXEMPLOS DA APLICAÇÃO DE TMDs DE GRANDES DIMENSÕES A ESTRUTURAS	47
4.1. INTRODUÇÃO	47
4.2. ESPECTROS DE RESPOSTA REGULAMENTARES	47
4.3. PÓRTICO DE 5 PISOS	50
4.3.1. ESTRUTURA SEM SISTEMA DE CONTROLO	50
4.3.1.1. Com Coeficiente de Comportamento de 2.5	50
4.3.1.2. Com Coeficiente de Comportamento de 1.5	58
4.3.2. ESTRUTURA COM SISTEMA DE CONTROLO	61
4.3.3. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS DA ESTRUTURA COM E SEM SISTEMA DE CONTROLO	68
4.4. PÓRTICO DE 15 PISOS	71
4.4.1. ESTRUTURA SEM SISTEMA DE CONTROLO	71
4.4.1.1. Com Coeficiente de Comportamento de 2.5	71
4.4.1.2. Com Coeficiente de Comportamento de 1.5	79
4.4.2. ESTRUTURA COM SISTEMA DE CONTROLO	83
4.4.3. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS DA ESTRUTURA COM E SEM SISTEMA DE CONTROLO	95
 5. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	101
5.1. CONCLUSÕES	101
5.2. PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO FUTURO	104
 BIBLIOGRAFIA	105

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo teórico de um oscilador sem amortecimento	6
Figura 2 – FRF de um sistema com 1 G.L. não amortecido	6
Figura 3 – Modelo teórico de funcionamento de um TMD numa estrutura sem amortecimento.....	7
Figura 4 – FRF do sistema do oscilador sem amortecimento com TMD ($\xi_2 = 20\%$, $\mu = 0.15$ e $q = 0.85$).....	8
Figura 5 – FRF do sistema com TMD com $\mu=0.20$ e $q=0.90$, adaptado de [6].....	9
Figura 6 – FRF do sistema com TMD com $\mu=0.20$ e $q=0.80$, adaptado de [6].....	9
Figura 7 – FAD da massa principal m_1 , com diferentes valores de q , adaptado de [6].....	11
Figura 8 – Modelo teórico de um oscilador com amortecimento	11
Figura 9 – FRF de um sistema com 1 G.L. amortecido	12
Figura 10 – Modelo teórico de funcionamento de um TMD numa estrutura com amortecimento.....	12
Figura 11 – FRF da massa principal m_1 com TMD com $\xi_1=0.01$, $\mu=0.20$ e $q=0.85$, adaptado de [6] ..	13
Figura 12 – FRF da massa principal m_1 com TMD com $\xi_1=0.10$, $\mu=0.20$ e $q=0.85$, adaptado de [6] ..	13
Figura 13 – Valor de q_{opt} para μ até 0.05	14
Figura 14 – Valor do amortecimento óptimo do sistema adicional para μ até 0.05.....	14
Figura 15 – Edifício CN Tower em Toronto, Canadá [9].....	16
Figura 16 – Edifício Taipei 101 [10].....	16
Figura 17 – TMD instalado no edifício Taipei 101 [3].....	17
Figura 18 – Edifício Hancock Tower, em Boston [11]	17
Figura 19 – Edifício Citigroup Center, em New York [11]	18
Figura 20 – Torre de Sydney, Sydney [14]	19
Figura 21 – Alçado e planta da ponte Pedro e Inês [15].....	19
Figura 22 – Ponte Pedro e Inês sobre o Rio Mondego, Coimbra [16]	20
Figura 23 – TMD instalado na Ponte Pedro e Inês [3].....	20
Figura 24 – Exposição dos diferentes tipos de controlo de vibrações, adaptado de [3].....	21
Figura 25 – Fotografia do hotel Cosima [11].....	23
Figura 26 – Amortecedor viscoso instalado numa ponte pedonal [3]	23
Figura 27 – Representação de um amortecedor viscoelástico [6].....	24
Figura 28 – Constituição de um amortecedor friccional e seu aspecto depois de instalado num edifício, [6] e [3]	24
Figura 29 – Exemplo de um amortecedor histerético [3]	25
Figura 30 – Isolamento de base instalado no Hospital da Luz	26

Figura 31 – Actuador instalado na estrutura do Applause Tower [3]	26
Figura 32 – Edifício Kajima Technical Research Institute [3]	27
Figura 33 – Edifício Shinjuku Park Tower	28
Figura 34 – Função de Resposta em Frequência com amortecimento óptimo e com amortecimentos maiores	32
Figura 35 – Amortecimento de Rayleigh em função da frequência	34
Figura 36 – Modelo usado para a realização de ábacos de dimensionamento	36
Figura 37 – Valor de q_{opt} para μ até 0.50	38
Figura 38 – Valor do amortecimento óptimo do TMD para μ até 0.50	39
Figura 39 – Valor do amortecimento estrutural final para μ até 0.50	40
Figura 40 – Comparação entre o amortecimento final real alcançado e a média dos amortecimentos	41
Figura 41 – Exemplo de instalação de um TMD com pilares contraventados	43
Figura 42 – Exemplo de instalação de um TMD com pilares não contraventados	44
Figura 43 – Exemplo da utilização de dois pisos como massa para o TMD	45
Figura 44 – Forma dos espectros regulamentares	48
Figura 45 – Esquema do pórtico de 5 pisos	50
Figura 46 – Esquema do pórtico de 15 pisos	71

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 – Frequências naturais e amortecimentos modais do pórtico de 5 pisos sem controlo	52
Quadro 2 – Massas modais efectivas dos dois primeiros modos de vibração	53
Quadro 3 – Massas modais e factores modais de excitação sísmica	54
Quadro 4 – Coeficientes para cálculo de acelerações espectrais	54
Quadro 5 – Acelerações espectrais de cálculo para os dois primeiros modos de vibração	55
Quadro 6 – Coordenadas modais	56
Quadro 7 – Acelerações espectrais de cálculo para os dois primeiros modos de vibração	59
Quadro 8 – Coordenadas modais	59
Quadro 9 – Frequências naturais e amortecimentos modais da estrutura principal de 4 pisos	62
Quadro 10 – Características do TMD a usar e amortecimento final conseguido	63
Quadro 11 – Frequências naturais e amortecimentos modais do pórtico de 5 pisos com controlo	65
Quadro 12 – Massas modais e factores modais de excitação sísmica	66
Quadro 13 – Acelerações espectrais elásticas para os três primeiros modos de vibração	66
Quadro 14 – Coordenadas modais	67
Quadro 15 – Factores de multiplicação para estrutura com $q=2.5$	69
Quadro 16 – Factores de multiplicação para estrutura com $q=1.5$	70
Quadro 17 – Frequências naturais e amortecimentos modais do pórtico de 15 pisos sem controlo ...	74
Quadro 18 – Massas modais efectivas dos três primeiros modos de vibração	75
Quadro 19 – Massas modais e factores modais de excitação sísmica	76
Quadro 20 – Acelerações espectrais de cálculo para os dois primeiros modos de vibração	76
Quadro 21 – Coordenadas modais	76
Quadro 22 – Acelerações espectrais de cálculo para os dois primeiros modos de vibração	80
Quadro 23 – Coordenadas modais	80
Quadro 24 – Amortecimento final alcançado em função do nº de pisos mobilizados	83
Quadro 25 – Frequências naturais e amortecimentos modais da estrutura principal de 13 pisos	86
Quadro 26 – Características do TMD a usar e amortecimento final conseguido	87
Quadro 27 – Frequências naturais e amortecimentos modais do pórtico de 15 pisos com controlo ...	89
Quadro 28 – Massas modais e factores modais de excitação sísmica	90
Quadro 29 – Acelerações espectrais elásticas para os quatro primeiros modos de vibração	91
Quadro 30 – Coordenadas modais	91
Quadro 31 – Factores de multiplicação para estrutura com $q=2.5$	97

Quadro 32 – Factores de multiplicação para estrutura com $q=1.5$	99
--	----

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

m_1 – massa do sistema principal

k_1 – rigidez do sistema principal

ω_1 – frequência natural de vibração do sistema principal

c_1 – constante de amortecimento do sistema principal

ξ_1 – coeficiente de amortecimento do sistema principal

$x_1(t)$ – deslocamento da massa principal

$F(t)$ – acção harmónica exterior

ω – frequência de excitação de $F(t)$

r_1 – razão entre a frequência de excitação e a frequência natural do sistema principal

m_2 – massa do sistema adicional

k_2 – rigidez do sistema adicional

ω_2 – frequência natural de vibração do sistema adicional

c_2 – constante de amortecimento do sistema adicional

ξ_2 – coeficiente de amortecimento do sistema adicional

$x_2(t)$ – deslocamento da massa adicional

q – razão entre a frequência natural do sistema adicional e a frequência natural do sistema principal/coeficiente de comportamento da estrutura

μ – razão entre a massa do sistema adicional e a massa do sistema principal

m_{TMD} – massa do TMD (t)

k_{TMD} – rigidez do TMD (kN/m)

ω_{TMD} – frequência natural de vibração do TMD (rad/s)

c_{TMD} – constante de amortecimento do TMD (t/s)

ξ_{TMD} – coeficiente de amortecimento do TMD (%)

ξ_{final} – coeficiente de amortecimento final na estrutura após a instalação de sistemas de controlo (%)

M – matriz de massa da estrutura (t)

K – matriz de rigidez da estrutura (kN/m)

C – matriz de amortecimento da estrutura (t/s)

a_0, a_1 – coeficientes para a definição da matriz de amortecimento clássico

M_n – massa modal da estrutura (t)

K_n – rigidez modal da estrutura (kN/m)

ω_n – frequência natural de vibração da estrutura do modo n (rad/s)

C_n – constante de amortecimento modal da estrutura (t/s)

ξ_n – coeficiente de amortecimento modal da estrutura (%)

A – matriz de estado

ξ_i – coeficiente de amortecimento para o i-ésimo modo de vibração (%)

ω_i – frequência natural de vibração da estrutura para o i-ésimo modo de vibração (rad/s)

T_i – período de vibração da estrutura do i-ésimo modo de vibração (s)

T_B, T_C, T_D, S – coeficientes para a definição da aceleração sísmica espectral

a_g – valor de cálculo da aceleração na base à superfície de um terreno do tipo A (m/s^2)

a_{gR} – valor de referência para a aceleração máxima na base, num terreno do tipo A (m/s^2)

γ_1 – coeficiente de importância da estrutura

η – coeficiente de correcção do amortecimento

$S_d(T)$ – aceleração espectral de cálculo (m/s^2)

$S_e(T)$ – aceleração espectral elástica (m/s^2)

M_i – massa modal do i-ésimo modo de vibração (t)

L_i – factor modal de excitação sísmica do i-ésimo modo de vibração (t)

y_i – coordenadas modais (m)

u_i – deslocamentos modais da estrutura (m)

$u_{elásticos}$ – deslocamentos finais elásticos da estrutura (m)

u_{reais} – deslocamentos finais reais da estrutura (m)

F_i – forças modais da estrutura (kN)

F_{finais} – forças finais da estrutura (kN)

TMD – Tuned Mass Damper (Amortecedor de Massa Sintonizada)

TLD – Tuned Liquid Damper (Amortecedor de Líquido Sintonizado)

AMD – Active Mass Damper (Amortecedor de Massa Activa)

HMD – Hybrid Mass Damper (Amortecedor de Massa Híbrida)

G. L. – Grau de Liberdade

FRF – Função de Resposta em Frequência

FAD – Factor de Amplificação Dinâmica

EC8 – Eurocódigo 8

RSA – Regulamento de Segurança e Acções

FEMA 356 – Federal Emergency Management Agency 356

MME – Massa Modal Efectiva

1

INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO DO PROBLEMA EM ANÁLISE

As estruturas das aplicações de Engenharia Civil estão sujeitas a carregamentos estáticos, como é o caso, por exemplo, do seu peso próprio ou revestimentos, e a carregamentos dinâmicos como o vento, sismos, acção dos peões em pontes pedonais, vibrações de máquinas industriais nas lajes que as suportam, entre outros. As acções dinâmicas possuem uma natureza diferente das estáticas, facto justificado por não serem constantes ao longo do tempo, obedecendo a uma determinada lei de variação temporal, e por isto mesmo, induzem nas estruturas vibrações provocando movimentos cíclicos, caracterizados por determinadas acelerações, velocidades e deslocamentos máximos. Este tipo de acções podem ter as mais variadas origens, humanas ou naturais, sendo que é fundamental as estruturas conseguirem responder de forma eficaz e segura, com o objectivo de manter ao máximo a sua estabilidade estrutural preservando assim bens, instalações e, o mais importante de tudo, vidas humanas.

Devido às referidas acções dinâmicas, podem ser introduzidas nas estruturas vibrações que põem em causa a sua segurança estrutural, ou o conforto na sua utilização. Para controlar estas situações, quando não é possível ou viável aumentar a rigidez da estrutura para melhorar o seu desempenho, podem ser instalados sistemas de amortecimento para minimizar deslocamentos e/ou acelerações, de forma a obter uma resposta mais satisfatória em solicitações dinâmicas. O âmbito desta tese, é o estudo da eficiência de um determinado tipo de amortecedores, denominados por amortecedores de massas sintonizadas, vulgarmente designados por TMDs (Tuned Mass Dampers), de grandes dimensões, no controlo da resposta estrutural de edifícios em situações de sismo. Perante um sismo, são induzidas às estruturas maiores ou menores acelerações, dependendo da intensidade deste. Este tipo de solicitação pode causar danos graves nas estruturas, quando provocam deslocamentos difíceis de serem comportados.

O controlo da resposta estrutural através da utilização de amortecedores de massas sintonizadas foi proposto, pela 1ª vez, em 1909, [1], apesar da 1ª investigação teórica ter surgido apenas em 1928, a cargo dos investigadores Ormondroyd e Den Hartog [2]. Apesar de constituir um assunto já há algum tempo abordado no estrangeiro, principalmente no Japão e nos Estados Unidos da América, em Portugal é uma matéria relativamente recente, sendo que, das primeiras aplicações em território nacional deste tipo de equipamentos aconteceu na Ponte Pedro e Inês, em Coimbra, tendo esta sido inaugurada no ano de 2006.

A Engenharia Civil acompanha a constante evolução tecnológica e científica verificada nos tempos modernos, pelo que as suas construções são cada vez maiores e mais complexas. Como exemplos das mais modernas e arrojadas estruturas, pode-se referir verdadeiras obras de arte da Engenharia Estrutural, como é o caso do edifício mais alto do Mundo, no Dubai, actualmente denominado por Burj Khalifa Bin Zayid e antigamente conhecido como Burj Dubai, com um total de 828 metros de altura, e a Ponte Akashi-Kaikyo, localizada no Japão e ostentando um vão de 1991 metros, o que o torna o maior vão do Mundo. Este aumento de dimensão e de complexidade aumenta a vulnerabilidade das estruturas às vibrações induzidas pelas acções dinâmicas, o que pode fazer com que estas atinjam facilmente níveis de deslocamentos demasiado elevados, pondo em causa o conforto exigido pelos seus utilizadores. Com a utilização de amortecedores, nomeadamente TMDs, esses deslocamentos podem ser controlados, minimizando-os para níveis tidos como aceitáveis ou mesmo imperceptíveis para os utilizadores, e que não prejudicam a segurança estrutural das construções.

Como exemplos de aplicação destes dispositivos, pode-se referir a Ponte Akashi-Kaikyo na qual foram instalados 20 TMDs nas duas torres para amortecer as vibrações dos pilares durante a fase construtiva, e um dos edifícios mais altos do Mundo, o Taipei 101, localizado em Taiwan e com uma altura total de 510 metros, que possui um TMD de funcionamento pendular com uma massa esférica de 660 toneladas e 5.5 metros de diâmetro, [3] e [4].

Este tipo de equipamentos nas estruturas pode também ser instalado para efeitos de reabilitação estrutural, aumentando a capacidade dissipativa de energia em estruturas já construídas, incrementando assim a sua resistência a acções dinâmicas provenientes de sismos ou de outras solicitações. Um caso bem conhecido deste tipo de intervenção, é o da Ponte Millennium, em Londres. No dia da sua inauguração, esta estrutura sofreu importantes deslocamentos já que a frequência da passada dos peões levou a fenómenos de ressonância, tendo sido por isso necessário encerrá-la para obras de reabilitação. A solução consistiu na instalação, ao longo do tabuleiro, de 37 amortecedores viscosos e 52 TMDs, [3], sendo que a partir da data da sua reabertura, a Ponte Millenium não voltou a ter problemas de vibrações excessivas.

1.2. OBJECTIVOS DESTE ESTUDO

Esta tese incide todo o seu estudo na análise do comportamento e eficácia de TMDs, particularmente em situações de solicitação sísmica. São estudados TMDs de grandes dimensões e referenciadas as suas vantagens no controlo da resposta estrutural durante um sismo, culminando na realização de ábacos de dimensionamento para determinação dos seus parâmetros óptimos de amortecimento e rigidez.

São também estudadas aplicações de TMDs em estruturas porticadas de edifícios, com diferentes alturas e usando como massa do TMD a massa já existente na estrutura, mais propriamente aproveitando os pisos dos pórticos para conseguir esse efeito. O objectivo deste estudo numérico é descobrir as vantagens, em termos de comportamento estrutural, do uso deste tipo de TMDs para controlo da resposta perante as solicitações sísmicas regulamentares. Faz também parte deste estudo descobrir as diferenças, nomeadamente através das suas vantagens e desvantagens, da instalação deste tipo de sistemas de controlo em estruturas dúcteis e com capacidade para dissipar alguma energia, e em estruturas mais rígidas e consequentemente mais frágeis. Devido à utilização dos próprios pisos da estrutura como massa a ser usada pelo TMD, são também referenciadas algumas considerações práticas para permitir a exequibilidade de tal consideração.

1.3. BREVE DESCRIÇÃO DA ORGANIZAÇÃO DA TESE

Após o primeiro capítulo introdutório, é feita a apresentação do modo de funcionamento deste tipo de amortecedores aplicados de forma idealizada a osciladores simplificados de um grau de liberdade, bem como é apresentada a definição das suas características óptimas. Ainda no segundo capítulo, são expostos diversos exemplos de estruturas nas quais foram instalados TMDs para controlarem as suas respostas, sendo apresentados também alguns outros tipos de sistemas de controlo.

No terceiro capítulo é iniciado a análise de amortecedores de massas sintonizadas de grandes dimensões, bem como são expostas as vantagens destes no controlo da resposta das estruturas perante as acções sísmicas. São também apresentados os métodos da obtenção da matriz de amortecimento clássico das estruturas, bem como o do Espaço de Estado, referindo a utilidade do seu uso no cálculo estrutural. Neste mesmo capítulo são apresentados ábacos de dimensionamento de TMDs de grandes dimensões, como um dos resultados do trabalho elaborado ao longo desta tese. O terceiro capítulo termina com considerações práticas sobre a instalação de TMDs, particularmente quando são utilizados os próprios pisos da estrutura como sua massa.

No quarto e penúltimo capítulo, são apresentados os resultados da aplicação de TMDs para controlo da resposta sísmica em dois edifícios, um de 5 pisos e outro de 15 pisos, participando ainda na análise coeficientes de comportamento diferentes para cada um dos edifícios, comparando os resultados com e sem a aplicação destes amortecedores, podendo assim concluir sobre as suas vantagens.

Por fim, no quinto e último capítulo são apresentadas as conclusões deste estudo bem como referenciadas as principais perspectivas de desenvolvimento e de trabalhos futuros nesta matéria.

2

APLICAÇÃO DE TMDs A ESTRUTURAS

2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentado e explicado a constituição e modo de funcionamento de um TMD aplicado a uma estrutura, começando por um oscilador de um grau de liberdade, considerando-se exemplos teóricos de sistemas sem amortecimento e sistemas com amortecimento. São apresentados os comportamentos de sistemas com e sem TMD, através da sua resposta em função da frequência, onde se pode avaliar o desempenho do sistema de controlo na redução da amplificação dos deslocamentos devido à natureza dinâmica das solicitações. Não é feita qualquer demonstração de fórmulas, sendo, no entanto, exposto e explicado detalhadamente o comportamento dos sistemas em estudo, bem como apresentadas as principais fórmulas e conceitos imprescindíveis para a compreensão desta tese e deste assunto em geral. A demonstração das fórmulas aqui usadas pode ser consultada na bibliografia da especialidade, nomeadamente na que é referenciada ao longo deste trabalho.

Também faz parte deste capítulo a apresentação de casos reais da aplicação de amortecedores de massas sintonizadas em estruturas, principalmente em edifícios arranha-céus, já que estas estruturas são mais vulneráveis nomeadamente a vibrações induzidas pela acção do vento. É também feita referência à ponte pedonal Pedro e Inês, em Coimbra, estrutura esta que constitui um marco na utilização de TMDs em Portugal. É ainda feita uma pequena exposição de outros tipos de sistemas de controlo, nomeando as principais diferenças na sua constituição e funcionamento entre estes e os TMDs.

2.2. APRESENTAÇÃO DO SISTEMA E PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

Os amortecedores de massas sintonizadas (TMDs) consistem num sistema ao qual está associado uma massa adicional ligada à estrutura principal através de uma mola e de um amortecedor, sendo que esta massa está sintonizada para actuar sobre uma determinada frequência natural da estrutura. Consiste num sistema de amortecimento passivo, e possui algumas vantagens em relação a outros tipos de sistemas de controlo, nomeadamente na economia, na facilidade de manutenção destes dispositivos e na não necessidade de alimentação de energia eléctrica, o que em caso de sismo, torna-se numa vantagem bastante importante.

Originalmente, este sistema foi sugerido em 1909 por Hermann Frahm [1], ainda sem o sistema de amortecimento integrado e essencialmente vocacionado para o controlo de vibrações na Engenharia Mecânica tendo sido, portanto, pensado para ser aplicado na área industrial. Em 1928, Ormondroyd e Den Hartog aprofundaram esta investigação em osciladores de um grau de liberdade e já integrando

um amortecedor como parte do sistema, sendo que, posteriormente este método foi adaptado para o controlo de vibrações em estruturas.

2.2.1. ESTRUTURAS SEM AMORTECIMENTO

Considere-se inicialmente um sistema de um grau de liberdade (1 G.L.) sem amortecimento, com uma massa principal m_1 ligada ao exterior através de uma mola com rigidez k_1 , tal como está representado na Figura 1.

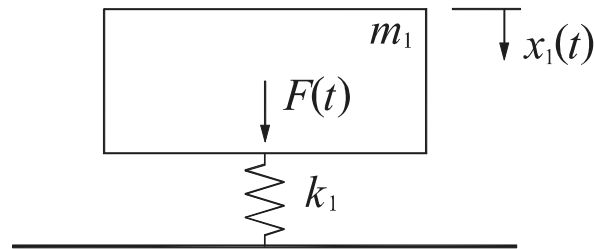


Figura 1 – Modelo teórico de um oscilador sem amortecimento

Este sistema de 1 G.L. possui uma frequência natural de vibração, ω_1 , dada pela fórmula

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad (1)$$

sendo que, quando sobre a massa m_1 actua uma força $F(t)$ com uma frequência de excitação ω , o sistema entra em vibração e responde em função da razão entre frequências de vibração, r_1 . A Função de Resposta em Frequência (FRF), também designada por Factor de Amplificação Dinâmica (FAD), do sistema em análise encontra-se traduzida na imagem seguinte.

$$r_1 = \frac{\omega}{\omega_1} \quad (2)$$

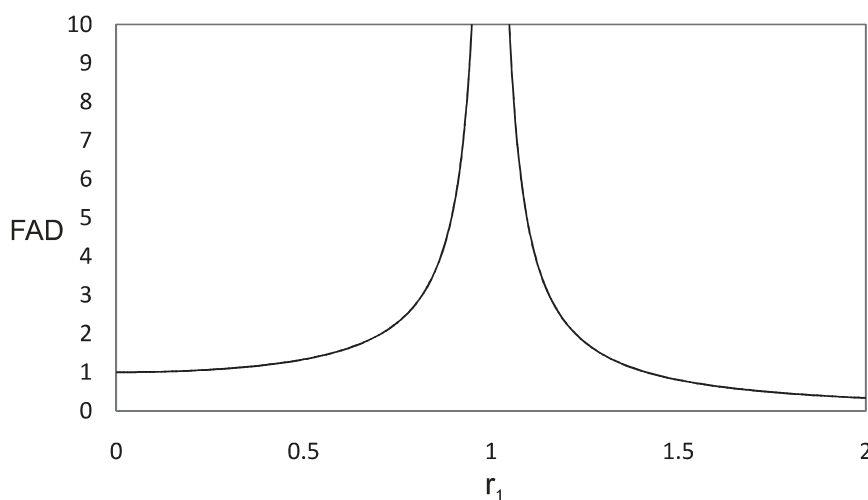


Figura 2 – FRF de um sistema com 1 G.L. não amortecido

O Factor de Amplificação Dinâmica traduz a razão entre o deslocamento máximo do oscilador quando sujeito à força $F(t)$ e o deslocamento se a mesma força fosse aplicada de forma estática. Desta forma, percebe-se que, no caso de sistemas sem amortecimento, os deslocamentos máximos devido a uma acção dinâmica tendem para infinito quando r_1 se aproxima de 1.0, valor este que traduz a ressonância do sistema.

Mantendo o sistema principal inalterado, mas implementando-lhe agora um sistema adicional composto por uma massa m_2 , uma mola com rigidez k_2 e um amortecedor com constante de amortecimento c_2 , a resposta da estrutura quando a massa principal é excitada vai ser diferente, sendo a FRF também alterada. Este novo sistema está representado na Figura 3.

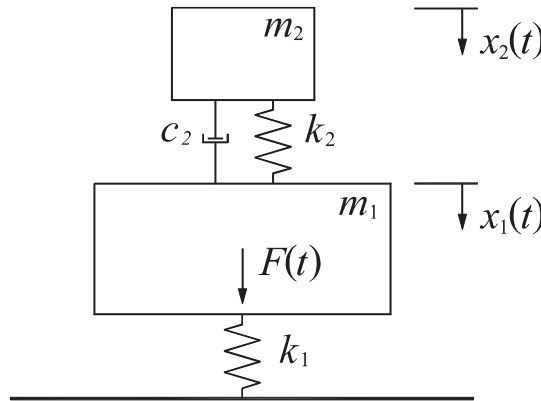


Figura 3 – Modelo teórico de funcionamento de um TMD numa estrutura sem amortecimento

A massa m_2 do sistema adicional está acoplada como um TMD ao sistema principal, em que o seu dimensionamento consiste em descobrir os parâmetros óptimos do seu amortecimento e rigidez, de modo que o deslocamento da massa principal, $x_1(t)$, seja o mais baixo possível quando sobre esta esteja a actuar uma carga harmónica $F(t)$. Com esta alteração do sistema, o que inicialmente era um sistema de um grau de liberdade, passou a ser um sistema com dois graus de liberdade (2 G.L.), passando a haver duas frequências naturais de vibração. O comportamento deste sistema foi estudado por Den Hartog, [5], sendo seguidamente apresentado o raciocínio para a compreensão do seu comportamento, e do efeito da introdução de um amortecedor de massas sintonizadas em função das suas características.

De forma análoga ao sistema principal, a frequência natural de vibração do sistema adicional (TMD) é dado pela fórmula

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (3)$$

Possuindo o valor das duas frequências naturais dos dois sistemas (principal e adicional) do modelo em estudo, surge assim o valor de q dado por

$$q = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (4)$$

que representa o quociente entre as duas frequências naturais conhecidas. Da mesma forma, surge a relação entre as massas dos dois sistemas

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} \quad (5)$$

No que diz respeito ao amortecimento do TMD, este é definido por

$$c_2 = 2\xi_2 m_2 \omega_2 \quad (6)$$

ou se a equação (6) for organizada de maneira diferente

$$\xi_2 = \frac{c_2}{2\sqrt{k_2 m_2}} \quad (7)$$

em que ξ_2 é o coeficiente de amortecimento do sistema adicional, podendo ser interpretado como percentagem do amortecimento crítico do TMD.

Com a instalação do TMD, os deslocamentos da massa principal já não crescem até ao infinito como acontecia inicialmente, sendo que na FRF do sistema surgem dois máximos relativos respeitantes às duas novas frequências naturais amortecidas de vibração (diferentes de ω_1 e ω_2), e não apenas um pico como acontecia no problema de 1 G.L.. Se for considerado um TMD com um ξ_2 de 20%, um μ de 0.15 e um q igual a 0.85, a Função de Resposta em Frequência é a apresentada na Figura 4, onde é possível também comparar a resposta da massa principal m_1 com e sem controlo.

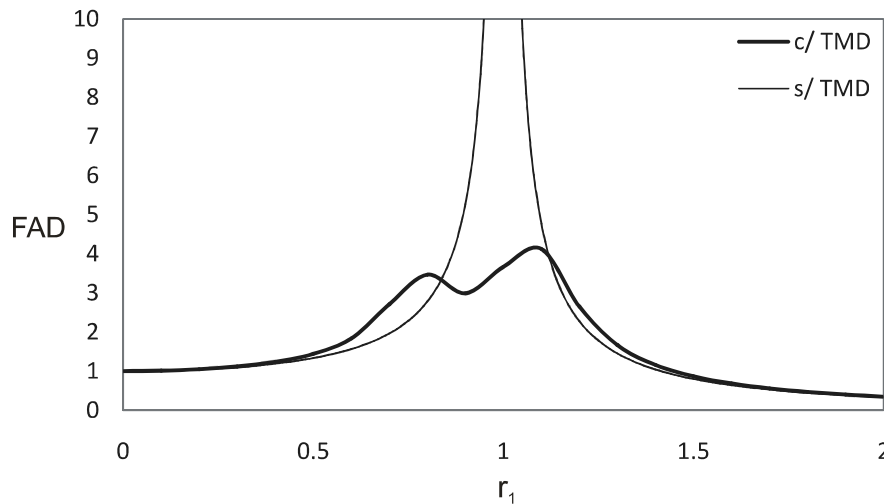


Figura 4 – FRF do sistema do oscilador sem amortecimento com TMD ($\xi_2 = 20\%$, $\mu = 0.15$ e $q = 0.85$)

O efeito do TMD no oscilador em causa faz com que a amplitude dos deslocamentos deste sejam controlados, não aumentando indefinidamente como seria no caso do oscilador sem controlo. Através da análise da Figura 4, pode-se identificar, como já foi referido, os dois picos correspondentes às frequências naturais amortecidas do sistema, cada uma delas associada ao seu respectivo modo de vibração, sendo que o modo de vibração relacionado com a frequência mais elevada tem um FAD mais elevado.

Procedendo da mesma forma mas alterando as características do TMD (ξ_2 , μ e q), o oscilador responde de maneira diferente, com amplitudes de deslocamentos diferentes. Nas duas figuras seguintes, é fixado o par de valores μ e q fazendo variar o amortecimento do sistema adicional ξ_2 (ou ξ_{TMD}). Na Figura 5, foram adoptados os valores de 0.20 e 0.90 para o μ e para o q , respectivamente,

tomando o amortecimento do TMD valores de 10, 15 e 20%, enquanto que na Figura 6 o valor do μ manteve-se igual mas o q foi mudado para 0.80, tendo sido percorridos a mesma gama de valores do amortecimento do sistema adicional. De notar que existem dois pontos, P e Q, que são fixos independentemente do amortecimento envolvido, sendo afectados pelo valor de q .

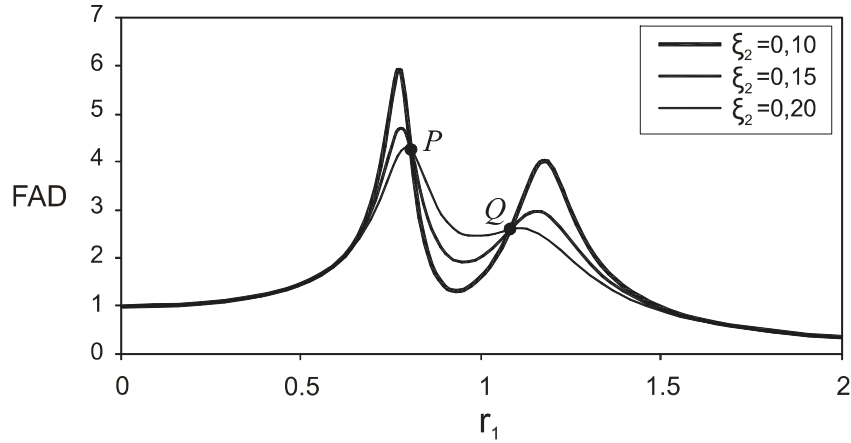


Figura 5 – FRF do sistema com TMD com $\mu=0.20$ e $q=0.90$, adaptado de [6]

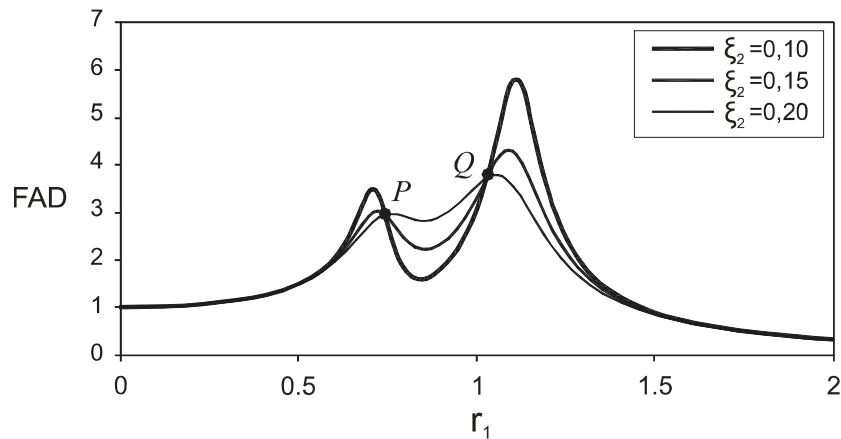


Figura 6 – FRF do sistema com TMD com $\mu=0.20$ e $q=0.80$, adaptado de [6]

Em ambas as figuras, os dois picos encontram-se nas frequências naturais amortecidas, sendo que estas sofrem uma ligeira alteração à medida que se altera o amortecimento do sistema, traduzindo a gama de frequências de excitação que provocam fenómenos de ressonância. Como seria espectável, à medida que se aumenta o amortecimento do TMD, a amplitude de deslocamentos da massa principal vai diminuindo, sendo que a amplitude mínima desses deslocamentos encontra-se em frequências próximas de $r_1 = 1$, coincidindo com a frequência alvo de controlo.

Outro aspecto importante na análise da Figura 5 e da Figura 6 reside na interpretação dos pontos fixos P e Q, sendo estes, como já foi referido, independentes do amortecimento instalado no sistema. Uma propriedade interessante destes dois pontos fixos reside no seu significado físico, já que estes estão localizados, de forma bastante próxima, nos valores de r_1 que traduzem as frequências naturais do

sistema de dois graus de liberdade sem ter em conta o amortecimento. Os dois valores de r_1 associados aos dois pontos fixos podem ser retirados da equação (8) e apenas dependem dos valores de μ e de q .

$$r_1 = \sqrt{\frac{1 + (1 + \mu)q^2 \pm \sqrt{1 - 2q^2 + (1 + \mu)^2 q^4}}{2 + \mu}} \quad (8)$$

Os picos apresentados nas Funções de Resposta em Frequência estão associados, como já foi dito, às frequências naturais amortecidas do sistema, sendo assim ligeiramente diferentes das frequências naturais que não são influenciadas pelo amortecimento presente, e que se relacionam com os dois pontos fixos.

Assim, no exemplo traduzido pelas duas figuras anteriores, com o $q = 0.80$ os pontos P e Q estão com uma ordenada mais próxima de que com o $q = 0.90$, para o μ em questão. Desta forma, é possível encontrar um valor de q óptimo ($q_{\text{ópt}}$) que iguale a ordenada dos dois pontos fixos, aumentando assim a gama de frequências nas quais o TMD actua da mesma forma, não privilegiando, portanto, nenhum dos dois modos de vibração. De facto, o amortecimento do TMD não influencia a posição absoluta dos pontos P e Q, mas define a posição destes na curva de resposta do sistema, como se pode ver nas duas figuras anteriores. Sendo o objectivo da instalação do TMD reduzir ao máximo os deslocamentos sofridos pela massa principal, estes deslocamentos são os mínimos possíveis quando os pontos fixos P e Q correspondem ao máximo de cada um dos dois picos. Desta forma, o dimensionamento do TMD consiste em descobrir os valores de q óptimo que faz com que os dois pontos fixos estejam devidamente nivelados, e do seu amortecimento óptimo ($\xi_{2,\text{ópt}}$) que faz dos pontos fixos os máximos dos dois picos, correspondendo por isso ao valor mínimo possível dos deslocamentos da massa principal. Postas estas duas condições, as fórmulas dos parâmetros óptimos para o dimensionamento de TMDs em sistemas, ou estruturas, sem amortecimento inicial e para um dado μ , tal como apresentado em [5], são

$$q_{\text{ópt}} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (9)$$

$$\xi_{2,\text{ópt}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (10)$$

Diz-se que um TMD está devidamente sintonizado quando está dimensionado com os seus parâmetros óptimos estando, portanto, definida a sua rigidez através das equações (3) e (4) e a sua constante de amortecimento através da equação (6).

A título de exemplo, é mostrado na Figura 7 a FRF de um dado TMD com um μ de 0.15, o que através das equações (9) e (10) se descobre que os seus parâmetros óptimos correspondem a um $q_{\text{ópt}} = 0.87$ e a um $\xi_{2,\text{ópt}} = 0.192$. Na mesma figura são representadas, além da curva que corresponde aos parâmetros óptimos, outras duas curvas que traduzem o mesmo TMD com o mesmo amortecimento mas com rigidez diferente, ou seja, com o valor de q diferente.

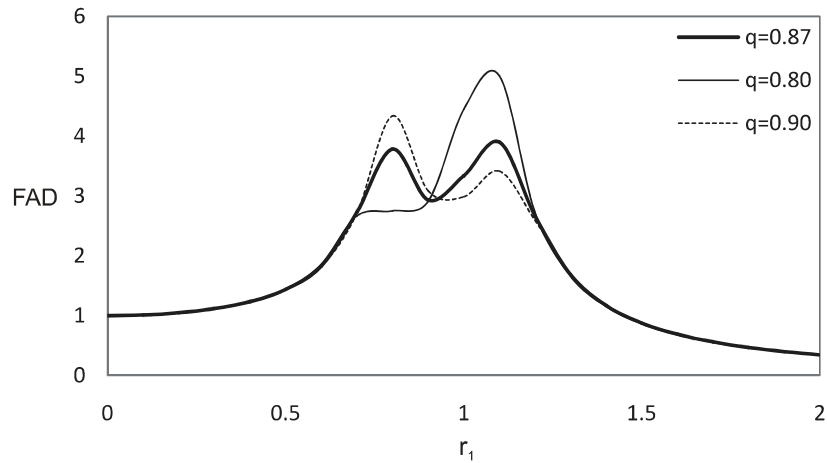


Figura 7 – FAD da massa principal m_1 , com diferentes valores de q , adaptado de [6]

Como esperado, valores de q diferentes do ótimo provocam um desnivelamento dos dois picos e amplitudes máximas maiores que a amplitude da curva correspondente aos parâmetros ótimos, resultando na perda de eficácia do TMD.

2.2.2. ESTRUTURAS COM AMORTECIMENTO

O modelo teórico de estruturas sem amortecimento na prática não existe, já que todas as estruturas têm amortecimento por mais baixo que este seja. Este modelo pode ser simplificado representado como o oscilador de 1 G.L. de massa m_1 apresentado na secção anterior, mas desta vez ligado ao exterior por um amortecedor com constante de amortecimento c_1 , além da mola com rigidez k_1 (Figura 8).

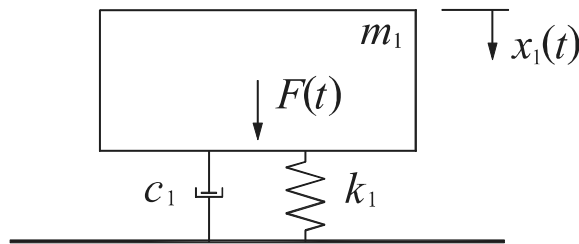


Figura 8 – Modelo teórico de um oscilador com amortecimento

Seguindo o mesmo raciocínio da secção anterior, este sistema tem uma frequência natural de vibração, ω_1 , dada pela equação (1), e quando é excitado por uma força $F(t)$ com frequência de vibração ω , pode ser novamente definido o valor r_1 (equação (2)). Desta forma, a Figura 9 traduz a nova Função de Resposta em Frequência do sistema.

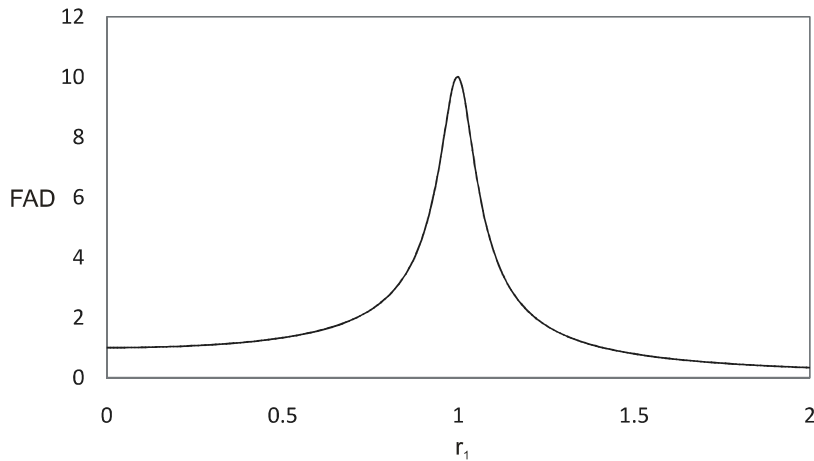


Figura 9 – FRF de um sistema com 1 G.L. amortecido

Mais uma vez, à medida que r_1 se aproxima de 1.0, o sistema aproxima-se da ressonância e os deslocamentos da massa m_1 são muito prejudicados pelo Factor de Amplificação Dinâmica, apesar de serem limitados devido ao sistema ter amortecimento, ao contrário do oscilador da secção 2.2.1, em que como não possuía amortecimento, os seus deslocamentos na ressonância tendiam para infinito.

Com a adição de um TMD (massa m_2 ligada à massa principal através de uma mola de rigidez k_2 e de um amortecedor com amortecimento c_2), o sistema passa a ter 2 G.L., logo goza de duas frequências naturais de vibração e de dois modos de vibração, estando ilustrado na Figura 10.

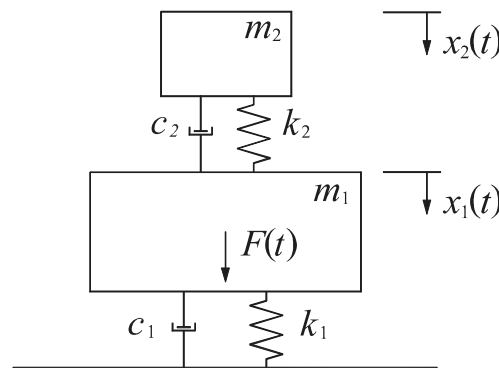


Figura 10 – Modelo teórico de funcionamento de um TMD numa estrutura com amortecimento

Para dimensionar um TMD em sistemas ou estruturas com amortecimento, a filosofia é exactamente a mesma para o seu dimensionamento em sistemas sem amortecimento, ou seja, encontrar os valores de q_{opt} para nivelar os picos da curva FRF e o valor do amortecimento adicional óptimo, $\xi_{2,opt}$, para fazer com que os pontos fixos sejam os máximos da respectiva curva. Estes valores óptimos são dados, para sistemas sem amortecimento, pelas equações (9) e (10).

Para estruturas com baixo amortecimento, o que segundo Bachmann e Weber, [7], corresponde a estruturas com o coeficiente de amortecimento inferior a 1% ($\xi_1 < 0.01$), a resposta em função da frequência para, por exemplo, $\xi_1 = 0.01$, $\mu = 0.20$ e $q = 0.85$ para vários amortecimentos do TMD está representada na figura seguinte.

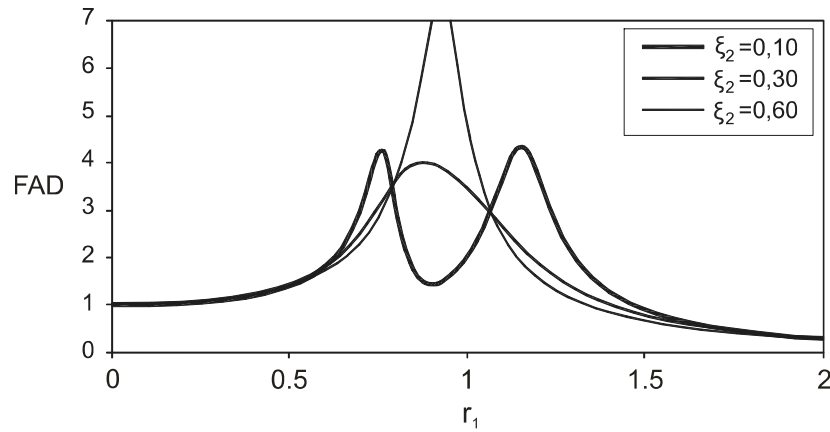


Figura 11 – FRF da massa principal m_1 com TMD com $\xi_1=0.01$, $\mu=0.20$ e $q=0.85$, adaptado de [6]

Como se pode verificar na figura, nos sistemas até este nível de amortecimento as curvas de amplificação continuam a ter dois pontos fixos, nos quais passam todas as curvas para qualquer amortecimento do sistema adicional, sendo que por isso podem ser usadas as equações de dimensionamento de TMDs para sistemas com amortecimento estrutural nulo, não havendo o inconveniente de se perder muita precisão no cálculo. Na Figura 12, o amortecimento da estrutura foi aumentado para 10%, o que fez com que as curvas de amplificação dinâmica apresentadas não se interceptassem em dois pontos fixos, para os amortecimentos do sistema adicional considerados. Este facto faz com que o dimensionamento de TMDs, com as fórmulas usadas no seu dimensionamento em sistemas sem amortecimento, conduza frequentemente a erros consideráveis o que provocaria uma desregulação do sistema, não sendo conciliável com o rigor que o método exige.

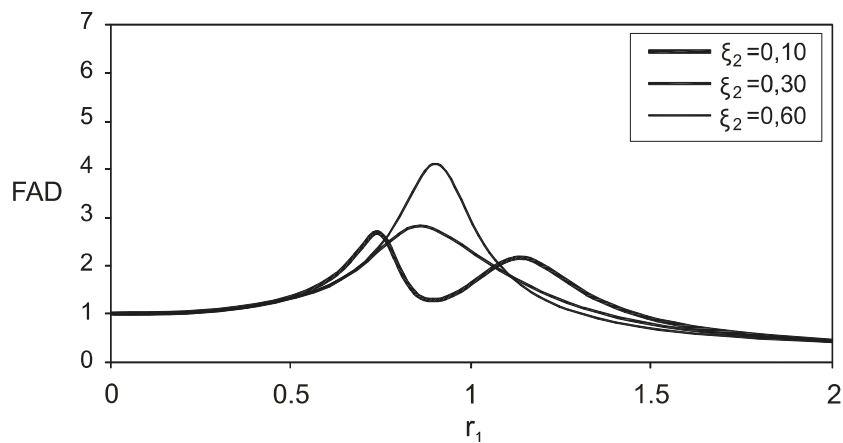


Figura 12 – FRF da massa principal m_1 com TMD com $\xi_1=0.10$, $\mu=0.20$ e $q=0.85$, adaptado de [6]

Deste modo, o dimensionamento de TMDs em sistemas cujo amortecimento estrutural corresponda a valores superiores a 1%, deve ser realizado por outros métodos, nomeadamente através de ábacos de dimensionamento como os representados seguidamente, para valores de $\mu \leq 0.05$, retirados de Weber *et al* [8].

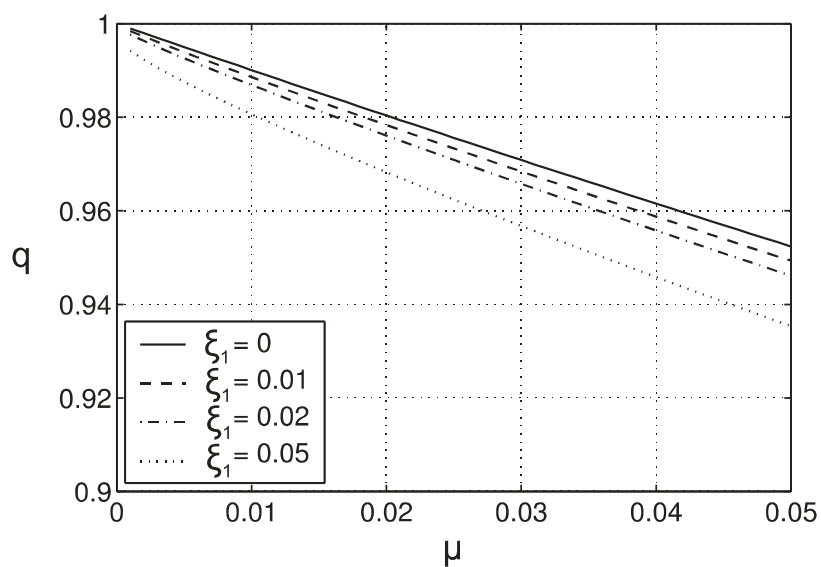


Figura 13 – Valor de $q_{\text{ópt}}$ para μ até 0.05

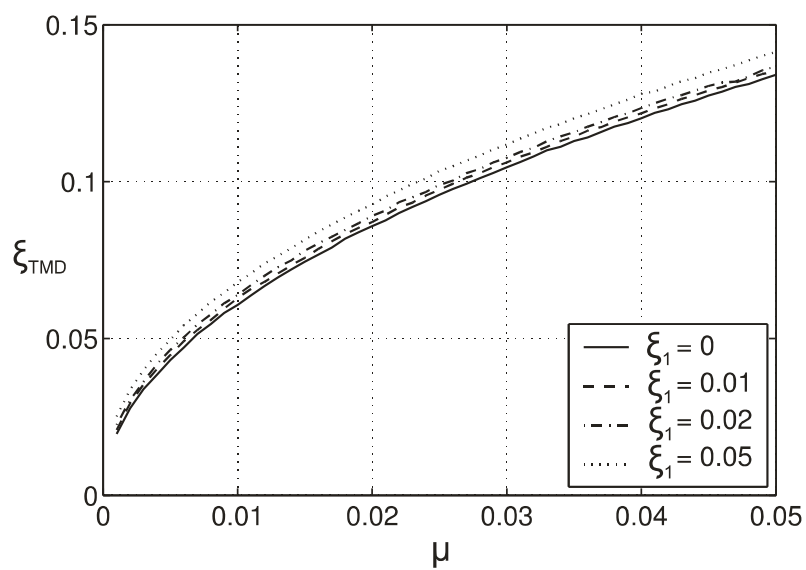


Figura 14 – Valor do amortecimento ótimo do sistema adicional para μ até 0.05

2.3. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO EM ESTRUTURAS

Os TMDs são dispositivos de controlo que visam mitigar a resposta da estrutura, nomeadamente ao nível de acelerações, velocidades ou deslocamentos, quando sujeita a cargas de natureza dinâmica. Este tipo de mecanismos já deu provas que é bastante eficaz no controlo de acções harmónicas, havendo já muitas aplicações no domínio da Engenharia do Vento com utilizações em estruturas flexíveis, designadamente em edifícios altos ou em pontes de grandes vãos, ou em estruturas solicitadas por acções com outro tipo de origem, como é o caso de lajes de edifícios ou pontes pedonais. A sua utilização nas estruturas com o objectivo de controlar acções sísmicas não está tão vulgarizada, havendo mesmo alguma perda de eficiência quando comparado com o controlo de acções harmónicas, mas existe também uma enorme vantagem na resposta da estrutura perante um sismo devido ao acréscimo de amortecimento que a instalação destes aparelhos proporciona.

Os *Tuned Mass Dampers* devem estar bem calibrados para a frequência natural de vibração alvo da estrutura em questão, já que pequenos desvios na sua sintonização podem levar a perdas de eficiência com algum significado. Cada TMD só pode estar calibrado para actuar sobre uma determinada frequência de vibração, sendo que normalmente controlar a frequência fundamental é suficiente. No caso de ser necessário controlar mais frequências naturais, é inevitável o uso de outros TMDs sintonizados para actuarem em cada uma dessas frequências.

Uma solução com TMDs pode revelar-se bastante atractiva em termos de reabilitação estrutural, já que não requer qualquer tipo de intervenção na estrutura a controlar, bastando apenas adicionar ao sistema a massa do TMD com as respectivas molas e amortecedores, melhorando assim o comportamento da estrutura face às acções em serviço, como aconteceu no caso da Ponte Millennium em Londres, ou incrementando a capacidade de resposta da estrutura na ocorrência de sismos no caso de reforço de estruturas menos dotadas a essas acções.

Uma das primeiras estruturas do Mundo a ser instalado TMDs foi a torre de televisão CN Tower em Toronto, no ano de 1973. Com o objectivo de melhorar a resposta da estrutura face à acção do vento, foram instalados dois TMDs de funcionamento pendular, com 9 toneladas de massa cada um, como é referenciado por Moutinho [3]. A Figura 15 mostra uma fotografia do edifício, com 553 metros de altura e que permaneceu com o título de edifício mais alto do Mundo até ao ano de 2007, altura em que foi ultrapassado pelo edifício Burj Khalifa, no Dubai.



Figura 15 – Edifício CN Tower em Toronto, Canadá [9]

Um outro exemplo bastante conhecido é o edifício Taipei 101 (Taiwan), que, como já foi dito, usufrui de um TMD esférico com 660 toneladas e 5.5 metros de diâmetro que funciona em forma de pêndulo, melhorando assim a resposta face à acção do vento e dos sismos da estrutura de 510 metros de altura.



Figura 16 – Edifício Taipei 101 [10]

Este TMD está suspenso em 4 cabos de aço, e é amortecido por 8 amortecedores viscosos sendo que se calcula que permite diminuir a resposta desta estrutura em cerca de 40% [3]. A dimensão deste dispositivo pode ser apercebida na figura seguinte.

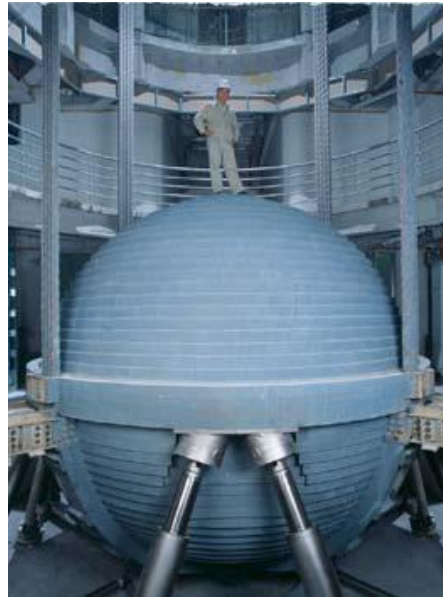


Figura 17 – TMD instalado no edifício Taipei 101 [3]

Kareem et al [11] e Kourakis [12] possuem documentos que contêm algumas das aplicações mais importantes de TMDs em estruturas, nomeadamente mais uma das primeiras instalações destes dispositivos, em 1977, no edifício Hancock Tower com 244 metros de altura, na cidade de Boston. Neste edifício, foram instalados dois TMDs em lados opostos do 58º piso com 300 toneladas cada, como solução de reabilitação estrutural, já que antes da sua instalação o movimento do edifício, principalmente nos pisos mais elevados, era exagerado provocando o desconforto dos seus utilizadores. Inicialmente, o coeficiente de amortecimento estrutural era de 1%, passando para 4% após a instalação dos TMDs, o que permitiu reduzir o movimento em cerca de 50%.



Figura 18 – Edifício Hancock Tower, em Boston [11]

Na cidade de New York existe mais um bom exemplo de aplicação de amortecedores de massas sintonizadas em estruturas de edifícios, no Citigroup Center (originalmente com o nome de Citicorp Building), com 278 metros de altura e construído em 1978. O TMD instalado no 63º piso deste edifício possui 400 toneladas de massa e tem dois conjuntos de molas e amortecedores, um na direcção Norte-Sul e outro na direcção Este-Oeste, sendo que a mesma massa serve para o funcionamento do TMD nas duas direcções. Este sistema permite a redução em 40% do movimento sofrido pelo edifício devido ao vento, nas duas direcções, culminando num aumento do amortecimento estrutural de 1% para 4%. Uma fotografia deste edifício é apresentada na Figura 19.



Figura 19 – Edifício Citigroup Center, em New York [11]

A massa utilizada por um TMD, que seja necessário adicionar a uma estrutura, não tem inevitavelmente de ser uma massa adicional acoplada ao sistema principal em questão. Há massa na estrutura, ou no próprio edifício, que pode ser utilizada como massa do TMD à qual deve ser ligada os mesmos amortecedores e molas que seriam utilizados se fosse uma massa adicional. Como é referido por Holmes, [13], um exemplo deste tipo de abordagem que data do início dos anos 80, é a Torre de Sydney (Sydney Tower) com uma altura de 305 metros, em que foi usado o reservatório de água próximo do topo do edifício, obrigatório pela Lei na segurança contra incêndios, como massa do TMD com cerca de 200 toneladas acopladas com oito amortecedores. Um outro sistema de amortecimento com 40 toneladas está instalado um pouco mais abaixo, actuando principalmente sobre o segundo modo de vibração, com o intuito de aumentar o seu amortecimento. Com este sistema, calcula-se que a resposta da estrutura ao movimento originado pelo vento seja menor, entre 40 a 50%.



Figura 20 – Torre de Sydney, Sydney [14]

Em Portugal, na cidade de Coimbra, a ponte pedonal Pedro e Inês teve necessidade de ser controlada através deste tipo de dispositivos, já que a sua estrutura esbelta dava origem a problemas de vibrações excessivas, tendo já sido alvo de uma publicação no ano de 2005 por Caetano *et al* [15]. O seu comprimento total tem o valor de 275 metros, sendo distribuídos por um arco central com 110 metros, por dois meios arcos laterais de 64 metros e ainda por dois tramos nas extremidades, um com 30.50 e outro com 6 metros, com uma largura do tabuleiro constante de 4 metros, mas devido ao desalinhamento em planta dos eixos do respectivo tabuleiro, surge no meio vão da ponte uma praça quadrada com 8 metros de largura, facultando assim um local de paragem para contemplação da paisagem. Esta representação está ilustrada na Figura 21.

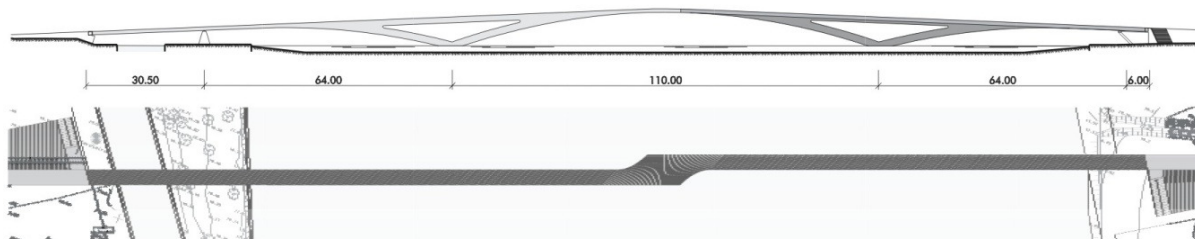


Figura 21 – Alçado e planta da ponte Pedro e Inês [15]

A altura máxima da ponte a meio vão é de 9 metros, e a sua estrutura é em caixão e metálica à excepção do tabuleiro que é misto. Os arcos estão fundados em estacas com 35 metros de profundidade que atravessam solo de fraca qualidade, concedendo-lhe assim um apoio elástico na direcção horizontal, o que provoca nos arcos um comportamento misto arco-viga. Devido às suas características dinâmicas, foi encomendado ao ViBest/FEUP um estudo pormenorizado da ponte, com o objectivo de poder ser encontrada a melhor solução possível para resolver este problema, estudos estes que consistiram em ensaios antes da instalação dos dispositivos de controlo para a melhor caracterização possível da ponte, e após a instalação destes para verificar a sua eficácia na redução das vibrações. Antes da instalação dos TMDs, foi realizado um ensaio com um total de 147 pessoas, onde

se verificaram valores de pico para acelerações e deslocamentos laterais de $\pm 1.2 \text{ m/s}^2$ e $\pm 4 \text{ cm}$, respectivamente.



Figura 22 – Ponte Pedro e Inês sobre o Rio Mondego, Coimbra [16]

A solução desta estrutura consistiu na instalação de TMDs a meio vão, com o objectivo de elevar o coeficiente de amortecimento para um valor superior a 6%. Contudo, o controlo de vibrações laterais é mais difícil do que o controlo de vibrações verticais, devido ao atrito que existe entre a massa do TMD e os veios por onde esta tem de se movimentar, além de que, devido a problemas de espaço, a massa total do TMD (14970 Kg) teve de ser dividida em 6 unidades. Devido a estes dois factores, era inerente uma perda de eficácia do sistema e o amortecimento final alcançado foi de 4%, todavia este amortecimento não está disponível logo à partida, já que é necessário que a ponte vibre o suficiente para atingir deslocamentos laterais mínimos de 1 milímetro, para conseguir com que as massas do TMD vençam o atrito inicial, sendo que os 4% de amortecimento são atingidos de forma gradual.

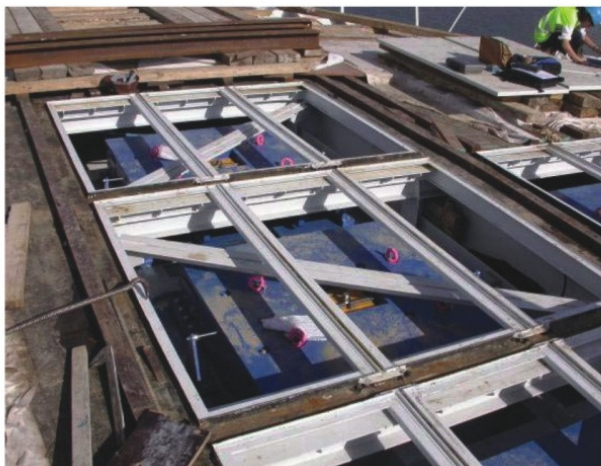
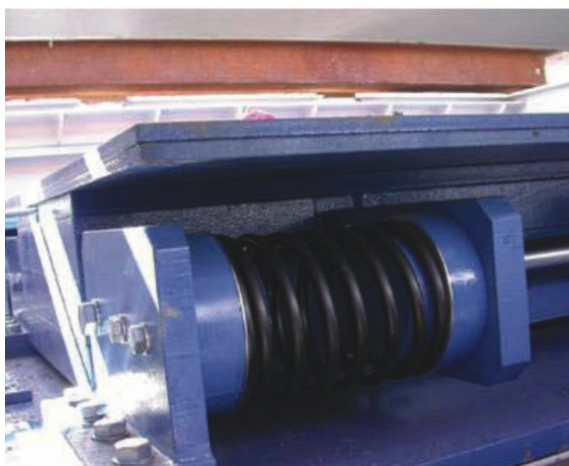


Figura 23 – TMD instalado na Ponte Pedro e Inês [3]

2.4. OUTROS SISTEMAS DE CONTROLO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS

Como já foi referido, os TMDs pertencem ao grupo de sistemas de controlo de vibrações passivo, ou seja, não necessita de energia eléctrica para funcionar, enquanto que os sistemas de controlo activos ou semi-activos necessitam de alimentação energética exterior. Pode haver ainda sistemas híbridos, que consistem numa solução conjunta, combinando sistemas passivos de controlo com sistemas activos ou semi-activos.

Controlo Estrutural	- Passivo	- Absorsores - Amortecedores de massa sintonizada - Amortecedores de líquido sintonizado - Dissipadores - Amortecedores viscosos - Amortecedores viscoelásticos - Amortecedores friccionais - Amortecedores histeréticos - Isoladores - Isolamento de base
	- Activo	- Amortecedores de massa activa - Cabos activos - Diagonais activas - Actuadores piezoeléctricos
	- Semi-activo	- Dispositivos de rigidez variável - Amortecedores de atrito variável - Amortecedores viscosos de orifício variável - Amortecedores de viscosidade variável
	- Híbrido	

Figura 24 – Exposição dos diferentes tipos de controlo de vibrações, adaptado de [3]

As técnicas de controlo passivo devem ser sempre ponderadas antes dos outros tipos de técnicas, já que a não necessidade de energia exterior aumenta a sua fiabilidade nomeadamente em caso de sismos, além de possuírem mais vantagens em termos de custos e manutenção. É por isto que este tipo de técnica é a que tem sido mais implementada no controlo de estruturas e apesar de serem menos sofisticadas que as técnicas de controlo activo ou semi-activo, conseguem dissipar uma elevada quantidade de energia e suportar forças de grande amplitude. Por outro lado, as técnicas de controlo activo e semi-activo podem ser ligeiramente mais eficazes em algumas situações.

O controlo activo caracteriza-se por aplicar forças à estrutura, de acordo com a sua resposta ao longo da solicitação, para esta se situar dentro de um determinado nível, sendo por isso que são sistemas bastante eficazes. Porém, no caso de falha de energia eléctrica estes sistemas ficam completamente inúteis, o que associado ao seu elevado custo de instalação e de manutenção, perfazem as suas principais desvantagens.

Porém, os sistemas de controlo semi-activo consistem numa solução intermédia entre sistemas passivos e sistemas activos, de maneira que consiste num sistema que aplica forças à estrutura precisando para isso apenas de uma pequena quantidade de energia exterior. Por exemplo, como é feito referência em [3], é possível aplicar uma força equivalente a 100 toneladas apenas com 70 watts que é a potência de uma comum lâmpada doméstica. Devido a estes reduzidos consumos, é viável serem alimentados por pilhas ou baterias eléctricas, aumentando assim a sua fiabilidade em caso de sismos.

Os sistemas de controlo híbrido possuem a vantagem de se poder combinar as vantagens dos dois sistemas que o formam, ou seja, a eficácia do sistema de controlo activo e a fiabilidade do sistema passivo, já que quando o sistema activo falha por algum motivo a estrutura continua sobre o controlo de um totalmente passivo.

Como se pode depreender da Figura 24, existe uma enorme variedade de sistemas e dispositivos de controlo, pelo que ultrapassa largamente o âmbito desta tese explica-los detalhadamente a todos. Assim sendo, são apenas feitas referências gerais dos mais utilizados no controlo de vibrações e, que são porventura, os mais conhecidos.

Os amortecedores de líquido sintonizado, ou *Tuned Liquid Damper* (TLD) têm um funcionamento semelhante aos TMDs, e consistem em conseguir dissipar energia através do movimento de um líquido, usualmente água, dentro de um reservatório e tirando partido da sua compensação de fase. Possuem as mesmas condicionantes dos TMDs, ou seja, devem estar bem sintonizados para conseguirem actuar de forma eficaz, e têm a particularidade de ser bastante fácil de os sintonizar, através da remoção ou de acréscimo do líquido dentro do reservatório. Estes dispositivos devem ter uma manutenção regular, já que pode haver perdas de líquido que está dentro dos reservatórios por evaporação, o que leva a uma perda de sintonia do sistema. Um exemplo da utilização destes dispositivos é o hotel Cosima, situado em Tóquio, Japão. É um edifício bastante interessante em termos da sua originalidade arquitectónica e possui 26 pisos, distribuídos ao longo dos seus 106 metros de altura. No 26º piso foram instalados TLDs com um total de 58 toneladas e estima-se que consiga melhorar a resposta da estrutura aproximadamente em 50%.



Figura 25 – Fotografia do hotel Cosima [11]

Os amortecedores viscosos consistem em dispositivos cujo funcionamento se baseia na dissipação de energia através da passagem de um determinado fluido de viscosidade conhecida por um ou mais orifícios no seu interior, sendo que a força gerada neste tipo de amortecedores é em função da velocidade relativa das extremidades do amortecedor. Na figura seguinte, ilustra-se um amortecedor deste tipo instalado numa ponte pedonal em Minden, na Alemanha.



Figura 26 – Amortecedor viscoso instalado numa ponte pedonal [3]

Os amortecedores viscoelásticos dissipam energia através da deformação por corte de um material viscoelástico, que se encontra numa ou em várias camadas, e que faz a ligação entre duas peças metálicas que sofrem descolamentos relativos entre si. Simplificadamente, o comportamento deste tipo de dispositivos pode ser idealizado com uma mola e um amortecedor viscoso ligados em paralelo. As principais desvantagens deste tipo de amortecedores é que têm o seu funcionamento bastante influenciado pela gama de frequências de vibrações instaladas, pelo nível de tensão e pela temperatura presente no material viscoelástico. A Figura 27 representa um esquema de funcionamento dos amortecedores viscoelásticos.

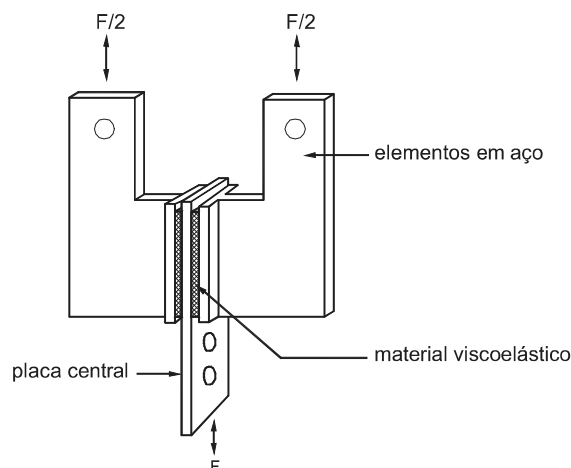


Figura 27 – Representação de um amortecedor viscoelástico [6]

A título de curiosidade, as famosas torres do World Trade Center tinham 20000 destes dispositivos instalados, consistindo assim numa das aplicações práticas deste tipo de sistema de controlo.

Por outro lado, amortecedores indiferentes à frequência das vibrações e à temperatura instalada são os amortecedores friccionais. Estes dispositivos dissipam a energia transmitida à estrutura através do atrito instalado entre as chapas metálicas que constituem o aparelho.

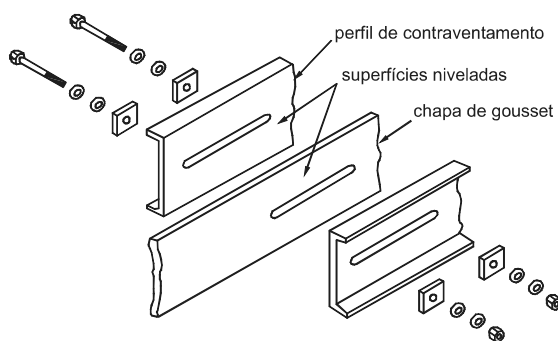


Figura 28 – Constituição de um amortecedor friccional e seu aspecto depois de instalado num edifício, [6] e [3]

A força de atrito existente entre as placas pode ser ajustada, de acordo com a força de aperto que se instala nos parafusos, ou seja, podem ser regulados para entrarem em funcionamento apenas a partir de um determinado nível de força, o que faz com que não estejam permanentemente em funcionamento, aumentando assim a sua durabilidade.

Um sistema bastante eficaz no controlo da resposta sísmica consiste nos amortecedores histeréticos, constituídos por material de elevada capacidade de deformação e de comportamento histerético, sendo que quando solicitados, as suas sucessivas deformações levam à dissipação da energia transmitida à estrutura. Devido às suas deformações permanentes, estes amortecedores, ao contrário de todos os anteriores, podem ter a necessidade de ser substituídos.



Figura 29 – Exemplo de um amortecedor histerético [3]

Todos os amortecedores apresentados anteriormente funcionam para dissipar a energia que é transmitida à estrutura através das mais variadas solicitações dinâmicas. Porém, é agora apresentado um sistema que evita com que essa energia, ou pelo menos parte dela, seja transmitida à estrutura perante solicitações sísmicas. O isolamento de base consiste em interromper a ligação rígida do solo para a estrutura, passando esta a ter tendência para funcionar como um corpo rígido independente do solo, na direcção horizontal. Este isolamento consiste em aplicar, imediatamente acima das fundações da estrutura, aparelhos de apoio que possuem muito baixa rigidez horizontal, para o solo se poder movimentar sem obrigar a estrutura a acompanhar o seu movimento, e elevada rigidez vertical para poder transmitir todas as cargas verticais vindas da estrutura para o solo. Contudo, estes dispositivos têm a desvantagem de reduzir a rigidez horizontal da estrutura, o que faz com que esta fique sujeita a fenómenos de ressonância em solicitações dominadas por frequências mais baixas, nomeadamente o vento. No caso de edifícios altos pode não ser viável a utilização destes aparelhos, porque normalmente não possuem capacidade para resistir a acções de levantamento, o que pode comprometer a estabilidade global de toda a estrutura. Este tipo de técnica é bastante utilizada em todo o Mundo no controlo das estruturas perante solicitações sísmicas, e em Portugal a sua primeira aplicação em edifícios foi no Hospital da Luz, inaugurado no ano de 2007, situado em Lisboa. Este edifício consiste num hospital e numa residência para pessoas da 3ª idade, e no total foram usados 315 apoios deste género. Na figura seguinte mostra-se uma fotografia destes aparelhos usados no Hospital da Luz [3].



Figura 30 – Isolamento de base instalado no Hospital da Luz

No caso de sistemas activos de controlo, os dispositivos mais utilizados são os amortecedores de massas activas (*Active Mass Dampers*, AMDs), cuja filosofia de funcionamento é similar aos TMDs, mas possuem um actuador que, conforme a resposta da estrutura, aplica-lhe forças para que a sua resposta corresponda à que é esperada, dentro dos limites calculados. Um dos exemplos deste tipo de aplicações, concluído em 1992, está presente num edifício com 161 metros de altura e 34 pisos, o Applause Tower situado em Osaka, no Japão, que possui uma plataforma no último piso com 480 toneladas destinada a funcionar como heliporto, e que serve de massa para o AMD. Esta plataforma funciona nas duas direcções graças aos actuadores hidráulicos instalados na estrutura (Figura 31), encontrando-se apoiada em dispositivos semelhantes aos usados nos isolamentos de base.



Figura 31 – Actuador instalado na estrutura do Applause Tower [3]

Graças a este sistema de amortecedores, o amortecimento da estrutura correspondente ao primeiro modo de vibração passou de 1.4% para 10.6%, sendo que o seu objectivo foi incrementar a capacidade de resposta da estrutura perante o vento e sismos de pequena e média intensidade.

A primeira implementação de sistemas semi-activos em edifícios aconteceu, em 1990, no Kajima Technical Research Institute, localizado em Tóquio, com a capacidade de alterar de forma activa a sua rigidez (dispositivos de rigidez variável). Esta capacidade de alterar a sua rigidez é alcançada através de diagonais instaladas nas suas fachadas, diagonais essas que podem ter a deformação axial permitida

ou completamente bloqueada, sendo que a alternância entre estes dois estados faz alterar a sua rigidez de tal forma que as suas frequências naturais de vibração variam entre 1 Hz, no caso da deformação axial das diagonais for permitida, e 2.5 Hz quando as mesmas estiverem com a deformação bloqueada e consequente rigidez axial mobilizada. É possível estabelecer níveis intermédios de frequências naturais, associados a níveis intermédios de rigidezes, capacitando assim a estrutura para evitar fenómenos de ressonância. Este sistema necessita de uma potência eléctrica de 20 Watts, e as suas baterias têm autonomia para 30 minutos.



Figura 32 – Edifício Kajima Technical Research Institute [3]

Como já foi dito, os sistemas híbridos são o resultado da combinação de sistemas passivos com sistemas activos, podendo usufruir das vantagens retiradas de cada um deles. Neste tipo de sistemas, os que têm tido mais impacto na Engenharia Civil são os *Hybrid Mass Dampers*, HMDs, que de forma simplificada, consistem em TMDs associados a sistemas activos. Este modelo visa aumentar a eficácia do TMD, tanto aumentando o seu deslocamento como mitigando alguns problemas derivados de uma possível falta de sintonia, já que é tido em conta o *feedback* da resposta da estrutura. Assim, é possível diminuir bastante os custos directos, de energia eléctrica e de manutenção quando comparado com sistemas completamente activos, já que não se exige tanto da parte activa do sistema. Este tipo de dispositivos está presente em vários exemplos, principalmente no Japão, em que se pode referir o edifício Shinjuku Park Tower, situado na cidade de Tóquio.



Figura 33 – Edifício Shinjuku Park Tower

Este edifício combina um TMD de funcionamento pendular com uma massa de 110 toneladas com um sistema activo ao qual está associado um motor de 75 kW de potência, conseguindo assim aumentar o coeficiente de amortecimento estrutural do primeiro modo de vibração de 1.1% para 4.9%. A eficácia deste sistema de controlo foi posta à prova no ano de 1996 quando um tufão atingiu a cidade de Tóquio, em que a resposta estrutural foi mitigada cerca de 50% [3].

3

ANÁLISE DE TMDs DE GRANDES DIMENSÕES

3.1. INTRODUÇÃO

Entende-se por TMDs de grandes dimensões, dispositivos de absorção de energia tais como os que foram apresentados no capítulo anterior, mas com uma massa mais significativa quando comparada com a massa modal do modo de vibração da estrutura que se pretende controlar, ou seja, possuem valores de μ mais elevados. Para se conseguir tais valores de massa do TMD é possível fazer uso da massa já existente na estrutura inicial, sendo que este aproveitamento pode-se reflectir em vantagens relativamente às massas adicionais.

Devido ao facto deste tipo de TMDs possuírem uma massa mais elevada, é promovida uma melhor exploração de um mais amplo amortecimento mobilizável, o que traz efeitos benéficos às estruturas perante uma situação de solicitação sísmica. No início deste capítulo é feita uma descrição muito geral sobre o efeito dos sismos nas estruturas, bem como o seu comportamento diante de situações deste género para alguns tipos de sistemas estruturais. Seguidamente é feita uma análise sobre amortecimento estrutural, bem como a sua influência nas estruturas e como este pode ser alterado. Em caso de sismo, o benefício do uso de TMDs consiste em conseguir um nível de amortecimento bastante mais interessante nas estruturas, o que traz vantagens no seu comportamento e na sua resposta máxima. No entanto, o amortecimento instalado no sistema de controlo não pode ser excessivamente alto, caso contrário perde-se a eficácia, ou pelo menos parte dela, quando comparado com um correcto dimensionamento do amortecimento colocado no TMD. Seguidamente neste capítulo, é introduzida a formulação para a obtenção da matriz de amortecimento clássico (amortecimento de Rayleigh) de uma estrutura com n graus de liberdade e como esta pode ser utilizada no procedimento realizado em Espaço de Estado, em combinação com as matrizes de massa e de rigidez, para obtenção de alguns parâmetros estruturais importantes.

Ainda neste capítulo é apresentada a formulação de um sistema estrutural, bem como o procedimento para a obtenção de ábacos de dimensionamento de TMDs de grandes dimensões, sendo que estes são apresentados na secção 3.4, com o intuito de facilitar e aumentar a rapidez do seu correcto dimensionamento. Neste capítulo está também presente a generalização para estruturas com n graus de liberdade do método exposto para o dimensionamento deste tipo de amortecedores, fazendo ainda um ligeiro enquadramento deste método nos aspectos regulamentares presentes no Eurocódigo 8 [17]. Para finalizar, são apresentadas considerações práticas relativas à instalação de TMDs em estruturas, dando especial ênfase às situações em que são usados os próprios pisos da estrutura como massa para o amortecedor de massas sintonizadas, apresentando-se algumas soluções para tornar viável tal procedimento.

3.2. COMPORTAMENTO DAS ESTRUTURAS PERANTE UM SISMO – AS VANTAGENS DE TMDs DE GRANDES DIMENSÕES

3.2.1. BREVES GENERALIDADES DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

A actuação de um sismo numa estrutura é uma solicitação ímpar, bastante diferente das outras acções de natureza dinâmica mais frequentes, como é o caso das acções harmónicas provocadas por pessoas em andamento, máquinas industriais, etc. Ao contrário destas acções, um mesmo sismo pode actuar sobre uma estrutura com várias frequências de excitação e percorrendo uma vasta gama destas, podendo transmitir à estrutura uma enorme quantidade de energia, e que, obrigatoriamente tem de ser dissipada por esta, para não entrar em colapso. A capacidade dissipativa de uma estrutura é fortemente condicionada pela sua ductilidade, pela sua capacidade de deformação, o que é intensamente influenciado pelo sistema estrutural presente na análise.

A maior parte dos edifícios de betão armado são constituídos por estruturas porticadas (pilares, vigas e lajes), por paredes resistentes, em que os elementos verticais são paredes de betão armado e os horizontais são constituídos por vigas e lajes, ou por um sistema misto em que se conjuga pilares e paredes resistentes como elementos verticais. Sendo os sistemas constituídos por paredes resistentes significativamente mais rígidos que os sistemas em estruturas porticadas, tornam-se mais frágeis e consequentemente, com menos capacidade para dissipar energia quando comparados com estruturas constituídas por pilares, vigas e lajes. A melhor dissipação de energia presente nos sistemas porticados deve-se à capacidade de flexão dos pilares e vigas da estrutura, sendo fundamental esta resistência ser superior nos pilares em relação às vigas, para estas plastificarem primeiro, criando um ponto de dissipação de energia sem comprometer a estabilidade de toda, ou de grande parte, da estrutura. Caso os pilares plastifiquem primeiro que as vigas, a segurança estrutural global pode ser mais reduzida.

Outros exemplos de estruturas que podem não estar tão bem equipadas para resistir à acção sísmica são as estruturas irregulares, tanto em planta como em altura. Uma distribuição bastante heterogénea da sua rigidez pode afastar significativamente o centro de rigidez da estrutura do seu centro de massa, provocando por isso importantes efeitos de torção que podem ser especialmente graves durante a actuação de um sismo. A irregularidade da estrutura, nomeadamente com pontos singulares (por exemplo, grandes vãos com poucos pilares), pode provocar concentração de tensões e levar ao rompimento prematuro dos elementos resistentes. Os melhores comportamentos estruturais face à acção sísmica, são obtidos com estruturas o mais regular possível, tanto em planta como em altura.

No que diz respeito a regulamentação, em Portugal ainda é relativamente recente, havendo muitas construções que não foram dimensionadas tendo em conta os aspectos sísmicos podendo, portanto, ter algumas lacunas no seu comportamento face aos sismos, nomeadamente nos nós de ligação pilar-viga (que constituem pontos críticos da estrutura) ou no dimensionamento de armaduras de esforço transversal, que deve ser calculado tendo em conta a formação de rótulas plásticas nas vigas, sendo que o dimensionamento deve ser tal que evite uma rotura por corte antes da rotura por flexão, caso contrário, estaria posta em causa a ductilidade da estrutura. No caso de estruturas metálicas, esta situação é idêntica, sendo que as ligações constituem pontos de frequente fragilidade, requerendo por isso especial cuidado no seu dimensionamento. É importante também uma correcta análise dos esforços e escolha dos perfis a usar, de acordo com as classes de ductilidade presentes nos regulamentos, de forma a evitar roturas frágeis da estrutura.

3.2.2. ESTRUTURAS FORTEMENTE AMORTECIDAS

Como já foi referido, um sismo actua sobre uma estrutura com um movimento que não obedece a nenhuma frequência específica de excitação, podendo actuar numa vasta gama destas, pelo que as características de compensação de fase de um TMD não trazem grandes vantagens. O principal trunfo da instalação destes dispositivos de controlo, para reduzir a resposta da estrutura perante uma acção sísmica, é a alteração das suas características de amortecimento que, logicamente além de influenciar o comportamento estrutural mediante este tipo de solicitações, altera também as acelerações regulamentares previstas nos espectros para dimensionamento sísmico, resultando na aplicação de forças menores sobre a estrutura.

De um modo geral, as estruturas metálicas têm amortecimentos inferiores às estruturas de betão armado, e este coeficiente pode variar desde valores inferiores a 1%, em pontes metálicas por exemplo, passando por valores na ordem dos 5% em edifícios correntes de betão armado e podendo usufruir de coeficientes ainda maiores no caso de estruturas de madeira, por exemplo. De facto, em edifícios correntes, é possível mobilizar um maior amortecimento do que o conferido pelo atrito interno entre as partes que constituem a sua estrutura, acrescido esse devido à existência de paredes divisórias e de acessórios que contribuem para a massa presente na estrutura, nomeadamente mobiliário. O amortecimento das estruturas é um parâmetro que não é possível calcular com exactidão em fase de projecto, sendo que o seu conhecimento depreende-se a partir de ensaios a estruturas comparáveis, admitindo-se que este valor não difere muito de estrutura para estrutura, desde que semelhantes.

Deste modo, um aumento do amortecimento estrutural é vantajoso e permite à estrutura ter uma melhor resposta quando é solicitada por acções dinâmicas, reduzindo assim a sua resposta a excitações sísmicas. Este aumento do amortecimento estrutural pode ser conseguido com a aplicação de TMDs, sendo que um dos métodos que trata esta matéria é da autoria de Villaverde [18], onde se conclui que, para valores de μ e amortecimento do sistema adicional reduzidos, o amortecimento final de uma estrutura após a aplicação de um TMD, ξ_{final} , é aproximadamente igual à média do amortecimento inicial da estrutura, ξ_1 , com o amortecimento instalado no TMD, ξ_{TMD} .

$$\xi_{final} \cong \frac{\xi_1 + \xi_{TMD}}{2} \quad (11)$$

Através desta fórmula conclui-se que uma estrutura, mesmo com pouco amortecimento, pode ter o seu amortecimento aumentado consideravelmente através da instalação deste tipo de dispositivos de controlo. Posto isto, o amortecimento do TMD é o parâmetro que interfere directamente com o amortecimento final da estrutura, sendo que é notória a vantagem que se retira do uso do maior amortecimento possível instalado no sistema de controlo, mas porém, não pode ser aumentado mais do que um certo limite, caso contrário existe uma perda de eficácia do TMD. Na figura seguinte clarifica-se esta situação, ao representar um exemplo considerando um TMD numa estrutura com amortecimento inicial de 5% um μ de 0.05, que corresponde a um $q_{\acute{o}pt}$ de 0.936 e a um amortecimento óptimo do sistema de controlo de 14% (valores retirados dos ábacos da Figura 13 e Figura 14), estando representado também outros amortecimentos maiores do sistema adicional.

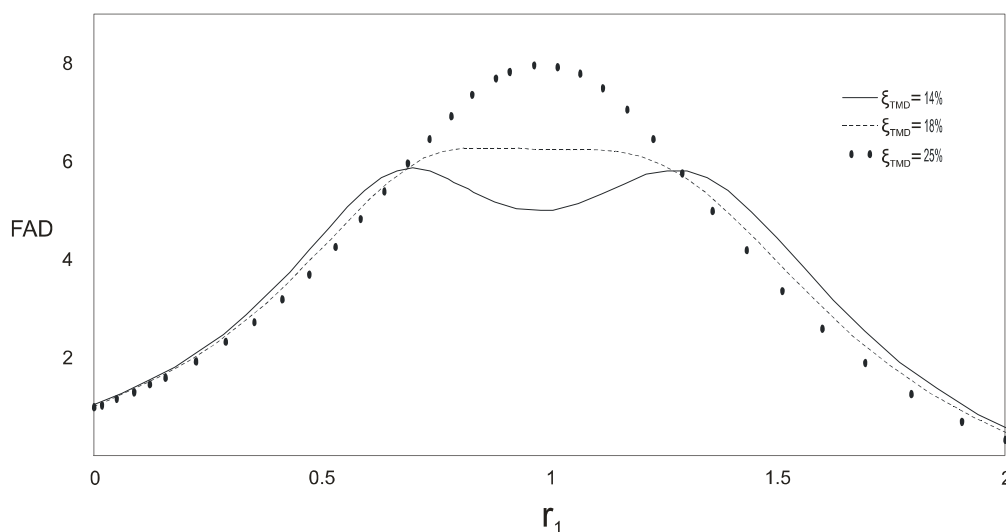


Figura 34 – Função de Resposta em Frequência com amortecimento óptimo e com amortecimentos maiores

Como se depreende da Figura 34, para uma qualquer massa do TMD, amortecimentos maiores que o óptimo provocam uma resposta menos favorável da estrutura, aumentando a amplitude dos seus deslocamentos quando comparados com os correspondentes a um amortecimento óptimo, reduzindo portanto, a eficácia do sistema de controlo.

Posto isto, a única forma de aumentar o amortecimento do TMD, correspondendo sempre ao seu valor óptimo, é aumentando a massa do mesmo resultando em valores de μ mais elevados. Como no comportamento sísmico o que é relevante é ter o máximo de amortecimento possível, os TMDs com massas elevadas relativamente à massa modal da estrutura, ou TMDs de grandes dimensões, são mais eficazes que os usados normalmente no controlo de acções harmónicas, já que estes não permitem níveis de amortecimento tão elevados, o que levaria a menores patamares de eficácia e a uma perda de interesse no controlo sob acções sísmicas.

Para se conseguir obter tais níveis do valor μ torna-se complicado usar massa adicional para materializar o TMD, já que se teria de fazer concentrar num determinado ponto da estrutura um valor tal de massa que poderia ser estruturalmente complicado de ser concretizado, além de que seria espacialmente e arquitectonicamente difícil de o viabilizar. Desta forma, pode-se utilizar como massa para o TMD a massa dos próprios pisos da estrutura, normalmente dos pisos mais elevados, evitando assim a necessidade de se arranjar massa adicional e todas as dificuldades que daí poderiam advir, apenas com o problema destes pisos não poderem ser usados para uso corrente devido à excessiva amplitude de movimentos em caso de sismo, ficando reservados para coberturas ou pisos técnicos. Devido a este aproveitamento da massa da estrutura, é necessário ter particular atenção com algumas eventuais contrapartidas, nomeadamente devido à deformação dos pisos que funcionam como TMD, o que pode trazer danos estruturais se não houver especial atenção aos pilares e paredes dos referidos pisos.

3.3. ANÁLISE EM ESPAÇO DE ESTADO

3.3.1. MATRIZ DE AMORTECIMENTO CLÁSSICO – AMORTECIMENTO DE RAYLEIGH

A forma de ser obtida a matriz de amortecimento clássico de uma estrutura com vários graus de liberdade é através da formulação de Rayleigh, que é apresentada por exemplo em [19], em que se considera que a matriz de amortecimento, C , é uma combinação linear da matriz de massa, M , e da matriz de rigidez da estrutura, K , ou seja

$$C = a_0 M + a_1 K \quad (12)$$

Se o primeiro termo do segundo membro da equação for isolado, podemos conhecer a parcela de amortecimento que é dependente da massa, surgindo o amortecimento generalizado

$$C_n = a_0 M_n \quad (13)$$

Tendo em conta a fórmula do amortecimento presente na equação (6), o coeficiente de amortecimento generalizado dado pela contribuição da massa é

$$\xi_n = \frac{a_0}{2\omega_n} \quad (14)$$

Procedendo de igual forma para a parcela da rigidez, a sua contribuição para o amortecimento generalizado surge na equação (15)

$$C_n = a_1 K_n \quad (15)$$

em que a rigidez generalizada pode ser definida como

$$K_n = \omega_n^2 M_n \quad (16)$$

Através das equações (6), (15) e (16), a contribuição da rigidez para o coeficiente de amortecimento é definido da forma apresentada na equação seguinte.

$$\xi_n = \frac{a_1 \omega_n}{2} \quad (17)$$

A parcela do coeficiente de amortecimento que corresponde à contribuição da massa é inversamente proporcional à frequência natural do modo de vibração considerado, enquanto que a parcela que corresponde à rigidez é directamente proporcional à respectiva frequência. Na Figura 35 é representado graficamente a evolução do amortecimento de Rayleigh.

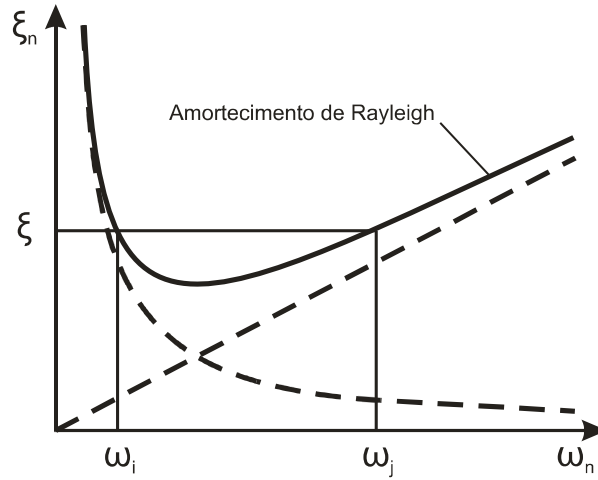


Figura 35 – Amortecimento de Rayleigh em função da frequência

Sendo o amortecimento de Rayleigh a soma da parcela da massa com a parcela da rigidez, este fica definido através da linha a cheio da Figura 35, onde está também representado a tracejado o amortecimento relativo à parcela da massa e o relativo à parcela da rigidez. Para calcular os coeficientes a_0 e a_1 apresentados na equação (12), é necessário escolher duas frequências naturais da estrutura, ω_i e ω_j , e impor que a essas frequências esteja associado um determinado coeficiente de amortecimento razoavelmente escolhido.

Numericamente, o coeficiente de amortecimento de Rayleigh é dado através de

$$\xi_n = \frac{a_0}{2\omega_n} + \frac{a_1\omega_n}{2} \quad (18)$$

ou de forma matricial

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (19)$$

sendo que, deste modo, pode ser apresentado um sistema de equações que resulte directamente nos dois coeficientes acima referidos, estando este exposto imediatamente abaixo e igualmente em formato matricial.

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = 2 \frac{\omega_i\omega_j}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \begin{bmatrix} \omega_j & -\omega_i \\ -1/\omega_j & 1/\omega_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (20)$$

A resolução do sistema da equação (20) permite saber o valor dos coeficientes a_0 e a_1 , que têm como unidades s^{-1} e s , respectivamente.

Se for assumido que os dois modos de vibração possuem o mesmo coeficiente de amortecimento ξ , o que é viável de acordo com a experiência existente no uso deste método, os coeficientes a_0 e a_1 podem ser obtidos de acordo com a fórmula da equação (21).

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_i + \omega_j} \begin{Bmatrix} \omega_i \omega_j \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

Desta forma, a matriz de amortecimento clássico é obtida tal como é exposto na equação (12), e o coeficiente de amortecimento de qualquer modo de vibração pode ser calculado de acordo com a fórmula da equação (18), apenas mudando o respectivo valor da frequência natural de vibração da estrutura.

3.3.2. MATRIZ DE ESTADO

Qualquer sistema solicitado por acções dinâmicas é caracterizado pelas suas equações de equilíbrio dinâmico que o regem, assumindo a forma

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = F(t) \quad (22)$$

em que M é a matriz de massa da estrutura, C é a sua matriz de amortecimento, K a sua matriz de rigidez e $F(t)$ é o vector força que solicita o sistema, sendo que os três parâmetros $u(t)$, $\dot{u}(t)$ e $\ddot{u}(t)$ são, respectivamente, o deslocamento, a velocidade e a aceleração do sistema. No caso de uma análise modal todos estes parâmetros assumem os seus valores modais, sendo que num sistema com n graus de liberdade surgem n equações de equilíbrio dinâmico. Estas n equações diferenciais de 2ª ordem podem ser igualmente traduzidas por $2n$ equações diferenciais de 1ª ordem, resultando na equação de estado apresentada de seguida.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (23)$$

em que $x(t)$ é o vector de estado, A é a matriz de estado, B é a matriz de entrada e $u(t)$ representa o vector de entrada.

Apesar de nesta secção não ser exposta a apresentação da teoria do Espaço de Estado, já que apenas a matriz de estado é usada no conceito deste trabalho, torna-se bastante útil e prática a sua aplicação, o que facilita o estudo desta matéria.

A matriz de estado consegue compilar os dados relativos à massa, rigidez e amortecimento da estrutura, sendo formada da maneira que a seguir se apresenta,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$$

Desta forma, a matriz A é constituída por quatro sub-matrizes, em que 0 é uma matriz formada integralmente por elementos nulos, I é a matriz identidade, e as duas restantes sub-matrizes são definidas como se apresenta acima, em que a matriz M é a matriz de massa da estrutura, K é a matriz de rigidez e C é a sua matriz de amortecimento. Como se apercebe com a formulação da matriz A , se a estrutura em estudo possuir n graus de liberdade, a matriz de estado vai ser quadrada e de dimensão $2n$.

Uma vez conhecida a matriz A , é fácil determinar as frequências naturais de todos os modos de vibração e respectivos amortecimentos através dos seus valores próprios, *VLP*. Uma estrutura com n G.L. dá origem a $2n$ valores próprios correspondentes aos seguintes pares conjugados

$$R \pm Zi$$

Estes valores próprios obedecem à equação apresentada de seguida, pelo que se retira com facilidade as frequências naturais e respectivos amortecimentos de cada valor próprio (que corresponde a cada modo de vibração).

$$VLP = -\xi_i \omega_i \pm \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} i \quad (24)$$

Igualando a parte real dos valores próprios à parte real da equação (24) e também a parte imaginária dos valores próprios à sua parte imaginária, obtém-se duas equações a duas incógnitas, ξ_i e ω_i , para o i -ésimo modo de vibração.

Por outro lado, a metade inferior da matriz dos vectores próprios da matriz de estado, VCP , consiste nos modos de vibração da estrutura. Estes n modos de vibração, também na forma imaginária e constituídos por pares conjugados, traduzem a amplitude de cada componente do modo de vibração através da sua parte real, e o seu respectivo atraso de fase através da sua parte imaginária.

3.4. ÁBACOS DE DIMENSIONAMENTO DE TMDs DE GRANDES DIMENSÕES

Para facilitar o dimensionamento de TMDs de grandes dimensões, é bastante prático consultar ábacos de dimensionamento idênticos aos apresentados na Figura 13 e na Figura 14, sem a restrição dos valores de μ valerem no máximo 0.05. Desta forma, é apresentado seguidamente um processo para a realização destes ábacos, que têm de ser coincidentes com os da Figura 13 e Figura 14 para valores de μ até 0.05, mas aumentando a gama de μ até 0.50. Desta forma, considere-se a figura seguinte,

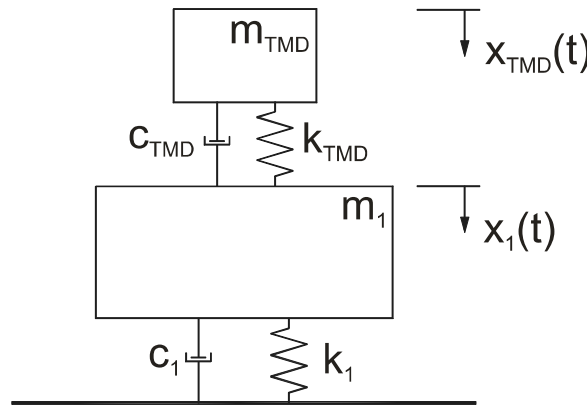


Figura 36 – Modelo usado para a realização de ábacos de dimensionamento

Este modelo é idêntico ao usado nos osciladores de um grau de liberdade apresentado na secção 2.2, e simula uma estrutura com massa modal m_1 , com rigidez modal k_1 e com amortecimento modal c_1 , caracterizada também por uma frequência natural de vibração ω_1 dada pela equação (1). A esta estrutura está acoplada um TMD com massa m_{TMD} , rigidez k_{TMD} e constante de amortecimento c_{TMD} . Desta forma, as características físicas e mecânicas do amortecedor de massa sintonizada podem ser escritas como apresentadas nas equações (25) a (28).

$$m_{TMD} = \mu m_1 \quad (25)$$

$$\omega_{TMD} = q\omega_1 \quad (26)$$

$$k_{TMD} = \omega_{TMD}^2 m_{TMD} \quad (27)$$

$$c_{TMD} = 2\xi_{TMD} m_{TMD} \omega_{TMD} \quad (28)$$

em que os valores de μ , q e ξ_{TMD} têm o significado e importância já anteriormente estudados. O amortecimento da estrutura c_1 é resultado de uma fórmula idêntica à equação (28), mas com os parâmetros referentes ao TMD substituídos pelos mesmos mas referentes à estrutura.

Assim sendo, a matriz de massa do sistema surge como

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_{TMD} \end{bmatrix}$$

e a sua matriz de rigidez como

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_{TMD} & -k_{TMD} \\ -k_{TMD} & k_{TMD} \end{bmatrix}$$

A matriz de amortecimento ocorre, de forma idêntica, como

$$C = \begin{bmatrix} c_1 + c_{TMD} & -c_{TMD} \\ -c_{TMD} & c_{TMD} \end{bmatrix}$$

Assim, para valores do coeficiente de amortecimento modal ξ_1 de 1%, 3% e 5%, para vários valores de μ até 0.50 e usando a formulação em Espaço de Estado apresentada, foi calculado através de uma vasta gama de iterações os valores de q_{opt} para vários amortecimentos do sistema de controlo, ξ_{TMD} . Para cada μ , o amortecimento do TMD que origina a menor ordenada no respectivo gráfico da Função de Resposta em Frequência é o amortecimento óptimo procurado, o qual está associado um determinado q_{opt} que nivela os dois picos do gráfico, obtido através das iterações, sendo repetido o processo em cada um dos três amortecimentos estruturais referenciados.

Com o método usado que se baseia na formulação em Espaço de Estado, é possível calcular os amortecimentos modais de todos os modos de vibração existentes na estrutura. Sabendo que o modo de vibração sobre o qual o TMD está sintonizado para actuar vai-se dividir em dois (devido ao acréscimo de 1 G.L. causado pela adição do TMD), é possível saber-se com exactidão o valor do amortecimento modal final da estrutura conseguido para esses referidos dois modos, sendo que esses dois valores devem ser aproximadamente iguais. Foi, portanto, feito outro ábaco além do que contém a informação do q_{opt} e do que compreende o amortecimento óptimo do TMD, que consiste na média do amortecimento final dos dois modos de vibração em discussão, para cada valor de μ e para os três amortecimentos estruturais estudados. Esta informação torna-se bastante útil quando o objectivo à partida é atingir um determinado nível de amortecimento, partindo de um amortecimento estrutural muito mais baixo. Assim, é fácil saber qual a massa do amortecedor de massas sintonizadas a utilizar para conseguir alcançar o nível de amortecimento final pretendido, sendo que para este ábaco o valor do input pode ser ditado por qualquer um dos eixos, ao contrário dos outros dois ábacos em que o input é sempre o μ .

Desta forma, os ábacos respeitantes ao valor do q_{opt} , ao amortecimento óptimo do TMD e ao amortecimento final alcançado estão apresentados nas três figuras seguintes.

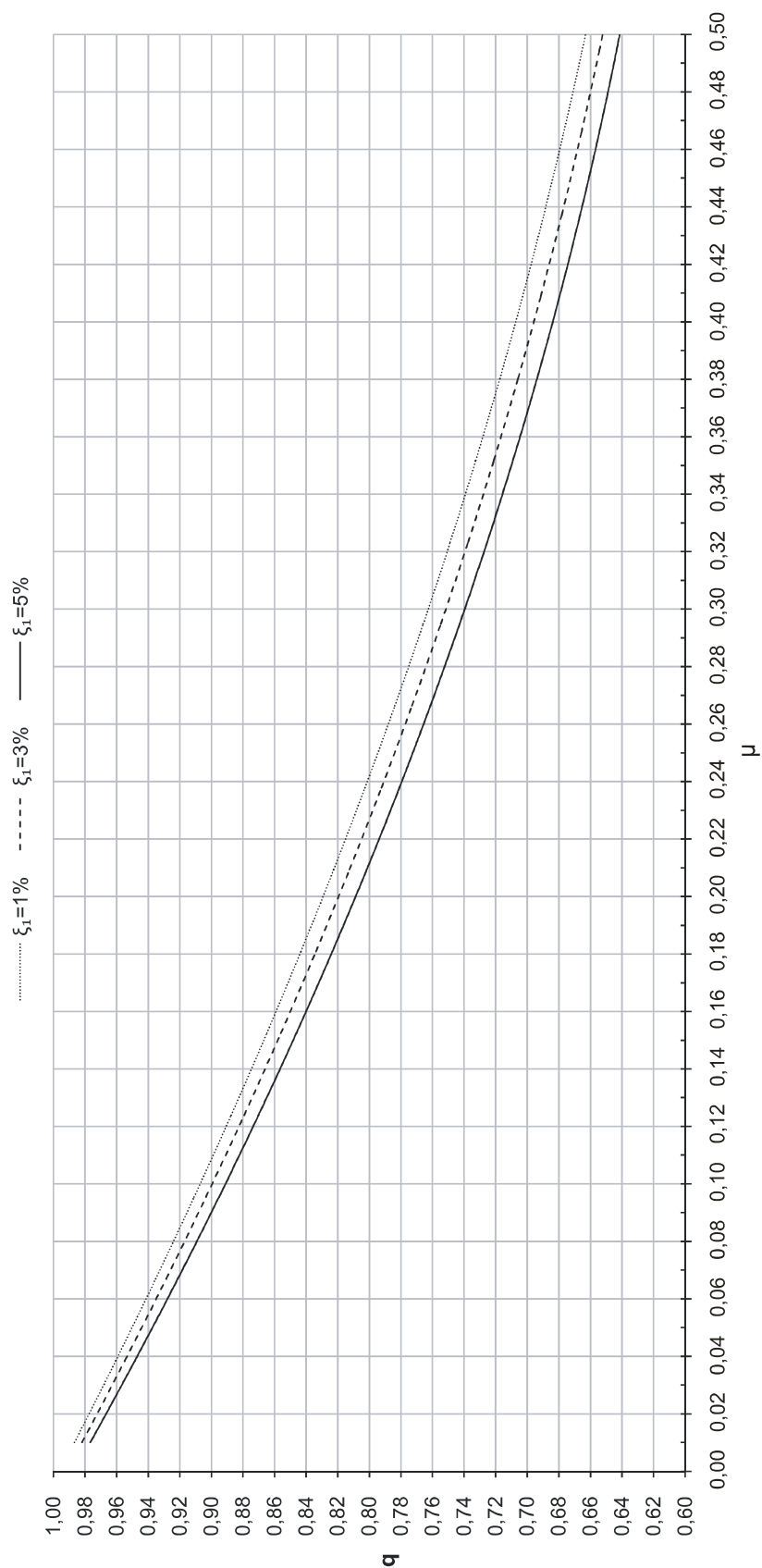


Figura 37 – Valor de $q_{\text{ópt}}$ para μ até 0,50

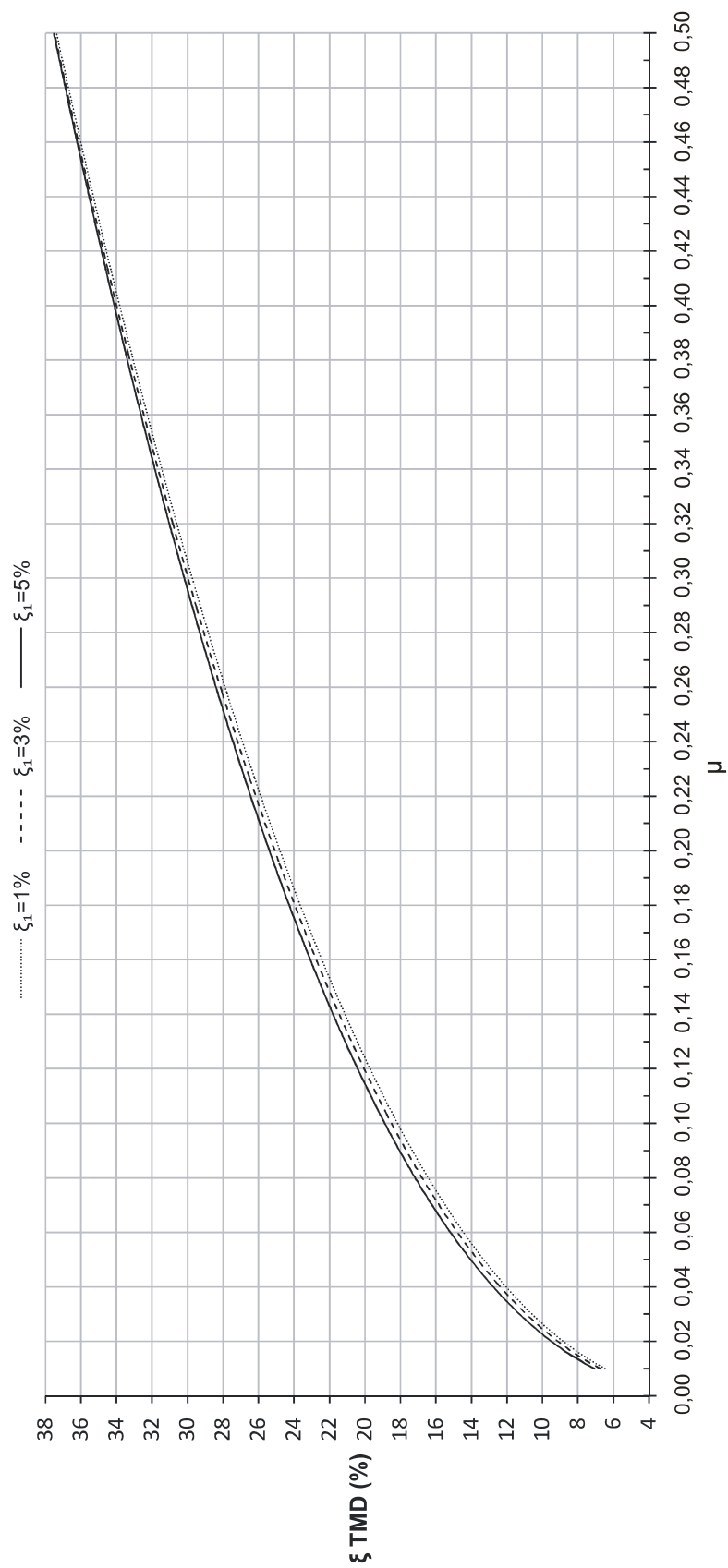


Figura 38 – Valor do amortecimento ótimo do TMD para μ até 0.50

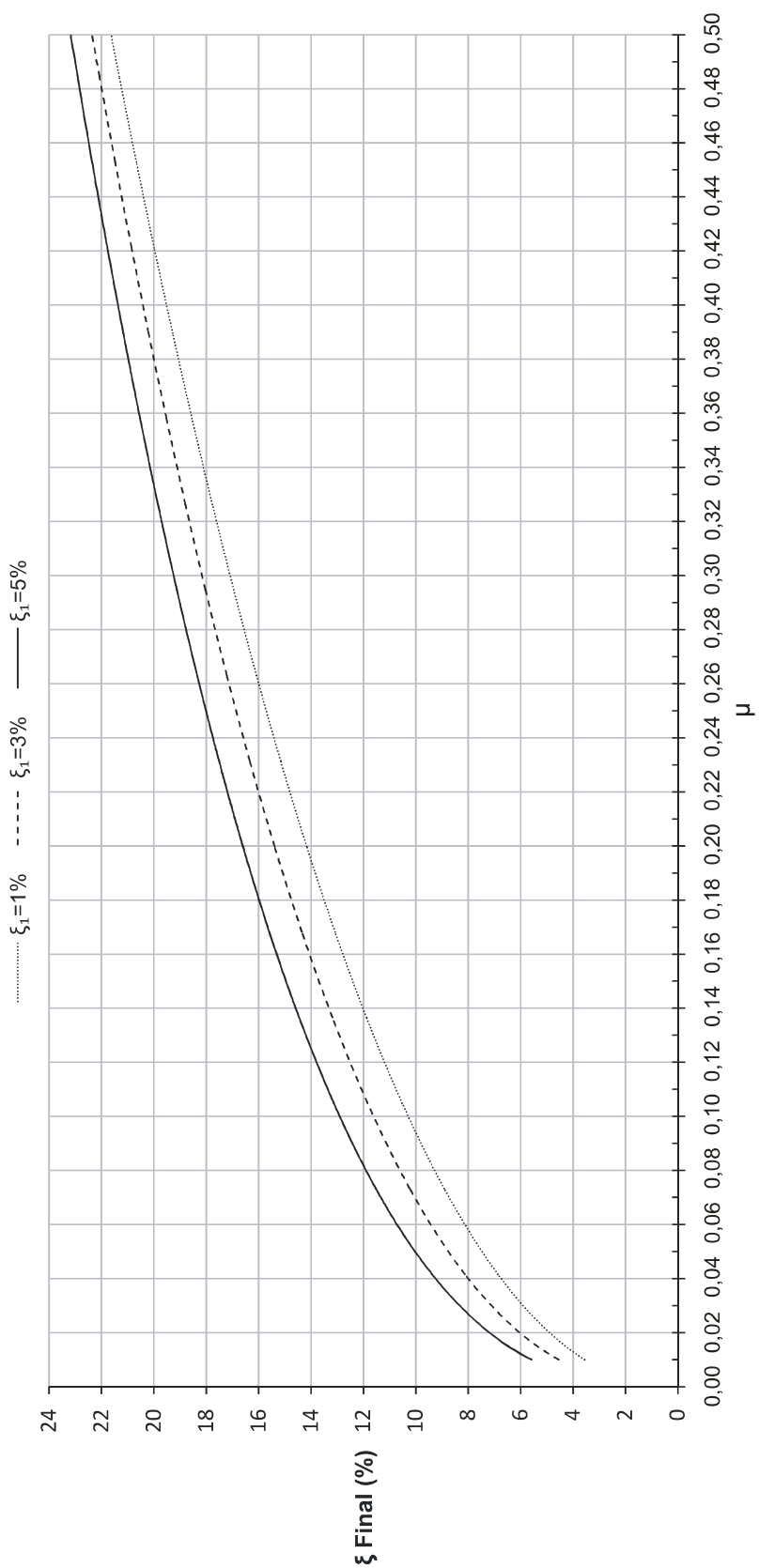


Figura 39 – Valor do amortecimento estrutural final para μ até 0.50

Segundo Villaverde, [18], o amortecimento final conseguido na estrutura após a instalação de TMDs corresponde aproximadamente à média aritmética entre o amortecimento estrutural inicial e o amortecimento instalado no sistema de controlo (equação (11)), para valores de μ e amortecimento do TMD relativamente baixos. Na Figura 40 estão representadas, para um amortecimento estrutural inicial de 5%, as curvas que traduzem o amortecimento final real alcançado e o amortecimento final resultante da média aritmética entre o amortecimento inicial da estrutura e o instalado no TMD. Através da análise desta figura é perceptível a evolução da perda de rigor, em função do μ , da fórmula da equação (11) presente no método exposto em [18], corroborando assim a ideia de que a média aritmética dos amortecimentos é uma boa aproximação do amortecimento final alcançado para valores de μ e amortecimento baixos, já que as duas curvas apresentadas são aproximadamente coincidentes para valores de μ até 0.04, sendo que a partir deste nível de razão de massas esta relação começa a perder realismo.

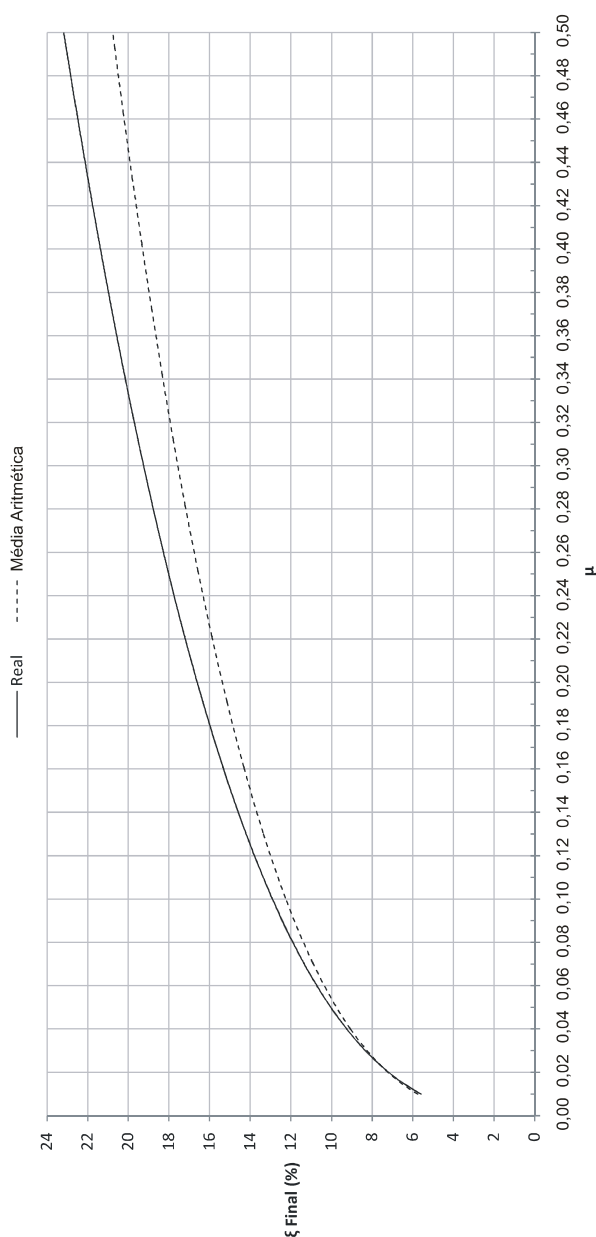


Figura 40 – Comparação entre o amortecimento final real alcançado e a média dos amortecimentos

3.5. GENERALIZAÇÃO PARA ESTRUTURAS COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE

O estudo apresentado em 2.2 foi baseado em exemplos de osciladores de apenas um grau de liberdade, sendo que, após a adição do TMD, o sistema passou a possuir dois graus de liberdade (2 G.L.). Nas estruturas reais, o número de graus de liberdade pode ser bastante superior, pelo que é necessário abordar o problema de forma a que o mesmo raciocínio se aplique. Nestes casos, o procedimento que pode ser utilizado é efectuado através de uma análise modal por espectro de resposta, sendo por isso viável a aplicação de uma sobreposição modal, tal como o Eurocódigo 8 (EC8) sugere como hipótese de análise. Este mesmo regulamento também expõe um outro método mais simplificado, o método da análise por forças laterais, mas este método é limitado ao primeiro modo de vibração, pelo que é insuficiente para a análise das estruturas após a instalação de um TMD, que tem, no mínimo, dois modos de vibração que devem ser contabilizados para a análise modal (o modo de vibração fundamental da estrutura, e o modo adicional que surge pelo acoplamento do TMD e que traduz o seu funcionamento). Estes dois métodos são procedimentos de análise elástica linear, sendo que o EC8 contempla ainda mais dois métodos, mas de análise não linear, nomeadamente o método pushover e a análise dinâmica temporal não linear que não foram usados para o estudo presente nesta tese.

A análise modal consiste em transformar a estrutura de n G.L. em n estruturas de 1 G.L., cada um deles caracterizado pelo respectivo modo de vibração da estrutura inicial e com todas as suas características transformadas para a aplicação da análise modal, ou seja, massas modais, rigidezes modais, amortecimentos modais, etc. No entanto, o Eurocódigo 8 permite desprezar os modos de vibração que possuam massas modais efectivas inferiores a 5% da massa total, ou os modos de vibração a partir dos quais o somatório das massas modais efectivas dos modos anteriores perfaça pelo menos 90% da massa total da estrutura. O resultado final de qualquer valor (esforços, deslocamentos, forças, acelerações, etc) consiste na combinação quadrática desse mesmo valor em interesse, de todos os modos que são necessários para a análise.

Os modos de vibração podem ser, em geral, normalizados para qualquer uma das suas componentes ser unitária, mas para determinar as características da estrutura no modo de vibração que interessa controlar com um TMD, este modo deve ser normalizado para componente unitária no grau de liberdade sobre o qual o TMD vai estar a actuar. Desta forma, é possível usar o mesmo método apresentado para sistemas de apenas um grau de liberdade, já que a estrutura real fica escalada para tal analogia.

3.6. INSTALAÇÃO DE UM TMD – CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS

Para que a instalação de um TMD numa estrutura seja bem sucedida, é necessário adoptar alguns procedimentos nomeadamente para validar o modelo teórico no que diz respeito às frequências em jogo, tanto da estrutura simples como do TMD após a sua instalação, garantindo assim uma correcta sintonia. Esta calibração das frequências pode ser feita recorrendo a ensaios dinâmicos com recurso a acelerómetros, determinando assim de forma exacta as frequências naturais efectivas, modos de vibração e amortecimento estrutural. Repare-se que este tipo de ensaios permite validar o sistema tendo em conta a massa e a rigidez presente na estrutura e no TMD, contornando assim o eventual problema do não conhecimento destes parâmetros de forma rigorosa. Uma consideração importante a ter em conta é um possível aumento da rigidez do TMD provocado pelos seus amortecedores, sendo que por isso a calibração do TMD respeitante à sua frequência não deve ser feita de forma independente da calibração do seu amortecimento.

No caso de TMDs realizados através da instalação de massas adicionais, é vital garantir que o seu deslocamento é, de facto, o previsto, não excedendo o deslocamento máximo relativo admitido, acautelando assim o cumprimento da obrigatoriedade da não existência de choque entre a massa do TMD e a estrutura principal, caso contrário poderia provocar avarias na estrutura.

Sendo esta tese dedicada ao estudo de TMDs de grandes dimensões, particularmente usando os próprios pisos da estrutura como massa integrada no TMD, são seguidamente apresentadas algumas ideias para materializar tal possibilidade. De facto, os pisos reservados para massa do amortecedor de massas sintonizadas não podem ser utilizados para uso habitacional ou qualquer outro uso que implique o acesso com frequência a esses pisos, devendo estes serem reservados para pisos técnicos ou coberturas. Esta limitação deve-se aos elevados deslocamentos que estes pisos podem ficar sujeitos quando o TMD entrar em funcionamento, já que o seu objectivo é efectivamente possuir fortes deslocamentos quando comparado com os restantes pisos, absorvendo assim o máximo de energia possível. Tal como acontece nos TMDs realizados com massas adicionais, quando são utilizados pisos para tal efeito também deve ser garantido o controlo do seu deslocamento máximo, para garantir que os pisos pertencentes ao TMD não saem da zona de apoio dos pilares, caso contrário poderiam colapsar sobre o piso inferior. Esta situação pode ser acautelada aumentando a largura da extremidade superior dos pilares que suportam o piso pertencente ao TMD, formando assim uma zona dos pilares em forma de *T* cujo comprimento das abas depende do deslocamento máximo relativo entre o TMD e o piso imediatamente abaixo.

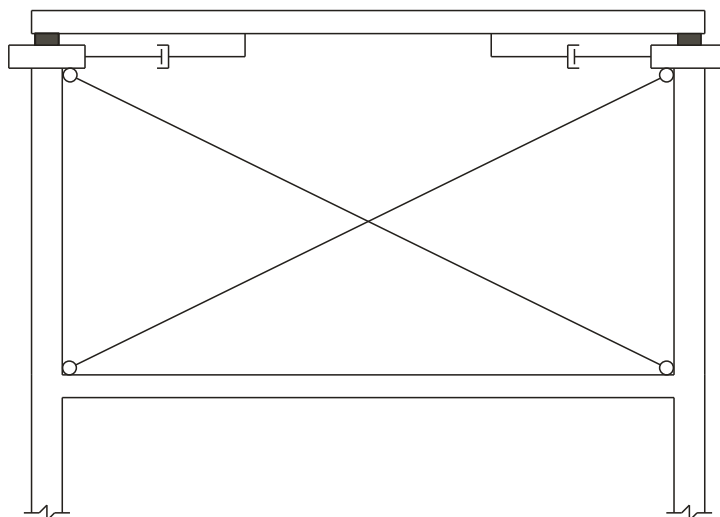


Figura 41 – Exemplo de instalação de um TMD com pilares contraventados

Na Figura 41, a solução sugerida trata de conseguir a rigidez do TMD através de apoios que possuam a rigidez horizontal definida pelo projectista e capacidade de deformação suficiente para suportar os deslocamentos relativos sofridos pelo TMD. Em caso de sismo, a força instalada no TMD pode atingir níveis bastante elevados, pelo que essa força é transmitida aos pilares através dos apoios do TMD. Este nível de forças transmitido pode levar a um esforço dos pilares elevado, pelo que para aliviar esse esforço pode ser instalado um sistema de contraventamento, materializado por exemplo com perfis metálicos, e que transmitem parte dessa força para o piso inferior da estrutura. Este sistema de contraventamento deve estar escondido através de paredes, tornando assim a solução arquitectonicamente mais atractiva. Como a massa do TMD está assente em apoios que possuem a necessária capacidade de deformação, o alargamento da parte superior dos pilares não é visto como

necessário para o deslizamento do piso pertencente ao TMD, mas sim para permitir a instalação dos referidos apoios, e dos amortecedores que estão ligados à massa do TMD. O piso que funciona como massa do sistema de controlo, bem como os amortecedores instalados, podem ser ocultados através da realização de um tecto falso.

Porém, quando a força instalada no TMD não é tão elevada ou quando não existe a possibilidade de ser instalado um sistema de contraventamento na estrutura como o apresentado na Figura 41, as secções dos pilares que suportam o piso que pertence ao TMD podem necessitar de ser aumentadas. Esse risco está presente na sugestão apresentada de seguida.

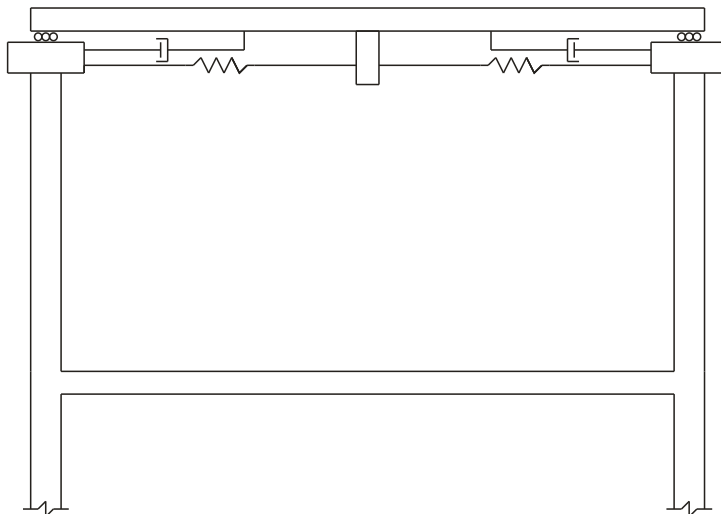


Figura 42 – Exemplo de instalação de um TMD com pilares não contraventados

Na Figura 42 os apoios que ligam os pilares à massa do TMD são constituídos por apoios simples, que não oferecem qualquer reacção horizontal, pelo que a rigidez do TMD é conseguida através da instalação de molas que o liga à cabeça dos pilares. Neste caso, a parte superior dos pilares já deve possuir uma determinada largura tendo em conta o deslocamento máximo relativo entre o TMD e o piso imediatamente abaixo, já que a massa do TMD em questão desliza por cima da referida cabeça dos pilares. Devido à instalação dos amortecedores e das molas na cabeça dos pilares, estas podem necessitar de ter uma maior altura do que teriam no caso da Figura 41 em que só tinham instalado os amortecedores. Mais uma vez, o piso que funciona como TMD bem como os seus amortecedores e molas que o constituem, podem ser escondidos através da introdução de um tecto falso, constituindo assim uma solução mais agradável em termos arquitectónicos.

Além das soluções de um piso a funcionar como massa para o TMD como as apresentadas nas duas figuras anteriores, pode ser necessário utilizar mais pisos para tal efeito, pelo que a Figura 43 representa esquematicamente uma solução com dois pisos utilizados para constituírem a massa do TMD.

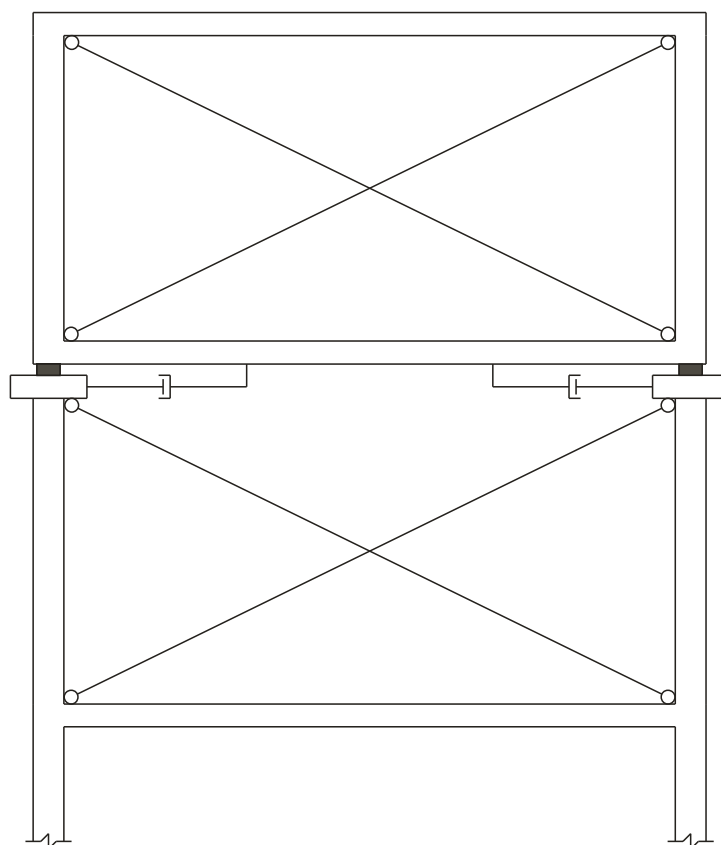


Figura 43 – Exemplo da utilização de dois pisos como massa para o TMD

No caso de haver mais que um piso a funcionar como massa para o TMD é fundamental que não existam deslocamentos relativos entre si, para que estes possam funcionar como uma massa única apesar de estar distribuída num espaço maior. Esta solidarização dos pisos que actuam como TMD pode ser conseguida, por exemplo tal como está representada na Figura 43, através de cruzes de Sto. André materializadas com perfis metálicos ou peças de betão armado. Em termos de deslocamentos, estes dois pisos vão funcionar de forma independente do resto da estrutura, pelo que as tubagens relativas, por exemplo, às instalações eléctricas ou redes de águas devem ser flexíveis para permitirem o movimento relativo do TMD com a estrutura, sem que para isso fiquem danificadas.

O TMD apresentado na Figura 43 está representado com o modelo esquemático da instalação contemplada na Figura 41, mas todos os esquemas apresentados nas últimas três figuras são apenas algumas das muitas hipóteses que existem para pôr em prática a concepção do aproveitamento da massa dos pisos das estruturas para ser usada como massas do TMD, sendo que a solução a usar depende bastante do tipo de estrutura em estudo e deve ser estudada de caso para caso.

4

EXEMPLOS DA APLICAÇÃO DE TMDs DE GRANDES DIMENSÕES A ESTRUTURAS

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentado o estudo da aplicação de TMDs em dois pórticos, um de 5 pisos e outro de 15, com o objectivo de controlar o melhor possível a resposta da estrutura durante a ocorrência de um sismo. É, no entanto, reservada uma secção inicial dedicada aos espectros de resposta regulamentares, definindo-se e esclarecendo-se tudo o que é necessário para o cálculo das acelerações espectrais necessárias no estudo dos dois pórticos, tanto em espectros de cálculo como em espectros definidos para regime elástico.

Após esta secção inicial, é apresentado o estudo dos dois pórticos em questão, sendo analisadas as respostas das estruturas em termos de deslocamentos e forças transmitidas pelo sismo, nas mesmas estruturas com e sem sistemas de controlo, para posterior comparação e análise da eficiência dos TMDs. A comparação da resposta da estrutura com TMD é feita com a mesma estrutura sem esse sistema de controlo, adoptando esta dois coeficientes de comportamento bastante distintos, para comparação da eficácia do TMD em estruturas mais ou menos dúcteis. Estes exemplos de aplicação são obtidos usando os próprios pisos da estrutura como massa para o TMD, aproveitando assim a massa já existente da estrutura evitando o acréscimo de massas adicionais e todos os problemas que daí poderiam advir por essas massas possuírem elevada grandeza.

No final do estudo de cada pórtico é apresentado um quadro resumo em que se mostra todas as vantagens e desvantagens ao nível de forças e de deslocamentos, para cada grau de liberdade, em forma de razão entre os parâmetros finais após a instalação do TMD e os parâmetros iniciais das estruturas sem controlo.

4.2. ESPECTROS DE RESPOSTA REGULAMENTARES

Os sismos são excitações que se traduzem por maiores ou menores movimentos do solo, transmitindo assim energia às estruturas. Regulamentarmente, estas solicitações podem ser representadas através de acelerações que o solo sofre, transmitindo essas acelerações para as estruturas, provocando assim o seu movimento e a respectiva instalação de forças de inércia. O EC8 considera estas acelerações através de espectros de resposta, que apesar de serem únicos para cada estrutura, assumem sempre o mesmo formato. A função da aceleração espectral, $S(T)$, é definida em quatro ramos em função do período de vibração da estrutura.

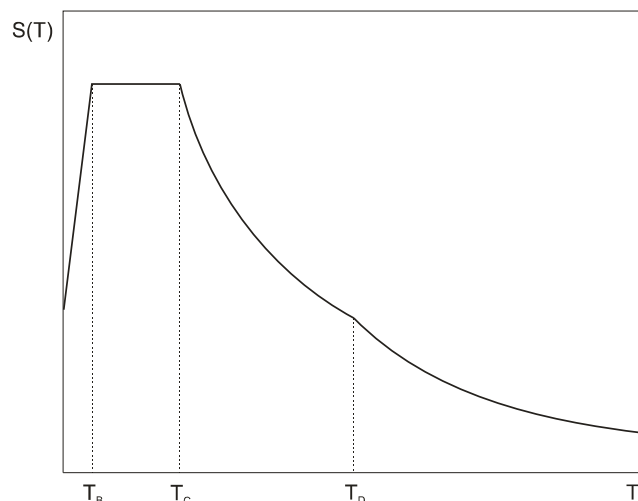


Figura 44 – Forma dos espectros regulamentares

Os valores de T_B , T_C e T_D estão definidos no Eurocódigo 8 e dependem apenas do tipo de terreno e do tipo de sismo. O EC8 classifica o tipo de solo em sete classes diferentes, dependendo da formação dos seus estratos e dos materiais que os constituem, variando desde uma formação essencialmente rochosa até depósitos de solo mais brandos e com risco de liquefacção. Os sismos podem ser estudados como podendo ser de dois tipos diferentes, tipo 1 ou tipo 2, sendo que este procedimento surge no enquadramento do desconhecimento ou da falta de estudo da geologia mais profunda do terreno que interessa para a estrutura em causa.

Ao dimensionar uma estrutura para as acelerações sísmicas regulamentares, o EC8 permite o uso de espectros de cálculo para uma análise elástica, mas afectados de um determinado coeficiente de comportamento q que traduz a ductilidade da estrutura e simula, de forma simplificada, o seu comportamento plástico. Logicamente, este coeficiente varia consoante o tipo de estrutura em análise, já que estruturas mais dúcteis possuem um coeficiente de comportamento mais elevado, e vice-versa. Assim, a aceleração espectral de cálculo, $S_d(T)$, é definida da maneira que seguidamente se apresenta.

$$S_d(T) = \begin{cases} a_g S \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left(\frac{2.5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right], & \text{se } 0 \leq T \leq T_B \\ a_g S \frac{2.5}{q}, & \text{se } T_B \leq T \leq T_C \\ a_g S \frac{2.5}{q} \left(\frac{T_C}{T} \right) \geq \beta a_g, & \text{se } T_C \leq T \leq T_D \\ a_g S \frac{2.5}{q} \left(\frac{T_C T_D}{T^2} \right) \geq \beta a_g, & \text{se } T_D \leq T \end{cases} \quad (29)$$

em que a_g é o valor de cálculo da aceleração na base à superfície de um terreno do tipo A e depende da importância do edifício e da localização do mesmo, S é um parâmetro definido tal como T_B , T_C e T_D , q é o coeficiente de comportamento da estrutura, T o período de vibração da estrutura e β é um coeficiente para a determinação do limite mínimo da aceleração espectral cujo valor é fixado pelo EC8 em 0.2. O valor da aceleração a_g é retirado da equação (30)

$$a_g = \gamma_I a_{gR} \quad (30)$$

sendo que γ_I é o coeficiente de importância e que para edifícios correntes toma o valor igual à unidade, para edifícios de importância menor para a segurança pública (por exemplo edifícios agrícolas) toma valores inferiores e para edifícios em que é elevada a importância da resistência sísmica (escolas, instituições culturais, etc) ou em que seja vital a sua integridade em caso de sismo (hospitais, edifícios destinados a socorro da população, centrais eléctricas), este coeficiente pode tomar valores substancialmente maiores. A consideração de coeficientes de importância superiores à unidade é equivalente a estudar a estrutura solicitada por sismos com período de retorno superior a 475 anos (o que equivale a considerar uma acção com probabilidade de ocorrência de 10% em 50 anos). O parâmetro a_{gR} é o valor de referência para a aceleração máxima na base, num terreno do tipo A, e corresponde à aceleração transmitida às estruturas por um sismo com período de retorno correspondente a 475 anos, sendo que estes valores são escolhidos pelas autoridades nacionais e dependem da zona do território em questão, devido às suas diferentes características sísmicas. Tanto o valor dos coeficientes de importância como o das acelerações de referência, estão definidos no Anexo Nacional do Eurocódigo 8.

Quando se trata de analisar a resposta sísmica de uma estrutura quando lhe está implementado um TMD, o regulamento norte-americano FEMA 356, [20], que é dos primeiros a abordar esta matéria, declara que a estrutura deve permanecer em regime elástico quando estiver a ser feita uma análise linear simplificada, como é o caso de estudo nesta tese, para os esforços resultantes da actuação do sismo nas estruturas com controlo. Esta consideração provoca uma maior exigência da estrutura, necessitando por isso, de possuir secções mais resistentes, porque, consequentemente foram dimensionadas para esforços maiores. Desta forma, o conceito de coeficiente de comportamento desaparece, já que o comportamento da estrutura não vai possuir patamar de cedência, e surge o efeito do amortecimento presente na estrutura. Este efeito, o EC8 traduz através de um coeficiente de correcção do amortecimento apresentado de seguida, já que a expressão para o cálculo das acelerações espectrais em regime elástico está calibrada para amortecimentos de 5%, sendo este o factor que retrata a influência de amortecimentos diferentes.

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{(5 + \xi)}} \quad (31)$$

Este coeficiente toma como valor mínimo 0.55 e ξ é o coeficiente de amortecimento viscoso da estrutura, expresso em percentagem. Este valor mínimo de 0.55 no coeficiente η faz com que o coeficiente de amortecimento máximo que deve ser contabilizado numa análise estrutural seja de aproximadamente 28%. Assim sendo, o espectro de resposta a usar já não é o que está presente na equação (29), mas sim um novo espectro de resposta elástica horizontal que fornece a aceleração espectral elástica, $S_e(T)$, influenciada pelo parâmetro η .

$$S_e(T) = \begin{cases} a_g S \left[1 + \frac{T}{T_B} (2.5\eta - 1) \right], & \text{se } 0 \leq T \leq T_B \\ 2.5 a_g S \eta, & \text{se } T_B \leq T \leq T_C \\ 2.5 a_g S \eta \left(\frac{T_C}{T} \right), & \text{se } T_C \leq T \leq T_D \\ 2.5 a_g S \eta \left(\frac{T_C T_D}{T^2} \right), & \text{se } T_D \leq T \leq 4 \text{ s} \end{cases} \quad (32)$$

cujos parâmetros a_g , S , T_B , T_C , T_D , η e T são os já definidos anteriormente.

4.3. PÓRTICO DE 5 PISOS

4.3.1. ESTRUTURA SEM SISTEMA DE CONTROLO

4.3.1.1. Com Coeficiente de Comportamento de 2.5

Considere-se uma estrutura porticada de 5 pisos, regular quer em altura quer em planta, localizada no concelho de Portimão e com o esquema estrutural apresentado de seguida.

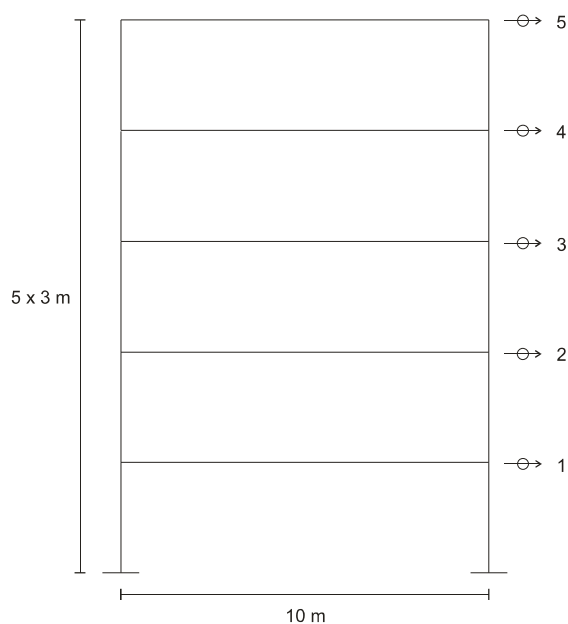


Figura 45 – Esquema do pórtico de 5 pisos

Neste pórtico, atribui-se o primeiro grau de liberdade ao primeiro piso e assim sucessivamente até ao quinto grau de liberdade que corresponde ao quinto piso (que consiste na cobertura).

No que diz respeito a combinar os esforços originados por um sismo com os esforços referentes a outras acções, é considerada a combinação quase permanente de acções, ou seja, admite-se que quando um sismo surge, a estrutura está solicitada pelas acções correspondentes a uma combinação quase permanente das mesmas. Assim sendo, à estrutura apresentada admite-se que o seu carregamento nesta combinação equivale, de forma simplificada, a uma massa de 10 toneladas por piso na área de influência considerada, sendo desprezável a contribuição da massa dos pilares em comparação com a massa dos pisos. Assim, a matriz de massa da estrutura admite a seguinte forma.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} t$$

No que diz respeito à rigidez da estrutura, esta deveria ser a resultante do seu dimensionamento às restantes cargas, mas neste exemplo por uma questão de simplicidade de cálculo, é razoável considerar uma rigidez constante em todos os pilares do pórtico e que originam uma frequência fundamental de

vibração na ordem dos 3 Hz, valor admitido pelo Regulamento de Segurança e Acções (RSA) como típico para estruturas porticadas de cinco pisos. Desta forma, tendo em conta que a altura de cada pilar corresponde a 3 metros, que estes são feitos em betão armado (C25/30) com dimensões $0.30 \times 0.40 \text{ m}^2$, e que a rigidez à flexão das lajes é muito elevada quando comparada com a dos pilares, a rigidez de cada pilar surge como

$$k = \frac{12EI}{l^3} = 22044.44 \text{ kN/m}$$

em que E é o módulo de elasticidade do betão considerado valendo 31 GPa, I é a inércia do pilar na direcção em estudo e cujo valor assume $0.30 \times 0.40^3/12 \text{ m}^4$ e l corresponde aos 3 metros de comprimento de cada pilar. Sabendo o valor da rigidez de cada pilar, a matriz de rigidez da estrutura surge naturalmente como

$$K = \begin{bmatrix} 4k & -2k & 0 & 0 & 0 \\ -2k & 4k & -2k & 0 & 0 \\ 0 & -2k & 4k & -2k & 0 \\ 0 & 0 & -2k & 4k & -2k \\ 0 & 0 & 0 & -2k & 2k \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 88177.78 & -44088.89 & 0 & 0 & 0 \\ -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 & 0 \\ 0 & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 \\ 0 & 0 & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 \\ 0 & 0 & 0 & -44088.89 & 44088.89 \end{bmatrix} \text{ kN/m}$$

As cinco frequências naturais de vibração são determinadas de acordo com a equação (33), que depende apenas da matriz de massa e da matriz de rigidez da estrutura,

$$|K - \omega_i^2 M| = 0 \quad (33)$$

e surgem como

$$\begin{cases} \omega_1 = 18.90 \\ \omega_2 = 55.17 \\ \omega_3 = 86.96 \text{ rad/s} \\ \omega_4 = 111.72 \\ \omega_5 = 127.42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f_1 = 3.01 \\ f_2 = 8.78 \\ f_3 = 13.84 \text{ Hz} \\ f_4 = 17.78 \\ f_5 = 20.28 \end{cases}$$

Tal como foi imposto inicialmente ao definir a rigidez de cada pilar, a frequência fundamental da estrutura encontra-se na casa dos 3 Hz.

Os respectivos modos de vibração associados a cada frequência natural são obtidos satisfazendo a equação seguinte, sendo que esta equação tem de ser repetida para cada uma das cinco frequências naturais, ω_i .

$$\{K - \omega_i^2 M\}\{\Phi_i\} = \{0\} \quad (34)$$

Porém, as equações (33) e (34) não são a única forma de serem calculadas as frequências naturais e os modos de vibração, já que, como já foi referido no capítulo anterior desta tese, através da formulação em Espaço de Estado é possível serem retirados estes mesmos valores, sendo que quando o

amortecimento é clássico, tanto as frequências naturais como os modos de vibração são numericamente iguais aos resultantes das equações (33) e (34), respectivamente.

Assim, para aplicar a referida formulação de Espaço de Estado é necessário determinar antes a matriz de amortecimento da estrutura. Considerando que o amortecimento dos dois primeiros modos de vibração vale 5%, já que é um valor típico do coeficiente de amortecimento para estruturas porticadas de betão armado, aplicando o sistema da equação (19), chega-se às constantes que permitem definir a matriz de amortecimento clássico.

$$\begin{cases} a_0 = 1.40774 \text{ s}^{-1} \\ a_1 = 0.00135 \text{ s} \end{cases}$$

Tendo presente estes coeficientes, e aplicando a equação (12) chega-se à matriz de amortecimento clássico do sistema.

$$C = \begin{bmatrix} 133.12 & -59.52 & 0 & 0 & 0 \\ -59.52 & 133.12 & -59.52 & 0 & 0 \\ 0 & -59.52 & 133.12 & -59.52 & 0 \\ 0 & 0 & -59.52 & 133.12 & -59.52 \\ 0 & 0 & 0 & -59.52 & 73.60 \end{bmatrix} t/s$$

Desta forma, e através do que foi exposto na secção 3.3.2, estão reunidas as condições para ser determinada a matriz de estado, A , estando apresentado de seguida os seus correspondentes valores próprios.

$$\begin{cases} -0.94498 \pm 18.876i \\ -2.75825 \pm 55.098i \\ -5.80909 \pm 86.771i \\ -9.12888 \pm 111.344i \\ -11.66361 \pm 126.885i \end{cases}$$

Estes valores próprios apresentados, através da equação (24), permitem saber de maneira bastante prática as frequências naturais de vibração e os seus respectivos amortecimentos modais, sendo apresentados de forma compilada no quadro seguinte.

Quadro 1 – Frequências naturais e amortecimentos modais do pórtico de 5 pisos sem controlo

Modo de vibração	Frequência natural (rad/s)	Amortecimento modal (%)
1	18.90	5.00
2	55.17	5.00
3	86.96	6.68
4	111.72	8.17
5	127.42	9.15

O estudo destes pórticos tem como base uma análise linear elástica através de uma sobreposição modal, sendo que para a sua aplicação é importante saber quais os modos de vibração a considerar e

que afectam de forma significativa os resultados finais. Desta forma, o Eurocódigo 8 refere que podem ser desprezados todos os modos cujo somatório das massas modais efectivas dos modos anteriores perfaçam, pelo menos, 90% da massa total da estrutura, além de que devem ser contabilizados todos os modos cuja respectiva massa modal efectiva seja maior ou igual a 5% da massa total da estrutura. Após uma análise de sensibilidade feita ao EC8, verificou-se que esta consideração leva a que seja idêntico admitir-se que se desprezam todos os modos de vibração cuja sua influência nos deslocamentos finais da estrutura seja inferior a 1%, sendo que este tipo de abordagem vai ser bastante útil mais à frente nesta tese.

Após a determinação dos amortecimentos modais e respectivas frequências naturais de vibração, torna-se imperativo agora a extracção dos modos de vibração através da formulação em Espaço de Estado e, como já foi exposto, estes modos de vibração correspondem aos vectores próprios da matriz de estado. Estes vectores próprios têm forma imaginária, mas como esta análise se baseia em comparar apenas valores máximos, são somente contabilizadas as partes reais destes vectores próprios já que consistem na componente que influencia a amplitude máxima dos deslocamentos, sendo que a componente imaginária apenas se relaciona com o atraso de fase. Desta forma, é viável apresentar apenas as suas partes reais, sendo que por opção do autor, cada um dos vectores dos modos de vibração apresentam-se normalizados para componente unitária correspondente ao primeiro grau de liberdade.

$$\Phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.919 \\ 2.683 \\ 3.229 \\ 3.513 \end{Bmatrix} \quad \Phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.310 \\ 0.715 \\ -0.373 \\ -1.204 \end{Bmatrix}$$

A cada um destes modos de vibração corresponde a respectiva massa modal efectiva, MME , que corresponde à massa da estrutura que é mobilizada em cada modo, e é dada pela fórmula

$$MME = \frac{\Phi_i^T M \{1\} \Phi_i^T M \{1\}}{\Phi_i^T M \Phi_i} \quad (35)$$

e cujo valor se apresenta no Quadro 2.

Quadro 2 – Massas modais efectivas dos dois primeiros modos de vibração

Modo de vibração	MME (t)	Percentagem em relação à massa total (%)	Percentagem total (%)
1	43.977	87.95	96.67
2	4.359	8.72	

Como está presente no quadro anterior, o primeiro modo de vibração não é suficiente para obter uma massa modal efectiva de 90% da massa total da estrutura, sendo que contabilizando os dois primeiros modos consegue-se mobilizar mais de 96% da referida massa total, pelo que é suficiente entrar em conta apenas com estes dois modos para a análise. Efectivamente, se fosse contabilizado o terceiro modo de vibração, os deslocamentos finais iriam sofrer uma mudança inferior a 1%, pelo que se confirma que considerar apenas os dois primeiros modos é suficiente para conhecer a resposta real da estrutura.

Para empregar uma sobreposição modal é necessário, para cada modo de vibração em interesse, determinar a sua massa modal, M_i . Este valor depende da normalização dada ao respectivo modo de vibração, pelo que a sua grandeza não pode servir de escala comparativa com a massa real da estrutura. A massa modal é obtida através da aplicação da equação (36).

$$M_i = \Phi_i^T M \Phi_i \quad (36)$$

Outro parâmetro fulcral para a análise da estrutura aplicando uma sobreposição modal é o factor modal de excitação sísmica, L_i , sendo definido por

$$L_i = \Phi_i^T M \{1\} \quad (37)$$

Tanto as massas modais como os factores modais de excitação sísmica, para os dois primeiros modos de vibração da estrutura, estão compilados no Quadro 3 e que se apresenta de seguida.

Quadro 3 – Massas modais e factores modais de excitação sísmica

Modo de vibração	Massas modais (t)	Factores modais de excitação sísmica (t)
1	346.46	123.44
2	48.15	14.49

Como foi referido no início desta secção, a estrutura em análise encontra-se localizada no município de Portimão, no Algarve. Pertencendo assim a uma das zonas mais gravosas em termos sísmicos do território nacional, os seus valores de referência da aceleração máxima na base num terreno do tipo A são

$$a_{gR} = \begin{cases} 2.5 \text{ m/s}^2, & \text{para sismos do Tipo 1} \\ 1.7 \text{ m/s}^2, & \text{para sismos do Tipo 2} \end{cases}$$

sendo que estes valores de aceleração na base coincidem com o valor de cálculo da aceleração à superfície num terreno do tipo A, a_g , já que a estrutura em questão possui coeficiente de importância igual à unidade (equação (30)).

O tipo de terreno admitido para a análise classifica-se como sendo do tipo C, caracterizado por possuir um solo arenoso compacto ou medianamente compacto ou essencialmente por argila rija, podendo estas camadas atingir algumas centenas de metros de profundidade. Definidas estas características, estão reunidas as condições para retirar do Eurocódigo 8 os coeficientes necessários para a definição das acelerações espectrais imprescindíveis na análise.

Quadro 4 – Coeficientes para cálculo de acelerações espectrais

Tipo de sismo	$S_{m\acute{a}x}$	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
Tipo 1	1.60	1.30	0.10	0.60	2.00
Tipo 2	1.60	1.46	0.10	0.25	2.00

O parâmetro S apresentado na secção 4.2, para acelerações de cálculo a_g maiores que 1 m/s^2 e menores que 4 m/s^2 , é definido como está presente na equação seguinte e o resultado já se encontra referenciado no Quadro 4.

$$S = S_{\max} - \frac{S_{\max} - 1}{3}(a_g - 1) \quad (38)$$

O período de vibração da estrutura no modo de vibração i , T_i , é dado, como é usualmente conhecido, pelo inverso da frequência

$$T_i = \frac{1}{f_i} \quad (39)$$

com a frequência f_i em Hz .

Posto isto, e não esquecendo que o coeficiente de comportamento em causa vale 2.5, estão definidos todos os parâmetros necessários para cálculo das acelerações espectrais, sendo estas calculadas através da equação (29). O quadro seguinte apresenta uma compilação das acelerações requeridas para os dois modos de vibração em questão.

Quadro 5 – Acelerações espectrais de cálculo para os dois primeiros modos de vibração

Modo de vibração	Frequências naturais (Hz)	Períodos de vibração (s)	Tipo de sismo	Aceleração espectral de cálculo (m/s^2)
1	3.01	0.33	Tipo 1	3.25
			Tipo 2	1.87
2	8.78	0.11	Tipo 1	3.25
			Tipo 2	2.48

Com a definição de todos os valores apresentados anteriormente, torna-se possível calcular as coordenadas modais (y_i) com o uso da equação (40), valor este que representa o peso de cada modo de vibração em qualquer parâmetro na resposta final da estrutura.

$$y_i = \frac{L_i}{M_i} \frac{S_d(T_i)}{\omega_i^2} \quad (40)$$

De facto, a expressão do valor das coordenadas modais surge, na análise modal, como resolução da equação diferencial

$$M_i \ddot{y}_i + C_i \dot{y}_i + K_i y_i = F_i^{ext} \quad (41)$$

em que M_i , C_i e K_i são as massas modais, amortecimentos modais e rigidezes modais, respectivamente e a força modal exterior aplicada define-se como

$$F_i^{ext} = L_i \ddot{u}_g \quad (42)$$

em que $\ddot{u}_g$ representa a aceleração sísmica transmitida pelo solo. A equação (41) pode, no entanto, assumir a forma de

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = \frac{L_i}{M_i} \ddot{u}_g \quad (43)$$

representando assim a equação de equilíbrio dinâmico para cada modo de vibração da estrutura.

Desta forma, aplicando a equação (40) aos modos de vibração em estudo e para cada um dos tipos de sismos, resulta o quadro exposto de seguida.

Quadro 6 – Coordenadas modais

Modo de vibração	Tipo de sismo	Coordenadas modais (m)
1	Tipo 1	0.003241
	Tipo 2	0.001865
2	Tipo 1	0.000321
	Tipo 2	0.000245

A partir do conhecimento das coordenadas modais é imediato calcular os deslocamentos modais, u_i , associados a cada grau de liberdade, necessitando apenas de multiplicar estas pelo vector do modo de vibração respectivo.

$$u_i = \Phi_i y_i \quad (44)$$

Partindo do conhecimento dos deslocamentos modais, os deslocamentos finais elásticos são obtidos através de uma combinação quadrática simples destes, tal como é admitido pelo EC8. Esta combinação quadrática é feita para qualquer parâmetro cujo valor final se pretenda saber a partir do conhecimento dos valores modais desse mesmo parâmetro, ou seja

$$E = \sqrt{\sum E_i^2} \quad (45)$$

em que E é um parâmetro genérico da estrutura no qual se pretende saber o seu valor final.

Assim sendo, os deslocamentos modais da estrutura para os dois modos de vibração em interesse e para cada tipo de sismo, apresentam-se como

$$u_1^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.00324 \\ 0.00622 \\ 0.00870 \\ 0.01047 \\ 0.01139 \end{Bmatrix} m \quad u_1^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00187 \\ 0.00358 \\ 0.00500 \\ 0.00602 \\ 0.00655 \end{Bmatrix} m$$

$$u_2^{Tipo\ 1} = \begin{pmatrix} 0.00032 \\ 0.00042 \\ 0.00023 \\ -0.00012 \\ -0.00039 \end{pmatrix} m \quad u_2^{Tipo\ 2} = \begin{pmatrix} 0.00025 \\ 0.00032 \\ 0.00018 \\ -0.00009 \\ -0.00030 \end{pmatrix} m$$

os quais a partir da equação (45) dão origem aos deslocamentos finais elásticos, mais uma vez, para cada tipo de sismo.

$$u_{elásticos}^{Tipo\ 1} = \begin{pmatrix} 0.00326 \\ 0.00623 \\ 0.00870 \\ 0.01047 \\ 0.01139 \end{pmatrix} m \quad u_{elásticos}^{Tipo\ 2} = \begin{pmatrix} 0.00188 \\ 0.00359 \\ 0.00501 \\ 0.00602 \\ 0.00656 \end{pmatrix} m$$

Como a análise plástica que está definida como objectivo é feita a partir da análise elástica afectada de um coeficiente de comportamento, os deslocamentos reais da estrutura também têm de ser afectados por esse coeficiente de comportamento, sendo obtidos através dos deslocamentos finais elásticos mas multiplicados pelo dito coeficiente de comportamento que, como já foi referido, possui o valor de 2.5. Os deslocamentos finais reais da estrutura são os apresentados imediatamente a seguir, para ambos os tipos de sismo.

$$u_{reais}^{Tipo\ 1} = \begin{pmatrix} 0.00814 \\ 0.01559 \\ 0.02175 \\ 0.02617 \\ 0.02849 \end{pmatrix} m \quad u_{reais}^{Tipo\ 2} = \begin{pmatrix} 0.00470 \\ 0.00898 \\ 0.01252 \\ 0.01506 \\ 0.01640 \end{pmatrix} m$$

No que diz respeito às forças a que a estrutura está sujeita, uma das formas em que estas podem ser retiradas é através da sua matriz de rigidez. Como é sabido, a rigidez da estrutura multiplicada pelos deslocamentos que esta sofre resulta nas forças que lhe estão aplicadas. Desta forma, as forças modais aplicadas em cada grau de liberdade resultam da multiplicação da matriz de rigidez pelos seus deslocamentos modais já atrás calculados.

$$F_i = Ku_i \quad (46)$$

Em alternativa, pode ser usada uma outra fórmula que não a da equação (46), que traduz o mesmo parâmetro e com resultados numericamente iguais.

$$F_i = M\Phi_i \frac{L_i}{M_i} S_d(T_i) \quad (47)$$

Assim, aplicando a fórmula da equação (46), já que é mais prática de ser usada do que a da equação (47), surgem as forças modais para os dois modos de vibração em estudo e para ambos os tipos de sismo considerados.

$$F_1^{Tipo\ 1} = \begin{pmatrix} 11.58 \\ 22.22 \\ 31.06 \\ 37.38 \\ 40.68 \end{pmatrix} kN \quad F_1^{Tipo\ 2} = \begin{pmatrix} 6.66 \\ 12.78 \\ 17.87 \\ 21.51 \\ 23.40 \end{pmatrix} kN$$

$$F_2^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 9.78 \\ 12.81 \\ 6.99 \\ -3.64 \\ -11.77 \end{Bmatrix} kN \quad F_2^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 7.46 \\ 9.77 \\ 5.34 \\ -2.78 \\ -8.98 \end{Bmatrix} kN$$

Após a determinação das forças modais em interesse, através da fórmula apresentada na equação (45) determina-se da forma prática as forças finais instaladas na estrutura. Dessa forma, essas forças finais resultam em

$$F_{finais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 15.15 \\ 25.64 \\ 31.84 \\ 37.56 \\ 42.35 \end{Bmatrix} kN \quad F_{finais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 10.00 \\ 16.09 \\ 18.65 \\ 21.69 \\ 25.07 \end{Bmatrix} kN$$

Como seria previsível após uma análise comparativa atenta entre as acelerações espectrais de cálculo resultantes do sismo de tipo 1 e do sismo de tipo 2, as acelerações espectrais mais baixas do sismo de tipo 2 levam a deslocamentos e forças menores deste mesmo tipo de sismo quando em comparação com os mesmos parâmetros mas para o sismo de tipo 1. Pode-se concluir, portanto, que o sismo do tipo 1 é mais gravoso em termos estruturais que o sismo de tipo 2. Também se denota, como seria de esperar, que os deslocamentos e as forças na estrutura crescem em altura.

4.3.1.2. Com Coeficiente de Comportamento de 1.5

Como já foi dito nesta tese, o coeficiente de comportamento está directamente relacionado com a rigidez e ductilidade da estrutura, sendo que esta quanto mais dúctil for maior é o coeficiente de comportamento associado à estrutura. Apesar do valor de 1.5 atribuído ao coeficiente de comportamento, este é tipicamente um valor muito baixo tendo em conta o tipo de estrutura em análise, já que para estruturas porticadas este parâmetro é consideravelmente superior aproximando-se mais da análise feita anteriormente, em que o coeficiente de comportamento adquiriu o valor de 2.5. Porém, esta análise tem como objectivo estudar estruturas tipicamente menos dúcteis, apesar de se manter a mesma estrutura porticada apresentada em 4.3.1.1, para posterior comparação da eficácia da instalação de TMDs em estruturas mais ou menos dúcteis. Este objectivo de comparação da eficácia do sistema de controlo é a justificação para o estudo de dois coeficientes de comportamento bastante distintos, embora associados à mesma estrutura.

Como a estrutura é a mesma que foi apresentada na secção anterior e mantém a sua localização no mesmo município, há parâmetros que se mantêm já que o coeficiente de comportamento adoptado não exerce qualquer influência sobre eles, nomeadamente no que diz respeito à matriz de massa, de rigidez e de amortecimento, já que se mantém a indicação do amortecimento modal correspondente aos dois primeiros modos de vibração continuar a valer 5%, resultando por isso na manutenção dos mesmos valores de amortecimentos modais. As frequências naturais, bem como os respectivos modos de vibração, também se mantêm inalteradas levando por isso, logicamente, a que as massas modais efectivas, massas modais e factores modais de excitação sísmica também continuem os mesmos. Porém, as acelerações espectrais de cálculo são diferentes, apesar dos coeficientes para a sua definição apresentados no Quadro 4 se manterem exactamente os mesmos, mas tal como está apresentado na equação (29), a aceleração espectral de cálculo depende explicitamente do coeficiente de comportamento, q .

Assim, no caso do coeficiente de comportamento tomar o valor de 1.5, as novas acelerações espectrais de cálculo são numericamente mais elevadas de que as da secção anterior, estando apresentadas no quadro exposto imediatamente abaixo.

Quadro 7 – Acelerações espectrais de cálculo para os dois primeiros modos de vibração

Modo de vibração	Frequências naturais (Hz)	Períodos de vibração (s)	Tipo de sismo	Aceleração espectral de cálculo (m/s ²)
1	3.01	0.33	Tipo 1	5.42
			Tipo 2	3.11
2	8.78	0.11	Tipo 1	5.42
			Tipo 2	4.14

Com estas novas acelerações espectrais surgem novas coordenadas modais y_i , através da aplicação da fórmula presente na equação (40), verificando-se mais uma vez que estas novas coordenadas modais são mais elevadas do que as calculadas para um coeficiente de comportamento de 2.5.

Quadro 8 – Coordenadas modais

Modo de vibração	Tipo de sismo	Coordenadas modais (m)
1	Tipo 1	0.005406
	Tipo 2	0.003102
2	Tipo 1	0.000536
	Tipo 2	0.000409

Tal como foi calculado na secção anterior, os deslocamentos modais apresentam-se em resultado da equação (44) como

$$\begin{aligned}
 u_1^{Tipo\ 1} &= \begin{Bmatrix} 0.00541 \\ 0.01037 \\ 0.01450 \\ 0.01745 \\ 0.01899 \end{Bmatrix} m & u_1^{Tipo\ 2} &= \begin{Bmatrix} 0.00310 \\ 0.00595 \\ 0.00832 \\ 0.01001 \\ 0.01090 \end{Bmatrix} m \\
 u_2^{Tipo\ 1} &= \begin{Bmatrix} 0.00054 \\ 0.00070 \\ 0.00038 \\ -0.00020 \\ -0.00064 \end{Bmatrix} m & u_2^{Tipo\ 2} &= \begin{Bmatrix} 0.00041 \\ 0.00054 \\ 0.00029 \\ -0.00015 \\ -0.00049 \end{Bmatrix} m
 \end{aligned}$$

e desta forma, através de uma combinação quadrática simples determina-se os deslocamentos finais elásticos da estrutura, para cada um dos dois tipos de sismos.

$$u_{elásticos}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.00543 \\ 0.01040 \\ 0.01451 \\ 0.01745 \\ 0.01900 \end{Bmatrix} m \quad u_{elásticos}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00313 \\ 0.00598 \\ 0.00833 \\ 0.01002 \\ 0.01091 \end{Bmatrix} m$$

Como o coeficiente de comportamento é 1.5, estes deslocamentos finais elásticos obtidos têm de ser aumentados em 50% para se obter os deslocamentos finais reais da estrutura, aparecendo como

$$u_{reais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.00815 \\ 0.01560 \\ 0.02176 \\ 0.02618 \\ 0.02850 \end{Bmatrix} m \quad u_{reais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00469 \\ 0.00896 \\ 0.01249 \\ 0.01502 \\ 0.01636 \end{Bmatrix} m$$

Repare-se que todos os deslocamentos retirados de forma elástica são numericamente superiores no caso ao qual foi atribuído um coeficiente de comportamento de 1.5, em comparação com o caso em que este mesmo coeficiente vale 2.5, sendo esta constatação antecipadamente esperada já que as acelerações resultantes do espectro são maiores. Porém, os deslocamentos reais da mesma estrutura em ambos os casos de distintos coeficientes de comportamento são aproximadamente iguais, o que leva a concluir que os deslocamentos finais de uma estrutura, quando solicitada por um sismo, são independentes do seu coeficiente de comportamento.

Mais uma vez, multiplicando a matriz de rigidez da estrutura pelos deslocamentos modais até agora apresentados (equação (46)) são obtidas as forças modais. Através das forças modais assim calculadas, faz-se uso da equação (45) e obtém-se as forças finais aplicadas à estrutura.

$$F_1^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 19.31 \\ 37.05 \\ 51.79 \\ 62.34 \\ 67.84 \end{Bmatrix} kN \quad F_1^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 11.08 \\ 21.26 \\ 29.72 \\ 35.77 \\ 38.92 \end{Bmatrix} kN$$

$$F_2^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 16.31 \\ 21.36 \\ 11.66 \\ -6.08 \\ -19.63 \end{Bmatrix} kN \quad F_2^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 12.46 \\ 16.31 \\ 8.91 \\ -4.64 \\ -14.99 \end{Bmatrix} kN$$

$$F_{finais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 25.27 \\ 42.77 \\ 53.09 \\ 62.64 \\ 70.62 \end{Bmatrix} kN \quad F_{finais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 16.67 \\ 26.80 \\ 31.03 \\ 36.07 \\ 41.71 \end{Bmatrix} kN$$

Tal como acontecia na secção 4.3.1.1, e como seria de esperar, os deslocamentos e forças referentes ao sismo de tipo 1 são maiores que os mesmos deslocamentos e forças relativos ao sismo de tipo 2, verificando-se mais uma vez que o sismo condicionante para o dimensionamento da estrutura é o sismo do tipo 1.

4.3.2. ESTRUTURA COM SISTEMA DE CONTROLO

Para a implementação de um sistema de controlo no pórtico de 5 pisos em estudo através de um TMD de grandes dimensões, é considerado todo o último piso da estrutura (cobertura) como massa do amortecedor de massa sintonizada. Em termos de metodologia de aplicação de TMDs, este caso é idêntico ao estudo de um pórtico com 4 pisos, ao qual vai ser aplicado um TMD em forma de piso extraordinário. Desta forma, a estrutura considerada como principal consiste num pórtico de 4 pisos, com a mesma massa por piso e a mesma rigidez por pilar da secção 4.3.1 (massa de cada piso corresponde a 10 toneladas e a rigidez de cada pilar a 22044.44 kN/m). Desta forma, a sua matriz de massa é caracterizada por

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} t$$

e a matriz de rigidez por

$$K = \begin{bmatrix} 4k & -2k & 0 & 0 \\ -2k & 4k & -2k & 0 \\ 0 & -2k & 4k & -2k \\ 0 & 0 & -2k & 2k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 88177.78 & -44088.89 & 0 & 0 \\ -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 \\ 0 & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 \\ 0 & 0 & -44088.89 & 44088.89 \end{bmatrix} kN/m$$

Conhecidas as matrizes de massa e de rigidez, através da equação (33) são descobertas as frequências próprias de vibração da estrutura, e que se traduzem como sendo

$$\begin{cases} \omega_1 = 23.06 \\ \omega_2 = 66.40 \\ \omega_3 = 101.73 \\ \omega_4 = 124.79 \end{cases} rad/s \Rightarrow \begin{cases} f_1 = 3.67 \\ f_2 = 10.57 \\ f_3 = 16.19 \\ f_4 = 19.86 \end{cases} Hz$$

O *Tuned Mass Damper* que está em processo de dimensionamento tem como objectivo controlar o primeiro modo de vibração da estrutura principal, sendo então que para o seu dimensionamento é necessário conhecer as características modais do pórtico de 4 pisos, para saber actuar sobre o seu primeiro modo. Desta forma, admitindo que o coeficiente de amortecimento modal dos dois primeiros modos de vibração tem o valor de 5%, os coeficientes a_0 e a_1 para a determinação da matriz de amortecimento da estrutura têm o valor de (equação (19))

$$\begin{cases} a_0 = 1.71159 s^{-1} \\ a_1 = 0.00112 s \end{cases}$$

A partir dos coeficientes a_0 e a_1 , a equação (12) permite calcular a matriz de amortecimento clássico da estrutura de 4 pisos, representada como

$$C = \begin{bmatrix} 115.68 & -49.28 & 0 & 0 \\ -49.28 & 115.68 & -49.28 & 0 \\ 0 & -49.28 & 115.68 & -49.28 \\ 0 & 0 & -49.28 & 66.40 \end{bmatrix} t/s$$

Com a completa definição da matriz de massa M , da matriz de rigidez K e da matriz de amortecimento C , com a formulação em Espaço de Estado calcula-se as frequências naturais de vibração e os seus respectivos amortecimentos modais através dos valores próprios da matriz de estado. Estes valores próprios estão definidos da maneira seguinte.

$$\begin{pmatrix} -1.15301 \pm 23.031i \\ -3.31996 \pm 66.316i \\ -6.63992 \pm 101.513i \\ -9.55945 \pm 124.423i \end{pmatrix}$$

Através da equação (24), resultam as frequências naturais e amortecimentos modais que se encontram compilados no Quadro 9.

Quadro 9 – Frequências naturais e amortecimentos modais da estrutura principal de 4 pisos

Modo de vibração	Frequência natural (rad/s)	Amortecimento modal (%)
1	23.06	5.00
2	66.40	5.00
3	101.73	6.53
4	124.79	7.66

Uma comparação global entre as frequências naturais apresentadas no Quadro 9 referentes à estrutura de 4 graus de liberdade e as frequências relativas à estrutura de 5 pisos expostas no Quadro 1, leva à percepção de que as frequências associadas aos 4 pisos são ligeiramente mais elevadas do que as relacionadas com o pórtico de 5 pisos, sendo que este facto se justifica por a estrutura de 4 pisos ser globalmente mais rígida, já que os pilares são os mesmos mas possui menos pisos, resultando assim num ligeiro aumento das suas frequências naturais de vibração.

O modo de vibração do pórtico de 4 pisos que é o alvo da actuação do TMD é, como já foi dito, o primeiro tornando-se por isso imprescindível a obtenção deste vector do primeiro modo de vibração. A sua obtenção pode ser feita através dos vectores próprios da matriz de estado, entrando em conta apenas com a parte real destes. Assim, o vector do primeiro modo de vibração da estrutura de 4 pisos apresenta-se como

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} 0.347 \\ 0.653 \\ 0.879 \\ 1.000 \end{pmatrix}$$

O vector do modo de vibração alvo do TMD tem de ser apresentado de forma a possuir normalizada a componente do grau de liberdade ao qual vai ser acoplado o TMD, ou seja, o quarto grau de liberdade

ao qual está associado o quarto piso da estrutura tem de ter a sua componente modal unitária, tal como referido em 3.5.

Desta forma, a massa modal associada ao modo de vibração em questão calculada através da equação (36) permite o cálculo do valor do μ associado ao TMD em questão (equação (5)), sabendo que este possui uma massa de 10 toneladas, já que se trata de um piso da estrutura.

$$M_1 = 23.20 \text{ t} \Rightarrow \mu = \frac{10}{23.20} = 0.431$$

Sabendo o valor de μ , o valor do amortecimento óptimo do TMD bem como o valor da sua rigidez obtida através do parâmetro q_{opt} , ou seja, as características do TMD óptimo a ser usado na estrutura em causa, bem como o valor do amortecimento final conseguido com a instalação deste sistema de amortecimento, pode ser obtido através dos ábacos de dimensionamento para TMDs de grandes dimensões apresentados nesta tese (Figura 37, Figura 38 e Figura 39). Estas características óptimas para o dimensionamento do TMD estão compiladas no quadro que a seguir se apresenta.

Quadro 10 – Características do TMD a usar e amortecimento final conseguido

μ	q	ξ_{TMD} (%)	ξ_{Final} (%)
0.431	0.670	35	22

Retirado dos ábacos o valor de q e de ξ_{TMD} é imediato a determinação da rigidez e do amortecimento do amortecedor de massa sintonizada a ser usado, através das equações (3), (4) e (6)

$$q = 0.670 \Rightarrow k_{TMD} = 2387.15 \text{ kN/m}$$

$$\xi_{TMD} = 35 \% \Rightarrow c_{TMD} = 108.15 \text{ t/s}$$

Adicionado o TMD, a estrutura que originalmente possuía apenas 4 G.L. passou a ter 5, em que o quinto grau de liberdade corresponde ao TMD. Desta forma, surgem novas matrizes de massa e de rigidez.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \text{ t}$$

A adição do TMD faz com que haja um aumento de rigidez no elemento da matriz correspondente ao quarto piso, ao qual deve ser adicionada a rigidez da ligação com o TMD à rigidez que possuía inicialmente.

$$K = \begin{bmatrix} 4k & -2k & 0 & 0 & 0 \\ -2k & 4k & -2k & 0 & 0 \\ 0 & -2k & 4k & -2k & 0 \\ 0 & 0 & -2k & 2k + k_{TMD} & -k_{TMD} \\ 0 & 0 & 0 & -k_{TMD} & k_{TMD} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 88177.78 & -44088.89 & 0 & 0 & 0 \\ -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 & 0 \\ 0 & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 \\ 0 & 0 & -44088.89 & 46476.04 & -2387.15 \\ 0 & 0 & 0 & -2387.15 & 2387.15 \end{bmatrix} \text{ kN/m}$$

De forma similar à construção da matriz de rigidez, a matriz de amortecimento surge da matriz de amortecimento inicial de 4×4 influenciada pelo amortecimento do TMD nas componentes por si afectadas, ou seja

$$C = \begin{bmatrix} 115.68 & -49.28 & 0 & 0 & 0 \\ -49.28 & 115.68 & -49.28 & 0 & 0 \\ 0 & -49.28 & 115.68 & -49.28 & 0 \\ 0 & 0 & -49.28 & 66.40 + 108.15 = 174.55 & -108.15 \\ 0 & 0 & 0 & -108.15 & 108.15 \end{bmatrix} \text{ t/s}$$

Esta afectação de apenas alguns componentes da matriz de amortecimento, faz com que esta deixe de ser clássica, já que não existe nenhuma combinação linear possível entre as matrizes de massa e de rigidez que dê origem a esta matriz de amortecimento. Esta condição dá origem a algumas particularidades no método utilizado, nomeadamente no cálculo das frequências naturais e dos modos de vibração da estrutura, sendo que estes parâmetros são correctos se forem obtidos através da formulação em Espaço de Estado, já que se forem utilizadas as fórmulas apresentadas nas equações (33) e (34) os resultados obtidos são ligeiramente diferentes, sendo que estas fórmulas não entram em consideração com o amortecimento não clássico da estrutura.

Uma outra consequência bastante importante originada pelo facto de a matriz de amortecimento não ser clássica diz respeito à massa da estrutura mobilizada em cada modo de vibração, as massas modais efectivas. De facto, com esta alteração no amortecimento, os modos de vibração resultantes possuem uma parte imaginária mais significativa, sendo que esta é a responsável pelo atraso de fase induzido aos diferentes graus de liberdade. Isto influencia fortemente as massas modais efectivas, passando este parâmetro a perder um pouco o seu sentido físico, já que se verifica que o seu somatório tendo em conta todos os modos de vibração não resulta na totalidade da massa da estrutura. Posto isto, a determinação dos modos de vibração que interessam na resposta final da estrutura já não pode ser feita com aqueles cujo somatório das suas massas modais efectivas mobilize, pelo menos, 90% da massa total da estrutura, ou possuam 5% ou mais da sua massa total. Deste modo, adopta-se o critério de que devem ser desprezados os modos de vibração cuja sua influência nos deslocamentos finais da estrutura seja inferior a 1%.

Construindo a matriz de estado, os seus valores próprios apresentam-se como sendo

$$\left\{ \begin{array}{l} -3.09483 \pm 13.818i \\ -5.55005 \pm 24.458i \\ -5.31245 \pm 66.401i \\ -7.68116 \pm 101.449i \\ -9.84885 \pm 124.390i \end{array} \right\}$$

Ao aplicar a equação (24) a este conjunto de valores próprios, resultam as frequências naturais e amortecimentos modais da estrutura após a aplicação do TMD. Estes valores estão reunidos no Quadro 11.

Quadro 11 – Frequências naturais e amortecimentos modais do pórtico de 5 pisos com controlo

Modo de vibração	Frequência natural (rad/s)	Amortecimento modal (%)
1	14.16	21.86
2	25.08	22.13
3	66.61	7.98
4	101.74	7.55
5	124.78	7.89

Note-se que os amortecimentos modais dos dois primeiros modos de vibração, que tiveram origem na transformação do primeiro modo da estrutura de 4 pisos em dois devido ao acréscimo do TMD na estrutura, atingem o valor esperado sendo que a sua média corresponde aos 22% previstos inicialmente através do respectivo ábaco. Repare-se ainda que o terceiro, quarto e quinto modos de vibração apresentados no Quadro 11 possuem frequências naturais próximas das do segundo, terceiro e quarto modos de vibração apresentados no Quadro 9 e que correspondem à estrutura principal de 4 G.L.. No que diz respeito aos amortecimentos, estes têm tendência a aproximarem-se dos registados nos modos de vibração da estrutura principal de 4 pisos à medida que os seus respectivos modos se afastam das frequências alvo do TMD.

Após o conhecimento das frequências próprias da estrutura e dos seus amortecimentos modais, é necessário determinar os seus modos de vibração, o que, pela formulação em Espaço de Estado, corresponde aos vectores próprios da matriz de estado, em que, novamente, apenas se apresentam as partes reais dos mesmos. Assim, os modos de vibração da estrutura após a instalação do sistema de amortecimento, apresentam-se como

$$\Phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.967 \\ 2.868 \\ 3.674 \\ 16.385 \end{Bmatrix} \quad \Phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.874 \\ 2.510 \\ 2.822 \\ -1.331 \end{Bmatrix} \quad \Phi_3 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.990 \\ -0.023 \\ -1.020 \\ 0.043 \end{Bmatrix}$$

Repare-se que o primeiro modo de vibração da estrutura corresponde ao modo de funcionamento do TMD, em que o grau de liberdade a que corresponde tem uma componente modal cerca de cinco vezes superior à do grau de liberdade correspondente ao quarto piso. No segundo e terceiro modos de vibração, o TMD está com componente modal de sinal contrário à do quarto piso. Apenas são apresentados estes três modos de vibração já que a inclusão do quarto modo iria afectar os deslocamentos finais da estrutura em menos de 1%, sendo que pelos motivos já referidos, não é necessário calcular as massas modais efectivas de cada modo.

A equação (36) determina a massa modal associada a cada um destes três modos de vibração, sendo que estas estão apresentadas em forma de quadro, juntamente com os respectivos factores modais de excitação sísmica (equação (37)).

Quadro 12 – Massas modais e factores modais de excitação sísmica

Modo de vibração	Massas modais (t)	Factores modais de excitação sísmica (t)
1	2950.54	258.94
2	205.51	68.75
3	30.24	9.91

A determinação das acelerações espectrais para aplicar à estrutura é retirada da equação (32), que consiste nas equações do espectro de resposta elástica horizontal, já que como foi referido, com o sistema de controlo instalado é exigido que a estrutura tenha comportamento elástico, pelo que a influência do coeficiente de comportamento desaparece e surge a interferência nestes valores por parte do amortecimento, através da introdução do parâmetro η cuja fórmula se apresenta na equação (31).

Assim sendo, e sabendo que os coeficientes para o cálculo das acelerações espectrais presentes no Quadro 4 se mantêm, as acelerações espectrais elásticas $S_e(T_i)$ são apresentadas no Quadro 13.

Quadro 13 – Acelerações espectrais elásticas para os três primeiros modos de vibração

Modo de vibração	Frequências naturais (Hz)	Períodos de vibração (s)	η	Tipo de sismo	Aceleração espectral elástica (m/s^2)
1	2.25	0.44	0.610	Tipo 1	4.96
				Tipo 2	2.13
2	3.99	0.25	0.607	Tipo 1	4.93
				Tipo 2	3.76
3	10.60	0.09	0.878	Tipo 1	6.91
				Tipo 2	5.28

Após a determinação das acelerações espectrais elásticas, estão conhecidos todos os parâmetros necessários para o cálculo das coordenadas modais, dado pela resolução da equação (40), mas substituindo a aceleração espectral de cálculo $S_d(T_i)$ pela aceleração espectral elástica $S_e(T_i)$. As coordenadas modais dos três modos de vibração em causa, para cada um dos tipos de sismo, estão compiladas no quadro apresentado de seguida.

Quadro 14 – Coordenadas modais

Modo de vibração	Tipo de sismo	Coordenadas modais (m)
1	Tipo 1	0.002171
	Tipo 2	0.000932
2	Tipo 1	0.002622
	Tipo 2	0.002000
3	Tipo 1	0.000511
	Tipo 2	0.000390

Modos de vibração e coordenadas modais são os parâmetros necessários para aplicar a equação (44), na qual resulta os deslocamentos modais apresentados de seguida, para os três modos em questão e para cada um dos dois tipos de sismo.

$$\begin{aligned}
 u_1^{Tipo\ 1} &= \begin{pmatrix} 0.00217 \\ 0.00427 \\ 0.00623 \\ 0.00798 \\ 0.03557 \end{pmatrix} m & u_1^{Tipo\ 2} &= \begin{pmatrix} 0.00093 \\ 0.00183 \\ 0.00267 \\ 0.00342 \\ 0.01528 \end{pmatrix} m \\
 u_2^{Tipo\ 1} &= \begin{pmatrix} 0.00262 \\ 0.00491 \\ 0.00658 \\ 0.00740 \\ -0.00349 \end{pmatrix} m & u_2^{Tipo\ 2} &= \begin{pmatrix} 0.00200 \\ 0.00375 \\ 0.00502 \\ 0.00564 \\ -0.00266 \end{pmatrix} m \\
 u_3^{Tipo\ 1} &= \begin{pmatrix} 0.00051 \\ 0.00051 \\ -0.00001 \\ -0.00052 \\ 0.00002 \end{pmatrix} m & u_3^{Tipo\ 2} &= \begin{pmatrix} 0.00039 \\ 0.00039 \\ -0.00001 \\ -0.00040 \\ 0.00002 \end{pmatrix} m
 \end{aligned}$$

Estes valores dos deslocamentos modais, após uma combinação quadrática simples resultam nos deslocamentos finais da estrutura, sendo que estes deslocamentos elásticos coincidem com os reais já que a estrutura com controlo foi admitida com um comportamento elástico.

$$u_{reais}^{Tipo\ 1} = \begin{pmatrix} 0.00344 \\ 0.00653 \\ 0.00906 \\ 0.01089 \\ 0.03574 \end{pmatrix} m \quad u_{reais}^{Tipo\ 2} = \begin{pmatrix} 0.00224 \\ 0.00419 \\ 0.00569 \\ 0.00661 \\ 0.01551 \end{pmatrix} m$$

Com um olhar atento sobre os deslocamentos finais reais é perceptível a diferença de deslocamentos entre o grau de liberdade que sofre maior deslocamento da estrutura principal (quarto piso) e o grau de liberdade que corresponde ao TMD. De facto, o deslocamento do amortecedor de massa sintonizado é bastante superior ao dos restantes graus de liberdade, mas a realidade é que essa diferença já seria espectável, sendo esse mesmo o objectivo da instalação deste tipo de sistemas de amortecimento. De

facto, a sua função é absorver o máximo de energia possível através do seu movimento, sendo que este é também o motivo pelo qual os pisos que funcionam como TMD não devem ser habitados, devendo ser reservados para pisos técnicos ou coberturas.

As forças modais obtêm-se através da simples operação de multiplicação da matriz de rigidez pelos deslocamentos modais, equação (46), que resulta em

$$\begin{aligned} F_1^{Tipo 1} &= \begin{Bmatrix} 3.17 \\ 6.26 \\ 9.20 \\ 11.21 \\ 65.87 \end{Bmatrix} kN & F_1^{Tipo 2} &= \begin{Bmatrix} 1.36 \\ 2.69 \\ 3.95 \\ 4.82 \\ 28.29 \end{Bmatrix} kN \\ F_2^{Tipo 1} &= \begin{Bmatrix} 14.54 \\ 27.52 \\ 37.54 \\ 62.01 \\ -26.00 \end{Bmatrix} kN & F_2^{Tipo 2} &= \begin{Bmatrix} 11.09 \\ 20.99 \\ 28.63 \\ 47.29 \\ -19.83 \end{Bmatrix} kN \\ F_3^{Tipo 1} &= \begin{Bmatrix} 22.73 \\ 22.59 \\ -0.35 \\ -23.75 \\ 1.30 \end{Bmatrix} kN & F_3^{Tipo 2} &= \begin{Bmatrix} 17.37 \\ 17.26 \\ -0.27 \\ -18.15 \\ 0.99 \end{Bmatrix} kN \end{aligned}$$

Estas forças modais apresentadas combinam-se de tal forma (equação (45)) cujo resultado em forças finais traduz-se em

$$F_{finais}^{Tipo 1} = \begin{Bmatrix} 27.16 \\ 36.16 \\ 38.65 \\ 67.34 \\ 70.83 \end{Bmatrix} kN \quad F_{finais}^{Tipo 2} = \begin{Bmatrix} 20.65 \\ 27.31 \\ 28.90 \\ 50.88 \\ 34.56 \end{Bmatrix} kN$$

4.3.3. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS DA ESTRUTURA COM E SEM SISTEMA DE CONTROLO

O estudo do pórtico de 5 pisos pode agora ser encerrado com a comparação entre a resposta final da estrutura sem TMD e da resposta com este sistema instalado, verificando tanto as suas vantagens bem como os parâmetros que foram prejudicados. Esta comparação é efectuada ao nível de forças e deslocamentos sofridos pela estrutura, separando a comparação da estrutura sem controlo na análise feita com coeficiente de comportamento de 2.5, da que foi analisada com um coeficiente de comportamento de 1.5.

Por uma questão de facilidade na interpretação dos dados, são aqui compilados todos os valores de forças e deslocamentos finais que interessam na análise. Assim, os deslocamentos e forças finais presentes na estrutura controlada com TMD são, respectivamente,

$$u_{reais}^{Tipo 1} = \begin{Bmatrix} 0.00344 \\ 0.00653 \\ 0.00906 \\ 0.01089 \\ 0.03574 \end{Bmatrix} m \quad u_{reais}^{Tipo 2} = \begin{Bmatrix} 0.00224 \\ 0.00419 \\ 0.00569 \\ 0.00661 \\ 0.01551 \end{Bmatrix} m$$

$$F_{finais}^{Tipo 1} = \begin{Bmatrix} 27.16 \\ 36.16 \\ 38.65 \\ 67.34 \\ 70.83 \end{Bmatrix} kN \quad F_{finais}^{Tipo 2} = \begin{Bmatrix} 20.65 \\ 27.31 \\ 28.90 \\ 50.88 \\ 34.56 \end{Bmatrix} kN$$

enquanto que estes mesmos valores da estrutura sem controlo e com um coeficiente de comportamento correspondente a 2.5 são

$$u_{reais}^{Tipo 1} = \begin{Bmatrix} 0.00814 \\ 0.01559 \\ 0.02175 \\ 0.02617 \\ 0.02849 \end{Bmatrix} m \quad u_{reais}^{Tipo 2} = \begin{Bmatrix} 0.00470 \\ 0.00898 \\ 0.01252 \\ 0.01506 \\ 0.01640 \end{Bmatrix} m$$

$$F_{finais}^{Tipo 1} = \begin{Bmatrix} 15.15 \\ 25.64 \\ 31.84 \\ 37.56 \\ 42.35 \end{Bmatrix} kN \quad F_{finais}^{Tipo 2} = \begin{Bmatrix} 10.00 \\ 16.09 \\ 18.65 \\ 21.69 \\ 25.07 \end{Bmatrix} kN$$

Tal como esperado, na estrutura em que foi instalado o sistema de amortecimento, os deslocamentos nos graus de liberdade alvo de controlo são menores, porém as forças na sua generalidade são maiores, facto justificado pela imposição da estrutura sujeita a controlo ter de permanecer em regime elástico. Assim, no Quadro 15 são apresentados os factores de multiplicação, correspondentes às reduções ou aumentos das forças e deslocamentos da estrutura sem controlo, alcançados com a instalação do TMD para cada grau de liberdade.

Quadro 15 – Factores de multiplicação para estrutura com $\eta=2.5$

Grau de liberdade	Deslocamentos Sismo Tipo 1	Deslocamentos Sismo Tipo 2	Forças Sismo Tipo 1	Forças Sismo Tipo 2
1º Piso	0.42	0.48	1.79	2.06
2º Piso	0.42	0.47	1.41	1.70
3º Piso	0.42	0.45	1.21	1.55
4º Piso	0.42	0.44	1.79	2.35
5º Piso/TMD	1.25	0.95	1.67	1.38

Os factores de multiplicação inferiores à unidade correspondem a reduções do parâmetro em questão enquanto que os superiores correspondem a aumentos após a instalação do TMD na estrutura com coeficiente de comportamento de 2.5. Os deslocamentos da estrutura quando solicitada por um sismo do tipo 1 ficam reduzidos todos para 42% do que eram inicialmente, enquanto que os correspondentes a um sismo do tipo 2 têm uma redução ligeiramente menos eficiente, ficando em média cerca de 46% do que eram inicialmente. Os deslocamentos correspondentes ao grau de liberdade ao qual está associado o TMD não são o alvo de controlo, pelo que é normal o seu aumento inviabilizando assim a sua habitabilidade e o seu acesso regular de pessoas, tal como sucede no sismo do tipo 1 em que existe um aumento de 25%, apesar de que no caso do sismo do tipo 2 este deslocamento tenha reduzido 5%. No que diz respeito a forças instaladas na estrutura, estas são todas aumentadas havendo acréscimos

significativos que variam desde um aumento de 21% no terceiro piso em caso de sismo do tipo 1, até um aumento de 135% no quarto piso da solicitação do tipo 2.

No caso da estrutura inicial possuir um coeficiente de comportamento de 1.5, os seus valores de deslocamentos e forças resultaram em

$$u_{reais}^{Tipo 1} = \begin{Bmatrix} 0.00815 \\ 0.01560 \\ 0.02176 \\ 0.02618 \\ 0.02850 \end{Bmatrix} m \quad u_{reais}^{Tipo 2} = \begin{Bmatrix} 0.00469 \\ 0.00896 \\ 0.01249 \\ 0.01502 \\ 0.01636 \end{Bmatrix} m$$

$$F_{finais}^{Tipo 1} = \begin{Bmatrix} 25.27 \\ 42.77 \\ 53.09 \\ 62.64 \\ 70.62 \end{Bmatrix} kN \quad F_{finais}^{Tipo 2} = \begin{Bmatrix} 16.67 \\ 26.80 \\ 31.03 \\ 36.07 \\ 41.71 \end{Bmatrix} kN$$

Os valores dos deslocamentos são praticamente os mesmos para ambos os casos com os diferentes coeficientes de comportamento, tal como já tinha sido referido, mas porém as forças resultantes dos sismos na estrutura são superiores quando o coeficiente de comportamento vale 1.5, sendo que neste caso o acréscimo das forças devido à colocação do TMD é menor, tal como pode ser visto no Quadro 16.

Quadro 16 – Factores de multiplicação para estrutura com $\eta=1.5$

Grau de liberdade	Deslocamentos Sismo Tipo 1	Deslocamentos Sismo Tipo 2	Forças Sismo Tipo 1	Forças Sismo Tipo 2
1º Piso	0.42	0.48	1.07	1.24
2º Piso	0.42	0.47	0.85	1.02
3º Piso	0.42	0.46	0.73	0.93
4º Piso	0.42	0.44	1.08	1.41
5º Piso/TMD	1.25	0.95	1.00	0.83

A eficiência do TMD em termos de deslocamentos é, como se pode ver comparando os dois últimos quadros, praticamente igual, mas no que diz respeito a forças esta realidade já é bastante diferente. Tal como já percebido, o tipo de sismo condicionante para o dimensionamento da estrutura é o sismo de tipo 1 já que as suas forças resultantes são superiores às resultantes do tipo 2, e interpretando o quadro anterior vê-se que no primeiro e quarto piso as forças são fracamente aumentadas, cerca de 7 e 8% respectivamente, enquanto que nos outros dois pisos as forças conseguem mesmo ser reduzidas para 85% e 73% do que eram inicialmente, respectivamente no segundo e terceiro pisos, fazendo com que o somatório das forças aplicadas à estrutura após a instalação do TMD reduz-se em cerca de 14 kN. A força instalada no quinto piso mantém-se praticamente inalterada. O caso do sismo de tipo 2 não é condicionante já que origina forças menores, mas existem dois graus de liberdade que sofrem um aumento percentual mais significativo (primeiro e quarto pisos), no entanto os graus de liberdade restantes não têm problemas deste género havendo até uma redução para 93% da força instalada no terceiro piso e para 83% da instalada no quinto, sendo que o somatório das cinco forças aplicadas à

estrutura quando esta possui a sua resposta controlada pelo TMD é apenas 10 kN maior que o mesmo somatório na estrutura quando não está sujeita a este dispositivo de controlo.

4.4. PÓRTICO DE 15 PISOS

4.4.1. ESTRUTURA SEM SISTEMA DE CONTROLO

4.4.1.1. Com Coeficiente de Comportamento de 2.5

A estrutura agora analisada é em tudo semelhante à de 5 pisos estudada em 4.3, situada também em Portimão, regular em planta e em altura, e mais uma vez o primeiro piso corresponde ao primeiro grau de liberdade e assim sucessivamente até ao décimo quinto grau de liberdade que corresponde ao décimo quinto piso (cobertura).

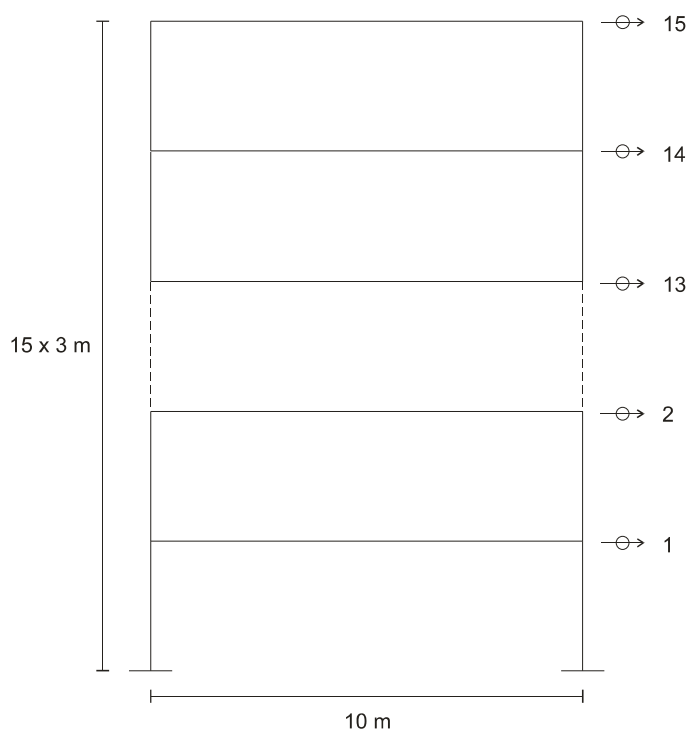


Figura 46 – Esquema do pórtico de 15 pisos

Mais uma vez, considera-se que a massa de cada piso na combinação em interesse vale 10 toneladas na profundidade em análise e desprezando a massa dos pilares, sendo que, tal como acontecia com o pórtico de 5 pisos, estas 10 toneladas já tem o peso próprio contabilizado bem como as restantes cargas permanentes e as variáveis afectadas dos respectivos coeficientes para corresponder à combinação em atenção. Assim sendo, a matriz de massa da estrutura caracteriza-se por ser

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} t$$

Quanto à sua rigidez, é optado por seguir a rigidez que o regulamento RSA adopta como típica para o caso de estruturas em pórtico e com 15 pisos, e que corresponde sensivelmente a uma frequência fundamental de vibração de valor de 1 Hz. Como os pilares mantêm a altura de 3 metros, usando a mesma secção de $0.30 \times 0.40 \text{ m}^2$ feitos em betão armado de classe de resistência C25/30, a rigidez de cada pilar é igual à usada no estudo do pórtico anterior, ou seja,

$$k = 22044.44 \text{ kN/m}$$

considerando que a rigidez das lajes é muito superior em comparação com a dos pilares, à flexão. Esta rigidez é igual em todos os pilares da estrutura, por simplificação de cálculo.

Assim, a matriz de rigidez da estrutura, em função da rigidez de cada pilar, apresenta-se como

$$K = \begin{bmatrix} 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 88177.78 & -44088.89 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -44088.89 & 44088.89 \end{bmatrix}$$

Ao fazer a substituição do valor da rigidez de cada pilar, a matriz de rigidez fica definida numericamente como está representada imediatamente em cima, em kN/m .

Após a definição das matrizes de massa e de rigidez, aplicando a equação (33) resulta as frequências naturais de vibração que caracterizam esta estrutura, estando apresentadas de seguida.

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = 6.73 \\ \omega_2 = 20.11 \\ \omega_3 = 33.29 \\ \omega_4 = 46.12 \\ \omega_5 = 58.48 \\ \omega_6 = 70.25 \\ \omega_7 = 81.29 \\ \omega_8 = 91.49 \\ \omega_9 = 100.76 \\ \omega_{10} = 109.00 \\ \omega_{11} = 116.11 \\ \omega_{12} = 122.04 \\ \omega_{13} = 126.71 \\ \omega_{14} = 130.08 \\ \omega_{15} = 132.12 \end{array} \right. \text{ rad/s} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f_1 = 1.07 \\ f_2 = 3.20 \\ f_3 = 5.30 \\ f_4 = 7.34 \\ f_5 = 9.31 \\ f_6 = 11.18 \\ f_7 = 12.94 \\ f_8 = 14.56 \text{ Hz} \\ f_9 = 16.04 \\ f_{10} = 17.35 \\ f_{11} = 18.48 \\ f_{12} = 19.42 \\ f_{13} = 20.17 \\ f_{14} = 20.70 \\ f_{15} = 21.03 \end{array} \right.$$

Tal como exigido inicialmente, a frequência fundamental da estrutura situa-se na ordem de 1 Hz e, a título de curiosidade, repare-se que a frequência mais elevada no pórtico de 15 pisos não é muito diferente da frequência mais elevada do pórtico estudado anteriormente.

Ultrapassando a equação (34), os modos de vibração podem ser tirados através da formulação em Espaço de Estado, sendo por isso necessário definir a matriz de amortecimento da estrutura. Considerando os dois primeiros coeficientes de amortecimento modais com o valor de 5%, a fórmula presente na equação (19) dá como resultado os coeficientes para a sua definição.

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = 0.50425 \text{ s}^{-1} \\ a_1 = 0.00373 \text{ s} \end{array} \right.$$

Assim, o amortecimento clássico da estrutura é tirado da aplicação da equação (12), que resulta numa matriz quadrada de dimensão 15, e com as suas componentes não nulas nos mesmos sítios das componentes não nulas da matriz de rigidez.

$$C = \left[\begin{array}{ccccccc} 333.57 & -164.27 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -164.27 & 333.57 & -164.27 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -164.27 & 333.57 & -164.27 & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & -164.27 & 333.57 & -164.27 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -164.27 & 333.57 & -164.27 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -164.27 & 169.31 \end{array} \right] t/s$$

Mais uma vez, a matriz de estado A pode agora ser definida tal como está exposto na secção 3.3.2, sendo que os seus valores próprios resultam em

$$\left\{ \begin{array}{l} -0.33640 \pm 6.718i \\ -1.00546 \pm 20.084i \\ -2.31618 \pm 33.206i \\ -4.21490 \pm 45.929i \\ -6.62389 \pm 58.108i \\ -9.44452 \pm 69.608i \\ -12.56132 \pm 80.311i \\ -15.84669 \pm 90.111i \\ -19.16612 \pm 98.923i \\ -22.38371 \pm 106.673i \\ -25.36774 \pm 113.307i \\ -27.99604 \pm 118.782i \\ -30.16100 \pm 123.067i \\ -31.77399 \pm 126.140i \\ -32.76899 \pm 127.989i \end{array} \right\}$$

em que, após igualar cada um deles à equação (24) são determinadas as frequências naturais de vibração (iguais às que saem como resultado da aplicação da equação (33)) e os seus respectivos amortecimentos modais, representados no Quadro 17.

Quadro 17 – Frequências naturais e amortecimentos modais do pórtico de 15 pisos sem controlo

Modo de vibração	Frequência natural (rad/s)	Amortecimento modal (%)
1	6.73	5.00
2	20.11	5.00
3	33.29	6.96
4	46.12	9.14
5	58.48	11.33
6	70.25	13.44
7	81.29	15.45
8	91.49	17.32
9	100.76	19.02
10	109.00	20.54
11	116.11	21.85
12	122.04	22.94
13	126.71	23.80
14	130.08	24.43
15	132.12	24.80

Como pode ser verificado no quadro anterior, os modos de vibração com frequência mais elevada além de mobilizarem massas da estrutura cada vez menores, possuem ainda amortecimentos modais cada vez mais elevados, o que também contribui para que a sua influência na resposta final da estrutura seja irrisória.

Calculando os vectores próprios da matriz de estado obtêm-se os modos de vibração da estrutura, sendo representados seguidamente as partes reais dos mesmos.

$$\Phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.990 \\ 2.959 \\ 3.898 \\ 4.797 \\ 5.647 \\ 6.439 \\ 7.164 \\ 7.816 \\ 8.388 \\ 8.874 \\ 9.269 \\ 9.569 \\ 9.771 \\ 9.872 \end{Bmatrix} \quad \Phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.908 \\ 2.642 \\ 3.132 \\ 3.336 \\ 3.234 \\ 2.835 \\ 2.176 \\ 1.317 \\ 0.338 \\ -0.672 \\ -1.621 \\ -2.421 \\ -2.999 \\ -3.302 \end{Bmatrix} \quad \Phi_3 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.749 \\ 2.058 \\ 1.850 \\ 1.177 \\ 0.208 \\ -0.813 \\ -1.629 \\ -2.037 \\ -1.932 \\ -1.342 \\ -0.415 \\ 0.617 \\ 1.493 \\ 1.995 \end{Bmatrix}$$

A estes modos de vibração estão associadas as suas respectivas massas modais efectivas, obtidas usando a equação (35) e compiladas no quadro seguinte.

Quadro 18 – Massas modais efectivas dos três primeiros modos de vibração

Modo de vibração	MME (t)	Percentagem em relação à massa total (%)	Percentagem total (%)
1	125.423	83.62	92.78
2	13.745	9.16	
3	4.812	3.21	-

Como se pode interpretar da análise do Quadro 18, os dois primeiros modos de vibração são suficientes para mobilizar mais de 90% da massa total da estrutura, sendo que foi necessário proceder ainda à análise do terceiro modo para descobrir se a sua massa modal efectiva era superior a 5% da massa total, mas como se verifica que esta ultrapassa pouco os 3% das 150 toneladas leva a que este modo possa ser desprezado. De facto, se este terceiro modo fosse contabilizado para a resposta final da estrutura, os deslocamentos finais iriam sofrer alterações inferiores a 1%, pelo que se comprova mais uma vez a viabilidade de se desprezar este modo em causa.

Aos modos de vibração que contribuem significativamente para a resposta final da estrutura, é vital calcular as suas massas modais e os seus factores modais de excitação sísmica para poder ser usada uma sobreposição modal. Assim sendo, esses valores estão reunidos no quadro que a seguir se apresenta (equações (36) e (37)).

Quadro 19 – Massas modais e factores modais de excitação sísmica

Modo de vibração	Massas modais (t)	Factores modais de excitação sísmica (t)
1	7572.03	974.53
2	864.78	109.03

Para determinar as coordenadas modais dos modos de vibração em interesse, é necessário saber antes as acelerações espectrais dadas pelo Eurocódigo 8. Como já foi dito, a estrutura situa-se na cidade de Portimão, e está fundada num terreno do tipo C, o que faz com que o valor de cálculo da aceleração à superfície num terreno do tipo A, a_g , e os coeficientes apresentados no Quadro 4 para a definição da aceleração espectral se mantenham iguais aos apresentados no estudo do pórtico de 5 pisos. O coeficiente de importância desta estrutura também se mantém no valor de 1.0, já que ambos os pórticos estudados são para uso habitacional. Não esquecendo que o coeficiente de comportamento vale 2.5, as acelerações espectrais de cálculo apresentam-se no Quadro 20 (equação (29)).

Quadro 20 – Acelerações espectrais de cálculo para os dois primeiros modos de vibração

Modo de vibração	Frequências naturais (Hz)	Períodos de vibração (s)	Tipo de sismo	Aceleração espectral de cálculo (m/s^2)
1	1.07	0.93	Tipo 1	2.09
			Tipo 2	0.66
2	3.20	0.31	Tipo 1	3.25
			Tipo 2	1.99

Aplicando novamente a equação (40), determinam-se os valores das quatro coordenadas modais e que se traduzem como sendo

Quadro 21 – Coordenadas modais

Modo de vibração	Tipo de sismo	Coordenadas modais (m)
1	Tipo 1	0.005939
	Tipo 2	0.001875
2	Tipo 1	0.001013
	Tipo 2	0.000620

Os deslocamentos modais dos quinze graus de liberdade podem finalmente ser calculados, para os dois modos de vibração em estudo e para ambos os tipos de sismo, através da fórmula presente na equação (44).

$$\begin{aligned}
 u_1^{Tipo\ 1} &= \begin{Bmatrix} 0.00594 \\ 0.01182 \\ 0.01757 \\ 0.02315 \\ 0.02849 \\ 0.03353 \\ 0.03824 \\ 0.04255 \\ 0.04642 \\ 0.04982 \\ 0.05270 \\ 0.05505 \\ 0.05683 \\ 0.05803 \\ 0.05863 \end{Bmatrix} m & u_1^{Tipo\ 2} &= \begin{Bmatrix} 0.00188 \\ 0.00373 \\ 0.00555 \\ 0.00731 \\ 0.00900 \\ 0.01059 \\ 0.01207 \\ 0.01344 \\ 0.01466 \\ 0.01573 \\ 0.01664 \\ 0.01738 \\ 0.01795 \\ 0.01832 \\ 0.01851 \end{Bmatrix} m \\
 u_2^{Tipo\ 1} &= \begin{Bmatrix} 0.00101 \\ 0.00193 \\ 0.00268 \\ 0.00317 \\ 0.00338 \\ 0.00328 \\ 0.00287 \\ 0.00220 \\ 0.00133 \\ 0.00034 \\ -0.00068 \\ -0.00164 \\ -0.00245 \\ -0.00304 \\ -0.00335 \end{Bmatrix} m & u_2^{Tipo\ 2} &= \begin{Bmatrix} 0.00062 \\ 0.00118 \\ 0.00164 \\ 0.00194 \\ 0.00207 \\ 0.00201 \\ 0.00176 \\ 0.00135 \\ 0.00082 \\ 0.00021 \\ -0.00042 \\ -0.00101 \\ -0.00150 \\ -0.00186 \\ -0.00205 \end{Bmatrix} m
 \end{aligned}$$

A este conjunto de deslocamentos modais, após serem combinados através da equação (45), corresponde os deslocamentos finais elásticos apresentados imediatamente abaixo resultantes da combinação quadrática simples.

$$\begin{aligned}
 u_{elásticos}^{Tipo\ 1} &= \begin{Bmatrix} 0.00602 \\ 0.01197 \\ 0.01778 \\ 0.02337 \\ 0.02869 \\ 0.03369 \\ 0.03834 \\ 0.04260 \\ 0.04644 \\ 0.04982 \\ 0.05271 \\ 0.05507 \\ 0.05688 \\ 0.05810 \\ 0.05872 \end{Bmatrix} m & u_{elásticos}^{Tipo\ 2} &= \begin{Bmatrix} 0.00198 \\ 0.00391 \\ 0.00579 \\ 0.00756 \\ 0.00923 \\ 0.01078 \\ 0.01220 \\ 0.01350 \\ 0.01468 \\ 0.01573 \\ 0.01665 \\ 0.01741 \\ 0.01801 \\ 0.01842 \\ 0.01863 \end{Bmatrix} m
 \end{aligned}$$

Estes deslocamentos finais elásticos seriam os obtidos se a estrutura funcionasse apenas em regime linear elástico, mas como este cálculo consiste numa análise elástica com coeficiente de

comportamento para traduzir o regime plástico da estrutura, os seus deslocamentos finais elásticos têm de ser multiplicados pelo coeficiente de comportamento para serem obtidos os deslocamentos finais reais da estrutura.

$$u_{reais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.01506 \\ 0.02993 \\ 0.04444 \\ 0.05842 \\ 0.07172 \\ 0.08424 \\ 0.09586 \\ 0.10651 \\ 0.11610 \\ 0.12455 \\ 0.13177 \\ 0.13768 \\ 0.14220 \\ 0.14526 \\ 0.14681 \end{Bmatrix} m \quad u_{reais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00494 \\ 0.00979 \\ 0.01447 \\ 0.01891 \\ 0.02308 \\ 0.02695 \\ 0.03051 \\ 0.03376 \\ 0.03670 \\ 0.03933 \\ 0.04162 \\ 0.04353 \\ 0.04502 \\ 0.04604 \\ 0.04657 \end{Bmatrix} m$$

Mais uma vez e como seria de esperar, os deslocamentos induzidos à estrutura por efeito do sismo de tipo 2 são inferiores aos induzidos pelo sismo de tipo 1 cujo deslocamento máximo atinge quase os 0.15 m nos últimos pisos.

No que respeita às forças aplicadas, as forças modais (obtidas pela multiplicação da matriz de rigidez pelos deslocamentos modais) são apresentadas como

$$F_1^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 2.69 \\ 5.35 \\ 7.95 \\ 10.47 \\ 12.89 \\ 15.17 \\ 17.30 \\ 19.25 \\ 21.00 \\ 22.54 \\ 23.84 \\ 24.90 \\ 25.71 \\ 26.25 \\ 26.52 \end{Bmatrix} kN \quad F_1^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.85 \\ 1.69 \\ 2.51 \\ 3.31 \\ 4.07 \\ 4.79 \\ 5.46 \\ 6.08 \\ 6.63 \\ 7.12 \\ 7.53 \\ 7.86 \\ 8.12 \\ 8.29 \\ 8.38 \end{Bmatrix} kN$$

$$F_2^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 4.10 \\ 7.82 \\ 10.82 \\ 12.83 \\ 13.67 \\ 13.25 \\ 11.61 \\ 8.91 \\ 5.40 \\ 1.38 \\ -2.76 \\ -6.64 \\ -9.92 \\ -12.29 \\ -13.53 \end{Bmatrix} kN \quad F_2^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 2.51 \\ 4.79 \\ 6.63 \\ 7.86 \\ 8.37 \\ 8.11 \\ 7.11 \\ 5.46 \\ 3.30 \\ 0.85 \\ -1.69 \\ -4.07 \\ -6.07 \\ -7.52 \\ -8.28 \end{Bmatrix} kN$$

Aplicando a mesma equação (45), as forças finais a que a estrutura está sujeita em cada um dos tipos de sismos, definem-se como

$$F_{finais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 4.90 \\ 9.47 \\ 13.43 \\ 16.57 \\ 18.79 \\ 20.14 \\ 20.84 \\ 21.21 \\ 21.68 \\ 22.58 \\ 24.00 \\ 25.77 \\ 27.56 \\ 28.98 \\ 29.77 \end{Bmatrix} kN \quad F_{finais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 2.65 \\ 5.08 \\ 7.09 \\ 8.53 \\ 9.31 \\ 9.42 \\ 8.97 \\ 8.17 \\ 7.41 \\ 7.17 \\ 7.72 \\ 8.85 \\ 10.14 \\ 11.20 \\ 11.78 \end{Bmatrix} kN$$

Novamente, o sismo do tipo 1 é o condicionante para o dimensionamento da estrutura, já que as suas forças e consequentes deslocamentos são maiores que estes mesmos parâmetros provocados pela actuação de um sismo do tipo 2.

4.4.1.2. Com Coeficiente de Comportamento de 1.5

O estudo deste coeficiente de comportamento justifica-se pelas mesmas razões apresentadas em 4.3.1.2, sendo que se pretende analisar a eficácia da instalação do TMD, em estruturas mais altas do que a estudada no pórtico de 5 pisos, caracterizadas por coeficientes de comportamento distintos para posterior comparação da eficiência do sistema de controlo em estruturas com alturas muito diferentes, para cada coeficiente de comportamento.

Mais uma vez, a localização da estrutura mantém-se em Portimão e o terreno da sua implantação caracteriza-se como sendo um terreno do tipo C, sendo que todas as suas características mecânicas e físicas se mantêm da secção anterior, o que leva a que, tal como sucedeu no estudo do pórtico de 5 pisos, alguns parâmetros calculados em 4.4.1.1 se mantenham devido à sua independência em relação ao coeficiente de comportamento. Mantendo a admissão de que os dois primeiros amortecimentos modais têm o valor de 5%, a matriz de amortecimento clássico mantém-se imperturbada já que as

matrizes de massa e de rigidez também ficam inalteradas. Assim, as frequências naturais de vibração bem como os seus respectivos amortecimentos modais apresentados no Quadro 17 mantêm-se tal como, logicamente, os seus modos de vibração, as suas massas modais efectivas, massas modais e factores modais de excitação sísmica expostos no Quadro 18 e Quadro 19.

No entanto, tal como aconteceu durante o estudo do pórtico de 5 pisos, as acelerações espectrais são diferentes porque dependem directamente do coeficiente de comportamento que caracteriza a estrutura (equação (29)), mas mais uma vez, os coeficientes para a sua definição apresentados no Quadro 4 são os mesmos. Desta forma, as novas acelerações espectrais de cálculo regulamentares são as apresentadas no Quadro 22.

Quadro 22 – Acelerações espectrais de cálculo para os dois primeiros modos de vibração

Modo de vibração	Frequências naturais (Hz)	Períodos de vibração (s)	Tipo de sismo	Aceleração espectral de cálculo (m/s^2)
1	1.07	0.93	Tipo 1	3.38
			Tipo 2	1.11
2	3.20	0.31	Tipo 1	5.42
			Tipo 2	3.31

Posto isto, surgem novas coordenadas modais através da aplicação da fórmula exposta na equação (40), sendo que estas coordenadas possuem um valor superior às que foram calculadas com a estrutura a usufruir de um coeficiente de comportamento de 2.5, devido às maiores acelerações presentes na estrutura quando este coeficiente vale 1.5.

Quadro 23 – Coordenadas modais

Modo de vibração	Tipo de sismo	Coordenadas modais (m)
1	Tipo 1	0.009889
	Tipo 2	0.003154
2	Tipo 1	0.001690
	Tipo 2	0.001032

Estas novas coordenadas modais fazem com que os deslocamentos modais sejam também superiores aos calculados com coeficiente de comportamento a valer 2.5, sendo traduzidos pela aplicação da equação (44).

$$\begin{aligned}
 u_1^{Tipo\ 1} &= \begin{Bmatrix} 0.00989 \\ 0.01968 \\ 0.02926 \\ 0.03855 \\ 0.04744 \\ 0.05584 \\ 0.06367 \\ 0.07084 \\ 0.07729 \\ 0.08295 \\ 0.08775 \\ 0.09166 \\ 0.09462 \\ 0.09662 \\ 0.09762 \end{Bmatrix} m & u_1^{Tipo\ 2} &= \begin{Bmatrix} 0.00315 \\ 0.00628 \\ 0.00933 \\ 0.01229 \\ 0.01513 \\ 0.01781 \\ 0.02031 \\ 0.02260 \\ 0.02465 \\ 0.02646 \\ 0.02799 \\ 0.02924 \\ 0.03018 \\ 0.03082 \\ 0.03114 \end{Bmatrix} m \\
 u_2^{Tipo\ 1} &= \begin{Bmatrix} 0.00169 \\ 0.00322 \\ 0.00446 \\ 0.00529 \\ 0.00564 \\ 0.00546 \\ 0.00479 \\ 0.00368 \\ 0.00223 \\ 0.00057 \\ -0.00114 \\ -0.00274 \\ -0.00409 \\ -0.00507 \\ -0.00558 \end{Bmatrix} m & u_2^{Tipo\ 2} &= \begin{Bmatrix} 0.00103 \\ 0.00197 \\ 0.00273 \\ 0.00323 \\ 0.00344 \\ 0.00334 \\ 0.00293 \\ 0.00225 \\ 0.00136 \\ 0.00035 \\ -0.00069 \\ -0.00167 \\ -0.00250 \\ -0.00309 \\ -0.00341 \end{Bmatrix} m
 \end{aligned}$$

Estes valores após a combinação quadrática simples resultam nos deslocamentos finais elásticos, sendo apresentados imediatamente a seguir.

$$\begin{aligned}
 u_{elásticos}^{Tipo\ 1} &= \begin{Bmatrix} 0.01003 \\ 0.01994 \\ 0.02960 \\ 0.03891 \\ 0.04777 \\ 0.05610 \\ 0.06385 \\ 0.07094 \\ 0.07733 \\ 0.08295 \\ 0.08776 \\ 0.09170 \\ 0.09471 \\ 0.09675 \\ 0.09778 \end{Bmatrix} m & u_{elásticos}^{Tipo\ 2} &= \begin{Bmatrix} 0.00332 \\ 0.00658 \\ 0.00972 \\ 0.01271 \\ 0.01552 \\ 0.01812 \\ 0.02052 \\ 0.02271 \\ 0.02469 \\ 0.02646 \\ 0.02800 \\ 0.02928 \\ 0.03028 \\ 0.03097 \\ 0.03132 \end{Bmatrix} m
 \end{aligned}$$

Porém, à semelhança do que já foi efectuado nos casos estudados antes, os deslocamentos finais reais da estrutura consistem nos deslocamentos elásticos afectados pelo coeficiente de comportamento da estrutura, sendo apresentados como

$$u_{reais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.01505 \\ 0.02991 \\ 0.04440 \\ 0.05836 \\ 0.07165 \\ 0.08416 \\ 0.09577 \\ 0.10641 \\ 0.11599 \\ 0.12443 \\ 0.13164 \\ 0.13755 \\ 0.14207 \\ 0.14512 \\ 0.14667 \end{Bmatrix} m \quad u_{reais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00498 \\ 0.00987 \\ 0.01458 \\ 0.01907 \\ 0.02328 \\ 0.02718 \\ 0.03078 \\ 0.03406 \\ 0.03704 \\ 0.03969 \\ 0.04200 \\ 0.04393 \\ 0.04543 \\ 0.04646 \\ 0.04698 \end{Bmatrix} m$$

Tal como foi comprovado no pórtico de 5 pisos, os deslocamentos finais reais da estrutura com coeficiente de comportamento de 2.5 e os deslocamentos finais com esse mesmo coeficiente a valer 1.5 são muito parecidos, pelo que se constata que os deslocamentos finais que uma estrutura sofre perante a actuação de um sismo não dependem do seu coeficiente de comportamento.

No que diz respeito às forças que a estrutura está sujeita, as forças modais podem ser retiradas através da equação (46) e resultam nas que a seguir se apresentam.

$$F_1^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 4.47 \\ 8.90 \\ 13.24 \\ 17.44 \\ 21.46 \\ 25.26 \\ 28.80 \\ 32.05 \\ 34.97 \\ 37.53 \\ 39.70 \\ 41.47 \\ 42.81 \\ 43.71 \\ 44.16 \end{Bmatrix} kN \quad F_1^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 1.43 \\ 2.84 \\ 4.22 \\ 5.56 \\ 6.85 \\ 8.06 \\ 9.19 \\ 10.22 \\ 11.15 \\ 11.97 \\ 12.66 \\ 13.23 \\ 13.65 \\ 13.94 \\ 14.09 \end{Bmatrix} kN$$

$$F_2^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 6.83 \\ 13.04 \\ 18.05 \\ 21.40 \\ 22.80 \\ 22.10 \\ 19.37 \\ 14.87 \\ 9.00 \\ 2.31 \\ -4.59 \\ -11.08 \\ -16.54 \\ -20.49 \\ -22.56 \end{Bmatrix} kN \quad F_2^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 4.17 \\ 7.96 \\ 11.02 \\ 13.07 \\ 13.92 \\ 13.49 \\ 11.83 \\ 9.08 \\ 5.50 \\ 1.41 \\ -2.81 \\ -6.76 \\ -10.10 \\ -12.51 \\ -13.78 \end{Bmatrix} kN$$

As forças finais aplicadas à estrutura resultantes destes dois modos de vibração surgem da aplicação da equação (45) e resultam em

$$F_{finais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 8.17 \\ 15.79 \\ 22.38 \\ 27.61 \\ 31.31 \\ 33.56 \\ 34.71 \\ 35.33 \\ 36.11 \\ 37.60 \\ 39.97 \\ 42.92 \\ 45.89 \\ 48.28 \\ 49.59 \end{Bmatrix} kN \quad F_{finais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 4.41 \\ 8.45 \\ 11.80 \\ 14.21 \\ 15.51 \\ 15.72 \\ 14.98 \\ 13.67 \\ 12.43 \\ 12.05 \\ 12.97 \\ 14.86 \\ 16.99 \\ 18.73 \\ 19.70 \end{Bmatrix} kN$$

Mais uma vez, à semelhança do que já tinha acontecido com a estrutura de 5 pisos, as forças finais reais aplicadas à estrutura são superiores quando o coeficiente de comportamento usado é 1.5 em comparação com a situação em que este vale 2.5. Isto acontece porque quanto mais baixo for o coeficiente de comportamento mais rígida é a estrutura, logo, fica submetida a forças sísmicas maiores.

4.4.2. ESTRUTURA COM SISTEMA DE CONTROLO

Para instalar um sistema de controlo nesta estrutura, antes de mais, é necessário definir quantos pisos é que vão ser usados como massa para o TMD, já que a mobilização de apenas um piso pode não garantir tanto amortecimento quanto o que seria desejado para o controlo da resposta sísmica desta estrutura, mas por outro lado, quantos mais pisos forem usados como massa do TMD, mais problemas vai haver em conseguir pô-los a funcionar todos como uma massa única, já que tem de haver a garantia de que não há deslocamentos relativos entre os pisos que estão a ser usados como massa do amortecedor de massas sintonizadas.

Para definir qual a massa a ser utilizada neste TMD, foi feito um estudo com o objectivo de descobrir qual o amortecimento final conseguido para a mobilização de um, dois ou três pisos como massa para o TMD, sendo que os resultados estão expostos no Quadro 24.

Quadro 24 – Amortecimento final alcançado em função do nº de pisos mobilizados

Nº de pisos mobilizados	μ	Amortecimento final alcançado (%)
1	0.138	14.5
2	0.295	19.0
3	0.478	22.8

Posto isto, o número de pisos usado como massa do TMD será dois, já que se consegue obter um amortecimento final estrutural de aproximadamente 19%, partindo de amortecimento inicial de 5%, o que se traduz num nível de amortecimento bastante confortável tendo em conta o tipo de estrutura em estudo. Não foi optado por usar três pisos como massa para o TMD já que eram demasiados pisos a não poderem ter uso habitacional, além de que é mais fácil, em termos práticos, conseguir mobilizar dois pisos a comportarem-se como uma massa única do que três.

Deste modo, em semelhança com o que aconteceu no estudo do pórtico de 5 pisos, a situação a ser estudada é idêntica a um problema de um pórtico com 13 pisos, ao qual vai ser acoplado um TMD em forma de 2 pisos para controlar o primeiro modo de vibração da estrutura principal de 13 pisos. Assim, as novas matrizes de massa e de rigidez da estrutura principal são quadradas de dimensão 13 sendo que a matriz de massa caracteriza-se como

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} t$$

e a nova matriz de rigidez como

$$K = \begin{bmatrix} 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 2k \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 88177.78 & -44088.89 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -44088.89 & 44088.89 \end{bmatrix} kN/m$$

Definidas as duas matrizes anteriores, as frequências naturais de vibração da estrutura principal surgem como resultado da aplicação da equação (33).

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = 7.72 \\ \omega_2 = 23.06 \\ \omega_3 = 38.09 \\ \omega_4 = 52.60 \\ \omega_5 = 66.40 \\ \omega_6 = 79.30 \\ \omega_7 = 91.13 \\ \omega_8 = 101.73 \\ \omega_9 = 110.95 \\ \omega_{10} = 118.67 \\ \omega_{11} = 124.79 \\ \omega_{12} = 129.22 \\ \omega_{13} = 131.90 \end{array} \right. \text{ rad/s} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f_1 = 1.23 \\ f_2 = 3.67 \\ f_3 = 6.06 \\ f_4 = 8.37 \\ f_5 = 10.57 \\ f_6 = 12.62 \\ f_7 = 14.50 \\ f_8 = 16.19 \\ f_9 = 17.66 \\ f_{10} = 18.89 \\ f_{11} = 19.86 \\ f_{12} = 20.57 \\ f_{13} = 20.99 \end{array} \right. \text{ Hz}$$

Para o estudo deste sistema de amortecimento adicional é fundamental conhecer-se a matriz de amortecimento clássico da estrutura principal, sendo que esta, mais uma vez é tirada partindo da admissão da ideia de que os coeficientes de amortecimento modais dos dois primeiros modos de vibração são iguais a 5%. Assim, através da equação (19) determina-se os coeficientes para a sua construção, que resultam em

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = 0.57837 \text{ s}^{-1} \\ a_1 = 0.00325 \text{ s} \end{array} \right.$$

Conhecidos os dois coeficientes a_0 e a_1 , torna-se imediato o conhecimento da matriz de amortecimento clássico, bastando usar novamente a expressão da equação (12). Assim sendo, a matriz de amortecimento clássico é definida como sendo

$$C = \begin{bmatrix} 292.26 & -143.24 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -143.24 & 292.26 & -143.24 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -143.24 & 292.26 & -143.24 & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & -143.24 & 292.26 & -143.24 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -143.24 & 292.26 & -143.24 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -143.24 & 149.02 \end{bmatrix} \text{ t/s}$$

Com o conhecimento destas últimas três matrizes é possível determinar a matriz de estado do sistema, dada pela formulação em Espaço de Estado já muitas vezes referida nesta tese, cujos valores próprios tomam o resultado de seguida apresentado.

$$\left\{ \begin{array}{l} -0.38604 \pm 7.712i \\ -1.15302 \pm 23.031i \\ -2.64564 \pm 37.995i \\ -4.78342 \pm 52.381i \\ -7.45112 \pm 65.980i \\ -10.50493 \pm 78.603i \\ -13.78020 \pm 90.084i \\ -17.10037 \pm 100.282i \\ -20.28646 \pm 109.082i \\ -23.16668 \pm 116.390i \\ -25.58578 \pm 122.139i \\ -27.41334 \pm 126.278i \\ -28.55083 \pm 128.774i \end{array} \right\}$$

Aplicando a igualdade entre estes valores próprios apresentados à fórmula da equação (24) surgem as frequências naturais do sistema associadas aos respectivos amortecimentos modais, valores estes expostos no Quadro 25.

Quadro 25 – Frequências naturais e amortecimentos modais da estrutura principal de 13 pisos

Modo de vibração	Frequência natural (rad/s)	Amortecimento modal (%)
1	7.72	5.00
2	23.06	5.00
3	38.09	6.95
4	52.60	9.09
5	66.40	11.22
6	79.30	13.25
7	91.13	15.12
8	101.73	16.81
9	110.95	18.28
10	118.67	19.52
11	124.79	20.50
12	129.22	21.21
13	131.90	21.65

O modo de vibração alvo da actuação do TMD é o primeiro modo da estrutura principal de 13 pisos, pelo que é imprescindível o seu conhecimento dado pelos vectores próprios da matriz de estado A . Desta forma, o primeiro modo de vibração da estrutura principal define-se como

$$\Phi_1 = \begin{Bmatrix} 0.116 \\ 0.231 \\ 0.343 \\ 0.450 \\ 0.550 \\ 0.644 \\ 0.729 \\ 0.803 \\ 0.867 \\ 0.920 \\ 0.960 \\ 0.986 \\ 1.000 \end{Bmatrix}$$

De relembrar que, para viabilizar a generalização dos sistemas de 1 G.L. é necessário normalizar o vector do modo de vibração para possuir componente unitária correspondente ao grau de liberdade no qual vai ser instalado o TMD, que neste caso corresponde ao grau de liberdade associado ao décimo terceiro piso.

O valor do parâmetro μ pode ser calculado a partir do momento em que se descobre a massa modal associada a este primeiro modo de vibração, através da equação (36), e não esquecendo que como estão a ser usados dois pisos como massa para o TMD, esta vale 20 toneladas. Assim, surge

$$M_1 = 67.73 \text{ t} \Rightarrow \mu = \frac{20}{67.73} = 0.295$$

Com o conhecimento do μ , através dos ábacos desenvolvidos nesta tese (Figura 37, Figura 38 e Figura 39), é fácil determinar os parâmetros óptimos do TMD em causa, de onde são retirados tanto a rigidez como o amortecimento do amortecedor de massas sintonizadas, além do amortecimento final estrutural aproximado. Assim, as características do TMD a ser usado estão reunidas no Quadro 26.

Quadro 26 – Características do TMD a usar e amortecimento final conseguido

μ	q	ξ_{TMD} (%)	ξ_{Final} (%)
0.295	0.741	30	19

Estes valores retirados dos ábacos, associados às equações (3), (4) e (6), resultam nas características mecânicas do TMD, definidas por

$$q = 0.741 \Rightarrow k_{TMD} = 654.75 \text{ kN/m}$$

$$\xi_{TMD} = 30 \% \Rightarrow c_{TMD} = 68.66 \text{ t/s}$$

Adicionando, portanto, o TMD acabado de dimensionar, a estrutura fica acrescida de um grau de liberdade, passando assim a possuir 14, em que o último corresponde ao grau de liberdade associado ao TMD que funciona em dois pisos, possuindo assim a massa de 20 toneladas, alterando a matriz de massa da estrutura para

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \end{bmatrix} t$$

Quanto à rigidez, a adição do TMD acoplado ao décimo terceiro piso faz com que seja alterada a rigidez deste, somando-se a rigidez associada ao TMD à inicial que este grau de liberdade já possuía. Assim, a nova matriz de rigidez define-se como

$$K = \begin{bmatrix} 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 4k & -2k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k & 2k + k_{TMD} & -k_{TMD} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{TMD} & k_{TMD} \end{bmatrix}$$

peço que substituindo os valores de k e k_{TMD} na matriz, esta surge definida como

$$K = \begin{bmatrix} 88177.78 & -44088.89 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & -44088.89 & 88177.78 & -44088.89 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -44088.89 & 44743.64 & -654.75 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -654.75 & 654.75 \end{bmatrix} kN/m$$

Identicamente à construção usada para determinar a matriz de rigidez da estrutura após a instalação do TMD, é construída a matriz de amortecimento não clássica apresentada de seguida.

$$C = \begin{bmatrix} 292.26 & -143.24 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -143.24 & 292.26 & -143.24 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -143.24 & 292.26 & -143.24 & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & -143.24 & 292.26 & -143.24 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -143.24 & 149.02 + 68.66 = 217.68 & -68.66 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -68.66 & 68.66 \end{bmatrix} t/s$$

Novamente, após a definição das matrizes de massa, rigidez e amortecimento são calculadas as novas frequências naturais de vibração da estrutura, bem como os seus respectivos amortecimentos modais, através dos valores próprios da matriz de estado apresentados.

$$\left\{ \begin{array}{l} -0.95894 \pm 5.104i \\ -1.53987 \pm 8.293i \\ -1.70199 \pm 23.134i \\ -3.13436 \pm 38.026i \\ -5.22460 \pm 52.376i \\ -7.84046 \pm 65.954i \\ -10.83734 \pm 78.566i \\ -14.05262 \pm 90.043i \\ -17.31256 \pm 100.243i \\ -20.44118 \pm 109.049i \\ -23.26971 \pm 116.366i \\ -25.64553 \pm 122.124i \\ -27.44047 \pm 126.271i \\ -28.55770 \pm 128.772i \end{array} \right\}$$

Fazendo uso da equação (24) aplicando-a a estes valores próprios, surgem as frequências naturais de vibração da estrutura bem como os seus respectivos amortecimentos modais, após a instalação do TMD.

Quadro 27 – Frequências naturais e amortecimentos modais do pórtico de 15 pisos com controlo

Modo de vibração	Frequência natural (rad/s)	Amortecimento modal (%)
1	5.19	18.47
2	8.43	18.26
3	23.20	7.34
4	38.16	8.21
5	52.64	9.93
6	66.42	11.80
7	79.31	13.66
8	91.13	15.42
9	101.73	17.02
10	110.95	18.42
11	118.67	19.61
12	124.79	20.55
13	129.22	21.24
14	131.90	21.65

Note-se que os amortecimentos modais dos dois primeiros modos de vibração possuem coeficientes que ultrapassam os 18%, tal como tinha sido esclarecido no início, em que através dos ábacos de dimensionamento se previu que o amortecimento final da estrutura iria ser próximo de 19%. Repare-se ainda que as frequências naturais e os seus amortecimentos modais aproximam-se das calculadas no pórtico de 13 pisos à medida que se afastam da frequência alvo do TMD, de tal forma, que a décima quarta frequência e o seu amortecimento modal são iguais à décima terceira frequência e seu amortecimento modal do pórtico antes de ser instalado o TMD.

Quanto aos modos de vibração, os vectores próprios da matriz de estado permitem o seu conhecimento, caracterizando-se por

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \begin{pmatrix} 1.000 \\ 1.995 \\ 2.980 \\ 3.951 \\ 4.902 \\ 5.828 \\ 6.726 \\ 7.591 \\ 8.418 \\ 9.202 \\ 9.941 \\ 10.631 \\ 11.267 \\ 50.364 \end{pmatrix} & \phi_2 &= \begin{pmatrix} 1.000 \\ 1.981 \\ 2.923 \\ 3.809 \\ 4.621 \\ 5.343 \\ 5.961 \\ 6.462 \\ 6.835 \\ 7.074 \\ 7.170 \\ 7.123 \\ 6.930 \\ -10.996 \end{pmatrix} & \phi_3 &= \begin{pmatrix} 1.000 \\ 1.878 \\ 2.527 \\ 2.867 \\ 2.857 \\ 2.498 \\ 1.834 \\ 0.945 \\ -0.061 \\ -1.061 \\ -1.932 \\ -2.568 \\ -2.892 \\ 0.153 \end{pmatrix} & \phi_4 &= \begin{pmatrix} 1.000 \\ 1.670 \\ 1.787 \\ 1.314 \\ 0.406 \\ -0.637 \\ -1.469 \\ -1.817 \\ -1.564 \\ -0.794 \\ 0.240 \\ 1.196 \\ 1.757 \\ -0.036 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Mais uma vez, o primeiro modo de vibração é o modo de funcionamento do TMD, em que a sua componente modal é quase cinco vezes superior à componente modal associada ao décimo terceiro piso. À semelhança do que aconteceu no pórtico de 5 pisos, nos restantes modos de vibração apresentados a componente referente ao TMD possui sinal oposto à componente associada ao piso imediatamente abaixo (décimo terceiro), sendo que não é necessário entrar em conta com o quinto modo de vibração já que este iria afectar os deslocamentos finais da estrutura numa grandeza inferior a 1%. Este raciocínio deve-se ao facto de, como a matriz de amortecimento não é clássica, a componente imaginária dos modos de vibração é muito maior do que seria se o amortecimento fosse clássico, pelo que o cálculo das massas modais efectivas perde sentido, já que se verifica que o seu somatório de todos os modos de vibração não resulta na massa total da estrutura.

Assim, as massas modais e os factores modais de excitação sísmica associados aos quatro modos de vibração apresentados estão expostos no Quadro 28.

Quadro 28 – Massas modais e factores modais de excitação sísmica

Modo de vibração	Massas modais (t)	Factores modais de excitação sísmica (t)
1	57576.71	1851.59
2	6438.93	452.39
3	576.57	82.00
4	223.95	30.19

As acelerações espectrais são obtidas tendo em conta que a estrutura está com comportamento em regime elástico, sendo por isso influenciadas pelo amortecimento estrutural e não pelo coeficiente de comportamento. Sabendo que, mais uma vez, os coeficientes apresentados no Quadro 4 se mantêm, as acelerações espectrais elásticas bem como o parâmetro que as influencia devido ao efeito do amortecimento estão presentes nas equações (31) e (32)

Quadro 29 – Acelerações espectrais elásticas para os quatro primeiros modos de vibração

Modo de vibração	Frequências naturais (Hz)	Períodos de vibração (s)	η	Tipo de sismo	Aceleração espectral elástica (m/s^2)
1	0.83	1.21	0.653	Tipo 1	2.63
				Tipo 2	0.84
2	1.34	0.74	0.656	Tipo 1	4.29
				Tipo 2	1.37
3	3.69	0.27	0.900	Tipo 1	7.32
				Tipo 2	5.16
4	6.07	0.16	0.870	Tipo 1	7.07
				Tipo 2	5.40

Com a definição das acelerações espectrais, estão calculados todos os parâmetros para, finalmente, calcular-se as coordenadas modais destes quatro modos de vibração em ambos os tipos de sismo, apresentadas no quadro seguinte.

Quadro 30 – Coordenadas modais

Modo de vibração	Tipo de sismo	Coordenadas modais (m)
1	Tipo 1	0.003140
	Tipo 2	0.001003
2	Tipo 1	0.004241
	Tipo 2	0.001354
3	Tipo 1	0.001934
	Tipo 2	0.001363
4	Tipo 1	0.000655
	Tipo 2	0.000500

Conhecidas as coordenadas modais, multiplicando estas pelos modos de vibração, surgem os deslocamentos modais respectivos, para cada tipo de sismo, apresentados de seguida.

$$u_1^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.00314 \\ 0.00626 \\ 0.00936 \\ 0.01241 \\ 0.01539 \\ 0.01830 \\ 0.02112 \\ 0.02383 \\ 0.02643 \\ 0.02889 \\ 0.03122 \\ 0.03338 \\ 0.03538 \\ 0.15814 \end{Bmatrix} m \quad u_1^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00100 \\ 0.00200 \\ 0.00299 \\ 0.00396 \\ 0.00492 \\ 0.00585 \\ 0.00675 \\ 0.00761 \\ 0.00844 \\ 0.00923 \\ 0.00997 \\ 0.01066 \\ 0.01130 \\ 0.05051 \end{Bmatrix} m$$

$$u_2^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.00424 \\ 0.00840 \\ 0.01240 \\ 0.01615 \\ 0.01960 \\ 0.02266 \\ 0.02528 \\ 0.02741 \\ 0.02899 \\ 0.03000 \\ 0.03041 \\ 0.03021 \\ 0.02939 \\ -0.04664 \end{Bmatrix} m \quad u_2^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00135 \\ 0.00268 \\ 0.00396 \\ 0.00516 \\ 0.00626 \\ 0.00724 \\ 0.00807 \\ 0.00875 \\ 0.00926 \\ 0.00958 \\ 0.00971 \\ 0.00965 \\ 0.00939 \\ -0.01489 \end{Bmatrix} m$$

$$u_3^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.00193 \\ 0.00363 \\ 0.00489 \\ 0.00555 \\ 0.00553 \\ 0.00483 \\ 0.00355 \\ 0.00183 \\ -0.00012 \\ -0.00205 \\ -0.00374 \\ -0.00497 \\ -0.00559 \\ 0.00030 \end{Bmatrix} m \quad u_3^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00136 \\ 0.00256 \\ 0.00345 \\ 0.00391 \\ 0.00390 \\ 0.00341 \\ 0.00250 \\ 0.00129 \\ -0.00008 \\ -0.00145 \\ -0.00263 \\ -0.00350 \\ -0.00394 \\ 0.00021 \end{Bmatrix} m$$

$$u_4^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.00065 \\ 0.00109 \\ 0.00117 \\ 0.00086 \\ 0.00027 \\ -0.00042 \\ -0.00096 \\ -0.00119 \\ -0.00102 \\ -0.00052 \\ 0.00016 \\ 0.00078 \\ 0.00115 \\ -0.00002 \end{Bmatrix} m \quad u_4^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00050 \\ 0.00083 \\ 0.00089 \\ 0.00066 \\ 0.00020 \\ -0.00032 \\ -0.00073 \\ -0.00091 \\ -0.00078 \\ -0.00040 \\ 0.00012 \\ 0.00060 \\ 0.00088 \\ -0.00002 \end{Bmatrix} m$$

Obtidos estes deslocamentos modais, aplicando-lhes uma combinação quadrática simples resultam os deslocamentos finais reais da estrutura, para cada grau de liberdade e para ambos os tipos de sismo, apresentando-se como

$$u_{reais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.00566 \\ 0.01114 \\ 0.01633 \\ 0.02113 \\ 0.02553 \\ 0.02953 \\ 0.03315 \\ 0.03639 \\ 0.03924 \\ 0.04171 \\ 0.04374 \\ 0.04530 \\ 0.04635 \\ 0.16487 \end{Bmatrix} m \quad u_{reais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00222 \\ 0.00430 \\ 0.00611 \\ 0.00762 \\ 0.00886 \\ 0.00991 \\ 0.01084 \\ 0.01171 \\ 0.01255 \\ 0.01339 \\ 0.01417 \\ 0.01481 \\ 0.01523 \\ 0.05266 \end{Bmatrix} m$$

À semelhança do sucedido no pórtico de 5 pisos, o deslocamento do TMD é bastante superior ao deslocamento sofrido pelo grau de liberdade mais elevado da estrutura principal (décimo terceiro piso).

No que diz respeito à obtenção das forças modais aplicadas à estrutura, estas são determinadas recorrendo novamente à equação (46), sendo que o seu resultado está seguidamente apresentado.

$$F_1^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.68 \\ 1.36 \\ 2.04 \\ 2.70 \\ 3.36 \\ 4.00 \\ 4.62 \\ 5.22 \\ 5.80 \\ 6.35 \\ 6.88 \\ 7.37 \\ 7.67 \\ 80.38 \end{Bmatrix} kN \quad F_1^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.22 \\ 0.44 \\ 0.65 \\ 0.86 \\ 1.07 \\ 1.28 \\ 1.48 \\ 1.67 \\ 1.85 \\ 2.03 \\ 2.20 \\ 2.35 \\ 2.45 \\ 25.67 \end{Bmatrix} kN$$

$$\begin{aligned}
 F_2^{Tipo 1} &= \begin{Bmatrix} 3.61 \\ 7.16 \\ 10.58 \\ 13.81 \\ 16.81 \\ 19.50 \\ 21.85 \\ 23.81 \\ 25.34 \\ 26.43 \\ 27.03 \\ 27.15 \\ 13.70 \\ -49.78 \end{Bmatrix} kN & F_2^{Tipo 2} &= \begin{Bmatrix} 1.15 \\ 2.29 \\ 3.38 \\ 4.41 \\ 5.37 \\ 6.23 \\ 6.98 \\ 7.60 \\ 8.09 \\ 8.44 \\ 8.63 \\ 8.67 \\ 4.38 \\ -15.90 \end{Bmatrix} kN \\
 F_3^{Tipo 1} &= \begin{Bmatrix} 10.41 \\ 19.54 \\ 26.30 \\ 29.86 \\ 29.77 \\ 26.06 \\ 19.17 \\ 9.93 \\ -0.53 \\ -10.94 \\ -20.02 \\ -26.68 \\ -31.44 \\ 3.86 \end{Bmatrix} kN & F_3^{Tipo 2} &= \begin{Bmatrix} 7.33 \\ 13.78 \\ 18.54 \\ 21.05 \\ 20.99 \\ 18.37 \\ 13.51 \\ 7.00 \\ -0.37 \\ -7.71 \\ -14.12 \\ -18.81 \\ -22.16 \\ 2.72 \end{Bmatrix} kN \\
 F_4^{Tipo 1} &= \begin{Bmatrix} 9.54 \\ 15.92 \\ 17.05 \\ 12.55 \\ 3.89 \\ -6.05 \\ -14.00 \\ -17.33 \\ -14.94 \\ -7.60 \\ 2.26 \\ 11.38 \\ 16.97 \\ -0.77 \end{Bmatrix} kN & F_4^{Tipo 2} &= \begin{Bmatrix} 7.28 \\ 12.16 \\ 13.02 \\ 9.58 \\ 2.97 \\ -4.62 \\ -10.70 \\ -13.24 \\ -11.41 \\ -5.80 \\ 1.72 \\ 8.69 \\ 12.96 \\ -0.59 \end{Bmatrix} kN
 \end{aligned}$$

Em todas as forças aqui representadas pode-se verificar que os sismos do tipo 1 são mais gravosos que os sismos do tipo 2, sendo os que produzem forças e deslocamentos maiores, consistindo assim no sismo de dimensionamento das estruturas estudadas aqui nesta tese. Aplicando a combinação exposta na equação (45) às forças modais aqui apresentadas resultam as forças finais da estrutura de 15 pisos após a instalação do TMD.

$$F_{\text{finais}}^{\text{Tipo 1}} = \begin{Bmatrix} 14.59 \\ 26.24 \\ 33.15 \\ 35.31 \\ 34.57 \\ 33.35 \\ 32.59 \\ 31.51 \\ 29.99 \\ 30.27 \\ 34.41 \\ 40.41 \\ 39.02 \\ 94.63 \end{Bmatrix} kN \quad F_{\text{finais}}^{\text{Tipo 2}} = \begin{Bmatrix} 10.40 \\ 18.52 \\ 22.92 \\ 23.56 \\ 21.89 \\ 19.98 \\ 18.65 \\ 16.88 \\ 14.11 \\ 12.98 \\ 16.78 \\ 22.58 \\ 26.16 \\ 30.32 \end{Bmatrix} kN$$

4.4.3. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS DA ESTRUTURA COM E SEM SISTEMA DE CONTROLO

O pórtico de 15 pisos em estudo foi caracterizado como sendo uma estrutura sem sistema de amortecimento extra e como possuindo tal sistema através da instalação de um TMD. Estas duas situações permitem a comparação entre as duas respostas, ao nível de deslocamentos e de forças, para avaliação do desempenho do sistema de amortecimento usado, sendo esta avaliação feita comparando a resposta da estrutura com TMD com a resposta da estrutura sem esse sistema de controlo possuindo dois coeficientes de comportamento distintos. Perante esta situação está-se, portanto, em condições para analisar a eficiência do TMD quando usado em estruturas com coeficiente de comportamento de 2.5 e de 1.5, verificando-se que este possui eficácias diferentes em cada uma das situações. Posto isto, por questões de facilidade de interpretação, são aqui compilados todos os dados em interesse, nomeadamente ao nível de deslocamentos e forças da estrutura com e sem controlo. Assim, os deslocamentos e forças finais da estrutura com TMD são

$$u_{\text{reais}}^{\text{Tipo 1}} = \begin{Bmatrix} 0.00566 \\ 0.01114 \\ 0.01633 \\ 0.02113 \\ 0.02553 \\ 0.02953 \\ 0.03315 \\ 0.03639 \\ 0.03924 \\ 0.04171 \\ 0.04374 \\ 0.04530 \\ 0.04635 \\ 0.16487 \end{Bmatrix} m \quad u_{\text{reais}}^{\text{Tipo 2}} = \begin{Bmatrix} 0.00222 \\ 0.00430 \\ 0.00611 \\ 0.00762 \\ 0.00886 \\ 0.00991 \\ 0.01084 \\ 0.01171 \\ 0.01255 \\ 0.01339 \\ 0.01417 \\ 0.01481 \\ 0.01523 \\ 0.05266 \end{Bmatrix} m$$

$$F_{finais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 14.59 \\ 26.24 \\ 33.15 \\ 35.31 \\ 34.57 \\ 33.35 \\ 32.59 \\ 31.51 \\ 29.99 \\ 30.27 \\ 34.41 \\ 40.41 \\ 39.02 \\ 94.63 \end{Bmatrix} kN \quad F_{finais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 10.40 \\ 18.52 \\ 22.92 \\ 23.56 \\ 21.89 \\ 19.98 \\ 18.65 \\ 16.88 \\ 14.11 \\ 12.98 \\ 16.78 \\ 22.58 \\ 26.16 \\ 30.32 \end{Bmatrix} kN$$

No que diz respeito agora à estrutura sem TMD, os seus deslocamentos e forças finais quando esta possui um coeficiente de comportamento de 2.5 caracterizam-se por

$$u_{reais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 0.01506 \\ 0.02993 \\ 0.04444 \\ 0.05842 \\ 0.07172 \\ 0.08424 \\ 0.09586 \\ 0.10651 \\ 0.11610 \\ 0.12455 \\ 0.13177 \\ 0.13768 \\ 0.14220 \\ 0.14526 \\ 0.14681 \end{Bmatrix} m \quad u_{reais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 0.00494 \\ 0.00979 \\ 0.01447 \\ 0.01891 \\ 0.02308 \\ 0.02695 \\ 0.03051 \\ 0.03376 \\ 0.03670 \\ 0.03933 \\ 0.04162 \\ 0.04353 \\ 0.04502 \\ 0.04604 \\ 0.04657 \end{Bmatrix} m$$

$$F_{finais}^{Tipo\ 1} = \begin{Bmatrix} 4.90 \\ 9.47 \\ 13.43 \\ 16.57 \\ 18.79 \\ 20.14 \\ 20.84 \\ 21.21 \\ 21.68 \\ 22.58 \\ 24.00 \\ 25.77 \\ 27.56 \\ 28.98 \\ 29.77 \end{Bmatrix} kN \quad F_{finais}^{Tipo\ 2} = \begin{Bmatrix} 2.65 \\ 5.08 \\ 7.09 \\ 8.53 \\ 9.31 \\ 9.42 \\ 8.97 \\ 8.17 \\ 7.41 \\ 7.17 \\ 7.72 \\ 8.85 \\ 10.14 \\ 11.20 \\ 11.78 \end{Bmatrix} kN$$

Como é espectável, os deslocamentos sofridos pela estrutura quando esta possui um TMD instalado são bastante menores do que os da estrutura sem controlo, mas por outro lado as forças instaladas nos graus de liberdade são significativamente maiores, devido à condição forçosa de que a estrutura se comporte em regime elástico quando acoplado um sistema de controlo. O Quadro 31 possui os

factores de multiplicação que comparam estas duas situações, em cada grau de liberdade, para a estrutura sem TMD com um coeficiente de comportamento de 2.5.

Quadro 31 – Factores de multiplicação para estrutura com $\eta=2.5$

Grau de liberdade	Deslocamentos Sismo Tipo 1	Deslocamentos Sismo Tipo 2	Forças Sismo Tipo 1	Forças Sismo Tipo 2
1º Piso	0.38	0.45	2.98	3.93
2º Piso	0.37	0.44	2.77	3.65
3º Piso	0.37	0.42	2.47	3.23
4º Piso	0.36	0.40	2.13	2.76
5º Piso	0.36	0.38	1.84	2.35
6º Piso	0.35	0.37	1.66	2.12
7º Piso	0.35	0.36	1.56	2.08
8º Piso	0.34	0.35	1.49	2.07
9º Piso	0.34	0.34	1.38	1.90
10º Piso	0.33	0.34	1.34	1.81
11º Piso	0.33	0.34	1.43	2.17
12º Piso	0.33	0.34	1.57	2.55
13º Piso	0.33	0.34	1.42	2.58
(14º Piso + 15º Piso) / TMD	1.14	1.14	3.26	2.71

Ao nível dos deslocamentos está à vista a eficácia do TMD, já que estes ficam na casa dos 30% do que eram inicialmente quando a estrutura não possuía sistema de controlo, apesar de no sismo do tipo 2 (que não é o condicionante, pelos mesmos motivos já referenciados anteriormente nesta tese) haver valores nos primeiros graus de liberdade na casa dos 40%. Quanto a forças aplicadas à estrutura, estas sofrem um forte agravamento principalmente nos pisos inferiores, possuindo um factor de multiplicação máximo de 3.93 no primeiro piso perante um sismo do tipo 2. Como seria de esperar, tanto as forças como os deslocamentos ao nível do TMD sofrem um aumento relativamente ao que seria se os dois pisos não funcionassem como massa do TMD.

Quanto aos dados dos deslocamentos e forças da estrutura sem TMD e com coeficiente de comportamento de 1.5, recorda-se que são

$$\begin{aligned}
 u_{reais}^{Tipo\ 1} &= \begin{Bmatrix} 0.01505 \\ 0.02991 \\ 0.04440 \\ 0.05836 \\ 0.07165 \\ 0.08416 \\ 0.09577 \\ 0.10641 \\ 0.11599 \\ 0.12443 \\ 0.13164 \\ 0.13755 \\ 0.14207 \\ 0.14512 \\ 0.14667 \end{Bmatrix} m & u_{reais}^{Tipo\ 2} &= \begin{Bmatrix} 0.00498 \\ 0.00987 \\ 0.01458 \\ 0.01907 \\ 0.02328 \\ 0.02718 \\ 0.03078 \\ 0.03406 \\ 0.03704 \\ 0.03969 \\ 0.04200 \\ 0.04393 \\ 0.04543 \\ 0.04646 \\ 0.04698 \end{Bmatrix} m \\
 F_{finais}^{Tipo\ 1} &= \begin{Bmatrix} 8.17 \\ 15.79 \\ 22.38 \\ 27.61 \\ 31.31 \\ 33.56 \\ 34.71 \\ 35.33 \\ 36.11 \\ 37.60 \\ 39.97 \\ 42.92 \\ 45.89 \\ 48.28 \\ 49.59 \end{Bmatrix} kN & F_{finais}^{Tipo\ 2} &= \begin{Bmatrix} 4.41 \\ 8.45 \\ 11.80 \\ 14.21 \\ 15.51 \\ 15.72 \\ 14.98 \\ 13.67 \\ 12.43 \\ 12.05 \\ 12.97 \\ 14.86 \\ 16.99 \\ 18.73 \\ 19.70 \end{Bmatrix} kN
 \end{aligned}$$

Quando comparados estes resultados com os obtidos para a estrutura sujeita a sistema de controlo, obtém-se o quadro dos factores de multiplicação apresentado de seguida.

Quadro 32 – Factores de multiplicação para estrutura com $q=1.5$

Grau de liberdade	Deslocamentos Sismo Tipo 1	Deslocamentos Sismo Tipo 2	Forças Sismo Tipo 1	Forças Sismo Tipo 2
1º Piso	0.38	0.45	1.79	2.36
2º Piso	0.37	0.44	1.66	2.19
3º Piso	0.37	0.42	1.48	1.94
4º Piso	0.36	0.40	1.28	1.66
5º Piso	0.36	0.38	1.10	1.41
6º Piso	0.35	0.36	0.99	1.27
7º Piso	0.35	0.35	0.94	1.25
8º Piso	0.34	0.34	0.89	1.23
9º Piso	0.34	0.34	0.83	1.14
10º Piso	0.34	0.34	0.81	1.08
11º Piso	0.33	0.34	0.86	1.29
12º Piso	0.33	0.34	0.94	1.52
13º Piso	0.33	0.34	0.85	1.54
(14º Piso + 15º Piso) / TMD	1.14	1.13	1.96	1.62

Mais uma vez, a eficácia da instalação do TMD em termos de deslocamentos é idêntica nas estruturas com coeficiente de comportamento de 2.5 e de 1.5, já que os seus deslocamentos finais são bastante próximos. Por outro lado, no que diz respeito às forças aplicadas, o cenário é bastante mais favorável do que quando comparado com a estrutura com coeficiente de comportamento de 2.5. O sismo condicionante é o sismo de tipo 1, sendo que neste caso em alguns pisos as forças aplicadas reduzem o seu valor até 81% da força inicial, fazendo com que o somatório de todas as forças seja o mesmo quando a estrutura não tem controlo e quando o tem. No que diz respeito ao sismo do tipo 2, os pisos mais baixos sofrem um aumento maior que os pisos superiores, sendo que neste caso nenhum dos graus de liberdade tem a sua respectiva força diminuída, resultando por isso num aumento de cerca de 69 kN o somatório de todas as forças. Novamente, em ambos os tipos de sismo, os deslocamentos e forças aplicadas no TMD são aumentadas.

5

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

5.1. CONCLUSÕES

Esta tese foi proposta com o intuito de ser estudado o efeito na resposta estrutural de aplicações de Engenharia Civil, mais propriamente estruturas de edifícios, quando estão sujeitas ao controlo das suas vibrações através de *Tuned Mass Dampers*, TMDs como são vulgarmente designados, em situações de sismo. Este estudo incide principalmente no estudo de TMDs de grandes dimensões, tirando partido dos maiores níveis de amortecimento que estes permitem mobilizar quando comparados com TMDs de dimensões ditas normais, consistindo numa grande vantagem em termos de solicitações sísmicas, já que a abordagem clássica a estes aparelhos não proporciona grande vantagem nas aplicações para este tipo de acções dinâmicas.

Este documento pode ser dividido em duas partes. A primeira corresponde à exposição deste tipo de sistemas de controlo vibratório, exemplos de aplicação destes sistemas de amortecimento, bem como o seu modo de funcionamento e a sua eficácia devido à variação dos seus parâmetros, culminando na apresentação de ábacos de dimensionamento dos seus parâmetros óptimos como resultado do desenvolvimento do estudo desta matéria. A segunda parte desta tese foca-se na aplicação de TMDs em estruturas de edifícios, nomeadamente no estudo de um edifício de 5 pisos e um outro de 15 pisos, cada um deles estudado individualmente com dois coeficientes de comportamento distintos para comparação da resposta com e sem TMD.

Assim, findos os cálculos essenciais para o desenvolvimento desta tese, interessa retirar conclusões sobre o efeito do TMD nas estruturas analisando a sua eficácia nomeadamente ao nível das vantagens e desvantagens resultantes da sua instalação. Para se proceder a tais conclusões é fundamental interpretar os quadros relativos aos factores de multiplicação dos deslocamentos e forças em jogo, presentes nas secções 4.3.3 e 4.4.3 em que, basicamente, compilam as diferenças nas respostas da estrutura com e sem TMD em todos os graus de liberdade. Em cada uma das estruturas foram estudados dois coeficientes de comportamento, de 1.5 e de 2.5, caracterizando assim estruturas menos dúcteis e consequentemente mais frágeis e rígidas, e estruturas mais dúcteis e naturalmente mais dissipativas, respectivamente. Em ambas as estruturas, a massa usada como TMD é parte da massa da própria estrutura, sendo que no pórtico de 5 pisos foi usado um piso como massa deste sistema de amortecimento, e na estrutura de 15 pisos foram usados dois pisos como massa a ser usada como TMD. Assim, garante-se a dispensa de massa adicional para materializar os TMDs de grandes dimensões, o que acarretaria problemas para conseguir instalar massas desta dimensão em pórticos deste género, havendo ainda a possibilidade de surgirem problemas de índole estrutural para garantir a estabilidade de massas desta grandeza.

Desta forma, e analisando ambas as estruturas apenas com coeficientes de comportamento de 2.5, verifica-se que a utilização do TMD na estrutura de 5 pisos consegue fazer reduzir os deslocamentos para menos de metade do que eram na estrutura sem controlo, mais precisamente para valores médios de 42% e 46% em sismos de tipo 1 e tipo 2, respectivamente. Na estrutura de 15 pisos, a eficácia do TMD em termos de deslocamentos é maior, conseguindo-se por isso reduzir ainda mais os valores dos deslocamentos finais, passando estes a ser, em média, 35% e 37% dos deslocamentos da mesma estrutura sem TMD, para sismos do tipo 1 e tipo 2, respectivamente, mostrando por isso que este sistema de controlo tem grande eficiência na redução de deslocamentos. No que diz respeito às forças instaladas, o cenário surge ao contrário, aparecendo um acréscimo maior de forças no pórtico de 15 pisos, quando comparado com o de 5 pisos, situação que não é estranha já que as forças instaladas nas estruturas têm tendência a crescer com a altura. De facto, devido à instalação do TMD, as forças a que as estruturas estão sujeitas são maiores já que foi exigido que a estrutura permanecesse em regime elástico quando está sujeita a controlo, em coerência com a norma norte-americana FEMA 356, [20], isto por causa do uso de métodos de análise linear simplificada. A realidade, é que o acréscimo de forças da estrutura de 5 pisos foi de, para sismo de tipo 1 e tipo 2, 55% e de 91% em média, enquanto que no pórtico de 15 pisos estes valores são maiores, atingindo um nível médio de 85% e 155%, para os dois tipos de sismos em questão.

Quando ambas as estruturas são estudadas possuindo um coeficiente de comportamento de 1.5, a eficácia da instalação do TMD ao nível de deslocamentos é sensivelmente igual à situação em que este mesmo coeficiente vale 2.5, porque como já foi referido várias vezes ao longo desta tese, os deslocamentos finais de uma estrutura provocados pela acção sísmica não dependem grandemente do seu coeficiente de comportamento. Assim, os deslocamentos finais das estruturas após a instalação do TMD assumem valores médios de 42% e 46% dos deslocamentos da estrutura sem controlo no caso do pórtico de 5 pisos, e de 35% e 37% para a estrutura de 15 pisos, para sismos do tipo 1 e tipo 2, respectivamente, verificando-se assim que em termos médios a redução dos deslocamentos é a mesma nestas estruturas com coeficientes de comportamento de 1.5 ou de 2.5. Fazendo análise idêntica para as forças instaladas, verifica-se que, com as estruturas sem controlo a possuírem um coeficiente de comportamento de 1.5, para o sismo de tipo 1, no pórtico de 5 pisos a média das percentagens de variação das forças consiste em 93% do que eram inicialmente, ou seja, existiram vários graus de liberdade cujas forças instaladas se reduziram bastante, o que originou uma redução de 14 *kN* no total das forças aplicadas após a instalação do TMD. Neste mesmo pórtico, no sismo de tipo 2 houve um aumento médio de 15%, mas tal como pode ser visto no Quadro 16, houveram graus de liberdade cujas forças foram reduzidas, resultando assim num aumento de apenas 10 *kN* no total das forças após a instalação do TMD. Quanto ao pórtico de 15 pisos, no sismo de tipo 1, o somatório das forças da estrutura com e sem controlo é o mesmo, ao passo que no sismo de tipo 2, este somatório aumenta 69 *kN*, principalmente devido ao acréscimo de forças verificado nos pisos mais baixos.

Novamente, pode-se realçar a ideia de que a acção sísmica condicionante para o dimensionamento da estrutura, sendo logicamente a que conduz a esforços maiores, é a acção correspondente ao sismo de tipo 1, conclusão que pode ser percebida analisando os esforços resultantes de cada tipo de sismo apresentados ao longo desta tese. Assim sendo, torna-se vantajoso comparar os momentos de dimensionamento nomeadamente ao nível das fundações, traduzindo assim a influência das alterações das forças instaladas na estrutura referidas nos dois parágrafos anteriores. Deste modo, no pórtico de 5 pisos, os momentos de dimensionamento nas fundações valem 114.76 *kN.m* e 191.39 *kN.m* para as estruturas sem controlo com coeficiente de comportamento de 2.5 e 1.5, respectivamente, enquanto que quando se instala o TMD, este mesmo parâmetro vale 180.67 *kN.m*. Este cenário, equivale a dizer-se que os momentos nas fundações aumentaram 57.4% na estrutura com coeficiente de comportamento a valer 2.5, e reduziram 5.6% na estrutura mais rígida e com coeficiente de

comportamento de 1.5, após a instalação do TMD. Quanto à estrutura de 15 pisos, quando o coeficiente de comportamento vale 2.5, os momentos de dimensionamento nas fundações valem 231.39 kN.m, enquanto que na situação em que o coeficiente de comportamento vale 1.5, estes momentos valem 385.45 kN.m, sendo que após a instalação do TMD, os momentos nas fundações valem 369.76 kN.m, o que faz com que na estrutura mais dúctil este parâmetro aumente 59.8% e na estrutura mais rígida reduza 4.1%. Em ambos os exemplos estudados, os momentos de dimensionamento nas fundações reduziram o seu valor após a instalação do TMD nas estruturas mais rígidas, comprovando assim a sua maior eficácia em estruturas com estas características, já que nas estruturas estudadas com coeficiente de comportamento a valer 2.5 estes momentos aumentaram significativamente.

Desta forma, pode-se admitir que a eficácia deste tipo de sistemas de controlo é maior em estruturas mais rígidas, não devido à redução dos deslocamentos alcançada, já que são idênticos às estruturas menos rígidas, mas pelo nível de forças acrescidas à estrutura resultantes da sua instalação. Em estruturas com coeficientes de comportamento mais baixos, o agravamento dos esforços não é tão significativo, podendo estes até reduzirem o seu valor, ao invés do que acontece com estruturas mais dúcteis e com coeficientes de comportamento maiores. Como consequência ao agravamento de esforços, se este implicar um aumento efectivo de secções, pode fazer com que não seja viável a instalação de TMDs para reduzir vibrações, já que aumentando as secções (e consequentemente a rigidez) para resistir aos esforços induzidos pela instalação do TMD, reduz-se automaticamente os deslocamentos sofridos pela estrutura devido a esse aumento de rigidez. Dessa forma, em vez de ser instalado um TMD pode ser optado por aumentar a rigidez da estrutura, controlando assim melhor a sua resposta vibratória e sem gastos financeiros na instalação do TMD, porém sem a garantia de se conseguir a mesma redução da resposta da estrutura.

Apesar de um eventual aumento dos esforços na estrutura resultantes da instalação do TMD, este efeito pode nem sequer se traduzir num aumento de secções da estrutura, já que esta tem de ser dimensionada também para outras combinações de esforços, havendo um compromisso entre esforços de várias naturezas. Todas as estruturas devem ser dimensionadas para a combinação fundamental de esforços, devidamente majorados e relacionados entre si através de coeficientes de combinação, dada genericamente por

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{0,i} Q_{k,i} \right\} \quad (48)$$

Porém, as estruturas dimensionadas para a acção sísmica devem garantir a segurança também a uma outra combinação, particular para a acção sísmica, e dada genericamente por

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i} \right\} \quad (49)$$

que consiste em juntar à acção sísmica, A_{Ed} , a combinação quase-permanente das restantes acções. Assim, entre estas duas combinações apresentadas, se a mais gravosa for a que corresponde à equação (48), os esforços induzidos na estrutura pela instalação do TMD não provocam qualquer aumento de secções nas suas peças estruturais. Todavia, se a combinação mais gravosa for a da equação (49), o aumento dos esforços promovidos pela acção do TMD pode conduzir a um aumento das secções da estrutura. Porém, como os esforços oriundos da acção sísmica têm de ser combinados ainda com

outros esforços de naturezas diferentes, o aumento das secções não acontece na mesma proporção que o aumento dos esforços devido à utilização do TMD, pelo que um aumento percentual significativo dos esforços da acção sísmica devido ao TMD pode levar a apenas um ligeiro aumento das secções estudadas.

A instalação de TMDs de grandes dimensões, associado ao maior amortecimento que estes permitem mobilizar, consistem numa solução eficaz para a redução da resposta dinâmica de estruturas solicitadas por acções sísmicas, reduzindo grande parte dos seus deslocamentos havendo apenas a hipótese de se ter que aumentar ligeiramente a rigidez da estrutura, isto se for requerido comportamento elástico. A instalação destes dispositivos é uma situação relativamente recente pelo que, perante os resultados já obtidos e investigação feita nesta matéria, é previsível a sua evolução nomeadamente para o controlo sísmico, já que é um objectivo menos abordado do que o controlo de acções harmónicas. Pode-se dizer que o estudo de TMDs de grandes dimensões é uma matéria com grande margem de expansão e progressão futura.

5.2. PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO FUTURO

Tal como explicado ao longo deste documento, a instalação de um TMD deve estar calibrada para este actuar sobre uma determinada frequência alvo, sendo que para isso é necessário conhecer muito bem as características da estrutura e a rigidez do TMD, de maneira que a sua relação q seja a prevista pelo projectista. Mas, de facto, na realidade pode ser difícil controlar com o rigor necessário estas características devido à sua variabilidade, nomeadamente ao nível da massa ou da própria rigidez. Estes valores podem ser estimados em fase de projecto, mas não há garantia que sejam os reais, o que pode causar uma falta de sintonia do TMD, resultando numa perda de eficiência. Um dos estudos que seria bastante interessante de ser realizado no âmbito desta matéria seria estudar e quantificar a perda de eficácia do TMD para erros de sintonização de vários níveis.

Como foi concluído nesta tese, uma das principais desvantagens da instalação de TMDs em estruturas é o aumento dos esforços resultantes da acção sísmica, devido à adopção da exigência da estrutura se comportar em regime elástico com os esforços de cálculo resultantes das solicitações sísmicas. De facto, esta exigência surge na norma norte-americana FEMA 356, [20], devido ao uso de métodos de análise linear elástica, sendo estes mais simples de serem aplicados que os métodos de análise não linear. Contudo, o uso de métodos mais completos como são os de análise não linear, pode levar a que a estrutura fique sujeita a forças mais baixas, sendo que neste caso pode-se permitir que a estrutura plastifique em determinados pontos. Desta forma, seria possível eliminar a desvantagem da eventual hipótese de haver necessidade de aumentar a rigidez da estrutura, já que os seus esforços seriam mais baixos, resultando numa consequente economia.

Assim, esta matéria pode ser alvo de mais estudos, igualmente interessantes, sempre com o objectivo de tornar esta solução de sistema de amortecimento cada vez mais interessante e eficaz.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Casciati, F. *Proceedings of the Third World Conference on Structural Control*. Chichester, New York, 2003.
- [2] Babitsky, V., Krupenin, V., Veprík, A. *Vibration of strongly nonlinear discontinuous systems*. Springer, Berlin, 2001.
- [3] Moutinho, C. M. R. *Controlo de Vibrações em Estruturas de Engenharia Civil*. Dissertação de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2007.
- [4] Binder, G. *Taipei 101*. Robyn Beaver, Mulgrave, 2008.
- [5] Den Hartog, J. *Mechanical Vibrations*. McGraw-Hill, New York, 1940.
- [6] Moutinho, C. M. R. *Controlo Passivo e Activo de Vibrações em Pontes de Peões*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1998.
- [7] Bachmann, H., Weber, B. *Tuned Vibration Absorbers for Lively Structures*. Journal of International Association for Bridge and Structural Engineering, Structural Engineering International, vol. 5, nº1, 1995.
- [8] Weber F., Feltrin, G., Huth, O. *Guidelines For Structural Control*. Structural Engineering Research Laboratory, Swiss Federal Laboratories for Materials Testing and Research Dübendorf, Switzerland, 2006.
- [9] http://henriemtoronto.blogspot.com/2010_03_01_archive.html, acedido em Junho 2010.
- [10] <http://architecture.about.com/od/skyscrapers/ig/World-s-Tallest-Buildings/Taipei-101-Tower-.htm>, acedido em Junho 2010.
- [11] Kareem, A., Kijewski, T., Tamura, Y. *Mitigation of Motions of Tall Buildings with Specific Examples of Recent Applications*. In *Journal of Wind and Structures*. Vol.2, No.3, pp.201-251, 1999.
- [12] Kourakis, I. *Structural Systems and Tuned Mass Dampers of Super-Tall Buildings: Case Study of Taipei 101*. Dissertação de Mestrado, Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [13] Holmes, J. D. *Wind Loading of Structures*. Spon Press, New York, 2001.
- [14] <http://www.yunphoto.net/pt/photobase/yp394.html>, acedido em Junho 2010.
- [15] Caetano, E., Cunha A., Fonseca, A., Bastos, R., Fonseca, A. Jr. *Assessment and Control of Human Induced Vibrations in the New Coimbra Footbridge*. Second International Conference, Venice, 2005.
- [16] <http://www.panoramio.com/photo/7220782>, acedido em Junho 2010.
- [17] Portugal., Instituto Português da Qualidade. *Eurocódigo 8: projecto de estruturas para resistência aos sismos*. NP EN 1998-1: 2009. Caparica: IPQ, 2009.
- [18] Villaverde, R. *Reduction in Seismic Response With Heavily-Damped Vibration Absorbers*. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 13, pp 33-42, John Wiley & Sons, Ltd, 1985.
- [19] Chopra, A. K. *Dynamics of Structures – Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, New Jersey, 1995.
- [20] Engineers, American Society of Civil. *Federal Emergency Management Agency, FEMA356: Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings*. Washington, D.C., 2000.

- [21] Barros, R. C., Baratta, A., *et al.* *Some Research on Control of Vibrations in Civil Engineering under Covicocepad Project*. Integrity Reliability and Failure: Challenges and Opportunities, Editors: J. F. Silva Gomes and S. A. Meguid, Chapter XXIII: Symposium Dynamics and Stability, Edições Inegi, Porto, July 2009.
- [22] Paredes, M. M., Barros, R. C. *On the Use of TMDs for Regular Buildings and Bridges under Dynamic Actions*, 2nd International Symposium on Computational Mechanics (ISCM II) and 12th International Conference on Enhancement and Promotion of Computational Methods in Engineering and Science (EPMESC XII), Hong Kong-Macau, Nov 30-Dec 3, 2009.
- [23] Paredes, M. M., Barros, R. C., Cunha, A. F. *A Parametric Study of TMD's for Regular Buildings under Earthquakes*. Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN 2009), M. Papadrakakis, N.D. Lagaros, M. Fragiadakis (eds.), Rhodes, Greece, 22–24 June 2009.
- [24] Paredes, M. M., Barros, R. C. *The Use of TMDs for Structural Vibration Control: Numerical Studies of Shear Buildings under Earthquakes and of a Pedestrian Bridge*. 12th International Conference on Civil Structural and Environmental Engineering, Funchal, Madeira, 1-4 September 2009. Published in *Civil Engineering Computing*, Editors: B.H.V. Topping, L. Costa Neves, and R.C. Barros, Civil - Comp Press, paperback + CD-ROM, Paper 250 – 20 pages, Session in Control of Vibrations, 2009.
- [25] Paredes, M. M. *Utilização de Amortecedores de Massas Sintonizadas no Controlo de Vibrações em Estruturas*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2008.
- [26] Gómez, A. L. Z. *Controle de Vibrações em Edifícios Submetidos à Ação de Cargas Dinâmicas Utilizando Amortecedor de Massa Sintonizado na Forma de Pêndulo*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, 2007.
- [27] Urrutia, L. P. A. *Renovation Proposal for Fenway Park*. Dissertação de Mestrado, Massachusetts Institute of Technology, 2009.
- [28] Novo, T. A. G. *Melhoramento da Resposta Sísmica de Edifícios com Recurso a TLDs*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro, 2008.
- [29] Zuo, L., Nayfeh, S. A. *Minimax Optimization of Multi-Degree-of-Freedom Tuned-Mass Dampers*. Journal of Sound and Vibration, Vol. 272, pp 893-908, 2004.
- [30] Moutinho, C., Cunha, A., Caetano, E. *Análise Experimental da Eficiência de TMDs para a Atenuação da Resposta Sísmica de Estruturas de Edifícios*. 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica, Lisboa, 2004.