

FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA O DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS LAMINARES DE BETÃO ARMADO

RUI DE AMORIM ROSA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Professor Doutor António Abel Ribeiro Henriques

JULHO DE 2010

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2009/2010

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2009/2010 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2009.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Aos meus Pais

Despreza as entradas largas, segue os carreiros

Pitágoras

AGRADECIMENTOS

Ao professor Abel Henriques, o meu sincero agradecimento pelos conhecimentos transmitidos e a disponibilidade solícita, constante e simpática que teve na elaboração desta dissertação, foi um enorme privilégio o ter como orientador.

Aos meus pais que fizeram um esforço complementar de modo a permitir que este sonho se tornasse realidade, agradeço-lhes muito o empenho e os valores transmitidos na minha formação pessoal.

À minha querida Ana Mafalda que esteve sempre ao meu lado, presenciou os bons momentos e ajudou a ultrapassar os momentos difíceis.

À minha família que acompanhou o meu percurso escolar e académico.

Aos meus colegas e amigos do ISEP e da FEUP que proporcionaram bons momentos de lazer e de muito estudo.

Aos professores do MIEC que mostraram empenho e dedicação.

RESUMO

O trabalho desenvolvido tem como objectivo principal contribuir para o dimensionamento automático de armaduras em estruturas laminares de betão armado. Para tal, foi realizada uma revisão das características e propriedades dos materiais utilizados, bem como uma apresentação de três modelos de dimensionamento de estruturas laminares de betão armado baseados nas equações de equilíbrio e na análise limite. O primeiro modelo abordado permite o cálculo de estruturas submetidas ao estado plano de tensão (paredes). No segundo modelo de cálculo, correspondente ao Modelo Plástico de Três Camadas de Marti [12], [13] e [14], foi deduzida uma formulação que engloba o conceito de “sanduíche” no qual três camadas funcionam em interdependência. Por fim é apresentado o modelo de dimensionamento de Lourenço e Figueiras [11], que também discretiza a estrutura em três camadas, mas não apresenta interdependência entre elas da mesma forma que o modelo anterior.

Dos modelos de cálculo apresentados foi escolhido para implementar no programa de cálculo automático a formulação de Lourenço e Figueiras. O modelo desenvolvido no programa de cálculo automático obedece aos princípios fundamentais que regem a maior parte dos fenómenos da engenharia estrutural: condições de equilíbrio e leis constitutivas dos materiais intervenientes. Além das propriedades dos materiais e das características geométricas da estrutura a dimensionar, fazem também parte dos dados a introduzir no programa de cálculo desenvolvido os esforços obtidos da análise linear elástica através de um programa de cálculo estrutural.

O programa foi desenvolvido através da linguagem de programação Visual Basic for Applications - VBA na ferramenta Microsoft Office Excel 2007 devido ao facto desta apresentar variadas potencialidades e facilidade no manuseamento.

Para compreender melhor a estruturação da metodologia aplicada ao programa de cálculo é definido um organograma com as relações de interdependência entre os vários casos de armadura possíveis. É também apresentado um tutorial do programa desenvolvido para que o leitor deste documento tome conhecimento do trabalho elaborado e permita elucidar a sua utilização.

Foram analisados os resultados provenientes da aplicação automática através da comparação com soluções de armaduras determinadas por Lourenço e Figueiras, de forma a garantir o cumprimento do objectivo principal do trabalho. Por fim obteve-se através da ferramenta automática desenvolvida as quantidades de armadura em de três exemplos de aplicação (parede, laje e casca).

O presente trabalho termina com a apresentação das conclusões extraídas da dissertação e com as recomendações para futuros desenvolvimentos.

PALAVRAS-CHAVE: estruturas laminares, betão armado, modelos de dimensionamento, cálculo automático, VBA no Excel.

ABSTRACT

This work aims to contribute for the reinforcement design of laminar reinforced concrete structures using the results of linear elastic finite-element analysis. It was carry out a review of characteristics and properties of the used materials, as well as a presentation and application of three models for the design of laminar structures of reinforcement concrete based on equilibrium conditions and in limit analyses. The first model allows the evaluation of structures submitted to plane state of stress (walls). The second model is the three-layer model of Marti [12], [13] and [14], was defined as a sandwich model of three layers in which the three layers are interdependent. Finally, Lourenço and Figueiras model [11] is presented, it also splits the structure in three layers, but does not present interdependence between them such as the previous model.

The chosen model to implement in developed automatic program was Lourenço and Figueiras model. This developed model follows the basic principles of the most structural engineering phenomenon: equilibrium conditions and compatibility conditions and constitutive laws. Besides properties materials and geometric characteristics for the structural to design, it is necessary to get the inner forces from linear analysis performed by a structural analysis software.

The automatic design program was developed by using the programming language Visual Basic for Applications – VBA tool in Microsoft Office Excel 2007 due to the fact that presents varied potential and ease of handling.

To better understand the structure of the methodology applied to the calculation program an organization flowchart with the interdependence relations is defined for different possible reinforcement cases. It also presented a tutorial program for the reader of this document be aware of the developed work and to explain the use of the program.

It was analyzed the results from the automatic application by comparison with reinforcement solutions obtained by Lourenço end Figueiras, to make sure about the accuracy of the present methodology. Finally, the developed automatic tool was applied to evaluate steel reinforcement amounts for three typical cases: wall, slab and shell.

The present work ends with conclusions and recommendations to future developments.

Keywords: laminar structures, reinforced concrete, design models, automatic calculation, VBA in Excel.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
ÍNDICE GERAL	vii
ÍNDICE DE FIGURAS	xi
ÍNDICE DE QUADROS	xiii
SÍMBOLOS E ABREVIATURAS	xv
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. MOTIVAÇÃO	1
1.2. ANÁLISE ESTRUTURAL	2
1.3. OBJECTIVO E ORGANIZAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO	7
2. METODOLOGIAS DE DIMENSIONAMENTO EM ELEMENTOS LAMINARES DE BETÃO ARMADO	9
2.1. INTRODUÇÃO	9
2.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS	10
2.2.1. TEORIA DOS CORPOS RÍGIDOS – PERFEITAMENTE PLÁSTICOS	10
2.2.2. PROPRIEDADES DO BETÃO NO CONTEXTO DOS REGULAMENTOS	12
2.2.3. PROPRIEDADES DO AÇO NO CONTEXTO DOS REGULAMENTOS	15
2.3. DIMENSIONAMENTO NO ESTADO PLANO DE TENSÃO (MEMBRANA)	16
2.3.1. CONSIDERAÇÕES	16
2.3.2. DIMENSIONAMENTO	17
2.3.2.1. Caso 1 – A_{sx} e A_{sy} necessário	20
2.3.2.2. Caso 2 – só A_{sy} necessário	20
2.3.2.3. Caso 3 – só A_{sx} necessário	20
2.3.2.4. Caso 4 – A_{sx} e A_{sy} desnecessário	21
2.3.3. VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA	21
2.3.3.1. Critérios de cedência do betão	22
2.3.3.2. Critérios de cedência para a armadura	23
2.3.3.3. Condições de cedência para elementos laminares de betão armado no EPT	24

2.4. DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS COM ESFORÇOS FORA DO PLANO (LAJE)	25
2.4.1. CONSIDERAÇÕES	25
2.4.2. DIMENSIONAMENTO DA CAMADA INTERNA	27
2.4.3. DIMENSIONAMENTO DAS CAMADAS EXTERNAS	28
2.5. DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS COM ESFORÇOS DE MEMBRANA ASSOCIADOS A ESFORÇOS DE FLEXÃO (CASCAS)	29
2.5.1. CONSIDERAÇÕES	29
2.5.2. FORMULAÇÃO TEÓRICA.....	30
2.5.2.1. Caso 1 – armadura necessária nas duas camadas	32
2.5.2.2. Caso 2 – armadura necessária só na camada inferior	34
2.5.2.3. Caso 3 – armadura necessária só na camada superior	35
2.5.2.4. Caso 4 – armadura desnecessária nas duas camadas	36
2.6. DISPOSIÇÕES REGULAMENTARES	37
2.6.1. METODOLOGIAS REGULAMENTARES	37
2.6.2. VERIFICAÇÃO DA ROTURA NO BETÃO	38
2.6.4.1. Disposições do CEB90	38
2.6.4.2. Disposições do EC2	39
2.6.3. ARMADURA MÍNIMA E MÁXIMA SEGUNDO O EC2	39
2.6.3.1. Elemento laminar – parede	39
2.6.3.2. Elemento laminar – viga-parede.....	40
2.6.3.3. Elemento laminar – laje	40
3. PROGRAMA DE CÁLCULO DESENVOLVIDO	41
3.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS	41
3.2. ORGANOGRAMA DE CÁLCULO	42
3.3. TUTORIAL	46
3.3.1. CONSIDERAÇÕES	46
3.3.2. DESCRIÇÃO GERAL DA FERRAMENTA DESENVOLVIDA.....	47
3.3.2.1. Armadura local.....	48
3.3.2.2. Armadura global	51
3.4. VALIDAÇÃO DE RESULTADOS	54
3.4.1. ANÁLISE COMPARATIVA DE RESULTADOS	54
3.4.2. EXEMPLOS PRÁTICOS	56

3.4.2.1. Elemento laminar – viga-parede	57
3.4.2.2. Elemento Laminar – laje.....	62
3.4.2.3. Elemento Laminar – casca.....	70
4. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	77
BIBLIOGRAFIA.....	79
ANEXO A	81
ANEXO B	85
ANEXO C	87
ANEXO D	93
ANEXO E.....	109

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.1 – Pala do Pavilhão de Portugal, Parque das Nações - Lisboa	2
Fig.2 – Tipos de estruturas laminares: a) elemento de membrana; b) elemento de laje; c) elemento de casca (Adaptado Palacio, 2007)	3
Fig.3 – Modelação em elementos finitos de estruturas laminares e representação das forças internas por unidade de comprimento nas respectivas direcções: a) elemento de membrana; b) elemento de laje; c) elemento de casca (Adaptado Palacio, 2007).....	4
Fig.4 – Representação esquemática da relação tensão – extensão para análise estrutural não-linear (o uso de $0,4f_{cm}$ para a definição de E_{cm} constitui uma aproximação), (EC2, 2004)	5
Fig.5 – Comportamento elásto-perfeitamente plástico (Esq.) e rígido-perfeitamente plástico (Dir.).....	10
Fig.6 – Relação tensão-extensão para o betão em compressão (CEB90, 1993)	12
Fig.7 – Relação tensão-extensão para o betão cintado (Adaptado EC2, 2004)	14
Fig.8 – Diagrama de tensões-extensões do aço típico de armaduras para betão armado (EC2, 2004)	15
Fig.9 – Esforços de membrana num elemento de parede.....	16
Fig.10 – Contribuição da armadura na resistência	16
Fig.11 – Definição das linhas de rotura segundo as direcções principais: compressão bi-axial (Esq.), tracção bi-axial (Centro) e tracção-compressão (Dir.)	17
Fig.12 – Elemento finito de betão armado submetido ao EPT: Forças aplicadas (Esq.), esforços no betão (Centro) e forças na armadura (Dir.) (Adaptado Lourenço, 1992).....	18
Fig.13 – Casos possíveis de aplicação de armadura (Adaptado Lourenço, 1992)	19
Fig.14 – Condições de cedência para o betão em compressão bi-axial: Forças aplicadas (Esq.), superfície de cedência segundo os eixos cartesianos (Centro) e superfície de cedência segundo os eixos principais (Dir.) (Adaptado Palacio, 2007)	22
Fig.15 – Condições de cedência da armadura: malha ortogonal (Esq.) e forças de cedência na armadura (Dir.) (Adaptado Palacio, 2007)	24
Fig.16 – Modelação do elemento finito em equilíbrio com as forças aplicadas (Palacio, 2007)	25
Fig.17 – Definição do modelo de Marti (Palacio, 2007)	26
Fig.18 – Campo de forças na camada interior (Esq.) e modelo de rotura (Dir.) (Adaptado Palacio, 2007)	26
Fig.19 – Vista em planta das forças de corte.....	26
Fig.20 – Forças de membrana equilibrando $V_o * \cot \theta_v$ (Palacio, 2007).....	27
Fig.21 – Forças actuantes nas camadas externas (Palacio, 2007)	28
Fig.22 – Forças aplicadas num elemento finito em betão armado (Adaptado Lourenço, 1992)	30
Fig.23 – Forças na armadura (Adaptado Lourenço, 1992).....	30
Fig.24 – Forças no betão (Adaptado Lourenço, 1992)	31
Fig.25 – Forças aplicadas na camada superior de betão com o respectivo mecanismo de rotura (Adaptado Palacio, 2007).....	31

Fig.26 – Forças aplicadas na camada inferior de betão com o respectivo mecanismo de rotura (Adaptado Palacio, 2007)	32
Fig.27 – Modelo de cálculo preconizado no CEB90	38
Fig.28 – Organograma do programa de cálculo desenvolvido.....	42
Fig.29 – Módulos de dimensionamento da armadura	47
Fig.30 – Folha de cálculo “armadura local”	48
Fig.31 – Formulário utilizado no cálculo da armadura local	50
Fig.32 – Folha de cálculo “armadura global 1”	51
Fig.33 – Folha de cálculo “armadura global 2”	53
Fig.34 – Definição do esquema estrutural e as secções a estudar a armadura	57
Fig.35 – Mapa de forças de membrana aplicadas na direcção x.....	58
Fig.36 – Mapa de forças de membrana aplicadas na direcção y.....	58
Fig.37 – Mapa de forças de corte aplicadas na direcção x e/ou y.....	58
Fig.38 – Desenho das armaduras longitudinais na face anterior	61
Fig.39 – Desenho das armaduras segundo o corte transversal A	61
Fig.40 – Definição do esquema estrutural e as secções a estudar a armadura	62
Fig.41 – Vista inferior do esquema estrutural nos apoios	63
Fig.42 – Mapa de forças de corte aplicadas na direcção x e/ou y.....	63
Fig.43 – Mapa de momentos flectores aplicados na direcção x	64
Fig.44 – Mapa de momentos flectores aplicados na direcção y	64
Fig.45 – Mapa de momentos torsores aplicados na direcção X e/ou y.....	65
Fig.46 – Desenho das armaduras longitudinais inferiores	68
Fig.47 – Desenho das armaduras longitudinais superiores	69
Fig.48 – Definição do esquema estrutural e as secções a estudar a armadura	70
Fig.49 – Mapa de forças de membrana aplicadas na direcção x.....	71
Fig.50 – Mapa de forças de membrana aplicadas na direcção y.....	71
Fig.51 – Mapa de forças de corte aplicadas na direcção x e/ou y.....	71
Fig.52 – Mapa de momentos flectores aplicados na direcção x	72
Fig.53 – Mapa de momentos flectores aplicados na direcção y	72
Fig.54 – Mapa de momentos torsores aplicados na direcção X e/ou y.....	72
Fig.55 – Desenho das armaduras longitudinais na face posterior (superior).....	74
Fig.56 – Desenho das armaduras longitudinais na face anterior (inferior)	74
Fig.57 – Desenho das armaduras segundo o corte transversal A	75

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 – Exemplos de esforços aplicados a uma estrutura laminar	54
Quadro 2 – Resultados obtidos por Lourenço e Figueiras [11]	55
Quadro 3 – Resultados obtidos no programa de cálculo desenvolvido.....	55
Quadro 4 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas de na direcção y	59
Quadro 5 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas de na direcção x	60
Quadro 6 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas de na direcção x	66
Quadro 7 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas nas na direcção y.....	67
Quadro 8 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas na direcção y	73
Quadro 9 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas na direcção x	74
Quadro A.10 – Características de resistência e deformação do betão	82
Quadro A.11 – Equações de dimensionamento para estruturas laminares só com esforços de membrana	83

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

a_b	Espessura da camada inferior de betão
a_t	Espessura da camada superior de betão
A_c	Área da secção transversal de betão
A_s	Área de armadura por unidade de comprimento
A_{sx}	Área de armadura na direcção x por unidade de comprimento
A_{sy}	Área de armadura na direcção y por unidade de comprimento
A_{sxb} , A_{sxt}	Área de armadura na direcção x da camada inferior e superior respectivamente, por unidade de comprimento
A_{syb} , A_{syt}	Área de armadura na direcção y da camada inferior e superior respectivamente, por unidade de comprimento
b_t	Largura média da zona traccionada de betão
c	Espessura das camadas exteriores de betão
d	Distância entre o plano médio das duas camadas exteriores
f_c^*	Tensão de rotura efectiva
f_{cd}	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
f_{cd1}	Tensão de rotura efectiva à compressão para betão não fendilhado
f_{cd2}	Tensão de rotura efectiva à compressão para betão fendilhado
f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade em cilindros
$f_{ck,c}$	Valor característico da tensão de rotura do betão em compressão bi-axial
f_{cm}	Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão
f_{ctm}	Valor médio da tensão de rotura do betão à tracção
f_{syd}	Valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado
f_{syk}	Valor característico da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado
h	Espessura do elemento laminar
h_{xb} , h_{yb}	Distância do plano médio da camada inferior de armadura ao plano médio do elemento laminar na direcção x e y respectivamente
h_{xt} , h_{yt}	Distância do plano médio da camada superior de armadura ao plano médio do elemento laminar na direcção x e y respectivamente
K	Coefficiente majorativo da resistência do betão em compressão bi-axial
m_{cb} , m_{ct}	Momento no betão da camada inferior e superior respectivamente, por unidade de comprimento

m_{cxb}, m_{cyb}	Momento na camada inferior do betão com a direcção x e y respectivamente, por unidade de comprimento
m_{cxt}, m_{cyt}	Momento na camada superior do betão com a direcção x e y respectivamente, por unidade de comprimento
m_{cxyb}	Momento torsor na camada inferior do betão segundo o eixo x e/ou y por unidade de comprimento
m_{cxyt}	Momento torsor na camada superior do betão segundo o eixo x e/ou y por unidade de comprimento
m_{sx}	Momento aplicado na armadura com a direcção x por unidade de comprimento
m_{sy}	Momento aplicado na armadura com a direcção y por unidade de comprimento
m_x	Momento flector aplicado segundo o eixo x por unidade de comprimento
m_y	Momento flector aplicado segundo o eixo y por unidade de comprimento
m_{xy}	Momento torsor aplicado segundo o eixo x e/ou y por unidade de comprimento
n_c	Força no betão por unidade de comprimento
n_{cb}	Força na camada inferior do betão por unidade de comprimento
n_{ct}	Força na camada superior do betão por unidade de comprimento
$n_{cb,max}, n_{ct,max}$	Força máxima de compressão na camada inferior e superior respectivamente do betão, por unidade de comprimento
$n_{cb,min}, n_{ct,min}$	Força mínima de compressão na camada inferior e superior respectivamente do betão, por unidade de comprimento
n_{cx}	Força no betão na direcção x por unidade de comprimento
n_{cy}	Força no betão na direcção y por unidade de comprimento
n_{cxy}	Força de corte no betão com a direcção x e/ou y por unidade de comprimento
n_{cxb}, n_{cyb}	Força de compressão na camada inferior do betão com a direcção x e y respectivamente, por unidade de comprimento
n_{cxt}, n_{cyt}	Força de compressão na camada superior do betão com a direcção x e y respectivamente, por unidade de comprimento
n_{cxyb}, n_{cxyt}	Força de corte no na camada inferior e superior respectivamente do betão, por unidade de comprimento
n_{c1}	Força máxima aplicada no betão (direcção das linhas de rotura) por unidade de comprimento
n_{c2}	Força máxima aplicada no betão (direcção perpendicular as linhas de rotura) por unidade de comprimento
n_{c1b}, n_{c1t}	Força principal máxima de compressão do betão (direcção das linhas de rotura) na camada inferior e superior respectivamente, por unidade de comprimento

n_{c2b} , n_{c2t}	Força principal mínima de compressão do betão (direcção perpendicular as linhas de rotura) na camada inferior e superior respectivamente, por unidade de comprimento
n_s	Força na armadura por unidade de comprimento
n_{sx}	Força na armadura na direcção x por unidade de comprimento
n_{sy}	Força na armadura na direcção y por unidade de comprimento
n_{sxb} , n_{syb}	Força na camada inferior da armadura com a direcção x e y respectivamente, por unidade de comprimento
n_{sxt} , n_{syt}	Força na camada superior da armadura com a direcção x e y respectivamente, por unidade de comprimento
n_x	Força aplicada na direcção x por unidade de comprimento
n_y	Força aplicada na direcção y por unidade de comprimento
n_{xy}	Força de corte aplicada na direcção x e/ou y por unidade de comprimento
n_{xb} , n_{yb}	Força aplicada na camada inferior com a direcção x e y respectivamente, por unidade de comprimento
n_{xt} , n_{yt}	Força aplicada na camada superior com a direcção x e y respectivamente, por unidade de comprimento
n_{xyb} , n_{xyt}	Força de corte com a direcção x e/ou y aplicada na camada inferior e superior respectivamente, por unidade de comprimento
s	Distância na secção transversal da armadura em tracção até à face da extremidade oposta
V_{co}	Força resistente do betão ao corte transversal principal
V_o	Força de corte transversal principal
V_{so}	Força de corte aplicada na armadura transversal
V_x	Força de corte transversal aplicada segundo o eixo x
V_y	Força de corte transversal aplicada segundo o eixo y
α	Razão entre a força principal máxima de compressão e a força principal mínima de compressão
α_0	Ângulo formado no plano XOY entre o eixo y e o plano pertencente a força de corte principal
β	Factor que depende do estado de tensão
γ_c	Coeficiente parcial de segurança relativo ao betão
γ_s	Coeficiente parcial de segurança relativo ao aço das armaduras para betão armado
ε_c	Extensão de compressão no betão

ε_c^*	Extensão máxima de cálculo recomendável no betão à compressão segundo o CEB90
ε_{c1}	Extensão principal máxima de compressão no betão
ε_{c2}	Extensão principal mínima de compressão no betão
$\varepsilon_{c2,c}$	Extensão correspondente à tensão máxima no betão em compressão bi-axial
ε_{cu2}	Extensão última correspondente à tensão máxima de compressão no betão segundo o diagrama parábola -rectângulo do EC2
$\varepsilon_{cu2,c}$	Extensão última correspondente à tensão máxima no betão em compressão bi-axial
θ	Ângulo formado entre a direcção das linhas de rotura e o eixo y
θ_b	Ângulo formado entre a direcção das linhas de rotura e o eixo y na camada inferior
θ_t	Ângulo formado entre a direcção das linhas de rotura e o eixo y na camada superior
θ_v	Ângulo formado entre as linhas de rotura (diagonal de compressão) e o plano XOY
σ_{c1}	Tensão principal máxima de compressão no betão (direcção das linhas de rotura)
σ_{c2}	Tensão principal mínima de compressão no betão (direcção perpendicular as linhas de rotura)
σ_{c1}^*	Tensão efectiva máxima de compressão no estado limite último
σ_{c2}^*	Tensão efectiva mínima de compressão no estado limite último
σ_c	Tensão no betão de compressão
ν_0	Tensão de corte transversal principal

ACI 318M-02 – Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary; American Concrete Institute; Committee 318; 01-Jan-2002

CEB90 – CEB-FIP Model Code 1990; Comité Euro - International du Béton

C20/25 – Designação da classe do betão, os valores apresentados correspondem ao valor característico da tensão de rotura à compressão aos 28 dias de idade em cilindros e em cubos respectivamente

EC2 – NP-EN_1992-1-1_2004; Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios

ELS – Estado Limite de Serviço

ELU – Estado Limite Ultimo

EPT – Estado Plano de Tensão

MEF – Método dos Elementos Finitos

PTLM – Modelo Plástico de Três Camadas (Plastic Three-Layer Model na literatura inglesa)

VBA – Visual Basic for Applications

1

INTRODUÇÃO

1.1. MOTIVAÇÃO

No passado, o dimensionamento das estruturas era baseado fundamentalmente na experiência, mas este procedimento, é arriscado e anti-económico, visto que resultam em soluções sobredimensionadas.

O betão armado é um material não homogéneo e não linear, apesar dos mais recentes avanços ainda é impossível à luz do conhecimento actual ter em conta a totalidade dos parâmetros que influenciam o comportamento do betão armado. Uma análise o mais aproximada da realidade de um elemento estrutural de betão armado é no seu todo uma tarefa difícil de realizar. Por outro lado, a conjugação de factores como resistência, economia, disponibilidade e facilidade de produção tornam o betão armado uma solução construtiva bastante popular para os projectistas. Ao mesmo tempo importa lembrar que as variáveis tempo e custo estão sempre presentes no processo construtivo e cabe ao engenheiro projectista estar apetrechado das ferramentas necessárias para cumprir os objectivos a que se propõe.

As normas que regulam o dimensionamento dos elementos laminares de betão armado nem sempre são de fácil e rápida interpretação. Interessa, portanto, sistematizar os métodos de cálculo e automatizá-los, para que possam ser utilizados com frequência na obtenção de resultados.

Os softwares comerciais actualmente existentes e destinados ao cálculo de elementos laminares já permitem o cálculo de armadura, mas ainda não são utilizados de forma generalizada. Com base nestas reflexões, existe todo o interesse em desenvolver uma aplicação de cálculo automático de estruturas laminares, acessível ao projectista e de fácil emprego. Foi escolhido especificamente o Microsoft Office Excel 2007 como plataforma de desenvolvimento dessa aplicação, dada a sua generalizada utilização.

1.2. ANÁLISE ESTRUTURAL

As estruturas laminares têm variadas aplicações na área da engenharia civil, a sua aplicação vai desde a utilização em pavimentos, reservatórios, muros, coberturas, etc. Essas estruturas são caracterizadas por terem uma espessura reduzida quando comparada com as outras duas dimensões, sendo normalmente utilizado esta designação para estruturas com uma relação da espessura com o comprimento superior a 1:4 [3].

A Fig.1 ilustra a pala do Pavilhão de Portugal construída no Parque das Nações, tendo sido projectada pelo Arquitecto Álvaro Siza Vieira e pelo Engenheiro António Segadães Tavares, possui as dimensões de $65 \times 50 \times 0,2$ metros a que corresponde uma relação de 1:325. Tal evidencia que este tipo de estruturas tem sofrido desenvolvimentos significativos no seu dimensionamento, contudo os autores do projecto consideram que foi uma obra com elevados desafios.



Fig.1 – Pala do Pavilhão de Portugal, Parque das Nações - Lisboa.

De acordo com a mecânica estrutural, em função da geometria (plana ou curva) e condições de carga (no plano e/ou fora do plano), as estruturas laminares podem ser geralmente divididas em três tipos: membrana (ou parede), laje (ou placa) e casca (Fig.2). Estruturas de membrana são planas e realizam o transporte das forças no plano; as estruturas de laje também são planas mas realizam o transporte de cargas no plano normal ao plano da estrutura, e finalmente, as estruturas de casca podem apresentar a forma plana ou curva com cargas no plano e fora deste.

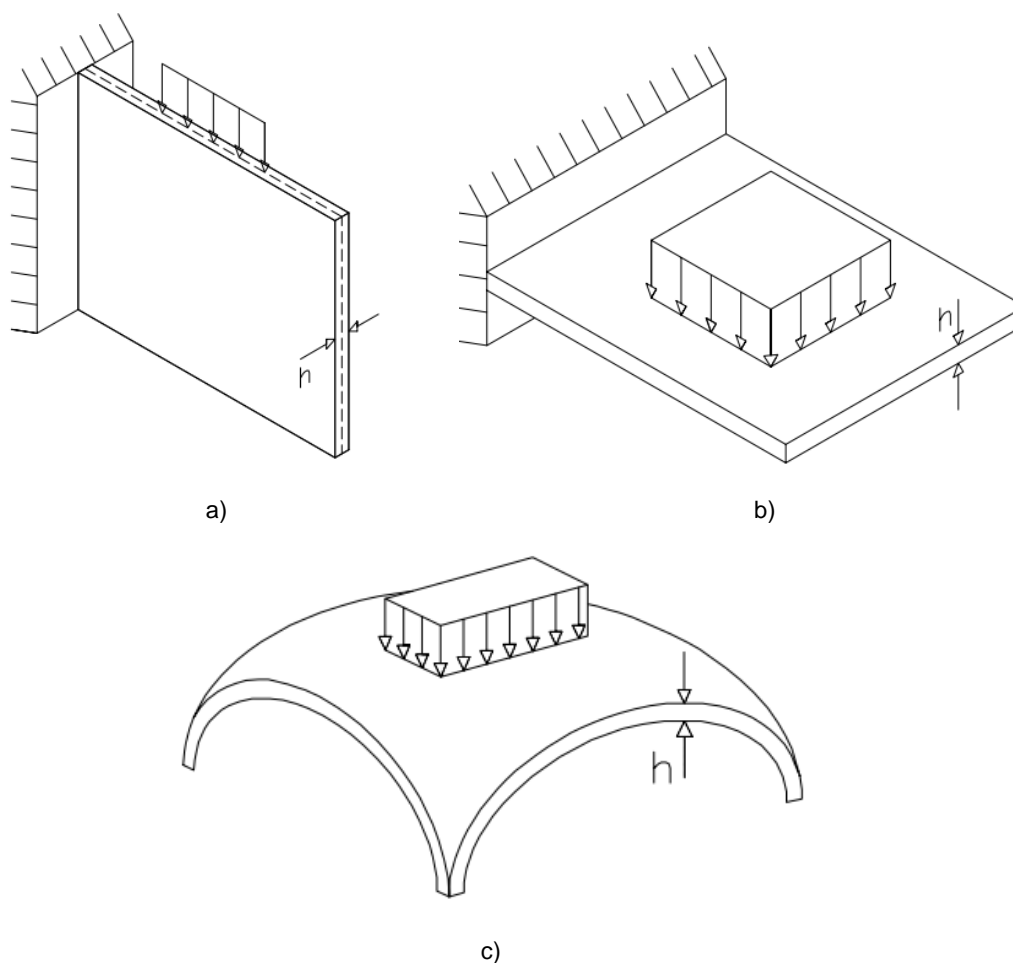


Fig.2 – Tipos de estruturas laminares: a) elemento de membrana; b) elemento de laje; c) elemento de casca (Adaptado de Palácio, 2007).

Segundo as Fig.2 e 3, devido às particularidades geométricas das estruturas laminares, o comportamento estrutural pode ser analisado através do seu plano médio. Assim, após a modelação das estruturas em elementos finitos, as forças internas de cada elemento finito são determinadas nos pontos de integração e interpoladas para os nós através de equações de forma. Os elementos finitos de duas dimensões podem ter a forma quadrilátera (pode ter ainda forma rectangular, triangular, trapezoidal e em casos específicos pode adquirir a forma irregular) e estão sujeitos a um conjunto específico de forças, dependendo do tipo de estrutura. Para as estruturas de membrana (a), cada elemento finito pode ser submetido a três tipos de esforços no plano da estrutura (n_x , n_y , n_{xy}) por unidade de comprimento. No caso de estruturas de laje (b), o elemento finito é submetido a cinco tipos de esforços, momentos de flectores (m_x , m_y , m_{xy}) e as forças de corte transversal (V_x , V_y) por unidade de comprimento. Finalmente, para estruturas de casca (c), que combinam o comportamento de membrana com laje, o elemento finito é submetido a oito tipos de esforços, isto é, todos os esforços anteriormente referidos (Fig.3).

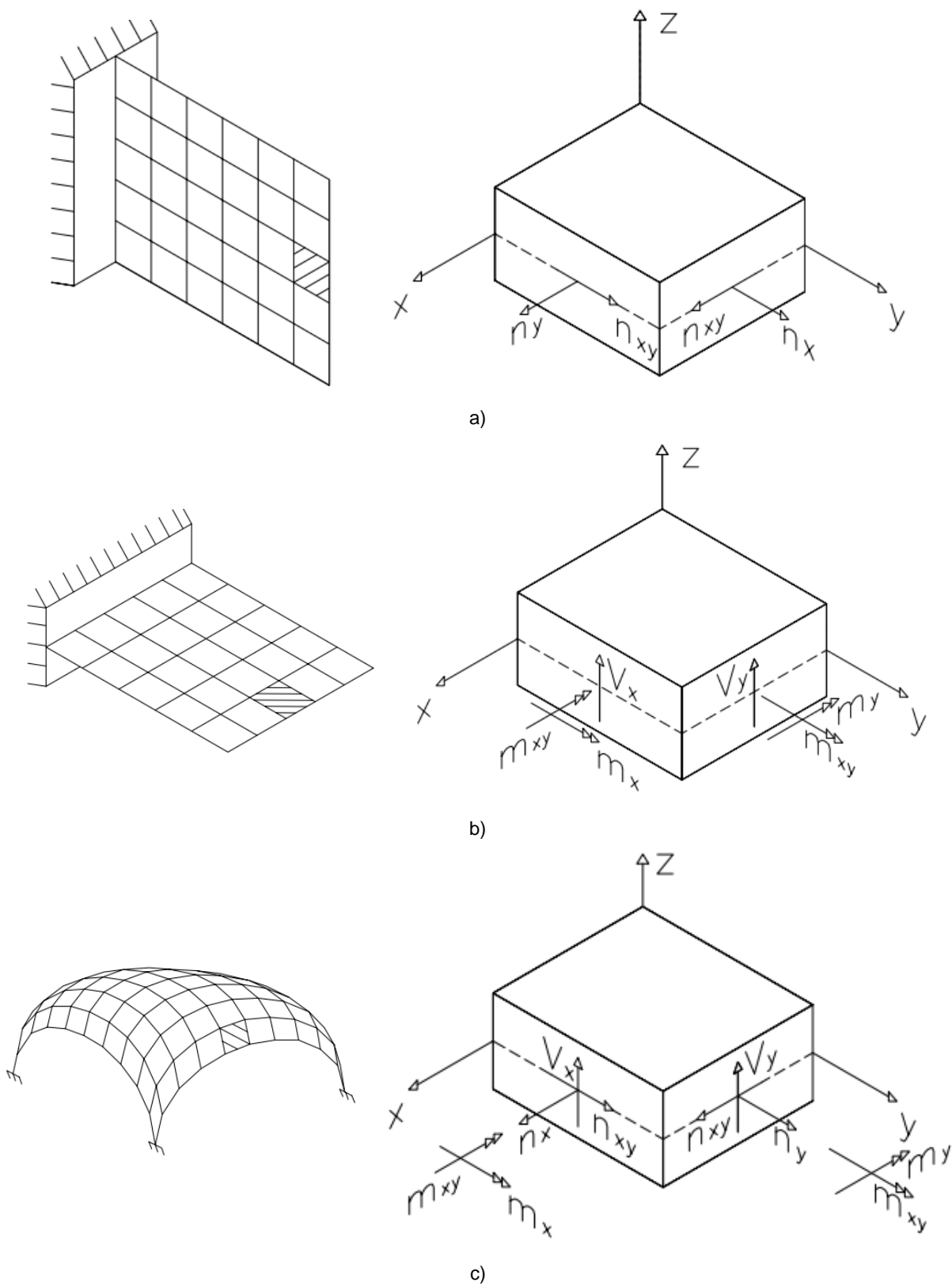


Fig.3 – Modelação em elementos finitos de estruturas laminares e representação das forças internas por unidade de comprimento nas respectivas direcções: a) elemento de membrana; b) elemento de laje; c) elemento de casca (Adaptado de Palácio, 2007).

Normalmente, o processo de dimensionamento de estruturas de betão armado pode ser dividido em dois procedimentos inter-relacionados:

- 1) Determinar o estado de tensão existente nos elementos estruturais;
- 2) Determinar as quantidades dos materiais de forma a obter rotura plástica do elemento estrutural no estado limite último.

Para a primeira parte, é prática comum realizar uma análise linear elástica usando programas de elementos finitos (MEF), enquanto para a segunda parte é usual a utilização de um método de concepção baseada nas equações de equilíbrio e nas relações constitutivas dos materiais utilizados para prever o comportamento da estrutura em carga máxima. O desenvolvimento de um método de dimensionamento que antevêja como o betão armado vai realmente responder a um conjunto específico de tensões é uma tarefa complexa, mesmo para o mais simples elemento estrutural (elemento de membrana). As dificuldades decorrem do comportamento não-linear do betão armado e a possível correlação entre o conjunto de tensões instaladas com a correspondente capacidade de resistência do betão e da armadura.

É apresentado na Fig.4 o diagrama de tensões-extensões para a análise estrutural não-linear do betão em compressão sugerido pelo EC2.

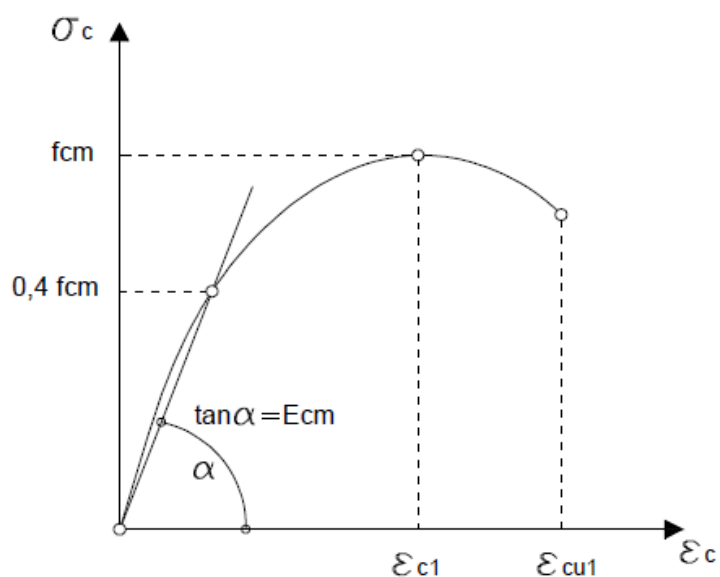


Fig.4 – Representação esquemática da relação tensão – extensão para análise estrutural não-linear (o uso de $0,4 \cdot f_{cm}$ para a definição de E_{cm} constitui uma aproximação), (EC2, 2004).

Nas últimas três décadas realizou-se um número considerável de trabalhos analíticos e experimentais com o objectivo de estudar o comportamento em elementos laminares de betão armado. Basicamente, existem dois métodos para prever o comportamento estrutural de elementos betão armado: análise não-linear e análise limite, sendo que neste trabalho só serão desenvolvidos os modelos com base na análise limite.

Os métodos da análise não linear utilizam modelos refinados das leis constitutivas do betão e da armadura, sendo utilizados para prever a carga máxima e a deformação dos elementos de betão armado. Nos métodos de análise limite, os modelos são baseados na teoria da plasticidade, em que é considerado uma idealização do betão armado, isto é, admite-se o material rígido-perfeitamente plástico. Apesar dos modelos não-lineares serem mais realistas do que os modelos da análise limite, muitas vezes é bastante complicado e ineficiente a sua aplicação na prática em projecto. No entanto, os modelos não lineares podem ser utilizados para investigar os limites de aplicabilidade do estado limite último de métodos baseados em modelos plásticos, como tem sido demonstrado por Kauffman [7] e [8].

Os elementos de laje e de casca apresentam um estado de tensão tri-axial, e de acordo com análise não-linear ou com a análise limite geralmente são modelados através de um modelo de camadas. No caso do dimensionamento com base nos modelos da análise limite, geralmente são utilizadas três camadas, em que as camadas exteriores (superior e inferior) estão sujeitas ao estado plano de tensão e a camada intermédia tem a função de resistir a forças de corte.

Nos modelos de dimensionamento para elementos de membrana a quantidade de armadura é obtida directamente, resolvendo as equações de equilíbrio. Tal condição não se aplica aos modelos de dimensionamento em placas e elementos de casca, sendo estes submetidos à flexão, torção transversal e forças de corte. A distribuição das tensões ao longo da espessura destes elementos não será constante, assim, para resolver o problema de dimensionamento em elementos de laje e casca para além das equações de equilíbrio, devem ser tidas em conta na formulação as relações constitutivas dos materiais.

Ao considerar a resposta do betão e da armadura como rígido-perfeitamente plástico, Lourenço e Figueiras [11] propuseram uma abordagem num modelo de três camadas com base na análise limite. Apesar de não ter em conta as forças de corte transversal, a solução do problema de dimensionamento é obtida através da análise do elemento de casca globalmente, e não como duas camadas independentes da membrana interior, esta camada para além das funções referidas, tem a tarefa de transmitir o corte longitudinal entre as camadas exteriores. Assumindo um padrão constante de rotura para as camadas mais externas, a espessura dessas camadas é determinada em função da resistência do betão à compressão, o que torna possível o cálculo da armadura. Todavia, apesar ser aceitável considerar o aço como um material plástico no estado limite último (ELU), a resposta estrutural do betão em compressão não é perfeitamente plástica.

1.3. OBJECTIVO E ORGANIZAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO

O trabalho apresentado tem como objectivo essencial o desenvolvimento de uma ferramenta de cálculo automático destinada ao dimensionamento de estruturas laminares de betão armado. O trabalho está organizado em quatro capítulos, sendo eles:

INTRODUÇÃO

Como primeira abordagem ao tema este capítulo esclarece o propósito com que o trabalho se desenvolve, evidenciando a importância das estruturas laminares de betão armado e da necessidade de sistematizar o seu processo de cálculo, são tecidas considerações e apresentadas breves noções tendo em conta o objectivo da dissertação.

METODOLOGIAS DE DIMENSIONAMENTO EM ESTRUTURAS LAMINARES DE BETÃO ARMADO

São expostas as características mecânicas e definem-se as propriedades dos materiais (betão e armadura ordinária) usados na concepção das metodologias de cálculo. Avaliam-se as simplificações e considerações a utilizar no desenvolvimento das metodologias de cálculo.

Este capítulo resume o estado da arte para o dimensionamento de elementos laminares em betão armado apresentando as vantagens e desvantagens das diversas metodologias. De certo modo, os dois primeiros modelos de dimensionamento correspondem a uma introdução ao modelo de três camadas de Lourenço e Figueiras [11].

A regulamentação associada (EC2 e o MC90) é introduzida e discutida ao longo deste capítulo, apresentando as bases de dimensionamento e verificações a efectuar neste tipo de estruturas.

PROGRAMA DE CÁLCULO DESENVOLVIDO

A iniciar este capítulo é definido um organograma de cálculo, com base no modelo de dimensionamento utilizado no programa, com o objectivo de consolidar o método de cálculo.

Após o desenvolvimento da aplicação de cálculo automático de estruturas laminares, apresentam-se neste capítulo as suas potencialidades e as instruções necessárias para manusear o programa de cálculo através de um tutorial.

Depois da apresentação do programa testa-se a validade da aplicação automática e da sua importância na área do projecto de estruturas através da comparação de resultados provenientes da aplicação automática desenvolvida com soluções de armaduras determinadas por Lourenço e Figueiras. Foram também obtidos através da ferramenta automática desenvolvida as quantidades de armadura em de três exemplos de aplicação (parede, laje e casca), de forma a por em prática o programa desenvolvido.

CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Por fim, o capítulo 4 resume as conclusões do presente trabalho e conclui com um conjunto de recomendações para futuros desenvolvimentos.

2

METODOLOGIAS DE DIMENSIONAMENTO EM ELEMENTOS LAMINARES DE BETÃO ARMADO

2.1. INTRODUÇÃO

A utilização de resultados em regime linear elástico através da modelação em elementos finitos (MEF) combinados com um modelo de dimensionamento é prática comum entre projectistas para executar o dimensionamento de elementos em betão armado, especialmente estruturas laminares. Como a verificação ao estado limite último das estruturas é uma das condições para verificar a segurança, esta consiste em determinar as quantidades dos materiais necessários para se obter a resistência adequada e a ductilidade mínima da estrutura na rotura. Este procedimento é aparentemente incoerente, uma vez que viola o princípio linear elástico, na medida em que os esforços são obtidos segundo o regime linear elástico (material com deformações pequenas e reversíveis) e o dimensionamento da armadura é determinado na rotura para o estado limite último (material com deformações grandes e irreversíveis). Porém, tal procedimento é apoiado por códigos de dimensionamento, como por exemplo ACI 318M-02 e o EC2, em que afirmam claramente que, "O comportamento elástico deve ser uma base aceite para determinar as forças internas e deslocamentos de estruturas laminares, estrutura na qual o material é assumido linearmente elástico, homogéneo e isotrópico." Os códigos referem também que para os casos de maior complexidade a análise não-linear deve também ser considerada como modelo de cálculo a utilizar.

Em suma, a abordagem do presente capítulo na concepção de estruturas laminares é iniciando com o estudo de elementos de membrana, transitando para elementos de laje e terminando com elementos de casca.

2.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS

2.2.1. TEORIA DOS CORPOS RÍGIDOS-PERFEITAMENTE PLÁSTICOS

O cálculo de uma estrutura tendo em conta as formulações da análise limite obtidas tomando por base a teoria da plasticidade, têm como objectivo a optimização do projecto visando estruturas mais leves, resistentes e económicas, além da melhoria de outros factores inerentes ao projecto, como a ocorrência do colapso plástico.

A teoria da plasticidade analisa o comportamento dos corpos no colapso, isto é, na eminência de deformações grandes e irreversíveis. Se o endurecimento do material estrutural for desprezado a estrutura é chamada elástica-perfeitamente plástica (Fig.5 – Esq.). Se a deformação elástica e o endurecimento do material estrutural for desprezado a estrutura é chamada rígida-perfeitamente plástica (Fig.5 – Dir.).

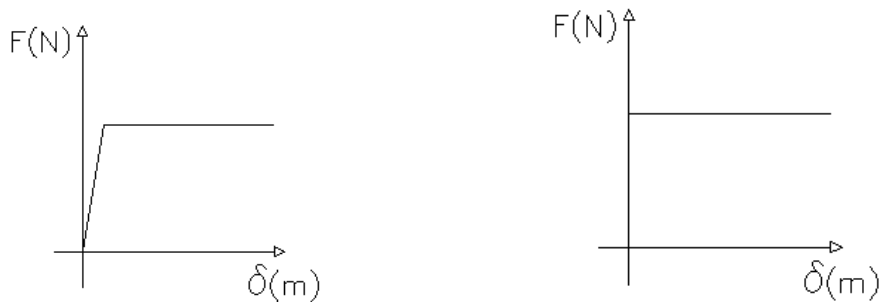


Fig.5 – Comportamento elástico-perfeitamente plástico (Esq.) e rígido-perfeitamente plástico (Dir.).

O estado físico de um corpo é descrito por um conjunto de tensões generalizadas, σ_i , e um conjunto de extensões generalizadas, ε_i , sendo que os estados de tensão admissíveis no corpo são definidos por uma condição de cedência do tipo

$$F(\sigma_i) = 0 \quad (1)$$

No espaço das tensões generalizadas, a equação (1) determina uma superfície de cedência, que geralmente é convexa. Estados de tensão exteriores à superfície de cedência ($F(\sigma_i) > 0$) não podem ser sustentados pela estrutura. Para estados de tensão interiores à superfície de cedência ($F(\sigma_i) < 0$) a estrutura mantém-se rígida. Se o estado de tensão existente corresponder a um ponto sobre a superfície de cedência, as deformações serão possíveis e governadas por uma lei de escoamento, esta lei determina que a função de cedência é um potencial para as extensões generalizadas.

Considerando o princípio dos trabalhos virtuais e admitindo deformações diminutas antes do colapso (comportamento idealizado do material) é possível definir os vários teoremas da análise limite.

Teorema do limite superior (cinemático):

Uma carga para a qual é possível encontrar um mecanismo de rotura que satisfaça a lei de escoamento é maior ou igual à carga de colapso. (Um mecanismo de rotura é um campo de extensões generalizadas compatíveis e que satisfazem as condições fronteira cinemáticas e de continuidade).

Teorema do limite inferior (estático):

Uma carga para a qual é possível encontrar uma distribuição de tensões admissíveis que satisfaça a condição de cedência é menor ou igual à carga de colapso. (Uma distribuição de tensões admissíveis é um campo de tensões generalizadas que estão em equilíbrio com as forças aplicadas e que satisfazem as condições fronteira estáticas e de continuidade).

Teorema da unicidade:

O menor limite superior e o maior limite inferior coincidem e correspondem à carga de colapso. O campo de extensões e tensões generalizadas da solução completa corresponde a um mecanismo de rotura e a uma distribuição de tensões estaticamente admissíveis.

Uma condição necessária para a validade dos teoremas da análise limite é que as forças internas possam ser redistribuídas durante o carregamento até ao colapso, sendo por isso necessária ductilidade dos materiais. Como já verificado experimentalmente em ensaios, o betão apresenta capacidade para redistribuir os esforços dentro de certos limites, que de um modo geral, vêm preconizados nos regulamentos.

Os materiais quando submetidos a esforços externos podem apresentar deformações elásticas e plásticas, após a remoção desses esforços o corpo recupera ou não sua geometria inicial, se o limite de escoamento não for alcançado a deformação é puramente elástica.

Assim, a informação mais importante obtida a partir da análise limite é a carga limite (ou carga de colapso), que é a carga para a qual um evento crítico ocorre, ou seja, o colapso plástico (deformações indefinidamente crescentes sob um carregamento constante).

2.2.2. PROPRIEDADES DO BETÃO NO CONTEXTO DOS REGULAMENTOS

Neste estudo considera-se que o betão terá um comportamento rígido-perfeitamente plástico e caracterizado unicamente por uma tensão de rotura efectiva, f_c^* . É natural que uma descrição do material tão simples pretende apenas, ser suficientemente exacta para o objectivo em causa.

A consideração do betão como um material rígido-perfeitamente plástico levanta algumas questões, já que a análise plástica supõe que o material pode suportar grandes deformações sob tensão constante. Na realidade, a ductilidade do betão em compressão é limitada e a lei constitutiva do betão tem um ramo descendente após pico (Fig.6), consequentemente a redistribuição de tensões só pode ser acompanhada de uma diminuição de resistência.

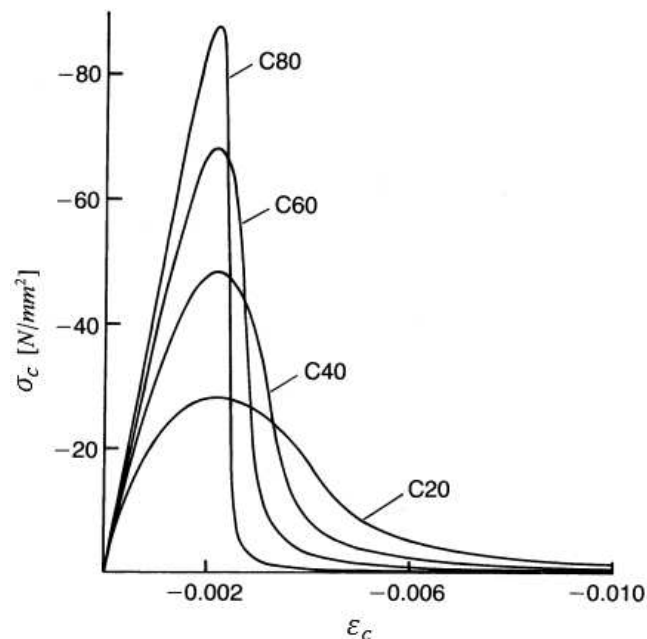


Fig.6 – Relação tensão-extensão para o betão em compressão (CEB90, 1993).

Segundo vários autores a resistência efectiva do betão, f_c^* , é aquela que tem em conta a redução da resistência devida a vários efeitos, entre os quais se referem os mais importantes:

- O betão estando sujeito ciclicamente a cargas elevadas provoca a degradação das ligações do betão.
- A resistência do betão é decisivamente afectada pela deformação e/ou fendas que antecedem o colapso.
- A redistribuição das tensões do betão pode ser limitada pela degradação progressiva da engrenagem entre as faces das fendas formadas previamente, reduzindo assim a resistência do betão.
- Com uma importância menor mas também influente, pode-se referir que o estado de tensão inicial do betão interfere na resistência deste.

Estas são as justificações mais importantes para o uso de uma tensão de rotura efectiva, f_c^* , que é inferior à tensão obtida nos testes de compressão do betão aos 28 dias. Tendo em conta estas limitações, é razoável posicionar-se do lado da segurança desprezando a resistência à tracção do betão e a engrenagem entre as faces das fendas.

Tanto para o EC2 como para o CEB90 o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão, f_{cd} , é dado por

$$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c \quad (2)$$

O CEB90 adopta valores para a resistência efectiva, f_c^* , do lado da segurança tendo em conta os efeitos anteriormente referidos, fazendo a distinção de dois casos.

Zonas não fendilhadas

$$f_{cd1} = 0,85[1 - f_{ck}/250] * f_{cd} \quad (3)$$

Zonas fendilhadas

$$f_{cd2} = 0,60[1 - f_{ck}/250] * f_{cd} \quad (4)$$

com f_{ck} em MPa

Para o betão em compressão bi-axial a tensão máxima de rotura vem majorada em valor absoluto para, $k \times f_{cd1}$, devido ao confinamento do betão.

$$k = 1 + 3,65 * \alpha / (1 + \alpha)^2 \quad (5)$$

com $\alpha = n_{c1}/n_{c2}$

Contudo o CEB90 recomenda que a extensão do betão em tracção deve ser limitada. Simultaneamente devido à redução da resistência do betão em compressão após pico, a extensão do betão em compressão também terá de ser restringida. Deste modo os valores anteriores são válidos se a extensão por compressão em qualquer fibra não exceder a extensão dada pela seguinte expressão.

$$\varepsilon_c^* = 0,004 - 0,002 * f_{ck}/100 \quad (6)$$

com f_{ck} em MPa

O EC2 refere o mesmo coeficiente redutor para a tensão resistente de cálculo à compressão considerando que o betão se encontra sempre fendilhado, sendo assim, a tensão no betão não pode exceder em qualquer caso, $0,60 \times [1 - f_{ck} / 250] \times f_{cd}$. Como se pode verificar corresponde ao valor dado pela expressão (4) do CEB90.

O EC2 tem em conta, tal como o CEB90, os efeitos em caso de existir compressão bi-axial (Fig.7). Os valores característicos das tensões e extensões em compressão bi-axial são obtidos através de

$$f_{ck,c} = f_{ck} * (1,0 + 5,0 * \sigma_{c2}^* / f_{ck}) \quad \text{para } \sigma_{c2}^* \leq 0,05 * f_{ck} \quad (7)$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} * (1,125 + 2,5 * \sigma_{c2}^* / f_{ck}) \quad \text{para } \sigma_{c2}^* > 0,05 * f_{ck} \quad (8)$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} * (f_{ck,c} / f_{ck})^2 \quad (9)$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 * \sigma_{c2}^* / f_{ck} \quad (10)$$

Neste cálculo a extensão devido a compressões é considerada positiva, e os valores de ε_{c2} e ε_{cu2} são dados pelo Quadro A.1 do Anexo A.

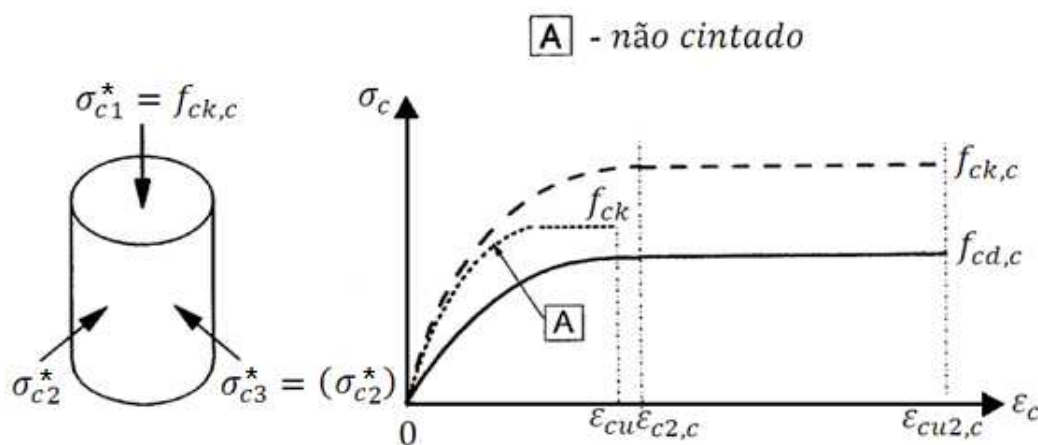


Fig.7 – Relação tensão-extensão para o betão cintado (Adaptado de EC2, 2004).

2.2.3. PROPRIEDADES DO AÇO NO CONTEXTO DOS REGULAMENTOS

Utilizadas primordialmente nas estruturas de betão armado, as armaduras ordinárias são definidas sob a forma de varões ou fios de aço. Os fios são lisos e apresentam-se normalmente em malhas ortogonais. Os varões de aço são nervurados, de modo a aumentar a aderência e a superfície de contacto com o betão, tornando a ligação mais eficiente. As classes de resistência mais utilizadas são a S400 e a S500, onde os números designam o valor característico da tensão de cedência do aço (f_{syk} em N/mm^2).

Os aços a utilizar e as suas características correspondem aos enunciados no capítulo 3.2 do EC2.

Tanto o EC2 como o CEB90 o valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado, f_{syd} , é obtido por

$$f_{syd} = f_{syk} / \gamma_s \quad (11)$$

Para o aço admite-se que a tensão de rotura corresponde à tensão de cedência para aços macios (Fig.8 – Esq.) e a tensão de proporcionalidade a 0,2% para aços duros (Fig.8 – Dir.).

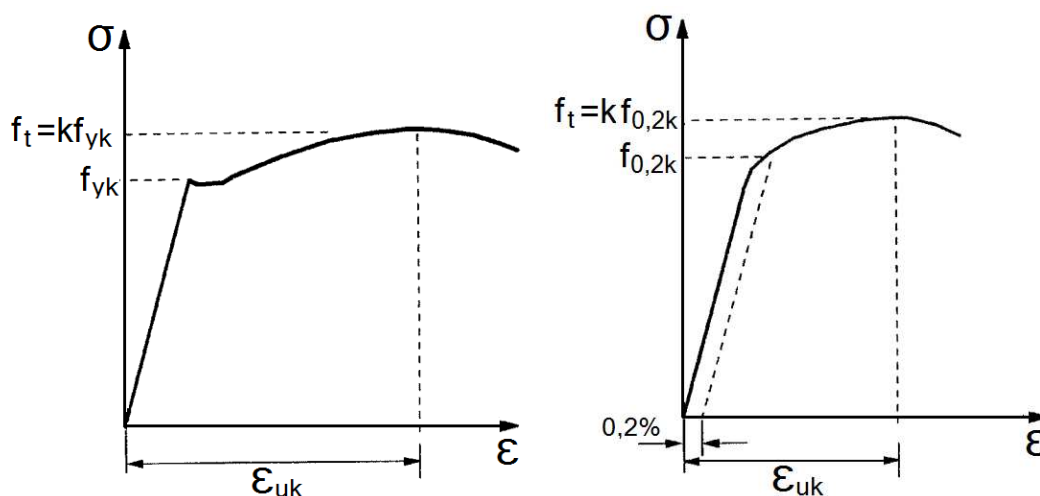


Fig.8 – Diagrama de tensões-extensões do aço típico de armaduras para betão armado (EC2, 2004).

Considera-se que o aço resiste unicamente a esforços axiais, desprezando o efeito de cavilha nos varões.

O efeito benéfico da compressão dos varões é desprezado, visto que este tipo de elementos tem percentagens baixas de armaduras, deste modo o aço será unicamente dimensionado à tracção.

Os problemas de adesão e ancoragem dos varões também serão ignorados.

2.3. DIMENSIONAMENTO NO ESTADO PLANO DE TENSÃO (MEMBRANA)

2.3.1. CONSIDERAÇÕES

A Fig.9 apresenta um elemento plano sujeito a esforços de membrana por unidade de comprimento, designados por n_x , n_y e n_{xy} . É admitido que a armadura é constituída por varões ortogonais orientados nas direcções x e y . Seja então A_{sx} e A_{sy} a armadura existente por metro nas referidas direcções, dimensionada para os esforços n_{sx} e n_{sy} respectivamente (Fig.10).

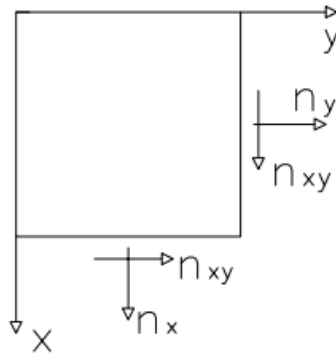


Fig.9 – Esforços de membrana num elemento de parede.

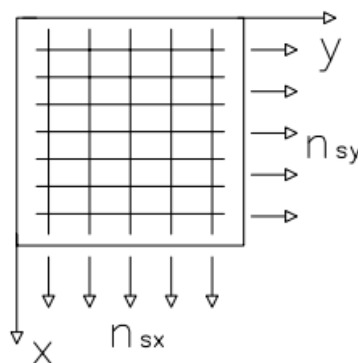


Fig.10 – Contribuição da armadura na resistência.

Na Fig.11 tem-se a aplicação de forças de tracção e compressão no plano nas direcções principais 1 e 2 para três casos possíveis de carga: compressão bi-axial (Esq.), tracção bi-axial (Centro) e tracção-compressão (Dir.). Atribuindo à direcção 1 a direcção de rotura, esta terá sempre a direcção da tensão com menor valor algébrico, como se pode verificar na Fig.11.

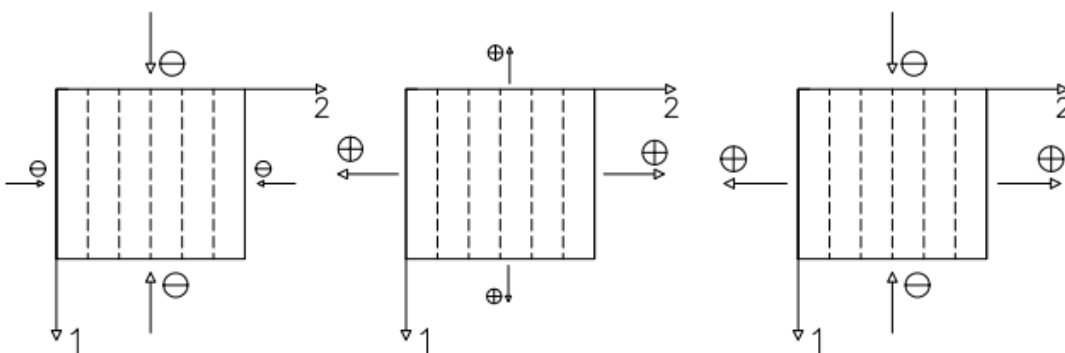


Fig.11 – Definição das linhas de rotura segundo as direcções principais: compressão bi-axial (Esq.), tracção bi-axial (Centro) e tracção-compressão (Dir.).

Vários autores contribuíram para a resolução deste problema através das equações de equilíbrio, entre eles estão Nielsen [13] e [14] e Lampert e Thurlimann [9], utilizando os conceitos do modelo de treliça proposto por Ritter [16] e da teoria da plasticidade através da análise limite.

Gupta [4] e [5] obteve resultados semelhantes usando o princípio da resistência mínima, isto é, admitindo que a rotura ocorre para uma direcção θ , tal que, a razão entre a força resistente e a força aplicada é unitária.

Os conceitos da teoria da plasticidade são aplicados as equações de equilíbrio, a fim de obter as equações de dimensionamento para elementos de membrana, que constituem o chamado modelo plástico de treliça (*plasticity truss model* na literatura inglesa).

Estas soluções, em que as equações de equilíbrio e resistência são verificadas correspondem a um dimensionamento seguro, com base no teorema do limite inferior da análise plástica. O problema abordado neste tipo de elementos em que se recorre as equações de equilíbrio e de plasticidade corresponde à formulação que mais facilmente se adapta a um elemento de casca.

2.3.2. DIMENSIONAMENTO

Se admitir que θ corresponde à inclinação da direcção principal de compressão em relação ao eixo y e que as tensões principais no betão são designadas por σ_{c1} e σ_{c2} então n_{c1} corresponde à força principal máxima de compressão no betão por unidade de comprimento.

É importante referir que a dedução das fórmulas nos vários modelos apresentados partem do principio que as compressões tem sinal negativo.

Sendo assim como se pode observar na Fig.12 as tensões no betão referidas no sistema de eixos $x - y$ valem

$$n_x = n_{cx} + n_{sx} \quad (12)$$

$$n_y = n_{cy} + n_{sy} \quad (13)$$

$$n_{xy} = n_{cxy} \quad (14)$$

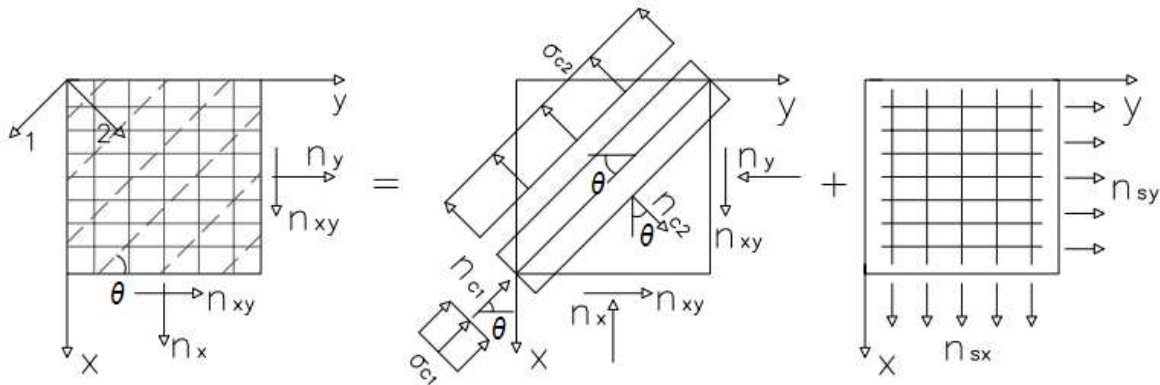


Fig.12 – Elemento finito de betão armado submetido ao EPT: Forças aplicadas (Esq.), esforços no betão (Centro) e forças na armadura (Dir.) (Adaptado de Lourenço, 1992).

$$n_{cx} = n_{c1} * \text{sen}^2(\theta) + n_{c2} * \text{cos}^2(\theta) \quad (15)$$

$$n_{cy} = n_{c1} * \text{cos}^2(\theta) + n_{c2} * \text{sen}^2(\theta) \quad (16)$$

$$n_{cxy} = (n_{c2} - n_{c1}) * \text{sin}(\theta) \text{cos}(\theta) \quad (17)$$

Substituindo de (15) a (17) em (12) a (14) respectivamente tem-se as equações de equilíbrio

$$n_x = n_{c1} * \text{sin}^2(\theta) + n_{c2} * \text{cos}^2(\theta) + n_{sx} \quad (18)$$

$$n_y = n_{c1} * \text{cos}^2(\theta) + n_{c2} * \text{sen}^2(\theta) + n_{sy} \quad (19)$$

$$n_{xy} = (n_{c2} - n_{c1}) * \text{sin}(\theta) \text{cos}(\theta) \quad (20)$$

No modelo plástico de treliça, o dimensionamento de elementos de membrana admitem que as forças de tracção são absorvidas pela armadura ($\sigma_{c2} = 0$) e a tensão máxima de compressão no betão é limitada por $\sigma_{c1} \geq -f_c^*$.

Das equações (18), (19) e (20) resulta

$$n_x = n_{c1} * \sin^2(\theta) + n_{sx} \quad (21)$$

$$n_y = n_{c1} * \cos^2(\theta) + n_{sy} \quad (22)$$

$$n_{xy} = -n_{c1} * \sin(\theta) \cos(\theta) \quad (23)$$

$$n_{c1} \geq -h * f_c^* \quad (24)$$

Explicitando a equação (23) e substituindo nas equações (21) e (22) obtêm-se

$$n_{sx} = n_x + n_{xy} * \tan(\theta) \quad (25)$$

$$n_{sy} = n_y + n_{xy} * \cot(\theta) \quad (26)$$

$$n_{xy} = -n_{c1} * \sin(\theta) \cos(\theta) \quad (27)$$

O valor total de armadura pode ser obtido a partir das expressões (25) e (26) e corresponde a

$$n_{sx} + n_{sy} = n_x + n_y + n_{xy}(\tan(\theta) + \cot(\theta)) \quad (28)$$

Como se pode concluir a quantidade de armadura está dependente do ângulo θ , dado pela expressão (28), que conduz a um valor mínimo do total de armadura para $\theta = \pm \pi/4$. Com estes valores de θ e dado que $n_{sx} \geq 0$ e $n_{sy} \geq 0$, as equações (25) e (26) conduzem a

$$n_x \geq -n_{xy} \quad (29)$$

$$n_y \geq -n_{xy} \quad (30)$$

Se estas inequações não verificarem então o valor de θ terá de ser alterado, sendo conduzido a quatro casos distintos como indica a Fig.13.

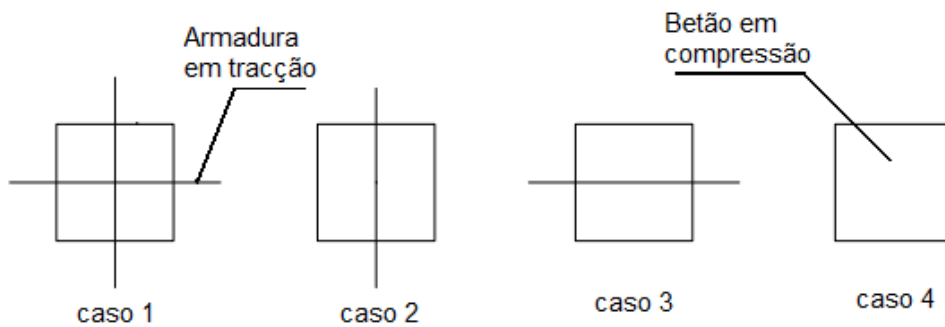


Fig.13 – Casos possíveis de aplicação de armadura (Adaptado de Lourenço, 1992).

2.3.2.1. Caso 1 – A_{sx} e A_{sy} necessários

Se

$$n_x \geq -|n_{xy}| \quad (31)$$

$$n_y \geq -|n_{xy}| \quad (32)$$

Então é necessária armadura nas duas direcções, sendo o esforço na armadura e no betão dado por

$$n_{sx} = n_x + |n_{xy}| \quad (33)$$

$$n_{sy} = n_y + |n_{xy}| \quad (34)$$

$$n_c = -2 * |n_{xy}| \quad (35)$$

$$\text{Com, } \theta = \pm \pi/4$$

2.3.2.2. Caso 2 – Só A_{sy} necessário

Se

$$n_x < -|n_{xy}| \quad (36)$$

$$n_y \geq n_{xy}^2/n_x \quad (37)$$

Então só é necessária armadura na direcção y , sendo o esforço na armadura e no betão obtido por

$$n_{sx} = 0 \quad (38)$$

$$n_{sy} = n_y - n_{xy}^2/n_x \quad (39)$$

$$n_c = n_x + n_{xy}^2/n_x \quad (40)$$

$$\text{Com, } \tan(\theta) = -n_x/n_{xy}$$

2.3.2.3. Caso 3 – Só A_{sx} necessário

Se

$$n_y < -|n_{xy}| \quad (41)$$

$$n_x \geq n_{xy}^2/n_y \quad (42)$$

Então só é necessária armadura na direcção x , sendo o esforço na armadura e no betão dado por

$$n_{sy} = 0 \quad (43)$$

$$n_{sx} = n_x - n_{xy}^2/n_y \quad (44)$$

$$n_c = n_y + n_{xy}^2/n_y \quad (45)$$

$$\text{Com, } \tan(\theta) = -n_{xy}/n_y$$

2.3.2.4. Caso 4 – A_{sx} e A_{sy} desnecessários, compressão bi-axial

Se

$$n_y < -|n_{xy}| \quad (46)$$

$$n_x < -|n_{xy}| \quad (47)$$

Então não é necessária armadura nas duas direcções, sendo o esforço no betão obtido por

$$n_{sy} = 0 \quad (48)$$

$$n_{sx} = 0 \quad (49)$$

$$n_{c1,c2} = (n_x + n_y)/2 \pm \sqrt{((n_x - n_y)/2)^2 + n_{xy}^2} \quad (50)$$

No Anexo A encontra-se o Quadro A.2 com o resumo das expressões referidas para o dimensionamento. Estas fórmulas correspondem a inclinação óptima da direcção de compressão no betão, isto é, o valor que conduz à menor quantidade de armadura.

O dimensionamento da armadura por unidade de comprimento é obtido pela expressão (51), esta armadura a aplicar representa a armadura total a distribuir na parte inferior e superior da membrana.

$$A_{sx} = n_{sx}/f_{syd} \quad e \quad A_{sy} = n_{sy}/f_{syd} \quad (51)$$

2.3.3. VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA

Uma das condições a cumprir para efectuar o dimensionamento de elementos laminares é verificar o estado limite último, para a condição referida é necessário estabelecer um critério de cedência (plastificação do material) para limitar as tensões máximas no elemento e comparar com a capacidade resistente dos materiais aplicados de modo a obter rotura dúctil.

As condições de cedência para membranas com armadura ortogonal foram primeiramente introduzidas por Nielsen [16], utilizando as equações de equilíbrio (25), (26) e (27) do modelo plástico de treliça, e considerando a resposta do betão em compressão como perfeitamente plástico.

São apresentadas neste subcapítulo em primeiro lugar as condições de cedência para o betão no estado plano de tensão, bem como as equações de cedência do aço. Combinando ambas as condições de cedência elementares, obtêm-se os critérios de cedência para elementos de membrana de betão armado.

2.3.3.1. Critérios de cedência do betão

O critério da tensão máxima, também conhecido como o critério da tensão normal, é muitas vezes usado para prever a rotura de materiais frágeis (solos, rochas, betão). Normalmente, o betão é considerado como um material rígido, obedecendo ao critério de Mohr-Coulomb modificado com tensão de corte nula.

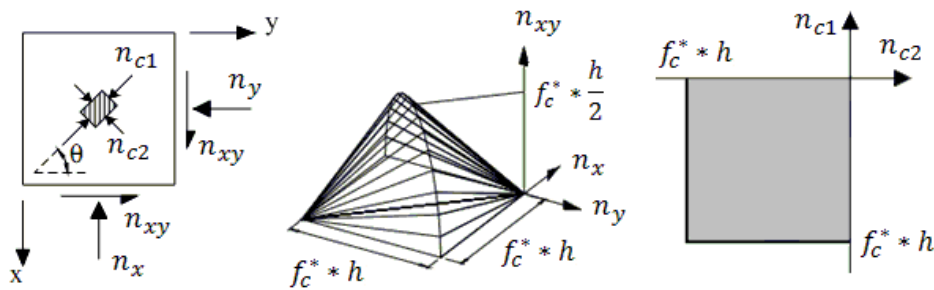


Fig.14 – Condições de cedência para o betão em compressão bi-axial: Forças aplicadas (Esq.), superfície de cedência segundo os eixos cartesianos (Centro) e superfície de cedência segundo os eixos principais (Dir.) (Adaptado de Palácio, 2007).

A Fig.14 apresenta um elemento de membrana sujeito a compressão bi-axial no estado plano de tensão. O equilíbrio das forças pode ser definido a partir das equações (15) a (17).

$$n_x = n_{c1} * \sin^2(\theta) + n_{c2} * \cos^2(\theta) \quad (52)$$

$$n_y = n_{c1} * \cos^2(\theta) + n_{c2} * \sin^2(\theta) \quad (53)$$

$$n_{xy} = (n_{c2} - n_{c1}) * \sin(\theta) \cos(\theta) \quad (54)$$

Onde n_{c1} e n_{c2} são respectivamente, a máxima e a mínima forças principais de compressão. Sendo possível escrever as equações (52) e (53) da seguinte forma

$$n_x - n_{c1} = (n_{c2} - n_{c1}) * \cos^2(\theta) \quad (55)$$

$$n_y - n_{c1} = (n_{c2} - n_{c1}) * \sin^2(\theta) \quad (56)$$

Multiplicando a equação (55) com (56) e elevando ao quadrado (54) obtêm-se

$$(n_x - n_{c1})(n_y - n_{c1}) = (n_{c2} - n_{c1})^2 * \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \quad (57)$$

$$n_{xy}^2 = (n_{c2} - n_{c1})^2 * \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \quad (58)$$

Manipulando as equações (57) e (58) obtêm-se

$$(n_x - n_{c1})(n_y - n_{c1}) = n_{xy}^2 \quad (59)$$

$$(n_x - n_{c2})(n_y - n_{c2}) = n_{xy}^2 \quad (60)$$

O critério da tensão máxima descreve que a rotura ocorre quando a força principal máxima atinge a tensão de rotura efectiva, f_c^* . Neste caso, tendo em conta o círculo de Mohr a força principal mínima tende para zero e a força de corte máxima atinge $f_c^*/2$, por outras palavras, $n_{c1} = -f_c^* \times h$, $n_{c2} = 0$ e $n_{c12} = f_c^* \times h / 2$. Substituindo os valores das forças principais nas equações (59) e (60), os critérios de cedência para o betão no estado plano de tensão podem ser escritos

$$\Phi_{c1} = (n_x + f_c^* \times h)(n_y + f_c^* \times h) - n_{xy}^2 = 0 \quad (61)$$

$$\Phi_{c2} = n_x \times n_y - n_{xy}^2 = 0 \quad (62)$$

Graficamente, o critério da tensão máxima e o critério de cedência, exigem que as duas forças principais se encontrem dentro da envolvente representada na Fig.14 (Centro). Na mesma figura à direita é representado a superfície de cedência do betão no estado de compressão bi-axial, correspondente às duas superfícies cónicas descritas pelas equações (61) e (62).

2.3.3.2. Critérios de cedência para a armadura

A armadura é definida por barras rectas de aço capazes de transportar apenas forças axiais de tracção. A Fig.15 (Esq.) representa uma malha ortogonal de armadura no estado de tensão bi-axial, em que a tensão de cedência de cada barra nas direcções x e y é assumido como sendo f_{syd} . A força resistente na armadura é representada na Fig.15 (Dir.), sendo obtida a partir dos critérios de cedência (63) e (64).

$$\Phi_{s1} = n_{sx} - f_{syd} * A_{sx} = 0 \quad (63)$$

$$\Phi_{s2} = n_{sy} - f_{syd} * A_{sy} = 0 \quad (64)$$

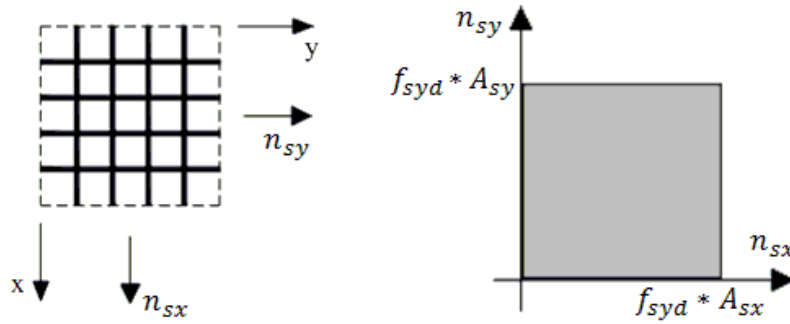


Fig.15 – Condições de cedência da armadura: malha ortogonal (Esq.) e forças de cedência na armadura (Dir.) (Adaptado de Palácio, 2007).

2.3.3.3. Condições de cedência para elementos laminares de betão armado no EPT

Ao realizar todas as combinações lineares admissíveis entre as condições de cedência do betão simples e da malha de armadura ortogonal, equações (61) a (64), são obtidos os seguintes critérios de cedência para os elementos laminares no estado plano de tensão.

$$\Phi_{rc1} = n_{xy}^2 - (n_{sx} - n_x)(n_{sy} - n_y) = 0 \quad (65)$$

$$\Phi_{rc2} = n_{xy}^2 - (f_c^* * h - n_{sy} + n_y)(n_{sy} - n_y) = 0 \quad (66)$$

$$\Phi_{rc3} = n_{xy}^2 - (f_c^* * h - n_{sx} + n_x)(n_{sx} - n_x) = 0 \quad (67)$$

$$\Phi_{rc3} = n_{xy}^2 - (f_c^* * h/2)^2 = 0 \quad (68)$$

Onde Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 e Φ_4 correspondem aos regimes de cedência 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Estes regimes descrevem as seguintes condições de rotura:

- Regime 1: cedência de ambas as armaduras e não esmagamento do betão;
- Regime 2: esmagamento do betão e cedência da armadura na direcção x;
- Regime 3: esmagamento do betão e cedência da armadura na direcção y;
- Regime 4: esmagamento do betão antes da cedência das armaduras.

Como se pode verificar o Regime 1 corresponde a elementos laminares com armadura inferior e representa essencialmente, as mesmas condições de dimensionamento do modelo plástico de treliça. De facto, reorganizando a equação do critério de cedência do Regime 1, são obtidas as equações de dimensionamento do modelo plástico de treliça (Quadro A.2 do Anexo A).

2.4. DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS COM ESFORÇOS FORA DO PLANO (LAJE)

2.4.1. CONSIDERAÇÕES

Uma importante contribuição para o dimensionamento de elementos de laje e casca foi dada por Marti [12], [13] e [14], abordando o problema de uma forma racional e sistemática, através de uma série de estudos teóricos e pesquisas experimentais. Como resultado desses trabalhos, formulou um modelo de três camadas em forma de “sanduíche” (Fig.16). Em que, tanto o betão como o aço são considerados com comportamento perfeitamente plástico. Por simplicidade neste documento utiliza-se a abreviatura, PTLM de Marti (*Plastic Three-Layer Model* na literatura Inglesa) a esta formulação.

O PTLM de Marti trouxe avanços significativos no tratamento do dimensionamento de lajes e elementos de casca, incluindo o tratamento de forças de corte fora do plano. Neste modelo (Fig.17), enquanto as camadas externas resistem a momentos e a forças de membrana, a camada intermédia tem a função de resistir as forças de corte fora do plano (transversal), V_x e V_y , com a ajuda de um mecanismo de treliça. Neste modelo o tratamento das forças de corte fora do plano é resultado de uma analogia com uma viga constituída por duas abas e uma laje (Fig.18), em que a camada intermédia comporta-se como uma laje e as camadas externas como membranas. Às duas camadas externas são aplicadas tensões no plano, originadas a partir da combinação dos esforços de membrana (n_x , n_y e n_{xy}) e de flexão (m_x , m_y e m_{xy}) aplicados no elemento laminar.

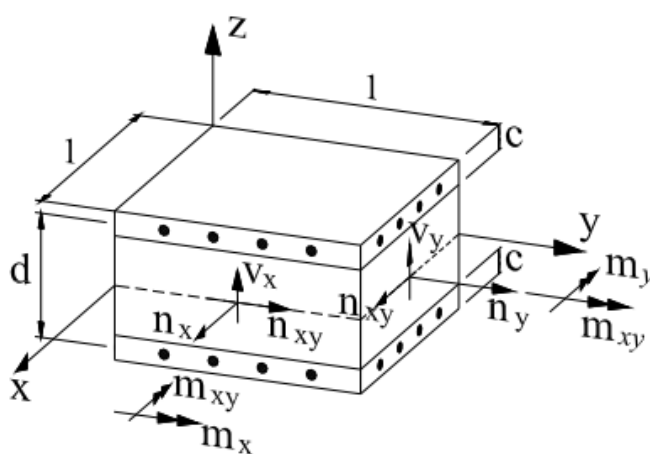


Fig.16 – Modelação do elemento finito em equilíbrio com as forças aplicadas (Palácio, 2007).

No modelo PTLM de Marti o plano médio das camadas externas presume-se coincidir com o plano médio da malha de armadura, resultando assim que os esforços no betão e na armadura actuam no mesmo nível. Então, c corresponde à espessura das camadas exteriores, formando um único valor de d , para o braço das armaduras (Fig.17 e 18).

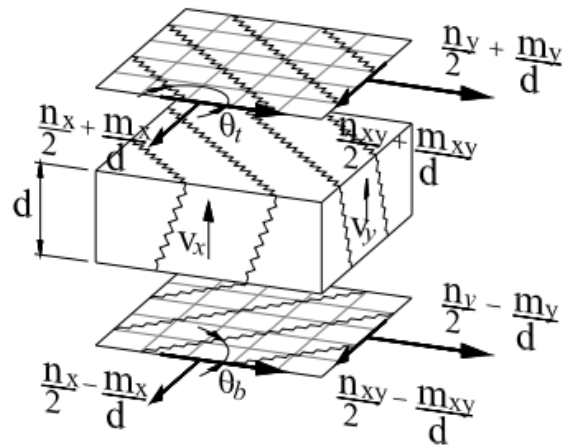


Fig.17 – Definição do modelo de Marti (Palácio, 2007).

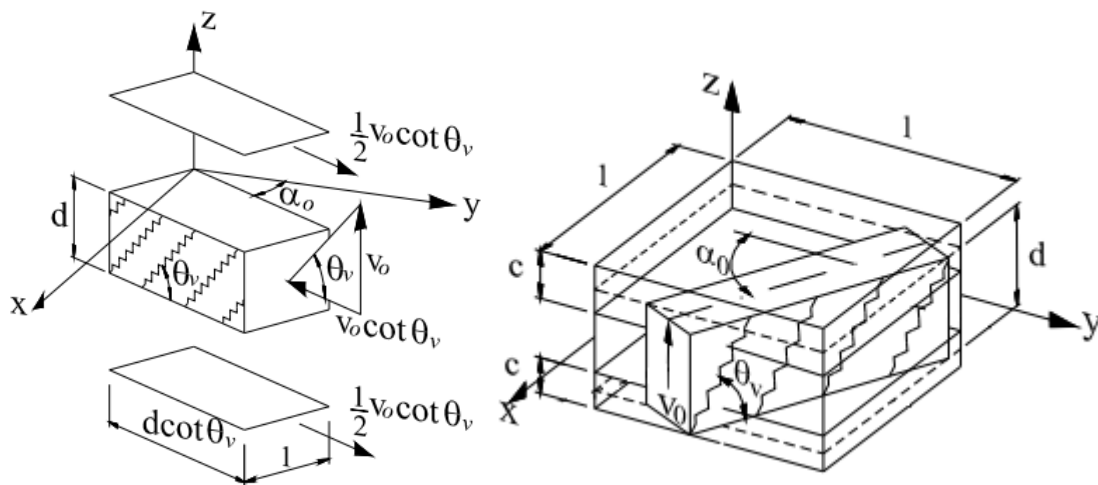


Fig.18 – Campo de forças na camada interior (Esq.) e modelo de rotura (Dir.) (Adaptado de Palácio, 2007).

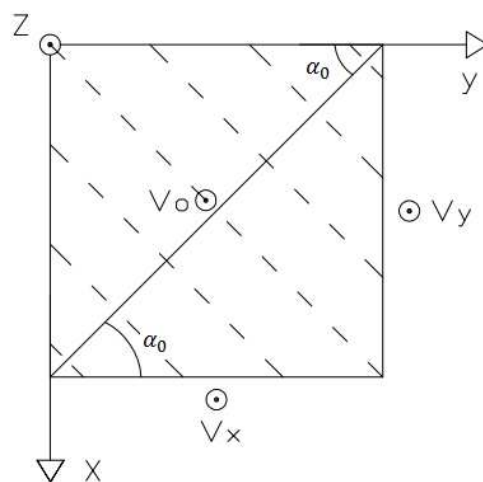


Fig.19 – Vista em planta das forças de corte.

A força de corte transversal principal V_0 , é obtida pelo teorema de Pitágoras (Fig.18 e 19)

$$V_0 = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad (69)$$

Esta força tem uma componente no plano XOY que faz um ângulo de α_0 (Fig.19) com o eixo y de

$$\alpha_0 = \tan^{-1} \left(\frac{V_y}{V_x} \right) \quad (70)$$

2.4.2. DIMENSIONAMENTO DA CAMADA INTERNA

Desde que a tensão nominal de corte, $v_0=V_0/d$, não exceda o limite de $0,17 \times \sqrt{f_c^*}$ (MPa), pode-se pressupor que não existem fissuras na diagonal da camada interna, neste caso não é necessário introduzir armadura (transversal) na camada interna. Mas devido ao facto das camadas externas receberem uma componente da força de corte no plano xoy, estas necessitam de ser reforçadas com armadura longitudinal sempre que exista corte transversal.

Como se verifica a partir da Fig.18, a componente no plano XOY da força principal de compressão na camada interna, $V_0 \times \cot(\theta_v)$, deve ser equilibrada pelas forças de membrana das camadas exteriores, que pode ser determinada a partir dos diagramas de corpo livre da Fig.20. Então, essas forças serão adicionadas às forças de membrana existente nas camadas externas (Fig.21).

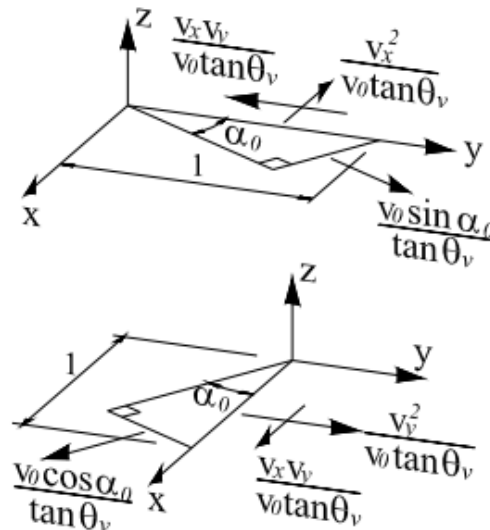


Fig.20 – Forças de membrana equilibrando $V_0 \cdot \cot \theta_v$ (Palácio, 2007).

A resistência ao corte dada pelo betão corresponde a

$$V_{co} = \beta \sqrt{f_c^*} * d \quad (71a)$$

No caso de ser necessário armadura de esforço transversal, esta tem de resistir a

$$V_{so} = V_o - V_{co} \quad (71b)$$

Da Fig.20, o valor da armadura transversal é dado por

$$A_{sz} = V_{so} * \tan(\theta_v) / f_{syd} \quad (71c)$$

θ_v corresponde ao ângulo formado entre a força de compressão principal e o plano XOY, cujo valor, como sugerido por Marti [13] e [14], pode ser livremente seleccionado entre os valores de 25° a 45°.

2.4.3. DIMENSIONAMENTO DAS CAMADAS EXTERNAS

Nas camadas externas assume-se o comportamento de membrana, o que significa que as equações para cada camada exterior caem no mesmo padrão da formulação de dimensionamento para o estado plano de tensão do subcapítulo 2.3.

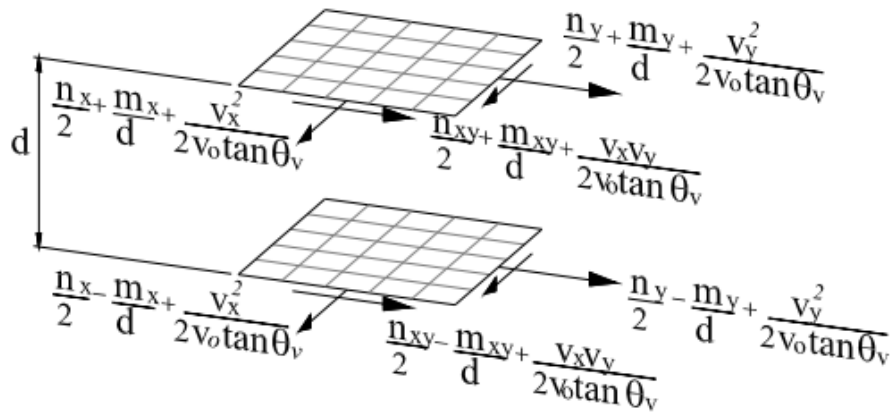


Fig.21 – Forças actuantes nas camadas externas (Palácio, 2007).

Como tal, a área de armadura A_{sx} e A_{sy} para as duas membranas externas resulta do seguinte modo,

Na camada inferior

$$A_{sxb} * f_{syd} = \frac{n_x}{2} - \frac{m_x}{d} + \frac{v_x^2}{2 * V_o * \tan \theta_v} + \tan \theta_b \left[\frac{n_{xy}}{2} - \frac{m_{xy}}{d} + \frac{V_x * V_y}{2 * V_o * \tan \theta_v} \right] \quad (72)$$

$$A_{syb} * f_{syd} = \frac{n_y}{2} - \frac{m_y}{d} + \frac{v_y^2}{2 * V_o * \tan \theta_v} + \cot \theta_b \left[\frac{n_{xy}}{2} - \frac{m_{xy}}{d} + \frac{V_x * V_y}{2 * V_o * \tan \theta_v} \right] \quad (73)$$

Na camada superior

$$A_{sxt} * f_{syd} = \frac{n_x}{2} + \frac{m_x}{d} + \frac{V_x^2}{2*V_0*tan\theta_v} + tan\theta_t \left[\frac{n_{xy}}{2} + \frac{m_{xy}}{d} + \frac{V_x*V_y}{2*V_0*tan\theta_v} \right] \quad (74)$$

$$A_{syt} * f_{syd} = \frac{n_y}{2} + \frac{m_y}{d} + \frac{V_y^2}{2*V_0*tan\theta_v} + cot\theta_t \left[\frac{n_{xy}}{2} + \frac{m_{xy}}{d} + \frac{V_x*V_y}{2*V_0*tan\theta_v} \right] \quad (75)$$

Tal como consta na formulação para elementos de membrana, a condição de não esmagamento do betão nas camadas externas tem igualmente de ser satisfeita, resultando nas seguintes equações

$$c * f_c^* \geq A_{sxt} * f_{syd} + A_{syt} * f_{syd} - \frac{n_x+n_y}{2} + \frac{m_x+m_y}{d} - \frac{V_0}{2*tan\theta_v} \quad (76)$$

$$c * f_c^* \geq A_{sxb} * f_{syd} + A_{syb} * f_{syd} - \frac{n_x+n_y}{2} - \frac{m_x+m_y}{d} - \frac{V_0}{2*tan\theta_v} \quad (77)$$

Se as equações (76) e (77) não forem satisfeitas, então a espessura (c), tem de ser aumentada e as equações de dimensionamento correspondentes tem que ser calculadas novamente para o novo valor do braço (d).

Em conclusão, o PTLM de Marti traz avanços no tratamento do dimensionamento ao corte, no entanto, o método de cálculo baseia-se em equações de equilíbrio através do modelo de treliça sendo fundamentalmente o mesmo que o efectuado por Nielsen [15]. Uma vez que nestes dois modelos o tratamento das duas camadas externas é assumida a hipótese de que os esforços resultantes no betão e na armadura actuam nas camadas exteriores num mesmo nível.

2.5. DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS COM ESFORÇOS DE MEMBRANA ASSOCIADOS A ESFORÇOS DE FLEXÃO (CASCAS)

2.5.1. CONSIDERAÇÕES

Este modelo foi proposto para o dimensionamento de elementos de laje ou casca submetido a esforços combinados de membrana e flexão por Lourenço e Figueiras [11].

Para assegurar as condições de equilíbrio, o modelo desenvolvido assume que a espessura da estrutura laminar pode ser discretizada em três camadas, sendo as forças aplicadas equilibradas pelas forças resistentes garantidas pelas camadas de betão e pelas forças resistentes das armaduras.

Este tipo de formulação foi introduzido pela primeira vez por Gupta [6], que apenas considerou o caso em que a armadura é necessária em ambas as camadas externas. Lourenço e Figueiras estenderam a formulação ao problema mais geral, através das equações de equilíbrio, abraçando mais três casos de dimensionamento: armadura necessária apenas na camada inferior; armadura necessária apenas na camada superior e o caso em que não é necessário armadura.

Por simplicidade nesta dissertação atribui-se a este modelo de dimensionamento, a abreviatura, PTLM de Lourenço e Figueiras (*Plastic Three-Layer Model* na literatura Inglesa).

Neste modelo de três camadas, os planos externos são modelados de forma independente em relação à camada interna, isto porque não é considerado a componente de corte transversal no plano (xoy) das camadas externas, sendo esta uma das maiores diferenças em relação ao PTLM de Marti.

No PTLM de Lourenço e Figueiras a formulação é idêntica em termos puramente físicos à realizada no subcapítulo 2.3, sendo assim, no caso de ausência de esforços de flexão o método degenera em duas camadas iguais, conduzindo às fórmulas obtidas para o estado plano de tensão.

Neste subcapítulo é apenas apresentado a formulação do modelo em causa, enquanto no organograma de cálculo é abordado no subcapítulo 3.2 e a metodologia de dimensionamento será apresentada no Anexo D devido ao facto de esta ser bastante extensa e não comprometer a clareza do método.

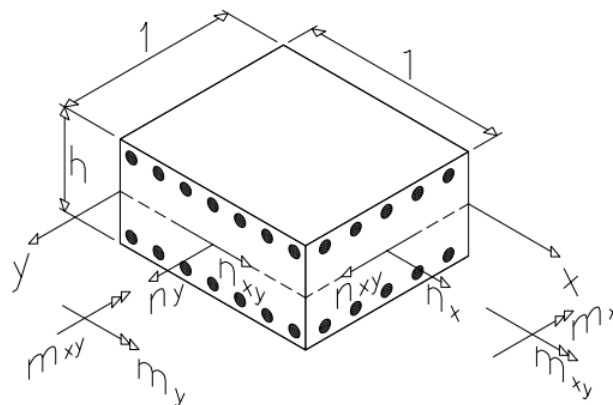


Fig.22 – Forças aplicadas num elemento finito em betão armado (Adaptado de Lourenço, 1992).

2.5.2. FORMULAÇÃO TEÓRICA

A Fig.23 apresenta um elemento de casca com a armadura orientada em duas direcções, sendo a sua capacidade resistente designada por n_{sxt} , n_{syt} , n_{sxb} e n_{syb} em que o referido x e y está associado a respectiva direcção, e o referido t e b está associado à camada superior (top) e inferior (bottom) respectivamente. A espessura da camada superior e inferior corresponde à nomenclatura a_t e a_b respectivamente, e estão sujeitos a um bloco rectangular de tensões.

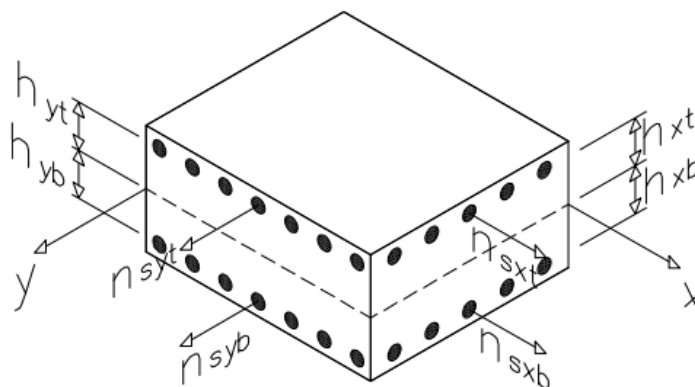


Fig.23 – Forças na armadura (Adaptado de Lourenço, 1992).

As direcções principais dos esforços de membrana e flexão em geral não coincidem, resultando assim em linhas de rotura com orientação diferente dos eixos cartesianos x e y (Fig.24). Os esforços actuantes terão de estar em equilíbrio com as forças de tracção na armadura e as forças de compressão no betão, sendo que a resistência total do elemento é obtida adicionando a contribuição do betão com a contribuição da armadura. Esta armadura será constituída por varões que formam uma malha ortogonal disposta paralelamente aos eixos x e y .

Da aplicação destes princípios resulta um sistema de equações de equilíbrio que permite determinar os esforços instalados na armadura e no betão.

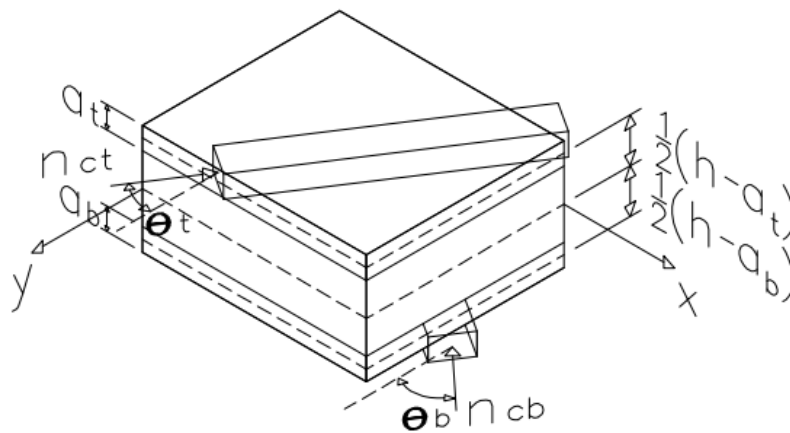


Fig.24 – Forças no betão (Adaptado de Lourenço, 1992).

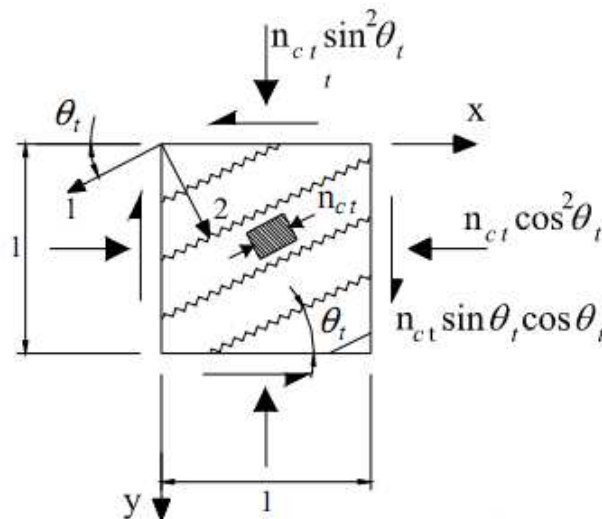


Fig.25 – Forças aplicadas na camada superior de betão com o respectivo mecanismo de rotura (Adaptado de Palácio, 2007).

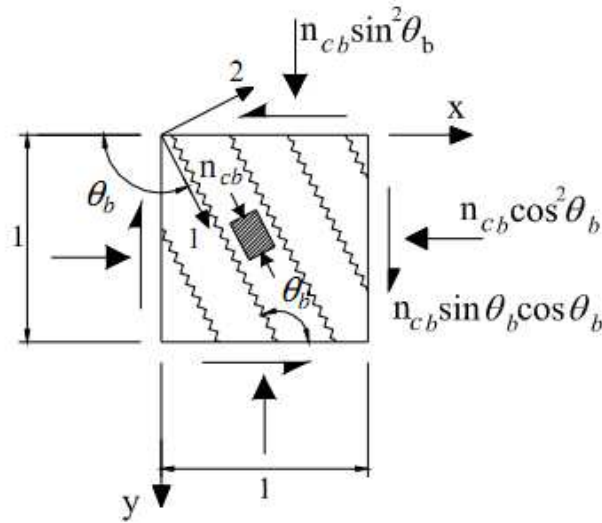


Fig.26 – Forças aplicadas na camada inferior de betão com o respectivo mecanismo de rotura (Adaptado de Palácio, 2007).

São agora abordados quatro casos distintos de acordo com a necessidade de armadura em cada uma das camadas exteriores.

2.5.2.1. Caso 1 – armadura necessária nas duas camadas

As forças e momentos a que a armadura resiste na direcção x e y são dadas por

$$n_{sx} = n_{sxt} + n_{sxb} \quad (78)$$

$$n_{sy} = n_{syt} + n_{syb} \quad (79)$$

$$m_{sx} = -n_{sxt} * h_{xt} + n_{sxb} * h_{xb} \quad (80)$$

$$m_{sy} = -n_{syt} * h_{yt} + n_{syb} * h_{yb} \quad (81)$$

Se a tensão no betão corresponde a f_{cd2} , então a força no betão e o respectivo momento produzido nas duas camadas é obtido por

$$n_{ct} = -a_t * f_{cd2} \quad (82)$$

$$n_{cb} = -a_b * f_{cd2} \quad (83)$$

$$m_{ct} = -n_{ct} * (h - a_t)/2 \quad (84)$$

$$m_{cb} = n_{cb} * (h - a_b)/2 \quad (85)$$

Das equações de (78) a (85) obtêm-se as forças e momentos resistentes, sendo necessário estas estarem em equilíbrio com as forças e os momentos actuantes.

$$n_x = n_{sx} + n_{ct} * \sin^2\theta_t + n_{cb} * \sin^2\theta_b \quad (86)$$

$$n_y = n_{sy} + n_{ct} * \cos^2\theta_t + n_{cb} * \cos^2\theta_b \quad (87)$$

$$n_{xy} = -n_{ct} * \sin\theta_t * \cos\theta_t - n_{cb} * \sin\theta_b * \cos\theta_b \quad (88)$$

$$m_x = m_{sx} + m_{ct} * \sin^2\theta_t + m_{cb} * \sin^2\theta_b \quad (89)$$

$$m_y = m_{sy} + m_{ct} * \cos^2\theta_t + m_{cb} * \cos^2\theta_b \quad (90)$$

$$m_{xy} = -m_{ct} * \sin\theta_t * \cos\theta_t - m_{cb} * \sin\theta_b * \cos\theta_b \quad (91)$$

Se $\theta_t \neq 0$ ou $\pi/2$ e $\theta_b \neq 0$ ou $\pi/2$, com as equações (82), (83), (84), (85), (88) e (91) obtêm-se

$$n_{ct} = -\left((h - a_b) * n_{xy} - 2 * m_{xy}\right) / (d * \sin(2\theta_t)) \quad (92)$$

$$n_{cb} = -\left((h - a_t) * n_{xy} + 2 * m_{xy}\right) / (d * \sin(2\theta_b)) \quad (93)$$

Com

$$d = h - (a_t + a_b) / 2 \quad (94)$$

As equações (78) a (94) conduzem as seguintes expressões de dimensionamento

$$n_{sxt} = n_{xt} + n_{xyt} * C_{xtt} * \tan\theta_t + n_{xyb} * C_{xtb} * \tan\theta_b \quad (95)$$

$$n_{sxyt} = n_{yt} + n_{xyt} * C_{ytt} * \cotg\theta_t + n_{xyb} * C_{ytb} * \cotg\theta_b \quad (96)$$

$$n_{sxb} = n_{xb} + n_{xyt} * C_{xbt} * \tan\theta_t + n_{xyb} * C_{xbb} * \tan\theta_b \quad (97)$$

$$n_{syb} = n_{yb} + n_{xyt} * C_{ybt} * \cotg\theta_t + n_{xyb} * C_{ybb} * \cotg\theta_b \quad (98)$$

Para não estender demasiado, as expressões pertencentes aos coeficientes n_{xt} , n_{xb} , n_{yt} , n_{yb} , n_{xyt} , n_{xyb} , C_{xtt} , C_{xtb} , C_{ytt} , C_{ytb} , C_{xbt} , C_{xbb} , C_{ybt} e C_{ybb} encontram-se no Anexo B.

As equações (95) a (98) são devidas a Gupta [6] e mostram que o modelo das três camadas do CEB90 é simplificado. Os coeficientes cruzados C_{xtb} , C_{ytb} , C_{xbt} e C_{ybt} são devidos às armaduras não se localizarem ao mesmo nível e a resultante do bloco de tensões no betão se localizar ainda a outro nível. Estas equações (95 a 98) são análogas às equações (25) e (26) do subcapítulo 2.3.

Na realidade se considerarmos os coeficientes cruzados nulos e os coeficientes directos C_{xtt} , C_{ytt} , C_{xbb} e C_{ybb} unitários obtêm-se exactamente as expressões de dimensionamento na camada superior e inferior sujeitas a esforços de membrana independentes.

$$n_{sxt} = n_{xt} + n_{xyt} * \tan\theta_t \quad (99)$$

$$n_{syt} = n_{yt} + n_{xyt} * \cotg\theta_t \quad (100)$$

$$n_{sxb} = n_{xb} + n_{xyb} * \tan\theta_b \quad (101)$$

$$n_{syb} = n_{yb} + n_{xyb} * \cotg\theta_b \quad (102)$$

Através das equações (92), (93) e (152) a (157) obtêm-se a forças de compressão no betão, estas podem ser resumidas em duas equações, dadas por

$$n_{ct} = -2 * n_{xyt} / \sin(2\theta_t) \quad (104)$$

$$n_{cb} = -2 * n_{xyb} / \sin(2\theta_b) \quad (105)$$

As equações (152) a (157) pertencentes ao Anexo B possuem o significado físico de distribuir os esforços actuantes pelas várias armaduras mediante equações de equilíbrio.

2.5.2.2. Caso 2 – armadura necessária só na camada inferior

Neste caso, a camada superior encontra-se em compressão bi-axial. As forças e momentos a que a armadura resiste na direcção x e y para este caso são obtidas por

$$n_{sx} = n_{sxb} \quad (106)$$

$$n_{sy} = n_{syb} \quad (107)$$

$$m_{sx} = n_{sxb} * h_{xb} \quad (108)$$

$$m_{sy} = n_{syb} * h_{yb} \quad (109)$$

Se a tensão efectiva no betão corresponde a f_c^* , então a força no betão e o respectivo momento produzido nas duas camadas é dado por

$$n_{cb} = -a_b * f_{cd2} \quad (110)$$

$$m_{cb} = n_{cb} * (h - a_b) / 2 \quad (111)$$

As equações de equilíbrio nestas condições assumem a forma

$$n_x = n_{sx} + n_{cxt} + n_{cb} * \sin^2 \theta_b \quad (112)$$

$$n_y = n_{sy} + n_{cyt} + n_{cb} * \cos^2 \theta_b \quad (113)$$

$$n_{xy} = n_{cxyt} - n_{cb} * \sin \theta_b * \cos \theta_b \quad (114)$$

$$m_x = m_{sx} + m_{cxt} + m_{cb} * \sin^2 \theta_b \quad (115)$$

$$m_y = m_{sy} + m_{cyt} + m_{cb} * \cos^2 \theta_b \quad (116)$$

$$m_{xy} = m_{cxyt} - m_{cb} * \sin \theta_b * \cos \theta_b \quad (117)$$

Em que

$$m_{cxt} = -n_{cxt} * (h - a_t)/2 \quad (118)$$

$$m_{cyt} = -n_{cyt} * (h - a_t)/2 \quad (119)$$

$$m_{cxyt} = -n_{cxyt} * (h - a_t)/2 \quad (120)$$

As forças no betão, admitindo $\theta_b \neq 0$ ou $\pi/2$, assumem os valores

$$n_{c1t,c2t} = (n_{cxt} + n_{cyt})/2 \pm \sqrt{((n_{cxt} - n_{cyt})/2)^2 + n_{cxyt}^2} \quad (121)$$

$$n_{cb} = -2 * n_{xyt} / \sin(2\theta_b) \quad (122)$$

A espessura da camada superior, de acordo com o CEB90 é dada por

$$a_t = -n_{ct,max} / (K * f_{cd1}) \quad (123)$$

2.5.2.3. Caso 3 – armadura necessária só na camada superior

Este caso é idêntico ao anterior pelo que não carece de qualquer explicação complementar.

2.5.2.4. Caso 4 – armadura desnecessária nas duas camadas

Neste caso, a camada superior e inferior encontra-se em compressão bi-axial, tendo como resultado uma solução única. As equações de equilíbrio nestas condições assumem a forma

$$n_x = n_{cxt} + n_{cxb} \quad (124)$$

$$n_y = n_{c yt} + n_{c yb} \quad (125)$$

$$n_{xy} = n_{cxyt} + n_{cxyb} \quad (126)$$

$$m_x = m_{cxt} + m_{cxb} \quad (127)$$

$$m_y = m_{c yt} + m_{c yb} \quad (128)$$

$$m_{xy} = m_{cxyt} + m_{cxyb} \quad (129)$$

Em que

$$m_{cxt} = -n_{cxt} * (h - a_t)/2 \quad (130)$$

$$m_{cxb} = n_{cxb} * (h - a_b)/2 \quad (131)$$

$$m_{c yt} = -n_{c yt} * (h - a_t)/2 \quad (132)$$

$$m_{c yb} = n_{c yb} * (h - a_b)/2 \quad (133)$$

$$m_{cxyt} = -n_{cxyt} * (h - a_t)/2 \quad (134)$$

$$m_{cxyb} = n_{cxyb} * (h - a_b)/2 \quad (135)$$

As forças no betão assumem são obtidas através de

$$n_{c1t,c2t} = (n_{cxt} + n_{c yt})/2 \pm \sqrt{((n_{cxt} - n_{c yt})/2)^2 + n_{cxyt}^2} \quad (136)$$

$$n_{c1b,c2b} = (n_{cxb} + n_{c yb})/2 \pm \sqrt{((n_{cxb} - n_{c yb})/2)^2 + n_{cxyb}^2} \quad (137)$$

De acordo com o CEB90 a espessura da camada superior é obtido por

$$a_t = -n_{ct,max}/(K * f_{cd1}) \quad (138)$$

$$a_b = -n_{cb,max}/(K * f_{cd1}) \quad (139)$$

Deste modo podem ser retiradas as seguintes conclusões do modelo de três camadas de Lourenço e Figueiras:

- O esforço axial em cada direcção reparte-se pela armadura superior e inferior na mesma direcção num sistema equivalente (inversamente proporcional à distância da armadura ao plano médio).
- O esforço de corte longitudinal reparte-se pela camada superior e inferior de betão também segundo um sistema equivalente (inversamente proporcional à distância da resultante do bloco rectangular de tensões ao plano médio), a resistência ao corte transversal da armadura não é tida em conta no modelo de Lourenço e Figueiras.
- O momento flector em cada direcção conduz a um binário que será equivalente a forças aplicadas na armadura superior e inferior na direcção respectiva.
- O momento torsor conduz a um binário que será equivalente a forças de corte aplicadas na camada superior e inferior do betão.
- As equações (152) a (157) traduzem a influência dos momentos de interacção entre as camadas de betão e as diferentes armaduras pelo facto de todas estas forças se encontrarem localizadas a diferentes níveis, o que leva ao aparecimento de momentos adicionais nas equações de equilíbrio.
- Esta metodologia tem por base as condições de equilíbrio e de resistência, permite determinar as armaduras em paredes, lajes e cascas. No entanto, as equações deste modelo não têm em conta a influência das forças de corte transversais e nem os efeitos não lineares do betão.

O método computacional associado a este modelo de dimensionamento começa por admitir que existe necessidade de armadura nas duas camadas exteriores, o que significa que os resultados da primeira iteração podem determinar em qual dos quatro casos seguintes se encontra. Mas por vezes, na primeira iteração a metodologia de cálculo pode não convergir no caso de armadura final, para contornar essa situação foram criados alguns mecanismos computacionais que serão posteriormente analisados.

2.6. DISPOSIÇÕES REGULAMENTARES

2.6.1. METODOLOGIAS REGULAMENTARES

O EC2 é omissivo em relação a cascas, apresentando apenas expressões simplificadas para lajes (Anexo F do EC2), que pode ser obtido com uma formulação semelhante à utilizada neste documento para o dimensionamento no estado plano de tensão.

No entanto, estas expressões não incluem o efeito da interacção entre as diferentes camadas de armadura e as resultantes de compressão no betão, esta simplificação apresentada conduz a expressões de uso corrente que não estão do lado da segurança, conforme demonstrado por Gupta [6].

O CEB90 contempla um método de cálculo para elementos de casca, este não será aqui detalhado pela razão que as forças de compressão no betão e as resultantes das forças de tracção na armadura nas direcções x e y estão aplicadas a diferentes níveis, pelo que a sua consideração no mesmo nível é uma simplificação que não é real. Ainda de acordo com este método simplificado a determinação exacta dos valores de z e y é complexa e pode exigir iterações (Fig.27), já que estes dependem da quantidade de armadura e da espessura da camada de betão.

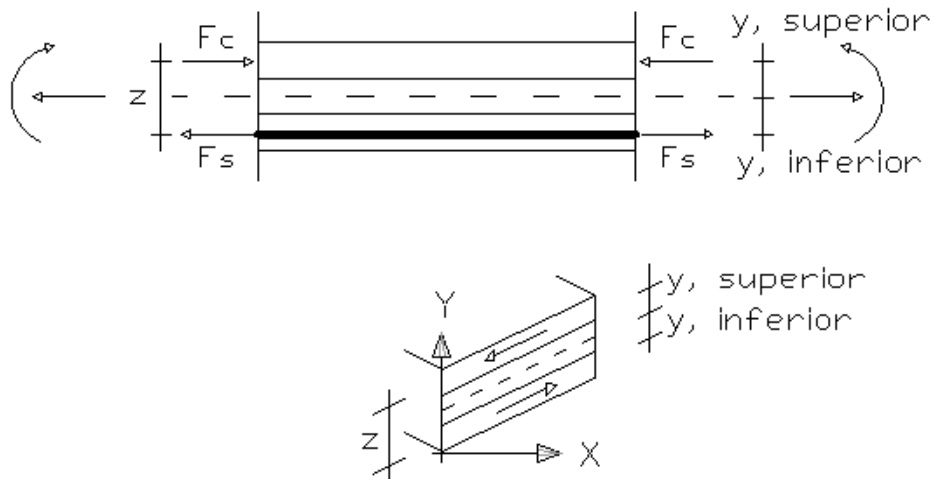


Fig.27 – Modelo de cálculo preconizado no CEB90.

2.6.2. VERIFICAÇÃO DA ROTURA NO BETÃO

A tensão no betão é obtida por

$$\sigma_c = n_c/h \quad (140)$$

2.6.2.1. Disposições do CEB90

Para os casos de 1 a 3 a tensão no betão não pode ser superior a

$$\sigma_c \leq f_{cd2} \quad (141)$$

Para o caso 4

$$\sigma_c \leq k * f_{cd1} \quad (142)$$

Em que f_{cd1} , f_{cd2} e k são dados pelas expressões (3), (4) e (5) respectivamente. É de verificar que a diferença de valores entre f_{cd1} e f_{cd2} é elevada, esta situação é resultado de uma análise simplificada do problema.

A extensão do betão em compressão deve cumprir o definido no CEB90, que é dado pela expressão (6).

$$\varepsilon_c \leq \varepsilon_c^* \quad (143)$$

O CEB90 recomenda que o ângulo entre a direcção de compressão no betão e a orientação de qualquer das armaduras seja pelo menos 15°. Como é evidente, tal condição só deve ser verificada em relação as armaduras consideradas pelo cálculo e não em relação à armadura de montagem ou armadura mínima por imposições regulamentares.

2.6.2.2. Disposições do EC2

No estado limite último a extensão no betão deve cumprir o definido no Quadro A.1 do Anexo A, e a tensão no betão tem de ser limitada através da seguinte expressão

$$\sigma_c \leq \nu * f_{cd} \quad (144)$$

Em que

$$\nu = 0.6 * [1 - f_{ck}/250] \quad (145)$$

Com f_{ck} em MPa

2.6.3. ARMADURA MÍNIMA E MÁXIMA SEGUNDO O EC2

A armadura mínima e máxima definida neste subcapítulo corresponde à armadura a aplicar em cada face e em cada direcção.

2.6.3.1. Elemento laminar – parede

- Para paredes o EC2 recomenda que a armadura mínima vertical ($A_{s, vmin}$) não deve ser inferior a

$$A_{s, vmin} = 0,001 * A_c \quad (146)$$

Se as unidades de ($A_{s, vmin}$) forem cm²/m A_c é substituído por h.

- Para a armadura máxima vertical ($A_{s, vmax}$) não deve ser superior a

$$A_{s, vmax} = 0,02 * A_c \quad (147)$$

- Horizontalmente é definido a quantidade de armadura mínima ($A_{s, hmax}$) por

$$A_{s,hmin} = \text{maior de} \begin{cases} 0,25\% \text{ da armadura vertical} \\ 0,0005 * A_c \end{cases} \quad (148)$$

2.6.3.2. Elemento laminar – viga-parede

- Para as vigas-parede o EC2 recomenda que a armadura mínima ($A_{s, vmin}$) não deve ser inferior a

$$A_{s,dbmin} = \text{maior de} \begin{cases} 0,001 * A_c \\ 1,5 \text{ cm}^2/m \end{cases} \quad (149)$$

2.6.3.3. Elemento laminar – laje

- Para lajes o EC2 recomenda que a armadura mínima de flexão ($A_{s, min}$) não deve ser inferior a

$$A_{s,min} = \text{maior de} \begin{cases} 0,13 * f_{ctm} * b_t * s / f_{syk} \\ 0,00065 * b_t * s \end{cases} \quad (150)$$

b_t É igual à unidade, uma vez que a armadura vem em cm^2/m .

s Pode ser tomado como sendo igual a $0,9 \times h$ (em metros).

f_{ctm} É dado pelo Quadro A.1 do Anexo A

- Ainda o mesmo regulamento recomenda que a armadura máxima de flexão ($A_{s, max}$), não deve ser superior a

$$A_{s,max} = 0,02 * A_c \quad (151)$$

O EC2 não prevê armadura mínima para elementos de casca. Como tal, no programa elaborado foi adoptada a armadura mínima correspondente a paredes, pois entre as várias armaduras mínimas dadas pelo EC2, a relativa a paredes é a que se obtém a maior quantidade de armadura.

3

PROGRAMA DE CÁLCULO DESENVOLVIDO

3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Os softwares comerciais actualmente existentes e destinados ao cálculo estrutural em elementos laminares permitem o cálculo de armadura, mas ainda não são utilizados de forma generalizada. Com base nesta constatação, existe todo o interesse em desenvolver uma aplicação de cálculo automático de estruturas laminares, acessível ao projectista e de fácil emprego.

Após a abordagem de vários métodos para o dimensionamento de estruturas laminares no capítulo anterior, a formulação utilizada no procedimento de cálculo tem por base o modelo plástico de três camadas de Lourenço e Figueiras. Segundo o método escolhido para realizar o programa de cálculo automático as grandezas que se pretende conhecer são: n_{sxt} , n_{syt} , n_{sxb} e n_{syb} , tendo como incógnitas intermédias no processo de cálculo a_t , a_b , θ_t e θ_b . Deste modo, tem-se 8 incógnitas e 6 equações de equilíbrio, sendo assim, as quantidades a_t , a_b , θ_t e θ_b têm de ser arbitradas inicialmente para que, iterativamente, seja possível minimizar o total de armadura. As equações (95) a (98) podem ser utilizadas no dimensionamento, no entanto, vai ser utilizado um conjunto de fórmulas derivadas destas que são mais ajustadas do ponto de vista computacional e que se encontram no Anexo C.

No Anexo D encontra-se o procedimento de cálculo pormenorizado que deve ser consultado em paralelo com o organograma de cálculo para compreender esta metodologia. Esta separação tem o objectivo de não alargar em demasia a exposição, de modo a não comprometer a clareza.

Na bibliografia correspondente à metodologia de Lourenço e Figueiras [11] os quatro principais casos de armadura são calculados separadamente. Para implementar a metodologia foi necessário agrupar o cálculo e realizar a ligação entre os vários casos de armadura, essa ligação é definida no organograma apresentado (Fig.28). Sendo assim o procedimento descrito sofreu ligeiros ajustes de forma a possibilitar a implementação da metodologia de cálculo tendo em conta a linguagem de programação utilizada (VBA).

3.2. ORGANOGRAMA DE CÁLCULO

Inicia-se este subcapítulo com a apresentação do organograma de cálculo com o objectivo de ilustrar a estrutura e o funcionamento do programa, pode-se também visualizar neste organograma algumas relações do processo iterativo que são fundamentais para compreender o funcionamento do programa desenvolvido.

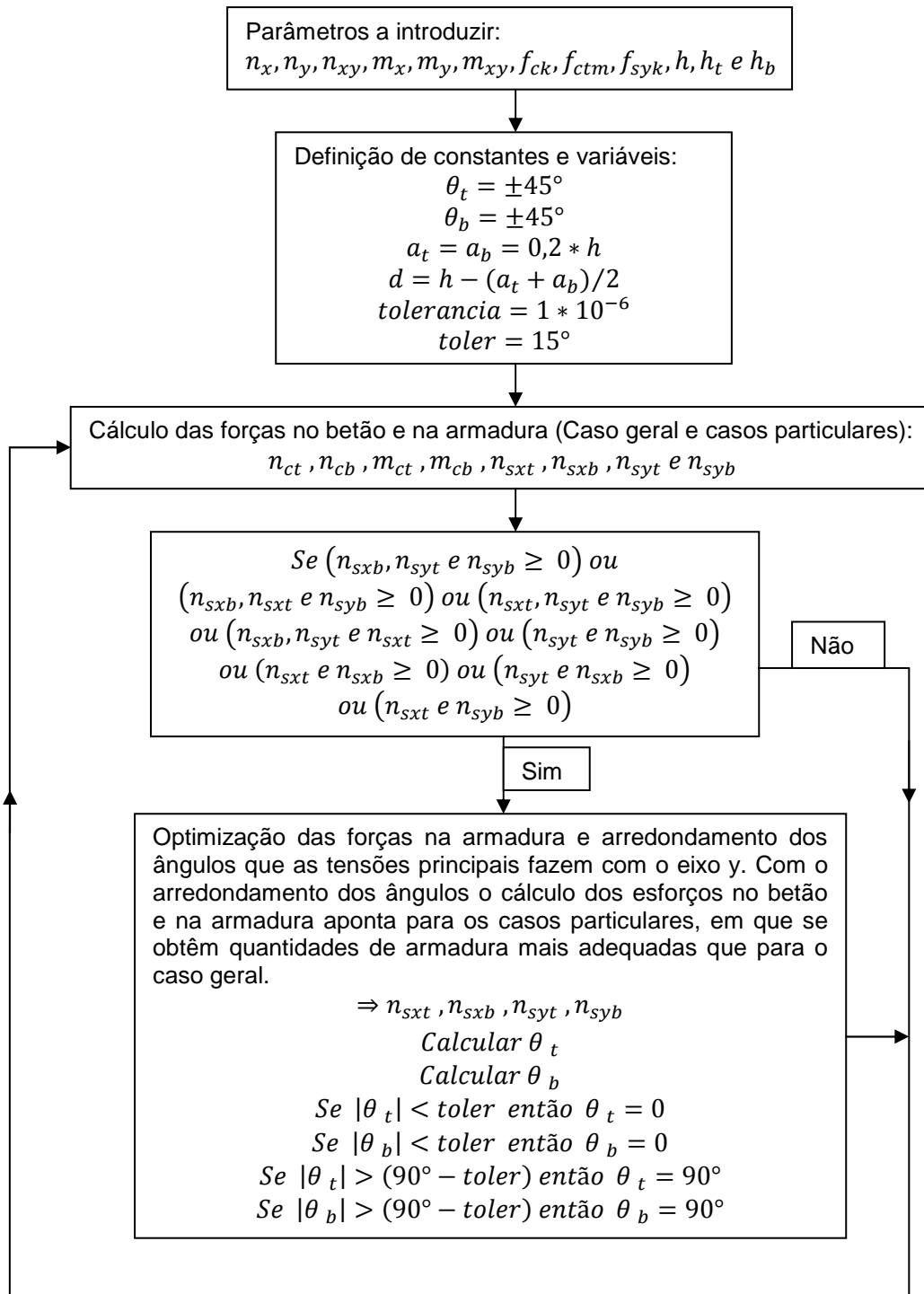


Fig.28 – Organograma do programa de cálculo desenvolvido (continua).

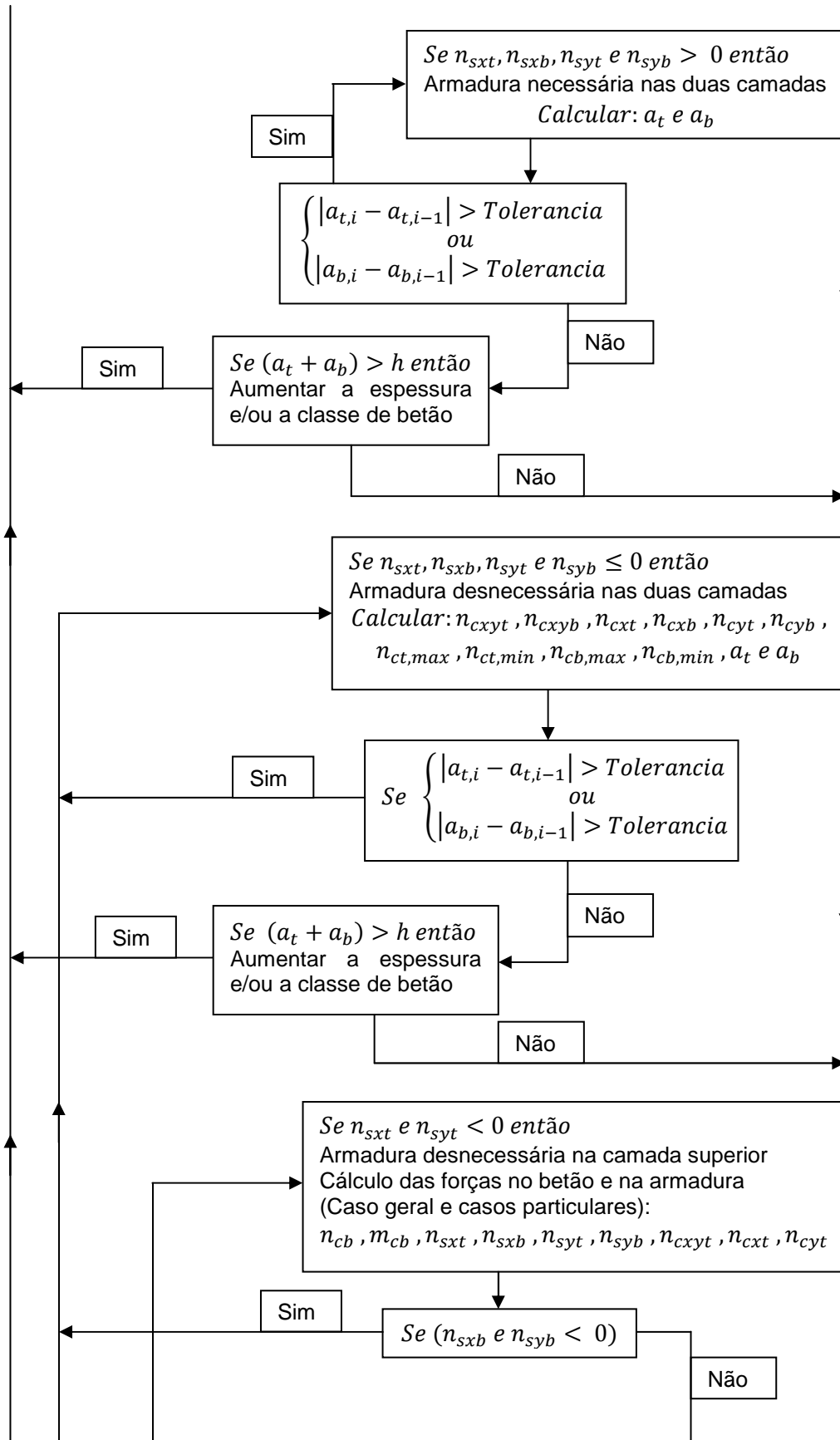


Fig.28 – Organograma do programa de cálculo desenvolvido (continua).

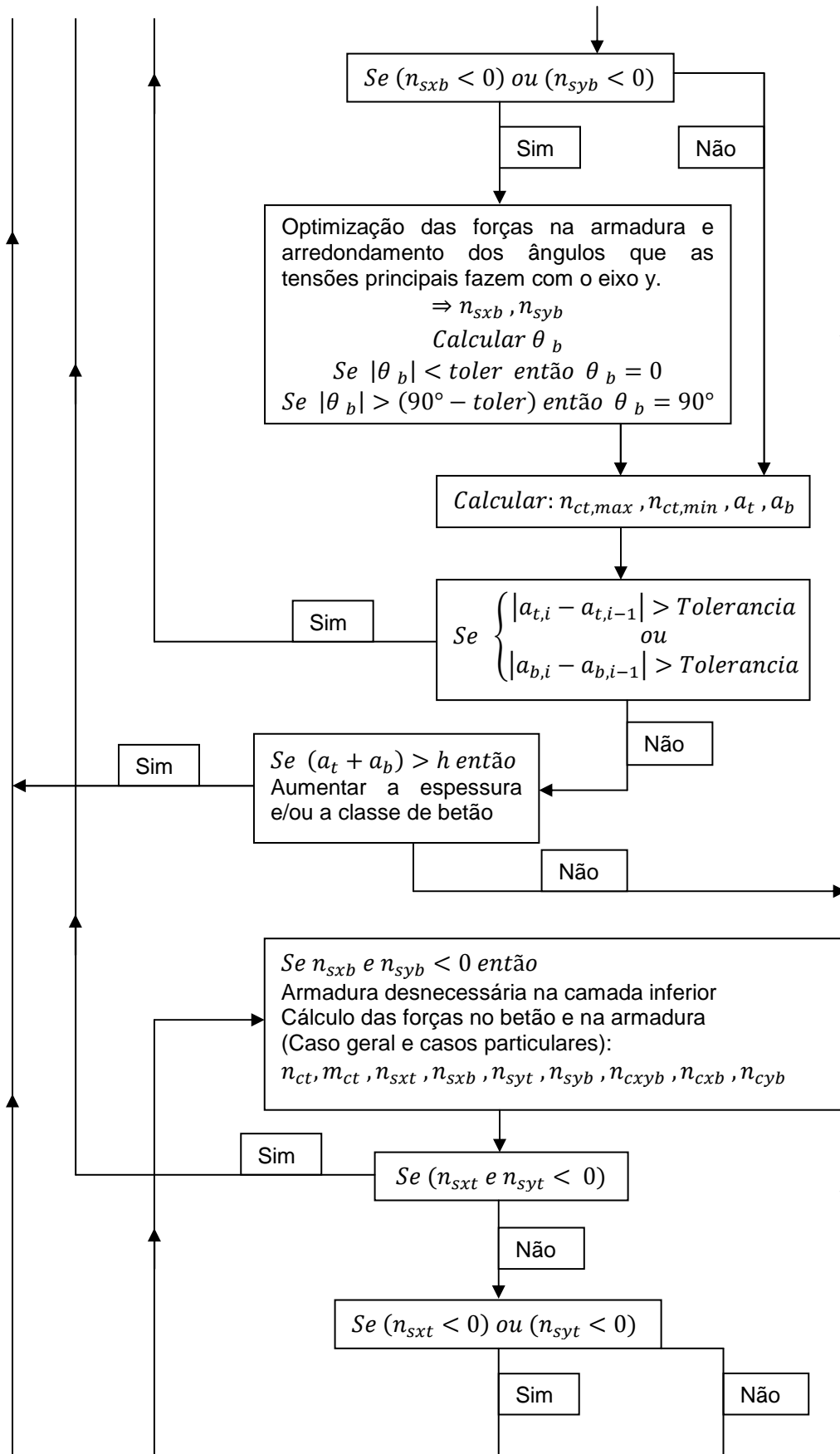


Fig.28 – Organograma do programa de cálculo desenvolvido (continua).

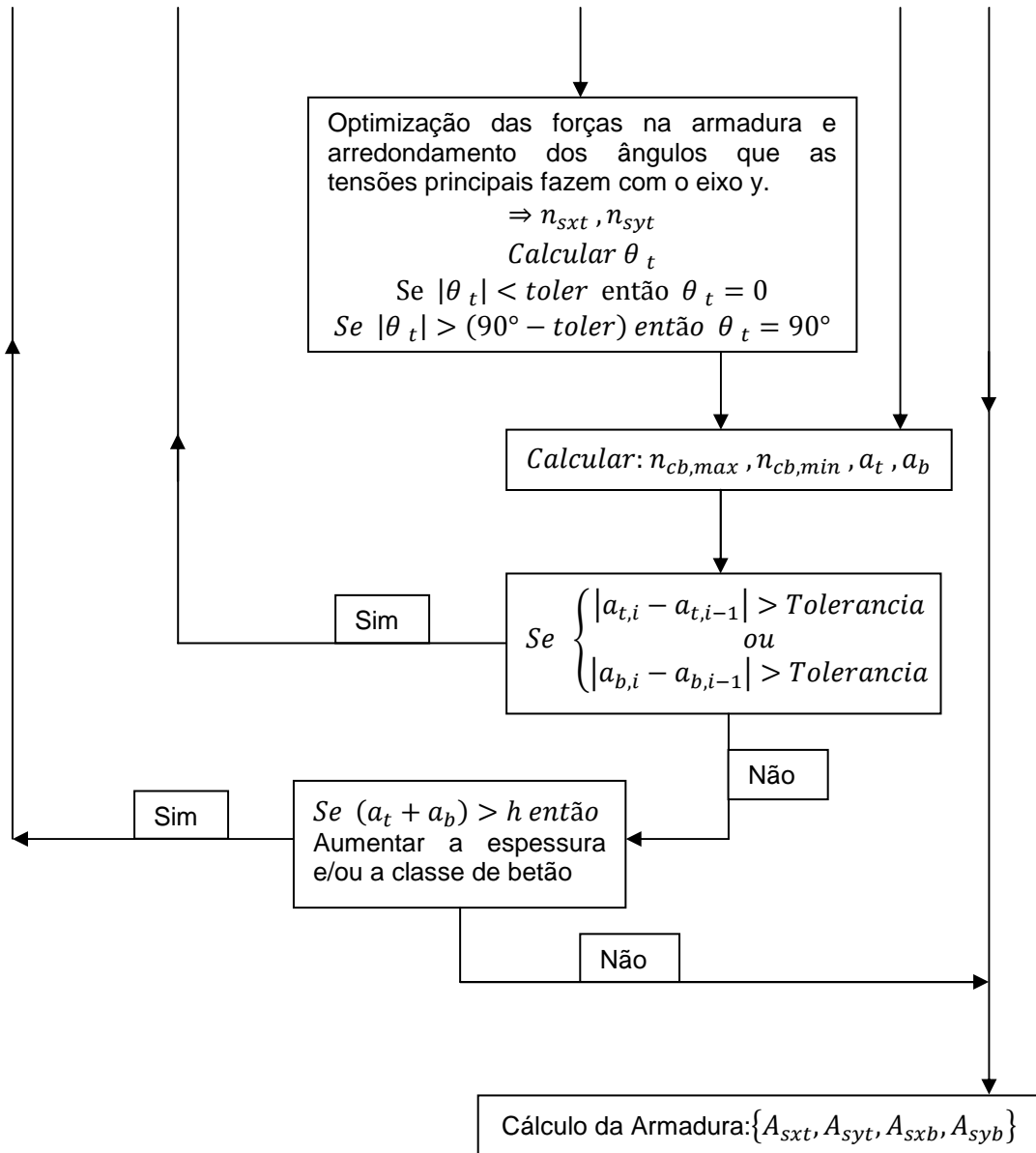


Fig.28 – Organograma do programa de cálculo desenvolvido.

Segundo o MC90, os ângulos θ_t e θ_b referentes à inclinação das linhas de rotura obtidos do cálculo, quando se encontrarem a menos de 15° dos valores fixos 0° ou 90° , então os valores de cálculo devem ser arredondados para os valores fixos. É importante, não só à luz do MC90 mas sobretudo por implicações na resolução do sistema de equações não lineares. A limitação do MC90 é evidente, não é razoável aceitar que para duas direcções muito próximas se admita simultaneamente tracções na armadura e compressões no betão, tal facto contraria a compatibilidade de deslocamentos e a hipótese de funcionamento em conjunto dos dois materiais. Devido ao facto de obrigar a força de compressão a ser paralela a uma das direcções de armadura, então essa armadura torna-se desnecessária, obtendo-se a convergência.

3.3. TUTORIAL

3.3.1. CONSIDERAÇÕES

Escolheu-se especificamente o Microsoft Office Excel 2007 como plataforma de desenvolvimento da aplicação. Esta ferramenta utiliza a linguagem de programação Visual Basic adaptada aos programas Microsoft Office, mais conhecido como Visual Basic for Applications – VBA. A grande diferença para o Visual Basic é que o VBA só pode executar código dentro das ferramentas do Microsoft Office, em vez de executar como aplicação separada.

No desenvolvimento da ferramenta existiram dificuldades na definição das funcionalidades a aplicar ao programa, inicialmente estava somente previsto calcular a armadura em faixas nos elementos laminares. Contudo, ao desenvolver o programa com o auxílio de bibliografia adequada, foram adicionadas várias funcionalidades que tornam o programa mais útil e agradável ao utilizador.

A ferramenta desenvolvida tem a capacidade de determinar a quantidade de armadura longitudinal ortogonal no ELU em paredes, lajes maciças e cascas de betão armado. As verificações para o ELS não estão contempladas e por isso têm de ser determinadas de acordo com o EC2.

Apresentam-se várias considerações e definições relativas ao funcionamento do programa cálculo que têm de ser consideradas e/ou efectuadas:

- O Excel tem obrigatoriamente de estar pré-definido com: “macros activas” em “segurança das macros” (separador programador → Segurança das macros → activar a opção Activar todas as macros), mas, previamente tem de activar o separador “programador” caso este não esteja activo (Botão do Office → Opções do Excel → Popular → activar a opção Mostrar separador programador no friso);
- O Excel tem de estar predefinido com vírgulas como separador de casas decimais (Botão do Office → Opções do Excel → Avançadas → ligar a opção utilizar separador do sistema);
- Os esforços a introduzir correspondem aos valores de cálculo e as propriedades dos materiais aos valores característicos;
- O programa tem capacidade para calcular armadura em 10000 nós de uma só vez;
- O cálculo da rotura do betão é realizado de acordo com o CEB90 e a determinação da armadura mínima e máxima é de acordo com o EC2. As disposições dos códigos referidas presentes no programa de cálculo desenvolvido foram todas abordadas neste documento.
- É necessário ter em conta o sistema de eixos utilizado no cálculo de esforços, uma vez que o programa desenvolvido tem o eixo z definido com o sentido positivo orientado da camada superior para a camada inferior. E a armadura em x é obtida tendo em conta os momentos na direcção x (Fig.22) verificando-se o mesmo para o eixo y.

3.3.2. DESCRIÇÃO GERAL DA FERRAMENTA DESENVOLVIDA

Foram desenvolvidas três folhas de cálculo no Excel, como é apresentado na Fig.29, correspondentes aos dois módulos de cálculo da armadura. O primeiro “Armadura local”, determina a quantidade de armadura por metro para um nó do elemento finito (Fig.30 e 31), enquanto o segundo módulo “Armadura global”, determina a quantidade de armadura por faixa (Fig.32 e 33).

Os dois módulos têm por base de cálculo a mesma programação, por isso os resultados da armadura são iguais. Uma das diferenças baseia-se na forma como os dados de entrada e dos valores de saída são programados, isto é, o cálculo da armadura local tem unicamente como base a linguagem VBA no entanto para o cálculo da armadura global a aplicação desenvolveu-se a partir das células do Excel e da linguagem VBA, esta relação é efectuada essencialmente ao nível dos dados de entrada e saída de resultados.

Outra diferença assinalável entre os dois módulos é a relação que tem com o utilizador, o módulo “armadura local” utiliza como “interface” um formulário para o cálculo de armadura enquanto no segundo módulo a “interface” é unicamente realizada através das folhas de cálculo do Excel. Esta diferença na concretização dos módulos tem como objectivo utilizar de forma transversal as potencialidades do Excel.

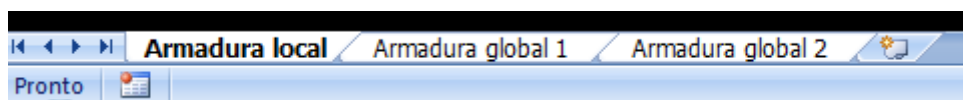


Fig.29 – Módulos de dimensionamento da armadura.

Quando se inicia o cálculo para determinar a armadura no programa, os valores a introduzir correspondentes às características (altura do elemento laminar) e propriedades do betão (resistência do betão) devem corresponder ao mínimo que o projectista considera indispensável para cumprir os vários requisitos dos regulamentos e a economia. Posto isto, se o utilizador introduzir valores que não cumpram a segurança ao ELU a solução não vai convergir e o programa vai emitir uma mensagem de alerta a comunicar: “Tem de aumentar a espessura do elemento e/ou aumentar a classe de betão”. Esta situação indica que o betão é insuficiente e por isso tem de se aumentar uma ou as duas propriedades que influenciam a rotura do betão, em primeiro lugar deve ser aumentada a espessura do elemento laminar e só depois a classe de betão.

Pode acontecer que no cálculo de um nó seja necessário aumentar a espessura e/ou as características do betão de tal forma que a serem consideradas tornem inviáveis a solução a adoptar, sendo assim, é admissível não considerar esse nó no cálculo da armadura por faixas ou se assim entender o utilizador, como a rotura num nó da estrutura não tem significado relevante em termos da segurança global da estrutura, é admissível que para esse ponto seja admitida a armadura determinada para o nó imediatamente ao lado. O motivo pelo qual se justifica esta simplificação é que neste tipo de estruturas existe capacidade de redistribuição de esforços.

3.3.2.1. Armadura local

Na Fig.30 é apresentado a folha de cálculo Excel que recebe as áreas de armadura por metro provenientes do cálculo (Fig.31), e transforma em soluções possíveis de aplicar.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following structure:

- Buttons:** "Iniciar" and "Definições".
- Text:** "Para compreender o programa de cálculo é fundamental consultar as definições!".
- Input Parameters Table:**

Asxt (cm ² /m)	12.09
Asyt (cm ² /m)	1.81
Asxb (cm ² /m)	1.03
Asyb (cm ² /m)	9.71
Extensão máxima permitida ao betão ϵ_c	0.0036
- Reinforcement Solution Tables:** Four tables, one for each area requirement (Asxt, Asyt, Asxb, Asyb). Each table has columns for diameter (mm) and spacing (m), and a column for the solution.

Área (cm ² /m)	Afastamento (m)												Soluções de Armadura	
	0.05	0.075	0.10	0.125	0.15	0.175	0.20	0.225	0.25	0.275	0.30	0.35		
Asxt	6	5.65	3.76	2.82	2.26	1.88	1.61	1.41	1.25	1.13	1.02	0.94	0.80	-
Asxt	8	10.05	6.70	5.02	4.02	3.35	2.87	2.51	2.23	2.01	1.82	1.67	1.43	-
Asxt	10	15.06	10.47	7.85	6.28	5.23	4.48	3.92	3.49	3.14	2.85	2.61	2.24	Ø10//0.05
Asxt	12	22.61	15.07	11.30	9.04	7.53	6.46	5.65	5.02	4.52	4.11	3.76	3.23	Ø12//0.075
Asxt	16	40.21	26.80	20.10	16.08	13.40	11.48	10.05	8.93	8.04	7.31	6.70	5.74	Ø16//0.15
Asxt	20	62.83	41.88	31.41	25.13	20.94	17.95	15.70	13.96	12.56	11.42	10.47	8.97	Ø20//0.25
Asxt	25	98.17	65.44	49.08	39.26	32.72	28.04	24.54	21.81	19.63	17.84	16.36	14.02	Ø25//0.35
Asxt	32	107.23	80.42	64.33	53.61	45.95	40.21	35.74	32.16	29.24	26.80	22.97	-	-
Asyt	6	5.65	3.76	2.82	2.26	1.88	1.61	1.41	1.25	1.13	1.02	0.94	0.80	Ø6//0.15
Asyt	8	10.05	6.70	5.02	4.02	3.35	2.87	2.51	2.23	2.01	1.82	1.67	1.43	Ø8//0.275
Asyt	10	15.06	10.47	7.85	6.28	5.23	4.48	3.92	3.49	3.14	2.85	2.61	2.24	Ø10//0.35
Asyt	12	22.61	15.07	11.30	9.04	7.53	6.46	5.65	5.02	4.52	4.11	3.76	3.23	-
Asyt	16	40.21	26.80	20.10	16.08	13.40	11.48	10.05	8.93	8.04	7.31	6.70	5.74	-
Asyt	20	62.83	41.88	31.41	25.13	20.94	17.95	15.70	13.96	12.56	11.42	10.47	8.97	-
Asyt	25	98.17	65.44	49.08	39.26	32.72	28.04	24.54	21.81	19.63	17.84	16.36	14.02	-
Asyt	32	107.23	80.42	64.33	53.61	45.95	40.21	35.74	32.16	29.24	26.80	22.97	-	-
Asxb	6	5.65	3.76	2.82	2.26	1.88	1.61	1.41	1.25	1.13	1.02	0.94	0.80	Ø6//0.25
Asxb	8	10.05	6.70	5.02	4.02	3.35	2.87	2.51	2.23	2.01	1.82	1.67	1.43	Ø8//0.35
Asxb	10	15.06	10.47	7.85	6.28	5.23	4.48	3.92	3.49	3.14	2.85	2.61	2.24	-
Asxb	12	22.61	15.07	11.30	9.04	7.53	6.46	5.65	5.02	4.52	4.11	3.76	3.23	-
Asxb	16	40.21	26.80	20.10	16.08	13.40	11.48	10.05	8.93	8.04	7.31	6.70	5.74	-
Asxb	20	62.83	41.88	31.41	25.13	20.94	17.95	15.70	13.96	12.56	11.42	10.47	8.97	-
Asxb	25	98.17	65.44	49.08	39.26	32.72	28.04	24.54	21.81	19.63	17.84	16.36	14.02	-
Asxb	32	107.23	80.42	64.33	53.61	45.95	40.21	35.74	32.16	29.24	26.80	22.97	-	-
Asyb	6	5.65	3.76	2.82	2.26	1.88	1.61	1.41	1.25	1.13	1.02	0.94	0.80	-
Asyb	8	10.05	6.70	5.02	4.02	3.35	2.87	2.51	2.23	2.01	1.82	1.67	1.43	Ø8//0.05
Asyb	10	15.06	10.47	7.85	6.28	5.23	4.48	3.92	3.49	3.14	2.85	2.61	2.24	Ø10//0.075
Asyb	12	22.61	15.07	11.30	9.04	7.53	6.46	5.65	5.02	4.52	4.11	3.76	3.23	Ø12//0.10
Asyb	16	40.21	26.80	20.10	16.08	13.40	11.48	10.05	8.93	8.04	7.31	6.70	5.74	Ø16//0.20
Asyb	20	62.83	41.88	31.41	25.13	20.94	17.95	15.70	13.96	12.56	11.42	10.47	8.97	Ø20//0.30
Asyb	25	98.17	65.44	49.08	39.26	32.72	28.04	24.54	21.81	19.63	17.84	16.36	14.02	Ø25//0.35
Asyb	32	107.23	80.42	64.33	53.61	45.95	40.21	35.74	32.16	29.24	26.80	22.97	-	-

Fig.30 – Folha de cálculo “armadura local”.

Como é perceptível em todo o programa a relação deste com o utilizador é muito intuitiva e de fácil aprendizagem, uma vez que esta preocupação esteve presente durante toda a elaboração do programa.

Ao abrir o ficheiro Excel a primeira folha de cálculo que se depara é “Armadura local” (Fig.30), esta contém dois botões de comando: “Iniciar” e “Definições”, o primeiro abre o formulário definido na Fig.31 e o segundo abre uma janela com um conjunto de definições fundamentais para manusear o programa.

Na parte superior da Fig.30 são apresentadas as quantidades de armadura obtidas do cálculo, essas células estão desbloqueadas permitindo assim copiar esses valores. A célula correspondente à extensão máxima permitida ao betão é obtida pela fórmula (6) definida no subcapítulo 2.2, esta não deve ser inferior à extensão obtida no betão através do programa de cálculo estrutural.

Na Fig.31 ilustra-se o formulário correspondente ao cálculo da quantidade de armadura. Como se pode visualizar, a entrada de dados é manual, o que torna o programa pouco prático caso seja necessário calcular a armadura em faixas (secções), e com isso seja obrigado a introduzir um número elevado de nós. Pode-se referir que o cálculo de armadura local tem mais importância ao nível académico dada a menor sistematização do procedimento.

Ao abrir este formulário nos “valores de entrada” as caixas de texto vêm preenchidas com valores pré-definidos, caso se pretenda remover basta clicar no botão “limpar”. Nos “Valores de saída” o utilizador está impossibilitado de introduzir caracteres.

Se pretender desbloquear o formulário basta desligar o controlo de formulário “Desligar formulário” e assim poder realizar operações na folha Excel. A escolha da tipologia interfere unicamente com o cálculo da armadura mínima e máxima definido no subcapítulo 2.6.3.

Foram criados no formulário botões de minimizar e maximizar, uma vez que os formulários criados com VBA não estão pré-definidos com essa funcionalidade.

A figura apresentada no formulário com a representação dos elementos finitos tem uma visualização reduzida, para isso foi criado o botão “Zoom figura” que apresenta uma imagem maior e assim melhora a qualidade gráfica. Esta imagem é importante para o utilizador do programa compreender algumas siglas e identificar o sistema de eixos utilizado.

Apesar de não ser visível neste documento, o formulário não permite a introdução de dados estranhos ao programa nas caixas de texto “Entrada de valores”, isto é, o programa só permite escrever números, um ponto como separador de casas decimais e sinais negativos nas caixas dos esforços quando solicitado. Se não forem colocados dados nas caixas de texto o programa vai emitir uma mensagem a pedir a introdução de dados. Estas preocupações têm como motivo principal evitar erros na execução do programa.

Para além destas funcionalidades, foi criado o botão “Betão - EC2”, “Calculadora” e “Fechar”. O primeiro abre uma janela com o Quadro A.1 que se encontra no Anexo A, o segundo botão apresenta uma calculadora científica e o último botão fecha o formulário.

Dimensionamento de Estruturas Laminares - Programa elaborado por Rui de Amorim Rosa

Valores de entrada

n_x (kN/m)	-200	n_y (kN/m)	300
m_{xy} (kNm/m)	75	m_x (kNm/m)	-60
m_y (kNm/m)	40	m_{xy} (kNm/m)	-20
f_{ck} (kPa)	20000	f_{ctm} (kPa)	2200
f_{syk} (kPa)	500000	h (m)	0.2
h_t (m)	0.08	h_b (m)	0.08

Valores de saída

a_t (m)		a_b (m)	
A_{sxt} (cm ² /m)		A_{sxb} (cm ² /m)	
A_{syt} (cm ² /m)		A_{syb} (cm ² /m)	
teta t (°)		teta b (°)	

Bloquear formulário

Tipologia
 Parede
 Laje
 Casca

Calcular Armadura

Zoom Figura

Betão - EC2

Calculadora

Limpar

Fechar

Fig.31 – Formulário utilizado no cálculo da armadura local.

A Fig.32 mostra que na folha Excel “armadura global 1” apresenta quatro botões: “Calcular”, “Definições”, “Limpar valores de entrada” e “Limpar valores de saída”. Esta distinção na remoção dos valores foi realizada pelo facto de existir uma grande quantidade de valores, e por vezes pode apenas ser necessário remover uma parte dos dados.

Foi introduzido a caixa de listagem “formatar células” que permite ao utilizador sempre que transferir dados para as células do Excel do programa desenvolvido com uma formatação diferente que a definida nas células da folha de cálculo este adquirir a formatação pré-estabelecida ao realizar o cálculo.

No cálculo da armadura mínima introduziu-se o botão de opção “Não” para não realizar o cálculo da armadura mínima, pela simples razão de que os resultados obtidos com esta opção activa, permitem uma melhor análise da distribuição de armaduras.

As propriedades dos materiais são definidas com caixas de listagem por serem mais práticas, pelo contrário, as dimensões do elemento laminar são introduzidas em células devido à sua variabilidade.

Se os dados forem retirados do Robot™ Structural Analysis 2010 ou outra versão mais recente, estes podem ser copiados directamente do programa Robot™ Structural Analysis para as células do Excel (Fig.32).

O programa desenvolvido tem capacidade para calcular armadura em 10000 nós de cada vez e só determina armadura em linhas totalmente preenchidas. Os filtros aplicados servem para visualizar dados específicos definidos pelo utilizador.

A largura de influência de um nó corresponde à distância que este realiza entre os nós que o confrontam à esquerda e à direita numa dada direcção, os nós de extremidade como só tem material para um dos lados a sua largura de influência tem de ser determinada de acordo com essa situação.

Como é perceptível na Fig.33 o cálculo da armadura global por faixa é realizado através de uma tabela dinâmica (ferramenta do Excel que organiza dados) com base nos dados obtidos através do cálculo da folha “Armadura global 1” (Fig.32). A tabela dinâmica apresentada realiza dois cálculos, o primeiro determina a média da armadura dos nós e o segundo determina a soma da armadura (total da armadura) dos nós na faixa, sendo esta última utilizada na apresentação das soluções possíveis das armaduras. Como já referido anteriormente este procedimento tem por base o princípio da redistribuição de tensões, daí o motivo pelo qual é admissível determinar por faixa a média da armadura nos nós.

Na folha de cálculo “Armadura global 2” só é necessário preencher as células que têm o fundo amarelo. O preenchimento do campo “Largura da faixa” numa dada direcção tem de ter a mesma dimensão que a soma das larguras de influencia dos nós seleccionados no filtro “nós”

A extensão máxima de compressão no betão obtida neste programa não deve ser ultrapassada pelas extensões obtidas no programa de cálculo estrutural.

programa - Microsoft Excel

Base Inserir Esquema de Página Fórmulas Dados Réver Ver Programador

Definições

Consultar conjuntamente as definições nas folhas de cálculo "Armadura local e Armadura global 1".

Cálculo da Armadura por faixa

nºs 1 Largura da faixa (m)

Valores	Extensão máxima regulamentar do betão EC				
	Média de Asxt (cm2/nó)	Média de Asyb (cm2/nó)	Soma de Asxt (cm2/faixa)	Soma de Asyb (cm2/faixa)	Soma de Asxt+Asyb (cm2/faixa)
1.63	0.60	0.60	1.63	0.60	0.60

0.0038

Diâmetro (mm)	Afastamento (m)										Soluções de Armadura	
	Asxt	0.05	0.075	0.10	0.125	0.15	0.175	0.20	0.225	0.25		0.30
6	5.65	3.76	2.82	2.26	1.88	1.61	1.41	1.25	1.13	1.02	0.94	0.80
8	10.05	6.70	5.02	4.02	3.35	2.87	2.51	2.23	2.01	1.82	1.67	1.43
10	15.06	10.47	7.85	6.28	5.23	4.48	3.92	3.49	3.14	2.85	2.61	2.24
12	22.61	15.07	11.30	9.04	7.53	6.46	5.65	5.02	4.52	4.11	3.76	3.23
16	40.21	26.80	20.10	16.08	13.40	11.48	10.05	8.93	8.04	7.31	6.70	5.74
20	62.83	41.88	31.41	25.13	20.94	17.95	15.70	13.96	12.56	11.42	10.47	8.97
25	98.17	65.44	49.08	39.26	32.72	28.04	24.54	21.81	19.63	17.84	16.36	14.02
32	107.23	80.42	64.33	53.61	45.95	40.21	35.74	32.16	29.24	26.80	22.97	-

Diâmetro (mm)	Afastamento (m)										Soluções de Armadura	
	Asyt	0.05	0.075	0.10	0.125	0.15	0.175	0.20	0.225	0.25		0.30
6	5.65	3.76	2.82	2.26	1.88	1.61	1.41	1.25	1.13	1.02	0.94	0.80
8	10.05	6.70	5.02	4.02	3.35	2.87	2.51	2.23	2.01	1.82	1.67	1.43
10	15.06	10.47	7.85	6.28	5.23	4.48	3.92	3.49	3.14	2.85	2.61	2.24
12	22.61	15.07	11.30	9.04	7.53	6.46	5.65	5.02	4.52	4.11	3.76	3.23
16	40.21	26.80	20.10	16.08	13.40	11.48	10.05	8.93	8.04	7.31	6.70	5.74

Armadura local Armadura global 1 Armadura global 2

Fig.33 – Folha de cálculo "armadura global 2".

3.4. VALIDAÇÃO DE RESULTADOS

3.4.1. ANÁLISE COMPARATIVA DE RESULTADOS

Neste subcapítulo é realizada uma análise comparativa das forças na armadura aplicadas nos nós dos elementos finitos, esta será efectuada entre os resultados obtidos por Lourenço e Figueiras e o programa de cálculo automático desenvolvido.

A estrutura laminar utilizada tem 0,20m de espessura e o betão utilizado é o da classe C20/25.

No Quadro 1 é apresentado um conjunto de esforços de tracção/compressão, flexão composta e esforços de membrana associados a esforços de flexão, que serão utilizados para obter as forças na armadura e no betão.

Quadro 1 – Exemplos de esforços aplicados numa estrutura laminar.

		Esforços					
Combinação	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	
Tracção/compressão	1	800	0	0	0	0	
	2	800	500	0	0	0	
	3	800	500	400	0	0	
	4	-200	500	400	0	0	
	5	-600	500	400	0	0	
	6	-800	0	0	0	0	
	7	-800	-500	0	0	0	
	8	-800	-500	300	0	0	
Flexão composta/ membrana e flexão	9	-200	300	75	-60	40	-20
	10	-200	300	75	60	40	-20
	11	-500	-500	25	-25	20	-10
	12	200	0	0	50	0	0
	13	186,6	13,4	50	46,65	3,35	12,5
	14	150	50	86,6	37,5	12,5	21,65
	15	100	100	100	25	25	25

Lourenço e Figueiras fizeram uma distinção entre a distância do plano médio do elemento laminar ao plano médio da armadura na direcção x e y, resultando em h_{xt} , h_{yt} , h_{xb} , h_{yb} . Como pode ser visualizado na Fig.32, no programa de cálculo apenas consta h_t e h_b . Esta simplificação em termos práticos traduz-se em resultados semelhantes, uma vez que a distância que separa as armaduras entre as duas direcções é reduzida. Por outro lado não existe interesse em projecto utilizar este rigor quando em obra a precisão é bastante menor que a simplificação realizada. No programa de cálculo automático foi utilizado para as combinações de esforços de 1 a 11 $h_t = h_b = 0,08m$ e para os restantes $h_t = 0,07m$ e $h_b = 0,07m$, enquanto, Lourenço e Figueiras para os esforços de tracção/compressão (1 a 8) utilizam $h_{xt} = h_{yt} = h_{xb} = h_{yb} = 0,08m$ e para a flexão composta/esforços de membrana e flexão (9 a 15) aplicam $h_{xt} = h_{xb} = 0,075m$ e $h_{yt} = h_{yb} = 0,06m$.

Quadro 2 – Resultados obtidos por Lourenço e Figueiras [11].

PTLM Lourenço e Figueiras						
Combinação	a_t (m)	a_b (m)	n_{sxt} (kN/m)	n_{syt} (kN/m)	n_{sxb} (kN/m)	n_{syb} (kN/m)
1	0,000	0,000	400,00	0,00	400,00	0,00
2	0,000	0,000	400,00	250,00	400,00	250,00
3	0,055	0,055	600,00	450,00	600,00	450,00
4	0,055	0,055	100,00	450,00	100,00	450,00
5	0,059	0,059	0,00	383,00	0,00	383,00
6	0,039	0,039	0,00	0,00	0,00	0,00
7	0,031	0,031	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,038	0,038	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,0495	0,0816	526,60	78,90	34,30	422,50
10	0,0474	0,0236	0,00	0,00	377,10	494,20
11	0,0307	0,0315	0,00	0,00	0,00	0,00
12	0,0204	0,0000	0,00	0,00	412,40	0,00
13	0,0183	0,0261	0,00	0,00	486,30	143,30
14	0,0187	0,0483	0,00	0,00	486,50	308,90
15	0,0214	0,0576	0,00	0,00	413,00	454,50

Quadro 3 – Resultados obtidos no programa de cálculo desenvolvido.

Programa de cálculo automático						
Combinação	a_t (m)	a_b (m)	n_{sxt} (kN/m)	n_{syt} (kN/m)	n_{sxb} (kN/m)	n_{syb} (kN/m)
1	0,0000	0,0000	400,00	0,00	400,00	0,00
2	0,0000	0,0000	400,00	250,00	400,00	250,00
3	0,0543	0,0543	600,00	450,00	600,00	450,00
4	0,0543	0,0543	100,00	450,00	100,00	450,00
5	0,0588	0,0588	0,00	383,61	0,00	383,61
6	0,0384	0,0384	0,00	0,00	0,00	0,00
7	0,0309	0,0309	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,0380	0,0380	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,0493	0,0812	525,71	78,75	34,00	422,38
10	0,0473	0,0236	0,00	0,00	377,34	493,61
11	0,0306	0,0314	0,00	0,00	0,00	0,00
12	0,0217	0,0000	0,00	0,00	426,20	0,00
13	0,0203	0,0261	0,00	0,00	503,01	134,79
14	0,0201	0,0482	0,00	0,00	502,88	290,33
15	0,0211	0,0574	0,00	0,00	425,81	425,81

Os resultados obtidos no Quadro 3 comparados com os resultados do Quadro 2 são iguais salvo arredondamentos para os esforços de tracção/compressão (1 a 8). Para os restantes esforços (9 a 15) os resultados são idênticos considerando que foram utilizadas diferentes h_{xt} , h_{yt} , h_{xb} , h_{yb} , como anteriormente referido.

Pode-se verificar no Quadro 3, que para os esforços de tracção/compressão obtêm-se espessuras de betão a_t e a_b iguais conforme esperado, o que atesta que a metodologia aplicada tem por base a metodologia definida no subcapítulo 2.3 correspondente à formulação para esforços de membrana.

Na combinação 1 e 2 obtiveram-se valores nulos para as espessuras das camadas devido ao facto de não existirem compressões no betão, esta constatação pode ser verificada com as fórmulas existentes no Anexo A Quadro A.2 correspondente à formulação para esforços de membrana.

3.4.2. EXEMPLOS PRÁTICOS

Os esforços resultantes do cálculo elástico foram obtidos a partir do programa RobotTM Structural Analysis 2010 e introduzidos no programa de cálculo desenvolvido de modo a obter a quantidades de armadura por faixa.

No Anexo E foram determinadas as quantidades de armadura nos nós definidos pelas secções dos elementos estruturais, através da soma das armaduras nos nós dos elementos finitos foi possível determinar as quantidades de armadura em faixas de 1metro de largura.

Como é evidente o projectista não pode distribuir armadura de acordo com o obtido nos nós através do programa desenvolvido sob pena de obter uma distribuição de armaduras irrealizável e/ou obter quantidades de armadura muito elevadas em pontos de grande concentração de esforços. Deste modo é necessário que o projectista tenha bom senso e os conhecimentos necessários para realizar um dimensionamento adequado. Neste tipo de estruturas é razoável admitir redistribuições de tensões suficientes para acomodar a estrutura à armadura aplicada. Tendo isto em conta, foi determinado uma armadura mínima a colocar uniformemente em todo o elemento laminar e adicionados localmente reforços de modo a cumprir a armadura necessária proveniente do cálculo.

A malha de elementos finitos é regular, quadrada, com elementos finitos de quatro nós e dimensão de 0,20m de largura.

O eixo z é perpendicular ao plano da estrutura e o sentido é dado pela regra do “saca-rolhas” ou da “mão direita”. O cálculo de esforços e de armadura foi realizado tendo em conta o sistema de eixos definido nas figuras respectivas.

O cálculo de armadura foi analisado unicamente nas secções e organizado em faixas compostas por cinco nós (aproximadamente 1m de largura), estas são numeradas de cima para baixo ou da esquerda para a direita de acordo com a secção em causa ($A_1, A_2, \dots, A_n; B_1, B_2, \dots, B_n$; etc.), esta notação foi aplicada aos três exemplos (Fig.34).

3.4.2.1. Elemento laminar – viga-parede

O elemento estrutural que se segue é constituído por um betão da classe C20/25 e um aço da classe S500. Tem a espessura de 0,25m e é solicitado por uma carga linear de cálculo no plano da estrutura de 150 kN/m em todo o comprimento do elemento, o peso próprio da estrutura foi considerado na carga linear. Este elemento estrutural tem 4m de altura e 10m de comprimento com uma abertura de dimensões 2×1,5m centrada horizontalmente e a um metro de distância da base. Os apoios estão à distância de 1,6m das extremidades e o apoio da esquerda permite deslocamentos horizontais no plano da estrutura. Neste elemento estrutural utilizou-se $h_t = 0,10\text{m}$ e $h_b = 0,10\text{m}$ para as distâncias das armaduras superior e inferior ao plano médio do elemento laminar.

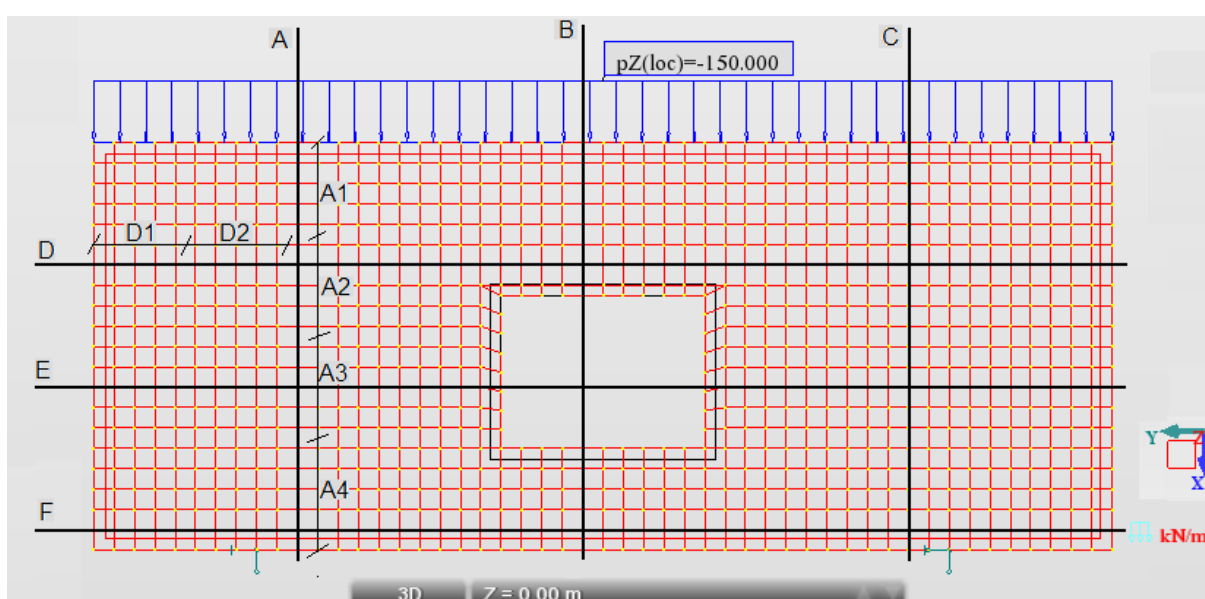


Fig.34 – Definição do esquema estrutural e as secções a estudar a armadura.

São apresentadas nas figuras seguintes mapas de esforços provenientes do programa de cálculo automático Robot™ Structural Analysis obtidos através do cálculo elástico com base no método dos elementos finitos. Como se trata de um elemento de membrana são apresentados três mapas de esforços. Estas figuras permitem concluir quais as secções ou zonas críticas da estrutura e assim determinar um conjunto de secções que permitam realizar um traçado completo das armaduras.

Como se constata, nas três figuras seguintes os esforços de tracção são bastante reduzidos conduzindo por isso a soluções com pequenas percentagens de armadura. As maiores tracções correspondem as forças de corte e estão localizadas nos apoios.

O cálculo da armadura através do programa desenvolvido obriga que as características do elemento laminar (espessura e classe do betão) sejam iguais às definidas no programa de cálculo estrutural (Robot™ Structural Analysis), uma vez que a alteração destas propriedades influenciam os resultados dos esforços obtidos neste programa.

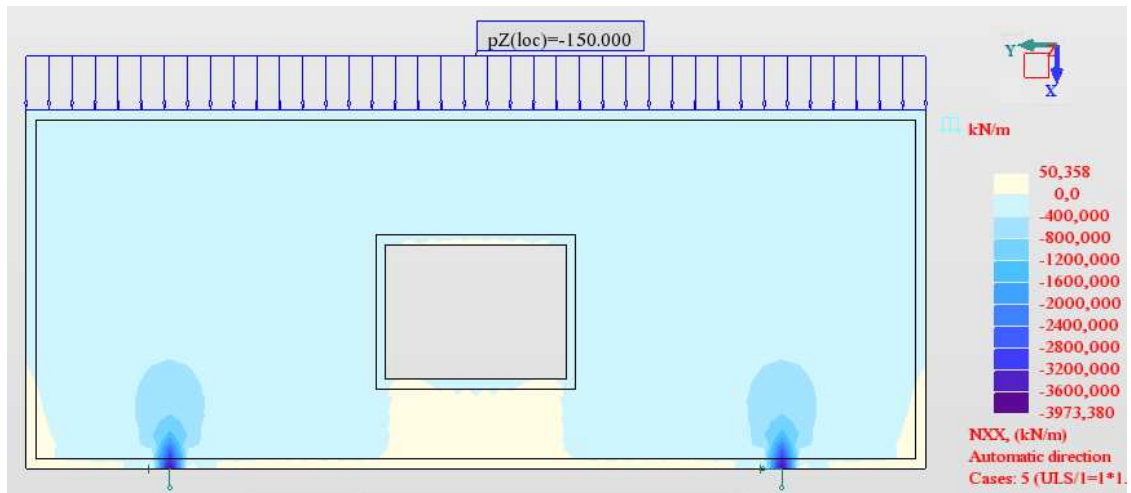


Fig.35 – Mapa de forças de membrana aplicadas na direcção x.

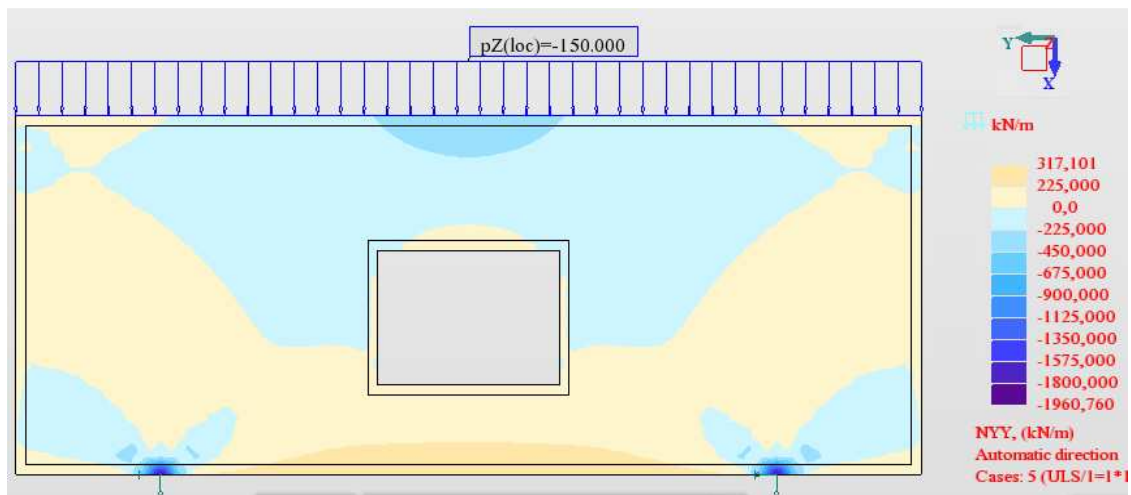


Fig.36 – Mapa de forças de membrana aplicadas na direcção y.

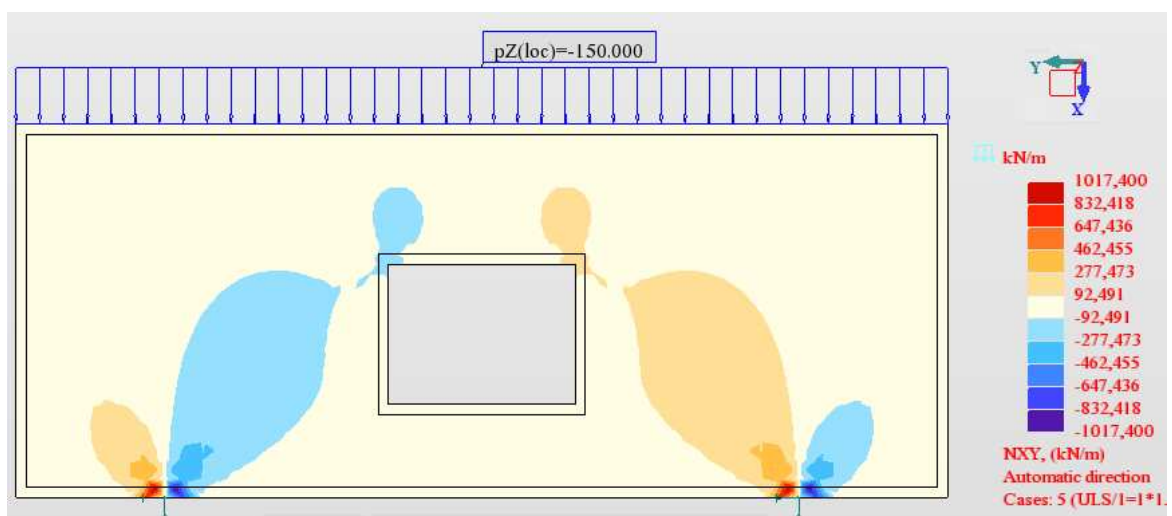


Fig.37 – Mapa de forças de corte aplicadas na direcção X e/ou y.

Neste tipo de estruturas as tracções provenientes dos esforços de membrana (n_x e n_y) são os que obrigam a um maior gasto de armadura longitudinal. Na Fig.36 os esforços horizontais (n_y) correspondem aos maiores esforços de tracção das várias figuras, pode-se então afirmar que em termos globais a armadura horizontal é a mais requisitada, como se pode comprovar pelos resultados do Anexo E.

Define-se como armadura superior aquela em que é aplicada segundo o plano com maior valor algébrico no eixo z do referencial representado na estrutura.

Foi definido para a viga parede uma armadura construtiva de $3\text{cm}^2/\text{m}$. Como se pode visualizar no Quadro 4 e 5 a armadura de cálculo foi sempre inferior à armadura mínima.

Quadro 4 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas na direcção y.

	Faixa	Armadura superior em y (cm^2)	Armadura inferior em y (cm^2)
Secção A	A1	2,7	2,7
	A2	3,0	3,0
	A3	3,0	3,0
	A4	3,3	3,3
Secção B	B1	2,7	2,7
	B2	1,8	1,8
	B3	-	-
	B4	3,0	3,0
Secção C	C1	2,7	2,7
	C2	3,0	3,0
	C3	3,0	3,0
	C4	3,3	3,3

Nos Quadros 4 e 5 em algumas faixas pode-se verificar que a armadura é por vezes inferior ou superior a três, esta situação é justificada devido às faixas por vezes verificam-se constrangimentos geométricos. Nos casos em que a armadura é 2,7, corresponde à situação em que um nó dessa faixa encontra-se no limite do elemento laminar e por isso a sua largura de influência é metade da dos restantes nós. Nos casos em que a armadura é 3,3, corresponde à situação em que a faixa tem cinco nós com 0,2m e um nó com 0,1m de largura de influência.

Quadro 5 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas na direcção x.

	Faixa	Armadura superior em x (cm ²)	Armadura inferior em x (cm ²)
Secção D	D1	2,7	2,7
	D2	3,0	3,0
	D3	3,0	3,0
	D4	3,0	3,0
	D5	3,0	3,0
	D6	3,0	3,0
	D7	3,0	3,0
	D8	3,0	3,0
	D9	3,0	3,0
	D10	3,3	3,3
Secção E	E1	2,7	2,7
	E2	3,0	3,0
	E3	3,0	3,0
	E4	3,0	3,0
	E5	0,3	0,3
	E6	-	-
	E7	2,7	2,7
	E8	3,0	3,0
	E9	3,0	3,0
	E10	3,3	3,3
Secção F	F1	2,7	2,7
	F2	3,0	3,0
	F3	3,0	3,0
	F4	3,0	3,0
	F5	3,0	3,0
	F6	3,0	3,0
	F7	3,0	3,0
	F8	3,0	3,0
	F9	3,0	3,0
	F10	3,3	3,3

Para uma viga-parede desta dimensão, os valores das percentagens de armadura são relativamente baixos mas neste caso em específico foram ainda menos expressivos devido ao facto de a carga aplicada ser baixa e também porque o elemento estrutural possui duas consolas a realizarem contrabalanço na estrutura, reduzindo assim as forças horizontais de tracção (n_x).

Na Fig.38 pode ser visualizado um desenho de armaduras correspondente à face anterior (inferior), para a face posterior a solução de armaduras é idêntica. Apesar de nesta situação não se verificar, em estruturas laminares não são realizadas dispensas de armaduras uma vez que a armadura é definida adicionando reforços nas zonas mais solicitadas.

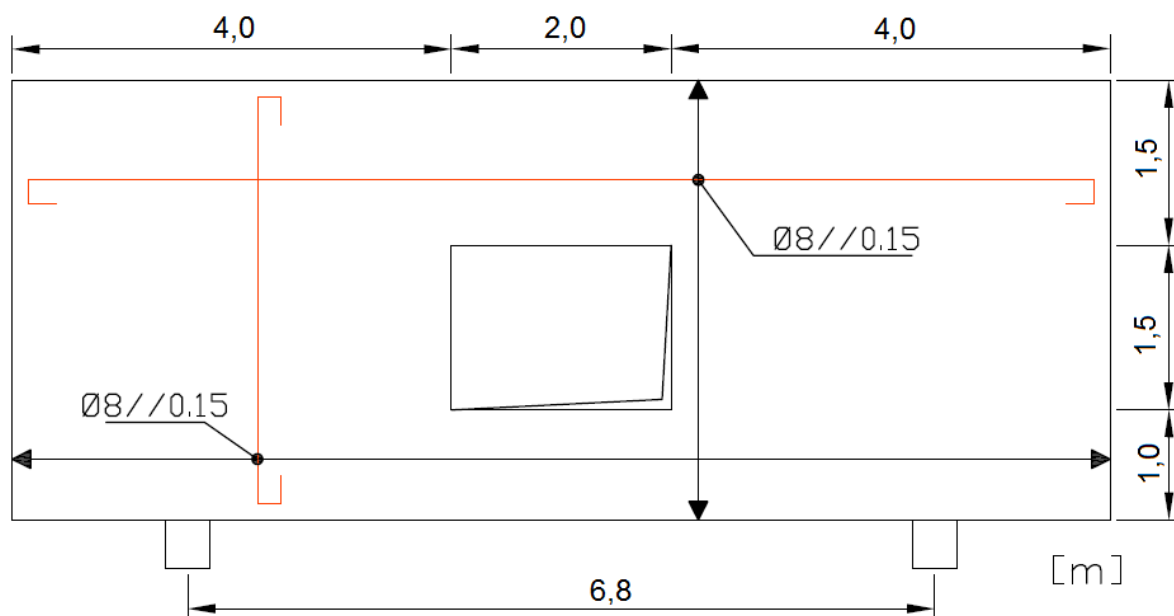


Fig.38 – Desenho das armaduras longitudinais na face anterior (inferior).

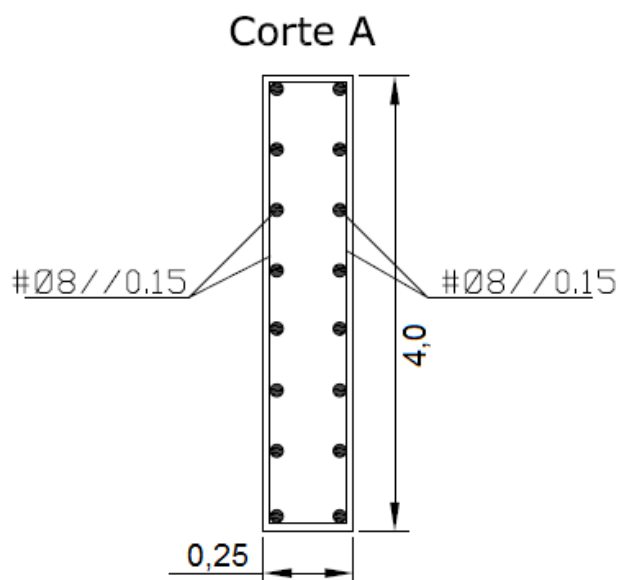


Fig.39 – Desenho das armaduras segundo o corte transversal A.

3.4.2.2. Elemento Laminar – laje

O elemento estrutural que se segue é constituído por um betão da classe C20/25 e um aço da classe S500. É solicitado por uma carga distribuída de cálculo de 11 kN/m^2 que actua perpendicularmente ao plano da estrutura, o peso próprio da estrutura foi considerado na carga distribuída. Este elemento estrutural tem as dimensões $10 \times 12 \times 0,30 \text{ m}$, com uma abertura de dimensões $1,5 \times 1,5 \text{ m}$ centrada segundo o eixo x e a 4 m de distância do bordo superior. Os apoios são definidos por elementos laminares de betão com as dimensões $0,25 \times 1,6 \times 3,0 \text{ m}$, este tipo de laje com este tipo de apoios apresenta comportamento fungiforme.

Neste elemento estrutural utilizou-se $h_t = 0,12 \text{ m}$ e $h_b = 0,12 \text{ m}$ para as distâncias das armaduras superior e inferior ao plano médio do elemento laminar.

Os mapas de esforços correspondentes a n_x e n_y são pouco relevantes dado que as forças aplicadas são perpendiculares ao plano, não sendo por isso aqui apresentados.

Define-se como armadura superior aquela em que é aplicada segundo o plano com maior valor algébrico no eixo z do referencial representado na estrutura.

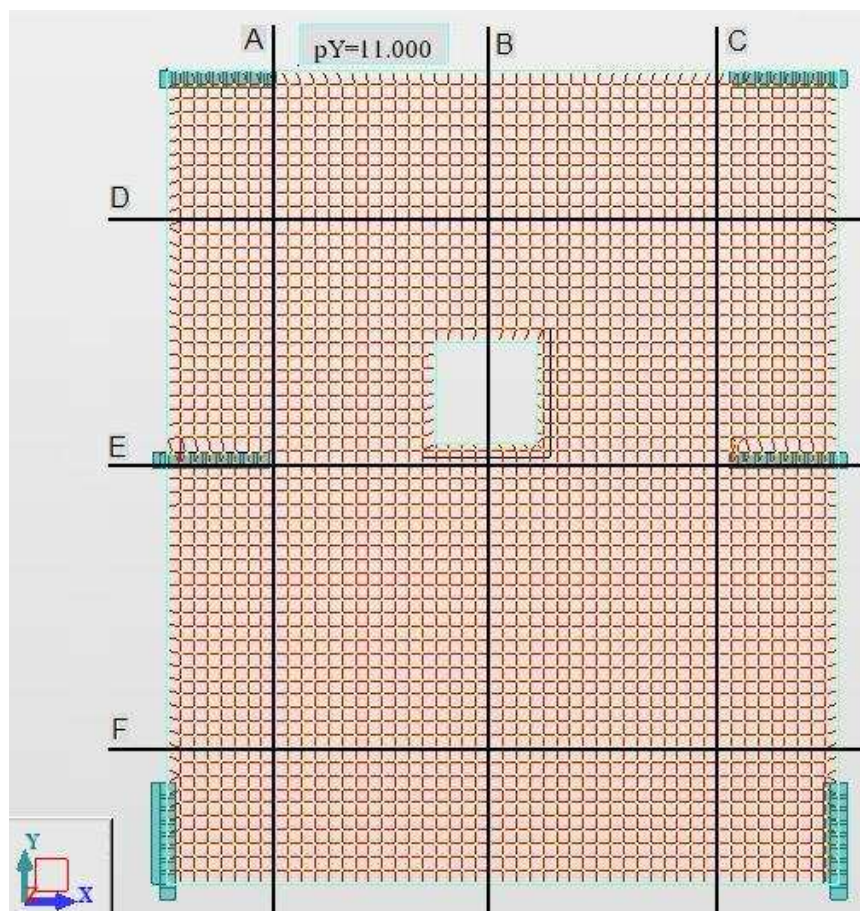


Fig.40 – Definição do esquema estrutural e as secções a estudar a armadura.

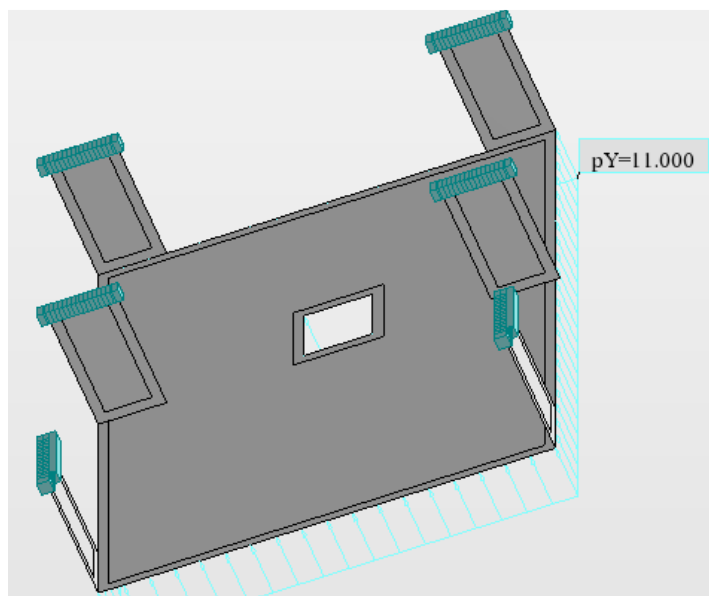


Fig.41 – Vista inferior do esquema estrutural nos apoios.

São apresentadas nas figuras seguintes mapas de esforços provenientes do programa de cálculo automático RobotTM Structural Analysis, obtidos através do cálculo elástico com base no método dos elementos finitos. Os mapas de esforços apresentados, fornecem dados muito importantes sobre a localização e prolongamento das armaduras, permitindo concluir quais as secções e/ou zonas críticas da estrutura, de modo a determinar um conjunto de secções que permitam realizar um traçado completo das armaduras.



Fig.42 – Mapa de forças de corte aplicadas na direcção X e/ou Y.

Como já referido anteriormente, a representação do vector dos momentos e das forças na armadura é como definido nas Fig.22 e 23.

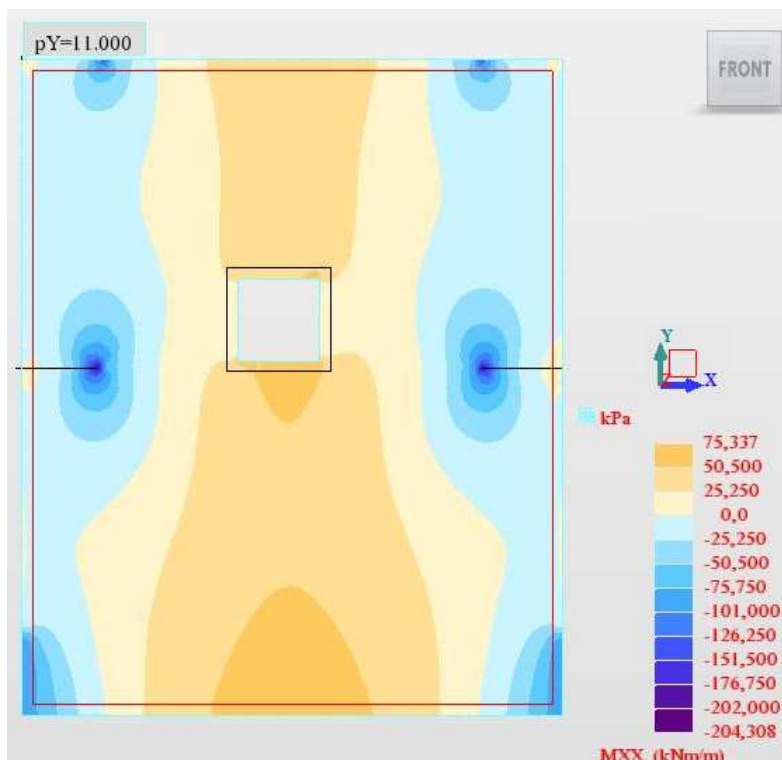


Fig.43 – Mapa de momentos flectores aplicados na direcção X.

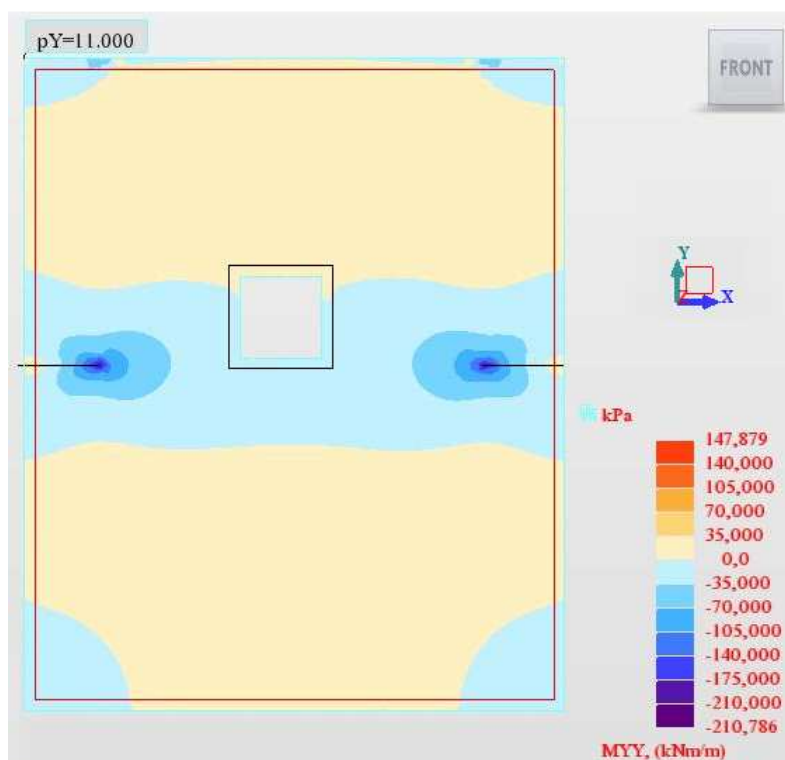


Fig.44 – Mapa de momentos flectores aplicados na direcção y.

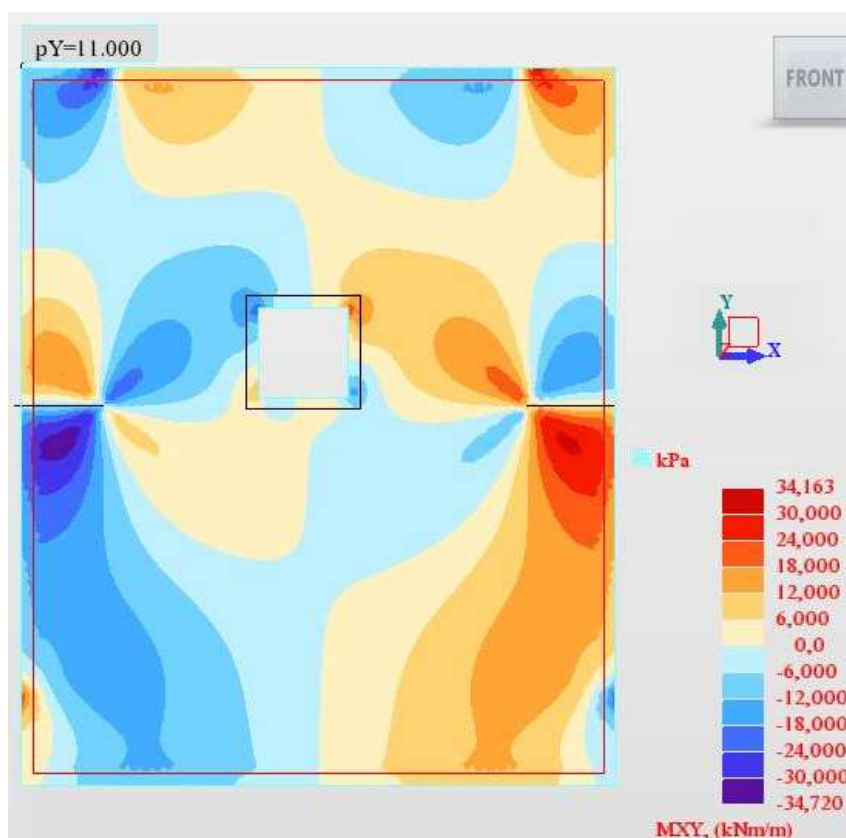


Fig.45 – Mapa de momentos torsores aplicados na direcção X e/ou y.

No caso da laje em estudo, os momentos flectores (Fig.43 e 44) são os esforços responsáveis pelo maior gasto de armadura longitudinal, mas como estes não são muito significativos foram obtidas pequenas quantidades de armadura longitudinal. O motivo pelo qual foram obtidas baixas quantidades de armaduras deve-se à espessura significativa da laje, o que faz diminuir o valor dos esforços na laje e por sua vez diminuir as quantidades de armadura. Deste modo seria aconselhável reduzir a espessura da laje de modo a otimizar a solução.

Os quadros de armadura apresentados no subcapítulo exemplos práticos correspondem a um resumo da armadura definida no Anexo E, a partir destes valores são determinadas soluções de armaduras a aplicar nos elementos laminares de um modo prático, seguro e exequível.

Foi definido para a laje uma armadura construtiva de $3\text{cm}^2/\text{m}$. Devido ao facto de a laje não possuir armadura superior em toda a extensão, não foi aplicado aos Quadros 6 e 7 a armadura construtiva.

O programa de cálculo automático desenvolvido utiliza uma relação diferente entre o sistema de eixos e a orientação dos momentos utilizado no cálculo tradicional em lajes, uma vez que, para os momentos em x obtêm-se a armadura segundo x e para os momentos em y obtêm-se a armadura segundo y. Esta situação pode ser visualizada nas Fig.22 e 23.

Quadro 6 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas na direcção x.

	Faixa	Armadura inferior em x (cm ²)	Armadura superior em x (cm ²)
Secção A	A1	0,0	5,1
	A2	0,0	1,4
	A3	0,0	0,7
	A4	0,0	1,3
	A5	0,0	3,4
	A6	0,0	7,8
	A7	0,0	3,6
	A8	0,2	1,5
	A9	1,4	0,7
	A10	1,9	0,6
	A11	1,6	0,4
	A12	0,9	1,0
Secção B	B1	2,9	0,0
	B2	2,8	0,0
	B3	2,8	0,0
	B4	3,9	0,0
	B5	-	-
	B6	1,7	0,0
	B7	4,4	0,0
	B8	4,0	0,0
	B9	3,8	0,0
	B10	4,1	0,0
	B11	4,5	0,0
	B12	7,1	0,0
Secção C	C1	0,0	4,9
	C2	0,0	1,4
	C3	0,0	0,7
	C4	0,0	1,3
	C5	0,0	3,3
	C6	0,0	8,8
	C7	0,0	5,0
	C8	0,1	2,0
	C9	1,2	0,9
	C10	1,8	0,6
	C11	1,7	0,5
	C12	1,2	0,4

No Quadro 6 e 7 é visível em alguns casos a conjugação de armadura superior e inferior para a mesma faixa. Numa laje esta situação pode parecer anómala, mas a justificação para esta aparente incoerência é que alguns cortes são definidos junto de apoios (Fig.40), e nessas zonas os momentos são reduzidos, uma vez que correspondem à zona de transição entre os momentos positivos e negativos. Por sua vez os esforços de membrana adquirem maior influência no cálculo, resultando assim em pequenas quantidades de armadura nas duas camadas (Anexo E).

Quadro 7 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas na direcção y.

	Faixa	Armadura inferior em y (cm ²)	Armadura superior em y (cm ²)
Secção D	D1	2,4	0,0
	D2	2,4	0,0
	D3	1,8	0,0
	D4	1,1	0,0
	D5	1,0	0,0
	D6	1,2	0,0
	D7	1,4	0,0
	D8	1,7	0,0
	D9	2,2	0,0
	D10	2,6	0,0
Secção E	E1	0,0	4,2
	E2	0,0	6,4
	E3	0,0	4,1
	E4	0,0	2,1
	E5	0,0	0,8
	E6	0,0	1,0
	E7	0,0	2,0
	E8	0,0	4,1
	E9	0,0	6,4
	E10	0,0	3,8
Secção F	F1	0,3	0,8
	F2	1,8	0,9
	F3	2,0	0,2
	F4	1,7	0,0
	F5	1,4	0,0
	F6	1,3	0,0
	F7	1,6	0,0
	F8	2,0	0,1
	F9	2,0	0,8
	F10	0,6	1,1

Pode-se verificar que existe um gasto de maior de armadura superior em faixas junto aos apoios devido à acção dos momentos negativos e pelo contrário existe um aumento de armadura inferior em faixas afastadas dos apoios devido à acção dos momentos positivos.

Na secção E a armadura inferior segundo y é nula, são obtidos estes valores porque nessa secção os momentos em y são negativos e por isso é que se obtém só armadura superior em y.

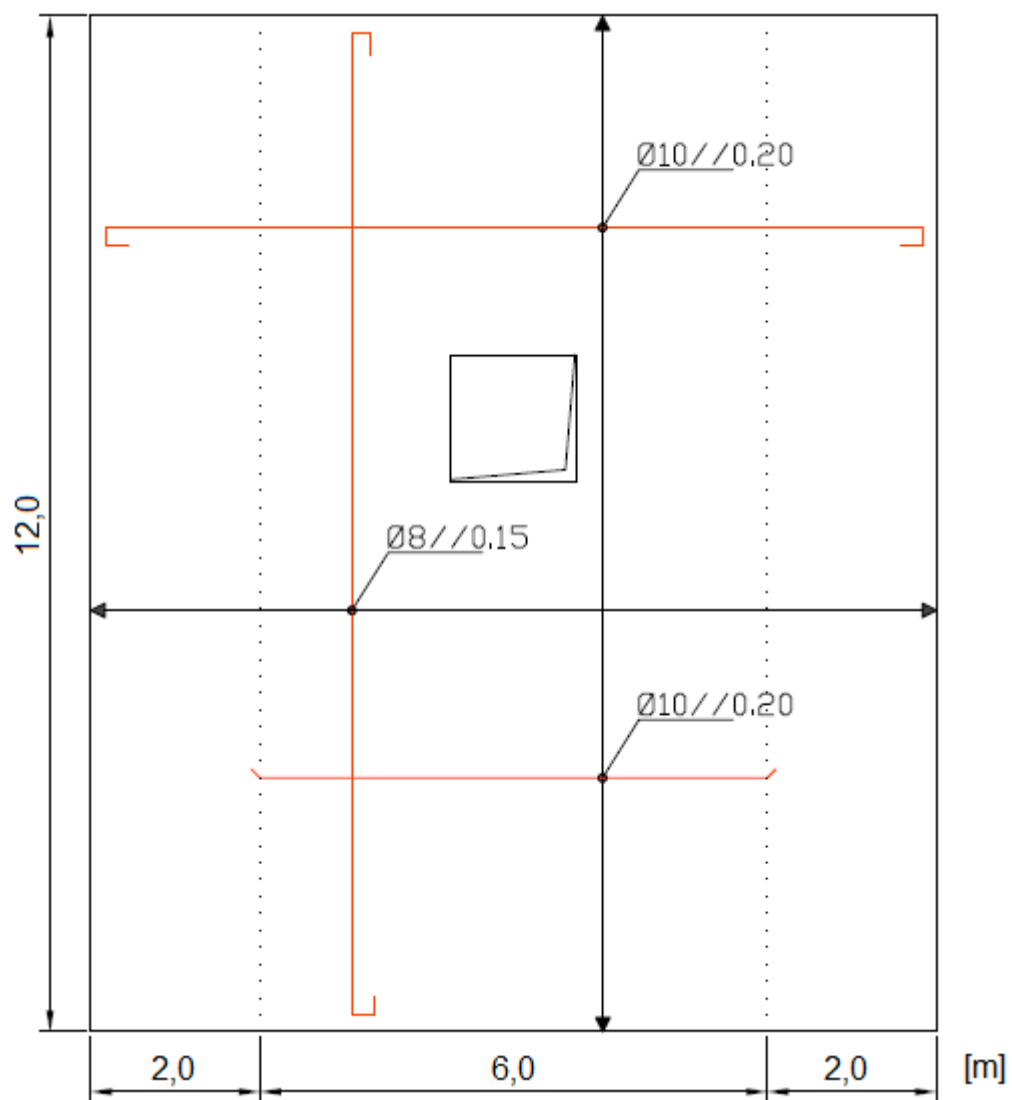


Fig.46 – Desenho das armaduras longitudinais inferiores.

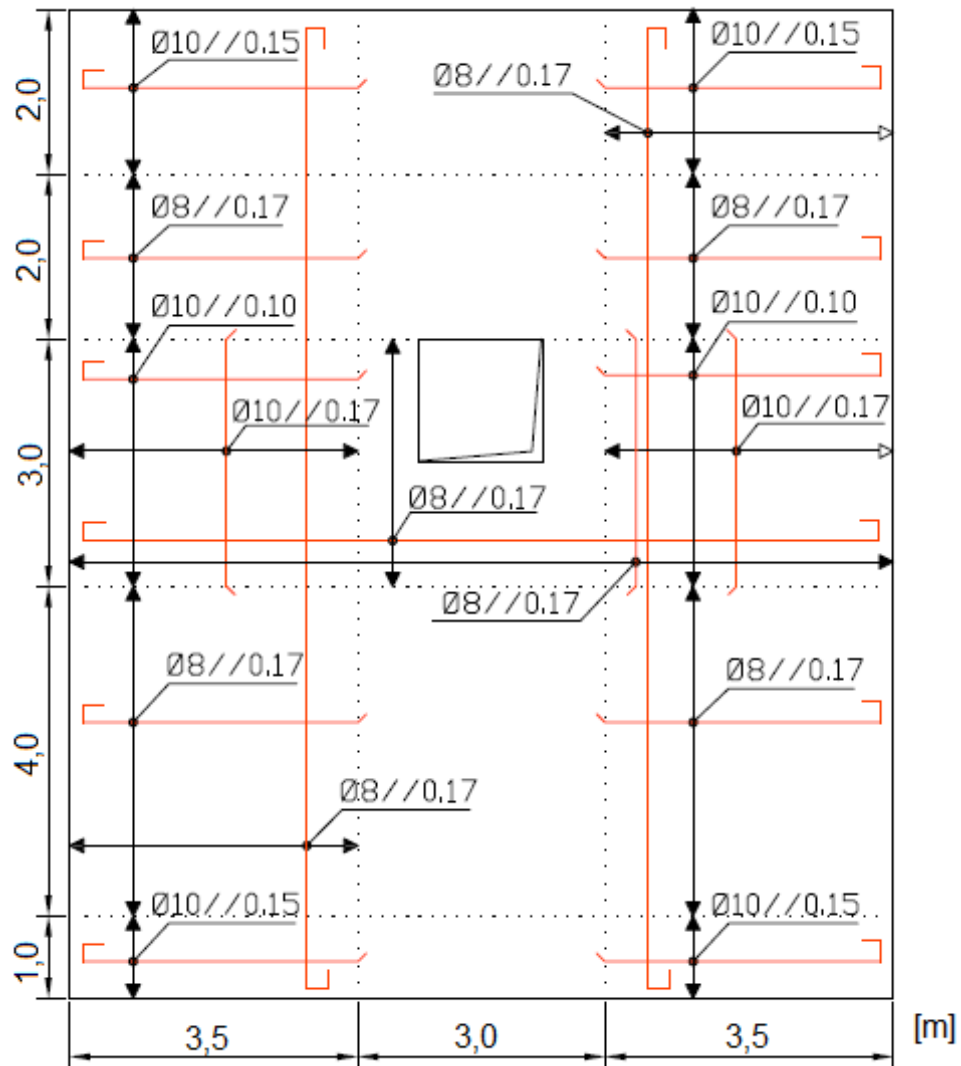


Fig.47 – Desenho das armaduras longitudinais superiores.

3.4.2.3. Elemento Laminar – casca

O elemento estrutural que se segue é constituído por um betão da classe C30/37 e um aço da classe S500. É solicitado por uma carga linear variável de cálculo no plano da estrutura com o valor de 50 a 60 kN/m, e também por uma carga linear variável de cálculo perpendicular ao plano da estrutura com o valor de 50 a 100 kN/m. O peso próprio do elemento foi considerado na carga vertical. Este elemento estrutural tem 6m de altura, 15m de comprimento e 0,30m de espessura. Este elemento estrutural está apoiado num encastramento contínuo na base.

Este tipo de estrutura tem aparecido com mais frequência no cálculo dos projectistas devido à maior importância dada à acção sísmica (acção horizontal) nas estruturas.

Na Fig.48 são definidas as secções consideradas úteis para o desenho das armaduras.

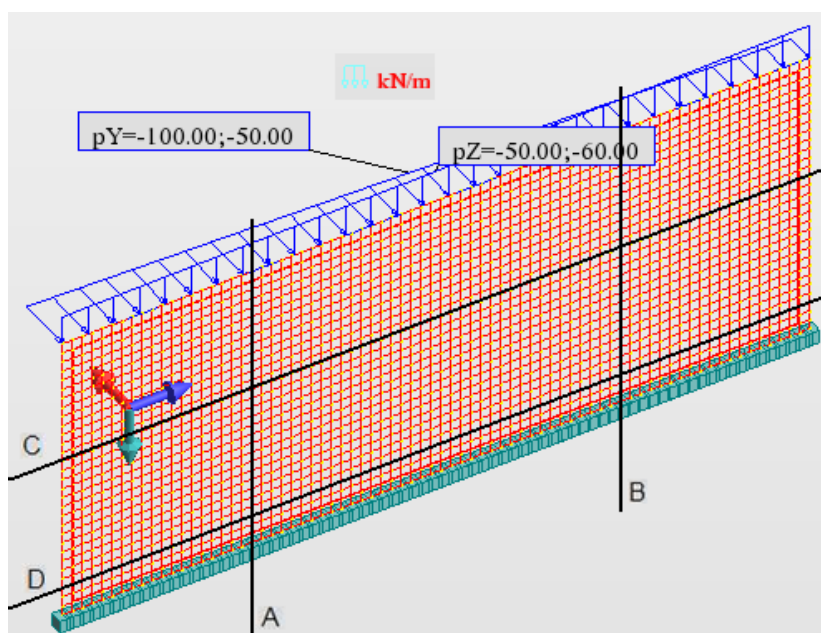


Fig.48 – Definição do esquema estrutural e as secções a estudar a armadura.

São apresentadas nas figuras seguintes mapas de esforços do programa de cálculo automático RobotTM Structural Analysis obtidos através do cálculo elástico com base no método dos elementos finitos. Estas figuras permitem concluir quais as secções ou zonas críticas da estrutura de modo a determinar um conjunto de secções que permitam realizar um traçado completo das armaduras.

Neste elemento estrutural utilizou-se $h_t = 0,13\text{m}$ e $h_b = 0,13\text{m}$ para as distâncias das armaduras superior e inferior ao plano médio do elemento laminar.

Neste caso de carregamento os esforços de membrana têm como efeito favorável a redução das tracções provocadas pelos esforços de flexão.

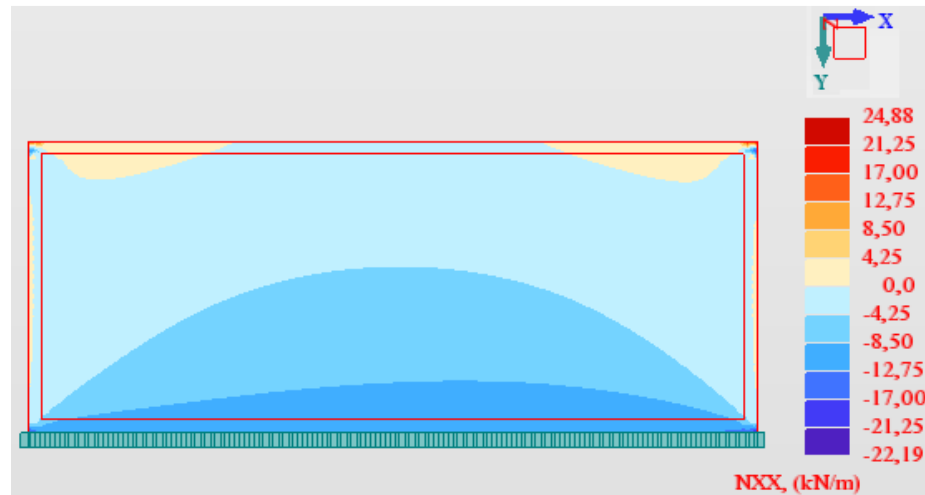


Fig.49 – Mapa de forças de membrana aplicadas na direcção x.

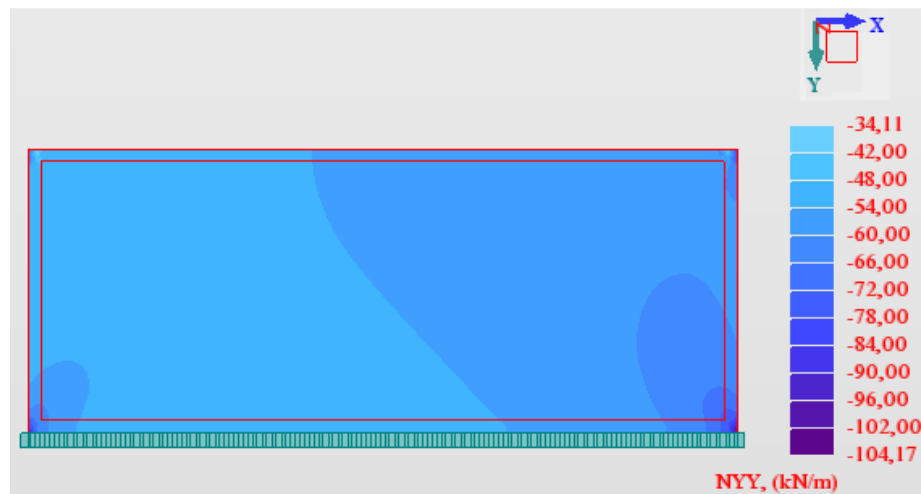


Fig.50 – Mapa de forças de membrana aplicadas na direcção y.

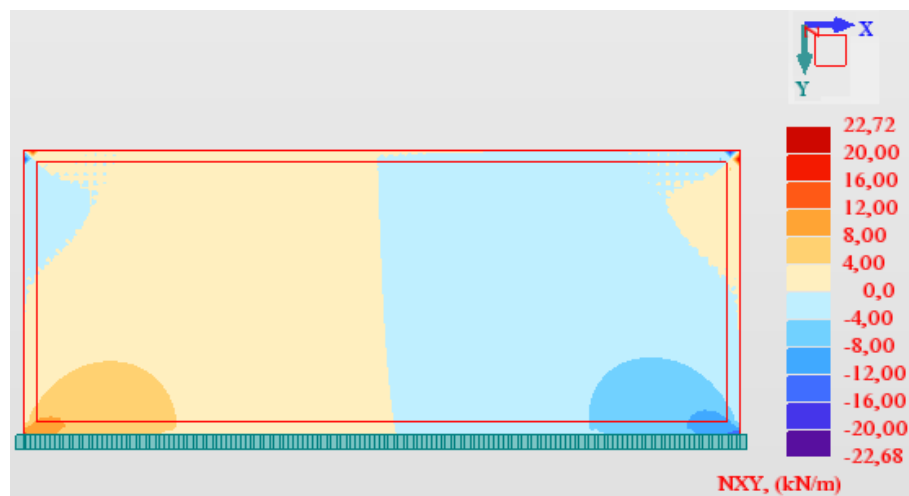


Fig.51 – Mapa de forças de corte aplicadas na direcção X e/ou Y.

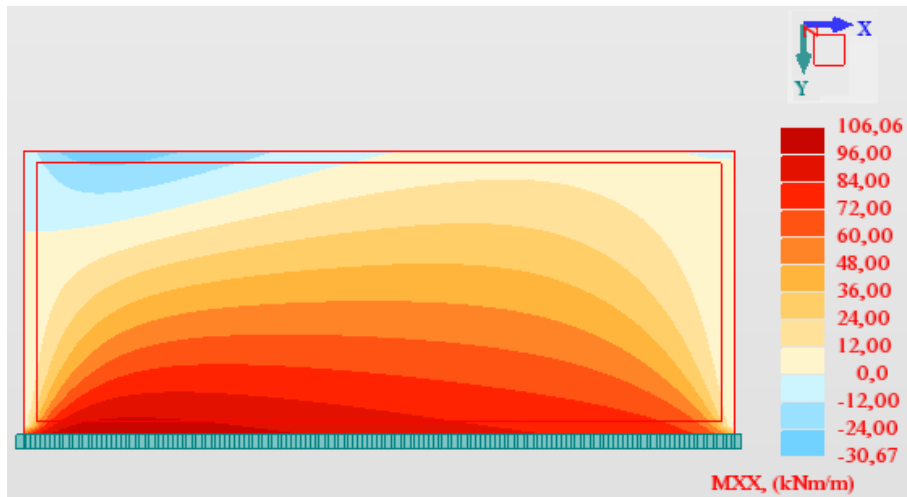


Fig.52 – Mapa de momentos flectores aplicados na direcção X.

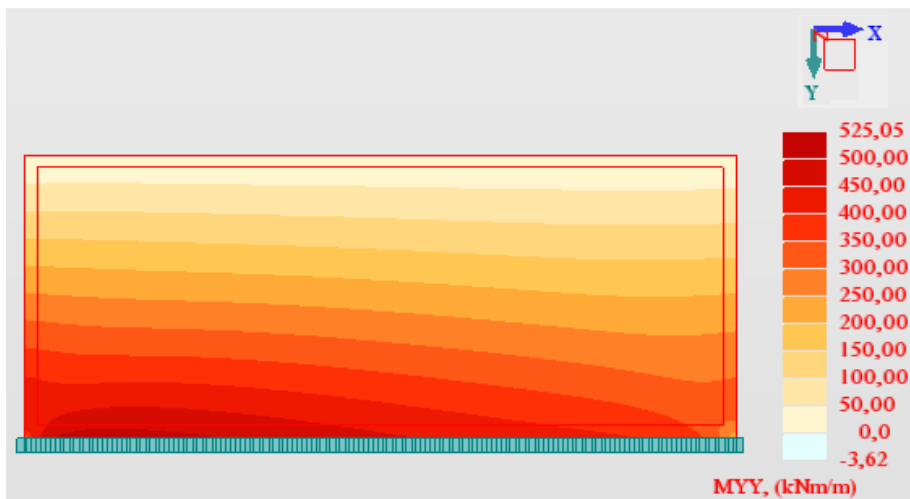


Fig.53 – Mapa de momentos flectores aplicados na direcção y.

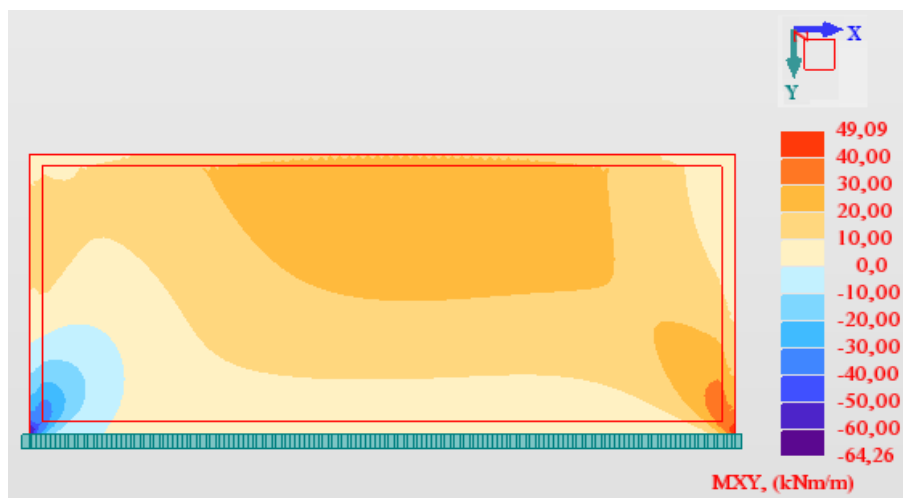


Fig.54 – Mapa de momentos torsores aplicados na direcção X e/ou y.

Define-se como armadura superior aquela em que é aplicada segundo o plano com maior valor algébrico segundo o eixo z do referencial representado na estrutura.

Como é perceptível nos mapas de esforços das Fig.52 e 53 e nos Quadros 8 e 9, a face posterior (superior) da casca está bastante solicitada aos esforços de tracção, deste modo são obtidas grandes quantidades de armaduras nesta face do elemento estrutural. Por sua vez na face oposta só será aplicada a armadura mínima construtiva, sendo esta $3\text{cm}^2/\text{m}$.

Quadro 8 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas na direcção y.

	Faixa	Armadura inferior em y (cm^2)	Armadura superior em y (cm^2)
Secção C	C1	2,7	22,0
	C2	3,0	19,6
	C3	3,0	19,5
	C4	3,0	19,5
	C5	3,0	19,5
	C6	3,0	19,4
	C7	3,0	19,2
	C8	3,0	18,8
	C9	3,0	18,3
	C10	3,0	17,8
	C11	3,0	17,3
	C12	3,0	16,9
	C13	3,0	16,5
	C14	3,0	16,3
	C15	2,7	14,3
Secção D	D1	2,7	39,4
	D2	3,0	46,7
	D3	3,0	47,0
	D4	3,0	46,7
	D5	3,0	45,6
	D6	3,0	44,4
	D7	3,0	43,0
	D8	3,0	41,6
	D9	3,0	40,2
	D10	3,0	38,9
	D11	3,0	37,6
	D12	3,0	36,3
	D13	3,0	35,0
	D14	3,0	33,5
	D15	3,0	34,5

Quadro 9 – Quantidade de armadura a aplicar em faixas na direcção x.

	Faixa	Armadura inferior em x (cm ²)	Armadura superior em x (cm ²)
Secção A	A1	2,7	2,7
	A2	3,0	3,0
	A3	3,0	3,9
	A4	3,0	5,7
	A5	3,0	7,7
	A6	3,3	10,7
Secção B	B1	2,7	2,6
	B2	3,0	3,9
	B3	3,0	4,6
	B4	3,0	5,6
	B5	3,0	6,5
	B6	3,3	8,5

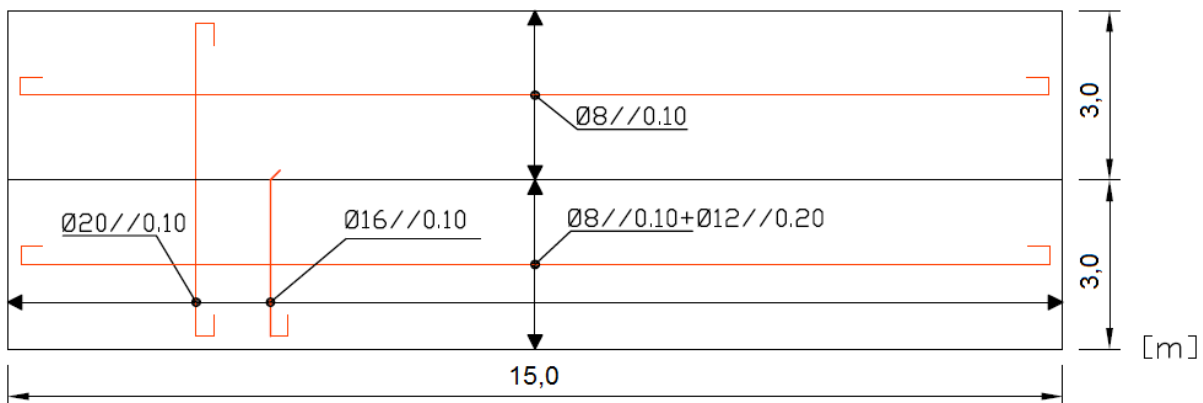


Fig.55 – Desenho das armaduras longitudinais na face posterior (superior).

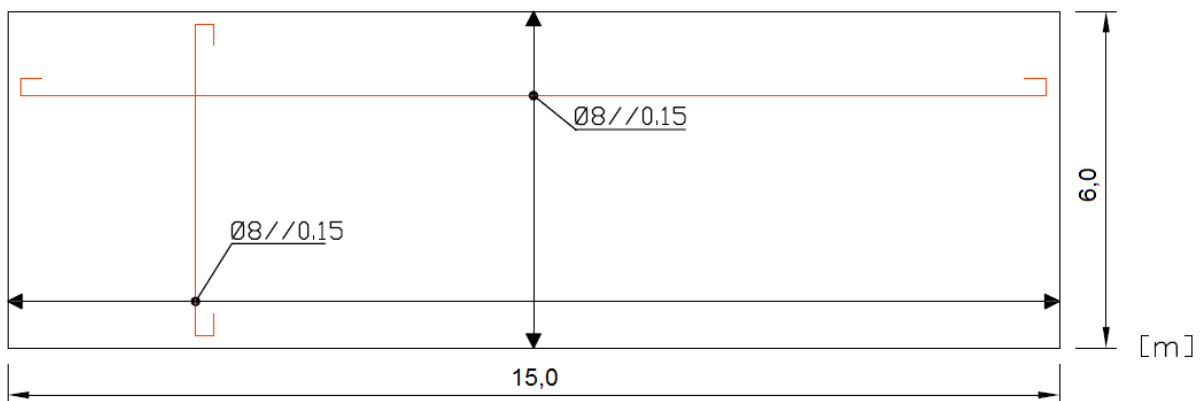


Fig.56 – Desenho das armaduras longitudinais na face anterior (inferior).

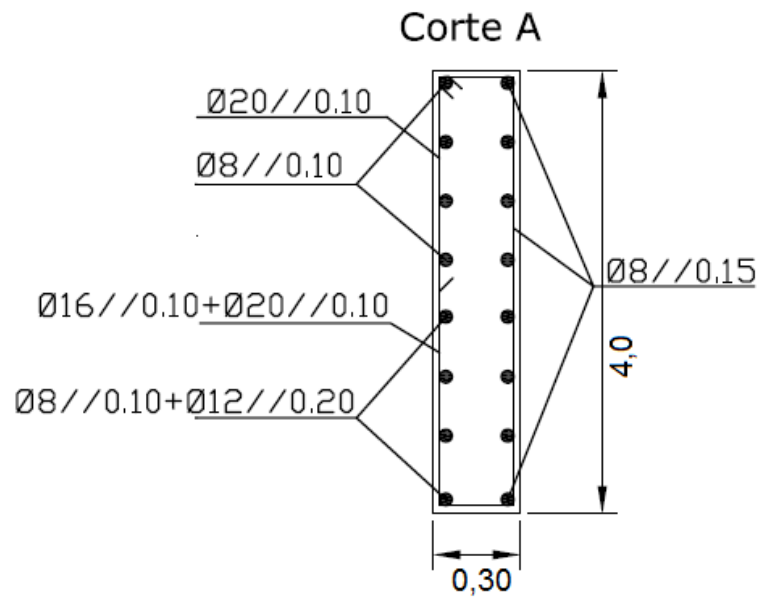


Fig.57 – Desenho das armaduras segundo o corte transversal A.

4

CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Foi um desafio elaborar esta dissertação quer ao nível de conhecimentos adquiridos quer pela multidisciplinaridade exigida. Esta última, obrigou a realização de uma elevada pesquisa bibliográfica tanto ao nível dos modelos de dimensionamento quer na linguagem de programação utilizada, uma vez que estes conteúdos em específico não foram abordados ao longo do curso com a profundidade exigida para a elaboração desta ferramenta de cálculo.

O modelo definido no EC2 para o cálculo de estruturas com esforços fora do plano é pouco rigoroso, uma vez que as espessuras das camadas exteriores (a_t , a_b) são fixas e definidas pelo utilizador. Como se pôde verificar estas espessuras variam significativamente, e por isso o procedimento do EC2 obriga a ser mais conservativo obtendo-se valores de armaduras superiores de forma a estar do lado da segurança. Este método é simplificado e por isso mais grosseiro devendo só ser utilizado para pré-dimensionamento.

Do estudo realizado neste trabalho conclui-se que este processo iterativo em comparação com o modelo preconizado no Eurocódigo 2 determina com bastante precisão as espessuras das camadas exteriores de betão necessárias para resistir as forças aplicadas, e assim consegue-se obter valores de armaduras económicos e do lado da segurança.

O estudo realizado incide unicamente no cálculo de armadura longitudinal ortogonal para o estado limite último, sendo obrigatório que seja verificado o Estado Limite de Serviço segundo a legislação em vigor (actualmente vigora o Eurocódigo 2). Este dimensionamento não tem em conta o esforço de corte transversal existente em lajes e cascas.

Existiram vários motivos pelo qual foi adoptado o Excel em vez do MATLAB para a elaboração deste programa, entre os demais podem-se referir os seguintes:

- O Excel possui a linguagem de programação VBA pelo qual o autor da dissertação já tinha alguma proximidade, e por isso para os devidos efeitos facilitou a aprendizagem e aprofundamento dos conhecimentos;

- O Excel tem uma melhor facilidade de troca de informação por parte de programas de cálculo estrutural como o RobotTM Structural Analysis 2010 e o SAP2000;
- O Excel é uma ferramenta conhecida e fácil de utilizar, que os engenheiros têm geralmente um domínio avançado. Como se pode averiguar no programa realizado existiu o cuidado de tornar o programa “user-friendly”, que de certo modo, foi um objectivo alcançado.

Lourenço e Figueiras realizaram alguns exemplos práticos no cálculo de armadura. Os resultados destes autores foram comparados com resultados obtidos no programa de cálculo desenvolvido, tendo sido verificado que os resultados obtidos nesses exemplos foram praticamente iguais.

Apesar dos bons resultados obtidos, o autor da dissertação verificou que o programa pode não convergir na solução para alguns nós de uma estrutura. Esta situação verifica-se devido à grande quantidade de nós (na ordem dos milhares) existente numa estrutura laminar, sendo por isso, difícil de encontrar parâmetros geométricos de entrada h , h_t e h_b que satisfaçam a convergência de todos os nós. Para resolver esta situação o utilizador tem de alterar as características geométricas do elemento laminar de modo a tentar obter a convergência de soluções em todos os nós. Pode acontecer que no cálculo de um nó seja necessário aumentar a espessura e as características do betão de tal forma que a serem consideradas tornem inviáveis a solução a adoptar, sendo assim, é admissível não considerar esse nó no cálculo da armadura por faixas ou se assim entender o projectista, como a rotura num nó da estrutura não tem significado relevante em termos da segurança, é admissível que para esse ponto seja admitida a armadura determinada para o nó imediatamente ao lado. O motivo pelo qual se justifica esta simplificação, é que neste tipo de estruturas existe capacidade de redistribuição de esforços e por isso a segurança global não é comprometida.

É boa prática o engenheiro projectista analisar e criticar os resultados provenientes de programas de cálculo automático, por isso, recomenda-se que os resultados do programa realizado sejam criticados e em caso de dúvida confirmar esses resultados recorrendo a outros meios de cálculo.

Ao mesmo tempo, fica demonstrado que a partir de uma ferramenta que geralmente é utilizada no cálculo e elaboração de gráficos, é possível criar uma aplicação capaz de determinar um conjunto de soluções de armadura no ELU fácil e prática para o projectista utilizar.

Apesar de terem sido cumpridos os objectivos propostos, como o tempo para realizar a dissertação é limitado não foi possível concretizar alguns objectivos, principalmente na optimização da ferramenta desenvolvida. Tendo isto em conta, sugerem-se como desenvolvimentos futuros associado a esta ferramenta:

- Elaboração de um relatório de saída de resultados;
- Realização de mapas de cores com as soluções de armadura produzidas;
- Determinar nesta folha de cálculo automático a armadura para o estado limite de serviço – ELS, de forma a agrupar e sistematizar o cálculo.

BIBLIOGRAFIA

- [1] American Concrete Institute. *ACI 318M-95: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*, Farmington Hills, Michigan, 2002.
- [2] Comité Euro-Internacional du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990*, Thomas Telford Services Ltd., London, 1993.
- [3] Comité Europeu de Normalização. *NP-EN_1992-1-1_2004: Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*, Bruxelas, 2004
- [4] Gupta, A. *Discussion on proposed addition to proposed ACI standard: Code requirements for nuclear safety related concrete structures*. *ACI Structural Journal*, 1976, vol. 37(7), pp. 431-432.
- [5] Gupta, A. *Membrane reinforcement in shells*. *ASCE 107(1) Journal of the Structural Division*, 1981, pp. 41-56.
- [6] Gupta, A. *Combined Membrane and Flexural Reinforcement in Plates and Shells*. *ASCE 112(3), Journal of the Structural Division*, 1986, vol. 112, no.3, pp. 550-557.
- [7] Kaufmann, W., Marti, P. *Structural concrete: cracked membrane model*, *J. Struc. Engrg.*, 1998, *ASCE*, 124 (12), pp. 1467-1475.
- [8] Kaufmann, W. *Analysis and design of structural concrete elements subjected to in plane forces*, *Structural Concrete*, 2002(3), pp. 155-158.
- [9] Lampert, P., Thurlimann, B. *Torsion tests of reinforced concrete beams*. *Bericht*, 1968, no. 6506-2, Institute fur Baustatik, ETH, Zurich, Switzerland.
- [10] Loureiro, H. *Excel 2007 – Macros & VBA Curso Completo*, FCA – Editora de Informática, Lisboa, 2007
- [11] Lourenço, P. *Automatic design of reinforcement in concrete plates and shells, 1993* *Engineering Computations*, vol. 10 (6), pp. 519-541.
- [12] Marti, P., Kong, K. *Response of reinforced concrete slab elements to torsion*, J., 1987.
- [13] Marti, P. *Design of Concrete Slabs for Transverse Shear*, *ACI Structural Journal*, 1990, March-April, pp. 180-190.
- [14] Marti, P. *Dimensioning and detailing*, *Structural Engineering*, 1991, *IABSE*, no. 62, pp. 411-443, Stuttgart, Germany.
- [15] Nielsen, M. *Limit Analysis of Reinforced Concrete Slabs*. *Acta Polytechnica Scandinavica*, 1964, *Civ. Engrg. Constr. Service*, no. 26, Copenhagen, 167 p..
- [16] Nielsen, M. *On the strength of reinforced concrete disks*. *Acta Polytechnica Scandinavica*, 1971, *Civ. Engrg. Constr. Service*, no. 70, Copenhagen, 261 p.
- [17] Palácio, K. *Avanços no dimensionamento de estruturas laminares em betão armado*. *Dissertação de Doutoramento, EEUM*, 2007.
- [18] Ritter, W. *Die Bauweise Hennebique (Construction Techniques of Hennebique)*, *Schweizerische Bauzeitung*, 1899, vol. 33, no. 7, pp. 59-61, German.
- [19] Sousa, M. *Excel 2007 - Domine a 110%*, FCA – Editora de Informática, Lisboa, 2008
- [20]<http://excelvba2007.blogspot.com/>

[21]<http://blog.excelexperts.com.br/>

[22]<http://info.abril.com.br/forum/viewtopic.php?t=1346>

[23]<http://office.microsoft.com/pt-pt/excel/HP102366812070.aspx#Add%20or%20edit%20a%20list%20box%20%28Forms%20toolbar%29>

[24]<http://social.msdn.microsoft.com/Forums/pt-BR/vbapt/thread/72c8cf7b-bde7-49b8-bedf-6297ba8b62a6>

[25]<http://knol.google.com/k/excel-vba-parte-v-adicionando-c%C3%B3digo-aos-controles-userform2#>

ANEXO A

CARACTERÍSTICAS DE RESISTÊNCIA E DEFORMAÇÃO DO BETÃO SEGUNDO O EC2 E QUADRO RESUMO DAS EQUAÇÕES PARA O DIMENSIONAMENTO DE ARMADURA COM ESFORÇOS NO PLANO

Quadro A.1 – Características de resistência e deformação do betão (Adaptado EC2, 2004).

Classes de resistência do betão													Comentários/expressões		
	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
f_{ck} (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
$f_{ck,cube}$ (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 * f_{ck}^{(2/3)}$ para $\leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 * \ln(1 + f_{cm}/0)$ para $> C50/60$
$f_{ctk,0.05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk,0.05} = 0,7 * f_{ctm}$
$f_{ctk,0.95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk,0.95} = 1,3 * f_{ctm}$
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[f_{cm}/0]^{0,3}$
ϵ_{ct} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	$\epsilon_{ct}(\text{‰}) = 0,7 * (f_{cm})^{0,31} < 2,8$
ϵ_{cu1} (‰)	3,5													Para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu1}(\text{‰}) = 2,8 + 27 * [(98 - f_{cm})/00]^4$	
ϵ_{c2} (‰)	2,0													Para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c2}(\text{‰}) = 2,0 + 0,085 * (f_{ck} - 50)^{0,53}$	
ϵ_{cu2} (‰)	3,5													Para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu2}(\text{‰}) = 2,6 + 35 * [(90 - f_{ck})/00]^4$	
n	2,0													Para $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4 * [(90 - f_{ck})/00]^4$	
ϵ_{c3} (‰)	1,75													Para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c3}(\text{‰}) = 1,75 + 0,55 * [(f_{ck} - 50)/40]$	
ϵ_{cu3} (‰)	3,5													Para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu3}(\text{‰}) = 2,6 + 35 * [(90 - f_{ck})/00]^4$	

Quadro A.2 – Equações de dimensionamento para estruturas laminares com esforços de membrana (Adaptado Lourenço, 1992).

Caso	Condição	n_{sx}	n_{sy}	n_c	θ
1	$n_x > - n_{xy} $ $n_y > - n_{xy} $	$n_x + n_{xy} $	$n_y + n_{xy} $	$-2 * n_{xy} $	$\pm\pi/4$
2	$n_x \leq - n_{xy} $ $n_y > \frac{n_{xy}^2}{n_x}$	0	$n_y - \frac{n_{xy}^2}{n_x}$	$n_x + \frac{n_{xy}^2}{n_x}$	$\tan^{-1}\left(-\frac{n_x}{n_{xy}}\right)$
3	$n_y \leq - n_{xy} $ $n_x > \frac{n_{xy}^2}{n_y}$	$n_x - \frac{n_{xy}^2}{n_y}$	0	$n_y + \frac{n_{xy}^2}{n_y}$	$\tan^{-1}\left(-\frac{n_{xy}}{n_y}\right)$
4	$n_y \leq - n_{xy} $ $n_x \leq - n_{xy} $	0	0	$\frac{n_x + n_y}{2}$ $-\sqrt{\left(\frac{n_x - n_y}{2}\right)^2 + n_{xy}^2}$	-

ANEXO B

FÓRMULAS AUXILIARES NA DEDUÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO DE LOURENÇO E FIGUEIRAS [11]

$$n_{xt} = n_x * h_{xb}/h_x - m_x/h_x \quad (152)$$

$$n_{yt} = n_y * h_{yb}/h_y - m_y/h_y \quad (153)$$

$$n_{xb} = n_x * h_{xt}/h_x + m_x/h_x \quad (154)$$

$$n_{yb} = n_y * h_{yt}/h_y + m_y/h_y \quad (155)$$

$$n_{xyt} = \left((h - a_b) * n_{xy} - 2 * m_{xy} \right) / (2 * h_c) \quad (156)$$

$$n_{xyb} = \left((h - a_t) * n_{xy} + 2 * m_{xy} \right) / (2 * h_c) \quad (157)$$

$$C_{xtt} = (h_{xb} + (1/2)(h - a_t))/h_x \quad (158)$$

$$C_{ytt} = (h_{yb} + (1/2)(h - a_t))/h_y \quad (159)$$

$$C_{xtb} = (h_{xb} - (1/2)(h - a_b))/h_x \quad (160)$$

$$C_{ytb} = (h_{yb} - (1/2)(h - a_b))/h_y \quad (161)$$

$$C_{xbt} = (h_{xt} - (1/2)(h - a_t))/h_x \quad (162)$$

$$C_{ybt} = (h_{yt} - (1/2)(h - a_t))/h_y \quad (163)$$

$$C_{xbb} = (h_{xt} + (1/2)(h - a_b))/h_x \quad (164)$$

$$C_{ybb} = (h_{yt} + (1/2)(h - a_b))/h_y \quad (165)$$

$$h_x = h_{xt} + h_{xb} \quad (166)$$

$$h_y = h_{yt} + h_{yb} \quad (167)$$

ANEXO C

FÓRMULAS UTILIZADAS NO PROCEDIMENTO DE CÁLCULO

Caso 1: Armadura necessária na camada superior e inferior

$$n_{ct} = -\left((h - a_b) * n_{xy} - 2 * m_{xy}\right) / (d * \sin(2\theta_t)) \quad (168)$$

$$n_{cb} = -\left((h - a_t) * n_{xy} + 2 * m_{xy}\right) / (d * \sin(2\theta_b)) \quad (169)$$

$$n_{ct} = \left(m_x - n_x * h_{xb} - \left(\frac{1}{2}(h - a_b) - h_{xb}\right) * n_{cb} * \sin^2(\theta_b)\right) / \left(-\frac{1}{2}(h - a_t) + h_{xb}\right) \quad (170)$$

$$n_{ct} = \left(m_y - n_y * h_{yb} - \left(\frac{1}{2}(h - a_b) - h_{yb}\right) * n_{cb} * \cos^2(\theta_b)\right) / \left(-\frac{1}{2}(h - a_t) + h_{yb}\right) \quad (171)$$

$$n_{cb} = \left(m_y + \frac{1}{2}(h - a_t) * n_y\right) / d \quad (172)$$

$$n_{ct} = n_y - n_{cb} \quad (173)$$

$$n_{cb} = (m_x + n_x * h_{xt}) / \left(\frac{1}{2}(h - a_b) + h_{xt}\right) \quad (174)$$

$$n_{ct} = (m_y - n_y * h_{yb}) / \left(-\frac{1}{2}(h - a_t) - h_{yb}\right) \quad (175)$$

$$n_{cb} = \left(m_x + \frac{1}{2}(h - a_t) * n_x\right) / d \quad (176)$$

$$n_{ct} = n_x - n_{cb} \quad (177)$$

$$n_{ct} = (m_x - n_x * h_{xb}) / \left(-\frac{1}{2}(h - a_t) - h_{xb}\right) \quad (178)$$

$$n_{cb} = (m_y + n_y * h_{yt}) / \left(\frac{1}{2}(h - a_b) + h_{yt}\right) \quad (179)$$

$$n_{cb} = \left(m_x + n_x * h_{xt} + \left(\frac{1}{2}(h - a_t) - h_{xt}\right) * n_{ct} * \sin^2(\theta_t)\right) / \left(\frac{1}{2}(h - a_b) + h_{xt}\right) \quad (180)$$

$$n_{cb} = \left(m_y + n_y * h_{yt} + \left(\frac{1}{2}(h - a_t) - h_{yt}\right) * n_{ct} * \cos^2(\theta_t)\right) / \left(\frac{1}{2}(h - a_b) + h_{yt}\right) \quad (181)$$

$$m_{ct} = -n_{ct} * (h - a_t) \quad (182)$$

$$m_{cb} = n_{cb} * (h - a_b) \quad (183)$$

$$n_{sxt} = (A_1 * h_{xb} - B_1) / (h_{xb} + h_{xt}) \quad (184)$$

$$n_{sxb} = A_1 - n_{sxt} \quad (185)$$

$$A_1 = n_x - n_{ct} * \sin^2(\theta_t) - n_{cb} * \sin^2(\theta_b) \quad (186)$$

$$B_1 = m_x - m_{ct} * \sin^2(\theta_t) - m_{cb} * \sin^2(\theta_b) \quad (187)$$

$$n_{syt} = (A_2 * h_{yb} - B_2) / (h_{yb} + h_{yt}) \quad (188)$$

$$n_{syb} = A_2 - n_{syt} \quad (189)$$

$$A_2 = n_y - n_{ct} * \cos^2(\theta_t) - n_{cb} * \cos^2(\theta_b) \quad (190)$$

$$B_2 = m_y - m_{ct} * \cos^2(\theta_t) - m_{cb} * \cos^2(\theta_b) \quad (191)$$

$$\tan(\theta_t)_i = \frac{2[(m_x - n_x * h_{xb}) - (m_{cb} - n_{cb} * h_{xb}) \sin^2(\theta_b)]}{(m_{ct} - n_{ct} * h_{xb}) * \sin 2(\theta_t)_{i-1}} \quad (192)$$

$$\tan(\theta_t)_i = \frac{(m_{ct} - n_{ct} * h_{yb}) * \sin 2(\theta_t)_{i-1}}{2[(m_y - n_y * h_{yb}) - (m_{cb} - n_{cb} * h_{yb}) \cos^2(\theta_b)]} \quad (193)$$

$$\tan(\theta_b)_i = \frac{2[(m_x + n_x * h_{yt}) - (m_{ct} + n_{ct} * h_{yt}) \sin^2(\theta_t)]}{(m_{cb} + n_{cb} * h_{yb}) * \sin 2(\theta_b)_{i-1}} \quad (194)$$

$$\tan(\theta_b)_i = \frac{((m_{cb} + n_{cb} * h_{yt}) * \sin 2(\theta_b)_{i-1})}{2[(m_y + n_y * h_{yt}) - (m_{ct} - n_{ct} * h_{yt}) \cos^2(\theta_t)]} \quad (195)$$

Caso 2: Armadura necessária na camada inferior

$$n_{cb} = - \left((h - a_t) * n_{xy} + 2 * m_{xy} \right) / (d * \sin(2\theta_b)) \quad (196)$$

$$n_{cxyt} = n_{xy} + n_{cb} * \sin(\theta_b) \cos(\theta_b) \quad (197)$$

$$n_{cb} = - \left(m_y + \frac{1}{2} (h - a_t) * n_y \right) / d \quad (198)$$

$$n_{cb} = - \left(m_x + \frac{1}{2} (h - a_t) * n_x \right) / d \quad (199)$$

$$n_{sxb} = \left(A_1 * \frac{1}{2} (h - a_t) + B_1 \right) / \left(h_{xb} + \frac{1}{2} (h - a_t) \right) \quad (200)$$

$$n_{cxt} = A_1 - n_{sxb} \quad (201)$$

$$A_1 = n_x - n_{cb} * \sin^2(\theta_b) \quad (202)$$

$$B_1 = m_x - m_{cb} * \sin^2(\theta_b) \quad (203)$$

$$n_{syb} = \left(A_2 * \frac{1}{2}(h - a_t) + B_2 \right) / \left(h_{yb} + \frac{1}{2}(h - a_t) \right) \quad (204)$$

$$n_{cyt} = A_2 - n_{syb} \quad (205)$$

$$A_2 = n_y - n_{cb} * \cos^2(\theta_b) \quad (206)$$

$$B_2 = m_y - m_{cb} * \cos^2(\theta_b) \quad (207)$$

$$\tan(\theta_b)_i = (2m_x + (h - a_t) * n_x) / \left(\left(\frac{1}{2} * (h - a_t) * n_{cb} + m_{cb} \right) * \sin 2(\theta_b)_{i-1} \right) \quad (208)$$

$$\tan(\theta_b)_i = \left(\left(m_{cb} + \frac{1}{2} * (h - a_t) * n_{cb} \right) * \sin 2(\theta_b)_{i-1} \right) / (2m_y + (h - a_t) * n_y) \quad (209)$$

$$n_{ct,max} = (n_{cxt} + n_{cyt}) / 2 - \sqrt{\left((n_{cxt} - n_{cyt}) / 2 \right)^2 + n_{cxyt}^2} \quad (210)$$

$$n_{ct,min} = (n_{cxt} + n_{cyt}) / 2 + \sqrt{\left((n_{cxt} - n_{cyt}) / 2 \right)^2 + n_{cxyt}^2} \quad (211)$$

Caso 3: Armadura necessária na camada superior

$$n_{ct} = - \left((h - a_b) * n_{xy} - 2 * m_{xy} \right) / (d * \sin(2\theta_t)) \quad (212)$$

$$n_{cxyb} = n_{xy} + n_{ct} * \sin(\theta_t) \cos(\theta_t) \quad (213)$$

$$n_{ct} = - \left(m_y - \frac{1}{2}(h - a_b) * n_y \right) / d \quad (214)$$

$$n_{ct} = - \left(m_x - \frac{1}{2}(h - a_b) * n_x \right) / d \quad (215)$$

$$n_{sxt} = \left(A_1 * \frac{1}{2}(h - a_b) - B_1 \right) / \left(h_{xt} + \frac{1}{2}(h - a_b) \right) \quad (216)$$

$$n_{cxb} = A_1 - n_{sxt} \quad (217)$$

$$A_1 = n_x - n_{ct} * \sin^2(\theta_t) \quad (218)$$

$$B_1 = m_x - m_{ct} * \sin^2(\theta_t) \quad (219)$$

$$n_{syt} = \left(A_2 * \frac{1}{2}(h - a_b) - B_2 \right) / \left(h_{yt} + \frac{1}{2}(h - a_b) \right) \quad (220)$$

$$n_{cyb} = A_2 - n_{syt} \quad (221)$$

$$A_2 = n_y - n_{ct} * \cos^2(\theta_t) \quad (222)$$

$$B_2 = m_y - m_{ct} * \cos^2(\theta_t) \quad (223)$$

$$\tan(\theta_t)_i = (2m_x - (h - a_b) * n_x) / \left(\left(m_{ct} - \frac{1}{2} * (h - a_b) * n_{ct} + \right) * \sin 2(\theta_t)_{i-1} \right) \quad (224)$$

$$\tan(\theta_t)_i = \left(\left(m_{ct} - \frac{1}{2} * (h - a_b) * n_{ct} \right) * \sin 2(\theta_t)_{i-1} \right) / (2m_y - (h - a_b) * n_y) \quad (225)$$

$$n_{cb,max} = (n_{cxb} + n_{cyb}) / 2 - \sqrt{\left((n_{cxb} - n_{cyb}) / 2 \right)^2 + n_{cxyb}^2} \quad (226)$$

$$n_{cb,min} = (n_{cxb} + n_{cyb}) / 2 + \sqrt{\left((n_{cxb} - n_{cyb}) / 2 \right)^2 + n_{cxyb}^2} \quad (227)$$

Caso 4: Armadura desnecessária nas duas camadas

$$n_{cxyb} = \left(m_{xy} + \frac{1}{2} (h - a_t) * n_{xy} \right) / d \quad (228)$$

$$n_{cxyt} = n_{xy} - n_{cxyb} \quad (229)$$

$$n_{cxb} = \left(m_x + \frac{1}{2} (h - a_t) * n_x \right) / d \quad (230)$$

$$n_{cxt} = n_x - n_{cxb} \quad (231)$$

$$n_{cyb} = \left(m_y + \frac{1}{2} (h - a_t) * n_y \right) / d \quad (232)$$

$$n_{cyt} = n_y - n_{cyb} \quad (233)$$

$$n_{ct,max} = (n_{cxt} + n_{cxt}) / 2 - \sqrt{\left((n_{cxt} - n_{cxt}) / 2 \right)^2 + n_{cxyt}^2} \quad (234)$$

$$n_{ct,min} = (n_{cxt} + n_{cxt}) / 2 + \sqrt{\left((n_{cxt} - n_{cxt}) / 2 \right)^2 + n_{cxyt}^2} \quad (235)$$

$$n_{cb,max} = (n_{cxb} + n_{cyb}) / 2 - \sqrt{\left((n_{cxb} - n_{cyb}) / 2 \right)^2 + n_{cxyb}^2} \quad (236)$$

$$n_{cb,min} = (n_{cxb} + n_{cyb}) / 2 + \sqrt{\left((n_{cxb} - n_{cyb}) / 2 \right)^2 + n_{cxyb}^2} \quad (237)$$

ANEXO D

PROCEDIMENTO / ALGORITMO DE CÁLCULO

PROCEDIMENTO / ALGORITMO DE CÁLCULO

1 – Parâmetros a introduzir:

$$n_x, n_y, n_{xy}, m_x, m_y, m_{xy}, f_{ck}, f_{ctm}, f_{syk}, h, h_t \text{ e } h_b$$

2 – Definição de constantes e variáveis

$$\theta_t = \pm 45^\circ$$

$$\theta_b = \pm 45^\circ$$

$$a_t = a_b = 0,2 * h$$

$$d = h - (a_t + a_b)/2$$

$$\text{tolerancia} = 1 * 10^{-6}$$

$$\text{toler} = 15^\circ$$

3 – Cálculo das forças no betão e na armadura

Caso geral:

Se $(\theta_t \neq 0^\circ \text{ ou } \theta_t \neq \pm 90^\circ)$ e $(\theta_b \neq 0^\circ \text{ ou } \theta_b \neq \pm 90^\circ)$ então

$$\text{Eq. (168)} \Rightarrow n_{ct}$$

$$\text{Eq. (169)} \Rightarrow n_{cb}$$

$$\text{Eq. (182)} \Rightarrow m_{ct}$$

$$\text{Eq. (183)} \Rightarrow m_{cb}$$

$$\text{Eq. (184)} \Rightarrow n_{sxt}$$

$$\text{Eq. (185)} \Rightarrow n_{sxb}$$

$$\text{Eq. (188)} \Rightarrow n_{syt}$$

$$\text{Eq. (189)} \Rightarrow n_{syb}$$

Casos particulares:

$$\text{Se } \theta_t = \pm 90^\circ \Rightarrow n_{sxt} = 0$$

$$\text{Eq. (170)} \Rightarrow n_{ct}$$

$$\text{Eq. (169)} \Rightarrow n_{cb}$$

$$\text{Eq. (182)} \Rightarrow m_{ct}$$

$$\text{Eq. (183)} \Rightarrow m_{cb}$$

$$\text{Eq. (185)} \Rightarrow n_{sxb}$$

$$\text{Eq. (188)} \Rightarrow n_{syt}$$

$$\text{Eq. (189)} \Rightarrow n_{syb}$$

$$\text{Se } \theta_t = 0^\circ \Rightarrow n_{syt} = 0$$

$$\text{Eq. (171)} \Rightarrow n_{ct}$$

$$\text{Eq. (169)} \Rightarrow n_{cb}$$

$$\text{Eq. (182)} \Rightarrow m_{ct}$$

$$\text{Eq. (183)} \Rightarrow m_{cb}$$

$$\text{Eq. (184)} \Rightarrow n_{sxt}$$

$$\text{Eq. (185)} \Rightarrow n_{sxb}$$

$$\text{Eq. (189)} \Rightarrow n_{syb}$$

$$\text{Se } \begin{cases} \theta_t = 0^\circ \\ e \\ \theta_b = 0^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_{syt} = 0 \\ n_{syb} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Eq. (172)} \Rightarrow n_{cb}$$

$$\text{Eq. (173)} \Rightarrow n_{ct}$$

$$\text{Eq. (182)} \Rightarrow m_{ct}$$

$$Eq. (183) \Rightarrow m_{cb}$$

$$Eq. (184) \Rightarrow n_{sxt}$$

$$Eq. (185) \Rightarrow n_{sxb}$$

$$Se \begin{cases} \theta_t = 0^\circ \\ e \\ \theta_b = \pm 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_{syt} = 0 \\ n_{sxb} = 0 \end{cases}$$

$$Eq. (174) \Rightarrow n_{cb}$$

$$Eq. (175) \Rightarrow n_{ct}$$

$$Eq. (182) \Rightarrow m_{ct}$$

$$Eq. (183) \Rightarrow m_{cb}$$

$$Eq. (184) \Rightarrow n_{sxt}$$

$$Eq. (189) \Rightarrow n_{syb}$$

$$Se \begin{cases} \theta_t = \pm 90^\circ \\ e \\ \theta_b = \pm 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_{sxt} = 0 \\ n_{sxb} = 0 \end{cases}$$

$$Eq. (176) \Rightarrow n_{cb}$$

$$Eq. (177) \Rightarrow n_{ct}$$

$$Eq. (182) \Rightarrow m_{ct}$$

$$Eq. (183) \Rightarrow m_{cb}$$

$$Eq. (188) \Rightarrow n_{syt}$$

$$Eq. (189) \Rightarrow n_{syb}$$

$$Se \begin{cases} \theta_t = \pm 90^\circ \\ e \\ \theta_b = 0^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_{sxt} = 0 \\ n_{syb} = 0 \end{cases}$$

$$Eq. (178) \Rightarrow n_{cb}$$

$$Eq. (179) \Rightarrow n_{ct}$$

$$Eq. (182) \Rightarrow m_{ct}$$

$$Eq. (183) \Rightarrow m_{cb}$$

$$Eq. (185) \Rightarrow n_{sxb}$$

$$Eq. (188) \Rightarrow n_{syt}$$

$$Se \theta_b = \pm 90^\circ \Rightarrow n_{sxb} = 0$$

$$Eq. (180) \Rightarrow n_{cb}$$

$$Eq. (168) \Rightarrow n_{ct}$$

$$Eq. (182) \Rightarrow m_{ct}$$

$$Eq. (183) \Rightarrow m_{cb}$$

$$Eq. (184) \Rightarrow n_{sxt}$$

$$Eq. (188) \Rightarrow n_{syt}$$

$$Eq. (189) \Rightarrow n_{syb}$$

$$Se \theta_b = 0^\circ \Rightarrow n_{syb} = 0$$

$$Eq. (181) \Rightarrow n_{cb}$$

$$Eq. (168) \Rightarrow n_{ct}$$

$$Eq. (182) \Rightarrow m_{ct}$$

$$Eq. (183) \Rightarrow m_{cb}$$

$$Eq. (184) \Rightarrow n_{sxt}$$

$$Eq. (185) \Rightarrow n_{sxb}$$

$$Eq. (188) \Rightarrow n_{syt}$$

4 – Optimização das forças na armadura e arredondamento dos ângulos que as tensões principais fazem com o eixo y.

Se $(n_{sxt} < 0)$ e $(n_{sxb}, n_{syt}$ e $n_{syb} \geq 0)$ então

$$\Rightarrow n_{sxt} = 0$$

$$\text{Eq. (192)} \Rightarrow \theta_t$$

Se $|\theta_t| < \text{toler}$ então $\theta_t = 0$

Se $|\theta_t| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_t = 90^\circ$

Se $(n_{syt} < 0)$ e $(n_{sxb}, n_{sxt}$ e $n_{syb} \geq 0)$ então

$$\Rightarrow n_{syt} = 0$$

$$\text{Eq. (193)} \Rightarrow \theta_t$$

Se $|\theta_t| < \text{toler}$ então $\theta_t = 0$

Se $|\theta_t| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_t = 90^\circ$

Se $(n_{sxb} < 0)$ e $(n_{sxt}, n_{syt}$ e $n_{syb} \geq 0)$ então

$$\Rightarrow n_{sxb} = 0$$

$$\text{Eq. (194)} \Rightarrow \theta_b$$

Se $|\theta_b| < \text{toler}$ então $\theta_b = 0$

Se $|\theta_b| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_b = 90^\circ$

Se $(n_{syb} < 0)$ e $(n_{sxb}, n_{syt}$ e $n_{sxt} \geq 0)$ então

$$\Rightarrow n_{syb} = 0$$

$$\text{Eq. (195)} \Rightarrow \theta_b$$

Se $|\theta_b| < \text{toler}$ então $\theta_b = 0$

Se $|\theta_b| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_b = 90^\circ$

Se $(n_{sxt} \text{ e } n_{sxb} < 0)$ e $(n_{syt} \text{ e } n_{syb} \geq 0)$ então

$$\Rightarrow n_{sxt} = 0$$

$$\Rightarrow n_{sxb} = 0$$

$$\text{Eq. (192)} \Rightarrow \theta_t$$

$$\text{Eq. (194)} \Rightarrow \theta_b$$

Se $|\theta_t| < \text{toler}$ então $\theta_t = 0$

Se $|\theta_b| < \text{toler}$ então $\theta_b = 0$

Se $|\theta_t| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_t = 90^\circ$

Se $|\theta_b| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_b = 90^\circ$

Se $(n_{syt} \text{ e } n_{syb} < 0)$ e $(n_{sxt} \text{ e } n_{sxb} \geq 0)$ então

$$\Rightarrow n_{syt} = 0$$

$$\Rightarrow n_{syb} = 0$$

$$\text{Eq. (193)} \Rightarrow \theta_t$$

$$\text{Eq. (195)} \Rightarrow \theta_b$$

Se $|\theta_t| < \text{toler}$ então $\theta_t = 0$

Se $|\theta_b| < \text{toler}$ então $\theta_b = 0$

Se $|\theta_t| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_t = 90^\circ$

Se $|\theta_b| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_b = 90^\circ$

Se $(n_{sxt} e n_{syb} < 0)$ e $(n_{syt} e n_{sxb} \geq 0)$ então

$$\Rightarrow n_{sxt} = 0$$

$$\Rightarrow n_{syb} = 0$$

$$Eq. (192) \Rightarrow \theta_t$$

$$Eq. (195) \Rightarrow \theta_b$$

Se $|\theta_t| < toler$ então $\theta_t = 0$

Se $|\theta_b| < toler$ então $\theta_b = 0$

Se $|\theta_t| > (90^\circ - toler)$ então $\theta_t = 90^\circ$

Se $|\theta_b| > (90^\circ - toler)$ então $\theta_b = 90^\circ$

Se $(n_{syt} e n_{sxb} < 0)$ e $(n_{sxt} e n_{syb} \geq 0)$ então

$$\Rightarrow n_{syt} = 0$$

$$\Rightarrow n_{sxb} = 0$$

$$Eq. (193) \Rightarrow \theta_t$$

$$Eq. (194) \Rightarrow \theta_b$$

Se $|\theta_t| < toler$ então $\theta_t = 0$

Se $|\theta_b| < toler$ então $\theta_b = 0$

Se $|\theta_t| > (90^\circ - toler)$ então $\theta_t = 90^\circ$

Se $|\theta_b| > (90^\circ - toler)$ então $\theta_b = 90^\circ$

5 – Cálculo das forças na armadura

5.1 – Se $n_{sxt}, n_{sxb}, n_{syt}$ e $n_{syb} > 0$ então

Armadura necessária nas duas camadas

$$Eq. (82) \Rightarrow a_t$$

$$Eq. (83) \Rightarrow a_b$$

Se $\begin{cases} |a_{t,i} - a_{t,i-1}| > Tolerancia \\ \text{ou} \\ |a_{b,i} - a_{b,i-1}| > Tolerancia \end{cases}$ então

Ir para o ponto 3

Se $(a_t + a_b) > h$ então

Aumentar a espessura ou a classe de betão e ir para o ponto 3

5.2 – Se $n_{sxt}, n_{sxb}, n_{syt}$ e $n_{syb} \leq 0$ então

Armadura desnecessária nas duas camadas

$$Eq. (229) \Rightarrow n_{cxyt}$$

$$Eq. (228) \Rightarrow n_{cxyb}$$

$$Eq. (231) \Rightarrow n_{cxt}$$

$$Eq. (230) \Rightarrow n_{cxb}$$

$$Eq. (233) \Rightarrow n_{cyt}$$

$$Eq. (232) \Rightarrow n_{cyb}$$

$$Eq. (234) \Rightarrow n_{ct,max}$$

$$Eq. (235) \Rightarrow n_{ct,min}$$

$$Eq. (236) \Rightarrow n_{cb,max}$$

$$Eq. (237) \Rightarrow n_{cb,min}$$

$$Eq. (138) \Rightarrow a_t$$

$$Eq. (139) \Rightarrow a_b$$

$$Se \begin{cases} |a_{t,i} - a_{t,i-1}| > Tolerancia \\ \text{ou} \\ |a_{b,i} - a_{b,i-1}| > Tolerancia \end{cases} \text{ então}$$

Ir para o ponto 5.2

Se $(a_t + a_b) > h$ então

Aumentar a espessura ou a classe de betão e ir para o ponto 3

5.3 – Se n_{sxt} e $n_{syt} < 0$ então

Armadura desnecessária na camada superior

Caso geral:

Se $(\theta_b \neq 0^\circ \text{ ou } \theta_b \neq \pm 90^\circ)$ então

$$\Rightarrow n_{syt} = 0$$

$$\Rightarrow n_{sxt} = 0$$

$$Eq. (196) \Rightarrow n_{cb}$$

$$Eq. (183) \Rightarrow m_{cb}$$

$$Eq. (197) \Rightarrow n_{cxyt}$$

$$Eq. (200) \Rightarrow n_{sxb}$$

$$Eq. (201) \Rightarrow n_{cxt}$$

$$Eq. (204) \Rightarrow n_{syb}$$

$$Eq. (205) \Rightarrow n_{cyt}$$

Casos particulares:

Se $\theta_b = 0^\circ$

$$\Rightarrow n_{syb} = 0$$

$$\Rightarrow n_{syt} = 0$$

$$\Rightarrow n_{sxt} = 0$$

$$Eq. (198) \Rightarrow n_{cb}$$

$$Eq. (183) \Rightarrow m_{cb}$$

$$Eq. (197) \Rightarrow n_{cxyt}$$

$$Eq. (200) \Rightarrow n_{sxb}$$

$$Eq. (201) \Rightarrow n_{cxt}$$

$$Eq. (204) \Rightarrow n_{syb}$$

$$Eq. (205) \Rightarrow n_{cyt}$$

Se $\theta_b = \pm 90^\circ$

$$\Rightarrow n_{sxb} = 0$$

$$\Rightarrow n_{syt} = 0$$

$$\Rightarrow n_{sxt} = 0$$

$$Eq. (199) \Rightarrow n_{cb}$$

$$Eq. (183) \Rightarrow m_{cb}$$

$$Eq. (197) \Rightarrow n_{cxyt}$$

$$Eq. (200) \Rightarrow n_{sxb}$$

$$Eq. (201) \Rightarrow n_{cxt}$$

$$Eq. (204) \Rightarrow n_{syb}$$

$$Eq. (205) \Rightarrow n_{cyt}$$

Se (n_{sxb} e $n_{syb} < 0$) então

Ir para o ponto 5.2

Se ($n_{sxb} < 0$) então

$$\Rightarrow n_{sxb} = 0$$

$$\text{Eq. (208)} \Rightarrow \theta_b$$

$$\Rightarrow \theta_t = 0$$

Se $|\theta_b| < \text{toler}$ então $\theta_b = 0$

Se $|\theta_b| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_b = 90^\circ$

Se ($n_{syb} < 0$) então

$$\Rightarrow n_{syb} = 0$$

$$\text{Eq. (209)} \Rightarrow \theta_b$$

$$\Rightarrow \theta_t = 0$$

Se $|\theta_b| < \text{toler}$ então $\theta_b = 0$

Se $|\theta_b| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_b = 90^\circ$

$$\text{Eq. (210)} \Rightarrow n_{ct,max}$$

$$\text{Eq. (211)} \Rightarrow n_{ct,min}$$

$$\text{Eq. (123)} \Rightarrow a_t$$

$$\text{Eq. (110)} \Rightarrow a_b$$

Se $\left\{ \begin{array}{l} |a_{t,i} - a_{t,i-1}| > \text{Tolerancia} \\ \text{ou} \\ |a_{b,i} - a_{b,i-1}| > \text{Tolerancia} \end{array} \right.$ então

Ir para o ponto 5.3

Se $(a_t + a_b) > h$ então

Aumentar a espessura ou a classe de betão e ir para o ponto 3

5.4 – Se n_{sxb} e $n_{syb} < 0$ então

Armadura desnecessária na camada inferior

Caso geral:

Se $(\theta_t \neq 0^\circ$ ou $\theta_t \neq \pm 90^\circ)$ então

$$\Rightarrow n_{syb} = 0$$

$$\Rightarrow n_{sxb} = 0$$

$$Eq.(212) \Rightarrow n_{ct}$$

$$Eq.(182) \Rightarrow m_{ct}$$

$$Eq.(213) \Rightarrow n_{cxyb}$$

$$Eq.(216) \Rightarrow n_{sxt}$$

$$Eq.(217) \Rightarrow n_{cxb}$$

$$Eq.(220) \Rightarrow n_{syt}$$

$$Eq.(221) \Rightarrow n_{cyb}$$

Casos particulares:

Se $\theta_t = 0^\circ$

$$\Rightarrow n_{syt} = 0$$

$$\Rightarrow n_{syb} = 0$$

$$\Rightarrow n_{sxb} = 0$$

$$Eq.(214) \Rightarrow n_{ct}$$

$$Eq.(182) \Rightarrow m_{ct}$$

$$Eq. (213) \Rightarrow n_{cxyb}$$

$$Eq. (216) \Rightarrow n_{sxt}$$

$$Eq. (217) \Rightarrow n_{cxb}$$

$$Eq. (220) \Rightarrow n_{syt}$$

$$Eq. (221) \Rightarrow n_{cyb}$$

Se $\theta_t = \pm 90^\circ$

$$\Rightarrow n_{sxt} = 0$$

$$\Rightarrow n_{syb} = 0$$

$$\Rightarrow n_{sxb} = 0$$

$$Eq. (215) \Rightarrow n_{ct}$$

$$Eq. (182) \Rightarrow m_{ct}$$

$$Eq. (213) \Rightarrow n_{cxyb}$$

$$Eq. (216) \Rightarrow n_{sxt}$$

$$Eq. (217) \Rightarrow n_{cxb}$$

$$Eq. (220) \Rightarrow n_{syt}$$

$$Eq. (221) \Rightarrow n_{cyb}$$

Se (n_{sxt} e $n_{syt} < 0$) então

Ir para o ponto 5.2

Se ($n_{sxt} < 0$) então

$$\Rightarrow n_{sxt} = 0$$

$$Eq. (224) \Rightarrow \theta_t$$

$$\Rightarrow \theta_b = 0$$

Se $|\theta_t| < \text{toler}$ então $\theta_t = 0$

Se $|\theta_t| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_t = 90^\circ$

Se $(n_{syt} < 0)$ então

$$\Rightarrow n_{syt} = 0$$

$$\text{Eq. (225)} \Rightarrow \theta_t$$

$$\Rightarrow \theta_b = 0$$

Se $|\theta_t| < \text{toler}$ então $\theta_t = 0$

Se $|\theta_t| > (90^\circ - \text{toler})$ então $\theta_t = 90^\circ$

$$\text{Eq. (226)} \Rightarrow n_{cb,max}$$

$$\text{Eq. (227)} \Rightarrow n_{cb,min}$$

$$\text{Eq. (110)} \Rightarrow a_t$$

$$\text{Eq. (123)} \Rightarrow a_b$$

$$\text{Se } \begin{cases} |a_{t,i} - a_{t,i-1}| > \text{Tolerancia} \\ \text{ou} \\ |a_{b,i} - a_{b,i-1}| > \text{Tolerancia} \end{cases} \text{ então}$$

Ir para o ponto 5.4

Se $(a_t + a_b) > h$ então

Aumentar a espessura ou a classe de betão e ir para o ponto 3

6 – Cálculo da armadura

$$\text{Eq. (51)} \Rightarrow \{A_{sxt}, A_{syt}, A_{sxb}, A_{syb}\}$$

ANEXO E

ESFORÇOS NOS NÓS OBTIDOS PELO ROBOT™ STRUCTURAL ANALYSIS 2010 E QUANTIDADES DE ARMADURA NOS NÓS OBTIDOS ATRAVÉS DO PROGRAMA AUTOMÁTICO DESENVOLVIDO

• Viga-Parede

Corte A												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
19	-153,95	-22,63	-17,74	0,00	0,00	0,00	0,0065	0,0065	0,00	0,00	0,00	0,00
20	-151,44	-18,53	-9,36	0,00	0,00	0,00	0,0064	0,0064	0,00	0,00	0,00	0,00
108	-157,98	-23,88	-25,99	0,00	0,00	0,00	0,0035	0,0035	0,00	0,02	0,00	0,02
157	-163,40	-22,64	-34,20	0,00	0,00	0,00	0,0046	0,0046	0,00	0,13	0,00	0,13
206	-170,22	-19,20	-42,51	0,00	0,00	0,00	0,0058	0,0058	0,00	0,27	0,00	0,27
255	-178,50	-13,72	-51,08	0,00	0,00	0,00	0,0069	0,0069	0,00	0,43	0,00	0,43
304	-188,44	-6,33	-60,05	0,00	0,00	0,00	0,0082	0,0082	0,00	0,62	0,00	0,62
353	-200,28	2,82	-69,54	0,00	0,00	0,00	0,0094	0,0094	0,00	0,83	0,00	0,83
391	-214,31	13,52	-79,70	0,00	0,00	0,00	0,0108	0,0108	0,00	1,07	0,00	1,07
429	-230,89	25,35	-90,76	0,00	0,00	0,00	0,0123	0,0123	0,00	1,34	0,00	1,34
467	-250,38	37,74	-103,18	0,00	0,00	0,00	0,0140	0,0140	0,00	1,62	0,00	1,62
505	-273,20	49,84	-117,69	0,00	0,00	0,00	0,0160	0,0160	0,00	1,93	0,00	1,93
543	-299,64	60,43	-135,46	0,00	0,00	0,00	0,0184	0,0184	0,00	2,25	0,00	2,25
581	-329,52	67,57	-158,33	0,00	0,00	0,00	0,0215	0,0215	0,00	2,60	0,00	2,60
619	-360,82	67,97	-188,86	0,00	0,00	0,00	0,0257	0,0257	0,00	2,95	0,00	2,95
657	-385,81	55,44	-229,37	0,00	0,00	0,00	0,0312	0,0312	0,00	3,28	0,00	3,28
695	-375,38	19,93	-272,66	0,00	0,00	0,00	0,0370	0,0370	0,00	3,36	0,00	3,36
755	-243,30	-55,80	-278,15	0,00	0,00	0,00	0,0378	0,0378	0,40	2,56	0,40	2,56
804	-145,68	-263,51	-261,94	0,00	0,00	0,00	0,0356	0,0356	1,34	0,00	1,34	0,00
856	-149,61	-10,92	-0,72	0,00	0,00	0,00	0,0065	0,0065	0,00	0,00	0,00	0,00
961	-45,66	152,68	-46,11	0,00	0,00	0,00	0,0063	0,0063	0,01	2,29	0,01	2,29

Corte B												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
47	-123,05	-236,64	-22,39	0,00	0,00	0,00	0,0092	0,0092	0,00	0,00	0,00	0,00
48	-139,62	-300,08	-14,12	0,00	0,00	0,00	0,0115	0,0115	0,00	0,00	0,00	0,00
122	-99,02	-183,98	-27,66	0,00	0,00	0,00	0,0073	0,0073	0,00	0,00	0,00	0,00
171	-70,73	-134,84	-30,02	0,00	0,00	0,00	0,0056	0,0056	0,00	0,00	0,00	0,00
220	-42,36	-81,04	-28,44	0,00	0,00	0,00	0,0037	0,0037	0,00	0,00	0,00	0,00
269	-19,22	-11,12	-20,77	0,00	0,00	0,00	0,0028	0,0028	0,02	0,11	0,02	0,11
318	-2,58	88,63	-7,60	0,00	0,00	0,00	0,0010	0,0010	0,06	1,11	0,06	1,11
713	0,73	194,05	-0,32	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,01	2,24	0,01	2,24
714	0,43	168,45	-0,68	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,01	1,95	0,01	1,95
769	0,71	220,38	0,46	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,01	2,54	0,01	2,54
818	0,39	247,21	0,62	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,01	2,85	0,01	2,85
870	-155,70	-385,69	-1,12	0,00	0,00	0,00	0,0147	0,0147	0,00	0,00	0,00	0,00
955	-2,64	141,33	-0,17	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,00	1,63	0,00	1,63
978	2,82	273,69	0,04	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,03	3,15	0,03	3,15

Corte C												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_x (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
79	-153,95	-22,63	17,74	0,00	0,00	0,00	0,0065	0,0065	0,00	0,00	0,00	0,00
80	-151,44	-18,53	9,36	0,00	0,00	0,00	0,0064	0,0064	0,00	0,00	0,00	0,00
138	-157,98	-23,88	25,99	0,00	0,00	0,00	0,0035	0,0035	0,00	0,02	0,00	0,02
187	-163,40	-22,64	34,20	0,00	0,00	0,00	0,0046	0,0046	0,00	0,13	0,00	0,13
236	-170,22	-19,20	42,51	0,00	0,00	0,00	0,0058	0,0058	0,00	0,27	0,00	0,27
285	-178,50	-13,72	51,08	0,00	0,00	0,00	0,0069	0,0069	0,00	0,43	0,00	0,43
334	-188,44	-6,33	60,05	0,00	0,00	0,00	0,0082	0,0082	0,00	0,62	0,00	0,62
372	-200,28	2,82	69,54	0,00	0,00	0,00	0,0094	0,0094	0,00	0,83	0,00	0,83
410	-214,31	13,52	79,70	0,00	0,00	0,00	0,0108	0,0108	0,00	1,07	0,00	1,07
448	-230,89	25,35	90,76	0,00	0,00	0,00	0,0123	0,0123	0,00	1,34	0,00	1,34
486	-250,38	37,74	103,18	0,00	0,00	0,00	0,0140	0,0140	0,00	1,62	0,00	1,62
524	-273,20	49,84	117,69	0,00	0,00	0,00	0,0160	0,0160	0,00	1,93	0,00	1,93
562	-299,64	60,43	135,46	0,00	0,00	0,00	0,0184	0,0184	0,00	2,25	0,00	2,25
600	-329,52	67,57	158,33	0,00	0,00	0,00	0,0215	0,0215	0,00	2,60	0,00	2,60
638	-360,82	67,97	188,86	0,00	0,00	0,00	0,0257	0,0257	0,00	2,95	0,00	2,95
676	-385,81	55,44	229,37	0,00	0,00	0,00	0,0312	0,0312	0,00	3,28	0,00	3,28
736	-375,38	19,93	272,66	0,00	0,00	0,00	0,0370	0,0370	0,00	3,36	0,00	3,36
785	-243,30	-55,80	278,15	0,00	0,00	0,00	0,0378	0,0378	0,40	2,56	0,40	2,56
834	-145,68	-263,51	261,94	0,00	0,00	0,00	0,0356	0,0356	1,34	0,00	1,34	0,00
903	-149,61	-10,92	0,72	0,00	0,00	0,00	0,0065	0,0065	0,00	0,00	0,00	0,00
1010	-45,66	152,68	46,11	0,00	0,00	0,00	0,0063	0,0063	0,01	2,29	0,01	2,29

Corte D												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_x (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
246	-142,50	0,74	3,99	0,00	0,00	0,00	0,0005	0,0005	0,00	0,05	0,00	0,05
247	-148,06	1,96	5,78	0,00	0,00	0,00	0,0008	0,0008	0,00	0,09	0,00	0,09
248	-155,05	3,62	5,17	0,00	0,00	0,00	0,0007	0,0007	0,00	0,10	0,00	0,10
249	-162,62	5,21	2,03	0,00	0,00	0,00	0,0003	0,0003	0,00	0,08	0,00	0,08
250	-169,80	6,13	-3,57	0,00	0,00	0,00	0,0005	0,0005	0,00	0,11	0,00	0,11
251	-175,74	5,85	-11,34	0,00	0,00	0,00	0,0015	0,0015	0,00	0,20	0,00	0,20
252	-179,79	3,89	-20,74	0,00	0,00	0,00	0,0028	0,0028	0,00	0,28	0,00	0,28
253	-181,57	0,00	-31,06	0,00	0,00	0,00	0,0042	0,0042	0,00	0,36	0,00	0,36
254	-181,03	-5,92	-41,44	0,00	0,00	0,00	0,0056	0,0056	0,00	0,41	0,00	0,41
255	-178,50	-13,72	-51,08	0,00	0,00	0,00	0,0069	0,0069	0,00	0,43	0,00	0,43
256	-174,65	-23,07	-59,28	0,00	0,00	0,00	0,0081	0,0081	0,00	0,42	0,00	0,42
257	-170,36	-33,49	-65,58	0,00	0,00	0,00	0,0089	0,0089	0,00	0,37	0,00	0,37
258	-166,68	-44,39	-69,76	0,00	0,00	0,00	0,0095	0,0095	0,00	0,29	0,00	0,29
259	-164,71	-55,14	-71,81	0,00	0,00	0,00	0,0098	0,0098	0,00	0,19	0,00	0,19
260	-165,57	-65,03	-71,89	0,00	0,00	0,00	0,0098	0,0098	0,00	0,08	0,00	0,08
261	-170,42	-73,16	-70,38	0,00	0,00	0,00	0,0084	0,0084	0,00	0,00	0,00	0,00
262	-180,46	-77,76	-68,26	0,00	0,00	0,00	0,0085	0,0085	0,00	0,00	0,00	0,00
263	-197,00	-74,17	-69,09	0,00	0,00	0,00	0,0091	0,0091	0,00	0,00	0,00	0,00

264	-222,96	-65,58	-80,09	0,00	0,00	0,00	0,0109	0,0109	0,00	0,17	0,00	0,17
265	-209,08	-62,84	-120,49	0,00	0,00	0,00	0,0164	0,0164	0,00	0,66	0,00	0,66
266	-92,96	-57,53	-119,17	0,00	0,00	0,00	0,0162	0,0162	0,30	0,71	0,30	0,71
267	-38,34	-50,41	-75,85	0,00	0,00	0,00	0,0103	0,0103	0,43	0,29	0,43	0,29
268	-24,56	-29,33	-44,96	0,00	0,00	0,00	0,0061	0,0061	0,23	0,18	0,23	0,18
269	-19,22	-11,12	-20,77	0,00	0,00	0,00	0,0028	0,0028	0,02	0,11	0,02	0,11
270	-17,83	-5,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,0007	0,0007	0,00	0,00	0,00	0,00
271	-19,22	-11,12	20,77	0,00	0,00	0,00	0,0028	0,0028	0,02	0,11	0,02	0,11
272	-24,56	-29,33	44,96	0,00	0,00	0,00	0,0061	0,0061	0,23	0,18	0,23	0,18
273	-38,34	-50,41	75,85	0,00	0,00	0,00	0,0103	0,0103	0,43	0,29	0,43	0,29
274	-92,96	-57,53	119,17	0,00	0,00	0,00	0,0162	0,0162	0,30	0,71	0,30	0,71
275	-209,08	-62,84	120,49	0,00	0,00	0,00	0,0164	0,0164	0,00	0,66	0,00	0,66
276	-222,96	-65,58	80,09	0,00	0,00	0,00	0,0109	0,0109	0,00	0,17	0,00	0,17
277	-197,00	-74,17	69,09	0,00	0,00	0,00	0,0091	0,0091	0,00	0,00	0,00	0,00
278	-180,46	-77,76	68,26	0,00	0,00	0,00	0,0085	0,0085	0,00	0,00	0,00	0,00
279	-170,42	-73,16	70,38	0,00	0,00	0,00	0,0084	0,0084	0,00	0,00	0,00	0,00
280	-165,57	-65,03	71,89	0,00	0,00	0,00	0,0098	0,0098	0,00	0,08	0,00	0,08
281	-164,71	-55,14	71,81	0,00	0,00	0,00	0,0098	0,0098	0,00	0,19	0,00	0,19
282	-166,68	-44,39	69,76	0,00	0,00	0,00	0,0095	0,0095	0,00	0,29	0,00	0,29
283	-170,36	-33,49	65,58	0,00	0,00	0,00	0,0089	0,0089	0,00	0,37	0,00	0,37
284	-174,65	-23,07	59,28	0,00	0,00	0,00	0,0081	0,0081	0,00	0,42	0,00	0,42
285	-178,50	-13,72	51,08	0,00	0,00	0,00	0,0069	0,0069	0,00	0,43	0,00	0,43
286	-181,03	-5,92	41,44	0,00	0,00	0,00	0,0056	0,0056	0,00	0,41	0,00	0,41
287	-181,57	0,00	31,06	0,00	0,00	0,00	0,0042	0,0042	0,00	0,36	0,00	0,36
288	-179,79	3,89	20,74	0,00	0,00	0,00	0,0028	0,0028	0,00	0,28	0,00	0,28
289	-175,74	5,85	11,34	0,00	0,00	0,00	0,0015	0,0015	0,00	0,20	0,00	0,20
290	-169,80	6,13	3,57	0,00	0,00	0,00	0,0005	0,0005	0,00	0,11	0,00	0,11
291	-162,62	5,21	-2,03	0,00	0,00	0,00	0,0003	0,0003	0,00	0,08	0,00	0,08
292	-155,05	3,62	-5,17	0,00	0,00	0,00	0,0007	0,0007	0,00	0,10	0,00	0,10
293	-148,06	1,96	-5,78	0,00	0,00	0,00	0,0008	0,0008	0,00	0,09	0,00	0,09
294	-142,50	0,74	-3,99	0,00	0,00	0,00	0,0005	0,0005	0,00	0,05	0,00	0,05
875	-138,68	0,60	0,46	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,00	0,01	0,00	0,01
928	-138,68	0,60	-0,46	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,00	0,01	0,00	0,01

Corte E

Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
496	-88,774	3,338	21,07	0	0	0	0,0029	0,0029	0,00	0,28	0,00	0,28
497	-120,761	9,024	34,964	0	0	0	0,0048	0,0048	0,00	0,51	0,00	0,51
498	-156,942	18,046	42,368	0	0	0	0,0058	0,0058	0,00	0,69	0,00	0,69
499	-196,161	29,925	42,494	0	0	0	0,0058	0,0058	0,00	0,83	0,00	0,83
500	-235,915	43,44	33,526	0	0	0	0,0046	0,0046	0,00	0,89	0,00	0,89
501	-271,614	56,218	13,863	0	0	0	0,0019	0,0019	0,00	0,81	0,00	0,81
502	-297,013	65,117	-16,077	0	0	0	0,0022	0,0022	0,00	0,93	0,00	0,93
503	-306,361	67,362	-52,441	0	0	0	0,0071	0,0071	0,00	1,38	0,00	1,38
504	-297,457	61,865	-88,536	0	0	0	0,0120	0,0120	0,00	1,73	0,00	1,73

505	-273,197	49,84	-117,685	0	0	0	0,0160	0,0160	0,00	1,93	0,00	1,93
506	-240,062	34,228	-136,108	0	0	0	0,0185	0,0185	0,00	1,96	0,00	1,96
507	-205,077	18,399	-143,558	0	0	0	0,0195	0,0195	0,00	1,86	0,00	1,86
508	-173,623	5,003	-141,987	0	0	0	0,0193	0,0193	0,00	1,69	0,00	1,69
509	-148,861	-4,508	-133,856	0	0	0	0,0182	0,0182	0,00	1,49	0,00	1,49
510	-132,091	-9,783	-121,05	0	0	0	0,0164	0,0164	0,00	1,28	0,00	1,28
511	-123,366	-11,288	-104,429	0	0	0	0,0142	0,0142	0,00	1,07	0,00	1,07
512	-121,811	-10,003	-83,731	0	0	0	0,0114	0,0114	0,00	0,85	0,00	0,85
513	-125,7	-6,765	-58,013	0	0	0	0,0079	0,0079	0,00	0,59	0,00	0,59
514	-133,805	-6,248	-27,226	0	0	0	0,0037	0,0037	0,00	0,24	0,00	0,24
515	-133,805	-6,248	27,226	0	0	0	0,0037	0,0037	0,00	0,24	0,00	0,24
516	-125,7	-6,765	58,013	0	0	0	0,0079	0,0079	0,00	0,59	0,00	0,59
517	-121,811	-10,003	83,731	0	0	0	0,0114	0,0114	0,00	0,85	0,00	0,85
518	-123,366	-11,288	104,429	0	0	0	0,0142	0,0142	0,00	1,07	0,00	1,07
519	-132,091	-9,783	121,05	0	0	0	0,0164	0,0164	0,00	1,28	0,00	1,28
520	-148,861	-4,508	133,856	0	0	0	0,0182	0,0182	0,00	1,49	0,00	1,49
521	-173,623	5,003	141,987	0	0	0	0,0193	0,0193	0,00	1,69	0,00	1,69
522	-205,077	18,399	143,558	0	0	0	0,0195	0,0195	0,00	1,86	0,00	1,86
523	-240,062	34,228	136,108	0	0	0	0,0185	0,0185	0,00	1,96	0,00	1,96
524	-273,197	49,84	117,685	0	0	0	0,0160	0,0160	0,00	1,93	0,00	1,93
525	-297,457	61,865	88,536	0	0	0	0,0120	0,0120	0,00	1,73	0,00	1,73
526	-306,361	67,362	52,441	0	0	0	0,0071	0,0071	0,00	1,38	0,00	1,38
527	-297,013	65,117	16,077	0	0	0	0,0022	0,0022	0,00	0,93	0,00	0,93
528	-271,614	56,218	-13,863	0	0	0	0,0019	0,0019	0,00	0,81	0,00	0,81
529	-235,915	43,44	-33,526	0	0	0	0,0046	0,0046	0,00	0,89	0,00	0,89
530	-196,161	29,925	-42,494	0	0	0	0,0058	0,0058	0,00	0,83	0,00	0,83
531	-156,942	18,046	-42,368	0	0	0	0,0058	0,0058	0,00	0,69	0,00	0,69
532	-120,761	9,024	-34,964	0	0	0	0,0048	0,0048	0,00	0,51	0,00	0,51
533	-88,774	3,338	-21,07	0	0	0	0,0029	0,0029	0,00	0,28	0,00	0,28
934	-62,264	3,698	-0,383	0	0	0	0,0001	0,0001	0,00	0,05	0,00	0,05
950	-134,27	3,154	-1,527	0	0	0	0,0002	0,0002	0,00	0,05	0,00	0,05
984	-134,27	3,154	1,527	0	0	0	0,0002	0,0002	0,00	0,05	0,00	0,05
992	-62,264	3,698	0,383	0	0	0	0,0001	0,0001	0,00	0,05	0,00	0,05

Corte F												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
795	4,83	3,41	-11,78	0,00	0,00	0,00	0,0016	0,0016	0,19	0,17	0,19	0,17
796	-3,04	2,62	-12,07	0,00	0,00	0,00	0,0016	0,0016	0,10	0,17	0,10	0,17
797	-9,04	-7,21	-3,23	0,00	0,00	0,00	0,0004	0,0004	0,00	0,00	0,00	0,00
798	-18,91	-37,92	17,00	0,00	0,00	0,00	0,0019	0,0019	0,00	0,00	0,00	0,00
799	-42,92	-123,88	72,93	0,00	0,00	0,00	0,0099	0,0099	0,35	0,00	0,35	0,00
800	-146,40	-325,51	226,80	0,00	0,00	0,00	0,0308	0,0308	0,92	0,00	0,92	0,00
801	-342,73	-133,38	318,07	0,00	0,00	0,00	0,0432	0,0432	0,00	2,12	0,00	2,12
802	-2619,48	-228,71	-17,03	0,00	0,00	0,00	0,0432	0,0432	0,00	2,12	0,00	2,12
803	-342,35	-102,48	-352,41	0,00	0,00	0,00	0,0479	0,0479	0,12	2,87	0,12	2,87

804	-145,68	-263,51	-261,94	0,00	0,00	0,00	0,0356	0,0356	1,34	0,00	1,34	0,00
805	-41,99	-30,51	-109,28	0,00	0,00	0,00	0,0148	0,0148	0,77	0,91	0,77	0,91
806	-18,10	86,97	-54,69	0,00	0,00	0,00	0,0074	0,0074	0,42	1,63	0,42	1,63
807	-9,11	148,73	-35,20	0,00	0,00	0,00	0,0048	0,0048	0,30	2,12	0,30	2,12
808	-5,71	187,85	-24,67	0,00	0,00	0,00	0,0034	0,0034	0,22	2,44	0,22	2,44
809	-4,57	214,37	-17,69	0,00	0,00	0,00	0,0024	0,0024	0,15	2,67	0,15	2,67
810	-4,46	232,70	-11,69	0,00	0,00	0,00	0,0016	0,0016	0,08	2,81	0,08	2,81
811	-4,66	244,69	-5,63	0,00	0,00	0,00	0,0008	0,0008	0,01	2,88	0,01	2,88
812	-4,33	251,26	0,55	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,00	2,90	0,00	2,90
813	-2,71	253,37	5,62	0,00	0,00	0,00	0,0008	0,0008	0,03	2,98	0,03	2,98
814	-0,14	252,52	7,65	0,00	0,00	0,00	0,0010	0,0010	0,09	2,99	0,09	2,99
815	1,63	250,52	6,30	0,00	0,00	0,00	0,0009	0,0009	0,09	2,95	0,09	2,95
816	1,72	248,74	3,69	0,00	0,00	0,00	0,0005	0,0005	0,06	2,90	0,06	2,90
817	0,98	247,68	1,71	0,00	0,00	0,00	0,0002	0,0002	0,03	2,87	0,03	2,87
818	0,39	247,21	0,62	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,01	2,85	0,01	2,85
819	0,22	247,11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,00	2,84	0,00	2,84
820	0,39	247,21	-0,62	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,01	2,85	0,01	2,85
821	0,98	247,68	-1,71	0,00	0,00	0,00	0,0002	0,0002	0,03	2,87	0,03	2,87
822	1,72	248,74	-3,69	0,00	0,00	0,00	0,0005	0,0005	0,06	2,90	0,06	2,90
823	1,63	250,52	-6,30	0,00	0,00	0,00	0,0009	0,0009	0,09	2,95	0,09	2,95
824	-0,14	252,52	-7,65	0,00	0,00	0,00	0,0010	0,0010	0,09	2,99	0,09	2,99
825	-2,71	253,37	-5,62	0,00	0,00	0,00	0,0008	0,0008	0,03	2,98	0,03	2,98
826	-4,33	251,26	-0,55	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,00	2,90	0,00	2,90
827	-4,66	244,69	5,63	0,00	0,00	0,00	0,0008	0,0008	0,01	2,88	0,01	2,88
828	-4,46	232,70	11,69	0,00	0,00	0,00	0,0016	0,0016	0,08	2,81	0,08	2,81
829	-4,57	214,37	17,69	0,00	0,00	0,00	0,0024	0,0024	0,15	2,67	0,15	2,67
830	-5,71	187,85	24,67	0,00	0,00	0,00	0,0034	0,0034	0,22	2,44	0,22	2,44
831	-9,11	148,73	35,20	0,00	0,00	0,00	0,0048	0,0048	0,30	2,12	0,30	2,12
832	-18,10	86,97	54,69	0,00	0,00	0,00	0,0074	0,0074	0,42	1,63	0,42	1,63
833	-41,99	-30,51	109,28	0,00	0,00	0,00	0,0148	0,0148	0,77	0,91	0,77	0,91
834	-145,68	-263,51	261,94	0,00	0,00	0,00	0,0356	0,0356	1,34	0,00	1,34	0,00
835	-342,35	-102,48	352,41	0,00	0,00	0,00	0,0479	0,0479	0,12	2,87	0,12	2,87
836	-2619,48	-228,71	17,03	0,00	0,00	0,00	0,0479	0,0479	0,12	2,87	0,12	2,87
837	-342,73	-133,38	-318,07	0,00	0,00	0,00	0,0432	0,0432	0,00	2,12	0,00	2,12
838	-146,40	-325,51	-226,80	0,00	0,00	0,00	0,0308	0,0308	0,92	0,00	0,92	0,00
839	-42,92	-123,88	-72,93	0,00	0,00	0,00	0,0099	0,0099	0,35	0,00	0,35	0,00
840	-18,91	-37,92	-17,00	0,00	0,00	0,00	0,0019	0,0019	0,00	0,00	0,00	0,00
841	-9,04	-7,21	3,23	0,00	0,00	0,00	0,0004	0,0004	0,00	0,00	0,00	0,00
842	-3,04	2,62	12,07	0,00	0,00	0,00	0,0016	0,0016	0,10	0,17	0,10	0,17
843	4,83	3,41	11,78	0,00	0,00	0,00	0,0016	0,0016	0,19	0,17	0,19	0,17
941	13,63	3,31	-1,02	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,17	0,05	0,17	0,05
1000	13,63	3,31	1,02	0,00	0,00	0,00	0,0001	0,0001	0,17	0,05	0,17	0,05

• Laje

Corte A												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
579	-35,60	19,75	190,87	141,67	70,34	-14,85	0,0513	0,0090	0,00	0,00	13,75	7,69
1271	-50,42	-15,31	95,44	66,73	-1,40	0,49	0,0124	0,0135	0,00	1,01	6,96	0,83
1272	-20,26	-24,29	33,97	49,50	-4,91	-1,71	0,0066	0,0027	0,00	0,75	4,74	0,00
1273	-15,34	-19,09	17,42	37,30	-8,63	-1,46	0,0040	0,0007	0,00	0,95	3,46	0,00
1274	-12,83	-14,87	11,79	28,69	-12,12	-1,42	0,0040	0,0007	0,00	0,95	3,46	0,00
1275	-11,29	-12,10	8,88	22,30	-15,12	-1,42	0,0028	0,0004	0,00	1,55	2,04	0,00
1276	-10,16	-10,24	7,02	17,45	-17,61	-1,43	0,0026	0,0007	0,00	1,79	1,61	0,00
1277	-9,27	-8,94	5,57	13,74	-19,64	-1,47	0,0024	0,0009	0,00	1,98	1,29	0,00
1278	-8,56	-7,99	4,26	10,92	-21,23	-1,53	0,0023	0,0012	0,00	2,14	1,05	0,00
1279	-8,03	-7,28	2,96	8,82	-22,40	-1,63	0,0022	0,0014	0,00	2,25	0,87	0,00
1280	-7,68	-6,74	1,61	7,33	-23,14	-1,75	0,0022	0,0018	0,00	2,33	0,76	0,00
1281	-7,50	-6,36	0,21	6,38	-23,45	-1,88	0,0022	0,0021	0,00	2,36	0,70	0,00
1282	-7,49	-6,10	-1,27	5,92	-23,34	-2,03	0,0021	0,0025	0,00	2,35	0,69	0,00
1283	-7,63	-5,97	-2,80	5,93	-22,79	-2,18	0,0021	0,0029	0,00	2,29	0,72	0,00
1284	-7,90	-5,97	-4,40	6,38	-21,80	-2,34	0,0021	0,0032	0,00	2,19	0,79	0,00
1285	-8,30	-6,09	-6,03	7,28	-20,35	-2,50	0,0020	0,0036	0,00	2,05	0,91	0,00
1286	-8,82	-6,35	-7,67	8,64	-18,43	-2,66	0,0020	0,0041	0,00	1,86	1,07	0,00
1287	-9,47	-6,72	-9,29	10,51	-16,04	-2,84	0,0020	0,0045	0,00	1,62	1,28	0,00
1288	-10,27	-7,21	-10,85	12,93	-13,14	-3,06	0,0020	0,0049	0,00	1,35	1,54	0,00
1289	-11,25	-7,79	-12,31	15,98	-9,72	-3,36	0,0021	0,0055	0,00	1,02	1,87	0,00
1290	-12,45	-8,48	-13,65	19,77	-5,71	-3,78	0,0024	0,0061	0,00	0,65	2,27	0,00
1291	-13,93	-9,30	-14,94	24,44	-1,01	-4,40	0,0030	0,0070	0,00	0,24	2,78	0,39
1292	-15,77	-10,35	-16,34	30,18	4,55	-5,33	0,0100	0,0072	0,00	0,00	3,09	0,93
1293	-18,13	-11,80	-18,23	37,23	11,31	-6,72	0,0119	0,0088	0,00	0,00	3,83	1,65
1294	-21,41	-14,01	-21,45	45,92	19,90	-8,83	0,0147	0,0113	0,00	0,00	4,79	2,61
1295	-27,03	-17,65	-27,77	56,61	31,58	-11,95	0,0185	0,0152	0,00	0,00	6,06	3,97
1296	-40,26	-25,52	-38,34	69,54	48,87	-16,90	0,0240	0,0218	0,00	0,00	7,68	6,02
1297	-54,37	1,39	-39,74	86,47	83,70	-22,85	0,0328	0,0284	0,00	0,00	9,74	10,16
1298	-93,65	15,19	53,89	88,65	100,60	7,77	0,0328	0,0147	0,00	0,00	8,26	10,67
1299	-49,85	-20,92	48,94	74,26	59,75	5,78	0,0249	0,0121	0,00	0,00	7,14	6,20
1300	-34,11	-17,42	34,78	60,12	38,26	1,05	0,0194	0,0056	0,00	0,00	5,41	3,69
1301	-27,75	-13,74	25,96	48,05	24,35	-2,34	0,0153	0,0013	0,00	0,00	3,99	2,08
1302	-24,24	-11,17	20,58	38,00	14,45	-4,68	0,0125	0,0016	0,00	0,00	3,16	1,27
1303	-21,67	-9,58	16,89	29,64	6,93	-6,26	0,0094	0,0048	0,00	0,02	3,00	0,96
1304	-19,45	-8,64	14,02	22,68	0,97	-7,36	0,0102	0,0064	0,00	0,67	2,49	0,54
1305	-17,42	-8,08	11,54	16,85	-3,89	-8,16	0,0108	0,0077	0,00	1,19	2,06	0,18
1306	-15,58	-7,75	9,28	11,96	-7,91	-8,79	0,0112	0,0087	0,00	1,62	1,70	0,00
1307	-13,95	-7,54	7,13	7,85	-11,24	-9,33	0,0115	0,0096	0,06	1,97	1,40	0,00
1308	-12,56	-7,40	5,08	4,40	-13,98	-9,83	0,0118	0,0104	0,43	2,25	1,16	0,00
1309	-11,44	-7,29	3,10	1,51	-16,16	-10,33	0,0121	0,0113	0,75	2,49	0,97	0,00

1310	-10,59	-7,20	1,19	-0,91	-17,82	-10,85	0,0124	0,0121	1,02	2,68	0,82	0,00
1311	-10,04	-7,12	-0,66	-2,90	-18,98	-11,38	0,0128	0,0130	1,24	2,82	0,70	0,00
1312	-9,79	-7,03	-2,44	-4,51	-19,64	-11,93	0,0132	0,0138	1,43	2,92	0,63	0,00
1313	-9,85	-6,92	-4,18	-5,80	-19,79	-12,49	0,0136	0,0147	1,59	2,97	0,58	0,00
1314	-10,23	-6,77	-5,87	-6,79	-19,45	-13,05	0,0140	0,0156	1,72	2,97	0,55	0,00
1315	-10,96	-6,56	-7,50	-7,52	-18,61	-13,60	0,0144	0,0164	1,81	2,92	0,54	0,00
1316	-12,06	-6,24	-9,07	-8,03	-17,26	-14,10	0,0147	0,0172	1,88	2,83	0,55	0,00
1317	-13,55	-5,79	-10,53	-8,35	-15,45	-14,51	0,0150	0,0179	1,91	2,68	0,56	0,00
1318	-15,47	-5,15	-11,83	-8,51	-13,20	-14,79	0,0151	0,0184	1,92	2,49	0,56	0,23
1319	-17,84	-4,29	-12,88	-8,53	-10,64	-14,87	0,0151	0,0186	1,89	2,25	0,55	0,50
1320	-20,64	-3,21	-13,53	-8,43	-7,90	-14,72	0,0148	0,0185	1,83	1,97	0,52	0,77
1321	-23,76	-1,94	-13,57	-8,17	-5,17	-14,31	0,0144	0,0181	1,73	1,69	0,47	1,01
1322	-26,97	-0,63	-12,84	-7,74	-2,68	-13,69	0,0138	0,0172	1,60	1,41	0,41	1,20
1323	-29,88	0,54	-11,28	-7,11	-0,63	-12,94	0,0131	0,0162	1,45	1,18	0,34	1,32
1324	-32,11	1,36	-9,02	-6,31	0,86	-12,21	0,0126	0,0151	1,30	1,00	0,30	1,37
1325	-33,44	1,67	-6,40	-5,38	1,70	-11,65	0,0123	0,0141	1,17	0,90	0,29	1,37
1326	-33,86	1,49	-3,84	-4,39	1,92	-11,39	0,0124	0,0134	1,08	0,88	0,33	1,34
1327	-33,74	0,96	-1,78	-3,44	1,58	-11,65	0,0129	0,0134	1,04	0,95	0,42	1,30
1328	-33,75	0,42	-0,40	-2,58	0,85	-10,39	0,0117	0,0118	0,85	0,91	0,36	1,09
1357	-319,66	-2,16	-40,52	62,29	104,41	-12,59	0,0353	0,0178	0,00	0,00	3,46	11,13
3803	-34,76	0,01	0,58	-2,09	0,29	-9,19	0,0105	0,0103	0,69	0,86	0,27	0,90

Corte B

Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
2183	-19,955	-0,28	0,097	-39,259	-1,692	1,176	0,0011	0,0143	3,29	0,25	0,00	0,00
2184	-21,712	-0,606	0,252	-38,374	-3,743	1,31	0,0012	0,0133	3,19	0,43	0,00	0,00
2185	-23,02	-1,212	0,386	-37,606	-5,718	1,23	0,0011	0,0126	3,09	0,59	0,00	0,00
2186	-23,946	-1,995	0,488	-36,919	-7,511	1,156	0,0010	0,0121	3,01	0,72	0,00	0,00
2187	-24,581	-2,908	0,548	-36,324	-9,105	1,075	0,0009	0,0117	2,94	0,84	0,00	0,00
2188	-25,019	-3,902	0,564	-35,834	-10,479	0,985	0,0008	0,0114	2,88	0,94	0,00	0,00
2189	-25,352	-4,93	0,536	-35,461	-11,61	0,887	0,0007	0,0113	2,84	1,02	0,00	0,00
2190	-25,672	-5,945	0,469	-35,222	-12,474	0,779	0,0007	0,0112	2,80	1,07	0,00	0,00
2191	-26,064	-6,911	0,369	-35,131	-13,051	0,663	0,0006	0,0111	2,78	1,10	0,00	0,00
2192	-26,61	-7,789	0,243	-35,207	-13,322	0,539	0,0005	0,0111	2,77	1,10	0,00	0,00
2193	-27,39	-8,547	0,1	-35,467	-13,276	0,408	0,0004	0,0112	2,78	1,08	0,00	0,00
2194	-28,49	-9,144	-0,048	-35,933	-12,905	0,27	0,0003	0,0114	2,79	1,03	0,00	0,00
2195	-30,004	-9,528	-0,188	-36,623	-12,213	0,125	0,0001	0,0117	2,83	0,96	0,00	0,00
2196	-32,054	-9,612	-0,299	-37,557	-11,216	-0,031	0,0000	0,0121	2,87	0,86	0,00	0,00
2197	-34,794	-9,247	-0,351	-38,74	-9,948	-0,201	0,0001	0,0127	2,96	0,77	0,00	0,00
2198	-38,415	-8,205	-0,307	-40,156	-8,464	-0,393	0,0003	0,0135	3,06	0,67	0,00	0,00
2199	-43,109	-6,362	-0,146	-41,718	-6,782	-0,607	0,0005	0,0145	3,16	0,57	0,00	0,00
2200	-48,532	-3,906	0,13	-43,316	-4,779	-0,826	0,0008	0,0159	3,27	0,44	0,00	0,00
2201	-53,096	-1,839	0,372	-45,003	-2,529	-0,897	0,0009	0,0175	3,39	0,28	0,00	0,00
2202	-73,674	-0,957	-0,242	-52,176	0,722	0,711	0,0008	0,0008	4,22	0,00	0,00	0,12

2203	-67,892	-2,168	-0,315	-52,876	2,859	0,778	0,0009	0,0008	4,36	0,00	0,00	0,32
2204	-60,884	-3,895	-0,05	-53,01	4,736	0,566	0,0006	0,0006	4,43	0,00	0,00	0,46
2205	-54,909	-5,26	0,23	-52,458	5,606	0,367	0,0004	0,0004	4,43	0,00	0,00	0,51
2206	-50,255	-6,039	0,43	-51,563	5,4	0,255	0,0002	0,0003	4,38	0,00	0,00	0,48
2207	-46,481	-6,381	0,563	-50,607	4,387	0,197	0,0001	0,0003	4,33	0,00	0,00	0,37
2208	-43,277	-6,565	0,632	-49,713	2,853	0,157	0,0001	0,0003	4,27	0,00	0,00	0,22
2209	-40,45	-6,724	0,65	-48,929	1,003	0,115	0,0000	0,0002	4,23	0,00	0,00	0,04
2210	-37,896	-6,901	0,628	-48,273	-1,018	0,063	0,0000	0,0185	3,79	0,01	0,00	0,00
2211	-35,565	-7,093	0,577	-47,754	-3,101	-0,002	0,0001	0,0173	3,77	0,19	0,00	0,00
2212	-33,437	-7,28	0,502	-47,373	-5,165	-0,08	0,0001	0,0165	3,76	0,38	0,00	0,00
2213	-31,505	-7,439	0,411	-47,13	-7,142	-0,168	0,0002	0,0159	3,76	0,55	0,00	0,00
2214	-29,769	-7,548	0,307	-47,025	-8,979	-0,264	0,0003	0,0154	3,78	0,72	0,00	0,00
2215	-28,23	-7,59	0,197	-47,053	-10,636	-0,363	0,0004	0,0152	3,81	0,87	0,00	0,00
2216	-26,884	-7,553	0,084	-47,208	-12,082	-0,463	0,0004	0,0150	3,84	1,01	0,00	0,00
2217	-25,727	-7,431	-0,028	-47,482	-13,294	-0,561	0,0005	0,0150	3,89	1,12	0,00	0,00
2218	-24,75	-7,222	-0,136	-47,867	-14,26	-0,654	0,0006	0,0150	3,94	1,21	0,00	0,00
2219	-23,942	-6,929	-0,238	-48,35	-14,971	-0,742	0,0007	0,0151	4,00	1,29	0,00	0,00
2220	-23,287	-6,555	-0,33	-48,923	-15,428	-0,821	0,0007	0,0152	4,07	1,34	0,00	0,00
2221	-22,765	-6,11	-0,411	-49,571	-15,633	-0,892	0,0008	0,0154	4,14	1,37	0,00	0,00
2222	-22,355	-5,604	-0,48	-50,285	-15,592	-0,953	0,0008	0,0156	4,21	1,38	0,00	0,00
2223	-22,033	-5,048	-0,533	-51,052	-15,316	-1,006	0,0009	0,0159	4,29	1,36	0,00	0,00
2224	-21,772	-4,456	-0,571	-51,861	-14,816	-1,05	0,0009	0,0162	4,37	1,33	0,00	0,00
2225	-21,544	-3,842	-0,593	-52,703	-14,103	-1,085	0,0009	0,0165	4,45	1,28	0,00	0,00
2226	-21,32	-3,222	-0,597	-53,569	-13,188	-1,115	0,0010	0,0169	4,54	1,21	0,00	0,00
2227	-21,069	-2,613	-0,583	-54,453	-12,082	-1,14	0,0010	0,0173	4,62	1,12	0,00	0,00
2228	-20,758	-2,03	-0,551	-55,349	-10,792	-1,162	0,0010	0,0178	4,71	1,02	0,00	0,00
2229	-20,355	-1,49	-0,502	-56,253	-9,325	-1,183	0,0010	0,0183	4,81	0,90	0,00	0,00
2230	-19,827	-1,012	-0,434	-57,167	-7,681	-1,207	0,0011	0,0190	4,90	0,77	0,00	0,00
2231	-19,14	-0,611	-0,35	-58,09	-5,862	-1,234	0,0011	0,0198	5,00	0,62	0,00	0,00
2232	-18,262	-0,305	-0,249	-59,024	-3,859	-1,276	0,0012	0,0208	5,11	0,45	0,00	0,00
2233	-17,158	-0,111	-0,132	-60,016	-1,76	-1,12	0,0010	0,0220	5,22	0,25	0,00	0,00
3733	-17,642	0,034	-0,063	-39,91	-0,419	1,004	0,0011	0,0011	3,72	0,14	0,00	0,06
3746	-53,295	-0,597	-0,073	-45,85	-0,48	-0,84	0,0009	0,0010	3,86	0,12	0,00	0,03
3793	-74,947	-0,049	-0,17	-51,693	0,451	0,514	0,0006	0,0006	4,14	0,01	0,00	0,09
3813	-15,763	0,112	-0,001	-60,717	-0,476	-0,951	0,0011	0,0011	5,73	0,14	0,00	0,05

Corte C												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_r (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
292	-35,16	20,11	-189,32	140,41	69,25	14,40	0,0507	0,0093	0,00	0,00	13,65	7,61
3213	-50,05	-16,37	-93,87	66,22	-1,74	-0,72	0,0119	0,0136	0,00	0,99	6,92	0,79
3214	-20,11	-24,11	-33,02	49,20	-5,10	1,46	0,0061	0,0028	0,00	0,73	4,72	0,00
3215	-15,28	-18,81	-16,60	37,15	-8,77	1,21	0,0036	0,0009	0,00	0,93	3,46	0,00
3216	-12,79	-14,61	-11,03	28,67	-12,22	1,17	0,0028	0,0002	0,00	1,24	2,62	0,00
3217	-11,24	-11,89	-8,15	22,39	-15,17	1,14	0,0024	0,0002	0,00	1,52	2,03	0,00
3218	-10,07	-10,08	-6,32	17,63	-17,63	1,12	0,0021	0,0004	0,00	1,75	1,61	0,00
3219	-9,11	-8,84	-4,91	13,99	-19,62	1,12	0,0019	0,0006	0,00	1,94	1,29	0,00
3220	-8,32	-7,95	-3,64	11,24	-21,18	1,15	0,0018	0,0008	0,00	2,09	1,05	0,00
3221	-7,70	-7,30	-2,41	9,19	-22,30	1,21	0,0017	0,0010	0,00	2,20	0,88	0,00
3222	-7,26	-6,83	-1,15	7,75	-23,00	1,29	0,0016	0,0013	0,00	2,26	0,77	0,00
3223	-6,99	-6,51	0,14	6,84	-23,28	1,38	0,0015	0,0016	0,00	2,29	0,71	0,00
3224	-6,89	-6,31	1,47	6,41	-23,12	1,49	0,0015	0,0019	0,00	2,27	0,69	0,00
3225	-6,96	-6,22	2,83	6,44	-22,54	1,60	0,0014	0,0022	0,00	2,21	0,72	0,00
3226	-7,20	-6,23	4,22	6,92	-21,52	1,71	0,0014	0,0025	0,00	2,11	0,79	0,00
3227	-7,61	-6,33	5,61	7,85	-20,06	1,82	0,0013	0,0028	0,00	1,96	0,90	0,00
3228	-8,19	-6,51	7,00	9,25	-18,14	1,93	0,0012	0,0031	0,00	1,77	1,06	0,00
3229	-8,97	-6,74	8,35	11,17	-15,77	2,04	0,0012	0,0034	0,00	1,53	1,26	0,00
3230	-9,95	-7,01	9,66	13,66	-12,91	2,17	0,0011	0,0038	0,00	1,25	1,51	0,00
3231	-11,15	-7,31	10,90	16,81	-9,54	2,34	0,0012	0,0041	0,00	0,93	1,83	0,00
3232	-12,57	-7,61	12,07	20,74	-5,61	2,58	0,0013	0,0046	0,00	0,56	2,23	0,00
3233	-14,23	-7,96	13,22	25,62	-1,00	2,94	0,0015	0,0051	0,00	0,13	2,73	0,25
3234	-16,10	-8,44	14,48	31,67	4,45	3,53	0,0104	0,0052	0,00	0,00	3,04	0,77
3235	-18,19	-9,21	16,14	39,20	11,06	4,46	0,0124	0,0063	0,00	0,00	3,78	1,44
3236	-20,65	-10,64	18,87	48,70	19,41	5,95	0,0152	0,0081	0,00	0,00	4,77	2,33
3237	-24,18	-13,62	24,36	60,87	30,58	8,39	0,0192	0,0113	0,00	0,00	6,12	3,58
3238	-31,45	-21,15	39,90	77,10	47,39	12,68	0,0250	0,0177	0,00	0,00	8,12	5,60
3239	-54,00	-18,50	78,96	97,95	73,70	20,01	0,0334	0,0310	0,00	0,00	11,01	9,24
3240	-323,08	-15,12	60,21	113,47	142,95	17,00	0,0526	0,0255	0,00	0,00	9,25	15,62
3241	-189,92	-6,01	-140,12	96,81	94,24	-11,94	0,0387	0,0310	0,00	0,00	9,38	11,35
3242	-37,79	-24,52	-51,57	83,99	57,87	-1,63	0,0274	0,0083	0,00	0,00	7,85	5,67
3243	-28,78	-17,15	-32,36	65,65	37,79	2,84	0,0209	0,0016	0,00	0,00	5,61	3,29
3244	-24,57	-12,41	-23,65	51,66	24,40	5,56	0,0166	0,0021	0,00	0,00	4,43	2,18
3245	-22,18	-10,09	-18,79	40,61	14,73	7,31	0,0137	0,0043	0,00	0,00	3,68	1,56
3246	-20,20	-8,84	-15,57	31,70	7,32	8,42	0,0117	0,0074	0,00	0,18	3,43	1,23
3247	-18,34	-8,16	-13,07	24,39	1,39	9,16	0,0122	0,0086	0,00	0,80	2,85	0,77
3248	-16,57	-7,79	-10,89	18,35	-3,48	9,68	0,0124	0,0095	0,00	1,30	2,37	0,38
3249	-14,93	-7,58	-8,85	13,31	-7,53	10,08	0,0126	0,0102	0,00	1,70	1,97	0,06
3250	-13,47	-7,45	-6,88	9,09	-10,90	10,44	0,0128	0,0109	0,05	2,04	1,64	0,00
3251	-12,21	-7,36	-4,97	5,54	-13,68	10,79	0,0129	0,0115	0,42	2,32	1,37	0,00
3252	-11,20	-7,29	-3,10	2,57	-15,91	11,16	0,0131	0,0122	0,73	2,55	1,15	0,00
3253	-10,44	-7,23	-1,27	0,08	-17,62	11,56	0,0133	0,0129	0,99	2,73	0,98	0,00

3254	-9,96	-7,16	0,51	-1,97	-18,83	11,99	0,0135	0,0136	1,22	2,87	0,85	0,00
3255	-9,76	-7,09	2,26	-3,65	-19,53	12,46	0,0138	0,0144	1,41	2,96	0,76	0,00
3256	-9,85	-6,99	3,97	-5,00	-19,74	12,94	0,0141	0,0152	1,56	3,01	0,69	0,00
3257	-10,27	-6,85	5,64	-6,05	-19,44	13,44	0,0145	0,0160	1,68	3,01	0,66	0,00
3258	-11,01	-6,63	7,26	-6,84	-18,64	13,93	0,0148	0,0168	1,78	2,96	0,64	0,00
3259	-12,12	-6,32	8,82	-7,39	-17,33	14,38	0,0151	0,0175	1,85	2,86	0,63	0,00
3260	-13,61	-5,87	10,28	-7,76	-15,55	14,75	0,0153	0,0181	1,88	2,72	0,63	0,00
3261	-15,53	-5,23	11,59	-7,97	-13,35	14,99	0,0154	0,0186	1,89	2,52	0,63	0,23
3262	-17,88	-4,37	12,64	-8,04	-10,81	15,05	0,0153	0,0188	1,86	2,28	0,61	0,50
3263	-20,66	-3,28	13,29	-7,97	-8,09	14,88	0,0150	0,0187	1,80	2,01	0,58	0,77
3264	-23,76	-2,01	13,34	-7,76	-5,38	14,46	0,0146	0,0182	1,70	1,72	0,52	1,00
3265	-26,92	-0,69	12,62	-7,37	-2,90	13,83	0,0139	0,0174	1,58	1,45	0,45	1,18
3266	-29,79	0,49	11,07	-6,78	-0,84	13,08	0,0133	0,0163	1,43	1,21	0,39	1,31
3267	-31,98	1,32	8,83	-6,02	0,66	12,34	0,0128	0,0152	1,29	1,03	0,34	1,36
3268	-33,25	1,64	6,24	-5,13	1,53	11,77	0,0125	0,0142	1,16	0,93	0,33	1,37
3269	-33,62	1,47	3,71	-4,17	1,79	11,50	0,0125	0,0135	1,07	0,91	0,36	1,33
3270	-33,43	0,95	1,68	-3,25	1,50	11,75	0,0131	0,0135	1,03	0,97	0,45	1,30
3271	-33,36	0,41	0,34	-2,42	0,81	10,47	0,0118	0,0119	0,85	0,93	0,39	1,09
3904	-34,29	0,02	-0,58	-1,95	0,28	9,25	0,0106	0,0104	0,69	0,87	0,30	0,91

Corte D												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
883	-0,97	11,52	1,02	3,58	-18,28	-5,55	0,0064	0,0061	0,19	2,43	0,85	0,00
884	-0,32	25,47	0,21	1,58	-25,71	-7,13	0,0081	0,0080	0,53	3,44	0,83	0,00
990	-1,92	7,76	1,13	5,43	-19,38	-5,35	0,0062	0,0059	0,00	2,47	1,00	0,00
1048	-2,97	4,41	1,13	6,94	-20,48	-4,96	0,0058	0,0055	0,00	2,50	1,09	0,00
1106	-4,09	1,29	1,07	8,01	-21,49	-4,36	0,0051	0,0048	0,00	2,50	1,13	0,00
1164	-5,24	-1,64	1,07	8,49	-22,31	-3,58	0,0042	0,0039	0,00	2,47	1,08	0,00
1222	-6,42	-4,36	1,23	8,28	-22,88	-2,68	0,0032	0,0029	0,00	2,41	0,96	0,00
1280	-7,68	-6,74	1,61	7,33	-23,14	-1,75	0,0022	0,0018	0,00	2,33	0,76	0,00
1338	-9,07	-8,67	2,20	5,66	-23,09	-0,87	0,0013	0,0007	0,00	2,22	0,50	0,00
1398	-10,61	-10,06	2,91	3,33	-22,75	-0,12	0,0005	0,0003	0,00	2,11	0,22	0,00
1457	-12,31	-10,89	3,65	0,45	-22,19	0,45	0,0010	0,0079	0,00	1,78	0,00	0,00
1516	-14,12	-11,22	4,32	-2,85	-21,46	0,82	0,0002	0,0069	0,08	1,73	0,00	0,00
1575	-15,97	-11,17	4,85	-6,41	-20,62	1,00	0,0003	0,0064	0,38	1,66	0,00	0,00
1634	-17,78	-10,86	5,21	-10,11	-19,72	1,03	0,0002	0,0061	0,67	1,58	0,00	0,00
1693	-19,47	-10,42	5,37	-13,84	-18,80	0,94	0,0001	0,0061	0,96	1,50	0,00	0,00
1752	-20,99	-9,96	5,35	-17,49	-17,89	0,78	0,0001	0,0061	0,96	1,50	0,00	0,00
1811	-22,30	-9,55	5,14	-20,97	-17,00	0,60	0,0001	0,0071	1,54	1,36	0,00	0,00
1870	-23,41	-9,21	4,76	-24,21	-16,18	0,44	0,0002	0,0079	1,82	1,30	0,00	0,00
1929	-24,32	-8,93	4,22	-27,14	-15,42	0,32	0,0003	0,0087	2,07	1,25	0,00	0,00
1988	-25,06	-8,70	3,54	-29,69	-14,76	0,26	0,0002	0,0094	2,28	1,19	0,00	0,00
2039	-25,64	-8,48	2,77	-31,80	-14,20	0,27	0,0001	0,0101	2,45	1,14	0,00	0,00
2090	-26,09	-8,26	1,94	-33,45	-13,77	0,32	0,0000	0,0106	2,58	1,10	0,00	0,00

2149	-48,65	-4,40	-2,93	-42,63	-4,93	-2,59	0,0020	0,0157	3,32	0,57	0,00	0,00
2192	-26,61	-7,79	0,24	-35,21	-13,32	0,54	0,0005	0,0111	2,77	1,10	0,00	0,00
2243	-26,69	-7,56	-0,58	-35,29	-13,31	0,65	0,0007	0,0112	2,80	1,13	0,00	0,00
2294	-26,65	-7,34	-1,37	-34,85	-13,44	0,74	0,0009	0,0110	2,78	1,16	0,00	0,00
2345	-26,49	-7,15	-2,09	-33,89	-13,70	0,78	0,0010	0,0107	2,71	1,20	0,00	0,00
2396	-26,19	-7,01	-2,74	-32,44	-14,09	0,76	0,0011	0,0103	2,59	1,24	0,00	0,00
2447	-25,73	-6,94	-3,29	-30,55	-14,59	0,65	0,0010	0,0097	2,42	1,28	0,00	0,00
2514	-25,11	-7,01	-3,74	-28,25	-15,18	0,47	0,0009	0,0090	2,22	1,31	0,00	0,00
2573	-24,28	-7,22	-4,08	-25,60	-15,84	0,21	0,0007	0,0083	1,98	1,35	0,00	0,00
2632	-23,24	-7,61	-4,32	-22,64	-16,57	-0,10	0,0005	0,0075	1,71	1,38	0,00	0,00
2691	-21,98	-8,17	-4,48	-19,44	-17,34	-0,43	0,0002	0,0067	1,42	1,41	0,00	0,00
2750	-20,52	-8,84	-4,54	-16,03	-18,16	-0,75	0,0001	0,0061	1,13	1,46	0,00	0,00
2809	-18,88	-9,57	-4,50	-12,50	-19,00	-1,03	0,0003	0,0060	0,87	1,55	0,00	0,00
2868	-17,11	-10,25	-4,33	-8,90	-19,85	-1,21	0,0005	0,0061	0,60	1,63	0,00	0,00
2927	-15,26	-10,77	-4,02	-5,34	-20,69	-1,25	0,0006	0,0064	0,32	1,70	0,00	0,00
2986	-13,42	-10,99	-3,56	-1,92	-21,48	-1,13	0,0006	0,0071	0,05	1,77	0,00	0,00
3045	-11,65	-10,77	-2,97	1,24	-22,16	-0,80	0,0005	0,0013	0,00	2,04	0,10	0,00
3104	-10,02	-10,03	-2,31	3,98	-22,68	-0,28	0,0000	0,0006	0,00	2,06	0,32	0,00
3163	-8,56	-8,71	-1,67	6,19	-22,98	0,44	0,0007	0,0003	0,00	2,16	0,52	0,00
3222	-7,26	-6,83	-1,15	7,75	-23,00	1,29	0,0016	0,0013	0,00	2,26	0,77	0,00
3281	-6,09	-4,51	-0,83	8,59	-22,71	2,20	0,0026	0,0024	0,00	2,34	0,95	0,00
3339	-5,00	-1,86	-0,72	8,71	-22,13	3,08	0,0036	0,0034	0,00	2,40	1,06	0,00
3397	-3,92	0,98	-0,77	8,16	-21,29	3,84	0,0045	0,0042	0,00	2,43	1,10	0,00
3435	-10,93	-5,39	13,10	3,30	-11,32	14,92	0,0151	0,0187	0,84	2,30	1,77	0,43
3513	-1,86	7,20	-0,92	5,48	-19,17	4,83	0,0056	0,0053	0,00	2,39	0,96	0,00
3571	-0,95	10,80	-0,84	3,61	-18,06	5,03	0,0058	0,0056	0,13	2,35	0,81	0,00
3629	-0,30	15,00	-0,27	1,48	-16,99	4,36	0,0050	0,0049	0,28	2,22	0,55	0,00
3690	0,46	21,68	-0,36	0,71	-17,05	-3,67	0,0041	0,0042	0,28	2,23	0,43	0,00
3865	0,40	20,47	0,31	0,66	-16,80	3,32	0,0037	0,0038	0,26	2,16	0,39	0,00

Corte E												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
921	16,11	-30,13	9,77	5,40	23,66	-26,77	0,0316	0,0290	2,35	0,06	3,16	4,37
922	6,89	-37,79	3,58	-1,42	16,58	-22,59	0,0261	0,0251	2,42	0,18	2,07	3,28
1009	24,93	-23,76	18,98	17,58	33,85	-28,00	0,0343	0,0291	1,50	0,00	4,44	5,44
1067	27,35	-16,89	30,73	36,12	45,05	-30,03	0,0382	0,0298	0,08	0,00	6,30	6,65
1125	15,51	-9,48	42,34	61,28	53,67	-30,24	0,0282	0,0243	0,00	0,00	7,90	6,91
1183	-1,27	3,37	56,74	83,83	54,29	-22,61	0,0307	0,0147	0,00	0,00	8,91	6,30
1241	-27,04	-13,09	55,16	89,21	54,29	-6,70	0,0307	0,0147	0,00	0,00	8,91	6,30
1299	-49,85	-20,92	48,94	74,26	59,75	5,78	0,0249	0,0121	0,00	0,00	7,14	6,20
1359	-63,27	-3,07	40,14	50,41	59,65	7,71	0,0194	0,0128	0,00	0,00	4,85	6,41
1418	-72,29	2,16	33,65	30,24	52,47	5,77	0,0159	0,0100	0,00	0,00	2,68	5,56
1477	-69,10	4,76	25,97	16,22	45,41	3,83	0,0132	0,0071	0,00	0,00	1,21	4,68
1536	-64,18	6,08	20,60	5,50	39,06	2,47	0,0113	0,0051	0,00	0,00	0,15	3,95

1595	-59,93	6,93	17,15	-3,08	33,52	1,58	0,0101	0,0061	0,00	0,00	0,00	3,12
1654	-56,86	7,70	14,86	-10,15	28,70	1,08	0,0008	0,0032	0,39	0,00	0,00	3,11
1713	-55,09	8,55	13,14	-16,13	24,52	0,94	0,0007	0,0028	0,97	0,00	0,00	2,69
1772	-54,64	9,42	11,48	-21,39	20,86	1,15	0,0003	0,0029	1,44	0,00	0,00	2,35
1831	-55,29	10,02	9,43	-26,36	17,68	1,72	0,0007	0,0032	1,95	0,00	0,00	2,08
1890	-56,33	9,43	6,59	-31,61	15,02	2,51	0,0019	0,0037	2,55	0,00	0,00	1,86
1949	-57,15	5,70	2,90	-37,43	13,01	2,96	0,0030	0,0037	3,18	0,00	0,00	1,63
2000	-57,67	-1,18	1,06	-43,26	11,13	2,45	0,0026	0,0029	3,71	0,00	0,00	1,30
2051	-58,41	-5,18	2,15	-47,88	8,76	1,44	0,0013	0,0019	4,03	0,00	0,00	0,94
2102	-59,62	-4,75	2,52	-50,63	6,42	0,69	0,0004	0,0011	4,20	0,00	0,00	0,66
2153	-60,67	-3,93	1,42	-52,05	5,07	0,52	0,0004	0,0008	4,32	0,00	0,00	0,51
2204	-60,88	-3,90	-0,05	-53,01	4,74	0,57	0,0006	0,0006	4,43	0,00	0,00	0,46
2255	-59,90	-4,46	-1,37	-53,70	5,33	0,42	0,0007	0,0003	4,51	0,00	0,00	0,48
2306	-58,34	-5,90	-2,06	-53,43	7,01	-0,38	0,0002	0,0007	4,46	0,00	0,00	0,66
2357	-56,93	-5,26	-1,01	-51,18	9,05	-1,98	0,0021	0,0024	4,43	0,00	0,00	1,01
2408	-55,76	0,61	-0,65	-46,80	10,32	-3,41	0,0038	0,0039	4,16	0,00	0,00	1,33
2475	-54,70	6,27	-3,20	-41,46	11,12	-3,71	0,0038	0,0046	3,66	0,00	0,00	1,53
2534	-53,19	8,34	-6,13	-36,49	12,47	-2,97	0,0025	0,0042	3,10	0,00	0,00	1,65
2593	-51,55	8,37	-8,18	-32,25	14,50	-2,02	0,0012	0,0034	2,60	0,00	0,00	1,77
2652	-50,52	7,76	-9,52	-28,31	17,01	-1,30	0,0002	0,0028	2,15	0,00	0,00	1,95
2711	-50,51	7,03	-10,48	-24,16	19,94	-0,89	0,0004	0,0024	1,77	0,00	0,00	2,20
2770	-51,54	6,39	-11,41	-19,47	23,32	-0,78	0,0007	0,0024	1,33	0,00	0,00	2,51
2829	-53,60	5,90	-12,61	-13,99	27,23	-0,95	0,0006	0,0028	0,78	0,00	0,00	2,91
2888	-56,68	5,52	-14,41	-7,47	31,75	-1,42	0,0004	0,0036	0,09	0,00	0,00	3,41
2947	-60,72	5,13	-17,24	0,41	36,99	-2,20	0,0109	0,0051	0,00	0,00	0,00	3,51
3006	-65,48	4,45	-21,69	10,10	43,03	-3,39	0,0125	0,0061	0,00	0,00	0,63	4,38
3124	-69,15	-0,65	-37,69	39,28	57,24	-7,25	0,0179	0,0120	0,00	0,00	3,71	6,14
3183	-57,75	-8,61	-48,19	62,32	62,55	-8,03	0,0221	0,0142	0,00	0,00	6,13	6,76
3242	-37,79	-24,52	-51,57	83,99	57,87	-1,63	0,0274	0,0083	0,00	0,00	7,85	5,67
3300	-13,34	2,45	-47,48	90,10	54,84	14,55	0,0302	0,0079	0,00	0,00	8,70	5,71
3358	6,00	-3,44	-44,52	75,05	58,21	27,24	0,0301	0,0210	0,00	0,00	8,76	7,12
3416	23,49	-11,49	-36,24	49,05	52,74	29,57	0,0259	0,0243	0,00	0,00	6,88	6,78
3474	25,39	-18,16	-25,30	27,32	42,14	27,68	0,0348	0,0279	0,62	0,00	5,27	6,19
3532	18,65	-23,96	-16,17	12,21	31,21	25,53	0,0311	0,0267	1,68	0,00	3,64	4,98
3590	10,62	-29,94	-9,79	2,52	21,95	24,25	0,0288	0,0261	2,32	0,00	2,58	3,97
3648	3,64	-39,43	-6,44	-2,34	15,01	20,15	0,0237	0,0219	2,27	0,11	1,67	2,84
3754	0,93	-58,17	1,18	0,19	14,77	-18,98	0,0217	0,0213	1,83	0,00	1,83	2,55
3912	0,28	-49,03	-1,46	-0,21	13,28	17,17	0,0196	0,0192	1,69	0,00	1,61	2,34

Corte F												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
963	-6,90	-10,91	-18,68	17,72	3,25	-5,48	0,0058	0,0076	0,00	0,00	2,15	0,85
964	-10,05	-7,03	-4,37	12,56	7,15	-0,14	0,0040	0,0007	0,00	0,00	1,02	0,59
1030	-10,38	-6,99	-20,19	16,04	1,08	-9,78	0,0083	0,0138	0,00	0,52	2,59	1,19
1088	-14,82	-5,21	-19,52	11,72	-1,10	-12,46	0,0115	0,0168	0,00	1,02	2,37	1,25
1146	-17,56	-4,05	-18,11	6,72	-3,10	-13,93	0,0133	0,0182	0,28	1,38	1,98	1,20
1204	-19,20	-3,43	-16,51	1,57	-4,90	-14,65	0,0143	0,0188	0,84	1,64	1,52	1,09
1262	-20,13	-3,20	-14,95	-3,50	-6,50	-14,87	0,0148	0,0189	1,36	1,84	1,03	0,94
1320	-20,64	-3,21	-13,53	-8,43	-7,90	-14,72	0,0148	0,0185	1,83	1,97	0,52	0,77
1380	-20,90	-3,35	-12,25	-13,15	-9,10	-14,31	0,0145	0,0179	2,25	2,06	0,01	0,60
1439	-21,02	-3,53	-11,11	-17,66	-10,13	-13,70	0,0140	0,0170	2,64	2,12	0,00	0,43
1498	-21,09	-3,72	-10,08	-21,95	-10,99	-12,95	0,0133	0,0160	2,99	2,14	0,00	0,26
1557	-21,13	-3,88	-9,14	-26,00	-11,70	-12,10	0,0125	0,0149	3,30	2,13	0,00	0,10
1616	-21,16	-4,00	-8,27	-29,81	-12,28	-11,19	0,0094	0,0115	3,20	1,89	0,00	0,00
1675	-21,20	-4,08	-7,45	-33,36	-12,75	-10,24	0,0086	0,0121	3,44	1,86	0,00	0,00
1734	-21,23	-4,12	-6,67	-36,65	-13,11	-9,27	0,0078	0,0127	3,66	1,82	0,00	0,00
1793	-21,28	-4,13	-5,93	-39,67	-13,39	-8,30	0,0070	0,0134	3,85	1,77	0,00	0,00
1852	-21,32	-4,12	-5,21	-42,40	-13,61	-7,34	0,0062	0,0140	4,02	1,71	0,00	0,00
1911	-21,36	-4,09	-4,51	-44,84	-13,76	-6,39	0,0054	0,0145	4,16	1,66	0,00	0,00
1970	-21,41	-4,05	-3,83	-46,97	-13,88	-5,46	0,0046	0,0151	4,28	1,60	0,00	0,00
2021	-21,44	-4,00	-3,16	-48,78	-13,96	-4,55	0,0038	0,0155	4,37	1,53	0,00	0,00
2072	-21,48	-3,96	-2,51	-50,27	-14,01	-3,66	0,0031	0,0159	4,43	1,47	0,00	0,00
2123	-21,51	-3,91	-1,86	-51,42	-14,05	-2,79	0,0024	0,0162	4,47	1,41	0,00	0,00
2174	-21,53	-3,87	-1,22	-52,23	-14,08	-1,94	0,0016	0,0164	4,48	1,34	0,00	0,00
2225	-21,54	-3,84	-0,59	-52,70	-14,10	-1,09	0,0009	0,0165	4,45	1,28	0,00	0,00
2276	-21,56	-3,82	0,03	-52,83	-14,12	-0,24	0,0002	0,0165	4,39	1,21	0,00	0,00
2327	-21,56	-3,81	0,65	-52,60	-14,14	0,61	0,0005	0,0165	4,40	1,24	0,00	0,00
2378	-21,56	-3,81	1,27	-52,04	-14,14	1,48	0,0012	0,0163	4,42	1,31	0,00	0,00
2429	-21,54	-3,81	1,90	-51,13	-14,15	2,35	0,0019	0,0161	4,40	1,38	0,00	0,00
2496	-21,53	-3,83	2,52	-49,89	-14,13	3,25	0,0027	0,0157	4,36	1,45	0,00	0,00
2555	-21,50	-3,86	3,15	-48,33	-14,10	4,17	0,0035	0,0153	4,30	1,51	0,00	0,00
2614	-21,47	-3,89	3,79	-46,45	-14,04	5,12	0,0043	0,0148	4,20	1,58	0,00	0,00
2673	-21,43	-3,92	4,44	-44,26	-13,95	6,09	0,0051	0,0143	4,08	1,65	0,00	0,00
2732	-21,38	-3,94	5,11	-41,78	-13,81	7,08	0,0059	0,0137	3,94	1,71	0,00	0,00
2791	-21,34	-3,96	5,80	-39,01	-13,61	8,10	0,0068	0,0131	3,77	1,77	0,00	0,00
2850	-21,29	-3,96	6,52	-35,98	-13,33	9,12	0,0077	0,0125	3,58	1,83	0,00	0,00
2909	-21,25	-3,93	7,27	-32,68	-12,97	10,14	0,0085	0,0119	3,37	1,87	0,00	0,00
2968	-21,21	-3,87	8,07	-29,13	-12,51	11,14	0,0094	0,0113	3,14	1,91	0,00	0,00
3027	-21,17	-3,77	8,92	-25,35	-11,92	12,10	0,0125	0,0149	3,24	2,16	0,00	0,08
3086	-21,13	-3,65	9,85	-21,33	-11,20	13,00	0,0134	0,0161	2,93	2,16	0,00	0,24
3145	-21,06	-3,50	10,87	-17,09	-10,34	13,79	0,0141	0,0171	2,59	2,15	0,00	0,42
3204	-20,93	-3,36	12,01	-12,63	-9,30	14,43	0,0147	0,0180	2,22	2,10	0,07	0,59

3263	-20,66	-3,28	13,29	-7,97	-8,09	14,88	0,0150	0,0187	1,80	2,01	0,58	0,77
3321	-20,15	-3,33	14,72	-3,13	-6,69	15,06	0,0150	0,0190	1,34	1,88	1,08	0,93
3379	-19,21	-3,63	16,29	1,87	-5,09	14,87	0,0146	0,0190	0,84	1,68	1,57	1,08
3437	-17,57	-4,33	17,91	6,93	-3,28	14,16	0,0136	0,0185	0,28	1,42	2,03	1,20
3495	-14,83	-5,59	19,34	11,85	-1,30	12,72	0,0118	0,0170	0,00	1,06	2,41	1,25
3553	-10,39	-7,47	20,04	16,08	0,87	10,06	0,0087	0,0141	0,00	0,56	2,62	1,19
3611	-6,90	-11,48	18,57	17,68	3,03	5,79	0,0058	0,0079	0,00	0,00	2,17	0,85
3669	-9,98	-7,80	4,40	12,51	6,91	0,45	0,0040	0,0010	0,00	0,00	1,04	0,59
3775	12,31	-26,62	7,82	1,34	7,32	1,48	0,0006	0,0027	0,06	0,00	0,50	0,63
3933	12,17	-27,18	-7,71	1,30	7,12	-1,22	0,0003	0,0024	0,04	0,00	0,47	0,58

- Casca

Corte A												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
1	0,17	-52,64	0,10	-20,23	-0,27	15,06	0,012	0,012	3,23	0,86	0,00	0,82
89	-10,12	-50,54	2,75	100,56	502,82	0,78	0,133	0,001	0,00	0,00	10,84	53,78
265	-0,09	-52,67	0,14	-16,4	16,38	17,2	0,014	0,014	3,10	0,00	0,20	2,49
339	-0,33	-52,67	0,24	-12,34	32,32	20,90	0,016	0,017	3,09	0,00	0,91	4,26
413	-0,57	-52,68	0,33	-8,32	48,28	20,43	0,016	0,016	2,68	0,00	1,22	5,63
487	-0,81	-52,69	0,42	-4,30	64,24	20,04	0,016	0,016	2,29	0,00	1,54	7,00
561	-1,05	-52,70	0,52	-0,26	80,20	19,62	0,015	0,016	1,89	0,00	1,85	8,37
635	-1,28	-52,70	0,61	3,78	96,15	19,16	0,015	0,015	1,48	0,00	2,16	9,74
709	-1,52	-52,71	0,71	7,83	112,11	18,68	0,015	0,015	1,07	0,00	2,47	11,11
783	-1,77	-52,71	0,82	11,90	128,07	18,17	0,014	0,014	0,66	0,00	2,78	12,47
857	-2,02	-52,71	0,93	15,97	144,06	17,64	0,014	0,014	0,24	0,00	3,09	13,84
931	-2,27	-52,70	1,04	20,06	160,07	17,10	0,038	0,012	0,00	0,00	3,26	15,02
1005	-2,54	-52,69	1,16	24,16	176,12	16,54	0,041	0,012	0,00	0,00	3,59	16,50
1079	-2,82	-52,67	1,29	28,28	192,21	15,97	0,045	0,011	0,00	0,00	3,93	18,01
1153	-3,11	-52,64	1,42	32,40	208,36	15,40	0,049	0,011	0,00	0,00	4,28	19,54
1227	-3,42	-52,60	1,56	36,54	224,58	14,82	0,052	0,011	0,00	0,00	4,63	21,11
1301	-3,74	-52,55	1,71	40,69	240,88	14,23	0,056	0,010	0,00	0,00	4,99	22,72
1375	-4,08	-52,49	1,85	44,84	257,27	13,63	0,060	0,010	0,00	0,00	5,35	24,36
1449	-4,44	-52,42	2,00	48,99	273,77	13,03	0,064	0,010	0,00	0,00	5,72	26,05
1523	-4,81	-52,33	2,15	53,14	290,40	12,41	0,068	0,009	0,00	0,00	6,10	27,78
1597	-5,20	-52,23	2,29	57,28	307,17	11,78	0,072	0,009	0,00	0,00	6,48	29,56
1671	-5,61	-52,11	2,43	61,41	324,09	11,12	0,077	0,008	0,00	0,00	6,87	31,39
1745	-6,03	-51,99	2,57	65,51	341,17	10,43	0,081	0,008	0,00	0,00	7,26	33,28
1819	-6,47	-51,84	2,69	69,59	358,43	9,70	0,086	0,007	0,00	0,00	7,66	35,23
1894	-6,80	-51,70	2,96	73,59	376,83	8,45	0,091	0,007	0,00	0,00	8,02	37,33
1967	-7,37	-51,52	2,91	77,62	393,51	8,03	0,096	0,006	0,00	0,00	8,45	39,35
2041	-7,83	-51,35	2,99	81,56	411,34	7,06	0,102	0,006	0,00	0,00	8,85	41,52
2115	-8,29	-51,17	3,06	85,45	429,34	5,97	0,107	0,005	0,00	0,00	9,24	43,77
2189	-8,76	-50,98	3,12	89,29	447,52	4,74	0,113	0,004	0,00	0,00	9,63	46,11

2263	-9,21	-50,78	3,16	93,09	465,84	3,33	0,119	0,003	0,00	0,00	10,01	48,53
2337	-9,66	-50,59	3,18	96,84	484,29	1,92	0,126	0,002	0,00	0,00	10,40	51,08

Corte B

Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_x (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
52	-11,11	-55,49	-2,90	83,32	416,60	0,65	0,103	0,000	0,00	0,00	8,32	41,44
193	0,50	-57,57	0,01	4,66	0,24	16,45	0,013	0,013	1,17	0,89	1,99	0,94
228	0,21	-57,61	-0,15	6,79	13,35	19,97	0,016	0,016	1,32	0,07	2,52	2,43
302	-0,06	-57,62	-0,24	8,79	26,99	23,32	0,018	0,018	1,46	0,00	3,01	3,96
376	-0,32	-57,63	-0,33	10,83	40,70	23,14	0,018	0,018	1,26	0,00	3,17	5,15
450	-0,57	-57,65	-0,42	12,90	54,42	23,08	0,018	0,018	1,07	0,00	3,34	6,36
524	-0,82	-57,68	-0,51	15,00	68,14	23,00	0,018	0,018	0,87	0,00	3,52	7,56
598	-1,06	-57,70	-0,60	17,15	81,87	22,89	0,018	0,018	0,67	0,00	3,69	8,77
672	-1,31	-57,73	-0,70	19,34	95,60	22,74	0,018	0,018	0,46	0,00	3,87	9,96
746	-1,55	-57,75	-0,81	21,57	109,32	22,56	0,018	0,018	0,24	0,00	4,04	11,16
820	-1,80	-57,77	-0,93	23,86	123,03	22,34	0,018	0,018	0,02	0,00	4,22	12,35
894	-2,06	-57,78	-1,06	26,21	136,73	22,08	0,032	0,015	0,00	0,00	4,17	13,15
968	-2,34	-57,79	-1,20	28,62	150,41	21,76	0,035	0,015	0,00	0,00	4,37	14,40
1042	-2,62	-57,79	-1,34	31,09	164,09	21,38	0,038	0,015	0,00	0,00	4,58	15,66
1116	-2,92	-57,79	-1,50	33,62	177,75	20,93	0,041	0,014	0,00	0,00	4,78	16,93
1190	-3,24	-57,77	-1,66	36,22	191,40	20,41	0,044	0,014	0,00	0,00	4,99	18,21
1264	-3,58	-57,74	-1,83	38,89	205,06	19,81	0,047	0,014	0,00	0,00	5,21	19,50
1338	-3,94	-57,69	-2,00	41,63	218,71	19,12	0,050	0,013	0,00	0,00	5,42	20,80
1412	-4,33	-57,63	-2,18	44,43	232,38	18,33	0,054	0,013	0,00	0,00	5,63	22,11
1486	-4,74	-57,55	-2,35	47,30	246,07	17,44	0,057	0,012	0,00	0,00	5,84	23,43
1560	-5,18	-57,45	-2,53	50,22	259,80	16,44	0,060	0,012	0,00	0,00	6,05	24,77
1634	-5,64	-57,34	-2,70	53,19	273,58	15,33	0,064	0,011	0,00	0,00	6,26	26,12
1704	-5,33	-58,58	-3,38	51,80	280,59	15,52	0,066	0,011	0,00	0,00	6,17	26,89
1782	-6,64	-57,04	-3,00	59,23	301,34	12,77	0,071	0,009	0,00	0,00	6,67	28,88
1850	-6,00	-59,15	-4,19	55,60	303,14	14,29	0,072	0,010	0,00	0,00	6,48	29,23
1930	-7,73	-56,68	-3,24	65,35	329,50	9,82	0,078	0,007	0,00	0,00	7,06	31,76
2004	-8,29	-56,47	-3,33	68,40	343,75	8,22	0,082	0,006	0,00	0,00	7,25	33,24
2078	-8,85	-56,25	-3,40	71,43	358,12	6,57	0,086	0,005	0,00	0,00	7,44	34,77
2152	-9,42	-56,02	-3,43	74,44	372,61	4,90	0,090	0,003	0,00	0,00	7,63	36,34
2226	-9,99	-55,79	-3,44	77,42	387,21	3,22	0,094	0,002	0,00	0,00	7,83	37,97
2300	-10,54	-55,55	-3,43	80,38	401,88	1,71	0,099	0,001	0,00	0,00	8,05	39,66

Corte C

Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_x (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
18	0,03	-59,01	0,09	0,43	178,36	4,96	0,004	0,004	0,44	0,00	0,51	15,58
125	0,05	-49,16	-0,08	0,47	221,89	11,70	0,009	0,009	1,08	0,00	1,16	20,18
1099	-0,03	-59,34	0,09	1,73	177,74	7,48	0,006	0,006	0,56	0,00	0,87	15,76
1100	-0,07	-59,59	0,03	4,01	176,89	10,33	0,008	0,008	0,63	0,00	1,34	15,95
1101	-0,15	-59,78	-0,07	6,42	176,16	12,03	0,009	0,009	0,58	0,00	1,72	16,05
1102	-0,26	-59,91	-0,20	8,86	175,50	13,55	0,011	0,011	0,51	0,00	2,08	16,13

1103	-0,40	-59,97	-0,35	11,29	174,95	14,88	0,012	0,012	0,43	0,00	2,42	16,21
1104	-0,56	-59,98	-0,51	13,69	174,51	16,01	0,013	0,013	0,32	0,00	2,73	16,28
1105	-0,74	-59,93	-0,67	16,01	174,18	16,96	0,013	0,013	0,21	0,00	3,03	16,34
1106	-0,93	-59,84	-0,83	18,25	173,97	17,76	0,014	0,014	0,09	0,00	3,30	16,39
1107	-1,14	-59,72	-0,97	20,38	173,89	18,41	0,042	0,013	0,00	0,00	3,42	16,38
1108	-1,35	-59,56	-1,10	22,39	173,93	18,94	0,042	0,013	0,00	0,00	3,64	16,42
1109	-1,56	-59,37	-1,21	24,27	174,08	19,38	0,041	0,013	0,00	0,00	3,84	16,47
1110	-1,78	-59,17	-1,30	26,01	174,35	19,73	0,041	0,014	0,00	0,00	4,02	16,52
1111	-1,99	-58,95	-1,38	27,60	174,72	20,02	0,041	0,014	0,00	0,00	4,18	16,57
1112	-2,19	-58,73	-1,43	29,06	175,18	20,26	0,041	0,014	0,00	0,00	4,33	16,63
1113	-2,39	-58,49	-1,47	30,39	175,72	20,46	0,041	0,014	0,00	0,00	4,46	16,70
1114	-2,58	-58,26	-1,49	31,59	176,33	20,64	0,041	0,014	0,00	0,00	4,58	16,77
1115	-2,75	-58,02	-1,50	32,66	177,01	20,79	0,041	0,014	0,00	0,00	4,69	16,85
1116	-2,92	-57,79	-1,50	33,62	177,75	20,93	0,041	0,014	0,00	0,00	4,78	16,93
1117	-3,08	-57,56	-1,48	34,48	178,53	21,07	0,041	0,015	0,00	0,00	4,87	17,02
1118	-3,22	-57,33	-1,45	35,23	179,35	21,19	0,041	0,015	0,00	0,00	4,95	17,11
1119	-3,36	-57,11	-1,41	35,90	180,21	21,32	0,041	0,015	0,00	0,00	5,02	17,21
1120	-3,48	-56,89	-1,36	36,48	181,09	21,44	0,042	0,015	0,00	0,00	5,08	17,30
1121	-3,59	-56,68	-1,31	36,99	182,00	21,55	0,042	0,015	0,00	0,00	5,14	17,40
1122	-3,70	-56,48	-1,24	37,43	182,92	21,67	0,042	0,015	0,00	0,00	5,19	17,51
1123	-3,79	-56,28	-1,17	37,81	183,85	21,78	0,042	0,015	0,00	0,00	5,24	17,61
1124	-3,87	-56,09	-1,10	38,12	184,80	21,88	0,042	0,015	0,00	0,00	5,27	17,71
1125	-3,95	-55,91	-1,02	38,39	185,75	21,98	0,043	0,015	0,00	0,00	5,31	17,82
1126	-4,01	-55,73	-0,93	38,60	186,70	22,07	0,043	0,015	0,00	0,00	5,34	17,92
1127	-4,07	-55,56	-0,84	38,77	187,66	22,16	0,043	0,015	0,00	0,00	5,37	18,02
1128	-4,12	-55,39	-0,75	38,90	188,61	22,23	0,043	0,015	0,00	0,00	5,39	18,13
1129	-4,17	-55,23	-0,65	38,99	189,57	22,28	0,043	0,016	0,00	0,00	5,40	18,23
1130	-4,20	-55,07	-0,56	39,05	190,51	22,32	0,044	0,016	0,00	0,00	5,41	18,33
1131	-4,23	-54,91	-0,46	39,08	191,46	22,35	0,044	0,016	0,00	0,00	5,42	18,43
1132	-4,25	-54,76	-0,36	39,07	192,39	22,36	0,044	0,016	0,00	0,00	5,43	18,52
1133	-4,27	-54,62	-0,26	39,03	193,32	22,34	0,044	0,016	0,00	0,00	5,42	18,61
1134	-4,28	-54,48	-0,15	38,97	194,23	22,31	0,045	0,016	0,00	0,00	5,42	18,70
1135	-4,28	-54,34	-0,05	38,88	195,14	22,25	0,045	0,016	0,00	0,00	5,41	18,79
1136	-4,27	-54,21	0,05	38,76	196,03	22,17	0,045	0,016	0,00	0,00	5,39	18,88
1137	-4,26	-54,08	0,15	38,62	196,91	22,06	0,045	0,016	0,00	0,00	5,38	18,96
1138	-4,24	-53,95	0,26	38,46	197,77	21,92	0,046	0,015	0,00	0,00	5,35	19,03
1139	-4,22	-53,83	0,36	38,27	198,62	21,75	0,046	0,015	0,00	0,00	5,32	19,10
1140	-4,19	-53,72	0,46	38,05	199,45	21,55	0,046	0,015	0,00	0,00	5,29	19,17
1141	-4,15	-53,60	0,56	37,81	200,26	21,31	0,046	0,015	0,00	0,00	5,25	19,23
1142	-4,11	-53,50	0,65	37,55	201,05	21,04	0,046	0,015	0,00	0,00	5,21	19,29
1143	-4,06	-53,39	0,74	37,25	201,83	20,74	0,047	0,015	0,00	0,00	5,16	19,34
1144	-4,00	-53,29	0,83	36,93	202,58	20,39	0,047	0,014	0,00	0,00	5,10	19,39
1145	-3,93	-53,20	0,92	36,58	203,31	20,01	0,047	0,014	0,00	0,00	5,04	19,43
1146	-3,86	-53,11	1,00	36,20	204,02	19,58	0,047	0,014	0,00	0,00	4,97	19,47
1147	-3,78	-53,02	1,08	35,79	204,70	19,11	0,047	0,014	0,00	0,00	4,90	19,49
1148	-3,69	-52,95	1,16	35,33	205,37	18,60	0,048	0,013	0,00	0,00	4,81	19,52
1149	-3,59	-52,87	1,22	34,84	206,01	18,05	0,048	0,013	0,00	0,00	4,72	19,54

1150	-3,49	-52,81	1,29	34,31	206,63	17,45	0,048	0,012	0,00	0,00	4,62	19,55
1151	-3,37	-52,75	1,34	33,73	207,22	16,81	0,048	0,012	0,00	0,00	4,52	19,55
1152	-3,25	-52,69	1,39	33,10	207,80	16,12	0,048	0,011	0,00	0,00	4,40	19,55
1153	-3,11	-52,64	1,42	32,40	208,36	15,40	0,049	0,011	0,00	0,00	4,28	19,54
1154	-2,97	-52,60	1,45	31,65	208,90	14,64	0,049	0,010	0,00	0,00	4,15	19,53
1155	-2,82	-52,56	1,47	30,83	209,43	13,84	0,049	0,010	0,00	0,00	4,01	19,52
1156	-2,65	-52,52	1,48	29,92	209,95	13,02	0,049	0,009	0,00	0,00	3,85	19,50
1157	-2,48	-52,48	1,47	28,94	210,47	12,18	0,049	0,009	0,00	0,00	3,69	19,48
1158	-2,30	-52,45	1,45	27,86	210,99	11,34	0,050	0,008	0,00	0,00	3,52	19,47
1159	-2,11	-52,41	1,42	26,68	211,51	10,50	0,050	0,007	0,00	0,00	3,35	19,45
1160	-1,91	-52,37	1,36	25,40	212,05	9,70	0,050	0,007	0,00	0,00	3,16	19,44
1161	-1,71	-52,32	1,30	24,00	212,61	8,95	0,051	0,006	0,00	0,00	2,97	19,44
1162	-1,51	-52,26	1,21	22,48	213,19	8,28	0,051	0,006	0,00	0,00	2,78	19,45
1163	-1,30	-52,18	1,11	20,85	213,81	7,73	0,052	0,005	0,00	0,00	2,58	19,48
1164	-1,10	-52,08	0,99	19,09	214,47	7,33	0,052	0,005	0,00	0,00	2,39	19,53
1165	-0,90	-51,94	0,85	17,22	215,17	7,12	0,053	0,005	0,00	0,00	2,21	19,60
1166	-0,71	-51,78	0,70	15,23	215,92	7,15	0,054	0,005	0,00	0,00	2,03	19,70
1167	-0,54	-51,57	0,55	13,14	216,71	7,46	0,055	0,005	0,00	0,00	1,88	19,84
1168	-0,39	-51,32	0,39	10,97	217,54	8,11	0,056	0,006	0,00	0,00	1,74	20,01
1169	-0,25	-51,01	0,25	8,72	218,41	9,14	0,007	0,007	0,10	0,00	1,65	19,61
1170	-0,15	-50,64	0,11	6,41	219,31	10,57	0,008	0,008	0,44	0,00	1,58	19,83
1171	-0,07	-50,22	0,01	4,07	220,23	12,55	0,010	0,010	0,84	0,00	1,56	20,11
1172	-0,03	-49,73	-0,06	1,79	221,21	12,35	0,010	0,010	1,03	0,00	1,34	20,18

Corte D												
Nó	n_x (kN/m)	n_y (kN/m)	n_{xy} (kN/m)	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	m_{xy} (kNm/m)	a_t (m)	a_b (m)	A_{sxb} (kN/m)	A_{syb} (kN/m)	A_{sxt} (kN/m)	A_{syt} (kN/m)
32	-0,03	-68,63	-0,08	1,57	314,91	29,01	0,023	0,023	2,64	0,00	2,92	29,85
111	-0,02	-58,52	0,08	3,09	442,83	-27,03	0,021	0,021	2,32	0,00	2,86	41,09
2135	-1,14	-70,52	-3,79	9,25	313,03	33,69	0,027	0,026	2,44	0,00	3,99	30,07
2136	-2,72	-69,20	-6,25	22,96	312,75	35,87	0,029	0,028	1,44	0,00	5,37	30,24
2137	-4,47	-67,04	-7,19	35,99	316,19	30,13	0,081	0,022	0,00	0,00	6,23	32,48
2138	-5,93	-65,19	-7,47	46,11	321,65	24,59	0,080	0,018	0,00	0,00	6,63	32,41
2139	-6,93	-63,68	-7,36	53,40	327,73	19,81	0,080	0,014	0,00	0,00	6,87	32,56
2140	-7,60	-62,44	-7,09	58,52	333,61	16,03	0,081	0,011	0,00	0,00	7,00	32,83
2141	-8,07	-61,43	-6,75	62,15	338,97	13,14	0,082	0,009	0,00	0,00	7,09	33,15
2142	-8,41	-60,58	-6,39	64,80	343,75	10,96	0,083	0,008	0,00	0,00	7,15	33,49
2143	-8,66	-59,86	-6,03	66,78	347,98	9,33	0,084	0,006	0,00	0,00	7,20	33,82
2144	-8,85	-59,24	-5,69	68,32	351,74	8,11	0,085	0,006	0,00	0,00	7,24	34,14
2145	-8,99	-58,69	-5,35	69,56	355,10	7,20	0,085	0,005	0,00	0,00	7,29	34,45
2146	-9,10	-58,20	-5,04	70,57	358,15	6,51	0,086	0,004	0,00	0,00	7,34	34,74
2147	-9,19	-57,75	-4,74	71,42	360,94	6,00	0,087	0,004	0,00	0,00	7,38	35,03
2148	-9,26	-57,35	-4,45	72,16	363,53	5,61	0,088	0,004	0,00	0,00	7,43	35,30
2149	-9,32	-56,98	-4,18	72,81	365,96	5,33	0,088	0,004	0,00	0,00	7,48	35,57
2150	-9,36	-56,64	-3,92	73,40	368,26	5,13	0,089	0,004	0,00	0,00	7,53	35,83
2151	-9,39	-56,32	-3,67	73,94	370,47	4,99	0,089	0,003	0,00	0,00	7,58	36,09

2152	-9,42	-56,02	-3,43	74,44	372,61	4,90	0,090	0,003	0,00	0,00	7,63	36,34
2153	-9,44	-55,74	-3,20	74,91	374,70	4,84	0,091	0,003	0,00	0,00	7,69	36,59
2154	-9,46	-55,48	-2,98	75,37	376,75	4,82	0,091	0,003	0,00	0,00	7,74	36,85
2155	-9,47	-55,23	-2,77	75,81	378,77	4,81	0,092	0,003	0,00	0,00	7,80	37,10
2156	-9,47	-54,99	-2,56	76,23	380,78	4,83	0,092	0,003	0,00	0,00	7,85	37,35
2157	-9,48	-54,76	-2,36	76,65	382,78	4,85	0,093	0,003	0,00	0,00	7,91	37,60
2158	-9,48	-54,55	-2,16	77,07	384,77	4,89	0,094	0,004	0,00	0,00	7,96	37,85
2159	-9,47	-54,34	-1,97	77,47	386,77	4,94	0,094	0,004	0,00	0,00	8,02	38,11
2160	-9,47	-54,14	-1,78	77,88	388,78	4,99	0,095	0,004	0,00	0,00	8,08	38,37
2161	-9,46	-53,95	-1,60	78,29	390,79	5,04	0,095	0,004	0,00	0,00	8,14	38,62
2162	-9,45	-53,77	-1,42	78,69	392,82	5,10	0,096	0,004	0,00	0,00	8,20	38,89
2163	-9,44	-53,60	-1,25	79,10	394,86	5,15	0,097	0,004	0,00	0,00	8,25	39,15
2164	-9,42	-53,43	-1,07	79,50	396,91	5,21	0,097	0,004	0,00	0,00	8,31	39,42
2165	-9,41	-53,27	-0,90	79,91	398,97	5,26	0,098	0,004	0,00	0,00	8,37	39,69
2166	-9,40	-53,11	-0,73	80,32	401,05	5,31	0,098	0,004	0,00	0,00	8,43	39,96
2167	-9,38	-52,96	-0,56	80,73	403,14	5,36	0,099	0,004	0,00	0,00	8,49	40,23
2168	-9,36	-52,81	-0,40	81,14	405,24	5,40	0,100	0,004	0,00	0,00	8,55	40,51
2169	-9,34	-52,67	-0,23	81,55	407,35	5,44	0,100	0,004	0,00	0,00	8,61	40,78
2170	-9,32	-52,53	-0,07	81,97	409,46	5,48	0,101	0,004	0,00	0,00	8,67	41,06
2171	-9,30	-52,40	0,09	82,38	411,59	5,50	0,102	0,004	0,00	0,00	8,73	41,34
2172	-9,28	-52,27	0,25	82,79	413,71	5,53	0,102	0,004	0,00	0,00	8,79	41,62
2173	-9,26	-52,15	0,41	83,21	415,84	5,54	0,103	0,004	0,00	0,00	8,85	41,90
2174	-9,24	-52,03	0,58	83,62	417,97	5,55	0,104	0,004	0,00	0,00	8,90	42,18
2175	-9,21	-51,92	0,74	84,03	420,09	5,56	0,104	0,004	0,00	0,00	8,96	42,47
2176	-9,19	-51,81	0,90	84,44	422,21	5,55	0,105	0,004	0,00	0,00	9,02	42,75
2177	-9,17	-51,71	1,06	84,85	424,32	5,54	0,106	0,004	0,00	0,00	9,07	43,03
2178	-9,14	-51,61	1,22	85,26	426,42	5,52	0,106	0,004	0,00	0,00	9,13	43,30
2179	-9,11	-51,51	1,38	85,66	428,50	5,50	0,107	0,004	0,00	0,00	9,18	43,58
2180	-9,08	-51,43	1,55	86,06	430,56	5,47	0,108	0,004	0,00	0,00	9,23	43,86
2181	-9,06	-51,35	1,71	86,45	432,60	5,42	0,108	0,004	0,00	0,00	9,28	44,13
2182	-9,02	-51,27	1,88	86,84	434,61	5,37	0,109	0,004	0,00	0,00	9,34	44,39
2183	-8,99	-51,20	2,05	87,22	436,60	5,32	0,110	0,004	0,00	0,00	9,38	44,66
2184	-8,96	-51,14	2,22	87,60	438,54	5,25	0,110	0,004	0,00	0,00	9,43	44,92
2185	-8,92	-51,09	2,39	87,96	440,45	5,17	0,111	0,004	0,00	0,00	9,48	45,17
2186	-8,89	-51,05	2,57	88,31	442,30	5,08	0,112	0,004	0,00	0,00	9,52	45,42
2187	-8,84	-51,01	2,75	88,66	444,11	4,98	0,112	0,004	0,00	0,00	9,56	45,66
2188	-8,80	-50,99	2,93	88,98	445,85	4,87	0,113	0,004	0,00	0,00	9,59	45,89
2189	-8,76	-50,98	3,12	89,29	447,52	4,74	0,113	0,004	0,00	0,00	9,63	46,11
2190	-8,71	-50,98	3,31	89,58	449,11	4,58	0,114	0,004	0,00	0,00	9,65	46,31
2191	-8,65	-50,99	3,51	89,84	450,60	4,41	0,114	0,004	0,00	0,00	9,68	46,50
2192	-8,59	-51,03	3,72	90,06	451,99	4,21	0,115	0,004	0,00	0,00	9,69	46,68
2193	-8,53	-51,08	3,94	90,25	453,24	3,96	0,115	0,003	0,00	0,00	9,70	46,83
2194	-8,45	-51,15	4,16	90,38	454,34	3,67	0,116	0,003	0,00	0,00	9,69	46,96
2195	-8,37	-51,25	4,39	90,43	455,26	3,30	0,116	0,003	0,00	0,00	9,67	47,05
2196	-8,28	-51,38	4,63	90,39	455,95	2,85	0,116	0,003	0,00	0,00	9,63	47,10
2197	-8,17	-51,55	4,88	90,22	456,37	2,27	0,116	0,002	0,00	0,00	9,56	47,11
2198	-8,04	-51,76	5,15	89,87	456,45	1,53	0,116	0,002	0,00	0,00	9,45	47,05

2199	-7,89	-52,03	5,43	89,26	456,12	0,54	0,116	0,001	0,00	0,00	9,29	46,91
2200	-7,70	-52,36	5,71	88,28	455,28	-0,77	0,116	0,000	0,00	0,00	9,10	46,72
2201	-7,46	-52,78	6,01	86,75	453,81	-2,55	0,116	0,002	0,00	0,00	9,12	46,72
2202	-7,15	-53,32	6,30	84,40	451,61	-4,96	0,116	0,003	0,00	0,00	9,12	46,70
2203	-6,72	-54,01	6,57	80,75	448,59	-8,25	0,115	0,006	0,00	0,00	9,08	46,68
2204	-6,12	-54,90	6,79	75,11	444,78	-12,69	0,115	0,010	0,00	0,00	8,96	46,71
2205	-5,23	-56,05	6,85	66,41	440,49	-18,46	0,116	0,014	0,00	0,00	8,67	46,91
2206	-3,94	-57,50	6,57	53,42	436,69	-25,35	0,118	0,020	0,00	0,00	8,10	47,47
2207	-2,40	-59,25	5,69	35,49	435,23	-32,51	0,026	0,025	0,01	0,00	6,17	40,87
2208	-1,01	-60,29	3,45	15,22	438,52	-31,45	0,025	0,024	1,69	0,00	4,31	41,08