

ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES PELOS MÉTODOS DE MORGENSTERN-PRICE E CORREIA

MARCO ANTÓNIO COELHO FREITAS

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM GEOTECNIA

Orientador: Professor Doutor José Manuel Mota Couto Marques

Co-Orientador: Manuel António de Matos Fernandes

FEVEREIRO DE 2011

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2010/2011

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2010/2011 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2010.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

A meus Pais

*O trabalho honrado e persistente, sem desvairadas ambições, faz a nobreza a toda a gente,
dispensando outros brasões*

Dito Popular

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer aos meus pais por me terem educado e proporcionado a magnífica experiência que é ser estudante.

A todos os amigos e sua soma de particularidades, lembranças de vivências mil, que fazem desta experiência algo rico que guardo para a vida.

A todos os meus grandes professores, que habilmente fizeram passar os seus conhecimentos.

E por fim, ao meu orientador, Prof. José Couto Marques, agradeço por toda a dedicação, entusiasmo, paciência, ânimo e ajuda que me deu na construção e conclusão desta dissertação.

RESUMO

O tema desta dissertação é a análise da estabilidade de taludes pelos métodos de Morgenstern-Price e de Correia.

Na primeira parte do trabalho os dois métodos de análise referidos foram dissecados em pormenor, ganhando-se com isso uma familiarização com as suas potencialidades e limitações e um conhecimento aprofundado da sua formulação, aspecto essencial para concepção de algoritmos computacionais robustos a ser introduzidos no programa Taludes, desenvolvido na FEUP, que pudessem produzir resultados credíveis de uma forma rápida e eficiente.

Numa segunda fase, introduzidas as formulações no programa Taludes, foi feita uma análise a vários casos propostos em diversos artigos relacionados com a matéria em questão, tendo em vista validar as opções algorítmicas adoptadas através da fiel reprodução dos resultados da bibliografia de referência, o que permitiu confirmar com sucesso o rigor do código computacional e sugeriu diversos aperfeiçoamentos e extensões, como seja, por exemplo, a introdução de acção sísmica.

A experiência adquirida com o trabalho de validação do programa desenvolvido, que também envolveu a comparação dos seus resultados com os obtidos por programas comerciais, veio sublinhar a importância que no estudo da estabilidade de taludes assume a visualização dos resultados, particularmente no que se refere à configuração da linha de impulso, que constitui uma forma muito eficaz de alerta para a ocorrência de zonas em tracção no maciço, que indiciam que o factor de segurança calculado sobrestima o real.

Numa última fase, foi analisada e trabalhada uma contribuição bibliográfica recente sobre o método de Bishop simplificado, que permitiu incorporar avanços interessantes no algoritmo para este método.

PALAVRAS-CHAVE: estabilidade de taludes, equilíbrio limite, método de Correia, método de Morgenstern-Price, método de Bishop simplificado.

ABSTRACT

The proposed theme for this Master Thesis is the analysis of slope stability through the Morgenstern-Price and Correia methods.

In the first part of the work those two methods of analysis have been investigated in great detail in order to fully identify their capabilities and limitations and thereby gain a deep understanding of their formulation. This helped in the development of computationally robust algorithms to be introduced in the program Taludes, developed at FEUP, that were able to provide reliable results in a quick and efficient way.

In the second stage, after implementation of the code in program Taludes, several slope stability problems proposed in the literature have been analyzed with the purpose of validating the algorithmic options adopted by means of an accurate reproduction of the reference results, which has allowed to successfully confirm the precision of the code and has also led to several improvements and extensions, such as the introduction of seismic loading.

The experience acquired with the code validation process, which also involved comparison of results with those obtained with commercial codes, has highlighted the importance of the visualization of results in slope stability analysis, particularly in what concerns the geometry of the thrust line, which provides a very effective means of detection of zones under tension, a clear indication that the safety factor is being overestimated.

Finally a recent paper casting new light on the simplified Bishop method has been the starting point for a revised and extended implementation of this technique, in what has proved to be an interesting development..

KEYWORDS: slope stability, limit equilibrium, Correia method, Morgenstern-Price method, Bishop method.

ÍNDICE GERAL

Agradecimentos.....	i
Resumo.....	iii
Abstract	v

1 INTRODUÇÃO..... 1

2 MÉTODOS DE ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES..... 3

2.1. GENERALIDADES	3
2.2. MÉTODO DAS FATIAS.....	4
2.2.1. MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE PARA SUPERFÍCIES DE ROTURA CIRCULAR.....	7
2.2.1.1. Método de Fellenius.....	7
2.2.1.2. Método de Bishop	8
2.2.1.3. Método de Bishop Simplificado.....	10
2.2.1.4. Método de Spencer	11
2.2.2. MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE PARA QUALQUER TIPO DE SUPERFÍCIES DE ROTURA.....	13
2.2.2.1 Método de Janbu.....	13
2.2.2.2 Método de Morgenstern e Price.....	15
2.2.2.3 Método de Correia.....	19
2.3. LIMITAÇÕES DOS MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE	23
2.3.1. MÉTODO GERAL DE EQUILÍBRIO LIMITE	24
2.3.1.1 A importância da escolha da função de interação	27
2.3.2. MATERIAIS CONTRASTANTES	32
2.3.3. CONCEITOS FÍSICOS EM FALTA.....	34
2.3.4. ESFORÇOS CALCULADOS POR ELEMENTOS FINITOS NUMA MOLDURA DE MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE	35
2.3.5. COMENTÁRIO SOBRE ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS BASEADA NAS TENSÕES.....	40
2.3.6. CONCLUSÕES	42

3 FORMULAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE ALGORITMOS..... 43

3.1 INTRODUÇÃO	43
3.2 O MÉTODO DE CORREIA	43
3.2.1 ESCOLHA DA FUNÇÃO DE INTERACÇÃO ENTRE FATIAS	46

3.2.2 CONDIÇÃO DE EQUILÍBRIO PARA TODA A MASSA DE TERRENO.....	47
3.2.3. MÉTODO PARA O CÁLCULO DA LINHA DE IMPULSO.....	51
3.3 O MÉTODO DE MORGENSTERN E PRICE	52
3.3.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO	53
3.3.2. ESCOLHA DA FUNÇÃO DE INTERACÇÃO ENTRE FATIAS.....	56
3.3.3. MÉTODO PARA O CÁLCULO DA LINHA DE IMPULSO.....	57
3.4. O MÉTODO DE BISHOP.....	58
3.4.1 SATISFAÇÃO DO EQUILÍBRIO HORIZONTAL DE FORÇAS.....	60
3.4.2. ESCOLHA DA FUNÇÃO DE INTERACÇÃO ENTRE FATIAS.....	61
3.5. EVOLUÇÃO NO CÁLCULO DA ÁREA DAS FATIAS.....	63

4 DESCRIÇÃO DOS EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	65
4.1. GENERALIDADES.....	65
4.2. EXEMPLOS EM ANÁLISE.....	67
4.2.1. EXEMPLO1.....	67
4.2.2. EXEMPLO 2.....	68
4.2.3. EXEMPLO 3.....	70
4.2.4. EXEMPLO 4.....	71
4.2.5. EXEMPLO 5.....	73
4.2.6 EXEMPLO 6.....	75

5 ANÁLISE DE RESULTADOS	77
5.1. NOTA INTRODUTÓRIA.....	77
5.2. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 1	77
5.3. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 2	85
5.4. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 3	96
5.5. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 4	99
5.5. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 5	110
5.6. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 6	117
5.7. CONDICIONALISMOS Á ANÁLISE	126

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	129
-------------------------------------	------------

BIBLIOGRAFIA	131
---------------------------	------------

ANEXO A – DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO 3.56	133
1º CICLO	133
2º CICLO	133
3º CICLO	133
4º CICLO	133
5º CICLO	134
ANEXO B – FLUXOGRAMA	135
ANEXO C – DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO 3.59	136
ANEXO D – RESULTADOS COMPLEMENTARES - EXEMPLO 2 (EXCEL)	137
A.1. EXEMPLO 2 – CASO 1	138
A.1. EXEMPLO 2 – CASO 2	141
A.1. EXEMPLO 2 – CASO 3	143
A.1. EXEMPLO 2 – CASO 4	145

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1. – Método das fatias – Forças aplicadas a uma fatia de solo.	6
Fig. 2.2. – Método de Fellenius - Forças aplicadas a uma fatia de solo.	8
Fig. 2.3. – Método de Bishop – Forças aplicadas a uma fatia de solo.	8
Fig. 2.4 – Método de Spencer – Forças aplicadas a uma fatia de solo.	11
Fig. 2.5 – Determinação do factor de segurança (adaptado de Spencer, 1967).	12
Fig. 2.6 – Método de Janbu – Forças aplicadas a uma fatia de solo.	14
Fig. 2.7 – Método de Morgenstern e Price – Forças aplicadas a uma fatia de solo.	16
Fig. 2.8 – Elemento na interface entre duas fatias.	18
Fig. 2.9 – Tensões efectivas actuantes num elemento.	18
Fig. 2.10 – Método de Correia – Forças aplicadas numa fatia de solo.	20
Fig. 2.11 – Fatias e forças numa massa deslizando.	24
Fig. 2.12 – Função de interacção tipo “seno”.	25
Fig. 2.13 – Aspecto de um gráfico de um factor de segurança versus factor de escala.	26
Fig. 2.14 – Superfície de deslizamento circular simples (adaptado de Krahn, 2001).	27
Fig. 2.15 – Aspecto típico de um gráfico FS vs λ para superfícies de deslizamento circulares simples.	28
Fig. 2.16 – Superfície de deslizamento planar (adaptado de Krahn, 2001).	28
Fig. 2.17 – Aspecto típico de um gráfico FS vs λ para superfícies de deslizamento planas.	29
Fig. 2.18 – Superfície de deslizamento mista ou compósita (adaptado de Krahn, 2001).	29
Fig. 2.19 – Aspecto típico de um gráfico FS vs λ para superfícies de deslizamento mistas.	30
Fig. 2.20 – Superfície potencial de deslizamento em bloco (adaptado de Krahn, 2001).	30
Fig. 2.21 - Aspecto típico de um gráfico FS vs λ para superfícies de deslizamento tipo-bloco.	31
Fig. 2.22 – Superfície potencial de deslizamento de uma parede de contenção (adaptado de Krahn, 2001).	31
Fig. 2.23 – Aspecto típico de um gráfico FS vs λ para superfícies de deslizamento tipo parede de contenção.	32
Fig. 2.24 – Berma protectora contra avalanches (adaptado de Krahn, 2001).	33
Fig. 2.25 – Resultados para análise de uma superfície tipo-berma com uma função de interacção constante.	33
Fig. 2.26 – Função de interacção tipo degrau, proposta por Steiner.	34
Fig. 2.27 – Resultados obtidos para o gráfico FS vs λ com uma função de interacção tipo-degrau.	34
Fig. 2.28 – Malha de elementos finitos para estabelecer as tensões “in situ” (adaptado de Krahn, 2001).	36
Fig. 2.29 – Isolinhas dos esforços verticais (adaptado de Krahn, 2001).	36
Fig. 2.30 – Uma superfície de deslizamento em cunha numa malha de elementos finitos (adaptado de Krahn, 2001).	37
Fig. 2.31 – Factor de segurança para uma superfície de deslizamento em cunha.	38

Fig. 2.32 – Factor de segurança para uma superfície de deslizamento profunda.	38
Fig. 2.33 – Grelha de factores de segurança obtida de uma análise por elementos finitos baseada nas tensões (adaptado de Krahn, 2001).	39
Fig. 2.34 – Estabilização de um talude com uma parede encastrada (adaptado de Krahn, 2001).	39
Fig. 2.35 – Talude modelo.	41
Fig. 2.36 – Factor de segurança para condições lineares elásticas e elásticas plásticas.	41
Fig. 3.1 – Talude modelo para o método de Correia com as forças sísmicas e de aplicação no terraplino incluídas.	44
Fig. 3.2 – Função “Sino” a função de interacção que se utiliza no método de Correia.	47
Fig. 3.3 – Forças de equilíbrio numa fatia genérica para o método de Correia.	48
Fig. 3.4 – Forças de equilíbrio aplicadas numa fatia genérica para cálculo da linha de impulso pelo método de Correia.	52
Fig. 3.5 – Talude modelo a considerar no método de M-P.	53
Fig. 3.6 – Fatia e forças nela aplicadas para o método de M-P.	54
Fig. 3.7 – Forças actuantes numa fatia genérica de um talude.	58
Fig. 3.8 – Aspecto da função de interacção preconizada por Zhu (2008) para o método de Bishop.	63
Fig. 3.9 – Aspecto da derivada da função de interacção preconizada por Zhu (2008) para o método de Bishop.	63
Fig. 4.1 – Geometria do Exemplo 1.	67
Fig. 4.2 - Geometria do Exemplo 2.	68
Fig. 4.3 - Geometria do Exemplo 3.	70
Fig. 4.4 - Geometria do Exemplo 4.	71
Fig. 4.5 – Geometria do Exemplo 5.	73
Fig. 4.6 - Geometria do Exemplo 6.	75
Fig. 5.1 - Geometria do Exemplo 1.	77
Fig. 5.2 – Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 1 - ambos os métodos.	79
Fig. 5.3 – Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 1 - ambos os métodos.	80
Fig. 5.4 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 2 - ambos os métodos.	80
Fig. 5.5 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 2 - ambos os métodos.	80
Fig. 5.6 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 3 - ambos os métodos.	81
Fig. 5.7 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 3 - ambos os métodos.	81
Fig. 5.8 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 4 - ambos os métodos.	81
Fig. 5.9 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 4 - ambos os métodos.	82
Fig. 5.10 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 5 - ambos os métodos.	82

Fig. 5.11 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 5 - ambos os métodos.	82
Fig. 5.12 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 6 - ambos os métodos.	83
Fig. 5.13 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 6 - ambos os métodos.	83
Fig. 5.14 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 7 - ambos os métodos.	83
Fig. 5.15 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 7 - ambos os métodos.	84
Fig. 5.16 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 8 - ambos os métodos.	84
Fig. 5.17 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 8 - ambos os métodos.	84
Fig. 5.18 - Geometria do Exemplo 2.	85
Fig. 5.19 – Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 1 - ambos os métodos.	88
Fig. 5.20 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 1 - ambos os métodos.	88
Fig. 5.21 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 2 - ambos os métodos.	88
Fig. 5.22 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 2 - ambos os métodos.	89
Fig. 5.23 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 3 - ambos os métodos.	89
Fig. 5.24 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 3 - ambos os métodos.	89
Fig. 5.25 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 4 - ambos os métodos.	90
Fig. 5.26 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 4 - ambos os métodos.	90
Fig. 5.27 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 5 - ambos os métodos.	90
Fig. 5.28 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 5 - ambos os métodos.	91
Fig. 5.29 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 6 - ambos os métodos.	91
Fig. 5.30 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 6 - ambos os métodos.	91
Fig. 5.31 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 7 - ambos os métodos.	92
Fig. 5.32 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 7 - ambos os métodos.	92
Fig. 5.33 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 8 - ambos os métodos.	92
Fig. 5.34 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 8 - ambos os métodos.	93
Fig. 5.35 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 1 – $f(x)$ = constante.	93
Fig. 5.36 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 2 – $f(x)$ = constante.	93
Fig. 5.37 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 3 – $f(x)$ = constante.	94

Fig. 5.38 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 4 – $f(x)$ = constante.	94
Fig. 5.39 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 5 – $f(x)$ = constante.	94
Fig. 5.40 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 6 – $f(x)$ = constante.	95
Fig. 5.41 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 7 – $f(x)$ = constante.	95
Fig. 5.42 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 8 – $f(x)$ = constante.	95
Fig. 5.43 - Geometria do Exemplo 3.....	96
Fig. 5.44 – Linha de impulso – Exemplo 3 - Caso 2 – ambos os métodos. $f(x)$ =sino.	98
Fig. 5.45 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 3 – Caso 1 - ambos os métodos.....	98
Fig. 5.46 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 3 – Caso 2 - ambos os métodos.....	98
Fig. 5.47 - – Linha de impulso – Exemplo 3 - Caso 2 – $f(x)$ = constante.	99
Fig. 5.48 - Geometria do Exemplo 4.....	99
Fig. 5.49 – Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 1 – ambos os métodos.....	104
Fig. 5.50 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 1 - ambos os métodos.....	105
Fig. 5.51 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 2 – ambos os métodos.....	105
Fig. 5.52 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 2 - ambos os métodos.....	105
Fig. 5.53 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 3 – ambos os métodos.....	106
Fig. 5.54 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 3 - ambos os métodos.....	106
Fig. 5.55 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 4 – ambos os métodos.....	106
Fig. 5.56 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 4 - ambos os métodos.....	107
Fig. 5.57 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 5 – ambos os métodos.....	107
Fig. 5.58 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 5 - ambos os métodos.....	107
Fig. 5.59 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 6 – ambos os métodos.....	108
Fig. 5.60 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 6 - ambos os métodos.....	108
Fig. 5.61 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 1 – $f(x)$ = constante.	108
Fig. 5.62 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 2 – $f(x)$ = constante.	109
Fig. 5.63 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 3 – $f(x)$ = constante.	109
Fig. 5.64 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 4 – $f(x)$ = constante.	109
Fig. 5.65 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 5 – $f(x)$ = constante.	110
Fig. 5.66 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 6 – $f(x)$ = constante.	110
Fig. 5.67 - Geometria do Exemplo 5.....	110
Fig. 5.68 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 1 – ambos os métodos.....	113

Fig. 5.69 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 5 – Caso 1 - ambos os métodos.	114
Fig. 5.70 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 2 – ambos os métodos.	114
Fig. 5.71 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 5 – Caso 2 - ambos os métodos.	114
Fig. 5.72 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 3 – ambos os métodos.	115
Fig. 5.73 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 5 – Caso 3 - ambos os métodos.	115
Fig. 5.74 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 4 – ambos os métodos.	115
Fig. 5.75 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 5 – Caso 4 - ambos os métodos.	116
Fig. 5.76 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 1 – $f(x)$ = constante.	116
Fig. 5.77 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 2 – $f(x)$ = constante.	116
Fig. 5.78 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 3 – $f(x)$ = constante.	117
Fig. 5.79 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 4 – $f(x)$ = constante.	117
Fig. 5.80 - Geometria do Exemplo 6.	117
Fig. 5.81 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 1 - Bishop, M-P e MC.	120
Fig. 5.82 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 1 - Bishop.	120
Fig. 5.83 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 2 - Bishop, M-P e MC.	120
Fig. 5.84 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 2 - Bishop.	121
Fig. 5.85 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 3 - Bishop, M-P e MC.	121
Fig. 5.86 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 3 - Bishop.	121
Fig. 5.87 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 4 - Bishop, M-P e MC.	122
Fig. 5.88 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 4 - Bishop.	122
Fig. 5.89 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 5 - Bishop, M-P e MC.	122
Fig. 5.90 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 5 - Bishop.	123
Fig. 5.91 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 6 - Bishop, M-P e MC.	123
Fig. 5.92 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 6 - Bishop.	123
Fig. 5.93 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 7 - Bishop, M-P e MC.	124
Fig. 5.94 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 7 - Bishop.	124
Fig. 5.95 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 8 - Bishop, M-P e MC.	124

Fig. 5.96 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 8 - Bishop.	125
Fig. 5.97 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 9 - Bishop, M-P e MC.	125
Fig. 5.98 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 9 - Bishop.	125
Fig. 5.99 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 10 - Bishop, M-P e MC.	126
Fig. 5.100 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 10 - Bishop.	126
Fig. 5.101 – A divisão em fatias pelo programa comercial Slide.	127

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Verificação das condições de equilíbrio de momentos e de forças de interacção nos vários métodos de análise (adaptado de Krahn).	24
Quadro 3.1 – Funções de cada troço que permitem construir a função sino.	47
Quadro 4.1 – Características mecânicas para o maciço do primeiro exemplo.	67
Quadro 4.2 – Casos a serem considerados na análise.	67
Quadro 4.3 – Características geométricas do Exemplo 2.	68
Quadro 4.4 - Características mecânicas para o maciço do segundo exemplo.	69
Quadro 4.5 - Casos considerados na análise do Exemplo 2.	69
Quadro 4.6 - Características geométricas do Exemplo 3.	70
Quadro 4.7 - Características mecânicas do maciço do Exemplo 3.	71
Quadro 4.8 - Casos considerados na análise do Exemplo 3.	71
Quadro 4.9 – Características geométricas do Exemplo 4, unidade métrica.	72
Quadro 4.10 - Características mecânicas do Exemplo 4, unidade métrica.	72
Quadro 4.11 - Características geométricas do maciço do Exemplo 4, sistema imperial.	72
Quadro 4.12 - Características mecânicas do maciço do Exemplo 4, sistema imperial.	73
Quadro 4.13 - Quadro 4.14 - Casos a serem considerados na análise do Exemplo 4.	73
Quadro 4.15 - Características geométricas do Exemplo 5.	74
Quadro 4.16 - Características mecânicas para o maciço Exemplo 5.	74
Quadro 4.17 - Casos a serem considerados na análise.	75
Quadro 4.18 - Características geométricas do Exemplo 5.	75
Quadro 4.19 - Características mecânicas do maciço do Exemplo 6.	76
Quadro 4.20 - Casos a serem considerados na análise.	76
Quadro 5.1 – Resultados de FS, λ e $X_{m\acute{a}x}$ para os diferentes métodos e programas.	78
Quadro 5.2 – Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas. .	78
Quadro 5.3 – Número de iterações necessárias para a obtenção dos resultados pelo programa Taludes_V13	79
Quadro 5.4 – Resultados apresentados no Artigo de Correia (Correia, 1989).	86
Quadro 5.5 – Resultados de FS, λ e $X_{m\acute{a}x}$ para os diferentes métodos e programas, com $f(x) = \text{sino}$. 86	
Quadro 5.6 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas, com $f(x)=\text{sino}$	86
Quadro 5.7 - Resultados de FS, λ e $X_{m\acute{a}x}$ para os diferentes métodos e programas, com $f(x) = \text{constante}$	86
Quadro 5.8 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas, com $f(x)= \text{constante}$	87
Quadro 5.9 - Número de iterações necessárias para a obtenção dos resultados pelo programa Taludes_V13.	87
Quadro 5.10 - Resultados apresentados no Artigo de Correia (Correia, 1989).	96

Quadro 5.11 - Resultados de FS, λ e $X_{m\acute{a}x}$ para os diferentes métodos e programas com $f(x)=\sin(x)$.	97
Quadro 5.12 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas com $f(x)=\sin(x)$.	97
Quadro 5.13 - Resultados de FS e λ para o método de M-P e diferentes programas com $f(x)=\text{constante}$.	97
Quadro 5.14 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas com $f(x)=\text{constante}$.	97
Quadro 5.15 - Número de iterações necessárias para a obtenção dos resultados pelo programa Taludes_V13.	97
Quadro 5.16 – Valores apresentados no artigo para os resultados de FS e λ , para $f(x)=\sin(x)$.	100
Quadro 5.17 - Valores apresentados no artigo para os resultados de FS e λ , para $f(x)=\text{constante}$.	100
Quadro 5.18 – Resultados de FS, λ e $X_{m\acute{a}x}$ para os diferentes métodos e programas com $f(x)=\sin(x)$. Sistema métrico 200 fatias.	100
Quadro 5.19 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x)=\sin(x)$. Sistema métrico 200 fatias.	101
Quadro 5.20 - Resultados de FS e λ para os diferentes métodos e programas com $f(x)=\sin(x)$. Sistema imperial, 200 fatias.	101
Quadro 5.21 - Número de iterações necessárias para a obtenção dos resultados pelo programa Taludes_V13. Sistema imperial, 200 fatias.	101
Quadro 5.22 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x)=\sin(x)$. Sistema imperial, 200 fatias.	102
Quadro 5.23 – Resultados de FS, λ e $X_{m\acute{a}x}$ para os diferentes métodos e programas com $f(x)=\sin(x)$. Sistema métrico, 150 fatias.	102
Quadro 5.24 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x)=\sin(x)$. Sistema métrico, 150 fatias.	102
Quadro 5.25 - Resultados de FS e λ para os diferentes métodos e programas com $f(x)=\sin(x)$. Sistema imperial, 150 fatias.	103
Quadro 5.26 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x)=\sin(x)$. Sistema imperial, 150 fatias.	103
Quadro 5.27 - Resultados de FS e λ para os diferentes métodos e programas com $f(x)=\text{constante}$. Sistema imperial, 150 fatias.	103
Quadro 5.28 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x)=\text{constante}$. Sistema imperial, 150 fatias.	104
Quadro 5.29 - Valores apresentados no artigo para os resultados de FS e λ , para $f(x)=\sin(x)$ e $f(x)=\text{constante}$.	111
Quadro 5.30 - Resultados de FS, λ e $X_{m\acute{a}x}$ para os diferentes métodos e programas com $f(x)=\sin(x)$.	111
Quadro 5.31 - Resultados de FS, λ e $X_{m\acute{a}x}$ para os diferentes métodos e programas com $f(x)=\text{constante}$.	112

Quadro 5.32 - Número de iterações necessárias para a obtenção dos resultados pelo programa Taludes_V13.	112
Quadro 5.33 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x)=\sin(x)$	112
Quadro 5.34 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x)=\text{constante}$	112
Quadro 5.35 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas com $f(x)=\sin(x)$	113
Quadro 5.36 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas com $f(x)=\text{constante}$	113
Quadro 5.37 - Resultados de FS para os diferentes programas e λ e x_m para o Taludes. 30 fatias – Exemplo 6.....	118
Quadro 5.38 - Resultados de FS para os diferentes programas e λ e x_m para o Taludes. 150 fatias – Exemplo 6.....	119
Quadro 5.39 - Resultados de FS, λ e x_m publicados no artigo.	119
Quadro 5.40 - Comparação em percentagem dos resultados de FS obtidos para os diferentes programas. 30 fatias.....	119
Quadro 5.41 - Comparação em percentagem dos resultados de FS obtidos para os diferentes programas. 150 fatias.....	119
Quadro 5.42 – Comparação, em percentagem, dos resultados obtidos com os apresentados por Zhu (2008).	119

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

b – largura da fatia [m];
 c' – coesão [kPa];
 D – diâmetro de uma ancoragem [m];
 E – força de interacção normal aplicada na interface entre fatias; módulo de Young [MPa];
 $f(x)$ – função representativa das forças de interacção;
 FS ou F – factor de segurança;
 FS_m – factor de segurança associado à equação de equilíbrio de momentos;
 FS_f – factor de segurança associado à equação de equilíbrio de forças;
 h – altura da fatia [m];
 h_i – altura de um estrato numa superfície de rotura [m];
 l – comprimento da base da fatias [m];
 m_α – denominador da expressão associada ao cálculo da força normal na base das fatias;
 N – tensão normal mobilizada na base das fatias [kPa];
 S ou T – tensões de corte mobilizadas na base das fatias [kPa];
 r – raio de circunferência [m];
 μ – pressão intersticial [kPa];
 W – peso próprio da fatia [kN];
 x_c, y_c – coordenadas do ponto arbitrário C no método de Correia [m];
 x_m, y_m – coordenadas do ponto médio da base das fatias [m];
 X – força tangencial aplicada na interface entre fatias [kN/m];
 $X_{máx}$ – força tangencial máxima na interface entre fatias [kN/m];
 $y(x)$ – função característica da superfície;
 $y'(x)$ – função característica da linha de pressão ou linha de impulsos;
 α – inclinação da base de uma fatia [°];
 β – inclinação do talude [°];
 Δf – variação da força das forças de interacção;
 ΔE – variação da força normal na interface entre fatias;
 ΔX – variação da força tangencial ou de corte na interface entre fatias;
 γ – peso volúmico do solo [kN/m³];
 λ – factor adimensional de escala utilizado no método de Morgenstern-Price;
 σ_n – tensão normal aplicada na base da fatia [kPa];

τ_r – resistência ao corte do solo [kPa];

ϕ – ângulo de atrito do solo [°];

θ – inclinação da resultante das forças no método de Spencer [°];

ξ – coordenada horizontal adimensional das funções de interação de forças;

M.E.L. – método de equilíbrio limite;

M.E.F. – método dos elementos finitos;

M-P – Morgenstern-Price;

MC – Método de Correia;

1

INTRODUÇÃO

No século passado a humanidade assistiu ao maior aumento populacional da sua história. Com esse facto aparecem, então, novas necessidades para as massas populacionais, que englobam, entre outros requisitos, mais e melhores condições de habitação e vias de comunicação. Estas necessidades obrigaram as cidades a se expandirem territorialmente, tendo agora que resolver certos factores que outrora eram impeditivos da construção, factores de entre os quais se destacam os geotécnicos, geológicos e topográficos referentes aos terrenos a construir. Com a necessidade de possibilitar à população índices de segurança e conforto adequados para uma existência tranquila, surgiram os primeiros estudos conhecidos sobre os problemas da estabilidade de taludes, que vieram contribuir de modo importante para que essa expansão territorial fosse mais pensada, sustentada e segura.

Esta área de estudo geotécnico, a da estabilidade de taludes, depende de uma série de factores dos quais se destacam, a topografia, a geologia, a hidrogeologia, o clima, os sismos e até a própria acção humana, sendo que nenhum destes factores é inimputável pela instabilidade nos taludes, resultando esta, quase sempre, de uma combinação de alguns ou de todos eles.

Com o referido crescimento populacional, que potenciou também o rápido avanço tecnológico, surge a necessidade de que os métodos de análise da estabilidade de taludes sejam progressivamente mais rápidos, eficientes e económicos. Assim com a experiência acumulada pela elaboração de muitas análises, esses métodos de estabilidade foram sofrendo várias evoluções positivas, tendo como seu maior catalisador o advento da informática, que consigo trouxe um significativo aumento da capacidade de cálculo.

Com o aparecimento dos computadores surgem novos horizontes, pois agora a análise é muito mais rápida e eficiente do que originalmente, e então, torna-se mais fácil e célere a evolução dos métodos de cálculo, sendo agora possível analisar várias possibilidades num tempo ainda mais reduzido e apontar críticas e identificar limitações que esse métodos de facto possuem.

Por tudo isto, e pelo cada vez maior número de pessoas possuidoras de um computador, é seguro e objectivo afirmar que este é um processo de evolução que irá ocorrer *ad eternum*, pois existem sempre novidades, possibilidades diferentes, combinações de instabilidades nunca antes pensadas ou assumidas.

Tendo como tema central a análise da estabilidade de taludes, o trabalho que em seguida é apresentado está estruturado em três partes distintas.

Na primeira é feita uma revisão e explanação de métodos clássicos e de métodos mais recentes, como o de Correia (1989), pois importa conhecer o passado para compreender capazmente o presente e

projectar com segurança o futuro. Ainda dentro deste tema são também identificadas e comentadas as limitações dos métodos de equilíbrio limite para estudo da estabilidade de taludes (Krahn, 2001).

Na segunda parte são apresentados em pormenor os novos algoritmos propostos por Zhu (2001, 2005 e 2008) para o método de Morgenstern e Price e de Bishop, de grande elegância e eficiência. Para além disso, é também estudado e tratado o algoritmo apresentado por Correia (1989). Em ambos os casos obtiveram-se formulações compactas e de grande rapidez computacional.

Por último são analisados vários exemplos propostos na bibliografia da especialidade, sendo comparados os resultados obtidos através da utilização de três programas distintos, a saber: o Slope/WTM (da Geo-Slope), o SlideTM (da Rocscience) e o Taludes, desenvolvido na FEUP, programa este que conheceu importantes evoluções ao longo destes meses em que durou a elaboração desta dissertação.

O trabalho termina com a apresentação das conclusões, complementadas com sugestões para desenvolvimentos futuros.

2

MÉTODOS DE ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES

2.1. GENERALIDADES

A análise da estabilidade de taludes é um assunto extenso e complexo, pois normalmente envolve grandes massas de terras que têm a si associadas um sem número de heterogeneidades e uma longa história de tensões que influenciam e condicionam o seu comportamento. Como tal, pela sua diversidade, abordar com generalidade este tipo de problemas é difícil e pode tornar-se perigoso, sendo então importante que os conceitos e métodos que permitem uma correcta análise estejam bem organizados e interiorizados em toda a sua magnitude, ganhando entre eles supremacia aqueles que cumprirem mais capazmente os requisitos de aplicabilidade, segurança e rapidez.

Existem duas formas alternativas de abordagem para a análise da estabilidade de um talude: uma delas baseia-se nas relações tensão-deformação dos materiais e a outra no conceito de equilíbrio limite.

A primeira abordagem é ao mesmo tempo realista e complexa. Por um lado permite traduzir um comportamento mecânico mais compatível com a realidade, em particular em casos como os de taludes de aterro, em que o material constituinte é, em regra, controlado. Por outro lado já o mesmo não pode ser afirmado acerca dos taludes naturais, pois estes apresentam enorme variabilidade quanto às características geológicas, estratigráficas, hidrogeológicas e mecânicas, facto que faz aumentar a complexidade da análise e a incerteza do resultado. Outro aspecto que poderá complicar a análise através desta abordagem é o facto de a avaliação de segurança ser feita através do estudo das distribuições de tensão e deformação no interior do talude em vez dos tradicionais factores de segurança, algo que se deve à variabilidade das características mecânicas dos materiais.

Pelos factos anteriormente referidos compreende-se, então, que seja mais comum recorrer-se à segunda abordagem, a que utiliza os métodos de equilíbrio limite. Esta terá a seu favor a simplicidade de aplicação e a elevada experiência acumulada com o seu uso ao longo dos anos, que reduzem a incerteza dos parâmetros resistentes aos da resistência ao corte.

A avaliação da estabilidade de taludes por esta via consiste em determinar se ao longo de qualquer superfície responsável por levar o talude à rotura, a resistência ao corte máxima é ou não superior à resistência mobilizada para garantir o equilíbrio.

O factor de segurança é então definido pelo quociente entre a resistência ao corte máxima e a resistência mobilizada.

Existem várias formas de superfícies de rotura dos taludes, e tal ajuda na distinção dos métodos de análise da sua estabilidade:

- Superfície de rotura plana (taludes infinitos, instabilização por blocos);
- Superfície de rotura circular, utilizada por Fellenius (1936), por Bishop (1955) e por Spencer (1967) nos seus métodos de análise de estabilidade de taludes;
- Superfícies de rotura de qualquer tipo, sendo que os métodos que prevêem este tipo de superfície são o de Janbu (1954), o de Morgenstern e Price (1965) e o de Rui Correia (1988).

O primeiro grupo, dos modelos elasto-plásticos, tornou-se mais importante com o desenvolvimento de métodos numéricos como o dos elementos finitos e o aparecimento de meios de cálculo automático mais poderosos. O equilíbrio é tratado em termos infinitesimais (tensões e deformações) conduzindo a equações diferenciais que podem ser resolvidas de uma forma aproximada por uma via numérica, facto que permite tratar geometrias complicadas e heterogeneidades naturais.

O segundo grupo poderá ser associado aos estudos efectuados nos métodos de equilíbrio limite, inserindo-se nas metodologias clássicas da Mecânica dos Solos, onde o objectivo principal é a obtenção da solicitação crítica responsável pelo colapso, colocando o campo de tensão e deformação no interior do maciço num segundo plano e com isso simplificando alguns aspectos, o que permite chegar a uma solução aproximada e razoável, comprovada pela experiência acumulada.

Em seguida será realizada uma revisão dos métodos de equilíbrio limite aplicados à estabilidade de taludes naturais. Por uma questão de interesse científico e de maior relação com o tema central desta dissertação, serão apenas expostos os métodos que consideram superfícies de rotura de forma circular, poligonal ou mista, deixando de lado os taludes infinitos e a instabilização por blocos.

2.2. MÉTODO DAS FATIAS

Estes métodos, os mais utilizados na análise de estabilidade de taludes, dividem em fatias a massa de solo acima da superfície potencial de deslizamento, segundo planos verticais, fatias para as quais poderão ser definidas diferentes larguras.

No caso de taludes heterogéneos há que ter o cuidado de atribuir à base de cada fatia um só conjunto de parâmetros de resistência, o que vem portanto condicionar a largura das fatias.

A base de cada fatia será representada por um segmento de recta em vez de uma curva, como seria de supor, dadas as conclusões da investigação acerca da forma que a superfície de deslizamento deverá adoptar e que foram anteriormente referidas. Tal modificação permite simplificar a quantificação do peso próprio.

Fará sentido concluir que quanto menor for a largura das fatias, menor será o erro introduzido no resultado.

O factor de segurança do talude será definido pelo quociente entre o momento resistente total M_R , dependente da coesão c' e da componente atrítica ϕ' , e o momento instabilizador M_S , relativos ao centro da superfície circular de deslizamento:

$$FS = \frac{M_R}{M_S} \quad (2.1)$$

O valor resultante desta última expressão será igual para todas as fatias, implicando deste modo, a consideração de existência de forças de interacção entre fatias.

Considere-se então o talude homogéneo representado na figura 2.1, cuja estabilidade será analisada pelo método das fatias, admitindo que a superfície de deslizamento é um arco de circunferência de raio r e de centro O .

A massa de solo está dividida em fatias verticais, genericamente definidas como tendo largura b e altura h (medida a meio da fatia), fazendo a tangente ao ponto médio da base, um ângulo α com a horizontal.

As forças que actuam numa fatia (por unidade de comprimento normal à secção) estão representadas na referida figura e têm o significado que a seguir se descreve.

Na base da fatia estão aplicadas as forças normal N e tangencial T . A força N decompõe-se numa força normal efectiva N' (igual a $\sigma'_n \cdot l$) e noutra $\mu' \cdot l$, resultante da pressão intersticial u , sendo l o comprimento da base. A força T é a força de corte mobilizada na base, dada por:

$$T = \frac{\tau_r}{FS} \times l \quad (2.2)$$

sendo τ_r , a resistência ao corte na rotura.

Em termos de tensões efectivas, T , fica sob a forma:

$$T = \frac{c'}{FS} \times l + (N - u \times l) \times \frac{\tan \phi}{FS} \quad (2.3)$$

Nas interfaces entre fatias estão aplicadas as forças normais de interacção, E_n e E_{n+1} , e as forças tangenciais (ou de corte) de interacção, X_n e X_{n+1} , sendo também necessário ter em conta o peso próprio de cada fatia, $W = \gamma \cdot b \cdot h$.

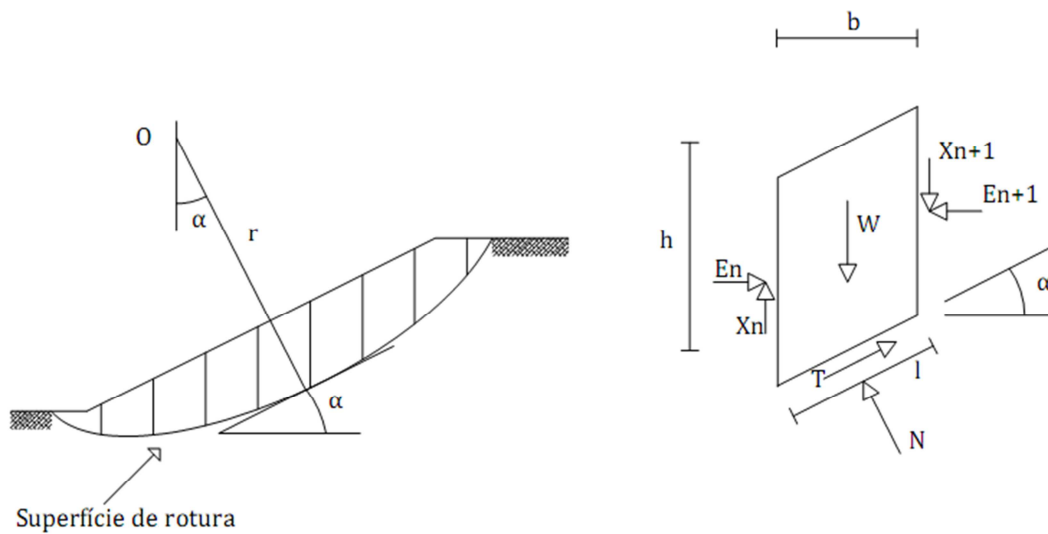


Fig. 2.1. – Método das fatias – Forças aplicadas a uma fatia de solo.

Considerando o equilíbrio de rotação em torno de O, o somatório dos momentos provocados pelas forças de corte **T** deve igualar o momento proporcionado pelo peso da massa de solo. Assim em qualquer fatia o braço de **W** é **r × senα**, tendo-se:

$$\sum T_r = W_r \times \text{sen}\alpha \quad (2.4)$$

donde vem:

$$F_s = \frac{\sum T_r}{\sum W_r \times \text{sen}\alpha} \quad (2.5)$$

Em termos de tensões efectivas, a expressão geral para o factor de segurança toma a seguinte forma:

$$F_s = \frac{\sum (c' \times l + (N - u \times l) \times \tan\phi')}{\sum W \times \text{sen}\alpha} \quad (2.6)$$

O problema é estaticamente indeterminado, dado que para 3n equações de equilíbrio, existem 4n-2 incógnitas, i.e., existem mais incógnitas que equações para n>2. Em termos físicos tal facto deve-se às fronteiras laterais entre fatias não serem superfícies de ruptura, vindo daí que a relação entre as forças **X** e **E** não é determinada pelo critério de *Mohr-Coulomb*. Será então incontornável estabelecer hipóteses quanto aos seus valores e pontos de aplicação, pois de outra maneira a indeterminação destas incógnitas impossibilita a quantificação de N e posteriormente do FS.

Serão introduzidas simplificações que conduzirão, nalguns métodos, a que seja satisfeito o equilíbrio de forças ou de momentos, ao mesmo tempo que noutros será satisfeito o equilíbrio completo.

As simplificações referidas quanto à relação entre as forças de interacção, X e E , e o seu ponto de aplicação, são o que faz a distinção entre os vários métodos que seguidamente serão apresentados.

2.2.1. MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE PARA SUPERFÍCIES DE ROTURA CIRCULAR

A experiência indica que em taludes com características mecânicas homogêneas e sem descontinuidades marcadas, os escorregamentos aparentam ter a forma de uma concha, o que levou ao desenvolvimento de métodos que consideram superfícies de rotura de forma circular.

Tal pressuposto permite que a estabilidade do talude possa ser avaliada através do equilíbrio de momentos em relação ao centro de superfície de rotura, sendo nulo o braço das forças normais a esta e constante o das forças de corte.

É de referir que a simplificação introduzida e a natureza bidimensional do estudo, conduzem a resultados conservativos em termos de factor de segurança, pois só é analisada a superfície crítica, desprezando-se o efeito tridimensional da resistência mobilizada nas extremidades laterais da superfície de deslizamento.

2.2.1.1. Método de Fellenius

O método apresentado por Fellenius em 1936, considera que as forças de interacção entre fatias são paralelas à base da fatia, ou seja as suas componentes estão relacionadas por:

$$\frac{X_{n+1}}{E_{n+1}} = \frac{X_n}{E_n} = \tan \alpha \quad (2.7)$$

As forças aplicadas em cada fatia estão representadas na figura 2.2. Fazendo a sua projecção na direcção perpendicular à base da fatia, temos:

$$N = W \times \cos \alpha \quad (2.8)$$

O factor de segurança em termos de tensões efectivas é dado pela expressão:

$$FS = \frac{\sum [c' + (W \times \cos \alpha - u \times l) \times \tan \phi']}{\sum W \times \sin \alpha} \quad (2.9)$$

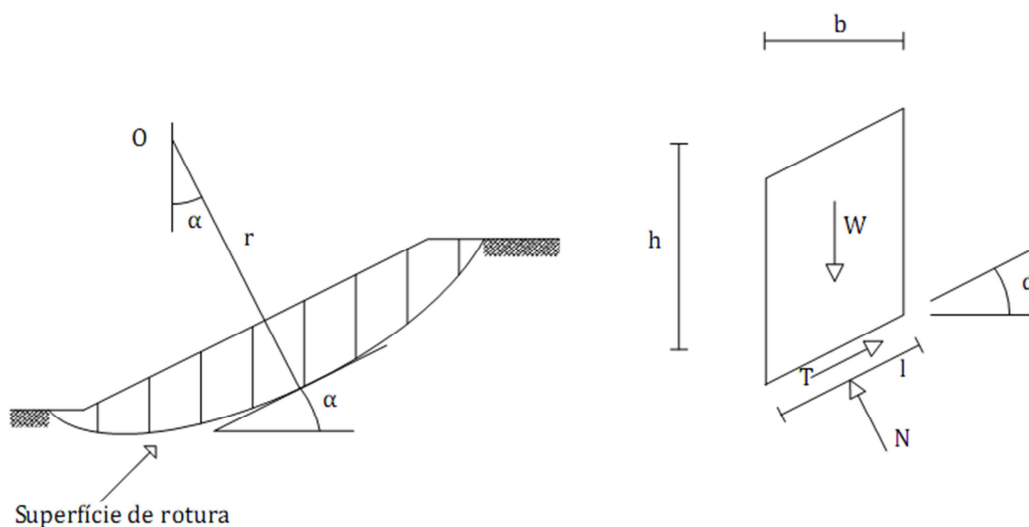


Fig. 2.2. – Método de Fellenius - Forças aplicadas a uma fatia de solo.

Atendendo à hipótese das forças de interação terem uma resultante nula, o equilíbrio na direcção paralela à base de cada fatia não é satisfeito. Assim é fácil inferir que o factor de segurança se encontra subestimado.

2.2.1.2. Método de Bishop

Este método, apresentado por Bishop em 1955, é o primeiro método rigoroso, na altura, a ser capaz de analisar superfícies de ruptura circulares em solos friccionais e coesivos. Baseado no método das fatias, o equilíbrio completo em termos de forças e momentos é verificado.

As forças em cada fatia, consideradas neste método, estão representadas na seguinte figura:

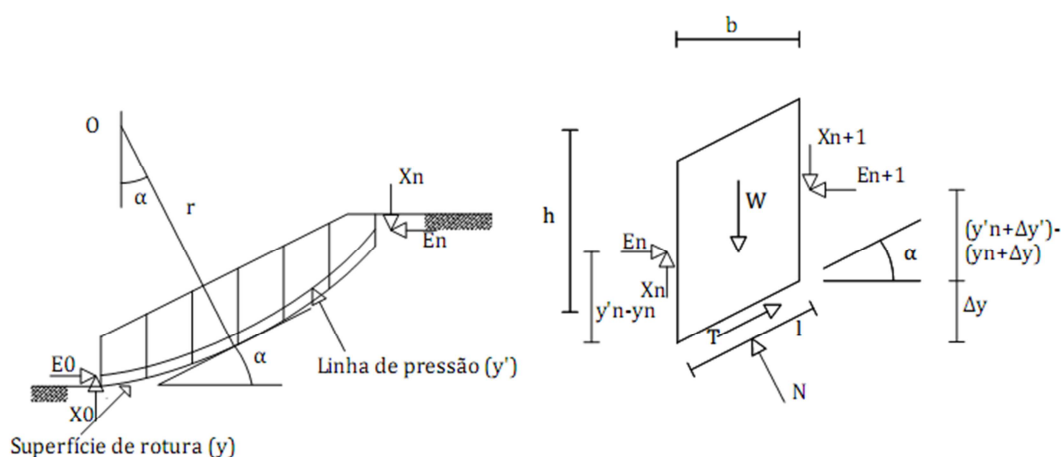


Fig. 2.3. – Método de Bishop – Forças aplicadas a uma fatia de solo.

Fazendo o somatório das forças verticais para obter o equilíbrio de uma fatia, temos:

$$W+(X_{n+1}-X_n)=N \times \cos \alpha + T \times \sin \alpha \quad (2.10)$$

em que,

$$T = \frac{c'}{FS} \times l + (N + u \times l) \times \frac{\tan \phi'}{FS} \quad (2.11)$$

Assim:

$$N - u \times l = \frac{W + (X_{n+1} - X_n) - \frac{c' \times l \times \sin \alpha}{FS} - u \times l \times \cos \alpha}{\cos \alpha + \frac{\tan \phi' \times \sin \alpha}{FS}} \quad (2.12)$$

Projectando sobre a largura da fatia $l = b \times \sec \alpha$ e considerando a pressão intersticial dada através do coeficiente $r_u = \frac{u}{\gamma \times h} = \frac{u \times b}{W}$, ao substituir na expressão geral do factor de segurança temos:

$$FS = \frac{\sum \left[c' \times b + (W \times (1 - r_u) + (X_{n+1} - X_n)) \times \tan \phi' \right] \times \frac{\sec \alpha}{1 + \frac{\tan \phi' \times \tan \alpha}{FS}}}{\sum W \times \sin \alpha} \quad (2.13)$$

Com o intuito de garantir o equilíbrio interno, admitindo a inexistência de água em potenciais fendas de tracção, as forças internas deverão satisfazer as seguintes condições fronteira:

$$\sum (X_{n+1} - X_n) = X_0 - X_n \quad (2.14)$$

$$\sum (E_{n+1} - E_n) = E_0 - E_n \quad (2.15)$$

O equilíbrio de forças e momentos só ficará garantido se forem considerados valores apropriados de X_i .

O equilíbrio de momentos para cada fatia permitirá determinar a linha de aplicação das forças entre fatias, também designada por linha de pressão. Para estabelecer esta equação é necessário admitir o ponto de aplicação de N , tendo sido escolhido o centro da base da fatia, onde também é aplicado o peso próprio da mesma.

Perante as circunstâncias, no somatório de momentos relativamente ao centro da base de cada fatia, as contribuições de W e N são nulas.

A condição de equilíbrio depende de $y(x)$ e de $y'(x)$, representadas na figura 2.3, em que a primeira é uma função que diz respeito à superfície de rotura, enquanto que a segunda traduz matematicamente a localização da linha de pressão.

Existe um sem número de hipóteses para os valores de X_i , que satisfazem o equilíbrio completamente, mas que nem sempre conduzem a soluções razoáveis.

É importante verificar se a linha de pressão se encontra dentro da massa deslizante para que a solução seja válida.

2.2.1.3. Método de Bishop Simplificado

Existe uma simplificação proposta por Bishop para o seu próprio método, que consiste em considerar que as forças de interacção entre fatias são horizontais, pelo que

$$X_{n+1} - X_n = 0 \quad (2.16)$$

Fazendo o somatório das forças verticais temos:

$$W = N \times \cos \alpha + T \times \sin \alpha \quad (2.17)$$

donde se retira:

$$N - u \times l = \frac{W - \frac{c' \times l \times \sin \alpha}{FS} - u \times l \times \cos \alpha}{\cos \alpha + \frac{\tan \phi' \times \sin \alpha}{FS}} \quad (2.18)$$

Tal como no primeiro desenvolvimento de Bishop, projectando sobre a largura da fatia $l = b \times \sec \alpha$ e considerando a pressão intersticial $r_u = \frac{u}{\gamma \times h} = \frac{u \times b}{W}$ ao substituir na expressão geral do factor de segurança temos:

$$FS = \frac{\sum \left[\left[c' \times b + (W \times (1 - r_u)) \times \tan \phi' \right] \times \frac{\sec \alpha}{1 + \frac{\tan \phi' \times \tan \alpha}{FS}} \right]}{\sum W \times \sin \alpha} \quad (2.19)$$

Esta modificação faz com que este novo método não permita a determinação directa do factor de segurança, pois este surge em ambos os membros da equação. É necessário utilizar um processo iterativo.

2.2.1.4. Método de Spencer

Spencer apresentou em 1967 um método de análise de superfícies de deslizamento circulares que satisfaz tanto o equilíbrio de momento como o de forças, tomando como paralelas as resultantes das forças de interacção aplicadas a cada fatia.

Neste método, as forças **X** e **E** actuantes nos dois planos verticais que limitam uma fatia são substituídas por uma resultante estaticamente equivalente, **Q**, actuando no ponto médio da base da respectiva fatia, tal como **W**, **N** e **T**.

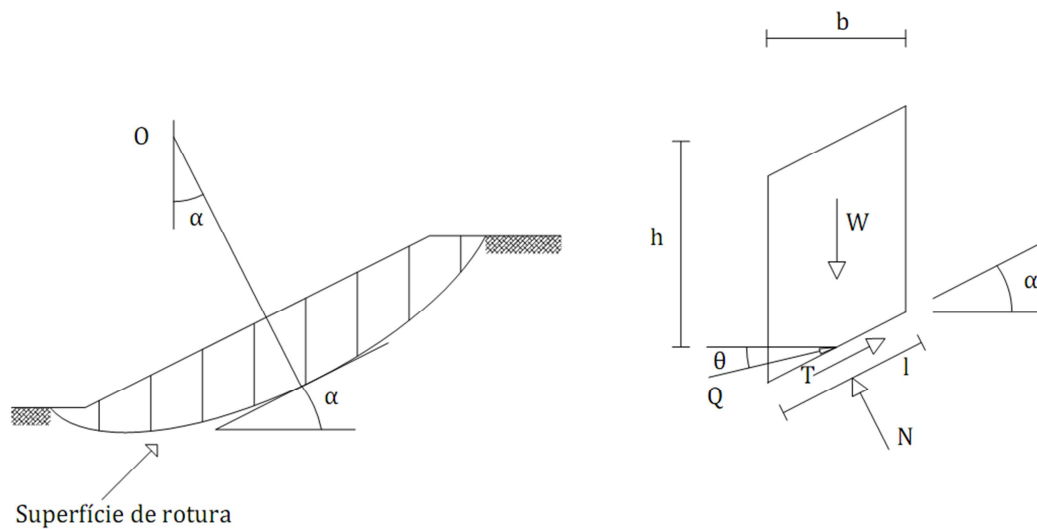


Fig. 2.4 – Método de Spencer – Forças aplicadas a uma fatia de solo.

O equilíbrio é feito em relação à direcção normal e paralela à base da fatia, obtendo-se, respectivamente:

$$N - W \times \cos \alpha + Q \times \sin(\alpha - \theta) = 0 \quad (2.20)$$

$$T - W \times \sin \alpha + Q \times \cos(\alpha - \theta) = 0 \quad (2.21)$$

em que θ é a inclinação da resultante **Q** em cada fatia.

Manipulando as expressões e tendo em conta o critério de rotura adoptado, a resultante **Q** vem

$$Q = \frac{\frac{c' \times l}{FS} + \frac{(W \times \cos \alpha - u \times l) \times \tan \phi'}{FS} - W \times \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \times \left[1 + \frac{\tan \phi' \times \tan(\alpha - \theta)}{FS} \right]} \quad (2.22)$$

A soma dos momentos das forças de interacção relativamente a um qualquer centro de rotação é nula:

$$\sum Q \times r \times \cos(\alpha - \theta) = 0 \quad (2.23)$$

sendo r o raio da superfície de deslizamento.

A partir das hipóteses:

- O raio r é constante;
- Soma vectorial das forças de interacção é nula, pois as forças exteriores ao talude estão em equilíbrio;
- As resultantes das forças de interacção são paralelas, logo θ_i é sempre constante;

obtém-se:

$$\sum Q = 0 \quad (2.24)$$

A solução final pode ser obtida do seguinte modo:

- Escolhem-se vários valores de θ ;
- Para cada valor de θ determina-se um factor de segurança para o equilíbrio de forças FS_f e equilíbrio de momentos FS_m ;
- Traçam-se curvas de variação de FS_f e FS_m com θ , onde a intersecção de ambas identifica o FS comum;
- Calculam-se as forças de interacção para cada fatia X e E ;
- Estabelece-se o equilíbrio de momentos em relação ao ponto médio da base de cada fatia, sendo assim possível determinar o ponto de aplicação dessas forças de interacção;

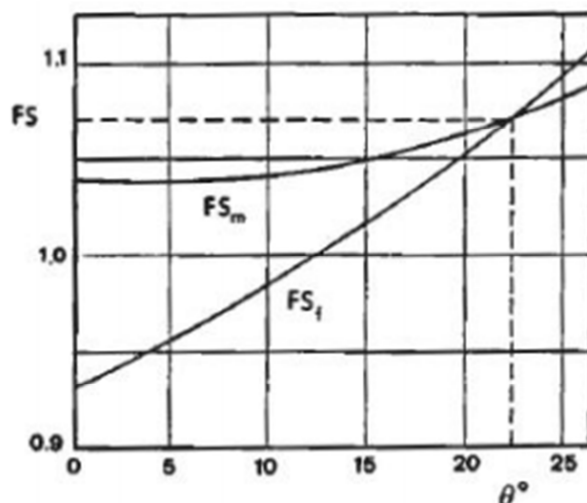


Fig. 2.5 – Determinação do factor de segurança (adaptado de Spencer, 1967).

2.2.2. MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE PARA QUALQUER TIPO DE SUPERFÍCIES DE ROTURA

A situação mais usual é a resistência ao corte não ser uniforme no talude. Então a superfície crítica não é necessariamente circular e a sua forma passa a depender do modo como a resistência ao corte se distribui em profundidade.

Na maioria dos casos a geometria da superfície crítica é condicionada pela existência de estratos de baixa resistência e de reduzida espessura, portanto a adopção de superfícies circulares pode proporcionar resultados não fidedignos.

A análise de estabilidade realizada pelo método das fatias é, neste caso, mais complexa que para a de superfícies circulares. Isto deve-se ao facto de que qualquer que seja o ponto em relação ao qual se expressem as equações de momentos é sempre necessário considerar as forças normais à base, pois o braço do momento deixa de ser nulo e o braço do momento das forças tangenciais deixa de ser constante.

O problema é indeterminado, sendo necessário assumir algumas hipóteses para definir o factor de segurança associado ao talude. São essas hipóteses que constituem a principal diferença entre os vários métodos de análise.

2.2.2.1 Método de Janbu

O método apresentado por Janbu em 1954, analisa a estabilidade de um talude tomando superfícies de rotura com qualquer forma. O processo é baseado em equações diferenciais que comandam o equilíbrio de forças e de momentos da massa acima da superfície de rotura.

O equilíbrio de momentos é considerado em relação ao ponto médio da base de cada fatia de largura infinitesimal dx , tomando desde logo as contribuições do peso dW e força normal dN nulas, porque ambas actuam nesse mesmo ponto.

O equilíbrio de momentos é dado por:

$$E_n \times \left[(y'_n - y_n) - \frac{dy}{2} \right] - (E_n + dE) \times \left[(y'_n + dy') - (y_n + dy) + \frac{dy}{2} \right] + X_n \times \frac{dx}{2} + (X_n + dX) \times \frac{dx}{2} = 0 \quad (2.25)$$

onde dE e dX são as diferenças de valores de E e X entre as duas faces da fatia, dy e dy' diferenças dos valores tomados pelas funções $y(x)$ e $y'(x)$ entre as duas faces da fatia.

Esta expressão pode ser simplificada fazendo dx tender para zero, transformando a expressão em:

$$E_n \times \frac{dy'}{dx} + \frac{dE}{dx} \times (y'_n - y_n) - X_n = 0 \quad (2.26)$$

O equilíbrio de forças vertical e horizontal para uma fatia de largura infinitesimal, conduz a:

$$dW + dX - dN \times \cos \alpha - dT \times \sin \alpha = 0 \quad (2.27)$$

$$dE + dN \times \sin \alpha - dT \times \cos \alpha = 0 \quad (2.28)$$

em que T é a força resistente ao corte na base da fatia.

O equilíbrio local ficará satisfeito recorrendo a estas últimas três equações.

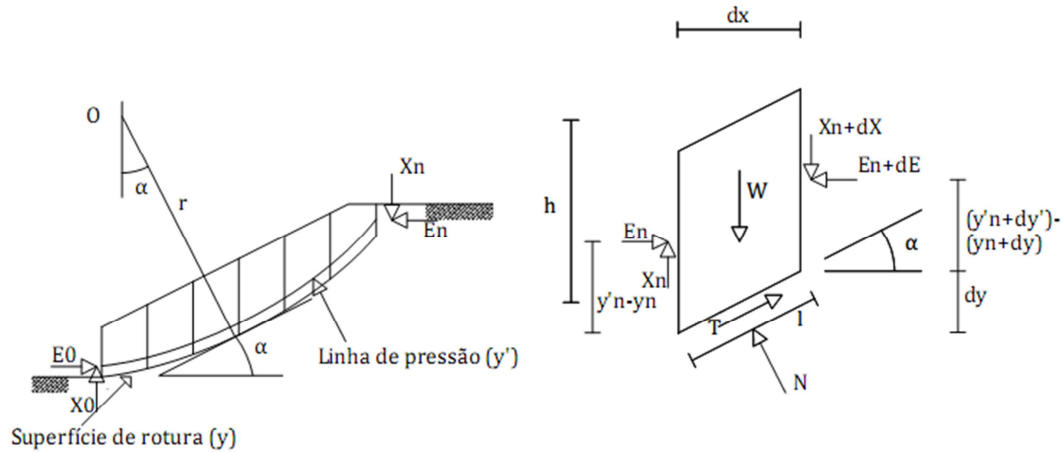


Fig. 2.6 – Método de Janbu – Forças aplicadas a uma fatia de solo.

Para equilíbrio estático global será necessário considerar o equilíbrio vertical, horizontal e de momento da totalidade da massa do solo.

Para existir equilíbrio global das forças verticais e horizontais, separadamente, o integral do diferencial das forças de corte de interação entre fatias tem que estar equilibrado com as forças de corte aplicadas nas fronteiras de massa do solo.

$$\int dX = X_0 - X_n \quad (2.29)$$

$$\int dE = E_0 - E_n \quad (2.30)$$

O equilíbrio de momentos encontra-se automaticamente satisfeito quando se considera o equilíbrio local de cada fatia, incluindo as extremas.

Para determinação do factor de segurança toma-se:

$$X_{n+1} - X_n = 0 \quad (2.31)$$

para cada fatia, podendo obter-se da expressão seguinte uma primeira aproximação:

$$FS = \frac{1}{E_0 \cdot E_n + \sum (W + (X_{n+1} - X_n)) \times \tan \alpha} \times \sum \left[[c' \times \Delta x + (W + (X_{n+1} - X_n) - u \times \Delta x) \times \tan \phi'] \times \frac{\sec^2 \alpha}{1 + \frac{\tan \alpha \times \tan \phi'}{FS}} \right] \quad (2.32)$$

- Define-se uma posição para a linha de pressão e utilizando o FS obtido inicialmente, chega-se a um valor para a expressão (2.32) através das expressões de equilíbrio de forças e de momentos, podendo assim calcular um novo valor de FS;
- Repete-se o processo até ser obtido um FS associado a um determinado erro de convergência admitido no processo de cálculo.

2.2.2.2 Método de Morgenstern e Price

Apresentado em 1965, consiste num método de análise de estabilidade de taludes no qual todas as condições de equilíbrio e de fronteira são satisfeitas e a superfície de rotura poderá tomar qualquer forma. É também uma aplicação do método das fatias, e exige cálculo computacional derivado do complexo processo iterativo.

De seguida será explanada a construção do método.

Equações de Equilíbrio:

- A equação para a superfície de escorregamento assumida é $y=y(x)$;
- Equação para a superfície do talude, assumida como conhecida $y=z(x)$;
- Equação para a posição da acção dos impulsos efectivos horizontais, *i.e.*, linha de impulso, $y=y_t'(x)$, sendo que esta função é desconhecida;
- A linha de impulso da pressão de água é $y=h(x)$;

Forças actuates numa fatia de largura infinitesimal:

- E' , impulso lateral na face da fatia em termos de tensões efectivas;
- X , força vertical tangencial nas faces da fatia;
- dW , peso da fatia;
- dN' , pressão normal efectiva;
- dT , força tangencial actuante ao longo da base da fatia;
- α , inclinação que a fatia faz com a horizontal;

A condição para que não haja rotação da fatia é satisfeita se a soma dos momentos no centro da base da fatia for igual a zero, igualmente neste ponto, estão aplicadas as forças dN' , dN e dW , pelo que os seus momentos serão nulos em relação a este.

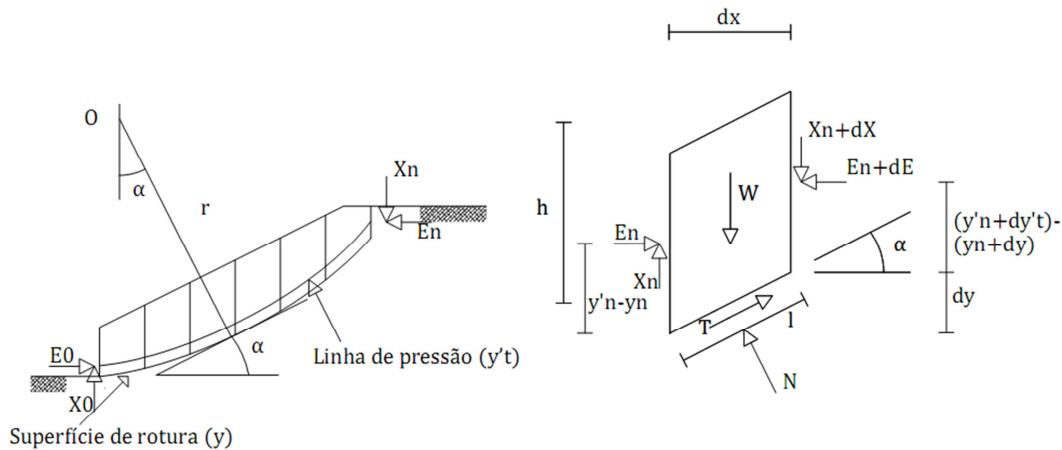


Fig. 2.7 – Método de Morgenstern e Price – Forças aplicadas a uma fatia de solo.

Equação de Equilíbrio em relação ao ponto médio da fatia:

$$E_n \times \left(y - y'_t + \frac{dy}{2} \right) - (E_n - dE_n) \times \left((y + dy) - (y'_t + dy'_t) - \frac{dy}{2} \right) - X \times \frac{dx}{2} - (X + dX) \times \frac{dx}{2} = 0 \quad (2.33)$$

Ora admitindo a largura da fatia a tender para um valor infinitesimal, significará que os acréscimos das forças normais e tangenciais de corte serão infinitesimais, bem como o serão o acréscimo de largura da fatia e o acréscimo de impulso e cota da superfície de escorregamento dx , dy'_t e dy , respectivamente. Então as parcelas que multiplicam acréscimos por acréscimos serão infinitesimalmente pequenas, não contando portanto, pela sua insignificância, para a expressão geral final. Também não serão consideradas as pressões neutras, por uma questão de simplificação:

$$E_n \times \frac{dy'_t}{dx} + (y'_t - y) \times \frac{dE}{dx} - X = 0 \quad (2.34)$$

O equilíbrio de forças local (em cada fatia) considerado nas condições normal e paralela à base da fatia e não na vertical e horizontal virá:

$$N: dN - dW \times \cos \alpha + dX \times \cos \alpha + dE \times \sin \alpha = 0 \quad (2.35)$$

$$T: dT - dE \times \cos \alpha - dW \times \sin \alpha + dX \times \sin \alpha = 0 \quad (2.36)$$

onde a força de resistência ao corte, dT é definida a partir do critério de *Mohr-Coulomb* em termos de tensões efectivas:

$$dT = \frac{1}{FS} \times [c' \times dx \times \sec \alpha + dN' \times \tan \phi'] \quad (2.37)$$

em que, em termos de tensões efectivas:

- c' , coesão;
- ϕ' , ângulo de resistência ao corte;
- FS, factor de segurança.

É de referir que a expressão de *Mohr-Coulomb* acima representada também constitui uma definição do factor de segurança.

Os desenvolvimentos matemáticos das expressões levam a uma outra expressão:

$$\frac{c'}{FS} \times \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right] + \frac{\tan \phi'}{FS} \times \left\{ \frac{dW}{dx} + \frac{dX}{dx} - \frac{dE}{dx} \times \frac{dy}{dx} - u \times \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right] \right\} = \frac{dE}{dx} + \frac{dX}{dy} \times \frac{dy}{dx} + \frac{dW}{dx} \times \frac{dy}{dx} \quad (2.38)$$

em que $\frac{dy}{dx} = \tan \alpha$.

As equações 2.37 e 2.38 são equações diferenciais que governam o equilíbrio de momentos e de forças numa fatia de largura infinitesimal. Contêm três incógnitas, E , X e y' , as duas primeiras são forças de interacção e a última, a linha de pressão. Tal facto torna o problema estaticamente indeterminado.

Esta indeterminação surge do parco conhecimento dos esforços a obter na massa do solo. Se esses esforços puderem ser determinados, as variações poderão ser previstas usando uma relação tensão-deformação representativa. Tomando esse caminho surgiria a necessidade de fazer análises de equilíbrio limite. É a inépcia de obter análises de esforços adequados que justifica a aplicação de métodos de equilíbrio limite, sendo que se ao mesmo tempo não forem conhecidos os esforços, faz com que seja necessário tomar algumas assumções de modo a tornar o problema estaticamente determinado.

A assumção mais corrente é feita tendo em vista a relação entre E e X .

Isolando um elemento na interface entre duas fatias, as tensões efectivas actuantes no elemento estão representadas na figura seguinte.

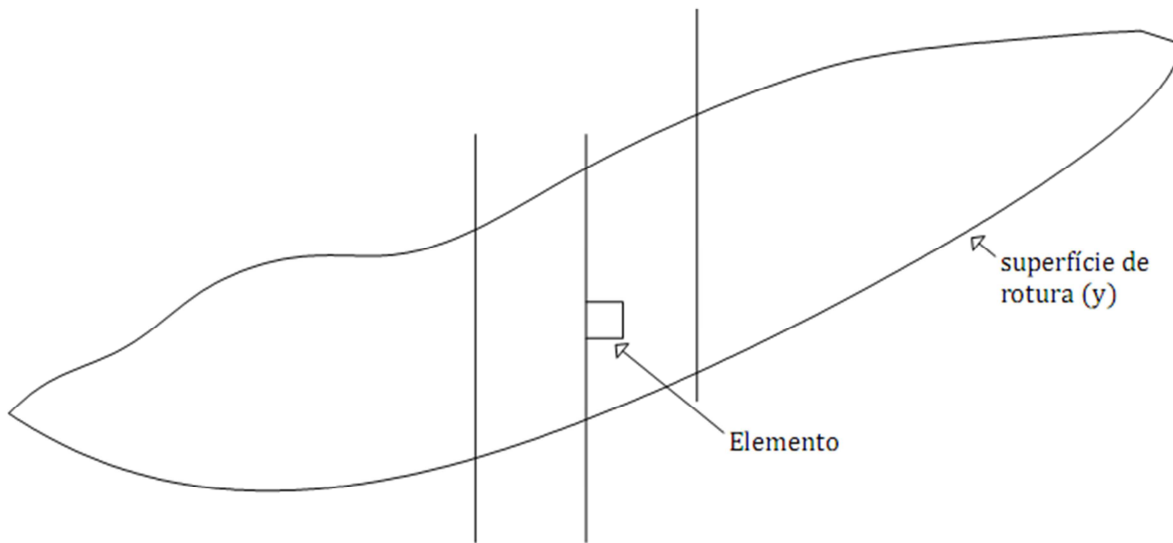


Fig. 2.8 – Elemento na interface entre duas fatias.

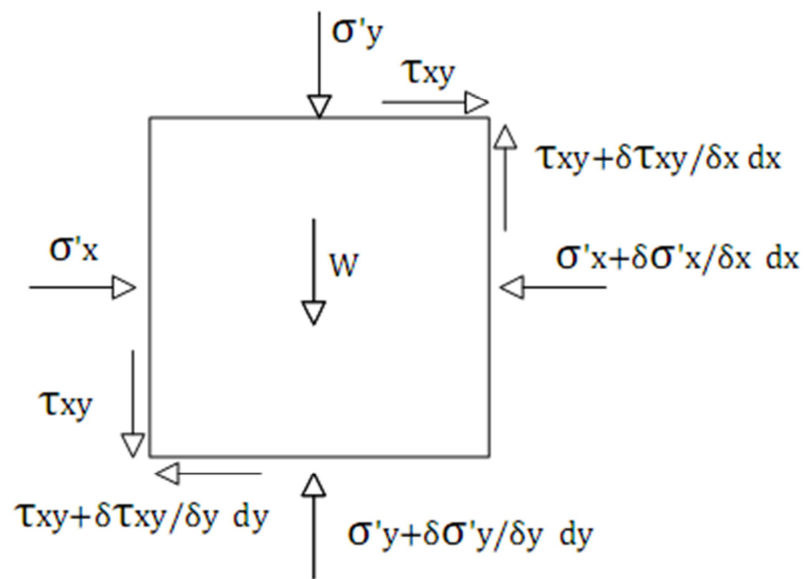


Fig. 2.9 – Tensões efectivas actuantes num elemento.

Para uma geometria e superfície de escorregamento específicas, as forças internas são determinadas por:

$$E = \int_z^y \sigma'_x(y) \, dy \quad (2.39)$$

$$X = \int_z^y \tau_{xy}(y) dy \quad (2.40)$$

Então podemos assumir:

$$X = \lambda \times f(x) \times E \quad (2.41)$$

Se $f(x)$ for especificado o problema será estaticamente determinado e poderão ser encontrados os valores para λ e F a partir de uma solução das equações diferenciais que satisfaça as condições fronteira apropriadas.

A função $f(x)$ pode em principio tomar qualquer forma. No entanto o comportamento do solo impõe certas limitações que fazem com que apenas um certo número de funções sejam razoáveis na prática. As estimativas dessas funções podem ser obtidas a partir da teoria elástica.

No capítulo seguinte desta dissertação será explanada a metodologia e caminho de cálculo a utilizar para o cálculo segundo este método.

2.2.2.3 Método de Correia

Apresentado em 1988 pelo Engenheiro Rui Correia, este método de equilíbrio limite é aplicável a superfícies de escorregamento de qualquer forma. Assegura o cumprimento total das condições de equilíbrio estático e permite o cálculo do facto de segurança através de uma única equação não linear.

A novidade deste método em relação a outros é a remoção da indeterminação estática, porque se admite que a variação da força tangencial de interacção é definida por uma função de interacção:

$$X = X_{\max} \times f(x) \quad (2.42)$$

em que $X_{\max}$ é um parâmetro de escala a ser calculado durante a resolução do problema, e $f(x)$ é uma função de forma, análoga à usada na formulação de Morgenstern e Price

É extremamente relevante o facto de se usar uma única equação não linear, pois reduz o esforço computacional e os problemas de convergências do processo iterativo.

A remoção da indeterminação estática no método de Correia baseia-se em hipóteses relativas à distribuição das forças de interacção. Em vez da relação entre a força normal e tangencial imposta por Morgenstern e Price, o pressuposto centra-se na distribuição da força de interacção.

Na definição da função há que ter especial atenção ao facto de esta ter de se anular nos pontos de extremidade, pontos L e R da superfície de deslizamento, como demonstra a figura seguinte.

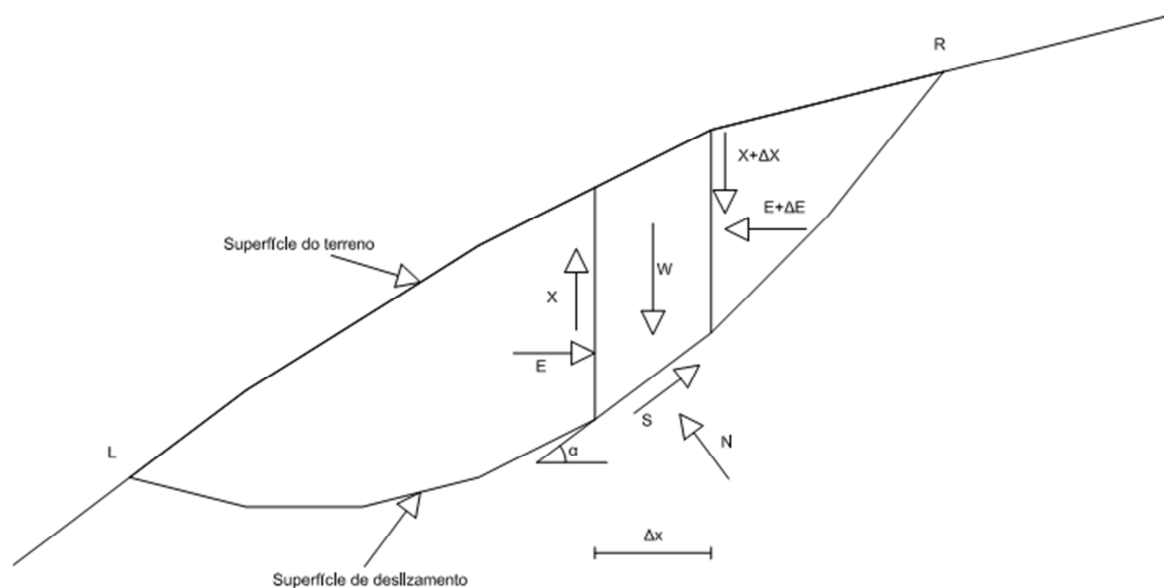


Fig. 2.10 – Método de Correia – Forças aplicadas numa fatia de solo.

A obrigatoriedade de anulação da função nos pontos de extremidade, implica o aparecimento da equação:

$$\sum \Delta f = 0 \quad (2.43)$$

na qual Δf representa a diferença de valores de f nos lados esquerdo e direito de cada fatia e o somatório é para todas as fatias.

Na figura 2.10 podemos observar uma fatia genérica com as forças aplicadas assumidas para resolução do problema por este método. Uma delas é a componente normal da reacção na base, que na figura está simplesmente representado por N , e que é dada por:

$$N = N' + u \times \Delta x \times \sec \alpha \quad (2.44)$$

Outra das forças representadas na figura é a força tangencial de corte na base da fatia, S , que pode ser escrita adoptando o critério de *Mohr-Coulomb*:

$$S = \frac{c'}{F} \times \Delta x \times \sec \alpha + N' \times \frac{\tan \phi'}{F} \quad (2.45)$$

em que F é o factor de segurança, c' a coesão e ϕ' o ângulo de atrito do material da base da fatia.

As condições de equilíbrio para cada fatia segundo os eixos x e y levam a:

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow W + \Delta X = N \times \cos \alpha + S \times \sin \alpha \quad (2.46)$$

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow \Delta E = -N \times \sin \alpha + S \times \cos \alpha \quad (2.47)$$

A partir das equações (2.40), (2.41), (2.42) e (2.43) obtém-se:

$$\Delta E = \frac{(W + \Delta X) \times (\tan \phi' - F \times \tan \alpha) + (c' - u \times \tan \phi') \times \Delta X \times \sec^2 \alpha}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} \quad (2.48)$$

O equilíbrio de forças, para toda a massa de terreno, segundo a direcção horizontal vem expresso como:

$$\sum (-N \times \sin \alpha + S \times \cos \alpha) = \sum \Delta E = 0 \quad (2.49)$$

Fazendo o equilíbrio de momentos, para toda a massa do terreno, em torno de um ponto arbitrário C, de coordenadas x_c e y_c , teremos:

$$\sum (W - N \cos \alpha - S \sin \alpha) \times (x - x_c) + \sum (-N \sin \alpha + S \cos \alpha) \times (y - y_c) = 0 \quad (2.50)$$

em que x e y são as coordenadas do ponto médio da base da cada fatia.

Tendo em conta as equações (2.46) e (2.47) a equação (2.50) transforma-se em:

$$-\sum \Delta X (x - x_c) + \sum \Delta E (y - y_c) = 0 \quad (2.51)$$

A partir das equações (2.42) e (2.43) chega-se a:

$$\Delta X = X_{\max} \times \Delta f \quad (2.52)$$

E a partir das equações (2.43) e (2.49) chegamos a:

$$\sum \Delta f \times x_c = x_c \times \sum \Delta f = 0 \quad (2.53)$$

$$\sum \Delta E \times y_c = y_c \times \sum \Delta E = 0 \quad (2.54)$$

Utilizando as equações (2.48), (2.52), (2.53) e (2.54), as equações (2.49) e (2.51), podem ser escritas desta forma:

$$A_1 \times X_{\text{máx}} + A_2 = 0 \quad (2.55)$$

$$A_3 \times X_{\text{máx}} + A_4 = 0 \quad (2.56)$$

nas quais os termos, A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , podem ser escritos como:

$$A_1 = \sum \Delta f \frac{\tan \phi' - F \tan \alpha}{F + \tan \phi' \tan \alpha} \quad (2.57)$$

$$A_2 = \sum \frac{W(\tan \phi' - F \tan \alpha) + (c' - u \tan \phi') \Delta E \sec^2 \alpha}{F + \tan \phi' \tan \alpha} \quad (2.58)$$

$$A_3 = \sum \Delta f \frac{\tan \phi' - F \tan \alpha}{F + \tan \phi' \tan \alpha} y - \sum \Delta f \quad (2.59)$$

$$A_4 = \sum \frac{W(\tan \phi' - F \tan \alpha) + (c' - u \tan \phi') \Delta E \sec^2 \alpha}{F + \tan \phi' \tan \alpha} y \quad (2.60)$$

Partindo das equações (2.55) e (2.56), chegamos a:

$$\Psi(F) = A_1 A_4 - A_2 A_3 = 0 \quad (2.61)$$

$$X_{\text{máx}} = -\frac{A_2}{A_1} \quad (2.62)$$

O factor de segurança poderá ser obtido a partir da resolução numérica da equação não linear (2.61). Depois de determinados os valores de FS e $X_{\text{máx}}$, podemos prosseguir com o cálculo das forças normais e tangenciais de interacção bem como dos esforços na base da fatia através da formulação desde a equação (2.42) à (2.48).

É de destacar neste método a proximidade da sua solução final em relação à produzida pelo método de Morgenstern e Price.

Este método será mais profundamente dissecado no próximo capítulo, no qual sofrerá também duas adições na sua formulação, passando a ser possível a análise de taludes sujeitos à acção sísmica e a cargas concentradas.

2.3. LIMITAÇÕES DOS MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE

As análises de equilíbrio limite têm sido, desde há décadas, largamente aplicadas na engenharia geotécnica para aferir a segurança de um determinado talude perante o escorregamento. A ideia de discretizar uma potencial massa de deslizamento em fatias é algo que há muito foi aplicado e que, ao longo do anos, foi sendo desenvolvido por diversos autores, que deram a esta ideia o seu cunho pessoal, ao nível do tratamento de informação proveniente de cada fatia dessa divisão.

O aparecimento do computador potenciou esse desenvolvimento, tornando possível obter resultados mais imediatos de procedimentos iterativos que poderiam tornar-se morosos. Portanto, métodos como o de Morgenstern e Price e o de Spencer, que surgem após o começo da era informática, serão necessariamente mais rigorosos em termos matemáticos.

Com a crescente evolução da informática e sua massificação, tornou-se vulgar possuir um computador pessoal, algo que deu sentido económico ao desenvolvimento de programas comerciais baseados nestas técnicas, programas esses que se legitimam actualmente, pelo seu uso rotineiro para análise de problemas na Engenharia.

Esse tipo de software tem permitido analisar problemas cada vez mais complexos. É agora possível tratar problemas com estratigrafia complexa, pressão de água nos poros irregular, vários modelos de força de corte linear e não linear, qualquer forma de superfície de deslizamento, cargas concentradas e reforços estruturais.

As formulações baseadas no método das fatias estão naturalmente a ser, cada vez mais, aplicadas à análise de estabilidade de estruturas, tais como as paredes ancoradas, taludes com pregagens e estabilidade ao escorregamento de estruturas com grandes carregamentos horizontais, tais como as estruturas que estão sujeitas a avalanches.

Porém, todo este avanço tecnológico tem os seus senãos, pois ao permitir avanços em termos das possibilidades de análise de casos mais complexos, permite também que se aprofunde o conhecimento sobre as nuances do método, surgindo então aspectos que poderão ser alvo de críticas.

Por exemplo, a possibilidade gráfica de ver as forças detalhadas em cada fatia da massa potencial de deslizamento, ou ver a distribuição de uma variedade de parâmetros ao longo da superfície de deslizamento, ajudará imenso a compreender os detalhes desta técnica.

Como já referido, o avanço tecnológico e com este a possibilidade de obter resultados imediatos acerca da análise de estabilidade de taludes, resolvendo processos iterativos outrora morosos e agora à distância de um clique, fez também com que mais depressa e cirurgicamente se analisassem esses resultados, descobrindo nestes lacunas e inferindo que estas se deviam a limitações de um método que, recorde-se, originalmente foi concebido para situações em que o esforço normal ao longo da superfície de deslizamento era principalmente influenciado pela gravidade (peso da fatia), e que hoje em dia é utilizado para análise, por exemplo, de estruturas que foram reforçadas.

2.3.1. MÉTODO GERAL DE EQUILÍBRIO LIMITE

Existem várias soluções para o método das fatias, residindo nas equações de estática a serem consideradas e satisfeitas, nas forças de interacção normais e tangenciais entre fatias e na assumção sobre a relação entre as forças entre fatias, as principais diferenças entre essas

Imagine-se o seguinte corpo genérico e a representação de uma fatia:

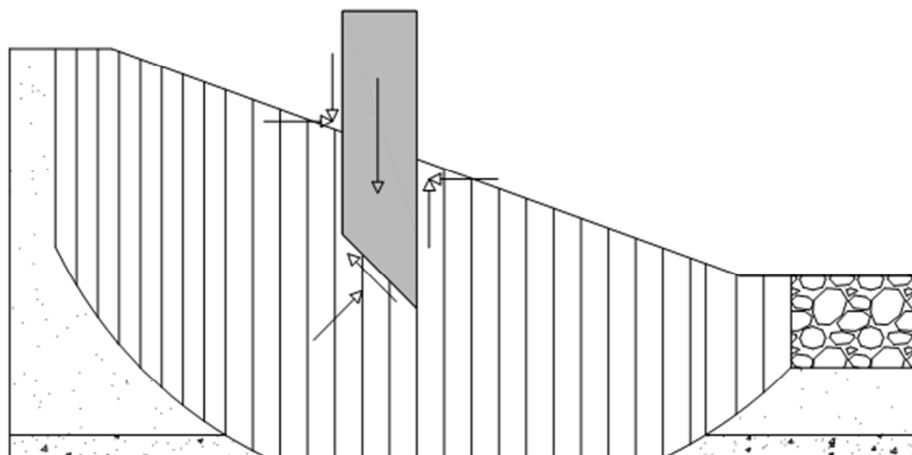


Fig. 2.11 – Fatias e forças numa massa deslizante.

Na seguinte tabela, estarão listadas as condições para alguns métodos. Esta tabela dará informação sobre que equações de equilíbrio são satisfeitas, se a força de interacção normal entre fatias está incluída, se a força de interacção tangencial entre fatias é considerada e qual a relação assumida entre as forças normais e de corte entre fatias.

Quadro 2.1 – Verificação das condições de equilíbrio de momentos e de forças de interacção nos vários métodos de análise (adaptado de Krahn).

Método	Equilíbrio de Momentos	Equilíbrio de forças horizontais	Força de interacção normal (E)	Forças de Interacção tangenciais (X)	Inclinação da resultante X/E
Fellenius	Sim	Não	Não	Não	Não existe
Bishop Simplificado	Sim	Não	Sim	Não	Horizontal
Janbu	Não	Sim	Sim	Não	Horizontal
Spencer	Sim	Sim	Sim	Sim	Constante
Morgenstern e Price	Sim	Sim	Sim	Sim	Variável

A formulação do método geral de equilíbrio limite (M.G.E.L.) é baseada em duas equações para os factores de segurança, uma dá o factor de segurança respeitante ao equilíbrio de momentos (F_m) enquanto que outra reproduz o factor de segurança respeitante ao equilíbrio de forças (F_f).

$$F_m = \frac{\sum [c' \times \beta \times R + (N - u \times \beta) \times R \times \tan \phi']}{\sum W_x - \sum N_f \pm Dd} \quad (2.63)$$

$$F_f = \frac{\sum [c' \times \beta \times \cos \alpha + (N - u \times \beta) \times \tan \phi' \times \cos \alpha]}{\sum N \times \sin \alpha - D \times \cos \omega} \quad (2.64)$$

em que c' é a coesão efectiva; ϕ' o ângulo de atrito efectivo; u a pressão da água nos poros; N a força normal na base da fatia; W o peso da fatia; D a linha de carga; α a inclinação da base; β , R , x , f , d , ω são parâmetros geométricos.

As forças de corte entre fatias são reproduzidas por uma equação introduzida por Morgenstern e Price (M-P):

$$X = \lambda \times f(x) \times E \quad (2.65)$$

equação esta que já foi representada anteriormente na explicação do método de M-P. Mas lembrando, $f(x)$ é uma função, λ é um factor de escala que dita a percentagem utilizada por essa função, e E é a força de interacção tangencial entre fatias. A função de interacção geralmente utilizada é a função seno, ou meio seno:

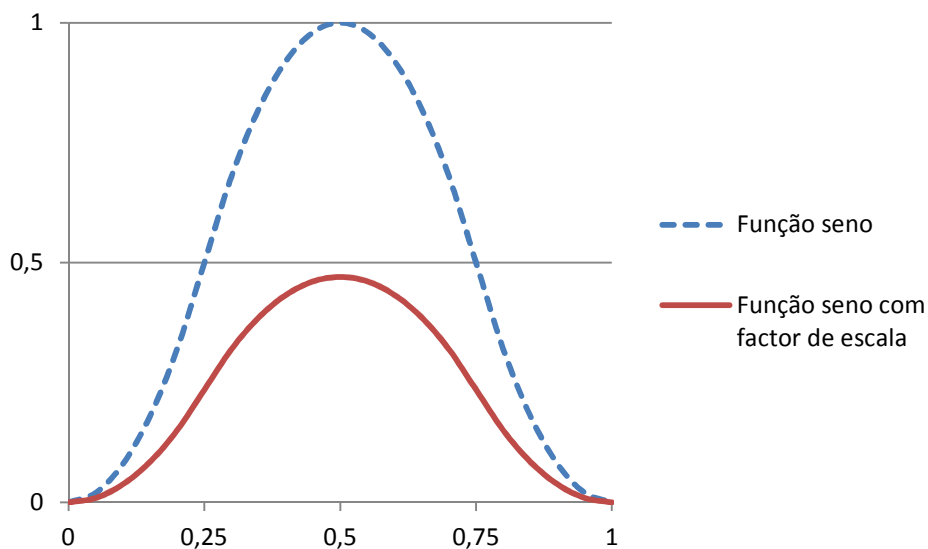


Fig. 2.12 – Função de interacção tipo “seno”.

A função seno é a que está a azul e a tracejado, mas a que é utilizada é que está a vermelho, que é uma redução de λ vezes da função meio seno.

Este aspecto de definição da função de interacção das forças entre fatias é fulcral para a análise de equilíbrio limite.

Uma das variáveis chave nas equações do factor de segurança quanto ao equilíbrio de momentos e equilíbrio de forças, é N , a força normal na base da fatia, que é obtida somando as forças actuantes na direcção vertical:

$$N = \frac{W + (X_R - X_L) - \frac{c' \times \beta \times \sin \alpha \times \tan \phi'}{FS}}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha \times \tan \phi'}{FS}} \quad (2.66)$$

em que F é F_f , quando N é substituído na expressão do factor de segurança respeitante ao equilíbrio de forças horizontais, e é F_m , quando N é substituído na expressão do factor de segurança do equilíbrio de momentos.

Um aspecto importante neste método é notar a dependência da força normal na base da fatia em relação às forças de corte entre fatias, sendo possível concluir que N será diferente para os variados métodos dependendo da maneira como cada um destes trata este parâmetro.

O método geral de equilíbrio limite trata F_m e F_f para uma gama de valores de λ e podemos desenhar um gráfico que mostra como variam estes parâmetros com λ :

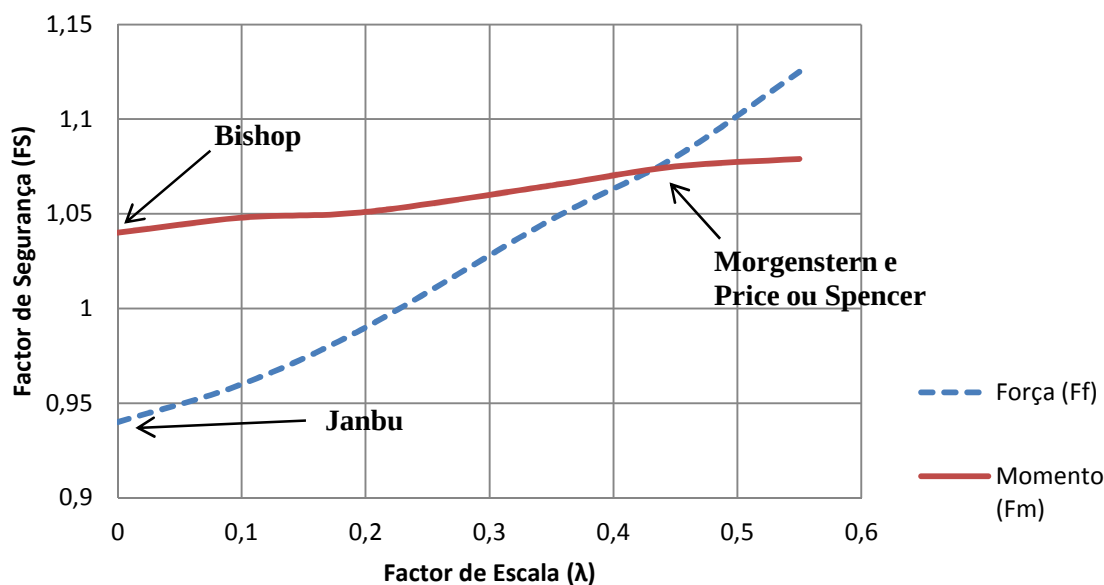


Fig. 2.13 – Aspecto de um gráfico de um factor de segurança versus factor de escala.

O método de Bishop não prevê forças de corte entre fatias, e está programado para satisfazer apenas o equilíbrio de momentos, a observação da tabela permite notar esse facto. Nos M.G.E.L., a não existência de forças de corte significa que λ é nulo, por isso no gráfico acima o factor de segurança de Bishop está na curva de equilíbrio de momentos no ponto em que $\lambda=0$.

Já o método de Janbu, só satisfaz o equilíbrio de forças horizontais, provocando com isso que $\lambda=0$ e que o factor de segurança esteja na curva de equilíbrio de forças horizontais no início, onde $\lambda=0$.

Os métodos de M-P e Spencer satisfazem, ambos, o equilíbrio de momentos e de forças horizontais, pelo que o seu factor de segurança encontra-se no ponto em que as duas curvas, a de equilíbrio de forças e a de equilíbrio de momentos, se cruzam, e λ dependerá de uma função de interacção entre fatias previamente definida. Spencer considera uma expressão X/E constante para todas as fatias, que corresponde a uma função horizontal. M-P considera qualquer expressão, desde que apropriada.

Na formulação do M.G.E.L., os métodos não são restringidos pela forma da superfície de deslizamento e todos os métodos listados na tabela podem ser utilizados para qualquer superfície de deslizamento cinematicamente admissível.

2.3.1.1 A importância da escolha da função de interacção

A importância da equação de força de interacção entre fatias cresce com o aumento de deformação que a potencial massa de deslizamento tem de ter para se mover. Pode portanto ser importante para uns movimentos e a sua escolha influenciar o factor de segurança, ou então a sua escolha não ser significativa. Os seguintes exemplos, serão prova desta ambiguidade:

- Superfícies de escorregamento circulares

Imagine-se o caso ilustrado na figura 2.14:

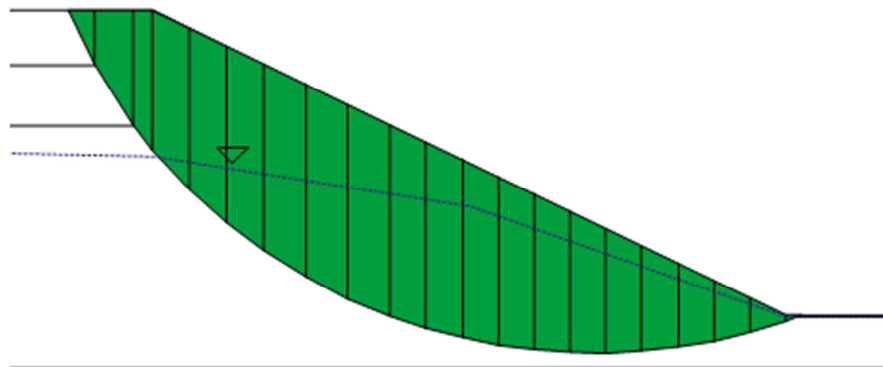


Fig. 2.14 – Superfície de deslizamento circular simples (adaptado de Krahn, 2001).

Neste caso, F_m é completamente independente das forças de interacção de corte entre fatias, ao contrário de F_f .

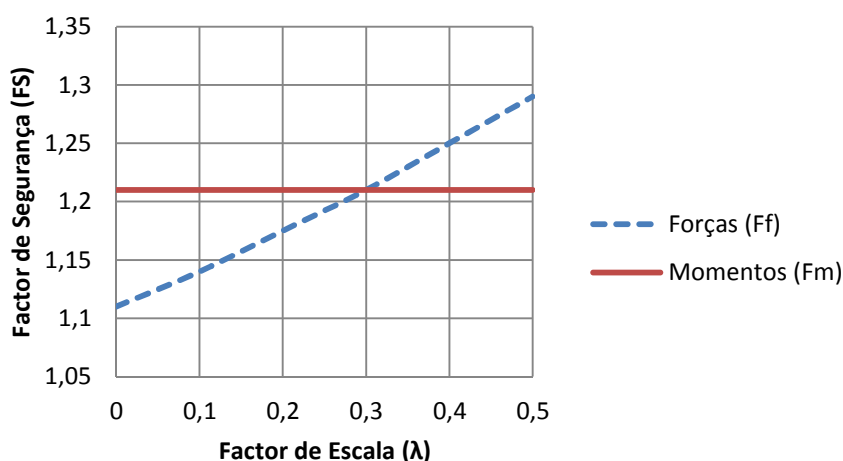


Fig. 2.15 – Aspecto típico de um gráfico FS vs λ para superfícies de deslizamento circulares simples.

O equilíbrio de momentos não é influenciado pelas forças de corte, pois a massa de solo pode rodar como um corpo livre sem que ocorra qualquer escorregamento entre fatias.

Já para a massa se mover lateralmente, será necessário substancial escorregamento entre fatias e como consequência disso a força de equilíbrio horizontal é sensível às forças de corte entre fatias.

Neste caso o corpo pode rodar livremente, e como tal o equilíbrio de momentos não é influenciado pelas forças de interacção entre fatias. Daí que qualquer assumção sobre este factor de interacção será sempre irrelevante, e poderá ser tomado como nulo, como no método de Bishop, e mesmo assim obterem-se um factor de segurança aceitável.

Esta assumção já não será necessária aquando da utilização de um método de análise como o de Janbu simplificado, pelo que ignorar a força de interacção de corte entre fatias quando apenas o equilíbrio de forças horizontais é satisfeito, resultará num factor de segurança significativamente diferente do que resulta quando são satisfeitos os equilíbrios de forças e momentos.

A curva do factor de segurança referente ao equilíbrio de momentos não será sempre perfeitamente horizontal para superfícies de rotura circular, mas quase sempre, fazendo com que o método de Bishop e o de M-P, sejam muitas vezes similares para este tipo de superfícies.

- Superfícies de deslizamento planas

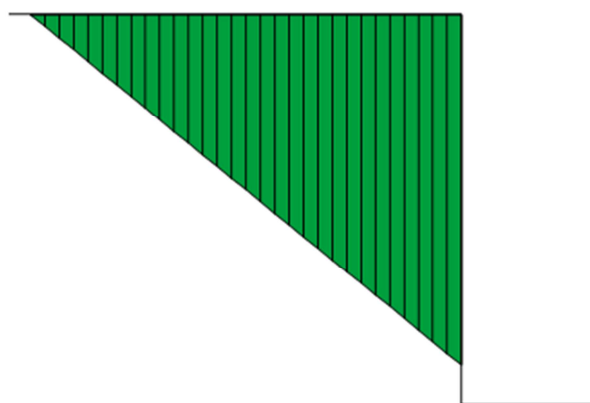


Fig. 2.16 – Superfície de deslizamento planar (adaptado de Krahn, 2001).

As curvas de equilíbrio de momentos e de forças horizontais estão agora em posições inversas em relação às obtidas quando a superfície de escorregamento é circular. Agora o equilíbrio de forças horizontais é completamente independente das forças de interação de corte entre fatias, enquanto que a curva do factor de segurança para o equilíbrio de momentos será bastante sensível a estas.

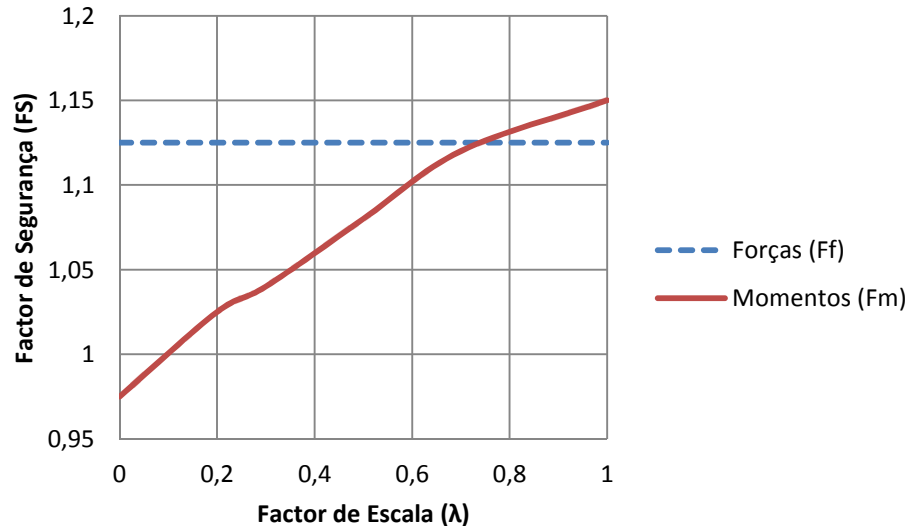


Fig. 2.17 – Aspecto típico de um gráfico FS vs λ para superfícies de deslizamento planas.

A cunha de solo não se poderá mover sem qualquer escorregamento entre fatias, já para que tenha rotação, terá de existir elevado escorregamento entre fatias.

- Superfícies de escorregamento mistas

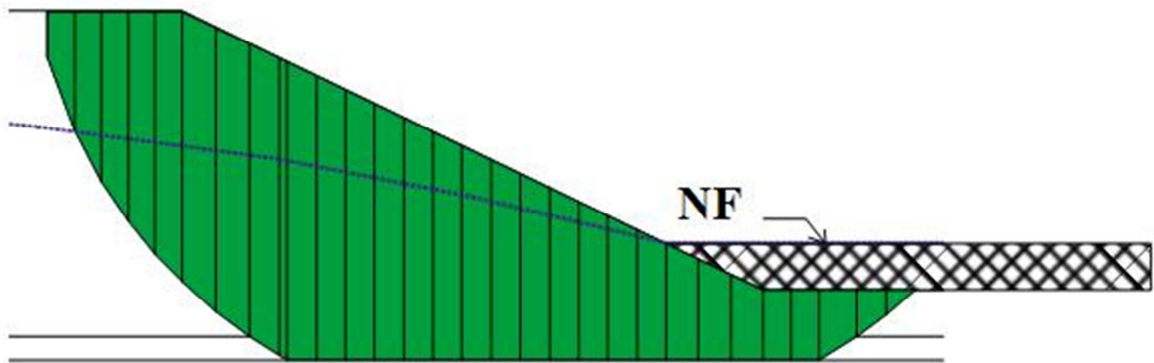


Fig. 2.18 – Superfície de deslizamento mista ou compósita (adaptado de Krahn, 2001).

As superfícies mistas são superfícies de deslizamento em parte circulares e noutra parte planas.

Neste caso a porção plana da superfície segue a camada fraca, situação comum em várias estratigrafias. Tanto o equilíbrio de momentos como o de forças horizontais são influenciados pelas forças de interação entre fatias.

O factor de segurança para o equilíbrio de momentos decresce à medida que cresce o factor de escala λ , enquanto que o factor de segurança para o equilíbrio de forças cresce com o crescimento deste factor.

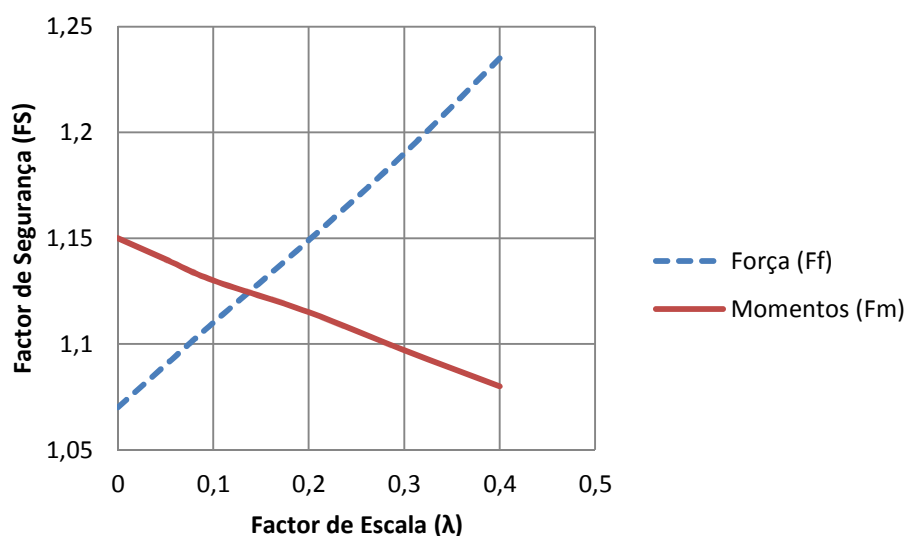


Fig. 2.19 – Aspecto típico de um gráfico FS vs λ para superfícies de deslizamento mistas.

Utilizar um método de análise de equilíbrio limite como o de Bishop, neste caso, seria desaconselhável, pois não estaria do lado da segurança. Análises através de M-P, Spencer e Correia, produzirão resultados mais baixos e mais fidedignos para o factor de segurança. Isto poderá não ser verdade para todas as superfícies mistas. Para algumas destas superfícies um factor de segurança pode ser mais alto e ser mais rigoroso em termos matemáticos do que o factor de segurança dado por Bishop simplificado, contudo não é possível generalizar sobre se o método mais simplificado estará ou não do lado da segurança.

Neste caso é necessário considerar as forças de interacção de corte entre fatias, pois o corpo não pode rodar livremente, nem se mover lateralmente, se não houver movimento de escorregamento entre as suas fatias.

- Superfície de escorregamento em bloco

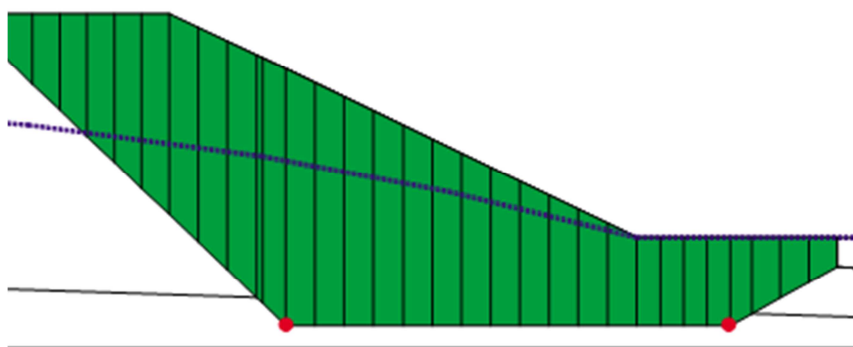


Fig. 2.20 – Superfície potencial de deslizamento em bloco (adaptado de Krahn, 2001).

Como no caso anterior, o equilíbrio tanto de momentos como de forças é influenciado pela força de interacção de corte, sendo que a força de equilíbrio será mais sensível a forças de corte. Tal é comprovado pela comparação entre o gradiente das curvas:

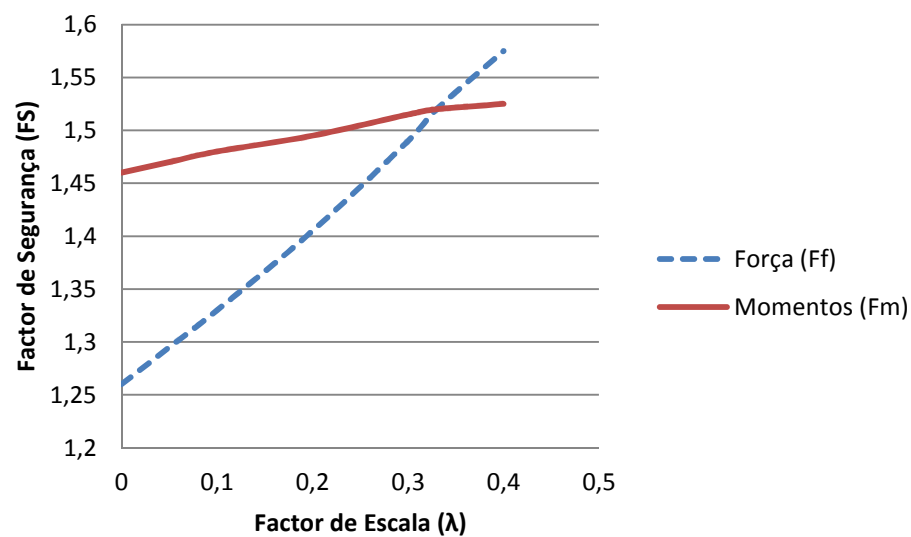


Fig. 2.21 - Aspecto típico de um gráfico FS vs λ para superfícies de deslizamento tipo-bloco.

Uma vez mais é facilmente observável que é necessário existir considerável escorregamento entre fatias para que o corpo rode ou sequer se mova lateralmente. Como tal, a força de corte de interacção entre fatias é importante.

- Parede de contenção

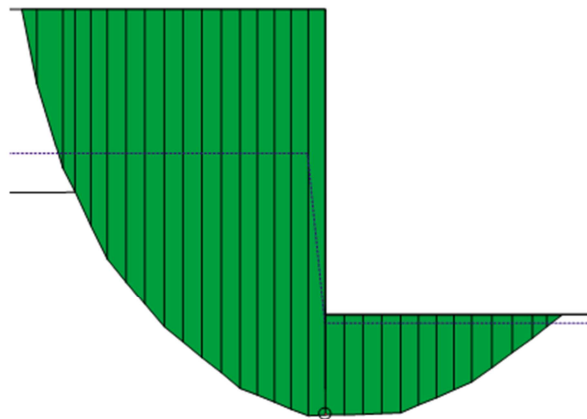


Fig. 2.22 – Superfície potencial de deslizamento de uma parede de contenção (adaptado de Krahn, 2001).

Ignorar as forças de interacção de corte entre fatias resultará, para esse caso, numa subestimativa do factor de segurança, pois como é visível no gráfico seguinte, ambos os equilíbrios, de momentos e de forças, são bastante sensíveis a forças de interacção.

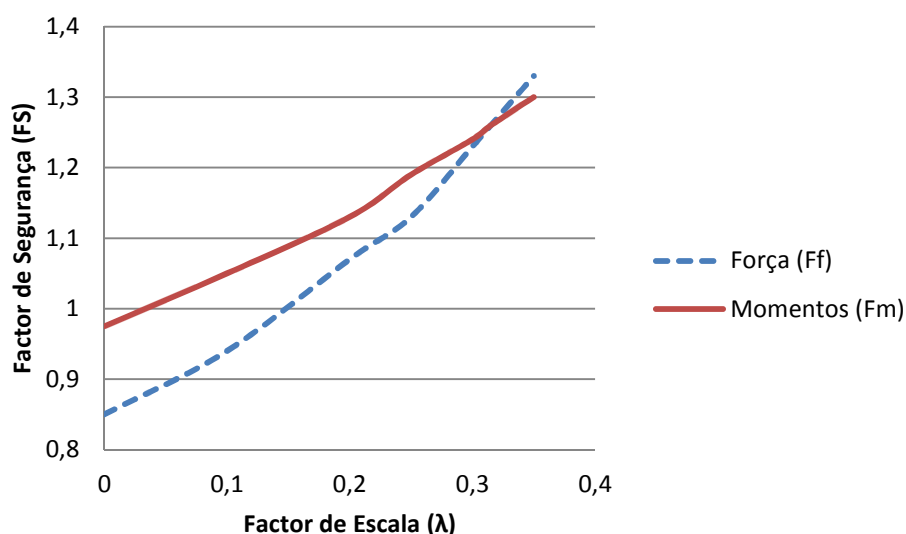


Fig. 2.23 – Aspecto típico de um gráfico FS vs λ para superfícies de deslizamento tipo parede de contenção.

2.3.2. MATERIAIS CONTRASTANTES

Na Suíça foi preconizada uma solução para desviar o caminho percorrido pela neve nas avalanches recorrendo ao uso de bermas de terra para esse efeito. Estas bermas terão de ter uma face íngreme para desviar o fluxo de neve. Uma inclinação comum a estas soluções é de 68° , o que torna a berma instável, sendo necessário prever uma solução com pedra na face íngreme da berma para dar estabilidade.

É importante que essa face de pedra esteja encastrada no solo abaixo do ponto mais inferior da berma.

Steiner, quando lhe foi pedido que aumentasse a altura destas bermas de 12 para 16 metros, analisou outras bermas já antigas.

A existência e persistência dessas bermas em condições de serviço ao longo dos anos, faz deduzir que estamos na presença de blocos com elevado factor de segurança. No entanto, a análise feita através do método de Bishop e de Spencer produziu factores que não transmitiam essa segurança, de 0,9 e 1,1 respectivamente.

Steiner era de opinião que as análises levadas a cabo não transmitiam factores de segurança altos, pois não traduziam nas suas equações a alta resistência ao corte da face de pedra.

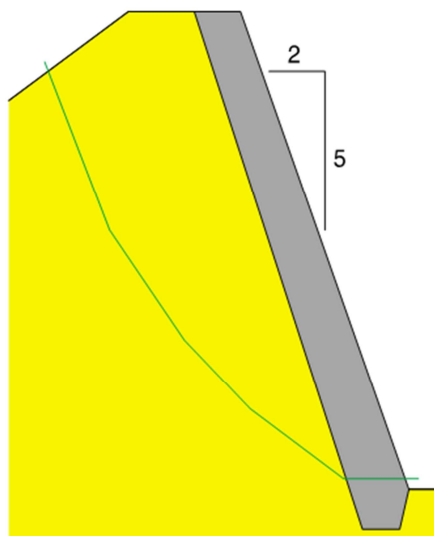


Fig. 2.24 – Berma protectora contra avalanches (adaptado de Krahn, 2001).

As curvas de equilíbrio de momentos e forças são quase paralelas, o que confirma a importância da acção de interacção entre fatias:

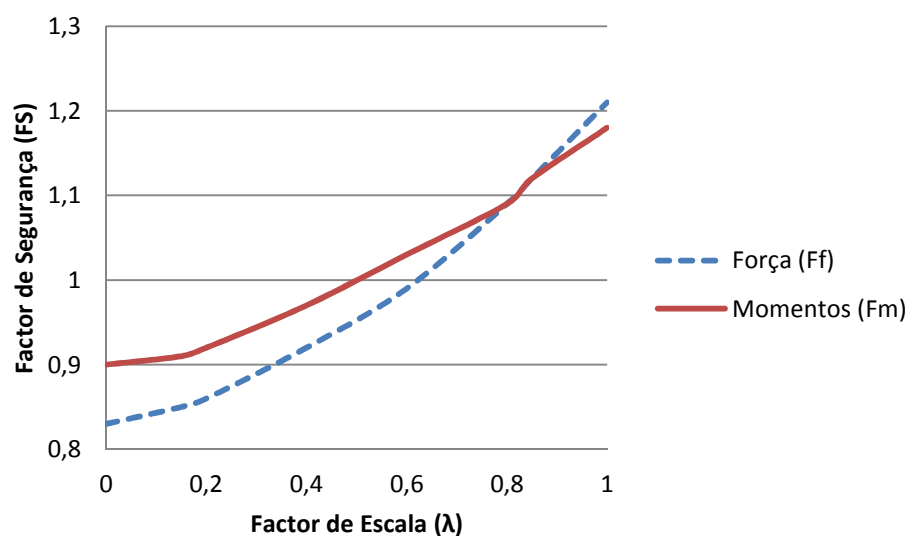


Fig. 2.25 – Resultados para análise de uma superfície tipo-berma com uma função de interacção constante.

O factor de segurança resultante foi de 1.11, resultado que Steiner, não achou representativo das condições de estabilidade.

Steiner era de opinião que as forças de interacção entre fatias seriam melhor representadas, para este caso, por uma função tipo degrau:

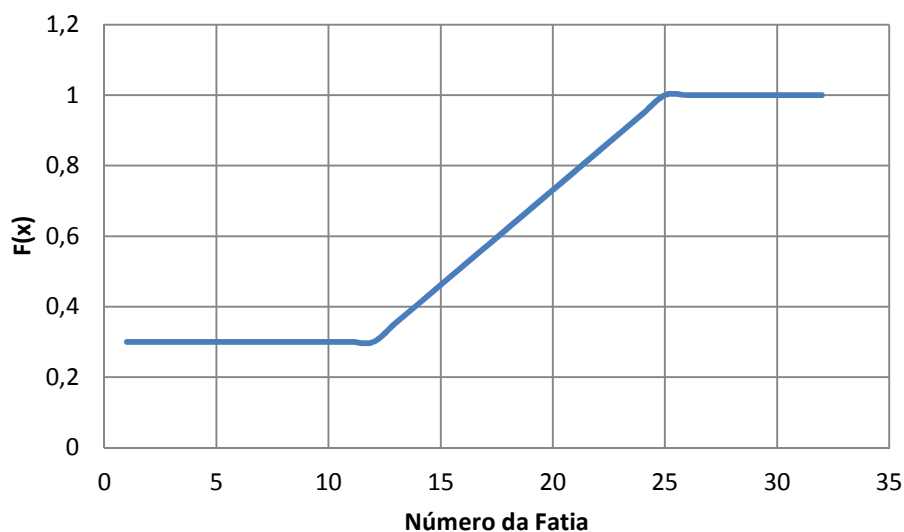


Fig. 2.26 – Função de interação tipo degrau, proposta por Steiner.

Quando se utiliza esta função, no gráfico FS vs λ , as curvas do equilíbrio de momentos e de forças horizontais estão agora mais próximas, mas o factor de segurança é de 1.42.

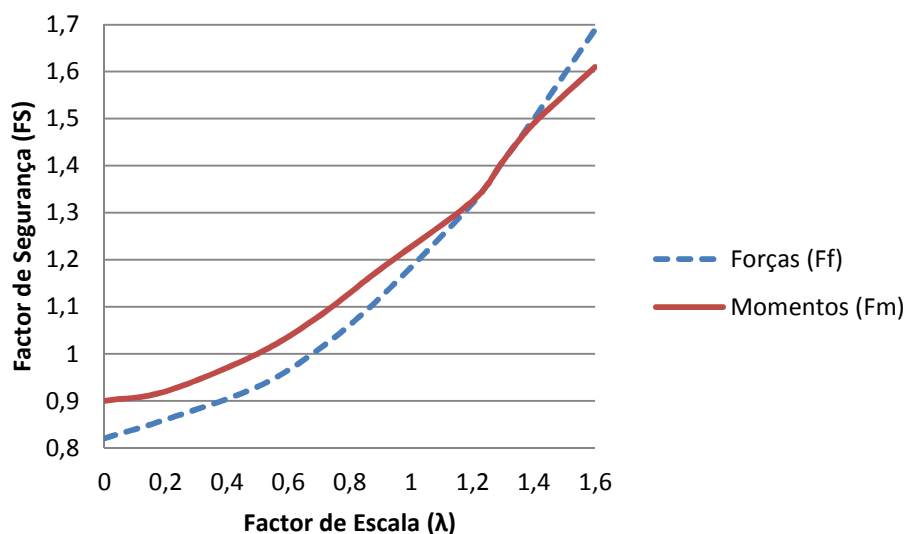


Fig. 2.27 – Resultados obtidos para o gráfico FS vs λ com uma função de interação tipo-degrau.

Isto demonstra a sensibilidade da solução perante a escolha que for feita para a função de força.

A dificuldade e incerteza associada à definição de uma função adequada a este tipo de problema, limita o que pode ser feito com uma análise de equilíbrio limite.

2.3.3. CONCEITOS FÍSICOS EM FALTA

O M.G.E.L. é baseado em equações de estática, como o somatório de momentos, forças verticais e forças horizontais, e ignora considerações sobre deformações e deslocamentos. Estas, ao não serem

previstas, e no caso de existirem para um qualquer problema, causarão a não satisfação da compatibilidade de deformação.

Uma alternativa para contornar o problema, é pôr de lado o uso das equações da estática e mudar totalmente para uma abordagem tensão-deformação. Idealmente o objectivo seria modelar totalmente o comportamento carga-deformação da estrutura até ao ponto de rotura e nalguns casos, para além deste.

Uma formulação de deformação requer que todos os elementos de uma malha fiquem presos entre si nos nós. Isto limitará a quantidade de deformação que pode ser modelada. Formulações de deformação que conseguem manipular relações constitutivas, terão grandes dificuldades com a convergência à medida que o sistema se aproxima da rotura.

As equações do Método dos Elementos Finitos (M.E.F.) são na sua essência equações de equilíbrio e quando são aplicadas cargas que levam o sistema para além do ponto de equilíbrio limite, não é possível obter solução para as equações.

Uma formulação de elementos discretos é melhor para observar o comportamento na rotura e na pós-rotura. Nestas formulações (Cundall e Strack, 1979), partículas individuais, blocos ou elementos que estavam inicialmente juntos, podem separar-se, deslocar-se, rodar individualmente e formar novas ligações com outros blocos. Este método não está, contudo, rotinado e portanto não será alternativa ao M.G.E.L.

Outra crítica que pode ser feita aos M.E.F. é que estes não dão indicação directa da margem de segurança, isto é, uma medida quantitativa sobre quão perto está o sistema do colapso. Uma frase frequentemente vista em publicações deste método é: não é possível obter a convergência após uma certa carga, o que indica que a estrutura atingiu o ponto de rotura.

O ponto exacto de rotura é difícil de determinar, sendo que um dos critérios utilizados, como já mencionado, é o da convergência da solução. Com esta abordagem os parâmetros dos esforços de corte numa análise não linear são reduzidos até à ocorrência da instabilidade numérica. O factor de segurança será tomado como o rácio entre a força de corte e a força mais baixa resultante de uma solução com convergência.

A dificuldade em utilizar a não convergência como critério, é que existem muitos factores que podem causar instabilidade numérica, os mais comuns são incrementos na quantidade de carga, procedimentos de carga gravitacional, esforços de baixo confinamento perto da superfície do solo, materiais puramente friccionais sem coesão e as condições iniciais *in situ*. Portanto decidir qual destes últimos factores causa a não convergência poderá ser difícil. Para além de tudo isto que foi mencionado, também temos de ter em atenção que passar para um método novo é algo complicado, pois não existem referências, ao contrário dos M.G.E.L. que são suportados pela experiência adquirida ao longo de anos de evolução e utilização contínua.

2.3.4. ESFORÇOS CALCULADOS POR ELEMENTOS FINITOS NUMA MOLDURA DE MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE

Um dos aspectos chave dos M.G.E.L. é a determinação da força normal à base da fatia. Se isto é assim tão problemático, então porque não determinarmos este parâmetro através de elementos finitos?

A utilização do programa SLOPE em conjunto com o SIGMA, torna isso possível.

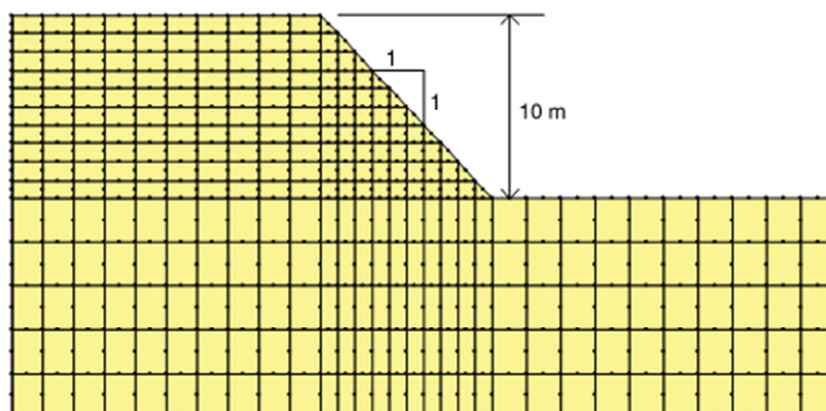


Fig. 2.28 – Malha de elementos finitos para estabelecer as tensões “in situ” (adaptado de Krahn, 2001).

Trata-se de um talude simples a 45°, discretizado em elementos finitos. Utilizando uma técnica simples de gravidade, os esforços no solo podem ser calculados.

Admitindo uma relação linear-elástica, as tensões verticais são calculadas (ver fig. 2.42).

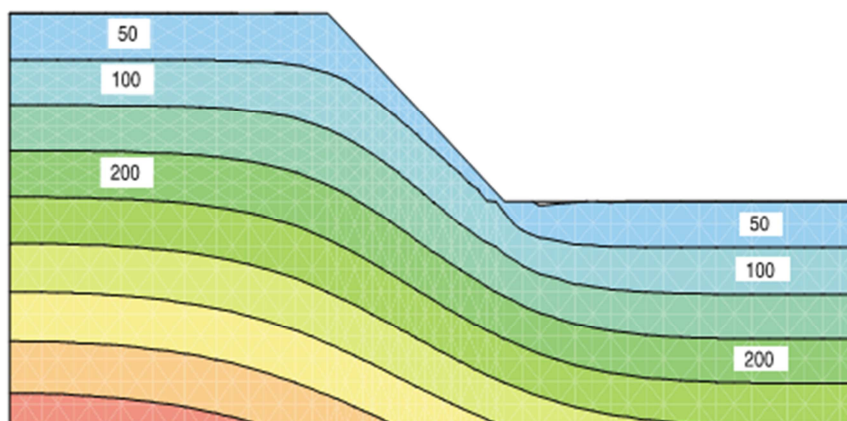


Fig. 2.29 – Isolinhas dos esforços verticais (adaptado de Krahn, 2001).

A informação básica obtida a partir de um M.E.F. é σ_x , σ_y e τ_{xy} , para cada elemento.

Na linha dos 50kPa, existe uma variação que a faz aproximar do ponto inferior da parte inclinada do talude, tal significa que a função vertical não é influenciada pela sobrecarga de peso.

Os esforços de elementos finitos podem ser importados para uma análise convencional de equilíbrio limite. As tensões σ_x , σ_y e τ_{xy} de cada elemento são sabidas e a partir destas é possível calcular as tensões normais e de corte na base de cada fatia. O procedimento será o seguinte:

- Os conhecidos σ_x , σ_y e τ_{xy} , pontos de integração numérica de Gauss em cada elemento, são projectados nos nós e depois é feita uma média para cada nó. Com σ_x , σ_y e τ_{xy} conhecidos nos nós, as mesmas tensões podem ser calculadas em qualquer outro ponto dentro do elemento;
- Para a primeira fatia, encontrar o elemento que contém as coordenadas x , y do ponto médio da base da fatia;
- Calcular σ_x , σ_y e τ_{xy} no ponto médio da base da fatia;
- A inclinação (α) na base da fatia é conhecida da distribuição de equilíbrio limite;
- Calcular tensões normais e tangenciais na base usando técnicas do círculo de Möhr;

- Calcular a força de corte encontrada para a tensão normal;
- Multiplicar a tensão de corte mobilizada e a força existente pelo comprimento da base para que as tensões sejam convertidas em forças;
- Repetir o processo para cada fatia até à fatia n;

Uma vez encontradas as forças mobilizadas e resistentes em cada fatia, estas podem ser integradas ao longo do comprimento da superfície de deslizamento, para assim determinar o factor de segurança. O factor de segurança é definido por:

$$FS = \frac{\sum S_r}{\sum S_n} \quad (2.67)$$

em que S_r é a resistência total ao corte encontrada, e S_n é a resistência mobilizada ao longo da superfície de deslizamento.

Adoptando este procedimento (fig. 2.43) o factor de segurança dado por este método é de 1.318, enquanto que por M-P, o factor de segurança é de 1.145.

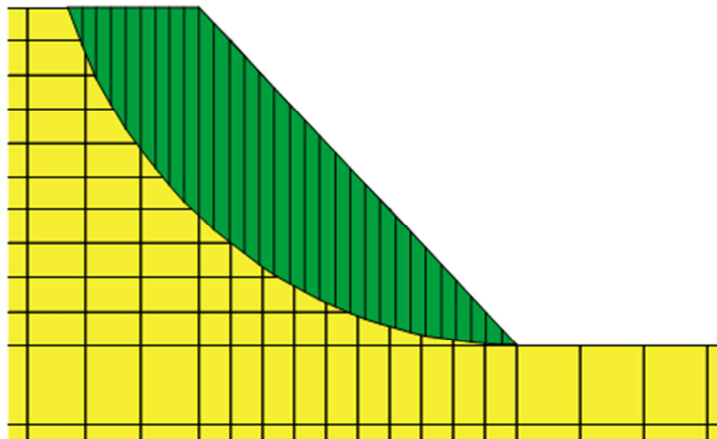


Fig. 2.30 – Uma superfície de deslizamento em cunha numa malha de elementos finitos (adaptado de Krahn, 2001).

A razão para esta diferença estará relacionada com a distribuição de tensão normal ao longo da superfície de deslizamento.

As tensões normais significativamente diferentes no ponto mais baixo da parte inclinada do talude, resultam da tensão de corte concentrada nessa parte da secção. As tensões de corte concentradas obtidas numa formulação de equilíbrio limite são em primeira instância derivadas do peso da fatia. Esta é outra das limitações dos M.G.E.L.

Quando a distribuição de tensão normal ao longo da superfície de deslizamento é claramente representativa das condições de tensão encontradas no solo, o factor de segurança do equilíbrio limite é tão bom quanto o encontrado por um método baseado nas tensões.

Uma das vantagens da utilização dos M.E.F. é que estes dão a possibilidade de olhar para os factores de segurança de cada fatia:

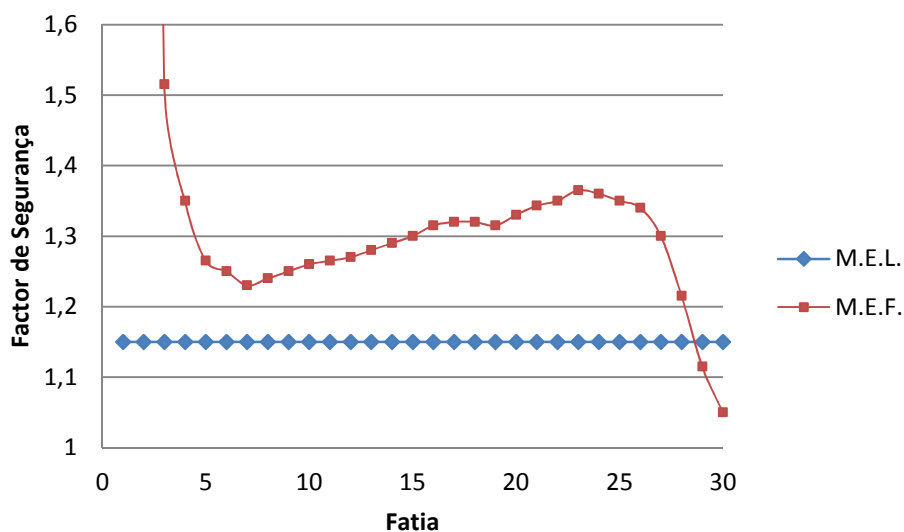


Fig. 2.31 – Factor de segurança para uma superfície de deslizamento em cunha.

Para o caso em que a superfície de deslizamento é mais profunda, os factores de segurança globais pelos dois métodos são quase idênticos. No entanto em termos locais, os factores de segurança deambularão por valores maiores e mais pequenos do que o dado pelo M.G.E.L. ao longo das fatias:

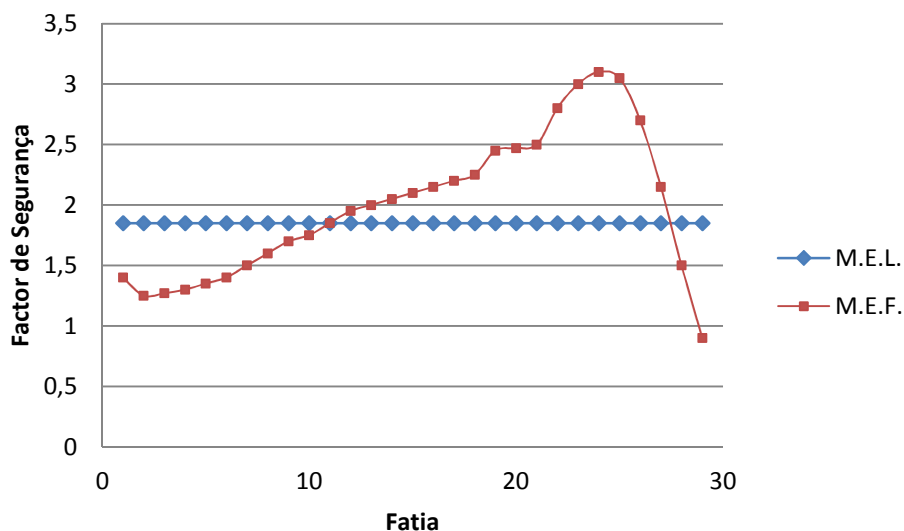


Fig. 2.32 – Factor de segurança para uma superfície de deslizamento profunda.

As dificuldades com a convergência no método de equilíbrio limite são totalmente eliminadas se for feita a abordagem através das tensões. O factor de segurança é obtido directamente sem recurso a iterações:

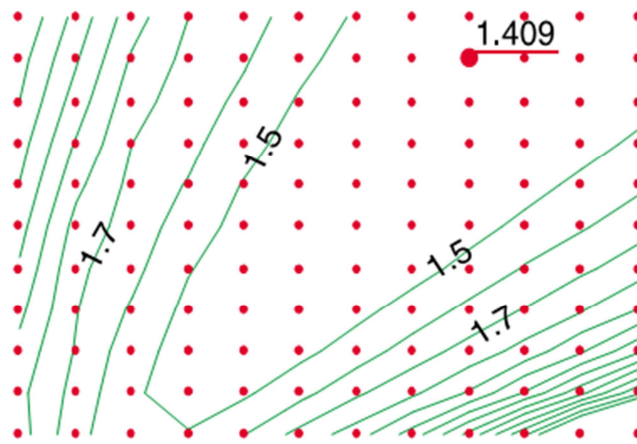


Fig. 2.33 – Grelha de factores de segurança obtida de uma análise por elementos finitos baseada nas tensões (adaptado de Krahn, 2001).

Esta última figura mostra uma grelha de centros de rotação com factores de segurança. As linhas de declive agora cobrem completamente a grelha, confirmando que foi calculado um FS válido para cada ponto desta. Qualquer questão sobre o valor válido mínimo do factor de segurança, não é problema.

Outra das vertentes importantes de fazer este tipo de análise (M.E.F.) é que a interacção solo-estrutura pode ser analisada directamente.

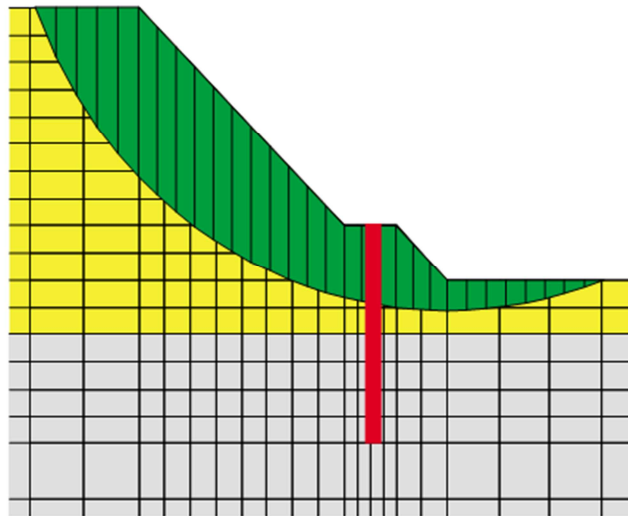


Fig. 2.34 – Estabilização de um talude com uma parede encastrada (adaptado de Krahn, 2001).

Os factores de segurança, ambos baseados no M.E.F. são de 1.52 e 1.17 com e sem a parede, respectivamente.

Neste caso a rigidez da estrutura (parede) estará incluída na análise do elemento o que alterará o estado de tensão, que por sua vez aumenta a margem de segurança.

Esta abordagem também abrirá a porta a olhar para as variações de estabilidade devidas ao movimento durante um sismo.

2.3.5. COMENTÁRIO SOBRE ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS BASEADA NAS TENSÕES

As vantagens de fazer uma análise deste tipo inserida numa análise global por M.G.E.L. são:

- Não é necessário fazer suposições acerca das forças entre fatias;
- O factor de estabilidade é determinístico, uma vez que as tensões foram calculadas e consequentemente não existirão problemas de convergência nas iterações;
- O problema da compatibilidade de deformações será satisfeito;
- As tensões calculadas no solo estarão muito mais próximas da realidade;
- As concentrações de tensões estão indirectamente consideradas na análise de estabilidade;
- Efeitos de interacção solo-estrutura são prontamente manipulados na análise de estabilidade;
- Tensões dinâmicas devidas aos sismos podem ser directamente consideradas numa análise de estabilidade;
- A análise por elementos finitos aqui abordada ultrapassa muitas limitações inerentes a uma análise de equilíbrio limite, mas ao mesmo tempo levanta algumas dúvidas;

É necessário em primeiro lugar realizar uma análise por elementos finitos. O software que permite essa análise está facilmente disponível, apenas exigindo do utilizador alguma experiência e familiarização com este tipo de análise.

Uma análise de elementos finitos é francamente uma evolução se as propriedades dos materiais estiverem restringidas a um comportamento linear-elástico. Utilizar apenas modelos lineares-elásticos, para além de ser relativamente simples, assegura sempre uma solução dado que não existirão problemas de convergência. Esta análise linear-elástica, é adequada para obter um retrato razoável das condições de tensão, dará certamente melhor distribuição de tensões que a análise de equilíbrio limite.

As relações constitutivas não lineares são muitas vezes essenciais se o interesse principal for a deformação e não a distribuição de esforços. Até propriedades lineares-elásticas aproximadas são adequadas para obter uma distribuição de tensões razoável e consequentemente não será requerido demasiado esforço para definir os parâmetros lineares elásticos.

Os resultados para uma análise linear-elástica simples podem por vezes ditar que as tensões calculadas serão, nalgumas zonas, mais altas que a tensão encontrada no solo. Isto manifestar-se-á com um factor de segurança menor que a unidade para algumas fatias, o que não é fisicamente possível.

Idealmente, modelos constitutivos não lineares deverão ser utilizados para redistribuir a tensão, de modo a que as tensões calculadas não excedam as existentes. No entanto utilizar a relação constitutiva não linear complica em muito a análise, devido principalmente aos problemas de convergência associados.

Como todas as forças resistentes e mobilizadas estão contadas integralmente ao longo da superfície de deslizamento, irregularidades locais serão suavizadas e por consequência terão pequeno efeito nos esforços totais que são usados para calcular o factor de segurança global para toda a massa. Esta será uma forma indirecta de fazer a média.

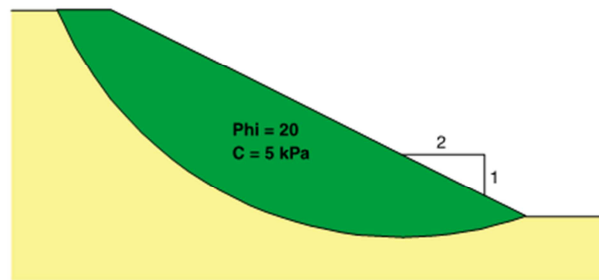


Fig. 2.35 – Talude modelo.

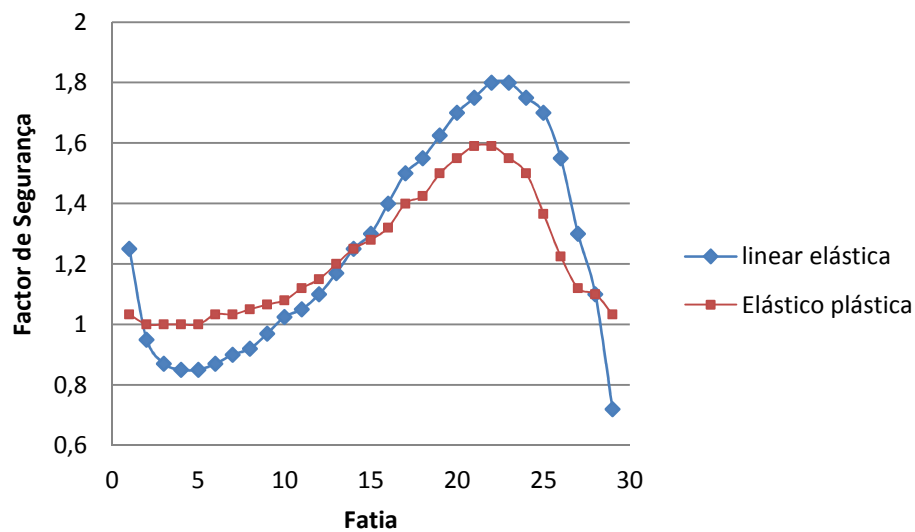


Fig. 2.36 – Factor de segurança para condições lineares elásticas e elásticas plásticas.

As tensões obtidas numa análise linear-elástica resultam em factores de segurança por vezes menores que a unidade. Já a análise elástico-plástica as redistribui de tal forma que nenhum dos factores de segurança seja menor que a unidade. É de ressaltar que nenhum dos factores de segurança global quer por um método quer por outro, é menor que a unidade e são quase idênticos.

Utilizar tensões calculadas por M.E.F. significa que o cálculo de estabilidade envolve agora tensões horizontais e verticais. A parte boa é que vários K_0 (σ_x/σ_y) podem ser utilizados e considerados na análise da estabilidade. A parte má é que K_0 tem de ser definido. Numa análise linear-elástica sob acção gravítica, o rácio σ_x/σ_y é reflectido através do coeficiente de Poisson, $K_0 = \nu/(1-\nu)$, e diferentes condições para K_0 , darão diferentes factores.

A maior desvantagem em utilizar uma abordagem com elementos finitos baseada nas tensões é a falta de experiência com o método na engenharia geotécnica.

2.3.6. CONCLUSÕES

Os M.G.E.L. têm limitações, pois não consideram a compatibilidade de deformação. Isto tem duas consequências:

- Variações locais nos factores de segurança não poderão ser consideradas;
- A distribuição de tensão calculada é amiúde irrealista;

Para permitir variações locais no factor de segurança ao longo da superfície de escorregamento e tratar as tensões com algum sentido de realidade, a formulação e análise terão de incluir uma relação constitutiva tensão-deformação, e é esta a peça fundamental que falta na física do problema.

Mesmo atendendo às limitações, este método continua a ser importante e útil. Para usufruir do método de uma forma eficiente, o utilizador deverá perceber as limitações e potencialidades deste e, por conseguinte, não esperar resultados que o método não pode dar, como por exemplo, não se pode esperar obter distribuições de tensão realistas. No entanto, mesmo tendo em conta essas menos fidedignas distribuições, não significa que o factor de segurança global seja inaceitável. A grande preocupação será ter atenção à ocorrência de concentrações de tensão na massa potencial de deslizamento devido à forma da superfície de deslizamento ou à interacção solo-estrutura.

Usar este método, e entendê-lo de maneira inequívoca, significa olhar para além do factor de segurança. É também importante examinar as forças detalhadas em cada fatia e a variação de parâmetros ao longo das mesmas. Observar o gráfico FS vs λ é uma grande ajuda para saber quantificar os níveis de exactidão da função de interacção escolhida.

Os métodos utilizados deverão ser aqueles que garantem equilíbrio de momentos e de forças, como o M-P, Spencer e Correia, mas mesmo se quisermos utilizar alguns métodos matematicamente mais simples, esses estarão ao alcance.

Neste ponto, o método mais fidedigno será aquele que integra também o dos M.E.F., pois resolve a situação em que o M.G.E.L. terá dificuldades maiores, como por exemplo em paredes quase verticais, ou quando existe reforço. Porventura, este não será aplicável na análise de estabilidade de taludes naturais, onde não é fácil determinar as tensões, devido aos complexos processos geológicos que formam a actualidade do solo. Nessas situações, e não havendo na superfície de deslizamento cantos afiados e altas concentrações de tensão, o M.G.E.L. será possivelmente o mais indicado.

Existem hoje em dia ferramentas disponíveis para utilizar o método integrado, e a sua crescente utilização fará com que surjam novos problemas, que deverão ser analisados e resolvidos e com o tempo o método melhorará e será considerado um grande passo em frente relativamente à análise destes materiais.

3

FORMULAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE ALGORITMOS

3.1 INTRODUÇÃO

Aquando do início dos trabalhos para elaboração desta dissertação, foi definido um caminho para chegar, de uma maneira sustentada, a bom porto, atingindo com sucesso os objectivos traçados.

Esse caminho consistia, em primeiro lugar, em analisar aprofundadamente as equações existentes para cada um dos métodos de análise a utilizar, o método de Morgenstern e Price e o método de Correia.

Em seguida haveria que trabalhar os algoritmos referentes a cada um dos métodos de modo a atingir um grau máximo de simplificação e arrumação, para que o diagrama de sequência resultasse compacto e o programa corresse de uma maneira rápida e eficiente, sem a presença de redundâncias e repetições inúteis.

Para tal optou-se por estudar, em primeiro lugar, no método base de Correia, quais as premissas e encadeamento de cálculo que o algoritmo deveria adoptar para o seu correcto fluxo. Para além disto, conclui-se que era possível tornar o método mais completo, admitindo a possibilidade de existência de acção sísmica bem como a presença de forças aplicadas no terrapleno.

Em segundo lugar, e tiradas as conclusões sobre o método de Correia, partiu-se para a desconstrução, por assim dizer, do método de Morgenstern e Price, para melhor compreender quais as melhores e mais eficientes instruções a introduzir no algoritmo para elaboração do programa.

Para este efeito recorreu-se à proposta elaborada por Zhu *et al.* (2005) de um algoritmo extremamente conciso para análise do factor de segurança utilizando o método de Morgenstern e Price, e, após estudo do seu encadeamento, pareceu-nos dotado da eficiência necessária para que ser adoptado na construção do programa.

Por último também foi analisado um artigo mais recente de Zhu *et al.* publicado em 2008, que aponta as razões pelas quais o factor de segurança calculado pelo método de Bishop simplificado se aproxima do calculado por métodos matematicamente mais rigorosos.

3.2 O MÉTODO DE CORREIA

A versão base do Método de Correia descrita na secção 2.2.2.3 será agora generalizada para ter em conta a presença de acção sísmica e de forças aplicadas na superfície do talude.

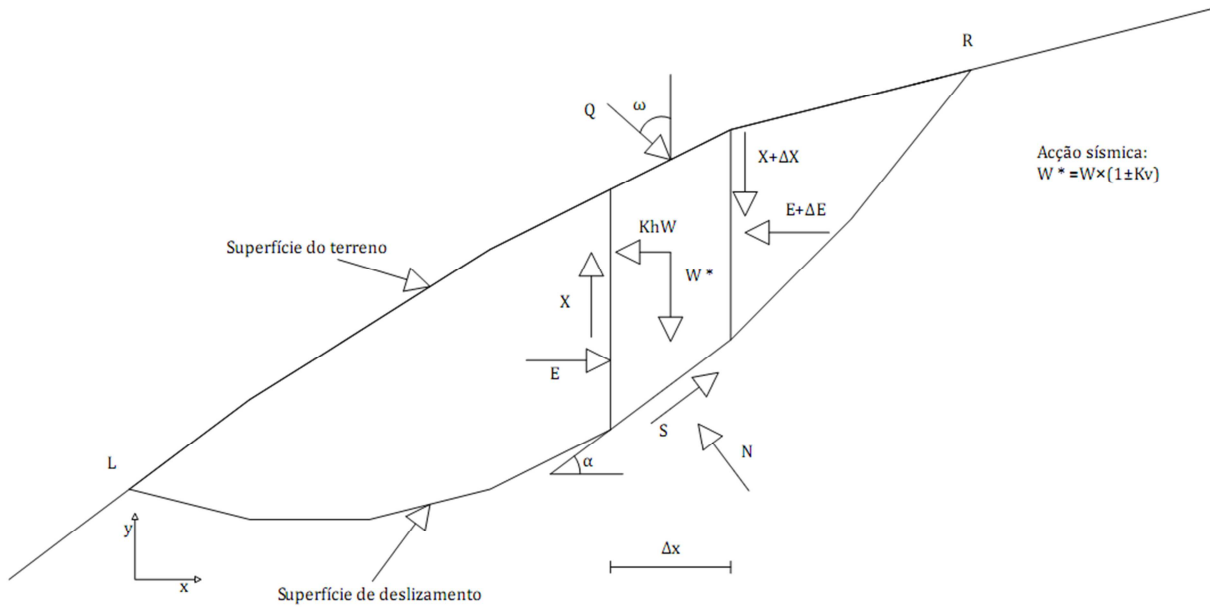


Fig. 3.1 – Talude modelo para o método de Correia com as forças sísmicas e de aplicação no terrapleno incluídas.

A ação sísmica será introduzida como percentagem extra do peso próprio da fatia:

$$W^* = W \times (1 \pm K_v) \quad (3.1)$$

Isto para a ação sísmica segundo o plano vertical, para o plano horizontal a ação sísmica será traduzida em $K_h \times W$.

Em que:

$$N = N' + u \times \frac{\Delta x}{\cos \alpha} \quad (3.2)$$

e:

$$S = \frac{c' \times \Delta x}{F \times \cos \alpha} + N' \times \frac{\tan \phi'}{F} \quad (3.3)$$

As equações de equilíbrio segundo a horizontal e a vertical levam, respectivamente, a

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Leftrightarrow -E + K_h \times W + E + \Delta E + N \times \sin \alpha - S \times \cos \alpha - Q \times \sin \omega = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \Delta E = -N \times \sin \alpha + S \times \cos \alpha - K_h \times W + Q \times \sin \omega \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \sum F_y=0 &\Leftrightarrow W^* + X + \Delta X + Q \times \cos \omega - X - N \times \cos \alpha - S \times \sin \alpha = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow W^* + \Delta X + Q \times \cos \omega = N \times \cos \alpha + S \times \sin \alpha \end{aligned} \quad (3.5)$$

Tendo em conta as equações 3.2 e 3.5 chega-se a:

$$N' \times \cos \alpha + S \times \sin \alpha = W^* + \Delta X + Q \times \cos \omega - u \times \Delta x \quad (3.6)$$

Juntando a equação 3.3 e 3.6 num sistema, podemos passar esse sistema para forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\frac{\tan \phi'}{F} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} N' \\ S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} W^* + \Delta X + Q \times \cos \omega - u \times \Delta x \\ \frac{c' \Delta x}{F \cos \alpha} \end{Bmatrix}$$

Utilizando o método de Cramer na resolução do sistema obtemos:

$$N' = \frac{\text{Det} \left(\begin{bmatrix} W^* + \Delta X + Q \times \cos \omega - u \times \Delta x & \sin \alpha \\ \frac{c' \Delta x}{F \cos \alpha} & 1 \end{bmatrix} \right)}{\text{Det} \left(\begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\frac{\tan \phi'}{F} & 1 \end{bmatrix} \right)}$$

e

$$S = \frac{\text{Det} \left(\begin{bmatrix} \cos \alpha & W^* + \Delta X + Q \times \cos \omega - u \times \Delta x \\ -\frac{\tan \phi'}{F} & \frac{c' \Delta x}{F \cos \alpha} \end{bmatrix} \right)}{\text{Det} \left(\begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\frac{\tan \phi'}{F} & 1 \end{bmatrix} \right)}$$

donde:

$$N' = \frac{W^* + \Delta X + Q \times \cos \omega - u \times \Delta x - \frac{c' \Delta x}{F \cos \alpha} \times \sin \alpha}{\cos \alpha + \frac{\tan \phi'}{F} \times \sin \alpha} \quad (3.7)$$

e

$$S = \frac{\frac{c' \Delta x}{F} + \frac{\tan \phi'}{F} \times (W^* + \Delta X + Q \times \cos \omega - u \times \Delta x)}{\cos \alpha + \frac{\tan \phi'}{F} \times \sin \alpha} \quad (3.8)$$

A partir das equações 3.2 e 3.4 podemos chegar a:

$$\Delta E = -N' \sin \alpha - u \times \Delta x \times \tan \alpha + S \cos \alpha - Kh \times W + Q \times \sin \omega \quad (3.9)$$

E a partir desta, juntamente com as equações 3.7 e 3.8, obtemos:

$$\Delta E = [(W^* + \Delta X + Q \cos \omega) \times (\tan \phi' - F \times \tan \alpha) + (c' - u \times \tan \phi') \times \Delta x \times \sec^2 \alpha] / (F + \tan \phi' \times \tan \alpha) - Kh \times W + Q \times \sin \omega \quad (3.10)$$

3.2.1 ESCOLHA DA FUNÇÃO DE INTERACÇÃO ENTRE FATIAS

A função de interacção tangencial a ser admitida pode ter qualquer forma, desde que nas extremidades o seu valor seja nulo, contudo há que ter em atenção na sua escolha, pois apenas deverão ser consideradas funções que produzam soluções fisicamente admissíveis.

Os mais comuns critérios de admissibilidade serão, segundo Morgenstern e Price: a condição de rotura por corte não deve ser violada dentro da massa de terreno, o que significa que a força tangencial de interacção não deve exceder a resistência ao corte mobilizável nas faces das fatias; a linha de impulso deve estar, em toda a sua extensão, dentro da massa de terreno cuja estabilidade estiver a ser investigada.

Vários autores referem, fruto das suas experiências e estudos, que uma função em forma de sino permite a obtenção de resultados fisicamente admissíveis numa larga variedade de problemas de estabilidade de taludes.

A função é simétrica e composta por três segmentos parabólicos com pontos de inflexão em $\xi=0.25$ e $\xi=0.75$, sendo $\xi=(x-x_L)/(x_R-x_L)$, onde x_L , x_R são, respectivamente, as abscissas dos pontos extremos **L** e **R** (ver Fig. 3.1) da superfície de deslizamento.

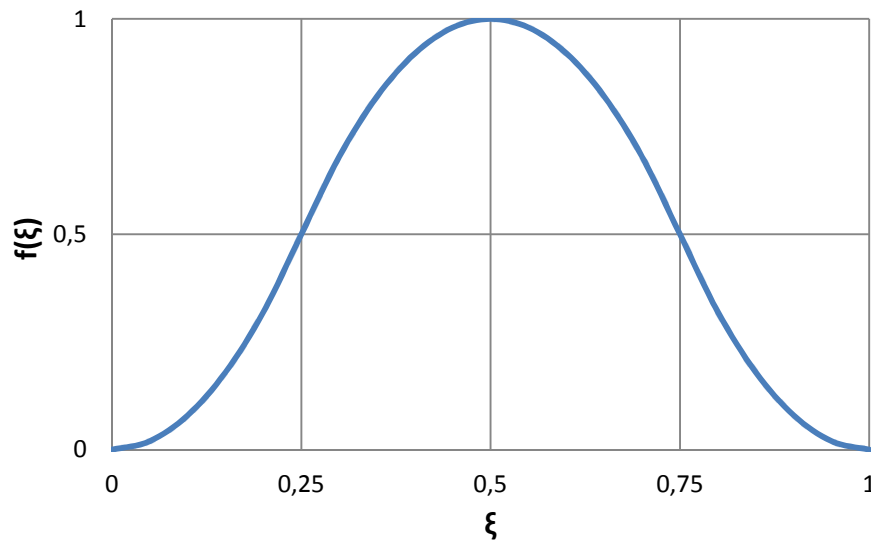


Fig. 3.2 – Função “Sino” a função de interacção que se utiliza no método de Correia.

As equações que permitem a construção desta função, são:

Quadro 3.1 – Funções de cada troço que permitem construir a função sino.

[0; 0.25]	$8\xi^2$
[0.25; 0.75]	$-8\xi(\xi-0.5)^2+1$
[0.75; 1]	$8\times(\xi-1)^2$

A condição a ser satisfeita aquando da escolha da função de interacção tangencial é que esta se anule em ambas as extremidades da superfície de deslizamento, o que implica que:

$$\sum \Delta f = 0 \quad (3.11)$$

em que Δf é a diferença entre os valores de $f(x)$ nos lados direito e esquerdo de cada fatia e o somatório é para o conjunto das fatias que compõem a massa deslizante.

3.2.2 CONDIÇÃO DE EQUILÍBRIO PARA TODA A MASSA DE TERRENO

Como anteriormente referido, para remoção da indeterminação estática, este método admite que a variação da força tangencial de interacção é definida por uma função:

$$X = X_{\text{máx}} \times f(x) \quad (3.12)$$

Se a função de interacção $f(x)$ for escolhida de tal maneira que o seu valor máximo seja igual à unidade, então $X_{\text{máx}}$ representará o maior valor que toma a força tangencial de interacção.

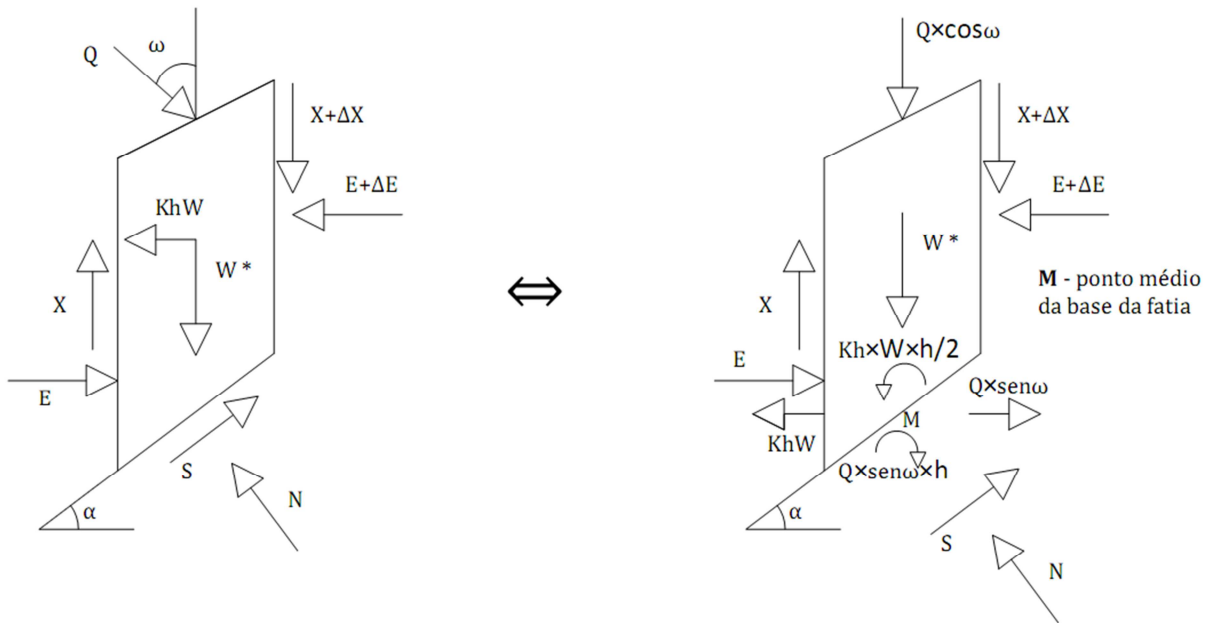


Fig. 3.3 – Forças de equilíbrio numa fatia genérica para o método de Correia.

A satisfação do equilíbrio horizontal para toda a massa de terreno implica que:

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow \sum (-N \sin \alpha + S \cos \alpha - K_h \times W + Q \sin \omega) = \sum \Delta E = 0$$

A imposição do equilíbrio de momentos para toda a massa de terreno em relação a um ponto **C** arbitrário traduz-se em:

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0 \Leftrightarrow & \sum (W^* + Q \cos \omega - S \sin \alpha - N \cos \alpha) \times (x - x_c) + \dots \\ & \dots + \sum (-N \sin \alpha + S \cos \alpha - K_h \times W + Q \sin \omega) \times (y - y_c) - \sum \left(K_h \times W \times \frac{h}{2} - Q \sin \omega \times h \right) \end{aligned}$$

E tomando em consideração as equações 3.4 e 3.5:

$$-\sum \Delta X \times (x - x_c) + \sum \Delta E \times (y - y_c) - \sum \left(K_h \times W \times \frac{h}{2} - Q \sin \omega \times h \right) = 0 \quad (3.13)$$

Ora, observando as equações 3.11 e 3.12 é possível concluir que:

$$\Delta X = X_{\max} \times \Delta f \quad (3.14)$$

E tendo em conta esta última, bem como a equação de equilíbrio das forças horizontais e a equação 3.11, teremos:

$$\sum \Delta f = 0 ; \sum \Delta f \times x_c = x_c \times \sum \Delta f = 0 , x_c \text{ arbitrário} \quad (3.15)$$

$$\sum \Delta E = 0 ; \sum \Delta E \times y_c = y_c \times \sum \Delta E = 0 , y_c \text{ arbitrário} \quad (3.16)$$

Então:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E = & \frac{(W^* + Q \cos \omega) \times (\tan \phi' - F \tan \alpha) + (c' - u \times \tan \phi') \times \Delta x \times \sec^2 \alpha}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} + \\ & \dots + \frac{\Delta f \times (\tan \phi' - F \tan \alpha) \times X_{\max}}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} - K_h \times W + Q \sin \omega = 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Agora, utilizando as equações 3.10, 3.14, 3.15 e 3.16, chegamos a:

$$A_1 = \sum a_1 = \sum \frac{\Delta f \times (\tan \phi' - F \tan \alpha)}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} \quad (3.18)$$

$$A_2 = \sum a_2 = \sum \frac{(W^* + Q \cos \omega) \times (\tan \phi' - F \tan \alpha) + (c' - u \times \tan \phi') \times \Delta x \times \sec^2 \alpha}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} - K_h \times W + Q \sin \omega \quad (3.19)$$

$$A_3 = \sum \frac{\Delta f \times (\tan \phi' - F \tan \alpha)}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} \times y - \Delta f \times x = \sum a_1 \times y - \Delta f \times x \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} A_4 = & \sum \left(\frac{(W^* + Q \cos \omega) \times (\tan \phi' - F \tan \alpha) + (c' - u \times \tan \phi') \times \Delta x \times \sec^2 \alpha}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} - K_h \times W + \dots Q \sin \omega \right) \times y = \dots \\ & \dots = \sum a_2 \times y - \sum \left(K_h \times W \times \frac{h}{2} - Q \times \sin \omega \times h \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Então, podemos escrever que:

$$\sum \Delta E = A_1 \times X_{\max} + A_2 = 0 \quad (3.22)$$

$$\sum \Delta E = A_3 \times X_{\max} + A_4 = 0 \quad (3.23)$$

Para reduzir a complexidade das equações, optámos por criar factores auxiliares que as simplificarão aquando da sua introdução na construção do algoritmo do programa.

$$FACT1 = \tan\phi' - F \tan\alpha \quad (3.24)$$

$$FACT2 = F + \tan\phi' \times \tan\alpha \quad (3.25)$$

$$FACT3 = (c' - u \times \tan\phi') \times \Delta x \times \sec^2\alpha \quad (3.26)$$

Assim, as equações 3.18 a 3.21, sofrerão mutações:

$$a_1 = \Delta r \times \frac{FACT1}{FACT2} \text{ e } A_1 = \sum a_1 \quad (3.27)$$

$$a_2 = \frac{[(W^* + Q \cos\omega) \times FACT1 + FACT3]}{FACT2} - Kh \times W + Q \sin\omega \text{ e } A_2 = \sum a_2 \quad (3.28)$$

$$a_3 = a_1 \times y - \Delta f \times x \text{ e } A_3 = \sum a_3 \quad (3.29)$$

$$a_4 = a_2 \times y - Kh \times W \times \frac{h}{2} - Q \times \sin\omega \text{ e } A_4 = \sum a_4 \quad (3.30)$$

Tendo em atenção as equações 3.22 e 3.23, podemos escrever:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{A_4}{A_3} \Leftrightarrow \Psi(F) = A_1 \times A_4 - A_2 \times A_3 = 0 \quad (3.31)$$

e

$$X_{\max} = -\frac{A_2}{A_1} \quad (3.32)$$

O coeficiente de segurança poderá ser obtido através da solução numérica da equação não linear 3.31. Para a sua resolução podemos recorrer ao método de Newton-Raphson, no qual:

$$F_{n+1} = F_n - \frac{\Psi(F_n)}{\Psi'(F_n)} \quad (3.33)$$

$$\Psi'(F_n) = \frac{d\Psi(F_n)}{dF} = \frac{dA_1}{dF} \times A_4 + A_1 \times \frac{dA_4}{dF} - \frac{dA_2}{dF} \times A_3 - A_2 \times \frac{dA_3}{dF} \quad (3.34)$$

em que:

$$\frac{da_1}{dF} = \frac{-\Delta f \times \tan \alpha - \sum a_1}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} \quad (3.35)$$

$$\frac{da_2}{dF} = \frac{-(W^* + Q \cos \omega) \times \tan \alpha - \sum a_2}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} \quad (3.36)$$

$$\frac{da_3}{dF} = \frac{-\Delta f \times \tan \alpha - \sum a_1}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} \times y \quad (3.37)$$

$$\frac{da_4}{dF} = \frac{-(W^* + Q \cos \omega) \times \tan \alpha - \sum a_2}{F + \tan \phi' \times \tan \alpha} \times y \quad (3.38)$$

Considerando as equações 3.27 a 3.30 e 3.35 a 3.38, a equação da primeira derivada de Ψ vem:

$$\frac{d\Psi'}{dF} = \frac{da_1}{dF} \times A_4 + \frac{da_4}{dF} \times A_1 - \frac{da_2}{dF} \times A_3 - \frac{da_3}{dF} \times A_2 \quad (3.39)$$

Tendo em conta a equação 3.33, poderemos dizer que:

$$\Delta F = - \frac{\Psi(F_n)}{\Psi'(F_n)} \quad (3.40)$$

Então, a equação final para o cálculo do factor de segurança através do método de Correia, será:

$$\Delta F = \frac{A_1 \times A_4 - A_2 \times A_3}{\frac{da_1}{dF} \times A_4 + \frac{da_4}{dF} \times A_1 - \frac{da_2}{dF} \times A_3 - \frac{da_3}{dF} \times A_2} \quad (3.41)$$

3.2.3. MÉTODO PARA O CÁLCULO DA LINHA DE IMPULSO

A linha de impulso de um talude é construída a partir dos pontos de aplicação das forças de interacção entre fatias na face vertical das mesmas.

Para o seu cálculo considera-se o equilíbrio de momentos de cada fatia individualmente em relação ao ponto médio, M, da sua base, sendo que a interacção de uma fatia com outra, estará representada nos valores de X, E e y, a transportar de uma fatia para outra.

A saber, num caso em que o deslizamento do talude ocorre no sentido da direita para a esquerda (e considerando sempre a numeração das fatias a iniciar-se na extremidade esquerda), ao calcularmos o

ponto de aplicação das forças de interacção na face direita da primeira fatia, esse será também o da face esquerda da fatia seguinte, passando a linha de impulsos nos pontos extremos da superfície de escorregamento caso as forças X e E sejam nulas nas faces exteriores das fatias extremas, ou não, se existir nessas secções alguma força externa estabilizadora ou instabilizadora aplicada no talude. De referir, que os valores de X e E da extremidade direita da primeira fatia, terão o mesmo valor em módulo na extremidade esquerda da fatia seguinte, mas com sentido contrário. Assim:

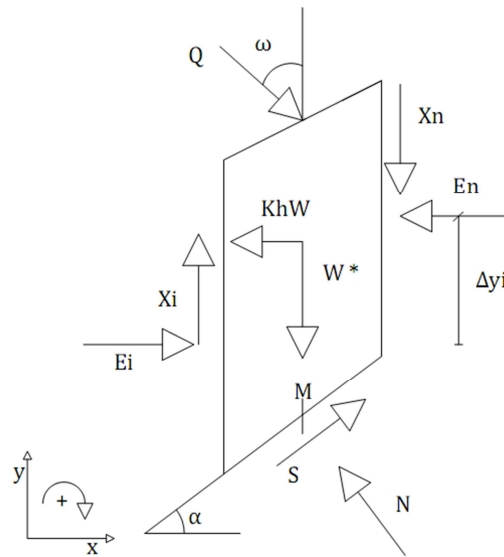


Fig. 3.4 – Forças de equilíbrio aplicadas numa fatia genérica para cálculo da linha de impulso pelo método de Correia.

$$\sum M_M = 0 \Leftrightarrow (X_i + X_n) \times \frac{\Delta x}{2} + E_i \times (y_i - y_n) - E_n \times (y_i + \Delta y_i - y_n) - Kh \times W \times \frac{h}{2} + Q \times \sin \omega \times h = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta y_i = \frac{(X_i + X_n) \times \frac{\Delta x}{2} + \Delta E \times (y_i - y_n) - Kh \times W_i \times \frac{h}{2} + Q \times \sin \omega_i \times h}{E_n} \quad (3.42)$$

Note-se que a incógnita neste caso, é a diferença entre a altura do ponto de aplicação das forças de interacção entre uma extremidade e outra.

3.3 O MÉTODO DE MORGENSTERN E PRICE

A análise de escorregamento de taludes é normalmente efectuada recorrendo aos métodos de equilíbrio limite de fatias.

Aquando da avaliação das condições de estabilidade de taludes de configuração simples, é normalmente assumida uma superfície potencial de escorregamento circular, onde os métodos de Fellenius (1936) ou de Bishop simplificado (1955) poderão ser utilizados, com maior incidência para este último pois é normalmente tido como mais rigoroso.

Porém em muitas situações as superfícies de rotura tendem a desviar-se significativamente da forma circular. Para esses casos, existem alguns métodos das fatias que podem ser aplicados para acomodar a forma não circular das superfícies de escorregamento. Esses métodos são os de Janbu (1954), Lowe e Karafiath (1960), Morgenstern e Price (1965) e Spencer (1967). Destes métodos mencionados, o mais utilizado é o de Morgenstern e Price, pois satisfaz completamente as condições de equilíbrio e é de todos o que envolve a menor dificuldade numérica.

A assumção básica do método de Morgenstern e Price, é que o rácio entre as componentes normal e tangencial das forças de interacção entre fatias é representado pelo produto de uma função específica $f(x)$ por um factor de escala λ .

Com base nas condições de equilíbrio de forças verticais para fatias individuais e nas condições de equilíbrio de momentos para toda a massa, aparecem duas equações de equilíbrio com duas incógnitas, o factor de segurança (FS) e o factor de escala (λ), tornando então o problema determinado. No entanto, resolver FS e λ é muitas vezes complexo, pois as equações de equilíbrio são altamente não lineares.

Quando são feitas análises de estabilidade de taludes com os procedimentos estabelecidos, os cálculos são muitas vezes morosos, resultando em tempos de computação excessivamente longos. A situação requer portanto um algoritmo eficiente para computação dos valores de FS e de λ associados ao método em questão.

Seguindo a proposta de Zhu *et al.* (2005) as duas equações de equilíbrio utilizadas no método são redireccionadas para obter duas equações para o factor de segurança (FS) e factor de escala (λ). Tal acção permitirá formar um algoritmo mais conciso e compacto, facilmente implementável num programa de computador.

3.3.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Considere-se uma massa deslizante com fronteira na superfície de terreno e numa superfície não circular de deslizamento, sujeita ao seu peso próprio, forças sísmicas, pressão da água e cargas superficiais, como representada na Figura 3.5.

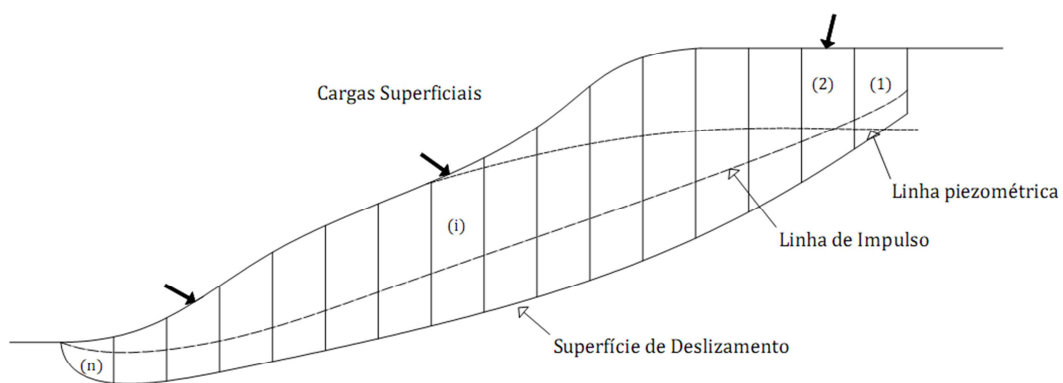


Fig. 3.5 – Talude modelo a considerar no método de M-P.

A massa deslizante é dividida em fatias verticais, tendo a fatia genérica altura h_i , largura b_i e inclinação da base α_i (Fig. 3.6).

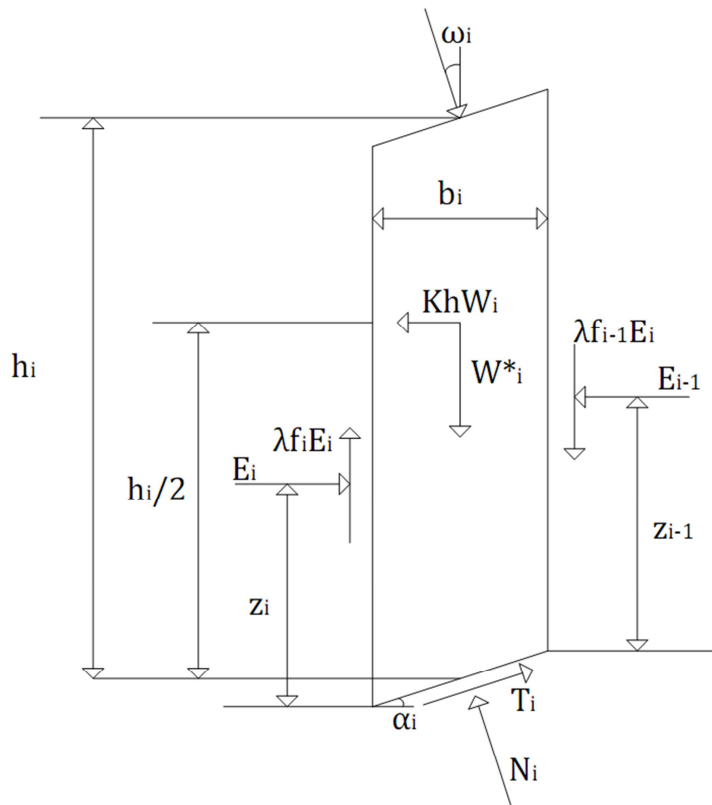


Fig. 3.6 – Fatia e forças nela aplicadas para o método de M-P.

As seguintes equações auxiliam à sucessão da formulação:

- $W_i^* = W_i \times (1 + K_v)$
- $X = \lambda \times f(x) \times E$
- $\cos(a-b) = \cos a \times \cos b + \sin a \times \sin b$
- $\sin(a-b) = \sin a \times \cos b - \cos a \times \sin b$
- $-\sin(a-b) = -\sin a \times \cos b + \cos a \times \sin b$

Considerando o equilíbrio na direcção perpendicular à base obtém-se

$$N'_i - W_i^* \times \cos \alpha_i + \lambda \times f_i \times E_i \times \cos \alpha_i - \lambda \times f_{i-1} \times E_{i-1} \times \cos \alpha_i - Q_i \times \cos \omega_i \times \cos \alpha_i + \dots \\ \dots + Kh \times W_i \times \sin \alpha_i - E_i \times \sin \alpha_i + E_{i-1} \times \sin \alpha_i - Q_i \times \sin \omega_i \times \sin \alpha_i + U_i = 0$$

ou seja

$$N'_i = (W_i^* - \lambda \times f_i \times E_i + \lambda \times f_{i-1} \times E_{i-1} + Q_i \times \cos \omega_i) \times \cos \alpha_i + (-Kh \times W_i + E_i - E_{i-1} + Q_i \times \sin \omega_i) \times \sin \alpha_i - U_i \quad (3.43)$$

Sendo:

$$\bar{R}_i = W_i^* \times \cos \alpha_i - K_h \times W_i \times \sin \alpha_i + Q_i \times \cos(\omega_i - \alpha_i) - U_i \quad (3.44)$$

Então, a equação 3.43, poderá ser escrita deste modo:

$$N'_i = \bar{R}_i + E_i \times (\sin \alpha_i - \lambda \times f_i \times \cos \alpha_i) - E_{i-1} \times (\sin \alpha_i - \lambda \times f_{i-1} \times \cos \alpha_i) \quad (3.45)$$

Tomando agora o equilíbrio na direcção paralela à base vem:

$$\frac{N'_i \times \tan \phi'_i + c'_i \times b_i \times \sec \alpha_i}{F} - W_i^* \times \sin \alpha_i - K_h \times W_i \times \cos \alpha_i + E_i \times \cos \alpha_i + \lambda \times f_i \times E_i \times \sin \alpha_i - Q_i \times \cos \omega_i \times \sin \alpha_i + \dots$$

$$\dots + Q_i \times \sin \omega_i \times \cos \alpha_i - \lambda \times f_{i-1} \times E_{i-1} \times \sin \alpha_i - E_{i-1} \times \cos \alpha_i = 0 \quad (3.46)$$

Esta última equação pode ser reescrita como:

$$\frac{N'_i \times \tan \phi'_i + c'_i \times b_i \times \sec \alpha_i}{F} = \dots$$

$$\dots = W_i^* \times \sin \alpha_i - Q_i \times \sin(\omega_i - \alpha_i) + K_h \times W_i \times \cos \alpha_i - E_i \times (\cos \alpha_i + \lambda \times f_i \times \sin \alpha_i) + E_{i-1} \times (\cos \alpha_i + \lambda \times f_{i-1} \times \sin \alpha_i) \quad (3.47)$$

Se,

$$T_i = W_i^* \times \sin \alpha_i - Q_i \times \sin(\omega_i - \alpha_i) + K_h \times W_i \times \cos \alpha_i \quad (3.48)$$

então,

$$\frac{N'_i \times \tan \phi'_i + c'_i \times b_i \times \sec \alpha_i}{F} = T_i - E_i \times (\cos \alpha_i + \lambda \times f_i \times \sin \alpha_i) + E_{i-1} \times (\cos \alpha_i + \lambda \times f_{i-1} \times \sin \alpha_i) \quad (3.49)$$

Tendo em conta as equações 3.44, 3.45 e 3.49 chega-se a:

$$R_i = \bar{R}_i \times \tan \phi'_i + c'_i \times b_i \times \sec \alpha_i \quad (3.50)$$

$$E_i \times [(\sin \alpha_i - \lambda \times f_i \times \cos \alpha_i) \times \tan \phi'_i + (\cos \alpha_i + \lambda \times f_i \times \sin \alpha_i) \times F] = \dots$$

$$\dots = E_{i-1} \times [(sen\alpha_i - \lambda \times f_{i-1} \times cos\alpha_i) \times \tan\phi'_i + (cos\alpha_i + \lambda \times f_{i-1} \times sen\alpha_i) \times F] + F \times T_i - R_i \quad (3.51)$$

Definindo agora:

$$\Phi_i = (sen\alpha_i - \lambda \times f_{i-1} \times cos\alpha_i) \times \tan\phi'_i + (cos\alpha_i + \lambda \times f_{i-1} \times sen\alpha_i) \times F \quad (3.52)$$

$$\Phi_{i-1} = (sen\alpha_{i-1} - \lambda \times f_{i-1} \times cos\alpha_{i-1}) \times \tan\phi'_{i-1} + (cos\alpha_{i-1} + \lambda \times f_{i-1} \times sen\alpha_{i-1}) \times F \quad (3.53)$$

$$\Psi_{i-1} = \frac{[(sen\alpha_i - \lambda \times f_{i-1} \times cos\alpha_i) \times \tan\phi'_i + (cos\alpha_i + \lambda \times f_{i-1} \times sen\alpha_i) \times F]}{\Phi_{i-1}} \quad (3.54)$$

Então a equação 3.51, transforma-se em:

$$E_i \times \Phi_i = \Psi_{i-1} \times E_{i-1} \times \Phi_{i-1} + F \times T_i - R_i \quad (3.55)$$

Partindo da condição que as forças de interacção normais, inicial e final, são nulas ($E_0=0$; $E_n=0$), a equação final para o cálculo do factor de segurança (F) será:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (R_i \prod_{j=1}^{n-1} \Psi_j) + R_n}{\sum_{i=1}^{n-1} (T_i \prod_{j=1}^{n-1} \Psi_j) + T_n} \quad (3.56)$$

Note-se que nesta última equação existe em ambos os membros a variável factor de segurança (F), o que implica a adopção de uma técnica iterativa para a resolução da mesma.

Nos anexos desta dissertação (Anexo A), será apresentado o desenvolvimento da dedução que permite chegar à equação 3.56, bem como um fluxograma (Anexo B) do caminho que deve ser percorrido para efectuar uma análise de estabilidade de um talude ao deslizamento por este algoritmo.

3.3.2. ESCOLHA DA FUNÇÃO DE INTERACÇÃO ENTRE FATIAS

Tal como no método de Correia, é necessário definir a forma da função de interacção entre fatias $f(x)$.

Zhu *et al.* (2005) propõem uma extensão da função meio seno, que permite examinar a sensibilidade da equação do factor de segurança perante a escolha da função de interacção:

$$f(x) = sen^\mu \times \left[\pi \times \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^\nu \right] \quad (3.57)$$

na qual, a e b são as abcissas nos extremos da superfície de deslizamento, e μ e ν são valores contidos em intervalos específicos, não negativos:

$$\mu \in [0-0.5]$$

$$\nu \in [0.5-2]$$

3.3.3. MÉTODO PARA O CÁLCULO DA LINHA DE IMPULSO

Para o cálculo da linha de impulso, o procedimento adoptado é novamente considerar o equilíbrio de momentos em relação ao centro da base da fatia. Assim, e tomando o sentido dos ponteiros do relógio como positivo para os momentos, teremos:

$$\sum_{\text{Centro}} M = 0 \Leftrightarrow E_i \times \left(z_i - \frac{b_i}{2} \times \tan \alpha_i \right) - E_{i-1} \times \left(z_{i-1} + \frac{b_i}{2} \times \tan \alpha_i \right) + \dots$$

$$\lambda \times f_i \times E_i \times \frac{b_i}{2} + \lambda \times f_{i-1} \times E_{i-1} \times \frac{b_i}{2} - Kh \times W_i \times \frac{h_i}{2} + Q_i \times \sin \omega_i \times h_i = 0 \quad (3.57)$$

Assumindo que:

$$M_i = E_i \times z_i$$

$$M_{i-1} = E_{i-1} \times z_{i-1}$$

podemos chegar à equação final para cálculo da linha de impulso:

$$M_i = M_{i-1} - \lambda \times \frac{b_i}{2} \times (f_i \times E_i + f_{i-1} \times E_{i-1}) + \frac{b_i}{2} \times (E_i + E_{i-1}) \times \tan \alpha_i + Kh \times W_i \times \frac{h_i}{2} - Q \times \sin \omega_i \times h_i \quad (3.58)$$

Como $M_0 = E_0 z_0 = 0$ e $M_n = E_n z_n = 0$, o equilíbrio de momentos é dado pela forma de uma função para o factor de escala:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n [b_i \times (E_i + E_{i-1}) \times \tan \alpha_i + Kh \times W_i \times h_i - 2 \times Q \times \sin \omega_i \times h_i]}{\sum_{i=1}^n b_i \times (f_i \times E_i + f_{i-1} \times E_{i-1})} \quad (3.59)$$

Novamente, nos anexos desta dissertação (Anexo C) poderá ser encontrada a dedução que permite chegar à equação 3.58.

Definidas as funções de interacção entre fatias, factor de segurança (F) e equilíbrio de momento traduzida pela função do factor de escala (λ), estaremos aptos a avançar com a resolução do problema, sabendo de antemão, que se trata de um processo iterativo e que como tal teremos de introduzir valores de entrada que poderão influenciar o número de iterações necessárias para que o problema convirja.

Zhu *et al.* (2005) aconselham que se tome um factor de segurança inicial unitário ($F_0=1$) e um factor de escala inicial nulo ($\lambda_0=0$).

3.4. O MÉTODO DE BISHOP

O método de Bishop simplificado tem sido bastante utilizado na análise de estabilidade de taludes e é tido como melhor método de equilíbrio limite para calcular os factores de segurança de superfícies de escorregamento circulares.

Neste método as funções de interacção entre fatias são assumidas como horizontais e as forças de interacção tangenciais entre fatias são ignoradas, o equilíbrio de forças verticais e de momentos em relação ao centro do ponto médio da base da fatia são satisfeitos, mas o equilíbrio de forças horizontais não.

Apesar dos seus bons resultados, este é ainda tido como um dos métodos não rigorosos de equilíbrio limite. O que faz com que o facto de reproduzir resultados de factor de segurança próximos dos reproduzidos por métodos matematicamente mais complexos, como o de Morgenstern Price e o de Spencer, seja estranho e intrigante para quem utiliza este método.

Tomando um talude modelo como o que seguidamente se apresenta, e considerando o critério de rotura de Mohr-Coulomb:

$$T_i = (N_i - u_i \times b_i \times \sec \alpha_i) \times \frac{\tan \phi'_i}{F} + \frac{c'_i \times b_i \times \sec \alpha_i}{F} \quad (3.60)$$

A equação de equilíbrio vertical é

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &\Leftrightarrow N_i \times \cos \alpha_i + T_i \times \sec \alpha_i - W_i + X_i - X_{i+1} = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow N_i \times \cos \alpha_i + T_i \times \sec \alpha_i = W_i + X_{i+1} - X_i \end{aligned} \quad (3.61)$$

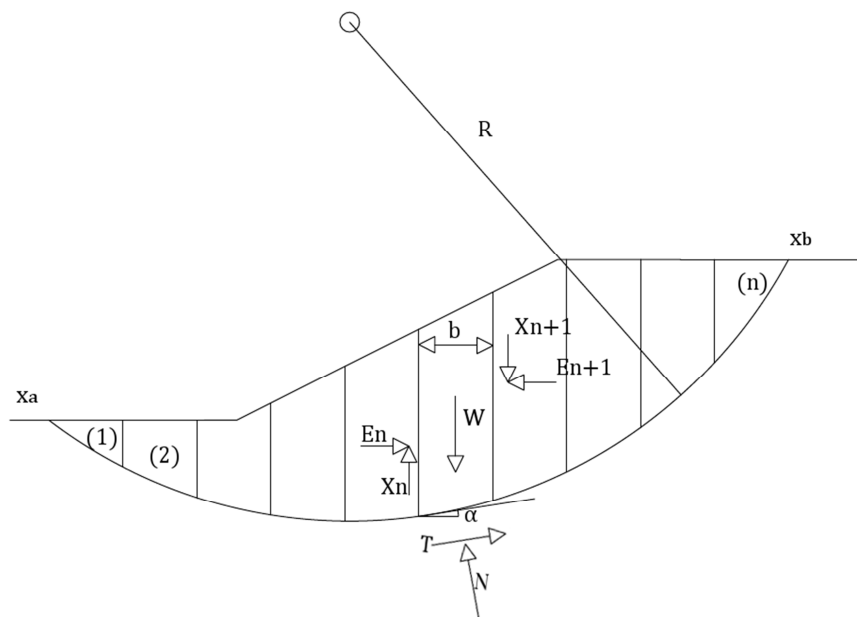


Fig. 3.7 – Forças actuantes numa fatia genérica de um talude.

Para chegar à equação 3.60, o caminho deve ser tomado partindo da equação de Mohr-Coulomb:

$$F = \frac{c'}{F} \times \frac{b_i}{\cos \alpha_i} + N'_i \times \frac{\tan \phi'_i}{F} = T_i$$

E da equação para equação para a força normal na base da fatia:

$$N'_i = N_i - \frac{u_i \times b_i}{\cos \alpha_i}$$

Poderemos então, construir um sistema, que escrito de uma forma matricial ficará assim:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\tan \phi'_i}{F} \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} T_i \\ N_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (c'_i - u_i \tan \phi'_i) \times \frac{b_i \times \sec \alpha_i}{F} \\ W_i + X_{i+1} - X_i \end{Bmatrix}$$

Este sistema poderá ser resolvido através do método de Cramer, em relação a T_i e a N_i isoladamente:

$$T_i = \frac{\text{Det} \begin{bmatrix} (c'_i - u_i \tan \phi'_i) \times \frac{b_i \times \sec \alpha_i}{F} & -\frac{\tan \phi'_i}{F} \\ W_i + X_{i+1} - X_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix}}{\text{Det} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\tan \phi'_i}{F} \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix}}$$

$$N_i = \frac{\text{Det} \begin{bmatrix} 1 & (c'_i - u_i \tan \phi'_i) \times \frac{b_i \times \sec \alpha_i}{F} \\ \sin \alpha_i & W_i + X_{i+1} - X_i \end{bmatrix}}{\text{Det} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\tan \phi'_i}{F} \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix}}$$

Então as forças na base da fatia, serão dadas pelas seguintes equações:

$$T_i = \frac{(W_i + X_{i+1} - X_i - u_i \times b_i) \times \frac{\tan \phi'_i}{F} + \frac{c'_i \times b_i}{F}}{\cos \alpha_i + \sin \alpha_i \times \frac{\tan \phi'_i}{F}} \quad (3.62)$$

e

$$N_i = \frac{W_i + X_{i+1} - X_i + u_i \times b_i \times \tan \alpha_i \times \frac{\tan \phi'_i}{F} - \frac{c'_i \times b_i \times \tan \alpha_i}{F}}{\cos \alpha_i + \sin \alpha_i \times \frac{\tan \phi'_i}{F}} \quad (3.63)$$

em que:

$$m_{\alpha i} = \cos \alpha_i + \sin \alpha_i \times \frac{\tan \phi'_i}{F} \quad (3.64)$$

Considerando o equilíbrio de momentos em relação ao centro da superfície circular de deslizamento:

$$\begin{aligned} \sum M_0 = 0 &\Leftrightarrow \sum T_i \times R - \sum W_i \times R \times \sin \alpha_i = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \sum T_i = \sum W_i \times \sin \alpha_i \end{aligned} \quad (3.65)$$

Substituindo as equações 3.62 e 3.63 na equação anterior, podemos escrever a equação de cálculo para o factor de segurança derivado deste método dada por

$$\begin{aligned} F &= \frac{\sum_{i=1}^n \left[(W_i + X_{i+1} - X_i - u_i \times b_i) \times \frac{\tan \phi'_i}{F} + \frac{c'_i \times b_i}{F} \right]}{m_{\alpha i}} = \sum W_i \times \sin \alpha_i \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow F = \frac{\sum_{i=1}^n [(W_i + X_{i+1} - X_i - u_i \times b_i) \times \tan \phi'_i + c'_i \times b_i]}{\sum W_i \times \sin \alpha_i} \end{aligned} \quad (3.66)$$

O método de Bishop simplificado assume que a contribuição das forças de interacção verticais entre fatias, é desprezável, pelo que:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n [(W_i - u_i \times b_i) \times \tan \phi'_i + c'_i \times b_i]}{\sum W_i \times \sin \alpha_i} \quad (3.67)$$

3.4.1 SATISFAÇÃO DO EQUILÍBRIO HORIZONTAL DE FORÇAS

As forças verticais de interacção entre fatias, não são consideradas para o cálculo do factor de segurança neste método. Tal não significa que estas sejam, de facto, nulas.

Desse modo, e considerando esta próxima equação:

$$\sum_{i=1}^n (X_{i+1} - X_i) \times \frac{\tan \phi'_i}{m_{\alpha i}} = 0 \quad (3.68)$$

Juntamente com a equação 3.66, poderemos verificar a nulidade, ou não, desta parcela.

Se um conjunto de forças verticais de interacção entre fatias existir tal que satisfaça a equação 3.68, o factor de segurança será idêntico ao reproduzido pelo método de Bishop simplificado, sem que isso signifique que estas forças de interacção entre fatias, sejam nulas.

Mais ainda, se esse conjunto de forças verticais de interacção for seleccionado de tal forma a que a condição de equilíbrio de forças horizontais for satisfeita, então o factor de segurança resultante da equação 3.66 ou da equação 3.67, corresponderá ao resultante de um método matematicamente mais rigoroso, dado que são satisfeitas completamente as três equações de equilíbrio

A chave estará em encontrar um conjunto de forças de interacção vertical entre fatias que para além de satisfazer o equilíbrio de forças horizontais, satisfaça a equação 3.68. Deste modo, considerando a equação de equilíbrio das forças horizontais para a massa deslizante total:

$$\sum_{i=1}^n (T_i \times \cos \alpha_i - N_i \times \sin \alpha_i) = 0 \quad (3.69)$$

E substituindo nesta os termos dos esforços na base da fatia (T_i e N_i) pelas equações dos mesmos (3.62 e 3.63), teremos:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\left[(W_i + X_{i+1} - X_i) \times \left(\frac{\tan \phi'_i}{F} \times \cos \alpha_i - \sin \alpha_i \right) - (u_i \times b_i \times \tan \phi'_i - c'_i \times b_i) \times \frac{\sec \alpha_i}{F} \right]}{m_{\alpha i}} \quad (3.70)$$

Agora o que resta é encontrar a distribuição das forças de interacção vertical X , que satisfaça simultaneamente as equações 3.68 e 3.70.

3.4.2. ESCOLHA DA FUNÇÃO DE INTERACÇÃO ENTRE FATIAS

De um modo análogo ao método apresentado por Correia (Correia, 1989), a distribuição de forças de interacção vertical entre fatias virá explicitada desta forma:

$$X = \lambda \times f(x) \quad (3.71)$$

Em que $f(x)$, é a função da força de interacção entre fatias e λ um factor escalar.

A diferença entre os lados da fatia é:

$$X_{i+1} - X_i = \Delta X_i = \lambda \times f'_i(x) \times b_i \quad (3.72)$$

Substituir a equação anterior na equação 3.68 leva a:

$$\sum_{i=1}^n \lambda \times f'_i(x) \times b_i \times \frac{\tan \phi'_i}{m_{ai}} = 0 \quad (3.73)$$

O valor de λ , factor de escala, é determinado de acordo com o equilíbrio das forças horizontais. Substituir a equação 3.72 na equação 3.70:

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{(W_i + \lambda \times f'_i(x) \times b_i) \times \left(\cos \alpha_i \times \frac{\tan \phi'_i}{F} - \sin \alpha_i \right) - \frac{\mu_i \times b_i \times \tan \phi'_i - c'_i \times b_i}{F \times \cos \alpha_i}}{m_{ai}} \right]$$

Admitindo:

$$A_i = -W_i \times \left(\cos \alpha_i \times \frac{\tan \phi'_i}{F} - \sin \alpha_i \right) + \frac{\mu_i \times b_i \times \tan \phi'_i - c'_i \times b_i}{F \times \cos \alpha_i}$$

então:

$$\lambda = \frac{\sum \frac{A_i}{m_{ai}}}{\sum \frac{f'_i(x) \times b_i \times \left(\cos \alpha_i \times \frac{\tan \phi'_i}{F} - \sin \alpha_i \right)}{m_{ai}}} \quad (3.74)$$

Para uma superfície circular de deslizamento, a função da força de interacção entre fatias que satisfaz a equação 3.73 poderá ser encontrada sabendo o factor de segurança que é idêntico ao do método simplificado de Bishop. O valor do factor de escala (λ) é então determinado através da equação 3.74, deste resultando a distribuição das forças verticais de interacção entre fatias que satisfaz o equilíbrio de forças horizontais.

A função de interacção de forças entre fatias, pode ser obtida deste modo:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - x_a}{x_m - x_a} & x_a \leq x \leq x_m \\ \frac{x_b - x}{x_b - x_m} & x_m < x \leq x_b \end{cases} \quad (3.75)$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x_m - x_a} & x_a \leq x \leq x_m \\ -\frac{1}{x_b - x_m} & x_m < x \leq x_b \end{cases} \quad (3.76)$$



Fig. 3.8 – Aspecto da função de interação preconizada por Zhu (2008) para o método de Bishop.

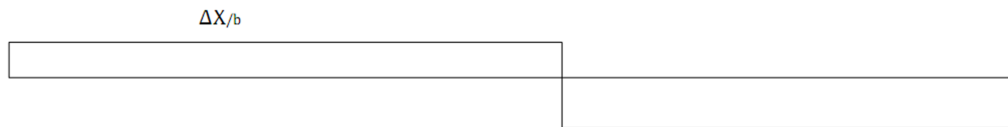


Fig. 3.9 – Aspecto da derivada da função de interação preconizada por Zhu (2008) para o método de Bishop.

No seguinte capítulo, será analisado um exemplo que permite corroborar este algoritmo para a resolução segundo este método.

Refira-se que nos programas comerciais não é possível a utilização da função de interação entre fatias atrás apresentada para o método de Bishop.

3.5. EVOLUÇÃO NO CÁLCULO DA ÁREA DAS FATIAS

O cálculo da área das fatias para superfícies potenciais de deslizamento, conheceu uma evolução no decurso do trabalho nesta dissertação.

Agora a área de cada fatia é calculada fazendo passar uma tangente ao ponto médio inferior de cada fatia, de seguida medindo o comprimento entre este ponto e o ponto médio superior da fatia. Deste comprimento multiplicado pela largura da fatia resultará o valor da área da fatia.

Este processo de cálculo da área, é idêntico ao utilizado no programa comercial Slope/WTM, facto que poderá explicar, entre outros, a aproximação dos resultados obtidos pelo programa Taludes a este programa.

4

DESCRIÇÃO DOS EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1. GENERALIDADES

Para melhor compreendermos os métodos em estudo, seus desenvolvimentos, encadeamento de cálculo, bem como a sua eficiência, nada melhor do que aplicarmos estes a casos práticos que nos darão uma ideia da qualidade do algoritmo utilizado para cada um dos métodos referidos no capítulo anterior.

Os programas utilizados para correr esses exemplos ilustrativos foram uma mescla de programas comerciais com não comerciais e até não convencionais. A saber, foram utilizados os programas comerciais Slope\W e Slide, o programa não comercial Taludes, desenvolvido na FEUP, tendo-se recorrido ainda à utilização de uma folha de cálculo.

Desde o início do trabalho nesta dissertação houve sempre o cuidado de avançar sustentadamente com o estudo dos métodos, para que, como já referido, pudéssemos compreendê-los e interiorizá-los de uma maneira mais íntegra e que com esse conhecimento fôssemos capazes de criar um algoritmo onde fossem anuladas todas as redundâncias e pequenos erros que os algoritmos estão sempre atreitos a ter.

Como o método, para nós, mais desconhecido era então o método de Correia, optámos por começar por este, definindo, com o algoritmo criado para o efeito, um ficheiro Excel onde seria estudado um exemplo presente no artigo de Correia (1988). A vantagem que este exemplo trouxe então, foi a de nesse artigo estarem presentes os resultados finais esperados para o factor de segurança e valor máximo da força de interacção tangencial entre fatias, o que obviamente nos permitia obter uma opinião directa sobre o algoritmo utilizado, analisando a sua eficiência e rapidez em chegar aos resultados esperados com idênticas condições das enumeradas no artigo a menos da superfície de deslizamento, que era neste caso, totalmente especificada pelo autor do artigo.

Estava então a primeira fase concluída, com a introdução deste algoritmo, no programa Taludes.

É de referir que o trabalho sobre o método de Correia ainda não estava finalizado, pois futuramente idealizámos adendas importantes ao mesmo, tais como a possibilidade de análise de situações em que estivesse presente a acção sísmica e/ou cargas concentradas aplicadas no terrapleno e a possibilidade de admissão de uma superfície de deslizamento poligonal totalmente definida.

Posteriormente, e para estudo não só do algoritmo que tinha sido introduzido no programa Taludes como também para o estudo da introdução da acção sísmica e acção de cargas concentradas aplicadas no terrapleno, optámos por seguir um caso simples de um talude modelo presente nos tutoriais do programa Slope\W, e ainda simplificámos mais o caso, admitindo-o numa primeira fase como tendo

cinco fatias, e analisando-o desta vez, com os programas comerciais e posteriormente então com o programa não comercial.

Após a verificação de convergência de resultados satisfatórios para o conjunto de programas utilizando, nesta fase, o método de Morgenstern e Price, fizemos para o mesmo exemplo uma análise mais aprofundada com a divisão do talude em mais fatias. Posto isto, e verificados os resultados obtidos, partimos para a escrita do algoritmo que permitiria calcular o problema com estas novas nuances, agora através do método de Correia. Para o efeito, voltámo-nos a basear no primeiro exemplo presente no artigo de Correia, com a diferença de serem agora consideradas a presença de acção sísmica e cargas concentradas no terraplano.

Numa primeira fase o algoritmo foi escrito num folha Excel, para que melhor pudéssemos tomar o pulso ao desencadeamento do mesmo, acompanhando e analisando também o desenvolvimento da linha de impulso, factor muito importante a ter em conta.

Em seguida esse algoritmo foi escrito e então analisado no programa Taludes.

Estava então finalizada a escrita de um algoritmo conciso e compacto para a análise da estabilidade de taludes pelo método de Correia, faltando apenas dirimir a questão da superfície de deslizamento poligonal completamente definida.

Partimos então para o melhoramento do algoritmo existente para o método de Morgenstern e Price, socorrendo-nos para o efeito do algoritmo criado por Zhu (2005).

Em primeira instância foi estudado este algoritmo em termos da sua formulação, exposta no capítulo anterior, e convencidos da sua aplicabilidade e grau de precisão, avançámos para a sua escrita no programa Taludes, acompanhando esse processo com a resolução do primeiro exemplo apresentado por Zhu (2005) para todos os casos considerados no mesmo.

Neste processo, foram necessárias novas adições ao programa Taludes, adições tais como a possibilidade de analisar um problema em que um dos parâmetros presentes é o r_u , e analisar superfícies de deslizamento totalmente especificadas, sendo que esta última adenda ao programa Taludes, permitirá voltar a analisar, desta vez de uma forma definitiva, o primeiro exemplo presente no artigo de Correia (1988).

Posto isto, foram analisados os segundos exemplos propostos nos artigos de Correia (1988) e Zhu (2005), sendo que no primeiro também considerámos, para além da situação original prevista no artigo, a existência de acção sísmica.

Por último foi analisado o exemplo proposto por Zhu (2008) no artigo sobre a precisão do método de Bishop Simplificado.

4.2. EXEMPLOS EM ANÁLISE

4.2.1. EXEMPLO1

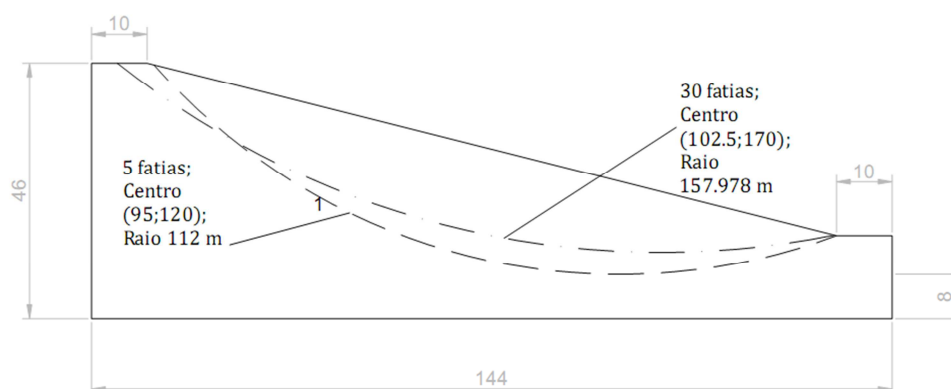


Fig. 4.1 – Geometria do Exemplo 1.

Este exemplo numa primeira fase mais simples será analisado com apenas cinco fatias, sendo que posteriormente será mais aprofundado com uma maior quantidade de fatias, o que permitirá obter factores de segurança mais correctos.

As características mecânicas do maciço em questão estão descritas no Quadro 4.1.

Quadro 4.1 – Características mecânicas para o maciço do primeiro exemplo.

	Estrato
Parâmetros	1
Peso volúmico γ [kN/m ³]	16
Atrito ϕ' (°)	20
Coesão c' [kPa]	12.5

Os casos analisados constam do Quadro 4.2. (onde L-R significa deslizamento no sentido esquerda-direita, ou seja, *Left-Right*).

Quadro 4.2 – Casos a serem considerados na análise.

Caso	Sentido do deslizamento	Maciço seco	Kh	Kv	Nº de fatias
1	L-R	Sim	0	0	5
2	L-R	Sim	0.1	0.05	5
3	L-R	Sim	0.1	0	5
4	L-R	Sim	0.1	-0.05	5
5	L-R	Sim	0	0	30
6	L-R	Sim	0.1	0.05	30
7	L-R	Sim	0.1	0	30

8	L-R	Sim	0.1	-0.05	30
---	-----	-----	-----	-------	----

Estes casos são repetidos duas vezes, tendo em conta o número diferente de fatias.

Numa primeira fase a análise é feita pelos programas comerciais, para melhor aferir as características da análise, tais como as coordenadas do centro da grelha bem como o raio da superfície de rotura, parâmetros que posteriormente serão introduzidos no programa Taludes e que permitirão uma comparação entre os resultados obtidos por este programa e os obtidos pelos programas comerciais.

4.2.2. EXEMPLO 2

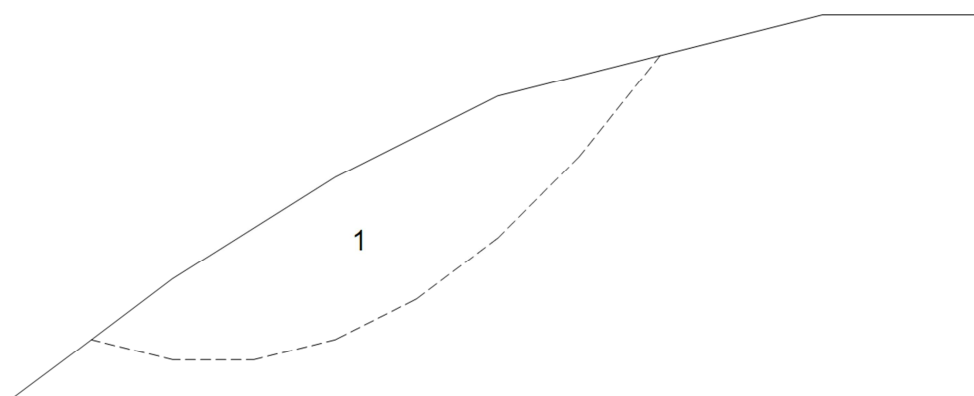


Fig. 4.2 - Geometria do Exemplo 2.

Este é o primeiro exemplo sugerido por Correia (1989). Numa primeira fase será analisado com a sua configuração simples apresentada no artigo, e posteriormente será analisado com a presença de acções sísmicas, uma das adições efectuadas ao algoritmo.

Note-se que a superfície de rotura está predefinida no exemplo presente no artigo e é poligonal. Está também definido o número de fatias a adoptar, que deverão ter todas a mesma largura, de um metro, e sendo que a distância entre os pontos extremos da superfície de rotura é de catorze metros, o maciço será analisado considerando catorze fatias. Para efeitos de mais profundidade de estudo do problema, decidiu-se analisar este talude também com 140 fatias, portanto com fatias de 0.1 metros de largura. Decidiu-se também, apesar de não haver termo de comparação, admitir uma função de interacção constante para a análise pelo método de Morgenstern e Price de todos os casos, após analisar com a função seno.

As linhas poligonais do talude e da superfície de rotura estão descritas no Quadro 4.3.

Quadro 4.3 – Características geométricas do Exemplo 2.

Superfície do terreno		Superfície de rotura	
x	y	x	y
-2	-0.5	0	1

2	2.5	2	0.5
6	5	4	0.5
10	7	6	1
18	9	8	2
		10	3.5
		12	5.5
		14	8

As características mecânicas do maciço são apresentadas no Quadro 4.4.

Quadro 4.4 - Características mecânicas para o maciço do segundo exemplo.

	Estrato
Parâmetros	1
Peso volúmico γ [kN/m ³]	20
Atrito ϕ' (°)	28
Coesão c' [kPa]	2

Os casos analisados estão listados no Quadro 4.5.

Quadro 4.5 - Casos considerados na análise do Exemplo 2.

Caso	Sentido do deslizamento	Maciço seco	Kh	Kv	Nº de fatias
1	R-L	Sim	0	0	14
2	R-L	Sim	0.1	0.05	14
3	R-L	Sim	0.1	0	14
4	R-L	Sim	0.1	-0.05	14
5	R-L	Sim	0	0	140
6	R-L	Sim	0.1	0.05	140
7	R-L	Sim	0.1	0	140
8	R-L	Sim	0.1	-0.05	140

Numa primeira fase, este exemplo é analisado num algoritmo construído no programa Excel, para que melhor pudéssemos tomar o pulso a todas as nuances da sua resolução e resultados. Posteriormente foram utilizados os programas comerciais, e então por fim o programa Taludes. As tabelas com os resultados da solução em Excel, serão apresentadas em anexo (Anexo D).

4.2.3. EXEMPLO 3

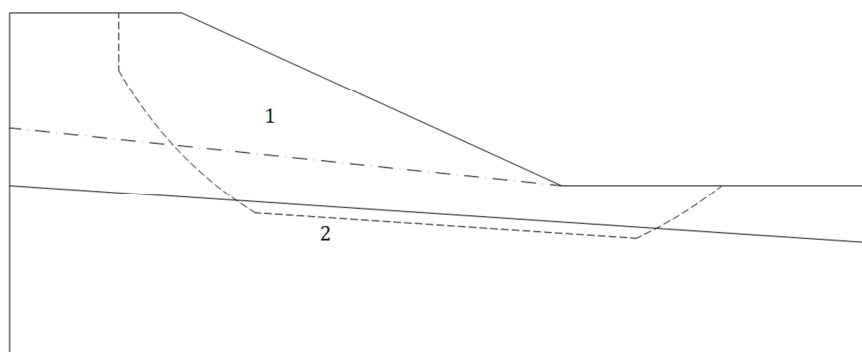


Fig. 4.3 - Geometria do Exemplo 3.

Este é o segundo exemplo para análise sugerido por Correia (1988), e traz consigo a novidade de incorporação de uma linha piezométrica (representada na figura a traço-ponto) que atravessa o maciço, de uma fenda de tracção (parte vertical a traço interrompido representada na figura), bem como a presença de uma superfície de rotura compósita (representada na figura a traço interrompido), isto é, em parte circular e noutra parte linear. O talude foi estudado tendo em conta cinquenta fatias, tal como em Correia (1989).

Admitimos também neste caso duas opções para a função de interacção de Morgenstern e Price, a função seno e a função constante.

As coordenadas dos pontos definidores da geometria do maciço constam do Quadro 4.6.

Quadro 4.6 - Características geométricas do Exemplo 3.

Superfície do terreno		Superfície de rotura		Linha de separação		Linha piezométrica	
x	y	x	y	x	y	x	y
0	12	3.8	10	0	6	0	8
6	12	3.8	12	30	4	19.2	6
19.2	6	5.0	8.2			30	6
30	6	6.0	7.1				
		8.4	5.05				
		21.9	4.15				
		23.4	4.9				
		24.775	6				

Para a superfície compósita, esta deverá ter um raio de 14 metros e centro no ponto (16,17), que depois intersectará a fronteira inferior da camada fina formando assim a linha de potencial deslizamento.

Em Correia (1989) a informação que é dada é que a superfície potencial de deslizamento deve ser tomada como compósita, contudo na informação obtida junto deste autor, a superfície potencial de

deslizamento compósita, transforma-se numa superfície poligonal. Por via das dúvidas foram analisadas as duas situações.

O Quadro 4.7 descreve as características mecânicas do maciço.

Quadro 4.7 - Características mecânicas do maciço do Exemplo 3.

Parâmetros	Estrato	
	1	2
Peso volúmico γ [kN/m ³]	18.8	18.8
Atrito ϕ' (°)	24	12
Coesão c' [kPa]	25	0

Os casos analisados estão descritos no Quadro 4.8.

Quadro 4.8 - Casos considerados na análise do Exemplo 3.

Caso	Sentido do deslizamento	Maciço seco	Kh	Kv	Superfície
1	L-R	Não	0	0	Poligonal
2	L-R	Não	0	0	Mista

4.2.4. EXEMPLO 4

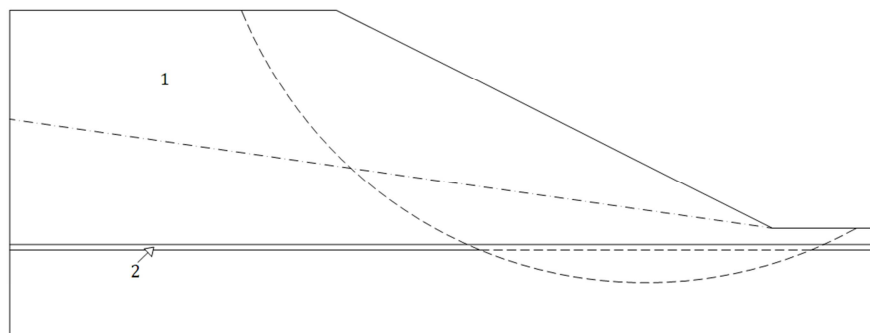


Fig. 4.4 - Geometria do Exemplo 4

Este é o primeiro exemplo de Zhu (2005) no artigo sobre um algoritmo conciso para o método de Morgenstern e Price.

Neste exemplo serão analisados vários casos, considerando diferentes combinações para a configuração do maciço. Note-se que neste exemplo serão consideradas dois tipos de superfície de escorregamento (representados na figura a tracejado), uma compósita e outra circular, para além deste facto existe uma linha piezométrica (representada a traço-ponto na figura) e de uma camada fina de material mais fraco (2).

As coordenadas das linhas que compõem o maciço estão apresentadas no quadro 4.9.

Quadro 4.9 – Características geométricas do Exemplo 4, unidade métrica.

Superfície do terreno		Linhas de separação		Linha piezométrica	
x	y	x	y	x	y
0	18.288	1		0	12.192
18.288	18.288	0	5.1816	42.672	6.096
42.672	6.096	54.864	5.1816	54.864	6.096
54.864	6.096	2			
		0	4.8768		
		54.864	4.8768		

A superfície de rotura poderá ser circular ou mista.

- Centro: (35.576,27.472); Raio: 24.384m;

Os pontos referentes à superfície de rotura compósita serão dados pela intersecção do círculo de rotura com a fronteira superior da camada fina.

Quadro 4.10 - Características mecânicas do Exemplo 4, unidade métrica.

Parâmetros	Estrato	
	1	2
Peso volúmico γ [kN/m ³]	18.852	18.852
Atrito ϕ' (°)	20	10
Coesão c' [kPa]	28.74	0

Este exemplo foi exposto em Zhu (2005) utilizando unidades do sistema imperial, pelo que os valores das características geométricas e mecânicas do maciço foram sujeitas à conversão por factores sugeridos no próprio artigo, e como tal, poderão vir afectadas de erro por arredondamento. Então para uma análise mais rigorosa procedeu-se também à análise do maciço no sistema imperial, com os valores de geometria e características mecânicas listados nos Quadros 4.11 e 4.12.

Quadro 4.11 - Características geométricas do maciço do Exemplo 4, sistema imperial.

Superfície do terreno		Linhas de separação		Linha piezométrica	
x	y	x	y	x	y
0	60	1		0	40
60	60	0	17	140	20
140	20	180	17	180	20
180	20	2			
		0	16		
		180	16		

A superfície de rotura poderá ser circular ou mista.

- Centro: (120,90); Raio: 60ft;

Os pontos referentes à superfície de rotura compósita serão dados pela intersecção do círculo de rotura com a fronteira superior da camada fina.

Quadro 4.12 - Características mecânicas do maciço do Exemplo 4, sistema imperial.

Parâmetros	Estrato	
	1	2
Peso volúmico γ [lb/ft ³]	120	120
Atrito ϕ' (°)	20	10
Coesão c' [lb/ft ²]	600	0

Os casos em análise para os dois sistemas de unidades serão os do Quadro 4.13.

Quadro 4.13 - Quadro 4.14 - Casos a serem considerados na análise do Exemplo 4.

Caso	Sentido do deslizamento	Linha piezométrica	Superfície de deslizamento	r_u
1	L-R	Não	Circular	0
2	L-R	Não	Compósita	0
3	L-R	Não	Circular	0.25
4	L-R	Não	Compósita	0.25
5	L-R	Sim	Circular	0
6	L-R	Sim	Compósita	0

4.2.5. EXEMPLO 5

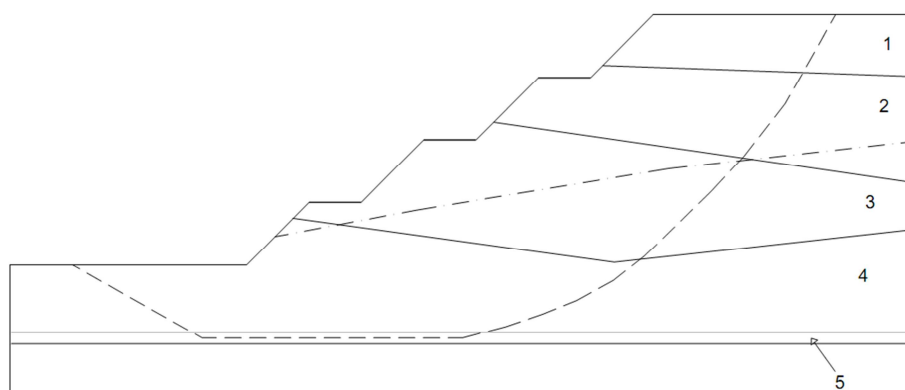


Fig. 4.5 – Geometria do Exemplo 5.

Este é o segundo exemplo de Zhu (2005).

A superfície de rotura (representada na figura a traço interrompido) está totalmente definida e é poligonal. Existem cinco camadas de diferentes características no maciço, sendo que uma delas é fina e mais fraca. Notar a presença de uma linha piezométrica (na figura a traço-ponto).

As características geométricas do maciço estão contidas no Quadro 4.14.

Quadro 4.15 - Características geométricas do Exemplo 5.

Superfície do terreno		Superfície de rotura		Estrato		Linha piezométrica	
x	y	x	y	x	y	x	y
-50	0	-35	0	1		130	24
-35	0	-8.5	-14	130	36	82	18
0	0	41.50	-14	130	48	33.5	10.5
5.5	5.5	50	-12	78	48	5.5	5.5
9	9	56.84	-9.5	68	38	0	0
12	12	63.34	-6.85	2		-50	0
22	12	70.33	-3	130	15.5		
34	24	76.24	1.65	97.5	20		
44	24	89.19	14.15	47	27		
47	27	95.33	20.73	3			
56	36	103.5	31	130	7		
66	36	112.5	48	70	0		
68	38			9	9		
70	40			4			
78	48			130	-13		
112.5	48			-50	-13		
130	48			5			
				130	-20		
				-50	-20		

No Quadro 4.15 estão apresentadas as características mecânicas do maciço em estudo.

Quadro 4.16 - Características mecânicas para o maciço Exemplo 5.

Parâmetros	Estrato				
	1	2	3	4	5
Peso volúmico γ [kN/m ³]	19	18.8	18	18.5	19
Atrito ϕ' (°)	26	20	26	22	10
Coesão c' [kPa]	0	21.5	15.5	28	50

Os diferentes casos em análise para este maciço são apresentados no Quadro 4.17.

Quadro 4.17 - Casos a serem considerados na análise.

Caso	Sentido do deslizamento	Maciço seco	Kh
1	R-L	Sim	0.1
2	R-L	Sim	0
3	R-L	Não	0.1
4	R-L	Não	0

4.2.6 EXEMPLO 6

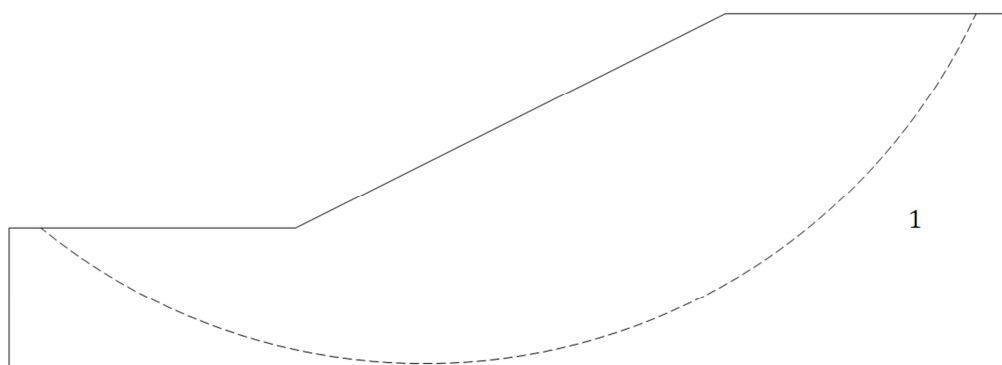


Fig. 4.6 - Geometria do Exemplo 6.

Este exemplo é extraído do artigo de Zhu (2008) sobre o método de Bishop simplificado.

Neste caso a superfície de ruptura também está totalmente definida, só que não é poligonal. Trata-se de uma superfície circular com centro no ponto (18,66) e com um raio de oitenta e cinco metros.

As características geométricas do maciço e sua linha de ruptura constam do Quadro 4.18.

Quadro 4.18 - Características geométricas do Exemplo 5.

Superfície do terreno	
x	y
-40	0
0	0
60	30
100	30

A superfície de ruptura será circular:

- Centro: (18,66); Raio: 85m;

O Quadro 4.19 lista as características mecânicas do maciço.

Quadro 4.19 - Características mecânicas do maciço do Exemplo 6.

	Estrato
Parâmetros	1
Peso volúmico γ [kN/m ³]	18.4
Atrito ϕ' (°)	22
Coesão c' [kPa]	25

Os diferentes casos analisados estão descritos no Quadro 4.20.

Quadro 4.20 - Casos a serem considerados na análise.

Caso	Sentido do deslizamento	Maciço seco	Kh	Kv	Nº de fatias
1	R-L	Sim	0	0	30
2	R-L	Sim	0.1	0	30
3	R-L	Sim	0.1	-0.05	30
4	R-L	Sim	0.1	0.05	30
5	R-L	Sim	0	0.05	30
6	R-L	Sim	0	0	150
7	R-L	Sim	0.1	0	150
8	R-L	Sim	0.1	-0.05	150
9	R-L	Sim	0.1	0.05	150
10	R-L	Sim	0	0.05	150

5

ANÁLISE DE RESULTADOS

5.1. NOTA INTRODUTÓRIA

Neste capítulo serão analisados os diversos resultados obtidos através dos variados programas. Serão analisadas divergências e convergências entre os factores de segurança (FS), $X_{\text{máx}}$, λ , encontrados, serão apresentadas as linhas das forças de interacção tangencial e normal nas faces laterais das fatias e será feita uma comparação entre linhas de impulso, pois é um aspecto importante que é normalmente marginalizado nos artigos de Zhu, que potenciaram o desenvolvimento do algoritmo.

Por fim referir que foram consideradas, para o método de Correia, uma tolerância de 10^{-4} e para o método de Morgenstern e Price uma tolerância de 10^{-5} ; os impulsos denominados, nos gráficos, de impulso Slide, são os impulsos para o método de M-P obtidos por esse programa; as linhas de impulso obtidas para função constante, são referentes apenas ao método de M-P, pois o método de Correia ainda só trabalha com função sino; os gráficos das forças de interacção entre fatias surgem numa lógica de comparação de resultados entre o método de Correia e o método de M-P, e como o primeiro é apenas estudado fazendo uso da função sino, não são apresentados os resultados obtidos para as forças de interacção entre fatias utilizando uma função constante por se perder essa lógica de comparação.

5.2. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 1

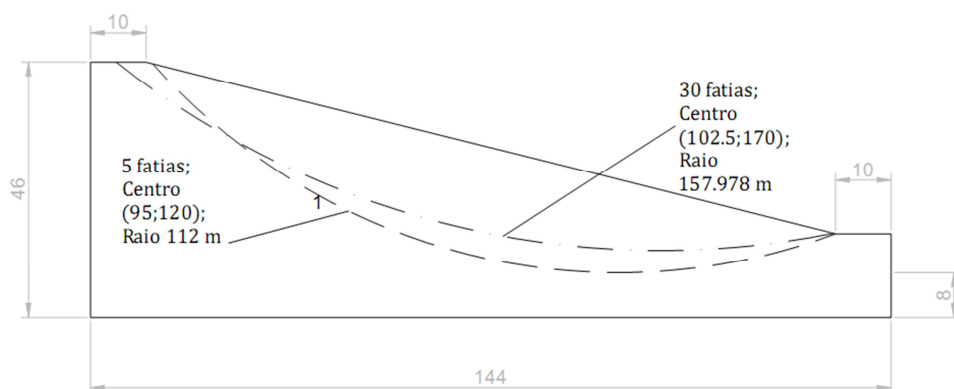


Fig. 5.1 - Geometria do Exemplo 1.

Em termos do factor de segurança para o método de M-P, são observadas maiores diferenças em relação aos resultados obtidos no programa Slide quando comparados com os resultados do programa Taludes_V13 e também com o Slope. Este último no entanto apresenta resultados bastante próximos senão equivalentes aos apresentados no Taludes_V13. As maiores diferenças entre o Slide e os outros dois programas para o factor de segurança são verificadas para os casos com menor número de fatias, anulando-se essas diferenças, como seria de esperar, quase por completo quando se aumenta o número de fatias, fixando-se essas diferenças então em valores pouco mais que residuais.

No que toca ao factor de escala, os resultados, tal como no factor de segurança, convergem quando se aumenta o número de fatias a considerar.

De notar os excelentes resultados obtidos pelo método de Correia para o factor de segurança, que convergem para os valores obtidos pelos programas comerciais para o método de Morgenstern e Price.

Quanto às linhas de impulso, os resultados são bastante satisfatórios, dado que se para um menor número de fatias existem algumas, pequenas, diferenças, porém, quando se aumenta o número de fatias, as linhas são quase coincidentes. Importante chamar a atenção para uma pequeníssima tracção no maciço, observada na linha de impulso obtida pelo programa Slide para o oitavo caso, tracção que não é acompanhada na linha de impulso obtida pelo Taludes_V13 para o método de M-P.

Em termos de linha de impulso do método de Correia, esta tem um belo comportamento, pois acompanha a evolução da linha de impulso de Morgenstern e Price para todos os casos.

No que se refere às forças de interacção, reparar que estas são bastante similares para os dois métodos.

Quadro 5.1 – Resultados de FS, λ e $X_{\text{máx}}$ para os diferentes métodos e programas.

Caso	FS (M-P)			FS (MC)		λ		$X_{\text{máx}}$ [kN/m]
	Slope	Slide	Taludes_V13	Taludes_V13	Slope	Taludes_V13	Taludes_V13	
1	1.971	2.031	1.971	1.968	0.316	0.278		837.649
2	1.400	1.433	1.400	1.398	0.397	0.374		1223.544
3	1.389	1.423	1.389	1.387	0.401	0.378		1179.726
4	1.378	1.412	1.378	1.378	0.406	0.383		1135.906
5	1.932	1.933	1.932	1.932	0.272	0.271		448.694
6	1.362	1.363	1.362	1.362	0.383	0.381		684.884
7	1.354	1.354	1.354	1.354	0.387	0.386		660.817
8	1.345	1.346	1.345	1.345	0.392	0.391		636.743

Quadro 5.2 – Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas.

Caso	Factor de Segurança (M-P)	Factor de Segurança (M-P)	Factor de escala (λ)
	Taludes vs Slope (%)	Taludes vs Slide (%)	Taludes vs Slope (%)
1	0.00	2.95	12.03
2	0.00	2.30	5.79
3	0.00	2.39	5.74
4	0.00	2.41	5.67

5	0.00	0.05	0.37
6	0.00	0.07	0.52
7	0.00	0.00	0.26
8	0.00	0.07	0.26

Quadro 5.3 – Número de iterações necessárias para a obtenção dos resultados pelo programa Taludes_V13

Caso	nº de iterações	
	M-P	MC
1	4	6
2	4	5
3	4	5
4	4	5
5	3	6
6	4	5
7	4	5
8	4	5

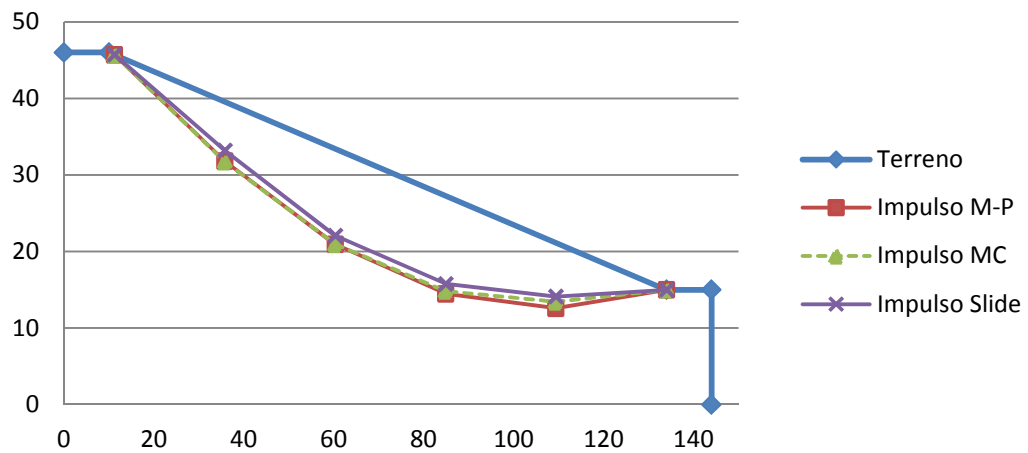


Fig. 5.2 – Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 1 - ambos os métodos.

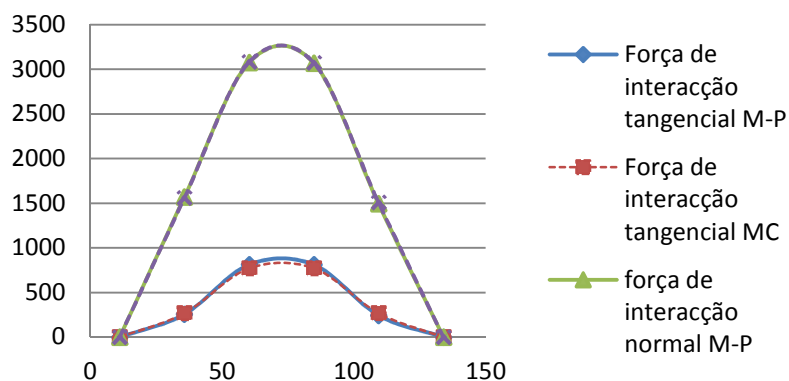


Fig. 5.3 – Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 1 - ambos os métodos.

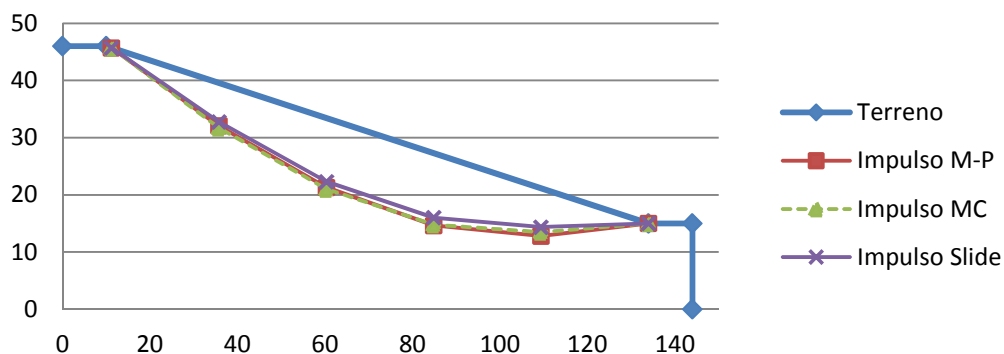


Fig. 5.4 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 2 - ambos os métodos.

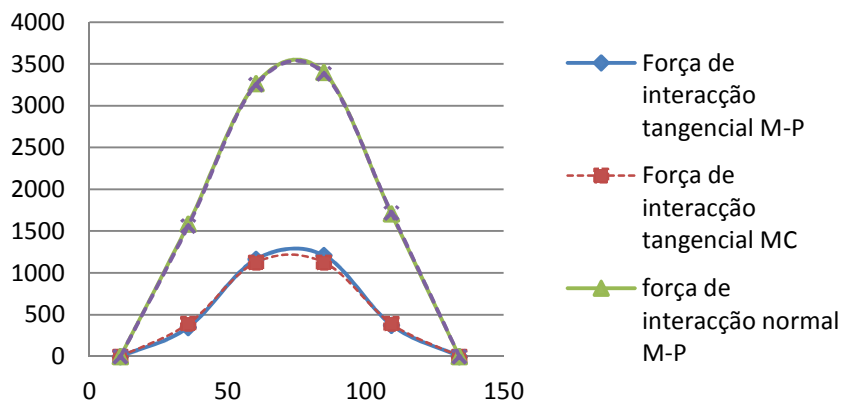


Fig. 5.5 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 2 - ambos os métodos.

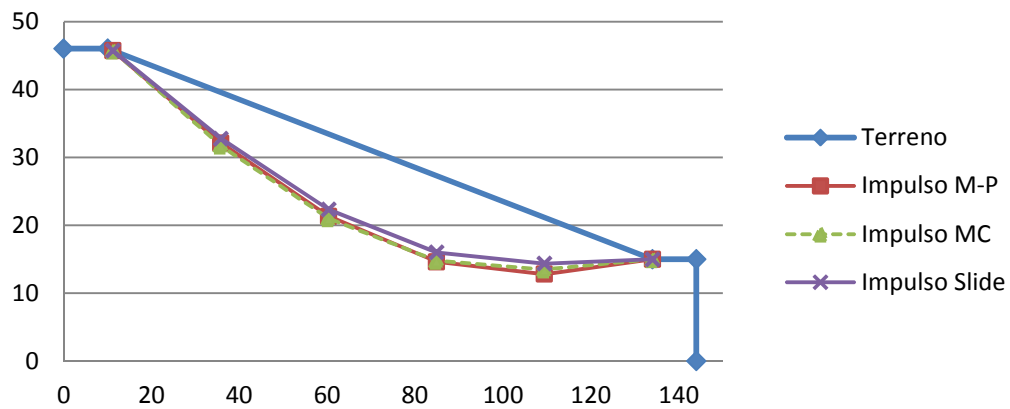


Fig. 5.6 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 3 - ambos os métodos.

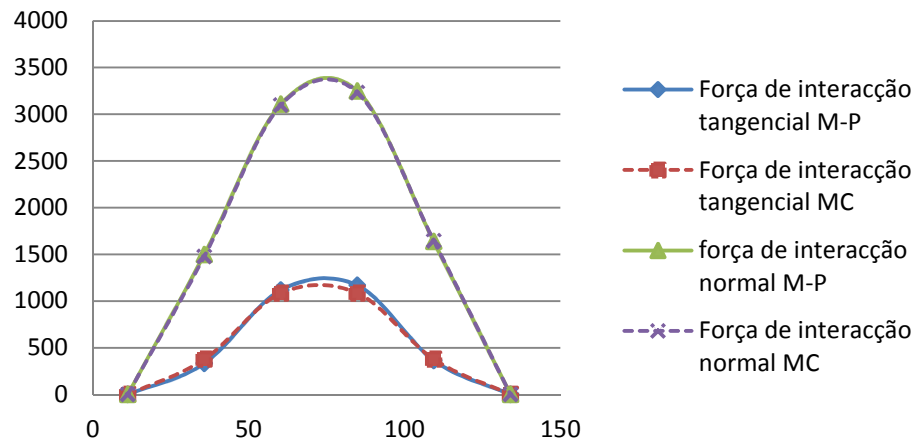


Fig. 5.7 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 3 - ambos os métodos.

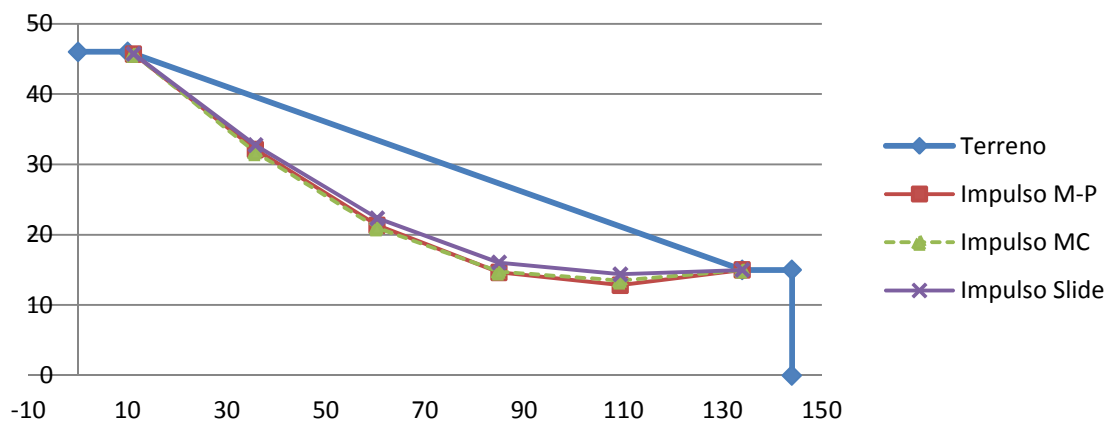


Fig. 5.8 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 4 - ambos os métodos.

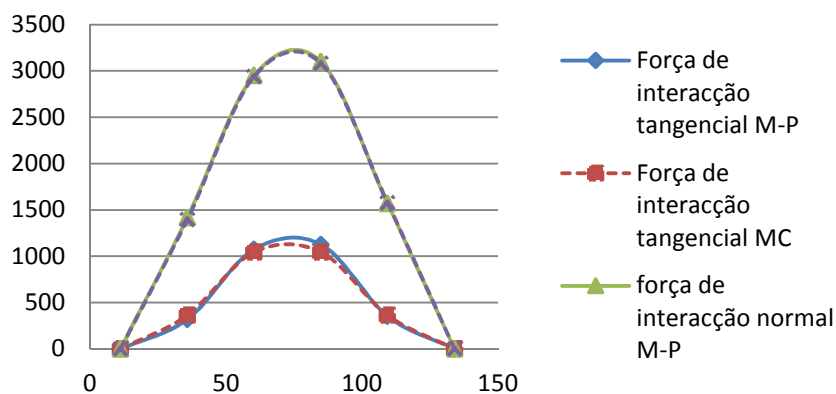


Fig. 5.9 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 4 - ambos os métodos.

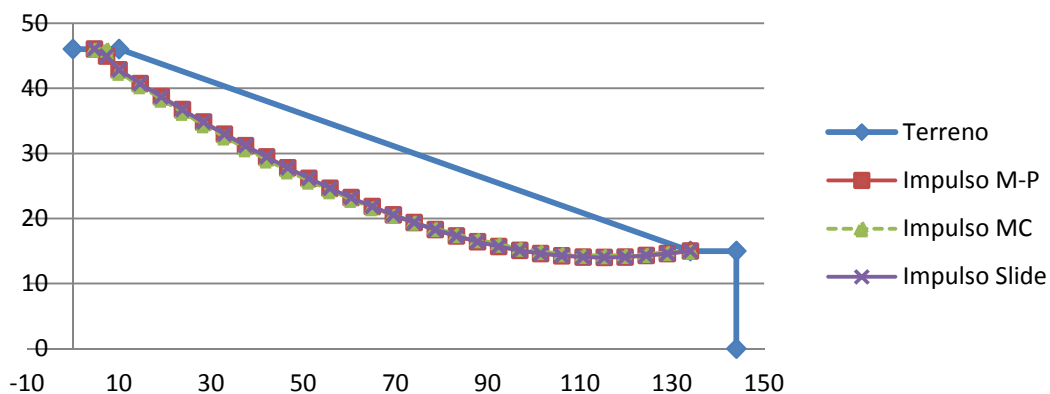


Fig. 5.10 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 5 - ambos os métodos.

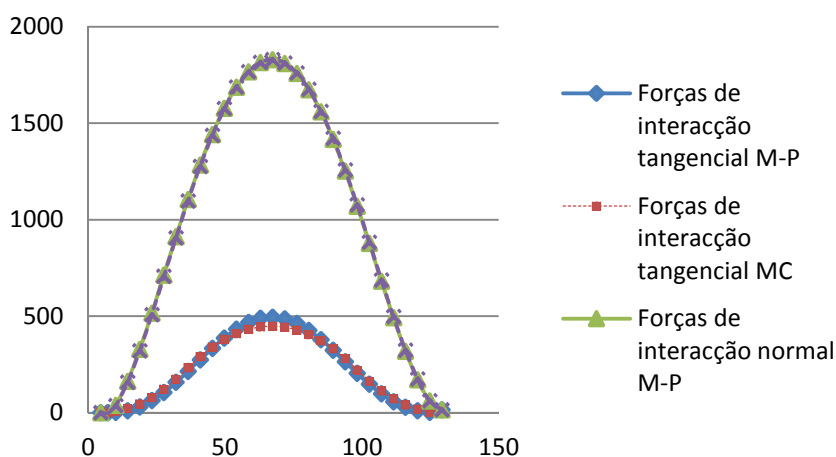


Fig. 5.11 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 5 - ambos os métodos.

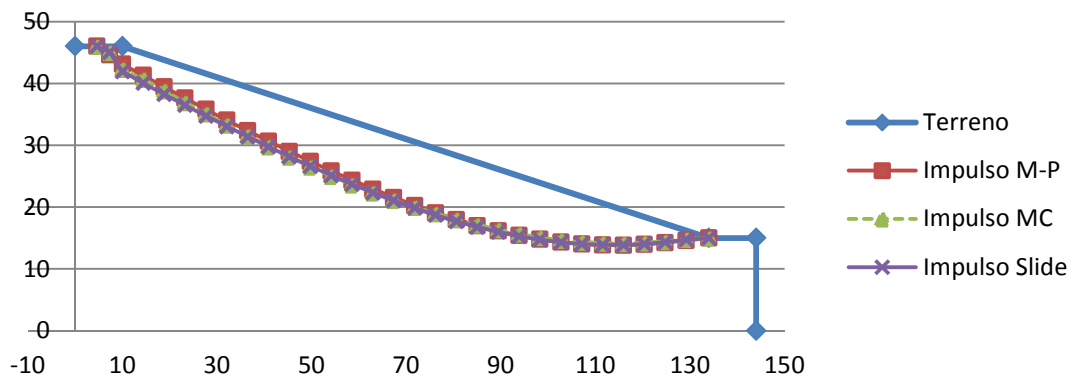


Fig. 5.12 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 6 - ambos os métodos.

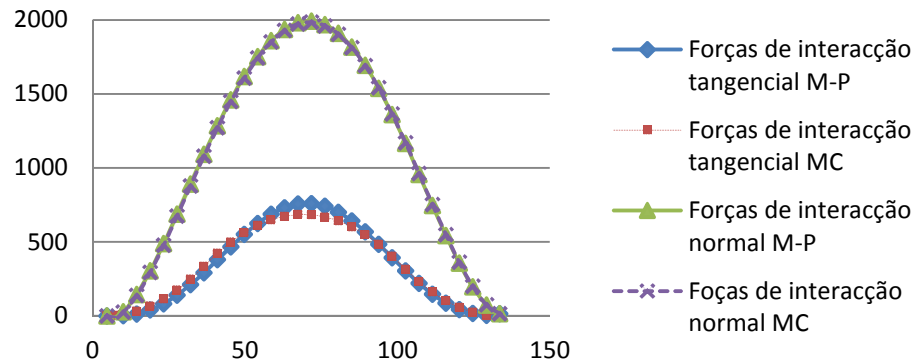


Fig. 5.13 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 6 - ambos os métodos.

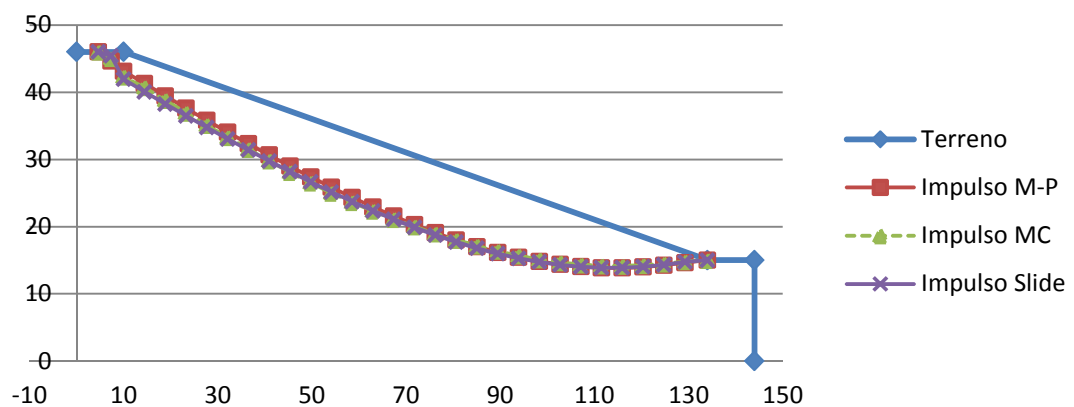


Fig. 5.14 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 7 - ambos os métodos.

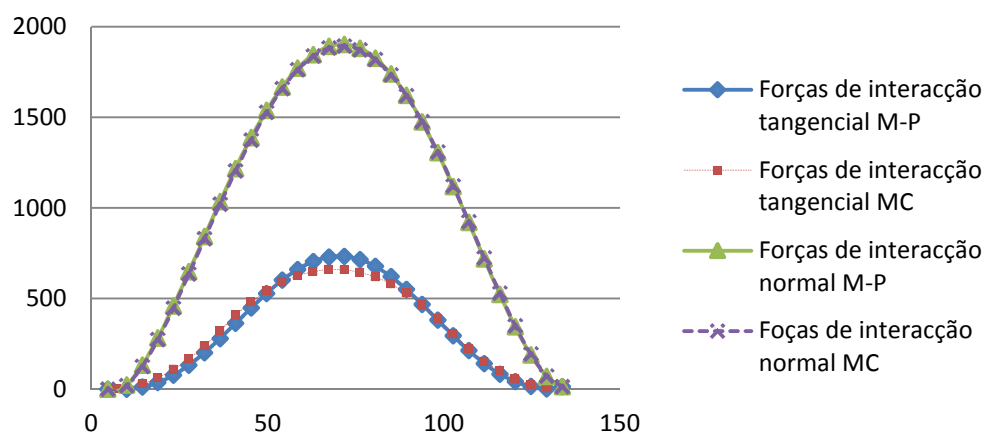


Fig. 5.15 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 7 - ambos os métodos.

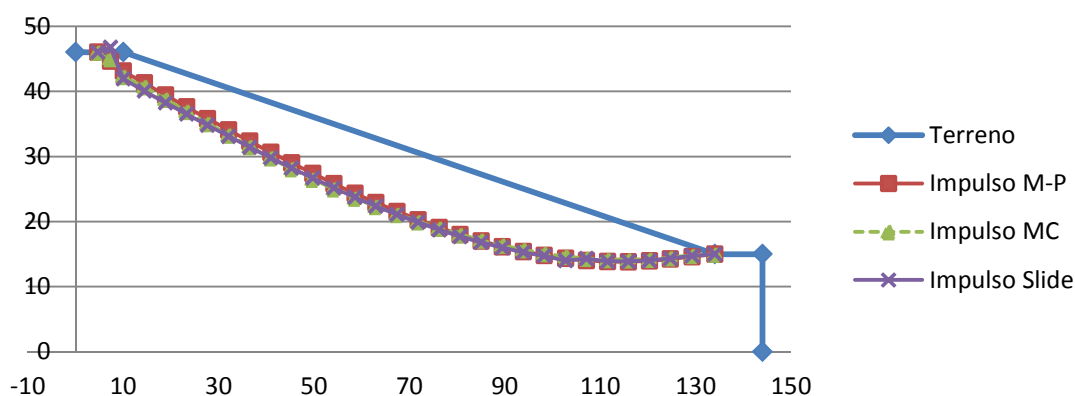


Fig. 5.16 - Linha de impulso – Exemplo 1 - Caso 8 - ambos os métodos.

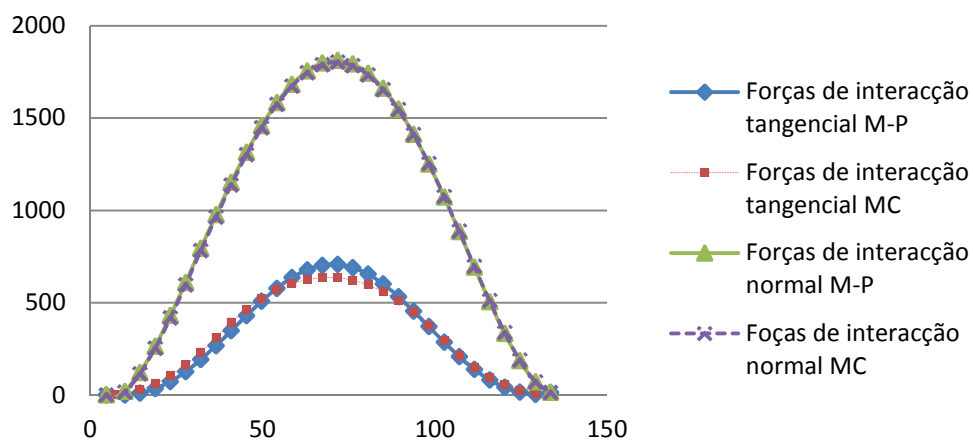


Fig. 5.17 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 1 – Caso 8 - ambos os métodos.

5.3. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 2

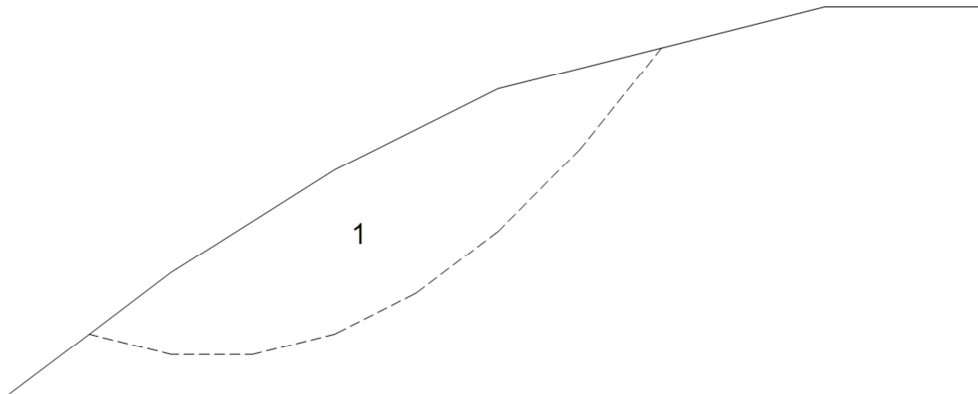


Fig. 5.18 - Geometria do Exemplo 2.

Notar que os resultados obtidos para o factor de segurança e factor de escala são idênticos aos apresentados por Correia no seu artigo.

Em termos de factor de segurança de M-P, poucas são as alterações observadas nos resultados dos diferentes programas, com maior ou menor número de fatias. As maiores diferenças observadas são em relação ao programa Slide, sendo que maiores poderá ser entendido como uma expressão hiperbólica neste caso, pois estas diferenças não chegam à unidade percentual e podem ser explicadas pelo modo diferente de cálculo das áreas utilizado num e noutro programa.

O factor de segurança de Correia, reproduz valores muito satisfatórios, principalmente quando se aumenta o número de fatias.

Em relação ao factor de escala, obteve-se resultados absolutamente clínicos para este exemplo, existindo apenas uma pequena diferença para o quarto caso.

No que toca às linhas de impulso de M-P estas acompanham claramente a evolução observada nas linhas de impulso do programa Slide quando o número de fatias é menor. Os problemas aparecem quando se aumenta o número de fatias, nessa altura surgem tracções nas linhas de impulso de M-P obtidas pelo programa Taludes_V13, algo que não se verifica nas linhas de impulso obtidas no programa Slide.

No que concerne à linha de impulso de Correia, esta tem o comportamento igual ao descrito para a linha de impulso de M-P, acompanha a evolução da linha do Slide para poucas fatias, apresentando depois tracções quando se aumenta o número de fatias.

Nas linhas de impulso para a função de interacção constante, o comportamento da linha de impulso de M-P dada pelo programa Taludes_V13 acompanha a linha de M-P dada pelo programa Slide em quase todas as situações, excepto para o segundo caso, em que existem ligeiras diferenças entre estas duas linhas, para o quinto caso, em que surgem compressões de pico na linha dada pelo programa Taludes_V13 e no sexto caso em que surgem pequenas tracções no maciço para a linha do Taludes_V13, que não são acompanhadas pela linha do programa Slide.

Quadro 5.4 – Resultados apresentados no Artigo de Correia (Correia, 1989).

Artigo				
Caso	FS (M-P)	FS (MC)	λ	X _{máx} [kN/m]
1	1.467	1.449	0.531	45.4

Quadro 5.5 – Resultados de FS, λ e X_{máx} para os diferentes métodos e programas, com f(x) = seno.

Caso	FS (M-P)			FS (MC)		λ		X _{máx} [kN/m]
	Slope	Slide	Taludes_V13	Taludes_V13	Slope	Taludes_V13	Taludes_V13	
1	1.467	1.469	1.467	1.449	0.527	0.527		45.456
2	1.216	1.217	1.216	1.196	0.683	0.683		65.737
3	1.210	1.211	1.210	1.189	0.689	0.689		63.318
4	1.204	1.205	1.203	1.183	0.697	0.696		60.900
5	1.468	1.469	1.467	1.449	0.527	0.527		45.095
6	1.217	1.218	1.217	1.217	0.686	0.686		65.435
7	1.211	1.212	1.211	1.119	0.692	0.692		63.030
8	1.204	1.206	1.204	1.204	0.700	0.700		60.631

Quadro 5.6 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas, com f(x)=seno.

Caso	Factor de Segurança (M-P)	Factor de Segurança (M-P)	Factor de escala (λ)
	Taludes vs Slope (%)	Taludes vs Slide (%)	Taludes vs Slope (%)
1	0.00	0.14	0.00
2	0.00	0.08	0.00
3	0.00	0.08	0.00
4	0.08	0.17	0.14
5	0.07	0.14	0.00
6	0.00	0.08	0.00
7	0.00	0.08	0.00
8	0.00	0.17	0.00

Quadro 5.7 - Resultados de FS, λ e X_{máx} para os diferentes métodos e programas, com f(x) = constante.

Caso	FS (M-P)			λ	
	Slope	Slide	Taludes_V13	Slope	Taludes_V13
1	1.472	1.476	1.472	0.424	0.424
2	1.224	1.221	1.224	0.539	0.539
3	1.219	1.213	1.219	0.544	0.544
4	1.206	1.205	1.212	0.554	0.549
5	1.473	1.476	1.473	0.425	0.425

6	1.225	1.221	1.225	0.542	0.541
7	1.220	1.213	1.220	0.547	0.546
8	1.214	1.205	1.214	0.552	0.552

Quadro 5.8 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas, com $f(x)$ = constante.

Caso	Factor de Segurança(M-P)	Factor de Segurança(M-P)	Factor de escala (λ)
	Taludes vs Slope (%)	Taludes vs Slide (%)	Taludes vs Slope (%)
1	0.00	0.27	0.00
2	0.00	0.25	0.00
3	0.00	0.49	0.00
4	0.50	0.58	0.90
5	0.00	0.20	0.00
6	0.00	0.33	0.18
7	0.00	0.58	0.18
8	0.00	0.75	0.00

Quadro 5.9 - Número de iterações necessárias para a obtenção dos resultados pelo programa Taludes_V13.

Caso	$f(x) = \sin(x)$		$f(x)$ = constante
	M-P	MC	M-P
1	5	5	5
2	6	4	7
3	6	4	7
4	6	4	7
5	5	5	5
6	6	4	7
7	6	4	7
8	6	4	7

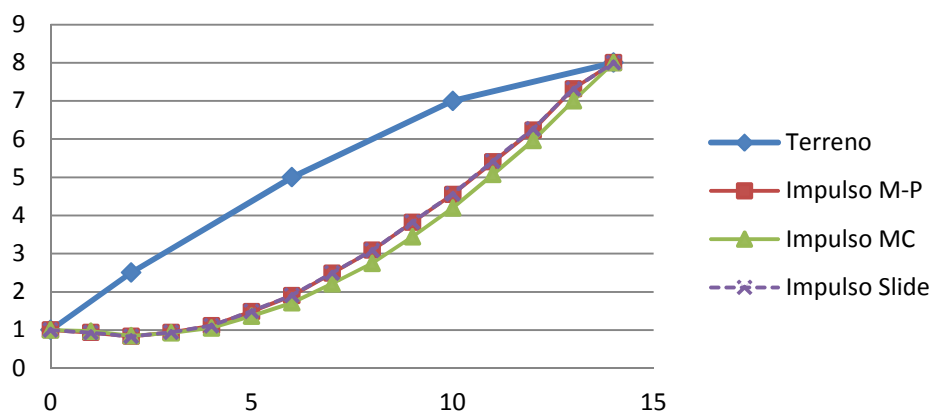


Fig. 5.19 – Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 1 - ambos os métodos.

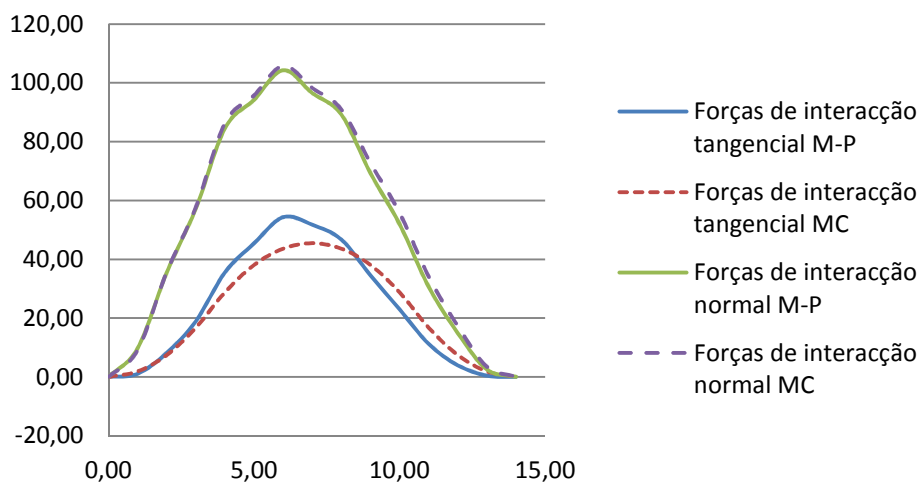


Fig. 5.20 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 1 - ambos os métodos.

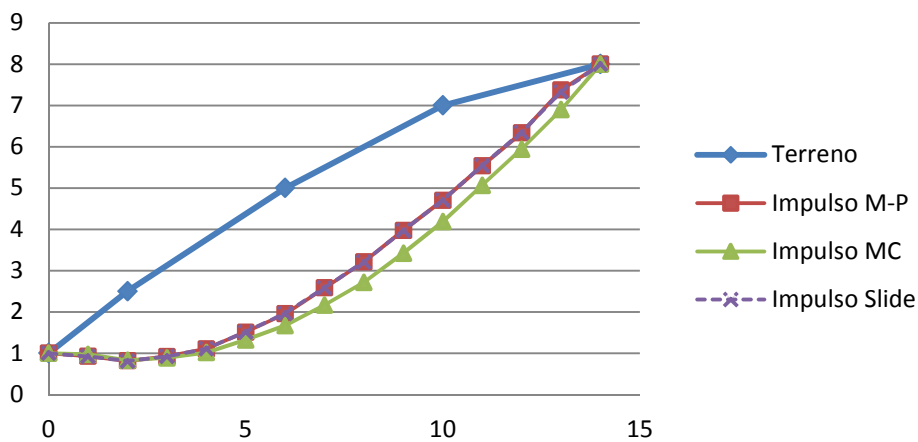


Fig. 5.21 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 2 - ambos os métodos.

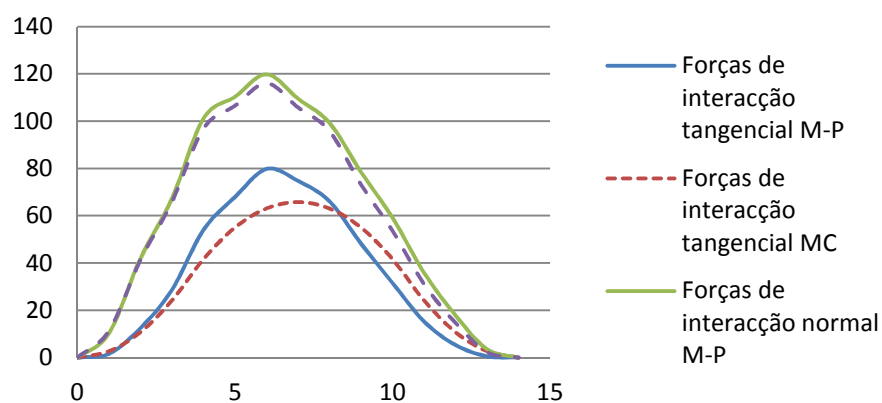


Fig. 5.22 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 2 - ambos os métodos.

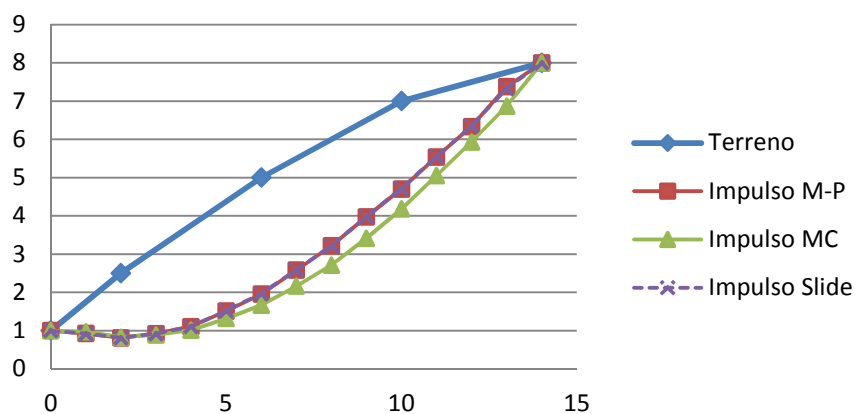


Fig. 5.23 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 3 - ambos os métodos.

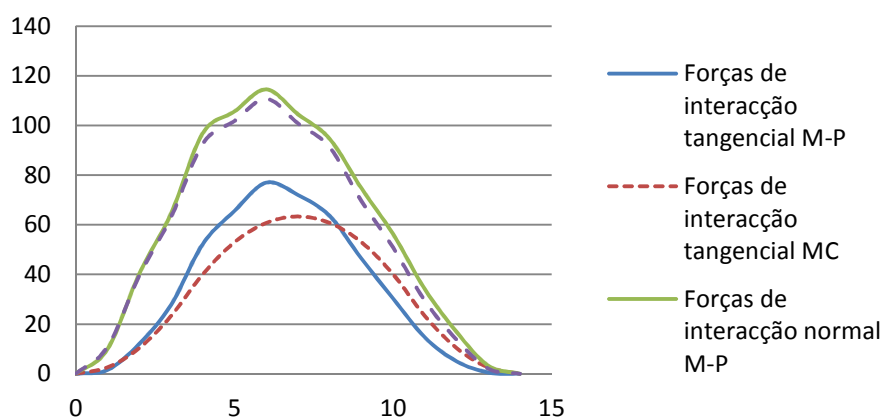


Fig. 5.24 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 3 - ambos os métodos.

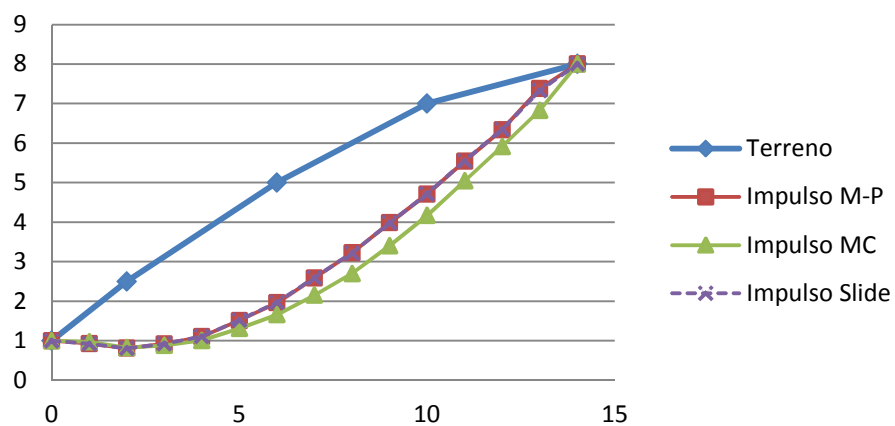


Fig. 5.25 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 4 - ambos os métodos.

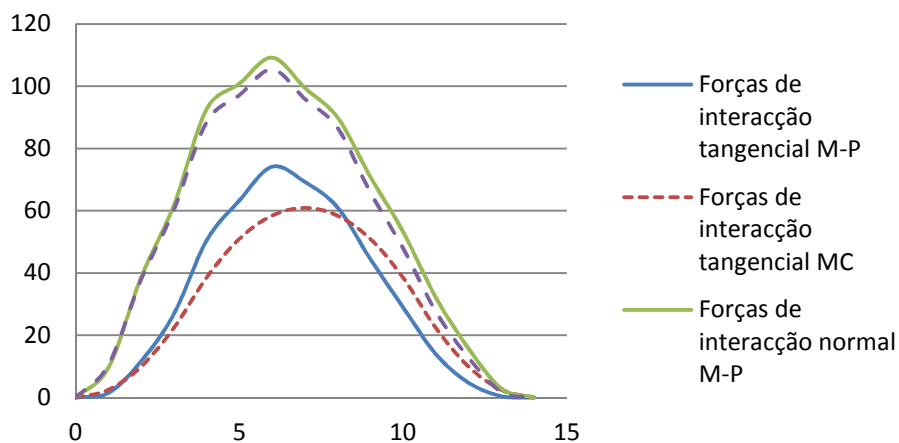


Fig. 5.26 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 4 - ambos os métodos.

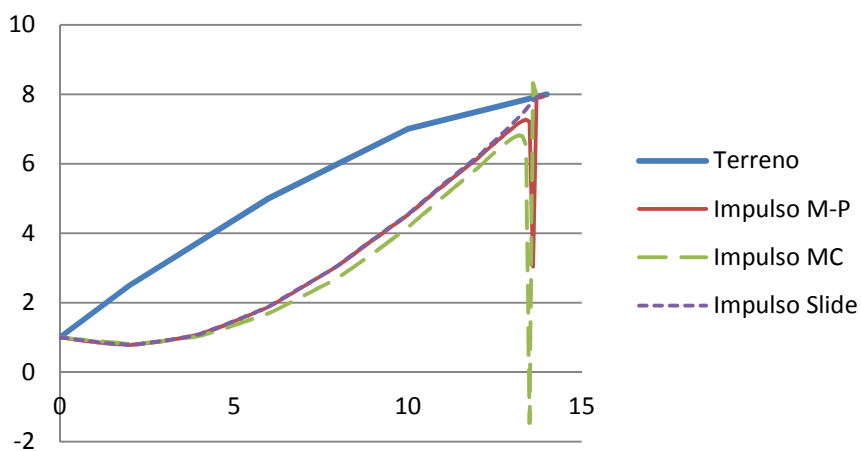


Fig. 5.27 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 5 - ambos os métodos.

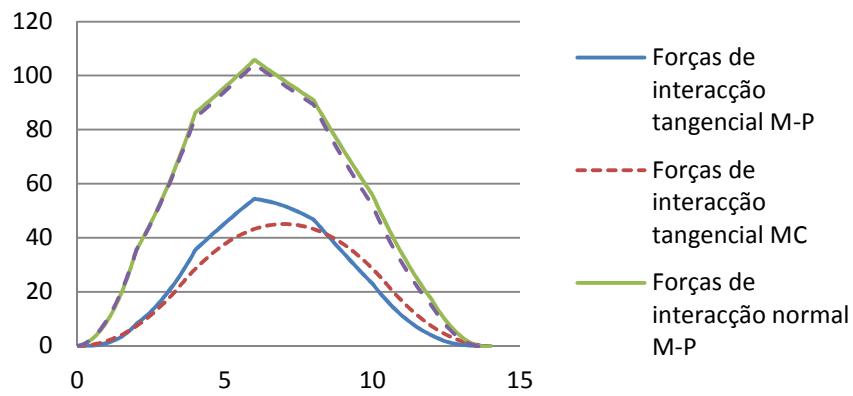


Fig. 5.28 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 5 - ambos os métodos.

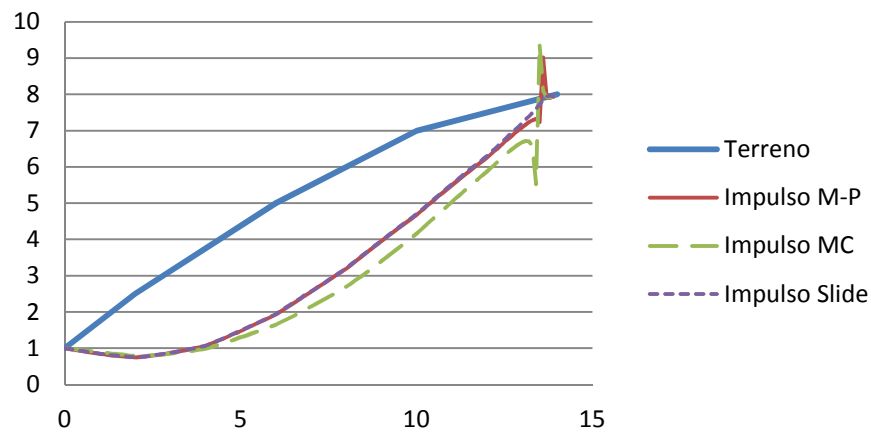


Fig. 5.29 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 6 - ambos os métodos.

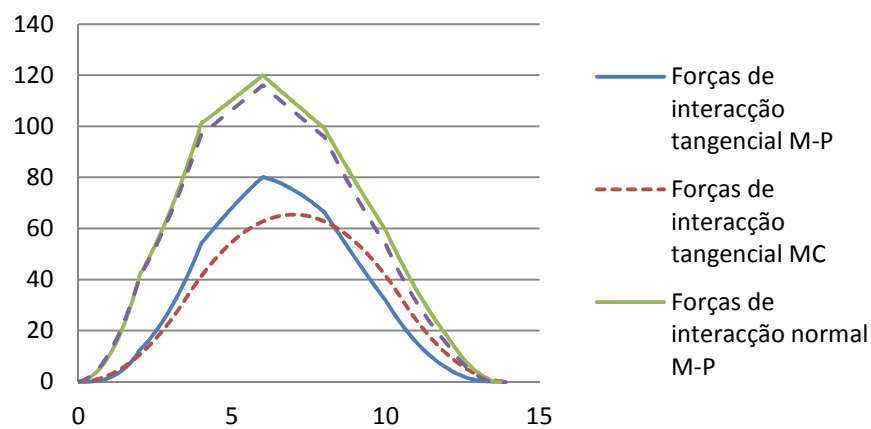


Fig. 5.30 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 6 - ambos os métodos.

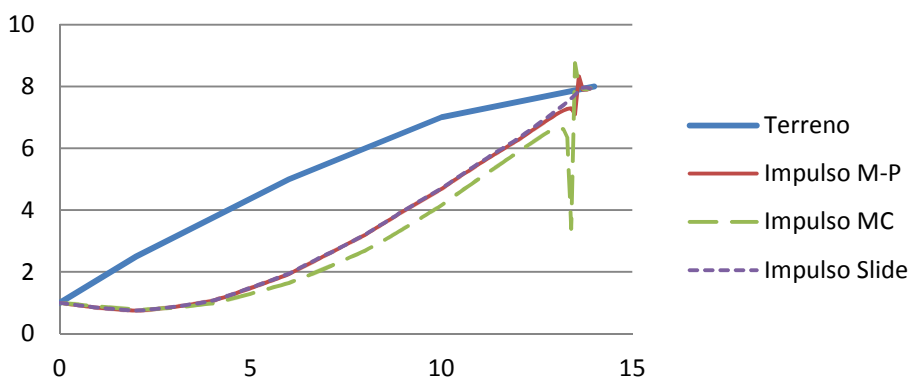


Fig. 5.31 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 7 - ambos os métodos.

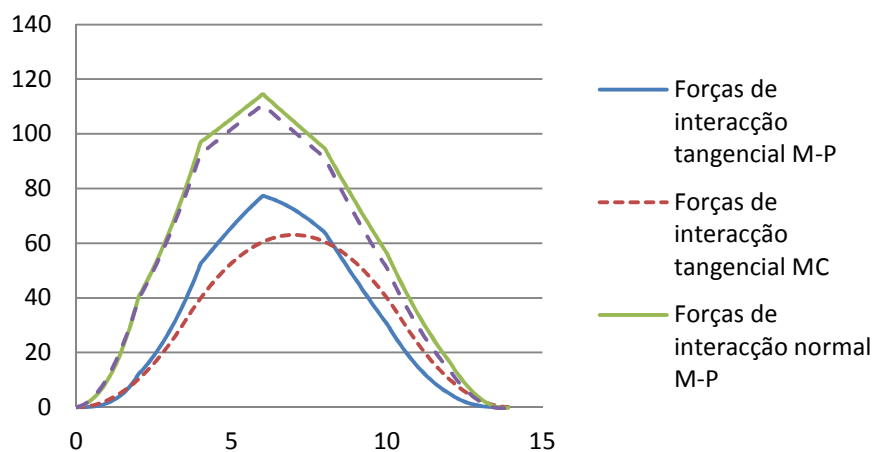


Fig. 5.32 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 7 - ambos os métodos.

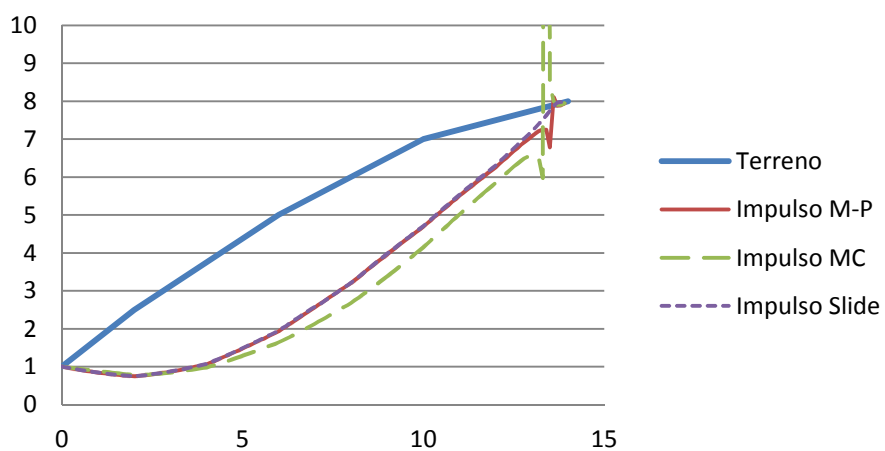


Fig. 5.33 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 8 - ambos os métodos.

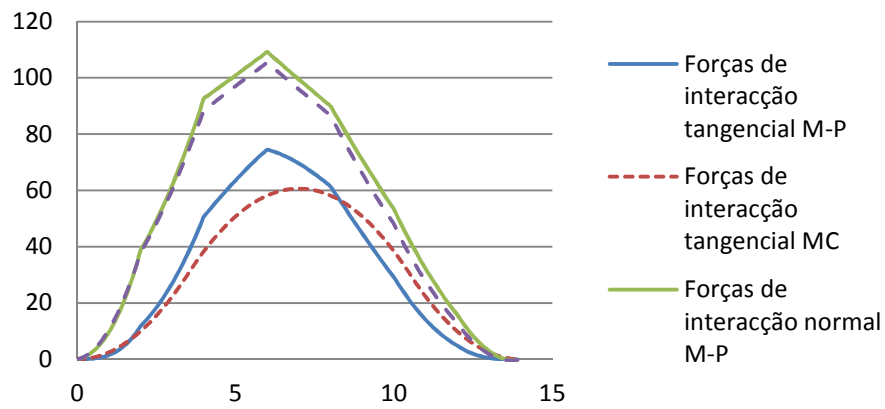


Fig. 5.34 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 2 – Caso 8 - ambos os métodos.

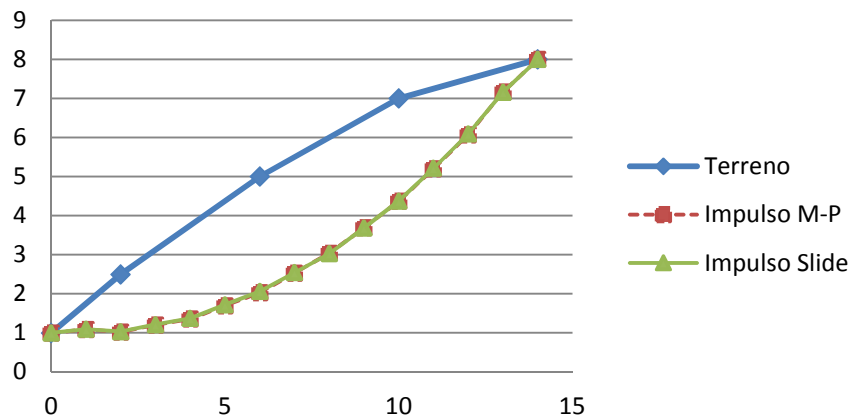


Fig. 5.35 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 1 – $f(x)$ = constante.

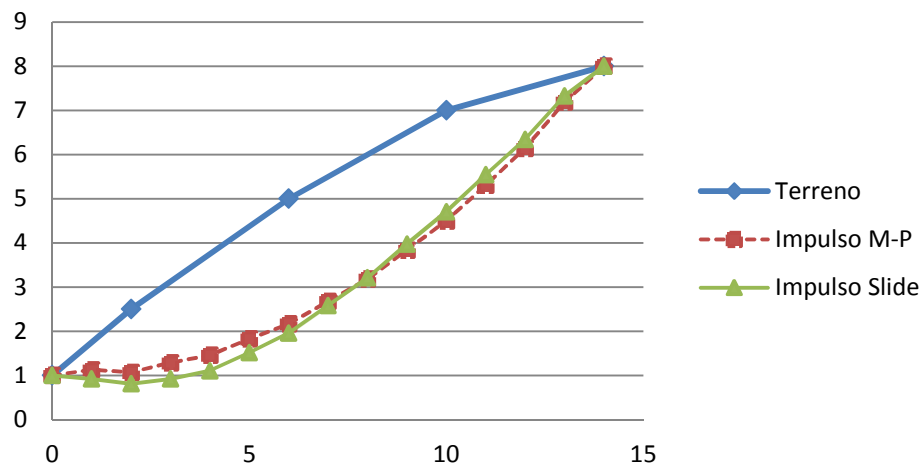


Fig. 5.36 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 2 – $f(x)$ = constante.

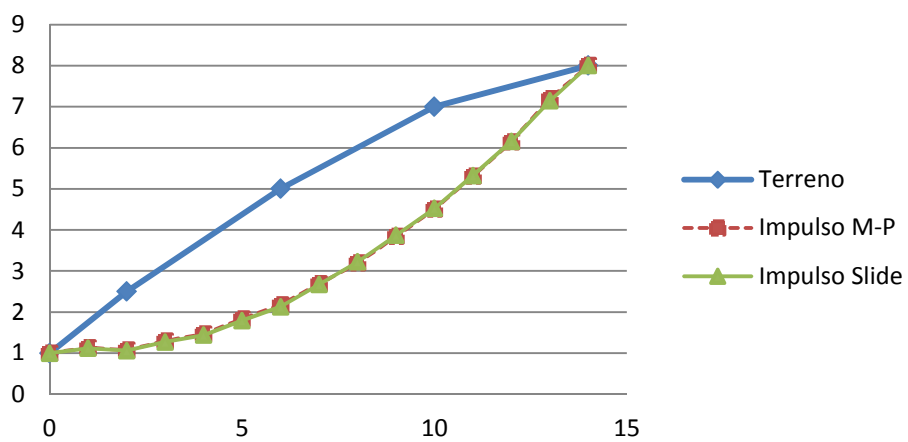


Fig. 5.37 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 3 – $f(x)$ = constante.

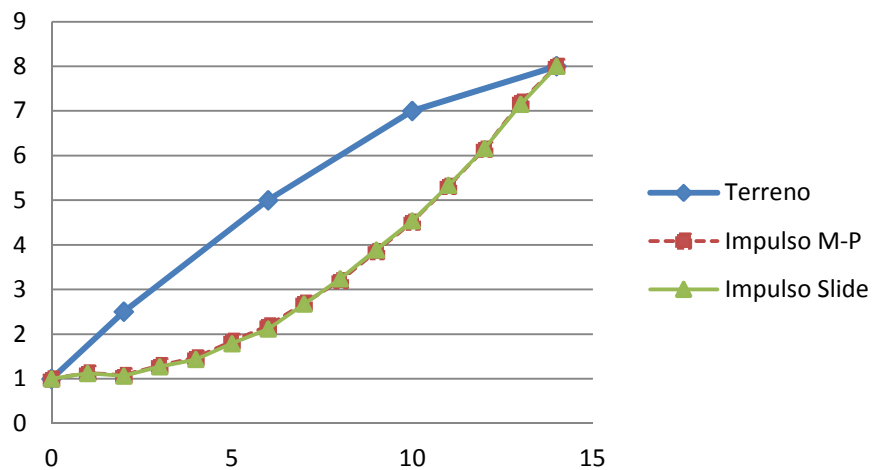


Fig. 5.38 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 4 – $f(x)$ = constante.

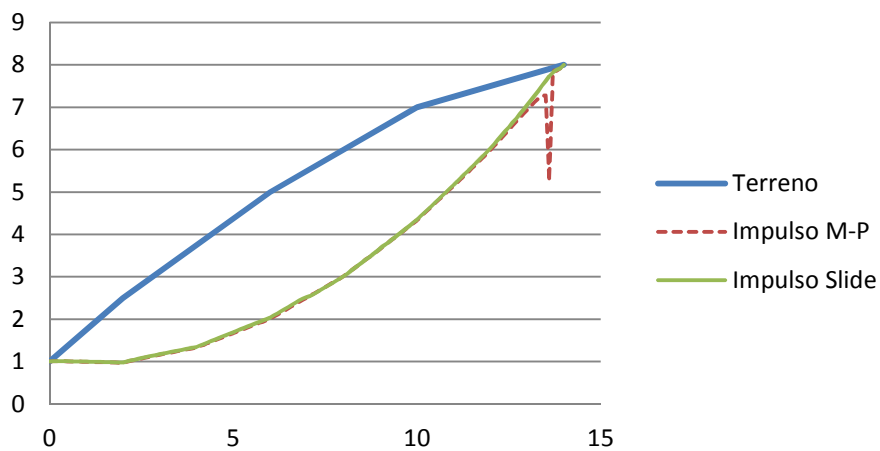


Fig. 5.39 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 5 – $f(x)$ = constante.

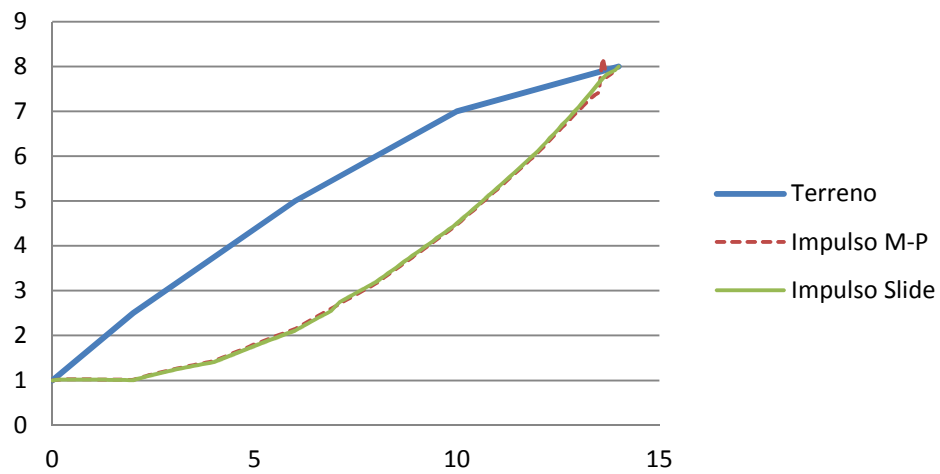


Fig. 5.40 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 6 – $f(x)$ = constante.

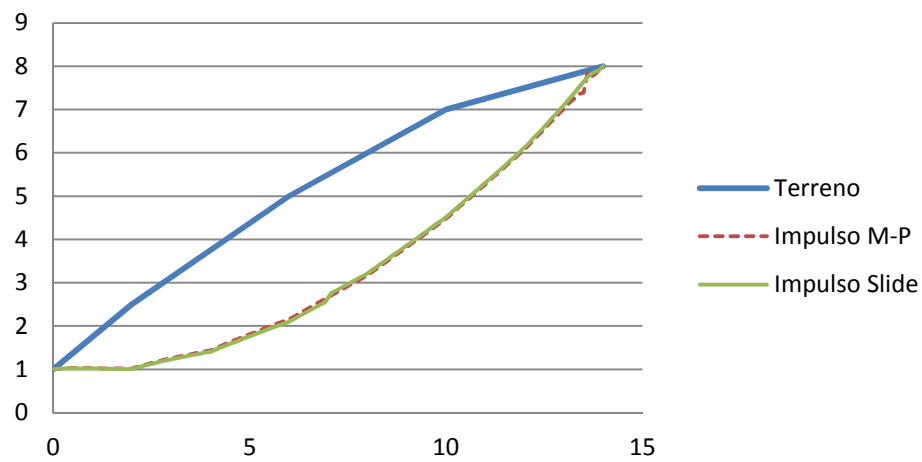


Fig. 5.41 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 7 – $f(x)$ = constante.

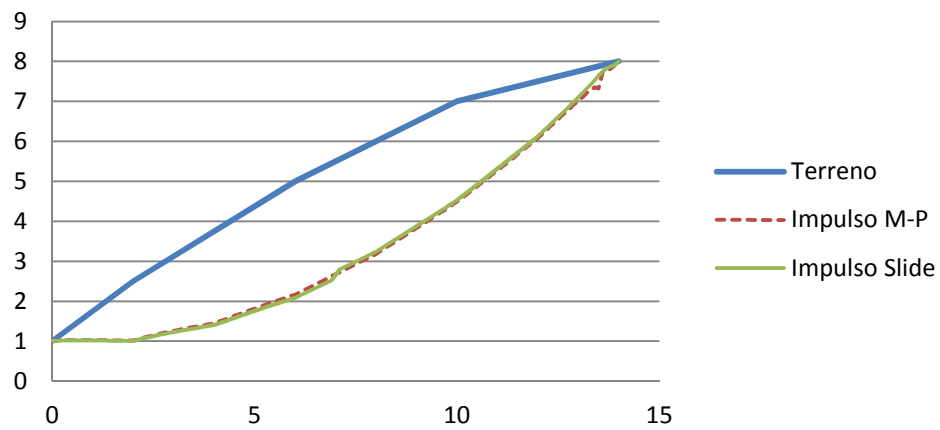


Fig. 5.42 - Linha de impulso – Exemplo 2 - Caso 8 – $f(x)$ = constante.

5.4. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 3

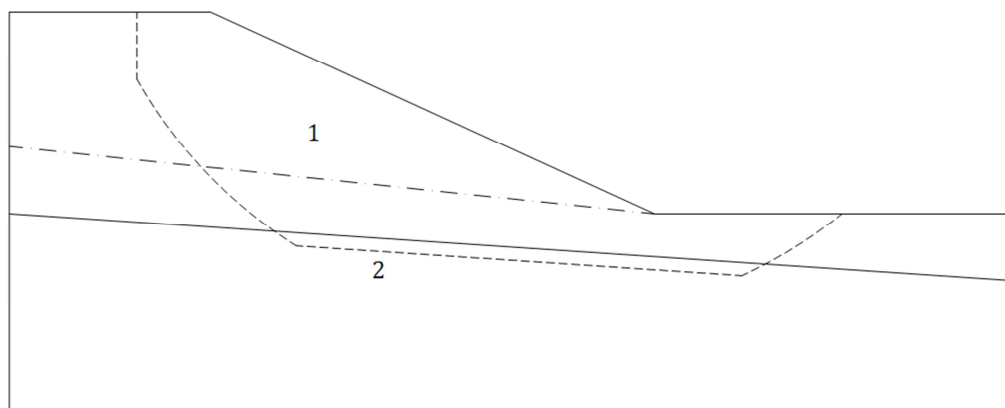


Fig. 5.43 - Geometria do Exemplo 3

Para o factor de segurança de M-P, os resultados obtidos para o Slope e Taludes_V13 aproximam-se claramente dos apresentados no artigo de Correia, tanto para o primeiro caso de superfície poligonal, como para o segundo de superfície compósita. Em termos de programa Slide, os resultados obtidos ficam aquém dos desejados.

O factor de segurança de MC também se aproxima do apresentado no artigo, que está definido para admitir cinquenta fatias. Um maior número de fatias faria com que provavelmente, e fazendo esta indução dos casos anteriormente estudados, os valores de MC e de M-P convergissem.

No que respeita ao factor de escala, este também se aproxima do desejado, sendo de notar uma convergência entre os factores de escala dos dois programas, Slope e Taludes_V13.

Em termos de linha de impulso, estas têm um comportamento similar em relação à resultante do programa Slide, convergindo à medida que nos deslocamos para a direita do maciço, encontrando contudo pequenas diferenças na parte mais à direita do maciço.

Quadro 5.10 - Resultados apresentados no Artigo de Correia (Correia, 1989).

Caso	Artigo			
	FS (M-P)	FS (MC)	λ	Xmáx [kN/m]
2	1.656	1.631	0.145	18.7

No artigo supracitado, apenas o segundo caso é analisado.

Quadro 5.11 - Resultados de FS, λ e $X_{\text{máx}}$ para os diferentes métodos e programas com $f(x) = \sin(x)$.

Caso	FS (M-P)			FS (MC)		λ		$X_{\text{máx}}$ [kN/m]
	Slope	Slide	Taludes_V13	Taludes_V13	Slope	Taludes_V13	Taludes_V13	
1	1.651	*	1.650	1.624	0.136	0.140	18.670	
2	1.655	1.600	1.652	1.629	0.134	0.140	18.131	

Quadro 5.12 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas com $f(x) = \sin(x)$.

Caso	Factor de Segurança(M-P)	Factor de Segurança(M-P)	Factor de escala (λ)
	Taludes vs Slope (%)	Taludes vs Slide (%)	Taludes vs Slope (%)
1	0.06	*	2.94
2	0.18	0.06	4.87

Quadro 5.13 - Resultados de FS e λ para o método de M-P e diferentes programas com $f(x) = \text{constante}$.

Caso	FS (M-P)			λ	
	Slope	Slide	Taludes_V13	Slope	Taludes_V13
1	1.689	*	1.689	0.102	0.101
2	1.684	1.684	1.683	0.093	0.102

Quadro 5.14 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas com $f(x) = \text{constante}$.

Caso	Factor de Segurança(M-P)	Factor de Segurança(M-P)	Factor de escala (λ)
	Taludes vs Slope (%)	Taludes vs Slide (%)	Taludes vs Slope (%)
1	0.00	*	0.98
2	0.06	0.06	9.68

Quadro 5.15 - Número de iterações necessárias para a obtenção dos resultados pelo programa Taludes_V13.

Caso	$f(x) = \sin(x)$		$f(x) = \text{constante}$
	M-P	MC	M-P
1	4	6	4
2	4	6	4

(*) Não foi possível realizar a análise para o Caso 1 no programa Slide, pois todas as tentativas redundaram em erro, ou num processo de cálculo que não era desejado, pelo que não são apresentados os resultados obtidos pela sua falta de interesse relativa.

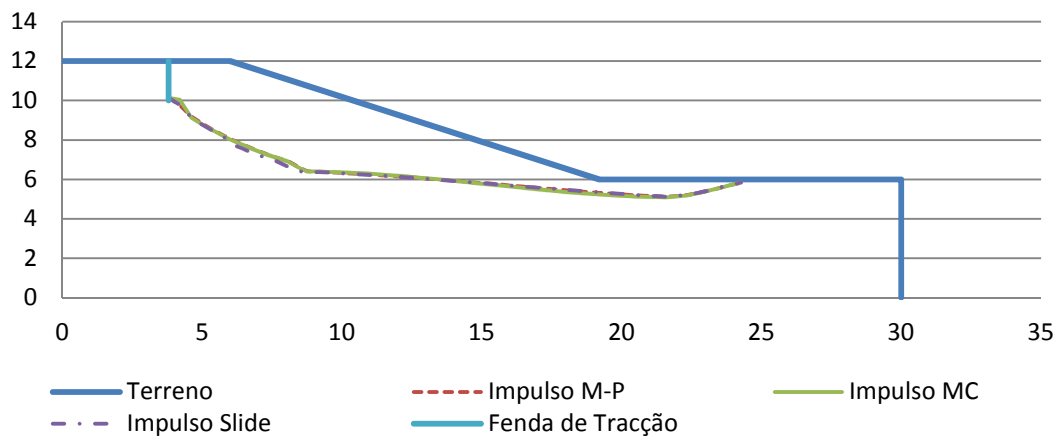


Fig. 5.44 – Linha de impulso – Exemplo 3 - Caso 2 – ambos os métodos. $f(x)=\sin$.

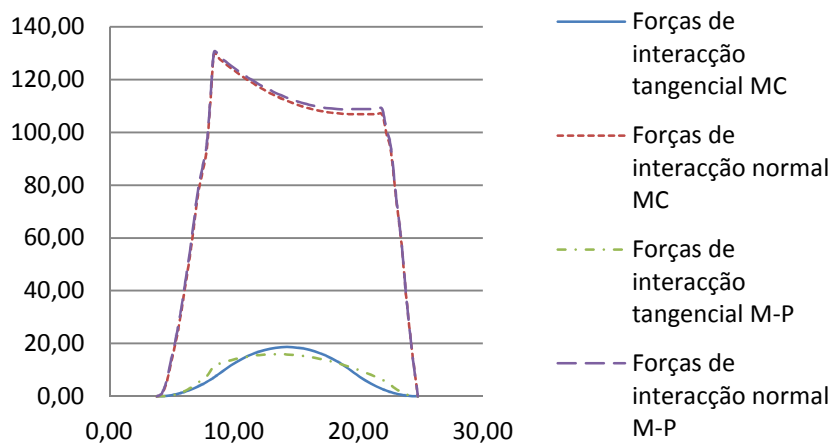


Fig. 5.45 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 3 – Caso 1 - ambos os métodos.

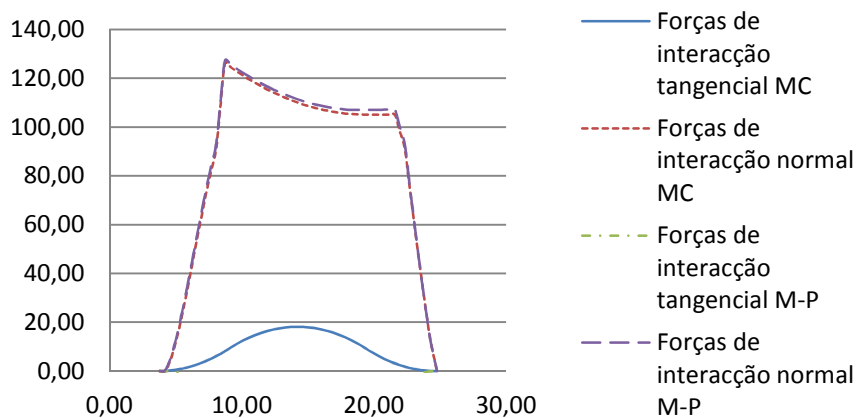
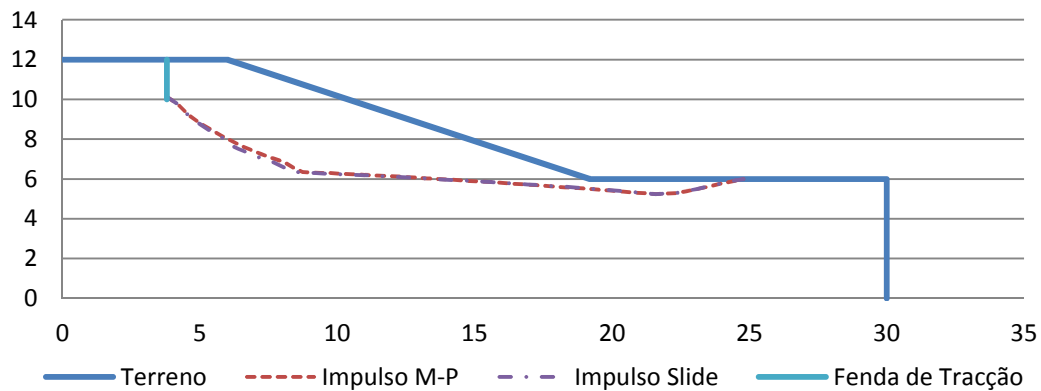


Fig. 5.46 - Forças de interacção normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 3 – Caso 2 - ambos os métodos.

Fig. 5.47 - - Linha de impulso – Exemplo 3 - Caso 2 – $f(x)$ = constante.

5.5. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 4

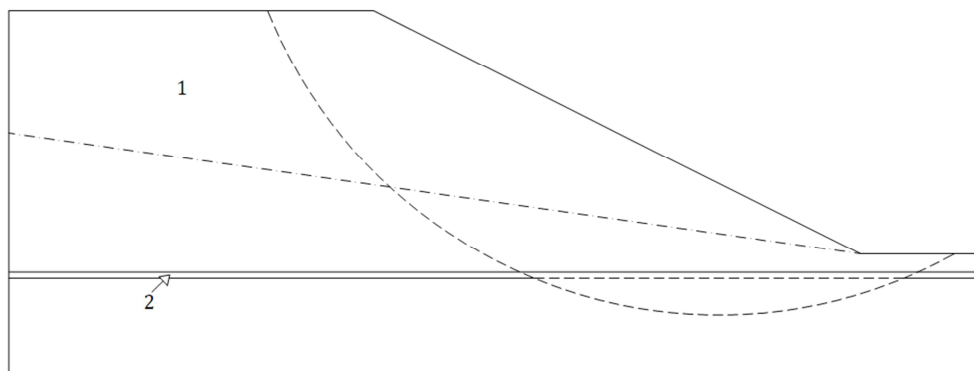


Fig. 5.48 - Geometria do Exemplo 4.

Em termos do factor de segurança, este estará mais perto dos resultados apresentados no artigo se for utilizado o sistema de unidades imperial.

Para o factor de segurança tendo em conta este sistema de unidades, admitindo duzentas fatias para os diferentes casos, existem diferenças mínimas entre o Slide e o Taludes_V13, de ordem menor que um ponto percentual.

Com o intuito de obter uma comparação mais abrangente, foram admitidas apenas cento e cinquenta fatias, pois esse é o número máximo de fatias admissível na versão do programa Slope que possuímos. Para este número de fatias, os resultados são bastante satisfatórios, aproximando-se grandemente dos apresentados no artigo.

Entre os programas, os resultados para este factor não têm diferenças significativas e observando os obtidos pelo método e Correia, é fácil observar que estes também convergem para muito próximo dos obtidos pelo método de M-P, tanto para o programa Slope como para o programa Taludes_V13.

Em termos de factor de escala, observam-se diferenças entre os valores apresentados no artigo e os obtidos, embora entre si, os obtidos pelo Slope e pelo Taludes_V13, não existam grandes diferenças.

Em termos de linha de impulso, este exemplo é problemático, pois surgem tracções e compressões para todos os casos, indicando claramente que este factor não foi tido em conta aquando da elaboração do artigo. Ressalva-se porém, que as tracções e compressões que aparecem para os diferentes casos, são acompanhadas tanto pelas linhas de impulso obtidas pelo programa Talude_V13 como pelas obtidas pelo programa Slide.

As forças de interacção entre fatias aproximam-se entre os dois métodos utilizados para análise.

Para as linhas de impulso, assumindo uma função de interacção constante, também se observam tracções e compressões elevadas para todos os casos.

Quadro 5.16 – Valores apresentados no artigo para os resultados de FS e λ , para $f(x) = \sin(x)$.

Caso	FS (M-P)		λ	
	Fredlund and Krahn	Algoritmo Zhu	Fredlund and Krahn	Algoritmo Zhu
1	2.076	2.074	0.218	0.324
2	1.370	1.371	0.187	0.228
3	1.764	1.760	0.304	0.314
4	1.118	1.109	0.130	0.195
5	1.832	1.831	0.290	0.299
6	1.245	1.254	0.101	0.165

Quadro 5.17 - Valores apresentados no artigo para os resultados de FS e λ , para $f(x) = \text{constante}$.

Caso	FS (M-P)		λ	
	Fredlund and Krahn	Algoritmo Zhu	Fredlund and Krahn	Algoritmo Zhu
1	2.073	2.075	0.237	0.258
2	1.373	1.381	0.185	0.188
3	1.761	1.760	0.255	0.250
4	1.118	1.119	0.139	0.163
5	1.830	1.831	0.247	0.240
6	1.245	1.261	0.121	0.144

Quadro 5.18 – Resultados de FS, λ e $X_{\text{máx}}$ para os diferentes métodos e programas com $f(x) = \sin(x)$. Sistema métrico 200 fatias.

Caso	FS (M-P)		FS (MC)	λ	$X_{\text{máx}}$ [kN/m]
	Slide	Taludes_V13	Taludes_V13	Taludes_V13	Taludes_V13
1	2.053	2.053	2.053	0.321	177.215

2	1.343	1.354	1.341	0.229	46.325
3	1.734	1.734	1.734	0.309	179.286
4	1.080	1.088	1.081	0.195	40.594
5	1.809	1.808	1.808	0.296	152.442
6	1.219	1.234	1.227	0.165	28.54

Quadro 5.19 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x) = \sin(x)$. Sistema métrico 200 fatias.

Caso	Factor de Segurança(M-P)	Factor de escala (λ)
	Taludes vs Zhu (%)	Taludes vs Zhu (%)
1	1.01	0.93
2	1.24	0.44
3	1.48	1.59
4	1.89	0.00
5	1.26	1.00
6	1.59	0.00

Quadro 5.20 - Resultados de FS e λ para os diferentes métodos e programas com $f(x) = \sin(x)$. Sistema imperial, 200 fatias.

Caso	FS (M-P)		FS (MC)	λ
	Slide	Taludes_V13	Taludes_V13	Taludes_V13
1	2.071	2.071	2.071	0.323
2	1.349	1.366	1.354	0.228
3	1.757	1.757	1.756	0.313
4	1.089	1.105	1.106	0.195
5	1.827	1.827	1.826	0.298
6	1.246	1.249	1.242	0.164

Quadro 5.21 - Número de iterações necessárias para a obtenção dos resultados pelo programa Taludes_V13. Sistema imperial, 200 fatias.

Caso	$f(x) = \sin(x)$		$f(x) = \text{constante}$
	M-P	MC	M-P
1	4	7	5
2	5	6	5
3	4	6	5
4	5	5	5
5	4	6	4

6	5	5	6
---	---	---	---

Quadro 5.22 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x) = \sin(x)$. Sistema imperial, 200 fatias.

Caso	Factor de Segurança(M-P)	Factor de escala (λ)
	Taludes vs Zhu (%)	Taludes vs Zhu (%)
1	0.14	0.31
2	0.51	3.95
3	0.17	0.32
4	0.27	4.62
5	0.22	0.33
6	0.48	5.45

Quadro 5.23 – Resultados de FS, λ e $X_{\text{máx}}$ para os diferentes métodos e programas com $f(x) = \sin(x)$. Sistema métrico, 150 fatias.

Caso	FS (M-P)			FS (MC)		λ		$X_{\text{máx}}$ [kN/m]
	Slope	Slide	Taludes_V13	Taludes_V13	Slope	Taludes_V13	Taludes_V13	
1	2.053	2.054	2.053	2.053	0.321	0.321	177.292	
2	1.361	1.351	1.351	1.339	0.229	0.23	45.956	
3	1.734	1.734	1.734	1.734	0.31	0.31	179.371	
4	1.088	1.089	1.086	1.078	0.182	0.195	40.128	
5	1.809	1.808	1.809	1.808	0.296	0.296	152.52	
6	1.240	1.225	1.231	1.224	0.167	0.164	28.1	

Quadro 5.24 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x) = \sin(x)$. Sistema métrico, 150 fatias.

Factor de Segurança(M-P)	Factor de Segurança(M-P)	Factor de escala (λ)	Factor de escala (λ)
Slope vs F&K (%)	Taludes vs Zhu (%)	Slope vs F&K (%)	Taludes vs Zhu (%)
1.11	1.01	47.25	0.93
0.66	1.46	22.46	0.88
1.70	1.48	1.97	1.27
2.68	2.07	39.62	0.00
1.26	1.20	2.07	1.00
0.40	1.83	65.35	0.61

Quadro 5.25 - Resultados de FS e λ para os diferentes métodos e programas com $f(x) = \sin(x)$. Sistema imperial, 150 fatias.

	FS (M-P)			FS (MC)	λ	
Caso	Slope	Slide	Taludes_V13	Taludes_V13	Slope	Taludes
1	2.071	2.072	2.071	2.071	0.324	0.323
2	1.366	1.349	1.366	1.354	0.227	0.229
3	1.757	1.757	1.757	1.757	0.313	0.313
4	1.104	1.089	1.105	1.097	0.193	0.195
5	1.827	1.827	1.827	1.826	0.298	0.298
6	1.248	1.246	1.249	1.242	0.162	0.164

Quadro 5.26 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x) = \sin(x)$. Sistema imperial, 150 fatias.

Factor de Segurança(M-P)	Factor de Segurança(M-P)	Factor de escala (λ)	Factor de escala (λ)
Slope vs F&K (%)	Taludes vs Zhu (%)	Slope vs F&K (%)	Taludes vs Zhu (%)
0.24	0.14	1.89	0.31
0.29	0.80	21.39	0.44
0.40	0.17	2.96	0.32
1.25	0.27	31.08	1.03
0.27	0.22	1.72	0.33
0.24	0.72	60.40	0.61

Como é fácil de notar, os resultados obtidos para os factores de segurança utilizando o sistema imperial aproximam-se mais dos apresentados no artigo, pelo que todas as análises subsequentes a partir deste ponto serão efectuadas tendo em conta apenas este sistema de unidades.

Quadro 5.27 - Resultados de FS e λ para os diferentes métodos e programas com $f(x) = \text{constante}$. Sistema imperial, 150 fatias.

	FS (M-P)			FS (MC)	λ	
Caso	Slope	Slide	Taludes_V13	Taludes_V13	Slope	Taludes
1	2.072	2.072	2.072	2.071	0.258	0.258
2	1.376	1.358	1.377	1.354	0.189	0.189
3	1.757	1.757	1.757	1.757	0.250	0.250
4	1.114	1.098	1.114	1.097	0.164	0.163
5	1.827	1.828	1.827	1.826	0.241	0.240
6	1.256	1.253	1.257	1.242	0.144	0.143

Quadro 5.28 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x)$ = constante. Sistema imperial, 150 fatias.

Factor de Segurança(M-P)	Factor de Segurança(M-P)	Factor de escala (λ)	Factor de escala (λ)
Slope vs F&K (%)	Taludes vs Zhu (%)	Slope vs F&K (%)	Taludes vs Zhu (%)
0.05	0.14	8.86	0.00
0.22	0.29	2.16	0.53
0.23	0.17	1.96	0.00
0.36	0.36	17.99	0.00
0.16	0.22	2.43	0.00
0.88	0.32	19.01	0.69

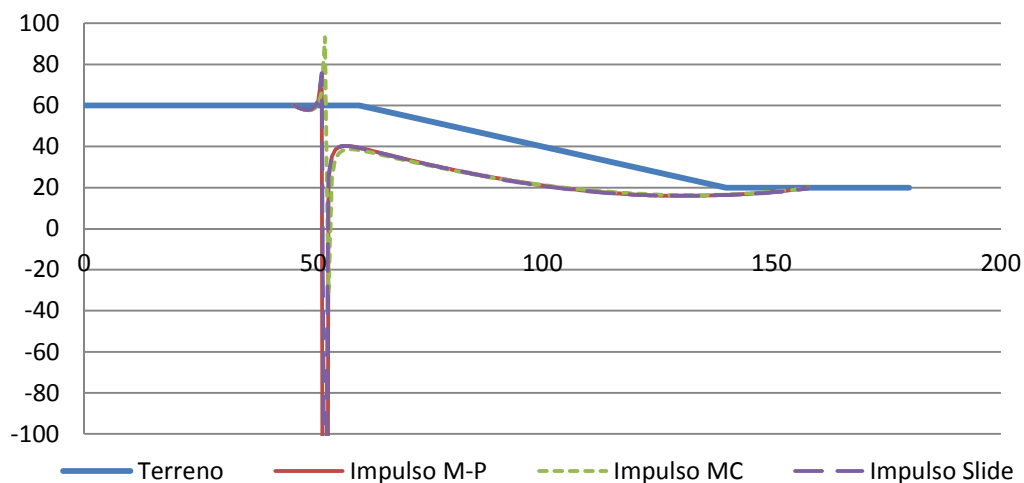


Fig. 5.49 – Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 1 – ambos os métodos.

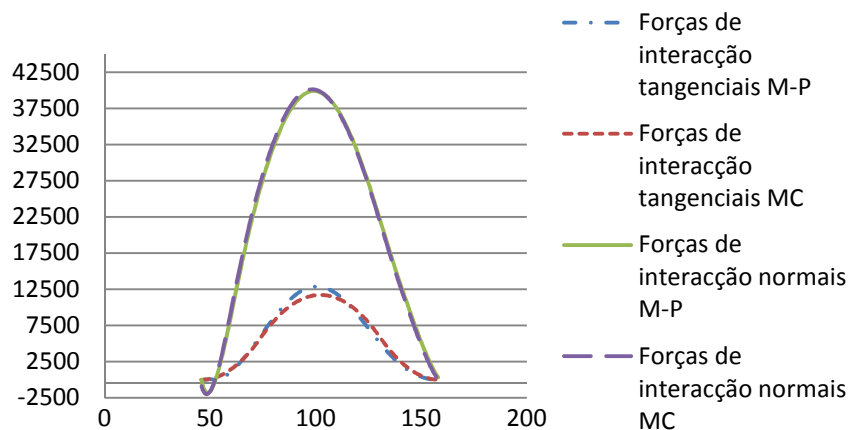


Fig. 5.50 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 1 - ambos os métodos.

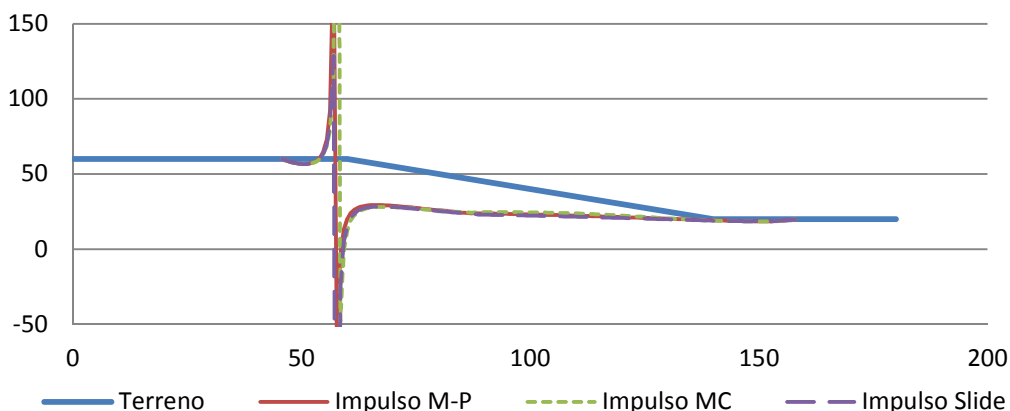


Fig. 5.51 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 2 – ambos os métodos.

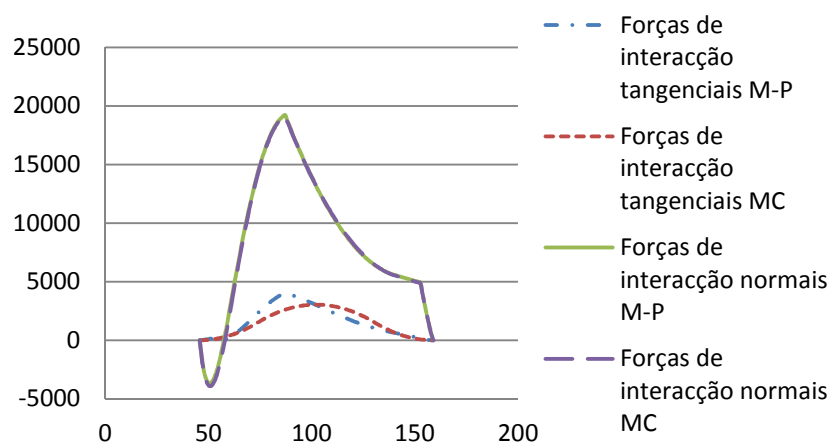


Fig. 5.52 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 2 - ambos os métodos.

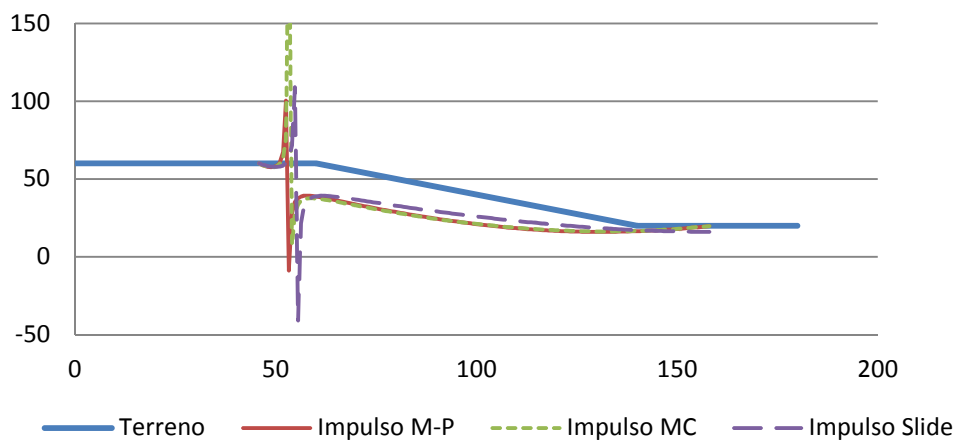


Fig. 5.53 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 3 – ambos os métodos.

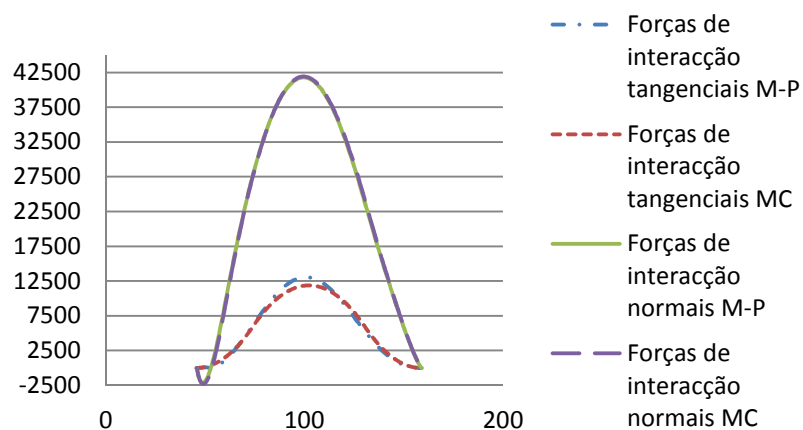


Fig. 5.54 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 3 - ambos os métodos.

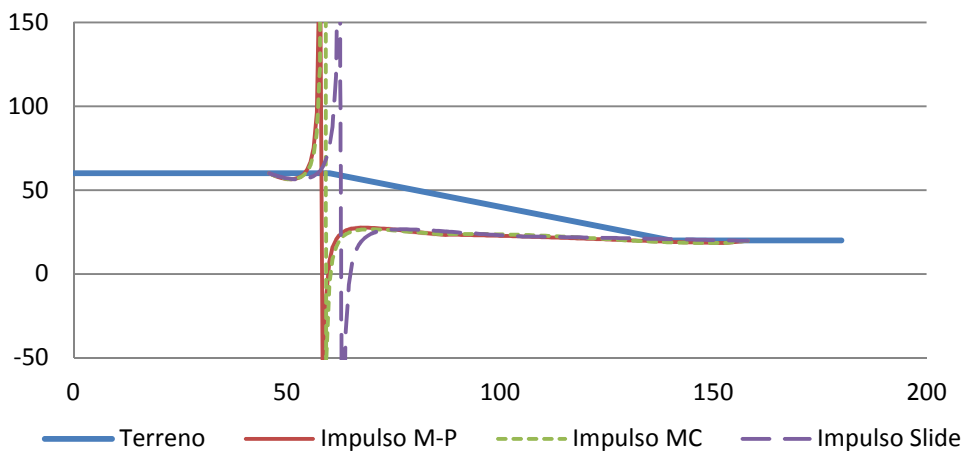


Fig. 5.55 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 4 – ambos os métodos.

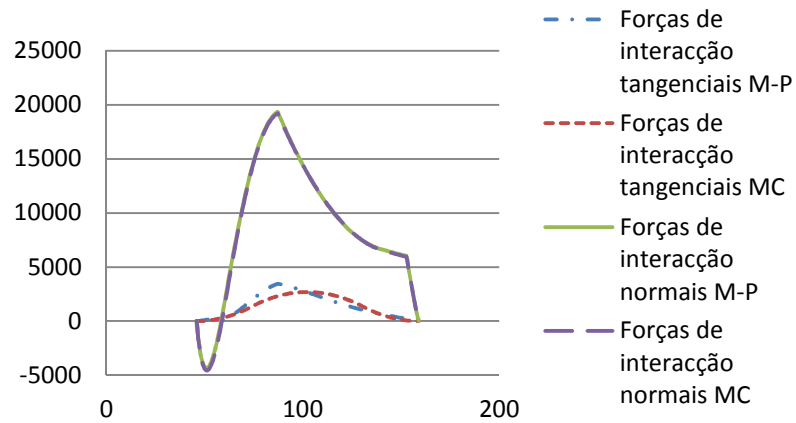


Fig. 5.56 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 4 - ambos os métodos.

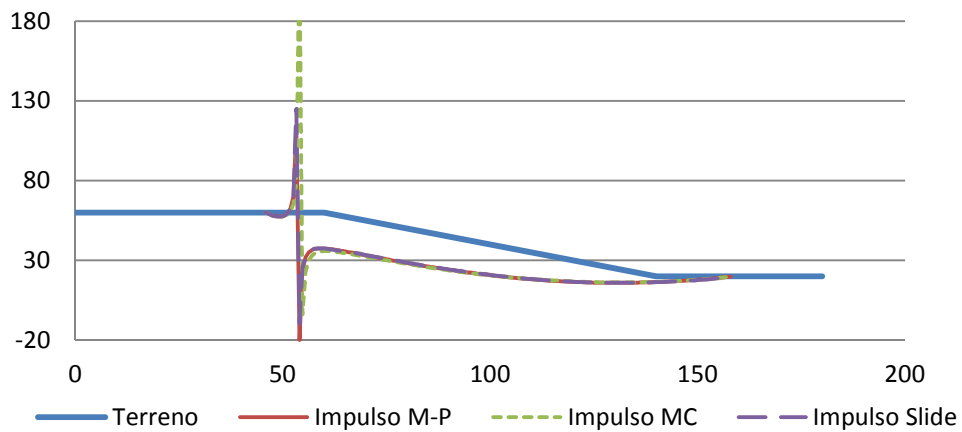


Fig. 5.57 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 5 – ambos os métodos.

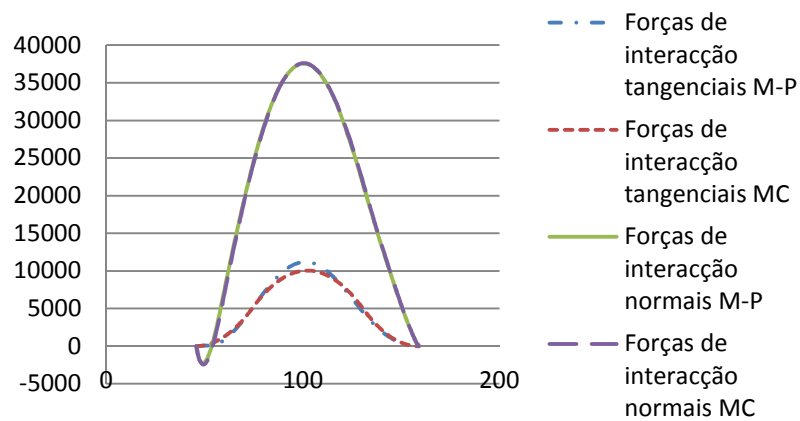


Fig. 5.58 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 5 - ambos os métodos.

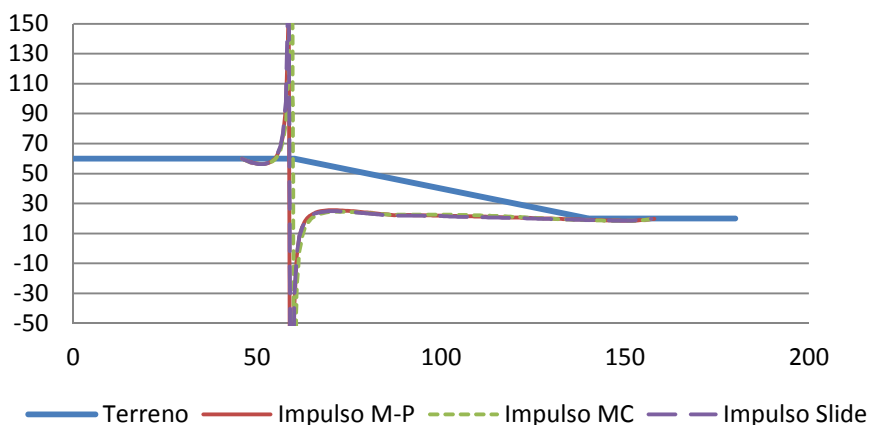


Fig. 5.59 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 6 – ambos os métodos.

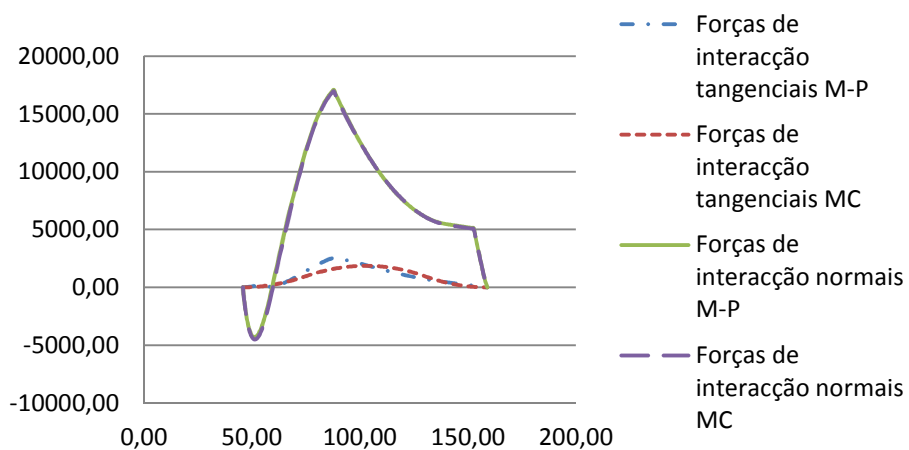


Fig. 5.60 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 4 – Caso 6 - ambos os métodos.

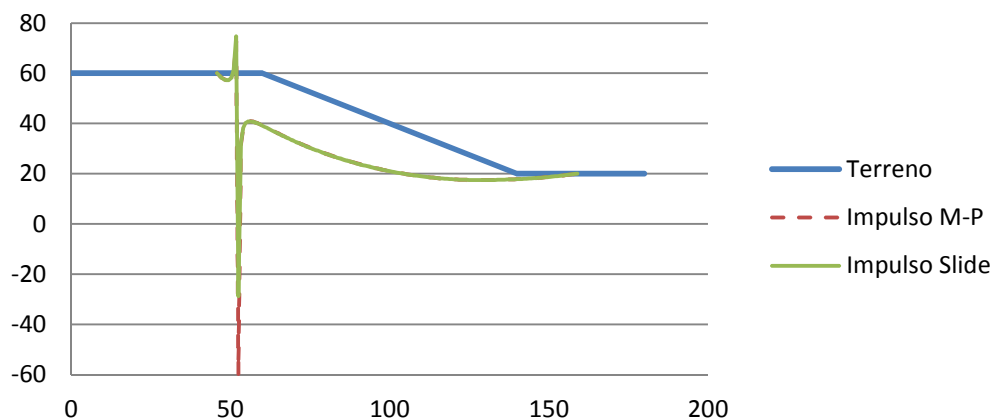


Fig. 5.61 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 1 – $f(x)=$ constante.

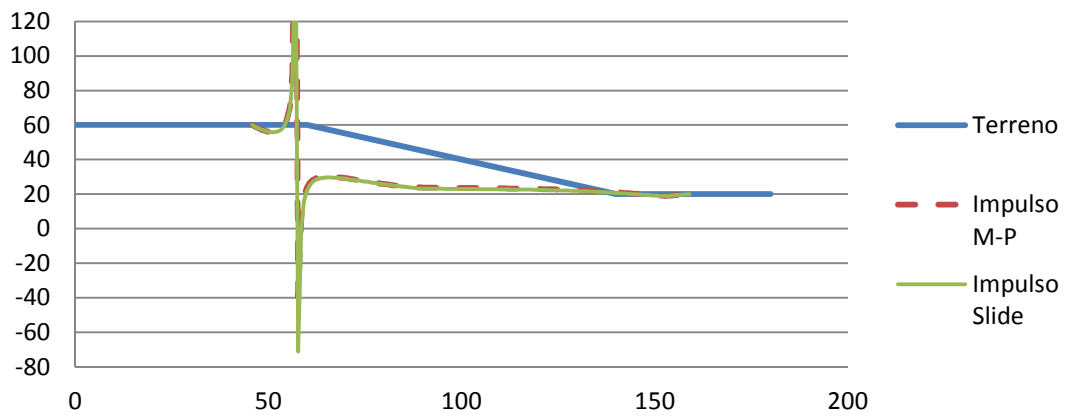


Fig. 5.62 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 2 – $f(x)$ = constante.

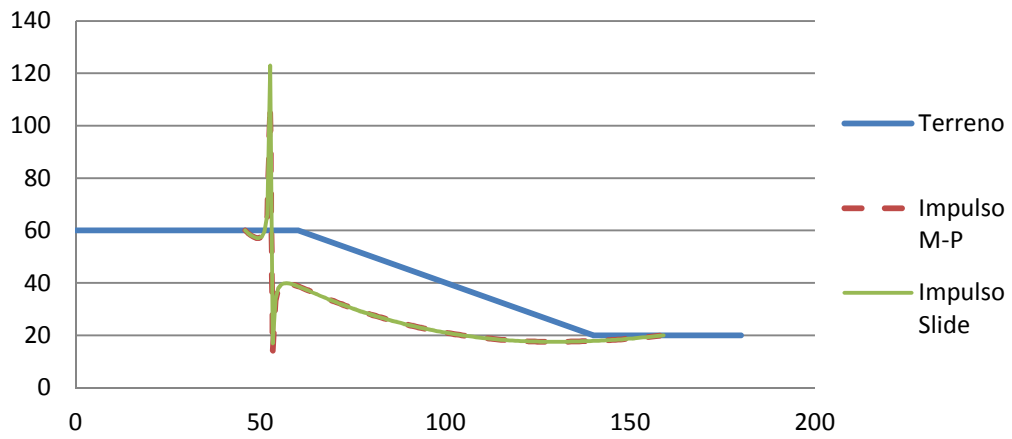


Fig. 5.63 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 3 – $f(x)$ = constante.

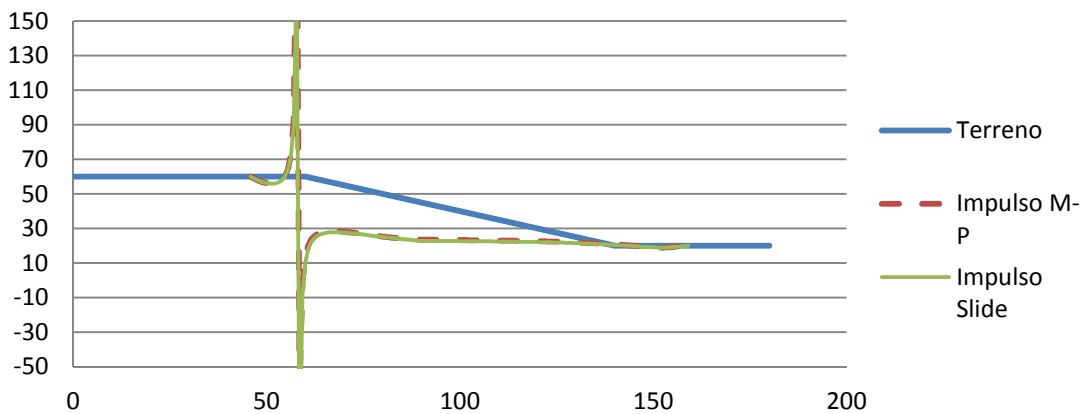


Fig. 5.64 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 4 – $f(x)$ = constante.

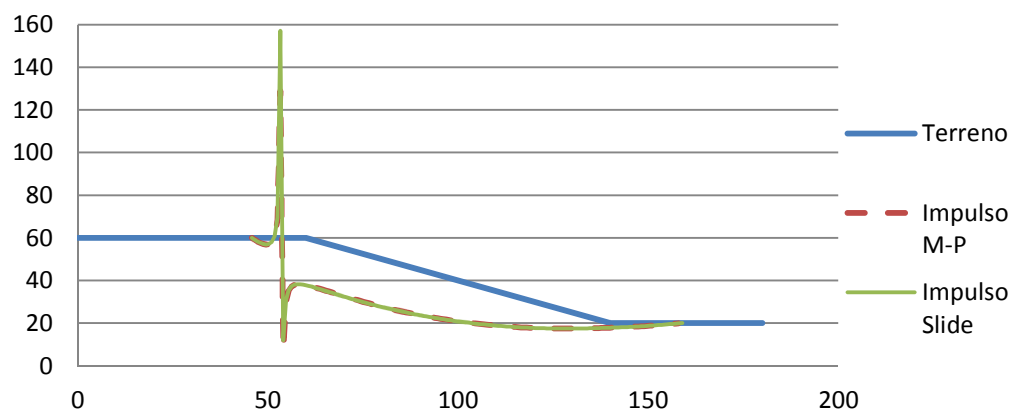


Fig. 5.65 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 5 – $f(x)=$ constante.

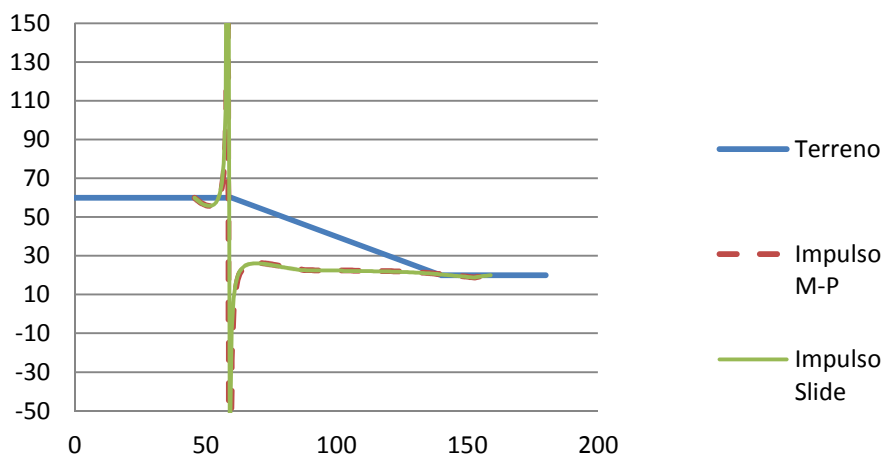


Fig. 5.66 - Linha de impulso – Exemplo 4 - Caso 6 – $f(x)=$ constante.

5.5. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 5

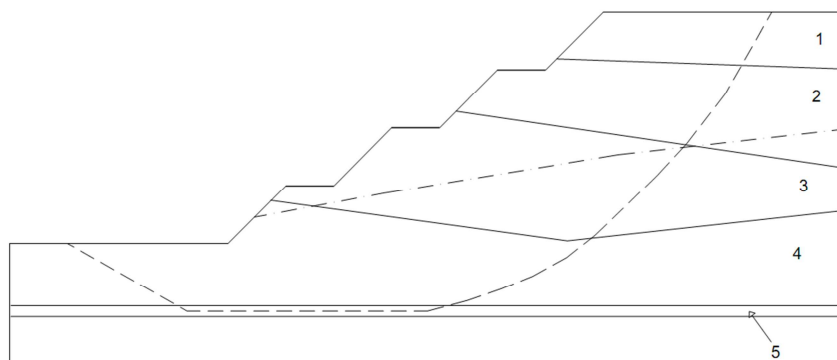


Fig. 5.67 - Geometria do Exemplo 5.

No que toca ao factor de segurança, foram obtidos resultados bastante próximos dos apresentados no artigo, fixando-se a diferença em valores inferiores ao ponto percentual, em todos os casos. Apenas quando são comparados os valores para este coeficiente entre o programa Taludes_V13 e Slide, se ultrapassa esse valor percentual, mas não em muito, esta é uma situação também recorrente aquando da comparação entre estes dois programas, pelo que essa diferença não será muito preocupante.

Em termos de factor de escala, os valores obtidos são tão ou mais animadores do que os obtidos para os factores de segurança, pois para este factor, nunca é ultrapassada a diferença de um ponto percentual, seja em relação aos valores apresentados no artigo, seja em relação aos valores apresentados entre os diferentes programas.

Em termos de linha de impulso, observa-se um comportamento muito idêntico entre os dois métodos calculados pelo programa taludes_V13 para todos os casos. Estas linhas quando comparadas com a linha de impulso de M-P dadas pelo Slide, também são bastante similares, o que atesta uma vez mais a assertividade e qualidade do algoritmo.

Em termos de forças de interacção, estas aproximam-se entre os diferentes métodos, pelo que temo comportamento expectável.

Quanto à linha de impulso para uma função de interacção constante, esta tem um comportamento tão bom quanto as linhas de impulso para a função de interacção sino.

Quadro 5.29 - Valores apresentados no artigo para os resultados de FS e λ , para $f(x) = \sin(x)$ e $f(x) = \text{constante}$.

Caso	$f(x) = \sin(x)$				$f(x) = \text{constante}$			
	FS (M-P)		λ		FS (M-P)		λ	
	F&K	Zhu	F&K	Zhu	F&K	Zhu	F&K	Zhu
1	0.798	0.793	0.448	0.450	0.834	0.829	0.328	0.330
2	1.008	1.004	0.332	0.333	1.032	1.028	0.252	0.253
3	1.048	1.046	0.480	0.484	1.084	1.081	0.352	0.355
4	1.320	1.317	0.359	0.362	1.345	1.342	0.270	0.273

Quadro 5.30 - Resultados de FS, λ e $X_{\text{máx}}$ para os diferentes métodos e programas com $f(x) = \sin(x)$.

Caso	FS (M-P)			FS (MC)		λ		$X_{\text{máx}} [\text{kN/m}^3]$
	Slope	Slide	Taludes_V13	Taludes_V13	Slope	Taludes	Taludes_V13	
1	0.793	0.799	0.791	0.776	0.448	0.447		4535.292
2	1.004	1.014	1.001	0.991	0.331	0.330		3083.975
3	1.042	1.047	1.042	1.028	0.480	0.480		5023.749
4	1.314	1.323	1.313	1.298	0.359	0.359		3560.972

Quadro 5.31 - Resultados de FS, λ e $X_{m\acute{a}x}$ para os diferentes métodos e programas com $f(x)$ = constante.

Caso	FS (M-P)			λ	
	Slope	Slide	Taludes_V13	Slope	Taludes
1	0.825	0.831	0.823	0.330	0.330
2	1.025	1.035	1.022	0.252	0.252
3	1.074	1.079	1.074	0.355	0.355
4	1.336	1.345	1.335	0.271	0.271

Quadro 5.32 - Número de iterações necessárias para a obtenção dos resultados pelo programa Taludes_V13.

Caso	nº de iterações		
	$f(x)=\sin(x)$		$f(x)=\text{constante}$
	M-P	MC	M-P
1	7	6	8
2	5	4	5
3	7	4	7
4	5	5	6

Quadro 5.33 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x)=\sin(x)$.

Caso	Factor de segurança (FS) %	Factor de escala (λ) %
	Taludes vs Zhu	Taludes vs Zhu
1	0.25	0.67
2	0.30	0.96
3	0.38	0.74
4	0.30	0.77

Quadro 5.34 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos com os apresentados no artigo. Com $f(x)=\text{constante}$.

Caso	Factor de segurança (FS) %	Factor de escala (λ) %
	Taludes vs Zhu	Taludes vs Zhu
1	0.72	0.12
2	0.58	0.40
3	0.65	0.03
4	0.52	0.55

Quadro 5.35 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas com $f(x) = \sin(x)$.

Caso	Factor de segurança (FS) %		Factor de escala (λ) %
	Taludes vs Slope	Taludes vs Slide	Taludes vs Slope
1	0.25	1.00	0.22
2	0.30	1.28	0.30
3	0.00	0.48	0.00
4	0.08	0.76	0.00

Quadro 5.36 - Comparação em percentagem dos resultados obtidos para os diferentes programas com $f(x) = \text{constante}$.

Caso	Factor de segurança (FS) %		Factor de escala (λ) %
	Taludes vs Slope	Taludes vs Slide	Taludes vs Slope
1	0.24	0.96	0.00
2	0.29	1.26	0.00
3	0.00	0.46	0.00
4	0.07	0.74	0.00

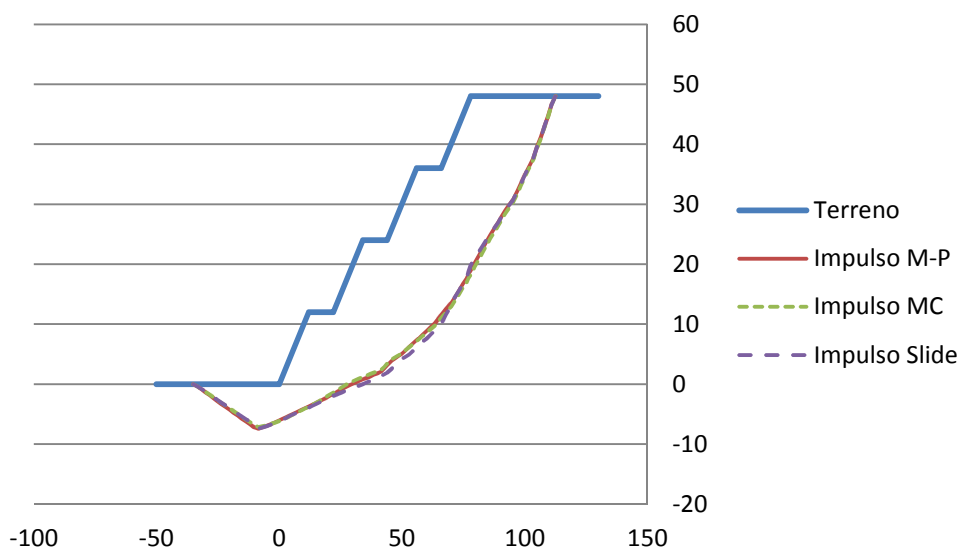


Fig. 5.68 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 1 – ambos os métodos.

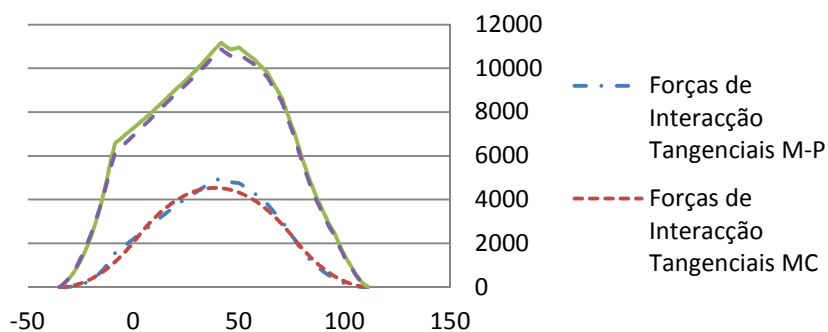


Fig. 5.69 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 5 – Caso 1 - ambos os métodos.

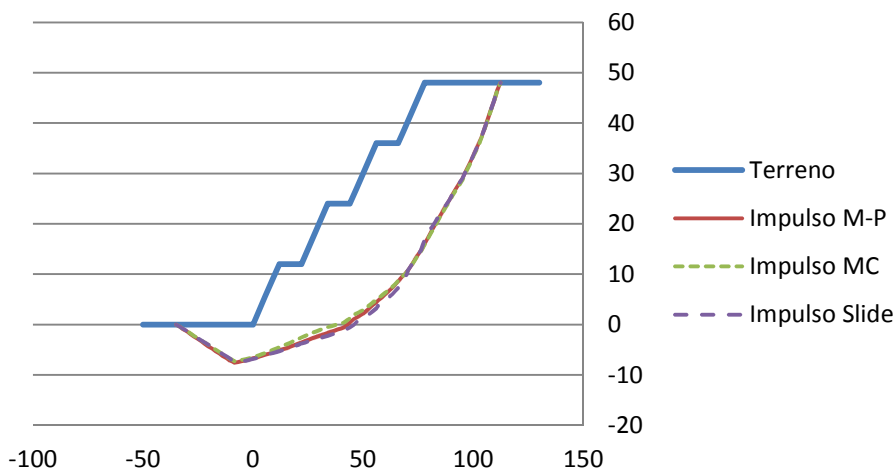


Fig. 5.70 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 2 – ambos os métodos.

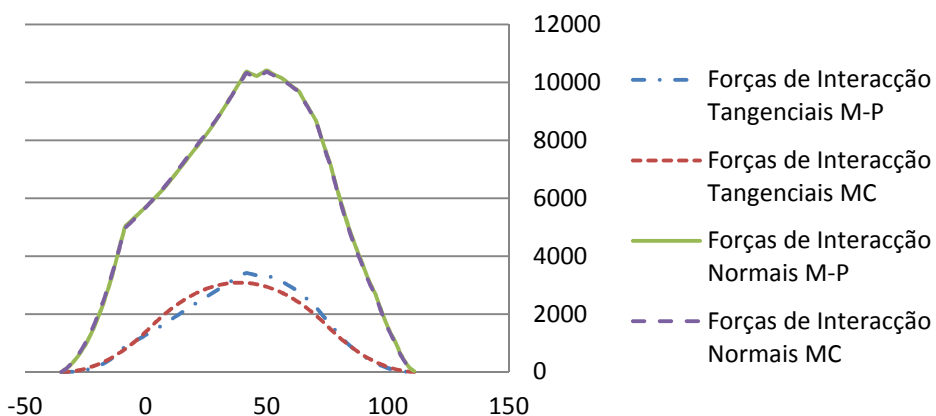


Fig. 5.71 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 5 – Caso 2 - ambos os métodos.

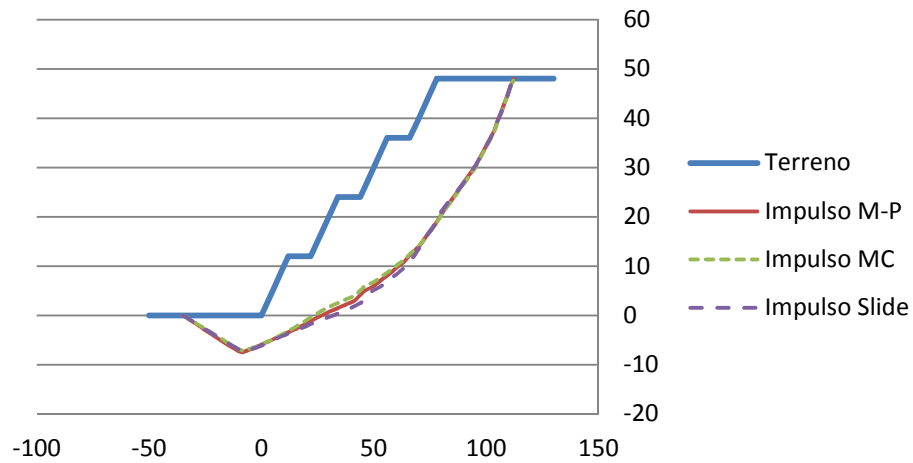


Fig. 5.72 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 3 – ambos os métodos.

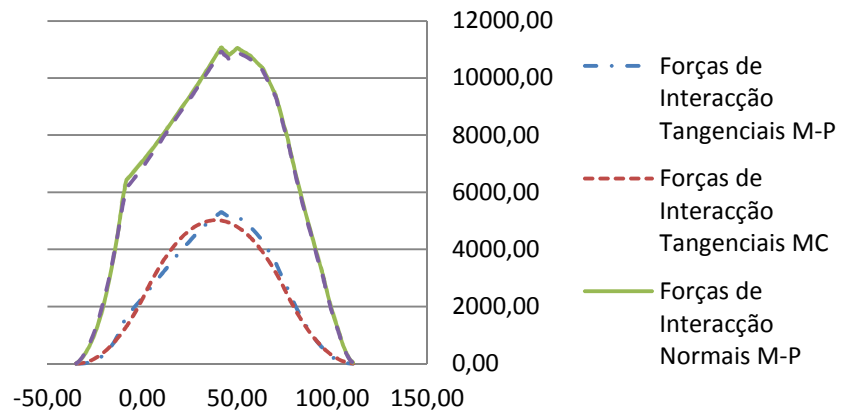


Fig. 5.73 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 5 – Caso 3 - ambos os métodos.

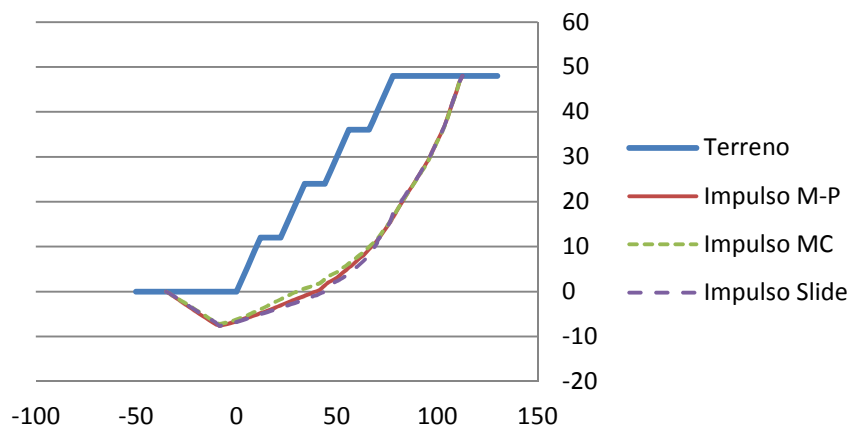


Fig. 5.74 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 4 – ambos os métodos.

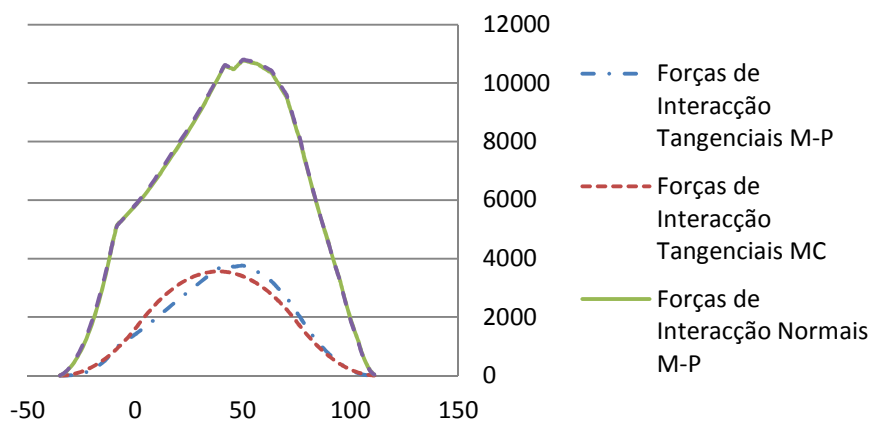


Fig. 5.75 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 5 – Caso 4 - ambos os métodos.

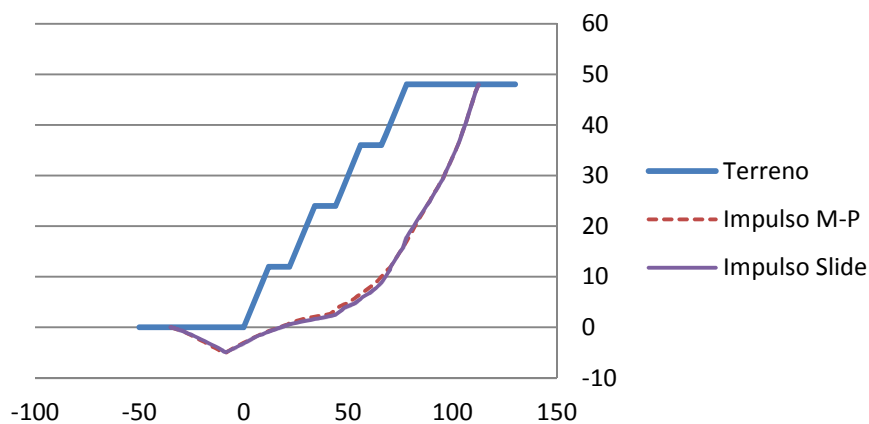


Fig. 5.76 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 1 – $f(x)=$ constante.

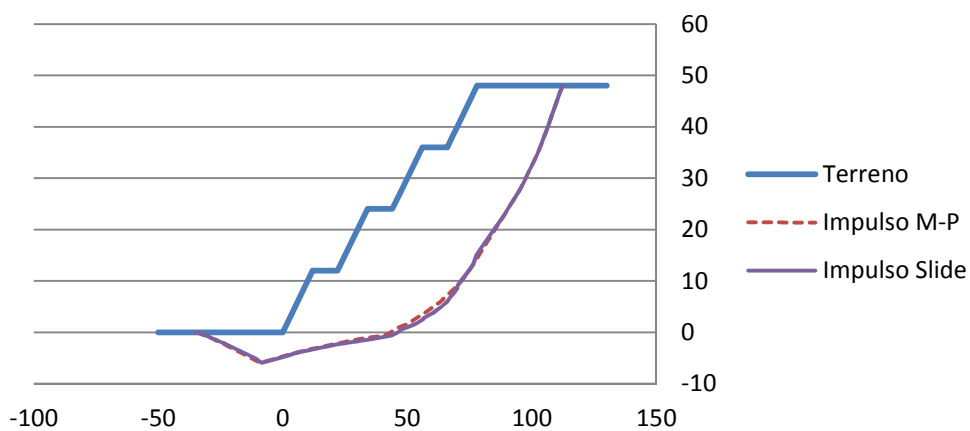


Fig. 5.77 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 2 – $f(x)=$ constante.

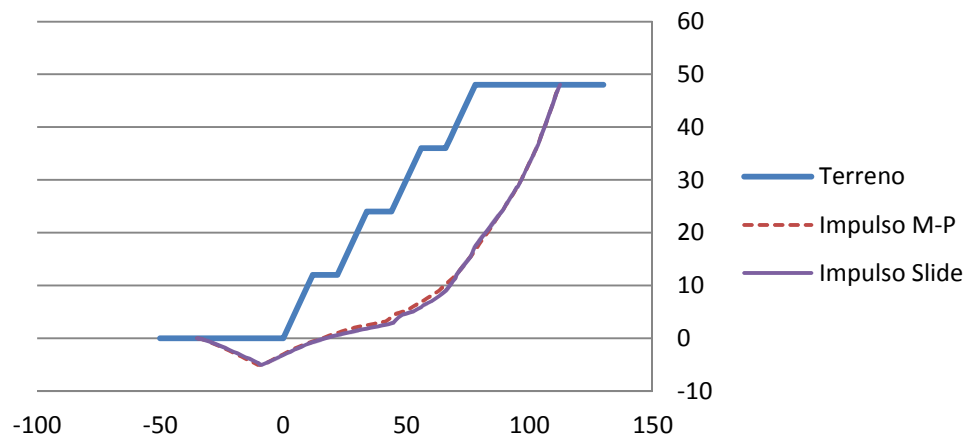


Fig. 5.78 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 3 – $f(x)$ = constante.

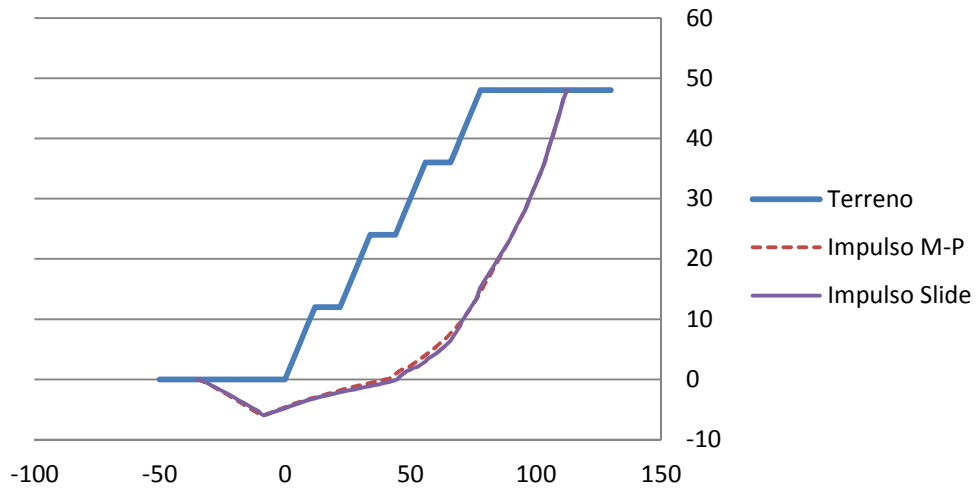


Fig. 5.79 - Linha de impulso – Exemplo 5 - Caso 4 – $f(x)$ = constante.

5.6. RESULTADOS E ANÁLISE - EXEMPLO 6

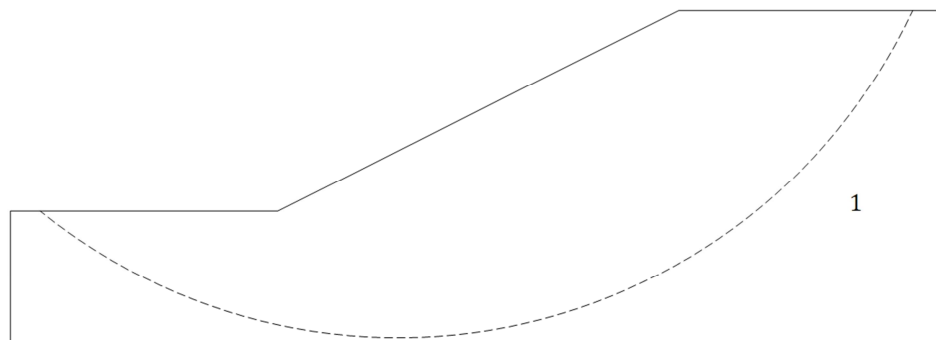


Fig. 5.80 - Geometria do Exemplo 6.

Os resultados obtidos no programa Taludes, utilizando o algoritmo proposto por Zhu (2008) para o método de Bishop simplificado são bastante satisfatórios.

Comparando o caso proposto e resolvido no artigo Zhu (2008), que é semelhante aos casos 1 e 6, exceptuando no número de fatias, com os casos resolvidos pelo programa Taludes, observa-se uma grande proximidade entre resultados, aspecto mais evidente para o valor obtido para o FS.

No que toca ao factor λ , a diferença encontrada dissipa-se quase por completo com o aumento do número de fatias como se pode observar no Quadro 5.42.

Relativamente ao factor x_m , definidor da função de interacção entre fatias, aumenta a diferença para o apresentado no artigo de Zhu (2008), com o aumento do número de fatias.

Comparando os valores dos factores de segurança obtidos pelos diferentes programas comerciais, com os obtidos no programa Taludes, observa-se uma grande proximidade entre estes, nunca chegando a diferença ao ponto percentual.

Dois aspectos curiosos sobre este algoritmo introduzido no programa Taludes, é que, ao contrário do que vinha a ser regra nos exemplos anteriores, utilizando diferentes métodos de análise de estabilidade de taludes, os resultados obtidos por este programa aproximam-se mais dos obtidos pelo programa comercial Slide, em vez do Slope. Outro aspecto notável é a estabilidade de resultados para o factor de segurança do programa Taludes, que com o aumento do número de fatias só registou, em regra, mudanças ao nível da quarta casa decimal.

Relativamente às linhas de impulso, observa-se nas linhas de impulso obtidas pelo método de Bishop, para os casos com menor número de fatias, um comportamento semelhante às linhas de impulso obtidas pelos métodos M-P e MC, sendo que as linhas de impulso do método de Bishop têm uma curvatura menos acentuada que a dos outros dois métodos com os quais são comparadas.

Para os casos com maior número de fatias, observa-se o aparecimento de elevadas tracções e compressões nas linhas de impulso dado pelo método de Bishop, tracções e compressões maiores do que as observadas para os outros métodos, M-P e MC. Referir que as linhas de impulso de Bishop para os casos com maior número de fatias têm, tal como para as linhas de impulso com menor número de fatias, uma curvatura mais longa que a observada para os outros métodos.

Todos os valores seguidamente apresentados nos quadros, provêm da análise da estabilidade de taludes utilizando o método de Bishop simplificado.

Quadro 5.37 - Resultados de FS para os diferentes programas e λ e x_m para o Taludes. 30 fatias – Exemplo 6.

	FS			λ	x_m
	Slope	Slide	Taludes	Taludes	Taludes
Caso 1	2.0800	2.082	2.0790	2018.682	34.198
Caso 2	1.5731	1.568	1.5663	2931.004	51.156
Caso 3	1.5650	1.559	1.5575	2824.026	51.199
Caso 4	1.5810	1.576	1.5744	3038.008	51.117
Caso 5	2.0663	2.068	2.0653	2125.939	34.241

Quadro 5.38 - Resultados de FS para os diferentes programas e λ e x_m para o Taludes. 150 fatias – Exemplo 6.

	FS			λ	x_m
	Slope	Slide	Taludes	Taludes	Taludes
Caso 6	2.0800	2.082	2.0800	1994.063	33.858
Caso 7	1.5729	1.567	1.5664	2911.344	49.513
Caso 8	1.5643	1.558	1.5577	2805.196	49.557
Caso 9	1.5808	1.575	1.5746	3017.367	49.473
Caso 10	2.0663	2.066	2.0657	2100.298	33.902

Quadro 5.39 - Resultados de FS, λ e x_m publicados no artigo.

	Resultados do artigo		
	FS	λ	x_m
Caso 1	2.080	1988.620	36.900

Quadro 5.40 - Comparação em percentagem dos resultados de FS obtidos para os diferentes programas. 30 fatias.

	Taludes vs Slope (%)	Taludes vs Slide(%)
Caso 1	0.05	0.14
Caso 2	0.43	0.11
Caso 3	0.48	0.10
Caso 4	0.42	0.10
Caso 5	0.05	0.13

Quadro 5.41 - Comparação em percentagem dos resultados de FS obtidos para os diferentes programas. 150 fatias.

	Taludes vs Slope (%)	Taludes vs Slide (%)
Caso 6	0.00	0.10
Caso 7	0.41	0.04
Caso 8	0.43	0.02
Caso 9	0.39	0.03
Caso 10	0.03	0.02

Quadro 5.42 – Comparação, em percentagem, dos resultados obtidos com os apresentados por Zhu (2008).

	Artigo vs Taludes (%)		
	FS	λ	x_m
Caso 1	0.05	1.51	7.32

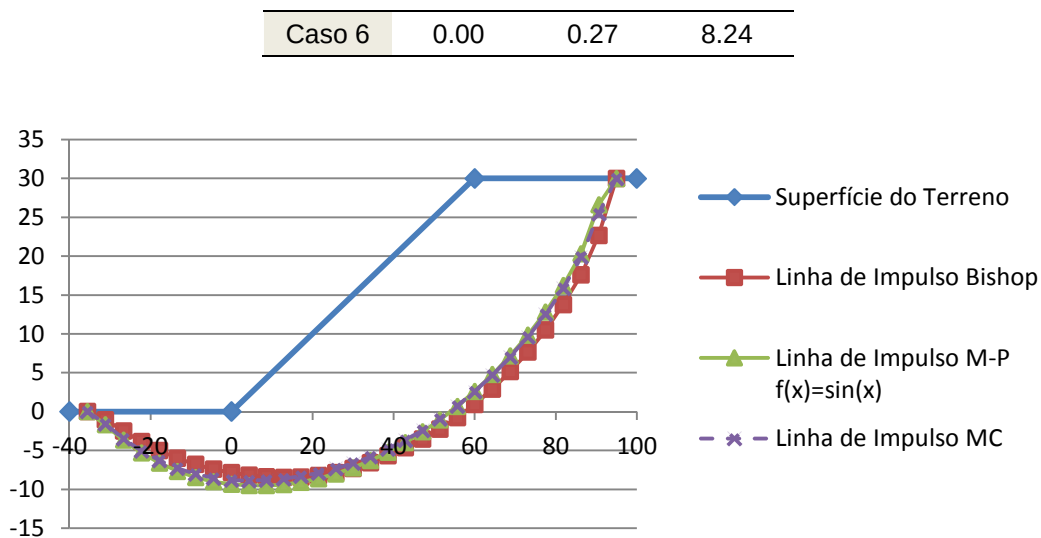


Fig. 5.81 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 1 - Bishop, M-P e MC.

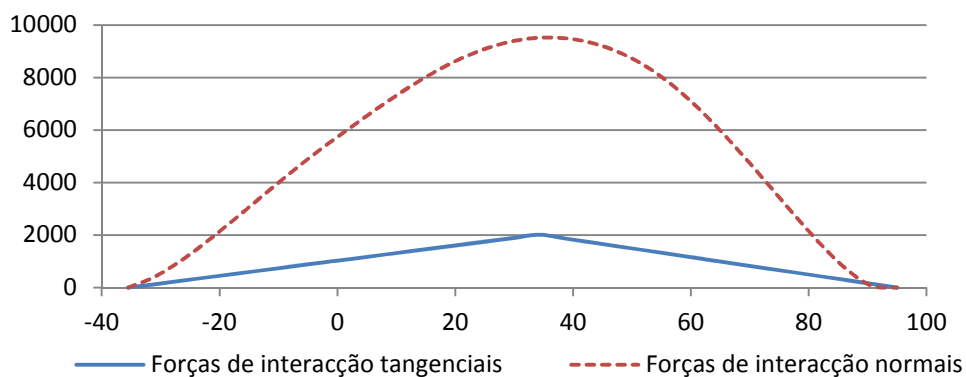


Fig. 5.82 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 1 - Bishop.

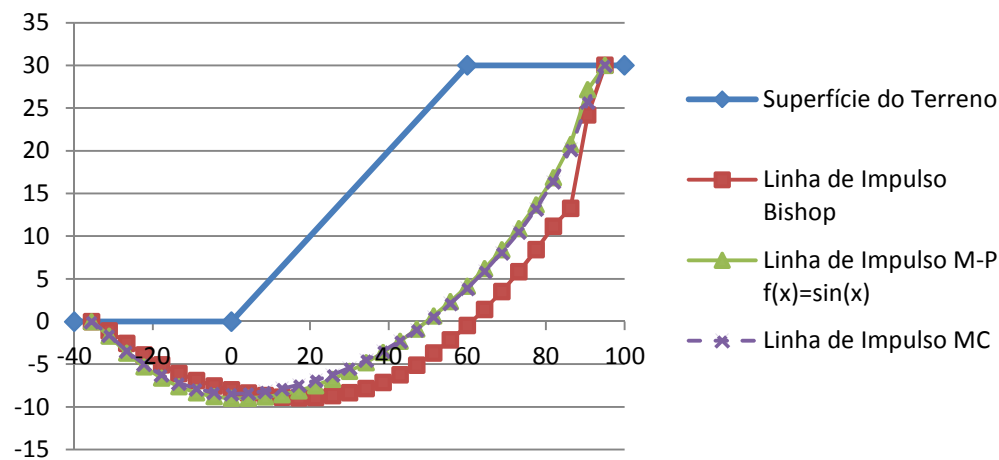


Fig. 5.83 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 2 - Bishop, M-P e MC.

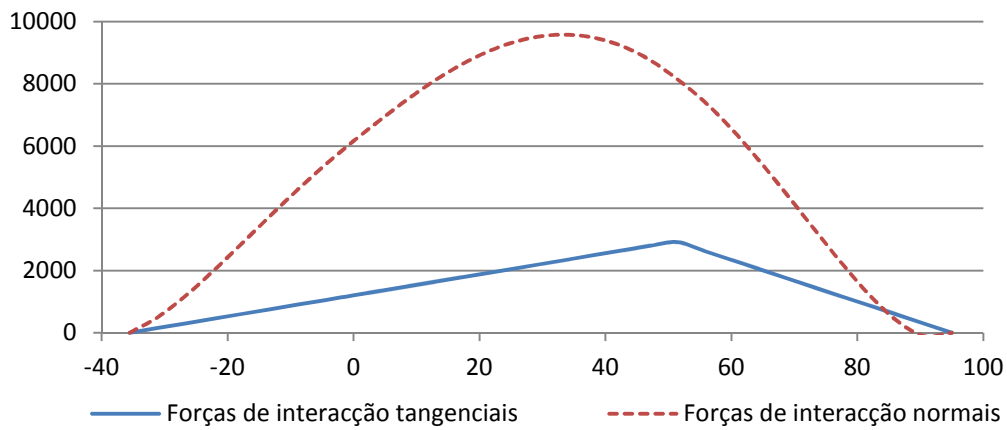


Fig. 5.84 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 2 - Bishop.

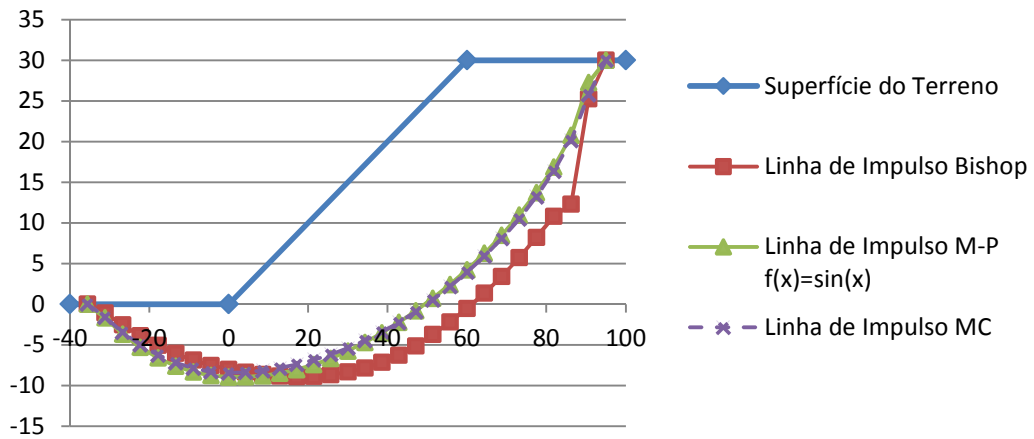


Fig. 5.85 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 3 - Bishop, M-P e MC.

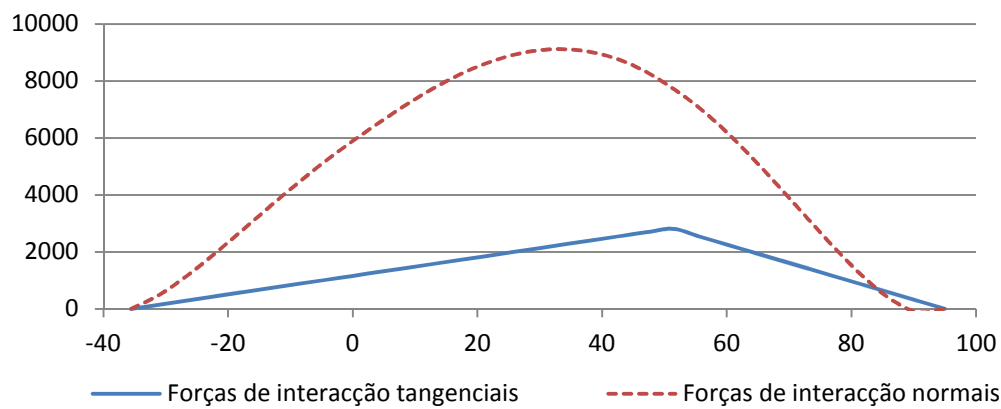


Fig. 5.86 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 3 - Bishop.

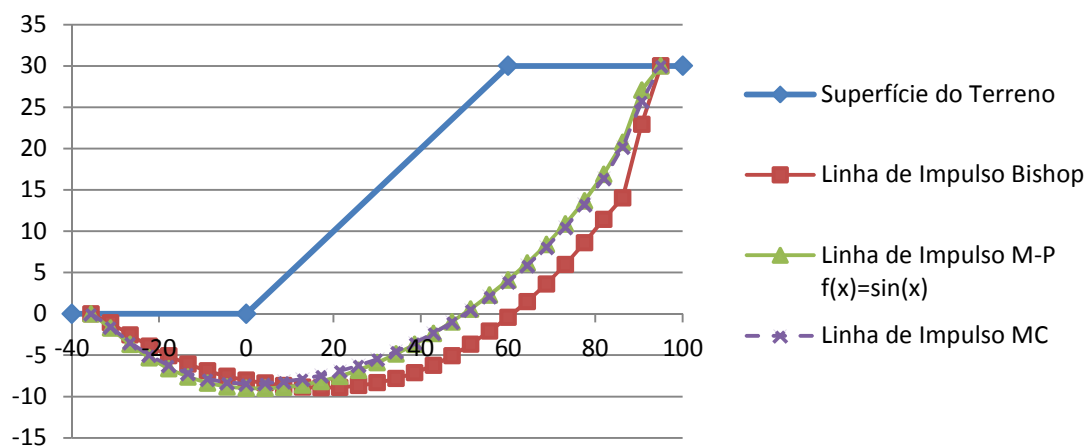


Fig. 5.87 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 4 - Bishop, M-P e MC.

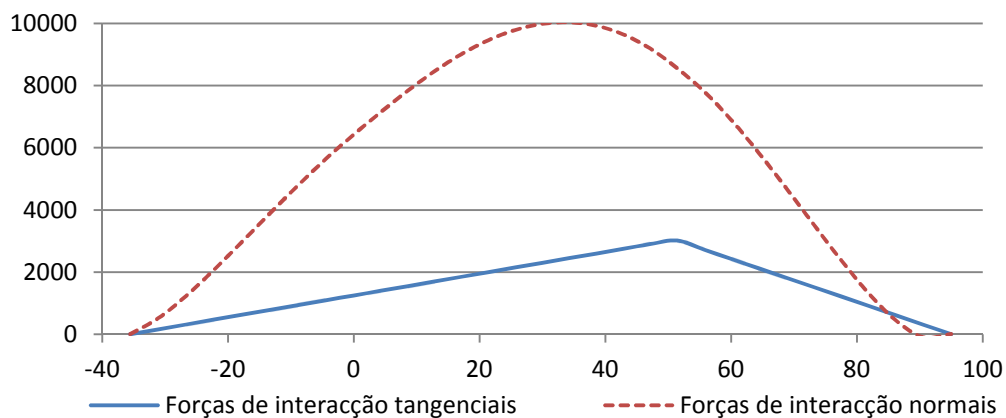


Fig. 5.88 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 4 - Bishop.

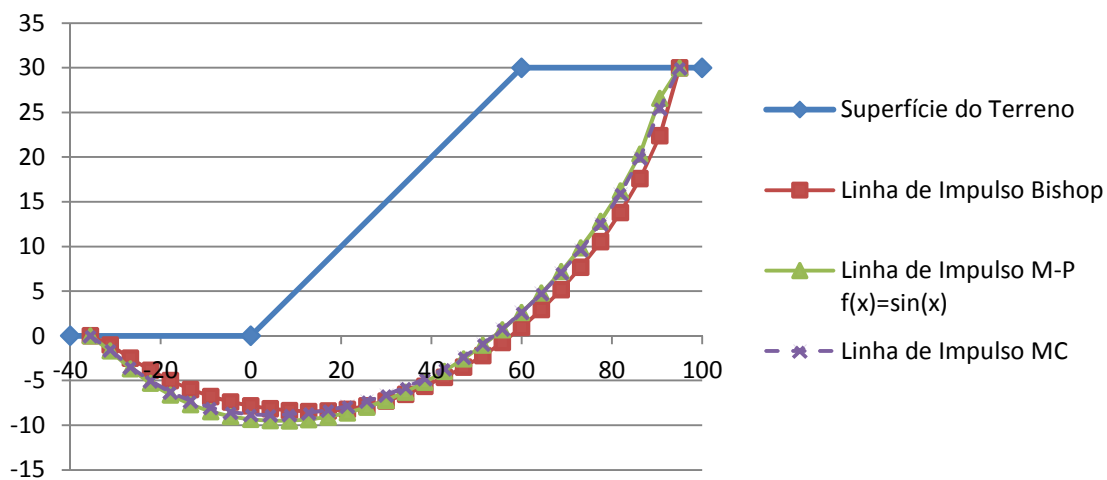


Fig. 5.89 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 5 - Bishop, M-P e MC.

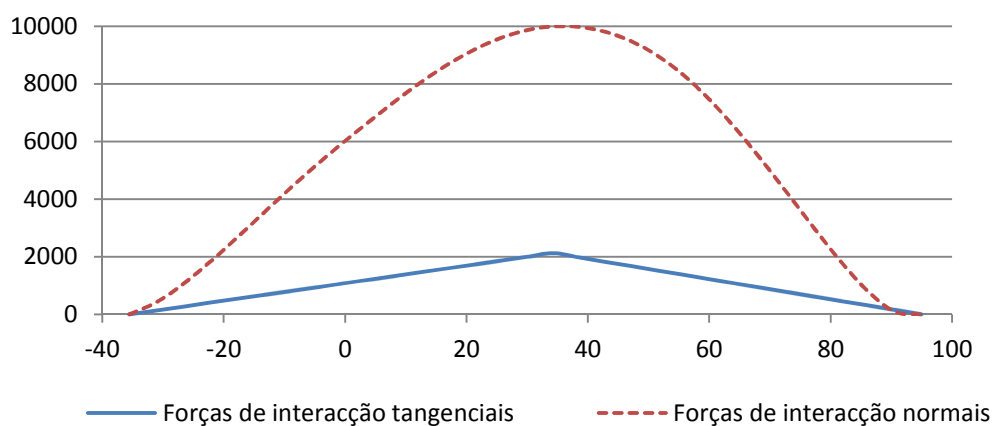


Fig. 5.90 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 5 - Bishop.

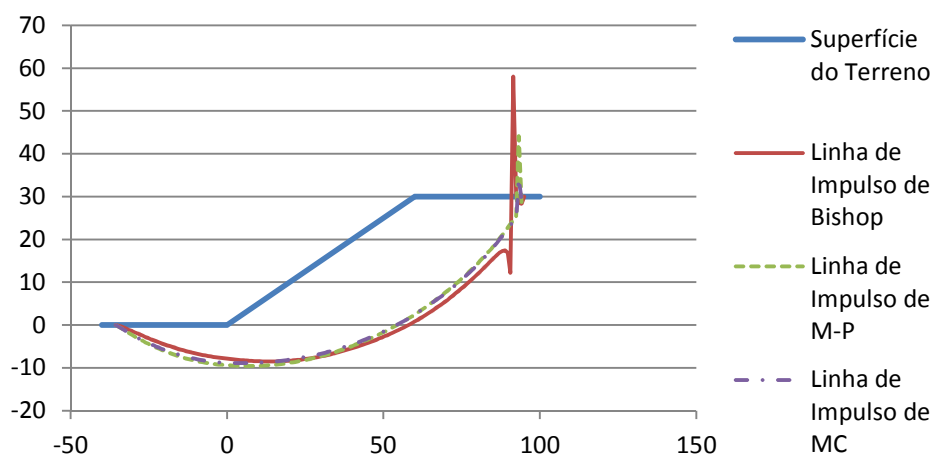


Fig. 5.91 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 6 - Bishop, M-P e MC.

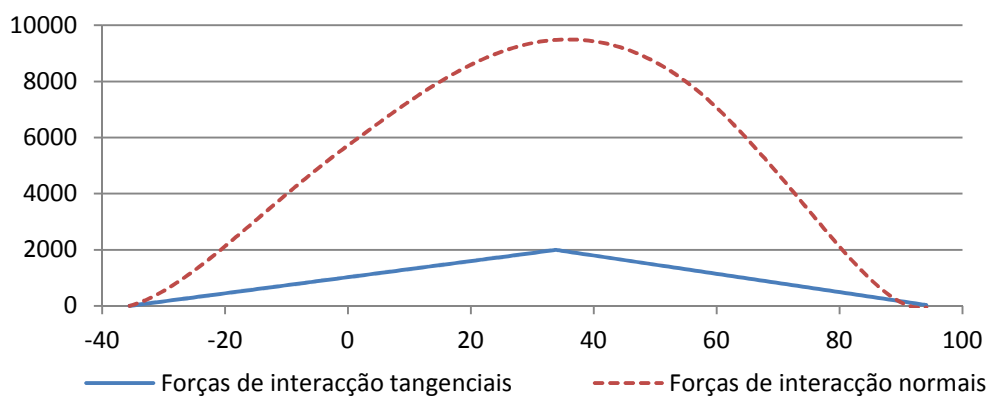


Fig. 5.92 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 6 - Bishop.

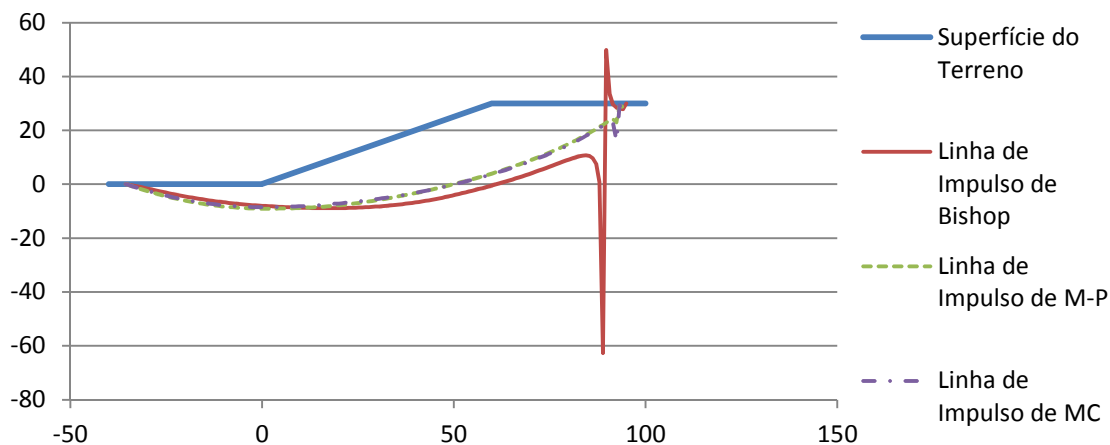


Fig. 5.93 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 7 - Bishop, M-P e MC.

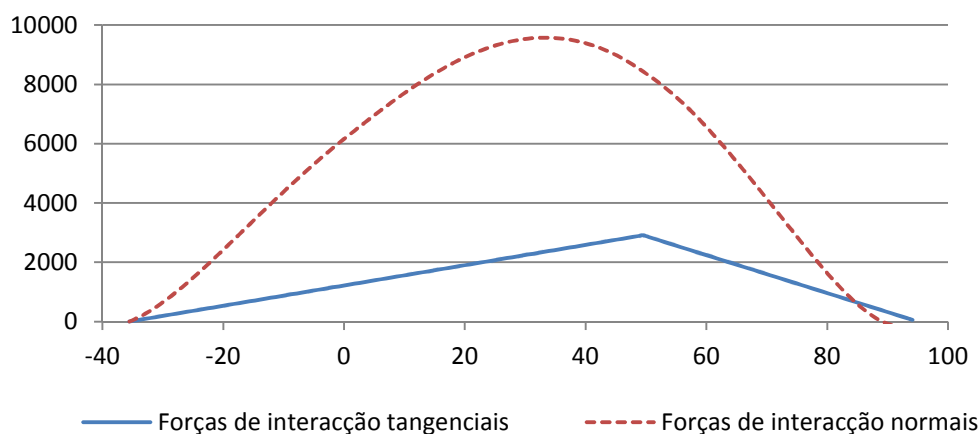


Fig. 5.94 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 7 - Bishop.

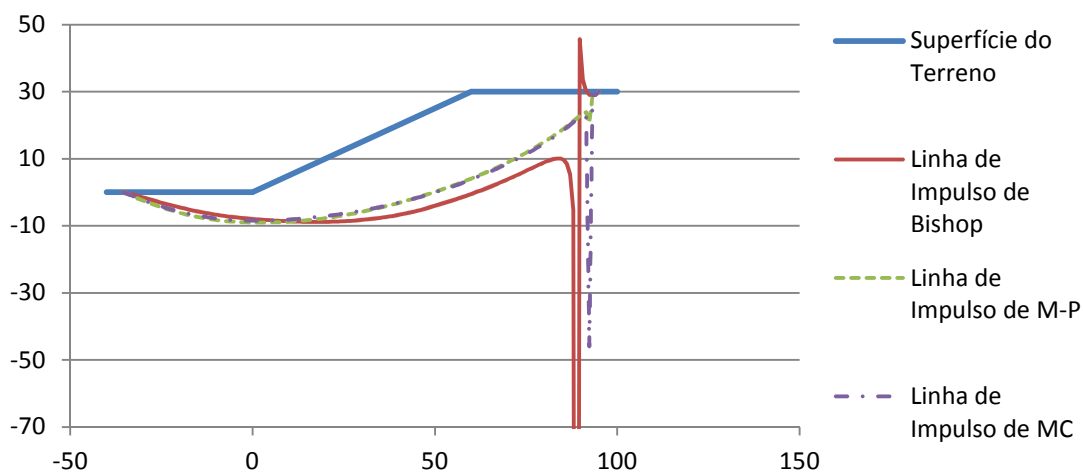


Fig. 5.95 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 8 - Bishop, M-P e MC.

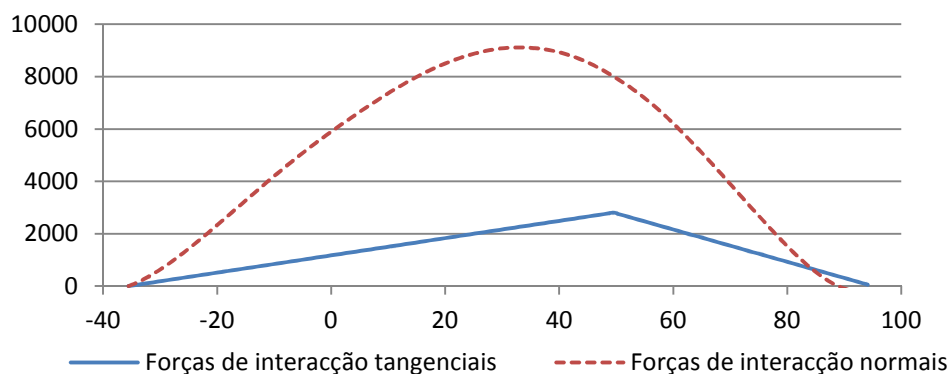


Fig. 5.96 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 8 - Bishop.

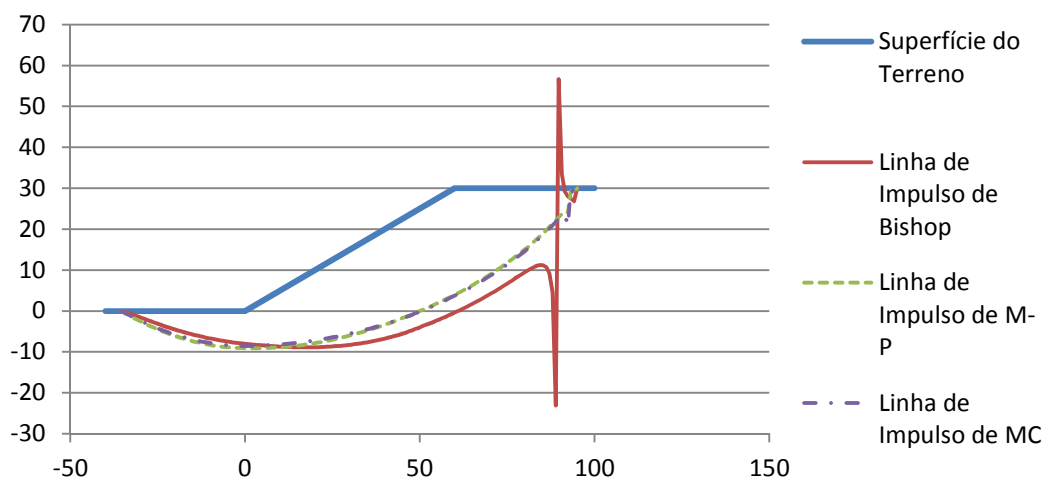


Fig. 5.97 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 9 - Bishop, M-P e MC.

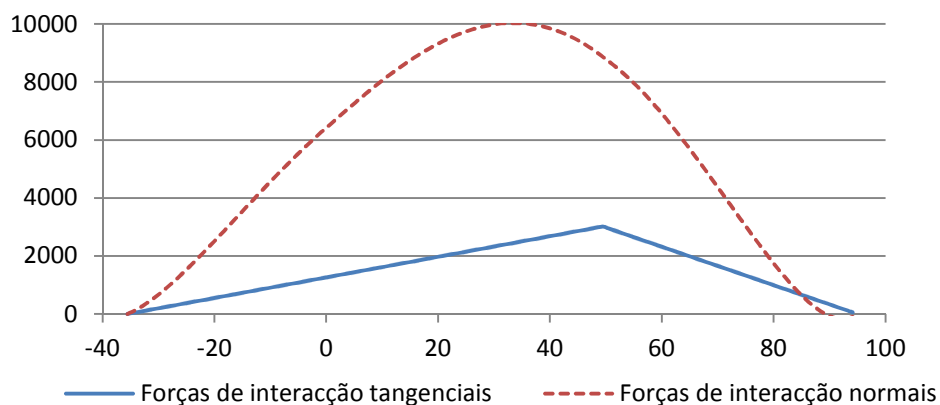


Fig. 5.98 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 9 - Bishop.

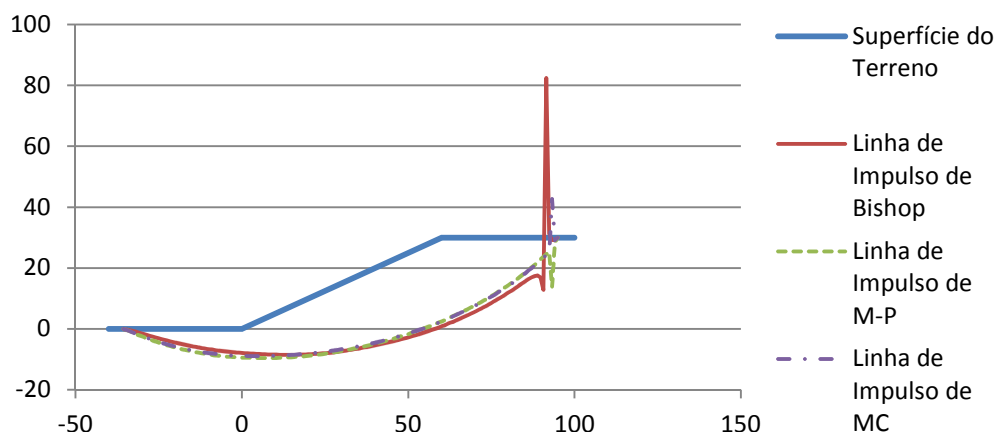


Fig. 5.99 - Linhas de impulso – Exemplo 6 - Caso 10 - Bishop, M-P e MC.

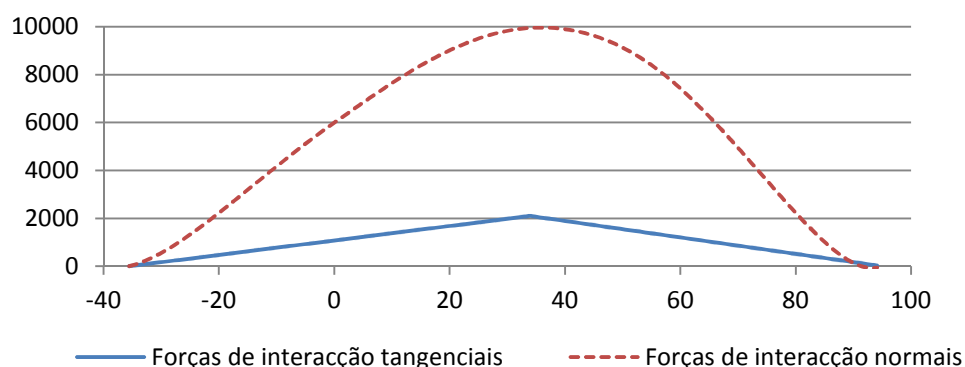


Fig. 5.100 - Forças de interação normais e tangenciais nas faces laterais das fatias – Exemplo 6 – Caso 10 - Bishop.

5.7. CONDICIONALISMOS Á ANÁLISE

Para todos os exemplos estudados nesta dissertação estão presentes, para a análise, não só do factor de segurança, mas também da linha de impulso, os resultados obtidos pelo programa comercial Slide. Ao longo de todos os casos, este programa é que, em regra, mais difere nos seus resultados quando comparados com os resultados obtidos com o programa Taludes.

Existirão porventura dois factores que provocam esta diferença, um deles é o modo de cálculo da área das fatias, que neste programa é diferente do modo utilizado tanto para o Slope como para o Taludes, aspecto que já foi frisado no capítulo 3, no ponto 3.5. Outro factor que pode influenciar a disparidade dos resultados obtidos neste programa comercial em relação aos obtidos, tanto pelo Taludes, como pelo Slide, é a divisão em fatias. Neste programa, quando indicamos o número de fatias desejado, a massa de potencial deslizamento é dividida em partes iguais, não tendo em atenção qualquer ponto notável, tal como uma mudança de inclinação. Esse aspecto é verificável na figura 5.101, na quinta fatia a contar da esquerda.

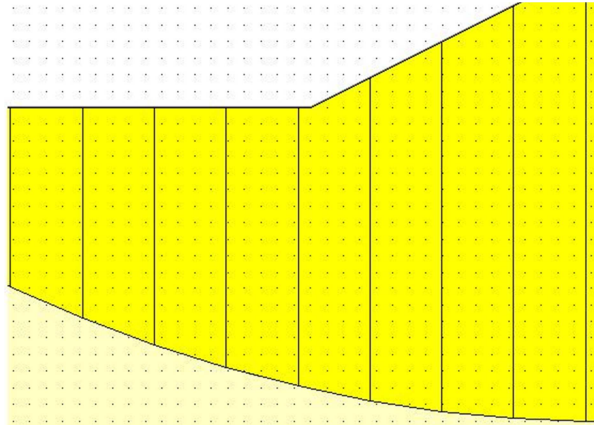


Fig. 5.101 – A divisão em fatias pelo programa comercial Slide.

Este facto poderá explicar muitas das diferenças observadas, e os resultados obtidos por este programa não terão o valor comparativo real que poderiam ter caso estas nuances tivessem sido trabalhadas.

6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho desenvolvido nesta dissertação permitiu um melhor conhecimento e maior domínio dos métodos de equilíbrio limite para análise de estabilidade de taludes, sua formulação, algoritmo de cálculo, e que resultados esperar quando se analisa por estes métodos. Permitiu também observar e estudar a evolução que este tipo de análise de estabilidade foi sofrendo ao longo dos anos, encontrando-se neste momento com processos muito mais simplificados, sem que com isso se tenha perdido qualidade nos resultados.

Foi também possível observar, que apesar de constituírem uma boa ferramenta auxiliar, estes métodos de estabilidade têm as suas limitações e aspectos criticáveis, que deverão ser tidos em conta aquando da análise dos resultados e antes disso, nos resultados expectáveis.

Ao longo desta dissertação, o trabalho foi sendo acompanhado por uma evolução do programa Taludes. Essa evolução contínua permitiu que tivesse sido possível elaborar uma análise mais fidedigna de um leque mais vasto de situações, aproximando-se agora as capacidades e os resultados obtidos por este programa dos fornecidos pelos programas comerciais.

As características que evoluíram no programa foram:

- Redefinição do modo como é calculada a área de cada fatia, aproximando-se agora do modo como este factor é calculado no programa comercial Slope;
- Formulação, algoritmo e instrução que permite obter os mesmos resultados para um mesmo maciço com iguais características, considerando-se que este desliza da direita para a esquerda ou vice-versa;
- Possibilidade de cálculo com vários tipos de superfície de deslizamento, tais como: circular, poligonal e mista;
- Melhorias ao nível do algoritmo de M-P para introdução no programa, tendo-se tornado este, mais simples, compacto sem que perdesse a sua eficiência;
- No método de Correia, introdução da capacidade de analisarmos situações em que existe acção sísmica e/ou acção da sobrecarga sobre o terraplano, tendo-se obtido excelentes resultados para esta nuance;
- Introdução da possibilidade de análise de um maciço com a presença do parâmetro r_u ;
- Introdução da possibilidade de análise de um maciço com a presença de uma camada fina;
- Capacitar o programa para fazer uma análise utilizando duas funções de interacção distintas, nomeadamente a função sino e a função constante para o método de M-P;
- Possibilidade de apresentação de resultados para as linhas de impulso;
- Melhoramento da qualidade e quantidade da informação visível através da interface gráfica possibilitada pelo programa Drawmesh;

- Melhorias ao nível do algoritmo de Bishop para introdução no programa, sendo agora possível obter a linha de impulsos para este método, bem como fazer análises de estabilidade de taludes por este método, admitindo acção sísmica.

Os resultados obtidos para os diversos exemplos, em termos de factor de segurança (FS), factor de escala (λ) e $X_{máx}$, são bastante próximos dos da bibliografia de referência. Contudo, ao observar as linhas de impulso dos exemplos analisados é notório que muitas vezes aparecem tracções no maciço, o que demonstra que não basta tomar em consideração o valor do factor de segurança, sendo muito importante a obtenção da linha de impulso em cada análise, para identificar a eventual existência de fendas de tracção que têm uma influência penalizadora no factor de segurança.

Um dos eventuais futuros melhoramentos poderia ser dotar o programa da capacidade de quando existam de facto fendas de tracção, este avise o utilizador, e ao mesmo tempo que o faz admita a existência destas recalculando o factor de segurança, que virá agora afectado das fendas de tracção, e como tal será menor mas mais confiável.

Outra das eventuais possibilidades para o aprofundamento da assertividade do programa, poderia ser estudar um cruzamento destes métodos gerais de equilíbrio limite com o método dos elementos finitos, algo que é mencionado no artigo de Krahn (2001) e que enriqueceria a análise, tornando-a de facto também mais fidedigna.

BIBLIOGRAFIA

- Bishop, A.W. (1955). *The use of the slip circle in the stability analysis of earth slopes*. Géotechnique, Vol 1, pp.7-17.
- Correia, R. (1988). *A limit equilibrium method for slope stability analysis*. Proc. 5th International Symposium on Landslides, Lausanne, Vol. 1, pp. 595-598.
- Correia, R.M (1989). *Um método de equilíbrio limite para a análise de estabilidade de taludes*. Geotecnia, 57, pp.35-45.
- Fellenius, W. (1936). *Calculation of the stability of earth dams*. Paper D-48, Proc. 2nd Congress on Large Dams, paper D-48, pp. 445-463, Washington D.C.
- Fredlund, D.G., Krahn, J. (1977). *Comparison of slope stability methods of analysis*. Canadian Geotechnical Journal, Vol 14, pp.429-439.
- Guedes de Melo, P. (1993). *Taludes naturais em solos – Técnicas de estabilização e seu dimensionamento*. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa.
- Janbu, N., Bjerrum, L., Kjaernsli, B. (1956). *Soil mechanics applied to some engineering problems*. Norwegian Geotechnical Institute, Publication 16.
- Krahn, J. (2003). *The 2001 R.M. Hardy lecture: The limits of limit equilibrium analyses*. Canadian Geotechnical Journal, Vol.40, pp. 643-660.
- Matos Fernandes, M. (2006). *Mecânica dos Solos, Conceitos e Princípios Fundamentais*. Vol.1. FEUP Edições, Porto.
- Morgenstern, N.R., Price, V.E. (1965). *The analysis of the stability of general slip surfaces*. Géotechnique, Vol 15(1), pp.79-93.
- Silva, A.F.P. (2010). *Desenvolvimento de um programa de cálculo automático de estabilidade de taludes pelo método de Correia*. Tese de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, FEUP.
- Spencer, E. (1967). *A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces*. Géotechnique, 17, pp. 11-26.
- Zhu, D.Y., Lee, C.F., Qian, Q.H., Zou, Z.S., Sun, F. (2001). *A new procedure for computing the factor of safety using the Morgenstern-price method*. Canadian Geotechnical Journal, Vol.38, pp. 882-888.
- Zhu, D.Y., Lee, C.F, Qian, Q.H., Chen, G.R. (2005). *A concise algorithm for computing the factor of safety using the Morgenstern-Price method*. Canadian Geotechnical Journal, Vol.42, pp.272-278.
- Zhu, D.Y. (2008). *Investigations on the accuracy of the simplified Bishop method*. Landslides and Engineered Slopes, Chen et al. (eds.), pp. 1055-1057, Taylor & Francis Group, London.

ANEXO A – DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO 3.56

Seja n=5 fatias:

Tendo em conta as equações 3.48, 3.50, 3.52, 3.53, 3.54 e 3.55, e admitindo que:

- $E_5=0$
- $E_0=0$

1º CICLO

$$E_1 \times \phi_1 = \psi_0 \times E_0 \times \phi_0 + F \times T_1 - R_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_1 \times \phi_1 = F \times T_1 - R_1$$

2º CICLO

$$E_2 \times \phi_2 = \psi_1 \times E_1 \times \phi_1 + F \times T_2 - R_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_2 \times \phi_2 = \psi_1 \times (F \times T_1 - R_1) + F \times T_2 - R_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_2 \times \phi_2 = \psi_1 \times F \times T_1 - \psi_1 \times R_1 + F \times T_2 - R_2$$

3º CICLO

$$E_3 \times \phi_3 = \psi_2 \times E_2 \times \phi_2 + F \times T_3 - R_3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_3 \times \phi_3 = \psi_2 \times (\psi_1 \times F \times T_1 - \psi_1 \times R_1 + F \times T_2 - R_2) + F \times T_3 - R_3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_3 \times \phi_3 = \psi_2 \times \psi_1 \times F \times T_1 - \psi_2 \times \psi_1 \times R_1 + \psi_2 \times F \times T_2 - \psi_2 \times R_2 + F \times T_3 - R_3$$

4º CICLO

$$E_4 \times \phi_4 = \psi_3 \times E_3 \times \phi_3 + F \times T_4 - R_4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_4 \times \phi_4 = \psi_3 \times (\psi_2 \times \psi_1 \times F \times T_1 - \psi_2 \times \psi_1 \times R_1 + \psi_2 \times F \times T_2 - \psi_2 \times R_2 + F \times T_3 - R_3) + F \times T_4 - R_4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_4 \times \phi_4 = \psi_3 \times \psi_2 \times \psi_1 \times F \times T_1 - \psi_3 \times \psi_2 \times \psi_1 \times R_1 + \psi_3 \times \psi_2 \times F \times T_2 - \psi_3 \times \psi_2 \times R_2 + \psi_3 \times F \times T_3 - \psi_3 \times R_3 + F \times T_4 - R_4$$

5º CICLO

$$E_5 \times \phi_5 = \psi_4 \times E_4 \times \phi_4 + F \times T_5 - R_5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E_5 \times \phi_5 = \psi_4 \times (\psi_3 \times \psi_2 \times \psi_1 \times F \times T_1 - \psi_3 \times \psi_2 \times \psi_1 \times R_1 + \psi_3 \times \psi_2 \times F \times T_2 - \psi_3 \times \psi_2 \times R_2 + \psi_3 \times F \times T_3 - \psi_3 \times R_3 + F \times T_4 - R_4) \\ \dots + F \times T_5 - R_5 \Leftrightarrow$$

Relembrando que $E_5=0$

$$\Leftrightarrow 0 = \psi_4 \times \psi_3 \times \psi_2 \times \psi_1 \times F \times T_1 - \psi_4 \times \psi_3 \times \psi_2 \times \psi_1 \times R_1 + \psi_4 \times \psi_3 \times \psi_2 \times F \times T_2 \\ \dots - \psi_4 \times \psi_3 \times \psi_2 \times R_2 + \psi_4 \times \psi_3 \times F \times T_3 - \psi_4 \times \psi_3 \times R_3 + \psi_4 \times F \times \dots \\ \dots \times T_4 - \dots \psi_4 \times R_4 + F \times T_5 - R_5$$

Ao passar os termos com parcela F para o mesmo lado da equação, e depois isolar F, fica:

$$F = \frac{\psi_4 \times \psi_3 \times \psi_2 \times \psi_1 \times R_1 + \psi_4 \times \psi_3 \times \psi_2 \times R_2 + \psi_4 \times \psi_3 \times R_3 + \psi_4 \times R_4 + R_5}{\psi_4 \times \psi_3 \times \psi_2 \times \psi_1 \times T_1 + \psi_4 \times \psi_3 \times \psi_2 \times T_2 + \psi_4 \times \psi_3 \times T_3 + \psi_4 \times F \times T_4 + T_5}$$

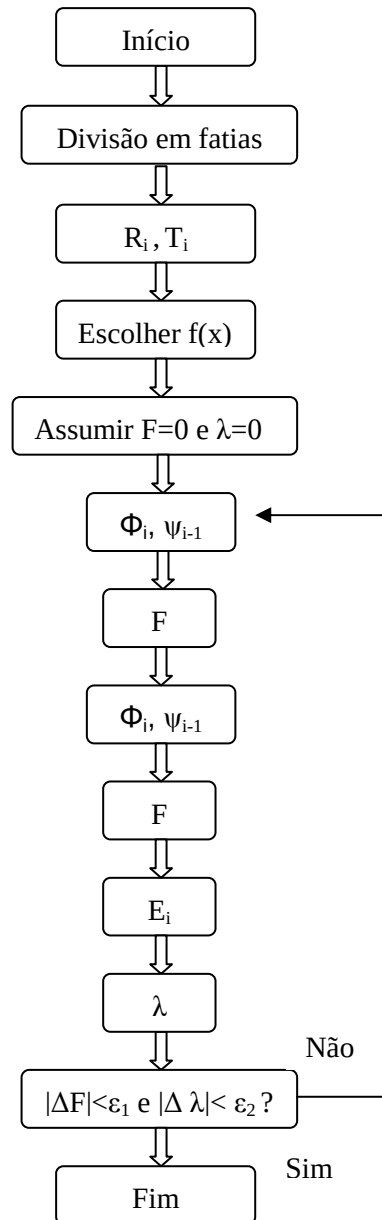
Que pode ser escrito desta forma:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (R_i \prod_{j=1}^{n-1} \psi_j) + R_n}{\sum_{i=1}^{n-1} (T_i \prod_{j=1}^{n-1} \psi_j) + T_n}$$

cqd.

ANEXO B – FLUXOGRAMA

O processo iterativo deverá seguir o caminho que de seguida é apresentado.



Em que ε_1 e ε_2 , são as tolerâncias adoptadas para as iterações

ANEXO C – DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO 3.59

Seja $n=5$ fatias

Tendo em atenção as equações 3.55, 3.57 e 3.58, e admitindo que:

- $M_0=0$
- $M_5=0$

$$M_1=M_0-\frac{\lambda \times b_1}{2} \times (f_1 \times E_1 + f_0 \times E_0) + \frac{b_1}{2} \times (E_1 + E_0) \times \tan \alpha_1 + kh \times W_1 \times \frac{h_1}{2} - Q_1 \times \sin \omega_1 \times h_1$$

$$M_2=M_1-\frac{\lambda \times b_2}{2} \times (f_2 \times E_2 + f_1 \times E_1) + \frac{b_2}{2} \times (E_2 + E_1) \times \tan \alpha_2 + kh \times W_2 \times \frac{h_2}{2} - Q_2 \times \sin \omega_2 \times h_2$$

$$M_3=M_2-\frac{\lambda \times b_3}{2} \times (f_3 \times E_3 + f_2 \times E_2) + \frac{b_3}{2} \times (E_3 + E_2) \times \tan \alpha_3 + kh \times W_3 \times \frac{h_3}{2} - Q_3 \times \sin \omega_3 \times h_3$$

$$M_4=M_3-\frac{\lambda \times b_4}{2} \times (f_4 \times E_4 + f_3 \times E_3) + \frac{b_4}{2} \times (E_4 + E_3) \times \tan \alpha_4 + kh \times W_4 \times \frac{h_4}{2} - Q_4 \times \sin \omega_4 \times h_4$$

Relembrando que $M_5=0$:

$$M_5=0=M_4-\frac{\lambda \times b_5}{2} \times (f_5 \times E_5 + f_4 \times E_4) + \frac{b_5}{2} \times (E_5 + E_4) \times \tan \alpha_5 + kh \times W_5 \times \frac{h_5}{2} - Q_5 \times \sin \omega_5 \times h_5 \Leftrightarrow$$

$$0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^5 \left[-\frac{\lambda \times b_i}{2} \times (f_i \times E_i + f_{i-1} \times E_{i-1}) + \frac{b_i}{2} \times (E_i + E_{i-1}) \times \tan \alpha_i + kh \times W_i \times \frac{h_i}{2} - Q_i \times \sin \omega_i \times h_i \right]$$

Passando o termo λ , para o primeiro membro da equação, e posteriormente isolando-o:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n [b_i \times (E_i + E_{i-1}) \times \tan \alpha_i + Kh \times W_i \times h_i - 2 \times Q \times \sin \omega_i \times h_i]}{\sum_{i=1}^n b_i \times (f_i \times E_i + f_{i-1} \times E_{i-1})}$$

ANEXO D – RESULTADOS COMPLEMENTARES - EXEMPLO 2 (EXCEL)

Como anteriormente anunciado, serão aqui apresentados os resultados discriminados do estudo prévio deste método numa folha de cálculo do programa Excel.

Quadro A. 1 – Parâmetros base utilizados para o cálculo do problema.

Fatia	x_{Esg}	x_{Dir}	Δx	ξ_{Esg}	$f(\xi)_{\text{Esg}}$	ξ_{Dir}	$f(\xi)_{\text{Dir}}$	Δf	Área	W (kN)	tg(α)
1	0	1	1	0.000	0.000	0.071	0.041	0.041	0.5000	10	-0.25
2	1	2	1	0.071	0.041	0.143	0.163	0.122	1.5000	30	-0.25
3	2	3	1	0.143	0.163	0.214	0.367	0.204	2.3125	46.25	0
4	3	4	1	0.214	0.367	0.286	0.633	0.265	2.9375	58.75	0
5	4	5	1	0.286	0.633	0.357	0.837	0.204	3.4375	68.75	0.25
6	5	6	1	0.357	0.837	0.429	0.959	0.122	3.8125	76.25	0.25
7	6	7	1	0.429	0.959	0.500	1.000	0.041	4.0000	80	0.5
8	7	8	1	0.500	1.000	0.571	0.959	-0.041	4.0000	80	0.5
9	8	9	1	0.571	0.959	0.643	0.837	-0.122	3.8750	77.5	0.75
10	9	10	1	0.643	0.837	0.714	0.633	-0.204	3.6250	72.5	0.75
11	10	11	1	0.714	0.633	0.786	0.367	-0.265	3.1250	62.5	1
12	11	12	1	0.786	0.367	0.857	0.163	-0.204	2.3750	47.5	1
13	12	13	1	0.857	0.163	0.929	0.041	-0.122	1.5000	30	1.25
14	13	14	1	0.929	0.041	1.000	0.000	-0.041	0.5000	10	1.25

Quadro A. 2 - Parâmetros base utilizados para o cálculo do problema (Cont.).

α	sec(α)	x	y
-0.24498	1.031	0.5	0.875
-0.24498	1.031	1.5	0.625
0	1.000	2.5	0.500
0	1.000	3.5	0.500
0.24498	1.031	4.5	0.625
0.24498	1.031	5.5	0.875
0.46365	1.118	6.5	1.250
0.46365	1.118	7.5	1.750
0.6435	1.250	8.5	2.375
0.6435	1.250	9.5	3.125
0.7854	1.414	10.5	4.000
0.7854	1.414	11.5	5.000
0.89606	1.601	12.5	6.125
0.89606	1.601	13.5	7.375

Para as situações sísmicas há que considerar o peso das fatias de outra forma, os valores são apresentados no Quadro A. 3.

Quadro A. 3 – Peso das fatias se houver sismo.

W (kN)	kh*W	W*(1+kv)
10	1	10.5
30	3	31.5
46.25	4.625	48.5625
58.75	5.875	61.6875
68.75	6.875	72.1875
76.25	7.625	80.0625
80	8	84
80	8	84
77.5	7.75	81.375
72.5	7.25	76.125
62.5	6.25	65.625
47.5	4.75	49.875
30	3	31.5
10	1	10.5

Estes parâmetros acima apresentados servirão de base a todos os casos analisados por através deste programa.

Tendo em conta a formulação apresentada no capítulo 3, mais precisamente no subcapítulo 3.2., os resultados para cada caso analisado no Excel.

A.1. EXEMPLO 2 – CASO 1

Quadro A. 4 – Resultados dos factores a utilizar na resolução. 1. Caso 1.

fact1	fact2	fact3	A1	A2	A3	A4
0.894	1.317	2.125	0.027713	8.403078	0.00384	7.352693
0.894	1.317	2.125	0.083138	21.98223	-0.13171	13.73889
0.532	1.450	2.000	0.074839	18.3398	-0.47278	9.1699
0.532	1.450	2.000	0.097291	22.9237	-0.87993	11.46185
0.169	1.583	2.125	0.021818	8.692609	-0.90473	5.432881
0.169	1.583	2.125	0.013091	9.494439	-0.66201	8.307634
-0.193	1.716	2.500	-0.0046	-7.55379	-0.27105	-9.44224
-0.193	1.716	2.500	0.004597	-7.55379	0.314168	-13.2191
-0.556	1.849	3.125	0.036809	-21.6069	1.128239	-51.3164
-0.556	1.849	3.125	0.061349	-20.1039	2.130491	-62.8246

-0.918	1.982	4.000	0.122934	-26.9419	3.27745	-107.767
-0.918	1.982	4.000	0.094565	-19.9914	2.819761	-99.9568
-1.281	2.115	5.125	0.074162	-15.7461	1.984857	-96.4451
-1.281	2.115	5.125	0.024721	-3.63294	0.733336	-26.7929

Quadro A. 5 - Resultados dos factores a utilizar na resolução. 2. Caso 1.

da1df	da2df	da3df	da4df
-0.01329	-4.48218	-0.01163	-3.92191
-0.03988	-10.9963	-0.02493	-6.87268
-0.05162	-12.6487	-0.02581	-6.32434
-0.0671	-15.8101	-0.03355	-7.90507
-0.04602	-16.3502	-0.02876	-10.2189
-0.02761	-18.0413	-0.02416	-15.7861
-0.00921	-18.9103	-0.01152	-23.6379
0.009215	-18.9103	0.016126	-33.0931
0.029765	-19.7532	0.070692	-46.9138
0.049609	-18.5378	0.155027	-57.9305
0.071845	-17.9437	0.287382	-71.7749
0.055266	-13.8817	0.276329	-69.4085
0.037312	-10.2876	0.228535	-63.0115
0.012437	-4.19331	0.091725	-30.9256

Os resultados apresentados nos Quadros A. 3 e A. 4, provêm de um processo iterativo que admite para factor de segurança, o valor unitário como ponto de partida do processo iterativo. No Quadro A. 5 está apresentado o caminho iterativo.

Quadro A. 6 – Caminho do processo iterativo. Caso 1.

iter.	F	$\psi(F_n)$
1	1.000	-876.4
2	1.35157	-157.13
3	1.44521	-7.2046
4	1.44993	-0.0166
5	1.44994	-9E-08
6	1.44994	

Referir que para a última iteração, o valor de $X_{\text{máx}}=45.458$.

As forças de interação e esforços na base serão apresentadas no Quadro A. 6.

Quadro A. 7 – Forças de Interação e esforços na base. Caso 1.

ΔX	X	ΔE	E	N'	S
1.85543	0	9.662836	0	13.84504	6.498964
5.566291	1.85543	25.7615	9.662836	40.75245	16.36623
9.277151	7.421721	21.74184	35.42434	55.52715	21.74184
12.0603	16.69887	27.34635	57.16618	70.8103	27.34635
9.277151	28.75917	9.684435	84.51253	73.34863	28.31965
5.566291	38.03632	10.08953	94.19697	76.92639	29.63165
1.85543	43.60261	-7.76278	104.2865	76.68534	29.66362
-1.85543	45.45804	-7.34481	96.52372	73.17933	28.37792
-5.56629	43.60261	-19.9336	89.17891	69.50715	27.21332
-9.27715	38.03632	-17.3151	69.24528	60.96732	24.08166
-12.0603	28.75917	-21.3535	51.93021	50.76548	20.56703
-9.27715	16.69887	-15.6926	30.57669	38.12401	15.93126
-5.56629	7.421721	-12.3749	14.88404	24.92676	11.34901
-1.85543	1.85543	-2.50918	2.509182	7.047214	4.792367

Por último a linha de impulso será apresentada na Fig.A. 1.

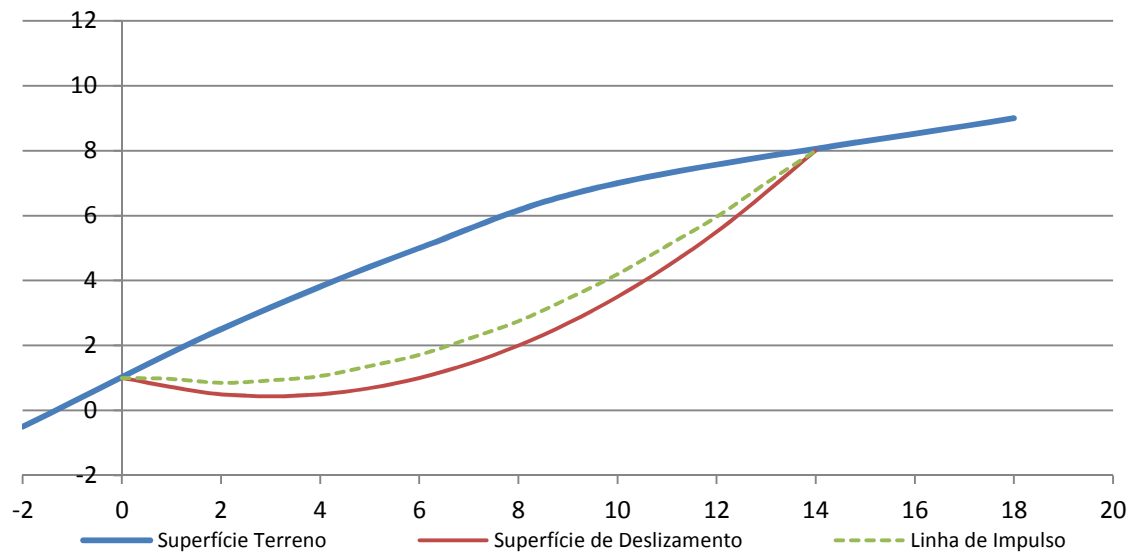


Fig. A. 1 – Linha de impulso. Caso 1.

A.1. EXEMPLO 2 – CASO 2

Quadro A. 8 - Resultados dos factores a utilizar na resolução. 1. Caso 2.

fact1	fact2	fact3	A1	A2*	A2	A3	A4
0.831	1.063	2.125	0.031904	10.20711	9.207111	0.007508	7.806222
0.831	1.063	2.125	0.095712	26.62178	23.62178	-0.12385	12.51361
0.532	1.196	2.000	0.090764	23.27068	18.64568	-0.46482	3.975184
0.532	1.196	2.000	0.117993	29.10792	23.23292	-0.86957	2.987556
0.233	1.328	2.125	0.035767	14.2509	7.375904	-0.89601	-7.20647
0.233	1.328	2.125	0.02146	15.63105	8.006048	-0.65469	-7.52986
-0.066	1.461	2.500	-0.00185	-2.08655	-10.0866	-0.26761	-28.6082
-0.066	1.461	2.500	0.001845	-2.08655	-10.0866	0.309351	-33.6515
-0.365	1.594	3.125	0.028029	-16.6671	-24.4171	1.107386	-73.0061
-0.365	1.594	3.125	0.046715	-15.4653	-22.7153	2.084761	-84.126
-0.664	1.727	4.000	0.101965	-22.9058	-29.1558	3.193575	-126.389
-0.664	1.727	4.000	0.078435	-16.8526	-21.6026	2.739112	-113.654
-0.963	1.860	5.125	0.063372	-13.5475	-16.5475	1.918769	-103.603
-0.963	1.860	5.125	0.021124	-2.67908	-3.67908	0.706811	-27.3832

Quadro A. 9 - Resultados dos factores a utilizar na resolução. 2. Caso 2.

da1df	da2df	da3df	da4df
-0.02042	-7.13532	-0.01787	-6.2434
-0.06126	-17.6421	-0.03829	-11.0263
-0.07592	-19.4645	-0.03796	-9.73225
-0.09869	-24.347	-0.04935	-12.1735
-0.06533	-24.312	-0.04083	-15.195
-0.0392	-26.8328	-0.0343	-23.4787
-0.0127	-27.3118	-0.01588	-34.1397
0.012702	-27.3118	0.022229	-47.7956
0.040022	-27.8263	0.095051	-66.0874
0.066703	-26.1104	0.208446	-81.5949
0.094567	-24.7324	0.378268	-98.9297
0.072744	-19.1184	0.363719	-95.5921
0.048215	-13.8844	0.295317	-85.0421
0.016072	-5.61554	0.118529	-41.4146

Quadro A. 10 - Caminho do processo iterativo. Caso 2.

iter.	F	$\psi(F_n)$
1	1.000	-478.5

2	1.17391	-47.66
3	1.19528	-0.577
4	1.19554	-9E-05

$X_{\text{máx}}=65.737$

Quadro A. 11 - Forças de Interação e esforços na base. Caso 2.

ΔX	X	ΔE	E	N'	S
2.683143	0	11.30439	0	15.77378	8.739632
8.049429	2.683143	29.91362	11.30439	46.35131	22.33875
13.41572	10.73257	24.61222	41.21801	61.97822	29.23722
17.44043	24.14829	30.98942	65.83023	79.12793	36.86442
13.41572	41.58872	9.727094	96.81965	79.02072	36.86823
8.049429	55.00443	9.416762	106.5467	81.34789	37.90322
2.683143	63.05386	-10.2078	115.9635	78.51914	36.79112
-2.68314	65.737	-9.96526	105.7557	73.6109	34.60822
-8.04943	63.05386	-22.5745	95.7904	67.55516	32.13574
-13.4157	55.00443	-19.6444	73.2159	57.60406	27.71006
-17.4404	41.58872	-22.453	53.57151	45.52885	22.61442
-13.4157	24.14829	-16.4466	31.11856	34.05134	17.50988
-8.04943	10.73257	-12.3815	14.67198	21.97521	12.45122
-2.68314	2.683143	-2.29044	2.290442	5.890818	5.297807

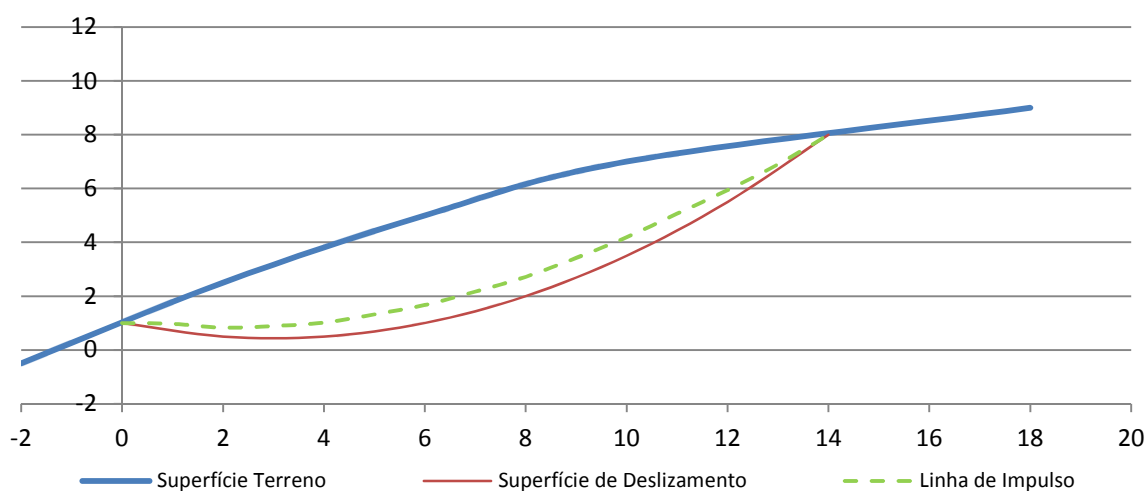


Fig. A. 2 – Linha de impulso. Caso 2.

A.1. EXEMPLO 2 – CASO 3

Quadro A. 12 - Resultados dos factores a utilizar na resolução. 1. Caso 3.

fact1	fact2	fact3	A1	A2*	A2	A3	A4
0.829	1.057	2.125	0.032029	9.858501	8.858501	0.007617	7.501188
0.829	1.057	2.125	0.096088	25.55287	22.55287	-0.12362	11.84554
0.532	1.189	2.000	0.091229	22.35621	17.73121	-0.46459	3.517947
0.532	1.189	2.000	0.118598	27.94398	22.06898	-0.86927	2.405583
0.234	1.322	2.125	0.036167	13.79061	6.915611	-0.89576	-7.49415
0.234	1.322	2.125	0.0217	15.11974	7.494737	-0.65448	-7.97726
-0.063	1.455	2.500	-0.00177	-1.74616	-9.74616	-0.26752	-28.1827
-0.063	1.455	2.500	0.001767	-1.74616	-9.74616	0.309215	-33.0558
-0.360	1.588	3.125	0.027784	-15.6175	-23.3675	1.106804	-70.5135
-0.360	1.588	3.125	0.046307	-14.483	-21.733	2.083485	-81.0562
-0.658	1.721	4.000	0.101387	-21.5603	-27.8103	3.19126	-121.007
-0.658	1.721	4.000	0.07799	-15.8281	-20.5781	2.736887	-108.531
-0.955	1.854	5.125	0.063078	-12.6898	-15.6898	1.916962	-98.3503
-0.955	1.854	5.125	0.021026	-2.38717	-3.38717	0.706086	-25.2304

Quadro A. 13 - Resultados dos factores a utilizar na resolução. 2. Caso 3.

da1df	da2df	da3df	da4df
-0.02066	-6.96484	-0.01808	-6.09423
-0.06197	-17.0871	-0.03873	-10.6794
-0.0767	-18.7954	-0.03835	-9.39772
-0.09971	-23.4932	-0.04985	-11.7466
-0.06593	-23.4261	-0.04121	-14.6413
-0.03956	-25.8491	-0.03461	-22.618
-0.01281	-26.2858	-0.01601	-32.8573
0.012809	-26.2858	0.022416	-46.0002
0.040329	-26.764	0.095782	-63.5646
0.067216	-25.1173	0.210049	-78.4914
0.095238	-23.7861	0.380952	-95.1445
0.07326	-18.4015	0.3663	-92.0076
0.048533	-13.3813	0.297262	-81.9608
0.016178	-5.45435	0.119309	-40.2258

Quadro A. 14 - Caminho do processo iterativo. Caso3.

iter.	F	$\psi(F_n)$
1	1.000	-445.1

2	1.16906	-43.25
3	1.18921	-0.496
4	1.18945	-7E-05

$X_{\text{máx}}=63.318$

Quadro A. 15 - Forças de Interação e esforços na base. Caso 3.

ΔX	X	ΔE	E	N'	S
2.584412	0	10.88654	0	15.09158	8.479466
7.753237	2.584412	28.63697	10.88654	44.29911	21.53587
12.92206	10.33765	23.50765	39.52351	59.17206	28.13265
16.79868	23.25971	29.57835	63.03116	75.54868	35.45335
12.92206	40.05839	9.205618	92.60951	75.33342	35.40888
7.753237	52.98045	8.868741	101.8151	77.49479	36.37506
2.584412	60.73369	-9.85807	110.6839	74.6967	35.27097
-2.58441	63.3181	-9.63425	100.8258	69.97347	33.15958
-7.75324	60.73369	-21.6083	91.19155	64.11237	30.76144
-12.9221	52.98045	-18.8009	69.58328	54.5929	26.50603
-16.7987	40.05839	-21.3907	50.78236	43.02181	21.60962
-12.9221	23.25971	-15.6399	29.39165	32.15063	16.74996
-7.75324	10.33765	-11.6959	13.75174	20.68779	11.93953
-2.58441	2.584412	-2.05585	2.055851	5.456962	5.131016

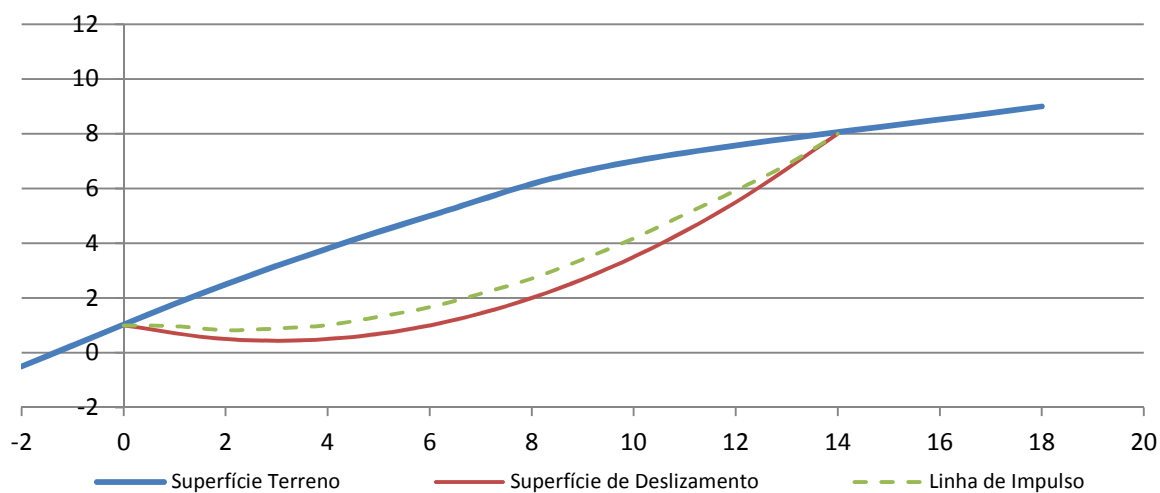


Fig. A. 3 – Linha de impulso. Caso 3.

A.1. EXEMPLO 2 – CASO 4

Quadro A. 16 - Resultados dos factores a utilizar na resolução. 1. Caso 4.

fact1	fact2	fact3	A1	A2*	A2	A3	A4
0.827	1.050	2.125	0.032167	9.510891	8.510891	0.007738	7.19703
0.827	1.050	2.125	0.096501	24.48465	21.48465	-0.12336	11.17791
0.532	1.183	2.000	0.09174	21.44191	16.81691	-0.46433	3.060797
0.532	1.183	2.000	0.119262	26.78003	20.90503	-0.86894	1.823606
0.236	1.316	2.125	0.036606	13.33003	6.455027	-0.89549	-7.78201
0.236	1.316	2.125	0.021963	14.60802	6.983024	-0.65425	-8.42501
-0.060	1.449	2.500	-0.00168	-1.40636	-9.40636	-0.26741	-27.7579
-0.060	1.449	2.500	0.001682	-1.40636	-9.40636	0.309066	-32.4611
-0.355	1.582	3.125	0.027516	-14.5687	-22.3187	1.106167	-68.0225
-0.355	1.582	3.125	0.04586	-13.5013	-20.7513	2.082088	-77.9884
-0.651	1.715	4.000	0.100753	-20.2153	-26.4653	3.188727	-115.627
-0.651	1.715	4.000	0.077502	-14.8037	-19.5537	2.734451	-103.409
-0.947	1.847	5.125	0.062755	-11.8321	-14.8321	1.914986	-93.0967
-0.947	1.847	5.125	0.020918	-2.09465	-3.09465	0.705293	-23.0731

Quadro A. 17 - Resultados dos factores a utilizar na resolução. 2. Caso 4.

da1df	da2df	da3df	da4df
-0.02092	-6.79676	-0.0183	-5.94717
-0.06276	-16.5346	-0.03922	-10.3342
-0.07756	-18.1277	-0.03878	-9.06387
-0.10083	-22.6408	-0.05041	-11.3204
-0.0666	-22.5409	-0.04162	-14.088
-0.03996	-24.866	-0.03496	-21.7577
-0.01293	-25.26	-0.01616	-31.575
0.012926	-25.26	0.022621	-44.205
0.040668	-25.7018	0.096587	-61.0417
0.06778	-24.1242	0.211813	-75.3881
0.095975	-22.8398	0.383902	-91.3594
0.073827	-17.6849	0.369136	-88.4243
0.048881	-12.8787	0.299398	-78.8821
0.016294	-5.29394	0.120167	-39.0428

Quadro A. 18 - Caminho do processo iterativo. Caso 4.

iter.	F	$\psi(F_n)$
1	1.000	-411.7

2	1.16375	-38.89
3	1.18262	-0.419
4	1.18282	-5E-05

$X_{\text{máx}}=60.9$

Quadro A. 19 - Forças de Interação e esforços na base. Caso 4.

ΔX	X	ΔE	E	N'	S
2.485727	0	10.46987	0	14.40972	8.220447
7.45718	2.485727	27.3616	10.46987	42.24736	20.73418
12.42863	9.942907	22.4039	37.83148	56.36613	27.0289
16.15722	22.37154	28.16811	60.23537	71.96972	34.04311
12.42863	38.52876	8.684327	88.40349	71.64629	33.94976
7.45718	50.9574	8.320604	97.08781	73.64185	34.84681
2.485727	58.41458	-9.5088	105.4084	70.87452	33.75037
-2.48573	60.9003	-9.30392	95.89962	66.3363	31.71032
-7.45718	58.41458	-20.643	86.5957	60.67003	29.38633
-12.4286	50.9574	-17.9584	65.95274	51.58214	25.30109
-16.1572	38.52876	-20.3295	47.99433	40.51526	20.6039
-12.4286	22.37154	-14.8338	27.66487	30.25017	15.98948
-7.45718	9.942907	-11.0103	12.83105	19.40036	11.42767
-2.48573	2.485727	-1.82072	1.820722	5.022658	4.964526

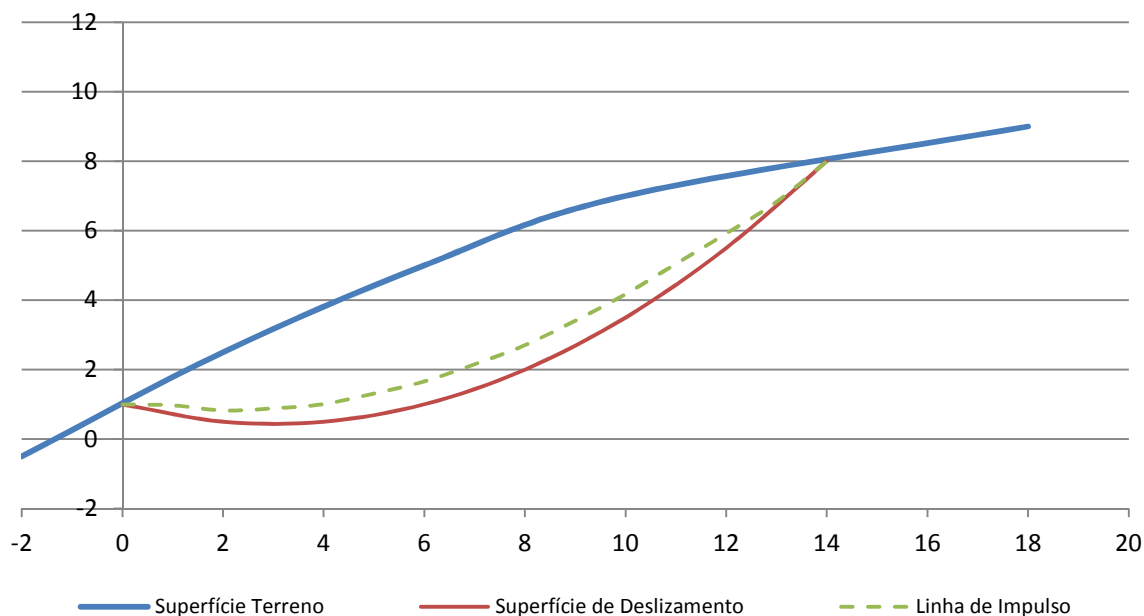


Fig. A. 4 - Linha de impulso. Caso 4.