

ANÁLISE SÍSMICA DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

FÁBIO ORLANDO RESENDE PINTO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Meneses Carneiro de Barros

SETEMBRO DE 2011

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2010/2011

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2010/2011 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2011.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar queria agradecer aos meus pais por todo o apoio durante o meu percurso académico, e por sempre acreditarem em mim.

Ao meu orientador Professor Carneiro de Barros quero deixar expresso o meu especial agradecimento, uma vez que é o promotor da temática desta dissertação, através da ajuda na aquisição de conhecimentos e esclarecimento de dúvidas, bem como da enorme paciência sobre a minha evolução sobre o tema. Quero agradecer aos Professores João Macedo e Ana Maria Faustino pela disponibilidade em auxiliar a compreensão e alteração do suporte informático utilizado.

Agradeço aos meus amigos pelos momentos agradáveis passados durante a realização desta dissertação, foi um prazer e as memórias ficarão sempre guardadas.

Obrigados a todos por contribuírem !

RESUMO

Actualmente, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é o que permite efectuar análises mais rigorosas a edifícios sujeitos a uma acção sísmica. No entanto, em fases iniciais de projecto pretendem-se análises rápidas que permitam obter valores com uma boa aproximação, não se exigindo a obtenção rigorosa de resultados. Neste sentido, dada a exigência que o MEF requer, tem-se vindo a desenvolver outros tipos de análise mais simplificadas.

Nesta dissertação aborda-se a Técnica do Meio Contínuo (TMC), que é uma das análises simplificadas que se tem vindo a desenvolver. Esta técnica devido às suas considerações apenas pode ser utilizada em fases iniciais de projecto, tendo como principal vantagem a sua simplicidade e facilidade de utilização.

Ao longo desta dissertação estuda-se a validade desta técnica no âmbito do pré-dimensionamento de edifícios.

Inicialmente serão descritos conceitos básicos da dinâmica estrutural e a deformabilidade dos elementos estruturais considerados (pilares parede, pórticos e núcleos rígidos de paredes delgadas) aos esforços que uma acção sísmica induz na estrutura.

Partindo do conceito de equilíbrio estático e das leis da elástica serão apresentados os conceitos e equações diferenciais que estão na base da TMC.

Após a descrição da TMC realizar-se-á uma calibração desta através de trabalhos no mesmo âmbito realizados anteriormente, para posteriormente proceder-se-á ao pré-dimensionamento e análise comparativa entre esta técnica e a dos elementos finitos, através de registos sísmicos com aceleração máxima escalada para a cidade de Lisboa.

Para se efectuar a análise dos edifícios pelo MEF recorrer-se-á ao programa de cálculo automático comercial ETABS.

PALAVRAS-CHAVE: Técnica do Meio Contínuo, Espectro de Resposta, Forças Externas Equivalentes, Deformação, Esforços.

ABSTRACT

Nowadays, the Finite Elements Method (FEM) is what allows a more rigorous analysis of buildings subjected to seismic action. However, in early stages of project design one needs some fast analysis with good approximation values, without being necessary the final exact values. In this sense, given the requirements of FEM applications, there has been quite a few developments regarding other more simplified types of analysis.

Throughout this work the Method of Continuous Media (MCM) was approached, given that it is a simplified analysis that is being developed. Given its basis of consideration, the MCM can only be used in early project stages, but still holding the main advantages of being both fast and easy to use.

Therefore, all along this thesis, the validity of MCM in preliminary design of buildings will be discussed and evaluated.

This work starts by describing the basic concepts of structural dynamics and the deformation of structural elements (shear walls, frame and core thin walled sections) caused by the forces that seismic action induces in the structure.

Starting from the equilibrium concept and elastic laws, it will also be described the concepts of differential equations which are the base of applying MCM.

A calibration of this method is performed, using and analysing an old reference in the same field of expertise, and afterwards addressing a preliminary design case as a comparative analysis between MCM and FEM, using seismic records with maximum ground acceleration scaled to Lisbon city.

To perform the analysis of the FEM it will be use the commercial program ETABS.

KEYWORDS: Continuous method technique, response spectrum, equivalent external forces, deformation, internal forces.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	I
RESUMO	III
ABSTRACT	V

1 INTRODUÇÃO 1

1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS	1
1.2. OBJECTIVOS	2
1.3. HIPÓTESES DE BASE SOBRE A TIPOLOGIA ESTRUTURAL EDIFICANTE	2
1.4. ESTRUTURA DA TESE	2

2 SÍNTESE DE ALGUNS CONCEITOS DA DINÂMICA ESTRUTURAL DE SISTEMAS DE UM GRAU DE LIBERDADE 5

2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE UM SIMPLES GRAU DE LIBERDADE	5
2.3. MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO TEMPORAL	9
2.3.1. MÉTODOS BASEADOS NA INTERPOLAÇÃO DA EXCITAÇÃO	9
2.3.2. MÉTODO DA DIFERENÇA CENTRAL	12
2.3.3. MÉTODO DE NEWMARK	14
2.4. ESPECTROS DE RESPOSTA	16
2.4.1. EXCITAÇÃO SÍSMICA	16
2.4.2. DESCRIÇÃO DA EQUAÇÃO DO MOVIMENTO SÍSMICO	17
2.4.3. CONCEITO DE ESPECTRO DE RESPOSTA	17
2.4.4. DETERMINAÇÃO DE ESPECTROS DE RESPOSTA EM DESLOCAMENTO, EM PSEUDO-VELOCIDADE E EM ACELERAÇÃO	18
2.4.4.1. Espectro de resposta em deslocamento	19
2.4.4.2. Pseudo-velocidade espectral	20
2.4.4.3. Espectro de resposta em aceleração	20
2.4.4.4. Combinação de espectros D-V-A	21
2.4.4.5. Construção de um espectro de resposta	22
2.5. ESFORÇOS ESPECTRAIS EQUIVALENTES	23

2.6.	PERÍODO FUNDAMENTAL DE VIBRAÇÃO DE UM EDIFÍCIO	24
2.7.	FORÇAS EXTERNAS EQUIVALENTES	25

3 BASES DO METODO DO MEIO CONTÍNUO E ELEMENTOS ESTRUTURAIS CONSIDERADOS

3.1.	INTRODUÇÃO	27
3.2.	ELEMENTOS ESTRUTURAIS.....	27
3.2.1.	PILARES PAREDE	27
3.2.2.	PÓRTICO.....	29
3.2.3.	NÚCLEO RÍGIDO DE PAREDES DELGADAS	32
3.2.3.1.	A torção em edifícios	32
3.2.4.	ASSOCIAÇÃO DE ELEMENTOS DE ESTRUTURAIS (PILARES PAREDE, PÓRTICOS E NÚCLEOS RÍGIDOS DE SECÇÃO ABERTA DE PAREDE DELGADA)	37
3.2.4.1.	Considerações.....	37
3.2.4.2.	Equações de equilíbrio.....	38
3.2.4.3.	Desacoplamento apenas de pilares parede.....	39
3.2.4.4.	Desacoplamento apenas de pórtico	42
3.2.4.5.	Desacoplamento genérico.....	42
3.2.4.6.	Desacoplamento em casos pontuais.....	44
3.2.4.7.	Equação diferencial	46
3.3.	ESFORÇOS	48

4 ANÁLISE COMPARATIVA DE EDIFÍCIOS PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO E PELO SOFTWARE ETABS

4.1.	INTRODUÇÃO	51
4.2.	CALIBRAÇÃO DO MÉTODO	51
4.2.1.	PLANTA DO ESTUDO DE R. COELHO	52
4.2.2.	EDIFÍCIO EXEMPLO DESENVOLVIDO POR STAMATO	55
4.3.	PRÉ-DIMENSIONAMENTO DOS EDIFÍCIOS	57
4.3.1.	EDIFÍCIO COM 25 PISOS	58
4.3.2.	EDIFÍCIO COM 50 PISOS	59
4.3.3.	CRITÉRIOS LIMITATIVOS	60

4.4.	DETERMINAÇÃO DO ESPECTRO MÉDIO DE RESPOSTA EM ACELERAÇÃO	61
4.5.	ANÁLISE DOS EDIFÍCIOS PRÉ-DIMENSIONADOS	62
4.5.1.	EDIFÍCIO COM 25 PISOS	62
4.5.2.	EDIFÍCIO COM 50 PISOS	68
4.6.	ANÁLISE DA VARIAÇÃO DO PÉ-DIREITO	70
 5 CONCLUSÕES		77
5.1.	CONCLUSÕES FINAIS	77
5.1.1.	DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	78
BIBLIOGRAFIA		79
 ANEXOS		81

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 - Coeficientes das equações de recorrência (2.19) e (2.20) (para sistemas sub-amortecidos $\xi < 1$) [8].	12
Quadro 4.1 - Características dos pilares parede do edifício estudado por Ivo. R. Coelho [3].	52
Quadro 4.2 - Características dos pórticos do edifício estudado por Ivo. R. Coelho [3].	53
Quadro 4.3 - Esforço transversal em alguns elementos estruturais	65
Quadro 4.4 - Momento flector em alguns elementos estruturais	65
Quadro 4.5 - Momentos na base do pilar parede 1 e 2	68
Quadro 4.6 - Esforço transversal na base do pórtico 1 e pilares parede 1 e 2	68
Quadro 4.7 – Períodos fundamentais de vibração obtidos pelas expressões empíricas (2.59) e (2.60) e tabela 2.1, para os diferentes pés-direitos.	72

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 4.1 - Deslocamentos do edifício estudado por Ivo R. Coelho [3], para a força distribuída em altura de 1,3tf/m [11], pela TMC e MEF (ETABS)	53
Gráfico 4.2 - Deslocamentos obtidos por Llerena [11], para o edifício estudado por Ivo R. Coelho [3], pela TMC e MEF (SAP2000)	54
Gráfico 4.3 - Valores dos deslocamentos pela TMC e MEF (SAP2000), para o exemplo de Stamato [9].....	55
Gráfico 4.4 - Valores dos deslocamentos obtidos por Llerena [11], pela TMC e MEF (SAP2000), para o exemplo de Stamato	56
Gráfico 4.5 – Rotação segundo a altura pela TMC e MEF (SAP2000), para o exemplo de Stamato [9].....	56
Gráfico 4.6 - Valores da rotação segundo a altura obtidos por Llerena [11], pela TMC e MEF (SAP2000), para o exemplo de Stamato [9]	57
Gráfico 4.7 - Espectro de resposta à aceleração de 8 sismos com aceleração máxima escalada para a cidade de Lisboa, com epicentro afastado ($a_g=1,7\text{m/s}^2$).....	61
Gráfico 4.8 - Espectro de resposta em aceleração médio com base em 8 sismos com aceleração máxima escalada para a cidade de Lisboa, com epicentro afastado ($a_g=1,7\text{m/s}^2$)	62
Gráfico 4.9 - Deslocamento em metros ao longo dos pisos do pórtico 1	63
Gráfico 4.10 - Deslocamento em metros ao longo dos pisos da parede 1	63
Gráfico 4.11 – Deslocamento do edifício segundo y	64
Gráfico 4.12 – Deslocamento do pórtico 1 ao longo dos pisos	66
Gráfico 4.13 – Deslocamento do pilar parede 1 ao longo dos pisos	67
Gráfico 4.14 Deslocamento global do edifício	67
Gráfico 4.15 – Deslocamento do edifício com 50 pisos, segundo a direcção de actuação do sismo de Victoria com aceleração máxima escalada para a cidade de Lisboa	69
Gráfico 4.16 – Deslocamento do edificio com 50 pisos, segundo a direcção de actuação do sismo correspondente ao espectro médio	70
Gráfico 4.17 – Deslocamento do pórtico 1 com 3 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica.....	72
Gráfico 4.18 – Deslocamento do pilar parede 1 com 3 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica	73
Gráfico 4.19 – Deslocamento do pórtico 1 com 3,5 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica.....	73
Gráfico 4.20 – Deslocamento do pilar parede 1 com 3,5 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica	74
Gráfico 4.21 – Deslocamento do pórtico 1 com 4 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica.....	74
Gráfico 4.22 – Deslocamento do pórtico 1 com 4 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica.....	75

ÍNDICE DE FÍGURAS

Figura 2.1 - Sistema de um grau de liberdade sujeito a uma força no topo [8].	6
Figura 2.2 - Sistema de um grau de liberdade sujeito a um deslocamento do solo [8].	6
Figura 2.3 - Representação da deformação com a força elástica em análise não-linear e linear, (a) e (b) respectivamente [8].	7
Figura 2.4 - Variação da força de amortecimento com a velocidade, para um determinado coeficiente de amortecimento de um sistema de um simples grau de liberdade [8].	7
Figura 2.5 – Esquema representativo de um simples grau de liberdade amortecido [8].	8
Figura 2.6 - Notação para excitação interpolada linearmente [8].	11
Figura 2.7- Esquema da aceleração média constante de Newmark [1].	14
Figura 2.8 - Espectro de reposta em deslocamento ao sismo de El Centro para $\xi=2\%$ [11].	19
Figura 2.9 - Espectro de resposta tripartido D-V-A para o sismo de El Centro, para um $\xi=2\%$ [11].	21
Figura 2.10 – Espectro de resposta tripartido D-V-A, para o sismo de El Centro com $\xi=0;2;5;10$ e 20% [11].	22
Figura 2.11 – Esforços espectrais equivalentes no oscilador com um grau de liberdade a uma excitação sísmica [8].	23
Figura 3.1 – Carregamento externo, provocado pela aceleração do solo, num pilar parede [11].	28
Figura 3.2 – Sentido positivo dos esforços.	28
Figura 3.3 – Deformação do pilar parede ao momento flector em altura [11].	29
Figura 3.4 – Pórtico sujeito ao carregamento das forças exteriores equivalentes, determinados a partir dos esforços espectrais na base [11].	30
Figura 3.5 - Deslocamento de um pórtico ao esforço transversal [11].	31
Figura 3.6 – Idealização de consola sujeita a esforço transversal [11].	31
Figura 3.7 – Núcleo rígido de secção aberta de parede delgada submetido a torção livre [5].	33
Figura 3.8 – Representação dos sentidos positivos da torção livre [5].	33
Figura 3.9 – Tensões de corte uniformes numa parede. Modificado de Dagoberto e Neto [5].	35
Figura 3.10 – Representação gráfica das tensões devido à torção livre e flexo-torção [5].	36
Figura 3.11 – Representação esquemática do referencial inicial dos elementos estruturais [11].	38
Figura 3.12 – Mudança de referencial que permite anular os termos k_{ac} e k_{bc} [11].	40
Figura 3.13 – Rotação do referencial que permite anular k_{ab} [11].	41
Figura 4.1 - Planta estrutural do edifício estudado por Ivo R. Coelho [3].	52
Figura 4.2 - Planta estrutural do edifício exemplo desenvolvido por Stamato [11].	55
Figura 4.3 - Planta estrutural de um edifício com 25 pisos, pré-dimensionado para esta dissertação	59
Figura 4.4 – Planta estrutural de um edifício com 18 pisos, pré-dimensionado para esta dissertação	71

Símbolos e Abreviaturas

f_s - Força elástica
 f_D - Força de amortecimento
 f_I - Força de inércia
 p - Força externa
 k - Rigidez lateral do edifício
 c - Coeficiente de amortecimento
 m - Massa total do edifício
 u - Deslocamento relativo ao nível do piso
 $\dot{u}$ - Velocidade relativa ao nível do piso
 $\ddot{u}$ - Aceleração do edifício
 $u(0)$ - Deslocamento inicial
 $\dot{u}(0)$ - Velocidade inicial
 u_t - Deslocamento total
 u_g - Deslocamento do solo
 $\ddot{u}_g$ - Aceleração do solo
 $\dot{u}_i$ - Velocidade no tempo i
 $\ddot{u}_i$ - Aceleração no tempo i
 u_i - Deslocamento no instante i
 p_i - Força externa no instante i
 Δp_i - Incremento de $p(t)$ no instante i
 Δt_i - Passo de tempo i
 Δt - Passo de tempo
 ω_n - Frequência natural
 T_n - Período natural
 β - Coeficiente de Newmark
 γ - Coeficiente de Newmark
 ζ - Razão de amortecimento
 τ - Tempo relativo
 g - Aceleração gravítica
 W - Peso
 h - Altura do pé-direito
 H - Altura total do edifício
 V_w - Força transversa do pilar parede
 M_w - Momento flector do pilar parede
 q_w - Carregamento horizontal distribuído ao longo do pilar parede
 F_w - Força concentrada no topo do pilar parede
 E - Módulo de elasticidade
 I - Momento de inércia no eixo principal
 V_f - Esforço transverso no pórtico
 M_f - Momento flector no pórtico
 S_f - Rigidez do pórtico
 Δu - Variação do deslocamento
 Δz - Variação da altura
 G - Módulo de elasticidade transversal do material

Φ - Ângulo de rotação
 ϕ' - Rotação relativa entre duas secções segundo o eixo z
 ϕ'' - Terceira derivada do ângulo de rotação
 I_t - Momento de inércia relativamente ao eixo de torção
 ε_z - Deformação segundo o eixo z
 ε_s - Deformação da secção transversal
 σ_z - Tensão normal segundo o eixo z
 σ_s - Tensão normal segundo a direcção da secção do elemento
 u_e - Amplitude de empenamento
 ϖ - Área da secção
 ν - Coeficiente de poisson
 R_σ - Força resultante de tensões σ_s
 A - Área da secção transversal
 S - Direcção do percorrido da secção transversal
 τ_{ft} - Tensão de flexo-torção
 τ_l - Tensão livre
 S_ω - Momento estático sectorial
 M_t - Momento de torção total
 M_{ft} - Momento de flexo-torção
 M_l - Momento de torção livre
 η - Plano vertical em que actua o carregamento externo
 a - Cosseno director do plano segundo o eixo dos xx
 b - Cosseno director do plano segundo o eixo dos yy
 c - Distância ao plano η segundo o eixo z
 φ - Rotação do diafragma rígido genérico em torno do eixo z
 v - Deslocamento segundo o eixo de y do diafragma genérico
 u - Deslocamento segundo o eixo de x do diafragma genérico
 C_T - Coeficiente sismorresistente
 F_i - Força transversa distribuída no andar i do edifício
 P_i - Peso do andar i do edifício
 h_i - Altura do andar em relação ao nível do terreno
 d - *Drift* entre pisos

1

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Quando se procede ao dimensionamento de um edifício alto é necessário ter em consideração o risco de acção sísmica no local em que vai ser construído, para que este apresente um bom comportamento caso esta acção ocorra.

Os programas de cálculo automático com base no Método de Elementos Finitos (MEF) fornecem os valores necessários à análise da estrutura sujeita aos carregamentos dinâmicos provocados pela aceleração do solo, no entanto estes necessitam de grandes recursos computacionais e a sua execução é demorada, sendo preferível o recurso a uma análise aproximada numa fase inicial de projecto, deixando-se o MEF para as fases finais de projecto, em que a posição e dimensões dos elementos estruturais está praticamente definida. A Técnica do Meio Contínuo (TMC) é uma das análises aproximadas com uma boa aproximação, ideal para fases iniciais de projecto, bastando apenas a formulação de um pequeno programa computacional que efectua os cálculos rapidamente, sem necessitar de recursos informáticos dispendiosos.

Nesta dissertação pretende-se estudar em que consiste a TMC, em que situações pode e deve de ser utilizada, e se os resultados obtidos por esta são satisfatórios. Para tal, o primeiro passo será entender em que consiste a técnica, através da pesquisa em livros e dissertações de vários autores, para posteriormente proceder-se à calibração da técnica através de exemplos já estudados, e por fim pré-dimensionar exemplos com o objectivo de comparar resultados obtidos por esta técnica com programas de cálculo automático.

O entendimento da técnica inicia-se com a carga externa aplicada nos vários elementos estruturais, provocada pelo movimento do solo, obtida através das forças espectrais na base do edifício, que por sua vez são obtidas recorrendo a espectros de resposta correspondentes a um oscilador de um simples grau de liberdade. Após a obtenção da carga externa equivalente procede-se ao entendimento da aplicação da TMC. Esta técnica é elaborada com base em equações diferenciais do equilíbrio estático dos vários elementos estruturais do edifício, que permitem a obtenção dos deslocamentos.

Apesar de não ser objectivo desta dissertação o dimensionamento sísmico, mas sim a aplicabilidade da TMC, importa reter o que é essencial deste, pois serão efectuados pré-dimensionamentos, que se pretende que sejam o mais realistas possíveis, por forma à comparação de valores numéricos ter mais significado.

O dimensionamento sísmico tem como objectivo minimizar o risco sísmico para a vida da estrutura e minimizar o risco de perda de vidas humanas. Algum dano estrutural é aceitável uma vez que

perante a ocorrência de um sismo é satisfatório a sobrevivência das pessoas, para além de que um dimensionamento em que a estrutura permaneça intacta após a actuação de um sismo não é economicamente viável, pois a probabilidade de ocorrência durante a vida útil de uma estrutura é muito reduzida. É aceitável que: no caso de baixa aceleração do solo não exista qualquer dano; no caso de aceleração moderada exista apenas algum dano nos elementos não estruturais; no caso de aceleração do solo excepcionalmente elevada exista danos nos elementos estruturais e não estruturais sem que a estrutura atinja o colapso. No caso de estruturas de auxílio, após a ocorrência de um sismo tais como hospitais, postos de bombeiros, entre outros e no caso de centrais nucleares, e de outras infraestruturas designadas de *lifetimes estruturais* o dimensionamento deve-se realizar de forma que as estruturas permaneçam intactas após a ocorrência do sismo [15].

Devido à análise do comportamento plástico dos elementos ser bastante complexa, aceita-se que a dissipação de energia seja feita através de deformações inelásticas, ou seja, na ocorrência de um sismo admite-se a dissipação de energia por plastificação em secção dos elementos estruturais, mas sem a estrutura atingir o colapso.

Com a TMC pretende-se cumprir as seguintes etapas das fases de projecto: selecção de uma análise que engloba todas as solicitações do movimento, as distribui e dissipa correctamente; cálculo estrutural através de um modelo matemático muito próximo da realidade.

1.2. OBJECTIVOS

Nesta dissertação pretende-se entender o processo de conversão dos valores de aceleração do solo registados em carregamentos horizontais equivalentes externos nos elementos estruturais de um edifício.

Após este entendimento, pretende-se aplicar a TMC, com a finalidade de obter-se deslocamentos, rotações e esforços de cada um dos elementos estruturais de um edifício, sujeitos a tais carregamentos externos.

É objectivo desta dissertação mostrar que a TMC é uma ferramenta com potencialidades no caso de projectos de edifícios altos em fases de projecto preliminar.

1.3. HIPÓTESES DE BASE SOBRE A TIPOLOGIA ESTRUTURAL EDIFICANTE

Admite-se que:

O comportamento das lajes dos edifícios sob análise é rígido no plano horizontal, conferindo um comportamento rígido dos elementos estruturais ao nível dos vários pisos;

Os diafragmas estão distribuídos igualmente em todos os pisos;

Os materiais constituintes dos elementos estruturais dos edifícios são homogéneos e comportam-se de forma linear elástica.

1.4. ESTRUTURA DA TESE

A presente dissertação está organizada em cinco capítulos.

O primeiro capítulo é destinado a uma pequena introdução ao tema que será desenvolvido nos capítulos seguintes.

No segundo capítulo aborda-se a equação de movimento para um sistema de um grau de liberdade: as suas bases, a obtenção dos espectros necessários para o cálculo das forças espectrais, e das equações de integração temporal. A definição do carregamento externo correspondente a uma determinada aceleração do solo é apresentada no final deste capítulo, assim como a obtenção do período fundamental de vibração do edifício T_n por expressões empíricas.

No terceiro capítulo encontram-se descritos os elementos estruturais considerados nesta dissertação, assim como as suas considerações de equilíbrio estático e diferenciais necessárias para a aplicação da TMC. No final deste capítulo encontram-se as expressões para a obtenção dos esforços nos elementos estruturais do edifício.

O quarto capítulo é destinado à calibração de exemplos utilizados em trabalhos anteriores e ao pré-dimensionamento de dois edifícios com características distintas, para posteriormente serem analisados pela TMC e pelo programa de cálculo automático ETABS. No final deste capítulo é efectuado um estudo paramétrico referente à variabilidade do pé-direito de um edifício, por forma a constatar se os valores obtidos são ou não coerentes entre os métodos utilizados nas análises anteriores.

Por fim, o quinto capítulo é destinado à apresentação das conclusões desta dissertação e sugestões para trabalhos futuros, procurando sugerir aplicação da TMC em fases mais avançadas de projecto.

2

SÍNTESE DE ALGUNS CONCEITOS DA DINÂMICA ESTRUTURAL DE SISTEMAS DE UM GRAU DE LIBERDADE

2.1. INTRODUÇÃO

A nível de engenharia a forma mais útil de definir a movimentação do solo durante um sismo é a aceleração deste em ordem ao tempo durante a sua ocorrência.

Os edifícios altos regulares respondem a esta aceleração maioritariamente pelos primeiros modos de vibração, tendo os modos de vibração mais altos um contributo muito pequeno para a resposta total. Estudos da resposta elástica indicam que para a maioria dos edifícios o modo fundamental contribui cerca de 80 por cento da resposta total [7], por esta razão são utilizados espectros de resposta (definidos para um oscilador de um grau de liberdade) que caracterizam as acções estruturais associadas à resposta fundamental.

2.2. EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE UM SIMPLES GRAU DE LIBERDADE

Um sistema com um simples grau de liberdade consiste na idealização de uma massa m concentrada ao nível do piso, suportada por um pórtico sem massa com uma determinada rigidez calculada e com um amortecimento idealizado por um amortecedor viscoso que dissipa a energia de vibração do sistema [8].

Nas figuras 2.1 e 2.2 encontra-se descrito um sistema com um simples grau de liberdade sujeito a uma força no seu topo e a um deslocamento do solo separadamente.

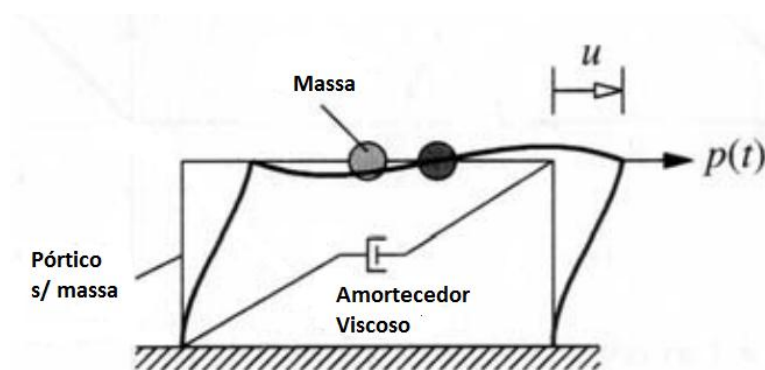


Figura 2.1 - Sistema de um grau de liberdade sujeito a uma força no topo [8].

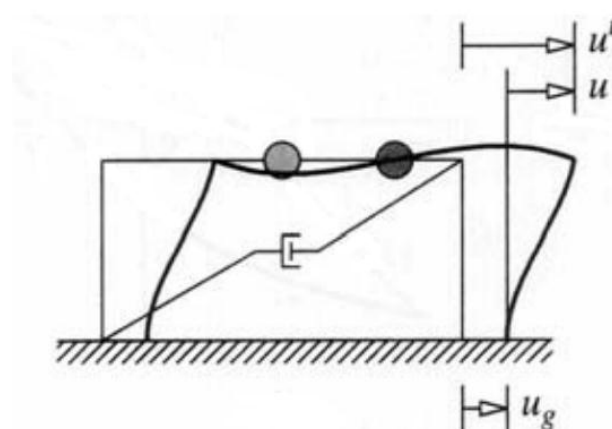


Figura 2.2 - Sistema de um grau de liberdade sujeito a um deslocamento do solo [8].

A sigla u representa o deslocamento relativo, provocado por uma determinada força externa $p(t)$ num determinado instante no topo do sistema, u_g representa o deslocamento do solo e u^t o deslocamento total do sistema.

A relação entre a força lateral elástica do sistema e o deslocamento é dada pela expressão (2.1) [8]:

$$f_s = k \cdot u \quad (2.1)$$

f_s - força elástica do sistema com um grau de liberdade

k - rigidez lateral do sistema com um grau de liberdade

u - deslocamento relativo ao nível ao piso

Como a aceleração do solo devido à ocorrência de um sismo não é constante, a força elástica vai variar, sendo a sua relação com o deslocamento (através do conceito rigidez) mostrada na figura 2.3:

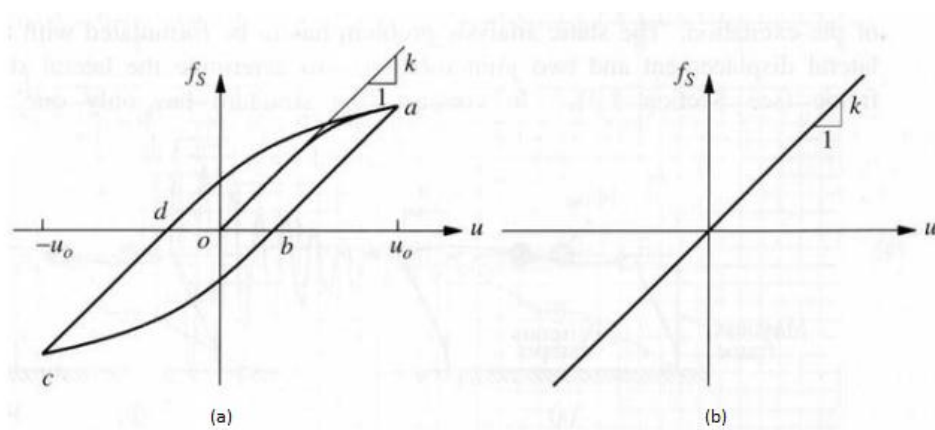


Figura 2.3 - Representação da deformação com a força elástica em análise não-linear e linear, (a) e (b) respectivamente [8].

Os pontos a e c representam a situação em que a força máxima é atingida em sentidos opostos, enquanto d e b representam os pontos em que a força é nula.

O amortecimento viscoso do sistema é caracterizado pela letra c , que é a constante de proporcionalidade da variação da força de amortecimento f_D com a velocidade relativa $\dot{u}$ (se considerar o comportamento elástico do sistema) [8].

$$f_D = c \cdot \dot{u} \quad (2.2)$$

$\dot{u}$ – velocidade relativa do piso

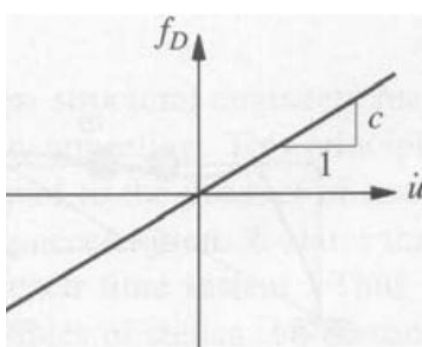


Figura 2.4 - Variação da força de amortecimento com a velocidade, para um determinado coeficiente de amortecimento de um sistema de um simples grau de liberdade [8].

O coeficiente de amortecimento depende da estrutura, materiais utilizados e tipo de ligação entre o pilar e a viga [15].

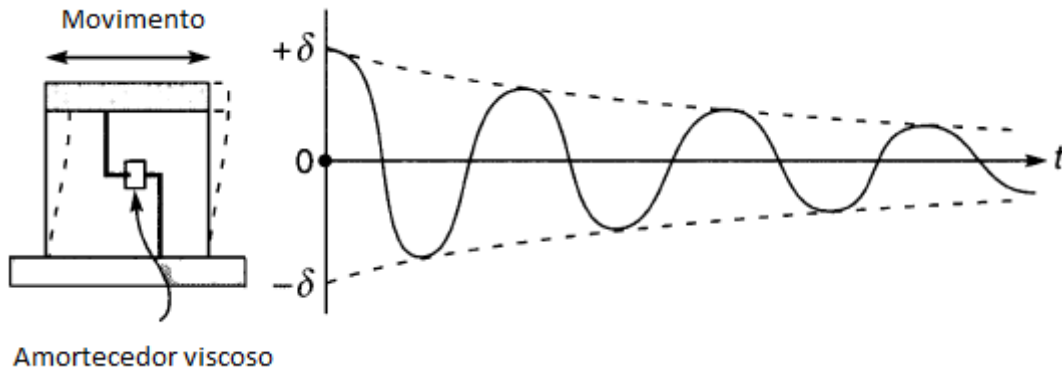


Figura 2.5 – Esquema representativo de um simples grau de liberdade amortecido [8].

Aplicando-se a segunda lei de Newton e igualando o somatório das forças ao produto da massa com a aceleração da estrutura, tem-se [8 e 11]:

$$p(t) - f_s - f_D = m \cdot \ddot{u} \quad (2.3)$$

$p(t)$ – força externa aplicada na estrutura ao longo do tempo

m – massa da estrutura

$\ddot{u}$ – aceleração da estrutura

Substituindo-se na expressão (2.3) as (2.1) e (2.2), tem-se:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = p(t) \quad (2.4)$$

Quando a acção dinâmica externa é apenas devida a uma acção sísmica horizontal, o deslocamento total é neste caso obtido pelo somatório do deslocamento do solo u_g com o deslocamento relativo entre a massa e o solo u .

$$u_t(t) = u(t) + u_g(t) \quad (2.5)$$

Aplicando a equação d'Alembert, que é uma alternativa da segunda equação de Newton, pode-se obter a equação do movimento relacionada com u_t .

$$f_s - f_D = f_I \quad (2.6)$$

Em que f_I é a força inercial relacionada com o deslocamento total.

$$f_I = m \cdot \ddot{u}_t \quad (2.7)$$

Admitindo a ausência de outras forças dinâmicas simultâneas, para além das forças sísmicas, substituindo-se na (2.6) as expressões (2.7) e (2.5) obtém-se a equação do movimento (2.8):

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = -m \cdot \ddot{u}_g(t) = p_{\text{efectivo}}(t) \quad (2.8)$$

2.3. MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO TEMPORAL

No caso de uma acção sísmica a aceleração do solo não varia regularmente, logo uma solução analítica para a equação do movimento não é possível, sendo necessário recorrer a métodos de integração temporal.

Estes métodos definem a solução para uma sequência de instantes temporais t ($t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$) que não têm de estar obrigatoriamente espaçados entre si igualmente. O cálculo é baseado em valores do instante de tempo anterior (t_{i-1}) e são aproximações numéricas. Quanto menor for o intervalo de tempo (Δt) mais exactidão terá o valor obtido.

No caso deste estudo os intervalos de tempo serão constantes, a força externa será dada por um vector, definida a partir da aceleração sísmica nos instantes t_i ($i=0$ até $i=n$). Sendo assim a equação para um determinado instante t_i é escrita da seguinte forma:

$$m \cdot \ddot{u}_i + c \cdot \dot{u}_i + k \cdot u_i = p_i \quad (2.9)$$

e a equação do tempo seguinte:

$$m \cdot \ddot{u}_{i+1} + c \cdot \dot{u}_{i+1} + k \cdot u_{i+1} = p_{i+1} \quad (2.10)$$

Seguidamente encontram-se descritos três métodos de integração temporal.

2.3.1. MÉTODOS BASEADOS NA INTERPOLAÇÃO DA EXCITAÇÃO

Este método é extremamente eficiente e é desenvolvido para sistemas lineares pela interpolação da excitação nos vários intervalos de tempo, sendo as soluções exactas para as acções arbitrárias lineares por troços. Para acções em curtos intervalos de tempo a interpolação linear é satisfatória.

A equação da excitação para o intervalo de tempo $t_i < t < t_{i+1}$ é [8]:

$$p(\tau) = p_i + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \cdot \tau \quad (2.11)$$

em que:

$$\Delta p_i = p_{i+1} - p_i \quad (2.12)$$

Para efeitos de simplificação e sistematização, primeiro considera-se o sistema como não amortecido e posteriormente amortecido. Substituindo-se a parcela da força exterior pela expressão (2.11) na equação de movimento do sistema não amortecido, tem-se:

$$m \cdot \ddot{u}_i + k \cdot u_i = p_i + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \cdot \tau \quad (2.13)$$

A resposta no intervalo considerado anteriormente é o resultado da soma:

- vibração livre devido às condições iniciais de deslocamento u_i e velocidade $\dot{u}_i$;
- resposta devido à força p_i , com condições iniciais nulas;
- resposta à força crescente $(\Delta p_i / \Delta t_i) \cdot \tau$, com condições iniciais nulas.

A solução para um dado instante é dada por:

$$u(\tau) = u_i \cdot \cos(\omega_n \cdot \tau) + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \cdot \sin(\omega_n \cdot \tau) + \frac{p_i}{k} \cdot [1 - \cos(\omega_n \cdot \tau)] + \frac{\Delta p_i}{k} \cdot \left[\frac{\tau}{\Delta t_i} - \frac{\sin(\omega_n \cdot \tau)}{\omega_n \cdot \Delta t_i} \right] \quad (2.14)$$

$$\frac{\dot{u}(\tau)}{\omega_n} = -u_i \cdot \sin(\omega_n \cdot \tau) + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \cdot \cos(\omega_n \cdot \tau) + \frac{p_i}{k} \cdot \sin(\omega_n \cdot \tau) + \frac{\Delta p_i}{k} \cdot \frac{1}{\omega_n \cdot \Delta t_i} \cdot [1 - \cos(\omega_n \cdot \tau)] \quad (2.15)$$

E para o instante seguinte:

$$\tau = \Delta t_i \quad (2.16)$$

$$u_{i+1} = u_i \cdot \cos(\omega_n \cdot \Delta t_i) + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \cdot \sin(\omega_n \cdot \Delta t_i) + \frac{p_i}{k} \cdot [1 - \cos(\omega_n \cdot \Delta t_i)] + \frac{\Delta p_i}{k} \cdot \frac{1}{\omega_n \cdot \Delta t_i} \cdot [\omega_n \cdot \Delta t_i - \sin(\omega_n \cdot \Delta t_i)] \quad (2.17)$$

$$\frac{\dot{u}_{i+1}}{\omega_n} = -u_i \cdot \sin(\omega_n \cdot \Delta t_i) + \frac{\dot{u}_i}{\omega_n} \cdot \cos(\omega_n \cdot \Delta t_i) + \frac{p_i}{k} \cdot \sin(\omega_n \cdot \Delta t_i) + \frac{\Delta p_i}{k} \cdot \frac{1}{\omega_n \cdot \Delta t_i} \cdot [1 - \cos(\omega_n \cdot \Delta t_i)] \quad (2.18)$$

As equações (2.17) e (2.18) podem ser reescritas da seguinte forma, recorrendo aos operadores temporais de fácil identificação (A, B, C, D, A', B', C' e D'):

$$u_{i+1} = A \cdot u_i + B \cdot \dot{u}_i + C \cdot p_i + D \cdot p_{i+1} \quad (2.19)$$

$$\dot{u}_{i+1} = A' \cdot u_i + B' \cdot \dot{u}_i + C' \cdot p_i + D' \cdot p_{i+1} \quad (2.20)$$

Uma vez que as expressões são obtidas a partir da solução da equação do movimento, a única restrição é o intervalo de tempo; se for bastante curto permitirá que os picos de excitação (e da resposta) não se percam. Como se consideram os intervalos de tempo constantes, só se calcula os coeficientes A, B, C, D, A', B', C' e D' uma vez [8].

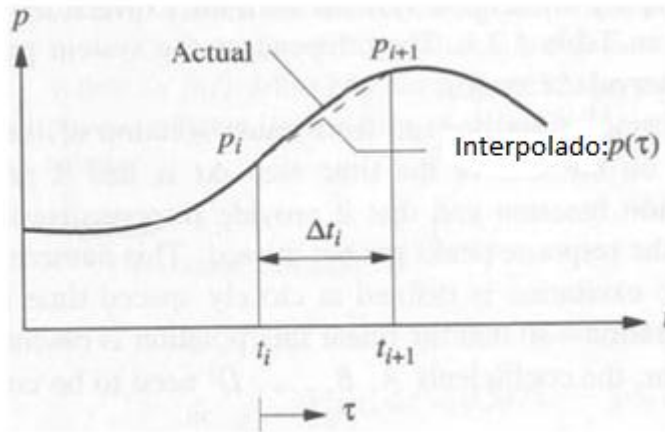


Figura 2.6 - Notação para excitação interpolada linearmente [8].

No caso de o sistema ser sub-amortecido a dedução das equações é equivalente à anterior. As expressões das constantes utilizadas nas equações (2.19) e (2.20) estão apresentadas no Quadro 2.1.

$$\begin{aligned}
 A &= e^{-\zeta \omega_n \Delta t} \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_D \Delta t + \cos \omega_D \Delta t \right) \\
 B &= e^{-\zeta \omega_n \Delta t} \left(\frac{1}{\omega_D} \sin \omega_D \Delta t \right) \\
 C &= \frac{1}{k} \left\{ \frac{2\zeta}{\omega_n \Delta t} + e^{-\zeta \omega_n \Delta t} \left[\left(\frac{1-2\zeta^2}{\omega_D \Delta t} - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \sin \omega_D \Delta t - \left(1 + \frac{2\zeta}{\omega_n \Delta t} \right) \cos \omega_D \Delta t \right] \right\} \\
 D &= \frac{1}{k} \left[1 - \frac{2\zeta}{\omega_n \Delta t} + e^{-\zeta \omega_n \Delta t} \left(\frac{2\zeta^2 - 1}{\omega_D \Delta t} \sin \omega_D \Delta t + \frac{2\zeta}{\omega_n \Delta t} \cos \omega_D \Delta t \right) \right] \\
 A' &= -e^{-\zeta \omega_n \Delta t} \left(\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_D \Delta t \right) \\
 B' &= e^{-\zeta \omega_n \Delta t} \left(\cos \omega_D \Delta t - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_D \Delta t \right) \\
 C' &= \frac{1}{k} \left\{ -\frac{1}{\Delta t} + e^{-\zeta \omega_n \Delta t} \left[\left(\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} + \frac{\zeta}{\Delta t \sqrt{1-\zeta^2}} \right) \sin \omega_D \Delta t + \frac{1}{\Delta t} \cos \omega_D \Delta t \right] \right\} \\
 D' &= \frac{1}{k \Delta t} \left[1 - e^{-\zeta \omega_n \Delta t} \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_D \Delta t + \cos \omega_D \Delta t \right) \right]
 \end{aligned}$$

Quadro 2.1 - Coeficientes das equações de recorrência (2.19) e (2.20) (para sistemas sub-amortecidos $\xi < 1$) [8].

2.3.2. MÉTODO DA DIFERENÇA CENTRAL

Este método tem por base a aproximação de operadores de diferenças finitas para as derivadas temporais. Como os passos de tempo são constantes as equações da velocidade e aceleração são respectivamente [8 e 11]:

$$\dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2 \cdot \Delta t} \quad (2.21)$$

$$\ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2 \cdot u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} \quad (2.22)$$

Substituindo-se as equações (2.21) e (2.22) na (2.9) tem-se:

$$\begin{aligned} m \cdot \frac{u_{i+1} - 2 \cdot u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} + c \cdot \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2 \cdot \Delta t} + k \cdot u_i &= p_i \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2 \cdot \Delta t} \right] \cdot u_{i+1} &= p_i - \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2 \cdot \Delta t} \right] \cdot u_{i-1} - \left[k - \frac{2 \cdot m}{(\Delta t)^2} \right] \cdot u_i \end{aligned} \quad (2.23)$$

Escrevendo-se de forma simbólica:

$$\widehat{k} \cdot u_{i+1} = \widehat{p}_i \quad (2.24)$$

em que os símbolos representam:

$$\widehat{k} = \frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2 \cdot \Delta t} \quad (2.25)$$

$$\widehat{p}_i = p_i - \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2 \cdot \Delta t} \right] \cdot u_{i-1} - \left[k - \frac{2 \cdot m}{(\Delta t)^2} \right] \cdot u_i \quad (2.26)$$

Sendo assim u_{i+1} é dado por:

$$u_{i+1} = \frac{\widehat{p}_i}{\widehat{k}} \quad (2.27)$$

Sabendo que são necessários os valores de u_{-1} e u_0 para obter u_1 , recorre-se às expressões (2.21) e (2.22); resolvendo u_1 na (2.21) e substituindo-se na (2.22), obtém-se:

$$u_{-1} = u_0 - (\Delta t) \cdot \dot{u}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot \ddot{u}_0 \quad (2.28)$$

Como o deslocamento e a velocidade iniciais são conhecidos, a equação do movimento pode ser escrita da seguinte forma:

$$m \cdot \ddot{u}_0 + c \cdot \dot{u}_0 + k \cdot u_0 = p_0 \quad (2.29)$$

Como a única incógnita é a aceleração da equação (2.29), reescrevendo-a de forma a obter-se a aceleração, tem-se a equação (2.30), que permite finalmente substituir-se na (2.28) [11].

$$\ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c \cdot \dot{u}_0 - k \cdot u_0}{m} \quad (2.30)$$

2.3.3. MÉTODO DE NEWMARK

O método de Newmark tem por base as expressões (2.31) e (2.32) [1 e 8]:

$$\dot{u}(t + \Delta t) = \dot{u}(t) + \Delta t \cdot (1 - \gamma) \cdot \ddot{u}(t) + \gamma \cdot \ddot{u}(t + \Delta t) \quad (2.31)$$

$$u(t + \Delta t) = u(t) + \Delta t \cdot \dot{u}(t) + \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \cdot \ddot{u}(t) + \beta \cdot \ddot{u}(t + \Delta t) \right] \cdot \Delta t^2 \quad (2.32)$$

Nestas equações γ e β são parâmetros de Newmark, que podem ter valores diferentes, dependendo do método escolhido. No método da aceleração média constante os valores de γ e β são 1/2 e 1/6 respectivamente.

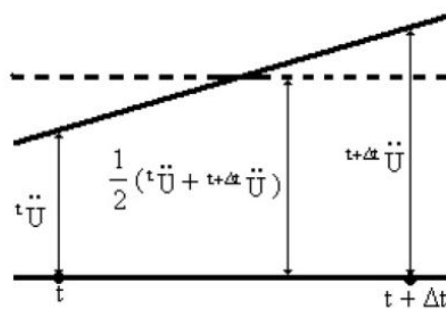


Figura 2.7- Esquema da aceleração média constante de Newmark [1].

Porém pode ser utilizado o método da aceleração linear em que valores de γ e β são iguais a 1/2 e 1/4 respectivamente [1 e 8]. Nesta dissertação será utilizado o método da aceleração média, com os valores de γ e β referidos anteriormente para o método.

Como nesta dissertação o sistema é linear, não é necessário recorrer a iterações para obtenção de $\ddot{u}_{i+1}$ das expressões (2.31) e (2.32), bastando a modificação da formulação de Newmark, para ser possível através das expressões base do método e da (2.10) ter-se os valores do deslocamento u_{i+1} , velocidade $\dot{u}_{i+1}$ e aceleração $\ddot{u}_{i+1}$ através dos valores conhecidos u_i , $\dot{u}_i$ e $\ddot{u}_i$ [8].

A reformulação inicia-se nas seguintes quantidades:

$$\Delta u_i \equiv u_{i+1} - u_i \quad \Delta \dot{u}_i \equiv \dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i \quad \Delta \ddot{u}_i \equiv \ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i \quad (2.33)$$

$$\Delta p_i = p_{i+1} - p_i \quad (2.34)$$

E reescrevendo-se as expressões (2.31) e (2.32) da seguinte forma:

$$\Delta \dot{u}_i = (\Delta t) \cdot \ddot{u}_i + (\gamma \cdot \Delta t) \cdot \Delta \ddot{u}_i \quad (2.35)$$

$$\Delta u_i = (\Delta t) \cdot \dot{u}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot \ddot{u}_i + \beta \cdot (\Delta t)^2 \cdot \Delta \ddot{u}_i \quad (2.36)$$

Pode-se resolver (2.36) da forma:

$$\Delta \ddot{u}_i = \frac{1}{\beta \cdot (\Delta t)^2} \cdot \Delta u_i - \frac{1}{\beta \cdot (\Delta t)} \cdot \dot{u}_i - \frac{1}{2 \cdot \beta} \cdot \ddot{u}_i \quad (2.37)$$

Substituindo-se a última expressão (2.37) na (2.35) tem-se:

$$\Delta \dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta} \cdot \dot{u}_i + \Delta t \cdot \left(1 - \frac{\gamma}{2 \cdot \beta} \right) \cdot \ddot{u}_i \quad (2.38)$$

Sabendo-se que a equação incremental do movimento é:

$$m \cdot \Delta \ddot{u}_i + c \cdot \Delta \dot{u}_i + k \cdot \Delta u_i = \Delta p_i \quad (2.39)$$

Através das equações da reformulação, e com a (2.39) é possível escrever a relação (2.40):

$$\hat{k} \cdot \Delta u_i = \Delta \hat{p}_i \quad (2.40)$$

em que:

$$\hat{k} = k + \frac{\gamma}{\beta \cdot (\Delta t)} \cdot c + \frac{1}{\beta \cdot (\Delta t)^2} \cdot m \quad (2.41)$$

e:

$$\Delta \hat{p}_i = \Delta p_i + \left(\frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot m + \frac{\gamma}{\beta} \cdot c \right) \cdot \dot{u}_i + \left[\frac{1}{2 \cdot \beta} \cdot m + \Delta t \cdot \left(\frac{\gamma}{2 \cdot \beta} - 1 \right) \cdot c \right] \cdot \ddot{u}_i \quad (2.42)$$

Com as expressões (2.37), (2.38) e (2.39) é possível ter-se os valores de $\Delta \ddot{u}_i$, $\Delta \dot{u}_i$ e Δu_i e posteriormente de $\dot{u}_{i+1}$ e u_{i+1} através das quantidades (2.33), em que $\ddot{u}_{i+1}$ obtém-se pela expressão (2.43) [8]:

$$\ddot{u}_{i+1} = \frac{p_{i+1} - c \cdot \dot{u}_{i+1} + k \cdot u_{i+1}}{m} \quad (2.43)$$

2.4. ESPECTROS DE RESPOSTA

2.4.1. EXCITAÇÃO SÍSMICA

Para efeitos de engenharia sísmica o dado mais importante do comportamento do solo durante a ocorrência de um sismo é a sua aceleração. A aceleração é definida em valores numéricos para instantes de tempo discretos. Os intervalos de tempo em que a aceleração é registada devem ser o mais curto possível, pois esta varia de forma bastante irregular; normalmente os intervalos de tempo são de 1/100 a 1/50 segundos [8].

Um outro dado importante é o deslocamento total da massa do edifício de forma a evitar o choque entre edifícios, ou mesmo para o caso de estruturas de edifícios que suportem material sensível tais como materiais explosivos, ou infra estruturas hospitalares e laboratoriais; no entanto este seria um tema fora desta dissertação.

2.4.2. DESCRIÇÃO DA EQUAÇÃO DO MOVIMENTO SÍSMICO

A acção sísmica na base da estrutura provoca deslocamentos na mesma, que resultam do acoplamento de dois tipos de movimento como mencionado anteriormente. Assim o deslocamento total é expresso por:

$$u_t(t) = u_g(t) + u(t) \quad (2.44)$$

Se derivar a expressão (2.44) obtém-se a velocidade total:

$$\dot{u}_t(t) = \dot{u}_g(t) + \dot{u}(t) \quad (2.45)$$

E se voltar a derivar obtém-se a aceleração:

$$\ddot{u}_t(t) = \ddot{u}_g(t) + \ddot{u}(t) \quad (2.46)$$

Voltando à equação do movimento (2.8), se dividir esta pela massa obtém-se a equação (2.47):

$$\ddot{u}(t) + \frac{c}{m} \cdot \dot{u}(t) + \frac{k}{m} \cdot u(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (2.47)$$

Substituindo $\frac{k}{m}$ e $\frac{c}{m}$ respectivamente por ω_n^2 e por $2\xi \omega_n$ a equação fica [8]:

$$\ddot{u}(t) + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot \dot{u}(t) + \omega_n^2 \cdot u(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (2.48)$$

2.4.3. CONCEITO DE ESPECTRO DE RESPOSTA

Um espectro de resposta caracteriza os efeitos da aceleração do solo numa quantidade de resposta de um simples grau de liberdade (com uma massa e rigidez associada). Este é representado graficamente pelos valores pico em função do período natural de vibração T_n ou frequência natural de vibração f_n , para uma determinada razão de amortecimento ξ .

Através dos espectros é possível uma abordagem simples da aplicação do conhecimento da dinâmica de estruturas ao dimensionamento da estrutura e à definição de requisitos de força lateral nos regulamentos.

Dependendo da resposta quantificada os espectros de resposta podem ser definidos como espectro de resposta em deslocamento, espectro de resposta em velocidade ou espectro de resposta em aceleração [2, 8, 11, 14 e 15].

$$\begin{aligned} S_d &= u_{m\acute{a}x}(T_n, \xi) \equiv \max |u(t, T_n, \xi)| \\ \dot{u}_{m\acute{a}x}(T_n, \zeta) &\equiv \max |\dot{u}(t, T_n, \xi)| \\ S_a &= \ddot{u}_{m\acute{a}x}^t(T_n, \zeta) \equiv \max |\ddot{u}^t(t, T_n, \xi)| \end{aligned} \quad (2.49)$$

$u_{m\acute{a}x}$ representa o deslocamento relativo de pico, $\dot{u}_{m\acute{a}x}$ a velocidade relativa de pico, $\ddot{u}_{m\acute{a}x}^t$ a aceleração total, T_n o período natural, t o tempo e ξ a razão de amortecimento.

Um espectro de resposta para além das características do sistema de um grau de liberdade é afectado pelas condições do solo de fundação, distância da estrutura ao epicentro do sismo (espectro do tipo 1 ou 2 segundo o EC8), magnitude do sismo e sua duração [15].

Nesta dissertação serão obtidos 8 espectros de resposta em aceleração, com aceleração máxima escalada para a cidade de Lisboa e epicentro afastado (tipo 2), segundo o EuroCódigo 8.

2.4.4. DETERMINAÇÃO DE ESPECTROS DE RESPOSTA EM DESLOCAMENTO, EM PSEUDO-VELOCIDADE E EM ACELERAÇÃO

Na análise sísmica o deslocamento do sistema é importante para a obtenção das forças internas, logo torna-se importante recorrer ao espectro de resposta em deslocamento para se obter os deslocamentos pico $u_{m\acute{a}x}$, sendo possível posteriormente a obtenção dos esforços internos para esses deslocamentos.

O espectro de resposta à velocidade não tem muito interesse prático para esta dissertação, uma vez que não é necessário para determinar o pico de deformação e forças internas do sistema, sendo apenas necessário recorrer à resposta em pseudo-velocidade. Seguidamente é apresentada uma descrição do espectro de resposta em velocidade, com o objectivo de o distinguir do “pseudo” espectro.

Os métodos de integração temporal referenciados anteriormente para o cálculo dos deslocamentos têm por base a integral de Duhamel, para um sistema amortecido com as condições iniciais nulas [8]:

$$u(t) = \frac{1}{\omega_D} \cdot \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cdot e^{-\xi \cdot \omega_n \cdot (t-\tau)} \cdot \sin[\omega_D \cdot (t-\tau)] d\tau \quad (2.50)$$

ω_D representa a frequência angular amortecida, $\ddot{u}_g(t)$ a aceleração do solo e ξ a razão de amortecimento. Se derivar a integral, passa-se a ter a velocidade de um sistema de um grau de liberdade excitado pelo movimento do solo $\dot{u}_g(t)$ [8]:

$$\dot{u}(t) = -\xi \cdot \omega_n \cdot u(t) + \int_0^t \dot{\ddot{u}}_g(\tau) \cdot e^{-\xi \cdot \omega_n \cdot (t-\tau)} \cdot \cos[\omega_D \cdot (t-\tau)] d\tau \quad (2.51)$$

A equação para as acelerações da massa do sistema pode ser dada pela derivação da expressão (2.51), contudo é mais prático a utilização da expressão (2.52) [8]:

$$\ddot{u}_t^t(t) = -\omega_n^2 \cdot u(t) - 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot \dot{u}(t) \quad (2.52)$$

Agora que a velocidade $\dot{u}(t)$ e a aceleração $\ddot{u}(t)$ estão definidos, é possível obter-se os seus valores pico $\dot{u}_{max}$ e $\ddot{u}_{max}^t$ com um dado ξ para vários períodos naturais de vibração T_n , e assim construir os espectros de resposta.

O espectro de resposta em pseudo-velocidade será incluído nesta dissertação porque permite estudar características da resposta, construir espectros de resposta e relacionar os seus valores com os regulamentos [8 e 9].

2.4.4.1. Espectro de resposta em deslocamento

Cada sismo é caracterizado por uma aceleração do solo. Através desta aceleração e fixando o valor da razão de amortecimento ξ são obtidos de acordo com a equação (2.50) os deslocamentos pico para uma gama de valores de períodos naturais de vibração T_n , para um determinado sistema com um simples grau de liberdade caracterizado por uma dada rigidez e massa. Após a obtenção dos vários deslocamentos procede-se à representação gráfica destes, e caso seja útil realiza-se o acoplamento de várias curvas com diferentes amortecimentos, obtendo-se o espectro de resposta em deslocamento, que fornece a variação dos designados deslocamentos espectrais S_d [2 e 15].

Na figura 2.8 está representado o espectro de resposta em deslocamento para o sismo de El Centro.

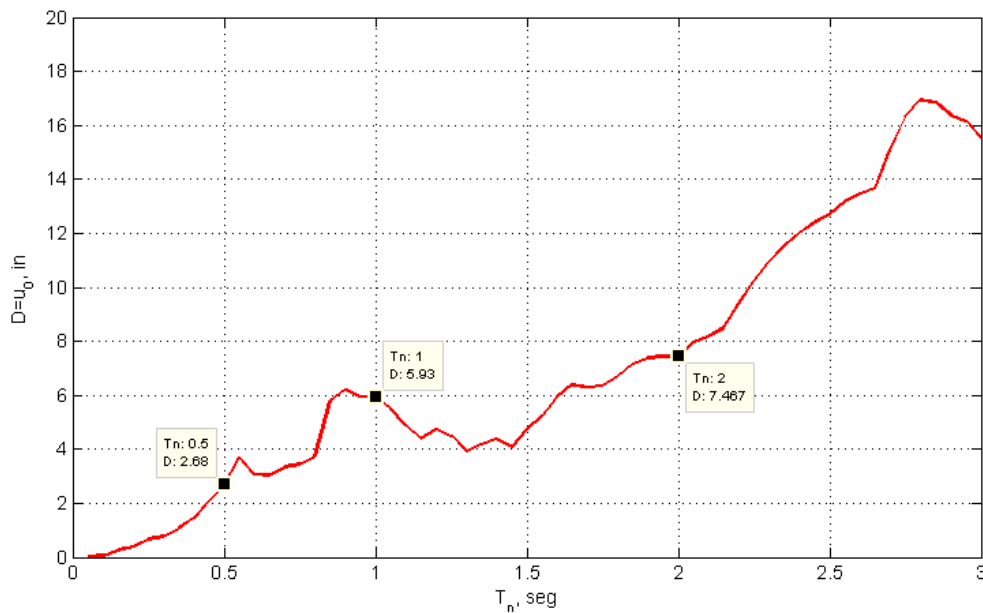


Figura 2.8 - Espectro de resposta em deslocamento ao sismo de El Centro para $\xi=2\%$ [11].

2.4.4.2. Pseudo-velocidade espectral

A pseudo-velocidade espectral $S_v(\xi, t)$ é definida como o máximo temporal da expressão $\int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cdot [\exp - \xi \cdot \omega_n \cdot (t - \tau)] \cdot \sin[\omega_D \cdot (t - \tau)] d\tau$. Utilizando a sigla S_d para designar o deslocamento pico u_{max} , tem-se:

$$S_v = \omega_D \cdot S_d \approx \omega_n \cdot S_d \quad (2.53)$$

A quantidade S_v tem unidades de velocidade e pode ser relacionada com o valor da energia cinética E_{s0} absorvida pelo sistema durante a ocorrência do sismo.

$$E_{s0} = \frac{k \cdot u_{max}^2}{2} = \frac{k \cdot S_d^2}{2} = \frac{k \cdot (S_v / \omega_n)^2}{2} = \frac{m \cdot S_v^2}{2} \quad (2.54)$$

O espectro é definido por uma quantidade de resposta S_v em função do período natural de vibração T_n através da expressão (2.53), em que o deslocamento pico S_d é o correspondente ao do período natural retirado do espectro de resposta em deslocamento. Repetindo o processo para uma gama T_n é possível traçar a curva do espectro de resposta em pseudo-velocidade para uma dada razão de amortecimento ξ , podendo ser acopladas várias curvas no mesmo gráfico com ξ diferentes [2, 8 e 15].

2.4.4.3. Espectro de resposta em aceleração

Se na expressão (2.52) não se considerar a parcela $2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot \dot{u}(t)$, uma vez que devido ao amortecimento esta parcela não contribui significativamente para o valor total da aceleração, passa-se a ter a expressão (2.55):

$$S_a = \ddot{u}_{max}^t \approx \omega_n^2 \cdot S_d \quad (2.55)$$

O símbolo S_a representa a aceleração espectral. A construção do espectro de resposta em aceleração segue os mesmos passos da construção do espectro de resposta em pseudo-velocidade, mas recorrendo à expressão (2.55).

Mais à frente neste capítulo será mostrada a relação deste parâmetro e do parâmetro S_v com as forças internas basais do sistema de um simples grau de liberdade [2, 8 e 15].

2.4.4.4. Combinação de espectros D-V-A

Os espectros de resposta em deslocamento, pseudo-velocidade e aceleração representam a mesma informação, mas em quantidades de resposta diferentes relacionadas entre si, bastando uma quantidade para chegar às outras [8].

$$\frac{S_a}{\omega_n} \approx S_v \approx \omega_n \cdot S_d \quad \text{ou} \quad \frac{T_n}{2 \cdot \pi} \cdot S_a = S_v = \frac{2 \cdot \pi}{T_n} S_d \quad (2.56)$$

Apesar de os espectros mostrarem o mesmo em quantidades de resposta diferentes, a representação de todos eles é importante, pois o espectro de resposta em deslocamento fornece os deslocamentos pico do sistema; o espectro de resposta em pseudo-velocidade está relacionado com a energia de pico E_{S0} absorvida pelo sistema durante a ocorrência do sismo; o espectro de resposta em aceleração está directamente relacionado com o valor pico das forças estáticas internas equivalentes na base do sistema.

A construção de um espectro tripartido é de todo o interesse, não só porque permite a simplificação num gráfico apenas, como torna mais fácil a análise para efeitos de dimensionamento.

O espectro é construído em escala logarítmica, em que a quantidade S_v e o período natural de vibração T_n estão representados na vertical e horizontal respectivamente. A aceleração S_a está representada numa escala com inclinação de -45° e o deslocamento pico S_d numa escala inclinada 45° . A leitura de S_a e S_d é feita em linha perpendicular á respectiva linha de escala em leitura, como é representado no espectro tripartido da figura 2.9 [11].

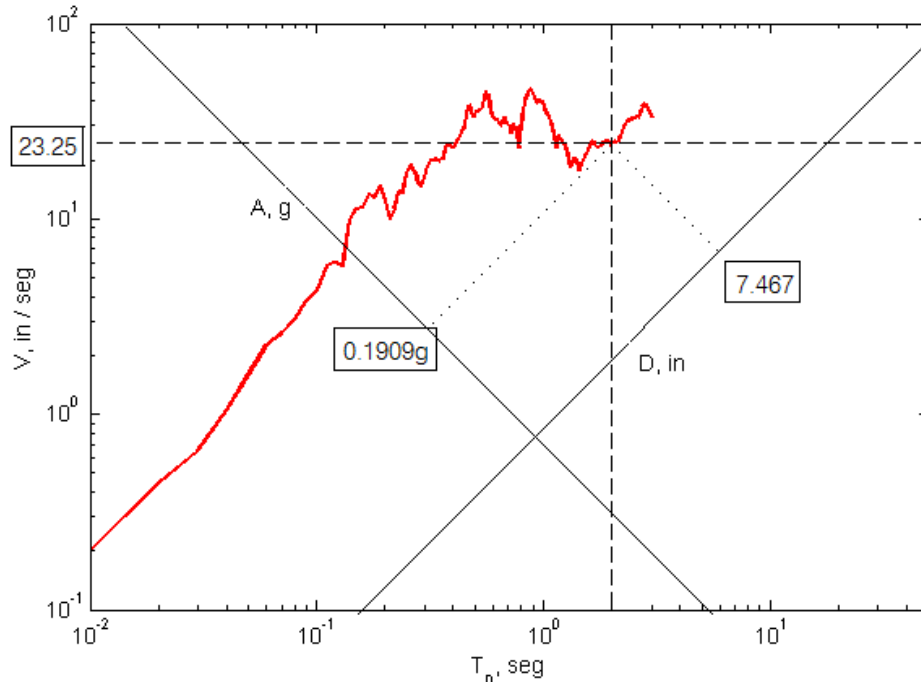


Figura 2.9 - Espectro de resposta tripartido D-V-A para o sismo de El Centro, para um $\xi=2\%$ [11].

Um espectro de resposta deve cobrir uma gama de períodos naturais e razões de amortecimento ampla de forma a fornecer a resposta pico de todas as estruturas possíveis. No caso de edifícios altos devem ser incluídas curvas de resposta com razão de amortecimento $\zeta=0, 2, 5, 10$ e 20% [8].

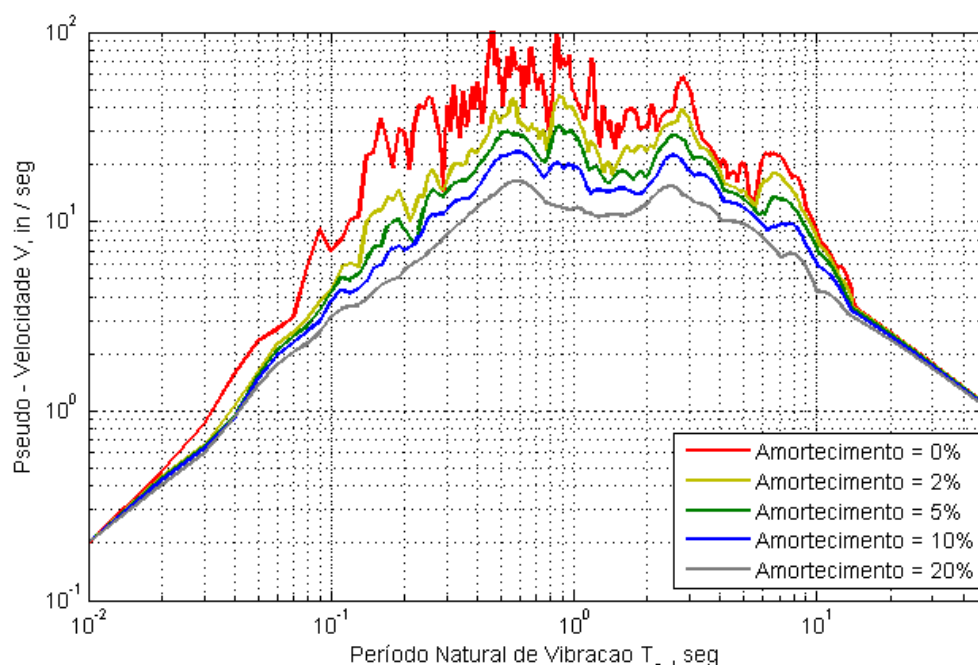


Figura 2.10 – Espectro de resposta tripartido D-V-A, para o sismo de El Centro com $\xi=0,2,5,10$ e 20% [11].

2.4.4.5. Construção de um espectro de resposta

A construção de um espectro de resposta para uma dada aceleração do solo $\ddot{u}_g(t)$ é realizada segundo os seguintes passos:

- 1º Definição da aceleração solo recorrendo a um acelerograma. Habitualmente a aceleração é definida em intervalos de tempo de 0,02 segundos;
- 2º Seleccionar o período natural de vibração T_n e definir uma razão de amortecimento ξ ;
- 3º Calcular a resposta ao deslocamento $u(t)$ causada pela aceleração do terreno para as condições do sistema definidas no passo anterior;
- 4º Determinar o deslocamento máximo u_{max} dos deslocamentos $u(t)$ anteriormente calculados;
- 5º Com o deslocamento máximo calcular a resposta em pseudo-velocidade S_v e aceleração espectral S_a pelas expressões (2.53) e (2.55) respectivamente para o T_n definido no segundo passo;
- 6º Repetir do segundo passo até ao quinto passo, para uma gama de valores de T_n satisfatória [11].

Os passos anteriormente descritos devem ser repetidos para várias razões de amortecimento caso seja de interesse o acoplamento no mesmo gráfico de várias curvas com diferentes amortecimentos [8].

2.5. ESFORÇOS ESPECTRAIS EQUIVALENTES

É possível através dos valores do deslocamento, pseudo-velocidade e aceleração espectrais chegar-se às forças espectrais equivalentes. Não é possível o mesmo para a velocidade espectral, daí a importância da pseudo-velocidade espectral.

A relação entre a aceleração máxima S_a e a força sísmica aplicada na estrutura do oscilador de um grau de liberdade é expressa pela relação (2.57) [8]:

$$f_{s0} = K \cdot S_d = m \cdot S_a \quad (2.57)$$

K – rigidez lateral do edifício

Sendo portando a força de corte na base do oscilador igual a:

$$V_{b0} = \frac{S_a}{g} \cdot W \quad (2.58)$$

W – peso da estrutura

m – massa total

g – aceleração da gravidade

Como a altura do oscilador de um grau de liberdade é conhecida, tem-se o momento na base do edifício [8].

$$M_{b0} = h \cdot V_{b0} \quad (2.59)$$

h – altura do edifício

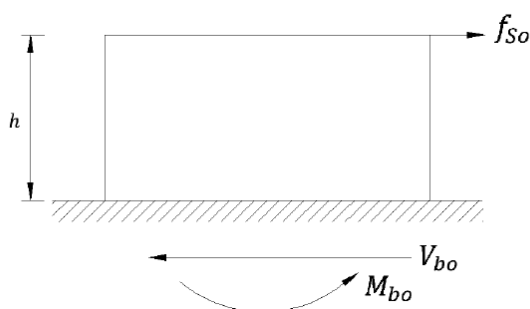


Figura 2.11 – Esforços espectrais equivalentes no oscilador com um grau de liberdade a uma excitação sísmica [8].

O valor da aceleração S_a retirado do espectro de resposta e usado nas expressões (2.57) e (2.58) é o correspondente ao período fundamental do edifício T_n .

Existem várias formas de se estimar este período para fases iniciais de projecto, tratando-se de um parâmetro que influencia relevantemente os resultados de análise de um edifício, por essa razão serão apresentadas algumas expressões empíricas para o estimar no parágrafo seguinte.

2.6. PERÍODO FUNDAMENTAL DE VIBRAÇÃO DE UM EDIFÍCIO

Existem inúmeras relações empíricas para a estimativa do período fundamental de um edifício T_n , em que diferentes parâmetros são levados em conta, com base no estudo de edifícios já dimensionados. Seguidamente serão apresentadas algumas relações empíricas para a determinação do período fundamental.

De acordo com a bibliografia consultada [6] uma das relações mais usadas em fases preliminares de projecto, que entra em consideração apenas com as características geométricas, é:

$$T_n = \frac{0,091 \cdot H}{\sqrt{D}} \quad (2.60)$$

H representa a altura total do edifício e D a sua profundidade segundo a direcção em análise.

Uma outra relação empírica bastante utilizada, que para além das características geométricas, considera as características do material, é [6]:

$$T_n = C_T \cdot H^{3/4} \quad (2.61)$$

em que C_T é igual a 0,035, no caso de estruturas em betão armado.

Por fim, é apresentada uma relação empírica que tem em consideração o número de pisos n do edifício e a qualidade do solo de fundação. Esta relação considera três tipos de solo: rochoso; intermédio; argiloso, arenoso. Na tabela 2.1 está representada a expressão do período fundamental para cada tipo de solo [14].

Tabela 2.1 – Expressões empíricas do período fundamental de vibração T_n para um edifício

Solo	T_n
Rochoso	$n/15$
Intermédio	$n/20$
Argiloso, arenoso	$n/30$

n representa o número de pisos que o edifício tem.

2.7. FORÇAS EXTERNAS EQUIVALENTES

Após a quantificação da força de corte na base pela expressão (2.57) é possível quantificar uma distribuição de forças estáticas externas equivalentes, que correspondem a tal esforço na base da estrutura.

Segundo a bibliografia consultada a melhor representação da força externa é através de uma carga pontual no topo do edifício e uma carga distribuída trapezoidal, que aumenta da base linearmente da base até ao topo do edifício [14].

Primeiro será definida a carga pontual no topo do edifício em função do período fundamental (T_n) e da força de corte na base da estrutura. Caso o este período fundamental seja inferior a 0,7 segundos o valor da carga é nulo [11, 14 e 15].

$$se\ T_n > 0,7\text{seg.}\quad F_t = 0,07 \cdot T_n \cdot V_{base} \leq 0,25 \cdot V_{base} \quad (2.62)$$

$$se\ T_n \leq 0,7\text{seg.}\quad F_t = 0 \quad (2.63)$$

Agora que a carga pontual está definida passa-se à distribuição da restante força pelos pisos do edifício ($V - F_t$) e é utilizada a expressão (2.64) [11]:

$$F_i = \frac{P_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n P_i \cdot h_i} \cdot (V_{b0} - F_t) \quad (2.64)$$

No caso deste estudo considera-se que a força total actuante em cada piso é dada por:

$$V_i = F_i + F_t \quad (2.65)$$

Considera-se que a força actuante ao nível de cada piso está concentrada no centro de gravidade. O efeito da excentricidade accidental corresponde a 5% da dimensão do edifício perpendicular a acção. Esta excentricidade provoca um momento torçor, que é dado por [11]:

$$M_i = \pm F_i \cdot e_i \quad (2.66)$$

3

BASES DO MÉTODO DO MEIO CONTÍNUO E ELEMENTOS ESTRUTURAIS CONSIDERADOS

3.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão descritos os diferentes elementos estruturais, nomeadamente os pilares parede, pórticos e núcleos rígidos de parede delgada com secção aberta. No caso dos pilares parede e dos pórticos referem-se os esforços principais que causam deformação e a sua relação em função da altura. Para tal, recorre-se às leis da elástica, para posterior aplicação nas equações diferenciais do meio contínuo. Quanto aos núcleos rígidos de parede delgada com secção aberta será descrito o seu comportamento à torção livre de Saint Venant e à flexo-torção de acordo com a teoria de Vlassov.

Seguidamente é apresentada a equação de equilíbrio estático para as forças equivalentes, considerando que para os edifícios em análise existem deslocamentos nas duas principais direcções em planta e uma rotação segundo o eixo vertical em altura. Serão realizados uma série de desacoplamentos com recurso a derivadas do deslocamento segundo a lei de deformação da elástica, com a finalidade de se obter os deslocamentos dos elementos estruturais constituintes do edifício.

Por fim são apresentadas as expressões para a obtenção dos esforços nos vários elementos da estrutura.

3.2. ELEMENTOS ESTRUTURAIS

3.2.1. PILARES PAREDE

Pilares parede são elementos estruturais que para além de resistirem às acções verticais também contribuem para a resistência às acções horizontais ao longo do seu plano. Estes elementos não possuem rigidez significativa transversal normal ao seu plano e apenas apresentam deformação devido a actuação do momento flector [3].

Na figura 3.1 é representado um pilar parede sujeito ao carregamento externo, provocado pela aceleração do solo.

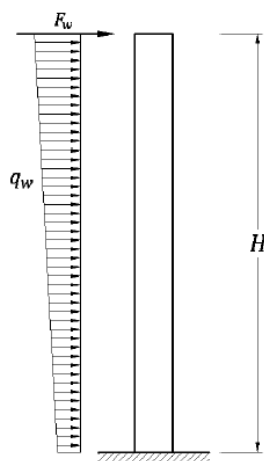


Figura 3.1 – Carregamento externo, provocado pela aceleração do solo, num pilar parede [11].

Na figura 3.1 q_w representa a carga distribuída trapezoidal e F_w a carga pontual no topo do edifício. Os sentidos positivos dos esforços estão representados na figura 3.2:

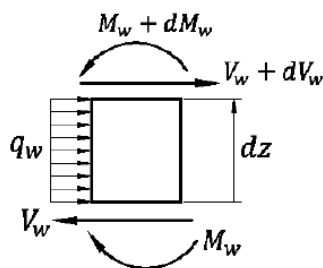


Figura 3.2 – Sentido positivo dos esforços.

A relação entre a carga distribuída e o esforço transversal (V_w), assim como a relação da carga com o momento flector (M_w) ao longo da altura do edifício (dz) são expressas pelas derivadas (3.1) e (3.2) respectivamente [3]:

$$\frac{dV_w}{dz} = -q_w \quad (3.1)$$

$$\frac{dM_w}{dz} = V_w \quad (3.2)$$

O índice w é utilizado para designar painéis parede (*wall*).

A deformação elástica longitudinal (u) de um pilar parede está representada na figura 3.3. Segundo a integração da elástica pode-se escrever a relação (3.3):

$$u'' = \frac{M_w}{E \cdot I} \quad (3.3)$$

Em que o produto EI é a rigidez flexional K do elemento estrutural e M_w o momento actuante ao longo da altura. Derivando-se a expressão (3.3), tem-se:

$$u''' = \frac{V_w}{k} \quad (3.4)$$

Em que V_w é o esforço transversal do pilar parede ao longo da altura.

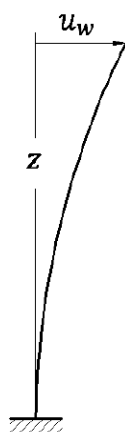


Figura 3.3 – Deformação do pilar parede ao momento flector em altura [11].

As cargas consideradas actuam segundo o centro de gravidade do elemento estrutural, provocando apenas translação deste, ou seja, não provocam rotação [14].

3.2.2. PÓRTICO

Pórticos são elementos estruturais constituídos por dois ou mais pilares, e uma ou várias vigas a efectuar a ligação entre eles. Estes elementos não têm rigidez transversal, são resistentes ao momento flector e deformam-se na presença de esforço transversal nos pilares [3].

Na figura 3.4 está representado um exemplo de um pórtico, sujeito a um carregamento externo equivalente provocado pelo movimento do solo de fundação.

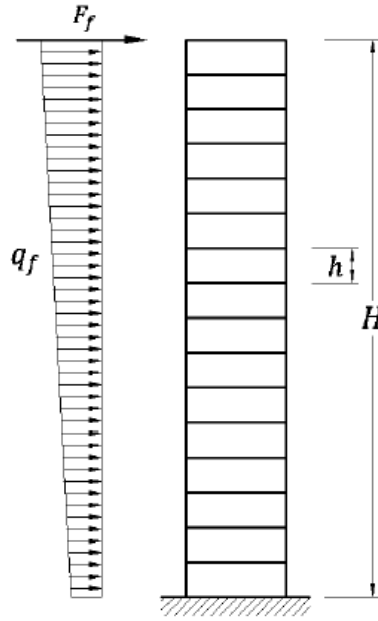


Figura 3.4 – Pórtico sujeito ao carregamento das forças exteriores equivalentes, determinados a partir dos esforços espectrais na base [11].

O carregamento externo tem as mesmas relações com os esforços gerados no elemento que o pilar parede, sendo os sentidos positivos do esforço transversal (V_f) e momento flector (M_f) os mesmos que estão representados na figura 3.2. O índice f é utilizado para designar pórtico (*frame*).

$$\frac{dV_f}{dz} = -q_f \quad (3.5)$$

$$\frac{dM_f}{dz} = V_f \quad (3.6)$$

O esforço transversal V_f pode ser relacionado com a primeira derivada do deslocamento longitudinal u e com a rigidez do pórtico S_f ao esforço transversal, através da expressão (3.7):

$$u' = \frac{V_f}{S_f} \quad (3.7)$$

Em que u' a primeira derivada do deslocamento.

A deformação segundo as leis da elástica para este tipo de elemento está representada na figura 3.5. Esta deformação é devida ao esforço transversal, pois como já foi mencionado, estes elementos

estruturais não se deformam com o momento flector, porque se consideram associados a vigas infinitamente rígidas.

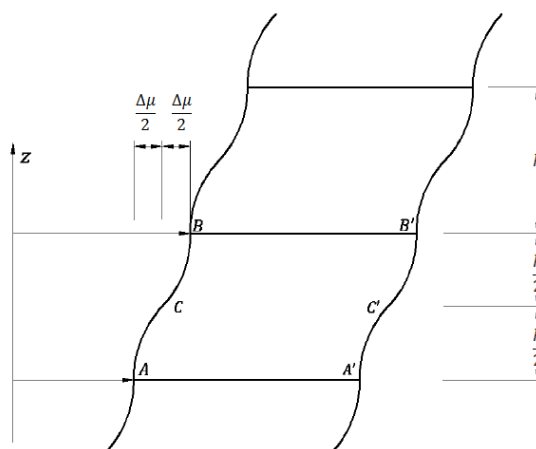


Figura 3.5 - Deslocamento de um pórtico ao esforço transversal [11].

Através da figura 3.5 verifica-se que não existe rotação na ligação pilar/viga, logo o ponto de inflexão do pilar que liga os dois pisos será com o meio destes dois (ponto C), e consequentemente o momento flector é nulo nesse ponto.

Com o momento flector nulo no ponto C efectua-se a simplificação de dividir os pilares de cada piso em duas consolas, uma vez que o comportamento é similar [11].

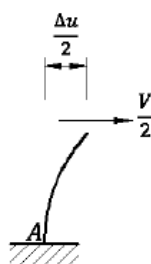


Figura 3.6 – Idealização de consola sujeita a esforço transversal [11].

O valor do deslocamento da figura 3.6 é obtido pela expressão (3.8) [11]:

$$\frac{\Delta u}{2} = \left(\frac{V_f}{2} \right) \cdot \frac{(h/2)^3}{3 \cdot EI} = \frac{V}{2} \cdot \frac{h^3}{24 \cdot EI} \quad (3.8)$$

Portanto:

$$u' = \frac{du}{dz} = \frac{V}{s_f} \quad (3.9)$$

Em que:

$$s_f = \frac{24 \cdot EI}{h^2} \quad (3.10)$$

Como o valor de S_f é constante em toda a altura e o pé-direito pequeno quando comparado com a altura total do pórtico, assume-se como válida a expressão (3.9).

3.2.3. NÚCLEO RÍGIDO DE PAREDES DELGADAS

Estes elementos estruturais são de grande utilidade, pois contribuem para uma significativa redução dos esforços internos nos restantes elementos. Comparando as dimensões da sua secção transversal com a dos elementos mencionados anteriormente, verifica-se que são muito superiores, o que faz com que a sua contribuição para a rigidez longitudinal global da estrutura seja superior que os outros elementos estruturais.

Usualmente o núcleo rígido está posicionado aproximadamente no centro do edifício caso seja singular, e para além de ter a função de resistir à acção de forças, é usado para a construção de caixa de elevador e/ou caixa de escadas.

Este elemento é o único capaz de resistir à torção de acordo com a teoria de torção livre de Saint Venant, e capaz de resistir à flexo-torção de acordo com a teoria de Vlassov [5].

No caso das estruturas desta dissertação a sua secção transversal é indeformável em seu plano (xy) e o momento de torção é constante ao longo de toda a altura do edifício.

3.2.3.1. A torção em edifícios

Os núcleos rígidos de secção aberta de parede delgada são os únicos elementos estruturais que resistem a esforços de torção num edifício. Estes esforços ocorrem porque o carregamento externo não tem a orientação que passa pelo centro de torção dos núcleos rígidos.

Inicialmente será considerada a torção livre de Saint - Venant (M_t), o que implica que a torção é constante ao longo de toda a altura e não existem vínculos que impeçam deslocamentos longitudinais totais ou parciais. Na torção “livre” considera-se as seguintes hipóteses: ao longo de toda a altura para pontos com as mesmas coordenadas no plano da secção (x e y) os deslocamentos são os mesmos; quando a secção é projectada em seu plano mantém-se indeformada [5].

Esta torção causa um momento de torção neste tipo de elemento estrutural, em que o seu sentido é positivo caso a imitação do movimento com a mão direita obtiver o polegar com sentido de tracção positivo [11].

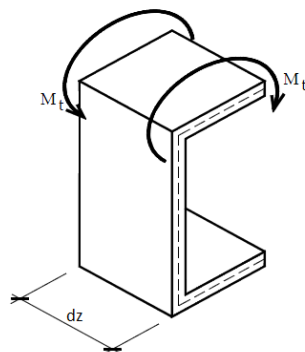


Figura 3.7 – Núcleo rígido de secção aberta de parede delgada submetido a torção livre [5].

A equação da rotação para esta torção é a seguinte [5]:

$$\phi' = \frac{M_t}{G \cdot I_t} \quad 3.11$$

ϕ' - ângulo de rotação relativo entre duas secções

G - módulo de elasticidade transversal do material

I_t – momento de inércia relativamente ao eixo de torção

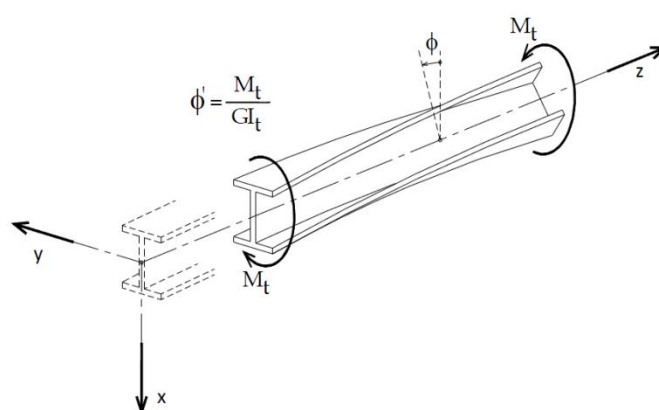


Figura 3.8 – Representação dos sentidos positivos da torção livre [5].

Se agora forem impostas condições de vinculação na secção do elemento estrutural a uma determinada altura (z), a deformação não é mais constante, passando a existir flexo-torção. Pela Resistência dos Materiais pode ser escrita a relação (3.12):

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_e}{\partial z} \neq 0 \quad (3.12)$$

Em que ε_z representa a deformação ao longo da altura e u_e a amplitude de empenamento, que já não é mais constante ao longo da altura. A amplitude de empenamento é obtida pela expressão (3.13):

$$u_e = \varpi \cdot \phi' \quad (3.13)$$

Em que o valor é dado em função da rotação entre duas secções ϕ' e ϖ simboliza a área da secção. Substituindo-se na expressão (3.12) a (3.13), tem-se:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial}{\partial z} (\varpi \cdot \phi') = \varpi \cdot \phi'' \quad (3.14)$$

A lei de Hooke permite relacionar a extensão com a tensão e deformação no plano de tensões pela expressão (3.15):

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z - \nu \cdot \sigma_x}{E} \quad (3.15)$$

Considerando-se que a secção transversal é indeformável em seu plano, tem-se:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s - \nu \cdot \sigma_x}{E} = 0 \rightarrow \sigma_s = \nu \cdot \sigma_x \quad (3.16)$$

Substituindo-se finalmente na equação (3.15) a (3.16), vem:

$$\varepsilon_z = \frac{(1 - \nu^2) \cdot \sigma_s}{E} \quad (3.17)$$

Comparando o valor de v^2 com a unidade torna-se desprezável e passa-se a ter a relação (3.18):

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_s}{E} \rightarrow \sigma_s = E \cdot \phi'' \cdot \omega \quad (3.18)$$

É de notar que a flexo-torção provoca tensão axial denominada por Vlassov de Bimomento.

Devido às tensões variarem com a altura ($\phi''' \neq 0$), ocorrem tensões transversas (τ_{ft}) para o equilíbrio se manter. Para fins de simplificação admite-se que τ_{ft} permanece constante ao longo de toda a espessura (t) da parede da secção transversal.

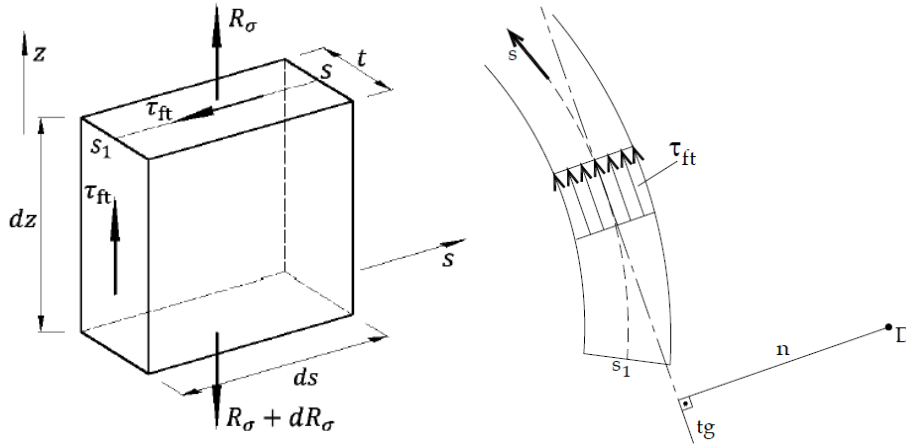


Figura 3.9 – Tensões de corte uniformes numa parede. Modificado de Dagoberto e Neto [5].

De acordo com a figura 3.9 a área da secção é o produto entre t e ds , logo a força resultante das tensões é:

$$R_\sigma = \int_A \sigma_x \cdot dA = \int_{s_1}^s t \cdot ds \quad (3.19)$$

Substituindo-se na equação (3.19) a (3.18), tem-se:

$$R_\sigma = E \cdot \phi \cdot \int_A \omega \cdot dA \rightarrow \frac{dR_\sigma}{dx} = E \cdot \phi''' \cdot \int_A \omega \cdot dA = E \cdot \phi''' \cdot \int_{s_1}^s \omega \cdot t \cdot ds \quad (3.20)$$

Considerando-se que as forças longitudinais estão em equilíbrio, o valor da tensão tangencial é obtido por:

$$\tau_{ft}(t \cdot dx) = d(R_\sigma) \rightarrow \tau_{ft} = \frac{1}{t} \cdot \frac{dR_\sigma}{dx} = \frac{E \cdot \phi'''}{t} \cdot \int_A \omega \cdot dA = E \cdot \phi''' \cdot \int_{S1}^S \omega \cdot ds \quad (3.21)$$

A expressão representada em (3.21) é denominada de momento estático sectorial e será representada neste estudo por S_ω . Sendo assim reescreve-se [5]:

$$\tau_{ft} = \frac{E \cdot \phi'''}{t} \cdot S_\omega \quad (3.22)$$

Após as considerações feitas na dedução de τ_{ft} a validade da expressão (3.13) é posta em causa, mas como as paredes da secção são delgadas a expressão permanece válida. A validade deve-se às tensões provenientes de torção livre serem consideravelmente maiores do que as provocadas pela flexo-torção. Embora muito inferiores aos valores da torção livre a sua contribuição é considerável, devido às suas forças elementares serem multiplicadas por distâncias (n), que são muito superiores em comparação com as que multiplicam pela torção livre. Este facto é mostrado na figura (3.10):

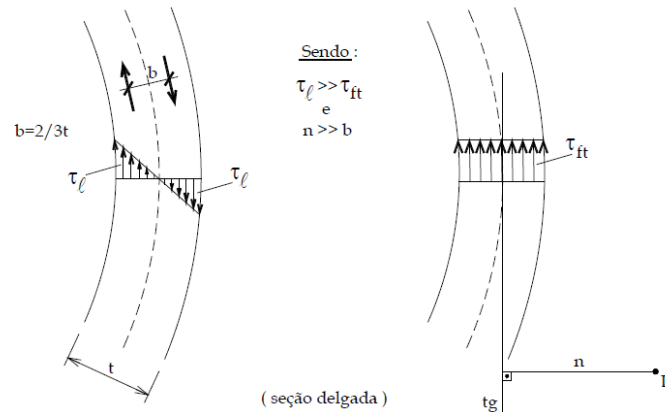


Figura 3.10 – Representação gráfica das tensões devido à torção livre e flexo-torção [5].

A letra D representa o centro de torção.

Multiplicando-se então a distância n pelas forças elementares é obtido o valor do momento da flexo-torção M_{ft} :

$$M_{ft} = \int_A \tau_{ft} \cdot dA \cdot n = \int_S \tau_{ft} \cdot n \cdot t \cdot ds \quad (3.23)$$

Substituindo-se na expressão (3.23) a (3.21), tem-se:

$$M_{ft} = E \cdot \phi''' \cdot \int_{S_1}^{S_2} \left[\int_{S_1}^s \varpi \cdot ds \right] \cdot n \cdot t \cdot ds \quad (3.25)$$

Integrando-se por partes chega-se a:

$$M_{ft} = -E \cdot \phi''' \cdot \int_A \varpi^2 \cdot dA \quad (3.25)$$

Reescrevendo-se a expressão (3.25):

$$M_{ft} = -E \cdot I_{\varpi} \cdot \phi''' \quad (3.26)$$

I_{ϖ} - momento de inércia sectorial

Se agora somar-se os dois momentos de torção mencionados tem-se o momento de torção total M_t :

$$M_t = M_{ft} + M_l \quad (3.27)$$

Substituindo-se pelas expressões do momento da flexão livre e flexo-torção, (3.11) e (3.26) respectivamente, tem-se [5]:

$$M_t = G \cdot I_t \cdot \phi' - E \cdot I_{\varpi} \cdot \phi''' \quad (3.28)$$

3.2.4. ASSOCIAÇÃO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS (PILARES PAREDE, PÓRTICOS E NÚCLEOS RÍGIDOS DE SECÇÃO ABERTA DE PAREDE DELGADA)

3.2.4.1. Considerações

Uma planta de um edifício é constituída pela associação de pilares parede, pórticos e núcleos rígidos de secção aberta de parede delgada. Os pilares parede e pórticos serão abordados como planos, enquanto os núcleos rígidos serão abordados como exposto anteriormente.

Após a ligação dos vários pórticos e pilares parede passa a existir uma infinidade de diafragmas em seu plano, que se mantêm constantes em toda a altura. Cada elemento estrutural é definido por um vector unitário no seu plano de forma a identificar os deslocamentos positivos e negativos, tal como se encontra representado na figura 3.11.

Quanto ao carregamento externo, este é vertical, actua segundo o plano η representado na figura 3.11, é definido pelas componentes a e b do seu vector unitário e pela distância c ao plano. Em relação à posição de cada elemento, é definida pelas coordenadas a_w e b_w e pela distância c_w ao eixo OZ no caso dos pilares parede, no caso dos pórticos é definida pelas coordenadas a_f e b_f e pela distância c_f . Quanto aos núcleos rígidos não são definidos, uma vez que o seu comportamento não muda consoante o seu posicionamento [11].

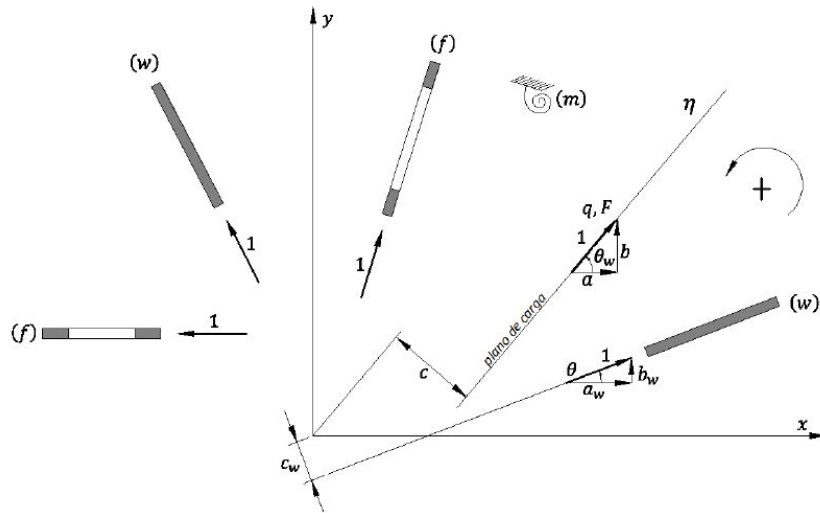


Figura 3.11 – Representação esquemática do referencial inicial dos elementos estruturais [11].

3.2.4.2. Equações de equilíbrio

Antes de se dar início ao acoplamento dos elementos estruturais nas equações de equilíbrio estático é definida a simbologia dos deslocamentos e rotação.

u – deslocamento segundo o eixo OX

v - deslocamento segundo o eixo OY

φ - rotação segundo o eixo OZ

A movimentação dos vários diafragmas entre pisos é admitida sem a acção do atrito, o que permite escrever o seguinte equilíbrio estático:

$$\begin{aligned} \sum_w V_w \cdot a_w + \sum_f V_f \cdot a_f &= V_a \\ \sum_w V_w \cdot b_w + \sum_f V_f \cdot b_f &= V_b \\ \sum_w V_w \cdot c_w + \sum_f V_f \cdot c_f + \sum_m (M_{ft} + M_t) &= V_c \end{aligned} \quad (3.29)$$

Em que a , b e c são as coordenadas do carregamento externo ao nível do piso, V é a força transversa ao nível do piso considerado, M_{ft} e M_t são os momentos de flexo-torção e torção livre respectivamente.

Os deslocamentos dos pilares parede e pórticos são obtidos respectivamente por:

$$\begin{aligned} u_w &= a_w \cdot u + b_w \cdot v_w + c_w \cdot \varphi \\ u_f &= a_f \cdot u + b_f \cdot v + c_f \cdot \varphi \end{aligned} \quad (3.30)$$

Substituindo-se nas equações (3.30) as equações da lei elástica (3.4) e (3.7), os valores dos esforços transversos nos pilares parede e nos pórticos são respectivamente:

$$\begin{aligned} V_f &= S_f \cdot (a_f \cdot u' + b_w \cdot v' + c_f \cdot \varphi') \\ V_w &= k_w \cdot (a_w \cdot u''' + b_w \cdot v''' + c_w \cdot \varphi''') \end{aligned} \quad (3.31)$$

Substituindo-se agora as equações (3.31) nas (3.29), e realizando as várias operações aritméticas chega-se à equação matricial (3.32) [11]:

$$\begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} & k_{ac} \\ k_{ba} & k_{bb} & k_{bc} \\ k_{ca} & k_{cb} & k_{cc}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ba} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ca} & S_{cb} & S_{cc}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = V \cdot \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

Os elementos matriciais com “*” representam:

$$\begin{aligned} K_{cc}^* &= K_{cc} + \sum_m K_{ft} \\ S_{cc}^* &= S_{cc} + \sum_m K_t \end{aligned} \quad (3.33)$$

3.2.4.3. Desacoplamento apenas de pilares parede

No caso da análise apenas a pilares parede a equação matricial (3.32) simplifica-se:

$$\begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} & k_{ac} \\ k_{ba} & k_{bb} & k_{bc} \\ k_{ca} & k_{cb} & k_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mu''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{Bmatrix} = V \cdot \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

Para se proceder ao desacoplamento duas operações têm de ser realizadas: uma de translação; outra de rotação.

A translação é realizada com o objectivo de anular os termos k_{ac} e k_{bc} .

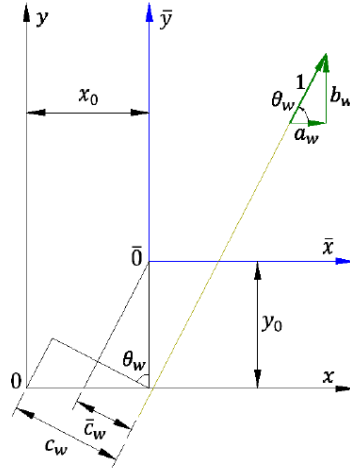


Figura 3.12 – Mudança de referencial que permite anular os termos $\bar{k}_{ac}$ e $\bar{k}_{bc}$ [11].

Para passar de c_w para $\bar{c}_w$ tem-se que:

$$\bar{c}_w = c_w - x_0 \cdot b_w + y_0 \cdot a_w \quad (3.35)$$

Muda-se agora k_{ac} e k_{bc} para $\bar{k}_{ac}$ e $\bar{k}_{bc}$ respectivamente:

$$\begin{aligned} \bar{k}_{ac} &= k_{ac} - x_0 \cdot k_{ab} + y_0 \cdot k_{aa} \\ \bar{k}_{bc} &= k_{bc} - x_0 \cdot k_{bb} + y_0 \cdot k_{ab} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Iguala-se a zero ambos os elementos, e tem-se o centro no novo referencial.

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{K_{aa} \cdot k_{bc} - k_{ab} \cdot k_{aa}}{k_{aa} \cdot k_{bb} - k_{ab}^2} \\ y_0 &= \frac{-k_{bb} \cdot k_{aa} + k_{ab} \cdot k_{bc}}{k_{aa} \cdot k_{bb} - k_{ab}^2} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Em relação à operação de translação, esta tem por objectivo anular o elemento K_{ab} .

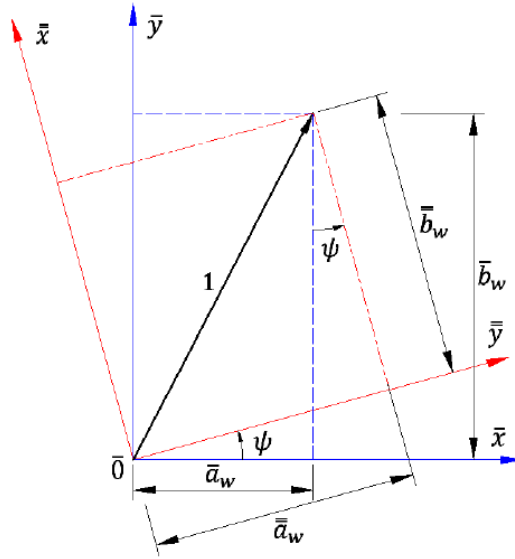


Figura 3.13 – Rotação do referencial que permite anular $\bar{k}_{ab}$ [11].

A passagem do referencial de coordenadas $\bar{a}_w, \bar{b}_w$ para $\bar{\bar{a}}_w, \bar{\bar{b}}_w$ envolve as seguintes operações:

$$\begin{aligned}\bar{\bar{a}}_w &= \bar{a}_w \cdot \cos \psi + \bar{b}_w \cdot \sin \psi \\ \bar{\bar{b}}_w &= -\bar{a}_w \cdot \sin \psi + \bar{b}_w \cdot \cos \psi\end{aligned}\quad (3.38)$$

Logo, $\bar{\bar{k}}_{ab}$:

$$\begin{aligned}\bar{\bar{k}}_{ab} &= k_w \cdot [\bar{a}_w \cdot \bar{b}_w \cdot (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) + (\bar{b}_w^2 - \bar{a}_w^2) \cdot \cos \psi \cdot \sin \psi] \\ \bar{\bar{k}}_{ab} &= k_{ab} \cdot \cos(2 \cdot \psi) + \frac{(k_{bb} - k_{aa})}{2} \cdot \sin(2 \cdot \psi)\end{aligned}\quad (3.39)$$

Iguala-se a equação (3.39) a zero, e tem-se:

$$\psi = \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{2 \cdot k_{ab}}{k_{aa} - k_{bb}}\right) \quad (3.40)$$

Em que ψ é a rotação imposta para anular k_{ab} .

Após os passos realizados acima é possível escrever a equação de desacoplamento:

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{k}_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{u}''' \\ \bar{v}''' \\ \bar{\varphi}''' \end{Bmatrix} = V \cdot \begin{Bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \end{Bmatrix} \quad (3.41)$$

$\bar{u}'''$ e $\bar{v}'''$ correspondem aos deslocamentos e $\bar{\varphi}'''$ corresponde à rotação segundo o novo sistema de referência [11].

3.2.4.4. Desacoplamento apenas de pórtico

O procedimento de desacoplamento é semelhante ao mostrado anteriormente para o caso de só existirem pilares parede. Neste caso parte-se de:

$$\begin{bmatrix} s_{aa} & s_{ab} & s_{ac} \\ s_{ba} & s_{bb} & s_{bc} \\ s_{ca} & s_{cb} & s_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = V \cdot \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

Efectua-se os mesmos passos do desacoplamento anterior, e chega-se à expressão (3.43):

$$\begin{bmatrix} s_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & s_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & s_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{u}' \\ \bar{v}' \\ \bar{\varphi}' \end{Bmatrix} = V \cdot \begin{Bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

$\bar{u}'$ e $\bar{v}'$ correspondem aos deslocamentos e $\bar{\varphi}'$ à rotação no novo sistema de referência [11].

3.2.4.5. Desacoplamento genérico

O mais usual numa estrutura de um edifício é este ser constituído por pilares parede e pórticos, e eventualmente por um ou vários núcleos rígidos de secção aberta de parede delgada. Seguidamente procede-se ao desacoplamento deste tipo de estrutura, iniciando-se com a equação matricial (3.44):

$$\begin{bmatrix} k_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & k_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & k_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{aa} & s_{ab} & s_{ac} \\ s_{ba} & s_{bb} & s_{bc} \\ s_{ca} & s_{cb} & s_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = V \cdot \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

Na equação matricial (3.44) o núcleo rígido “participa” após ser separado em vários pilares parede que juntos correspondem à mesma geometria do núcleo.

O desacoplamento será obtido pela transformação (3.45):

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ \varphi \end{Bmatrix} = [L] \cdot [E] \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_u \\ \alpha_v \\ \alpha_\varphi \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

Em que a matriz [L] representa:

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_{aa}}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{k_{bb}}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{k_{cc}}} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

A matriz [E] é definida em função da rigidez dos pilares parede e da matriz [L]:

$$[E] = [L]^T \cdot [K] \cdot [L] \quad (3.47)$$

A matriz transformação da equação (3.45) é dada por:

$$[T] = [L] \cdot [E] \quad (3.48)$$

Em que a matriz transformação [T] tem as seguintes propriedades:

$$[I] = [T]^T \cdot [K] \cdot [T] \quad (3.49)$$

$$[A] = [T]^T \cdot [S] \cdot [T] \quad (3.50)$$

[I] é a matriz identidade derivada da matriz rigidez dos pilares parede com as condições de desacoplamento anteriores, e [A] é a matriz dos autovalores de rigidez dos pórticos. Sendo assim, torna-se possível escrever a equação matricial (3.51) desacoplada da mencionada sob (3.44).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_u''' \\ \alpha_v''' \\ \alpha_\varphi''' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_u' \\ \alpha_v' \\ \alpha_\varphi' \end{Bmatrix} = V \cdot [T]^T \cdot \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (3.51)$$

Em que λ_1 , λ_2 e λ_3 são os autovalores mencionados anteriormente [11].

3.2.4.6. Desacoplamento em casos pontuais

Em certos casos o valor do determinante da matriz $[K]$ ou $[S]$ é nulo. Em ambos os casos o procedimento é o mesmo. Aqui será mostrado o tratamento para o caso da matriz $[K]$ apenas ter rigidez segundo o eixo OX ($k_{aa} \neq 0$), sendo o processo de tratamento no caso de apenas existir rigidez segundo OY o mesmo.

Com estas características a equação matricial (3.32) é escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} k_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u'''' \\ v'''' \\ \varphi'''' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{aa} & s_{ab} & s_{ac} \\ s_{ba} & s_{bb} & s_{bc} \\ s_{ca} & s_{cb} & s_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = V \cdot \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (3.52)$$

Escrevendo-se em forma de equações, fica:

$$k_{aa} \cdot u'''' + s_{aa} \cdot u' + s_{ab} \cdot v' + s_{ac} \cdot \varphi' = V \cdot a \quad (3.53)$$

$$s_{ba} \cdot u' + s_{bb} \cdot v' + s_{bc} \cdot \varphi' = V \cdot b \quad (3.54)$$

$$s_{ca} \cdot u' + s_{cb} \cdot v' + s_{cc} \cdot \varphi' = V \cdot c \quad (3.55)$$

Se resolver as equações (3.54) e (3.55) em ordem a u' e φ' chega-se às expressões (3.56) e (3.57):

$$u' = \frac{s_{bc}^2 - s_{bb} \cdot s_{cc}}{s_{ba} \cdot s_{cc} - s_{bc} \cdot s_{ca}} \cdot v' + \frac{b \cdot s_{cc} - c \cdot s_{bc}}{s_{ba} \cdot s_{cc} - s_{bc} \cdot s_{ca}} \cdot V \quad (3.56)$$

$$\varphi' = \frac{c \cdot s_{ba} - b \cdot s_{ca}}{s_{cc} \cdot s_{ba} - s_{ca} \cdot s_{bc}} \cdot V + \frac{s_{ca} \cdot s_{bb} - s_{cb} \cdot s_{ba}}{s_{cc} \cdot s_{ba} - s_{ca} \cdot s_{bc}} \cdot v' \quad (3.57)$$

Sendo assim a equação diferencial pode ser escrita da seguinte forma:

$$K_{bb} \cdot v'''' + \mathcal{G} \cdot v' = \mathcal{X} \cdot V \quad (3.58)$$

Em que:

$$\mathcal{G} = s_{aa} + s_{ba} \cdot \frac{s_{bc}^2 - s_{bb} \cdot s_{cc}}{s_{ba} \cdot s_{cc} - s_{bc} \cdot s_{ca}} + s_{cb} \cdot \frac{s_{ca} \cdot s_{bb} - s_{cb} \cdot s_{ba}}{s_{cc} \cdot s_{ba} - s_{ca} \cdot s_{bx}} \quad (3.59)$$

$$\chi = a - s_{ba} \cdot \frac{b \cdot s_{cc} - c \cdot s_{bc}}{s_{ba} \cdot s_{cc} - s_{bc} \cdot s_{ca}} + s_{bc} \cdot \frac{c \cdot s_{ba} - b \cdot s_{ca}}{s_{cc} \cdot s_{ba} - s_{ca} \cdot s_{bc}} \quad (3.60)$$

Uma outra situação pode ocorrer, trata-se de apenas k_{aa} ou k_{bb} ser nulo, que se deve a apenas existirem pilares parede paralelos à direcção y ou x respectivamente.

Seguidamente encontra-se exemplificado o tratamento no caso de k_{aa} ser nulo. Para o caso de k_{bb} ser nulo o tratamento é semelhante.

Eliminando-se a primeira linha da equação matricial (3.32), tem-se:

$$\begin{bmatrix} k_{bb} & 0 \\ 0 & k_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} v''' \\ \varphi''' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{s}_{bb} & \tilde{s}_{bc} \\ \tilde{s}_{bc} & \tilde{s}_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} v' \\ \varphi' \end{Bmatrix} = V \cdot \begin{Bmatrix} \tilde{b} \\ \tilde{c} \end{Bmatrix} \quad (3.61)$$

Em que:

$$\tilde{s}_{bb} = \frac{s_{aa} \cdot s_{bb} - s_{ab}^2}{s_{aa}} \quad (3.62)$$

$$\tilde{s}_{bc} = \frac{s_{aa} \cdot s_{bc} - s_{ab} \cdot s_{ac}}{s_{aa}} \quad (3.63)$$

$$\tilde{s}_{cc} = \frac{s_{aa} \cdot s_{cc} - s_{ac}^2}{s_{aa}} \quad (3.64)$$

$$\tilde{b} = \frac{b \cdot s_{aa} - a \cdot s_{ab}}{s_{aa}} \quad (3.65)$$

$$\tilde{C} = \frac{C \cdot S_{aa} - a \cdot S_{ac}}{S_{aa}} \quad (3.66)$$

Tal como na situação anterior chega-se a uma relação de eliminação:

$$\mu' = \frac{V \cdot a - S_{ab} \cdot v' - S_{ac} \cdot \varphi'}{S_{aa}} \quad (3.67)$$

3.2.4.7. Equação diferencial

Observando-se a equação matricial (3.51) verifica-se que cada uma das equações refere-se a uma das direcções do sistema desacoplado, e as equações diferenciais têm a seguinte forma [11]:

$$\alpha''' + \lambda \cdot \alpha' = Vi^* \quad 3.68$$

A parcela do lado direito da equação representa cada uma das equações referentes aos dois eixos horizontais e ao vertical.

Pode-se reescrever a equação anterior (3.68) com diferente simbologia:

$$\alpha''' + \Lambda^2 \cdot \alpha' = \Gamma \quad (3.69)$$

A nova simbologia representa:

$$\begin{aligned} \Lambda^2 &= \lambda \\ \Gamma &= Vi^* \end{aligned} \quad (3.70)$$

Na resolução da equação (3.69) são consideradas as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} \alpha(z=0) &= 0 \\ \alpha'(z=0) &= 0 \\ \alpha''(z=H) &= 0 \end{aligned} \quad (3.71)$$

As duas primeiras condições são relativas às condições da base e a terceira deve-se há ausência de flexão no topo do edifício [11].

A integração da equação resulta nas seguintes expressões para os vários tipos de carregamento:

Carga concentrada no topo [3]:

$$\alpha_{topo} = C_1 + C_2 \cdot e^{\Lambda z} + C_3 \cdot e^{-\Lambda z} + \frac{F}{\Lambda^2} \cdot z \quad (3.72)$$

$$C_1 = \frac{F}{\Lambda^3} \cdot \left(\frac{-1 + e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}}{1 + e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}} \right) \quad (3.73)$$

$$C_2 = \frac{F}{\Lambda^3} \cdot \left(\frac{-e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}}{1 + e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}} \right) \quad (3.74)$$

$$C_3 = \frac{F}{\Lambda^3} \cdot \left(\frac{1}{1 + e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}} \right) \quad (3.75)$$

Carga distribuída constante:

$$\alpha_{constante} = C_4 + C_5 \cdot e^{\Lambda z} + C_6 \cdot e^{-\Lambda z} + \frac{q_0}{\Lambda^2} \cdot \left(H \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) \quad (3.76)$$

$$C_4 = -\frac{q_0}{\Lambda^4} \cdot \left(\frac{\Lambda \cdot H + 2 \cdot e^{-\Lambda \cdot H} - \Lambda \cdot H \cdot e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}}{1 + e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}} \right) \quad (3.77)$$

$$C_5 = -\frac{q_0}{\Lambda^4} \cdot \left(\frac{e^{\Lambda \cdot H} - \Lambda \cdot H \cdot e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}}{1 + e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}} \right) \quad (3.78)$$

$$C_6 = -\frac{q_0}{\Lambda^4} \cdot \left(\frac{\Lambda \cdot H + e^{-\Lambda \cdot H}}{1 + e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}} \right) \quad (3.79)$$

Carga distribuída linear:

$$\alpha_{linear} = C_7 + C_8 \cdot e^{\Lambda \cdot z} + C_9 \cdot e^{-\Lambda \cdot z} + \frac{q_1 \cdot z}{6 \cdot \Lambda^2 \cdot H} \cdot (3 \cdot H^2 - z^2) \quad (3.80)$$

$$C_7 = \frac{q_1}{2 \cdot \Lambda^4} \cdot \left(\frac{-\Lambda \cdot H - 4 \cdot e^{-\Lambda \cdot H} + \Lambda \cdot H \cdot e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}}{1 + e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}} \right) \quad (3.81)$$

$$C_8 = \frac{q_1}{2 \cdot \Lambda^4} \cdot \left(\frac{2 \cdot e^{-\Lambda \cdot H} - \Lambda \cdot H \cdot e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}}{1 + e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}} \right) \quad (3.82)$$

$$C_9 = \frac{q_1}{2 \cdot \Lambda^4} \cdot \left(\frac{\Lambda \cdot H - 2 \cdot e^{-\Lambda \cdot H}}{1 + e^{-2 \cdot \Lambda \cdot H}} \right) \quad (3.83)$$

Após a realização de todos os passos anteriormente mencionados chega-se ao valor dos deslocamentos nas duas principais direcções e da rotação segundo a altura.

3.3. ESFORÇOS

Os esforços em cada elemento da estrutura provocados pelo carregamento externo são obtidos recorrendo às seguintes expressões, obtidas na pesquisa bibliográfica [3].

Carga concentrada no topo do edifício:

$$M_w = k_w \cdot u'' = k_w \cdot \Lambda^2 \cdot (C_2 \cdot e^{\Lambda \cdot z} + C_3 \cdot e^{-\Lambda \cdot z}) \quad (3.84)$$

$$V_w = k_w \cdot u''' = -k_w \cdot \Lambda^3 \cdot (-C_2 \cdot e^{\Lambda \cdot z} + C_3 \cdot e^{-\Lambda \cdot z}) \quad (3.85)$$

$$V_f = s_f \cdot u' = s_f \cdot \Lambda \cdot \left(C_2 \cdot e^{\Lambda \cdot z} - C_3 \cdot e^{-\Lambda \cdot z} \frac{F}{\Lambda^3} \right) \quad (3.86)$$

O carregamento trapezoidal distribuído em altura é dividido em um carregamento rectangular e um triangular.

Carga rectangular distribuída ao longo de todo o edifício:

$$M_w = k_w \cdot u'' = k_w \cdot \Lambda^2 \cdot \left(C_5 \cdot e^{\Lambda \cdot z} + C_6 \cdot e^{-\Lambda \cdot z} - \frac{V_{ic}}{\Lambda^4} \right) \quad (3.87)$$

$$V_w = k_w \cdot u''' = k_w \cdot \Lambda^3 \cdot (-C_5 \cdot e^{\Lambda \cdot z} + C_6 \cdot e^{-\Lambda \cdot z}) \quad (3.88)$$

$$V_f = s_f \cdot u' = k_w \cdot \Lambda \cdot \left(C_5 \cdot e^{\Lambda \cdot z} - C_6 \cdot e^{-\Lambda \cdot z} + \frac{V_{ic} \cdot (H - z)}{\Lambda^3} \right) \quad (3.89)$$

Carga triangular distribuída por toda a altura:

$$M_w = k_w \cdot u'' = k_w \cdot \Lambda^2 \cdot \left(C_8 \cdot e^{\Lambda \cdot z} + C_9 \cdot e^{-\Lambda \cdot z} - \frac{V_{iT}}{\Lambda^4 \cdot H} \right) \quad (3.90)$$

$$V_w = k_w \cdot \Lambda^3 \cdot \left(-C_8 \cdot e^{\Lambda \cdot z} + C_9 \cdot e^{-\Lambda \cdot z} + \frac{V_{iT}}{\Lambda^3 \cdot H} \right) \quad (3.91)$$

$$V_f = s_f \cdot u' = s_f \cdot \Lambda \cdot \left(C_8 \cdot e^{\Lambda \cdot z} - C_9 \cdot e^{-\Lambda \cdot z} + \frac{V_{iT} \cdot (H^2 - z^2)}{2 \cdot \Lambda^3 \cdot H} \right) \quad (3.92)$$

4

ANÁLISE COMPARATIVA DE EDIFÍCIOS PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO E PELO SOFTWARE ETABS

4.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo é dedicado à aplicação da técnica do meio contínuo (TCM) à análise de diversos edifícios, e sua comparação com a análise dos mesmos realizada recorrendo aos programas computacionais comerciais ETABS e SAP2000 baseados no método dos elementos finitos (MEF).

Primeiro será efectuada uma calibração da TMC, recorrendo-se a exemplos de trabalhos anteriores, por forma a comprovar que a aplicação da técnica é válida, por corresponder a resultados equivalentes.

Após a calibração do método, procede-se ao pré-dimensionamento de dois edifícios com características distintas, para análise da resposta da estrutura pela TMC e pelo programa de cálculo automático ETABS, a vários sismos normalizados para a zona de Lisboa [10 e 13].

Após as análises de dois edifícios aos sismos de Victoria e Imperial Valley normalizados, recorre-se ao registo da aceleração do solo de 8 sismos normalizados para a zona de Lisboa. Para estes sismos normalizados, serão obtidos os respectivos espectros de resposta à aceleração, através de um programa em MATLAB, transcrito no anexo B1 na versão modificada pelo signatário. Após a obtenção dos espectros de resposta, será efectuada uma média destes, obtendo-se o espectro médio correspondente, para o qual será efectuada uma análise pela TMC aplicada aos edifícios pré-dimensionados. Realça-se que este tipo de análises não é possível realizar com o ETABS.

As análises pela TMC serão realizadas recorrendo ao programa escrito em MATLAB, transcrito no anexo B.2, modificado a partir do inicialmente desenvolvido por Llerena [11] alterando os ficheiros de entrada de dados.

4.2. CALIBRAÇÃO DO MÉTODO

A TMC tem por base diversas expressões, que têm sido desenvolvidas ao longo de anos em diversos trabalhos de investigação [3]. Antes de se iniciar a aplicação desta técnica a exemplos pré-dimensionados especificamente para esta dissertação, será realizada uma reanálise de exemplos utilizados em trabalhos anteriores [3 e 8].

4.2.1. PLANTA DO ESTUDO DE R. COELHO

Este edifício foi retirado do estudo de Ivo R. Coelho [3], constituído por um total de 10 pisos e com 3 metros de pé-direito, com o desenvolvimento em planta indicado na figura 4.1. Os elementos estruturais são constituídos por betão.

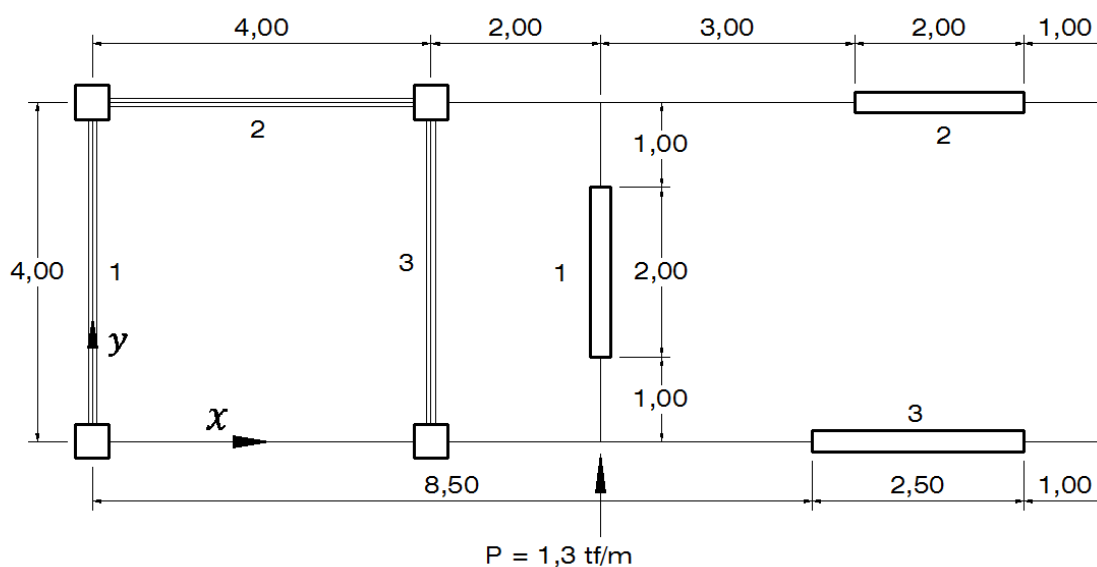


Figura 4.1 - Planta estrutural do edifício estudado por Ivo R. Coelho [3],

Este edifício é sujeito a um carregamento distribuído constante de 1,3 tf/m segundo a direcção y, a uma distância da origem descrita na figura 4.1.

As características dos elementos estruturais encontram-se nos quadros 4.1 e 4.2, com as mesmas unidades dos trabalhos em que foi retirado o exemplo.

Quadro 4.1 - Características dos pilares parede do edifício estudado por Ivo. R. Coelho [3].

Pilar Parede	Módulo de Elasticidade (tf/m ²)	Número de Andares	Comprimento (m)	Espessura (m)
1	2000000	10	2	0,25
2	2000000	10	2	0,25
3	2000000	10	2,5	0,25

Quadro 4.2 - Características dos pórticos do edifício estudado por Ivo. R. Coelho [3].

Pórtico	E (tf/m ²)	Número de Andares	Número de Pilares	Comprimento dos Pilares (m)	Largura dos Pilares (m)	Largura das Vigas (m)	Altura das Vigas (m)
1	2000000	10	2	0,4	0,4	0,4	0,4
2	2000000	10	2	0,4	0,4	0,4	0,4
3	2000000	10	2	0,4	0,4	0,4	0,4

Os deslocamentos do edifício na direcção y para a acção de 1,3tf/m foram obtidos pela TMC e pelo programa de cálculo automático ETABS. Estes estão representados no gráfico 4.1.

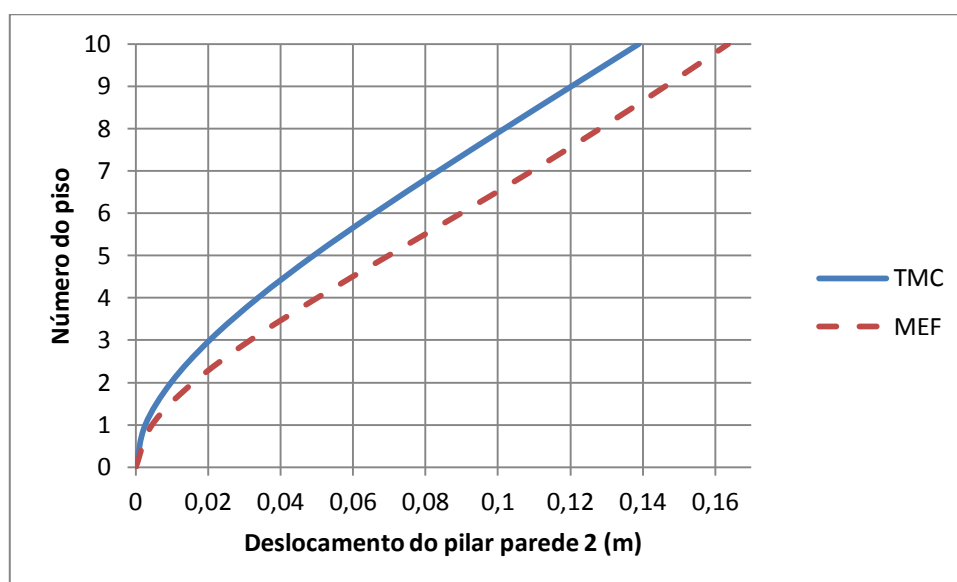


Gráfico 4.1 - Deslocamentos do edifício estudado por Ivo R. Coelho [3], para a força distribuída em altura de 1,3tf/m [11], pela TMC e pelo MEF (ETABS).

Como se pode constatar pela análise do gráfico 4.1, os deslocamentos obtidos pelo ETABS são superiores, não sendo todavia uma diferença significativa (a diferença maior ocorre no topo, e é de 15%).

Comparando-se os valores obtidos com os de Llerena [11] (gráfico 4.2), constata-se que são exactamente os mesmos para a TMC e com uma diferença muito pequena não significativa para o caso do programa computacional por ele utilizado (SAP2000). A pequena diferença deve-se ao facto do ETABS realizar o cálculo com um único diafragma equivalente (de características

calculadas no programa) que representa o conjunto de todos os que se encontram distribuídos no plano horizontal, ao nível dos pisos.

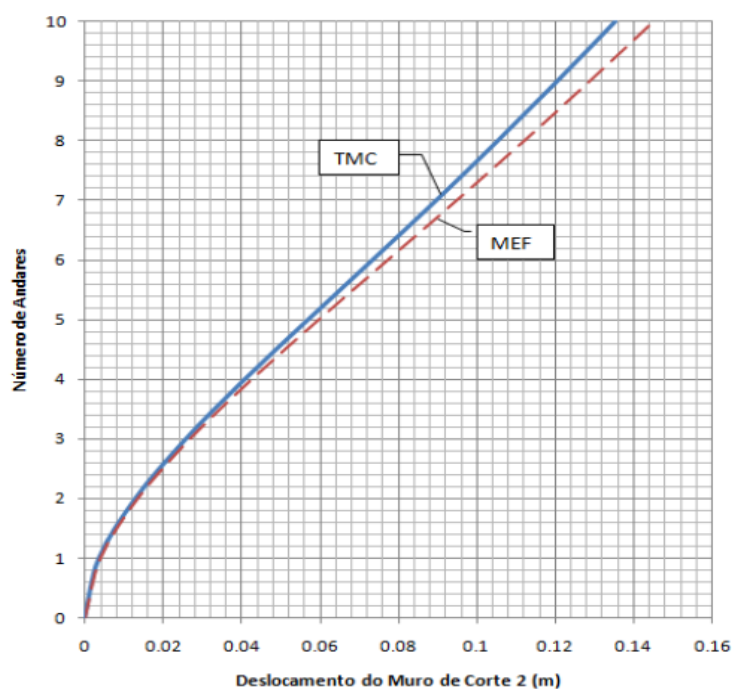


Gráfico 4.2 - Deslocamentos obtidos por Llerena [11], para o edifício estudado por Ivo R. Coelho [3], pela TMC e pelo MEF (SAP2000).

4.2.2. EDIFÍCIO EXEMPLO DESENVOLVIDO POR STAMATO

Este edifício exemplo foi desenvolvido por Stamato, na Universidade de Southamton, em Inglaterra, razão pela qual as unidades expressas são inglesas. Trata-se de um modelo experimental e tem um total de 10 pisos, com um pé-direito de 5 polegadas, em que o material dos elementos estruturais tem um módulo de elasticidade de 420 kip/in^2 . O edifício é sujeito a um carregamento distribuído constante em altura, segundo a direcção y, como se encontra representado na figura 4.2, na planta do edifício.

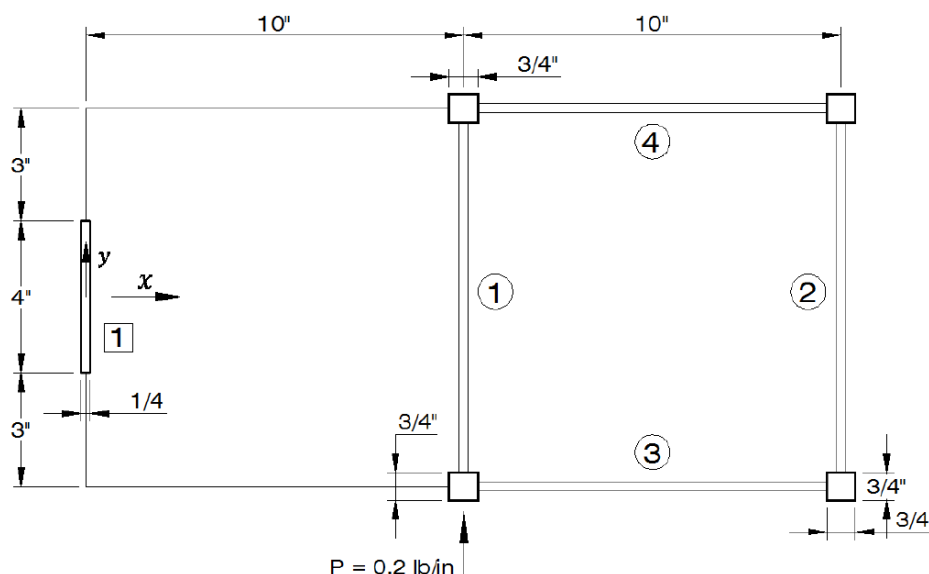


Figura 4.2 - Planta estrutural do edifício exemplo desenvolvido por Stamato [11].

Após uma análise pela TCM e pelo programa SAP2000, os valores do deslocamento segundo a direcção y, e rotação segundo a altura, são representados nos gráficos 4.3 a 4.6.

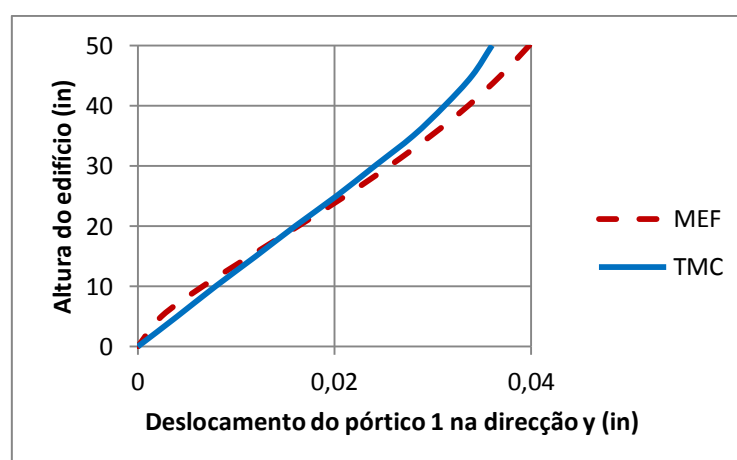


Gráfico 4.3 - Valores dos deslocamentos pela TCM e MEF (SAP2000), para o exemplo de Stamato [9].

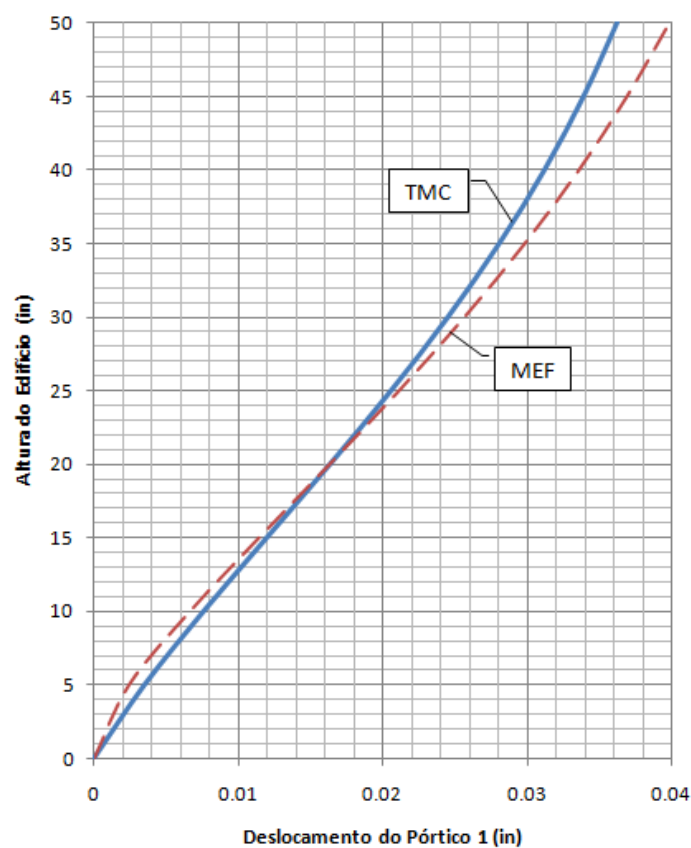


Gráfico 4.4 - Valores dos deslocamentos obtidos por Llerena [11] pela TMC e MEF (SAP2000), para o exemplo de Stamato [9].

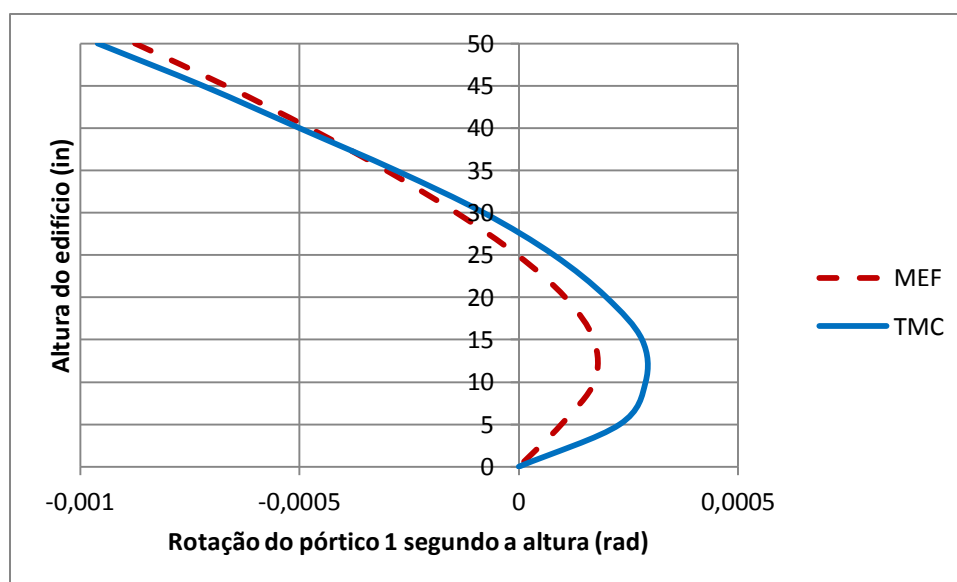


Gráfico 4.5 – Rotação segundo a altura pela TMC e MEF (SAP2000), para o exemplo de Stamato [9].

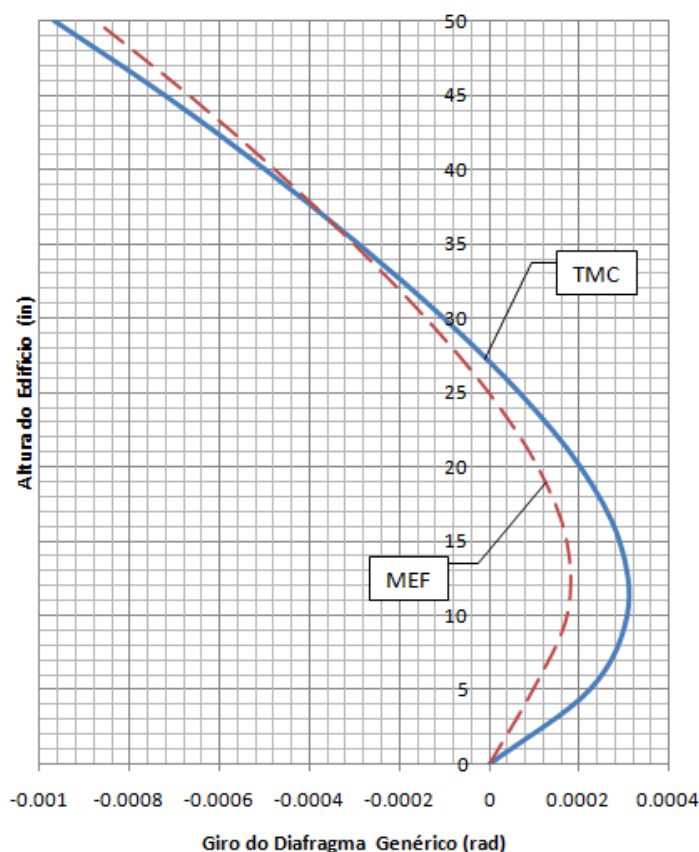


Gráfico 4.6 - Valores da rotação segundo a altura obtidos por Llerena [11] pela TMC e MEF (SAP2000), para o exemplo de Stamato [9].

Comparando-se os valores obtidos com os de Llerena [11], constata-se que são praticamente os mesmos, tanto para o deslocamento como para a rotação. Portanto é possível constatar que a técnica é bem aplicada.

4.3. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DOS EDIFÍCIOS

Com a finalidade de aplicar a TMC, procedeu-se ao pré-dimensionamento de dois edifícios altos. Estes apresentam um total de 25 e 50 pisos, sendo o de 25 pisos constituído por elementos estruturais pilares parede e pórticos, e o de 50 pisos pelos mesmos elementos mais núcleos rígidos de secção aberta de parede delgada. A escolha do número de pisos e elementos estruturais não foi por mero acaso, mas sim por apresentarem o limite de eficiência entre economia de construção e eficiência estrutural [3 e 8].

O pré-dimensionamento sísmico é efectuado para forças geradas lateralmente, que não resultam de um impacto, mas sim por forças de inércias geradas internamente devido ao movimento da massa do edifício.

Normalmente os edifícios baixos respondem diferente dos altos às acções sísmicas. Este facto deve-se aos edifícios baixos apresentarem maior rigidez, logo absorvem mais energia e consequentemente estão sujeitos a uma força inferior ao produto da sua massa com a aceleração do solo. Os edifícios altos são impreterivelmente mais flexíveis e normalmente experimentam menor

aceleração, o que não significa que estão sujeitos a baixas forças, pois quando uma estrutura é sujeita a um movimento prolongado do solo a força exercida nesta é superior ao produto da sua massa com a aceleração.

Um dos maiores problemas que se depara no dimensionamento sísmico é que um aumento das secções ou número de elementos estruturais não contribui apenas para uma maior segurança, mas também para uma menor, pois a massa da estrutura é superior induzindo maior força lateral e fenómenos de encurvadura podem ocorrer (caso não levado em conta nesta dissertação, mas de bastante relevância) [15].

4.3.1. EDIFÍCIO COM 25 PISOS

A estrutura deste edifício foi pré-dimensionada com base nas normas do Euro Código 2 para carregamentos verticais, para além das normas anteriormente mencionadas. As cargas utilizadas são correspondentes à utilização para escritórios.

A disposição dos elementos estruturais encontra-se de forma a reduzir os *drifts*, conferir rigidez semelhante nas duas principais direcções horizontais e minimizar os deslocamentos no topo.

As dimensões do edifício em planta são 42 metros de comprimento e largura. O pé direito com 3 metros é constante ao longo dos vários pisos, constituindo uma altura total de 75 metros.

O betão usado no pré-dimensionamento é da classe C30/37 e os varões de aço S275.

Na figura 4.3 está representada a planta estrutural do edifício. O desenho em corte dos elementos estruturais está no anexo C.1.

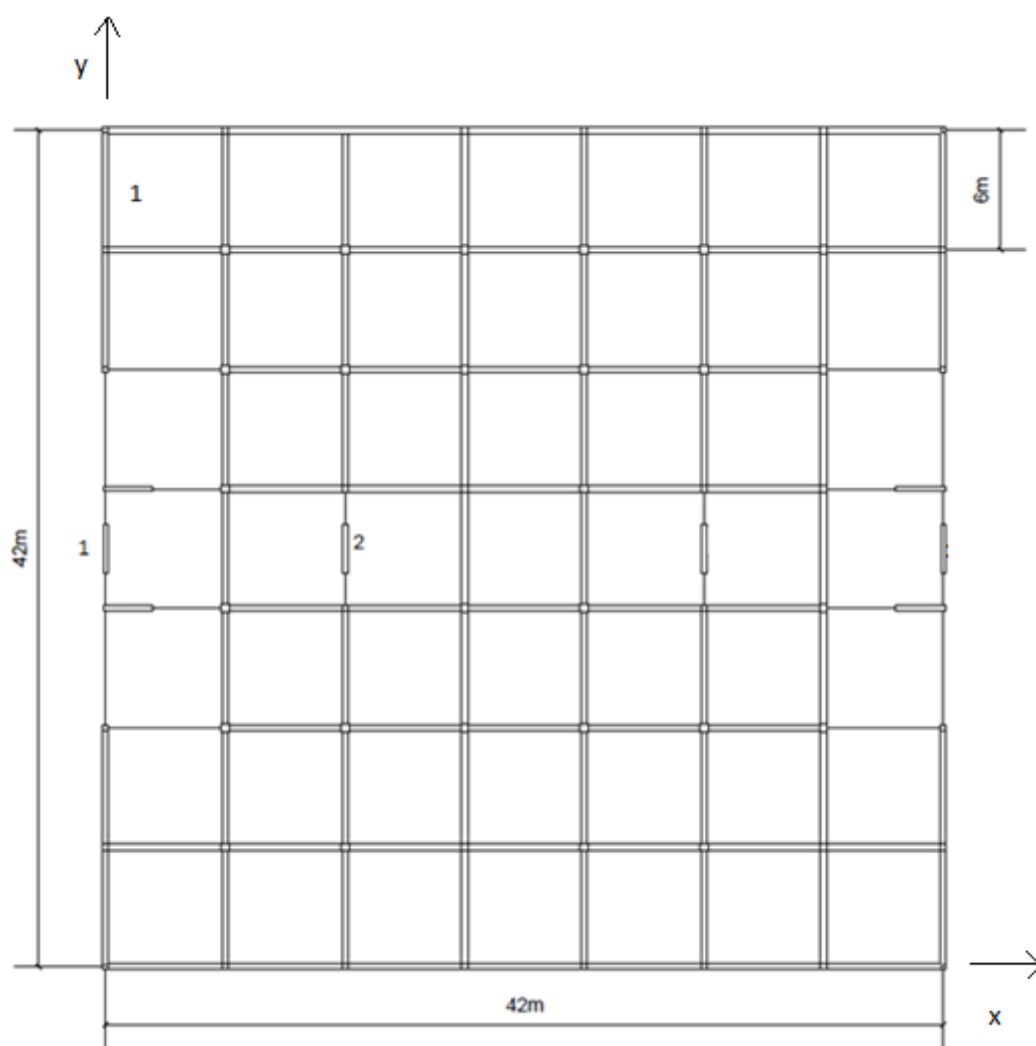


Figura 4.3 - Planta estrutural de um edifício com 25 pisos, pré-dimensionado para esta dissertação.

4.3.2. EDIFÍCIO COM 50 PISOS

Este edifício foi pré-dimensionado com as mesmas bases do anterior. As suas dimensões em planta são 75 e 80 metros de largura e profundidade respectivamente. O pé-direito é de 3 metros e mantém-se ao longo de toda a altura, perfazendo um total de 150 metros de altura.

Os núcleos rígidos para além de desempenharem funções estruturais têm dimensões e disposição em planta para serem utilizados como caixa de elevador ou de escadas.

Tal como no pré-dimensionamento do edifício de 25 pisos a disposição dos elementos estruturais foi realizada de forma à rigidez ser semelhante nas duas principais direcções em planta.

O betão usado no pré-dimensionamento é de classe C30/37 e os varões de aço de S275.

A planta estrutural do edifício encontra-se representada no anexo C.2 e os cortes dos elementos estruturais no C.3.

4.3.3. CRITÉRIOS LIMITATIVOS

Após obter-se os resultados dos deslocamentos, para os edifícios, verificou-se o cumprimento do deslocamento no topo, com a norma [17]:

$$d_{topo} = \frac{H}{500} \quad (4.1)$$

H é a altura total, e d_{topo} é o deslocamento no topo do edifício.

O deslocamento entre pisos “*drifts*” pode ser verificado para as condições de serviço, e não para estado limite último, uma vez que na pesquisa bibliográfica não foi encontrada nenhuma norma para estado limite último. Esta verificação pode ser realizada, recorrendo a normas para o carregamento do vento nos edifícios, em que nas expressões há apenas a interferência de características construtivas.

A limitação dos *drifts* segundo a bibliografia consultada é a seguinte [18]:

No plano em análise o deslocamento entre pisos das paredes de alvenaria não devem ser superiores a:

$$d < \frac{h}{500} < 10mm \quad (4.2)$$

Nas divisórias móveis:

$$d < \frac{h}{500} < 25mm \quad (4.3)$$

d – *drift*

h - altura entre pisos

Uma outra norma segundo a bibliografia, esta referente a estruturas metálicas, mas que pode ser aplicada a estruturas de betão é [12]:

$$d = \frac{x \cdot (k_b + k_c) \cdot (h^2) \cdot V_c}{(k_c \cdot k_b) \cdot (12 \cdot E)} \quad (4.4)$$

$$k_b = \frac{I_b}{L} \quad (4.5)$$

$$k_c = \frac{I_c}{h} \quad (4.6)$$

V_c representa o esforço transversal no pilar em questão, I_c a inércia da secção dos pilares, I_b a inércia da secção das vigas, E o módulo de Young, L a distância entre pilares e α é o factor de comportamento do EC8.

A aceleração entre pisos também deve ser tida em conta; a máxima admissível correspondente à mínima não perceptível pelos humanos é de 42mm/s^2 [17], logo este é o valor limitativo.

4.4. DETERMINAÇÃO DO ESPECTRO MÉDIO DE RESPOSTA EM ACELERAÇÃO

Recorrendo ao programa MATLAB transcrito no anexo B.1 foram obtidos os espectros de resposta para 8 sismos com aceleração máxima escalada para a cidade de Lisboa, com epicentro afastado (aceleração máxima do solo de $1,7\text{m/s}^2$).

O cálculo é efectuado pelo método de integração temporal de Newmark, reformulado para sistemas lineares, explicado no capítulo 2 desta dissertação.

No gráfico 4.7 estão representadas as respostas à aceleração, acopladas para os 8 sismos.

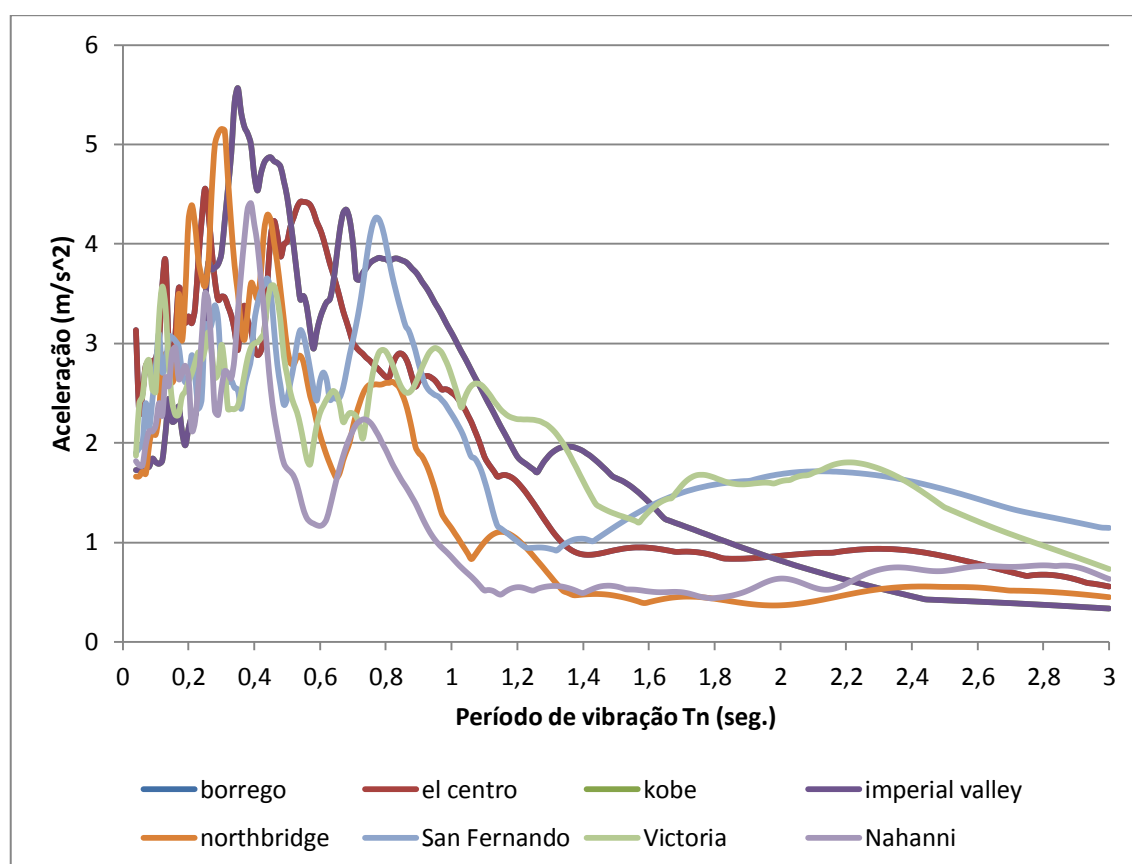


Gráfico 4.7 - Espectro de resposta à aceleração de 8 sismos com aceleração máxima escalada para a cidade de Lisboa, com epicentro afastado ($a_g=1,7\text{m/s}^2$).

Através dos espectros de resposta para os 8 sismos foi obtido um espectro médio, o qual mais à frente nesta dissertação será utilizado para a análise dos edifícios pré-dimensionados. No gráfico 4.8 está representado o espectro médio.

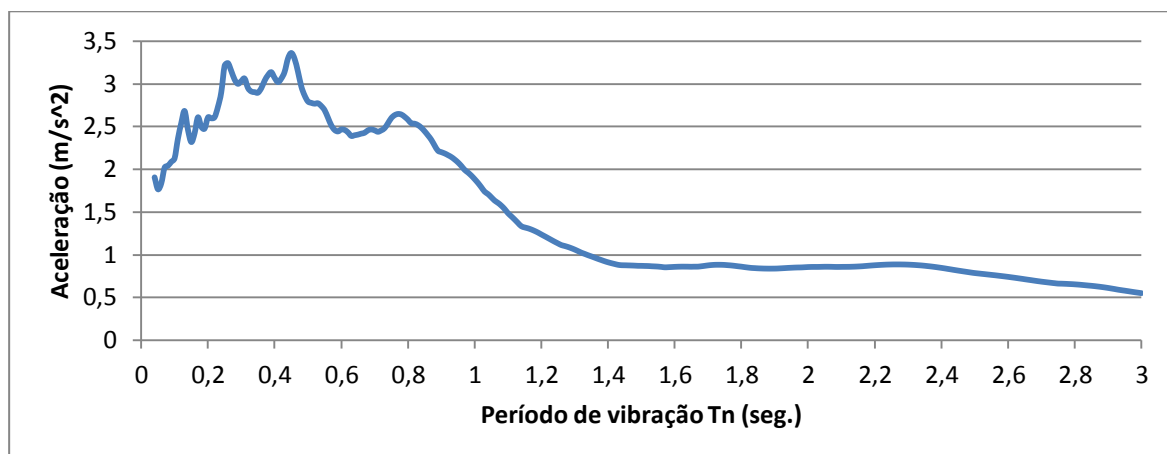


Gráfico 4.8 - Espectro de resposta em aceleração médio com base em 8 sismos com aceleração máxima escalada para a cidade de Lisboa, com epicentro afastado ($a_g=1,7\text{m/s}^2$).

4.5. ANÁLISE DOS EDIFÍCIOS PRÉ-DIMENSIONADOS

Neste sub-capítulo é realizado um estudo comparativo das análises dos edifícios, através dos resultados obtidos pela TMC para valores do período fundamental T_n , obtidos pelas expressões empíricas (2.59) e (2.60) e pela tabela 2.1, e dos resultados obtidos pelo ETABS.

Para o edifício com 25 pisos recorrendo as expressões do sub-capítulo 3.3 serão obtidos os esforços na base do edifício.

4.5.1. EDIFÍCIO COM 25 PISOS

Este edifício foi sujeito a uma acção sísmica correspondente ao sismo de Imperial Valley, com aceleração máxima escalada para a cidade de Lisboa, com o epicentro afastado (aceleração máxima do solo igual a $1,7\text{m/s}^2$), com direcção paralela à y representada na figura 4.3 e passa no centro geométrico.

Inicialmente procedeu-se ao cálculo do período fundamental do edifício T_n , pelas expressões empíricas (2.59) e (2.60), e pela tabela 2.1, obtendo-se os seguintes valores, respectivamente:

$$T_{n1} = 1,05\text{seg.}$$

$$T_{n2} = 0,89\text{seg.}$$

$$T_{n3} = 1,25\text{seg.}$$

O valor de T_n referente à tabela 2.1 é para um solo de qualidade intermédia.

No gráfico 4.9 estão representados os valores dos deslocamentos segundo a orientação da acção sísmica, em função dos pisos do edifício.

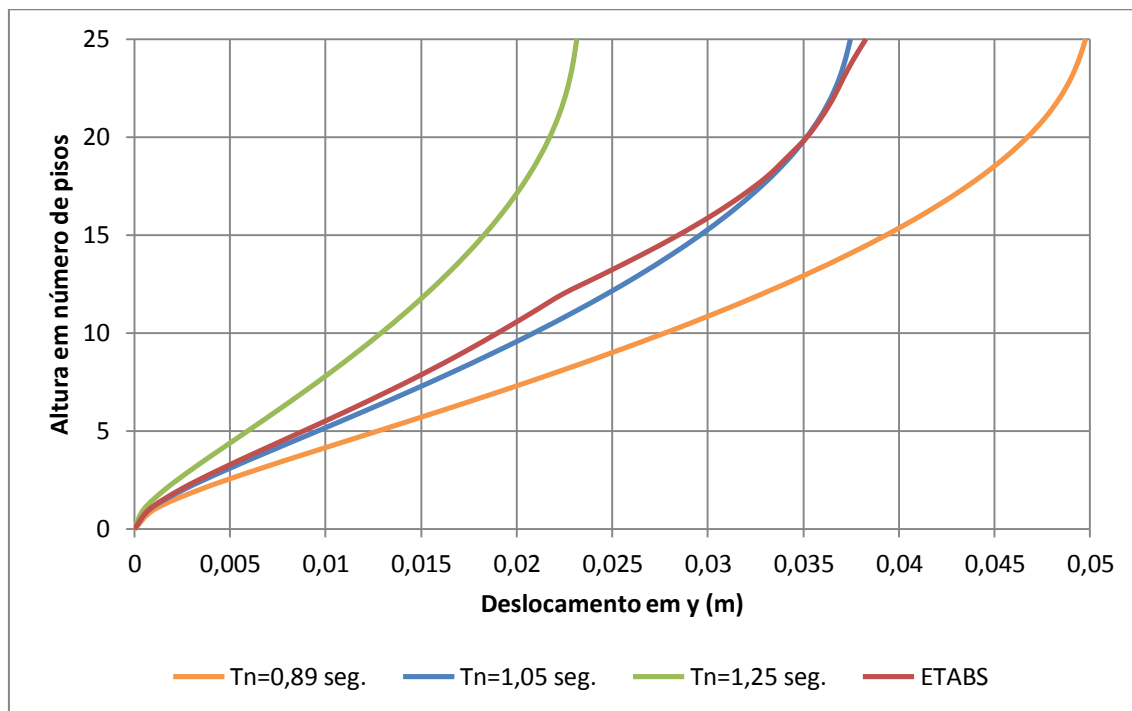


Gráfico 4.9 - Deslocamento em metros ao longo dos pisos do pórtico 1.

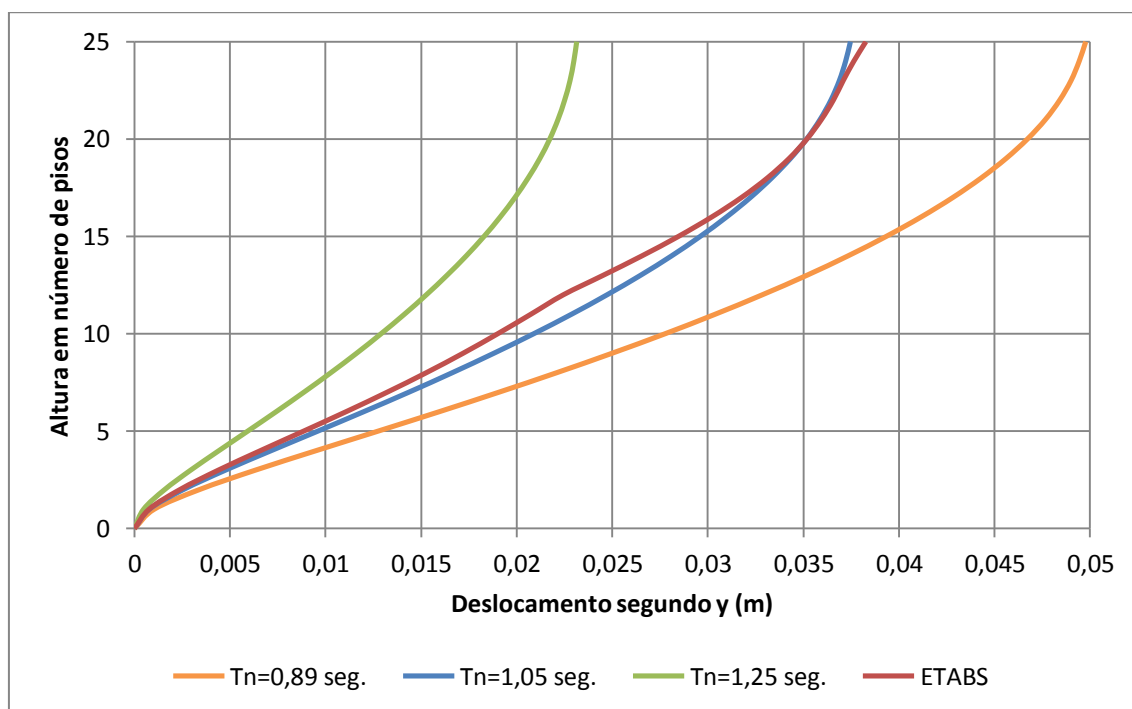


Gráfico 4.10 - Deslocamento em metros ao longo dos pisos da parede 1.

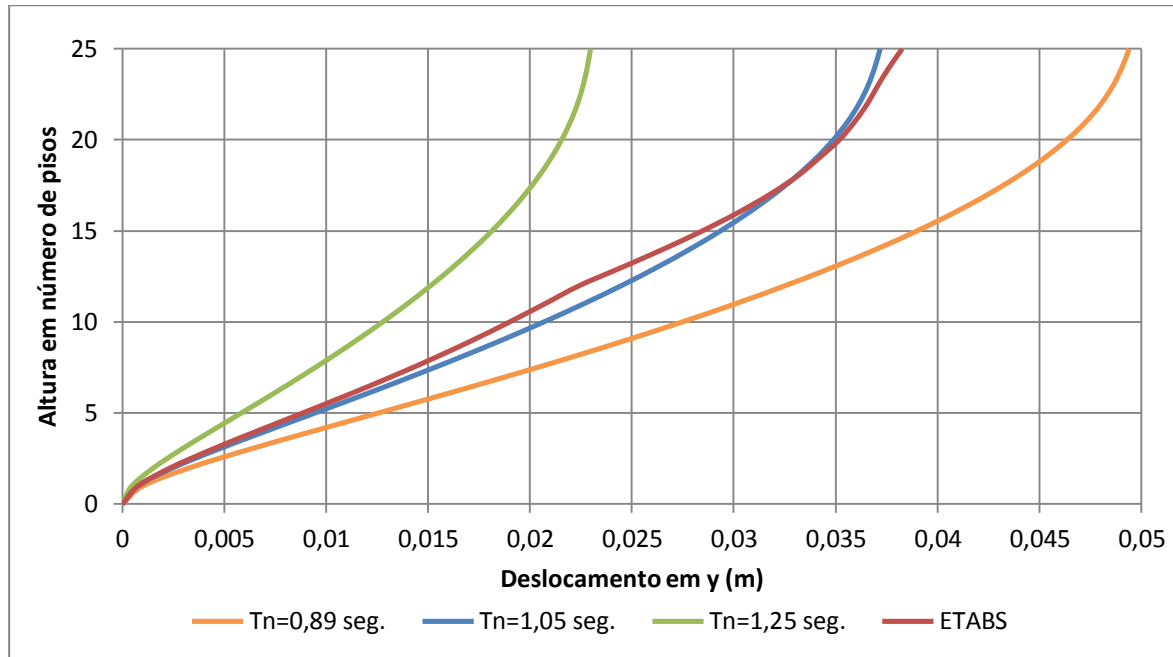


Gráfico 4.11 - Deslocamento do edifício segundo y.

Pela análise dos gráficos 4.9 a 4.11 é possível constatar que a expressão empírica (2.60) permite a obtenção de deslocamentos mais próximos do programa de cálculo ao longo de toda a altura.

Um facto a constatar é a discrepância associada ao facto dos deslocamentos dos elementos estruturais serem superiores aos deslocamentos globais do edifício, pelos dois processos de cálculo. Este facto deve-se ao programa de cálculo automático ETABS considerar a existência de um diafragma equivalente ao nível de cada piso, em que este representa o diafragma global de todos os elementos verticais, enquanto a TMC considera a existência de vários diafragmas, ao nível de cada piso, correspondentes aos elementos estruturais verticais.

Nos quadros 4.3 e 4.4 estão representados os valores dos esforços na base do edifício, para alguns elementos estruturais do edifício, obtidos para os três valores de período fundamental de vibração T_n , e para o ETABS.

Quadro 4.3 - Esforço transversal em alguns elementos estruturais.

Elemento estrutural	Método do meio contínuo			ETABS
	$T_n=0,89$ (s)	$T_n=1,05$ (s)	$T_n=1,25$ (s)	
Pilar 1	31KN	24 KN	15KN	78 KN
Pilar 2	31KN	24 KN	15KN	5 KN
Pilar 3	31KN	24 KN	15KN	4 KN
Parede 1	336 KN	253 KN	156KN	263 KN

Quadro 4.4 - Momento flector em alguns elementos estruturais.

Elemento estrutural	Método do meio contínuo			ETABS
	$T_n=0,89$ (s)	$T_n=1,05$ (s)	$T_n=1,25$ (s)	
Pilar parede 1	2816KN.m	2120KN.m	1310KN*m	1681 KN*m
Pilar parede 2	3196KN.m	2406KN.m	1486KN*m	1681 KN*M

No caso dos pórticos os valores do esforço transversal na base são bastante discrepantes dos obtidos pelo programa de cálculo automático, o que se deve à TMC não entrar em consideração com as posições dos pilares, limitando-se ao cálculo de um valor “médio” dos esforços, pela integração da elástica. Comparando o valor médio dos esforços obtidos pelo ETABS para os pilares de cada pórtico com o valor médio obtido pela TMC a aproximação é satisfatória.

Uma outra observação que pode ser feita entre a TMC (usando a expressão do período fundamental com melhor aproximação) e o ETABS, é que os momentos flectores são superiores pelo meio contínuo, enquanto os esforços transversos são superiores pelo ETABS. Tal deve-se aos valores obtidos pela TMC obterem-se pelas expressões de integração da elástica, enquanto os valores associados ao ETABS obterem-se pela técnica de MEF.

Este edifício alto apresenta algumas características diferentes de um real: a rigidez permanece constante ao longo de toda a altura; relações elevadas das dimensões em planta com a altura do edifício; número excessivo de vigas presentes na estrutura. Os carregamentos também são diferentes, apenas são consideradas as cargas dos elementos estruturais verticais (não são incluídos o peso próprio das lajes, divisórias e sobrecarga), o que contribui para os deslocamentos serem

baixos, menores do que a norma recomenda para as condições de serviço. Apesar destas constatações, o edifício permanece um bom exemplo de aplicação da TMC, pois trata-se de um ponto de partida para a iniciação do projecto de execução.

Após a análise comparativa anterior, dá-se agora início à análise do edifício sujeito à resposta média do sub-capítulo 4.4, segundo a direcção y, recorrendo-se a período fundamental da expressão empírica 2.60 ($S_a=1,67\text{m/s}^2$), uma vez que permite a melhor aproximação no caso deste edifício.

O cálculo foi realizado com recurso ao programa MATLAB modificado a partir do inicialmente desenvolvido por Llerena [11]. Nos gráficos 4.12 a 4.14 estão representados os deslocamentos segundo y ao longo dos vários pisos: para o pórtico e pilar parede que apresentam maiores valores; para o deslocamento global do edifício. A rotação segundo o eixo da altura não é representada, porque o edifício é simétrico, logo apresenta uma rotação praticamente nula, assim como o deslocamento segundo x, devido a o sismo actuar segundo y.

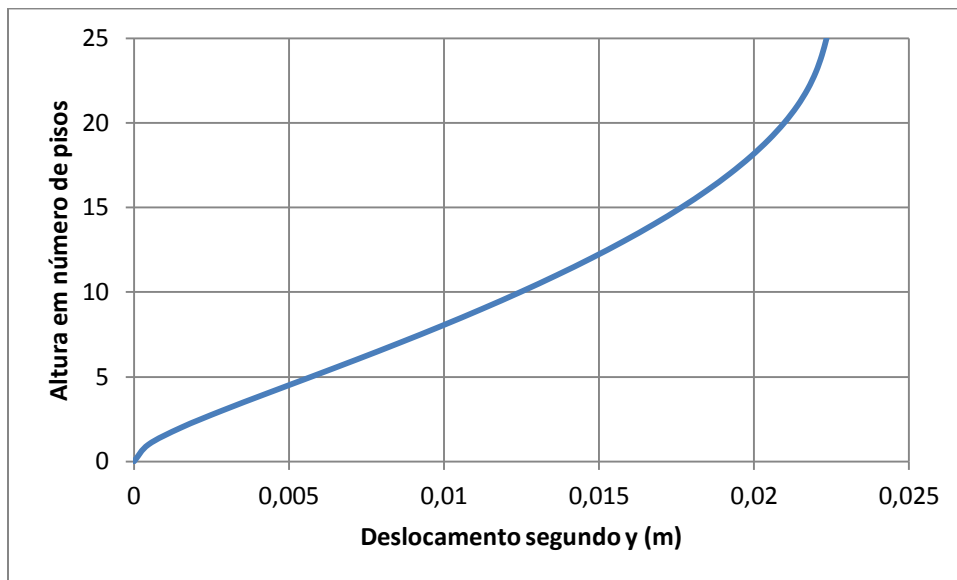


Gráfico 4.12 – Deslocamento do pórtico 1 ao longo dos pisos.

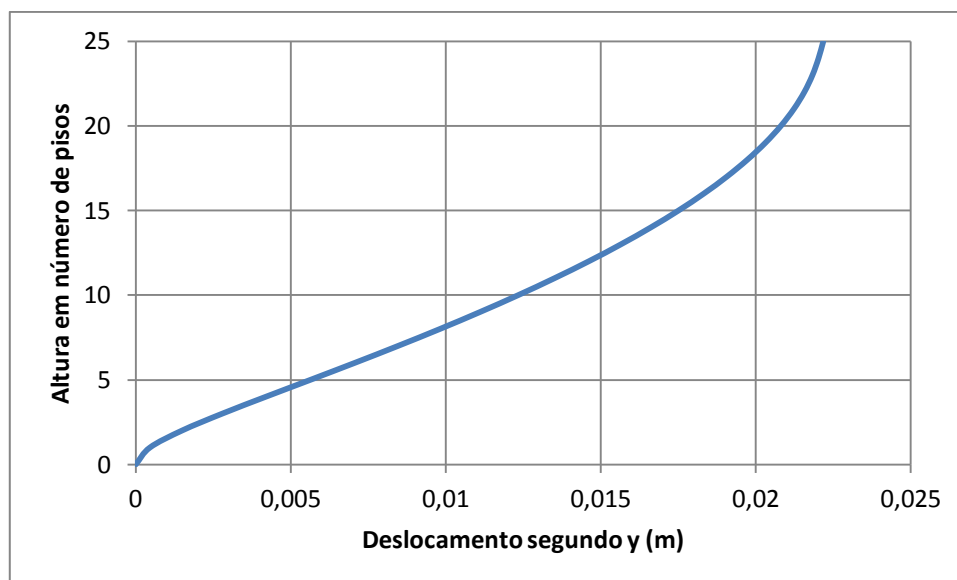


Gráfico 4.13 – Deslocamento do pilar parede 1 ao longo dos pisos.

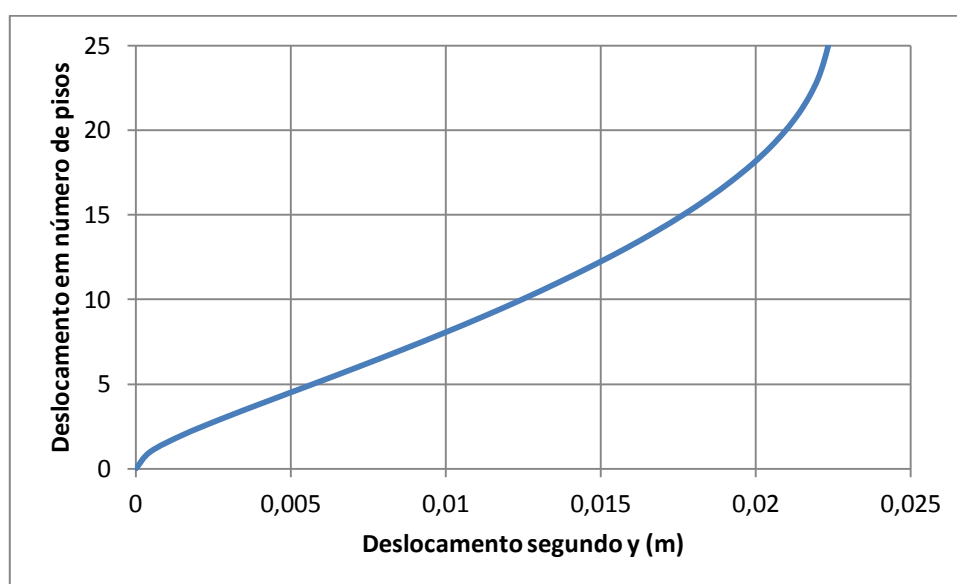


Gráfico 4.14 Deslocamento global do edifício.

Esta análise recorrendo ao espectro médio foi efectuada para apresentar mais uma vantagem da técnica do meio contínuo: o cálculo dos esforços e deslocamentos através de um espectro médio de um conjunto de sismos normalizados para uma dada zona, o que não é possível através do programa de cálculo automático ETABS (no qual apenas é possível a análise espectral através de um espectro de resposta regulamentar intrínseco ao programa, ou através de uma análise temporal baseada num acelerograma de um determinado sismo).

Pela visualização dos gráficos de 4.12 a 4.14 constata-se que o deslocamento é igual entre os dois elementos estruturais, assim como estes são iguais ao deslocamento global do edifício.

Para concluir o estudo deste edifício, em relação ao espectro médio, falta o cálculo dos esforços na base da estrutura, através das expressões do sub-capítulo 3.3.

Quadro 4.5 - Momentos na base do pilar parede 1 e 2.

Elemento estrutural	Técnica do meio contínuo
Pilar parede 1	1264 KN*m
Pilar parede 2	1435 KN*m

Quadro 4.6 - Esforço transversal na base do pórtico 1 e pilares parede 1 e 2.

Elemento estrutural	Método do meio contínuo
Pórtico 1	14 KN (em cada pilar)
Pilar parede 1	151 KN
Pilar parede 2	170 KN

Os valores obtidos nos gráficos 4.9 até 4.11 não são muito afastados dos valores das quantidades similares referentes à resposta ao espectro de Imperial Valley normalizado nos gráficos 4.12 até 4.14, o que prova algum grau de coerência, uma vez que a aceleração pico do solo é a mesma, variando apenas a frequência do sismo.

4.5.2. EDIFÍCIO COM 50 PISOS

Este edifício foi sujeito à acção do sismo de Victoria (México) com aceleração máxima escalada para a zona de Lisboa com epicentro afastado (aceleração pico do solo de $1,7\text{m/s}^2$), segundo a orientação paralela à direcção longitudinal e passa pelo centro geométrico do edifício.

Através das duas expressões empíricas (2.59) e (2.60), assim como as da tabela 2.1, obtiveram-se os seguintes períodos fundamentais respectivamente:

$$T_n = 1,53\text{seg.}$$

$$T_n = 1,50\text{seg.}$$

$$T_n = 2,5\text{seg.}$$

O valor de T_n referente à tabela 2.1 é para um solo de qualidade intermédia.

Como os valores de T_n obtidos pelas expressões (2.59) e (2.60) são praticamente iguais, as análises pela TCM serão efectuadas para os valores 1,50 e 2,5 segundos.

No gráfico 4.15 está descrito o deslocamento segundo o eixo longitudinal em função dos pisos.

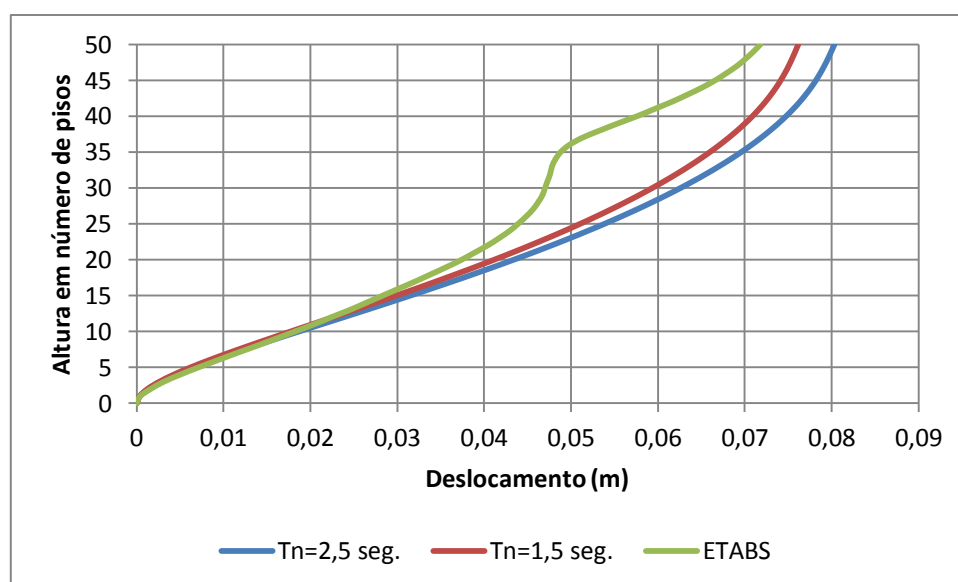


Gráfico 4.15 – Deslocamento do edifício com 50 pisos, segundo a direcção de actuação do sismo de Victoria com aceleração máxima escalada para a cidade de Lisboa.

Através da observação do gráfico 4.15 verifica-se que os valores obtidos para os deslocamentos longitudinais pela TMC são conservativos e com boa aproximação face aos obtidos pelo ETABS.

Após a análise comparativa entre os processos de cálculo da TMC e do programa de cálculo automático ETABS, procedeu-se à análise do edifício sujeito a uma aceleração de $0,87\text{m/s}^2$, que corresponde à aceleração do espectro de resposta em aceleração médio (gráfico 4.8). A aceleração, tal como no exemplo na comparação anterior, tem a direcção paralela ao eixo y, e passa pelo centro geométrico horizontal, da planta estrutural do edifício.

No gráfico 4.16 encontra-se descrito o deslocamento ao longo dos vários pisos

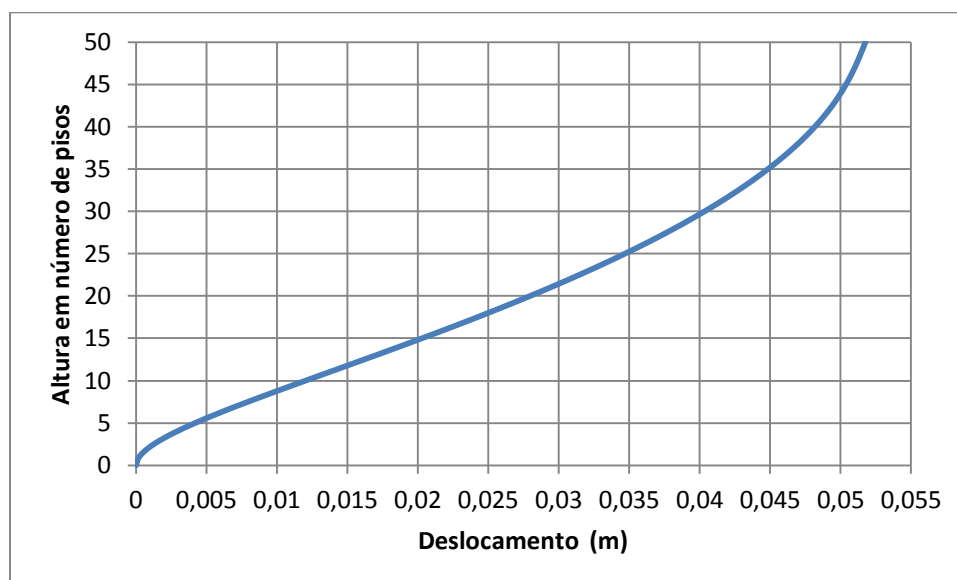


Gráfico 4.16 – Deslocamento do edifício com 50 pisos, segundo a direcção de actuação do sismo correspondente ao espectro médio.

4.6. ANÁLISE DA VARIAÇÃO DO PÉ-DIREITO

Nesta dissertação para além das análises comparativas de um caso específico foi realizado um estudo de como se mantêm aproximados os deslocamentos obtidos pela técnica do meio contínuo e o ETABS caso o edifício apresente diferentes valores de pé-direito.

Para a realização deste estudo procedeu-se ao pré-dimensionamento de um edifício, com o total de 18 pisos e com um pé-direito de 3 metros. As bases do pré-dimensionamento são as mesmas dos dois edifícios analisados anteriormente (coeficientes de majoração e consideração de utilização em escritórios segundo o Eurocódigo 2), mas um pouco sobredimensionado.

Na figura 4.4 está representada a planta do edifício. O desenho em corte dos elementos estruturais está no anexo C.4.

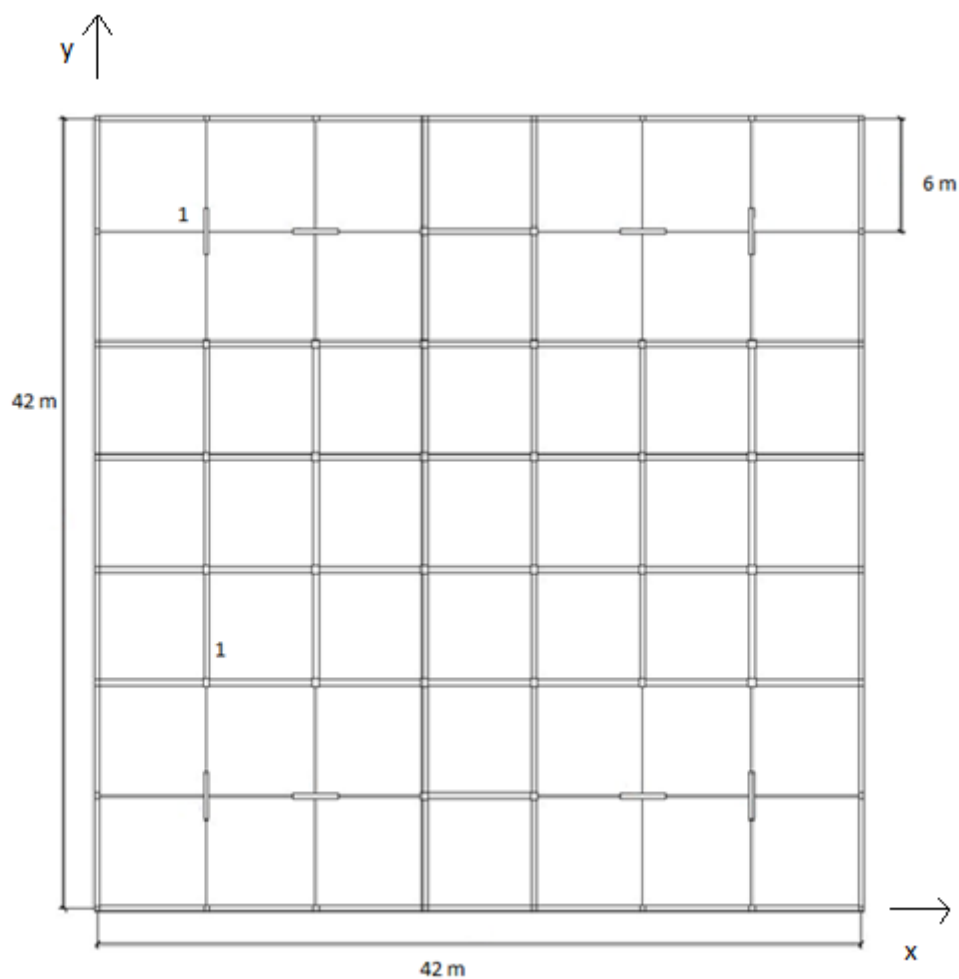


Figura 4.4 – Planta estrutural de um edifício com 18 pisos, pré-dimensionado para esta dissertação

O edifício será analisado à actuação de um sismo com orientação paralela ao eixo y representado na figura 4.4 e passa no centro geométrico. Esta acção sísmica corresponde ao sismo de Victoria normalizado para a zona de Lisboa, com epicentro afastado ($a_g=1,7\text{m/s}^2$).

Devido á influência do período fundamental de vibração do edifício nos resultados das análises, recorre-se as expressões empíricas (2.59) e (2.60), e à tabela 2.1 para estimar o seu valor, em cada caso dos valores de pé-direito utilizados.

Quadro 4.7 – Períodos fundamentais de vibração obtidos pelas expressões empíricas (2.59) e (2.60) e tabela 2.1, para os diferentes pés-direitos.

Pé-direito (m)	Tn pela expressão 2.59 (seg.)	Tn pela expressão 2.60 (seg.)	Tn pela tabela (seg.)
3	0,76	0,70	0,90
3,5	0,89	0,78	0,90
4	1,01	0,87	0,90

Nos Gráficos 4.17 a 4.22 são representados os valores dos deslocamentos obtidos segundo a direcção em que actua o sismo, para o pórtico 1 e o pilar parede 1 representados na figura 4.4.

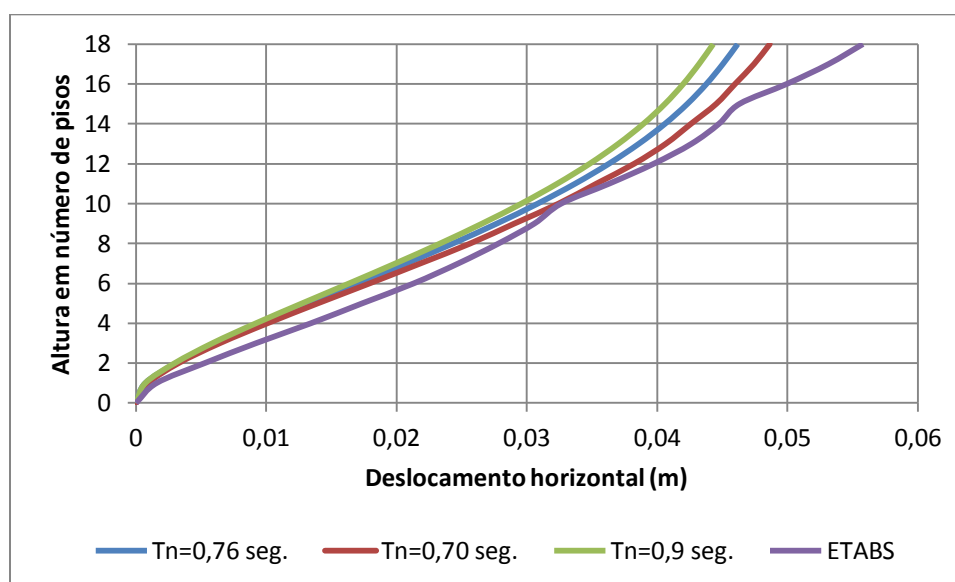


Gráfico 4.17 - Deslocamento do pórtico 1 com 3 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica.

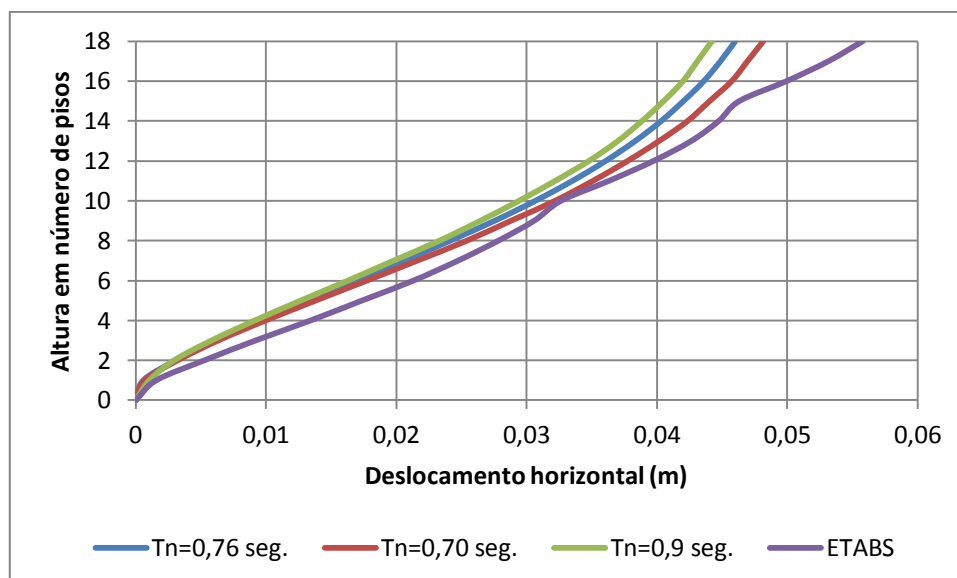


Gráfico 4.18 – Deslocamento do pilar parede 1 com 3 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica.

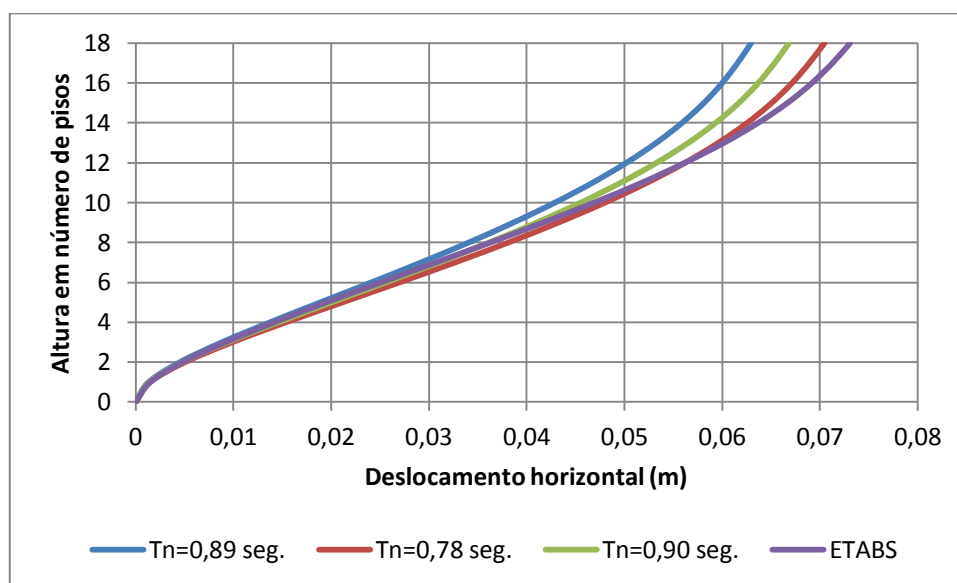


Gráfico 4.19 – Deslocamento do pórtico 1 com 3,5 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica.

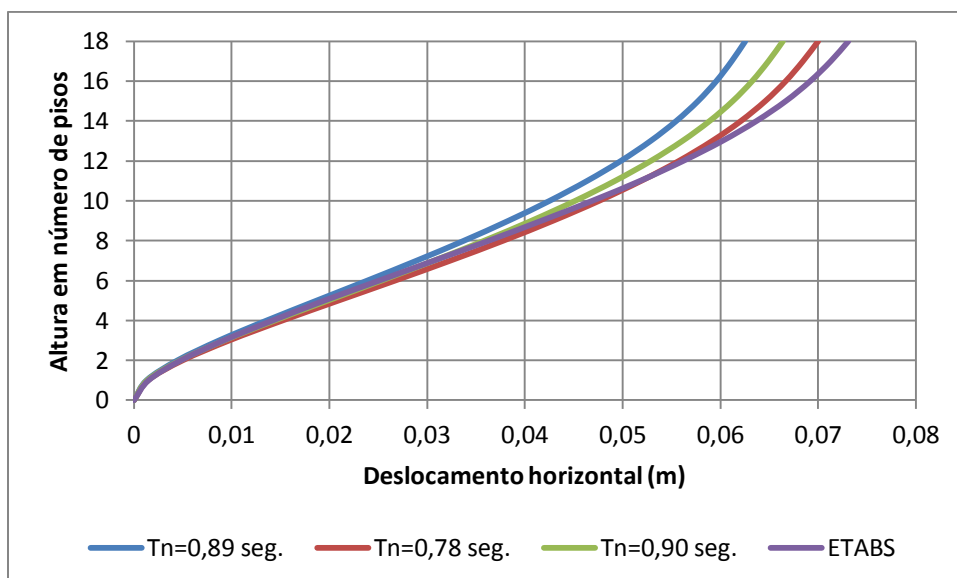


Gráfico 4.20 – Deslocamento do pilar parede 1 com 3,5 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica.

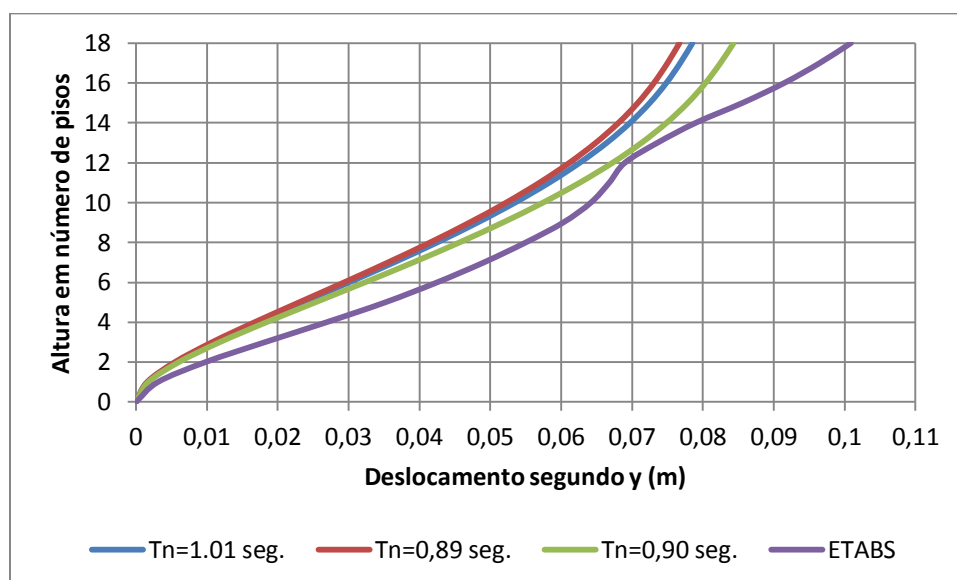


Gráfico 4.21 – Deslocamento do pórtico 1 com 4 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica.

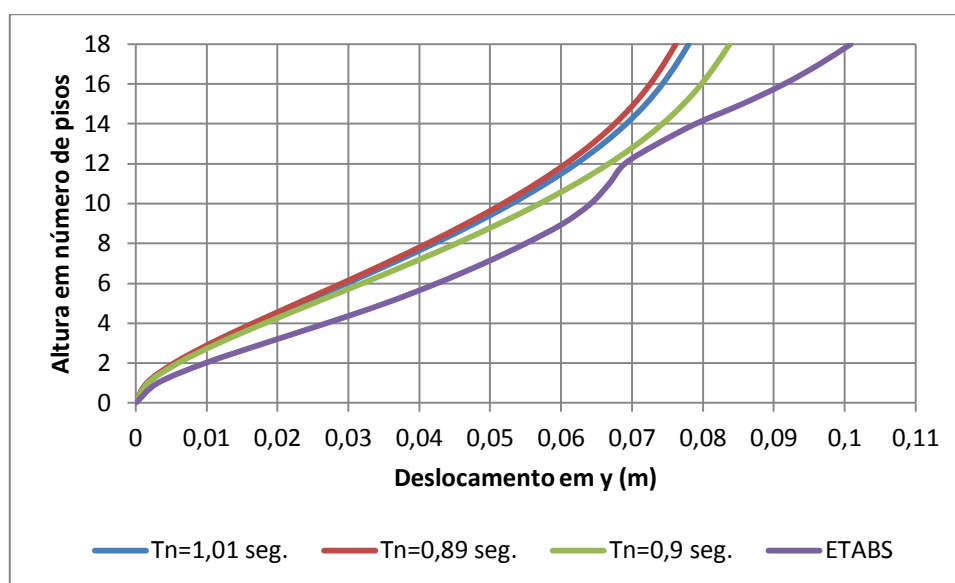


Gráfico 4.22 – Deslocamento do pilar parede 1 com 4 metros de pé-direito segundo a direcção da acção sísmica.

Pela visualização dos gráficos, constata-se que os valores obtidos para os deslocamentos, pelas várias expressões empíricas do período fundamental de vibração T_n , são bastante próximos entre eles, mas inferiores aos obtidos pelo ETABS (a maior discrepância é de 17%).

Uma outra constatação é que o período fundamental de vibração que permite maior aproximação à TMC com o ETABS, não é obtido sempre pela mesma expressão empírica, o que demonstra que neste tipo de análises deve-se recorrer a várias expressões empíricas.

Em relação aos deslocamentos para as três alturas de pé-direito verifica-se que a discrepância de valores pela TMC e ETABS é similar em todas as situações.

5

CONCLUSÕES

5.1. CONCLUSÕES FINAIS

Nesta dissertação foram apresentados os conceitos básicos da dinâmica estrutural de um simples grau de liberdade, por forma a ser entendido como se obtém um espectro em resposta de um determinado registo sísmico.

Através desta resposta foi definido o carregamento externo, equivalente à acção sísmica em questão, para vários períodos fundamentais de vibração, obtidos por expressões empíricas. Constatou-se que a escolha da expressão influencia relevantemente os resultados dos deslocamentos e rotação do edifício, e posteriormente dos esforços gerados nos vários elementos constituintes da estrutura. Devido a este facto, deve-se recorrer a pelo menos três expressões, o que foi levado em consideração nas análises efectuadas nesta dissertação, pela Técnica do Meio Contínuo (TMC).

Na análise dos edifícios pré-dimensionados sentiram-se algumas dificuldades em ambos os processos de cálculo. No caso da TMC a criação dos ficheiros *txt* para definirem a estrutura foi bastante demorada e de complicada elaboração. Em relação ao ETABS a definição da estrutura foi de rápida execução; mas a obtenção de resultados foi bastante demorada e, no caso do edifício com 50 pisos, foram efectuadas várias tentativas infrutíferas de cálculo: o programa não corria, ou dava sucessivamente mensagens de ter excedido a capacidade de análise, associado ao volume de operações e cálculos matriciais necessários.

Ao longo da dissertação e após se obterem os valores das análises constatou-se que a TMC permite uma boa estimativa dos deslocamentos e esforços gerados numa estrutura de um edifício. Esforços estes que são devidos uma acção sísmica associada a um acelerograma ou um espectro médio. A análise a uma acção associada a um espectro médio não é possível pelo ETABS [16].

Uma vantagem da técnica do meio contínuo em relação aos programas de cálculo automático não explorada nesta dissertação é ser possível a análise de um carregamento não paralelo a uma das duas principais direcções horizontais (x e y), o que no programa de cálculo só é possível definindo uma estrutura correspondente à transposição para uma das principais direcções horizontais.

Com a realização das análises aos edifícios pré-dimensionados foram tiradas as seguintes conclusões: (1) a técnica do meio contínuo torna-se vantajosa economizando tempo e recursos para o cálculo, mas obtendo-se valores muito próximos dos resultados através do programa de cálculo automático ETABS; (2) a elaboração dos ficheiros com a disposição e características dos elementos

estruturais pode-se tornar bastante demorada e complicada, caso exista um grande número de elementos estruturais e com disposições em planta bastante dispersas; (3) como já mencionado no início da dissertação a TMC é bastante limitada a fases iniciais de projecto, uma vez que não é possível o cálculo se o edifício apresentar uma rigidez variável ao longo dos pisos.

Além das conclusões comparativas dos dois processos de cálculo, no fim das análises comprovou-se que o ETABS é um excelente programa de cálculo automático, uma vez que tentou-se realizar as análises pelo SAP2000, que não chegaram a ser concluídas devido ao algoritmo de cálculo ser extremamente pesado para os recursos computacionais disponíveis.

5.1.1. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Propõem-se os seguintes desenvolvimentos futuros:

- Desenvolvimento de um processo de cálculo de uma rigidez equivalente dos elementos estruturais, o que permitiria reduzir as secções destes ao longo da altura;
- Análise de expressões empíricas para obtenção do período fundamental do edifício;
- Análise de edifícios sujeitos a acções sísmicas com orientações não paralelas às direcções principais horizontais (x e y).

BIBLIOGRAFIA

- [1] Silva, S., *Solução Numérica de Equações Diferenciais Ordinárias*. Centro de Engenharias e Ciências Exatas, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus de Foz do Iguaçu, (data desconhecida).
- [2] Fragoso, M. Rouxinol, *Espectros de Resposta de Movimentos Sísmicos Consistentes com Histórias de Deslocamentos Velocidades e Acelerações*. Universidade dos Açores, 2005.
- [3] Coelho, I., *Desacoplamento das Equações da Técnica do Meio Contínuo: Análise de Estruturas de Edifícios Altos*. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, 1987.
- [4] Corelhano, A. *Análise não linear geométrica e física de núcleos rígidos de edifícios altos em concreto armado*. Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, 2010.
- [5] Mori, D.; Neto J., *Flexo Torção: Barras de Secção Delgada Abertas*. Novembro de 2009.
- [6] Smith, B.; Coull, A., *Tall Building Structures: Analysis and Design*. Library of Congress Cataloging, United States of America, 1991.
- [7] Handbook of Concrete Engineering, Second Edition. Mark Fintel, Setembro de 1974.
- [8] Chopra, A., *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.
- [9] Stamato, M., *Associação Contínua de Painéis de Contraventamento*. Escola de engenharia de São Carlos, 1972.
- [10] Barros, R., *Sismologia, Sismicidade e Risco Sísmico. Aplicações em Portugal*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Junho de 1977.
- [11] Llerena, C., *Análise de Edifícios Altos Submetidos a Terremotos pela Técnica do Meio Contínuo*. Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, 2009.
- [12] Rajan, T., Preliminary sizing for Steel Structures, http://www.sefindia.org/forum/files/preliminary_sizing_214.pdf, acessado em 20 de Maio de 2011.
- [13] LNEC, Eurocódigo 8 – Projecto de estruturas para resistência aos sismos Parte 1: Regras gerais, acções sísmicas e regras para edifícios. NP, Março de 2010.
- [14] Zalka, K., *Global Structural Analysis*. Taylor & Francis Group, London, 2000.
- [15] Taranath, B., *Wind and Earthquake Resistant Buildings: Structural Analysis and Design*. Michael D. Marcel Dekker, New York, 2005.
- [16] <http://www.csiberkeley.com/etabs>, acessado em 15 de Maio 2011.
- [17] Ferreira, N.; Barros, R.; Delgado, R., *Comparisons of a Tall Buildings Wind Response With and Without a TMD*. FEUP, Porto, 28 de Maio de 2011.
- [18] Mendis, P.; Ngo, T.; Haritos, N., *Wind Loading on Tall Building*. EJSE Special Issue: Loading on Structures, 2007.

ANEXOS

Anexo A Definição de período natural de vibração e frequência natural de vibração

O período natural é o tempo necessário para que um sistema não amortecido complete um ciclo de vibração livre [8].

$$T_n = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_n} \quad \text{A.1}$$

Em que:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{A.2}$$

A frequência natural cíclica é o número de ciclos que se realizam num segundo, é definida como o inverso do período natural.

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad \text{A.3}$$

Anexo B Programas em MATLAB utilizados nesta dissertação

Com a finalidade de aplicar a técnica do meio contínuo são utilizados nesta dissertação dois programas. O primeiro dos programas destina-se à aplicação da integração temporal de Newmark, com a finalidade de obter-se os valores do espectro de resposta à aceleração. O segundo programa destina-se à aplicação da TMC [11].

B.1 Programa para a obtenção dos espectros ao deslocamento e aceleração

No início do programa são definidas as características geométricas, peso do edifício, período fundamental e parâmetros de Newmark para o edifício em análise.

Após estarem definidos os parâmetros referidos anteriormente, o programa carrega um ficheiro txt, com o registo da aceleração do solo em vários instantes de tempo. As acelerações carregadas pelo programa, vão-se transformar em forças externas, através da multiplicação da aceleração pela massa total.

Com as forças externas sísmicas definidas, será aplicado o método de integração temporal de Newmark (pela razão de ser o método até ao momento com uma aproximação mais satisfatória), obtendo-se os valores de deslocamento e aceleração máximos, para uma gama de períodos de zero até três em intervalos de 0,01 segundos [11].

```
m=1; %massa do sistema com um simples grau de liberdade (não interfere o valor)

At=0.02; %segundos

Gama=0.5;

Beta=0.17;

%% Registro do sismo

Dados = load ('C:\Users\Fábio Pinto\Desktop\Tese final\Matlab\experiencia\imperial valley.txt');

Pace = Dados (:,2); %carregamento em aceleração

P = -Pace*m; %carregamento em kN

t = Dados (:,1); %tempo transcorrido em sec.

%% Cálculo do deslocamento, da pseudo-velocidade e da aceleração

% Condições iniciais

num_pontos = length(P);

%Cálculos iniciais

for Eam =[0.05]; %Coeficiente de amortecimento
```

```
Tn = 0.04:0.01:3; %Período natural de vibração

num_Tn = length(Tn);

U = zeros(num_Tn, num_pontos);

UU = zeros(num_Tn, num_pontos);

num_pontos = length(P);

for j=1:num_Tn

    U(j,1) = 0; %Deslocamento inicial

    UU(j,1) = 0; %Velocidade inicial

    wn(j) = 2*pi()/Tn(j); %Frequência natural de vibração

    ca(j) = Eam*2*m*wn(j); %Coeficiente de amortecimento

    k(j) = 4*pi()*pi()*m./Tn(j)^2; %Rigidez da estrutura em função do Tn

    UUU(j,1) = (P(1) - ca(j)*UU(j,1) - k(j)*U(j,1))/m; %Aceleração t=0

    Ks(j) = k(j) + (Gama/(Beta*At))*ca(j) + (1/(Beta*At^2))*m;

    aN = (1/(Beta*At))*m + (Gama/Beta)*ca(j);

    bN = (1/(2*Beta))*m + At*(Gama/(2*Beta)-1)*ca(j);

    %Cálculo para cada passo de tempo i

    for i=1:num_pontos - 1

        DP(j,i) = P(i+1) - P(i);

        DPs(j,i) = DP(j,i) + aN*UU(j,i) + bN*UUU(j,i);

        DU(j,i) = DPs(j,i)/Ks(j);

        DUU(j,i) = (Gama/(Beta.*At))*DU(j,i) - (Gama/Beta)*UU(j,i) + At*(1-
        Gama/(2*Beta))*UUU(j,i);

        DUUU(j,i) = 1/(Beta*At.^2)*DU(j,i) - 1/(Beta*At)*UU(j,i) - 1/(2*Beta)*UUU(j,i);

        U(j,i+1) = U(j,i) + DU(j,i);

        UU(j,i+1) = UU(j,i) + DUU(j,i);

        UUU(j,i+1) = UUU(j,i) + DUUU(j,i);

    end

    Dmax(j) = max(abs(U(j,:))); %Deslocamento máximo
```

```

    PsA(j) = Dmax(j)*(2*pi()/Tn(j))^2; %Aceleração
end
end

```

B.2 Programa para a obtenção dos deslocamentos e esforços segundo as equações diferenciais do método do meio contínuo

Este programa foi modificado a partir do inicialmente desenvolvido por Llerena [11].

O primeiro passo é a definição pelo utilizador dos seguintes parâmetros: peso da estrutura; número de pisos do edifício; aceleração da estrutura; período fundamental; aceleração gravítica; e coordenadas da orientação do sismo no edifício. Após a definição dos parâmetros pelo utilizador, inicia-se o processo de cálculo até à obtenção dos deslocamentos e esforços ao nível dos vários pisos do edifício, para os vários elementos estruturais, no referencial geral.

Inicialmente o programa calcula a força exercida na base, equivalente à aceleração definida pelo utilizador do programa. Com a força transversa definida, o programa procede à quantificação da força concentrada no topo do edifício e da restante força distribuída ao nível dos vários pisos, que corresponde ao carregamento trapezoidal crescente em altura, mencionado no sub-capítulo 2.7.

Após definir o carregamento externo, o programa carrega dois ficheiros txt, um referente aos dados dos pórticos, e outro aos pilares parede. Com os dados carregados, inicia-se o cálculo das inércias e rigidez dos elementos estruturais.

O passo seguinte realizado pelo programa é definir as coordenadas do esforço transversal, nas duas direcções horizontais e distância ao eixo vertical c , consideradas na figura 3.11.

Agora o programa procede ao tratamento dos casos singulares. O primeiro caso singular é referente aos pilares parede que apenas apresentam rigidez segundo o eixo y . São aplicadas neste processo duas expressões com o mesmo princípio de dedução das (3.56) e (3.57), deduzidas no capítulo 3.

$$u' = \frac{S_{bc} \cdot S_{ac} - S_{ab} \cdot S_{cc}}{S_{aa} \cdot S_{cc} - S_{ac}^2} \cdot v' + \frac{a \cdot S_{cc} - c \cdot S_{ac}}{S_{aa} \cdot S_{cc} - S_{ac}^2} \cdot V \quad \text{B.2.1}$$

$$\varphi' = \frac{S_{ab} \cdot S_{ac} - S_{bc} \cdot S_{aa}}{S_{aa} \cdot S_{cc} - S_{ac}^2} \cdot v' + \frac{c \cdot S_{aa} - a \cdot S_{ac}}{S_{aa} \cdot S_{cc} - S_{ac}^2} \cdot V \quad \text{B.2.2}$$

Em seguida o programa procede ao cálculo do caso em que os pilares parede não apresentam rigidez segundo x . Para tal, é realizado o desacoplamento explicado em 3.2.4.6 para este tipo de

casos, e recorrendo às expressões (3.62), (3.63), (3.64), (3.65), (3.66) e (3.67) é obtido o valor do deslocamento e rotação, pela equação diferencial 3.61.

Por fim, o programa procede ao cálculo de edifícios não singulares. Primeiro é acoplado a rigidez dos pilares parede e dos pórticos em duas matrizes, [K] e [S] respectivamente.

Com a finalidade de anular os elementos fora da diagonal da matriz [K] ou [S], um novo sistema de coordenadas referência é calculado, sendo posteriormente calculadas as matrizes rigidez para este novo referencial. O carregamento externo também é transformado no novo sistema de referência. Após as transformações no novo sistema referência, procede-se ao cálculo dos deslocamentos e multiplicação destes pela inversa da matriz direcção, com o objectivo de ter-se os valores no referencial inicial.

Por fim é calculado o esforço transversal e momento flector dos elementos estruturais verticais, através das expressões 3.84, 3.85 e 3.86, para o referencial inicial.

%% Programa para o cálculo de edifícios pela técnica do meio contínuo

% Dados

W= ;%peso da estrutura

NA = ; %Número de andares

hi = ; %Pé direito (m)

ht = NA*hi; %Altura total do edifício (m)

Tn1 = ; %Período fundamental

A= ;% Aceleração da estrutura

g = ; %Gravidade m/seg²

%% Distribuição da força cortante na altura

V_bo=A*W/g; %Força cortante na base do edifício

Fa = 0;

if Tn1 >= 0.7 %Força no topo do edifício

Fa = 0.07*Tn1*V_bo;

if Fa > 0.25*V_bo

Fa = 0;

End

End

```

ComEdi =42; %Comprimento do edifício (m)

LarEdi =42; %Largura do edifício (m)

AreaEd = ComEdi*LarEdi;

pti = AreaEd*W/NA;%Peso total por andar

sum = 0;

for j = 1:NA

    sum = sum + pti*hi*(j);

end

for i = 1:NA

    Fi(i)=pti*hi*(i)/sum*(V_bo-Fa);%Distribuição da força sísmica na altura

    Vi(i)=Fi(i) + Fa; %Distribuição da força cortante na altura

end

ViT = Fi(NA); %Cortante no topo (máximo valor do cortante linear)

ViC = Fa; %Cortante constante no edifício

Vx1 = 21; Vy1 = 0; %Coordenada do primeiro ponto da direcção do sismo

Vx2 = 21; Vy2 = 42; %Coordenada do segundo ponto da direcção do sismo

%% Dados de elementos estruturais do edifício

arquivoW='C:\Users\Fábio Pinto\Desktop\FEUP\Tese\matlab\dados a carregar pelo programa\25
pisos\paredes.txt';

arquivoP='C:\Users\Fábio Pinto\Desktop\FEUP\Tese\matlab\dados a carregar pelo programa\25
pisos\porticos.txt';

%% Leitura de dados de entrada para o pórtico

fid = fopen(arquivoP, 'r');

dadosp = textscan(fid, '%d %f %f %d %s %s %s %s %s %s', 'headerlines', 1);

numPorticos = length(dadosp{1}); % obtém o número de pórticos

% obtém-se cada coluna do arquivo

IDf = dadosp{1}; %Numero do pórtico

Ef = dadosp{2}; %Módulo de elasticidade do pórtico (KN/m2)

```

```
hf = dadosp{3}; %pé-direito do andar (m)

NC = dadosp{4}; %Número de colunas

%cálculo da matriz do pórticos

Saa = 0; Sab = 0; Sac = 0;

Sbb = 0; Sbc = 0;

Scc = 0;

for i = 1:numPorticos

    Xf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{5}(i)), '%f;', NC(i) ));

    %vector de coord x do pórtico i armazenadas na cela i (m)

    Yf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{6}(i)), '%f;', NC(i) ));

    %vector de coord y do pórtico i armazenadas na celda i (m)

    mf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{7}(i)), '%f;', NC(i) ));

    %vector de larguras das colunas do pórtico i na cela i (m)

    nf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{8}(i)), '%f;', NC(i) ));

    %vector de comprimentos das colunas do pórtico i na cela i (m)

    mvf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{9}(i)), '%f;', NC(i) ));

    %vector de larguras das vigas do pórtico i na cela i (m)

    nvf{i} = cell2mat(textscan(cell2mat(dadosp{10}(i)), '%f;', NC(i) ));

    %vector de comprimentos das vigas do pórtico i na cela i (m)

    for k = 1:NC(i) %Calcula as inércias de cada coluna do pórtico i

        Icf{i}(k) = (nf{i}(k)*(mf{i}(k))^3)/12;

        %Inércia da coluna k(elemento k do vector) do pórtico i(cela) (m4)

        kcf{i}(k) = Icf{i}(k)/hf(i);

        %Rigidez da coluna k(elemento k do vector) do pórtico i(cela)

    end

    for j = 1:NC(i)-1

        dcf{i}(j) = sqrt((Xf{i}(j+1)-Xf{i}(j))^2+(Yf{i}(j+1)-Yf{i}(j))^2);
```

```

%Calcula as distancias entre colunas

dvf{i}(j) = dcf{i}(j) - mf{i}(j+1)/2 - mf{i}(j)/2;

%Distancia efetiva da viga j(elem j do vector) pórtico i

Ivf{i}(j) = (nvf{i}(j)*(mvf{i}(j))^3)/12;

%Inercia da viga j(elem j do vector) pórtico i(cela)(m4)

kvf{i}(j) = Ivf{i}(j)/dvf{i}(j);

%Rigidez da viga j(elem j do vector) pórtico i(cela)

end

kna{i}(1) = kcf{i}(1)*kvf{i}(1)/(2*kcf{i}(1) + kvf{i}(1));

%Rigidez concorrente ao primeiro nó

kna{i}(NC(i)) = kcf{i}(NC(i))*kvf{i}(NC(i)-1)/(2*kcf{i}(NC(i)) + kvf{i}(NC(i)-1)); %Rigidez
concorrente ao último nó

for l = 2:NC(i)-1 %Rigidez concorrente aos nós intermédios

    kna{i}(l) = kcf{i}(l)*(kvf{i}(l) + kvf{i}(l-1))/(2*kcf{i}(l) + kvf{i}(l) + kvf{i}(l-1));

end

sf(i) = 0;

for l = 1:NC(i) %soma das contribuições de todos os nós

    sf(i) = sf(i) + kna{i}(l);

end

sf(i) = sf(i) * (12*Ef(i)/hf(i)); %Rigidez de cada pórtico

af(i) = (Xf{i}(2) - Xf{i}(1))/dcf{i}(1); %Comp horizontal do pórtico

bf(i) = (Yf{i}(2) - Yf{i}(1))/dcf{i}(1); %Comp vertical do pórtico

cf(i) = Xf{i}(1)*bf(i) - Yf{i}(1)*af(i); %dist do seu plano ao eixo Oz

Saa = Saa + sf(i)*af(i)*bf(i);

Sab = Sab + sf(i)*af(i)*bf(i);

Sac = Sac + sf(i)*af(i)*cf(i);

Sbb = Sbb + sf(i)*bf(i)*bf(i);

Sbc = Sbc + sf(i)*bf(i)*cf(i);

```

```
Scc = Scc + sf(i)*cf(i)*cf(i);  
end  
%% Leitura de dados de entrada para pilares parede  
fid = fopen(arquivoW, 'r');  
dadosw = textscan(fid, '%d %f %f %f %f %f', 'headerlines', 1);  
numMuros = length(dadosw{1}); % obtém o numero de muros  
% obtém-se cada coluna do arquivo  
IDw = dadosw{1}; %Número de pilar parede  
Ew = dadosw{2}; %Módulo de Elasticidade do pilar parede  
X1w = dadosw{3}; %Coordenada inicial X1 do pilar parede  
Y1w = dadosw{4}; %Coordenada inicial Y1 do pilar parede  
X2w = dadosw{5}; %Coordenada final do pilar parede  
Y2w = dadosw{6}; %Coordenada final do pilar parede  
Es = dadosw{7}; %Espessura do pilar parede  
%Cálculo da matriz da pilar parede  
Jaa = 0.0; Jab = 0.0; Jac = 0.0;  
Jbb = 0.0; Jbc = 0.0;  
Jcc = 0.0;  
for i = 1:numMuros  
    lw(i) = sqrt((X2w(i)-X1w(i))^2+(Y2w(i)-Y1w(i))^2);%Comprimento do pilar  
    Iw(i) = (Es(i)*lw(i)^3)/12; %Momento de inércia do pilar parede  
    jw(i) = Ew(i)*Iw(i); %Rigidez a flexão do pilar parede  
    aw(i) = (X2w(i) - X1w(i))/lw(i); %Componente horizontal do pilar parede  
    bw(i) = (Y2w(i) - Y1w(i))/lw(i); %Componente vertical do pilar parede  
    cw(i) = X1w(i)*bw(i)-Y1w(i)*aw(i);%Distancia do seu plano ao eixo Oz  
    Jaa = Jaa + jw(i)*aw(i)*aw(i);  
    Jab = Jab + jw(i)*aw(i)*bw(i);
```

```

    Jac = Jac + jw(i)*aw(i)*cw(i);

    Jbb = Jbb + jw(i)*bw(i)*bw(i);

    Jbc = Jbc + jw(i)*bw(i)*cw(i);

    Jcc = Jcc + jw(i)*cw(i)*cw(i);

end

%% Vector da direcção do plano de carregamento

d = sqrt((Vx2 - Vx1)^2 + (Vy1 - Vy2)^2);

a = (Vx2-Vx1)/d;

b = (Vy2-Vy1)/d;

c = b*(Vx1 - Vy1/((Vy1 - Vy2)/(Vx2 - Vx1)));

%% Caso singular quando Jaa=0 e Jcc=0

if Jaa == 0 && Jcc == 0

bet = Sbb + Sab*(Sbc*Sac-Sab*Scc)/(Saa*Scc-Sac^2) + Sbc*(Sab*Sac-Sbc*Saa)/(Saa*Scc-Sac^2);

gam = b - Sab*(a*Scc-c*Sac)/(Saa*Scc-Sac^2) - Sbc*(c*Saa-a*Sac)/(Saa*Scc-Sac^2);

Kl = sqrt(bet/Jbb);

VC = ViC*gam;

VT = ViT*gam;

% Constantes do transverso uniforme VC

C1 = -VC/(Jbb*Kl^4)*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht) -Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

C2 = VC/(Jbb*Kl^4)*(exp(-Kl*ht)-Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1+exp(-2*Kl*ht));

C3 = VC/(Jbb*Kl^4)*(Kl*ht + exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

% Constantes do transverso linear VT

C4 = VT/(2*Jbb*Kl^4)*(-Kl*ht - 4*exp(-Kl*ht) +Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

C5 = VT/(2*Jbb*Kl^4)*(2*exp(-Kl*ht) -Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

C6 = VT/(2*Jbb*Kl^4)*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

% Calcula a solução em altura

zs = 0:hi:ht;

```

```
num_z = length(zs);

for j = 1:num_z

    z = zs(j);

    phiC = C1 + C2*exp(Kl*z) + C3*exp(-Kl*z) + VC/(Jbb*Kl^2)*(ht*z-(z^2/2));
    phiT = C4 + C5*exp(Kl*z) + C6*exp(-Kl*z) + VT*z/(6*Jbb*ht*Kl^2)*(3*ht^2-z^2);
    v(j) = phiC + phiT;

    u(j) = (a*Scc-c*Sac)/(Saa*Scc-Sac^2)*ViC*(ht*z-z^2/2) + (Sbc*Sac-Sab*Scc)/(Saa*Scc-
    Sac^2)*v(j);

    w(j) = (c*Saa-a*Sac)/(Saa*Scc-Sac^2)*ViC*(ht*z-z^2/2) + (Sab*Sac-Sbc*Saa)/(Saa*Scc-
    Sac^2)*v(j);

end

% Gráficos

plot(w,0:hi:ht,'r');

hold on;

grid on;

end

%% Caso singular quando unicamente Jaa=0

if Jaa == 0

    %Matriz [J]

    J = zeros(2,2);

    J(1,1) = Jbb; J(1,2) = 0;

    J(2,1) = 0; J(2,2) = Jcc;

    %Matriz [S]

    S = zeros(2,2);

    S1bb = (Saa*Sbb - Sab^2)/Saa;

    S1bc = (Saa*Sbc - Sab*Sac)/Saa;

    S1cc = (Saa*Scc - Sac^2)/Saa;

    S(1,1) = S1bb; S(1,2) = S1bc;
```

```

S(2,1) = S1bc; S(2,2) = S1cc;

%Vector de plano de carregamento

b1 = (b*Saa - a*Sab)/Saa;

c1 = (c*Saa - a*Sac)/Saa;

bc = zeros(2,1);

bc(1,1) = b1; bc(2,1) = c1;

TK1 = 1/sqrt(Jbb);

TK2 = 1/sqrt(Jcc);

K = zeros(2,2);

K(1,1) = TK1; K(2,2) = TK2;

[E,A]=eig(K'*S*K);%Autoversores na matriz[E] e autovalores na matriz[A]

T = K*E;

VTs = ViT*T'*bc; %Vector do cortante linear

VCs = ViC*T'*bc; %Vector do cortante constante

% Resolução da equação diferencial  $u''' + Au' = Vi*$ 

Kls = [(A(1,1))^0.5, (A(2,2))^0.5];

for i = 1:2 % i indica a equação que se esta resolvendo

    Kl = Kls(i);

    VT = VTs(i);

    VC = VCs(i);

    % Constantes do transversal uniforme VC

    C1 = -VC/Kl^4*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht) - Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

    C2 = VC/Kl^4*(exp(-Kl*ht) - Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1+exp(-2*Kl*ht));

    C3 = VC/Kl^4*(Kl*ht + exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

    % Constantes do transversal linear VT

    C4 = VT/(2*Kl^4)*(-Kl*ht - 4*exp(-Kl*ht) + Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

    C5 = VT/(2*Kl^4)*(2*exp(-Kl*ht) - Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

```

```
C6 = VT/(2*Kl^4)*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

% Calcula a solução em altura
zs = 0:hi:ht;
num_z = length(zs);
for j = 1:num_z
    z = zs(j);
    phiC=C1+C2*exp(Kl*z)+C3*exp(-Kl*z)+VC/Kl^2*(ht*z-z^2/2);
    phiT=C4+C5*exp(Kl*z)+C6*exp(-Kl*z)+VT*z/(6*Kl^2*ht)*(3*ht^2-z^2);
    phiS(i,j) = phiC + phiT;
end
end
for j = 1:num_z
    vw(:,j) = K*E*phiS(:,j);
end
% Gráficos
plot(vw(1,:),0:hi:ht,'r');
hold on;
grid on;
end
%% Cálculo da nova origem do sistema de referência
X0 = (Jaa*Jbc - Jab*Jac)/(Jaa*Jbb - Jab^2);
Y0 = (-Jbb*Jac + Jab*Jbc)/(Jaa*Jbb - Jab^2);
%% Cálculo dos valores das matrizes [J] [S] com novo sistema de referência
% Cálculo de dados da matriz [J]
J1aa = Jaa; J1ab = Jab; J1ac = 0;
J1bb = Jbb; J1bc = 0;
J1cc = 0;
```

```

for i=1:numMuros

    c1w(i) = cw(i) - X0*bw(i) + Y0*aw(i);

    J1cc = J1cc + jw(i)*c1w(i)*c1w(i);

end

J2cc = J1cc;

%Cálculo de dados da matriz [S]

S1aa = Saa; S1ab = Sab; S1ac = 0;

S1bb = Sbb; S1bc = 0;

S1cc = 0;

a1f = af; b1f = bf;

for i=1:numPorticos

    c1f(i) = cf(i) - X0*bf(i) + Y0*af(i);

    S1ac = S1ac + sf(i)*a1f(i)*c1f(i);

    S1bc = S1bc + sf(i)*b1f(i)*c1f(i);

    S1cc = S1cc + sf(i)*c1f(i)*c1f(i);

end

%% Cálculo do ângulo de rotação do sistema de referência

phi = 0.5*atan(2*Jab/(Jaa - Jbb));

%% Cálculo dos valores das matrizes [J] e [S] sistema de referência girado

J2aa = 0;

J2bb = 0;

for i=1:numMuros

    a2w(i) = aw(i)*cos(phi) + bw(i)*sin(phi);

    b2w(i) = -aw(i)*sin(phi) + bw(i)*cos(phi);

    J2aa = J2aa + jw(i)*a2w(i)*a2w(i);

    J2bb = J2bb + jw(i)*b2w(i)*b2w(i);

end

```

```
J = zeros(3,3);

J(1,1) = J2aa; J(2,2) = J2bb; J(3,3) = J2cc;

S2aa = 0; S2ab = 0; S2ac = 0;

S2bb = 0; S2bc = 0;

S2cc = S1cc;

c2f = c1f;

for i=1:numPorticos

    a2f(i) = af(i)*cos(phi) + bf(i)*sin(phi);

    b2f(i) = -af(i)*sin(phi) + bf(i)*cos(phi);

    S2aa = S2aa + sf(i)*a2f(i)*a2f(i);

    S2ab = S2ab + sf(i)*a2f(i)*b2f(i);

    S2ac = S2ac + sf(i)*a2f(i)*c2f(i);

    S2bb = S2bb + sf(i)*b2f(i)*b2f(i);

    S2bc = S2bc + sf(i)*b2f(i)*c2f(i);

end

S2ba = S2ab;

S2ca = S2ac;

S2cb = S2bc;

S = zeros(3,3);

S(1,1) = S2aa; S(1,2) = S2ab; S(1,3) = S2ac;

S(2,1) = S2ba; S(2,2) = S2bb; S(2,3) = S2bc;

S(3,1) = S2ca; S(3,2) = S2cb; S(3,3) = S2cc;

%% Cálculo das novas coordenadas do plano de carregamento

c1 = c - X0*b + Y0*a;

a2 = a*cos(phi) + b*sin(phi);

b2 = -a*sin(phi) + b*cos(phi);

c2 = c1;
```

```

abc = zeros(3,1);

abc(1,1) = a2; abc(2,1) = b2; abc(3,1) = c2;

%% Transformação de deslocamentos

K = zeros(3,3);

K(1,1) = 1/sqrt(J2aa); K(2,2) = 1/sqrt(J2bb); K(3,3) = 1/sqrt(J2cc);

[E,A] = eig(K'*S*K); %autoversores na matriz[E] e autovalores na matriz[A]

T = K*E;

RD = zeros(3,3);

RD(1,1) = cos(phi); RD(1,2) = -sin(phi);

RD(2,1) = sin(phi); RD(2,2) = cos(phi);

RD(3,3) = 1;

VTs = ViT*T'*abc; %Vector de transverso linear

VCs = ViC*T'*abc; %Vector de transverso constante

% Resolução da equação diferencial -u''' + Au' = Vi*

Kls = [(A(1,1))^0.5, (A(2,2))^0.5, (A(3,3))^0.5];

for i = 1:3 % i indica a equação que se esta resolvendo

    Kl = Kls(i);

    VT = VTs(i);

    VC = VCs(i);

    % Constantes do transverso uniforme VC

    C1 = -VC/Kl^4*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht) -Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

    C2 = VC/Kl^4*(exp(-Kl*ht) - Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

    C3 = VC/Kl^4*(Kl*ht + exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

    % Constantes do transverso linear VT

    C4 = VT/(2*Kl^4)*(-Kl*ht - 4*exp(-Kl*ht) +Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

    C5 = VT/(2*Kl^4)*(2*exp(-Kl*ht)-Kl*ht*exp(-2*Kl*ht))/(1+exp(-2*Kl*ht));

```

```

C6 = VT/(2*Kl^4)*(Kl*ht + 2*exp(-Kl*ht))/(1 + exp(-2*Kl*ht));

% Calcula a solução na altura

zs = 0:hi:ht;

num_z = length(zs);

for j = 1:num_z

    z = zs(j);

    phiC = C1+C2*exp(Kl*z)+C3*exp(-Kl*z)+VC/Kl^2*(ht*z-z^2/2);

    phiT = C4+C5*exp(Kl*z)+C6*exp(-Kl*z)+VT*z/(6*Kl^2*ht)*(3*ht^2-z^2);

    phiS(i,j) = phiC + phiT;

% Valores para as derivadas do transversal uniforme VC

    phiC1 = Kl*(C2*exp(Kl*z) - C3*exp(-Kl*z) + VC*(ht-z)/Kl^3);

    phiC2 = Kl^2*(C2*exp(Kl*z) + C3*exp(-Kl*z) - VC/Kl^4);

    phiC3 = Kl^3*(-C2*exp(Kl*z) + C3*exp(-Kl*z));

% Valores para as derivadas do transversal linear VT

    phiT1 = Kl*(C5*exp(Kl*z)-C6*exp(-Kl*z)+VT*(ht^2-z^2)/(2*Kl^3*ht));

    phiT2 = Kl^2*(C5*exp(Kl*z) + C6*exp(-Kl*z) - VT*z/(Kl^4*ht));

    phiT3 = Kl^3*(-C5*exp(Kl*z) + C6*exp(-Kl*z) + VT/(Kl^5*ht));

% Derivadas primeira, segunda e terceira

    phiS1(i,j) = phiC1 + phiT1;

    phiS2(i,j) = phiC2 + phiT2;

    phiS3(i,j) = phiC3 + phiT3;

end

end

for j = 1:num_z

    uvwG(:,j) = K*E*phiS(:,j); %Deslocamentos eixos girados

    uvw(:,j) = RD*uvwG(:,j); %Deslocamentos eixos principais

% Derivadas primeira, segunda e terceira giradas

```

```

    uvwG1(:,j) = K*E*phiS1(:,j);
    uvwG2(:,j) = K*E*phiS2(:,j);
    uvwG3(:,j) = K*E*phiS3(:,j);

    % Derivadas primeira, segunda e terceira eixos principais
    uvw1(:,j) = RD*uvwG1(:,j);
    uvw2(:,j) = RD*uvwG2(:,j);
    uvw3(:,j) = RD*uvwG3(:,j);

end

%% Deslocamento dos painéis

for i = 1:numMuros % Cálculo de deslocamentos em pilar parede

    for k = 1:num_z

        uw(i,k) = (aw(i)*uvw(1,k) + bw(i)*uvw(2,k) + cw(i)*uvw(3,k));

    end

end

for j = 1:numPorticos % Cálculo de deslocamentos em pórticos

    for k = 1:num_z

        uf(j,k) = af(j)*uvw(1,k) + bf(j)*uvw(2,k) + cf(j)*uvw(3,k);

    end

end

%% Esforço na estrutura

for i = 1:numMuros

    for k = 1:num_z

        uw2(i,k) = aw(i)*uvw2(1,k) + bw(i)*uvw2(2,k) + cw(i)*uvw2(3,k);

        %Segunda derivada do deslocamento

        Mw(i,k) = (jw(i)*uw2(i,k));

        %Momento em cada pilar parede

        uw3(i,k) = aw(i)*uvw3(1,k) + bw(i)*uvw3(2,k) + cw(i)*uvw3(3,k);

```

```
%Terceira derivada do deslocamento

Vw(i,k) = (jw(i)*uw3(i,k));

%Cortante em cada pilar parede

end

end

for j = 1:numPorticos

    for k = 1:num_z

        uf1(j,k) = af(j)*uvw1(1,k) + bf(j)*uvw1(2,k) + cf(j)*uvw1(3,k);

        %Primeira derivada do deslocamento

        Vf(j,k) = sf(j)*uf1(j,k);

        %Transverso em cada pórtico

    end

end

%% Dados de saída

dlmwrite('uvw.txt',uvw);

% Gráficos

num_filas = size(uvw,1);

for i = 1:num_filas

    figure;

    plot(uvw(i,:),0:hi:ht,'r');

    grid on;

end
```

Anexo C Plantas estruturais e representação em corte dos elementos constituintes dos edifícios pré-dimensionados

Neste anexo estão representadas as plantas estruturais dos edifícios pré-dimensionados, assim como a representação em corte dos elementos estruturais.

Para os elementos estruturais não foi efectuada a cintagem cuidada dos varões por se tratar de uma fase inicial de projecto.

C.1 Edifício com 25 pisos

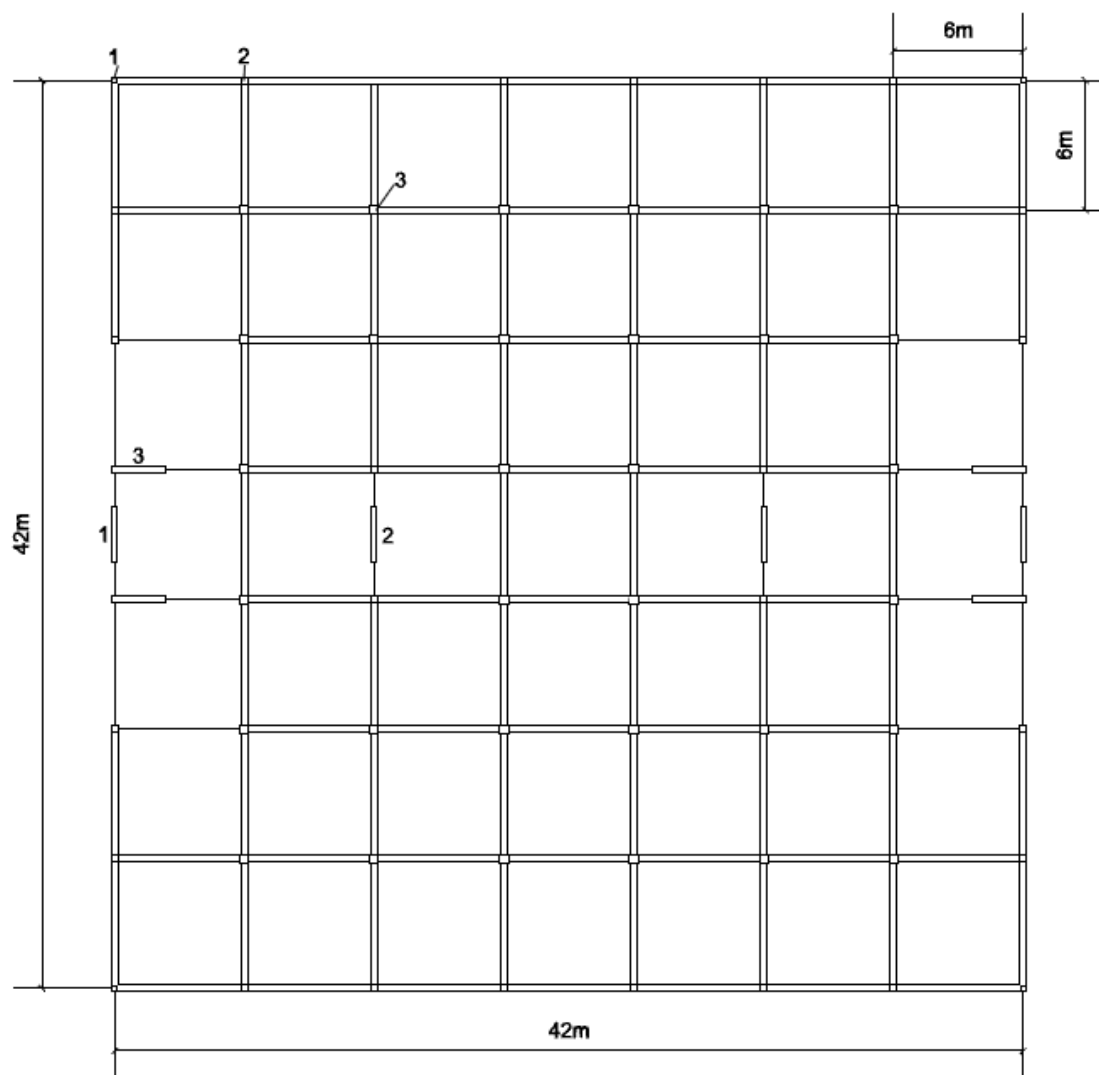


Figura C.1.1 – Planta estrutural do edifício com 25 pisos.

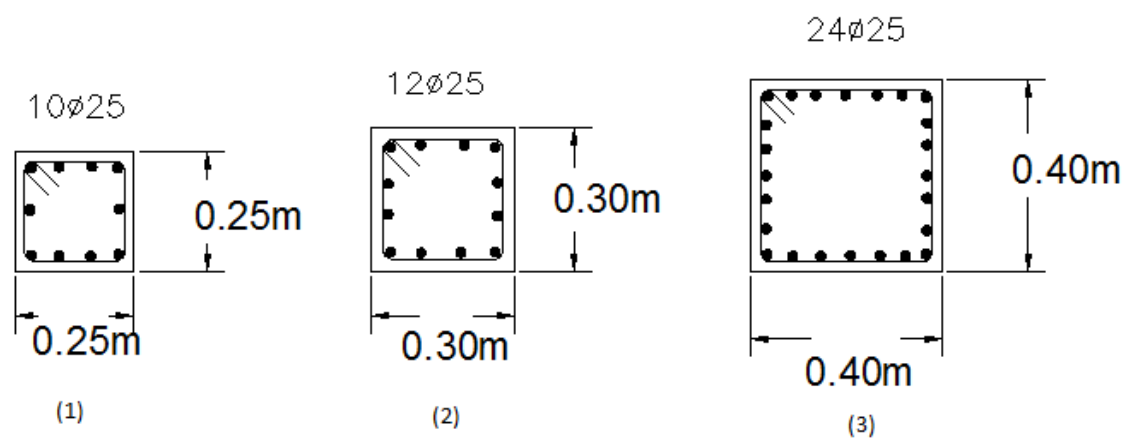


Figura C.1.2 – Representação esquemática em corte dos pilares (1), (2) e (3) assinalados na planta da figura anterior.

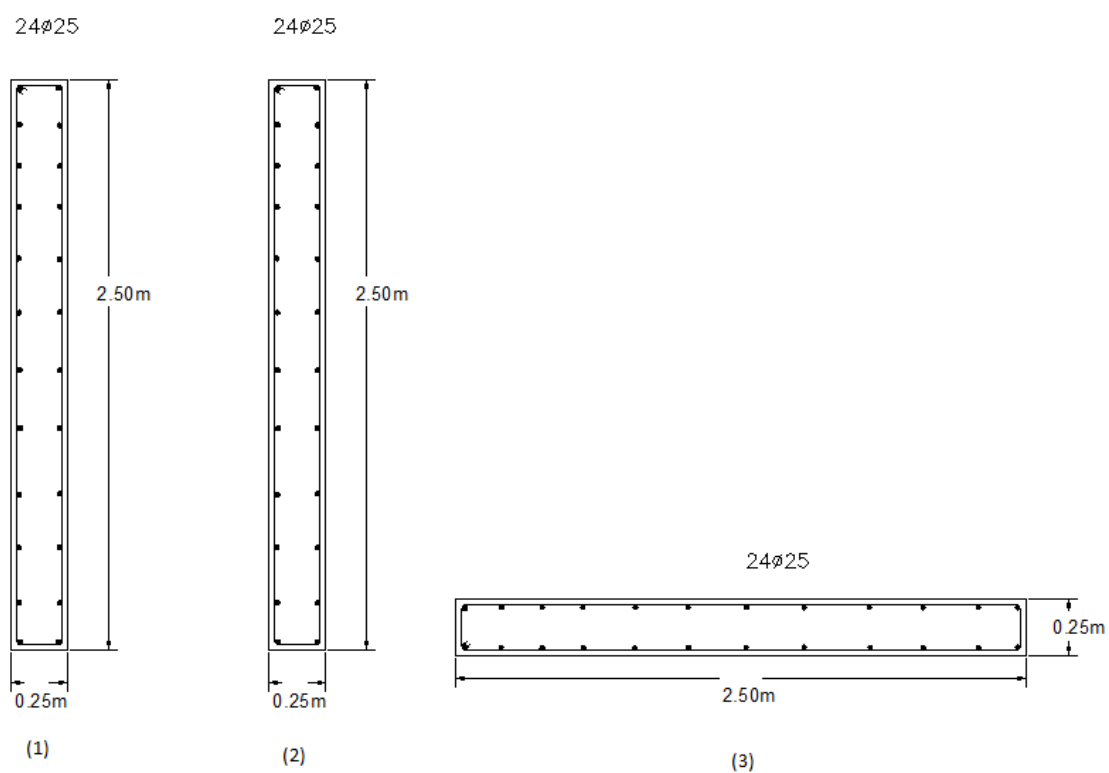


Figura C.1.3 – Representação esquemática em corte dos pilares parede (1), (2) e (3) assinalados na figura C.1.1.

6 ϕ 25

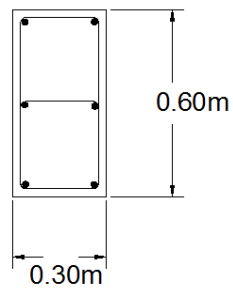


Figura C.1.4 – Representação esquemática das vigas do edifício com 25 pisos.

C.2 Edifício com 50 pisos

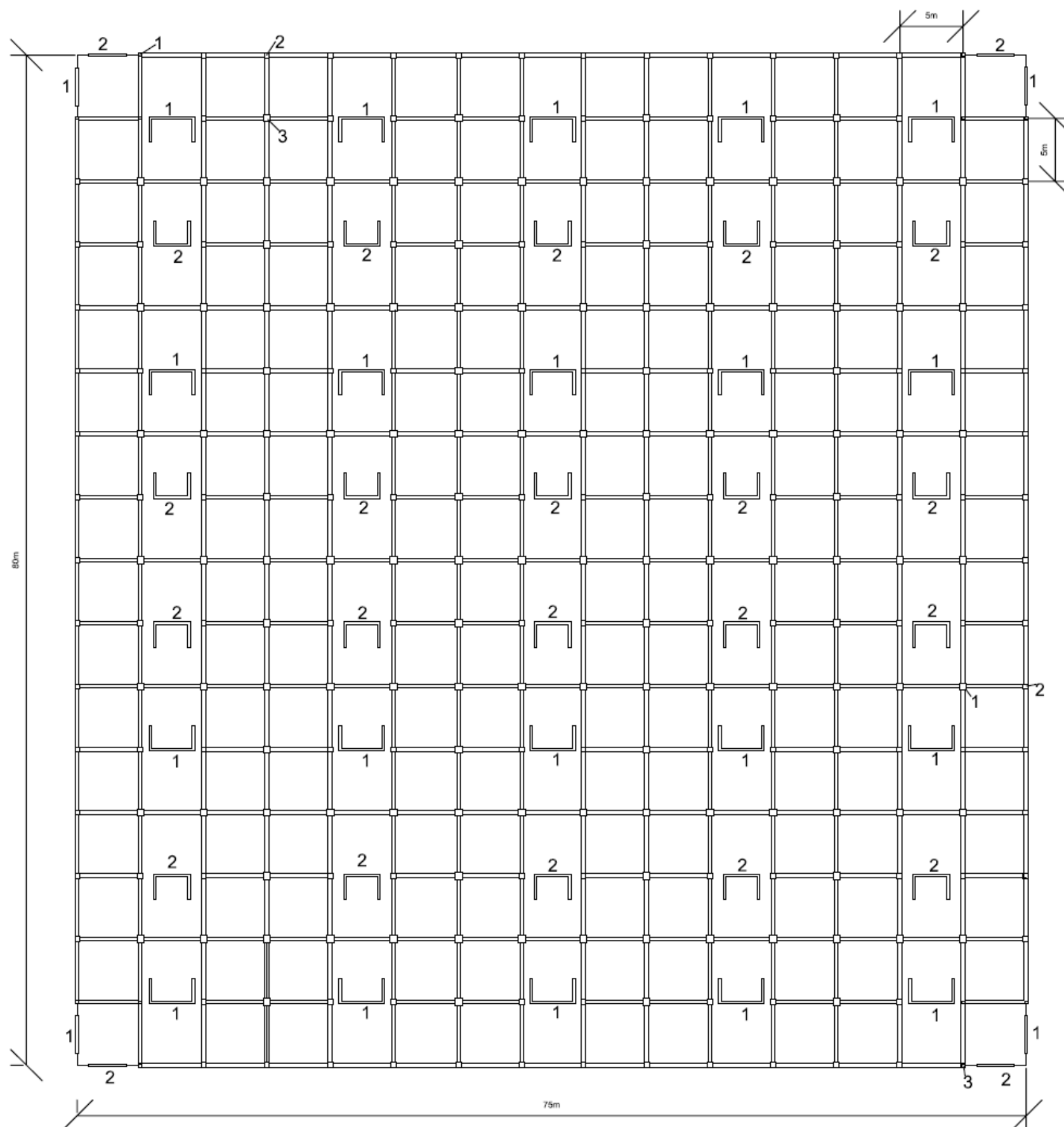


Figura C.2.1 – Planta estrutural do edifício com 50 pisos.

C.3 Elementos estruturais constituente do edifício com 50 pisos

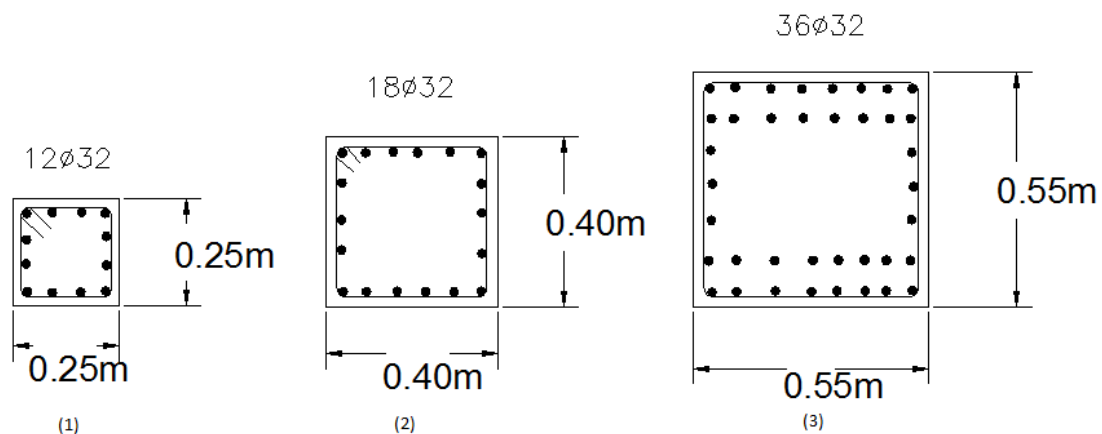


Figura C.3.1 – Representação esquemática em corte dos pilares (1), (2) e (3) assinalados na planta da figura C.2.2.

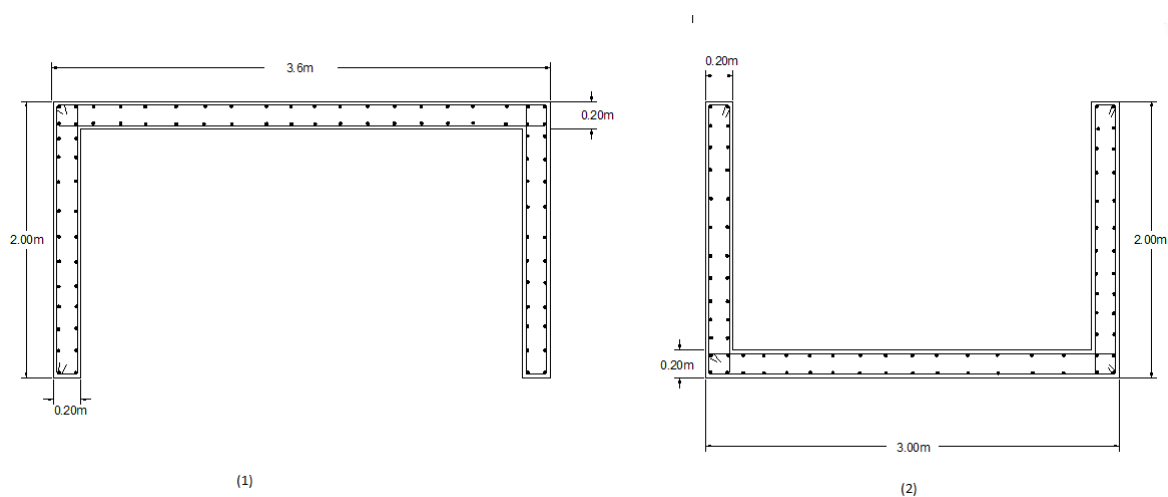


Figura C.3.2 – Representação esquemática em corte dos núcleos rígidos de secção aberta (1) e (2) assinalados na planta da figura C.2.2.

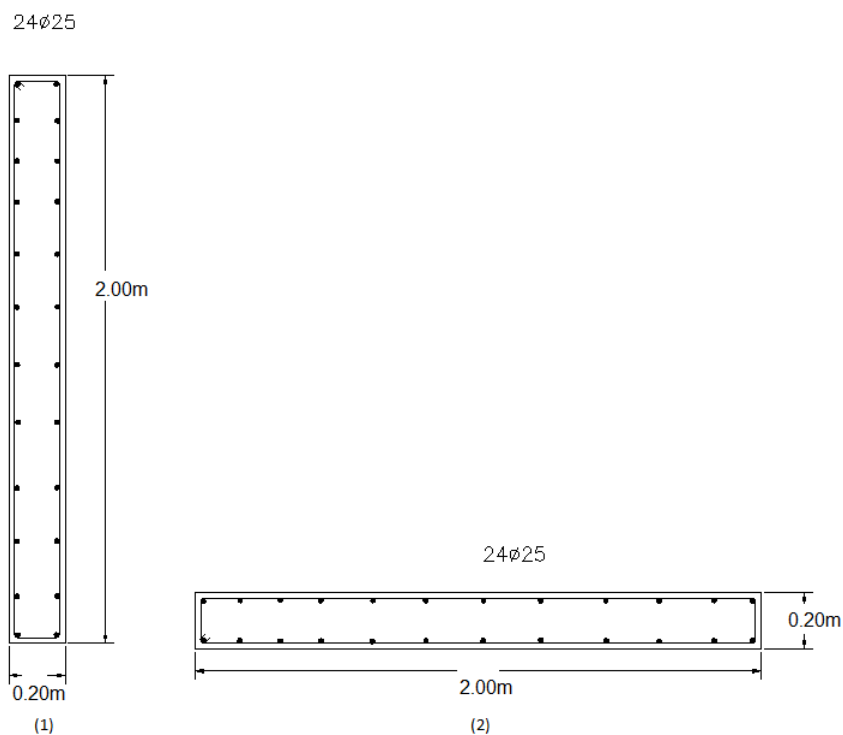


Figura C.3.3 - Representação esquemática em corte dos pilares parede (1) e (2) assinalados na planta da figura C.2.2.

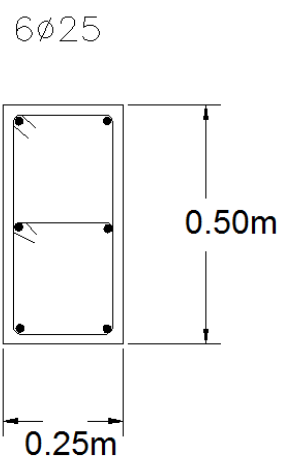


Figura C.3.4 - Representação esquemática das vigas do edifício com 50 pisos.

C.4 Edifício para vários valores constantes de pé-direito

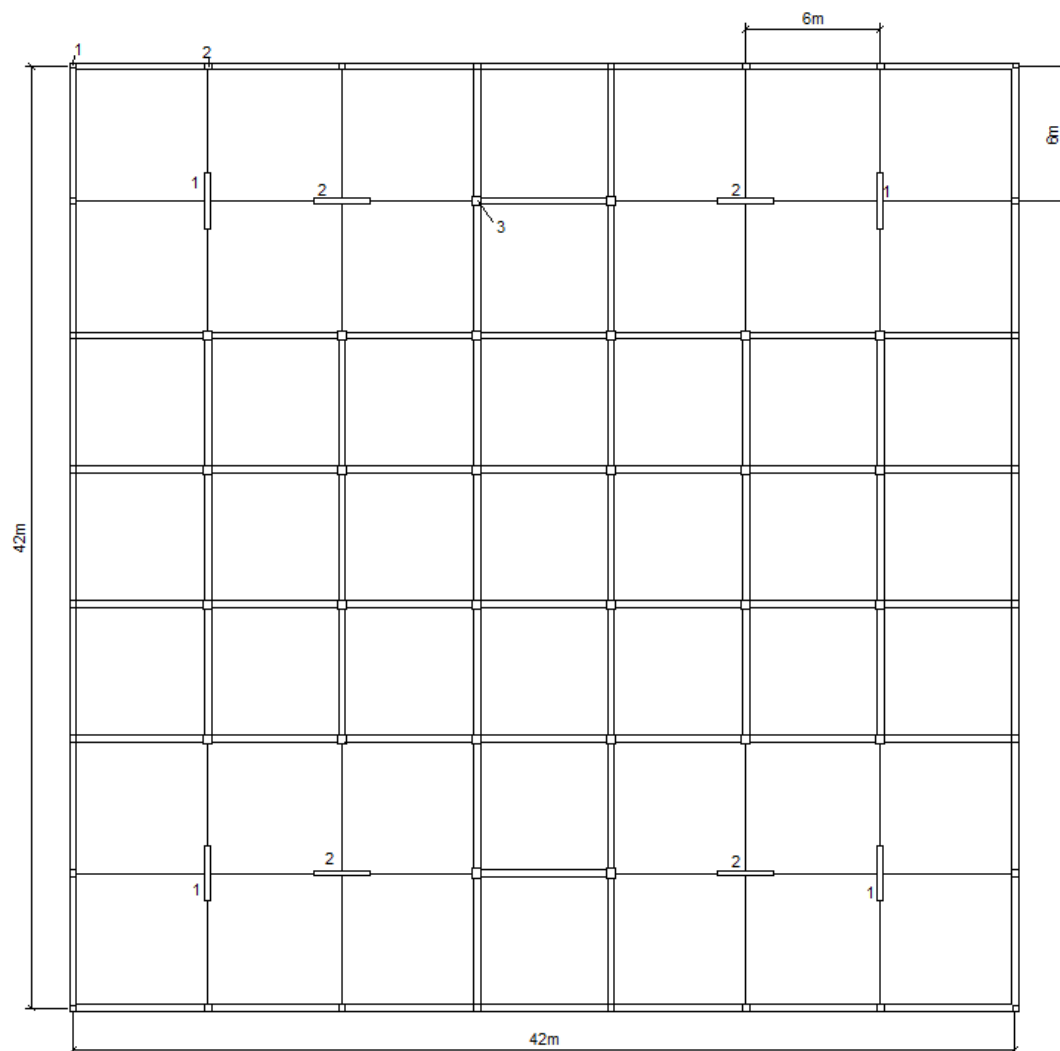


Figura C.4.1 – Planta estrutural do edifício com 18 pisos, em que é efectuada uma análise sísmica para diferentes valores de pé-direito.

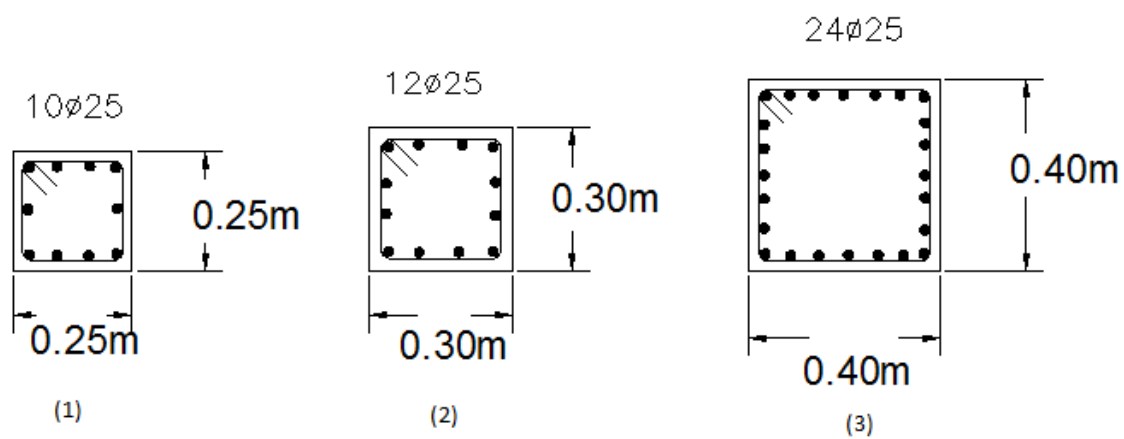


Figura C.4.2 - Representação esquemática em corte dos pilares (1), (2) e (3) assinalados na planta da figura C.4.1.

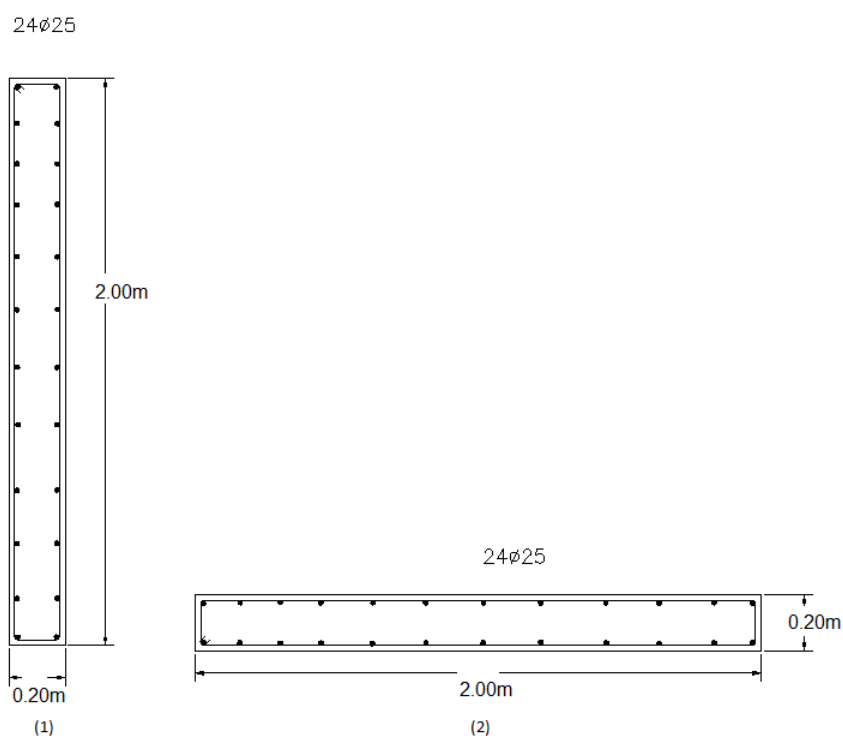


Figura C.4.3 - Representação esquemática em corte dos pilares parede (1) e (2) assinalados na planta da figura C.4.1.

6Ø25

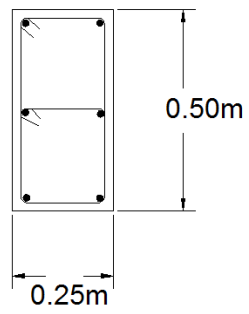


Figura C.4.3 - Representação esquemática das vigas do edifício representado em planta na figura C.4.1.

