

# **LARGURAS EFECTIVAS EM VIGAS MISTAS SUBMETIDAS A DIFERENTES TIPOS DE CARREGAMENTO**

**FILIFE MANUEL PAIS MARTINS PINTO**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS**

---

Professor Doutor José Miguel de Freitas Castro

FEVEREIRO DE 2009

## **MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2008/2009**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ [miec@fe.up.pt](mailto:miec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ [feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2008/2009 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Aos meus Pais e Irmã,



## AGRADECIMENTOS

Encarando este trabalho como o culminar de todo um percurso académico, não poderia desperdiçar esta oportunidade para deixar aqui uma palavra para todos os que me acompanharam e participaram de alguma forma nestes anos de faculdade.

Aos meus pais, por todo o carinho e amor, que me deram ao longo de toda a vida. Sem eles não seria possível a concretização da minha formação.

À minha irmã, um agradecimento especial pelo apoio incondicional em momentos difíceis e por todo o interesse demonstrado na revisão da redacção da tese.

Ao professor José Miguel Castro, orientador científico deste trabalho, pela orientação e interesse manifestado em todo o desenvolvimento e fases do trabalho. Agradeço-lhe, ainda, o rigor e a constante disponibilidade demonstrada em partilhar o seu conhecimento para tornar possível a concretização deste trabalho.

À Joana, por todos os bons momentos passados juntos, por todo o carinho demonstrado e paciência tida nos momentos de maior tensão.

Não quero deixar de agradecer, também, a todos os meus colegas de curso que estiveram presentes ao longo destes anos, pelas longas noites passadas a estudar, na realização de trabalhos, e referenciar, ainda, os bons momentos de convívio desfrutados ao longo da vida académica.

Ao Alpuim e ao Saavedra, companheiros inseparáveis que prestaram o seu contributo na realização deste trabalho. A forma amigável como partilharam conhecimento e opiniões ao longo do período de conclusão desta dissertação.

Um muito obrigado a todos.



## RESUMO

Na presente dissertação é estudado o comportamento de vigas mistas (aço-betão) com interesse particular na avaliação da largura de laje mobilizada durante a deformação da viga. A variação da largura efectiva deve-se essencialmente às deformações por corte que se desenvolvem no plano da laje, do qual resulta uma distribuição não uniforme das tensões normais instaladas na laje. Este fenómeno é usualmente designado por “efeito shear-lag”.

A avaliação da largura efectiva não é de fácil quantificação devido à sua grande dependência de vários parâmetros. Este trabalho pretende identificar qual a relação entre cada um dos parâmetros com a largura efectiva, bem como apresentar valores a considerar na modelação de elementos de barras que traduzam a melhor deformada. Para o efeito serão efectuadas modelações numéricas tridimensionais com diferentes geometrias e submetidas a diferentes tipos de acção. Os resultados obtidos serão utilizados na quantificação de larguras efectivas médias que serão devidamente comparadas com a regulamentação Europeia, nomeadamente o Eurocódigo 4 para condições de carregamento verticais e o Eurocódigo 8 para carregamentos laterais.

Palavras-Chave: Largura Efectiva, “*shear-lag*”, Vigas Mistas, Modelos Numéricos.



## **ABSTRACT**

This dissertation focuses on the behaviour of composite beams with particular interest on the assessment of the effective width of concrete slab to adopt in simplified analysis and design procedures. The in-plane shear deformations that develop in the concrete slab result in non-uniform distributions of longitudinal stresses in the slab which affect both the stiffness and ultimate capacity of the composite beam. The quantification of the effective width of slab mobilised in the beam response is a challenging task as it depends on several geometrical and loading parameters.

This work aims at quantifying the influence of various parameters on the effective slab width, particularly in beams subjected to lateral loading conditions. This is achieved through the analysis 2D and detailed 3D finite element models with different geometry and loading characteristics. The results from the models will be used in the derivation of effective widths. The values obtained will be then compared with those proposed in current European design codes, namely Eurocodes 4 and 8.

**KEY-WORDS:** Composite beams, effective widths, shear-lag, numerical modelling



**ÍNDICE GERAL**

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO .....	iii
ABSTRACT .....	v
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA .....	1
1.2. CONTEXTO DO TRABALHO .....	2
1.3. OBJECTIVOS .....	3
1.4. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO .....	3
<b>2. REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	<b>5</b>
2.1. INTRODUÇÃO .....	5
2.2. VIGAS DE BETÃO ARMADO .....	5
2.3. VIGAS MISTAS DE AÇO-BETÃO .....	6
2.4. VALORES REGULAMENTARES .....	8
2.4.1 DETERMINAÇÃO DE LARGURAS EFECTIVAS SEGUNDO O EC4 .....	8
2.4.2 DETERMINAÇÃO DE LARGURAS EFECTIVAS SEGUNDO O EC8 .....	10
2.5. BREVE DESCRIÇÃO DO MÉTODO DA INTEGRAÇÃO DA ELÁSTICA .....	11
<b>3. MODELAÇÃO NUMÉRICA DE ESTRUTURAS METÁLICAS E MISTAS</b> .....	<b>15</b>
3.1. BREVE HISTÓRIA DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	15
3.2. BREVE DESCRIÇÃO DO PROGRAMA UTILIZADO .....	15
3.3. MODELAÇÃO DE UMA VIGA MISTA ISOLADA .....	16
3.3.1 DESCRIÇÃO DAS PROPRIEDADES DO MODELO .....	16
3.3.2 CONCEPÇÃO DO MODELO .....	16
3.3.2.1 VIGA METÁLICA .....	17
3.3.2.2 VIGA MISTA .....	18

<b>3.4. MODELAÇÃO DE UMA VIGA MISTA CONTÍNUA COM DOIS TRAMOS IGUAIS</b> .....	19
<b>3.5. CONDIÇÃO DE CONTINUIDADE DA LAJE</b> .....	20
<b>3.6. MODELAÇÃO DE UMA VIGA MISTA INSERIDA NUM PÓRTICO</b> .....	21
3.6.1 ELEMENTOS CONSTITUINTES DO PÓRTICO .....	21
3.6.2 DEFINIÇÃO DA ESTRUTURA METÁLICA QUE CONSTITUI O PÓRTICO PARA ACÇÕES VERTICAIS .....	21
3.6.3 DEFINIÇÃO DA ESTRUTURA METÁLICA QUE CONSTITUIU O PÓRTICO PARA ACÇÕES HORIZONTAIS .....	24
3.6.4 DEFINIÇÃO DA LAJE DE BETÃO .....	25

## **4. VIGAS MISTAS ISOLADAS E CONTÍNUAS COM DOIS TRAMOS** .....

<b>4.1. INTRODUÇÃO</b> .....	27
<b>4.2. VIGA MISTA SIMPLEMENTE APOIADA DE UM TRAMO</b> .....	27
4.2.1. ANÁLISE PARA CARREGAMENTOS UNIFORMES .....	27
4.2.1.1. ANÁLISE DA DEFORMADA PARA CADA UM DOS MODELOS .....	28
4.2.1.2. DETERMINAÇÃO DA LARGURA EFECTIVA PELA INTEGRAÇÃO DA ELÁSTICA .....	32
4.2.1.3. OBSERVAÇÕES .....	35
4.2.1.4. INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES CONTINUIDADE DA LAJE .....	36
4.2.2. ANÁLISE PARA UMA CARGA PONTUAL .....	37
4.2.2.1. ANÁLISE DA DEFORMADA PARA CADA UM DOS MODELOS .....	38
4.2.2.2. DETERMINAÇÃO DA LARGURA EFECTIVA PELA INTEGRAÇÃO DA ELÁSTICA .....	41
4.2.2.3. OBSERVAÇÕES .....	43
4.2.2.4. INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES DE CONTINUIDADE DA LAJE .....	43
<b>4.3. VIGA MISTA CONTÍNUA COM DOIS TRAMOS IGUAIS</b> .....	44
4.3.1. ANÁLISE DA DEFORMADA PARA CADA LARGURA DE LAJE .....	44
4.3.2. DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES .....	49
4.3.3. DETERMINAÇÃO DA LARGURA EFECTIVA PELA INTEGRAÇÃO DA ELÁSTICA .....	50
4.3.4. OBSERVAÇÕES .....	51
4.3.5. INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES FRONTEIRA APLICADAS AO MODELO .....	52

<b>5. VIGAS MISTAS INTEGRADAS EM PÓRTICOS</b> .....	55
<b>5.1. INTRODUÇÃO</b> .....	55
<b>5.2. CARREGAMENTOS VERTICAIS</b> .....	56
5.2.1. ACÇÃO UNIFORME .....	57
5.2.1.1. PILAR NÃO EMBEBIDO/EMBEBIDO .....	57
5.2.1.2. VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA LAJE.....	58
5.2.1.3. VARIAÇÃO DO VÃO .....	62
5.2.1.3. VARIAÇÃO DA LARGURA DE LAJE.....	64
5.2.2. ACÇÃO PONTUAL .....	64
5.2.2.1. PILAR NÃO EMBEBIDO/EMBEBIDO .....	64
5.2.2.2. VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA LAJE.....	66
5.2.2.3. VARIAÇÃO DA DO VÃO .....	69
<b>5.3. CARREGAMENTOS HORIZONTAIS</b> .....	71
5.3.1. PILAR NÃO EMBEBIDO/EMBEBIDO .....	71
5.3.2. VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA LAJE.....	72
5.3.3. VARIAÇÃO DO VÃO .....	73
5.3.4. VARIAÇÃO DA LARGURA DE LAJE.....	73
<b>6. CONCLUSÕES</b> .....	75
<b>6.1. CONCLUSÕES GERAIS</b> .....	75
<b>6.2. RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	76
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	77

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - Primeira Ponte em Ferro, Ponte de Coalbrookdale .....	1
Figura 1.2 – Tipos de vigas mistas correntes .....	3
Figura 2.1 – Distribuição de tensões na laje comprimida (Castro <i>et al.</i> 2006).....	7
Figura 2.2 – Esquema representativo das distâncias entre pontos de momento nulo e variação de larguras efectivas .....	9
Figura 2.3 – Esquema de Larguras Efectivas para a Viga tramo a tramo (acções verticais). .....	9
Figura 2.4 – Largura efectiva de uma laje mista para acções horizontais (Eurocódigo 8,1998). .....	10
Figura 2.5 – Tipo de Pilar (Eurocódigo 8,1998). .....	10
Figura 2.6 – Deformada de uma viga simplesmente apoiada sujeita a uma acção uniforme.....	11
Figura 2.7 – Deformada de duas secções próximas da viga da Figura 2.6 .....	12
Figura 3.1 – Dimensões do perfil metálico (mm). .....	17
Figura 3.2 – Modelo A (perfil metálico modelado com elementos de casca).....	18
Figura 3.3 – Modelo B (viga metálica com elementos de volume). .....	19
Figura 3.4 – Deformada transversal de uma viga mista com 3 vigas metálicas. ....	20
Figura 3.5 – Condição de continuidade da laje consideradas no ANSYS.....	20
Figura 3.6 – Secção transversal do pilar metálico (mm). .....	21
Figura 3.7 – Deformada de um pórtico 2D para acções verticais .....	22
Figura 3.8 – Condições de apoio.....	22
Figura - 3.9 - Deformada de um pórtico 2D para acções horizontais. ....	24
Figura 3.10 – Exposição das condições fronteira do modelo .....	25
Figura 3.11 – Pórtico misto .....	26
Figura 4.1 – Deformada para a laje de largura 1.5m.....	29
Figura 4.2 – Deformada para a laje de largura 2.5m.....	30
Figura 4.3 – Deformada para a laje de largura 3.5m.....	31
Figura 4.4 – Largura de laje efectiva como função do comprimento da viga.....	33
Figura 4.5 – Largura de laje efectiva como função da largura de laje .....	35
Figura 4.6 - Deformada para a laje de largura 1.5m .....	38
Figura 4.7- Deformada para a laje de largura 2.5m .....	39
Figura 4.8 - Deformada para a laje de largura 3.5m .....	40
Figura 4.9 – Diagrama de momentos flectores para uma carga pontual a meio vão .....	41
Figura 4.10 – Deformada do modelo 3D para a laje de 2.5m de largura .....	42

Figura 4.11 – Variação da inércia mista em cada secção do vão.....	42
Figura 4.12 – Relação entre a largura efectiva (função da laje) e a flecha.....	45
Figura - 4.13 – Perfil longitudinal do modelo de barras do EC4 .....	45
Figura 4.14 – Deformada para a laje de largura 1.5m.....	46
Figura 4.15 – Deformada para a laje de largura 2.5m.....	47
Figura 4.16 – Deformada para a laje de largura 3.5m.....	48
Figura 4.17 – Diagrama de momentos flectores para a laje de 2.5metros .....	49
Figura 4.18 – Curvaturas para o primeiro tramo da viga, laje com largura de 2.5metros. ....	50
Figura 4.19 – Variação da inércia para um tramo da viga mista.....	51
Figura 5.1 – Distância para pontos de momentos nulos considerados ( $L_e$ ). ....	56
Figura 5.2 – Deformada para Pilar Não Embebido/Embebido (carga uniforme). ....	57
Figura 5.3 – Comparação da deformada para cada tipo de pilar com o Eurocódigo 4 (carga uniforme).....	58
Figura 5.4 – Comparação da deformada para cada tipo de laje (carga uniforme).....	59
Figura 5.5 – Deformada para o modelo base 3D, espessura 120mm (carga uniforme). ....	59
Figura 5.6 – Deformada para a espessura de laje 140mm (carga uniforme). ....	60
Figura 5.7 – Deformada para a espessura de laje 160mm (carga uniforme). ....	60
Figura 5.8 – Deformada para a espessura de laje 180mm (carga uniforme). ....	61
Figura 5.9 – Deformada da viga mista com um vão de 5m (carga uniforme).....	62
Figura 5.10 – Deformada da viga mista com um vão de 8m (carga uniforme). ....	63
Figura 5.11 – Deformada para Pilar Não Embebido/Embebido (carga pontual).....	65
Figura 5.12 – Comparação da deformada para cada tipo de pilar com o Eurocódigo 4 (carga pontual).....	66
Figura 5.13 – Deformada para o modelo base 3D, espessura 120mm (carga pontual). ....	67
Figura 5.14 – Deformada para o modelo base 3D, espessura 140mm (carga pontual) .....	67
Figura 5.15 – Deformada para o modelo base 3D, espessura 160mm (carga pontual) .....	68
Figura 5.16 – Deformada para o modelo base 3D, espessura 180mm (carga pontual). ....	68
Figura 5.17 – Deformada da viga mista com um vão de 5m (carga pontual).....	69
Figura 5.18 – Deformada da viga mista com um vão de 8m (carga pontual).....	70
Figura 5.19 – Distância entre pontos de momentos nulos ( $L_e$ ). ....	71

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Valores de $B_{e,i}$ a considerar para o cálculo da Inércia mista. ....	11
Quadro 3.1 – Propriedades dos materiais. ....	16
Quadro 3.2 – Flecha a meio vão para uma viga metálica simplesmente apoiada .....	18
Quadro 3.3 – Flecha a meio vão para a viga mista simplesmente apoiada .....	19
Quadro 3.4 – Flecha a meio vão do pórtico metálico para uma acção pontual .....	23
Quadro 3.5 – Flecha a meio vão do pórtico metálico para uma acção distribuída. ....	23
Quadro 3.6 – Flecha a meio vão do pórtico metálico para uma acção distribuída. ....	23
Quadro 3.7 – Flecha a meio vão do pórtico metálico para uma carga pontual.....	24
Quadro 3.8 – Deslocamento horizontal no topo dos pilares.....	25
Quadro 4.1 – Largura efectiva utilizada em cada modelo de barras com 1 tramo .....	28
Quadro 4.2 – Acções aplicadas a cada modelo .....	28
Quadro 4.3 – Resultados para a viga mista com 1.5 metros largura de laje .....	29
Quadro 4.4 – Resultados para a viga mista com 2.5 metros de largura de laje.....	30
Quadro 4.5 – Resultados para a viga mista com 3.5 metros de largura de laje.....	32
Quadro 4.6 – Largura efectiva expressa em função do vão da viga .....	34
Quadro 4.7 – Largura efectiva expressa em função da largura da laje. ....	35
Quadro 4.8 – Largura efectiva utilizada no Modelo 1 e relação do Modelo 1 com as Figuras 4.4 e 4.5. ....	36
Quadro 4.9 – Flechas obtidas a meio vão com condição de continuidade da laje.....	36
Quadro 4.10 – Largura efectiva no Modelo 1 tendo em conta a condição de continuidade da laje. ....	37
Quadro 4.11 – Largura efectiva utilizada em cada modelo de barras com 1 tramo. ....	38
Quadro 4.12 – Resultados para a viga mista com 1.5 metros largura de laje.....	39
Quadro 4.13 – Resultados para a viga mista com 2.5 metros largura de laje.....	40
Quadro 4.14 – Resultados para a viga mista com 3.5 metros largura de laje.....	41
Quadro 4.15 – Largura efectiva utilizada no Modelo 2.....	43
Quadro 4.16 – Largura efectiva utilizando condições continuidade. ....	44
Quadro 4.17 – Propriedades do Modelo EC4 com inércia variável.....	45
Quadro 4.18 – Resultados para a viga mista com 2.5 metros largura de laje.....	46
Quadro 4.19 – Resultados para a viga mista com 2.5 metros largura de laje.....	47
Quadro 4.20 – Resultados para a viga mista com 3.5 metros largura de laje.....	48
Quadro 4.21 – Resultados do momento flector em cada secção.....	50
Quadro 4.22 – Largura efectiva utilizada no Modelo 3.....	52

Quadro 4.23 - Largura efectiva utilizando Condições Fronteira.....	53
Quadro 5.1 – Quadro síntese .....	55
Quadro 5.2 – Modelo de base.....	56
Quadro 5.3 – Resultados obtidos para meio vão da viga .....	58
Quadro 5.4 – Comparação dos deslocamentos a meio vão para diferentes espessuras de lajes .....	61
Quadro 5.6 – Largura efectiva em cada elemento de barra de inércia constante .....	62
Quadro 5.7 – Comparação dos deslocamentos a meio vão para diferentes vãos.....	63
Quadro 5.8 – Comparação dos deslocamentos a meio vão para diferentes larguras de lajes. ....	64
Quadro 5.9 – Comparação de deslocamentos a meio vão .....	66
Quadro 5.10 – Comparação dos deslocamentos a meio vão para diferentes espessuras de lajes .....	69
Quadro 5.11 – Comparação dos deslocamentos a meio vão para diferentes vãos .....	71
Quadro 5.12 - Deslocamentos e rigidezes quanto ao tipo de pilar (acção horizontal).....	72
Quadro 5.13 - Resultados para as diferentes acções .....	72
Quadro 5.14 – Resultados para a variação da espessura (acção horizontal). ....	72
Quadro 5.15 - Comparação entre o modelo de barras e o modelo 3D (acção horizontal).....	73
Quadro 5.16 – Resultados para diferentes vãos (acção horizontal). ....	73
Quadro 5.17 – Resultados para diferentes larguras de laje (acção horizontal). ....	74



## INTRODUÇÃO

### 1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA

A Revolução Industrial teve em Inglaterra início no século XVIII, com a mecanização dos sistemas de produção. Como sequência directa, os produtos siderúrgicos tornaram-se mais competitivos e o ferro fundido passou a ser utilizado na construção de pontes. A primeira ponte a ser construída em ferro fundido data de 1779, tendo sido baptizada pelo nome do material que a constitui “Ironbridge” (ponte de ferro) por Abraham Darby III em Coalbrookdale, Inglaterra representada na Figura 1.1.



Figura 1.1 - Primeira Ponte em Ferro, Ponte de Coalbrookdale

No pós-guerra, a necessidade de reconstruir rapidamente um elevado número de pontes, propiciou o aparecimento de pontes em viga de alma cheia ou em caixão. Desenvolveram-se, também, os tabuleiros de aço ortotrópica (secção em caixão) e de uma forma geral a engenharia de pontes metálicas percorre uma época de grandes avanços científicos e tecnológicos nesta área.

Realça-se o trabalho efectuado pelo francês Gustavo Eiffel em Portugal, a construção da ponte D. Maria Pia. Uma ponte em ferro com um só arco, que faz a ligação entre a cidade do Porto e de Gaia, que entrou ao serviço no dia 4 de Novembro de 1877.

Antes do aparecimento da Expo 98, em Portugal, eram poucas as construções civis com estruturas de aço. Até essa altura estava presente e difundida a ideia de que o aço era um material de maior custo, com maior complexidade na elaboração de projectos e na própria execução, e que não se adaptaria tão bem como o betão armado, ao nosso ambiente e capacidade de resposta. O facto de o betão ser um material bastante moldável antes de endurecer, permite com grande facilidade a execução de superfícies curvas e complexas, tornando-se a sua prática e utilização mais simples. Em contrapartida, as estruturas metálicas eram tidas como de difícil adaptação à construção de lajes. Neste caso, os pórticos de aço estariam sujeitos a verificações nos nós, o que exigiria métodos de corte, furação, soldadura e mão-de-obra especializada. Para além disso, entre estas causas apresentadas, identificava-se, ainda, que a regulamentação existente na área do projecto e execução era desadequada ou mesmo inexistente. O aparecimento dos Eurocódigos veio implementar a regulamentação necessária para dar apoio à realização fundamentada de projectos e execução de estruturas metálicas e mistas.

O sector da construção metálica em Portugal foi fortemente estimulado e propulsionado pela organização da Expo 98, que permitiu aos portugueses observarem, aço aplicado extensivamente em construções diferentes e com um enorme impacto visual.

Posteriormente, com a atribuição da organização do campeonato da Europa de futebol, surgiu uma nova oportunidade para criar uma montra de estruturas de excepção. Verifica-se que a opção dos projectistas para conceber a cobertura dos vários estádios de futebol incide em estruturas metálicas. O facto de se ter conseguido responder às necessidades de resistência estrutural, com capacidade para vencer grandes vãos em consola, evita a necessidade de se implementarem pilares para suportar a cobertura, contribuindo para uma completa desobstrução do campo visual dos diversos lugares dos estádios.

Esta tipologia de estruturas possibilita rapidez ao nível da execução e uma grande flexibilidade de organizar espaços, sendo umas das principais razões para que as estruturas metálicas tenham conquistado uma cota de mercado apreciável em edifícios industriais e espaços comerciais. Para que a utilização das estruturas metálicas seja vulgarizada é necessário que seja implementada em edifícios de habitação.

## **1.2.CONTEXTO DO TRABALHO**

Uma viga mista é um elemento estrutural constituído, no mínimo, por dois materiais diferentes. O objectivo principal em combinar elementos de natureza diferente é possibilitar o aproveitamento das principais características e propriedades mecânicas que cada material possui. As vigas mistas com maior utilidade são as de aço-betão sendo contudo, também, possível, substituir o elemento metálico por madeira (madeira-betão). A optimização de uma viga deste tipo passa por retirar o maior partido possível do bom comportamento revelado pelo betão para resistir esforços de compressão e da madeira ou aço para suportar esforços de tracção. Esta associação entre cada um dos materiais é garantida por meio da utilização de elementos metálicos denominados de conectores, que impedem o deslizamento entre os dois materiais, obrigando a secção a resistir a esforços de flexão como um todo. Relativamente ao tipo de viga metálica utilizada esta pode ser de dois tipos, que estão relacionados com a sua concepção. Para situações correntes, como na construção de edifícios de múltiplos andares (residenciais ou comerciais) ou tabuleiros de pontes mistas de pequenos vãos, são utilizados perfis laminados correntes (PLC). Neste caso para estes perfis metálicos as suas dimensões obedecem a um conjunto de normas devidamente homologadas. Em estruturas especiais como pontes/viadutos, em que são utilizadas vigas metálicas não standardizadas utilizam-se perfis reconstituídos soldados (PRS).

As vigas mistas mais utilizadas na construção de edifícios de múltiplos andares encontram-se representadas na Figura 2.1.

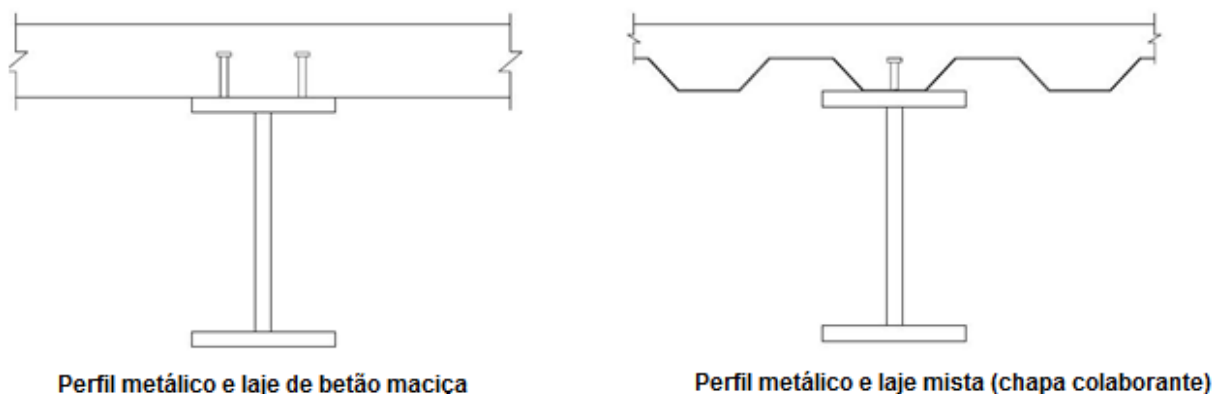


Figura 1.2 – Tipos de vigas mistas correntes.

### 1.3.OBJECTIVOS

O objectivo e desafio principal deste trabalho será analisar e compreender a forma como variam as tensões instaladas na laje de betão, quando uma determinada viga mista (aço-betão) se encontra sujeita a esforços de flexão. O facto de existirem deformações por corte significativas, perpendicular ao plano da laje, induz para cada secção uma distribuição não-uniforme das tensões normais instaladas na laje, designando-se este fenómeno por “efeito shear-lag”.

A determinação das propriedades mecânicas da secção mista torna-se impraticável para uma situação deste tipo. A resolução deste problema, passa essencialmente em admitir apenas uma porção da largura de laje existente, que seja capaz de mobilizar a mesma força instalada na laje, quando sujeita a uma distribuição uniforme de tensões. Surge neste enquadramento a definição de largura efectiva ( $b_{eff}$ ) ou largura de laje mobilizada na deformação.

O trabalho que irá ser apresentado tem ainda como propósito e meta compreender de que forma pode variar a largura efectiva em diferentes vigas mistas quando sujeitas a diversos tipos de carregamento.

### 1.4. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O texto desta dissertação encontra-se organizado em 6 capítulos, sendo o presente capítulo introdutório.

No Capítulo 2 apresenta-se uma revisão da literatura existente. Para cumprir e executar esta fase do trabalho da dissertação, foram consultados diversos artigos científicos e uma tese de doutoramento. Encontra-se, ainda, contemplada uma breve descrição de valores regulamentares para definição da largura efectiva, tais como previstos nos Eurocódigos.

No Capítulo 3 é feita uma descrição detalhada dos vários modelos numéricos desenvolvidos na realização deste trabalho, bem como alguns testes realizados que permitiram validar cada um dos modelos.

No Capítulo 4 apresentam-se os resultados conseguidos para diferentes vigas simplesmente apoiadas. Incluiu-se também, uma aplicação de um método proposto pelo autor para o cálculo de larguras efectivas em vigas mistas.

No Capítulo 5 são apresentados e explicados os resultados obtidos para diferentes vigas mistas inseridas num pórtico. Neste sentido, foram concebidos diversos modelos onde se pretendeu estudar a variação da largura efectiva em função dos diversos parâmetros (estudo paramétrico).

Por último, no Capítulo 6 e em jeito de conclusão, serão apresentadas as ilações referentes ao trabalho realizado, bem como uma súpula das principais considerações e pontos a destacar que resultam do estudo, pesquisa, análise e concepção desta dissertação.

## REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo incidirá sobre o resumo de várias propostas apresentadas por diferentes autores no que diz respeito à análise de larguras efectivas. No sentido de cumprir este objectivo procedeu-se à realização da revisão da literatura em três partes. Numa primeira fase, serão abordadas informações relativamente a estudos realizados em estruturas de betão armado, seguindo-se, na segunda parte, a exposição de estudos referentes a estruturas aço-betão, e a terceira parte contemplará a consulta de valores regulamentares.

### 2.2. VIGAS DE BETÃO ARMADO

Na sequência do levantamento de informação relativa a larguras efectivas em estruturas de betão, surge uma proposta cuja publicação remonta a 1984, onde se abordou a influência que a rigidez de uma ligação (viga/pilar) pode ter na determinação da largura efectiva. A abordagem levada a cabo por Darvall e Allen (1984) foi efectuada, comparando resultados obtidos sem e com a presença de capitel em pilares e ainda considerando diferentes espessuras para os diferentes capiteis. O modelo desenvolvido pretendeu descrever o comportamento de uma laje situada num vão interior sujeita a acção horizontal, onde as dimensões da laje correspondem à área de influência da acção vertical que é transmitida ao pilar. A obtenção de coeficientes que possibilitam a determinação da largura efectiva, para as diferentes geometrias do pilar e capitel, foram determinadas pela razão entre a rotação de uma viga com uma dada largura efectiva e a rotação da laje em estudo. Deste modo, foram obtidos coeficientes, que permitiram determinar em função de cada dimensão da laje, a largura de laje mobilizada.

Robertson (1997) estudou o comportamento de lajes maciças sujeitas ao esforço combinado de acções laterais e gravíticas. Para a realização de tal feito, contou com um modelo protótipo, para o qual já eram conhecidos à partida diversos resultados de vários testes (Força vs Deslocamentos). A metodologia para a análise da informação conhecida passou por elaborar dois modelos porticados, o método da largura efectiva (MLE) e o método do elemento equivalente (MEE). No primeiro método referenciado são tidos em conta dois factores correctivos no cálculo da largura efectiva, que dependem respectivamente do vão e do estado de fissuração da laje. Para o segundo caso (MEE) foi concebido de acordo com o ACI Building Code. Após a discussão dos resultados obtidos, o autor sublinha a importância de se considerar no estudo de larguras efectivas, o estado de fissuração em que se encontra o betão, quer para momentos positivos quer para momentos negativos.

Mais recentemente, Choi e Song (2005) preocuparam-se com a determinação de larguras efectivas em lajes maciças sujeita à acção do peso próprio e acções laterais. Este trabalho consistiu, numa primeira fase, na determinação de larguras efectivas elásticas, seguindo-se posteriormente para uma análise não-linear. No decorrer desta investigação foram tidos em conta diversos parâmetros tais como, a geometria dos pilares, fissuração da laje de betão, fluência e retracção. Da análise dos vários resultados obtidos, onde foram comparadas as soluções obtidas com larguras efectivas elásticas e não elásticas, os autores propõem que seja determinada a largura efectiva elástica afectada por um coeficiente redutor de rigidez. Demonstra que a aplicação dos coeficientes redutores na análise elástica, consegue descrever, em bom rigor, o comportamento de uma estrutura idealizada em laboratório. De modo análogo, foi realizado um estudo para acções horizontais, onde se pretendeu essencialmente evidenciar os bons resultados obtidos entre o modelo com coeficientes redutores de rigidez e o modelo real.

No mesmo ano surge uma outra publicação por Dovich e Wight (2005), onde se efectuou um estudo em estruturas de betão armado, algo semelhante ao trabalho realizado por Choi e Song (2005) tendo em conta a presença de capitel. A investigação levada a cabo teve como objectivo avaliar a largura efectiva para o cálculo de resistências e de rigidezes. Na concretização deste trabalho, os autores contaram com a elaboração de um modelo à escala 1/3 e de um software de cálculo capaz de ter em conta a não linearidade dos materiais. Para simular o comportamento da estrutura sujeita a carregamentos horizontais (acção sísmica) foi utilizado um teste Pushover. O respectivo teste consistiu em aplicar uma determinada força ao modelo e analisar a resposta do mesmo. Os parâmetros que merecem maior destaque para estes autores são, o nível de relação geométrica existente entre cada dimensão do painel de laje e a dimensão do pilar. Em segundo lugar, foi efectuada distinção quanto ao tipo de pilar (pilar de canto, pilar de bordo e pilar interior) e, por último, mas não menos importante, o estado de fendilhação do betão.

### 2.3. VIGAS MISTAS AÇO-BETÃO

Desde 1920, alguns investigadores debruçaram-se em compreender o “efeito Shear-Lag” que ocorre simultaneamente para vigas de betão em forma de T, como para vigas mistas de aço-betão.

Desde então foram concebidos vários testes em vigas mistas por Chapman e Balakrishnan (1964). Estes estudos praticados permitiram compreender melhor o funcionamento estrutural do elemento misto (aço-betão), que viriam a ser utilizados posteriormente em simulações numéricas (Yam e Chapman, 1968;1972). Destaca-se, por exemplo, o estudo de Barnard e Johnson (1965) que analisaram uma viga mista simplesmente apoiada recorrendo a investigações numéricas, onde os esforços realizados culminaram num método simplificado para o cálculo plástico de secções mistas.

Alguns anos mais tarde, Adekola (1974) baseado no mesmo tipo de análise (numérica), demonstra a influência que os elementos de ligação (conectores) utilizados têm na determinação da largura efectiva elástica. As conclusões retiradas do seu trabalho revelam que a largura de laje mobilizada depende ainda fortemente das proporções da laje (comprimento e largura) e do tipo de carregamento. Admite também que para estados limites de serviço a largura efectiva utilizada para verificação de flechas e cálculo de tensões em serviço pode ser considerada igual.

Johnson and Hope-Gill (1976) analisaram uma viga mista contínua (três tramos), verificando que a análise plástica (redistribuição de momentos negativos) pode ser aplicada a vigas mistas, tendo em atenção a capacidade de rotação da secção mista. Três anos depois, Rotter and Ansourian (1979) investigaram o comportamento da secção transversal e propuseram um coeficiente de ductilidade ( $\gamma$ )

para vigas mistas, classificando-as como dúcteis ou frágeis. Da investigação elaborada juntamente com resultados obtidos experimentalmente para uma viga mista com seis tramos, permitiram aos autores concluir que a teoria plástica pode ser aplicada a vigas contínuas.

Na década de 90, Johnson (1994) afirma que é possível usar a largura efectiva de forma a tirar partido da sua utilização na resistência ao corte da secção mista, retirando partido do contributo da laje para resistir a esforços de corte.

Um ano depois, Kemp et al. (1995) do estudo da capacidade de rotação de vigas metálicas e vigas mistas, concluiu que a capacidade de rotação de uma secção é superior para momentos positivos que momentos negativos. Outro parâmetro estudado que demonstrou ter influência na deformação de uma viga, é a proporção do vão e a configuração da acção.

Mais recentemente Castro *et al.* (2006), baseados no facto de não existir nenhuma definição *standard* para o cálculo da largura efectiva que fosse aceitável para cobrir todas as situações, estes autores apresentam uma proposta distinta, relacionada com a rigidez da viga mista.

Da avaliação efectuada ao nível das tensões mobilizadas longitudinalmente na laje ( $\sigma_x$ ), a largura efectiva é considerada com a largura de laje que é capaz de sustentar a mesma força, caso a distribuição de tensões na laje seja uniforme (ver Figura 2.1).

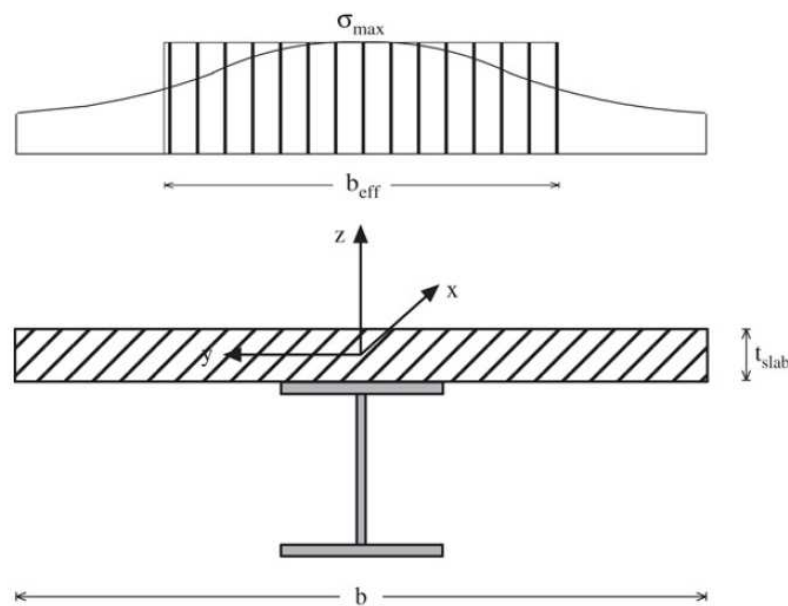


Figura 2.1 – Distribuição de tensões na laje comprimida (Castro *et al.*,2006).

Conhecida uma função que descreve o desenvolvimento das tensões na secção transversal da laje é então possível determinar a área descrita integrando essa mesma função. A área obtida pelo cálculo do integral tem de ser equivalente, à área definida pela largura efectiva com a tensão máxima ( $\sigma_{máx}$ ), como sugerido na Figura 2.1.

Matematicamente falando tem-se que:

$$b_{eff} = \frac{1}{[\sigma(x)]_{y=0}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \sigma(x) dy . \quad (2.1)$$

Relativamente a este caso fica em aberto onde devem ser efectuadas as leituras das tensões na laje, uma vez que ao longo da espessura da laje o “efeito shear-lag” não é constante.

A abordagem apresentada pelos autores, consiste em determinar a largura efectiva em vigas mistas envolvendo o cálculo da localização do eixo neutro. Com base num modelo numérico são determinadas as extensões em cada um dos banzos da viga metálica, onde relacionadas com a altura do perfil obtêm-se as curvaturas ( $\gamma$ ) da secção mista.

É importante salientar que a largura efectiva obtida através de duas metodologias distintas, pode ser substancialmente diferente como foi demonstrado por Brosnan e Uang (1995).

## 2.4. VALORES REGULAMENTARES

### 2.4.1 – DETERMINAÇÃO DE LARGURAS EFECTIVAS SEGUNDO O EC4 (ACÇÕES VERTICAIS)

As propostas apresentadas no regulamento para determinação da largura efectiva, são parte integrante do estudo. Dessa forma, considera-se prudente, fazer uma breve descrição da determinação de larguras efectivas segundo o Eurocódigo 4 (CEN,2004).

- Para secções a meio vão e apoios interiores

$$B_{eff} = b_0 + \sum b_{ei} \quad (2.2)$$

- Para secções em apoios de extremidade

$$B_{eff} = b_0 + \sum \beta_i \times b_{ei} \quad (2.3)$$

Em que  $\beta_i$  pode ser determinado pela Equação 2.4, tendo em atenção que não poderá ser superior à unidade.

$$\beta_i = (0.55 + 0.025 \times L_e/b_{ei}) \leq 1.0 \quad (2.4)$$

A Figura 2.2 representa uma secção mista (figura à direita), com os vários parâmetros que são necessários ao cálculo da largura efectiva ( $B_{eff}$ ). A distância compreendida entre os centros das linhas de conectores tem a designação de  $b_0$ . Este valor foi considerado nulo, uma vez que não foi tido em conta. A largura efectiva para cada consola de laje ( $b_{ei}$ ), é determinada considerando 12.5% da distância entre pontos de momento nulo na viga.

$$b_{ei} = \frac{L_e}{8} \quad (2.5)$$

Os valores recomendados pelo EC4, para a distância entre pontos de momentos nulos ( $L_e$ ) são apresentados na Figura 2.2.

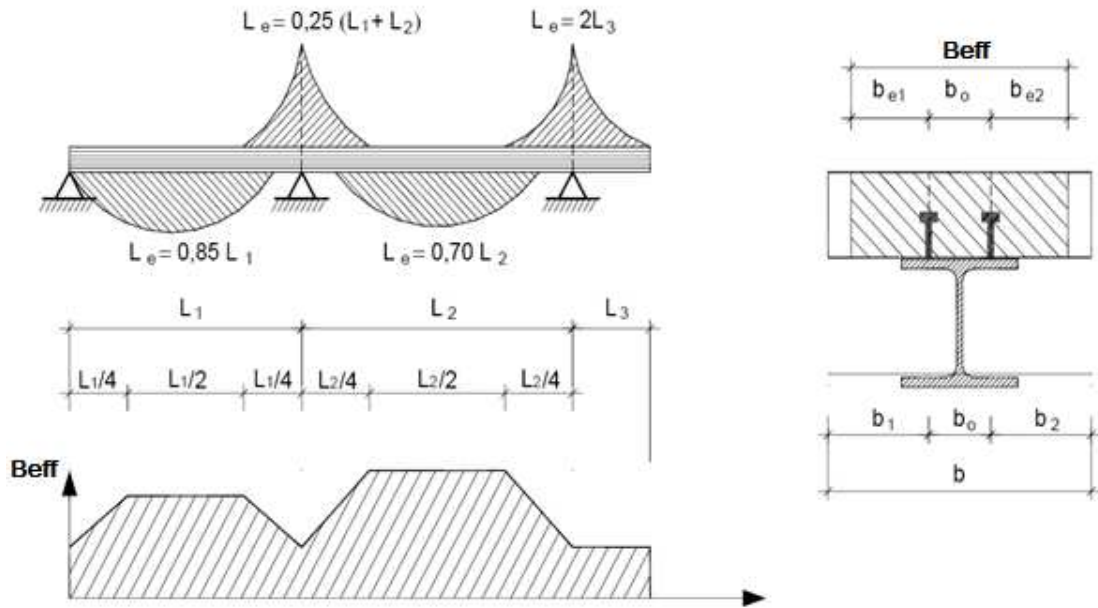


Figura 2.2 – Esquema representativo das distâncias entre pontos de momento nulo e variação de larguras efectivas.

A Figura 2.3 ilustra como deve ser modelada uma viga com vários tramos recorrendo a modelos de barra. A imagem b, representa a largura efectiva para cada uma das secções críticas, quando o momento atinge máximos (positivos e negativos), bem como uma aproximação linear entre estes extremos. A modelação da largura efectiva, para esta situação é praticamente impossível, devido à grande variação para a zona de momentos negativos. A modelação deve ser feita, como se sugere na imagem c, considerando troços constantes.

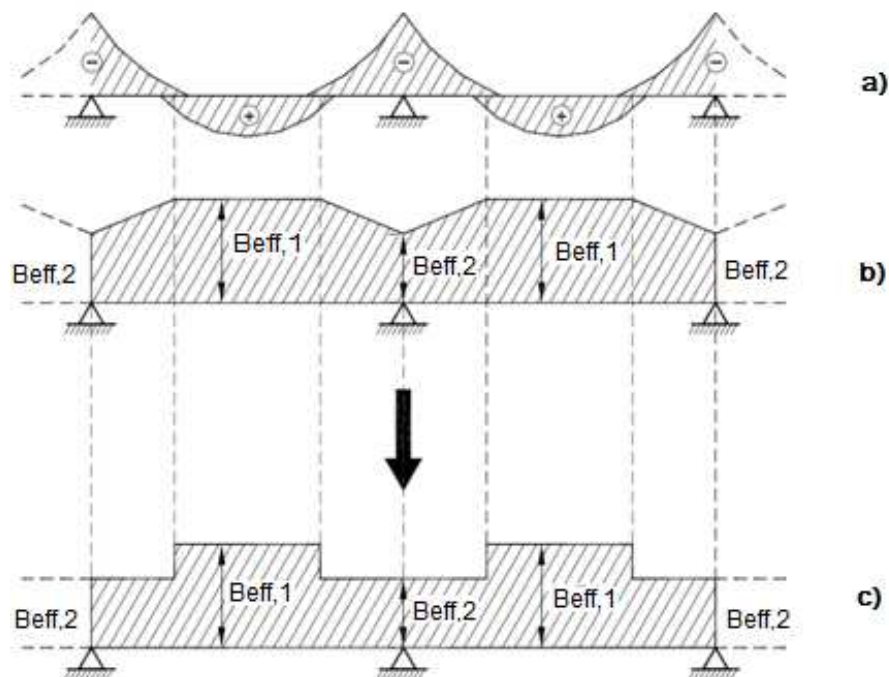


Figura 2.3 – Esquema de larguras efectivas para vigas tramo a tramo (acções verticais).

Numa das cláusulas do EC4 (5.4.1.2 (4)), é permitido que numa análise global elástica de vigas, a largura efectiva possa ser considerada constante ao longo de cada vão. Assim, para vigas simplesmente apoiadas ou contínuas deve-se-á considerar o valor calculado para meio vão,  $B_{\text{eff},1}$  e no caso de consolas deve-se usar o valor calculado no apoio,  $B_{\text{eff},2}$ .

#### 2.4.2 – DETERMINAÇÃO DE LARGURAS EFECTIVAS SEGUNDO O EC8 (ACÇÕES HORIZONTAIS)

A largura efectiva para acções horizontais é determinada recorrendo ao Eurocódigo 8 (CEN,2004). Este regulamento contém, essencialmente cláusulas para o dimensionamento sísmico de edifícios, sendo apresentadas diferentes larguras efectivas consoante se pretenda efectuar uma análise elástica ou simplesmente avaliar a resistência de uma secção.

A largura calculada não deverá exceder a largura de influência da viga metálica, sendo obtida pela soma de  $b_{e1}$  e  $b_{e2}$ , onde cada parâmetro representa a largura de laje efectiva, conforme exemplificado na figura que se segue.

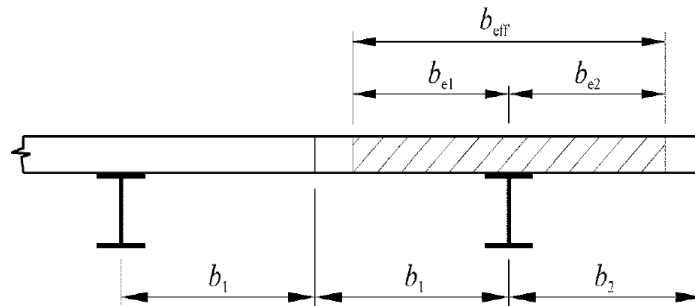


Figura 2.4 – Largura efectiva de uma laje mista para acções horizontais (Eurocódigo 8,2004).

O regulamento tem em conta algumas características da estrutura mista, que influenciam a determinação da largura efectiva, tais como o tipo de pilar (Interior, Exterior) e se possuem elementos na transversal à ligação viga/pilar (Viga metálica presente ou não). A Figura 2.5 representa os aspectos considerados pelo regulamento.

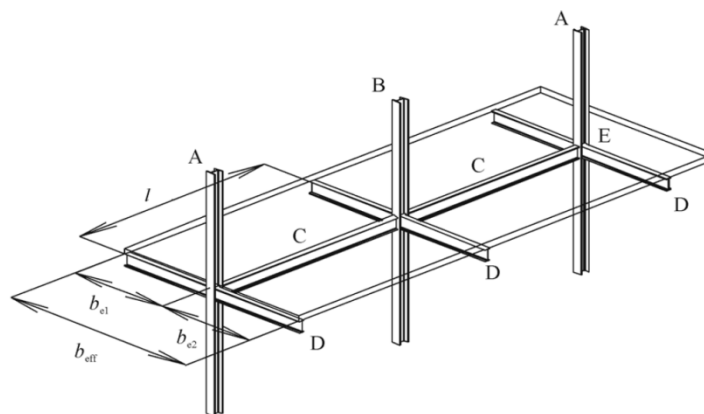


Figura 2.5 – Tipo de Pilar (Eurocódigo 8,2004).

- A Pilar exterior
- B Pilar interior

- C Viga longitudinal
- D Viga transversal
- E Laje em consola

O Quadro 2.1 permite consultar o valor da largura de laje efectiva a considerar para cada situação, em que L representa o vão da viga mista.

Quadro 2.1 – Valores de  $B_{e,i}$  a considerar para o cálculo da Inércia mista.

Be	Elemento Transversal	Be para cálculo de Inércia mista
Pilar interior	Presente ou não presente	Para Momento Negativo: $0.05xL$
Pilar exterior	Presente	Para Momento Positivo: $0.0375xL$
Pilar exterior	Não presente, armadura da laje não ancorada	Para Momento Negativo: 0 Para Momento Positivo: $0.025xL$

Para um dado elemento com diferente rigidez à flexão, deverá ser considerado  $EI_1$  para a parte da viga submetida a momentos positivos e  $EI_2$  para o caso da viga submetida a momentos negativos. Tal como acontece para o Eurocódigo 4, existe a possibilidade de efectuar uma análise considerando uma inércia constante para toda a viga (Equação 2.6), com base na ponderação das duas inércias:

$$I_{eq} = 0.6 \times I_1 + 0.4 \times I_2 \quad (2.6)$$

Note-se que as larguras efectivas previstas no EC4 podem diferir de forma significativa das previstas no EC8.

## 2.5. BREVE DESCRIÇÃO DO MÉTODO DA INTEGRAÇÃO DA ELÁSTICA

Considere-se a viga representada na Figura 2.6 de eixo rectilíneo e secção constante ao longo do seu comprimento. Quando submetida a qualquer força exterior e perpendicular ao seu eixo esta irá deformar-se no plano de aplicação da carga. O interesse particular da determinação da máxima flecha, em vigas sujeitas a determinados carregamentos, está no facto de este ser um parâmetro a controlar na fase de dimensionamento.

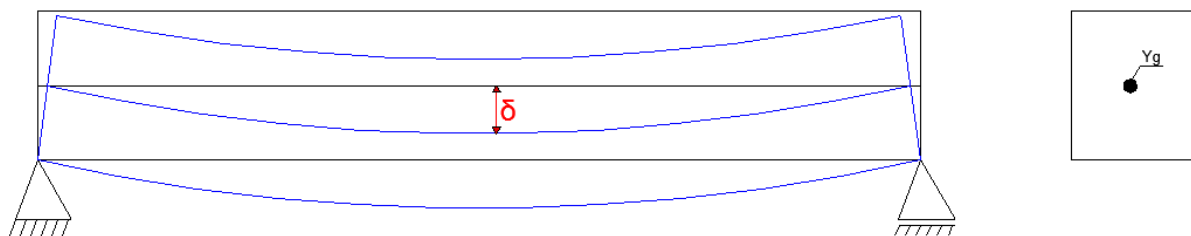


Figura 2.6 – Deformada de uma viga simplesmente apoiada sujeita a uma acção uniforme.

Para se estabelecer a relação da curvatura de uma viga e o momento que provoca essa mesma curvatura, consideram-se duas secções relativamente próximas da viga representada anteriormente. Cada uma das secções está representada na Figura 2.7, pelos segmentos de recta AA' e BB'.

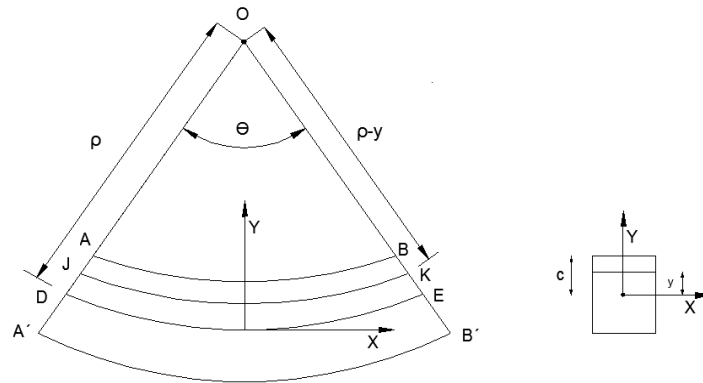


Figura 2.7 – Deformada de duas secções próximas da viga da Figura 2.6

O segmento de recta DE, representativo do eixo neutro da secção indeformada da viga pode ser escrito em função de  $\theta$  e  $\rho$  da seguinte forma.

$$L = DE = \rho * \theta \quad (2.7)$$

De modo análogo, podemos escrever o mesmo para o segmento de recta JK, que representa um conjunto de pontos paralelos ao eixo neutro.

$$L' = JK = (\rho - y) * \theta \quad (2.8)$$

A extensão longitudinal da viga ( $\epsilon_x$ ) é o quociente entre a variação do comprimento ( $\Delta L$ ) e o seu comprimento inicial.

$$\epsilon_x = \frac{\Delta L}{L} = \frac{(\rho - y) * \theta - \rho * \theta}{\rho * \theta} = \frac{-y\theta}{\rho * \theta} = -\frac{y}{\rho} \quad (2.9)$$

A secção da viga analisada apresenta uma curvatura com concavidade voltada para cima no referencial xy, o que induz na secção compressões para as fibras localizadas acima do eixo neutro. Daí o aparecimento do sinal negativo na expressão da extensão longitudinal.

Admitindo que as secções se mantêm planas, após a sua deformação, é então válido dizer que as extensões longitudinais ( $\epsilon_x$ ) variam linearmente com a distância y à superfície do eixo geométrico.

A maior deformação longitudinal de compressão ocorre para o maior valor de  $y$ . Chamando a esse ponto de  $c$  e expressando por  $\varepsilon_m$  o seu valor máximo de deformação, temos que

$$\varepsilon_m = \frac{c}{\rho} \quad (2.10)$$

A curvatura de uma viga ( $y''$ ) no domínio das pequenas deformações pode ser determinada como o inverso do raio de curvatura ( $\rho$ ). Tendo presente a Lei Hook, é de fácil compreensão a dedução que se apresenta de seguida

$$\sigma = E * \varepsilon_m \quad (2.11)$$

e

$$\sigma = \frac{M}{I} * c \quad (2.12)$$

Igualando (2.11) a (2.12), vem que

$$\frac{M}{I} * c = E * \frac{c}{\rho} \quad (2.13)$$

$$y'' = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{E * I} \quad (2.14)$$

Com base nesta expressão será possível determinar larguras efectivas de vigas mistas recorrendo às curvaturas obtidas através de análises numéricas tri-dimensionais.



**MODELAÇÃO  
ESTRUTURAS  
MISTAS****NUMÉRICA  
METÁLICAS****DE  
E****3.1. BREVE HISTÓRIA DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

No domínio da investigação, a análise de problemas contínuos tem cabido a duas diferentes entidades, nomeadamente aos matemáticos e aos engenheiros. Cada um desempenha as suas tarefas separadamente, aos matemáticos compete-lhes a tarefa de aperfeiçoar o desenvolvimento de técnicas aplicáveis às equações diferenciais que regem o problema, tais como: diferenças finitas e o método dos resíduos pesados. Será da competência do engenheiro efectuar a análise dos meios contínuos por resolução dos sistemas de equações de derivadas, efectuando a aproximação de uma forma mais intuitiva criando analogias entre elementos discretos e parcelas de domínio contínuo.

Não será necessário recuar muito no tempo para identificar quando surgiram as primeiras abordagens sobre o Método dos Elementos Finitos (MEF). Conforme é referenciado por alguns autores, coube a Clough (1960), tal feito. Toda a formulação e técnicas que se conhecem nos dias de hoje tiveram como ponto de partida os conceitos formulados por Clough. Ainda assim, os grandes passos que conduziram ao formato actual, surgiram essencialmente, no início dos anos 70. É por esta altura que aparecem os primeiros computadores nos centros de investigação, que possibilitam a resolução de grandes sistemas de equações lineares. No final da década de 80, altura em que também surgem os primeiros computadores nas empresas o seu uso torna-se frequente para a maioria dos projectistas de estruturas, demonstrando-se tratar de uma ferramenta essencial para o cálculo estrutural, possibilitando a execução do projecto em menor período de tempo.

**3.2. BREVE DESCRIÇÃO DO PROGRAMA UTILIZADO**

A utilização de um software de cálculo com recurso a elementos finitos foi definida como sendo fulcral para o estudo e desenvolvimento do tema associado a esta dissertação. Assim sendo decidiu-se recorrer ao *software* de elementos finitos ANSYS. O programa reúne uma grande variedade de elementos finitos, dos quais apenas foram utilizados elementos de casca (SHELL63) e elementos de volume (SOLID45). Para comparar os resultados obtidos com este programa, foi utilizado o Ftool na realização de modelos de barra planos (2D).

### 3.3. MODELAÇÃO DE UMA VIGA MISTA ISOLADA

#### 3.3.1 – DESCRIÇÃO DAS PROPRIEDADES DO MODELO.

Este trabalho envolve a construção de vários modelos, sendo definido inicialmente um modelo de base, como o modelo principal. O desenvolvimento dos restantes modelos simplesmente apoiados, têm como sustento para a sua elaboração, o modelo base. As dimensões dos elementos que constituem o modelo, bem como as propriedades dos materiais que o concebem, são em todo semelhantes a um dos artigos referenciados no Capítulo 2. As dimensões apresentadas pelo modelo de Castro *et al* (2006), tiveram uma aceitação imediata devido a um conjunto variado de razões, sendo de destacar o facto de ser possível comparar flechas em cada um dos modelos, permitindo uma fiabilidade no modelo elaborado no ANSYS.

A modelação do elemento metálico surge como o primeiro elemento a ser concebido, a sua secção transversal (Figura 3.1) muito semelhante à versão Europeia de um IPE300, apresenta um vão de 6 metros, um vão com medidas perfeitamente aceitáveis na elaboração de edifícios mistos, sendo também corrente para este tipos de vãos um espaçamento entre vigas metálicas na ordem dos 2 a 3.5 metros. Relativamente ao tipo de construção de lajes mistas, estas podem ser escoradas ou não escoradas. A principal diferença existente entre estes dois tipos de laje, está relacionada com o funcionamento da viga metálica. Para a construção não escorada, vão existir tensões na viga metálica antes do funcionamento como elemento misto. A abordagem da tese vai ser tomada como escorada, resta apresentar as dimensões da secção de betão. Admitindo um afastamento entre vigas metálicas de 2.5 metros, a largura de laje será idêntica, uma vez considerando a sua largura de influência satisfeita como metade da distância entre vigas metálicas para ambos os lados. A laje de 120mm de espessura tem como função, o encaminhamento das forças para as vigas. No Quadro 3.1 que se segue, podem ser consultadas as características dos dois materiais.

Quadro 3.1 – Propriedades dos materiais.

Propriedades	Módulo de Elasticidade (GPa)	Coefficiente de Poisson
Laje de Betão	30	0.2
Viga Metálica	210	0.3

#### 3.3.2 – CONCEPÇÃO DO MODELO.

No estudo da viga mista simplesmente apoiada, foram concretizados dois modelos de análise. A diferença existente entre os dois modelos está apenas presente na concepção da viga metálica, no qual se optou pela utilização de dois tipos de elementos. A parte metálica da viga mista designada por A, é realizada por elementos de casca de 4 nós, com 6 graus de liberdade por cada nó, sendo a sua matriz rigidez de cada elemento de casca 24 por 24. Enquanto que, para o modelo B remeteu-se a utilização de elementos de volume, com 8 nós e 3 graus de liberdade por nó, que perfazem uma matriz de rigidez de 24 por 24 para cada elemento de volume.

Para ambos os modelos citados no parágrafo anterior, preocupou-se que o nível de refinamento das suas malhas fossem semelhantes, isto para se poder fazer comparações entre os dois modelos com coerência. Devido à dificuldade associada de modelar elementos de ligação resistentes ao corte (conectores), o estudo relativo a este parâmetro não é tido em conta na determinação das larguras efectivas. Embora existam estudos efectuados sobre esta matéria como precogonizado por Nie *et al.*(2007), onde é reforçada a importância que os conectores podem ter na determinação da largura

efectiva. A ligação entre os dois materiais é concretizada, admitindo que os nós da laje, que coincidem com os nós do elemento da viga, tenham os mesmos deslocamentos.

### 3.3.2.1 – VIGA METÁLICA.

Neste subcapítulo é esquematizado o desenvolvimento do elemento metálico. A viga, modelada com recurso a elementos de casca, é constituída por três áreas, duas com as mesmas dimensões localizadas ao nível geométrico de cada eixo do respectivo banzo, unidas por uma terceira área representativa da alma da viga. A espessura de cada secção do perfil metálico é introduzida antes da realização da malha de elementos finitos, atribuindo a cada elemento uma dada espessura nos 4 nós que o compõem. Na Figura 3.1, são apresentadas as dimensões do perfil metálico, juntamente com a localização dos elementos de casca do modelo A representada por uma linha a tracejado.

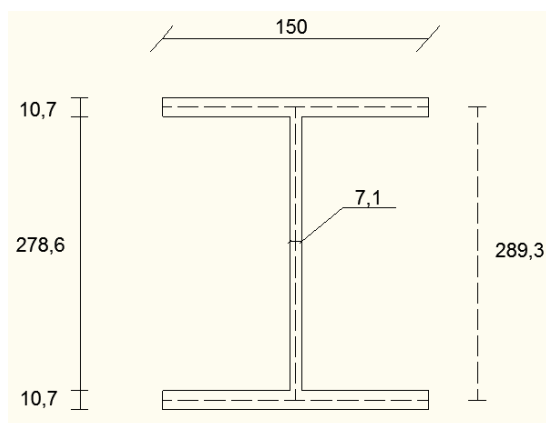


Figura 3.1 – Dimensões do perfil metálico (mm).

A viga metálica do modelo B foi concebida criando três paralelepípedos, dois com a mesma geometria para representar cada banzo e um terceiro para a alma. A secção transversal para os diferentes paralelepípedos é a mesma que a utilizada na secção do perfil metálico referido na Figura 3.1.

Antes de se proceder ao desenvolvimento da laje de betão, foi realizado um ensaio para as diferentes vigas metálicas com a intenção de verificar a existência de alguma anomalia. Ambas as vigas foram sujeitas a uma acção uniformemente distribuída aplicada no banzo superior. As condições fronteira aplicadas aos modelos, pretenderam traduzir o comportamento de uma viga simplesmente apoiada. Para representar adequadamente o comportamento à flexão da viga, as condições de apoio foram aplicadas no centro geométrico do perfil, sendo necessário restringir um dos apoios na direcção longitudinal da viga para que o sistema de equações fosse resolúvel.

O Quadro 3.2 mostra os resultados obtidos para cada um dos modelos, bem como a solução teórica do problema expresso pela Equação 3.1. Para comparar com exactidão os resultados obtidos com a solução teórica, a inércia a introduzir na expressão (3.1) para a viga metálica deve ser a calculada para a Figura 3.1 e não a indicada em tabelas para perfis. Isto porque as tabelas apresentam uma secção maior, devido ao bordo arredondado na ligação entre a alma e o banzo.

$$\delta = \frac{5}{384} \frac{Psd \times l^4}{E \times I_{\text{perfil}}} \quad (3.1)$$

Quadro 3.2 – Flecha a meio vão para uma viga metálica simplesmente apoiada.

Caso	Carga Distribuída (kN/m)	Flecha (mm)
A (casca)	40	40,107
B (volume)	40	40,734
Solução teórica	40	40,184

### 3.3.2.2 – VIGA MISTA.

Analisando a Figura 3.2, onde está representado o Modelo A, podemos ver com exactidão a divisão dos vários elementos. Longitudinalmente a viga mista apresenta-se dividida em 12 partes, o que para esta viga corresponde a ter nós espaçados de meio metro nesta direcção. Na imagem situada à direita, é visível o refinamento efectuado para a zona de ligação dos materiais e é detalhada a divisão dos vários elementos que perfazem o banzos e alma da viga metálica.

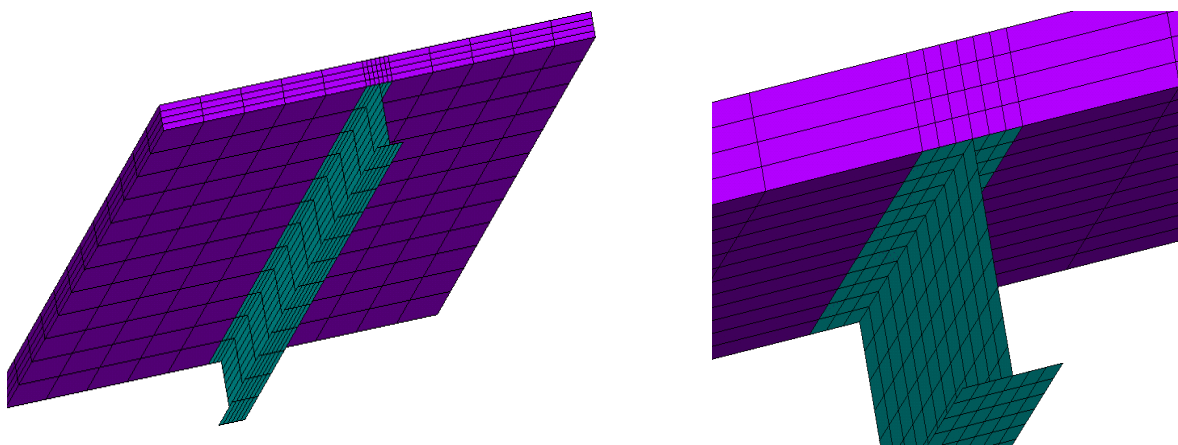


Figura 3.2 – Modelo A (perfil metálico modelado com elementos de casca).

O Modelo B representado na Figura 3.3, apresenta uma única diferença em relação ao modelo anterior que é a utilização dos elementos de volume para representar o perfil metálico. Relativamente às condições de apoio, estas são aplicadas para ambos os modelos no centro geométrico do perfil metálico. Em cada extremidade da viga metálica foram restringidos os deslocamentos verticais e na direcção longitudinal apenas se restringiu um dos apoios. Sendo assim, enquanto a viga mista estiver solicitada a esforços de flexão são permitidos deslocamentos na sua direcção longitudinal.

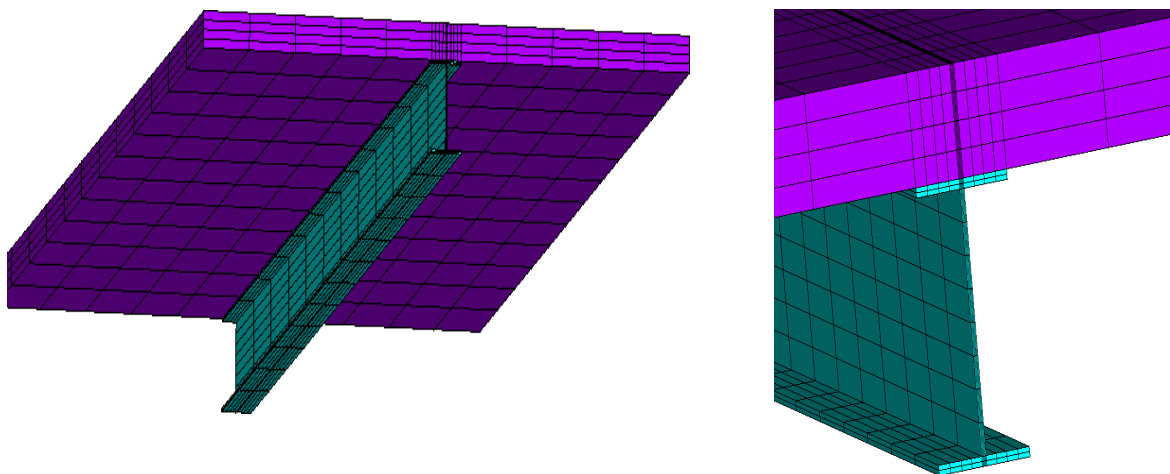


Figura 3.3 – Modelo B (perfil metálico modelado com elementos de volume).

Ambos os modelos foram sujeitos a uma carga uniformemente distribuída, aplicada na superfície da laje e foram registadas as flecha a meio vão da viga, para a fibra inferior do perfil metálico (Quadro 3.3). Entre os Modelos A e B existe uma diferença de 2,16%, sendo que o Modelo A apresenta menor rigidez, evidenciada pela maior deformabilidade que é registada. Esta pequena diferença entre os dois modelos é devida ao facto de no Modelo A, a posição do eixo geométrico da laje se encontrar a uma distância inferior do centro de gravidade da secção mista. Uma vez que, para este caso o perfil metálico é representado por elementos planos (2D) ao nível de cada linha média e a base da laje apoia directamente no banzo, existe uma diferença de posição do eixo geométrico da laje, igual a metade da espessura do banzo.

Quadro 3.3 – Flecha a meio vão para a viga mista simplesmente apoiada.

Modelo	Carga Uniforme (kN/m <sup>2</sup> )	Flecha (mm)
A (casca)	1	0,6599
B (volume)	1	0,6456
Castro et al (2006)	1	0,6182

A comparação dos resultados com a solução apresentada por Castro *et al*, (2006) permite obter uma maior confiança sobre os modelos realizados. O facto de a flecha ser relativamente maior, deve-se ao facto de no referido estudo o autor ter considerado armadura na laje de betão, contribuindo para um ligeiro aumento de rigidez e, por isso, menor deformabilidade.

### 3.4 - MODELAÇÃO DE UMA VIGA MISTA CONTÍNUA COM DOIS TRAMOS IGUAIS

O modelo que descreverá o comportamento de uma viga mista contínua com dois tramos, foi concebido de modo análogo à situação anterior, onde se modelou uma viga mista em que o perfil metálico foi representado com elementos de volume (modelo B). A viga mista é constituída por dois tramos iguais possuindo cada um 6 metros de desenvolvimento, sendo que a malha de elementos finitos definida para este caso é idêntica à criada anteriormente para uma viga isolada.

### 3.5. CONDIÇÃO DE CONTINUIDADE DA LAJE.

A Figura 3.4 representa a deformação transversal de um sistema misto constituído por 3 vigas metálicas e sujeita a uma acção uniformemente distribuída em toda a laje. Para simular a deformada representada na figura através de um modelo de elementos finitos, é necessária a introdução de novos apoios no modelo. O apoio introduzido deverá fazer com que o bordo longitudinal da laje tenha um comportamento idêntico a um encastramento de roletes conforme representado na Figura 3.4.

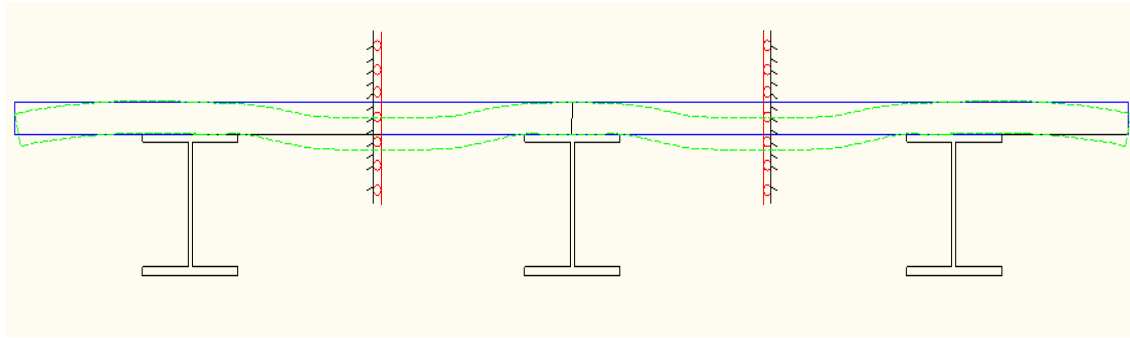


Figura 3.4 – Deformada transversal de uma viga mista com 3 vigas metálicas.

A fim de garantir uma deformada idêntica no modelo, devem-se restringir os deslocamentos de todos os nós do elemento de volume, localizados no bordo longitudinal da laje segundo a direcção perpendicular ao plano longitudinal de flexão da laje. A Figura 3.5 mostra como foram aplicadas as condições fronteira no ANSYS.

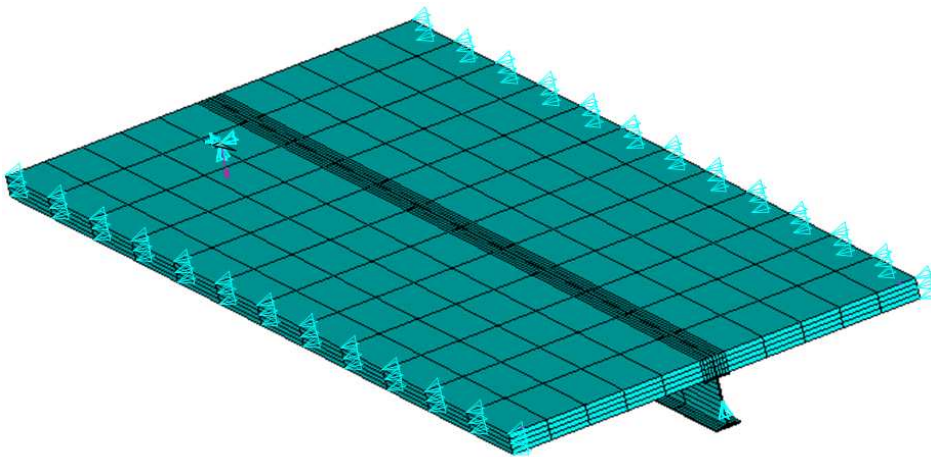


Figura 3.5 – Condição de continuidade da laje considerada no ANSYS.

### 3.6. MODELAÇÃO DE UMA VIGA MISTA INSERIDA NUM PÓRTICO

#### 3.6.1 – ELEMENTOS CONSTITUINTES DO PÓRTICO.

A concepção de vários modelos deste tipo é bastante trabalhosa e dispendiosa em termos de tempo. A solução passa pela elaboração de um programa de cálculo no ANSYS, que permita construir e estudar o comportamento do modelo em função de determinadas variáveis. Em semelhança ao modelo apresentado anteriormente para tramos simplesmente apoiados, foi desenvolvido um modelo base de referência 3D. As propriedades geométricas e materiais da viga mista são as mesmas que consideradas nas secções anteriores. Considerando uma altura de 3 metros entre pisos adjacentes para um edifício corrente, e no caso de se pretender simular o comportamento de apenas um piso, tem que se tomar metade da altura de cada um dos pilares dos dois diferentes pisos que interceptam a laje. O critério seguido para a escolha do perfil metálico que irá representar o pilar, deve ter como base uma comparação entre o módulo de flexão da viga mista e do pilar. O módulo de flexão de um pilar metálico deve ser superior ao módulo de flexão da viga mista, sendo tomado para o presente caso, um incremento de aproximadamente 30% para o pilar. Sabendo que o módulo de flexão de uma viga mista, depende de vários parâmetros que contribuem de forma diferente para o “efeito shear lag”, foi admitido um incremento de 60% ao perfil metálico da viga como contributo da laje para o cálculo do módulo de flexão misto. Após ter em conta as considerações apresentadas foi escolhido um HEB300. Na Figura 3.6 podem ser consultadas as suas dimensões, bem como as dimensões equivalentes a introduzir no software.

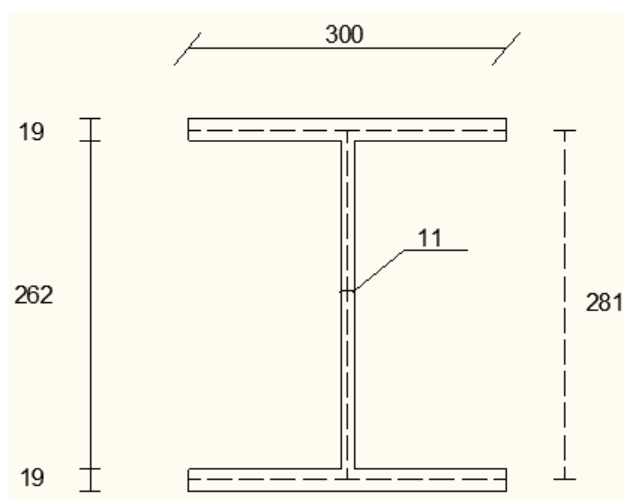


Figura 3.6 – Secção transversal do pilar metálico (mm).

#### 3.6.2– DEFINIÇÃO DA ESTRUTURA METÁLICA QUE CONSTITUI O PÓRTICO PARA ACÇÕES VERTICAIS.

A primeira etapa a realizar no programa desenvolvido para estudar pórticos começa por definir as propriedades dos elementos utilizados. De seguida é então criada a estrutura metálica, tendo-se começado pela viga metálica que vai intersectar o banzo de cada pilar. Foram tidos em conta diversos pormenores de modo a estabelecer uma correspondência directa entre os nós da viga metálica e os nós existentes no banzo do pilar. O modelo pretende traduzir o comportamento de um piso intermédio de uma estrutura mista conforme se representa a tracejado na Figura 3.7.

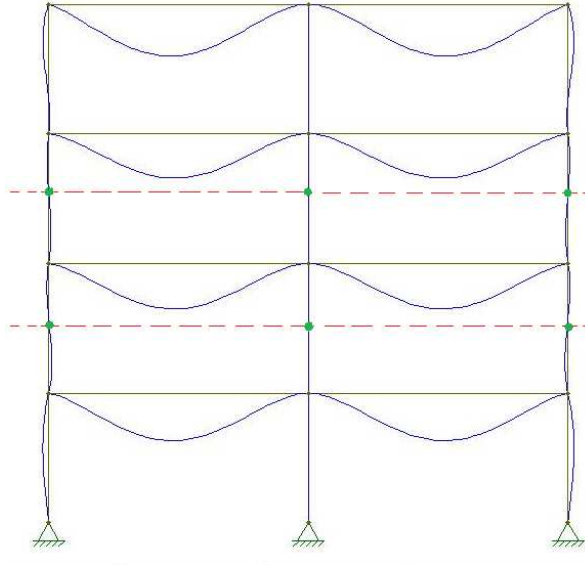


Figura 3.7 – Deformada de um pórtico 2D para acções verticais.

O corte da estrutura definido pela linha a tracejado implica que sejam aplicadas condições de apoio que devem garantir o equilíbrio estático do modelo. É importante que a deformada observada no modelo seja idêntica à representada na Figura 3.7, para isso foram introduzidos apoios duplos a meia altura dos pilares inferiores, enquanto que para os pilares superiores apenas foi restringido o deslocamento horizontal. Foram abordadas duas possibilidades para a concretização dos apoios no modelo 3D. Ambas estão representadas na Figura 3.8. Para o caso esquerdo, apenas foram colocados apoios duplos ao longo de cada banço do perfil metálico. Ao passo que, para o caso referenciado à direita, foi necessário modelar um elemento com rigidez infinita na base do pilar, sendo aplicado no seu eixo geométrico um apoio duplo.

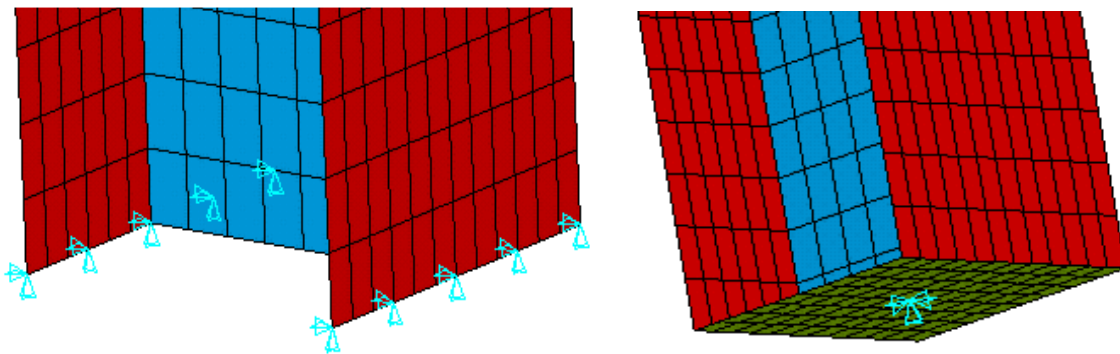


Figura 3.8 – Condições de apoio.

Os dois tipos de condições de apoio apresentadas foram modeladas e os seus resultados comparados. Numa primeira fase, analisou-se a deformada da viga metálica quando submetida a uma carga pontual a meio vão, aplicada no banço superior. Os resultados para a flecha máxima ocorrida a meio vão em cada caso podem ser consultados no Quadro 3.4.

Quadro 3.4 – Flecha a meio vão do pórtico metálico para uma acção pontual.

Modelo	Carga Pontual (kN)	Flecha (mm)
Apoio sem elemento rígido	100	8.6985
Apoio com elemento rígido	100	8.6962

Para cobrir todas as situações em que o modelo será testado, resta apresentar a influência que pode ter o tipo de apoio concebido quando o modelo for sujeito a acções uniformes distribuídas (ver Quadro 3.5).

Quadro 3.5 – Flecha a meio vão do pórtico metálico para uma acção distribuída.

Modelo	Carga Distribuída (kN/m)	Flecha (mm)
Sem elemento rígido	2.5	0.68336
Com elemento rígido	2.5	0.68304

A proximidade entre os resultados obtidos permite a utilização de qualquer uma das condições de apoio apresentadas. Foi adoptada um apoio sem elemento rígido uma vez que a sua programação será mais fácil e rápida.

A inexistência de uma expressão que permita calcular uma flecha teórica, para comparação dos resultados obtidos, conduziu a que fosse necessário realizar um modelo de barras 2D. Cada elemento passa a ser representado por uma barra localizada ao nível do seu eixo geométrico. A viga do elemento de barra 2D ao ser representada pela distância compreendida entre cada eixo de pilares opostos, apresenta um comprimento superior, igual à dimensão da alma do pilar. Sendo assim, quando se compara o modelo 3D com modelo de barras 2D, as acções aplicadas têm de produzir as mesmas reacções em cada modelo. Este efeito é tido em conta apenas para a acção uniforme, onde se representa no Quadro 3.6.

Quadro 3.6 – Flecha a meio vão do pórtico metálico para uma acção distribuída.

Modelo	Carga Distribuída (kN/m)	Flecha (mm)
Barras 2D	≈2.38	0.67694
3D	2.5	0.68336

Da observação dos resultados expostos no quadro anterior bem como do Quadro 3.7, é correcto afirmar que a construção do Modelo 2D, representa com bom rigor o comportamento da estrutura metálica que se pretende analisar.

Quadro 3.7 – Flecha a meio vão do pórtico metálico para uma carga pontual.

Modelo	Carga Pontual (kN)	Flecha (mm)
Barras 2D	100	8.6985
3D	100	8.7914

### 3.6.3– DEFINIÇÃO DA ESTRUTURA METÁLICA QUE CONSTITUIU O PÓRTICO PARA ACÇÕES HORIZONTAIS.

A deformada de um edifício depende essencialmente do tipo de carregamento a que este se encontra sujeito. Por essa razão o estudo será feito separadamente para acções verticais e horizontais. A observação da deformada do pórtico apresentado, ajuda a perceber as simplificações que têm de ser tomadas, caso se pretenda estudar apenas uma sub-estrutura. O objectivo mantém-se idêntico ao referenciado em 3.6.2, pretendendo-se simular no modelo o comportamento de um piso representado entre as duas linhas a tracejado na Figura 3.9. Para isso basta representar as características geométricas da sub-estrutura e aplicar condições fronteiras que permitam obter as mesmas deformadas.

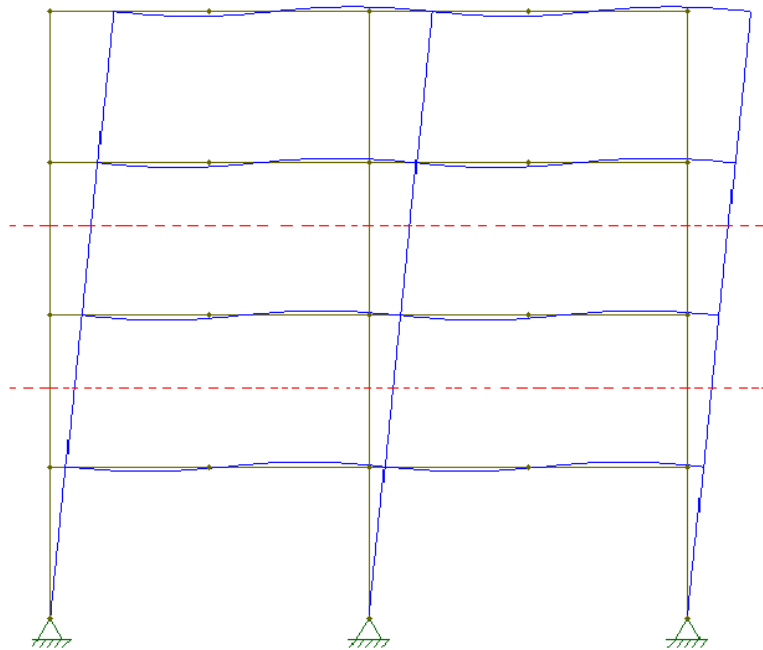


Figura - 3.9 - Deformada de um pórtico 2D para acções horizontais.

No que se refere à construção geométrica do modelo bem como a definição das propriedades dos materiais não há diferenças a assinalar. As condições fronteiras para o estudo de acções horizontais, não são idênticas às referidas anteriormente para acções verticais, isto porque, para esta análise existem deslocamentos horizontais da estrutura. Houve também a necessidade de exigir que os deslocamentos no topo dos pilares fossem iguais. O apoio com elemento rígido definido anteriormente para o caso de acções verticais, tem agora grande utilidade (ver Figura 3.8). Este elemento impõe que todos os nós na extremidade do pilar tenham o mesmo deslocamento. Se existir uma biela com rigidez

infinita a ligar o centro geométrico de cada pilar, os deslocamentos horizontais nos pontos a meia altura de todos os pilares são idênticos. A Figura 3.10 representa o modelo metálico concebido, onde são possíveis de observar as condições fronteiras acabadas de descrever assim como a localização da aplicação da carga horizontal.

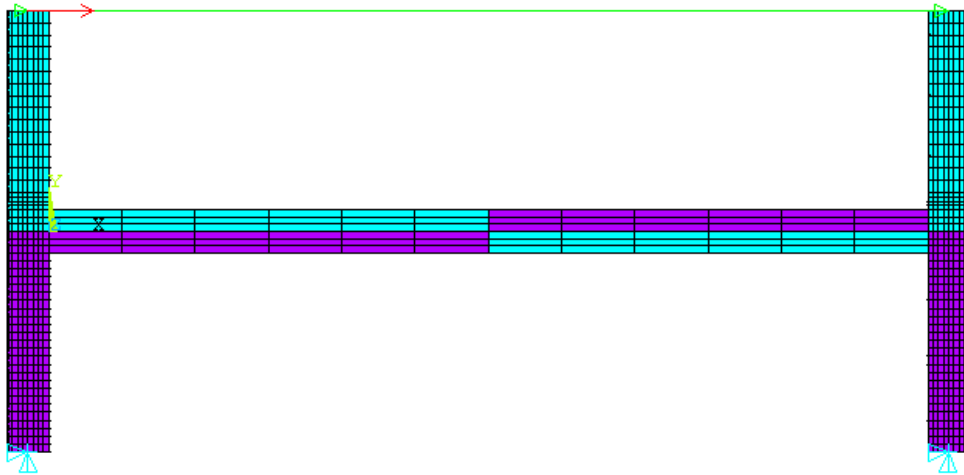


Figura 3.10 – Exposição das condições fronteira do modelo.

Como tem sido habitual no final de cada modelo são realizados alguns testes e efectuada a comparação dos resultados obtidos. O sistema abordado para comparar os resultados para acções horizontais é o mesmo que realizado para acções verticais. O Quadro 3.8 apresenta os resultados para o modelo da figura anterior quando actua uma força de 100kN na extremidade do pilar esquerdo.

Quadro 3.8 – Deslocamento horizontal no topo dos pilares.

Modelo	Carga Pontual (kN)	Deslocamento Lateral (mm)
Barras 2D	100	31.703
3D	100	29.380

O modelo 3D apresenta-se mais rígido, com uma rigidez adicional na ordem dos 7%. Esta rigidez adicional vai ser tida em conta na discussão dos resultados obtidos no Capítulo 4.

#### 3.6.4– DEFINIÇÃO DA LAJE DE BETÃO.

As características da laje de betão apresentadas têm em linha de conta a caracterização do modelo base de um pórtico misto. O faseamento construtivo dos elementos de volume que compõem a laje estão assentes nos pressupostos tomados anteriormente, tendo presente a existência do pilar que será

embebido pela laje. A laje tem uma largura de 2.5m e uma espessura de 120mm. O modelo final pode ser observado na Figura 3.11.

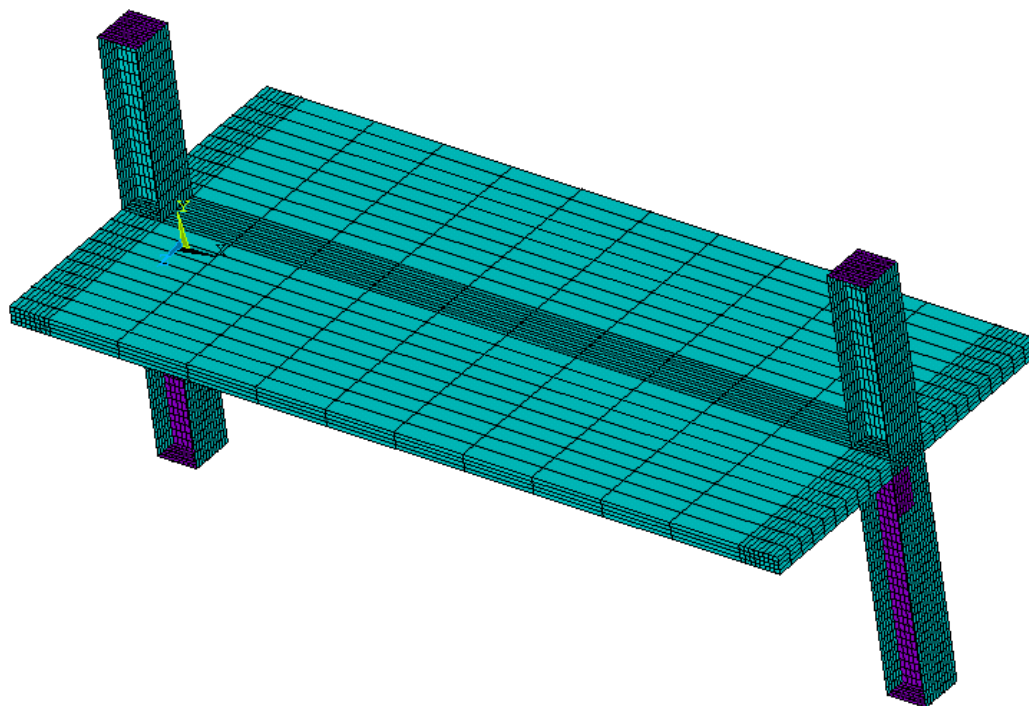


Figura 3.11 – Pórtico misto.

Neste capítulo foram apresentados os modelos numéricos que irão ser objecto de estudo nos próximos capítulos desta dissertação. No capítulo 4 que se segue serão estudadas as larguras efectivas em vigas mistas contínuas e simplesmente apoiadas, sujeitas a diferentes larguras de laje.

## 4

**VIGAS MISTAS ISOLADAS E  
CONTÍNUAS COM DOIS TRAMOS****4.1. INTRODUÇÃO**

Ao longo deste capítulo será analisado o comportamento de diferentes vigas mistas contínuas com um ou dois tramos. Pretende-se nesta fase da dissertação mostrar a importância que a largura de laje possui na avaliação da largura efectiva. Para além deste parâmetro será também examinada a influência que pode ter o tipo de carregamento, sendo para isso considerados carregamentos verticais uniformes e pontuais. A comparação com o Eurocódigo 4 é uma constante no desenvolvimento deste trabalho, sendo bastante útil, uma vez que permitirá avaliar o comportamento de um modelo de barras e retirar ilações relativamente a larguras equivalentes de laje efectivas.

**4.2. VIGA MISTA SIMPLEMENTE APOIADA DE UM SÓ TRAMO**

O primeiro estudo efectuado no decorrer desta investigação compreendeu a análise de três vigas mistas simplesmente apoiadas com 6 metros de vão, quando submetidas a carregamentos verticais. A diferença entre as vigas mistas reside apenas na geometria da laje, sendo abordadas três larguras de lajes (1.5m, 2.5m, 3.5m). O objecto de estudo, das diferentes larguras de laje consideradas foi feito com o propósito de estabelecer uma relação entre a largura de laje mobilizada e a largura da própria laje de betão.

**4.2.1 – ANÁLISE PARA CARREGAMENTOS UNIFORMES**

No decorrer deste trabalho é estabelecida uma comparação entre a largura efectiva proposta pelo regulamento (EC4) e o modelo numérico de cálculo. Os pressupostos em que se baseia o regulamento para determinar a largura de laje de betão mobilizada na deformação de uma viga mista, quando sujeita a acções verticais, são expressos em função do vão da viga. Para o caso de uma viga simplesmente apoiada, em que o diagrama de momentos é sempre positivo, o cálculo da largura efectiva segundo o EC4 é bastante simples, devendo-se considerar 25% do comprimento do vão, desde que não seja excedida a largura total de laje disponível. Conhecida a largura de laje colaborante, são determinadas as propriedades físicas do elemento de barra. Para este caso peculiar, em que toda a laje de betão está mobilizada a esforços de compressão, o elemento de barra referente ao regulamento possuiu inércia invariável ao longo de todo o seu desenvolvimento. As comparações que serão apresentadas relativamente ao Eurocódigo, vão permitir conhecer melhor as reservas de segurança inscritas no regulamento, bem como, possibilitar a identificação de situações adversas.

O presente trabalho conta ainda com um segundo Modelo de barras, designado por Modelo 1. Este Modelo de barras com inércia constante foi concebido de modo a obter a mesma flecha do modelo de cálculo 3D. Sendo assim, a largura efectiva que corresponde a este Modelo de barras é tal, que permite obter o mesmo deslocamento a meio vão.

O Quadro 4.1 indica para cada um dos modelos de barra, a largura efectiva considerada. O modelo de barras com base no regulamento, apresenta a largura efectiva em função do vão ( $L$ ) como sugere o próprio enquanto, o Modelo 1 refere a largura efectiva em função da largura de laje ( $b$ ).

Quadro 4.1 – Largura efectiva utilizada em cada modelo de barras com 1 tramo.

Largura da Laje (m)	Modelo EC4 $B_{eff}/L$ (%)	Modelo 1 $B_{eff}/b$ (%)
1.5	25	76.3
2.5	25	70
3.5	25	63.8

A acção uniforme considerada para cada um dos modelos encontra-se apresentada no Quadro 4.2.

Quadro 4.2 – Acções aplicadas a cada modelo.

Largura da Laje (m)	Modelo 3D ( $kN/m^2$ )	Modelo EC4 ( $kN/m$ )	Modelo 1 ( $kN/m$ )
1.5	1	1.5	1.5
2.5	1	2.5	2.5
3.5	1	3.5	3.5

#### 4.2.1.1 – Análise da Deformada Para Cada Um dos Modelos.

Iniciando a abordagem relativa aos resultados obtidos para a largura de laje de 1.5m (ver Figura 4.1), verifica-se que a deformada do elemento de barra, segundo o critério apresentado pelo Eurocódigo 4, é menor que a observada no Modelo 3D. O que revela que a largura efectiva tenha sido sobrestimada, tornado este modelo relativamente mais rígido. A observação feita é bastante relevante, tendo em conta que, a largura efectiva utilizada no modelo de acordo com o EC4 é idêntica à largura de laje disponível (1.5m), o que permite concluir que, não é possível mobilizar a totalidade da largura da laje. O mesmo é dizer que a distribuição de tensões não é uniforme em toda a laje comprimida.

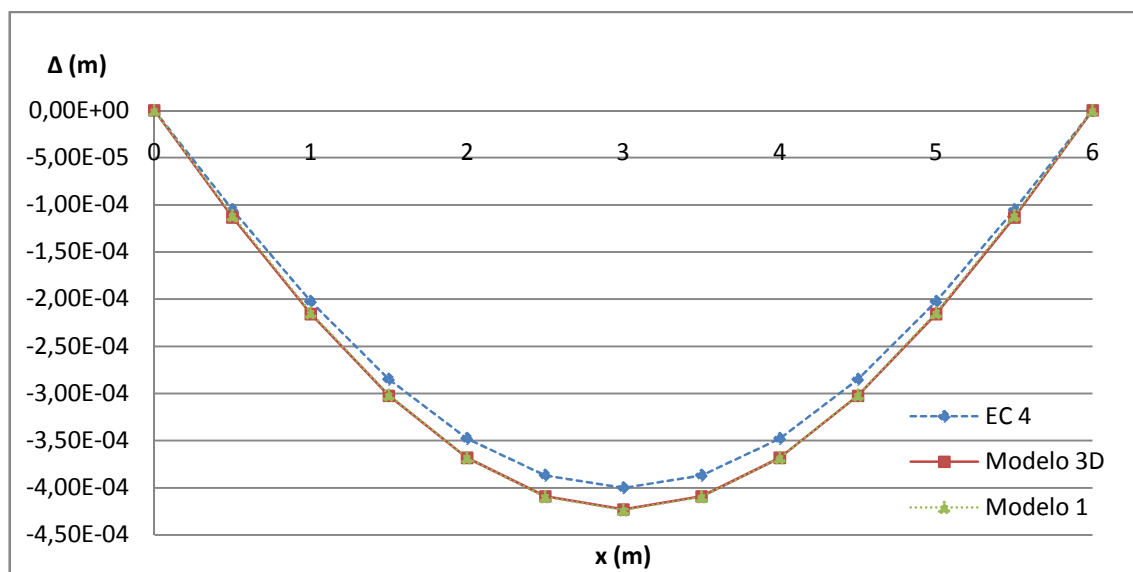


Figura 4.1 – Deformada para a laje de largura 1.5m.

O Quadro 4.3 contém os resultados numéricos obtidos para cada um dos modelos, bem como, uma comparação entre os deslocamentos obtidos no Modelo 3D e nos modelos de barras, o sinal negativo significa que para esse caso o valor do deslocamento é conservativo, isto é, a deformada estimada segundo o modelo de barras apresenta maiores deslocamentos quando comparada com os resultados obtidos pelo modelo tridimensional.

Quadro 4.3 – Resultados para a viga mista com 1.5 metros largura de laje.

(m)	Modelo 3D Δ (mm)	Modelo EC 4 Δ (mm)	Modelo 1 Δ (mm)	Modelo EC 4/Modelo3D (%)	Modelo 1/Modelo 3D (%)
0	0,000	0,000	0,000	0	0
0.5	0,113	0,105	0,111	7,17	1,74
1	0,216	0,203	0,214	6,21	0,72
1.5	0,303	0,285	0,302	5,82	0,31
2	0,368	0,348	0,368	5,59	0,07
2.5	0,409	0,387	0,410	5,47	-0,07
3	0,423	0,400	0,424	5,43	-0,01

Com o aumento da largura da laje, passando para 2.5 m, observa-se que a recomendação sugerida pelo Eurocódigo deixa de conduzir a valores não conservativos. Assim sendo, se for seguido o Eurocódigo para verificar a flecha máxima admissível de uma determinada viga, efectuando uma análise elástica com estas características, a solução obtida estará do lado da segurança. A consideração de uma largura de laje colaborante (1.5m) inferior à largura total da laje (2.5m), implica uma deformada maior, que se traduz em uma menor rigidez, que é bem visível pela maior flexibilidade observada no modelo do regulamento.

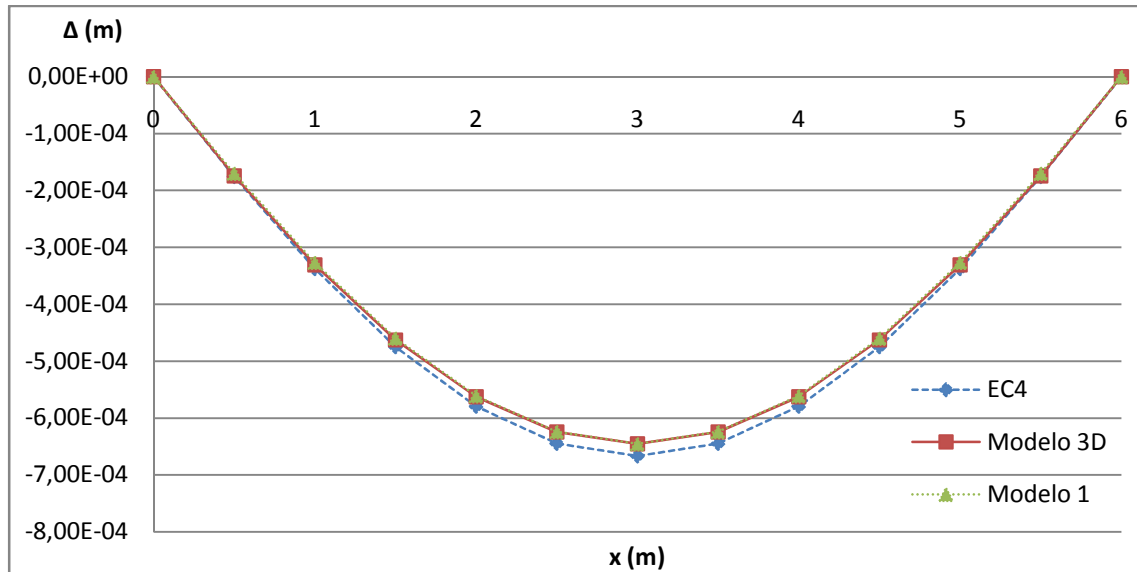


Figura 4.2 – Deformada para a laje de largura 2.5m.

O Quadro seguinte contém os resultados obtidos para a laje com 2.5 metros de largura.

Tomando atenção à relação entre o modelo de barras do EC4 e o Modelo 3D, para o Quadro 4.3 e Quadro 4.4, constata-se uma diferença na ordem dos 8% para meio vão. A esta diferença da relação obtida entre o modelo numérico e o Modelo EC4, vem reforçar a importância que tem a largura de laje na avaliação da largura efectiva, uma vez que o Modelo EC4 é semelhante nas duas situações, tendo sido concebido considerando uma largura de laje de 1.5m.

Quadro 4.4 – Resultados para a viga mista com 2.5 metros de largura de laje.

(m)	Modelo 3D $\Delta$ (mm)	Modelo EC 4 $\Delta$ (mm)	Modelo 1 $\Delta$ (mm)	Modelo EC 4/Modelo3D (%)	Modelo 1/Modelo3D (%)
0	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00
0.5	0,174	0,175	0,170	-0,65	2,59
1	0,331	0,338	0,327	-2,02	1,26
1.5	0,463	0,475	0,460	-2,64	0,66
2	0,563	0,580	0,561	-3,02	0,29
2.5	0,625	0,645	0,624	-3,23	0,09
3	0,646	0,667	0,645	-3,30	0,02

Por último, concentra-se a atenção nos resultados obtidos para a laje com 3.5 m de largura. Os resultados revelados confirmam a mesma tendência registada anteriormente, de que quanto maior a largura de laje, mais conservativa é a deformada obtida com os valores fornecidos pelo regulamento. Esta constatação deve-se essencialmente ao facto, de que a metodologia apresentada pelo EC4, para calcular a largura de laje efectiva, seja apenas expressa em função do comprimento da viga.

O Modelo 1 tem revelado uma boa aproximação para os três tipos de laje, não só para a zona a meio vão, como para toda a viga. Um dos condicionalismos do Modelo 1, está relacionado com o facto de ser necessário conhecer a deformada a meio vão, para determinar as suas propriedades físicas. A ilação a retirar deste modelo, é que para o caso apresentado de uma viga simplesmente apoiada com um tramo, é possível ter uma boa aproximação da sua deformada recorrendo a um elemento de barra de inércia constante.

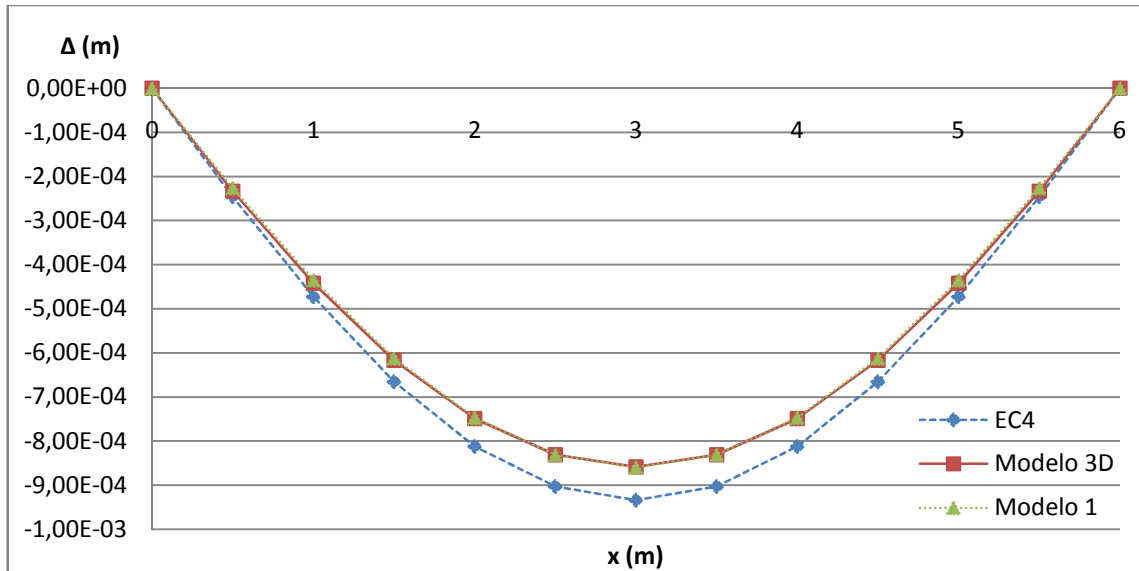


Figura 4.3 – Deformada para a laje de largura 3.5m.

O Quadro 4.5 contém os resultados obtidos para a laje com 3.5 metros de largura.

Tomando novamente atenção à relação entre o Modelo EC4 e o Modelo 3D que é obtida para meio vão no Quadro 4.5 (largura de laje 3.5m), como o Quadro 4.4 (largura de laje 2.5), verifica-se um acréscimo de 5% na relação entre os dois modelos. A observação destes resultados permite concluir, que a largura de laje mobilizada para a laje de 3.5 m é superior à largura de laje mobilizada para a laje de 2.5m. Para além de ainda ser um aumento significativo, verifica-se que tende a diminuir a relação entre o Modelo EC4 e o Modelo 3D, com o aumento da largura de laje. O que se pretende afirmar, é que será encontrada uma largura de laje, em que se estabilizará a diferença entre os dois modelos.

Quadro 4.5 – Resultados para a viga mista com 3.5 metros de largura de laje.

(m)	Modelo 3D $\Delta$ (mm)	ModeloEC 4 $\Delta$ (mm)	Modelo 1 $\Delta$ (mm)	ModeloEC 4/Modelo3D (%)	Modelo 1/Mod (%)
0	0,000	0,000	0,000	0,00	0,00
0.5	0,233	0,246	0,226	-5,23	3,21
1	0,442	0,473	0,435	-6,96	1,61
1.5	0,617	0,665	0,612	-7,81	0,82
2	0,749	0,811	0,746	-8,34	0,34
2.5	0,831	0,903	0,830	-8,64	0,06
3	0,859	0,934	0,859	-8,74	-0,02

#### 4.2.1.2 - Determinação da Largura Efectiva pela Integração da Elástica

A variação da inércia ao longo da viga pode ser determinada resolvendo a Equação da Elástica em ordem a  $I_{(x)}$ , como se apresenta na seguinte equação.

$$I_{(x)} = \frac{M_{(x)}}{E \cdot y''_{(x)}} \quad (4.1)$$

O conceito aplicado na determinação de larguras efectivas, consiste em determinar a inércia mobilizada para uma determinada secção da viga mista, quando sujeita à actuação de um dado momento flector, de modo a ser desenvolvida uma curvatura conhecida.

Na sequência da observação das diferentes deformadas referidas anteriormente, ficou claro que a largura da laje de uma viga mista, tem influência directa na determinação da largura efectiva. A aplicação do método da integração da elástica, vai permitir determinar a inércia mobilizada em cada secção da viga mista, providenciando o cálculo da respectiva largura efectiva mobilizada em cada secção.

A razão pela qual no Quadro 4.1 a inércia do elemento de barra do Modelo 1, é apresentada em função da largura de laje, vai assumir significado maior no final desta secção.

Para determinar a curvatura ( $y''$ ), ou dito de outra forma, a segunda derivada dos deslocamentos da viga mista em cada secção, foi necessário determinar uma função que fosse capaz de descrever os deslocamentos nodais ao longo de toda a viga. O grau do polinómio que descreverá com rigor a deformada da viga, deverá ser duas vezes superior ao grau do polinómio dos momentos flectores. Esta condição tem de ser imposta para que as curvaturas venham a possuir o mesmo grau do polinómio dos momentos. O diagrama de momentos flectores, quando submetido a uma carga uniformemente distribuída é dado por uma equação parabólica de segundo grau como indicado na Equação 4.2

$$M_{(x)} = R_{apoio} \times X - \frac{Psd}{2} \times X^2 \quad (4.2)$$

Sendo x abcissa da viga com origem no apoio esquerdo.

Relativamente aos deslocamentos verticais representativos da deformada do elemento misto, encontram-se espaçados de meio metro como referido no Capítulo 3. Ao conjunto dos 12 deslocamentos nodais obtidos no ANSYS é efectuada uma aproximação com um polinómio de quinto grau com auxílio duma folha de cálculo em Excel. A aproximação de quinto grau permite estimar com grande rigor a deformada real da viga mista no modelo 3D, sendo o coeficiente de correlação de Pearson muito próximo da unidade ( $R=0,999998$ ).

A Figura 4.4 exhibe a evolução da largura efectiva expressa em função do comprimento do vão (como sugere o EC4), para as três larguras de lajes estudadas. A evolução da inércia, ao longo da viga é representada por um polinómio de segundo grau, tendo derivada nula a meio vão da viga, como acontece para o diagrama de momentos flectores actuantes.

Os resultados obtidos para as três situações apresentam uma grande variação nas imediações do meio vão da viga mista, se comparar os resultados obtidos entre as lajes extremas (1.5m e 3.5m), verifica-se que a largura de laje mobilizada para a laje de 3.5 m, é igual ao dobro da largura de laje mobilizada na laje com 1.5m. Sendo assim, considera-se como dificuldade acrescida tentar encontrar um método que permita cobrir os três casos estudados, uma vez que os resultados apresentam grandes variações.

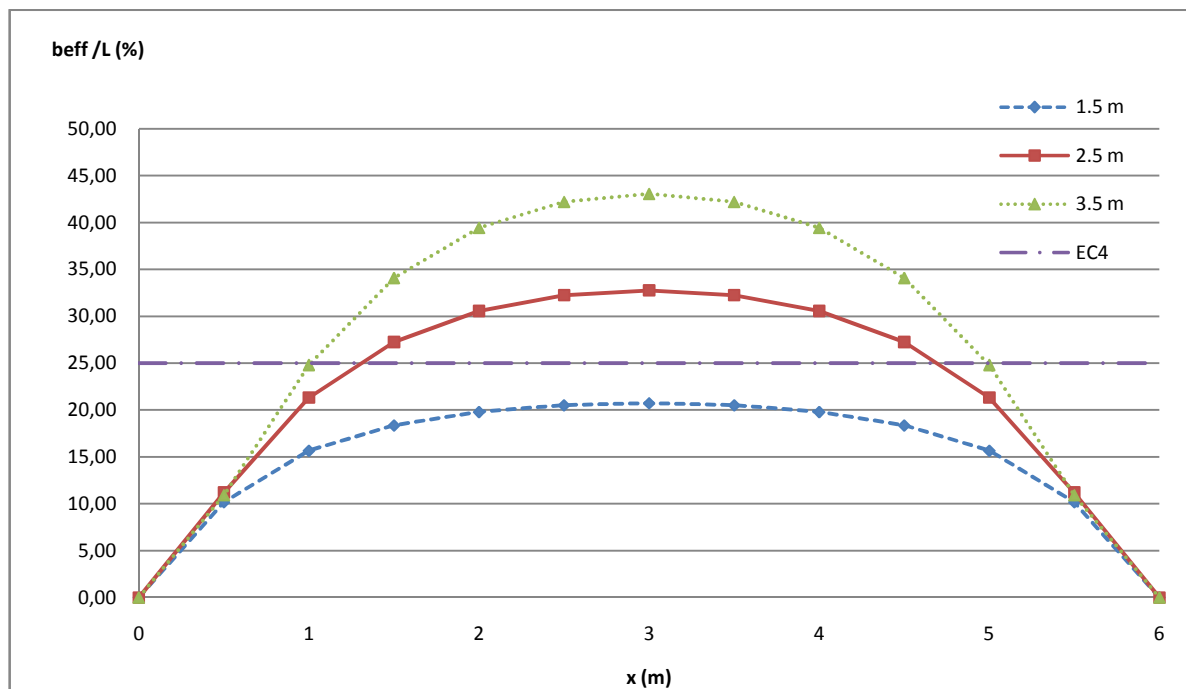


Figura 4.4 – Largura de laje efectiva como função do comprimento da viga.

O Quadro 4.6 apresenta o conjunto dos doze pontos representados na figura anterior para os três tipos de lajes.

Quadro 4.6 – Largura efectiva expressa como função da viga.

B <sub>eff</sub> como função do comprimento da viga			
	1.5 m	2.5 m	3.5 m
(m)	(%)	(%)	(%)
0	0.00	0.00	0.00
0.5	10.17	11.20	10.92
1	15.65	21.32	24.80
1.5	18.35	27.25	34.08
2	19.78	30.55	39.43
2.5	20.50	32.23	42.20
3	20.72	32.75	43.05

Como observado anteriormente para o caso das diferentes deformadas (4.2.1.1), em que tem vindo a ser realçada a importância que a largura da laje toma na determinação de larguras efectivas, são apresentados, agora, os resultados em função da largura da laje. O objectivo pretendido é mostrar que existe uma maior relação entre a largura de laje mobilizada e a largura real da laje do que propriamente com a dimensão do vão da viga.

As três curvas da Figura 4.5 não apresentam grandes variações, podendo-se observar que a laje com 2.5 m de largura poderia perfeitamente representar um valor médio dos resultados obtidos para os diferentes casos. Se porventura fosse tomada a decisão de expressar o comportamento das diferentes lajes, através do comportamento da laje intermédia (2.5m), o erro cometido na aproximação das deformadas para as diferentes larguras de laje seria inferior a 4%.

Caso fosse tomado o mesmo raciocínio, em expressar o comportamento das diferentes lajes através da laje com largura intermédia (2.5m), tomando como referência os resultados obtidos expressos em função do vão da viga, as diferenças obtidas na aproximação das diferentes larguras de laje rondariam os 14%.

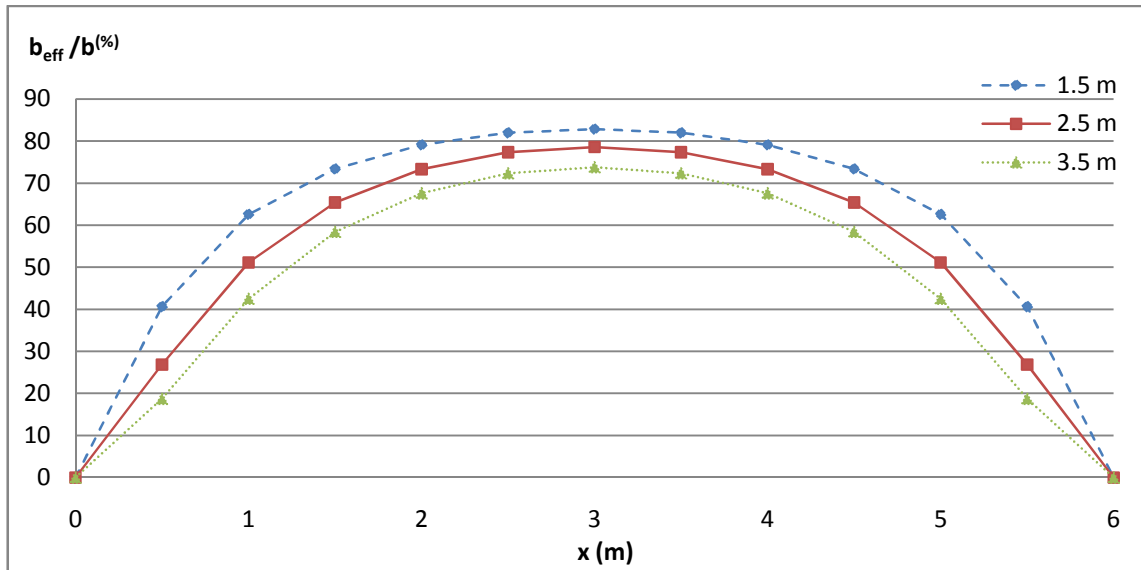


Figura 4.5 – Largura de laje efectiva como função da largura de laje.

O Quadro 4.7 apresenta o conjunto dos doze pontos representados na Figura 4.5 para os três casos. Comparando os resultados obtidos a meio vão, a variação destes resultados expressos em função da largura da laje, é aproximadamente 9%. Se proceder de forma análoga, para os resultados expressos em função do vão (ver Quadro 4.6), verifica-se uma oscilação de 22%.

Quadro 4.7 – Largura efectiva expressa como função da largura da laje.

B <sub>eff</sub> como função da largura de laje			
	1.5 m	2.5 m	3.5 m
(m)	(%)	(%)	(%)
0	0.00	0.00	0.00
0.5	40.67	26.88	18.71
1	62.60	51.16	42.51
1.5	73.40	65.40	58.43
2	79.13	73.32	67.60
2.5	82.00	77.36	72.34
3	82.87	78.60	73.80

#### 4.2.1.3 – Observações

Os resultados obtidos contrariam as especificações do regulamento ao propor que a largura efectiva depende apenas da dimensão do vão. Ficou provado que existe uma maior relação com a largura de laje, do que propriamente com o vão da viga.

O Quadro 4.8 para além de contemplar a largura efectiva de cada um dos elementos de barra do Modelo 1, apresenta, também, o valor médio de cada uma das curvas representadas nas Figuras 4.4 e

4.5. Como já foi referido anteriormente, o Modelo 1 de inércia constante, tem como finalidade obter a mesma flecha a meio vão que o modelo numérico. Comparando a largura efectiva considerada em cada um dos elementos de barra do Modelo 1, com a média obtida pelos vários pontos do gráfico, verifica-se que os valores são bastante próximos.

Para o presente caso de uma viga simplesmente apoiada, em que não existe inflexão no diagrama de momentos, é aconselhado que seja tomado no cálculo da largura efectiva 70% da largura da laje. Caso seja tomada esta condição, contribui-se para uma deformada mais exacta no elemento de barra, uma vez que, a variação da largura efectiva é na ordem dos 15% da largura da laje, que se manifesta num erro de 4% no cálculo da deformada.

Quadro 4.8 – Largura efectiva utilizada no Modelo 1 e relação do Modelo 1 com as Figuras 4.4 e 4.5.

Modelo 1			Valores médios em cada Figura	
Laje (m)	$B_{eff}/L$ (%)	$B_{eff}/b$ (%)	Figura 4.4 ( $B_{eff}/L$ ) (%)	Figura 4.5 ( $B_{eff}/b$ ) (%)
1.5	19.08	76.33	18.35	73.40
2.5	29.25	70	27.25	67.41
3.5	37.25	63.8	34.08	59.42

#### 4.2.1.4 – Influência das Condições de Continuidade da Laje

A condição de continuidade quando introduzida, revela um aumento significativo de rigidez no modelo. Este aumento de rigidez é reflectido por uma menor deformada no Modelo 3D, os valores obtidos para este caso estão descritos no Quadro 4.9.

Quadro 4.9 – Flechas obtidas a meio vão com condição de continuidade da laje.

Laje (m)	Modelo 3D (mm)	Modelo EC4 (mm)	Modelo EC4/Modelo 3D (%)
1.5	0.419	0.400	4.53
2.5	0.633	0.667	-5.28
3.5	0.849	0.934	-10.03

Relativamente à deformada obtida para esta situação, é de todo idêntica ao que foi observado anteriormente, não se justificando por isso a sua apresentação. Tendo presente a Figura 4.1, onde se mostra que a solução apresentada pelo regulamento é bastante conservativa, uma vez que, possuiu uma rigidez sobreestimada, após a introdução das condições de continuidade, a diferença encontrada entre o Modelo EC4 e o Modelo 3D é atenuada em 1%. A consideração deste fenómeno permitiu algum ganho de rigidez no Modelo 3D, aproximando-o da solução proposta pelo EC4, mas não o suficiente para neste último deixar de ser sobrestimada a largura efectiva.

A possibilidade de determinar a largura efectiva em função da largura de laje, continua a parecer um passo lógico. A amplitude dos resultados obtidos para esta situação, mantêm-se idênticas ao caso

anterior, tendo sido observado um ligeiro acréscimo na percentagem de largura de laje mobilizada (ver Quadro 4.10).

Se analisados os resultados em função do comprimento do vão, apesar de se manter uma maior amplitude no intervalo, os resultados obtidos não são tão sensíveis à aplicação de condições de continuidade. A razão pela qual as condições de continuidade não influenciam o pressuposto do EC4, deve-se ao facto da dimensão da viga ser muito superior à largura de qualquer uma das lajes. Assim um pequeno aumento percentual em função da dimensão da viga tem maiores repercussões para a determinação da largura efectiva que para o mesmo aumento em função da largura de laje.

O Quadro 4.10 apresenta a largura efectiva utilizada no Modelo 1 para cada uma das diferentes larguras de laje.

Quadro 4.10 – Largura efectiva no Modelo 1 tendo em conta a condição de continuidade da laje.

	Modelo 1	Modelo 1
Laje	$B_{eff}/L$	$B_{eff}/b$
(m)	(%)	(%)
1.5	20.08	80.33
2.5	32.02	76.84
3.5	39.33	67.43

#### 4.2.2. – ANÁLISE PARA UMA CARGA PONTUAL

Estudar o comportamento de uma viga mista, submetida a uma carga localizada a meio vão, é o principal objectivo desta secção. Não obstante o método de análise seja em todo semelhante ao que foi exposto para carregamentos uniformes, considera-se uma nova subdivisão que possibilite facilitar a interpretação dos resultados.

Os ensaios efectuados nos Modelos 3D, vão ser comparados com os resultados obtidos em modelos de barras, com a mesma preocupação tida anteriormente, de que o comportamento de cada modelo de barras (2D) proporcione um comportamento semelhante ao Modelo 3D.

O modelo de barra 2D preconizado pelo regulamento engloba as cargas distribuídas e localizadas de forma análoga, sendo assim o modelo de barras referente ao EC4 é o mesmo, mantendo-se a largura efectiva igual a 25% do comprimento vão.

Resta referir o Modelo 2 em que as suas características físicas são determinadas através da Equação 4.3. Conhecida a flecha máxima que se observa no Modelo 3D para cada uma das três lajes, é determinada a inércia que conduz à mesma flecha. Este modelo de barras ao ter uma flecha coincidente a meio vão com o Modelo 3D, permite determinar a largura de laje equivalente mobilizada.

$$f = \frac{P \times l^3}{48 \times E \times I} \quad (4.3)$$

A resolução da Equação 4.3, permite determinar a inércia necessária para igualar cada uma das flechas obtidas no Modelo 3D. Para cada uma das inércias determinadas, é representada no Quadro 4.11 a largura efectiva correspondente a cada uma das inércias calculadas.

Quadro 4.11 – Largura efectiva utilizada em cada modelo de barras com 1 tramo.

Largura da Laje (m)	Modelo EC 4 % $B_{eff}/L$	Modelo 2 % $B_{eff}/b$
1.5	25	73.8
2.5	25	70.32
3.5	25	68

A carga pontual no Modelo 3D é aplicada no topo do perfil metálico coincidindo com o eixo de simetria do próprio perfil. O valor da carga aplicada em cada um dos modelos (barra ou 3D) é de 100kN.

#### 4.2.2.1 – Análise da Deformada para Cada Largura de Laje.

A deformada obtida para uma carga localizada para esta viga de um tramo, é bastante semelhante à deformada observada para acções uniformes. Verifica-se, novamente, que a solução do regulamento, continua a sobrestimar a largura de laje efectiva, reforçando a ideia transcrita anteriormente, que não é possível mobilizar toda a largura de laje existente.

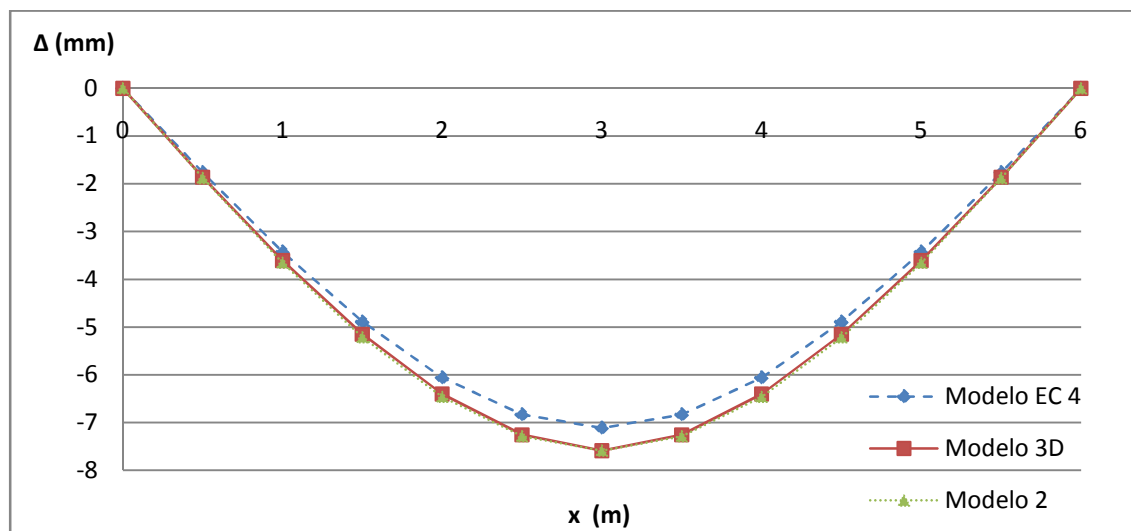


Figura 4.6 - Deformada para a laje de largura 1.5m

O Quadro 4.12 apresenta o conjunto dos resultados obtidos em cada modelo, bem como uma comparação entre os deslocamentos obtidos entre o Modelo 3D e Modelo EC4. O sinal negativo significa que para esse caso o valor do deslocamento é conservativo.

Quando comparada a relação entre o Modelo EC4 e o Modelo 3D (quinta coluna do Quadro 4.12) com a solução obtida para acção uniforme com a mesma largura de laje (quinta coluna do Quadro 4.3),

verifica-se uma diferença percentual próxima da unidade. Esta relação deve-se ao facto da variação na largura de laje mobilizada não ser muito pronunciada, consoante o tipo de acção estudada.

Quadro 4.12 – Resultados para a viga mista com 1.5 metros largura de laje

(m)	Modelo 3D $\Delta$ (mm)	Modelo EC 4 $\Delta$ (mm)	Modelo 2 $\Delta$ (mm)	Modelo EC 4/Modelo3D (%)	Modelo 2/Modelo3D (%)
0	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00
0.5	-1.861	-1.762	-1.879	5.32	-0.98
1	-3.604	-3.425	-3.653	4.96	-1.37
1.5	-5.150	-4.891	-5.216	5.04	-1.28
2	-6.399	-6.060	-6.463	5.30	-1.00
2.5	-7.254	-6.834	-7.289	5.79	-0.48
3	-7.587	-7.114	-7.587	6.24	0.00

Da observação gráfica da Figura 4.7, realça o facto de a condição apresentada pelo regulamento apresentar uma deformada mais flexível quando comparada com os dois modelos. Assim sendo, quando utilizado o regulamento em lajes com largura igual ou superior a 2.5m, é garantida uma deformada conservativa. Porém a diferença obtida a meio vão entre o Modelo 3D e o Modelo EC4 foi diminuída em 8% com o aumento da largura de laje de 1.5 m para 2.5 m.

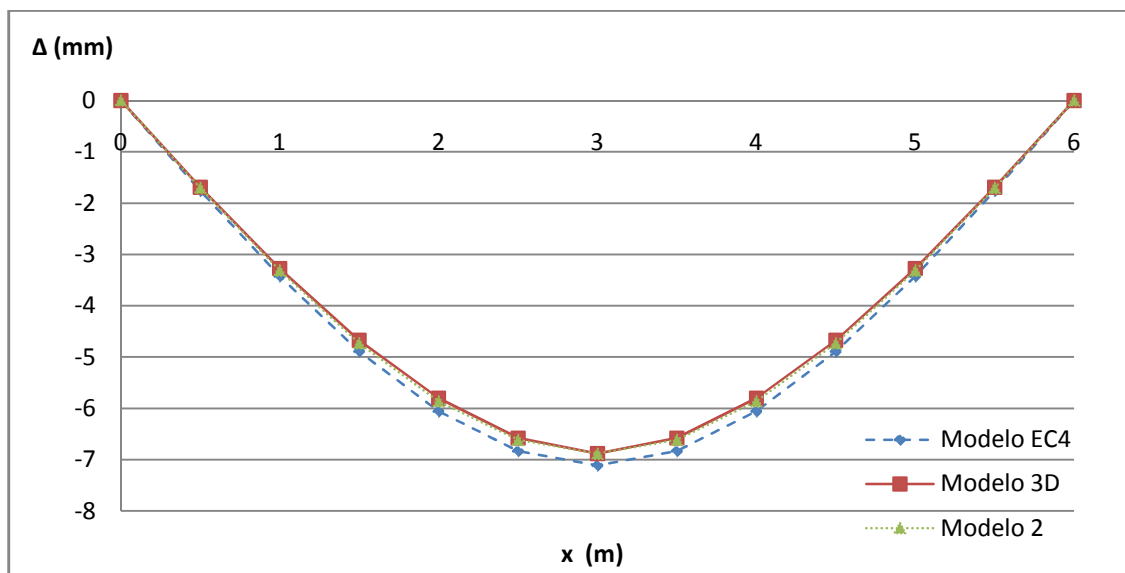


Figura 4.7- Deformada para a laje de largura 2.5m

Os resultados obtidos para a laje com 2.5m apresentam-se no Quadro 4.13.

Quadro 4.13 – Resultados para a viga mista com 2.5 metros largura de laje

(m)	Modelo 3D $\Delta$ (mm)	Modelo EC 4 $\Delta$ (mm)	Modelo 2 $\Delta$ (mm)	Modelo EC 4/Modelo3D (%)	Modelo 2/Modelo3D (%)
0	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00
0.5	-1.693	-1.762	-1.705	-4.07	-0.68
1	-3.273	-3.425	-3.314	-4.66	-1.25
1.5	-4.672	-4.891	-4.732	-4.67	-1.27
2	-5.802	-6.060	-5.863	-4.44	-1.04
2.5	-6.578	-6.834	-6.612	-3.89	-0.51
3	-6.882	-7.114	-6.882	-3.36	0.00

Com a apresentação dos resultados relativos à laje de 3.5m, pode-se constatar que existe a tendência de que quanto maior a largura de laje, mais conservativos serão os resultados obtidos segundo o Modelo EC4.

Tendo o Modelo EC4, inércia constante para as diferentes larguras de laje referidas, a razão pela qual o Modelo 3D apresenta constantemente diferenças relativamente a este modelo de barra, deve-se às diferentes larguras de laje mobilizadas em cada um dos Modelos 3D. Verifica-se que a largura de laje também tem influência na largura de laje mobilizada para uma acção pontual.

O Modelo 2 que tem em linha de conta obter a mesma flecha que o Modelo 3D a meio vão, revela em todos os casos apresentados uma boa aproximação ao longo de toda a viga.

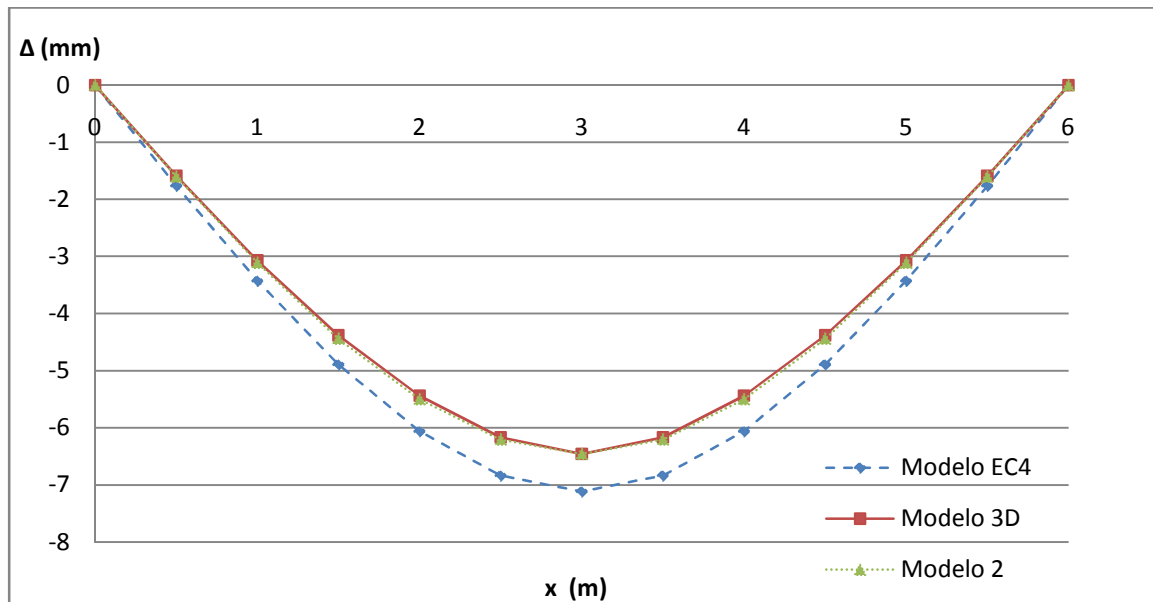


Figura 4.8 - Deformada para a laje de largura 3.5m

Para finalizar a explanação dos resultados relativos às várias deformadas estudadas, apresenta-se o Quadro 4.14, onde podem ser consultados os diferentes valores obtidos em cada modelo relativo à laje de 3.5m.

É importante realçar a diferença obtida a meio vão entre o Modelo 3D e o Modelo EC4 onde se constatou uma diminuição de 6% com o aumento da largura de laje de 2.5 m para 3.5 m. Anteriormente, quando analisada o aumento da largura de laje de 1.5m para 2.5m, verificou-se uma diferença de 8%. O que se pretende com a exposição desta observação, é mostrar que a largura efectiva aumenta em maior quantidade quando se passa da laje de 1.5 m para a laje de 2.5m, do que quando se passa da laje de 2.5m para 3.5 m.

Quadro 4.14 – Resultados para a viga mista com 3.5 metros largura de laje

(m)	Modelo 3D $\Delta$ (mm)	Modelo EC 4 $\Delta$ (mm)	Modelo 2 $\Delta$ (mm)	Modelo EC 4/Modelo3D (%)	Modelo 2/Modelo3D (%)
0	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00
0.5	-1.591	-1.762	-1.599	-10.76	-0.52
1	-3.070	-3.425	-3.108	-11.56	-1.24
1.5	-4.380	-4.891	-4.438	-11.66	-1.33
2	-5.439	-6.060	-5.499	-11.42	-1.12
2.5	-6.167	-6.834	-6.202	-10.81	-0.56
3	-6.456	-7.114	-6.456	-10.19	0.00

#### 4.2.2.2 – Determinação da Largura Efectiva pela Integração da Elástica

A aplicação da Equação da Elástica para o caso de uma carga pontual, não foi bem sucedida. Como representado na Equação 4.1, é necessários conhecer 3 propriedades, o diagrama de momentos flectores actuantes, a curvatura ( $y''$ ) e o módulo de elasticidade (E). O diagrama de momentos (M) é definido por um polinómio de primeiro grau representado na Figura 4.9.

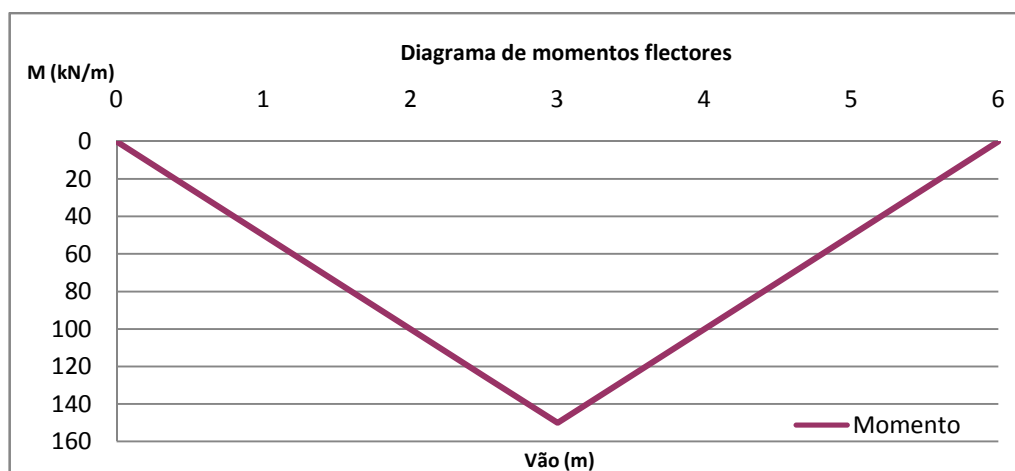


Figura 4.9 – Diagrama de momentos flectores para uma carga pontual a meio vão.

O módulo de elasticidade considerado é igual ao módulo de elasticidade do aço (210GPa), tendo em conta que se efectua uma homogeneização da secção mista em aço,

A determinação da curvatura para este caso implica que seja tomado um polinómio de igual grau ao representado para o diagrama de momentos. Uma das condições impostas para por em prática o método apresentado. O problema surge nesta fase do estudo, em que é necessário aproximar uma função de terceiro grau à deformada obtida, como se pode verificar pela Figura 4.10, um polinómio de terceiro grau, não permite efectuar uma boa aproximação.

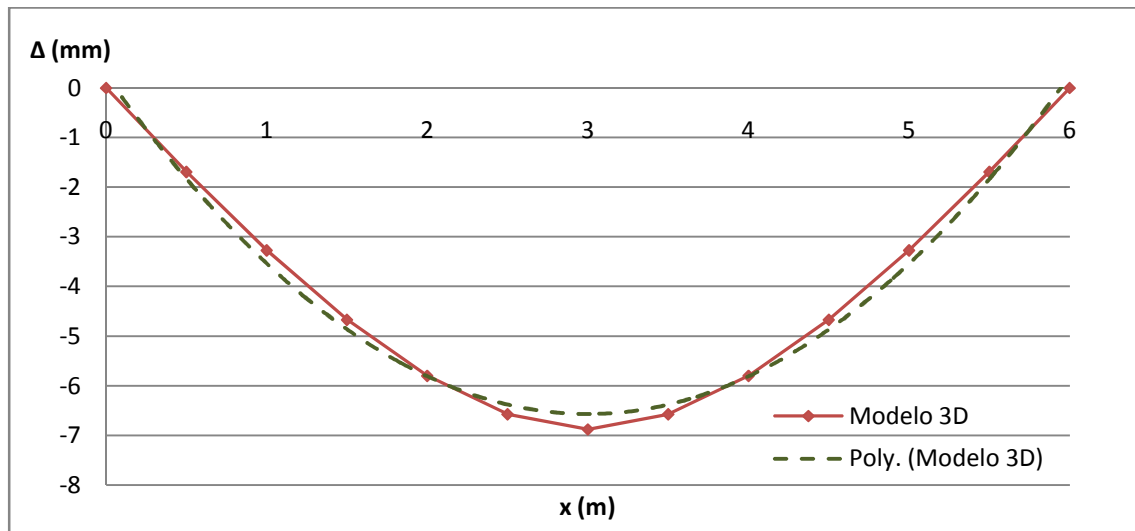


Figura 4.10 – Deformada do modelo 3D para a laje de 2.5m de largura.

Prosseguindo com aplicação do método, os resultados obtidos encontram-se expostos na Figura 4.11. A inércia máxima referida na legenda da figura, faz referência ao cálculo da secção mista, considerando toda a laje de betão mobilizada e é tida como o limite superior admissível. A razão pela qual, se observam valores superiores aos admitidos a meio vão da viga, prende-se com o facto de a curvatura obtida ser inferior à que ocorre no modelo tridimensional. Ao analisar a curva a tracejado, representada na figura anterior, verifica-se que tem uma forma mais achatada que a deformada que se pretende aproximar.

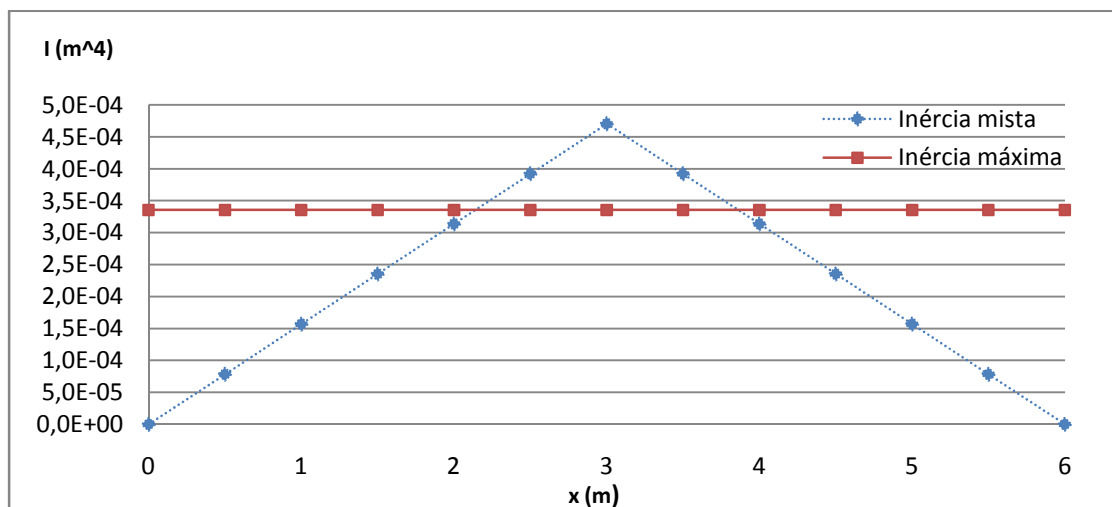


Figura 4.11 – Variação da inércia mista em cada secção do vão.

#### 4.2.2.3 – Observações

Os resultados obtidos para este tipo de carregamento apresentam-se em plena consonância com os resultados para carregamentos uniformemente distribuídos. O regulamento considera que os dois tipos de carregamento devem ser abordados de forma igual, o que é perfeitamente aceitável, uma vez que não se observam grandes diferenças consoante o tipo de acção, se os resultados forem expressos em função do vão da viga. Quando a análise é efectuada em relação à largura da laje já se observam algumas diferenças, dando para apreciar que a largura de laje mobilizada para a viga de 2.5 m é a mesma para os dois tipos de carregamento (Pontual ou Uniforme), o que não acontece para as duas restantes lajes. A laje de menor dimensão apresenta uma maior largura de laje mobilizada para carregamentos uniformes enquanto, para a laje com a maior largura verifica-se precisamente o oposto.

Observando com alguma atenção os resultados obtidos a meio vão no Modelo 2, apresentados no Quadro 4.15, que consiste em obter no modelo de barras o mesmo deslocamento a meio vão do Modelo 3D, verifica-se que os resultados expressos em função do vão apresentam uma amplitude mais elevada (21%), quando comparadas com a sugestão apresentadas pelo autor, em expressar a largura efectiva em função da largura da laje (6%). Tal facto deve-se à forte dependência que existe entre a largura de laje e a largura de laje mobilizada.

O valor recomendado para determinar a largura efectiva, para vigas mistas sujeitas a carregamentos uniformes de 70%, pode também ser aplicado a este caso, que coincide com o valor central obtido no modelo 2. Em jeito de conclusão, se comparar os resultados do Modelo 1 (Quadro 4.8), com os resultados do Modelo 2, verifica-se que existe menor variação no Modelo 2, o que sugere que o “efeito shear-lag” é ligeiramente mais sensível a carregamentos uniformes.

Quadro 4.15 – Largura efectiva utilizada no Modelo 2.

Modelo 2		
Laje	$B_{eff}/L$	$B_{eff}/b$
Largura	(%)	(%)
1.5m	18.45	73.8
2.5m	29.3	70.32
3.5m	39.67	68

#### 4.2.2.4 – Influência das Condições de Continuidade da Laje

Para este caso peculiar de uma carga pontual aplicada a meio vão, no eixo geométrico da viga metálica, não se observam grandes diferenças com a introdução das condições de continuidade. A razão pela qual, a introdução da condição de continuidade da laje, não introduz qualquer variação, está directamente relacionada com a posição de aplicação da carga pontual. Se observar apenas metade da laje de betão da secção transversal mista, a deformada da laje é muito semelhante a uma consola bi-encastada, como ilustrado no Capítulo 3 pela Figura 3.4.

A aplicação de uma carga directamente na viga metálica, não produz trabalho na laje, só na viga metálica. Pelo facto de a carga ter sido aplicada directamente no perfil metálico, a laje transversalmente não tem deformações.

Quadro 4.16 – Largura efectiva utilizando condições continuidade.

Laje (m)	Modelo 3D (mm)	Modelo EC 4 (mm)	Modelo 3D/EC 4 (%)	Modelo 2	Modelo 2
				$B_{eff}/L$ (%)	$B_{eff}/b$ (%)
1.5	-7.525	-7.114	-5.777	19.15	76.6
2.5	-6.817	-7.114	4.175	30.07	73.6
3.5	-6.382	-7.114	10.289	41.8	71.17

### 4.3. VIGA MISTA CONTÍNUA COM DOIS TRAMOS IGUAIS

A introdução ao estudo de estruturas hiperestáticas começa pela abordagem de uma viga contínua de dois tramos iguais com 6 metros em cada tramo. Com o aparecimento deste tipo de estruturas a viga apresenta-se sujeita a condições diferentes, como a presença simultânea de curvaturas positivas/negativas, secções de curvatura nula e tracções no betão.

O estudo desenvolvido tem em conta que os materiais se comportam sempre de forma elástica, quer para compressão como tracção. Relativamente às acções, apenas foram consideradas acções uniformemente distribuídas, para as três larguras de laje, ficando de parte as acções localizadas.

#### 4.3.1- ANÁLISE DA DEFORMADA PARA CADA LARGURA DE LAJE.

A análise da deformada de cada um dos Modelos 3D estudados é acompanhada por duas deformadas obtidas em diferentes modelos de barras. Um desses modelos de barra é o Modelo 3, sendo composto por duas barras, em que as propriedades físicas de cada barra são tais que, a flecha máxima obtida no Modelo 3D é a mesma do Modelo 3.

A resolução do problema, passou por ensaiar diferentes larguras efectivas e registar as respectivas flechas, posteriormente aproximou-se um polinómio de terceiro grau (linha de tendência) aos vários valores obtidos, permitindo conhecer quais as propriedades físicas a atribuir a cada uma das barras que compõem o Modelo 3. A Figura 4.12, representa para cada uma das três lajes, a evolução das flechas máximas em função da largura de laje.

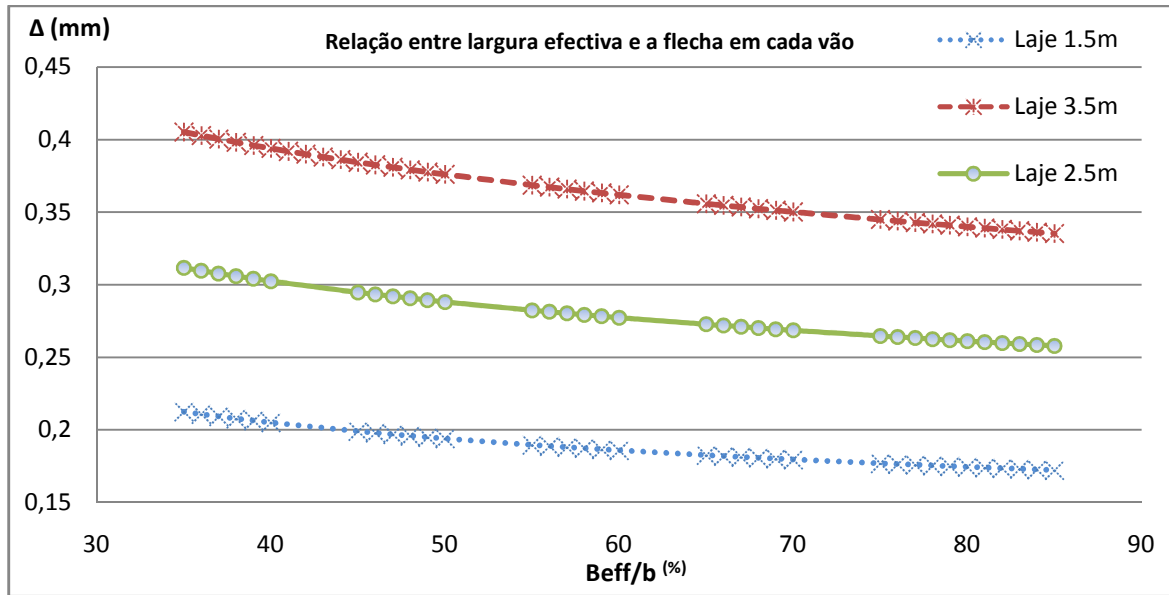


Figura 4.12 – Relação entre a largura efectiva (função da largura de laje) e a flecha

O modelo de barras EC4 (Modelo EC4), é definido com base no regulamento para acções verticais, em que se considera o elemento de barra com inércia variável em cada tramo. A figura que se segue, apresenta um esquema com a modelação do elemento de barra de inércia variável.

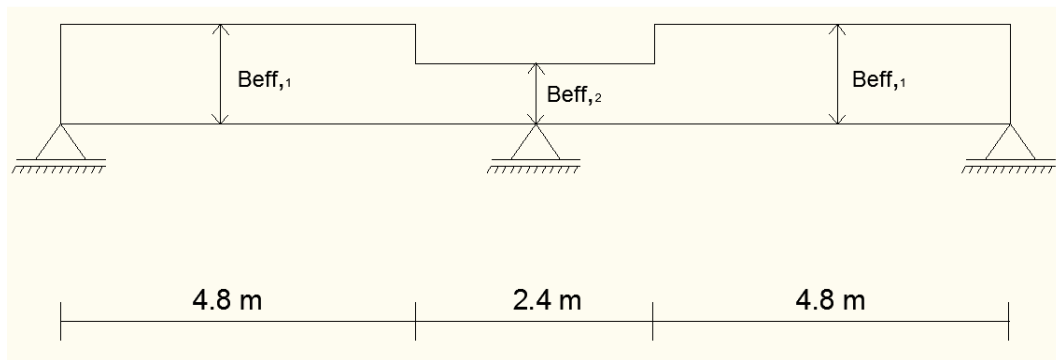


Figura - 4.13 – Perfil longitudinal do modelo de barras do EC4.

As propriedades que constituem o elemento da figura anterior, bem como o cálculo de cada largura efectiva (momentos positivos/momentos negativos) são apresentados no Quadro 4.17. No quadro  $L_e$  representa a distância entre pontos de momento nulo.

Quadro 4.17 – Propriedades do Modelo EC4 com inércia variável.

Caso	$L_e$	$B_{eff}$ (m)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$I$ (m <sup>4</sup> )
1 (M <sup>+</sup> )	0.85xLviga	1.275	0.027045203	0.00029112262
2 (M <sup>-</sup> )	0.50xLviga	0.75	0.018045203	0.00025843295

Começando por apresentar os resultados obtidos, para a menor largura de laje, verifica-se que a análise sugerida pelo regulamento, apresenta diferenças significativas. A flecha máxima entre os dois modelos diverge em aproximadamente 6%. Consta-se, portanto, novamente, que a largura efectiva fora sobrestimada.

O Modelo 3 revela um excelente comportamento para a zona de momentos positivos, permitindo obter uma deformada muito próxima da deformada do Modelo 3D. Relativamente ao comportamento em zona de momentos negativos, a solução apresentada pelo Modelo 3 diverge um pouco do modelo tridimensional, devido à menor inércia mobilizada nesta zona.

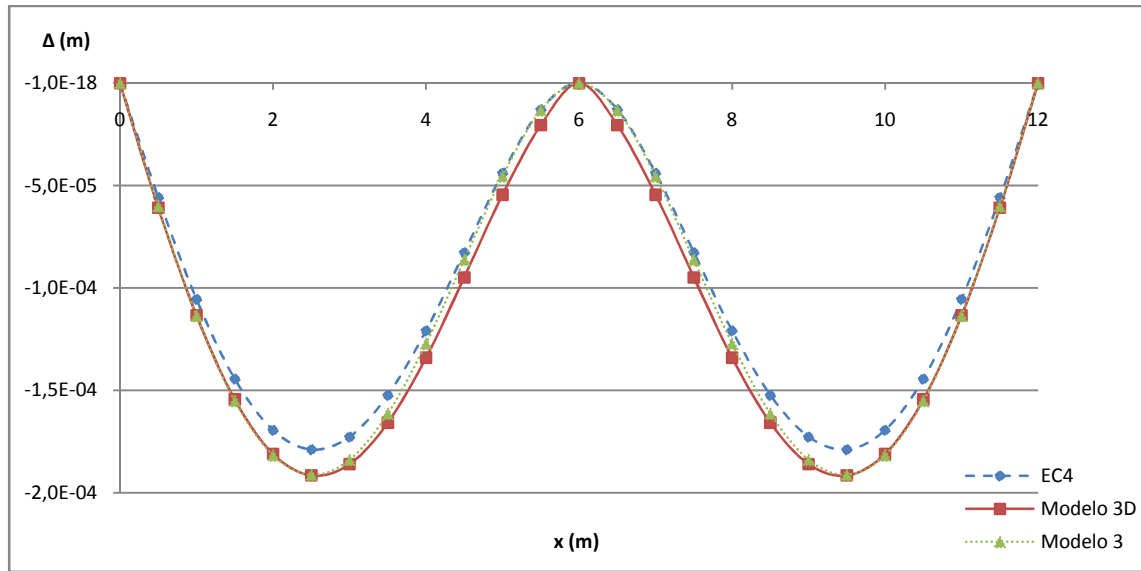


Figura 4.14 – Deformada para a laje de largura 1.5m

O Quadro 4.18 contém os resultados dos diferentes testes efectuados, relativos à deformada para a laje com 1.5 m de largura, sendo que apenas serão expostos os resultados para metade da viga, devido à simetria existente.

Quadro 4.18 – Resultados para a viga mista com 2.5 metros largura de laje

(m)	Modelo 3D Δ (mm)	Modelo EC 4 Δ (mm)	Modelo 3 Δ (mm)	Modelo EC 4/Modelo 3D (%)	Modelo 3/Modelo 3D (%)
0	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00
0.5	-0.608	-0.558	-0.601	8.20	1.15
1	-1.133	-1.055	-1.136	6.88	-0.22
1.5	-1.544	-1.445	-1.552	6.44	-0.54
2	-1.810	-1.695	-1.817	6.37	-0.39
2.5	-1.915	-1.790	-1.913	6.56	0.11
3	-1.860	-1.728	-1.840	7.12	1.10

Para a laje com 2.5 m de largura, ambos os modelos de barra conseguem descrever com rigor a deformada da viga mista. Comparando o modelo de barras, proposto pelo regulamento de inércia variável (Modelo EC4), com o Modelo 3D, verifica-se que o comportamento para momentos positivos é bem melhor que para momentos negativos. Apesar da menor inércia considerada no Modelo EC4, a redução efectuada não foi suficiente, para conseguir garantir uma melhor deformada nesta zona.

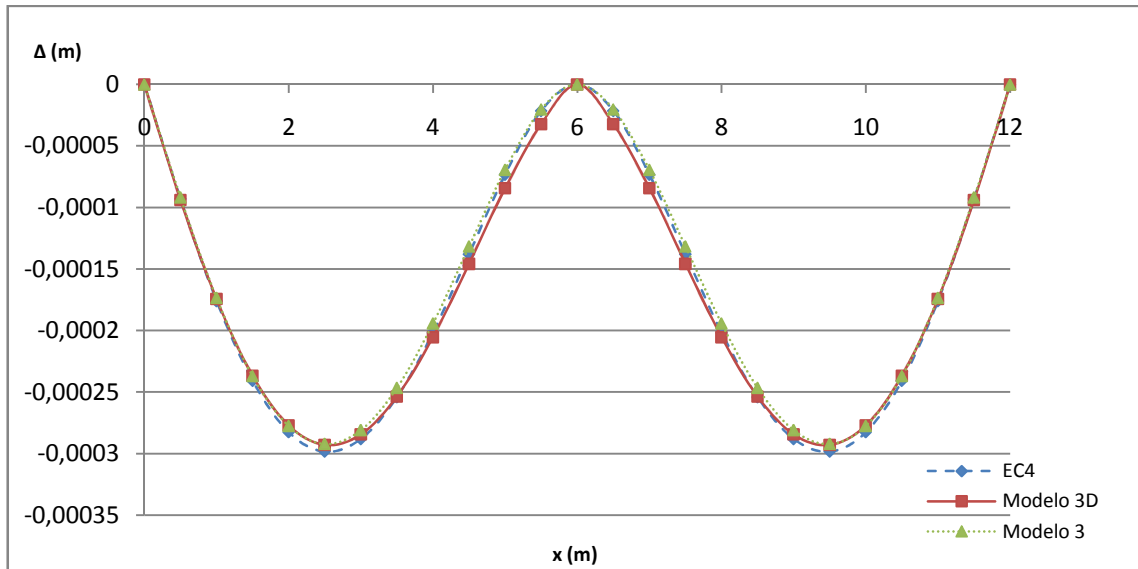


Figura 4.15 – Deformada para a laje de largura 2.5m

Pela análise das duas últimas colunas do Quadro 4.19, verifica-se que nos primeiros 4 metros de viga, a diferença determinada na aproximação ao modelo 3D é muito reduzida, quando comparado com os 2 m restantes do mesmo vão.

Quadro 4.19 – Resultados para a viga mista com 2.5 metros largura de laje

(m)	Modelo 3D $\Delta$ (mm)	Modelo EC 4 $\Delta$ (mm)	Modelo 3 $\Delta$ (mm)	Modelo EC 4/Modelo3D (%)	Modelo 3/Modelo3D (%)
0	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00
0.5	-0.094	-0.093	-0.092	0.93	0.29
1	-0.174	-0.176	-0.173	-0.96	0.47
1.5	-0.237	-0.241	-0.237	-1.71	-0.11
2	-0.277	-0.282	-0.277	-1.97	-0.14
2.5	-0.293	-0.298	-0.292	-1.87	0.25
3	-0.284	-0.288	-0.281	-1.29	1.20

Por último, mas não menos importante, são apresentados os resultados obtidos para a laje de 3.5m. A largura de laje demonstra, mais uma vez, grande importância na determinação da largura efectiva. Tal

facto é confirmado com os resultados obtidos, observando-se que a formulação proposta pelo EC4 continua a distanciar-se do Modelo 3D, com o progressivo aumento da largura de laje.

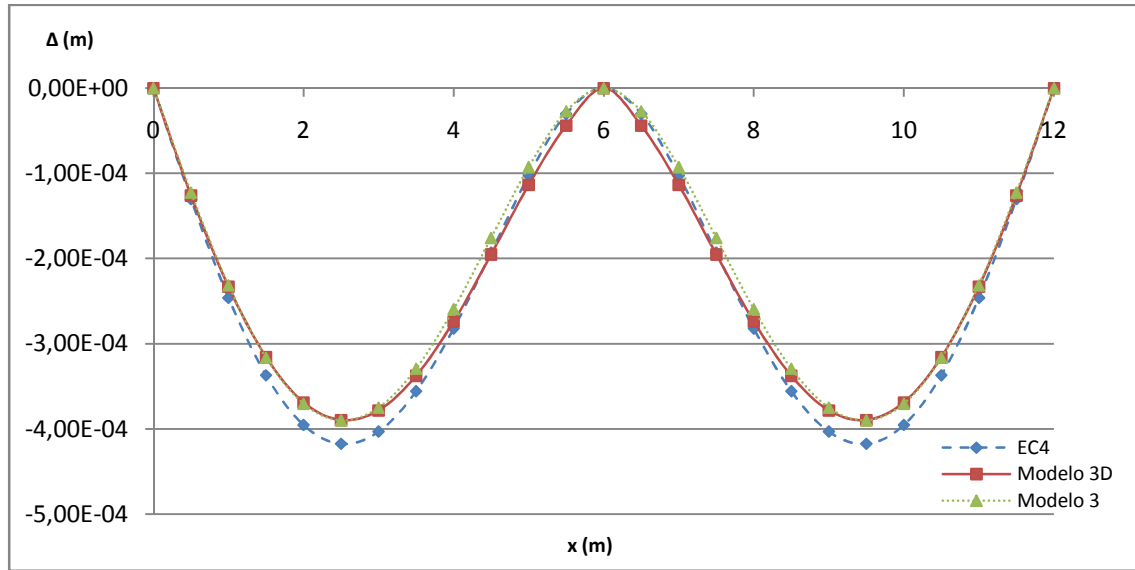


Figura 4.16 – Deformada para a laje de largura 3.5m

Os resultados referentes à laje com 3.5 m de largura são apresentados no seguinte quadro. A solução apresentada pelo Modelo 3 em considerar uma inércia constante ao longo de todo o tramo, revela-se numa solução medíocre quando se pretende obter a deformada para a zona de momentos negativos. Devido às divergências observadas entre o Modelo 3 e o Modelo 3D, para a zona de momentos negativos, é um indicativo de que a largura efectiva nesta zona deverá ser menor que a considerada para momentos positivos. Daí ser viável a solução do regulamento, em considerar inércias diferentes ao longo do elemento de barra, mas sendo necessário algum ajuste relativamente à largura sugerida.

Quadro 4.20 – Resultados para a viga mista com 3.5 metros largura de laje

(m)	Modelo 3D $\Delta$ (mm)	Modelo EC4 $\Delta$ (mm)	Modelo 3 $\Delta$ (mm)	Modelo EC4/Modelo3D (%)	Modelo 3/Modelo3D (%)
0	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00
0.5	-0.126	-0.130	-0.123	-3.30	0.53
1	-0.233	-0.246	-0.232	-5.68	0.63
1.5	-0.316	-0.337	-0.316	-6.76	-0.22
2	-0.369	-0.395	-0.370	-7.20	-0.41
2.5	-0.390	-0.418	-0.390	-7.19	-0.11
3	-0.378	-0.403	-0.375	-6.59	0.84

#### 4.3.2 – DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES.

Na sequência da existência de uma grande afinidade, entre os resultados obtidos, para as diferentes larguras de lajes, apenas serão apresentados os resultados referentes à laje de 2.5 m. Para cada uma das três situações, o diagrama de momentos é descrito em função da reacção de um dos apoios e a expressão do diagrama pode ser obtida pela Equação 4.2. Para o caso particular do Modelo 3, em que a inércia é idêntica em cada um dos tramos, foi determinado o valor teórico esperado para confirmar os resultados com o método de Cross. A Figura 4.17, apresenta o diagrama de momentos flectores para cada um dos três modelos abordados, sendo que da observação da figura é perceptível que o diagrama de momentos no Modelo EC4 toma valores menores que o Modelo 3D em quase toda a viga.

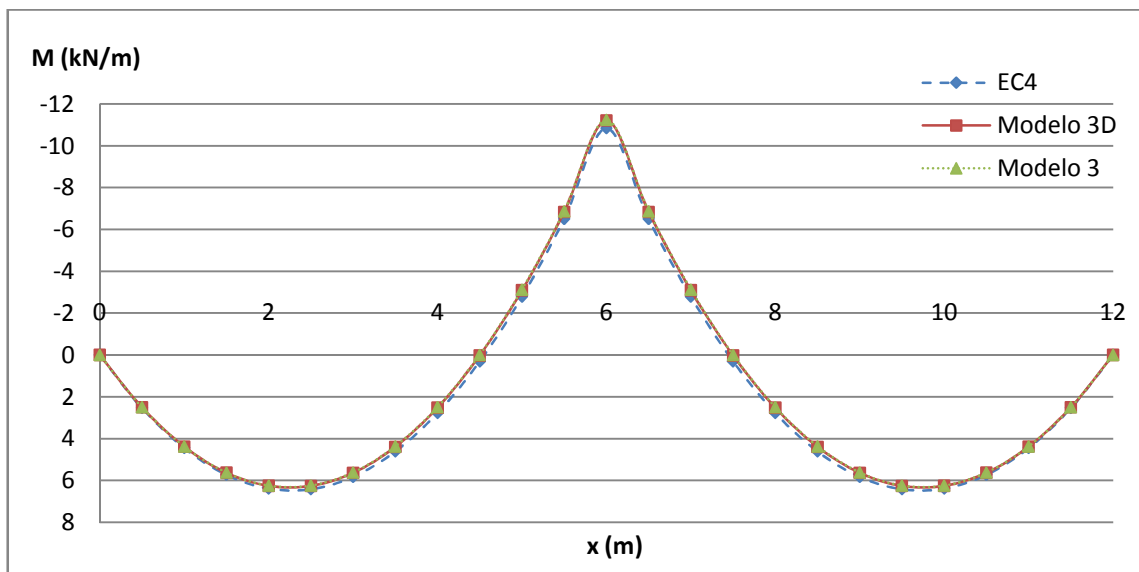


Figura 4.17 – Diagrama de momentos flectores para a laje de 2.5m.

O Quadro 4.21, permite perceber com maior detalhe as diferenças encontradas entre cada modelo. Para o caso do Modelo EC4, em que para a zona de momentos negativos considerou-se uma inércia menor, obrigou a uma redistribuição do momento negativo. Enquanto o modelo de barras de inércia constante (Modelo 3), não é afectado por nenhuma redistribuição, sendo o diagrama de momentos flectores elásticos semelhante ao que ocorre no Modelo 3D.

Quadro 4.21 – Resultados do momento flector em cada secção.

(m)	Modelo 3D (kN/m)	EC4 (kN/m)	Modelo 3 (kN/m)	EC 4/Modelo 3D (%)	Modelo 3/Modelo 3D (%)
0	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00
0.5	2.503	2.534	2.500	-1.24	0.13
1	4.382	4.444	4.375	-1.41	0.15
1.5	5.635	5.728	5.625	-1.65	0.18
2	6.263	6.387	6.250	-1.98	0.21
2.5	6.267	6.422	6.250	-2.47	0.27
3	5.645	5.831	5.625	-3.29	0.36

#### 4.3.3– DETERMINAÇÃO DA LARGURA EFECTIVA PELA INTEGRAÇÃO DA ELÁSTICA

A avaliação da inércia mista ao longo da viga, passa pela avaliação da Equação da Elástica expressa na Equação 4.1. O diagrama de momentos, é representado por um polinómio de segundo grau incompleto, abordado anteriormente em 4.2.3. Para determinar a segunda derivada da deformada da viga, realizou-se uma aproximação ao conjunto dos deslocamentos obtidos no Modelo 3D. O polinómio da função interpoladora dos deslocamentos utilizado é de quarto grau, vindo posteriormente as curvaturas da viga representadas por uma função de segundo grau. A existência de simetria na estrutura, permite o estudo de apenas metade da estrutura (um tramo).

Os resultados obtidos para o caso desta viga, não são muito animadores. As curvaturas da viga mista apresentadas na Figura 4.18 revelam a existência de uma secção com curvatura nula, o que seria expectável atendendo à existência de curvaturas positivas e negativas. O problema surge quando se aplica a Equação da Elástica (Equação 4.1), onde o denominador é definido pelo polinómio de segundo grau representado na Figura 4.18, observando-se um ponto de curvatura nula, que vai originar uma assíntota na expressão da elástica (Equação 4.1)

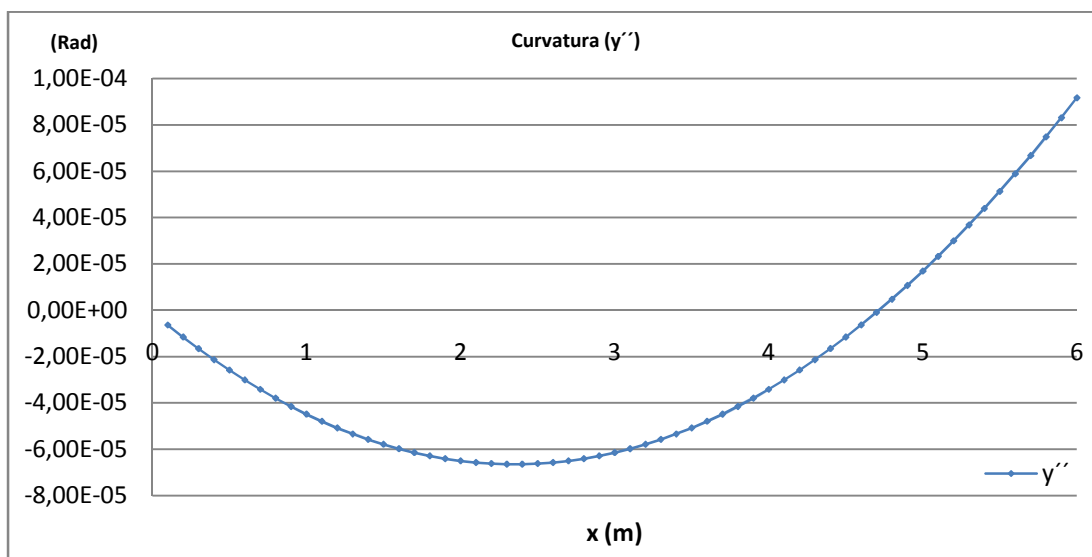


Figura 4.18 – Curvaturas para o primeiro tramo da viga, laje com largura de 2.5m.

A Figura 4.19 representa a variação de inércia para o primeiro tramo, considerando a largura de laje igual a 2.5 m. Para curvaturas negativas, os resultados obtidos são aceitáveis. Neste caso é mobilizada cerca de 60 % da largura de laje, quando os momentos atingem o seu valor máximo. As inércias obtidas para curvaturas positivas, revelam ser maiores para esta situação do que, as curvaturas obtidas considerando toda a largura de laje disponível, revelando por isso um problema com esta abordagem.

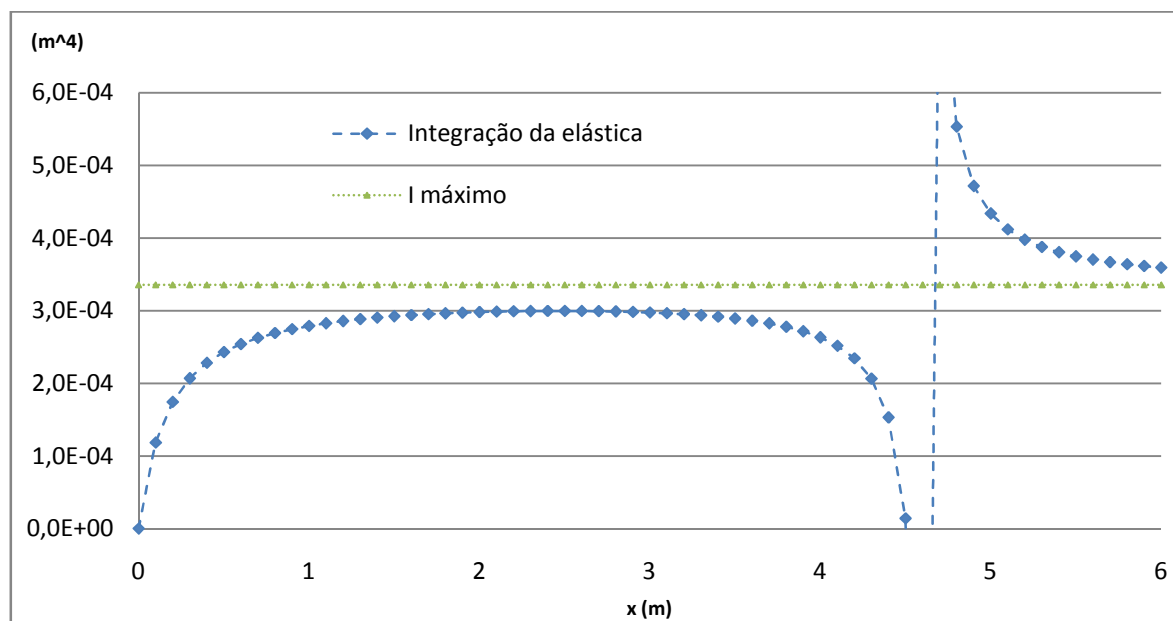


Figura 4.19 – Variação da inércia para um tramo da viga mista.

#### 4.3.3 – OBSERVAÇÕES

Como tem sido prática corrente, a comparação das várias deformadas com o regulamento, revelam que existe uma relação entre a largura de laje mobilizada e a sua dimensão. Este facto é evidenciado, pela análise das três deformadas do Modelo 3D juntamente com a formulação do regulamento, em que o aumento da largura de laje é acompanhado por uma divergência do Modelo EC4.

A deformada apresentada pelo Modelo 3, para curvaturas negativas é bastante próxima da deformada obtida pelo modelo tridimensional, embora tenha revelado alguma dificuldade em traduzir a deformada na zona de momentos negativos (junto ao apoio central). Considerando que este Modelo 3 utiliza em cada vão uma inércia constante, determinada com base na largura mobilizada para momentos positivos, é natural a sobreestimação da rigidez nas imediações do apoio central, observada por uma deformada mais flexível. Mesmo assim o Modelo 3 continua a merecer credibilidade, uma vez que os resultados apresentados no conjunto dos vários estudos realizados são significativamente melhores, tendo ainda associado a maior facilidade na sua modelação.

Relativamente aos diagramas de momentos flectores obtidos, as diferenças registadas são pouco significativas, não sendo alvo de grande crítica. Considerando os resultados obtidos para o Modelo EC4, verifica-se que o momento negativo sofre uma redistribuição de 3.3 %, aumentando o momento positivo máximo em 2.5 %. A redistribuição verificada, relaciona-se com o facto de ter sido considerada uma inércia menor para a zona de momentos negativos.

Quadro 4.22 – Largura efectiva utilizada no Modelo 3

Modelo 3		
Largura Laje (m)	$B_{eff}/L_e$ (%)	$B_{eff}/b$ (%)
1.5	16.6	53.12
2.5	24.5	47.04
3.5	30.6	41.96

Para conclusão da análise dos resultados é apresentado o Quadro 4.22, onde são feitas referências às larguras efectivas utilizadas no cálculo do Modelo 3. Comparando os valores apresentados em função da largura de laje do modelo 3, com os valores do elemento de barra de inércia constante aplicada ao modelo de um tramo (Modelo 1), verifica-se uma queda mais acentuada na largura efectiva, quando expressa em função da largura de laje. A razão pela qual a diminuição da largura de laje não é tão pronunciada, quando expressa em função do vão, está relacionada com o facto de o  $L_e$  para esta situação ser igual a 80% do vão.

#### 4.3.5 - INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES FRONTEIRA APLICADAS AO MODELO

A aplicação das condições fronteira contribuiu para uma maior rigidez global da viga. Sendo observável, que este aumento de rigidez é maior quanto maior a largura de laje. Facilmente se compreenderá que, quanto maior a largura de laje, maior é a deformação ocorrida para cada consola de laje (vista transversal da viga mista). A aplicação das condições de apoio, vão impedir as rotações ao longo de cada consola de laje, diminuindo a deformada, justificando-se assim que para a laje com maior largura este efeito seja mais pronunciado. Para o caso da laje com 3.5 metros, a largura efectiva aumenta em aproximadamente 5%.

Fazendo novamente a análise comparativa dos resultados obtidos, com a situação da viga de um tramo simplesmente apoiada, sujeita ao mesmo tipo de carregamento, verifica-se que a influência das condições de apoio é maior para esse caso. O facto de existir uma mudança de concavidade na deformada da laje, atenua por si só a deformação transversal da laje.

Quadro 4.23 - Largura efectiva utilizando Condições Fronteira.

Laje (m)	Modelo 3D (mm)	EC 4 (mm)	EC 4/Modelo 3D (%)	Modelo 3	Modelo 3
				$B_{eff}/L_e$ (%)	$B_{eff}/b$ (%)
1.5	0.189	0.170	-10.18	17	55
2.5	0.288	0.295	2.34	26	50
3.5	0.380	0.413	8.48	34	47

Neste capítulo, fez-se um estudo de larguras efectivas de lajes em vigas mistas contínuas e simplesmente apoiadas. Para o efeito aplicou-se uma técnica de cálculo de larguras efectivas baseada nos resultados fornecidos por modelos tri-dimensionais.

Os resultados obtidos demonstraram que a largura efectiva é, em grande medida, função da largura real da laje.

As comparações com modelos baseados nas larguras efectivas regulamentares mostram que, o regulamento conduz a soluções não conservativas para vigas com larguras de laje reduzidas e a soluções do lado da segurança para o caso de grandes larguras de laje.



## 5

## VIGAS MISTAS INTEGRADAS EM PÓRTICOS

## 5.1 – INTRODUÇÃO

Ao longo deste capítulo será analisado o comportamento de diferentes vigas mistas integradas em pórticos. A estrutura metálica utilizada em cada um dos pórticos não vai ser sujeita a grandes alterações, apenas será ajustada a dimensão do vão (5m,6m e 8m). Efectuou-se um estudo paramétrico no qual se consideraram os parâmetros indicados no Quadro 5.1.

Quadro 5.1 – Quadro síntese

Direcção	Acção	Parâmetro
		Pilar não Embebido/Embebido
Vertical	Uniforme	Espessura da Laje
		Variação do Vão
		Largura da Laje
		Pilar não Embebido/Embebido
	Pontual	Espessura da Laje
		Variação do Vão
		Pilar não Embebido/Embebido
Horizontal	Pontual	Espessura da Laje
		Variação do Vão
		Largura da Laje

A criação de um modelo base para servir como modelo de comparação é importante num estudo deste tipo. Sendo assim, é definido um pórtico base com determinadas características geométricas como modelo de base. O Quadro 5.2 contém a informação relativa a esse modelo.

Quadro 5.2 – Modelo de base.

Características do Modelo base	
Largura de laje	2.5 m
Espessura da laje	0.120 m
Vão da viga	6 m
Tipo de Pilar	Embebido

## 5.2. CARREGAMENTOS VERTICAIS

Para a estrutura em pórtico sujeita a carregamentos verticais, foram estudados quatro parâmetros. O primeiro parâmetro estudado tem em conta o tipo de pilar (não embebido/embebido). A diferença existente neste caso está relacionada com a dimensão da laje, para pilares não embebidos a laje termina junto à face do banzo do pilar que intersecta a viga metálica enquanto, para o caso de pilares embebidos, a laje termina junto ao outro banzo do pilar. O segundo parâmetro estudado pretende avaliar a influência de diferentes dimensões de vão para cada pórtico (5m,6m e 8m). O terceiro parâmetro estudado tem em conta a espessura da laje, tendo sido estudadas quatro espessuras diferentes (120mm,140mm,160mm e 160mm). Por último, repetiu-se a escolha de um dos parâmetros abordados no Capítulo 4, em que se estudaram as três larguras de laje referenciadas anteriormente (1.5m,2.5m e 3.5m).

Os modelos de barra apresentados para carregamentos verticais são efectuados com base no Eurocódigo 4, tendo-se considerado separadamente elementos de barra com inércia constante e variável. A Figura 5.1, representa a distância entre pontos de momento nulo ( $L_e$ ) que foi tida em conta no modelo de barras de inércia variável. Relativamente ao modelo de barras de inércia constante, a sua concepção é bastante mais simples, tendo sido tomada para todo o elemento a largura efectiva determinada para momentos positivos ( $b_{eff,1}$ ).

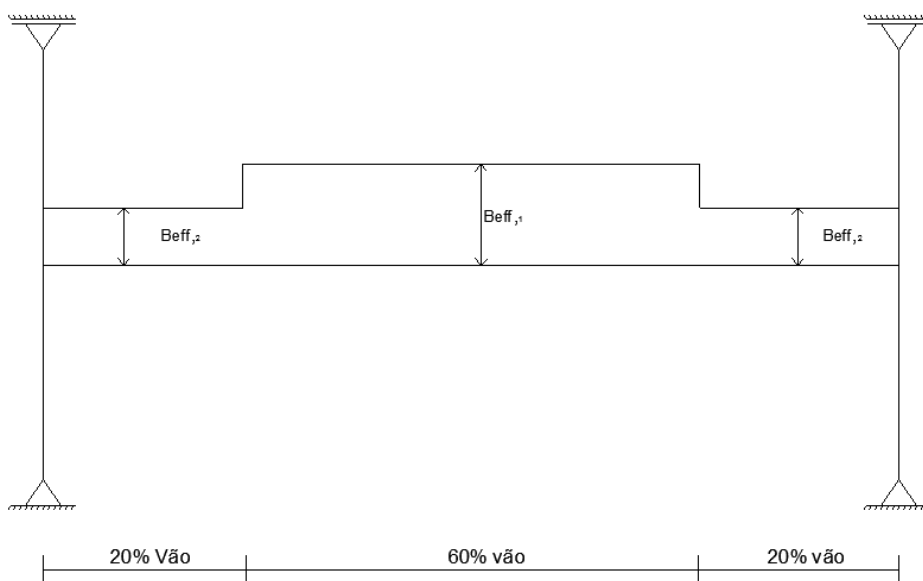


Figura 5.1 – Distância para pontos de momentos nulos considerados ( $L_e$ ).

### 5.2.1- Acção Uniforme.

#### 5.2.1.1 – Pilar Não Embebido/Embebido

O regulamento para acções horizontais (EC8) faz referência a este aspecto. O mesmo não acontece para acções verticais, uma vez que não é tida nenhuma atenção especial para este facto (EC4). A Figura 5.2 é clara, ao evidenciar a comparação entre as duas deformadas para cada tipo de pilar. A deformada do pilar não embebido, revela um declive maior nas imediações da ligação viga/pilar, que é induzida por uma maior rotação no nó. Este facto contribuiu para uma menor rigidez global da viga à flexão, traduzindo-se por uma deformada maior, sendo a diferença obtida a meio vão aproximadamente igual a 10%.

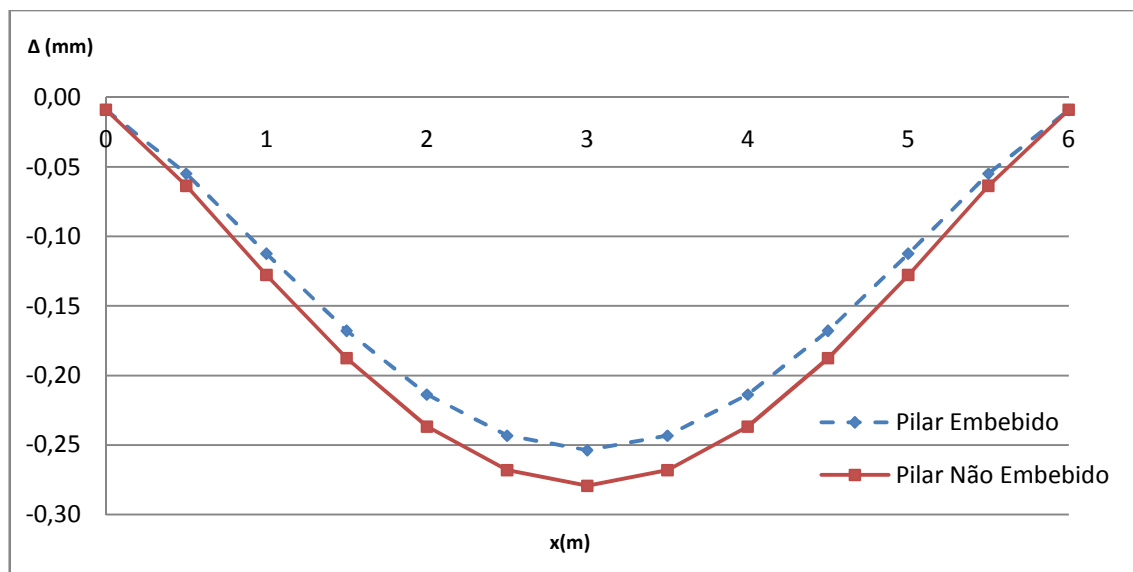


Figura 5.2 – Deformada para Pilar não Embebido/Embebido (carga uniforme).

Comparando a deformada de cada um dos diferentes tipos de pilares, com a solução apresentada pelo regulamento, como mostra a Figura 5.3, verifica-se que o Modelo EC4 de inércia variável proporciona melhores resultados, sendo que esta solução corresponde, em grande parte, com a deformada do pilar embebido. Pode-se verificar que a largura efectiva mobilizada para curvaturas positivas carece de uma boa aproximação, o que já não acontece para curvaturas negativas.

A deformada obtida com o Modelo EC4 de inércia constante revela-se demasiado rígida e o facto de possuir uma inércia bastante elevada para momentos negativos, impede que a rotação na extremidade da viga seja maior.

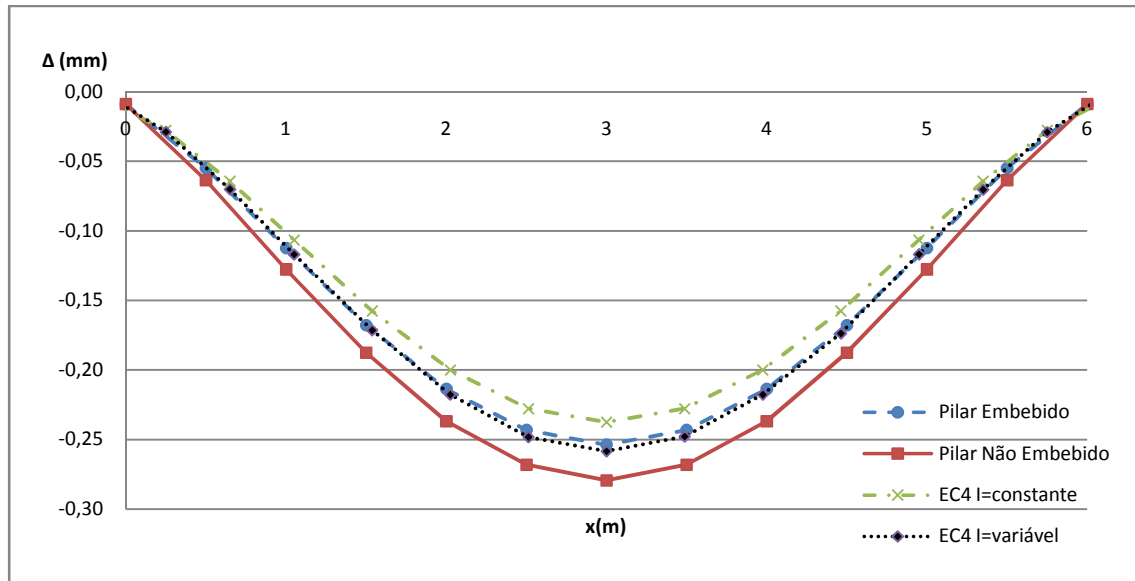


Figura 5.3 – Comparação da deformada para cada tipo de pilar com o Eurocódigo 4 (carga uniforme).

O Quadro 5.3 apresenta o deslocamento obtido a meio vão em cada um dos modelos e as diferenças obtidas entre o Modelo 3D e cada um dos modelos de barra. Comparando a flecha obtida em cada tipo de pilar, regista-se uma diferença na ordem de 10%, um valor bastante elevado que carece de alguma atenção, tendo em conta que o regulamento aborda as duas situações da mesma forma.

Analisando as duas últimas colunas do quadro, pode-se verificar que apenas consta um número negativo, o mesmo é dizer que apenas para um dos casos o regulamento fornece valores superiores ao modelo numérico. Outro aspecto revelado, é a grande variabilidade obtida para cada uma das relações entre o modelo de cálculo e o modelo de barras, que demonstra bem a complexidade em determinar uma aproximação exacta da largura efectiva nesta situação.

Quadro 5.3 – Resultados obtidos no meio vão da viga.

	Pórtico	ModeloEC 4	ModeloEC 4	Modelo EC 4/Modelo 3D	Modelo EC 4/Modelo 3D
Tipo	Modelo 3D	$I_{\text{constante}}$	$I_{\text{variável}}$	$I_{\text{constante}}$	$I_{\text{variável}}$
Pilar	(mm)	(mm)	(mm)	(%)	(%)
Embebido	-0.254	-0.238	-0.259	6.38	-1.86
Não Embebido	-0.279	-0.238	-0.259	14.96	7.47

#### 5.2.1.2 – Variação da Espessura da Laje.

A representação gráfica das várias deformadas na Figura 5.4, não pode ser interpretada como um aumento directo na largura de laje mobilizada, só pelo facto de quanto maior a espessura de laje menor é a deformada. Há que ter em conta, que o aumento da espessura de laje implica um aumento directo na inércia mista, considerando a mesma largura efectiva. Para se poder quantificar a relação existente, entre a espessura da laje e a largura de laje mobilizada, foi comparada para cada uma das espessuras um elemento de barra. O elemento de barra em causa é concebido de acordo com o EC4. A avaliação

de um possível aumento da largura de laje efectiva, com o consequente aumento da espessura, passa pela observação da relação entre cada Modelo 3D e o seu modelo de barras equivalente.

Para ajudar a compreender os resultados com maior facilidade, vão ser apresentadas as várias deformadas para cada espessura de laje, tentando avaliar a resposta dada por cada elemento de barras (EC4).

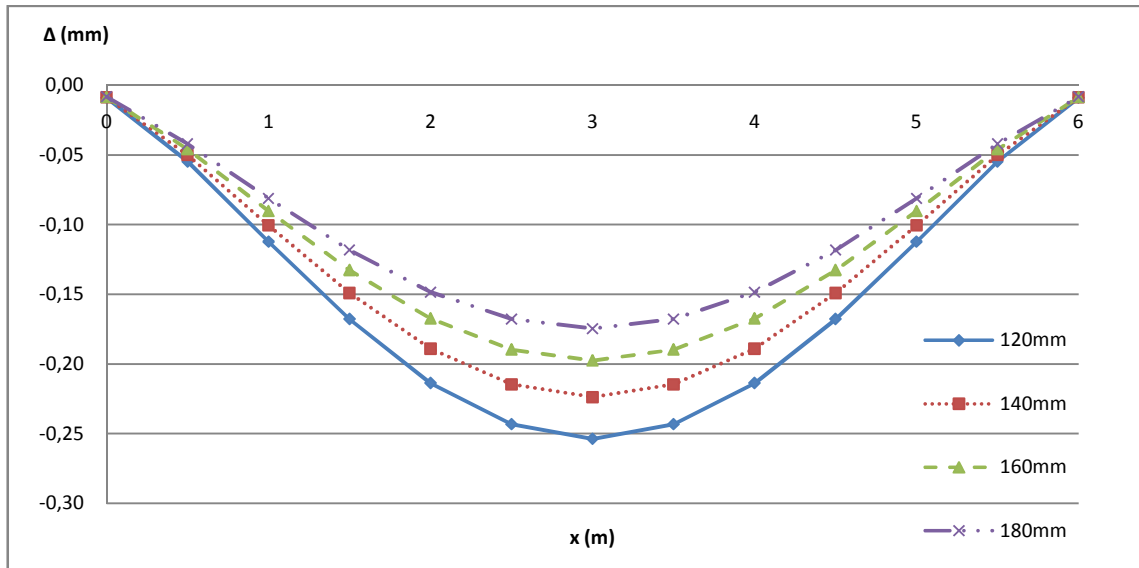


Figura 5.4 – Comparação da deformada para cada tipo de laje (carga uniforme).

A deformada do Modelo 3D representada na Figura 5.5 diz respeito ao modelo de base. Para esta situação a largura efectiva mobilizada ao longo da viga mista situa-se próxima da recomendação do regulamento (EC4) de inércia variável, uma vez que revela um bom comportamento para quase toda a viga, onde a sua maior divergência ocorre a meio vão tendo como diferença na flecha obtida 1.8%.

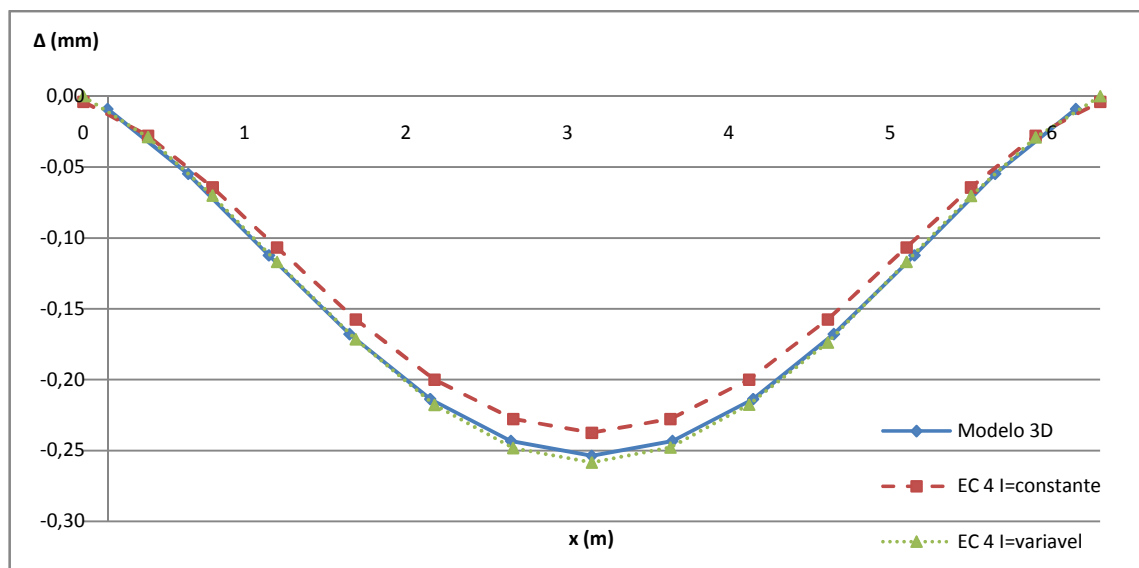


Figura 5.5 – Deformada para o modelo base H, espessura 120mm (carga uniforme).

Relacionando as curvas da Figura 5.6 com o modelo de base, verifica-se que a deformada do Modelo 3D se aproxima ligeiramente do Modelo EC4 de inércia constante. Este aumento de rigidez é devido a uma maior mobilização da largura de laje na deformação da viga mista.

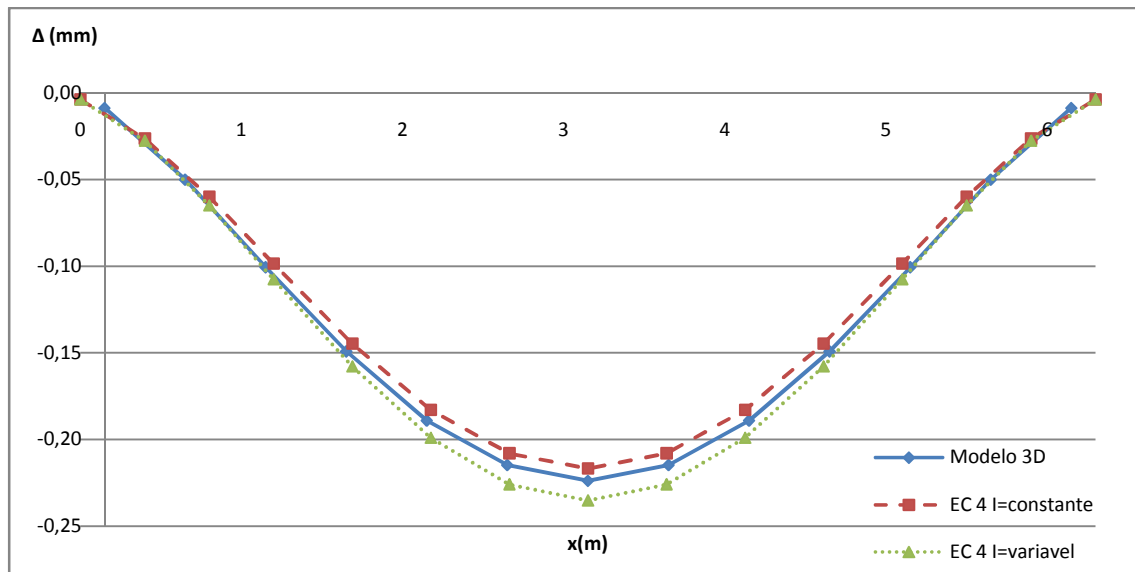


Figura 5.6 – Deformada para a espessura de laje 140mm (carga uniforme).

Para o caso da largura de laje igual a 160mm (ver Figura 5.7), verifica-se que o elemento de barra de inércia constante aproxima com grande rigor a deformada do Modelo 3D, de salientar que para esta situação a diferença obtida entre estes modelos na zona de momentos flectores positivos não ultrapassa 0.5%. Sendo assim, a largura efectiva mobilizada no Modelo 3D para a zona de momentos positivos é muito próxima da largura efectiva adoptada no elemento de barra de barras de inércia constante.

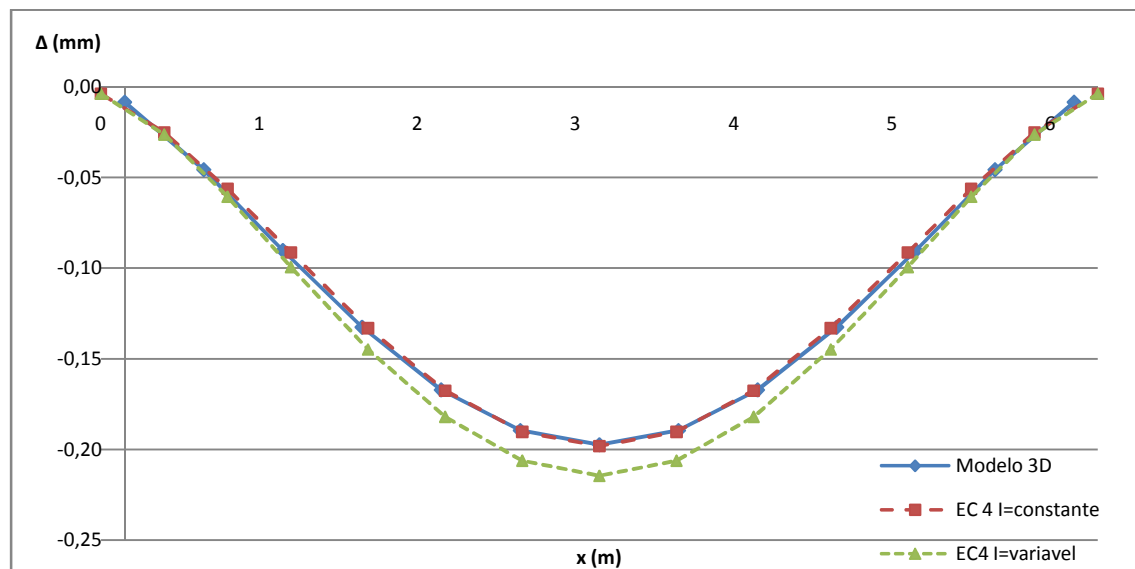


Figura 5.7 – Deformada para a espessura de laje 160mm (carga uniforme).

Os resultados obtidos para a deformada da viga mista com uma laje de 180mm de espessura, revelam valores de rigidez superiores a qualquer caso do regulamento. Sendo assim, para lajes com espessuras desta natureza (elevadas), qualquer aproximação do regulamento parece ser conservativa.

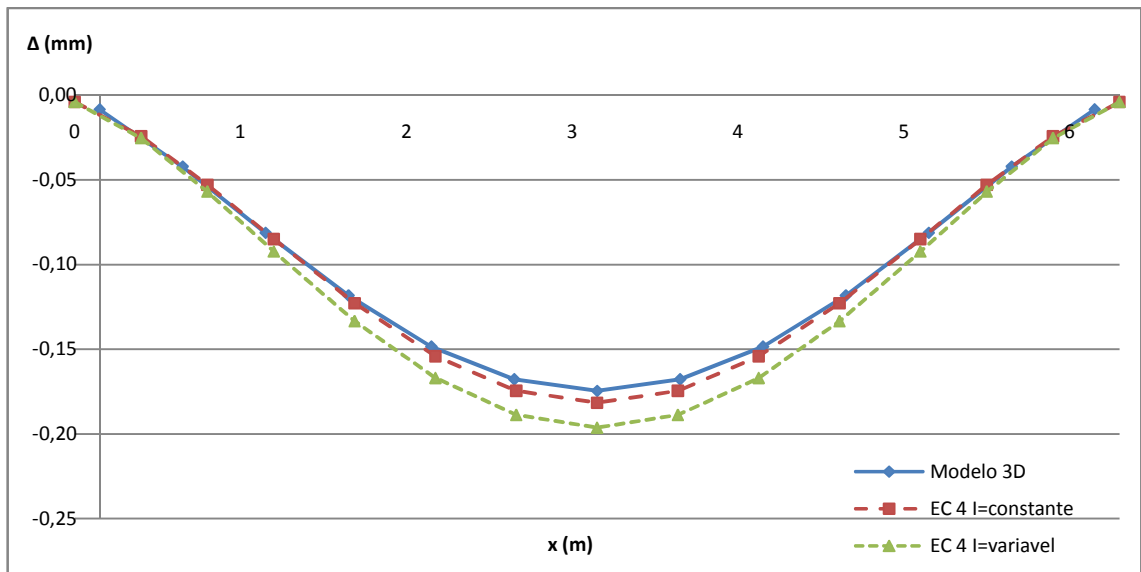


Figura 5.8 – Deformada para a espessura de laje 180mm (carga uniforme).

Observando em conjunto as quatro figuras anteriores, verifica-se que quanto maior a espessura de laje, menor é a deformada do Modelo 3D, quando comparada com o elemento de barra referente à sua espessura. Deste modo, é possível afirmar que a espessura de laje é um parâmetro influente na determinação da largura efectiva.

No Quadro 5.4, podem ser consultadas as várias flechas obtidas para cada uma das espessuras. De salientar o comportamento rigoroso no caso da espessura igual a 160mm, utilizando o elemento de barra de inércia constante. Este resultado, permite estimar com grande rigor a largura efectiva equivalente em 36% da largura de laje ( $b_{eff}=0.9$  m).

Quadro 5.4 – Comparação dos deslocamentos a meio vão para diferentes espessuras de lajes.

Espessura (mm)	Pórtico	ModeloEC 4	ModeloEC 4	EC 4/Modelo 3D	EC 4/Modelo 3D
	Modelo 3D (mm)	$I_{constante}$ (mm)	$I_{variável}$ (mm)	$I_{constante}$ (%)	$I_{variável}$ (%)
120	-0.254	-0.238	-0.259	6.38	-1.86
140	-0.224	-0.217	-0.235	3.17	-5.10
160	-0.198	-0.198	-0.215	-0.34	-8.66
180	-0.175	-0.182	-0.196	-3.99	-12.41

### 5.2.1.3 – Variação do Vão.

Analisar diferentes comprimentos de vigas, está em conformidade com os pressupostos referidos no regulamento. Por esta razão é de esperar que a largura efectiva apresente variações significativas relativamente a este parâmetro.

Analisando o conjunto das três figuras que se seguem, que representam a deformada para cada um dos diferentes vãos (5m, 6m e 8m), é notório um aumento da largura efectiva com o aumento do vão. A afirmação anterior, tem como fundamento, o seguinte facto: quanto maior o vão, maior é a largura efectiva de cada modelo de barras, uma vez que esta é definida em função do vão (ver Quadro 5.6).

Quadro 5.6 – Largura efectiva em cada Modelo EC4 de inércia constante.

Vão (m)	$L_e$ (%)	$B_{eff}$ (m)
5	60	0.75
6	60	0.90
8	60	1.20

Da apreciação das deformadas da Figura 5.9, o elemento de barra de inércia variável, torna-se bastante importante para auxiliar no cálculo da largura efectiva mobilizada nesta situação. As semelhanças existentes entre este elemento de barra e o Modelo 3D, estão bem patentes na figura, verificando-se uma diferença entre eles de 0.32% (Ver Quadro 5.7). A largura de laje mobilizada para momento positivo é de 30% da largura da própria laje.

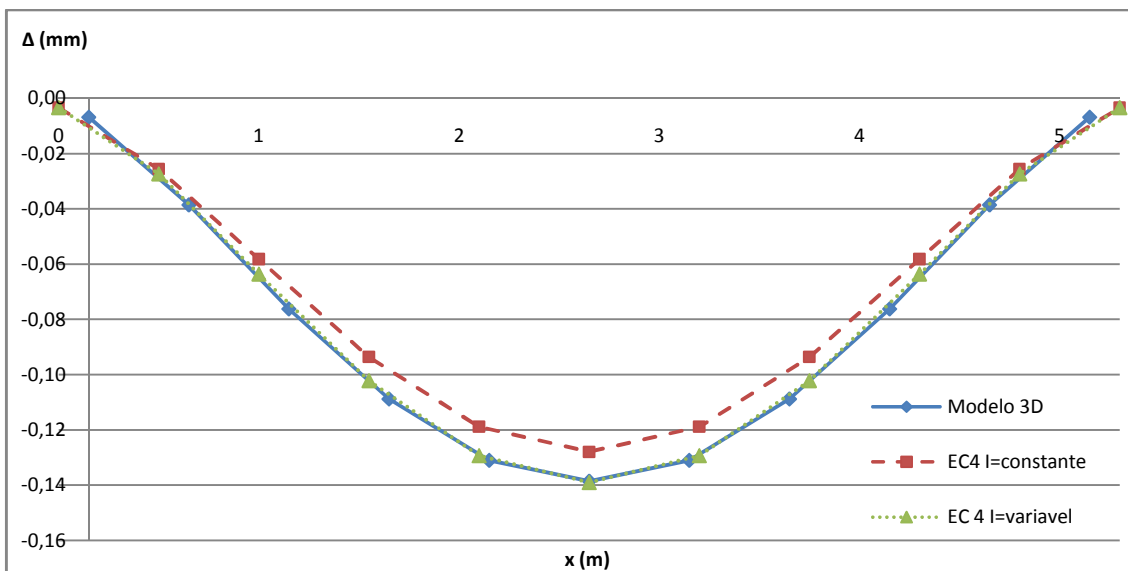


Figura 5.9 – Deformada da viga mista com um vão de 5m (carga uniforme).

A deformada para a viga de 6 metros de desenvolvimento corresponde ao modelo de base, a exposição da deformada para este caso já foi efectuada quando se estudou a variação da espessura da laje de 120mm. (ver Figura 5.5). A largura efectiva para esta situação será no mínimo igual a 36% da largura de laje. O valor elucidado é indicativo da largura efectiva utilizada no modelo de barras de inércia

variável para momentos positivos. A diferença obtida entre o Modelo EC4 de inércia variável e o Modelo 3D é de 1.8%, verificando-se que o modelo de barra é mais deformável. Sendo assim, é admissível tomar 36% da largura da laje como limite inferior da largura efectiva para este caso concreto.

A deformada da viga mista do modelo de barras de inércia variável com 8 metros de vão que se apresenta na Figura 5.10, contém para a zona central da viga mista, uma aproximação débil ao Modelo 3D. A largura efectiva mobilizada para esta situação é superior à regulamentar e a diferença entre flechas aumentou para o dobro em relação ao modelo base (ver Quadro 5.7).

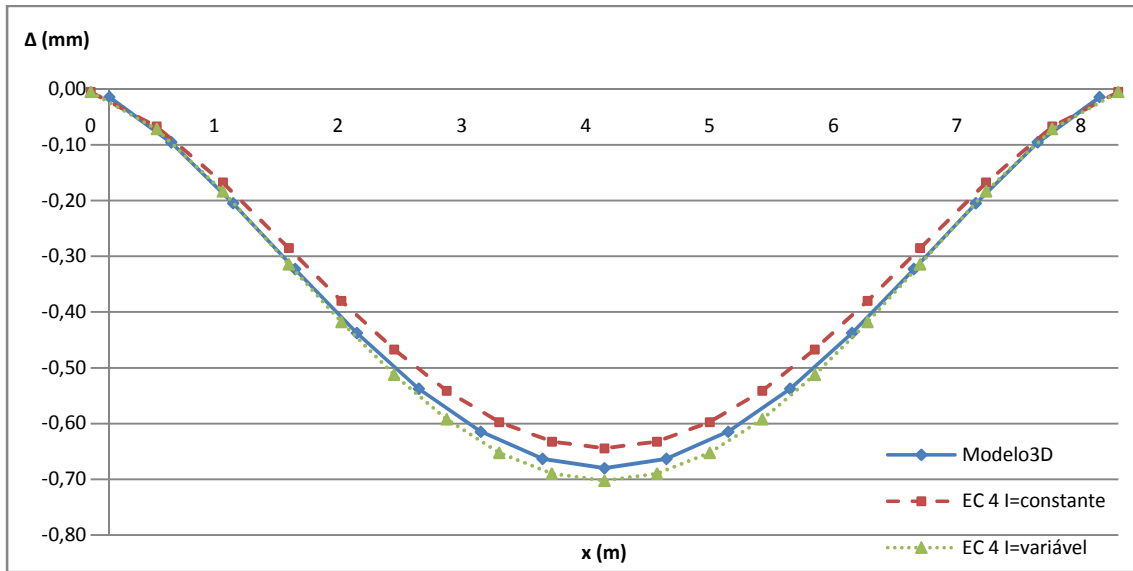


Figura 5.10 – Deformada da viga mista com um vão de 8m (carga uniforme).

A análise dos resultados apresentados no Quadro 5.7, revelam que com o aumento do vão da viga, diminuiu a diferença relativamente ao elemento de barra de inércia constante. Este facto reforça a ideia anterior de que a inércia varia em função do vão. Um outro aspecto, que merece ser referenciado, é o funcionamento positivo do elemento de barras com inércia variável. Este elemento possuiu uma inércia baixa junto de cada nó (zona de momentos negativos), que permite uma maior rotação na ligação viga/pilar, que de uma forma geral influencia a flecha a meio vão.

Quadro 5.7 – Comparação dos deslocamentos a meio vão para diferentes vãos.

Vão (m)	Pórtico	Modelo EC 4	Modelo EC 4	Modelo EC 4/Modelo 3D	Modelo EC 4/Modelo 3D
	Modelo 3D (mm)	$I_{\text{constante}}$ (mm)	$I_{\text{variável}}$ (mm)	$I_{\text{constante}}$ (%)	$I_{\text{variável}}$ (%)
5	-0.139	-0.128	-0.139	7.71	-0.32
6	-0.254	-0.238	-0.259	6.38	-1.86
8	-0.680	-0.645	-0.703	5.20	-3.32

#### 5.2.1.4 – Variação da Largura de Laje.

A apresentação dos resultados obtidos para este caso não será extensa, devido à grande atenção que tiveram anteriormente para as vigas tramo a tramo. Sendo assim, apenas são apresentados os valores dos deslocamentos obtidos a meio vão, obtidos no modelo 3D.

O Quadro 5.8 contém as flechas determinadas para cada uma das diferentes lajes (1.5m, 2.5m e 3.5m). A largura efectiva em cada modelo de barra é a mesma como sugere o EC4, sendo de registar que o modelo de barra de inércia variável acaba por revelar melhores resultados. Verifica-se ainda que, para este elemento, existe uma variação acentuada das várias flechas, com o aumento da largura de laje, registando-se variações na ordem dos 9%.

Quadro 5.8 – Comparação dos deslocamentos a meio vão para diferentes larguras de lajes.

Laje (m)	Pórtico	Modelo EC 4	Modelo EC 4	Modelo EC 4/Modelo 3D	Modelo EC 4/Modelo 3D
	Modelo 3D (mm)	$I_{\text{constante}}$ (mm)	$I_{\text{variável}}$ (mm)	$I_{\text{constante}}$ (%)	$I_{\text{variável}}$ (%)
1.5	-0,160	-0,143	-0,155	11,11	3,24
2.5	-0,254	-0,238	-0,259	6,38	-1,86
3.5	-0,343	-0,333	-0,362	3,01	-5,57

#### 5.2.2 - Acção Pontual

O modelo de barras citado para carregamentos uniformes é utilizado com as mesmas características na avaliação de larguras efectivas em vigas mistas quando sujeitas a cargas pontuais. Dos quatro parâmetros analisados anteriormente apenas fica excluída a análise para diferentes larguras de laje, uma vez que, não foram registadas diferenças significativas em relação ao que foi abordado para acções uniformes (5.2.1.4).

##### 5.2.2.1 – Pilar Não Embebido/Embebido

Começando por mostrar a diferença entre a deformada obtida para os dois tipos de pilares (não embebido/embebido), regista-se que o modelo do pilar embebido consegue apresentar uma maior rigidez no nó de ligação, evitando uma rotação tão considerável como se observa para o outro caso considerado. A largura de laje mobilizada à flexão da viga, para o caso em que o pilar é embebido pela laje, contribui consideravelmente para uma maior inércia da secção mista na zona de momentos negativos. A capacidade de rotação, tem grande influência na determinação da flecha a meio vão. Para ambos os casos ate pode ser mobilizada a mesma largura efectiva para momentos positivos, mas se a rotação diferir, as flechas também serão diferentes.

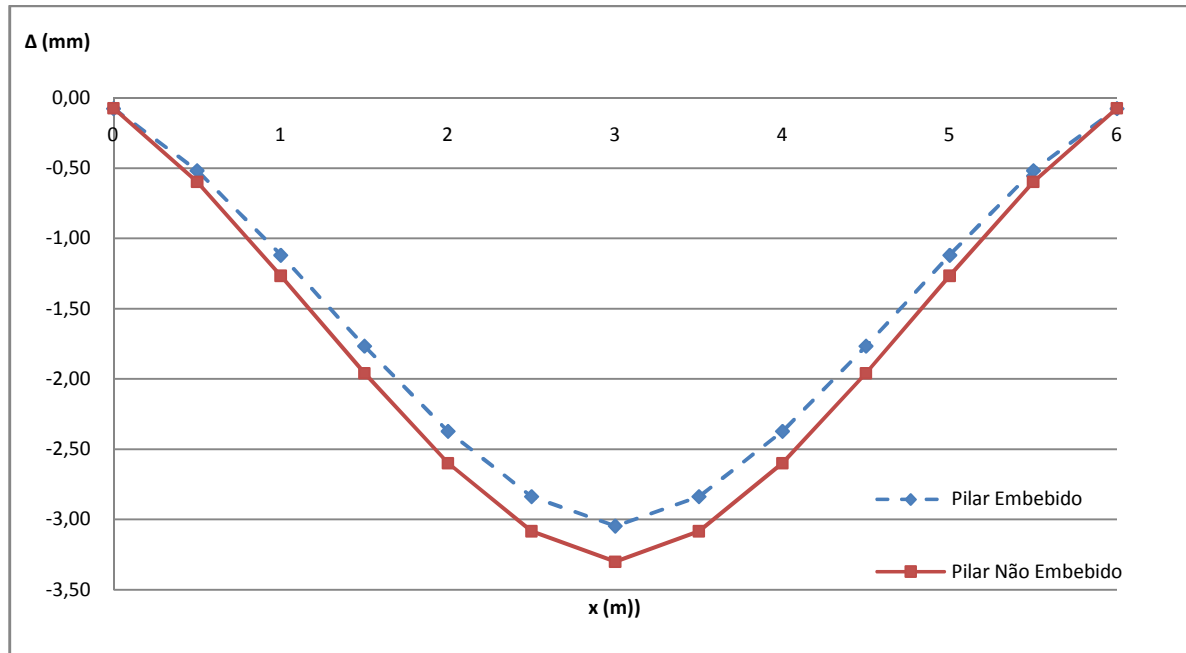


Figura 5.11 – Deformada para Pilar Não Embebido/Embebido (carga pontual).

A Figura 5.12. tenta enquadrar a deformada obtida para cada tipo de pilar, com o modelo de barras sugerido pelo regulamento.

Para o pilar embebido, o modelo de barras de inércia constante, consegue representar uma deformada bastante razoável. A diferença obtida para a zona de momentos negativos (20% vão) com o Modelo 3D, não é ultrapassada em 1%, sendo a largura efectiva para este caso de 0.900 metros (36% da largura de laje). Os resultados a meio vão, têm uma diferença de 3.36% (ver Quadro 5.9). Considerando que o elemento 2D tem a mesma inércia para toda a viga, o facto de a deformada do Modelo 3D ser maior a meio vão, significa que foi mobilizada uma menor largura efectiva, do que aquela que tinha sido considerada no modelo de barras. O facto de a variação da largura efectiva não ser linear, ao longo da viga, dificulta a sua determinação.

A variação da largura efectiva, quando sujeita à aplicação de cargas concentradas é mais significativa nas imediações de aplicação da carga, uma vez que o gradiente de variação de tensões transversalmente é maior (observado pelo mapa de tensões na laje). Analisando a deformada na imediação do ponto aplicação da carga, verifica-se que a deformada não é tão uniforme, como acontece para o caso de cargas uniformes.

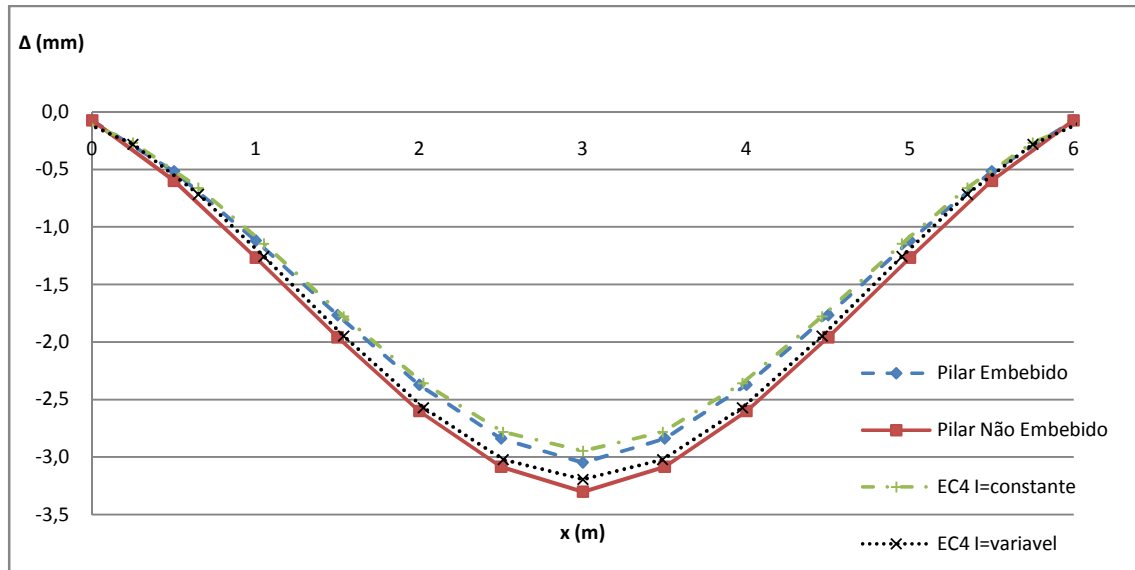


Figura 5.12 – Comparação da deformada para cada tipo de pilar com o Eurocódigo 4 (carga pontual).

O Quadro 5.9, apresenta os deslocamentos obtidos para o meio vão da viga, referentes à Figura 5.12. Por uma questão de coincidência, verifica-se que o modelo de barras de inércia constante aproxima-se mais do comportamento do pilar embebido, enquanto o modelo de inércia variável a sua deformada é mais próxima do caso da laje faceada com o pilar.

Quadro 5.9 – Comparação de deslocamentos a meio vão

	Pórtico	Modelo EC 4	Modelo EC 4	Modelo EC 4/Modelo H	Modelo EC 4/Modelo H
Tipo Pilar	Modelo 3D (mm)	$I_{constante}$ (mm)	$I_{variável}$ (mm)	$I_{constante}$ (%)	$I_{variável}$ (%)
Embebido	-3.048	-2.946	-3.194	3.36	-4.77
Não Embebido	-3.301	-2.946	-3.194	10.76	3.25

#### 5.2.2.2 – Variação da Espessura da Laje.

Analisando o conjunto de resultados obtidos para as diferentes espessuras de laje, as conclusões a tirar são semelhantes às obtidas para carregamentos uniformes. A largura efectiva mobilizada para uma laje aumenta com o acréscimo da espessura da própria laje.

Verifica-se que para esta situação, junto da zona de aplicação da carga pontual, a deformada no Modelo 3D é sempre mais pronunciada.

Com a excepção da laje de 120mm (modelo base), todas as restantes apresentam valores conservativos quando comparadas com os elementos de barra do EC4. Este facto não acontecia para o caso de acções uniformes, em que a solução obtida só era conservativa a partir de 160mm de espessura. Sendo que o elemento modelado é o mesmo, isto significa, que o tipo de carregamento tem influência na largura de laje mobilizada. Para carregamentos uniformes observa-se uma deformada mais flexível a meio vão, o mesmo será dizer, menor largura de laje mobilizada para esta zona.

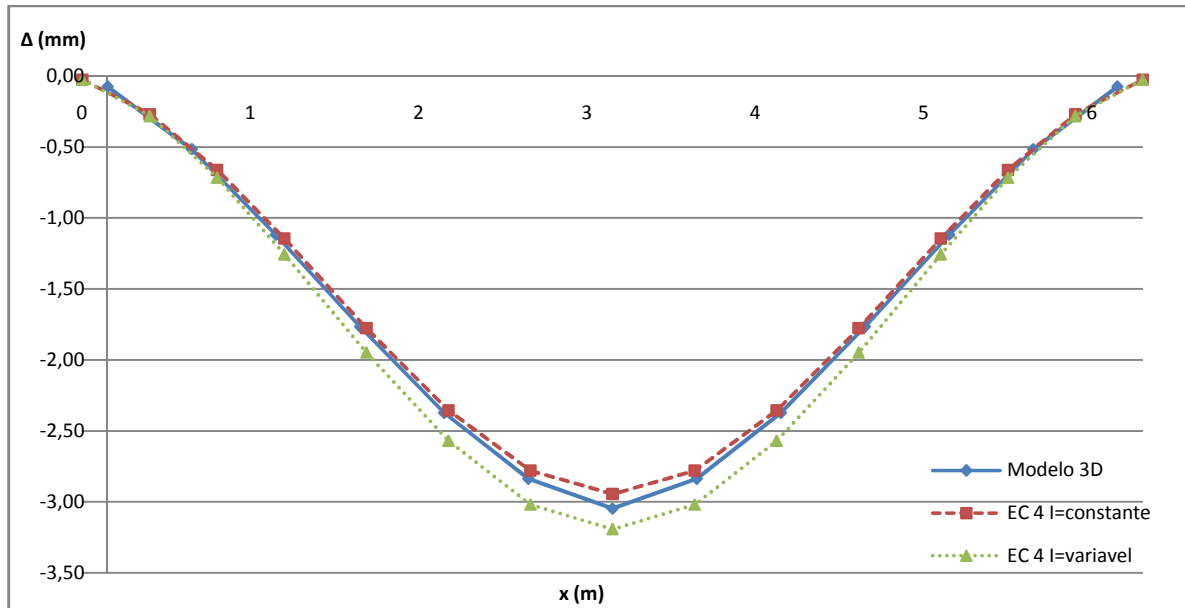


Figura 5.13 – Deformada para o modelo base H, espessura 120mm (carga pontual).

Para o caso da largura de laje igual a 140mm (ver Figura 5.14), verifica-se que o elemento de barra de inércia constante garante de forma exemplar uma aproximação da deformada do Modelo 3D, de salientar que para esta situação a diferença obtida entre estes modelos na zona de momentos flectores positivos não ultrapassa 0.3%. Sendo assim, a largura efectiva mobilizada no Modelo 3D para a zona de momentos positivos é muito próxima da largura efectiva do modelo de barras de inércia constante ( $B_{\text{eff}}=0.9\text{m}$ ).

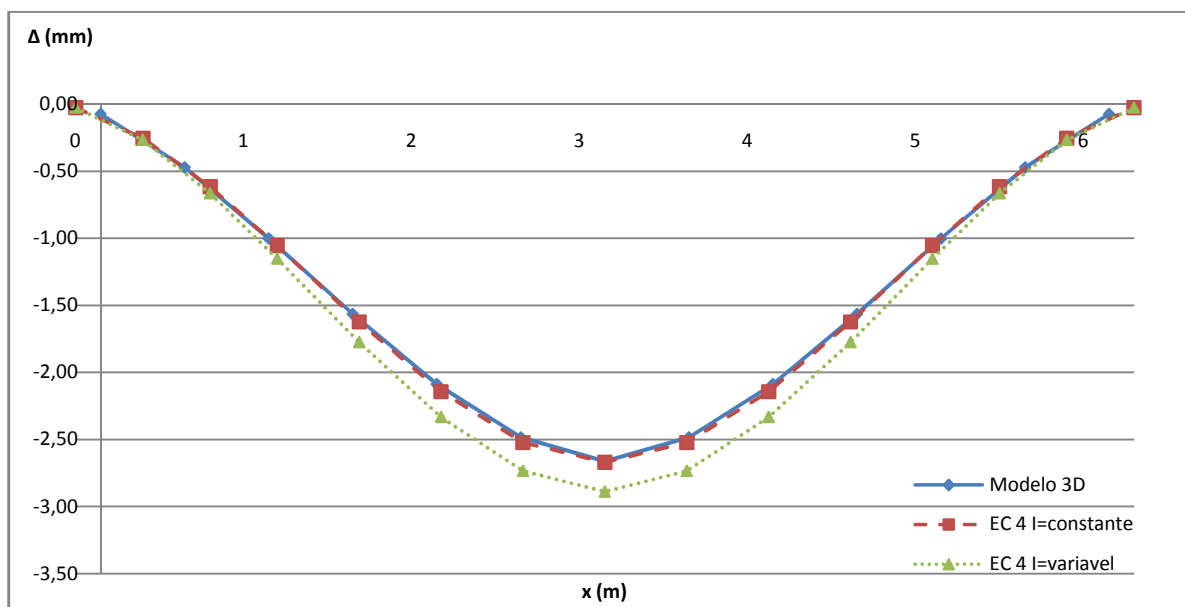


Figura 5.14 – Deformada para o modelo base H, espessura 140mm (carga pontual).

Os resultados obtidos para a espessura de laje de 160mm revelam que ambas as soluções apresentadas pelo regulamento satisfazem uma aproximação da deformada superior à observada no modelo 3D, por

isso considera-se do lado da segurança (conservativo) o controlo de flecha recorrendo ao regulamento para laje com espessuras superiores a 160mm.

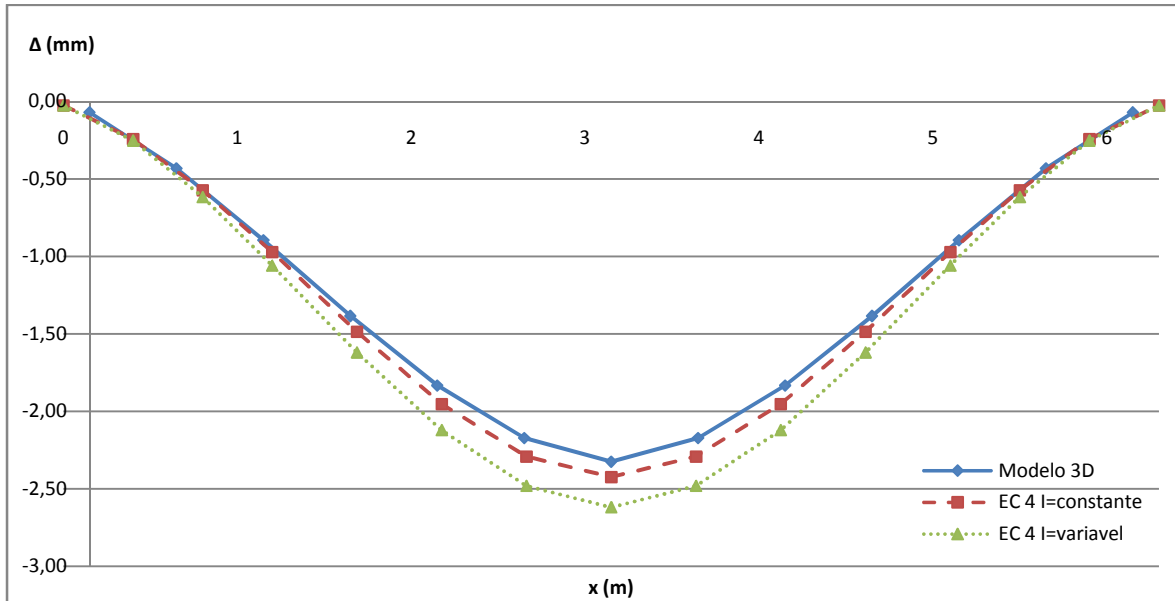


Figura 5.15 – Deformada para o modelo base H, espessura 160mm (carga pontual).

A deformada da viga para uma espessura de 180mm pode ser observada na Figura 5.16.

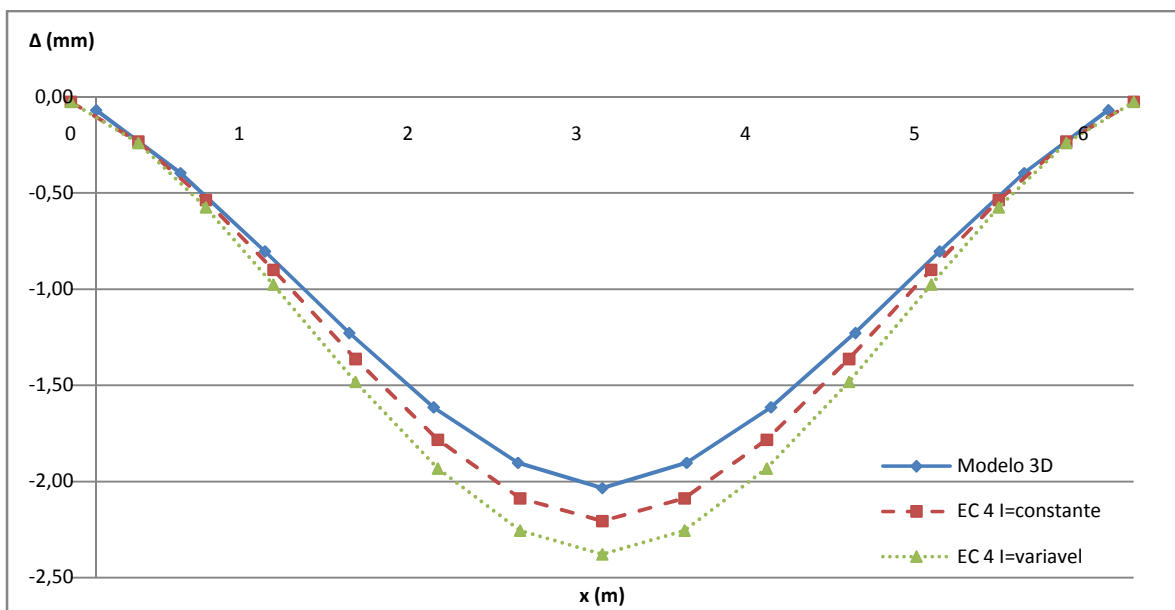


Figura 5.16 – Deformada para o modelo base H, espessura 180mm (carga pontual).

Da observação das figuras anteriores, fica o registo de que, quanto maior a espessura de laje, menor é a deformada no Modelo 3D, quando feita uma comparação com cada um dos modelos de barras com a mesma espessura. Como afirmado anteriormente para carregamentos uniformes, voltou a verificar-se que a espessura de laje é um parâmetro que deve ser tido em consideração.

No Quadro 5.10, podem ser consultadas as várias flechas obtidas para cada uma das diferentes espessuras estudadas. De salientar o excelente comportamento para o elemento de barra de inércia constante no caso da espessura igual a 140mm. Este resultado permite afirmar com grande rigor que a largura efectiva equivalente é de 36% da largura de laje.

No caso de uma carga uniforme observou-se que para uma espessura de laje igual a 160mm se obtinha uma largura efectiva igual à referenciada acima. Portanto quer isto dizer, que para o caso da carga pontual foi mobilizada uma largura efectiva de 0.9 m numa laje com menor espessura (140mm), sendo que a o aumento de espessura é acompanhado por um aumento da largura efectiva, significa então que para cargas pontuais é mobilizada maior largura efectiva.

Quadro 5.10 – Comparação dos deslocamentos a meio vão para diferentes espessuras de lajes.

	Pórtico	Modelo EC 4	Modelo EC 4	Modelo EC 4/Modelo 3D	Modelo EC 4/Modelo 3D
Espessura (mm)	Modelo 3D (mm)	$I_{\text{constante}}$ (mm)	$I_{\text{variável}}$ (mm)	$I_{\text{constante}}$ (%)	$I_{\text{variável}}$ (%)
120	-3.048	-2.946	-3.194	3.36	-4.77
140	-2.662	-2.670	-2.889	-0.30	-8.50
160	-2.326	-2.425	-2.619	-4.27	-12.63
180	-2.035	-2.206	-2.380	-8.38	-16.92

### 5.2.2.3 – Variação do Vão

Como se constatou para carregamentos uniformes, em que a variação do vão tem influência directa na largura de laje mobilizada, o mesmo acontece para a carga pontual em que é registada a mesma tendência. Um outro facto observado, é que o Modelo 3D para cargas pontuais, apresenta uma rigidez ligeiramente superior. A comparação de cada uma das figuras que se seguem, com as figuras análogas para carregamentos uniformes, é possível verificar que a solução do Modelo 3D é mais próxima da solução do EC4 de inércia constante para cargas localizadas.

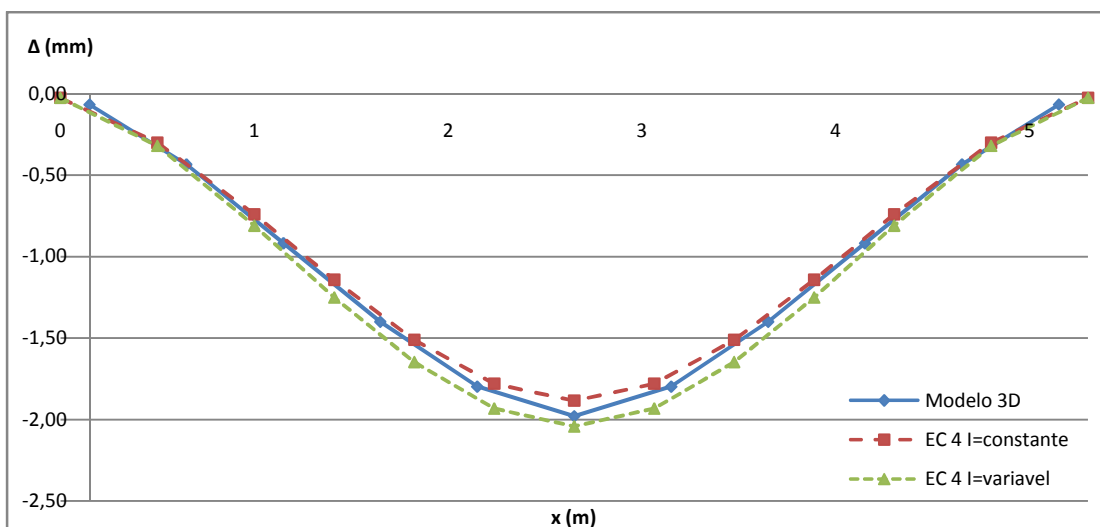


Figura 5.17 – Deformada da viga mista com um vão de 5m (carga pontual).

Na Figura 5.18 são representadas as deformadas obtidas para o pórtico com 8 m de vão.

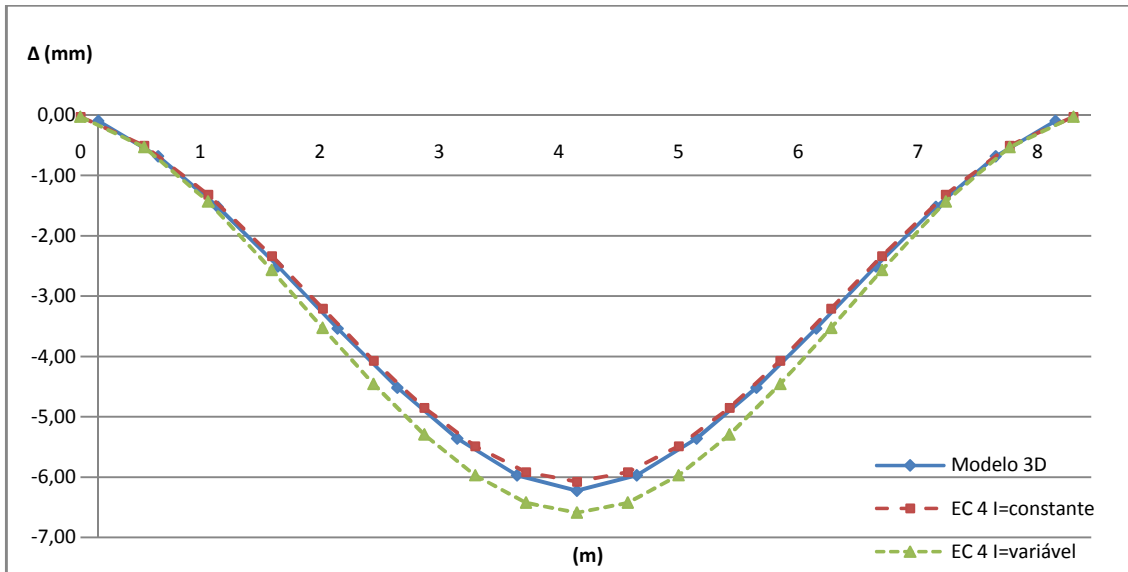


Figura 5.18 – Deformada da viga mista com um vão de 8m (carga pontual).

O Quadro 5.11 apresenta os resultados obtidos para meio vão quando actua uma carga pontual em cada um dos três vãos estudados. Comparando os resultados obtidos para esta situação, com o quadro homólogo para acções uniformes (Quadro 5.7), verifica-se que as diferenças obtidas com o regulamento têm a mesma ordem de grandeza. Isto é, analisando a quinta coluna de cada um dos quadros, em que é descrita a diferença compreendida entre o modelo de barras de inércia constante e o modelo 3D, verifica-se que a ordem de grandeza de variação dos resultados é a mesma (2.5%). O mesmo acontece para o elemento de barras de inércia variável.

Quadro 5.11 – Comparação dos deslocamentos a meio vão para diferentes vãos.

	Modelo Pórtico	Modelo EC 4	Modelo EC 4	Modelo EC 4/Modelo 3D	Modelo EC 4/Modelo 3D
Vão (m)	Modelo3D (mm)	$I_{\text{constante}}$ (mm)	$I_{\text{variável}}$ (mm)	$I_{\text{constante}}$ (%)	$I_{\text{variável}}$ (%)
5	-1.979	-1.884	-2.041	4.80	-3.17
6	-3.048	-2.946	-3.194	3.36	-4.77
8	-6.225	-6.077	-6.589	2.37	-5.85

### 5.3. CARREGAMENTOS HORIZONTAIS

A modelação com elemento de barras, para acções horizontais é realizada com base nos critérios previstos no EC8. A Figura 5.19 refere-se ao modelo de barra de inércia variável, onde são consideradas duas inércias diferentes, tendo em atenção o diagrama de momentos flectores. Como referido no Capítulo 3, o estudo deste tipo de acções é efectuado com a aplicação de uma carga horizontal no topo do pilar esquerdo, que induz um diagrama de momentos flectores linear (primeiro grau), separando a viga em duas partes iguais e simétricas.

O elemento de inércia constante admitido para uma análise elástica é determinado com a Equação 2.6.



Figura 5.19 – Distância entre pontos de momentos nulos ( $L_e$ ).

#### 5.3.1 – Pilar Não Embebido/Embebido

O regulamento em causa (EC8) não tem em consideração esta situação quando se pretende fazer uma análise elástica, como se pode constatar no Quadro 2.1 apresentado no Capítulo 2. A diferenciação só acontece na avaliação da resistência última da secção mista (análise não elástica), que não faz parte desta dissertação.

Passando agora a analisar os resultados obtidos, a diferença obtida entre o deslocamento horizontal no ponto de aplicação da acção horizontal para cada caso é de 12.5%. O deslocamento horizontal para o pórtico em que o pilar é embebido pela laje, revela-se menos flexível, a grande diferença obtida quanto ao facto de o pilar estar embebido ou não pela laje de betão merece desde já alguma atenção. A solução de barras para modelar o pórtico quando solicitado horizontalmente apresenta-se bastante diferente do Modelo 3D. No Capítulo 3 é referida uma comparação entre o Modelo 3D só com a estrutura metálica, e um modelo de barras equivalente, onde se observou uma diferença de 7% no deslocamento horizontal (maior no modelo 2D de barras). Assim sendo, os resultados expostos pelos elementos de barra do EC8 estão, também, associados a esta diferença registada, ou seja, as diferenças são significativamente díspares e ambos os modelos de barra apresentam resultados com diferenças elevadas.

Quadro 5.12 – Deslocamentos e rigidezes quanto ao tipo de pilar (acção horizontal).

Pilar	Deslocamento Horizontal ( $\Delta$ )		Rigidez do modelo (K)		Modelo EC8/Modelo 3D	
	Embebido	Não Embebido	Embebido	Não Embebido	Embebido	Não Embebido
	(m)	(m)	(kN/m)	(kN/m)	(%)	(%)
Modelo 3D	1.035E-02	1.183E-02	9662.8	8453.1	-	-
EC 8 $I_{\text{constante}}$	1.780E-02	1.780E-02	5618.0	5618.0	41.86	33.54
EC 8 $I_{\text{variável}}$	2.025E-02	2.025E-02	4939.5	4939.5	48.88	41.57

O Quadro 5.13 apresenta para cada uma das diferentes acções estudadas, as diferenças observadas para cada tipo de pilar. Para as acções verticais é estabelecida uma comparação entre os deslocamentos obtidos a meio vão, onde se observa que as diferenças são maiores para uma acção distribuída, mais uma vez verifica-se que o tipo de acção é um parâmetro que influencia de certo modo a largura efectiva.

Quadro 5.13 - Resultados para as diferentes acções.

Pilar	Acção Uniforme	Acção Pontual	Horizontal
Embebido/Não Embebido	10 %	7.7%	12.5%

### 5.3.2 – Variação da Espessura de Laje.

Seguidamente são apresentados os resultados relativamente a várias espessuras de laje. O aumento da espessura de laje por si só implica uma maior secção transversal e consequentemente maior inércia, mas nem toda esta largura de laje será mobilizada. Os valores para as diferentes rigidezes apresentados, em que se verifica um aumento de rigidez com o aumento da espessura da laje, não reflectem directamente um aumento na largura de laje mobilizada como foi explicado em 5.2.1.2.

Quadro 5.14 – Resultados para a variação da espessura (acção horizontal).

H laje (mm)	Deslocamento Horizontal ( $\Delta$ )				Rigidez do modelo (K)			
	120	140	160	180	120	140	160	180
	(m)	(m)	(m)	(m)	(kN/m)	(kN/m)	(kN/m)	(kN/m)
Modelo 3D	0.0103	0.0092	0.0082	0.0073	9662.8	10866.4	12187.8	13621.2
EC 8 $I_{\text{constante}}$	0.0178	0.0164	0.0152	0.0152	5618.0	6085.3	6578.1	6585.0
EC 8 $I_{\text{variável}}$	0.0202	0.0191	0.0181	0.0172	4939.5	5232.3	5529.1	5829.5

O Quadro 5.15 apresenta as diferenças identificadas entre os vários elementos de barra e o Modelo 3D. É observável que com o aumento da espessura de laje, aumenta também a diferença da deformada obtida pelo elemento de barra. Se o modelo de barra, revela uma maior diferença entre o Modelo 3D, com o progressivo aumento da espessura da laje, é pertinente afirmar que existe um acréscimo da

largura de laje mobilizada. Considerando o modelo de barras de inércia constante com 120mm de espessura de laje e o elemento de 180mm, a razão obtida entre o Modelo EC8 e Modelo 3D entre a espessura de 120mm e 180mm varia de 10%.

Quadro 5.15 - Comparação entre o modelo de barras e o modelo 3D (acção horizontal).

H laje (mm)	Modelo EC 8/Modelo 3D			
	120	140	160	180
	(%)	(%)	(%)	(%)
EC 8 $I_{\text{constante}}$	41.86	44.00	46.03	51.66
EC 8 $I_{\text{variável}}$	48.88	51.85	54.63	57.20

### 5.3.3 – Variação do Vão

Ao analisar as rigidezes apresentadas no Quadro 5.16 verifica-se que o aumento do vão implica uma redução na rigidez do modelo. Esta relação era expectável que acontecesse, uma vez que, a matriz de rigidez desta viga contém termos inversamente proporcionais ao vão da viga (exemplo  $k_{22}=12EI:L^3$ ). Da observação das últimas três colunas do quadro, pode-se constatar que a relação de cada modelo de barras do regulamento com os diferentes vãos do pórtico é a mesma. Tendo em consideração que a largura efectiva aumenta em função do vão para cada um dos elementos de barra e considerando, ainda, que esta relação se manteve constante, significa então que o aumento de largura efectiva no Modelo 3D é igual ao aumento no elemento de barra. Deste modo, é possível determinar como varia a largura efectiva em função do vão, onde se regista um aumento de 13% no aumento do vão de 5 m para 6 m e 18% na passagem do modelo base para o pórtico de 8 m.

Quadro 5.16 – Resultados para diferentes vãos (acção horizontal).

Vão (m)	Deslocamento Horizontal ( $\Delta$ )			Rigidez do modelo (K)			Modelo EC 8/Modelo 3D		
	5	6	8	5	6	8	5	6	8
	(m)	(m)	(m)	(kN/m)	(kN/m)	(kN/m)	(%)	(%)	(%)
Modelo 3D	0.0093	0.0103	0.0125	10760.3	9662.8	8000.6	-	-	-
EC 8 $I_{\text{constante}}$	0.0159	0.0178	0.0213	6273.1	5618.0	4688.7	41.70	41.86	41.40
EC 8 $I_{\text{variável}}$	0.0179	0.0202	0.0247	5575.7	4939.5	4044.7	48.18	48.88	49.45

### 5.3.4 – Variação da Largura de Laje.

Para concluir o estudo de vigas mistas integradas em pórticos foram analisadas três larguras de laje submetidas a uma acção horizontal. Tomando como referência o modelo de base (2.5m) quando comparada a sua rigidez com as larguras de lajes vizinhas, verifica-se que existe um aumento de rigidez para a laje menor de 4% e uma diminuição de 2% relativamente à laje com 3.5m. Neste sentido, e uma vez que a dimensão do vão é igual, significa que esta variação é devida a uma alteração na inércia do modelo 3D.

Quadro 5.17 – Resultados para diferentes larguras de laje (acção horizontal).

Largura Laje	Deslocamento Horizontal ( $\Delta$ )			Rigidez do modelo (K)			Modelo EC 8/Modelo 3D		
	1.5	2.5	3.5	1.5	2.5	3.5	1.5	2.5	3.5
	(m)	(m)	(m)	(kN/m)	(kN/m)	(kN/m)	(%)	(%)	(%)
Modelo 3D	0.0108	0.0103	0.0101	9272.1	9662.8	9868.7	-	-	-
EC 8 $I_{\text{constante}}$	0.0178	0.0178	0.0178	5618.0	5618.0	5618.0	39.41	41.86	43.07
EC 8 $I_{\text{variável}}$	0.0202	0.0202	0.0202	4939.5	4939.5	4939.5	46.73	48.88	49.95

Neste capítulo apresenta-se um estudo de vigas mistas integradas em pórticos. Os resultados obtidos mostraram que a largura efectiva depende de uma variedade de parâmetros, tais como, a largura real da laje, da espessura da laje, do comprimento da viga e do tipo de acção.

Os resultados para pórticos submetidos a acções laterais confirmam as limitações do Eurocódigo 8 em fornecer valores precisos para a quantificação da largura efectiva. No entanto, deve-se afirmar que os valores especificados no regulamento conduzem a estruturas mais flexíveis o que poderá ser visto como sendo uma situação conservativa.

## CONCLUSÕES

### 6.1. CONCLUSÕES GERAIS

A realização desta dissertação teve como objectivo analisar e interpretar de que forma pode variar a largura efectiva em vigas mistas. A análise de diferentes parâmetros submetidos a diferentes tipos de carga revelam sempre uma variação na largura efectiva, o que significa que dificilmente se poderá apresentar um método que seja eficaz e que permita cobrir todas as situações encontradas.

Em resultado da comparação das diferentes larguras de laje estudadas conclui-se que, a largura efectiva apresenta uma relação maior com a largura total da laje do que propriamente com a dimensão do vão da viga. Ainda relativamente a este caso, foi provado que não é possível mobilizar toda a largura de laje disponível, pois isto obrigaria a uma distribuição uniforme das tensões em toda laje, o que não se vem a confirmar.

A taxa de variação da largura efectiva em função do aumento do vão, é bem justificada com os pressupostos do regulamento, quer para acções verticais (EC4), que para acções horizontais (EC8). O que se pretende dizer é que, apesar de o valor indicado para a largura efectiva não ser o mais correcto, o modo como ele varia em função da dimensão do vão é bem justificado pelos regulamentos.

Relativamente às diferentes espessuras consideradas neste trabalho, ficou evidenciado o seu contributo na variação da largura efectiva. O aumento da espessura da laje permite que a diferença entre a tensão máxima longitudinal que ocorre no eixo de simetria da laje, e a tensão na fibra de cada uma das extremidades, seja menor, isto é, que o “efeito shear-lag” seja atenuado.

Os resultados obtidos quanto ao tipo de pilar (não embebido/embebido) são bastantes díspares, tendo-se observado que para cada um dos casos considerados o seu desempenho é bastante diferenciado, considera-se por isso ser necessário desenvolver mais a investigação neste assunto.

Para os diferentes tipos de acções estudadas, verifica-se que a estrutura comporta-se de maneira diferente. A consulta dos resultados obtidos não permite indicar qual a tendência seguida entre carregamentos uniformes e pontuais, uma vez que foram encontrados valores diferentes consoante a largura de laje. Relembrando então, para a laje com 2.5m o tipo de carregamento vertical (pontual/uniforme) não influenciou a largura de laje mobilizada. O mesmo não aconteceu para os outros dois casos de laje (1.5m e 3.5m), onde para a laje de 1.5m, se verificou que a largura de laje mobilizada era maior para carregamentos uniformes enquanto, para a laje maior registou-se o oposto.

O método apresentado pelo autor para determinar a largura efectiva em cada secção da viga mista apresenta-se com grandes limitações. A função representativa das curvaturas, obtida por uma aproximação polinomial dos deslocamentos nodais contém duas limitações. Só pode ser empregue em

vigas com um tipo de curvatura (positiva ou negativa) e o polinómio que define a função das curvaturas deve possuir o mesmo grau que o polinómio representativo dos momentos flectores. O primeiro condicionamento deste método, está relacionado com a presença de assíntotas na definição da inércia mista para cada secção. O segundo aspecto, impõe algumas limitações quanto ao grau do polinómio utilizado para interpolar os deslocamentos nodais, uma vez que poderá ser impossível a realização de determinadas aproximações com polinómios de baixo grau.

Os diversos modelos de barra sugeridos pelo autor (Modelo 1, 2, 3), conseguem revelar-se bastante eficazes quando comparados com os modelos de barras implícitos no regulamento. Os Modelos 1 e 2, aplicados em condições mais favoráveis, isto é, na situação em que apenas se tem momentos positivos, apresentam com exactidão a deformada do Modelo 3D. O Modelo 3, encontra-se numa situação que não é a mais vantajosa para elementos de barra com inércia constante, devido à presença simultânea de momentos positivos/negativos, revelando para a zona de momentos negativos uma fraca aproximação da deformada. Mesmo assim, continua a ser preferível ao modelo de barras de inércia variável discutido no Eurocódigo.

## **6.2.RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Existem alguns aspectos que não foram discutidos na presente dissertação que poderão ser incluídos em trabalhos futuros.

Do levantamento de informação relativamente a vigas aço-betão, feito no Capítulo 2, ficou reconhecida a importância em considerar o comportamento não-linear dos materiais na quantificação de largura efectiva, uma vez que o estado de fissuração do betão implica uma diminuição da rigidez da secção mista.

Recomenda-se também, que seja representada com maior rigor a ligação entre os dois materiais. A introdução de conectores influencia o comportamento da secção mista, oferecendo resistência à deformação longitudinal da laje de betão.

Considera-se ainda oportuno no estudo de uma viga mista em serviço, ter em consideração efeitos de retração e fluência do betão.

Do estudo que foi realizado quanto ao tipo de pilar (não embebido/embebido) será prudente aprofundar melhor esta matéria. Os resultados obtidos para as vigas mistas inseridas em pórticos demonstraram grandes diferenças na avaliação da largura efectiva elástica consoante o tipo de pilar.

## BIBLIOGRAFIA

Ryall, M.J., Parke, G.A.R. e Harding, J.E.(2000), *Manual of Bridge Engineering*, Thomas Telford, London.

<http://www.lmc.ep.usp.br/people/hlinde/Estruturas/coal.htm>, 04/01/2009

Darvall, P. e Allen, F. (1984) *Lateral Load Effective Width of Flat Plates With Drop Panels*. ACI STRUCTURAL JOURNAL, p. 613-617.

Robertson, L. N.(1998), *Analysis of Slab Structures Subjected To Combined Lateral and gravity Loads*. ACI STRUCTURAL JOURNAL, p.723-729.

Choi, J-W. e Song., J-G.(2005), *A method for effective beam widths of slabs in flat plate structures under gravity and lateral loads*, Structural Engineering and Mechanics, p.451-468.

Dovich, L. M. e Wight, James k. (2007), *Effective Slab Width Model for Seismic Analysis of Flat Slab Frames*. ACI STRUCTURAL JOURNAL, p. 868-875.

Nie, J-G., Tiam, C-Y. e Cai, C.S .(2007), *Effective width of steel-concrete composite beam at ultimate strength stat* , Engineering Structures, p.1396-1407.

Carrasco, E. V. M. e Oliveira, A. L. C. (2003), *Análise do comportamento de vigas mistas de madeira laminada colada e concreto*, Engenharia Civil-UM , Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte

Castro, J.M. e Elghazouli, A.Y.e Izzuddin, B.A. (2006), *Assessment of efective slab widths in composite beams*, Journal of constructional steel research, p.1317-1327.

Castro, J. M. (2006), *Seismic Behaviour of Composite Moment-Resisting Frames*, Imperial College London, University of London.

Brosman D.P. e Uang C.M. (1995), *Effective width of composite L-beams in buildings*. Engineering Journal.

Chapman, J.C. e Balakrishnan, S. (1964), *Experiments on Composite beams*, The Structural Engineer, p. 369-382.

Chapman, J.C. e Balakrishnan, S. (1964), *Composite Construction in Steel and Concrete - The Behaviour of Composite Beams*, The Structural Engineer, p.115-125.

Adekola, A.O. (1968). *Effective Width of Composite Beams of Steel and Concrete*, The Structural Engineer, p. 285-286.

Johnson, R.P. e Hope-Gill, M.C. (1976), *Applicability of simple plastic theory to continuous composite beams*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, p.127-143.

Barnard,P.R. e Johnson, R.P. (1965), *Plastic behavior of continuous composite beams*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, p.180-197

Rotter,J.M. e Ansouriam, P. (1979), *Cross-section behavior and ductility in composite beams*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, p.453-474

Azevedo, Á. F. M. (2003). *Método Dos Elementos Finitos*, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.

Raimundo, M. D. (1990), *Texto de apoio às aulas de Método dos Elementos Finitos*, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.

CEN (2004) Eurocódigo 4 – Cálculo de Estruturas Mistas e de Betão , Parte 1 – Regras Gerais e Regras para Edifícios (EN 1998-1), Comité Europeu Para a Normalização (CEN); Dezembro de 2004.

CEN (2004) Eurocódigo 8 – Disposições para Projecto de Estruturas Sismo-Resistentes, Parte 1 – Regras Gerais, Acção Sísmica e Regras para Edifícios (EN 1998-1), Comité Europeu Para a Normalização (CEN); Dezembro de 2004.