

UNIVERSIDADE DO PORTO
FACULDADE DE ENGENHARIA

1.82

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E COMPUTADORES

PREVISÃO DE CARGAS
COM
SÉRIES TEMPORAIS

RELATÓRIO DE ESTÁGIO

AUTOR:

VICTOR EMANUEL DOS ANJOS TAVARES MORAIS

Ano 1992/93



Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
Biblioteca 4

Nº

CDU 621.3(049.3)/L66C/992/MORU

Data 2 / 10 / 2009

PRODEP

Parecer Científico sobre o estágio de

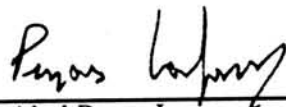
Victor Emanuel dos Anjos Tavares Moraes

O estagiário realizou sob minha orientação um trabalho de estágio sobre o tema que lhe foi fixado, tendo sido de uma forma geral alcançados os objectivos científicos inicialmente propostos.

A orientação científica incidiu sobre a definição de objectivos, fornecimento de bibliografia ou acesso à mesma e verificação dos progressos conseguidos.

Esta orientação foi exercida em coordenação com o supervisor do estagiário, na instituição onde fisicamente foi realizada a parte substancial dos trabalhos.

O nível de qualidade do trabalho executado, que se pode deduzir do relatório elaborado pelo estagiário, é bom, ao nível do grau de formação académica do estagiário. O relatório resume e descreve, de forma correcta, as fases dos estudos realizados e dos desenvolvimentos algorítmicos propostos e implementados.



João Abel Peças Lopes

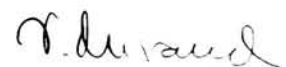
Professor Auxiliar da FEUP/DEEC

Parecer Técnico

Acompanhei os trabalhos de estágio realizados no INESC pelo aluno e apreciei o relatório final apresentado, considerando que aquele relatório reflecte o trabalho efectivamente realizado.

Sou de parecer que foram atingidos os objectivos inicialmente propostos no plano de trabalhos.

O Supervisor do Estágio (INESC)



PREVISÃO DE CARGAS COM SÉRIES TEMPORAIS

VICTOR EMANUEL DOS ANJOS TAVARES MORAIS

INTRODUÇÃO

O objectivo básico de uma empresa energética reside na constituição de um sistema de produção e transmissão de energia capaz de satisfazer, a qualquer momento e o mais economicamente possível, as necessidades dos consumidores.

Para que este objectivo seja alcançado é fundamental o conhecimento antecipado da carga a alimentar.

O comportamento da carga de um sistema de energia é influenciado por inúmeros factores cuja ocorrência é, na maior parte das vezes, desconhecida *a priori*, o que impossibilita a dedução de um modelo determinístico, que permita o cálculo exacto do comportamento futuro da carga. A carga só poderá, então, ser prevista estocasticamente, ou seja, o valor previsto da carga situar-se-á com uma certa probabilidade, entre dois determinados limites, estando-lhe associado um erro de previsão.

Para modelizar a carga do sistema, é necessário compreender o impacto destes factores no comportamento da carga. Os principais factores que influenciam a carga podem ser classificados em quatro grandes categorias.

- factores económicos
- factores cronológicos
- factores meteorológicos
- acontecimentos fortuitos

Factores Económicos

A envolvente económica na qual a empresa opera tem um efeito notório no consumo. Os diversos factores demográficos, económicos ou sociais, como o nível de actividade industrial, o nível de actividade agrícola, o crescimento demográfico e outros indicadores económicos, têm um impacto significativo na evolução da carga a médio e longo prazo.

Factores Cronológicos

Os principais factores cronológicos são: a época do ano (verão, inverno), o dia da semana

(dia útil, fim de semana), a hora do dia e os feriados nacionais, municipais e religiosos. A variação anual da carga processa-se de uma forma gradual, e resulta principalmente da mudança de temperatura e do número de horas diárias de insolação. Há no entanto períodos em que se verificam modificações abruptas de carga, como é o caso da significativa redução de actividades nos tradicionais meses de férias de verão. De salientar ainda, a possibilidade de se verificarem mudanças no consumo no dia anterior ou posterior a um feriado pela tendência em criar "fins de semana prolongados".

Factores Metereológicos

As condições metereológicas são responsáveis por introduzir significativas variações na carga. O agente atmosférico que mais afecta a carga é, sem dúvida, a temperatura, dada a grande disseminação de aparelhos a ela sensíveis. Outros factores com impacto no comportamento da carga são a humidade, a velocidade do vento, a precipitação e a nebulosidade. Está provado que as condições metereológicas extremas, como as vagas de calor ou como os períodos prolongados de temperatura excepcionalmente baixa, são os principais responsáveis pela ocorrência das pontas de carga dos sistemas energéticos. Estas situações causam, obviamente, grandes dificuldades na previsão do consumo.

Acontecimentos Fortuitos

Um sistema energético está continuamente sujeito a acontecimentos fortuitos. Para além de um grande número de pequenas perturbações, há cargas importantes, como as siderurgias e outras fábricas, cuja operação pode causar variações grandes e imprevisíveis na carga do sistema. Há ainda acontecimentos, como as greves gerais ou programas especiais de televisão, cuja ocorrência é conhecida *a priori* mas cujo efeito na carga é incerto.

A previsão de cargas é geralmente dividida em duas categorias: longo-prazo e curto-prazo.

A *previsão de cargas a longo-prazo*, cobrindo períodos que podem ir de vários meses a algumas dezenas de anos, é utilizada para estimar a ponta de carga futura, assumindo uma

importância crucial na fase de planeamento e projecto. É esta estimativa que permite, por exemplo, a definição da capacidade dos sistemas de produção, transporte e distribuição ou de planos de reforço da capacidade dos mesmos, a planificação das acções de manutenção, a coordenação do intercâmbio de energia com outras empresas ou a fixação de preços.

Para a gestão e exploração diária ou semanal de sistemas energéticos, a *previsão a curto-prazo* é necessária a fim de assegurar, de acordo com a carga estimada e mantendo uma certa margem de reserva, o abastecimento dos consumidores. A estimação do consumo servirá assim para determinar a quantidade de energia que será necessária disponibilizar para o satisfazer, e permitirá a realização do despacho económico do sistema.

Para horizontes de tempo mais curtos, nomeadamente para efeitos de controle e análise de estabilidade em tempo real, são necessárias *previsões a muito curto-prazo* em que os tempos de resposta podem ir de alguns minutos a uma hora.

A precisão da previsão tem efeitos significativos na operação e custos de produção dos sistemas energéticos. Uma previsão por defeito pode resultar na necessidade de se efectuar um deslastre de cargas e na consequente perda das receitas provenientes das vendas de energia aos consumidores. Por outro lado, previsões por excesso podem originar graves problemas financeiros devidos ao investimento excessivo em infraestruturas que não serão totalmente aproveitadas. Como curiosidade, no ano de 1985, para o sistema eléctrico de energia Britânico, foi estimado que um aumento de 1% no erro de previsão provocaria um aumento nos custos de produção da ordem dos 10 milhões de libras por ano.

Este trabalho centrar-se-à no estudo da previsão de cargas a curto-prazo, para intervalos de tempo compreendidos entre uma hora e uma semana.

A previsão de cargas a curto-prazo, é uma área de estudo que tem sido motivo de forte investigação nas duas últimas décadas, e como resultado, têm surgido um grande número abordagens ao problema.

O artigo de Gross e Galiana [3] dá-nos uma panorâmica geral sobre a previsão de cargas a

curto-prazo. Neste artigo, são descritos a natureza e os diferentes factores que influenciam o comportamento da carga em sistemas eléctricos, e é apresentada uma descrição de várias técnicas de modelização e previsão, acompanhada por uma selecção da bibliografia mais representativa desta área.

Abu-El-Magd e Sinha [4], apresentam uma resenha de algumas das principais técnicas de previsão de cargas a curto-prazo. Este artigo, inclui descrições detalhadas dos métodos de *multiregressão*, *decomposição espectral*, *alisamento exponencial*, *análise de séries temporais*, e *espaço de estados (filtro de Kalman)*, dando particular ênfase à sua modelização. É de realçar, a exaustiva lista de referências que este artigo possui, o que pode ser útil para um estudo mais profundo destas matérias.

Outra resenha de metodologias de previsão a curto-prazo é apresentada por Moghram e Rahman [5]. A especificidade deste artigo, reside na implementação de diversas técnicas de previsão para o mesmo conjunto de dados. A posterior comparação dos resultados, oferece ao leitor uma ideia sobre desempenho e eficiência das diferentes técnicas. Os métodos analisados são: a *multiregressão linear*, o *alisamento exponencial*, a *análise de séries temporais*, o *método do espaço de estados (filtro de Kalman)*, e uma abordagem recente, introduzida por Rahman e Bhatnagar [6], que consiste na aplicação de *sistemas baseados em conhecimento (knowledge-based expert systems)* à previsão de cargas a curto-prazo.

Outras abordagens têm sido feitas no domínio dos sistemas periciais (expert systems), dentre elas, salienta-se o artigo de Jabbour *et al.* [7]. Mais recentemente, foram desenvolvidos por Park *et al.* [8] e Hsu e Yang [9], métodos de previsão utilizando *redes neuronais artificiais*.

De salientar, que todas estas referências existem nas bibliotecas do DEEC e do INESC-(Norte). Nestas bibliotecas, podem também ser encontradas, em [10] e [11], descrições mais pormenorizadas de modelos de previsão baseados na *multiregressão linear* e envolvendo dados meteorológicos. Em [11] é descrita também a aplicação das técnicas de *alisamento exponencial* e *decomposição espectral* à previsão de cargas.

Dentre as técnicas de previsão de cargas a curto-prazo, o método de análise de séries temporais baseado nas técnicas de Box e Jenkins [12], tem sido o mais utilizado pelas empresas de energia. As razões deste sucesso prendem-se com a fácil compreensão e implementação e com a precisão dos seus resultados.

APLICAÇÃO DOS MODELOS DE SÉRIES TEMPORAIS À PREVISÃO DE CARGAS A CURTO-PRAZO

O objectivo principal deste trabalho será a construção de modelos estocásticos para séries temporais discretas, em que as observações são feitas em intervalos de tempo equidistantes, e a aplicação destes modelos à previsão dos valores futuros das séries temporais, a partir do seu valor presente e dos seus valores passados.

Por exemplo, na previsão das pontas de carga diárias, a ponta de carga z_t , de um determinado dia t , e as pontas de carga z_{t-1} , z_{t-2} , z_{t-3} , ... , dos dias anteriores, serão utilizadas na previsão das pontas de carga z_{t+l} , para $l = 1, 2, 3, \dots$ dias futuros. Designa-se por $\hat{z}_t(l)$ a previsão, feita com origem em t , para um tempo futuro $t+l$, da ponta de carga z_{t+l} . A função $\hat{z}_t(l)$, $l = 1, 2, 3, \dots$, que nos dá as previsões, com origem em t , para todos os tempos futuros, será denominada função de previsão. O nosso objectivo será obter uma função de previsão que minimize, para cada tempo futuro l , o quadrado dos desvios entre os valores actual e previsto $z_{t+l} - \hat{z}_t(l)$.

A série temporal z_t é modelizada como sendo a saída de um *filtro linear*, cuja entrada é uma série de perturbações aleatórias a_t , geralmente denominada *ruído branco*. A série de ruído branco é caracterizada por ter distribuição Normal, média zero e variância fixa σ_a^2 .



Como veremos adiante, os a 's não são mais do que os resíduos ou erros de previsão ("one-step ahead forecasting errors"), definidos como $a_{t+1} = z_{t+1} - \hat{z}_t(1)$.

Consoante as características do filtro linear, podem existir os seguintes modelos:

Modelos auto-regressivos (AR)

Num processo auto-regressivo, o valor presente da série temporal z_t é expresso linearmente em termos dos seus valores passados $z_{t-1}, z_{t-2}, \dots$, e de uma perturbação aleatória a_t .

A ordem deste processo depende do valor anterior mais antigo sobre o qual a regressão de z_t tem lugar. Para um processo auto-regressivo de ordem p (AR(p)), o modelo pode ser escrito do seguinte modo:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t \quad (1)$$

Introduzindo o *operador atraso* ("backshift operator") B , que define $z_{t-1} = Bz_t$, e consequentemente $z_{t-m} = B^m z_t$, a equação (1) pode ser escrita na forma:

$$\phi(B)z_t = a_t$$

onde,

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p.$$

Concluindo, o processo auto-regressivo pode ser definido como a saída z_t de um filtro linear com função de transferência $\phi(B)^{-1}$, cuja entrada é a série de ruído branco a_t .

Modelos de média móvel ("moving average")(MA)

Num processo de média móvel, o valor presente da série temporal z_t é expresso linearmente em termos do valor presente e dos valores passados da série de ruído branco $a_t, a_{t-1}, \dots$.

A ordem deste processo depende do valor anterior mais antigo da série de ruído branco sobre o qual a regressão de z_t tem lugar. Para um processo de média móvel de ordem q (MA(q)), o modelo pode ser escrito do seguinte modo:

$$z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2)$$

Aplicando o operador atraso na série de ruído branco, a equação (2) pode ser escrita

$$z_t = \theta(B) a_t$$

onde,

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q.$$

Concluindo, o processo de média-móvel pode ser definido como a saída z_t de um filtro linear com função de transferência $\theta(B)$, cuja entrada é a série de ruído branco a_t .

Modelos mistos auto-regressivos e de média móvel (ARMA)

Num processo misto auto-regressivo e de média móvel, o valor presente da série temporal z_t é expresso linearmente em termos dos valores passados da série temporal z_{t-1} , z_{t-2} , ..., e em termos do valor presente e dos valores passados da série de ruído branco a_t , a_{t-1} , a_{t-2} ,

A ordem deste processo depende de ambos os valores anteriores mais antigos da série temporal e da série de ruído branco sobre os quais existe a regressão de z_t . Para um processo misto auto-regressivo e de média móvel de ordem p e q (ARMA(p, q)), o modelo pode ser escrito como:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3)$$

Aplicando o operador atraso definido anteriormente, a equação (3) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\phi(B) z_t = \theta(B) a_t$$

Concluindo, o processo misto auto-regressivo e de média móvel pode ser definido como a saída z_t de um filtro linear cuja função de transferência é o quociente entre os polinômios $\theta(B)$ e $\phi(B)$, e cuja entrada é a série de ruído branco a_t .

Modelos auto-regressivos Integrados e de média móvel (ARIMA)

Os processos estocásticos definidos anteriormente são processos estacionários. Isto significa que a média da série temporal e que as covariâncias entre as suas observações não variam com o tempo.

Se o processo for não-estacionário, terá que se proceder previamente à sua estacionarização. A estacionarização da série temporal pode ser alcançada através de uma operação de diferenciação. Assim, introduzindo o *operador* ∇ , uma série temporal com grau de diferenciação 1 pode ser escrita como $\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1} = (1-B)Z_t$. Consequentemente, uma série temporal com grau de diferenciação d pode ser escrita como $\nabla^d Z_t = \nabla^d (\nabla^{d-1} Z_t) = (1-B)^d Z_t$.

A série diferenciada estacionária será modelizada do mesmo modo que os processos AR, MA, ou ARMA, dando lugar a processos ARI, IMA, ou ARIMA.

Para uma série que necessite de ser diferenciada d vezes e que tenha como ordem das componentes AR e MA, p e q , respectivamente, $(ARIMA(p,d,q))$, o modelo pode ser escrito da seguinte forma:

$$\phi(B) \nabla^d Z_t = \theta(B) a_t$$

Modelos sazonais

Muitas das séries temporais observadas na prática, exibem um comportamento cíclico como resultado de periodicidades diárias, semanais, anuais, e outras. As séries temporais com esta propriedade são denominadas séries temporais sazonais. Estas séries são modelizadas do mesmo modo que as séries não-sazonais anteriores.

O modelo sazonal geral, com periodicidade s , $(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$, pode ser escrito da seguinte forma [12]:

$$\phi(B) \phi(B^s) \nabla^d \nabla_s^D Z_t = \theta(B) \theta(B^s) a_t$$

em que, ∇_s^D , $\phi(B^s)$, e $\theta(B^s)$ são definidos de forma semelhante a ∇^d , $\phi(B)$, e $\theta(B)$, ou seja:

$$\nabla_s^D Z_t = (Z_t - Z_{t-s})^D = (1-B^s)^D Z_t,$$

$$\phi(B^s) = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_P B^{Ps}, \text{ e}$$

$$\theta(B^s) = 1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{2s} - \dots - \theta_Q B^{Qs}.$$

Para assegurar que os modelos representam uma série temporal estacionária, os coeficientes das equações $\phi(B)$ e $\phi(B^s)$ devem todos situar-se fora do círculo unitário [12], assim

$$-1 < \phi_i < 1, i = 1, 2, \dots, p$$

$$-1 < \Phi_j < 1, j = 1, 2, \dots, P$$

Para assegurar a invertibilidade do processo estocástico, os coeficientes das equações $\theta(B)$ e $\Theta(B^S)$ devem também se situar fora do círculo unitário [12], assim

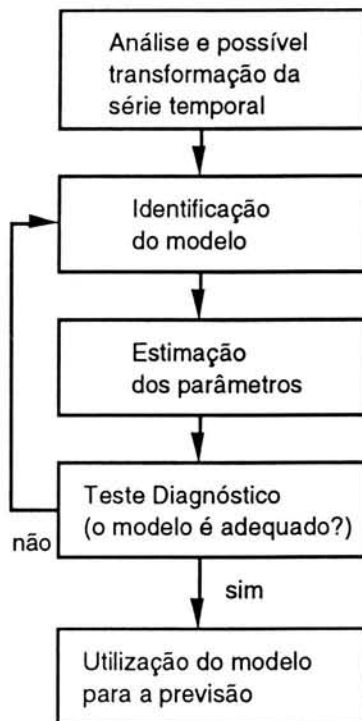
$$-1 < \theta_k < 1, k = 1, 2, \dots, q$$

$$-1 < \Theta_l < 1, l = 1, 2, \dots, Q$$

Nos modelos até agora referidos a série temporal z_t só depende da sua história passada (e de uma série de ruído branco). A aplicação destes modelos à previsão de cargas em sistemas energéticos pode dar origem a graves imprecisões quando houver uma mudança repentina das condições meteorológicas. Assim, se outras variáveis afectarem o valor de z_t um novo tipo de modelos terá que ser utilizado. O **modelo função de transferência** ("transfer function model") admite a inclusão explícita de variáveis independentes, tal como a temperatura, mas o seu estudo sai fora do âmbito deste trabalho.

A modelização de séries temporais e a subsequente utilização dos modelos para a previsão de cargas a curto-prazo tem sido investigada por vários autores. Salientam-se os artigos de Hagan e Behr [13] e de Vähäkylä *et al.* [14] e também o livro [11], onde é descrita a metodologia de análise de séries temporais e são demonstrados os bons resultados que a aplicação dos modelos de Box e Jenkins à previsão de cargas produz. Outro artigo com interesse é o de Goh e Ong [15].

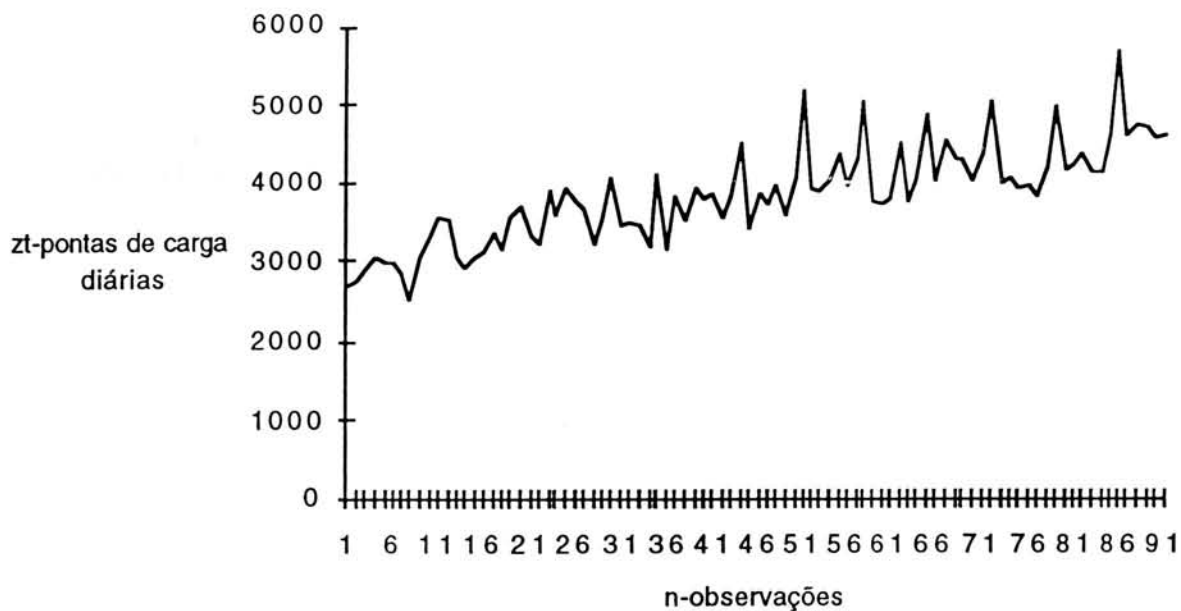
A construção do modelo sazonal geral é realizada em três fases. Na primeira fase procede-se à *identificação* de um modelo estocástico que descreva adequadamente o comportamento da série temporal. Na fase seguinte, realiza-se a *estimação* dos parâmetros do modelo. Finalmente, o modelo estimado é submetido a um *teste diagnóstico*. Se este modelo for inadequado, repetem-se a identificação e a estimação de um novo modelo.



Descrição do conjunto de dados

Para a concepção e teste do modelo de previsão foram utilizados dados fornecidos pela GDP-Gás de Portugal. Os dados referem-se às pontas de consumo diário de gás verificadas em Lisboa durante o ano de 1990. Como conjunto de treino foram consideradas 91 observações correspondentes aos dias compreendidos entre 1 de Setembro e 30 de Novembro. O mês de Dezembro será usado para teste do modelo.

diagrama das pontas de carga diárias ocorridas entre 01/09/90 e 30/11/90



conjunto de treino

conjunto de treino

data	ponta	data	ponta	data	ponta
S 01/09/90	2674	S 01/10/90	3483	Q* 01/11/90	4495
D 02/09/90	2764	T 02/10/90	3514	S 02/11/90	3765
S 03/09/90	2891	Q 03/10/90	3455	S 03/11/90	4026
T 04/09/90	3053	Q 04/10/90	3221	D 04/11/90	4875
Q 05/09/90	2986	S* 05/10/90	4077	S 05/11/90	4016
Q 06/09/90	2979	S 06/10/90	3161	T 06/11/90	4565
S 07/09/90	2849	D 07/10/90	3846	Q 07/11/90	4290
S 08/09/90	2515	S 08/10/90	3540	Q 08/11/90	4275
D 09/09/90	3075	T 09/10/90	3915	S 09/11/90	4036
S 10/09/90	3330	Q 10/10/90	3800	S 10/11/90	4345
T 11/09/90	3555	Q 11/10/90	3860	D 11/11/90	5035
Q 12/09/90	3550	S 12/10/90	3575	S 12/11/90	3995
Q 13/09/90	3045	S 13/10/90	3840	T 13/11/90	4055
S 14/09/90	2917	D 14/10/90	4520	Q 14/11/90	3940
S 15/09/90	3042	S 15/10/90	3452	Q 15/11/90	3965
D 16/09/90	3128	T 16/10/90	3855	S 16/11/90	3840
S 17/09/90	3375	Q 17/10/90	3728	S 17/11/90	4195
T 18/09/90	3180	Q 18/10/90	3970	D 18/11/90	4970
Q 19/09/90	3570	S 19/10/90	3590	S 19/11/90	4148
Q 20/09/90	3685	S 20/10/90	4050	T 20/11/90	4211
S 21/09/90	3352	D 21/10/90	5170	Q 21/11/90	4345
S 22/09/90	3240	S 22/10/90	3935	Q 22/11/90	4126
D 23/09/90	3880	T 23/10/90	3881	S 23/11/90	4135
S 24/09/90	3610	Q 24/10/90	4025	S 24/11/90	4630
T 25/09/90	3929	Q 25/10/90	4345	D 25/11/90	5670
Q 26/09/90	3750	S 26/10/90	3962	S 26/11/90	4630
Q 27/09/90	3676	S 27/10/90	4274	T 27/11/90	4750
S 28/09/90	3239	D 28/10/90	5045	Q 28/11/90	4705
S 29/09/90	3561	S 29/10/90	3770	Q 29/11/90	4590
D 30/09/90	4070	T 30/10/90	3720	S 30/11/90	4615
		Q 31/10/90	3802		

* feriado

Construção do modelo

a. Identificação do modelo

O objectivo desta fase é identificar os valores p, d, q, P, D, Q e s do modelo sazonal geral $\phi_p(B)\Phi_P(B^s)\nabla^d\nabla_s^D z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t$.

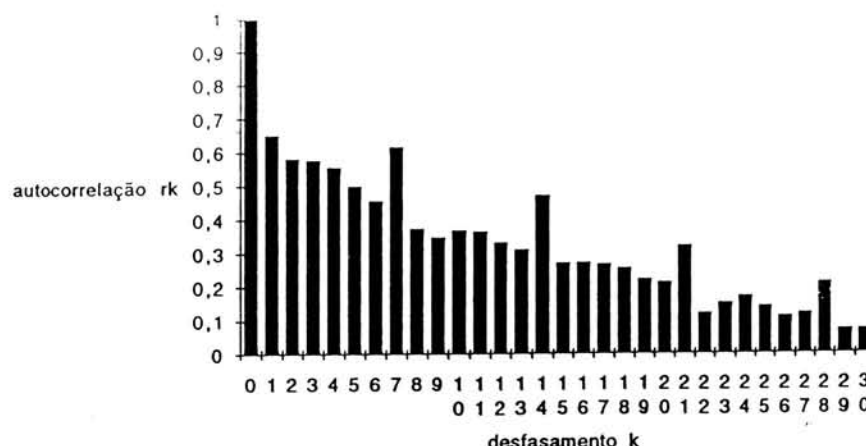
A identificação é efectuada em duas etapas.

A primeira etapa consiste em diferenciar z_t as vezes necessárias até se atingir a estacionarização da série temporal. Admite-se que os graus de diferenciação d e D são alcançados quando a função de autocorrelação de $w_t = \nabla^d \nabla_s^D z_t$ se extinguir razoavelmente depressa. Na prática d e D são normalmente 0, 1 ou 2.

Na segunda etapa, depois de fixados d e D , e conhecida a periodicidade s , são identificadas as ordens p, q, P e Q do processo estacionário resultante, através da análise das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial. Resumindo, se a função de autocorrelação decair suavemente ("tail off") e se a função de autocorrelação parcial apresentar um corte ("cut off"), ou seja se se anular, a partir do desfasamento p , estamos na presença de um processo auto-regressivo de ordem p . Se, pelo contrário, a função de autocorrelação tiver um corte a seguir ao desfasamento q e a função de autocorrelação parcial decair suavemente, sugere-se um processo de média móvel de ordem q . Se ambas as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial decaírem suavemente, é sugerido um processo misto.

Seguindo o processo descrito acima, iniciamos a identificação do modelo, calculando a função de autocorrelação aplicada aos dados do conjunto de treino. De referir, que a estimação da função de autocorrelação foi efectuada recorrendo a um programa realizado para o efeito.

desfasamento	autocorrelação
k	rk
0	1
1	0,65
2	0,579
3	0,576
4	0,555
5	0,499
6	0,455
7	0,616
8	0,373
9	0,346
10	0,368
11	0,363
12	0,331
13	0,309
14	0,47
15	0,27
16	0,271
17	0,265
18	0,254
19	0,22
20	0,211
21	0,32
22	0,12
23	0,15
24	0,17
25	0,14
26	0,11
27	0,12
28	0,21
29	0,07
30	0,07

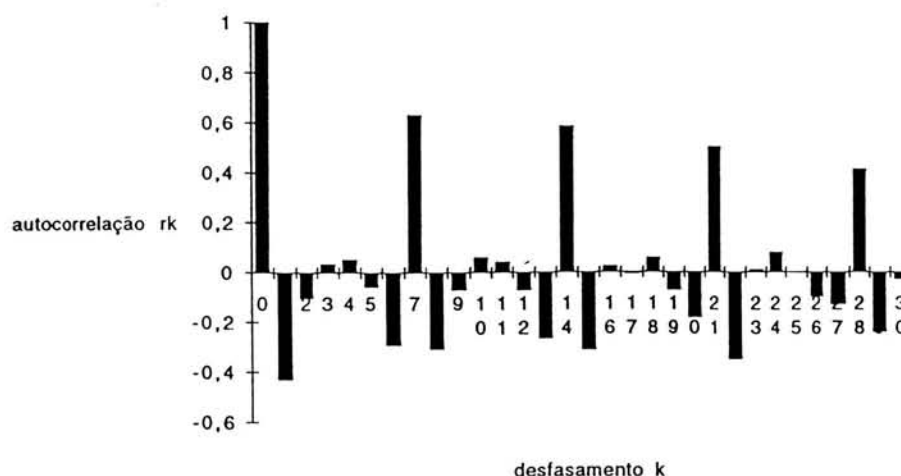


Examinando a função de autocorrelação, verificamos que as autocorrelações permanecem elevadas mesmo para grandes desfasamentos, o que nos leva a concluir que estamos na presença de um processo não-estacionário. Em particular, salientam-se as elevadas autocorrelações para o desfasamento 7 e para os desfasamentos múltiplos de 7, o que sugere uma periodicidade semanal. Esta periodicidade indica que a ponta de carga ocorrida num determinado dia de semana, por exemplo domingo, está fortemente relacionada com as pontas de carga ocorridas nos domingos anteriores, conclusão que já era esperada intuitivamente, dadas as características da carga.

Com vista a obter a estacionarização do processo, foram testadas as diferenciações ∇z_t , $\nabla^2 z_t$ e $\nabla^3 z_t$

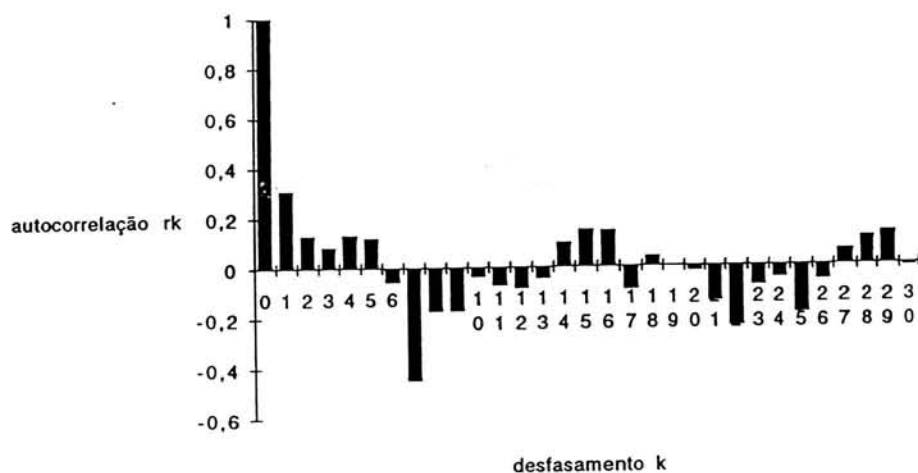
$$\nabla z_t$$

desfasamento	autocorrelação
k	rk
0	1
1	-0,432
2	-0,105
3	0,034
4	0,052
5	-0,058
6	-0,293
7	0,628
8	-0,308
9	-0,071
10	0,059
11	0,042
12	-0,073
13	-0,268
14	0,583
15	-0,314
16	0,023
17	-0,007
18	0,058
19	-0,072
20	-0,183
21	0,5
22	-0,35
23	0,01
24	0,08
25	0
26	-0,1
27	-0,13
28	0,41
29	-0,24
30	-0,03



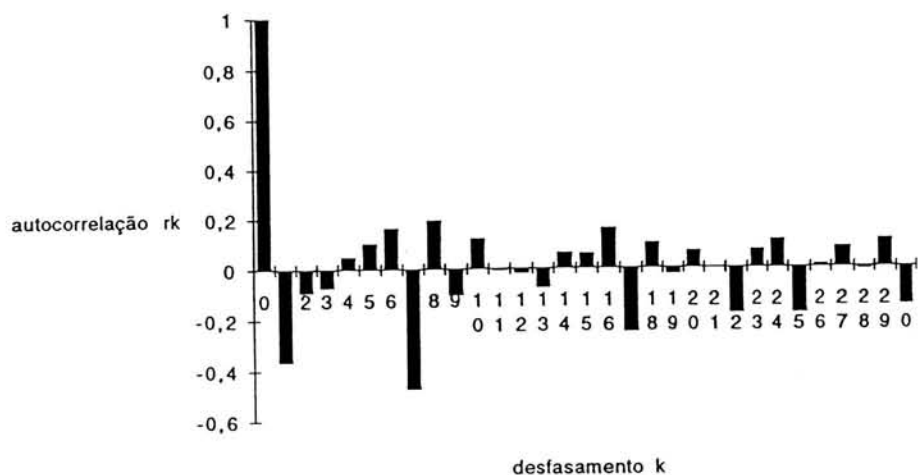
$$\nabla_7 z_t$$

desfasamento	autocorrelação
k	rk
0	1
1	0,308
2	0,129
3	0,083
4	0,132
5	0,119
6	-0,057
7	-0,449
8	-0,173
9	-0,172
10	-0,037
11	-0,072
12	-0,086
13	-0,046
14	0,095
15	0,146
16	0,141
17	-0,093
18	0,038
19	-0,002
20	-0,021
21	-0,14
22	-0,24
23	-0,08
24	-0,05
25	-0,19
26	-0,06
27	0,06
28	0,11
29	0,13
30	-0,01



$$\nabla \nabla_7 z_t$$

desfasamento	autocorrelação
k	rk
0	1
1	-0,365
2	-0,092
3	-0,073
4	0,048
5	0,103
6	0,163
7	-0,475
8	0,193
9	-0,105
10	0,121
11	-0,006
12	-0,019
13	-0,076
14	0,061
15	0,057
16	0,157
17	-0,251
18	0,1
19	-0,025
20	0,066
21	0
22	-0,18
23	0,07
24	0,11
25	-0,18
26	0,01
27	0,08
28	-0,01
29	0,11
30	-0,15



A simples diferenciação provoca uma redução nas autocorrelações em geral. No entanto, mantem-se ainda uma forte componente periódica, principalmente nas autocorrelações para os desfasamentos 7, 14, 21 e 28. A diferenciação ∇_7 resulta em autocorrelações que são

alternadamente, e de forma persistente, positivas ou negativas, algumas delas atingindo ainda valores importantes. Finalmente, a diferenciação $\nabla \nabla_7$ reduz marcadamente as autocorrelações.

Será então a partir da série temporal estacionária $\nabla \nabla_7 z_t$ que identificaremos as ordens do modelo.

Escolhidos que estão os graus de diferenciação, $d=1$ e $D=1$, e a periodicidade, $s=7$, passaremos à identificação das ordens p , q , P e Q do modelo, com base na análise pormenorizada das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial.

A estimação da função de autocorrelação parcial, segundo o método descrito no apêndice 2, forneceu os valores,

$$\hat{\phi}_{11} = -0,365$$

$$\hat{\phi}_{22} = -0,26$$

$$\hat{\phi}_{33} = -0,26$$

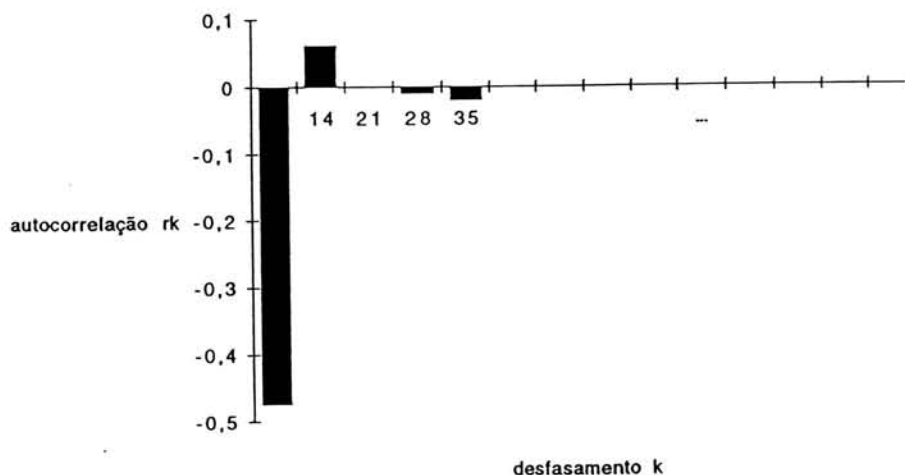
$$\hat{\phi}_{44} = -0,159$$

$$\hat{\phi}_{55} = \dots$$

ou seja, verifica-se que há uma diminuição muito ténue da função de autocorrelação parcial.

O decaimento suave da função de autocorrelação parcial e a elevada ponta que se verifica na função de autocorrelação para $k=1$, sugerem um modelo com uma componente diária MA(1).

Para facilitar a identificação da componente semanal, a função de autocorrelação para desfasamentos múltiplos de 7 é analisada separadamente.



A figura sugere que se acrescente ao modelo uma componente semanal MA(1), dada a elevada autocorrelação em $k=7$.

O nosso modelo experimental será então da forma $(0,1,1) \times (0,1,1)_7$, podendo ser escrito como

$$\nabla \nabla_7 z_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \theta_1 B^7) a_t$$

ou ainda, da forma explícita

$$z_t - z_{t-1} - z_{t-7} + z_{t-8} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_1 a_{t-7} + \theta_1 \theta_1 a_{t-8}$$

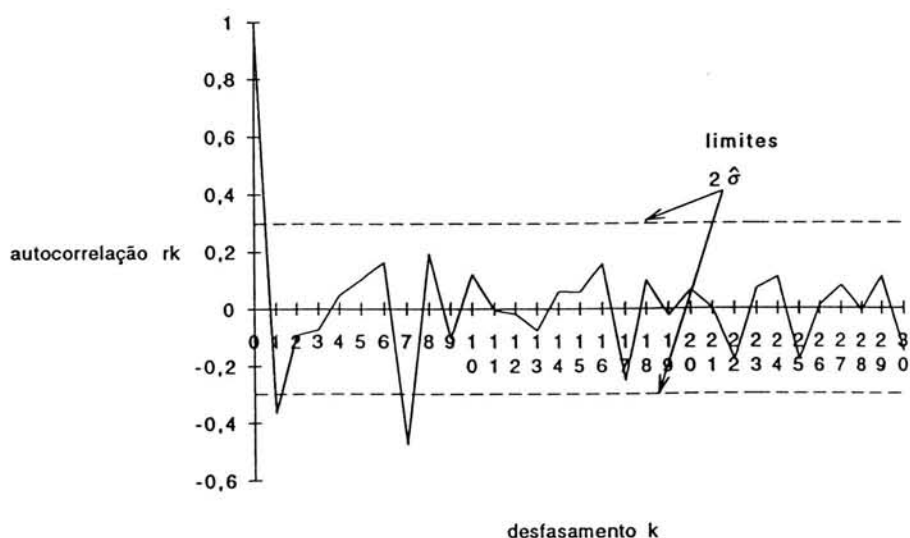
conhecida como equação de diferença ("difference equation").

Como vimos acima, a identificação de um processo não-sazonal de média móvel IMA $(0,1,1)$ depende do facto de, após se efectuar a diferenciação, as autocorrelações para todos os desfasamentos além do primeiro serem nulas. Para um processo sazonal $(0,1,1) \times (0,1,1)_7$, as únicas autocorrelações não nulas de $\nabla \nabla_7 z_t$ são as dos desfasamentos 1, 6, 7, e 8 [12]. Assim, o desvio padrão para autocorrelações de ordem superior a 8, dado pela fórmula de Bartlett (ver âpendice 1), é aproximadamente igual a:

$$\hat{\sigma}[r_k] \approx (1/\sqrt{N}) \{1 + 2(r_1^2 + r_6^2 + r_7^2 + r_8^2)\}^{1/2}, k > 8.$$

Entrando com os valores das autocorrelações estimadas e com o valor de $N=91-8=83$, em que $N=83$ é o número de diferenças $\nabla \nabla_7 z_t$, obtemos um desvio padrão $\hat{\sigma}[r_k] \approx 0,149$.

Verifica-se que as autocorrelações podem ser consideradas nulas a partir do desfasamento 8 pois, como mostra a figura seguinte, estão todas dentro da zona delimitada por dois desvios padrões [12].



Nesta figura, chama a atenção, a ocorrência de autocorrelações estimadas de valor apreciável após a função de autocorrelação teórica se ter extinguido. Esta ocorrência é frequente, já que as autocorrelações estimadas têm maiores variâncias e poderão ser fortemente autocorrelacionadas entre si, não se podendo portanto esperar, por parte da função de autocorrelação estimada, um comportamento que descreva fielmente a função de autocorrelação teórica.

Esta fase de identificação do modelo deve ser feita "off-line" e o sucesso da identificação depende, em grande parte, da aptidão do analista. As várias tentativas, desenvolvidas por alguns autores, de efectuar a identificação "on-line", não revelaram utilidade prática.

Identificada a estrutura do modelo, passa-se à fase de estimação dos parâmetros.

b. Estimação dos parâmetros

A estimação de parâmetros será feita com base na função de autocorrelação. Para os processos de média móvel $z = \theta(B)a_t$, a função de autocorrelação é dada por [12]:

$$\rho_k = (-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q) / (1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2) \quad k=1,2,\dots,q \quad (4)$$

$$\rho_k = 0 \quad k > q.$$

Se $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_q$ forem conhecidos, os parâmetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ podem ser determinados resolvendo o sistema de q equações (4). Todavia, ao contrário das equações de Yule-Walker para um processo auto-regressivo (ver apêndice 2), que são lineares, as equações são não-lineares. Assim, exceptuando o caso em que $q=1$, estas equações terão que ser resolvidas iterativamente. Em [12], é descrito um método geral para obtenção de estimativas preliminares dos parâmetros de um processo misto auto-regressivo e de média móvel, que é aplicável à resolução destas equações.

Substituindo ρ_k pelas estimativas r_k e resolvendo as equações resultantes, obtêm-se as estimativas preliminares dos parâmetros do modelo de média móvel.

As estimativas preliminares dos parâmetros θ_1 e Θ_1 do modelo identificado

$(0,1,1) \times (0,1,1)_7$ serão determinadas a partir das equações (4).

Para $q=1$ as equações (4) resumem-se a

$$r_1 = -\hat{\theta}_1 / (1 + \hat{\theta}_1^2).$$

Esta equação pode ser escrita da forma

$$\hat{\theta}_1^2 + \hat{\theta}_1 / r_1 + 1 = 0. \quad (5)$$

Dado que o produto das raízes é unitário, se $\hat{\theta}_1$ for uma solução, também o é $\hat{\theta}_1^{-1}$. Então, se $\hat{\theta}_1$ satisfizer a condição de invertibilidade $|\hat{\theta}_1| < 1$, a outra raiz $\hat{\theta}_1^{-1}$ será maior que a unidade e não satisfará esta condição.

As raízes da equação (5) são

$$\hat{\theta}_1 = -1/2r_1 + \{1/(2r_1)^2 - 1\}^{1/2}$$

e

$$\hat{\theta}'_1 = -1/2r_1 - \{1/(2r_1)^2 - 1\}^{1/2}.$$

Assim, para $r_1 = -0,365$ obtem-se o par de soluções $\hat{\theta}_1 = 0,434$ e $\hat{\theta}'_1 = 2,306$. O valor escolhido $\hat{\theta}_1 = 0,434$ é o único que satisfaz a condição de invertibilidade.

Para $Q=1(s=7)$ as equações (4) resumem-se a

$$r_7 = -\hat{\theta}_1 / (1 + \hat{\theta}_1^2)$$

As raízes desta equação são

$$\hat{\theta}_1 = -1/2r_7 + \{1/(2r_7)^2 - 1\}^{1/2}$$

e

$$\hat{\theta}'_1 = -1/2r_7 - \{1/(2r_7)^2 - 1\}^{1/2}.$$

Para $r_7 = -0,475$ obtem-se o par de soluções $\hat{\theta}_1 = 0,724$ e $\hat{\theta}'_1 = 1,381$. A estimativa $\hat{\theta}_1 = 0,724$ é a única que satisfaz a condição de invertibilidade.

Entrando com os valores estimados dos parâmetros, o modelo será escrito da forma

$$\nabla \nabla_7 z_F (1 - 0,434B)(1 - 0,724B^7) a_t.$$

A estimativa da variância residual σ_a^2 do processo $(0,1,1) \times (0,1,1)_7$, pode ser obtida através da expressão [12]

$$\hat{\sigma}_a^2 = c_0 / (1 + \hat{\theta}_1^2)(1 + \hat{\theta}_1^2)$$

em que, $c_0 = (1/N) \{ (z_1 - \bar{z})^2 + (z_2 - \bar{z})^2 + \dots + (z_N - \bar{z})^2 \}$, $N=83$. O resultado é $\hat{\sigma}_a^2 = 59100$, $\hat{\sigma}_a = 243$.

A estimação preliminar dos parâmetros de um processo auto-regressivo pode ser obtida através da resolução das equações de Yule-Walker (ver apêndice 2). Assim, os parâmetros $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$, do modelo auto-regressivo $AR(p)$ corresponderão às autocorrelações parciais estimadas $\hat{\phi}_{11}, \hat{\phi}_{22}, \dots, \hat{\phi}_{pp}$.

As estimativas preliminares dos parâmetros de um processo misto auto-regressivo e de média móvel poderão ser obtidas através de um método geral, já referido anteriormente, e que é descrito em [12].

As estimativas dos parâmetros do modelo deveriam ter sido obtidas recorrendo a métodos de estimação mais eficientes. Estas estimativas mais "robustas", caracterizadas por uma maior eficiência estatística, podem ser obtidas através de processos iterativos baseados no método da máxima verosimilhança ou no método dos mínimos quadrados, ambos descritos em [12]. As estimativas preliminares, determinadas segundo os procedimentos descritos anteriormente, serão utilizadas como valores iniciais destes métodos iterativos. Além do livro [12], recomenda-se a leitura dos artigos de Hagan e Klein [16] e de El-Hawary e Mbamalu [17] onde são introduzidas modificações nos métodos de estimação e é discutida a eficiência destes melhoramentos.

Identificado o modelo e estimados os seus parâmetros, resta-nos verificar, antes de o utilizar na previsão, se o modelo é ou não adequado. No caso de o modelo se revelar inadequado,

é necessário saber que modificações introduzir no próximo ciclo iterativo. Assim, para clarificar estes aspectos, submete-se o modelo a um teste diagnóstico.

c. Teste diagnóstico

Uma das formas de efectuar o teste diagnóstico consiste em verificar se a série temporal residual a_t é ruído branco. Para tal efectua-se a estimação da função de autocorrelação dos resíduos, dados, no caso geral, por

$$a_t = \theta_q^{-1}(B) \theta_Q^{-1}(B^s) \phi_p(B) \phi_P(B^s) \nabla^d \nabla_s^D z_t$$

ou, no nosso caso, por

$$\hat{a}_t = \nabla \nabla_7 z_t + \hat{\theta}_1 a_{t-1} + \hat{\theta}_1 a_{t-7} - \hat{\theta}_1 \hat{\theta}_1 a_{t-8}.$$

Dado que um processo de ruído branco é uma sequência de perturbações aleatórias não-correlacionadas, os valores das autocorrelações estimadas $r_k(\hat{a}_t)$ não se desviarão significativamente de zero. Assim, se os valores de $r_k(\hat{a}_t)$ forem baixos a modelização teve sucesso, ou seja, o modelo descreve adequadamente o comportamento da série temporal. Podem-se considerar estatisticamente nulas as autocorrelações estimadas limitadas pelo desvio padrão, $\hat{\sigma}[r_k(\hat{a}_t)] \approx (1/\sqrt{N})$. Se houver autocorrelações de valor elevado, a função de autocorrelação da série residual será analisada com o objectivo de sugerir adições ao modelo por forma a corrigir a sua inadequação, e então todo o processo de modelização terá que ser repetido com a exclusão ou inclusão de outros parâmetros.

Outras formas de efectuar o teste diagnóstico consistem na aplicação do denominado teste portmanteau ou na análise do periodograma cumulativo dos resíduos [12].

Supondo que o modelo teria passado no teste diagnóstico, vamos ver como é que se pode utilizá-lo para prever futuras pontas de carga.

Aplicação do modelo à previsão

O nosso objectivo será prever valores de carga z_{t+l} , $l \geq 1$, quando nos encontramos num

determinado tempo t . Esta previsão, designada por $\hat{z}_t(j)$, é dita como feita com origem em t para um tempo futuro $t+j$.

A previsão de z_{t+j} pode ser obtida directamente a partir da equação de diferença. Então, dado que

$$z_{t+j} = z_{t+j-1} + z_{t+j-7} - z_{t+j-8} + a_{t+j} - \theta_1 a_{t+j-1} - \theta_1 a_{t+j-7} + \theta_1 \theta_1 a_{t+j-8}$$

após a substituição de θ_1 e θ_1 pelas suas estimativas, a previsão de erro médio quadrático mínimo para um tempo futuro $t+j$ e origem t é dada por [12]

$$\begin{aligned} \hat{z}_t(j) &= [z_{t+j}] = [z_{t+j-1} + z_{t+j-7} - z_{t+j-8} + a_{t+j} - \hat{\theta}_1 a_{t+j-1} - \hat{\theta}_1 a_{t+j-7} + \hat{\theta}_1 \hat{\theta}_1 a_{t+j-8}] = \\ &= [z_{t+j-1}] + [z_{t+j-7}] - [z_{t+j-8}] + [a_{t+j}] - \hat{\theta}_1 [a_{t+j-1}] - \hat{\theta}_1 [a_{t+j-7}] + \hat{\theta}_1 \hat{\theta}_1 [a_{t+j-8}] \quad (6) \end{aligned}$$

em que,

$$[z_{t+j}] = E[z_{t+j} | \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_1, z_t, z_{t-1}, \dots]$$

é o valor esperado condicional de z_{t+j} com origem em t . Teoricamente, o valor esperado condicional requer o conhecimento exacto dos parâmetros e o conhecimento da série $z_t, z_{t-1}, \dots$, estendida a um passado infinito. A aplicação prática prende-se com o facto de as previsões serem insensíveis a pequenas variações dos valores dos parâmetros, como as que são introduzidas pelos erros de estimação, e com o facto de os modelos adaptados a dados reais produzirem previsões que só dependem praticamente dos valores mais recentes da série.

Para calcular os valores esperados condicionais que entram na expressão (6), considera-se:

$$[z_{t-j}] = z_{t-j}, \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

$$[z_{t+j}] = \hat{z}_t(j), \quad j = 1, 2, \dots$$

$$[a_{t-j}] = a_{t-j} = z_{t-j} - \hat{z}_{t-j-1}(1), \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

$$[a_{t+j}] = 0, \quad j = 1, 2, \dots$$

Assim, para obter a previsão $\hat{z}_t(j)$, deverão respeitar-se as seguintes regras:

Os z_{t-j} ($j = 0, 1, 2, \dots$), que já ocorreram, não são modificados.

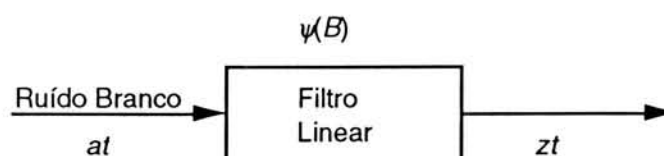
Os z_{t+j} ($j = 1, 2, \dots$), que ainda não ocorreram, são substituídos pelas suas previsões $\hat{z}_t(j)$ com origem em t .

Os a_{t-j} ($j = 0, 1, 2, \dots$), que já ocorreram, são os erros de previsão ("one-step ahead

forecast errors") e serão disponíveis a partir de $z_{t-j} - \hat{z}_{t-j-1}(1)$.

Os a_{t+j} ($j = 1, 2, \dots$), que ainda não ocorreram, são substituídos por zeros.

Esta é a maneira mais simples e prática de obter as previsões. Contudo, a equação de diferença não revela, por si só, muito acerca da natureza das previsões obtidas e acerca da sua actualização. Vamos, por isso, considerar outra forma de efectuar a previsão, que nos permite obter a variância e os limites de probabilidade dos erros das previsões e nos possibilita o cálculo de novas previsões através de um processo de actualização das previsões antigas. Esta nova forma consiste em exprimir z_t como uma soma pesada infinita do valor presente e dos valores passados das perturbações aleatórias a_t . Assim,



$$z_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j}, \quad \psi_0 = 1$$

ou

$$z_t = \psi(B) a_t$$

onde

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots$$

é a função de transferência do filtro, relacionando z_t a a_t .

A previsão de z_{t+j} pode então ser obtida a partir de

$$z_{t+j} = a_{t+j} + \psi_1 a_{t+j-1} + \psi_2 a_{t+j-2} + \dots$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t+j-j}, \quad \psi_0 = 1 \quad (7)$$

ou

$$z_{t+j} = \psi(B) a_{t+j}$$

Cálculos dos pesos ψ

Os pesos ψ podem ser determinados escrevendo o modelo $(0,1,1) \times (0,1,1)_7$ na forma

$$\nabla \nabla_7 z_F (\nabla + \lambda B) (\nabla_7 + \Lambda B^7) a_t$$

em que $\lambda = 1 - \theta_1$, $\Lambda = 1 - \Theta_1$ e $\nabla_7 = 1 - B^7$. Então

$$z_F = \lambda S a_{t-1} + \Lambda S_7 a_{t-7} + \lambda \Lambda S S_7 a_{t-8} + a_t$$

onde $S = \nabla^{-1} = 1 + B + B^2 + \dots$ e $S_7 = \nabla_7^{-1} = 1 + B^7 + B^{14} + \dots$. Assim, os pesos ψ deste processo são:

$$\psi_0 = 1$$

$$\psi_1 = \psi_2 = \dots = \psi_6 = \lambda$$

$$\psi_7 = \lambda + \Lambda$$

$$\psi_8 = \psi_9 = \dots = \psi_{13} = \lambda(1 + \Lambda)$$

$$\psi_{14} = \lambda(1 + \Lambda) + \Lambda$$

$$\psi_{15} = \psi_{16} = \dots = \psi_{20} = \lambda(1 + 2\Lambda)$$

$$\psi_{21} = \lambda(1 + 2\Lambda) + \Lambda$$

e por aí adiante. Considerando ψ_j como $\psi_{r,m}$, em que $r=0,1,2,\dots$ e $m=1,2,3,\dots,7$ se referem respectivamente a semanas e a dias, obtém-se

$$\psi_{r,m} = \lambda(1 + r\Lambda) + \delta\Lambda$$

onde

$$\delta = 0, \text{ quando } m \neq 7$$

e

$$\delta = 1, \text{ quando } m = 7.$$

Entrando com os valores de $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\Theta}_1$, teremos

$$\lambda = 1 - \hat{\theta}_1 = 1 - 0,434 = 0,566$$

$$\Lambda = 1 - \hat{\Theta}_1 = 1 - 0,724 = 0,276$$

Os pesos ψ deste modelo são então:

$$\psi_0 = 1$$

$$\psi_1 = \psi_2 = \dots = \psi_6 = 0,566$$

$$\psi_7 = 0,842$$

$$\psi_8=\psi_9=\dots=\psi_{13}=0,722$$

$$\psi_{14}=0,998$$

$$\psi_{15}=\psi_{16}=\dots=\psi_{20}=1,154$$

etc. .

Cálculo da variância dos erros de previsão

O conhecimento dos pesos ψ permite calcular a variância dos erros de previsão. Assim, para um tempo futuro $t+l$, a variância é calculada segundo a expressão [12]:

$$V(z_{t+l}|a_t, a_{t-1}, \dots) = \{1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{t-1}^2\} \sigma_a^2.$$

Entrando com os valores dos ψ 's e com $\hat{\sigma}_a^2 = 59100$, as variâncias estimadas $\hat{V}(l)$ e os desvios padrão estimados $\hat{\sigma}(l)$ dos erros de previsão para tempos futuros 1 a 20 são os seguintes:

l	variância	desvio padrão
1	78033	279
2	96966	311
3	115899	340
4	134832	367
5	153765	392
6	172698	416
7	214598	463
8	245406	495
9	276214	526
10	307022	554
11	337830	581
12	368637	607
13	399445	632
14	458309	677
15	537014	733
16	615718	785
17	694422	833
18	773127	879
19	851831	923
20	930536	965

Cálculo dos limites de probabilidade das previsões para qualquer tempo futuro

Assumindo que os a 's são distribuídos Normalmente, então, sendo dada informação até ao tempo t , a distribuição de probabilidade $p(z_{t+l}|z_t, z_{t-1}, \dots)$ de um futuro valor z_{t+l} será

Normal com média $\hat{z}_l(l)$ e desvio padrão $\{1+\psi_1^2+\dots+\psi_{l-1}^2\}^{1/2}\sigma_a$.

Os limites de probabilidade $1-\varepsilon$, $z_{t+}(-)$ e $z_{t+}(+)$, para z_{t+l} serão dados por

$$z_{t+}(\pm)=\hat{z}_l(l)\pm u_{\varepsilon/2}\{1+\psi_1^2+\dots+\psi_{l-1}^2\}^{1/2}\sigma_a$$

em que $u_{\varepsilon/2}$ é o desvio excedido pela proporção $\varepsilon/2$ da distribuição Normal unitária.

Para limites de probabilidade de 50% e de 95%, $u_{\varepsilon/2}$ toma, por interpolação linear, os valores 0,674 e 1,96, respectivamente (ver tabela do apêndice 3).

Os limites de probabilidade indicam que há uma probabilidade de $1-\varepsilon$, de o valor z_{t+l} , quando ocorra, se situe dentro destes limites, isto é

$$P\{z_{t+}(-)<z_{t+l}<z_{t+}(+)\}=1-\varepsilon.$$

As quantidades que serão somadas e subtraídas às previsões para obter os limites de probabilidade de 50% e 95%, dadas pelas fórmulas $0,674\{1+\psi_1^2+\dots+\psi_{l-1}^2\}^{1/2}243$ e $1,96\{1+\psi_1^2+\dots+\psi_{l-1}^2\}^{1/2}243$, são, para $l=1$ a 20:

tempo futuro	limites	limites
1	$\pm 50\%$	$\pm 95\%$
1	188	547
2	210	610
3	229	667
4	247	719
5	264	768
6	280	814
7	312	908
8	334	971
9	354	1030
10	373	1086
11	392	1139
12	409	1190
13	426	1238
14	456	1326
15	494	1436
16	529	1537
17	561	1633
18	592	1723
19	622	1808
20	650	1890

Utilização dos pesos ψ na actualização de previsões

Usando (7), podemos expressar as previsões $\hat{z}_{t+1}(l)$ e $\hat{z}_l(l+1)$, da futura observação

z_{t+l+1} , feitas com origem em $t+1$ e t , como

$$\hat{z}_{t+1}(l) = \psi/a_{t+1} + \psi/l+1 a_t + \psi/l+2 a_{t-1} + \dots$$

$$\hat{z}_t(l+1) = \psi/l+1 a_t + \psi/l+2 a_{t-1} + \dots$$

Subtraindo ambas, teremos

$$\hat{z}_{t+1}(l) = \hat{z}_t(l+1) + \psi/a_{t+1}. \quad (8)$$

Esta expressão significa que, a previsão com origem em t da futura observação z_{t+l+1} pode ser actualizada tornando-se a previsão com origem em $t+1$ da mesma futura observação z_{t+l+1} , por adição de uma constante múltipla do erro de previsão ("one-step ahead forecast errors") a_{t+1} , sendo o multiplicador ψ/l .

Isto leva-nos a uma conclusão notável. Suponhamos que temos presentemente as previsões feitas com origem em t para tempos futuros $t+1, t+2, \dots, t+L$. Então, logo que z_{t+1} seja disponível, podemos calcular $a_{t+1} = z_{t+1} - \hat{z}_t(1)$ e utilizar este valor para obter as previsões actualizadas $\hat{z}_{t+1}(l) = \hat{z}_t(l+1) + \psi/a_{t+1}$ com origem em $t+1$, para tempos futuros $(t+1)+1, (t+1)+2, \dots, (t+1)+L-1$. A nova previsão de $\hat{z}_{t+1}(L)$, para um tempo futuro $(t+1)+L$, não pode ser calculada desta forma, mas é facilmente obtida utilizando a equação de diferença.

Vamos agora testar o modelo desenvolvido, utilizando-o na previsão das pontas de carga dos dias 1 a 20 de Dezembro.

As previsões são facilmente obtidas e actualizadas através de uma metodologia de cálculo esquematizada na tabela 1.

Esta tabela mostra as previsões feitas com origem em 30 de Novembro, $t=0$, para tempos futuros, $l=1, 2, 3, \dots, 20$, correspondentes aos dias 1, 2, 3, ..., 20 de Dezembro.

A disposição diagonal permite que cada previsão apareça oposta ao valor que prevê. Assim sendo, a previsão feita com origem em $t=0$ de z_6 , $\hat{z}_0(6)=5070$, aparece oposta àquele valor. É de lembrar que os valores de ponta de carga realmente observados, z_t para $t=1, 2, \text{etc.}$, não serão conhecidos no momento em que se realizam as previsões.

Tabela 1- Um formato conveniente para as previsões

tempos futuros l coeficientes γ_l				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
natureza da previsão				$\hat{z}_t-1(1)$	$\hat{z}_t-2(2)$	$\hat{z}_t-3(3)$	$\hat{z}_t-4(4)$	$\hat{z}_t-5(5)$	$\hat{z}_t-6(6)$	$\hat{z}_t-7(7)$	$\hat{z}_t-8(8)$	$\hat{z}_t-9(9)$	$\hat{z}_t-10(10)$	$\hat{z}_t-11(11)$	$\hat{z}_t-12(12)$	$\hat{z}_t-13(13)$	$\hat{z}_t-14(14)$	$\hat{z}_t-15(15)$	$\hat{z}_t-16(16)$	$\hat{z}_t-17(17)$	$\hat{z}_t-18(18)$	$\hat{z}_t-19(19)$	$\hat{z}_t-20(20)$
limites $\pm 50\%$				188	210	229	247	264	280	312	334	354	373	392	409	426	456	494	529	561	592	622	650
limites $\pm 95\%$				547	610	667	719	768	814	908	971	1030	1086	1139	1190	1238	1326	1436	1537	1633	1723	1808	1890
t	data	z t	at																				
-7 S	23/11/90	4135																					
-6 S	24/11/90	4630																					
-5 D	25/11/90	5670																					
-4 S	26/11/90	4630																					
-3 T	27/11/90	4750																					
-2 Q	28/11/90	4705																					
-1 Q	29/11/90	4590																					
origem 0 S	30/11/90	4615																					
1 S*	01/12/90	5015	-95	5110																			
2 D	02/12/90	5600			6150																		
3 S	03/12/90	4535				5110																	
4 T	04/12/90	4675					5230																
5 Q	05/12/90	4460						5185															
6 Q	06/12/90	4649							5070														
7 S	07/12/90	4430								5095													
8 S*	08/12/90	4860									5590												
9 D	09/12/90	5330										6630											
10 S	10/12/90	4565											5565										
11 T	11/12/90	4580												5705									
12 Q	12/12/90	4425													5490								
13 Q	13/12/90	4580														5679							
14 S	14/12/90	5430															5460						
15 S	15/12/90	5055																5890					
16 D	16/12/90	5375																	6360				
17 S	17/12/90	4690																		5595			
18 T	18/12/90	4795																			5610		
19 Q	19/12/90	4660																				5455	
20 Q	20/12/90	4560																					5610

O cálculo das previsões é facilmente efectuado usando a equação diferença

$$\hat{z}_t(l) = z_{t+l-1} + z_{t+l-7} - z_{t+l-8} + a_{t+l} [0,434a_{t+l-1} - 0,724a_{t+l-7} + 0,314a_{t+l-8}]$$

Respeitando as regras definidas anteriormente, obtemos

$$\hat{z}_0(1) = z_0 + z_{-6} - z_{-7} = 4615 + 4630 - 4135 = 5110$$

$$\hat{z}_0(2) = \hat{z}_0(1) + z_{-5} - z_{-6} = 5110 + 5670 - 4630 = 6150$$

$$\hat{z}_0(3) = \hat{z}_0(2) + z_{-4} - z_{-5} = 6150 + 4630 - 5670 = 5110$$

etc. .

Assim que a observação z_1 se torna disponível, podemos gerar um novo conjunto de previsões que ocuparão a diagonal imediatamente abaixo da anterior. Dado que $a_t = z_t - \hat{z}_{t-1}(1)$, cada a_t é calculado, à medida que se conhecem novas observações z_t como a diferença entre os valores tabelados situados imediatamente à sua direita e imediatamente à sua esquerda. Assim, logo que se conheça $z_1 = 5015$, podemos inserir $-95 = 5015 - 5110$ como a_1 .

Na segunda linha da tabela estão expostos os pesos ψ . Na quarta e quinta linhas estão indicadas as quantidades que serão somadas e subtraídas às previsões para obter os limites de probabilidade de 50% e 95%. Estas quantidades aplicam-se às previsões que se encontram imediatamente abaixo delas.

Utilizando a equação de actualização (8) as previsões com origem em $t=1$ podem ser obtidas logo que $z_1 = 5015$ seja conhecido, e $a_1 = 5015 - 5110 = -95$ calculado. Então

$$\hat{z}_1(1) = \hat{z}_0(2) + \psi_1 a_1 = 6150 + (0,566)(-95) = 6096$$

$$\hat{z}_1(2) = \hat{z}_0(3) + \psi_2 a_1 = 5110 + (0,566)(-95) = 5056$$

$$\hat{z}_1(3) = \hat{z}_0(4) + \psi_3 a_1 = 5230 + (0,566)(-95) = 5176$$

e por aí adiante (ver Tabela 2).

A tabela é completada, prosseguindo com a actualização das previsões à medida que novos valores de carga z_t vão sendo conhecidos (Tabela 3). As diagonais da Tabela 3 correspondem às previsões de carga feitas a partir de um determinado dia para vários dias futuros, sem efectuar a actualização das previsões. Por exemplo, a quarta diagonal da tabela corresponde à previsão feita com origem em 3 de Dezembro para os dias 4 a 20 de Dezembro. Por sua vez, as colunas da tabela correspondem às previsões de carga feitas com 1,2,...,20 dias de

Tabela 2- Atualização das previsões

tempos futuros I coeficientes %I				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
				0,566	0,566	0,566	0,566	0,566	0,566	0,842	0,722	0,722	0,722	0,722	0,722	0,722	0,998	1,154	1,154	1,154	1,154	1,154	1,154		
natureza da previsão				ŷt-1(1)	ŷt-2(2)	ŷt-3(3)	ŷt-4(4)	ŷt-5(5)	ŷt-6(6)	ŷt-7(7)	ŷt-8(8)	ŷt-9(9)	ŷt-10(10)	ŷt-11(11)	ŷt-12(12)	ŷt-13(13)	ŷt-14(14)	ŷt-15(15)	ŷt-16(16)	ŷt-17(17)	ŷt-18(18)	ŷt-19(19)	ŷt-20(20)		
limites ±50%				188	210	229	247	264	280	312	334	354	373	392	409	426	456	494	529	561	592	622	650		
limites ±95%				547	610	667	719	768	814	908	971	1030	1086	1139	1190	1238	1326	1436	1537	1633	1723	1808	1890		
origem	t	data	zt	at																					
	- 7 S	23/11/90	4135																						
	- 6 S	24/11/90	4630																						
	- 5 D	25/11/90	5670																						
	- 4 S	26/11/90	4630																						
	- 3 T	27/11/90	4750																						
	- 2 Q	28/11/90	4705																						
	- 1 Q	29/11/90	4590																						
	0 S	30/11/90	4615																						
	1 S*	01/12/90	5015	-95	5110																				
	2 D	02/12/90	5600		6096	6150																			
	3 S	03/12/90	4535			5056	5110																		
	4 T	04/12/90	4675				5176	5230																	
	5 Q	05/12/90	4460					5131	5185																
	6 Q	06/12/90	4649						5016	5070															
	7 S	07/12/90	4430							5041	5095														
	8 S*	08/12/90	4860								5510	5590													
	9 D	09/12/90	5330									6561	6630												
	10 S	10/12/90	4565										5496	5565											
	11 T	11/12/90	4580											5636	5705										
	12 Q	12/12/90	4425												5421	5490									
13 Q	13/12/90	4580													5610	5679									
14 S	14/12/90	5430														5391	5460								
15 S	15/12/90	5055															5795	5890							
16 D	16/12/90	5375																6250	6360						
17 S	17/12/90	4690																	5485	5595					
18 T	18/12/90	4795																		5500	5610				
19 Q	19/12/90	4660																			5345	5455			
20 Q	20/12/90	4560																				5500	5610		

Tabela 3

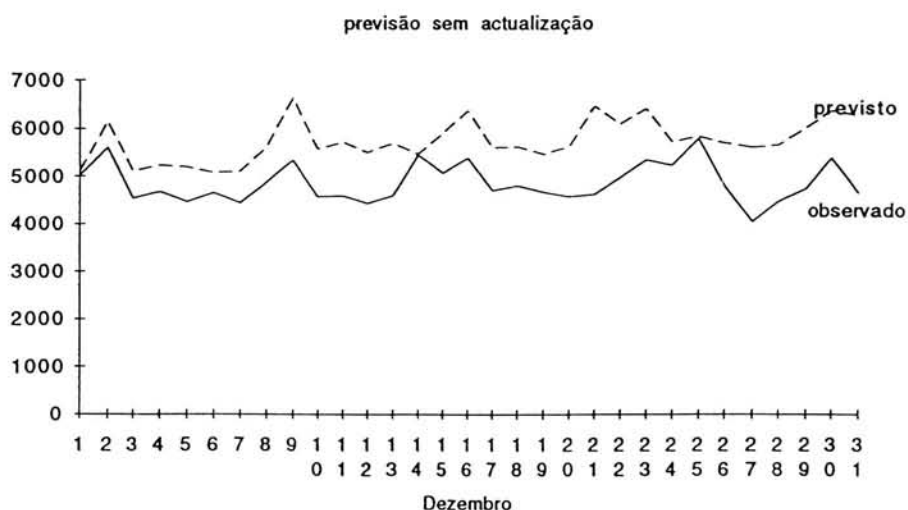
tempos futuros l				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
coeficientes γ_l				0,566	0,566	0,566	0,566	0,566	0,566	0,842	0,722	0,722	0,722	0,722	0,722	0,722	0,998	1,154	1,154	1,154	1,154	1,154	1,154
natureza da previsão				$\hat{z}_t-1(1)$	$\hat{z}_t-2(2)$	$\hat{z}_t-3(3)$	$\hat{z}_t-4(4)$	$\hat{z}_t-5(5)$	$\hat{z}_t-6(6)$	$\hat{z}_t-7(7)$	$\hat{z}_t-8(8)$	$\hat{z}_t-9(9)$	$\hat{z}_t-10(10)$	$\hat{z}_t-11(11)$	$\hat{z}_t-12(12)$	$\hat{z}_t-13(13)$	$\hat{z}_t-14(14)$	$\hat{z}_t-15(15)$	$\hat{z}_t-16(16)$	$\hat{z}_t-17(17)$	$\hat{z}_t-18(18)$	$\hat{z}_t-19(19)$	$\hat{z}_t-20(20)$
limites $\pm 50\%$				188	210	229	247	264	280	312	334	354	373	392	409	426	456	494	529	561	592	622	650
limites $\pm 95\%$				547	610	667	719	768	814	908	971	1030	1086	1139	1190	1238	1326	1436	1537	1633	1723	1808	1890
t	data	zt	at																				
-7 S	23/11/90	4135																					
-6 S	24/11/90	4630																					
-5 D	25/11/90	5670																					
-4 S	26/11/90	4630																					
-3 T	27/11/90	4750																					
-2 Q	28/11/90	4705																					
-1 Q	29/11/90	4590																					
origem 0 S	30/11/90	4615																					
1 S*	01/12/90	5015 -95		5110																			
2 D	02/12/90	5600 -496		6096	6150																		
3 S	03/12/90	4535 -240		4775	5056	5110																	
4 T	04/12/90	4675 -84		4759	4895	5176	5230																
5 Q	05/12/90	4460 -207		4667	4714	4850	5131	5185															
6 Q	06/12/90	4649 214		4435	4552	4599	4735	5016	5070														
7 S	07/12/90	4430 -151		4581	4460	4577	4624	4760	5041	5095													
8 S*	08/12/90	4860 162		4698	4825	4845	4819	4890	5092	5510	5590												
9 D	09/12/90	5330 -652		5982	5865	5974	5820	5969	6030	6203	6561	6630											
10 S	10/12/90	4565 119		4446	4917	4800	4909	4755	4904	4965	5138	5496	5565										
11 T	11/12/90	4580 -92		4672	4586	5057	4940	5049	4895	5044	5105	5278	5636	5705									
12 Q	12/12/90	4425 34		4391	4457	4371	4842	4725	4834	4680	4829	4890	5063	5421	5490								
13 Q	13/12/90	4580 -24		4604	4580	4646	4560	5031	4914	5023	4869	5018	5079	5252	5610	5679							
14 S	14/12/90	5430 1062		4368	4385	4361	4427	4341	4812	4695	4804	4650	4799	4860	5033	5391	5460						
15 S	15/12/90	5055 -385		5440	4380	4405	4370	4462	4344	4994	4833	4984	4770	4976	5060	5300	5795	5890					
16 D	16/12/90	5375 -20		5395	5840	4614	4642	4603	4709	4572	5324	5138	5312	5065	5303	5400	5678	6250	6360				
17 S	17/12/90	4690 83		4607	4630	5075	3849	3877	3838	3944	3807	4559	4373	4547	4300	4538	4635	4913	5485	5595			
18 T	18/12/90	4795 77		4718	4622	4645	5090	3864	3892	3853	3959	3822	4574	4388	4562	4315	4553	4650	4928	5500	5610		
19 Q	19/12/90	4660 8		4652	4563	4467	4490	4935	3709	3737	3698	3804	3667	4419	4233	4407	4160	4398	4495	4773	5345	5455	
20 Q	20/12/90	4560		4664	4575	4598	4622	4645	5090	3864	3892	3853	3959	3822	4574	4388	4562	4315	4553	4650	4928	5500	5610

antecedência, respectivamente, previsões essas que vão sendo continuamente actualizadas. Por exemplo, a primeira coluna da tabela corresponde à previsão de carga para o dia seguinte, ou seja, à previsão para amanhã.

RESULTADOS E COMENTÁRIOS

Os resultados da aplicação do modelo à previsão, apresentados na Tabela 3, podem ser analisados sob dois pontos de vista distintos: a previsão sem actualização e a previsão com actualização.

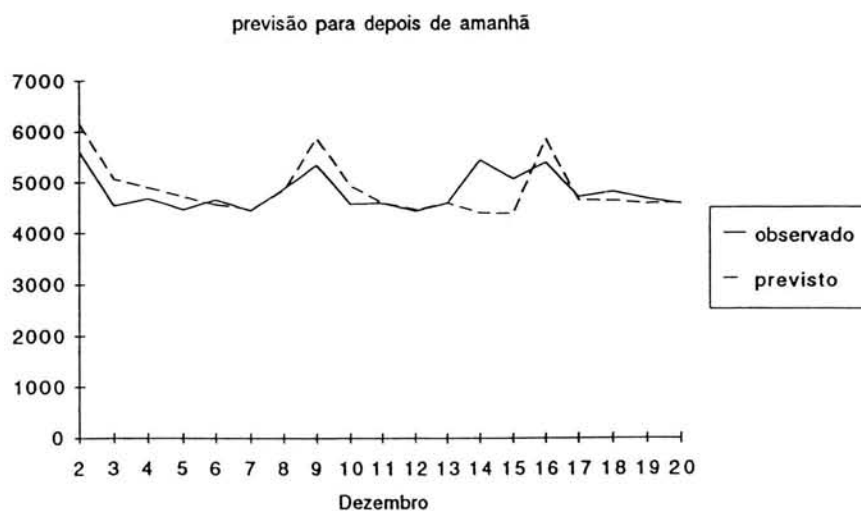
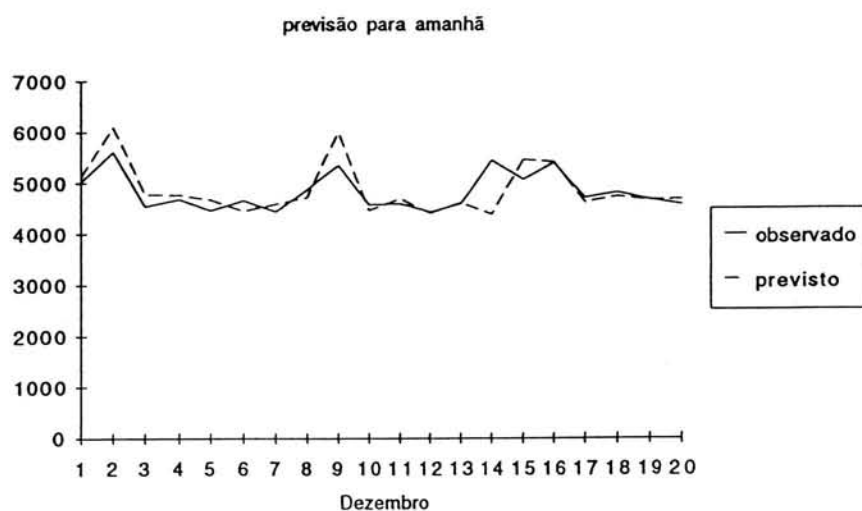
Verifica-se que os resultados da *previsão sem actualização* não são satisfatórios. Como se pode observar no gráfico da previsão sem actualização, existe uma dispersão importante entre os valores previstos e os valores observados. Esta dispersão vai, obviamente, aumentando à medida que o espaço de tempo de previsão aumenta.



A explicação destes resultados pode residir no facto de o modelo ter sido desenvolvido utilizando um conjunto reduzido de observações. Como é compreensível, não se podem esperar, em princípio, previsões muito precisas, a partir da utilização de um conjunto de 91 observações para prever as 20 seguintes. É de referir também, como agravante, o facto de o mês de Setembro, incluído no conjunto de treino, apresentar (ver o diagrama do conjunto de

treino) um comportamento muito irregular, justificado certamente, pelo facto de o mês de Setembro ser um mês de transição entre o período de férias de Verão e o início do ano laboral.

Como ilustram os gráficos da previsão para amanhã ou da previsão para depois de amanhã, a *actualização das previsões* melhora substancialmente os resultados.



A primeira conclusão que podemos extrair destes gráficos, prende-se com a constatação de que, o modelo desenvolvido, de estrutura muito simples, contendo apenas dois parâmetros, reproduz com fidelidade o diagrama das pontas de carga e fornece boas previsões, confirmando assim, a grande aceitação desta técnica de previsão por parte das empresas energéticas.

Os erros percentuais das previsões são mostrados nas tabelas seguintes.

Previsão para amanhã

l	observado	previsto	erro %
1	5015	5110	1,89
2	5600	6096	8,86
3	4535	4775	5,29
4	4675	4759	1,80
5	4460	4667	4,64
6	4649	4435	4,60
7	4430	4581	3,41
8	4860	4698	3,33
9	5330	5982	12,23
10	4565	4446	2,61
11	4580	4672	2,01
12	4425	4391	0,77
13	4580	4604	0,52
14	5430	4368	19,56
15	5055	5440	7,62
16	5375	5395	0,37
17	4690	4607	1,77
18	4795	4718	1,61
19	4660	4652	0,17
20	4560	4664	2,28
EMP			4,27

Previsão para depois de amanhã

l	observado	previsto	erro %
2	5600	6150	9,82
3	4535	5056	11,49
4	4675	4895	4,71
5	4460	4714	5,70
6	4649	4552	2,09
7	4430	4460	0,68
8	4860	4825	0,72
9	5330	5865	10,04
10	4565	4917	7,71
11	4580	4586	0,13
12	4425	4457	0,72
13	4580	4580	0,00
14	5430	4385	19,24
15	5055	4380	13,35
16	5375	5840	8,65
17	4690	4630	1,28
18	4795	4622	3,61
19	4660	4563	2,08
20	4560	4575	0,33
EMP			5,39

Os erros médios percentuais (EMP) rondam os 4%/5%, valores que, embora não sejam excelentes, são perfeitamente aceitáveis, estando mesmo, ao nível dos obtidos por alguns dos modelos desenvolvidos nos artigos citados anteriormente.

Estes valores, são influenciados negativamente pelos elevados erros de previsão que se verificam no dia 14 de Dezembro e nos domingos.

O erro de 14 de Dezembro, que quase atinge os 20%, é originado por um valor de ponta de

carga anormalmente elevado para uma sexta-feira sem acontecimentos especiais. Este valor é tão anormal que nem em 5% dos casos estaria previsto (ver os limites de probabilidade), pelo que se põe a hipótese de se tratar de um erro de medida. A confirmar-se, esta ocorrência põe em causa a própria forma como são feitas as observações, e salienta o importante factor de ruído que o processo de leitura das observação constitui, assim como a influência decisiva que este tipo de erros tem no resultado das previsões.

Quanto aos elevados erros de previsão verificados nos domingos, dado tratar-se de uma ocorrência persistente, sugere-se a análise da função de autocorrelação dos resíduos. Esta análise terá como objectivo a detecção das causas destes erros e a determinação de possíveis alterações na estrutura do modelo.

Outra razão que influencia de forma negativa o resultado das previsões prende-se com o facto de o mês de Dezembro ser um mês de inverno particularmente difícil de prever, dado o elevado número de feriados que possui.

Finalmente, é de salientar ainda, que as estimativas dos parâmetros do modelo deveriam ter sido obtidas recorrendo a métodos de estimação mais eficientes, o que certamente melhoraria a precisão das previsões.

CONCLUSÕES

O método de análise de séries temporais baseado nas técnicas de Box e Jenkins constitui uma forma muito atractiva de realizar a previsão de cargas a curto-prazo.

A fácil construção e a simples estrutura do modelo, assim como a precisão das previsões, demonstra a praticabilidade desta abordagem.

APÊNDICE 1- ESTIMAÇÃO DA FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO

A função de autocorrelação de uma série temporal de N observações, $z_1, z_2, \dots, z_N$, é estimada pela seguinte expressão:

$$r_k = c_k / c_0$$

onde

$$c_k = (1/N) \{ (z_1 - \bar{z})(z_{1+k} - \bar{z}) + (z_2 - \bar{z})(z_{2+k} - \bar{z}) + \dots + (z_{N-k} - \bar{z})(z_N - \bar{z}) \}, k=0,1,2,\dots,K$$

é a estimativa da autocovariância, $\bar{z}$ a média da série temporal e k o desfasamento ("lag") entre observações.

Para obter uma estimativa da função de autocorrelação, são necessárias, pelo menos, cinquenta observações e a autocorrelação estimada r_k deverá ser calculada para $k=0,1,\dots,K$, onde K não deverá ser inferior a $N/4$.

Dado que os valores estimados diferirão dos valores teóricos — não nos esqueçamos que a série temporal é finita — é importante ter uma indicação acerca do erro da estimativa, principalmente para verificar se as autocorrelações se podem considerar nulas a partir do desfasamento q . O desvio padrão para autocorrelações de ordem $q+1$ e superiores é dado pela fórmula de Bartlett:

$$\hat{\sigma}[r_k] = (1/\sqrt{N}) \{ 1 + 2(r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_q^2) \}^{1/2}, k > q$$

A distribuição de um coeficiente de autocorrelação estimado, cujo valor teórico é zero, é aproximadamente Normal. Por conseguinte, na hipótese da autocorrelação teórica ρ_k ser zero, a estimativa r_k dividida pelo seu desvio padrão será distribuída de forma aproximadamente Normal com desvio padrão unitário. Um resultado semelhante se verifica para as autocorrelações parciais (apêndice 2). Estes factos poderão ser utilizados para verificar se as autocorrelações teóricas e as autocorrelações parciais após um determinado desfasamento são realmente nulas. É de recordar que, para a distribuição Normal, desvios excedendo um desvio padrão em ambas as direcções têm uma probabilidade de cerca de um terço, enquanto

que desvios em ambas as direcções excedendo dois desvios padrão têm uma probabilidade de cerca de um vigésimo.

APÊNDICE 2- UM MÉTODO RECURSIVO PARA A ESTIMAÇÃO DA FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO PARCIAL

A função de autocorrelação parcial será estimada a partir da resolução das equações de Yule-Walker [12],

$$r_j = \hat{\phi}_{k1}r_{j-1} + \hat{\phi}_{k2}r_{j-2} + \dots + \hat{\phi}_{k(k-1)}r_{j-k+1} + \hat{\phi}_{kk}r_{j-k}, \quad j=1, 2, \dots, k \quad (A2.1)$$

para $k=1, 2, 3, \dots$.

A quantidade ϕ_{kk} , função do desfasamento k , $k=1, 2, \dots$, é denominada *função de autocorrelação parcial*.

Um método recursivo para a estimação da função de autocorrelação parcial encontra-se descrito a seguir.

Para ilustrar a recursão, consideremos as equações (A2.1) para $k=2, 3$. Assim,

$$\begin{aligned} r_2 &= \hat{\phi}_{21}r_1 + \hat{\phi}_{22} \\ r_1 &= \hat{\phi}_{21} + \hat{\phi}_{22}r_1 \quad (A2.2) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} r_3 &= \hat{\phi}_{31}r_2 + \hat{\phi}_{32}r_1 + \hat{\phi}_{33} \\ r_2 &= \hat{\phi}_{31}r_1 + \hat{\phi}_{32} + \hat{\phi}_{33}r_1 \quad (A2.3) \\ r_1 &= \hat{\phi}_{31} + \hat{\phi}_{32}r_1 + \hat{\phi}_{33}r_2 \end{aligned}$$

Os coeficientes $\hat{\phi}_{31}$ e $\hat{\phi}_{32}$ podem ser expressos em termos de $\hat{\phi}_{33}$, utilizando as duas últimas equações de (A2.3). A solução, na forma matricial, é

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_{31} \\ \hat{\phi}_{32} \end{bmatrix} = R_2^{-1} \begin{bmatrix} r_2 - \hat{\phi}_{33}r_1 \\ r_1 - \hat{\phi}_{33}r_2 \end{bmatrix} \quad (A2.4)$$

onde

$$R_2 = \begin{bmatrix} r_1 & 1 \\ 1 & r_1 \end{bmatrix}$$

Podemos então reescrever (A2.4) na forma

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_{31} \\ \hat{\phi}_{32} \end{bmatrix} = R_2^{-1} \begin{bmatrix} r_2 \\ r_1 \end{bmatrix} - \hat{\phi}_{33} R_2^{-1} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \quad (A2.5)$$

Visto que se pode reescrever (A2.2) na forma

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_{21} \\ \hat{\phi}_{22} \end{bmatrix} = R_2^{-1} \begin{bmatrix} r_2 \\ r_1 \end{bmatrix}$$

(A2.5) virá

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_{31} \\ \hat{\phi}_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\phi}_{21} \\ \hat{\phi}_{22} \end{bmatrix} - \hat{\phi}_{33} \begin{bmatrix} \hat{\phi}_{22} \\ \hat{\phi}_{21} \end{bmatrix}$$

ou seja

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{31} &= \hat{\phi}_{21} - \hat{\phi}_{33} \hat{\phi}_{22} \\ \hat{\phi}_{32} &= \hat{\phi}_{22} - \hat{\phi}_{33} \hat{\phi}_{21} \end{aligned} \quad (A2.6)$$

Para completar o cálculo de $\hat{\phi}_{31}$ e $\hat{\phi}_{32}$, necessitamos de uma expressão para $\hat{\phi}_{33}$.

Substituindo (A2.6) na primeira das equações (A2.3), obtemos

$$\hat{\phi}_{33} = (r_3 - \hat{\phi}_{21} r_2 - \hat{\phi}_{22} r_1) / (1 - \hat{\phi}_{21} r_1 - \hat{\phi}_{22} r_2) \quad (A2.7)$$

Então, a autocorrelação parcial $\hat{\phi}_{33}$, é primeiro calculada a partir de $\hat{\phi}_{21}$ e $\hat{\phi}_{22}$, utilizando (A2.7), e depois os outros dois coeficientes, $\hat{\phi}_{31}$ e $\hat{\phi}_{32}$, podem ser obtidos a partir de (A2.6).

A fórmula recursiva geral é:

$$\hat{\phi}_{p+1,j} = \hat{\phi}_{pj} - \hat{\phi}_{p+1,p+1} \hat{\phi}_{p,p-j+1} \quad j=1, 2, \dots, p$$

$$\hat{\phi}_{p+1,p+1} = [r_{p+1} - (\hat{\phi}_{p1}r_p + \hat{\phi}_{p2}r_{p-1} + \dots + \hat{\phi}_{pp}r_{p+1-p})] / [1 - (\hat{\phi}_{p1}r_1 + \hat{\phi}_{p2}r_2 + \dots + \hat{\phi}_{pp}r_p)]$$

A função de autocorrelação parcial de um processo auto-regressivo de ordem p , será não-nula para k menor ou igual a p e nula para k maior do que p . Por outras palavras, a função tem um corte ("cut off") após o desfasamento p .

Para um processo auto-regressivo de ordem p , o desvio padrão das autocorrelações parciais estimadas $\hat{\phi}_{kk}$ de ordem $p+1$ e superior é:

$$\hat{\sigma}[\hat{\phi}_{kk}] \approx 1/\sqrt{N}, \quad k > p$$

em que, N é o número de observações utilizadas na estimação da função de autocorrelação parcial. Como já foi referido no apêndice 1, a distribuição das autocorrelações parciais estimadas, cujo valor teórico é zero, é aproximadamente Normal. Este facto poderá ser utilizado para verificar se as autocorrelações parciais após um determinado desfasamento são realmente nulas. Assim, a estimativa $\hat{\phi}_{kk}$ dividida pelo seu desvio padrão será distribuída de forma aproximadamente Normal com desvio padrão unitário. Estes factos poderão ser utilizados para verificar se as autocorrelações parciais se podem considerar nulas após um determinado desfasamento.

APÊNDICE 3- REVISÃO DA TEORIA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A variável aleatória x é dita ser Normalmente distribuída com média μ e desvio padrão σ , ou ter uma distribuição $N(\mu, \sigma^2)$, se a sua densidade de probabilidade for

$$p(x) = (2\pi)^{-1/2} (\sigma^2)^{-1/2} \exp\{-(x-\mu)^2/2\sigma^2\}.$$

Por conseguinte, o desvio Normal unitário $u = (x-\mu)/\sigma$ terá uma distribuição $N(0,1)$. A tabela seguinte mostra ordenadas $p(u=u_\epsilon)$ e valores do desvio Normal unitário u_ϵ tais que $P\{u > u_\epsilon\} = \epsilon$ para valores escolhidos de ϵ .

u_ϵ	ϵ	$p(u_\epsilon)$	u_ϵ	ϵ	$p(u_\epsilon)$
0.0	0.500	0.3989	1.6	0.055	0.1109
0.1	0.460	0.3969	1.7	0.045	0.0940
0.2	0.421	0.3910	1.8	0.036	0.0790
0.3	0.382	0.3814	1.9	0.029	0.0656
0.4	0.345	0.3683	2.0	0.023	0.0540
0.5	0.309	0.3521	2.1	0.018	0.0440
0.6	0.274	0.3322	2.2	0.014	0.0355
0.7	0.242	0.3123	2.3	0.011	0.0283
0.8	0.212	0.2897	2.4	0.008	0.0224
0.9	0.184	0.2661	2.5	0.006	0.0175
1.0	0.159	0.2420	2.6	0.005	0.0136
1.1	0.136	0.2179	2.7	0.003	0.0104
1.2	0.115	0.1942	2.8	0.003	0.0079
1.3	0.097	0.1714	2.9	0.002	0.0059
1.4	0.081	0.1497	3.0	0.001	0.0044
1.5	0.067	0.1295			

Bibliografia

- [1] IEEE Committee Report, "Load forecasting bibliography, Phase I," *IEEE Trans. on Power App. Syst.*, Vol. PAS-99, No. 1, pp. 53-58, 1980.
- [2] IEEE Committee Report, "Load forecasting bibliography, Phase II," *IEEE Trans. on Power App. Syst.*, Vol. PAS-100, No. 7, pp. 3217-3220, 1981.
- [3] G.Gross and F.D.Galiana, "Short-Term Load Forecasting," *Proc. IEEE*, Vol. 75, No. 12, pp. 1558-1573, December 1987.
- [4] M.A.Abu-El-Magd and N.K.Sinha, "Short-Term Load Demand Modeling and Forecasting: A Review," *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-12, No. 3, pp. 370-382, May/June 1982.
- [5] I.Moghran and S.Rahman, "Analysis and Evaluation of Five Short-Term Load Forecasting Techniques," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 4, No. 4, pp. 1484-1491, October 1989.
- [6] S.Rahman and R.Bhatnagar, "An Expert System Based Algorithm for Short Term Load Forecast," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 3, No. 2, pp. 392-399, 1988.
- [7] K.Jabbour, J.F.V.Riveros, D.Landsbergen and W.Meyer, "ALFA: Automated Load Forecasting Assistant," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 3, No. 3, pp. 908-914, August 1988.
- [8] D.C.Park, M.A.El-Sharkawi, R.J.Marks II, L.E.Atlas and M.J.Damborg, "Electric Load Forecasting Using An Artificial Neural Network," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 6, No. 2, pp. 442-449, May 1991.
- [9] Yuan-Yih Hsu and Chien-Chuen Yang, "Design of artificial neural networks for short-term load forecasting. Part I: Self-organising feature maps for day type identification. Part II: Multilayer feedforward networks for peak load and valley load forecasting," *IEE Proceedings-C*, Vol. 138, No. 5, pp. 407-419, September 1991.
- [10] R.L.Sullivan, *Power System Planning*, McGraw-Hill, 1977.

- [11] M.J.H.Sterling, *Power System Control*, IEE, 1978.
- [12] G.E.P.Box and G.M.Jenkins, *Time Series Analysis-Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, 1976.
- [13] M.Hagan and S.Behr, "The Time Series Approach to Short Term Load Forecasting," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. PWRS-2, No. 3, pp. 785-791, August 1987.
- [14] P.Vähäkylä, E.Hakonen and P.Léman, "Short-term forecasting of grid load using Box-Jenkins techniques," *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 2, No. 1, pp. 29-34, January 1980.
- [15] T.N.Goh and H.L.Ong, "A New Approach to Statistical Forecasting of Daily Peak Power Demand," *Electric Power Systems Research*, pp. 145-148, 10 (1986).
- [16] M.Hagan and R.Klein, "On-line Maximum Likelihood Estimation for Load Forecasting," *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-8, No. 9, pp. 711-715, September 1978.
- [17] M.E.El-Hawary and G.A.N.Mbamalu, "Short-Term Power System Load Forecasting Using the Iteratively Reweighted Least Square Algorithm," *Electric Power Systems Research*, pp. 11-22, 19 (1990).
- [18] M.Ernoult et F.Meslier, "Analyse et prévision de la demande d'énergie électrique," *Rev. Gén. Elect.*, pp. 257-278, 4/82 - Avril 1982.
- [19] G.E.P.Box, W.G.Hunter and J.S.Hunter, *Statistics for Experimenters*, John Wiley & Sons, 1978.
- [20] J.T.de Oliveira, *Probabilidades e Estatística: Conceitos, Métodos e Aplicações, Volume II*, Editora McGraw-Hill de Portugal, 1990.



FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

BIBLIOTECA



0000101608