

ATENUAÇÃO DA RESPOSTA SÍSMICA DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS UTILIZANDO AMORTECEDORES VISCOSOS

SEBASTIÃO DE NORONHA PERES HENRIQUES CHAVES

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Carlos Manuel Ramos Moutinho

JULHO DE 2010

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2009/2010

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2009/2010 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2009.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Ao Vuvú

AGRADECIMENTOS

Quero, nesta secção, expressar os meus agradecimentos a todos aqueles que me apoiaram durante todo o percurso académico. Naturalmente, este trabalho é o fim do caminho percorrido durante estes últimos anos.

Em primeiro lugar, quero agradecer à minha família. Ao meu pai e à Sandra, sua Mulher, que sempre me deram todas as condições para poder realizar os meus estudos universitários com o maior conforto possível, sempre disponíveis para ajudar no que fosse preciso. Quero, também, agradecer à minha mãe por todo o seu apoio e motivação, sempre presente e incansável. E, por último, mas também muito importante, ao meu avô, que colocou os seus conhecimentos como engenheiro ao serviço do ensino superior e a sua cultura vastíssima ao serviço da Humanidade - uma inspiração.

Desejo, também, expressar o meu profundo agradecimento ao Professor Carlos Moutinho. Por se ter dedicado a este trabalho, por me ter ajudado e orientado. Por ter transmitido as suas ideias e conhecimentos com tanta clareza, com a arte de saber ensinar. Por se ter demonstrado sempre disponível para o esclarecimento de dúvidas existentes.

Não posso, também, deixar de agradecer a grandes amigos e igualmente estudantes de Engenharia. Amigos com quem partilhei todos os anos de estudo na FEUP. Amigos que, com toda a certeza, ficarão para toda a vida.

Quero, finalmente, agradecer à Ana, minha namorada, por toda a ajuda e compreensão nestes últimos tempos de trabalho mais intenso.

Um muito obrigado a todos!

RESUMO

O presente trabalho consiste no estudo da aplicação de amortecedores viscosos para o controlo de vibrações sísmicas em estruturas de edifícios. Considerou-se pórticos com pilares sem deformação axial e vigas infinitamente rígidas.

Na primeira parte do trabalho são descritos métodos de análise estrutural relativos a estas aplicações. É feita uma análise dos efeitos destes dispositivos na modificação da matriz de amortecimento da estrutura.

São expostos processos de dimensionamento de amortecedores viscosos, tendo em vista diferentes tipos de posicionamento destes relativamente aos pórticos e descritas as principais condicionantes indicadas nos regulamentos nacionais e internacionais mais relevantes.

Finalmente, na terceira parte, é feita uma análise de eficácia destes dispositivos na redução de deslocamentos em estruturas, considerando uma acção sísmica real.

PALAVRAS-CHAVE: Sistemas de controlo de vibração, amortecedores viscosos, acção sísmica, pórticos de edifícios

ABSTRACT

The following work consists on the study of the application of viscous dampers in Shear Buildings when submitted to seismic forces. The building frame has columns with no axial deformation and its beams are admitted as a rigid body.

Due to these applications, on the first part the structural analysis for this type of structures is explained. Analysis to the effect of the dampers on the new damping matrix of the structure is considered.

Then, viscous dampers are designed after studying different methods of doing it. The design is done considering the different position the dampers can have and the most relevant national and international rules to be respected.

At the end, different structures are studied when subjected to a real seismic acceleration. The dampers efficiency on the displacement reducing is registered.

KEYWORDS: Vibration control systems, viscous dampers, seismic forces, building frames

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. SISTEMAS DE CONTROLO DE VIBRAÇÕES	1
1.1.1. SISTEMAS PASSIVOS	1
1.1.2. SISTEMAS ACTIVOS	3
1.1.3. SISTEMAS SEMI-ACTIVOS	3
1.1.4. SISTEMAS HÍBRIDOS	3
1.2. ENQUADRAMENTO DO TRABALHO E OBJECTIVOS	3
1.3. BREVE DESCRIÇÃO DA TESE	5
2. ANÁLISE DE SISTEMAS DINÂMICOS	7
2.1. CARACTERIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS	7
2.1.1. OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE MASSA E DE RIGIDEZ	8
2.1.2. CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO	9
2.1.3. DETERMINAÇÃO DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO A PARTIR DOS AMORTECIMENTOS MODAIS	12
2.2. MATRIZES DE AMORTECIMENTO NÃO CLÁSSICAS	13
2.3. DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA DO SISTEMA COM AMORTECIMENTO NÃO CLÁSSICO	14
2.3.1. MÉTODO DE NEWMARK	14
2.3.2. FORMULAÇÃO DE ESPAÇO DE ESTADO	17
2.4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	20
2.4.1. OBTENÇÃO DA MASSA E RIGIDEZ DO SISTEMA	20
2.4.2. OBTENÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO	21
2.4.3. OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE MASSA, RIGIDEZ E AMORTECIMENTO MODAIS	22
2.4.4. CÁLCULO DE RESPOSTA DO PÓRTICO A UMA ACÇÃO SINUSOIDAL	22
2.4.4.1. Cálculo de Resposta do Pórtico pelo Método de Newmark	23
2.4.4.2. Cálculo de Resposta do Pórtico pela Formulação de Espaço de Estado	25
2.4.5. CONCLUSÕES	28

3. APLICAÇÃO DE AMORTECEDORES VISCOSOS EM PÓRTICOS SUBMETIDOS A ACÇÕES SÍSMICAS	29
3.1. INTRODUÇÃO	29
3.2. DETERMINAÇÃO DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO	29
3.3. OBTENÇÃO DOS AMORTECIMENTOS MODAIS	32
3.3.1. FORMULAÇÃO DE ESTADO	32
3.3.2. FÓRMULA SIMPLIFICADA	33
3.3.3. DIMENSIONAMENTO DE AMORTECEDORES VISCOSOS.....	36
3.4. DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA SÍSMICA DA ESTRUTURA DE ACORDO COM O EUROCÓDIGO 8.....	39
3.4.1. MÉTODO DE ANÁLISE POR FORÇAS LATERAIS.....	39
3.4.2. CASO DA ESTRUTURA COM AMORTECEDORES	43
4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	45
4.1. ANÁLISE DE DESEMPENHO DE AMORTECEDORES VISCOSOS	45
4.1.1. PÓRTICO DE 5 PISOS.....	47
4.1.1.1. Estado Limite Último.....	48
4.1.1.2. Estado Limite de Danos	50
4.1.2. PÓRTICO DE 15 PISOS.....	51
4.1.2.1. Estado Limite Último.....	53
4.1.2.2. Estado Limite de Danos	56
4.2. ANÁLISE DE RESPOSTA ELÁSTICA A UM SISMO REAL.....	57
4.2.1. PÓRTICO DE 5 PISOS.....	58
4.2.2. PÓRTICO DE 15 PISOS.....	63
5. CONCLUSÕES	67
BIBLIOGRAFIA	69

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1 – TMD do Taipei 101 e respectivo edifício.....	2
Fig. 2 – a) Amortecedor Viscoso; b) Portland State University.....	2
Fig. 3 – Pórtico em estudo	4
Fig. 4 – Pórtico em estudo com respectivos graus de liberdade	7
Fig. 5 – Sistema mecânico, sem amortecedores, representativo de “n” graus de liberdade.....	8
Fig. 6 – Explicação de obtenção da Rigidez pela análise do pórtico.....	9
Fig. 7 – Representação dos modos de vibração – a) 1º modo; b) 2º modo; c) 3º modo.....	21
Fig. 8 – Variação dos deslocamentos de cada piso ao longo do tempo, pelo Método de Newmark	25
Fig. 9 – Variação dos deslocamentos de cada piso ao longo do tempo, pela Formulação de Espaço de Estado	27
Fig. 10 – Sistema mecânico, com amortecimento, representativo de “n” graus de liberdade.....	30
Fig. 11 – Pórtico genérico com amortecedores viscosos	30
Fig. 12 – Amortecedor viscoso em “K”	31
Fig. 13 – Variação não linear do amortecimento, relativamente ao número de amortecedores	37
Fig. 14 – Zonamento sísmico segundo o EC8 em Portugal – a) Sismo Tipo I; b) Sismo Tipo II.....	43
Fig. 15 – Gráfico força – deslocamento representante do coeficiente de comportamento de 2.5	46
Fig. 16 – Forças Laterais no Pórtico de 5 pisos – a) sem amortecedores; b) com amortecedores	49
Fig. 17 – Forças Laterais no Pórtico de 15 pisos – a) sem amortecedores; b) com amortecedores	55
Fig. 18 – Pórticos em betão armado afectados após sismos	57
Fig. 19 – Registo de acelerações do sismo de El Centro, Califórnia.....	58
Fig. 20 – Deslocamentos no pórtico de 5 pisos, sem amortecedores, sob acção sísmica	60
Fig. 21 – Deslocamentos no pórtico de 5 pisos, com amortecedores, sob acção sísmica	61
Fig. 22 – Diferença nos Deslocamentos do pórtico de 5 pisos, sob acção sísmica	62
Fig. 23 – Deslocamentos no pórtico de 15 pisos, sem amortecedores, sob acção sísmica	64
Fig. 24 – Deslocamentos no pórtico de 15 pisos, com amortecedores, sob acção sísmica.....	65
Fig. 25 – Diferença nos Deslocamentos do pórtico de 15 pisos, sob acção sísmica.....	66

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 – Processo de cálculo pelo Método de Newmark.....	17
Quadro 2 – Processo de cálculo pela Formulação de Espaço de Estado.....	20
Quadro 3 – Resultados para um intervalo de tempo de 0.1s do 1º modo de vibração	24
Quadro 4 – Deslocamentos por grau de liberdade no pórtico	24
Quadro 5 – Deslocamentos e velocidades por grau de liberdade no pórtico	27
Quadro 6 – Variação do coeficiente de amortecimento consoante a hipótese	38
Quadro 7 – Características do terreno do tipo C para os dois tipos de sismos.....	47
Quadro 8 – Características sísmicas da zona para os dois tipos de sismos.....	48
Quadro 9 – Forças Laterais no Pórtico de 5 Pisos sem amortecedores	48
Quadro 10 – Forças Laterais no Pórtico de 5 Pisos com amortecedores	49
Quadro 11 – Deslocamentos em cada piso do pórtico de 5 pisos, em ELU	50
Quadro 12 – Deslocamentos em cada piso do pórtico de 5 pisos, em ELD	51
Quadro 13 – Forças Laterais no Pórtico de 15 Pisos sem amortecedores	54
Quadro 14 – Forças Laterais no Pórtico de 15 Pisos com amortecedores	54
Quadro 15 – Deslocamentos em cada piso do pórtico de 15 pisos, em ELU	55
Quadro 16 – Deslocamentos em cada piso do pórtico de 15 pisos, em ELD	56
Quadro 17 – Coeficiente de amortecimento para as 7 hipóteses do pórtico de 5 pisos e sua verificação	59
Quadro 18 – Deslocamentos máximos e mínimos no pórtico de 5 pisos, sem amortecedores, sob acção sísmica.....	60
Quadro 19 – Deslocamentos máximos e mínimos no pórtico de 5 pisos, com amortecedores, sob acção sísmica.....	61
Quadro 20 – Redução de deslocamentos máximos nos pisos do pórtico sob acção sísmica	62
Quadro 21 – Coeficiente de amortecimento para as 8 hipóteses do pórtico de 15 pisos e sua verificação	63
Quadro 22 – Deslocamentos máximos e mínimos no pórtico de 15 pisos, sem amortecedores, sob acção sísmica.....	64
Quadro 23 – Deslocamentos máximos e mínimos no pórtico de 15 pisos, com amortecedores, sob acção sísmica.....	65
Quadro 24 – Redução de deslocamentos máximos nos pisos do pórtico sob acção sísmica	66

1

INTRODUÇÃO

1.1. SISTEMAS DE CONTROLO DE VIBRAÇÕES

Devido à crescente preocupação com o efeito das acções dinâmicas nas estruturas têm sido cada vez mais utilizados dispositivos de controlo de vibração na Engenharia Civil. Naturalmente, como consequência, existe muita investigação neste campo e o número de aplicações deste tipo de ferramentas tem sido cada vez maior. Assim sendo, torna-se difícil descrever cada uma delas num trabalho como este e, por isso, vai ser feita uma pequena referência a cada um dos mais importantes, dando especial atenção aos amortecedores viscosos.

Existem três grandes grupos de dispositivos de controlo estrutural – passivo, activo e semi-activo. Dentro dos sistemas de controlo de vibração passivos, estudados neste trabalho, existem ainda as subcategorias de absorsores, dissipadores e isoladores [9].

1.1.1. SISTEMAS PASSIVOS

No que diz respeito a sistemas de controlo passivo, dentro dos absorsores de energia, existem os amortecedores de massa sintonizada, usualmente denominados com TMD's ("Tuned Mass Dampers"), e os amortecedores de líquido sintonizado, também conhecidos como TLD's ("Tuned Liquid Dampers").

Os TMD's são constituídos por uma massa ligada à estrutura através de uma mola e um amortecedor [9]. Este é um bom sistema para a Engenharia do Vento e no domínio das pontes de grande vão, embora seja sintonizado apenas para uma dada frequência, ou seja, têm de ser colocadas tantas unidades quanto o número diferente de modos de vibração a controlar. Um bom exemplo da utilização deste tipo de sistema de controlo de vibração é uma das recentes Maravilhas da Engenharia – o Taipei 101 em Taiwan.

Quanto aos TLD's, têm um comportamento muito idêntico aos TMD's, já que são dimensionados para um determinado modo de vibração. São especialmente interessantes para funcionarem em estruturas caracterizadas por terem baixas frequências [9] e funcionam, como o próprio nome indica, com a utilização de água. Conforme a configuração do tanque onde é colocado o líquido, este introduz uma compensação de fase ao movimento da estrutura. É uma solução economicamente favorável já que são facilmente sintonizados, dependendo apenas da quantidade de água que se coloca em cada tanque.

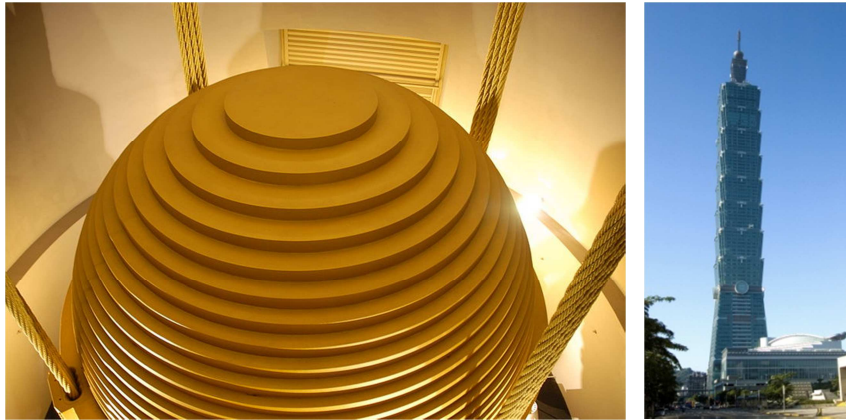


Fig. 1 – TMD do Taipei 101 e respectivo edifício [15]

Também muito importantes nesta categoria de sistemas de controlo de vibração são os Dissipadores de Energia Passivos em que se enquadram os amortecedores viscosos, viscoelásticos, friccionais e hysteréticos [9]. Estes amortecedores servem, sobretudo, para problemas de Engenharia Sísmica pois reduzem as vibrações em Estado Limite Último. São óptimas soluções de reabilitação devido ao facto de poderem ser colocados numa estrutura existente, terem uma elevada fiabilidade e um reduzido custo directo e em manutenção. Têm o problema de só funcionarem quando a estrutura já está afectada pelas vibrações, não impedindo assim o movimento da estrutura inicialmente. No que toca aos quatro tipos de amortecedores, irá ser feita apenas uma referência aos viscosos e viscoelásticos por serem os mais utilizados e por serem os que mais se enquadram no âmbito deste estudo. Os amortecedores viscosos são dissipadores em que é gerada uma força de amortecimento em função da velocidade relativa ou absoluta, dependendo da sua montagem (interpostos entre dois pontos da estrutura ou fixados ao exterior). São dispositivos que conduzem a cálculos simples e a um funcionamento bastante aceitável na maioria das aplicações. Um bom exemplo de aplicação de amortecedores viscosos é o edifício da Portland State University onde se fez a reabilitação utilizando 118 amortecedores. Quanto aos viscoelásticos, são idênticos aos viscosos, funcionam com a deformação em corte de um material viscoelástico numa montagem tipo “sandwich”.



Fig. 2 – a) Amortecedor Viscoso [12]; b) Portland State University [13]

Finalmente, os isoladores de base, como o próprio nome indica, isolam o edifício do solo através de dispositivos com baixa rigidez lateral, mas com boa capacidade de resistência na direcção vertical para garantir estabilidade estrutural. Estes, ao contrário dos até agora aqui referidos, reduzem a propagação das vibrações para a estrutura.

1.1.2. SISTEMAS ACTIVOS

Estes sistemas têm a particularidade de funcionarem para várias frequências e por isso têm uma elevada eficiência mas têm, também, um elevado custo e um menor grau de fiabilidade [9]. Existe um grande número de diferentes dispositivos que podem ser utilizados, tais como cabos activos, diagonais activas e actuadores piezoelétricos, mas é nos amortecedores de massa activa, ou AMD's ("Active Mass Dampers"), que se centra a maior atenção devido ao facto de serem os mais utilizados.

1.1.3. SISTEMAS SEMI-ACTIVOS

Este é um tipo de sistema que constitui uma solução intermédia relativamente aos sistemas activos e passivos. São também chamados de "passivos inteligentes" porque dissipam a energia tal como os sistemas passivos, mas têm maior adaptabilidade já que têm a capacidade de se ajustarem em face da resposta efectiva da estrutura [9]. Existem, neste grupo, quatro conhecidos tipos: dispositivos de rigidez variável, amortecedores de atrito variável, amortecedores viscosos de orifício variável e amortecedores de viscosidade variável.

Devido ao facto de ter sido recolhida uma grande quantidade de informação, poderia ser feita uma descrição exaustiva de cada um dos amortecedores, mas desviar-se-ia do âmbito do trabalho e por isso apenas se irá fazer um pequeno resumo do funcionamento e características dos dispositivos de rigidez variável, ou AVS's ("Active Variable Stiffness") e dos Amortecedores de Orifício Variável. Os primeiros são cilindros hidráulicos, regulados por válvulas que permitem mobilizar ou desmobilizar rigidez axial, localizados nas diagonais da estrutura. Estes dispositivos requerem uma pequena quantidade de energia e a escolha da rigidez mais eficaz é feita por um controlador que recolhe e transmite a informação recebida da base do edifício. Quanto aos AOS's, são amortecedores que têm um cilindro com uma válvula que permite controlar o fluxo de líquido com o objectivo de maximizar os ciclos de dissipação de energia – são normalmente utilizados para sismos de elevada amplitude.

1.1.4. SISTEMAS HÍBRIDOS

Este tipo de sistema combina sistemas passivos com sistemas activos. Neste grupo os mais conhecidos são os HMD's ("Hybrid Mass Dampers") que fazem uma combinação de TMD's com sistemas activos, através da exploração do efeito passivo dos TMD's e a implementação de um sistema activo paralelo que aumenta o desempenho do aparelho, aumentando o movimento da massa passiva e aumentando a robustez do dispositivo face a problemas de sintonização.

1.2. ENQUADRAMENTO DO TRABALHO E OBJECTIVOS

As estruturas são frequentemente solicitadas por diferentes tipos de acções, que podem ser estáticas tal como o peso próprio e as sobrecargas, ou dinâmicas, provocadas por acções exteriores, como por exemplo sismos, vento ou até explosões. Tal como foi dito no capítulo anterior, são utilizados cada vez com maior frequência dispositivos de controlo dinâmico nas estruturas, dada a crescente preocupação com as acções dinâmicas. A segurança das estruturas às vibrações deve ser garantida e,

assim, é necessário evitar o surgimento de danos estruturais importantes. Por outro lado, também o conforto humano tem grande importância, estando em causa o bom funcionamento da estrutura em serviço.

Quando a frequência da vibração é próxima da frequência natural da estrutura, esta pode entrar em ressonância e, por isso, atingir grandes deslocamentos, sobretudo nos pisos superiores de pórticos com altitude considerável. Existem duas formas de alterar este efeito – alterar as propriedades físicas da estrutura, tal como a modificação da secção dos pilares ou o tipo de materiais nestes usado por forma a aumentar a sua rigidez, ou colocar sistemas de controlo de vibrações. Estas alterações podem alterar a amplitude da resposta da estrutura ou a frequência natural desta, ou até mesmo as duas, embora não tão frequente. Pode, então, concluir-se que a colocação deste tipo de sistemas em algumas estruturas tem um papel fundamental no seu funcionamento.

Normalmente, um edifício é dimensionado para trabalhar em regime elástico quando sofre pequenas solicitações vindas do exterior, tal como ventos de pequena velocidade ou sismos de pequena escala. No entanto, na ocorrência de um abalo sísmico, as estruturas podem entrar em regime plástico. Por esse motivo, a segurança continua a ser admitida, mas os danos provocados nas estruturas são, em grande parte dos casos, irrecuperáveis. O estudo das estruturas em regime plástico tem vindo a aumentar, devido à crescente ductilidade dos materiais e, por isso, também a segurança das estruturas em Estado Limite Último é garantida. Mas, quanto maior a ductilidade da estrutura de um edifício, maior vão ser os deslocamentos e correspondentes danos e, conseqüentemente, maiores vão ser os gastos na recuperação destes. Assim, a utilização de dispositivos de controlo dinâmico obriga a estrutura a trabalhar em regime elástico, conduzindo à diminuição dos danos causados e a uma maior economia na recuperação dos edifícios.

Neste trabalho, o estudo centrar-se-á na colocação de amortecedores viscosos em pórticos submetidos a acções sísmicas. Tal como se verá mais à frente, o estudo vai incidir na verificação da diferença de comportamento de dois pórticos quando dimensionados com e sem amortecimento adicional, tanto em Estado Limite de Danos, como em Estado Limite Último. Serão, também, os dois submetidos a uma dada acção sísmica e o comportamento destes com e sem amortecedores será registado. Os pórticos são ambos constituídos por vigas rígidas em betão armado e pilares sem deformação axial também em betão armado. Um tem 5 pisos e o outro 15.

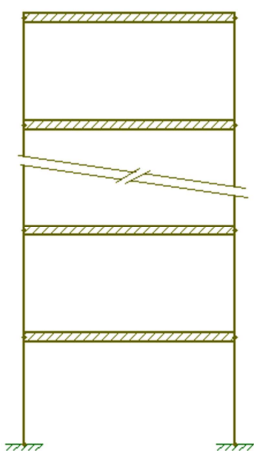


Fig. 3 – Pórtico em estudo

1.3. BREVE DESCRIÇÃO DA TESE

Decidiu dividir-se a tese em cinco capítulos distintos.

No primeiro é feita uma introdução explicando a importância da utilização de sistemas de controlo de vibrações nas estruturas e que tipos de sistemas podem ser aplicados. Na segunda parte do trabalho é feita a Análise de Sistemas Dinâmicos, através de métodos clássicos de cálculo dinâmico. No fim deste capítulo é feita uma descrição das matrizes de amortecimento não clássicas, matrizes essas que são as utilizadas no cálculo de deslocamentos, com amortecimento localizado em partes da estrutura, recorrendo-se a diferentes métodos de cálculo.

No terceiro capítulo fala-se na aplicação de amortecedores viscosos em pórticos submetidos a ações sísmicas, dando continuidade ao tema das matrizes de amortecimento não clássicas do capítulo anterior e fazendo referência à fórmula de dimensionamento de amortecedores viscosos e sua verificação. Tendo este dimensionamento feito para um determinado nível de amortecimento, recorreu-se ao Eurocódigo 8 para uma verificação de Estado Limite Último e Estado Limite de Danos das estruturas edifícios em estudo.

No capítulo seguinte, são dados os Exemplos de Aplicação, expondo todo o processo referido para os dois pórticos em estudo. Na última parte desta tese são descritas algumas conclusões.

2

ANÁLISE DE SISTEMAS DINÂMICOS

2.1. CARACTERIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DINÂMICOS

Para que qualquer estudo dinâmico de uma estrutura seja efectuado é necessário “conhecer” a estrutura em causa. Como todos os parâmetros dinâmicos dependem das propriedades físicas da estrutura, tais como a massa, a rigidez e o amortecimento natural, é necessário estas serem quantificadas e verificadas.

Entende-se por Parâmetros Dinâmicos de uma estrutura os Modos de Vibração do sistema, as Frequências Naturais de cada um dos modos de vibração e também os respectivos Coeficientes de Amortecimento. Para se calcular estes parâmetros é necessário, antes de mais, caracterizar a estrutura em causa. Mais uma vez se refere que neste trabalho está a processar-se o estudo sobre pórticos com pilares sem deformação axial e com vigas infinitamente rígidas. Deste modo, a cada piso do pórtico está associado apenas um grau de liberdade – o deslocamento horizontal - quaisquer rotações são consideradas nulas. Os graus de liberdade dos pórticos vão de 1 a “n”, sendo “n” o número de pisos. O primeiro grau de liberdade corresponde ao piso de cima e “n” ao piso de baixo. Note-se que o pórtico tem apenas dois pilares por piso, porque mesmo que tivesse mais poderia ser sempre simplificado com uma divisão de rigidezes por estes.

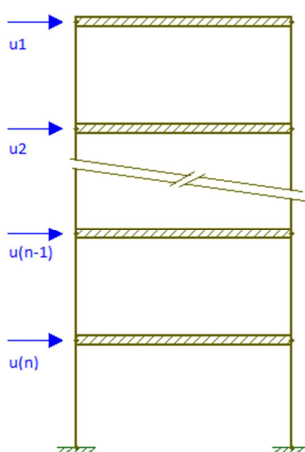


Fig. 4 – Pórtico em estudo com respectivos graus de liberdade

Nos próximos subcapítulos é explicado como se determina cada um dos parâmetros para este tipo de pórticos.

2.1.1. OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE MASSA E DE RIGIDEZ

Pelo facto de o pórtico só ter um grau de liberdade por piso, o modelo de cálculo de matrizes de massa e de rigidez pode ser feito pelo modelo de análise de sistemas mecânicos, sem aplicação de amortecedores. A equação do movimento é regida pela 2ª Lei de Newton que, ao ser escrita para um sistema mecânico de “n” graus de liberdade, fica com “n” equações.

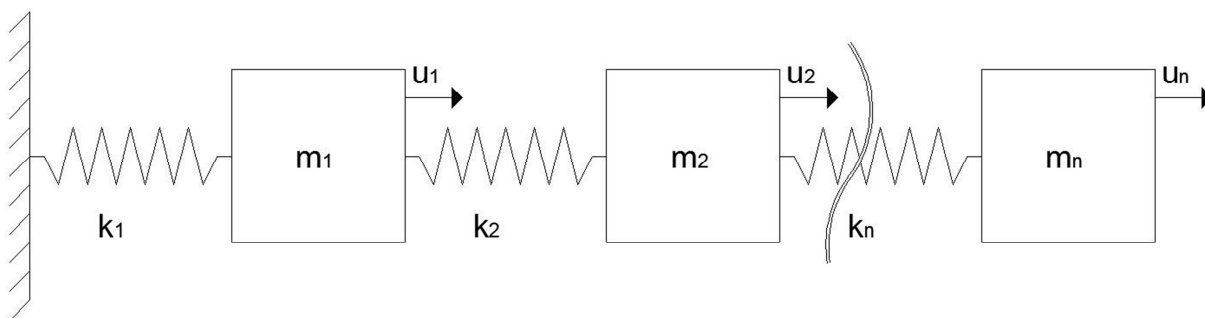


Fig. 5 – Sistema mecânico, sem amortecedores, representativo de “n” graus de liberdade

Como se vê pela análise do sistema representado, cada massa só tem influência no grau de liberdade em questão. Em relação ao pórtico o mesmo acontece, a massa de cada piso tem interferência directa na inércia ao deslocamento desse piso. Por esse motivo, a Matriz de Massa é uma matriz diagonal em que cada valor corresponde à massa de cada piso. A matriz ficará com a seguinte configuração, em que “1” corresponde ao primeiro grau de liberdade e “n” ao último. Neste trabalho, o primeiro grau de liberdade corresponde ao deslocamento horizontal do piso de cima e o último ao deslocamento horizontal do piso de baixo, como se viu na Figura 4.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Em relação à matriz de rigidez, a sua obtenção é ditada pela diferença de forças que se desenvolvem entre graus de liberdade, como se vê pelo sistema representado na Figura 5. Para o pórtico em causa, a Matriz de Rigidez é determinada por um processo relativamente simples, uma vez que não há rotação das ligações entre pilares e vigas. Se for provocado um deslocamento unitário em cada grau de liberdade, a rigidez dos pilares do pórtico vai impedi-lo de se mover. Deste modo, se o deslocamento unitário for provocado no grau de liberdade 1, pode afirmar-se que há uma força, com o valor da rigidez, positiva neste e uma com o sinal negativo no grau de liberdade abaixo, devido ao movimento dos pilares esquerdo e direito entre os dois graus de liberdade. Se este movimento unitário for provocado num grau de liberdade a meio do pórtico haverá uma força positiva, soma da rigidez dos dois pisos adjacentes ao grau de liberdade e duas forças negativas, uma em cima devido à rigidez dos

pilares do piso de cima e outra em baixo devido à rigidez dos pilares do piso de baixo. Este processo está bem explicado na Figura 6.

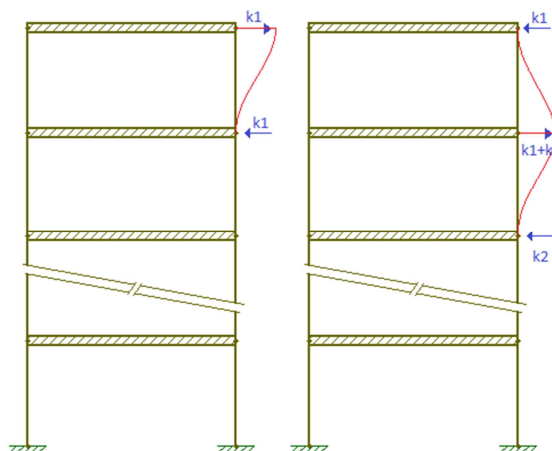


Fig. 6 – Explicação de obtenção da Rigidez pela análise do pórtico

A Matriz de Rigidez fica, então, com a forma abaixo indicada.

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & \dots & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -k_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & k_{n-2} + k_{n-1} & -k_{n-1} \\ 0 & 0 & \dots & -k_{n-1} & k_{n-1} + k_n \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

É importante referir que a rigidez de um pilar entre dois encastramentos, como é o caso devido ao facto das vigas serem consideradas infinitamente rígidas e por isso não haver rotações nas ligações viga-pilar, é

$$k = \frac{12EI}{L^3} \quad (2.3)$$

Onde E representa o modo de elasticidade e I a inércia do pilar. Obviamente que para o caso da rigidez de um piso de um pórtico, terá de se somar a rigidez de cada pilar deste piso.

2.1.2. CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO

Tendo as matrizes de massa e de rigidez determinadas pelo processo referido no ponto anterior, o cálculo das frequências naturais torna-se de cálculo directo. De facto, não passa da resolução do problema dos valores próprios.

$$\det(K - \omega^2 \times M) = 0 \quad (2.4)$$

Visto K e M serem matrizes com tantas linhas e colunas quanto o número de graus de liberdade, ω vai ser um vector com tantos elementos quanto o número de graus de liberdade.

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_g \\ \vdots \\ \omega_{n-1} \\ \omega_n \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Tendo as Frequências Naturais da estrutura determinadas, para saber os Modos de Vibração recorre-se a um simples processo de cálculo. Os Modos de Vibração serão dados separadamente para cada frequência natural calculada. Tomando “g” como um valor de frequência natural genérico, basta para cada valor de ω resolver a equação abaixo apresentada.

$$(K - \omega_g^2 \times M) \times \phi_g = 0 \quad (2.6)$$

Facilmente se observa que ϕ será um vector com “n” valores, ficando com a seguinte configuração.

$$\phi_g = \begin{bmatrix} \phi_{1,g} \\ \phi_{2,g} \\ \vdots \\ \phi_{g,g} \\ \vdots \\ \phi_{n-1,g} \\ \phi_{n,g} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

A determinação dos modos de vibração conduz à resolução de um sistema indeterminado porque os valores do vector são dependentes uns dos outros. Assim sendo, convém arbitrar um dos valores e, desta maneira, os outros serão determinados relativamente a este.

Se anteriormente se viu que se calculam tantas frequências naturais quanto o número de graus de liberdade, pode afirmar-se que há também tantos modos de vibração quanto o número de graus de liberdade. Mais à frente, quando a análise de deslocamentos for efectuada para o dimensionamento do pórtico ver-se-á que o primeiro modo de vibração é o que assume maior importância, sendo responsável em grande parte das estruturas por aproximadamente 90% dos deslocamentos reais destas. Mesmo sabendo isto, para o cálculo da Matriz dos Modos de Vibração é necessário resolver a equação anterior para todos os graus de liberdade, portanto para os valores de 1 a “n”, passando por “g”. A matriz fica como indicado em 2.8.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \cdots & \phi_{1,g} & \cdots & \phi_{1,n-1} & \phi_{1,n} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \cdots & \phi_{2,g} & \cdots & \phi_{2,n-1} & \phi_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{g,1} & \phi_{g,2} & \cdots & \phi_{g,g} & \cdots & \phi_{g,n-1} & \phi_{g,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{n-1,1} & \phi_{n-1,2} & \cdots & \phi_{n-1,g} & \cdots & \phi_{n-1,n-1} & \phi_{n-1,n} \\ \phi_{n,1} & \phi_{n,2} & \cdots & \phi_{n,g} & \cdots & \phi_{n,n-1} & \phi_{n,n} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Por uma questão de verificação de cálculos e porque também mais tarde irá simplificar o processo de integração pelo Método de Newmark, foi utilizada neste trabalho a normalização dos modos de vibração relativamente à massa.

A normalização pela massa é feita, como até agora, respeitando apenas uma equação existente. Neste caso, e imaginando mais uma vez o vector de modo de vibração genérico “g” do grau de liberdade “g”, faz-se uma multiplicação de matrizes pela ordem correcta, calculando assim a massa generalizada para cada modo de vibração referido anteriormente (equação 2.9).

$$m_g^* = \phi_g^T \times M \times \phi_g \quad (2.9)$$

Sendo que a matriz ϕ_g^T é uma matriz “1” x “n”, a matriz de massa “n” x “n” e a matriz ϕ_g “n” x “1”, então m_g^* é um valor unitário. Para se obter o vector do modo de vibração “g” normalizado pela massa, divide-se este pela raiz do valor da massa generalizada.

$$\hat{\phi}_g = \begin{bmatrix} \phi_{1,g} \\ \phi_{2,g} \\ \vdots \\ \phi_{g,g} \\ \vdots \\ \phi_{n-1,g} \\ \phi_{n,g} \end{bmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{m_g^*}} \quad (2.10)$$

Se este cálculo for feito para todos os modos de vibração, fica-se com a Matriz dos Modos de Vibração Normalizados $\hat{\Phi}$, que terá as dimensões da Matriz dos Modos de Vibração já calculada e aspecto da mesma:

$$\hat{\Phi} = \begin{bmatrix} \hat{\phi}_{1,1} & \hat{\phi}_{1,2} & \cdots & \hat{\phi}_{1,g} & \cdots & \hat{\phi}_{1,n-1} & \hat{\phi}_{1,n} \\ \hat{\phi}_{2,1} & \hat{\phi}_{2,2} & \cdots & \hat{\phi}_{2,g} & \cdots & \hat{\phi}_{2,n-1} & \hat{\phi}_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hat{\phi}_{g,1} & \hat{\phi}_{g,2} & \cdots & \hat{\phi}_{g,g} & \cdots & \hat{\phi}_{g,n-1} & \hat{\phi}_{g,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hat{\phi}_{n-1,1} & \hat{\phi}_{n-1,2} & \cdots & \hat{\phi}_{n-1,g} & \cdots & \hat{\phi}_{n-1,n-1} & \hat{\phi}_{n-1,n} \\ \hat{\phi}_{n,1} & \hat{\phi}_{n,2} & \cdots & \hat{\phi}_{n,g} & \cdots & \hat{\phi}_{n,n-1} & \hat{\phi}_{n,n} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.1.3. DETERMINAÇÃO DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO A PARTIR DOS AMORTECIMENTOS MODAIS

É sabido, no cálculo dinâmico, que trabalhar com sistemas de um grau de liberdade é muito mais fácil do que trabalhar com sistemas de vários graus de liberdade. Isto, porque a equação de movimento clássica pode ser determinada e trabalhada com facilidade e assim todo o estudo dinâmico é feito. Inclusive, o estudo de deslocamentos ao longo do tempo por acção de uma força exterior torna-se um problema de simples resolução, assim como a determinação do coeficiente de amortecimento.

Pelo estudo da decomposição modal, a representação de sistemas lineares com vários graus de liberdade pode ser feita através de um sistema de várias equações desacopladas, utilizando uma mudança de coordenadas. Por este motivo, tornar as matrizes de massa e de rigidez em matrizes diagonais – que tomam a designação de Matriz de Massa Modal (M^*) e Matriz de Rigidez Modal (K^*) a partir desse momento - torna um sistema com “n” graus de liberdade num sistema com “n” equações em que cada uma funciona como um sistema de um grau de liberdade para cada modo de vibração.

Para se transformarem as matrizes em diagonais, tem de se multiplicar a transposta da matriz dos modos de vibração pela matriz em questão. E, depois, multiplicar essa matriz, resultado da multiplicação anterior, pela matriz dos modos de vibração. No trabalho realizado utilizou-se sempre a Matriz dos Modos de Vibração Normalizada. Visto a normalização ser feita pela massa, a Matriz de Massa Modal é igual à Matriz de Identidade.

$$M^* = \hat{\Phi}^T \times M \times \hat{\Phi} = I \quad (2.12)$$

$$K^* = \hat{\Phi}^T \times K \times \hat{\Phi} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & k_{2,2} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{n-1,n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & k_{n,n} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Como o sistema já está dividido, pode calcular-se os coeficientes de amortecimento para cada modo de vibração. Sabe-se que o coeficiente de amortecimento depende do amortecimento (normalmente arbitrado consoante o tipo de estrutura em causa), da massa e da frequência natural, já conhecidos de cálculos anteriores.

$$c = \xi \times 2 \times m \times \omega \quad (2.14)$$

Sabe-se, também, que a frequência natural é igual à raiz quadrada do quociente entre a rigidez e a massa e que se está a trabalhar com as matrizes modais, ou seja, trabalhar-se-á com célula a célula das matrizes separadamente. Sendo que a Matriz de Massa Modal é idêntica à Matriz de Identidade, pode simplificar-se a fórmula passando a ser como indica abaixo na equação 2.15.

$$c = \xi \times 2 \times m \times \sqrt{\frac{k}{m}} = \xi \times 2 \times \sqrt{k} \quad (2.15)$$

Desta forma, a Matriz de Amortecimento Modal fica

$$C^* = \begin{bmatrix} 2\xi\sqrt{k_{1,1}} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi\sqrt{k_{2,2}} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2\xi\sqrt{k_{n-1,n-1}} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 2\xi\sqrt{k_{n,n}} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Pode, finalmente, determinar-se todos os parâmetros estruturais. Assim como as matrizes de massa e de rigidez modais dependiam das matrizes de massa e rigidez, respectivamente, e da matriz dos modos de vibração, também a Matriz de Amortecimento Modal depende apenas da Matriz Amortecimento e da Matriz dos Modos de Vibração. Portanto, uma análise pela decomposição modal terá de ser feita para se determinar a Matriz de Amortecimento. Mas, neste caso, o cálculo tem de ser feito no sentido inverso, através da sobreposição modal, especialmente devido ao facto de se ter a matriz modal à partida, em vez da normal. Assim, para calcular a Matriz de Amortecimento clássica parte-se do princípio que [2]

$$C^* = \hat{\Phi}^T \times C \times \hat{\Phi} \Leftrightarrow C = (\hat{\Phi}^T)^{-1} \times C^* \times \hat{\Phi}^{-1} \quad (2.17)$$

E, devido ao facto das matrizes terem propriedades ortogonais, pode determinar-se a inversa da matriz dos modos de vibração. Consegue demonstrar-se, pelo cálculo da massa modal (equação 2.12), que

$$\hat{\Phi}^{-1} = M^{*-1} \times \hat{\Phi}^T \times M \quad (2.18)$$

$$(\hat{\Phi}^T)^{-1} = M \times \hat{\Phi} \times M^{*-1} \quad (2.19)$$

Substituindo as equações 2.18 e 2.19 na equação 2.17, vem que a Matriz de Amortecimento pode ser formulada da maneira indicada na equação que se segue.

$$C = (M \times \hat{\Phi} \times M^{*-1}) \times C^* \times (M^{*-1} \times \hat{\Phi}^T \times M) \quad (2.20)$$

Assim, já todos os parâmetros estruturais e físicos estão determinados. Agora, se não existir qualquer alteração estrutural, poderão ser medidos deslocamentos provocados por uma força exterior ao sistema através da utilização da equação do movimento clássica.

2.2. MATRIZES DE AMORTECIMENTO NÃO CLÁSSICAS

O estudo das Matrizes de Amortecimento Não Clássicas aparece quando existem níveis de amortecimento diferentes concentrados em certos locais da estrutura. Por exemplo, um sistema estrutura-solo tem dois amortecimentos distintos, enquanto a estrutura tem cerca de 5% o solo terá

entre 15 e 20%. Também os reservatórios de água têm dois sistemas distintos, já que a água vai ter um amortecimento natural diferente da estrutura do reservatório [2]. Há, ainda, o caso clássico da colocação de amortecedores em pórticos, que é o caso em estudo neste trabalho, ou outro tipo de estruturas.

As estruturas, quando dimensionadas e projectadas, possuem um determinado coeficiente de amortecimento natural. Mas, por vezes, este não é suficiente para fazer face a acções exteriores. E, por esse motivo, têm de ser reforçadas com amortecimento adicional. Este amortecimento pode ser induzido quer no âmbito da reabilitação de edifícios quer também, em edifícios novos.

Esta colocação de amortecimento adicional vai alterar a Matriz de Amortecimento determinada anteriormente. Tal como já foi referido no início deste subcapítulo, haverá duas contribuições distintas, logo, formar-se-ão duas matrizes de amortecimento diferentes: uma que já foi calculada devido ao amortecimento natural da estrutura (C_0), e outra devido à colocação de amortecedores (C_d). A sobreposição destas duas matrizes irá formar a Matriz de Amortecimento Não Clássica, C . Esta matriz é por vezes chamada de Matriz de Amortecimento Efectivo.

$$C = C_0 + C_d \quad (2.21)$$

2.3. DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA DO SISTEMA COM AMORTECIMENTO NÃO CLÁSSICO

Com a nova Matriz de Amortecimento Não Clássica, a diagonalidade das matrizes deixa de existir. Devido a este facto, o cálculo da resposta a acções não pode ser feito pelo método da sobreposição modal.

Por outro lado, não é vantajoso recorrer à equação do movimento para o cálculo de resposta dinâmica ao longo do tempo. Quando as forças variam ao longo do tempo, a integração de equações diferenciais em intervalos de tempo discretos é preferível. Para o caso em que as matrizes são diagonais e em que a força é discretizável, o Método de Newmark pode ser uma óptima solução para o cálculo de deslocamentos ao longo do tempo, já que é um processo sistemático. Em alternativa pode usar-se a Formulação de Espaço de Estado, quando as matrizes de caracterização estrutural não são diagonais.

Em qualquer um dos processos referidos, muitos erros de cálculo podem estar associados. Por uma questão de verificação da correcta utilização destes, já que mais tarde no cálculo de deslocamentos devido a acções sísmicas dos pórticos de 5 e 15 pisos a Formulação de Espaço de Estado vai ser o processo de cálculo usado, neste capítulo procedeu-se ao estudo dos dois métodos.

2.3.1. MÉTODO DE NEWMARK

Tal como foi referido, a versão do método que aqui se apresenta apenas é utilizável para sistemas de um grau de liberdade ou para sistemas de vários graus de liberdade em que as matrizes sejam diagonalizáveis.

Em 1959, Newmark, desenvolveu o seu método de cálculo a partir das equações [2]

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + [(1 - \gamma) \times \Delta t] \times \ddot{u}_t + (\gamma \times \Delta t) \times \ddot{u}_{t+\Delta t} \quad (2.22)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \times \dot{u}_t + [(0,5 - \beta) \times (\Delta t)^2] \times \ddot{u}_t + [\beta \times (\Delta t)^2] \times \ddot{u}_{t+\Delta t} \quad (2.23)$$

Sendo que \dot{u}_t é a velocidade para um dado instante de tempo e $\dot{u}_{t+\Delta t}$ a velocidade para o instante de tempo seguinte, o mesmo se aplica para os deslocamentos u e acelerações \ddot{u} . β e γ são parâmetros que definem a variação da aceleração ao longo de um intervalo de tempo. Normalmente, os valores utilizados para γ são $1/2$ e para β valores entre $1/6$ e $1/4$ aproximadamente. Para que o Método de Newmark seja estável convém respeitar a inequação apresentada em 2.24 [2].

$$\frac{\Delta t}{T} \leq \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{\gamma - 2\beta}} \quad (2.24)$$

Sabendo que existe uma variação de deslocamentos, velocidades, acelerações e amplitude da força exterior de t para $t + \Delta t$

$$\Delta u_t = u_{t+\Delta t} - u_t \quad (2.25)$$

$$\Delta \dot{u}_t = \dot{u}_{t+\Delta t} - \dot{u}_t \quad (2.26)$$

$$\Delta \ddot{u}_t = \ddot{u}_{t+\Delta t} - \ddot{u}_t \quad (2.27)$$

$$\Delta p_t = p_{t+\Delta t} - p_t \quad (2.28)$$

Pode então, reescrever-se as duas equações iniciais (2.22 e 2.23) da seguinte maneira

$$\Delta u_t = \Delta t \times \dot{u}_t + \frac{(\Delta t)^2}{2} \times \ddot{u}_t + [\beta \times (\Delta t)^2] \times \Delta \ddot{u}_t \quad (2.29)$$

$$\Delta \dot{u}_t = \Delta t \times \ddot{u}_t + (\gamma \times \Delta t) \times \Delta \ddot{u}_t \quad (2.30)$$

Desenvolvendo a equação 2.29 em ordem à variação da aceleração, fica que

$$\Delta \ddot{u}_t = \frac{1}{\beta \times (\Delta t)^2} \times \Delta u_t - \frac{1}{\beta \times \Delta t} \times \dot{u}_t - \frac{1}{2\beta} \times \ddot{u}_t \quad (2.31)$$

E, substituindo esta na 2.30, fica-se com

$$\Delta \dot{u}_t = \frac{\gamma}{\beta \times \Delta t} \times \Delta u_t - \frac{\gamma}{\beta} \times \dot{u}_t + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \times \ddot{u}_t \quad (2.32)$$

A equação do movimento pode ser determinada para cada instante de tempo separadamente. Por este motivo, pode também ser utilizada para a diferença entre intervalos de tempo, ficando

$$m \times \Delta \ddot{u}_t + c \times \Delta \dot{u}_t + k \times \Delta u_t = \Delta p_t \quad (2.33)$$

Como se consegue observar, podem substituir-se as equações 2.31 e 2.32 nesta e, assim, calcular a resposta entre t e $t+\Delta t$.

Esta equação do movimento incremental pode, de uma forma simplificada, ser escrita $\hat{k} \Delta u_t = \Delta \hat{p}_t$. Em que \hat{k} e $\Delta \hat{p}_t$ têm os seus parâmetros bem definidos, depois de substituídas as equações 2.31 e 2.32 na equação do movimento.

$$\hat{k} = k + \frac{\gamma}{\beta \times \Delta t} \times c + \frac{1}{\beta \times (\Delta t)^2} \times m \quad (2.34)$$

$$\Delta \hat{p}_t = \Delta p_t + \left(\frac{1}{\beta \times \Delta t} \times m + \frac{\gamma}{\beta} \times c \right) \times \dot{u}_t + \left[\frac{1}{2\beta} \times m + \Delta t \times \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \times c \right] \times \ddot{u}_t \quad (2.35)$$

Sabendo as propriedades do sistema k , m e c e os parâmetros β e γ , e a velocidade \dot{u}_t e aceleração \ddot{u}_t no início do intervalo de tempo, o deslocamento a acrescentar ao anterior, ou seja, o deslocamento incremental pode ser calculado por

$$\Delta u_t = \frac{\Delta \hat{p}_t}{\hat{k}} \quad (2.36)$$

Pode, finalmente, afirmar-se que todos os passos estão definidos para que o Método de Newmark seja implementado. A exposição anterior está definida para um sistema de apenas um grau de liberdade. Obviamente, que, tendo as matrizes diagonais, basta substituir os valores das características da estrutura por matrizes e o processo torna-se exactamente o mesmo, tendo em atenção que a matriz da força tem de ser multiplicada pela transposta da matriz dos modos de vibração [2] - processo já conhecido do estudo da resposta de sistemas com vários graus de liberdade pela equação do movimento. É claro que o processo tem de ser feito para cada modo de vibração separadamente e no final a soma dos deslocamentos obtidos para cada modo terá de ser multiplicada pela matriz dos modos de vibração para termos os deslocamentos totais por grau de liberdade.

No quadro que se segue está o resumo de todo o processo anteriormente explicado para um sistema com vários graus de liberdade inicialmente em repouso [2]. Com esta, a análise do processo de utilização deste método torna-se mais simples.

Quadro 1 – Processo de cálculo pelo Método de Newmark

1 Condições Iniciais

1.1 $q_0 = 0 \quad \dot{q}_0 = 0 \quad \ddot{q}_0 = 0$

1.2 $P_0 = \widehat{\Phi}^T \times p_0$

1.3 $\widehat{K} = K^* + \frac{\gamma}{\beta \times \Delta t} \times C^* + \frac{1}{\beta \times (\Delta t)^2} \times M^*$

1.4 Escolher o Intervalo de Tempo Δt

1.5 $a = \frac{1}{\beta \times \Delta t} \times M^* + \frac{\gamma}{\beta} \times C^* \quad b = \frac{1}{2\beta} \times M^* + \Delta t \times \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \times C^*$

2 Cálculos para cada Instante de Tempo t

2.1 $P_t = \widehat{\Phi}^T \times p_t$

2.2 $\Delta P_t = P_{t+\Delta t} - P_t$

2.3 $\Delta \widehat{P}_t = \Delta P_t + a \times \dot{q}_t + b \times \ddot{q}_t$

2.4 $\Delta q_t = \frac{\Delta \widehat{P}_t}{\widehat{K}}$

2.5 $\Delta \dot{q}_t = \frac{\gamma}{\beta \times \Delta t} \times \Delta q_t - \frac{\gamma}{\beta} \times \dot{q}_t + \Delta t \times \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \times \ddot{q}_t$

2.6 $\Delta \ddot{q}_t = \frac{1}{\beta \times (\Delta t)^2} \times \Delta q_t - \frac{1}{\beta \times \Delta t} \times \dot{q}_t - \frac{1}{2\beta} \times \ddot{q}_t$

2.7 $q_{t+\Delta t} = q_t + \Delta q_t \quad \dot{q}_{t+\Delta t} = \dot{q}_t + \Delta \dot{q}_t \quad \ddot{q}_{t+\Delta t} = \ddot{q}_t + \Delta \ddot{q}_t$

2.8 $u_{t+\Delta t} = \widehat{\Phi} \times q_{t+\Delta t}$

3 Repetir o ponto 2. Substituir t por $t+\Delta t$ e fazer novamente os passos de 2.1 a 2.8

2.3.2. FORMULAÇÃO DE ESPAÇO DE ESTADO

A Formulação de Espaço de Estado é uma formulação alternativa às equações de equilíbrio dinâmico que pode ser utilizada quando a Matriz de Amortecimento tem forma não diagonal, já que trabalha com as matrizes reais do sistema e não com as matrizes modais como no processo anteriormente estudado. É também aplicável quando a força exterior que incide na estrutura varia em intervalos discretos ao longo do tempo. Estas características aplicam-se totalmente ao caso em estudo neste trabalho, visto tratar-se do cálculo de deslocamentos de um pórtico sem e com colocação de amortecedores (matriz amortecimento não diagonal) sob a influência de uma acção sísmica (força exterior sem variação conhecida ao longo do tempo).

Pode dizer-se que a representação em Espaço de Estado tem três variáveis: as variáveis de estado, as variáveis de entrada e as de saída [9]. As variáveis de estado são as variáveis que caracterizam um sistema num dado instante de tempo.

As acções exteriores ao sistema vão provocar novas variáveis de entrada que, por fim, vão dar acesso a uma nova análise do estado do sistema – as variáveis de saída. Assim, pode ver-se que, também neste processo de cálculo de resposta, se trabalha passo a passo.

Quando o sistema mecânico tem “n” graus de liberdade, a representação em espaço de estado é feita sob a forma de um sistema com “2n” equações de 1ª ordem cujas incógnitas são “n” deslocamentos e “n” velocidades associados aos vários graus de liberdade (sistema representado por 2.37).

$$x(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_{n-1}(t) \\ u_n(t) \\ \dot{u}_1(t) \\ \dot{u}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{u}_{n-1}(t) \\ \dot{u}_n(t) \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

Se existirem forças exteriores ao sistema, existirão variáveis de entrada que serão representadas também por um vector com “m” linhas, representando as “m” variáveis de entrada. Existirão também “p” variáveis de saída disponíveis para medida.

$$u(t) = \begin{pmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \vdots \\ F_{m-1}(t) \\ F_m(t) \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_{p-1}(t) \\ y_p(t) \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

As matrizes que caracterizam a formulação de Espaço de Estado são a Matriz de Estado (A), a Matriz de Entrada (B) e a Matriz de Saída (C) [9] – não confundir matriz de amortecimento com matriz de saída, apesar de terem a mesma designação representam coisas completamente distintas. Estas são obtidas directamente da Matriz de Massa, da Matriz de Rigidez e da Matriz de Amortecimento utilizando as seguintes relações.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1} \times K & -M^{-1} \times C \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \times J \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Como se sabe M, K e C representam as matrizes de massa, rigidez e amortecimento, respectivamente. I é a matriz de identidade de dimensões “n” x “n”. Assim, facilmente se pode afirmar que a matriz A será uma matriz quadrada com dimensões “2n” x “2n”.

J é a matriz de localização das variáveis de entrada, ou seja, é constituída por um número de linhas igual ao número de graus de liberdade e por um número de colunas igual ao número de variáveis de entrada do sistema. Por isso, a matriz B será uma matriz “2n” x “m”. É uma matriz constituída apenas por valores unitários e zeros porque o 1 representa a existência de uma variável de entrada no grau de liberdade em questão e 0 a inexistência.

As variáveis do problema, como se viu, são definidas para um dado instante de tempo. Sendo que, quando se utiliza a Formulação de Espaço de Estado, se trabalha por passo a passo, significa que para um outro instante de tempo existirão outras variáveis de estado e de entrada. Segundo esta formulação, a resposta no instante de tempo seguinte vai depender da resposta no instante anterior. Por isso, define-se um intervalo de tempo que, tal como no método anterior, quanto mais pequeno, maior vai ser a precisão de cálculo de resposta, e a partir daí respeita-se a formulação seguinte

$$x(t + \Delta t) = E \times x(t) + G \times u(t) \quad (2.42)$$

Vê-se, por esta equação, como todas as equações do sistema para um dado instante de tempo dependem do resultado das equações do sistema no instante de tempo anterior. Convém, então, saber também as condições iniciais do sistema – normalmente em repouso. A matriz a que, neste trabalho, se denomina E é uma matriz dependente, única e exclusivamente, da matriz de estado e do intervalo de tempo arbitrado, como se vê na equação 2.43.

$$E = e^{\Delta t \times A} \quad (2.43)$$

Será, por isso, uma matriz de dimensões “2n” x “2n”, sendo “n” o número de graus de liberdade. A matriz G é uma matriz dependente não só da matriz de estado A e do intervalo de tempo, mas também da matriz de entrada B. Para uma mais fácil utilização da Formulação de Espaço de Estado, a simplificação da matriz G tornou-se essencial.

$$\begin{aligned} G &= \left(\int_0^{\Delta t} e^{\Delta t \times A} d\Delta t \right) \times B = [A^{-1} \times e^{\Delta t \times A}]_0^{\Delta t} \times B = (A^{-1} \times e^{\Delta t \times A} - A^{-1}) \times B \\ &= [A^{-1} \times (e^{\Delta t \times A} - I)] \times B = [A^{-1} \times (E - I)] \times B \end{aligned} \quad (2.44)$$

Veja-se que as matrizes de caracterização do sistema (massa, rigidez e amortecimento) não variam ao longo do tempo, por isso a matriz de estado também não vai variar e, portanto, a matriz E também não variará. Também a matriz de entrada não varia ao longo do tempo e, com isso, a matriz G também não irá variar. O que vai fazer variar o sistema de equações do instante de tempo são apenas as variáveis de entrada e as equações do sistema do instante anterior.

Na tabela que se segue apresenta-se um resumo do processo de cálculo utilizado pela Formulação de Espaço de Estado para um sistema com vários graus de liberdade. Deste modo, a utilização deste processo pode ser mais facilmente sistematizado.

Quadro 2 – Processo de cálculo pela Formulação de Espaço de Estado

1 *Condições Iniciais*

1.1 $u_0 = 0 \quad \dot{u}_0 = 0 \quad \ddot{u}_0 = 0$

1.2 *Definir a Matriz J*1.3 *Escolher o Intervalo de Tempo Δt*

1.4
$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1} \times K & -M^{-1} \times C \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \times J \end{bmatrix}$$

1.5 $E = e^{\Delta t \times A} \quad G = [A^{-1} \times (E - I)] \times B$

2 *Cálculo para cada Instante de Tempo t*

2.1 $x(t) = \{u_1(t) \cdots u_n(t) \dot{u}_1(t) \cdots \dot{u}_n(t)\}^T$

2.2 $u(t) = \{F_1(t) \cdots F_n(t)\}^T$

2.3 $x(t + \Delta t) = E \times x(t) + G \times u(t)$

3 *Repetir o ponto 2. Substituir t por t+ Δt e fazer novamente os passos de 2.1 a 2.3***2.4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO**

Apesar de a análise de deslocamentos sobre a acção de um sismo ser feita, mais tarde, para dois pórticos distintos – um de 5 pisos e outro de 15 – nesta secção, é verificada a correcta utilização dos processos de cálculo de deslocamentos sobre um pórtico de 3 pisos por uma questão de simplificação e de rapidez de cálculos.

Como características do pórtico tomou-se para os pilares e vigas um perfil metálico HE 160 A, cujo modo de elasticidade foi admitido ser 210 GPa com um momento de inércia de $16.9E10^{-6} \text{ m}^4$, para o peso de cada piso foi considerado 10 toneladas tendo em conta o peso próprio. O comprimento dos pilares foi considerado 3.6 metros e o peso destes foi ignorado. Apesar de não ser relevante para os cálculos seguidamente apresentados para o comprimento das vigas foi tomado o dobro do dos pilares, 7.2 metros. Os pilares não têm deformação axial e as vigas são consideradas infinitamente rígidas.

2.4.1. OBTENÇÃO DA MASSA E RIGIDEZ DO SISTEMA

Segundo o processo explicado em 2.1.1. as Matrizes de Massa e de Rigidez foram obtidas, ficando com a configuração demonstrada de seguida. É de salientar que a unidade da Matriz de Massa é tonelada e a da Matriz de Rigidez é kN/m.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$K = \begin{bmatrix} 1825.62 & -1825.62 & 0 \\ -1825.62 & 3651.23 & -1825.62 \\ 0 & -1825.62 & 3651.23 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

2.4.2. OBTENÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO

Seguindo a fórmula apresentada pela equação 2.4, as frequências naturais da estrutura para cada modo de vibração foram facilmente alcançadas. A unidade da frequência natural da estrutura é rad/s visto tratar-se de uma velocidade angular (equação 2.47 a)). A frequência para cada modo de vibração pode ser determinada pela simples relação de 2π entre esta e a frequência natural da estrutura – esta é medida em ciclos por segundo, Hz. (equação 2.47 b)).

$$\omega = \begin{Bmatrix} 6.01 \\ 16.85 \\ 24.35 \end{Bmatrix} \quad f = \begin{Bmatrix} 0.957 \\ 2.682 \\ 3.875 \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

Como explicado no ponto 2.1.2. a Matriz dos Modos de Vibração não passa da resolução de 3 sistemas, devido ao facto de neste caso existirem 3 graus de liberdade.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.802 & -0.555 & -2.247 \\ 0.445 & -1.247 & 1.802 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Fazendo, finalmente, a normalização pela massa, pode ser obtida a Matriz dos Modos de Vibração Normalizada. Os valores das massas individuais antes da normalização foram 18.4, 28.6 e 93 toneladas respectivamente para o primeiro, segundo e terceiro modo de vibração. Os valores obtidos para esta matriz estão indicados abaixo.

$$\hat{\Phi} = \begin{bmatrix} 0.2331 & 0.1869 & 0.1037 \\ 0.1869 & -0.1037 & -0.2331 \\ 0.1037 & -0.2331 & 0.1869 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Os modos de vibração estão representados na Figura 7.

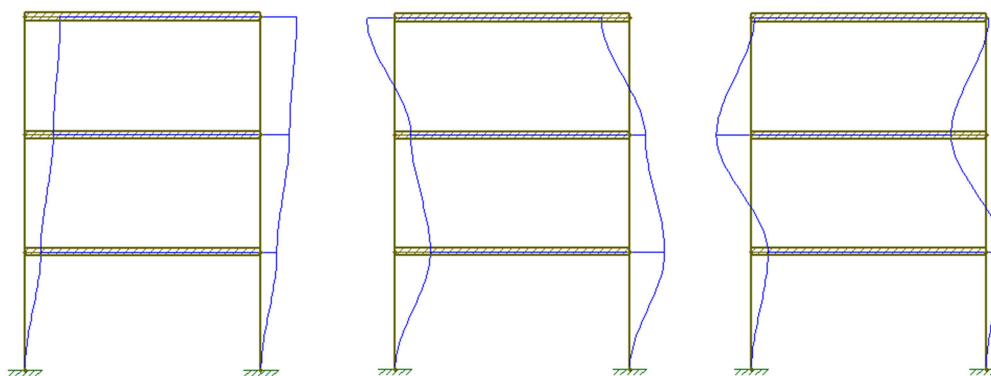


Fig. 7 – Representação dos modos de vibração – a) 1º modo; b) 2º modo; c) 3º modo

2.4.3. OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE MASSA, RIGIDEZ E AMORTECIMENTO MODAIS

Fazendo o indicado nas equações 2.12 e 2.13 obtêm-se as Matrizes de Massa e Rigidez Modais, respectivamente.

$$M^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$K^* = \begin{bmatrix} 36.16 & 0 & 0 \\ 0 & 283.88 & 0 \\ 0 & 0 & 592.77 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Tal como referido no capítulo 2.1.3. as matrizes foram bem calculadas e estão correctas. Pode justificar-se isto porque não só a Matriz de Massa Modal deu igual à Matriz de Identidade, mas também porque se for calculada a frequência natural para cada modo de vibração, pela raiz do quociente entre rigidez e a massa, obtêm-se as frequências naturais calculadas em 2.47.

$$\begin{cases} \sqrt{36.16} = 6.01 \\ \sqrt{283.88} = 16.85 \\ \sqrt{592.77} = 24.35 \end{cases} \quad (2.52)$$

Pode, agora, determinar-se a Matriz de Amortecimento Modal, pela equação 2.16.

$$C^* = \begin{bmatrix} 0.60 & 0 & 0 \\ 0 & 1.68 & 0 \\ 0 & 0 & 2.43 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Para se obter a Matriz de Amortecimento, basta continuar a aplicar o processo anteriormente explicado e segundo a fórmula apresentada na equação 2.20 esta é calculada.

$$C = \begin{bmatrix} 11.77 & -6.53 & -1.17 \\ -6.53 & 17.14 & -5.37 \\ -1.17 & -5.37 & 18.30 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

2.4.4. CÁLCULO DE RESPOSTA DO PÓRTICO A UMA ACÇÃO SINUSOIDAL

Neste ponto do estudo foi considerada uma força sinusoidal em cada piso com uma frequência igual à frequência do primeiro modo de vibração e uma amplitude de 10 kN.

$$F = 10 \times \sin(6,01t) \quad (2.55)$$

2.4.4.1. Cálculo de Resposta do Pórtico Pelo Método de Newmark

Seguindo o Quadro 1, arbitraram-se as condições iniciais do sistema – admitiu-se que o pórtico está inicialmente em repouso. Como as forças aplicadas são por piso (por grau de liberdade uma vez que são aplicadas nas vigas entre pisos) têm de se alterar para forças modais – tal como indicado no ponto 1.2. do Quadro 1. Dessa maneira, as forças associadas a cada um dos modos de vibração foram as representadas nas equações que se seguem, respectivamente para o 1º, 2º e 3º modo de vibração.

$$F_1(t) = 0,2331 \times 10 \sin(6,01t) + 0,1869 \times 10 \sin(6,01t) + 0,1037 \times 10 \sin(6,01t) \quad (2.56)$$

$$F_2(t) = 0,1869 \times 10 \sin(6,01t) - 0,1037 \times 10 \sin(6,01t) - 0,2331 \times 10 \sin(6,01t) \quad (2.57)$$

$$F_3(t) = 0,1037 \times 10 \sin(6,01t) - 0,2331 \times 10 \sin(6,01t) + 0,1869 \times 10 \sin(6,01t) \quad (2.58)$$

Foi admitido um intervalo de tempo de 0.01 segundos e também, para que todas as condições iniciais ficassem determinadas, as matrizes a , b e \hat{K} foram calculadas.

$$a = \begin{bmatrix} 501.50 & 0 & 0 \\ 0 & 504.21 & 0 \\ 0 & 0 & 506.09 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

$$b = \begin{bmatrix} 2.50 & 0 & 0 \\ 0 & 2.50 & 0 \\ 0 & 0 & 2.51 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} 50186 & 0 & 0 \\ 0 & 50705 & 0 \\ 0 & 0 & 51201 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Tendo as condições iniciais todas tomadas, procedeu-se ao cálculo do segundo ponto do Quadro 1 para cada instante de tempo e para cada modo de vibração. Vejamos os cálculos dos primeiros 10 instantes de tempo no quadro abaixo indicado, para o 1º modo de vibração.

Quadro 3 – Resultados para um intervalo de tempo de 0.1s do 1º modo de vibração

t(s)	F1(t)	deltaP	deltaP^	deltaQ	deltaQpt	deltaQ2pts	Q2pts	Qpt	Q
0	0.0000	0.315	0.315	0.000	0.002	0.314	0.000	0.000	0.000
0.01	0.3147	0.314	1.884	0.000	0.005	0.309	0.314	0.002	0.000
0.02	0.6283	0.311	5.004	0.000	0.008	0.303	0.623	0.006	0.000
0.03	0.9396	0.308	9.642	0.000	0.011	0.294	0.926	0.014	0.000
0.04	1.2475	0.303	15.757	0.000	0.014	0.284	1.220	0.025	0.000
0.05	1.5508	0.298	23.293	0.000	0.016	0.271	1.504	0.038	0.001
0.06	1.8486	0.291	32.189	0.001	0.019	0.256	1.775	0.055	0.001
0.07	2.1397	0.283	42.370	0.001	0.022	0.240	2.032	0.074	0.002
0.08	2.4231	0.275	53.753	0.001	0.024	0.222	2.272	0.095	0.003
0.09	2.6977	0.265	66.246	0.001	0.026	0.202	2.493	0.119	0.004
0.1	2.9625	0.254	79.749	0.002	0.028	0.180	2.695	0.145	0.005

O processo indicado no Quadro 3 foi realizado durante 25 segundos para todos os modos de vibração, sendo que as forças exteriores estiveram apenas a ser aplicadas nos 15 segundos iniciais; deste modo pode observar-se o decaimento dos deslocamentos dos pisos ao longo do tempo. No Quadro 4 está representado o resultado de q para cada modo de vibração e os deslocamentos finais em cada grau de liberdade. O deslocamento para cada grau de liberdade é resultado do ponto 2.8 do Quadro 1.

Quadro 4 – Deslocamentos por grau de liberdade no pórtico

t(s)	Q1	Q2	Q3	u1 (m)	u2 (m)	u3 (m)
0	0	0	0	0	0	0
0.01	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000
0.02	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000
0.03	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000
0.04	0.000	0.000	0.000	0.0001	0.0001	0.0001
0.05	0.001	0.000	0.000	0.0001	0.0001	0.0001
0.06	0.001	0.000	0.000	0.0002	0.0002	0.0002
0.07	0.002	0.000	0.000	0.0003	0.0003	0.0003
0.08	0.003	-0.001	0.000	0.0005	0.0005	0.0005
0.09	0.004	-0.001	0.000	0.0007	0.0007	0.0007
0.1	0.005	-0.001	0.000	0.0010	0.0010	0.0009

Tendo os vinte e cinco segundos calculados, os deslocamentos finais totais foram os indicados no gráfico que se segue. De referir que, neste caso, cada grau de liberdade representa cada piso, como já foi dito antes. Por esse motivo, o deslocamento de cada piso pode ser representado ao longo do tempo com facilidade, tal como representado no gráfico da Figura 8.

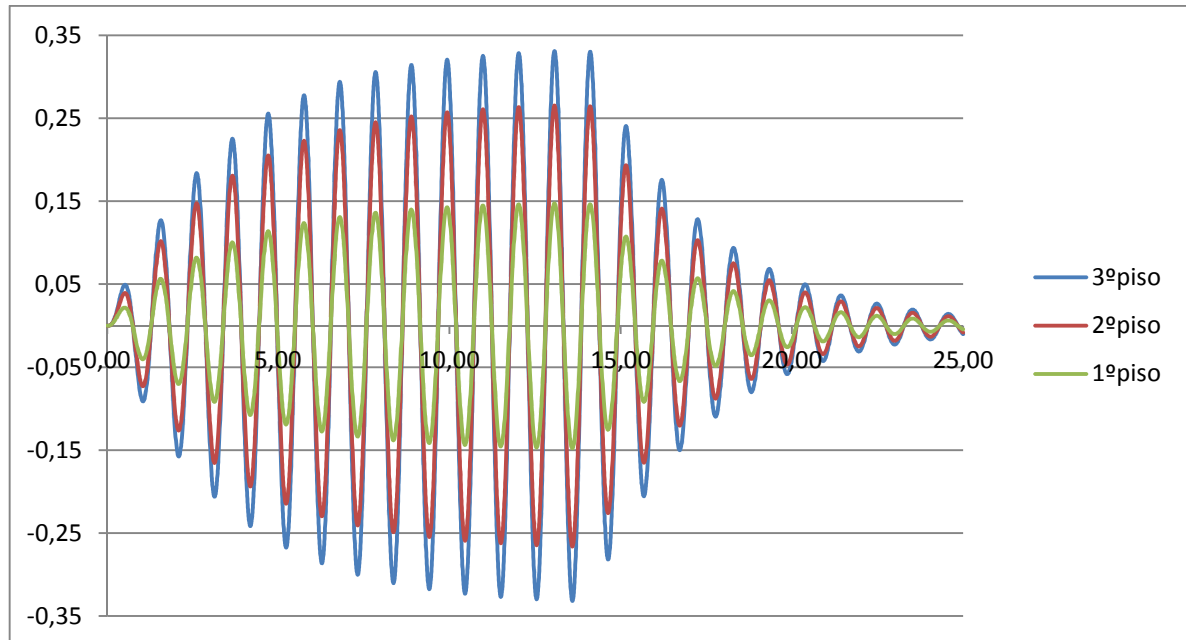


Fig. 8 – Variação dos deslocamentos de cada piso ao longo do tempo, pelo Método de Newmark

O primeiro piso corresponde, naturalmente ao terceiro grau de liberdade, o segundo ao segundo grau de liberdade e o último piso corresponde ao primeiro grau de liberdade.

2.4.4.2. Cálculo de Resposta do Pórtico Pela Formulação de Espaço de Estado

Também neste processo de cálculo o quadro resumo apresentado, Quadro 2, foi seguido. Tal como avançado, o pórtico parte do repouso. Sendo que o objectivo é a comparação dos resultados dos dois métodos de forma a verificar-se a correcta utilização da Formulação de Espaço de Estado. Neste capítulo de cálculo usou-se, também, um intervalo entre instantes de tempo de 0.01 segundos.

Para que todas as condições iniciais fiquem definidas falta obter a matriz J , de modo a que a Matriz de Estado A e a Matriz de Entrada B fiquem ambas correctamente determinadas. Sendo que há uma força aplicada em cada piso, ou seja, a força é aplicada em todos os graus de liberdade, pode determinar-se a matriz J , ficando idêntica à matriz de identidade 3×3 . Por isso, a Matriz de Estado e a Matriz de Entrada ficam como indicado em 2.62 e 2.63, respectivamente.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -182.56 & 182.56 & 0 & -1.177 & 0.653 & 0.117 \\ 182.56 & -365.12 & 182.56 & 0.653 & -1.714 & 0.537 \\ 0 & 182.56 & -365.12 & 0.117 & 0.537 & -1.830 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

Tendo estas matrizes definidas, faltaria apenas seguir o ponto 1.5 do Quadro 2. Calculando E e G , obteve-se

$$E = \begin{bmatrix} 0.991 & 0.00902 & 0.000026 & 0.00991 & 0.000062 & 0.000006 \\ 0.00902 & 0.982 & 0.00899 & 0.000062 & 0.00985 & 0.000056 \\ 0.000026 & 0.00899 & 0.982 & 0.000006 & 0.000056 & 0.00985 \\ -1.798 & 1.788 & 0.00922 & 0.979 & 0.0154 & 0.00120 \\ 1.788 & -3.577 & 1.779 & 0.0154 & 0.965 & 0.0142 \\ 0.00922 & 1.778 & -3.586 & 0.00120 & 0.0142 & 0.964 \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

$$G = \begin{bmatrix} 4.97 \times 10^{-6} & 1.83 \times 10^{-8} & 1.93 \times 10^{-9} \\ 1.83 \times 10^{-8} & 4.96 \times 10^{-6} & 1.63 \times 10^{-8} \\ 1.96 \times 10^{-9} & 1.64 \times 10^{-8} & 4.95 \times 10^{-6} \\ 9.91 \times 10^{-4} & 6.23 \times 10^{-6} & 5.92 \times 10^{-7} \\ 6.23 \times 10^{-6} & 9.85 \times 10^{-4} & 5.64 \times 10^{-6} \\ 5.92 \times 10^{-7} & 5.64 \times 10^{-6} & 9.85 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Finalmente, pode passar-se para a integração passo a passo deste processo. O vector de entrada é, ao longo do tempo, igual para cada grau de liberdade – não confundir com as forças modais 2.56 a 2.58 pois essas são apenas aplicadas para o Método de Newmark. Neste caso as forças são as representadas pela equação 2.55.

Para os 10 instantes de tempo iniciais, os valores obtidos estão representados no quadro que se segue. Os valores entre u_1 e u_{pt3} representam, em linha, a resposta para o instante de tempo em questão, sendo que u representa o deslocamento ao longo do tempo e u_{pt} , tal como enunciado pelo Método de Newmark, a velocidade ao longo do tempo.

Quadro 5 – Deslocamentos e velocidades por grau de liberdade no pórtico

t(s)	F1(t)	F2(t)	F3(t)	u1	u2	u3	upt1	upt2	upt3
0,00	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,01	0,60	0,60	0,60	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,02	1,20	1,20	1,20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0006	0,0006
0,03	1,79	1,79	1,79	0,0000	0,0000	0,0000	0,0018	0,0018	0,0018
0,04	2,38	2,38	2,38	0,0000	0,0000	0,0000	0,0036	0,0036	0,0035
0,05	2,96	2,96	2,96	0,0001	0,0001	0,0001	0,0059	0,0059	0,0057
0,06	3,53	3,53	3,53	0,0002	0,0002	0,0002	0,0089	0,0088	0,0084
0,07	4,09	4,09	4,09	0,0003	0,0003	0,0003	0,0124	0,0123	0,0114
0,08	4,63	4,63	4,63	0,0004	0,0004	0,0004	0,0164	0,0163	0,0148
0,09	5,15	5,15	5,15	0,0006	0,0006	0,0006	0,0209	0,0207	0,0185
0,10	5,66	5,66	5,66	0,0008	0,0008	0,0008	0,0260	0,0257	0,0223

Assim como no método anterior, neste cálculo de deslocamentos também se estudou a variação destes até aos 25 segundos, sendo que as forças foram aplicadas nos 15 segundos iniciais. Veja-se no gráfico apresentado na Figura 9 a variação dos deslocamentos em cada piso do pórtico de 3 pisos, calculado pela Formulação de Espaço de Estado.

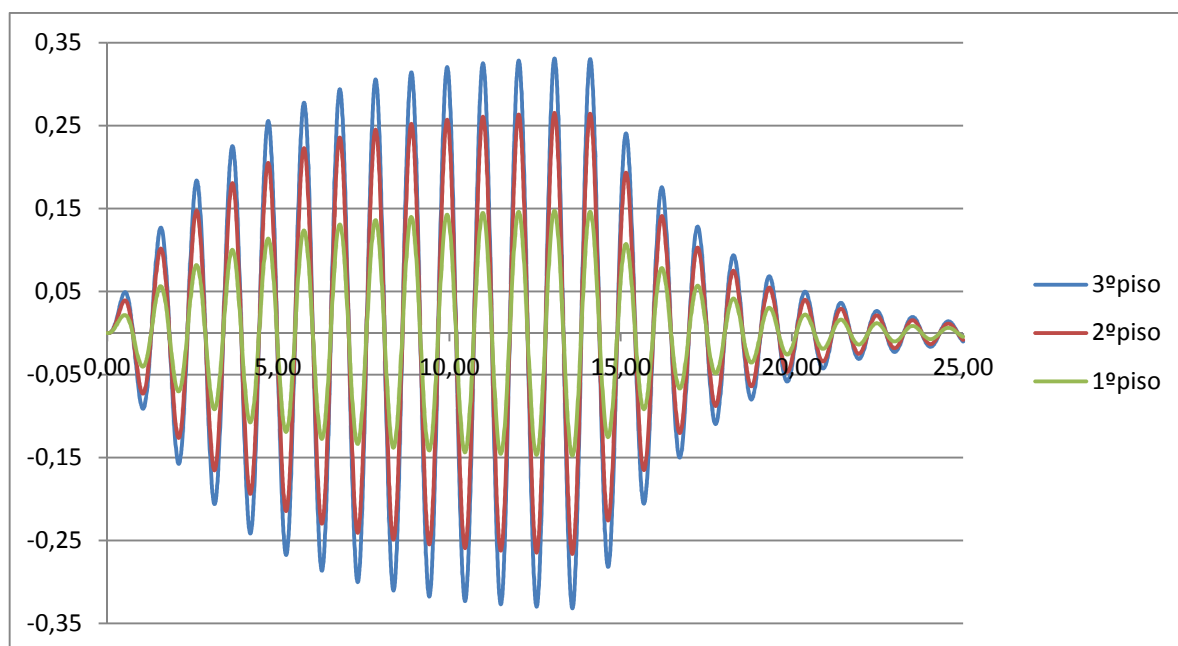


Fig. 9 – Variação dos deslocamentos de cada piso ao longo do tempo, pela Formulação de Espaço de Estado

Tal como no gráfico da figura representada pelo Método de Newmark, também aqui a linha azul corresponde ao movimento do piso superior, estando este associado ao deslocamento do primeiro grau de liberdade. A linha grená e a linha verde correspondem, respectivamente, aos deslocamentos associados ao segundo e terceiro graus de liberdade.

2.3.5. CONCLUSÕES

Como se pode observar, os deslocamentos obtidos são muito parecidos, quando analisados os Quadros 4 e 5 e as Figuras 8 e 9 em relação ao cálculo feito pelo Método de Newmark e pela Formulação de Espaço de Estado, respectivamente. O deslocamento máximo do piso de cima (u_1) obtido foi de 0.331 metros, no piso do meio (u_2) de 0.265 metros e no piso de baixo (u_3) de 0.147 metros.

Mas, mais interessante que os deslocamentos máximos terem sido os mesmos, foi estes serem atingidos por ambos os processos de cálculo exactamente ao mesmo instante de tempo. As linhas que definem a variação dos deslocamentos de cada um dos pisos ao longo do tempo são iguais.

Por este motivo, pode-se concluir que o Método de Newmark e a Formulação de Espaço de Estado dão resultados iguais quando se quer estudar sistemas com forças a variar arbitrariamente ao longo do tempo. Enquanto que o Método de Newmark só permite a sua execução quando as matrizes são diagonais, a Formulação de Espaço de Estado pode ser considerada como um óptimo processo de cálculo de deslocamentos de um pórtico, com amortecedores adicionais, quando sujeito à presença de acções sísmicas. No capítulo 4 deste trabalho vai ser estudado o deslocamento real dos dois pórticos já aqui referidos sob a influência da acção sísmica do sismo de El Centro e o processo pelo qual se vai calcular deslocamentos será a Formulação de Espaço de Estado.

3

APLICAÇÃO DE AMORTECEDORES VISCOSOS EM PÓRTICOS SUBMETIDOS A ACÇÕES SÍSMICAS

3.1. INTRODUÇÃO

A aplicação de amortecedores viscosos em estruturas de edifícios tem grandes vantagens, quando comparado com outro tipo de amortecimento. E por isso o seu uso tem vindo a aumentar largamente nos últimos anos.

Quando se está a dimensionar este tipo de dissipadores de energia os cálculos são simples e directos. A introdução destes influencia a frequência natural da estrutura não sendo necessárias iterações no processo de cálculo, como em muitos dos outros tipos de dispositivos de controlo dinâmico não acontece.

Também a sua colocação em pórticos é simples. Com isto, o número de empresas a explorar o campo de amortecimento viscoso em estruturas tem vindo a aumentar e os processos de colocação são muito mecanizados e, por consequência, de rápida colocação.

3.2. DETERMINAÇÃO DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO

Como se viu anteriormente, no capítulo 2.2., a Matriz de Amortecimento depende de duas contribuições distintas - do amortecimento natural do pórtico, aproximado pela equação 2.15, obtendo-se desta forma o C_0 , e a quantidade e localização de amortecedores no pórtico.

Tendo então a matriz C_0 calculada, para obter a matriz C segundo a equação 2.21, basta saber qual a matriz de amortecimento extra C_d . Para isso, o estudo de um sistema mecânico de vários graus de liberdade é novamente necessário.

Como se pode observar pelo sistema mecânico representado na figura que se segue, o processo de cálculo do amortecimento adicional é muito semelhante ao processo de cálculo da Matriz de Rigidez explicado no capítulo 2.1.1.

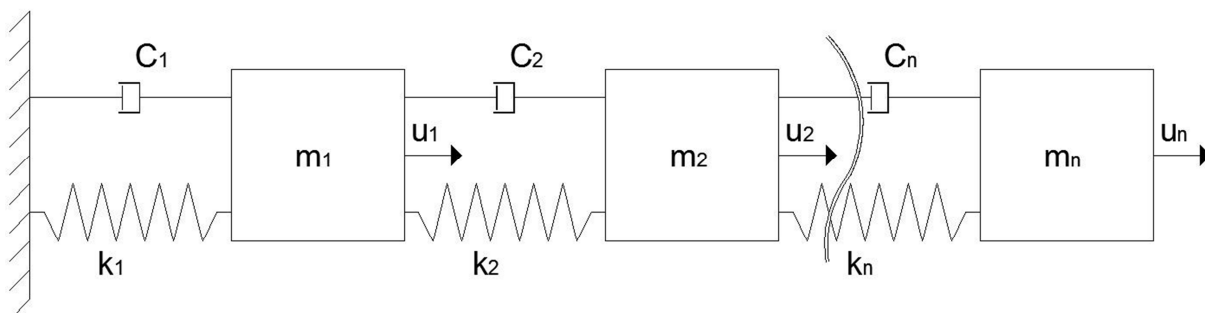


Fig. 10 – Sistema mecânico, com amortecedores, representativo de “n” graus de liberdade

No caso deste trabalho, procedeu-se à colocação de amortecedores viscosos nos pisos do pórtico, imaginando um pórtico genérico com a colocação de amortecedores diagonais, como se representa.

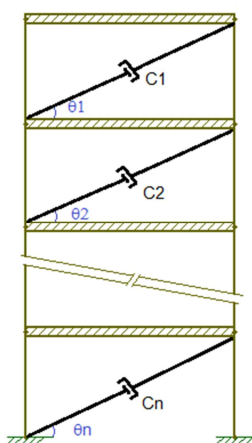


Fig. 11 – Pórtico genérico com amortecedores viscosos

Tendo cada um dos amortecedores influência directa no movimento dos pisos entre os quais está colocado, pode afirmar-se que tem também relação directa com os graus de liberdade acima e abaixo da sua colocação. Por esse motivo, e tal como já foi dito, o processo de cálculo da matriz de amortecimento adicional é feito tal como para a matriz de rigidez, mas tendo em atenção o ângulo que os amortecedores fazem com a horizontal.

Este ângulo tem dupla influência porque a força exercida pelo amortecedor tem apenas efeito na direcção horizontal e porque as forças exteriores aplicadas são também tomadas sempre como forças horizontais. Assim sendo, a matriz de amortecimento adicional fica como indicado na equação 3.1.

$$C_d = \begin{bmatrix} C_1 \times \cos^2 \theta_1 & C_1 \times \cos^2 \theta_1 & \cdots & 0 \\ -C_1 \times \cos^2 \theta_1 & C_1 \times \cos^2 \theta_1 + C_2 \times \cos^2 \theta_2 & \cdots & 0 \\ 0 & -C_2 \times \cos^2 \theta_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -C_{n-1} \times \cos^2 \theta_{n-1} \\ 0 & 0 & \cdots & C_{n-1} \times \cos^2 \theta_{n-1} + C_n \times \cos^2 \theta_n \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Devido ao facto de, na maioria dos casos, as estruturas terem medidas padrão e, por isso, quase sempre iguais, o ângulo será sempre o mesmo e com isso a matriz pode ser quase sempre simplificada, ficando como a matriz apresentada em 3.2.

$$C_d = \begin{bmatrix} C_1 & -C_1 & \cdots & 0 & 0 \\ -C_1 & C_1 + C_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -C_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -C_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & C_{n-2} + C_{n-1} & -C_{n-1} \\ 0 & 0 & \cdots & -C_{n-1} & C_{n-1} + C_n \end{bmatrix} \times \cos^2 \theta \quad (3.2)$$

Aplicando agora a equação 2.21 obtém-se com facilidade a Matriz final de Amortecimento.

Como se pode observar, o ângulo de colocação do amortecedor tem uma enorme influência na Matriz de Amortecimento, e esta matriz condiciona, por sua vez, os deslocamentos de um pórtico. Assim, a forma e ângulo como o amortecedor está posicionado influenciarão os deslocamentos de cada piso.

Sendo o valor do cosseno do ângulo sempre inferior à unidade, a não ser que este seja horizontal, pode afirmar-se que a estrutura tirará maior proveito da colocação de amortecedores se estes forem colocados na horizontal. Desta forma o valor do amortecimento aumenta e com isso os deslocamentos diminuem.

Em muitos casos, existem colocações deste tipo nas estruturas. É a chamada colocação de amortecedores viscosos em "K", como se vê na Figura 12.



Fig. 12 – Amortecedor viscoso em "K"

Apesar do bom aproveitamento da capacidade de amortecimento dos amortecedores viscosos quando colocados em pórticos na horizontal, neste trabalho acabou por se colocar os amortecedores sempre na diagonal visto ser a forma mais comum de colocação.

3.3. OBTENÇÃO DOS AMORTECIMENTOS MODAIS

Para a obtenção dos amortecimentos modais, ou seja, para se saber qual o amortecimento efectivo de uma estrutura, pode recorrer-se a vários métodos distintos. No entanto, quando se está a definir níveis de amortecimento é útil recorrer à Fórmula Simplificada indicada no ponto 3.3.2. Para validar a correcta utilização desta procedeu-se à formulação de estado.

É também importante referir que neste ponto se faz a verificação para todos os modos de vibração, apesar de em casos gerais se utilizar apenas a 1º por ser o mais condicionante. Este é o modo mais importante e é, na maior parte dos casos, responsável por mais de 95% dos deslocamentos dos pisos de um pórtico rígido esta foi uma verificação elaborada para um pórtico de 5 pisos genérico. Para o primeiro modo de vibração o deslocamento máximo obtido para o piso superior foi de 6.571cm e o deslocamento total, incluindo todos os modos de vibração foi de 6.576cm. Como se vê, neste caso, o deslocamento máximo calculado pelo primeiro modo de vibração no piso superior do pórtico é responsável por 99.92% do deslocamento máximo total obtido, calculado com a influência de todos os modos de vibração.

Mostrar-se-á que a Fórmula Simplificada é aplicável para todos os modos de vibração, embora, segundo os regulamentos que a regem, apenas seja permitido utilizá-la para o primeiro por ser o mais condicionante.

3.3.1. FORMULAÇÃO DE ESTADO

Na Formulação de Espaço de Estado, apresentada no capítulo 2.3.2. do presente estudo, viu-se que se trabalha, entre outras, com a Matriz de Estado. Esta matriz, no capítulo de amortecimento assume grande importância.

A forma da matriz, representada pela equação 2.40, depende directamente da Matriz de Amortecimento. A matriz C tanto pode ser, neste caso, de um pórtico sem a colocação de amortecedores como de um com a colocação destes.

A Matriz de Estado tem uma propriedade muito importante no estudo dinâmico de estruturas. Os seus valores próprios, dados por uma componente real e outra imaginária, permitem calcular o amortecimento gerado por uma estrutura e as frequências naturais para cada modo de vibração.

A Matriz de Estado de dimensões “n” x “n”, tem “2n” valores próprios que são números complexos compensados. A parte real destes valores é dada pelo produto do amortecimento pela frequência natural da estrutura e a parte imaginária representa a frequência amortecida da estrutura que forma a matriz A .

$$v = \begin{cases} -\xi_1 \times \omega_1 \pm \omega d_1 i \\ -\xi_2 \times \omega_2 \pm \omega d_2 i \\ \vdots \\ -\xi_{n-1} \times \omega_{n-1} \pm \omega d_{n-1} i \\ -\xi_n \times \omega_n \pm \omega d_n i \end{cases} \quad (3.3)$$

Sabendo que a frequência amortecida depende inteiramente do amortecimento e da frequência natural da estrutura (equação 3.4), pode calcular-se o amortecimento e a frequência natural da estrutura para cada modo de vibração. Como exemplo, fez-se a representação de um modo de vibração genérico pelo sistema indicado em 3.5, cujo valor próprio foi dado por $-x \pm yi$.

$$\omega d = \omega \times \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.4)$$

$$\begin{cases} \xi_g \times \omega_g = x \\ \omega_g \times \sqrt{1 - \xi_g^2} = y \end{cases} \quad (3.5)$$

Considerando-se, como exemplo, o pórtico de três pisos descrito no capítulo 2, cujos amortecimentos estão indicados em 2.54. Agora, acrescentando amortecedores viscosos em todos os pisos com um valor de coeficiente de amortecimento de 20 kN·s/m e um ângulo de 26,56°. Neste caso, obteve-se uma Matriz de Amortecimento Efectivo:

$$C = \begin{bmatrix} 27.77 & 9.47 & 14.83 \\ 9.47 & 33.14 & 10.63 \\ 14.83 & 10.63 & 34.30 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Assim, tendo-se alterado a Matriz Amortecimento, também a Matriz de Estado vai sofrer alterações.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -182.56 & 182.56 & 0 & -2.777 & 2.253 & 0.117 \\ 182.56 & -365.12 & 182.56 & 2.253 & -4.914 & 2.137 \\ 0 & 182.56 & -365.12 & 0.117 & 2.137 & -5.030 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Com isto os seus valores próprios podem ser determinados, valendo eles, para cada um dos modos

$$v = \begin{cases} -3.8149 \pm 24.0462i \\ -2.0864 \pm 16.7189i \\ -0.4591 \pm 5.9957i \end{cases} \quad (3.8)$$

Podemos afirmar que, usando o sistema de equações desenvolvido e representado em 3.5, se obteve um amortecimento de 15.67%, 12.38% e 7.64% para o terceiro, segundo e primeiro modo de vibração, respectivamente.

3.3.2. FÓRMULA SIMPLIFICADA

A fórmula simplificada é a fórmula que permite calcular o amortecimento efectivo de uma estrutura, após a colocação de amortecedores viscosos. No caso em estudo, irá proceder-se à análise do amortecimento efectivo de um pórtico.

Como já foi referido no início deste capítulo, é uma fórmula que pode ser utilizada para o cálculo de amortecimento em todos os modos de vibração, embora por impedimento regulamentar apenas se utilize para o primeiro. Outra das suas características fundamentais consiste em só poder ser utilizada para sistemas lineares, como é o caso do trabalho em execução.

Sendo o coeficiente de amortecimento efectivo a soma dos coeficientes de amortecimento natural e adicional, fica:

$$\xi_{eff} = \xi_0 + \xi_d \quad (3.9)$$

Segundo o Regulamento Americano FEMA 356, o amortecimento associado à adição de amortecedores viscosos numa estrutura ξ_d é dependente da energia dissipada pelo amortecedor genérico “g” (W_g) e da Energia Potencial Elástica do pórtico (W_k) [5].

$$\xi_d = \frac{\sum W_g}{2\pi \times W_k} \quad (3.10)$$

A Energia Potencial Elástica do pórtico é igual ao somatório dos deslocamentos relativos dos pilares multiplicados pelo esforço transversal nestes, ou seja, não é mais do que o somatório da rigidez oferecida pelos pilares ao movimento relativo entre pisos de um pórtico. Quanto à energia dissipada pelo amortecedor, esta pode ser descrita na seguinte forma

$$\sum W_g = \sum \pi \times C_g \times u_g^2 \times \omega = \frac{2\pi^2}{T} \times \sum C_g \times u_g^2 \quad (3.11)$$

Tal como já foi dito e justificado, o primeiro modo de vibração é responsável pela maior parte dos deslocamentos totais de um pórtico. Por isso, será elaborada uma análise modal às duas parcelas referidas no parágrafo anterior. A Energia Potencial Elástica fica com a simplificação representada por 3.12, e a Energia Dissipada pelo Amortecedor genérico “g” fica tal como indicado na equação 3.13.

$$W_k = \phi_1^T \times K \times \phi_1 = \phi_1^T \times \omega^2 \times M \times \phi_1 = \sum \omega^2 \times m_i \times \phi_i^2 = \frac{4\pi^2}{T} \times \sum (m_i \times \phi_i^2) \quad (3.12)$$

$$\sum W_g = \frac{2\pi^2}{T^2} \times \sum (C_g \times \phi_{rg}^2 \times \cos^2 \theta_g) \quad (3.13)$$

Em que T , m_i e ϕ_i representam o período do primeiro modo de vibração, a massa do piso i e o deslocamento total do piso i , respectivamente. C_g , ϕ_{rg} e θ_g representam o coeficiente de amortecimento do amortecedor viscoso g , o movimento relativo do amortecedor g (ou seja, o movimento relativo entre os graus de liberdade sobre os quais o amortecedor está adoptado) e o ângulo formado pelo amortecedor com a horizontal, respectivamente.

Substituindo as equações 3.12 e 3.13, finalmente, na equação 3.10 [5] fica-se com

$$\xi_d = \frac{\frac{2\pi^2}{T} \times \sum (C_g \times \phi_{rg}^2 \times \cos^2 \theta_g)}{2\pi \times \frac{4\pi^2}{T^2} \times \sum (m_i \times \phi_i^2)} \quad (3.14)$$

Os deslocamentos de que se fala na fórmula são os obtidos pela matriz dos modos de vibração. Os modos podem ser normalizados de qualquer maneira, pois a fórmula inclui as componentes modais tanto no numerador como no denominador da equação e, por isso, o resultado vai ser sempre o mesmo.

Para se saber qual o amortecimento efectivo da estrutura basta substituir a equação anterior na equação 3.9 e fazendo uma pequena simplificação, resulta como indicado na equação 3.15, obtendo-se finalmente a Fórmula Simplificada para o dimensionamento de amortecedores viscosos em pórticos com comportamento linear [5].

$$\xi_{eff} = \xi_0 + \frac{T \times \sum (C_g \times \phi_{rg}^2 \times \cos^2 \theta_g)}{4\pi \times \sum (m_i \times \phi_i^2)} \quad (3.15)$$

Como se vê na fórmula apresentada em 3.15, apenas os deslocamentos horizontais entram no processo de cálculo do amortecimento. No entanto, em 2008 uma nova fórmula foi apresentada. Esta nova fórmula, apesar de ainda não ser a utilizada no dimensionamento de amortecedores, foi um grande passo na investigação neste campo [4].

No trabalho aqui apresentado esta não será a utilizada, mas uma referência é importante fazer-se. Se se estiver perante um pórtico de grande altura, sob a influência de forças laterais (que mais à frente se vai ver que é o método de cálculo segundo as normas presentes no Eurocódigo 8), apesar de não haver deformação axial dos pilares e das vigas serem infinitamente rígidas, uma rotação de todo o corpo, neste caso um piso inteiro, irá existir [4]. Com isto, também se formarão desvios verticais com algum grau de importância principalmente nos pisos superiores. Estes desvios convém serem vistos aquando do dimensionamento porque quanto mais alto for o edifício, maiores serão as rotações e, por consequência, maiores serão os deslocamentos verticais.

Quando os amortecedores são colocados diagonalmente no pórtico, vão sofrer alterações devido aos movimentos horizontais e verticais. Em pequenos pórticos, os deslocamentos verticais podem ser ignorados, segundo a fórmula proposta. Se os amortecedores colocados nos pisos superiores de um pórtico de grande altitude forem dimensionados a ignorar deslocamentos verticais ficará subdimensionado [4].

O ensaio foi feito para um pórtico de 20 pisos. Fez-se a colocação de amortecedores em todos os pisos do pórtico, seguindo a equação 3.15. Depois, verificou-se, pela análise de deslocamentos directa, que na realidade o amortecimento gerado, naquele caso, tinha sido aproximadamente 12% em vez de 20 como tinha sido inicialmente proposto. Esta diferença deveu-se ao facto de não se ter tido em conta a rotação dos pisos, sobretudo dos superiores. Assim, surgiu a proposta de uma nova fórmula de cálculo de amortecimento em pórticos com comportamento linear.

A fórmula a seguir apresentada é a proposta, apesar de ser ignorada no âmbito deste trabalho visto não ser a fórmula de dimensionamento de amortecedores viscosos para sistemas lineares, em pórticos, segundo as regras em vigor. Na equação 3.16, $(\phi_h)_{rg}$ representa o deslocamento relativo horizontal e $(\phi_v)_{rg}$ o deslocamento relativo vertical [4].

$$\xi_{eff} = \xi_0 + \frac{T \times \sum [C_g \times [(\phi_h)_{rg} \times \cos \theta_g - (\phi_v)_{rg} \times \sin \theta_g]^2]}{4\pi \times \sum [m_i \times (\phi_h)_i^2]} \quad (3.16)$$

Continuando com o exemplo apresentado para a Formulação de Estado, calculou-se o amortecimento efectivo do pórtico de 3 pisos quando colocados os mesmos amortecedores que em 3.3.1. (20 kN·s/m) em cada piso. O cálculo foi feito para cada modo de vibração. O amortecimento foi calculado pela equação 3.15 sendo que os valores dos deslocamentos foram tirados da matriz representada em 2.49 e a massa da matriz 2.45.

$$\xi_{eff} = 0.05 + \frac{1.045 \times 20 \times \cos^2(26.56) \times (0.0462^2 + 0.0832^2 + 0.1037^2)}{4\pi \times 10 \times (0.2331^2 + 0.1869^2 + 0.1037^2)} = 0.0764 \quad (3.17)$$

$$\xi_{eff} = 0.05 + \frac{0.373 \times 20 \times \cos^2(26.56) \times (0.2906^2 + 0.1293^2 + 0.2331^2)}{4\pi \times 10 \times (0.1869^2 + 0.1037^2 + 0.2331^2)} = 0.1238 \quad (3.18)$$

$$\xi_{eff} = 0.05 + \frac{0.258 \times 20 \times \cos^2(26.56) \times (0.3368^2 + 0.4199^2 + 0.1869^2)}{4\pi \times 10 \times (0.1037^2 + 0.2331^2 + 0.1869^2)} = 0.1567 \quad (3.19)$$

Pode ver-se que o amortecimento efectivo obtido foi de 7.64% para o primeiro modo de vibração, 12.38% para o segundo e 15.67% para o terceiro. Tal como os valores obtidos pela Formulação de Estado.

3.3.3. DIMENSIONAMENTO DE AMORTECEDORES VISCOSOS

Como se viu, pelos dois capítulos anteriores, o resultado do amortecimento foi exactamente o mesmo quando calculado pelos dois métodos. Isto significa que a Fórmula Simplificada está, então, devidamente verificada e pode passar, por isso, a ser a fórmula de dimensionamento de amortecedores viscosos num pórtico com comportamento linear.

Quando se está a dimensionar o amortecimento de um pórtico, não se está obviamente a calcular o amortecimento de uma estrutura como foi feito em 3.17, 3.18 e 3.19. Por esse motivo, a equação 3.15 sofre, naturalmente, algumas alterações.

Começa por admitir-se um amortecimento desejado. Desse valor retira-se o coeficiente de amortecimento necessário de cada amortecedor pela equação 2.14. Assim, a Fórmula Simplificada passa a ter a seguinte configuração:

$$C_g = (\xi_{eff} - \xi_0) \times \frac{4\pi \times \sum(m_i \times \phi_i^2)}{T \times \sum(\phi_{rg}^2 \times \cos^2 \theta_g)} \quad (3.20)$$

Naturalmente, vê-se pela configuração da equação que esta implica que o coeficiente de amortecimento tenha de ser sempre o mesmo. Se o dimensionamento estiver a ser feito para um amortecedor não há qualquer problema. Mas, se o dimensionamento estiver a ser feito para dois ou mais amortecedores implica que todos eles tenham o mesmo coeficiente de amortecimento.

Imagine-se um pórtico genérico com “n” pisos. Se o nível de amortecimento total a atingir na estrutura for ξ_{eff} , e se quiser colocar amortecedores em todos os pisos, o amortecedor em cada piso tem de ter um coeficiente de amortecimento como na expressão indicada em 3.21.

$$C = (\xi_{eff} - \xi_0) \times \frac{4\pi \times (m_1 \times \phi_1^2 + m_2 \times \phi_2^2 + \dots + m_n \times \phi_n^2)}{T \times (\phi_{r1}^2 \times \cos^2 \theta_1 + \phi_{r2}^2 \times \cos^2 \theta_2 + \dots + \phi_{rn}^2 \times \cos^2 \theta_n)} \quad (3.21)$$

Mas, nem sempre se quer ter o mesmo coeficiente de amortecimento em todos os pisos; até porque um mesmo amortecedor colocado no primeiro e no último piso de um pórtico vão ter efeitos totalmente diferentes. Devido ao facto de se atingirem no primeiro modo de vibração deslocamentos relativos superiores nos pisos inferiores de um pórtico é mais compensatória a colocação de amortecedores viscosos nesses locais.

Pode ainda, como acontece em muitos casos, fazer-se um jogo de amortecimento com vários amortecedores com coeficientes de amortecimento diferentes ao longo dos pisos. Nesse caso, a expressão apresentada em 3.19 tem de ser, mais uma vez, alterada ao fazer-se uma combinação de coeficientes. No caso do trabalho apresentado, os amortecedores colocados nos pórticos em estudo foram sempre iguais.

Se o pórtico em questão for de grande altura, não compensa, em grande parte dos casos, colocar amortecedores iguais em todos os pisos porque o movimento relativo entre pisos vai diminuindo em altura. Assim, conclui-se que o coeficiente de amortecimento a aplicar nos amortecedores não cresce linearmente com o número de amortecedores colocados num determinado pórtico.

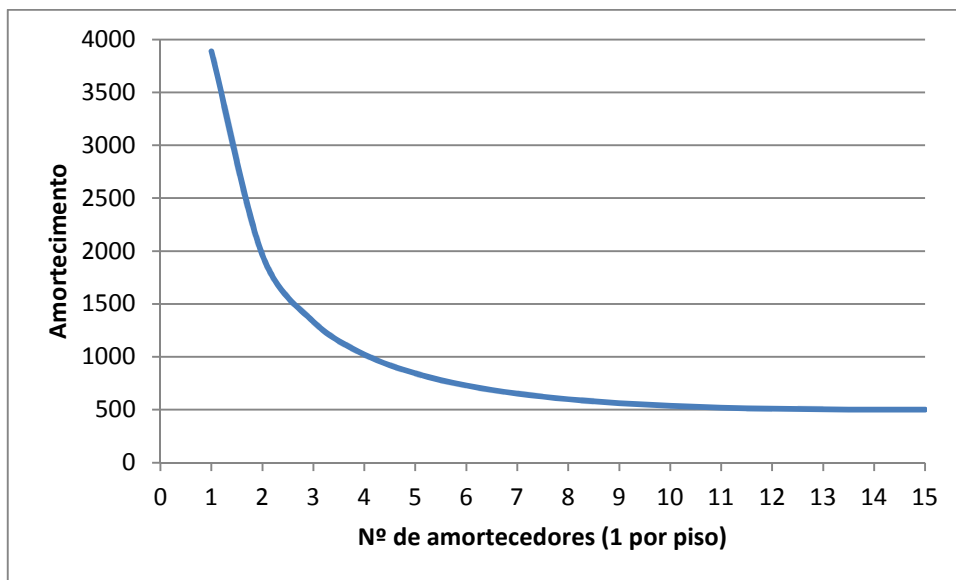


Fig. 13 – Variação não linear do coeficiente de amortecimento relativamente ao número de amortecedores

Agora, tomando como exemplo um pórtico de 15 pisos com as características do pórtico anteriormente referido: estrutura metálica com um modo de elasticidade de 210 GPa, pilares com um momento de inércia de $16.9E-6 \text{ m}^4$ e 3.6 metros de altura, vigas com 7.2 metros de comprimento e uma massa por

piso de 10 toneladas [7]. Por meio de um cálculo automático chegou-se à conclusão que o primeiro modo de vibração normalizado tinha a configuração do vector a seguir indicado:

$$\hat{\phi}_1 = \begin{bmatrix} 0.1134 \\ 0.1123 \\ 0.1100 \\ 0.1065 \\ 0.1020 \\ 0.0964 \\ 0.0898 \\ 0.0823 \\ 0.0740 \\ 0.0649 \\ 0.0551 \\ 0.0448 \\ 0.0340 \\ 0.0229 \\ 0.0115 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Tendo o primeiro modo de vibração determinado, consegue-se, seguindo 3.21, calcular o coeficiente de amortecimento em 15 hipóteses diferentes. Sendo estas quinze hipóteses: a primeira é a colocação de um amortecedor único no piso de baixo, a segunda a colocação de dois amortecedores nos dois pisos inferiores, a terceira nos três pisos inferiores. As outras hipóteses seguem esta ordem até à 15ª hipótese que corresponde à colocação de amortecedores em todos os quinze pisos.

Quadro 6 – Variação do coeficiente de amortecimento consoante a hipótese

HIP	Obs	C
1	Colocação de amort. no 1o piso	3886.43
2	Colocação de amort. nos 2 1os pisos	1963.26
3	Colocação de amort. nos 3 1os pisos	1331.35
4	Colocação de amort. nos 4 1os pisos	1022.53
5	Colocação de amort. até ao 5o piso	843.24
6	Colocação de amort. até ao 6o piso	729.03
7	Colocação de amort. até ao 7o piso	652.31
8	Colocação de amort. até ao 8o piso	599.33
9	Colocação de amort. até ao 9o piso	562.44
10	Colocação de amort. até ao 10o piso	537.01
11	Colocação de amort. até ao 11o piso	520.04
12	Colocação de amort. até ao 12o piso	509.42
13	Colocação de amort. até ao 13o piso	503.49
14	Colocação de amort. até ao 14o piso	500.85
15	Colocação de amort. em todos os pisos	500.19

Em todas estas hipóteses de colocação de amortecedores de modo diferente, foi assumido que o coeficiente de amortecimento era o mesmo em cada amortecedor.

Como se vê, a variação não é linear e o estudo sobre a forma de colocação de amortecedores num pórtico tem de ser devidamente avaliada porque já não passa por uma questão de dimensionamento mas também por uma questão económica. Também a variação de custo dos amortecedores não é linear em relação ao coeficiente de amortecimento que se pretende atingir.

3.4. DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA SÍSMICA DA ESTRUTURA DE ACORDO COM O EUROCÓDIGO 8

Neste momento, todas as ferramentas estão explicadas, justificadas e verificadas de modo a poderem ser utilizadas no dimensionamento de amortecedores viscosos em pórticos com comportamento linear.

O objectivo do EC8, enquanto código de projectos de estruturas com resistência sísmica, é proteger as vidas humanas, limitar as perdas económicas e assegurar o funcionamento de alguns edifícios de maior importância na eventualidade da ocorrência de um sismo. Estes objectivos, já referidos na introdução do relatório, estão divididos em dois níveis de verificação sísmica pelo EC8, formulados por duas exigências fundamentais – exigência de não colapso e exigência de limitação de danos [3].

A Exigência de Não Colapso é para sismos que acontecem com rara frequência, sismos com amplitudes de escala elevada. Exige-se que a estrutura mantenha a capacidade de suportar as cargas gravíticas durante e após a ocorrência do sismo. Muitas vezes os danos provocados nas estruturas são elevados, sem recuperação possível, mas o colapso é que não pode ocorrer.

Quanto à Exigência de Limitação de Danos, esta é feita para sismos que sucedem com maior frequência – “sismos de serviço” – e, por isso, têm amplitudes de baixa escala. Os danos nas estruturas devem ser, portanto, limitados. Esta exigência está, sobretudo, relacionada com factores económicos pois pretende-se diminuir os danos estruturais e diminuir os danos não estruturais facilmente recuperáveis.

Estas exigências estão directamente ligadas com o Estado Limite de Danos (comportamento em serviço) e Estado Limite Último de uma estrutura [3].

3.4.1. MÉTODO DE ANÁLISE POR FORÇAS LATERAIS

O Eurocódigo 8 tem um texto, por vezes, denso e requer uma leitura atenta. Não faz a distinção entre estruturas com e sem amortecedores. No entanto, sabe-se pelo FEMA 356 que quando se faz a colocação de amortecimento adicional a estrutura tem de trabalhar sempre em regime elástico, e quando não está sobre a presença de amortecedores pode trabalhar em regime plástico.

É sabido, que um mesmo material quando trabalha em regime elástico atinge menores deformações do que quando trabalha até ao regime plástico. Por esse motivo, segundo o EC8, é mais exigente dimensionar uma estrutura para trabalhar em Estado Limite de Danos do que dimensioná-la para trabalhar em Estado Limite Último. Esta exigência, para um pórtico, é dada pelo método das forças laterais, no capítulo 3 do Eurocódigo 8.

Este método consiste na colocação de forças exteriores em cada piso do pórtico. Estas forças, por darem resultados diferentes para os dois casos, vão ser calculadas por dois métodos distintos – um, através do espectro de cálculo de resposta elástica horizontal, para o caso de a estrutura ter sistemas de controlo dinâmico, e outro, pelo espectro de cálculo para a análise elástica, para os casos em que não existem sistemas de controlo [3].

A força lateral em cada piso F_i , pode ser calculada como indicado no capítulo 4.3.3.2.3.(2) do EC8, pela expressão aqui apresentada em 3.23. Nesta, s_i e s_j representam os deslocamentos dos pisos i e j no 1º modo de vibração, respectivamente. m_i e m_j as massas também dos pisos em questão. E F_b é a força de corte sísmica na base do edifício.

$$F_i = F_b \times \frac{s_i \times m_i}{\sum (s_j \times m_j)} \quad (3.23)$$

Como se pode observar pela expressão anterior, quase todas as incógnitas são conhecidas para se poder determinar qual a força lateral horizontal aplicada em cada piso. Os deslocamentos são retirados a partir do modo de vibração que, mais uma vez, tanto pode ser do normal como do normalizado pela massa, porque a expressão trabalha com valores em numerador e denominador e por isso o seu valor vai ser sempre o mesmo, e as massas são conhecidas desde o início do problema. Fica, então, por determinar a força de corte sísmica na base.

Esta força depende da questão de se estar a trabalhar com ou sem sistemas de controlo dinâmico na estrutura. Se a estrutura tiver controlo, a força, então, vai depender da aceleração determinada pelo espectro de cálculo de resposta elástica horizontal S_e , tal como representado na equação 3.24. Se não tiver controlo, vai depender da aceleração determinada pelo espectro de cálculo para a análise elástica S_d , e pode ser determinada pela equação 3.25. Este processo de cálculo está no capítulo 4.3.3.2.2. do EC8.

$$F_b = S_e(T_1) \times m \times \lambda \quad (3.24)$$

$$F_b = S_d(T_1) \times m \times \lambda \quad (3.25)$$

De referir que nas duas últimas expressões apresentadas m representa a massa total do edifício e λ é um factor de correcção utilizado que pode tomar o valor 0.85 ou 1, dependente do período de vibração do pórtico no primeiro modo de vibração. Estas duas variáveis são conhecidas, falta então analisar as acelerações espectrais associadas a cada uma das situações referidas.

É importante descrever como se determina o espectro de resposta elástico horizontal, S_e . A explicação deste cálculo está no capítulo 3.2.2.2. do EC8. O valor desta variável pode ser calculado por quatro diferentes equações, dependentes do tipo de terreno em que o edifício está a ser projectado.

O Eurocódigo apresenta cinco tipos de terreno distintos – A, B, C, D e E. O tipo de terreno depende, obviamente, das características geológicas apresentadas no local que podem ser medidas por três parâmetros – a velocidade média de ondas de corte $v_{s,30}$, o valor do N_{SPT} (“Standard Penetration Test”) ou pela resistência não drenada c_u [10]. O tipo de terreno fornece quatro parâmetros de cálculo que vão definir em que zona do espectro se localiza e por isso que equação se usa no cálculo, o S_{max} , $T_B(s)$, $T_C(s)$ e $T_D(s)$. No capítulo 3.1.2. do EC8 são ainda referidos dois tipos de terreno especiais, S_1 e S_2 , mas que para o trabalho em causa não tiveram qualquer interferência.

Tal como já foi dito, o espectro de resposta elástica horizontal é o espectro utilizado no cálculo quando se colocam sistemas de amortecimento na estrutura, por isso, o parâmetro de amortecimento tem de

ser também determinado. Este parâmetro é definido pelo Eurocódigo 8 como o parâmetro de correcção do amortecimento η . O valor deste pode ser determinado pela expressão a seguir apresentada, na equação 3.26, retirada do capítulo 3.2.2.2.(3) do EC8.

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{(5 + \xi)}} \geq 0.55 \quad (3.26)$$

Naturalmente, tem de se saber qual o amortecimento a aplicar na estrutura. Seguindo esta equação, o EC8 permite ter um amortecimento máximo de 28%. Como se vê pela explicação em 3.27, seguindo o máximo de 0.55 e a equação 3.26.

$$0.55 = \sqrt{\frac{10}{(5 + \xi)}} \Leftrightarrow \xi = \frac{10}{0.55^2} - 5 = 28.06 \quad (3.27)$$

Outra variável a determinar é o valor de cálculo da aceleração à superfície para um terreno. O valor de a_g é medido consoante a zona sísmica em que se está a projectar. Segundo Anexo Nacional do EC8 Portugal está dividido por zonas de aceleração sísmica, a_{gR} , como se vê na Figura 14 para os dois tipos de sismos. a_g depende de a_{gR} depois de uma multiplicação por um factor γ_I , que normalmente vale 1, mas varia consoante a importância da estrutura.

$$a_g = \gamma_I \times a_{gR} \quad (3.28)$$

Tendo as variáveis todas conhecidas, pode calcular-se o espectro de resposta elástico para as quatro situações. É definido pelas seguintes expressões [3]:

$$0 \leq T \leq T_B: S_e(T) = a_g \times S \times \left[1 + \frac{T}{T_B} \times (\eta \times 2.5 - 1) \right] \quad (3.29)$$

$$T_B \leq T \leq T_C: S_e(T) = a_g \times S \times \eta \times 2.5 \quad (3.30)$$

$$T_C \leq T \leq T_D: S_e(T) = a_g \times S \times \eta \times 2.5 \times \left[\frac{T_C}{T} \right] \quad (3.31)$$

$$T_D \leq T \leq 4s: S_e(T) = a_g \times S \times \eta \times 2.5 \times \left[\frac{T_C \times T_D}{T^2} \right] \quad (3.32)$$

Quanto ao processo de determinação do espectro de cálculo para a análise elástica, o processo de cálculo é bastante parecido com o anterior. Neste caso, a resposta é ainda condicionada pelo factor q , denominado de coeficiente de comportamento.

O coeficiente de comportamento é um parâmetro que reflecte o nível de ductilidade de uma estrutura. Ou seja, é um valor que define a capacidade que uma estrutura tem de se deformar, provocando danos aceitáveis mas sem que entre em colapso [10]. O valor de q varia normalmente entre 1.5 e 3. Depende do tipo de material utilizado na estrutura e por isso é definido pelo EC8 para cada tipo de estrutura ao longo dos capítulos.

$$0 \leq T \leq T_B: S_d(T) = a_g \times S \times \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \times \left(\frac{2.5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (3.33)$$

$$T_B \leq T \leq T_C: S_d(T) = a_g \times S \times \frac{2.5}{q} \quad (3.34)$$

$$T_C \leq T \leq T_D: S_d(T) = a_g \times S \times \frac{2.5}{q} \times \left[\frac{T_C}{T} \right] \geq \beta \times a_g \quad (3.35)$$

$$T_D \leq T: S_d(T) = a_g \times S \times \frac{2.5}{q} \times \left[\frac{T_C \times T_D}{T^2} \right] \geq \beta \times a_g \quad (3.36)$$

Nas equações 3.35 e 3.36 o valor do espectro tem de ser superior a um determinado valor dependente do factor β . Este é o coeficiente correspondente ao limite inferior do espectro de cálculo horizontal e em Portugal este vale 0.2.

Estão, deste modo, explicados os dois processos de cálculo de forças laterais.

É importante referir que os valores das forças laterais obtidas para cada piso têm de ser calculadas para um sismo do Tipo I e para um sismo do Tipo II. Tanto os valores dependentes do tipo de terreno como os valores dependentes da zona sísmica são dados para os dois tipos de sismos. Por esse motivo, as forças são calculadas para os dois tipos de sismos, sendo a estrutura finalmente dimensionada para os valores mais condicionantes.

Na figura que se segue é dado o zonamento feito pelo Eurocódigo 8 em Portugal Continental [3]. Como se vê, a área continental do país é dividido em 6 diferentes zonas sísmicas para os sismos do Tipo I e em 3 zonas sísmicas distintas para os sismos do segundo tipo. Consegue observar-se que a zona sudoeste é a zona mais crítica.

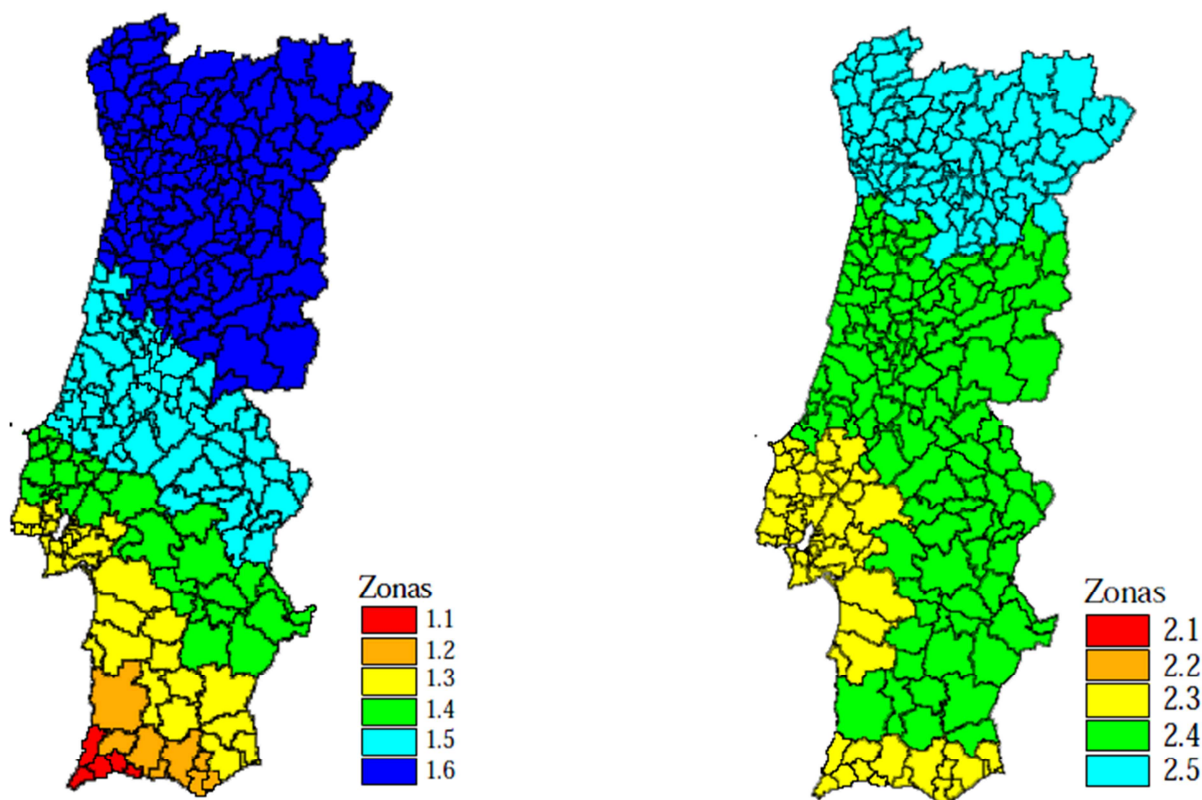


Fig. 14 – Zonamento sísmico segundo o EC8 em Portugal – a) Sismo Tipo I; b) Sismo Tipo II

3.4.2. CASO DA ESTRUTURA COM AMORTECEDORES

O Eurocódigo 8 não faz referência à utilização de amortecedores. O único tipo de amortecimento de que é falado é do isolamento de base, sendo que se dedica um capítulo inteiro a esta questão.

Por este motivo, neste trabalho, as especificidades decorrentes de aplicação de amortecedores são analisadas à luz do Regulamento FEMA 356 da ASCE (“American Society of Civil Engineers”). Este classifica os amortecedores de dissipação de energia em três grupos importantes: os de dependência de deslocamento, os de dependência de velocidade e os outros tipos. Refere que qualquer um deles deve ser dimensionado tendo em conta as condições envolventes tais como o vento, os efeitos de envelhecimento, possíveis deformações, fadiga, temperatura ambiente, temperatura sobre a qual vai estar a trabalhar, etc [1].

Como indicado em todos os regulamentos e regras de dimensionamento, tem de se trabalhar com um coeficiente de segurança. No caso dos amortecedores, parece lógico que o número utilizado influencie o valor do coeficiente. Quanto menor o número de amortecedores utilizados, maior o risco estrutural, caso um deles deixe de entrar em funcionamento.

No capítulo 9 do FEMA 356, mais precisamente na secção 9.3, é feita uma referência ao assunto aqui apresentado. Caso um pórtico tenha um número de amortecedores de dissipação de energia igual ou superior a 4, é necessário que estes sejam dimensionados para deslocamentos 30% superiores ao valor de referência. Caso o pórtico em causa tenha um número de amortecedores inferior a 4, o regulamento obriga a que se tenha de dimensionar para deslocamentos 100% superiores ao valor de referência de dimensionamento [1].

4

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1. ANÁLISE DE DESEMPENHO DE AMORTECEDORES VISCOSOS

Neste capítulo comparar-se-á o desempenho dos dois pórticos em estudo no trabalho, com a utilização de amortecedores viscosos e sem a utilização destes, tanto para o comportamento em Estado Limite Último como em Estado Limite de Utilização, ou de Estado Limite de Danos, segundo o EC8.

Os pórticos em estudo neste trabalho são dois, um de 5 e outro de 15 pisos. Os dois têm as mesmas características estruturais. São constituídos por pilares em betão armado com um modo de elasticidade efectivo de 31 GPa, cuja secção tem 0.30x0.40 m² orientado para o lado que tem maior comprimento, tendo um momento de inércia de 0.0016 m⁴. Os pilares têm 3 metros de comprimento e as vigas o seu dobro, 6 metros. A massa considerada por piso, já contando com o peso próprio das vigas, é de 10 toneladas.

Os deslocamentos foram calculados para as duas situações referidas no primeiro parágrafo. Para isso, o Eurocódigo 8 teve de ser respeitado e o método utilizado no cálculo foi o das forças laterais. As forças exercidas em cada piso formam esforços transversos (V) nos pilares e, sabendo a rigidez destes, o deslocamento é facilmente retirado pela equação que se apresenta em 4.1. A rigidez de cada pilar pode ser calculada pela equação 2.3.

$$V = \frac{12 \times E \times I}{L^3} \times \Delta \Leftrightarrow \Delta = \frac{L^3}{12 \times E \times I} \times V \quad (4.1)$$

Naturalmente que, por esta fórmula, o deslocamento obtido é o relativo, ou seja, é o deslocamento sofrido entre apoios do pilar. Para se saber o deslocamento total basta somá-los consecutivamente.

Como se disse no capítulo 3 deste trabalho, o Eurocódigo 8 é mais exigente com uma estrutura que tenha amortecimento do que com uma que não tenha. Isto é observável pelas forças laterais dadas, quando calculadas por cada um dos espectros explicados, sendo que são superiores para o espectro de resposta elástica horizontal.

Sendo as forças laterais superiores para uma estrutura com controlo, também os deslocamentos finais deveriam ser maiores por via de esforços transversos mais elevados. Mas, como se sabe, quando se está a calcular as forças laterais pelo espectro de cálculo para a análise elástica o coeficiente de comportamento entra nos cálculos. O valor deste, como se disse, reflecte o nível de ductilidade da estrutura e, por esse motivo, os deslocamentos finais elásticos calculados em Estado Limite Último

terão de ser multiplicados pelo valor de q de modo a atingir um patamar de regime plástico [3], como se vê no gráfico da Figura 15 a equação 4.2 representada.

$$d_s = q \times d_e \quad (4.2)$$

Sendo d_e o valor idêntico ao calculado pela expressão 4.1, d_s é, então, o deslocamento final. O EC8 faz referência a este ponto no capítulo 4.3.4.

Por este motivo, o coeficiente vai diminuir as forças laterais quando não há controlo, dividindo pelo factor q (equações 3.33 a 3.36). Mas, depois, os deslocamentos são multiplicados por este factor novamente (equação 4.2).

Neste trabalho, o coeficiente de comportamento adoptado tomou o valor de 2.5. Mas também se considerou a possibilidade deste assumir um valor de 1.5. Nos subcapítulos que se seguem serão apenas apresentados os resultados para o **coeficiente de comportamento de 2.5**.

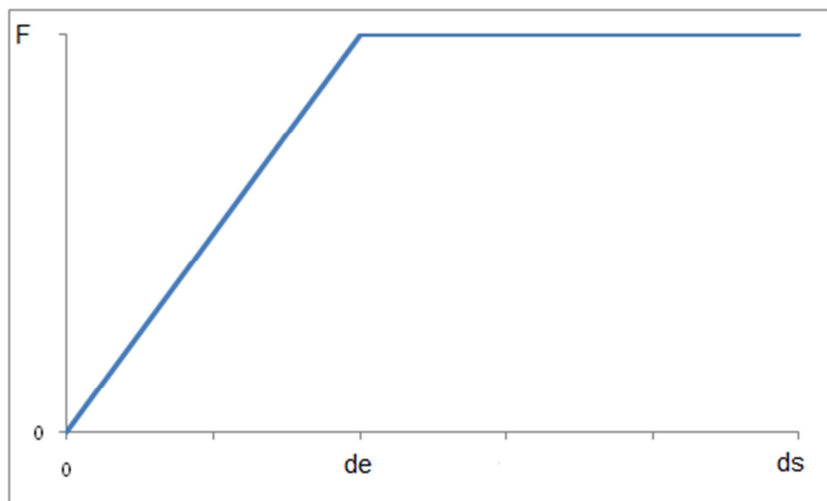


Fig. 15 – Gráfico força – deslocamento representante do coeficiente de comportamento de 2.5

Como é normal num gráfico deste tipo, o eixo dos xx representa os deslocamentos e dos yy a força.

Nos dois subcapítulos que se seguem, o processo de cálculo seguido foi o mesmo para os dois pórticos. Começou por calcular-se as forças laterais para o pórtico sem amortecedores e depois com amortecedores, em Estado Limite Último, e verificaram-se as diferenças nos deslocamentos finais. Verificou-se, também, em Estado Limite de Danos as diferenças de deslocamentos existentes, seguindo o capítulo 4.4.3. do EC8.

É importante referir que o amortecimento inicial adoptado na estrutura foi de 20% , tendo conduzido a uma redução de deslocamentos em Estado Limite Último de 37% (calculado segundo o processo explicado nos subcapítulos 4.1.1. e 4.1.2). Posteriormente, seguindo a expressão 3.25 do presente trabalho, aplicou-se o **amortecimento** máximo na estrutura – **28%**.

4.1.1. PÓRTICO DE 5 PISOS

Antes de calcular quaisquer deslocamentos começou por calcular-se as características estruturais do pórtico, por um processo automático [8]. Determinou-se a matriz de massa, registada pela expressão 4.3, a matriz de rigidez pela equação 4.4., o vector do primeiro modo de vibração normalizado pela massa pela equação 4.5 e a matriz de amortecimento (com um amortecimento inerente de 5% na estrutura) registada pela equação 4.6.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$K = \begin{bmatrix} 44088.9 & -44088.9 & 0 & 0 & 0 \\ -44088.9 & 88177.8 & -44088.9 & 0 & 0 \\ 0 & -44088.9 & 88177.8 & -44088.9 & 0 \\ 0 & 0 & -44088.9 & 88177.8 & -44088.9 \\ 0 & 0 & 0 & -44088.9 & 88177.8 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\hat{\phi}_1 = \begin{bmatrix} 0.1888 \\ 0.1735 \\ 0.1441 \\ 0.1031 \\ 0.0537 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$C = \begin{bmatrix} 56.95 & -33.20 & -7.36 & -2.93 & -1.14 \\ -33.20 & 82.79 & -28.77 & -5.57 & -1.79 \\ -7.36 & -28.77 & 84.58 & -27.63 & -4.43 \\ -2.93 & -5.57 & -27.63 & 85.71 & -25.84 \\ -1.14 & -1.79 & -4.43 & -25.84 & 90.14 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

De referir que a frequência do primeiro modo de vibração determinado foi de 3.01 Hz e por isso o seu período de vibração é de 0.332 segundos.

O tipo de terreno que se adoptou para este trabalho foi o C, cujas características estão indicadas na tabela do Quadro 7 para os sismos do Tipo I e Tipo II [3]. A localização do edifício em Portugal é Portimão visto ser uma das zonas mais críticas na área continental do nosso país, as suas características estão representas no Quadro 8 para os dois tipos de sismos.

Quadro 7 – Características do terreno do tipo C para os dois tipos de sismos

Sismo	Smax	Tb (s)	Tc (s)	Td (s)
Tipo I	1.6	0.1	0.6	2.0
Tipo II	1.6	0.1	0.25	2.0

Quadro 8 – Características sísmicas da zona para os dois tipos de sismos

Portugal Continental		Acção Sísmica			
Código do Município	Designação	Tipo I		Tipo II	
		Zona Sísmica	Aceleração agR (m/s ²)	Zona Sísmica	Aceleração agR (m/s ²)
811	Portimão	1.1	2.5	2.3	1.7

4.1.1.1. Estado Limite Último

Tendo o primeiro modo de vibração e o respectivo período, as forças laterais podem ser calculadas segundo a expressão indicada pela equação 3.23. Sabendo também as características do terreno e da zona de localização do pórtico, a aceleração espectral para o pórtico **sem amortecedores** pode ser calculado pelas expressões 3.34 e 3.35 para os sismos de Tipo I e Tipo II, respectivamente. O valor desta para um sismo do primeiro tipo está indicado pela equação 4.7 e para um do segundo tipo pela equação 4.8.

$$S_d(0.332) = 2.5 \times 1.3 \times \frac{2.5}{2.5} = 3.25 \quad (4.7)$$

$$S_d(0.332) = 1.7 \times 1.46 \times \frac{2.5}{2.5} \times \left[\frac{0.25}{0.332} \right] = 1.866 \quad (4.8)$$

Tendo estas acelerações espectrais, a força de corte sísmica pode ser calculada pela equação 3.25, mais uma vez para cada um dos tipos de sismos. O resultado obtido está indicado nas expressões 4.9 e 4.10 para os sismos do Tipo I e II, respectivamente.

$$F_b = 3.25 \times 50 \times 0.85 = 138.125 \quad (4.9)$$

$$F_b = 1.866 \times 50 \times 0.85 = 79.323 \quad (4.10)$$

Com isto, consegue ver-se que o sismo do Tipo I é mais crítico. Calculando as forças aplicadas lateralmente em cada piso, segundo a equação 3.23, estas dão as indicadas no Quadro 9, abaixo apresentado.

Quadro 9 – Forças Laterais no Pórtico de 5 Pisos sem amortecedores

Piso	5	4	3	2	1
Força (kN)	39.31	36.13	30.02	21.47	11.19

Para o pórtico **com amortecedores**, o processo é muito parecido, sendo que a única coisa que difere é o espectro a ser utilizado no cálculo. Para conhecer a aceleração espectral para este caso, as expressões a utilizar são as 3.30 e 3.31, respectivamente para os sismos do Tipo I e II, representado por 4.11 e 4.12.

$$S_e(0.332) = 2.5 \times 1.3 \times 0.55 \times 2.5 = 4.473 \quad (4.11)$$

$$S_e(0.332) = 1.7 \times 1.46 \times 0.55 \times 2.5 \times \left[\frac{0.25}{0.332} \right] = 2.569 \quad (4.12)$$

Tendo estas calculadas, a força de corte sísmica na base pode ser determinada. Seguindo a equação 3.24 pode-se calculá-la para o sismo do Tipo I e para o sismo do Tipo II, representadas respectivamente, pelas equações 4.11 e 4.12.

$$F_b = 4.473 \times 50 \times 0.85 = 190.088 \quad (4.13)$$

$$F_b = 2.569 \times 50 \times 0.85 = 109.164 \quad (4.14)$$

Tal como no caso do pórtico sem amortecedores, também neste caso, e como acontece em grande parte das vezes, o sismo do Tipo I é mais crítico que o sismo do Tipo II. Calculando as forças laterais aplicadas em cada piso, aplicando também aqui a equação 3.23, estas foram:

Quadro 10 – Forças Laterais no Pórtico de 5 Pisos com amortecedores

Piso	5	4	3	2	1
Força (kN)	54.10	49.72	41.31	29.55	15.40

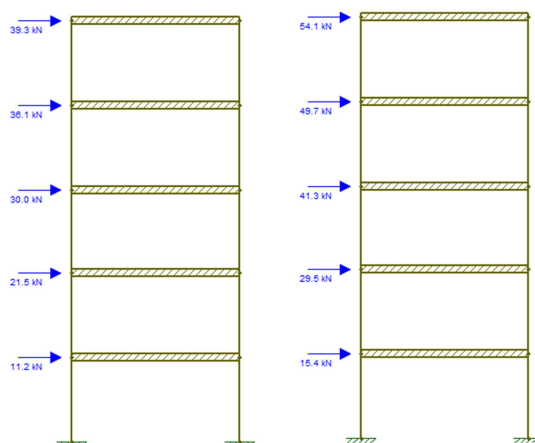


Fig. 16 – Forças Laterais no Pórtico de 5 pisos – a) sem amortecedores; b) com amortecedores

Sendo que as forças para cada um dos estados estão obtidas, os deslocamentos podem também ser calculados em ambos. Para isso, o esforço transversal em cada pilar foi calculado e o deslocamento através deste também, seguindo a equação 4.1. Os valores obtidos estão indicados no Quadro 11.

Quadro 11 – Deslocamentos em cada piso do pórtico de 5 pisos, em ELU

Piso	Sem amortecedores					Com amortecedores			
	F (kN)	V (kN)	des_abs (mm)	x 2,5 (mm)	des_rel (mm)	F (kN)	V (kN)	des_abs (mm)	des_rel (mm)
5º piso	39.31	0.00	11.007	27.517	0.000	54.10	0.00	15.148	0.000
4º piso	36.13	19.66	10.115	25.288	0.892	49.72	27.05	13.921	1.227
3º piso	30.02	37.72	8.404	21.010	1.711	41.31	51.91	11.566	2.355
2º piso	21.47	52.73	6.012	15.030	2.392	29.55	72.57	8.274	3.292
1º piso	11.19	63.47	3.133	7.832	2.879	15.40	87.34	4.311	3.962
		69.06			3.133		95.04		4.311

Como se pode observar pelos valores obtidos para o deslocamento absoluto final, com amortecimento adicional colocado na estrutura, há uma **redução** dos deslocamentos de **44.95%** em cada um dos pisos.

Comparando os valores do 5º piso, por exemplo, vê-se que quando não existem amortecedores colocados na estrutura o deslocamento obtido é de 27.5 milímetros e quando estes existem obtém-se um deslocamento de 15.1 milímetros. Nota-se uma clara redução dos deslocamentos nos dois pórticos em Estado Limite Último.

Este é um ponto muito importante, relativamente à implementação de amortecedores viscosos no tipo de estruturas a ser aqui estudado. Esta redução de quase para metade nos deslocamentos é marcante para o bom funcionamento da estrutura em Estado Limite Último.

4.1.1.2. Estado Limite de Danos

No capítulo 4.4.3 do Eurocódigo 8 são referidas algumas verificações a fazer. Para o Estado Limite de Danos são feitas comparações de deslocamentos em relação ao Estado Limite Último, em que existe um limite máximo a ser respeitado [3]. Para a maioria das estruturas o limite imposto é o primeiro referido no presente código.

$$d_r \times v \leq 0.005 \times h \quad (4.15)$$

Em que d_r representa o deslocamento entre pisos calculado anteriormente para o Estado Limite Último. v é o coeficiente de redução que transpõe os deslocamentos de Estado Limite Último para Estado Limite de Danos – em Portugal o valor deste utilizado é 0.4. E h é a altura entre pisos.

Tendo os deslocamentos obtidos no Quadro 11 para a ruptura, para o serviço bastou calcular os novos deslocamentos.

$$\Delta_{ELD} = v \times \Delta_{ELU} \quad (4.16)$$

Seguindo a equação 4.16, estes foram registados na tabela do quadro que se segue. Sabendo que a altura entre pisos é 3 metros, pode afirmar-se que o limite imposto pelo EC8, para cada piso, para este estado de comportamento é 15 milímetros.

Quadro 12 – Deslocamentos em cada piso do pórtico de 5 pisos, em ELD

Piso	Sem amortecedores				Com amortecedores			
	Deslocamento (mm)		Limite (mm)	Obs.	Deslocamento (mm)		Limite (mm)	Obs.
	ELU	ELD			ELU	ELD		
5º piso	2.23	0.89	15	OK	1.23	0.49	15	OK
4º piso	4.28	1.71	15	OK	2.35	0.94	15	OK
3º piso	5.98	2.39	15	OK	3.29	1.32	15	OK
2º piso	7.20	2.88	15	OK	3.96	1.58	15	OK
1º piso	7.83	3.13	15	OK	4.31	1.72	15	OK

Como se pode observar, os deslocamentos para o Estado Limite de Danos são verificados segundo o Eurocódigo 8.

Analisando os deslocamentos para o estado em questão, tanto no pórtico com amortecedores como no pórtico sem amortecedores, a redução nestes em relação ao Estado Limite Último é de 40%. Com o objectivo de se reduzir nos dois casos pode concluir-se que, em serviço, a estrutura com a colocação de amortecedores tem **reduções de 44.95%** em relação à estrutura sem amortecedores.

Pode, então, afirmar-se que as reduções observadas são as mesmas quer o pórtico esteja sobre influência de uma força que o coloque em Estado Limite Último ou sobre uma “força de serviço”.

Esta redução de quase para metade nos deslocamentos do pórtico em serviço é, também, muito importante no comportamento da estrutura. Havendo esta elevada redução, à partida os danos causados por pequenos abalos sísmicos não existirão e com isso o conforto humano está assegurado.

4.1.2. PÓRTICO DE 15 PISOS

O pórtico de 15 pisos tem, como foi referido no início do relatório, as mesmas características estruturais do pórtico de 5. Ainda assim, por um motivo de coerência, apresentam-se de seguida as matrizes de massa, de rigidez, o vector do primeiro modo de vibração e a matriz de amortecimento [8], respectivamente por 4.17, 4.18, 4.19 e 4.20.

$$C = \begin{bmatrix} 56 & -34 & -8 & -4 & -2 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -34 & 82 & -29 & -6 & -3 & -2 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & -29 & 84 & -29 & -6 & -3 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -6 & -29 & 84 & -28 & -6 & -3 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & -6 & -28 & 84 & -28 & -6 & -2 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & -6 & -28 & 85 & -28 & -6 & -2 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -2 & -3 & -6 & -28 & 85 & -28 & -6 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -2 & -6 & -28 & 85 & -28 & -6 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -2 & -6 & -28 & 85 & -28 & -6 & -2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -2 & -6 & -28 & 85 & -28 & -5 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -2 & -6 & -28 & 85 & -28 & -5 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -2 & -5 & -28 & 85 & -28 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & -5 & -28 & 85 & -27 & -27 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -2 & -5 & -27 & 86 & -26 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & -4 & -26 & 90 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

A frequência atingida para o modo de vibração fundamental, o primeiro, é de 1.07 ciclos por segundo (ou Hertz), ou seja, o seu período é 0.934 segundos.

Também é importante referir que o terreno e a localização deste pórtico é exactamente o mesmo que o anterior. As características do terreno são as apresentadas no Quadro 7 e as características sísmicas da zona as apresentadas no Quadro 8.

4.1.2.1. Estado Limite Último

Visto todas as características estarem determinadas, por um processo de cálculo automático [8], pode partir-se para o cálculo das forças laterais segundo o Eurocódigo 8. O processo aqui utilizado foi o mesmo do capítulo 4.1.1.1. Começou por calcular-se a aceleração espectral para o pórtico de 15 pisos **sem amortecedores**. O período de vibração do pórtico está entre T_c e T_d para ambos os tipos de sismos e, por isso, a expressão a utilizar é a equação 3.33. Para o sismo do Tipo I o valor da aceleração espectral é o da equação 4.21, e para o sismo do Tipo II é o da equação 4.22.

$$S_d(0.934) = 2.5 \times 1.3 \times \frac{2.5}{2.5} \times \left[\frac{0.6}{0.934} \right] = 2.087 \quad (4.21)$$

$$S_d(0.934) = 1.7 \times 1.46 \times \frac{2.5}{2.5} \times \left[\frac{0.25}{0.934} \right] = 0.664 \quad (4.22)$$

Tanto nos casos, no subcapítulo anterior, da equações 4.8 e, neste subcapítulo, das equações 4.21 e 4.22, a condição da equação 3.35 foi verificada, mostrando que os valores obtidos foram superiores ao limite imposto.

A força de corte sísmica na base fica para os dois tipos de sismos

$$F_b = 2.087 \times 150 \times 0.85 = 266.155 \quad (4.23)$$

$$F_b = 0.664 \times 150 \times 1 = 99.638 \quad (4.24)$$

Verifica-se que o sismo do Tipo I é o mais crítico. Com o valor da força de corte sísmica na base o valor das forças laterais em cada um dos pisos pode agora ser determinado

Quadro 13 – Forças Laterais no Pórtico de 15 Pisos sem amortecedores

Piso	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Força (kN)	27.0	26.7	26.1	25.3	24.2	22.9	21.4	19.6	17.6	15.4	13.1	10.7	8.1	5.4	2.7

Para o pórtico **com amortecedores**, as acelerações espectrais foram calculadas para os dois tipos de sismos pelas equações 4.25 e 4.26, respectivamente para o sismo do Tipo I e Tipo II. Também aqui, a expressão de cálculo utilizada foi a mesma, representada pela equação 3.31, devido ao facto de o período se localizar entre os dois períodos de referência para os dois tipos de sismos. A condição foi também verificada.

$$S_e(0.934) = 2.5 \times 1.3 \times 0.55 \times 2.5 \times \left[\frac{0.6}{0.934} \right] = 2.873 \quad (4.25)$$

$$S_e(0.934) = 1.7 \times 1.46 \times 0.55 \times 2.5 \times \left[\frac{0.25}{0.934} \right] = 0.914 \quad (4.26)$$

Assim, a força de corte sísmica na base fica

$$F_b = 2.873 \times 150 \times 0.85 = 366.284 \quad (4.27)$$

$$F_b = 0.914 \times 150 = 137.122 \quad (4.28)$$

E, com isso, as forças laterais podem ser determinadas

Quadro 14 – Forças Laterais no Pórtico de 15 Pisos com amortecedores

Piso	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Força (kN)	37.1	36.7	35.9	34.8	33.4	31.5	29.4	26.9	24.2	21.2	18.0	14.7	11.1	7.5	3.8

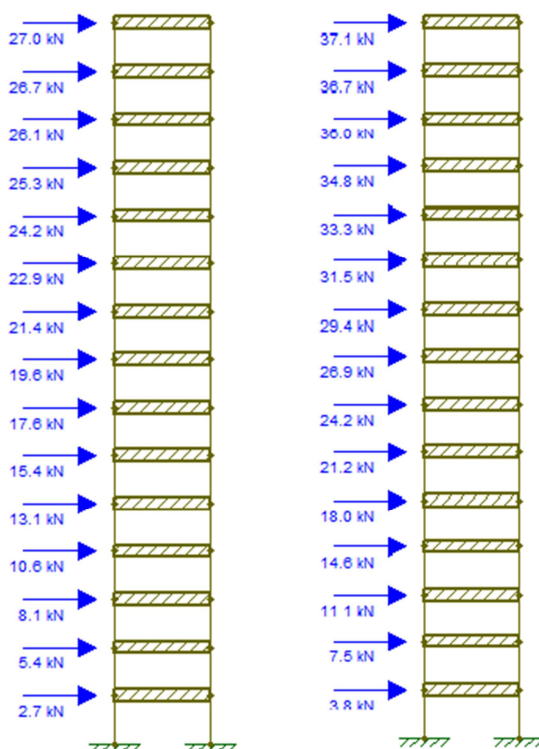


Fig. 17 – Forças Laterais no Pórtico de 15 pisos – a) sem amortecedores; b) com amortecedores

Tendo estas, os deslocamentos puderam ser calculados para cada um dos pisos.

Quadro 15 – Deslocamentos em cada piso do pórtico de 15 pisos, em ELU

Piso	Sem amortecedores					Com amortecedores			
	F (kN)	V (kN)	desl_abs (mm)	x 2,5 (mm)	desl_rel (mm)	F (kN)	V (kN)	desl_abs (mm)	desl_rel (mm)
15ºpiso	26.96	0.00	59.59	148.99	0	37.10	0.00	82.01	0
14ºpiso	26.68	13.48	58.98	147.46	0.612	36.72	18.55	81.17	0.842
13ºpiso	26.13	26.82	57.77	144.41	1.217	35.97	36.91	79.50	1.675
12ºpiso	25.32	39.89	55.96	139.89	1.810	34.84	54.90	77.01	2.490
11ºpiso	24.24	52.55	53.57	133.93	2.384	33.35	72.32	73.73	3.280
10ºpiso	22.91	64.67	50.64	126.60	2.933	31.53	88.99	69.69	4.037
9ºpiso	21.35	76.12	47.19	117.97	3.453	29.38	104.76	64.94	4.752
8ºpiso	19.57	86.79	43.25	108.12	3.937	26.93	119.45	59.52	5.418
7ºpiso	17.58	96.58	38.87	97.17	4.381	24.20	132.91	53.49	6.029
6ºpiso	15.42	105.37	34.09	85.22	4.780	21.22	145.01	46.91	6.578
5ºpiso	13.10	113.08	28.96	72.40	5.130	18.03	155.62	39.85	7.059
4ºpiso	10.65	119.63	23.53	58.83	5.427	14.65	164.64	32.38	7.468
3ºpiso	8.08	124.95	17.86	44.66	5.668	11.12	171.96	24.58	7.801
2ºpiso	5.43	128.99	12.01	30.03	5.852	7.48	177.52	16.53	8.053
1ºpiso	2.73	131.71	6.04	15.09	5.975	3.76	181.26	8.31	8.223
		133.08	0.00	0.00	6.037		183.14	0.00	8.308

Tal como no pórtico de 5 pisos, também neste caso quando comparados os deslocamentos, de cada piso da estrutura sem amortecedores com a estrutura com amortecedores pode observar-se uma **redução** de **44.95%**, em Estado Limite Último.

4.1.2.2. Estado Limite de Danos

O processo utilizado neste capítulo foi exactamente o mesmo que o utilizado em 4.1.1.2. do presente trabalho, com isso, os deslocamentos determinados para o Estado Limite de Danos foram os registados no quadro que se segue.

Quadro 16 – Deslocamentos em cada piso do pórtico de 15 pisos, em ELD

Piso	Sem amortecedores				Com amortecedores			
	Deslocamento (mm)		Limite (mm)	Obs.	Deslocamento (mm)		Limite (mm)	Obs.
	ELU	ELD			ELU	ELD		
15ºpiso	1.53	0.61	15	OK	0.84	0.34	15	OK
14ºpiso	3.04	1.22	15	OK	1.67	0.67	15	OK
13ºpiso	4.52	1.81	15	OK	2.49	1.00	15	OK
12ºpiso	5.96	2.38	15	OK	3.28	1.31	15	OK
11ºpiso	7.33	2.93	15	OK	4.04	1.61	15	OK
10ºpiso	8.63	3.45	15	OK	4.75	1.90	15	OK
9ºpiso	9.84	3.94	15	OK	5.42	2.17	15	OK
8ºpiso	10.95	4.38	15	OK	6.03	2.41	15	OK
7ºpiso	11.95	4.78	15	OK	6.58	2.63	15	OK
6ºpiso	12.82	5.13	15	OK	7.06	2.82	15	OK
5ºpiso	13.57	5.43	15	OK	7.47	2.99	15	OK
4ºpiso	14.17	5.67	15	OK	7.80	3.12	15	OK
3ºpiso	14.63	5.85	15	OK	8.05	3.22	15	OK
2ºpiso	14.94	5.97	15	OK	8.22	3.29	15	OK
1ºpiso	15.09	6.04	15	OK	8.31	3.32	15	OK

Mais uma vez, os deslocamentos máximos em Estado Limite de Danos são verificados nas duas situações.

Em relação ao comportamento em serviço, tanto no pórtico de 15 como no de 5 pisos sem amortecedores, é verificado o limite imposto pelo Eurocódigo. Isto indica que não seria necessária a colocação de amortecimento adicional, talvez devido, essencialmente, à elevada rigidez dos pilares do pórtico. Mas mesmo com elevada rigidez o uso de amortecedores é favorável, por uma questão de conforto.

As **reduções** em serviço são, mais uma vez, **44.95%**. Esta redução em serviço, implica sobretudo uma enorme redução nos danos dos materiais de construção. E, por consequência, haverá menores custos quando esta for sujeita a pequenos abalos vindos do exterior.

4.2. ANÁLISE DE RESPOSTA ELÁSTICA A UM SISMO REAL

Apesar das exigências no dimensionamento de edifícios com resistência sísmica, muitas vezes os códigos e regulamentos em vigor não são respeitados e acontecem grandes tragédias. Obviamente, a tecnologia vai evoluindo e também o estudo neste campo. Por esse motivo, antigamente os edifícios estavam menos preparados do que hoje em dia.

Ainda assim, há alguns sismos actuais que acabaram por ser catastróficos, tais como o de 2003 no Irão que provocou a morte a 43000 pessoas ou o de 2001 na Índia que tirou a vida a cerca de 20000 pessoas [11].



Fig. 18 – Pórticos em betão armado afectados após sismos [11] a) El Asnam, 1980; b) Arménia, 1988

Os pórticos estão finalmente dimensionados com amortecimento adicional, com um ξ_{eff} de 28%. A forma como este, para cada um dos pórticos, é incrementado na estrutura, vai ter influência na Matriz de Amortecimento.

Para cada um dos casos, foram estudadas várias formas de implementação de amortecimento no pórtico, mas nos dois próximos subcapítulos a hipótese de colocação de amortecedores vai ser a mesma. Vai fazer-se a colocação de amortecedores em todos os pisos com o mesmo coeficiente de amortecimento. A escolha da distribuição de amortecedores está relacionada com razões do foro económico. Como o custo dos amortecedores inclui a sua aplicação na estrutura, neste estudo não houve acesso a tabelas de preços e, por isso, fez-se a colocação mais homogénea possível.

O objectivo deste subcapítulo é comparar a resposta sísmica dos pórticos estudados, admitindo comportamento linear, e utilizar as ferramentas descritas no capítulo 3, em particular a Formulação de Espaço de Estado.

O sismo escolhido, foi o sismo de El Centro. Este sismo ocorreu em 1940 no sul da Califórnia, mais precisamente no dia 18 de Maio [14]. Apesar de ter tirado a vida apenas a 9 pessoas, com o primeiro abalo (magnitude de 7.1 na Escala de Richter) destruiu 80% dos edifícios do Imperial Valley.

Como se sabe do estudo da dinâmica clássica, para se colocar a força de um sismo num pórtico basta fazer a multiplicação da aceleração sísmica, ao longo do tempo, pela massa do piso – deveria ser com o sinal negativo, mas visto se estar perante pórticos simétricos o sinal dos deslocamentos não tem qualquer tipo de influência. Desta forma, o número de forças é idêntico ao número de pisos e de fácil determinação, tendo o registo das acelerações sísmicas.

$$F_i(t) = m_i \times a_{sis}(t) \quad (4.29)$$

Existem vários registos em relação a este sismo, e foi esse um dos motivos pelo qual se trabalhou com ele. O registo das acelerações, em ordem a g, está no gráfico da figura que se segue [14].

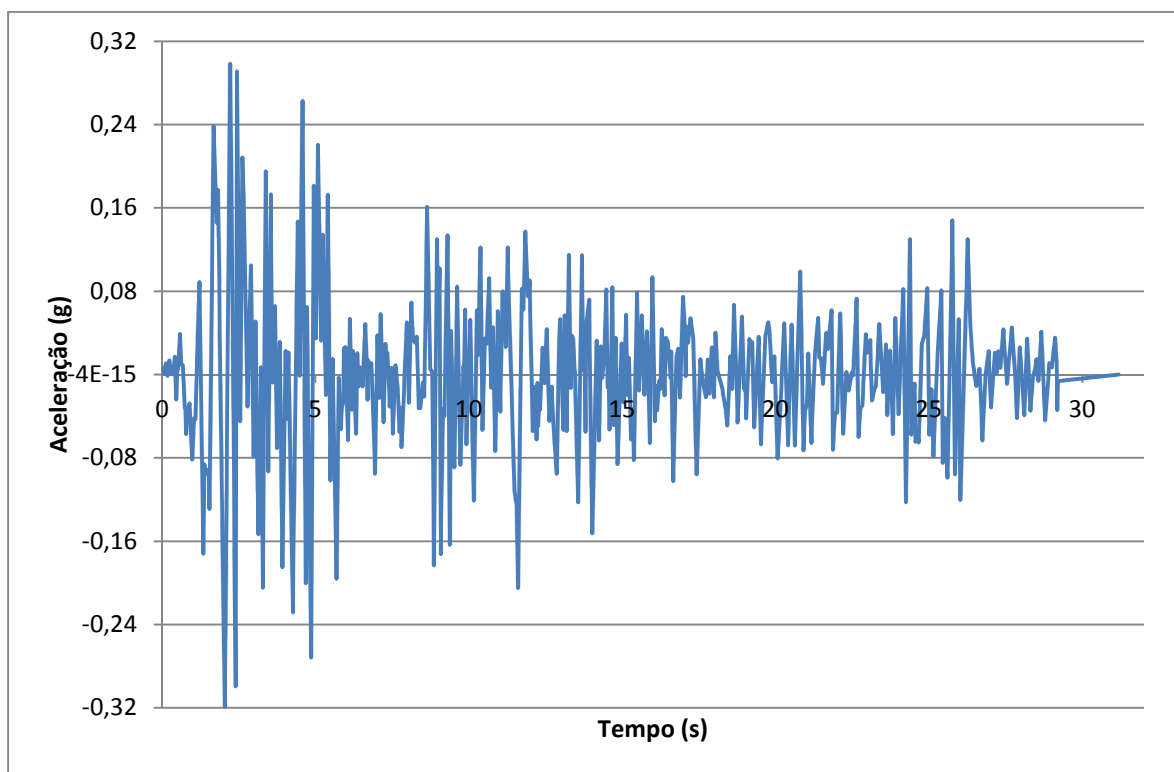


Fig. 19 – Registo de acelerações do sismo de El Centro, Califórnia

Como se vê, as acelerações vêm registadas em ordem a g. Normalmente, as acelerações dos sismos mais intensos variam entre 0.1g e 1g. Para que as forças em cada piso sejam devidamente calculadas, a aceleração tem de ser medida em m/s^2 , bastando para isso multiplicar o sinal por g.

Nos gráficos de resposta que se seguem nos próximos exemplos, apenas é apresentada a resposta nos primeiros 10 segundos, visto ser o intervalo de tempo mais crítico. De qualquer modo, em anexo, são apresentados os mesmos gráficos, até ao fim das acelerações sísmicas.

4.2.1. PÓRTICO DE 5 PISOS

Começou por fazer-se, antes de mais, o estudo das várias hipóteses de colocação de amortecimento no pórtico. Seguindo a equação 3.18, para cada uma das hipóteses chegou-se ao coeficiente de amortecimento. Neste pórtico, foram estudadas 7 hipóteses:

- 1ª Hipótese: colocação de amortecedor no 1º piso
- 2ª Hipótese: colocação de amortecedor no 1º e 2º piso
- 3ª Hipótese: colocação de amortecedores nos pisos 1, 2 e 3
- 4ª Hipótese: colocação de amortecedores nos pisos 1, 2, 3 e 4

- 5ª Hipótese: colocação de amortecedores em todos os pisos
- 6ª Hipótese: colocação de amortecedores nos pisos ímpares – 1, 3 e 5
- 7ª Hipótese: colocação de amortecedores nos pisos pares – 2 e 4

Naturalmente, o coeficiente de amortecimento para cada uma das hipóteses é diferente. Este está indicado na tabela que se segue.

Quadro 17 – Coeficiente de amortecimento para as 7 hipóteses do pórtico de 5 pisos e sua verificação

Hipótese	C	Verif.
1	3765.06	0.28
2	2041.20	0.28
3	1551.00	0.28
4	1381.25	0.28
5	1341.38	0.28
6	3294.39	0.28
7	2262.69	0.28

A verificação do cálculo do coeficiente de amortecimento está correcta, dando um amortecimento de 28% para cada uma das hipóteses, valor atribuído inicialmente. Esta verificação foi feita segundo a fórmula simplificada de cálculo de amortecimento, expressa pela equação 3.15.

A hipótese escolhida para o estudo foi a quinta, de modo a ter-se a colocação mais homogénea possível, tal como foi referido. Assim, a matriz de amortecimento extra C_d fica com a configuração abaixo indicada, sendo que foi calculada segundo indicado em 3.2.

$$C_d = \begin{bmatrix} 1073.11 & -1073.11 & 0 & 0 & 0 \\ -1073.11 & 2146.22 & -1073.11 & 0 & 0 \\ 0 & -1073.11 & 2146.22 & -1073.11 & 0 \\ 0 & 0 & -1073.11 & 2146.22 & -1073.11 \\ 0 & 0 & 0 & -1073.11 & 2146.22 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Com esta, somando à Matriz de Amortecimento Inerente, segundo o capítulo 2.2, identificada por 4.6, a Matriz de Amortecimento pode ser determinada.

$$C = \begin{bmatrix} 1130.05 & -1106.30 & -7.36 & -2.93 & -1.14 \\ -1106.30 & 2229.00 & -1101.88 & -5.57 & -1.79 \\ -7.36 & -1101.88 & 2230.79 & -1100.74 & -4.43 \\ -2.93 & -5.57 & -1100.74 & 2231.93 & -1098.95 \\ -1.14 & -1.79 & -4.43 & -1098.95 & 2236.36 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Estão, finalmente, tomadas todas as medidas para que o cálculo de deslocamentos seja efectuado, pela Formulação de Espaço de Estado.

Começou por analisar-se o deslocamento de todos os pisos do pórtico **sem amortecedores**, quando sujeito à acção sísmica. A matriz de amortecimento dada pela expressão apresentada em 4.6, a matriz de massa dada por 4.3 e a matriz de rigidez dada por 4.4 permitiram calcular a matriz A do processo de Formulação de Espaço de Estado. A matriz E foi também determinada, sendo que o registo de acelerações sísmicas foi dado entre o instante 0 e 38.18 segundos, por intervalos de tempo de 0.02 segundos. Assumindo que a matriz J é uma matriz de identidade 5 x 5, pelo facto de haver forças aplicadas em todos os pisos, a matriz B foi determinada e, conseqüentemente, também se processou a matriz G.

Com todos os parâmetros da Formulação de Espaço de Estado determinados, pode passar-se ao cálculo de resposta a forças sísmicas do pórtico de 5 pisos sem amortecedores.

Tendo os resultados obtidos para os 38.18 segundos, verificou-se um deslocamento máximo e mínimo em todos os pisos, cujos valores estão indicados na tabela que se segue.

Quadro 18 – Deslocamentos máximos e mínimos no pórtico de 5 pisos, sem amortecedores, sob acção sísmica

Piso	5	4	3	2	1
d_max (mm)	26.6	24.7	20.9	15.4	8.3
d_min (mm)	-27.6	-25.3	-20.8	-14.6	-7.5

No gráfico a seguir representado, consegue observar-se o deslocamento de cada piso, ao longo do tempo, para o mesmo pórtico.

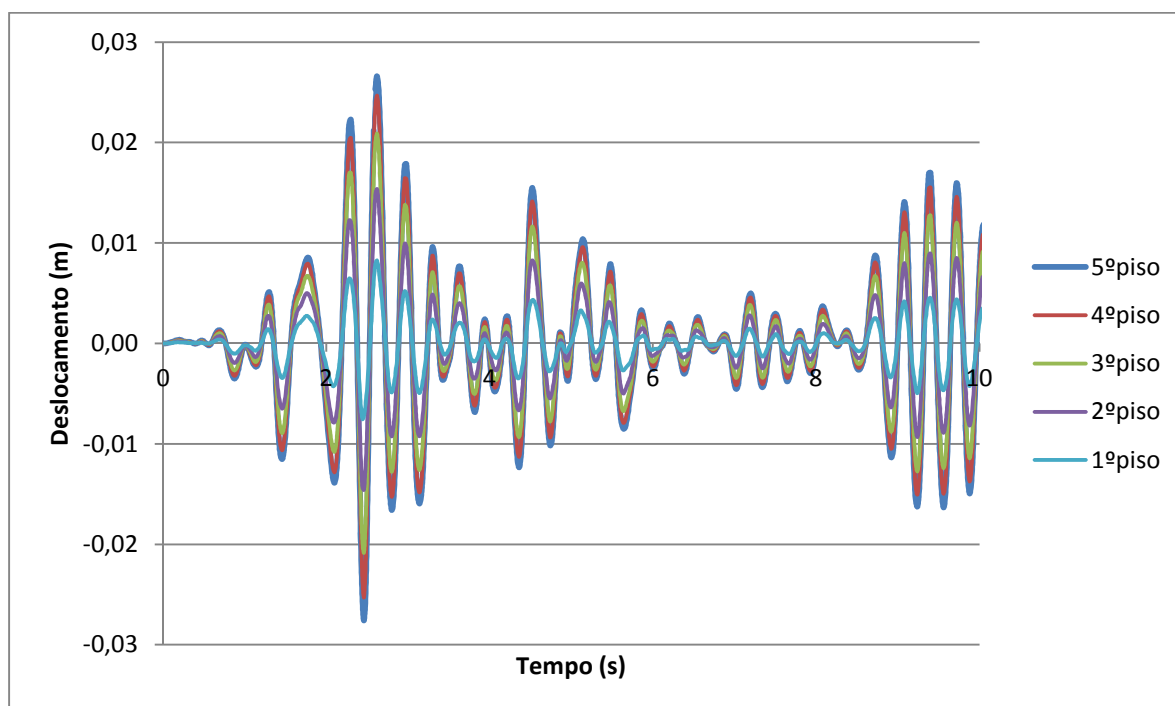


Fig. 20 – Deslocamentos no pórtico de 5 pisos, sem amortecedores, sob acção sísmica

No caso do mesmo pórtico, mas **com amortecedores** em todos os pisos, o processo adoptado foi o mesmo. A única diferença está na matriz de amortecimento, que passa a ser a indicada pela expressão 4.31. Deste modo, a matriz A da Formulação de Espaço de Estado sofre alterações e com isso também as matrizes E e G ficam diferentes.

Depois de estas determinadas, pode partir-se para o cálculo de deslocamentos. Tendo sido estes registados para todos os instantes de tempo. Ao longo dos 31.18 segundos, os deslocamentos máximos e mínimos foram registados.

Quadro 19 – Deslocamentos máximos e mínimos no pórtico de 5 pisos, com amortecedores, sob acção sísmica

Piso	5	4	3	2	1
d_max (mm)	13.5	12.5	10.5	7.6	4.1
d_min (mm)	-11.5	-10.7	-9.1	-6.7	-3.7

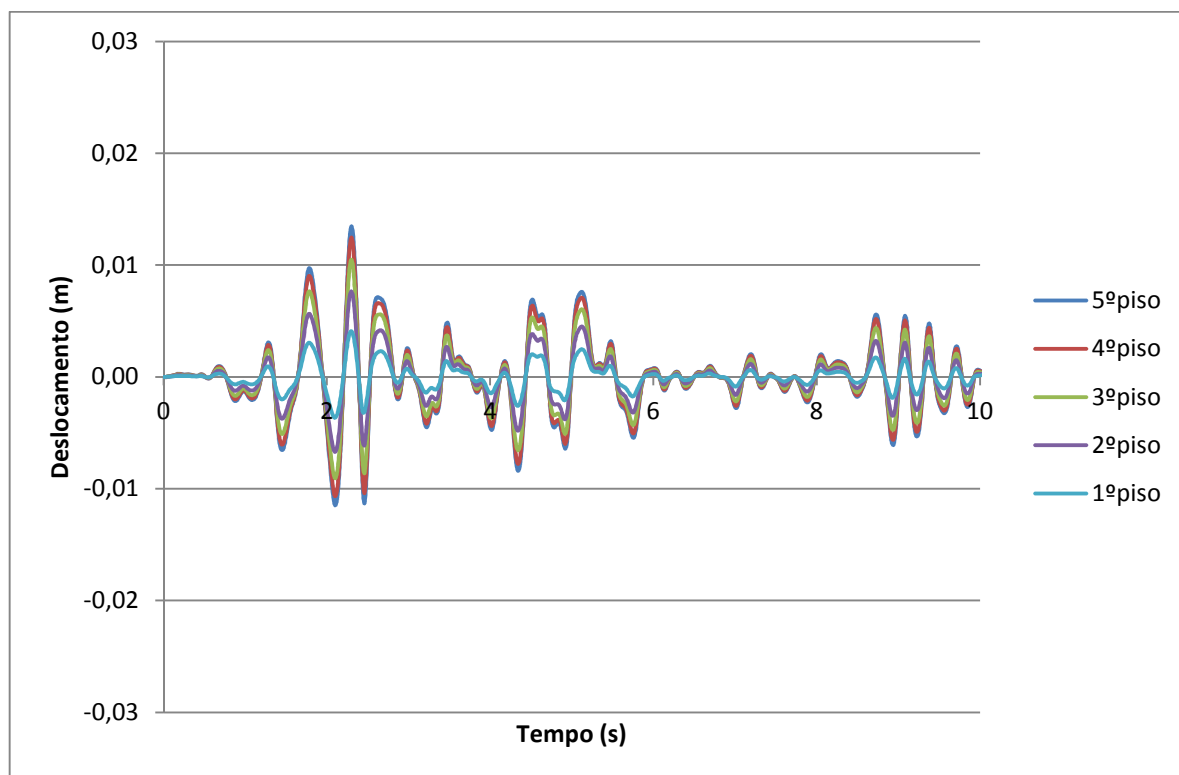


Fig. 21 – Deslocamentos no pórtico de 5 pisos, com amortecedores, sob acção sísmica

Como se consegue ver pelos resultados de deslocamentos obtidos, há uma clara redução em relação ao caso de não haver amortecedores na estrutura, anteriormente visto. Há uma redução de aproximadamente 50% em todos os pisos nos deslocamentos máximos absolutos, quando comparados os valores do Quadro 19 com os do Quadro 18. O Quadro 20 resume os valores exactos alcançados.

Quadro 20 – Redução de deslocamentos máximos nos pisos do pórtico sob acção sísmica

Piso	5	4	3	2	1
d_max (mm) s/ amor.	27.6	25.3	20.9	15.4	8.3
d_max (mm) c/ amor.	13.5	12.5	10.5	7.6	4.1
Redução	51%	51%	50%	50%	50%

Como já se viu, segundo o EC8, haveria reduções de aproximadamente 45% para “sismos limite” e para “sismos de serviço”. Aqui, no caso deste sismo, o resultado de reduções obtido anda por volta dos 50%. O sismo de El Centro, como foi dito, não foi um sismo de grande escala mas também não é um sismo de grande ocorrência visto atingir grandes acelerações. É um tipo de sismo que ocorre cerca de 15 vezes por ano, embora muitas vezes não seja perceptível porque ocorre em grandes profundidades e a grandes distâncias.

Na figura que se segue estão representados os deslocamentos do último piso para os dois pórticos. A linha azul corresponde, obviamente, ao pórtico sem amortecedores e a grená ao pórtico com amortecedores.

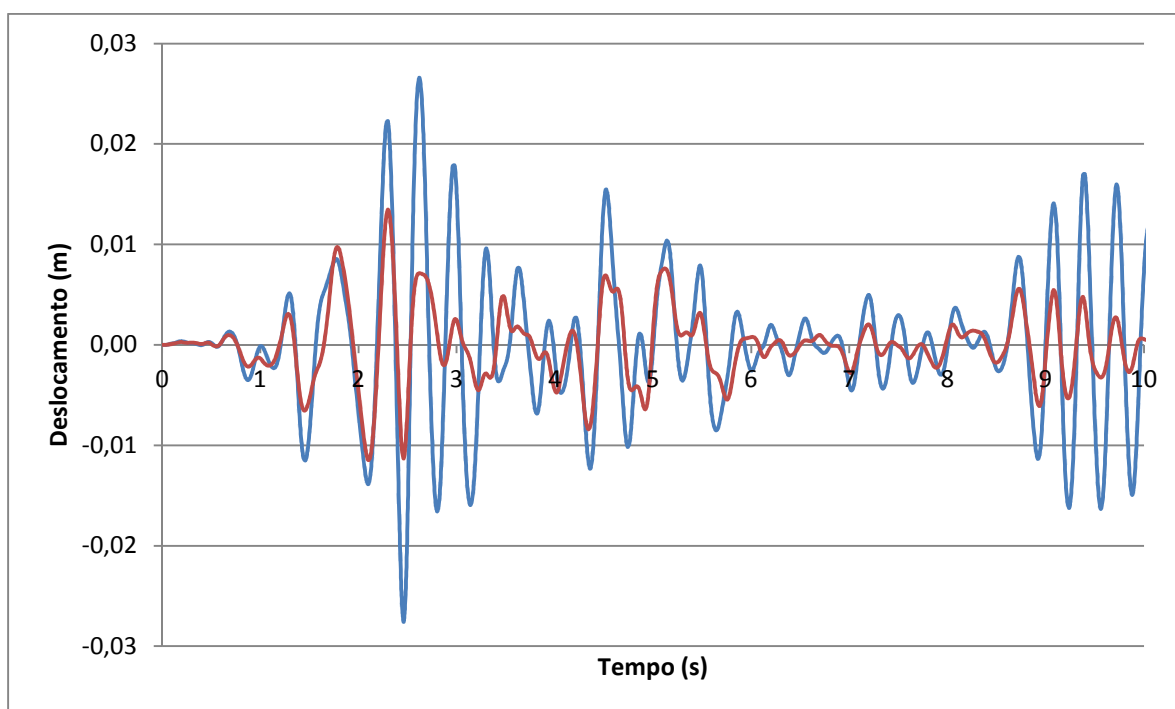


Fig. 22 – Diferença nos Deslocamentos do pórtico de 5 pisos, sob acção sísmica

4.2.2. PÓRTICO DE 15 PISOS

Para o pórtico de 15 pisos o método de cálculo e processo de execução usado foi exactamente o mesmo do que o utilizado para o pórtico de 5 pisos.

Começou, também, por fazer-se um estudo das várias hipóteses de colocação de amortecedores, sendo que neste caso foram 8:

- 1ª Hipótese: colocação de amortecedor no 1º piso
- 2ª Hipótese: colocação de amortecedor no 1º e 2º piso
- 3ª Hipótese: colocação de amortecedores nos pisos 1, 2 e 3
- 4ª Hipótese: colocação de amortecedores nos pisos 1, 2, 3 e 4
- 5ª Hipótese: colocação de 10 amortecedores – pisos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10
- 6ª Hipótese: colocação de amortecedores em todos os pisos
- 7ª Hipótese: colocação de amortecedores nos pisos ímpares – 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 e 15
- 8ª Hipótese: colocação de amortecedores nos pisos pares – 2, 4, 6, 8, 10, 12 e 14

Para cada uma das hipóteses foi determinado um coeficiente de amortecimento, e feita a sua verificação pelo mesmo método utilizado no subcapítulo anterior.

Quadro 21 – Coeficiente de amortecimento para as 8 hipóteses do pórtico de 15 pisos e sua verificação

Hipótese	C	Verif.
1	29285.34	0.28
2	14793.69	0.28
3	7705.03	0.28
4	4915.37	0.28
5	4046.53	0.28
6	3769.06	0.28
7	7080.16	0.28
8	8059.42	0.28

Mais uma vez, a hipótese usada neste estudo foi a 6ª, visto ser a mais homogénea. Com isso, a matriz de amortecimento extra, 15 x 15, ficou como indicado na expressão que se segue (equação 4.32), sendo que esta está representada de uma forma simplificada por motivos de espaço.

$$C_d = \begin{bmatrix} 3015.25 & -3015.25 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -3015.25 & 6030.50 & -3015.25 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3015.25 & 6030.50 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3015.25 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -3015.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 6030.50 & -3015.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -3015.25 & 6030.50 & -3015.25 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -3015.25 & 6030.50 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Somando esta matriz à matriz dada pela equação 4.20, ficou definida a nova matriz de amortecimento C para o estudo de deslocamentos do pórtico com amortecedores.

As matrizes de massa, rigidez e amortecimento inerente já estão determinadas e referidas pelas equações 4.17, 4.18 e 4.20. Desta forma, e seguindo a ordem do pórtico de 5 pisos, começou por calcular-se os deslocamentos do pórtico **sem amortecedores**. Tendo estas matrizes definidas e sabendo que a matriz J , também aqui, é uma matriz de identidade mas de 15 linhas e 15 colunas, pode determinar-se as matrizes E e G da Formulação de Espaço de Estado. Assim, os deslocamentos foram calculados no intervalo de tempo entre 0 e 31.18 segundos.

Ao longo de todo o tempo de acção do sismo foram apontados os registos máximos e mínimos atingidos. O gráfico de deslocamentos de cada piso para este pórtico sem amortecedores está representado na Figura 23. Os maiores deslocamentos correspondem aos pisos mais altos.

Quadro 22 – Deslocamentos máximos e mínimos no pórtico de 15 pisos, sem amortecedores, sob acção sísmica

Piso	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
d_max (mm)	139	137	135	131	126	119	111	101	91	79	68	55	42	29	14
d_min (mm)	-119	-118	-116	-112	-107	-101	-96	-89	-101	-73	-63	-52	-41	-28	-14

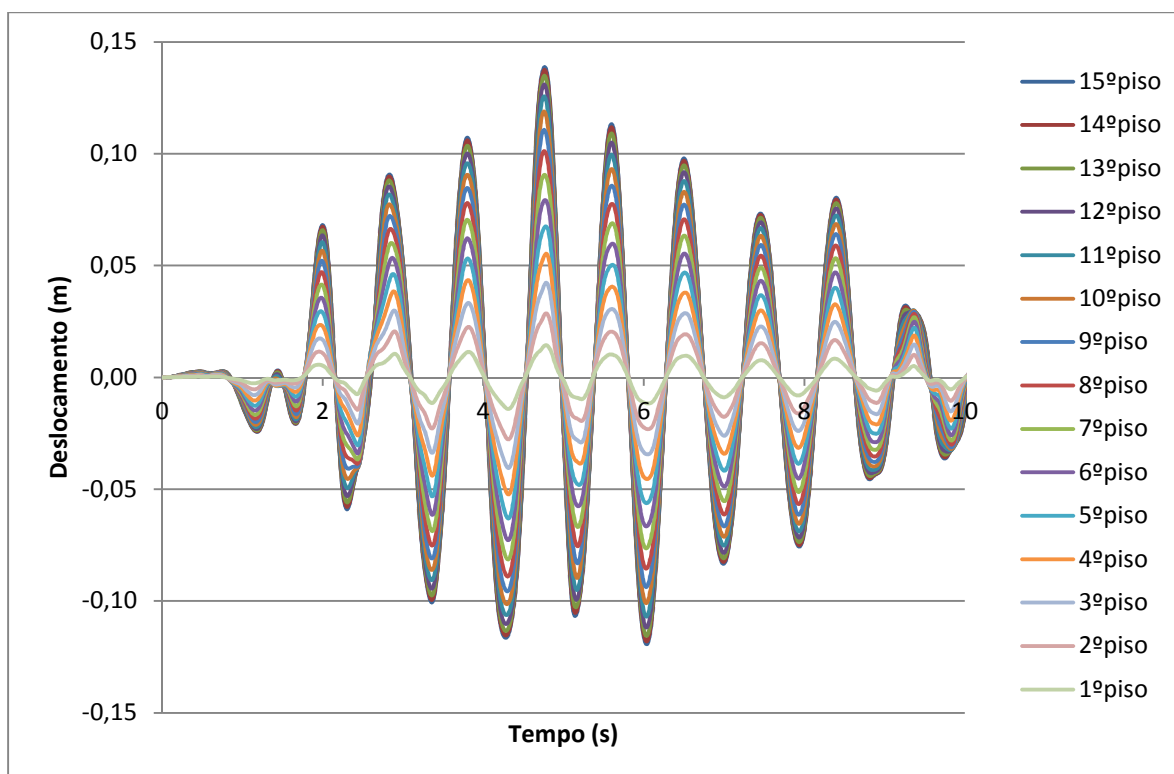


Fig. 23 – Deslocamentos no pórtico de 15 pisos, sem amortecedores, sob acção sísmica

Quanto ao mesmo pórtico, mas **com amortecedores**, tal como já indicado, também foram calculados os deslocamentos em resposta à força sísmica.

E foram determinados os resultados máximos para cada um dos pisos. A resposta do pórtico ao longo do tempo está representada na Figura 24.

Quadro 23 – Deslocamentos máximos e mínimos no pórtico de 15 pisos, com amortecedores, sob acção sísmica

Piso	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
d_max (mm)	49	48	47	46	44	42	39	36	32	28	24	20	15	10	5
d_min (mm)	-42	-41	-40	-39	-38	-36	-33	-31	-28	-24	-21	-17	-13	-9	-5

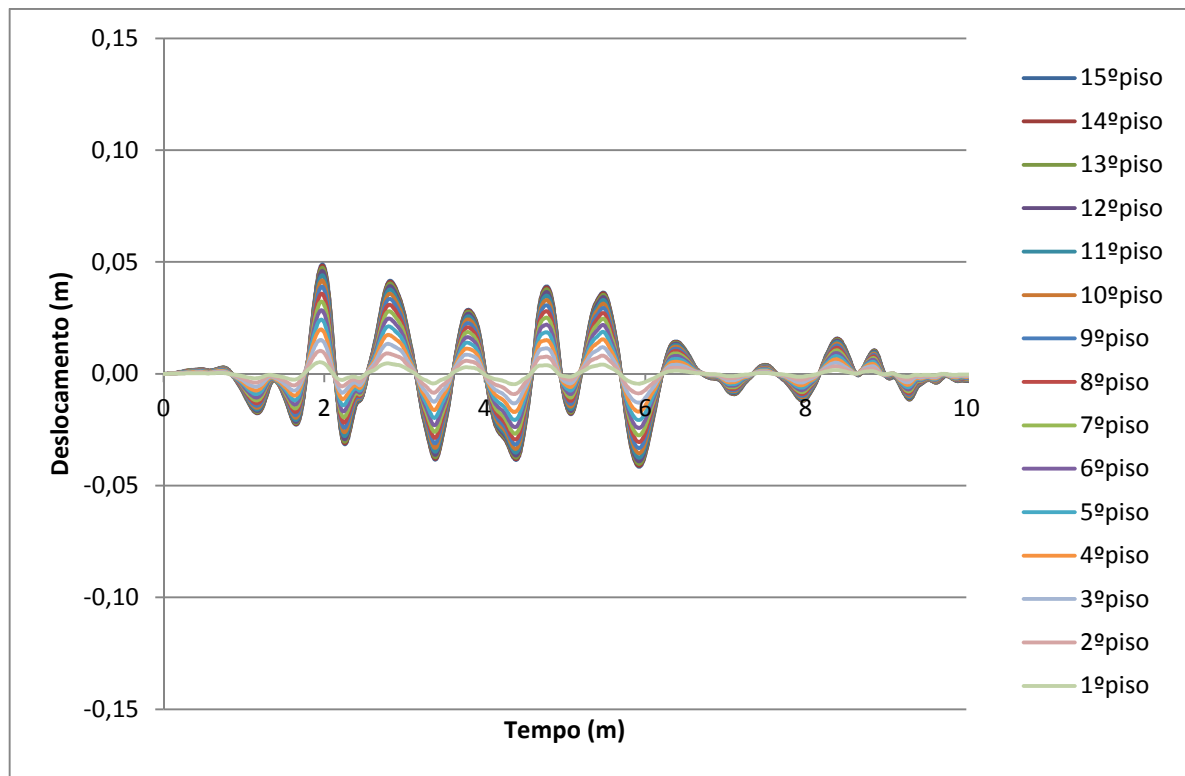


Fig. 24 – Deslocamentos no pórtico de 15 pisos, com amortecedores, sob acção sísmica

As reduções entre o pórtico sem amortecedores e com amortecedores foram, também neste caso, estudadas. Tal como no caso anterior, deveriam rondar os 45%. No entanto, veja-se na tabela do quadro que se segue, foram atingidas reduções de aproximadamente 65%.

Pelo facto de as características dos pórticos serem as mesmas a rigidez dos pilares é a idêntica em cada um dos casos. Assim, pode afirmar-se que devido ao facto de existir maior número de deslocamentos relativos no pórtico de 15 pisos, os deslocamentos atingidos no último piso deste serão relativamente superiores aos atingidos no pórtico de 5 pisos.

Em casos normais, os dois edifícios teriam secções de corte nos pilares distintos, mas visto querer fazer-se a comparação adoptou-se esta solução.

Quadro 24 – Redução de deslocamentos máximos nos pisos do pórtico sob acção sísmica

Piso	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
d_max (mm) s/ amor.	139	137	135	131	126	119	111	101	91	79	68	55	42	29	14
d_max (mm) c/ amor.	49	48	47	46	44	42	39	36	32	28	24	20	15	10	5
Redução	65%	65%	65%	65%	65%	65%	65%	65%	64%	64%	64%	64%	64%	64%	64%

No gráfico a seguir representado, vê-se uma clara diferença entre os deslocamentos atingidos no último piso do pórtico de 15 pisos sem amortecedores (linha azul) e com amortecedores (linha grená).

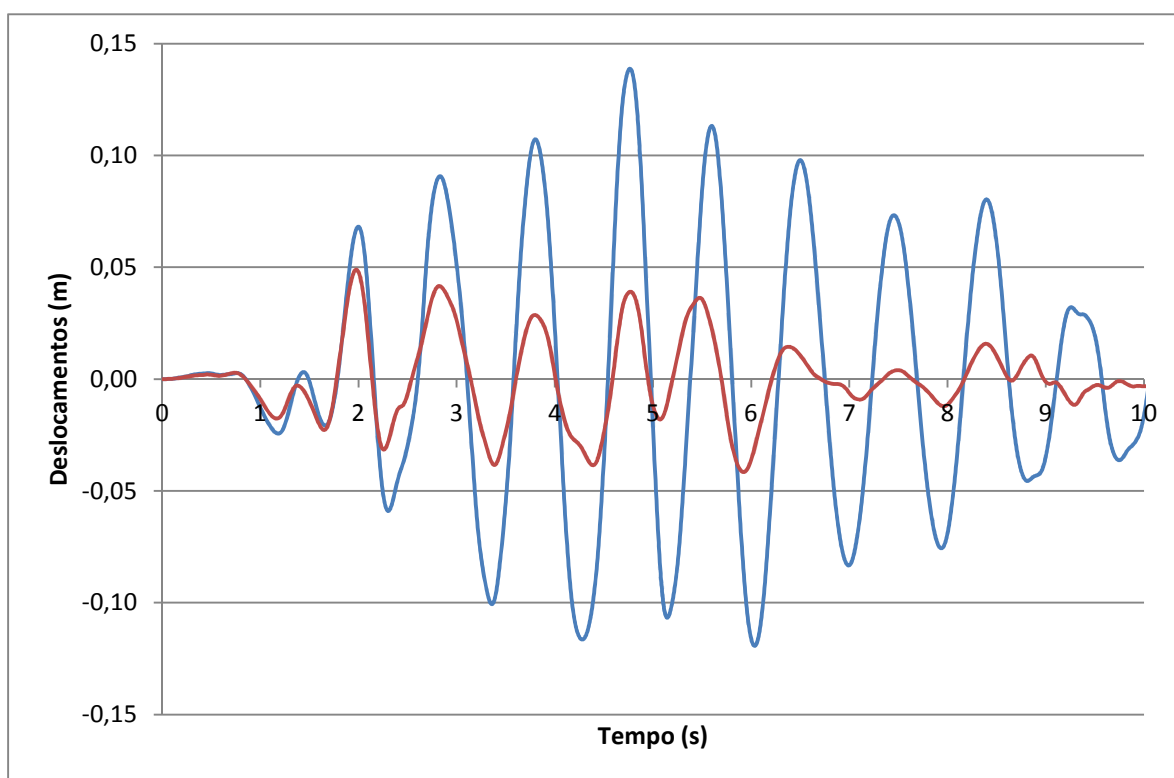


Fig. 25 – Diferença nos Deslocamentos do pórtico de 15 pisos, sob acção sísmica

5

CONCLUSÕES

As estruturas são solicitadas muitas vezes por vibrações de diferentes naturezas ao longo da sua vida útil. Neste trabalho, o estudo incidiu sobre a análise de influência das acções sísmicas em pórticos, procurando-se estudar a aplicação de amortecedores viscosos para atenuar as vibrações.

Começou por caracterizar-se as estruturas em análise. Após uma correcta definição dos parâmetros estruturais, foram determinadas as frequências naturais para esses exemplos. Depois, foi feita a verificação da correcta utilização do método da Formulação de Espaço de Estado aplicado ao cálculo de deslocamentos em sistemas estruturais. Seguidamente, passou-se ao estudo da aplicação de amortecedores viscosos em estruturas edifícios, utilizando a Fórmula Simplificada indicada no FEMA 356

Verificou-se que existe uma considerável atenuação dos deslocamentos atingidos nos pisos dos pórticos quando se aplicam os amortecedores. Estas diferenças tanto são observáveis para o Estado Limite de Utilização como para o Estado Limite Último. Tendo em consideração a aplicação de um sismo regulamentar, foram atingidas reduções de aproximadamente 45% quando comparados os deslocamentos da estrutura com amortecedores e os da estrutura sem amortecedores (Quadro 15 e Quadro 11, respectivamente). Verificou-se ainda que quando a estrutura está sob a influência das acelerações de um sismo real, o de El Centro, as reduções alcançadas são ainda mais significantes.

No caso do pórtico de 5 pisos, a eficácia atingida, quando se considera a influência das acelerações sísmicas, foi de aproximadamente 50% - valor relativamente superior ao esperado segundo o modelo do Eurocódigo 8.

Os pisos sofreram ainda maiores reduções num pórtico de 15 pisos, tendo atingido os 65%. Assim, quanto mais alto for um edifício, maiores serão os deslocamentos atingidos nos pisos superiores. Com controlo haverá, à partida, maiores reduções em edifícios de elevada altitude.

Pelo facto de se utilizarem amortecedores viscosos no pórtico, exige-se que estes trabalhem sempre em regime elástico. O Eurocódigo 8 é mais exigente com as estruturas que têm amortecedores do que com as que não têm. Quando se calculam os deslocamentos, pela análise das forças laterais, em estruturas sem amortecedores, depois, aplica-se o coeficiente de ductilidade representante do patamar de plasticidade. No caso das estruturas com amortecimento adicional as forças laterais aplicadas são superiores, pelo facto de a estrutura não poder trabalhar em regime plástico, e assim os deslocamentos não são afectados pela ductilidade dos materiais, sendo então menores. Esta exigência faz com que os danos estruturais causados em pórticos com amortecedores viscosos sejam reduzidos e que a segurança esteja garantida.

A utilização de amortecedores viscosos em pórticos é, pelas razões observadas e justificadas, uma óptima solução no controlo de acções sísmicas em pórticos, na medida em que melhoram o comportamento em Estado Limite de Utilização e em Estado Limite Último. A sua aplicação é fácil, estando já muito mecanizada. O processo de dimensionamento, como se pode observar, é simples e directo, não sendo necessário grandes ferramentas e processos de cálculo complicados.

Em termos de aplicações práticas, será com certeza um sistema de controlo de vibrações cada vez mais utilizado em estruturas edifícios. Esteticamente é favorável porque são normalmente de pequenas dimensões e podem muitas vezes ser utilizados sem percepção exterior, embora ultimamente se realizem, com maior frequência, edifícios com uma estrutura metálica exterior capaz de suportar os amortecedores e seu funcionamento.

Para a reabilitação de edifícios, também esta é uma excelente solução. Os amortecedores viscosos podem ser aplicados no interior dos edifícios, sendo de fácil colocação.

BIBLIOGRAFIA

- [1] ASCE – American Society of Civil Engineers. *Seismic Rehabilitation of Existing Buildings (FEMA 356)*. 2000.
- [2] Chopra, A.K. *Dynamics of Structures – Theory and Applications to Earthquake Engineering (Third Edition)*. Prentice Hall, New Jersey, 2007.
- [3] Eurocódigo 8: Projecto de estruturas para resistência aos sismos, Parte 1: regras gerais, acções sísmicas e regras para edifícios (EN 1998-1). Comité Europeu de Normalização (CEN), 2004.
- [4] Hwang, J.S., Huang, Y.N., Yi, S.L., Ho, S.Y. *Design Formulations for Supplemental Viscous Dampers to Building Structures*. Journal of Structural Engineering, 1 de Janeiro de 2008, páginas 22 a 31, American Society of Civil Engineers.
- [5] Hwang, J.S., Huang, Y.N. *Seismic Design of Structures with Viscous Dampers.*, International Training Program for Seismic Design of Structures, National Center for Research on Earthquake Engineering, páginas 217 a 234, 2003.
- [6] Instituto de Meteorologia, IP Portugal – Sismologia, Actividade Sísmica em Portugal (<http://www.meteo.pt/pt/sismologia/actividade/>).
- [7] Larsen, P.K., Clausen, A.H., Aalberg, A. *Stalkonstruksjoner – profiler og formler*. Norwegian University of Science and Technology, Tapir Akademisk Forlag, 1993.
- [8] MathWorks™ - *Matlab R2009a*, 2009.
- [9] Moutinho, C. *Controlo de Vibrações em Estruturas de Engenharia Civil*. Dissertação de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2007.
- [10] Soares, I. *Dimensionamento Sísmico de Pilares de Pontes Segundo o Eurocódigo 8 e Avaliação do seu Comportamento*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2008.
- [11] Sociedade Portuguesa de Engenharia Sísmica (<http://www.spes-sismica.org/>).
- [12] Staaleson Engineering, P. C. (<http://www.staaleng.com/>).
- [13] Teratec, Inc. (<http://www.teratec.ca/>).
- [14] University of California at Berkeley – El Centro, 1940 Ground Motion Data (http://nisee.berkeley.edu/data/strong_motion/a.k.chopra/index.html).
- [15] Wikipedia (<http://www.wikipedia.org/>).

ANEXOS

- Anexo 1:** Programa automático de cálculo estrutural, para o trabalho em causa
- Anexo 2:** Programa automático de cálculo das componentes da Formulação de Espaço de Estado
- Anexo 3:** Deslocamentos no pórtico de 5 pisos, sem amortecedores, sob acção sísmica
- Anexo 4:** Deslocamentos no pórtico de 5 pisos, com amortecedores, sob acção sísmica
- Anexo 5:** Diferença nos Deslocamentos do pórtico de 5 pisos, sob acção sísmica
- Anexo 6:** Deslocamentos no pórtico de 15 pisos, sem amortecedores, sob acção sísmica
- Anexo 7:** Deslocamentos no pórtico de 15 pisos, com amortecedores, sob acção sísmica
- Anexo 8:** Diferença nos Deslocamentos do pórtico de 15 pisos, sob acção sísmica

ANEXO 1

```
np=input('número de pisos do portico ');
if np==3
    E=input('módulo de elasticidade [GPa] ');
    L1=input('comprimeto dos pilares do piso 1 [m] ');
    L2=input('comprimeto dos pilares do piso 2 [m] ');
    L3=input('comprimeto dos pilares do piso 3 [m] ');
    n=input('numero de pilares dos pisos ');
    I11=input('Momento de inercia dos pilares do piso 1 [m^4*10^-6] ');
    I22=input('Momento de inercia dos pilares do piso 2 [m^4*10^-6] ');
    I33=input('Momento de inercia dos pilares do piso 3 [m^4*10^-6] ');
    I1=I11*n;
    I2=I22*n;
    I3=I33*n;
    m1=input('massa concentrada piso 1 [ton] ');
    m2=input('massa concentrada piso 2 [ton] ');
    m3=input('massa concentrada piso 3 [ton] ');
    k1=12*E*I1/(L1^3);
    k2=12*E*I2/(L2^3);
    k3=12*E*I3/(L3^3);
    K=[k1 -k1 0;-k1 k1+k2 -k2;0 -k2 k2+k3];
    M=[m1 0 0;0 m2 0;0 0 m3];
    disp(' ')
    disp('matriz rigidez K [KN/m]')
    disp(K)
    disp('matriz massa M [ton]')
    disp(M)
    p=[-M(1,1)*M(2,2)*M(3,3)
    (M(1,1)*M(2,2)*K(3,3)+M(2,2)*K(1,1)*M(3,3)+M(1,1)*K(2,2)*M(3,3)) (-
    M(2,2)*K(1,1)*K(3,3)-M(1,1)*K(2,2)*K(3,3)-
    K(1,1)*K(2,2)*M(3,3)+K(2,3)*K(3,2)*M(1,1)+K(2,1)*K(1,2)*M(3,3))
    (K(1,1)*K(2,2)*K(3,3)-K(2,3)*K(3,2)*K(1,1)-K(2,1)*K(1,2)*K(3,3))];
    w=sqrt(roots(p));
    disp('frequencias naturais da estrutura [rad/s] ')
    disp(w)
    d1=K-w(3,1)^2*M;
    d2=K-w(2,1)^2*M;
    d3=K-w(1,1)^2*M;
    phi1i=-d1(1,1)/d1(2,1);
    phi1=[1;phi1i;-phi1i*d1(3,2)/d1(3,3)];
    phi2i=-d2(1,1)/d2(2,1);
    phi2=[1;phi2i;-phi2i*d2(3,2)/d2(3,3)];
    phi3i=-d3(1,1)/d3(2,1);
    phi3=[1;phi3i;-phi3i*d3(3,2)/d3(3,3)];
    phi=[phi1 phi2 phi3];
    disp('matriz modo de vibraçao phi')
    disp(phi)
    m1=phi1'*M*phi1;
    m2=phi2'*M*phi2;
    m3=phi3'*M*phi3;
    phinovo=[1/sqrt(m1)*phi1 1/sqrt(m2)*phi2 1/sqrt(m3)*phi3];
    disp('matriz modo de vibraçao normalizada pela massa phinovo')
    disp(phinovo)
    MM=phinovo'*M*phinovo;
    KK=phinovo'*K*phinovo;
    disp('matriz massa normalizada MM')
```

```

disp(MM)
disp('matriz rigidez normalizada KK')
disp(KK)
CC=[2*MM(1,1)*sqrt((KK(1,1)/MM(1,1)))*0.05 0 0;0
2*MM(2,2)*sqrt((KK(2,2)/MM(2,2)))*0.05 0;0 0
2*MM(3,3)*sqrt((KK(3,3)/MM(3,3)))*0.05];
disp('matriz amortecimento normalizada CC')
disp(CC)
C=(M*phinovo*MM^-1)*CC*(MM^-1*phinovo'*M);
disp('matriz amortecimento C')
disp(C)
f=w(1,1)/(2*pi);
disp('frequencia natural da estrutura no primeiro modo de vibraçao ')
disp(f)
elseif np==5
E=input('módulo de elasticidade [GPa] ');
L1=input('comprimeto dos pilares do piso 1 [m] ');
L2=input('comprimeto dos pilares do piso 2 [m] ');
L3=input('comprimeto dos pilares do piso 3 [m] ');
L4=input('comprimeto dos pilares do piso 4 [m] ');
L5=input('comprimeto dos pilares do piso 5 [m] ');
n=input('numero de pilares dos pisos ');
I11=input('Momento de inercia dos pilares do piso 1 [m^4*10^-6] ');
I22=input('Momento de inercia dos pilares do piso 2 [m^4*10^-6] ');
I33=input('Momento de inercia dos pilares do piso 3 [m^4*10^-6] ');
I44=input('Momento de inercia dos pilares do piso 4 [m^4*10^-6] ');
I55=input('Momento de inercia dos pilares do piso 5 [m^4*10^-6] ');
I1=I11*n;
I2=I22*n;
I3=I33*n;
I4=I44*n;
I5=I55*n;
m1=input('massa concentrada piso 1 [ton] ');
m2=input('massa concentrada piso 2 [ton] ');
m3=input('massa concentrada piso 3 [ton] ');
m4=input('massa concentrada piso 4 [ton] ');
m5=input('massa concentrada piso 5 [ton] ');
k1=12*E*I1/(L1^3);
k2=12*E*I2/(L2^3);
k3=12*E*I3/(L3^3);
k4=12*E*I4/(L4^3);
k5=12*E*I5/(L5^3);
K=[k1 -k1 0 0 0;-k1 k1+k2 -k2 0 0;0 -k2 k2+k3 -k3 0;0 0 -k3 k3+k4 -k4;0
0 0 -k4 k4+k5];
M=[m1 0 0 0 0;0 m2 0 0 0;0 0 m3 0 0;0 0 0 m4 0;0 0 0 0 m5];
disp(' ')
disp('matriz rigidez K [KN/m]')
disp(K)
disp('matriz massa M [ton]')
disp(M)
l1=input('lambda 1 (tirar valor pela maquina) ');
l2=input('lambda 2 (tirar valor pela maquina) ');
l3=input('lambda 3 (tirar valor pela maquina) ');
l4=input('lambda 4 (tirar valor pela maquina) ');
l5=input('lambda 5 (tirar valor pela maquina) ');
w=[sqrt(l1);sqrt(l2);sqrt(l3);sqrt(l4);sqrt(l5)];
disp('frequencias naturais da estrutura [rad/s] ')
disp(w)
d1=K-w(1,1)^2*M;

```

```

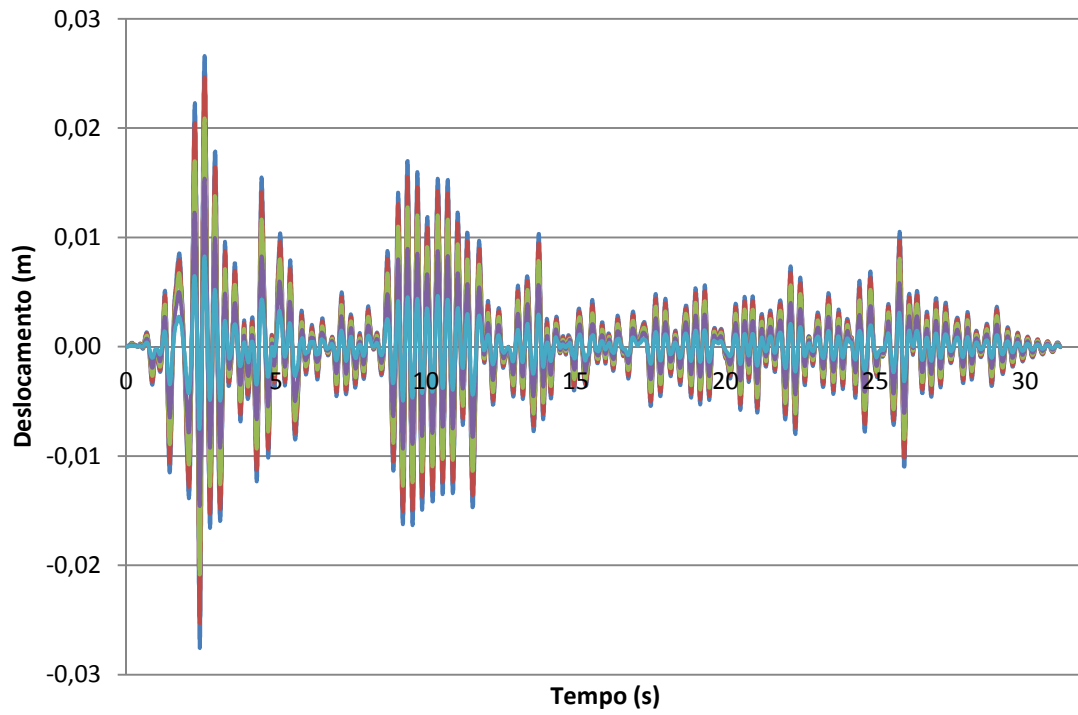
d2=K-w(2,1)^2*M;
d3=K-w(3,1)^2*M;
d4=K-w(4,1)^2*M;
d5=K-w(5,1)^2*M;
phi1i=-d1(1,1)/d1(1,2);
phi1ii=-((d1(2,1)+d1(2,2)*phi1i)/(d1(2,3)));
phi1iii=-((d1(3,2)*phi1i+d1(3,3)*phi1ii)/(d1(3,4)));
phi1=[1;phi1i;phi1ii;phi1iii;-(phi1iii*d1(5,4)/d1(5,5))];
phi2i=-d2(1,1)/d2(1,2);
phi2ii=-((d2(2,1)+d2(2,2)*phi2i)/(d2(2,3)));
phi2iii=-((d2(3,2)*phi2i+d2(3,3)*phi2ii)/(d2(3,4)));
phi2=[1;phi2i;phi2ii;phi2iii;-(phi2iii*d2(5,4)/d2(5,5))];
phi3i=-d3(1,1)/d3(1,2);
phi3ii=-((d3(2,1)+d3(2,2)*phi3i)/(d3(2,3)));
phi3iii=-((d3(3,2)*phi3i+d3(3,3)*phi3ii)/(d3(3,4)));
phi3=[1;phi3i;phi3ii;phi3iii;-(phi3iii*d3(5,4)/d3(5,5))];
phi4i=-d4(1,1)/d4(1,2);
phi4ii=-((d4(2,1)+d4(2,2)*phi4i)/(d4(2,3)));
phi4iii=-((d4(3,2)*phi4i+d4(3,3)*phi4ii)/(d4(3,4)));
phi4=[1;phi4i;phi4ii;phi4iii;-(phi4iii*d4(5,4)/d4(5,5))];
phi5i=-d5(1,1)/d5(1,2);
phi5ii=-((d5(2,1)+d5(2,2)*phi5i)/(d5(2,3)));
phi5iii=-((d5(3,2)*phi5i+d5(3,3)*phi5ii)/(d5(3,4)));
phi5=[1;phi5i;phi5ii;phi5iii;-(phi5iii*d5(5,4)/d5(5,5))];
phi=[phi1 phi2 phi3 phi4 phi5];
disp('matriz modo de vibraçao phi')
disp(phi)
m1=phi1'*M*phi1;
m2=phi2'*M*phi2;
m3=phi3'*M*phi3;
m4=phi4'*M*phi4;
m5=phi5'*M*phi5;
phinovo=[1/sqrt(m1)*phi1 1/sqrt(m2)*phi2 1/sqrt(m3)*phi3
1/sqrt(m4)*phi4 1/sqrt(m5)*phi5];
disp('matriz modo de vibraçao normalizada pela massa phinovo')
disp(phinovo)
MM=phinovo'*M*phinovo;
KK=phinovo'*K*phinovo;
disp('matriz massa normalizada MM')
disp(MM)
disp('matriz rigidez normalizada KK')
disp(KK)
CC=[2*MM(1,1)*sqrt((KK(1,1)/MM(1,1)))*0.05 0 0 0 0;0
2*MM(2,2)*sqrt((KK(2,2)/MM(2,2)))*0.05 0 0 0;0 0
2*MM(3,3)*sqrt((KK(3,3)/MM(3,3)))*0.05 0 0;0 0 0
2*MM(4,4)*sqrt((KK(4,4)/MM(4,4)))*0.05 0;0 0 0 0
2*MM(5,5)*sqrt((KK(5,5)/MM(5,5)))*0.05];
disp('matriz amortecimento normalizada CC')
disp(CC)
C=(M*phinovo*MM^-1)*CC*(MM^-1*phinovo'*M);
disp('matriz amortecimento C')
disp(C)
f=w(1,1)/(2*pi);
disp('frequencia natural da estrutura no primeiro modo de vibraçao ')
disp(f)
elseif np==15
E=input('módulo de elasticidade [GPa] ');
...

```

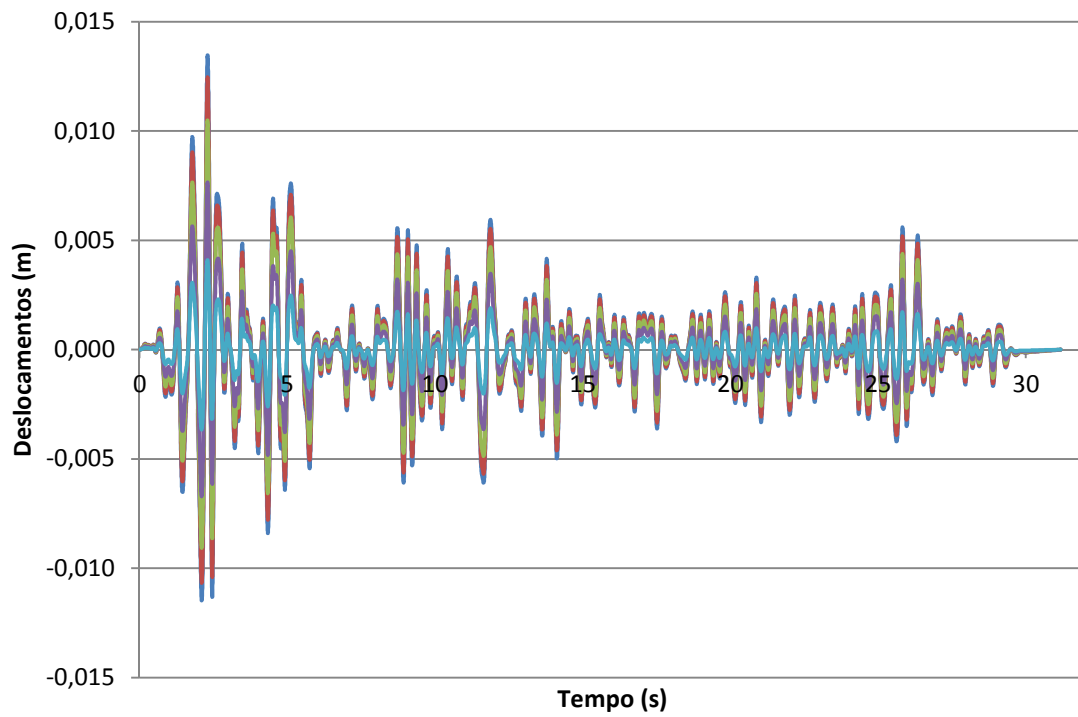

ANEXO 2

```
dt=input('intervalo de tempo (s) ');
K;
M;
C;
d=size(C);
e=d(1,1);
J=eye(e);
A=[zeros(e) eye(e);-M^-1*K -M^-1*C];
B=[zeros(e);M^-1*J];
E=expm(dt*A);
G=A^-1*(E-eye(2*e))*B;
disp(' ')
disp('matriz E ')
disp(E)
disp('matriz G ')
disp(G)
```

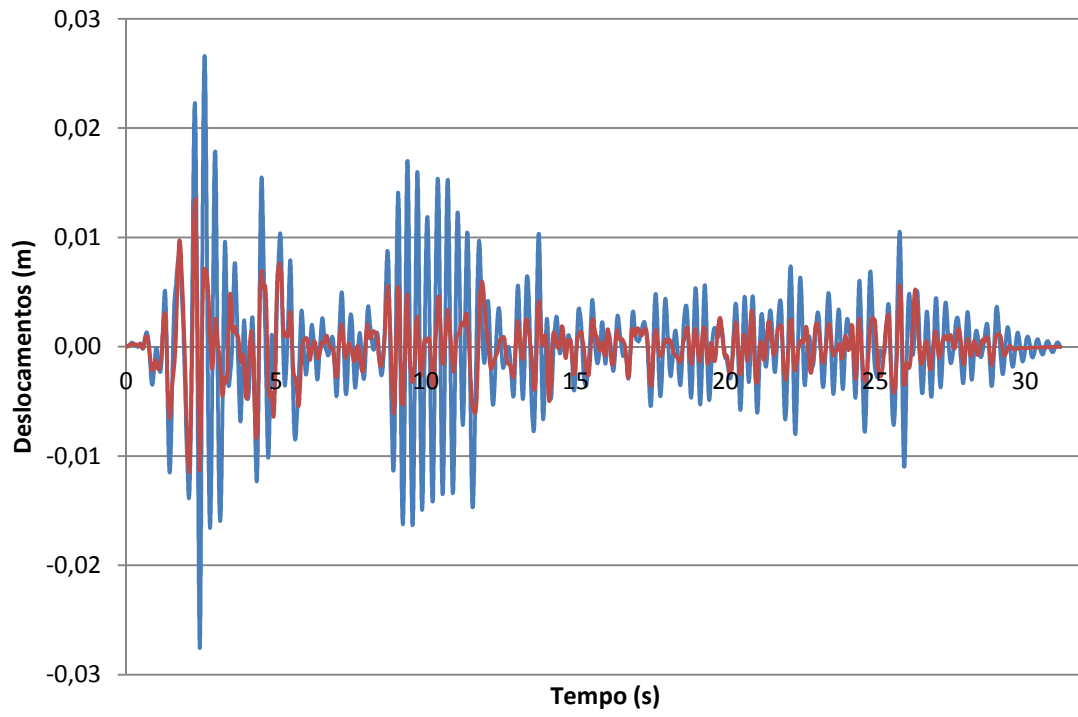

ANEXO 3



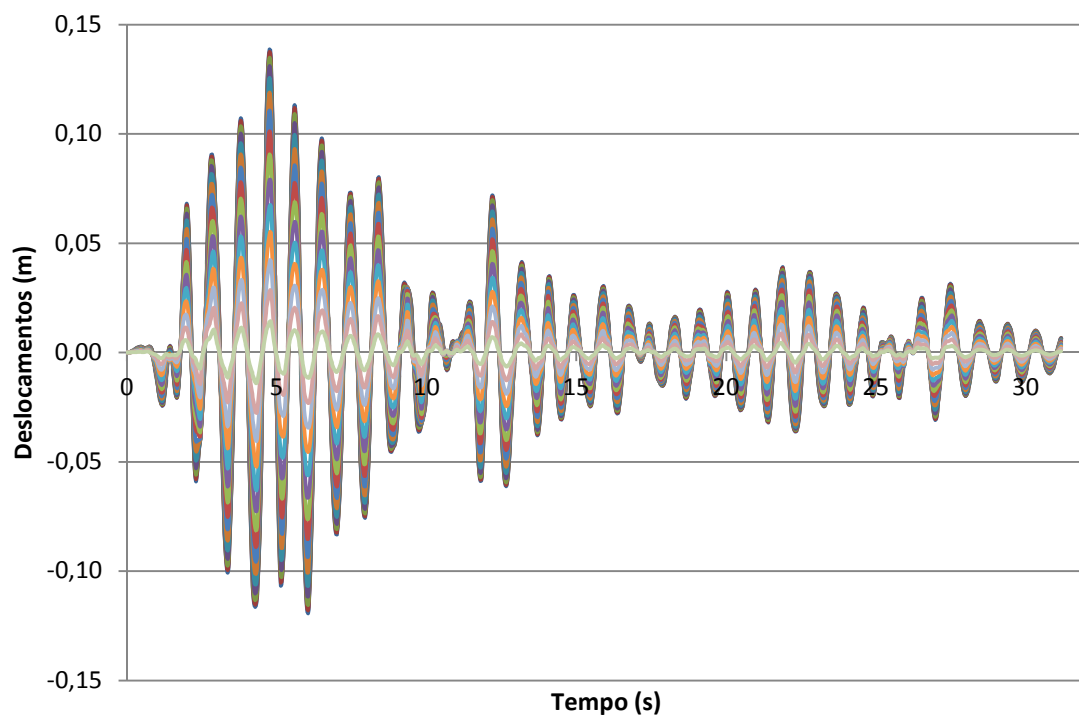
ANEXO 4



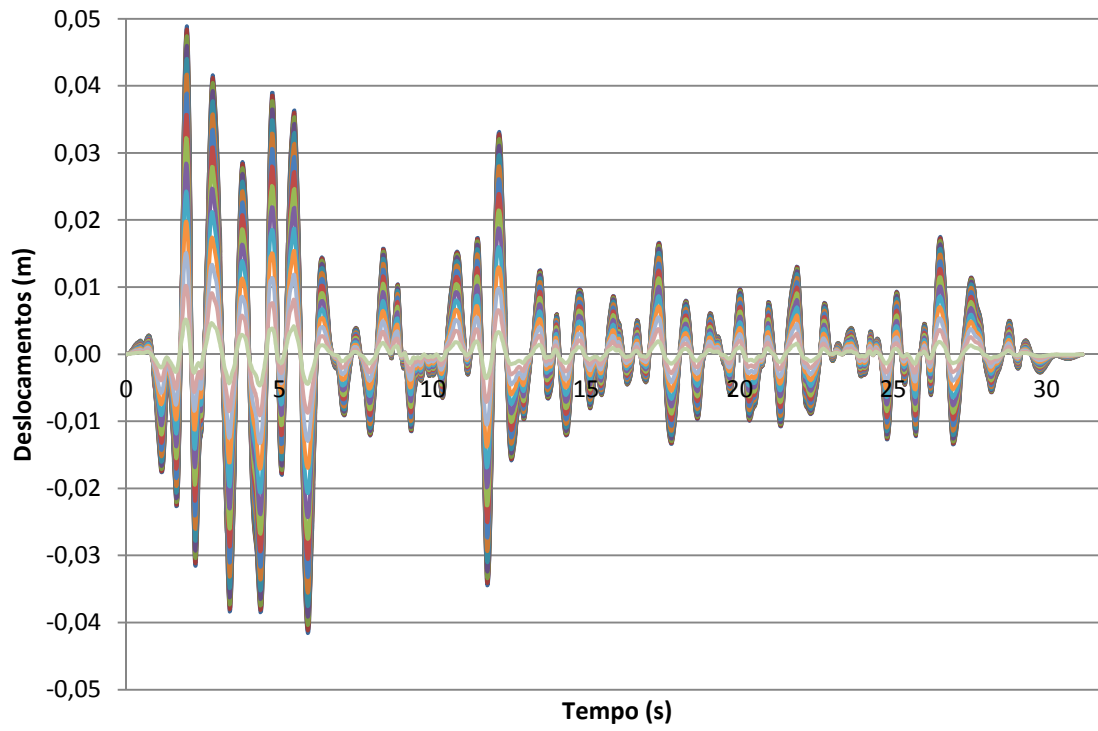
ANEXO 5



ANEXO 6



ANEXO 7



ANEXO 8

