

UTILIZAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS NO CONTROLO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS

MIGUEL MOURA PAREDES

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Álvaro Alberto de Matos Ferreira da
Cunha

JULHO DE 2008

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2007/2008

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2007/2008 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Aos meus avós

*Não é a espécie mais forte que sobrevive, nem a mais inteligente. É a que tem maior
capacidade de adaptação à mudança*

Charles Darwin

AGRADECIMENTOS

Gostava de expressar, nesta secção, o meu mais profundo agradecimento a todos aqueles que ao longo da execução deste trabalho colaboraram comigo, me orientaram ou simplesmente me encorajaram ou que de qualquer maneira contribuíram para a sua conclusão. Ainda assim, sinto que, pela sua contribuição especial, devo manifestar o meu agradecimento a um grupo de pessoas em particular.

Em primeiro lugar, gostava de agradecer à minha família, em particular aos meus pais, não só pela sua contribuição para o trabalho mas também por me terem proporcionado as oportunidades de prosseguir com os meus estudos até uma fase tão avançada como a que agora termino.

Desejo também manifestar o meu apreço pelos Professores Álvaro Cunha e Carlos Moutinho, da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, pela sua dedicação, encorajamento e orientação que me proporcionaram ao longo do desenvolvimento deste trabalho, bem como pela disponibilização de muito do material de que necessitei para a sua conclusão.

Considero também merecido um agradecimento especial ao Engenheiro Fernando Bastos, que durante todo processo de concepção deste trabalho, adiando as suas obrigações, se disponibilizou inúmeras vezes para me ajudar em diversas áreas, desde a utilização de software a formulações teóricas e correcção de erros por mim cometidos. Sem a sua valiosa contribuição, não me teria sido possível concluir esta dissertação

Por fim, gostava também de dirigir uma palavra especial de apreço a todos os meus amigos e a todos aqueles que se disponibilizaram para me ajudar de qualquer maneira.

RESUMO

O presente trabalho consiste no estudo da aplicação de amortecedores de massas sintonizadas no controlo de vibrações em diferentes tipos de estruturas, com origem em vários tipos de acções como a deslocação de peões, sismos e vento.

Na primeira parte do trabalho são expostos os métodos e as fórmulas de dimensionamento de amortecedores de massas sintonizadas para os diferentes tipos de acções.

Em seguida, são descritos casos reais de estruturas com problemas de vibração em que a instalação destes aparelhos permitiu contornar tais problemas.

Por fim, apresentam-se simulações numéricas da instalação de amortecedores de massas sintonizadas em três estruturas diferentes e sujeitas a tipos de acções diferentes, sendo avaliado o desempenho dos destes dispositivos e a sua viabilidade prática.

PALAVRAS-CHAVE: Estrutura, vibração, amortecimento, amplitude, TMD

ABSTRACT

The present work consists in studying the application of tuned mass dampers in controlling vibrations of different kinds of structures, originated by several kinds of loads such as moving pedestrians, earthquakes and wind.

First, the methods and formulas of calculating tuned mass dampers for different kinds of action are introduced.

Next, real life examples of structures with excessive vibration problems are described, in which the installation of such devices allowed for the problems to be solved.

Finally, numerical simulations of the installation of tuned mass dampers in three different structures under the influence of different kinds of loads are presented, along with the evaluation of the performance of this devices and their practical feasibility.

KEYWORDS: Structure, vibration, damping, amplitude, TMD

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
 1 INTRODUÇÃO	 1
2 DIMENSIONAMENTO DE AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS	3
2.1 INTRODUÇÃO	3
2.2 TMDs SIMPLES	3
2.2.1 Acções Harmónicas	3
2.2.1.1 Dimensionamento de Supressores de Vibrações	3
2.2.1.2 Dimensionamento de um TMD	9
2.2.1.2.1 Estruturas sem amortecimento	9
2.2.1.2.2 Estruturas com amortecimento	18
2.2.2 Acções Periódicas Não Harmónicas	24
2.2.3 Vibração Livre	24
2.2.4 Acção Sísmica	27
2.2.5 Acções Aleatórias	29
2.3 TMDs Múltiplos	29
2.3.1 Vários Modos de Vibração	29
2.3.2 Um Modo de Vibração	30
2.4 Considerações Teóricas Sobre o Estudo de um TMD	30
2.5 Considerações Práticas Sobre a Implementação de um TMD	32
3 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS	35
3.1 INTRODUÇÃO	35
3.2 PONTE DE TODA	35
3.3 PONTE PEDRO E INÊS	41
3.4 CHAMINÉ DE AÇO	51

4 ESTUDO NUMÉRICO DO COMPORTAMENTO DE AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS	55
4.1 INTRODUÇÃO	55
4.2 PONTE PEDONAL	55
4.2.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS	55
4.2.2 CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS	56
4.2.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ACÇÕES	58
4.2.4 RESPOSTA DA ESTRUTURA ÀS ACÇÕES IMPOSTAS	60
4.2.5 DIMENSIONAMENTO DO TMD	65
4.2.6 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO TMD	66
4.3 EDIFÍCIO	75
4.3.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS	75
4.3.2 CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS	75
4.3.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ACÇÕES	77
4.3.4 RESPOSTA DA ESTRUTURA ÀS ACÇÕES IMPOSTAS	79
4.3.5 DIMENSIONAMENTO DO TMD	83
4.3.6 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO TMD	84
4.4 CHAMINÉ	90
4.4.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS	90
4.4.2 CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS	91
4.4.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ACÇÕES	92
4.4.4 RESPOSTA DA ESTRUTURA ÀS ACÇÕES IMPOSTAS	93
4.4.5 DIMENSIONAMENTO DO TMD	95
4.4.6 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO TMD	96
5 CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO FUTURO	99
5.1 CONCLUSÃO	99
5.2 PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO FUTURO	101
BIBLIOGRAFIA	103

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.2.1 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e sem amortecimento.....	4
Fig.2.2 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_S antes da aplicação de um supressor (1g.l.)	4
Fig.2.3 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e sem amortecimento, na qual foi instalado um supressor	5
Fig.2.4 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_S , antes e depois da instalação de um supressor	8
Fig.2.5 – Gamas de frequências controladas por um supressor com $\mu=0.10$ e por um supressor com $\mu=0.25$	9
Fig.2.6 – Variação de gama de frequências controladas pelo supressor devido à variação do valor de μ	9
Fig.2.7 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e sem amortecimento.....	10
Fig.2.8 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_S antes da aplicação de um TMD	10
Fig.2.9 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e sem amortecimento, na qual foi instalado um TMD	11
Fig.2.10 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_S , antes e depois da instalação de um TMD com $q=0.85$, $\mu=0.15$ e $\xi_T=0.20$	11
Fig.2.11 – Amplitude do movimento da massa m_S para $q=0.95$ e $\mu=0.15$, considerando diferentes valores de ξ_T	14
Fig.2.12 – Amplitude do movimento da massa m_S para $q=0.85$ e $\mu=0.15$, considerando diferentes valores de ξ_T	14
Fig.2.13 – Amplitude do movimento da massa m_S para $\mu=0.15$ e $\xi_T=0.192$, considerando diferentes valores de q	16
Fig.2.14 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e com amortecimento.....	18
Fig.2.15 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_S antes da instalação de um TMD.....	18
Fig.2.16 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e com amortecimento, na qual foi instalado um TMD.....	19
Fig.2.17 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_S para $q=0.8$, $\mu=0.15$ e $\xi_S=0.01$, considerando diferentes valores de ξ_T	21
Fig.2.18 – Amplitude do movimento da massa m_S para $q=0.8$, $\mu=0.15$ e $\xi_S=0.1$, considerando diferentes valores de ξ_T	21
Fig.2.19 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento da massa m_S	22
Fig.2.20 – Curvas para determinação de q_{opt}	22
Fig.2.21 – Curvas para determinação de $\xi_{T opt}$	23
Fig.2.22 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento relativo entre m_S e m_T	23
Fig.2.23 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e com amortecimento, na qual foi instalado um TMD.....	25

Fig.3.1 – Vista da ponte de <i>Toda</i>	36
Fig.3.2 – Alçado, corte vertical e secção transversal da ponte de <i>Toda</i>	36
Fig.3.3 – Deslocamentos laterais do tabuleiro e espectro de potência, para a fase inicial	37
Fig.3.4 – Deslocamentos laterais do tabuleiro e espectro de potência, para a segunda fase.....	38
Fig.3.5 – Deslocamentos verticais do tabuleiro e espectro de potência, para a fase inicial.....	38
Fig.3.6 – Deslocamentos verticais do tabuleiro e espectro de potência, para a segunda fase	39
Fig.3.7 – Deslocamento lateral do centro de gravidade de um peão.....	39
Fig.3.8 – Amplitude dos deslocamentos laterais do tabuleiro em vibração livre.....	41
Fig.3.9 – Vista da ponte <i>Pedro e Inês</i>	41
Fig.3.10 – Alçado e planta da ponte <i>Pedro e Inês</i>	42
Fig.3.11 – Secção transversal da ponte na zona central e nos tramos laterais.....	42
Fig.3.12 – Secções instrumentadas nos ensaios de vibração ambiental	43
Fig.3.13 – Exemplos de modos de vibração identificados e calculados	45
Fig.3.14 – Envolvente de aceleração lateral na secção 10.....	46
Fig.3.15 – Variação da amplitude das acelerações laterais a meio-vão com o número de peões.....	46
Fig.3.16 – Variação do amortecimento mínimo com a frequência natural, na gama 0.78-0.89Hz, considerando o TMD sintonizado para a frequência de 0.83Hz	48
Fig.3.17 – Activação intermitente dos TMDs durante o atravessamento por um grupo de peões	48
Fig.3.18 – Comparação entre FRFs com diferentes amplitudes da força aplicada: (a) – Tabuleiro e TMD para $F=200N$; (b) – Tabuleiro para $F=200N$ e $F=1300N$	49
Fig.3.19 – Evolução temporal das acelerações laterais do tabuleiro e dos TMDs para a frequência de excitação de 0.82Hz	50
Fig.3.20 – Disposição em planta do conjunto de chaminés	51
Fig.3.21 – Dimensões da chaminé	52
Fig.3.22 – Dimensões do TMD	52
 Fig.4.1 – Alçado da ponte pedonal.....	 56
Fig.4.2 – Planta da ponte pedonal.....	56
Fig.4.3 – Configurações das deformadas dos quatro primeiros modos de vibração.....	57
Fig.4.4 – Função de carga de um peão de 65kg em andamento lento com $f_p=1.617Hz$	58
Fig.4.5 – Função de carga de um peão de 65kg em corrida lenta com $f_p=2.527Hz$	59
Fig.4.6 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=1.617Hz$, para $x=15m$, antes da instalação do TMD	61

Fig.4.7 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, antes da instalação do TMD	61
Fig.4.8 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, antes da instalação do TMD	61
Fig.4.9 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, antes da instalação do TMD	62
Fig.4.10 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, antes da instalação do TMD	62
Fig.4.11 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, antes da instalação do TMD	62
Fig.4.12 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=2.527\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, antes da instalação do TMD	63
Fig.4.13 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=2.527\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, antes da instalação do TMD	63
Fig.4.14 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=2.527\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, antes da instalação do TMD	63
Fig.4.15 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=2.527\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, antes da instalação do TMD	64
Fig.4.16 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=2.527\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, antes da instalação do TMD	64
Fig.4.17 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=2.527\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, antes da instalação do TMD	64
Fig.4.18 – FRF do modelo de 1g.l. equivalente ao segundo modo de vibração da ponte, antes e depois da instalação do TMD	66
Fig.4.19 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, depois da instalação do TMD	68
Fig.4.20 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, depois da instalação do TMD	68
Fig.4.21 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, depois da instalação do TMD	68
Fig.4.22 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, depois da instalação do TMD	69
Fig.4.23 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, depois da instalação do TMD	69
Fig.4.24 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, depois da instalação do TMD	69
Fig.4.25 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD	70

Fig.4.26 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD	70
Fig.4.27 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD	70
Fig.4.28 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD	71
Fig.4.29 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD	71
Fig.4.30 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD	71
Fig.4.31 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD	72
Fig.4.32 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD	72
Fig.4.33 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD	72
Fig.4.34 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD	73
Fig.4.35 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD	73
Fig.4.36 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD	73
Fig.4.37 – FRF da ponte calculada para $x=13\text{m}$, antes e depois da instalação do TMD	74
Fig.4.38 – FRF da ponte calculada para $x=47\text{m}$, antes e depois da instalação do TMD	74
Fig.4.40 – Corte vertical e planta do edifício	75
Fig.4.41 – Graus de liberdade do modelo	76
Fig.4.42 – Configurações das deformadas dos quatro primeiros modos de vibração	77
Fig.4.43 – Acelerograma do sismo de El Centro de 1951	78
Fig.4.44 – Acelerograma do sismo de Friuli de 1976	78
Fig.4.45 – Acelerograma do sismo de Kobe de 1995	78
Fig.4.46 – Deslocamentos calculados para o sismo de El Centro, antes da instalação do TMD	80
Fig.4.47 – Velocidades calculadas para o sismo de El Centro, antes da instalação do TMD	80
Fig.4.48 – Acelerações calculadas para o sismo de El Centro, antes da instalação do TMD	80
Fig.4.49 – Deslocamentos calculados para o sismo de Friuli, antes da instalação do TMD	81
Fig.4.50 – Velocidades calculadas para o sismo de Friuli, antes da instalação do TMD	81
Fig.4.51 – Acelerações calculadas para o sismo de Friuli, antes da instalação do TMD	81
Fig.4.52 – Deslocamentos calculados para o sismo de Kobe, antes da instalação do TMD	82

Fig.4.53 – Velocidades calculadas para o sismo de Kobe, antes da instalação do TMD	82
Fig.4.54 – Acelerações calculadas para o sismo de Kobe, antes da instalação do TMD	82
Fig.4.55 – Deslocamentos calculados para o sismo de El Centro, antes e depois da instalação do TMD	85
Fig.4.56 – Velocidades calculadas para o sismo de El Centro, antes e depois da instalação do TMD	85
Fig.4.57 – Acelerações calculadas para o sismo de El Centro, antes e depois da instalação do TMD	85
Fig.4.58 – Deslocamentos calculados para o sismo de Friuli, antes e depois da instalação do TMD .	86
Fig.4.59 – Velocidades calculadas para o sismo de Friuli, antes e depois da instalação do TMD	86
Fig.4.60 – Acelerações calculadas para o sismo de Friuli, antes e depois da instalação do TMD	86
Fig.4.61 – Deslocamentos calculados para o sismo de Kobe, antes e depois da instalação do TMD	87
Fig.4.62 – Velocidades calculadas para o sismo de Kobe, antes e depois da instalação do TMD	87
Fig.4.63 – Acelerações calculadas para o sismo de Kobe, antes e depois da instalação do TMD	87
Fig.4.64 – Variação dos deslocamentos máximos em função de μ	88
Fig.4.65 – Variação das velocidades máximas em função de μ	88
Fig.4.66 – Variação das acelerações máximas em função de μ	88
Fig.4.67 – Alçado da chaminé	90
Fig.4.68 – Configurações das deformadas dos quatro primeiros modos de vibração	92
Fig.4.69 – Deslocamentos calculados para a chaminé, antes da instalação do TMD	94
Fig.4.70 – Velocidades calculadas para a chaminé, antes da instalação do TMD	94
Fig.4.71 – Acelerações calculadas para a chaminé, antes da instalação do TMD	94
Fig.4.72 – FRF da chaminé antes e depois da instalação do TMD	95
Fig.4.73 – Deslocamentos da chaminé calculados com $f_v=0.702\text{Hz}$, depois da instalação do TMD...	97
Fig.4.74 – Velocidades da chaminé calculadas com $f_v=0.702\text{Hz}$, depois da instalação do TMD	97
Fig.4.75 – Acelerações da chaminé calculadas com $f_v=0.702\text{Hz}$, depois da instalação do TMD	97
Fig.4.76 – Deslocamentos da chaminé calculados com $f_v=0.962\text{Hz}$, depois da instalação do TMD...	98
Fig.4.77 – Velocidades da chaminé calculadas com $f_v=0.962\text{Hz}$, depois da instalação do TMD	98
Fig.4.78 – Acelerações da chaminé calculadas com $f_v=0.962\text{Hz}$, depois da instalação do TMD	98

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Amplitude dos deslocamentos laterais do tabuleiro, antes e depois da instalação dos TLDs	40
Tabela 3.2 – Frequências calculadas, medidas e coeficientes de amortecimento dos primeiros catorze modos de vibração	44
Tabela 3.3 – Amortecimento requerido para não ocorrer <i>lock-in</i>	47
Tabela 3.4 – Resumo da resposta calculada e medida das seis unidades do TMD	50
Tabela 4.1 – Características geométricas e materiais da ponte	56
Tabela 4.2 – Parâmetros modais calculados para os primeiros quatro modos de vibração	57
Tabela 4.3 – Parâmetros da função de carga de um peão de 65kg a deslocar-se em andamento lento com $f_p=1.617\text{Hz}$	58
Tabela 4.4 – Parâmetros da função de carga de um peão de 65kg em corrida lenta com $f_p=2.527\text{Hz}$, recorrendo a uma função semi-sinoidal	59
Tabela 4.5 – Parâmetros da função de carga de um peão de 65kg em corrida lenta com $f_p=2.527\text{Hz}$, recorrendo a uma série de Fourier	60
Tabela 4.6 – Valores máximos dos deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para a ponte, antes da instalação do TMD	60
Tabela 4.7 – Valores óptimos dos parâmetros do TMD	66
Tabela 4.8 – Valores máximos dos deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para a ponte, depois da instalação do TMD	67
Tabela 4.9 – Resumo das características geométricas e materiais do edifício	75
Tabela 4.10 – Parâmetros modais calculados para os primeiros quatro modos de vibração	76
Tabela 4.11 – Valores máximos de deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para o edifício, antes da aplicação do TMD	79
Tabela 4.12 – Valores óptimos dos parâmetros do TMD	84
Tabela 4.13 – Valores máximos de deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para o edifício, antes e depois da instalação do TMD	84
Tabela 4.14 – Variação dos deslocamentos máximos, velocidades máximas e acelerações máximas em função de μ	89
Tabela 4.15 – Características geométricas e materiais da chaminé	91
Tabela 4.16 – Parâmetros modais calculados para os primeiros quatro modos de vibração	91
Tabela 4.17 – Valores máximos de deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para a chaminé, antes da instalação do TMD	93
Tabela 4.18 – Valores óptimos dos parâmetros do TMD	95
Tabela 4.19 – Valores máximos de deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para a chaminé, antes e depois da instalação do TMD	96

1

INTRODUÇÃO

No dia-a-dia, as estruturas são solicitadas por diversos tipos de acções. Estas podem corresponder a acções estáticas, como o peso próprio, as sobrecargas, etc., ou apresentar carácter dinâmico, como os sismos, o vento, o funcionamento de máquinas, actividades humanas, etc. Em ambas as situações, é necessário estudar e avaliar correctamente as estruturas de modo a que estas desempenhem da melhor forma possível o seu papel, tanto para estados limites últimos como para estados limites de serviço. Um dimensionamento deficiente relativamente a qualquer um destes requisitos pode criar uma estrutura cujas falhas de segurança ou de funcionamento tornem inviável ou desconfortável a sua utilização.

Quando presentes, as acções dinâmicas induzem vibrações nas estruturas. Nos casos em que a sua frequência é próxima de alguma frequência natural da estrutura, as vibrações podem atingir grandes amplitudes, possibilitando a ocorrência de fenómenos de ressonância. Este facto tem implicações negativas em várias áreas: as máquinas vêem reduzida a vida útil dos seus componentes; na indústria, levam à degradação da qualidade dos produtos; causam problemas de conforto e utilização de estruturas, podendo, em situações extremas, pôr em causa a sua integridade.

Estes efeitos podem ser contornados recorrendo a soluções variadas. Pode-se actuar sobre a solicitação, alterando a sua amplitude, a sua frequência ou ambas. No entanto, esta solução raramente é viável. Outra hipótese consiste em actuar sobre a estrutura. Esta solução pode ser atingida de várias maneiras. Alterando propriedades como a rigidez, é possível produzir alterações na frequência natural da estrutura, afastando-a da frequência dominante da solicitação e evitando assim a ressonância. É também frequente a introdução de novos graus de liberdade na estrutura, o que leva a que as frequências naturais do sistema resultante sejam diferentes da frequência da solicitação.

Uma classificação comum dos métodos de controlo de vibrações divide-os em duas categorias: controlo passivo e controlo activo. O controlo passivo consiste na instalação de aparelhos que não utilizam energia proveniente do exterior. São exemplos deste tipo de intervenção o isolamento de base e os amortecedores de massas sintonizadas, também conhecidos como *tuned mass dampers* (TMD). O isolamento de base consiste na interposição, entre a estrutura e a fundação, de blocos com elevada rigidez vertical e reduzida rigidez horizontal, tornando a estrutura menos vulnerável aos efeitos das acções sísmicas. Os TMD são aparelhos constituídos por uma massa, ligada à estrutura por meio de uma mola e de um amortecedor, em geral viscoso, funcionando, normalmente, como um sistema de um grau de liberdade. O TMD exerce o seu efeito através das reacções na mola e no amortecedor, reacções essas que actuam no sentido oposto ao do movimento da estrutura. Este sistema de controlo é aquele sobre o qual se debruça este trabalho.

Segundo Den Hartog e Ormondroyd, a aplicação destes aparelhos foi sugerida pela primeira vez em 1909. Mais tarde, Den Hartog viria a apresentar um método para obtenção dos parâmetros óptimos dos TMDs quando utilizados no controlo de vibrações harmónicas em máquinas e equipamentos semelhantes. A partir daí, vários estudos e trabalhos têm sido efectuados sobre este tema, entre os quais, novas propostas de optimização e sistemas de aplicação. Posteriormente, começaram a ser estudados como forma de mitigar as vibrações em estruturas. Visto os sismos e o vento constituírem duas acções dinâmicas de grande importância no dimensionamento de estruturas, tem-se observado nas últimas três décadas um crescente desenvolvimento de processos que permitam a aplicação de TMDs no controlo de vibrações aleatórias.

O controlo activo, como o nome indica, necessita de fontes de energia exteriores para a aplicação, sobre a estrutura, de forças com a amplitude necessária. As aplicações mais frequentes de sistemas de controlo activo correspondem a amortecedores de massas sintonizadas activas e de cabos activos. Estes são controlados automaticamente por algoritmos que, após detecção de uma acção sobre a estrutura, calculam e aplicam a reacção que é preciso exercer sobre ela de modo a contrariar ou anular os efeitos da acção

Apresenta-se agora a estrutura geral do trabalho. Este é constituído por quatro capítulos principais. No primeiro são estudados alguns procedimentos e fórmulas de dimensionamento de acordo com vários autores e para diferentes sistemas de aplicação deste tipo de dispositivos.

No segundo capítulo apresentam-se exemplos práticos da aplicação de TMDs em casos reais. Começa-se por uma breve descrição de cada estrutura e pela identificação do problema de vibração em causa, finalizando com uma descrição da solução adoptada e da respectiva eficácia.

No terceiro capítulo, a eficiência proporcionada por este tipo de dispositivos de controlo passivo de vibrações é ilustrada mediante a apresentação de três exemplos distintos. O primeiro diz respeito ao estudo de uma ponte pedonal. No segundo exemplo, estuda-se o desempenho de um TMD no controlo dos efeitos de sísmicos. Por fim, é avaliado o comportamento destes aparelhos em estruturas solicitadas por acções induzidas pelo vento.

O trabalho é finalizado com uma sistematização das conclusões gerais do trabalho, presente no quarto capítulo e com a apresentação de algumas propostas de desenvolvimentos futuros.

2

DIMENSIONAMENTO DE AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS

2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo é dedicado fundamentalmente à análise das fórmulas e procedimentos que permitem o estudo do comportamento, avaliação do desempenho e dimensionamento de um TMD. O dimensionamento de um TMD corresponde à determinação dos valores óptimos de amortecimento e rigidez que permitem ao TMD efectuar a sua função com máxima eficácia.

O capítulo encontra-se estruturado em quatro subcapítulos gerais. O primeiro corresponde ao estudo do comportamento de um único TMD, quando a estrutura sobre a qual ele vai actuar se encontra sujeita a uma acção específica. Por sua vez, este subcapítulo encontra-se dividido em secções, cada uma correspondendo a um determinado tipo de acção: acções harmónicas, acções periódicas não harmónicas, vibração livre, acção sísmica e acções aleatórias.

No segundo subcapítulo é feita referência à aplicação de vários TMDs numa mesma estrutura. Este encontra-se também dividido em secções. A primeira diz respeito à aplicação de TMDs no controlo de vários modos de vibração e a segunda debruça-se sobre a aplicação de vários TMDs no controlo de um único modo de vibração.

Por fim, são incluídos dois subcapítulos em que se resumem algumas considerações teóricas e práticas relativas ao estudo e implementação de TMDs

2.2 TMDs SIMPLES

2.2.1 ACÇÕES HARMÓNICAS

Nesta secção são descritos os procedimentos e deduções que permitem obter as fórmulas de dimensionamento de um TMD a ser aplicado numa estrutura sujeita a acções harmónicas. Pela clareza e facilidade de compreensão, na obtenção das referidas fórmulas, foi adoptado o mesmo procedimento que Den Hartog, [1], seguiu quando pela primeira vez sugeriu um método de dimensionamento destes aparelhos.

2.2.1.1 Dimensionamento de Supressores de Vibrações

Um supressor de vibrações é um aparelho simples, semelhante a um TMD, mas que não apresenta nenhum dispositivo cuja função seja a de proporcionar amortecimento. Isto leva a que um supressor

possa ser considerado, simplificada, como uma massa ligada a uma estrutura por meio duma mola. Se o amortecimento da estrutura em que ele se encontra instalado for tão baixo que se possa considerar que a estrutura também não possui amortecimento, então o estudo do funcionamento de um supressor simplifica-se bastante quando comparado com o estudo de um TMD. Observe-se o sistema de um grau de liberdade (1g.l.) representado na figura 2.1.

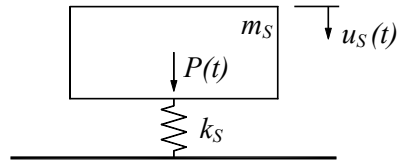


Fig.2.1 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e sem amortecimento

Este sistema simples é constituído por uma massa principal m_S , ou massa da estrutura, ligada a uma mola de rigidez k_S . Apresentando apenas 1g.l., o sistema possui apenas uma frequência natural ω_S , calculada por

$$\omega_S = \sqrt{\frac{k_S}{m_S}} \quad (2.1)$$

Quando sujeito a uma acção harmónica $P(t) = P_0 \sin(\omega t)$, a equação de equilíbrio dinâmico que rege o seu movimento é

$$m_S \ddot{u}_S + k_S u_S = P_0 \sin(\omega t) \quad (2.2)$$

em que u_S é o deslocamento da massa m_S . A sua Função de Resposta em Frequência (FRF) é a apresentada na figura 2.2.

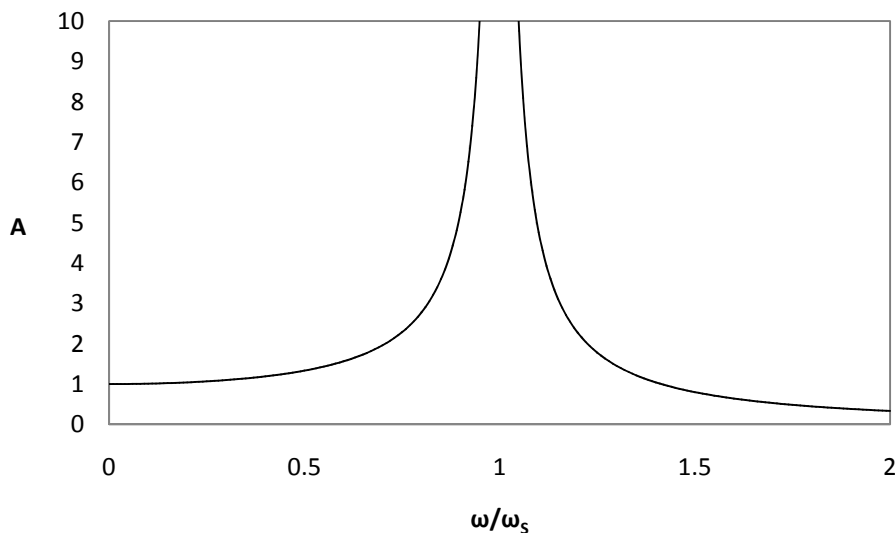


Fig.2.2 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_S antes da aplicação de um supressor (1g.l.)

em que A é a amplitude do movimento da massa m_S . Verifica-se a existência de uma frequência de excitação causadora de ressonância, ou seja, em que amplitude do movimento da massa m_S tende para

infinito. Essa frequência atinge-se quando $\omega/\omega_S=1$, ou seja, quando a frequência da excitação é igual à frequência natural do sistema. Adicionando ao sistema original, um supressor de vibrações constituído por uma massa m_T , ligada à massa m_S através mola de rigidez k_T , obtém-se um sistema com 2g.l. que possui duas frequências naturais. A sua representação esquemática apresenta-se na figura 2.3.

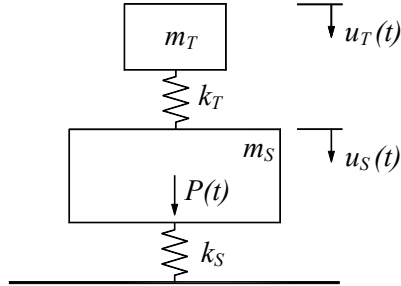


Fig.2.3 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e sem amortecimento, na qual foi instalado um supressor

Quando sobre a massa m_S actua uma acção harmónica $P(t)=P_0\text{sen}(\omega t)$, as equações de equilíbrio dinâmico que regem o movimento deste novo sistema de 2g.l. são

$$\begin{cases} m_S \ddot{u}_S + (k_S + k_T)u_S - k_T u_T = P_0 \text{sen}(\omega t) \\ m_T \ddot{u}_T + k_T(u_T - u_S) = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

em que u_T é o deslocamento do supressor.

Sabendo que, em regime permanente, os deslocamentos e acelerações da massa m_S são do tipo

$$\begin{cases} u_S(t) = u_{S0} \text{sen}(\omega t) \\ \ddot{u}_S(t) = -\omega^2 u_{S0} \text{sen}(\omega t) \end{cases} \quad (2.4)$$

e que os deslocamentos e acelerações da massa m_T são do tipo

$$\begin{cases} u_T(t) = u_{T0} \text{sen}(\omega t) \\ \ddot{u}_T(t) = -\omega^2 u_{T0} \text{sen}(\omega t) \end{cases} \quad (2.5)$$

substituindo as expressões (2.4) e (2.5) nas equações (2.3), obtém-se

$$\begin{cases} -m_S \omega^2 u_{S0} \text{sen}(\omega t) + k_S u_{S0} \text{sen}(\omega t) + k_T(u_{S0} - u_{T0}) \text{sen}(\omega t) = P_0 \text{sen}(\omega t) \\ -m_T \omega^2 u_{T0} \text{sen}(\omega t) + k_T(u_{T0} - u_{S0}) \text{sen}(\omega t) = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Estas expressões podem ser simplificadas dividindo ambos os membros das equações por $\text{sen}(\omega t)$, dando origem a

$$\begin{cases} (-m_S \omega^2 + k_S + k_T)u_{S0} + (-k_T)u_{T0} = P_0 \\ (-k_T)u_{S0} + (-m_T \omega^2 + k_T)u_{T0} = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Resolvendo as equações (2.7) em ordem a u_{S0} e a u_{T0} , obtém-se

$$\begin{cases} u_{S0} = P_0 \frac{(k_T - \omega^2 m_T)}{(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) - m_T \omega^2 k_T} \\ u_{T0} = P_0 \frac{k_T}{(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) - m_T \omega^2 k_T} \end{cases} \quad (2.8)$$

Sabendo que o deslocamento estático, $u_{S\text{st}}$, é dado por

$$u_{S\text{st}} = \frac{P_0}{k_S} \quad (2.9)$$

e efectuando algumas simplificações às equações (2.8) chega-se às expressões que permitem o cálculo das amplitudes do movimento de cada uma das massas

$$\frac{u_{S0}}{u_{S\text{st}}} = \frac{1 - \frac{\omega}{\omega_T}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}\right) \left(1 + \frac{k_T}{k_S} - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}\right) - \frac{k_T}{k_S}} \quad (2.10)$$

$$\frac{u_{T0}}{u_{S\text{st}}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}\right) \left(1 + \frac{k_T}{k_S} - \frac{\omega^2}{\omega_T^2}\right) - \frac{k_T}{k_S}} \quad (2.11)$$

As amplitudes dos movimentos das massas m_S e m_T são agora representadas, respectivamente, pelos quocientes $u_{S0}/u_{S\text{st}}$ e $u_{T0}/u_{S\text{st}}$, exprimindo a sua relação com o deslocamento estático. Através da introdução dos coeficientes

$$r_S = \frac{\omega}{\omega_S} \quad (2.12)$$

$$r_T = \frac{\omega}{\omega_T} \quad (2.13)$$

em que o coeficiente ω_T é designado por frequência natural do supressor, calculada por

$$\omega_T = \sqrt{\frac{k_T}{m_T}} \quad (2.14)$$

é possível simplificar as expressões (2.10) e (2.11), que adquirem o aspecto

$$\frac{u_{S0}}{u_{S\text{st}}} = \frac{1 - r_T^2}{(1 - r_T^2) \left(1 + \frac{k_T}{k_S} - r_S^2\right) - \frac{k_T}{k_S}} \quad (2.15)$$

$$\frac{u_{T0}}{u_{S\text{st}}} = \frac{1}{(1 - r_T^2) \left(1 + \frac{k_T}{k_S} - r_S^2\right) - \frac{k_T}{k_S}} \quad (2.16)$$

O objectivo de um supressor é reduzir ao mínimo as vibrações numa estrutura e, se possível, eliminá-las. Isto consiste em igualar a zero o numerador do segundo membro da equação (2.15):

$$1 - r_T^2 = 0 \quad (2.17)$$

obtendo-se

$$r_T = 1 \quad (2.18)$$

Quando $r_T = 1$ a frequência de excitação é igual à frequência do supressor, ou seja, $\omega = \omega_T$. Logo, a relação (2.18) significa que o movimento da massa principal, m_S , é nulo quando a frequência de excitação, ω , é igual à frequência natural do supressor, ω_T . Ao mesmo tempo, é uma condição inicial do problema que a frequência de excitação seja igual à frequência natural da massa principal, ou seja, $\omega = \omega_S$ (lembra-se que o objectivo era evitar fenómenos de ressonância). Assim, quando $r_T = 1$, a frequência de excitação, ω , é ao mesmo tempo igual à frequência natural do supressor, ω_T e, igual à

frequência natural da massa principal, ω_S . Ou seja, para que o movimento da massa principal seja nulo a frequência de sintonização do supressor deve ser igual à frequência própria da massa principal. Nestas condições, o deslocamento máximo do supressor, em regime permanente, será dado pela equação (2.15) que, considerando $r_T = 1$, dão origem a

$$\begin{aligned} \frac{u_{T0}}{u_{S\text{ st}}} &= \frac{1}{(1 - r_T^2) \left(1 + \frac{k_T}{k_S} - r_S^2\right) - \frac{k_T}{k_S}} \\ &\downarrow \\ \frac{u_{T0}}{u_{S\text{ st}}} &= - \frac{1}{\frac{k_T}{k_S}} \\ &\downarrow \\ u_{T0} &= - \frac{P_0}{k_T} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Como $\omega_T = \omega_S$, verifica-se que

$$\begin{cases} \omega_T = \omega_S \Leftrightarrow \frac{k_T}{m_T} = \frac{k_S}{m_S} \Leftrightarrow \frac{k_T}{k_S} = \frac{m_T}{m_S} \\ \omega_T = \omega_S \Leftrightarrow \frac{\omega}{\omega_T} = \frac{\omega}{\omega_S} \Leftrightarrow r_T = r_S \end{cases} \quad (2.20)$$

Designando por μ o quociente

$$\mu = \frac{m_T}{m_S} \quad (2.21)$$

e tendo em conta as relações (2.20), as equações (2.15) e (2.16) adquirem a forma

$$\frac{u_{S0}}{u_{S\text{ st}}} = \frac{1 - r_T^2}{(1 - r_S^2)(1 + \mu - r_S^2) - \mu} \quad (2.22)$$

$$\frac{u_{T0}}{u_{S\text{ st}}} = \frac{1}{(1 - r_S^2)(1 + \mu - r_S^2) - \mu} \quad (2.23)$$

Este sistema, sendo constituído por duas massas e duas molas, apresenta 2g.l., aos quais vão corresponder duas frequências naturais. Sabendo que, quando a frequência da excitação é igual uma frequência natural de um sistema, este entra em ressonância, o que significa que a amplitude dos deslocamentos das suas massas tende para infinito, as frequências naturais deste sistema podem ser obtidas fazendo com que os valores dados pelas equações (2.15) e (2.16) tendam para infinito. Isto é equivalente a fazer com que os seus denominadores sejam nulos

$$(1 - r_S^2)(1 + \mu - r_S^2) - \mu = 0 \quad (2.24)$$

chegando-se à solução

$$r_{S\,1,2} = \sqrt{\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}}} \quad (2.25)$$

ou

$$\omega_{1,2} = \omega_S \sqrt{\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}}} \quad (2.26)$$

em que $\omega_{1,2}$ são as duas frequências naturais do sistema após a instalação do supressor. Seguindo o procedimento sugerido por segundo Kelly, [2], considerando

$$q = \frac{\omega_T}{\omega_S} \quad (2.27)$$

e igualando os denominadores das equações (2.15) e (2.16) a zero, as frequências próprias do sistema podem ser obtidas por

$$\omega_{1,2} = \frac{\omega_S}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + q^2(1 + \mu) \pm \sqrt{q^4(1 + \mu)^2 + 2(\mu - 1)q^2 + 1}} \quad (2.28)$$

Na figura 2.4 apresenta-se a FRF da massa principal, m_S , antes e depois da aplicação do supressor.

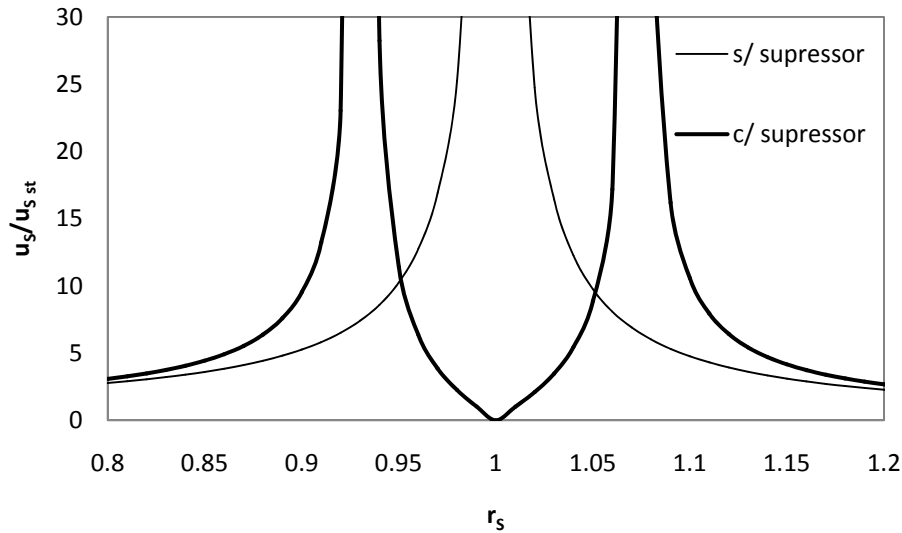


Fig.2.4 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_S , antes e depois da instalação de um supressor

Como anteriormente se expôs, antes da aplicação do supressor o sistema possui apenas uma frequência própria. No entanto, após a sua instalação, o sistema apresenta duas frequências, uma inferior e outra superior à frequência própria original. Estas últimas já não são coincidentes com a frequência da solicitação. Verifica-se também que, para $r_s = 1$, ou seja para frequências de excitação iguais à frequência natural do sistema inicial de 1g.l., a amplitude do movimento da massa principal é nula.

A análise da figura 2.5 permite avaliar a influência do parâmetro μ no comportamento do supressor: a gama de frequências controladas pela sua aplicação aumenta com o aumento do valor de μ , i.e., quanto maior a massa do supressor, maior a gama de frequências controladas. Porém, na realidade, o valor de μ encontra-se limitado por razões práticas.

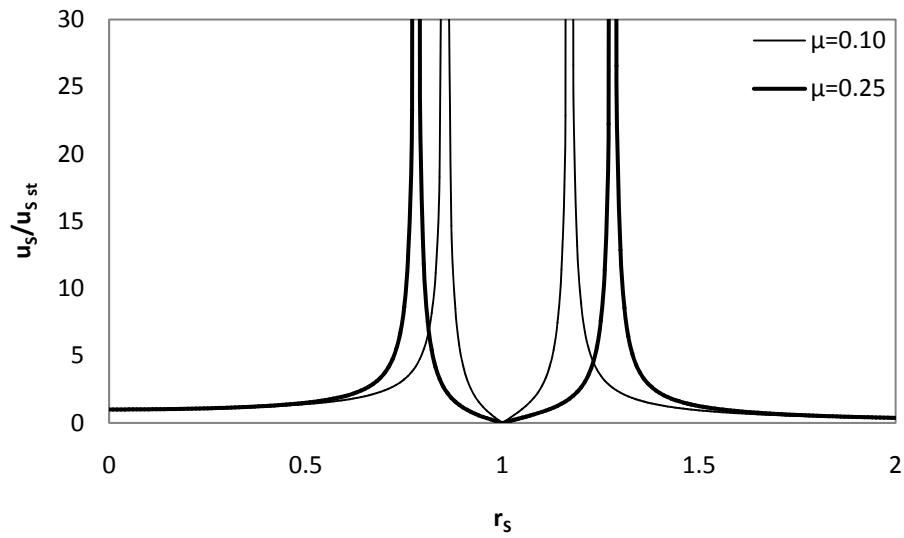


Fig.2.5 – Gamas de frequências controladas por um supressor com $\mu=0.10$ e por um supressor com $\mu=0.25$

A figura 2.6 apresenta o modo como se processa essa variação na gama de frequências controladas com a variação do valor de μ

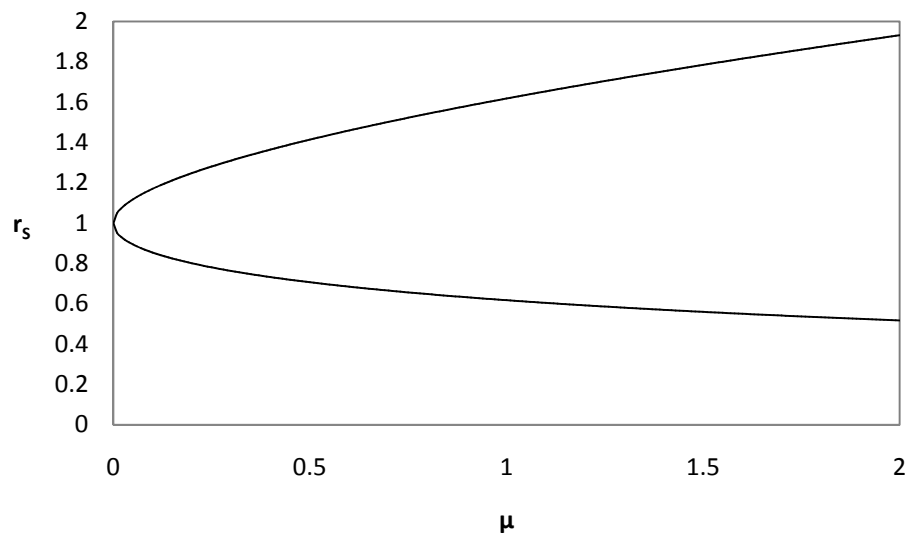


Fig.2.6 – Variação de gama de frequências controladas pelo supressor devido à variação do valor de μ

2.2.1.2 Dimensionamento de um TMD

2.2.1.2.1 Estruturas sem amortecimento

Após a análise do comportamento de supressores de vibrações no controlo de vibrações de estruturas sujeitas a acções harmónicas, torna-se possível iniciar o estudo do funcionamento de um TMD. Admita-se que ao supressor estudado na secção anterior é adicionado um dispositivo capaz de lhe

proporcionar amortecimento viscoso, mantendo a hipótese simplificada da estrutura em causa não possuir amortecimento.

Nesta situação, o modelo inicial de 1g.l., representado na figura 2.7, é igual ao da secção anterior.

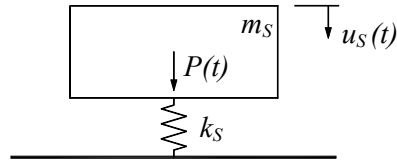


Fig.2.7 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e sem amortecimento

Logo, tanto a equação de equilíbrio dinâmico (2.29), como a FRF do sistema inicial sujeito a uma acção harmónica, apresentada na figura 2.8, são iguais às do sistema inicial de 1g.l. da secção anterior.

$$m_s \ddot{u}_s + k_s u_s = P_0 \sin(\omega t) \quad (2.29)$$

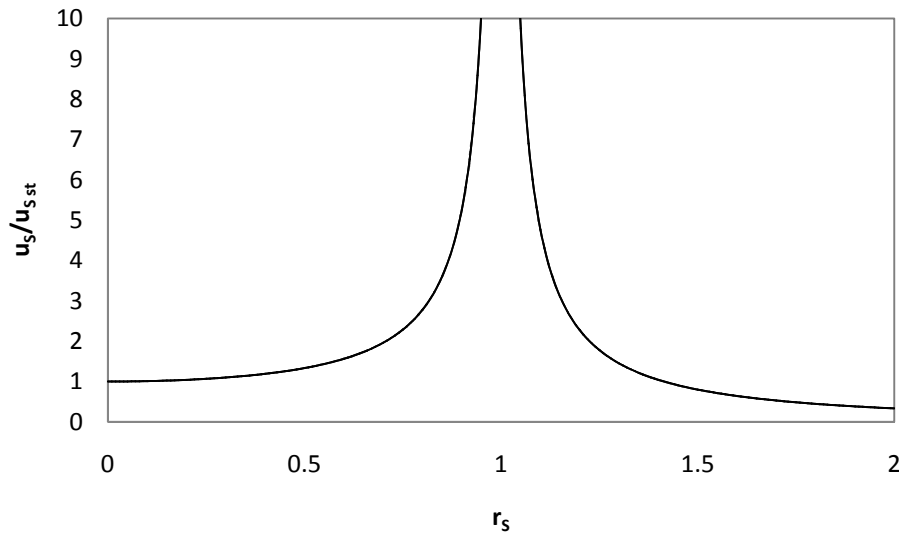


Fig.2.8 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_s antes da aplicação de um TMD

De modo a controlar os níveis de vibração da massa m_s , é-lhe adicionado um TMD, obtendo-se um sistema de 2g.l., cujo modelo teórico está presente na Figura 2.9.

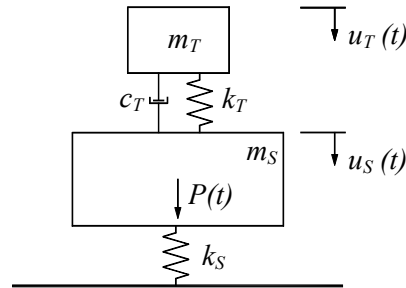


Fig.2.9 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e sem amortecimento, na qual foi instalado um TMD

Admitindo uma constante de amortecimento de valor c_T no TMD, não existe agora a possibilidade de eliminar por completo as vibrações da massa principal m_S , estas apenas podem ser atenuadas. Como exemplo ilustrativo do que se acabou de referir, apresenta-se na figura 2.10 a comparação entre a FRF dum sistema sujeito a uma acção harmónica, antes e depois da aplicação de um TMD com $q=0.85$, $\mu=0.15$ e $\xi_T=0.20$.

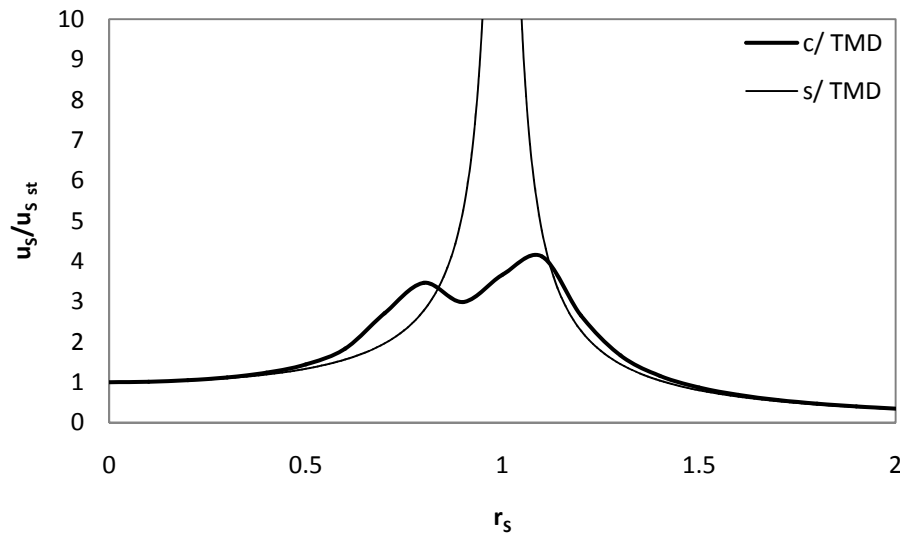


Fig.2.10 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_S , antes e depois da instalação de um TMD com $q=0.85$, $\mu=0.15$ e $\xi_T=0.20$

Porém, verifica-se agora um facto interessante: com a instalação de um supressor, embora fosse possível eliminar por completo as vibrações para as situações em que $\omega=\omega_S$, a sua adição à massa principal criava um sistema de 2g.l., com frequências naturais distintas de ω_S mas, ainda assim, susceptíveis de entrar em ressonância, fazendo os deslocamentos do sistema final tender para infinito (ver figura 2.4). No entanto, no caso da instalação dum TMD, o amortecimento permite limitar a amplitude dos deslocamentos para as situações de ressonância do sistema final de 2g.l., o que não era possível no caso estudado anteriormente.

Considerando o sistema de 2g.l. sob a acção de uma excitação harmónica $P(t)=P_0\sin(\omega t)$, as equações de equilíbrio dinâmico que regem o seu movimento são

$$\begin{cases} m_S \ddot{u}_S + c_T(\dot{u}_S - \dot{u}_T) + k_S u_S + k_T(u_S - u_T) = P_0 \sin(\omega t) \\ m_T \ddot{u}_T + c_T(\dot{u}_T - \dot{u}_S) + k_T(u_T - u_S) = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

Sabendo que, em regime permanente, os deslocamentos, velocidades e acelerações da massa m_S são do tipo

$$\begin{cases} u_S(t) = u_{S0} \sin(\omega t) \\ \dot{u}_S(t) = \omega u_{S0} \cos(\omega t) \\ \ddot{u}_S(t) = -\omega^2 u_{S0} \sin(\omega t) \end{cases} \quad (2.31)$$

e que os deslocamentos, velocidades e acelerações da massa m_T são do tipo

$$\begin{cases} u_T(t) = u_{T0} \sin(\omega t) \\ \dot{u}_T(t) = \omega u_{T0} \cos(\omega t) \\ \ddot{u}_T(t) = -\omega^2 u_{T0} \sin(\omega t) \end{cases} \quad (2.32)$$

as expressões (2.30) tomam a forma

$$\begin{cases} -m_S \omega^2 u_{S0} \sin(\omega t) + c_T \omega (u_{S0} - u_{T0}) \cos(\omega t) + k_S u_{S0} \sin(\omega t) + \\ + k_T(u_{S0} - u_{T0}) \sin(\omega t) = P_0 \sin(\omega t) \\ -m_T \omega^2 u_{T0} \sin(\omega t) + c_T \omega (u_{T0} - u_{S0}) \cos(\omega t) + \\ + k_T(u_{T0} - u_{S0}) \sin(\omega t) = 0 \end{cases} \quad (2.33)$$

Segundo [1], as expressões que permitem calcular as amplitudes dos movimentos das duas massas podem ser encontradas efectuando as manipulações que a seguir se apresentam. Considerando os termos em $\sin(\omega t)$ e em $\cos(\omega t)$ nas expressões (2.33) como vectores a rodar com velocidade ω , estas podem ser escritas com recurso a números complexos, adquirindo o aspecto

$$\begin{cases} -m_S \omega^2 u_{S0} + c_T \omega (u_{S0} - u_{T0})i + k_S u_{S0} + k_T(u_{S0} - u_{T0}) = P_0 \\ -m_T \omega^2 u_{T0} + c_T \omega (u_{T0} - u_{S0})i + k_T(u_{T0} - u_{S0}) = 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

Agrupando os termos em u_S e em u_T , as equações (2.34) tomam a forma

$$\begin{cases} (-m_S \omega^2 + c_T \omega i + k_S + k_T) u_{S0} + (-k_T - c_T \omega i) u_{T0} = P_0 \\ (-k_T - c_T \omega i) u_{S0} + (-m_T \omega^2 + c_T \omega i + k_T) u_{T0} = 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

Resolvendo o sistema (2.35) em relação a u_S e u_T obtém-se

$$\begin{cases} u_{S0} = P_0 \frac{(k_T - \omega^2 m_T) + \omega c_T i}{[(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) - m_T \omega^2 k_T] + \omega c_T (-\omega^2 m_S + k_S - \omega^2 m_T) i} \\ u_{T0} = P_0 \frac{k_T + \omega c_T i}{[(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) - m_T \omega^2 k_T] + \omega c_T (-\omega^2 m_S + k_S - \omega^2 m_T) i} \end{cases} \quad (2.36)$$

Considerando u_S e u_T como vectores formados por números complexos, é conveniente que as equações (2.36) sejam escritas segundo a fórmula geral (2.37) para vectores de números complexos

$$u_i = P_0(a + bi) \quad (2.37)$$

em que a e b são números reais, representando a uma abcissa e bi uma ordenada. Assim, conhecidas as componentes dos vectores u_S e u_T , é possível calcular as respectivas normas, que serão iguais às amplitudes dos deslocamentos das massas m_S e m_T , respectivamente. A norma dum vector representado de acordo com (2.37) é calculada através da expressão

$$u_i = P_0 \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2.38)$$

As equações (2.36) são do tipo

$$u_i = P_0 \frac{a + bi}{c + di} \quad (2.39)$$

Para que sejam expressas de acordo com (2.36), basta que se multiplique o numerador e denominador da fracção pelo conjugado do denominador

$$u_i = P_0 \frac{a + bi}{c + di} \times \frac{c - di}{c - di} \quad (2.40)$$

dando origem a

$$u_i = P_0 \left(\frac{ac + bd}{c^2 + d^2} \right) + \left(\frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \right) i \quad (2.41)$$

o que já está de acordo com (2.36). A norma de (2.41) é então

$$u_i = P_0 \sqrt{\left(\frac{ac + bd}{c^2 + d^2} \right)^2 + \left(\frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \right)^2} \quad (2.42)$$

Após simplificada, a expressão (2.42) adquire o aspecto

$$\frac{u_i}{P_0} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}} \quad (2.43)$$

De acordo com a fórmula (2.43) e, recorrendo a expressão (2.36), verifica-se que, para os deslocamentos u_S , da massa da estrutura m_S , os valores de a , b , c e d são

$$\begin{cases} a = (k_T - \omega^2 m_T) \\ b = \omega c_T \\ c = [(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) - m_T \omega^2 k_T] \\ d = \omega c_T (-\omega^2 m_S + k_S - \omega^2 m_T) \end{cases} \quad (2.44)$$

Para os deslocamentos u_T , da massa do TMD, m_T , os valores de a , b , c e d são

$$\begin{cases} a = k_T \\ b = \omega c_T \\ c = [(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) - m_T \omega^2 k_T] \\ d = \omega c_T (-\omega^2 m_S + k_S - \omega^2 m_T) \end{cases} \quad (2.45)$$

Quando substituídos na expressão (2.43), os valores de a , b , c e d apresentados em (2.44) e em (2.45) conduzem a

$$\frac{u_{S0}}{P_0} = \sqrt{\frac{(k_T - \omega^2 m_T)^2 + (\omega c_T)^2}{[(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) - m_T \omega^2 k_T]^2 + \omega^2 c_T^2 (-\omega^2 m_S + k_S - \omega^2 m_T)^2}} \quad (2.46)$$

$$\frac{u_{T0}}{P_0} = \sqrt{\frac{(k_T)^2 + (\omega c_T)^2}{[(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) - m_T \omega^2 k_T]^2 + \omega^2 c_T^2 (-\omega^2 m_S + k_S - \omega^2 m_T)^2}} \quad (2.47)$$

Introduzindo ξ_T como o coeficiente de amortecimento viscoso do TMD

$$\xi_T = \frac{c_T}{c_{T\text{ cr}}} = \frac{c_T}{2 \cdot m_T \cdot \omega_T} \quad (2.48)$$

com recurso aos coeficientes q , r e μ e, recordando que $u_{S\text{ st}} = P_0/k_S$, as expressões (2.46) e (2.47) podem ser escritas de modo simplificado

$$\frac{u_{S0}}{u_{S\text{ st}}} = \sqrt{\frac{(2\xi_T r_S q)^2 + (r_S^2 - q^2)^2}{(2\xi_T r_S q)^2 [1 - r_S^2 (1 + \mu)]^2 + \{r_S^4 - [1 + (1 + \mu)q^2]r_S^2 + q^2\}^2}} \quad (2.49)$$

$$\frac{u_{T0}}{u_{Sst}} = \frac{(2\xi_T q)^2 + q^4}{\sqrt{(2\xi_T r_S q)^2 [1 - r_S^2(1 + \mu)]^2 + \{r_S^4 - [1 + (1 + \mu)q^2]r_S^2 + q^2\}^2}} \quad (2.50)$$

Na figura 2.11 apresenta-se o traçado da equação (2.49) para vários valores de ξ_T , com $q=0.95$ e $\mu=0.15$. Na figura 2.12 o mesmo é apresentado com $q=0.85$ e $\mu=0.15$.

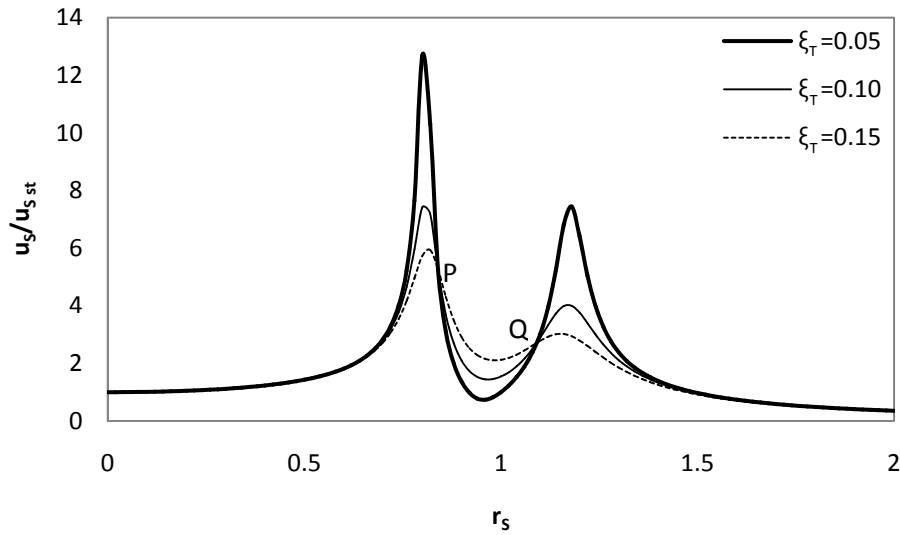


Fig.2.11 – Amplitude do movimento da massa m_s para $q=0.95$ e $\mu=0.15$, considerando diferentes valores de ξ_T

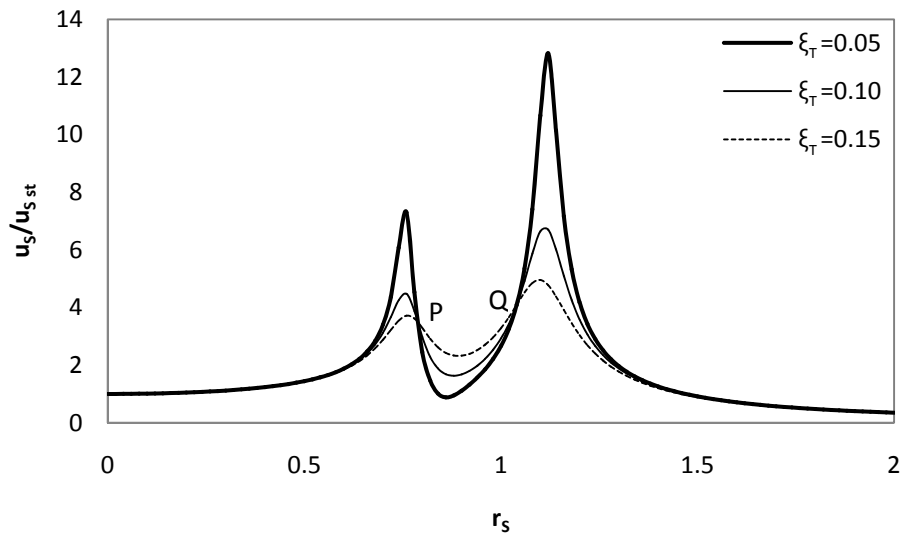


Fig.2.12 – Amplitude do movimento da massa m_s para $q=0.85$ e $\mu=0.15$, considerando diferentes valores de ξ_T

Em ambas as figuras se verifica a existência de dois picos na proximidade das frequências naturais do sistema, correspondentes aos fenómenos de ressonância e de um mínimo perto de $r_s=1$, frequência-alvo do TMD. No entanto, mais conclusões podem ser extraídas da análise das figuras. Em ambas,

independentemente do valor de ξ_T , todas as curvas passam por dois pontos fixos, designados por P e Q . Por outro lado, verifica-se que a posição relativa de P e Q é função de q , ou seja, variando o valor de q , é possível fazer um ponto subir e o outro descer: na figura 2.11, P é o mais alto mas, na figura 2.12 Q é o mais alto. É, por isso, possível encontrar um valor de q tal, que a altura dos pontos P e Q seja igual. A curva desejável é aquela em que a amplitude dos dois picos é igual, pois é aquela em que a gama de frequências sobre as quais o TMD exerce o seu efeito é maior. Esta é encontrada fazendo com que a altura de P e a altura Q seja a mesma e fazendo com que P e Q coincidam com os picos. Observando as figuras, constata-se que a inclinação da curva nos pontos P e Q é função de ξ_T . Assim, torna-se possível encontrar um valor de ξ_T que faça com que os pontos fixos correspondam aos picos de amplitude, o que é o mesmo que dizer que nesses pontos a inclinação será nula. Tais valores de q e ξ_T correspondem aos parâmetros óptimos. É conveniente salientar que, neste caso, os parâmetros óptimos do TMD foram obtidos de modo a que os pontos P e Q correspondessem aos deslocamentos máximos da estrutura, ou seja, procurou-se minimizar a amplitude dos deslocamentos. No entanto, certas situações podem exigir que o controlo se efectue sobre as velocidades ou acelerações da estrutura, procurando minimizar os seus valores máximos. Nesse caso, o procedimento utilizado é em tudo idêntico ao apresentado, tendo apenas de efectuar a dedução das fórmulas em relação à velocidade ou à aceleração da estrutura, conforme pretendido.

É, agora, necessário determinar os valores de r_S correspondentes às abcissas dos pontos fixos para os quais $u_S/u_{S\ st}$ é independente de ξ_T . Analise-se a expressão (2.49). Esta tem uma formulação geral do tipo

$$\frac{u_{S0}}{u_{S\ st}} = \frac{a(\mu, q)\xi_T^2 + b(\mu, q)}{c(\mu, q)\xi_T^2 + d(\mu, q)} \quad (2.51)$$

Para que $u_S/u_{S\ st}$ seja independente de ξ_T , deve-se verificar a condição

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad (2.52)$$

Comparando a equação (2.51) com a equação (2.49), verifica-se que a , b , c e d são

$$\begin{cases} a = (2r_S q)^2 \\ b = (r_S^2 - q^2)^2 \\ c = (2r_S q)^2 [1 - r_S^2 (1 + \mu)]^2 \\ d = \{r_S^4 - [1 + (1 + \mu)q^2]r_S^2 + q^2\}^2 \end{cases} \quad (2.53)$$

o que permite a reescrever a equação (2.52) na forma

$$\frac{(2r_S q)^2}{(2r_S q)^2 [1 - r_S^2 (1 + \mu)]^2} = \frac{(r_S^2 - q^2)^2}{\{r_S^4 - [1 + (1 + \mu)q^2]r_S^2 + q^2\}^2} \quad (2.54)$$

Eliminando os expoentes quadrados e os denominadores da equação (2.54), obtém-se

$$\mu q^2 r_S^2 - (r_S^2 - 1)(r_S^2 - q^2) = \pm (r_S^2 - q^2)(r_S^2 - 1 + \mu r_S^2) \quad (2.55)$$

É agora necessário resolver duas equações: uma que considera o sinal “-“ no segundo membro e outra que considera o sinal “+”. Embora ambas tenham significado físico, só uma delas tem significado para o problema em estudo. A resolução da equação que considera o sinal “-“ no segundo membro levaria à solução $r_S=0$, ou seja, $\omega=0$. Isto significa que a acção aplicada teria carácter estático e não dinâmico. Por isso, a partir daqui, a resolução da equação (2.55) prossegue considerando o sinal “+” no segundo membro. Depois de simplificada, a equação (2.55) adquire o aspecto

$$r_s^4 - 2r_s^2 \frac{1 + q^2 + \mu q^2}{2 + \mu} + \frac{2q^2}{2 + \mu} = 0 \quad (2.56)$$

Resolvendo a equação (2.56) em ordem a r_s , obtêm-se as abcissas dos dois pontos fixos, dadas por

$$r_s^{P,Q} = \sqrt{\frac{1 + (1 + \mu)q^2 \pm \sqrt{1 - 2q^2 + (1 + \mu)^2 q^4}}{2 + \mu}} \quad (2.57)$$

Como a amplitude de u_s , para os dois valores r_s^P e r_s^Q , é independente do valor de ξ_T , considerando $\xi_T = \infty$ na equação (2.49), é possível simplificar a expressão

$$\frac{u_s}{u_{s\text{st}}} = \sqrt{\frac{1}{[1 - r_s^2(1 + \mu)]^2}} \quad (2.58)$$

Substituindo na expressão (2.58) r_s , por r_s^P e r_s^Q e, igualando os resultados das substituições, pois as amplitudes dos pontos P e Q são iguais

$$\sqrt{\frac{1}{[1 - r_s^{P^2}(1 + \mu)]^2}} = \sqrt{\frac{1}{[1 - r_s^{Q^2}(1 + \mu)]^2}} \quad (2.59)$$

obtém-se

$$q_{\text{opt}} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (2.60)$$

Para a obtenção do valor de $\xi_{T\text{opt}}$, como já foi referido, deve-se proceder de modo a que r_s^P corresponda simultaneamente a um pico e a um ponto fixo da curva de resposta em frequências. A mesma condição deve ser garantida para r_s^Q . Na figura 2.13 representam-se três curvas de resposta em frequência, para diferentes valores de q , considerando $\mu=0.15$ e $\xi_T = \xi_{T\text{opt}} = 0.192$, que demonstram o conceito explicado.

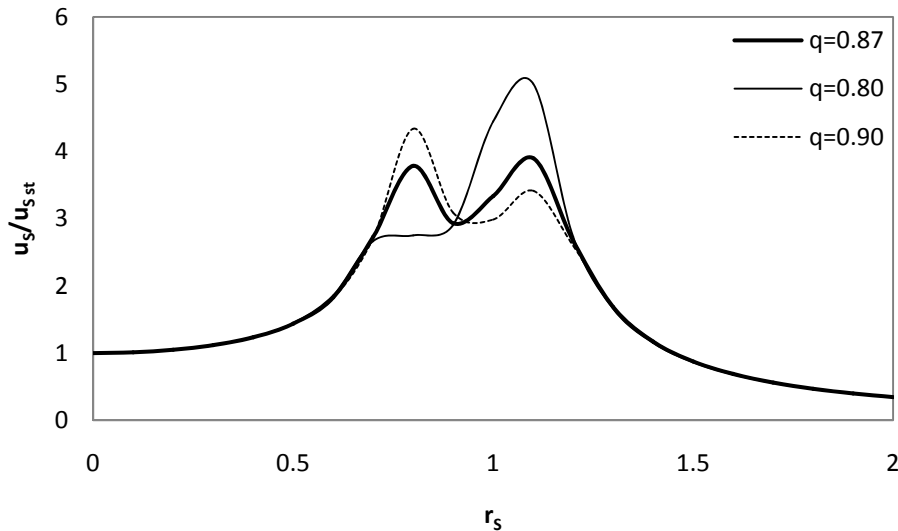


Fig.2.13 – Amplitude do movimento da massa m_s para $\mu=0.15$ e $\xi_T=0.192$, considerando diferentes valores de q

O valor de $\xi_{T\text{opt}}$ pode ser encontrado através dos procedimentos expostos de seguida. Começa-se por substituir a equação (2.60) na equação (2.49), para que $\xi_{T\text{opt}}$ venha já indexado a q_{opt} , dando origem a

$$\frac{u_S}{u_{S\ st}} = \frac{\left[2\xi_T r_S \left(\frac{1}{1+\mu} \right) \right]^2 + \left[r_S^2 - \left(\frac{1}{1+\mu} \right)^2 \right]^2}{\sqrt{\left[2\xi_T r_S \left(\frac{1}{1+\mu} \right) \right]^2 [1 - r_S^2 (1+\mu)]^2 + \left\{ r_S^4 - \left[1 + (1+\mu) \left(\frac{1}{1+\mu} \right)^2 \right] r_S^2 + \left(\frac{1}{1+\mu} \right)^2 \right\}^2}} \quad (2.61)$$

Derivando a equação (2.61) em ordem a r_S e, igualando o resultado a zero

$$\frac{\partial \left(\frac{u_S}{u_{S\ st}} \right)}{\partial r_S} = 0 \quad (2.62)$$

obtem-se uma expressão que permite determinar os máximos e os mínimos da amplitude. Substituindo na expressão assim obtida, r_S por r_S^P e resolvendo-a em ordem a ξ_T , é possível descobrir o valor ξ_T que faz r_S^P corresponder a um máximo, ou seja, a um pico

$$\xi_T = \sqrt{\frac{\mu \left(3 - \sqrt{\frac{\mu}{\mu+2}} \right)}{8(1+\mu)^3}} \quad (2.63)$$

Efectuando o mesmo procedimento para o outro ponto fixo, r_S^Q , chega-se a

$$\xi_T = \sqrt{\frac{\mu \left(3 + \sqrt{\frac{\mu}{\mu+2}} \right)}{8(1+\mu)^3}} \quad (2.64)$$

Sendo diferentes os dois valores de ξ_T fornecidos pelas expressões (2.63) e (2.64), sugere-se para $\xi_{T\ opt}$ a média dos dois. O seu valor é dado por

$$\xi_{T\ opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad (2.65)$$

Substituindo um dos valores de r_S dado pela equação (2.57), na equação (2.49) obtém-se a expressão que permite o cálculo da amplitude máxima (a expressão (2.61) já considera o valor óptimo de q):

$$\frac{u_S}{u_{S\ st}} \Big|_{\max} = \sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}} \quad (2.66)$$

Segundo o método proposto em [2], a expressão (2.61) deve ser derivada em ordem a ξ_T e igualada a zero, obtendo assim uma expressão que fornece o valor de ξ_T minimizador da amplitude

$$\frac{\partial \left(\frac{u_S}{u_{S\ st}} \right)}{\partial \xi} = 0 \quad (2.67)$$

Em seguida, substitui-se na expressão resultante r_S por r_S^P , resolve-se a expressão em ordem a ξ_T e chega-se a uma expressão que permite calcular o valor de ξ_T que garante que um pico da curva de resposta em frequências corresponde a um dos pontos fixos. O mesmo procedimento deve ser efectuado para r_S^Q , chegando à expressão que permite determinar o valor de ξ_T que garante que o outro ponto fixo corresponde ao outro pico. Como os dois valores são diferentes, [2] sugere que se utilize o seu valor médio, dado por

$$\xi_{T\ opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} \quad (2.68)$$

2.2.1.2.2 Estruturas com amortecimento

Finalmente, está-se em condições de proceder a um estudo que considere o efeito do amortecimento da estrutura e do amortecimento do TMD na resposta final do sistema. Este corresponde ao caso mais completo e mais próximo das situações reais.

O modelo representativo do sistema inicial de 1g.l., sujeito a uma acção harmónica $P(t)=P_0 \text{sen}(\omega t)$, está presente na figura 2.14.

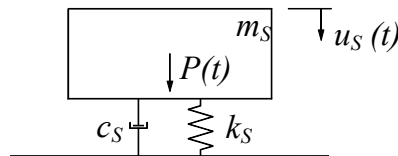


Fig.2.14 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e com amortecimento

Este sistema, semelhante aos sistemas iniciais anteriores, é constituído por uma massa m_s e por uma mola de rigidez k_s . No entanto tem a particularidade de apresentar amortecimento de valor c_s . A equação de equilíbrio dinâmico que rege o seu movimento é

$$m_s \ddot{u}_s + c_s \dot{u}_s + k_s u_s = P_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2.69)$$

e a sua FRF é do tipo da apresentada na figura 2.15.

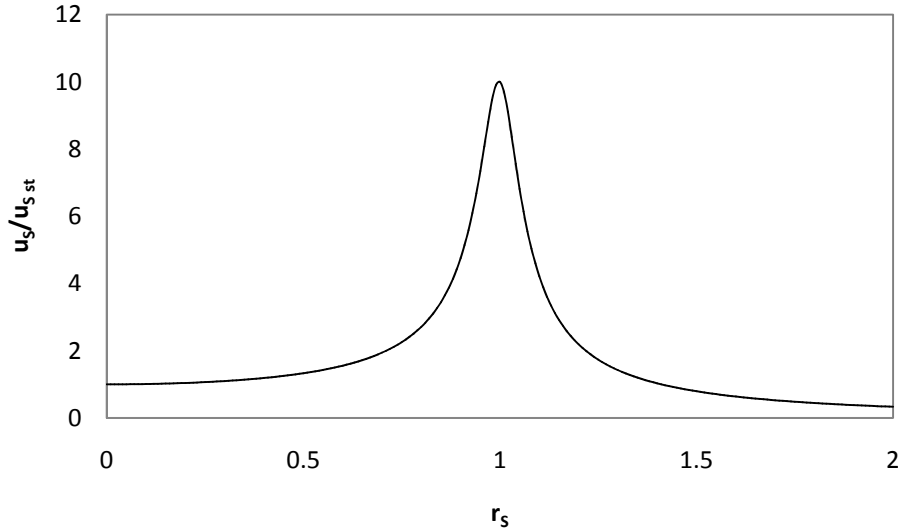


Fig.2.15 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_s antes da instalação de um TMD

Após a adição de um TMD, obtém-se um sistema de 2g.l., representado esquematicamente na figura 2.16

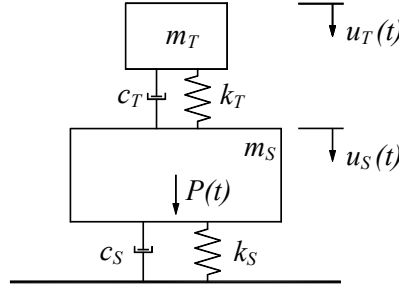


Fig.2.16 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e com amortecimento, na qual foi instalado um TMD

As equações de equilíbrio dinâmico que regem o movimento deste sistema são

$$\begin{cases} m_S \ddot{u}_S + c_S \dot{u}_S + c_T (\dot{u}_S - \dot{u}_T) + k_S u_S + k_T (u_S - u_T) = P_0 \sin(\omega t) \\ m_T \ddot{u}_T + c_T (\dot{u}_T - \dot{u}_S) + k_T (u_T - u_S) = 0 \end{cases} \quad (2.70)$$

Sabendo que, em regime permanente, os deslocamentos, velocidades e acelerações da massa m_S são do tipo

$$\begin{cases} u_S(t) = u_{S0} \sin(\omega t) \\ \dot{u}_S(t) = \omega u_{S0} \cos(\omega t) \\ \ddot{u}_S(t) = -\omega^2 u_{S0} \sin(\omega t) \end{cases} \quad (2.71)$$

e que os deslocamentos, velocidades e acelerações da massa m_T são do tipo

$$\begin{cases} u_T(t) = u_{T0} \sin(\omega t) \\ \dot{u}_T(t) = \omega u_{T0} \cos(\omega t) \\ \ddot{u}_T(t) = -\omega^2 u_{T0} \sin(\omega t) \end{cases} \quad (2.72)$$

as expressões (2.70) tomam a forma

$$\begin{cases} -m_S \omega^2 u_{S0} \sin(\omega t) + c_S \omega u_{S0} \cos(\omega t) + c_T \omega (u_{S0} - u_{T0}) \cos(\omega t) + \\ + k_S u_{S0} \sin(\omega t) + k_T (u_{S0} - u_{T0}) \sin(\omega t) = P_0 \sin(\omega t) \\ -m_T \omega^2 u_{T0} \sin(\omega t) + c_T \omega (u_{T0} - u_{S0}) \cos(\omega t) + \\ + k_T (u_{T0} - u_{S0}) \sin(\omega t) = 0 \end{cases} \quad (2.73)$$

Tal como foi efectuado na secção anterior, se os termos em $\sin(\omega t)$ e em $\cos(\omega t)$ forem considerados vectores a rodar com velocidade ω , as expressões (2.72) podem ser escritas com recurso a números complexos, adquirindo o aspecto

$$\begin{cases} -m_S \omega^2 u_{S0} + c_S \omega u_{S0} i + c_T \omega (u_{S0} - u_{T0}) i + (k_S + k_T) u_{S0} - k_T u_{T0} = P_0 \\ -m_T \omega^2 u_{T0} + c_T \omega (u_{T0} - u_{S0}) i + k_T (u_{T0} - u_{S0}) = 0 \end{cases} \quad (2.74)$$

Agrupando os termos em u_{S0} e em u_{T0} , as equações (2.74) tomam a forma

$$\begin{cases} (-m_S \omega^2 + c_S \omega i + c_T \omega i + k_S + k_T) u_{S0} + (-k_T - c_T \omega i) u_{T0} = P_0 \\ (-k_T - c_T \omega i) u_{S0} + (-m_T \omega^2 + c_T \omega i + k_T) u_{T0} = 0 \end{cases} \quad (2.75)$$

Resolvendo o sistema (2.74) em ordem a u_{S0} e a u_{T0} , obtém-se

$$\begin{cases} u_{S0} = P_0 \frac{(k_T - \omega^2 m_T) + \omega c_T i}{[(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) + \omega^2 (c_S c_T - m_T k_T)] + \omega [c_S(-\omega^2 m_T + k_T) + c_T(-\omega^2 m_S - \omega^2 m_T + k_S)]i} \\ u_{T0} = P_0 \frac{k_T + \omega c_T i}{[(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) + \omega^2 (c_S c_T - m_T k_T)] + \omega [c_S(-\omega^2 m_T + k_T) + c_T(-\omega^2 m_S - \omega^2 m_T + k_S)]i} \end{cases} \quad (2.76)$$

As expressões que permitem calcular as amplitudes dos deslocamentos das massas m_S e m_T são obtidas seguindo um procedimento em tudo igual ao utilizado na secção anterior, em que a amplitude dos deslocamentos foi considerada como a norma de um vector. Assim, recorrendo às fórmulas (2.37) a (2.43), verifica-se que, para os deslocamentos u_S da massa m_S , os valores de a , b , c e d são

$$\begin{cases} a = (k_T - \omega^2 m_T) \\ b = \omega c_T \\ c = [(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) + \omega^2 (-c_S c_T - m_T k_T)] \\ d = \omega [c_S(-\omega^2 m_T + k_T) + c_T(-\omega^2 m_S - \omega^2 m_T + k_S)] \end{cases} \quad (2.77)$$

e para os deslocamentos u_T da massa m_T , os valores de a , b , c e d são

$$\begin{cases} a = k_T \\ b = \omega c_T \\ c = [(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) + \omega^2 (-c_S c_T - m_T k_T)] \\ d = \omega [c_S(-\omega^2 m_T + k_T) + c_T(-\omega^2 m_S - \omega^2 m_T + k_S)] \end{cases} \quad (2.78)$$

Após a substituição dos valores de a , b , c e d dados pelas expressões (2.77) e (2.78) na expressão (2.43) (norma do vector), chega-se às fórmulas das amplitudes dos deslocamentos das duas massas

$$\frac{u_{S0}}{P_0} = \sqrt{\frac{(k_T - \omega^2 m_T)^2 + (\omega c_T)^2}{[(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) + \omega^2 (-c_S c_T - m_T k_T)]^2 + [c_S(-\omega^2 m_T + k_T) + c_T(-\omega^2 m_S - \omega^2 m_T + k_S)]^2 \omega^2}} \quad (2.79)$$

$$\frac{u_{T0}}{P_0} = \sqrt{\frac{(k_T)^2 + (\omega c_T)^2}{[(k_S - \omega^2 m_S)(k_T - \omega^2 m_T) + \omega^2 (-c_S c_T - m_T k_T)]^2 + [c_S(-\omega^2 m_T + k_T) + c_T(-\omega^2 m_S - \omega^2 m_T + k_S)]^2 \omega^2}} \quad (2.80)$$

Com recurso aos coeficientes q , r , μ e ξ e, sabendo $u_{Sst} = P_0/k_S$, as expressões (2.79) e (2.80) podem ser escritas de forma simplificada

$$\frac{u_{S0}}{u_{Sst}} = \sqrt{\frac{(2\xi_T r_S q)^2 + (r_S^2 - q^2)^2}{(2r_S)^2 [\xi_T (r_S^2 (1 + \mu) - 1) + \xi_S (r_S^2 - q^2)]^2 + [\mu q^2 r_S^2 - (r_S^2 - 1)(r_S^2 - q^2) + (2r_S)^2 \xi_S \xi_T]^2}} \quad (2.81)$$

$$\frac{u_{T0}}{u_{Sst}} = \sqrt{\frac{(2\xi_T q)^2 + q^4}{(2r_S)^2 [\xi_T (r_S^2 (1 + \mu) - 1) + \xi_S (r_S^2 - q^2)]^2 + [\mu q^2 r_S^2 - (r_S^2 - 1)(r_S^2 - q^2) + (2r_S)^2 \xi_S \xi_T]^2}} \quad (2.82)$$

Para efectuar o dimensionamento do TMD é necessário, tal como no caso anterior, determinar o valor dos parâmetros $\xi_{T \text{ opt}}$ e q_{opt} , de modo a que os picos de amplitude tenham o mesmo valor e que este seja o menor possível. No entanto, agora, o problema tem de ser encarado de forma diferente. Analisando a figura 2.17, em que o amortecimento estrutural é baixo, constata-se que as curvas correspondentes aos diferentes ξ_T passam por dois pontos fixos, tal como no caso estudado anteriormente.

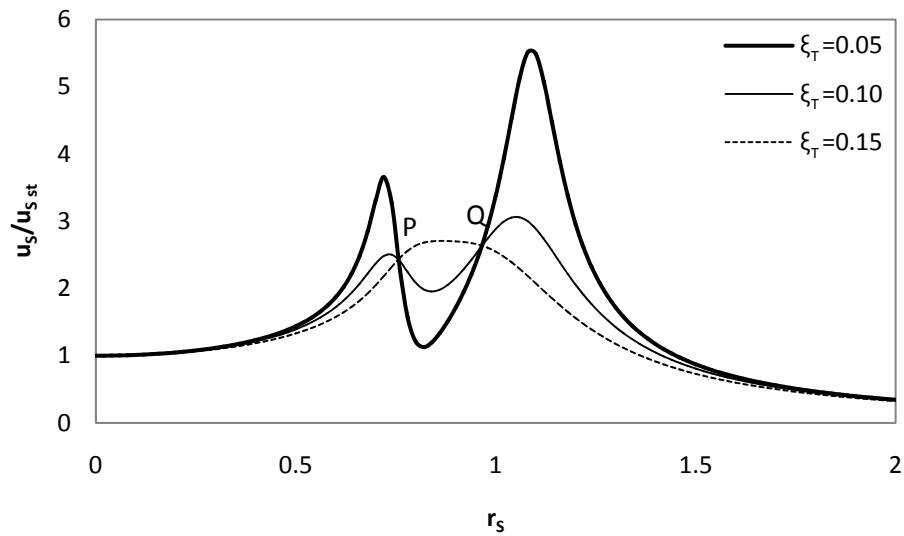


Fig.2.17 – Amplitude dos deslocamentos da massa m_s para $q=0.8$, $\mu=0.15$ e $\xi_s=0.01$, considerando diferentes valores de ξ_T

Porém, nas situações em que o amortecimento estrutural é elevado, das quais se apresenta um exemplo na figura 2.18, já não se pode afirmar que todas as curvas passam por dois pontos fixos, mas sim que todas as curvas passam numa região nas imediações de dois pontos fixos, região cuja área aumenta com o aumento do amortecimento estrutural. Terão, por isso, de ser utilizados outros métodos para efectuar o dimensionamento nestas condições.

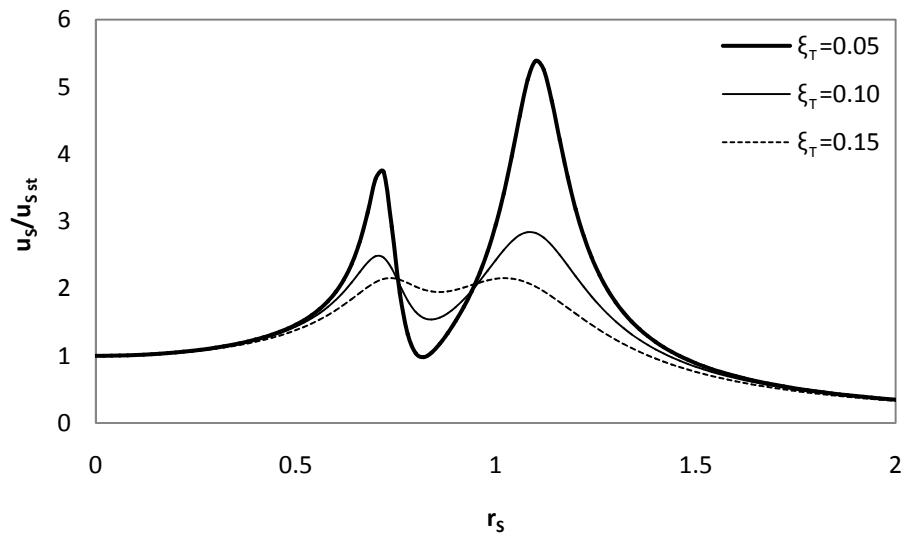


Fig.2.18 – Amplitude do movimento da massa m_s para $q=0.8$, $\mu=0.15$ e $\xi_s=0.1$, considerando diferentes valores de ξ_T

Em primeiro lugar, é necessário definir uma fronteira que permita a distinção entre os dois casos representados nas figuras 2.17 e 2.18: amortecimento baixo e amortecimento elevado. Segundo Bachmann e Weber, [3], para estruturas com amortecimento baixo, i.e., $\xi_s < 1\%$, pode-se recorrer às expressões que contemplam a ausência de amortecimento nas estruturas, sem correr o risco de cometer grandes imprecisões. Porém, para estruturas com amortecimento elevado, os erros assumem já valores consideráveis. Nesta situação, recomenda-se a utilização de ábacos semelhantes aos presentes nas figuras 2.19 a 2.22, retirados de Moutinho, [4], que representam a solução da equação (2.81), obtida por métodos numéricos.

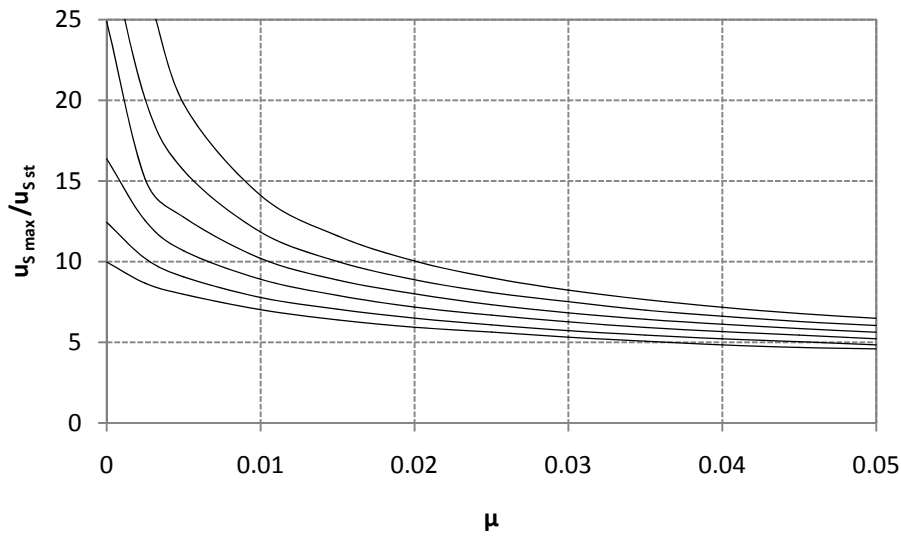


Fig.2.19 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento da massa m_s

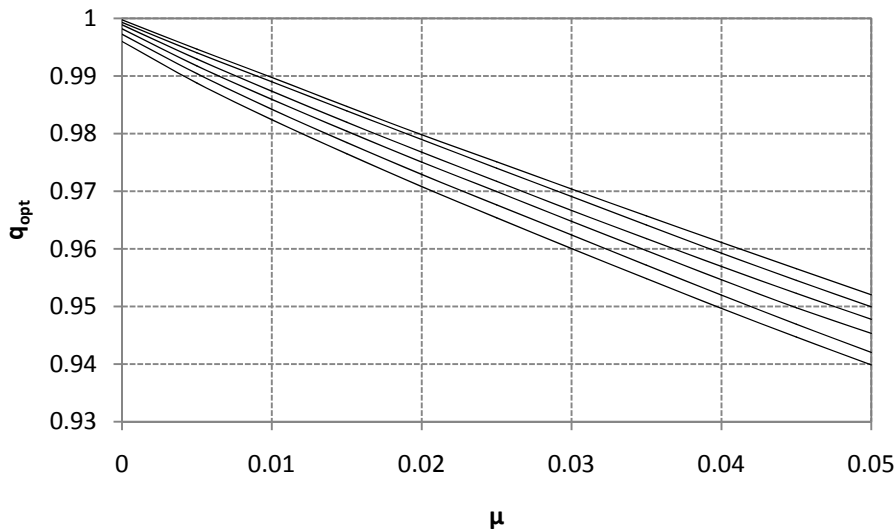
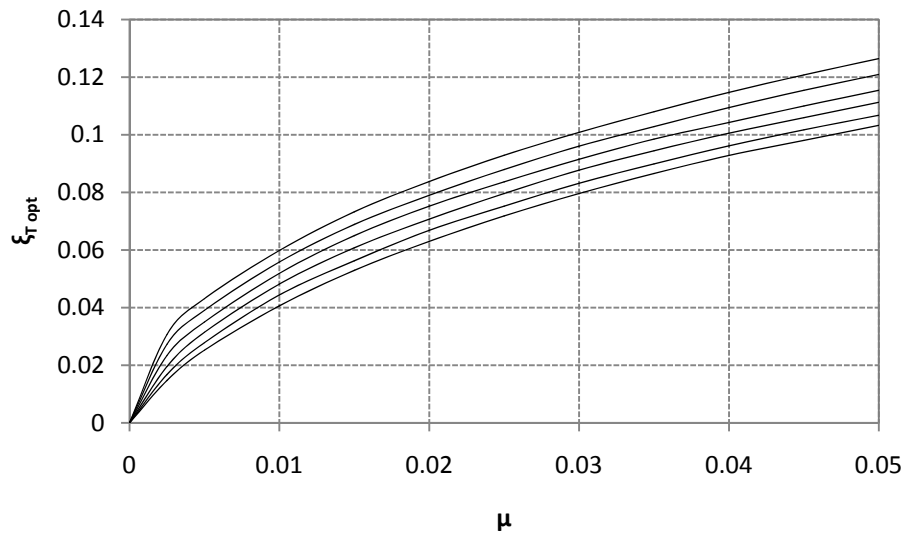
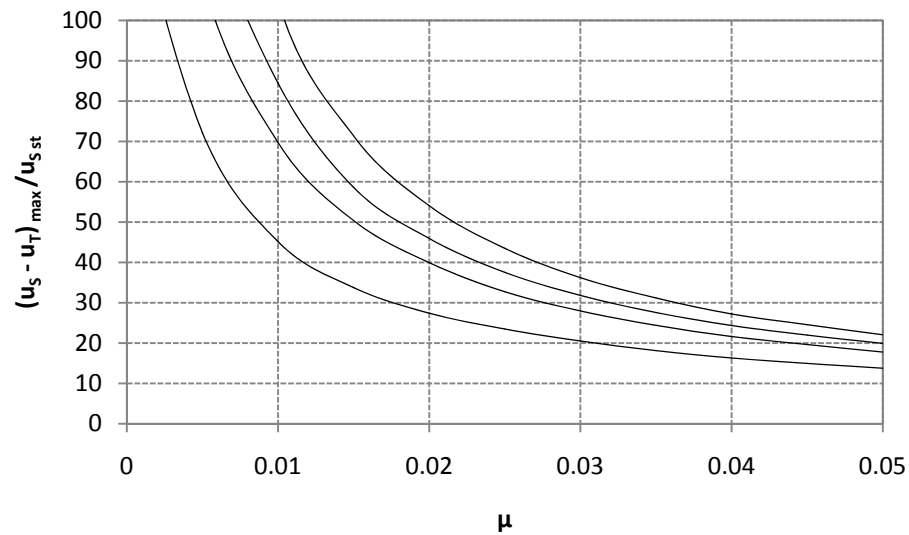


Fig.2.20 – Curvas para determinação de q_{opt}

Fig.2.21 – Curvas para determinação de $\xi_{T opt}$ Fig.2.22 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento relativo entre m_S e m_T

Na figura 2.19, são apresentadas as curvas de amplificação máxima dos deslocamentos da massa principal do sistema, m_S , em função de μ e de ξ_S , o que permite determinar a massa adicional, m_T , que deverá constituir o TMD. A figura 2.20 permite determinar o valor óptimo de q , com vista a calcular a rigidez da mola do TMD. O coeficiente de amortecimento viscoso do TMD é obtido a partir do ábaco da figura 2.21. Por fim, um parâmetro muito importante a ter em conta no estudo do TMD, que é a amplitude máxima do deslocamento relativo entre o TMD e a estrutura principal, indispensável para calcular o espaço mínimo a deixar entre as duas massas vibrantes, tem as suas curvas expostas na figura 2.22.

2.1.2 ACÇÕES PERIÓDICAS NÃO HARMÓNICAS

No caso de acções periódicas não harmónicas, não é possível efectuar directamente a partir da função de carga o estudo do comportamento e dedução das fórmulas que caracterizam a resposta do sistema. Este facto torna-se ainda mais relevante quando a acção periódica é extremamente irregular, havendo grande dificuldade de a exprimir de forma determinística, ou seja, quando não pode ser traduzida por uma expressão matemática.

Nestas situações, a acção pode ser definida pelo somatório infinito de funções harmónicas ponderadas através da representação sob a forma de Séries de Fourier. Recorrendo às Séries de Fourier, uma função periódica pode ser escrita sob a forma

$$P(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos(\omega_j t) + \sum_{j=1}^{\infty} b_j \sin(\omega_j t) \quad (2.83)$$

em que

$$\omega_j = j\omega = j \frac{2\pi}{T} \quad (2.84)$$

Os coeficientes a_0 , a_j e b_j são calculados através dos integrais

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \quad (2.85)$$

$$a_j = \frac{2}{T} \int_0^T p(t) \cos(\omega_j t) dt \quad j = 1 \dots \infty \quad (2.86)$$

$$b_j = \frac{2}{T} \int_0^T p(t) \sin(\omega_j t) dt \quad j = 1 \dots \infty \quad (2.87)$$

Quando a função de carga é periódica irregular, os integrais (2.84), (2.85) e (2.86) devem ser calculados numericamente.

Em teoria, a Série de Fourier só corresponderá à função em estudo quando se tiver somado um número infinito de termos. No entanto, na prática, basta somar um número de termos relativamente pequeno para que o erro cometido seja desprezável. Por isso, fica ao critério do operador a escolha do número de termos com que se efectuará a análise.

Após escolhido um número apropriado de termos da Série de Fourier a ser utilizado na modelação da acção, como estes são funções harmónicas, pode-se calcular a resposta da estrutura a cada termo individual pelos métodos aplicáveis a acções harmónicas. Pelo princípio da sobreposição dos efeitos, obtém-se a resposta final do sistema. Outra abordagem aceitável em certas situações, consiste em determinar qual (ou quais) dos termos da Série de Fourier é o termo preponderante na resposta da estrutura e estudá-lo individualmente pelos métodos referidos para acções harmónicas.

2.1.3 VIBRAÇÃO LIVRE

Apresenta-se agora um método de dimensionamento de TMDs tendo em vista a sua aplicação no controlo de vibração livre, desenvolvido por Fujino e Abé, [5]. Este método tem interesse no controlo de vibrações residuais com origem, por exemplo, em choques ou impactos. Considere-se o sistema representado na figura 2.23, constituído por uma massa principal m_s , uma mola de rigidez k_s , um amortecedor com constante c_s e, por um TMD de massa m_T , ligado à massa principal por uma mola de rigidez k_T e por um amortecedor com constante c_T .

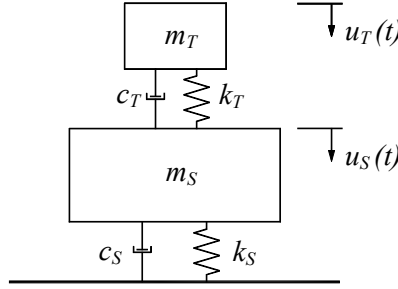


Fig.2.23 – Modelo teórico do comportamento de uma estrutura com 1g.l. e com amortecimento, na qual foi instalado um TMD

As equações de equilíbrio dinâmico que regem o movimento deste sistema são

$$\begin{cases} m_S \ddot{u}_S + c_S \dot{u}_S + c_T (\dot{u}_S - \dot{u}_T) + k_S u_S + k_T (u_S - u_T) = 0 \\ m_T \ddot{u}_T + c_T (\dot{u}_T - \dot{u}_S) + k_T (u_T - u_S) = 0 \end{cases} \quad (2.88)$$

Este sistema é indeterminado, pelo que a sua resolução pelos métodos anteriormente utilizados não é possível. De forma a contornar esta situação, apresenta-se o sistema sob a sua forma matricial

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = 0 \quad (2.89)$$

em que

$$M = \begin{bmatrix} m_S & 0 \\ 0 & m_T \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_S + c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_S + k_T & -k_T \\ -k_T & k_T \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

$$U = \begin{bmatrix} u_S \\ u_T \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

representando M a matriz de massa do sistema, C a matriz de amortecimento, K a matriz de rigidez e U o vector de deslocamentos. Sabendo que

$$c = 2m\omega\xi \quad (2.94)$$

$$k = \omega^2 m \quad (2.95)$$

as matrizes C e K podem ser expressas em função de ω_S , ω_T , ξ_S e ξ_T

$$C = \begin{bmatrix} 2m_S\omega_S\xi_S + 2m_T\omega_T\xi_T & -2m_T\omega_T\xi_T \\ -2m_T\omega_T\xi_T & 2m_T\omega_T\xi_T \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

$$K = \begin{bmatrix} \omega_S^2 m_S + \omega_T^2 m_T & -\omega_T^2 m_T \\ -\omega_T^2 m_T & \omega_T^2 m_T \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

Sendo $\phi = [\phi_S \ \phi_T]^T$ o vector que traduz o modo de vibração em estudo, é possível constituir o seguinte problema de valores e vectores próprios

$$[\lambda^2 M + \lambda C + K]\phi = 0 \quad (2.98)$$

$$\left[\lambda^2 \begin{bmatrix} m_S & 0 \\ m_T & m_T \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 2m_S\omega_S\xi_S & -2m_T\omega_T\xi_T \\ 0 & 2m_T\omega_T\xi_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_S\omega_S^2 & -m_T\omega_T^2 \\ 0 & m_T\omega_T^2 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \phi_S \\ \phi_T \end{bmatrix} = 0 \quad (2.99)$$

$$\begin{bmatrix} m_S \lambda^2 + 2m_S \omega_S \xi_S \lambda + m_S \omega_S^2 & -2m_T \omega_T \xi_T \lambda - m_T \omega_T^2 \\ m_T \lambda^2 & m_T \lambda^2 + 2m_T \omega_T \xi_T \lambda + m_T \omega_T^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_S \\ \phi_T \end{bmatrix} = 0 \quad (2.100)$$

Para que a solução do sistema (2.88) não seja trivial, é necessário garantir que

$$\det \begin{bmatrix} m_S \lambda^2 + 2m_S \omega_S \xi_S \lambda + m_S \omega_S^2 & -2m_T \omega_T \xi_T \lambda - m_T \omega_T^2 \\ m_T \lambda^2 & m_T \lambda^2 + 2m_T \omega_T \xi_T \lambda + m_T \omega_T^2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.101)$$

que, simplificada, toma a forma

$$\begin{aligned} \lambda^4 + 2[\omega_S \xi_S + (1 + \mu) \omega_T \xi_T] \lambda^3 + [\omega_S^2 + (1 + \mu) \omega_T^2 + 4\omega_S \omega_T \xi_S \xi_T] \lambda^2 \\ + 2\omega_S \omega_T [\omega_T \xi_S + \omega_S \xi_T] \lambda + \omega_S^2 \omega_T^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.102)$$

A resolução da equação (2.102) permite obter quatro raízes constituídas, na sua forma geral, por dois números complexos, λ_1 e λ_2 e, pelos seus conjugados, $\bar{\lambda}_1$ e $\bar{\lambda}_2$, em que

$$\lambda_j, \bar{\lambda}_j = a \pm bi; \quad j = 1, 2 \quad (2.103)$$

A partir das soluções da equação (2.102), é possível obter os valores das frequências e dos amortecimentos modais do sistema através das fórmulas (2.104) e (2.105)

$$\omega_j = \sqrt{a_j^2 + b_j^2} \quad j = 1, 2 \quad (2.104)$$

$$\xi_j = \frac{a_j}{\sqrt{a_j^2 + b_j^2}} \quad j = 1, 2 \quad (2.105)$$

Sabendo que um número complexo assume o aspecto geral de (2.103), a equação (2.102), pode ser escrita a partir das suas raízes, em geral do tipo complexo, do seguinte modo

$$\lambda^4 + 4a\lambda^3 + (6a^2 + 2b^2)\lambda^2 - 4a(a^2 + b^2)\lambda + (a^2 + b^2) = 0 \quad (2.106)$$

Por comparação dos coeficientes das equações (2.102) e (2.106), conclui-se que

$$\begin{cases} 4a = 2[\omega_S \xi_S + (1 + \mu) \omega_T \xi_T] \\ (6a^2 + 2b^2) = [\omega_S^2 + (1 + \mu) \omega_T^2 + 4\omega_S \omega_T \xi_S \xi_T] \\ -4a(a^2 + b^2) = \omega_S \omega_T [\omega_T \xi_S + \omega_S \xi_T] \\ (a^2 + b^2) = \omega_S^2 \omega_T^2 \end{cases} \quad (2.107)$$

Resolvendo o sistema (2.107) em ordem a ω_T , ξ_T , a e b , consegue-se determinar as fórmulas que permitem calcular q e ξ_T

$$q_{\text{opt}} = \left(\frac{1}{1 + \mu} - \sqrt{\mu} \frac{\xi_S}{(1 + \mu) \sqrt{1 + \mu - \xi_S^2}} \right) \quad (2.108)$$

$$\xi_{T \text{ opt}} = \frac{\xi_S}{1 + \mu} + \frac{\sqrt{\mu} \sqrt{1 + \mu - \xi_S^2}}{1 + \mu} \quad (2.109)$$

No entanto, para que ω_T e ξ_T sejam positivos, é necessário que $\xi_S^2 \leq \mu$. Nas situações em que o amortecimento da estrutura é desprezável, as equações (2.108) e (2.109) escrevem-se, simplifadamente

$$q_{\text{opt}} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (2.110)$$

$$\xi_{T \text{ opt}} = \sqrt{\frac{\mu}{1 + \mu}} \quad (2.111)$$

2.1.4 ACÇÃO SÍSMICA

O método que se apresenta foi proposto por Villaverde, [6], [7] e [8], tendo sido desenvolvido e avaliado recorrendo a acelerogramas de sismos reais, nomeadamente aos de El Centro, de 18 de Maio de 1940, de Taft, de 21 de Julho de 1952 e de Pacoima Dam, de 1971.

Considere-se uma estrutura com frequência natural ω na qual foi instalado um TMD que apresenta, também, uma frequência natural ω . Quando um dos modos de vibração resultantes da instalação do TMD na estrutura é excitado, a estrutura possui amortecimento modal ξ_S e massa modal m_S e o TMD possui amortecimento modal ξ_T e massa modal m_T . Importa referir que, para que tal seja válido, apenas no que se refere a este método em particular, os modos de vibração têm de ser normalizados de forma a possuírem factores de participação unitários. Nestas condições, os dois modos de vibração resultantes apresentam frequências naturais complexas do tipo

$$\lambda_j = -\frac{(\xi_S + \xi_T)\omega}{2} + i\omega \pm \left(\frac{\omega}{2}\right)\sqrt{(\xi_S - \xi_T)^2 - \phi_k\mu} \quad (2.112)$$

em que λ_j é a j -ésima frequência natural complexa do sistema e ϕ_k é a amplitude da massa que irá sustentar o TMD, quando a estrutura se encontra a oscilar no modo de vibração correspondente à frequência ω , devendo este modo estar normalizado de forma a possuir um factor de participação unitário, como já se referiu. Sabendo que a solução geral da equação diferencial que rege um sistema amortecido

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t) \quad (2.113)$$

é do tipo

$$\lambda_j = -\xi_j\omega_j + i\omega_{dj} \quad (2.114)$$

em que ξ_j representa o amortecimento do modo j do sistema, ω_j representa a frequência natural do modo j do sistema e ω_{dj} representa a frequência natural amortecida do modo j do sistema dada por

$$\omega_{dj} = \omega_j\sqrt{1 - \xi_j^2} \quad (2.115)$$

Comparando as equações (2.112) e (2.114), é possível obter as fórmulas que permitem o cálculo dos valores de ξ_j e ω_{dj} do sistema, constituído pela estrutura e pelo TMD, para duas situações distintas. Assim, quando $|\xi_S - \xi_T| \geq |\phi_k\sqrt{\mu}|$:

$$\xi_j\omega_j = \frac{(\xi_S + \xi_T)\omega}{2} \pm \frac{\omega}{2}\sqrt{(\xi_S - \xi_T)^2 - \phi_k^2\mu} \quad (2.116)$$

$$\omega_{dj} = \omega \quad (2.117)$$

Quando $|\xi_S - \xi_T| \leq |\phi_k\sqrt{\mu}|$:

$$\xi_j\omega_j = \frac{(\xi_S + \xi_T)\omega}{2} \quad (2.118)$$

$$\omega_{dj} = \omega \pm \frac{\omega}{2}\sqrt{\phi_k^2\mu - (\xi_S - \xi_T)^2} \quad (2.119)$$

Caso os valores de μ , ξ_T e ξ_S sejam pequenos, as expressões (2.116) a (2.119) podem ser simplificadas. Deste modo, quando $|\xi_S - \xi_T| \geq |\phi_k\sqrt{\mu}|$:

$$\xi_j = \frac{(\xi_S + \xi_T)}{2} \pm \frac{\sqrt{(\xi_S - \xi_T)^2 - \phi_k^2 \mu}}{2} \quad (2.120)$$

$$\omega_{dj} = \omega \quad (2.121)$$

Quando $|\xi_S - \xi_T| \leq |\phi_k \sqrt{\mu}|$:

$$\xi_j = \frac{(\xi_S + \xi_T)}{2} \quad (2.122)$$

$$\omega_{dj} = \omega \quad (2.123)$$

De acordo com este raciocínio, o amortecimento dos modos de vibração resultantes da aplicação de um TMD a uma estrutura possui uma propriedade importante, expressa pelas equações (2.120) e (2.122) mas que não é muito evidente. Admita-se a instalação de um TMD com frequência natural ω e amortecimento ξ_T , numa estrutura com frequência natural ω e amortecimento ξ_S . Isto leva à formação de um sistema com dois modos de vibração. Tais modos de vibração possuem amortecimentos ξ_1^A e ξ_2^A , dados pelas fórmulas (2.120) ou (2.122). Considere-se agora a instalação de um TMD com frequência natural ω e amortecimento ξ_S (e não ξ_T), numa estrutura com frequência natural ω e amortecimento ξ_T (e não ξ_S). Isto leva também à formação de um sistema com dois modos de vibração. Tais modos de vibração possuem amortecimentos ξ_1^B e ξ_2^B , dados pelas fórmulas (2.120) ou (2.122). No entanto, $\xi_j^B = \xi_j^A$, ou seja, nas duas situações, os amortecimentos resultantes da instalação do TMD são iguais. Isto deve-se ao facto de, segundo as equações (2.120) e (2.120), o amortecimento do sistema final ser independente do sub-sistema inicial (estrutura ou TMD, antes da sua acoplagem) em que os amortecimentos ξ_S e ξ_T se encontrem instalados. Ou seja, depende apenas dos seus valores numéricos. Logo, é possível obter um sistema equivalente a uma estrutura com grande amortecimento, a partir da instalação de um TMD com amortecimento elevado numa estrutura com amortecimento reduzido. Como a amplitude da resposta de um sistema diminui com o aumento do valor do seu amortecimento, as oscilações de uma estrutura sujeita à acção sísmica podem ser atenuadas com a aplicação de um TMD com grande amortecimento e de preferência sintonizado para as frequências mais baixas da estrutura, nomeadamente a frequência fundamental.

Villaverde salienta também que quando o sistema satisfaz a inequação

$$|\xi_S - \xi_T| \geq |\phi_k \sqrt{\mu}| \quad (2.124)$$

um dos amortecimentos dos modos de vibração resultantes da aplicação do TMD à estrutura é elevado, enquanto o outro é baixo. No entanto, no caso de se verificar que

$$|\xi_S - \xi_T| \leq |\phi_k \sqrt{\mu}| \quad (2.125)$$

ambos os amortecimentos dos modos de vibração resultantes são iguais à média dos amortecimentos da estrutura e do TMD, ξ_S e ξ_T , respectivamente, a vibrar com frequência ω

Assim, de acordo com as considerações expostas, o dimensionamento de um TMD eficaz na redução da resposta sísmica deve ser efectuado de modo a satisfazer a inequação (2.125). O valor de ξ_T deverá ser escolhido de forma a ser o maior possível, tendo em atenção que terá de ser inferior ao amortecimento crítico. Caso contrário, não haverá oscilação do TMD e, por conseguinte, não haverá dissipação de energia. Substituindo o valor de ξ_T escolhido anteriormente na expressão

$$|\xi_S - \xi_T| = |\phi_k \sqrt{\mu}| \quad (2.126)$$

é possível obter o valor de μ . A frequência de sintonização do TMD deve ser igual à frequência natural do modo de vibração que interessa controlar, ou seja

$$\omega_T = \omega_S = \omega \quad (2.127)$$

Inversamente, fixando o valor de μ , é possível obter o valor de ξ_T .

2.1.5 ACÇÕES ALEATÓRIAS

Apresenta-se agora, um método de dimensionamento de TMDs sujeitos a acções aleatórias proposto em [5]. Como exemplos de acções aleatórias referem-se os sismos e o vento. No desenvolvimento do método, a acção aleatória foi considerada como um ruído branco, o que não corresponde exactamente à acção característica do vento e dos sismos, embora estes possam, em certas circunstâncias, ser modelados com base neste conceito.

O desenvolvimento matemático exaustivo das expressões que permitem obter as fórmulas de cálculo dos valores óptimos dos parâmetros é extenso e complexo, excedendo o âmbito dum trabalho deste tipo. Desta forma, apenas se apresentam os resultados finais da dedução, podendo ser verificadas as deduções nas referências bibliográficas, [5].

Assim, tendo em consideração o que atrás foi referido, as expressões que permitem obter o valor de q e de ξ_T segundo este método são dadas pelas equações (2.128) e (2.129).

$$q_{\text{opt}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\mu}{2}}}{1 + \mu} \quad (2.128)$$

$$\xi_{T \text{ opt}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu \left(1 + \frac{3\mu}{4}\right)}{(1 + \mu) \left(1 + \frac{\mu}{2}\right)}} \quad (2.129)$$

2.3 TMDs MÚLTIPLOS

2.2.1 VÁRIOS MODOS DE VIBRAÇÃO

Considere-se uma estrutura que apresenta duas frequências naturais susceptíveis de ser excitadas por acções que se exercem frequentemente. Tal estrutura possui dois modos de vibração com grande probabilidade de criar situações de ressonância. Logo, possui dois modos de vibração que precisarão de ser controlados pela instalação de um TMD.

Caso as frequências sejam muito afastadas, as acções capazes de excitar o primeiro modo terão pouca influência sobre o segundo modo e as acções capazes de excitar o segundo modo terão pouca influência sobre o primeiro. Ao mesmo tempo, um TMD sintonizado para a frequência mais baixa terá pouco ou nenhum efeito sobre a frequência mais alta, como seria de esperar e vice-versa. O dimensionamento dos TMDs deve, por isso, ser acompanhado de estudos acerca da relevância de cada modo para a resposta total. Os modos de vibração que se considerem importantes terão de ser analisados através de osciladores de um grau de liberdade.

Considere-se agora que as frequências naturais da estrutura são próximas. Neste caso, as acções capazes de excitar um modo de vibração exercem uma influência considerável no outro. Assim, ambos os modos vão obrigatoriamente necessitar de ser controlados. No entanto, é preciso saber se um TMD tem capacidade suficiente para controlar os dois modos ou se é indispensável o auxílio de outra unidade. Os vários estudos que têm sido efectuados sobre TMDs demonstram que estes aparelhos são bastante sensíveis a sua sintonização em frequência e pouco sensíveis a variações de amortecimento. Pequenas variações na frequência de sintonização de um TMD são responsáveis por grandes variações

da sua eficácia. Assim, de acordo com o exposto, no caso das frequências naturais da estrutura serem muito próximas, é também necessário projectar um amortecedor para cada modo de vibração. A utilização de apenas um TMD, sintonizado para um dos modos de vibração, não produzirá alterações significativas na resposta do outro modo.

Em resumo, o dimensionamento de TMDs deve ser efectuado considerando um TMD por modo de vibração. Cada modo vibração é estudado como um oscilador de um grau de liberdade, tal como já foi referido, desprezando a influência no modo em estudo de outros TMDs sintonizados para outras frequências.

2.2.2 UM MODO DE VIBRAÇÃO

Foi já descrito um conjunto de procedimentos teóricos que permitem a determinação dos parâmetros óptimos de um TMD para várias situações. No entanto, ainda nada foi referido acerca da viabilidade da implementação prática da solução teórica encontrada.

Nos casos reais, as estruturas impõem restrições à concepção de TMDs, de entre as quais se salientam as de carácter arquitectónico e estético. Ao mesmo tempo, o fabrico e instalação de amortecedores com massas e dimensões elevadas é mais difícil do que o fabrico e instalação de várias unidades mais pequenas, mas que consigam um efeito equivalente. De forma a contornar estes problemas, apresenta-se a seguir um método que, a partir de um único TMD, permite efectuar o dimensionamento de vários TMDs menores mas mantendo a eficácia do primeiro.

Conhecendo os níveis de resposta desejados para a estrutura em causa, determina-se o valor de μ necessário, como se se tratasse de um único TMD. Em seguida, é imprescindível conhecer o número de TMDs menores a instalar e as respectivas posições. A posição deve ser escolhida de modo a que os TMDs se situem o mais próximo possível das secções com componentes modais mais elevadas (para o modo o causa). O seu número deve ser escolhido de forma a satisfazer as restrições colocadas pela estrutura. Pode, por exemplo, optar-se pela instalação de dois TMDs. Se tal solução não for compatível com as restrições impostas, vai-se aumentando o número até chegar ao adequado. Em seguida, calcula-se o valor da massa modal correspondente à posição de cada TMD, considerando o modo de vibração normalizado de forma a possuir componente modal unitária na posição de cada TMD. Com a massa modal correspondente à posição de cada TMD, adoptando para cada o valor de μ calculado anteriormente, calcula-se a massa de cada um dos TMDs. No entanto, o conjunto de TMDs concebidos por este processo, vai dar origem a uma redução de resposta maior do que a necessária, ou seja, o TMD equivalente está sobre-dimensionado. De modo a controlar este efeito, é conveniente introduzir um coeficiente β_j , chamado de factor de participação, que deve ser multiplicado pela massa de cada TMD, m_{Tj} . Esses factores de participação devem respeitar a condição

$$\sum_{j=1}^n \beta_j = 1 \quad (2.130)$$

2.4 CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS SOBRE O ESTUDO DE UM TMD

O estudo e dimensionamento de TMDs e supressores de vibrações é efectuado tendo por base sistemas dinâmicos simples, de um grau de liberdade, constituídos apenas por uma massa, uma mola e um amortecedor, possuindo um único modo de vibração. No entanto, as estruturas reais, como pontes, edifícios, etc., correspondem frequentemente a sistemas com inúmeros graus de liberdade e modos de vibração. Para efectuar o seu estudo com vista à aplicação de TMDs é, então, necessário construir um

sistema equivalente de um grau de liberdade que traduza, o mais fielmente possível, o comportamento da estrutura real.

Isto pode ser efectuado considerando que a cada modo de vibração da estrutura irá corresponder um modelo de um grau de liberdade. Torna-se, então, necessário determinar os vários valores de massa, rigidez e amortecimento modais. A normalização dos diversos modos de vibração será efectuada atribuindo o valor unitário à componente modal correspondente ao grau de liberdade em estudo. No cálculo da massa modal, definida produto $M_j = \phi_j^T M \phi_j$, deve-se também utilizar um vector correspondente ao modo de vibração em estudo, normalizado segundo o processo descrito anteriormente. No caso de a massa modal ter sido calculada utilizando um modo de vibração normalizado segundo outro critério, o seu valor pode ser adaptado, multiplicando-o por $1/\beta_j$, em que β_j é o valor inicial que o modo de vibração ϕ_j assume no grau de liberdade i correspondente ao grau de liberdade sobre o qual incide o estudo da aplicação do TMD. Outro tipo de normalização dos modos de vibração que é de grande utilidade no estudo de TMDs, nomeadamente quando se considera a actuação de acções sísmicas, é a normalização com factores de participação unitários. O factor de participação do modo j , F_j , é definido pela relação

$$F_j = \frac{L_j}{M_j} \quad (2.131)$$

em que L_j é o factor modal de excitação sísmica, dado por

$$L_j = \phi_j^T M \{1\} \quad (2.132)$$

sendo ϕ_j o modo de vibração em estudo, normalizado segundo um critério qualquer, M a matriz de massa do sistema e $\{1\}$ um vector coluna de dimensões $n \times 1$, com todos os seus elementos iguais à unidade, em que n é o número total graus de liberdade do sistema. M_j é a massa modal do modo de vibração em estudo definida por

$$M_j = \phi_j^T M \phi_j \quad (2.133)$$

Para que o factor de participação seja unitário, interessa descobrir qual é o valor da constante β_i que, quando multiplicada por ϕ_j , fornece o vector normalizado no factor de participação unitário, φ_j . Resolvendo a equação

$$\frac{(\beta_j \phi_j) M \{1\}}{(\beta_j \phi_j^T) M (\beta_j \phi_j)} = 1 \quad (2.134)$$

chega-se à solução

$$\beta_j = \frac{(\phi_j) M \{1\}}{(\phi_j^T) M (\phi_j)} \quad (2.135)$$

ou seja

$$\beta_j = F_j \quad (2.136)$$

e

$$\varphi_j = \beta_j \phi_j = F_j \phi_j \quad (2.137)$$

Dito de outra forma, para normalizar um vector para que este possua um factor de participação unitário, basta multiplicá-lo pelo próprio factor de participação, antes de ter sido efectuado qualquer tipo de normalização.

2.5 CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS SOBRE A IMPLEMENTAÇÃO DE UM TMD

Os processos de concepção e instalação de TMDs devem ser acompanhados de análises e avaliações das características e parâmetros, tanto da estrutura como do TMD. Antes de se iniciar o estudo e concepção de um TMD, é fundamental a determinação das características da estrutura que influenciam o seu comportamento do ponto vista dinâmico, como as frequências naturais, o amortecimento e a rigidez. A rigidez pode, em geral, ser calculada com bastante rigor a partir dos dados do projecto. No entanto, para a determinação da frequência e do amortecimento, convém recorrer a ensaios experimentais sobre a estrutura real. Um ensaio comum consiste na libertação súbita de uma massa suspensa da estrutura, o que leva a estrutura a entrar em vibração livre. Esta acção súbita provoca a excitação de vários modos de vibração, permitindo, através da utilização de aparelhos apropriados, a determinação de várias frequências e respectivos modos de vibração. No entanto, este método só produzirá resultados com algum interesse se se garantir que a energia mobilizada pela libertação súbita da massa é suficiente para excitar a estrutura em causa. Para grandes estruturas, este método perde alguma eficácia.

Durante a fase de concepção é indispensável a avaliação da sintonização do TMD, no que diz respeito à frequência e ao amortecimento. Recorrendo a ensaios de vibração livre, é possível estimar a frequência a partir da resposta do TMD e o amortecimento a partir do decaimento da curva envolvente da resposta. Se o TMD apresentar dimensões relativamente pequenas, pode-se iniciar o ensaio de vibração livre através de excitação manual. Caso contrário, terão de ser utilizados outros meios. Se se pretender efectuar um ensaio de vibração forçada, deve-se evitar a excitação manual, pois esta solicita várias frequências. Nestas situações devem ser utilizados excitadores mecânicos.

Outra questão a ser considerada durante a concepção é o facto de, na prática, o aparelho responsável por conferir amortecimento ao TMD contribuir também para sua rigidez. Isto significa que a sintonização da frequência do TMD não pode ser feita independentemente da sintonização do amortecimento.

Por fim, após a instalação do TMD na estrutura, é necessário proceder a uma avaliação da sua eficácia. Mais uma vez, pode-se recorrer à libertação de uma grande massa suspensa da estrutura. Se a sintonização do TMD estiver correcta, na FRF da estrutura devem aparecer dois picos com a mesma altura, correspondentes aos pontos fixos, cujo significado foi anteriormente explicado. A eficácia do TMD pode também ser avaliada medindo a resposta da estrutura com o movimento da massa do TMD restringido e comparando-a com a resposta da estrutura com o movimento da massa do TMD livre. O quociente entre os dois valores pode ser entendido como uma medida da sua eficácia. No entanto, para que esta medida tenha significado, é necessário que a força que causa a excitação da estrutura seja idêntica nos dois casos. Em teoria, essa força deve ser aplicada com recurso a um excitador mecânico, para que os resultados sejam precisos. Na prática, dependendo da estrutura, é bastante mais simples aplicar uma acção dinâmica resultante de actividades humanas como caminhar, saltar ou correr.

Na implementação prática de TMDs é também sugerido por alguns peritos, que se tire proveito do próprio funcionamento da estrutura e dos equipamentos nela instalados.

No caso de caso de edifícios, por exemplo, quando for necessário instalar um TMD com pequenos valores de μ , o equipamento existente nas coberturas (ar condicionados, etc.) quando montado sobre um conjunto de molas e amortecedores com rigidez e amortecimento apropriados, pode ser utilizado eficazmente como TMD.

Nos casos em que o valor de μ é demasiado grande para que o equipamento existente na estrutura possua massa suficiente para funcionar como um TMD eficaz ou em que se apresentem dificuldades

em montar o TMD devido à sua massa elevada, é sugerido que se utilize, no caso de edifícios, a própria cobertura como TMD. Esta situação obriga a que o último piso seja dimensionado de modo a possuir a resistência e ductilidade suficientes para resistir aos elevados esforços e deslocamentos que lhe serão impostos. Naturalmente, esta será uma solução geradora de danos no piso da cobertura e que não deverá ser utilizada para fazer face a acções de serviço, mas sim a acções extremas, como por exemplo, sismos.

3

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é efectuada a descrição de exemplos que representam situações clássicas da forma como um TMD pode ser empregue no controlo de vibrações em estruturas.

O primeiro exemplo diz respeito ao controlo de vibrações numa ponte pedonal em *Toda*, no Japão. Este apresenta a particularidade do controlo se efectuar sobre oscilações laterais e não sobre oscilações verticais. Apesar de se ter optado pelo uso de TLDs (*Tuned Liquid Dampers*), em vez de TMDs, como forma de contornar o problema, este exemplo não se afasta do âmbito deste trabalho, pois representa um grande contributo na compreensão de vibrações laterais em pontes, nomeadamente em pontes pedonais. Desde então, várias destas pontes têm sido equipadas com TMDs como forma de evitar este fenómeno, tais como a ponte *Millennium*, em Londres e a ponte *Pedro e Inês*, em Coimbra.

O segundo exemplo é precisamente um resumo do estudo das características dinâmicas, processos de dimensionamento de TMDs e análise da sua eficiência aplicado à ponte *Pedro e Inês*. Devido à sua esbelteza, verificou-se que esta ponte apresentava níveis significativos de oscilações verticais e laterais, susceptíveis de causar desconforto aos seus utilizadores.

Por fim, apresenta-se um caso de aplicação de um TMD a uma chaminé de aço. Nesta situação, naturalmente, não foi o conforto que ditou instalação de tal aparelho, mas sim a possibilidade de deterioração do estado de conservação da chaminé devido à fadiga.

3.2 PONTE DE TODA

O estudo da ponte de *Toda*, apresentado por Nakanura e Fujino em [9], representa um importante avanço na análise e controlo de vibrações em estruturas, pelo facto de ter sido um dos primeiros a mencionar o fenómeno de vibrações laterais em pontes pedonais, até à data desconhecido da generalidade dos projectistas. Na figura 3.1 apresenta-se uma vista geral da ponte.

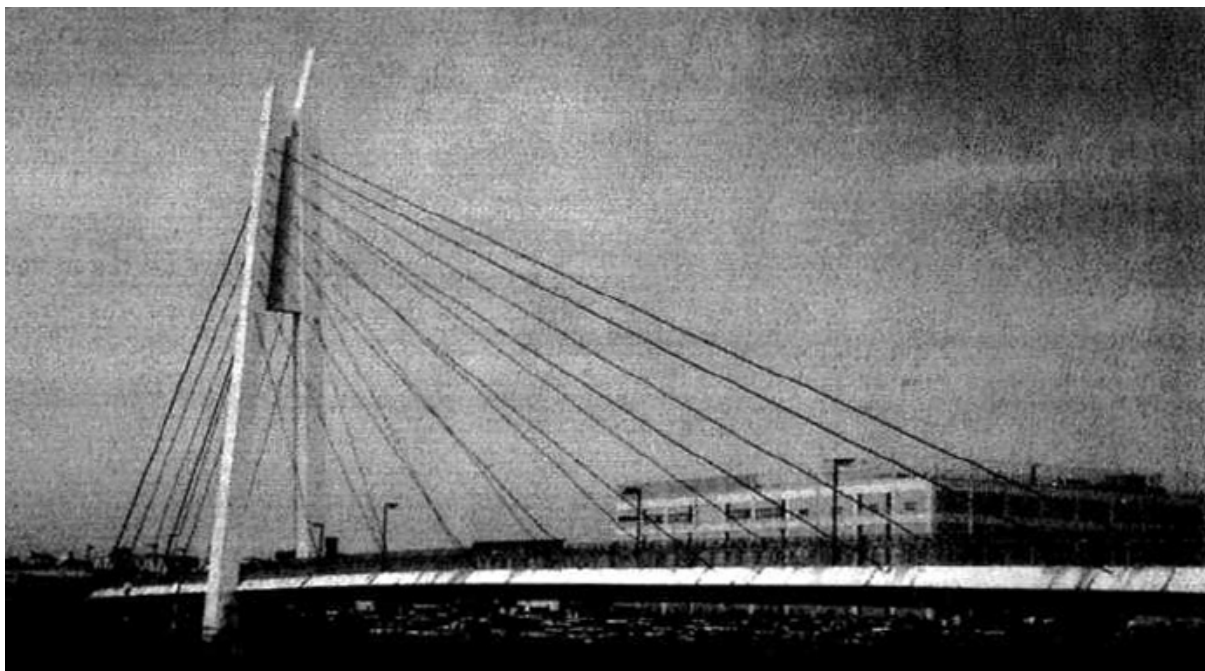


Fig.3.1 – Vista da ponte de Toda

Esta é constituída por um vão principal de 134m e um vão lateral de 45m, suportados por dois planos de cabos, contendo, cada plano, onze cabos e uma torre de 61.4m de altura, em betão armado. O tabuleiro é constituído por uma secção transversal metálica, em caixão, com 6.05m de largura e 1.8m de altura. Na figura 3.2 apresenta-se um alçado, um corte vertical e a secção transversal da ponte.

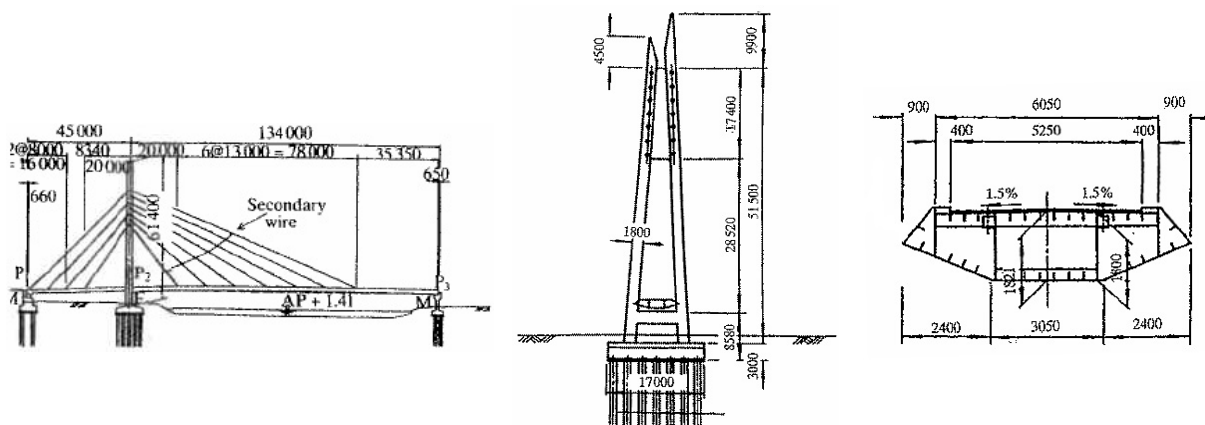


Fig.3.2 – Alçado, corte vertical e secção transversal da ponte de Toda

Devido à sua esbelteza, foram realizados estudos aerodinâmicos de um modelo num túnel de vento, que indicaram que a ponte deveria ser munida de equipamento para prevenir fenómenos de *vortex shedding*. Concluiu-se, também, que esta seria fustigada por ventos com velocidades da ordem dos 50m/s a 60m/s mas que as vibrações daí resultantes estariam dentro dos limites aceitáveis.

A ponte de *Toda* constituía a única ligação entre um estádio onde se efectuavam competições de barcos a motor e um terminal de autocarros. No final dos eventos, os espectadores abandonavam o

estádio, causando o congestionamento da ponte, que durava entre cinco e quinze minutos. Durante esse tempo, foram observadas vibrações nos cabos e no tabuleiro que, apesar de pequenas, eram suficientes para causar desconforto nos peões, levando a que alguns deles se apoiassem nos corrimões laterais. Isto conduziu a que fossem efectuados estudos dinâmicos com vista a descobrir as causas das oscilações. Conseguiu-se identificar o processo a seguir descrito como gerador das oscilações: no final das corridas, o tempo que os espectadores demoravam a abandonar o estádio era de aproximadamente 14 minutos. Durante todo este período a ponte encontrava-se congestionada. No início do processo, os cabos começavam a vibrar nas direcções vertical e horizontal mas o tabuleiro não apresentava vibrações significativas. Passados três minutos, o tabuleiro já apresentava alguma vibração lateral e a amplitude do movimento dos cabos tinha aumentado. No entanto, os níveis de vibração vertical do tabuleiro não tinham sofrido alterações significativas, quando comparados com os níveis de vibração lateral. Ao fim de doze minutos, o número de peões sobre a ponte começava a diminuir, levando a uma diminuição da vibração da ponte, que acabava por cessar.

Na fase inicial, a amplitude máxima dos deslocamentos laterais da ponte era de 3mm, com uma frequência de 0.953 Hz, como se representa na figura 3.3.

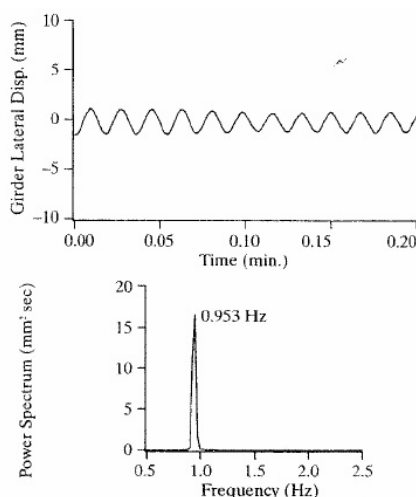


Fig.3.3 – Deslocamentos laterais do tabuleiro e espectro de potência, para a fase inicial

Na fase de vibração máxima, a amplitude máxima registada foi de 8mm, com uma frequência de 0.927Hz. Esta frequência é mais baixa do que a anterior, provavelmente, devido ao aumento da massa dos peões. Os deslocamentos laterais na segunda fase estão representados na figura 3.4.

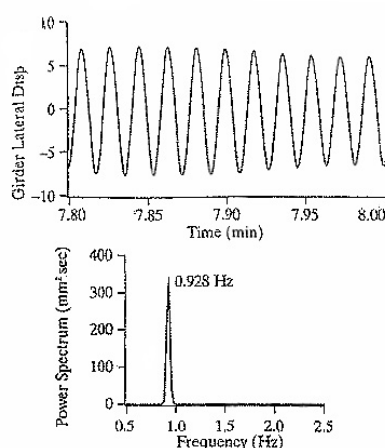


Fig.3.4 – Deslocamentos laterais do tabuleiro e espectro de potência, para a segunda fase

No que respeita aos deslocamentos verticais, na fase inicial a amplitude máxima da vibração foi de 0.6mm, o que é muito inferior aos valores relativos à vibração lateral, como se pode observar na figura 3.5, tendo sido identificadas duas frequências naturais, uma a 0.952Hz, igual à frequência da fase inicial da vibração lateral e outra a 2Hz, provavelmente devida às acções verticais causadas pelos peões.

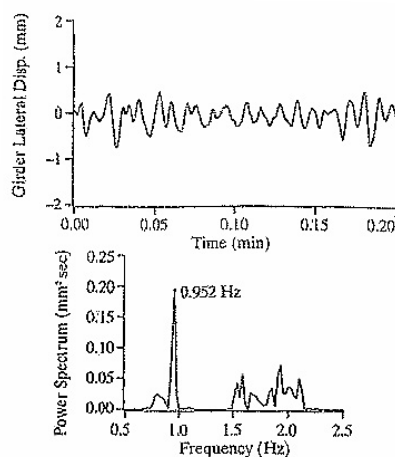


Fig.3.5 – Deslocamentos verticais do tabuleiro e espectro de potência, para a fase inicial

Na fase de vibração máxima, a amplitude máxima dos deslocamentos verticais foi de 1.4mm, a uma frequência de 0.927, igual à frequência da fase de vibração máxima lateral, como se representa na figura 3.6.

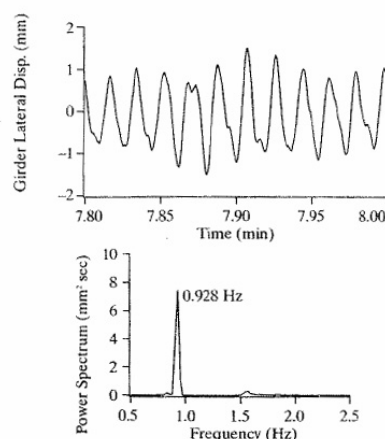


Fig.3.6 – Deslocamentos verticais do tabuleiro e espectro de potência, para a segunda fase

A amplitude máxima das vibrações observadas nos cabos estava entre 20mm e 30mm. Estes apresentavam, simultaneamente, vibração lateral e vertical, o que levou os investigadores a pensar que a componente lateral de oscilação dos cabos era responsável pela oscilação lateral da ponte. Com o intuito de reduzir a oscilação dos cabos, estes foram ligados uns aos outros através de cordões. No entanto, após novos testes, verificou-se que, apesar da vibração dos cabos ter diminuído depois da aplicação desta medida, a resposta do tabuleiro não sofreu alterações significativas, sendo os investigadores obrigados a procurar um novo mecanismo de vibração.

Quando uma pessoa caminha, o seu centro de gravidade apresenta deslocamentos laterais. Quando calca com o pé direito, o seu centro de gravidade desloca-se para a direita e, quando calca com o pé esquerdo, o seu centro de gravidade desloca-se para a esquerda, como esquematizado na figura 3.7.

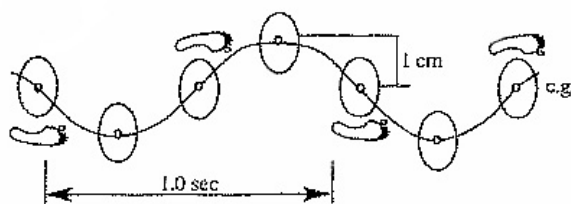


Fig.3.7 – Deslocamento lateral do centro de gravidade de um peão

Este movimento do centro de massa é responsável pela introdução de forças laterais na superfície em que o peão caminha, correspondentes a aproximadamente 10% das forças verticais causadas pelo acto de caminhar. Assim, sendo a frequência normal da passada de uma pessoa aproximadamente igual a 2Hz, às forças laterais vai corresponder uma força com frequência igual a metade da frequência da passada, ou seja, aproximadamente 1Hz, frequência esta que é muito próxima da frequência de vibração lateral da ponte, cerca de 0.9Hz.

Para verificar se este mecanismo estaria na origem das vibrações da ponte de *Toda*, realizaram-se testes com cerca de 30 estudantes, que tentaram excitar a ponte saltando em conjunto, com uma frequência de 2Hz, saltando aleatoriamente, correndo, etc., o que não originou nenhuma resposta

significativa da ponte. Tentou-se também excitar os cabos da ponte mas os níveis de vibração produzidos não foram significativos. Por fim, os estudantes caminharam sobre a ponte de modo a que a frequência do efeito lateral da sua passada, cujo mecanismo foi descrito anteriormente, fosse aproximadamente igual a 0.9Hz. Isto induziu vibração lateral com amplitude de 6.5mm, num fenómeno muito semelhante àquele que ocorria durante os períodos de congestionamento da ponte.

No entanto, os utilizadores normais da ponte caminham aleatoriamente, sem sincronizar a frequência da sua passada uns com os outros. Isto leva a que as forças laterais geradas tenham ângulos de fase diferentes e, por isso, se anulem umas às outras. O que foi descoberto durante este estudo é que ao caminhar sobre uma superfície que apresente vibração lateral, os peões adaptam a sua passada ao movimento da superfície, neste caso, o tabuleiro da ponte. Quando o tabuleiro se desloca para a direita, um peão tem tendência a mover-se para a direita e calcar com o pé direito. Por sua vez, quando o tabuleiro se desloca para a esquerda, um peão tem tendência a mover-se para a esquerda e calcar com o pé esquerdo. Deste modo, os peões apresentam uma tendência para sincronizar o seu movimento com o movimento da ponte, dando origem ao processo gerador de vibrações na ponte. Vibrações de amplitude reduzida começam ser a geradas pelas forças laterais introduzidas pelos peões, que caminham aleatoriamente. Estas vibrações levam a que alguns peões mais sensíveis comecem a sincronizar o seu movimento com o da ponte, o que resulta na introdução de forças laterais com frequência igual à frequência natural da ponte, aumentando a amplitude das vibrações. Este aumento de amplitude conduz à sincronização dos movimentos de um número cada vez maior de peões com os movimentos da ponte, dando origem a um ciclo vicioso, em que a amplitude dos deslocamentos tende para valores incomportáveis. Este fenómeno designa-se por *Lock-In*. Na prática, isto não se verifica porque, quando se atinge o limite do conforto, os peões abrandam o seu movimento, chegando mesmo alguns a parar. Deste modo, a amplitude das vibrações não ultrapassa um dado limite. Estudos detalhados revelaram que se 20% dos peões sincronizassem os seus movimentos com os do tabuleiro, a resposta da ponte atingiria valores aproximadamente iguais aos valores medidos.

Depois de detectados os mecanismos responsáveis pela introdução de vibrações, tornou-se necessária a implementação de soluções para as atenuar. Com esse objectivo, optou-se por ligar os cabos da ponte uns aos outros, através de cordões secundários e pela instalação de TLDs no interior da secção em caixão do tabuleiro.

Os TLDs são amortecedores em que a dissipação de energia é feita através do movimento da água, devido à sua viscosidade e à formação de ondas. Para materialização dos TLDs, optou-se pela instalação de 600 recipientes 360x290mm² com uma altura de água de 34mm, o que corresponde a $\mu=0.7\%$ relativamente à massa modal do modo de vibração lateral.

Na tabela 3.1 apresentam-se os resultados de medições efectuadas antes e depois da instalação das medidas de controlo, verificando-se uma acentuada redução da resposta, de 8.3mm antes da aplicação, para 2.9mm depois da aplicação.

Tabela 3.1 – Amplitude dos deslocamentos laterais do tabuleiro, antes e depois da instalação dos TLDs

	s/ TLD	c/ TLD
Deslocamento (mm)	8.3	2.9
Nº de Peões	13326	12126

Na figura 3.8 apresentam-se os resultados de ensaios de vibração livre efectuados com o intuito de avaliar o amortecimento da estrutura antes e depois da aplicação do controlo.

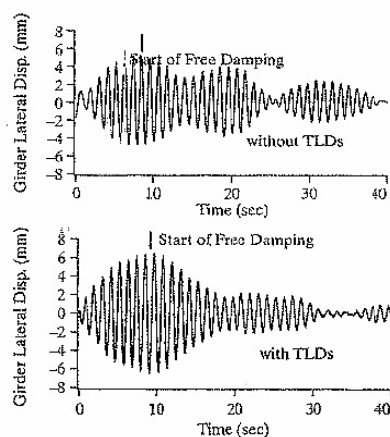


Fig.3.8 – Amplitude dos deslocamentos laterais do tabuleiro em vibração livre

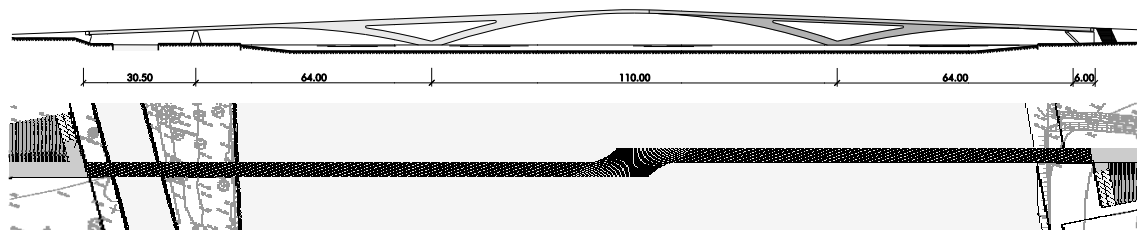
3.3 PONTE PEDRO E INÊS

A ponte pedonal *Pedro e Inês*, sobre o rio Mondego, em Coimbra, localiza-se no centro do Parque da Cidade. O seu estudo foi efectuado por Caetano, Cunha e Moutinho e publicado em [10]. Esta ponte possui 275m de comprimento e 4m de largura, sendo constituída por um arco central parabólico, com 110m de vão e 9m de flecha e dois meios arcos laterais, em aço, apoiando, com total continuidade, um tabuleiro misto aço-betão. Na figura 3.9 apresenta-se uma vista geral da ponte.



Fig.3.9 – Vista da ponte *Pedro e Inês*

A ponte apresenta um desenvolvimento anti-simétrico relativamente ao plano vertical que contém a secção de meio vão, quer do arco, quer da secção transversal do tabuleiro, ao longo do eixo longitudinal da ponte, levando à criação de uma praça central de $8 \times 8 \text{ m}^2$, a meio vão, como se pode observar na figura 3.10.

Fig.3.10 – Alçado e planta da ponte *Pedro e Inês*

O arco central e os dois meios arcos laterais possuem uma secção transversal em caixão, de $1.35 \times 1.80 \text{ m}^2$. O tabuleiro é constituído por uma secção em caixão metálico em forma de L, cujo banzo superior é formado por um tabuleiro misto de 0.11m de espessura. Na zona central, o arco e o tabuleiro encontram-se, formando uma secção de $8.0 \times 0.90 \text{ m}^2$. Nos tramos laterais, a secção transversal é em caixão, com $4.0 \times 0.90 \text{ m}^2$. Na figura 3.11 apresentam-se as secções transversais na zona central e nos tramos laterais.

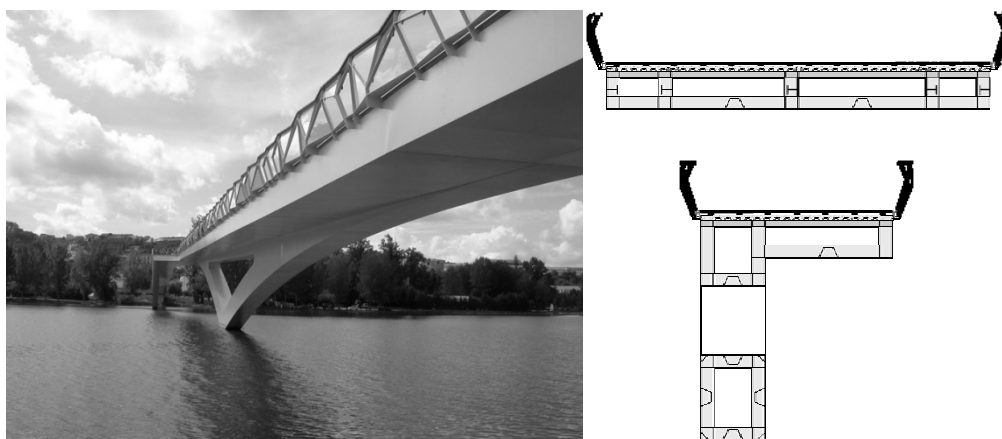


Fig.3.11 – Secção transversal da ponte na zona central e nos tramos laterais

Maciços de estacas verticais, que atingem os 35m de profundidade, constituem as fundações dos arcos. Estas atravessam solo de fraca qualidade, o que lhes confere um apoio elástico, fazendo com que a ponte apresente um comportamento intermédio entre arco e viga.

Análises preliminares em fase projecto anunciaram uma elevada flexibilidade da estrutura e vulnerabilidade às acções induzidas por peões, tendo sido solicitado ao ViBEST/FEUP a realização de estudos dinâmicos pormenorizados, baseados numa modelação numérica muito precisa, a partir da qual se procurou avaliar a influência de parâmetros como o efeito do acréscimo da massa dos peões, análise não linear geométrica, etc., no comportamento estrutural da ponte, sendo também avaliado o efeito das acções humanas.

Concluiu-se terem relevância vibrações laterais com frequências próximas de 0.7Hz e vibrações verticais correspondentes a um número significativo de modos de vibração, tendo sido sugerida a instalação de 8 TMDs em correspondência com os modos de vibração críticos. No entanto, a decisão

final relativa à instalação dos amortecedores apenas seria tomada depois de uma análise das características dinâmicas e da resposta da ponte, efectuada após o fim dos trabalhos de construção.

A caracterização experimental da ponte foi efectuada através de ensaios de vibração ambiental que permitiram identificar as frequências naturais e modos de vibração e de ensaios de vibração livre que permitiram estimar com rigor os coeficientes de amortecimento correspondentes aos modos de vibração mais importantes.

O ensaio de vibração ambiental foi realizado com base na utilização de quatro sismógrafos triaxiais de elevada sensibilidade. Instrumentaram-se as vinte secções indicadas na figura 3.12, tendo sido efectuadas medições a montante e a jusante nas secções 9, 10 e 11 e medições na zona central do tabuleiro nas restantes secções.

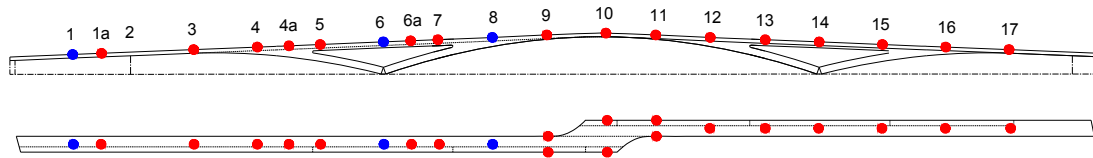


Fig.3.12 – Secções instrumentadas nos ensaios de vibração ambiental

Sendo objectivo das medições detectar o maior número possível de modos de vibração e sabendo que vários modos de vibração vertical possuíam características locais, três dos quatro sismógrafos foram instalados permanentemente nas secções 1, 6 e 8 para serem utilizados como referência, enquanto o quarto sismógrafo foi posicionado sucessivamente nas restantes secções.

As frequências naturais e os modos de vibração foram determinados usando o Método de Decomposição Modal no Domínio da Frequência ou *Frequency Domain Decomposition*. Na tabela 3.2 apresentam-se os valores das frequências de doze dos primeiros catorze modos de vibração identificados, bem como as frequências obtidas recorrendo ao modelo numérico.

Tabela 3.2 – Frequências calculadas, medidas e coeficientes de amortecimento dos primeiros catorze modos de vibração

Número do modo	Frequência calculada (Hz)	Frequência medida (Hz)	Coeficiente de amortecimento (%)	Configuração modal
1	0.93	0.91	0.58	transversal
2	1.55	1.54	0.53	vertical/ transv.
3	1.97	1.95	1.04	vertical
4	1.99	1.88		vertical
5	2.15	2.05		transversal
6	2.48	2.54	1.90	vertical
7	2.93	2.88		transversal
8	2.98		0.90	vertical
9	3.07	3.36	0.28	vertical
10	3.34	3.57	0.38	vertical
11	3.62	3.83	0.86	vertical
12	4.21			vertical
13	4.26	4.44		vertical/ torção
14	4.29	4.28		vertical/ torção

As componentes transversais, t , e verticais, v , das configurações dos dois primeiros modos de vibração encontram-se expostas na figura 3.13, juntamente com as respectivas componentes calculadas, observando-se uma grande concordância entre as duas.

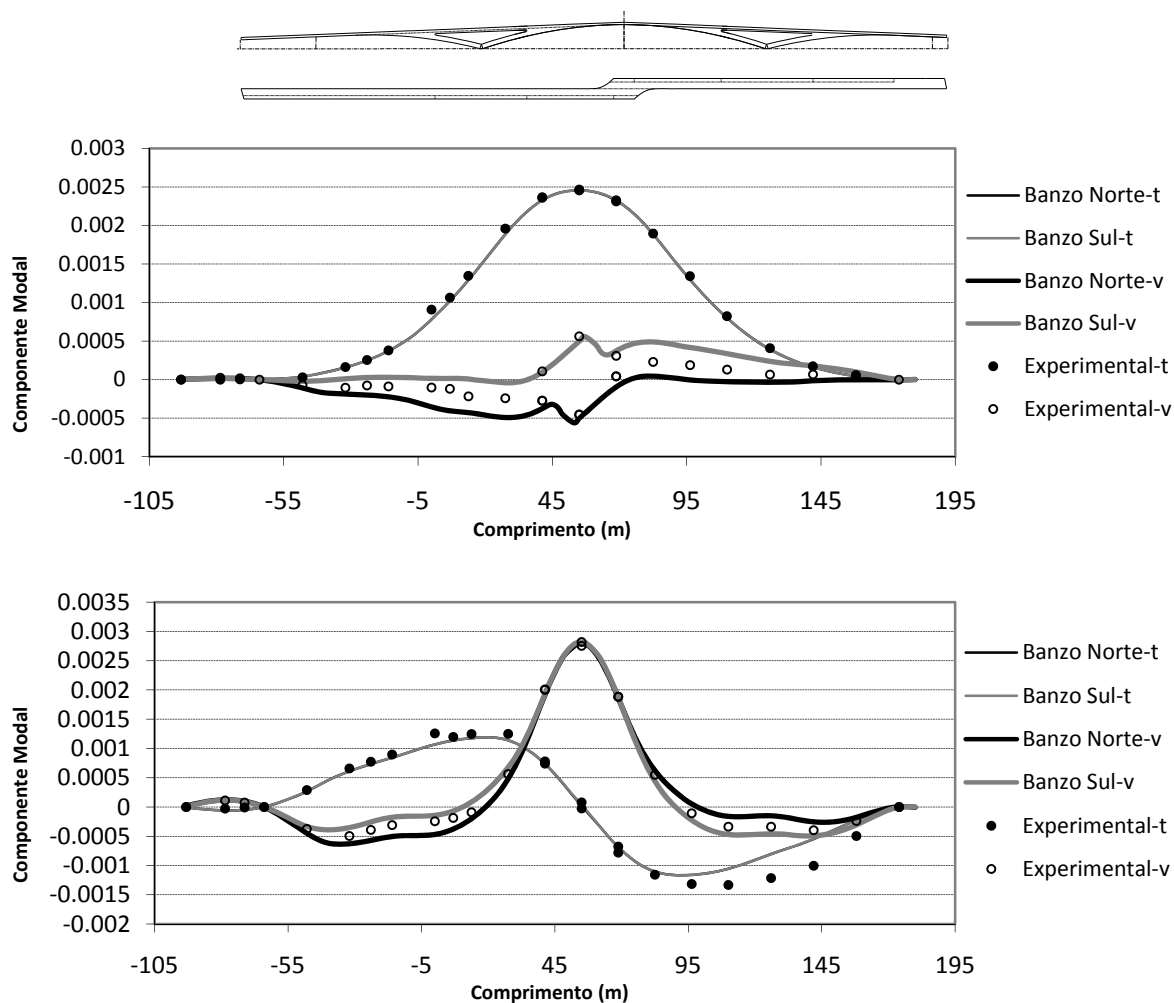


Fig.3.13 – Exemplos de modos de vibração identificados e calculados

Os ensaios de vibração livre foram efectuados através da libertação súbita de massas suspensas do tabuleiro, a partir de pontos criteriosamente seleccionados, de forma a solicitar os modos de vibração mais importantes. Esta acção gera forças impulsivas que, por sua vez, originam decaimentos a partir dos quais é possível calcular os coeficientes de amortecimento modais. Estes encontram-se expostos na tabela 3.2. Caetano, Cunha e Moutinho salientam o facto dos valores dos coeficientes de amortecimento serem particularmente baixos para os dois primeiros modos de vibração com componentes transversais, da ordem dos 0.5% a 0.6%.

Com o objectivo de determinar o número de peões responsável por despoletar o fenómeno de *lock-in*, foi utilizada uma fórmula, desenvolvida por Dallard *et al.* baseada em estudos efectuados sobre a ponte *Millennium*

$$N_L = \frac{8\pi\xi M.f}{k} \quad (3.1)$$

em que f é a frequência natural do modo de vibração em estudo, M é a sua massa modal, ξ é o seu amortecimento modal e k é uma constante que assume valores iguais a 300N.s/m para gamas de frequências de 0.5-1Hz. Esta fórmula permite estimar o número de peões a partir do qual se começam observar oscilações transversais significativas do tabuleiro de uma ponte com frequência próxima de 1 Hz. No caso da ponte *Pedro e Inês*, o número de peões obtido pela fórmula foi de 73. Com vista a avaliar o comportamento real da ponte efectuou-se uma simulação do fenómeno de *lock-in*, através de um ensaio em que participaram alunos das Universidades do Porto e de Coimbra. Estes atravessaram a ponte em circulação contínua, sem qualquer preocupação de sincronização da frequência de circulação. A travessia iniciou-se com um grupo de 50 pessoas que foi crescendo de forma controlada até às 145. Foi nesta ultima situação que se registaram os valores máximos de aceleração e deslocamento para a secção de meio vão, $\pm 1.2\text{m/s}^2$ e $\pm 4\text{cm}$, respectivamente. Nas figuras 3.14 e 3.15 apresentam-se as envolventes de acelerações laterais ao longo do tempo e a variação da aceleração lateral com o número de peões.

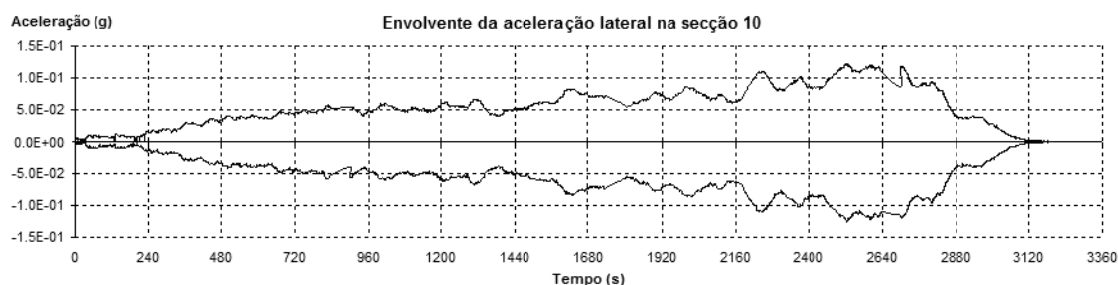


Fig.3.14 – Envolvente de aceleração lateral na secção 10

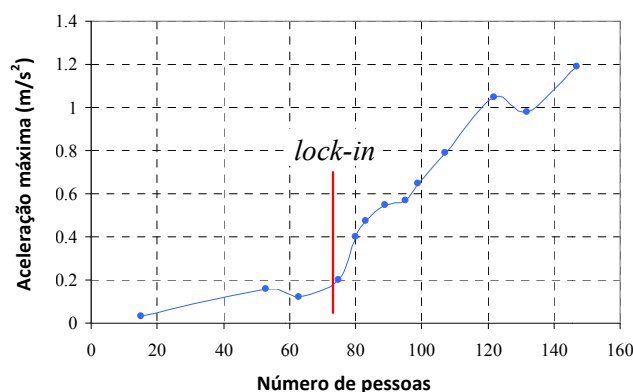


Fig.3.15 – Variação da amplitude das acelerações laterais a meio-vão com o número de peões

Pela análise da figura 3.15, pode-se constatar que há um súbito crescimento da aceleração para um número de peões próximo de 70, o que está de acordo com o valor obtido pela expressão (3.1), validando, assim, a sua utilização nas fases seguintes do estudo. Recorrendo à expressão (3.1), calcularam-se os valores dos coeficientes de amortecimento necessários para evitar o *lock-in*, para três densidades de atravessamento da ponte, considerando, ou não, a influência da massa dos peões: 1.0 pessoas/m², 1.3 pessoas/m² e 1.5 pessoas/m². Estes encontram-se expostos na tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Amortecimento requerido para não ocorrer *lock-in*

Densidade de peões (pessoas/m ²)	Número de peões	Amortecimento necessário ξ (%)
1.0	560	3.7 – 4.0
1.3	730	4.8 – 5.2
1.5	845	5.6 – 6.1

A primeira situação exige a presença simultânea de 560 pessoas e cria já restrições ao movimento. A terceira situação, por exigir uma grande concentração de pessoas, cria graves obstáculos ao movimento de peões, o que dificulta a ocorrência de *lock-in*. No entanto, apesar da primeira situação ser já difícil de se verificar, o valor do amortecimento considerado necessário para fazer face às vibrações laterais foi de 6%.

A determinação dos parâmetros dos TMDs foi efectuada tendo por base os estudos de Bachmann e Weber. Começou-se por se fixar a massa total do TMD, m_T , procedendo-se de seguida ao cálculo das constantes de rigidez e de amortecimento, k_T e c_T , respectivamente, de acordo com a Teoria dos Pontos Fixos de Ormondroyd e Den Hartog.

Devido à sensibilidade dos TMDs à sintonização da frequência, o projectista da ponte decidiu que ao TMD a ser aplicado, corresponderia um valor de μ de 7.3%, que, por sua vez, corresponderia a um amortecimento teórico de 7.8%. O TMD deveria ser instalado na secção de meio vão da ponte, pois esta era o anti-nodo do modo a controlar. No entanto, a secção de meio vão consiste num caixão de 8x0.90m², dividido interiormente por nervuras transversais espaçadas de 2m. Isto obrigou à divisão do TMD em seis unidades de 2465kg cada, perfazendo uma massa total de 14970kg. Verificou-se, no entanto, que a consideração da massa dos peões na análise da estrutura leva a que o amortecimento induzido pelo TMD seja inferior ao valor de 7.8% considerado pelo projectista. Na verdade, a consideração da massa de peões correspondente a uma densidade de 1.3 pessoas/m² leva a que a frequência natural baixe de 0.86Hz para 0.79Hz. Como ilustrado na figura 3.16, utilizando o TMD correspondente a $\mu=7.3\%$, considerando a ponte descarregada, com uma frequência de 0.86Hz, o coeficiente de amortecimento é de 7%, enquanto considerando a ponte carregada com uma massa equivalente a uma densidade de 1.3 pessoas/m², com uma frequência de 0.79Hz, o coeficiente de amortecimento é de 6%. Ambos os valores são inferiores aos 7.8% obtidos considerando o TMD sintonizado para uma frequência de 0.83Hz e uma densidade de 0.5 pessoas/m².

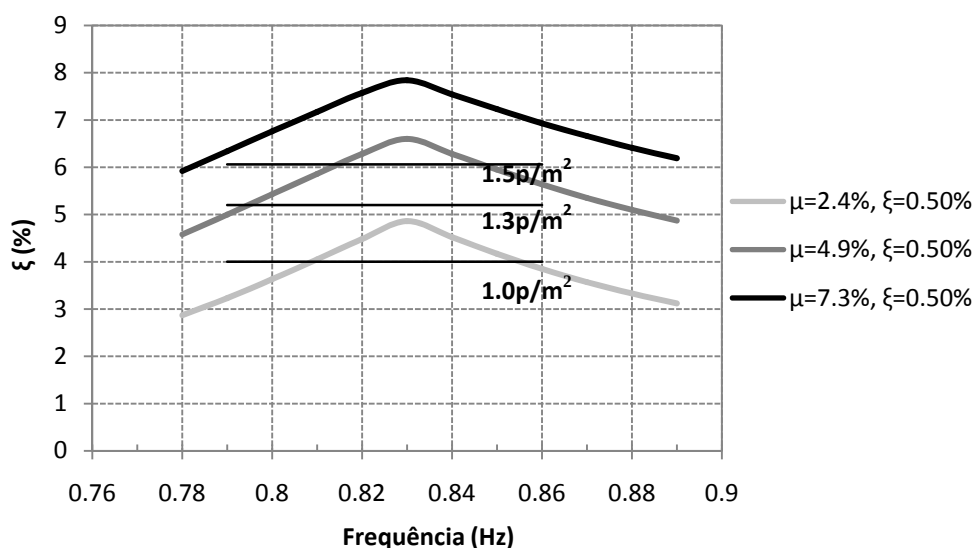


Fig.3.16 – Variação do amortecimento mínimo com a frequência natural, na gama 0.78-0.89Hz, considerando o TMD sintonizado para a frequência de 0.83Hz

Está-se, agora, em condições de iniciar o estudo da eficácia da implementação prática das seis unidades do TMD. Um TMD deve ser concebido de forma a mobilizar o menor nível de atrito possível e montado com uma tolerância apertada de nivelamento. Numa montagem vertical, a força de atrito é facilmente vencida com uma ligeira oscilação da massa do TMD e a sua activação é quase instantânea. No entanto, numa montagem horizontal a força de atrito exerce um efeito maior, pelo que já não é possível uma activação instantânea dos amortecedores. Nestas situações, tenta-se que eles entrem em funcionamento para determinados níveis de vibração. Na estrutura em análise, o critério utilizado foi a activação dos TMDs para acelerações horizontais dentro do limite do conforto humano, de 0.1m/s^2 . Através de observações, foi possível verificar que estes exibiam um comportamento intermitente, responsável por uma variação das propriedades dinâmicas da estrutura. A figura 3.17, que consiste no registo obtido na secção de meio vão durante o atravessamento da ponte por um grupo de 140 pessoas, ilustra essa variação. Próximo do instante 100s há uma atenuação da resposta, coincidente com a activação do TMD. Verifica-se uma alteração da frequência, causando um batimento e diminuição da amplitude. Pelo instante 170s, verifica-se um aumento da resposta, correspondente à desactivação do TMD, havendo de seguida uma diminuição progressiva de amplitude devido ao fim do atravessamento da ponte pelos peões.

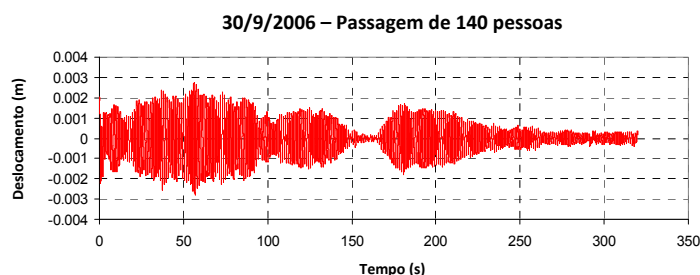


Fig.3.17 – Activação intermitente dos TMDs durante o atravessamento por um grupo de peões

Caetano, Cunha e Moutinho alertam ainda para um facto importante. Dadas as apertadas tolerâncias de construção das massas e molas e o facto de ser utilizado o mesmo fluido em todos os amortecedores, todas as unidades constituintes do TMD deveriam apresentar um comportamento dinâmico idêntico. No entanto, verifica-se que as diferentes unidades estão sujeitas a níveis de atrito diferentes entre si e, por conseguinte, nem são activadas em simultâneo, nem atingem os mesmos níveis de vibração. Isto resultou numa perda de eficácia do conjunto, visto o amortecimento proporcionado pelos seis TMDs ser inferior aquele que seria proporcionado por único TMD, com uma massa igual totalidade das massas das seis unidades. No entanto, não é possível prever tal perda de eficácia.

Por isso, com o objectivo de avaliar a eficácia individual de cada um dos TMDs e a eficácia global do conjunto, foram realizados ensaios de vibração forçada com o auxílio de um excitador que permite a aplicação de forças sinusoidais, constituído por um actuador hidráulico e uma massa deslizante de 1200 kg, instalado na praça central. Foram efectuados dois grupos de ensaios: um para uma amplitude máxima da força de 200N e outro para uma amplitude máxima de 1300N. Cada ensaio foi realizado dentro do intervalo de frequências de 0.58Hz-0.99Hz, com incrementos de 0.01Hz, aplicando em cada frequência 30 ciclos de força. De modo caracterizar pormenorizadamente o comportamento da estrutura, os ensaios foram realizados em três tipos de situações: com todas as unidades do TMD fixas, com todas as unidades do TMD livres e com uma unidade do TMD livre e as restantes fixas, para cada uma das seis unidades.

Na figura 3.18, representam-se as amplitudes das funções de resposta em frequência, obtidas experimentalmente, relacionando a aceleração medida a meio vão no tabuleiro com as acelerações medidas nos TMDs, para uma força de 200N e relacionando a aceleração a meio vão no tabuleiro para uma força de 200N com a aceleração a meio vão no tabuleiro para uma força de 1300N.

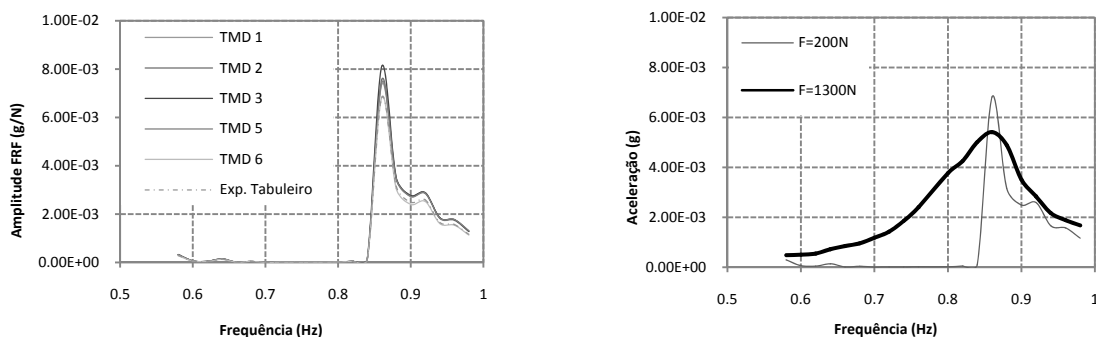


Fig.3.18 – Comparação entre FRFs com diferentes amplitudes da força aplicada: (a) – Tabuleiro e TMD para F=200N; (b) – Tabuleiro para F=200N e F=1300N

Facilmente se constata que a força de 200N não é suficiente para activar os TMDs, sendo a resposta da estrutura caracterizada por uma frequência $f=0.83\text{Hz}$ e por um amortecimento $\xi=0.55\%$, correspondentes ao sistema sem a instalação dos dispositivos de controlo. Já a força de 1300N dá origem a uma resposta da estrutura distinta da anterior. Agora, os TMDs são mobilizados, sendo o comportamento da estrutura caracterizado por dois modos de vibração, um com $f_1=0.79\text{Hz}$ e $\xi_1=6.5\%$ e o outro, com $f_2=0.88\text{Hz}$ e $\xi_2=4.0\%$, verificando-se que os dois valores do coeficiente de amortecimento são bastante superiores ao correspondente a uma força de 200N.

Após a realização de novos ensaios dentro do intervalo de frequências 0.58Hz-0.99Hz, durante os quais as seis unidades constituintes do TMD se encontravam livres, pôde-se observar que estas

exibiam respostas desfasadas e com diferentes amplitudes, fruto dos diferentes níveis de amortecimento que lhes estão associados. Um exemplo do facto acabado de referir é apresentado na figura 3.19, que constitui um registo temporal colhido, simultaneamente, ao nível do tabuleiro e dos TMDs, durante uma excitação com frequência $f=0.82\text{Hz}$ e amplitude de 1300N.

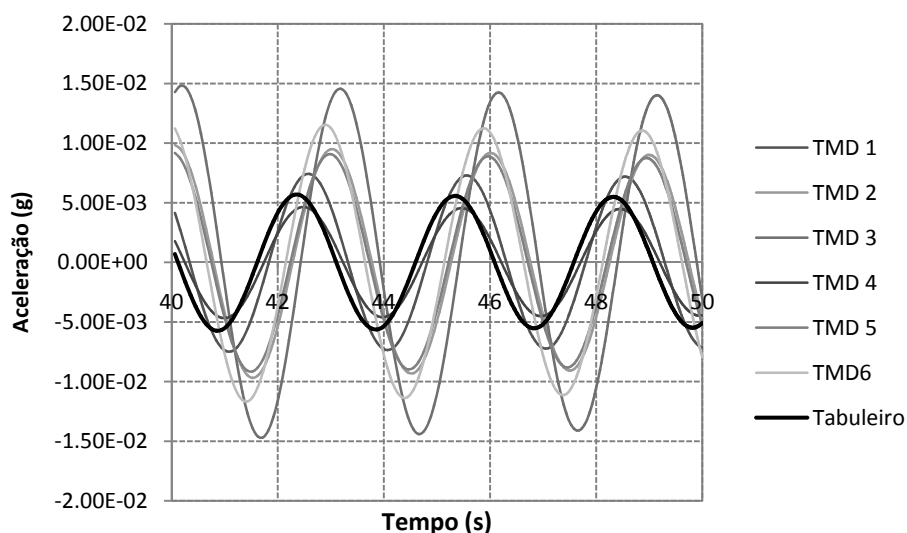


Fig.3.19 – Evolução temporal das acelerações laterais do tabuleiro e dos TMDs para a frequência de excitação de 0.82Hz

Por fim, procedeu-se à avaliação do comportamento de cada um dos TMDs. Para isso, foi realizado um ensaio de vibração forçada, cujo intervalo de frequências era 0.80Hz-0.85Hz, com incrementos de 0.01Hz, com uma amplitude de força de 1100N. Na tabela 3.4 apresentam-se os valores máximos dos deslocamentos e acelerações esperados, ao nível do tabuleiro e de um TMD fictício, considerando duas constantes de amortecimento, bem como os valores máximos medidos realmente, para o tabuleiro e para cada uma das unidades constituintes do TMD.

Tabela 3.4 – Resumo da resposta calculada e medida das seis unidades do TMD

		s/ TMD	c de Projecto (Ns/m)		TMD 1	TMD 2	TMD 3	TMD 4	TMD 5	TMD 6
			3568.5	1790						
Tabuleiro	Deslocamento (mm)		5.3	4.5						
	Aceleração (cm/s^2)	55	14.3	12.4	25	20	22	25	32	21
TMD	Deslocamento (mm)		16.2	19.3						
	Aceleração (cm/s^2)		43.1	53	45	55	48	49	36	49

Em teoria, verifica-se que uma diminuição de 50% na constante de amortecimento, não afecta de forma significativa a resposta da estrutura nem a resposta dos TMDs. No entanto, na prática, verifica-se que apesar da resposta de cada TMD não diferir muito da resposta teórica esperada, estando todos os

valores contidos no intervalo 43.1cm/s² -53cm/s², a resposta da estrutura é já bastante superior à resposta teórica. Assim, Caetano, Cunha e Moutinho concluem que cada TMD individual apresenta uma eficácia à volta de 60% e que o TMD global apresenta uma eficácia à volta de 50%.

Como conclusão geral do estudo, Caetano, Cunha e Moutinho, alertam para o facto do controlo de vibrações horizontais ser mais difícil do que o controlo de vibrações verticais, em virtude das forças de atrito geradas durante as oscilações dos TMDs e, que, no caso de vibrações horizontais têm uma grande influência no comportamento do TMD. Caso seja necessário efectuar uma segmentação do TMD, existe ainda uma perda de eficácia adicional devido ao facto de cada TMD individual apresentar propriedades dinâmicas diferentes dos restantes, não sendo possível, no entanto, quantificar essa perda de eficácia. No caso particular em estudo, constatou-se que o amortecimento global da estrutura proporcionado pela instalação destes dispositivos de controlo foi de cerca de 4%, mas este só será mobilizado gradualmente, para situações em que a ponte apresente vibrações laterais superiores a 1mm.

3.4 CHAMINÉ DE AÇO

O exemplo que por fim se apresenta foi retirado de Hirsch, [11]. Devido à acção do vento, foram observadas oscilações numa chaminé de aço, que fazia parte de um conjunto de três chaminés, dispostas segundo o esquema representado na figura 3.20.

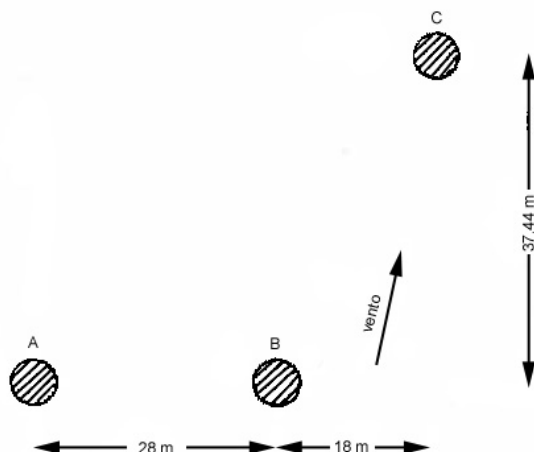


Fig.3.20 – Disposição em planta do conjunto de chaminés

A chaminé em causa, chaminé C, possui uma altura de 79.6m e um diâmetro de 4.4m. A sua base é constituída por uma estrutura tronco-cónica com 10.5m de altura. Como se pode ver pela análise da figura 3.21, acima da base, encontra-se montada sobre a chaminé uma parede de tijolo, que confere à estrutura uma massa adicional de 3836kg/m. A espessura das paredes da chaminé é de 16mm dos 21m aos 40m, 14mm dos 40m aos 54m e 12mm dos 54m aos 79.6m de altura. A frequência fundamental da estrutura para deformações por flexão, obtida através de cálculos, foi estimada em 0.5Hz. A sua massa generalizada, relativa aos deslocamentos do topo da chaminé, é de 106358kg, o que é equivalente a 20% da massa total da chaminé.

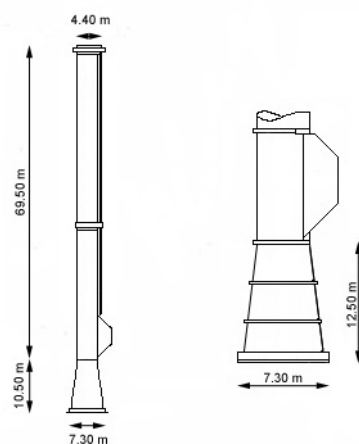


Fig.3.21 – Dimensões da chaminé

Depois de erguida a chaminé, verificou-se que para ventos da ordem dos 12m/s a 13m/s, se começavam a observar oscilações na direcção paralela à direcção do vento, responsáveis por uma deflexão máxima do topo da chaminé de cerca de 110mm. Para remediar este problema, optou-se pela instalação de um TMD pendular, cuja representação se encontra na figura 3.22.

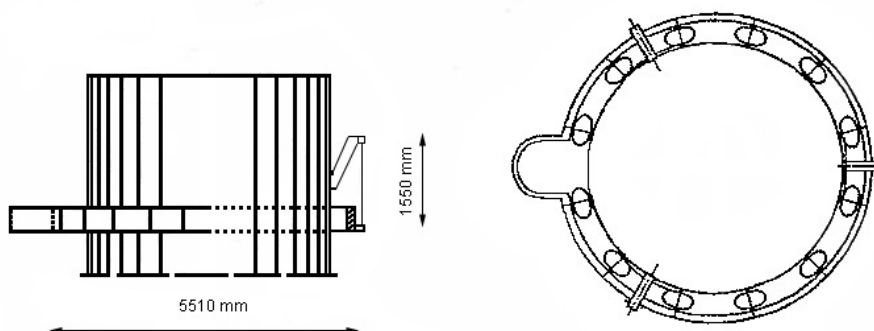


Fig.3.22 – Dimensões do TMD

A solução escolhida consistiu num TMD em forma de anel, com uma massa de 10 000kg, correspondente a um $\mu=0.094$, sintonizado para uma frequência de 0.467Hz, com um diâmetro de 5.528m, uma altura de 0.500m, uma espessura de 0.125m e com um comprimento do pêndulo de 1.550m. Este comprimento, porém, não resulta na criação de um pêndulo com uma frequência de 0.467Hz, devido à rigidez adicional dos elementos responsáveis por conferir amortecimento ao TMD, rigidez essa que teve de ser contabilizada na concepção do TMD.

A avaliação do desempenho do TMD foi efectuada por ocasião duma inspecção, em que o vento soprava da direcção crítica com velocidade crítica. Durante a avaliação, não foi possível detectar movimento da chaminé a olho nu. Por sua vez, o TMD apresentava movimento considerável na direcção perpendicular à direcção do vento, mas, na direcção paralela, a sua oscilação era pouco

significativa. A frequência do sistema TMD-chaminé medida no local foi de 0.57Hz, o que estava de acordo com o valor previsto, 0.573Hz. A amplitude máxima do movimento relativo entre a chaminé e o TMD foi de 20mm, valor igual ao obtido nos cálculos. Por fim, o deslocamento máximo medido no topo da chaminé foi de 7mm, o que é muito inferior aos 110mm medidos antes da instalação do TMD.

4

ESTUDO NUMÉRICO DO COMPORTAMENTO DE AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS

4.1 INTRODUÇÃO

Após a exposição de alguns procedimentos que permitem o dimensionamento de TMDs para diversas acções e a apresentação de casos reais em que a implementação destes aparelhos foi bem sucedida, está-se, agora, em condições de apresentar os resultados de estudos numéricos do comportamento TMDs em diferentes tipos de estruturas, efectuados com recurso ao programa de cálculo automático ANSYS v11 Multiphysics.

Os estudos efectuados incidiram sobre três estruturas diferentes. A primeira a ser apresentada consiste numa ponte pedonal, sujeita às acções de um peão que se desloca sobre ela, em andamento lento e em corrida lenta. Em seguida, fez-se a avaliação da eficácia de um TMD num edifício sujeito à acção sísmica. O último caso de estudo diz respeito a uma chaminé de grande esbelteza, sujeita a acções dinâmicas impostas pelo vento.

4.2 PONTE PEDONAL

4.2.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS

A ponte pedonal cujo estudo do comportamento dinâmico se efectuou neste trabalho foi baseada na ponte que permite a ligação do *Edifício Transparente* ao *Parque da Cidade*, no Porto. Esta ponte é constituída por dois tramos, cada um com um comprimento 30m em planta, possuindo uma inclinação de 6%, como se representa na figura 4.1.

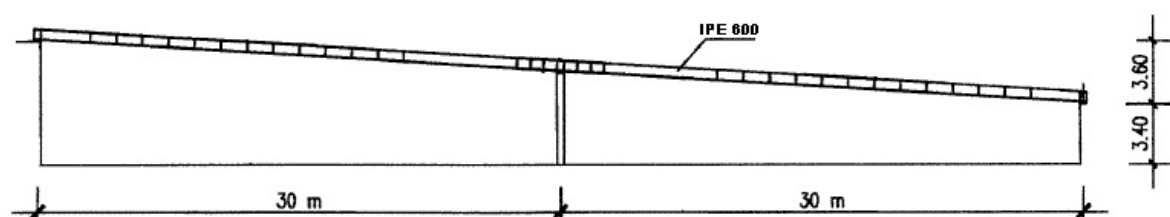


Fig.4.1 – Alçado da ponte pedonal

A extremidade superior da ponte apoia-se no *Edifício Transparente*, a extremidade inferior num caminho de acesso ao *Parque da Cidade* e o apoio central é efectuado sobre um pilar de betão armado. Todos estes apoios permitem rotações. Como se representa na figura 4.2, a ponte é materializada por duas vigas de aço IPE 600 dispostas paralelamente e espaçadas de 3.5m. Estas vigas encontram-se solidarizadas por perfis HEB 100, perpendiculares às vigas, espaçados de 1.5m entre si e por diagonais constituídas por perfis T 40, nas quais apoiam tábuas de madeira que constituem o pavimento.

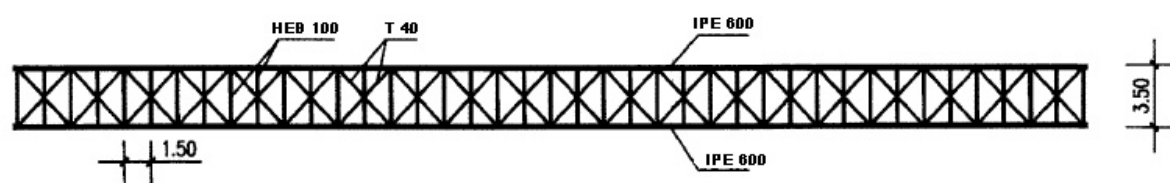


Fig.4.2 – Planta da ponte pedonal

No cálculo das características da secção transversal, apenas se considerou a existência dos perfis metálicos IPE 600. No entanto, no cálculo das massas, a influência dos restantes componentes da ponte já não é desprezável, pelo que a sua exclusão do estudo desvirtuaria a formulação do problema. Na tabela 4.1 apresenta-se um resumo das características da secção transversal considerada e dos materiais constituintes ponte.

Tabela 4.1 – Características geométricas e materiais da ponte

Área (m ²)	Inércia (m ⁴)	E (GPa)	ν	$\bar{m}$ (kg/m)
0.0312	0.0018416	200	0.3	425.78

Apenas é apresentado um valor de inércia porque o estudo do comportamento dinâmico da ponte se centrou na flexão vertical. Assim, o valor de inércia apresentado diz respeito a um eixo horizontal.

4.2.2 CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS

As características dinâmicas da ponte foram avaliadas com recurso a um modelo de elementos finitos e a ensaios vibração realizados sobre a estrutura real. Como apenas se pretendia estudar a flexão vertical, o modelo de elementos finitos utilizado foi concebido considerando apenas uma viga

equivalente, com as propriedades da secção transversal e dos materiais constituintes iguais às apresentadas na tabela 4.1. Cada tramo foi discretizado em 30 elementos de viga de comprimento constante e considerou-se a massa da estrutura concentrada nos nós.

A análise modal, efectuada com recurso ao modelo numérico, permitiu identificar vários modos de vibração em flexão e os respectivos parâmetros modais. Os valores correspondentes aos primeiros quatro são apresentados na tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Parâmetros modais calculados para os primeiros quatro modos de vibração

Modo	f_{Sj} (Hz)	ω_{Sj} (rad/s)	M_{Sj} (Ton)	K_{Sj} (kN/m)	ξ_{Sj}
1	1.617	10.160	12.801	1321.3	0.0128
2	2.527	15.878	11.268	2840.7	0.0128
3	6.469	40.646	12.939	21376.9	0.0219
4	8.187	51.440	11.246	29757.3	0.0268

O facto de se ter adoptado para ξ_{S1} e ξ_{S2} o valor de 0.0128 decorre dos resultados dos ensaios de vibração realizados sobre a ponte, que permitiram determinar esse valor para o primeiro modo de vibração. O valor de ξ_{S2} , considerado igual a ξ_{S1} , foi imposto de forma uniformizar o mais possível os coeficientes de amortecimento dos primeiros modos. Através da formulação de amortecimento de Rayleigh, extrapolou-se os valores de ξ_{Sj} para os restantes modos de vibração. Na figura 4.3 representam-se as configurações das deformadas correspondentes aos quatro primeiros modos.

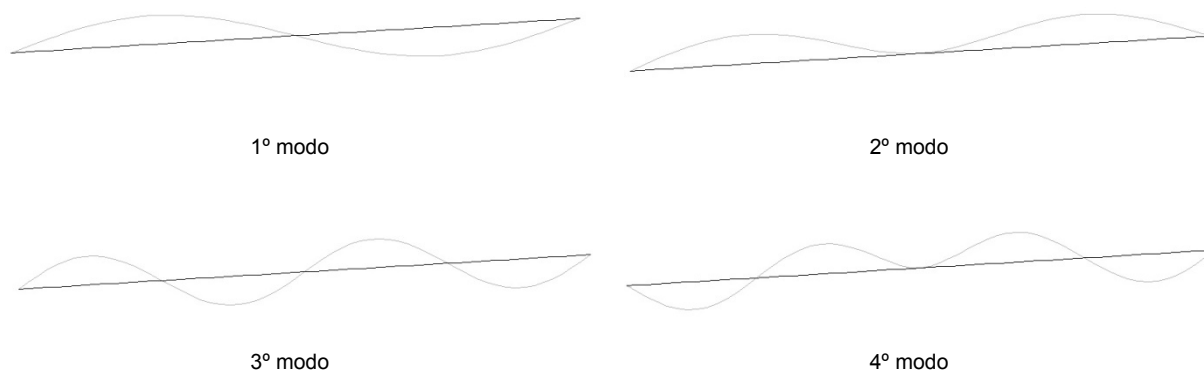


Fig.4.3 – Configurações das deformadas dos quatro primeiros modos de vibração

Os ensaios de vibração efectuados sobre a estrutura real permitiram identificar, juntamente com o coeficiente de amortecimento do primeiro modo de vibração, as frequências dos dois primeiros modos, cujos valores são 1.98Hz e 2.17Hz, respectivamente. Verifica-se a existência de um desfasamento entre as frequências reais e as teóricas. Tal é devido ao facto de, como anteriormente se referiu, terem sido adoptadas algumas simplificações na construção do modelo numérico, nomeadamente a consideração de que a inércia à flexão é apenas conferida pelas duas vigas IPE 600 quando, na realidade, os elementos de contraventamento têm alguma influência na rigidez da ponte às deformações por flexão.

4.2.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ACÇÕES

Na caracterização das acções que solicitam a ponte apenas se teve em consideração o conforto dos peões na sua travessia, não sendo efectuada qualquer análise relativa a estados limites últimos. Desta forma, as acções a considerar serão apenas aquelas induzidas pelos próprios peões numa utilização normal da ponte que dificilmente causarão a ruína da estrutura. Dentro desta categoria de solicitações, estudou-se comportamento da ponte quando percorrida por um peão de 65kg de massa, em andamento lento e em corrida lenta. O facto de se considerarem estes dois tipos de acção decorre do facto de as duas primeiras frequências naturais da ponte, 1.617Hz e 2.527Hz, estarem em correspondência com a frequência média de um peão em andamento lento e em corrida lenta. A modelação matemática de tais acções foi efectuada de acordo com o exposto em [4].

A acção do peão em andamento lento foi definida com base numa série de Fourier, dada por

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot G \cdot \text{sen}(2\pi \cdot j \cdot f_p \cdot t - \varphi_i) \quad (4.1)$$

em que G é o peso do peão, α_i é o coeficiente de Fourier da j -ésima harmónica, $\alpha_i G = \Delta G_i$ é amplitude da j -ésima harmónica, f_p é a frequência da passada, em Hz, e φ_j é o ângulo de fase da j -ésima harmónica relativamente à primeira. Geralmente, para os estudos do andamento lento, apenas se consideram as primeiras três harmónicas. Deste modo, a acção do peão é definida como uma carga rolante com amplitude variável, que se desloca sobre a ponte com a mesma velocidade do peão.

Na tabela 4.3 encontram-se os valores dos diferentes parâmetros utilizados na definição da função de carga equivalente a um peão de 65kg em andamento lento, com uma frequência de 1.617Hz, igual à primeira frequência natural da estrutura.

Tabela 4.3 – Parâmetros da função de carga de um peão de 65kg a deslocar-se em andamento lento com $f_p=1.617\text{Hz}$

m	G	f_p	ΔG_1	ΔG_2	ΔG_3	φ_1	φ_2	φ_3
65kg	637.65N	1.617Hz	838.71N	712.61N	701.42N	0	$\pi/2$	$\pi/2$

Na figura 4.4 apresenta-se uma representação gráfica da acção de um peão de 65kg a caminhar com $f_p=1.617\text{Hz}$, de acordo com a expressão (4.1)

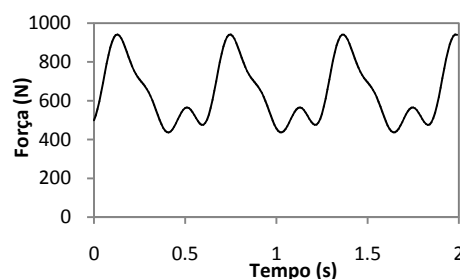


Fig.4.4 – Função de carga de um peão de 65kg em andamento lento com $f_p=1.617\text{Hz}$

A acção do peão em corrida lenta foi definida com o recurso a uma função semi-sinusoidal, cuja expressão é

$$F_p(t) = \begin{cases} K_p \cdot G \cdot \sin\left(\pi \frac{t}{t_c}\right), & t \leq t_c \\ 0, & t_c < t < T_p \end{cases} \quad (4.2)$$

em que K_p é o factor de impacto dinâmico, definido pelo quociente entre o valor máximo da força aplicada e o peso do peão, t_c é o tempo de contacto do pé com o pavimento e T_p é o período da passada.

Na tabela 4.4 encontram-se os valores dos diferentes parâmetros utilizados na definição da função de carga equivalente a um peão de 65kg ao deslocar-se em corrida lenta, com $f_p=2.527\text{Hz}$, igual à segunda frequência natural da ponte, de acordo com a expressão (4.2).

Tabela 4.4 – Parâmetros da função de carga de um peão de 65kg em corrida lenta com $f_p=2.527\text{Hz}$, recorrendo a uma função semi-sinusoidal

m	G	f_p	K_p	t_c	T_p
65kg	637.65N	2.527Hz	3.108	0.2s	0.396s

Na figura 4.5 apresenta-se uma representação gráfica da acção de um peão de 65kg ao deslocar-se em corrida lenta, com $f_p=2.527\text{Hz}$, de acordo com a expressão (4.2).

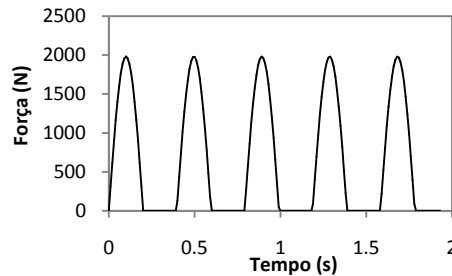


Fig.4.5 – Função de carga de um peão de 65kg em corrida lenta com $f_p=2.527\text{Hz}$

A acção imposta por um peão em corrida lenta é também passível de ser representada por meio de séries de Fourier, através da formulação

$$F_p(t) = G + \sum_{j=1}^n \Delta G_j \cdot \cos\left[2 \cdot j \cdot f_p \times \left(t - \frac{t_c}{2}\right)\right] \quad (4.3)$$

em que G é o peso do peão, ΔG_j é a amplitude da j -ésima harmónica, f_p é a frequência da passada, em Hz, e t_c é o tempo de contacto do pé com o pavimento. Geralmente, para os estudos da corrida lenta, apenas se consideram relevantes as primeiras quatro harmónicas.

Na tabela 4.5 encontram-se os valores dos diferentes parâmetros utilizados na definição da função de carga equivalente a um peão de 65kg a deslocar-se em corrida lenta, com $f_p=2.527\text{Hz}$, de acordo com a expressão (4.3).

Tabela 4.5 – Parâmetros da função de carga de um peão de 65kg em corrida lenta com $f_p=2.527\text{Hz}$, recorrendo a uma série de Fourier

m	G	f_p	t_c	ΔG_1	ΔG_2	ΔG_3	ΔG_4
65kg	637.65N	2.527Hz	0.2s	1020.24N	446.225N	0	70.7N

Apesar de ser ter apresentado uma modelação da acção do peão equivalente a corrida lenta por meio de uma função semi-sinusoidal, apresentou-se também uma modelação com recurso a séries de Fourier, pois esta última é particularmente útil no processo de dimensionamento de um TMD, como adiante se demonstrará.

4.2.4 RESPOSTA DA ESTRUTURA ÀS ACÇÕES IMPOSTAS

O estudo da resposta da ponte às acções anteriormente definidas, particularmente em termos de acelerações e a comparação das acelerações máximas induzidas por essas acções com um valor de aceleração limite, especificado tendo em conta critérios de conforto, permitiu a avaliação das necessidades de instalação de dispositivos de controlo.

O valor de aceleração limite foi obtido com recurso à norma BS 5400, [12], através da expressão

$$a_{\max} = 0.5\sqrt{f_1} \quad (4.4)$$

onde f_1 é a primeira frequência natural da estrutura, em Hz. Para a ponte pedonal em estudo, sendo $f_1=1.617\text{Hz}$, de acordo com (4.4), a aceleração máxima fica limitada a

$$a_{\max} = 0.5\sqrt{1.617} = 0.63\text{m/s}^2 \quad (4.5)$$

Nas figuras 4.6 a 4.11 apresenta-se a representação gráfica da resposta da ponte em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações, quando atravessada pelo peão em andamento lento. A resposta foi calculada para os pontos de amplificação máxima, que nesta situação correspondem aos nós de abcissas $x=15\text{m}$ e $x=45\text{m}$. Nas situações em que a ponte é atravessada pelo peão em corrida lenta, a resposta da estrutura em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações é a que se representa nas figuras 4.12 a 4.17. A resposta foi calculada para os pontos de amplificação máxima, que nesta situação correspondem aos nós de abcissas $x=13\text{m}$ e $x=47\text{m}$. Na tabela 4.6 encontram-se resumidos os valores máximos calculados para uma das situações referidas.

Tabela 4.6 – Valores máximos dos deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para a ponte, antes da instalação do TMD

f_p (Hz)	x (m)	Deslocamento (m)	Velocidade (m/s)	Aceleração (m/s^2)
1.617	15	0.00293	0.0231	0.240
	45	0.00296	0.0232	0.241
2.517	13	0.00398	0.0519	0.905
	47	0.00389	0.0517	0.891

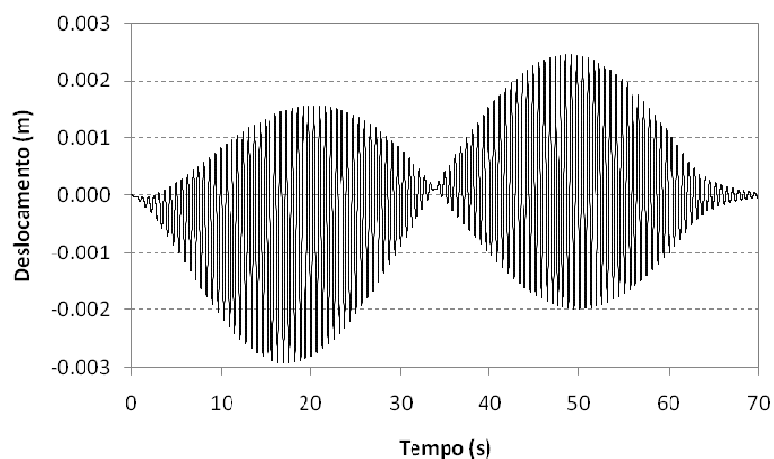


Fig.4.6 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, antes da instalação do TMD

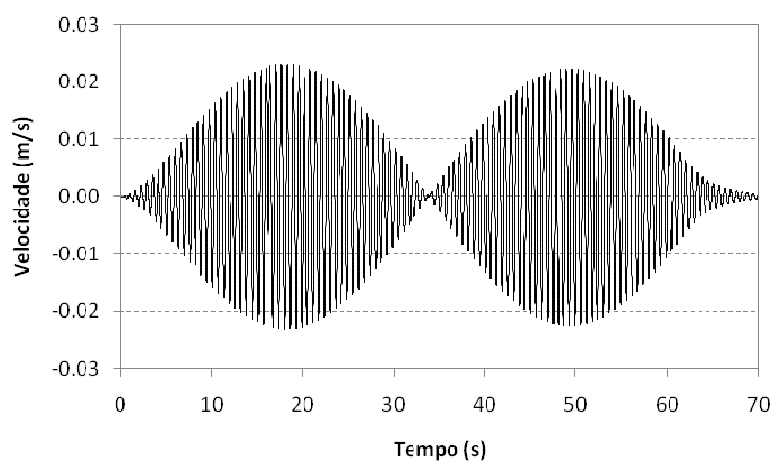


Fig.4.7 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, antes da instalação do TMD

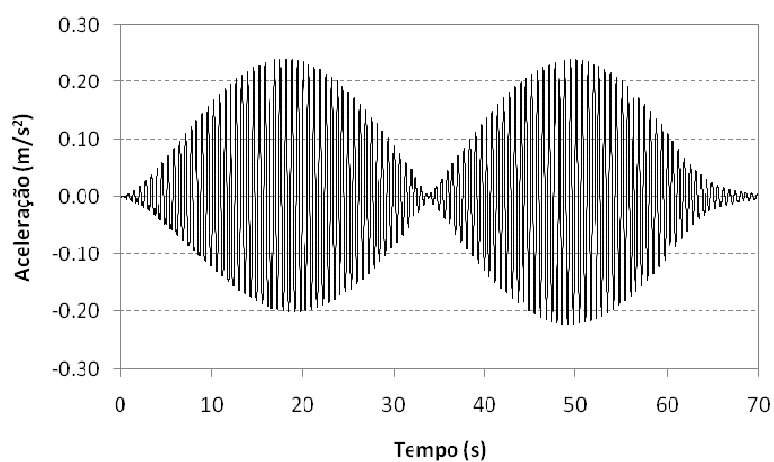


Fig.4.8 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, antes da instalação do TMD

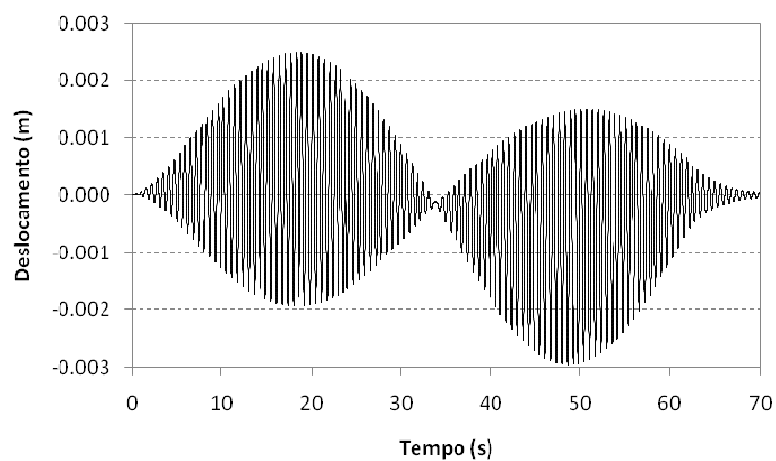


Fig.4.9 – Deslocamentos verticais calculados com $f_P=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, antes da instalação do TMD

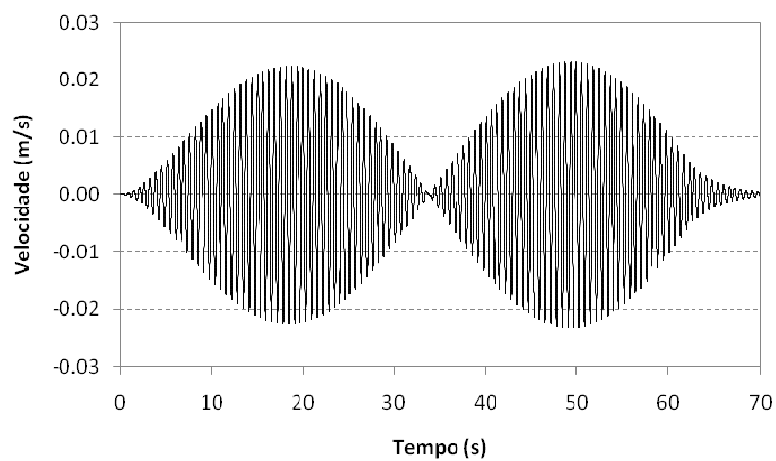


Fig.4.10 – Velocidades verticais calculadas com $f_P=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, antes da instalação do TMD

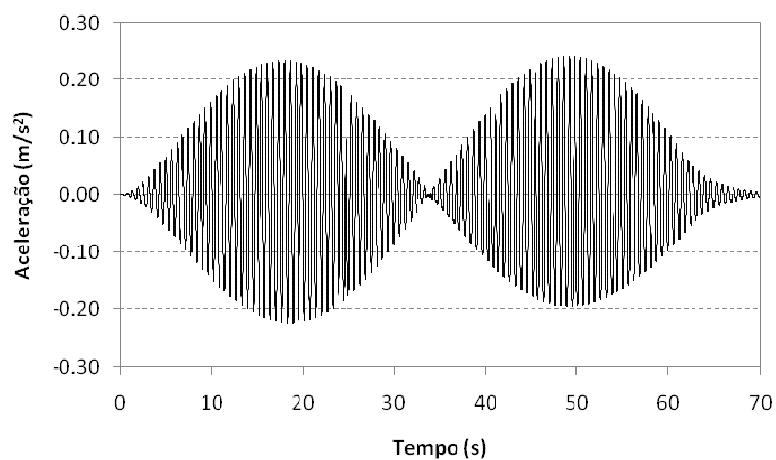


Fig.4.11 – Acelerações verticais calculadas com $f_P=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, antes da instalação do TMD

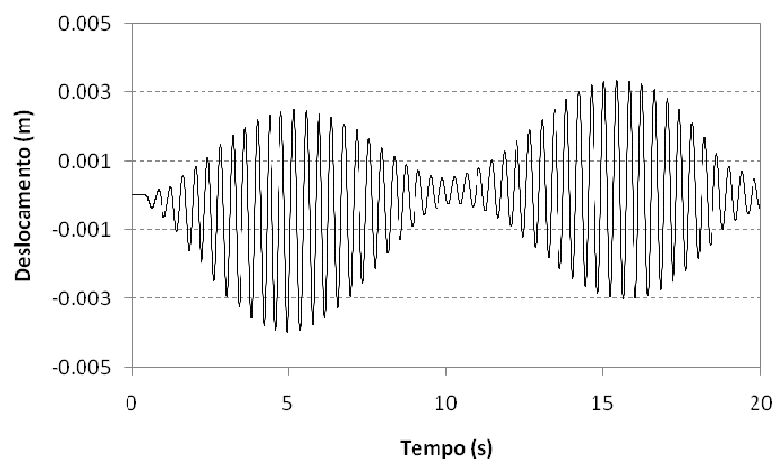


Fig.4.12 – Deslocamentos verticais calculados com $f_P=2.527\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, antes da instalação do TMD

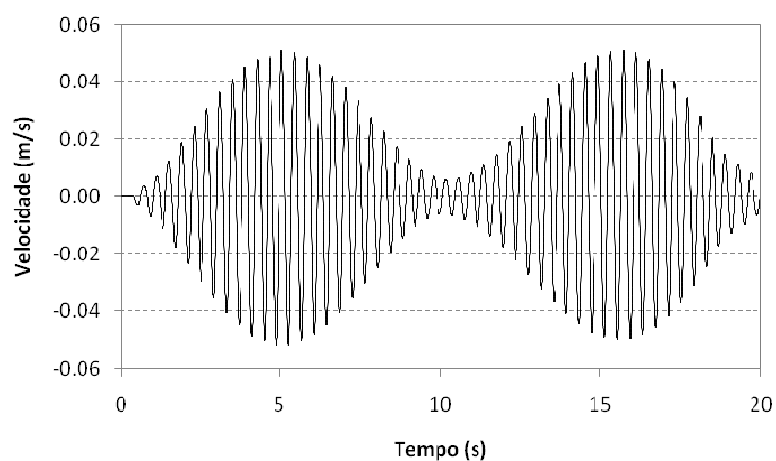


Fig.4.13 – Velocidades verticais calculadas com $f_P=2.527\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, antes da instalação do TMD

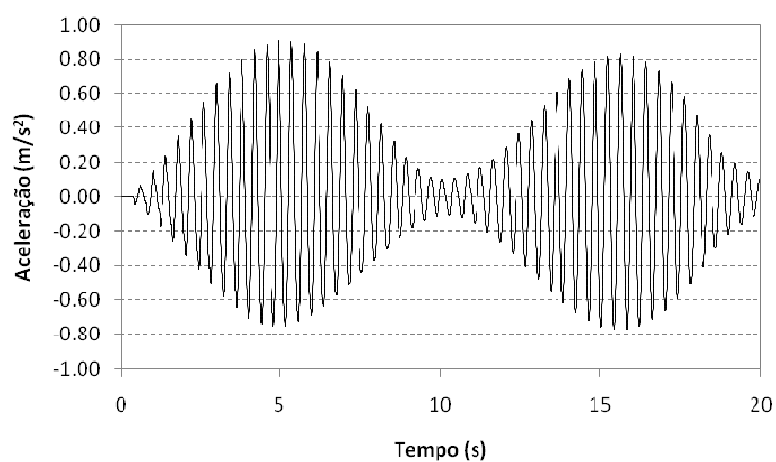


Fig.4.14 – Acelerações verticais calculadas com $f_P=2.527\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, antes da instalação do TMD

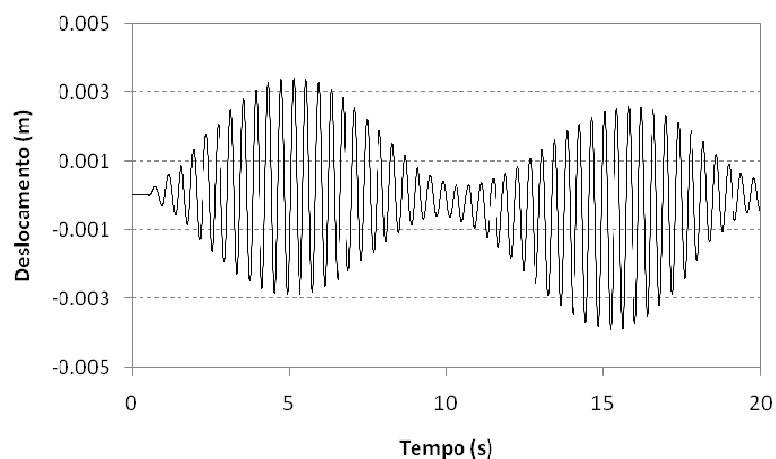


Fig.4.15 – Deslocamentos verticais calculados com $f_P=2.527\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, antes da instalação do TMD

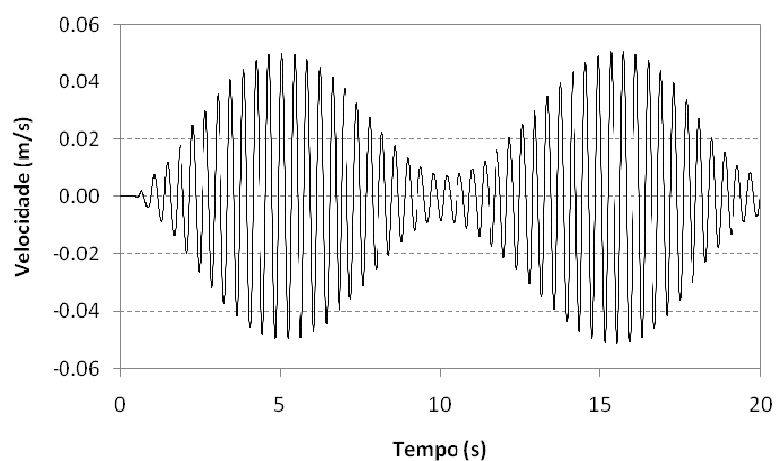


Fig.4.16 – Velocidades verticais calculadas com $f_P=2.527\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, antes da instalação do TMD

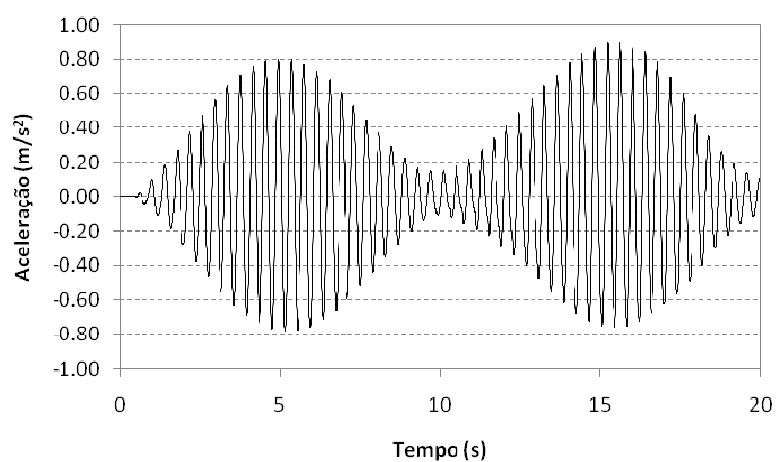


Fig.4.17 – Acelerações verticais calculadas com $f_P=2.527\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, antes da instalação do TMD

Como se pode constatar, quando a travessia da ponte é efectuada por um peão em andamento lento, não se geram acelerações com valores superiores ao valor limite estipulado. Não é, por isso, necessário efectuar o estudo da instalação de dispositivos de controlo para esta acção. No entanto, quando a travessia é efectuada em corrida lenta as acelerações máximas excedem em cerca de 40% o valor máximo recomendado de aceleração. Assim, justifica-se equacionar o dimensionamento de um aparelho capaz de controlar os efeitos indesejáveis devidos a esta acção.

4.2.5 DIMENSIONAMENTO DO TMD

O dimensionamento de um TMD capaz de controlar eficazmente as vibrações que surgem na ponte em virtude do seu atravessamento por um peão em corrida lenta, foi efectuada seguindo os procedimentos expostos em 2.2.1.2.2, que são relativos a acções harmónicas. Como o peão se desloca com velocidade constante, a acção que este exerce sobre a ponte é periódica e, por isso, susceptível de ser formulada matematicamente pela sobreposição de várias harmónicas através de séries de Fourier. Nas situações em que uma estrutura se encontra submetida a várias acções harmónicas, com amplitudes e frequências diferentes, no caso de uma delas possuir uma frequência de excitação correspondente a uma frequência natural da estrutura, a resposta desta será fortemente influenciada pelo modo correspondente a essa frequência, podendo-se considerar a contribuição dos restantes modos de vibração e, por conseguinte, das restantes acções, desprezável.

Tendo em conta o que se acabou de referir, a exposição do processo de dimensionamento do TMD vai ser efectuada com recurso à formulação da acção do peão em corrida lenta por meio de séries de Fourier, como se expõe de seguida.

Conhecendo o valor máximo de aceleração que se deve observar na ponte, é possível calcular o valor aproximado do deslocamento máximo respectivo através da expressão

$$u_{\max} = \frac{a_{\max}}{\omega_j^2} \quad (4.6)$$

Sendo $a_{\max}=0.63$ e $\omega_j = \omega_2=15.878\text{rad/s}$, o valor de $u_{\max}$ é

$$u_{\max} = \frac{0.63}{15.878^2} = 0.0025\text{m} \quad (4.7)$$

Visto a primeira harmónica da acção do peão em corrida lenta possuir uma frequência de excitação igual à segunda frequência fundamental da ponte, esta foi considerada a única harmónica relevante no que diz respeito à resposta dinâmica da ponte. A consulta das tabelas 4.2 e 4.5 permite identificar o valor da amplitude desta harmónica, $\Delta G_1=1020.24\text{N}$ e o valor da rigidez modal do segundo modo de vibração, $K_2=2804.7\text{kN/m}$. Com estes valores é possível calcular o deslocamento estático, dado por

$$u_{S\text{ st}} = \frac{\Delta G}{K} = \frac{1.02024}{2804.7} = 0.0004\text{m} \quad (4.8)$$

O quociente entre $u_{\max}$ e $u_{S\text{ st}}$ fornece o valor do factor de amplificação dinâmica, FAD, necessário

$$\text{FAD} = \frac{u_{\max}}{u_{S\text{ st}}} = \frac{0.0025}{0.0004} = 6.25 \quad (4.9)$$

Com o apoio dos ábacos 2.19 a 2.22, considerou-se $\mu=0.02$. Visto o amortecimento do segundo modo de vibração ser elevado, $\xi_{S\text{ 2}}=0.0128$, as expressões relativas ao dimensionamento de um TMD para estruturas sem amortecimento não podem ser utilizadas neste caso. Por conseguinte, os valores óptimos dos parâmetros foram obtidos através de um processo iterativo, com recurso à expressão (2.81) e a um modelo de 1g.l equivalente ao segundo modo de vibração da ponte. Conhecendo os

valores de μ e de ξ_s , experimentaram-se vários valores de q e de ξ_T até que os dois picos da FRF para os deslocamentos apresentassem a mesma amplitude, como se representa na figura 4.18. Este processo permitiu quantificar os valores dos parâmetros óptimos do TMD a ser instalado na ponte na secção de abcissa $x=13$, correspondente a um dos dois pontos de coordenada modal máxima. Os valores dos parâmetros encontram-se expostos na tabela 4.7.

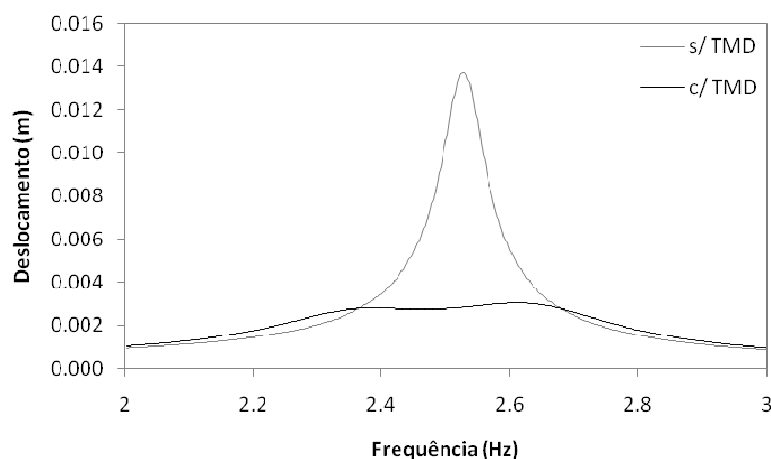


Fig.4.18 – FRF do modelo de 1g.l. equivalente ao segundo modo de vibração da ponte, antes e depois da instalação do TMD

Tabela 4.7 – Valores óptimos dos parâmetros do TMD

m_T	k_T	c_T	μ	q	ξ_T
225.36kg	53731.17N/m	585.08kg/s	0.02	0.9725	0.05

Da instalação do TMD na ponte, resultou a supressão do segundo modo de vibração que, por sua vez, deu origem a dois novos modos de vibração, um com frequência $f_2^A=2.343\text{Hz}$ e outro com frequência $f_2^B=2.688\text{Hz}$, como se pode constatar pela observação da figura 4.18.

4.2.6 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO TMD

Depois de determinados os valores óptimos dos parâmetros, foi necessário verificar se o TMD que se dimensionou produz os efeitos desejados. Para isso, procedeu-se ao estudo da resposta da ponte após a instalação do TMD, com recurso ao modelo numérico, quando sujeita à acção de um peão que se desloca em andamento lento e em corrida lenta. Porém, é preciso ter em atenção um pormenor. Com a eliminação do segundo modo de vibração, as amplitudes máximas dos deslocamentos, velocidades e acelerações deixaram de se verificar nas situações em que $f_P=2.527\text{Hz}$, passando a ocorrer nas situações em que $f_P=f_2^A=2.343\text{Hz}$ e $f_P=f_2^B=2.688\text{Hz}$. Por conseguinte, avaliação do desempenho do TMD foi efectuada simulando um peão a atravessar a ponte em andamento lento com $f_P=1.617\text{Hz}$ e em corrida lenta com $f_P=f_2^A=2.343\text{Hz}$ e $f_P=f_2^B=2.688\text{Hz}$. Nas figuras 4.19 a 4.36 apresenta-se a representação gráfica da resposta da ponte em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações,

para as três situações acima descritas. Na tabela 4.8 encontram-se resumidos os valores máximos relativos às figuras 4.19 a 4.36.

Tabela 4.8 – Valores máximos dos deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para a ponte, depois da instalação do TMD

f_p (Hz)	x (m)	s/ TMD	c/ TMD	Redução
1.617	Deslocamento (m)	0.00293	0.00274	6.5%
	15 Velocidade (m/s)	0.0231	0.0216	6.5%
	Aceleração (m/s^2)	0.240	0.219	10%
	Deslocamento (m)	0.00296	0.00259	12.5%
	45 Velocidade (m/s)	0.0232	0.0207	10.8%
	Aceleração (m/s^2)	0.241	0.208	13.7%
2.343	Deslocamento (m)	0.00398	0.00259	34.9%
	13 Velocidade (m/s)	0.0519	0.0359	30.8%
	Aceleração (m/s^2)	0.905	0.515	43.1%
	Deslocamento (m)	0.00389	0.00324	16.7%
	47 Velocidade (m/s)	0.0517	0.0373	27.8%
	Aceleração (m/s^2)	0.891	0.662	25.7%
2.688	Deslocamento (m)	0.00398	0.00257	35.4%
	13 Velocidade (m/s)	0.0519	0.0324	37.8%
	Aceleração (m/s^2)	0.905	0.560	38.1%
	Deslocamento (m)	0.00389	0.00244	37.3%
	47 Velocidade (m/s)	0.0517	0.0311	39.8%
	Aceleração (m/s^2)	0.891	0.527	40.9%

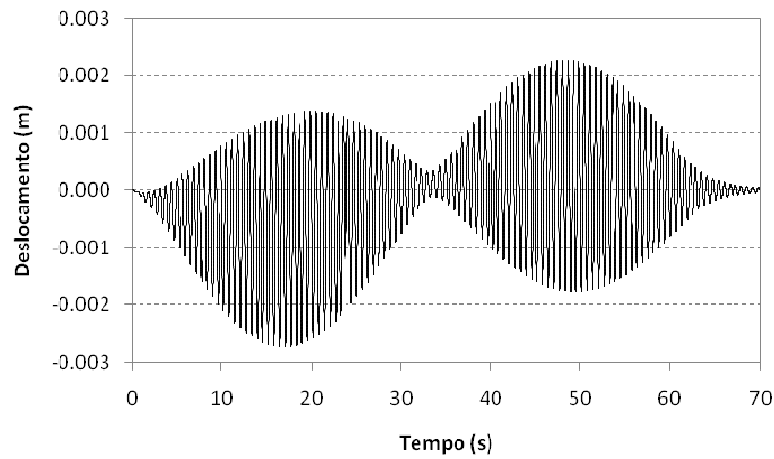


Fig.4.19 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, depois da instalação do TMD

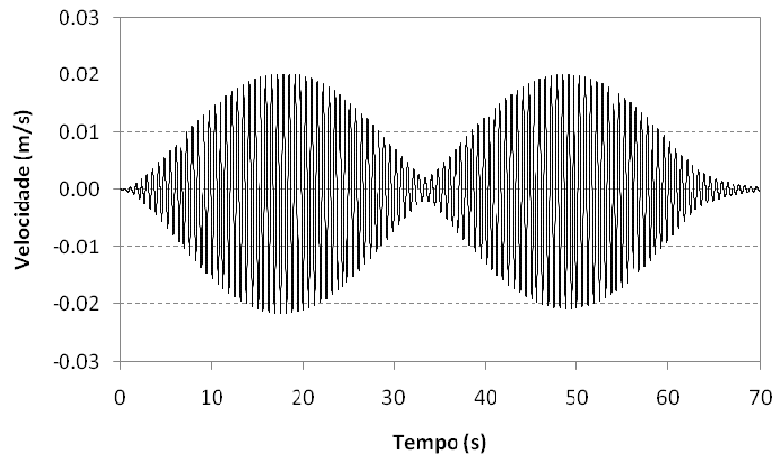


Fig.4.20 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, depois da instalação do TMD

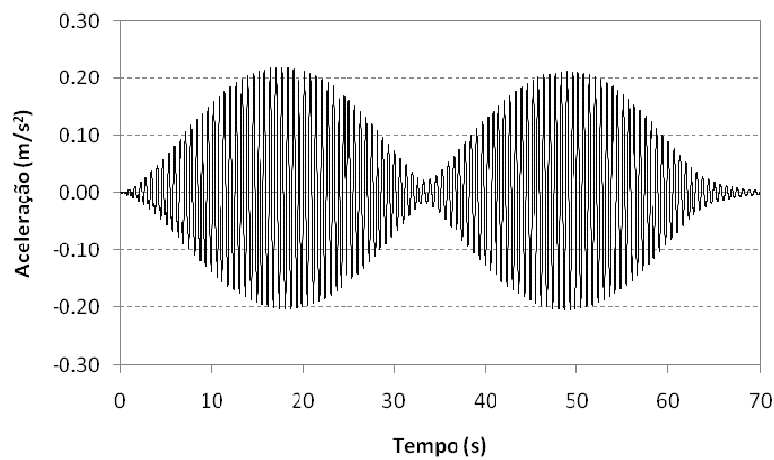


Fig.4.21 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=15\text{m}$, depois da instalação do TMD

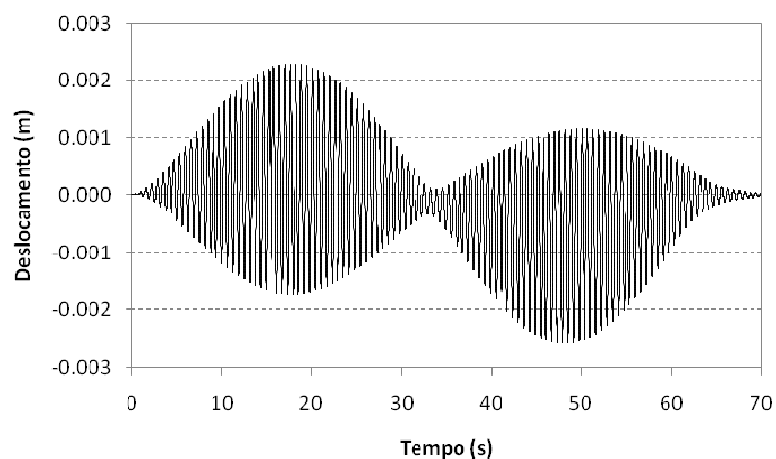


Fig.4.22 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, depois da instalação do TMD

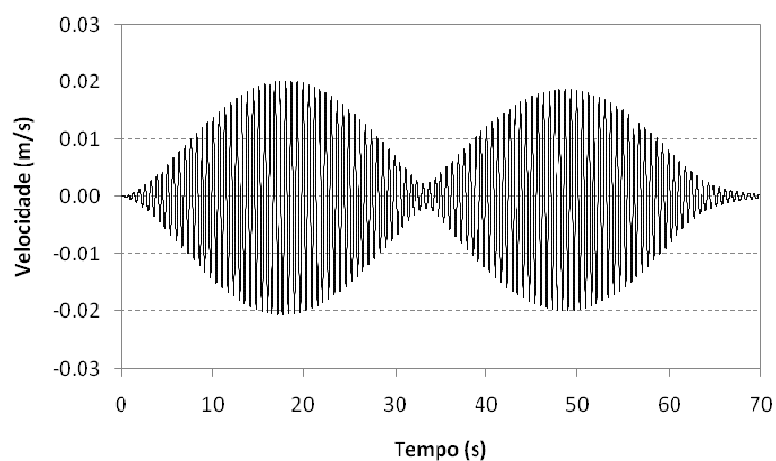


Fig.4.23 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, depois da instalação do TMD

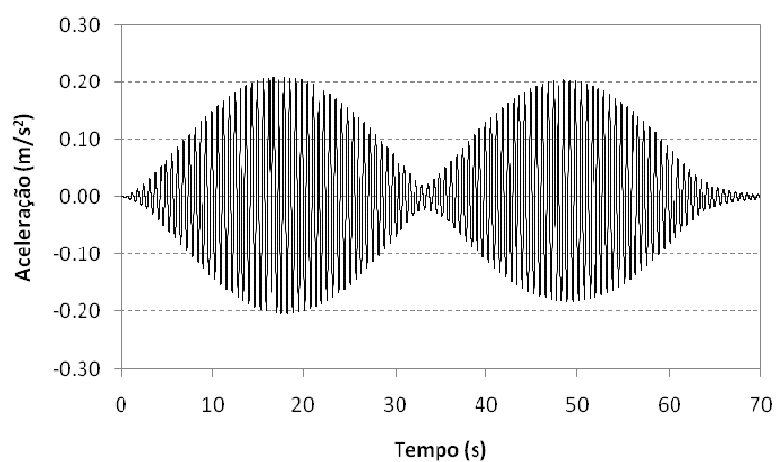


Fig.4.24 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=1.617\text{Hz}$, para $x=45\text{m}$, depois da instalação do TMD

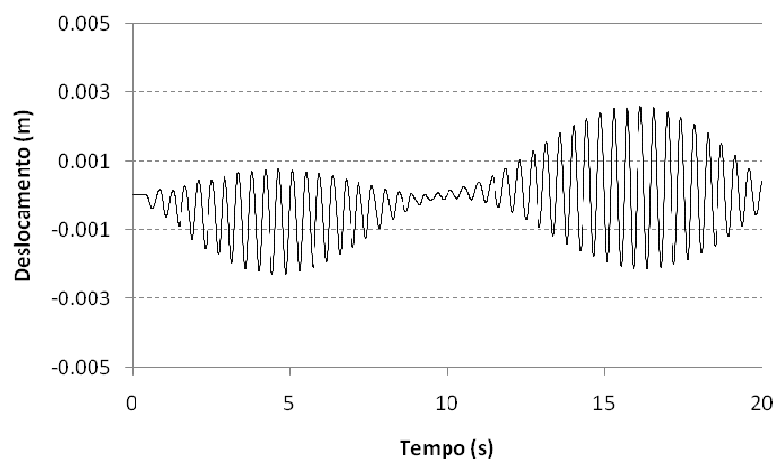


Fig.4.25 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD

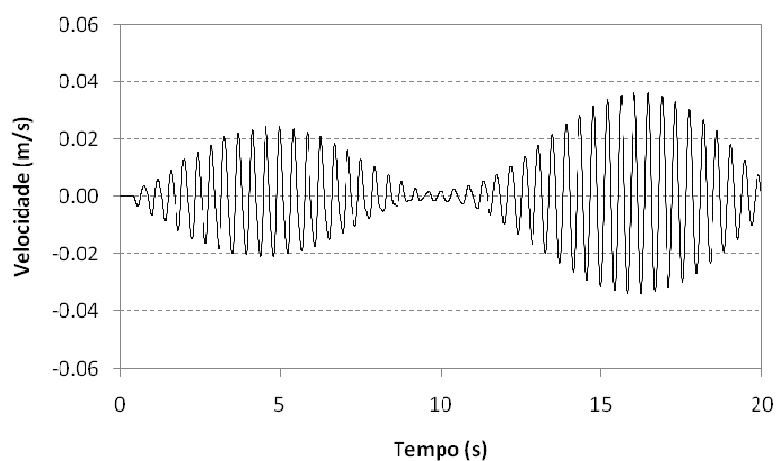


Fig.4.26 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD

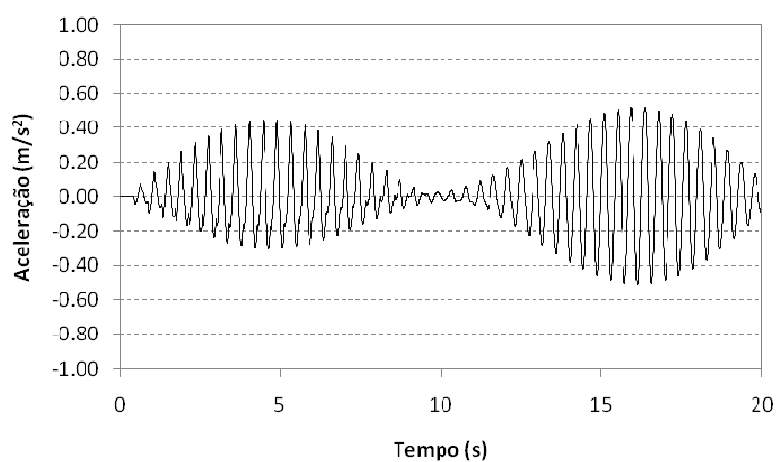


Fig.4.27 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD

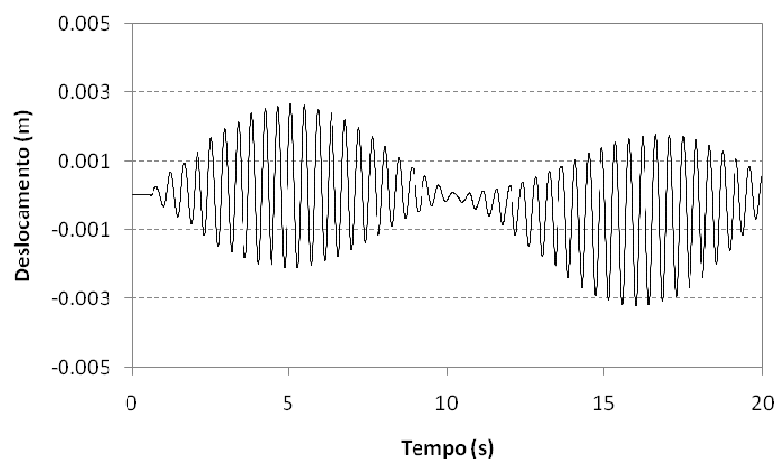


Fig.4.28 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD

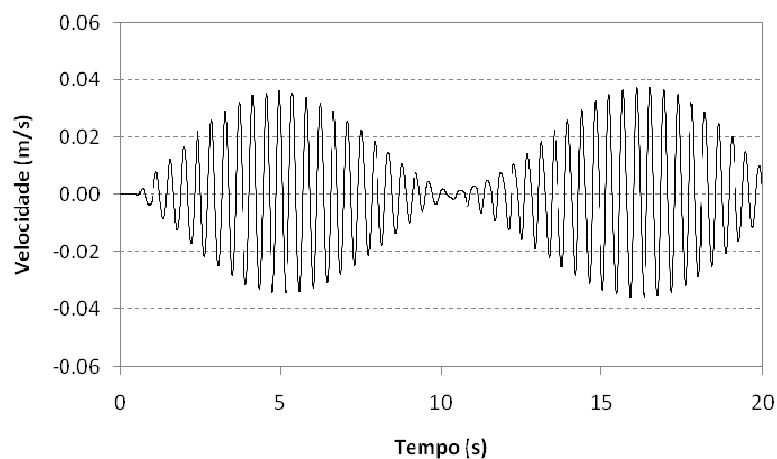


Fig.4.29 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD

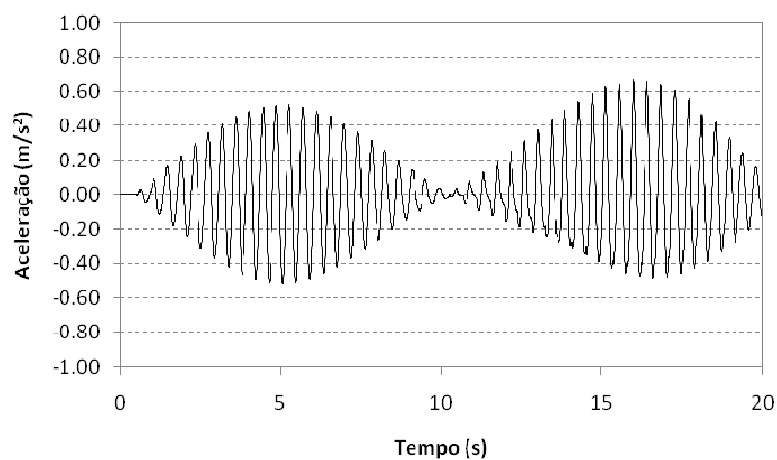


Fig.4.30 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=2.343\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD

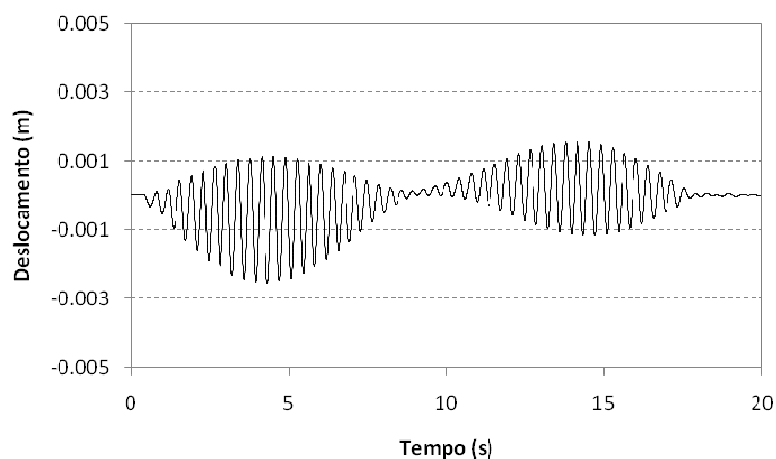


Fig.4.31 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD

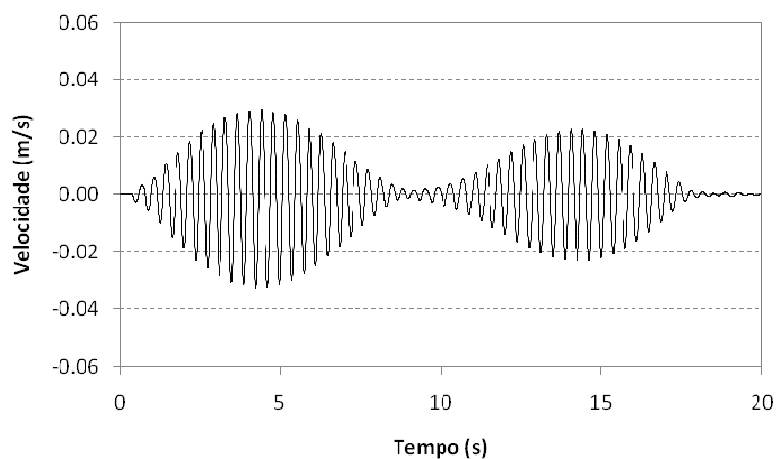


Fig.4.32 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD

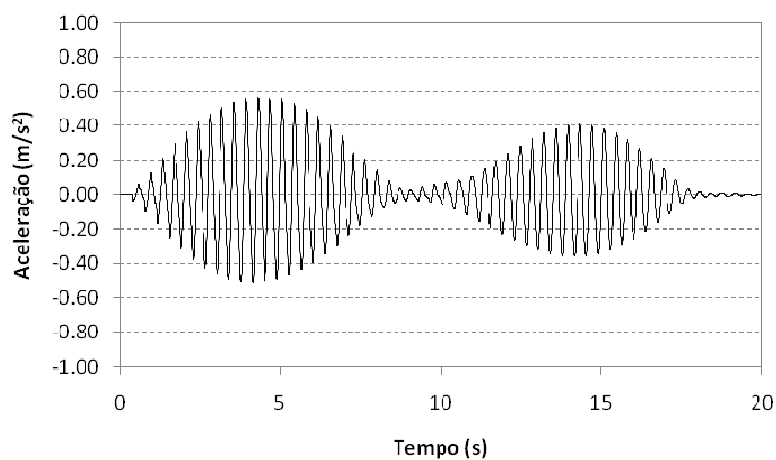


Fig.4.33 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=13\text{m}$, depois da instalação do TMD

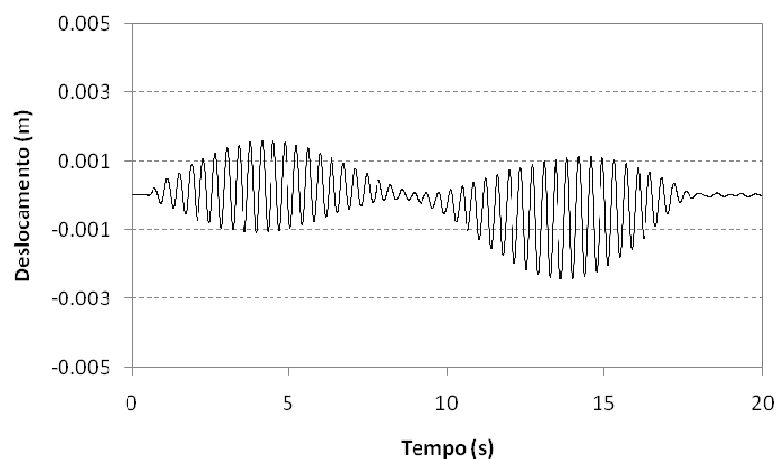


Fig.4.34 – Deslocamentos verticais calculados com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD

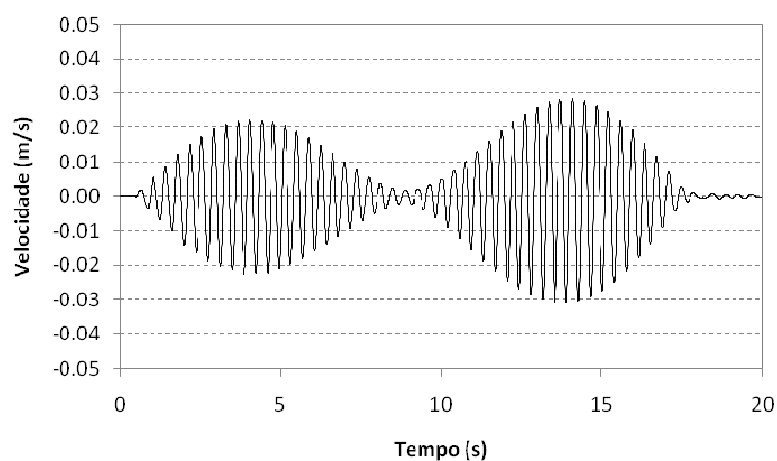


Fig.4.35 – Velocidades verticais calculadas com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD

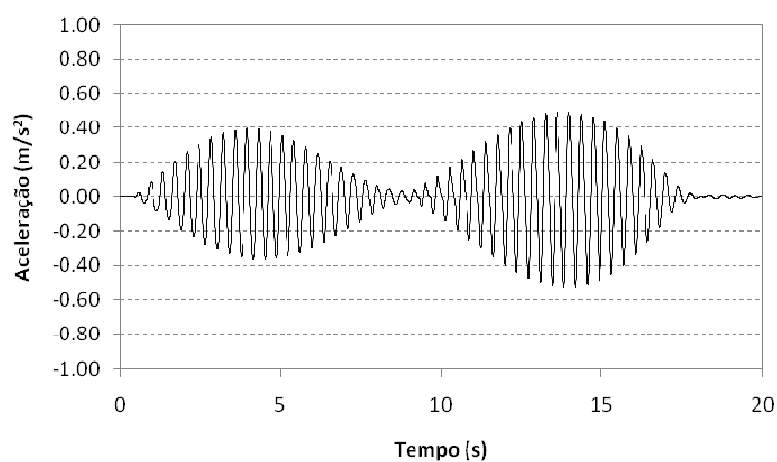


Fig.4.36 – Acelerações verticais calculadas com $f_p=2.688\text{Hz}$, para $x=47\text{m}$, depois da instalação do TMD

A análise da tabela 4.8 permite verificar que a aceleração máxima, cujo valor é de 0.662m/s^2 , se observa em $x=47\text{m}$ quando a ponte é atravessada pelo peão com $f_p=2.343\text{Hz}$. Este valor, apesar de ser superior ao valor desejado de 0.63m/s^2 , difere deste apenas em 5% o que, em engenharia civil, é perfeitamente aceitável. A isto acresce o facto de se estar a lidar com critérios de conforto e não de segurança, que apresentam sempre um certo grau de subjectividade. Desta forma, considerou-se que o TMD cumpre eficazmente a sua função e deu-se por concluído o estudo do seu dimensionamento.

No entanto, o estudo do comportamento do TMD neste caso específico ainda pode ser aprofundado. Como seria de esperar, a influência do TMD no primeiro modo de vibração é desprezável. Observando a tabela 4.8 e as figuras 4.25 a 4.36, é possível verificar que, quando $f_p=2.343\text{Hz}$, o TMD apresenta uma eficácia no controlo das vibrações maior no primeiro tramo do que no segundo e que, quando $f_p=2.688\text{Hz}$, a eficácia é maior no segundo tramo do que no primeiro. Tal pode ser compreendido com recurso às figuras 4.37 e 4.38, nas quais se representam as FRF da ponte calculadas para $x=13\text{m}$ e $x=47\text{m}$, antes e depois a aplicação do TMD.

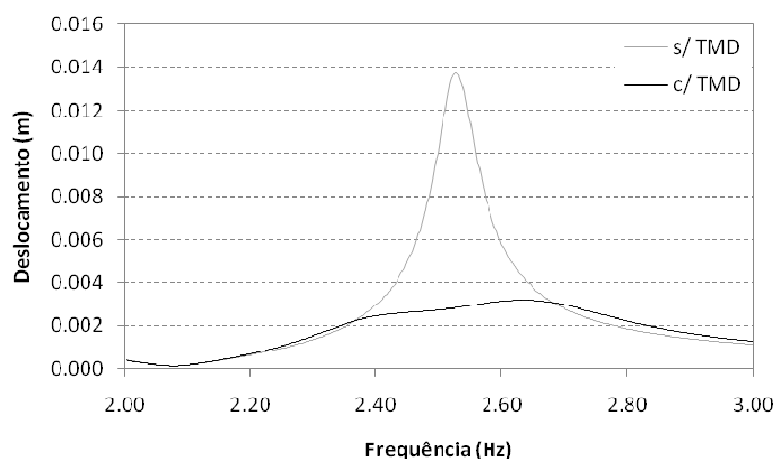


Fig.4.37 – FRF da ponte calculada para $x=13\text{m}$, antes e depois da instalação do TMD

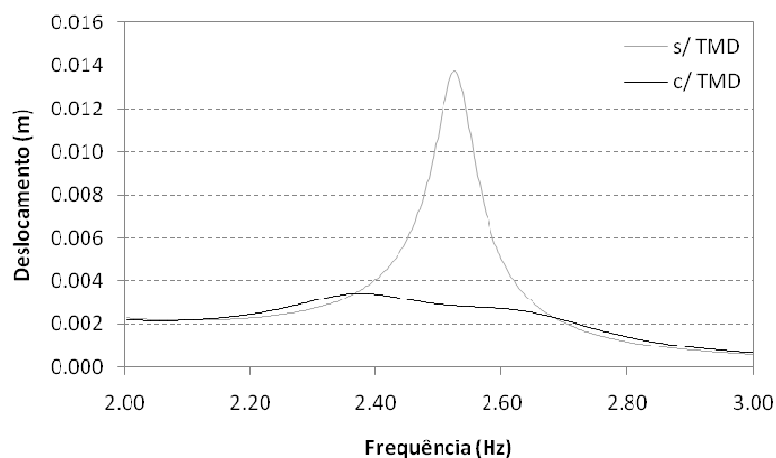


Fig.4.38 – FRF da ponte calculada para $x=47\text{m}$, antes e depois da instalação do TMD

Para a curva $x=13\text{m}$, a amplitude dos deslocamentos é menor quando $f=2.343\text{Hz}$ e, por conseguinte, a eficácia do TMD é maior neste ponto. Para a curva $x=47\text{m}$ verifica-se o inverso.

4.3 EDIFÍCIO

4.3.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS

O modelo que agora se apresenta representa um edifício fictício de 5 pisos mais r/c em betão armado, de geometria regular. Este é constituído por lajes fungiformes com $12 \times 12\text{m}^2$ que se apoiam em oito pilares de bordo com $0.35 \times 0.35\text{m}^2$ e num pilar central de $0.5 \times 0.5\text{m}^2$, com um pé-direito de 3m. Na figura 4.40 representa-se uma planta e um corte vertical do edifício.

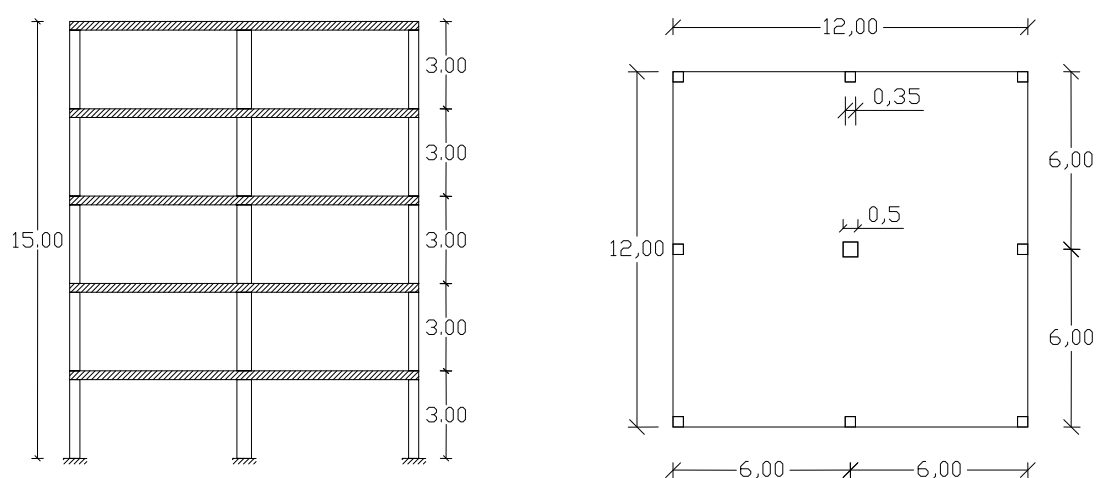


Fig.4.39 – Corte vertical e planta do edifício

Admitiu-se que a massa do edifício estava concentrada nas lajes, correspondendo a uma carga distribuída de 1 ton/m^2 ou 9.81kN/m^2 . A massa dos pilares foi considerada desprezável. Na tabela 4.9 apresenta-se um resumo das características geométricas e materiais do edifício.

Tabela 4.9 – Resumo das características geométricas e materiais do edifício

	Pilares			
	P1	P2		
Área (m^2)	0.1225	0.25	Área (m^2)	144
Inércia (m^4)	0.0012505	0.003255	$\bar{m}$ (ton/m^2)	1
E (GPa)	30		m (ton)	144
ν	0.2		ν	0.2

4.3.2 CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS

Antes de apresentar as características dinâmicas do edifício, é necessário expor as considerações e simplificações que foram adoptadas na construção do modelo. Como o edifício é quadrangular,

apresenta dois eixos de simetria iguais em planta, em direcções ortogonais. Isto leva a que apenas seja necessário estudar uma das direcções. Todos os resultados obtidos serão válidos para a outra direcção. Assim, o edifício tridimensional foi condensado numa estrutura porticada bidimensional. Como já se referiu, a massa dos pilares foi desprezada, pelo que estes apenas contribuem para a rigidez da estrutura, tendo sido considerados axialmente indeformáveis. Admitiu-se, também, que as lajes apresentam rigidez infinita à flexão, pelo que nas ligações com os pilares a rotação foi considerada nula. Estas considerações permitiram simplificar bastante a análise do edifício, possibilitando o seu estudo como se de um *shear building* se tratasse. Desta forma, o modelo utilizado, apresentado na figura 4.41, corresponde a um sistema com cinco graus de liberdade, correspondentes aos deslocamentos horizontais de cada um dos pisos.

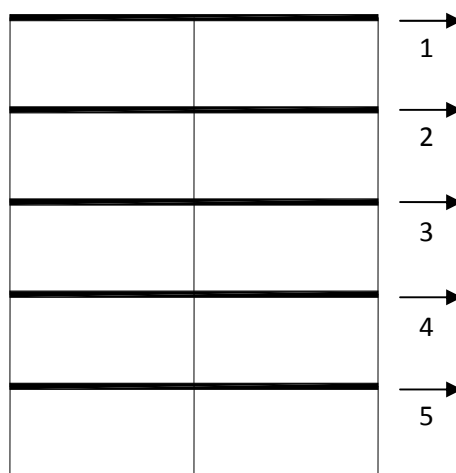


Fig.4.40 – Graus de liberdade do modelo

Assim, o modelo numérico foi concebido com 15 elementos finitos de viga a representar os pilares, em que cada elemento possuía a rigidez do conjunto dos três pilares no alinhamento perpendicular ao do plano do pórtico. As lajes foram modeladas com dez elementos de viga com rigidez infinita. A massa foi considerada concentrada nos nós. A análise modal, efectuada com recurso ao modelo numérico, permitiu identificar vários modos de vibração e os respectivos parâmetros modais. Os valores correspondentes aos primeiros quatro são apresentados na tabela 4.10.

Tabela 4.10 – Parâmetros modais calculados para os primeiros quatro modos de vibração

Modo	f_{Sj} (Hz)	ω_{Sj} (rad/s)	M_{Sj} (Ton)	K_{Sj} (kN/m)	ξ_{Sj}
1	1.700	10.681	404.18	46113.5	0.0200
2	4.963	31.183	404.14	392992.6	0.0200
3	7.823	49.153	404.10	976325.2	0.0267
4	10.05	63.146	404.03	1611037.7	0.0327

Os valores dos coeficientes de amortecimento do primeiro e do segundo modo de vibração foram considerados iguais 0.02, valor corrente em edifícios de betão armado. Os valores correspondentes aos

restantes modos foram obtidos com recurso à formulação de amortecimento de Rayleigh. Na figura 4.42 apresentam-se as configurações das deformadas correspondentes aos quatro primeiros modos de vibração.

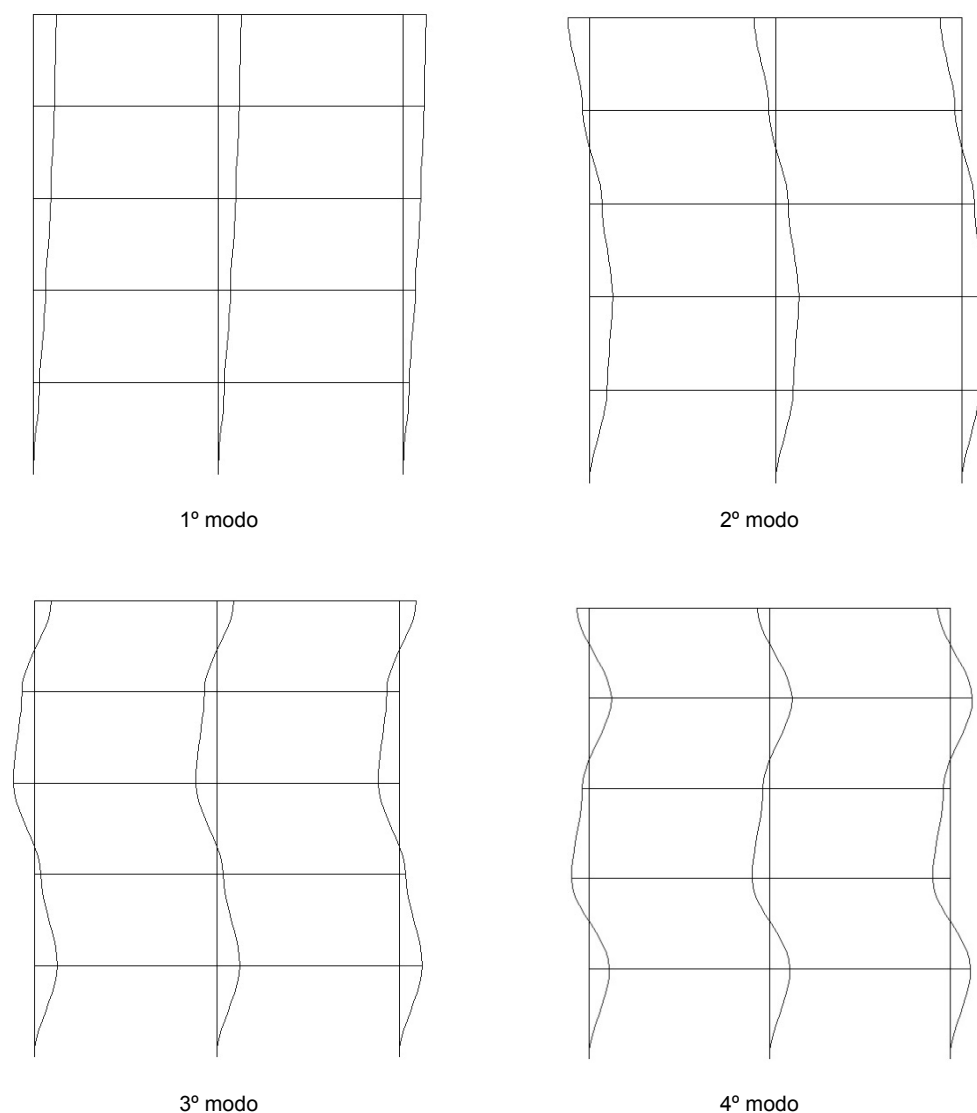


Fig.4.41 – Configurações das deformadas dos quatro primeiros modos de vibração

4.3.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ACÇÕES

Como já se referiu, este modelo foi desenvolvido com o objectivo de estudar o comportamento de um TMD sujeito à acção sísmica. Assim, é natural que acções seleccionadas para este caso sejam do tipo sísmico. Ora, este tipo de acções pode ser gerado artificialmente ou pode ser idealizado recorrendo a acelerogramas de sismos reais, que foi caso deste trabalho. Mais concretamente, recorreu-se aos acelerogramas dos sismos de *El Centro*, de 1951, de *Friuli*, de 1976 e de *Kobe*, de 1995. Os seus acelerogramas estão representados nas figuras 4.43 a 4.45.

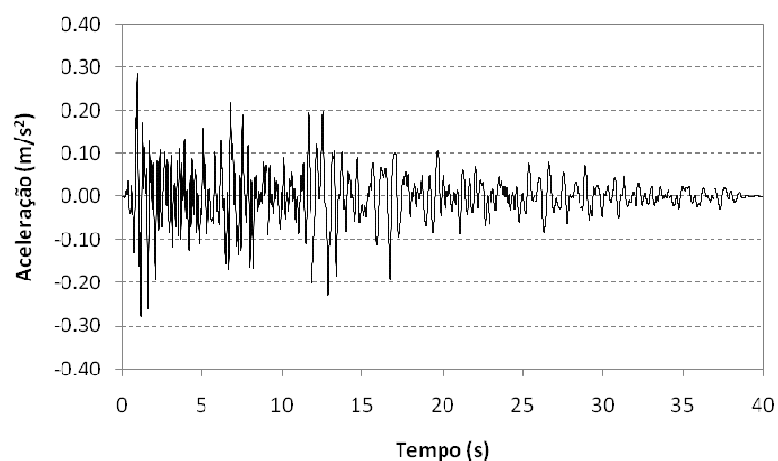


Fig.4.42 – Acelerograma do sismo de El Centro de 1951

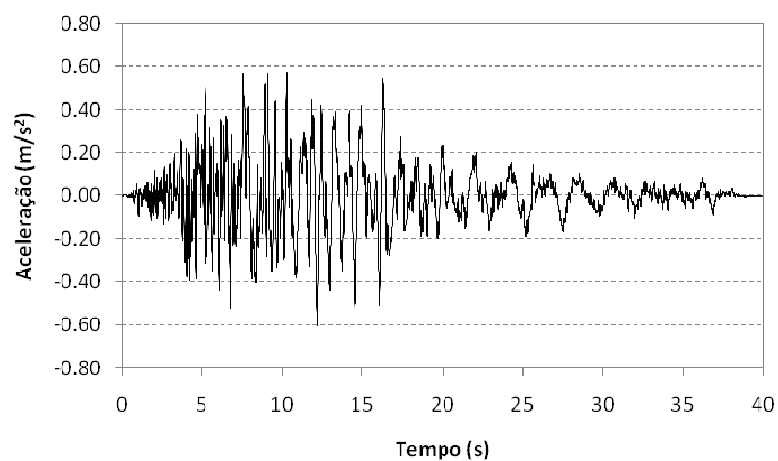


Fig.4.43 – Acelerograma do sismo de Friuli de 1976

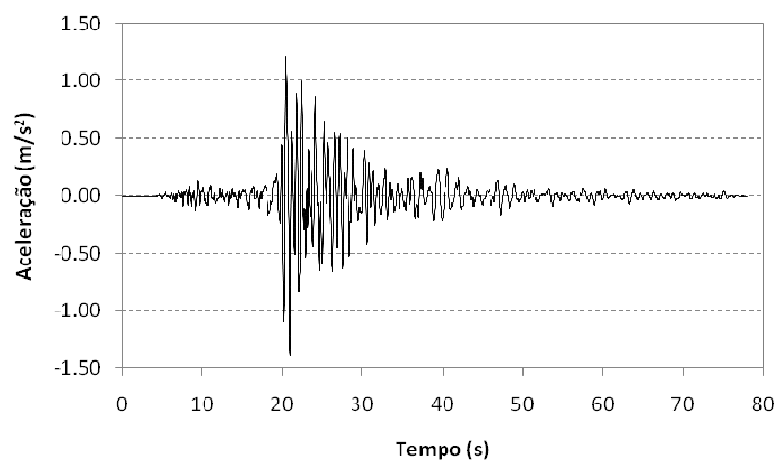


Fig.4.44 – Acelerograma do sismo de Kobe de 1995

O efeito dos sismos sobre a estrutura foi estudado, não através da imposição de acelerações na base edifício correspondentes aos sismos, mas pela solicitação de cada piso por forças equivalentes às forças de inércia que se fariam sentir em virtude dos sismos. Conhecendo a massa de cada piso, 144ton, que se encontra concentrada nas lajes e as acelerações em cada instante de tempo através dos acelerogramas, pelo produto dos dois valores facilmente se obtém as forças equivalentes.

4.3.4 RESPOSTA DA ESTRUTURA ÀS ACÇÕES IMPOSTAS

Sendo as acções em questão de carácter sísmico, o estudo da resposta do edifício deverá dar prioridade a critérios de segurança e estados limites últimos de resistência, relegando para segundo plano os estados limites de serviço e o conforto dos ocupantes. Desta forma, deu-se mais importância aos deslocamentos do que às acelerações ou velocidades, mas sem as desprezar por completo.

Nas figuras 4.46 a 4.54 apresenta-se a resposta do edifício, calculada para o ponto de amplitude máxima, que corresponde ao último piso, em termos deslocamentos, velocidades e acelerações, para cada um dos três sismos. Na tabela 4.11 encontram-se resumidos os valores máximos calculados para cada uma das situações referidas.

Tabela 4.11 – Valores máximos de deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para o edifício, antes da aplicação do TMD

	El Centro	Friuli	Kobe
Deslocamento (m)	0.00823	0.0203	0.0778
Velocidade (m/s)	0.0851	0.211	0.810
Aceleração (m/s^2)	0.918	2.490	8.560

Pela observação da tabela, verifica-se que o sismo de *El Centro* provoca deslocamentos relativamente pequenos. Já os restantes sismos, particularmente o de *Kobe*, impõe grandes deslocamentos à estrutura, levando à geração de esforços elevados nos elementos resistentes, o que vem reforçar a necessidade de estudar métodos eficazes de dimensionamento e TMDs para mitigar os efeitos de acções sísmicas.

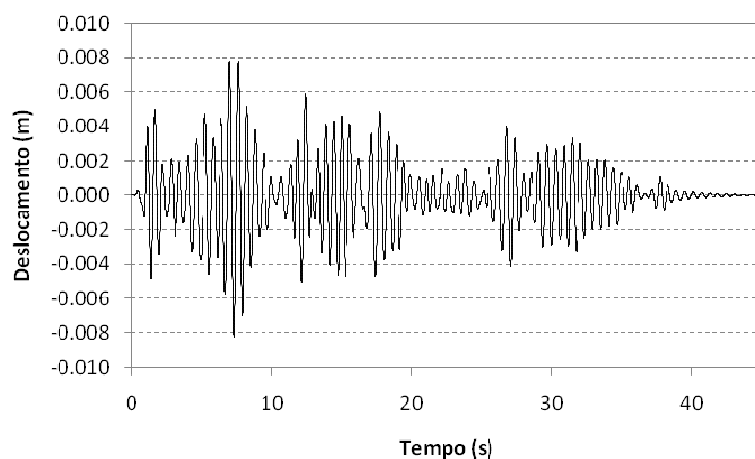


Fig.4.45 – Deslocamentos calculados para o sismo de El Centro, antes da instalação do TMD

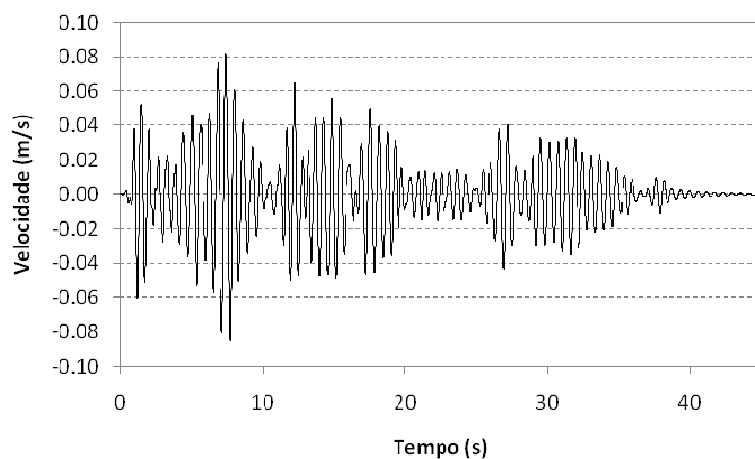


Fig.4.46 – Velocidades calculadas para o sismo de El Centro, antes da instalação do TMD

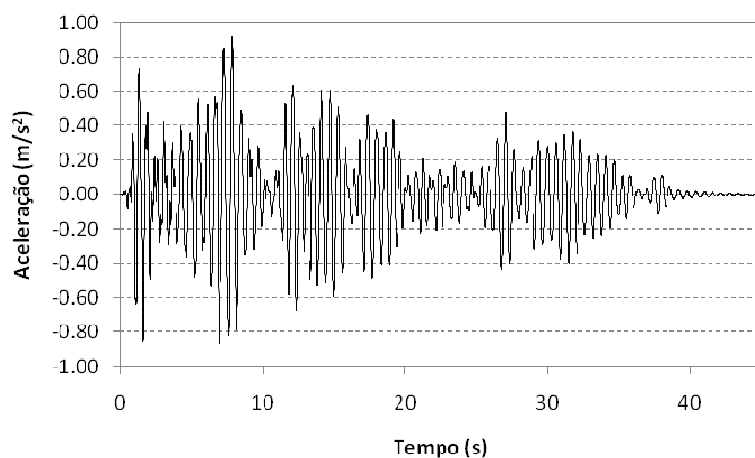


Fig.4.47 – Acelerações calculadas para o sismo de El Centro, antes da instalação do TMD

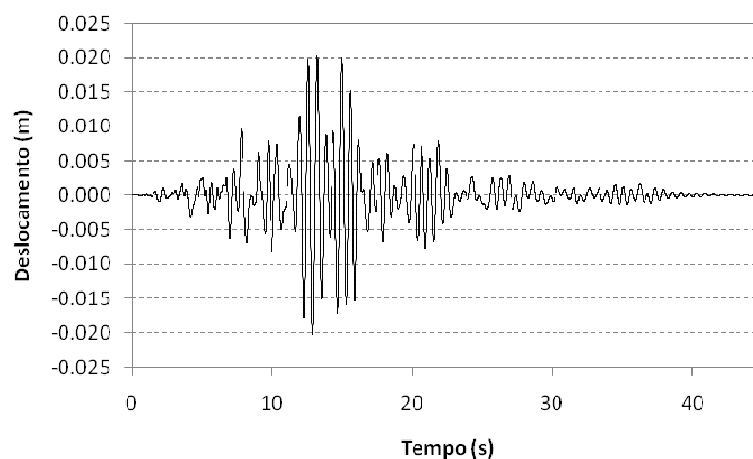


Fig.4.48 – Deslocamentos calculados para o sismo de Friuli, antes da instalação do TMD

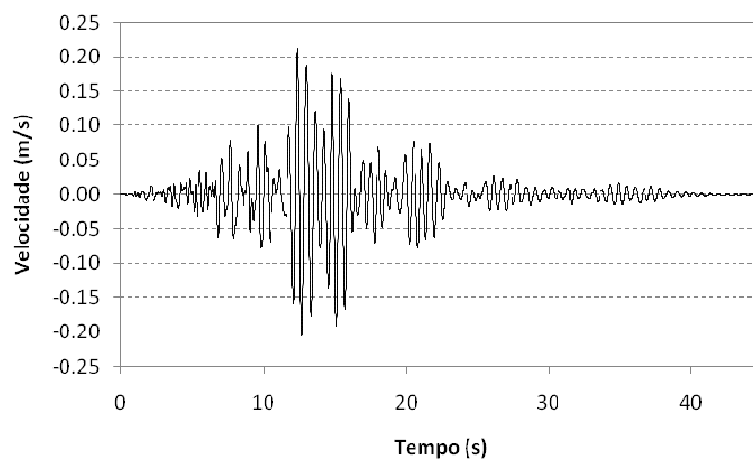


Fig.4.49 – Velocidades calculadas para o sismo de Friuli, antes da instalação do TMD

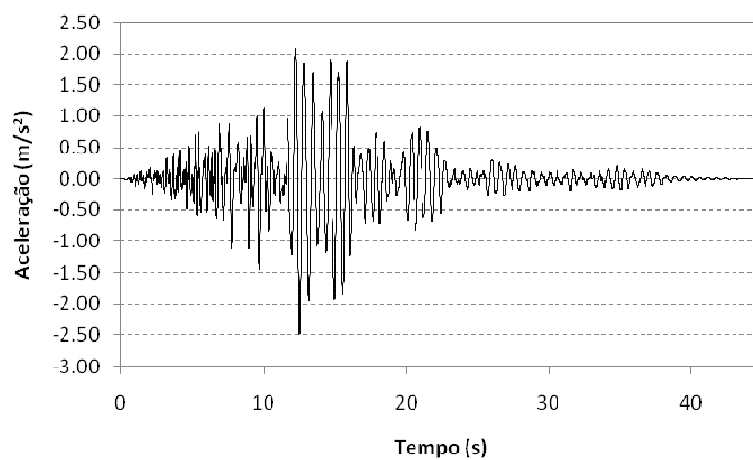


Fig.4.50 – Acelerações calculadas para o sismo de Friuli, antes da instalação do TMD

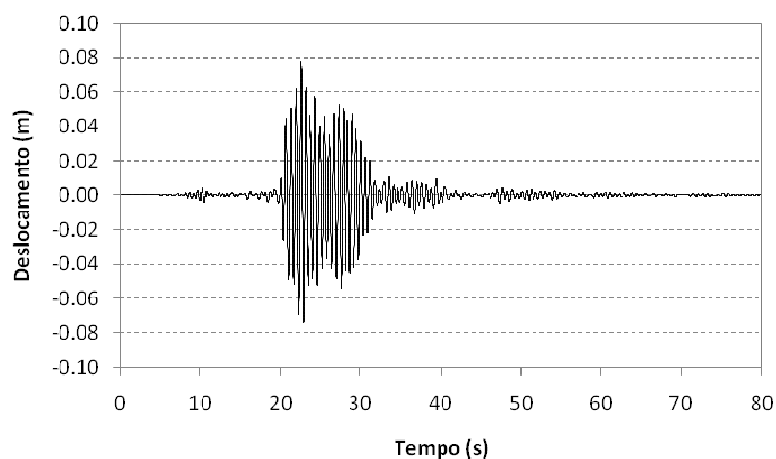


Fig.4.51 – Deslocamentos calculados para o sismo de Kobe, antes da instalação do TMD

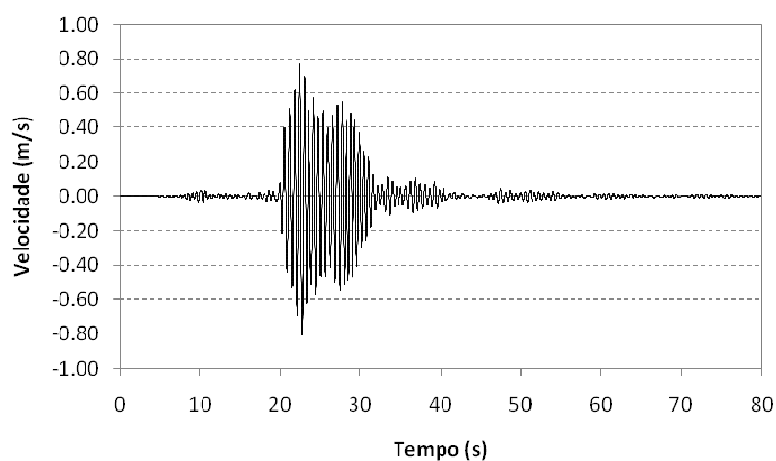


Fig.4.52 – Velocidades calculadas para o sismo de Kobe, antes da instalação do TMD

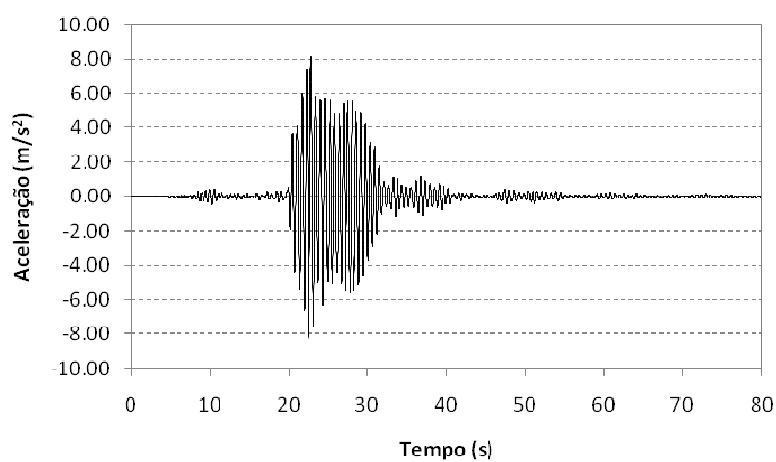


Fig.4.53 – Acelerações calculadas para o sismo de Kobe, antes da instalação do TMD

4.3.5 DIMENSIONAMENTO DO TMD

O dimensionamento do TMD foi efectuado segundo o procedimento proposto em [6], [7] e [8] e exposto em 2.1.4. De acordo com este método, o TMD deve ser sintonizado para as frequências naturais da estrutura mais baixas, particularmente a frequência fundamental. No caso em estudo, o TMD foi sintonizado para a frequência fundamental, igual 1.700Hz e aplicado no último piso, pois este é o que apresenta maiores amplitudes.

Em primeiro lugar é necessário determinar o vector correspondente ao primeiro modo de vibração, ϕ_1 , e a matriz de massa do sistema, M .

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.919 \\ 0.764 \\ 0.546 \\ 0.285 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 144 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 144 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 144 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 144 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 144 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

De seguida, calcula-se o valor do factor modal de excitação sísmica, L_1 , dado por

$$L_1 = \phi_1^T M \{1\} = 505.94 \quad (4.11)$$

O valor da massa modal, M_1 , é dado por

$$M_1 = \phi_1^T M \phi_1 = 404.21 \text{ton} \quad (4.12)$$

É agora necessário calcular o valor de F_1 , de modo a poder efectuar a normalização do primeiro modo de vibração de forma a que este possua factor de participação unitário. O valor de F_1 é obtido pelo quociente

$$F_1 = \frac{L_1}{M_1} = 1.2517 \quad (4.13)$$

Multiplicando F_1 por ϕ_1 , obtém-se o vector φ_1 , correspondente ao primeiro modo de vibração mas possuindo factor de participação unitário

$$\varphi_1 = F_1 \cdot \phi_1 = \begin{bmatrix} 1.2517 \\ 1.1503 \\ 0.9557 \\ 0.6837 \\ 0.3563 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

A massa modal, M_1^* , obtida através de φ_1 , vale

$$M_1^* = \varphi_1^T M \varphi_1 = 633.28 \text{ton} \quad (4.15)$$

Com recurso à expressão

$$|\xi_S - \xi_T| = |\varphi_{ik} \sqrt{\mu}| \quad (4.16)$$

determinam-se os valores dos parâmetros óptimos do TMD. Impondo $\mu=0.02$, sabendo que φ_{ik} , que é o valor da componente modal correspondente ao grau de liberdade onde se vai aplicar o TMD, vale 1.2517, pois este vai ser aplicado no último piso e, por fim, sabendo que $\xi_S=0.02$, o valor de ξ_T é dado por

$$\xi_T = \xi_S + \varphi_{11} \sqrt{\mu} = 0.02 + 1.2517 \sqrt{0.02} = 0.1970 \quad (4.17)$$

Com estes valores, é possível obter os parâmetros óptimos do TMD, expostos na tabela 4.12.

Tabela 4.12 – Valores óptimos dos parâmetros do TMD

m_T	k_T	c_T	μ	q	ξ_T
12.667ton	1445.21kN/m	53.307ton/s	0.02	1	0.1970

4.3.6 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO TMD

Depois de ter sido efectuado o dimensionamento do TMD, foi necessário avaliar a sua capacidade de redução dos efeitos nefastos causados pelos sismos. Com recurso ao modelo numérico, simulou-se a instalação do TMD no último piso e avaliou-se a resposta do edifício em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações, quando submetido à acção dos três sismos em estudo. Nas figuras 4.55 a 4.63 apresentam-se as representações gráficas das respostas do edifício em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações, calculadas para o ponto de amplitudes máximas. Na tabela 4.13 encontram-se resumidos os valores máximos calculados para uma das situações referidas.

Tabela 4.13 – Valores máximos de deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para o edifício, antes e depois da instalação do TMD

Sismo	Piso		s/ TMD	c/ TMD	Redução
El Centro	5	Deslocamento (m)	0.00823	0.00622	24%
		Velocidade (m/s)	0.0851	0.0614	28%
		Aceleração (m/s^2)	0.918	0.769	16%
Friuli	5	Deslocamento (m)	0.0203	0.0169	17%
		Velocidade (m/s)	0.211	0.184	13%
		Aceleração (m/s^2)	2.490	2.121	15%
Kobe	5	Deslocamento (m)	0.0778	0.0612	21%
		Velocidade (m/s)	0.810	0.615	24%
		Aceleração (m/s^2)	8.560	6.585	23%

Verifica-se em todos os casos uma redução média de cerca de 15% a 20% nos deslocamentos, velocidades e acelerações. Estes valores são consideráveis mas bastante inferiores aos que se poderiam obter no caso de a acção em causa ser de carácter harmónico ou periódico, como no exemplo da ponte pedonal. De forma a avaliar uma potencial melhoria no desempenho do TMD, foi efectuada uma análise paramétrica simples, que consistiu em fazer variar o valor de μ , variando, obrigatoriamente os valores dos restantes parâmetros e em calcular quais os valores máximos de deslocamentos, velocidades e acelerações que o edifício sofria. Nas figuras 4.64 a 4.66 expõem-se de forma gráfica os resultados dessa análise, encontrando-se estes resumidos na tabela 4.14.

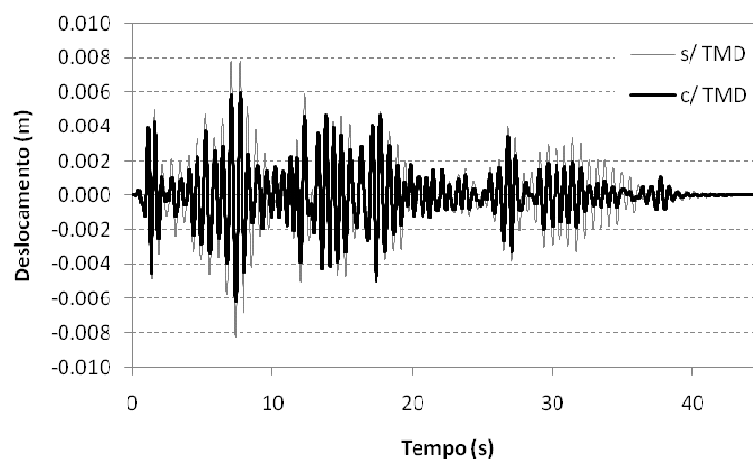


Fig.4.54 – Deslocamentos calculados para o sismo de El Centro, antes e depois da instalação do TMD

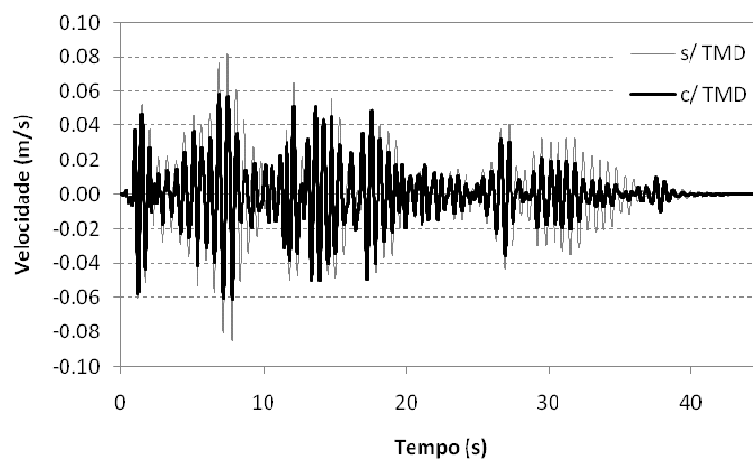


Fig.4.55 – Velocidades calculadas para o sismo de El Centro, antes e depois da instalação do TMD

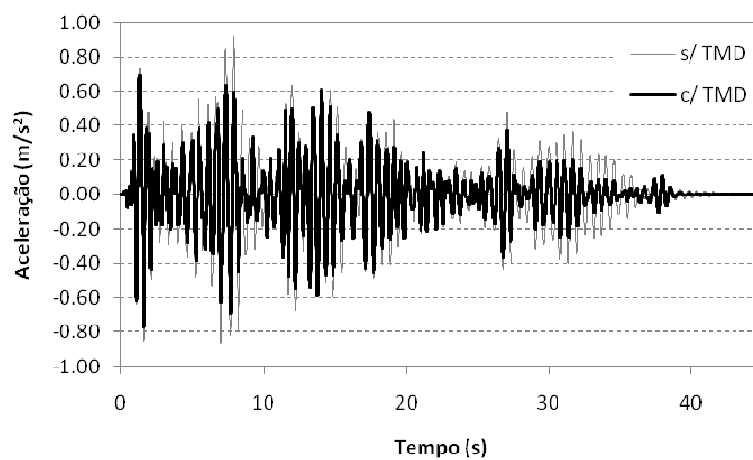


Fig.4.56 – Acelerações calculadas para o sismo de El Centro, antes e depois da instalação do TMD

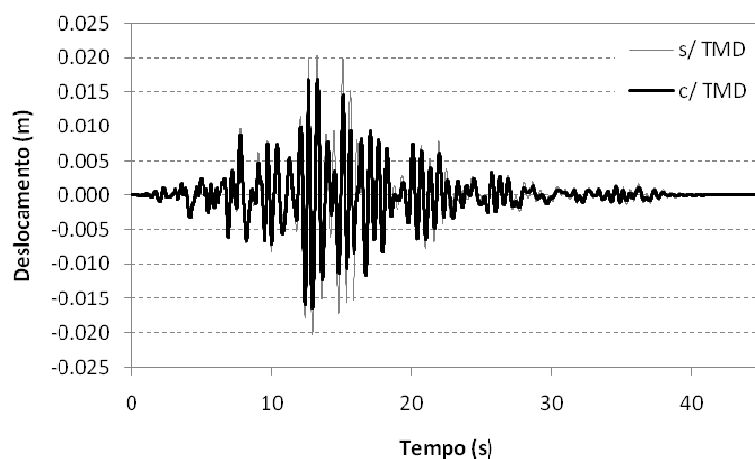


Fig.4.57 – Deslocamentos calculados para o sismo de Friuli, antes e depois da instalação do TMD

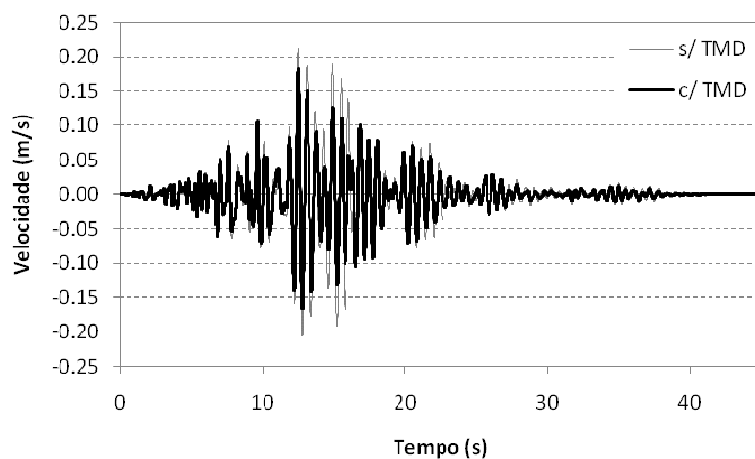


Fig.4.58 – Velocidades calculadas para o sismo de Friuli, antes e depois da instalação do TMD

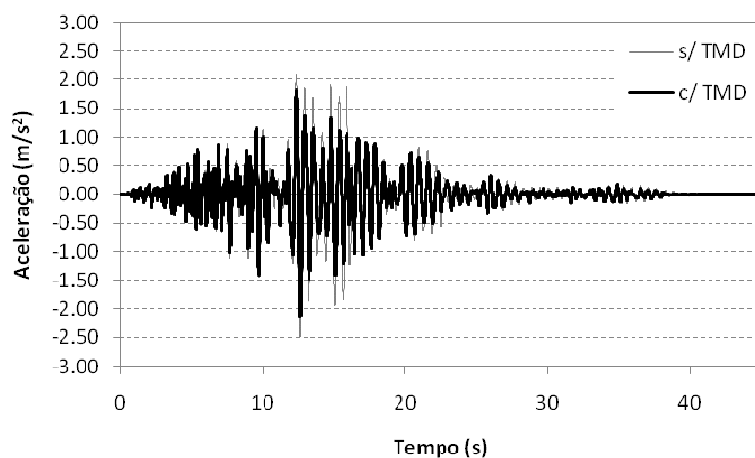


Fig.4.59 – Acelerações calculadas para o sismo de Friuli, antes e depois da instalação do TMD

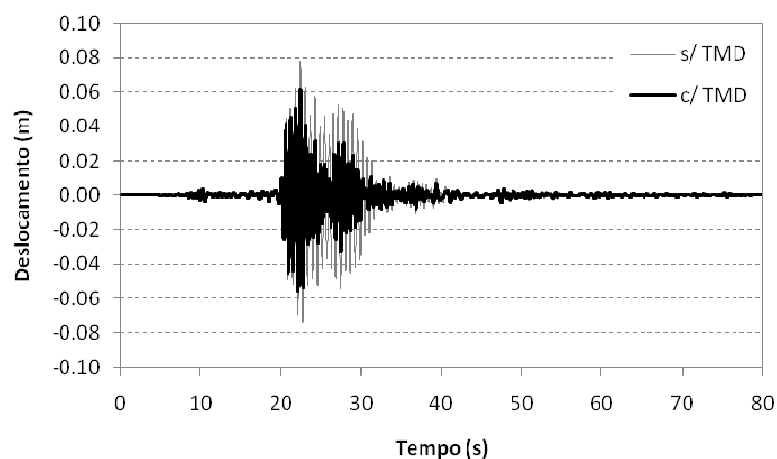


Fig.4.60 – Deslocamentos calculados para o sismo de Kobe, antes e depois da instalação do TMD

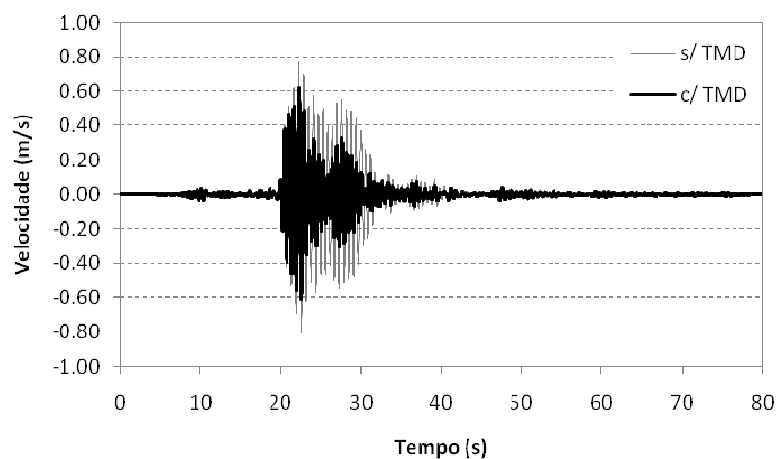


Fig.4.61 – Velocidades calculadas para o sismo de Kobe, antes e depois da instalação do TMD

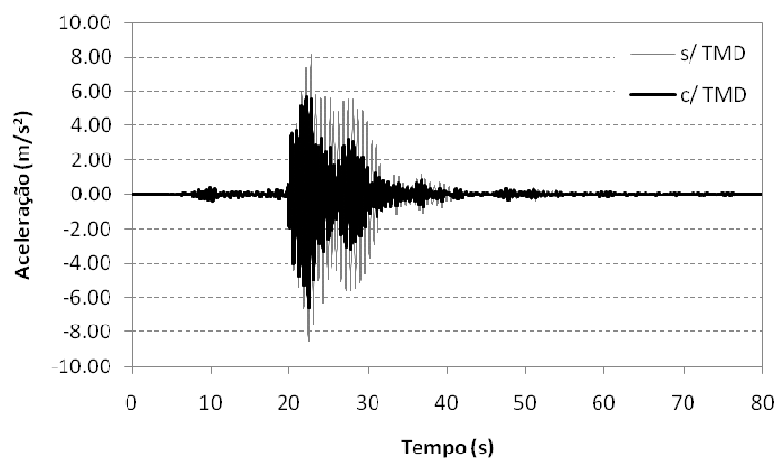


Fig.4.62 – Acelerações calculadas para o sismo de Kobe, antes e depois da instalação do TMD

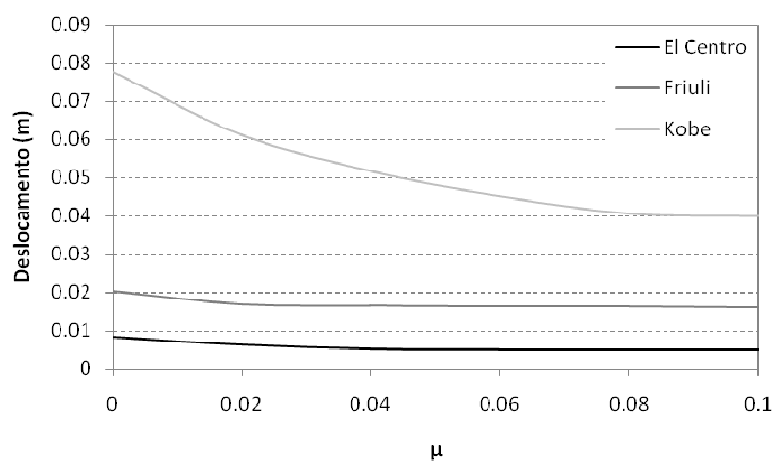


Fig.4.63 – Variação dos deslocamentos máximos em função de μ

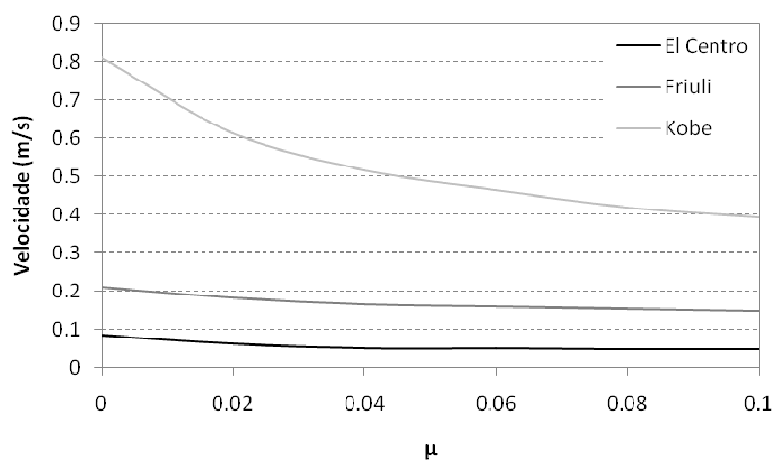


Fig.4.64 – Variação das velocidades máximas em função de μ

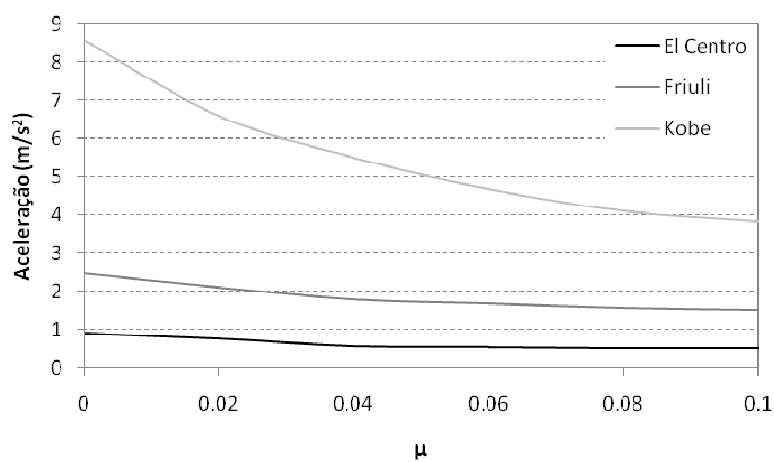


Fig.4.65 – Variação das acelerações máximas em função de μ

Tabela 4.14 – Variação dos deslocamentos máximos, velocidades máximas e acelerações máximas em função de μ

		μ					
		0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1
Deslocamento (m)	El Centro	0.00823	0.00622	0.00515	0.00502	0.00497	0.00483
	Friuli	0.0203	0.0169	0.0165	0.0164	0.0163	0.016
	Kobe	0.0778	0.0612	0.0516	0.0451	0.0406	0.0399
Velocidade (m/s)	El Centro	0.0851	0.0614	0.0512	0.0511	0.0499	0.0479
	Friuli	0.211	0.184	0.167	0.161	0.155	0.148
	Kobe	0.81	0.615	0.518	0.465	0.419	0.394
Aceleração (m/s ²)	El Centro	0.918	0.769	0.57	0.543	0.526	0.51
	Friuli	2.49	2.121	1.785	1.676	1.577	1.524
	Kobe	8.56	6.585	5.504	4.689	4.126	3.838

Como se pode constatar pela observação das figuras 4.64 a 4.66 e da tabela 4.14, quando o edifício se encontra sob a acção dos sismos de *El Centro* e de *Friuli*, valores de μ superiores a 0.02 não produzem melhorias significativas no desempenho da estrutura. Já se o edifício for sujeito ao sismo de *Kobe*, a eficácia do TMD aumenta consideravelmente até $\mu=0.08$, valor a partir do qual se começa a verificar uma estagnação. No entanto, convém referir que valores de μ superiores a 0.05 raramente se justificam e constituem uma importante sobrecarga da estrutura.

Outra conclusão importante que pode ser retirada da análise paramétrica está relacionada com o carácter aleatório da acção sísmica. Quando a acção está bem definida, ou seja, quando é periódica, quando pode ser prevista, etc., um TMD pode ser dimensionado com um grande grau de certeza e confiança. Quando as acções são aleatórias ou não podem ser previstas, a eficácia do TMD fica indexada às acções que foram consideradas no seu dimensionamento, podendo falhar se acção que o solicitar for diferente das consideradas aquando da sua concepção. Neste caso em particular, o TMD apresenta um desempenho, quando solicitado pelo sismo de *Kobe*, muito superior ao seu desempenho face aos restantes sismos. Este será um aspecto importante a ter em atenção nas situações em que um TMD seja previsto como parte integrante da segurança de uma estrutura.

4.4 CHAMINÉ

4.4.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS

Depois de se ter estudado comportamento de TMDs sujeitos a acções periódicas e a acções sísmicas, finaliza-se o estudo numérico de amortecedores de massas sintonizadas com a avaliação da sua eficácia sob o efeito do vento, acção que faz parte do leque de solicitações para as quais um TMD costuma ser uma contra-medida adequada. A acção do vento faz-se sentir frequentemente sobre estruturas esbeltas, tais como certos tipos de pontes de grande vão, em particular as metálicas, edifícios altos, torres de telecomunicações e chaminés. Este último caso foi o seleccionado para demonstrar o desempenho de um TMD face a este tipo de acções.

A chaminé em estudo apresenta 60m de altura e 2m de diâmetro exterior. É constituída por seis fracções com paredes de aço de espessuras diferentes, cada uma com 10m de comprimento. A primeira possui uma espessura de 20mm, segunda 16mm, a terceira 12mm, a quarta 8mm e as duas últimas 6mm. A sua representação em alçado está presente na figura 4.67.

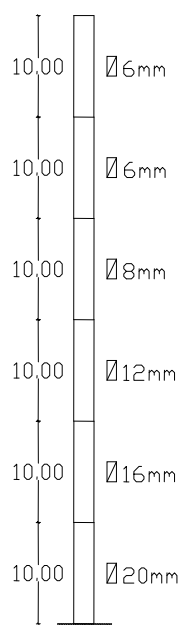


Fig.4.66 – Alçado da chaminé

Na tabela 4.15 apresenta-se um resumo das características geométricas e materiais da chaminé.

Tabela 4.15 – Características geométricas e materiais da chaminé

		Área (m ²)	Inércia (m ⁴)	E (GPa)	ν	$\bar{m}$ (kg/m ³)
Secção	1	0.12441	0.06079	200	0.3	7850
	2	0.09973	0.04907			
	3	0.07495	0.03703			
	4	0.05006	0.02483			
	5	0.03759	0.01868			
	6	0.03759	0.01868			

4.4.2 CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS

As características dinâmicas da chaminé foram estudadas com recurso a um modelo numérico construído em correspondência com as seis secções apresentadas na tabela 4.15. Cada secção foi discretizada em 10 elementos de viga, possuindo cada elemento as características da secção transversal correspondentes à secção da chaminé a que pertencia. A análise modal, efectuada com recurso ao modelo numérico, permitiu identificar vários modos de vibração e os respectivos parâmetros modais. Os valores correspondentes aos primeiros quatro são apresentados na tabela 4.16.

Tabela 4.16 – Parâmetros modais calculados para os primeiros quatro modos de vibração

Modo	f_{sj} (Hz)	ω_{sj} (rad/s)	M_{sj} (Ton)	K_{sj} (kN/m)	ξ_{sj}
1	0.863	5.4236	4.4004	129.44	0.00159
2	3.796	23.851	4.3561	2478.08	0.00159
3	9.895	62.172	4.4876	17346.12	0.00352
4	19.053	119.71	4.5149	64705.80	0.00663

Os valores dos coeficientes de amortecimento do primeiro e do segundo modo de vibração foram considerados iguais a 0.00159, valor adoptado com base Bastos [13]. Os valores correspondentes aos restantes modos de vibração foram obtidos com recurso à formulação de amortecimento de Rayleigh. Na figura 4.68 apresentam-se as configurações das deformadas dos quatro primeiros modos de vibração.

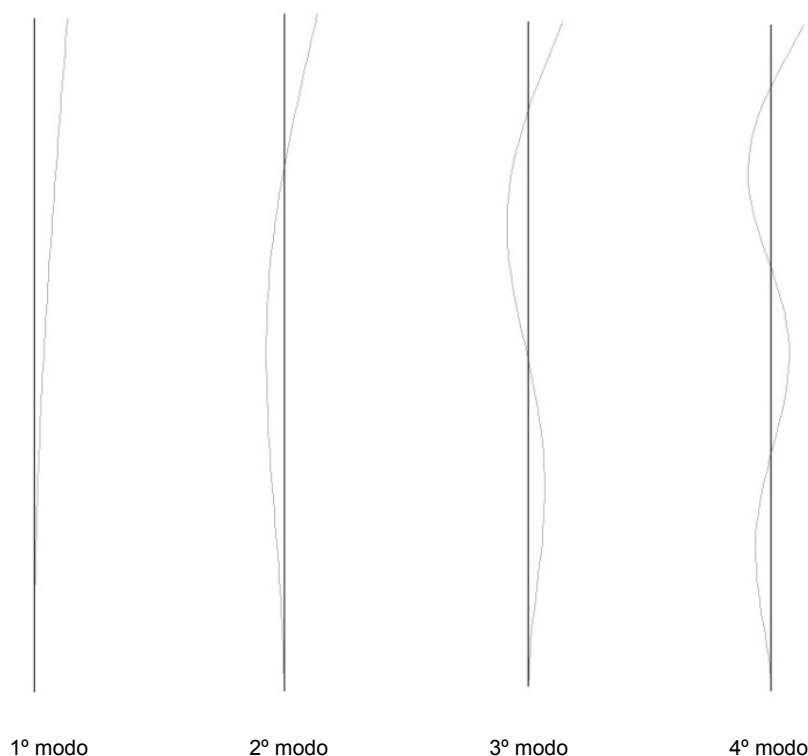


Fig.4.67 – Configurações das deformadas dos quatro primeiros modos de vibração

4.4.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ACÇÕES

Quando o vento incide sobre uma estrutura, exerce sobre ela vários tipos de acções em diferentes direcções. Ao incidir sobre estruturas altas e esbeltas, o escoamento turbulento do vento origina, entre outras, uma acção designada por *vortex shedding*. Esta consiste na formação de vórtices ou turbilhões em lados opostos da estrutura, alternadamente, que se estendem a toda a sua altura. À medida que os vórtices se vão formando de um lado e doutro da estrutura, gera-se uma solicitação harmónica com a mesma frequência que a de geração de vórtices. Esta acção pode ser especialmente gravosa quando a frequência de geração de vórtices coincidir com uma das frequências naturais da estrutura, contribuindo para a criação de situações de ressonância (fenómeno de *lock-in*)

A acção de *vortex shedding* utilizada nesta análise foi baseada na formulação matemática descrita em Dyrbye e Hansen, [14] e em [13], cuja expressão é

$$P(t,z) = q(z)d(z)c_L(z)\text{sen}[2\pi.f_v.t + \gamma(z)\pi] \quad (4.18)$$

em que $q(z)$ é pressão devida à velocidade do vento em função da altura da chaminé, $d(z)$ é o diâmetro da chaminé em função da sua altura e $c_L(z)$ é um coeficiente de forma adimensional que caracteriza a amplitude da força, f_v é a frequência de geração de vórtices, t é o tempo e $\gamma(z)$ é um coeficiente igual a 0 ou 1 consoante o todas as componentes do modo de vibração apresentam o mesmo sinal ou não. A pressão do vento é obtida pela fórmula

$$q = \frac{1}{2}\rho U^2 \quad (4.19)$$

em que ρ é massa volúmica do ar e U é a velocidade média do vento.

4.4.4 RESPOSTA DA ESTRUTURA ÀS ACÇÕES IMPOSTAS

Nesta situação, naturalmente que considerações relativas ao conforto são irrelevantes, pelo que o controlo das acelerações não será prioritário. De maneira geral, este tipo de solicitação não costuma causar a ruína de uma estrutura. Pode, porém, afectar seriamente a sua durabilidade, pela geração fenómenos de fadiga que contribuem para a deterioração dos materiais estruturais. Este fenómeno tem origem em variações de tensões nos materiais. No caso desta chaminé, terá origem nas variações de tensões devidas aos modos de vibração em flexão. Sendo as tensões, em regime elástico, directamente proporcionais às extensões e sendo as extensões função dos deslocamentos, as variações de tensão causadoras de fadiga são função dos deslocamentos. Por conseguinte, o controlo dos deslocamentos que originem a flexão da chaminé será suficiente para evitar a ocorrência deste fenómeno.

Nas figuras 4.69 a 4.71 apresentam-se as representações gráficas da resposta da chaminé em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações, calculadas para o topo da chaminé. Na tabela 4.17 encontram-se resumidos os valores máximos calculados para cada uma das situações referidas.

Tabela 4.17 – Valores máximos de deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para a chaminé, antes da instalação do TMD

	Fase	
	Transitória	Permanente
Deslocamento (m)	1.072	0.600
Velocidade (m/s)	5.888	3.340
Aceleração (m/s^2)	31.225	17.884

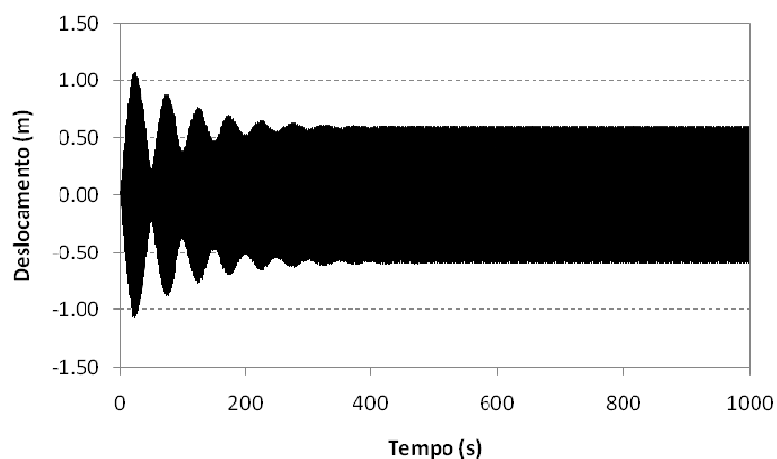


Fig.4.68 – Deslocamentos calculados para a chaminé, antes da instalação do TMD

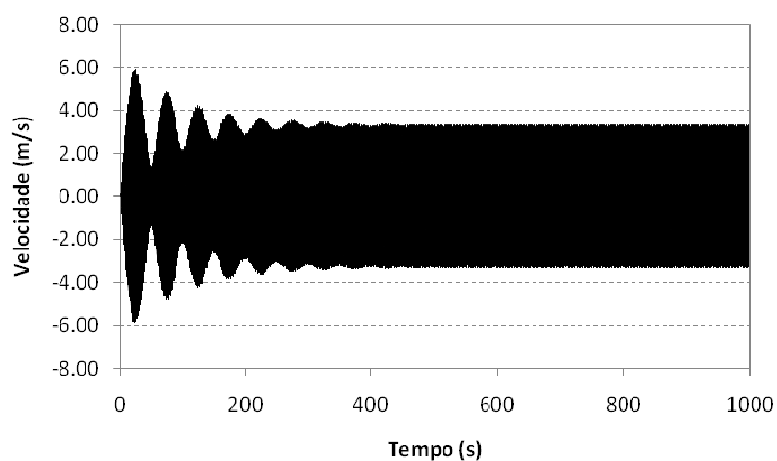


Fig.4.69 – Velocidades calculadas para a chaminé, antes da instalação do TMD

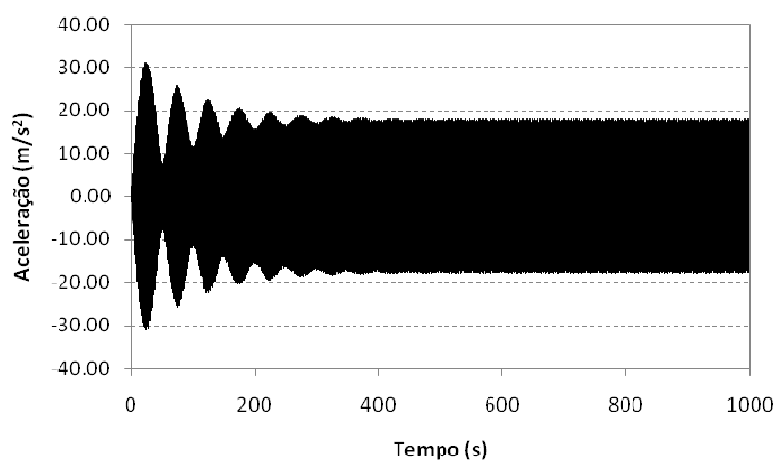


Fig.4.70 – Acelerações calculadas para a chaminé, antes da instalação do TMD

A avaliação das necessidades de controlo de vibrações nesta estrutura em particular transcende o âmbito deste trabalho. Desta forma, com base no comportamento exibido pela chaminé perante a acção do vento, admitiu-se que esta era propensa a sofrer de fenómenos de fadiga, pelo que tal controlo seria necessário, devendo este ser efectuado com o recurso a um TMD instalado na sua extremidade superior.

4.4.5 DIMENSIONAMENTO DO TMD

Sendo a acção actuante do tipo harmónico e o coeficiente de amortecimento do primeiro modo de vibração muito inferior a 0.01, $\xi_{s1}=0.001569$, o dimensionamento do TMD foi efectuado com recurso aos procedimentos expostos em 2.2.1.2.1, que consideram a ausência de amortecimento na estrutura.

A título de exemplo, considerando $\mu=0.1$, os correspondentes valores de q e de ξ_T são

$$q = \frac{1}{1 + \mu} = 0.909091 \quad (4.20)$$

$$\xi_T = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} = \sqrt{\frac{3 \times 0.1}{8(1 + 0.1)^3}} = 0.16785 \quad (4.21)$$

Com estes valores foi possível obter os valores óptimos dos parâmetros do TMD que igualam os picos da FRF. Na figura 4.72 representa-se a FRF da chaminé, antes e depois da aplicação do TMD e na tabela 4.18 apresentam-se os valores dos parâmetros do TMD.

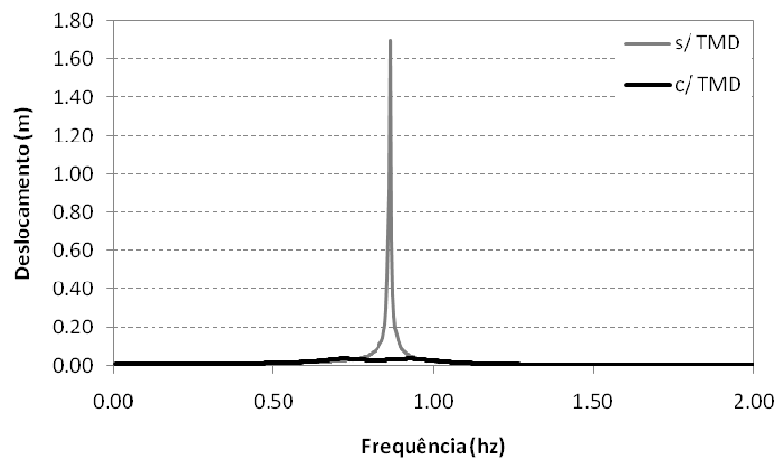


Fig.4.71 – FRF da chaminé antes e depois da instalação do TMD

Tabela 4.18 – Valores óptimos dos parâmetros do TMD

m_T	k_T	c_T	μ	q	ξ_T
440.04kg	10692.71N/m	728.18kg/s	0.1	0.909091	0.16785

A instalação do TMD resultou na eliminação do primeiro modo de vibração, que deu origem a dois novos modos de vibração, um com frequência $f_1^A=0.702\text{Hz}$ e outro com frequência $f_1^B=0.962\text{Hz}$, como se pode constatar pela observação da figura 4.72.

4.4.6 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO TMD

Após o dimensionamento do TMD, foi necessário estudar o seu comportamento. Com esse objectivo, simulou-se a sua instalação no topo da chaminé com recurso ao modelo numérico e calculou-se a resposta da estrutura, submetida à acção do vento, em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações. Tal como no caso da ponte pedonal, a acção de *vortex shedding* pode sincronizar-se com as frequências naturais das estruturas sobre as quais actua. Por isso, foi necessário avaliar o comportamento do sistema quando submetido a acções com frequências coincidentes com os modos de vibração derivados da aplicação do TMD, $f_v = f_1^A = 0.702\text{Hz}$ e $f_v = f_1^B = 0.962\text{Hz}$. Nas figuras 4.73 a 4.78 apresentam-se as representações gráficas das respostas da chaminé em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações. Na tabela 4.19 encontram-se resumidos os valores máximos calculados para cada uma das situações referidas.

Tabela 4.19 – Valores máximos de deslocamentos, velocidades e acelerações calculados para a chaminé, antes e depois da instalação do TMD

		Fase					
		Transitória			Permanente		
f_v (Hz)		s/ TMD	c/ TMD	Redução	s/ TMD	c/ TMD	Redução
0.702	Deslocamento (m)	1.072	-	-	0.600	0.160	73%
	Velocidade (m/s)	5.888	-	-	3.340	0.717	79%
	Aceleração (m/s^2)	31.225	-	-	17.884	3.135	82%
0.962	Deslocamento (m)	1.072	0.108	90%	0.600	0.103	83%
	Velocidade (m/s)	5.888	0.669	89%	3.340	0.644	81%
	Aceleração (m/s^2)	31.225	3.906	87%	17.884	3.835	79%

Na análise da tabela 4.19, a utilização do símbolo “-” significa que, durante a fase transitória, a amplitude da grandeza em causa foi sempre crescente até atingir o valor registado na fase permanente. Isto significa que o valor máximo da fase transitória é igual ao valor máximo da fase permanente, pelo que a sua apresentação na tabela não faria sentido ou, no mínimo, seria redundante.

Pela observação da tabela 4.19 e das figuras 4.73 a 4.78, facilmente se constata o excelente desempenho do TMD no controlo da vibração. Eficácias da ordem dos 80% a 90%, que estão directamente ligadas ao elevado valor de μ , atestam a excelência da escolha de um TMD na solução do problema em questão.

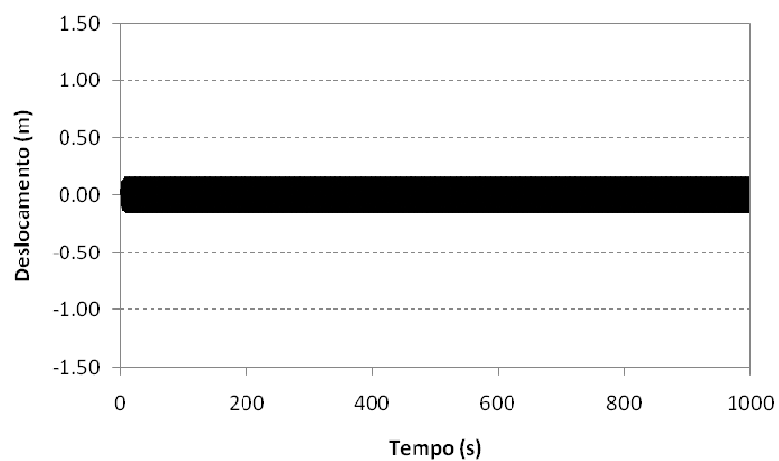


Fig.4.72 – Deslocamentos da chaminé calculados com $f_V=0.702\text{Hz}$, depois da instalação do TMD

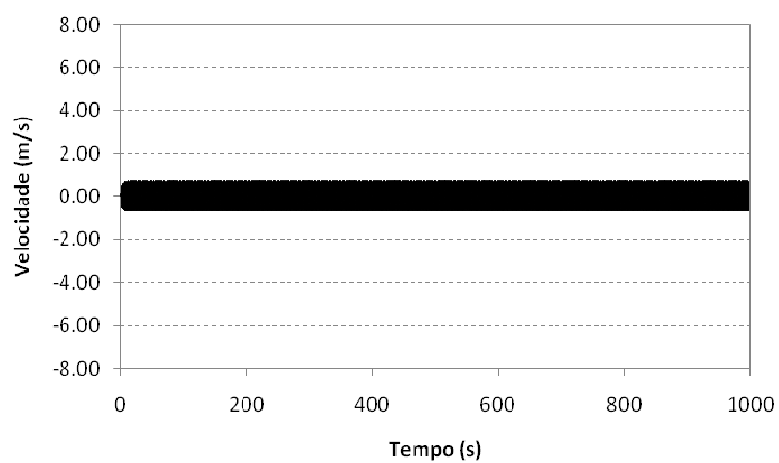


Fig.4.73 – Velocidades da chaminé calculadas com $f_V=0.702\text{Hz}$, depois da instalação do TMD

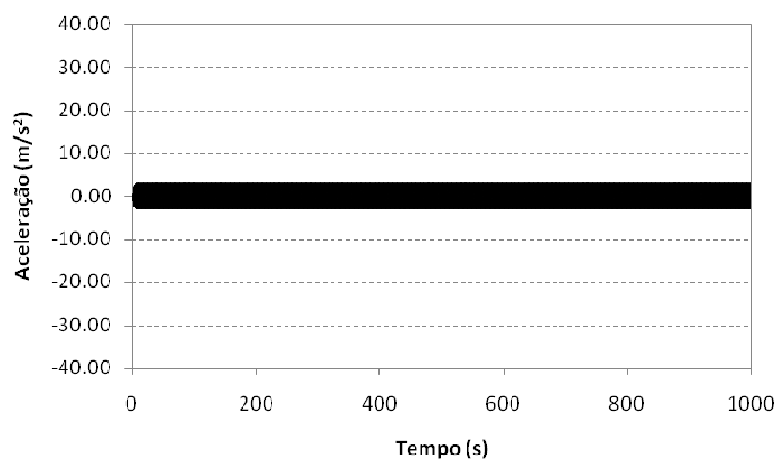


Fig.4.74 – Acelerações da chaminé calculadas com $f_V=0.702\text{Hz}$, depois da instalação do TMD

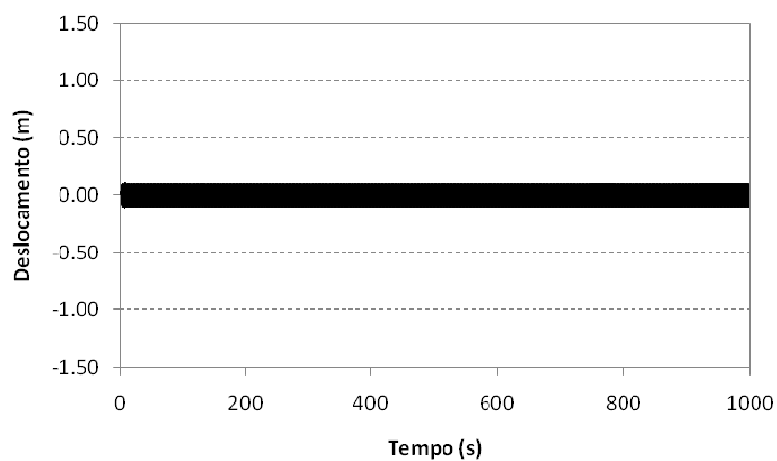


Fig.4.75 – Deslocamentos da chaminé calculados com $f_v=0.962\text{Hz}$, depois da instalação do TMD

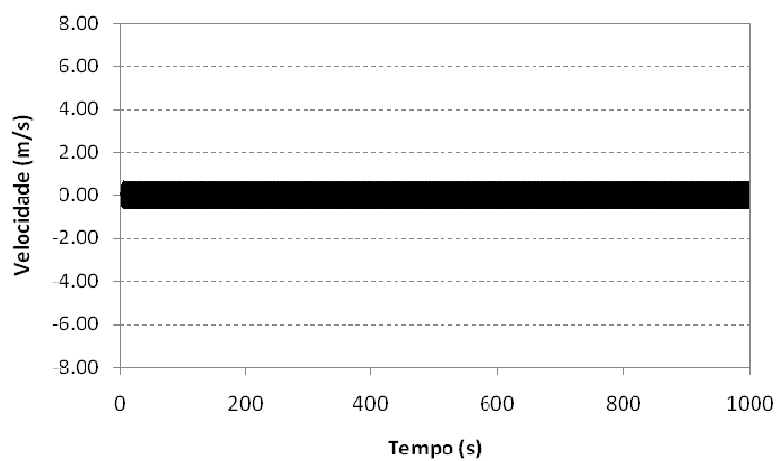


Fig.4.76 – Velocidades da chaminé calculadas com $f_v=0.962\text{Hz}$, depois da instalação do TMD

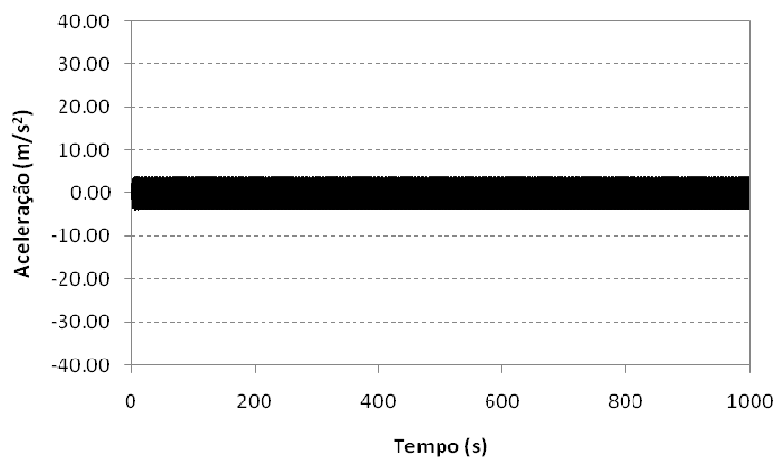


Fig.4.77 – Acelerações da chaminé calculadas com $f_v=0.962\text{Hz}$, depois da instalação do TMD

5

CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO FUTURO

5.1 CONCLUSÃO

As estruturas são constantemente solicitadas por vibrações com origens diversas, desde tráfego rodoviário e ferroviário, deslocamentos de pessoas e animais, sismos, vento, funcionamento de máquinas, etc. Se na maior parte das vezes estas nem sequer atingem os níveis da percepção humana, outras há em que a sua intensidade pode causar desconforto, avarias em equipamentos industriais sensíveis, ou, em situações limite, pôr em causa a integridade e segurança das estruturas e dos seus utilizadores. Numa perspectiva de controlar os efeitos prejudiciais imputáveis às vibrações das estruturas, desenvolveu-se este trabalho de síntese de algum do conhecimento existente acerca do controlo de vibrações com recurso a aparelhos conhecidos como amortecedores de massas sintonizadas ou TMDs.

Na primeira parte do trabalho, isto é, no segundo capítulo, foram expostos alguns métodos e fórmulas de dimensionamento destes aparelhos para situações em que a sua aplicação é de grande utilidade.

Começou-se com o estudo do controlo de vibrações induzidas por cargas harmónicas, pela sua simplicidade e ampla gama de aplicação, já que qualquer carga periódica pode ser modelada como uma carga harmónica através da utilização de séries de Fourier. Vibrações induzidas pelo funcionamento de máquinas ou a deslocação de peões são exemplos deste tipo de solicitações, sendo provavelmente responsáveis pela maior parte das aplicações de TMDs. Primeiro apresentou-se o supressor de vibrações aplicado em estruturas sem amortecimento, que abriu o caminho à apresentação dos TMDs aplicados em estruturas com e sem amortecimento, que correspondem aos casos reais.

Depois de concluído o estudo das acções harmónicas, apresentou-se um método de controlo de vibrações em regime de vibração livre.

De seguida foi feita referência a um método de dimensionamento de TMDs no controlo de vibrações com origem em acções sísmicas, proposto por Roberto Villaverde. Como é natural, este método é do maior interesse devido às exigências cada vez maiores de segurança estrutural.

A exposição dos métodos de dimensionamento foi concluída com a apresentação de fórmulas de dimensionamento de TMDs para acções aleatórias de carácter geral.

A finalização deste capítulo foi efectuada com algumas considerações teóricas e práticas relativas aos amortecedores de massas sintonizadas, nomeadamente métodos de efectuar a normalização dos modos de vibração de forma a garantir a máxima eficácia na concepção de um TMD.

No terceiro capítulo foi feita referência a três casos reais de aplicação de métodos de controlo passivo em estruturas.

O primeiro exemplo apresentado foi a ponte pedonal de *Toda*, no Japão. Nesta, observavam-se níveis de vibração elevados quando atravessada por um número considerável de peões, situação que era bastante frequente. Com o objectivo de detectar as causas e amplitudes das vibrações, efectuou-se a instrumentação da ponte, que resultou na aplicação de medidas correctivas. No entanto, o seu efeito sobre os níveis de vibração foi reduzido. Análises mais profundas concluíram que, ao contrário do que era comum em pontes, as oscilações não eram verticais mas horizontais. Os investigadores tinham descoberto que ao caminhar, o centro de gravidade de um peão se desloca para a esquerda e para direita, consoante o peão calca com o pé esquerdo ou com o direito. Este movimento do centro de gravidade era responsável pela introdução de forças horizontais ao nível do tabuleiro que, por sua vez, eram responsáveis pela vibração lateral. Apesar da solução escolhida para a resolução deste problema ter sido a instalação de TLDs em vez de TMDs, este exemplo foi um marco importante no estudo de vibrações, por levar à descoberta do mecanismo que despoleta as vibrações laterais em pontes pedonais.

Outro exemplo estudado foi a ponte pedonal *Pedro e Inês*, em Coimbra. Tal como a ponte de *Toda*, esta apresentava oscilações laterais consideráveis quando percorrida por um certo número de peões, tendo-se optado neste caso pela instalação de um TMD. Devido à geometria da ponte, o TMD dimensionado teve de ser segmentado em seis unidades. Até aqui, tudo parece dentro da normalidade. No entanto, verificou-se que havia uma perda de eficácia resultante da segmentação: os diferentes aparelhos apresentavam pequenas diferenças imputáveis à sua fabricação, o que levou a que exibissem diferenças nos comportamentos, suficientes para causar perdas de eficácia. Observou-se, também, que os TMDs, por apresentarem deslocamentos horizontais, sofrem perdas de rendimento devido ao atrito que se mobiliza permanentemente com o deslocamento entre a massa e os sistemas de suporte, ao contrário dos TMDs que apenas apresentam deslocamentos verticais, em que o efeito desses atritos é desprezável.

O último exemplo apresentado foi o de uma chaminé industrial em aço, cuja vibração excessiva, na ordem das dezenas de centímetros, começava a causar problemas de fadiga. A instalação de um TMD pendular no topo da chaminé pôs fim a essa situação.

O trabalho é finalizado, no quarto capítulo, com a simulação numérica da instalação de amortecedores de massas sintonizadas em três estruturas diferentes.

O primeiro exemplo foi baseado na ponte pedonal que efectua ligação entre o *Edifício Transparente* e o *Parque da Cidade*, no Porto. Verificou-se que esta ponte apresentava níveis de vibração excessivos por flexão num plano vertical, quando percorrida por um número de reduzido de peões, sendo necessário que apenas um peão efectuasse a travessia da ponte para que se observassem oscilações causadoras de desconforto. Um peão em andamento lento solicitava o primeiro modo de vibração e um peão em corrida lenta excitava facilmente o segundo modo. Segundo o estipulado na norma britânica BS 5400, calculou-se a aceleração máxima que se deveria registar na ponte de modo a que não fossem ultrapassados os limites do conforto humano. Verificou-se que, no caso do andamento lento, embora houvesse oscilações significativas, as acelerações não ultrapassavam o limite calculado. Já no caso da corrida, as acelerações ultrapassavam em cerca de 50% o limite. Dimensionou-se, então, um TMD considerando a acção do peão como periódica. Em seguida testou-se a sua eficácia com recurso ao modelo numérico. Como seria de esperar, a influência do TMD no primeiro modo de vibração foi praticamente nula. Já no controlo do segundo modo de vibração, a aceleração máxima verificada depois da instalação do TMD excedia em apenas 5% o valor limite, o que é perfeitamente aceitável,

tendo em conta que foram feitas algumas simplificações durante o processo de cálculo e que a segurança nunca foi posta em causa; o estudo apenas incidiu sobre estados limites de serviço.

Em seguida, estudou-se o desempenho de um TMD no controlo de vibrações de um edifício sujeito à acção de três sismos: o sismo de *El Centro*, de 1951, o sismo de *Friuli*, de 1976 e o sismo de *Kobe*, de 1995. Neste exemplo, verificou-se que o TMD conseguia reduções das amplitudes de vibração da ordem dos 15% a 20%. Este exemplo destacou também uma particularidade relacionada com o carácter imprevisível da acção. Não sabendo qual é a solicitação que vai actuar sobre o edifício, dificilmente será possível dimensionar um amortecedor que consiga limitar os deslocamentos a um valor que garanta a integridade da estrutura, o que obriga o projectista, caso opte pela utilização destes aparelhos, a ter os máximos cuidados na caracterização da geologia e da história de sismicidade da região em que a estrutura se encontra. O estudo deste exemplo foi complementado com uma análise paramétrica em que se avaliou a variação da eficácia do TMD com a variação do valor de μ . Esta demonstrou, mais uma vez, ser extremamente dependente do sismo a que se sujeitou o edifício. Sob a acção dos sismos de *El Centro* e *Friuli*, fazendo μ variar de 0.0 a 0.1, o aumento da eficácia do TMD não foi significativo. Já sob a acção do sismo de *Kobe*, variações muito pequenas de μ produziram aumentos da eficácia consideráveis. Isto vem alertar mais uma vez para a necessidade de uma caracterização cuidadosa da acção, ao mesmo tempo que possibilita uma ponderação entre ganhos em termos de segurança e as despesas económicas que estão implicadas na escolha da solução: claramente, quando o edifício é sujeito aos sismos de *El Centro* e *Friuli*, o aumento do custo financeiro derivado do aumento do valor de μ pode tornar a instalação de um TMD uma solução pouco atractiva. Já no caso do sismo de *Kobe*, os ganhos em termos de segurança poderão suplantar custos monetários associados ao aumento do valor de μ .

Por fim, estudou-se uma forma de mitigar as vibrações que se verificavam numa chaminé de aço com o objectivo de evitar a fadiga do material, originadas por fenómenos de *vortex shedding*, devido à acção do vento. A amplitude elevada dos deslocamentos da chaminé provocava deformações cíclicas por flexão, responsáveis por variações de tensão que levariam à deterioração do material constituinte. A utilização de um TMD instalado na extremidade superior da estrutura, revelou-se uma solução excelente, permitindo reduções na amplitude dos movimentos da ordem dos 80% a 90%, devidas em parte, ao relativamente elevado valor de μ .

5.2 PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO FUTURO

O presente trabalho consistiu numa síntese de conhecimentos existentes acerca dos métodos de dimensionamento e aplicações práticas de amortecedores de massas sintonizadas. No entanto, uma compilação exaustiva de todo o conhecimento existente seria uma tarefa impraticável, afastando-se do âmbito dum trabalho desta natureza. Por conseguinte, muitos assuntos, estudos e aplicações práticas interessantes e, porventura tão ou mais importantes do que aqueles que foram aqui abordados, não foram incluídos neste trabalho.

Em comparação com outros sistemas de controlo, sejam eles activos ou passivos, a utilização de TMDs apresenta vantagens e desvantagens. São aparelhos cujo dimensionamento e estudo é simples. A sua instalação pode ser prevista desde a fase de projecto ou podem ser instalados como medida mitigadora após a construção da estrutura, com um mínimo de impacto sobre ela. Não necessitam de fontes de energia exteriores para desempenhar a sua função, o que faz deles uma alternativa competitiva, tanto em termos económicos como de fiabilidade, aos sistemas de controlo activo. No entanto, como já foi referido apresentam as suas desvantagens. O facto de serem muito sensíveis à sua sintonização em frequência, torna-os pouco robustos a variações nas acções que os solicitam, facto que

os métodos de controlo activo conseguem contornar, adaptando facilmente o seu desempenho à solicitação. Pelas mesmas razões, apesar de serem muito eficientes em situações em que a acção actuante se encontra bem definida, no controlo certos tipos de solicitações como sismos, que são de extrema importância, a sua eficácia pode ser relativamente reduzida. Assim, com o objectivo não só de compreender melhor o funcionamento destes aparelhos mas de os tornar mais fiáveis, o autor propõe que sejam efectuadas os estudos relativos à aplicação de TMDs múltiplos, seguindo os trabalhos desenvolvidos por vários autores como os de Fujino e Abé [. Outro campo de grande interesse seria o estudo de TMDs no controlo de oscilações com origem em sismos, nomeadamente estudos paramétricos relativos à variação da eficácia dum TMD com o tipo de estrutura, ponte ou edifício, com o número de pisos e características geométricas e materiais, entre outras. Estas propostas já contêm em si promessas de desenvolvimentos interessantes e extensos, pelo que a apresentação de mais exemplos, não se afigura necessária.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Den Hartog, J. P. *Mechanical Vibrations. 4th Ed.* Dover Publications, Mineola, 1985.
- [2] Kelly, S. G. *Fundamentals of Mechanical Vibrations.* 2nd Ed. McGraw-Hill, New York, 1996
- [3] Bachmann, H., Weber, B. *Tuned Vibration Absorbers for “Lively “ Structures.* Structural Engineering International Vol 5 1/95, pp. 31-37, International Association for Bridge and Structural Engineering, 1995.
- [4] Moutinho, C. M. R. *Controlo Passivo e Activo de Vibrações em Pontes de Peões.* Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1998.
- [5] Fujino, Y., Abé, M. *Design Formulas for Tuned Mass Dampers Based on a Perturbation Technique.* Earthquake Engineering and Structural Dynamics Vol 22, pp. 833-854, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 1993.
- [6] Villaverde, R., Newmark, N. M. *Seismic Response of Light Attachments to Buildings.* University of Illinois, Urbana, 1980.
- [7] Villaverde, R. *Reduction in seismic response with heavily-damped vibration absorbers.* Earthquake Engineering and Structural Dynamics Vol 13, pp. 33-42, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 1985.
- [8] Villaverde, R. *Earthquake response of systems with nonproportional damping by the conventional response spectrum method,* Proc. 7th world conference on earthquake engineering. Istanbul, 5, pp. 467-474, 1980.
- [9] Nakamura, S-I, Fujino, Y. *Lateral vibration on a pedestrian cable-stayed bridge.* Structural Engineering International 4/2002, pp. 295-300, IABSE, Zurich, 2002.
- [10] Caetano, E., Cunha, A., Moutinho, C. *Implementação de TMDs para controlo de vibrações na Ponte Pedonal Pedro e Inês.* 7º Congresso de Sismologia e Engenharia Sísmica, Porto, 2007.
- [11] Hirsch, G. H. Damping measures to control wind-induced vibrations. In *Wind-Excited Vibrations of Structures*, (Sockel, H., ed.), pp. 1-50, Springer – Verlag, Wien, 1994.
- [12] B.S.I. *BS 5400-7: 1978 Steel, concrete and composite bridges. Specification for materials and workmanship, concrete, reinforcement and prestressing tendons.* BSI, 1978.
- [13] Bastos, F. *Comportamento Aerodinâmico de Estruturas Esbeltas. Análise de Efeitos de Rajada.* Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, em publicação.
- [14] Dyrbye, C, Hansen, S. O. *Wind Loads on Structures.* John Wiley & Sons, Chichester, 1997.
- [15] Fujino, Y., Abé, M. *Dynamic Characterization of Multiple Tuned Mass Dampers and Some Design Formulas.* Earthquake Engineering and Structural Dynamics Vol 23, pp. 813-835, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 1994.
- [16] Clough, R. W., Penzien, J. *Dynamics of Structures. 3rd Ed.* Computers & Structures, Inc. Berkeley, 1995.
- [17] Aleksandrov, A. D., Kolmogorov, A. N., Lavrent'ev, M. A. *Mathematics – Its Content, Methods and Meaning.* Dover Publications, Inc., 1999.
- [18] Chopra, A. K. *Dynamics of Structures – Theory and Applications to Earthquake Engineering. 3rd Ed.* Pearson - Prentice Hall, Upper Saddle River, 2007.

- [19] Beards, C. F. *Structural Vibration: Analysis and Damping*. Butterworth Heinemann, Oxford, 1996.
- [20] Rowbottom, M. D. *The optimization of mechanical dampers to control self-excited galloping oscillations*. Journal of Sound and Vibration (1981) 75(4), pp. 559-576, Academic Press Inc., London, 1981.
- [21] Moutinho, C., Cunha, A., Caetano, E. *Análise experimental da eficiência de TMDs para a atenuação da resposta sísmica de estruturas de edifícios*. 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica, Lisboa, 2004.