

Estudo da sincronização de engrenamento em caixas de velocidades por *crabots*

Bruno Marques Teixeira Pinto Lucena

Relatório do Projecto final / Dissertação

Orientadores: Professor Jorge Seabra
Professor José Ferreira Duarte



FEUP

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica – MIEM

Fevereiro de 2009

“Strong lives are motivated by dynamic purposes; lesser ones exist on wishes and inclinations.”
- Kenneth Hildebrand

Resumo

Este Projecto final visou o estudo da sincronização de engrenamento em caixas de velocidades por *crabots*. O estudo envolve uma análise estática e dinâmica do sistema de transmissão do automóvel, bem como uma abordagem global à dinâmica longitudinal do veículo.

O objectivo principal é a optimização do número de *crabots* e a sua geometria em termos de durabilidade, suavidade e tempo de mudança de velocidade.

O veículo em análise é o Mitsubishi Lancer Evolution IX, usado em competição desportiva, mais especificamente nas séries de produção ou carros do grupo N, com as especificações para a homologação da FIA.

Objectivos

Estudar a influência do nº de *crabots* e da sua geometria sobre o funcionamento da caixa de velocidades, em termos de vida útil dos *crabots*, suavidade e rapidez de engrenamento.

Análise da sincronização, da velocidade e da suavidade do engrenamento em caixas de *crabots*, e a sua optimização.

Dimensionamento da resistência e vida útil dos *crabots*.

Tarefas

1. Pesquisa bibliográfica sobre caixas de velocidades por *crabots*;
2. Pesquisa bibliográfica sobre a sincronização, rapidez e suavidade do engrenamento em caixas de velocidades com engrenamento por *crabots*;
3. Optimização do nº de *crabots* e da sua geometria em termos de rapidez e suavidade de engrenamento;
4. Dimensionamento estático e dinâmico da resistência dos *crabots* de geometria optimizada;
5. Redacção da Dissertação.

Dados complementares

Local de trabalho: CETRIB, FEUP, Edifício M, sala M111

Orientadores: Prof. Ferreira Duarte e Prof. Jorge Seabra

Parceria: Trabalho desenvolvido em colaboração com a Peres Competições, Portugal

Contacto: DEMEGI, SMAP, M112, Rua Dr. Roberto Frias s/n, 4200-465 Porto,
Portugal

Abstract

The purpose of this final Project is to study the dog engagement transmission synchronization processes. This involves the static and dynamic analysis and research of the vehicle drivetrain and his longitudinal dynamic.

The main goal is to optimize the dog number and his geometry in terms of the reliability, smoothness and shifting time.

The vehicle is a Mitsubishi Lancer Evolution IX used in the sport competition, more exactly in the Production series or N group cars, with the right specifications for the required FIA homologation.

Agradecimentos

Aos professores Jorge Seabra e Ferreira Duarte, os meus agradecimentos pelo acompanhamento e apoio dados durante o período de realização deste projecto.

Agradecimentos aos técnicos das oficinas de mecânica, Sr. José Fernando e Sr. Albino, pela notável disponibilidade para ajudar e pelos momentos de convívio proporcionados.

O meu muito obrigado ao chefe da equipa de mecânicos da Peres competições, Sr. Luís, pela divulgação de conhecimentos e cedência de material técnico.

Agradecimentos especiais à família e amigos por tudo de bom que me têm transmitido ao longo da minha existência.

Índice

Resumo.....	iii
Objectivos.....	iv
Tarefas.....	iv
Dados complementares	iv
<i>Abstract</i>	v
Agradecimentos	vi
Lista de figuras	viii
Lista de tabelas	ix
Nomenclatura e sistema de unidades	x
1. Introdução.....	1
1.1. A caixa de velocidades.....	2
1.2. Os sincronizadores.....	6
1.3. Sincronização por <i>crabots</i>	8
2. A dinâmica de engrenamento	10
2.1. Apresentação da caixa Pankl.....	11
2.2. Dados e cálculos de base.....	13
2.3. Inércias reduzidas	22
2.4. Tempo de engrenamento	24
2.5. Impulso resultante do engrenamento	30
2.6. Suavidade de engrenamento	42
3. Dimensionamento e optimização dos <i>crabots</i>	44
3.1. Tempos e impulsos de engrenamento	45
3.2. Optimização geométrica dos <i>crabots</i>	48
4. A dinâmica longitudinal do veículo	53
5. Conclusões.....	58
6. Trabalhos futuros	59
7. Bibliografia.....	60
8. Anexos.....	61
8.1. Tabelas de dados de base	61
8.2. Gráficos do tempo de engrenamento	66
8.3. Tabelas de dados do impulso de engrenamento	69
8.4. Tabela de dados das componentes respeitantes à retenção dos <i>crabots</i>	74
8.5. Tabelas de dados da dinâmica longitudinal do veículo.....	75

Lista de figuras

Figura 1: Esquema do sistema de transmissão de potência do Mitsubishi Lancer Evo 9.	2
Figura 2 : Caixa de velocidades de dois veios.	4
Figura 3: Transmissão de movimento numa caixa de dois veios.	4
Figura 4: Esquema da caixa de velocidades de três veios.	5
Figura 5 : Transmissão de movimento para uma relação da caixa.	5
Figura 6 : Transmissão de movimento da relação de engate directo.	5
Figura 7: Sincronizador (ZF-B).	7
Figura 8: Esquema do sistema de engrenamento por <i>crabots</i>	8
Figura 9: Transmissões por <i>crabots</i>	9
Figura 10: Esquema dos componentes do motor ao diferencial.	10
Figura 11: Conjunto da cadeia dinâmica da caixa de velocidades.	11
Figura 12: Colocação dos <i>crabots</i> numa roda dentada.	12
Figura 13: Anel de sincronização inserido no conjunto.	12
Figura 14: Porta rolamentos presente na caixa de velocidades.	12
Figura 15: Potência e binário do motor.	15
Figura 16: Rendimento para cada relação de transmissão.	18
Figura 17: Frequências de rotação para cada relação de transmissão.	18
Figura 18: Binário para cada relação de transmissão.	19
Figura 19: Esquema dos componentes do motor ao diferencial, com destaque para a roda dentada 8.	22
Figura 20: Ângulos dos <i>crabots</i> e distância angular de engrenamento. Figura 21: Posição inicial de engrenamento.	25
Figura 22: Posição inicial de interferência.	25
Figura 23: Evolução do valor de $\beta_{\text{máx}}$	26
Figura 24: Tempos de sincronização vs frequência de rotação, na relação da 1ª e 2ª velocidade.	27
Figura 25: Tempos de engrenamento vs frequência de rotação, na relação da 1ª e 2ª velocidade. ...	27
Figura 26: Tempos de engrenamento vs ângulo do <i>crabot</i> , na relação da 1ª e 2ª velocidade.	28
Figura 27: Tempos de sincronização vs frequência de rotação, na relação da 3ª e 4ª velocidade.	28
Figura 28: Tempos de engrenamento vs frequência de rotação, na relação da 3ª e 4ª velocidade. ...	29
Figura 29: Tempos de engrenamento vs ângulo do <i>crabot</i> , na relação da 3ª e 4ª velocidade.	29
Figura 30: Geometria do <i>crabot</i>	31
Figura 31: Binário vs tempo (1ª – 2ª).	34
Figura 32: Binário - com análise à roda vs tempo (1ª – 2ª).	35
Figura 33: Binário - com análise à roda vs tempo (4ª – 3ª).	38
Figura 34: Binário vs tempo na situação mais grave.	40
Figura 35: Curvas de evolução do binário de inércia vs a velocidade do veículo em que é mudada uma relação de transmissão.	41
Figura 36: Gráfico da evolução percentual da força F com o ângulo α	43
Figura 37: Geometria e componentes da força F. Figura 38: Acoplamento anel – roda.	43
Figura 39: Gráfico tempo vs ângulo (1ª - 2ª / 2ª – 1ª).	45
Figura 40: Gráfico tempo vs ângulo (4ª – 5ª / 5ª – 4ª).	47
Figura 41: Gráfico percentagem vs aumento distância.	49
Figura 42: Dimensões relativas à geometria do <i>crabot</i> . Figura 43: Profundidade do <i>crabot</i>	50
Figura 44: Gráfico percentagem vs incremento.	50

Figura 45: Exemplo de uma roda dentada com <i>crabots</i> .	51
Figura 46: Velocidade vs rotação para cada relação de caixa.	53
Figura 47: Forças vs velocidade.	54
Figura 48: Velocidade vs tempo para cada regime de rotação de passagem de caixa.	55
Figura 49: Distância vs tempo.	56
Figura 50: Tempos de sincronização vs frequência de rotação, na relação da 2ª e 3ª velocidade.	66
Figura 51: Tempos de engrenamento vs frequência de rotação, na relação da 2ª e 3ª velocidade.	66
Figura 52: Tempos de engrenamento vs ângulo do <i>crabot</i> , na relação da 2ª e 3ª velocidade.	67
Figura 53: Tempos de sincronização vs frequência de rotação, na relação da 4ª e 5ª velocidade.	67
Figura 54: Tempos de engrenamento vs frequência de rotação, na relação da 4ª e 5ª velocidade.	68
Figura 55: Tempos de engrenamento vs ângulo do <i>crabot</i> , na relação da 4ª e 5ª velocidade.	68

Lista de tabelas

Tabela 1: Dados de base das rodas dentadas do <i>layshaft</i> e <i>mainshaft</i> .	13
Tabela 2: Dados de base dos componentes que intervêm na dinâmica de engrenamento.	13
Tabela 3: Inércias e relações de transmissão – <i>ratios</i> .	14
Tabela 4: Dados do veículo.	15
Tabela 5: Dados da 1ª velocidade.	17
Tabela 6: Dados do impulso de engrenamento de 1ª para 2ª.	32
Tabela 7: Dados do impulso de engrenamento de 4ª para 3ª.	37
Tabela 8: Dados do impulso de engrenamento de 2ª para 1ª.	39
Tabela 9: Informação relativa à suavidade de engrenamento.	42
Tabela 10: Dados dinâmica engrenamento.	45
Tabela 11: Dados <i>crabots</i> .	51
Tabela 12: Dados da 2ª velocidade.	61
Tabela 13: Dados da 3ª velocidade.	62
Tabela 14: Dados da 4ª velocidade.	63
Tabela 15: Dados da 5ª velocidade.	64
Tabela 16: Dados da marcha – atrás.	65
Tabela 17: Dados do impulso de engrenamento de 2ª para 3ª.	69
Tabela 18: Dados do impulso de engrenamento de 3ª para 4ª.	70
Tabela 19: Dados do impulso de engrenamento de 4ª para 5ª.	71
Tabela 20: Dados do impulso de engrenamento de 3ª para 2ª.	72
Tabela 21: Dados do impulso de engrenamento de 5ª para 4ª.	73
Tabela 22: Dados da retenção dos <i>crabots</i> .	74
Tabela 23: Dados das acelerações.	75
Tabela 24: Dados da variação do tempo.	76
Tabela 25: Dados da variação de posição.	77

Nomenclatura e sistema de unidades

a	aceleração, ms^{-2}
A	altura do veículo, m
A_f	área frontal, m^2
A_{fc}	área da face de contacto do <i>crabot</i> , mm^2
b	altura face de contacto do <i>crabot</i> , mm
B	binário, Nm
B_M	binário do motor, Nm
B_{IS-g}	binário aplicado à roda dentada do veio de entrada (IS), correspondente à velocidade (g), Nm
B_{OS-g}	binário aplicado à roda dentada do veio de saída (OS), correspondente à velocidade (g), Nm
c	profundidade do <i>crabot</i> , mm
C_D	coeficiente de arrasto
d	distância que vai do centro da roda dentada ao ponto da aplicação da força no <i>crabot</i> , mm
d_C	distância que vai do centro da roda dentada à altura máxima da cabeça do <i>crabot</i> , mm
d_P	distância que vai do centro da roda dentada à altura máxima do pé do <i>crabot</i> , mm
e	espessura, mm
F	força, N
F_a	força axial ao <i>crabot</i> , N
F_t	força tangencial ao <i>crabot</i> , N
F_{AE}	força de resistência aerodinâmica, N
F_{RO}	força de resistência ao rolamento, N
g	aceleração da gravidade, $9,8 \text{ ms}^{-2}$
h	altura do <i>crabot</i> , mm
i_f	relação do diferencial
i_g	relação de transmissão, da velocidade ($g = 1, 2, \dots$)
j	número de <i>crabots</i>
J	inércia polar, Kgm^2
J_{red}	inércias reduzidas, Kgm^2
l	largura do <i>crabot</i> , mm
l_c	largura da cabeça do <i>crabot</i> , mm
l_p	largura do pé do <i>crabot</i> , mm
L	largura do veículo, m
m	massa, Kg
n_{IS-g}	frequência de rotação da roda dentada do veio de entrada (IS), correspondente à velocidade (g), min^{-1}
n_{OS-g}	frequência de rotação da roda dentada do veio de saída (OS), correspondente à velocidade (g), min^{-1}
P_M	potência do motor, KW
r_e	raio exterior, mm
r_i	raio interior, mm
r_{roda}	raio da roda do veículo, mm

t	tempo, s
t_{Ej}	tempo de engrenamento para j <i>crabots</i> , $s \cdot 10^{-3}$
v	velocidade, ms^{-1}
V_{roda}	velocidade da roda do veículo, ms^{-1}
ω_M	velocidade angular do motor, $rads^{-1}$
ω_{rel}	velocidade angular relativa anel – roda, $rads^{-1}$
Z_{IS-g}	número de dentes da roda dentada do veio de entrada (IS), correspondente à velocidade (g)
Z_{OS-g}	número de dentes da roda dentada do veio de saída (OS), correspondente à velocidade (g)

Alfabeto grego

α	ângulo de retenção do <i>crabot</i> , grau
β_A	ângulo do <i>crabot</i> do anel de sincronização, grau
β_R	ângulo do <i>crabot</i> da roda dentada, grau
η_T	rendimento da transmissão
σ	tensão, MPa
$\Delta\theta$	distância angular de engrenamento, rad
Δs	variação de posição, m
Δt	variação do tempo, s
$\Delta\omega$	variação de velocidade angular da roda dentada a engrenar, $rads^{-1}$
ρ	massa específica do ar, Kgm^{-3}

1. Introdução

A caixa de velocidades é o elemento que permite a transmissão do binário e da potência do motor às rodas motrizes em todas as condições de rolamento e que permite dosear e adaptar a potência e o binário às condições de aceleração e desaceleração do veículo. O seu dimensionamento e o dos seus componentes são fundamentais para a resposta dinâmica do veículo às exigências do traçado.

As caixas de velocidades manuais com engrenamento por *crabots* – saliências em forma duma coroa dentada destinadas a acoplar os elementos de sincronização (roda dentada e anel de sincronização) são uma variante muito utilizada em competição automóvel, já que apresentam significativas vantagens, nomeadamente, maior simplicidade construtiva, menor peso, redução nas perdas por atrito e mudanças de velocidades mais rápidas. O engrenamento por *crabots* pode mesmo, quando devidamente concebido, dispensar o uso da embraiagem.

A sincronização de engrenamento envolve alterações dinâmicas na linha de transmissão de potência do veículo, do motor às rodas, no período de tempo correspondente a uma mudança de velocidade. Com o intuito de se perceber a evolução do comportamento do sistema de transmissão, especialmente nos elementos de engrenamento por *crabots*, elaborou-se este trabalho. O estudo está organizado da seguinte forma:

1. É feita uma introdução às caixas de velocidades: as suas características, soluções construtivas e tipos de sincronização utilizados.
2. Com o segundo capítulo, dá-se início ao estudo da dinâmica de engrenamento: introdução à caixa de velocidades que serviu como base de estudo; são apresentados os dados e cálculos de base; de seguida, são obtidas as inércias reduzidas e tempos de engrenamento; é feito o estudo do impulso de engrenamento e são apresentados os respectivos cálculos; por fim, é feita uma abordagem à suavidade de engrenamento.
3. No terceiro capítulo faz-se o dimensionamento dos *crabots*, com base nos tempos e impulsos resultantes do engrenamento, bem como na geometria do *crabot*.
4. Com o quarto capítulo, revela-se a dinâmica longitudinal do veículo que serviu como base de estudo para o trabalho realizado.
5. São apontadas as conclusões do trabalho no quinto capítulo.
6. No ponto seis, sugerem-se temas para trabalhos futuros.
7. As referências bibliográficas estão identificadas no sétimo capítulo.
8. Por fim, no capítulo número oito, são introduzidos os diversos anexos do trabalho.

1.1. A caixa de velocidades

A caixa de velocidades de um automóvel serve para desmultiplicar a rotação do motor para o diferencial ou directamente para as rodas, de forma a transformar a potência do motor em mais ou menos binário e menos ou mais velocidade de rotação, respectivamente, dependendo da necessidade.

De uma forma geral e simplificada, quanto maior a velocidade de rotação do motor em relação à rotação da roda, maior será o binário e, quanto menor a velocidade de rotação do motor em relação à velocidade de rotação da roda, maior será a velocidade. Normalmente esta proporção expressa-se tecnicamente por 10:1, 9:1, 1:1.05, 1:7 e assim por diante. Entenda-se, portanto, uma caixa de velocidades como *multiplicador de binário e/ou velocidade de rotação do motor*.

A caixa de velocidades é um dos elementos que fazem parte do sistema de transmissão de potência de um veículo, que contém ainda o motor, o diferencial, o veio de transmissão e as rodas motrizes, que poderão ser só duas (eixo dianteiro ou eixo traseiro, dependendo da solução escolhida pelo construtor) ou de quatro rodas motrizes, designado vulgarmente por 4wd, sendo este o caso do Mitsubishi Lancer Evo 9. O sistema de transmissão do Mitsubishi tem a configuração ilustrada na Figura 1.

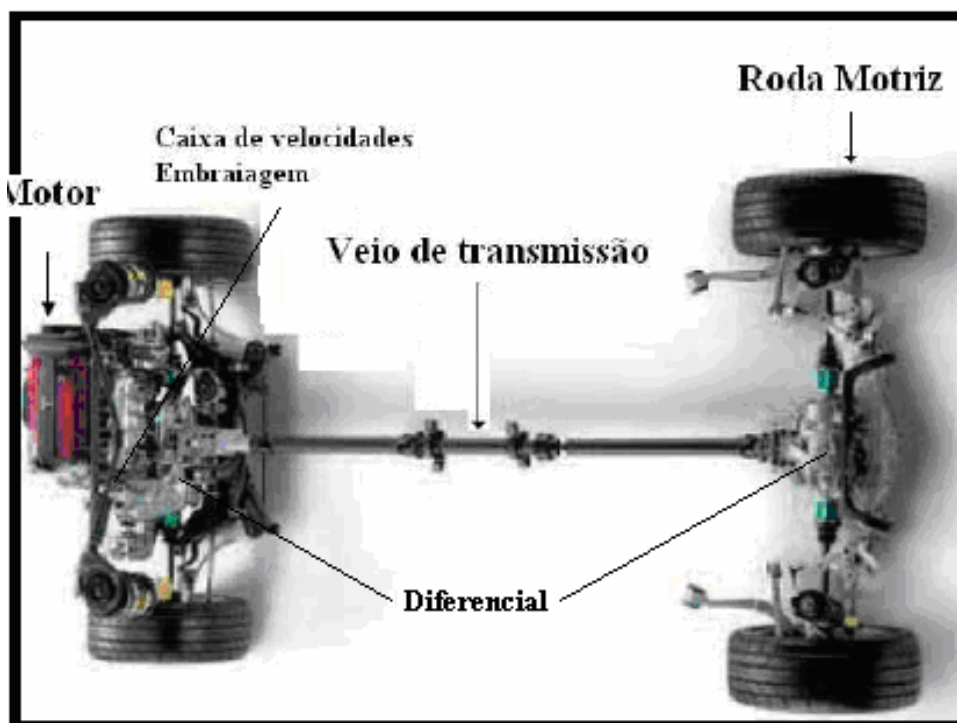


Figura 1: Esquema do sistema de transmissão de potência do Mitsubishi Lancer Evo 9.

As características das caixas de velocidades devem atender não só aos requisitos que lhes são impostos pelos restantes componentes do sistema de transmissão como também a diversos factores entre os quais:

- Características do funcionamento: potência do motor, rendimento pretendido, tipo de fixação.
- Características da utilização: tipo de sistema de velocidades a utilizar (manual, automático, sequencial, etc.).
- Características de *endurance*: número de quilómetros necessários a um determinado regime ou horas de utilização.
- Características da manutenção: periodicidade da manutenção, custos da manutenção, rapidez da manutenção, possibilidade de impedir operações de manutenção preventiva.
- Características da fabricação: possibilidade de conceber um produto especificamente para um determinado veículo ou criar um produto que obedeça a uma *standardização* que possibilite a sua utilização com componentes de diversos fabricantes.

Conhecidas estas características, passar-se-á então à abordagem sobre a solução construtiva que existe, sendo que as duas hipóteses mais comuns que se podem encontrar são as caixas de velocidades de dois ou três veios. De seguida falar-se-á sobre o tipo de sincronização que se utiliza.

Caixas de velocidades de dois veios

Na caixa de velocidades de dois veios, a solução que aparece nos veículos com o motor montado transversalmente – caso do Evo 9 - existem duas séries principais de carretos (pinhões ou rodas dentadas):

1. a do veio principal, que recebe do volante do motor a rotação do motor por intermédio da embraiagem,
2. e a do veio secundário (de saída), que transmite um submúltiplo dessa rotação ao diferencial.

Os carretos do veio secundário encontram-se em rotação livre, o que permite que, em ponto *morto* (ex., sem nenhuma velocidade engrenada), não ocorra a transferência de movimento. No entanto, os carretos do veio primário encontram-se firmemente ligados ao veio. A cada carreto do veio primário corresponde um outro carreto, devidamente engatado, do veio secundário. São as dimensões dos carretos (e o princípio da alavanca) que especificam a proporção da (des) multiplicação desejada — obedecendo a leis triviais da física.

Aquando da selecção de uma mudança, é engrenado um carreto do veio secundário por meio de um bloqueador (do movimento livre do carreto para o veio) que, nos dias de hoje, desempenha a função de sincronizador. Com um funcionamento semelhante ao da embraiagem (transmissão por acoplagem), embora os carretos disponham de dentes que facilitam o encaixe do sincronizador, o binário do veio principal transmite-se do carreto fixo para o carreto correspondente do veio secundário.

No caso da marcha-atrás, entra em contacto um carreto suplementar de um veio auxiliar, responsável pela inversão da rotação do veio (e, conseqüentemente, inversão da marcha). Este carreto (e aquele onde engrena respectivamente no veio secundário) é de dimensões tipicamente semelhantes ao da primeira velocidade, o que permite ao veículo dispor de binário elevado para realizar manobras em superfícies íngremes.

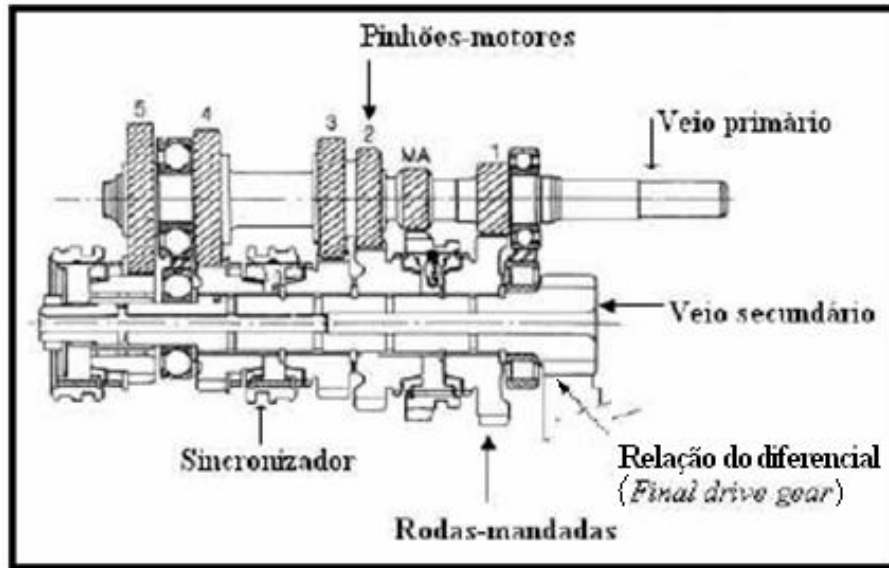


Figura 2 : Caixa de velocidades de dois veios.

A transmissão de movimento neste tipo de caixa de velocidades tem a forma (2ª velocidade) representada na Figura 3.

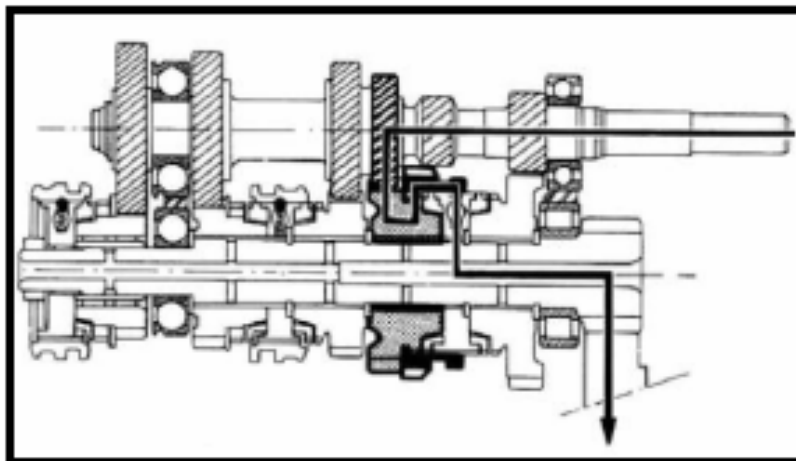


Figura 3: Transmissão de movimento numa caixa de dois veios.

Caixas de velocidades de três veios, ou de “prise directe”

Neste tipo de caixa de velocidades existem três veios. Um veio de entrada, um veio intermédio e o veio de saída. O nome de “prise directe” ou de engate directo é devido ao facto de se ter o pinhão-motor de uma das relações de caixa inserido no veio de entrada e engrenado no veio intermédio, enquanto os restantes pinhões motores estão fixos no veio de saída, estando neste mesmo veio localizados os sincronizadores ou *crabots* que vão efectuar o engrenamento. O esquema desta construção é apresentado na Figura 4.

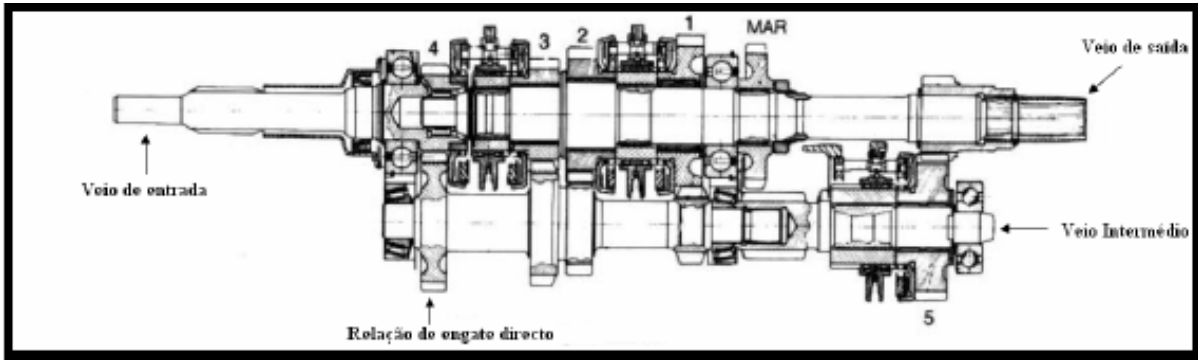


Figura 4: Esquema da caixa de velocidades de três veios.

A transmissão de movimento segundo esta solução ocorre da forma (2ª velocidade engrenada) indicada na Figura 5.

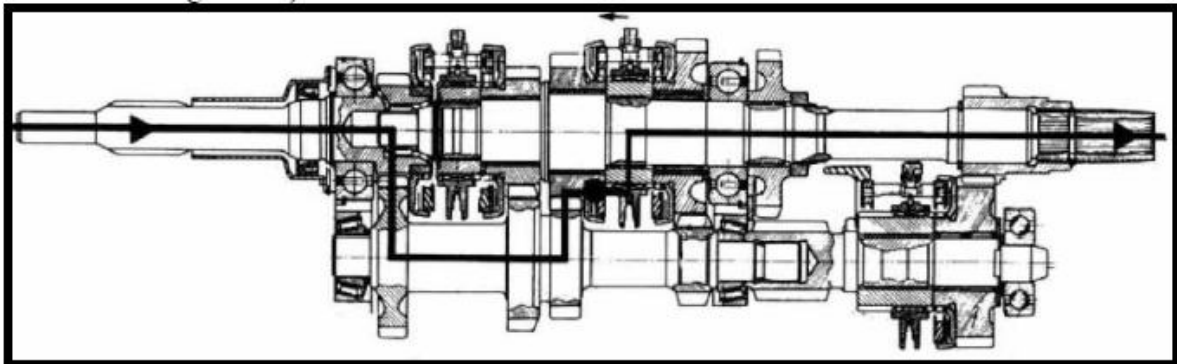


Figura 5 : Transmissão de movimento para uma relação da caixa.

A relação de caixa que está colocada no veio de entrada é conhecida como a relação de engate directo e quando engrenada não utiliza o veio intermédio para efectuar a transmissão de movimento, como se pode ver no esquema apresentado na Figura 6.

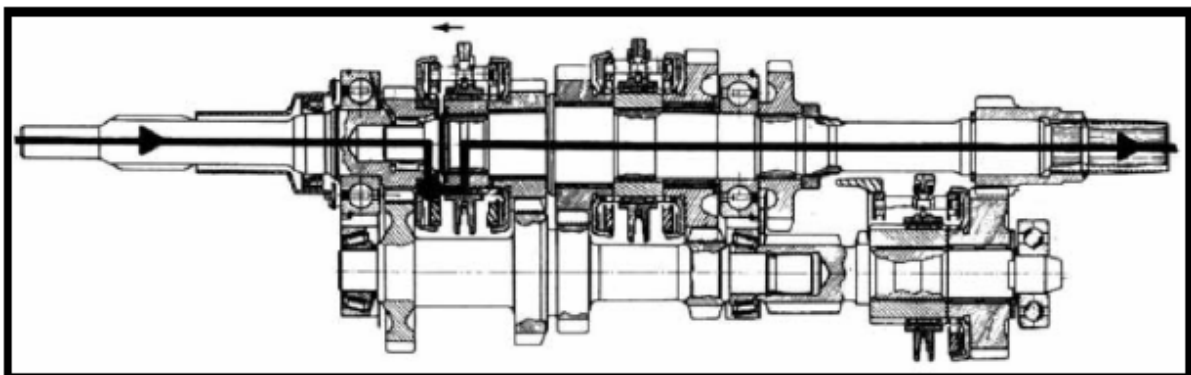


Figura 6 : Transmissão de movimento da relação de engate directo.

Tipos de selectores manuais

Nos dias de hoje, quase todos os carros de competição que possuem uma transmissão manual, usam o tipo sequencial em vez do clássico “H”.

1. O engrenamento sequencial é mais rápido e consistente. Por exemplo, para mudar em “H” de 2ª para 3ª velocidade, tem que se mover o selector para cima, passar pela posição neutra e mover para cima outra vez. Este processo leva tempo. Numa caixa de velocidades sequencial, o selector é simplesmente movimentado para cima ou para baixo, nesta operação.
2. As mudanças sequenciais, evitam surpresas desagradáveis. A possibilidade de falhar a relação de transmissão pretendida (por exemplo, engatar 2ª, quando se pretende engrenar a 4ª) pode danificar o motor. Isto nunca acontece numa caixa sequencial.
3. O selector das mudanças sequenciais ocupa menos espaço no *cockpit* de um carro de competição. Só se necessita do espaço para o mover para a frente / trás e não para a esquerda / direita.

1.2. Os sincronizadores

Os sincronizadores permitem harmonizar a diferença de velocidades a que as diferentes engrenagens rodam, possibilitando a mudança de qualquer velocidade ao longo da faixa de regime e utilização do motor.

O sincronizador da transmissão é o componente interno mais importante, numa caixa de velocidades, dos elementos que intervêm numa mudança de velocidade. Todos os carros de passageiros com transmissões manuais têm sincronizador. Em 1993, aproximadamente 60 % dos veículos comerciais foram equipados com caixas de velocidades com sincronizador para melhorar a segurança na estrada (uma mudança pode ser engatada a qualquer altura) e é fácil de utilizar.

A vida útil do sincronizador torna-se crítica em função do tempo de serviço do sistema, o que no caso das transmissões maiores estão sujeitos a elevados binários de entrada e elevadas massas a sincronizar.

Os pares de dentes a engrenar que estão em rotação, só podem ser engrenados se tiverem a mesma velocidade angular. É necessário um mecanismo de sincronização que estabeleça a mesma velocidade de rotação das partes a ligar em 0,1 a 0,3 segundos, com a aplicação do mínimo de força e que previna a sincronização prematura dada pelo bloqueio do movimento do selector.

A unidade de sincronizador mecânico, ilustrada na Figura 7, por atrito permite harmonizar a velocidade de rotação do veio (6) e do anel de engrenamento (5) a ele ligado, com a velocidade de rotação do pinhão (1). Quando as suas velocidades estiverem sincronizadas, os elementos são acoplados. Esta unidade de sincronização incorpora uma embraiagem de atrito e de bloqueio.

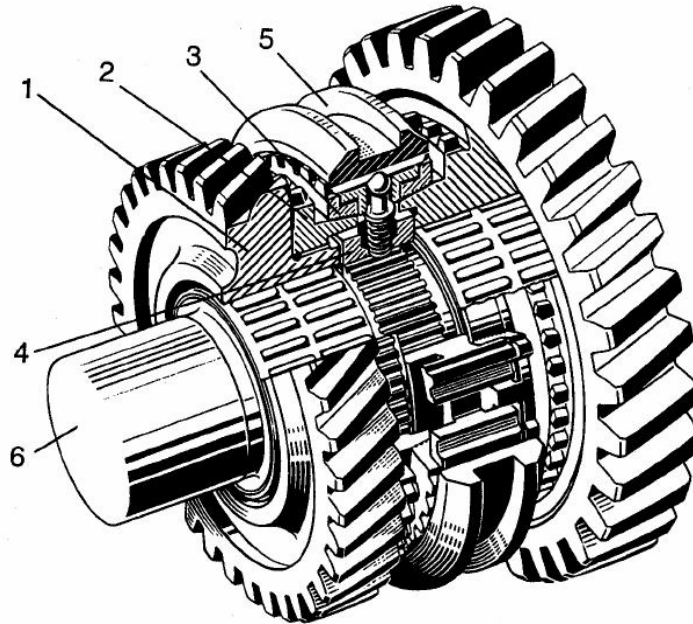


Figura 7: Sincronizador (ZF-B).

1 – Roda “louca” a ser engrenada; 2- “Passeio” do sincronizador com selector dentado e superfície de fricção; 3 – Anel do sincronizador com superfície de fricção simétrica e dentes de bloqueio; 4 – Corpo do sincronizador com dentado interno para a ligação entre o veio de transmissão e anel sincronizador; 5 – Anel sincronizador; 6 – Veio de transmissão.

Os sincronizadores podem ser divididos pela sua capacidade de engrenamento:

- Sincronizadores não-positivos, quando só permitem o engrenamento depois da sincronização ser absoluta.
- Sincronizadores positivos, quando permitem o engrenamento sem que a sincronização seja absoluta.

A equação base e simplificada para cálculos de dimensionamento é a seguinte (Equação 1):

$$B_F = J_{red} \cdot \frac{\Delta w}{\Delta t} - B_P^{a)} \quad (1)$$

onde B_F é o binário de atrito; J_{red} representa o momento de inércia (em relação ao eixo de rotação) das massas em rotação reduzidas ao eixo da roda dentada a engrenar, Δw é a variação de velocidade angular do carreto a engrenar; Δt é o tempo de engrenamento e B_P são as perdas de binário resultantes das perdas nos rolamentos e atritos viscosos.

^{a)} Referência [2]: Lechner, Gisbert and Naunheimer, Harald; “Automotive Transmissions” - pág. 244

1.3. Sincronização por *crabots*

Os elementos mais simples dos que intervêm na sincronização de engrenamento, são os *crabots*, que geralmente são utilizados em caixas de velocidades de veículos de competição e de motocicletas. Neste caso os mecanismos de engrenamento podem ser esquematizados da seguinte forma (Figura 8):

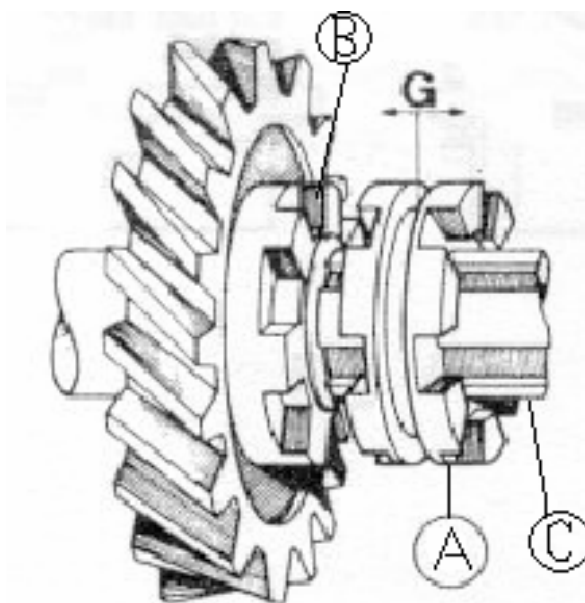


Figura 8: Esquema do sistema de engrenamento por *crabots*.

Neste caso os anéis de engrenamento A são accionados por um garfo colocado em G que os faz percorrer o “passeio” C, *hub* na designação anglo-saxónica, e os faz engrenar junto da coroa de *crabots* rigidamente ligada à engrenagem B.

Os elementos de sincronização mais comuns nas caixas de velocidades dos veículos de série são os sincronizadores, tema abordado no ponto anterior. Ao contrário destes, em que a diferença de velocidades angulares entre os elementos a sincronizar é harmonizada para que haja encaixe dos carretos, no sistema de *crabots* dá-se um impacto violento e quase instantâneo entre os elementos de engrenamento, já que não existe qualquer componente que aproxime as velocidades angulares do anel sincronizador – roda dentada.

Comparando os dois sistemas de sincronização, pode-se dizer que os sincronizadores apresentam vantagens no conforto de utilização (quer a nível auditivo quer a nível de manuseamento), de vida útil do sistema (não precisam de manutenção, nem de inspeção periódica) e não requerem um estilo de condução especial. Como desvantagens, os sincronizadores não permitem a engrenagem a qualquer rotação, podem partir quando se utiliza o selector duma maneira agressiva e não permitem alterações dos carretos.

Por outro lado, o sistema por *crabots* apresenta vantagens quanto à rapidez de mudança de velocidade (praticamente não existe corte no fluxo de potência do motor), engrenam a qualquer rotação, permitem uma maior liberdade no projecto das engrenagens e as caixas são mais leves - o

que se traduz numa maior eficiência da caixa de velocidades - leva a uma economia de combustível e diminui as possibilidades de existirem “falhas” na transmissão de binário às rodas motrizes - características que a levam à sua popularidade no campo desportivo. Todavia, são necessários cuidados e tratos especiais no seu manuseamento.

Com o decorrer do tempo assiste-se a uma maior presença do sistema de *crabots* nos carros de série, especialmente nos veículos desportivos e de maior potência, já que, com algumas alterações pode-se ter caixas de velocidades com um manuseamento quase tão suave e fácil como nas caixas de velocidades que possuem sincronizadores.

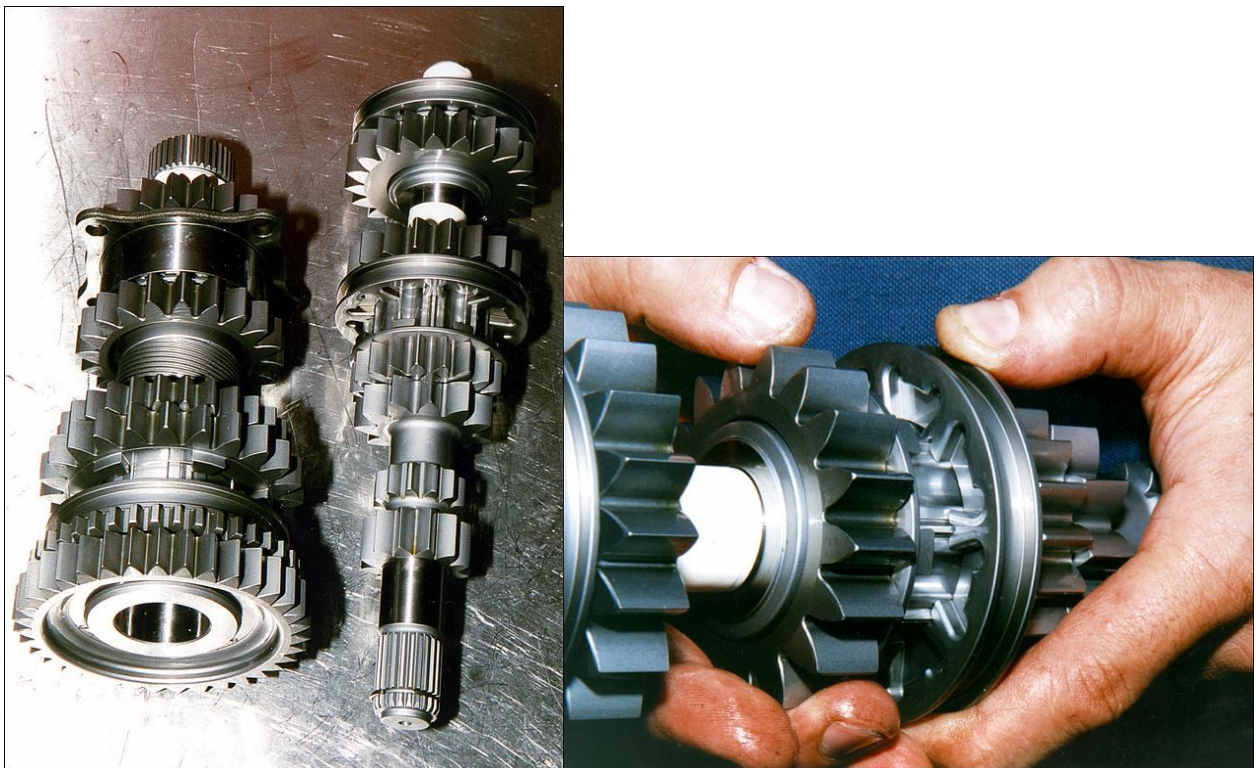


Figura 9: Transmissões por *crabots*.

2. A dinâmica de engrenamento

A questão em estudo concentra-se na situação entre o ponto em que uma mudança está engrenada e o ponto em que a mudança superior, ou inferior será engrenada.

A dinâmica de engrenamento envolve alguns conceitos e variáveis fisicamente ligados ao veículo e contempla também a influência da actuação do condutor no processo de engrenamento.

Para se perceber este processo de sincronização é fundamental conhecer-se o binário e velocidade de rotação dos componentes que vão desde o motor até à roda. De igual modo, é necessário conhecer-se as massas e dimensões de alguns componentes e fazer-se uma previsão do tempo de engrenamento. O condutor, pelo seu lado, é responsável pela actuação do selector e pelo manuseamento da embraiagem e acelerador durante este processo de mudança de caixa que demora apenas algumas dezenas de milésimas de segundo, para a caixa de velocidades em questão destinada à competição automóvel, que tem engrenagens com *crabots*.

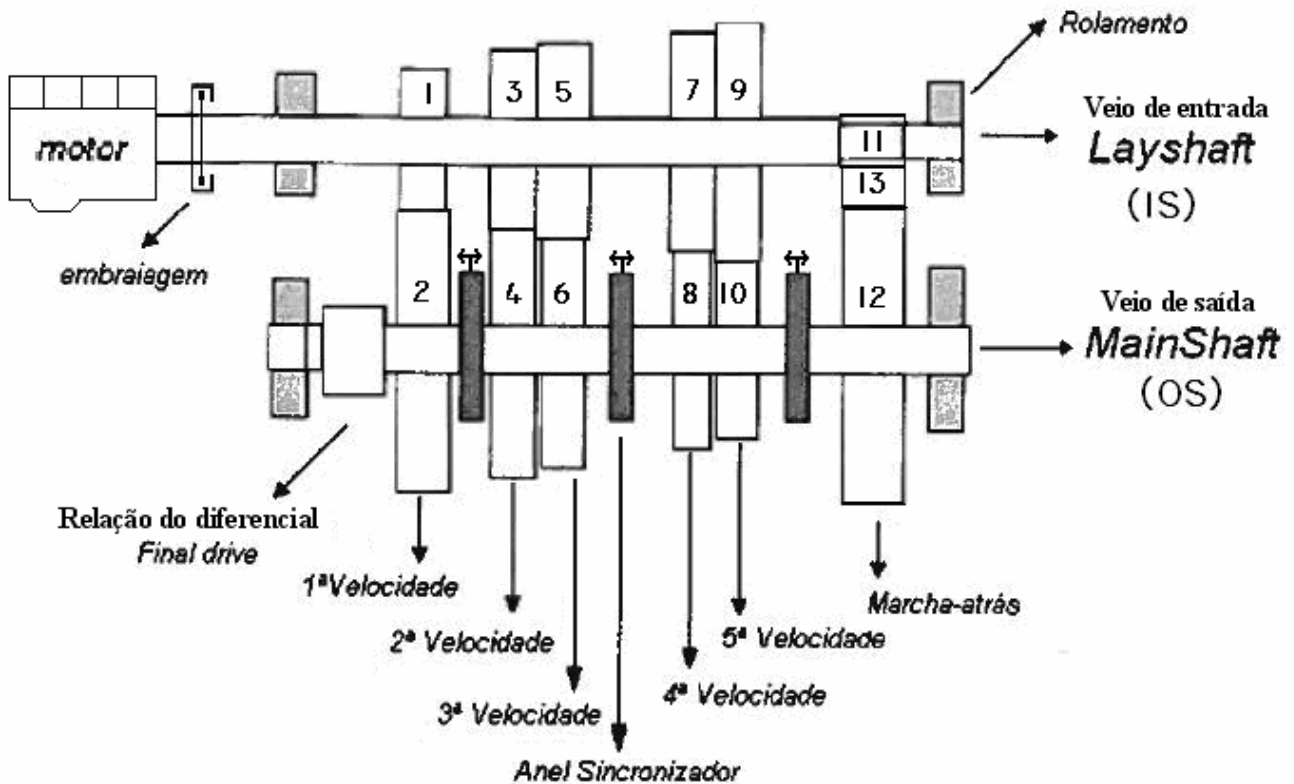


Figura 10: Esquema dos componentes do motor ao diferencial.

2.1. Apresentação da caixa Pankl

A caixa de velocidades em análise para este estudo da sincronização de engrenamento, é um modelo PGB-005 da Pankl. Esta caixa tem o aspecto da Figura 11 quando todos os seus elementos estão montados.

As rodas dentadas e os anéis de sincronização que se encontram no veio de saída (*MainShaft*) caracterizam-se pelo facto de conterem nas suas faces laterais 6 *crabots*, como se pode verificar pelas Figuras 12 e 13.

Este modelo da Pankl foi projectado com o intuito de conseguir albergar os seus rolamentos em dois “porta rolamentos” situados nas extremidades dos veios. Cada um dos “porta rolamentos” está construído de forma a albergar dois rolamentos, como se pode ver pela Figura 14.

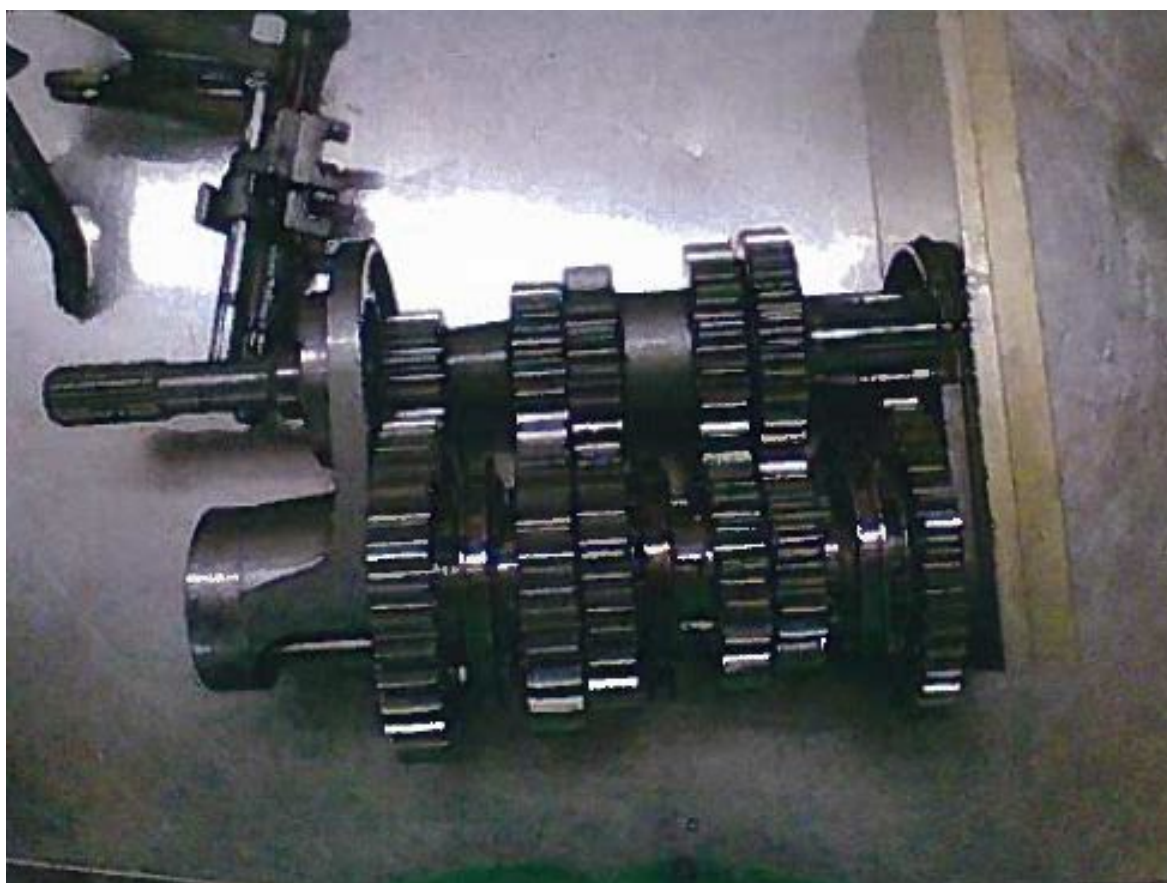


Figura 11: Conjunto da cadeia dinâmica da caixa de velocidades.

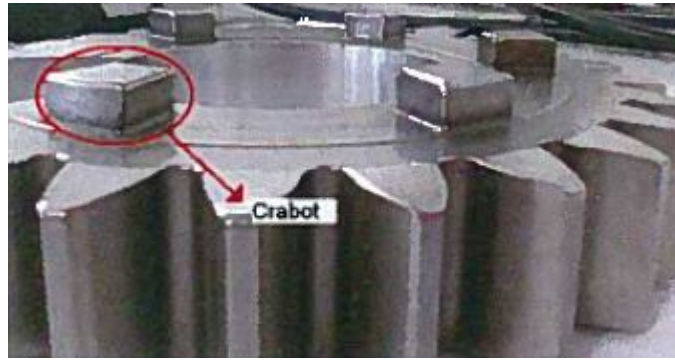


Figura 12: Colocação dos *crabots* numa roda dentada.



Figura 13: Anel de sincronização inserido no conjunto.



Figura 14: Porta rolamentos presente na caixa de velocidades.

2.2. Dados e cálculos de base

De acordo com o referido anteriormente, para se proceder ao estudo da sincronização de engrenamento da caixa de velocidades por *crabots* é necessário, numa primeira fase, obter as massas das peças que sofrem variação de rotação durante a passagem de caixa de modo a obter os momentos de inércia polares – que se caracterizam pela forma como o objecto resiste à torção, em objectos de secção recta circular e que não sofram deformações significativas. Para o caso em questão, nesta primeira fase é necessário obter os dados do volante de inércia do motor, da embraiagem, veio de entrada (*layshaft* – IS) e rodas dentadas. Os restantes componentes da transmissão sofrem variações de velocidade de rotação mínimas durante a passagem de caixa, o que acabam por não ser considerados.

Assumindo que as peças (embraiagem e rodas dentadas) se assemelham a cilindros furados, fez-se um levantamento dos respectivos raios exteriores (r_e), interiores (r_i) e espessura; para o volante de inércia do motor e veio de entrada considerou-se um cilindro maciço de raio r . Efectuou-se a modelação 3D às peças referidas, de modo a obter as suas massas, assumindo 8000 kgm^{-3} , para a massa específica do material.

	Veio de entrada - <i>layshaft</i>				Veio de saída - <i>mainshaft</i>			
	m [kg]	r_e [mm]	r_i [mm]	e [mm]	m [kg]	r_e [mm]	r_i [mm]	e [mm]
1ª vel	0,27	26,2	15,0	24,5	2,26	67,4	30,0	24,5
2ª vel	0,46	33,6	23,5	21,5	1,81	61,2	30,0	21,5
3ª vel	0,60	39,2	23,5	21,5	1,17	55,2	30,0	21,5
4ª vel	0,83	45,4	23,5	21,5	0,96	49,8	30,0	21,5
5ª vel	0,93	49,5	23,5	19,0	0,72	43,2	30,0	19,0
R	0,31	22,0	18,0	22,0	2,26	68,0	30,0	17,0

Tabela 1: Dados de base das rodas dentadas do *layshaft* e *mainshaft*.

<u>Componente</u>	m [kg]	r_e [mm]	r_i [mm]	e [mm]
Roda dentada auxiliar da marcha – atrás (<i>idle R</i>)	3,86	101,2	30,0	17,0
Embraiagem	2,38	120	11,0	-
Volante de inércia	6,25	145	-	-
Veio de entrada	3,30	33,5	-	-

Tabela 2: Dados de base dos componentes que intervêm na dinâmica de engrenamento.

Com base nestes dados e números, procedeu-se ao cálculo das inércias polares, segundo as Equações 2 e 3.

$$J = \frac{1}{2} m (r_i^2 + r_e^2) \quad (2)$$

$$J = \frac{1}{2} m.r^2 \quad (3)$$

As relações de transmissão também foram obtidas, dadas pela Equação 4.

$$i_g = \frac{z_{OS-g}}{z_{IS-g}} \quad (4)$$

A numeração das rodas dentadas apresentada na Tabela 3 corresponde à da Figura 10.

	Veio de entrada			Veio de saída						Ratio
	roda	J [kgm ²]	z	roda	J [kgm ²]	z				i _g
1 ^a vel	1	1,23E-04	12	2	6,15E-03	36				3,00
2 ^a vel	3	3,87E-04	13	4	4,20E-03	26				2,00
3 ^a vel	5	6,27E-04	17	6	2,31E-03	25				1,47
4 ^a vel	7	1,08E-03	18	8	1,62E-03	20		Idle R		1,11
5 ^a vel	9	1,40E-03	28	10	9,96E-04	24	roda	l	z	0,86
R	11	1,25E-04	13	12	6,15E-03	41	13	2,16E-02	56	3,15
		J [kgm ²]			relação do diferencial - final drive					4,31
Embraiagem		1,73E-02								
Veio de entrada		5,50E-04								

Tabela 3: Inércias e relações de transmissão – ratios.

Como já foi dito anteriormente, a dinâmica de engrenamento requer informações e grandezas do sistema da transmissão do veículo, do motor até às rodas. Assim sendo, é apresentada a Tabela 4 com alguns dados do veículo, cuja informação é essencial para o estudo da dinâmica de engrenamento e da dinâmica longitudinal do veículo.

massa do veículo, m [kg]	1460 (com duas pessoas)
coeficiente de arrasto, C_D	0,34
largura do veículo, L [m]	1,77
altura do veículo, A [m]	1,45
área frontal do veículo, A_f [m]	2,31
pneu asfalto	225/40-18
pneu terra	195/70-15
raio da roda asfalto, r_{roda} [mm]	318,6
raio da roda terra, r_{roda} [mm]	327,0

Tabela 4: Dados do veículo.

Curvas de Potência e Binário

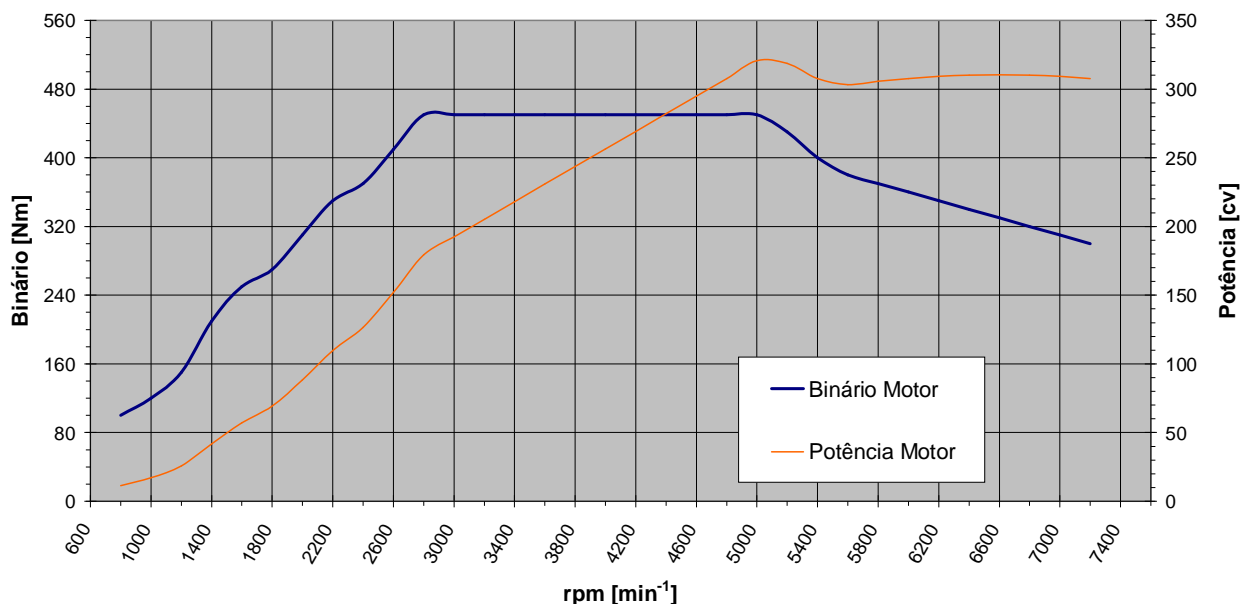


Figura 15: Potência e binário do motor.

Partindo da informação descrita e da Figura 15, cujo gráfico apresenta as curvas de potência e binário do motor do Mitsubishi Evo 9 de competição, elaborou-se a Tabela 5 com os dados da rotação e binário do veio de saída, a velocidade do carro e o rendimento da transmissão para cada mudança engatada. As Equações utilizadas foram da número 5 até à número 10.

Potência do motor,

$$P_M = B_M \cdot w_M \quad (5)$$

Frequência de rotação do veio de saída,

$$n_{OS-g} = \frac{n_{IS-g}}{i_g} \quad (6)$$

Velocidade angular,

$$w = \frac{\pi \cdot n}{30} \quad (7)$$

Binário veio de saída,

$$B_{OS-g} = B_{IS-g} \cdot i_g \quad (8)$$

Velocidade do veículo,

$$v_{roda} = \frac{w_M}{i_g \cdot i_f} \cdot r_{roda} \quad (9)$$

Rendimento da transmissão,

$$\eta_T = \left[0,96 - 0,000707 \cdot v - 0,000029 \cdot v^2 \left[\begin{array}{l} 0,998(1 - 0,007(NG - I)) - \\ 0,0001965(2,08^{NG-I} \cdot v) \end{array} \right] \right] \quad (10)$$

em que NG é o número total de relações de caixa e I é o “índice” da relação utilizada (ex.: para a 1ª vel., I=1)

^{a)} Referência [9]: <http://books.google.pt...>; Lucas, George - Road Vehicle Performance - pág. 47.

RPM Motor	Binário Motor	Potência Motor (cv)	RPM veio de saída 1ª vel	Binário veio de saída 1ª vel	Vel carro 1ª vel [Km/h]	η trans 1ª vel
600			200	0	5,6	0,925
800	100	11	267	300	7,4	0,922
1000	120	17	333	360	9,3	0,920
1200	150	26	400	450	11,2	0,918
1400	210	42	467	630	13,0	0,916
1600	250	57	533	750	14,9	0,913
1800	270	69	600	810	16,7	0,911
2000	310	88	667	930	18,6	0,909
2200	350	110	733	1050	20,4	0,906
2400	370	127	800	1110	22,3	0,904
2600	410	152	867	1230	24,2	0,902
2800	450	180	933	1350	26,0	0,899
3000	450	192	1000	1350	27,9	0,897
3200	450	205	1067	1350	29,7	0,895
3400	450	218	1133	1350	31,6	0,892
3600	450	231	1200	1350	33,5	0,890
3800	450	244	1267	1350	35,3	0,888
4000	450	256	1333	1350	37,2	0,885
4200	450	269	1400	1350	39,0	0,883
4400	450	282	1467	1350	40,9	0,880
4600	450	295	1533	1350	42,8	0,878
4800	450	308	1600	1350	44,6	0,875
5000	450	321	1667	1350	46,5	0,873
5200	430	319	1733	1290	48,3	0,870
5400	400	308	1800	1200	50,2	0,868
5600	380	303	1867	1140	52,0	0,865
5800	370	306	1933	1110	53,9	0,863
6000	360	308	2000	1080	55,8	0,860
6200	350	309	2067	1050	57,6	0,858
6400	340	310	2133	1020	59,5	0,855
6600	330	310	2200	990	61,3	0,853
6800	320	310	2267	960	63,2	0,850
7000	310	309	2333	930	65,1	0,847
7200	300	308	2400	900	66,9	0,845

Tabela 5: Dados da 1ª velocidade.

As restantes tabelas com os dados para as outras velocidades estão colocadas nos anexos (pág. 61). A informação recolhida destas tabelas base permitiu conceber as Figuras 16, 17 e 18, cujos gráficos representam respectivamente, o rendimento da transmissão, frequência de rotação e evolução do binário para o veio de saída.

Rendimento da transmissão em função da velocidade do carro

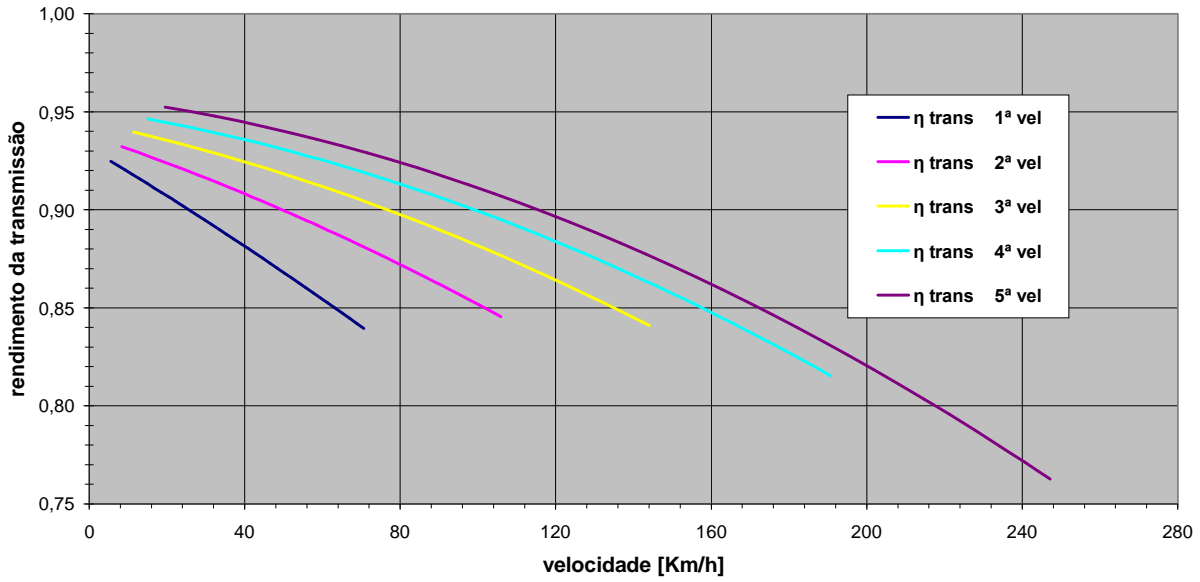


Figura 16: Rendimento para cada relação de transmissão.

Frequência de rotação do veio de saída vs rotação do motor

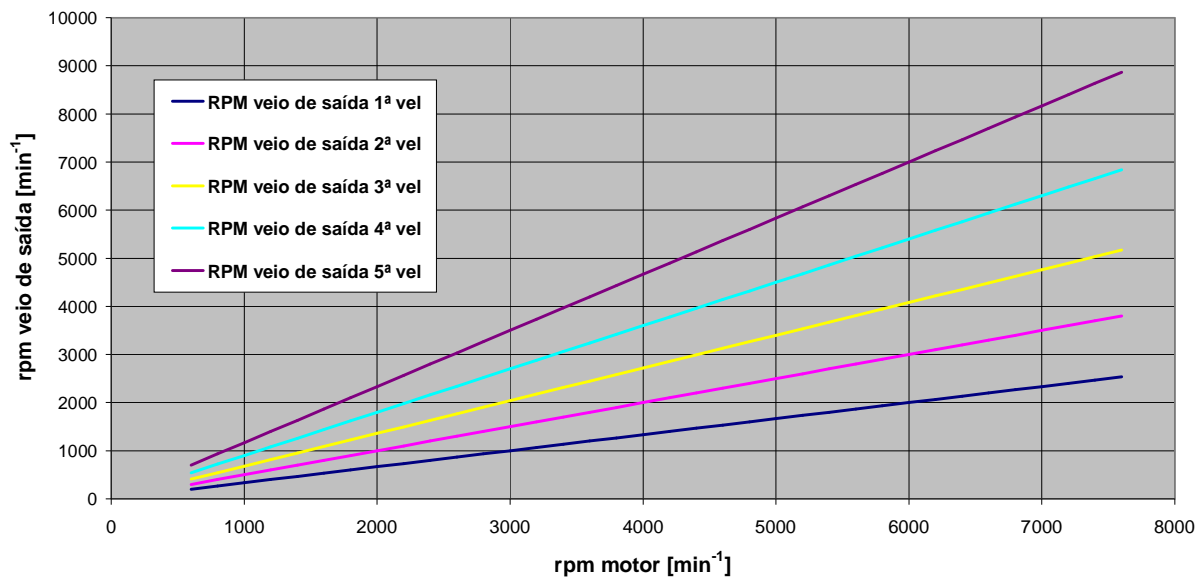


Figura 17: Frequências de rotação para cada relação de transmissão.

Evolução do Binário do veio de saída, para cada mudança, em função da velocidade do veículo

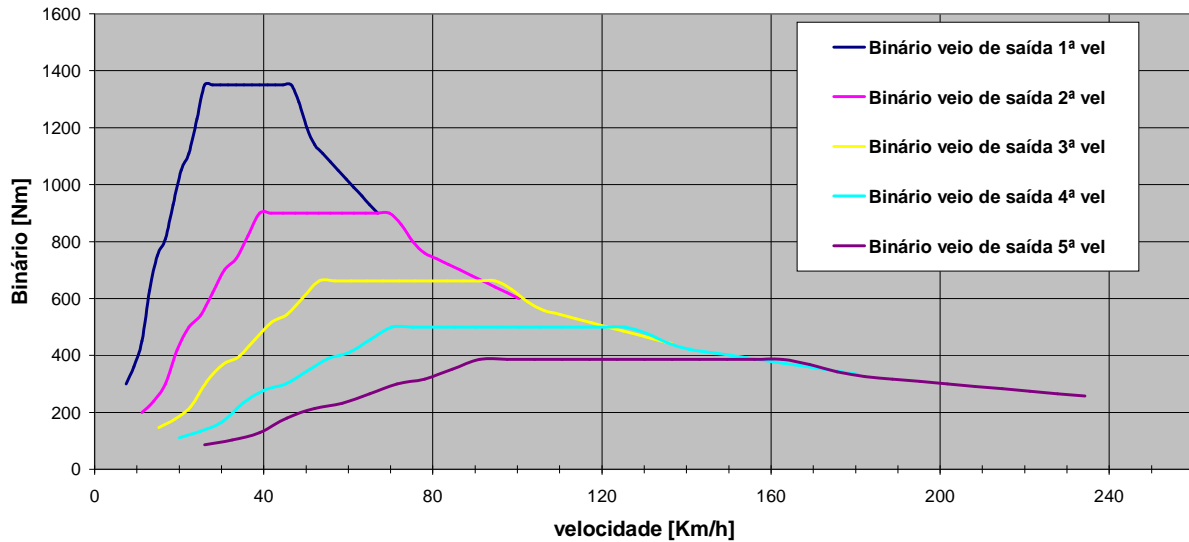


Figura 18: Binário para cada relação de transmissão.

Assumindo que o veículo se move longitudinalmente e que as rodas rolam sem escorregamento, o somatório das forças que actuam sobre o veículo é definido pela Equação 11.

$$\sum F_{\text{veículo}} = m.a = \frac{B_M \cdot i_g \cdot i_f \cdot \eta_T}{r_{\text{roda}}} - F_{RO} - F_{AE} \quad (11)$$

$$F_{RO} = (0,0136 + 0,04 \times 10^{-6} v^2)^a \cdot m.g \quad (12)$$

$$F_{AE} = \frac{1}{2} \rho \cdot A_f \cdot C_D \cdot v^2 \quad (13)$$

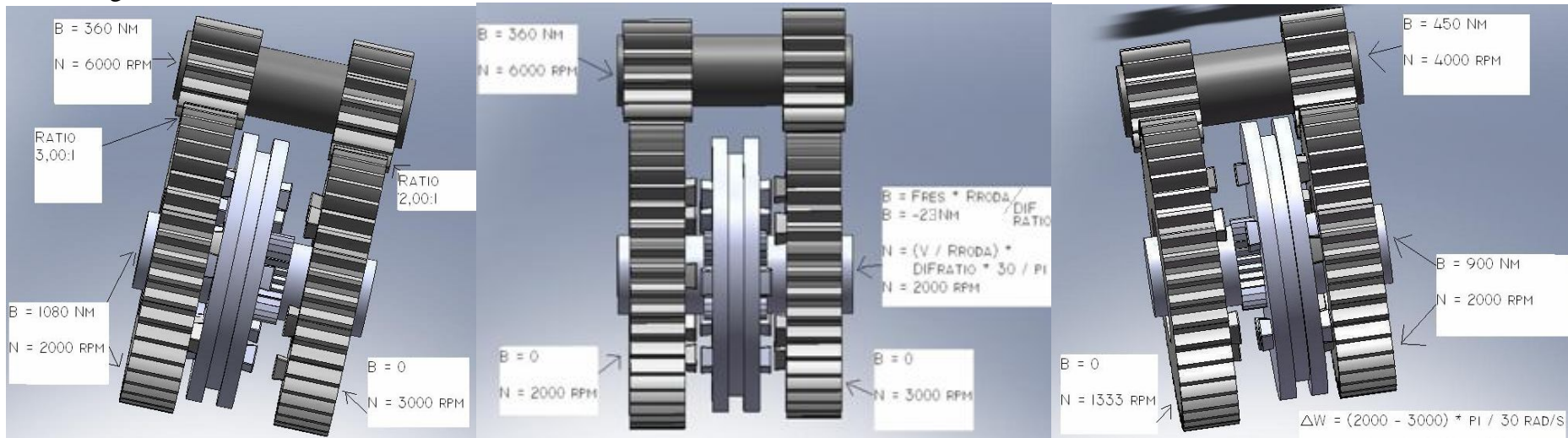
A partir dos dados e cálculos de base aqui elaborados, poder-se-á apresentar os valores de binário e rotação dos diversos componentes que intervêm no período de engrenamento em todas as combinações possíveis, sejam em desmultiplicação (passagem para uma relação de transmissão superior), ou em multiplicação (relação de transmissão inferior). Para o caso em estudo, tem-se passagens de 1ª-2ª, 2ª-3ª, 3ª-4ª e 4ª-5ª em desmultiplicação e reduções de 2ª-1ª, 3ª-2ª, 4ª-3ª e 5ª-4ª. São desprezados os casos que envolvem a marcha-atrás.

Os esquemas seguintes ilustram dois exemplos de engrenamento: uma passagem de caixa de 1ª para 2ª às 6000 rpm e uma redução de 4ª para 3ª a um regime de 5000 rpm, usando, ou não usando, a embraiagem.

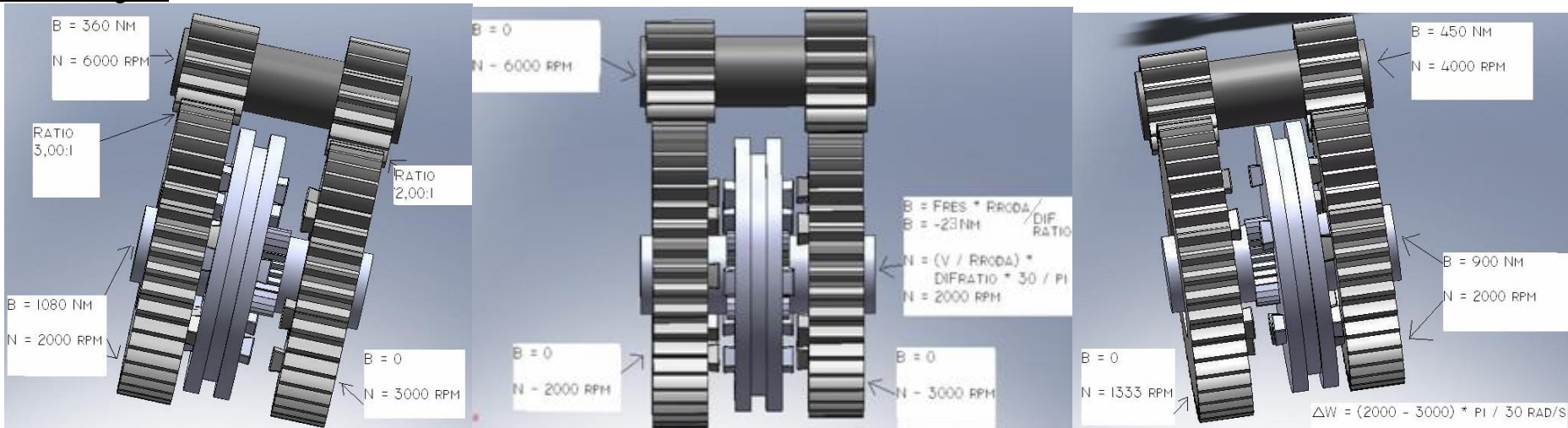
^{a)} Coeficiente de resistência ao rolamento para pneus radiais de carros ligeiros. Referência [1]: *Theory of ground vehicles lecture notes, 2005*

Esquemas de engrenamento para passagens de caixa a velocidades do veículo constantes (exemplo duma passagem de 1ª para 2ª às 6000 rpm)

Sem embraiagem:



Com embraiagem:



Foi considerada a velocidade do veículo constante durante a passagem de caixa, pois o tempo de engrenamento (como veremos adiante) é muito baixo e a desaceleração do veículo durante o processo não é significativa.

Para o primeiro exemplo de engrenamento são admitidas as situações: à esquerda, 1ª engrenada; ao centro, uma situação intermédia e à direita, 2ª engrenada.

De notar que o caso em que se usa a embraiagem é naturalmente o mais favorável para a suavidade do engrenamento, pois é cortado o binário do motor para o veio primário e há uma aproximação de velocidades de rotação dos dois veios, provocada pela inércia dos elementos da caixa de velocidades. Como é considerado um tempo muito curto entre o movimento axial do anel de sincronização – entre o ponto que desengrena da 1ª e o ponto em que está no limiar de engrenar a 2ª, optar-se-á pela situação mais “grave” em que não existe aproximação de velocidades entre os veios primário e secundário.

Para o segundo exemplo de engrenamento, o raciocínio atrás descrito é semelhante. Neste caso, a roda dentada da esquerda representa a 3ª e a da direita a 4ª velocidade.

De referir ainda, que o primeiro caso ilustra todas as situações de desmultiplicação, onde a diferença de velocidades angulares na roda dentada a ser engrenada é menor que zero ($\Delta\omega < 0$); enquanto o segundo caso exemplifica todas as situações de multiplicação, $\Delta\omega > 0$.

2.3. Inércias reduzidas

Como resultado das várias relações de transmissão, as massas envolvidas no processo de sincronização estão sujeitas a diferentes acelerações angulares. No sentido de se usar uma única velocidade angular para todas as massas envolvidas nos cálculos, estas são “transferidas” para um único eixo. Este é normalmente o eixo de rotação da roda dentada a ser engrenada.

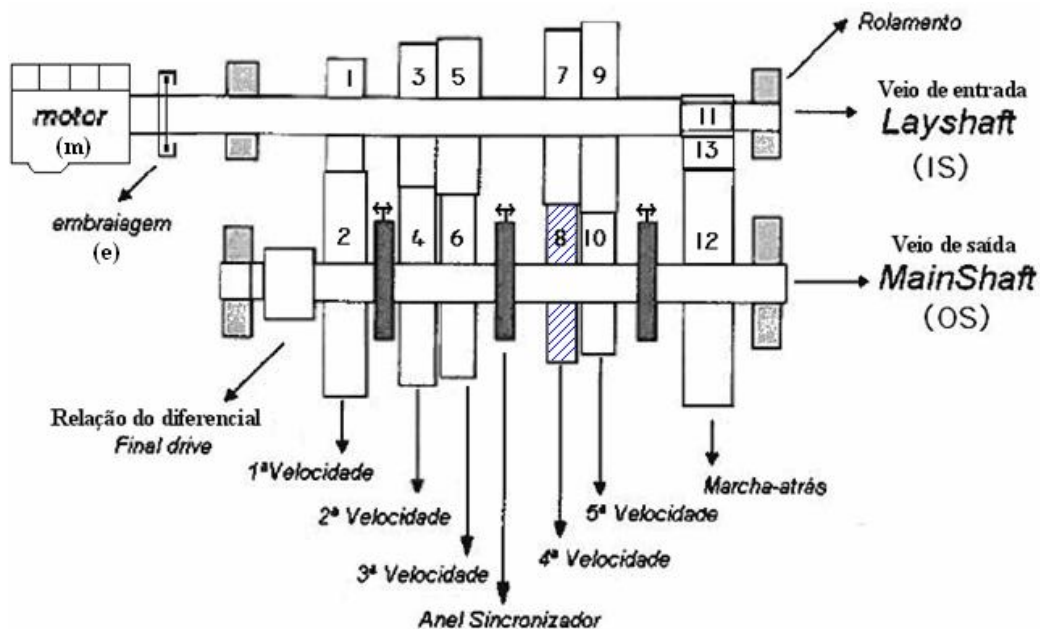


Figura 19: Esquema dos componentes do motor ao diferencial, com destaque para a roda dentada 8.

Exemplo: Quando se troca de mudança da terceira para a quarta velocidade, as massas são transferidas para o eixo de rotação da roda dentada 8 (ver Figura 19). Neste caso (Equação 14):

$$\begin{aligned}
 J_{red,8} = & J_8 + \left[J_2 \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 + J_4 \left(\frac{z_3}{z_4} \right)^2 + J_6 \left(\frac{z_5}{z_6} \right)^2 + J_{10} \left(\frac{z_9}{z_{10}} \right)^2 + J_{12} \left(\frac{z_{11}}{z_{12}} \right)^2 + J_{13} \left(\frac{z_{11}}{z_{13}} \right)^2 \right] \left(\frac{z_8}{z_7} \right)^2 \\
 & + (J_m + J_e + J_{is} + J_1 + J_3 + J_5 + J_7 + J_9 + J_{11}) \left(\frac{z_8}{z_7} \right)^2
 \end{aligned} \quad (14)$$

De modo semelhante, foram calculados os valores das inércias reduzidas para as rodas dentadas das outras mudanças a ser engrenadas: 1ª velocidade – roda 2; 2ª – 4; 3ª - 6; 5ª – 10; R (marcha-atrás) – 12.

Realizaram-se dois tipos de abordagem para o cálculo das inércias reduzidas: a primeira situação foi pensada para situações normais em veículos com embraiagem e a sua utilização total durante o processo de mudança de velocidade, o que na equação se traduziu pela não introdução nos cálculos da inércia do motor. Já a segunda abordagem foi feita para situações em que o veículo tendo embraiagem, o condutor interrompe a sua acção antes de todo o processo de sincronização de engrenamento estar concluído. Obviamente que esta situação limite e extraordinária, que pode acontecer até com alguma frequência durante a competição, traduz inércias reduzidas muito superiores em relação à situação normal e leva ao desgaste prematuro dos componentes da caixa de velocidades. O momento de inércia do motor (J_m) é dado pela Equação 15:

$$J_m = J_{volante\ de\ inércia} + 10\% \ a \ 15\% \ ^a \quad (15)$$

Assumiui-se que o veio de saída (OS) e os componentes ligados a ele até à roda, não estão sujeitos a qualquer mudança de velocidade angular durante a sincronização. Como resultado, os seus momentos de inércia devem ser ignorados.

A redução dos momentos de inércia é fundamental para se perceber o efeito do impacto dos *crabots* anel-roda, como veremos mais adiante.

Redução dos momentos de inércia (sem J_m - uso da embraiagem)		
Jred,2	2,59E-01	kgm ²
Jred,4	1,15E-01	kgm ²
Jred,6	6,23E-02	kgm ²
Jred,8	3,56E-02	kgm ²
Jred,10	2,12E-02	kgm ²
Jred,12	2,87E-01	kgm ²

Redução dos momentos de inércia (com J_m - sem utilizar/acção interrompida da embraiagem)		
Jred,2	9,25E-01	kgm ²
Jred,4	4,11E-01	kgm ²
Jred,6	2,22E-01	kgm ²
Jred,8	1,27E-01	kgm ²
Jred,10	7,55E-02	kgm ²
Jred,12	1,02E+00	kgm ²

^{a)} Referência [9]: <http://books.google.pt...;Lucas, George - Road Vehicle Performance - pág. 19.>

NOTA: Normalmente, a inércia do motor não deve ser considerada durante o processo de sincronização - quando usada a embraiagem, já que, é de esperar que a mesma não seja “largada”, antes de se efectuar completamente a mudança de velocidade, ou por outras palavras, antes dos *crabots* chocarem. Por outro lado, nos casos onde não existe embraiagem, a inércia do motor está naturalmente presente na redução dos momentos de inércia e a componente que diz respeito à embraiagem deixa de existir.

2.4. Tempo de engrenamento

O conhecimento do tempo de engrenamento é imprescindível no estudo da sincronização das caixas de velocidades.

Para os veículos de competição, quanto menor o tempo de engrenamento e conseqüente tempo de mudança de velocidade da caixa, mais rápido será o veículo no traçado, já que todos os milésimos de segundo contam.

O espaço temporal correspondente à passagem de relação de caixa é influenciado pela velocidade do carro, pelo condutor – rapidez de actuação nos comandos, regime de rotação do motor a que é feita a troca da mudança, e ainda pelos mecanismos internos na caixa de velocidades – relações de caixa, as ligações que permitem o accionamento do anel de sincronização, movimento axial do anel e distância angular de engrenamento ($\Delta\theta$) – para o caso específico da caixa com *crabots*.

A distância angular de engrenamento é função do ângulo do *crabot* da roda dentada (β_R), do ângulo do *crabot* do anel de sincronização (β_A) e do número de *crabots* (j) – Equação 16.

Para o caso em estudo, definiu-se o tempo de engrenamento como o quociente entre a distância angular de engrenamento máxima ($\Delta\theta^{máx}$) e a velocidade de rotação relativa anel-roda (w_{rel}). O tempo de engrenamento revelar-se-á útil para o cálculo do impulso resultante do engrenamento.

Por fim, o tempo total de engrenamento ou tempo de sincronização, é dado pela soma da distância angular de engrenamento máxima ($\Delta\theta^{máx}$), com a soma dos ângulos dos *crabots* anel-roda que poderão causar interferência, sobre a velocidade de rotação relativa do par – Equação 17.

As Figuras 20 a 22 demonstram com detalhe, o que foi em cima explicado:

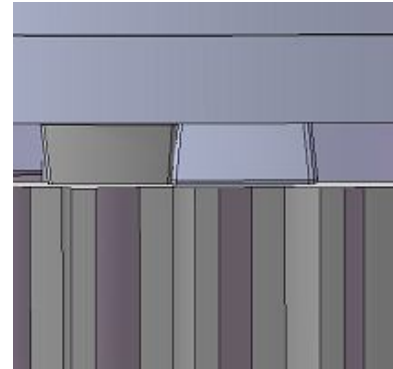
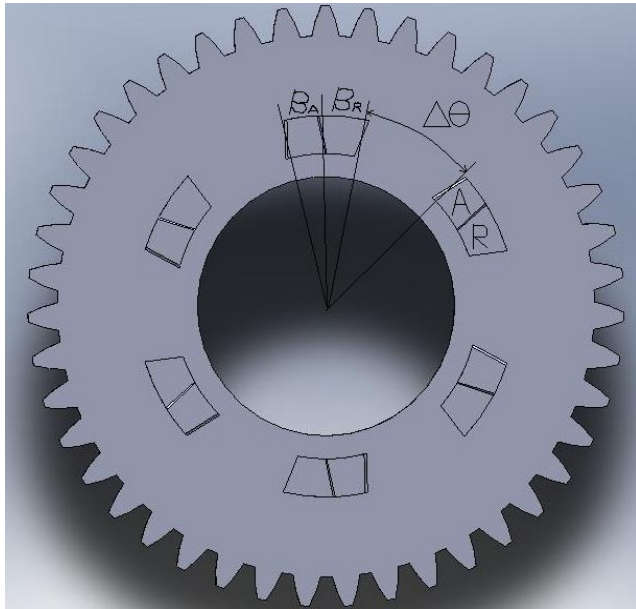


Figura 20: Ângulos dos *crabots* e distância angular de engrenamento.

Figura 21: Posição inicial de engrenamento.

$$\Delta\theta^{m\acute{a}x} = \frac{2\pi - (\beta_R + \beta_A) \times j}{j} = \frac{2\pi}{j} - (\beta_R + \beta_A) \quad (16)$$

A considerar interferência máxima

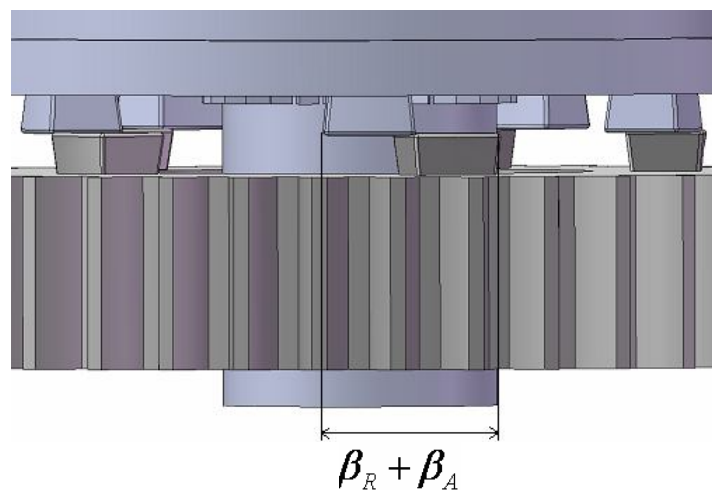


Figura 22: Posição inicial de interferência.

$$\Delta t^{m\acute{a}x} = \frac{(\beta_R + \beta_A) + \Delta\theta^{m\acute{a}x}}{W_{rel}} = \frac{2\pi}{j W_{rel}} \quad (17)$$

$\Delta\theta > 0$ para que haja engrenamento

Valor máximo do ângulo do *crabot* para que haja engrenamento, em função do número de *crabots*

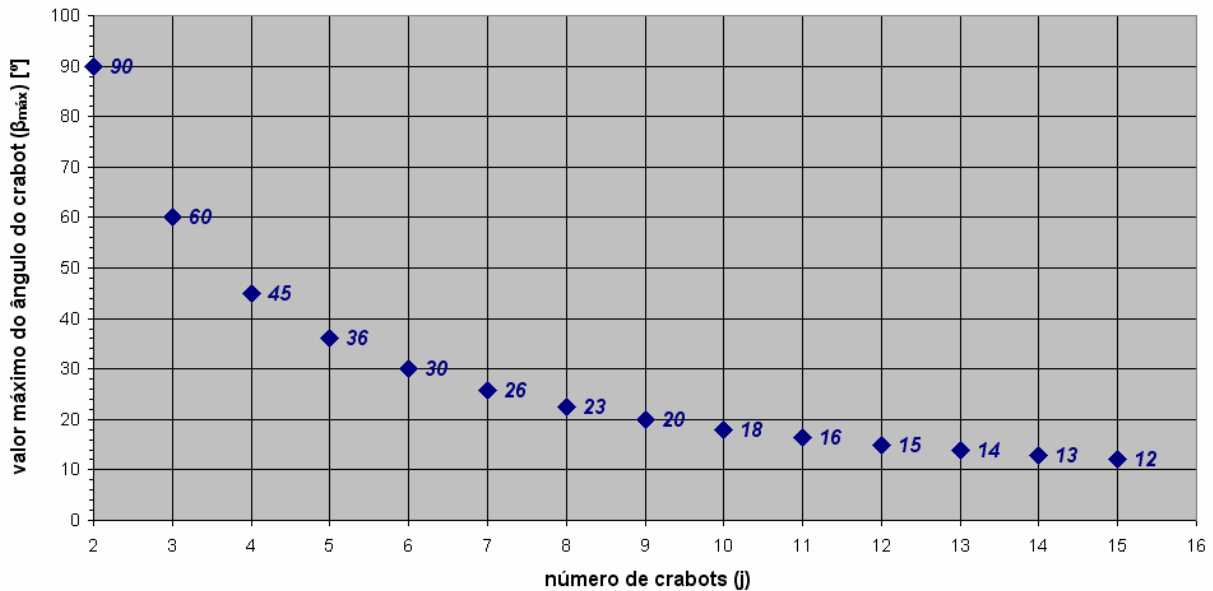


Figura 23: Evolução do valor de $\beta_{m\acute{a}x}$.

O gráfico anterior mostra o valor máximo que β_R e β_A podem tomar, caso $\beta_R = \beta_A = \beta_{m\acute{a}x}$ ou $\beta_{m\acute{a}x} = \frac{\beta_R + \beta_A}{2}$, de forma a haver uma distância angular mínima que permita o encaixe dos *crabots*. Um valor de β próximo de $\beta_{m\acute{a}x}$ pode significar dificuldades de engrenamento devido à interferência entre *crabots* e reduzido espaço para poderem encaixar. Por outro lado, um valor de β distante de $\beta_{m\acute{a}x}$ vai fazer com que os tempos de engrenamento sejam muito elevados devido à grande distância angular de engrenamento ($\Delta\theta$).

De referir que, para a caixa de velocidades em estudo, o valor dos ângulos dos *crabots* é de 14° e são 6 o número de *crabots* para a roda dentada e anel de sincronização. Os gráficos seguintes (Figuras 24 a 29) são relativos às situações de engrenamento nas relações de 1° para 2° ou de 2° para 1° , bem como de $4^\circ - 3^\circ$ ou de $3^\circ - 4^\circ$. As outras duas possibilidades estão nos anexos, pág.66 a 68.

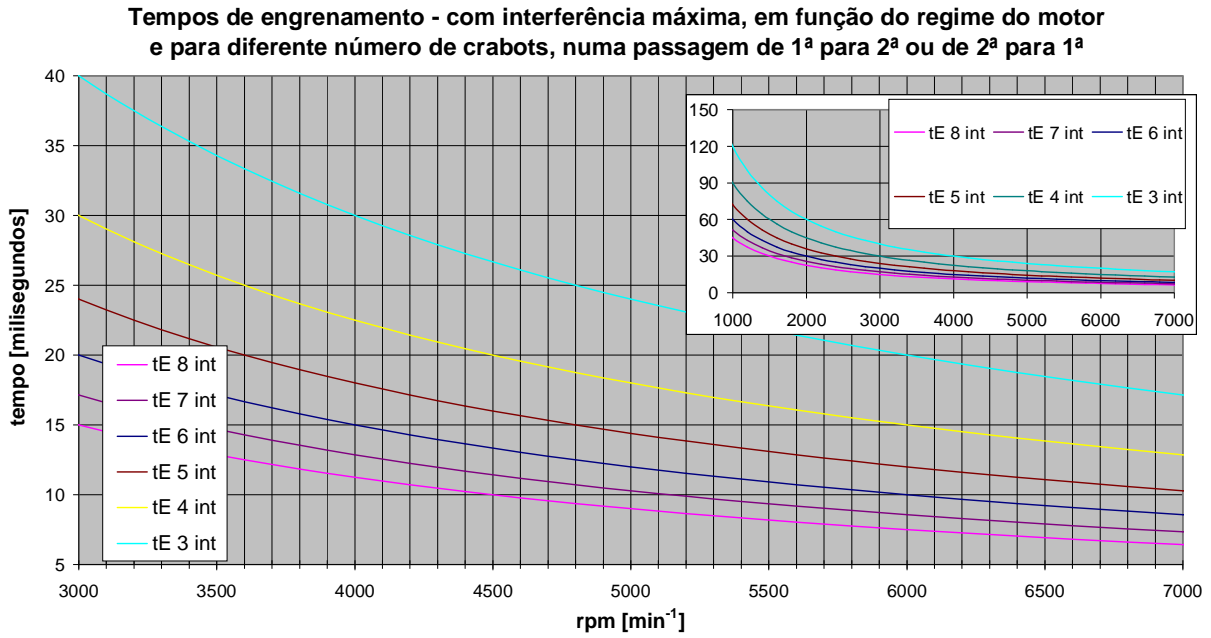


Figura 24: Tempos de sincronização vs frequência de rotação, na relação da 1ª e 2ª velocidade.

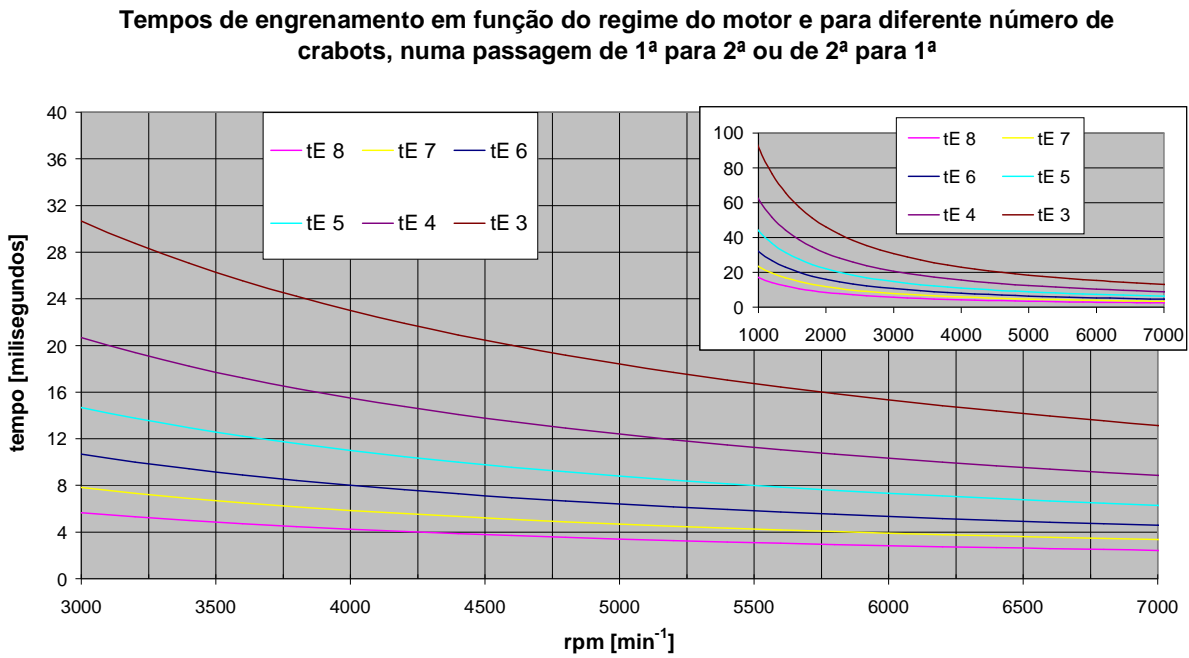


Figura 25: Tempos de engrenamento vs frequência de rotação, na relação da 1ª e 2ª velocidade.

Tempos de engrenamento em função do ângulo do *crabot* e do nº de *crabots*, para uma passagem de caixa de 1ª para 2ª ou de 2ª para 1ª às 5000 rpm

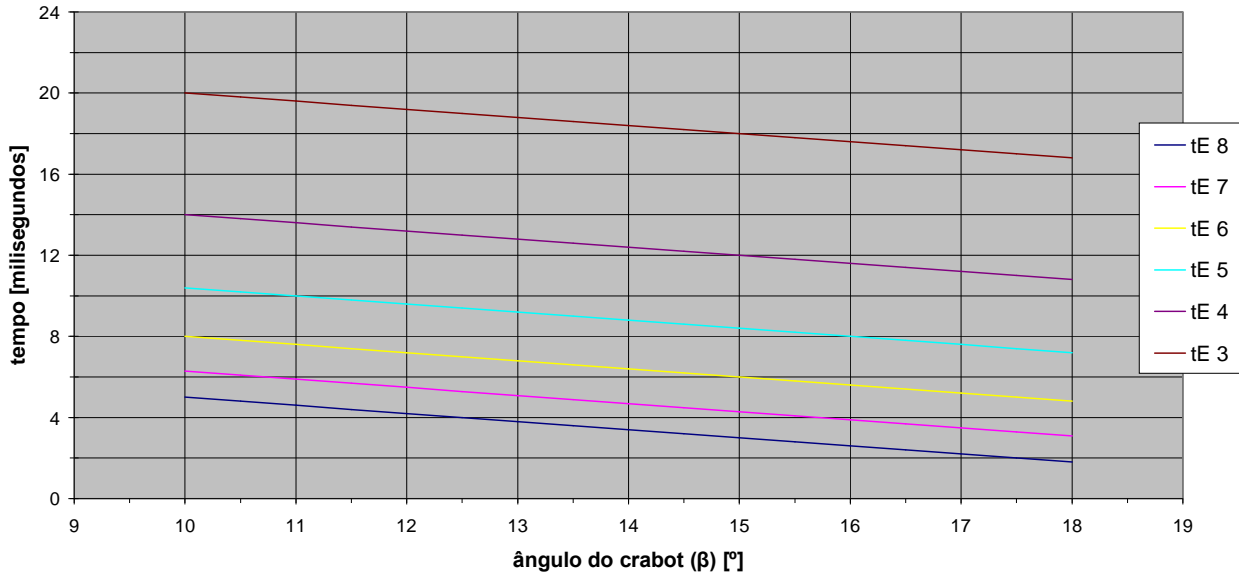


Figura 26: Tempos de engrenamento vs ângulo do *crabot*, na relação da 1ª e 2ª velocidade.

Tempos de engrenamento - com interferência máxima, em função do regime do motor e para diferente número de *crabots*, numa passagem de 3ª para 4ª ou de 4ª para 3ª

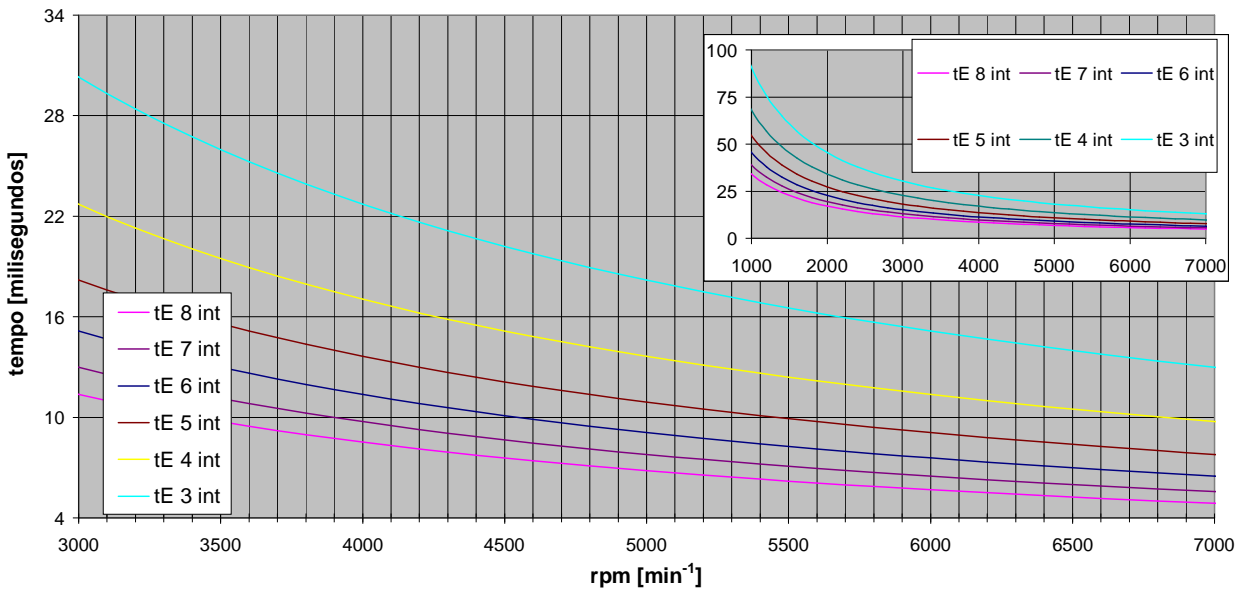


Figura 27: Tempos de sincronização vs frequência de rotação, na relação da 3ª e 4ª velocidade.

Tempos de engrenamento em função do regime do motor e para diferente número de *crabots*, numa passagem de 3ª para 4ª ou de 4ª para 3ª

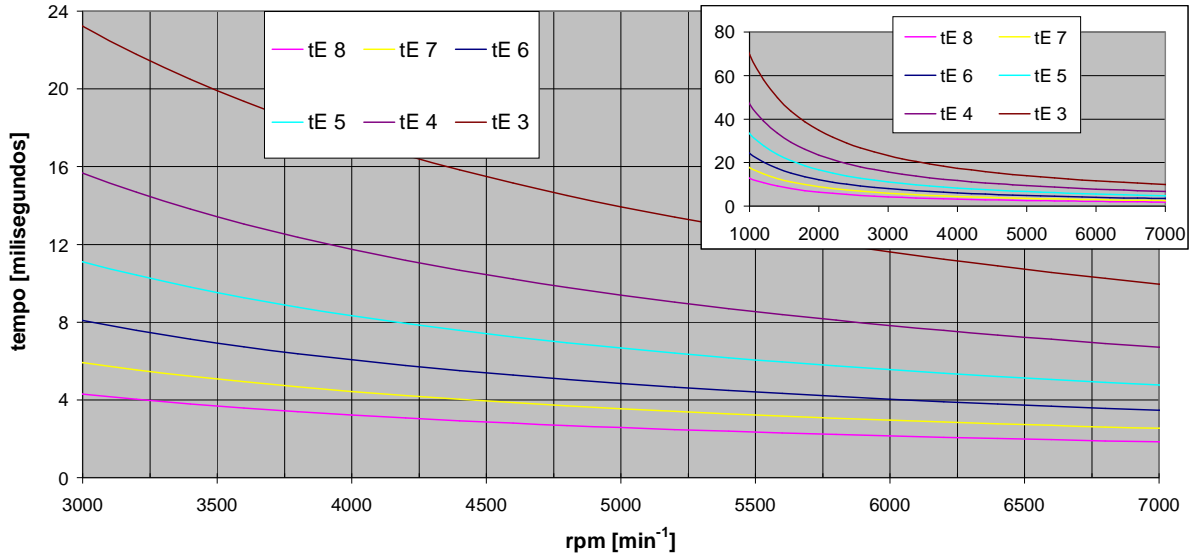


Figura 28: Tempos de engrenamento vs frequência de rotação, na relação da 3ª e 4ª velocidade.

Tempos de engrenamento em função do ângulo do *crabot* e do nº de *crabots*, para uma passagem de caixa de 3ª para 4ª ou de 4ª para 3ª às 5000 rpm

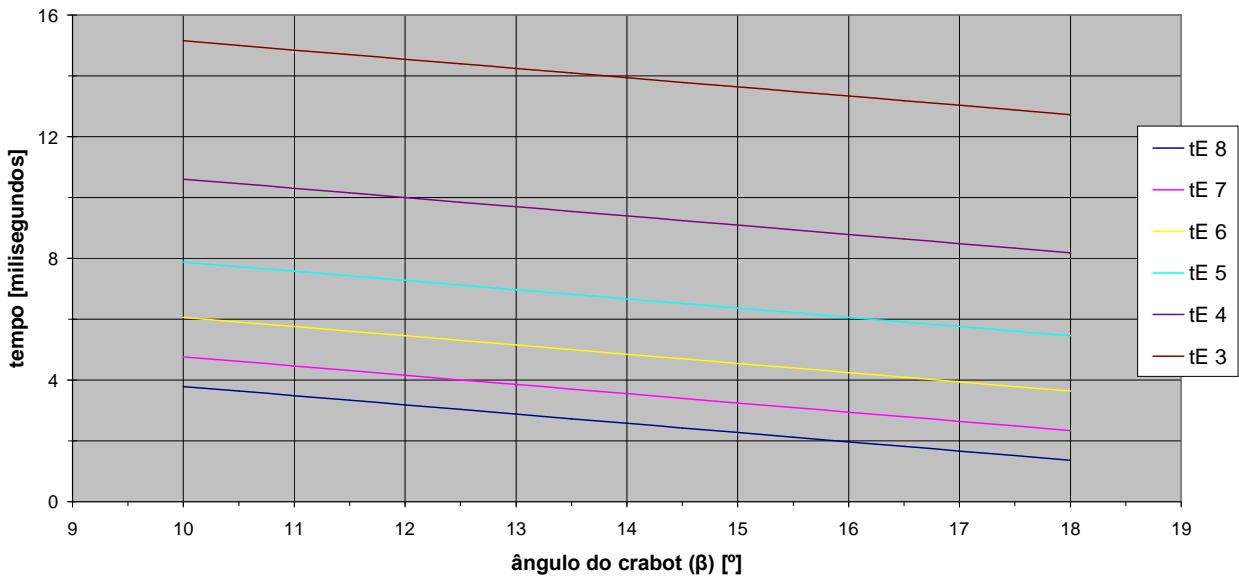


Figura 29: Tempos de engrenamento vs ângulo do *crabot*, na relação da 3ª e 4ª velocidade.

As situações de desmultiplicação e multiplicação entre as mesmas mudanças (exemplo 4^a-5^a, 5^a-4^a) são idênticas, devido aos mesmos ângulos e número de *crabots*, bem como as velocidades de rotação relativas anel de sincronização - roda dentada, de valor idêntico em módulo.

É importante, por um lado, o menor tempo de sincronização, de modo a que as passagens de velocidade sejam as mais céleres possíveis e é exigido, por outro lado, que o tempo de engrenamento não apresente um valor muito baixo de tal maneira que influencie o resultado do aparecimento de cargas insuportáveis nas faces laterais dos *crabots*, devido ao impulso do contacto entre *crabots*. Este equilíbrio, em conjunto com o jogo entre a quantidade de *crabots*, o seu ângulo, dimensões e geometria define todo este trabalho de estudo da sincronização de engrenamento.

2.5. Impulso resultante do engrenamento

Em diversas ocasiões neste trabalho, fez-se referência ao impulso do engrenamento, ou impulso angular, aplicado ao caso concreto das engrenagens. O que significa? O produto do binário pelo intervalo de tempo durante o qual o binário actua é igual à variação do momento angular do sistema – propriedade que descreve a inércia de rotação dum sistema que roda sobre um eixo.

No caso em concreto, o produto das massas que sofrem variação de rotação - que são transferidas para o eixo da roda a engrenar (J_{red}), pela diferença de velocidades angulares entre o instante em que a roda dentada está no limiar de ser engrenada e o instante em que engrena no anel de sincronização (Δw), sobre o tempo de engrenamento (Δt), é igual ao binário que é gerado na roda dentada e suportado pelos j *crabots* distribuídos no par anel-roda.

As cargas máximas nos *crabots* são resultado do impulso do engrenamento, dadas pelo binário de inércia; as cargas estáticas resultantes da transferência do binário do motor para o veio de saída via *crabots* só são superiores às cargas dinâmicas para trocas de mudança a velocidades de rotação baixas, o que num veículo de competição é pouco frequente.

$$\int_{t_0}^{t_1} B dt = J_{red} w_1 - J_{red} w_0 \quad (18)$$

$$B_{const} \int_{t_0}^{t_1} dt = B \Delta t \quad (19)$$

$$\begin{array}{ccc}
 B \cdot \Delta t & = & J_{red} \cdot \Delta w \\
 \Downarrow & & \Downarrow \\
 \text{Impulso angular} & & \text{Momento angular}
 \end{array} \quad (20)$$

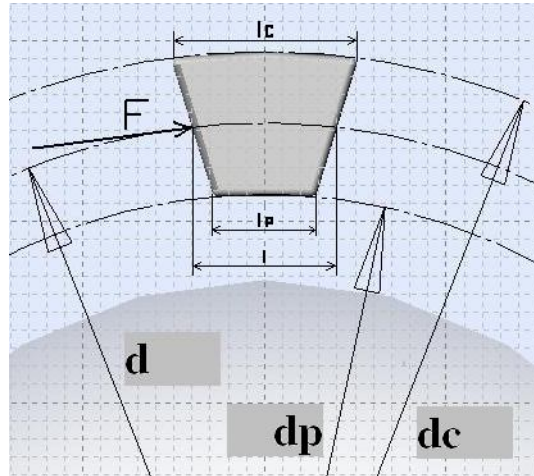


Figura 30: Geometria do *crabot*.

Demonstração da expressão da força de inércia:

$$F = m a \quad (21)$$

$$F = \frac{J_{red}}{d^2} a \rightarrow \quad (22)$$

$$F = J_{red} \frac{\frac{\Delta v}{\Delta t}}{d^2} \rightarrow \quad (23)$$

$$F = J_{red} \frac{\frac{\Delta w}{\Delta t} \cdot d}{d^2} \rightarrow \quad (24)$$

$$B = F \cdot d = J_{red} \frac{\frac{\Delta w}{\Delta t} \cdot d^2}{d^2} \rightarrow \quad (25)$$

$$\boxed{B = J_{red} \cdot \frac{\Delta w}{\Delta t}} \quad (26)$$

A Tabela 6 mostra para a situação de mudança de 1^a para 2^a, os valores da rotação do motor a que é feita a passagem de mudança (rpm motor), a diferença de velocidades angulares na roda dentada a engrenar antes e depois do engrenamento (Δw), a velocidade angular relativa anel-roda (w_{rel}), os tempos de engrenamento para os seis *crabots* – com e sem interferência ($t_{E6\ int}$, t_{E6}), a força aplicada nos seis *crabots* e o binário aplicado na roda dentada, resultante da sincronização – com e sem a acção da embraiagem, definido para este caso como $B_{m\acute{a}x}$.

Impulso de engrenamento para a mudança de 1 ^a para 2 ^a							
RPM motor	Δw [rad/s]	w_{rel} [rad/s]	$t_{E6\ int}$ [ms]	t_{E6} [ms]	F [N]	B [Nm]	$B_{m\acute{a}x}$ [Nm]
600	-10,47	-10,47	100,0	53,3	6,5E+02	2,3E+01	8,1E+01
800	-13,96	-13,96	75,0	40,0	1,1E+03	4,0E+01	1,4E+02
1000	-17,45	-17,45	60,0	32,0	1,8E+03	6,3E+01	2,2E+02
1200	-20,94	-20,94	50,0	26,7	2,6E+03	9,1E+01	3,2E+02
1400	-24,43	-24,43	42,9	22,9	3,5E+03	1,2E+02	4,4E+02
1600	-27,93	-27,93	37,5	20,0	4,6E+03	1,6E+02	5,7E+02
1800	-31,42	-31,42	33,3	17,8	5,8E+03	2,0E+02	7,3E+02
2000	-34,91	-34,91	30,0	16,0	7,2E+03	2,5E+02	9,0E+02
2200	-38,40	-38,40	27,3	14,5	8,7E+03	3,0E+02	1,1E+03
2400	-41,89	-41,89	25,0	13,3	1,0E+04	3,6E+02	1,3E+03
2600	-45,38	-45,38	23,1	12,3	1,2E+04	4,3E+02	1,5E+03
2800	-48,87	-48,87	21,4	11,4	1,4E+04	4,9E+02	1,8E+03
3000	-52,36	-52,36	20,0	10,7	1,6E+04	5,7E+02	2,0E+03
3200	-55,85	-55,85	18,8	10,0	1,8E+04	6,4E+02	2,3E+03
3400	-59,34	-59,34	17,6	9,4	2,1E+04	7,3E+02	2,6E+03
3600	-62,83	-62,83	16,7	8,9	2,3E+04	8,1E+02	2,9E+03
3800	-66,32	-66,32	15,8	8,4	2,6E+04	9,1E+02	3,2E+03
4000	-69,81	-69,81	15,0	8,0	2,9E+04	1,0E+03	3,6E+03
4200	-73,30	-73,30	14,3	7,6	3,2E+04	1,1E+03	4,0E+03
4400	-76,79	-76,79	13,6	7,3	3,5E+04	1,2E+03	4,3E+03
4600	-80,29	-80,29	13,0	7,0	3,8E+04	1,3E+03	4,7E+03
4800	-83,78	-83,78	12,5	6,7	4,1E+04	1,4E+03	5,2E+03
5000	-87,27	-87,27	12,0	6,4	4,5E+04	1,6E+03	5,6E+03
5200	-90,76	-90,76	11,5	6,2	4,9E+04	1,7E+03	6,1E+03
5400	-94,25	-94,25	11,1	5,9	5,2E+04	1,8E+03	6,5E+03
5600	-97,74	-97,74	10,7	5,7	5,6E+04	2,0E+03	7,0E+03
5800	-101,23	-101,23	10,3	5,5	6,0E+04	2,1E+03	7,5E+03
6000	-104,72	-104,72	10,0	5,3	6,5E+04	2,3E+03	8,1E+03
6200	-108,21	-108,21	9,7	5,2	6,9E+04	2,4E+03	8,6E+03
6400	-111,70	-111,70	9,4	5,0	7,4E+04	2,6E+03	9,2E+03
6600	-115,19	-115,19	9,1	4,8	7,8E+04	2,7E+03	9,8E+03
6800	-118,68	-118,68	8,8	4,7	8,3E+04	2,9E+03	1,0E+04
7000	-122,17	-122,17	8,6	4,6	8,8E+04	3,1E+03	1,1E+04
7200	-125,66	-125,66	8,3	4,4	9,3E+04	3,3E+03	1,2E+04
7400	-129,15	-129,15	8,1	4,3	9,8E+04	3,4E+03	1,2E+04
7600	-132,65	-132,65	7,9	4,2	1,0E+05	3,6E+03	1,3E+04

Tabela 6: Dados do impulso de engrenamento de 1^a para 2^a.

NOTA: Embora numericamente iguais, Δw e w_{rel} são conceitos diferentes. w_{rel} é a velocidade angular com que o anel “vê” a roda dentada e vice-versa. Como a velocidade angular no instante final é dada pelo anel de sincronização (acoplado ao veio secundário), estes dois valores são numericamente idênticos.

Para o caso particular em estudo, uma situação de sincronização de 1ª para 2ª às 6000 rpm, pode-se constatar que a roda dentada da 2ª velocidade está sujeita a um binário (binário de inércia) de 2300 Nm podendo chegar aos 8100 Nm, caso não se use a embraiagem, e aos *crabots* é-lhes aplicada uma força de 65000 N. Esta carga dinâmica é incomparavelmente superior à carga estática obtida para este caso – 900 Nm depois de engrenada a 2ª. (dados nos cálculos de base, pág. 61)

Para os casos de troca de mudança a uma rotação inferior às 3800 rpm é que se verificam menores cargas dinâmicas resultantes do impulso de engrenamento em comparação com as cargas estáticas que atingem um máximo de 900 Nm para a roda dentada da 2ª velocidade.

O gráfico seguinte (Figura 31) mostra o binário na roda dentada a engrenar e anel de sincronização em função do tempo, na passagem de mudança de 1ª para 2ª. O tempo correspondente à acção da embraiagem/corte da carga do motor é considerado como sendo o tempo de engrenamento – com interferência (tempo de sincronização); os valores correspondentes ao binário são resultado da dinâmica de engrenamento que envolvem os componentes aqui avaliados. Todavia, parte da evolução do binário é representada a traço interrompido, por não se conhecer a sua evolução real com o tempo, pois pode-se apresentar num misto do tipo hiperbólico, linear e exponencial. Os pontos extremos das várias fases de engrenamento são calculados com base nas equações da dinâmica e das relações de transmissão.

O gráfico da Figura 32 ilustra o mesmo do da Figura 31, mas com a adição dos valores do binário à roda.

Serão aqui exemplificadas mais duas situações de engrenamento com a respectiva tabela de valores e figura. Os exemplos em causa são duas reduções: mudança de 4ª para 3ª às 5000 rpm e passagem de 2ª para 1ª às 4200 rpm.

Todas as restantes situações com os valores da dinâmica de engrenamento inseridos nas respectivas tabelas, estão colocadas nos anexos (pág. 69).

Poder-se-á concluir que o valor do impulso de engrenamento decresce à medida que se vai engrenando velocidades superiores. Isto é, uma mudança de 1ª para 2ª apresenta valores de impulso de engrenamento superiores do que se trocarmos de 2ª para 3ª.

Os casos que envolvem redução de velocidade são os que naturalmente registam valores de impulso mais elevados devido à componente correspondente à transferência das massas que sofrem variação de rotação (inércias reduzidas) apresentar um valor superior para as velocidades inferiores – impulso de 5ª para 4ª é superior ao de 4ª para 5ª.

Binário da roda dentada a engrenar e anel de sincronização, numa mudança de 1ª para 2ª às 6000 rpm

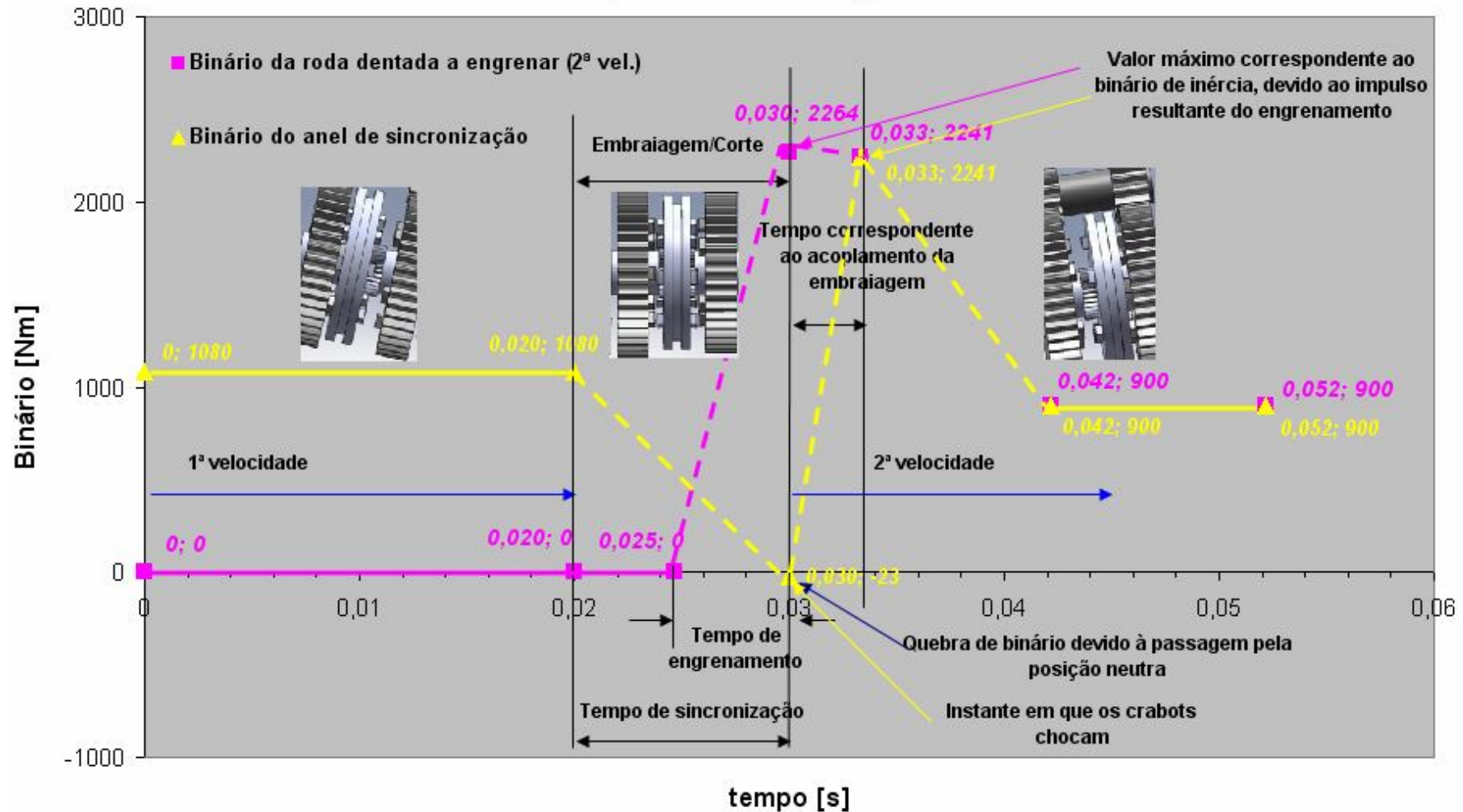


Figura 31: Binário vs tempo (1ª – 2ª).

Binário da roda dentada a engrenar, anel de sincronização e da roda do veículo, numa mudança de 1ª para 2ª às 6000 rpm

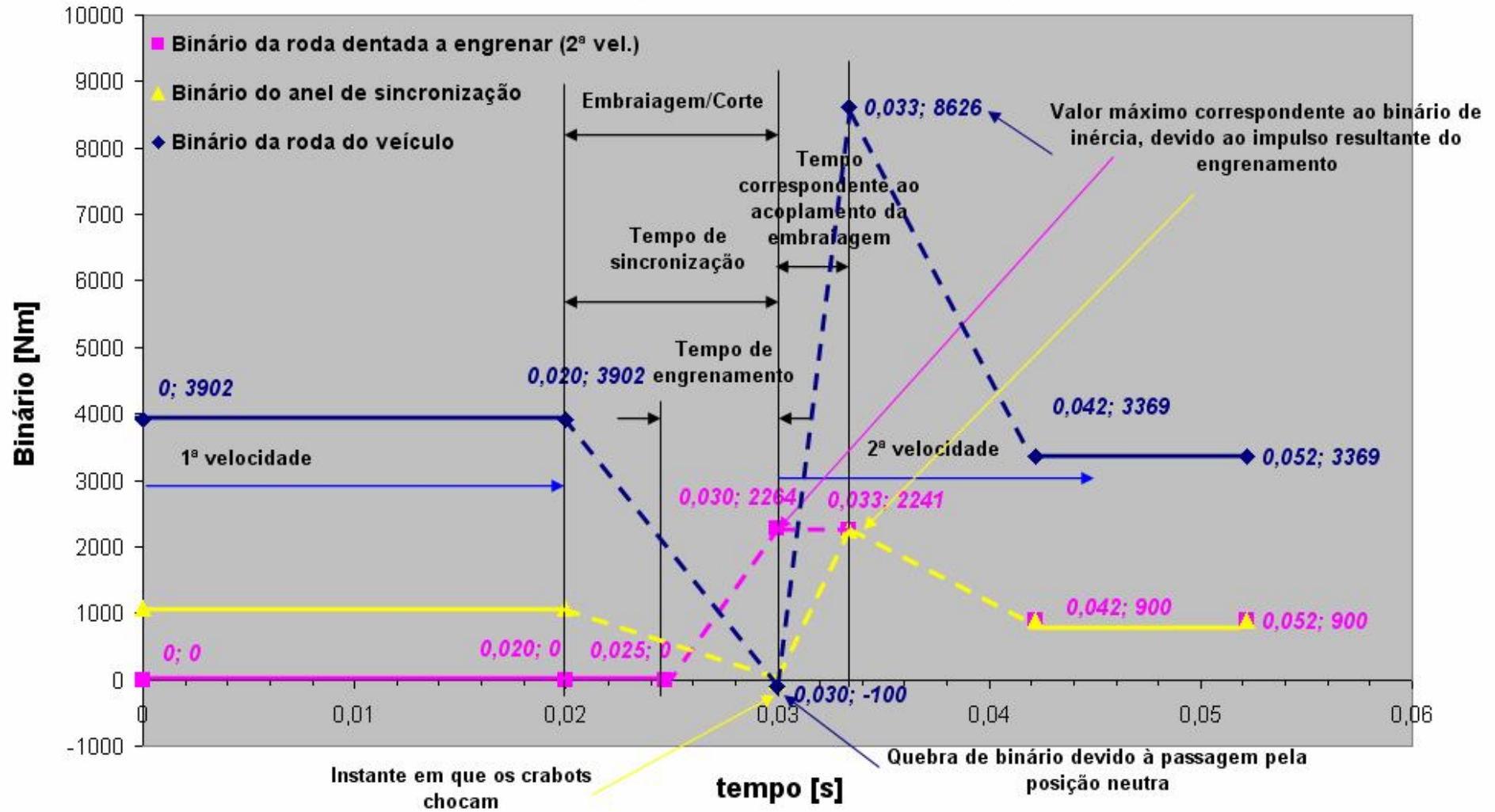


Figura 32: Binário - com análise à roda vs tempo (1ª - 2ª).

Evolução da curva do binário da roda dentada a engrenar:

Partindo duma situação em que está a 1ª velocidade engatada, a roda dentada do veio de saída da 2ª velocidade tem um binário igual a zero (roda louca).

Quando se decide trocar da 1ª para a 2ª velocidade, o anel de sincronização deixa a roda dentada da 1ª. A partir deste momento, todos os componentes internos da caixa de velocidades (excepto o veio de saída e os componentes rigidamente ligados a ele, já que se considera que o veículo não perde velocidade durante este processo) vão sofrer uma variação da velocidade angular até ao momento em que o anel de sincronização faz novo acoplamento. Partindo deste princípio, as massas dos componentes que sofrem variação da velocidade angular e que são transferidas para o eixo da roda dentada a engrenar (2ª) – inércias reduzidas – multiplicadas pela diferença de velocidades angulares – imediatamente antes e após o engrenamento ($\Delta\omega$) - da roda dentada a engrenar, origina um impulso angular, que é o impulso resultante do engrenamento. O valor máximo que corresponde ao binário de inércia é devido ao impulso do engrenamento, ou seja, é este valor a dividir pelo tempo de engrenamento.

No momento em que o anel de sincronização faz o acoplamento com a engrenagem da 2ª velocidade, pressupõe-se que a embraiagem ainda está actuada. Sendo assim, o início da transferência do binário do motor só é realizado uns instantes após o sincronismo roda dentada – anel de sincronização. Esses instantes correspondem ao tempo do acoplamento da embraiagem.

A partir deste ponto dá-se início à transferência do binário do motor, até estabilizar no binário correspondente à 2ª velocidade engatada.

Evolução da curva do binário do anel de sincronização:

Quando a 1ª velocidade está engrenada, o anel de sincronização (o mesmo da 1ª e 2ª velocidade) apresenta um valor de binário correspondente ao do veio de saída – binário motor vezes relação de transmissão da 1ª.

Decide-se trocar de 1ª para segunda, o que acontece?

Em primeiro lugar é accionada a embraiagem; o motor é desligado de toda a transmissão até às rodas. Internamente, na caixa de velocidades, o anel desengrena da roda dentada da 1ª e passa a ter o binário do veio de saída, que é o resultado das forças de resistência à roda do veículo sobre a relação do diferencial (binário negativo). De notar, que o accionamento da embraiagem é feito antes do movimento axial do anel de sincronização, logo, é um processo que se realiza antes das posições relativas roda dentada – anel de sincronização, correspondentes à posição inicial de engrenamento.

No instante em que os *crabots* chocam, é transferido o binário de inércia ao anel até que a embraiagem seja “largada” e se inicie a transferência do binário do motor. A partir deste ponto, a roda dentada da 2ª velocidade e o anel de sincronização rodam solidárias com o mesmo binário.

Evolução da curva do binário da roda do veículo:

O binário da roda do veículo é devido ao somatório das forças à roda, multiplicado pelo raio da roda e tem a mesma evolução, embora com ordem de grandeza diferente, dos valores apresentados pelo anel de sincronização. Essa ordem de grandeza resulta da multiplicação pela relação do diferencial ou relação final.

A Tabela 7 contém os valores para a situação de engrenamento correspondente a uma mudança de 4ª para 3ª velocidade.

Neste caso optou-se por avaliar uma situação de engrenamento a uma rotação inferior ao caso anterior, devido a que depois de executada a troca de velocidade, o motor estará já muito próximo do seu regime máximo de rotações.

Impulso de engrenamento para a mudança de 4ª para 3ª							
RPM motor	$\Delta\omega$ [rad/s]	ω_{rel} [rad/s]	$t_{E6\ int}$ [ms]	t_{E6} [ms]	F [N]	B [Nm]	$B_{m\acute{a}x}$ [Nm]
600	13,82	13,82	75,8	40,4	6,1E+02	2,13E+01	7,60E+01
800	18,43	18,43	56,8	30,3	1,1E+03	3,79E+01	1,35E+02
1000	23,04	23,04	45,5	24,2	1,7E+03	5,92E+01	2,11E+02
1200	27,65	27,65	37,9	20,2	2,4E+03	8,53E+01	3,04E+02
1400	32,25	32,25	32,5	17,3	3,3E+03	1,16E+02	4,14E+02
1600	36,86	36,86	28,4	15,2	4,3E+03	1,52E+02	5,40E+02
1800	41,47	41,47	25,3	13,5	5,5E+03	1,92E+02	6,84E+02
2000	46,08	46,08	22,7	12,1	6,8E+03	2,37E+02	8,44E+02
2200	50,68	50,68	20,7	11,0	8,2E+03	2,87E+02	1,02E+03
2400	55,29	55,29	18,9	10,1	9,7E+03	3,41E+02	1,22E+03
2600	59,90	59,90	17,5	9,3	1,1E+04	4,00E+02	1,43E+03
2800	64,51	64,51	16,2	8,7	1,3E+04	4,64E+02	1,66E+03
3000	69,12	69,12	15,2	8,1	1,5E+04	5,33E+02	1,90E+03
3200	73,72	73,72	14,2	7,6	1,7E+04	6,07E+02	2,16E+03
3400	78,33	78,33	13,4	7,1	2,0E+04	6,85E+02	2,44E+03
3600	82,94	82,94	12,6	6,7	2,2E+04	7,68E+02	2,74E+03
3800	87,55	87,55	12,0	6,4	2,4E+04	8,55E+02	3,05E+03
4000	92,15	92,15	11,4	6,1	2,7E+04	9,48E+02	3,38E+03
4200	96,76	96,76	10,8	5,8	3,0E+04	1,04E+03	3,72E+03
4400	101,37	101,37	10,3	5,5	3,3E+04	1,15E+03	4,09E+03
4600	105,98	105,98	9,9	5,3	3,6E+04	1,25E+03	4,47E+03
4800	110,58	110,58	9,5	5,1	3,9E+04	1,36E+03	4,86E+03
5000	115,19	115,19	9,1	4,8	4,2E+04	1,48E+03	5,28E+03
5200	119,80	119,80	8,7	4,7	4,6E+04	1,60E+03	5,71E+03
5400	124,41	124,41	8,4	4,5	4,9E+04	1,73E+03	6,16E+03
5600	129,01	129,01	8,1	4,3	5,3E+04	1,86E+03	6,62E+03
5800	133,62	133,62	7,8	4,2	5,7E+04	1,99E+03	7,10E+03
6000	138,23	138,23	7,6	4,0	6,1E+04	2,13E+03	7,60E+03
6200	142,84	142,84	7,3	3,9	6,5E+04	2,28E+03	8,12E+03
6400	147,45	147,45	7,1	3,8	6,9E+04	2,43E+03	8,65E+03
6600	152,05	152,05	6,9	3,7	7,4E+04	2,58E+03	9,20E+03
6800	156,66	156,66	6,7	3,6	7,8E+04	2,74E+03	9,76E+03
7000	161,27	161,27	6,5	3,5	8,3E+04	2,90E+03	1,03E+04
7200	165,88	165,88	6,3	3,4	8,8E+04	3,07E+03	1,09E+04
7400	170,48	170,48	6,1	3,3	9,3E+04	3,24E+03	1,16E+04
7600	175,09	175,09	6,0	3,2	9,8E+04	3,42E+03	1,22E+04

Tabela 7: Dados do impulso de engrenamento de 4ª para 3ª.

Binário da roda dentada a engrenar, anel de sincronização e da roda do veículo, numa mudança de 4ª para 3ª às 5000 rpm

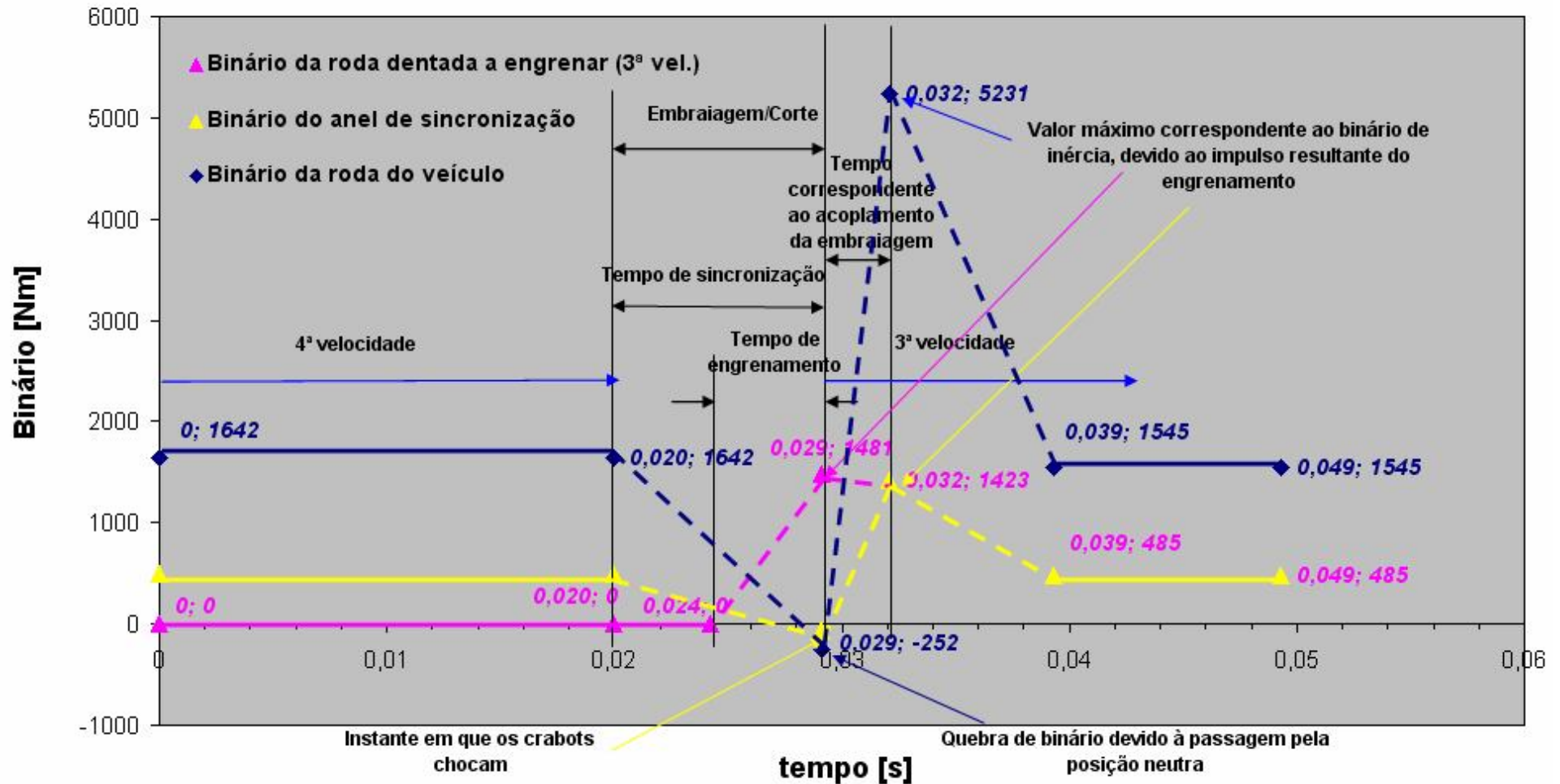


Figura 33: Binário - com análise à roda vs tempo (4ª – 3ª).

A simulação seguinte é a mais “grave” entre todas: uma redução de 2^a para 1^a.
 A Tabela 8 mostra os valores calculados para este caso de engrenamento às 4200 rpm.

Impulso de engrenamento para a mudança de 2 ^a para 1 ^a							
RPM motor	$\Delta\omega$ [rad/s]	ω_{rel} [rad/s]	$t_{E6\ int}$ [ms]	t_{E6} [ms]	F [N]	B [Nm]	$B_{m\acute{a}x}$ [Nm]
600	10,47	10,47	100,0	53,3	1,5E+03	5,1E+01	1,8E+02
800	13,96	13,96	75,0	40,0	2,6E+03	9,1E+01	3,2E+02
1000	17,45	17,45	60,0	32,0	4,0E+03	1,4E+02	5,0E+02
1200	20,94	20,94	50,0	26,7	5,8E+03	2,0E+02	7,3E+02
1400	24,43	24,43	42,9	22,9	7,9E+03	2,8E+02	9,9E+02
1600	27,93	27,93	37,5	20,0	1,0E+04	3,6E+02	1,3E+03
1800	31,42	31,42	33,3	17,8	1,3E+04	4,6E+02	1,6E+03
2000	34,91	34,91	30,0	16,0	1,6E+04	5,7E+02	2,0E+03
2200	38,40	38,40	27,3	14,5	2,0E+04	6,8E+02	2,4E+03
2400	41,89	41,89	25,0	13,3	2,3E+04	8,1E+02	2,9E+03
2600	45,38	45,38	23,1	12,3	2,7E+04	9,6E+02	3,4E+03
2800	48,87	48,87	21,4	11,4	3,2E+04	1,1E+03	4,0E+03
3000	52,36	52,36	20,0	10,7	3,6E+04	1,3E+03	4,5E+03
3200	55,85	55,85	18,8	10,0	4,1E+04	1,4E+03	5,2E+03
3400	59,34	59,34	17,6	9,4	4,7E+04	1,6E+03	5,8E+03
3600	62,83	62,83	16,7	8,9	5,2E+04	1,8E+03	6,5E+03
3800	66,32	66,32	15,8	8,4	5,8E+04	2,0E+03	7,3E+03
4000	69,81	69,81	15,0	8,0	6,5E+04	2,3E+03	8,1E+03
4200	73,30	73,30	14,3	7,6	7,1E+04	2,5E+03	8,9E+03
4400	76,79	76,79	13,6	7,3	7,8E+04	2,7E+03	9,8E+03
4600	80,29	80,29	13,0	7,0	8,6E+04	3,0E+03	1,1E+04
4800	83,78	83,78	12,5	6,7	9,3E+04	3,3E+03	1,2E+04
5000	87,27	87,27	12,0	6,4	1,0E+05	3,5E+03	1,3E+04
5200	90,76	90,76	11,5	6,2	1,1E+05	3,8E+03	1,4E+04
5400	94,25	94,25	11,1	5,9	1,2E+05	4,1E+03	1,5E+04
5600	97,74	97,74	10,7	5,7	1,3E+05	4,4E+03	1,6E+04
5800	101,23	101,23	10,3	5,5	1,4E+05	4,8E+03	1,7E+04
6000	104,72	104,72	10,0	5,3	1,5E+05	5,1E+03	1,8E+04
6200	108,21	108,21	9,7	5,2	1,6E+05	5,4E+03	1,9E+04
6400	111,70	111,70	9,4	5,0	1,7E+05	5,8E+03	2,1E+04
6600	115,19	115,19	9,1	4,8	1,8E+05	6,2E+03	2,2E+04
6800	118,68	118,68	8,8	4,7	1,9E+05	6,5E+03	2,3E+04
7000	122,17	122,17	8,6	4,6	2,0E+05	6,9E+03	2,5E+04
7200	125,66	125,66	8,3	4,4	2,1E+05	7,3E+03	2,6E+04
7400	129,15	129,15	8,1	4,3	2,2E+05	7,7E+03	2,8E+04
7600	132,65	132,65	7,9	4,2	2,3E+05	8,2E+03	2,9E+04

Tabela 8: Dados do impulso de engrenamento de 2^a para 1^a.

O esquema seguinte mostra o processo de engrenamento na roda dentada a engranar para os casos de se usar ou não, a embraiagem. O segundo caso normalmente não é considerado, mas numa situação real de competição uma mudança de velocidade sem embraiagem pode acontecer com bastante frequência e que depende do correcto manuseamento dos comandos por parte do condutor.

Binário da roda dentada a engrenar fazendo uso, ou não fazendo uso da embraiagem, numa mudança de 2ª para 1ª às 4200 rpm

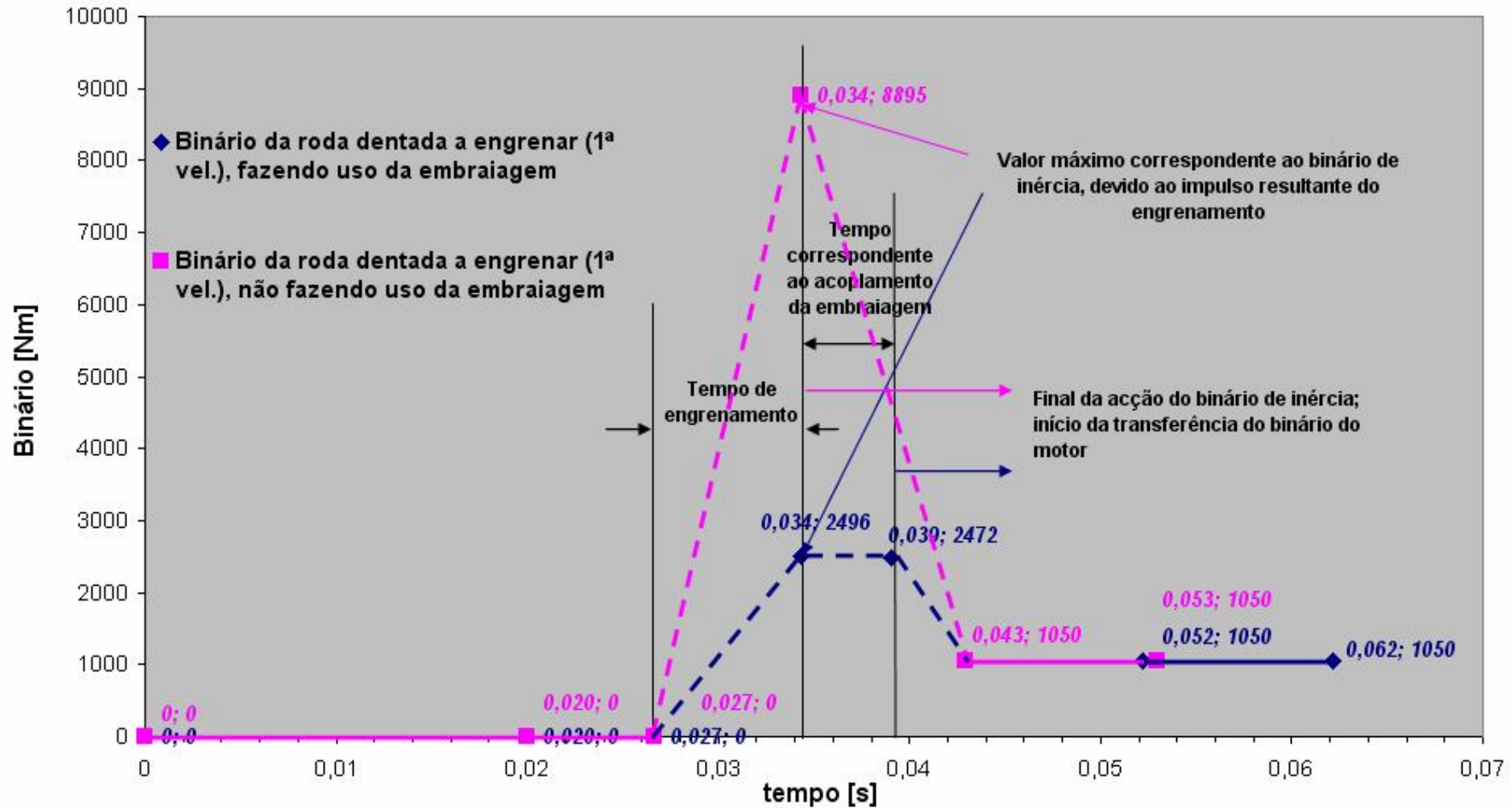


Figura 34: Binário vs tempo na situação mais grave.

A informação relevante da Figura 34 é a seguinte:

O valor do binário de inércia é 3,6 vezes maior para o caso onde não se faz uso da embraiagem.

A variação de tempo correspondente à transferência do binário estático do motor é menor para o caso referido, devido fundamentalmente à ausência do acoplamento da embraiagem.

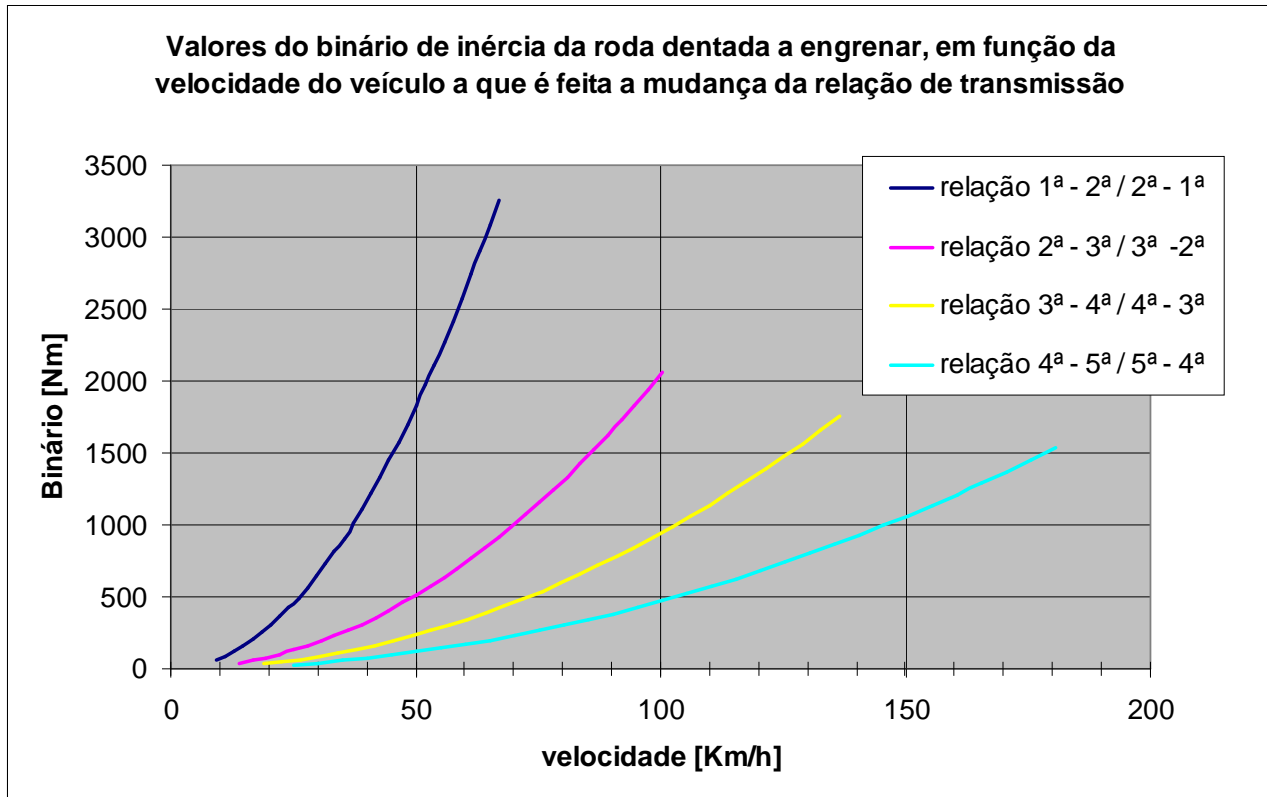


Figura 35: Curvas de evolução do binário de inércia vs a velocidade do veículo em que é mudada uma relação de transmissão.

A Figura 35 ilustra a evolução dos valores do binário resultante do impulso de engrenamento (binário de inércia) em função da velocidade do veículo em que é feita a troca da relação de transmissão, assumindo a situação normal da utilização da embraiagem. Como se pode constatar, as situações de desmultiplicação e multiplicação são idênticas para as mesmas velocidades do veículo. Contudo, e de acordo com o que já foi dito, esta situação não se aplica para as mesmas rotações do motor – quando é feita a mudança de velocidade – pois à mesma velocidade do veículo, correspondem diferentes rotações do motor para cada relação de transmissão.

2.6. Suauidade de engrenamento

Um dos factores que influenciam a suavidade e facilidade de engrenamento é o ângulo de retenção dos *crabots*. Sabe-se que o ângulo de retenção (α) varia desde 5° a $7,5^\circ$ nas suas faces de contacto. Para os *crabots* em estudo, o seu valor é de $5,14^\circ$. Em função do ângulo de retenção, calcular-se-á o valor percentual da força que actua na direcção normal de engrenamento (F), respeitante à componente axial de retenção dos *crabots* (F_a). As Figuras 36 a 38, presentes na página seguinte e a Tabela 22 em anexo (pág. 74), traduzem este assunto.

A Tabela 9 mostra a influência de várias variáveis que alteram a suavidade de engrenamento/desengrenamento.

Combinções, factores e forças que influenciam na suavidade das mudanças de relação de caixa				
	com embraiagem (usando)		sem embraiagem (não usando)	
	em carga (a acelerar)	sem carga (a desacelerar)	em carga (a acelerar)	sem carga (a desacelerar)
desengrenar	força necessária para vencer os atritos viscosos e das ligações		força necessária para vencer a resistência provocada pelo binário do motor, mais atritos viscosos e das ligações	força necessária para vencer a resistência provocada pela inércia do motor, mais atritos viscosos e das ligações
engrenar	força mínima necessária para vencer a inércia da caixa mais o atrito resultante das forças de resistência ao veículo		força necessária para vencer a resistência provocada pelo binário do motor e da inércia da caixa mais atrito resultante das forças de resistência ao veículo	força necessária para vencer a resistência provocada pela inércia do motor e da caixa mais atrito resultante das forças de resistência ao veículo

Tabela 9: Informação relativa à suavidade de engrenamento.

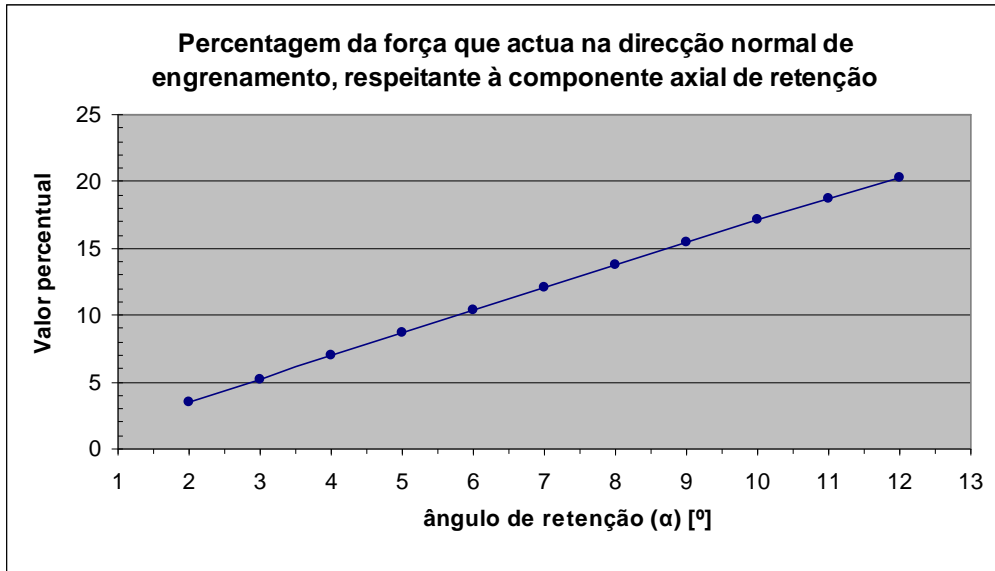


Figura 36: Gráfico da evolução percentual da força F com o ângulo α .

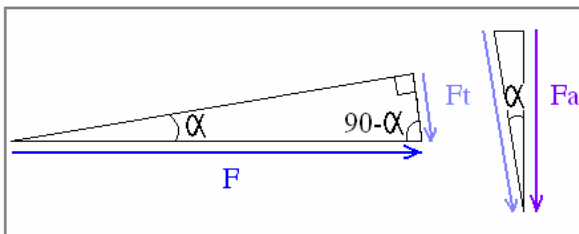


Figura 37: Geometria e componentes da força F .

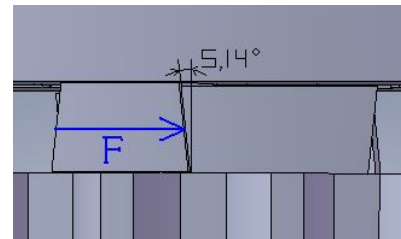


Figura 38: Acoplamento anel – roda.

$$F_a = F \sin \alpha \cos \alpha \quad (27)$$

A informação relevante das figuras, bem como de outros dados recolhidos, é a seguinte:

- Quanto maior o ângulo de retenção, maior é a componente axial de retenção do *crabot* (até 45°);
- Quanto menor o ângulo de retenção, maior é a facilidade e suavidade de engrenamento / desengrenamento;
- Para ângulos de retenção inferiores a 5°, corre-se o risco de desengrenamento espontâneo;
- Para ângulos de retenção superiores a 7,5°, maior a dificuldade nas trocas de velocidade;
- A escolha do ângulo de retenção vai depender da força normal de engrenamento (F) e dos componentes de ligação das engrenagens até ao selector de comando da caixa de velocidades;
- A força F depende do binário do motor, das relações de transmissão e da distância entre o seu ponto de aplicação no *crabot* e o centro da roda dentada ou anel de sincronização.

3. Dimensionamento e otimização dos *crabots*

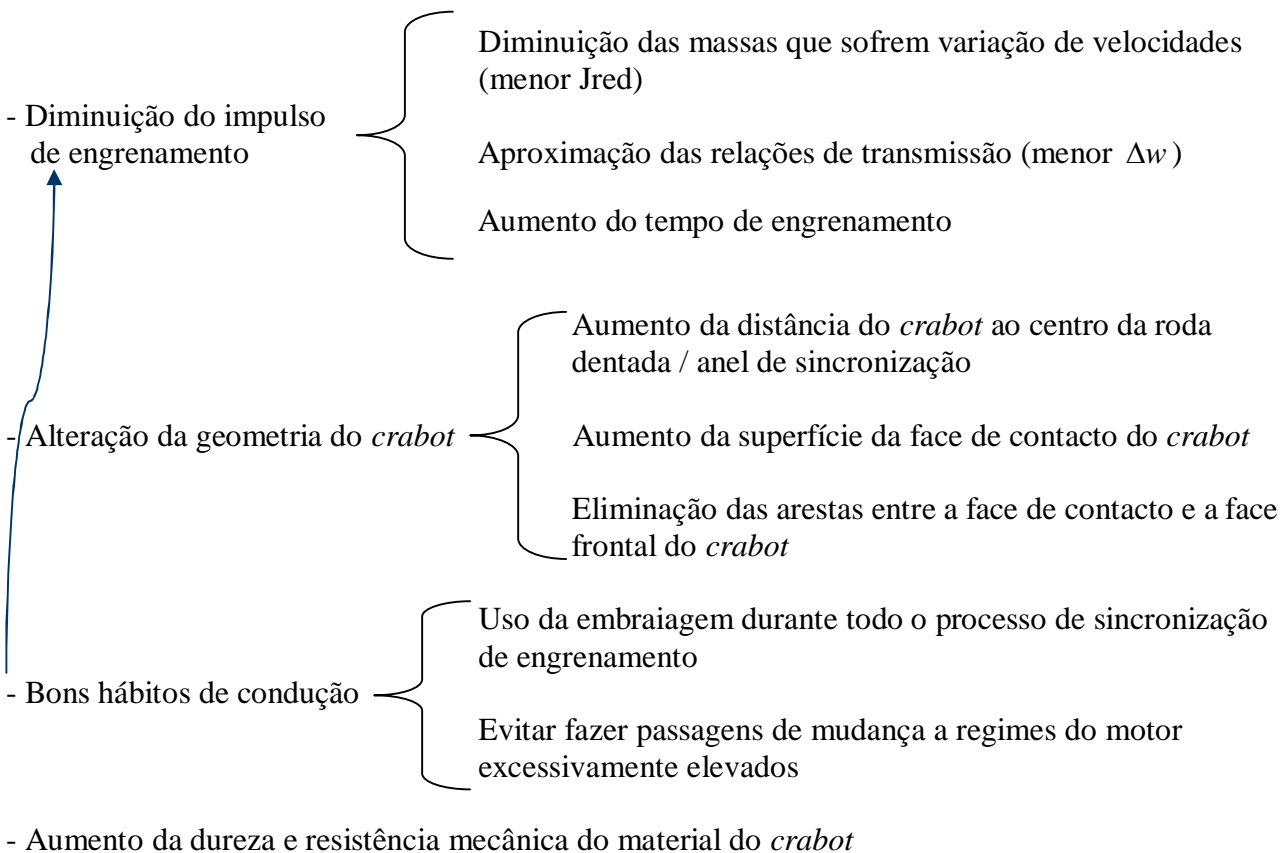
Este capítulo aborda e sugere formas de melhoramento e / ou alteração dos *crabots*, não só duma maneira genérica, mas principalmente face aos existentes na caixa de velocidades em estudo.

A otimização é feita de acordo com a dinâmica da sincronização de engrenamento - envolve uma discussão e um balanço dos temas já estudados neste trabalho.

A estrutura deste capítulo é a seguinte: em primeiro lugar é apresentado um esquema que divulga formas de aumentar a vida útil dos *crabots*, genericamente; depois, são comentados os tempos e impulsos de engrenamento e as suas relações com a geometria e quantidade dos *crabots*; de seguida, é discutida a influência da distribuição da carga com diferentes geometrias; por fim, é analisado um exemplo de um *crabot* existente e outra proposta otimizada.

Para terminar, de referir que este estudo não pretende satisfazer um projecto integral de modificação dos *crabots*, mas antes indicar um caminho possível para o dimensionamento e otimização com base no estudo da sincronização de engrenamento.

Como aumentar a vida útil dos *crabots*?



3.1. Tempos e impulsos de engrenamento

Os gráficos seguintes (Figuras 39 e 40) apresentam os tempos de engrenamento para dois exemplos distintos de passagem de caixa. O primeiro refere-se a passagens de 1^a-2^a ou de 2^a-1^a às 5000 rpm; o segundo é para passagens de 4^a-5^a ou 5^a-4^a, à mesma rotação.

Os gráficos têm como objectivo a visualização do tempo de engrenamento para diferente ângulo do *crabot* e para diferentes quantidades do elemento referido.

Com estes gráficos pode-se otimizar o ângulo e a quantidade, para um dado tempo.

Para além dos gráficos é apresentada uma pequena tabela (Tabela 10) com os valores da dinâmica de engrenamento para os casos duma desmultiplicação, com os dados de origem que pressupõem uma utilização da embraiagem.

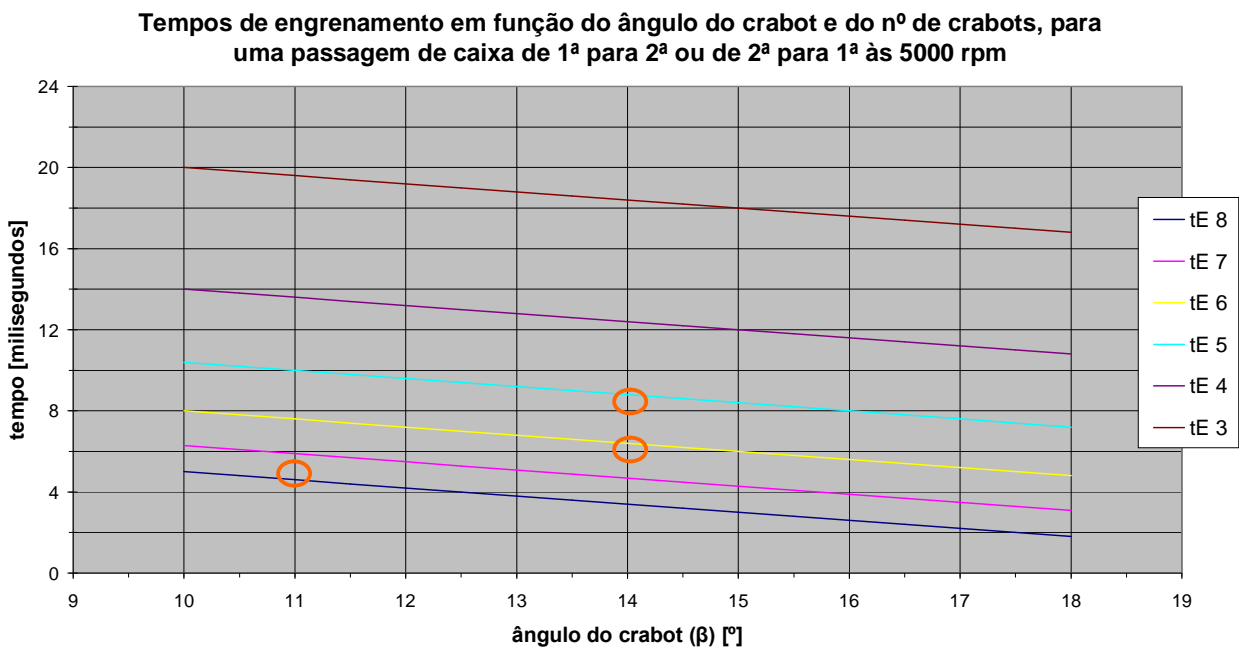


Figura 39: Gráfico tempo vs ângulo (1^a-2^a / 2^a-1^a).

	RPM motor	$\Delta\omega$ [rad/s]	ω_{rel} [rad/s]	t_{E6} [ms]	F [N]	B [Nm]
1 ^a - 2 ^a vel	5000	-87,27	-87,27	6,4	4,5E+04	1,6E+03
4 ^a - 5 ^a vel	5000	-139,63	-139,63	4,0	2,1E+04	7,39E+02

Tabela 10: Dados dinâmica engrenamento.

Conforme já foi dito, os *crabots* da caixa de velocidades em estudo são todos iguais, seja em ângulo, geometria ou quantidade.

Foi escolhida uma passagem de mudança às 5000 rpm para esta abordagem, porque é um regime muito utilizado em competição para o motor do veículo analisado. Os outros regimes de rotação são uma translação vertical das curvas do gráfico.

As rodas dentadas e anéis de sincronização possuem 6 *crabots*, com um ângulo de 14° por *crabot*. O tempo de engrenamento cifra-se nos 6,4 milisegundos, como constata o gráfico de cima.

Como restrições de optimização, digamos assim, convém que se evite o aumento do tempo de engrenamento e o aumento do volume de material ocupado pelos *crabots*, de forma a não aumentar o tempo total duma mudança de velocidade e o aumento das massas, respectivamente.

Por hipótese, poder-se-ia utilizar 5 *crabots* para o mesmo ângulo, só que se obteria cerca de 40 % a mais de tempo de engrenamento, embora as cargas dinâmicas ao *crabot* pudessem ser menores. Nestas condições a força distribuída pelos 10 *crabots* (5 da roda dentada + 5 anel sincronização) seria de $6,6E+04$ N ($2 \times 3,3E+04$), para um tempo de engrenamento de 8,8 milisegundos. Obtinha-se uma redução das cargas dinâmicas de 12 %.

Outro problema que se poderia colocar nesta solução, para além do tempo de engrenamento, seria o da transferência das cargas estáticas do motor: sabe-se que o veio de saída pode apresentar até 1350 Nm de binário na 1ª vel (o anel de sincronização da 1ª e 2ª é o mesmo, logo ter-se-ia que usar o mesmo número de *crabots*); neste caso, a distribuição das cargas estáticas pelos 10 *crabots* seriam superiores em 3% às cargas dinâmicas para a desmultiplicação em estudo, se o conjunto tivesse 12 *crabots*!

Em suma, esta seria uma boa solução para utilizar com motores de menor binário.

Uma outra sugestão era a de reduzir o tempo de engrenamento, aumentar o nº de *crabots* com vista à maior distribuição dos esforços, ainda que à custa da diminuição do ângulo do *crabot*. Como exemplo teríamos 8 *crabots*, com um ângulo de 11°. O tempo de engrenamento seria para este caso 4,6 ms (uma redução de 28 %) e a força a distribuir pelos *j* *crabots* de $6,3E+04$ N. Cada *crabot* teria de lidar com mais 5 % de carga face ao de origem. Um outro aspecto deste exemplo é o facto do ângulo mais pequeno do *crabot* levar a uma redução da sua largura na ordem dos 21 %, o que para este caso não seria aceitável, pois os *crabots* tornavam-se demasiado pequenos.

Seria uma boa solução para superiores distâncias do *crabot* ao centro da roda dentada / anel de sincronização.

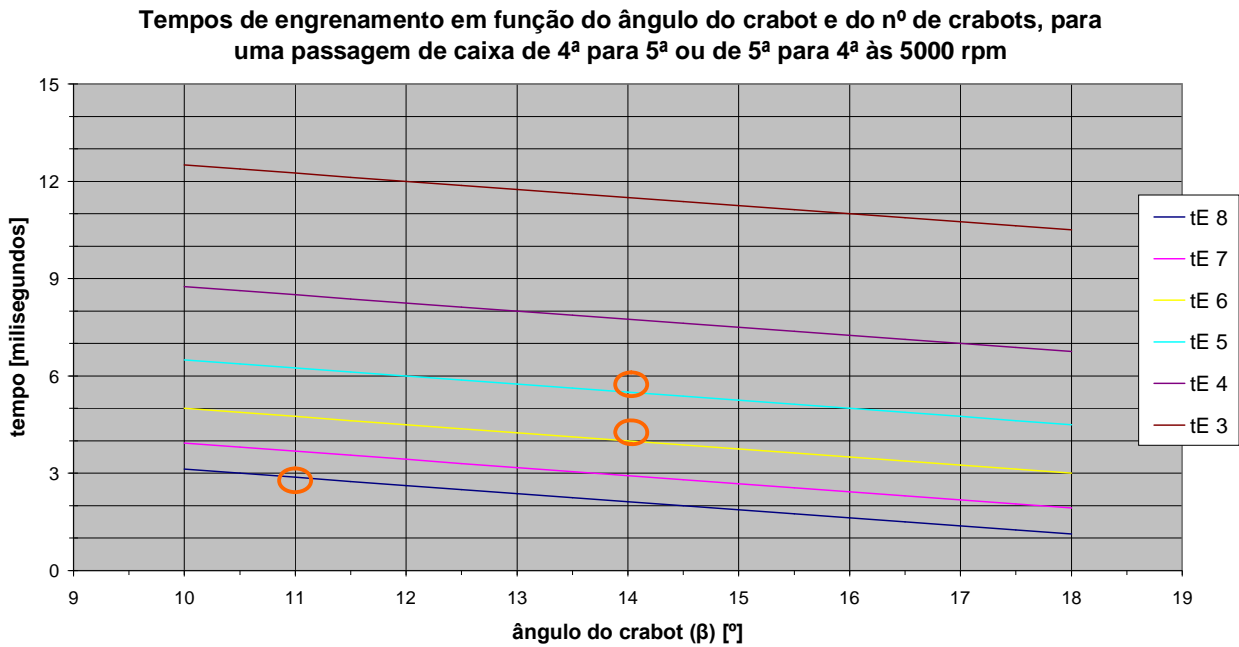


Figura 40: Gráfico tempo vs ângulo (4ª – 5ª / 5ª – 4ª).

O gráfico acima (Figura 40) representado é semelhante ao outro já discutido, embora aqui as curvas apresentem uma translação vertical (tempo de engrenamento menor). Como a distância angular de engrenamento é idêntica para todas as situações, a única variável que as altera é a velocidade angular relativa anel de sincronização – roda dentada (w_{rel}). A velocidade angular relativa cresce à medida que se vai engatando mudanças superiores, obviamente para mudanças a igual rotação.

Poder-se-ia pensar em usar 5 *crabots* para este caso: o tempo de engrenamento aumentava 37,5 %; a carga dinâmica diminuía 14 %. A mesma questão do caso discutido (1ª-2ª): os valores das cargas estáticas; o anel de sincronização da 5ª é o mesmo da marcha-atrás, pelo que as cargas estáticas em R atingem mais do dobro do valor do binário de inércia resultante do impulso de engrenamento de 4ª para 5ª às 5000 rpm.

No caso de se usar 8 *crabots*: discussão da hipótese em tudo semelhante ao referido para o outro caso (t_{E8} diminui 27,5 %; a carga aumenta 3,6 %).

Face ao estudo realizado, conclui-se que para este caso, as possíveis alterações a fazer aos *crabots* seriam fundamentalmente a nível geométrico e não em função da sua quantidade, pois esta parece coerente e aceitável face às variáveis em análise. Manter-se-iam, portanto, os 6 *crabots* por elemento de sincronização.

Os aspectos fundamentais e as conclusões que se podem retirar deste assunto são:

- Genericamente, o tempo de engrenamento aumenta com a diminuição do número de *crabots*;
- A distribuição da carga por maior quantidade de *crabots* - com o mesmo ângulo - não compensa o aumento do binário de inércia resultante do impulso de engrenamento, provocado pela diminuição do tempo de engrenamento;
- As cargas estáticas podem destacar-se face às cargas dinâmicas para 5 ou menos *crabots* por roda dentada / anel de sincronização;
- A utilização de mais de 6 *crabots* por elemento de sincronização só se justifica se a distância destes ao centro da roda / anel for superior aos valores obtidos da transmissão em estudo;
- O tempo de engrenamento varia numa ordem de grandeza de 10, para mudanças de velocidade feitas entre os limites inferior e superior do regime de rotações do motor, pelo que alguns milésimos de segundo às 5000 rpm, podem significar alguns centésimos às 2500 rpm;
- Para os casos em que não se utilize a embraiagem, as cargas dinâmicas assumem muito maior importância;
- É essencial um estudo geométrico do *crabot*, em complemento à sua optimização em termos de quantidade e rapidez de engrenamento;
- Utilizando menos *crabots*, para um dado ângulo do *crabot* e de retenção, maior a suavidade de engrenamento (menor risco de interferência, valores superiores de tempo de engrenamento e inferiores de binário de inércia).

3.2. Optimização geométrica dos *crabots*

Em complemento à reflexão anterior acerca dos tempos e impulsos de engrenamento e as suas relações com a geometria e quantidade dos *crabots*, é agora discutida a influência da distribuição da carga com diferentes geometrias.

O primeiro ponto a ser analisado é a possibilidade de se obter menor força ao *crabot*, para um dado binário dos elementos de sincronização. Deste modo, partindo da fórmula $F = \frac{B}{d}$, fez-se o gráfico representado na Figura 41 que mostra a diminuição em percentagem da força ao *crabot* em função do aumento da distância deste, ao centro da roda dentada / anel de sincronização, sabendo que de origem essa distância (d) é igual a 35 mm.

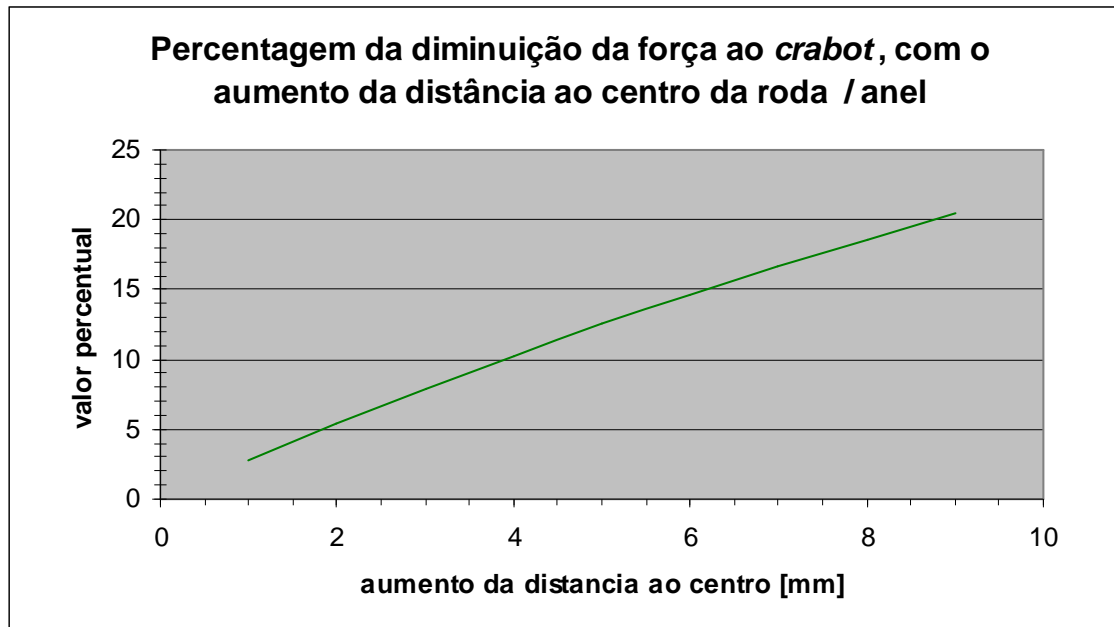


Figura 41: Gráfico percentagem vs aumento distância.

Tem-se como exemplo o facto de se obter menos 10% de F , para $d = 39$ mm, para o mesmo valor de B .

Realizou-se posteriormente um estudo mais aprofundado da geometria do *crabot*, nomeadamente a variação da sua largura de cabeça e do pé e a sua altura, de modo a se perceber quais os efeitos na área da superfície de contacto.

Sabe-se que quanto maior a superfície de contacto, maior a distribuição da força e consequentemente maior a longevidade do *crabot*. Todavia, não convém que o *crabot* se apresente demasiado volumoso, de forma a não contribuir para um aumento significativo das massas em rotação, bem como para evitar problemas de interferência.

Um *crabot* demasiado estreito tem como consequência um aumento significativo do tempo de engrenamento, pelo que é de preterir esta opção.

São apresentadas de seguida, as Figuras 42 e 43, relativas à geometria do *crabot*, com um gráfico (Figura 44) que evidencia os dados relevantes de forma a otimizar o elemento em estudo.

As fórmulas fundamentais são dadas pelas Equações 28 e 29.

$$b = \sqrt{\left(\frac{lc - lp}{2}\right)^2 + h^2} \quad (28)$$

$$A_{fc} = b \times \frac{c}{\cos \alpha} \quad (29)$$

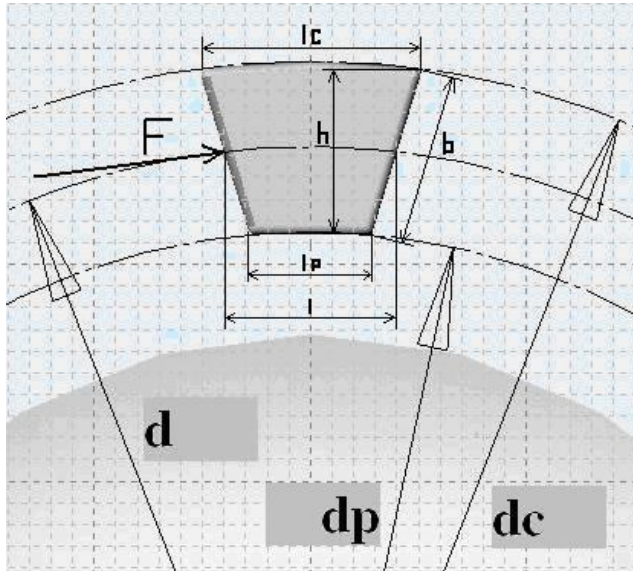


Figura 42: Dimensões relativas à geometria do *crabot*.

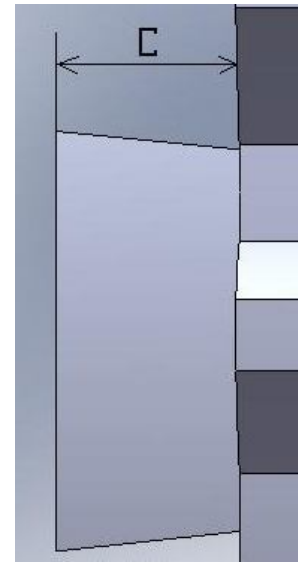


Figura 43: Profundidade do *crabot*.

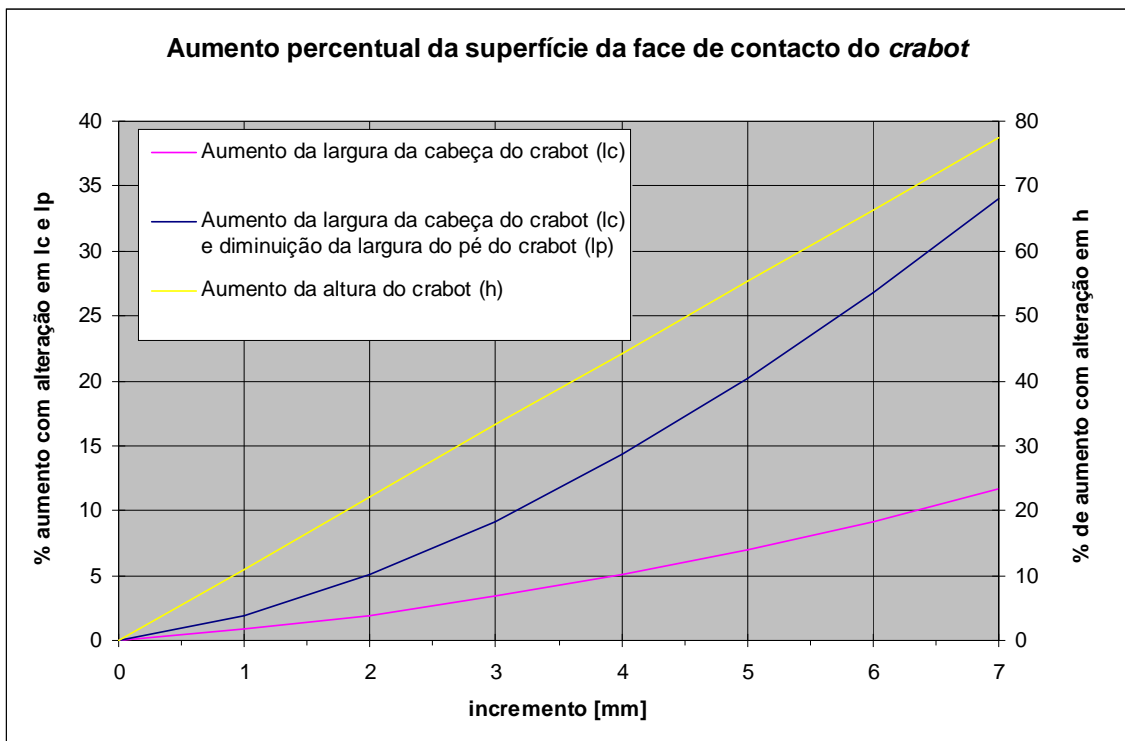


Figura 44: Gráfico percentagem vs incremento.

De acordo com as curvas do gráfico, tem-se três possibilidades de aumentar a área de contacto. As possibilidades são o aumento da largura da cabeça do *crabot* (l_c), o aumento da largura da cabeça do *crabot* em combinação com a diminuição da largura do pé (l_p) e o aumento da altura do *crabot* (h).

O aumento de l_c , por si só, não é significativo para o aumento da área da face; precisa de ter um incremento de 4 mm, para que a face veja um aumento da sua superfície de 5 %.

A opção de se aumentar l_c e diminuir l_p já é mais vantajosa e evolui exponencialmente com incremento de l_c e incremento negativo (diminuição) de l_p , fazendo com que o *crabot* assuma progressivamente uma forma triangular.

A última possibilidade é a mais vantajosa em relação às duas anteriores, já que com apenas um aumento de 2 mm na altura do *crabot* (h), obtém-se áreas de contacto 22 % superiores.

Uma referência para o facto deste estudo geométrico poder ser aplicado numa situação de simetria de posicionamento do *crabot*, ou seja, quando o *crabot* tem a medida da largura do pé superior à largura da cabeça. Neste caso, o incremento negativo seria em l_c de forma a aumentar a superfície da face de contacto.

São apresentadas como exemplo, face ao *crabot* de origem, as características do *crabot* alterado. Esta possibilidade contempla várias modificações de forma a aumentar a vida útil do *crabot*. As mais relevantes são a diminuição do ângulo do *crabot* (β) em 8,5 %, aumento da distância ao centro (d) em 2,5 mm e aumento da altura (h) em 22 %; a primeira alteração visou a diminuição do binário de inércia (embora à custa do aumento de 7,5 % de tempo de engrenamento); a segunda, pretendeu alcançar a diminuição da força ao *crabot*; o aumento da altura foi pensado para uma maior distribuição das cargas. Com estas alterações prevê-se que cada *crabot* tenha tensões (σ e $\sigma_{\text{máx}}$) na sua face de contacto cerca de 30 % inferiores.

Dimensões	<i>crabot</i> de origem	<i>crabot</i> alterado
l	9,37	9,21
l_c	10,50	10,50
l_p	8,30	8,06
d	35,00	37,50
d_c	39,50	43,00
d_p	30,50	32,00
h	8,93	10,92
c	5,00	5,00
A_{fc}	45,18	55,15
β	14,00	12,80
Valores das cargas e sua distribuição na face de contacto do <i>crabot</i> de origem / alterado		
F	15500	13333
$F_{\text{máx}}$	55000	48889
σ	343	242
$\sigma_{\text{máx}}$	1217	886

Tabela 11: Dados *crabots*.



Figura 45: Exemplo de uma roda dentada com *crabots*.

De referir que os esforços apresentados na Tabela 11 simulam as situações mais graves de engrenamento para o sistema de transmissão em estudo – uma redução de 2ª para 1ª às 4800 rpm à qual o motor “salta” para o seu regime máximo de 7200 rpm – e que σ é para o caso de se utilizar a embraiagem e $\sigma_{\text{máx}}$, no caso de não a usar. Provavelmente, mesmo o *crabot* alterado iria ceder após algumas passagens de velocidade na situação mais grave de todas, mas o aumento da sua vida útil estaria garantido face ao original.

Conclusões acerca da optimização e dimensionamento geométrico:

- Para um correcto dimensionamento do *crabot*, é fundamental obter uma optimização global que seja resultado duma soma de melhoramentos parciais, de modo a que o resultado da alteração se mostre mais eficiente;
- Poder-se-ia alterar a profundidade do *crabot*, mas esta modificação envolvia a alteração de outros componentes da caixa de velocidades – como o mecanismo que movimenta axialmente o anel, pelo que se opta pela obtenção de bons resultados com o mínimo de complexidade possível;
- Nos casos em que as arestas situadas entre a face de contacto e a face frontal do *crabot* apresentem ângulos diferentes do ângulo do *crabot* (β), é necessária uma optimização geométrica do outro par envolvido na sincronização, de modo que as suas faces encostem perfeitamente.
- Os parâmetros geométricos que resultam mais eficazes na optimização, são a distância do *crabot* ao centro do elemento de engrenamento (roda dentada / anel de sincronização) e a altura do *crabot*.

4. A dinâmica longitudinal do veículo

A dinâmica do veículo divide-se em três componentes: dinâmica longitudinal, vertical e lateral.

Neste capítulo far-se-á uma abordagem breve à dinâmica longitudinal, componente que está mais intimamente ligada à dinâmica do engrenamento, pois as acelerações do veículo dependem também das relações de transmissão, da rotação a que é feita a troca da mudança de velocidade e do tempo de engrenamento. De referir que para o estudo aqui apresentado, considerou-se o veículo a andar sem inclinação, equipado com pneus de asfalto e o motor à carga máxima.

Tendo como base a informação já apresentada anteriormente, bem como a Equação 9, elaborou-se o gráfico (Figura 46) da velocidade do veículo em função da rotação do motor para cada mudança engrenada.

$$v_{roda} = \frac{W_M}{i_g \cdot i_f} \cdot r_{roda} \quad (9)$$

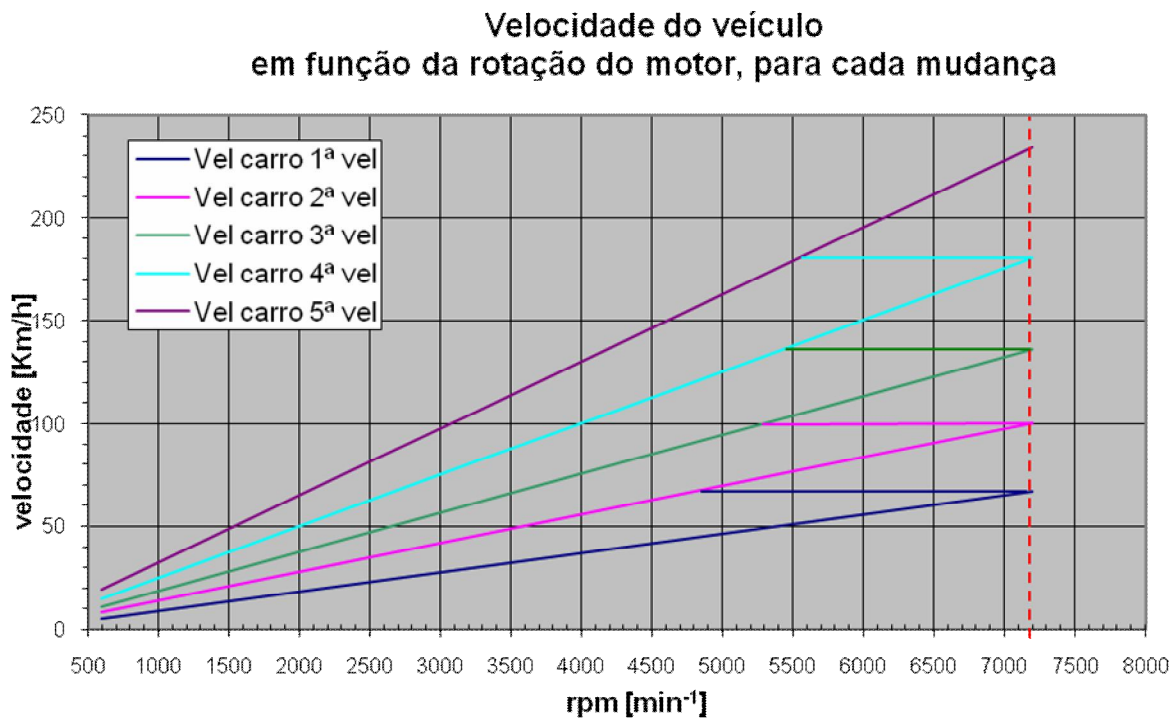


Figura 46: Velocidade vs rotação para cada relação de caixa.

Conhecendo as forças de resistência ao rolamento e aerodinâmica, respectivamente,

$$F_{RO} = (0,0136 + 0,04 \times 10^{-6} v^2) m \cdot g \quad (12)$$

$$F_{AE} = \frac{1}{2} \rho \cdot A_f \cdot C_D \cdot v^2 \quad (13)$$

construiu-se o gráfico ilustrado na Figura 47, das forças que se opõem ao movimento longitudinal do veículo.

A força de resistência aerodinâmica começa a ser superior à força de resistência ao rolamento para velocidades superiores a 70 Km/h.

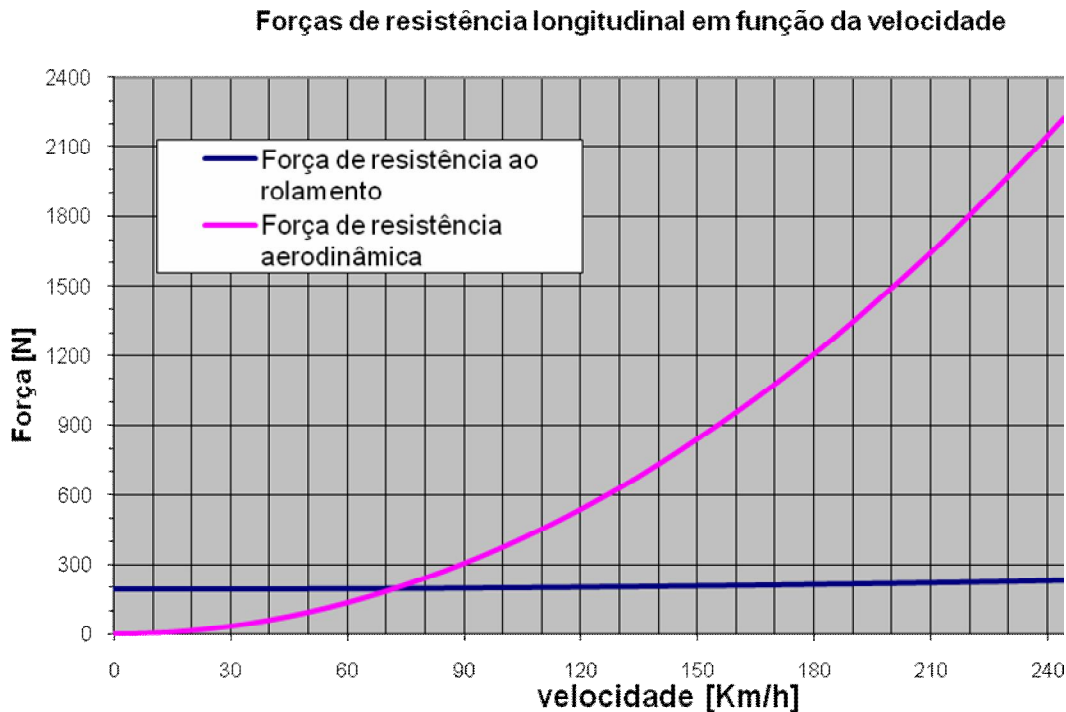


Figura 47: Forças vs velocidade.

De modo a que se perceba a que rotação é mais conveniente trocar de mudança de velocidade da caixa, construiu-se a Figura 48. Esta revela, para além do que foi dito, a capacidade de aceleração do Mitsubishi Evo IX com as características dadas. A fórmula base que permitiu a construção desse gráfico foi dada pela Equação 11 e assume-se que o veículo consegue colocar toda a potência no chão (motricidade perfeita) a partir dum arranque parado.

$$\sum F_{veículo} = m \cdot a = \frac{B_M \cdot i_g \cdot i_f \cdot \eta_T}{r_{roda}} - F_{RO} - F_{AE} \quad (11)$$

0-vel. máxima para mudanças de caixa a diferentes rotações

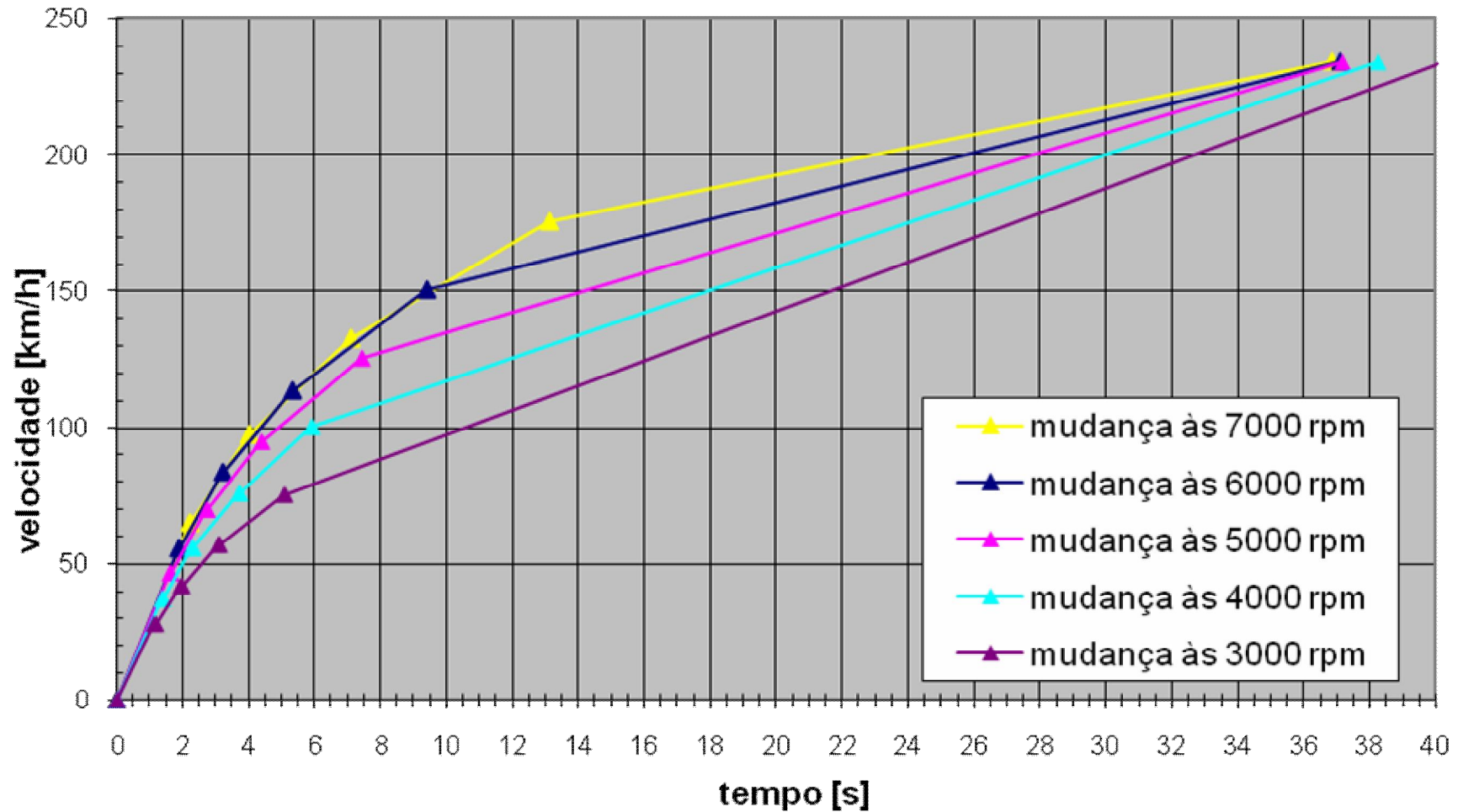


Figura 48: Velocidade vs tempo para cada regime de rotação de passagem de caixa.

O veículo consegue as melhores acelerações quando é feita a troca de mudança perto do regime máximo do motor, já que a queda de rotação para a mudança seguinte situar-se-á num regime correspondente ao da potência máxima do propulsor.

Em quinta velocidade, existe uma tendência de aproximação das diversas curvas até à velocidade máxima, já que, para trocas de mudança a regimes superiores, correspondem logicamente velocidades do carro superiores e quanto maior a velocidade, menor é a capacidade de aceleração.

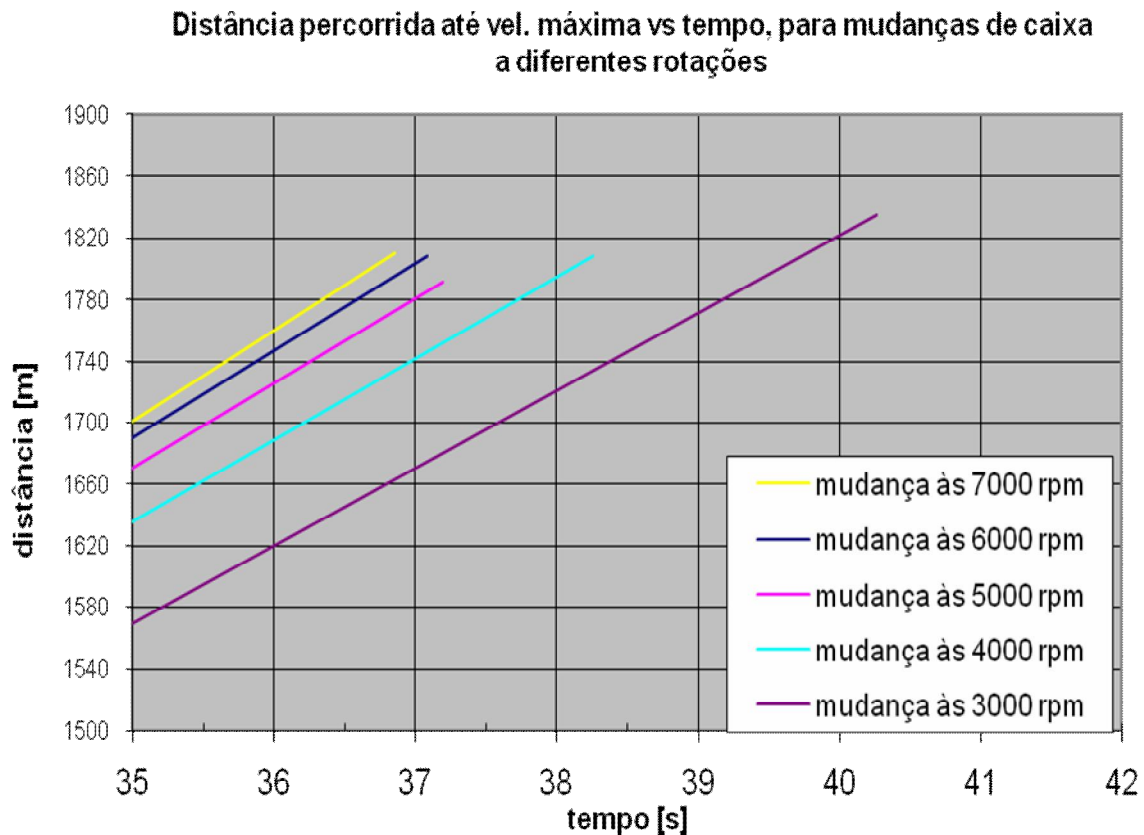


Figura 49: Distância vs tempo.

Dados relevantes:

0 – 100 Km/h: 4,3 s;

0 – 200 Km/h: 23,0 s;

0 – 400 m: 11,5 s;

40 – 100 Km/h (3ª): 3,85 s;

60 – 100 Km/h (4ª): 3,32 s;

80 – 120 Km/h (5ª): 5,30 s;

Estes dados, juntamente com as Figuras 48 e 49, surgiram a partir dos dados de base e da fórmula respeitante ao equilíbrio de forças no veículo - na qual se obtém a aceleração (a) - juntamente com as Equações 30, 31 e 4.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (30)$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (31)$$

$$i_g = \frac{z_{OS-g}}{z_{IS-g}} \quad (4)$$

As tabelas em anexo (pág. 75) incluem todos os valores obtidos.

5. Conclusões

- Num estudo estático de um projecto, todas as massas envolvidas são relevantes. Todavia, no caso dinâmico, a optimização das massas revela-se absolutamente fundamental.
- Os erros de cálculo do impulso de engrenamento devem-se aos seguintes factores:
 1. As massas em rotação são efectivamente inferiores às obtidas neste estudo - por cálculo aproximado a figuras geométricas (as peças reais possuem menos volume);
 2. A variação da velocidade angular da roda dentada a engrenar é ligeiramente diferente da que é imposta pelas relações de transmissão, rotações do motor e velocidade da roda do veículo constante durante a mudança de velocidade (pode apresentar diferenças residuais, mas a velocidade do veículo não é a mesma);
 3. No tempo de engrenamento real pode haver variações da distância angular de engrenamento, bem como da velocidade angular relativa, roda dentada – anel de sincronização.
- Os *crabots* presentes na caixa de velocidades em estudo, não estão dimensionados para serem submetidos a cargas provenientes duma passagem de mudança sem se utilizar a embraiagem.
- As cargas dinâmicas (provenientes do impulso de engrenamento) só ganham protagonismo face às estáticas (geradas através do binário do motor) a partir das 4000 rpm, aproximadamente.
- O veículo evidencia as melhores acelerações quando é feita a troca de velocidade próximo do regime máximo do motor. Contudo, para trocas em torno das 5000 rpm, a desvantagem não é assinalável e consegue-se deste modo, aumentar a vida útil dos *crabots*.
- Consideram-se os objectivos cumpridos deste estudo da sincronização de engrenamento, nomeadamente na análise e investigação dos seus processos estáticos e dinâmicos. A optimização e o dimensionamento dos *crabots*, por seu lado, foram conseguidos com base num *crabot* original, que é idêntico a todos os outros presentes nos elementos de engrenamento.
- O estudo realizado abre novas perspectivas de trabalhos futuros a ser desenvolvidos, nomeadamente na investigação ou até mesmo como complemento literário que leve a um projecto de construção duma caixa de velocidades com sincronização por *crabots*.

6. Trabalhos futuros

As propostas para estudos e trabalhos futuros, são as seguintes:

- Investigação em laboratório como complemento à componente teórica, nomeadamente na introdução de sensores de posição e transdutores de força nos elementos de sincronização.
- Estudos de passagens de velocidade com o motor em carga e sem embraiagem.
- Estabelecer um rigoroso método de cálculo com base na obtenção do tempo de engrenamento em termos probabilísticos, queda de velocidade na roda e estudo das inércias de toda a linha de transmissão.
- Alargar o estudo da dinâmica longitudinal do veículo a vários tipos de “pisos”, inclinações da estrada e para cargas parciais do motor.
- Investigação do comportamento do veículo na dinâmica vertical e lateral.

7. Bibliografia

- [1] Gillespie, Thomas G.; “Fundamentals of Vehicle Dynamics”; Theory of ground vehicles lecture notes; 2005
- [2] Lechner, Gisbert and Naunheimer, Harald; “Automotive Transmissions”; Springer; 1999
- [3] Milliken, William F. and Milliken, Douglas L.; ”Race Car Vehicle Dynamics”; SAE; 1995
- [4] Pereira, Manuel; “Caixa de Velocidades com Engrenagens em Crabots para Competição Automóvel”; FEUP; 2008
- [5] Stokes, Alec; “Manual Gearbox Design”; Butterworth – Heinemann Ltd; 1992
- [6] Thomson, W; “Fundamentals of automotive transmissions”;1973; Livro Biblioteca
- [7] ”Conference on drive line engineering”;1970; Livro Biblioteca
- [8] http://www.engineeringtoolbox.com/moment-inertia-torque-d_913.html
- [9]<http://books.google.pt/books?id=osmTwlX3D7gC&printsec=frontcover&dq=road+vehicle+transmission+efficiency>
- [10] <http://www.quaife.co.uk>
- [11] http://www.professionalmotorsport-expo.com/06conf/pres/pe_day_1/thompson.pdf
- [12] http://www.engine-expo.com/06engine_conf/pres/day_3/huckstep.pdf
- [13] <http://www.rotorsportsracing.com/performancecetuning/drivetrain.htm>
- [14] http://www.mrtrally.com.au/performance/barking_box.h

8. Anexos

8.1. Tabelas de dados de base

RPM Motor	Binário Motor	Potência Motor (cv)	RPM veio de saída 2ª vel	Binário veio de saída 2ª vel	Vel carro 2ª vel [Km/h]	η trans 2ª vel
600			300	0	8,4	0,932
800	100	11	400	200	11,2	0,930
1000	120	17	500	240	13,9	0,928
1200	150	26	600	300	16,7	0,926
1400	210	42	700	420	19,5	0,924
1600	250	57	800	500	22,3	0,922
1800	270	69	900	540	25,1	0,920
2000	310	88	1000	620	27,9	0,918
2200	350	110	1100	700	30,7	0,916
2400	370	127	1200	740	33,5	0,913
2600	410	152	1300	820	36,2	0,911
2800	450	180	1400	900	39,0	0,909
3000	450	192	1500	900	41,8	0,907
3200	450	205	1600	900	44,6	0,904
3400	450	218	1700	900	47,4	0,902
3600	450	231	1800	900	50,2	0,900
3800	450	244	1900	900	53,0	0,897
4000	450	256	2000	900	55,8	0,895
4200	450	269	2100	900	58,6	0,892
4400	450	282	2200	900	61,3	0,890
4600	450	295	2300	900	64,1	0,887
4800	450	308	2400	900	66,9	0,885
5000	450	321	2500	900	69,7	0,882
5200	430	319	2600	860	72,5	0,879
5400	400	308	2700	800	75,3	0,877
5600	380	303	2800	760	78,1	0,874
5800	370	306	2900	740	80,9	0,871
6000	360	308	3000	720	83,6	0,868
6200	350	309	3100	700	86,4	0,866
6400	340	310	3200	680	89,2	0,863
6600	330	310	3300	660	92,0	0,860
6800	320	310	3400	640	94,8	0,857
7000	310	309	3500	620	97,6	0,854
7200	300	308	3600	600	100,4	0,851

Tabela 12: Dados da 2ª velocidade.

RPM Motor	Binário Motor	Potência Motor (cv)	RPM veio de saída 3ª vel	Binário veio de saída 3ª vel	Vel carro 3ª vel [Km/h]	η trans 3ª vel
600			408	0	11,4	0,940
800	100	11	544	147	15,2	0,938
1000	120	17	680	176	19,0	0,936
1200	150	26	816	221	22,8	0,934
1400	210	42	952	309	26,5	0,932
1600	250	57	1088	368	30,3	0,930
1800	270	69	1224	397	34,1	0,928
2000	310	88	1360	456	37,9	0,926
2200	350	110	1496	515	41,7	0,923
2400	370	127	1632	544	45,5	0,921
2600	410	152	1768	603	49,3	0,919
2800	450	180	1904	662	53,1	0,916
3000	450	192	2040	662	56,9	0,914
3200	450	205	2176	662	60,7	0,911
3400	450	218	2312	662	64,5	0,909
3600	450	231	2448	662	68,3	0,906
3800	450	244	2584	662	72,0	0,903
4000	450	256	2720	662	75,8	0,901
4200	450	269	2856	662	79,6	0,898
4400	450	282	2992	662	83,4	0,895
4600	450	295	3128	662	87,2	0,892
4800	450	308	3264	662	91,0	0,889
5000	450	321	3400	662	94,8	0,886
5200	430	319	3536	632	98,6	0,883
5400	400	308	3672	588	102,4	0,880
5600	380	303	3808	559	106,2	0,876
5800	370	306	3944	544	110,0	0,873
6000	360	308	4080	529	113,8	0,870
6200	350	309	4216	515	117,6	0,866
6400	340	310	4352	500	121,3	0,863
6600	330	310	4488	485	125,1	0,859
6800	320	310	4624	471	128,9	0,856
7000	310	309	4760	456	132,7	0,852
7200	300	308	4896	441	136,5	0,849

Tabela 13: Dados da 3ª velocidade.

RPM Motor	Binário Motor	Potência Motor (cv)	RPM veio de saída 4ª vel	Binário veio de saída 4ª vel	Vel carro 4ª vel [Km/h]	η trans 4ª vel
600			540	0	15,1	0,946
800	100	11	720	111	20,1	0,944
1000	120	17	900	133	25,1	0,942
1200	150	26	1080	167	30,1	0,940
1400	210	42	1260	233	35,1	0,938
1600	250	57	1440	278	40,2	0,936
1800	270	69	1620	300	45,2	0,933
2000	310	88	1800	344	50,2	0,931
2200	350	110	1980	389	55,2	0,928
2400	370	127	2160	411	60,2	0,925
2600	410	152	2340	456	65,2	0,922
2800	450	180	2520	500	70,3	0,919
3000	450	192	2700	500	75,3	0,916
3200	450	205	2880	500	80,3	0,913
3400	450	218	3060	500	85,3	0,910
3600	450	231	3240	500	90,3	0,906
3800	450	244	3420	500	95,4	0,903
4000	450	256	3600	500	100,4	0,899
4200	450	269	3780	500	105,4	0,895
4400	450	282	3960	500	110,4	0,891
4600	450	295	4140	500	115,4	0,887
4800	450	308	4320	500	120,5	0,883
5000	450	321	4500	500	125,5	0,879
5200	430	319	4680	478	130,5	0,875
5400	400	308	4860	444	135,5	0,871
5600	380	303	5040	422	140,5	0,866
5800	370	306	5220	411	145,5	0,861
6000	360	308	5400	400	150,6	0,857
6200	350	309	5580	389	155,6	0,852
6400	340	310	5760	378	160,6	0,847
6600	330	310	5940	367	165,6	0,842
6800	320	310	6120	356	170,6	0,837
7000	310	309	6300	344	175,7	0,832
7200	300	308	6480	333	180,7	0,826

Tabela 14: Dados da 4ª velocidade.

RPM Motor	Binário Motor	Potência Motor (cv)	RPM veio de saída 5ª vel	Binário veio de saída 5ª vel	Vel carro 5ª vel [Km/h]	η trans 5ª vel
600			700	0	19,5	0,952
800	100	11	933	86	26,0	0,950
1000	120	17	1167	103	32,5	0,948
1200	150	26	1400	129	39,0	0,945
1400	210	42	1633	180	45,5	0,942
1600	250	57	1867	214	52,0	0,939
1800	270	69	2100	231	58,6	0,936
2000	310	88	2333	266	65,1	0,933
2200	350	110	2567	300	71,6	0,929
2400	370	127	2800	317	78,1	0,925
2600	410	152	3033	351	84,6	0,921
2800	450	180	3267	386	91,1	0,917
3000	450	192	3500	386	97,6	0,913
3200	450	205	3733	386	104,1	0,908
3400	450	218	3967	386	110,6	0,904
3600	450	231	4200	386	117,1	0,899
3800	450	244	4433	386	123,6	0,894
4000	450	256	4667	386	130,1	0,888
4200	450	269	4900	386	136,6	0,883
4400	450	282	5133	386	143,1	0,877
4600	450	295	5367	386	149,6	0,872
4800	450	308	5600	386	156,1	0,866
5000	450	321	5833	386	162,6	0,859
5200	430	319	6067	369	169,2	0,853
5400	400	308	6300	343	175,7	0,847
5600	380	303	6533	326	182,2	0,840
5800	370	306	6767	317	188,7	0,833
6000	360	308	7000	309	195,2	0,826
6200	350	309	7233	300	201,7	0,819
6400	340	310	7467	291	208,2	0,811
6600	330	310	7700	283	214,7	0,804
6800	320	310	7933	274	221,2	0,796
7000	310	309	8167	266	227,7	0,788
7200	300	308	8400	257	234,2	0,780

Tabela 15: Dados da 5ª velocidade.

RPM Motor	Binário Motor	Potência Motor (cv)	RPM veio de saída R	Binário veio de saída R	Vel carro R [Km/h]
600			190	0	5,3
800	100	11	254	315	7,1
1000	120	17	317	378	8,8
1200	150	26	380	473	10,6
1400	210	42	444	662	12,4
1600	250	57	507	788	14,1
1800	270	69	571	852	15,9
2000	310	88	634	978	17,7
2200	350	110	698	1104	19,4
2400	370	127	761	1167	21,2
2600	410	152	824	1293	23,0
2800	450	180	888	1419	24,8
3000	450	192	951	1419	26,5
3200	450	205	1015	1419	28,3
3400	450	218	1078	1419	30,1
3600	450	231	1141	1419	31,8
3800	450	244	1205	1419	33,6
4000	450	256	1268	1419	35,4
4200	450	269	1332	1419	37,1
4400	450	282	1395	1419	38,9
4600	450	295	1459	1419	40,7
4800	450	308	1522	1419	42,4
5000	450	321	1585	1419	44,2
5200	430	319	1649	1356	46,0
5400	400	308	1712	1262	47,7
5600	380	303	1776	1198	49,5
5800	370	306	1839	1167	51,3
6000	360	308	1902	1135	53,0
6200	350	309	1966	1104	54,8
6400	340	310	2029	1072	56,6
6600	330	310	2093	1041	58,3
6800	320	310	2156	1009	60,1
7000	310	309	2220	978	61,9
7200	300	308	2283	946	63,7

Tabela 16: Dados da marcha – atrás.

8.2. Gráficos do tempo de engrenamento

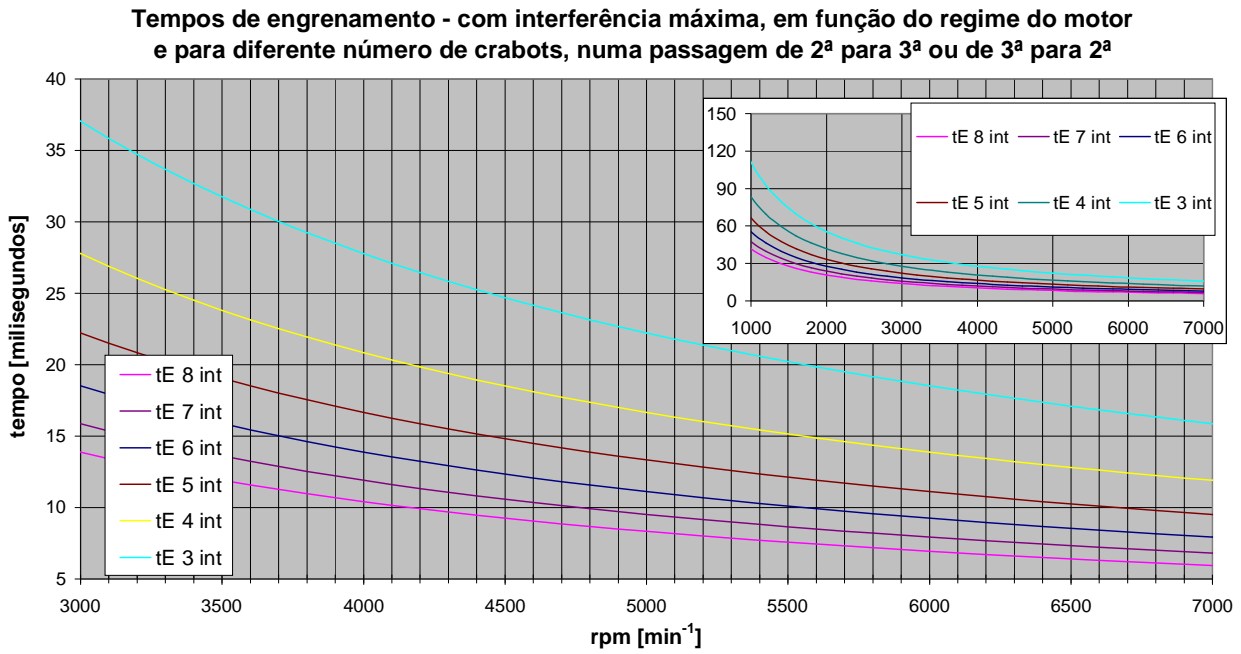


Figura 50: Tempos de sincronização vs frequência de rotação, na relação da 2ª e 3ª velocidade.

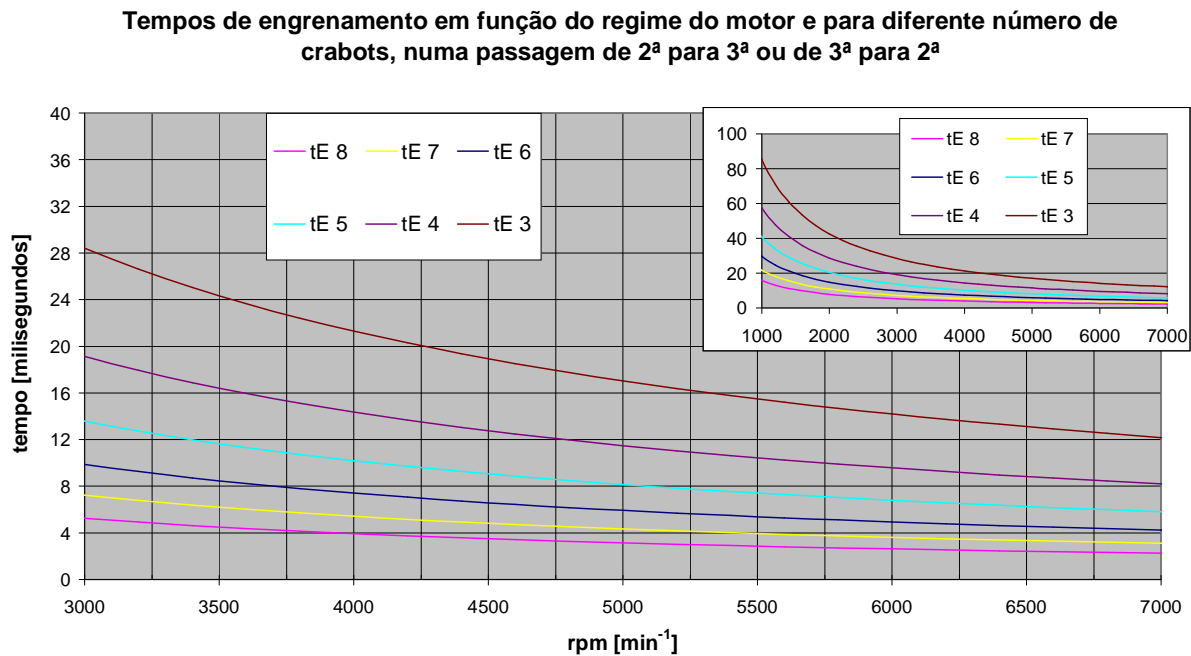


Figura 51: Tempos de engrenamento vs frequência de rotação, na relação da 2ª e 3ª velocidade.

Tempos de engrenamento em função do ângulo do *crabot* e do nº de *crabots*, para uma passagem de caixa de 2ª para 3ª ou de 3ª para 2ª às 5000 rpm

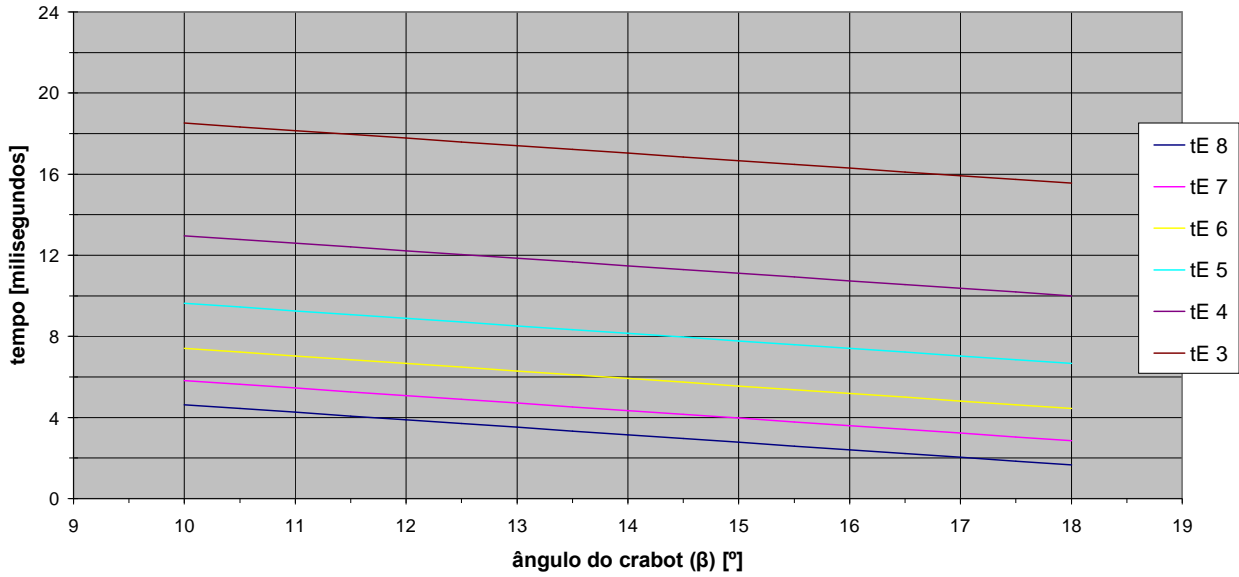


Figura 52: Tempos de engrenamento vs ângulo do *crabot*, na relação da 2ª e 3ª velocidade.

Tempos de engrenamento - com interferência máxima, em função do regime do motor e para diferente número de *crabots*, numa passagem de 4ª para 5ª ou de 5ª para 4ª

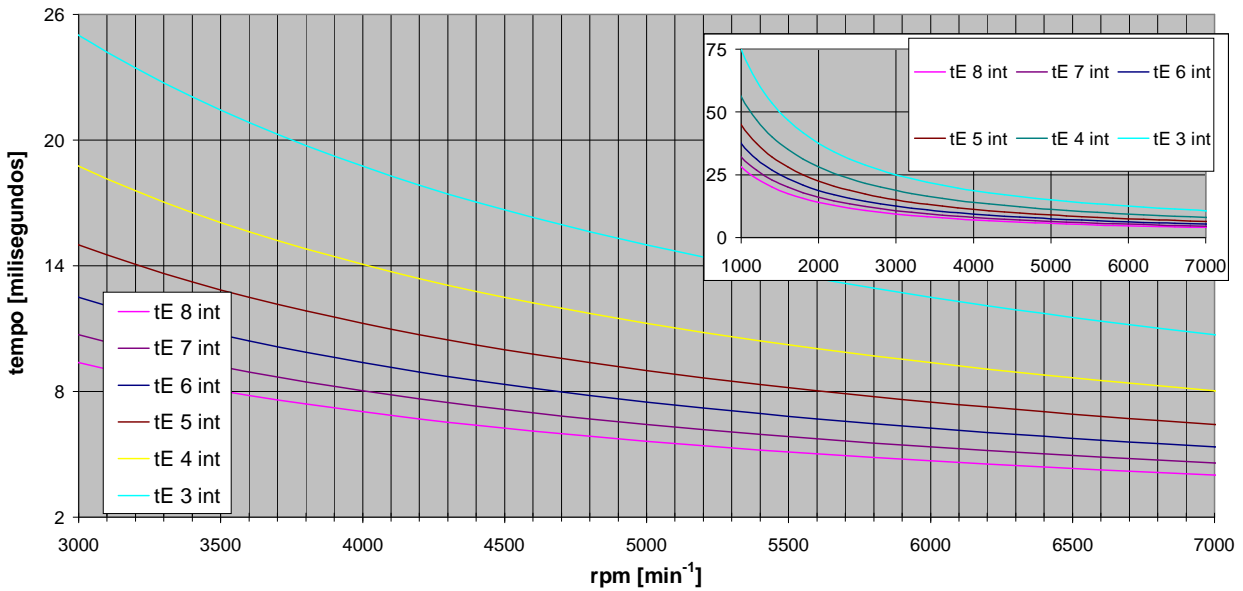


Figura 53: Tempos de sincronização vs frequência de rotação, na relação da 4ª e 5ª velocidade.

Tempos de engrenamento em função do regime do motor e para diferente número de *crabots*, numa passagem de 4ª para 5ª ou de 5ª para 4ª

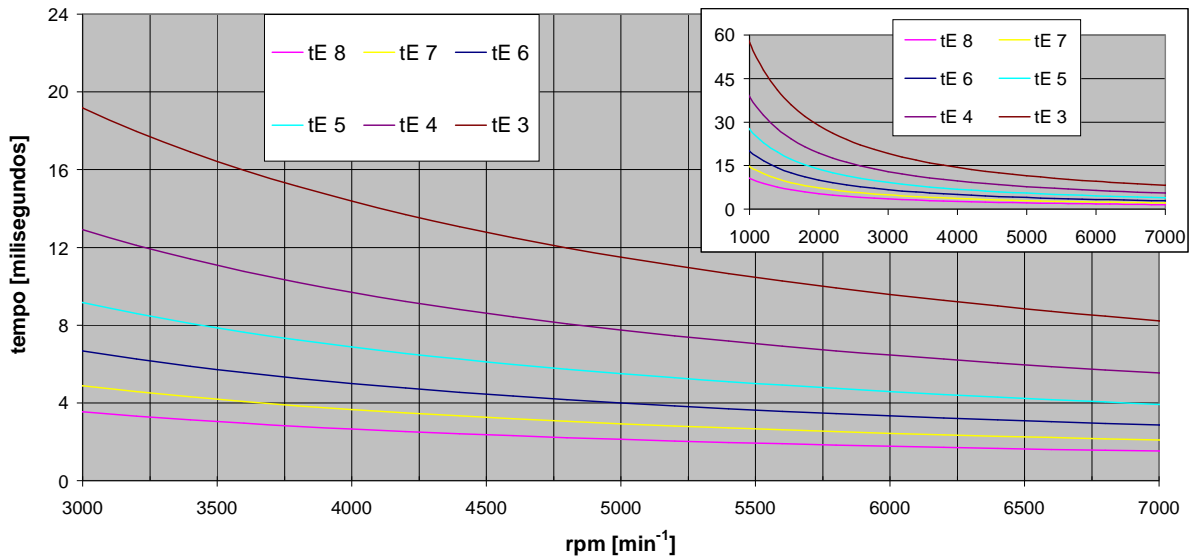


Figura 54: Tempos de engrenamento vs frequência de rotação, na relação da 4ª e 5ª velocidade.

Tempos de engrenamento em função do ângulo do *crabot* e do nº de *crabots*, para uma passagem de caixa de 4ª para 5ª ou de 5ª para 4ª às 5000 rpm

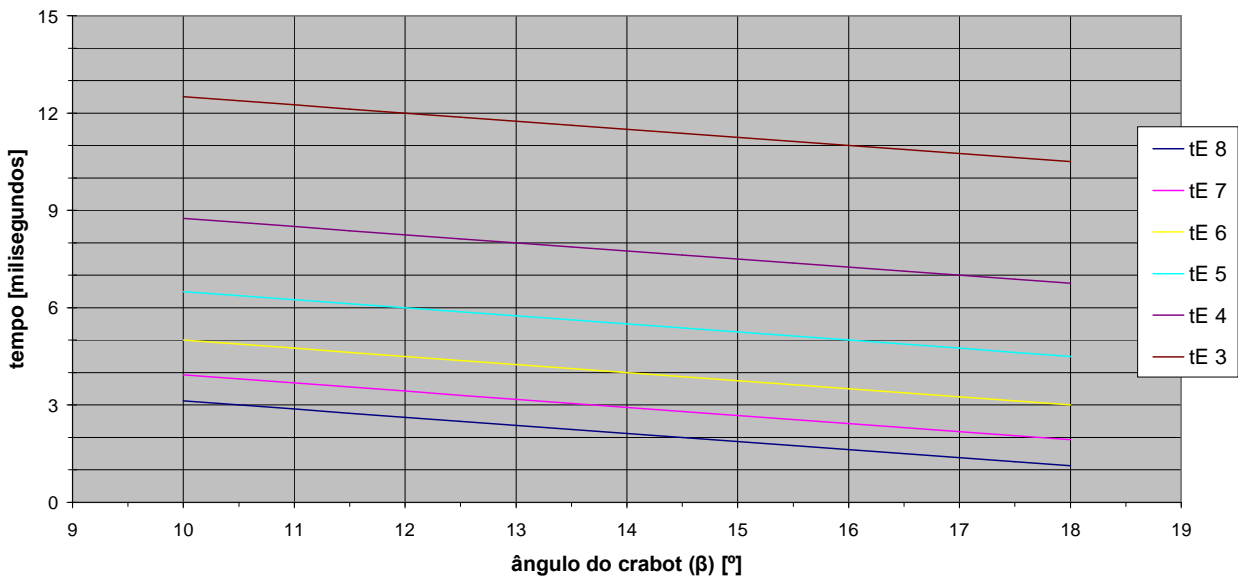


Figura 55: Tempos de engrenamento vs ângulo do *crabot*, na relação da 4ª e 5ª velocidade.

8.3. Tabelas de dados do impulso de engrenamento

Impulso de engrenamento para a mudança de 2ª para 3ª							
RPM motor	Δw [rad/s]	w_{rel} [rad/s]	$t_{E6\ int}$ [ms]	t_{E6} [ms]	F [N]	B [Nm]	$B_{m\acute{a}x}$ [Nm]
600	-11,31	-11,31	92,6	49,4	4,1E+02	1,43E+01	5,09E+01
800	-15,08	-15,08	69,4	37,0	7,3E+02	2,54E+01	9,04E+01
1000	-18,85	-18,85	55,6	29,6	1,1E+03	3,97E+01	1,41E+02
1200	-22,62	-22,62	46,3	24,7	1,6E+03	5,71E+01	2,04E+02
1400	-26,39	-26,39	39,7	21,2	2,2E+03	7,77E+01	2,77E+02
1600	-30,16	-30,16	34,7	18,5	2,9E+03	1,02E+02	3,62E+02
1800	-33,93	-33,93	30,9	16,5	3,7E+03	1,28E+02	4,58E+02
2000	-37,70	-37,70	27,8	14,8	4,5E+03	1,59E+02	5,65E+02
2200	-41,47	-41,47	25,3	13,5	5,5E+03	1,92E+02	6,84E+02
2400	-45,24	-45,24	23,1	12,3	6,5E+03	2,28E+02	8,14E+02
2600	-49,01	-49,01	21,4	11,4	7,7E+03	2,68E+02	9,55E+02
2800	-52,78	-52,78	19,8	10,6	8,9E+03	3,11E+02	1,11E+03
3000	-56,55	-56,55	18,5	9,9	1,0E+04	3,57E+02	1,27E+03
3200	-60,32	-60,32	17,4	9,3	1,2E+04	4,06E+02	1,45E+03
3400	-64,09	-64,09	16,3	8,7	1,3E+04	4,58E+02	1,63E+03
3600	-67,86	-67,86	15,4	8,2	1,5E+04	5,14E+02	1,83E+03
3800	-71,63	-71,63	14,6	7,8	1,6E+04	5,73E+02	2,04E+03
4000	-75,40	-75,40	13,9	7,4	1,8E+04	6,34E+02	2,26E+03
4200	-79,17	-79,17	13,2	7,1	2,0E+04	6,99E+02	2,49E+03
4400	-82,94	-82,94	12,6	6,7	2,2E+04	7,68E+02	2,74E+03
4600	-86,71	-86,71	12,1	6,4	2,4E+04	8,39E+02	2,99E+03
4800	-90,48	-90,48	11,6	6,2	2,6E+04	9,14E+02	3,26E+03
5000	-94,25	-94,25	11,1	5,9	2,8E+04	9,91E+02	3,53E+03
5200	-98,02	-98,02	10,7	5,7	3,1E+04	1,07E+03	3,82E+03
5400	-101,79	-101,79	10,3	5,5	3,3E+04	1,16E+03	4,12E+03
5600	-105,56	-105,56	9,9	5,3	3,6E+04	1,24E+03	4,43E+03
5800	-109,33	-109,33	9,6	5,1	3,8E+04	1,33E+03	4,75E+03
6000	-113,10	-113,10	9,3	4,9	4,1E+04	1,43E+03	5,09E+03
6200	-116,87	-116,87	9,0	4,8	4,4E+04	1,52E+03	5,43E+03
6400	-120,64	-120,64	8,7	4,6	4,6E+04	1,62E+03	5,79E+03
6600	-124,41	-124,41	8,4	4,5	4,9E+04	1,73E+03	6,16E+03
6800	-128,18	-128,18	8,2	4,4	5,2E+04	1,83E+03	6,53E+03
7000	-131,95	-131,95	7,9	4,2	5,6E+04	1,94E+03	6,92E+03
7200	-135,72	-135,72	7,7	4,1	5,9E+04	2,06E+03	7,33E+03
7400	-139,49	-139,49	7,5	4,0	6,2E+04	2,17E+03	7,74E+03
7600	-143,26	-143,26	7,3	3,9	6,5E+04	2,29E+03	8,16E+03

Tabela 17: Dados do impulso de engrenamento de 2ª para 3ª.

Impulso de engrenamento para a mudança de 3ª para 4ª							
RPM motor	Δw [rad/s]	w_{rel} [rad/s]	$t_{E6\ int}$ [ms]	t_{E6} [ms]	F [N]	B [Nm]	$B_{m\acute{a}x}$ [Nm]
600	-13,82	-13,82	75,8	40,4	3,5E+02	1,22E+01	4,34E+01
800	-18,43	-18,43	56,8	30,3	6,2E+02	2,16E+01	7,71E+01
1000	-23,04	-23,04	45,5	24,2	9,7E+02	3,38E+01	1,21E+02
1200	-27,65	-27,65	37,9	20,2	1,4E+03	4,87E+01	1,74E+02
1400	-32,25	-32,25	32,5	17,3	1,9E+03	6,63E+01	2,36E+02
1600	-36,86	-36,86	28,4	15,2	2,5E+03	8,66E+01	3,09E+02
1800	-41,47	-41,47	25,3	13,5	3,1E+03	1,10E+02	3,90E+02
2000	-46,08	-46,08	22,7	12,1	3,9E+03	1,35E+02	4,82E+02
2200	-50,68	-50,68	20,7	11,0	4,7E+03	1,64E+02	5,83E+02
2400	-55,29	-55,29	18,9	10,1	5,6E+03	1,95E+02	6,94E+02
2600	-59,90	-59,90	17,5	9,3	6,5E+03	2,29E+02	8,15E+02
2800	-64,51	-64,51	16,2	8,7	7,6E+03	2,65E+02	9,45E+02
3000	-69,12	-69,12	15,2	8,1	8,7E+03	3,04E+02	1,08E+03
3200	-73,72	-73,72	14,2	7,6	9,9E+03	3,46E+02	1,23E+03
3400	-78,33	-78,33	13,4	7,1	1,1E+04	3,91E+02	1,39E+03
3600	-82,94	-82,94	12,6	6,7	1,3E+04	4,38E+02	1,56E+03
3800	-87,55	-87,55	12,0	6,4	1,4E+04	4,88E+02	1,74E+03
4000	-92,15	-92,15	11,4	6,1	1,5E+04	5,41E+02	1,93E+03
4200	-96,76	-96,76	10,8	5,8	1,7E+04	5,96E+02	2,13E+03
4400	-101,37	-101,37	10,3	5,5	1,9E+04	6,55E+02	2,33E+03
4600	-105,98	-105,98	9,9	5,3	2,0E+04	7,16E+02	2,55E+03
4800	-110,58	-110,58	9,5	5,1	2,2E+04	7,79E+02	2,78E+03
5000	-115,19	-115,19	9,1	4,8	2,4E+04	8,45E+02	3,01E+03
5200	-119,80	-119,80	8,7	4,7	2,6E+04	9,14E+02	3,26E+03
5400	-124,41	-124,41	8,4	4,5	2,8E+04	9,86E+02	3,51E+03
5600	-129,01	-129,01	8,1	4,3	3,0E+04	1,06E+03	3,78E+03
5800	-133,62	-133,62	7,8	4,2	3,3E+04	1,14E+03	4,05E+03
6000	-138,23	-138,23	7,6	4,0	3,5E+04	1,22E+03	4,34E+03
6200	-142,84	-142,84	7,3	3,9	3,7E+04	1,30E+03	4,63E+03
6400	-147,45	-147,45	7,1	3,8	4,0E+04	1,39E+03	4,94E+03
6600	-152,05	-152,05	6,9	3,7	4,2E+04	1,47E+03	5,25E+03
6800	-156,66	-156,66	6,7	3,6	4,5E+04	1,56E+03	5,57E+03
7000	-161,27	-161,27	6,5	3,5	4,7E+04	1,66E+03	5,91E+03
7200	-165,88	-165,88	6,3	3,4	5,0E+04	1,75E+03	6,25E+03
7400	-170,48	-170,48	6,1	3,3	5,3E+04	1,85E+03	6,60E+03
7600	-175,09	-175,09	6,0	3,2	5,6E+04	1,95E+03	6,96E+03

Tabela 18: Dados do impulso de engrenamento de 3ª para 4ª.

Impulso de engrenamento para a mudança de 4ª para 5ª							
RPM motor	Δw [rad/s]	w_{rel} [rad/s]	$t_{E6\ int}$ [ms]	t_{E6} [ms]	F [N]	B [Nm]	$B_{m\acute{a}x}$ [Nm]
600	-16,76	-16,76	62,5	33,3	3,0E+02	1,06E+01	3,79E+01
800	-22,34	-22,34	46,9	25,0	5,4E+02	1,89E+01	6,74E+01
1000	-27,93	-27,93	37,5	20,0	8,4E+02	2,96E+01	1,05E+02
1200	-33,51	-33,51	31,3	16,7	1,2E+03	4,26E+01	1,52E+02
1400	-39,10	-39,10	26,8	14,3	1,7E+03	5,79E+01	2,07E+02
1600	-44,68	-44,68	23,4	12,5	2,2E+03	7,57E+01	2,70E+02
1800	-50,27	-50,27	20,8	11,1	2,7E+03	9,58E+01	3,41E+02
2000	-55,85	-55,85	18,8	10,0	3,4E+03	1,18E+02	4,21E+02
2200	-61,44	-61,44	17,0	9,1	4,1E+03	1,43E+02	5,10E+02
2400	-67,02	-67,02	15,6	8,3	4,9E+03	1,70E+02	6,07E+02
2600	-72,61	-72,61	14,4	7,7	5,7E+03	2,00E+02	7,12E+02
2800	-78,19	-78,19	13,4	7,1	6,6E+03	2,32E+02	8,26E+02
3000	-83,78	-83,78	12,5	6,7	7,6E+03	2,66E+02	9,48E+02
3200	-89,36	-89,36	11,7	6,3	8,6E+03	3,03E+02	1,08E+03
3400	-94,95	-94,95	11,0	5,9	9,8E+03	3,42E+02	1,22E+03
3600	-100,53	-100,53	10,4	5,6	1,1E+04	3,83E+02	1,37E+03
3800	-106,12	-106,12	9,9	5,3	1,2E+04	4,27E+02	1,52E+03
4000	-111,70	-111,70	9,4	5,0	1,4E+04	4,73E+02	1,69E+03
4200	-117,29	-117,29	8,9	4,8	1,5E+04	5,22E+02	1,86E+03
4400	-122,87	-122,87	8,5	4,5	1,6E+04	5,72E+02	2,04E+03
4600	-128,46	-128,46	8,2	4,3	1,8E+04	6,26E+02	2,23E+03
4800	-134,04	-134,04	7,8	4,2	1,9E+04	6,81E+02	2,43E+03
5000	-139,63	-139,63	7,5	4,0	2,1E+04	7,39E+02	2,63E+03
5200	-145,21	-145,21	7,2	3,8	2,3E+04	7,99E+02	2,85E+03
5400	-150,80	-150,80	6,9	3,7	2,5E+04	8,62E+02	3,07E+03
5600	-156,38	-156,38	6,7	3,6	2,6E+04	9,27E+02	3,30E+03
5800	-161,97	-161,97	6,5	3,4	2,8E+04	9,95E+02	3,54E+03
6000	-167,55	-167,55	6,3	3,3	3,0E+04	1,06E+03	3,79E+03
6200	-173,14	-173,14	6,0	3,2	3,2E+04	1,14E+03	4,05E+03
6400	-178,72	-178,72	5,9	3,1	3,5E+04	1,21E+03	4,32E+03
6600	-184,31	-184,31	5,7	3,0	3,7E+04	1,29E+03	4,59E+03
6800	-189,89	-189,89	5,5	2,9	3,9E+04	1,37E+03	4,87E+03
7000	-195,48	-195,48	5,4	2,9	4,1E+04	1,45E+03	5,16E+03
7200	-201,06	-201,06	5,2	2,8	4,4E+04	1,53E+03	5,46E+03
7400	-206,65	-206,65	5,1	2,7	4,6E+04	1,62E+03	5,77E+03
7600	-212,23	-212,23	4,9	2,6	4,9E+04	1,71E+03	6,09E+03

Tabela 19: Dados do impulso de engrenamento de 4ª para 5ª.

Impulso de engrenamento para a mudança de 3ª para 2ª							
RPM motor	$\Delta\omega$ [rad/s]	ω_{rel} [rad/s]	$t_{E6\ int}$ [ms]	t_{E6} [ms]	F [N]	B [Nm]	$B_{m\acute{a}x}$ [Nm]
600	11,31	11,31	92,6	49,4	7,5E+02	2,64E+01	9,41E+01
800	15,08	15,08	69,4	37,0	1,3E+03	4,69E+01	1,67E+02
1000	18,85	18,85	55,6	29,6	2,1E+03	7,33E+01	2,61E+02
1200	22,62	22,62	46,3	24,7	3,0E+03	1,06E+02	3,76E+02
1400	26,39	26,39	39,7	21,2	4,1E+03	1,44E+02	5,12E+02
1600	30,16	30,16	34,7	18,5	5,4E+03	1,88E+02	6,69E+02
1800	33,93	33,93	30,9	16,5	6,8E+03	2,38E+02	8,47E+02
2000	37,70	37,70	27,8	14,8	8,4E+03	2,93E+02	1,05E+03
2200	41,47	41,47	25,3	13,5	1,0E+04	3,55E+02	1,27E+03
2400	45,24	45,24	23,1	12,3	1,2E+04	4,22E+02	1,51E+03
2600	49,01	49,01	21,4	11,4	1,4E+04	4,96E+02	1,77E+03
2800	52,78	52,78	19,8	10,6	1,6E+04	5,75E+02	2,05E+03
3000	56,55	56,55	18,5	9,9	1,9E+04	6,60E+02	2,35E+03
3200	60,32	60,32	17,4	9,3	2,1E+04	7,51E+02	2,68E+03
3400	64,09	64,09	16,3	8,7	2,4E+04	8,48E+02	3,02E+03
3600	67,86	67,86	15,4	8,2	2,7E+04	9,50E+02	3,39E+03
3800	71,63	71,63	14,6	7,8	3,0E+04	1,06E+03	3,77E+03
4000	75,40	75,40	13,9	7,4	3,4E+04	1,17E+03	4,18E+03
4200	79,17	79,17	13,2	7,1	3,7E+04	1,29E+03	4,61E+03
4400	82,94	82,94	12,6	6,7	4,1E+04	1,42E+03	5,06E+03
4600	86,71	86,71	12,1	6,4	4,4E+04	1,55E+03	5,53E+03
4800	90,48	90,48	11,6	6,2	4,8E+04	1,69E+03	6,02E+03
5000	94,25	94,25	11,1	5,9	5,2E+04	1,83E+03	6,53E+03
5200	98,02	98,02	10,7	5,7	5,7E+04	1,98E+03	7,07E+03
5400	101,79	101,79	10,3	5,5	6,1E+04	2,14E+03	7,62E+03
5600	105,56	105,56	9,9	5,3	6,6E+04	2,30E+03	8,20E+03
5800	109,33	109,33	9,6	5,1	7,0E+04	2,47E+03	8,79E+03
6000	113,10	113,10	9,3	4,9	7,5E+04	2,64E+03	9,41E+03
6200	116,87	116,87	9,0	4,8	8,1E+04	2,82E+03	1,00E+04
6400	120,64	120,64	8,7	4,6	8,6E+04	3,00E+03	1,07E+04
6600	124,41	124,41	8,4	4,5	9,1E+04	3,19E+03	1,14E+04
6800	128,18	128,18	8,2	4,4	9,7E+04	3,39E+03	1,21E+04
7000	131,95	131,95	7,9	4,2	1,0E+05	3,59E+03	1,28E+04
7200	135,72	135,72	7,7	4,1	1,1E+05	3,80E+03	1,36E+04
7400	139,49	139,49	7,5	4,0	1,1E+05	4,02E+03	1,43E+04
7600	143,26	143,26	7,3	3,9	1,2E+05	4,24E+03	1,51E+04

Tabela 20: Dados do impulso de engrenamento de 3ª para 2ª.

Impulso de engrenamento para a mudança de 5ª para 4ª							
RPM motor	$\Delta\omega$ [rad/s]	ω_{rel} [rad/s]	$t_{E6\ int}$ [ms]	t_{E6} [ms]	F [N]	B [Nm]	$B_{m\acute{a}x}$ [Nm]
600	16,76	16,76	62,5	33,3	5,1E+02	1,79E+01	6,37E+01
800	22,34	22,34	46,9	25,0	9,1E+02	3,18E+01	1,13E+02
1000	27,93	27,93	37,5	20,0	1,4E+03	4,97E+01	1,77E+02
1200	33,51	33,51	31,3	16,7	2,0E+03	7,15E+01	2,55E+02
1400	39,10	39,10	26,8	14,3	2,8E+03	9,74E+01	3,47E+02
1600	44,68	44,68	23,4	12,5	3,6E+03	1,27E+02	4,53E+02
1800	50,27	50,27	20,8	11,1	4,6E+03	1,61E+02	5,74E+02
2000	55,85	55,85	18,8	10,0	5,7E+03	1,99E+02	7,08E+02
2200	61,44	61,44	17,0	9,1	6,9E+03	2,40E+02	8,57E+02
2400	67,02	67,02	15,6	8,3	8,2E+03	2,86E+02	1,02E+03
2600	72,61	72,61	14,4	7,7	9,6E+03	3,36E+02	1,20E+03
2800	78,19	78,19	13,4	7,1	1,1E+04	3,89E+02	1,39E+03
3000	83,78	83,78	12,5	6,7	1,3E+04	4,47E+02	1,59E+03
3200	89,36	89,36	11,7	6,3	1,5E+04	5,09E+02	1,81E+03
3400	94,95	94,95	11,0	5,9	1,6E+04	5,74E+02	2,05E+03
3600	100,53	100,53	10,4	5,6	1,8E+04	6,44E+02	2,29E+03
3800	106,12	106,12	9,9	5,3	2,0E+04	7,17E+02	2,56E+03
4000	111,70	111,70	9,4	5,0	2,3E+04	7,95E+02	2,83E+03
4200	117,29	117,29	8,9	4,8	2,5E+04	8,76E+02	3,12E+03
4400	122,87	122,87	8,5	4,5	2,7E+04	9,62E+02	3,43E+03
4600	128,46	128,46	8,2	4,3	3,0E+04	1,05E+03	3,75E+03
4800	134,04	134,04	7,8	4,2	3,3E+04	1,14E+03	4,08E+03
5000	139,63	139,63	7,5	4,0	3,5E+04	1,24E+03	4,43E+03
5200	145,21	145,21	7,2	3,8	3,8E+04	1,34E+03	4,79E+03
5400	150,80	150,80	6,9	3,7	4,1E+04	1,45E+03	5,16E+03
5600	156,38	156,38	6,7	3,6	4,5E+04	1,56E+03	5,55E+03
5800	161,97	161,97	6,5	3,4	4,8E+04	1,67E+03	5,96E+03
6000	167,55	167,55	6,3	3,3	5,1E+04	1,79E+03	6,37E+03
6200	173,14	173,14	6,0	3,2	5,5E+04	1,91E+03	6,81E+03
6400	178,72	178,72	5,9	3,1	5,8E+04	2,03E+03	7,25E+03
6600	184,31	184,31	5,7	3,0	6,2E+04	2,16E+03	7,71E+03
6800	189,89	189,89	5,5	2,9	6,6E+04	2,30E+03	8,19E+03
7000	195,48	195,48	5,4	2,9	7,0E+04	2,43E+03	8,68E+03
7200	201,06	201,06	5,2	2,8	7,4E+04	2,58E+03	9,18E+03
7400	206,65	206,65	5,1	2,7	7,8E+04	2,72E+03	9,70E+03
7600	212,23	212,23	4,9	2,6	8,2E+04	2,87E+03	1,02E+04

Tabela 21: Dados do impulso de engrenamento de 5ª para 4ª.

8.4. Tabela de dados das componentes respeitantes à retenção dos *crabots*

ângulo (α) [°]	retenção tangencial [%]	retenção axial [%]	ângulo (α) [°]	retenção tangencial [%]	retenção axial [%]
0	0,00	0,00	46	71,93	49,97
1	1,75	1,74	47	73,14	49,88
2	3,49	3,49	48	74,31	49,73
3	5,23	5,23	49	75,47	49,51
4	6,98	6,96	50	76,60	49,24
5	8,72	8,68	51	77,71	48,91
6	10,45	10,40	52	78,80	48,51
7	12,19	12,10	53	79,86	48,06
8	13,92	13,78	54	80,90	47,55
9	15,64	15,45	55	81,92	46,98
10	17,36	17,10	56	82,90	46,36
11	19,08	18,73	57	83,87	45,68
12	20,79	20,34	58	84,80	44,94
13	22,50	21,92	59	85,72	44,15
14	24,19	23,47	60	86,60	43,30
15	25,88	25,00	61	87,46	42,40
16	27,56	26,50	62	88,29	41,45
17	29,24	27,96	63	89,10	40,45
18	30,90	29,39	64	89,88	39,40
19	32,56	30,78	65	90,63	38,30
20	34,20	32,14	66	91,35	37,16
21	35,84	33,46	67	92,05	35,97
22	37,46	34,73	68	92,72	34,73
23	39,07	35,97	69	93,36	33,46
24	40,67	37,16	70	93,97	32,14
25	42,26	38,30	71	94,55	30,78
26	43,84	39,40	72	95,11	29,39
27	45,40	40,45	73	95,63	27,96
28	46,95	41,45	74	96,13	26,50
29	48,48	42,40	75	96,59	25,00
30	50,00	43,30	76	97,03	23,47
31	51,50	44,15	77	97,44	21,92
32	52,99	44,94	78	97,81	20,34
33	54,46	45,68	79	98,16	18,73
34	55,92	46,36	80	98,48	17,10
35	57,36	46,98	81	98,77	15,45
36	58,78	47,55	82	99,03	13,78
37	60,18	48,06	83	99,25	12,10
38	61,57	48,51	84	99,45	10,40
39	62,93	48,91	85	99,62	8,68
40	64,28	49,24	86	99,76	6,96
41	65,61	49,51	87	99,86	5,23
42	66,91	49,73	88	99,94	3,49
43	68,20	49,88	89	99,98	1,74
44	69,47	49,97	90	100,00	0,00
45	70,71	50,00			

Tabela 22: Dados da retenção dos *crabots*.

8.5. Tabelas de dados da dinâmica longitudinal do veículo

RPM	Binário Motor	aceleração veículo 1ª vel	aceleração veículo 2ª vel	aceleração veículo 3ª vel	aceleração veículo 4ª vel	aceleração veículo 5ª vel
600		-0,134	-0,135	-0,137	-0,139	-0,143
800	100	2,428	1,587	1,138	0,828	0,603
1000	120	2,932	1,925	1,387	1,014	0,742
1200	150	3,689	2,433	1,761	1,294	0,952
1400	210	5,205	3,452	2,514	1,862	1,384
1600	250	6,205	4,124	3,009	2,232	1,660
1800	270	6,694	4,451	3,248	2,406	1,784
2000	310	7,685	5,117	3,737	2,770	2,052
2200	350	8,670	5,778	4,223	3,130	2,315
2400	370	9,148	6,098	4,455	3,295	2,426
2600	410	10,124	6,752	4,934	3,647	2,680
2800	450	11,094	7,403	5,410	3,995	2,928
3000	450	11,062	7,378	5,384	3,962	2,880
3200	450	11,030	7,352	5,357	3,927	2,830
3400	450	10,997	7,326	5,328	3,890	2,777
3600	450	10,964	7,299	5,299	3,851	2,721
3800	450	10,930	7,271	5,269	3,811	2,663
4000	450	10,896	7,243	5,237	3,768	2,601
4200	450	10,862	7,214	5,205	3,724	2,537
4400	450	10,828	7,184	5,171	3,678	2,470
4600	450	10,793	7,154	5,136	3,631	2,400
4800	450	10,758	7,123	5,100	3,581	2,327
5000	450	10,722	7,091	5,063	3,530	2,251
5200	430	10,203	6,733	4,785	3,297	2,037
5400	400	9,445	6,215	4,387	2,974	1,755
5600	380	8,931	5,860	4,110	2,741	1,540
5800	370	8,660	5,668	3,953	2,597	1,390
6000	360	8,390	5,476	3,796	2,453	1,239
6200	350	8,120	5,285	3,638	2,308	1,087
6400	340	7,852	5,094	3,481	2,162	0,933
6600	330	7,585	4,904	3,323	2,015	0,777
6800	320	7,319	4,714	3,166	1,868	0,620
7000	310	7,055	4,525	3,008	1,720	0,461
7200	300	6,791	4,336	2,850	1,572	0,301
7400						

Tabela 23: Dados das acelerações.

RPM	Binário Motor	Δt 1ª vel	Δt 2ª vel	Δt 3ª vel	Δt 4ª vel	Δt 5ª vel
600						
800	100	0,213	0,488	0,926	1,684	2,995
1000	120	0,176	0,402	0,759	1,375	2,436
1200	150	0,140	0,318	0,598	1,077	1,897
1400	210	0,099	0,224	0,419	0,749	1,306
1600	250	0,083	0,188	0,350	0,625	1,089
1800	270	0,077	0,174	0,324	0,579	1,013
2000	310	0,067	0,151	0,282	0,503	0,881
2200	350	0,060	0,134	0,249	0,445	0,781
2400	370	0,056	0,127	0,236	0,423	0,745
2600	410	0,051	0,115	0,213	0,382	0,674
2800	450	0,047	0,105	0,195	0,349	0,617
3000	450	0,047	0,105	0,196	0,352	0,627
3200	450	0,047	0,105	0,197	0,355	0,639
3400	450	0,047	0,106	0,198	0,358	0,651
3600	450	0,047	0,106	0,199	0,362	0,664
3800	450	0,047	0,107	0,200	0,366	0,679
4000	450	0,047	0,107	0,201	0,370	0,695
4200	450	0,048	0,107	0,202	0,374	0,712
4400	450	0,048	0,108	0,204	0,379	0,732
4600	450	0,048	0,108	0,205	0,384	0,753
4800	450	0,048	0,109	0,207	0,389	0,777
5000	450	0,048	0,109	0,208	0,395	0,803
5200	430	0,051	0,115	0,220	0,423	0,887
5400	400	0,055	0,125	0,240	0,469	1,030
5600	380	0,058	0,132	0,256	0,509	1,174
5800	370	0,060	0,137	0,266	0,537	1,300
6000	360	0,062	0,141	0,278	0,568	1,458
6200	350	0,064	0,147	0,290	0,604	1,663
6400	340	0,066	0,152	0,303	0,645	1,938
6600	330	0,068	0,158	0,317	0,692	2,326
6800	320	0,071	0,164	0,333	0,746	2,916
7000	310	0,073	0,171	0,350	0,811	3,918
7200	300	0,076	0,179	0,370	0,887	5,997
Soma (s)		2,292	5,224	9,990	19,166	46,773

Tabela 24: Dados da variação do tempo.

RPM	Binário Motor	Δs 1ª vel	Δs 2ª vel	Δs 3ª vel	Δs 4ª vel	Δs 5ª vel
600						
800	100	0,384	1,323	3,413	8,215	18,946
1000	120	0,409	1,402	3,600	8,625	19,808
1200	150	0,398	1,356	3,465	8,258	18,860
1400	210	0,333	1,130	2,869	6,786	15,344
1600	250	0,322	1,091	2,765	6,531	14,754
1800	270	0,339	1,146	2,903	6,865	15,563
2000	310	0,330	1,114	2,820	6,666	15,122
2200	350	0,323	1,090	2,759	6,521	14,814
2400	370	0,335	1,131	2,864	6,783	15,481
2600	410	0,329	1,110	2,811	6,661	15,236
2800	450	0,324	1,094	2,769	6,567	15,060
3000	450	0,349	1,179	2,988	7,113	16,441
3200	450	0,375	1,265	3,211	7,671	17,886
3400	450	0,400	1,351	3,436	8,244	19,403
3600	450	0,426	1,438	3,664	8,831	21,001
3800	450	0,451	1,526	3,896	9,435	22,691
4000	450	0,477	1,615	4,131	10,057	24,483
4200	450	0,503	1,705	4,370	10,698	26,391
4400	450	0,529	1,795	4,613	11,360	28,432
4600	450	0,556	1,887	4,861	12,045	30,624
4800	450	0,582	1,979	5,112	12,754	32,987
5000	450	0,609	2,072	5,369	13,490	35,549
5200	430	0,666	2,272	5,913	15,034	40,888
5400	400	0,748	2,558	6,702	17,319	49,320
5600	380	0,821	2,815	7,424	19,498	58,327
5800	370	0,877	3,016	8,000	21,326	66,945
6000	360	0,937	3,231	8,623	23,375	77,741
6200	350	1,001	3,462	9,301	25,689	91,666
6400	340	1,070	3,709	10,041	28,323	110,324
6600	330	1,142	3,975	10,851	31,349	136,635
6800	320	1,220	4,263	11,742	34,861	176,543
7000	310	1,304	4,573	12,726	38,987	244,296
7200	300	1,394	4,911	13,818	43,905	384,729
Soma (m)		20,265	69,586	183,830	489,845	1892,292

Tabela 25: Dados da variação de posição.

