

**Escoamento Turbulento em Torno de um Cilindro a
Baixo Número de Reynolds**
'Comparação entre Modelos de Turbulência'

Ivo Alexandre Brás Barroso Pereira

Dissertação do MIEM

Orientador na FEUP: Professor Doutor Fernando M. C. T. de Pinho



Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Julho 2010

*'Nenhum trabalho de qualidade pode ser feito sem
concentração e auto-sacrifício, esforço e dúvida'*

Beerbohm , Max

Resumo

Este trabalho enquadra-se no estudo computacional de escoamentos turbulentos em torno de cilindros, tanto circulares como quadrados e tem como objectivo avaliar a capacidade predictiva de diversos modelos de turbulência do tipo RANS. Sendo a principal característica deste tipo de escoamentos, a formação de caminhos de vórtices de Von Kármán, que levam a flutuações significativas do campo de pressões, verifica-se que os modelos de turbulência não conseguem capturar a magnitude correcta dessas flutuações, o que leva a incertezas nas previsões. São estas diferenças nas previsões dos vários modelos de turbulência que vão ser aqui estudadas, sendo que é para estudar essas dependências que este estudo está definido.

A simulação numérica compreende a resolução das equações de conservação da quantidade de movimento e da continuidade, escritas na sua forma para regime permanente. A discretização das equações diferenciais é feita com base na formulação para volumes finitos e a simulação da turbulência é avaliada com base em cinco modelos de turbulência estudados, sendo eles os modelos $k-\varepsilon$ normal e o renormalizado, o modelo $k-\omega$, o modelo Spalart-Allmaras e o modelo de tensão de Reynolds.

Primeiramente neste trabalho começa-se por realizar uma série de trabalhos “preliminares” de validação, tais como, um escoamento entre duas placas paralelas, um escoamento numa expansão súbita e seguindo-se os casos de escoamentos em torno de cilindros, inicialmente no caso de escoamentos laminares em regime permanente e também em regime transiente e finalmente para os casos de escoamentos turbulentos.

Em relação à simulação do escoamento turbulento em torno de um cilindro quadrado para um número de Reynolds de 20 000, os valores atingidos por esta tese estão muito próximos dos valores esperados e dados na literatura. Utilizou-se o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ RNG, visto que esta variante do $k-\varepsilon$ padrão amplifica os efeitos de menor escala do movimento tornando-os mais visíveis e mostrando ser o melhor no estudo deste tipo de escoamento.

Em relação à simulação do escoamento turbulento em torno de um cilindro circular para uma gama de número de Reynolds de 1×10^4 a 9×10^4 , em comparação com a literatura os resultados obtidos não foram os melhores, tendo-se obtido bons resultados em relação à frequência de ejeção de vórtices, mas tendo-se obtido valores muito afastados nos restantes parâmetros avaliados, como o $C_{D\ med}$, o C_D' e o C_L' influenciados pelo valor do ângulo de separação obtido que é superior ao dado na literatura.

Em relação à simulação do escoamento turbulento em torno de um cilindro circular para um número de Reynolds de 10 000, tendo em conta que se testou vários modelos de turbulência disponibilizados pelo FLUENT, pode-se concluir que o modelo $k-\varepsilon$ RNG foi o que apresentou melhores resultados em conformidade com o caso do escoamento em torno do cilindro quadrado.

Turbulent flow around cylinders

Abstract

This work is part of the computational study of turbulent flow around circular and square cylinders and his goal is to evaluate the predictive ability of several turbulence models of RANS-type. As the main feature of these flows, the formation of paths of Von Karman vortices, leading to significant fluctuations of the pressure field and it appears that the turbulence models fail to capture the correct magnitude of these fluctuations, which leads to uncertainty in forecasting. These differences in predictions of the different models of turbulence will be studied here, as it is to study these dependencies this study is defined.

The numerical simulation includes the resolution of conservation equations of momentum and continuity. The discretization of differential equations is based on the finite volume formulation and the simulation of turbulence is evaluated based on five turbulence models studied, they are the k - ϵ Standard and k - ϵ RNG models, the k - ω model, the Spalart-Allmaras model and the Reynolds Stress model.

This paper begins with validation of results such as a flow between parallel plates and a flow in a sudden expansion followed by the flow around cylinders.

The simulation performed on the turbulent flow around a square cylinder for a Reynolds number of 20 000, reach values very close to the expected in the literature. We used the turbulence model k - ϵ RNG, since this variant of the standard k - ϵ amplifies the effects of lower range of motion making them more visible and be the best showing in the study of this type of flow.

The simulation performed on the turbulent flow around a circular cylinder for a range of Reynolds number of 1×10^4 to 9×10^4 , the results weren't the best compared to the literature, because we had reach good values in the frequency of vortex shedding, but for all the other parameters, such as $C_{D \text{ med}}$, C_D' and C_L' the results are too far, these results were influenced by the value of the angle of separation obtained that is higher than the value reached in the literature.

The simulation performed on the turbulent flow around a circular cylinder for a Reynolds number of 10 000, has tested for several turbulence models provided by FLUENT, and we may conclude that the k - ϵ RNG model was presented the best results.

Agradecimentos

Em primeiro lugar queria agradecer à minha família, em especial aos meus pais, Manuel e Dina, à minha irmã Ariana, e à minha avó Helena. Por todo o apoio, confiança e amor dado ao longo da minha vida.

Ao Prof. Fernando T. Pinho, por me ter orientado neste projecto, pois sem a sua orientação, disponibilidade e sabedoria ainda me encontraria neste momento sem rumo.

Também queria agradecer à Eng. Alexandra Azevedo, pela disponibilidade e amabilidade e apoio demonstrada ao longo de todo trabalho.

Para finalizar, quero agradecer a todos os meus amigos, especialmente aos que me acompanharam mais de perto, ao Eduardo Brás, ao Marcelo Martins e ao Tiago Batista, muito obrigado por tudo ‘friends’

*‘Dedico este trabalho a quem sempre acreditou
no meu empenho e capacidade de trabalho’*

Pereira, Ivo

Índice detalhado da tese

Resumo	iii
Abstract	iv
Índice das Figuras	viii
Índice das Tabelas	ix
Lista de Símbolos	x
Capítulo 1- Introdução	
1.1 Introdução e Objectivos	1
1.2 Organização da Tese	2
Capítulo 2- Escoamento em torno de um cilindro: Fundamentos Teóricos	
2.1 Introdução	3
2.2 Grupos Adimensionais Relevantes.....	3
2.3 Camada Limite	7
2.4 Escoamentos Laminar e Turbulento.....	7
2.5 Escoamento em Torno de Corpos Submersos: Camada Limite na Superfície de um Cilindro	8
2.6 Fundamentação do Tema da Tese	11
Capítulo 3- Equações Fundamentais	
3.1 Introdução.....	13
3.2 Equações Governativas	14
3.2.1 Conservação da Massa – equação da continuidade.....	14
3.3 Equações de Reynolds.....	15
3.4 Modelos de Turbulência Utilizados	17
3.4.1 Modelo de uma equação.....	17
3.4.2 Modelo de duas equações ($k-\varepsilon$ $k-\omega$).....	19
3.5 Método Numérico de Discretização Utilizado	24
Capítulo 4- Alguns Aspectos do Método Numérico e Validação	
4.1 Introdução	25
4.2 Geração de Malhas no GAMBIT	26
4.3 Aspectos Relacionados com o FLUENT.....	27
4.3.1- Condições iniciais	27
4.3.2 Condições de fronteira	29
4.3.3 Discretização	30

4.3.4	Algoritmo de acoplamento pressão-velocidade	31
4.3.5	Comunicação de Resíduos	31
4.4	Validação.....	32
4.4.1	Escoamento entre Duas Placas Paralelas.....	32
4.4.2	Escoamento numa Expansão Súbita.....	35
4.4.3	Escoamento laminar em torno de um cilindro circular	38
4.4.4	Escoamento em regime transiente em torno de um cilindro circular	41
Capítulo 5- Resultados		
5.1	Introdução	44
5.2	Escoamento Turbulento em Torno de um Cilindro Quadrado	44
5.3	Escoamento Turbulento em Torno de um Cilindro Circular.....	47
5.3.1	Resultados para valores $27400 < Re < 90000$	47
5.3.2	Resultados para valores de $Re = 10000$	51
Capítulo 6- Conclusão		
6.1	Introdução	53
6.2	Principais Conclusões	53
6.3	Sugestões para Trabalho Futuro.....	55
Referências Bibliográficas		56
Anexo A: Escoamento entre Duas Placas Paralelas.....		58
Anexo B: Escoamento Laminar em Torno de um Cilindro Circular.....		59
Anexo C: Escoamento Transiente em Torno de um Cilindro Circular		60
Anexo D: Escoamento em Torno de um Cilindro Circular para Valores.....		61
$27400 < Re < 90000$		61
Anexo E: Escoamento em Torno de um Cilindro Circular para $Re=10000$		63

Índice das Figuras

Fig. 1- Escoamento a passar por um cilindro circular, com separação laminar (I), separação turbulenta (II), e a respectiva distribuição da pressão na superfície do cilindro (III).....	6
Fig. 2- Camada limite numa placa plana.....	7
Fig. 3- Descolamento de escoamento sobre uma superfície curva.....	8
Fig. 4- Esboço das diferentes zonas da camada limite num escoamento laminar ($\theta_{sep} = 80^\circ$).	9
Fig. 5- Esboço das diferentes zonas da camada limite num escoamento turbulento ($\theta_{sep} = 140^\circ$).	9
Fig. 6- Coeficiente de arrasto para um cilindro circular liso em função do número de Reynolds (L corresponde ao comprimento do cilindro e D o diâmetro do cilindro).....	10
Fig. 7- Esquema da geometria do escoamento entre duas placas paralelas da expansão súbita e parâmetros relevantes.....	32
Fig. 8- Perfil de velocidades das duas malhas e da curva analítica.....	33
Fig. 9- Teste de resíduos em função do factor de fricção para um escoamento entre duas placas paralelas e $Re=10$	34
Fig. 10- Esquema da geometria da expansão súbita e parâmetros relevantes.	35
Fig. 11- Perfil de velocidades das três malhas na zona totalmente desenvolvida da expansão súbita.	37
Fig. 12- Esquema da malha do cilindro circular usada e os parâmetros relevantes.	38
Fig. 13- Teste de resíduos em função do $C_{D_{med}}$ para um escoamento laminar em torno de um cilindro a $Re=40$	39
Fig. 14- Padrão das linhas de corrente para $Re=40$, na simulação do escoamento laminar em torno de um cilindro circular.....	40
Fig. 15- Padrão das linhas de corrente para $Re=40$, na simulação do escoamento laminar em torno de um cilindro circular, (retirado de H. Ding <i>et al.</i> [10]).....	40
Fig. 16- Resultado do valor de $C_{D_{med}}$ variando o nº de iterações máximas por passo no tempo.	41
Fig. 17- Resultado do valor de $C_{D_{med}}$ variando o passo no tempo.	42
Fig. 18- Esquema da malha do cilindro quadrado e os parâmetros relevantes.....	44
Fig. 19- Padrão das linhas de corrente para $Re=20000$, na simulação do escoamento turbulento em torno de um cilindro quadrado.	46
Fig. 20- Padrão das linhas de corrente para $Re=20000$, na simulação do escoamento turbulento em torno de um cilindro quadrado, no caso de Younis (retirado de Younis [2]).	46
Fig. 21- Esquema da malha do cilindro circular usada e os parâmetros relevantes(I)	47
Fig. 22- Resultados obtidos do St em função do número de Reynolds, comparando com a literatura.	48

Fig. 23- Resultados obtidos do $C_{D\ med}$ em função do número de Reynolds, comparando com a literatura.	48
Fig. 24- Resultados obtidos do $C_{D'}$ em função do número de Reynolds, comparando com a literatura.	49
Fig. 25- Resultados obtidos do $C_{L'}$ em função do número de Reynolds, comparando com a literatura.	49
Fig. 26- Resultados obtidos do θ_s em função do número de Reynolds, comparando com a literatura.	50
Fig. 27- Resultados obtidos dos vários parâmetros (St , $C_{D\ med}$, $C_{D'}$, $C_{L'}$) para os vários modelos.	51
Fig. 28-- Resultados obtidos do θ_s para os vários modelos.	51

Índice das Tabelas

Tab. 1- Características das malhas usadas para $Re=10$	33
Tab. 2- Resultados da simulação sobre o cálculo do factor de fricção para $Re=10$	33
Tab. 3- Características das malhas usadas para $Re=50000$	34
Tab. 4- Resultados da simulação sobre o cálculo do factor de fricção para $Re=50000$	34
Tab. 5- Parâmetros relevantes.	36
Tab. 6- Características das malhas usadas para $Re=30$	36
Tab. 7- Resultados do cálculo do comprimento de recirculação.	36
Tab. 8- Características das malhas usadas para $Re=40$	38
Tab. 9- Comparação dos valores obtidos do $C_{D\ med}$, L_{sep} e θ_s com a literatura.	39
Tab. 10- Características das malhas utilizadas.	41
Tab. 11- Comparação dos valores obtidos de $C_{D\ med}$ e St com a literatura.	42
Tab. 12- Características da malha utilizada no cilindro quadrado para $Re\ 20000$	45
Tab. 13- Resultados da simulação do cilindro quadrado.	45
Tab. 14- Características da malha utilizada no cilindro circular.	47
Tab. 15- Resultados do valor do factor de fricção variando o valor do resíduo, para escoamento entre duas placas paralelas.	58
Tab. 16- Resultados do valor de $C_{D\ med}$ variando o valor do resíduo, para escoamento em torno de um cilindro circular para um Reynolds de 40.	59
Tab. 17- Resultados do teste de nº de iterações máximas por passo de tempo.	60
Tab. 18- Resultados do valor do $C_{D\ med}$ com a variação do passo no tempo.	60
Tab. 19- Resultados da simulação do cilindro circular para $Re=27400$	61
Tab. 20- Resultados da simulação do cilindro circular para $Re=45000$	61

Tab. 21- Resultados da simulação do cilindro circular para $Re=90000$62Tab. 22- Resultados da simulação do cilindro circular para $Re=10000$63

Lista de Símbolos

Símbolos Latinos

A	área do cilindro frontal ao escoamento [m^2]
A_P	área planiforme [m^2]
C_D'	amplitude do coeficiente de arrasto
C_L'	amplitude do coeficiente de sustentação
$C_{b2}, \sigma_{\tilde{v}}, C_\mu$	parâmetros do modelo de turbulência
$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{3\varepsilon}$	parâmetros do modelo de turbulência
Γ_k, Γ_ω	difusibilidade efectiva de k e ω respectivamente
D	diâmetro do cilindro [m]
f	frequência de ejeção de vórtices [Hz]
f	factor de fricção
F_D	força de arrasto [N]
F_L	força de sustentação
g	aceleração gravítica [m/s^2]
G_v, G_k, G_b	produção da viscosidade turbulenta
G_ω	produção da taxa de dissipação específica
h	altura entre paredes [m]
H	altura do cilindro [m]
I	intensidade da turbulência [%]
k	energia cinética turbulenta [J/Kg]
L	comprimento [m]
l_f	comprimento característico da zona de formação [m]
l_d	comprimento característico de difusão [m]
P	pressão do fluido [Pa]
P_∞	pressão medida sobre a superfície do corpo [Pa]
S	termo fonte das equações na forma discreta
U_∞, V, u_{med}	velocidade média [m/s]
u'	flutuação da velocidade [m/s]
u, v, w	componentes cartesianas da velocidade [m/s]

$\overline{u_i' u_j'}$	tensor da tensão de Reynolds
ω	frequência angular [rad/s]
Y^+	distância normal em coordenadas de parede
Y_ν	termo de destruição da viscosidade turbulenta
Y_m	contribuição da flutuação da dilatação na turbulência
Y_k, Y_ω	dissipação turbulenta de k e ω respectivamente
x, y, z	coordenadas cartesianas

Símbolos gregos

α	ângulo de ataque [°]
ε	taxa de dissipação turbulenta [m^2/s^3]
μ	viscosidade dinâmica [$\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$]
ν	viscosidade cinemática [m^2/s]
ν_T	viscosidade cinemática turbulenta [m^2/s]
Θ	ângulo de separação da camada limite do cilindro [rad]
λ_z	comprimento da onda [m]
ρ	massa volúmica [kg/m^3]
δ	tensor unitário
τ	tensão de corte [N/m^2]
ω	taxa de dissipação específica [s^{-1}]
∇u	gradiente do vector velocidade
Δt	passo de tempo no cálculo do escoamento
Δt^*	passo de tempo adimensional ($=\Delta t U_0/L$)

Grupos adimensionais

C_D	coeficiente de arrasto
C_P	coeficiente de pressão
C_L	coeficiente de sustentação
Re	número de Reynolds
St	número de Strouhal

Subscritos

∞	região longínqua
----------	------------------

0	momento inicial
c	crítico
med	médio
s	separação
t	tempo
i, j, k	índice de coordenadas cartesianas
x, y, z	direcções cartesianas

Superescritos

*	estruturas de vórtices do modo A em simultâneo com deslocações
‘	intensidade (coeficientes de arrasto e sustentação)

Abreviaturas

CFD	Dinâmica de fluidos computacional (<i>Computational Fluid Dynamics</i>)
DNS	Simulação numérica directa (<i>Direct Numerical Simulation</i>)
LES	Simulação das grandes escalas (<i>Large Eddy Simulation</i>)
QUICK	Esquema das diferenças a montante de 3ª ordem (<i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics</i>)
MDF	Método das diferenças finitas
MEF	Método dos elementos finitos
MVF	Método dos volumes finitos
MLSFD	Método de diferenças finitas com base em mínimos quadrados (<i>Least Square-based Finite Difference Method</i>)
MUSCL	Esquema monótono centrado a montante para leis de conservação (<i>Monotone Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws</i>)
PISO	Método de pressão implícita com separação de operador (<i>Pressure-Implicit with Splitting of Operators</i>)
RANS	Equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes Equation</i>)
r.m.s	desvio padrão (<i>root mean square</i>)
RSM	Modelo de tensões de Reynolds (<i>Reynolds Stress Model</i>)
SIMPLE	Método Semi-Implícito para equações ligadas (<i>Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations</i>)
UDS	Esquema de diferenças de montante de 1ª ordem (<i>Upwind Differencing Scheme</i>)

Capítulo 1

Introdução

1.1 Introdução e Objectivos

Este projecto está inserido num estudo experimental e numérico sobre o escoamento em torno de cilindros em curso na FEUP e onde se pretende estudar com algum detalhe o escoamento e a radiação num sistema de tratamento de águas residuais por radiação ultravioleta. Sistemas deste tipo estão presentemente implementados nas estações de tratamento de águas residuais da cidade do Porto (Sobreiras e Freixo).

Num dispositivo deste tipo, a água a tratar circula através de um banco de lâmpadas de radiação ultravioleta, pelo que a previsão correcta das características do sistema pressupõe a previsão correcta do escoamento turbulento a número de Reynolds relevantes, que no caso vertente anda pelos 10000 a 20000. Só uma previsão correcta do escoamento perante a posterior previsão da eficiência da desinfecção por radiação que depende, entre outras, do tempo de residência das partículas de fluido.

Contudo, a previsão das características hidrodinâmicas de um escoamento em regime turbulento baseia-se no uso de modelos de turbulência e estes nem sempre apresentam bons desempenhos, isto é, nem sempre estes prevêm correctamente as características hidrodinâmicas do escoamento.

Precisamente, o objectivo da presente tese é o de investigar as capacidades preditivas dos modelos de turbulência implementados no código FLUENT, na perspectiva da previsão do escoamento em torno de um cilindro. Em particular, é sabido que os modelos de turbulência do tipo 'standard' apresentam deficiências na precisão destes escoamentos, que aqui queremos averiguar.

Antes de estudar o escoamento na gama de números de Reynolds entre 10000 e os 20000, que são relevantes para o escoamento no tratamento ultravioleta, faz-se o cálculo do escoamento laminar e transiente, em condições que não dependem de modelos de turbulência, na mesma ou noutras geometrias, e que visam averiguar o impacto sobre os resultados da malha, do seu refinamento e dos métodos numéricos de discretização utilizados.

1.2 Organização da Tese

Após esta breve introdução, é feita no capítulo 2, uma breve revisão do conhecimento actual relativo ao escoamento em torno de cilindros, com o intuito de procurar fundamentar o trabalho aqui realizado.

O capítulo 3, apresenta as equações fundamentais incluindo o conjunto de modelos de turbulência disponível no código de mecânica de fluidos computacional FLUENT, usado neste trabalho.

O capítulo 4, apresenta alguns aspectos que relacionam a simulação numérica e as opções tomadas aquando da utilização do código FLUENT e do pacote gerador de malhas GAMBIT, e procede-se ao cálculo numérico de um conjunto de casos para averiguar aspectos como a convergência iterativa, incertezas dos resultados e sua dependência do grau de refinamento da malha. Estes cálculos em regime laminar referem-se a casos bem documentados na literatura que servem assim como base de comparação.

No capítulo 5, apresentam-se e discutem-se então os resultados deste estudo para escoamento turbulento em torno de um cilindro

A tese termina no capítulo 6, onde se apresentam as principais conclusões do trabalho e se fazem algumas sugestões.

Capítulo 2

Escoamento em torno de um cilindro: Fundamentos Teóricos

2.1 Introdução

A contribuição dos estudos referidos sobre o comportamento de fluidos newtonianos nos escoamentos em torno de cilindros em regimes laminar e turbulento, foi muito importante para o presente trabalho pois permitiu a comparação de alguns dos resultados e facilitou a melhor compreensão do projecto. Neste capítulo será feita uma breve descrição das características destes escoamentos, com ênfase nos escoamentos turbulentos, mas começar-se-á por apresentar, numa breve nota introdutória, os grupos adimensionais relevantes, utilizados tanto na literatura como no projecto.

2.2 Grupos Adimensionais Relevantes

Número de Reynolds (Re) - é o primeiro grupo adimensional que correlaciona os comportamentos inercial e viscoso num escoamento. Um número de Reynolds muito baixo indica um movimento essencialmente viscoso onde os efeitos de inércia são desprezíveis e um número de Reynolds elevado é típico de escoamentos dominados pelas forças de inércia. Além disso, estes escoamentos a elevado número de Reynolds decorrem frequentemente em regime turbulento onde apresentam uma variação lenta no tempo médio mas que por sua vez possui fortes flutuações aleatórias de alta frequência. Não se pode dizer quais são os valores dos números de Reynolds baixos ou altos porque eles dependem muito da geometria do fluxo.

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu} \quad (2.1)$$

Sendo,

U_{∞} - velocidade média do fluido

D - diâmetro do cilindro

μ - viscosidade dinâmica do fluido

ρ - massa volúmica do fluido

Número de Strouhal (St) – Há escoamentos que apresentam características que variam no tempo com periodicidade bem definida. A frequência desse fenómeno periódico é uma característica do escoamento e pode ser adimensionalizada, sendo que o número correspondente é o número de Strouhal.

$$St = \frac{\omega D}{U_{\infty}} \quad (2.2)$$

Sendo,

U_{∞} - velocidade média do fluido

D – diâmetro do cilindro

ω – frequência

Coefficiente de arrasto (C_D) - é um coeficiente de força adimensional, que é usado para quantificar a resistência de um objecto à passagem de um fluido. Está relacionado com a força de arrasto, que por definição, é a componente da força paralela à direcção do escoamento. A área de referência depende do tipo de objecto submerso e no caso vertente é a área do cilindro projectado num plano perpendicular ao escoamento. O valor de C_D não é constante, pois ao adimensionalizar depende então do número de Reynolds e de outras grandezas adimensionais geométricas.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2 A} \quad (2.3)$$

Sendo,

U_{∞} - velocidade média do fluido

F_D – força de arrasto

A – área de referência

ρ – massa volúmica do fluido

Ficando assim, o coeficiente de arrasto a depender do número de Reynolds

$$C_D = f(Re) \quad (2.4)$$

Coefficiente de sustentação (C_L) - é um coeficiente adimensional que relaciona a sustentação gerada por um corpo, a pressão dinâmica do fluxo de fluido em torno do corpo e uma área de referência associada ao corpo. Está relacionado com a força de sustentação, que por definição, é a componente da força que é perpendicular à direcção do escoamento.

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} \quad (2.5)$$

Sendo,

U_∞ - velocidade média do fluido

F_L - força de sustentação

A - área de referência

ρ - massa volúmica do fluido

Os coeficientes de arrasto e de sustentação para um perfil alar são funções do número de Reynolds e do ângulo de ataque, α , que é o ângulo formado entre a corda do aerofólio e o vector velocidade, U , da corrente livre. A corda é o segmento de recta que passa pela linha de espessura média entre o bordo de ataque e o de fuga de um aerofólio. Quando este tem secção simétrica, tanto a linha média quanto as cordas são rectas e coincidem. A área perpendicular ao escoamento muda com o ângulo de ataque, como consequência disso, a área planiforme, A_p , é usada para definir os coeficientes de arrasto e de sustentação.

Coefficiente de pressão (C_P) - o coeficiente de pressão é um número adimensional que descreve as pressões relativas ao longo de um campo de fluxo. Cada ponto, num campo de fluxo de fluido tem o seu próprio coeficiente de pressão, C_P .

$$C_P = \frac{P_\infty - P}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \quad (2.6)$$

Sendo,

U_∞ - velocidade média do fluido

P - pressão medida a jusante

P_∞ - pressão medida a montante

ρ - massa volúmica do fluido

Os fenómenos de deslocamento, formação da esteira e o caminho de vórtices, estão normalmente associados ao aparecimento de um gradiente positivo de pressões junto à parede do obstáculo (gradiente de pressão adverso), correspondente ao escoamento exterior à camada limite. Ora, quanto maior for a curvatura das paredes, maior será o gradiente de pressões e portanto mais intensos todos aqueles fenómenos (Fig.1).

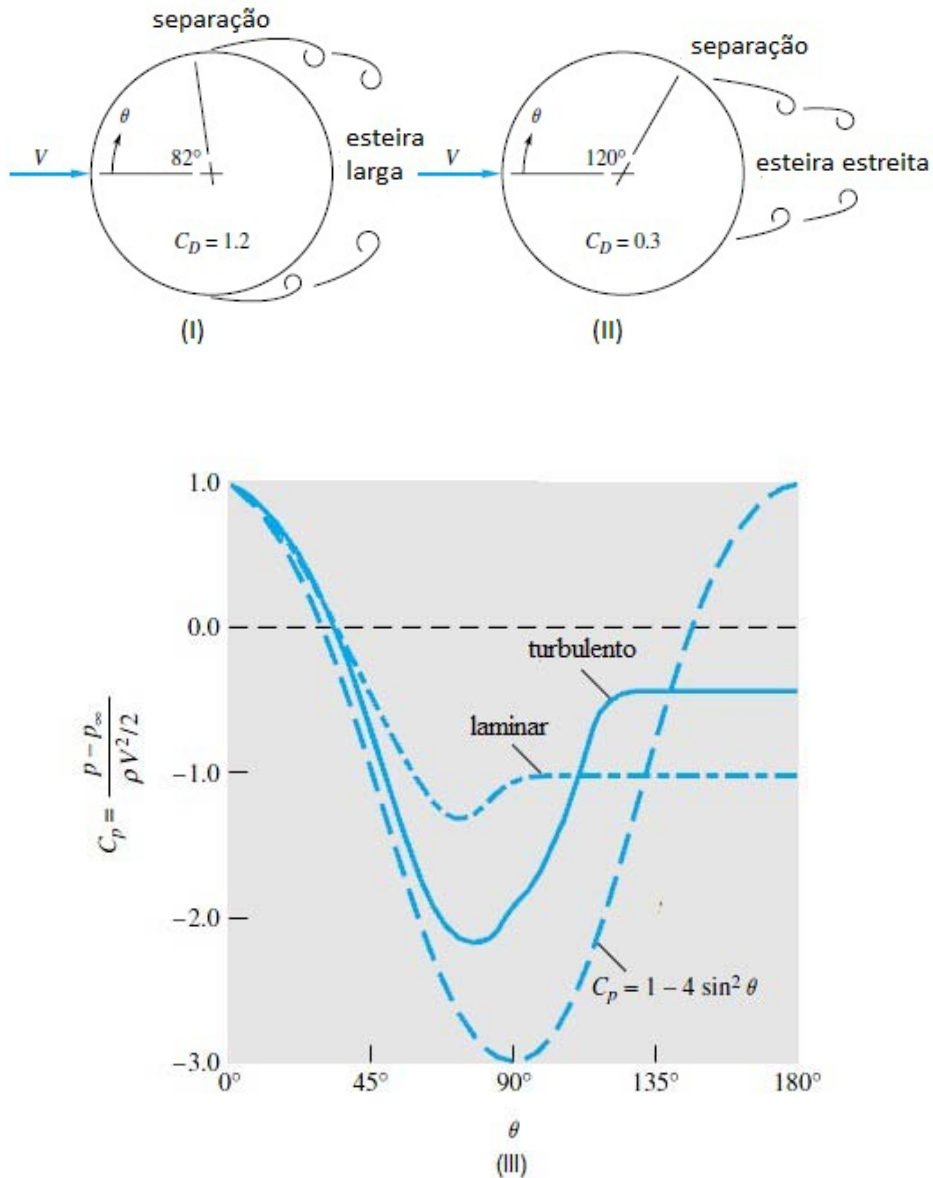


Fig. 1- Escoamento a passar por um cilindro circular, com separação laminar (I), separação turbulenta (II), e a respectiva distribuição da pressão na superfície do cilindro (III).

2.3 Camada Limite

O conceito de camada limite foi formulado primeiramente por Ludwig Prandtl em 1904. Embora já se conhecessem as equações de Navier-Stokes, as dificuldades matemáticas para a sua solução proibiam um tratamento teórico dos escoamentos viscosos.

Uma das grandes conquistas da teoria da camada limite por Prandtl, foi a capacidade de prever que muitos escoamentos viscosos podem ser analisados, dividindo-se o fluxo em duas regiões: uma perto das fronteiras sólidas, e a outra cobrindo o restante. Somente na estreita região junto a uma fronteira sólida, camada limite, o efeito da viscosidade é importante, porque na região fora da camada limite, o efeito da viscosidade é desprezável e o fluido trata-se como não-viscoso.

Infelizmente, ainda hoje a teoria não pode prever com precisão o comportamento da região de fluxos separados e a sua interação com a camada exterior. Na camada limite, tanto as forças viscosas quanto as de inércia são importantes, logo não admira que o número de Reynolds seja significativo na caracterização dos escoamentos em camada limite.

As soluções de camada limite são apenas aproximações das soluções completas da equação de Navier-Stokes, deve-se por isso, ter algum critério sobre onde aplicar essa aproximação. O segredo da aplicação bem sucedida da aproximação da camada limite é a hipótese de que a camada limite é muito fina, isto é, para escoamentos com elevado número de Reynolds [4] [12] [30].

2.4 Escoamentos Laminar e Turbulento

O escoamento em camada limite pode ser laminar ou turbulento, não existindo nenhum valor de referência de número de Reynolds para o qual ocorre a transição de regime laminar para turbulento, na camada limite. Entre os factores que afectam a transição em camada limite encontram-se o gradiente de pressão, a rugosidade superficial, a transferência de calor, as forças de massa e as perturbações da corrente livre.

Em muitas situações reais, uma camada limite desenvolve-se sobre uma superfície longa, essencialmente plana, e como, as características básicas de todos esses escoamentos são ilustradas pelo caso mais simples de uma placa plana, considera-se esse, em primeiro lugar.

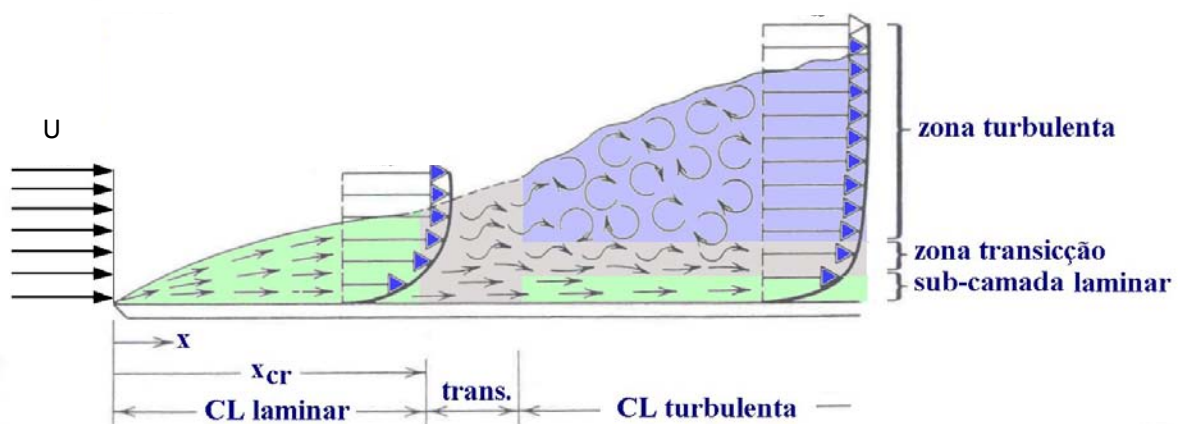


Fig. 2- Camada limite numa placa plana, onde CL (camada limite).

A Fig. 2 exibe um quadro qualitativo do crescimento da camada limite sobre uma placa plana. A camada limite é laminar por uma curta distância a jusante da borda de ataque, ocorrendo a transição sobre uma região da placa, em vez de ser sobre uma linha transversal à placa. A região de transição estende-se para jusante até ao local onde o escoamento em camada limite se torna inteiramente turbulento [4] [12] [30].

2.5 Escoamento em Torno de Corpos Submersos: Camada Limite na Superfície de um Cilindro

Num escoamento sobre um cilindro com um número de Reynolds elevado, diversos fenómenos ocorrem. O escoamento de fluxo livre divide-se no ponto de estagnação e rodeia o corpo, o fluido em contacto com a superfície e adquire a velocidade do corpo como resultado da condição de não escorregamento. Há formação das camadas-limite tanto na superfície inferior como na superior do corpo, sendo o escoamento na camada-limite inicialmente laminar, ocorrendo a transição para escoamento turbulento apenas a alguma distância do ponto de estagnação, dependendo das condições da corrente livre, da rugosidade da superfície e do gradiente de pressão. A camada limite turbulenta que se segue após a transição cresce mais rapidamente do que a laminar, crescimento esse que vai provocar um leve deslocamento das linhas de corrente no escoamento externo. Numa região de pressão crescente, a separação do escoamento poderá ocorrer, formando o fluido que estava nas camadas-limite na superfície do corpo, a esteira.

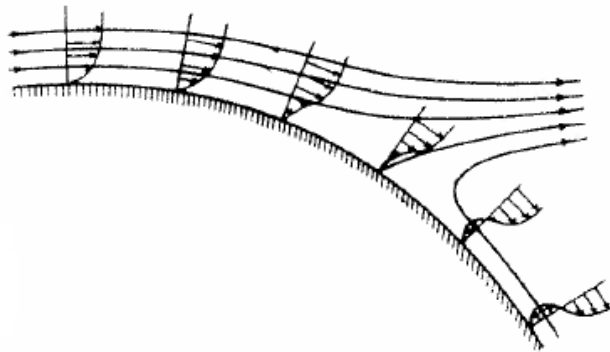


Fig. 3- Descolamento de escoamento sobre uma superfície curva.

Como não existem soluções exactas para camadas limite turbulentas, é necessário usar soluções aproximadas, sendo usada como base para essas soluções aproximadas, a dedução da equação da quantidade de movimento, sob a forma integral, para gradiente de pressão não nulo.

O estudo do escoamento em torno de um cilindro circular (Fig.4 e Fig.5), é bastante ilustrativo para a introdução do conceito de camada limite, já referido anteriormente em 2.3, assim como para a introdução de diversos fenómenos característicos encontrados também nos escoamentos de maior complexidade.

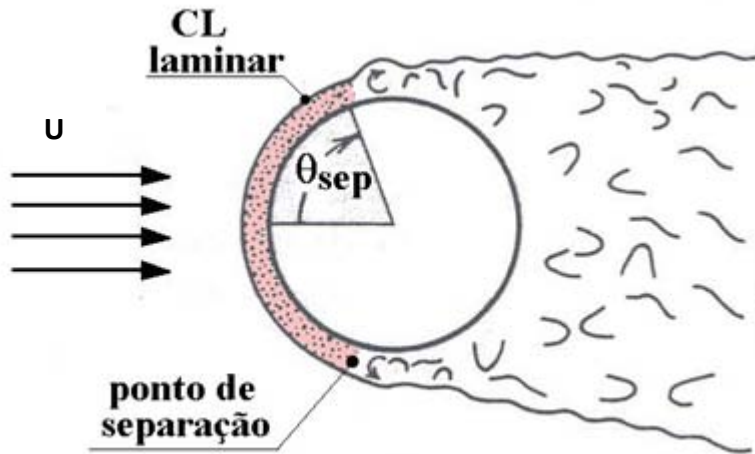


Fig. 4- Esboço das diferentes zonas da camada limite num escoamento laminar ($\theta_{sep} = 80^\circ$), onde CL (camada limite).

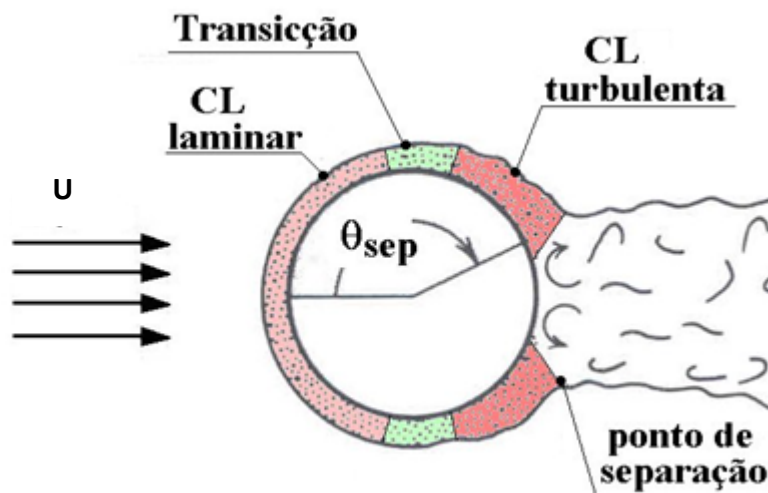


Fig. 5- Esboço das diferentes zonas da camada limite num escoamento turbulento ($\theta_{sep} = 140^\circ$), onde CL (camada limite).

Considerando-se um cilindro circular de diâmetro D , em torno do qual se dá um escoamento bidimensional, com número de Reynolds gradualmente crescente, correspondendo a um aumento continuado da velocidade do escoamento. Como se pode observar na Fig. 6, a curva de variação do coeficiente de arrasto C_D , em função do número de Reynolds obtida experimentalmente, verifica-se haver seis zonas distintas a serem examinadas.

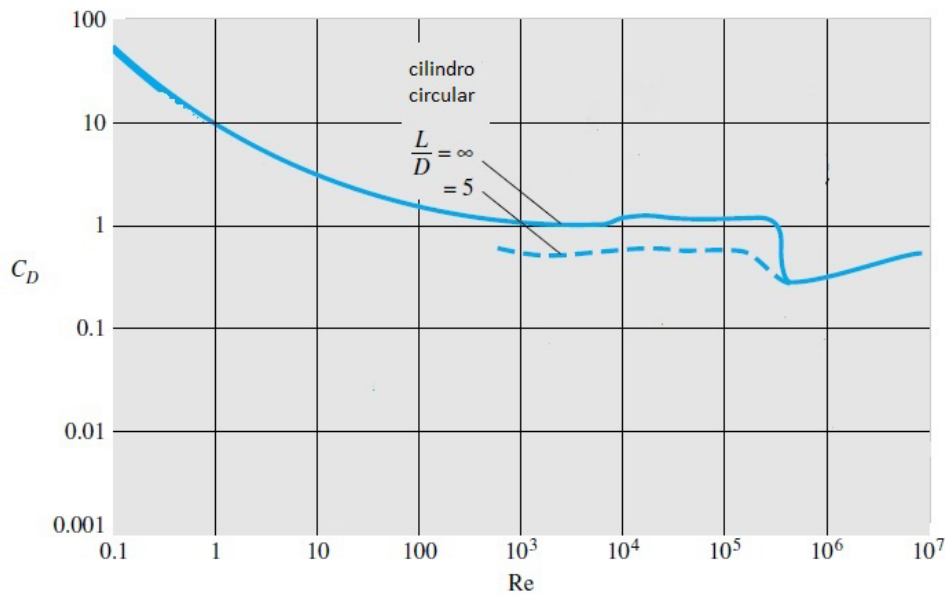


Fig. 6- Coeficiente de arrasto para um cilindro circular liso em função do número de Reynolds (L corresponde ao comprimento do cilindro e D o diâmetro do cilindro).

- 1ª zona- $Re < 1$ e C_D muito elevado, decrescendo rapidamente com o aumento de Re ;
- 2ª zona- $1 < Re < 20$ e C_D decrescendo menos rapidamente com o aumento de Re ;
- 3ª zona- $20 < Re < 5000$ e a variação de C_D em função de Re apresentando um ponto de inflexão;
- 4ª zona- $5000 < Re < 15000$ e C_D aumentando com Re ;
- 5ª zona- $15000 < Re < 100000$ e C_D constante;
- 6ª zona- $Re > 100000$ e C_D sempre decrescente.

Mas vai-se focar mais a 4ª zona, pois é nessa região que o nosso estudo está orientado, logo tem uma importância superior. Por isso, recuando um pouco:

4ª zona- possui $5000 < Re < 15000$ e C_D aumentando com Re . A espessura da esteira começa a aumentar rapidamente a partir das proximidades da superfície do cilindro. Este ponto de transição, onde se inicia o aumento rápido da espessura da esteira, desloca-se para mais perto do cilindro com os números de Re crescentes, caracterizando a passagem do escoamento para o regime turbulento nalguns locais. Há grande sensibilidade do escoamento relativamente a perturbações iniciais, que podem determinar a posição do ponto de transição [17] [20].

Como resumo destas seis zonas, há quatro importantes fenômenos observados no escoamento de fluidos em torno de um cilindro circular, sendo eles:

- formação da camada limite laminar;
- descolamento e formação de um caminho de vórtices e esteira;
- transição do regime laminar para turbulento na camada limite;
- formação da camada limite turbulenta.

2.6 Fundamentação do Tema da Tese

As simulações baseadas no método Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) mostraram pouco sucesso na previsão de escoamentos em torno de corpos submersos para números de Reynolds elevados. Isso mostra algumas deficiências nos modelos turbulentos correntemente usados para resolver os efeitos da transição. Por isso, tem-se feito muito trabalho em torno desta temática para resolver estes problemas e ser-se capaz de previsões mais precisas.

Reichel e Strohmeier demonstraram a capacidade dos modelos de viscosidade (k - ϵ standard, k - ϵ realizable) e LES (Simulação das grandes escalas) para prever o coeficiente de arrasto para Re_D variando de 10^2 a 10^7 . Partindo de uma malha formada por 40 células em torno da circunferência do cilindro, para k - ϵ standard, o arrasto foi encontrado por decrescimento exponencial com o aumento do Re_D . O estudo incluiu um grupo de dados experimentais da literatura, e concluiu que os valores previstos estão dentro de uma faixa suficiente estreita da banda para justificar o uso de modelos totalmente turbulentos. Sendo difícil de julgar a validade das previsões sem uma análise de transição, separação, etc, em cada regime de escoamento [20].

Catalano *et al.* compararam os resultados de simulações bidimensionais com modelos tipo LES e k - ϵ padrão, usando funções de parede para números de Reynolds crítico e supercrítico. Para o modelo k - ϵ padrão, o C_D varia pouco no tempo e foi sub-previsto a número de Re_D elevado. O baixo valor do C_D obtido foi atribuído à resolução da malha e à falta de efeitos de transição no modelo de turbulência. Os autores encontraram também pouca sensibilidade no coeficiente de arrasto de Re_D no regime crítico e não foram capazes de capturar a bolha de separação que tem sido vista experimentalmente para este caso [5].

Um método típico, de células em regime de transição para incluir efeitos de transição, é a “viagem artificial de turbulência” (*artificially trip turbulence*). Celik e Shaffer utilizando essa técnica, usaram o modelo k - ϵ padrão e simulações estacionárias bidimensionais para estudar fluxos ($10^4 < Re_D < 10^7$) numa malha de 100×150 células. O estudo implementou um método *a priori* empírico de fixar o ponto de transição, para $Re_D = 3.6 \times 10^6$, os resultados mostraram que o escoamento se separava a 118° . Travin *et al.* aplicaram a técnica de simulação de turbilhão separado (*Detached eddy simulation technique*) ao fluxo cruzado num cilindro tridimensional, para $Re_D = 5 \times 10^4$, a separação laminar foi forçada e para $Re_D = 1.4 \times 10^5$ e 3×10^6 , a separação turbulenta foi forçada. A natureza artificial da transição e da incapacidade de obter uma solução de malha independente são duas falhas deste trabalho [7].

Saghafian *et al.* realizaram uma série de simulações transientes bidimensionais de escoamentos em torno de um cilindro circular para uma gama de números de Reynolds de 2×10^3 a 8.4×10^6 , com uma malha composta por 16800 células no total. Os autores empregaram modelos de turbulência lineares e não-lineares. O modelo linear não mostrou nenhuma transição e, conseqüentemente, uma relação aproximadamente constante entre o coeficiente de arrastamento e o número de Reynolds foi obtido. Quando o modelo de viscosidade cúbico e não-linear, de Craft *et al.* foi empregue, a transição foi capturada e a crise de arrasto foi prevista, no entanto, o modelo foi incapaz de prever a bolha de separação presente em escoamentos críticos e os coeficientes de arrasto para escoamentos supercríticos, o que levou ao excesso de previsão do coeficiente de arrasto.

Este excesso de previsão é interessante, pois o modelo previu em excesso o ângulo de separação em vários graus. O excesso de previsão do ponto de separação deve conduzir a uma diminuição do arrasto previsto desde a separação tardia que leva a uma recuperação de mais pressão. No entanto, ao examinar a distribuição de pressão estática prevista ao redor da circunferência do cilindro, pode-se ver que o excesso de previsão do coeficiente de arrasto foi devido a uma diminuição anormal da pressão estática entre 165° e 180° . Os autores atribuem isso à natureza bidimensional das simulações, no entanto, esse fenómeno só é visto em números de Reynolds superiores a 10^5 [22] [9].

Holloway *et al.*, focaram o seu trabalho na capacidade de CFD (Dinâmica de fluidos computacional) com RANS em regime transiente, para prever a separação que ocorre sobre um cilindro para uma gama de números de Reynolds, em particular a capacidade de capturar a transição laminar-turbulenta. Este trabalho foi o primeiro a surgir em literatura aberta, sobre simulações baseadas em RANS e dado a conhecer os resultados correctos de previsão para distintos regimes de escoamentos [15].

O trabalho de Younis e Przulj, refere-se à previsão de um escoamento com fluxo cruzado sobre cilindros lisos a um elevado número de Reynolds, considerando os cilindros circulares e também os de secção quadrada. O autor sabe da dificuldade de previsão deste tipo de escoamento, devido à esteira de vórtices de Von Kármán que se forma e que provoca flutuações significativas na superfície de pressões. Neste trabalho, argumenta-se que a organização de flutuações no campo médio do escoamento introduz um fluxo de energia para os movimentos turbulentos aleatórios com uma frequência que corresponde exactamente à frequência de desprendimento e que torna necessário ter em conta no fecho da turbulência aquando da modificação resultante do processo de transferência espectral. Por isso mesmo, e para combater essas flutuações, o autor, propôs um modelo RNG modificado, alterando os coeficientes da turbulência. Devido a essas alterações, as incertezas nas previsões devido a erros de discretização numérica são sistematicamente minimizados. Tendo obtido resultados que estão de acordo com os dados experimentais, especialmente com o cumprimento dos valores de r.m.s nos coeficientes de arrasto e de sustentação. O modelo modificado por Younis mostrou-se robusto e económico [2].

Da revisão bibliográfica efectuada é de notar que já se fez grandes avanços nesta área, realçando o trabalho realizado por Younis [2] sobre modelação computacional de escoamentos turbulentos em torno de um cilindro, que foi extenso e englobou muitos parâmetros fundamentais, como a frequência de ejeção de vórtices, forças de arrasto e sustentação e ainda ângulos de separação, parâmetros esses nos quais esta tese se fundamenta. Sendo por isso mesmo interessante, usar este trabalho como referência e fonte de comparação com os resultados finais relativos ao escoamento turbulento em torno de um cilindro, obtidos nesta tese.

Capítulo 3

Equações Fundamentais

3.1 Introdução

Primeiramente, são referidas nesta parte e como o próprio nome do capítulo sugere, as equações fundamentais utilizadas nesta tese. Seguidamente, refere-se o conjunto de modelos de turbulência disponível no código de mecânica de fluidos computacional FLUENT, usado neste trabalho.

Há diferentes abordagens para estudar os escoamentos turbulentos, entre elas as principais são, a simulação numérica directa (DNS), a simulação de grandes escalas (LES) e a Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS).

A simulação numérica directa é uma simulação de dinâmica de fluidos computacional na qual as equações de Navier-Stokes são resolvidas numericamente, sem qualquer modelo de turbulência, isso significa que toda a gama de escalas temporais e espaciais da turbulência devem ser resolvidas. O custo computacional de DNS é muito elevado, mesmo quando os escoamentos são de baixo número de Reynolds.

A simulação de grandes escalas é uma técnica popular para a simulação de escoamentos turbulentos e tem como condição fundamental, que os grandes vórtices são dependentes da geometria, enquanto os vórtices de escala menor são universais, isto é, as grandes escalas dos vórtices turbulentos são resolvidos, enquanto os vórtices turbulentos dissipativos de pequena escala são modelados. O LES não necessita de recursos computacionais tão grandes como o DNS porque é eliminada a necessidade de resolver os vórtices menores do campo de escoamento, mas pode apesar de tudo exigir recursos significativos, dependendo da percentagem de energia cinética da turbulência que é resolvida.

Finalmente, na modelação RANS não há à partida o desejo de resolver qualquer escala de turbulência, sendo que todas as escalas são modeladas. Nos modelos de turbulência para as equações RANS, o objectivo é calcular as tensões de Reynolds, havendo que distinguir três grandes famílias de modelos a saber: modelos lineares de viscosidade turbulenta, modelos não-lineares de viscosidade turbulenta e modelos de tensões de Reynolds (RSM). De notar que existem modelos mais elementares do que estes, mas no mínimo os modelos consistentes de turbulência, tais como os modelos lineares e não-lineares de viscosidade turbulenta assentam na definição de pelo menos uma escala de velocidades e uma escala dimensional de turbulência que são quantificadas mediante adequadas equações de transporte, directa ou indirectamente.

Os modelos lineares são modelos de turbulência, em que as tensões de Reynolds, obtida a média de Reynolds das equações de Navier-Stokes, são modeladas por uma relação linear, relação essa entre $\overline{u_i' u_j'}$ com tensores cinemáticos do escoamento médio, como o tensor S ou $D = 1/2 (\nabla u + \nabla u^T)$, isto é, por analogia com o transporte molecular, o que introduz o conceito de viscosidade turbulenta.

Os modelos não-lineares, é a classe de modelos de turbulência para as equações RANS em que o coeficiente de viscosidade turbulenta é utilizado para relacionar o campo de turbulência média para o campo de velocidade média, no entanto, numa relação não-linear.

O RSM é um modelo de turbulência mais elaborado, onde a abordagem de viscosidade turbulenta foi descartada e as tensões de Reynolds são directamente calculadas.

3.2 Equações Governativas

3.2.1 Conservação da Massa – equação da continuidade

A equação de continuidade é a forma matemática da conservação da massa, aplicada a uma partícula de fluido num escoamento, sendo descrita pela equação seguinte

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.1)$$

A eq. 3.1 é a forma compressível da equação da conservação da massa e é válida em qualquer ponto no domínio do escoamento. No nosso caso, como se trata de um fluido incompressível, a densidade não é uma função do tempo ou do espaço, assim sendo, $\partial \rho / \partial t \cong 0$ na eq. 3.1, e como ρ é constante pode ser retirado do operador divergente. Assim, a eq. 3.1 reduz-se a

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad (3.2)$$

Expandindo e usando coordenadas cartesianas, a eq. 3.2 vem reescrita como

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (3.3)$$

3.2.2 Equação de Movimento

A segunda lei de Newton escrita para uma partícula de fluido (na forma diferencial) exprime a variação de quantidade de movimento. Se substituirmos o tensor das tensões viscosas pela relação constitutiva entre a tensão e a taxa de deformação para fluidos newtonianos obtém-se, a equação de Navier-Stokes para um fluido de viscosidade μ que se escreve como

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\vec{\nabla}P + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{v} \quad (3.4)$$

Esta equação é válida em qualquer escoamento. No caso de um escoamento turbulento todas as quantidades físicas das eqs. 3.3 e 3.4 variam no espaço e no tempo e a resolução destas equações torna-se complicada e muito dispendiosa. No entanto se fizermos uma média de muitas realizações reescrevemos estas equações de uma forma diferente, beneficiando de propriedades estatísticas. Por exemplo, é de esperar que no escoamento turbulento gerado por um determinado mecanismo que é mantido constante no tempo, a sua dinâmica embora varie no tempo devido à turbulência, apresenta médias temporais independentes ao tempo. Mas a obtenção destas equações de quantidades médias é assunto da próxima secção.

3.3 Equações de Reynolds

As equações seguintes (eq. 3.5 e eq. 3.6) são chamadas de equações de Reynolds ou equações RANS (do inglês Reynolds Averaged Navier-Stokes), baseadas na média de Reynolds das equações de Navier-Stokes. Os métodos RANS utilizam as equações de Navier-Stokes, exactas e instantâneas, que são transformadas em equações exactas médias (*Reynolds averaging*), através do cálculo da média temporal de todos os termos das equações representativas do escoamento. Para este efeito considera-se que qualquer grandeza física \hat{A} instantânea resulta da soma do seu valor médio e da sua flutuabilidade em torno da média, isto é, $\hat{A} = \bar{A} + a'$, sendo que por definição a média das flutuações é nula ($\bar{a} = 0$) (Usaremos a barra e/ou letras maiúsculas para designar quantidade médias e uma apóstrofe ou letra minúscula para designar flutuação).

Assim nas eqs. de Navier-Stokes substitui-se $u_i = U_i + u'_i$ (idem para pressões) e faz-se a média da equação de que resulta nas eqs. 3.5 (para a massa) e 3.6 (para o movimento). Ora, como se pode ver a eq. 3.6 apresenta um novo termo que representa uma correlação dupla de flutuações de velocidade que tem de ser modelada.

Os modelos dessas correlações duplas, ou de ordem superior, é feito em função de variáveis de ordem inferior dependentes e com a introdução de constantes ou coeficientes empíricos, aferidos com resultados experimentais, de forma a obter o fecho completo das equações (nº de equações igual ao nº de incógnitas). De frisar, que as equações das secções anteriores continuam válidas, mas que no escoamento turbulento a sua resolução implica ter uma malha muito fina no espaço e no tempo e isso é incomportável.

Por isso, é que se tem que alterar e realizar uma média estatística tanto nos resultados como também nas equações e passar a usar essas equações que podem ser resolvidas numa malha mais grosseira.

$$\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (3.6)$$

O lado esquerdo da eq. 3.6 representa a variação da quantidade de movimento média do fluido, que é devido à acção de várias forças a saber, à variação da pressão, à variação de tensões viscosas e ainda às variações de tensão, a tensão aparente ($-\rho \overline{u'_i u'_i}$) devido ao campo de velocidade flutuante, geralmente referida como o tensão de Reynolds. Este termo de tensão de Reynolds não-linear requer modelação adicional para fechar as equações RANS e levou à criação de diferentes modelos de turbulência

Hoje em dia, os modelos de turbulência RANS mais aplicados às equações médias de Navier-Stokes, são do tipo viscosidade turbulenta e só depois vêm os modelos de tensões de Reynolds. Nos primeiros modelos, resolvem-se as equações de transporte da quantidade de movimento, da energia cinética de turbulência e da dissipação de energia cinética de turbulência (modelo $k-\epsilon$) ou da dissipação específica (modelo $k-\omega$). Nos segundos modelos, resolvem-se também, mais seis equações de transporte representativas das tensões de Reynolds. Mas sobre modelos de turbulência, trata-se mais pormenorizadamente na secção seguinte.

3.4 Modelos de Turbulência Utilizados

3.4.1 Modelo de uma equação

3.4.1.1 Spalart-Allmaras

O Spalart-Allmaras é um modelo de uma única equação relativamente, que resolve a equação de transporte para a viscosidade cinemática turbulenta. Na sua forma original, este é um modelo de baixo número de Reynolds, exigindo que a região afectada pela viscosidade na camada limite esteja devidamente resolvida, isto é, a sub camada viscosa tem de ser resolvida pela malha. No entanto no FLUENT, o modelo de Spalart-Allmaras está implementado também com funções de parede quando a resolução da malha não é suficientemente fina, o que a torna na melhor escolha quando se realiza simulações com malhas mais grosseiras, onde a precisão de cálculo do fluxo turbulento não é crítica.

Para além disso, os gradientes da variável transportada junto à parede são muito pequenos comparados com os gradientes das variáveis transportadas nos modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$, o que torna o modelo menos sensível ao erro numérico quando são usadas malhas não estruturadas (non-layered) na região da parede [13].

A relação entre a tensão aparente $(\overline{u_i' u_i'})$ é dado por:

$$-\rho \overline{u_i' u_i'} = 2 \mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.7)$$

onde

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] \quad (3.8)$$

A viscosidade turbulenta neste modelo é dada por:

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1} \quad (3.9)$$

A equação fica

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = C_{b1} (1 + f_{t2}) \tilde{S} \tilde{\nu} - \left[c_{\omega 1} f_{\omega} - \frac{c_{b1}}{k^2} f_{t2} \right] \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((v + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + C_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \right] \quad (3.10)$$

Relações auxiliares:

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad (3.11)$$

$$\chi = \frac{\tilde{v}}{v} \quad (3.12)$$

$$\tilde{S} = \Omega + \frac{\tilde{v}}{k^2 y^2} f_{v2} \quad (3.13)$$

Onde Ω é a magnitude da vorticidade, e y é a distância desde o ponto até à parede mais próxima, e

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad (3.14)$$

$$f_{\omega} = g \left[\frac{1 + C_{\omega3}^6}{g + C_{\omega3}^6} \right]^{1/6} \quad (3.15)$$

$$g = r + C_{\omega2}(r^6 - r) \quad (3.16)$$

$$r = \min \left[\frac{\tilde{v}}{\tilde{S} k^2 y^2}, 10 \right] \quad (3.17)$$

$$f_{t2} = C_{t3} \exp(-C_{t4} \chi^2) \quad (3.18)$$

Os vários parâmetros do modelo tomam os seguintes valores:

$$C_{b1} = 0,1355, \quad C_{\omega2} = 0,3, \quad C_{\omega3} = 2, \quad C_{v1} = 7,1,$$

$$\sigma = 2/3, \quad C_{b2} = 0,622, \quad k = 0,41, \quad C_{b1} = 0,622$$

$$C_{t3} = 1,2, \quad C_{t4} = 0,5, \quad C_{\omega1} = \frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma}$$

3.4.2 Modelo de duas equações (k - ε e k - ω)

3.4.2.1 Modelo k - ε padrão

O modelo k - ε , é um dos modelos de turbulência mais comuns. É um modelo de duas equações, ou seja, para determinar a viscosidade turbulenta que permite determinar as tensões de Reynolds, é necessário resolver duas equações de transporte adicionais para representar as propriedades turbulentas do escoamento. Isto permite que num modelo de duas equações a viscosidade turbulenta seja afectada por efeitos como convecção, difusão de energia turbulenta e sua dissipação. A primeira variável transportada é a energia cinética turbulenta (determina a energia da turbulência) e a segunda variável neste caso, é a dissipação turbulenta (determina a escala da turbulência).

Há duas formulações principais no modelo k - ε , normalmente chamado de modelo k - ε standard (ou padrão) e de modelo k - ε renormalized (RNG).

O ímpeto original para o modelo k - ε padrão, foi o de melhorar o modelo de comprimento de mistura, bem como para encontrar uma alternativa para a prescrição algébrica da escala de comprimento turbulenta de escoamentos, de moderada a alta complexidade.

O modelo k - ε padrão insere-se nesta classe de modelo de turbulência, possuindo robustez, economia e razoável precisão para uma ampla gama de escoamentos turbulentos, no entanto como veremos nos resultados, ele tem os seus problemas [14] [30].

A viscosidade turbulenta neste modelo é dada por:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.19)$$

As equações de transporte de onde é obtida a energia cinética turbulenta, k , e a taxa de dissipação, ε , são:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k U_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (3.20)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon U_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (3.21)$$

Produção de k :

$$G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (3.22)$$

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (3.23)$$

onde S é o módulo do tensor de deformação médio, definido por:

$$S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (3.24)$$

Os vários parâmetros do modelo tomam os seguintes valores:

$$C_{1\varepsilon} = 1,44, \quad C_{2\varepsilon} = 1,92, \quad C_{\mu} = 0,09, \quad \sigma_k = 1,0, \quad \sigma_{\varepsilon} = 1,3$$

3.4.2.2 Modelo k - ε renormalizado (RNG)

Como os pontos fortes e fracos do modelo k - ε padrão se tornaram conhecidas, foram feitas melhorias no modelo para melhorar o seu desempenho, sendo uma dessas variantes o modelo k - ε RNG. O modelo k - ε "Renormalisation Group" (RNG) foi desenvolvido utilizando uma técnica estatística rigorosa, o método de renormalização, que renormaliza as equações de Navier-Stokes, para explicar os efeitos da menor escala do movimento. A abordagem RNG, que é uma técnica matemática que pode ser usado para gerar um modelo de turbulência semelhante ao k - ε padrão, resulta de uma forma modificada da equação ε , que tenta explicar as diferentes escalas de movimento através de alterações ao termo de produção.

Logo, em teoria o modelo k - ε RNG é mais preciso e confiável, para uma classe mais ampla de escoamentos comparativamente ao modelo k - ε padrão. Como veremos mais adiante, o modelo k - ε RNG apresenta também deficiências apesar de ser teoricamente mais avançado [14] [30].

O modelo k - ε RNG é muito semelhante ao nível de forma das equações de transporte do modelo k - ε padrão, havendo muitas maneiras de escrever as equações de transporte para k , e ε . Uma maneira simples é:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - \rho \varepsilon \quad (3.25)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon}^* \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.26)$$

onde,

$$C_{2\varepsilon}^* = C_{2\varepsilon} + \frac{C_{\mu} \eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \quad (3.27)$$

e

$$\eta = S k / \varepsilon \quad (3.28)$$

$$S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (3.29)$$

Com a viscosidade turbulenta a ser calculada de maneira idêntica ao modelo $k-\varepsilon$ padrão. Os vários parâmetros do modelo tomam os seguintes valores:

$$C_{1\varepsilon} = 1,42, \quad C_{2\varepsilon} = 1,68, \quad C_\mu = 0,0845, \quad \sigma_k = 0,7194,$$

$$\sigma_\varepsilon = 0,7194, \quad \eta_0 = 4,38$$

A diferença principal entre o $k-\varepsilon$ padrão e o $k-\varepsilon$ RNG reside no termo adicional na equação de ε , que é dado por

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k} \quad (3.30)$$

onde, $\eta = \frac{Sk}{\varepsilon}$, $\beta = 0,012$

3.4.2.3 Modelo $k-\omega$ padrão

O modelo $k-\omega$ padrão implementado no código comercial FLUENT, baseia-se no modelo $k-\omega$ do Wilcox [28], que agrega modificações para efeitos de baixo número de Reynolds, compressão e fluxos de difusão. O modelo de Wilcox antevê escoamentos com taxas de difusão livre que estão em concordância com as medições para esteiras distantes, camadas misturadas, planas, redondas e jactos radiais, portanto, aplicável a escoamentos delimitados por paredes e escoamentos livre (*free shear flows*) [14] [30].

A viscosidade turbulenta neste modelo é dada por:

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (3.31)$$

Sendo o coeficiente α^* dado pela expressão

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left(\frac{\alpha_0^* + Re_t / R_k}{1 + Re_t / R_k} \right) \quad (3.32)$$

Onde, $Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}$, $R_k = 6$, $\alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3}$, e $\beta_i = 0,072$

A energia cinética turbulenta, k e a taxa de dissipação específica, ω são obtidas através das seguintes equações de transporte:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + Y_k + S_k \quad (3.33)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (3.34)$$

Onde, G_k representa a geração de energia cinética turbulenta, G_ω representa a geração de ω , Γ_k e Γ_ω representam a difusividade efectiva de k e ω , respectivamente. Y_k e Y_ω representam a dissipação de k e ω devido à turbulência, sendo S_k e S_ω termos definidos pelo utilizador.

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (3.35)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (3.36)$$

onde σ_k e σ_ω são números de Prandtl turbulentos para k e ω , respectivamente.

Produção de k :

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (3.37)$$

Produção de ω :

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k \quad (3.38)$$

Sendo o coeficiente α dado pela expressão

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left(\frac{\alpha_0 + Re_t / R_\omega}{1 + Re_t / R_\omega} \right) \quad (3.39)$$

Onde, $R_\omega = 2,95$

3.4.3 Modelo de tensões de Reynolds (RSM)

O modelo de tensões de Reynolds (RSM) é o modelo de turbulência mais elaborada que o FLUENT faculta. Abandonando a hipótese de viscosidade turbulenta, que no caso dos modelos implementados no FLUENT são todos isotrópicos, o modelo de segunda ordem fecha as equações de Reynolds, resolvendo as equações de transporte para as tensões de Reynolds, juntamente com uma equação para a taxa de dissipação. Isto significa que cinco equações de transporte adicionais são necessários em escoamentos bidimensionais e sete equações de transporte adicionais devem ser resolvidas para escoamentos tridimensionais. Uma vez que a resolução das equações no RSM, para os efeitos que racionalizam a curvatura, turbilhões, rotação e de rápidas mudanças na taxa de deformação, é realizada de uma forma mais rigorosa do que nos modelos anteriormente descritos, passa a ser o modelo que tem maior potencial para dar previsões precisas para os escoamentos mais complexos.

No entanto, a fidelidade das previsões RSM, é ainda limitada pelos pressupostos de fecho utilizados nos vários termos das equações exactas de transporte para a tensão de Reynolds. A modelação do termo da pressão-deformação e dos termos da taxa de dissipação é particularmente desafiante, e muitas vezes considerados responsáveis por comprometer a precisão das previsões RSM.

Este modelo nem sempre produz resultados superiores aos modelos mais simples, sobretudo em escoamentos simples, mas deve ser utilizado quando as características do escoamento são fortemente influenciadas pela anisotropia nas tensões de Reynolds, ou pela curvatura das linhas de corrente, entre outras [13].

As equações de transporte exactas para o transporte das tensões de Reynolds, $\rho \overline{u'_i u'_j}$, podem ser escritas da seguinte forma:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{u'_i u'_j})}_{\text{I}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k \overline{u'_i u'_j})}_{\text{II}} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} [\rho \overline{u'_i u'_j u'_k} + \rho (\delta_{kj} \overline{u'_i} + \delta_{ik} \overline{u'_j})]}_{\text{III}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} [\mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u'_i u'_j})]}_{\text{IV}}$$

$$\underbrace{-\rho (\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k})}_{\text{V}} + \underbrace{p \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)}_{\text{VI}} + \underbrace{2\mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}}_{\text{VII}} \quad (3.40)$$

- | | | | |
|------|-------------------------|-----|-------------------|
| I- | Derivada de tempo local | II- | Convecção |
| III- | Difusão turbulenta | IV- | Difusão molecular |
| V- | Produção de tensão | VI- | Pressão |
| VII- | Dissipação | | |

Em geral, quando a energia cinética da turbulência é necessária para a modelação de um termo específico, é obtida tomando o traço do tensor das tensões de Reynolds:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (3.41)$$

O segundo e terceiro invariantes do tensor anisotrópico da tensão de Reynolds b_{ij} , resulta da sua definição,

$$b_{ij} = \overline{u'_i u'_j} / 2k - \delta_{ij} / 3 \quad (3.42)$$

Os vários parâmetros do modelo tomam os seguintes valores:

$$C_s = 0,25, \quad C_l = 0,25, \quad C_\gamma = 0,25$$

3.5 Método Numérico de Discretização Utilizado

Existem vários métodos numéricos de resolução das equações governativas, como o método das diferenças finitas (MDF), o método dos elementos finitos (MEF) e o método dos volumes finitos (MVF). O método dos volumes finitos, é o método utilizado pelo FLUENT e é uma técnica frequentemente utilizada em Mecânica dos Fluidos Computacional.

De forma muito breve, com base na formulação do volume de controlo da dinâmica dos fluidos, o primeiro passo no MVF é dividir o domínio num número de volumes de controlo (células) onde a variável de interesse está localizado no centróide do volume de controlo. O passo seguinte é integrar a forma diferencial das equações governativas (muito semelhante à abordagem do volume de controlo) ao longo de cada volume de controlo invocando para o efeito o Teorema de Gauss. Na equação resultante, as derivadas e os fluxos são determinados segundo formas de interpolação assumidas, vindo a resultar uma equação que envolve as variáveis nos centróides das células. Essa equação é chamada de equação de discretização, desta forma, a equação de discretização expressa a lei governativa para a variável dentro do volume de controlo.

Não é objectivo desta secção discutir intrinsecamente o método numérico de cálculo, visto que o objectivo desta tese se resume à extensão do seu uso na simulação de escoamentos bidimensionais em torno de um cilindro, pelo que não se vai prolongar mais a sua exposição. No entanto voltar-se-á a falar de métodos numéricos na secção 4.3.3, mas neste caso sobre métodos desacoplados que são utilizados no FLUENT [8] [13].

Capítulo 4

Alguns Aspectos do

Método Numérico e Validação

4.1 Introdução

O cálculo dos escoamentos turbulentos, devido à sua complexidade, exige uma certa preparação e conhecimento. Por isso mesmo, na realização deste trabalho e para se atingir valores aceitáveis de St , $C_{D\ med}$, C_L' , C_D' e θ_s , no cálculo dos escoamentos turbulentos, procedeu-se inicialmente à realização de trabalhos 'preliminares' de validação para comparar os resultados obtidos com soluções analíticas ou de referência da literatura.

O exercício de validação do cálculo, permite averiguar as incertezas do cálculo em função do grau de refinamento da malha e dos esquemas de interpolação/discretização utilizadas, bem como de outras aproximações. No caso vertente utilizaram-se os quatro casos seguintes:

- Escoamento laminar desenvolvido entre duas placas paralelas, aqui efectuado para um número de Reynolds de 10 e também um escoamento turbulento desenvolvido entre duas placas paralelas, aqui efectuado para um número de Reynolds de 50000;
- Escoamento laminar numa expansão súbita plana, na gama $10 < Re < 50$;
- Escoamento laminar em torno de um cilindro com separação no regime de escoamento estacionário, isto é, para um número de Reynolds de 40;
- Escoamento laminar em torno de um cilindro com separação e no regime de ejeção periódica de vórtices, para um número de Reynolds de 80.

Estes casos, vão demonstrar também alguns aspectos que relacionam a simulação numérica e as opções tomadas aquando da utilização do código FLUENT e do pacote gerador de malhas GAMBIT. Opções essas, que serão apresentadas ao longo deste capítulo.

4.2 Geração de Malhas no GAMBIT

O primeiro passo e também um dos mais importantes de uma solução CFD, é gerar uma malha que represente o domínio computacional. Essa malha é constituída por células, nas quais as variáveis de escoamento são calculadas. As malhas usadas neste trabalho são geradas com o pacote gerador de malhas do FLUENT, o GAMBIT. Neste pacote podem ser executadas 3 tipos de malhas: malhas estruturadas, não estruturadas e híbridas.

Para geometrias bidimensionais uma malha estruturada é formada por células com quatro arestas, onde cada célula é especificada de forma única por um par de índices (i, j) nas duas direcções de coordenadas.

Já numa malha não estruturada as células podem assumir as mais diversas formas, geralmente combinam-se triângulos e quadriláteros no caso de geometrias bidimensionais.

Ao contrário da malha estruturada, não é possível identificar de forma única as células da malha não estruturada pelos índices i e j, em vez disso, as células são numeradas de alguma outra forma internamente no GAMBIT.

As malhas híbridas combinam blocos de malhas estruturadas e não estruturadas, sendo muito usadas para permitir alta resolução junto de uma parede, sem exigir tanta resolução longe da parede. Outra vantagem importante que é permitir o alinhamento da malha com o escoamento, que trás óbvias vantagens para a redução do erro numérico.

As malhas estruturadas possuem vantagens ao nível da precisão de cálculo e rapidez mas é naturalmente mais difícil representar geometrias complexas. As malhas não estruturadas não apresentam esta limitação geométrica, mas conduzem as células computacionais mais complexas, que levam a superiores custos computacionais.

Nas camadas limite, onde as variáveis de escoamento mudam rapidamente na direcção normal à parede, as malhas estruturadas permitem uma resolução mais refinada que as malhas não estruturadas para o mesmo número de células. Outros factores que afectam a qualidade da malha, são as variações bruscas no tamanho da célula que podem levar a dificuldades de convergência ou numéricas, pois os erros nas aproximações numéricas são superiores. Da mesma forma, células com razão de forma (aspect ratio) muito grande podem muitas vezes causar problemas.

Tendo em conta estes factores, foram usadas neste trabalho, malhas estruturadas com uma razão de forma baixa ($1 < aspect\ ratio < 5$) [12].

4.3 Aspectos Relacionados com o FLUENT

4.3.1- Condições iniciais

Mesmo em escoamentos em regime permanente é necessário inicializar o campo com turbulência para que os modelos de turbulência funcionem correctamente, uma vez que os modelos de turbulência não são necessariamente capazes de representar correctamente a transição e de por isso, iniciar um escoamento turbulento a partir de condições iniciais sem turbulência (laminar). De seguida estão expostas algumas dessas condições iniciais.

Quantidades Turbulentas

São usadas cinco quantidades turbulentas diferentes ao longo deste trabalho, que passo a enumerar: a intensidade da turbulência, a viscosidade cinemática turbulenta, a energia cinética turbulenta, a taxa de dissipação turbulenta e por fim a taxa de dissipação específica, consoante os modelos de turbulência utilizados. A intensidade da turbulência, a viscosidade cinemática turbulenta e a energia cinética turbulenta são quantidades generalistas, isto é, são quantidades usadas em todos os modelos. A taxa de dissipação específica, apenas é utilizada no modelo $k-\omega$, enquanto a taxa da dissipação turbulenta é usada nos restantes modelos, como por exemplo no $k-\varepsilon$ [13] [14] [29].

Intensidade da turbulência

A intensidade da turbulência, I , é definida como a razão do desvio quadrático médio da flutuação da velocidade, u' , com a velocidade média do escoamento, u_{med} .

Normalmente, é considerado para valores da intensidade da turbulência baixos o valor de 1% ou menos e nos casos de intensidade de turbulência alta, valores superiores a 10%. Neste trabalho, foram usados valores para a intensidade da turbulência de 1%.

$$I = u' / u_{med} \quad (4.1)$$

Energia cinética turbulenta

A relação entre a energia cinética turbulenta, k , e a intensidade da turbulência, I , partindo de I , como,

$$u' = \sqrt{\frac{1}{3}(u_x'^2 + u_y'^2 + u_z'^2)} = \sqrt{\frac{2}{3}k} \quad (4.2)$$

então fica, em ordem a k

$$k = \frac{3}{2}(u_{med}I)^2 \quad (4.3)$$

Taxa de dissipação turbulenta

Sabendo o valor da energia cinética turbulenta k , e o valor da viscosidade cinemática turbulenta ν_T , tira-se a taxa de dissipação turbulenta, ε

$$\varepsilon = C_\mu k^2 / \nu_T \quad (4.4)$$

Onde, C_μ é uma constante empírica especificada no modelo de turbulência, que torna o valor de aproximadamente 0.09.

Taxa de dissipação específica

Sabendo o valor da energia cinética turbulenta, k e da taxa de dissipação turbulenta, ε e também sendo conhecido o valor da constante empírica C_μ , pode-se determinar ω pela relação

$$\omega = \varepsilon / C_\mu k \quad (4.5)$$

Viscosidade cinemática turbulenta

Partindo do valor da intensidade da turbulência e relacionando-o com a viscosidade cinemática, ν e o número de Reynolds, temos o valor da viscosidade cinemática turbulenta.

Sabendo que

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.6)$$

e que

$$\mu_t = \rho \nu_T \quad (4.7)$$

Chega-se à equação da viscosidade turbulenta

$$\nu_T = 0,22 \nu I Re \quad (4.8)$$

4.3.2 Condições de fronteira

Condições de fronteira na entrada e na saída

Existem várias opções de entrada do fluido no domínio computacional, normalmente são categorizadas como condições discriminadas por velocidade ou condições especificadas por pressão. Neste trabalho optou-se por trabalhar com condições especificadas por velocidade, especificando-se a velocidade média do escoamento de entrada ao longo da face de entrada, assim como as grandezas turbulentas especificadas para cada modelo de turbulência. A pressão não é especificada numa entrada de velocidade, visto que, levaria a um excesso de especificações matemáticas, já que a pressão e a velocidade são acopladas nas equações do movimento.

Como opções de saída do fluido do domínio tem-se, a saída à pressão e o escoamento de saída. Este último, foi o escolhido neste trabalho, que se caracteriza por na fronteira de escoamento de saída, nenhuma propriedade de escoamento estar especificada, em vez disso, propriedades de escoamento como velocidade, quantidades de turbulência e temperatura são forçados a terem gradientes nulos na direcção normal à face do escoamento de saída.

Condições de fronteira numa parede sólida

Numa parede sólida a condição de fronteira mais simples é a condição de não deslizamento, isto significa que o componente de velocidade tangente á superfície tem valor nulo, em todo os casos aqui tratados na parede não estão em movimento. Como todas as paredes são impermeáveis o fluido não pode passar através da parede pelo que o componente normal da velocidade é igualado a zero com relação à parede ao longo de uma face na qual a condição de contorno da parede é estabelecida.

Condições de fronteira de simetria

As condições de fronteira de simetria forçam as variáveis do campo de escoamento a serem imagens espelhadas em relação ao plano de simetria. Matematicamente, as variáveis escalares ou das grandezas vectoriais tangentes ao plano de simetria são nulos, enquanto as grandezas vectoriais normais ao plano de simetria são elas próprias nulas. Isto significa que o fluido pode escoar paralelamente a uma fronteira de simetria, mas não através dela [13] [14].

4.3.3 Discretização

As equações governativas do escoamento devem ser discretizadas tanto no espaço como no tempo para o caso de escoamento em regime transiente. Estas discretizações, podem ser feitas de diversas formas e que vão ter implicações na precisão do cálculo. Aqui falaremos das opções disponíveis no código FLUENT.

Discretização Espacial

O FLUENT tem ao seu dispor vários esquemas de discretização espacial para modelar os termos convectivos. Entre os vários esquemas disponíveis para convecção estão, o esquema de montante de primeira ordem (First Order Upwind-UDS), o esquema de montante de segunda ordem (Second Order Upwind), a lei de potência (Power Law), o QUICK (do inglês Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics), e por fim o MUSCL (do inglês Monotone Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws). Por defeito, o FLUENT utiliza o esquema de diferenças a montante (First Order Upwind), devido à sua elevada estabilidade, mas a precisão dos resultados fica grandemente comprometida, pois trata-se de um esquema de 1ª ordem de precisão. Para tentar minimizar os erros numéricos, deve-se usar o esquema QUICK (Quadratic Upwind Differencing Scheme), pois é o mais preciso de entre as várias alternativas fornecidas pelo FLUENT, para a discretização do termo convectivo das equações. O QUICK pode alcançar precisão de 3ª ordem em malhas uniformes, sendo frequentemente de 2ª ordem porque as malhas são não uniformes, sendo por isso o esquema escolhido para realizar este trabalho.

Discretização Temporal

A discretização temporal, pode ser feita através de uma integração no tempo de forma implícita ou de forma explícita. A vantagem de um esquema implícito é que é um esquema incondicionalmente estável em relação ao tamanho do passo de tempo. Por outro lado o uso de um esquema explícito é bastante restritivo, sendo usado principalmente para capturar o comportamento transitório do movimento das ondas, como os choques, pois é menos dispendioso do que o método implícito nesses casos. Não se deve usar o método explícito no caso de escoamentos incompressíveis, porque nestes casos, as soluções devem ser iteradas para a convergência dentro de cada passo de tempo, isto é, usa-se o termo da derivada tempo em vez de sub relaxação nas equações de regime permanente [13].

4.3.4 Algoritmo de acoplamento pressão-velocidade

O FLUENT fornece três métodos de acoplamentos de velocidade e pressão no 'solver': os algoritmos SIMPLE, SIMPLEC e o PISO.

Esses algoritmos são procedimentos iterativos para garantir o acoplamento entre os campos de velocidade e pressão, de forma a evitar o aparecimento de oscilações nos perfis calculados. Destes, o algoritmo SIMPLE é aconselhado para o estado estacionário e o PISO para problemas transientes, mas também é útil para cálculos de regimes estacionários e transientes com malhas muito distorcidas. Os dois algoritmos são baseados na avaliação de algumas soluções iniciais e depois fazem a sua correcção, mas enquanto o SIMPLE faz uma correcção, o PISO exige mais do que uma, mas normalmente nunca superior a quatro.

O algoritmo SIMPLE é o algoritmo padrão, mas há cálculos que sairão beneficiados em tempo de cálculo com o uso do algoritmo SIMPLEC, particularmente devido ao aumento da relaxação que pode ser aplicado.

O esquema de acoplamento de velocidade e pressão PISO, que faz parte da família de algoritmos SIMPLE, baseia-se no grau mais elevado da relação aproximada entre as correcções de pressão e velocidade. Uma das limitações do SIMPLE é que novas velocidade e fluxos correspondentes não satisfazem a quantidade de movimento após a equação de correcção de pressão estar resolvida. Como resultado, o cálculo deve ser repetido até que o equilíbrio simultâneo da massa e da quantidade de movimento esteja assegurado. Para melhorar a eficiência deste cálculo, o algoritmo PISO realiza duas correcções adicionais: correcção na vizinhança e correcção de assimetria. Tendo em conta tudo o que se disse, nesta tese, utilizou-se o PISO na resolução dos escoamentos turbulentos em torno de cilindros e o SIMPLE nos restantes casos [13].

4.3.5 Comunicação de Resíduos

As equações de continuidade, de Navier-Stokes e as restantes equações governativas são resolvidas iterativamente providenciando valores das grandezas no centro de cada célula. Quando todos os termos das equações governativas são colocados num dos lados do sinal de igualdade, a solução exacta tem soma nula em cada volume de controlo individual. No caso da equação algébrica, essa soma é um resíduo cujo afastamento do valor nulo é uma medida de erro em relação à solução exacta das equações algébricas [13].

No FLUENT usam, entre outros modelos, a monitorização dos resíduos de cada equação para nos ajudar a decidir do momento em que a sua solução é a solução convergida do problema colocado.

4.4 Validação

4.4.1 Escoamento entre Duas Placas Paralelas

O primeiro caso em estudo é o do escoamento laminar desenvolvido entre duas placas paralelas (fig.11), para o qual existe uma forma analítica para chegar à solução das equações de Navier-Stokes. No caso vertente irá fazer-se o cálculo para $Re=10$, usando duas malhas diferentes.

A solução analítica do perfil de velocidades é

$$\frac{u}{v} = 1,5 \left[1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right] \quad (4.8)$$

Onde h é a semi altura do caudal, v é a velocidade média e y é a coordenada transversal. Em relação ao coeficiente de atrito, este é dado pela expressão (4.9)

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2} \quad (4.9)$$

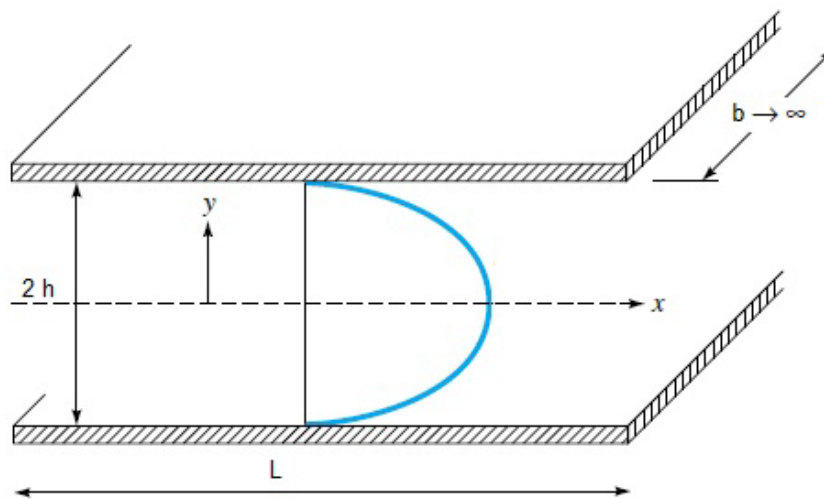


Fig. 7- Esquema da geometria do escoamento entre duas placas paralelas da expansão súbita e parâmetros relevantes.

Foram realizadas duas malhas, M1 e M2, sendo o domínio o mesmo para as duas malhas, $L \times 2h = 2 \times 0,0025$ e pode-se verificar as características das malhas apresentadas na tabela seguinte (Tab. 1).

Tab. 1- Características das malhas usadas para $Re=10$.

Malhas	n ^o células total	n ^o células parede-parede	n ^o células em x
M1	25000	25	1000
M2	57000	38	1500

Seguidamente procedeu-se ao cálculo do factor de fricção nas paredes em cada malha e comparou-se ao valor analítico, apresentando-se os resultados na Tab. 2.

Tab. 2- Resultados da simulação sobre o cálculo do factor de fricção para $Re=10$.

Malhas	$f_{\text{analítico}}$	$f_{\text{calculado}}$	erro (%)
M1	4,674	4,659	0,3
M2	4,674	4,669	0,1

Os perfis de velocidade calculados para as duas malhas, assim como a curva da solução analítica, estão apresentados na figura seguinte e são comparados com o perfil exacto na Fig. 8.

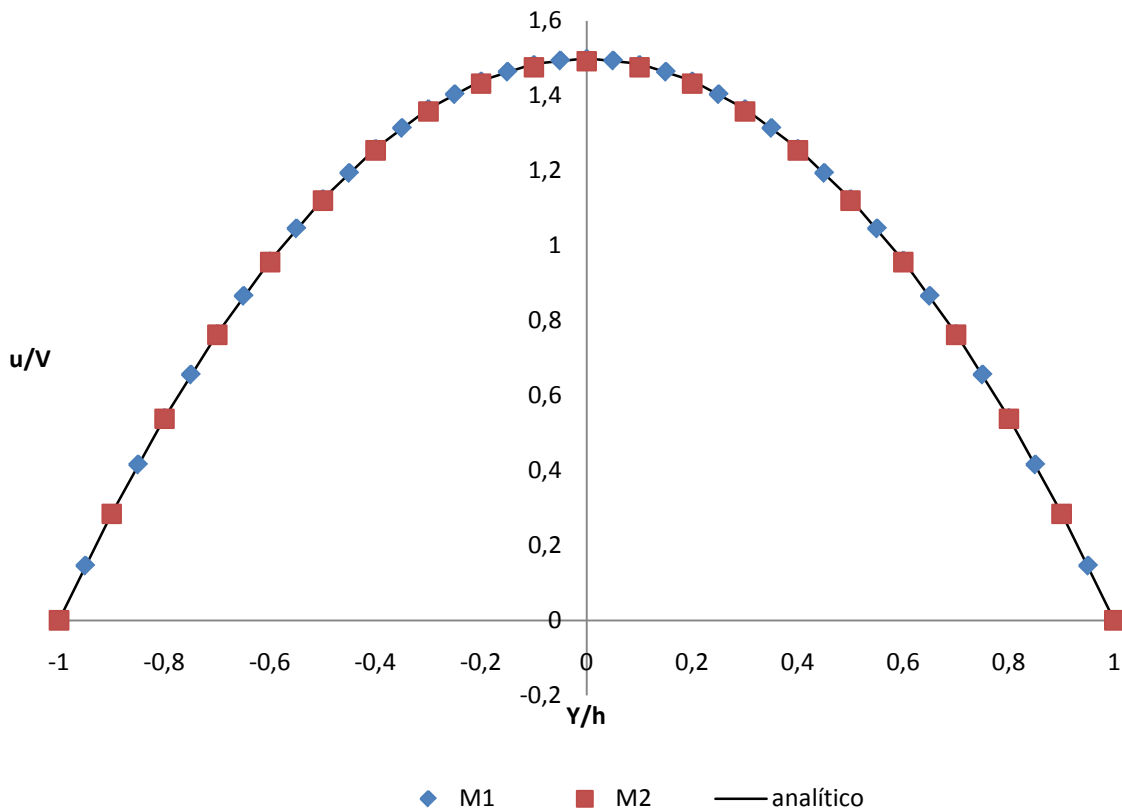


Fig. 8- Perfil de velocidades das duas malhas e da curva analítica.

Procedeu-se á realização de um teste de resíduos, para saber em que medida o valor escolhido irá alterar os resultados finais do factor de fricção. Para este caso utilizou-se a malha M2, estando os resultados obtidos apresentados na Fig. 9 e os respectivos valores na Tab. 13 [Anexo A].

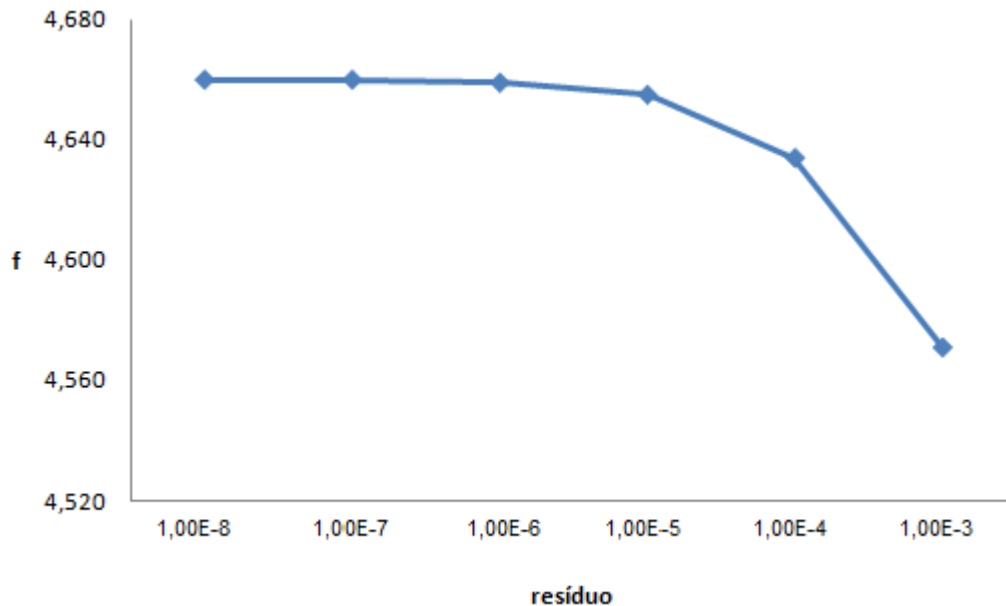


Fig. 9- Teste de resíduos em função do factor de fricção para um escoamento entre duas placas paralelas e $Re=10$.

De seguida procedeu-se á realização da simulação para o escoamento desenvolvido entre duas placas paralelas usando modelos de turbulência, neste caso, o modelo $k-\epsilon$ padrão. No caso vertente o escoamento foi realizado para um $Re = 50000$, para duas malhas. O domínio é o mesmo para ambas as malhas, $L \times 2h = 2 \times 0,0025$ e as suas características estão apresentadas na Tab. 3.

Tab. 3- Características das malhas usadas para $Re=50000$.

Malhas	nºcélulas total	nºcélulas parede-parede	nºcélulas em x
M1	25000	25	1000
M2	46240	34	1360

Seguidamente procedeu-se ao cálculo do factor de fricção nas paredes em cada malha e comparou-se ao valor analítico, apresentando-se os resultados na Tab. 4.

Tab. 4- Resultados da simulação sobre o cálculo do factor de fricção para $Re=50000$.

Malhas	$f_{\text{analítico}}$	$f_{\text{calculado}}$	erro (%)
M1	0,0205	0,0213	3,9
M2	0,0205	0,0206	0,5

Para finalizar esta secção e após análise dos resultados obtidos no caso vertente do escoamento entre duas placas paralelas, conclui-se:

A partir dos resultados obtidos na Tab. 2, com o escoamento laminar, verifica-se que quanto maior o refinamento de malha usado, mais próximo o valor do factor de fricção obtido se aproxima do valor analítico calculado, atingindo-se com a última malha (M2) um erro de apenas 0,1% em relação ao analítico.

Os resultados obtidos na Tab. 4, desta vez com o escoamento turbulento, as elações são semelhantes, atingindo-se um erro de apenas 0,5% depois do refinamento da primeira malha (M1).

Após a análise do perfil de velocidades apresentado na Fig. 8, observa-se que as curvas obtidas pelas duas malhas são muito semelhantes aos valores obtidos pela curva analítica, o que demonstra os bons resultados alcançados.

A Fig. 9, exibição que a partir do valor de resíduo de 1E-06, atinge-se um valor de f constante, não se necessitando assim de usar valores residuais mais baixos porque o esforço computacional será muito maior e os resultados obtidos não diferem significativamente.

4.4.2 Escoamento numa Expansão Súbita

O segundo caso em estudo é o do escoamento laminar numa expansão súbita, com uma razão de diâmetros $D/d = 2$, para um número de Reynolds de 30. O objectivo neste caso é calcular o comprimento de recirculação (x_{r1} e x_{r2}) e observar a sua variação com o refinamento da malha, comparando ainda com os resultados de Oliveira [18]. A este respeito convém ainda referir que se fará uma comparação do perfil de velocidades com valores analíticos.

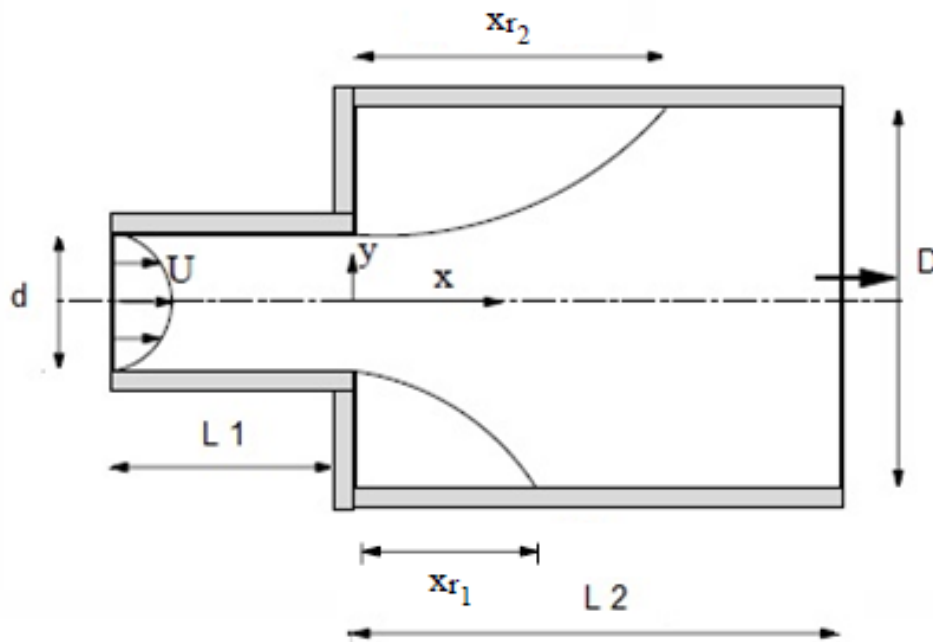


Fig. 10- Esquema da geometria da expansão súbita e parâmetros relevantes.

Foram feitas três malhas, M1, M2 e M3, o domínio é o mesmo para as três malhas, encontrando-se os parâmetros relevantes apresentados na Tab. 5. As principais características das malhas utilizadas estão apresentadas na Tab. 6.

Tab. 5- Parâmetros relevantes.

$L1 (m)$	$L2 (m)$	$d (m)$	$D (m)$
0,05	0,1	0,020	0,040

Tab. 6- Características das malhas usadas para $Re=30$.

Malhas	n°células total	n°células parede-parede (em L1)	n°células em x (em L1)	n°células parede-parede (em L2)	n°células em x (em L2)
M1	12000	40	60	80	120
M2	48000	80	120	160	240
M3	105600	120	160	240	360

Seguidamente foram calculados para as três malhas, os comprimentos de recirculação superior (x_{r2}) e inferior (x_{r1}) e os respectivos resultados obtidos estão expostos na Tab. 7.

Tab. 7- Resultados do cálculo do comprimento de recirculação.

Malhas	X_{r1}/h	X_{r1}/h (literatura)	erro (%)
M1	2,139	2,053	4,0
M2	2,096	2,053	2,0
M3	2,060	2,053	0,3

Malhas	X_{r2}/h	X_{r2}/h (literatura)	erro (%)
M1	2,139	2,053	4,0
M2	2,096	2,053	2,0
M3	2,060	2,053	0,3

Os perfis de velocidade calculados para as três malhas assim como a curva da solução analítica, estão apresentados na figura seguinte (Fig. 11).

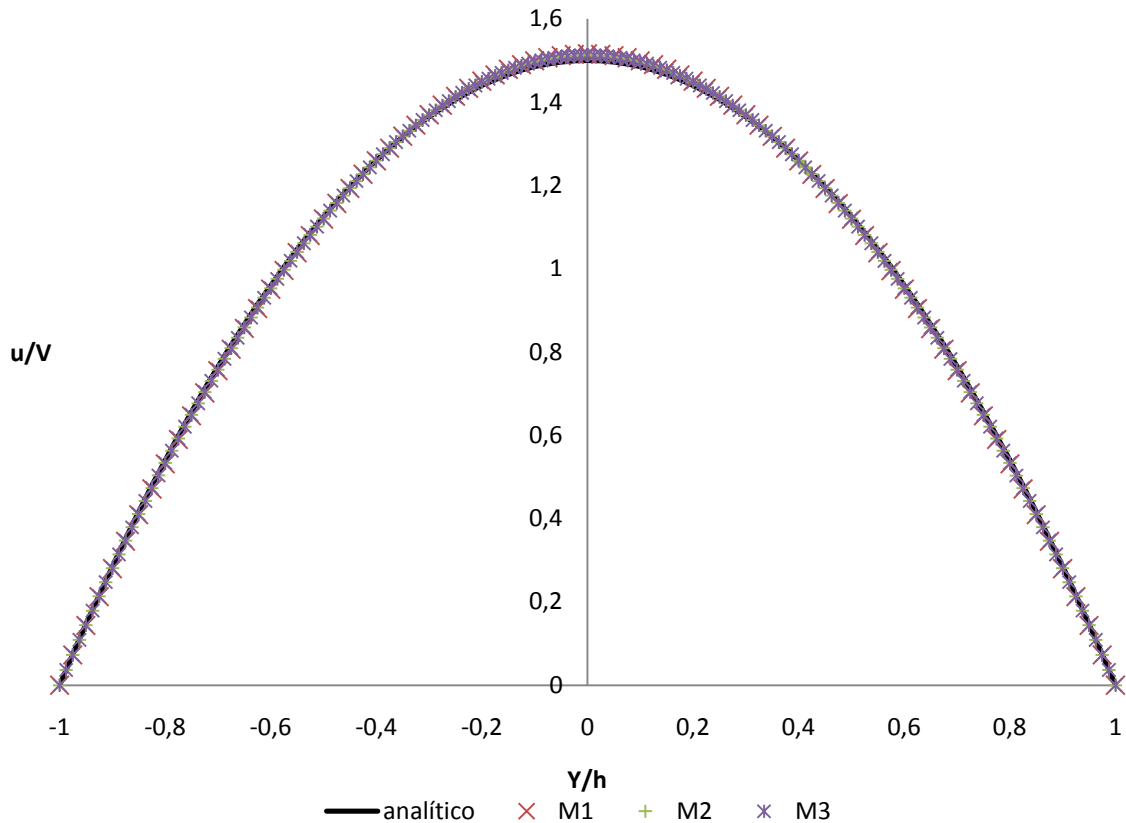


Fig. 11- Perfil de velocidades das três malhas na zona totalmente desenvolvida da expansão súbita.

Para finalizar esta secção e após análise dos resultados obtidos no caso vertente do escoamento numa expansão súbita, conclui-se:

Os resultados obtidos na Tab. 7, provam que quanto maior o refinamento da malha, mais próximo o valor do comprimento de recirculação se aproxima do valor da literatura, atingindo-se um erro de apenas 0,3% na malha mais refinada (M3).

Da mesma tabela, também se conclui que os comprimentos de recirculação superior e inferior, obtidos para um número de Reynolds de 30, são iguais, isto é, a recirculação para $Re=30$ é simétrica assim como Oliveira [18] verificou também no seu artigo.

Após a análise do perfil de velocidades apresentado na Fig. 11, observa-se que as curvas obtidas pelas três malhas estão muito próximas dos valores obtidos pela curva analítica, apresentando a malha M1 valores mais afastados e a malha M3 valores mais próximos dos valores analíticos.

4.4.3 Escoamento laminar em torno de um cilindro circular

O terceiro caso em estudo é o do escoamento laminar em torno de um cilindro circular, para um número de Reynolds de 40. Nesta gama, o escoamento em torno do cilindro é realizado em regime permanente existindo separação no escoamento. Pretende-se aqui não só averiguar o coeficiente de arrasto mas também o comprimento de separação, comparando estes valores com os da literatura, no caso vertente, com o artigo de Ding *et al.* [10].

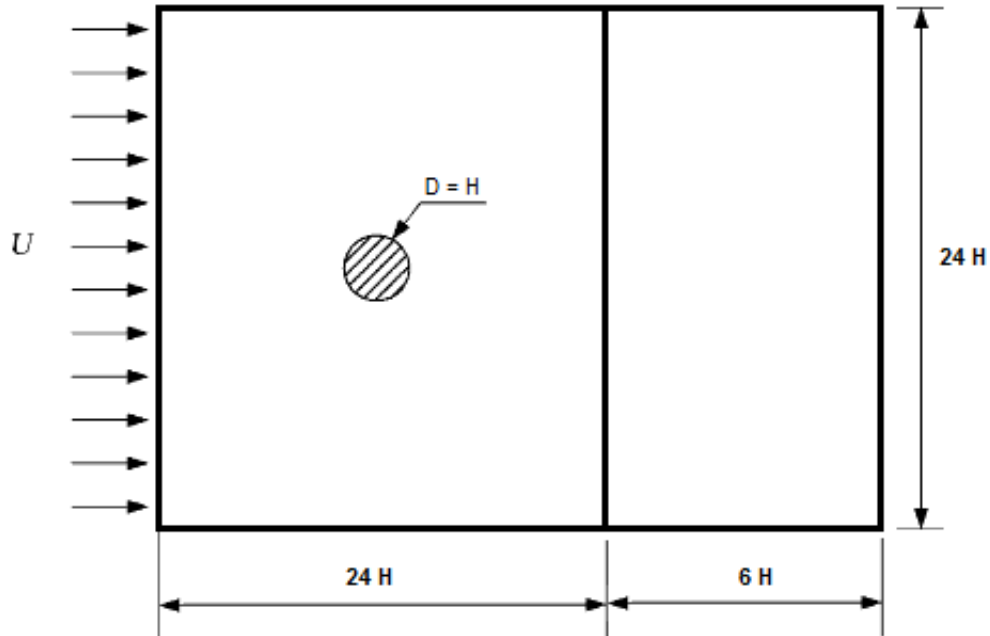


Fig. 12- Esquema da malha do cilindro circular usada e os parâmetros relevantes.

Foram feitas duas malhas, M1 e M2, o domínio é o mesmo para as duas malhas, estando os parâmetros relevantes apresentados na Fig. 12, sendo H a altura do cilindro, e tendo o valor de 0,05 m no caso vertente. As características das malhas utilizadas estão apresentadas na Tab. 8.

Tab. 8- Características das malhas usadas para $Re=40$.

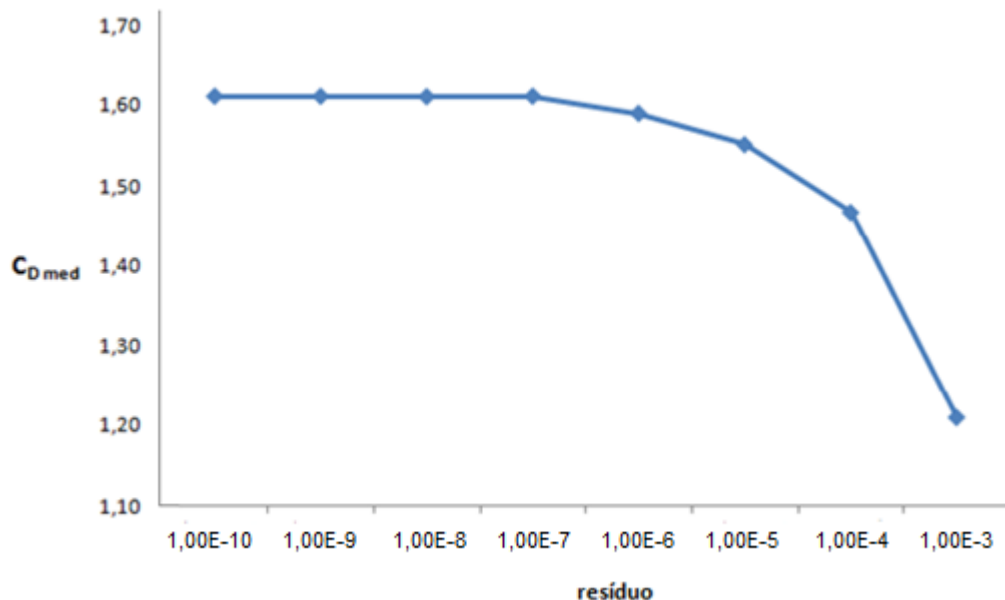
Malhas	nº células total	nº células parede-parede	nº células em x
M1	14400	40	80
M2	61920	120	240

De seguida foram calculados para as duas malhas, o coeficiente de arrasto médio ($C_{D\ med}$), o comprimento de separação (L_{sep}) e o respectivo ângulo de separação (θ_s), comparando os valores obtidos com valores retirados da literatura. Os resultados apresentam-se expostos na tabela seguinte (Tab. 9), sendo os valores dos autores referidos retirados do artigo de Ding *et al.* [10].

Tab. 9- Comparação dos valores obtidos do $C_{D\ med}$, L_{sep} e θ_s com a literatura.

Re 40	Dennis	Takami	Tuann	Fornberg	H.Ding	M1	M2
$C_{D\ med}$	1,522	1,536	1,675	1,498	1,713	1,591	1,597
L_{sep}	2,350	2,320	2,100	2,240	2,200	2,189	2,139
θ_s	53,80	53,60	54,80	-	53,50	50,00	53,00

Procedeu-se á realização de um teste de resíduos, para saber em que medida o valor escolhido irá alterar os resultados finais do coeficiente de arrasto médio. Para este teste utilizou-se a malha M2, estando os resultados obtidos apresentados na Fig. 13, e os respectivos valores na Tab. 14 [Anexo B].

Fig. 13- Teste de resíduos em função do $C_{D\ med}$ para um escoamento laminar em torno de um cilindro a $Re=40$.

Na fig. 14, encontra-se representada a simulação do escoamento laminar em torno de um cilindro circular para um Reynolds de 40, vendo-se claramente a simetria (entre a parte superior e inferior do cilindro) existente no escoamento, uma particularidade que só acontece neste regime. Como comparação, apresenta-se na fig. 15 a mesma simulação retirada do artigo de Ding *et al.* [10].

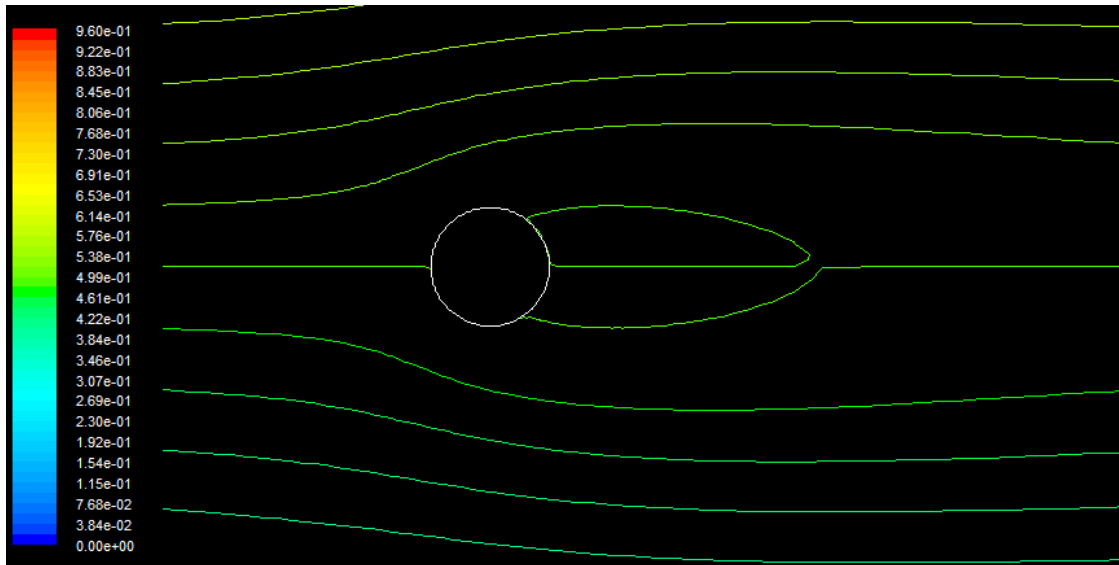


Fig. 14- Padrão das linhas de corrente para $Re=40$, na simulação do escoamento laminar em torno de um cilindro circular.

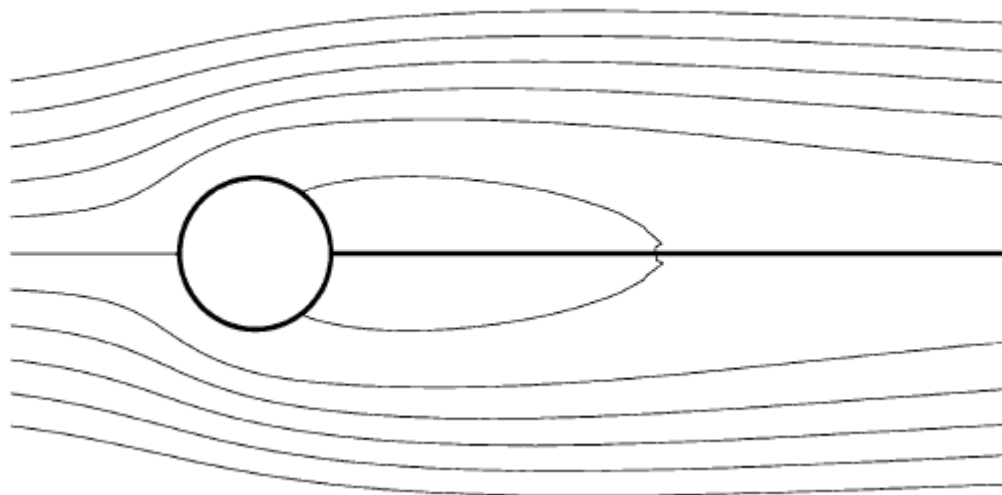


Fig. 15- Padrão das linhas de corrente para $Re=40$, na simulação do escoamento laminar em torno de um cilindro circular, (retirado de H. Ding *et al.* [10]).

Para finalizar esta secção e após análise dos resultados obtidos no caso vertente do escoamento laminar em torno de um cilindro circular, para $Re=40$, conclui-se:

Depois da análise realizada à Tab. 9, verifica-se que os resultados obtidos (especialmente da malha M2) estão dentro dos valores previstos e calculados por outros autores, embora ainda estejam afastados do valor obtido por de Ding *et al.* [10], mas isso deve-se ao facto do autor usar um método diferente no cálculo (visto ser uma aproximação híbrida), logo, diferente da utilizada neste cálculo.

Na Fig. 13, depois de realizado o teste de resíduos, verifica-se que o valor do $C_{D\ med}$ a partir de $1,00E-6$ começa a estabilizar. Mas como o tempo de cálculo aumenta com a redução do resíduo e tendo em conta o compromisso entre tempo de cálculo e resultado obtido, o ideal é baixar os critérios de convergência para os vários resíduos para $1E-06$.

4.4.4 Escoamento em regime transiente em torno de um cilindro circular

O quarto caso em estudo é o do escoamento em regime transiente em torno de um cilindro, para um número de Reynolds de 80. Pretende-se no caso vertente não só calcular o coeficiente de arrasto e o número de Strouhal mas também comparar os valores obtidos com o artigo de Park *et al.* [19].

Foram feitas duas malhas, M1 e M2, o domínio é o mesmo para as duas malhas, estando os parâmetros relevantes apresentados na Fig. 12, representada na secção anterior. As características das malhas utilizadas estão apresentadas na Tab. 10.

Tab. 10- Características das malhas utilizadas.

Malhas	nº células total	nº células parede-parede	nº células em x
M1	14400	40	80
M2	72000	120	240

Procedeu-se primeiramente á realização de um teste, para saber em que medida o valor escolhido na realização da simulação sobre o nº máximo de iterações irá alterar os resultados finais do coeficiente de arrasto médio. Para este teste utilizou-se a malha M1, estando os resultados apresentados na Fig. 16 e os respectivos valores na Tab. 15 [Anexo C].

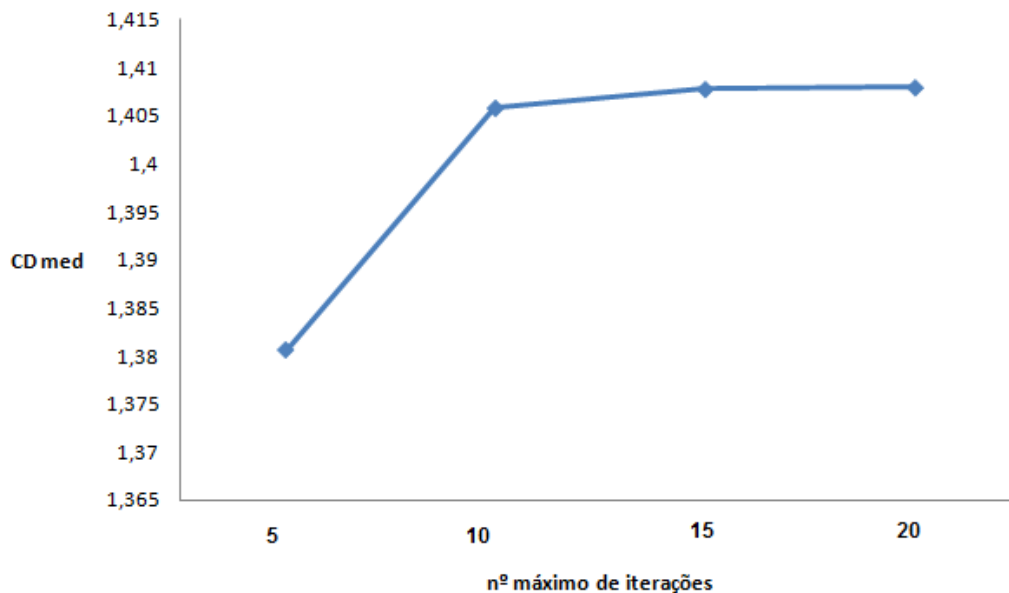


Fig. 16- Resultado do valor de $C_{D\text{ med}}$ variando o nº de iterações máximas por passo no tempo.

De seguida foram calculados para as duas malhas o coeficiente de arrasto médio ($C_{D\ med}$) e o número de Strouhal (St), comparando os valores obtidos com valores retirados da literatura, estando expostos com detalhe na Tab. 11.

Tab. 11- Comparação dos valores obtidos de $C_{D\ med}$ e St com a literatura.

$Re\ 80$	St	erro (%)	$C_{D\ med}$	erro (%)
Park <i>et al.</i>	0,153	-	1,350	-
Malha M1	0,148	3,3	1,407	4,2
Malha M2	0,153	0	1,357	0,5

Procedeu-se á realização de outro teste, para saber em que medida o valor escolhido para o passo no tempo irá alterar os resultados finais do coeficiente de arrasto médio. Os passos no tempo usados têm os valores de 4,1s, 3,4s, 2,6s e 2,3s que correspondem ao tempo de ciclo de 1/50, 1/60, 1/80 e 1/90 respectivamente. Os tempo de ciclo dizem respeito à frequência do ciclo de 0,0049 Hz, valor esse que se chegou depois de utilizar a expressão $f\ (Hz) = (St \times U) / D$. Sendo o número de Strouhal calculado através da expressão $St = (0,2684 - 1,0356) / (Re^{0,5})$, retirado do artigo de König [16]. Para este caso utilizou-se a malha M1, estando os resultados apresentados na Fig. 17 e os respectivos valores na Tab. 16 [Anexo C].

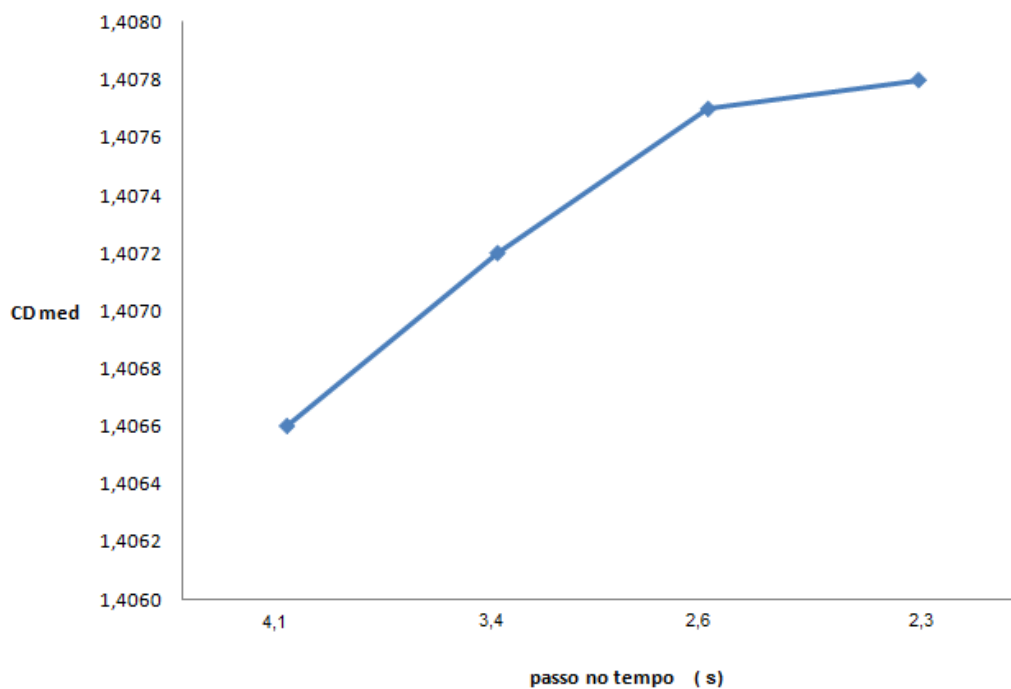


Fig. 17- Resultado do valor de $C_{D\ med}$ variando o passo no tempo.

Para finalizar esta secção e após análise dos resultados obtidos no caso vertente do escoamento transiente em torno de um cilindro circular, para $Re=80$, conclui-se:

Depois da análise realizada ao teste apresentado na Fig. 16, pode afirmar-se que se deve usar 15 a 20 iterações máximas por passo no tempo para se obter os melhores resultados. Os resultados menos conseguidos obtidos com o valor de 5 iterações máximas por passo no tempo, vieram demonstrar o que o próprio guia do FLUENT [13] diz sobre o facto de se ter de utilizar no mínimo 10 iterações máximas por passo no tempo.

Os resultados apresentados na Tab. 11, provam que quanto maior o refinamento da malha, mais próximo o valor do número de Strouhal se aproxima do valor da literatura, atingindo-se o mesmo valor dado por Park *et al.* [19] com a malha mais refinada (M2).

Da análise do valor do coeficiente de arrasto médio, apresentados na mesma Tab. 11, retira-se as mesmas conclusões, com o maior refinamento da malha, os resultados obtidos aproximam-se mais dos valores da literatura atingindo-se um erro de apenas 0,5% na malha mais refinada (M2).

Na Fig. 17, depois de realizado o teste sobre o valor do coeficiente de arrasto médio variando o passo no tempo, verifica-se que o valor do $C_{D\ med}$ apresenta resultados melhores quanto mais refinado no tempo for o passo de integração (*time step*).

Capítulo 5

Resultados

5.1 Introdução

Após a realização dos testes ‘preliminares’, realizados para os regimes laminar e transiente, estão reunidas as condições para a realização de simulações para escoamentos turbulentos. É disso mesmo que se trata neste capítulo, apresentam-se e discutem-se então os resultados deste estudo para escoamentos turbulentos em torno de um cilindro, primeiramente no caso de um cilindro quadrado e posteriormente para o caso de um cilindro circular, comparando os vários modelos de turbulência com valores dados pela literatura.

- Escoamento em regime turbulento em torno de um cilindro quadrado, para $Re = 20000$;
- Escoamento em regime turbulento em torno de um cilindro circular, para a gama de números de Reynolds de $27400 < Re < 90000$;
- Escoamento em regime turbulento em torno de um cilindro circular, para $Re = 10000$

5.2 Escoamento Turbulento em Torno de um Cilindro Quadrado

Esta secção tem o intuito de apresentar os resultados para o escoamento em regime turbulento em torno de um cilindro quadrado, para $Re = 20000$. Pretende-se no caso vertente calcular o coeficiente de arrasto médio, o número de Strouhal, C_D' , C_L' e ainda, comparar todos os valores obtidos com os do artigo de Younis [2].

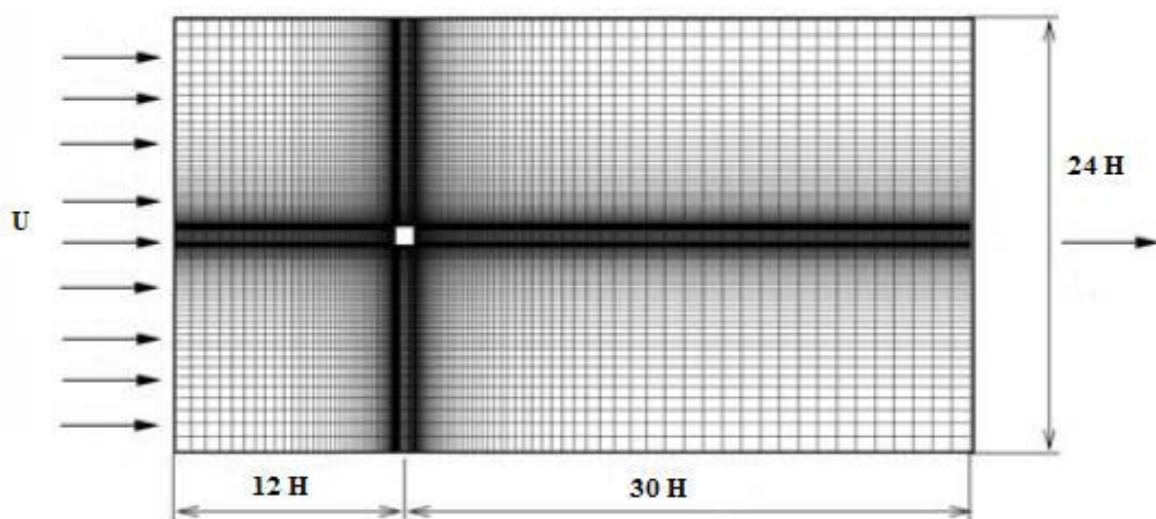


Fig. 18- Esquema da malha do cilindro quadrado e os parâmetros relevantes.

Foi feita uma malha, M1, podendo verificar-se os parâmetros relevantes na Fig. 18, sendo H a altura do cilindro quadrado, que possui o valor de 0,05 m no caso vertente. Neste caso, partiu-se de uma malha muito semelhante à malha D1 desenvolvida no artigo de Younis, cujas características estão expostas na Tab. 12.

Tab. 12- Características da malha utilizada no cilindro quadrado para Re 20000.

Malhas	[Ni x Nj]	f_{ex}	f_{ey}	$\Delta n_c / H$
M1	139 x 122	1,075	1,075	0,014

As linhas da malha estão concentradas perto da parede do cilindro, com 24 células em contacto com cada lado. A distância normalizada desde o centro da célula à parede ($\Delta n_c / H$) é de 0,014. As linhas da malha estão a expandir-se para fora do cilindro com uma razão de expansão de 7,5% em cada direcção (f_{ex} e f_{ey}).

De seguida foram calculados, o número de Strouhal (St), o coeficiente de arrasto médio ($C_{D\ med}$), o $C_{L'}$ e o $C_{D'}$ comparando os valores obtidos com valores retirados da literatura, encontrando-se expostos na Tab. 13.

Tab. 13- Resultados da simulação do cilindro quadrado.

Re 20.000	St	$C_{D\ med}$	$C_{L'}$	$C_{D'}$
Valores experimentais	0,13-0,139	2,16-2,28	1,1-1,4	0,18-0,23
Modelo k- ϵ RNG de Younis,B.	0,139	2,064	1,369	0,092
Modelo k- ϵ RNG desta tese	0,147	2,019	1,404	0,098
erro (%)	5,7	2,2	2,6	6,5

Para finalizar esta secção e após análise dos resultados obtidos no caso vertente do escoamento turbulento em torno de um cilindro quadrado, para $Re=20000$, conclui-se:

Os resultados que estão apresentados na Tab. 13, estão próximos dos resultados atingidos por Younis, possuindo diferenças pequenas, sendo a maior diferença observada no cálculo de $C_{D'}$ que apresenta um erro de 6,5 %. Os bons resultados obtidos indicam que o cálculo realizado com o modelo RNG está correcto e que a malha desenvolvida nesta tese tem uma grande qualidade e aproxima-se da original feita por Younis [2].

De referir que Younis e Przulj, utilizaram um programa diferente do usado nesta tese, logo, as diferenças apresentadas, podem ser explicadas por possíveis diferenças no programa utilizado.

Para uma melhor compreensão do escoamento turbulento para um Reynolds de 20000 em torno de um cilindro quadrado, está exposto nas figuras seguintes a visualização da simulação (fig. 19), assim como a figura comparativa, retirada do artigo de Younis (fig. 20) para o mesmo caso.

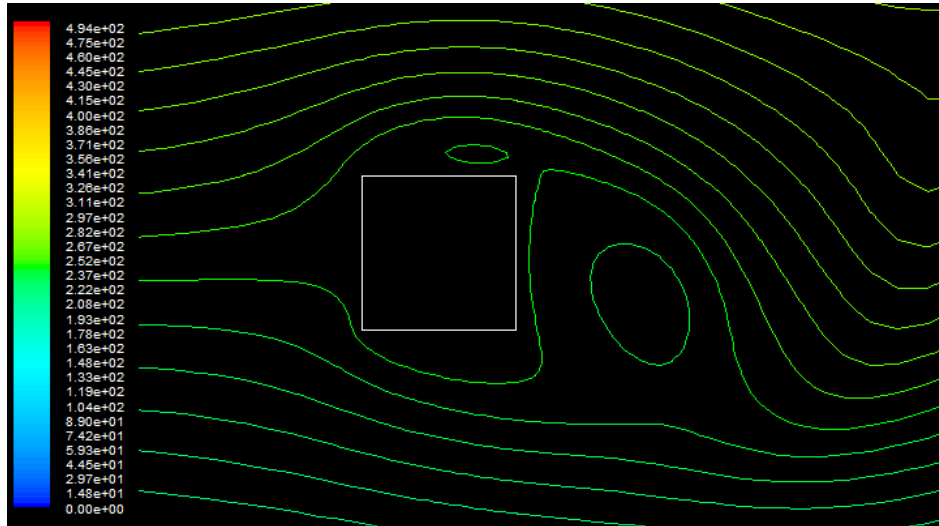


Fig. 19- Padrão das linhas de corrente para $Re=20000$, na simulação do escoamento turbulento em torno de um cilindro quadrado.

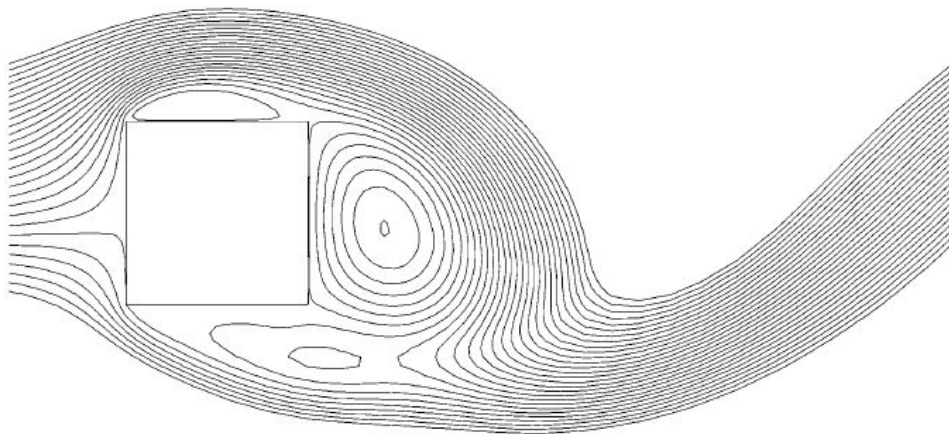


Fig. 20- Padrão das linhas de corrente para $Re=20000$, na simulação do escoamento turbulento em torno de um cilindro quadrado, no caso de Younis (retirado de Younis [2]).

5.3 Escoamento Turbulento em Torno de um Cilindro Circular

5.3.1 Resultados para valores $27400 < Re < 90000$

Esta secção tem o intuito de apresentar os resultados para o escoamento em regime turbulento em torno de um cilindro circular, para uma gama de Reynolds entre 27400 e 90000. Pretende-se no caso vertente calcular o coeficiente de arrasto, o coeficiente de sustentação, o número de Strouhal, o C_D' , o C_L' e o ângulo de separação e comparar ainda estes valores com os apresentados no artigo de Younis [2].

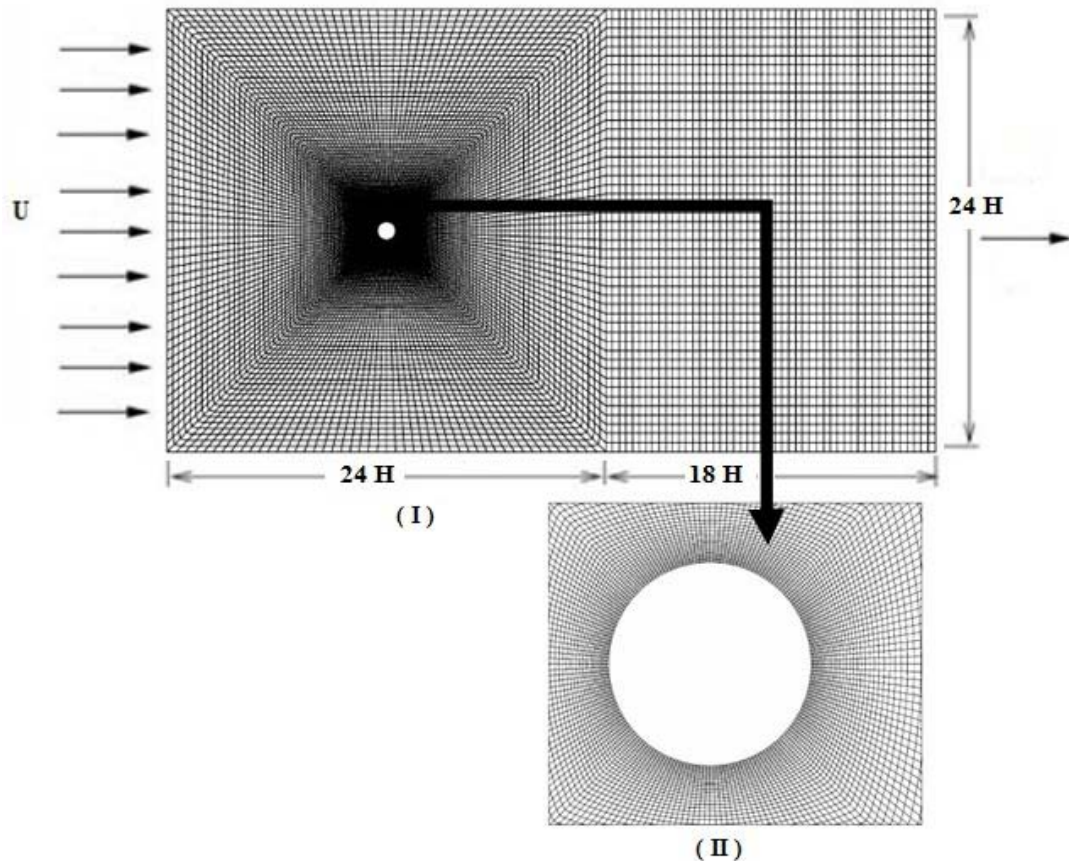


Fig. 21- Esquema da malha do cilindro circular usada e os parâmetros relevantes(I) e zona em torno do cilindro mais pormenorizada (II)

Foi feita uma malha, M1, estando os parâmetros relevantes apresentados na Fig. 21, sendo H a altura (diâmetro) do cilindro, tendo o valor de 0,05 m no caso vertente. Neste caso, partiu-se de uma malha muito semelhante à malha G0 desenvolvida no artigo de Younis, cujas características estão expostas na Tab. 14.

Tab. 14- Características da malha utilizada no cilindro circular

Malhas	Células / Total	Células / Cilindro	$\Delta n_c / H$
M1	14400	160	$5,75 \times 10^{-3}$

As linhas da malha estão concentradas perto da parede do cilindro, sendo a distância normalizada desde o centro da célula à parede ($\Delta n_c / H$) de 0,00575. As linhas da malha estão a expandir-se para fora do cilindro com uma razão de expansão de 7,5%.

De seguida foi calculado, o número de Strouhal (St), expostos na Fig. 22, comparando os valores obtidos com valores retirados da literatura. Ver também as respectivas tabelas no Anexo D.



Fig. 22- Resultados obtidos do St em função do número de Reynolds, comparando com a literatura.

O coeficiente de arrasto médio ($C_{D \text{ med}}$) expostos na Fig. 23. Ver também as respectivas tabelas no Anexo D.

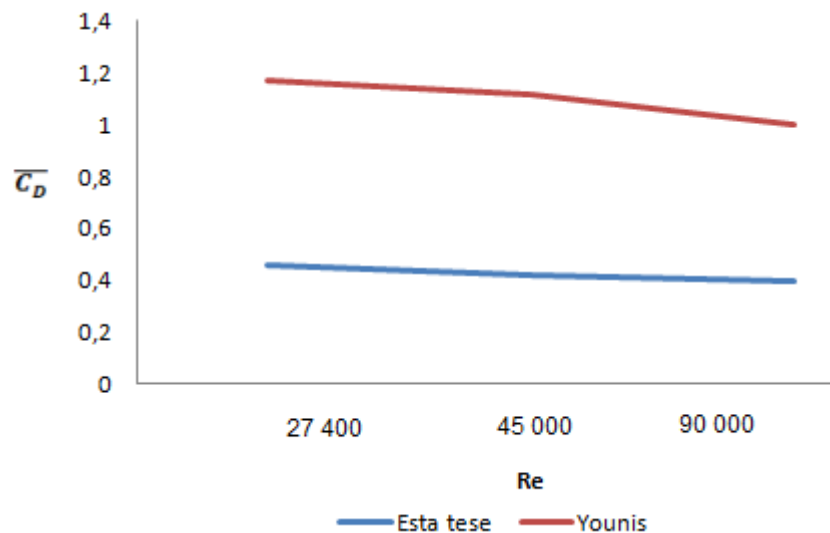


Fig. 23- Resultados obtidos do $C_{D \text{ med}}$ em função do número de Reynolds, comparando com a literatura.

Os valores de C_D' expostos na Fig. 24. Ver também as respectivas tabelas no Anexo D.

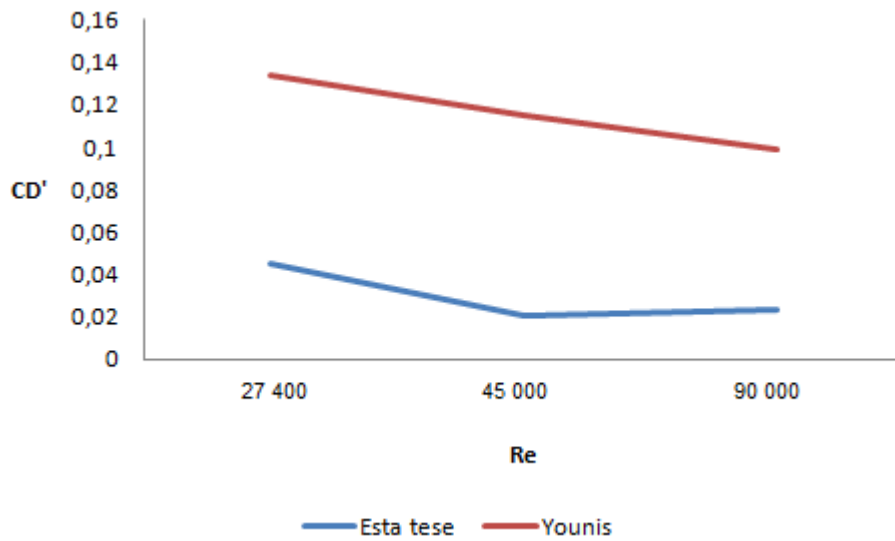


Fig. 24- Resultados obtidos do C_D' em função do número de Reynolds, comparando com a literatura.

Os valores de C_L' expostos na Fig. 25. Ver também as respectivas tabelas no Anexo D

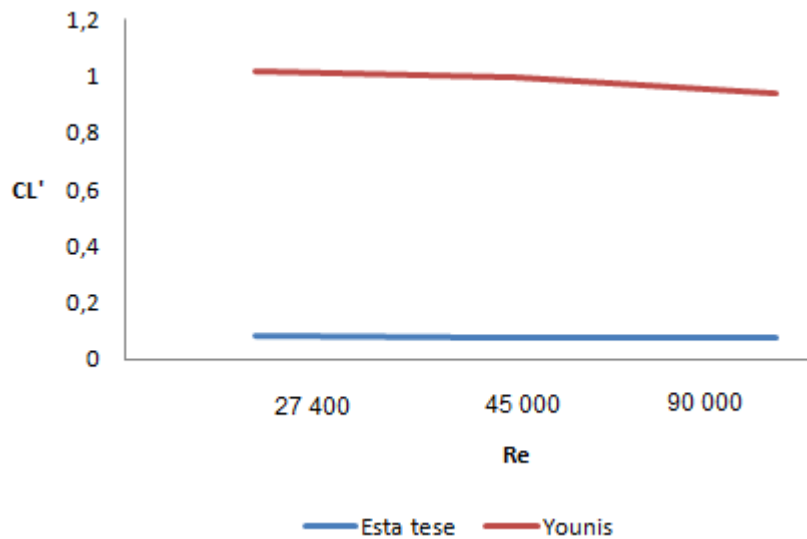


Fig. 25- Resultados obtidos do C_L' em função do número de Reynolds, comparando com a literatura.

Os valores de θ_s expostos na Fig. 26. Ver também as respectivas tabelas no Anexo D

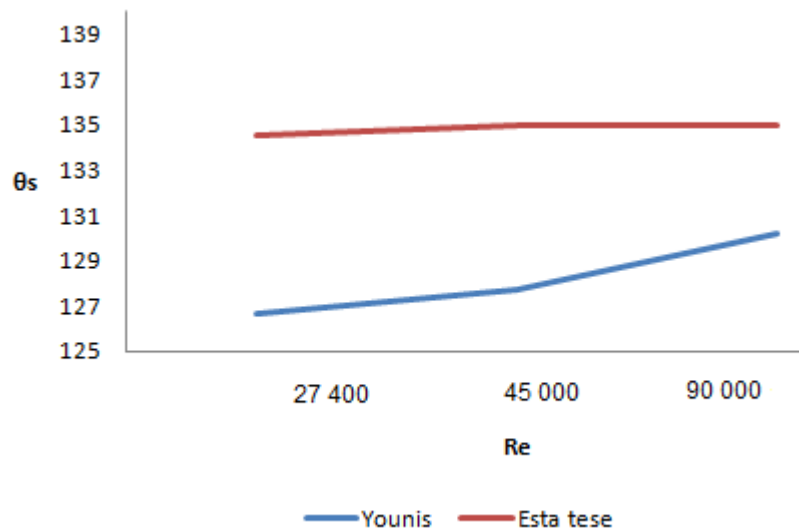


Fig. 26- Resultados obtidos do θ_s em função do número de Reynolds, comparando com a literatura.

Younis usou um modelo alterado, tendo como base o modelo RNG, por isso o modelo utilizado nestas simulações para esta gama de números de Reynolds foi o $k-\varepsilon$ RNG.

Como se pode observar, depois de uma análise mais atenta às figuras anteriores, os valores a que se chegaram depois de realizada a simulação, apresentam algumas diferenças comparativamente com os valores obtidos por Younis.

Para finalizar esta secção e após análise dos resultados obtidos no caso vertente do escoamento turbulento em torno de um cilindro circular, conclui-se:

Após a visualização da Fig. 22, verifica-se que os valores do número de Strouhal estão muito perto entre eles, mas as semelhanças entre resultados acabam aí, visto os resultados obtidos apresentarem um $C_{D \text{ médio}}$ e um $C_{D'}$ com cerca de metade do valor obtido a Younis e Przulj, e um $C_{L'}$ muito afastado do valor da bibliografia.

Em relação ao ângulo de separação obtido nesta tese, superior a 5-8 graus relativamente à literatura pode ajudar a explicar as diferenças nestes valores, visto que tendo um ângulo de separação maior, a separação ocorre mais tarde, influenciando assim o arrasto e a sustentação. Essa separação tardia, pode ser explicada pela estrutura da malha utilizada nesta tese, ou por alguma opção diferente tomada sobre a condição de fronteira junto à parede do cilindro, que não foi devidamente identificada e que fez com que não se conseguisse replicar os resultados da literatura.

5.3.2 Resultados para valores de $Re = 10000$

Esta secção tem o intuito de apresentar os resultados para o escoamento em regime turbulento em torno de um cilindro circular, para um número de Reynolds de 10000. Pretende-se no caso vertente calcular o coeficiente de arrasto, o coeficiente de sustentação, o número de Strouhal, o C_D' , o C_L' e o ângulo de separação. Pretende-se também comparar os valores resultantes dos vários modelos de turbulência disponibilizados pelo FLUENT estando apresentados esses mesmos resultados na Fig. 27 e Fig. 28. Ver também as respectivas tabelas no Anexo E.

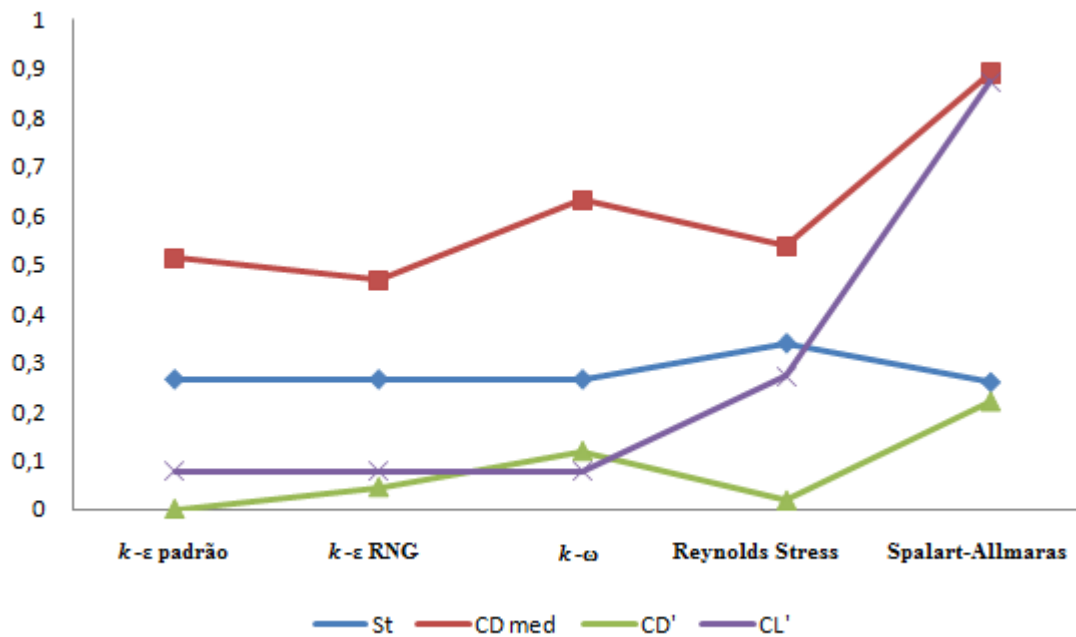


Fig. 27- Resultados obtidos dos vários parâmetros (St , $C_{D\ med}$, $C_{D'}$, $C_{L'}$) para os vários modelos.

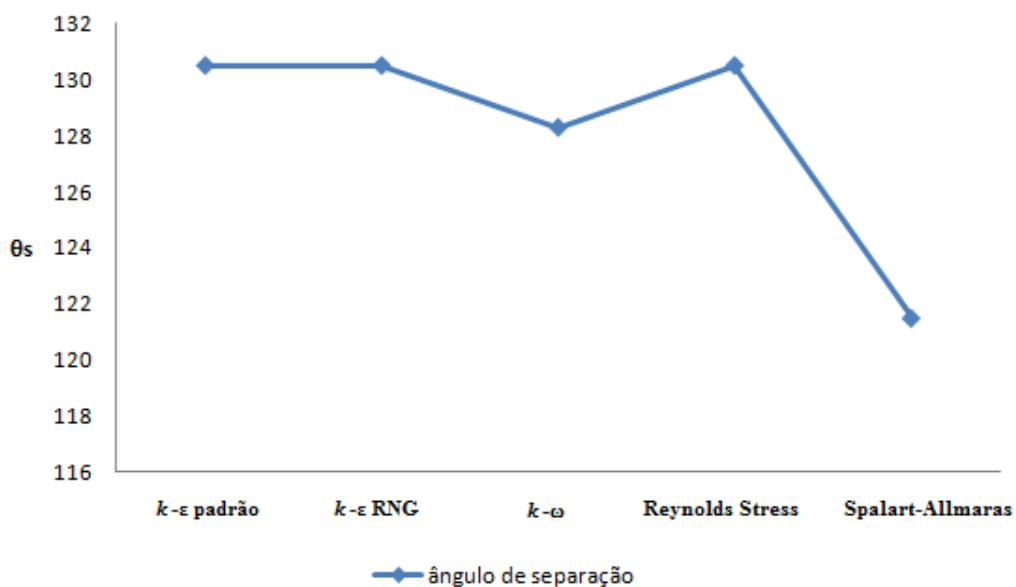


Fig. 28-- Resultados obtidos do θ_s para os vários modelos.

A malha utilizada neste cálculo é a mesma referida na secção anterior (secção 5.3.1), malha M1 com 14400 células no total, muito semelhante à malha G0 desenvolvida no artigo de Younis e Przulj.

Para finalizar esta secção e após análise dos resultados obtidos no caso vertente do escoamento turbulento em torno de um cilindro circular para um número de Reynolds de 10 000, conclui-se:

Analisando globalmente as figuras, nota-se que há muitas diferenças entre os vários modelos apresentados.

Particularizando, e começando por referir os valores correspondentes ao número de Strouhal, observa-se uma grande homogeneidade de resultados em todos os modelos, excepto no modelo de tensões de Reynolds que apresenta um valor superior.

No caso dos valores correspondentes ao C_D médio, todos os modelos apresentam valores próximos, excepto o modelo Spalart-Allmaras que tem um valor superior à média dos outros modelos.

Sobre o valor de C_D' todos os valores apresentados pelos vários modelos são muito diferentes, que vai do valor mais baixo dado pelo modelo $k-\varepsilon$ padrão (0.001) até ao valor mais alto dado pelo modelo Spalart-Allmaras (0.220).

Sobre o valor de C_L' , os modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$ têm valores concordantes, estando os outros dois modelos muito fora da média, principalmente o modelo Spalart-Allmaras.

Em relação ao ângulo de separação, apresentados na Fig. 28, os modelos $k-\varepsilon$ e o modelo de tensões de Reynolds têm valores semelhantes, o modelo $k-\omega$ tem um valor muito próximo e o modelo Spalart-Allmaras mostra-se novamente muito mais afastado dos restantes modelos, neste caso quase 10° .

Capítulo 6

Conclusão

6.1 Introdução

Este capítulo encerra a tese, onde serão apresentadas as principais conclusões deste trabalho exposto nos capítulos anteriores, bem como algumas sugestões para trabalhos futuros.

6.2 Principais Conclusões

Esta tese apresenta os resultados das diferentes simulações numéricas para cilindros circulares e também para cilindros quadrados, usando o FLUENT. Este estudo tinha como objectivos principais a caracterização da força de arrasto e da força de sustentação em função do número de Reynolds assim como a frequência de ejeção dos vórtices e o ângulo de separação.

Os testes preliminares realizados para escoamentos (laminares e também transientes), em torno de um cilindro circular, para números de Reynolds baixos, ajudaram a refinar os pormenores assim como as opções tomadas quando da realização posterior dos escoamentos turbulentos. Com isso, chegamos á conclusão que:

- Como valores de resíduo, deve-se usar o valor preferencialmente de 1E-06, ou inferior;
- Deve usar-se na medida do possível uma malha estruturada, em vez de uma não estruturada, pois apresenta melhores resultados;
- Como número de iterações máximas a usar por passo de tempo, chegou-se à conclusão que 15 a 20 iterações máximas por passo de tempo, é o melhor compromisso;
- Como esquema de discretização espacial para os termos convectivos, deve-se usar o esquema QUICK, pois este oferece um nível superior de precisão;
- O passo de tempo (Δt) utilizado vai ter uma grande importância no resultado final, por isso deve-se ter cuidado e não usar um passo de tempo demasiado elevado.

Tendo em conta os resultados obtidos para a simulação do cilindro quadrado para um número de Reynolds de 20 000, os valores atingidos por esta tese estão muito próximos dos valores da literatura, onde se usou o modelo $k-\varepsilon$ RNG, visto que esta variante do $k-\varepsilon$ padrão amplifica os efeitos de menor escala do movimento tornando-os mais visíveis. Neste tipo de escoamentos é o modelo que apresenta maior robustez e precisão.

Os resultados obtidos para a simulação do cilindro circular para um número de Reynolds na gama de 27400, 45000 e 90000, não são os resultados que se esperava tendo em conta os valores dados pela literatura. Pois apresentam um número de Strouhal semelhante, mas as semelhanças acabam aí, visto apresentarem um $C_{D\ med}$ e C_D' com cerca de metade do valor dado pela literatura, e valores de magnitude de C_L' muito reduzidos. Isto pode ser explicado

pelo valor obtido do ângulo de separação que é maior que o da literatura, o que indica que a separação ocorreu mais tarde, logo, perturbando significativamente a sustentação e o arrasto do escoamento em torno do cilindro. Essa situação pode ter sido provocado pela estrutura da malha (junto do cilindro) utilizada nesta tese, ou por alguma opção diferente tomada sobre a condição de fronteira junto á parede do cilindro, que não foi devidamente identificada e que fez com que não se conseguisse replicar os resultados da literatura. Para o caso vertente é necessário referir que os resultados disponibilizados por Younis [2] foram obtidos utilizando outro programa que não o FLUENT, logo com alguns parâmetros diferentes que podem influenciar os resultados.

Depois de analisar os resultados obtidos para a simulação do cilindro circular para um número de Reynolds de 10000, tendo em conta que se testou vários modelos de turbulência disponibilizados pelo FLUENT, pode-se concluir que o modelo $k-\varepsilon$ RNG foi o que apresentou melhores resultados. Como seria de esperar, pois através da leitura de alguma bibliografia sobre esta matéria, já se tinha chegado á conclusão em comparação com valores experimentais que este modelo á o mais confiável e preciso para este tipo de escoamento.

Tudo isto demonstra que os modelos disponibilizados pelo FLUENT não podem ser utilizados sem critério, para qualquer tipo de escoamento. Demonstra também a falta de precisão de todos eles, sendo necessário proceder a várias alterações nas opções mediante o tipo de escoamento que se quer modelar, não se conseguindo reproduzir sempre com muita exactidão os resultados atingidos por outros autores se não tivermos acesso a todas as opções tomadas pelos mesmos.

Finalmente, é de referir a dependência do desempenho numérico em relação à estrutura da malha computacional, entendendo-se aqui por desempenho a capacidade de se obterem soluções convergentes com o refinamento da malha.

6.3 Sugestões para Trabalho Futuro

Em trabalhos, com prazos tão apertados como este que aqui se apresenta, é normal surgirem condicionalismos de várias ordens que impedem a realização de um trabalho tão desenvolvido e incisivo quanto seria desejável. E este trabalho não é excepção, tendo em conta isso, passa-se a enumerar seguidamente algumas acções que futuramente podem vir a ser realizadas de maneira a complementar aquilo que aqui foi feito.

Como foi visto, a turbulência interfere com grandezas como o coeficiente de arrasto ou o coeficiente de sustentação, por isso, será útil conhecer com detalhe as suas características, intensidade e escala, para melhor se poder comparar os resultados entre si e também com os obtidos por outros autores.

Outro estudo com algum interesse é o de tornar as camadas de corte turbulentas, eventualmente através da inserção de um elemento perturbador próximo do ponto de separação da camada limite e para o mesmo número de Reynolds comparar posteriormente as alterações provocadas na característica em análise.

Também seria pertinente fazer um estudo análogo ao realizado nesta tese, mas em vez de ser um estudo bidimensional ser tridimensional, analisando se existe disparidade em relação às previsões obtidas por simulações computacionais bidimensionais. Do trabalho aqui exposto fica-nos claramente a ideia de que existem oportunidades de desenvolvimento e investigação de métodos numéricos mais exactos, principalmente para a modelação turbulenta de fluidos.

Referências Bibliográficas

- [1] Assy, T. M., *Mecânica dos fluidos – fundamentos e aplicações- 2ªedição*, LTC ‘livros técnicos e científicos editora’, 2004
- [2] Younis, B. A., Przulj, V. P., *Computation of turbulent vortex shedding*, *Comput Mech* (2006) 37: 408–425
- [3] Batchelor, G. K., *An introduction to fluid dynamics*, Cambridge university press, 1967
- [4] Çengel, Y., *Fluid Mechanics: fundamentals and applications*, the McGraw-Hill companies Inc., 2006
- [5] Catalano, P., Wang, M., Iaccarino, G., Moin, P., *Numerical simulation of the flow around a circular cylinder at high Reynolds numbers*, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 24 (2003) 463–469
- [6] Caughey, D. A., Hafez, M. M., *Frontiers of Computational Fluid Dynamics*, world Scientific, 2002
- [7] Celik, I., Shaffer, F. D., *Long time-averaged solutions of turbulent flow past a circular cylinder*, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 56 (1995) 185–212
- [8] Chung, T. J., *Computational Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, United Kingdom, 2003
- [9] Craft, T. J., Launder, B. E., Suga, K., *Development and application of a cubic eddy-viscosity model of turbulence*, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 17(2) (1996) 108–115.
- [10] Ding, H., Shu, C., Yeo, K. S., Xu, D., *Simulation of incompressible viscous flow past a circular cylinder by hybrid FD scheme and meshless least square-based finite difference method*, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg* 193 (2004) 727-744
- [11] Edwards, J. R., Roy, C. J., Blottner, F. G., Hassan, H. A., *Development of a one-equation transition/turbulence model*, *AIAA Journal* 39(9) (2001) 1691–1698
- [12] Fox, R. W., McDonald, A. T., *Introduction to Fluid Mechanics*, John Wiley & Sons, 2006
- [13] FLUENT 6.1 User’s Guide, Fluent Inc., 2003
- [14] FLUENT 6.1 Tutorial Guide, Fluent Inc., 2003
- [15] Holloway, D. S., Walters, D. K., Leylek, J. H., *Prediction of unsteady, separated boundary layer over a blunt body for laminar, turbulent, and transitional flow*, *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 45 (2004) 1291–1315

- [16] **König, M., Fey, U., Eckelmann, H.**, *A new Strouhal-Reynolds-number relationship for the circular cylinder in the range $47 < Re < 2 \times 10^5$* , Physics Fluids, Volume 10, Number 7, July 1998
- [17] **Libby, P. A.**, *An introduction to turbulence*, Washington: Taylor & Francis, 1996
- [18] **Oliveira, P. J.**, *Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planar expansion geometries*, J. Non-Newtonian Fluid Mech. 114 (2003) 33-63
- [19] **Park, J., Kwon, K., Choi, H.**, *Numerical Solutions of Flow Past a Circular Cylinder at Reynolds Numbers up to 160*, KSME International Journal, Vol.12, No.6, (1998) 1200-1205
- [20] **Pope, S. B.**, *Turbulent flows*, Cambridge University Press, United Kingdom, 2003
- [21] **Reichel, C., Strohmeier, K.**, *Calculation of incompressible flow around a circular cylinder*, American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP 446(2) (2002) 43-50
- [22] **Saghaifian, M., Stansby, P. K., Saidi, M. S., Apsley, D. D.**, *Simulation of turbulent flows around a circular cylinder using nonlinear eddy-viscosity modeling: steady and oscillatory ambient flows*, Journal of Fluids and Structures 17(8) (2003) 1213 -1236.
- [23] **Shames, I. H.**, *Mecânica dos fluidos – vol2-analise dos escoamentos*, São Paulo : Edgard Blucher, cop. 1991
- [24] **Spalart, P. R., Allmaras, S. R.**, *A one-equation turbulence model for aerodynamics flow*, AIAA Paper No. 92-0439 (1992)
- [25] **Travin, A., Shur, M., Strelets, M., Spalart, P.**, *Detach-eddy simulations past a circular cylinder*, Flow, Turbulence and Combustion 63 (2000) 293-313
- [26] **Versteeg, H. K., Malalasekera**, *An introduction to computational dynamics-The finite volume method*, Longman Scientific Technical, Essex, 1995
- [27] **Warren, E. S., Hassan, H. A.**, *An alternative to the e^n method for determining the onset of transition*, AIAA Paper No. 97-0825 (1997)
- [28] **Warren, E. S., Hassan, H. A.**, *Transition closure model for predicting transition onset*, Journal of Aircraft 35(5) (1998) 769 -775.
- [29] **Wilcox, D. C.**, *Turbulence Modeling for CFD*, La Cañada, California: DCW Industries, cop. 1998.
- [30] **White, F. M.**, *Fluid Mechanics, 5th edition*, McGraw-Hill: Boston, 2003

Anexo A: Escoamento entre Duas Placas Paralelas**Tab. 15- Resultados do valor do factor de fricção variando o valor do resíduo, para escoamento entre duas placas paralelas.**

Malha	valor do resíduo	f
M1	1,00E-03	4,660
	1,00E-04	4,660
	1,00E-05	4,659
	1,00E-06	4,655
	1,00E-07	4,634
	1,00E-08	4,571

Anexo B: Escoamento Laminar em Torno de um Cilindro Circular**Tab. 16- Resultados do valor de $C_{D\ med}$ variando o valor do resíduo, para escoamento em torno de um cilindro circular para um Reynolds de 40.**

Malha	valor do resíduo	$C_{D\ med}$
M1	1,00E-03	1,209
	1,00E-04	1,467
	1,00E-05	1,551
	1,00E-06	1,591
	1,00E-07	1,610
	1,00E-08	1,610
	1,00E-09	1,610
	1,00E-10	1,610

Anexo C: Escoamento Transiente em Torno de um Cilindro Circular

Tab. 17- Resultados do teste de n° de iterações máximas por passo de tempo.

Malha	n° iterações máximas	$C_{D\ med}$
M1	5	1,381
	10	1,4072
	15	1,4077
	20	1,4078

Tab. 18- Resultados do valor do $C_{D\ med}$ com a variação do passo no tempo.

Malha	passo no tempo	$C_{D\ med}$
M1	4,1	1,4066
	3,4	1,4072
	2,6	1,4077
	2,3	1,4078

Anexo D: Escoamento em Torno de um Cilindro Circular para Valores $27400 < Re < 90000$

Tab. 19- Resultados da simulação do cilindro circular para $Re=27400$.

Re 27400	k - ϵ RNG desta tese	k - ϵ RNG alterado de Younis
Δt^*	$3,41 \times 10^3$	$3,41 \times 10^3$
Y^+	2-17	2-17
St	0,312	0,290
$C_{D \text{ med}}$	0,459	1,171
$C_{D'}$	0,045	0,134
$C_{L'}$	0,0825	1,016
Θ_s	134,3	126,7

Tab. 20- Resultados da simulação do cilindro circular para $Re=45000$.

Re 45000	k - ϵ RNG desta tese	k - ϵ RNG alterado de Younis
Δt^*	$2,80 \times 10^3$	$2,80 \times 10^3$
Y^+	2-28	2-28
St	0,322	0,287
$C_{D \text{ med}}$	0,419	1,117
$C_{D'}$	0,021	0,115
$C_{L'}$	0,079	0,999
Θ_s	134,8	127,7

Tab. 21- Resultados da simulação do cilindro circular para $Re=90000$.

Re 90000	k - ε RNG desta tese	k - ε RNG alterado de Younis
Δt^*	$2,80 \times 10^3$	$2,80 \times 10^3$
Y^+	10-50	10-50
St	0,333	0,298
$C_{D \text{ med}}$	0,399	1,001
C_D'	0,023	0,099
C_L'	0,073	0,939
Θ_s	135,0	130,2

Anexo E: Escoamento em Torno de um Cilindro Circular para $Re=10000$ Tab. 22- Resultados da simulação do cilindro circular para $Re=10000$.

Modelos	$k-\varepsilon$ Standard	$k-\varepsilon$ RNG	$k-\omega$	Reynolds Stress	Spalart- Allmaras
Δt	8,3E04	8,3E04	8,3E04	8,3E04	8,3E04
St	0,266	0,266	0,266	0,338	0,260
$C_{D\ med}$	0,513	0,468	0,632	0,537	0,890
C_D'	0,001	0,045	0,119	0,018	0,220
C_L'	0,078	0,078	0,078	0,272	0,873
Θ_s	130,5	130,5	128,3	130,5	121,5