

ESTUDO DAS TRAJECTÓRIAS TEÓRICAS DE VEÍCULOS COMANDADAS POR PARÂMETROS CINEMÁTICOS AFERIDORES DA COMODIDADE E SEGURANÇA DA CIRCULAÇÃO

GONÇALO MARIA INOCÊNCIO OLÍMPIO LOURENÇO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM VIAS DE COMUNICAÇÃO

Orientador: Professor Doutor Adalberto Quelhas da Silva França

JULHO DE 2008

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2007/2008

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miiec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2007/2008 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

A meus Pais a quem tudo devo.

*"Because I didn't know enough. Why didn't I know enough of something?
Greek drama or astronomy? The books I'd read were full of blanks;"*
Elizabeth Bishop

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Adalberto França, que orientou cientificamente este trabalho, quero expressar o meu profundo reconhecimento pelo empenho e amizade patentes na forma como sempre me apoiou e encorajou.

Quero também agradecer ao Professor Doutor Carlos Rodrigues e ao Engenheiro Carlos Campos, pela disponibilidade e apoio prestados na elaboração deste trabalho.

Quero ainda agradecer à minha querida amiga Luzia Brandão, a edição cuidada das imagens deste trabalho e ao meu querido amigo Martin Domingues pela sua amizade incondicional.

Por fim quero expressar o meu profundo agradecimento à minha família pela forma como sempre me apoiaram e incentivaram ao longo da vida. Foi a pensar na sua dedicação que encontrei coragem para realizar esta tarefa.

À Sofia, que esteve sempre aqui.

RESUMO

Destaca-se como objectivo principal do engenheiro rodoviário e de todos aqueles que intervêm no projecto de uma infraestrutura rodoviária, a mitigação da incomodidade e dos riscos de acidente a que os utentes da via estão sujeitos, quando nela circulam. Nesse sentido as normas geométricas de projecto desempenham um papel fundamental, regulamentando as características geométricas do traçado. As normas geométricas consideram, no que diz respeito à determinação dos parâmetros cinemáticos aferidores da segurança e comodidade da circulação, que o veículo descreve uma trajectória sobre o eixo e faz deste uma análise bidimensional, descurando o carácter tridimensional da estrada.

É objectivo final do presente trabalho, proceder à verificação analítica de trajectórias diferentes dos percursos sobre o eixo ou sobre os bordos da via, procurando responder à seguinte questão: *Porque é que o condutor ao descrever uma curva, ajusta a posição do seu veículo de acordo com uma determinada trajectória?*

O presente trabalho encontra-se dividido em três partes.

Na primeira parte, procede-se ao enquadramento das matérias tratadas, Geometria do Traçado e Parâmetros Cinemáticos numa perspectiva da Engenharia Rodoviária e de que forma interferem no dimensionamento geométrico de uma estrada.

Na segunda parte, procede-se à determinação por recurso à geometria infinitesimal dos parâmetros cinemáticos estudados na primeira parte, tendo em conta os efeitos da curva em planta e os efeitos provocados pelo empenamento da via (variação da sobrelevação).

Na terceira parte, correspondente ao estudo no simulador, avalia-se o comportamento do condutor em curva e define-se analiticamente a sua trajectória.

PALAVRAS-CHAVE: comodidade, segurança, parâmetros cinemáticos, trajectórias, clotóide.

ABSTRACT

In this work the Kinematic geometry of the movement taking place on the road as well as the determination of the track geometry adequate to the movement of the road vehicles are dealt with.

This work presents new equations for the kinematic parameters, witch represent the characteristics of the movement defined as function of time and also as indicators of comfort and safety of circulation.

The main goal of this work is to examine the influence of the kinematic parameters, on driver behaviour on curves, regarding speed and vehicle path. The hypothesis put forward assumed that experienced drivers perceive the effects of acceleration and jerk while associating them to the perception of uncomfort and unsafety. To test this hypothesis it was proceed with a static simulation of driver performance.

KEYWORDS: comfort, safety, kinematic parameters, track path, clothoid.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1	1
INTRODUÇÃO	1
2	3
ENQUADRAMENTO NORMATIVO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS ...	3
2.1. INTRODUÇÃO	3
2.2. ACELERAÇÃO	3
2.2.1. ACELERAÇÃO NORMAL	3
2.2.1.1. Equilíbrio do veículo em curva	3
2.2.1.2. Raios mínimos em planta	6
2.2.2. ACELERAÇÃO VERTICAL	12
2.2.3. ACELERAÇÃO TANGENCIAL	12
2.2.3.1. Distância de visibilidade de paragem	12
2.2.3.2. Concordâncias verticais	17
2.3. SOBREACELERAÇÃO	21
2.3.1. SOBREACELERAÇÃO NORMAL	22
2.3.2. SOBREACELERAÇÃO TANGENCIAL	23
3	27
CÁLCULO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS POR RECURSO À GEOMETRIA INFINITESIMAL	27
3.1. INTRODUÇÃO	27
3.2. CÁLCULO EM GEOMETRIA INFINITESIMAL DAS GRANDEZAS CINEMÁTICAS	28
3.2.1. NOTAÇÃO EM GEOMETRIA INFINITESIMAL	28
3.2.2. PRESSUPOSTOS DA GEOMETRIA INFINITESIMAL	28
3.2.2.1. Equação vectorial da curva no espaço	28
3.2.2.2. Triedro móvel	29
3.2.3. CÁLCULO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS EM CURVAS NO ESPAÇO	32
3.2.3.1. Generalidades	32
3.2.3.2. Cálculo da velocidade	32

3.2.3.3.	Cálculo da aceleração	32
3.2.3.4.	Cálculo da sobreaceleração	32
3.2.4.	CÁLCULO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS EM CURVAS PLANAS	33
3.2.4.1.	Curvas planas percorridas a velocidade constante	34
3.2.4.2.	Curvas planas percorridas com movimento uniformemente variado	35
3.2.5.	EFEITO DA SOBREELEVAÇÃO E DA SUA VARIAÇÃO NOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS 37	
3.2.5.1.	Introdução.....	37
3.2.5.2.	Modelo de disfarce da sobrelevação	37
3.2.6.	ESTABELECIMENTO DAS EXPRESSÕES DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS NUM PERFIL SOBREELEVADO.....	41
3.2.6.1.	Aceleração.....	41
3.2.6.2.	Sobreaceleração	42
3.2.7.	APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS AOS ELEMENTOS RODOVIÁRIOS	44
3.2.7.1.	Caso 1: elemento geométrico com curvatura nula ($K = 0$)	44
3.2.7.2.	Caso 2: elemento geométrico com curvatura constante (K)	46
3.2.7.3.	Caso 3: curvatura variável	47
3.3.	GRAU DE INCOMODIDADE GLOBAL	48
3.4.	INFLUÊNCIA DO ESFORÇO DE TRACÇÃO NO CÁLCULO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS	48
4		55
EFEITO DO PERFIL LONGITUDINAL		55
5		59
EFEITO DA SOBREELEVAÇÃO E DA SUA VARIAÇÃO NO CÁLCULO DO GRAU DE INCOMODIDADE GLOBAL		59
5.1.	EFEITO DA SOBREELEVAÇÃO	59
5.2.	EFEITO DA VARIAÇÃO DA SOBREELEVAÇÃO AO LONGO DA CLOTÓIDE	65
6		73
ESTUDO NO SIMULADOR DRIS		73
6.1.	INTRODUÇÃO	73
6.2.	SIMULADOR DE CONDUÇÃO DRIS	74
6.3.	TRAÇADO ENSAIADO	75
6.3.1.	DEFINIÇÃO	75
6.4.	AMOSTRA	75

6.5. PRESSUPOSTOS.....	76
6.6. DEFINIÇÃO ANALÍTICA DA TRAJECTÓRIA DO VEÍCULO	77
6.6.1. CURVA À ESQUERDA.....	80
6.6.2. CURVA À DIREITA	81
6.7. MÉTODO DE ANÁLISE.....	82
6.8. ANÁLISE DE RESULTADOS	82
6.8.1. CURVA 34 (ESQUERDA).....	83
6.8.2. CURVA 7 (DIREITA).....	88
6.8.3. CURVA 4 (ESQUERDA)	91
6.9. CONCLUSÕES.....	95
7.....	97
CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	97
7.1. CONCLUSÕES.....	97
7.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	99
BIBLIOGRAFIA.....	101

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Equilíbrio de forças actuantes num veículo em movimento numa curva sobreelevada: (a) Corte transversal; (b) Planta. Retirado de Baykal	4
Figura 2. Fixação da Sobre elevação em função da Velocidade específica da curva (NT P3-91 J.A.E.)	7
Figura 3. Relação entre os valores do coeficiente de aderência transversal e a velocidade de projecto (NAASRA 1970 e 1973). Extraído de McLean	9
Figura 4. Equilíbrio de forças ao nível da superfície de contacto pavimento/pneumático	13
Figura 5. Equilíbrio de forças ao nível da superfície de contacto pneu/pavimento	15
Figura 6. Esquema do 'loop' do nó de ligação	24
Figura 7. Coordenadas xi e abcissa curvilínea s sobre uma curva no espaço. Extraído de Herring	28
Figura 8. Triedro móvel. Extraído de Herring	30
Figura 9. Plano osculador da curva no espaço. Extraído de Megyeri	31
Figura 10. Representação esquemática do disfarce da sobre elevação ao longo duma curva composta. Extraído da NT P3-91 J.A.E.	38
Figura 11. Diagrama da inclinação transversal relativa dos bordos da faixa de rodagem. Extraído da NT P3-91 J.A.E.	38
Figura 12. Possibilidades de escolha do eixo de rotação da faixa de rodagem em estradas com 2 vias. Extraído da NT P3-91 J.A.E.	39
Figura 13. Equilíbrio de forças aplicadas ao veículo em movimento numa curva sobreelevada. Inclinação transversal da faixa de rodagem. Extraído de Begonha	39
Figura 14. Variação de escala para os bordos de intradorso e extradorso da faixa de rodagem	40
Figura 15 Resultante das forças aplicadas ao veículo numa curva sobreelevada	50
Figura 16. Representação esquemática da faixa de rodagem de uma curva em planta	51
Figura 17. Representação esquemática da faixa de rodagem duma curva circular em trainel	52
Figura 18. Variação do Grau de Incomodidade Global ao longo do desenvolvimento da clotóide 1	62
Figura 19. Variação da sobreaceleração tangencial ao longo da clotóide 1	62
Figura 20. Variação da sobreaceleração normal ao longo da clotóide 1	63
Figura 21. Variação do Grau de Incomodidade Global ao longo da clotóide 4	63
Figura 22. Variação da sobreaceleração tangencial ao longo da clotóide 4	64
Figura 23. Variação da sobreaceleração normal ao longo da clotóide 4	64
Figura 24. Variação do grau de incomodidade global – Clotóide 3	65
Figura 25. Variação da sobreaceleração tangencial – Clotóide 3	66

Figura 26. Variação da sobreaceleração normal – Clotóide 3	66
Figura 27. Variação da sobreaceleração binormal – Clotóide 3	67
Figura 28. Variação da do grau de incomodidade global – Clotóide 4	67
Figura 29. Variação da sobreaceleração tangencial – Clotóide 4	68
Figura 30. Variação da sobreaceleração normal – Clotóide 4	68
Figura 31. Variação da sobreaceleração binormal – Clotóide 4	69
Figura 32. Variação do grau de incomodidade global - Clotóide 3	70
Figura 33. Variação da sobreaceleração tangencial - Clotóide 3	70
Figura 34. Variação da sobreaceleração normal - Clotóide 3	71
Figura 35. Variação da sobreaceleração binormal - Clotóide 3	71
Figura 36. Relação obtida pelo Australian Road Research Board (ARRB) Project 200 "Speeds on Curves" entre a velocidade de projecto e a velocidade correspondente ao percentil 85.	76
Figura 37. Curvas representativas dos bordos da faixa de rodagem. Extraído de (Begonha ; França, 2005)	78
Figura 38. Relação entre os desenvolvimentos L e L1 numa curva à esquerda	80
Figura 39. Relação entre os desenvolvimentos numa curva à direita	81
Figura 40. Lei de variação da distância ao bordo direito - Curva 34	83
Figura 41. Representação esquemática da trajectória do veículo (X,Y) e da sua trajectória teórica (X1, Y1) – Curva 34	87
Figura 42. Lei de variação da distância ao bordo direito - Curva 7	88
Figura 43. Representação esquemática da trajectória do veículo (X, Y) e da sua trajectória teórica (X1, Y1) – Curva 7	90
Figura 44. Lei de variação da distância ao bordo direito - Curva 4	91
Figura 45 Representação esquemática da trajectória do veículo (X, Y) e da sua trajectória teórica (X1, Y1) - Curva 4	94
Figura 46 Relação entre a velocidade correspondente ao percentil 85 (observada) e a velocidade específica	95
Figura 47 Relação entre a velocidade de entrada (observada) e o raio de curvatura da trajectória descrita pelos veículos	96

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1. Cálculo da aceleração centrífuga não compensada pela sobreaceleração e do coeficiente de aderência transversal (raios mínimos absolutos).....	10
Quadro 2. Cálculo da aceleração centrífuga não compensada pela sobreelevação e do coeficiente de aderência transversal (raios mínimos normais)	11
Quadro 3. Distância de visibilidade de paragem (DP) em função da Velocidade de Tráfego.....	16
Quadro 4. Cálculo do coeficiente de atrito longitudinal e da aceleração tangencial em função da DP	17
Quadro 5. Cálculo dos raios mínimos das concordâncias verticais convexas: (a) velocidade de tráfego no caso de IP's e IC's, velocidade base no caso de "outras estradas"; (b) os valores a sombreado correspondem aos propostos pela norma P3-94	19
Quadro 6. Cálculo dos raios mínimos das concordâncias côncavas: (a) os valores a sombreado correspondem aos propostos pela norma P3-94	21
Quadro 7. Tabela sinóptica das grandezas cinemáticas: o rectângulo destacado representa o caso geral da curva no espaço. Extraído de Herring	34
Quadro 8. Comparação dos valores dos parâmetros cinemáticos em curva circular. Influência do perfil longitudinal	56
Quadro 9. Comparação dos valores dos parâmetros cinemáticos em clotóide. Influência do perfil longitudinal	57
Quadro 10. Influência da sobreelevação no cálculo dos parâmetros cinemáticos em curva circular	60
Quadro 11. Cálculo das taxas de variação da sobreelevação correspondentes a cada clotóide	61
Quadro 12. Geometria do traçado ensaiado.....	75
Quadro 13. Significado dos símbolos utilizados	79
Quadro 14. Esquema de análise dos resultados	82
Quadro 15. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 34	83
Quadro 16. Cálculo das coordenadas (X1,Y1) - Curva 34.....	85
Quadro 17. Velocidade de entrada observada [km/h] - Curva 34	87
Quadro 18. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 7	88
Quadro 19. Cálculo das coordenadas (X1,Y1) - Curva 7	89
Quadro 20. Velocidade de entrada observada (km/h) - Curva 7	90
Quadro 21. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 4	91
Quadro 22. Cálculo das coordenadas (X1, Y1) - Curva 4.....	92
Quadro 23. Velocidade de entrada observada (km/h) - Curva 4.....	94

SIMBOLOGIA

A lista dos principais símbolos utilizados é a que se segue, sem prejuízo de ao longo do texto se ter procurado definir o significado dos símbolos apresentados e as respectivas unidades, à medida que foram sendo utilizados nas expressões .

P – peso do veículo hipotético

m – massa do veículo hipotético

g – aceleração da gravidade

F_c – aceleração centrífuga

v – velocidade do veículo em m/s

R – resultante das forças aplicadas ao veículo

F_T – força tangencial

a_T – aceleração tangencial

F_n – componente paralela à plataforma da estrada, da resultante das forças aplicadas ao veículo

α – inclinação transversal da plataforma da estrada

α_0 – ângulo de desvio da resultante em relação à vertical

K – curvatura

D – componente normal à plataforma da estrada, da resultante das forças aplicadas ao veículo

F_t – força de atrito mobilizada ao nível do contacto pneu/pavimento

Se – sobreelevação

f_t – coeficiente de aderência transversal

R – raio mínimo de um arco de clotóide ou da curva circular central osculadora

V – velocidade do veículo km/h

h – altura do centro de gravidade do veículo acima do pavimento

a – largura da faixa de rodagem

V_b – velocidade base

a_n – aceleração normal

DP – distância mínima de visibilidade de paragem

d_1 – distância percorrida pelo veículo durante o tempo de reacção do condutor

d_2 – distância percorrida até à imobilização do veículo

t – tempo de reacção do condutor

W_{ext} – trabalho realizado pelas forças exteriores ao veículo

ΔE_{cin} – variação da energia cinética

A – vector com o mesmo significado de F_t

D – vector com o mesmo significado de F_n

N – vector com o mesmo significado de D

f_n – coeficiente de atrito longitudinal

D_v – distância de visibilidade de segurança

h_1 – altura dos olhos do condutor em relação ao plano da estrada

h_2 – altura do obstáculo em relação ao plano da estrada

θ – ângulo de abertura do cone de luz emitido pelos faróis

Δi – diferença de inclinações dos traineis

a_N – aceleração normal

a_T – aceleração tangencial

h_N – sobreaceleração normal

h_T – sobreaceleração tangencial

A – parâmetro da clotóide

s – comprimento de arco de uma curva genérica ou desenvolvimento de um arco de clotóide desde o seu ponto de inflexão (origem) até um ponto corrente P

τ – ângulo de contigência da clotóide

J – grau de incomodidade global

L – desenvolvimento de um arco de clotóide

x_i – coordenadas absolutas de um ponto genérico P em relação a um referencial no espaço

v_i – velocidade instantânea do ponto móvel

T_i – vector unitário com a direcção da tangente a uma curva

H_i – vector unitário com a direcção da normal a uma curva

B_i – vector unitário com a direcção da perpendicular ao plano osculador da curva

τ – torsão

a_i – vector aceleração

h_i – vector sobreaceleração

j – aceleração

V_0 – velocidade inicial (para $s=0$)

L_d – comprimento em alinhamento recto de disfarce da sobreelevação

u_i – escala ou desnível do bordo de intradorso/extradorso da faixa de rodagem em relação ao eixo da via no ponto de osculação recta/clotóide

u_f – escala ou desnível do bordo de intradorso/extradorso da faixa de rodagem em relação ao eixo da via no ponto de osculação clotóide/curva circular

b – metade da faixa de rodagem

INTRODUÇÃO

A comodidade e a segurança na circulação têm sido desde sempre motivos de grande preocupação para os investigadores e engenheiros rodoviários. Nesse sentido, a produção de regulamentos normativos tem desempenhado um papel fundamental, garantindo a uniformidade de critérios e processos com vista à minimização dos riscos de acidente e da incomodidade de circulação.

As Normas de Traçado visam regulamentar as características geométricas das estradas com o desiderato de as adequar aos padrões de segurança e conforto dos seus utilizadores bem como, potenciar uma exploração económica do transporte rodoviário. Entre nós, diga-se em abono da verdade, as Normas de Projecto da J.A.E. têm cumprido os objectivos a que se propõem sendo de destacar, a redução muito significativa do número de vítimas mortais provocadas por acidente nas estradas portuguesas (há 20 anos atrás eram cerca de 2000 por ano), bem como a posição dominante que o transporte rodoviário, em todas as suas vertentes, ocupa em relação aos seus congéneres.

É o objectivo final deste trabalho procurar, ainda que de uma forma modesta, melhor compreender os fenómenos associados à performance dos condutores quando circulam em estrada bem como, aferir da adequabilidade de determinadas soluções de projecto em termos do conforto e segurança proporcionados pelo traçado.

De referir que numa fase mais embrionária do trabalho o objectivo era estudar as grandezas cinemáticas caracterizadoras do movimento, enquanto parâmetros aferidores da comodidade e segurança na circulação. Posteriormente, optou-se por estudar as implicações desses parâmetros, que são a velocidade, a aceleração e a sobreaceleração, ao nível do comportamento dos condutores. Interessava pois, perceber quais os factores que mais influenciam o comportamento dos condutores e mais objectivamente, de que forma os parâmetros cinemáticos associados que estão à comodidade e segurança, condicionam esse comportamento.

Nesse sentido, decidiu seguir-se o caminho da experimentação prática. Seria então necessário dispôr de um simulador dinâmico por forma a recriar os fenómenos associados à condução e de aparelhagem de monitorização e registo de dados já que a hipótese de utilizar uma pista de testes e um veículo especialmente equipado para o efeito estaria à partida descartada por envolver uma quantidade apreciável de meios materiais, humanos e financeiros para além do curto prazo de realização deste trabalho.

Posto isto, optou-se por utilizar um simulador estático, hipótese que à partida poderia levantar algumas dúvidas por ser a condução um fenómeno dinâmico e os condutores não sentirem no simulador as acelerações e sobreacelerações a que estão sujeitos. No entanto, existe a profunda convicção de que através de mecanismos de memória desencadeados pelas diferentes solicitações do traçado, os

condutores mais experientes têm a percepção das sobreacelerações e de forma mais vigorosa, das acelerações, associando-as à percepção de incomodidade e insegurança.

Nota-se que todas estas considerações apenas têm sentido se se admitir, como parece correcto, a sobreaceleração como medida da incomodidade.

No capítulo 2 procurou passar-se em revista algumas das disposições normativas utilizadas na definição geométrica do traçado rodoviário fortemente influenciadas pelos parâmetros cinemáticos como sejam, os raios mínimos das curvas em planta, distâncias de visibilidade, raios mínimos das concordâncias verticais, parâmetros das clotóides de transição, fixação de sobreelevações. Uma vez que o ser humano não tem percepção da velocidade, apenas o desfilar dos objectos lhe permite efectuar uma avaliação qualitativa da velocidade a que circula, esta somente será considerada nos aspectos em que é determinante, como sejam as distâncias de visibilidade de paragem.

Neste capítulo, evidenciar-se-ão algumas das limitações dos tradicionais processos de obtenção do parâmetro mínimo da clotóide de acordo com aquele que é comumente denominado de “1º critério de dimensionamento”, por limitação do grau de incomodidade. De referir que o processo tradicional confunde o grau de incomodidade global com a sobreaceleração normal.

No capítulo 3 determinam-se os parâmetros cinemáticos por recurso à geometria infinitesimal de acordo com o estado e características do movimento do veículo. A tridimensionalidade obter-se-á por sobreposição dos efeitos do traçado em planta com o efeito provocado pelo empenamento da via. Destacar-se-á também, o papel desempenhado pelo esforço de tracção, necessário para impulsionar o veículo, no cálculo dos parâmetros cinemáticos.

No capítulo 4 quantifica-se o efeito do perfil longitudinal por comparação com as expressões dos parâmetros cinemáticos propostas por outros autores, designadamente as expressões obtidas por Begonha (Begonha ; França, 2005).

No capítulo 5 quantifica-se o efeito da sobreelevação e da sua variação ao longo da clotóide de transição.

Finalmente, no capítulo 6, dedicado ao estudo no simulador, procurou-se pôr em evidência os principais factores que influenciam o comportamento dos condutores em curva (curvatura, velocidade de entrada em curva, desobstrução lateral da via).

Define-se analiticamente a trajectória do veículo através de modelos de regressão linear ajustados à nuvem de coordenadas de posição de todos os condutores ao longo das curvas de transição.

Procurar-se-á estabelecer uma relação entre a velocidade específica de cada curva ensaiada e a velocidade correspondente ao percentil 85 e sempre que possível estabelecer relações entre esta e os factores anteriormente enunciados.

Ainda neste capítulo procurar-se-á obter uma explicação para o facto bem conhecido e já aqui referido que consiste na propensão de inúmeros condutores desacelerarem ao descrever a clotóide de entrada em curva e também apontar algumas das razões que levam o condutor a ajustar a posição do seu veículo de acordo com determinada trajectória.

2

ENQUADRAMENTO NORMATIVO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS

2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo procurou evidenciar-se algumas das relações com claras implicações ao nível da definição geométrica do traçado e com reflexos relevantes nas disposições normativas referentes aos diversos elementos do traçado.

Em diversos estudos trazidos a lume recentemente sobre esta matéria surgem recorrentemente expressões que procuram relacionar as grandezas cinemáticas do movimento com as características geométricas do traçado. O uso de termos como “kynematic geometry”, “movement geometric examination” ou “movement geometry” apontam precisamente nesse sentido, ou seja, para a necessidade de se proceder à caracterização cinemática do movimento, evidenciando a interdependência entre o movimento e a geometria do traçado.

A título de exemplo, destacam-se os estudos de Herring, Megyeri, Baykal e Sousa Melo que serviram de base ao estudo que agora se apresenta.

2.2. ACELERAÇÃO

2.2.1. ACELERAÇÃO NORMAL

Um veículo ao circular em curva, ainda que com velocidade constante em módulo, fica sujeito a uma aceleração normal resultante da mudança de direcção do vector velocidade, orientado segundo a tangente à trajectória. Esta componente assume portanto um papel determinante no equilíbrio do veículo em curva, bem como critério de dimensionamento utilizado pela generalidade das Normas de Traçado, como condicionante dos raio das curvas circulares em planta.

2.2.1.1. Equilíbrio do veículo em curva

As forças que actuam num veículo hipotético, percorrendo uma curva circular sobreelevada são a força gravitacional ($\mathbf{P} = m \times \mathbf{g}$), a força centrífuga ($\mathbf{F}_c = m \times \frac{v^2}{R}$) e a força motora ($\mathbf{F}_T = m \times \mathbf{a}_T$). De acordo com a figura 1 poderá analisar-se as forças que actuam no veículo.

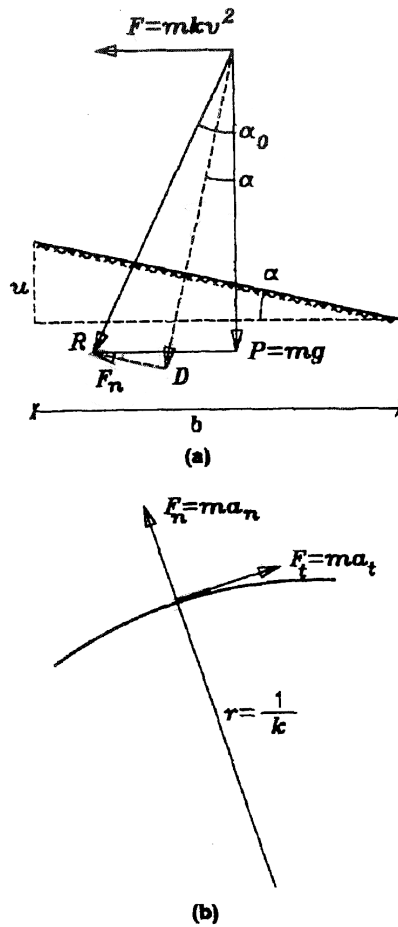


Figura 1. Equilíbrio de forças actuantes num veículo em movimento numa curva sobreelevada: (a) Corte transversal; (b) Planta. Retirado de Baykal

$$F_n = R \cdot \sin(\alpha_0 - \alpha) \quad (2.1)$$

Recorrendo à identidade trigonométrica do seno e atendendo a que, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

$$F_n = R \cdot \left(\sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha_0 \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} \right) = (R \cdot \sin \alpha_0 - R \cdot \tan \alpha \cdot \cos \alpha_0) \cdot \cos \alpha \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} R \cdot \sin \alpha_0 = F_c = m \cdot K \cdot v^2 \\ R \cdot \cos \alpha_0 = P = m \cdot g \end{cases} \quad (2.3)$$

A força centrífuga tende a empurrar o veículo para fora da curva ou mesmo fazê-lo capotar.

A força centrífuga (F_c) compõe-se com a força gravitacional (P), originando a resultante (R), que geralmente se afasta para o exterior da normal à plataforma da estrada donde uma tendência para o deslizamento e que poderá ser dividida em duas componentes: a componente (D) e (F_n), perpendicular e paralela à plataforma, respectivamente. De acordo com o princípio da acção-reacção, a componente (D) é equilibrada pela reacção da plataforma enquanto que, a componente (F_n) é compensada pela

sobreelevação (Se) e pela aderência transversal resultante do atrito existente entre o pneumático e o pavimento, contrariando a tendência do veículo escorregar para o exterior da curva.

Para que não se verifique tal situação, é necessário verificar a condição de equilíbrio transversal das forças que actuam sobre o veículo, paralelamente à plataforma da estrada isto é, que a soma vectorial das forças paralelas à plataforma seja menor ou igual à aderência máxima mobilizável ao nível do contacto pneu/pavimento, ou seja

$$F_n \leq F_t \quad (2.4)$$

$$F_n = m \cdot (K \cdot v^2 - g \cdot \tan \alpha) \cdot \cos \alpha \leq F_t = f_t \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \quad (2.5)$$

obtendo-se a seguinte condição:

$$(K \cdot v^2 - g \cdot Se \leq f_t \cdot g) \quad (2.6)$$

onde:

K [m⁻¹] – curvatura (1/R)

R [m] – raio de curvatura

v [m/s] – velocidade, considerada constante

g [m/s²] – aceleração da gravidade

Se=tan α [m/m] - sobrelevação

f_t [N/N] – coeficiente de aderência transversal

Que é a aceleração centrífuga não compensada pela sobrelevação e que na realidade, traduz efectivamente o esforço dispendido pelo condutor, no sentido de mobilizar valores do coeficiente de aderência transversal para que não ocorra deslizamento. Para além da questão da segurança, as parcelas $\left(\frac{v^2}{R} - g \cdot Se\right)$ devem ser compatíveis com níveis de conforto aceitáveis.

Se mudarmos de membro a parcela (g.Se) obtém-se de (2.6):

$$K \cdot v^2 \leq g \cdot (Se + f_t) \quad (2.7)$$

ou

$$\frac{v^2}{R} \leq g \cdot (Se + f_t) \quad (2.8)$$

$$R \geq \frac{v^2}{g \cdot (Se + f_t)} \quad (2.9)$$

Na condição de equilíbrio, a aceleração centrífuga global é:

$$\frac{v^2}{R} = g \cdot (f_t + Se) \quad (2.10)$$

igual á soma de duas componentes (f_t + Se). Por conseguinte, substituindo v_{m/s} por V_{km/h}/3,6 e g por 9,81 na expressão, vem:

$$R(m) \geq \frac{v^2}{127 \cdot (f_t + Se)} \quad (2.11)$$

que representa o raio mínimo de uma curva circular sobreelevada (Se), coeficiente de aderência transversal (f_t), de forma a que não ocorra deslizamento quando descrita a velocidade constante V [Km/h].

No que se refere à capotagem envolvendo uma só viatura, pode ser originada, segundo estudo efectuado por Sousa Melo (cit. Begonha, 2005) envolvendo um modelo de viatura complexo considerando o efeito elástico e amortecedor da suspensão, por aumento repentino da aderência transversal ou excesso de aceleração centrífuga (variação brusca ou velocidade excessiva). Sousa Melo conclui nesse estudo que os valores da velocidade crítica (eminência de capotagem) obtidos para o modelo complexo diferem cerca de 10% dos obtidos por recurso ao modelo simplificado, aqui transcrito (Begonha, 2005) apenas por simplicidade de exposição:

$$R(m) \geq V^2 \cdot \frac{(2 \cdot h - Se \cdot a)}{127 \cdot (2 \cdot h + a)}$$

onde:

h [m] – altura do centro de gravidade acima do solo

a [m] – largura da faixa de rodagem

Situação particularmente importante para os veículos pesados que embora circulem a velocidades mais reduzidas, o centro de gravidade situa-se a maior distância da plataforma da estrada (h), do que nos veículos ligeiros que são concebidos de forma a manter a estabilidade em situações muito adversas. Assim sendo, *“pode dizer-se que em condições de instabilidade, um veículo desliza antes de capotar”* (Begonha et al., 2005), considerando a generalidade das normas, a inequação anterior definidora das características geométricas mínimas do traçado em planta (raio mínimo das curvas circulares) a adoptar para cada categoria de estrada definida pela respectiva velocidade-base.

A relação de equilíbrio expressa, pode também ser utilizada para o cálculo da velocidade específica (geralmente superior à velocidade-base) a que um veículo pode circular em curva, compatível com o seu raio.

2.2.1.2. Raios mínimos em planta

O atrás exposto evidencia a importância que o valor da aceleração radial assume no dimensionamento dos raios mínimos em curvas circulares.

Com o objectivo de minimizar a incomodidade sofrida pelos utentes da via é necessário limitar os valores de Se e f_t a utilizar; em relação à sobreelevação (Se), as Normas do Traçado P3-91 não indicam a forma de a obter, limitando-se a apresentar o Quadro XII da figura 2, em que a sobreelevação é *“fixada de acordo com a velocidade específica compatível com o raio da curva”*, relação essa muitas vezes discutida e também discutível enquanto tradutora do comportamento real do condutor.

QUADRO XII

SOBREELEVAÇÃO EM CURVA

ESTRADAS C/2 VIAS		ESTRADAS COM 2 x 2 VIAS (a)	
RAIO (m)	SOBREELEVAÇÃO (%)	RAIO (m)	SOBREELEVAÇÃO (%)
1 450	7	1 900	7
525	6,5	1100	6,5
600	6,0	1300	6,0
700	5,5	1500	5,5
850	5,0	1750	5,0
1000	4,5	2000	4,5
1200	4,0	2250	4,0
1400	3,5	2600	3,5
1600	3,0	3000	3,0
1900 ≤ R < 2500	2,5	3500 ≤ R < 5000	2,5
≥ 2500	-	≥ 5000	-

(a) Nestas estradas a velocidade do tráfego é normalmente superior em 30% à das estradas com 2 vias

Figura 2. Fixação da Sobrelevação em função da Velocidade específica da curva (NT P3-91 J.A.E.)

Os valores máximos de Se são baseados em várias considerações incluindo a estabilidade e comodidade dos passageiros em movimento lento, particularmente em veículos com elevado centro de gravidade, comprimento necessário para efectuar o disfarce da sobrelevação bem como o impacto visual.

A Se é limitada actualmente, na maioria dos países europeus, a 7 %, sendo desejável, 5 %.

Recuperando aqui a expressão (2.6) resultante do equilíbrio transversal do veículo em curva,

$$(K \cdot v^2 - g \cdot Se \leq f_t \cdot g)$$

Constata-se que a acção da força centrífuga é contrabalançada pelo esforço dispendido pelo condutor, reduzido pela introdução da sobrelevação e mobilizado ao nível do contacto entre pneumático/pavimento. Na realidade a incomodidade sofrida pelo condutor corresponde à aceleração centrífuga não compensada pela sobrelevação, igual ao produto da aceleração da gravidade pelo coeficiente de aderência transversal, que expresso em unidades g pode ser considerado como um limite para o desconforto experimentado pelo condutor e passageiros.

Objectiva-se então a necessidade de limitar este valor de modo a que se não atinjam limiares de incomodidade. É no entanto prática habitual dos projectistas, e as normas de projecto de diferentes

países recomendam, a adopção de valores máximos do coeficiente de aderência transversal substancialmente inferiores ao máximo disponível, que possibilitam confortáveis condições de circulação aos condutores, bem como uma margem de segurança sobre o (máximo) atrito disponível ao nível do pavimento. São estes dois princípios enunciados que estão na base do critério de dimensionamento utilizado na generalidade das normas de projecto para fixar os raios mínimos de curvatura admissíveis. Sendo que a qualidade anti-derrapante (atrito) dos pavimentos diminui com o aumento da velocidade de forma semelhante à relação entre o coeficiente de aderência tradicionalmente utilizado e a velocidade em projecto, expressa na figura 3 e que, como se pode verificar varia entre 0,19 e 0,11 para velocidades entre 40 km/h e 130 km/h, respectivamente. Conquanto na realidade, o coeficiente de aderência transversal máximo, oponente ao deslizamento se situe, citando Begonha para pavimentos molhados e pneus novos, entre 0,5 e 0,35 para velocidades compreendidas entre 30 km/h e 100 km/h, valores apontados por outros autores não diferem muito, como por exemplo Jeuffroy que refere os seguintes, citando França (França, 1988):

- pavimento molhado e pneumáticos em bom estado

$$f_t = 0,6 \text{ a } 0,8$$

- pavimento molhado e pneumáticos usados

$$f_t = 0,3 \text{ a } 0,4$$

valores em excesso relativamente aos tradicionalmente utilizados em projecto, de tal modo que se estabelece uma confortável margem de segurança.

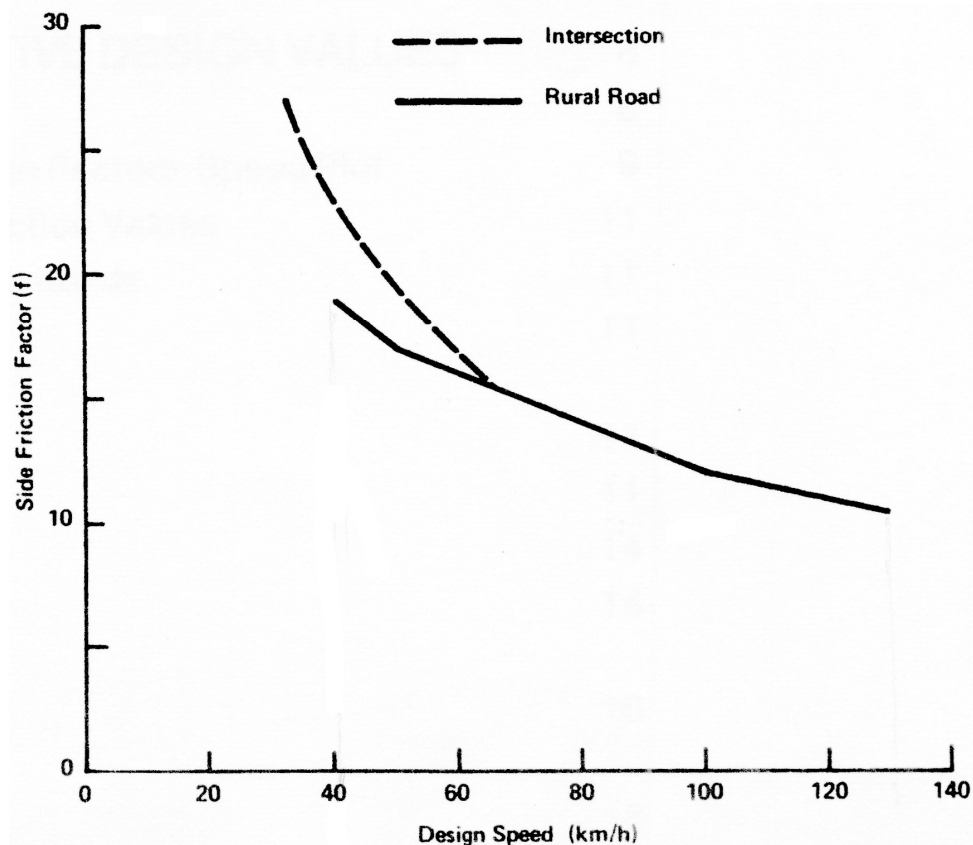


Fig. 1 — Relationship between design values of side friction factor and design speed (NAASRA 1970 and 1973)

Figura 3. Relação entre os valores do coeficiente de aderência transversal e a velocidade de projecto (NAASRA 1970 e 1973). Extraído de McLean

Cumulativamente, as actuais Normas do Traçado da J.A.E. P3-91 introduzem um novo critério de conforto limitando o valor da aceleração centrífuga, para que ainda haja comodidade para velocidades elevadas mas em que o risco de derrapagem não ocorre por reacção de uma boa aderência.

Com estes pressupostos a Norma do Traçado P3-91 estabelece dois níveis de incomodidade aos quais surgem associados dois conceitos de raios mínimos.

Raio mínimo absoluto

De acordo com a norma P3-91, define-se um nível inferior de raios mínimos que “*devem ser utilizados excepcionalmente, pois a sua utilização tem como consequência acelerações centrífugas de valor elevado, que para velocidades-base inferiores a 80 km/h são idênticas ao máximo admissível para que ainda haja segurança e comodidade (0,22 g)*” (J.A.E., 1991), denominados Raios Mínimos Absolutos (RA). Conforme foi referido, a incomodidade efectivamente sentida pelo condutor corresponde à aceleração centrífuga não compensada pela sobreelevação. No entanto, como parece ser sugerido no texto transcrito da Norma P3-91, não é considerado o efeito benéfico da sobreelevação no estabelecimento dos raios mínimos. Assim sendo, adoptando como valor máximo da sobreelevação $S_e = 7\%$ de forma a evitar a possibilidade de derrapagem para o interior da curva dos veículos mais

lentos em condições climáticas desfavoráveis, parte da aceleração centrífuga é absorvida ($g \cdot Se$), do que decorre o facto de a norma na realidade estar a limitar o valor máximo admissível da aceleração centrífuga a 0,15 g.

A actual norma, não refere explicitamente os valores máximos do coeficiente de aderência transversal utilizados, no entanto, estes podem ser calculados com base nos raios mínimos absolutos fazendo uso da expressão (2.6). De referir que os raios mínimos constantes no quadro II da norma P3-91 se encontram arredondados, pelo que os valores do coeficiente de aderência calculados podem não corresponder exactamente aos utilizados pela referida norma.

Os valores máximos do coeficiente de aderência são apresentados na última coluna do quadro 1 para as normas P3-91 e P3-78, determinando-se a aceleração centrífuga total e a aceleração centrífuga não compensada pela sobrelevação com base nos raios mínimos absolutos. A norma P3-78 denomina estes raios de RHM, indicando os valores máximos para o coeficiente de aderência transversal correspondentes a cada velocidade.

Quadro 1. Cálculo da aceleração centrífuga não compensada pela sobrelevação e do coeficiente de aderência transversal (raios mínimos absolutos)

V_b [km/h]	Raio Mínimo Absoluto		Se [%]		a_n [m/s ²]		$\frac{V_b^2}{3,6^3 \cdot R} - g \cdot S_e = g \cdot f_t$		f_t	
	RA [m]	RHM [m]	P3-91	P3-78	P3-91	P3-78	P3-91	P3-78	P3-91 calculados	P3-78
40	55	40	7	8	2,24	3,09	1,56	2,30	0,16	0,19
50	85	80	7	8	2,27	2,41	1,58	1,63	0,16	0,17
60	130	120	7	8	2,14	2,31	1,45	1,53	0,15	0,16
70	180	170	7	8	2,10	2,22	1,41	1,44	0,14	0,15
80	240	230	7	8	2,06	2,15	1,37	1,36	0,14	0,14
90	320	-	7	-	1,95	-	1,27	-	0,13	-
100	420	450	7	6	1,84	1,71	1,15	1,13	0,12	0,12
110	560	-	7	-	1,67	-	0,98	-	0,10	-
120	700	700	7	6	1,59	1,59	0,90	1,00	0,09	0,10
130	900	-	7	-	1,45	-	0,76	-	0,08	-
140	1200	-	7	-	1,26	-	0,57	-	0,06	-

Analisando os resultados do quadro 1 verifica-se que em relação à aceleração centrífuga total (a_n), os valores para a norma P3-91 são muito próximos do máximo admissível (0,22g) para velocidades inferiores a 80 km/h, enquanto que para a norma P3-78 esse máximo admissível referido na actual norma é excedido para velocidades inferiores a 70 km/h. No que diz respeito aos valores obtidos para a aceleração centrífuga não compensada pela sobrelevação verifica-se que estão muito próximos de 0,15g à excepção do valor de 2,30 m/s² referente à norma P3-78. Quanto aos valores do coeficiente de

aderência transversal obtidos verifica-se que existe uma certa correspondência entre as duas normas em estudo, exceptuando o valor de 0,19 para a velocidade de 50 km/h.

Raios mínimos normais

Com vista a assegurar uma circulação mais cómoda e segura, a norma P3-91 recomenda sempre que possível, a adopção dos denominados raios mínimos normais, pelo que, a aceleração centrífuga total não deverá ultrapassar 50% do máximo admissível (0,11g). Esta redução visa incorporar o comportamento do condutor correspondente ao percentil 85 introduzindo assim um factor de segurança que corresponde a admitir um menor valor de f_t .

Mais uma vez, a presente norma não refere explicitamente os valores de f_t utilizados no cálculo deste grupo de raios mínimos. No entanto estes podem ser calculados fazendo uso da metodologia seguida no caso dos raios mínimos absolutos. A norma P3-78 denomina este grupo de raios mínimos de RHN e admite valores do coeficiente de aderência transversal iguais a 2/3 do valor máximo, com um limite de 0,10.

Quadro 2. Cálculo da aceleração centrífuga não compensada pela sobrelevação e do coeficiente de aderência transversal (raios mínimos normais)

V _b [km/h]	Raios		Se [%]		a _n [m/s ²]		$\frac{V_b^2}{3,6^2 \cdot R} - g \cdot S_e = g \cdot f_t$		f _t	
	Mínimos	Normais								
	RN [m]	RHN [m]	P3-91	P3-78	P3-91	P3-78	P3-91	P3-78	P3-91 calculados	P3-78
40	110	70	5	8	1,12	1,76	0,63	0,98	0,06	0,13
50	180	100	5	8	1,07	1,93	0,58	1,15	0,06	0,11
60	250	150	5	7	1,11	1,85	0,62	1,17	0,06	0,11
70	350	250	5	6	1,08	1,51	0,59	0,92	0,06	0,10
80	450	350	5	5	1,10	1,41	0,61	0,92	0,06	0,10
90	550	-	5		1,14		0,65		0,07	
100	700	600	5	5	1,10	1,29	0,61	0,80	0,06	0,10
110	850	-	5		1,10		0,61		0,06	
120	1000	1000	5	5	1,11	1,11	0,62	0,62	0,06	0,10
130	1200	-	5		1,09		0,60		0,06	
140	1400	-	5		1,08		0,59		0,06	

Conforme se pode verificar os raios mínimos normais são diferentes entre as duas normas, principalmente para velocidades inferiores a 100 km/h uma vez que a metodologia de cálculo dos raios é diferente.

Para a norma P3-91 os valores da aceleração centrífuga total são muito próximos do limite admitido de 0,11g. No entanto, para a norma P3-78 este limite é sempre excedido. Tal como acontecia no caso dos

raios mínimos absolutos, o facto de se entrar em linha de conta com o efeito benéfico da sobreelevação na absorção de parte da aceleração centrífuga, permite concluir que os valores desta aceleração são de facto inferiores aos que as normas de traçado actuais indicam como ponto de partida. Quanto aos valores do coeficiente de aderência transversal, verifica-se que oscilam à volta de 0,06.

2.2.2. Aceleração Vertical

Esta componente do parâmetro cinemático aceleração assume particular relevância no dimensionamento de concordâncias verticais côncavas e convexas uma vez que, por questões de comodidade, a curvatura deverá ser mantida dentro de certos limites.

Na presente norma, para as concordâncias côncavas e velocidades até 80 km/h, o critério definidor das características geométricas mínimas é o da visibilidade nocturna enquanto que para velocidades superiores, é o critério da comodidade o condicionante. Para as concordâncias convexas a comodidade está à partida assegurada uma vez que a necessidade de garantir boas condições de visibilidade obriga estas a terem grandes raios.

Quanto aos valores limite desta componente da aceleração, são geralmente aceites valores entre os $0,25 \text{ m/s}^2$ (P3-91, P3-94) e $0,5 \text{ m/s}^2$ (P3-78).

2.2.3. Aceleração Tangencial

Como é sabido, este parâmetro cinemático tem implicações quanto à distância mínima de visibilidade (D_v) que é necessário assegurar, por forma a garantir a segurança de circulação.

A norma portuguesa refere que, é a velocidade que controla a distância de visibilidade e que o traçado em planta deve garantir, pelo menos, a distância de visibilidade de paragem (DP) correspondente à velocidade de tráfego, pelo menos para IP's e IC's. Nesse sentido, a DP é considerada como elemento básico na definição das características geométricas mínimas do traçado.

Em seguida analisa-se a DP bem como o seu papel no dimensionamento das concordâncias verticais.

2.2.3.1. Distância de visibilidade de paragem

Segundo as Normas de Traçado da J.A.E., “*A distância de visibilidade de paragem é a mínima distância de visibilidade que deve ser assegurada quando não é economicamente viável assegurar a distância de visibilidade de ultrapassagem*”. Sendo que, esta só é de considerar nas estradas com duas vias.

Refere ainda a norma que, a distância de visibilidade de paragem mínima é a distância necessária para que um condutor, circulando à velocidade de tráfego, possa imobilizar o veículo, se necessário, ao ver um obstáculo inesperado no pavimento, medida entre os olhos do condutor, a 1,05 m do pavimento e um obstáculo colocado no pavimento a 0,15 m de altura.

O seu valor é a soma de duas componentes, uma percorrida durante o tempo de reacção/percepção (2 seg) do condutor e a outra percorrida até à imobilização do veículo. Assim sendo:

$$DP = d_1 + d_2 \quad (2.12)$$

Em que:

DP (m) – distância de visibilidade de paragem

d_1 (m) – distância percorrida pelo veículo durante o tempo de reacção/percepção do condutor

d_2 (m) – distância percorrida até à plena imobilização do veículo

$$d_1 = v \cdot t \quad (2.13)$$

Em que:

v (m/s) – velocidade do veículo

t (s) – tempo de reacção/percepção do condutor

Admitindo que a imobilização do veículo ocorre por acção dos travões (descontando para já as resistências habituais ao movimento da viatura), a distância percorrida durante a travagem pode ser encontrada a partir do Teorema da Energia Cinética (ou Teorema das Forças Vivas) admitindo que um veículo de massa (m), circulando à velocidade v (m/s), percorre a distância (d_2) até à sua imobilização. Assim sendo, segundo o teorema, o trabalho das forças exteriores (WF_{ext}) aplicadas ao veículo deverá igualar a variação da sua energia cinética (ΔE_{cin}).

$$WF_{ext} = \Delta E_{cin} \quad (2.14)$$

Do equilíbrio de forças expresso na figura vem:

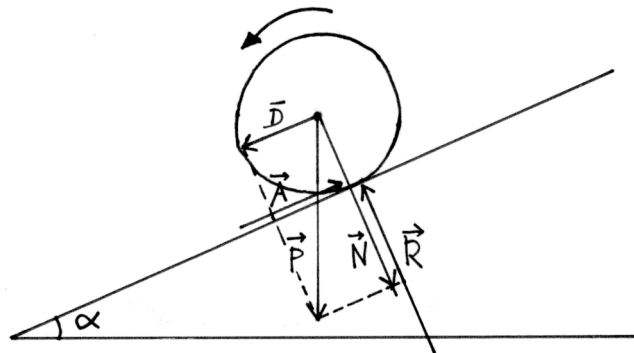


Figura 4. Equilíbrio de forças ao nível da superfície de contacto pavimento/pneumático

$$\begin{cases} F_x = \bar{A} - \bar{D} \\ F_y = \bar{R} - \bar{N} = 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

$$F_x = (\bar{N} \cdot f_n) - \bar{D} = (\bar{P} \cdot \cos \alpha \cdot f_n) - (\bar{P} \cdot \sin \alpha) \quad (2.16)$$

$$F_x = \bar{P} \cdot (\cos \alpha \cdot f_n - \sin \alpha) \quad (2.17)$$

Para ângulos pequenos de α , resulta:

$$\begin{cases} \cos \alpha \cong 1 \\ \sin \alpha \cong \tan \alpha = i \end{cases} \quad (2.18)$$

$$F_x = \bar{P} \cdot (f_n - i) \quad (2.19)$$

$$WF_{\text{ext}} = F_x \cdot d_2 = \bar{P} \cdot (f_n - i) \cdot d_2 \quad (2.20)$$

$$\Delta E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (2.21)$$

De (2.14) resulta:

$$m \cdot g \cdot (f_n - i) \cdot d_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (2.22)$$

Ou seja:

$$d_2 = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot (f_n - i)} \quad (2.23)$$

E por fim substituindo (2.23) e (2.13) em (2.12):

$$DP = d_1 + d_2 = v \cdot t + \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot (f_n - i)}$$

O que para $v = \frac{V_T[\text{km/h}]}{3,6}$ e t igual a 2 segundos, resulta:

$$DP = \frac{V_T}{1,8} + \frac{V_T^2}{254 \cdot (f_n - i)} \quad (2.24)$$

Onde:

V_T (km/h) – velocidade de tráfego

f_n – coeficiente de atrito longitudinal

i (m/m) – inclinação do trainél em declive

A expressão (2.24) encontrada é idêntica à recomendada pelas Normas de Traçado da J.A.E. com a diferença de que, consideraram o valor de 250 para o produto ($2 \times 3,6^2 \times g$).

$$DP = \frac{V_T}{1,8} + \frac{V_T^2}{250 \cdot (f_n - i)}$$

As normas AASHTO (2001) propõem uma metodologia diferente da considerada, ao admitir um tempo de reacção do condutor de 2,5 s e ainda que o coeficiente de atrito longitudinal é igual à aceleração tangencial a dividir pela aceleração da gravidade. Propondo a seguinte expressão: (Begonha ; França, 2005)

$$DP = 0,278 \cdot t \cdot V + \frac{V^2}{250 \cdot \left(\frac{a}{9,81} - G \right)}$$

Em que:

DP (m) – distância de visibilidade de paragem

V (km/h) – velocidade do veículo

t (s) – tempo de reacção do condutor, considerado 2,5 seg

a (m/s²) – desaceleração tangencial do veículo, considerada 3,4 m/s²

G (m/m) – inclinação do tranel em declive

De facto, em patamar:

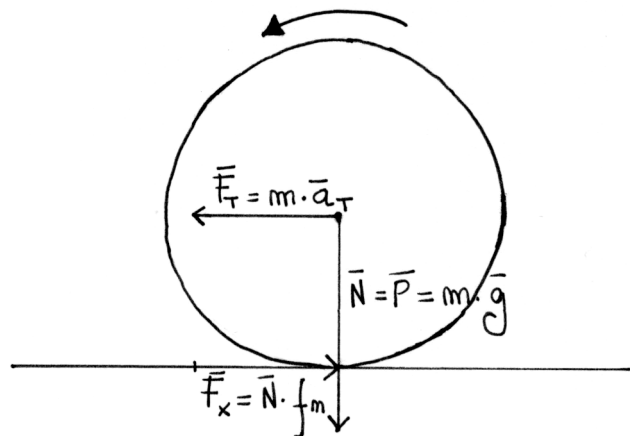


Figura 5. Equilíbrio de forças ao nível da superfície de contacto pneu/pavimento

$$F_x = F_t \quad (2.25)$$

$$N \cdot f_n = m \cdot a_t \quad (2.26)$$

$$m \cdot g \cdot f_n = m \cdot a_t \quad (2.27)$$

$$f_n = \frac{a_t}{g} \quad (2.28)$$

Adiante, far-se-à uso desta metodologia para calcular as acelerações (desacelerações) tangenciais, consideradas pela norma P3-94, a que os condutores se sujeitam quando pretendem travar o veículo após terem avistado um obstáculo no pavimento.

Uma vez que o coeficiente de atrito longitudinal a considerar não é referido explicitamente pela norma P3-94 (ao contrário da anterior norma P3-78), serão calculados os seus valores a partir da expressão (2.24) com base nas distâncias de visibilidade de paragem em patamar, indicadas no quadro seguinte.

Quadro 3. Distância de visibilidade de paragem (DP) em função da Velocidade de Tráfego

Velocidade Base ou de Tráfego (km/h)	DP (m)
40	40
50	60
60	80
70	100
80	120
90	150
100	180
110	220
120	250
130	320
140	390

Quadro 4. Cálculo do coeficiente de atrito longitudinal e da aceleração tangencial em função da DP

Velocidade Base ou de Tráfego (Km/h)	DP (m)	f_n	a_t (m/s ²)
40	40	0,36	3,53
50	60	0,31	3,04
60	80	0,31	3,03
70	100	0,32	3,15
80	120	0,34	3,32
90	150	0,32	3,18
100	180	0,32	3,15
110	220	0,30	2,99
120	250	0,31	3,08
130	320	0,27	2,68
140	390	0,25	2,46

De referir que, por se encontrarem arredondados os valores da distância de visibilidade de paragem (DP), os valores encontrados para o coeficiente de atrito longitudinal poderão não corresponder aos efectivamente utilizados pela norma na determinação destas distâncias, dos quais resultaram desacelerações tangenciais inferiores a 3,5 m/s². O que parece estar de acordo com a recomendação das normas AASHTO (2001), que consideram um valor limite e constante de 3,4 m/s².

2.2.3.2. Concordâncias verticais

Na definição das características geométricas mínimas das concordâncias verticais à que atender aos seguintes critérios:

- segurança de circulação, garantindo adequadas distâncias de visibilidade;
- comodidade do ponto de vista dinâmico;
- comodidade óptica;
- estética.

Os dois primeiros são assegurados por meio de curvas de raio R_v suficientemente grande e os dois últimos através do estabelecimento de desenvolvimentos mínimos, sendo o mais desfavorável aquele que conduzir ao maior desenvolvimento da concordância.

Considerações de visibilidade e comodidade de circulação obrigam a que a variação de curvatura seja mantida dentro de certos limites. Nesse sentido, a norma portuguesa estabelece que, para cada velocidade (velocidade de tráfego no caso de IP's e IC's e velocidade base no caso de "outras estradas"), o raio mínimo deve garantir a distância de visibilidade mínima necessária, interpretada como:

- no caso de estradas unidireccionais ou estradas de duas vias com ultrapassagem proibida na concordância, a distância de visibilidade de paragem (DP);
- no caso de estradas de duas vias com ultrapassagem permitida na concordância, a distância de visibilidade de ultrapassagem (DU).

A expressão que relaciona a inclinação dos traineis adjacentes, o raio da concordância e a distância de visibilidade necessária é diferente consoante a extensão da concordância (D) seja superior ou inferior à distância de visibilidade de segurança (D_v), verifica-se porém, que este último caso não tem interesse prático por conduzir sempre a raios inferiores aos que resultam da situação em que o desenvolvimento da concordância é superior à distância de visibilidade de segurança.

Concordâncias convexas

A necessidade de garantir distâncias de visibilidade adequadas obriga as concordâncias convexas a terem grandes raios, pelo que, para velocidades elevadas a comodidade está previamente assegurada, uma vez que, os raios que derivam da consideração de acelerações verticais (a_v) inferiores a $0,25 \text{ m/s}^2$, ficam aquém dos impostos por considerações de visibilidade.

Referem-se aqui as expressões (Couto, 1996b) que relacionam a inclinação dos traineis, o raio mínimo da concordância convexa (R) e a distância de visibilidade de segurança (D_v) para as situações indicadas:

$$R = \frac{D_v^2}{2(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})^2} \text{ para } D > D_v \quad (2.29)$$

$$R = \frac{2}{\Delta i} \left(D_v - \frac{(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})^2}{|\Delta i|} \right) \text{ para } D < D_v \quad (2.30)$$

em que:

Δi (%) – diferença de inclinações dos traineis;

h_1 (m) – altura dos olhos do condutor em relação ao plano da estrada;

h_2 (m) – altura do obstáculo em relação ao plano da estrada.

Far-se-à uso destas expressões por forma a calcular os raios mínimos das concordâncias convexas preconizadas pela norma portuguesa P3-94.

Assim sendo, no caso de estradas com faixas de rodagem unidireccionais, importa garantir que um condutor possa visualizar um obstáculo colocado no pavimento a uma distância nunca inferior à mínima distância de visibilidade de paragem (DP) a fim de efectuar a paragem em segurança, vindo portanto ($D_v=DP$).

No caso de estradas com duas vias com ultrapassagem proibida na concordância, deve-se por questões de segurança considerar ($D_v=2DP$), a fim de evidenciar a proibição e prevenir eventuais infracções a essa proibição, ficando desta forma assegurada a distância de paragem associada a dois veículos que circulem em sentido contrário.

Por razões já referidas, analisa-se a situação em que $D > D_v$, realçando que os raios mínimos absolutos (a considerar somente em estradas de faixas de rodagem unidireccionais) resultam de, $D_v = DP$, $h_1 = 1,05$ m e $h_2 = 0,15$ m.

Os raios mínimos normais resultam da aplicação da expressão (2.29) com $D_v = 2DP$ e $h_1 = h_2 = 1,05$ m.

De (2.29) resulta:

$$R = \frac{DP^2}{4} \text{ (Absoluto)} \quad (2.31)$$

$$R = 0,476 \cdot DP^2 \text{ (Normal)} \quad (2.32)$$

Quadro 5. Cálculo dos raios mínimos das concordâncias verticais convexas: (a) velocidade de tráfego no caso de IP's e IC's, velocidade base no caso de "outras estradas"; (b) os valores a sombreado correspondem aos propostos pela norma P3-94

Velocidade (km/h) _{a)}	DP (m)	Raio mínimo			
		Absoluto (m)		Normal (m)	
40	40	400	1500_{b)}	762	1500
50	60	900	1500	1714	2100
60	80	1600	2000	3046	3000
70	100	2500	3000	4760	4200
80	120	3600	5000	6854	6000
90	150	5625	7500	10710	8500
100	180	8100	9000	15422	12500
110	220	12100	12000	23038	13000
120	250	15625	14000	29750	16000
130	320	25600	-	48742	-
140	390	38025	20000	72400	20000

Saliente-se que os valores dos raios mínimos propostos pela norma para as velocidades de 40 e 50 km/h são substancialmente superiores aos obtidos por aplicação das expressões (2.31) e (2.32) verificando-se exactamente o oposto para velocidades de 120 a 140 km/h. De referir ainda que, a norma indica valores de raios mínimos absolutos, a utilizar somente em estradas de faixas de rodagem unidireccionais, para estradas com velocidades de 40 e 50 km/h, características de 'outras estradas'. O mesmo sucedendo para velocidades altas (120 a 140 km/h) características de IP's e IC's com faixas de rodagem unidireccionais, para as quais a norma recomenda a adopção de raios mínimos normais, a utilizar apenas em estradas com duas vias e ultrapassagem proibida na concordância.

Concordâncias Côncavas

Nas concordâncias côncavas, quer o desenvolvimento da concordância quer o seu raio são condicionados pela necessidade de assegurar a visibilidade nocturna com os faróis e comodidade de circulação, pelo que, a norma P3-94 refere que para velocidades inferiores a 80 km/h o critério predominante é o da visibilidade nocturna enquanto que, para velocidades superiores o critério condicionante será a comodidade de circulação, limitando superiormente o valor da aceleração vertical a $0,25 \text{ m/s}^2$.

Sendo a visibilidade nocturna o critério predominante no estabelecimento dos raios mínimos das concordâncias côncavas para velocidades até 80 km/h, refira-se que a distância de paragem está limitada pela distância que os faróis conseguem iluminar com intensidade razoável um objecto que se coloque sobre o pavimento. Couto (1996) determina as expressões que relacionam o raio mínimo da concordância (R), com a inclinação dos traineis e referida distância de segurança necessária (D_v), diferentes consoante o desenvolvimento da concordância seja inferior ($D < D_v$) ou superior ($D > D_v$) à distância de visibilidade.

$$R = \frac{D_v^2}{2(h_1 + D_v \tan \frac{\theta}{2})} \text{ para } D_v < D \quad (2.33)$$

$$R = 2 \cdot \frac{D_v}{\Delta t} - \frac{2 \cdot (h_1 + D_v \tan \frac{\theta}{2})}{\Delta t} \text{ para } D_v > D \quad (2.34)$$

Em que:

θ (graus) – ângulo de abertura do cone de luz emitido pelos faróis

Para velocidades superiores a 80 km/h, de acordo com o referido anteriormente, o critério condicionante é o da comodidade. Admitindo o valor $0,25 \text{ m/s}^2$ de aceleração vertical como o limiar de incomodidade, o raio das concordâncias côncavas serão dados pela expressão:

$$R = \frac{V^2}{3,6^2 \cdot 0,25} \text{ para } V > 80 \text{ km/h} \quad (2.35)$$

Todos os outros símbolos têm o significado anteriormente atribuído. A norma portuguesa atendendo à expressão (2.33), considerando $h_1=0,60 \text{ m}$, $\theta=2^\circ$ e a distância D_v igual à distância de visibilidade de paragem (DP) correspondente a cada velocidade ($V \leq 80 \text{ km/h}$), define os raios mínimos das concordâncias côncavas a partir da seguinte expressão:

$$R = \frac{DP^2}{1,2 + 0,035 \cdot DP} \text{ para } D_v < D \quad (2.36)$$

Seguidamente far-se-à uso destas expressões para calcular os valores dos raios mínimos das concordâncias côncavas.

Quadro 6. Cálculo dos raios mínimos das concordâncias côncavas: (a) os valores a sombreado correspondem aos propostos pela norma P3-94

Velocidade (km/h)	DP (m)	Raio mínimo (m)		
		Visibilidade nocturna	Comodidade	(a)
40	40	615	494	800
50	60	1091	772	1200
60	80	1600	1111	1600
70	100	2128	1512	2500
80	120	2667	1975	3500
90	150	3488	2500	4500
100	180	4320	3086	5500
110	220	5438	3735	6000
120	250	6281	4444	7000
130	320	8258	5216	-
140	390	10242	6049	8000

Conforme se referiu, acima de $V=80$ km/h não faz sentido usar a expressão (2.36) porque o cone de luz já não ilumina DP. O uso da expressão de comodidade não pareceu para $V_B > 80$ km/h aos autores das Normas também adequada dados raios resultarem menores ($V=100$ km/h $\rightarrow R=3100$ m ou $V=120$ km/h $\rightarrow R=4400$ m). Então, talvez de forma errada continuarem a usar a expressão (2.36), embora conscientes de que DP seria excessivo para as capacidades eliminantes dos faróis.

2.3. SOBREACELERAÇÃO

Por forma a determinar as implicações deste parâmetro cinemático importa perceber como se manifesta quando um veículo percorre os diferentes elementos do traçado.

Em planta, quando um veículo descreve uma clotóide com movimento uniforme ($V=\text{constante}$) é importante realçar que a sobreaceleração normal é constante e que embora a aceleração tangencial seja, em módulo, nula (movimento uniforme) existe sobreaceleração tangencial e que esta cresce com o quadrado da distância percorrida sobre a clotóide desde o ponto de osculação recta/clotóide.

Resumidamente,

$$\begin{aligned}
 a_N &= \frac{V^2}{A^2} \cdot s \\
 a_T &= 0 \\
 h_N &= \frac{V^3}{A^2} \quad (2.37)
 \end{aligned}$$

$$h_T = -\frac{V^3}{A^4} \cdot S^2 \quad (2.38)$$

Sendo:

s [m] – distância percorrida sobre a clotóide até ao ponto genérico

A [m] – parâmetro da clotóide

V [m/s] – módulo do vector velocidade (considerada constante)

a_N [m/s²] – módulo do vector aceleração normal

a_T [m/s²] – módulo do vector aceleração tangencial

h_N [m/s³] – módulo do vector sobreaceleração normal

h_T [m/s³] – módulo do vector sobreaceleração tangencial

Ao percorrer uma curva circular em idênticas circunstâncias, os condutores ficam sujeitos a uma aceleração centrífuga de valor constante. A aceleração tangencial, pela consideração de movimento uniforme, é nula (em módulo) do que não decorre a anulação do vector sobreaceleração tangencial que assume na curva circular um valor constante e igual a $\left[-\frac{V^3}{R^2}\right]$.

Resumidamente,

$$a_N = \frac{V^2}{R}$$

$$a_T = 0$$

$$h_N = 0$$

$$h_T = -\frac{V^3}{R^2}$$

(Os símbolos utilizados têm o mesmo significado anteriormente atribuído.)

Quando à curva em planta se sobrepõe uma concordância vertical haverá ainda que considerar a existência de uma sobreaceleração vertical motivada pela variação de curvatura em perfil longitudinal. Contudo, o seu valor é muito pequeno. Em zonas de concordância surge ainda a sobreaceleração tangencial mesmo para velocidade constante, tal como acontecia em planta, no entanto o seu valor é desprezável uma vez que existe a necessidade de dotar as concordâncias de raios significativamente superiores aos raios em planta.

Dada a natureza tridimensional da estrada haverá que considerar a existência duma terceira componente da sobreaceleração, a sobreaceleração binormal (h_B) que surge aliada à introdução da sobrelevação nos alinhamentos curvos em planta.

Uma vez que esta componente da sobreaceleração não é referenciada em nenhum dos aparelhos normativos consultados, não será objecto de estudo neste capítulo, tal como as duas anteriores pelas razões apontadas.

2.3.1. SOBREACELERAÇÃO NORMAL

É entendimento da generalidade das normas geométricas dos diversos países (incluindo a norma portuguesa P3-94) que, para além do nível de aceleração centrífuga não compensada pela

sobreelevação a que os condutores estão sujeitos quando circulam em curva, também a variação da aceleração centrífuga no tempo, coincidente com a sobreaceleração normal caso o raio seja amplo, afecta a incomodidade sofrida pelos condutores.

Conforme se depreende do atrás exposto, esta variação assume particular relevância na zona de transição (clotóide) de uma curva composta, sendo de destacar, entre os critérios de dimensionamento das curvas de transição, aquele que procura garantir o nível de comodidade dos utentes da via, por limitação do grau de incomodidade a que estão sujeitos quando circulam a velocidade constante nessas curvas.

De referir que, de acordo com a norma portuguesa o grau de incomodidade, entendido como a sobreaceleração normal, é considerado coincidente com a variação da aceleração centrífuga no caso da velocidade ser constante, propondo a seguinte expressão de dimensionamento:

$$A \geq 0,1464 \sqrt{\frac{V_B^3}{h_{N,máx}}}$$

Sendo:

V_B [km/h] – velocidade base

(Os restantes símbolos têm o significado anteriormente atribuído.)

Esta expressão permite encontrar o parâmetro mínimo da clotóide que garante um valor do grau de incomodidade previamente fixado e aceite como razoável ($h_{N,máx}$). A norma P3-94 especifica para h_N o valor de $0,5 \text{ m/s}^3$, pelo que, se encontra dentro da gama de valores comumente aceite ($0,3 - 0,9 \text{ m/s}^3$). Sendo de destacar que em determinadas situações (por exemplo, lacetes em estradas de montanha), em que a obrigatoriedade de garantir a manutenção do grau de incomodidade dentro de certos limites, inviabilize a implantação das curvas, a anterior norma (P3-78) admitia um acréscimo desse valor (até $0,7 \text{ m/s}^3$).

Analizando esta expressão é de realçar o desprezo por diversos aspectos condicionantes da comodidade de circulação. Desde logo, não é considerado o efeito benéfico da introdução gradual da sobrelevação ao longo da clotóide, o que permite atenuar o efeito da aceleração centrífuga e consequentemente reduzir a incomodidade sofrida pelos condutores.

De realçar também que não é tido em linha de conta o efeito da sobreaceleração tangencial, podendo esse facto ficar a dever-se ao reduzido valor que aquela componente assume em situações de concordância entre alinhamentos rectos e curvas circulares de raio amplo.

2.3.2. Sobreaceleração tangencial

Confrontando os valores absolutos das sobreacelerações anteriormente obtidos para a clotóide, obtém-se o seguinte resultado:

$$\frac{|h_N|}{|h_T|} = \left(\frac{A}{s}\right)^2 \quad (2.39)$$

a partir desta relação torna-se evidente que para valores calculados muito próximos da origem da clotóide, a componente normal da sobreaceleração é muito superior à correspondente componente tangencial. Para o último ponto da clotóide ($s=L$) a relação anterior adquire o seguinte aspecto:

$$\frac{|h_N|}{|h_T|} = \left(\frac{A}{L}\right)^2 = \left(\frac{R}{A}\right)^2 \quad (2.40)$$

Face a este último resultado, que relembre-se, se configura como a situação mais desfavorável em termos da expressividade adquirida pela componente tangencial (cresce com o quadrado da distância percorrida sobre a clotóide), em relação à componente normal (constante ao longo da clotóide) da sobreaceleração, facilmente se constata, perante ordens de grandeza tão díspares dos parâmetros expressos na relação, que a sobreaceleração tangencial é muito menor que a sobreaceleração normal.

No entanto, existem situações em que dificilmente se poderá considerar como desprezável a contribuição da componente tangencial da sobreaceleração no cômputo global da incomodidade sofrida pelos condutores. Procurar-se-á pôr em evidência tais situações.

Desde logo, admitindo o valor mínimo admissível do ângulo das tangentes (τ) dado pelo critério complementar da comodidade óptica, vem:

$$\tau = \frac{1}{18} \text{ rad} \quad (2.41)$$

Sabendo ser:

$$\tau = \frac{A^2}{2 \cdot R^2} \quad (2.42)$$

Resulta:

$$A = \frac{1}{3} R \quad (2.43)$$

E finalmente

$$|h_N| = 9 \cdot |h_T| \quad (2.44)$$

Contudo, à medida que o ângulo das tangentes cresce também a sobreaceleração tangencial aumenta adquirindo maior expressividade.

Considere-se a situação corrente em nós de ligação, em que a parte circular dum 'loop' é concordada por dois arcos de clotóide conforme o esquema da figura 6:

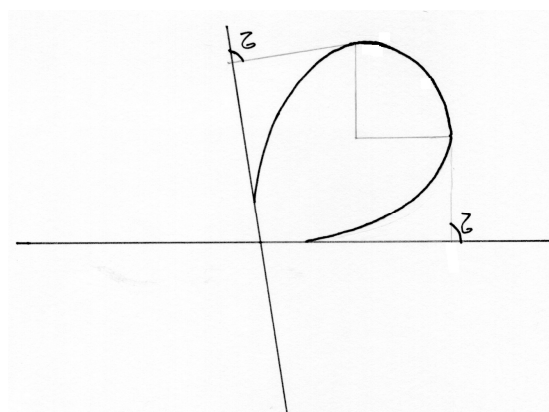


Figura 6. Esquema do 'loop' do nó de ligação

E em que $\tau = \frac{\pi}{2}$ rad, resulta então que $A = \sqrt{\pi} \cdot R$ vindo a relação (2.40):

$$\frac{|h_N|}{|h_T|} = \frac{1}{\pi} \quad (2.45)$$

Ou seja, para este exemplo a sobreaceleração tangencial é cerca de três vezes superior à sobreaceleração normal.

É de salientar que perante situações como a anterior, considerar o grau de incomodidade global apenas como a expressão da sua componente normal (como aliás tem vindo a ser definido pelas normas de projecto) poderá conduzir a situações de risco.

Apesar de não ter sido encontrada qualquer referência a limites normativos para esta componente existem fortes evidências de que o facto dos condutores tendencialmente desacelerarem na clotóide de entrada para voltarem a acelerar na clotóide de saída, esteja relacionado com a incomodidade sofrida ao percorrer a curva. De algum modo, o acto de abrandar a marcha do veículo na vizinhança da curva, pode ser entendido como uma tentativa inconsciente do condutor melhorar as suas condições de conforto, no entanto, esta é uma questão polémica e tem suscitado um aceso debate no seio da comunidade técnica especializada.

Todavia é aceitável que a percepção humana em matéria de sobreaceleração seja independente da sua orientação espacial e que seja mais determinante a componente que na curva a descrever assuma os valores mais elevados.

Sendo assim, o grau de incomodidade global pode ser definido como a composição dos vectores normal e tangencial da sobreaceleração, ou seja:

$$J = \sqrt{h_N^2 + h_T^2} \quad (2.46)$$

J [m/s³] – grau de incomodidade global

Os restantes símbolos têm o significado anteriormente atribuído.

Substituindo as expressões (2.37) e (2.38) na expressão anterior, resulta:

$$J = \sqrt{\left(\frac{V^3}{A^2}\right)^2 + \left(-\frac{V^3}{A^4} \cdot L^2\right)^2} \quad (2.47)$$

ou

$$J = \sqrt{\frac{V^6}{A^4} + \frac{V^6}{A^4} \cdot L^4} \quad (2.48)$$

Resolvendo

$$J = V^3 \cdot \sqrt{\frac{1}{A^4} + \frac{1}{R^4}} = V^3 \cdot \sqrt{\frac{R^2 + L^2}{R^4 \cdot L^2}} \quad (2.49)$$

Ou ainda

$$J^2 = V^6 \cdot \left(\frac{R^2 + L^2}{R^4 \cdot L^2}\right) \quad (2.50)$$

Pondo em evidência o desenvolvimento L da clotóide resulta:

$$L \geq \sqrt{\frac{V^6 \cdot R^2}{R^4 \cdot J^2 - V^6}} \quad (2.51)$$

A expressão obtida tem em conta a sobreaceleração tangencial ao contrário da expressão clássica proposta pelas normas de projecto da J.A.E. (entre outras):

$$L \geq \frac{V^3}{J \cdot R}$$

A velocidade vem expressa em m/s.

Exemplo: de acordo com a situação anteriormente referida do nó de ligação temos:

- para o desenvolvimento do arco $L = \pi \cdot R$ por ser $\tau = \frac{\pi}{2}$ rad ;
- raio mínimo da clotóide $R = 50$ m ;
- $L = 157,08$ m
- $A = 88,62$ m
- $V = 50$ km/h

De acordo com a expressão alternativa $J = 1,12 \text{ m/s}^3$

Enquanto que de acordo com a expressão clássica $J = 0,34 \text{ m/s}^3$

A consideração da sobreaceleração tangencial por aplicação da expressão alternativa representa para este exemplo um acréscimo de cerca 220% no valor do grau de incomodidade global.

França (França, et al., 1988) propõe a seguinte expressão de dimensionamento de clotóides tendo em conta os efeitos da sobreaceleração tangencial e da variação da sobreelevação ($S_e - i$) na comodidade de circulação em alternativa às expressões clássicas, visto estas apresentarem um carácter redutor quanto aos factores condicionantes dessa mesma comodidade.

$$A \geq \frac{\sqrt{V \cdot R \cdot \left[\frac{V^2}{R} - 127(S_e - i) \right]}}{\sqrt{\sqrt{46,656^2 J^2 - \left(\frac{V^3}{R^2} \right)^2}}}$$

3

CÁLCULO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS POR RECURSO À GEOMETRIA INFINITESIMAL

3.1. INTRODUÇÃO

No que se segue, o movimento será tratado separada e independentemente dos factores que o geram. O estudo cinemático do movimento não tem em consideração as forças e momentos exteriores aplicados a um corpo, responsáveis pelo seu movimento em virtude dos fundamentos da Lei Dinâmica.

Neste estudo serão usados conceitos da mecânica clássica, por conseguinte, o movimento é representado no espaço e no tempo por meio de considerações geométricas decorrentes da trajectória percorrida pelo corpo, sendo as características do movimento definidas como funções do tempo (t).

O princípio fundamental da cinemática assenta no conhecimento da Lei Cinemática do movimento, o mesmo será dizer que:

O movimento de um ponto material (ou sistema de pontos, sólido rígido) é inequivocamente determinado, caso a sua posição seja conhecida em qualquer instante.

Assim sendo e pondo em evidência a interdependência entre o movimento e a geometria do traçado surgem três grandezas cinemáticas caracterizadoras do movimento i.e., que descrevem a variação temporal das características do movimento e que são importantes em matéria de engenharia rodoviária, são elas:

- velocidade, v
- aceleração, a
- sobreaceleração, h

3.2. CÁLCULO EM GEOMETRIA INFINITESIMAL DAS GRANDEZAS CINEMÁTICAS

3.2.1. NOTAÇÃO EM GEOMETRIA INFINITESIMAL

Dado que o método proposto se serve do cálculo vectorial, no que se segue utilizar-se-á o modo de notação analítico introduzido por Duschek e Hochrainer (1961), referido no trabalho de Herring (Herring, 1984), que consiste na utilização de letras do alfabeto latim precedidas de um índice, no caso dum vector A_i ou tensor de primeira ordem; de dois índices A_{ij} , tensor de segunda ordem; de três índices A_{ijk} , tensor de terceira ordem. Por conseguinte, os símbolos A_i , A_{ij} e A_{ijk} , poderão ser interpretados como as coordenadas dum tensor num determinado sistema de eixos.

3.2.2. PRESSUPOSTOS DA GEOMETRIA INFINITESIMAL

3.2.2.1. Equação vectorial da curva no espaço

A geometria infinitesimal é uma vertente do cálculo diferencial que se ocupa das propriedades das curvas e superfícies que são invariáveis em relação ao movimento considerado. O invariante diferencial mais simples numa curva é o desenvolvimento (s) do arco (ou abscissa curvilínea), que se determina da seguinte forma: considerando uma curva aleatória no espaço e sobre esta, um ponto P genérico de coordenadas x_i , função do tempo

$$x_i = x_i(t) \quad (3.1)$$

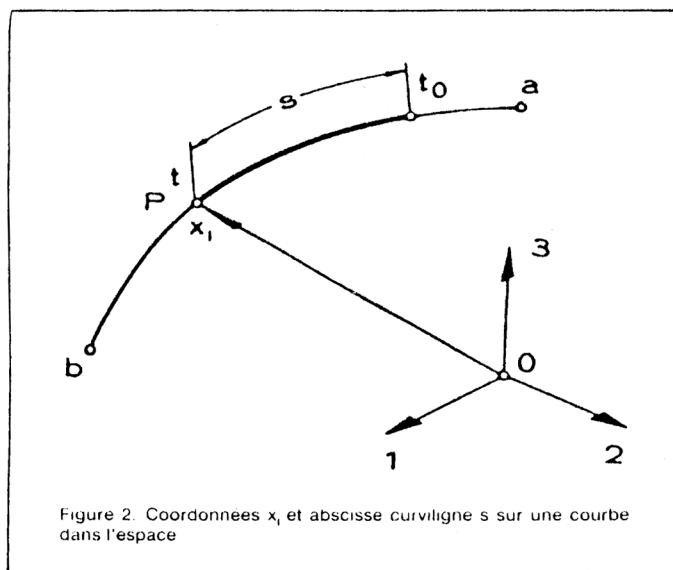


Figura 7. Coordenadas x_i e abscissa curvilínea s sobre uma curva no espaço. Extraído de Herring

Pressupõe-se que dentro dum mesmo intervalo de tempo $[t_0, t_1]$ as três funções $x_1(t)$, $x_2(t)$ e $x_3(t)$ serão unívocas, contínuas e de acordo com o carácter do problema, diferenciáveis. Se (t) designa o tempo, a curva considerada no espaço não é mais do que a trajectória do ponto P e a relação anterior permite descrever o movimento em ordem ao tempo.

Admitindo como idênticos os conceitos de ponto geométrico e ponto material, a velocidade do ponto móvel sobre a trajectória é dada pela derivada do vector espaço em ordem ao tempo.

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i(t) = \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \dot{\mathbf{x}}_i \quad (3.2)$$

nota: o ponto designa a derivada em ordem ao tempo.

A velocidade instantânea $\mathbf{v}_i$, derivada do vector espaço é ela mesma um vector, orientado segundo a tangente à curva no ponto P e a sua grandeza, de acordo com as regras do cálculo vectorial:

$$V = \sqrt{v_1^2(t) + v_2^2(t) + v_3^2(t)} \quad (3.3)$$

cuja ausência de índice se traduz no facto da velocidade instantânea ser uma grandeza escalar.

O caminho percorrido sobre a curva no espaço, no intervalo de tempo considerado é o desenvolvimento (s) do arco, dado pela seguinte expressão

$$s = \int_{t_0}^{t_1} V * dt \quad (3.4)$$

cuja derivada em ordem ao tempo, devolve a velocidade

$$\frac{ds}{dt} = \dot{s} = V \quad (3.5)$$

o que nos permite concluir que o desenvolvimento (s) do arco é uma função do tempo

$$s = s(t) \quad (3.6)$$

podendo servir de parâmetro que descreve o movimento a partir da igualdade

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i(s) \quad (3.7)$$

que define intrinsecamente a curva no espaço.

3.2.2.2. Triedro móvel

Um outro aspecto importante em geometria infinitesimal é o triedro móvel, assim denominado uma vez que o seu vértice colocado sobre um ponto genérico da curva e eixos dispostos segundo três vectores unitários ortogonais entre si, no sistema de eixos x_1 , x_2 e x_3 varia com o movimento do ponto considerado ao longo da curva no espaço. Os vectores unitários são,

- o vector orientado segundo a tangente, denominado Tangente T_i ;
- o vector orientado segundo a normal principal, designado Normal, H_i e que juntamente com o vector tangente, T_i define o plano osculador da curva no ponto P;
- e por último, o vector ortogonal aos dois anteriores orientado de forma a constituir um referencial directo, chamado Binormal, B_i .

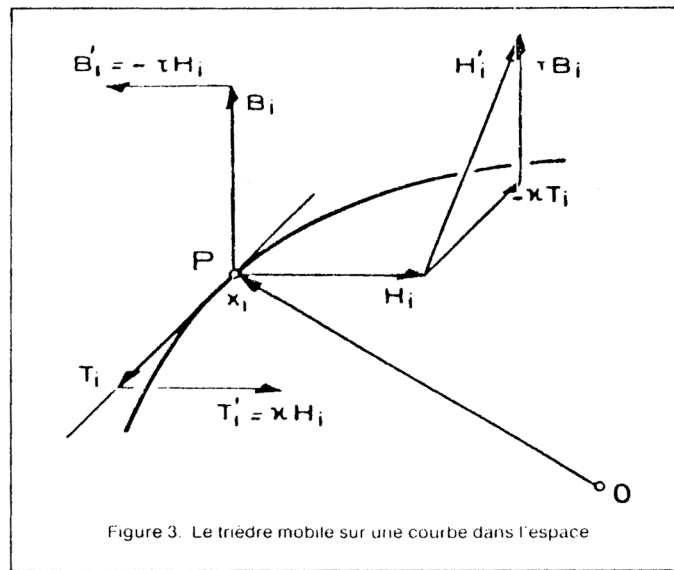


Figura 8. Triedro móvel. Extraído de Herring

Vector unitário Tangente, T_i

O vector Tangente pode ser determinado a partir da derivada em ordem ao arco (s) do vector espaço

$$\frac{dx_i(s)}{ds} = x'_i \quad (3.8)$$

nota: o traço designa a derivada em ordem ao arco
sabendo que

$$v_i = \dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt} = \frac{dx_i}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = x'_i \cdot V \quad (3.9)$$

$$x'_i = \frac{v_i}{V}$$

o quociente dum vector pelo seu módulo é necessariamente um vector unitário e v_i é tangente à curva,
 $T_i = x'_i$ (3.10)

Vector unitário Normal, H_i

Como já se referiu, o vector H_i juntamente com o vector T_i constituem o plano osculador da curva no ponto P, assim sendo, o vector

$$T'_i = \frac{dT_i}{ds} = \frac{dx'_i}{ds} = x''_i = \frac{d^2x_i}{ds^2} \quad (3.11)$$

cai na linha da normal principal, perpendicularmente à tangente e constitui a primeira derivada em ordem ao arco do vector Tangente (T'_i) ou seja a segunda derivada em ordem ao arco do vector espaço (x''_i). O seu valor absoluto será:

$$\left| \frac{dT_i}{ds} \right| = K(s) = \frac{1}{R} \quad (3.12)$$

onde

K curvatura

R raio de curvatura

Por conseguinte, a expressão que permite definir o vector unitário orientado segundo a normal principal é como se segue:

$$H_i = \frac{\frac{dT_i}{ds}}{\left| \frac{dT_i}{ds} \right|} = \frac{1}{K(s)} \cdot \frac{dT_i}{ds} = \frac{1}{K(s)} \cdot T'_i \quad (3.13)$$

Vector unitário Binormal, B_i

O vector unitário Binormal B_i , como já foi dito é perpendicular aos dois anteriores constituindo com aqueles um referencial directo, pelo que, de acordo com a regra do produto vectorial transmitindo o vector T_i para o vector H_i , executa-se uma rotação no sentido contrário dos ponteiros do relógio,

$$B_i = T_i \times H_i \quad (3.14)$$

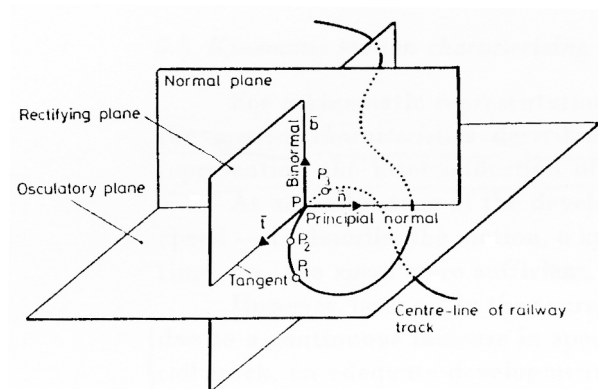


Figura 9. Plano osculador da curva no espaço. Extraído de Megyeri

De forma a não complicar mais a exposição, fazer-se-á uso das Fórmulas de Frenet referidas no trabalho de Herring, elas fornecem a relação entre os três vectores unitários T_i , H_i e B_i e as suas derivadas em ordem ao arco (s), T'_i , H'_i e B'_i ,

$$\begin{aligned} T'_i &= +K \cdot H_i \\ H'_i &= -K \cdot T_i + \tau \cdot B_i \\ B'_i &= -\tau \cdot H_i \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde,

K curvatura

τ torsão

A curvatura K e a torsão τ são também invariantes diferenciais da curva no espaço e conjuntamente com o desenvolvimento (s) do arco constituem um sistema completo de invariantes.

Sabendo que $\mathbf{x}'_i = \mathbf{T}_i$, as derivadas de ordem superior do vector espaço em relação ao arco, podem escrever-se, atendendo às Fórmulas de Frenet(3.15):

$$\begin{aligned}\mathbf{x}''_i &= \mathbf{T}'_i = K \cdot \mathbf{H}_i \\ \mathbf{x}'''_i &= (K \cdot \mathbf{H}_i)' = K' \cdot \mathbf{H}_i + K \cdot \mathbf{H}'_i = K' \cdot \mathbf{H}_i + K(-K \cdot \mathbf{T}_i + \tau \cdot \mathbf{B}_i) = K' \cdot \mathbf{H}_i - K^2 \cdot \mathbf{T}_i + K \cdot \tau \cdot \mathbf{B}_i\end{aligned}\quad (3.16)$$

3.2.3. CÁLCULO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS EM CURVAS NO ESPAÇO

3.2.3.1. Generalidades

Dada a complexidade que apresenta o sistema-veículo, constituído por elementos rígidos solidarizados e ligados entre si por meio de articulações com efeito amortecedor e a dificuldade latente em prever de forma realista o seu comportamento, admitir-se-á a hipótese simplificativa conquanto razoável, que consiste em reduzir o sistema considerado, ao centro de gravidade do veículo com toda a sua massa aí concentrada. Este artifício permitirá não só simplificar as equações do movimento, bem como evidenciar as relações fundamentais existentes entre os diversos parâmetros envolvidos.

3.2.3.2. Cálculo da velocidade

$$\mathbf{v}_i = V \cdot \mathbf{T}_i = \dot{s} \cdot \mathbf{T}_i \quad (3.17)$$

3.2.3.3. Cálculo da aceleração

$$\mathbf{a}_i = \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \dot{\mathbf{v}}_i = \ddot{\mathbf{x}}_i \quad (3.18)$$

atendendo a (3.9)

$$\ddot{\mathbf{x}}_i = \frac{d\dot{\mathbf{x}}_i}{dt} = \frac{d(\mathbf{x}'_i V)}{dt} = \frac{d\mathbf{x}'_i}{dt} \cdot V + \mathbf{x}'_i \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{d\mathbf{x}'_i}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot V + \mathbf{x}'_i \cdot \frac{dV}{dt} = \mathbf{x}''_i \cdot V^2 + \mathbf{x}'_i \cdot \frac{dV}{dt} \quad (3.19)$$

e por fim, atendendo a (3.10) e (3.16)

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{x}''_i \cdot \dot{s}^2 + \mathbf{x}'_i \cdot \ddot{s} = (K \cdot \mathbf{H}_i) \cdot \dot{s}^2 + \mathbf{T}_i \cdot \ddot{s} \quad (3.20)$$

ordenando

$$\mathbf{a}_i = \ddot{s} \cdot \mathbf{T}_i + K \cdot \dot{s}^2 \cdot \mathbf{H}_i \quad (3.21)$$

com a componente tangencial

$$a_T = \ddot{s} = \dot{V} \quad (3.22)$$

e a componente normal

$$a_N = K \cdot \dot{s}^2 = K \cdot V^2 \quad (3.23)$$

3.2.3.4. Cálculo da sobreaceleração

$$h_i = \frac{da_i}{dt} = \dot{\mathbf{v}}_i = \ddot{\mathbf{x}}_i \quad (3.24)$$

atendendo a (3.16) e a que $\frac{d}{dt} = \frac{d}{ds} \cdot V$

$$\ddot{x}_i = \frac{d\dot{x}_i}{dt} = \frac{d}{ds} \cdot (\dot{x}_i'' \cdot \dot{s}^2 + \dot{x}_i' \cdot \ddot{s}) = \frac{d\dot{x}_i''}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \dot{s}^2 + \dot{x}_i'' \cdot \frac{ds^2}{dt} + \frac{d\dot{x}_i'}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \ddot{s} + \dot{x}_i' \cdot \frac{d\ddot{s}}{dt} \quad (3.25)$$

$$\ddot{x}_i = \dot{x}_i''' \cdot \dot{s}^3 + \dot{x}_i'' \cdot 2 \cdot \dot{s} \cdot \ddot{s} + \dot{x}_i'' \cdot \dot{s} \cdot \ddot{s} + \dot{x}_i' \cdot \ddot{s} = \dot{x}_i''' \cdot \dot{s}^3 + 3 \cdot \dot{x}_i'' \cdot \dot{s} \cdot \ddot{s} + \dot{x}_i' \cdot \ddot{s} \quad (3.26)$$

fazendo uso das expressões (3.15), resulta

$$\ddot{x}_i = (-K^2 \cdot T_i + K' \cdot H_i + K \cdot \tau \cdot B_i) \cdot \dot{s}^3 + 3 \cdot (K \cdot H_i) \cdot \dot{s} \cdot \ddot{s} + T_i \cdot \ddot{s} \quad (3.27)$$

ordenando

$$\ddot{x}_i = (-K^2 \cdot \dot{s}^3 + \ddot{s}) \cdot T_i + (K' \cdot \dot{s}^3 + 3 \cdot K \cdot \dot{s} \cdot \ddot{s}) \cdot H_i + (K \cdot \tau \cdot \dot{s}^3) \cdot B_i \quad (3.28)$$

Torna-se evidente que a sobreaceleração apresenta três componentes no caso da curva no espaço:

Sobreaceleração tangencial

$$\ddot{x}_T = -K^2 \cdot \dot{s}^3 + \ddot{s} = -K^2 \cdot V^3 + \frac{d^2V}{dt^2} \quad (3.29)$$

Sobreaceleração normal

$$\ddot{x}_N = K' \cdot \dot{s}^3 + 3 \cdot K \cdot \dot{s} \cdot \ddot{s} = K' \cdot V^3 + 3 \cdot K \cdot V \cdot \frac{dV}{dt} \quad (3.30)$$

Sobreaceleração binormal

$$\ddot{x}_B = K \cdot \tau \cdot \dot{s}^3 = K \cdot \tau \cdot V^3 \quad (3.31)$$

As expressões que se seguem dizem respeito ao caso particular onde a velocidade do ponto material é constante ou seja, que o movimento é uniforme sobre a curva no espaço. A diferença em relação ao caso geral, anteriormente apresentado, prende-se com o facto de todos os termos que contenham a derivada da velocidade em relação ao tempo serem nulos. Resulta assim de (3.22), (3.23), (3.29), (3.30) e (3.31):

- velocidade: V (constante em módulo)

$$\text{- aceleração} \begin{cases} \text{tangencial: } a_T = 0 \\ \text{normal: } a_N = K \cdot V^2 \end{cases} \quad (3.32)$$

$$\text{- sobreaceleração} \begin{cases} \text{tangencial: } \ddot{x}_T = -K^2 \cdot V^3 \\ \text{normal: } \ddot{x}_N = K' \cdot V^3 \\ \text{binormal: } \ddot{x}_B = K \cdot \tau \cdot V^3 \end{cases}$$

3.2.4. CÁLCULO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS EM CURVAS PLANAS

Analisa-se agora um caso particular das curvas no espaço que são as curvas planas, admitindo que a torsão (τ) é nula não existindo assim componente segundo a binormal. Conforme se pode verificar no quadro seguinte, que reproduz os resultados obtidos por Herring (Herring, 1984), a diferença está no facto de neste caso particular, a sobreaceleração apresentar duas componentes sobre o plano osculador passível de conter o eixo da estrada, relativamente ao caso geral.

Quadro 7. Tabela sinóptica das grandezas cinemáticas: o retângulo destacado representa o caso geral da curva no espaço. Extraído de Herring

Tableau 1. Regroupement synoptique des grandeurs cinématiques : vitesse, accélération et suraccélération dans le cas général des courbes dans l'espace et dans le cas particulier des courbes planes

Grandeur cinématique		Courbes dans l'espace		Courbes planes	
Désignation	Symbole	Cas particulier de $v = cte$	Cas général	Cas général	Cas particulier de $v = cte$
Vitesse	v_T	$\dot{s}$	$\dot{s}$	$\dot{s}$	$\dot{s}$
Accélération	a_T	0	$\ddot{s}$	$\ddot{s}$	0
	a_N	$\kappa \dot{s}^2$	$\kappa \dot{s}^2$	$\kappa \dot{s}^2$	$\kappa \dot{s}^2$
Suraccélération	h_T	$-\kappa^2 \dot{s}^3$	$\dot{s} - \kappa^2 \dot{s}^3$	$\dot{s} - \kappa^2 \dot{s}^3$	$-\kappa^2 \dot{s}^3$
	h_N	$\kappa' \dot{s}^3$	$3\kappa \dot{s} \ddot{s} + \kappa' \dot{s}^3$	$3\kappa \dot{s} \ddot{s} + \kappa' \dot{s}^3$	$\kappa' \dot{s}^3$
	h_B	$\kappa \dot{T} \dot{s}^3$	$\kappa \dot{T} \dot{s}^3$	—	—

3.2.4.1. Curvas planas percorridas a velocidade constante

Em planta (Directriz), o eixo da estrada define-se quase exclusivamente pelos alinhamentos rectos e as curvas planas que são a clotoide e a curva circular. Considerando a curva percorrida a velocidade constante, conforme o estabelecido pelas disposições normativas no que toca à definição do traçado em planta, aplicar-se-ão as expressões anteriores (3.32) aos referidos elementos geométricos.

$V = \text{constante}$

- alinhamento recto

$$\kappa = 0$$

$$a_N = a_T = h_N = h_T = 0$$

- curva circular

$$\kappa = \frac{1}{R} = \text{constante}$$

$$\kappa' = 0$$

$$a_N = \frac{V^2}{R}$$

$$a_T = 0$$

$$h_N = 0$$

$$h_T = -\frac{V^3}{R^2}$$

- clotóide

Define-se intrinsecamente por:

$$K = \frac{s}{R \cdot L} = \frac{s}{A^2}$$

$$K' = \frac{1}{A^2} = \text{constante}$$

$$a_N = \frac{V^2}{A^2} \cdot s$$

$$a_T = 0$$

$$h_N = \frac{V^3}{A^2}$$

$$h_T = -\frac{V^3}{A^4} \cdot s^2$$

Perante estes resultados é de realçar, no caso da curva circular, a existência da sobreaceleração tangencial cuja grandeza é constante e igual a $h_T = -\frac{V^3}{R^2}$, pese embora o movimento ao longo da curva seja uniforme e portanto $a_T = 0$, do que não decorre no entanto, a anulação da sobreaceleração. Quanto à clotóide destaca-se a existência duma aceleração radial que cresce linearmente com o caminho percorrido e de duas componentes da sobreaceleração, uma normal de valor constante $\left(\frac{V^3}{A^2}\right)$ e outra tangencial que cresce com o quadrado do caminho percorrido.

3.2.4.2. Curvas planas percorridas com movimento uniformemente variado

Julgando-se pertinente, sob o ponto de vista prático, proceder à caracterização global do movimento ao longo do traçado em curva, estudar-se-à o caso da curva ser percorrida com movimento uniformemente variado.

Partindo do princípio de que toda e qualquer transição de estado se processa de forma gradual, i.e., sem variações bruscas, também as condições de marcha dum veículo se modificam gradualmente se tivermos em conta o tempo de reacção do condutor, a acção dos freios quando este pretende abrandar ou imobilizar o veículo, bem como o binário produzido pelo motor quando o condutor pretende acelerar o veículo, ou seja, nenhum destes processos ocorre de forma instantânea, ora, o mesmo se passa quando a configuração do traçado se altera, produzindo efeitos psicológicos perceptíveis ao ser humano. Este princípio explica a propensão de inúmeros condutores não manterem constante a velocidade em curva, desacelerando no primeiro terço da curva para depois voltarem a acelerar no último terço desta (Herring, 1984).

Por conseguinte se admitirmos que o primeiro terço da curva diz respeito à curva de transição (clotóide de entrada) e supondo conhecer a lei:

$$V = V(s) \tag{3.33}$$

Teremos

$$\begin{aligned}
 \dot{s} &= \frac{ds}{dt} = V(s) \\
 \ddot{s} &= \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{dV(s)}{dt} = \frac{dV(s)}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = V' \cdot V \\
 \dddot{s} &= \frac{d^3s}{dt^3} = \frac{d\ddot{s}}{dt} = \frac{d(V' \cdot V)}{dt} = \frac{dV'}{dt} \cdot V + V' \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{dV'}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot V + V' \cdot \frac{dV}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = V'' \cdot V \cdot V + V' \cdot V' \cdot V = \\
 &= (V'' \cdot V + V'^2) \cdot V
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

substituindo (3.34) nas expressões (3.22), (3.23), (3.29), (3.30) e (3.31), vem que:

$$\begin{aligned}
 V &= \dot{s} = V(s) \\
 a_T &= \ddot{s} = V' \cdot V \\
 a_N &= K \cdot \dot{s}^2 = K \cdot V^2 \\
 h_T &= (V'' \cdot V + V'^2) \cdot V - K^2 \cdot V^3 \\
 h_N &= 3 \cdot K \cdot V \cdot (V' \cdot V) + K' \cdot V^3 = 3 \cdot K \cdot V' \cdot V^2 + K' \cdot V^3
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Tratando-se de movimento uniformemente retardado, em que existe uma desaceleração j ($j > 0$) constante, a expressão da velocidade bem como da sua primeira e segunda derivada em relação ao arco (s) virão:

$$\begin{aligned}
 V(s) &= V = \sqrt{V_0^2 - 2 \cdot j \cdot s} \\
 V' &= -\frac{j}{\sqrt{V_0^2 - 2 \cdot j \cdot s}} = -\frac{j}{V} \\
 V'' &= -\frac{j^2}{(V_0^2 - 2 \cdot j \cdot s)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{j^2}{V^3}
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Onde:

V_0 [m/s] – velocidade inicial (para $s=0$)

j [m/s^2] – aceleração (constante)

s [m] – espaço percorrido sobre a curva desde o ponto onde $V=V_0$, até ao ponto considerado

Concretizando para os casos da curva circular e da clotóide percorridas com movimento uniformemente retardado, indicam-se os valores das acelerações e sobreacelerações. Substituindo (3.36) em (3.35) vem:

- curva circular

$$\begin{aligned}
 a_T &= -j \\
 a_N &= \frac{V_0^2 - 2 \cdot j \cdot s}{R}
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

$$h_T = -\frac{(V_0^2 - 2 \cdot j \cdot s)^{\frac{3}{2}}}{R^2}$$

$$h_N = -\frac{3 \cdot j \cdot \sqrt{V_0^2 - 2 \cdot j \cdot s}}{R}$$

- clotóide

$$a_T = -j$$

$$a_N = \frac{V_0^2 - 2 \cdot j \cdot s}{A^2} \cdot s$$

$$h_T = -\frac{(V_0^2 - 2 \cdot j \cdot s)^{\frac{3}{2}}}{A^4} \cdot s^2 \quad (3.38)$$

$$h_N = \frac{(V_0^2 - 2 \cdot j \cdot s)^{\frac{3}{2}}}{A^2} - \frac{3 \cdot j \cdot \sqrt{V_0^2 - 2 \cdot j \cdot s}}{A^2} \cdot s$$

Resultados igualmente obtidos por Sousa Melo (Melo, 1984) e França (França, et al., 1988).

3.2.5. EFEITO DA SOBREELEVAÇÃO E DA SUA VARIAÇÃO NOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS

3.2.5.1. Introdução

Conforme foi salientado, a realidade rodoviária é bem mais complexa do que o caso plano anteriormente apresentado. Como é sabido, a estrada é um elemento tridimensional. No entanto, o seu estudo é simplificado sendo efectuado sobre dois elementos bidimensionais, um no plano horizontal (Planta) e o outro em planos ou superfícies cilíndricas de geratrizes verticais (Perfil Longitudinal). Todavia, a definição geométrica da plataforma da estrada, só fica completa fazendo intervir uma outra peça fundamental que são os perfis transversais. Haverá então que considerar a existência da sobrelevação e da sua variação. É objectivo deste ponto a determinação dos parâmetros cinemáticos por sobreposição dos efeitos da planta e do empenamento da via provocado pela variação da inclinação transversal.

3.2.5.2. Modelo de disfarce da sobrelevação

Citando o que dizem as actuais Normas de Traçado P3-91 “A transição da sobrelevação será efectuada ao longo da curva de transição”(J.A.E., 1991), e do próprio alinhamento recto num comprimento (Ld) suficiente, que permita fazer a transição do perfil típico de duas águas para o perfil com uma determinada sobrelevação em curva circular.

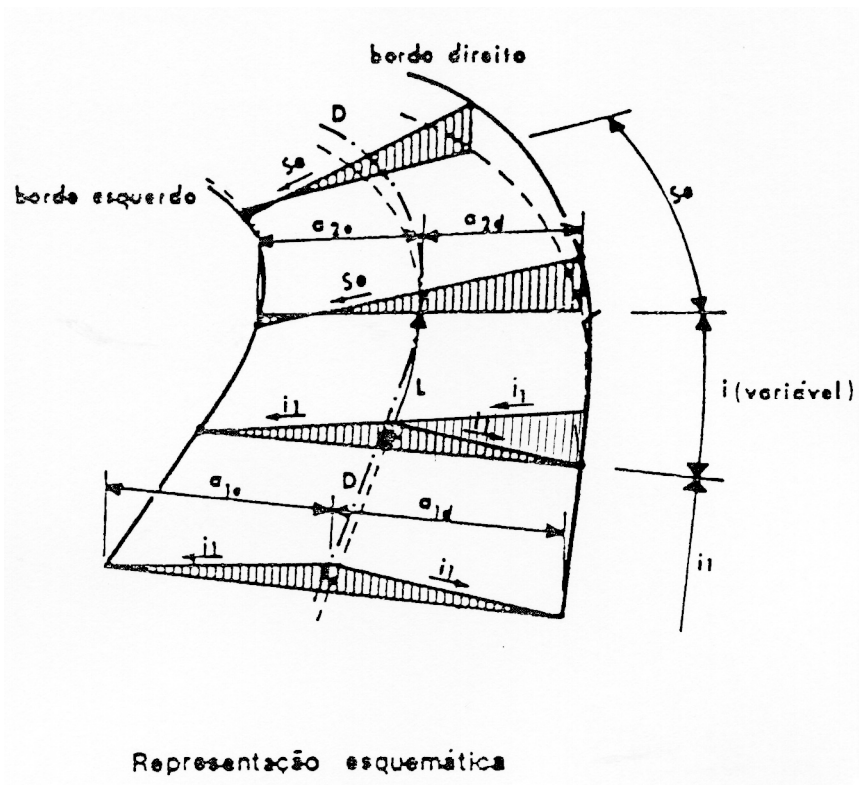


Figura 10. Representação esquemática do disfarce da sobrelevação ao longo duma curva composta. Extraído da NT P3-91 J.A.E.

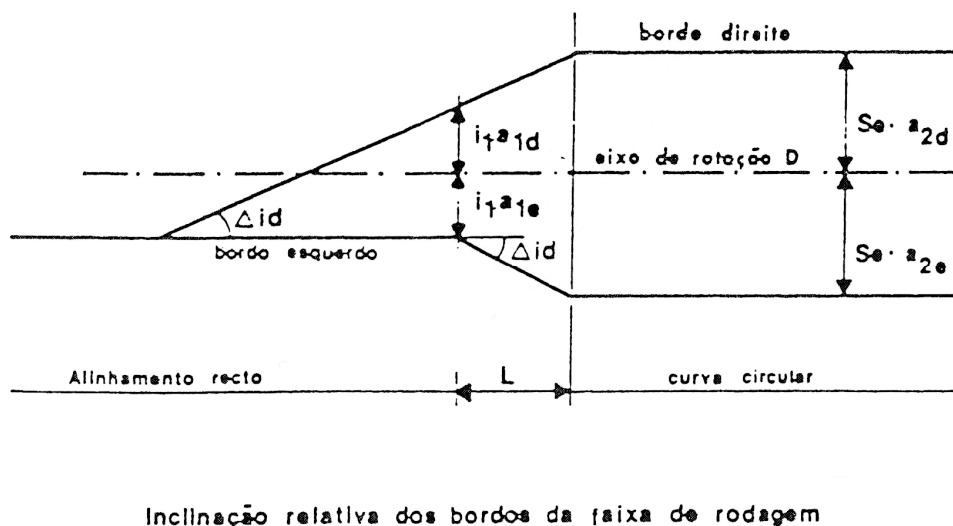


Figura 11. Diagrama da inclinação transversal relativa dos bordos da faixa de rodagem. Extraído da NT P3-91 J.A.E.

As Normas de Traçado P3-91 preconizam a rotação em torno do eixo da faixa de rodagem, no caso de estradas de 2 vias, e nas estradas com faixas de rodagem de sentido único, a rotação em torno do bordo interior de cada uma das faixas de rodagem. Na figura seguinte referem-se as diferentes possibilidades de escolha do eixo de rotação da faixa de rodagem em estradas de 2 vias.

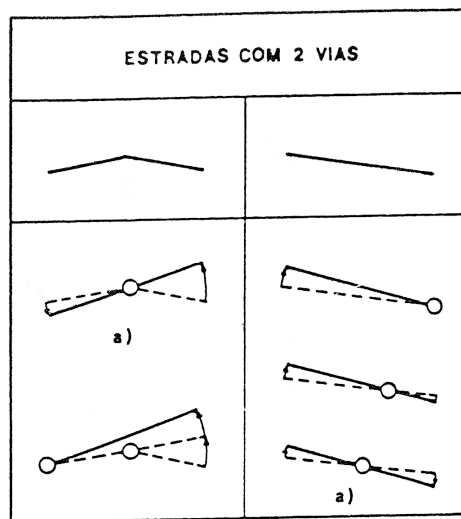


Figura 12. Possibilidades de escolha do eixo de rotação da faixa de rodagem em estradas com 2 vias. Extraído da NT P3-91 J.A.E.

Quando não há curva de transição ou quando tem um desenvolvimento inferior ao mínimo necessário para a transição da sobrelevação, as Normas de Traçado prevêm a possibilidade desta se efectuar também na curva circular. Considera-se neste estudo que o eixo de rotação se localiza no eixo da estrada.

É por demais evidente a relação de semelhança entre o conceito de sobrelevação, utilizado em estradas e o conceito de ‘escala’ (que mais não é do que um desnível em relação a um plano horizontal que contém o eixo de rotação da via) utilizado em caminhos de ferro. Por conseguinte, no que se segue, far-se-á uso desta terminologia admitindo que basta multiplicar metade da largura da faixa de rodagem (b) pela sua inclinação transversal ($\tan \alpha$) para se obter o desnível (u) do bordo em relação ao eixo e que este varia de (u_i) à entrada da clotóide, para (u_f) no final da curva de transição, conforme o esquema da figura 14.

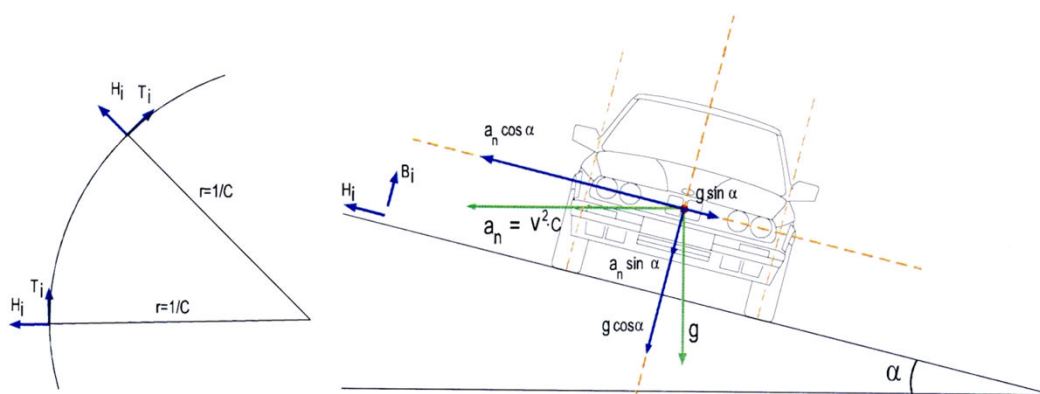


Figura 13. Equilíbrio de forças aplicadas ao veículo em movimento numa curva sobreelevada. Inclinação transversal da faixa de rodagem. Extraído de Begonha

Lei de variação da sobrelevação (escala)

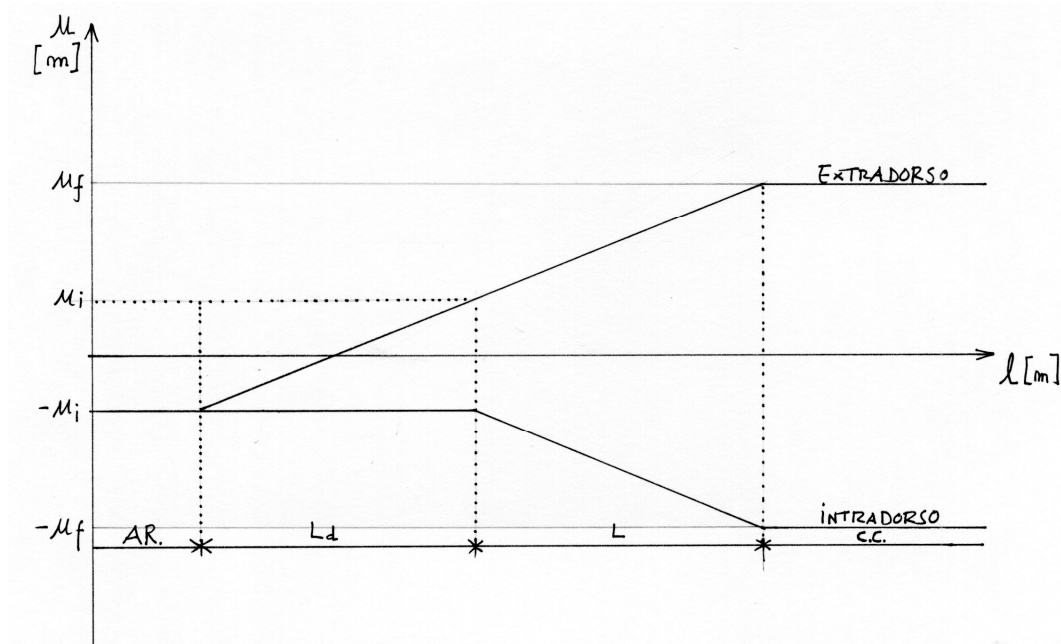


Figura 14. Variação de escala para os bordos de intradorso e extradorso da faixa de rodagem

Em estradas de duas vias as leis de variação do desnível (u) para a via de intradorso são:

$$\begin{aligned}
 u(s) &= -u_i && \text{Em alinhamento recto típico} \\
 u(s) &= -u_i && \text{Em zona de } L_d \\
 u(s) &= -u_i - \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s && \text{Em clotóide} \\
 u(s) &= -u_f && \text{Em curva circular}
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

e para a via de extradorso são:

$$\begin{aligned}
 u(s) &= -u_i && \text{Em alinhamento recto típico} \\
 u(s) &= -u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s && \text{Em zona de } L_d \\
 u(s) &= u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s && \text{Em clotóide} \\
 u(s) &= u_f && \text{Em curva circular}
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

3.2.6. ESTABELECIMENTO DAS EXPRESSÕES DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS NUM PERFIL SOBREELEVADO

Quando um veículo de massa (m) circula em curva com determinada velocidade instantânea (V), a força resultante compõe-se de três forças que actuam sobre o veículo, são elas: a força gravitacional ($P = m \cdot g$), a força centrífuga ($F_N = m \cdot a_N$) e a força motora ($F_t = m \cdot a_t$). De acordo com a figura 13, destaca-se a presença de g e o facto de H_i resultar da projecção da aceleração na direcção paralela à plataforma da estrada, assim sendo:

3.2.6.1. Aceleração

$$\alpha_i = (a_N \cdot \cos \alpha - g \cdot \sin \alpha) \cdot H_i - (a_N \cdot \sin \alpha + g \cdot \cos \alpha) \cdot B_i + a_t \cdot T_i \quad (3.41)$$

Onde todos os argumentos da expressão têm o significado anteriormente definido.

Sendo $\frac{u}{b} = \tan \alpha$,

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{u^2 + b^2}} \\ \sin \alpha = \frac{u}{\sqrt{u^2 + b^2}} \end{cases} \quad (3.42)$$

A expressão (3.41) toma a forma:

$$\alpha_i = \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2 + b^2}} - g \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2 + b^2}} \right) \cdot H_i - \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2 + b^2}} + g \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2 + b^2}} \right) \cdot B_i + \frac{dV}{dt} \cdot T_i \quad (3.43)$$

Pondo em evidência $\frac{b}{\sqrt{u^2 + b^2}}$, a expressão anterior vem:

$$\alpha_i = \frac{b}{\sqrt{u^2 + b^2}} \cdot \left[\left(K \cdot V^2 - g \cdot \frac{u}{b} \right) \cdot H_i - \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{u}{b} + g \right) \cdot B_i \right] + \frac{dV}{dt} \cdot T_i \quad (3.44)$$

Recuperando aqui a primeira forma da expressão anterior, ou seja a expressão (3.41) e derivando em relação ao arco (s), obtém-se:

$$\frac{d\alpha_i}{ds} = \frac{d}{ds} [(a_N \cdot \cos \alpha - g \cdot \sin \alpha) \cdot H_i - (a_N \cdot \sin \alpha + g \cdot \cos \alpha) \cdot B_i + a_t \cdot T_i] \quad (3.45)$$

Pelo que, de acordo com as regras da derivação e atendendo às Fórmulas de Frenet (3.15), resulta:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha_i}{ds} = \frac{d}{ds} (a_N \cdot \cos \alpha - g \cdot \sin \alpha) \cdot H_i + (a_N \cdot \cos \alpha - g \cdot \sin \alpha) \cdot (-K_e \cdot T_i + \tau \cdot B_i) - \frac{d}{ds} (a_N \cdot \sin \alpha + g \cdot \cos \alpha) \cdot B_i \\ - (a_N \cdot \sin \alpha + g \cdot \cos \alpha) \cdot (-\tau \cdot H_i) + \frac{d}{ds} \left(\frac{dV}{dt} \right) \cdot T_i + \left(\frac{dV}{dt} \right) \cdot (K_e \cdot H_i) \end{aligned} \quad (3.46)$$

Onde:

K_e é a curvatura a utilizar por considerarmos o plano inclinado da plataforma e não o plano horizontal (Borisenko citado em, Begonha ; França, 2005)

$$K_g = K \cdot \cos \alpha = K \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2 + b^2}} \quad (3.47)$$

Tendo este aspecto em consideração e outro que diz respeito ao facto da torsão ser nula $\left(\tau = \frac{d\alpha}{ds} = 0\right)$, a expressão (3.46) poderá ser escrita de forma ordenada, da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \frac{da_i}{ds} = & \left\{ (a_N \cdot \cos \alpha - g \cdot \sin \alpha) \cdot (-K \cdot \cos \alpha) + \frac{d}{ds} \left(\frac{dV}{dt} \right) \right\} \cdot T_i + \left\{ \frac{d}{ds} (a_N \cdot \cos \alpha - g \cdot \sin \alpha) + \left(\frac{dV}{dt} \right) \cdot \right. \\ & \left. K \cdot \cos \alpha \right\} \cdot H_i + \left\{ -\frac{d}{ds} (a_N \cdot \sin \alpha + g \cdot \cos \alpha) \right\} \cdot B_i \end{aligned} \quad (3.48)$$

Este resultado permitirá encontrar a expressão da sobreaceleração resultante efectuando as modificações necessárias uma vez que, como se sabe, a sobreaceleração é a variação da aceleração no tempo.

3.2.6.2. Sobreaceleração

Sabendo que $\frac{d}{ds} = \frac{d}{dt} \cdot \frac{1}{V}$, de (3.48) resulta:

$$\begin{aligned} h_i = \frac{da_i}{dt} = V \cdot \left[\left\{ (a_N \cdot \cos \alpha - g \cdot \sin \alpha) \cdot (-K \cdot \cos \alpha) + \frac{d}{dt} \cdot \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dt} \right) \right\} \cdot T_i + \left\{ \frac{d}{ds} (a_N \cdot \cos \alpha - g \cdot \right. \right. \\ \left. \left. \sin \alpha) + \left(\frac{dV}{dt} \right) \cdot K \cdot \cos \alpha \right\} \cdot H_i + \left\{ -\frac{d}{ds} (a_N \cdot \sin \alpha + g \cdot \cos \alpha) \right\} \cdot B_i \right] \end{aligned} \quad (3.49)$$

Destacando a componente tangencial T_i do vector sobreaceleração e escrevendo $\cos \alpha$ e $\sin \alpha$ em função de (u) e (b) , virá:

$$h_T = V \cdot \left\{ \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2 + b^2}} - g \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2 + b^2}} \right) \cdot \left(-K \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2 + b^2}} \right) + \frac{d^2 V}{dt^2} \cdot \frac{1}{V} \right\} \quad (3.50)$$

Ou seja:

$$h_T = \left(-K^2 \cdot V^3 \cdot \frac{b^2}{u^2 + b^2} + g \cdot K \cdot V \cdot \frac{u \cdot b}{u^2 + b^2} \right) + \frac{d^2 V}{dt^2} \quad (3.51)$$

Pondo em evidência $K \cdot V \cdot \frac{b^2}{u^2 + b^2}$ resulta por fim:

$$h_T = K \cdot V \cdot \frac{b^2}{u^2 + b^2} \cdot \left(-K \cdot V^2 + g \cdot \frac{u}{b} \right) + \frac{d^2 V}{dt^2} \quad (3.52)$$

Destacando de h_i o termo com a direcção da normal principal H_i , o que, para o caso do perfil inclinado será a direcção da plataforma, e efectuando as alterações necessárias, virá:

$$h_H = V \cdot \left\{ \frac{d}{ds} \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} - g \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) + \left(\frac{dV}{dt} \right) \cdot K \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} \right\} \quad (3.53)$$

Derivando a primeira parcela:

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} - g \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) &= \frac{d}{ds} \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) - \frac{d}{ds} \left(g \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) = \frac{dK}{ds} \cdot V^2 \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} + K \cdot \\ &\frac{dV^2}{ds} \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} + K \cdot V^2 \cdot \frac{d}{ds} \left(\frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) - g \cdot \frac{d}{ds} \left(\frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) \end{aligned} \quad (3.54)$$

Sabendo ser:

$$\begin{cases} \frac{d}{ds} \left(\frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) = - \frac{b \cdot u}{(u^2+b^2)^{3/2}} \cdot \frac{du}{ds} \\ \frac{d}{ds} \left(\frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) = \left(\frac{1}{(u^2+b^2)^{3/2}} - \frac{u^2}{(u^2+b^2)^{5/2}} \right) \cdot \frac{du}{ds} = \frac{b^2}{(u^2+b^2)^{5/2}} \cdot \frac{du}{ds} \end{cases} \quad (3.55)$$

Pode-se reescrever a expressão (3.54) substituindo as expressões (3.55):

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} - g \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) &= \frac{d}{ds} \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) - \frac{d}{ds} \left(g \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) = \frac{dK}{ds} \cdot V^2 \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} + 2 \cdot K \cdot \\ &V \cdot \frac{dV}{ds} \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} + K \cdot V^2 \cdot \frac{-b \cdot u}{(u^2+b^2)^{3/2}} \cdot \frac{du}{ds} - g \cdot \frac{b^2}{(u^2+b^2)^{5/2}} \cdot \frac{du}{ds} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Entrando com esta derivada na expressão (3.53) vem:

$$\begin{aligned} h_H &= V \cdot \left\{ \frac{dK}{ds} \cdot V^2 \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} + 2 \cdot K \cdot V \cdot \frac{dV}{ds} \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} + K \cdot V^2 \cdot \frac{-b \cdot u}{(u^2+b^2)^{3/2}} \cdot \frac{du}{ds} - g \cdot \frac{b^2}{(u^2+b^2)^{5/2}} \cdot \frac{du}{ds} + \right. \\ &\left. \left(\frac{dV}{ds} \cdot V \right) \cdot K \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} \right\} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Pondo em evidência $\frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}}$ e por fim ordenando, vem:

$$h_H = V \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} \cdot \left\{ \frac{dK}{ds} \cdot V^2 + 3 \cdot K \cdot V \cdot \frac{dV}{ds} - \left(\frac{K V^2 \cdot u + g \cdot b}{(u^2+b^2)} \right) \cdot \frac{du}{ds} \right\} \quad (3.58)$$

Destacando a componente binormal B_i do vector sobreaceleração (3.49) que para o caso em estudo (perfil sobreelevado) se dispõe segundo a direcção perpendicular à plataforma, vem atendendo às modificações necessárias:

$$h_B = -V \cdot \left\{ \frac{d}{ds} \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} + g \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) \right\} \quad (3.59)$$

Tendo em conta as expressões (3.55) a derivada anterior vem:

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} + g \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2+b^2}} \right) &= \frac{dK}{ds} \cdot V^2 \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} + 2 \cdot K \cdot V \cdot \frac{dV}{ds} \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} + K \cdot V^2 \cdot \frac{b^2}{(u^2+b^2)^{3/2}} \cdot \\ &\frac{du}{ds} - g \cdot \frac{b \cdot u}{(u^2+b^2)^{3/2}} \cdot \frac{du}{ds} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Substituindo na expressão (3.59):

$$h_B = -V \cdot \left\{ \frac{dK}{ds} \cdot V^2 \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} + 2 \cdot K \cdot V \cdot \frac{dV}{ds} \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} + K \cdot V^2 \cdot \frac{b^2}{(u^2+b^2)^{3/2}} \cdot \frac{du}{ds} - g \cdot \frac{b \cdot u}{(u^2+b^2)^{3/2}} \cdot \frac{du}{ds} \right\} \quad (3.61)$$

Simplificando e ordenando:

$$h_B = -V \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}} \cdot \left\{ \frac{dK}{ds} \cdot V^2 + 2 \cdot K \cdot V \cdot \frac{dV}{ds} + \frac{b}{u} \cdot \left(\frac{K \cdot V^2 \cdot b - g \cdot u}{(u^2+b^2)} \right) \cdot \frac{du}{ds} \right\} \quad (3.62)$$

De referir que a expressão (3.58) é idêntica à expressão obtida por Baykal (Baykal, 1996) e que juntamente com as expressões (3.52) e (3.62) apenas diferem formalmente das obtidas por Begonha (Begonha ; França, 2005).

3.2.7. APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS AOS ELEMENTOS RODOVIÁRIOS

As expressões (3.52), (3.58) e (3.62) podem ser simplificadas tendo em conta, as características do traçado ao nível do elemento geométrico considerado, nomeadamente a aplicação de sobreelevação e curvatura, bem como as condições de marcha do veículo, movimento uniforme ou uniformemente variado. Assim sendo, distinguem-se alguns casos particulares, que podem ser resumidos como se segue.

3.2.7.1. Caso 1: elemento geométrico com curvatura nula ($K = 0$)

Curvatura nula e inclinação transversal constante

Alinhamento recto típico

$$K = 0$$

$$\frac{dK}{ds} = 0 \quad (3.63)$$

Recuperando aqui as expressões (3.39) e (3.40):

$$u(s) = -u_i \text{ (extradorso)}$$

$$u(s) = -u_i \text{ (intradorso)}$$

$$\frac{du}{ds} = 0$$

Substituindo (3.63) nas expressões (3.44), (3.52), (3.58) e (3.62) vem:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_N = \frac{b}{\sqrt{u_i^2 + b^2}} \cdot \left(g \cdot \frac{u_i}{b} \right) = \frac{u_i}{\sqrt{u_i^2 + b^2}} \cdot g \\ a_B = \frac{b}{\sqrt{u_i^2 + b^2}} \cdot (-g) = -\frac{g \cdot b}{\sqrt{u_i^2 + b^2}} \\ a_T = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{ds} \cdot V = -j \text{ (4.36)} \\ h_T = h_H = h_B = 0 \end{array} \right. \quad (3.64)$$

Para velocidade constante (movimento uniforme), (3.64) vem:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_N = \frac{b}{\sqrt{u_i^2 + b^2}} \cdot \left(g \cdot \frac{u_i}{b} \right) = \frac{u_i}{\sqrt{u_i^2 + b^2}} \cdot g \\ a_B = \frac{b}{\sqrt{u_i^2 + b^2}} \cdot (-g) = -\frac{g \cdot b}{\sqrt{u_i^2 + b^2}} \\ a_T = h_T = h_H = h_B = 0 \end{array} \right. \quad (3.65)$$

Curvatura nula e inclinação transversal variável

Alinhamento recto em zona de L_d

$$K = 0$$

$$\frac{dK}{ds} = 0$$

Recuperando aqui a expressão (3.40), (3.66)

$$u(s) = -u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s; \quad \frac{du}{ds} = \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \text{ (extradorso)}$$

Para velocidade constante, substituindo (3.66) nas expressões (3.44), (3.52), (3.58) e (3.62) vem que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_N = \frac{b}{\sqrt{\left(-u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s\right)^2 + b^2}} \cdot \left(-g \cdot \frac{\left(-u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s\right)}{b} \right) \\ \alpha_B = \frac{b}{\sqrt{\left(-u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s\right)^2 + b^2}} \cdot (-g) = -\frac{g \cdot b}{\sqrt{\left(-u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s\right)^2 + b^2}} \\ \alpha_T = \frac{dV}{dt} = 0 \\ h_T = 0 \\ h_H = V \cdot \frac{b}{\sqrt{\left(-u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s\right)^2 + b^2}} \cdot \left\{ -\frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot \left(\frac{g \cdot b}{\left(-u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s\right)^2 + b^2} \right) \right\} \\ h_B = -V \cdot \frac{\left(-u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s\right)}{\sqrt{\left(-u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s\right)^2 + b^2}} \cdot \left\{ \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot \left(\frac{-g \cdot b}{\left(-u_i + \frac{2 \cdot u_i}{L_d} \cdot s\right)^2 + b^2} \right) \right\} \end{array} \right. \quad (3.67)$$

3.2.7.2. Caso 2: elemento geométrico com curvatura constante (K)

Curvatura constante e inclinação transversal constante

Curva circular

$K = \frac{1}{R}$ onde R é o raio de curvatura

$$\frac{dK}{ds} = 0$$

Recuperando aqui as expressões (3.39) e (3.40),

(3.68)

$$u(s) = u_f \text{ (extradorso)}$$

$$u(s) = -u_f \text{ (intradorso)}$$

$$\frac{du}{ds} = 0$$

Para velocidade constante, substituindo (3.68) nas expressões (3.44), (3.52), (3.58) e (3.62) vem que:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_N = \frac{b}{\sqrt{u_f^2 + b^2}} \cdot \left(\frac{V^2}{R} - g \cdot \frac{u_f}{b} \right) \\ a_B = \frac{b}{\sqrt{u_f^2 + b^2}} \cdot \left\{ - \left(\frac{V^2}{R} \cdot \frac{u_f}{b} + g \right) \right\} \\ a_T = \frac{dV}{dt} = 0 \\ h_T = \frac{b^2}{u_f^2 + b^2} \cdot \left(- \frac{V^3}{R^2} + \frac{g \cdot V}{R} \cdot \frac{u_f}{b} \right) \\ h_H = 0 \\ h_B = 0 \end{array} \right. \quad (3.69)$$

3.2.7.3. Caso 3: curvatura variável

Curvatura variável e inclinação transversal variável

Clotóide

$$K = \frac{s}{R \cdot L} = \frac{s}{A^2}$$

$$\frac{dK}{ds} = \frac{1}{A^2} = \text{constante}$$

Recuperando aqui as expressões (3.39) e (3.40):

$$u(s) = -u_i - \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s; \quad \frac{du}{ds} = \frac{(u_i - u_f)}{L} \quad (\text{intradorso})$$

$$u(s) = u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s; \quad \frac{du}{ds} = \frac{(u_f - u_i)}{L} \quad (\text{extradorso})$$

Para velocidade constante, substituindo (3.70) nas expressões (3.44), (3.52), (3.58) e (3.62) vem que:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_N = \frac{b}{\sqrt{\left(u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s\right)^2 + b^2}} \cdot \left(\frac{s \cdot V^2}{A^2} - g \cdot \frac{u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s}{b} \right) \\ a_B = \frac{b}{\sqrt{\left(u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s\right)^2 + b^2}} \cdot \left\{ - \left(\frac{s \cdot V^2}{A^2} \cdot \frac{\left(u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s\right)}{b} + g \right) \right\} \\ a_T = \frac{dV}{dt} = 0 \\ h_T = \frac{b^2}{\left(u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s\right)^2 + b^2} \cdot \left(- \frac{s^2}{A^4} \cdot V^3 + g \cdot V \cdot \frac{s}{A^2} \cdot \frac{u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s}{b} \right) \\ h_H = \frac{V \cdot b}{\sqrt{\left(u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s\right)^2 + b^2}} \cdot \left\{ \frac{V^2}{A^2} - \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot \left(\frac{\frac{s \cdot V^2 \cdot \left(u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s\right)}{A^2} + g \cdot b}{\left(u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s\right)^2 + b^2} \right) \right\} \\ h_B = -V \cdot \frac{u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s}{\sqrt{\left(u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s\right)^2 + b^2}} \cdot \left\{ \frac{V^2}{A^2} + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot \frac{b}{u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s} \cdot \left(\frac{\frac{s \cdot V^2 \cdot b}{A^2} - g \cdot \left(u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s\right)}{\left(u_i + \frac{(u_f - u_i)}{L} \cdot s\right)^2 + b^2} \right) \right\} \end{array} \right. \quad (3.71)$$

3.3. GRAU DE INCOMODIDADE GLOBAL

Conforme salientado por França (França, et al., 1988), a sobreaceleração global, isto é, a norma do vector sobreaceleração, definida como o grau de incomodidade global (J), deve ser calculado como a composição das três componentes da sobreaceleração:

$$J = \|h_i\| = \sqrt{h_T^2 + h_H^2 + h_B^2} \quad (3.72)$$

Ficando desta forma definidas as expressões dos parâmetros cinemáticos atendendo aos efeitos combinados da planta/perfil transversal, excluindo para já a influência do perfil longitudinal uma vez que como teremos oportunidade de ver, quer em trainel quer em concordância, o seu efeito no cálculo do grau de incomodidade global é diminuto e portanto desprezável.

3.4. INFLUÊNCIA DO ESFORÇO DE TRACÇÃO NO CÁLCULO DOS PARÂMETROS CINEMÁTICOS

Conforme se pôde verificar, na determinação das expressões dos parâmetros cinemáticos não se fez intervir, pelo menos de forma explícita, a parcela relativa ao esforço de tracção produzido pelo motor e desenvolvido na periferia da roda motriz. A explicação para este aparente lapso é simples: se o objectivo da determinação das expressões dos parâmetros cinemáticos é ter uma medida de conforto

ou desconforto a que os ocupantes dum veículo estão sujeitos quando circulam em estrada, então facilmente se percebe que, existindo uma relação bem definida entre o esforço de tracção e o binário motor, a aceleração a que o veículo e ocupantes ficam sujeitos resulta do binário produzido pelo motor e por conseguinte, do esforço de tracção necessário para pôr o veículo em marcha e possível de ser mobilizado ao nível do contacto pneumático-pavimento. Para que haja movimento o esforço de tracção deverá exceder o somatório das resistências a considerar no movimento da viatura, portanto, o esforço de tracção necessário para vencer a resistência total ao movimento é em primeiro lugar transferido para o motor, que por sua vez produz um binário, impulsionando o veículo.

Em suma, o esforço de tracção é directamente transferido ao motor, sendo que os ocupantes do veículos apenas sentem a aceleração que impulsiona o veículo. Podemos então admitir com facilidade, que o esforço de tracção se encontra incluído na parcela $a_t = dV/dt$.

No entanto, em determinadas circunstâncias a quantificação do esforço de tracção no cálculo dos parâmetros cinemáticos terá implicações, nomeadamente na direcção que o vector da aceleração resultante assumirá, podendo inclusivamente anular o efeito benéfico da sobrelevação como termos oportunidade de analisar.

Neste estudo as resistências a considerar no movimento da viatura são:

- a resistência ao movimento W_m
- a resistência devida às acelerações W_j
- a resistência devida às inclinações W_i
- a resistência ao ar W_{ar}

sendo que, as três primeiras tratando-se de resistências específicas vêm expressas em [Kgf/ton] e a resistência ao ar em [Kgf]. (França, 1995a)

A resistência total à tracção é dada pela soma das resistências parciais, sendo o esforço de tracção φ [Kgf] dado pela seguinte expressão:

$$\varphi = P(W_m \pm W_i \pm W_j) + W_{ar} \quad (3.73)$$

Onde;

P [ton] – peso do veículo

Ainda de acordo com França (França, 1995a), as resistências parciais poderão assumir os seguintes valores:

$$W_m=20$$

$$W_i=i$$

$$W_j=110j$$

$$W_{ar}=0,064 \cdot \mu \cdot S \cdot v^2$$

Onde;

i [mm/m] – inclinação do trainel

j [m/s²] – aceleração do movimento

μ [adimensional] – coeficiente de forma

S [m²] – superfície frontal do veículo

v [m/s] – velocidade relativa do veículo

substituindo (4.74) em (4.73) e atendendo a que no Sistema de Unidades Internacional, a força vem expressa em Newtons [N]:

$$\varphi = m \cdot g \cdot (0,02 \pm i \pm 0,110 \cdot j) + 0,625 \cdot \mu \cdot S \cdot v^2 \quad (3.75)$$

No sentido de perceber o efeito da quantificação do esforço de tracção no equilíbrio global das forças que actuam sobre um veículo circulando em curva num plano sobreelevado com determinada velocidade, atente-se na seguinte representação:

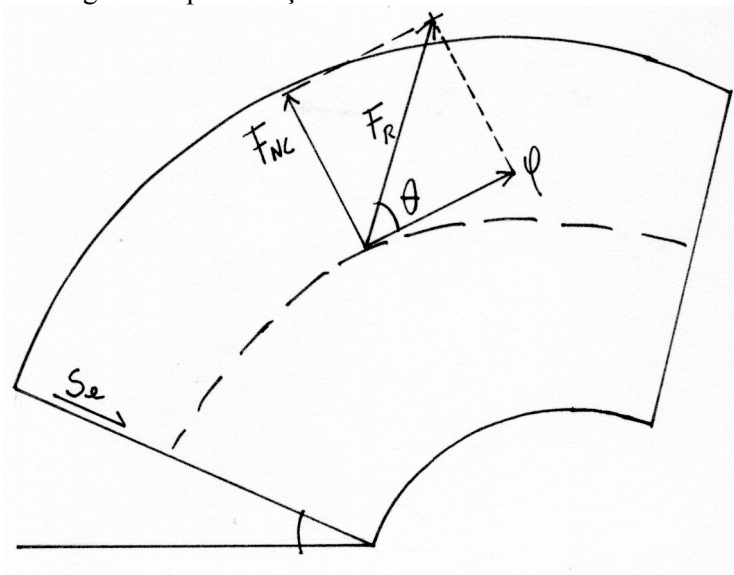


Figura 15 Resultante das forças aplicadas ao veículo numa curva sobreelevada

A resultante (F_R) das forças surge desviada de um ângulo θ em relação à tangente à trajectória do veículo. O que explica a propensão dos veículos quando entram em despiste, saírem enviesados da sua trajectória.

O condutor de modo a manter a velocidade constante é obrigado a acelerar o veículo para que sejam vencidas as resistências ao movimento, do que resulta a consideração duma aceleração j no cálculo do esforço de tracção, ainda que a velocidade do veículo seja constante.

O objectivo deste estudo será a determinação da sobreelevação real (Se_{real}) existente na direcção em que o veículo poderá entrar em despiste, ou seja, na direcção (θ) da resultante das forças, em situações que podem comprometer o efeito benéfico da sobreelevação (Se). Nesse sentido são de destacar duas situações distintas.

1ª situação: em patamar ($i = 0$)

$V=50$ km/h

$R=RA=85$ m

$Se=7\%$

$j=1,5$ m/s²

Sendo a força centrífuga não compensada pela sobreelevação, dada pela expressão:

$$F_{NC} = m \cdot a_{NC} = m \cdot \left(\frac{v^2}{R} - g \cdot Se \right)$$

Para um veículo de 1000 kg de massa (m), 1,8 m² de superfície frontal (S) e admitindo um valor de 0,5 para o coeficiente de forma, exprimindo a velocidade em Km/h ($v = \frac{V}{3,6}$), vem:

$$\begin{cases} F_{NC} = 1000 \cdot \left(\frac{50^2}{3,6^2 \cdot 85} - 9,81 \cdot 0,07 \right) = 1583,1 \text{ N} \\ \varphi = 1000 \cdot 9,81 \cdot (0,02 + 0,110 \cdot 1,5) + 0,625 \cdot 0,5 \cdot 1,8 \cdot \left(\frac{50}{3,6} \right)^2 = 1923,4 \text{ N} \end{cases}$$

Resultando,

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_{NC}}{\varphi} \right) = 39,45^\circ$$

Se admitir-mos $j = 3 \text{ m/s}^2$ como um valor cómodo (Kraemer et. al., cit. Begonha ; França, 2005), tolerável pela generalidade dos condutores, mantendo as restantes condições, vem:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_{NC}}{\varphi} \right) = 21,72^\circ$$

Ou seja, a resultante (R) aproxima-se da tangente à trajectória ao colocar-se o veículo em marcha com acelerações próximas do limite tolerável.

Em termos de segurança, determinar-se-à a sobrelevação real existente tendo em conta as condições de marcha (esforço de tracção) consideradas, que podem comprometer o efeito benéfico da sobrelevação.

Assim sendo, admitindo que o veículo circula sobre o eixo da estrada (perfeitamente horizontal) e que em determinado instante do seu percurso se encontra sobre um ponto P osculador da curva circular, rectificando:

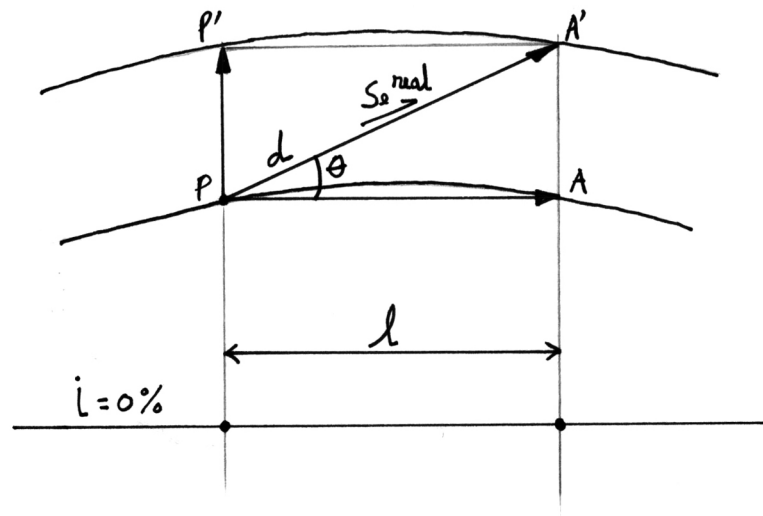


Figura 16. Representação esquemática da faixa de rodagem de uma curva em planta

$$\begin{cases} z_{P'} = z_P + Se \cdot a \\ z_{A'} = z_A + Se \cdot a \end{cases}$$

$$z_{P'} = z_{A'}$$

a [m] – 1/2 faixa de rodagem (7 m)

$$l = \frac{a}{\tan \theta} = \frac{3,5}{\tan 21,72} = 8,79 \text{ m}$$

A distância percorrida na direção da resultante vem:

$$d = PA' = \sqrt{a^2 + l^2} = 9,46 \text{ m}$$

Dividindo o desnível entre os pontos considerados pela distância correspondente, resulta:

$$Se_{real} = \frac{\Delta z_{PA'}}{d}$$

$$\Delta z_{PA'} = z_{A'} - z_P = Se \cdot a$$

Substituindo:

$$Se_{real} = Se \cdot \frac{a}{d} = 0,07 \cdot \frac{3,5}{9,46} = 0,026 = 2,6\% < 7\%$$

2ª situação: em trainel ($i = -8\%$)

$V = 120 \text{ km/h}$

$R = RA = 700 \text{ m}$

$Se = 7\%$

$j = 1,5 \text{ m/s}^2$

Considere-se agora a situação em que a curva se encontra em trainel e que o movimento do veículo é feito no sentido da descida. Neste caso a resistência devida às inclinações transforma-se numa força motriz, isto é, numa força que deve ser considerada negativa como resistência.

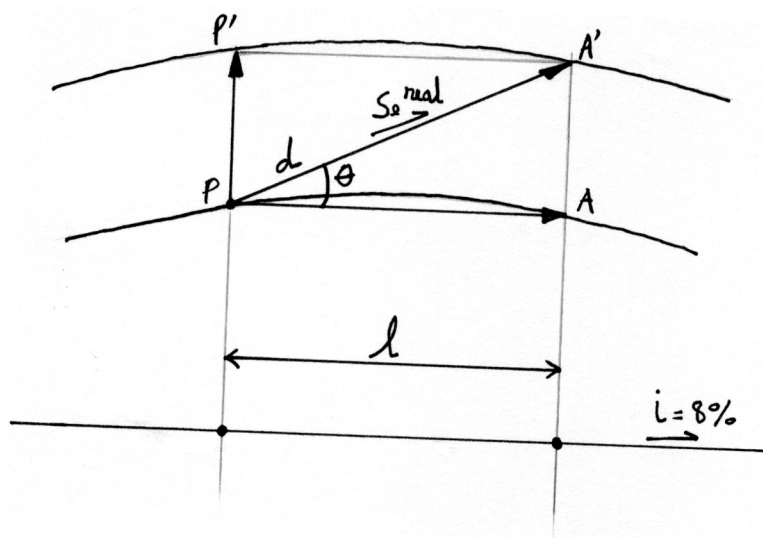


Figura 17. Representação esquemática da faixa de rodagem duma curva circular em trainel

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{NC} = 1000 \cdot \left(\frac{120^2}{3,6^2 \cdot 85} - 9,81 \cdot 0,07 \right) = 900,6 \text{ N} \\ \varphi = 1000 \cdot 9,81 \cdot (0,02 - 0,08 + 0,110 \cdot 1,5) + 0,625 \cdot 0,5 \cdot 1,8 \cdot \left(\frac{120}{3,6} \right)^2 = 1655,1 \text{ N} \end{array} \right.$$

Resultando,

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_{NC}}{\varphi} \right) = 28,55^\circ$$

$$z_A = z_P \pm i \cdot l$$

$$z_{A'} = z_A + Se \cdot a$$

$$l = \frac{a}{\tan \theta} = \frac{3,5}{\tan 28,55} = 6,43 \text{ m}$$

$$d = \overline{PA'} = \sqrt{a^2 + l^2} = 7,32 \text{ m}$$

$$\Delta z_{PA'} = z_{A'} - z_P = z_A + Se \cdot a - z_P = (z_P \pm i \cdot l) + Se \cdot a - z_P$$

$$Se_{real} = \frac{\Delta z_{PA'}}{d} = \frac{\pm i \cdot l + Se \cdot a}{d}$$

Para $i = -8\%$

$$Se_{real} = -0,037 = -3,7 \%$$

Resultados perfeitamente esclarecedores quanto ao efeito da consideração do esforço de tracção no equilíbrio das forças que actuam sobre o veículo, na medida em que, o efeito benéfico da sobre elevação (Se), em particular nesta última situação é totalmente anulado. Por conseguinte, o efeito combinado de fortes acelerações e inclinações de trainel excessivas, pode conduzir a situações preocupantes não só do ponto de vista da comodidade mas também do ponto de vista da segurança, conforme foi demonstrado.

No Anexo A encontram-se as expressões dos parâmetros cinemáticos entrando em linha de conta com o esforço de tracção, todavia é opinião do autor, que o seu efeito no valor da sobreaceleração (J) é desprezável.

4

EFEITO DO PERFIL LONGITUDINAL

Consubstanciando o que anteriormente foi dito acerca do assunto, comparar-se-ão os resultados obtidos a partir das expressões dos parâmetros cinemáticos (3.69) e (3.71) anteriormente obtidas, respectivamente, para a curva circular e clotóide percorridas a velocidade constante, com as expressões dos parâmetros cinemáticos considerando o efeito de toda a geometria rodoviária obtidas por Begonha (Begonha ; França, 2005).

Para a curva circular foi estudada a gama de velocidades de projecto consideradas nas Normas da J.A.E.. Para cada uma foram estudados 6 diferentes raios de curvatura, com intervalos entre eles, de metade da diferença entre os respectivos raio mínimo normal e raio mínimo absoluto.

Como se pretende analisar em termos numéricos o efeito do perfil longitudinal no cálculo da sobreaceleração global, no caso da clotóide limitou-se o estudo a um menor número de situações. Foram definidas, para uma velocidade de projecto de 70 km/h, doze combinações de parâmetros (A) e raios mínimos de curvatura (R) com base num critério de pré-dimensionamento $\left(S_{teórico,máx} = \frac{v^3}{R^2}\right)$.

No que respeita ao perfil longitudinal, optou-se por considerar três situações distintas:

- 1º - a curva em planta (curva circular ou clotóide) é longitudinalmente plana.
- 2º - a curva circular (ou a clotóide) situa-se em trainel com uma inclinação de 8 %.
- 3º - a curva circular (ou a clotóide) sobrepõe-se a uma concordância vertical de raio 2000 m.

Na terceira situação (em concordância) considerou-se ainda que a abordagem da curva é feita no sentido da descida, situação que tenderá a agravar a componente tangencial da sobreaceleração, conforme demonstrado por França (França, et al., 1988).

Para não avolumar excessivamente este trabalho, limitou-se a exposição dos resultados a três situações de diferentes velocidades de projecto (curva circular) e à totalidade das situações previstas para a clotóide, resumidas nos dois quadros seguintes.

Quadro 8. Comparação dos valores dos parâmetros cinemáticos em curva circular. Influência do perfil longitudinal

				(3.69)												Begonha													
				i = 0 %						i = 8 %						Rv = 2000 m													
				h _r	h _{HI}	h _B	h _r	h _{HI}	h _B	h _r	h _{HI}	h _B	h _r	h _{HI}	h _B	h _r	h _{HI}	h _B											
Vp (km/h)	Vp (m/s)	R (m)	u / b = Se	h _r	h _{HI}	h _B	h _r	h _{HI}	h _B	h _r	h _{HI}	h _B	h _r	h _{HI}	h _B	Δh _r (%)	J (3.72)	J _{Begonha}	ΔJ (%)										
40	11,11	55,0000	7,00%	-0,31321	0,00000	0,00000	-0,31321	0,00000	0,00000	-0,36669	-0,00001	-0,00447	17,07	0,31321	0,36671	17,08													
		82,5000	7,00%	-0,10852	0,00000	0,00000	-0,10852	0,00000	0,00000	-0,16200	-0,00001	-0,00447	49,28	0,10852	0,16207	49,33													
		110,0000	7,00%	-0,04379	0,00000	0,00000	-0,04379	0,00000	0,00000	-0,09727	-0,00001	-0,00447		0,04379	0,09737														
		137,5000	7,00%	-0,01698	0,00000	0,00000	-0,01698	0,00000	0,00000	-0,07046	-0,00001	-0,00447		0,01698	0,07060														
		165,0000	7,00%	-0,00412	0,00000	0,00000	-0,00412	0,00000	0,00000	-0,05760	-0,00001	-0,00447		0,00412	0,05777														
70	19,44	192,5000	7,00%	0,00261	0,00000	0,00000	0,00261	0,00000	0,00000	-0,05087	-0,00001	-0,00447		0,00261	0,05107														
		180,0000	7,00%	-0,15198	0,00000	0,00000	-0,15198	0,00000	0,00000	-0,24435	-0,00001	-0,00812	60,78	0,15198	0,24449	60,87													
		265,0000	7,00%	-0,05404	0,00000	0,00000	-0,05404	0,00000	0,00000	-0,14641	-0,00001	-0,00812	170,95	0,05404	0,14663	171,37													
		350,0000	7,00%	-0,02176	0,00000	0,00000	-0,02176	0,00000	0,00000	-0,11413	-0,00001	-0,00812		0,02176	0,11442														
		435,0000	7,00%	-0,00812	0,00000	0,00000	-0,00812	0,00000	0,00000	-0,10049	-0,00001	-0,00812		0,00812	0,10082														
		520,0000	7,00%	-0,00150	0,00000	0,00000	-0,00150	0,00000	0,00000	-0,09388	-0,00001	-0,00812		0,00150	0,09423														
		605,0000	6,00%	-0,00116	0,00000	0,00000	-0,00116	0,00000	0,00000	-0,09354	-0,00001	-0,00812		0,00116	0,09389														
		700,0000	5,50%	-0,04974	0,00000	0,00000	-0,04974	0,00000	0,00000	-0,20211	-0,00001	-0,01536	306,31	0,04974	0,20269	307,48													
		850,0000	5,00%	-0,03195	0,00000	0,00000	-0,03195	0,00000	0,00000	-0,18431	-0,00001	-0,01536	476,93	0,03195	0,18495	478,93													
		1000,0000	4,50%	-0,02228	0,00000	0,00000	-0,02228	0,00000	0,00000	-0,17464	-0,00001	-0,01536		0,02228	0,17532														
		1150,0000	4,50%	-0,01518	0,00000	0,00000	-0,01518	0,00000	0,00000	-0,16754	-0,00001	-0,01536		0,01518	0,16825														
		1300,0000	4,00%	-0,01183	0,00000	0,00000	-0,01183	0,00000	0,00000	-0,16420	-0,00001	-0,01536		0,01183	0,16492														
		1450,0000	3,50%	-0,00971	0,00000	0,00000	-0,00971	0,00000	0,00000	-0,16208	-0,00001	-0,01536		0,00971	0,16280														

Quadro 9. Comparação dos valores dos parâmetros cinemáticos em clótoide. Influência do perfil longitudinal

					Begonha																											
					(3.71)						i = 0 %										i = 8 %						Rv = 2000 m					
					Vp	v (m/s)	R (m)	A	u / b = Se	h _T	h _H	h _B	h _T	h _H	h _B	h _T					h _H	h _B	h _T	h _H	h _B	h _T	h _H	h _B	Δh _T (%)	J (3.72)	J _{Begonha}	ΔJ (%)
50	13,88889	120,00	50	7,00%	-0,10606	0,77356	-0,10226	-0,10606	0,77356	-0,07497	-0,10606	0,77356	0,19339	-0,01874	-0,10606	0,19339	0,77356	-0,07497	-0,17267	0,77355	-0,08062	62,81	0,78746	0,79668	1,17							
			100	7,00%	-0,10606	0,19339	-0,02556	-0,10606	0,19339	-0,01874	-0,10606	0,19339	0,19339	-0,01874	-0,10606	0,19338	-0,02439	62,81	0,22204	0,26040	17,28											
			150	7,00%	-0,10606	0,08595	-0,01136	-0,10606	0,08595	-0,00833	-0,10606	0,08595	0,08594	-0,01398									0,13698	0,19338								
		180,00	50	7,00%	-0,02956	0,62748	-0,09203	-0,02956	0,62748	-0,07492	-0,02956	0,62748	0,62747	-0,08057									0,63488	0,63989								
			100	7,00%	-0,02956	0,15687	-0,02301	-0,02956	0,15687	-0,01873	-0,02956	0,15687	0,15686	-0,02438									0,16128	0,18561								
			150	7,00%	-0,02956	0,06972	-0,01023	-0,02956	0,06972	-0,00832	-0,02956	0,06971	-0,01397										0,07641	0,11960								
		350,00	50	7,00%	0,00535	0,21360	-0,06306	0,00535	0,21360	-0,07478	0,00535	0,21360	-0,08043	-1244,41	0,22278	0,23631	6,07															
			100	7,00%	0,00535	0,05340	-0,01576	0,00535	0,05340	-0,01869	0,00535	0,05339	-0,02434	-1244,41	0,05594	0,08483	51,66															
			150	7,00%	0,00535	0,02373	-0,00701	0,00535	0,02373	-0,00831	0,00535	0,02373	-0,01396										0,02532	0,06716								
		250,00	50	7,00%	-0,00469	0,45706	-0,08010	-0,00469	0,45706	-0,07486	-0,00469	0,45705	-0,08051										0,46405	0,46954								
			100	7,00%	-0,00469	0,11427	-0,02003	-0,00469	0,11427	-0,01871	-0,00469	0,11426	-0,02436										0,11610	0,13687								
			150	7,00%	-0,00469	0,05078	-0,00890	-0,00469	0,05078	-0,00832	-0,00469	0,05078	-0,01397										0,05177	0,08865								

Em face dos resultados obtidos poder-se-á desde já concluir que, a consideração do efeito do perfil longitudinal no cálculo da sobreaceleração global é desprezável (conforme se havia adiantado).

Quando a curva em planta se situar em trainel ($i = 8\%$) o valor da sobreaceleração tangencial não sofre qualquer alteração relativamente àquele que teria se estivesse localizada em patamar ($i = 0\%$).

O mesmo se não passa quando a curva em planta se sobrepõe a uma concordância vertical. Citando França, “de facto, neste último caso existe uma variação da inclinação que tenderá a introduzir alterações no valor da sobreaceleração tangencial, por variar no tempo o valor da componente da aceleração da gravidade segundo a direcção da trajectória” (França, et al., 1988). Conforme se pode verificar, ocorrem importantes variações percentuais do valor da sobreaceleração tangencial, principalmente para valores mais elevados do raio (R) da curva circular em planta, que ficam a dever-se ao facto dessa curva à medida que cresce o seu raio de curvatura, perder expressividade quando a esta se sobrepõe uma concordância vertical de raio (R_v). Considerando este igual a 2000 m, valor muito inferior ao mínimo preconizado nas Normas de Traçado para concordâncias côncavas e velocidades de tráfego a partir dos 70 km/h, (a que corresponde uma velocidade base de 50 km/h). Todavia, em termos de valores absolutos da sobreaceleração, estamos ainda muito longe do máximo admissível preconizado nas actuais Normas de Traçado da J.A.E. de $0,5 \text{ m/s}^3$ (valor este, que não entra em linha de conta com a sobreaceleração tangencial).

5

EFEITO DA SOBREELEVAÇÃO E DA SUA VARIAÇÃO NO CÁLCULO DO GRAU DE INCOMODIDADE GLOBAL

5.1. EFEITO DA SOBREELEVAÇÃO

Com o objectivo de avaliar o efeito da sobrelevação no cálculo do grau de incomodidade global (J) confrontaram-se duas situações distintas, uma sem introdução de sobrelevação ($u_i=u_r=0$) e a outra com sobrelevação de 7% ($u_i=u_r=0,07b$), tanto em curva circular como em clóide.

No que respeita à curva circular, foram referenciadas todas as situações correspondentes à gama de velocidades base prevista pela norma portuguesa P3-94 e respectivos raios mínimos absolutos por conduzirem a cenários mais desfavoráveis em termos dinâmicos. Os resultados encontram-se coligidos no quadro seguinte. De referir que as todas as parcelas expressas no referido quadro foram determinadas pelas expressões (3.69) e (3.72).

Quadro 10. Influência da sobrelevação no cálculo dos parâmetros cinemáticos em curva circular

V_{BASE} [km/h]	V [m/s]	R [m]	$u / b = Se = 0$					$u / b = Se = 7\%$					ΔJ (%)	
			h_H	h_T	h_B	J [m/s ³]	h_H	h_T	h_B	J [m/s ³]	Δh_T (%)	Δh_B (%)		
40	11,11	55	0	-0,45347	0	0,45347	0	-0,31321	0	0,31321	-31	-31	-31	
50	13,89	85	0	-0,37082	0	0,37082	0	-0,25735	0	0,25735	-31	-31	-31	
60	16,67	130	0	-0,27394	0	0,27394	0	-0,18500	0	0,18500	-32	-32	-32	
70	19,44	180	0	-0,22690	0	0,22690	0	-0,15198	0	0,15198	-33	-33	-33	
80	22,22	240	0	-0,19052	0	0,19052	0	-0,12632	0	0,12632	-34	-34	-34	
90	25,00	320	0	-0,15259	0	0,15259	0	-0,09846	0	0,09846	-35	-35	-35	
100	27,78	420	0	-0,12150	0	0,12150	0	-0,07572	0	0,07572	-38	-38	-38	
110	30,56	560	0	-0,09097	0	0,09097	0	-0,05324	0	0,05324	-41	-41	-41	
120	33,33	700	0	-0,07559	0	0,07559	0	-0,04268	0	0,04268	-44	-44	-44	
130	36,11	900	0	-0,05813	0	0,05813	0	-0,03043	0	0,03043	-48	-48	-48	
140	38,89	1200	0	-0,04084	0	0,04084	0	-0,01850	0	0,01850	-55	-55	-55	

Conforme se pode verificar, independentemente das importantes variações percentuais, o valor obtido para o grau de incomodidade global situa-se muito abaixo do limite máximo admissível de 0,5 m/s³, exceptuando talvez a situação correspondente à velocidade base de 40 km/h, que se aproxima desse valor (0,45 m/s³ – sem sobrelevação). Conquanto o efeito da introdução de sobrelevação conduza a uma redução de 30% desse valor (0,31 m/s³ – sobrelevação de 7%) é opinião do autor que o efeito da introdução de sobrelevação, não sendo negligenciável, tem uma expressão muito reduzida no cálculo da sobreaceleração e consequentemente no valor do grau de incomodidade global.

Para a clotóide foram estudadas 12 combinações de parâmetros e raios mínimos, expressas nas duas primeiras colunas do quadro seguinte. Admitiu-se uma velocidade de circulação constante igual a 72 km/h (20 m/s).

Quadro 11. Cálculo das taxas de variação da sobrelevação correspondentes a cada clotóide

R (m)	A (m)	L (m)	dSe/ds [%/m]	dSe/dt [%/s]	V' [m/s]	av [m/s ²]	t [s]	h _v [m/s ³]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
120,0000	50	20,8333	0,336	6,720	0,235	0,01581	1,04	0,01517
	100	83,3333	0,084	1,680	0,059	0,00099	4,17	0,00024
	150	187,5000	0,037	0,747	0,026	0,00020	9,38	0,00002
180,0000	50	13,8889	0,504	10,080	0,353	0,03556	0,69	0,05121
	100	55,5556	0,126	2,520	0,088	0,00222	2,78	0,00080
	150	125,0000	0,056	1,120	0,039	0,00044	6,25	0,00007
350,0000	50	7,1429	0,980	19,600	0,686	0,13446	0,36	0,37648
	100	28,5714	0,245	4,900	0,172	0,00840	1,43	0,00588
	150	64,2857	0,109	2,178	0,076	0,00166	3,21	0,00052
250,0000	50	10,0000	0,700	14,000	0,490	0,06860	0,50	0,13720
	100	40,0000	0,175	3,500	0,123	0,00429	2,00	0,00214
	150	90,0000	0,078	1,556	0,054	0,00085	4,50	0,00019

Mais adiante explicar-se-á o significado de cada uma das colunas do quadro. Para já refira-se que as linhas a sombreado correspondem às situações que foram objecto de estudo.

Com o objectivo de avaliar o efeito da sobrelevação ao longo de todo o desenvolvimento da clotóide apresentam-se em seguida dois exemplos que pretendem ilustrar isso mesmo. Os restantes casos de estudo encontram-se em anexo. Os valores da sobreaceleração (tangencial e normal) foram obtidos por aplicação das expressões (3.71) e (3.72).

Clotóide 1

A = 50

R = 120m

L = 20,83m

Se = 0

Se = 7%

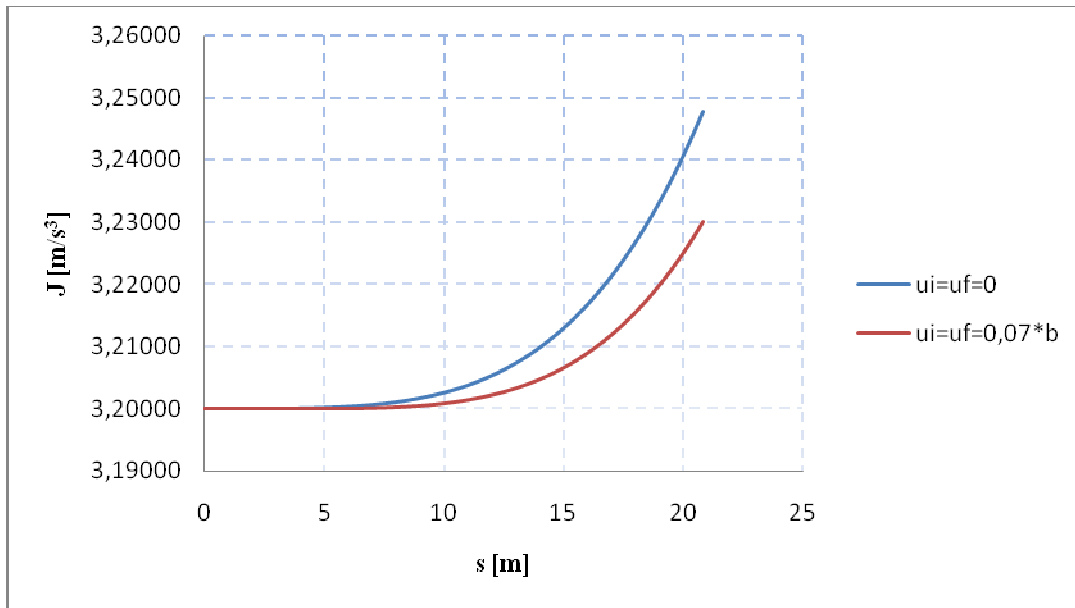


Figura 18. Variação do Grau de Incomodidade Global ao longo do desenvolvimento da clotóide 1

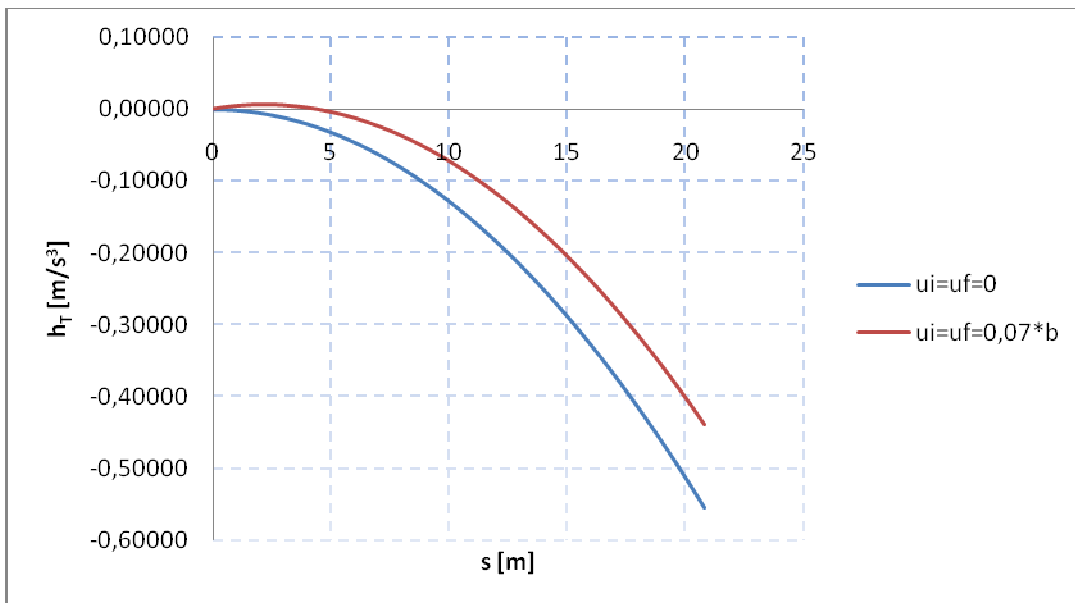


Figura 19. Variação da sobreaceleração tangencial ao longo da clotóide 1

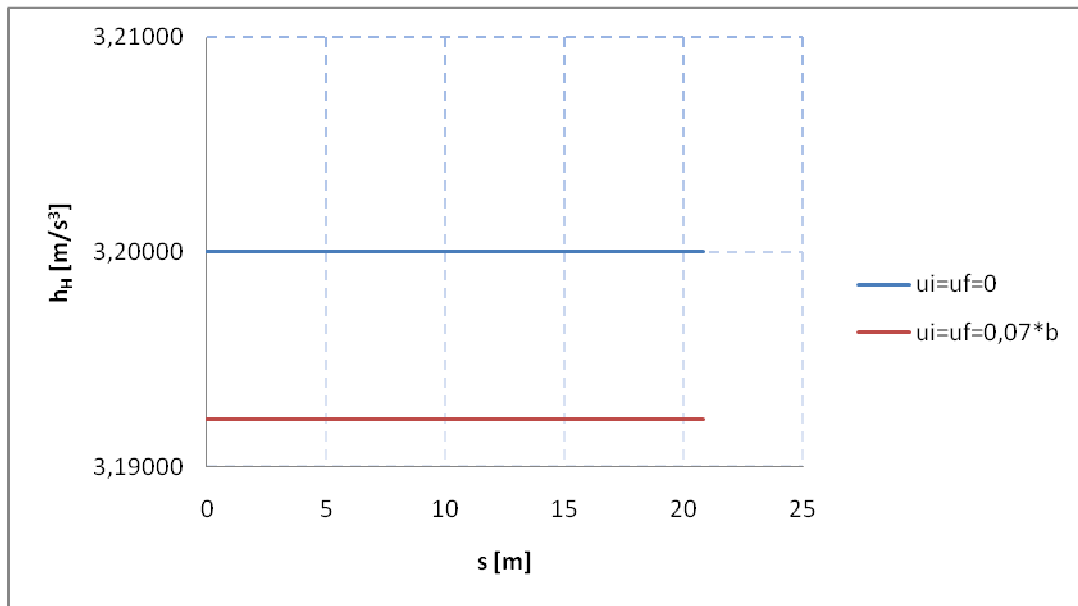


Figura 20. Variação da sobreaceleração normal ao longo da clotoide 1

Clotoide 4

A = 100

R = 350m

L = 28,57m

Se = 0

Se = 7%

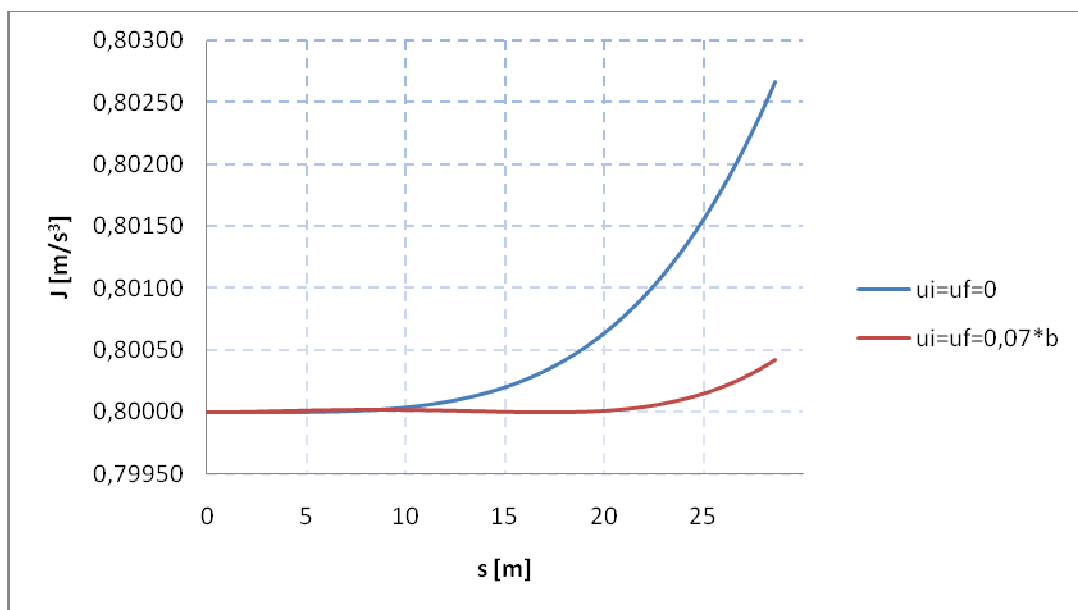


Figura 21. Variação do Grau de Incomodidade Global ao longo da clotoide 4

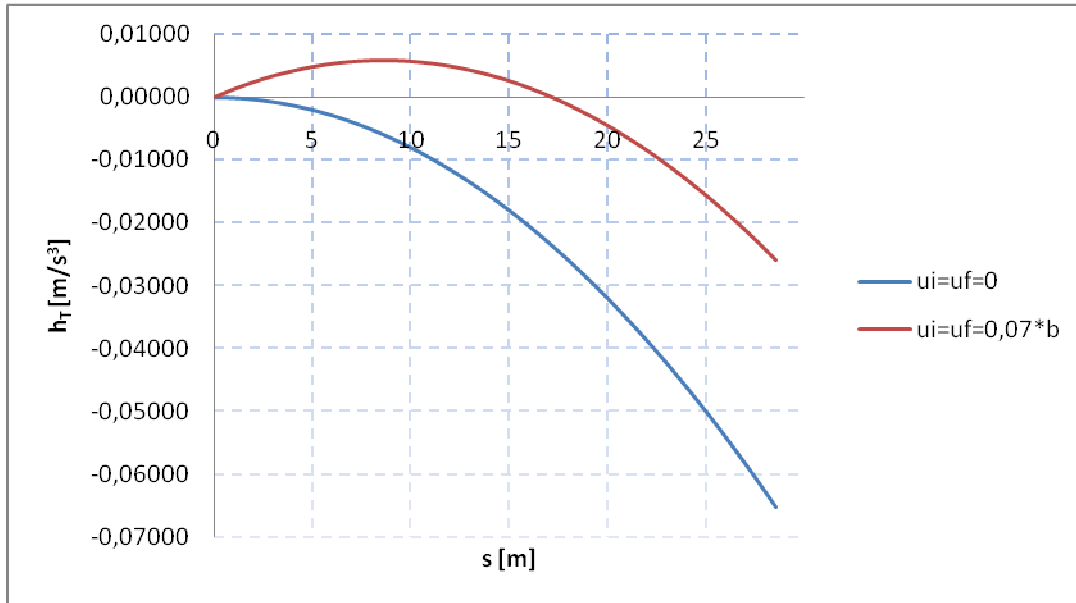


Figura 22. Variação da sobreaceleração tangencial ao longo da clóide 4

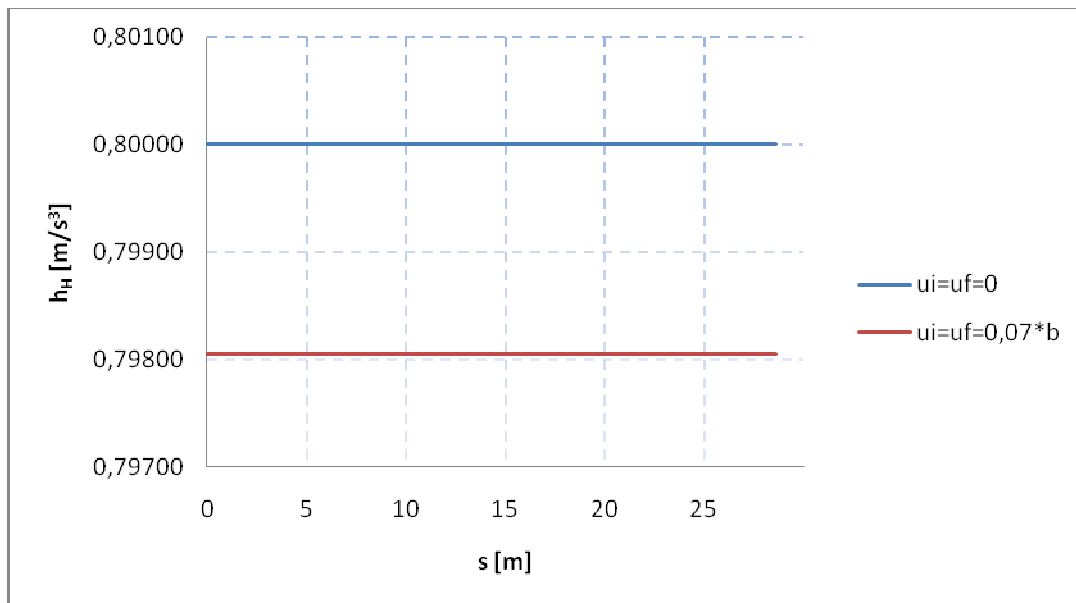


Figura 23. Variação da sobreaceleração normal ao longo da clóide 4

Tendo em atenção as figuras 18 e 21, facilmente se percebe que a variação introduzida no cálculo do Grau de Incomodidade Global pela sobreelevação, é perfeitamente negligenciável, sendo no máximo de $0,02 \text{ m/s}^3$ para a Clóide 1 ($3,25 - 3,23 \text{ m/s}^3$).

5.2. EFEITO DA VARIAÇÃO DA SOBREELEVAÇÃO AO LONGO DA CLOTÓIDE

Estudar-se-á o efeito da variação da sobrelevação apenas para a clotóide por ser habitualmente ao longo deste elemento, que se faz a introdução gradual da sobrelevação.

Para o efeito, encontram-se em confronto duas situações distintas, a primeira em que não existe variação da sobrelevação ao longo da clotóide ($u_i = u_f = 7\%$) e a segunda em que a sobrelevação varia de 0% no início, a 7% no fim da clotóide ($u_i = 0$; $u_f = 0,07b$).

Conforme se fez referência, a coluna 3 do quadro 11 corresponde ao desenvolvimento da clotóide, dado pelo quociente dos valores ao quadrado da coluna 2, pelos valores da coluna 1. Os valores da coluna 4 correspondem à taxa de variação da sobrelevação em cada situação e obtêm-se do quociente de 0,07, pelos valores da coluna 3. Quanto aos valores da coluna 5, correspondentes à variação temporal da sobrelevação, obtêm-se do produto dos valores da coluna 4 pela velocidade de circulação (72 km/h=20 m/s). Os valores da coluna 6 obtêm-se do produto dos valores da coluna 5, interpretados como a velocidade angular de empenamento da via, pela respectiva largura da via ($b=3,5$ m). Dividindo os valores ao quadrado da coluna anterior pelo 'raio de curvatura' (correspondente a largura (b) da via) obtêm-se a aceleração vertical (a_v). A coluna 8 corresponde ao tempo de percurso em clotóide para a velocidade de 72 km/h e por fim, os valores da coluna 9, obtidos a partir do quociente dos valores da coluna 7 pelos valores da coluna 8, correspondem à variação da aceleração no tempo, isto é, à sobreaceleração h_v (teórica) provocada pelo empenamento da via.

Esta sequência de cálculo permitiu identificar as situações mais desfavoráveis, à partida, em termos dinâmicos e que se encontram destacadas pelo sombreado.

Expõem-se agora os resultados obtidos para duas das referidas situações.

Clotóide 3

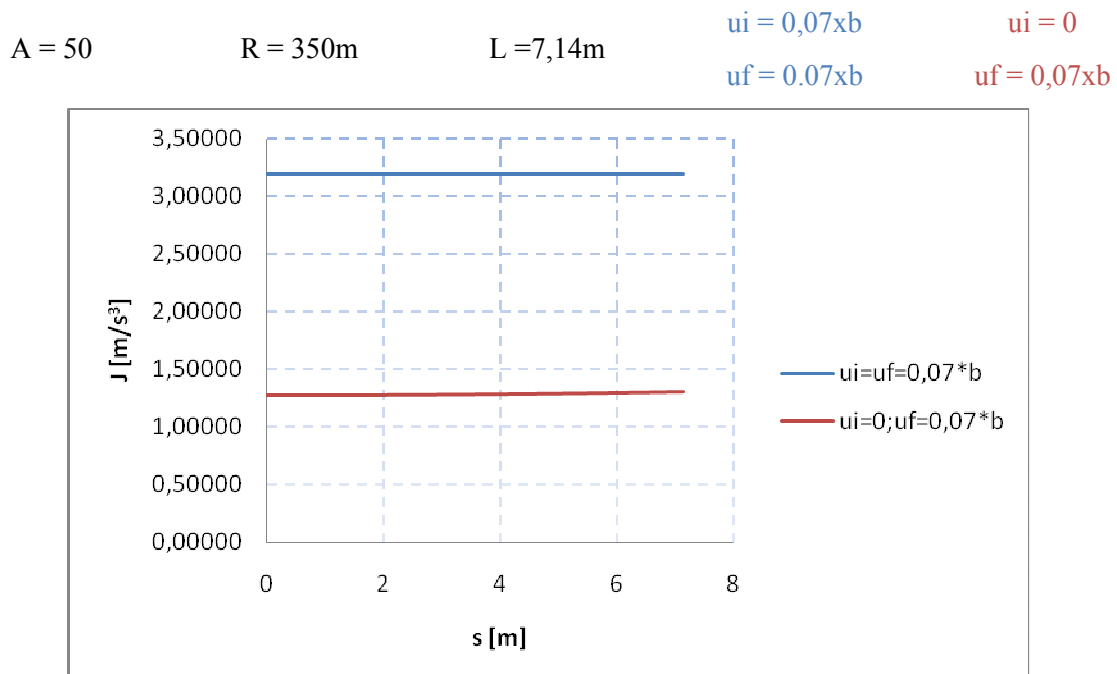


Figura 24. Variação do grau de incomodidade global – Clotóide 3

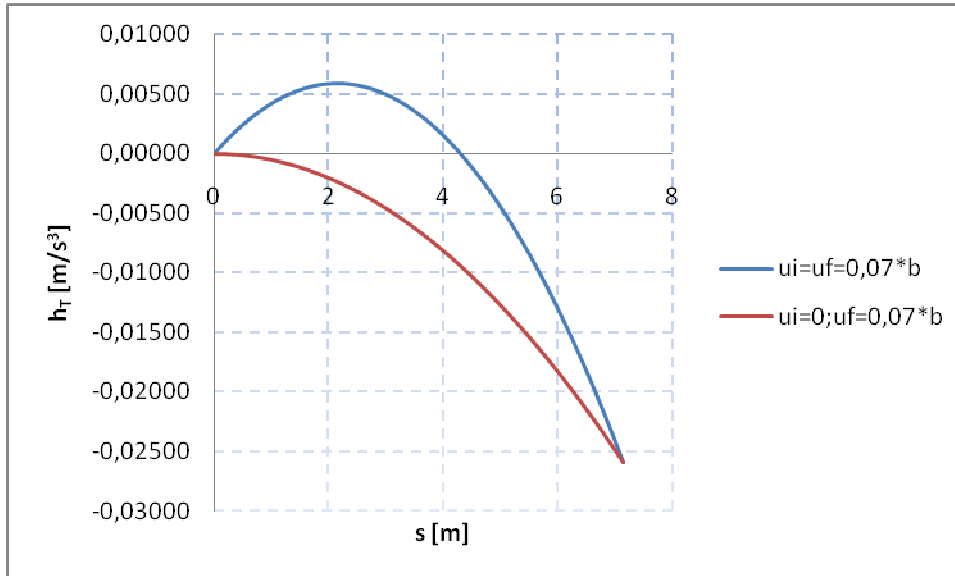


Figura 25.Variação da sobreaceleração tangencial – Clotóide 3

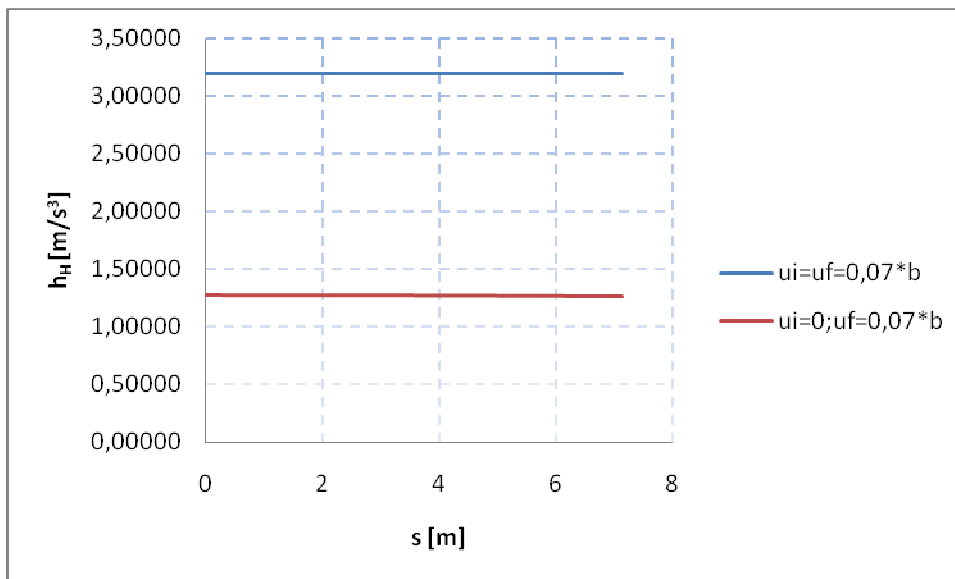


Figura 26.Variação da sobreaceleração normal – Clotóide 3

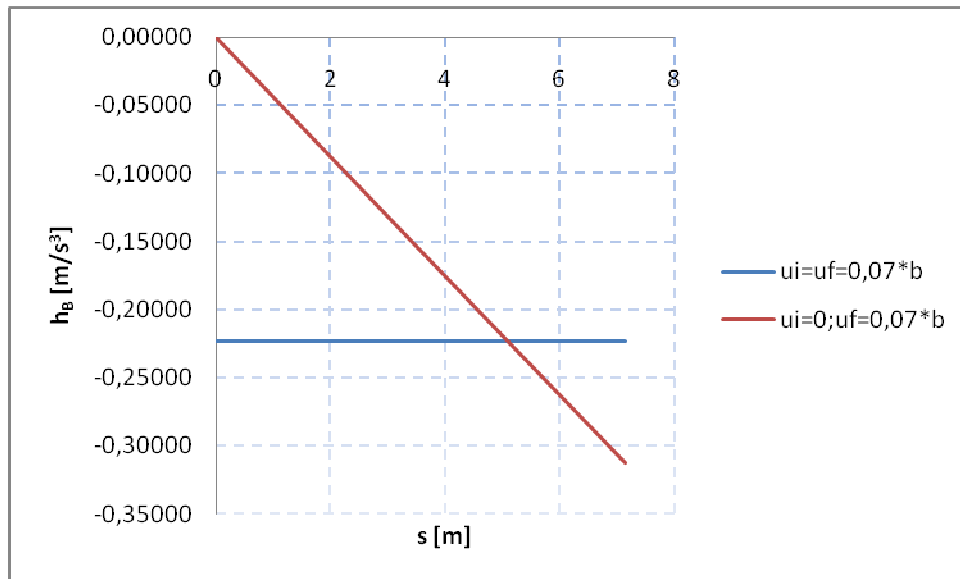


Figura 27. Variação da sobreaceleração binormal – Clotóide 3

Clotóide 4

$A = 100$

$R = 350\text{m}$

$L = 28,57\text{m}$

$u_i = 0,07xb$

$u_i = 0$

$u_f = 0,07xb$

$u_f = 0,07xb$

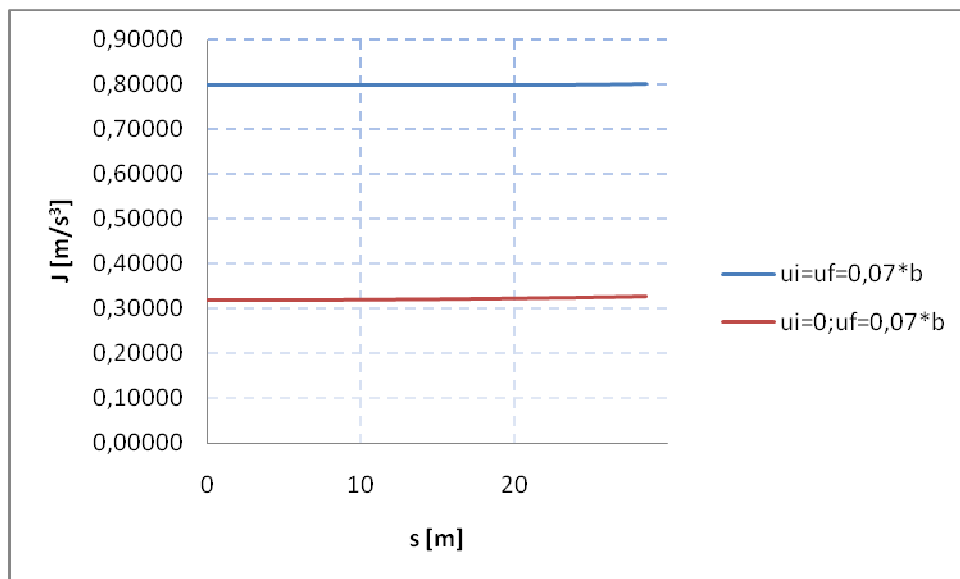


Figura 28. Variação da do grau de incomodidade global – Clotóide 4

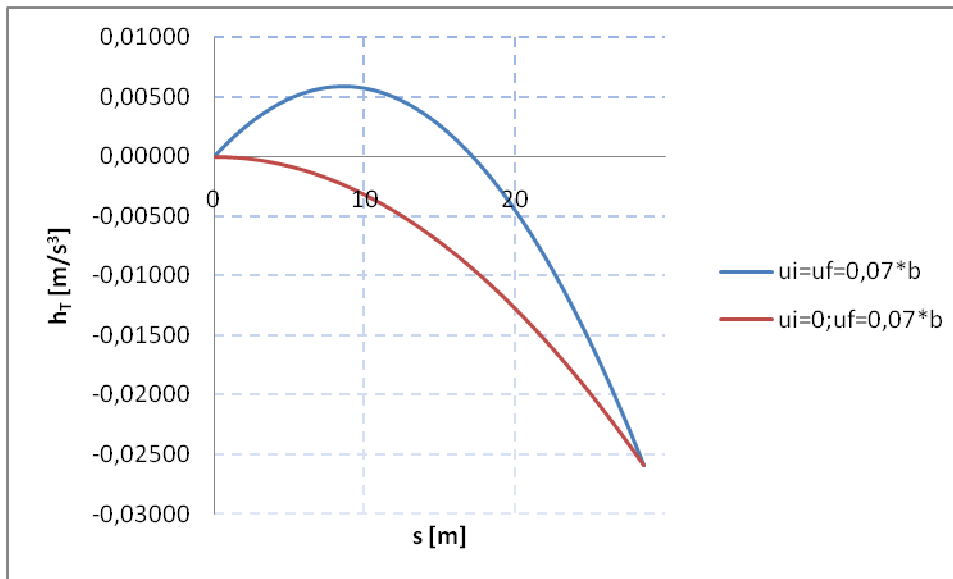


Figura 29.Variação da sobreaceleração tangencial – Clotóide 4

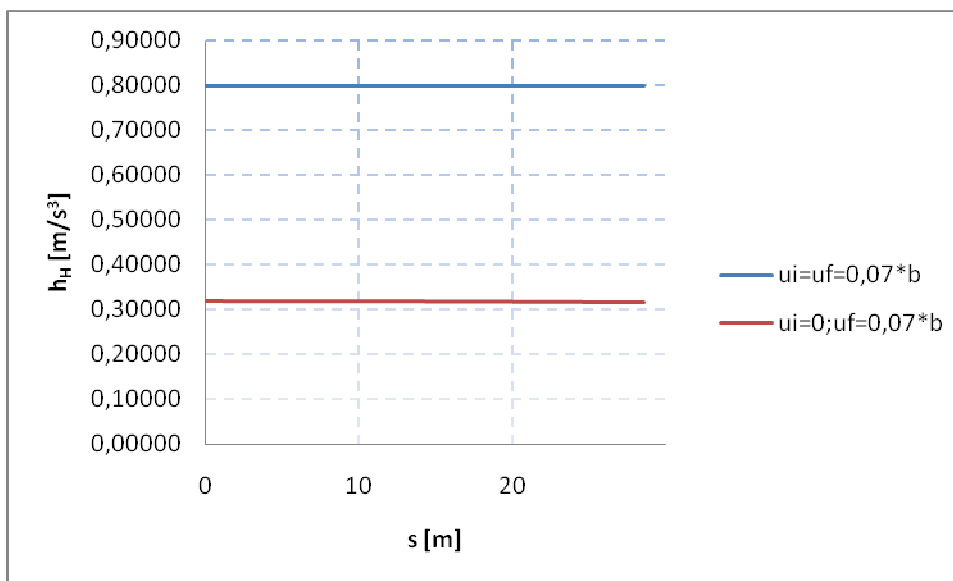


Figura 30.Variação da sobreaceleração normal – Clotóide 4

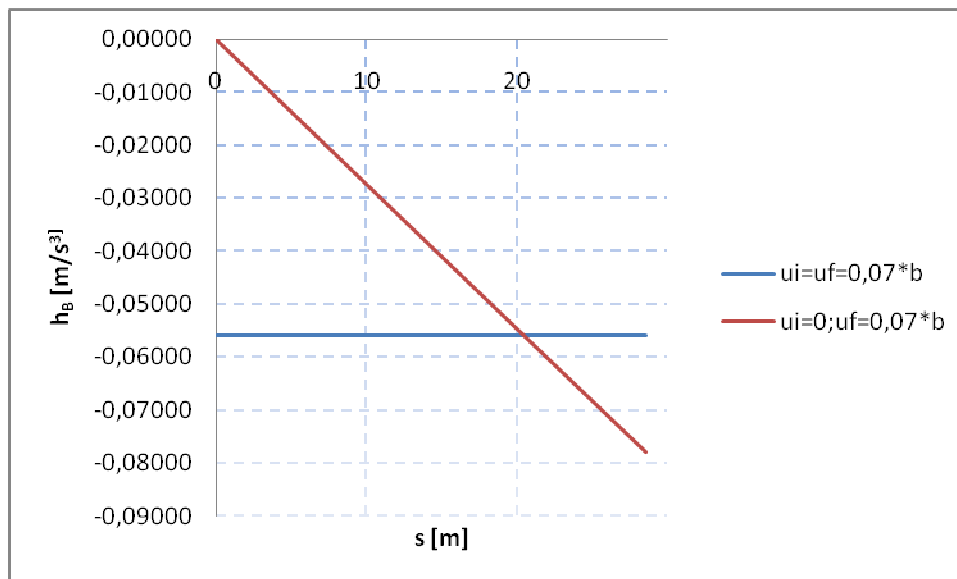


Figura 31. Variação da sobreaceleração binormal – Clotóide 4

Verifica-se que para a clotóide 3 (figura 24) se obtém uma redução de cerca de 60% do grau de incomodidade global por introdução do efeito da variação da sobreelevação ($3,2 - 1,3 \text{ m/s}^3$), contudo o valor da taxa de variação da sobreelevação admitido seja perfeitamente absurdo ($0,98 \text{ \%/m}$), pelo que, se considera esta redução excessiva. Porconsequinte, admitindo uma taxa de variação da sobreelevação aceitável ($0,25 \text{ \%/m}$) e procedendo às alterações necessárias, chega-se a uma redução de 15% no valor do grau de incomodidade global ($3,2 - 2,7 \text{ m/s}^3$) por introdução do efeito da variação da sobreelevação na clotóide 3. Refira-se que a ordem de grandeza dos valores obtidos para a sobreaceleração normal e consequentemente para o grau de incomodidade global, neste exemplo deve-se quase exclusivamente à variação de curvatura. Os resultados obtidos reproduzem-se em seguida.

Clotóide 3

A = 50

R = 350m

L = 7,14m

$u_i = 0,07xb$

$u_i = 0,0521xb$

$u_f = 0,07xb$

$u_f = 0,07xb$

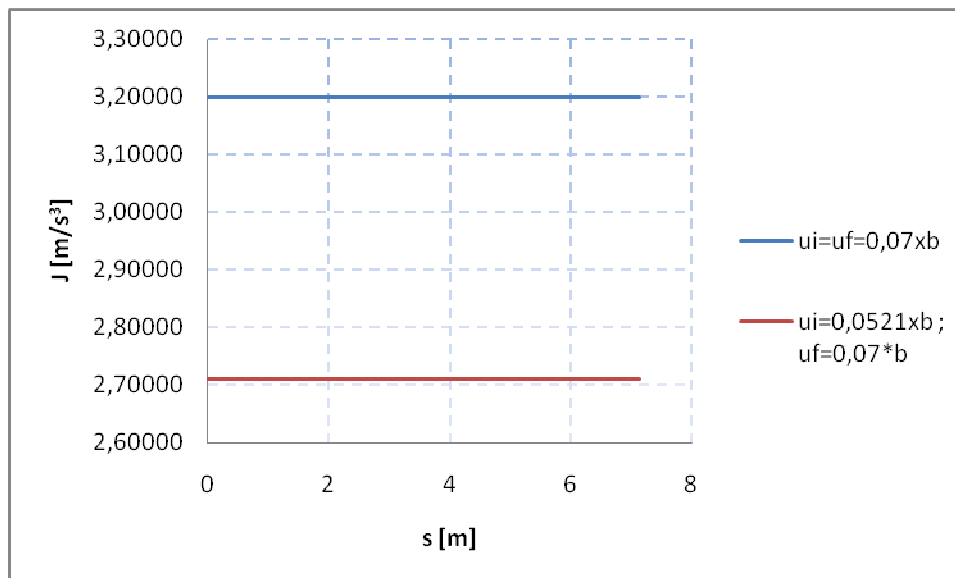


Figura 32.Variação do grau de incomodidade global - Clotóide 3

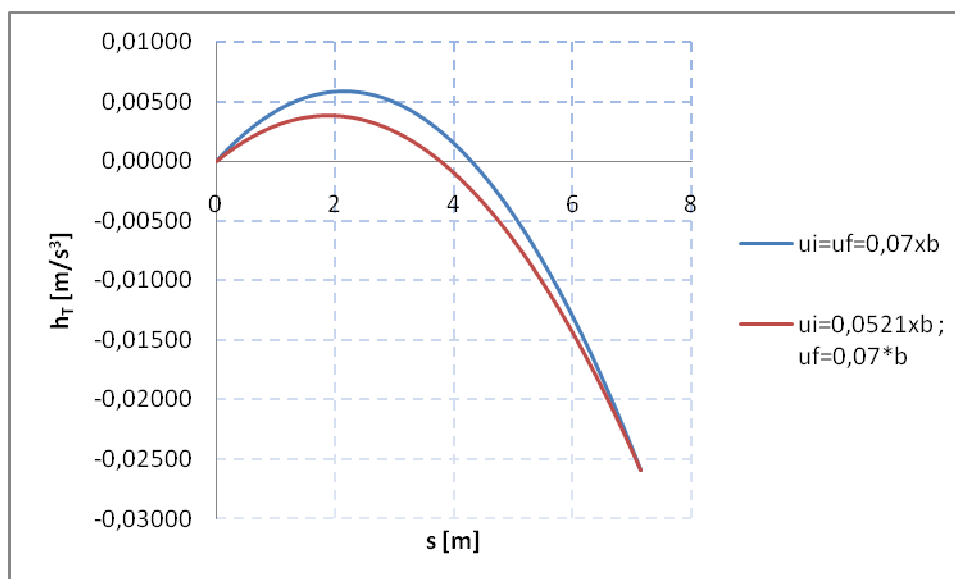


Figura 33.Variação da sobreaceleração tangencial - Clotóide 3

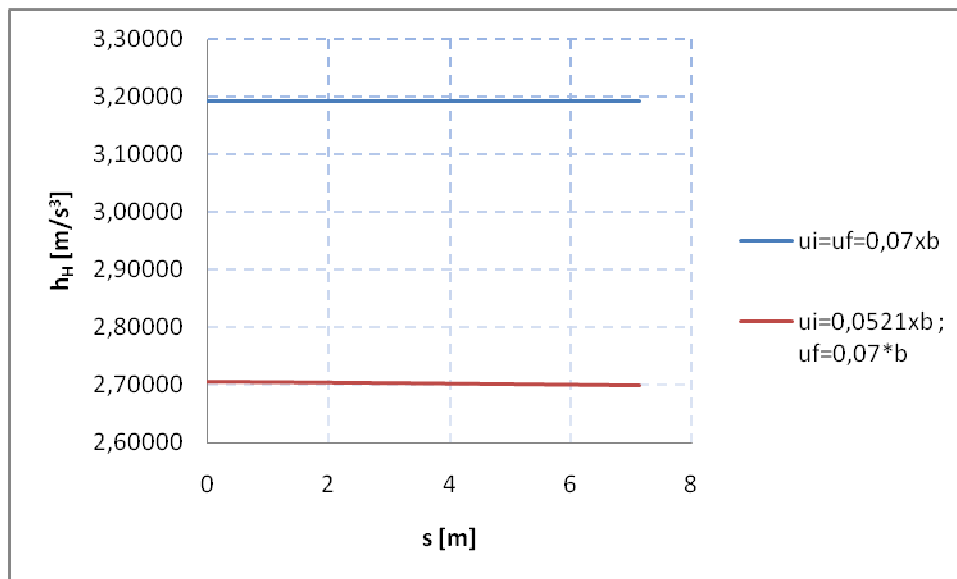


Figura 34. Variação da sobreaceleração normal - Clotóide 3

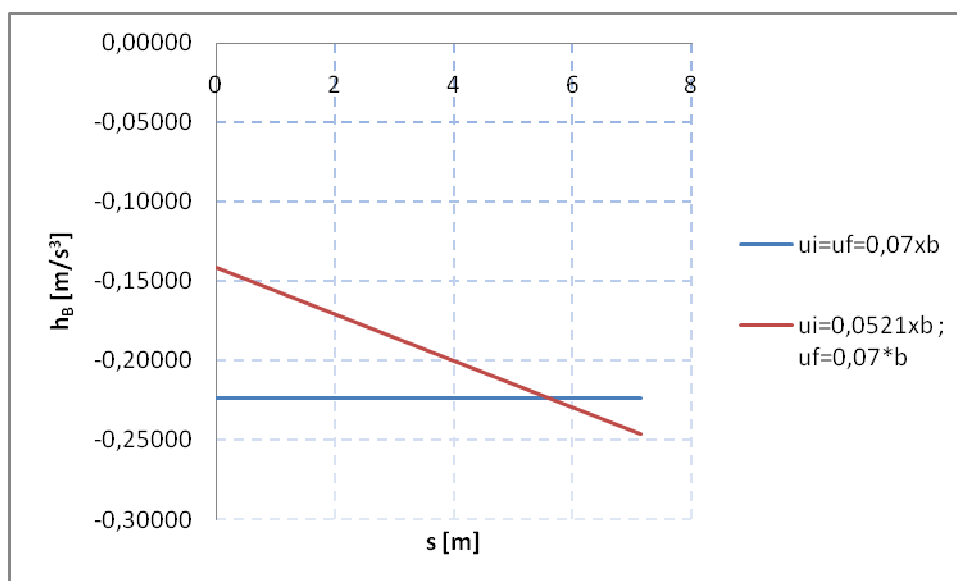


Figura 35. Variação da sobreaceleração binormal - Clotóide 3

Na Clotóide 4 (figura 28), registam-se variações de 60% ($0,80 - 0,33 \text{ m/s}^3$) no grau de incomodidade global, todavia em termos do seu valor absoluto, esta variação perde expressividade uma vez que é ainda reduzido face aos valores máximos admitidos $0,5 - 1,0 \text{ m/s}^3$.

Em suma, o efeito da variação da sobreaceleração situa-se entre os 15 e 20 % do valor do grau de incomodidade global, conquanto reduzido, não é de todo negligenciável. As considerações apresentadas permitem ainda extrair uma outra conclusão relevante que se consubstancia no facto de a sobrelevação ter um papel importante para a aceleração normal mas irrelevante para a sobreaceleração normal.

ESTUDO NO SIMULADOR DRIS

6.1. INTRODUÇÃO

Em Portugal, segundo o Relatório Anual da Sinistralidade publicado pela Autoridade Nacional da Segurança Rodoviária (ANSR) registaram-se em 2007, 35311 acidentes com vítimas, das quais 854 foram vítimas mortais e 3116 feridos graves. O relatório aponta ainda que terão ocorrido 18521 acidentes com vítimas provocados por despiste, dos quais resultaram 350 mortes e 999 feridos graves. Apesar da ligeira redução do número de acidentes com vítimas em relação a 2006 (35680), a gravidade dos acidentes aumentou, registando-se cerca de uma morte por dia em 2007 em consequência de despiste. Não se pode deixar de salientar que embora os números actuais apontem um pouco abaixo da média europeia, há cerca de vinte anos atrás o número de vítimas mortais provocadas por acidente nas estradas portuguesas situavam-se nas 2000/ano. Esta redução em mais de metade do número de mortos (854 em 2007) deve-se em parte, ao esforço e compromisso dos técnicos rodoviários em melhorar as condições de conforto e segurança das estradas, e ao importante papel desempenhado pelas normas de projecto da J.A.E..

Supõe-se que uma grande parte dos acidentes provocados por despiste tenham ocorrido em curva, como parecem sugerir estudos sobre sinistralidade rodoviária ao apontar as curvas como elementos do traçado com elevada taxa de acidentes. Urge portanto a necessidade de melhor se compreender o comportamento dos condutores em curva.

Nesse sentido inúmeros estudos sobre o assunto têm sido publicados ao longo dos anos, sobretudo em termos da velocidade praticada pelos condutores ao descreverem uma curva, dos quais se podem citar os realizados pelo Department of Main Roads, N.S.W. (DMR – 1969), Emmerson (1969-70), Taragin (1954), McLean (ARRB – 1978), Lamm e Choueiri (1987), Lamm et al. (1990) e Kanellaidis et al. (1990). Efectivamente, o conceito de velocidade de operação viria a ser considerado unanimemente, como uma ferramenta indispensável na definição geométrica e na garantia de consistência do traçado rodoviário.

Perspectiva-se então a necessidade de redefinir o próprio conceito de velocidade de projecto, entendida como *“a velocidade máxima que pode ser mantida ao longo de um certo troço de estrada quando as condições climáticas e de tráfego são tão favoráveis que são as características geométricas que condicionam as velocidades escolhidas”* e que, atendendo ao factor de aderência (critério de dimensionamento), permite definir os valores mínimos dos raios de curvatura das curvas circulares planas, bem como de outros parâmetros geométricos como distâncias de visibilidade, extensões de clotóide, sobreelevação, sobrelargura, etc.

De facto, parece razoável admitir que as velocidades praticadas têm evidentes implicações quanto aos padrões de segurança que é intenção assegurar. No entanto, dada a dificuldade de estabelecer e prever com exacto rigor o comportamento dos condutores quando estão em jogo factores como motivações

peçoais dos condutores ou o grau de conhecimento da curva a abordar, os estudos citados, procuram estabelecer relações entre as velocidades, aferidas através de medição, e os diferentes factores em jogo, dos quais se destaca a curvatura.

No estudo que agora se apresenta, procurou-se através da experimentação não só pôr em evidência a validade de tais relações, pese embora as limitações do sistema utilizado, como fazer uma análise do comportamento dos condutores em curva em termos da trajetória perseguida.

Tendencialmente os condutores descrevem trajetórias diferentes das que o traçado lhes proporciona, isto é, no limite dificilmente o veículo circula sobre o eixo da estrada ou sobre o extradorso/intradorso da curva. A largura da faixa de rodagem tem portanto, um papel preponderante na performance do condutor (sendo um dos factores que influenciam o seu comportamento em curva), em termos de velocidade e trajetória desejada. A propósito pode citar-se Emmerson:

“Em curvas de raio mais apertado, os condutores tendem a ‘cortar a curva’ de tal forma que o raio de curvatura da trajetória do veículo permanece superior ao raio de curvatura da curva.”(retirado de McLean, 1978)

Também parece razoável admitir que a própria configuração do traçado em curva (com ou sem clotóides de transição) condiciona o comportamento dos condutores, na medida em que qualquer variação brusca das condições de circulação, repercute-se ao nível do conforto e segurança experimentados pelos condutores. Tentando dar corpo a estas realidades foram realizados ensaios de condução em ambiente simulado com o intuito de se estudar a selecção de velocidades e trajetórias de entrada em curva dos condutores, ao longo de um traçado pré-definido. De referir que, por se tratar de um ensaio estático, os indivíduos não têm qualquer percepção dos fenómenos dinâmicos que ocorrem na realidade e que portanto, os resultados encerram em si alguma dose de incerteza.

6.2. SIMULADOR DE CONDUÇÃO DRIS

O Simulador instalado no Laboratório de Análise de Tráfego(LAT - FEUP) é composto essencialmente por três unidades; a unidade de processamento ou CPU que controla toda a simulação a partir dum programa informático; a unidade Vídeo constituída pelo projector (que recebe a informação da CPU) e a tela de projecção onde se apresenta o ambiente rodoviário; a unidade Operacional constituída por um veículo ligeiro (especialmente equipado), onde o sujeito se coloca para efectuar o teste de condução e a unidade de Áudio constituída por dois amplificadores ligados à CPU e dois pares de colunas que reproduzem o ambiente sonoro da simulação. A CPU para além de controlar a simulação também efectua o registo de dados. Devido às suas inúmeras aplicações, o simulador está preparado para registar uma série de dados, dos quais se listam abaixo aqueles que importam ao presente estudo:

X (m) – coordenada absoluta x da posição do veículo, em cada instante de tempo (0,1 s) ;

Y (m) - coordenada absoluta y da posição do veículo, em cada instante de tempo (0,1 s);

Roaddist (m) – valor medido sobre o eixo da via e que é a distância à origem da projecção da posição do veículo sobre o eixo no ponto de coordenadas (X, Y);

Totaldistance (m) – distância absoluta percorrida pelo veículo no instante de tempo considerado;

Velocidade (km/h) – velocidade absoluta do veículo no instante de tempo considerado;

Eixo_offset (m) – distância do veículo ao eixo da estrada;

LateralP (m) – distância do veículo ao bordo direito da faixa de rodagem;

Ang_rodas (g) – ângulo que as rodas do veículo fazem em relação ao carro;

Ang_carro_via (g) – ângulo que o veículo faz em relação à via;

Ang_carro (g) – ângulo absoluto do carro

6.3. TRAÇADO ENSAIADO

6.3.1. DEFINIÇÃO

O traçado é constituído por uma série de curvas pré-definidas, ligadas por troços rectos suficientemente extensos para que fosse possível estudá-las separadamente. As curvas sucedem-se de forma aleatória de maneira a evitar a repetição do traçado. Como um dos objectivos fundamentais era estudar a influência das clotóides como elementos de transição no comportamento dos condutores, constituíram-se combinações de diferentes raios de curvatura e parâmetros de clotóide definidos segundo um critério de dimensionamento que se baseia no valor máximo teórico do grau de incomodidade. No entanto, de forma a possibilitar a implantação do traçado surgem ainda outras combinações possíveis. Através dum programa de Geometria da Directriz definiu-se o traçado por coordenadas metro a metro que posteriormente foram introduzidas no programa informático do simulador. O traçado virtual apresenta 37 km de extensão e 36 curvas, 18 das quais foram objecto de estudo.

Quadro 12. Geometria do traçado ensaiado

		Parâmetros das clotóides			
		0	50	100	150
Raio da curva circular	120	C19	C4		
	180	C21	C7	C14	C28
	250	C5	C27	C18	C34
	350	C6	C22	C1	C15
	600	C9	C23	C2	C31

A letra C designa “curva” e o número que segue identifica a curva em questão.

6.4. AMOSTRA

Realizaram o ensaio de condução, 21 indivíduos com idades compreendidas entre os 22 e os 55 anos com licença válida de condução há mais de 3 anos (ou mais de 10000 km) e sem qualquer experiência profissional de condução, do que resultou uma amostra válida de 18 conjuntos de dados. Da análise efectuada aos resultados obtidos, constatou-se que a maioria dos indivíduos apresentavam um comportamento muito semelhante na abordagem das curvas em estudo, constituindo-se deste modo como o padrão espectável de comportamento e portanto, objecto de análise. Todos os outros indivíduos que não apresentavam o mesmo padrão de comportamento foram considerados excluídos do estudo. Ainda assim, foi possível recolher amostras de indivíduos superiores a 75% em todas as curvas, obtendo-se uma média de 15.

Todas as evidências apontadas pareciam estar de acordo com os pressupostos inicialmente admitidos.

6.5. PRESSUPOSTOS

Alguns dos pressupostos enunciados resultaram de estudos experimentais e das investigações já aqui referidas, que se passam a citar:

“As relações entre a velocidade livre em curva (correspondente ao percentil 85) e as respectivas velocidades padrão (velocidade de projecto) mostram que, para curvas com esta velocidade inferior a 90 km/h, a velocidade correspondente ao percentil 85 tende a ser superior à velocidade padrão”. (McLean, 1978)

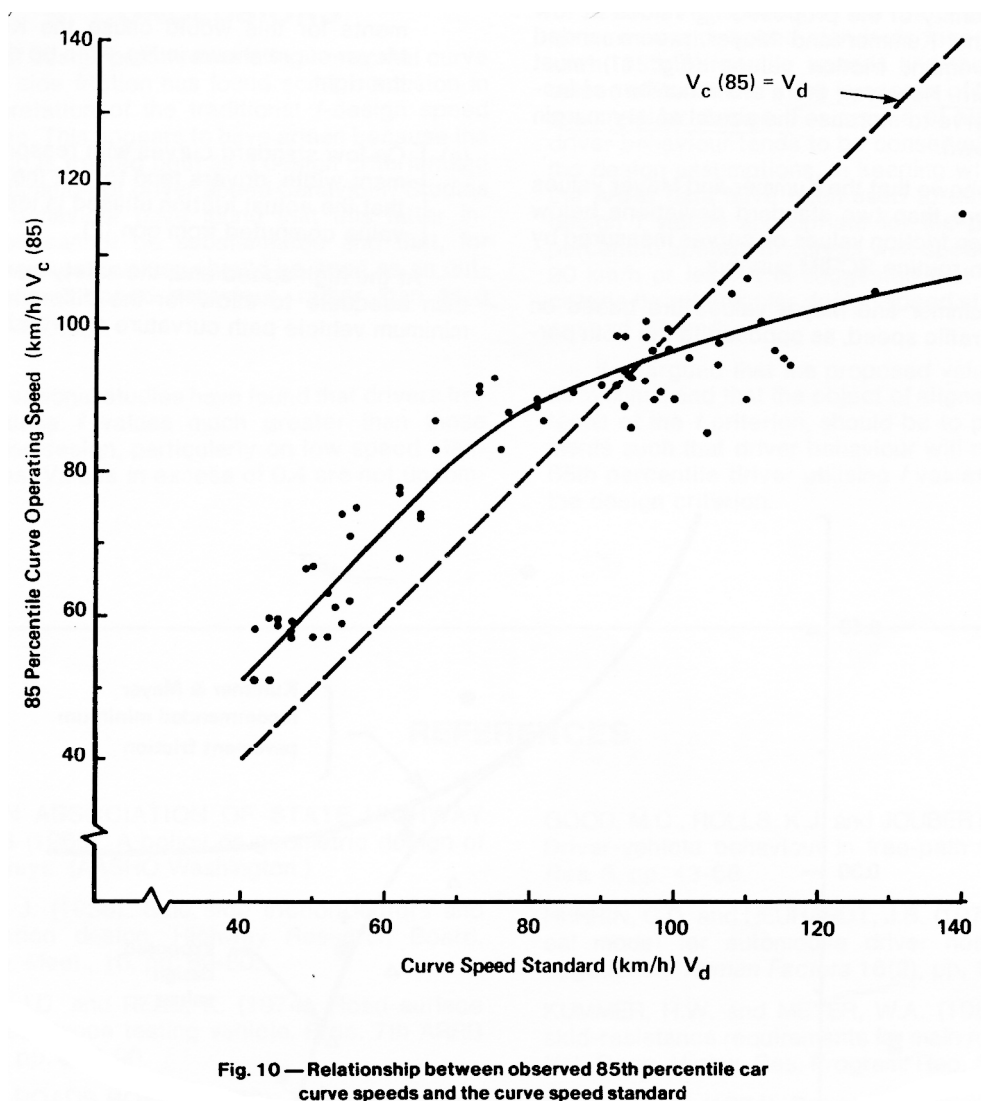


Figura 36. Relação obtida pelo Australian Road Research Board (ARRB) Project 200 "Speeds on Curves" entre a velocidade de projecto e a velocidade correspondente ao percentil 85.

“A incomodidade sentida pelo condutor motivada pela aceleração radial não compensada, e de uma forma mais vigorosa, pela variação da aceleração no tempo, induz neste uma sensação de insegurança. E esta é, indubitavelmente, o que leva o condutor a abrandar à medida que descreve a curva de transição.”(França, et al., 1988)

“Pode facilmente imaginar-se que o homem possui um sentido de percepção da sobreaceleração(...) Neste caso, poder-se-ia explicar bastante bem a propensão que experimentam os condutores de variar a sua velocidade ao longo de uma curva, ao desacelerar no primeiro terço desta, para re-acelerar no último terço, o que se traduziria por uma tentativa inconsciente de redução do efeito da sobreaceleração, procurando uma impressão de acréscimo de conforto...”(Herring, 1984)

Pode-se, com facilidade, aceitar que o primeiro terço a que Herring se refere, diz respeito à clotóide de entrada e o último terço à clotóide de saída, numa curva composta.

Ainda que não exista consenso acerca dos limiares de incomodidade experimentados pelos condutores, França, dada a boa aproximação dos resultados obtidos na simulação que fez em computador da selecção de velocidades por parte do condutor ao longo de um arco de transição em clotóide, limitando superiormente o valor da incomodidade, afirma que:

“os limiares de incomodidade seleccionados devem ser representativos no comportamento dos condutores que circulem à velocidade correspondente ao percentil 0,85.” (França, et al., 1988)

O presente estudo prático apresenta a dificuldade de só ter sido possível executar ensaios estáticos. Neste caso a percepção da incomodidade induzida pela aceleração ou sobreaceleração estaria fora de cogitação. No entanto, partiu-se ainda do pressuposto de que os condutores mais experientes conservam uma certa memória das acelerações e sobreacelerações a que ficam sujeitos quando circulam em curva e que numa perspectiva mais optimista reproduzem esses efeitos perante situações semelhantes. Ou seja, a percepção visual da curva deverá desencadear mecanismos de memória associados às percepções de incomodidade e insegurança, foi pelo menos esta realidade que se procurou testar.

6.6. DEFINIÇÃO ANALÍTICA DA TRAJECTÓRIA DO VEÍCULO

Perante a manifesta dificuldade de padronização do comportamento do condutor, admitiu-se como hipótese de partida, a possibilidade do veículo descrever uma trajectória de entrada em curva, ‘paralela’ ao eixo em clotóide.

Evidentemente, estando no campo das hipóteses, esta é uma situação puramente teórica mas como teremos oportunidade de verificar, não muito longe do que se passa na ‘realidade’.

Procurou-se então, parametrizar a trajectória teórica de entrada em curva, a partir da definição analítica do ‘eixo em clotóide’ e dos respectivos bordos definidos de forma clássica com base nos perfis transversais.

São pontos de partida:

- as 3 curvas ‘paralelas’ ‘começam’ e ‘acabam’ sobre os mesmos perfis
- existe continuidade de curvaturas no interior e exterior, pelo que,

$$r_1 = r - \left(\frac{a + s l_x}{2} \right) \quad (6.1)$$

$$r_2 = r + \left(\frac{a + s l_x}{2} \right) \quad (6.2)$$

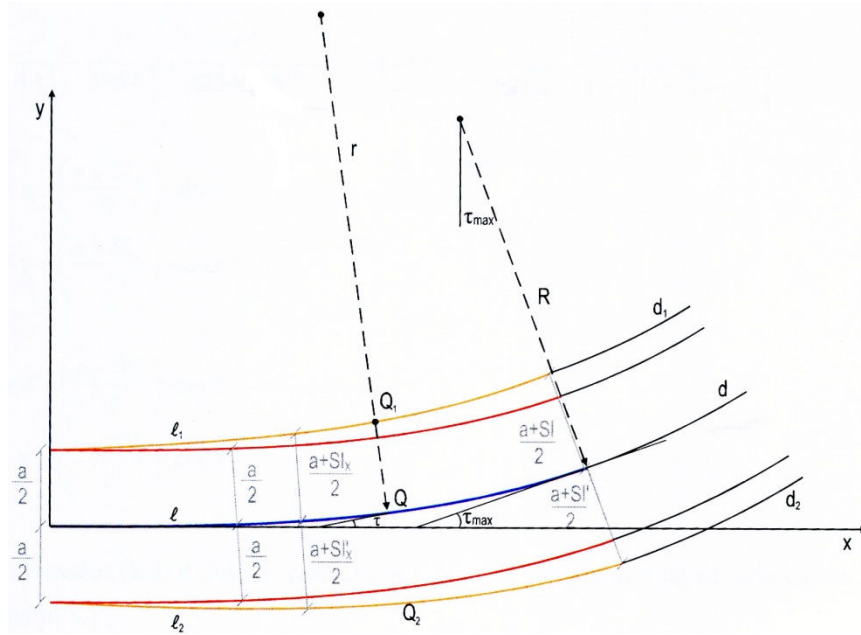


Figura 37. Curvas representativas dos bordos da faixa de rodagem. Extraído de (Begonha ; França, 2005)

O significado dos símbolos utilizados na figura 37 é o seguinte:

l (m) – comprimento de arco medido no eixo desde o ponto de raio infinito até ao ponto genérico Q ;

r (m) – raio de curvatura no ponto genérico Q ;

L (m) – desenvolvimento total do arco de clotoide no eixo;

R (m) – raio mínimo da clotoide do eixo;

A (m) – parâmetro da clotoide;

τ (grados) – ângulo das tangentes na clotoide do eixo;

$l_1 \dots a \tau_1$ – idênticos parâmetros na curva ‘paralela’ de extradorso (curva à esquerda);

$l_2 \dots a \tau_2$ – idênticos parâmetros na curva ‘paralela’ de intradorso (curva à direita);

As equações paramétricas de uma clotoide são:

$$x = l - \frac{l^5}{40 \cdot A^4} + \frac{l^9}{3456 \cdot A^8} - \dots + (-1)^{n+1} \cdot l \cdot \frac{\left(\frac{l^2}{2 \cdot A^2}\right)^{2 \cdot (n-1)}}{[2(n-1)]! \times [4n-3]} \quad (6.3)$$

$$y = \frac{l^3}{6 \cdot A^2} - \frac{l^7}{336 \cdot A^6} + \frac{l^{11}}{42240 \cdot A^{10}} - \dots + (-1)^{n+1} \cdot l \cdot \frac{\left(\frac{l^2}{2 \cdot A^2}\right)^{(2n-1)}}{[2(n-1)+1]! \times [4n-1]}$$

As equações paramétricas dos bordos, quando o eixo está em clotóide e com largura variável de faixa são:

Intradorso

$$\begin{aligned}x_1 &= x - \left(\frac{a + Sl_x}{2} \right) \cdot \sin \tau \\y_1 &= y - \left(\frac{a + Sl_x}{2} \right) \cdot \cos \tau\end{aligned}\tag{6.4}$$

Extradorso

$$\begin{aligned}x_2 &= x + \left(\frac{a + Sl'_x}{2} \right) \cdot \sin \tau \\y_2 &= y + \left(\frac{a + Sl'_x}{2} \right) \cdot \cos \tau\end{aligned}\tag{6.5}$$

Quadro 13. Significado dos símbolos utilizados

	a	Sl	Sl'
Estrada com 2 vias, com sobrelargura para intradorso	Largura da faixa em recta	2xsobrelargura	0
Ramos unidireccionais	2xlargura da faixa em recta	2xsobrelargura (curva à esquerda)	2xsobrelargura (curva à direita)
Ramos bidireccionais	Faixa+separador+faixa	Sobrelargura	Sobrelargura

Pode-se ainda determinar a relação entre os desenvolvimentos das curvas de extradorso (curva à esquerda) e de intradorso (curva à direita) com o desenvolvimento da clotóide do eixo de acordo com os esquemas apresentados. De referir que, para o caso em estudo, o veículo circula sempre na mesma faixa de rodagem (a da direita no sentido da marcha) e que portanto, para curvas à esquerda, na faixa de extradorso e para curvas à direita, na faixa de intradorso.

6.6.1. CURVA À ESQUERDA

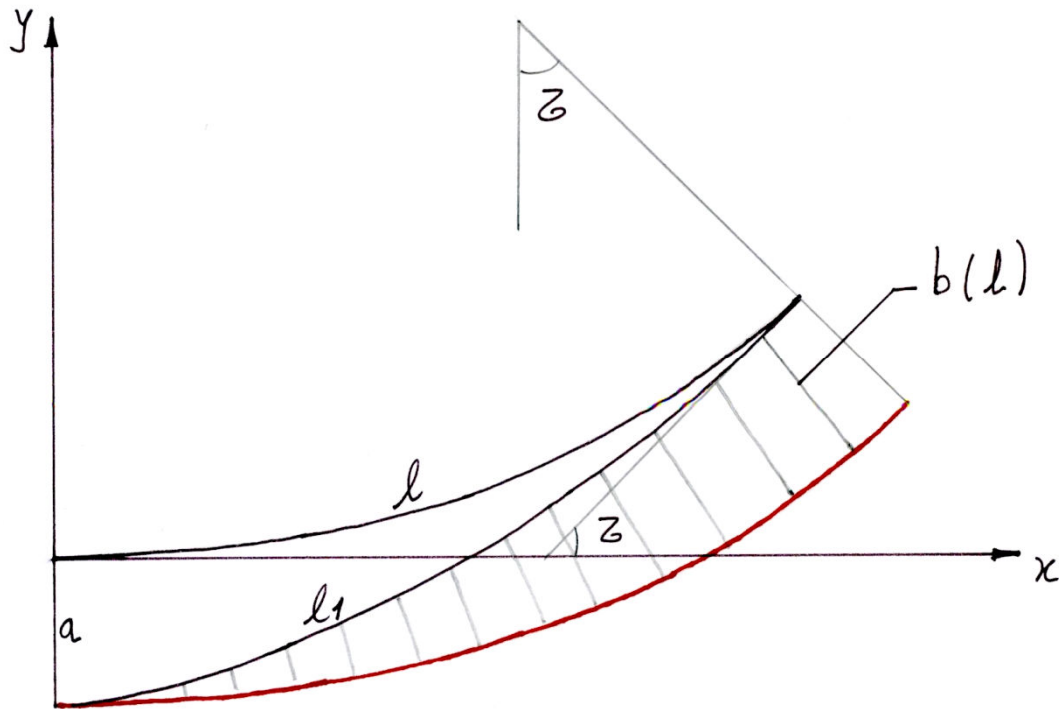


Figura 38. Relação entre os desenvolvimentos L e L1 numa curva à esquerda

$$\begin{aligned} r_1 &= r + a - b(l) \\ dl_1 &= [r + a - b(l)] \cdot d\tau_1 \end{aligned} \quad (6.6)$$

Em que

$b(l)$ – distância do veículo ao bordo direito da faixa de rodagem (idêntico ao LateralP)

l [m] – desenvolvimento da curva teórica

l_1 [m] – desenvolvimento da curva “paralela” à curva teórica do veículo

τ [rad] – ângulo de contigência da curva teórica

τ_1 [rad] – ângulo de contigência da curva “paralela” à curva teórica

Sabendo que, $d\tau = \frac{l}{A^2} \cdot dl$ e que, $r = \frac{A^2}{l}$

$$\begin{aligned} dl_1 &= [r + a - b(l)] \cdot \frac{l}{A^2} \cdot dl \\ dl_1 &= \left[1 + a \cdot \frac{l}{A^2} - b(l) \cdot \frac{l}{A^2} \right] \cdot dl \end{aligned} \quad (6.7)$$

Admitindo que b varia linearmente com l , isto é, $b(l) = m \cdot l + n$

$$dl_1 = \left[1 + a \cdot \frac{l}{A^2} - m \cdot \frac{l^2}{A^2} - n \cdot \frac{l}{A^2} \right] \cdot dl \quad (6.7)$$

Integrando resulta,

$$l_1 = l + a \cdot \frac{l^2}{2 \cdot A^2} - m \cdot \frac{l^3}{3 \cdot A^2} - n \cdot \frac{l^2}{2 \cdot A^2} \quad (6.8)$$

6.6.2. CURVA À DIREITA

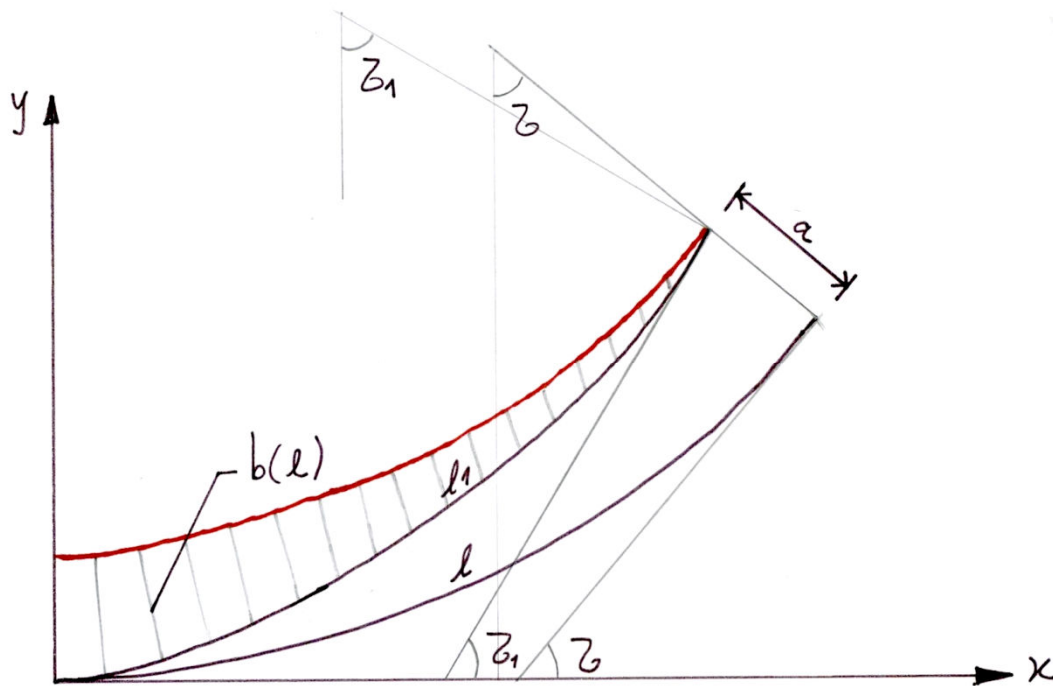


Figura 39. Relação entre os desenvolvimentos numa curva à direita

$$r_2 = r - a + b(l)$$

$$l_2 = l - a \cdot \frac{l^2}{2 \cdot A^2} + m \cdot \frac{l^3}{3 \cdot A^2} + n \cdot \frac{l^2}{2 \cdot A^2} \quad (6.9)$$

$b(l)$ – distância do veículo ao bordo direito da faixa de rodagem (idêntico ao LateralP)

l [m] – desenvolvimento da curva teórica

l_2 [m] – desenvolvimento da curva “paralela” à curva teórica do veículo

τ [rad] – ângulo de contigência da curva teórica

τ_2 [rad] – ângulo de contigência da curva “paralela” à curva teórica

6.7. MÉTODO DE ANÁLISE

Por forma a utilizar o modelo de trajetória enunciado, seria então necessário:

- definir o início e o fim da trajetória de entrada em curva, para cada indivíduo da amostra recolhida, obtendo-se a distância total percorrida pelo veículo (l_1 ou l_2) a partir da diferença dos registos Totaldistance nos instantes de tempo considerados. Nesse sentido,
- o ponto inicial da trajetória era ‘marcado’ a partir do momento em que o condutor começava a virar (Ang_rodas) de forma progressiva, na proximidade da curva
- o ponto final seria aquele que correspondesse ao valor do Ang_carro_via nulo ou de mudança de sinal, significaria que a trajetória do veículo tinha atingido o ponto de osculação com a curva circular;
- encontrar uma lei $b(l)$, que descrevesse a distância ao bordo direito da faixa de rodagem em função do desenvolvimento da clotóide do eixo (l), para cada curva em estudo;
- por fim, aplicando a relação entre desenvolvimentos (l e l_1 ou l_2), determinar o parâmetro A da clotóide do eixo para cada indivíduo, na respectiva curva em estudo;

Quadro 14. Esquema de análise dos resultados

Curva i					
Condutor j	1	b (l)	l_1	l_{11}	A_1
	2		l_2	l_{12}	A_2
	3		l_3	l_{13}	A_3
	4		l_4	l_{14}	A_4
	j		l_j	l_{1j}	A_j

- em cada curva, registar-se-iam as velocidades de entrada (V_e) para cada simulação, com vista ao seu tratamento estatístico.

6.8. ANÁLISE DE RESULTADOS

Para não avolumar excessivamente este trabalho, limitou-se a exposição dos resultados a nove curvas, das quais apenas de três se apresentam os resultados no corpo do trabalho. Os restantes resultados estão colocados em Anexo.

6.8.1. CURVA 34 (ESQUERDA)

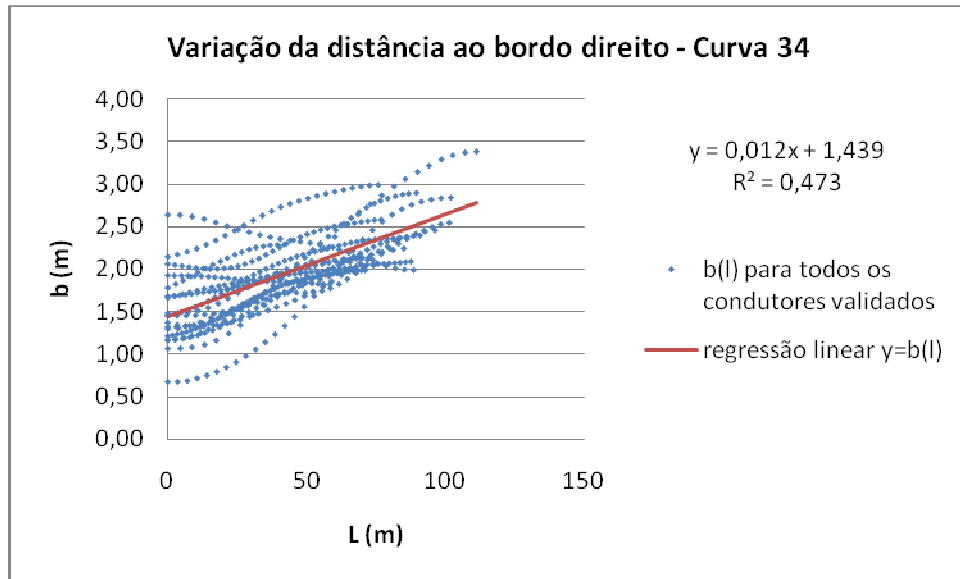


Figura 40. Lei de variação da distância ao bordo direito - Curva 34

$$b(l) = 0,012 \cdot l + 1,439 \quad R^2 = 0,473$$

Quadro 15. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 34

Conductor j	Ve(km/h)	L(m)	L ₁ (m)	A ²	A(m)
1	129,97	101,91	102,12	28663,60	169,30
2	62,88	71,10	71,21	33097,24	181,93
3	127,15	75,80	75,90	37987,64	194,90
4	164,34	88,52	88,88	13942,00	118,08
5	118,10	96,19	96,39	29170,34	170,79
6	93,20	76,81	77,02	19756,97	140,56
7	133,82	70,06	70,27	17077,38	130,68
8	122,04	74,04	74,32	13729,36	117,17
9	97,25	67,96	68,17	16255,79	127,50
10	90,00	83,31	83,51	23247,49	152,47
11	99,82	41,85	41,91	26681,44	163,34
12	141,66	84,96	85,14	26539,35	162,91
13	159,10	111,14	111,29	45059,52	212,27
14	89,94	58,34	58,48	17588,73	132,62
15	113,01	101,32	101,49	35546,24	188,54
16	107,70	89,49	89,68	28029,51	167,42
17	99,03	90,79	91,00	25865,14	160,83
18	78,91	87,54	87,72	28353,43	168,38

De modo a confirmar os resultados obtidos (A) são calculadas as coordenadas cartesianas (x,y) da clóide (trajetória teórica do veículo) recorrendo às equações paramétricas e em seguida, por

transferência de coordenadas, determina-se a posição absoluta do veículo (X_1, Y_1). Estas coordenadas de posição são posteriormente comparadas com as resultantes da simulação (X, Y).

Assim sendo:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_0 + T_L \cdot \cos(\text{Angcarro}_0) + T_K \cdot \cos(\text{Angcarro}_0 + \tau(l_1)) \\ Y_1 &= Y_0 + T_L \cdot \sin(\text{Angcarro}_0) + T_K \cdot \sin(\text{Angcarro}_0 + \tau(l_1)) \end{aligned} \quad (6.10)$$

Como é sabido, a Tangente Longa (T_L) e a Tangente Curta (T_K) calculam-se da seguinte forma:

$$\begin{aligned} T_L &= x - y \cdot \cotg \tau \\ T_K &= y \cdot \text{cosec } \tau \end{aligned} \quad (6.11)$$

em que:

x, y (m) – coordenadas cartesianas da clotóide no sistema de eixos com origem no ponto de osculação recta/clotóide

O erro calcula-se da seguinte forma:

$$e = \frac{\sqrt{(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2}}{L_1} \times 100 [\%] \quad (6.12)$$

Quadro 16.Cálculo das coordenadas (X1,Y1) - Curva 34

Condutor 1 (A=169,30)									
X	Y	I ₁	x	y	tau	T _L	T _K	X ₁	Y ₁
27075,4141	-17750,8281	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	27075,4141	-17750,8281
27078,0176	-17753,2578	3,5625	3,5625	0,0003	0,0002	2,3750	1,1875	27078,0166	-17753,2609
27080,5898	-17755,6445	7,0742	7,0742	0,0021	0,0009	4,7161	2,3581	27080,5831	-17755,6578
27083,1934	-17758,0391	10,6133	10,6133	0,0070	0,0020	7,0755	3,5378	27083,1717	-17758,0711
27085,7676	-17760,3965	14,1055	14,1055	0,0163	0,0035	9,4037	4,7018	27085,7290	-17760,4492
27088,3770	-17762,7715	17,6367	17,6367	0,0319	0,0054	11,7578	5,8789	27088,3192	-17762,8494
27090,9629	-17765,1172	21,1289	21,1288	0,0548	0,0078	14,0860	7,0430	27090,8858	-17765,2175
27093,5781	-17767,4766	24,6523	24,6521	0,0871	0,0106	16,4350	8,2175	27093,4815	-17767,6001
27096,1758	-17769,8066	28,1406	28,1401	0,1296	0,0138	18,7606	9,3804	27096,0585	-17769,9511
27098,8066	-17772,1543	31,6680	31,6670	0,1847	0,0175	21,1123	10,5563	27098,6725	-17772,3195
27101,4102	-17774,4707	35,1563	35,1546	0,2526	0,0216	23,4381	11,7193	27101,2666	-17774,6516
27104,0508	-17776,8047	38,6836	38,6810	0,3366	0,0261	25,7900	12,8954	27103,8998	-17776,9986
27106,6699	-17779,1055	42,1719	42,1678	0,4361	0,0310	28,1160	14,0586	27106,5149	-17779,3071
27109,3301	-17781,4258	45,7031	45,6971	0,5550	0,0364	30,4709	15,2363	27109,1742	-17781,6305
27111,9785	-17783,7090	49,1992	49,1904	0,6924	0,0422	32,8025	16,4025	27111,8198	-17783,9159
27114,6563	-17785,9980	52,7266	52,7142	0,8522	0,0485	35,1554	17,5795	27114,5030	-17786,2056
27117,3223	-17788,2520	56,2188	56,2017	1,0329	0,0551	37,4851	18,7450	27117,1740	-17788,4553
27120,0449	-17790,5293	59,7656	59,7424	1,2409	0,0623	39,8519	19,9292	27119,9025	-17790,7214
27122,7402	-17792,7637	63,2656	63,2348	1,4719	0,0698	42,1879	21,0983	27122,6114	-17792,9377

27125,4727	-17795,0078	66,8008	66,7603	1,7325	0,0778	44,5480	22,2798	27125,3647	-17795,1550
27128,1836	-17797,2148	70,3008	70,2485	2,0191	0,0862	46,8854	23,4502	27128,1086	-17797,3278
27130,9375	-17799,4512	73,8477	73,7809	2,3402	0,0951	49,2551	24,6371	27130,9081	-17799,5056
27133,6680	-17801,6563	77,3555	77,2712	2,6894	0,1044	51,5998	25,8119	27133,6963	-17801,6342
27136,4395	-17803,8809	80,9141	80,8086	3,0774	0,1142	53,9796	27,0049	27136,5453	-17803,7665
27139,1836	-17806,0723	84,4219	84,2915	3,4946	0,1243	56,3269	28,1821	27139,3744	-17805,8403
27141,9668	-17808,2734	87,9766	87,8163	3,9542	0,1350	58,7071	29,3765	27142,2631	-17807,9119
27144,7305	-17810,4375	91,4922	91,2973	4,4464	0,1460	61,0631	30,5595	27145,1420	-17809,9295
27147,5430	-17812,6113	95,0469	94,8111	4,9838	0,1576	63,4472	31,7574	27148,0758	-17811,9367
27150,3379	-17814,7402	98,5586	98,2760	5,5553	0,1694	65,8048	32,9430	27150,9972	-17813,8854
27153,1875	-17816,8750	102,1211	101,7837	6,1779	0,1819	68,1991	34,1480	27153,9846	-17815,8262

$$e_{max} = 1.9\%$$

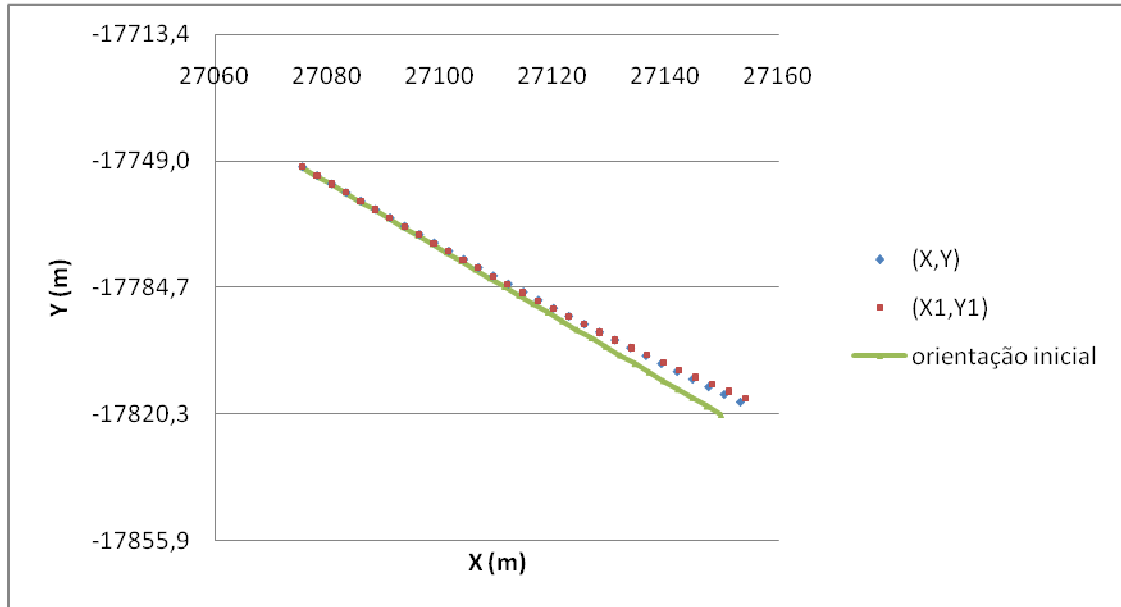


Figura 41. Representação esquemática da trajetória do veículo (X,Y) e da sua trajetória teórica (X1, Y1) – Curva 34

Quanto à velocidade, procurou-se determinar estatisticamente a velocidade correspondente ao percentil 85.

Quadro 17. Velocidade de entrada observada [km/h] - Curva 34

Ve	n	n/N	p
<70	1	0,06	0,06
]70-80]	1	0,06	0,11
]80-90]	2	0,11	0,22
]90-100]	4	0,22	0,44
]100-110]	1	0,06	0,50
]110-120]	2	0,11	0,61
]120-130]	3	0,17	0,78
]130-140]	1	0,06	0,83
]140-150]	1	0,06	0,89
]150-160]	1	0,06	0,94
]160-170]	1	0,06	1,00
>170	0	0,00	1,00
N	18	1,00	

$$V_{85} = 145 \text{ km/h}$$

6.8.2. CURVA 7 (DIREITA)

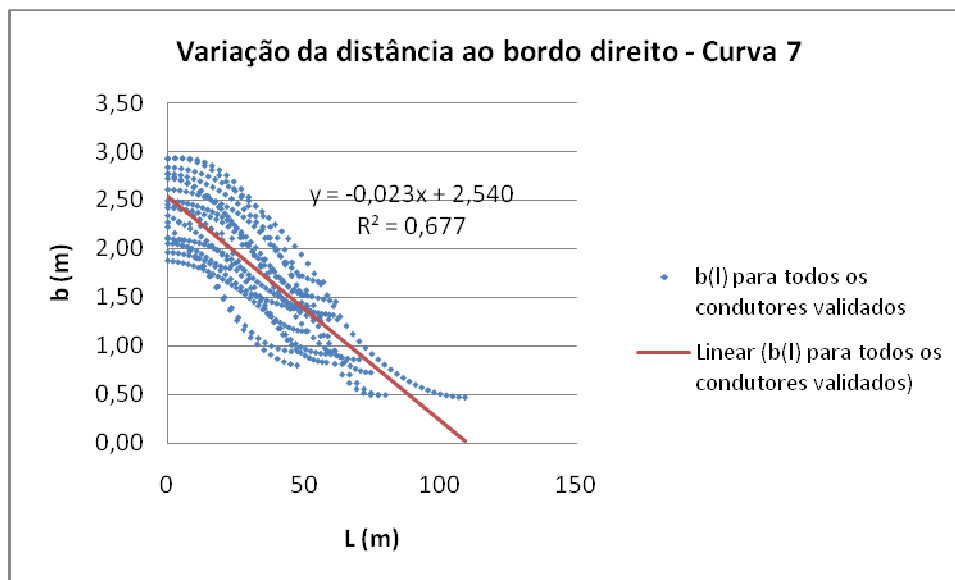


Figura 42. Lei de variação da distância ao bordo direito - Curva 7

$$b(l) = -0,023 \cdot l + 2,540 \quad R^2 = 0,677$$

Quadro 18. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 7

Condutor j	Ve(km/h)	l(m)	l _i (m)	A ²	A(m)
1	110,1424	109,2061	108,4766	21044,1	145,0658
2	79,41299	22,8418	22,77197	4670,704	68,34255
3	92,98717	58,33984	58,0835	11913,47	109,1488
4	180,8852	62,31348	62,14307	21139,45	145,3941
5	110,1092	55,71484	55,48096	11641,83	107,8973
6	105,5594	70,30957	69,85986	10872,02	104,269
7	108,9765	59,8833	59,55713	9994,973	99,97486
8	114,5229	47,53906	47,21826	5737,727	75,74778
9	100,6648	57,14844	56,98779	18055,46	134,3706
10	106,8011	74,66943	74,38428	19992,22	141,3938
11	93,00681	60,82373	60,48535	10018,12	100,0906
12	120,7542	80,0083	79,68262	20901,35	144,573
13	87,36431	51,0625	50,7627	7318,396	85,54762
14	100,2797	61,69971	61,36133	10384,32	101,9035
15	82,2096	52,89844	52,75342	16508,42	128,4851
16	119,9525	47,72314	47,34277	4885,136	69,89375
17	85,1913	50,78662	50,62744	13600,68	116,6219

Quadro 19. Cálculo das coordenadas (X1,Y1) - Curva 7

Condutor 5 (A=107,89)										
X	Y	l _i	x	y	tau	TI	Tk	X _i	Y _i	
6024,1372	-3000,7742	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	6024,1372	-3000,7742	
6026,6157	-3000,7783	2,4785	2,4785	0,0002	0,0003	1,6523	0,8262	6026,6157	-3000,7732	
6029,0894	-3000,7917	4,9521	4,9521	0,0017	0,0011	3,3014	1,6507	6029,0894	-3000,7736	
6031,5591	-3000,8171	7,4219	7,4219	0,0059	0,0024	4,9479	2,4740	6031,5591	-3000,7766	
6034,0186	-3000,8542	9,8818	9,8818	0,0138	0,0042	6,5879	3,2940	6034,0190	-3000,7834	
6036,4648	-3000,8997	12,3281	12,3281	0,0268	0,0065	8,2188	4,1094	6036,4653	-3000,7953	
6038,9072	-3000,9534	14,7710	14,7709	0,0461	0,0094	9,8474	4,9237	6038,9081	-3000,8135	
6041,3452	-3001,0154	17,2095	17,2092	0,0730	0,0127	11,4731	5,7366	6041,3464	-3000,8392	
6043,7817	-3001,0857	19,6465	19,6459	0,1086	0,0166	13,0978	6,5490	6043,7832	-3000,8737	
6046,2031	-3001,1638	22,0693	22,0684	0,1539	0,0209	14,7132	7,3568	6046,2056	-3000,9179	
6048,6201	-3001,2498	24,4878	24,4862	0,2102	0,0258	16,3258	8,1631	6048,6235	-3000,9731	
6051,0366	-3001,3467	26,9063	26,9036	0,2788	0,0311	17,9384	8,9696	6051,0410	-3001,0406	
6053,4487	-3001,4558	29,3208	29,3168	0,3608	0,0369	19,5486	9,7749	6053,4542	-3001,1215	
6055,8569	-3001,5806	31,7324	31,7265	0,4574	0,0432	21,1570	10,5794	6055,8639	-3001,2169	
6058,2539	-3001,7207	34,1338	34,1252	0,5693	0,0500	22,7588	11,3806	6058,2627	-3001,3277	
6060,6489	-3001,8772	36,5342	36,5222	0,6979	0,0573	24,3603	12,1819	6060,6597	-3001,4553	
6063,0332	-3002,0488	38,9243	38,9078	0,8440	0,0651	25,9553	12,9800	6063,0454	-3001,6003	
6065,4126	-3002,2361	41,3115	41,2893	1,0090	0,0733	27,5488	13,7776	6065,4270	-3001,7641	
6067,7769	-3002,4382	43,6841	43,6547	1,1929	0,0820	29,1330	14,5707	6067,7925	-3001,9469	
6070,1338	-3002,6555	46,0508	46,0126	1,3973	0,0911	30,7139	15,3624	6070,1504	-3002,1502	
6072,4829	-3002,8911	48,4116	48,3626	1,6232	0,1007	32,2916	16,1528	6072,5005	-3002,3751	
6074,8286	-3003,1460	50,7705	50,7083	1,8719	0,1107	33,8688	16,9433	6074,8464	-3002,6227	
6077,1689	-3003,4197	53,1274	53,0494	2,1445	0,1212	35,4456	17,7340	6077,1876	-3002,8942	
6079,5039	-3003,7122	55,4810	55,3841	2,4418	0,1322	37,0212	18,5245	6079,5224	-3003,1905	

$$e_{m\acute{e}x} = 0,9\%$$

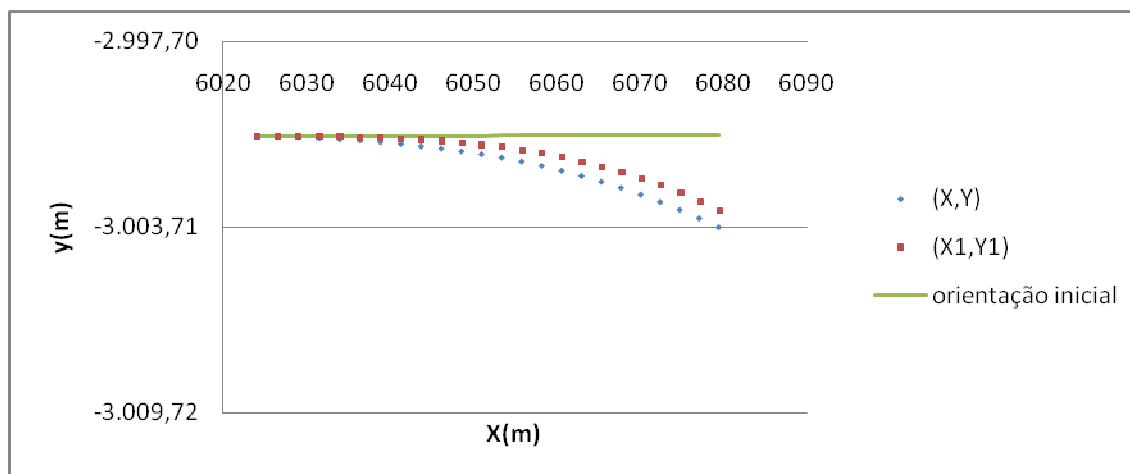


Figura 43. Representação esquemática da trajetória do veículo (X, Y) e da sua trajetória teórica (X1,Y1) – Curva 7

Quadro 20. Velocidade de entrada observada (km/h) - Curva 7

Ve	n	n/N	p
<70	0	0,00	0,00
]70-80]	1	0,06	0,06
]80-90]	3	0,18	0,24
]90-100]	2	0,12	0,35
]100-110]	5	0,29	0,65
]110-120]	4	0,24	0,88
]120-130]	1	0,06	0,94
]130-140]	0	0,00	0,94
]140-150]	0	0,00	0,94
]150-160]	0	0,00	0,94
]160-170]	0	0,00	0,94
>170	1	0,06	1,00
N	17	1,00	

$$V_{85} = 115 \text{ km/h}$$

6.8.3. CURVA 4 (ESQUERDA)

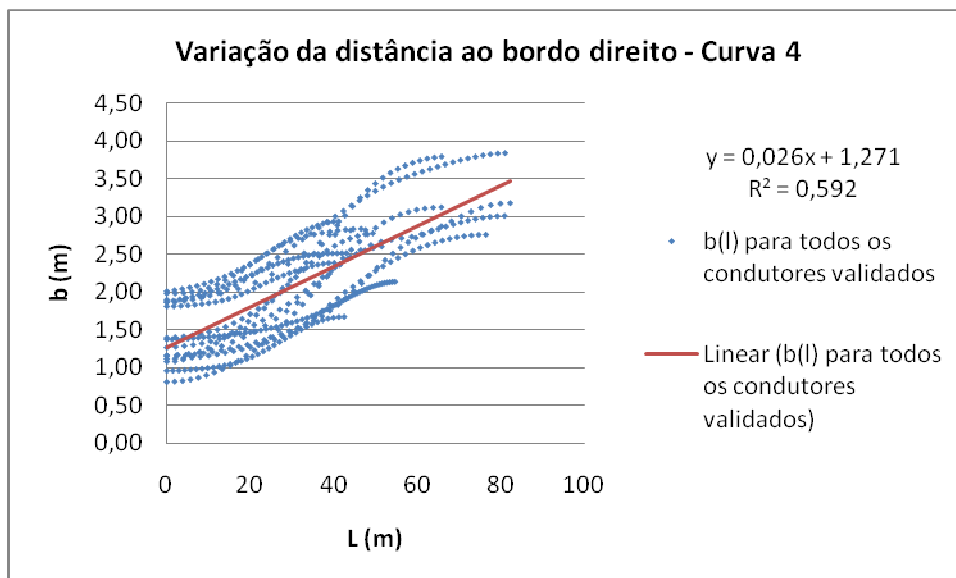


Figura 44. Lei de variação da distância ao bordo direito - Curva 4

$$b(l) = 0,026 \cdot l + 1,271 \quad R^2 = 0,592$$

Quadro 21 Resumo dos parâmetros calculados - Curva 4

Conductor j	Ve(km/h)	l(m)	l _i (m)	A ²	A
1	85,04323	65,9043	66,12842	9948,166	99,74049
2	66,80438	42,58154	42,75928	7298,656	85,43217
3	84,42075	41,25244	41,33203	15543,99	124,6755
4	90,16185	76,61084	77,08301	5227,436	72,30101
5	93,20359	81,18945	81,28857	25328,01	159,1478
6	196,6994	47,73096	47,85303	12520,02	111,8929
7	107,2102	81,05127	81,31543	9501,217	97,47419
8	118,5852	82,3999	82,70459	8253,308	90,84772
9	90,63004	46,62842	46,82715	7443,788	86,27739
10	57,14439	54,79102	54,94434	11937,04	109,2568
11	91,89895	65,97803	66,07568	22855,02	151,1788
12	76,05035	40,18897	40,32129	8986,312	94,79616
13	89,3487	49,45752	49,61133	10430,3	102,1288
14	94,44643	51,56689	51,68848	13943,87	118,0842
15	69,74391	43,11816	43,32324	6443,921	80,27404

Quadro 22 Cálculo das coordenadas (X1, Y1) - Curva 4

Condutor 7 (A=97,47)										
X	Y	L1	x	y	tau	TI	Tk	X1	Y1	
3635,6682	-2801,9612	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	3635,6682	-2801,9612	
3637,3240	-2803,6113	2,3374	2,3374	0,0002	0,0003	1,5583	0,7791	3637,3228	-2803,6122	
3638,9092	-2805,1863	4,5723	4,5723	0,0017	0,0011	3,0482	1,5241	3638,9056	-2805,1899	
3640,4348	-2806,6975	6,7192	6,7192	0,0053	0,0024	4,4795	2,2397	3640,4278	-2806,7040	
3641,9480	-2808,1919	8,8457	8,8457	0,0121	0,0041	5,8971	2,9486	3641,9378	-2808,2013	
3643,4612	-2809,6819	10,9697	10,9697	0,0232	0,0063	7,3132	3,6566	3643,4489	-2809,6939	
3644,9771	-2811,1702	13,0938	13,0936	0,0394	0,0090	8,7292	4,3646	3644,9637	-2811,1828	
3646,4844	-2812,6458	15,2026	15,2024	0,0616	0,0122	10,1352	5,0676	3646,4720	-2812,6567	
3647,9807	-2814,1062	17,2935	17,2930	0,0907	0,0157	11,5291	5,7646	3647,9723	-2814,1130	
3649,4614	-2815,5474	19,3594	19,3586	0,1273	0,0197	12,9065	6,4534	3649,4601	-2815,5463	
3650,9292	-2816,9719	21,4053	21,4040	0,1720	0,0241	14,2706	7,1355	3650,9395	-2816,9595	
3652,3835	-2818,3796	23,4297	23,4277	0,2256	0,0289	15,6205	7,8105	3652,4097	-2818,3512	
3653,8230	-2819,7686	25,4302	25,4272	0,2885	0,0340	16,9545	8,4777	3653,8694	-2819,7191	
3655,2551	-2821,1467	27,4180	27,4137	0,3615	0,0396	18,2801	9,1407	3655,3270	-2821,0707	
3656,6807	-2822,5149	29,3940	29,3880	0,4454	0,0455	19,5982	9,7999	3656,7837	-2822,4059	
3658,1052	-2823,8784	31,3657	31,3573	0,5412	0,0518	20,9134	10,4579	3658,2452	-2823,7293	
3659,5266	-2825,2336	33,3296	33,3182	0,6493	0,0585	22,2237	11,1135	3659,7095	-2825,0380	
3660,9448	-2826,5784	35,2837	35,2685	0,7703	0,0655	23,5278	11,7660	3661,1754	-2826,3301	
3662,3589	-2827,9094	37,2261	37,2063	0,9046	0,0729	24,8243	12,4150	3662,6418	-2827,6039	
3663,7771	-2829,2273	39,1616	39,1361	1,0531	0,0807	26,1167	13,0620	3664,1126	-2828,8621	
3665,1990	-2830,5271	41,0884	41,0560	1,2161	0,0888	27,4036	13,7064	3665,5867	-2830,1029	
3666,6287	-2831,8101	43,0093	42,9685	1,3946	0,0973	28,6871	14,3494	3667,0665	-2831,3276	
3668,0618	-2833,0723	44,9194	44,8688	1,5886	0,1062	29,9640	14,9892	3668,5486	-2832,5327	
3669,5061	-2834,3188	46,8276	46,7653	1,7995	0,1154	31,2402	15,6290	3670,0399	-2833,7231	
3670,9543	-2835,5442	48,7246	48,6486	2,0269	0,1249	32,5097	16,2657	3671,5335	-2834,8926	

3672,4058	-2836,7493	50,6113	50,5194	2,2712	0,1348	33,7731	16,8997	3673,0302	-2836,0412
3673,8630	-2837,9395	52,4932	52,3829	2,5335	0,1450	35,0341	17,5328	3674,5345	-2837,1719
3675,3220	-2839,1116	54,3647	54,2334	2,8137	0,1555	36,2892	18,1634	3676,0422	-2838,2808
3676,7817	-2840,2622	56,2236	56,0682	3,1115	0,1664	37,5369	18,7907	3677,5513	-2839,3662
3678,2456	-2841,3950	58,0747	57,8920	3,4281	0,1775	38,7805	19,4165	3679,0658	-2840,4305
3679,7109	-2842,5078	59,9146	59,7011	3,7632	0,1889	40,0180	20,0396	3680,5830	-2841,4712
3681,1804	-2843,6011	61,7461	61,4980	4,1176	0,2006	41,2512	20,6613	3682,1052	-2842,4897
3682,6550	-2844,6729	63,5698	63,2829	4,4918	0,2127	42,4807	21,2816	3683,6329	-2843,4858
3684,1328	-2845,7190	65,3804	65,0503	4,8847	0,2249	43,7030	21,8990	3685,1615	-2844,4561
3685,6189	-2846,7424	67,1851	66,8070	5,2983	0,2375	44,9231	22,5161	3686,6970	-2845,4043
3687,1113	-2847,7407	68,9805	68,5492	5,7319	0,2504	46,1389	23,1317	3688,2364	-2846,3282
3688,6118	-2848,7146	70,7686	70,2786	6,1864	0,2636	47,3518	23,7467	3689,7815	-2847,2282
3690,1174	-2849,6628	72,5474	71,9928	6,6612	0,2770	48,5607	24,3605	3691,3303	-2848,1030
3691,6272	-2850,5867	74,3174	73,6920	7,1568	0,2907	49,7660	24,9735	3692,8831	-2848,9526
3693,1396	-2851,4868	76,0771	75,3744	7,6728	0,3046	50,9668	25,5853	3694,4384	-2849,7759
3694,6565	-2852,3645	77,8296	77,0424	8,2101	0,3188	52,1653	26,1969	3695,9986	-2850,5738
3696,1792	-2853,2209	79,5771	78,6980	8,7698	0,3332	53,3634	26,8095	3697,5657	-2851,3472
3697,7043	-2854,0547	81,3154	80,3364	9,3504	0,3480	54,5582	27,4217	3699,1355	-2852,0936

$$e_{m\acute{e}x} = 2,90\%$$

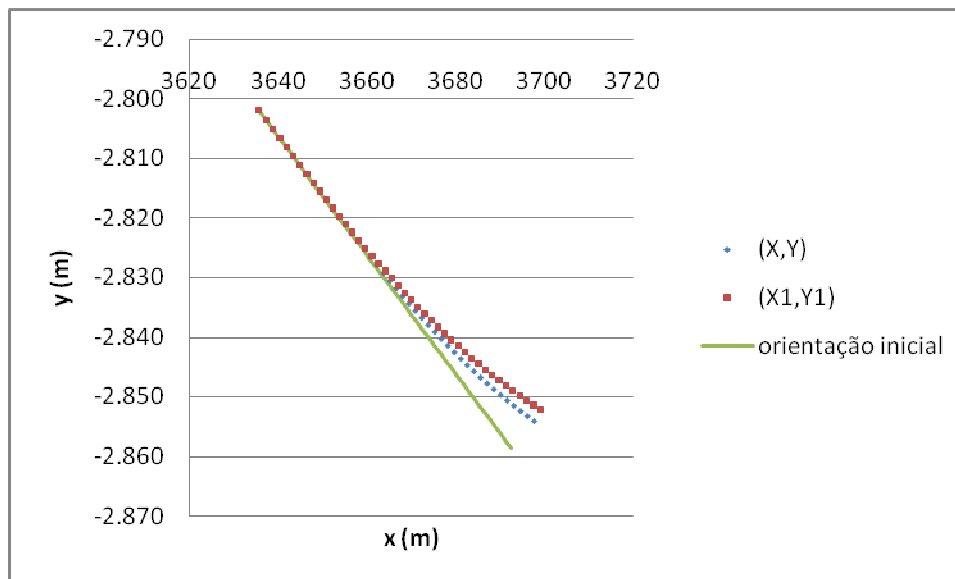


Figura 45 Representação esquemática da trajetória do veículo (X, Y) e da sua trajetória teórica (X1, Y1) - Curva 4

Quadro 23 Velocidade de entrada observada (km/h) - Curva 4

Ve	n	n/N	p
<70	3	0,20	0,20
]70-80]	1	0,07	0,27
]80-90]	3	0,20	0,47
]90-100]	5	0,33	0,80
]100-110]	1	0,07	0,87
]110-120]	1	0,07	0,93
]120-130]	0	0,00	0,93
]130-140]	0	0,00	0,93
]140-150]	0	0,00	0,93
]150-160]	0	0,00	0,93
]160-170]	0	0,00	0,93
>170	1	0,07	1,00
N	15	1,00	

$$V_{85} = 115 \text{ km/h}$$

6.9. CONCLUSÕES

O erro cometido ao admitir a hipótese inicial de que a trajetória de entrada em curva era uma clotoide, não chega a ser superior a 3% em 9 das 18 curvas estudadas, podendo afirmar-se que se trata de uma hipótese válida.

Embora os resultados obtidos em relação às velocidades de entrada escolhidas pelos condutores (correspondente ao percentil 85), não sejam suficientes para que se possa estabelecer uma relação válida entre aquela e a velocidade padrão em curva, parece evidente que a velocidade escolhida é sempre superior à velocidade padrão, conforme se pode verificar:

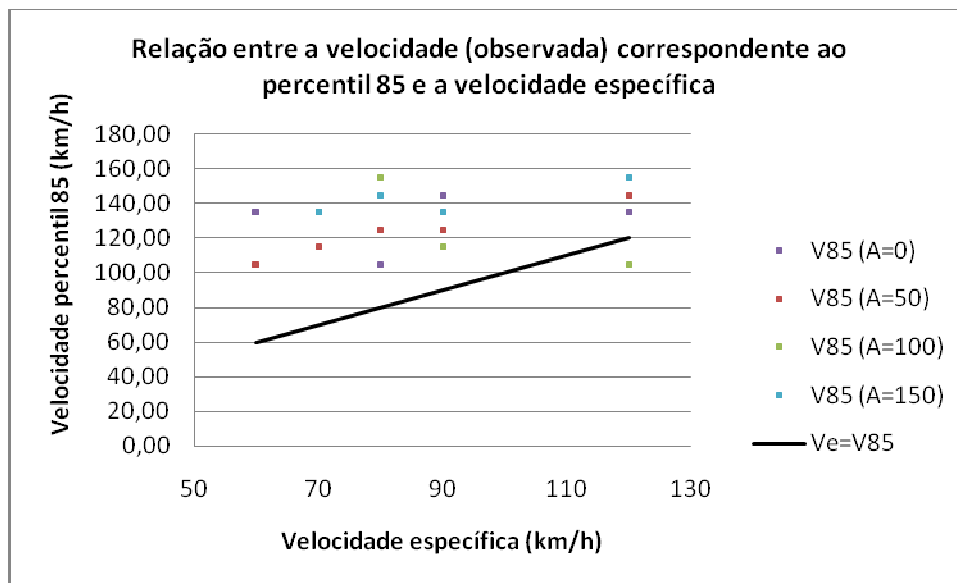
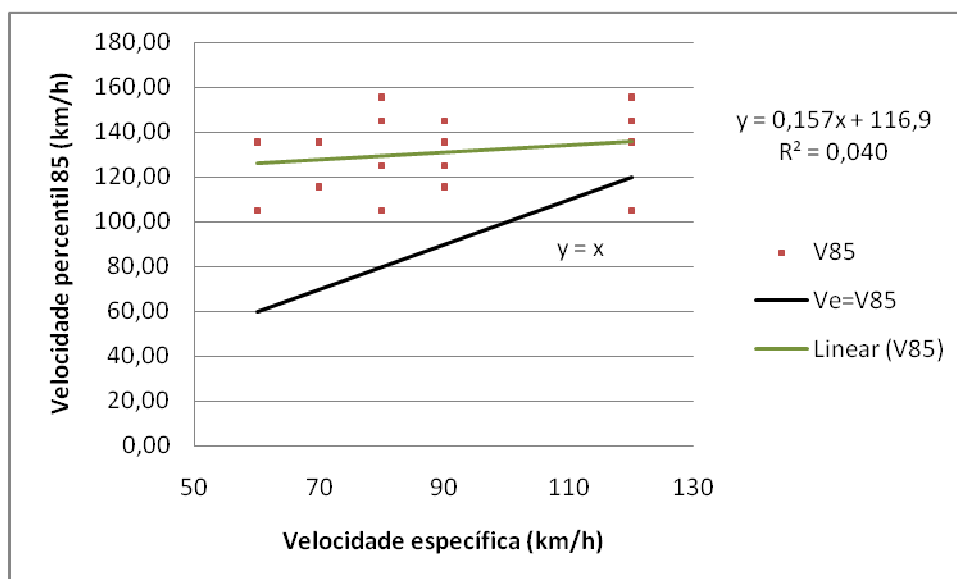


Figura 46 Relação entre a velocidade correspondente ao percentil 85 (observada) e a velocidade específica



Quanto à adequabilidade da clotóide enquanto curva de transição, perante tais evidências, pode-se afirmar que, cumpre plenamente os requisitos exigidos por se adequar às expectativas dos condutores.

Parece não existir qualquer relação válida, nos resultados obtidos, entre a velocidade praticada (V_e) e o raio de mínimo de curvatura (R) da clotóide de entrada.

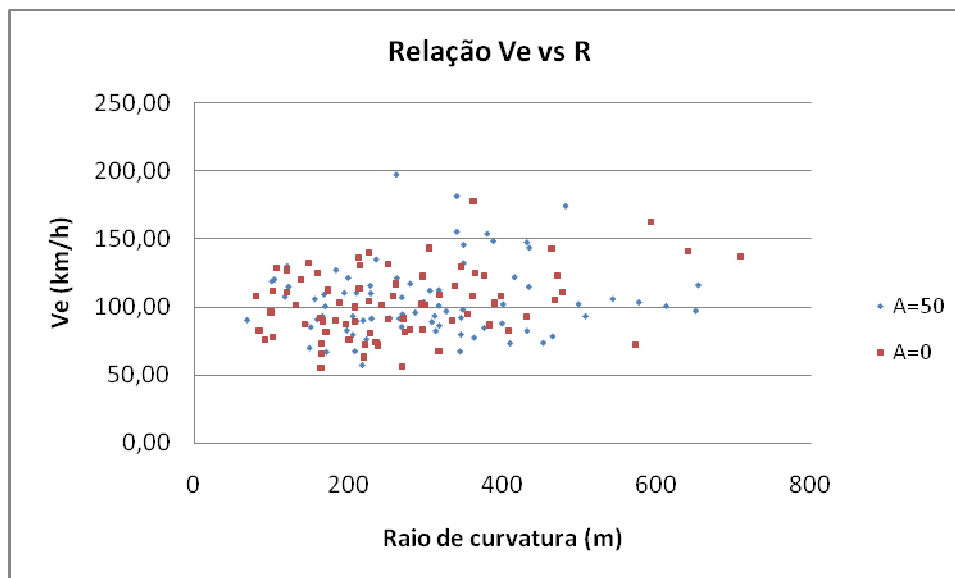


Figura 47 Relação entre a velocidade de entrada (observada) e o raio de curvatura da trajetória descrita pelos veículos

As correlações lineares $b=f(l)$ que foram indispensáveis para o cálculo do parâmetro da clotóide descrita por cada condutor foram, no entanto, ajustadas à nuvem de coordenadas de posição de todos os condutores nessa curva.

Inevitavelmente que o simulador visualmente dinâmico mas não gerador de acelerações ou sobreacelerações foi encarado de modo muito diferente por cada um dos condutores, sendo as diferenças entre as velocidades V_{85} testemunho desse facto.

A relação $b=f(l)$ poderia ser ligeiramente afinada por utilização de uma expressão para cada condutor e cada curva. Nesse caso as múltiplas correlações deveriam ser parabólicas do 3º grau e com coeficientes de correlação extremamente elevados. A influência desse aperfeiçoamento, embora experimentado, não foi impressa, dado que:

- a multiplicidade de expressões era enorme (n° de condutores $\times$ n° de curvas);
- o aperfeiçoamento foi considerado de benefício/custo não suficientemente elevado, dado que a correlação apenas interessa para o cálculo de um valor intermédio (parâmetro A) da clotóide descrita.

7

CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

7.1. CONCLUSÕES

No capítulo segundo procurou-se através de cálculos teóricos relevar a importância da sobreaceleração tangencial no cômputo do grau de incomodidade global em determinadas situações e portanto concluiu-se que a não inclusão desta componente nas expressões tradicionais de dimensionamento das clotóides pelo critério da comodidade, poderá conduzir a situações de sub-dimensionamento. Como já havia sido destacado por (França, et al., 1988).

Este facto importante conduziu a que no capítulo seguinte, a sobreaceleração tangencial fosse tida em conta no cálculo dos parâmetros cinemáticos. As expressões obtidas, designadamente para as sobreacelerações, apresentam ainda a virtude de definirem um critério de comparação de diferentes tipos de curvas que possam ser aplicadas aos alinhamentos horizontais.

Nas expressões dos parâmetros cinemáticos, obtidas por recurso à geometria infinitesimal, não foi considerado o efeito do perfil longitudinal devido ao facto de no capítulo 4 se ter chegado à conclusão, por comparação com as expressões propostas por Begonha, de que a sua influência era desprezável.

No capítulo seguinte, aplicando as expressões anteriormente obtidas para os parâmetros cinemáticos, são testadas teoricamente uma série de situações em curva circular e em clotóide, por forma a quantificar o efeito da sobreelevação e da sua variação ao longo das clotóides de transição. Chegou-se à conclusão de que o efeito da variação da sobreelevação, representa cerca de 15 a 20 % do valor do grau de incomodidade global.

Do estudo realizado no simulador DriS chegou-se à conclusão de que a simulação fora encarada de forma diferente por cada um dos condutores. Enquanto alguns procuravam reproduzir o seu comportamento normal em estrada perante as solicitações do traçado simulado, outros procuravam tirar partido da ausência de constrangimentos habituais à sua condução, negligenciando factores de risco como a velocidade excessiva em curva. O que poderá explicar o facto das velocidades praticadas pelos diferentes condutores apresentarem uma grande dispersão de valores.

No entanto parece razoável admitir que, perante situações reais em que as sobreacelerações e principalmente as acelerações se manifestam de forma mais vigorosa, os condutores moderem a sua velocidade.

Considere-se por exemplo, o condutor número 7 que circula na curva 34 ($R=250$; $A=150$) com uma velocidade de entrada (V_e) próxima da velocidade corresponde ao percentil 85 (V_{85}) nessa curva, de

133,82 km/h e um raio mínimo de curvatura $\left(R_{\min} = \frac{A^2}{L_1}\right)$ de 243,02 m. No caso da curva ser percorrida a velocidade constante ($V=V_e=\text{constante}$) a aceleração centrífuga $\left(a_c = \frac{V^2}{3,6^2 \cdot R_{\min}}\right)$ é de 5,7 m/s², muito acima dos 2.2 m/s² considerados pelas normas da J.A.E. como o limite máximo para que ainda haja segurança.

No entanto o movimento ao longo da curva de transição deverá ser considerado como uniformemente retardado pelo que a velocidade de saída (V_s) será de 121,92 km/h.

A partir da expressão

$$V_s = \sqrt{V_e^2 - 2 \cdot j \cdot L_1}$$

Em que a velocidade vem expressa em m/s e j assume um valor positivo, podemos determinar a desaceleração praticada pelo condutor, ou seja:

$$j = 1,7 \text{ m/s}^2$$

Valor perfeitamente aceitável e tradutor da realidade observada.

Assim sendo, a aceleração centrífuga (a_c) será de 4,7 m/s² o que representa uma redução cerca de 0,1g.

A questão não poderá deixar de se colocar, o que leva este condutor, desapossado de sentir estes efeitos, a reduzir a velocidade do veículo?

Este trabalho procura responder a esta questão e a conclusão que se chega é que, a generalidade dos condutores, por apresentarem o mesmo padrão de comportamento, têm memória das sensações provocadas de forma mais intensa pelas acelerações e não tanto pelas sobreacelerações, o que aliás, estudos na área da biomecânica, comprovam indicando claramente quais os respectivos limiares de incomodidade. A título exemplificativo destacam-se estudos sobre traumatologia que procuram relacionar a incidência de lesões graves em atletas de alta competição (trampolim e cama elástica), causadas por uma súbita aplicação de força que exceda a resistência dos ligamentos ou mesmo conduza à perda de consciência do atleta.

No que diz respeito à sobreaceleração parecem ainda faltar estudos que permitam avaliar os efeitos biomecânicos deste parâmetro.

A questão remanescente é concernente à trajectória de entrada em curva perseguida pelos condutores. A este respeito conclui-se que independentemente do parâmetro (0, 50, 100, 150) da curva ensaiada, a trajectória teórica do veículo que é uma curva de raio variável, aproxima-se com um erro inferior a 3% em 75% dos casos considerados (16 condutorxcurva), duma clotóide. Sendo esta evidência mais notória, como se procurava também demonstrar, em curvas sem clotóide de transição ($A=0$).

Assevera-se que a explicação deste resultado reside no facto de a percepção visual da curva, dada pelo seu andamento, desempenhar um papel determinante na percepção da incomodidade e insegurança dos condutores, já que, a percepção instigada pelas acelerações e sobreacelerações estaria fora de cogitação.

Podendo a curva de raio variável ser uma parábola cúbica ou uma clotóide ou ainda uma outra qualquer não definida, pelos resultados obtidos se deduz que o andamento da trajectória teórica dos veículos se assemelha muito à de uma clotóide.

7.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Destacam-se como possíveis desenvolvimentos futuros, os seguintes aspectos:

- verificação experimental das trajectórias teóricas obtidas neste estudo e subsequente cálculo dos parâmetros cinemáticos, por forma a avaliar quais os parâmetros relevantes que condicionam as trajectórias reais dos veículos;
- desenvolvimento de estudos experimentais em articulação com a área da biomecânica, que permitam averiguar quais os efeitos dos parâmetros cinemáticos sobre o ser humano e de que forma afectam o comportamento dos condutores, quer em termos de velocidade quer em termos de trajectória perseguida.
- estudo de novas curvas de transição que visem eliminar as descontinuidades dos diagramas das sobreacelerações.

Cabe ainda destacar como linha de orientação futura a necessidade de proceder à validação experimental das curvas de regressão ajustadas à posição dos veículos, indispensáveis à parametrização da trajectória descrita por cada condutor, sendo que a relação $b=f(l)$ poderia ser melhorada utilizando uma expressão parabólica de 3º grau para cada condutor em cada curva, por esta conduzir a coeficientes de correlação (r^2) muito elevados.

BIBLIOGRAFIA

- Adams, Robert A. - *Calculus a complete course* 0022. Don Mills, Ontário [etc]: Addison Wesley,
- Baykal, Orhan - Concept pf Lateral Change of Acceleration. *Journal of Surveying Engineering*. 122:3 (1996). p. 132-141.
- Beer, Ferdinand P.; Johnston, Jr E. Russell; Clausen, William E. - *Mecânica vetorial para engenheiros dinâmica* 0029. São Paulo: MAKRON Books do Brasil Rditora,
- Begonha, João Bernardo Mora Moraes Pessoa; França, Adalberto Quelhas da Silva - *Parâmetros Cinemáticos aferidores da Comodidade e Segurança de Circulação junto aos Bordos das Vias orient. Prof. Adalberto Quelhas da Silva França* 0008. Porto:: [s.n.], 2005.
- Campos, Luís Manuel Braga da Costa - *Mecânica aplicada* 0029. Lisboa: Escolar Editora, 2003.
- Couto, António José Fidalgo do - *As normas de projecto da J.A.E. Análise de princípios fundamentais e comparação com outras disposições normativas* 0017
O caso do traçado em planta 0018. Porto:: [s. n.], 1996a.
- Couto, António José Fidalgo do - *Prova de aptidão pedagógica e capacidade científica* 0026. Porto:: [s.n.], 1996b.
- Dabbour, E.; Easa, S. M.; El Halim, A. O. A. - Radius requirements for reverse horizontal curves on three-dimensional alignments. *Journal of Transportation Engineering*. 130:5 (2004). p. 610.
- Easa, S.; Mehmood, A. - Optimizing geometric design of single-lane roundabouts: consistency analysis. *CANADIAN JOURNAL OF CIVIL ENGINEERING*. CCCT:6 (2004). p. 1024-1038.
- Easa, Said M. - Distributing superelevation to maximize highway design consistency. *Journal of Transportation Engineering*. 129:2 (2003a). p. 127-133.
- Easa, Said M. - Improved speed-profile model for two-lane rural highways. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 30:6 (2003b). p. 1055-1065.
- Easa, Said M. - Lateral clearance needs on compound horizontal curves. *Journal of Transportation Engineering*. 119:1 (1993). p. 111.
- Fitzpatrick, Kay; Krammes, Raymond A.; Fambro, Daniel B. - Design speed, operating speed and posted speed relationships. *ITE Journal (Institute of Transportation Engineers)*. 67:2 (1997). p. 52-59.
- França, Adalberto Quelhas da Silva - *Apontamentos de Vias de Comunicação I*. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1995a.

França, Adalberto Quelhas da Silva - *Apontamentos de Vias de Comunicação 2*. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1995b.

França, Adalberto Quelhas da Silva; Brandão, Filipe de Paiva; Melo, Arnaldo Humberto Pereira de Sousa - *A comodidade e a segurança como critérios condicionantes da geometria do traçado o caso das clóides de transição orient. Prof. Doutor Filipe de Paiva Brandão e Prof. Doutor Arnaldo de Sousa Melo 0009*. Porto:: [s. n.], 1988.

Gibreel, G. M.; Easa, S. M.; El-Dimeery, I. A. - Prediction of operating speed on three-dimensional highway alignments. *Journal of Transportation Engineering*. 127:1 (2001). p. 21-30.

Gibreel, G. M., et al. - State of the art of highway geometric design consistency. *Journal of Transportation Engineering*. 125:4 (1999). p. 305-313.

Hassan, Y.; Easa, S. M. - Effect of vertical alignment on driver perception of horizontal curves. *Journal of Transportation Engineering*. 129:4 (2003). p. 399-407.

Hassan, Y.; Sayed, T. - Effect of driver and road characteristics on required preview sight distance. *CANADIAN JOURNAL OF CIVIL ENGINEERING*. CCCT:2 (2002). p. 276-288.

Hassan, Yasser; Easa, Said M.; Abd El Halim, A. O. - Analytical model for sight distance analysis on three-dimensional highway alignments. *Transportation Research Record*. 1523 (1996). p. 1-10.

Hassan, Yasser; Easa, Said M.; Abd El Halim, A. O. - Sight distance on horizontal alignments with continuous lateral obstructions. *Transportation Research Record*. 1500 (1995). p. 31-42.

Hassan, Yasser; Easa, Said M.; El Halim, A. O. Abd - State-of-the-art of three-dimensional highway geometric design. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 25:3 (1998). p. 500-511.

Helgason, Sigurdur - *Differential geometry, lie groups, and symmetric spaces 0021*. San Diego:: Academic Press,

Herring, Heinrich E - De l'etablissement en toute rigueur des équations du mouvement donnant la vitesse, l'accélération et la suraccélération. *Revue Générale des Routes et des Aérodrômes*. 604 (1984). p. 7-22.

J.A.E., Junta Autónoma de Estradas Portugal - *Normas de Traçado P3/91, Geometria*. Ministério das Obras Públicas Transportes e Comunicações Portugal. Ministério das Obras Públicas Transportes e Comunicações 1991.

JAE 1927-1987=1927- 1987 60=60 anos 0024. - [Lisboa]: JAE.Direcção dos Serviços Gerais,

Kanellaidis, George; Kanellaidis, George - Human Factors in Highway Geometric Design. *Journal of Transportation Engineering*. 122:1 (1996). p. 59.

Krasna, S., et al. - Human body modelling for traffic accident analysis. *Vehicle System Dynamics*. 45:10 (2007). p. 969.

- McKeague, Charles P. - *Trigonometry 0022*. Fort Worth [etc.]: Harcourt College,
- McLean, J.R. - *Driver Behaviour on Curves - A Review*. Adelaide: Australian Road Research Board, 1974.
- McLean, J.R. - Driver Speed Behaviour and Rural Road Alignment Design. *Traffic Engineering and Control*. (1981). p. 4.
- McLean, J.R. - Review of the Design Speed Concept. *Australian Road Research*. 8:1 (1978). p. 15.
- McLean, J.R. - *Speeds Curve: Side Friction Factor Considerations*. Australian Road Research Board, 126.
- Megyeri, J - Theory of the Railway Movement Geometry And Its Use in Practice. *Periodica Polytechnica*. 30:3-4 (1986). p. 219-272.
- Mehmood, Atif; Mehmood, Atif; Easa, Said M. - Optimizing geometric design of roundabouts: multi-objective analysis. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 33:1 (2006). p. 29.
- Melo, Arnaldo Humberto Pereira de Sousa - *Algumas reflexões sobre as características cinemáticas e dinâmicas das curvas de transição 0023*. Porto: Centro de Engenharia Civil da Universidade, 1984.
- Melo, Arnaldo Humberto Pereira de Sousa - *Análise estática e dinâmica da via férrea referências e comentários a alguns trabalhos recentes 0023*. Porto: Centro de Engenharia Civil da Universidade do Porto, 1987.
- Oztan, Olkay, et al. - Intersection of Spiral Curva With Circle. *Journal of Surveying Engineering*. 121:1 (1995). p. 3-12.
- PRN 2000 revisão do Plano Rodoviário Nacional ante-projecto de Decreto-Lei 0007. - [S.l.]: J.A.E., 1996.
- PRN 2000 revisão do Plano Rodoviário Nacional ante-projecto de Decreto-Lei 0020. - [S.l.]: J.A.E., 1996.
- Revisão do Plano Rodoviário Nacional 0022. - [S.l.]: JAE, 1996.

ANEXO A

VECTOR ACELERAÇÃO RESULTANTE

$$a_i = \frac{b}{\sqrt{u^2 + b^2}} \cdot \left[\left(K \cdot V^2 - g \cdot \frac{u}{b} \right) \cdot H_i - \left(K \cdot V^2 \cdot \frac{u}{b} + g \right) \cdot B_i \right] + [g \cdot (0,02 + 0,11 \cdot j) + 0,625 \cdot \mu \cdot S \cdot v^2 \cdot m^{-1}] \cdot T_i \quad (A.1)$$

Pelo que, sabendo ser $h_i = \frac{da_i}{ds} \cdot V$, derivando a expressão (B.1) em ordem a s resulta:

VECTOR SOBREACELERAÇÃO TANGENCIAL

(da consideração de movimento uniformemente acelerado ($j=\text{constante}$) resulta $\frac{dj}{dt} = 0$)

$$h_T = K \cdot V \cdot \frac{b^2}{u^2 + b^2} \cdot \left(-K \cdot V^2 + g \cdot \frac{u}{b} \right) + (0,625 \cdot \mu \cdot S \cdot 2 \cdot V \cdot m^{-1}) \cdot \frac{dV}{ds} \quad (A.2)$$

VECTOR SOBREACELERAÇÃO NORMAL

$$h_H = V \cdot \frac{b}{\sqrt{u^2 + b^2}} \cdot \left\{ \left(\frac{dK}{ds} \cdot V^2 + 2 \cdot K \cdot V \cdot \frac{dV}{ds} - \left(\frac{K \cdot V^2 \cdot u + g \cdot b}{(u^2 + b^2)} \right) \cdot \frac{du}{ds} \right) + [g \cdot (0,02 + 0,11 \cdot j) + 0,625 \cdot \mu \cdot S \cdot V^2 \cdot m^{-1}] \cdot K \right\} \quad (A.3)$$

VECTOR SOBREACELERAÇÃO BINORMAL

$$h_B = -V \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2 + b^2}} \cdot \left\{ \left(\frac{dK}{ds} \cdot V^2 + 2 \cdot K \cdot V \cdot \frac{dV}{ds} + \frac{b}{u} \cdot \left(\frac{K \cdot V^2 \cdot b - g \cdot u}{(u^2 + b^2)} \right) \cdot \frac{du}{ds} \right) \right\} \quad (A.4)$$

ANEXO B

Quantificação do efeito da Sobreelevação e da sua variação no cálculo do Grau de Incomodidade Global J

Neste estudo foram consideradas doze combinações de diferentes parâmetros de clotóide (50,100, 150) com raios mínimos de curvatura (120, 180, 250, 350). No entanto, a apresentação dos resultados apenas recai sobre aqueles casos em que o efeito da variação da sobreelevação assume um peso importante na quantificação dos parâmetros cinemáticos, isto é, em que a **taxa de variação da sobreelevação** ($\frac{ds_e}{dt}$) é mais elevada, admitindo como valor de referência **4 a 5 %/s**, conforme a Norma de Nós de Ligação da J.A.E..

A **velocidade de circulação** considerada foi de **72 km/h (constante)**.

Efeito da Sobreelevação

Clotóide 1

A = 50

R = 120m

L = 20,83m

Se = 0

Se = 7%

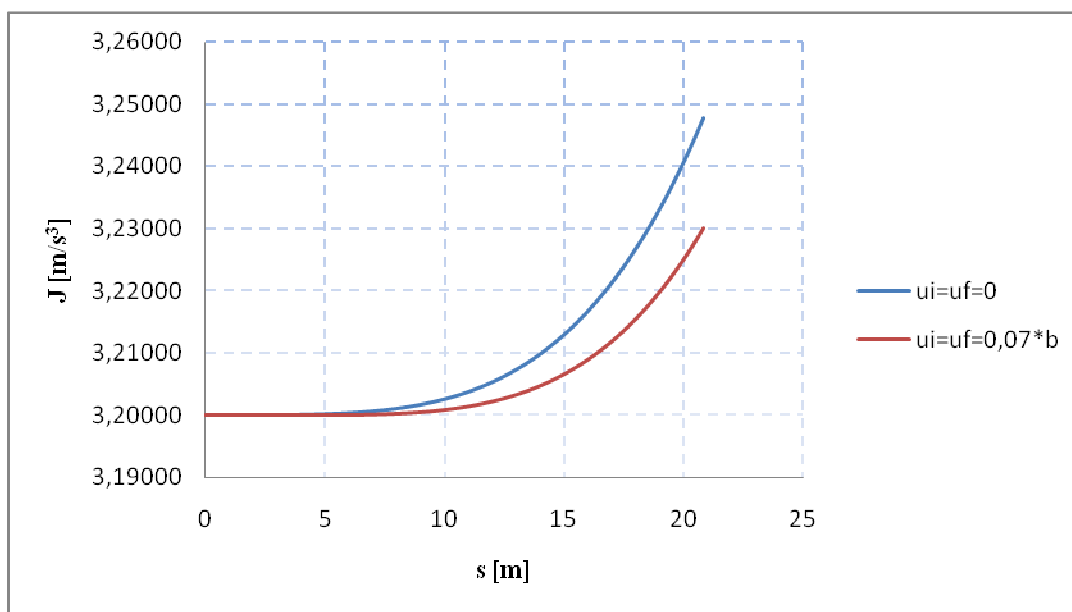


Gráfico 1. Grau de Incomodidade Global

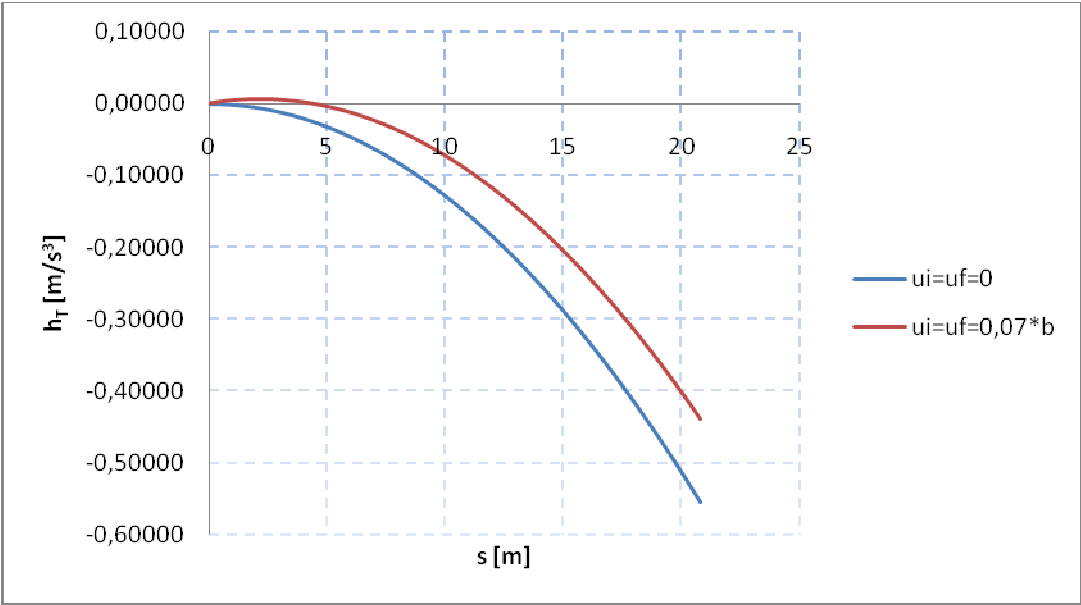


Gráfico 2. Sobreaceleração Tangencial

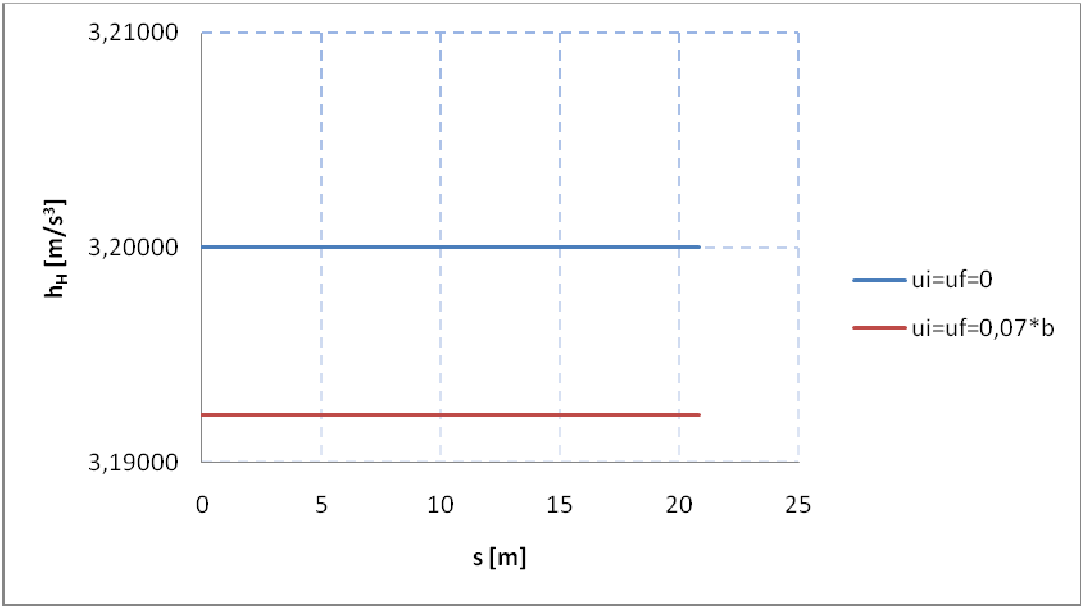


Gráfico 3. Sobreaceleração Normal

Clotóide 2

A = 50

R = 180m

L = 13,89m

Se = 0

Se = 7%

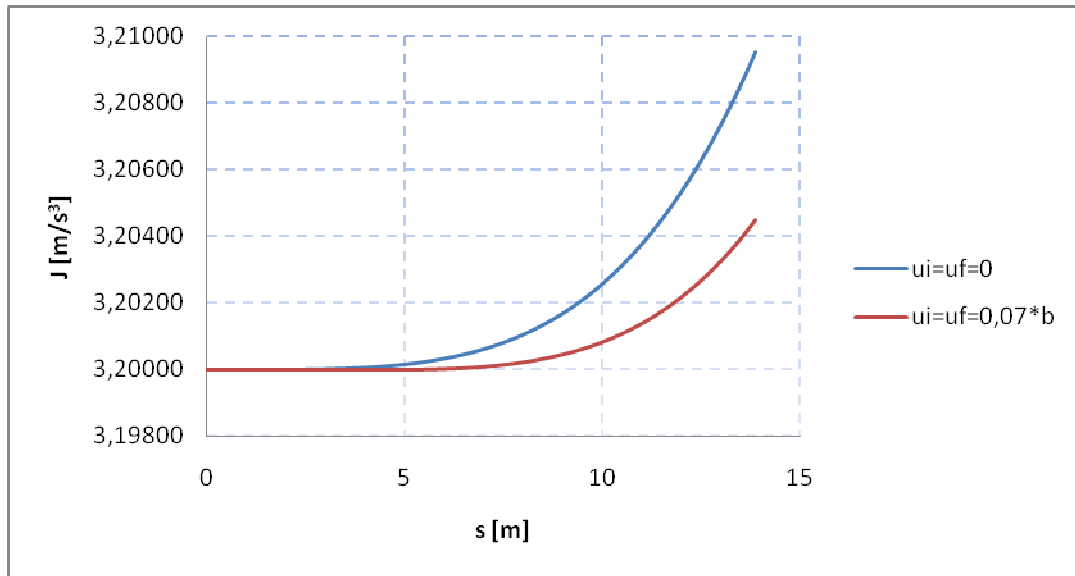


Gráfico 4. Grau de Incomodidade

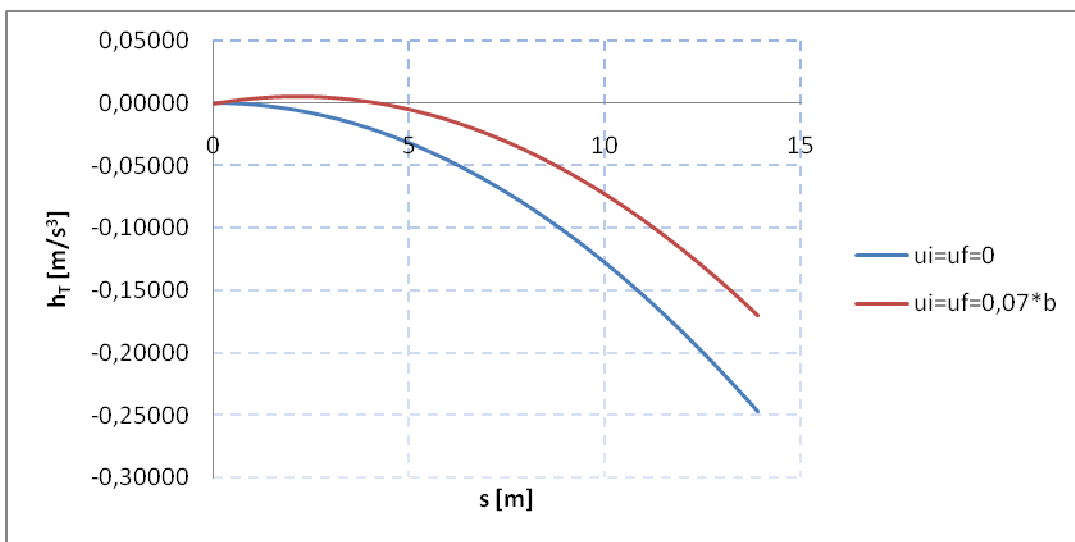


Gráfico 5. Sobreaceleração Tangencial

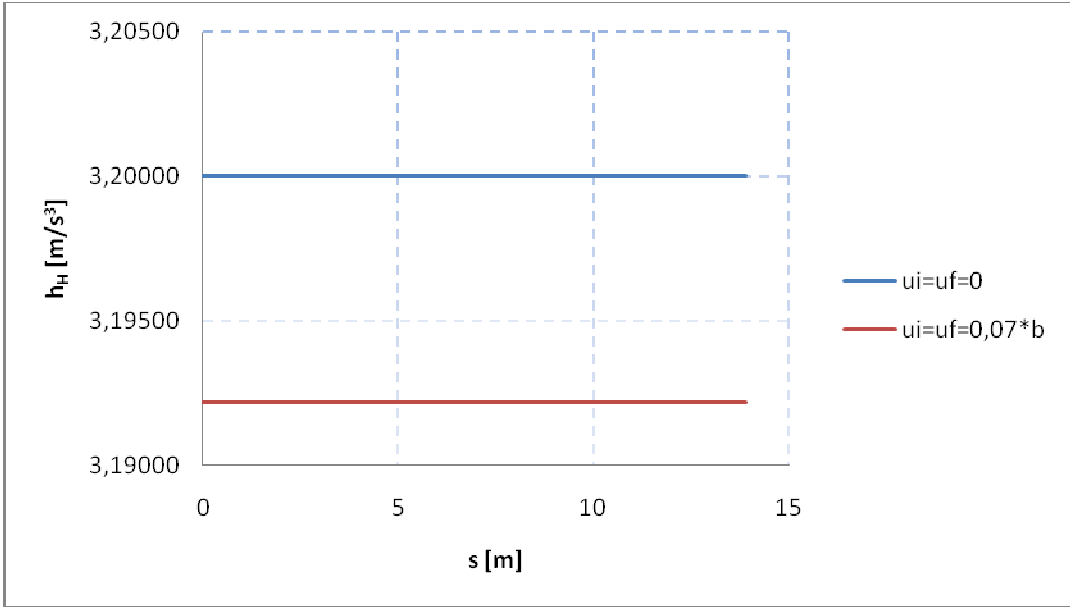


Gráfico 6. Sobreaceleração Normal

Clotóide 3

A = 50 R = 350m L = 7,14m Se = 0 Se = 7%

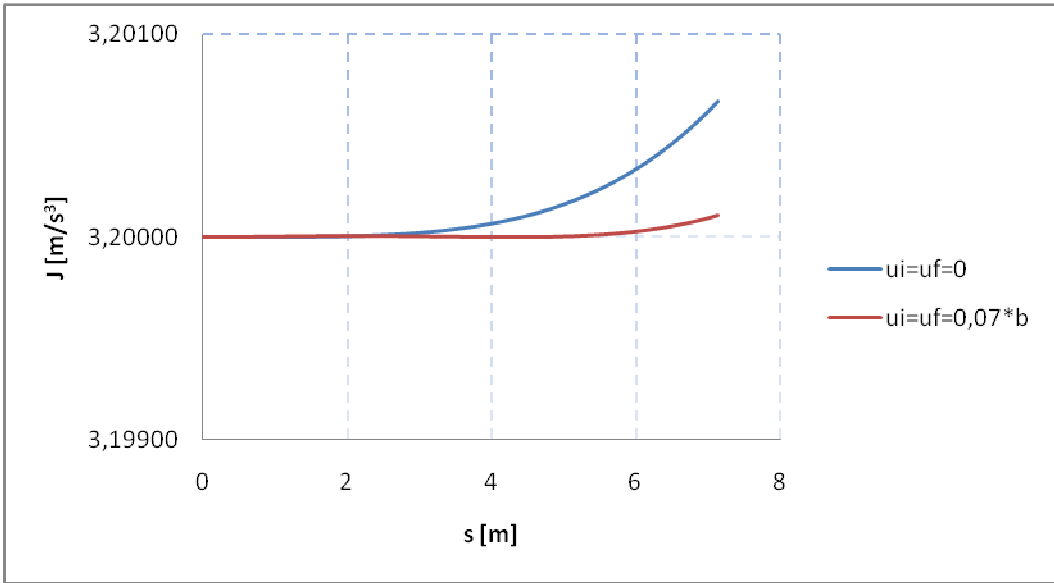


Gráfico 7. Grau de Incomodidade

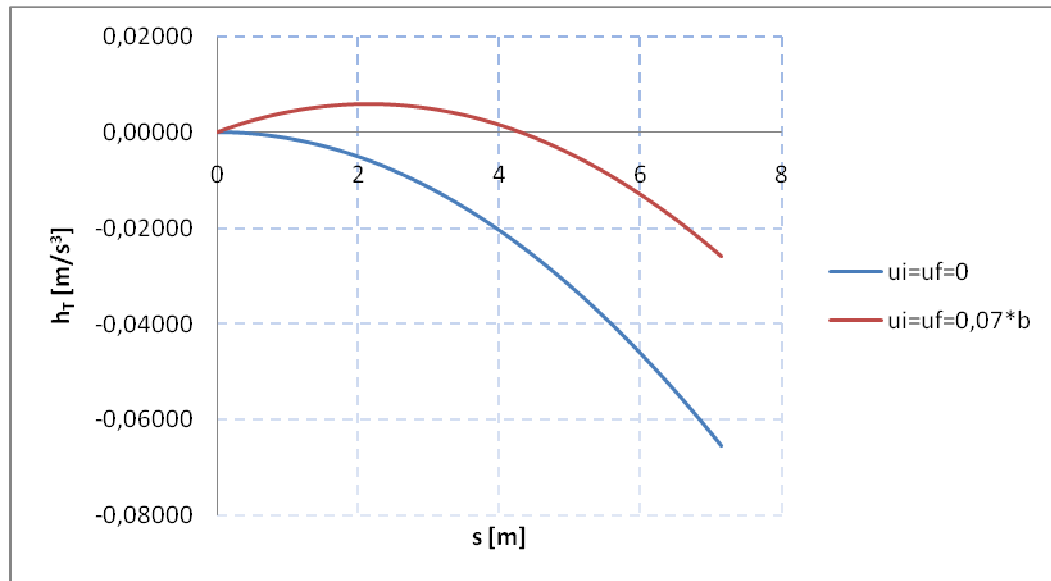


Gráfico 8. Sobreaceleração Tangencial

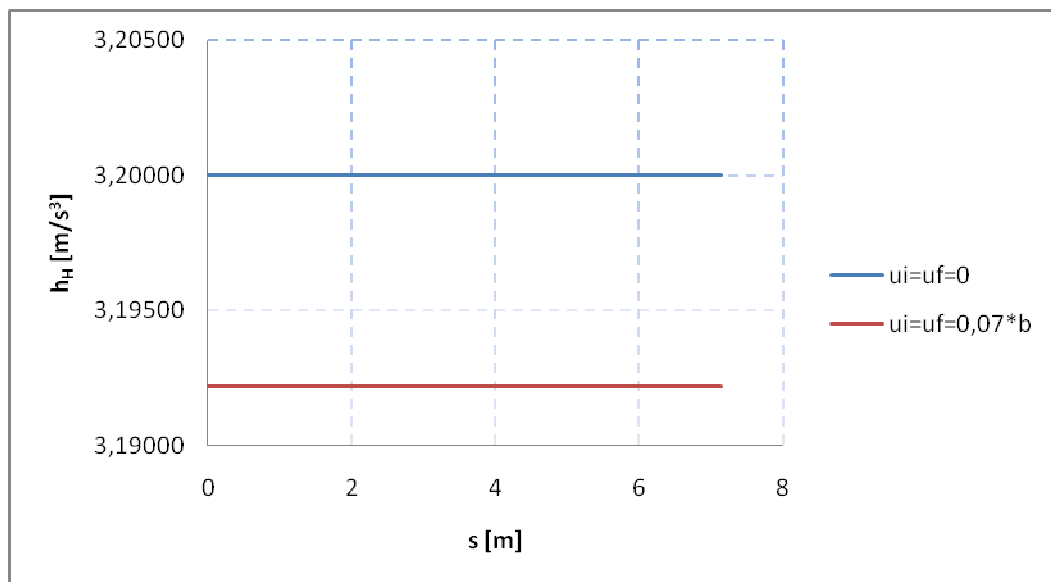


Gráfico 9. Sobreaceleração Normal

Clotóide 4

A = 100 R = 350m L =28,57m Se = 0 Se = 7%

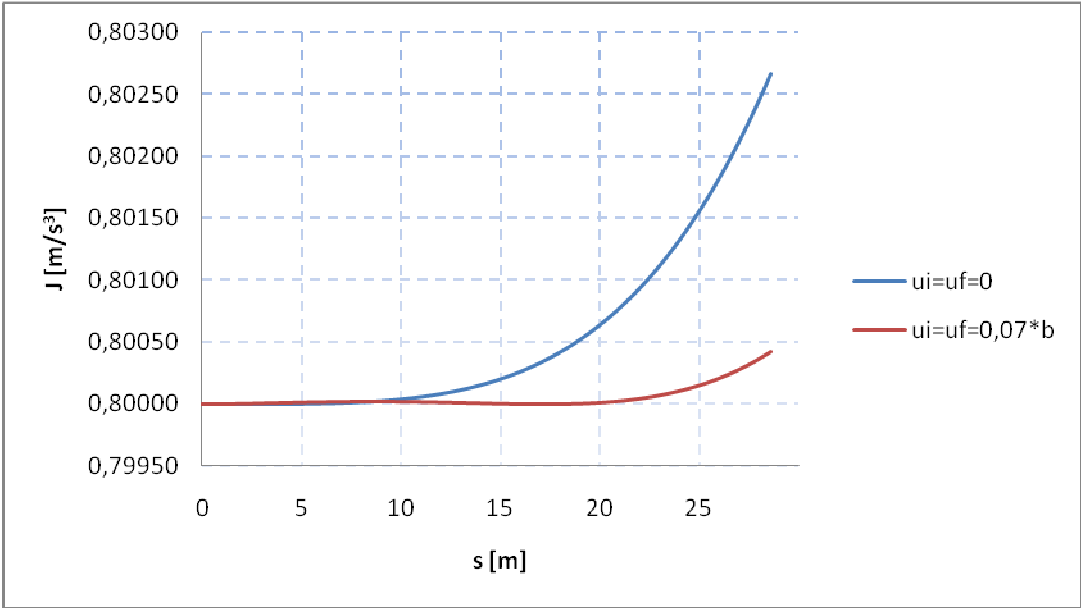


Gráfico 10. Grau de Incomodidade

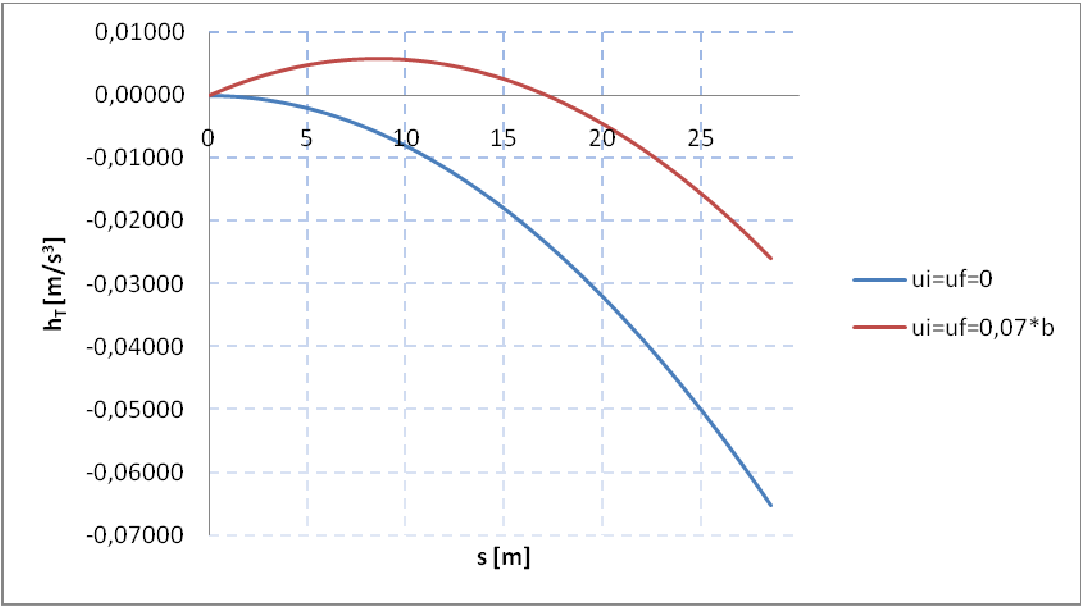


Gráfico 11. Sobreaceleração Tangencial

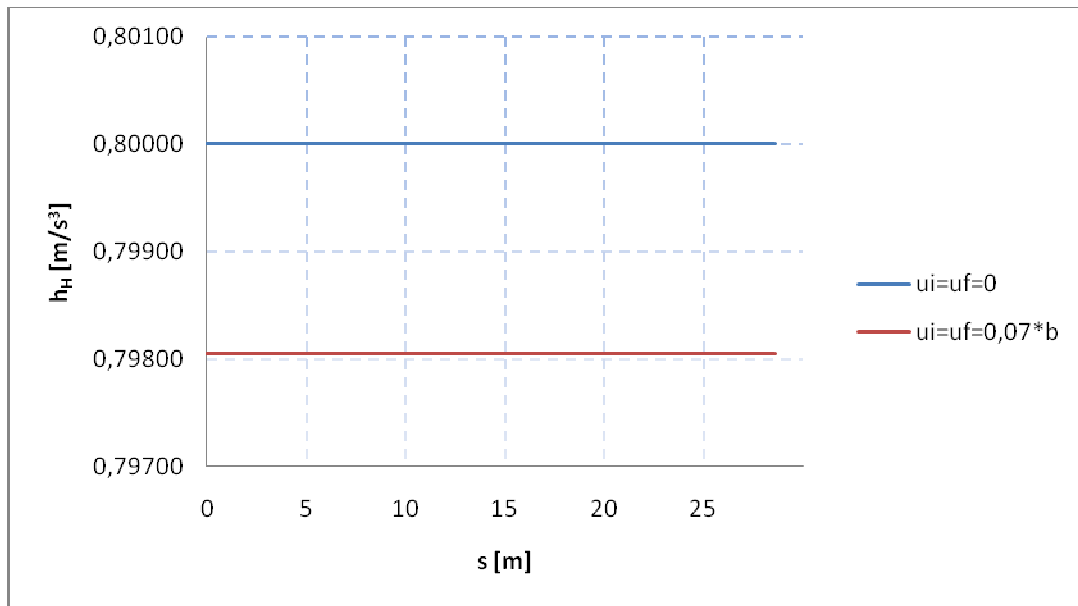


Gráfico 12. Sobreaceleração Normal

Clotóide 5

A = 50

R = 250m

L = 10,00m

Se = 0

Se = 7%

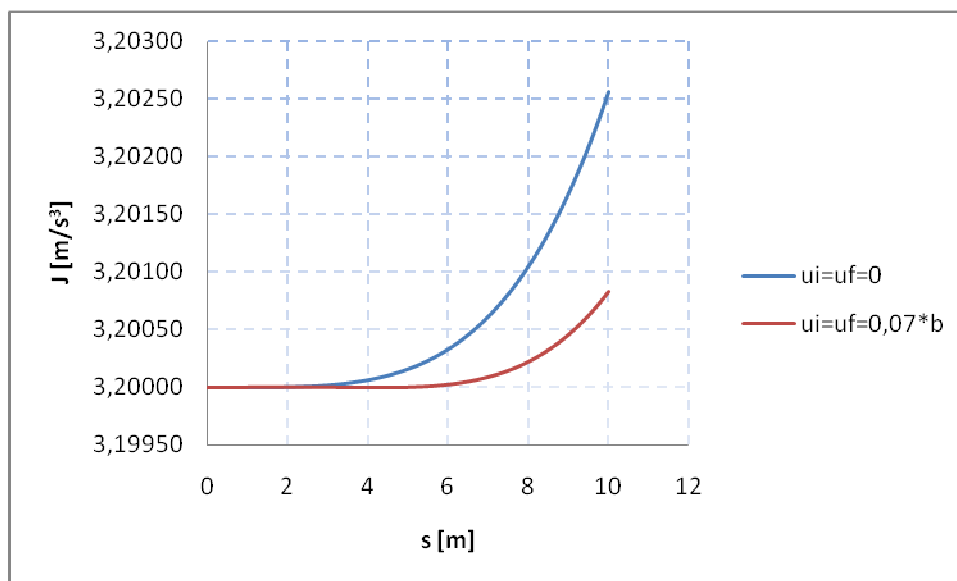


Gráfico 13. Grau de Incomodidade

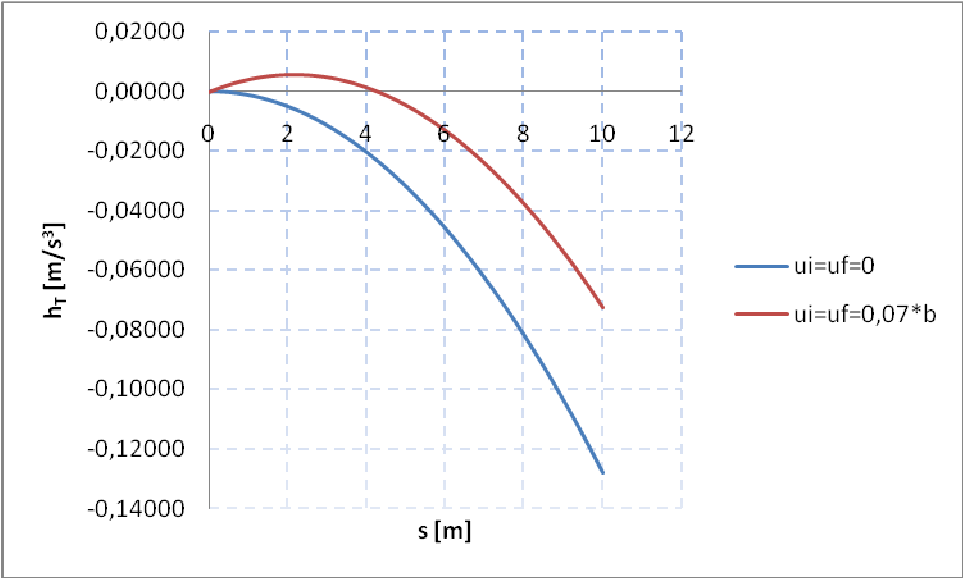


Gráfico 14. Sobreaceleração Tangencial

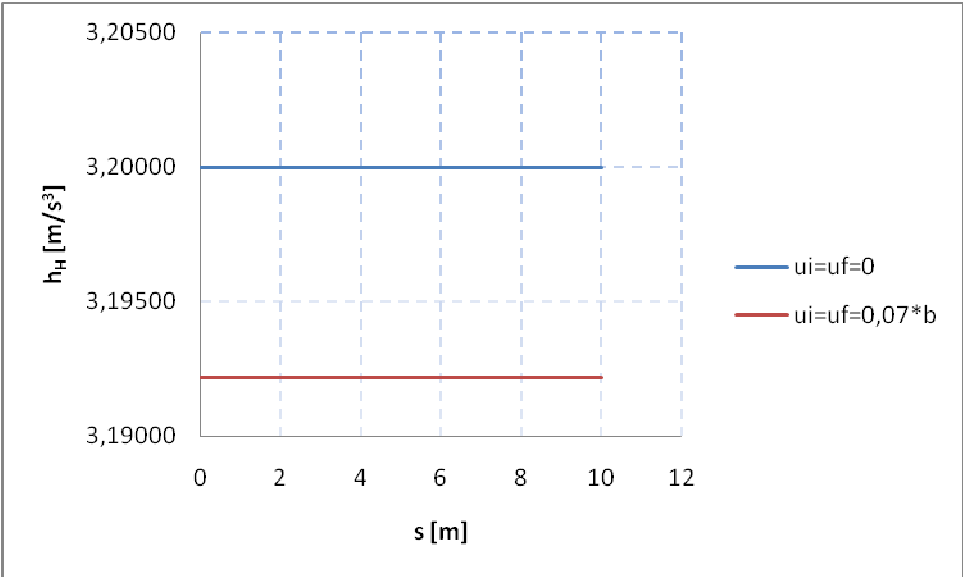


Gráfico 15. Sobreaceleração Normal

Efeito da Variação da Sobrelevação

Clotóide 1

$A = 50$

$R = 120\text{m}$

$L = 20,83\text{m}$

$u_i = 0,07xb$

$u_i = 0$

$u_f = 0,07xb$

$u_f = 0,07xb$

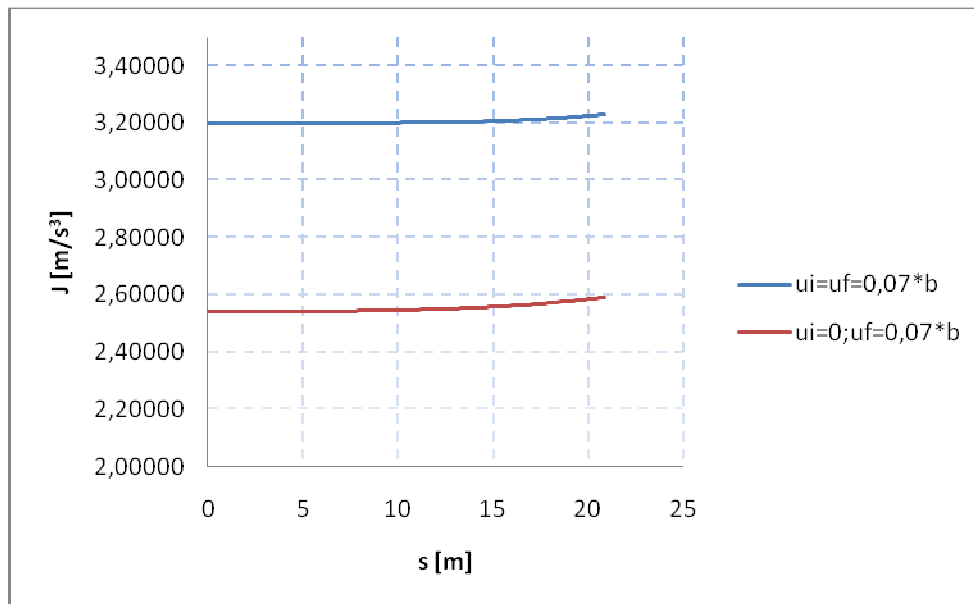


Gráfico 16. Grau de Incomodidade

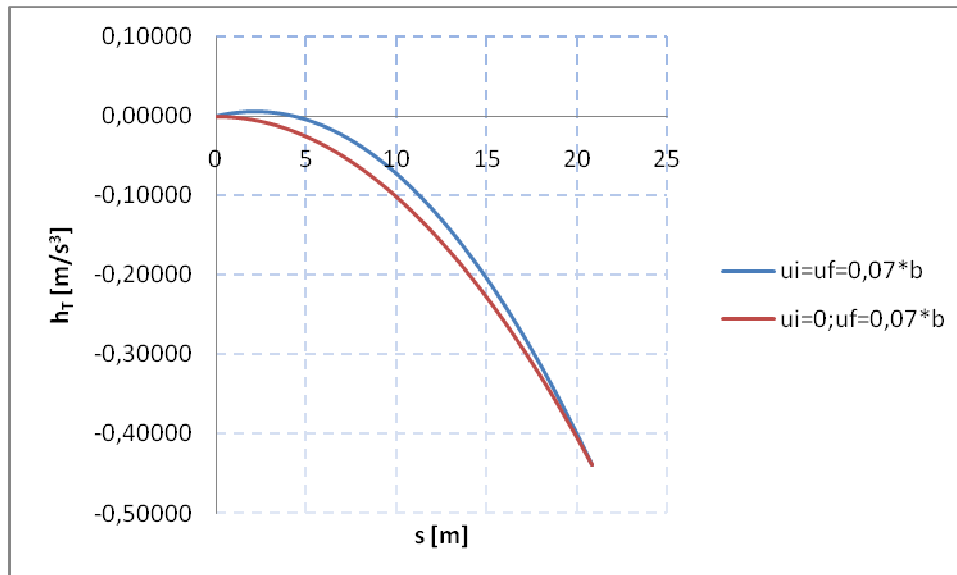


Gráfico 17. Sobreaceleração Tangencial

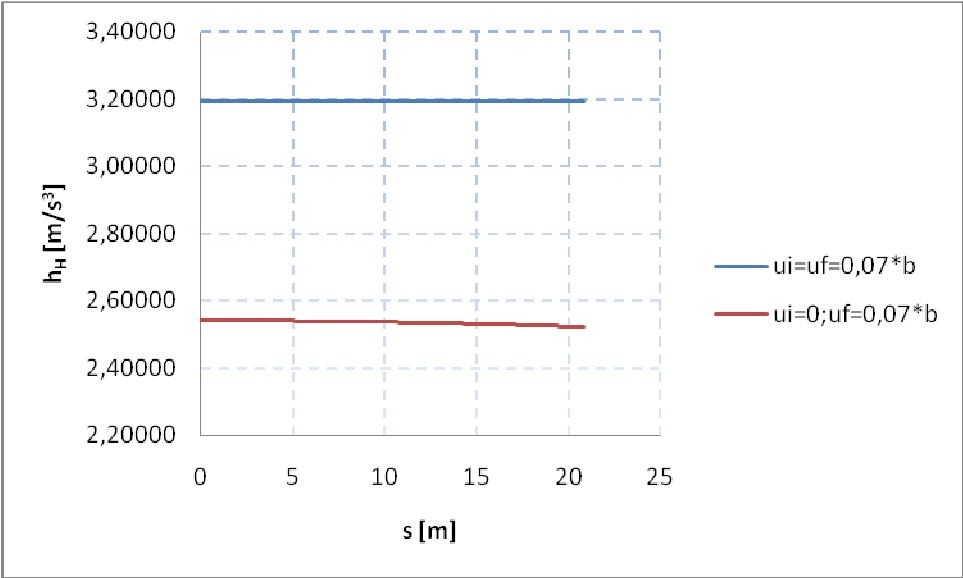


Gráfico 18. Sobreaceleração Normal

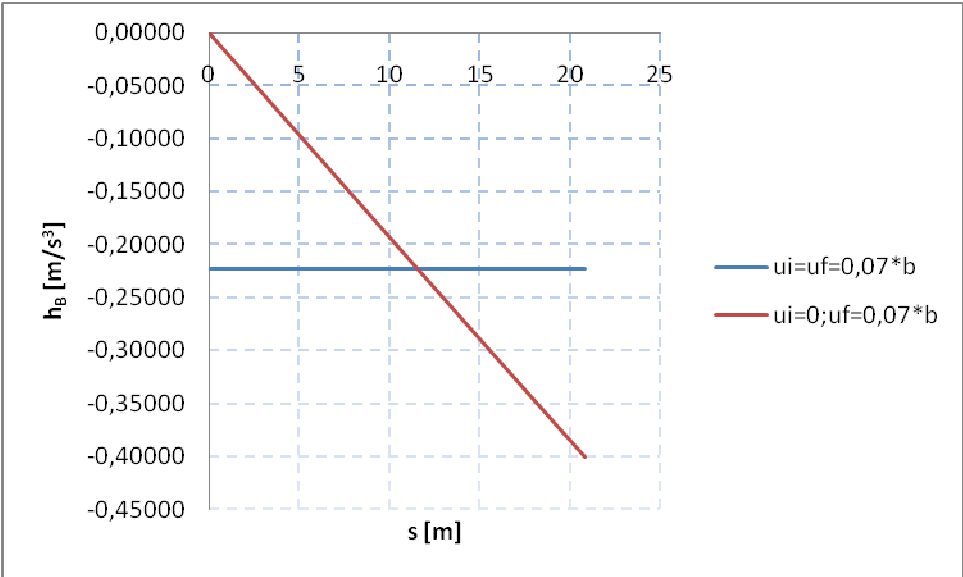


Gráfico 19. Sobreaceleração Binormal

Clotóide 2

$A = 50$

$R = 180\text{m}$

$L = 13,89\text{m}$

$u_i = 0,07xb$

$u_i = 0$

$u_f = 0,07xb$

$u_f = 0,07xb$

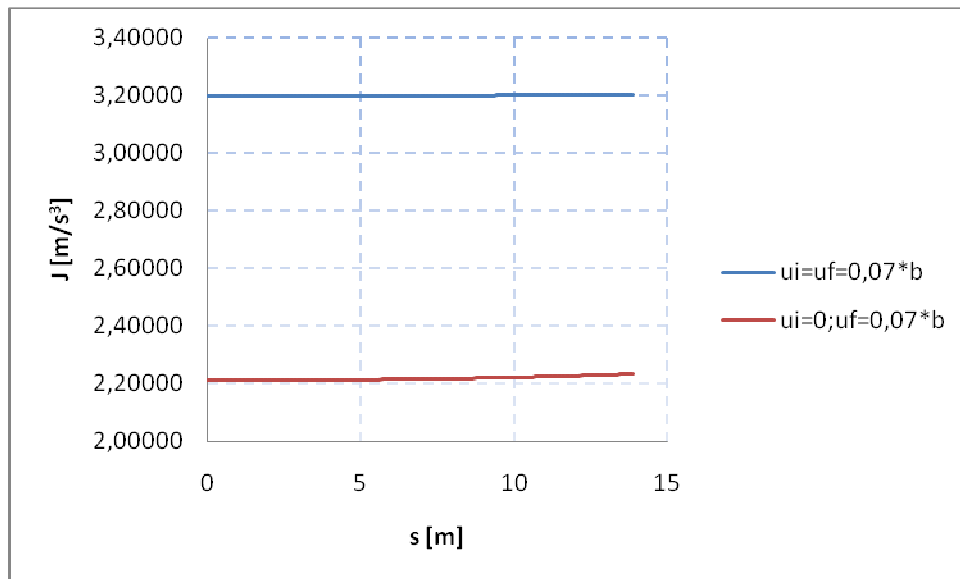


Gráfico 20. Grau de Incomodidade

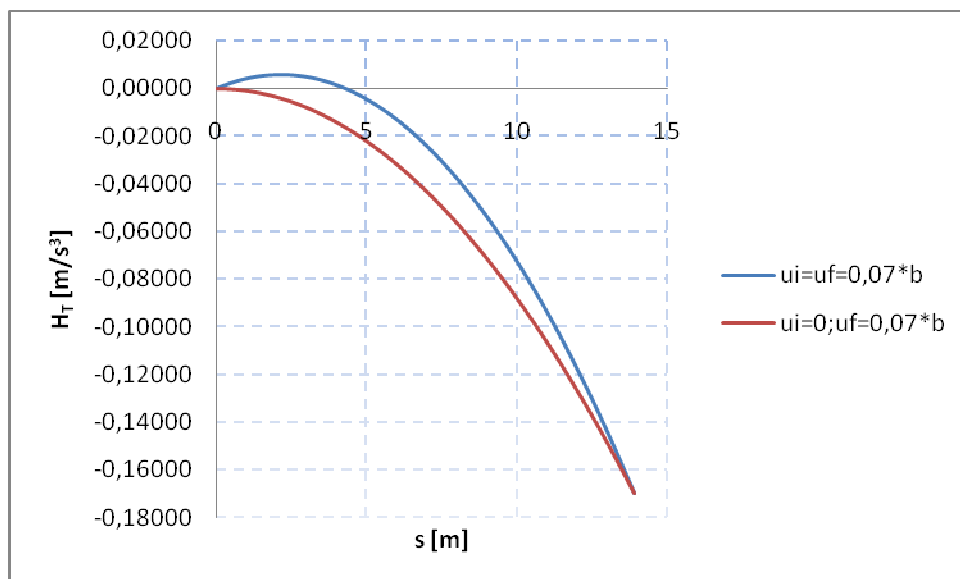


Gráfico 21. Sobreaceleração Tangencial

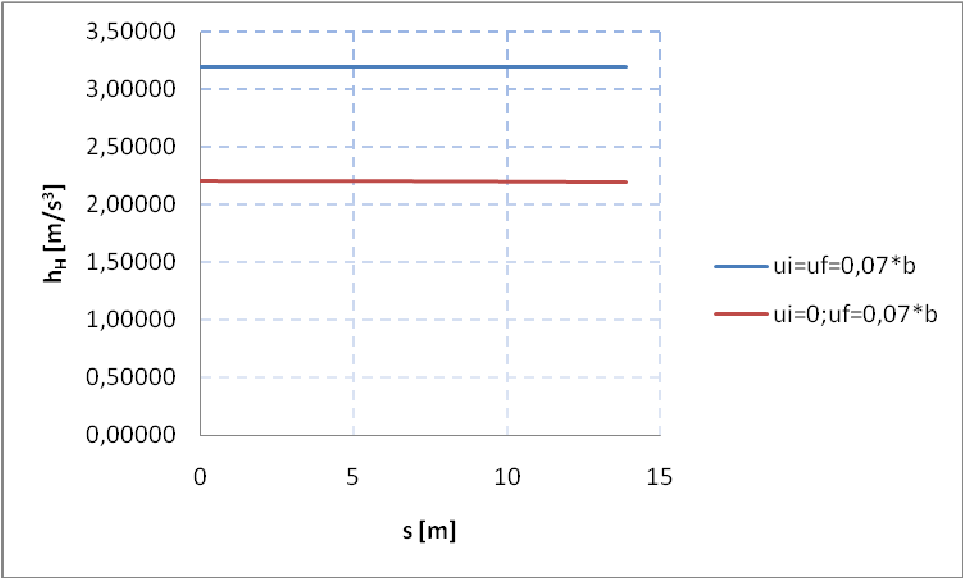


Gráfico 22. Sobreaceleração Normal

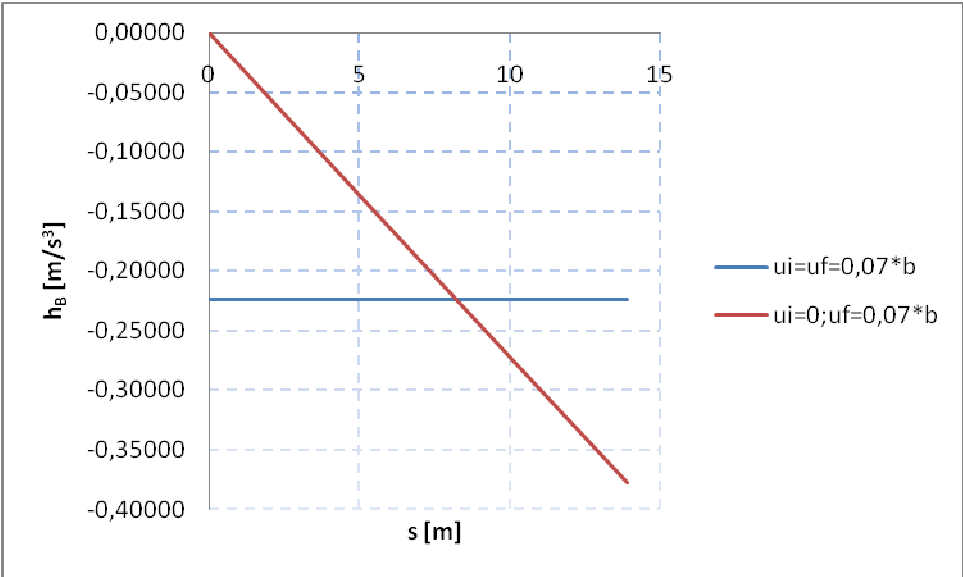


Gráfico 23. Sobreaceleração Binormal

Clotóide 3

$A = 50$ $R = 350\text{m}$ $L = 7,14\text{m}$ $u_i = 0,07xb$ $u_i = 0$
 $u_f = 0,07xb$ $u_f = 0,07xb$

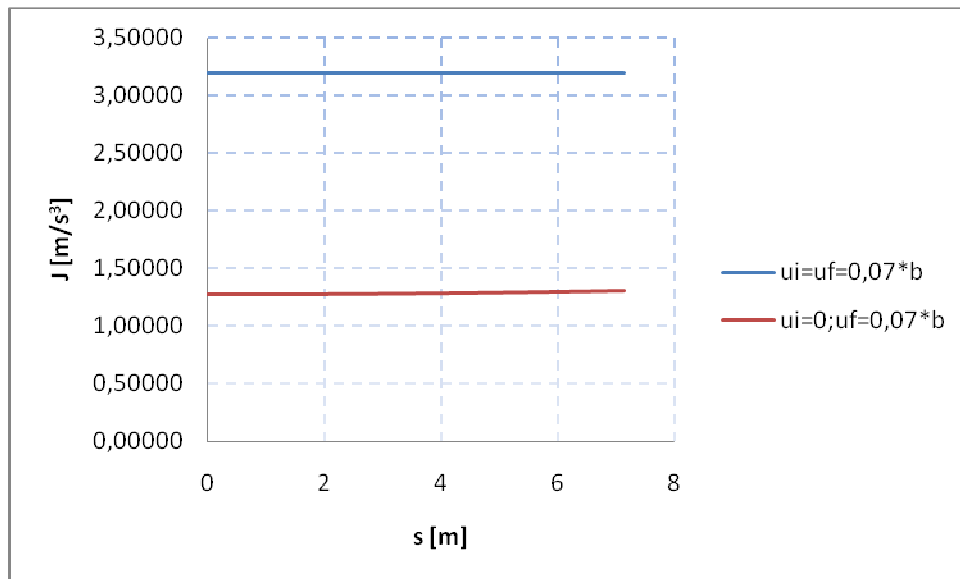


Gráfico 24. Grau de Incomodidade

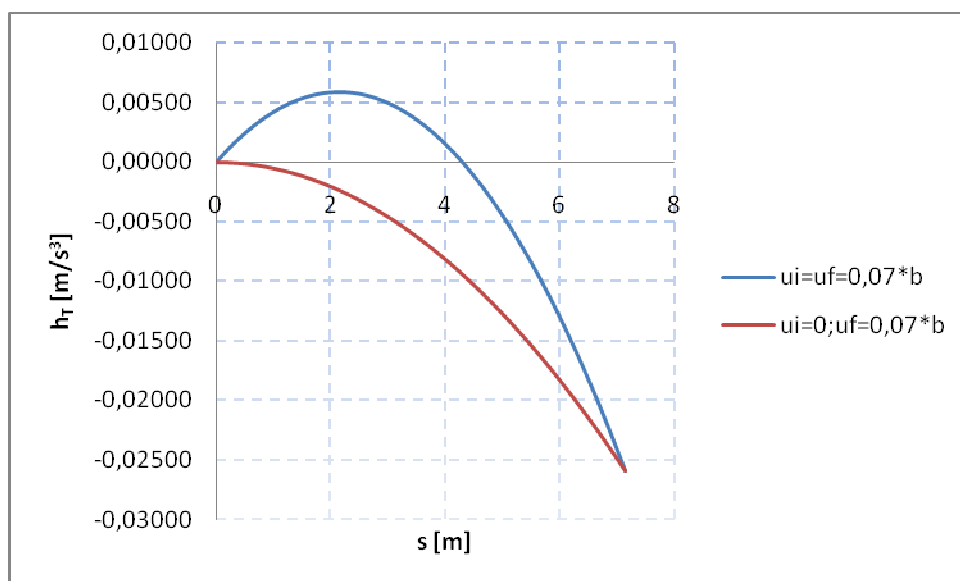


Gráfico 25. Sobreaceleração Tangencial

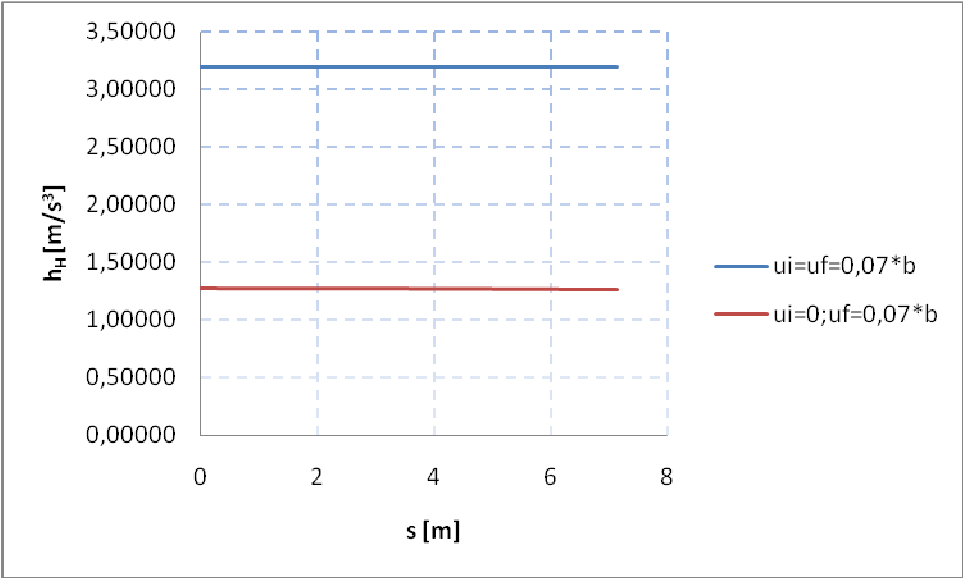


Gráfico 26. Sobreaceleração Normal

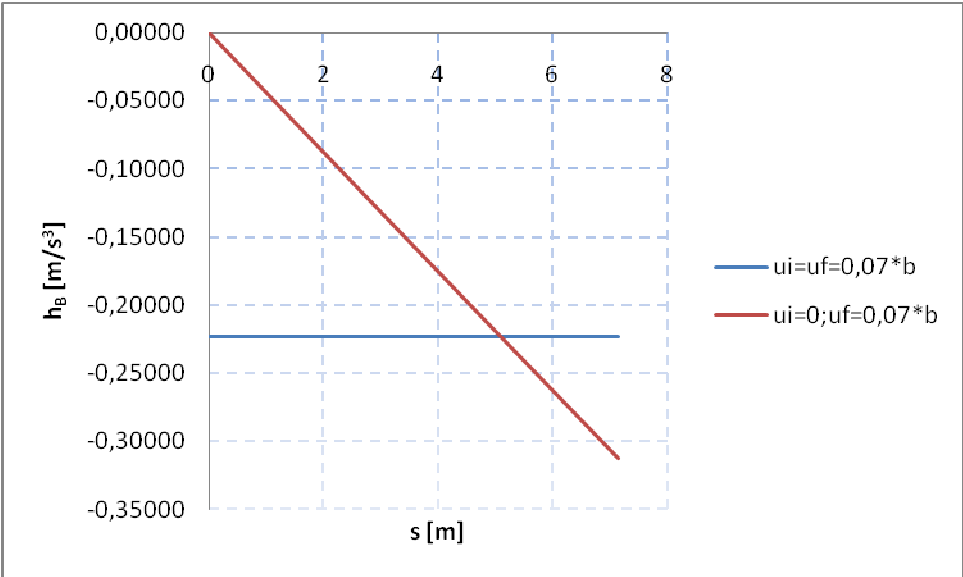


Gráfico 27. Sobreaceleração Binormal

Clotóide 4

$A = 100$ $R = 350\text{m}$ $L = 28,57\text{m}$ $u_i = 0,07xb$ $u_i = 0$
 $u_f = 0,07xb$ $u_f = 0,07xb$

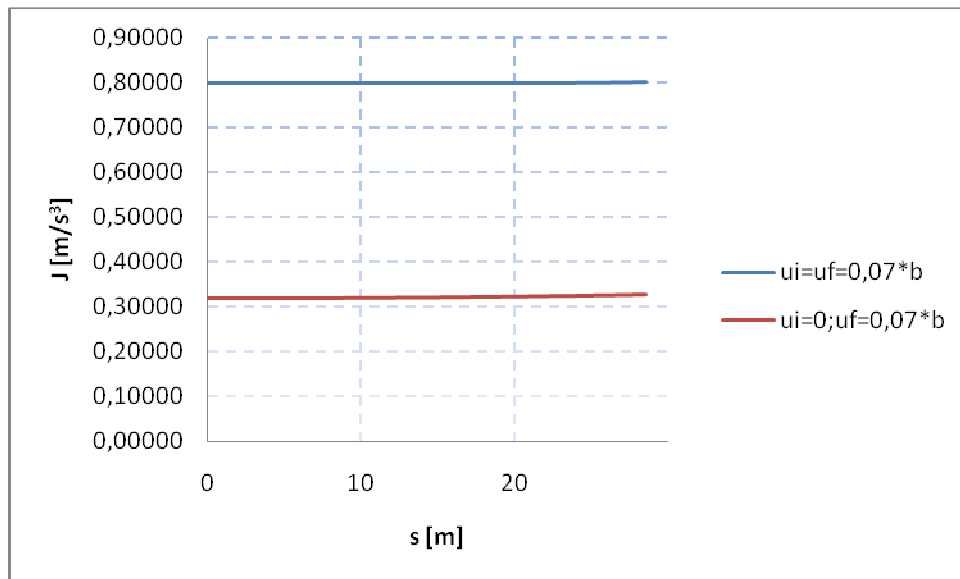


Gráfico 28. Grau de Incomodidade

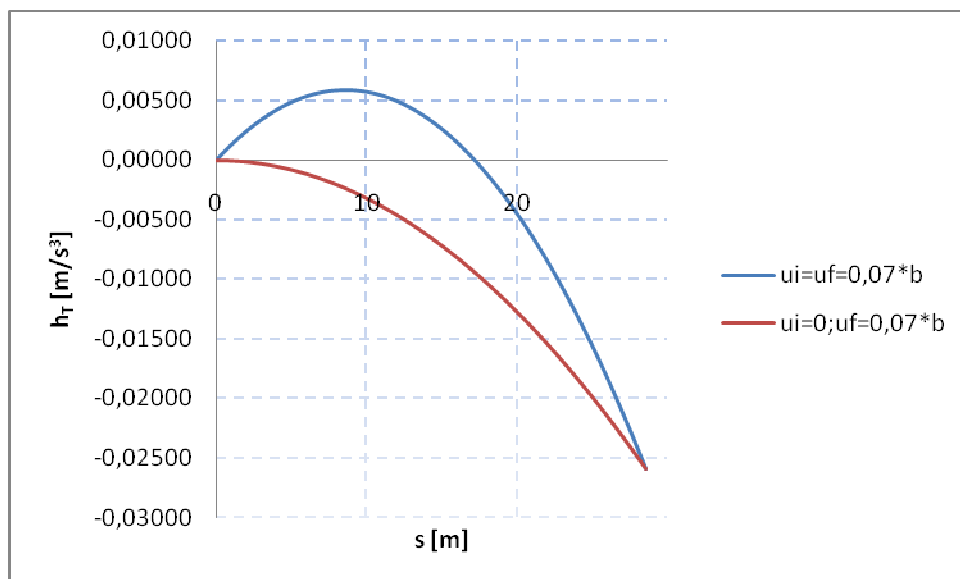


Gráfico 29. Sobreaceleração Tangencial

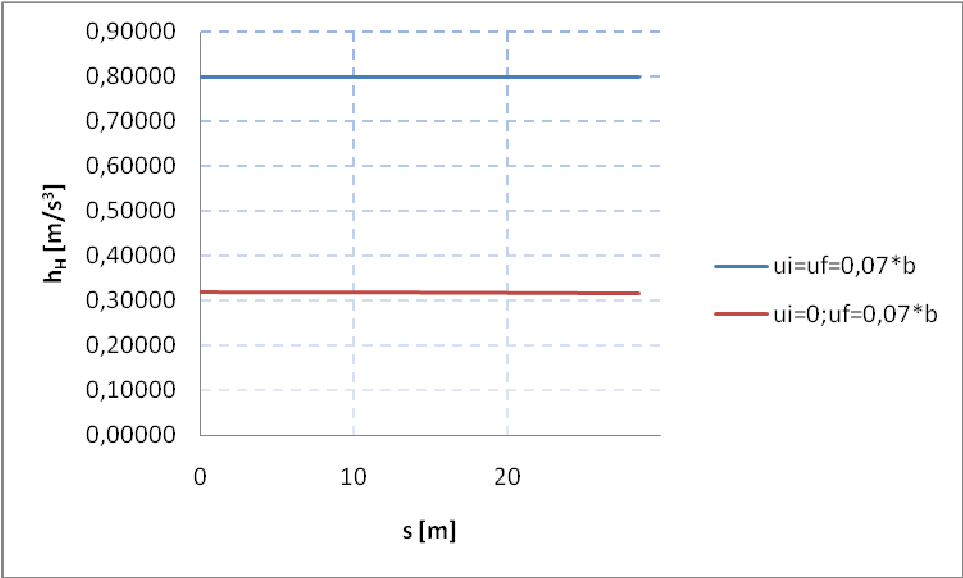


Gráfico 30. Sobreaceleração Normal

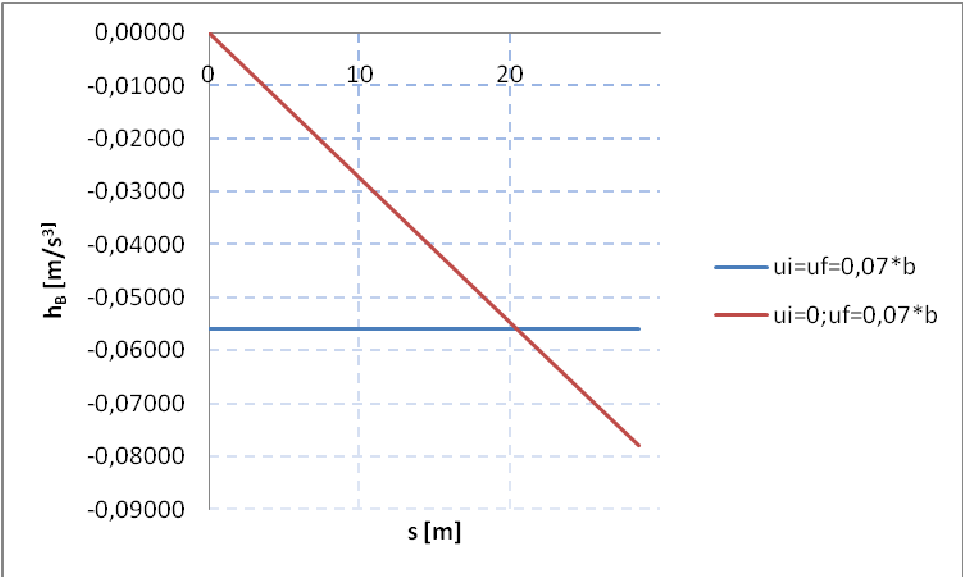


Gráfico 31. Sobreaceleração Binormal

Clotóide 5

$A = 50$

$R = 250\text{m}$

$L = 10,00\text{m}$

$u_i = 0,07xb$

$u_i = 0$

$u_f = 0,07xb$

$u_f = 0,07xb$

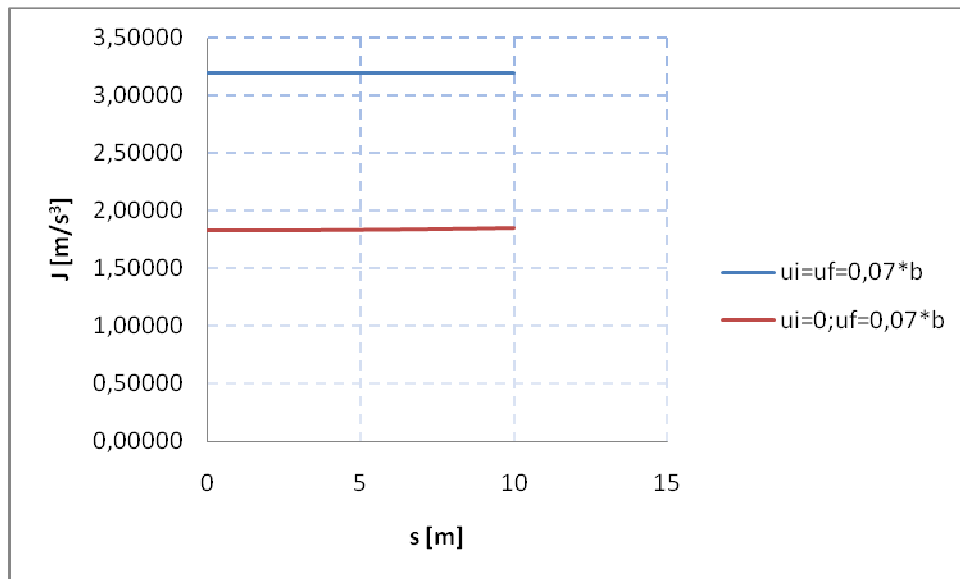


Gráfico 32. Garua de Incomodidade

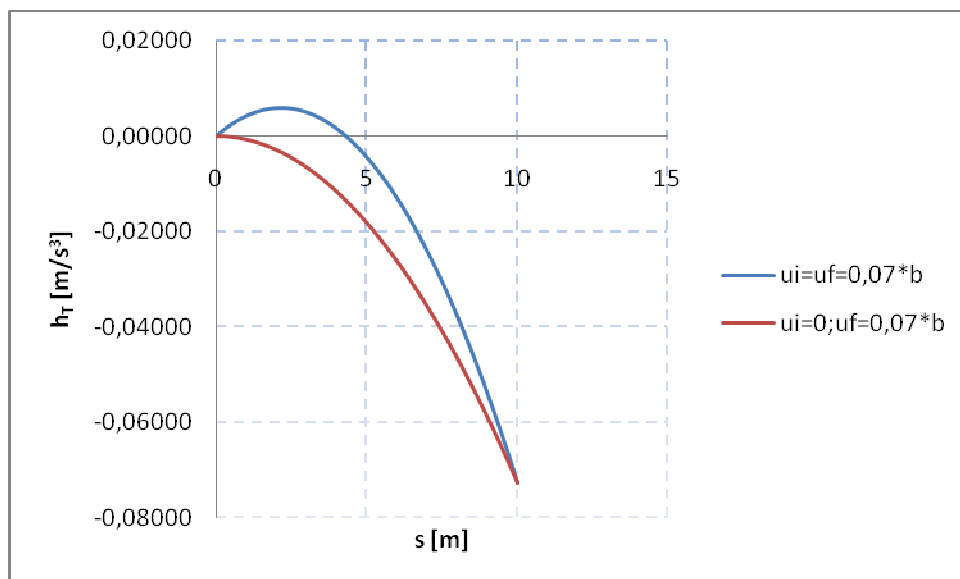


Gráfico 33. Sobreaceleração Tangencial

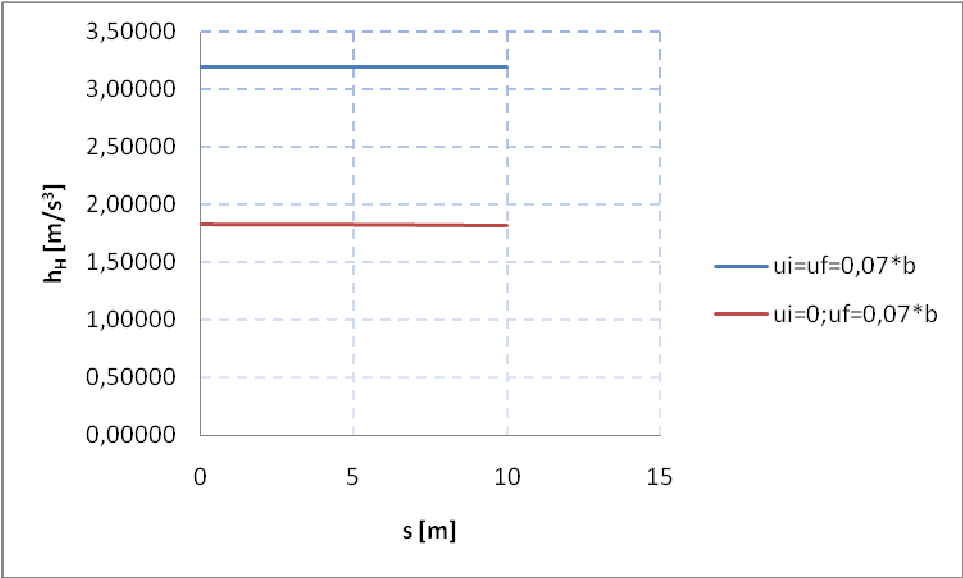


Gráfico 34. Sobreaceleração Normal

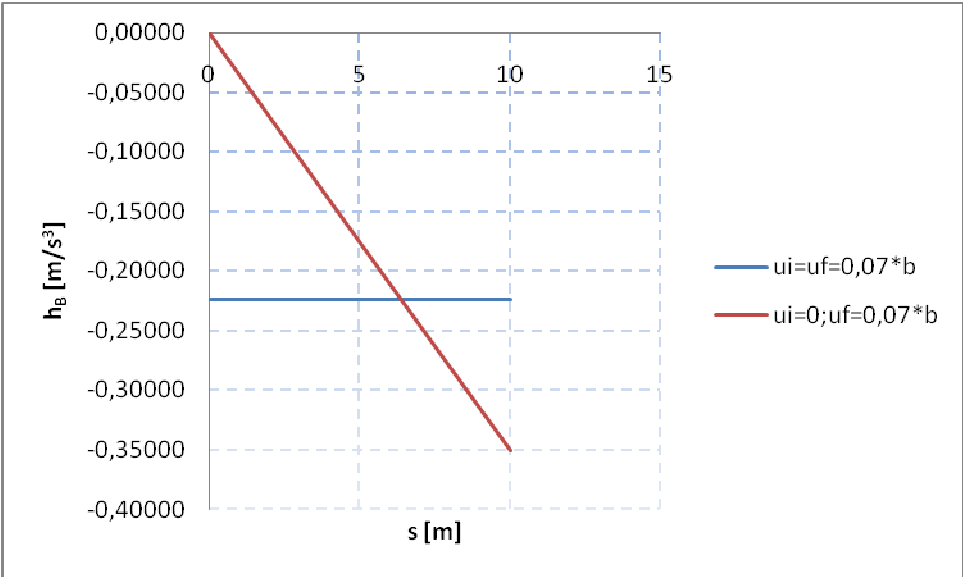


Gráfico 35. Sobreaceleração Binormal

Clotóide 3

$A = 50$ $R = 350\text{m}$ $L = 7,14\text{m}$ $u_i = 0,07xb$ $u_i = 0,0521xb$
 $u_f = 0,07xb$ $u_f = 0,07xb$

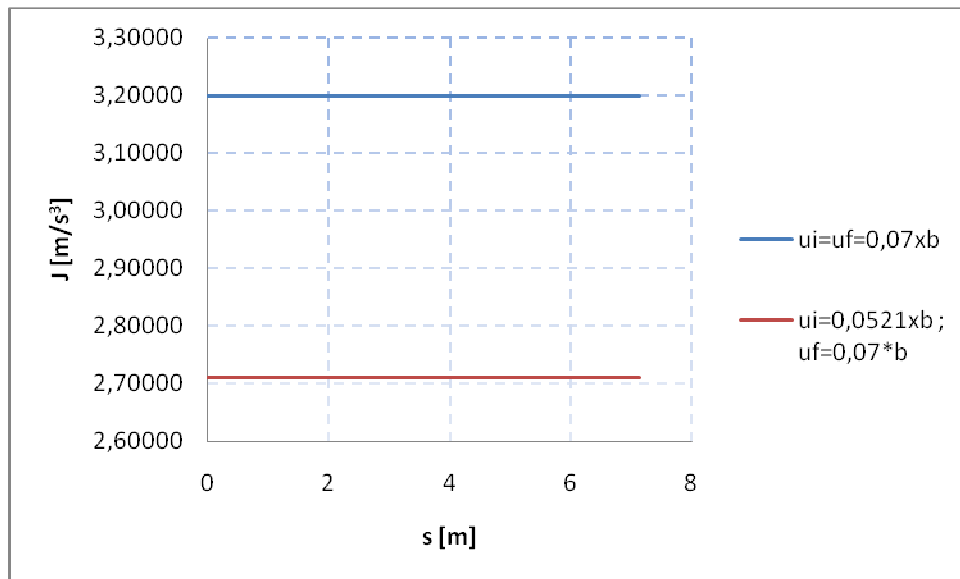


Gráfico 36. Grau de Incomodidade

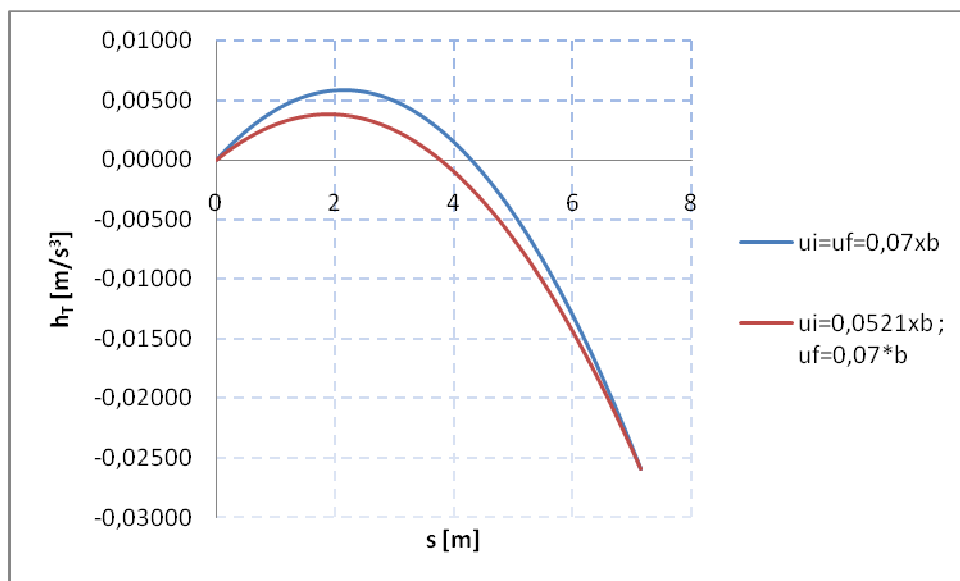


Gráfico 37. Sobreaceleração Tangencial

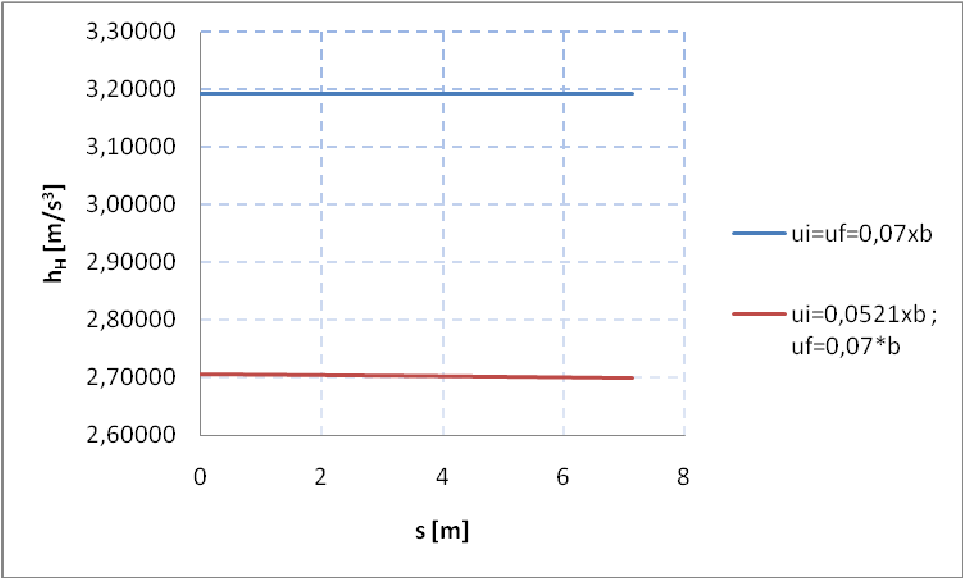


Gráfico 38. Sobreaceleração Normal

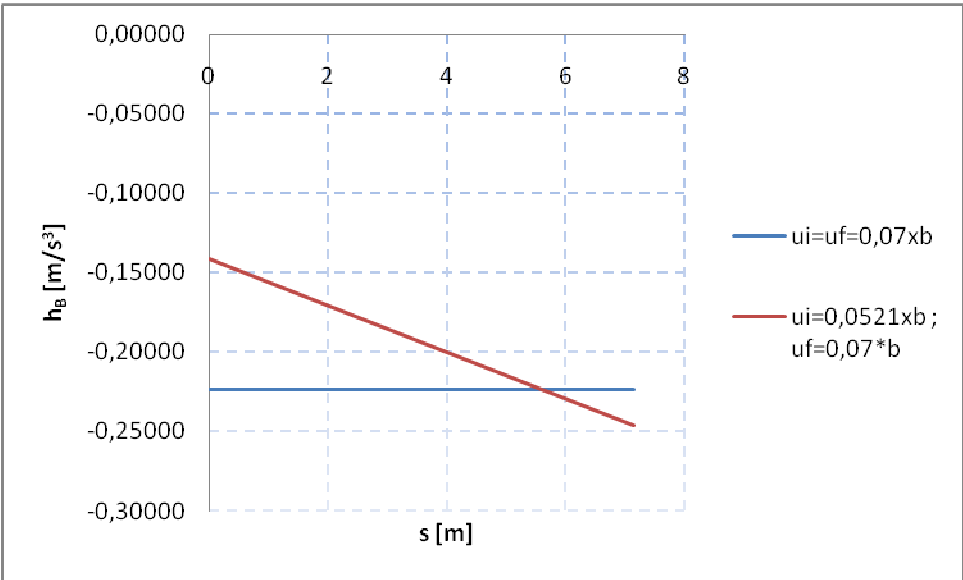
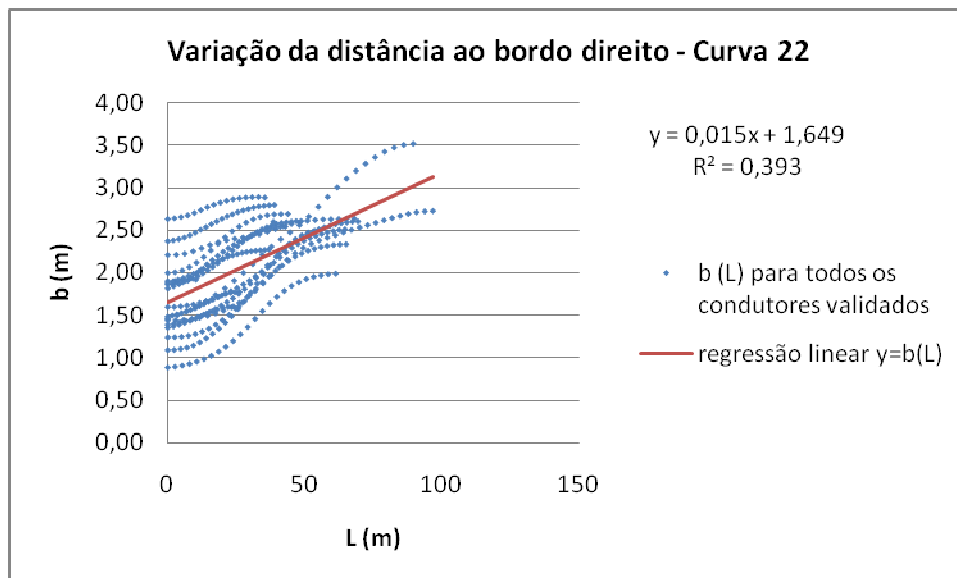


Gráfico 39. Sobreaceleração Binormal

ANEXO C

Curva 22



$$b(l) = 0,015 \cdot l + 1,649 \quad R^2 = 0,393$$

Quadro 24. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 22

Condutor j	Ve	L	L_1	A^2	A
1	126,75	97,02	97,23	17.817,99	133,48
2	73,12	26,20	26,25	10.748,03	103,67
3	105,61	35,51	35,55	19.309,88	138,96
4	134,56	68,23	68,39	16.114,15	126,94
5	115,40	61,46	61,62	14.043,45	118,51
6	87,71	39,03	39,10	15.608,19	124,93
7	112,11	10,30	10,32	3.273,37	57,21
8	101,86	64,82	64,90	32.351,14	179,86
9	79,62	48,80	48,89	16.901,95	130,01
10	91,59	43,01	43,13	10.924,60	104,52
11	114,51	43,97	44,04	19.108,72	138,23
12	153,29	89,83	89,94	34.150,90	184,80
13	88,84	26,00	26,06	8.026,06	89,59
14	101,76	56,01	56,10	22.468,26	149,89
15	95,71	69,57	69,70	19.956,86	141,27
16	109,76	65,29	65,46	14.964,68	122,33
17	82,61	36,99	37,13	7.321,12	85,56

Quadro 25. Cálculo das coordenadas (X1, Y1) - Curva 22

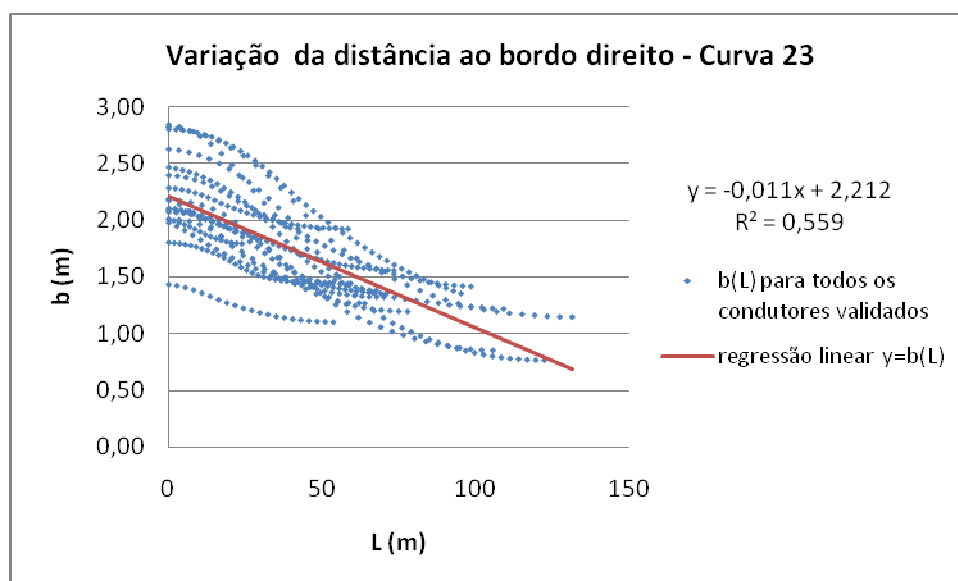
Condutor 3 (A=138,96 m)										
X	Y	L	L ₁	x	y	tau	TI	Tk	X ₁	Y ₁
17695,9805	-11767,3750	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	17695,9805	-11767,3750
17697,7715	-11769,0361	2,4434	2,4434	2,4434	0,0001	0,0002	1,6289	0,8145	17697,7695	-11769,0392
17699,5605	-11770,6865	4,8770	4,8770	4,8770	0,0010	0,0006	3,2513	1,6257	17699,5519	-11770,6961
17701,3398	-11772,3193	7,2930	7,2910	7,2910	0,0033	0,0014	4,8607	2,4303	17701,3210	-11772,3387
17703,1230	-11773,9453	9,7051	9,7051	9,7051	0,0079	0,0024	6,4701	3,2350	17703,0915	-11773,9796
17704,9023	-11775,5518	12,0977	12,1035	12,1035	0,0153	0,0038	8,0690	4,0345	17704,8526	-11775,6079
17706,6816	-11777,1406	14,4785	14,4863	14,4863	0,0262	0,0054	9,6576	4,8288	17706,6046	-11777,2228
17708,4590	-11778,7139	16,8457	16,8613	16,8612	0,0414	0,0074	11,2409	5,6205	17708,3538	-11778,8294
17710,2324	-11780,2686	19,1992	19,2188	19,2186	0,0613	0,0096	12,8126	6,4063	17710,0933	-11780,4205
17712,0098	-11781,8086	21,5469	21,5703	21,5700	0,0866	0,0120	14,3803	7,1902	17711,8322	-11782,0036
17713,7891	-11783,3359	23,8867	23,9141	23,9135	0,1180	0,0148	15,9429	7,9715	17713,5694	-11783,5768
17715,5703	-11784,8516	26,2207	26,2539	26,2531	0,1562	0,0178	17,5029	8,7516	17715,3083	-11785,1424
17717,3516	-11786,3516	28,5469	28,5820	28,5808	0,2015	0,0212	19,0551	9,5278	17717,0435	-11786,6947
17719,1387	-11787,8418	30,8672	30,9082	30,9063	0,2548	0,0247	20,6061	10,3033	17718,7825	-11788,2397
17720,9375	-11789,3242	33,1953	33,2383	33,2356	0,3169	0,0286	22,1598	11,0803	17720,5301	-11789,7807
17722,7285	-11790,7900	35,5078	35,5547	35,5509	0,3879	0,0327	23,7045	11,8528	17722,2737	-11791,3058

$e_{máx} = 1,9 \%$

Quadro 26. Velocidade de entrada observada (km/h) - Curva 22

Ve	n	n/N	p
<70	0	0,00	0,00
]70-80]	2	0,12	0,12
]80-90]	3	0,18	0,29
]90-100]	2	0,12	0,41
]100-110]	4	0,24	0,65
]110-120]	3	0,18	0,82
]120-130]	1	0,06	0,88
]130-140]	1	0,06	0,94
]140-150]	0	0,00	0,94
]150-160]	1	0,06	1,00
]160-170]	0	0,00	1,00
>170	0	0,00	1,00
N	17	1,00	

$$V_{85} = 125 \text{ km/h}$$

Curva 23

$$b(l) = -0,011 \cdot l + 2,212 \quad R^2 = 0,559$$

Quadro 27. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 23

Condutor j	Ve	L	L_1	A^2	A
1	154,87	105,80	105,49	35889,55	189,45
2	73,48	23,90	23,87	10803,91	103,94
3	147,99	52,49	52,38	20314,41	142,53
4	143,07	122,59	122,29	53135,39	230,51
5	100,41	95,42	95,27	58360,77	241,58
6	145,29	62,20	62,05	21663,41	147,18
7	121,63	98,70	98,47	40905,35	202,25
8	103,14	58,44	58,36	33681,67	183,53
9	77,28	71,12	70,95	25745,21	160,45
10	115,73	77,99	77,88	50953,04	225,73
11	147,08	109,32	109,06	47045,36	216,90
12	173,65	131,78	131,48	63345,36	251,69
13	92,99	58,54	58,44	29672,02	172,26
14	116,83	53,74	53,58	14990,82	122,44
15	96,89	67,74	67,65	44036,94	209,85
16	111,72	70,27	70,07	21393,79	146,27
17	86,04	73,50	73,30	23276,15	152,57

Quadro 28. Cálculo das coordenadas (X1, Y1) - Curva 23

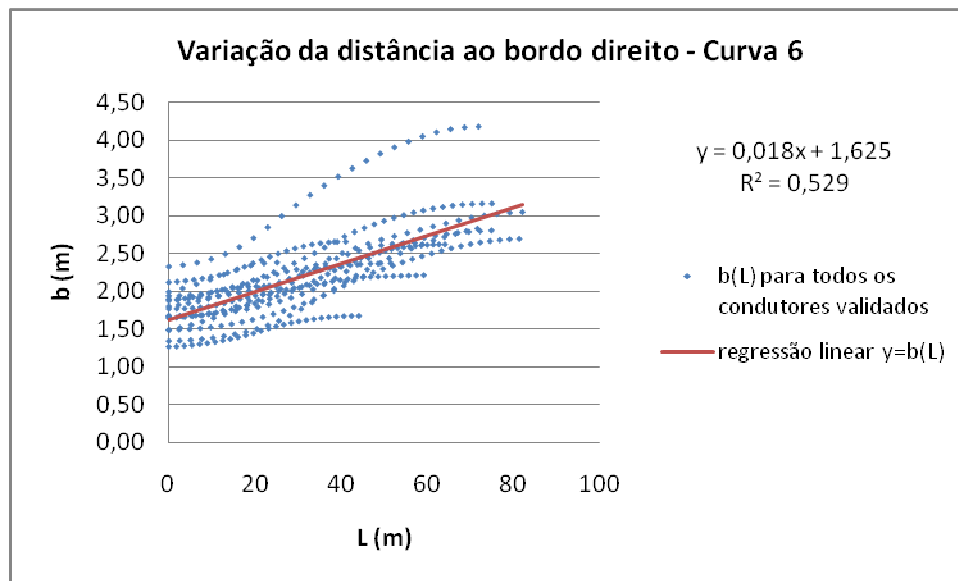
Condutor 10 (A=225,73 m)										
X	Y	L	L ₁	x	y	tau	Tl	Tk	X ₁	Y ₁
18180,9277	-11869,6172	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	18180,9277	-11869,6172
18183,6230	-11869,6182	2,6953	2,6953	2,6953	0,0001	0,0001	1,7969	0,8984	18183,6230	-11869,6147
18186,3223	-11869,6240	5,3945	5,3945	5,3945	0,0005	0,0003	3,5964	1,7982	18186,3223	-11869,6125
18189,0332	-11869,6348	8,1055	8,1055	8,1055	0,0017	0,0006	5,4036	2,7018	18189,0332	-11869,6111
18191,7500	-11869,6514	10,8223	10,8223	10,8223	0,0041	0,0011	7,2148	3,6074	18191,7500	-11869,6109
18194,4688	-11869,6719	13,5410	13,5410	13,5410	0,0081	0,0018	9,0273	4,5137	18194,4687	-11869,6123
18197,1953	-11869,6982	16,2676	16,2676	16,2676	0,0141	0,0026	10,8451	5,4225	18197,1953	-11869,6156
18199,9336	-11869,7305	19,0059	19,0059	19,0058	0,0225	0,0035	12,6706	6,3353	18199,9336	-11869,6214
18202,6758	-11869,7666	21,7480	21,7480	21,7480	0,0336	0,0046	14,4987	7,2494	18202,6758	-11869,6299
18205,4199	-11869,8086	24,4922	24,4922	24,4921	0,0481	0,0059	16,3282	8,1641	18205,4199	-11869,6417
18208,1660	-11869,8564	27,2383	27,2383	27,2381	0,0661	0,0073	18,1589	9,0795	18208,1659	-11869,6571
18210,9141	-11869,9092	29,9863	29,9883	29,9880	0,0882	0,0088	19,9923	9,9962	18210,9159	-11869,6766
18213,6738	-11869,9678	32,7461	32,7480	32,7477	0,1149	0,0105	21,8322	10,9161	18213,6755	-11869,7006
18216,4414	-11870,0313	35,5137	35,5195	35,5190	0,1466	0,0124	23,6799	11,8400	18216,4468	-11869,7296
18219,2129	-11870,0957	38,2852	38,2910	38,2902	0,1836	0,0144	25,5276	12,7639	18219,2181	-11869,7640
18221,9883	-11870,1602	41,0605	41,0703	41,0692	0,2266	0,0166	27,3806	13,6905	18221,9971	-11869,8043
18224,7969	-11870,2246	43,8691	43,8809	43,8793	0,2764	0,0189	29,2545	14,6275	18224,8073	-11869,8514
18227,5957	-11870,2900	46,6719	46,6797	46,6776	0,3327	0,0214	31,1205	15,5606	18227,6056	-11869,9050
18230,4004	-11870,3545	49,4824	49,4863	49,4835	0,3964	0,0240	32,9919	16,4963	18230,4116	-11869,9660
18233,2109	-11870,4199	52,3086	52,2969	52,2931	0,4678	0,0268	34,8659	17,4335	18233,2213	-11870,0348
18236,0332	-11870,4912	55,1426	55,1191	55,1142	0,5477	0,0298	36,7478	18,3746	18236,0425	-11870,1119
18238,8574	-11870,5684	57,9727	57,9434	57,9371	0,6363	0,0329	38,6311	19,3164	18238,8654	-11870,1978
18241,6895	-11870,6494	60,8203	60,7754	60,7674	0,7342	0,0362	40,5197	20,2610	18241,6958	-11870,2930
18244,5332	-11870,7412	63,6777	63,6191	63,6091	0,8422	0,0397	42,4163	21,2096	18244,5376	-11870,3982
18247,3750	-11870,8447	66,5723	66,4629	66,4504	0,9602	0,0433	44,3130	22,1583	18247,3790	-11870,5135
18250,2168	-11870,9590	69,3848	69,3086	69,2932	1,0889	0,0471	46,2111	23,1078	18250,2219	-11870,6395
18253,0664	-11871,0850	72,2500	72,1602	72,1413	1,2288	0,0511	48,1134	24,0594	18253,0702	-11870,7767
18255,9199	-11871,2227	75,1191	75,0176	74,9947	1,3806	0,0552	50,0197	25,0131	18255,9237	-11870,9257
18258,7754	-11871,3721	77,9863	77,8789	77,8513	1,5446	0,0595	51,9289	25,9684	18258,7805	-11871,0870

$$e_{m\acute{a}x} = 0,4\%$$

Quadro 29.Velocidade de entrada observada (km/h) - Curva 23

Ve	n	n/N	p
<70	0	0,00	0,00
]70-80]	2	0,12	0,12
]80-90]	1	0,06	0,18
]90-100]	2	0,12	0,29
]100-110]	2	0,12	0,41
]110-120]	3	0,18	0,59
]120-130]	1	0,06	0,65
]130-140]	0	0,00	0,65
]140-150]	4	0,24	0,88
]150-160]	1	0,06	0,94
]160-170]	0	0,00	0,94
>170	1	0,06	1,00
N	17	1,00	

$$V_{85} = 145 \text{ km/h}$$

Curva 6

$$b(L) = -0,018 \cdot L + 1,625 \quad R^2 = 0,529$$

Quadro 30. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 6

Condutor j	Ve	L	L_1	A^2	A
1	115,92	74,93	75,04	25313,77	159,10
2	80,52	44,15	44,27	10098,29	100,49
3	111,20	75,04	75,11	35871,18	189,40
4	143,24	25,16	25,20	11680,86	108,08
5	113,46	71,70	71,86	15369,31	123,97
6	140,31	82,13	82,28	18660,14	136,60
7	102,89	51,55	51,63	20098,68	141,77
8	86,87	41,10	41,17	15770,24	125,58
9	108,26	81,41	81,54	20987,25	144,87
10	146,09	71,95	71,95	420298,15	648,30
11	83,71	22,11	22,17	6574,25	81,08
12	101,88	36,47	36,56	10782,71	103,84
13	82,02	59,22	59,41	10143,38	100,71
14	115,51	57,10	57,20	19344,94	139,09
15	82,92	64,14	64,22	26210,82	161,90

Quadro 31. Cálculo das coordenadas (X1, Y1) - Curva 6

Condutor 8 (A=125,58 m)										
X	Y	L	L1	x	y	tau	Tl	Tk	X1	Y1
4637,9224	-2984,8992	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	4637,9224	-2984,8992
4639,8115	-2985,3938	1,9521	1,9536	1,9536	0,0001	0,0001	1,3024	0,6512	4639,8120	-2985,3950
4641,6987	-2985,8850	3,9014	3,9038	3,9038	0,0006	0,0005	2,6025	1,3013	4641,6985	-2985,8895
4643,5815	-2986,3723	5,8379	5,8481	5,8481	0,0021	0,0011	3,8988	1,9494	4643,5795	-2986,3816
4645,4712	-2986,8584	7,7969	7,7993	7,7993	0,0050	0,0019	5,1995	2,5998	4645,4675	-2986,8740
4647,3638	-2987,3420	9,7510	9,7524	9,7524	0,0098	0,0030	6,5016	3,2508	4647,3579	-2987,3651
4649,2637	-2987,8223	11,7100	11,7119	11,7119	0,0170	0,0043	7,8080	3,9040	4649,2550	-2987,8556
4651,1650	-2988,2974	13,6714	13,6719	13,6718	0,0270	0,0059	9,1146	4,5573	4651,1533	-2988,3434
4653,0659	-2988,7668	15,6284	15,6299	15,6298	0,0404	0,0077	10,4200	5,2100	4653,0505	-2988,8274
4654,9702	-2989,2300	17,5869	17,5894	17,5892	0,0575	0,0098	11,7263	5,8632	4654,9501	-2989,3082
4656,8809	-2989,6865	19,5464	19,5542	19,5539	0,0790	0,0121	13,0362	6,5182	4656,8559	-2989,7861
4658,7886	-2990,1335	21,4985	21,5132	21,5127	0,1052	0,0147	14,3423	7,1712	4658,7572	-2990,2579
4660,7007	-2990,5737	23,4546	23,4756	23,4749	0,1367	0,0175	15,6506	7,8254	4660,6631	-2990,7255
4662,6143	-2991,0059	25,4097	25,4365	25,4355	0,1739	0,0205	16,9581	8,4792	4662,5689	-2991,1872
4664,5298	-2991,4299	27,3662	27,3984	27,3969	0,2174	0,0238	18,2662	9,1333	4664,4771	-2991,6431
4666,4478	-2991,8467	29,3223	29,3618	29,3596	0,2675	0,0273	19,5753	9,7880	4666,3883	-2992,0927
4668,3745	-2992,2593	31,2876	31,3325	31,3295	0,3251	0,0311	20,8894	10,4451	4668,3083	-2992,5371
4670,3008	-2992,6663	33,2505	33,3018	33,2976	0,3903	0,0352	22,2026	11,1019	4670,2285	-2992,9736
4672,2275	-2993,0676	35,2134	35,2700	35,2645	0,4636	0,0394	23,5153	11,7584	4672,1496	-2993,4019
4674,1548	-2993,4636	37,1763	37,2373	37,2301	0,5456	0,0440	24,8274	12,4147	4674,0716	-2993,8215
4676,0825	-2993,8530	39,1377	39,2036	39,1943	0,6367	0,0487	26,1390	13,0708	4675,9946	-2994,2320
4678,0146	-2994,2368	41,1030	41,1738	41,1619	0,7375	0,0537	27,4534	13,7284	4677,9234	-2994,6339

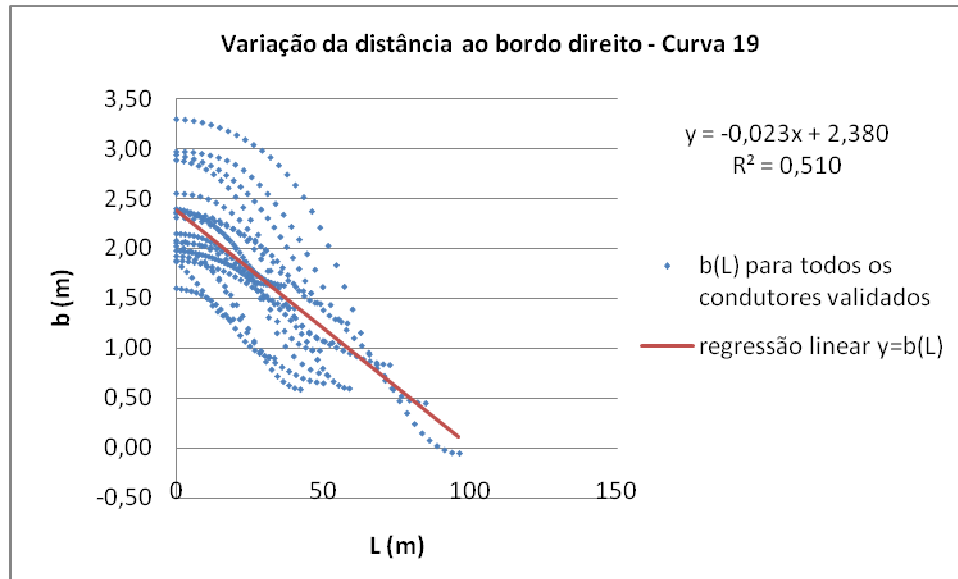
$$e_{max} = 0,9\%$$

Quadro 32. Velocidade de entrada observada (km/h) - Curva 6

Ve	n	n/N	p
<70	0	0,00	0,00
]70-80]	0	0,00	0,00
]80-90]	5	0,33	0,33
]90-100]	0	0,00	0,33
]100-110]	3	0,20	0,53
]110-120]	4	0,27	0,80
]120-130]	0	0,00	0,80
]130-140]	0	0,00	0,80
]140-150]	3	0,20	1,00
]150-160]	0	0,00	1,00
]160-170]	0	0,00	1,00
>170	0	0,00	1,00
N	15	1,00	

$$V_{85} = 145 \text{ km/h}$$

Curva 19



$$b(l) = -0,023 \cdot l + 2,380$$

Quadro 33. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 19

Condutor j	Ve	L	L_1	A^2	A
1	128,6367	51,1387	50,6934	5414,9827	73,5866
2	65,9848	27,2422	27,1191	4456,1796	66,7546
3	76,1039	33,2949	33,0059	3011,4941	54,8771
4	132,6790	48,6426	48,3457	7196,2234	84,8306
5	112,3298	45,6777	45,4453	7901,5972	88,8909
6	96,2820	42,1270	41,7617	4144,6610	64,3790
7	131,7260	58,0371	57,8105	14494,7653	120,3942
8	120,6140	55,5840	55,1953	7600,4883	87,1808
9	101,0693	48,9004	48,7520	14577,2541	120,7363
10	90,8572	58,7441	58,5137	14679,3046	121,1582
11	63,2907	31,6465	31,5352	6950,9676	83,3725
12	130,8927	84,6797	84,2129	18114,2008	134,5890
13	127,4177	96,1152	95,0859	11370,5984	106,6330
14	87,1084	40,0391	39,8047	5724,9752	75,6636
15	108,0458	49,9297	49,3555	3962,8929	62,9515
16	78,1359	19,3066	19,1777	1960,5040	44,2776
17	111,7420	72,4785	71,7012	7336,7676	85,6549
18	55,3399	36,6055	36,4238	5980,1152	77,3312

Quadro 34. Cálculo das coordenadas (X₁, Y₁) - Curva 19

Conductor 13 (A=106,63 m)										
X	Y	L	L ₁	x	y	tau	TI	Tk	X ₁	Y ₁
15417,0273	-9000,5273	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	15417,0273	-9000,5273
15419,9121	-9000,5283	2,8867	2,8867	2,8867	0,0004	0,0004	1,9245	0,9622	15419,9141	-9000,5250
15422,7871	-9000,5352	5,7617	5,7598	5,7598	0,0028	0,0015	3,8398	1,9199	15422,7871	-9000,5248
15425,6514	-9000,5488	8,6250	8,6230	8,6230	0,0094	0,0033	5,7487	2,8744	15425,6504	-9000,5288
15428,5146	-9000,5664	11,4883	11,4844	11,4843	0,0222	0,0058	7,6563	3,8281	15428,5117	-9000,5390
15431,3740	-9000,5898	14,3477	14,3438	14,3436	0,0433	0,0090	9,5625	4,7813	15431,3710	-9000,5574
15434,2383	-9000,6191	17,2109	17,2090	17,2087	0,0747	0,0130	11,4728	5,7364	15434,2361	-9000,5862
15437,0693	-9000,6592	20,0430	20,0410	20,0404	0,1180	0,0177	13,3609	6,6805	15437,0678	-9000,6269
15439,8555	-9000,7148	22,8281	22,8281	22,8269	0,1744	0,0229	15,2192	7,6098	15439,8544	-9000,6807
15442,5664	-9000,7832	25,5391	25,5391	25,5370	0,2441	0,0287	17,0268	8,5137	15442,5645	-9000,7480
15445,2783	-9000,8623	28,2520	28,2500	28,2465	0,3304	0,0351	18,8345	9,4178	15445,2742	-9000,8318
15447,9902	-9000,9521	30,9648	30,9648	30,9593	0,4351	0,0422	20,6452	10,3234	15447,9871	-9000,9340
15450,7041	-9001,0518	33,6777	33,6797	33,6713	0,5599	0,0499	22,4561	11,2292	15450,6992	-9001,0562
15453,4023	-9001,1611	36,3750	36,3809	36,3685	0,7056	0,0582	24,2582	12,1309	15453,3965	-9001,1995
15456,0771	-9001,2803	39,0508	39,0586	39,0410	0,8731	0,0671	26,0452	13,0251	15456,0692	-9001,3645
15458,7461	-9001,4102	41,7188	41,7305	41,7060	1,0647	0,0766	27,8289	13,9179	15458,7343	-9001,5537
15461,4209	-9001,5547	44,3945	44,4063	44,3729	1,2828	0,0867	29,6158	14,8127	15461,4014	-9001,7693
15464,0938	-9001,7139	47,0664	47,0840	47,0393	1,5289	0,0975	31,4050	15,7089	15464,0680	-9002,0129
15466,7510	-9001,8867	49,7246	49,7461	49,6872	1,8029	0,1088	33,1847	16,6008	15466,7162	-9002,2845
15469,3877	-9002,0742	52,3750	52,3906	52,3144	2,1056	0,1207	34,9538	17,4878	15469,3436	-9002,5847
15472,0039	-9002,2783	55,0508	55,0176	54,9202	2,4379	0,1331	36,7125	18,3702	15471,9498	-9002,9147
15474,5967	-9002,5029	57,7051	57,6191	57,4965	2,7997	0,1460	38,4557	19,2455	15474,5264	-9003,2740
15477,1670	-9002,7568	60,3281	60,2012	60,0485	3,1922	0,1594	40,1876	20,1157	15477,0787	-9003,6642
15479,7031	-9003,0605	62,9414	62,7539	62,5660	3,6146	0,1732	41,9018	20,9779	15479,5966	-9004,0843
15482,2119	-9003,4268	65,5391	65,2891	65,0600	4,0691	0,1874	43,6064	21,8361	15482,0911	-9004,5365

15484,6973	-9003,8594	68,1016	67,8105	67,5338	4,5571	0,2022	45,3042	22,6919	15484,5653	-9005,0222
15487,1543	-9004,3545	70,6738	70,3164	69,9847	5,0789	0,2174	46,9942	23,5448	15487,0167	-9005,5418
15489,5938	-9004,9111	73,2227	72,8184	72,4235	5,6377	0,2332	48,6845	24,3992	15489,4560	-9006,0983
15492,0068	-9005,5205	75,7813	75,3086	74,8416	6,2326	0,2494	50,3703	25,2525	15491,8746	-9006,6910
15494,4072	-9006,1738	78,3203	77,7969	77,2476	6,8668	0,2661	52,0583	26,1085	15494,2813	-9007,3230
15496,7881	-9006,8652	80,8750	80,2754	79,6332	7,5391	0,2834	53,7438	26,9648	15496,6674	-9007,9931
15499,1523	-9007,5879	83,4297	82,7480	82,0010	8,2514	0,3011	55,4296	27,8231	15499,0359	-9008,7032
15501,5039	-9008,3428	85,9512	85,2168	84,3519	9,0049	0,3193	57,1176	28,6844	15501,3875	-9009,4545
15503,8447	-9009,1299	88,5098	87,6875	86,6904	9,8024	0,3381	58,8123	29,5512	15503,7267	-9010,2498
15506,1680	-9009,9512	91,0332	90,1523	89,0077	10,6422	0,3574	60,5087	30,4212	15506,0448	-9011,0876
15508,4795	-9010,8076	93,5840	92,6172	91,3081	11,5272	0,3772	62,2113	31,2970	15508,3460	-9011,9704
15510,7822	-9011,6973	96,1152	95,0859	93,5940	12,4597	0,3976	63,9236	32,1804	15510,6327	-9012,9008

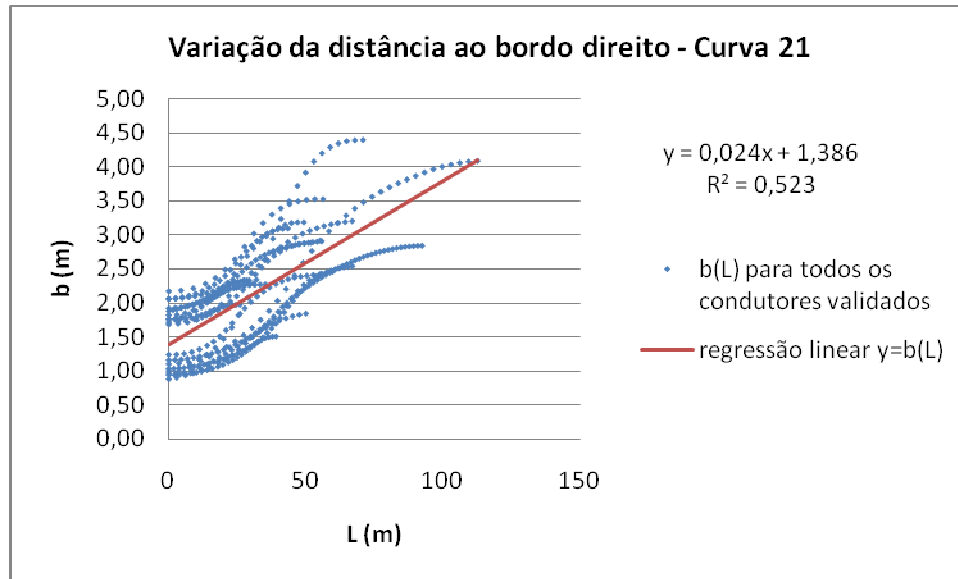
$$\epsilon_{m\acute{a}x} = 1,3\%$$

Quadro 35. Velocidade de entrada observada (km/h) - Curva 19

Ve	n	n/N	p
<70	3	0,17	0,17
]70-80]	2	0,11	0,28
]80-90]	1	0,06	0,33
90-100	2	0,11	0,44
100-110	2	0,11	0,56
110-120	2	0,11	0,67
120-130	3	0,17	0,83
130-140	3	0,17	1,00
140-150	0	0,00	1,00
150-160	0	0,00	1,00
160-170	0	0,00	1,00
>170	0	0,00	1,00
N	18	1,00	

$$V_{85} = 135 \text{ km/h}$$

Curva 21



$$b(l) = 0,024 \cdot l + 1,386$$

Quadro 36. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 21

Condutor j	Ve	L	L_1	A^2	A
1	133,26	70,80	70,84	69546,38	263,72
2	67,91	39,10	39,18	12421,08	111,45
3	91,53	55,73	55,85	15150,28	123,09
4	162,70	56,25	56,30	33379,21	182,70
5	110,51	50,01	50,27	6036,43	77,69
6	82,84	92,31	92,63	7818,44	88,42
7	124,92	66,84	67,05	10724,39	103,56
8	101,70	54,89	55,13	7255,08	85,18
9	89,68	35,20	35,36	5910,70	76,88
10	89,98	43,43	43,51	14581,60	120,75
11	75,89	25,92	26,03	5222,47	72,27
12	109,06	49,23	49,33	15713,86	125,35
13	143,37	112,53	112,58	34220,24	184,99
14	81,41	30,89	30,98	8466,28	92,01
15	101,66	59,74	59,87	14540,35	120,58
16	73,17	66,88	67,08	11045,44	105,10
17	117,04	51,67	51,79	13528,14	116,31
18	55,97	29,28	29,37	7908,97	88,93

Quadro 37. Cálculo das coordenadas (X1, Y1) - Curva 21

Condutor 11 (A=72,27 m)										
X	Y	L	L1	x	y	tau	Tl	Tk	X1	Y1
16289,2598	-10361,3340	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	16289,2598	-10361,3340
16289,2607	-10363,5176	2,1836	2,1836	2,1836	0,0003	0,0005	1,4557	0,7279	16289,2617	-10363,5176
16289,2656	-10365,4893	4,1543	4,1582	4,1582	0,0023	0,0017	2,7721	1,3861	16289,2651	-10365,4922
16289,2734	-10367,6309	6,2969	6,3008	6,3008	0,0080	0,0038	4,2005	2,1003	16289,2723	-10367,6347
16289,2861	-10369,5684	8,2344	8,2344	8,2343	0,0178	0,0065	5,4896	2,7448	16289,2836	-10369,5683
16289,3057	-10371,6699	10,3359	10,3340	10,3339	0,0352	0,0102	6,8894	3,4447	16289,3025	-10371,6678
16289,3242	-10373,2666	11,9316	11,9316	11,9314	0,0542	0,0136	7,9545	3,9773	16289,3226	-10373,2654
16289,3486	-10374,8623	13,5293	13,5273	13,5269	0,0790	0,0175	9,0184	4,5092	16289,3486	-10374,8609
16289,3779	-10376,4355	15,0918	15,0996	15,0989	0,1099	0,0218	10,0667	5,0334	16289,3806	-10376,4328
16289,4170	-10378,0137	16,6641	16,6797	16,6785	0,1481	0,0266	11,1202	5,5603	16289,4199	-10378,0124
16289,4658	-10379,5986	18,2324	18,2656	18,2638	0,1945	0,0319	12,1777	6,0891	16289,4675	-10379,5976
16289,5215	-10381,1689	19,7910	19,8379	19,8351	0,2491	0,0377	13,2262	6,6135	16289,5233	-10381,1689
16289,5869	-10382,7305	21,3398	21,4023	21,3982	0,3128	0,0439	14,2697	7,1354	16289,5881	-10382,7320
16289,6621	-10384,2803	22,8926	22,9551	22,9492	0,3859	0,0504	15,3054	7,6535	16289,6623	-10384,2829
16289,7471	-10385,8203	24,4063	24,4980	24,4900	0,4691	0,0575	16,3349	8,1686	16289,7466	-10385,8236
16289,8418	-10387,3486	25,9238	26,0293	26,0183	0,5626	0,0649	17,3567	8,6799	16289,8413	-10387,3519

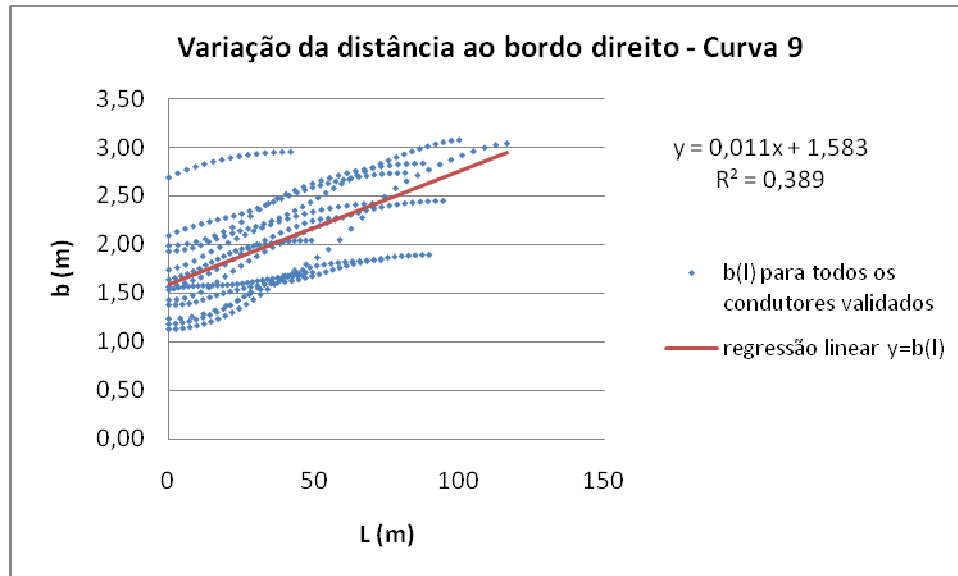
$\epsilon_{miv} = 0,01\%$

Quadro 38. Velocidade de entrada observada (km/h) - Curva 21

Ve	n	n/N	p
<70	2	0,11	0,11
]70-80]	2	0,11	0,22
]80-90]	4	0,22	0,44
90-100	1	0,06	0,50
100-110	3	0,17	0,67
110-120	2	0,11	0,78
120-130	1	0,06	0,83
130-140	1	0,06	0,89
140-150	1	0,06	0,94
150-160	0	0,00	0,94
160-170	1	0,06	1,00
>170	0	0,00	1,00
N	18	1,00	

$$V_{85} = 135 \text{ km/h}$$

Curva 9



$$b(l) = 0,011 \cdot l + 1,583$$

Quadro 39. Resumo dos parâmetros calculados - Curva 9

Condutor j	Ve	L	L_1	A^2	A
1	122,92	100,13	100,28	37673,75	194,10
2	74,45	46,23	46,38	10930,38	104,55
3	136,99	42,04	42,09	29818,71	172,68
4	141,44	87,68	87,76	56213,49	237,09
5	129,99	70,22	70,35	24374,80	156,12
6	122,65	94,64	94,82	28067,72	167,53
7	104,37	89,78	90,02	20442,00	142,98
8	125,21	81,48	81,62	29729,00	172,42
9	108,33	73,16	73,28	29184,14	170,83
10	177,74	116,62	116,78	42286,79	205,64
11	105,36	49,57	49,65	23199,71	152,31
12	94,70	49,24	49,34	17518,83	132,36
13	123,04	57,75	57,84	27198,49	164,92
14	92,88	18,13	18,17	7840,09	88,54

Quadro 40. Cálculo das coordenadas (X1, Y1) - Curva 9

Condutor 4 (A=237,09 m)										
X	Y	L	L1	x	y	tau	Tl	Tk	X	Y
6989,4858	-4174,9063	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	6989,4858	-4174,9063
6989,4927	-4178,0820	3,1758	3,1748	3,1748	0,0001	0,0001	2,1165	1,0583	6989,4909	-4178,0811
6989,5068	-4181,2490	6,3438	6,3408	6,3408	0,0008	0,0004	4,2272	2,1136	6989,4964	-4181,2471
6989,5273	-4184,4009	9,4951	9,4922	9,4922	0,0025	0,0008	6,3281	3,1641	6989,5031	-4184,3984
6989,5542	-4187,5425	12,6367	12,6348	12,6348	0,0060	0,0014	8,4232	4,2116	6989,5114	-4187,5410
6989,5884	-4190,6719	15,7656	15,7646	15,7646	0,0116	0,0022	10,5098	5,2549	6989,5219	-4190,6709
6989,6294	-4193,7847	18,8789	18,8779	18,8779	0,0199	0,0032	12,5853	6,2926	6989,5351	-4193,7841
6989,6763	-4196,8926	21,9863	21,9863	21,9863	0,0315	0,0043	14,6576	7,3288	6989,5515	-4196,8925
6989,7305	-4199,9902	25,0840	25,0830	25,0829	0,0468	0,0056	16,7220	8,3610	6989,5716	-4199,9891
6989,7915	-4203,0903	28,1846	28,1836	28,1835	0,0664	0,0071	18,7891	9,3946	6989,5960	-4203,0896
6989,8589	-4206,1846	31,2764	31,2783	31,2781	0,0907	0,0087	20,8523	10,4262	6989,6252	-4206,1842
6989,9321	-4209,2607	34,3486	34,3555	34,3551	0,1202	0,0105	22,9038	11,4519	6989,6594	-4209,2611
6990,0122	-4212,3301	37,4121	37,4258	37,4252	0,1554	0,0125	24,9507	12,4754	6989,6994	-4212,3312
6990,0986	-4215,3813	40,4590	40,4785	40,4777	0,1966	0,0146	26,9860	13,4931	6989,7454	-4215,3836
6990,1948	-4218,4238	43,4990	43,5225	43,5212	0,2444	0,0168	29,0154	14,5079	6989,7979	-4218,4270
6990,3037	-4221,4536	46,5254	46,5537	46,5520	0,2991	0,0193	31,0364	15,5185	6989,8573	-4221,4577
6990,4248	-4224,4683	49,5381	49,5713	49,5689	0,3611	0,0219	33,0484	16,5245	6989,9240	-4224,4746
6990,5581	-4227,4717	52,5400	52,5781	52,5749	0,4309	0,0246	35,0532	17,5271	6989,9984	-4227,4805
6990,7036	-4230,4702	55,5381	55,5811	55,5769	0,5091	0,0275	37,0555	18,5284	6990,0812	-4230,4823
6990,8608	-4233,4468	58,5137	58,5615	58,5561	0,5954	0,0305	39,0429	19,5222	6990,1722	-4233,4613
6991,0298	-4236,4189	61,4863	61,5391	61,5321	0,6909	0,0337	41,0285	20,5152	6990,2723	-4236,4372
6991,2100	-4239,3735	64,4424	64,4990	64,4902	0,7955	0,0370	43,0024	21,5025	6990,3815	-4239,3951
6991,4014	-4242,3105	67,3828	67,4424	67,4313	0,9094	0,0405	44,9654	22,4843	6990,5000	-4242,3361
6991,6045	-4245,2388	70,3135	70,3779	70,3643	1,0334	0,0441	46,9234	23,4636	6990,6285	-4245,2688
6991,8188	-4248,1553	73,2344	73,3018	73,2850	1,1676	0,0478	48,8737	24,4392	6990,7672	-4248,1894

6992,0444	-4251,0615	76,1455	76,2168	76,1965	1,3124	0,0517	50,8183	25,4121	6990,9166	-4251,1006
6992,2808	-4253,9536	79,0449	79,1182	79,0936	1,4680	0,0557	52,7540	26,3805	6991,0768	-4253,9975
6992,5273	-4256,8354	81,9336	82,0107	81,9814	1,6350	0,0598	54,6841	27,3462	6991,2482	-4256,8850
6992,7847	-4259,7017	84,8086	84,8877	84,8528	1,8131	0,0641	56,6040	28,3070	6991,4307	-4259,7562
6993,0522	-4262,5610	87,6768	87,7598	87,7186	2,0033	0,0685	58,5209	29,2663	6991,6254	-4262,6216

$e_{mix} = 1,69\%$

Quadro 41. Velocidade de entrada observada (km/h) - Curva 9

Ve	n	n/N	p
<70	0	0,00	0,00
]70-80]	1	0,07	0,07
]80-90]	0	0,00	0,07
90-100	2	0,14	0,21
100-110	3	0,21	0,43
110-120	0	0,00	0,43
120-130	5	0,36	0,79
130-140	1	0,07	0,86
140-150	1	0,07	0,93
150-160	0	0,00	0,93
160-170	0	0,00	0,93
>170	1	0,07	1,00
N	14	1,00	

$$V_{95} = 135 \text{ km/h}$$