

ESTUDO DO ASSENTAMENTO ELÁSTICO DE FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS

TIAGO ISMAEL DA SILVA MAGALHÃES

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM GEOTECNIA

Orientador: Professor Doutor José Manuel Mota Couto Marques

JUNHO DE 2009

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2008/2009

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2008/2009 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

A meus Pais,
que são a motivação, inspiração e razão
para todos os dias tentar ser alguém melhor.

A successful man is one who can lay a firm foundation with the bricks others throw at him.

David Brinkley

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao meu orientador Professor Doutor José Manuel Couto Marques pela infindável disponibilidade, compreensão, paciência e apoio ao longo de todos os momentos da realização desta tese, sem os quais não me teria sido possível realizá-la com o sucesso que acredito que foi atingido.

De seguida gostaria de agradecer a toda a família geotécnica por participarem nos momentos de descontração e companheirismo que nos ajudaram a todos a “sobreviver” a este semestre. Neste contexto há que atribuir algumas menções honrosas, que irei destacar por ordem alfabética, para ninguém ficar com ciúmes: Ivo Ferreira; João Aguiar; João Carneiro; João Lobão; Leandro Rodrigues e Marco Fonseca.

Por último e mais importante, gostaria de agradecer aos meus pais e meu irmão por serem o meu orgulho, minha fonte de inspiração e o motivo pelo qual trabalho para ser alguém de quem se possam orgulhar.

RESUMO

Este trabalho centra-se no estudo de assentamentos elásticos de fundações superficiais tendo como objectivo a obtenção de um factor correctivo expedito para cálculo dos mesmos. Para o efeito procedeu-se a um estudo paramétrico em que se fez variar alguns factores considerados importantes para garantir uma satisfatória abrangência do referido factor correctivo.

Estes factores foram a forma da sapata, a sua rigidez, a profundidade de um estrato rígido inferior e o coeficiente de Poisson do solo. Quanto à forma da sapata, consideraram-se sapatas circulares, quadradas, rectangulares, com quatro diferentes relações entre largura e desenvolvimento, e sapata corrida. Para o factor rigidez da sapata consideraram-se duas situações extremas, a de uma sapata perfeitamente flexível e a de uma infinitamente rígida. No parâmetro da profundidade do estrato rígido inferior foram adoptadas onze profundidades distintas, sendo que a última destas passou por considerar a não existência de estrato rígido inferior, ou seja, estando este presente a uma distância virtualmente infinita. No que diz respeito ao coeficiente de Poisson do solo consideraram-se dois valores, um de 0,3, correspondendo assim a uma areia corrente, e um outro valor de 0,5 correspondendo basicamente a uma argila.

A estratégia adoptada passou por realizar o estudo paramétrico recorrendo ao cálculo pelo método dos elementos finitos. Para tal utilizaram-se várias ferramentas de análise. Para o estudo de fundações circulares e de sapatas corridas foi utilizado o programa PLAXIS v8.0, uma ferramenta de análise bidimensional adequada a problemas axissimétricos e estados plano de deformação. Procedeu-se aos cálculos para a obtenção dos diferentes factores correctivos para as diferentes condições paramétricas descritas atrás. Foi também utilizado o programa PHASE 2.6 de forma a validar os resultados obtidos com o PLAXIS v8.0. Para as restantes formas da sapata, quadrada e rectangular foi necessária uma análise tridimensional. As ferramentas escolhidas para o tratamento deste problema foram, o software PLAXIS 3D Foundation v1.1 para análise dos casos de sapatas flexíveis, e o programa ELFEN para os estudos dos casos envolvendo sapatas rígidas, tendo sido estes programas utilizados, à imagem do que foi feito para as análises bidimensionais, para a obtenção dos factores correctivos para todos as situações consideradas no estudo paramétrico do presente trabalho.

Após a obtenção dos parâmetros via método dos elementos finitos, estes foram confrontados com valores de referência propostos por Milovic, que fornece valores para algumas das situações estudadas no decurso deste trabalho. Numa primeira fase, estes valores foram utilizados para a validação da malha utilizada e dimensões do problema no cálculo dos factores correctivos. Após a obtenção de resultados corroborativos dos propostos pelo autor referido, e tendo sido realizados estudos de modo a investigar os casos discrepantes, são apresentados os resultados propostos para os coeficientes correctivos expeditos " I_s ". De referir que todos estes coeficientes foram obtidos para o caso de contactos rugosos entre sapata e terreno de fundação, e este último e o estrato rígido considerado. Os coeficientes também se referem ao ponto médio de cada sapata.

PALAVRAS-CHAVE: Fundações superficiais, assentamentos elásticos, método dos elementos finitos, PLAXIS, PHASE, ELFEN, PLANE

ABSTRACT

This study focuses on the study of elastic settlements under shallow foundations with the objective of developing a simple corrective factor for their calculation. To this end a parametric study was carried out in which was studied the variation of some factors considered relevant to obtain corrective factors with a satisfactory range of application.

Such factors were the shape of the foundation, its stiffness, the depth of the bedrock and the Poisson ratio of the soil. As to the foundation shape, in this work were considered circular foundations, square foundations, rectangular foundations with four distinct ratios between their two dimensions and a strip foundation. In what concerns stiffness there were two extreme cases: perfectly flexible and infinitely rigid. The bedrock was considered at eleven different depths ratios, one of them infinite. For the Poisson ratio two values were studied, one of 0.3 for granular soils and another of 0.5 for clayey soils.

The strategy adopted for the parametric study was to perform calculations utilizing the finite element method. Various numerical tools have been used. For the analysis of circular and strip foundations, axisymmetric and plane strain problems, the program PLAXIS v8.0 was employed. Calculations were made in order to obtain the different corrective factors for the parametric analyses described above. The program PHASE 2.6 also utilized to verify and corroborate the results obtained using PLAXIS v8.0. For the remaining foundation shapes it was necessary to perform tridimensional analyses. The tools chosen to address these problems were the program PLAXIS 3D Foundation v1.1, for flexible foundations, and the program ELFEN for rigid foundations.

After determining the coefficients for all the cases they were confronted with the values proposed by D. Milovic for some of the situations considered. Firstly the reference values were used to validate the finite element meshes adopted in the numerical study. After obtaining corroborative results of the ones presented in the referred manual [1], and after investigating the discrepant ones, the values proposed for the corrective factors “ I_s ” are presented. It has to be mentioned that this coefficients were obtained considering rough contacts between the foundation and foundation soil, and between this last one and the bedrock. The coefficients are also referred to the middle point of the foundations.

KEYWORDS: Shallow foundations, elastic displacements, finite element method, PLAXIS, PHASE, ELFEN, PLANE

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1. INTRODUÇÃO	1
2. Fundamentação Teórica dos Processos de Cálculo	7
2.1. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	7
2.1.1. BREVES CONSIDERAÇÕES	7
2.1.2. FUNDAMENTAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	9
2.1.2.1. Introdução	9
2.1.2.2. Estado Plano de Deformação	10
2.1.2.3. Axissimetria	15
2.1.2.4. Análise Tridimensional	18
2.2. VALORES DE REFERÊNCIA	21
2.2.1. BREVES CONSIDERAÇÕES	21
2.2.2. COEFICIENTE CORRECTIVO EXPEDITO “ I_w ”	22
2.2.2.1. Sapata Circular	22
2.2.2.2. Sapata Rectangular	25
2.2.2.3. Sapata Corrida	27
3. Validação da Metodologia Utilizada	31
3.1. INTRODUÇÃO	31
3.2. VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS DE MILOVIC	32
3.3. COMPARAÇÃO ENTRE PLAXIS v8.0 E PHASE 2.6	35
3.3.1. BREVES CONSIDERAÇÕES	35
3.3.2. SAPATA PERFEITAMENTE FLEXÍVEL	36
3.3.3. SAPATA INFINITAMENTE RÍGIDA	40
3.4. COMPARAÇÃO ENTRE PLAXIS v8.0, PHASE 2.6 E MILOVIC	44
3.4.1. BREVES CONSIDERAÇÕES	44
3.4.2. APRESENTAÇÃO E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	45

4. Apresentação de Resultados	53
4.1. CÁLCULO DE SAPATAS CIRCULARES E CORRIDAS COM RECURSO AO SOFTWARE PLAXIS v8.0	53
4.1.1. BREVES CONSIDERAÇÕES	53
4.1.2. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS	56
4.2. CÁLCULO DE SAPATAS RECTANGULARES FLEXÍVEIS COM RECURSO AO SOFTWARE PLAXIS 3D FOUNDATION v1.1	67
4.2.1. BREVES CONSIDERAÇÕES	67
4.2.2. CALIBRAÇÃO DO SOFTWARE PLAXIS 3D FOUNDATION v1.1	68
4.2.3. COMPARAÇÃO ENTRE PLAXIS v8.0 E PLAXIS 3D FOUNDATION v1.1	72
4.2.4. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS	75
4.3. CÁLCULO DE SAPATAS RECTANGULARES RÍGIDAS COM RECURSO AO SOFTWARE ELFEN ...	85
4.3.1. BREVES CONSIDERAÇÕES	85
4.3.2. CALIBRAÇÃO DO SOFTWARE ELFEN E COMPARAÇÃO COM O SOFTWARE PLAXIS v8.0	85
4.3.3. COMPARAÇÃO ENTRE ELFEN E PLAXIS 3D FOUNDATION v1.1	87
4.3.4. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS	90
5. Análise de Resultados	105
5.1. SAPATAS CIRCULARES E SAPATAS CORRIDAS	105
5.2. SAPATAS RECTANGULARES FLEXÍVEIS	107
5.3. SAPATAS RECTANGULARES RÍGIDAS	108
6. Considerações Finais	111
BIBLIOGRAFIA	113

ANEXOS

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1.1 – Variação da importância do tipo de assentamento com o tipo de solo de fundação (adaptado de Matos Fernandes 2006).....	1
Fig. 2.1 – Modelação por elementos finitos de um avião (adaptado de Anamet Laboratories, Inc.).....	8
Fig. 2.2 – Aproximação ao perímetro de uma circunferência através de polígonos (adaptado de Singiresu, 2004)	9
Fig. 2.3 – Elemento finito triangular (adaptado de O.C. Zienkiewicz e R.L. Taylor, 1967).....	11
Fig. 2.4 – Corpo gerado por axissimetria (adaptado de O.C. Zienkiewicz e R.L. Taylor, 1967)	15
Fig. 2.5 – Tensões e deformações num problema axissimétrico (adaptado de Zienkiewicz e Taylor, 1967)	16
Fig. 2.6 – Elemento tetraédrico de quatro nós (adaptado de O.C. Zienkiewicz e R.L. Taylor, 1967)	19
Fig. 2.7 – Geometria do problema em meio sem fronteira rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)	22
Fig. 2.8 – Geometria do problema em meio com fronteira rígida (adaptado de D. Milovic 1992)	23
Fig. 2.9 – Geometria do problema (adaptado de D. Milovic, 1992)	25
Fig. 2.10 – Coeficiente “ I_w ” para sapata quadrada com várias rigidezes num meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)	26
Fig. 2.11 – Coeficiente “ I_w ” para sapata rectangular com várias rigidezes num meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)	26
Fig. 2.12 - Geometria do problema de sapata corrida em meio homogéneo com fronteira inferior rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)	28
Fig. 2.13 – “ I_w ” para sapata corrida flexível em meio semi-indefinido sob o ponto central (D. Milovic, 1992)	28
Fig. 2.14 – “ I_w ” para sapata corrida flexível em meio semi-indefinido sob o ponto extremo (D. Milovic, 1992)	28
Fig. 2.15 - “ I_w ” para sapata corrida flexível em meio com fronteira rígida sob o ponto central (D. Milovic, 1992)	29
Fig. 3.1 – Valores de “ I_w ” para sapata corrida infinitamente rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)	32
Fig. 3.2 – Malha de elementos finitos para $H/D=0,5$ e $H/D=1$ (adaptado de D. Milovic, 1992)	33
Fig. 3.3 – Malha de elementos finitos para $H/D=2$ e $H/D=3$ (adaptado de D. Milovic, 1992)	33
Fig. 3.3 – Malha de elementos finitos tipo utilizada no programa PLANE	34
Fig. 3.4 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=10$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$	37
Fig. 3.5 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=20$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$	37
Fig. 3.6 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=30$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$	38
Fig. 3.7 – Malha do PHASE 2.6 com $l=10$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$	38
Fig. 3.8 – Malha do PHASE 2.6 com $l=20$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$	39

Fig. 3.9 – Malha do PHASE 2.6 com $l=30$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $v=0,3$	39
Fig. 3.10 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=10$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$	41
Fig. 3.11 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=20$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$	41
Fig. 3.12 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=30$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$	42
Fig. 3.13 – Malha do PHASE 2.6 com $l=10$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$	42
Fig. 3.14 – Malha do PHASE 2.6 com $l=20$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$	43
Fig. 3.15 – Malha do PHASE 2.6 com $l=30$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$	43
Fig. 3.16 - Malha do PLAXIS v8.0 com $H/D=0,5$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	47
Fig. 3.17 - Malha do PLAXIS v8.0 com $H/D=1$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	48
Fig. 3.18 - Malha do PLAXIS v8.0 com $H/D=1,5$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	48
Fig. 3.19 - Malha do PLAXIS v8.0 com $H/D=2,5$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	48
Fig. 3.20 - Malha do PLAXIS v8.0 com $H/D=3,5$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	49
Fig. 3.21 - Malha do PLAXIS v8.0 com $H/D=5$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	49
Fig. 3.22 - Malha do PLAXIS v8.0 com $H/D=\infty$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	50
Fig. 3.23 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=0,5$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	50
Fig. 3.24 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=1$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	50
Fig. 3.25 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=1,5$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	50
Fig. 3.26 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=2,5$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	51
Fig. 3.27 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=3,5$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	51
Fig. 3.28 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=5$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	51
Fig. 3.23 - Malha do PHASE 2.6 para $H/D=\infty$ para sapata circular rígida com $v=0,3$	51
Fig. 4.1 – Condições de fronteira consideradas tirando partido das condições de simetria.....	53
Fig. 4.2 – Malha gerada para sapata circular flexível, com $v=0,3$ e $H/D=0,25$	56
Fig. 4.3 – Malha gerada para sapata circular flexível, com $v=0,3$ e $H/D=0,5$	57
Fig. 4.4 – Malha gerada para sapata circular flexível, com $v=0,5$ e $H/D=0,25$	57
Fig. 4.5 – Malha gerada para sapata circular flexível, com $v=0,5$ e $H/D=0,5$	57
Fig. 4.6 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=1$	58
Fig. 4.7 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=1,5$	58
Fig. 4.8 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=2$	59
Fig. 4.9 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=2,5$	59
Fig. 4.10 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=3$	60
Fig. 4.11 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=3,5$	60
Fig. 4.12 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=5$	61

Fig. 4.13 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=7,5$	61
Fig. 4.14 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=10$	62
Fig. 4.15 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=\infty$	62
Fig. 4.16 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=0,25$	63
Fig. 4.17 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=0,5$	63
Fig. 4.18 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=1$	63
Fig. 4.19 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=1,5$	63
Fig. 4.20 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=2$	63
Fig. 4.21 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=2,5$	63
Fig. 4.22 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=3$	64
Fig. 4.23 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=3,5$	64
Fig. 4.24 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=5$	64
Fig. 4.25 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=7,5$	64
Fig. 4.26 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=10$	65
Fig. 4.27 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=\infty$	65
Fig. 4.28 – Malha tridimensional	69
Fig. 4.29 – Condições de apoio do primeiro teste.....	70
Fig. 4.30 – Condições de apoio do segundo teste.....	70
Fig. 4.31 – Geometria em planta da análise efectuada simulando o carregamento de uma sapata	71
Fig. 4.32 – Geometria tipo do problema (com $l=25$ metros e $H/D=2$)	73
Fig. 4.33 – Malha tipo adoptada (com $l=25$ metros)	73
Fig. 4.34 – Geometria tipo para as profundidades $H/D=0,5, 1, 2, 3$ e 5	74
Fig. 4.35 – Geometria utilizada para a profundidade $H/D=\infty$	75
Fig. 4.36 – Domínio do problema em planta para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=0,25, 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5, 5, 7,5$ e 10	76
Fig. 4.37 – Domínio do problema em planta para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=\infty$ e $v=0,3$	77
Fig. 4.38 – Domínio do problema em planta para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=\infty$ e $v=0,5$	77
Fig. 4.39 – Malha a duas dimensões tipo para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=0,25, 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5, 5, 7,5$ e 10	78
Fig. 4.40 – Malha a duas dimensões tipo para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=\infty$	78
Fig. 4.41 – Malha a três dimensões tipo para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=0,25$	79
Fig. 4.42 – Malha a três dimensões tipo para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=0,5$	79
Fig. 4.43 – Malha a três dimensões tipo para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=1$	79

Fig. 4.44 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=1,5$	80
Fig. 4.45 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=2$	80
Fig. 4.46 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=2,5$	80
Fig. 4.47 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=3$	81
Fig. 4.48 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=3,5$	81
Fig. 4.49 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=5$	82
Fig. 4.50 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=7,5$	82
Fig. 4.51 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=10$	83
Fig. 4.52 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=\infty$	83
Fig. 4.53 – Versão 1 de malha gerada manualmente para sapata rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$	86
Fig. 4.54 – Versão 2 de malha gerada manualmente para sapata rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$	86
Fig. 4.55 – Versão 3 de malha gerada manualmente para sapata rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$	86
Fig. 4.56 – Malha gerada automaticamente para sapata rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$	86
Fig. 4.57 – Malha para sapata quadrada flexível com $H/B=0,5$ e $v=0,3$	88
Fig. 4.58 – Malha para sapata quadrada flexível com $H/B=2$ e $v=0,3$	89
Fig. 4.59 – Malha para sapata quadrada flexível com $H/B=5$ e $v=0,3$	90
Fig. 4.60 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=0,25$	91
Fig. 4.61 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=0,5$	92
Fig. 4.62 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=1$	93
Fig. 4.63 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=1,5$	94
Fig. 4.64 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=2$	95
Fig. 4.65 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=2,5$	96
Fig. 4.66 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=3$	97
Fig. 4.67 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=3,5$	98
Fig. 4.68 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=5$	99
Fig. 4.69 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=7,5$	100
Fig. 4.70 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=10$	101
Fig. 4.71 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=\infty$	102

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.1 – Limites para a distorção angular admissível para vários tipos de estruturas (Adaptado de Matos Fernandes, 2006)	4
Tabela 2.1 – “ I_w ” para sapata circular flexível em meio semi-indefinido sob o centro (adaptado de D. Milovic, 1992)	23
Tabela 2.2 – “ I_w ” para sapata circular flexível em meio semi-indefinido sob o extremo (adaptado de D. Milovic, 1992)	23
Tabela 2.3 – “ I_w ” para sapata circular rígida em meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)	24
Tabela 2.4 – “ I_w ” para sapata circular flexível em meio com fronteira rígida sob o centro (adaptado de D. Milovic, 1992)	24
Tabela 2.5 – “ I_w ” para sapata circular flexível em meio com fronteira rígida sob o extremo (adaptado de D. Milovic, 1992)	24
Tabela 2.6 – “ I_w ” para sapata circular rígida em meio com fronteira rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)	24
Tabela 2.7 – “ I_w ” para sapata circular com rigidez variável em meio com fronteira rígida sob o centro (adaptado de D. Milovic, 1992)	24
Tabela 2.8 – “ I_w ” para sapata circular com rigidez variável em meio com fronteira rígida sob o extremo (adaptado de D. Milovic, 1992)	25
Tabela 2.9 – “ I_w ” para sapata rectangular flexível em meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)	26
Tabela 2.10 – “ I_w ” para sapata rectangular rígida em meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)	27
Tabela 2.11 – “ I_w ” para sapata rectangular flexível em meio com fronteira rígida com $\nu=0,3$ (adaptado de D. Milovic, 1992)	27
Tabela 2.12 – “ I_w ” para sapata rectangular rígida em meio com fronteira rígida com $\nu=0,3$ (adaptado de D. Milovic, 1992)	27
Tabela 2.13 – “ I_w ” para sapata rectangular com rigidez variável em meio com fronteira rígida com $\nu=0,3$ (adaptado de D. Milovic, 1992)	27
Tabela 2.14 – “ I_w ” para sapata corrida com rigidez variável em meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)	29
Tabela 2.15 – “ I_w ” para sapata corrida flexível em meio com fronteira rígida com $\nu=0,3$ (adaptado de D. Milovic, 1992)	29
Tabela 2.16 – “ I_w ” para sapata corrida com rigidez variável em meio com fronteira rígida sob o ponto central (adaptado de D. Milovic, 1992)	29
Tabela 2.17 – “ I_w ” para sapata corrida com rigidez variável em meio com fronteira rígida sob o ponto extremo (adaptado de D. Milovic, 1992)	30
Tabela 3.1 – Valores de “ I_w ” para sapata corrida infinitamente rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)	32

Tabela 3.2 – Coeficientes “ I_w ” para sapata corrida rígida obtidos com o PLANE	34
Tabela 3.3 – Parâmetros utilizados para os cálculos no PLAXIS v8.0 e PHASE 2.6	36
Tabela 3.4 – Resultados para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$	40
Tabela 3.5 - Resultados para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $\nu=0,3$	44
Tabela 3.6 - Resultados para sapata circular rígida com $\nu=0,3$	46
Tabela 3.7 – Valores percentuais do desvio entre os resultados fornecidos pelo PLAXIS v8.0 e PHASE 2.6.....	46
Tabela 3.8 – Valores percentuais do desvio entre os resultados fornecidos pelo PLAXIS v8.0 e Milovic	47
Tabela 4.1 – Parâmetros utilizados para os cálculos com o PLAXIS v8.0	54
Tabela 4.2 – Coeficientes “ I_w ” para sapatas circulares	66
Tabela 4.3 – Coeficientes “ I_w ” para sapatas corridas	66
Tabela 4.4 – Coeficientes “ I_s ” para sapatas circulares.....	67
Tabela 4.5 – Coeficientes “ I_s ” para sapatas corridas	67
Tabela 4.6 – Valor do assentamento	71
Tabela 4.7 – Coeficientes “ I_w ” para o centro de sapata corrida flexível, com $\nu=0,3$	73
Tabela 4.8 – Coeficientes “ I_w ” para o centro de sapata corrida flexível, com $\nu=0,3$	74
Tabela 4.9 – Coeficientes “ I_w ” para o centro de sapatas retangulares flexíveis.....	84
Tabela 4.10 – Coeficientes “ I_s ” para o centro de sapatas retangulares flexíveis	84
Tabela 4.11 – Coeficientes “ I_w ” para sapata corrida rígida com $\nu=0,3$ e $H/D=5$	87
Tabela 4.12 – Coeficientes “ I_w ” para o centro de sapata quadrada flexível com $\nu=0,3$	90
Tabela 4.13 – Coeficientes “ I_w ” para sapatas retangulares rígidas	103
Tabela 4.14 – Coeficientes “ I_s ” para sapatas retangulares rígidas	103
Tabela 5.1 – Coeficientes “ I_w ” para sapata circular	106
Tabela 5.2 – Coeficientes “ I_w ” para sapata corrida.....	106
Tabela 5.3 – Coeficientes “ I_w ” para o centro de sapatas retangulares flexíveis com $\nu=0,3$	107
Tabela 5.4 – Coeficientes “ I_w ” para sapatas retangulares rígidas com $\nu=0,3$	109

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

s_i – assentamento elástico [m]

s_c – assentamento por consolidação [m]

s_d – assentamento por fluência [m]

E – módulo de deformabilidade [MPa]

E_u – módulo de deformabilidade em condições não drenadas [MPa]

c_u – resistência não drenada [kPa]

ν_u – coeficiente de poisson em condições não drenadas

α_a – distorção angular admissível [rad]

Δq_s – pressão transmitida ao solo por um carregamento de fundação superficial [kPa]

B – largura de fundação superficial [m]

ν – coeficiente de poisson

I_s – coeficiente correctivo expedito para dimensionamento de fundações superficiais

p – carregamento uniformemente distribuído sobre fundação superficial [kPa]

w – assentamento elástico [m]

I_w – coeficiente correctivo expedito para dimensionamento de fundações superficiais

K – rigidez relativa da fundação superficial

E_b – módulo de deformabilidade do material da fundação superficial [MPa]

E_s – módulo de deformabilidade do solo de fundação [MPa]

ν_s – coeficiente de poisson do solo de fundação

h – altura da fundação superficial [m]

R – raio da fundação superficial circular [m]

H – profundidade do estrato rígido subjacente ao solo de fundação [m]

L – desenvolvimento da fundação superficial [m]

D – diâmetro da fundação superficial circular [m]

SPT – Standard Penetration Test

CPT – Cone Penetration Test

1

INTRODUÇÃO

Falando de assentamentos de fundações superficiais, há que, numa primeira instância, distinguir os diferentes tipos que poderão ocorrer. Existem fundamentalmente três tipos de assentamentos passíveis de acontecer. Os assentamentos poderão ser imediatos (ou elásticos) “ s_i ”, por consolidação “ s_c ” ou assentamentos por fluência “ s_d ”. Dependendo do solo em que as fundações se encontram, a predominância e relevância de cada tipo de assentamento variará. Ilustrando este mesmo facto tem-se na figura 1.1 [2] a variação da importância de cada tipo de assentamento com o tipo de solo.

Características do maciço de fundação		s_i	s_c	s_d
predominantemente argiloso, confinado	normalmente consolidado, ligeiramente sobreconsolidado	praticamente nulo	alto a muito alto	relevante nos solos altamente orgânicos
	sobreconsolidado	praticamente nulo	baixo a moderado	irrelevante
predominantemente argiloso, não confinado	normalmente consolidado, ligeiramente sobreconsolidado	muito variável	alto a muito alto	relevante nos solos altamente orgânicos
	sobreconsolidado	baixo a moderado	baixo	irrelevante
predominantemente arenoso	cargas com variações modestas	variável num intervalo relativamente lato	nulo	em geral baixo, por vezes significativo
	cargas com variações significativas	variável num intervalo relativamente lato	nulo	relevante

Fig. 1.1 – Variação da importância do tipo de assentamento com o tipo de solo de fundação (adaptado de Matos Fernandes, 2006)

Neste trabalho são focados os assentamentos imediatos ou elásticos. Em primeiro lugar há que referir que um cálculo rigoroso destes mesmos assentamentos é deveras complicado. O seu valor depende fundamentalmente das características mecânicas do solo e das cargas aplicadas às fundações em causa. Tanto para as primeiras como para as últimas características é complicada a obtenção de uma estimativa rigorosa.

Quanto às características mecânicas, o parâmetro mais influente no cálculo de assentamentos elásticos é sem dúvida o módulo de deformabilidade “ E ”. Em solos arenosos a obtenção deste parâmetro é suficientemente precisa para as aplicações mais correntes de engenharia civil. Este parâmetro pode ser obtido à custa de metodologias de interpretação teórica através de alguns ensaios como o pressiómetro auto-perfurador ou o ensaio de carga em placa. Contudo, estes métodos, para além de bastante

morosos e dispendiosos, também apresentam a particularidade de o valor do módulo de deformabilidade ser obtido para determinadas condições de estado de tensão e deformação que poderão não ser equivalentes aos estados que irão ser encontrados na obra para cujo dimensionamento o módulo foi utilizado. Isto resulta em que os valores dos módulos de deformabilidade mais frequentemente utilizados provêm de ensaios como o SPT e CPT, que se baseiam em correlações empíricas para encontrar os valores deste parâmetro. Estas correlações sustentam-se na experiência de obras reais.

O processo que está mais amplamente estabelecido e difundido envolve os seguintes passos [2]:

- observação do comportamento das fundações e medição do seu assentamento;
- utilização deste valor para obtenção, por retro-análise, do módulo de deformabilidade, ou a sua distribuição em profundidade (consoante a abordagem), por aplicação de uma expressão adequada ao cálculo do assentamento medido;
- comparação do resultado da retro-análise com os resultados de ensaios realizados no local, para estabelecimento de correlações quantitativas entre ambos;
- acumulação de experiência, com estudo criterioso dos diversos casos de obra para averiguar o que é comum e o que é distinto entre eles, de modo a reforçar progressivamente a fiabilidade destas correlações.

Este processo é obviamente aplicável a todo e qualquer ensaio de campo. Contudo é mais frequentemente utilizado em ensaios de penetração, apenas por estes serem os mais utilizados. Sendo usadas correlações empíricas, é evidente que os valores adoptados para o módulo de deformabilidade serão meramente estimativas. Mas sendo estas baseadas em observação e registos de obras reais, os valores serão fiáveis e poderão ser usados com uma relativa segurança.

É de referir que na estimativa deste módulo intervém também o coeficiente de Poisson, sendo porém a variação deste bastante reduzida em areias, não influenciando de forma negativa a fiabilidade das estimativas realizadas para a obtenção de valores do módulo de deformabilidade. Isto é exponenciado pelo facto de existirem interpretações teóricas disponíveis para os resultados obtidos através deste tipo de ensaios. Para exemplificar, pode ser dito que um processo bastante corrente é o de avaliar o valor de " E_u " através de uma correlação com a resistência não drenada " c_u ", sendo que este parâmetro pode ser avaliado com bastante confiança, quer através de ensaios laboratoriais, quer por ensaios de campo.

Em solos argilosos, o assentamento imediato corresponde a uma situação não drenada, sendo os parâmetros utilizados o módulo de deformabilidade e coeficiente de Poisson não drenado " E_u " e " ν_u " respectivamente. Como neste tipo de situação, não se verificam variações volumétricas o coeficiente de Poisson em condições não drenadas apresenta como valor 0,5. Refira-se que este tipo de condições também é aplicável ao cálculo de assentamentos imediatos em "obras de terra sobre solos moles" [2]. Em solos argilosos, a colheita de amostras para ensaios em laboratório é bastante generalizada e é realizada de forma eficaz. Apesar da eficácia com que a recolha é feita, é impossível realizá-la sem perturbações das amostras por muito ínfimas que sejam. Este facto explica que a avaliação do módulo de deformabilidade para cálculos de assentamentos imediatos em solos argilosos não é normalmente realizada com base em ensaios de laboratório, já que perturbações das amostras, por muito reduzidas que sejam, provocam consideráveis reduções nos valores deste módulo quando obtidos em ensaios de laboratório. Outro factor que contribui para a não utilização de módulos de deformabilidade obtidos em laboratório, é que as deformações atingidas em assentamentos imediatos de argilas atingem valores bastante reduzidos. Ora os ensaios que são realizados não permitem avaliar com precisão suficiente o estado de tensão-deformação que ocorre para esses baixos níveis de deformação, o que os tornam meios pouco rigorosos para a avaliação do módulo de deformabilidade. Sendo assim, a avaliação deste

parâmetro elástico por meio de ensaios laboratoriais só se justifica fundações de excepcional importância [2].

Nestas avaliações é contudo necessário tomar algumas medidas de modo a garantir a qualidade das estimativas: “amostras de excepcional qualidade, em particular obtidas a partir de blocos; ensaios conduzidos criteriosamente e com recurso a instrumentação das deformações dos provetes que permitam caracterizar com rigor o diagrama tensões-deformações para níveis de deformação, digamos, a partir de 10^{-4} [2]. Contudo, e apesar deste “controlo de qualidade” é sempre conveniente complementar os resultados obtidos por esta via com outros obtidos através de outros processos como ensaios de campo. Por tudo isto, a via que aparece como sendo a talvez mais sensata é a de realização de ensaios *in situ*.

No que diz respeito às cargas aplicadas, a sua avaliação será também, forçosamente, apenas uma estimativa. Uma das razões que justificam uma relativa incerteza na avaliação das pressões transmitidas ao terreno pelas fundações, é o facto de se admitir, nos cálculos de assentamentos, que a pressão não variará. Este facto influi negativamente no rigor dos valores das pressões estimadas, já que no caso de a estrutura estudada ser hiperestática, os assentamentos diferenciais entre sapatas vizinhas vão induzir redistribuições de esforços que podem ser relevantes [2]. Ou seja, dependendo desta redistribuição os assentamentos irão também variar, sendo que naturalmente nas sapatas em que se verificar um maior assentamento as cargas irão ser aliviadas, verificando-se o oposto na situação contrária. Contudo, e apesar deste facto, nas expressões elásticas de cálculo de assentamentos que irão ser apresentadas neste trabalho, é admitido que o valor da pressão transmitida ao solo por uma determinada sapata é independente da grandeza do assentamento experimentada por esta. Por outro lado, há também que perceber que a obtenção dos valores das cargas aplicadas em cada sapata obedece à aplicação de determinadas combinações de acções que incorporam factores de segurança, que estão definidas no Eurocódigo 0 (2002). Isto significa que os valores de carregamento do solo num determinado momento podem ser distintos daqueles que foram considerados aquando da idealização da solução estrutural e da estimativa dos valores admitidos para a grandeza dos assentamentos. Este é então mais um factor que em nada ajuda o rigor da estimativa de assentamentos elásticos em fundações superficiais.

Apesar desta dificuldade em obter resultados precisos para as grandezas dos assentamentos elásticos sob fundações superficiais, a sua estimativa é um passo fulcral no dimensionamento de várias estruturas de Engenharia Civil. De facto, para a aplicação da Teoria da Elasticidade na avaliação de tensões e consequentes deformações induzidas num maciço por aplicação de cargas à superfície, há duas condições a serem verificadas: as solicitações têm que ser essencialmente monótonas; as tensões transmitidas ao solo têm que ser modestas em relação ao valor da capacidade resistente ao carregamento vertical [2]. Estas duas condições são verificadas em muitas das estruturas idealizadas pelo Engenheiro Civil. Em particular a segunda condição é importante para se perceber a relevância da estimativa de assentamentos imediatos. Ao limitar as tensões induzidas ao terreno está-se também, de forma indirecta, a controlar o nível de assentamento dentro de uma gama de grandezas restrita. Por este mesmo facto, o dimensionamento de fundações superficiais é realizado tendo como condicionante as condições de deformação do terreno, ou seja, de serviço e não as condições de rotura, correntemente designadas, na linguagem dos Eurocódigos, por estados limites últimos. Neste nível de tensões e de deformações, existe uma muito razoável proporcionalidade entre estas duas grandezas, ou seja, os cálculos encontram-se dentro do campo de aplicação da Teoria da Elasticidade.

Falando da importância que os assentamentos imediatos têm para o dimensionamento de fundações directas, há que referir que um dos critérios mais utilizados para este tipo de dimensionamento passa por limitar este tipo de assentamentos de modo a que não surjam danos nos edifícios que são

suportados por estas fundações. De facto, uma das ocorrências mais nefastas que resultam de problemas de fundações, são os chamados assentamentos diferenciais, sendo designada por distorção angular a sua razão pela distância entre fundações adjacentes. De facto, existem limites para este parâmetro, que, dependendo do tipo de edificação, procuram estabelecer um valor máximo de modo a não comprometer o bom funcionamento das estruturas em causa (ver Tabela 1.1).

Tabela 1.1 – Limites para a distorção angular admissível para vários tipos de estruturas (adaptado de Matos Fernandes, 2006)

Tipo de estrutura	Distorção angular admissível, α_a
Estruturas metálicas simples, Armazéns com estrutura metálica e paredes envolventes metálicas	5,0 / 1000
Edifícios com estrutura reticulada de aço:	
. sem contraventamentos diagonais	2,0 / 1000
. com contraventamentos diagonais	1,5 / 1000
Edifícios com estrutura reticulada de betão armado	2,5 / 1000
Edifícios com acabamentos sensíveis	1,0 / 1000
Paredes resistentes de alvenaria não armada – deformação em U	
. comprimento / altura = 1	0,4 / 1000
. comprimento / altura = 5	0,8 / 1000
Paredes resistentes de alvenaria não armada – deformação em Ω	
. comprimento / altura = 1	0,2 / 1000
. comprimento / altura = 5	0,4 / 1000

Isto leva a que, entre os processos possíveis para o dimensionamento de fundações, um dos que conduzem a resultados satisfatórios e lógicos é o de dimensionamento tendo por base a admissão de um assentamento comum a todas as fundações. Procedendo deste modo, está-se a minimizar o surgimento de eventuais assentamentos diferenciais. Claro que para este processo funcionar, entram na equação alguns factores de imprevisibilidade, que no fundo são os que surgem quando se pretende estimar o valor de assentamentos imediatos, como foi já referido previamente neste capítulo. Sendo assim, o processo de dimensionamento de fundações directas por esta via passa por, numa primeira instância, adoptar um valor limite para a distorção angular e, em seguida, considerando a geometria da estrutura, em particular o afastamento entre pilares, obter os assentamentos diferenciais admissíveis em função dos assentamentos totais de cada fundação. Como se vê, para este processo de dimensionamento, o passo fundamental será o de estimar os assentamentos expectáveis em função da geometria das fundações e das características do terreno.

Como se percebe, é extremamente conveniente a disponibilidade de um método expedito e satisfatoriamente rigoroso para estimar os assentamentos imediatos sob fundações. É este o objectivo a que o presente trabalho procurou dar resposta. Utilizando a Teoria da Elasticidade, e para maciços homogéneos, chega-se à expressão 1.1 para o cálculo de valores de assentamentos imediatos.

$$s_i = \Delta q_s \cdot B \frac{(1-\nu^2)}{E} \cdot I_s \quad (1.1)$$

em que “ s_i ” é o valor do assentamento a calcular, “ Δq_s ” a pressão transmitida ao solo, “ B ” a largura da sapata, “ ν ” o coeficiente de Poisson do solo de fundação, “ E ” o módulo de deformabilidade do mesmo solo e “ I_s ” um factor correctivo expedito que é o verdadeiro propósito do presente trabalho.

Este factor pretende levar em conta algumas das condições da fundação que poderão variar de caso para caso. Os parâmetros que se procurou estudar para este factor foram: a forma da fundação, sendo os casos considerados fundações circulares, quadradas, rectangulares e sapatas corridas; a profundidade de uma fronteira rígida inferior; a rigidez da sapata, sendo considerados dois casos extremos, a de uma sapata infinitamente rígida e a de uma sapata perfeitamente flexível; o coeficiente de Poisson, para o qual se considera um valor de 0,3 correspondendo a uma areia e de 0,5 para o estudo de assentamentos em solos argilosos. Neste trabalho obtiveram-se factores “ I_s ” para combinações destes parâmetros de modo a que a abrangência deste factor seja razoavelmente extensa.

Para a obtenção dos valores a atribuir a este factor nos diversos cenários estudados, foi utilizado o cálculo pelo método dos elementos finitos, em que alguns valores obtidos são confrontados com soluções previamente estudadas por autores publicados, de modo a validar o rigor dos resultados. No próximo capítulo irão ser descritos quer as técnicas de elementos finitos utilizadas, quer o processo segundo o qual os valores de referência provenientes da bibliografia considerada foram alcançados.

2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DOS PROCESSOS DE CÁLCULO

2.1. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

2.1.1. Breves Considerações

Como foi referido, este trabalho fundamentou-se, na sua vertente prática, na utilização do método dos elementos finitos. Este é um método numérico utilizado para obter resultados rigorosos, se bem que aproximados, para problemas complexos de engenharia, que de outro modo, e utilizando abordagens analíticas teóricas, seriam demasiado morosos ou até impossíveis de resolver. Isto deve-se ao facto de os fenómenos físicos envolvidos em problemas de engenharia serem traduzidos por sistemas de equações de derivadas parciais, cuja resolução por métodos analíticos clássicos se revela uma tarefa praticamente inexecutável.

A filosofia base deste método é decompor um problema no seu todo complexo, em subdivisões, ou elementos, mais simples de serem compreendidas e trabalhadas, e a partir destas reconstituir novamente o problema inicial. Este é um processo inerente ao trabalho de qualquer engenheiro ou cientista. Sendo assim o principal princípio do método de elementos finitos é o de substituir um cenário complexo por um estruturado em “parcelas” mais simples de serem resolvidas. Isto implica, obviamente, que a solução encontrada é forçosamente uma solução aproximada e nunca exacta. Isto é bastante claro na consideração de problemas denominados de contínuos, problemas nos quais as subdivisões referidas anteriormente se prolongam *ad infinitum*, cuja resolução passará sempre por manipulações matemáticas complexas. É nestes casos que para se obter um método praticável de obtenção de resultados, ter-se-á que tornar o problema que é contínuo num problema discreto, ficando assim intrínseco a este processo uma inevitável aproximação ao resultado, e nunca uma determinação rigorosa deste. Claro que esta aparente contrapartida é amenizada pelo facto de o método de resolução por elementos finitos permitir o melhoramento e refinamento da solução aproximada à custa de um maior esforço computacional.

Desta forma, percebe-se que as unidades fundamentais do método dos elementos finitos são os elementos em si, que são resolvidos e cujos resultados são conjugados de forma a proporcionar uma “visão” clara do problema a que estes elementos dão forma. Na engenharia estes elementos são idealizados geralmente de forma bastante intuitiva, estabelecendo-se uma analogia directa entre estes elementos discretos e porções finitas de um domínio contínuo. Dois exemplos disto foram estabelecidos por engenheiros da área estrutural. Na década de 1940 os engenheiros McHenry, Hrenikoff e Newmark demonstraram que é possível obter soluções bastante satisfatórias para um problema elástico contínuo substituindo pequenas porções do meio contínuo por simples barras

elásticas [3]. Mais tarde e no mesmo contexto Argyris *et al.* mostraram que uma substituição directa e ainda assim intuitiva de propriedades pode ser realizada de uma maneira mais eficaz, considerando que os elementos do meio contínuo se comportam de uma maneira simplificada [3]. Foi, aliás, desta perspectiva de analogia directa que o termo “elemento finito” foi criado e compreendido. É de referir que o autor deste termo foi Ray Clough em 1960, tendo-se assim uma ideia da data de “nascimento” deste método, nos moldes em que é conhecido presentemente.

Abordando uma visão mais histórica do método de elementos finitos, este, tal qual hoje é reconhecido, foi desenvolvido primeiramente em 1956 devido à necessidade de análise de problemas estruturais na engenharia aeronáutica. Na figura 2.1 é apresentado um exemplo de modelação por elementos finitos de uma aeronave. A partir daqui, o desenvolvimento deste método beneficiou imenso com o advento da era computacional, em que uma crescente capacidade de cálculo forneceu as condições necessárias para o grande número de operações algébricas envolvidas na análise por elementos finitos, o que veio tornar a aplicação e posterior desenvolvimento e disseminação deste método viável.

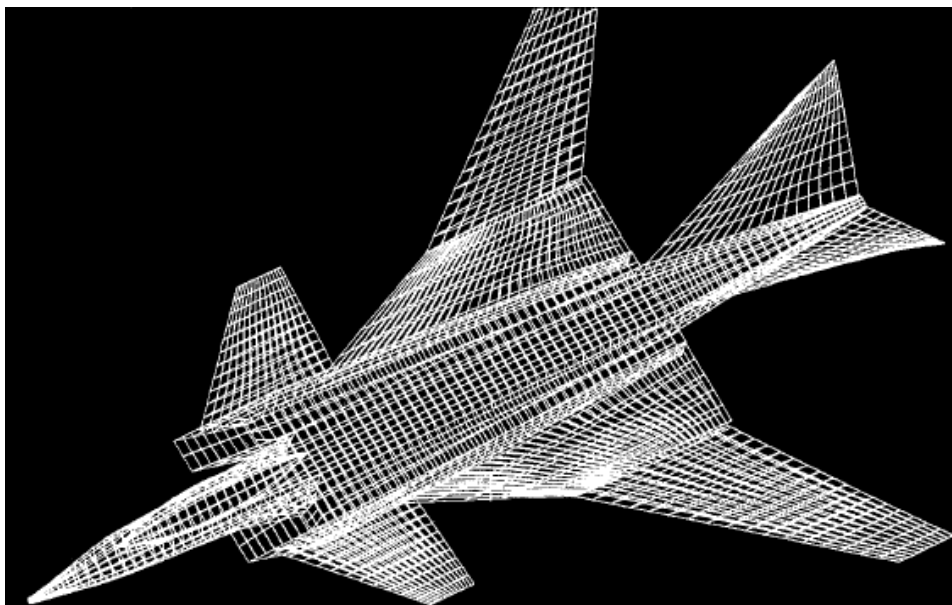


Fig. 2.1 – Modelação por elementos finitos de um avião (adaptado de Anamet Laboratories, Inc.)

A título de curiosidade refira-se que apesar de a denominação de elementos finitos ser recente, a filosofia inerente a este método pode ser reconhecida em aplicações com vários séculos de idade. Por exemplo, no cálculo do perímetro de um círculo por matemáticos da antiguidade, foi utilizada uma aproximação do perímetro de um polígono envolvendo a circunferência. Se se pensar na notação de hoje, cada lado do polígono pode ser considerado um elemento finito. Considerando-se um polígono inscrito na circunferência e outro circunscrivendo esta, obtêm-se uma aproximação por defeito e outra por excesso, sendo que aumentando os lados do polígono obter-se-ão resultados progressivamente mais exactos, estando este processo em perfeito acordo com os princípios fundamentais da aplicação do método de elementos finitos descritos anteriormente no início deste capítulo. Este exemplo está ilustrado na figura 2.2.

É de referir que apesar da conveniência e ampla aplicabilidade deste método, esta deve ser encarada com alguma precaução e rigor. Devido à grande divulgação deste método, inúmeros programas comerciais foram surgindo à disposição dos engenheiros, transformando o que eram antes utilizadores

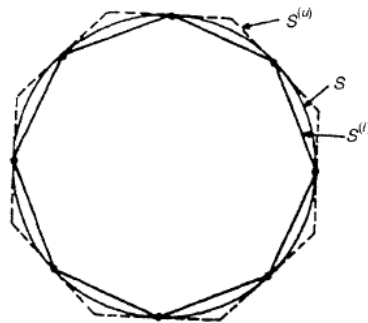


Fig. 2.2 – Aproximação ao perímetro de uma circunferência através de polígonos (adaptado de Singiresu, 2004)

do método que participavam activamente na programação, em meros utilizadores [6]. Isto foi consequência de que os programas disponíveis para a aplicação deste método foram sendo monopolizados por empresas especializadas. Estes programas, talvez por este mesmo motivo, apresentam uma *interface* gráfica bastante intuitiva e apelativa, o que pode levar a que alguns utilizadores que não tenham bases no processo que está por detrás destes programas aceitem os resultados sem espírito crítico, com um eventual comprometimento da segurança nos problemas estudados. Por este facto, é conveniente o confronto dos resultados obtidos em programas que aplicam o método de elementos finitos com outros programas utilizando o mesmo método, ou com resultados obtidos com recurso a metodologias diferentes. Estas metodologias podem ser divididas fundamentalmente em dois tipos: métodos analíticos e métodos numéricos. Falando dos analíticos, estes podem ser exactos como a utilização de transformadas de Laplace, ou aproximados como por exemplo o método de Rayleigh. Nos métodos numéricos temos soluções numéricas para a resolução das equações diferenciais como o método das diferenças finitas e a integração numérica, e noutra vertente temos então o método de elementos finitos. Por este motivo deve-se incitar o ensino e uma correcta compreensão dos princípios por detrás do funcionamento do método de elementos finitos.

2.1.2. FUNDAMENTAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

2.1.2.1. Introdução

No âmbito da aplicação do método de elementos finitos, um meio contínuo ou corpo a estudar, como uma estrutura, um fluído ou, no caso do presente trabalho, um maciço terroso, é representado por uma organização e assemblagem de pequenas subdivisões do meio original designados por elementos finitos. Para representar a continuidade do meio a estudar, cada um destes elementos está interligado com os vizinhos por articulações denominadas nós ou pontos nodais. De modo a formar esta ligação normalmente estes pontos encontram-se nas fronteiras dos elementos, havendo contudo elementos que possuem nós no seu interior para uma maior minúcia na obtenção de resultados, como à frente se irá perceber. Como se depreende do que foi já referido anteriormente, as variações dos valores a estudar dentro do corpo ou meio, podendo estes ser tensões, deslocamentos, temperaturas, entre outros, são desconhecidas. É por este mesmo motivo que é admitido que no interior de cada elemento finito as variações das variáveis de campo se regem por funções simplificadas. Estas funções, chamadas também modelos interpoladores, têm os seus valores definidos nos nós de cada um dos elementos. De

seguida, escrevendo equações de campo para o meio, equações estas análogas a equações de equilíbrio, as variáveis são os valores nodais do campo de variáveis admitido. Resolvendo as equações de campo, que são formuladas comumente na forma de matriz, passam a ser conhecidos os valores nodais. Sendo assim, conhecendo os valores nodais passa a ser possível definir as funções simplificadas de modo a se conhecer os valores do campo de variáveis considerado para a resolução do problema através da assemblagem dos vários elementos.

Resumindo, o processo de cálculo utilizando o método de elementos finitos pode ser esquematizado em alguns passos fundamentais. Para exemplificar estes passos, estes irão ser referidos para a resolução de um problema no qual se pretende estudar os deslocamentos de uma qualquer estrutura de engenharia civil. O primeiro consiste em dividir a estrutura ou a região a ser estudada em subdivisões, os chamados elementos finitos. Sendo assim, temos que o meio considerado é modelado utilizando elementos finitos, escolhendo-se o tipo de elemento, a sua quantidade, tamanho e disposição. De seguida há que escolher um modelo de interpolação adequado. Como, utilizando o problema de resolução de uma estrutura, os deslocamentos provocados por um determinado carregamento de uma estrutura complexa não podem ser previstos de forma exacta, há que assumir uma solução adequada dentro de cada elemento seguindo uma função simplificada e conhecida, de modo a aproximar a solução que é ainda desconhecida. Esta função ou modelo interpolador deve ser simples e deve também, de modo a garantir rigor, obedecer a certas condições de convergência. Posteriormente, e continuando a pensar num problema estrutural, a matriz de rigidez e o vector de carregamento obtidos a partir do modelo de deslocamentos admitido, devem ser derivados utilizando ou condições de equilíbrio ou um princípio variacional adequado. Dado que a estrutura a ser estudada é composta por vários elementos finitos, as matrizes e vectores de carregamento de cada elemento terão que ser assemblados de forma ajustada ao problema em questão e as equações de equilíbrio global terão que ser formuladas de acordo com a expressão (2.1) em que “K” é a matriz de rigidez global da estrutura, “ Φ ” é o vector de deslocamentos nodais e “P” é o vector de carregamento global.

$$K \cdot \Phi = P \quad (2.1)$$

De referir que as equações de equilíbrio consideradas terão que ter em conta as condições de fronteira admitidas para a resolução de problema. Após a incorporação das condições de fronteira nas equações de equilíbrio, o vector de deslocamentos “ Φ ” pode ser resolvido facilmente para problemas lineares. Para problemas não lineares, este vector terá que ser encontrado iterativamente, sendo que em cada iteração a matriz de rigidez “K”, ou o vector de carregamento “P”, ou ambos, são modificados de acordo com os resultados obtidos em cada iteração. Por último, e tendo já os valores para o campo de deslocamentos, outros parâmetros podem ser obtidos, como tensões ou esforços, utilizando formulações apropriadas. Há que lembrar contudo, que estes passos foram descritos, como se vê pela terminologia utilizada, com base num problema estrutural. Caso se queira resolver outro tipo de problemas, naturalmente que terá que se pensar noutros termos, mas a filosofia inerente ao processo de cálculo será o mesmo para qualquer tipo de problema.

Na realização deste trabalho foram considerados três casos particulares de aplicação do método. Estes são o estado plano de deformação, problemas axissimétricos e problemas a três dimensões. Uma breve descrição da formulação teórica envolvida na resolução destes tipos de problemas pelo método de elementos finitos é em seguida apresentada.

2.1.2.2. Estado Plano de Deformação

Neste caso considera-se que existem deslocamentos unicamente em duas direcções, sendo normalmente estes deslocamentos designados por “u” e “v”, nas direcções “x” e “y” do sistema cartesiano, respectivamente. As componentes de tensão a considerar serão apenas as duas componentes de tensão normal e a componente de tensão tangencial no plano xy. Sendo “ σ_z ” não nulo dado que a deformação segundo essa direcção é nula, não há contribuição para o trabalho interno de deformação.

Falando das equações de deslocamentos, há que referir que neste trabalho foram utilizados elementos triangulares e tetraédricos. Uma representação tipo dos primeiros com os deslocamentos relevantes para o estado plano de deformação pode ser observada na figura 2.3.

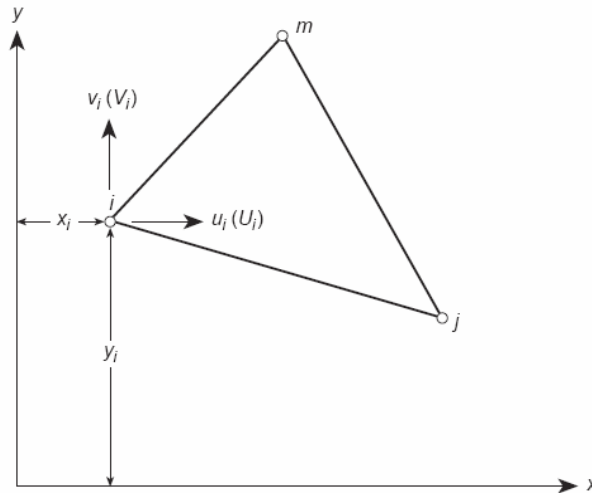


Fig. 2.3 – Elemento finito triangular (adaptado de O.C. Zienkiewicz e R.L. Taylor, 1967)

O deslocamento em cada nó possui duas componentes apresentadas na expressão (2.2).

$$a_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

As seis componentes do deslocamento de cada elemento podem ser representadas pelo vector (2.3).

$$a^e = \begin{Bmatrix} a_i \\ a_j \\ a_m \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

Todos os deslocamentos no interior de cada elemento terão que ser obtidos unicamente destas seis componentes, podendo ser representados de forma expedita em termos de resolução na forma de dois polinómios lineares (2.4).

$$\begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot y \\ v &= \alpha_4 + \alpha_5 \cdot x + \alpha_6 \cdot y \end{aligned} \quad (2.4)$$

As constantes “ α_i ” podem ser determinadas através de operações algébricas, sendo então o deslocamento representado da forma apresentada na expressão (2.5).

$$u = \frac{1}{2\Delta} \cdot [(a_i + b_i \cdot x + c_i \cdot y) \cdot u_i + (a_j + b_j \cdot x + c_j \cdot y) \cdot u_j + (a_m + b_m \cdot x + c_m \cdot y) \cdot u_m] \quad (2.5)$$

O significado de “a”, “b” e “c” pode ser consultado na expressão (2.6). “Δ” representa a área do elemento triangular em questão.

$$\begin{aligned} a_i &= x_j \cdot y_m - x_m \cdot y_j \\ b_i &= y_j - y_m \\ c_i &= x_m - x_j \end{aligned} \quad (2.6)$$

As expressões são análogas para o cálculo do deslocamento vertical “v”. A expressão (2.5) e a correspondente ao deslocamento “v” podem ser representadas com a notação da expressão (2.7).

$$U = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = N \cdot a^e = [I \cdot N_i, I \cdot N_j, I \cdot N_m] \cdot a^e \quad (2.7)$$

Na expressão (2.7) “I” corresponde a uma matriz identidade de 2 por 2 sendo que “Ni”, “Nj” e “Nm” têm o significado exposto na expressão (2.8) para “Ni” sendo que para “Nj” e “Nm” a expressão é idêntica mas com os índices respectivos.

$$N_i = \frac{a_i + b_i \cdot x + c_i \cdot y}{2\Delta} \quad (2.8)$$

A continuidade dos valores dos deslocamentos de cada elemento com os adjacentes é garantida já que os deslocamentos variam linearmente ao longo de qualquer lado do elemento triangular e porque, com deslocamentos idênticos impostos nos pontos nodais, o deslocamento irá ser obviamente igual ao longo das fronteiras entre elementos.

A deformação total em qualquer ponto dentro do elemento é definida em função das suas três componentes que contribuem para o trabalho interno. Estes três componentes estão representados na expressão (2.9), em que “δ/δ” representam derivadas parciais.

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{\delta y} \\ \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta x} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = S \cdot U \quad (2.9)$$

Substituindo a expressão (2.7) na expressão (2.9) obtém-se a expressão (2.10), em que o significado de cada matriz “B” está explicitado na expressão (2.11).

$$\varepsilon = B \cdot a^e = [B_i \quad B_j \quad B_m] \cdot \begin{Bmatrix} a_i \\ a_j \\ a_m \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

$$B_i = S \cdot N_i = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_i}{\delta y} \\ \frac{\delta N_i}{\delta y} & \frac{\delta N_i}{\delta x} \end{bmatrix} = \frac{1}{2 \cdot \Delta} \cdot \begin{bmatrix} b_i & 0 \\ 0 & c_i \\ c_i & b_i \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

De notar que a matriz “B” é independente da posição no interior do elemento, logo as deformações são constantes ao longo deste. Definindo a matriz de elasticidade “D” com a expressão (2.12) pode-se geralmente, e de acordo com a teoria da elasticidade, definir a tensão de acordo com a expressão (2.13).

$$D = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \cdot \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\sigma = D \cdot (\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (2.13)$$

Caso não existam tensões iniciais tem-se

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = D \cdot \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \varepsilon_0 \right) \quad (2.14)$$

Para os casos de análise a duas dimensões, poderá ser mais simples escrever a expressão (2.14) na forma apresentada na expressão (2.15) para de seguida impor as condições inerentes ao estado plano de deformação.

$$\varepsilon = D^{-1} \cdot \sigma + \varepsilon_0 \quad (2.15)$$

No estado plano de deformação existe uma componente de tensão normal “ σ_z ” para além das outras três componentes de tensão já mencionadas. Deste modo temos três componentes de deformação e uma componente de distorção a estudar. Estas componentes vêm apresentadas nas expressões (2.16) e (2.17).

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu \cdot \sigma_y}{E} - \frac{\nu \cdot \sigma_z}{E} + \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu \cdot \sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu \cdot \sigma_z}{E} + \varepsilon_{y0} \\ \varepsilon_z &= -\frac{\nu \cdot \sigma_x}{E} - \frac{\nu \cdot \sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} + \varepsilon_{z0} \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2 \cdot (1+\nu) \cdot \tau_{xy}}{E} + \gamma_{xy0} \quad (2.17)$$

Da expressão (2.16) fica-se com a expressão da componente de tensão normal “ σ_z ”, em função das outras componentes, tal como vem representada na expressão (2.18)

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) - E \cdot \varepsilon_{z0} \quad (2.18)$$

Na expressão (2.19) podem ser consultadas as componentes de deformação inicial.

$$\varepsilon_0 = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} + \nu \cdot \varepsilon_{z0} \\ \varepsilon_{y0} + \nu \cdot \varepsilon_{z0} \\ \gamma_{xy0} \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

A matriz de rigidez de cada elemento triangular como o representado na figura 2.3 é obtida através da expressão (2.20). Nesta expressão “ t ” representa a espessura do elemento e a integração é feita ao longo da área deste. Caso se assuma que a espessura do elemento seja constante, o que se aproxima da verdade à medida que o tamanho dos elementos vai decrescendo então as coordenadas “ x ” e “ y ” desaparecem do integral, e a matriz de rigidez toma a forma apresentada na expressão (2.21).

$$K_{ij}^e = \int B_i^T \cdot D \cdot B_j \cdot t \cdot dx \cdot dy \quad (2.20)$$

$$K_{ij}^e = B_i^T \cdot D \cdot B_j \cdot t \cdot \Delta \quad (2.21)$$

A forma expressa em (2.21) é explícita o suficiente para ser introduzida no cálculo pelo método dos elementos finitos, ficando as operações matriciais a cargo do computador. Na expressão (2.21) “ Δ ” representa novamente a área do elemento triangular em questão.

Falando das forças de massa, apenas a título de exemplo já que no presente trabalho estas forças não têm nenhum papel relevante nos cálculos efectuados, no caso geral de estado plano de deformação, cada unidade de área no plano “ xy ” está sujeita a forças “ b_x ” e “ b_y ” na direcção de cada eixo respectivo. A contribuição de cada uma destas forças para cada ponto nodal, é definida pela expressão (2.22)

$$f_i^e = - \int N_i \cdot \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix} \cdot dx \cdot dy \quad (2.22)$$

Resolvendo o integral proposto, chega-se à forma explícita da expressão (2.23) que significa que as forças totais actuando nas direcções “ x ” e “ y ” devido às forças de massa são distribuídas pelos nós de cada elemento em três partes iguais.

$$f_i^e = \begin{Bmatrix} f_i^e \\ f_j^e \\ f_m^e \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_x \\ b_y \\ b_x \\ b_y \end{Bmatrix} \cdot \frac{\Delta}{3} \quad (2.23)$$

Com a formulação apresentada é possível realizar a assemblagem das matrizes de rigidez, possibilitando desta forma obter as soluções para os deslocamentos. Quanto às tensões estas são constantes no interior do elemento de 3 nós. Para obter os valores das tensões há dois procedimentos que usualmente se utilizam. É possível associar as tensões ao centro do elemento, ou por outro lado é possível obter-se os valores das tensões nos pontos nodais interpolando os valores entre elementos adjacentes. É também comum calcular os valores e respectivas direcções das tensões principais em cada elemento.

2.1.2.3. Axissimetria

A consideração da axissimetria é importante no presente trabalho já que o estudo de sapatas circulares obedece a estas condições específicas. Este é também um problema a duas dimensões, sendo que as componentes radial e axial de deslocamento ao longo do eixo de simetria do corpo em estudo definem por completo o estado de tensão no corpo. Deste modo será necessário apenas definir duas direcções, uma radial (“r”) e axial (“z”), sendo que as duas componentes de deslocamento serão respectivamente “u” e “v”. Na figura 2.4 é representado um corpo e esquematizado como este é gerado à custa de um elemento triangular tirando partido das condições de axissimetria.

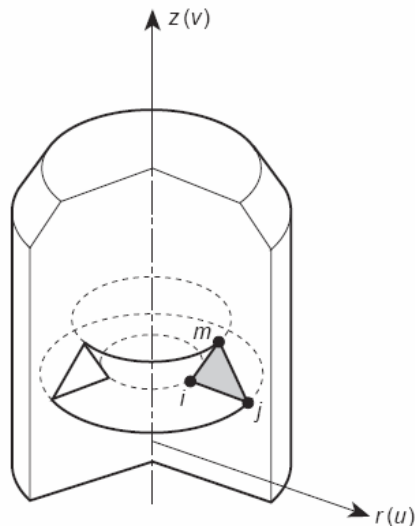


Fig. 2.4 – Corpo gerado por axissimetria (adaptado de O.C. Zienkiewicz e R.L. Taylor, 1967)

À imagem do que foi dito em 2.1.2.2 os deslocamentos nodais podem ser definidos pela expressão (2.2) e o vector de deslocamentos do elemento pela expressão (2.3). Após operações algébricas, o campo de deslocamentos “U” apresenta a mesma forma que a descrita pela expressão (2.7). Desta feita “N” para cada nó apresenta uma única diferença que são as coordenadas, que num problema

axissimétrico têm como referido as componentes axial e radial. Na expressão (2.24) é apresentada a fórmula de “N” e na expressão (2.25) os significados das constantes “a”, “b” e “c”. Novamente, “Δ” representa a área do elemento triangular.

$$N_i = \frac{a_i + b_i \cdot r + c_i \cdot z}{2 \cdot \Delta} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} a_i &= x_j \cdot z_m - r_m \cdot y_j \\ b_i &= z_j - z_m \\ c_i &= r_m - r_j \end{aligned} \quad (2.25)$$

Neste tipo de problema o volume de material associado a cada elemento é o correspondente à revolução desse mesmo elemento em torno do eixo de axissimetria como representado na figura 2.4. Numa situação de axissimetria, qualquer deslocamento radial introduz esforços na direcção circunferencial, existindo uma quarta componente de tensão a considerar para além das três referidas em 2.1.2.2. Na figura 2.5 estão representadas as quatro componentes de tensão e deformação que surgem num problema axissimétrico.

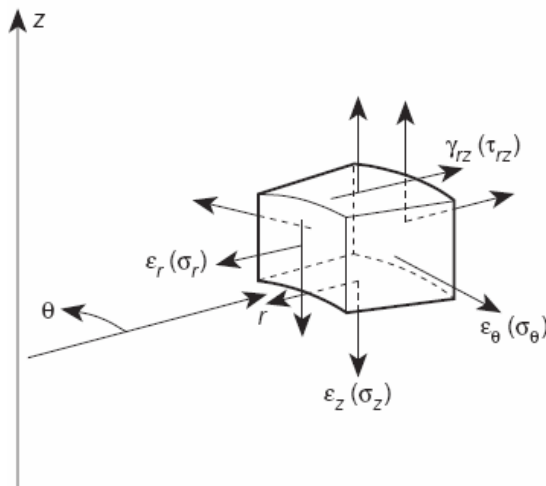


Fig. 2.5 – Tensões e deformações num problema axissimétrico (adaptado de Zienkiewicz e Taylor, 1967)

Na expressão (2.26) é apresentado o vector representando as componentes de deformação envolvidas. Utilizando as expressões (2.12) e (2.13) obtém-se a expressão (2.27) em que o significado de cada matriz “B” pode ser consultado na expressão (2.28).

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\delta u}{\delta r} \\ \frac{\delta v}{\delta z} \\ \frac{u}{r} \\ \frac{\delta u}{\delta z} \quad \frac{\delta v}{\delta r} \end{Bmatrix} = S \cdot U \quad (2.26)$$

$$\varepsilon = B \cdot a^e = [B_i \quad B_j \quad B_m] \cdot a^e \quad (2.27)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta r} & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_i}{\delta z} \\ \frac{N_i}{r} & 0 \\ \frac{\delta N_i}{\delta z} & \frac{\delta N_i}{\delta r} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Agora que a matriz “B” envolve as coordenadas “r” e “z”, as deformações não são já constantes no interior de cada elemento como no caso de estado plano de deformação. Esta variação da deformação deve-se á sua componente “ ε_θ ”. Contudo, se os deslocamentos nodais forem tais que “u” é proporcional a “r” as componentes de deformação passam a ser de facto constantes. Para além disto caso o deslocamento “v” seja linear, as componentes “ ε_z ” e “ γ_{rz} ” serão constantes.

A correspondência entre deformações e tensões definida de forma generalizada na expressão (2.13) apresentando para o caso de axissimetria a forma da expressão (2.29).

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} = D \cdot (\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (2.29)$$

Para materiais isotrópicos a matriz de elasticidade “D” fica na forma descrita na expressão (2.30).

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

A matriz de rigidez para este tipo de problema é apresentada na expressão (2.31), em que “B” é fornecida pela expressão (2.28) e “D” pela expressão (2.30). O integral de volume é realizado ao longo do anel de material gerado por cada elemento como exemplificado na figura 2.5.

$$K_{ij}^e = 2 \cdot \pi \cdot \int B_i^T \cdot D \cdot B_j r \cdot dr \cdot dz \quad (2.31)$$

A resolução deste integral não será tão simples como no caso do estado plano de deformação, já que a matriz “B” é agora dependente de duas coordenadas. Existem dois métodos para resolver esta integração. Um envolve integração numérica e outro multiplicação explícita e integração por partes. Não se irá contudo exemplificar o procedimento para estes dois métodos já que sai um pouco fora do âmbito do presente trabalho.

No estado plano de deformação a questão dos carregamentos externos é uma questão simples de resolver e compreende-se de forma quase intuitiva. No caso da axissimetria, o mesmo não é verdade. De facto as forças nodais representam uma combinação dos efeitos provocados pela força actuante ao longo da circunferência descrita pelo ponto nodal. Este aspecto é análogo ao efectuado para o cálculo da matriz de rigidez, cuja integração tinha que ser efectuada ao longo do anel provocado pela revolução do elemento triangular em torno do eixo de axissimetria. Então se “ \bar{R} ” e “ \bar{Z} ” representarem, respectivamente, a componente radial e axial da força por unidade de comprimento da circunferência de um nó de coordenada “r”, a força externa que irá ser tomada em conta nos cálculos será a descrita na expressão (2.32). A expressão (2.33) é análoga, mas para a direcção axial “z”.

$$2. \pi. r. \bar{R} \quad (2.32)$$

$$2. \pi. r. \bar{Z} \quad (2.33)$$

Para a axissimetria não irá ser descrito o método para a consideração das forças de massa, pois, como foi já referido, estas não intervêm na realização deste trabalho.

No presente caso, as tensões apresentam variações dentro do elemento. Por esse motivo é conveniente a avaliação do valor destas tensões ao nível do centro do elemento fazendo uma média destas. É corrente também ocorrer uma certa disparidade de valores entre os elementos, sendo um método utilizado para se obter resultados mais aproximados a elaboração da média de valores das tensões a nível dos pontos nodais.

2.1.2.4. Análise tridimensional

Resta agora descrever o terceiro e último tipo de problema considerado no âmbito deste trabalho, a análise tridimensional de tensões e deformações. Este é de facto um modelo que é mais genérico na representação de todos os casos práticos, sendo contudo muito exigente em termos computacionais. Daí que, sempre que se torne viável, são utilizados os modelos bidimensionais discutidos anteriormente.

Nos modelos a duas dimensões o tipo de elemento retratado e que é utilizado na elaboração deste trabalho é o triangular. O seu equivalente a três dimensões é um tetraedro, um elemento com quatro pontos nodais. Um problema levantado pela opção por este tipo de elementos é o da correcta representação de um corpo através deste tipo de elementos. Será necessário um número muito elevado de elementos tetraédricos de quatro nós para representar de forma satisfatório um qualquer meio a estudar. Isto leva obviamente a que o número de equações a resolver em cada passo do problema seja muito elevado. Em alguns casos poderá ser demasiado elevado para a resolução por este método ser viável. Para mais a dimensão do sistema de equações tornar-se-á tão elevada que serão necessários métodos iterativos para a sua resolução. Na verdade com métodos de resolução não iterativos, o esforço computacional necessário é proporcional ao número de equações e ao quadrado da largura de banda, o que justifica e faz antever a complexidade dos problemas tridimensionais. Isto explica o facto de o esforço aplicado para melhorar a fidelidade dos resultados utilizando elementos mais complexos e com um número mais elevado de graus de liberdade, tenha sido mais direccionado para a resolução de problemas bidimensionais. Na figura 2.6 está representado um elemento tetraédrico de quatro nós definido nos três eixos “x”, “y” e “z”.

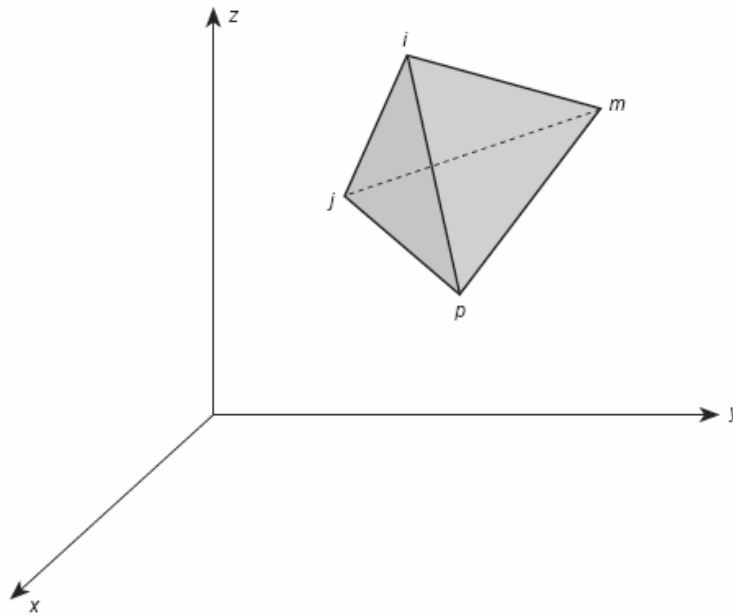


Fig. 2.6 – Elemento tetraédrico de quatro nós (adaptado de O.C. Zienkiewicz e R.L. Taylor, 1967)

O deslocamento do elemento é definido por três componentes nas três direções, “x”, “y” e “z”.

$$U = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (2.34)$$

Tal como no caso de estado plano de deformação também é possível estabelecer uma aproximação linear, desta feita envolvendo os quatro pontos nodais. Assim fica-se com equações análogas à expressão (2.4).

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot y + \alpha_4 \cdot z \quad (2.35)$$

Obtendo as quatro equações correspondentes aos nós “i”, “j”, “m” e “p” torna-se possível obter os valores das constantes “ α_i ”. Novamente, e de forma semelhante ao que foi dito sobre estado plano de deformação, com as constantes “ α_i ” conhecidas é possível exprimir o deslocamento de forma equivalente à expressão (2.5). Esta forma adaptada para elementos tridimensionais de quatro nós está representada na expressão (2.36), sendo que o valor de “6.V” vem explicitado na expressão (2.37).

$$u = [(a_i + b_i \cdot x + c_i \cdot y + d_i \cdot z) \cdot u_i + (...)] \quad (2.36)$$

$$6 \cdot V = \det \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_m & y_m & z_m \\ 1 & x_p & y_p & z_p \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

O factor “V” desta feita representa o volume do tetraedro. Os deslocamentos do elemento são definidos por 12 componentes correspondentes aos quatro pontos nodais [expressão (2.38)]. Os

deslocamentos de um ponto arbitrário podem ser encontrados com recurso à expressão (2.40), na qual “I” é uma matriz de identidade três por três, em que as funções de forma “Ni” são definidas pela expressão (2.41).

$$a^e = \begin{Bmatrix} a_i \\ a_j \\ a_m \\ a_p \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

$$a_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} \quad (2.39)$$

$$U = [I.N_i \quad I.N_j \quad I.N_m \quad I.N_p].a^e = N.a^e \quad (2.40)$$

$$N_i = \frac{a_i + b_i.x + c_i.y + d_i.z}{6.V} \quad (2.41)$$

Novamente as funções de deslocamento garantem a continuidade nas fronteiras entre elementos. Isto é um corolário directo da variação linear dos deslocamentos.

Numa análise tridimensional, são relevantes seis componentes de deformação. A matriz de deformação fica definida com a forma da expressão (2.42). Com as expressões (2.36) e (2.41) chega-se à expressão (2.43) na qual a matriz “Bi” vem definida na expressão (2.44).

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta u / \delta x \\ \delta v / \delta y \\ \delta w / \delta z \\ \delta u / \delta y + \delta v / \delta x \\ \delta v / \delta z + \delta w / \delta y \\ \delta w / \delta x + \delta u / \delta z \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\varepsilon = S.N.a^e = B.a^e = [B_i \quad B_j \quad B_m \quad B_p].a^e \quad (2.43)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \delta N_i / \delta x & 0 & 0 \\ 0 & \delta N_i / \delta y & \delta N_i / \delta z \\ 0 & 0 & 0 \\ \delta N_i / \delta y & \delta N_i / \delta x & 0 \\ 0 & \delta N_i / \delta z & \delta N_i / \delta y \\ \delta N_i / \delta z & 0 & \delta N_i / \delta x \end{bmatrix} = \frac{1}{6.V} \cdot \begin{bmatrix} b_i & 0 & 0 \\ 0 & c_i & 0 \\ 0 & 0 & d_i \\ c_i & b_i & 0 \\ 0 & d_i & c_i \\ d_i & 0 & b_i \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

A relação entre tensões e deformações está explicitada na expressão (2.45), enquanto que na expressão (2.46) vem representada a forma da matriz de elasticidade “D” que é análoga à apresentada na

expressão (2.18) para estado plano de deformação, mas estendida nas três direcções, o que resulta numa matriz seis por seis.

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = D \cdot (\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (2.45)$$

A expressão geral da submatriz “ij” de rigidez será uma matriz três por três definida pela expressão (2.46) na qual “V^e” corresponde ao volume do elemento tetraédrico.

$$K_{ij}^e = B_i^T \cdot D \cdot B_j \cdot V^e \quad (2.46)$$

2.2. VALORES DE REFERÊNCIA

2.2.1. BREVES CONSIDERAÇÕES

Como foi referido, o objectivo deste trabalho é o de obter valores para um factor correctivo expedito “I_s”. De modo a garantir confiança nos valores obtidos, estes foram confrontados com valores previamente publicados. A fonte destes valores de referência é o livro "Stresses and Displacements for Shallow Foundations" de D. Milovic [1]. Neste livro podem ser encontrados valores de um factor “I_w”, que é um factor correctivo análogo ao que se pretende obter com este trabalho. Este factor “I_w” foi obtido nesta referência bibliográfica para apenas algumas das situações estudadas, sendo estes valores encarados como uma forma de calibrar os métodos utilizados em face dos valores obtidos, de modo a aferir da sua verosimilhança. A forma da expressão do assentamento a que o presente trabalho pretende dar resposta é a apresentada na expressão (2.47). A expressão que fornece os valores de assentamento na referência bibliográfica consultada [1] é a descrita na expressão (2.48).

$$s_i = p \cdot B \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E} \cdot I_s \quad (2.47)$$

$$w = \frac{p \cdot B}{E} \cdot I_w \quad (2.48)$$

Nestas expressões tanto “s_i” como “w” representam o valor do assentamento imediato, “p” é um carregamento vertical uniformemente distribuído, “E” refere-se ao módulo de deformabilidade e “ν” ao coeficiente de Poisson.

Os casos considerados na realização deste trabalho, e que também são abordados no texto de referência são: valores do coeficiente de Poisson do solo de fundação de 0,3 e 0,5, ou seja solos arenosos e argilosos respectivamente; três diferentes formas para as fundações superficiais, a saber, circular, rectangular e corrida; dois casos extremos de rigidez da sapata, sapata flexível e infinitamente rígida e por último diferentes profundidades de um estrato rígido subjacente.

É relevante mencionar alguns dos aspectos particulares considerados pelo autor da publicação utilizada como referência. Um deles é a rugosidade das interfaces entre sapata e terreno de fundação e entre o terreno e o estrato rígido inferior. Quanto à sapata esta foi considerada como sendo rugosa.

Também no contacto entre o solo de fundação e o estrato limitativo inferior é admitida a existência de atrito. No cálculo de fundações consideradas flexíveis foi aplicado um carregamento uniformemente distribuído sobre a camada de terreno de fundação. Para a obtenção dos valores correspondentes a fundações infinitamente rígidas, e fundações com rigidez definida, o problema foi abordado através da modelação de um bloco com a rigidez pretendida, bloco este superiormente carregado por uma carga uniformemente distribuída.

Em seguida irão ser apresentados os valores do coeficiente correctivo expedito “ I_w ” contidos na referência bibliográfica utilizada como termo de comparação para os obtidos neste trabalho. Estes valores foram também obtidos com recurso ao método de elementos finitos, o que significa que foi utilizado o mesmo procedimento para a obtenção dos dois factores “ I_s ” e “ I_w ”.

2.2.2. COEFICIENTE CORRECTIVO EXPEDITO “ I_w ”

2.2.2.1. Sapata circular

Para este tipo de fundações superficiais foram extraídos cinco conjuntos de valores: dois para um meio elástico homogéneo semi-indefinido, sendo um para sapata flexível e outro para sapata rígida; três para um meio com uma fronteira rígida, com sapata flexível, rígida e para sapatas com dois valores distintos de rigidez “ K ” de modo a simular uma condição de certa flexibilidade e outra de rigidez elevada. Os valores de “ K ” foram encontrados com recurso à expressão (2.49). Na figura 2.7 é apresentada a geometria do problema para um meio sem fronteira inferior, enquanto que na figura 2.8 se representa o mesmo mas com fronteira rígida inferior. Nas tabelas 2.1 a 2.8 são apresentados os valores do coeficiente “ I_w ” para os diferentes casos descritos.

$$K = \frac{E_b}{E_s} \cdot (1 - \nu_s^2) \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^3 \quad (2.49)$$

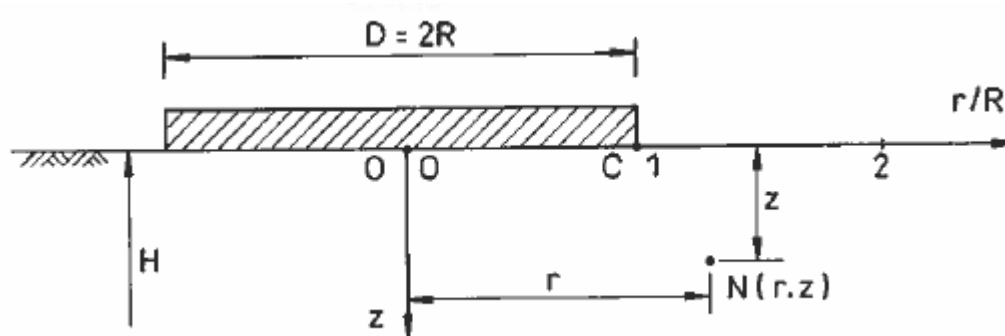


Fig. 2.7 – Geometria do problema em meio sem fronteira rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)

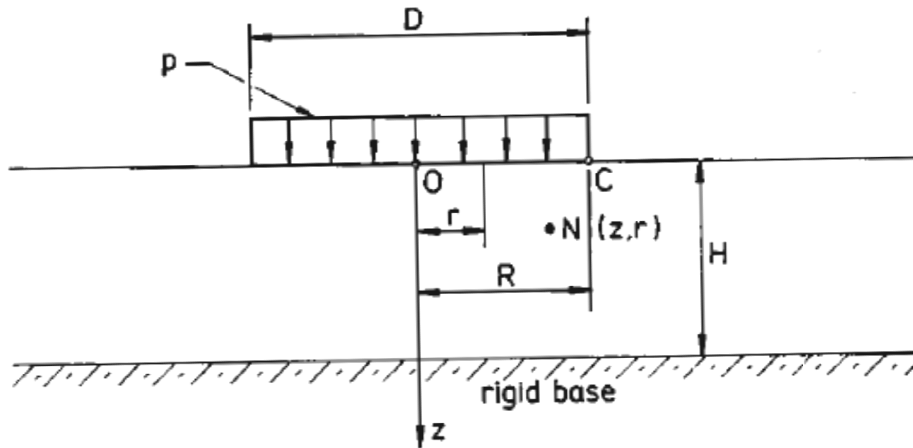


Fig. 2.8 – Geometria do problema em meio com fronteira rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)

Tabela 2.1 – “ I_w ” para sapata circular flexível em meio semi-indefinido sob o centro (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/D	$\nu=0,3$	$\nu=0,5$
0,00	0,000	0,000
0,25	0,200	0,165
0,50	0,410	0,338
1,00	0,571	0,510
1,50	0,710	0,585
2,50	0,792	0,653
3,50	0,819	0,675
5,00	0,846	0,698
∞	0,910	0,750

Tabela 2.2 – “ I_w ” para sapata circular flexível em meio semi-indefinido sob o extremo (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/D	$\nu=0,3$	$\nu=0,5$
0,00	0,000	0,000
0,25	0,091	0,075
0,50	0,182	0,150
1,00	0,309	0,255
1,50	0,420	0,315
2,50	0,455	0,375
3,50	0,491	0,405
5,00	0,519	0,428
∞	0,582	0,480

Tabela 2.3 – “ I_w ” para sapata circular rígida em meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)

	$\nu=0,3$	$\nu=0,48$
	0,714	0,604

Tabela 2.4 – “ I_w ” para sapata circular flexível em meio com fronteira rígida sob o centro (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/D	$\nu=0,3$	$\nu=0,5$
0,50	0,3972	0,225
1,00	0,6128	0,4423
2,00	0,7566	0,5882
3,00	0,80033	0,6345

Tabela 2.5 – “ I_w ” para sapata circular flexível em meio com fronteira rígida sob o extremo (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/D	$\nu=0,3$	$\nu=0,5$
0,50	0,1731	0,08
1,00	0,305	0,1972
2,00	0,4233	0,3133
3,00	0,4696	0,3464

Tabela 2.6 – “ I_w ” para sapata circular rígida em meio com fronteira rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/D	$\nu=0,3$	$\nu=0,5$
0,50	0,360	0,297
1,00	0,526	0,434
1,50	0,602	0,496
2,50	0,673	0,555
3,50	0,706	0,582
5,00	0,744	0,614
∞	0,773	0,637

Tabela 2.7 – “ I_w ” para sapata circular com rigidez variável em meio com fronteira rígida sob o centro (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/D	$K=0,01$	$K=100$
0,50	0,407	0,360
1,00	0,614	0,520
1,50	0,704	0,596
2,00	0,749	0,634
2,50	0,708	0,668
5,00	0,862	0,737
10,00	0,897	0,766

Tabela 2.8 – “ l_w ” para sapata circular com rigidez variável em meio com fronteira rígida sob o extremo (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/D	K=0,01	K=100
0,50	0,179	0,360
1,00	0,305	0,520
1,50	0,379	0,596
2,00	0,421	0,634
2,50	0,451	0,668
5,00	0,512	0,737
10,00	0,576	0,766

2.2.2.2. Sapata rectangular

Para sapata rectangular, os casos consultados são os mesmos referidos para sapatas circulares. A rigidez “K” foi calculada do modo descrito na expressão (2.49). Novamente na figura 2.9 é apresentada a geometria do problema. Os valores utilizados como referência podem ser consultados nas tabelas 2.9 a 2.13. Nas figuras 2.10 e 2.11 são apresentados graficamente os valores para sapatas quadradas e rectangulares, respectivamente, definindo vários valores para as suas rigidezes num meio elástico homogêneo semi-indefinido.

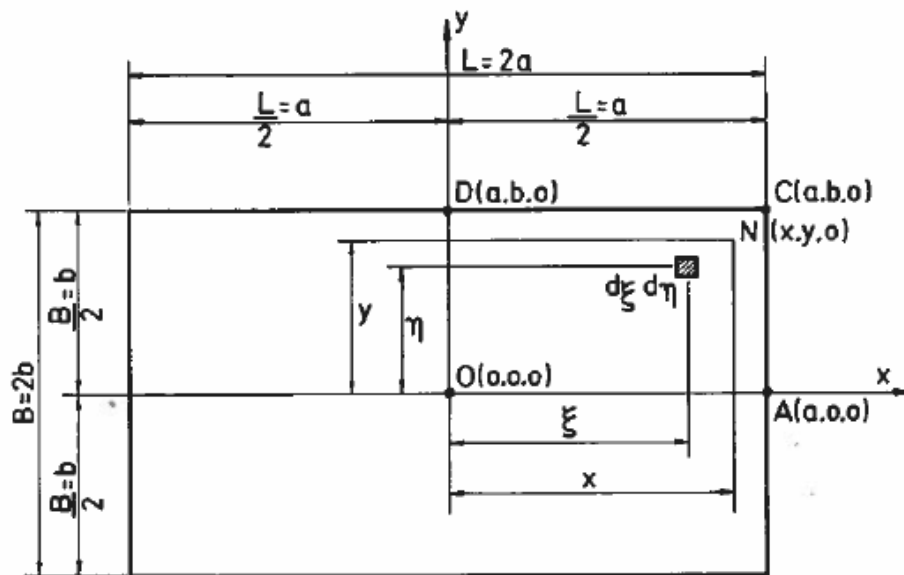


Fig. 2.9 – Geometria do problema (adaptado de D. Milovic, 1992)

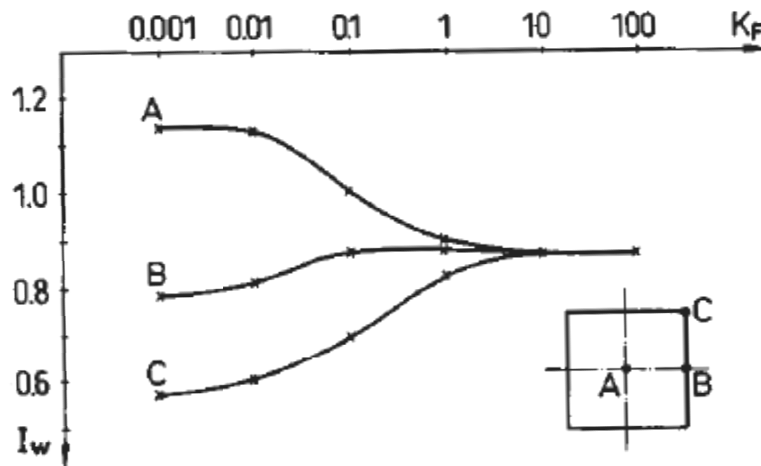


Fig. 2.10 – Coeficiente “ I_w ” para sapata quadrada com várias rigidezes num meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)

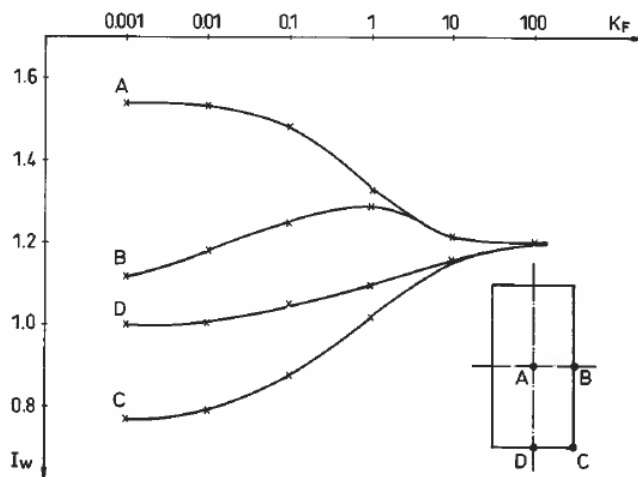


Fig. 2.11 – Coeficiente “ I_w ” para sapata rectangular com várias rigidezes num meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)

Tabela 2.9 - “ I_w ” para sapata rectangular flexível em meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)

L/B	v=0,3				v=0,5			
	ponto O	ponto A	ponto D	ponto C	ponto O	ponto A	ponto D	ponto C
1,00	1,0212	0,6969	0,6969	0,5106	0,8416	0,5744	0,5744	0,4209
1,50	1,2354	0,9112	0,8789	0,6177	1,0181	0,6686	0,7243	0,509
2,00	1,3938	1,8934	1,0212	0,6969	1,1488	0,7363	0,8416	0,5744
2,50	1,5191	0,9575	1,1374	0,7595	1,252	0,7892	0,9374	0,626
3,00	1,6225	1,0101	1,2354	0,8112	1,3372	0,8325	1,0181	0,6686
4,00	1,7896	1,0931	1,3938	0,8934	1,4727	0,9009	1,1488	0,7363
5,00	1,9151	1,576	1,5191	0,9575	1,5784	0,9541	1,252	0,7892
10,00	2,3153	1,3583	1,9151	1,1576	1,9082	1,1194	1,5784	0,9541

Tabela 2.10 - “ I_w ” para sapata rectangular rígida em meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)

L/B	
1,00	0,92
1,50	0,92
2,00	0,9
3,00	0,87
5,00	0,81
7,00	0,76
10,00	0,71

Tabela 2.11 – “ I_w ” para sapata rectangular flexível em meio com fronteira rígida com $\nu=0,3$ (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/B	L/B	ponto O			ponto C		
		1	2	5	1	2	5
0,5		0,381	0,38	0,383	0,252	0,232	0,222
1		0,632	0,712	0,704	0,502	0,532	0,493
2		0,812	1,004	1,093	0,683	0,823	0,842
3		0,874	1,125	1,315	0,744	0,945	1,062
5		0,925	1,234	1,526	0,805	1,056	1,274

Tabela 2.12 – “ I_w ” para sapata rectangular rígida em meio com fronteira rígida com $\nu=0,3$ (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/B	L/B	1	2	5
1		0,499	0,563	0,607
2		0,781	0,922	0,98
3		0,725	0,92	1,102
5		0,874	1,143	1,297

Tabela 2.13 – “ I_w ” para sapata rectangular com rigidez variável em meio com fronteira rígida com $\nu=0,3$ (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/B	L/B	K=0,001		K=20,0	
		1	2	1	2
0,5		0,475	0,521	0,457	0,49
1		0,635	0,711	0,613	0,612
2		0,812	1,05	0,759	0,922
3		0,875	1,125	0,819	1,022
5		0,925	1,23	0,87	1,143

2.2.2.3. Sapata corrida

Para sapatas de desenvolvimento infinito (sapatas corridas) os valores do coeficiente correctivo expedito “ I_w ” são apresentados novamente na forma de tabelas e figuras. Na figura 2.12 é representada

a geometria para um problema de sapata corrida num meio homogêneo com fronteira rígida inferior. Para um meio sem essa mesma fronteira a geometria é análoga. Os resultados da bibliografia de referência vêm apresentados nas tabelas 2.14 a 2.17 e também nas figuras 2.13 a 2.15. A rigidez “K” é calculada com base na expressão (2.49).

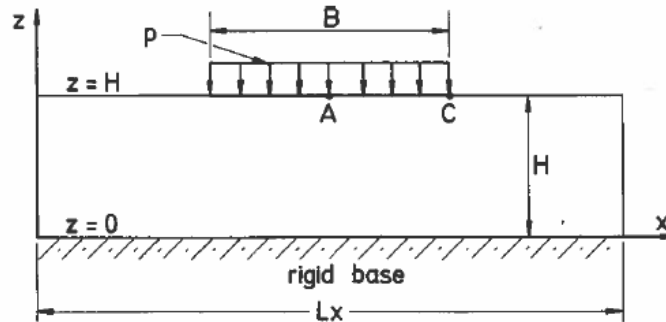


Fig. 2.12 - Geometria do problema de sapata corrida em meio homogêneo com fronteira inferior rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)

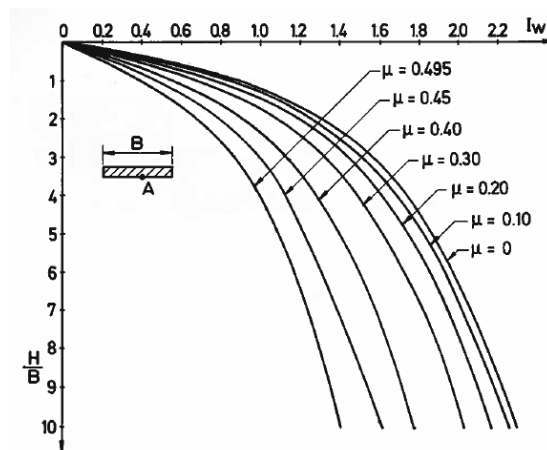


Fig. 2.13 – “I_w” para sapata corrida flexível em meio semi-indefinido sob o ponto central (D. Milovic, 1992)

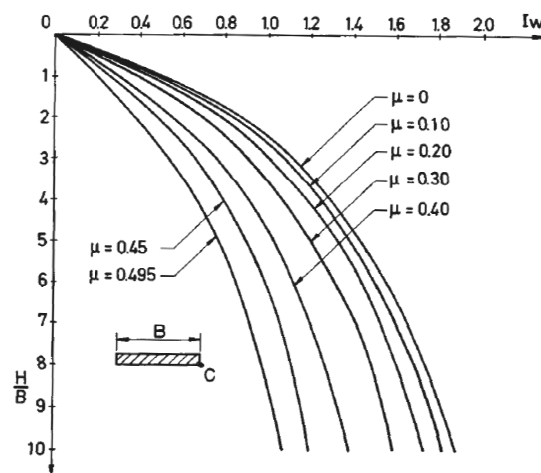


Fig. 2.14 – “I_w” para sapata corrida flexível em meio semi-indefinido sob o ponto extremo (D. Milovic, 1992)

Tabela 2.14 - " I_w " para sapata corrida com rigidez variável em meio semi-indefinido (adaptado de D. Milovic, 1992)

	K=0,001		K=20	
	v=0,3	v=0,48	v=0,3	v=0,48
ponto central	1,936	1,476	1,771	1,308
ponto extremo	1,607	1,142	1,769	1,305

Tabela 2.15 - " I_w " para sapata corrida flexível em meio com fronteira rígida com v=0.3 (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/B	ponto A	ponto C
0,5	0,3901	0,1913
1	0,7079	0,3914
2	1,0842	0,7105
3	1,312	0,9253
5	1,59	1,1954
10	2,0362	1,6043

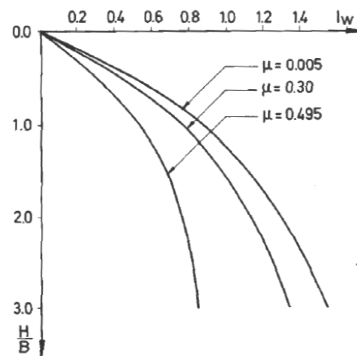


Fig. 2.15 - " I_w " para sapata corrida flexível em meio com fronteira rígida sob o ponto central (D. Milovic, 1992)

Tabela 2.16 - " I_w " para sapata corrida com rigidez variável em meio com fronteira rígida sob o ponto central (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/B	K=0,001		K=20	
	v=0,3	v=0,48	v=0,3	v=0,48
0,5	0,388	0,149	0,322	0,131
1	0,693	0,419	0,568	0,315
2	1,043	0,726	0,89	0,575
3	1,271	0,932	1,115	0,778
5	1,546	1,156	1,388	0,996

Tabela 2.17 - " I_w " para sapata corrida com rigidez variável em meio com fronteira rígida sob o ponto extremo
(adaptado de D. Milovic, 1992)

H/B	K=0,001		K=20	
	v=0,3	v=0,48	v=0,3	v=0,48
0,5	0,278	0,083	0,321	0,13
1	0,408	0,173	0,566	0,313
2	0,711	0,401	0,888	0,572
3	0,95	0,612	1,113	0,775
5	1,216	0,828	1,386	0,993

3

VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA UTILIZADA**3.1. INTRODUÇÃO**

Neste capítulo irão ser apresentados e discutidos os estudos realizados de modo a validar os meios utilizados para a concretização dos objectivos do presente trabalho. Tendo em vista esse fim, foram utilizados três programas comerciais de cálculo por elementos finitos a saber o PLAXIS v8.0, o PHASE 2.6 e o PLANE. Todos estes programas efectuem análises a duas dimensões.

Estes “testes” foram realizados dado que, após algumas corridas com o PLAXIS v8.0, particularmente no que toca à análise de fundações circulares rígidas, se constatou que os resultados obtidos para o factor correctivo “ I_w ” apresentavam alguma dissonância em relação aos descritos na bibliografia de referência [1]. Estes valores poderão ser consultados no capítulo 4, onde serão apresentados todos os resultados a que se chegou com recurso ao programa PLAXIS v8.0, programa escolhido para a obtenção de “ I_s ” nos casos bidimensionais objecto de estudo do presente trabalho, sendo que os valores de referência são apresentados no capítulo 2. Tendo em consideração a dissonância referida, achou-se sensato realizar alguns estudos prévios de modo a garantir um razoável nível de confiança nos resultados que irão ser apresentados.

Estando então justificada esta realização de alguns problemas de controlo de qualidade de resultados, passa-se em seguida a fazer a descrição e apresentação dos exemplos em questão. Foram basicamente três os casos estudados.

O primeiro teve em vista a validação dos valores apresentados na bibliografia de referência [1]. Para tal utilizou-se o caso da sapata corrida rígida com uma fronteira indeformável a quatro profundidades distintas: $H/D=0.5$, $H/D=1$, $H/D=2$ e $H/D=3$. Para este caso foi utilizado o programa de elementos finitos PLANE, que foi considerado ideal já que devido à sua simplicidade permite reproduzir o processo de cálculo utilizado por Milovic[1], também ele bastante simples, para a determinação dos coeficientes “ I_w ” de referência.

Em seguida procurou fazer-se um estudo comparativo entre dois programas comerciais de cálculo por elementos finitos. Um deles é forçosamente o PLAXIS v8.0 já que é este a base de trabalho para os cálculos bidimensionais necessários para o presente trabalho. O programa de “controlo” por assim dizer, é o PHASE 2.6. Os casos estudados foram os da sapata circular flexível com um estrato rígido a uma profundidade de $H/D=5$, sendo consideradas as duas rigidezes já mencionadas, ou seja, sapata perfeitamente flexível e infinitamente rígida. O estudo paramétrico efectuado focalizou-se na variação do limite lateral do problema, sendo considerados três casos cujos valores e resultados poderão ser

consultados no seguimento deste capítulo. O objectivo será então o de aferir da precisão dos resultados obtidos com recurso ao PLAXIS v8.0 por via da comparação com os fornecidos pelo PHASE 2.6.

Por último, procurou estudar-se o caso em que a discrepância entre os resultados obtidos com o PLAXIS v8.0 e os valores obtidos por Milovic [1] era maior. Este é o caso da sapata circular rígida. Desta feita foram considerados os resultados provenientes dos dois programas comerciais PLAXIS v8.0 e PHASE 2.6 mais os apresentados na bibliografia de referência. Compararam-se assim os valores obtidos por estas três fontes de modo a retirar conclusões acerca da validade dos resultados fornecidos por cada uma delas. Também foi realizada uma pequena análise do desvio entre os valores entre os três conjuntos de valores de modo a avaliar as diferenças em termos quantitativos.

Deste modo pretendeu-se validar os conjuntos de resultados apresentados no capítulo 4, fruto da aplicação do programa PLAXISv8.0. Para os programas de análise a três dimensões, as validações dos resultados obtidos por estes será apresentada e discutida no capítulo 4 aquando da introdução desses mesmos programas, PLAXIS 3D Foundation v1.1 e ELFEN.

3.2. VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS DE MILOVIC

Para esta análise, considera-se o caso de uma sapata corrida infinitamente rígida, sendo que as características mecânicas do solo se cingem a dois parâmetros elásticos, o módulo de deformabilidade “E” e o coeficiente de Poisson “v”. A camada de solo de fundação é limitada por um estrato rígido, sendo que o contacto entre a camada de fundação e o estrato rígido é considerado perfeitamente rugoso [1].

Como foi supramencionado, consideram-se quatro profundidades para o estrato rígido. Os valores cuja precisão se pretende verificar são apresentados na figura 3.1 e na tabela 3.1.

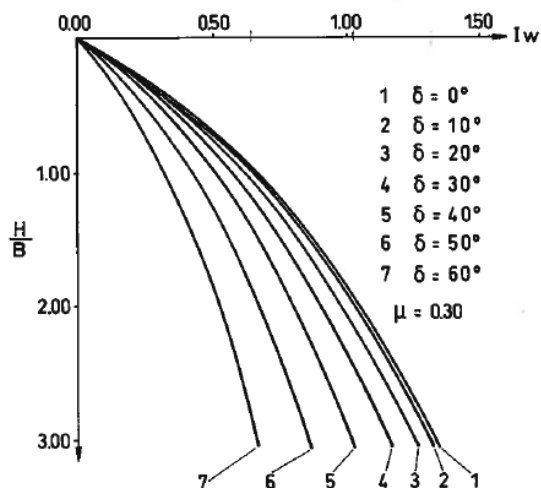


Fig. 3.1 – Valores de “I_w” para sapata corrida infinitamente rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)

Tabela 3.1 - Valores de “I_w” para sapata corrida infinitamente rígida (adaptado de D. Milovic, 1992)

H/B	0,5	1	2	3
I _w	0,375	0,6458	1,03125	1,31875

A forma como foi efectuada esta verificação passou por utilizar os mesmos métodos que foram empregados na obtenção dos valores constantes da figura 3.1 e tabela 3.1.

Utilizando o programa de análise por elementos finitos PLANE, definiu-se um problema de estado plano de deformação, já que é neste tipo de problema que a análise de uma sapata corrida se enquadra, respeitando as condições referidas no início deste subcapítulo. Em relação a questões específicas ao método de elementos finitos, procurou-se reproduzir as malhas de elementos utilizadas por Milovic para a resolução deste caso, malhas essas que são apresentadas nas figuras 3.2 e 3.3. Como é visível nestas figuras os elementos são quadrangulares.

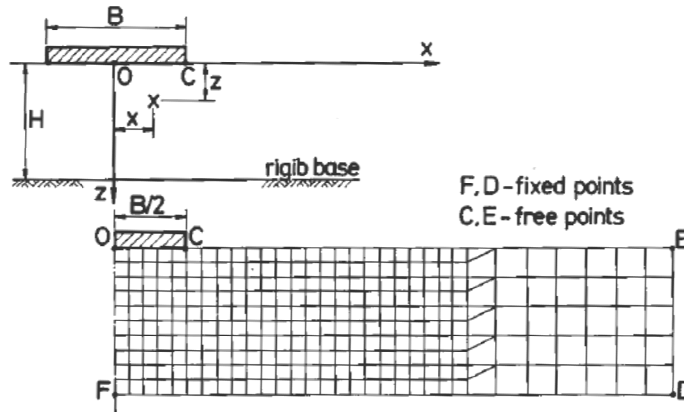


Fig. 3.2 – Malha de elementos finitos para $H/D=0,5$ e $H/D=1$ (adaptado de D. Milovic, 1992)

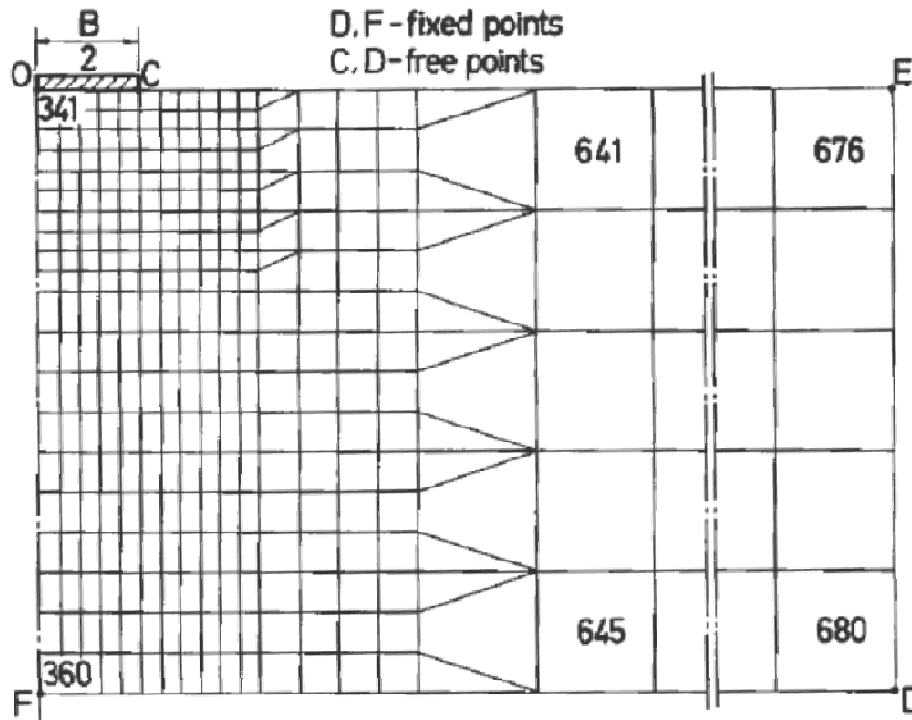


Fig. 3.3 – Malha de elementos finitos para $H/D=2$ e $H/D=3$ (adaptado de D. Milovic, 1992)

Procurou-se definir as dimensões do domínio do problema utilizando o *programa* PLANE de acordo com as presentes na bibliografia de referência. Estas dimensões, nomeadamente as laterais, não aparecem explicitamente nas figuras 3.2 e 3.3. Apesar disso procurou-se extrapolar, a partir das dimensões e quantidade de elementos confrontados com a dimensão da sapata as dimensões utilizadas por Milovic. Sendo assim a dimensão das malhas utilizadas no programa PLANE foi de 10 por 38 metros para H/D de valores 0,5 e 1,0, de 20 por 67 metros para H/D 2,0 e de 30 por 67 metros para H/D 3,0.

A única diferença adoptada na malha usada para os cálculos no *software* PLANE foi o refinamento desta. Resolveu-se utilizar elementos quadrados de lado unitário em toda a extensão do domínio por oposição às opções tomadas por Milovic visíveis nas figuras 3.2 e 3.3, já que, em princípio, utilizando uma malha mais refinada os resultados nunca serão menos precisos. Já que o objectivo desta análise é verificar a validade dos resultados apresentados por Milovic esta opção parece fazer todo o sentido.

Na figura 3.4 é apresentada a malha tipo utilizada para o par de problemas H/D=0,5 e H/D=1.

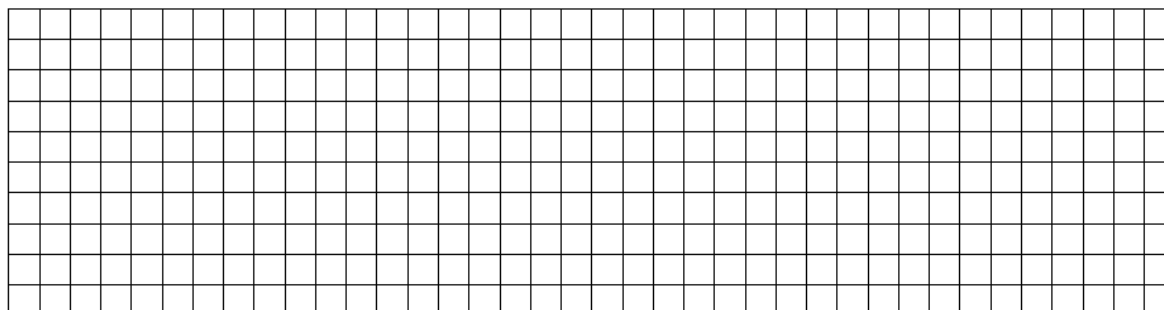


Fig. 3.3 – Malha de elementos finitos tipo utilizada no programa PLANE

O processo de obtenção dos coeficientes “ I_w ” no PLANE passou por prescrever um assentamento vertical uniforme de valor igual a um milímetro simulando assim o carregamento de uma sapata rígida. Após isto, registaram-se os valores das reacções nos nós representando a sapata rígida. A soma destas reacções dividida pela largura da zona carregada levam ao valor médio da pressão aplicada pela sapata rígida que corresponde ao valor de “ p ” da expressão (2.48). Foi a partir deste processo que se obtiveram os coeficientes “ I_w ” através do programa PLANE para comparação com os propostos por Milovic.

Refira-se que foram efectuadas duas análises. Uma considerando contacto rugoso entre a sapata e o terreno de fundação e outra análise considerando este contacto perfeitamente liso.

Os resultados destas análises são apresentados na tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Coeficientes “ I_w ” para sapata corrida rígida obtidos com o PLANE

H/D	PLANE	
	rugosa	lisa
0,5	0,325397	0,326928
1	0,569069	0,575096
2	0,897722	0,914551
3	1,111241	1,135044

Como é visível por análise das tabelas 3.2 e 3.1, os resultados obtidos pelo PLANE diferem um pouco dos propostos por Milovic, mas não o suficiente para que estas discrepâncias não sejam explicadas pelas diferentes topologias de malha utilizadas ou pelas, possivelmente diferentes dimensões laterais do domínio do problema utilizadas. No anexo A.1.1 serão apresentadas as tabelas referentes às reacções produzidas pelo assentamento uniforme imposto para os seis casos estudados na realização desta análise com o *software* PLANE. Apresentam-se também as imagens referentes às deformadas destes casos.

O pressuposto desta análise era que, adoptando as mesmas condições de cálculo utilizadas por Milovic, se obteriam resultados absolutamente concordantes. Contudo, como a bibliografia de referência é omissa, particularmente ao nível das topologias de malha de elementos finitos adoptadas, são necessárias análises, nos casos em que os resultados sejam díspares, de modo a verificar quais das fontes consideradas, Milovic ou os programas escolhidos para a elaboração deste trabalho, serão os mais precisos. São estas análises que são apresentadas no decurso deste capítulo.

3.3. COMPARAÇÃO ENTRE PLAXIS v8.0 E PHASE 2.6

3.3.1. BREVES CONSIDERAÇÕES

Nesta análise, o objectivo principal é sustentar os valores fornecidos pelo programa PLAXIS v8.0 através da comparação com um outro programa comercial de análise por elementos finitos, o PHASE 2.6.

O problema escolhido para esta operação foi o de uma sapata circular com uma relação $H/D=5$ entre a profundidade do estrato rígido subjacente e o diâmetro. O estudo paramétrico efectuado centrou-se desta feita em considerar duas rigidezes diferentes para a sapata, novamente uma sapata perfeitamente flexível e outra infinitamente rígida, e numa variação da dimensão lateral do domínio estudado. Quanto a este último parâmetro são estudadas três situações, uma em que o domínio possui 10 metros de extensão lateral, outro com 20 metros e finalmente um com 30 metros.

É de referir que a forma escolhida para a resolução do problema de fundação rígida nos dois programas foi distinta. No PLAXIS v8.0 para a simulação de um carregamento de uma fundação rígida aplica-se simplesmente um assentamento uniforme, registando-se de seguida apenas a pressão aplicada e obtendo-se o valor do coeficiente “ I_w ” de acordo com a expressão (2.48). No PHASE 2.6, apesar de este procedimento ser possível optou-se por realizar os cálculos de maneira diferente. Uma das razões para este facto é que, neste programa, a consulta dos resultados correspondentes às pressões geradas devido a um assentamento uniforme constitui processo demorado. Visto que este é um processo de validação de resultados e não o cerne do trabalho, optou-se por uma via mais expedita e até mais conveniente para o espírito destas análises, como se verá na explicação do segundo motivo pelo qual se tomou a opção de usar um procedimento ligeiramente diferente para o estudo do caso de sapata rígida. Esta razão é que, para obtenção dos valores de “ I_w ” considerados como referência [1], o autor realizou o estudo para sapatas rígidas modelando uma camada de solo de fundação, sendo que o carregamento foi idealizado através da definição de uma sapata através de elementos de rigidez elevada, sendo estes elementos posteriormente sujeitos a um carregamento uniformemente distribuído aplicado no seu topo. Ora, é exactamente este processo que foi considerado para o cálculo dos factores correctivos “ I_w ” através do PHASE 2.6. Deste modo não só se afere do nível de equivalência entre os diferentes processos destes dois programas comerciais, como se obtém um termo de comparação dos valores obtidos por Milovic utilizando metodologias em tudo idênticas.

Em relação ao estudo das fundações perfeitamente flexíveis, o método utilizado nos dois programas foi o mesmo, ou seja, a aplicação de um carregamento vertical uniforme directamente sobre os elementos que modelam a camada de solo de fundação.

Falando de questões específicas ao método de elementos finitos há que referir principalmente os aspectos referentes à malha utilizada. No PLAXIS v8.0 os elementos utilizados foram elementos triangulares de 15 nós enquanto que na análise realizada através do PHASE 2.6 os elementos são novamente triangulares mas com apenas 6 pontos nodais. Quanto à discretização da malha de elementos finitos, esta foi realizada tentando ao máximo criar uma equivalência entre os dois programas, tendo o cuidado de realizar uma malha com um número maior de elementos no caso do PHASE 2.6 para de certa forma compensar o facto de os elementos finitos utilizados neste programa serem menos precisos que os do PLAXIS v8.0 dado o menor número de pontos nodais por elemento por comparação com este último programa. Quanto à *interface* de contacto entre o solo de fundação e o estrato rígido subjacente, esta foi considerada como sendo perfeitamente rugosa de modo a reproduzir as condições apresentadas na bibliografia de referência por Milovic [1].

Por último resta referir as propriedades mecânicas da camada do solo de fundação e os valores adoptados para os carregamentos uniformes de referência, conforme o caso estudado como atrás referido. Estes valores são apresentados na tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Parâmetros utilizados para os cálculos no PLAXIS v8.0 e PHASE 2.6

diâmetro da sapata	2 m
ν	0,3
E do solo	10 MPa
carregamento "p"	50 kPa
assentamento "s"	0,001 m
E do bloco rígido (PHASE 2,6)	1×10^9 kPa

3.3.2. SAPATA PERFEITAMENTE FLEXÍVEL

Como foi referido, foram realizados três estudos para este caso específico de obtenção do coeficiente correctivo expedito " I_w " fazendo variar a dimensão lateral do domínio do problema. Nas figuras 3.4 a 3.6 apresentam-se as malhas geradas através do PLAXIS v8.0 e nas figuras 3.7 a 3.9 as do PHASE 2.6. No anexo A.1 apresentam-se as imagens representando as deformadas obtidas referentes a esta análise para os dois programas comerciais. Em particular, no anexo A.1.2 são apresentadas as figuras referentes ao PLAXIS v8.0 e no anexo A.1.3 as análogas para o PHASE 2.6.

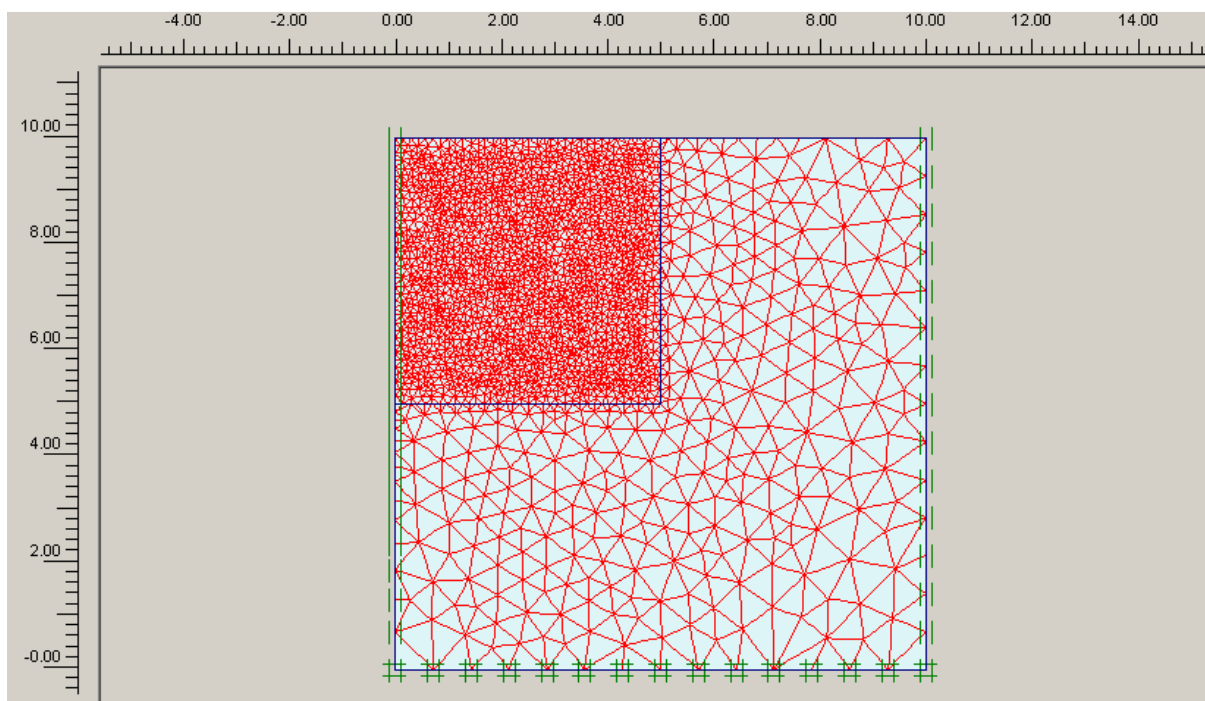


Fig. 3.4 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=10$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

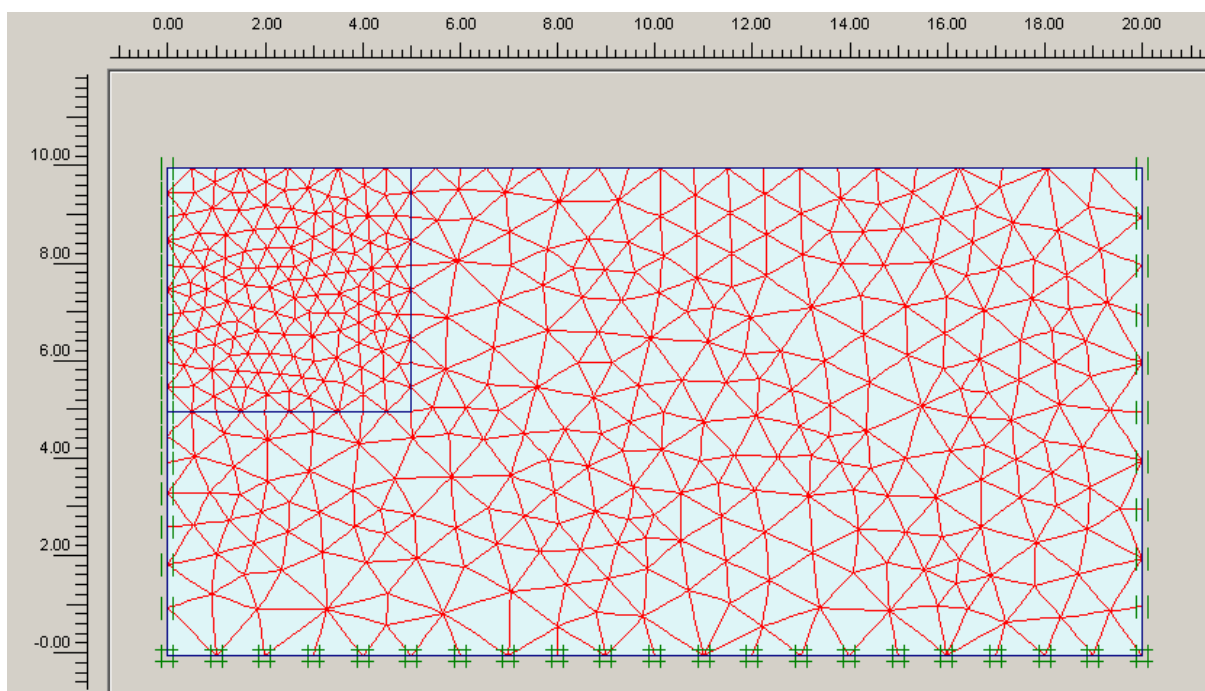


Fig. 3.5 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=20$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

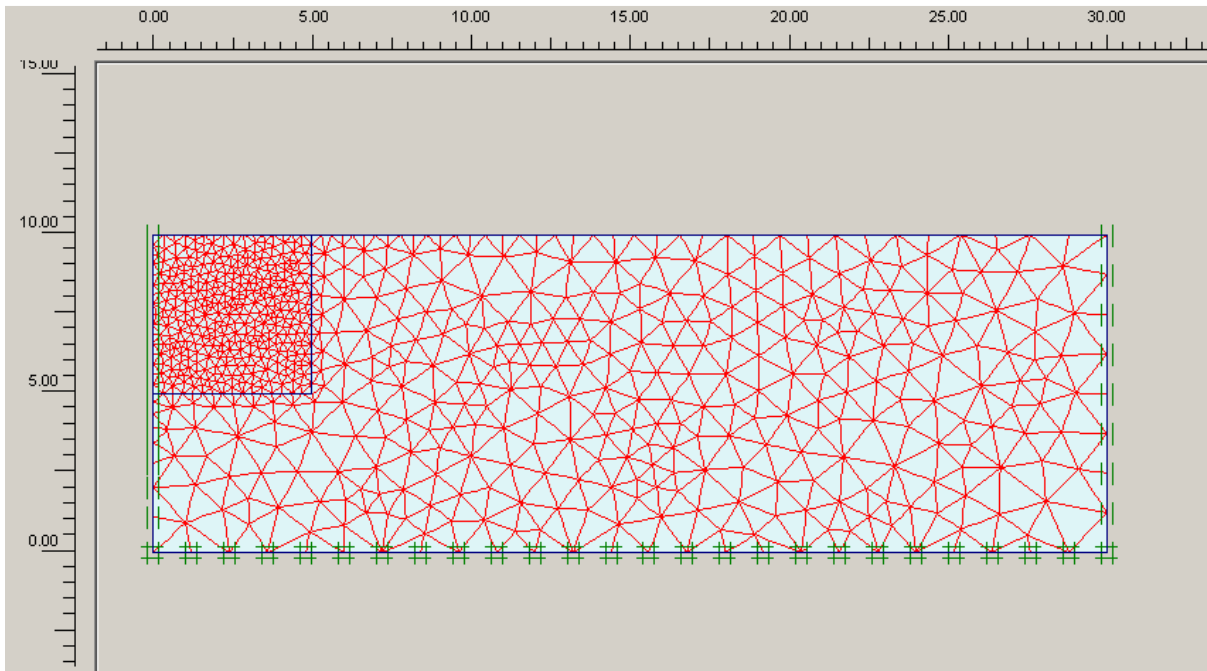


Fig. 3.6 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=30$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

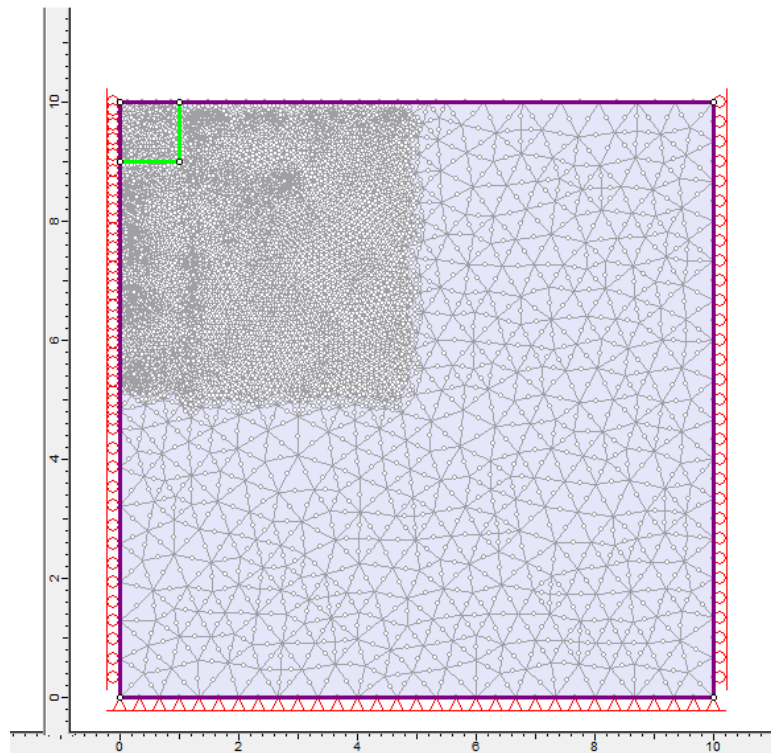


Fig. 3.7 – Malha do PHASE 2.6 com $l=10$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

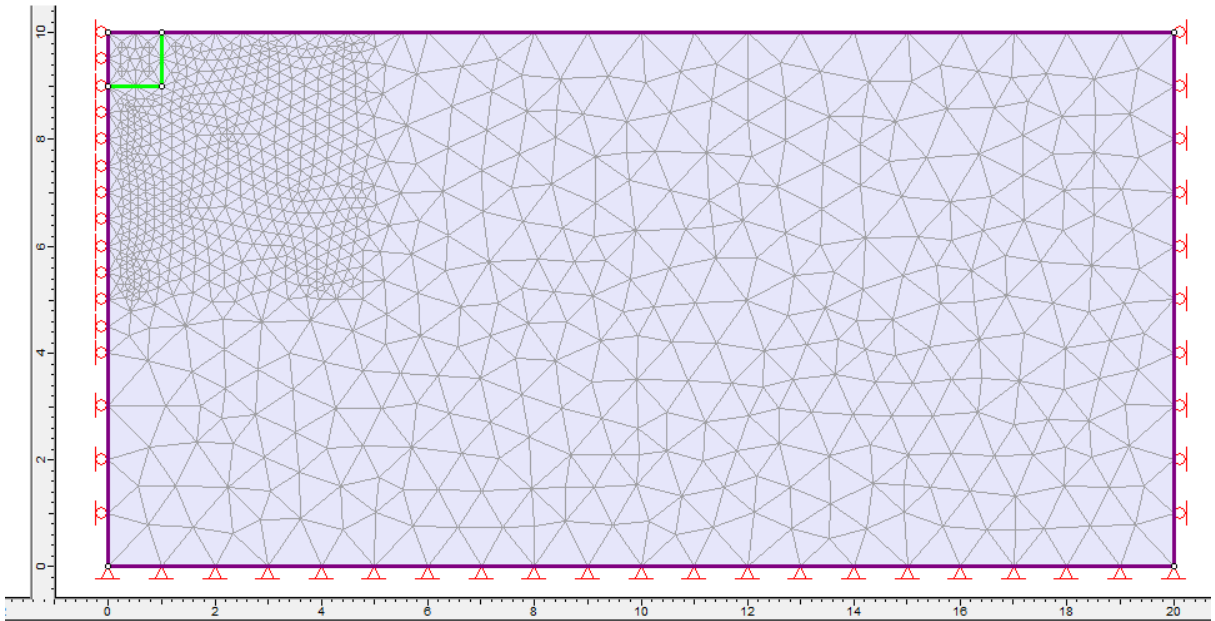


Fig. 3.8 – Malha do PHASE 2.6 com $l=20$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

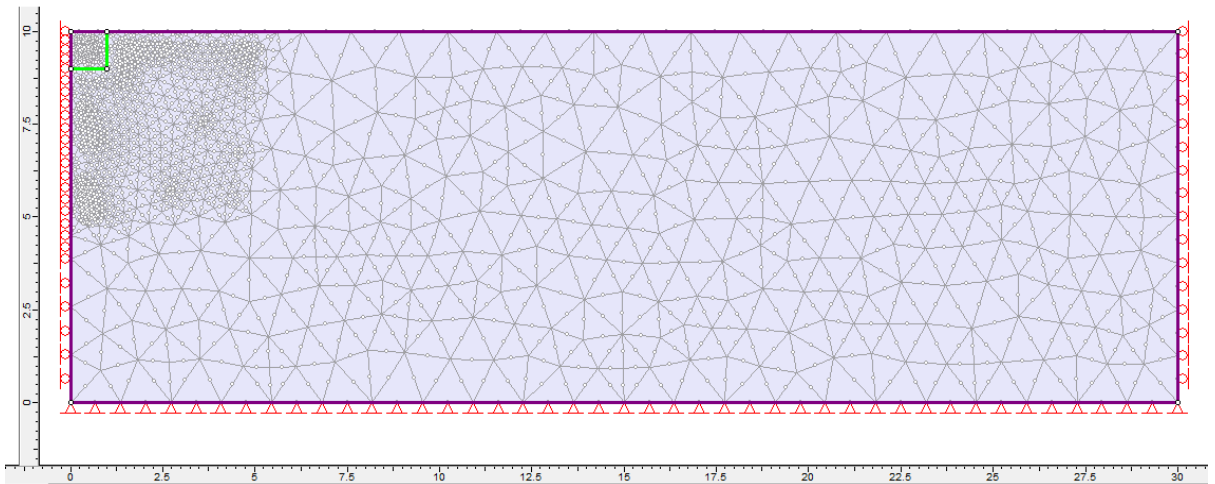


Fig. 3.9 – Malha do PHASE 2.6 com $l=30$ m para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

Os resultados obtidos com recurso a estes dois programas comerciais são apresentados na tabela 3.4. O número de elementos em cada malha podem ser consultados nessa mesma tabela 3.4.

Como se verifica, para o caso de sapata perfeitamente flexível os valores para o coeficiente “ I_w ” são coincidentes para praticamente todos os casos considerados de largura do domínio do problema. As pequenas diferenças encontradas poderão ser consideradas como insignificantes face à diferença entre o número de pontos nodais por elemento nos dois programas utilizados, assim como devido à impossibilidade de gerar nos dois programas malhas de elementos finitos completamente equivalentes.

Tabela 3.4 – Resultados para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

Phase 2.6			
	flexível		
l	10 m	20 m	30 m
I_w	0,844	0,855	0,846
nº elementos	9202	1776	1503
Plaxis v8.0			
	flexível		
l	10 m	20 m	30 m
I_w	0,844	0,847	0,848
nº elementos	4560	828	1361

Devido aos resultados bastante similares obtidos com recurso a estes dois programas comerciais, é de admitir que os valores a que se chega com o *software* PLAXIS v8.0 podem ser encarados com confiança, para casos em que se esteja a estudar fundações perfeitamente flexíveis. Consultando a tabela 2.1, verifica-se que o valor proposto por Milovic para este caso particular é de 0,846 o que é praticamente coincidente com os resultados obtidos nesta análise. No próximo ponto chegar-se-á a uma diferente conclusão, desta feita para fundações infinitamente rígidas.

3.3.3. SAPATA INFINITAMENTE RÍGIDA

Este caso foi estudado, do ponto de vista da análise paramétrica, de forma em tudo idêntica ao estudo efectuado em 3.3.2 para sapatas perfeitamente flexíveis. As diferenças no processo de obtenção dos factores “ I_w ” são sobretudo ao nível da simulação do comportamento rígido da fundação, diferenças estas que foram já discutidas e apresentadas em 3.3.1.

As malhas referentes aos três casos de dimensões lateral do domínio do problema utilizadas no PLAXIS v8.0 são apresentadas nas figuras 3.10 a 3.12 sendo as figuras análogas para o PHASE 2.6 as 3.13, 3.14 e 3.15. No anexo A.1 apresentam-se as imagens representando as deformadas obtidas referentes a esta análise para os dois programas comerciais. Em particular, no anexo A.1.2 são apresentadas as figuras referentes ao PLAXIS v8.0 e no anexo A.1.3 as análogas para o PHASE 2.6.

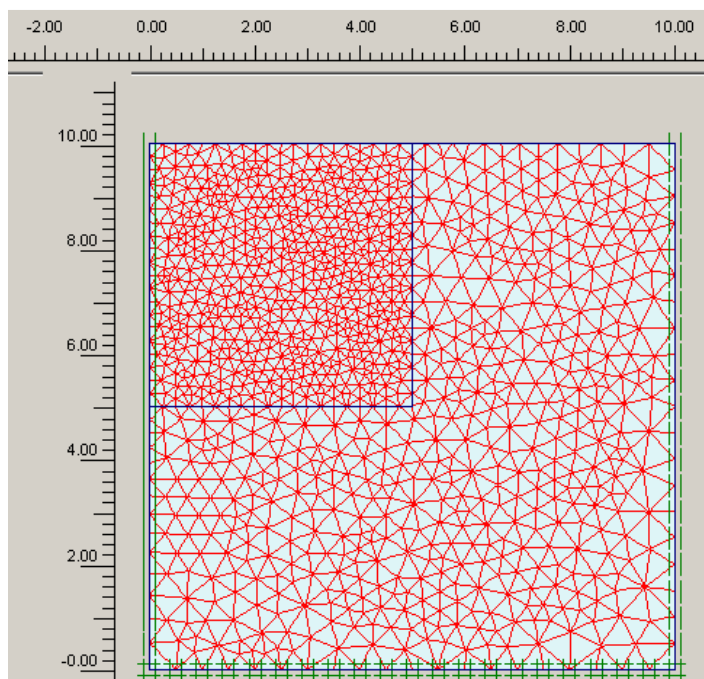


Fig. 3.10 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=10$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

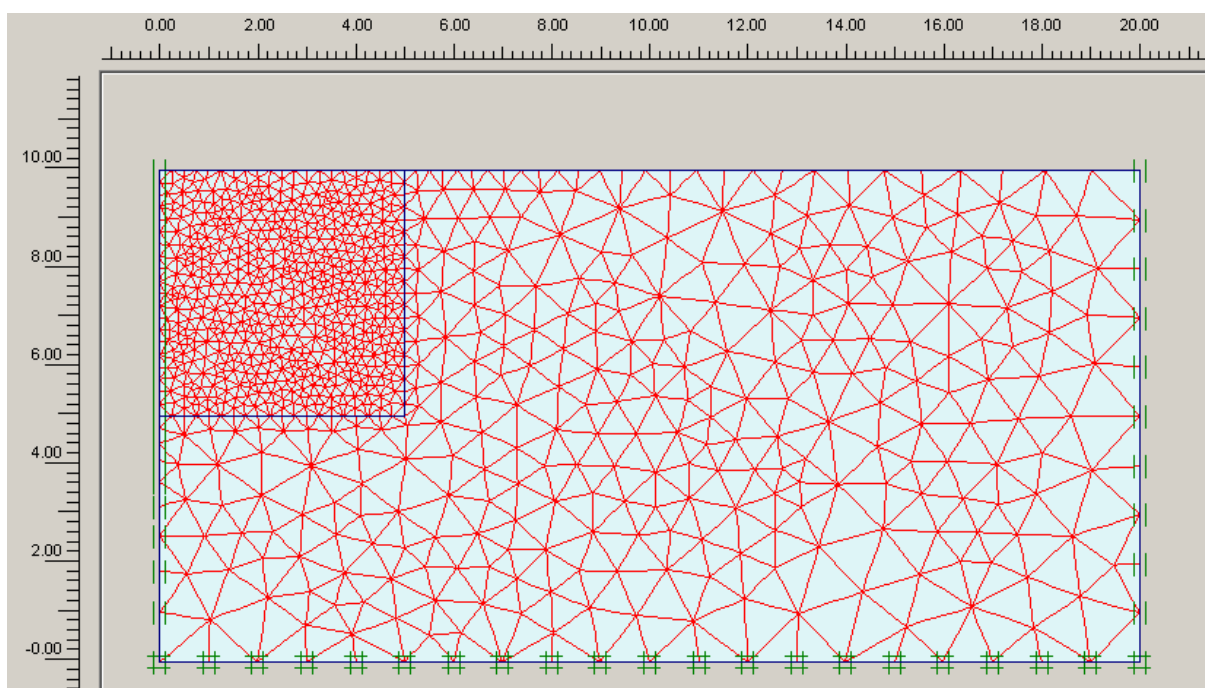


Fig. 3.11 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=20$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

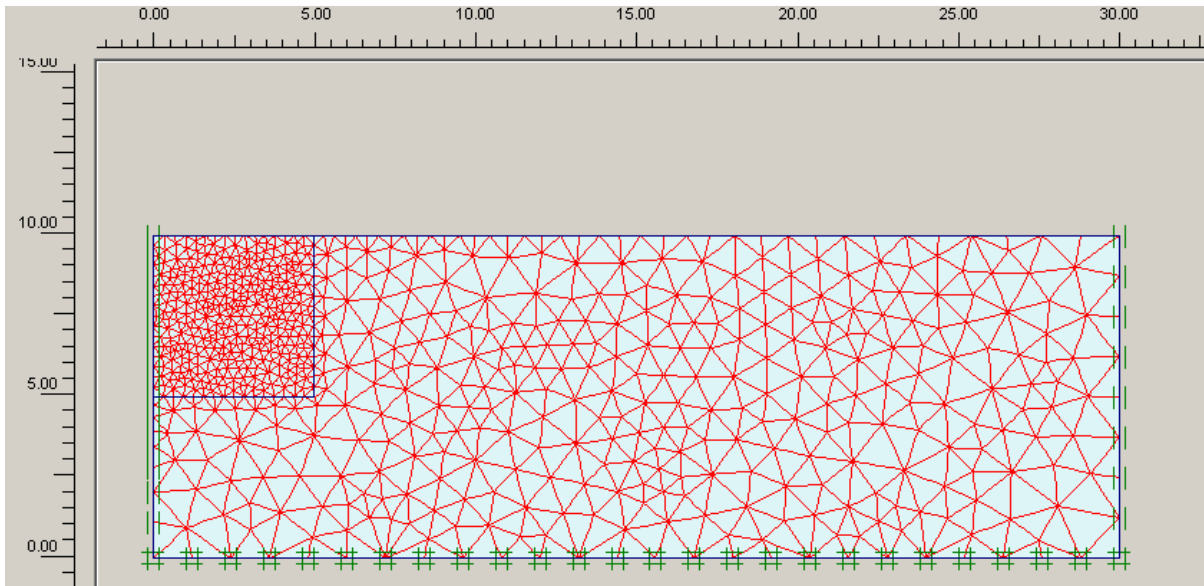


Fig. 3.12 – Malha do PLAXIS v8.0 com $l=30$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

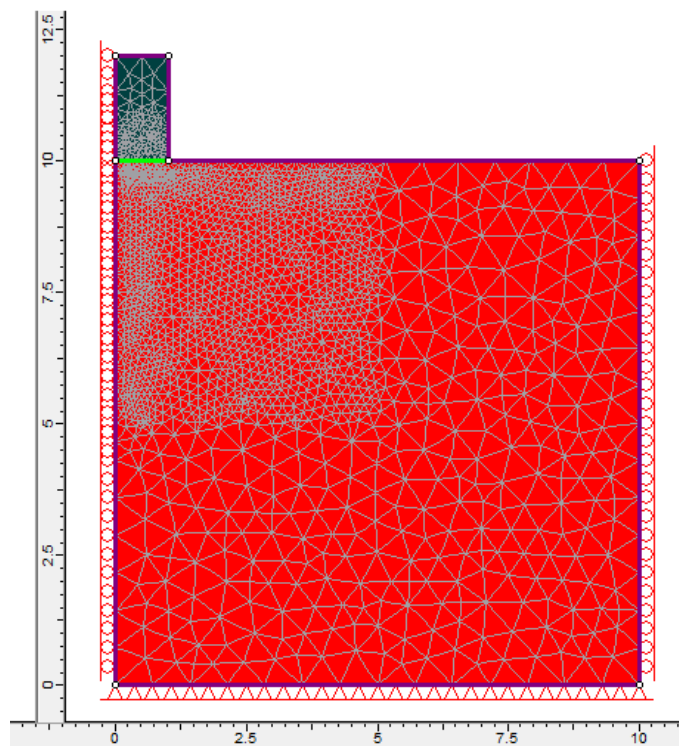


Fig. 3.13 – Malha do PHASE 2.6 com $l=10$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

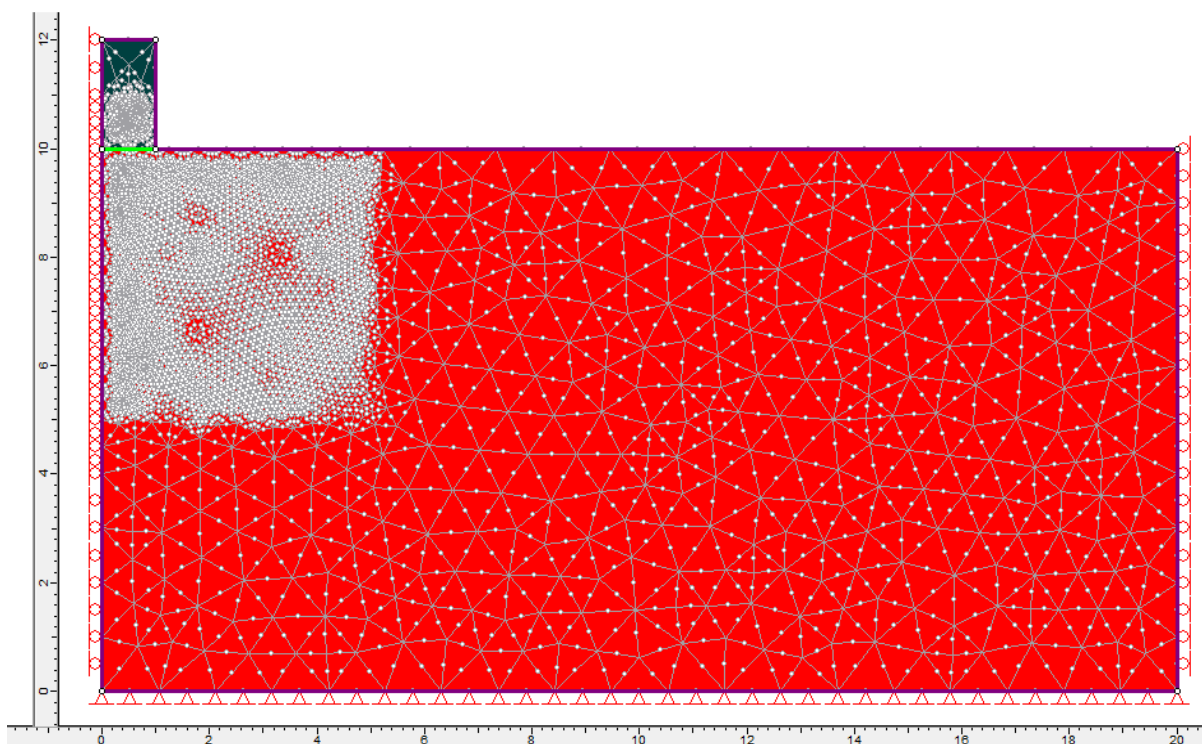


Fig. 3.14 – Malha do PHASE 2.6 com $l=20$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

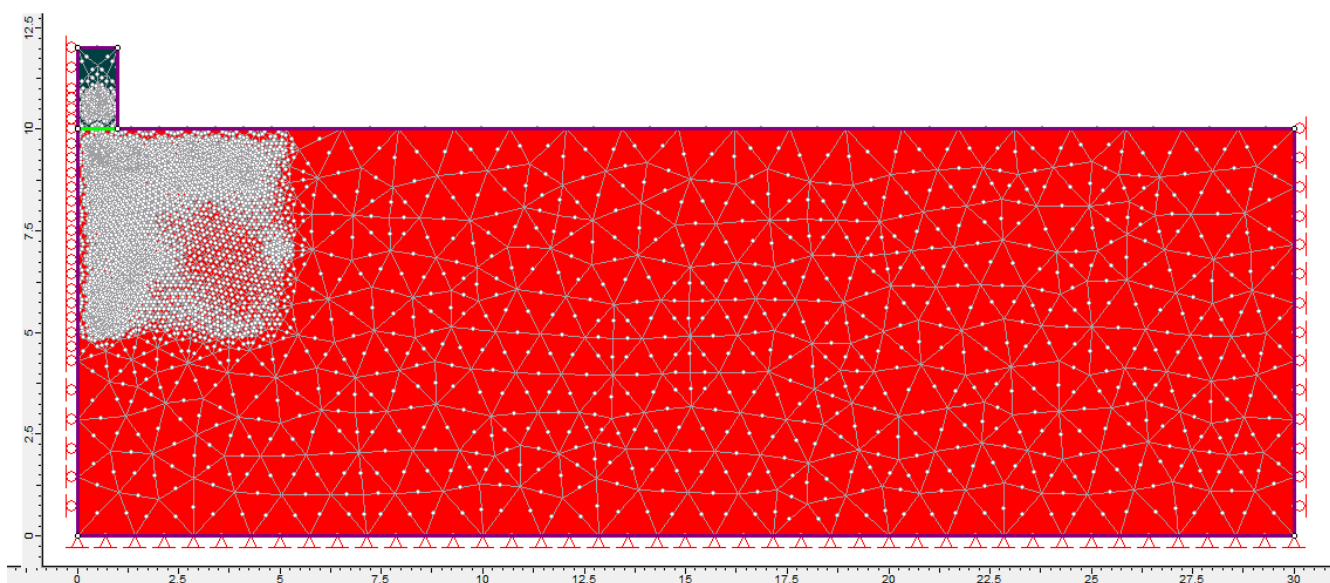


Fig. 3.15 – Malha do PHASE 2.6 com $l=30$ m para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $\nu=0,3$

Os resultados que foram obtidos podem ser considerados como bastante satisfatórios tendo em vista que o objectivo destas análises consiste em validar os resultados fornecidos pelo programa PLAXIS v8.0. Como é visível por observação da tabela 3.5 os valores a que se chegou com o recurso aos dois

programas comerciais são relativamente próximos, e considerando que existem diferenças de procedimento entre os dois programas é razoável, no nosso entender, admitir que este estudo foi bem sucedido no objectivo de garantir confiança no PLAXIS v8.0.

Há que considerar que não só o tipo de elemento é diferente mas que também as malhas geradas nos dois programas são apenas similares. Contudo, a maior diferença reside na forma de simular o carregamento das fundações rígidas, objecto de estudo desta análise. Como foi referido no subcapítulo 3.3.1, o processo de simulação deste tipo de fundação foi realizado no PHASE 2.6 de forma a se aproximar mais do processo adoptado por Milovic do que do utilizado para os cálculos efectuados no PLAXIS v8.0.

Por este motivo considera-se interessante que apesar desta diferença nos procedimentos, os resultados obtidos com recurso ao PHASE 2.6 se aproximam bastante dos fornecidos pelo PLAXIS v8.0, enquanto que ambos os conjuntos de valores destes dois programas diferem consideravelmente dos apresentados por Milovic. Recorde-se que os valores para este caso específico são apresentados no capítulo 2 na tabela 2.6. Assim será razoável admitir que os resultados a que se chega com o programa PLAXIS v8.0 deverão ser encarados com mais confiança que os fornecidos por Milovic, para este caso específico de fundações rígidas.

Tabela 3.5- Resultados para sapata circular rígida com H/D=5 e $\nu=0,3$

Phase 2.6			
	rígida		
l	10 m	20 m	30 m
lw	0,616	0,613	0,607
nº elementos	3503	4458	3234
Plaxis v8.0			
	rígida		
l	10 m	20 m	30 m
lw	0,619	0,623	0,627
nº elementos	2172	1797	1361

3.4. COMPARAÇÃO ENTRE PLAXIS v8.0, PHASE 2.6 E MILOVIC

3.4.1. BREVES CONSIDERAÇÕES

Nesta análise pretende-se analisar as diferenças observadas para o caso de fundações rígidas entre os resultados fornecidos pelo programa PLAXIS v8.0 e os propostos por Milovic na bibliografia de referência. Para tal realizou-se um estudo deste caso específico com recurso ao programa PHASE 2.6, de maneira a se ter uma base de comparação para a determinação de qual dos conjuntos de valores, PLAXIS v8.0 ou os apresentados por Milovic, devem ser encarados como os merecedores de mais confiança.

Para esta análise foi escolhido o caso de sapata circular rígida, em que o solo de fundação apresenta um coeficiente de Poisson “ ν ” de 0,3. As profundidade relativas do estrato rígido estudadas são as contidas na bibliografia de referência [1] para este caso. Estes valores podem ser consultados no capítulo 2 na tabela 2.6.

Em relação às particularidades da utilização dos programas considerados, há que referir fundamentalmente três aspectos.

Como foi referido, os tipos de elementos finitos são distintos para o PLAXIS v8.0 e o PHASE 2.6, sendo que para ambos foram escolhidos elementos triangulares mas para o primeiro estes apresentam 15 pontos nodais e no segundo apenas 6 nós por elemento.

Quanto à rugosidade no contacto entre sapata e terreno de fundação, a bibliografia de Milovic é omissa em relação às opções tomadas neste aspecto para a obtenção dos coeficientes “ I_w ”. Sendo assim nos cálculos efectuados nos dois programas comerciais referidos considerou-se que este contacto é perfeitamente rugoso.

Quanto ao contacto entre o terreno de fundação e o estrato rígido subjacente, Milovic refere explicitamente que este é perfeitamente rugoso, logo esta foi a condição adoptada para a análise efectuada com recurso aos dois programas de cálculo por elementos finitos utilizados.

Resta referir que a modelação do carregamento de sapata rígida foi efectuado da mesma forma descrita no subcapítulo 3.3.1 e pelas mesmas razões.

Quanto à análise paramétrica ela consistiu em fazer variar a profundidade do estrato rígido subjacente ao terreno de fundação. Os valores para essa profundidade que foram estudadas são os apresentados por Milovic na bibliografia de referência [1]. Foram então estudados 7 valores distintos para este parâmetro “ H/D ”, que podem ser consultados na tabela 3.6 referente aos resultados obtidos para o coeficiente “ I_w ” com recurso às três fontes consideradas.

Desta feita, e contrastando com o pretendido na análise descrita em 3.3, o objectivo não passa por obter resultados em condições equivalentes de refinamento da malha de elementos finitos utilizada nos dois programas, mas sim comparar conjuntos de resultados de três fontes diferentes, pelo que a metodologia adoptada para os cálculos efectuados nos programas PLAXIS v8.0 e PHASE 2.6 foi a de obter os melhores resultados possíveis, indo até ao limite da capacidade destes programas, de modo a se ter a certeza que os valores obtidos seriam os mais precisos que cada programa poderia fornecer. Assim pensa-se que a comparação irá ajudar a discernir qual das duas fontes principais, PLAXIS v8.0 e Milovic, será a mais precisa e mais merecedora de confiança.

Foi também, como supramencionado, efectuada uma análise do desvio dos valores entre os resultados obtidos por meio dos programas PLAXIS v8.0, PHASE 2.6 e os propostos por Milovic. Essa análise será apresentada no subcapítulo subsequente e servirá apenas para se ter uma noção quantitativa das diferenças entre estes três conjuntos de valores.

3.4.2. APRESENTAÇÃO E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Em seguida irão ser apresentados os resultados referentes à resolução do problema de sapata circular rígida como descrito em 3.4.1. Este problema foi resolvido com os dois programas comerciais atrás referidos.

O processo passou por refinar ao máximo, dentro dos limites de cada programa, a malha de elementos finitos utilizada, juntamente com a experimentação de várias topologias para esta, de modo a obter resultados o mais precisos possível.

Na tabela 3.6 são apresentados os valores a que se chegou por aplicação dos dois programas, assim como os valores apresentados na bibliografia de referência.

Tabela 3.6 - Resultados para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

H/D	D. Milovic	lw	
		PLAXIS v8.0	PHASE 2.6
0,5	0,360	0,283	0,278
1	0,526	0,428	0,423
1,5	0,602	0,501	0,483
2,5	0,673	0,572	0,563
3,5	0,706	0,603	0,584
5	0,744	0,625	0,610
∞	0,773	0,658	0,688

Como é visível pela consulta da tabela 3.6 os dois programas comerciais utilizados apresentam valores bastante concordantes entre si para todas as profundidades do estrato rígido consideradas. Os valores propostos por D. Milovic são em todos os casos estudados consideravelmente dissonantes dos obtidos com recurso ao PLAXIS v8.0 e PHASE 2.6. Esta constatação, aliada ao facto de o procedimento para a simulação do carregamento de uma sapata rígida utilizado nos cálculos no PHASE 2.6 ter sido escolhido de forma a emular o procedimento adoptado por Milovic, sugere que estes últimos devem ser encarados como valores ainda pouco refinados, e que os valores obtidos através do programa PLAXIS v8.0 podem ser tomados com bastante confiança. Na tabela 3.7 são apresentados os desvios em percentagem entre os valores quer do PLAXIS v8.0, quer do PHASE 2.6 em relação às outras duas fontes de resultados. A fórmula utilizada para o cálculo destes desvios é apresentada na expressão (3.1). Nesta expressão “ δ ” corresponde ao desvio, “X” é o valor do qual se pretende conhecer o desvio e “Y” o valor em relação ao qual “X” se desvia.

$$\delta = \frac{X-Y}{Y} \times 100 \quad (3.1)$$

Tabela 3.7 – Valores percentuais do desvio entre os resultados fornecidos pelo PLAXIS v8.0 e PHASE 2.6

H/D	PLAXIS v8.0		PHASE 2.6	
	D. Milovic	PHASE 2.6	D. Milovic	PLAXIS v8.0
0,5	21,45	1,72	22,78	1,69
1	18,66	1,14	19,58	1,13
1,5	16,82	3,68	19,77	3,55
2,5	15,01	1,60	16,34	1,57
3,5	14,59	3,25	17,28	3,15
5	15,99	2,46	18,01	2,40
∞	14,88	4,36	11,00	4,56

O que a tabela 3.7 indica é que as diferenças entre os valores propostos por Milovic e os valores obtidos com recurso aos programas comerciais utilizados é cerca de dez vezes superior em relação à diferença de valores entre estes dois programas para quase todas as profundidades de estrato rígido considerada. É de mencionar que as diferenças entre os valores dos dois programas considerados são

bastante baixas, e estas diferenças deverão ser encaradas como normais face às diferenças não só entre o processo de modelação do carregamento da sapata rígida considerado, como ao tipo de elementos utilizados e as inevitáveis desigualdades na topologia e densidade da malha de elementos finitos não estruturada gerada em cada um dos programas.

Outro aspecto que é evidente pela observação da tabela 3.6 é que os valores fornecidos por Milovic são claramente conservativos em relação aos calculados através do PLAXIS v8.0, ou seja os valores de assentamentos correspondentes aos factores “ I_w ” serão consideravelmente superiores no caso da bibliografia de referência.

Por este motivo foi ponderado se estes valores teriam sido calculados com contactos lisos, quer entre a sapata e o terreno de fundação quer entre este e o estrato rígido subjacente, visto que estas condições conduzem evidentemente a assentamentos superiores do que com contactos rugosos. De notar que D. Milovic refere explicitamente que o contacto entre o terreno de fundação e o estrato rígido subjacente foi considerado como perfeitamente rugoso. Todavia, dada a grande discrepância entre os resultados, patente na tabela 3.7, considerou-se que valeria a pena realizar uma análise com o PLAXIS v8.0 definindo os contactos atrás referidos como sendo lisos. Os respectivos resultados são apresentados na tabela 3.8 sob a forma de desvios percentuais entre os valores do PLAXIS v8.0 e os propostos por D. Milovic, que podem ser consultados na tabela 3.6. Como é visível, estas diferenças foram reduzidas para todas as profundidades de estrato rígido consideradas em comparação com as registadas na tabela 3.7, mantendo-se contudo demasiado elevadas para se considerar qualquer espécie de conformidade entre os dois conjuntos de valores.

Tabela 3.8 – Valores percentuais do desvio entre os resultados fornecidos pelo PLAXIS v8.0 e Milovic

H/D	$\nu=0,3$	$\nu=0,5$
0,5	11,06	17,70
1	12,65	12,24
1,5	16,96	11,11
2,5	14,86	16,15
3,5	12,60	10,37
5	15,07	13,07
∞	18,89	1,57

Para referência apresentam-se nas figuras 3.16 a 3.22 as malhas adoptadas para esta análise utilizando o PLAXIS v8.0. Nas figuras 3.23 a 3.29 são apresentadas as imagens análogas para o PHASE 2.6. No anexo A.1 apresentam-se as imagens das deformadas correspondentes aos casos estudados com recurso a estes dois programas comerciais. No anexo A.1.4 as referentes ao PLAXIS v8.0 e no A.1.5 as análogas para o PHASE 2.6.

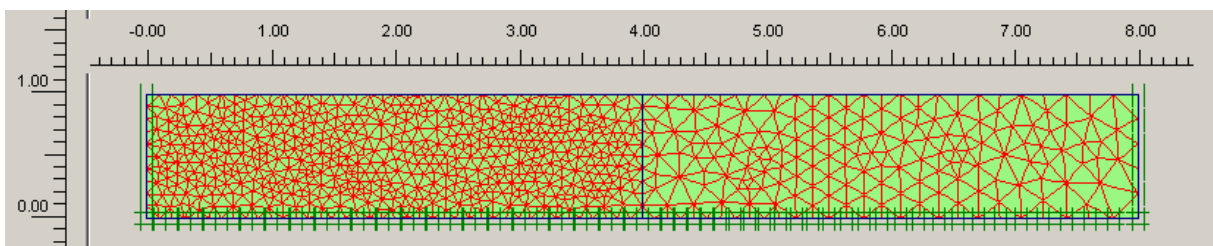


Fig. 3.16 - Malha do PLAXIS v8.0 com H/D=0,5 para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

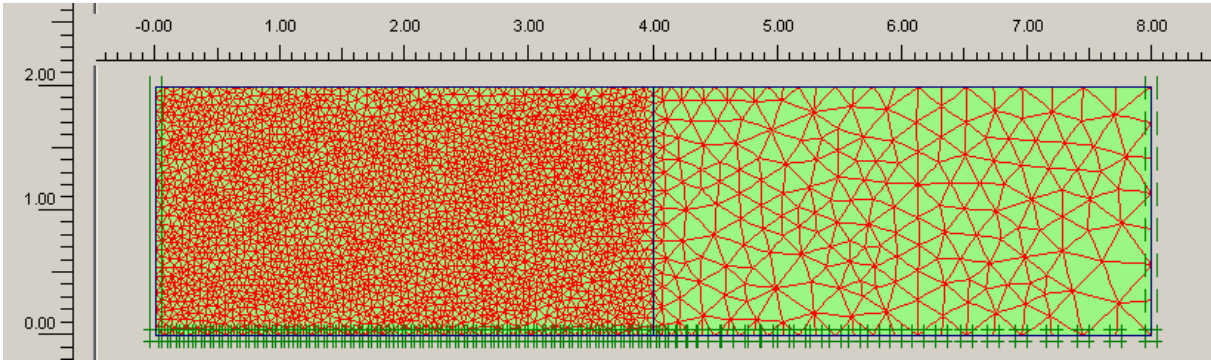


Fig. 3.17 - Malha do PLAXIS v8.0 com H/D=1 para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

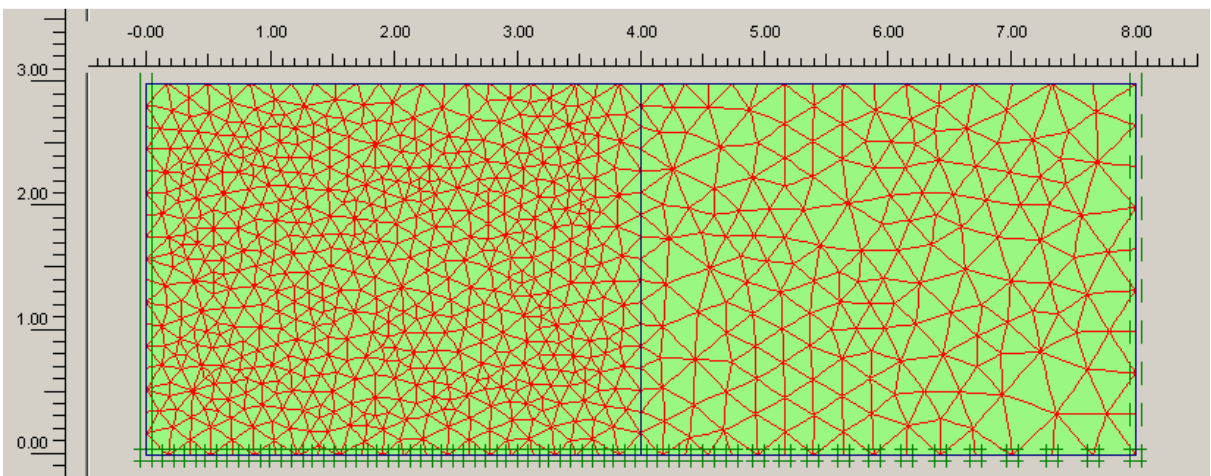


Fig. 3.18 - Malha do PLAXIS v8.0 com H/D=1,5 para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

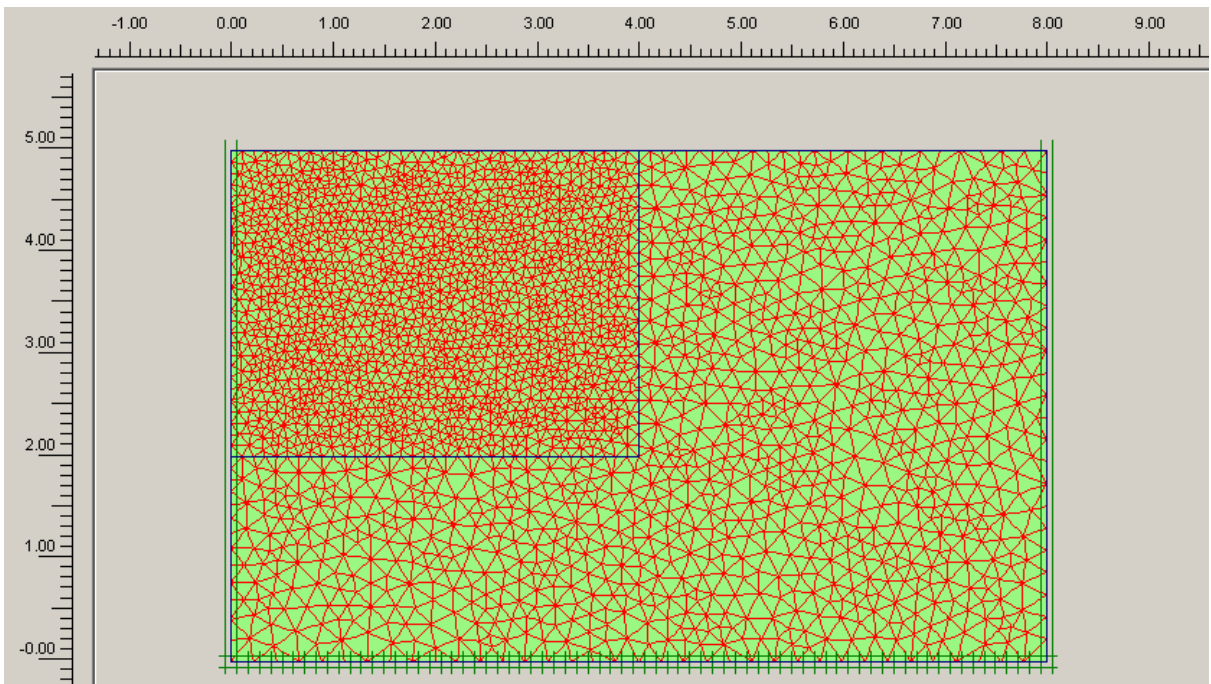


Fig. 3.19 - Malha do PLAXIS v8.0 com H/D=2,5 para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

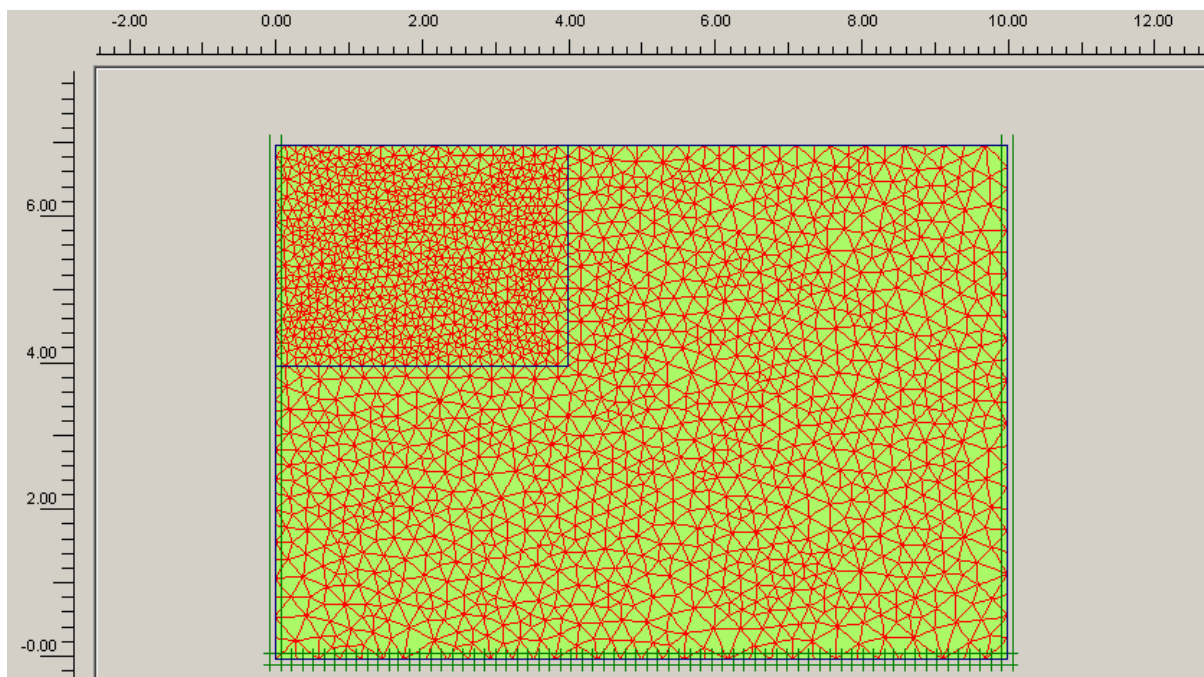


Fig. 3.20 - Malha do PLAXIS v8.0 com $H/D=3,5$ para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

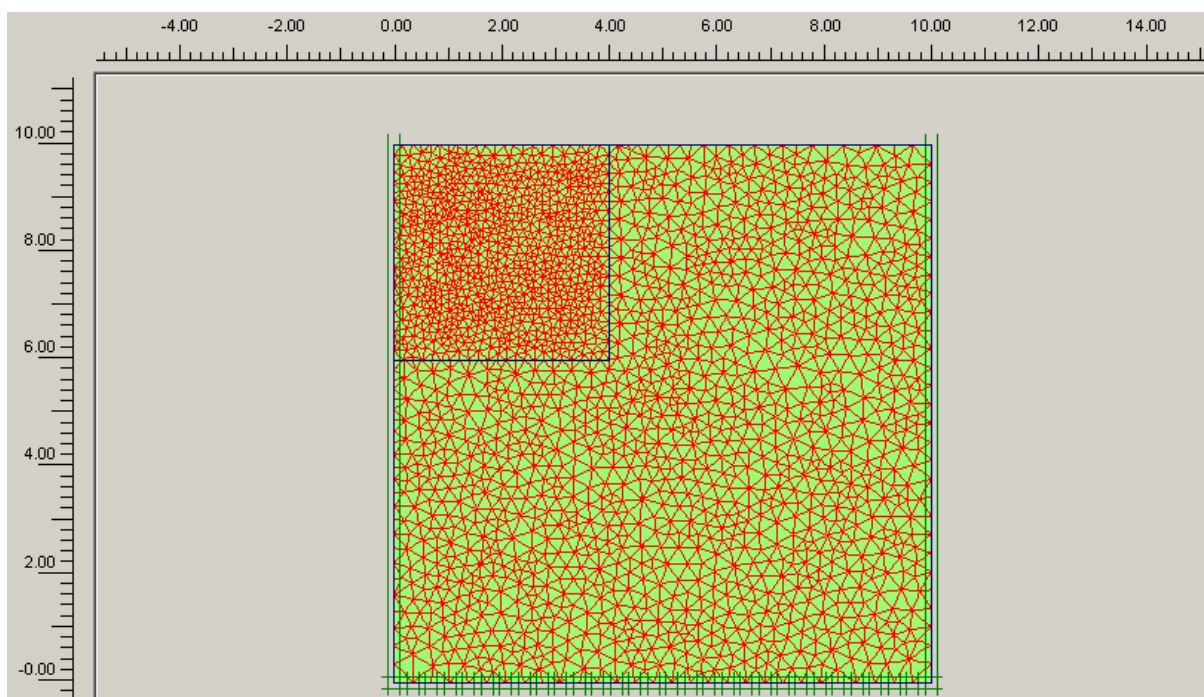


Fig. 3.21 - Malha do PLAXIS v8.0 com $H/D=5$ para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

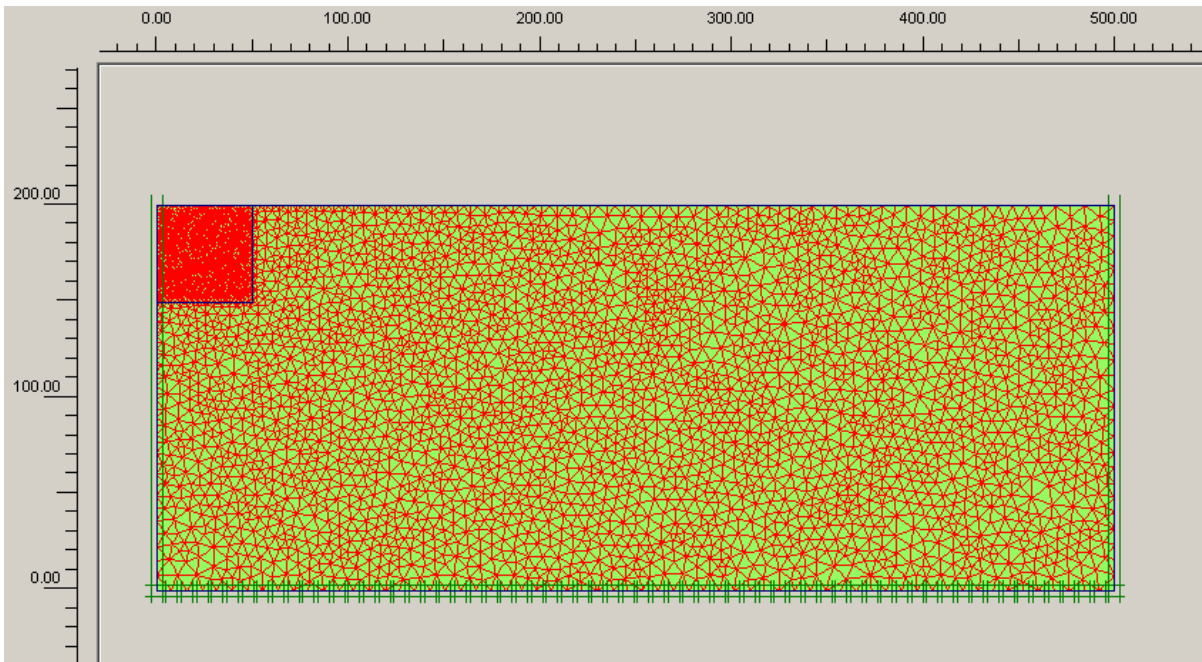


Fig. 3.22 - Malha do PLAXIS v8.0 com $H/D=\infty$ para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

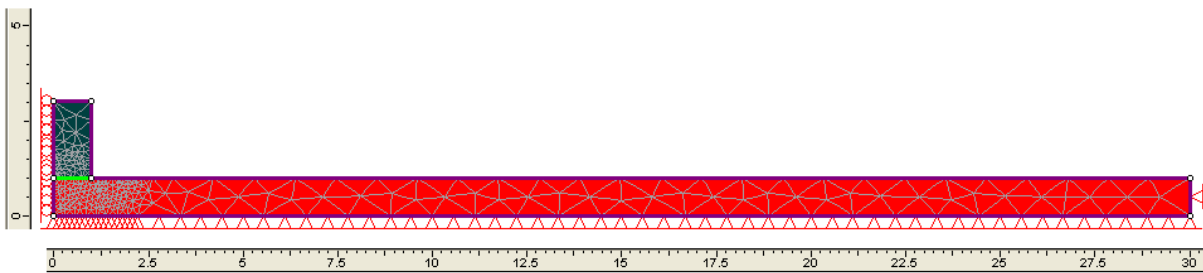


Fig. 3.23 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=0,5$ para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

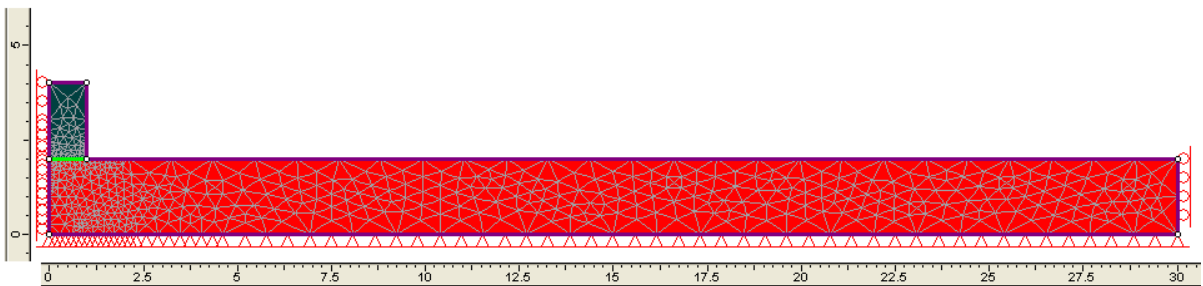


Fig. 3.24 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=1$ para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

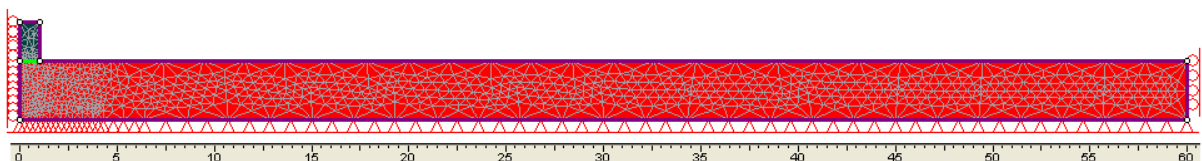


Fig. 3.25 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=1,5$ para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

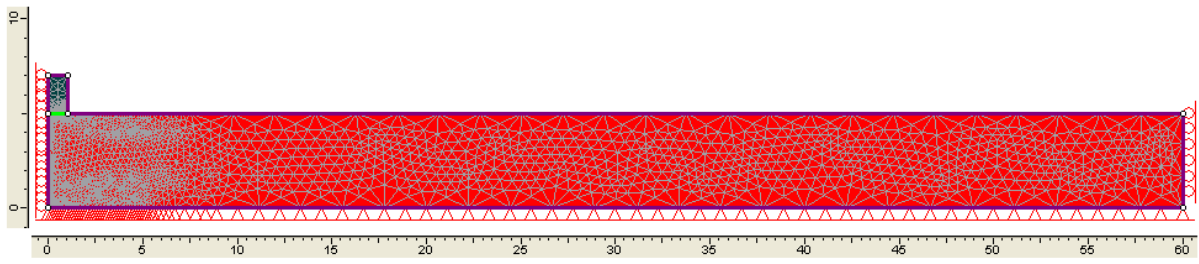


Fig. 3.26 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=2,5$ para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

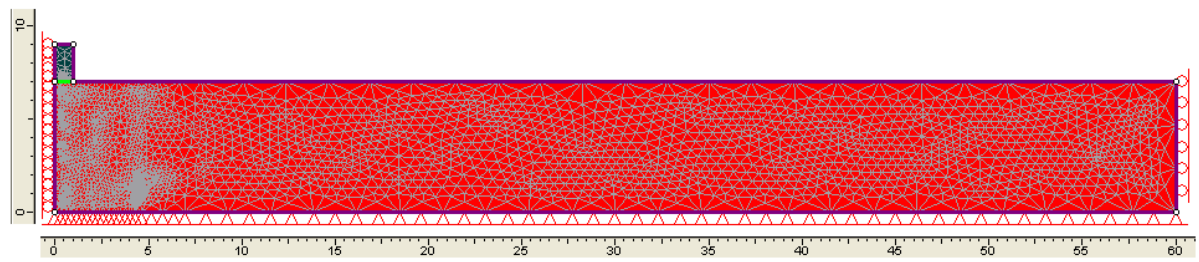


Fig. 3.27 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=3,5$ para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

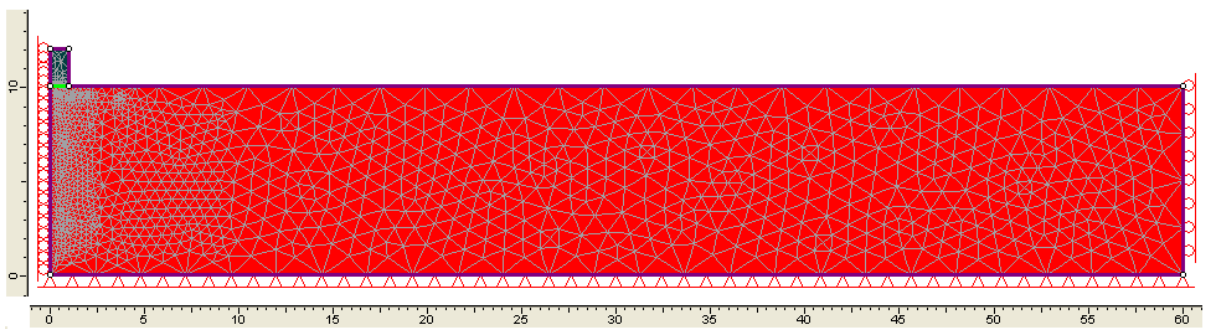


Fig. 3.28 - Malha do PHASE 2.6 com $H/D=5$ para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

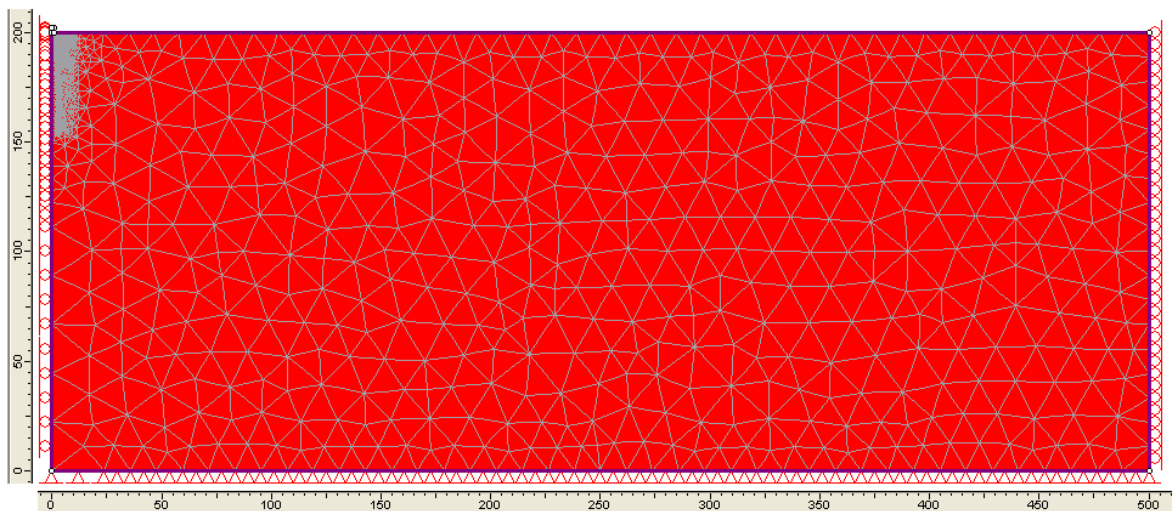


Fig. 3.23 - Malha do PHASE 2.6 para $H/D=\infty$ para sapata circular rígida com $\nu=0,3$

De tudo isto conclui-se que os valores fornecidos pelo PLAXIS v8.0 devem ser considerados como os valores a adoptar para o caso de sapatas rígidas em detrimento dos propostos por Milovic. Relembra-se que o caso da sapata rígida é o único com resultados verdadeiramente discrepantes entre o PLAXIS v8.0 e os resultados fornecidos pela bibliografia de referência de Milovic.

4

APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

4.1. CÁLCULO DE SAPATAS CIRCULARES E CORRIDAS COM RECURSO AO SOFTWARE PLAXIS v8.0

4.1.1. BREVES CONSIDERAÇÕES

Neste subcapítulo serão apresentados os resultados obtidos referentes à utilização do programa de análise por elementos finitos PLAXIS v8.0, que é uma ferramenta que realiza análises unicamente a duas dimensões. Sendo assim este programa foi utilizado para efectuar os cálculos de assentamentos imediatos de sapatas circulares, já que este é um problema cuja resolução pode ser realizada tirando partido das condições de axissimetria. Também foram realizados, com recurso a este programa, os cálculos necessários à obtenção de “ I_s ” para uma sapata corrida, que é um problema de estado plano de deformação. Refira-se que se tirou partido das condições de simetria destes problemas. Graças a estas condições, é possível simular o problema seccionando o domínio pelo eixo de simetria e restringindo os graus de liberdade como indicado na figura 4.1 de modo a reproduzir as condições resultantes da simetria.

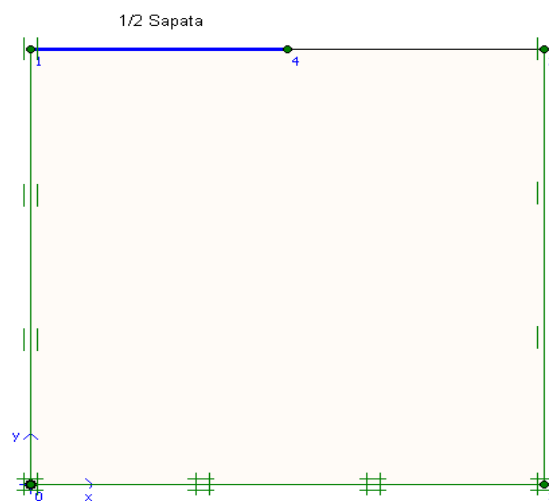


Fig. 4.1 – Condições de fronteira consideradas tirando partido das condições de simetria

Nas fronteiras laterais do domínio impediram-se os deslocamentos horizontais. Na fronteira inferior foram impedidos os deslocamentos horizontais e laterais de modo a simular a presença de um estrato rígido cuja *interface* entre este e o terreno de fundação sobrejacente é considerada perfeitamente rugosa.

Para estes dois casos referidos, de modo a obter o coeficiente correctivo expedito “ I_s ”, são definidas sapatas e maciços de fundação com as características descritas na tabela 4.1. Estas características incluem o diâmetro da sapata circular, que é idêntico à largura da sapata corrida, o módulo de deformabilidade do solo, o assentamento prescrito para o caso de sapata rígida e o carregamento para sapata flexível. Os valores destes parâmetros foram escolhidas de modo a facilitar as operações de transformação dos valores de assentamentos no caso de sapata perfeitamente flexível, ou de pressões para sapata infinitamente rígida, no valor do coeficiente correctivo expedito “ I_w ”. As fórmulas para o cálculo de “ I_s ” e de “ I_w ” foram já apresentadas no capítulo 2, nomeadamente nas expressões (2.47) e (2.48). O processo utilizado foi obter através do programa PLAXIS v8.0 os assentamentos e as pressões geradas e, utilizando esses valores, calcular o coeficiente correctivo expedito “ I_w ”. Com a expressão (4.1) encontra-se o valor de “ I_s ”. Deste modo tem-se o valor de “ I_s ” e o de “ I_w ” para uma eventual comparação com os valores de referência.

Tabela 4.1 – Parâmetros utilizados para os cálculos com o PLAXIS v8.0

Diâmetro da sapata	2 m
"E" do solo	10 MPa
Carregamento "p"	50 kPa
Assentamento "s"	0,001 m

$$I_s = \frac{I_w}{(1-\nu^2)} \quad (4.1)$$

Para a análise de sapatas perfeitamente flexíveis foram aplicadas a cada um dos casos os dois valores utilizados do coeficiente de Poisson, para as várias profundidade a que o limite inferior rígido foi posicionado e carregamentos uniformemente distribuídos com uma grandeza que pode ser consultada na tabela 4.1. Neste circunstância a obtenção de “ I_s ” e “ I_w ” faz-se directamente a partir do valor obtido do assentamento através das expressões (2.48) e (4.1).

No caso de sapata circular infinitamente rígida, para além da variação dos valores de coeficiente de Poisson e profundidade do estrato rígido já considerados para o caso de sapata flexível, são ainda necessários passos intermédios. Primeiramente prescreve-se um assentamento para a fundação superficial, que é apresentado na tabela 4.1. Em seguida o programa fornece o valor da força vertical de reacção nodal associada à imposição do referido assentamento. Esta força é apresentada em kN/rad, o que significa que este valor é representativo da força total sob um radiano da fundação circular. Será então necessário multiplicar essa força por “ $2.\pi$ ” de modo a obter a força total de reacção que é em seguida dividida pela área da fundação, obtendo-se o valor da carga uniformemente distribuída equivalente que entra como “p” na expressão (2.48).

Para os casos de fundações com desenvolvimento infinito o processo de obtenção dos coeficientes correctivos expeditos é o mesmo, ou seja aplicação de assentamentos e carregamentos uniformes, para o caso de sapata flexível e para a sapata infinitamente rígida, respectivamente. Uma das diferenças reside no facto de que enquanto que no caso de sapata circular o problema era de natureza axissimétrica, desta feita trata-se de um problema de estado plano de deformação. Isto implica que, no caso da sapata rígida o valor fornecido pelo programa da reacção gerada pelo assentamento uniforme imposto é o de uma força “ F_y ” em kN/m. Sendo assim, será necessário converter este valor numa

pressão “p” para ser aplicada na expressão (2.48). Para tal há que dividir o valor de “ F_y ” pela largura da fundação considerada que, no caso do presente trabalho corresponde a 2 m². Há também que multiplicar o valor de “ F_y ”, expresso em kN/m, por 2, já que, como se tira partido das condições de simetria do problema seccionando-se o domínio do problema em duas partes pelo eixo de simetria, o valor de “ F_y ” representa apenas metade da reacção total gerada na sapata. Ora destas duas operações resulta que, fruto da escolha da largura da fundação estudada, o valor de “ F_y ” fornecido pelo programa é já o valor da pressão uniformemente distribuída “p”, no caso de estado plano de deformação.

Os elementos utilizados nos cálculos com o programa PLAXIS v8.0 são elementos triangulares com 15 pontos nodais. Estes elementos devido à grande quantidade de pontos nodais garantem bastante confiança e precisão nos resultados obtidos. A razão deste facto pode ser verificada no capítulo 2, onde se descreve o funcionamento geral do método dos elementos finitos.

Quanto à topologia da malha de elementos finitos considerada, esta variou sensivelmente dos casos em que se estudam fundações flexíveis e os casos em que os objectos de estudo são fundações rígidas. Esta opção foi tomada já que desde o início foi verificado que os valores obtidos para o coeficiente “ I_w ” para sapatas flexíveis não se alteravam significativamente a partir de um certo nível de refinamento. Por este motivo optou-se por, no caso das sapatas flexíveis, considerar malhas relativamente mais simples e com uma extensão lateral do domínio mais reduzida. Com esta medida é possível reduzir o esforço de cálculo e tempo dispendido na análise paramétrica. Um factor que também pesou na adopção desta medida foi que os resultados obtidos para sapatas flexíveis se aproximaram desde o início dos valores de referência apresentados no capítulo 2, o que transmitiu desde logo bastante confiança nas malhas adoptadas.

Já na análise de sapatas rígidas a situação encontrada foi algo diferente. Fruto das disparidades verificadas entre os valores obtidos com o PLAXIS v8.0 e os fornecidos por Milovic, situação já discutida no capítulo 3, sentiu-se necessidade de experimentar alguns tipos de malhas distintas. Basicamente experimentaram-se as tipologias de malhas de elementos finitos utilizados nos cálculos realizados para sapatas flexíveis, e de seguida testaram-se hipóteses de malhas mais refinadas, extensões laterais do domínio ligeiramente maiores e, após a realização das análises de validação descritas no capítulo 3, adoptaram-se essas tipologias para a execução das análises correspondentes ao caso de fundações rígidas.

Notou-se que, para além da necessidade sentida de utilizar topologias de malhas de elementos finitos distintas para a resolução dos casos de sapatas flexíveis e sapatas rígidas, a diferença entre os coeficientes de Poisson utilizados também influencia de forma não desprezável a necessidade de utilizar dimensões para o domínio do problema mais ou menos elevadas. Esta influência foi claramente visível para os casos em que a profundidade do estrato rígido limitativo inferior era reduzida. Verificou-se que aumentando a dimensão lateral do domínio do problema se obtinham resultados distintos e, presumivelmente, mais precisos, visto que o grau de refinamento foi fixado de modo a ser equivalente ao utilizado nas tentativas usando dimensões laterais do domínio mais reduzidas. Isto resultou em que, dentro das análises de sapatas flexíveis, são adoptadas duas topologias diferentes para cada um dos casos de profundidade do estrato rígido, uma para os casos em que se considera o coeficiente de Poisson igual a 0,3 e outra para $\nu=0,5$, para os casos em que “H/D” é mais reduzido, a saber os casos $H/D=0,25$ e $H/D=0,5$. Esta particularidade foi apenas adoptada para as sapatas flexíveis. Nos casos de sapata rígida esta necessidade não foi sentida visto que, pelas razões referidas no parágrafo anterior, foram adoptadas topologias de malha que garantiam já níveis de confiança considerados como suficientes para a aceitação dos resultados obtidos.

Refira-se que estas considerações são aplicáveis apenas ao caso de sapatas circulares. Para sapatas corridas adoptou-se a mesma topologia de malha para as quatro situações da análise paramétrica referentes à consideração de sapatas flexíveis ou rígidas, e com coeficiente de Poisson igual a 0,3 ou a 0,5. Visto que esta análise foi efectuada após a realizada para sapatas circulares, resolveu-se adoptar as topologias de malha que garantissem imediatamente a precisão, ou seja, as topologias das malhas adoptadas são já o mais refinadas possível e as dimensões laterais dos domínios foram escolhidas de modo a que um aumento destas não provocasse qualquer diferença nos resultados. Isto foi verificado à custa de algumas tentativas até se conseguir este mesmo propósito.

No seguimento deste subcapítulo irão ser apresentadas as malhas tipo para os casos estudados, assim como os resultados para os coeficientes correctivos expeditos “ I_w ” e “ I_s ” a que se chegou por aplicação do programa PLAXIS v8.0.

4.1.2. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Como foi referido, foram utilizadas basicamente duas topologias de malhas de elementos finitos, para cada caso de profundidade do estrato rígido subjacente ao terreno de fundação. Uma topologia relativamente simples e de menores dimensões laterais do domínio do problema e uma outra, consideravelmente mais refinada e de maiores dimensões. Os casos para os quais em que cada uma destas duas topologias gerais foram adoptadas foram já definidos e justificados em 4.1.1.

Passa-se então a apresentar as malhas de elementos finitos utilizadas para cada um dos casos estudados na obtenção dos factores correctivos expeditos “ I_w ” e “ I_s ”.

Serão apresentadas as quatro malhas correspondentes às profundidades relativas $H/D=0.25$ e 0.5 para o caso de sapata circular flexível utilizando os coeficientes de Poisson iguais a 0,3 e 0,5. Estas são as figuras 4.2 a 4.5. Nas figuras 4.6 a 4.15 são apresentadas as malhas tipo para sapatas circulares flexíveis para ambos os valores de coeficiente de Poisson considerados. Apresentam-se também as figuras correspondentes às malhas utilizadas para as análises referentes ao estudo dos coeficientes correctivos expeditos para sapatas corridas que são as mesmas adoptadas para os cálculos referentes a sapatas circulares rígidas. Estas são apresentadas nas figuras 4.16 a 4.27.

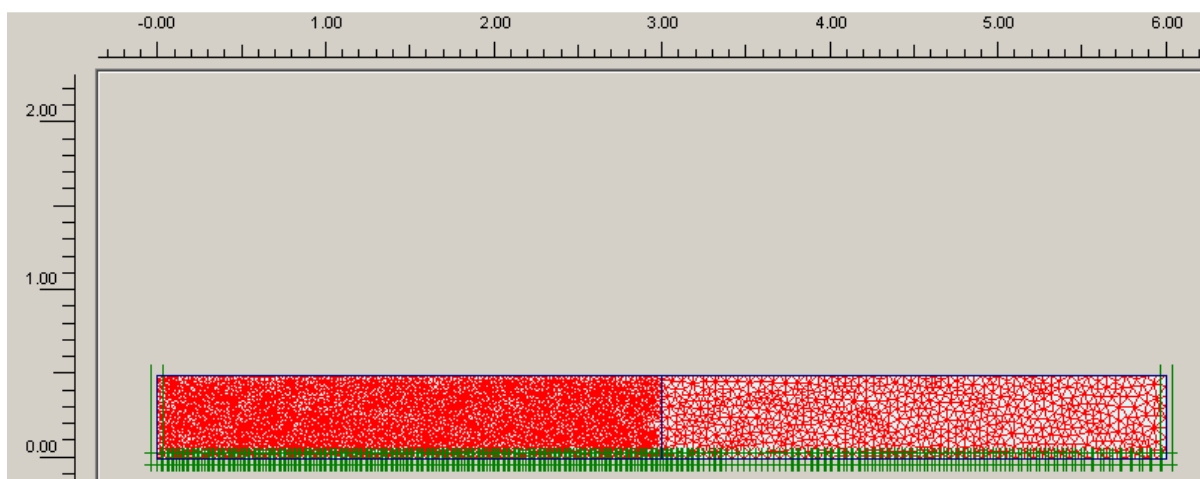


Fig. 4.2 – Malha gerada para sapata circular flexível, com $\nu=0,3$ e $H/D=0,25$

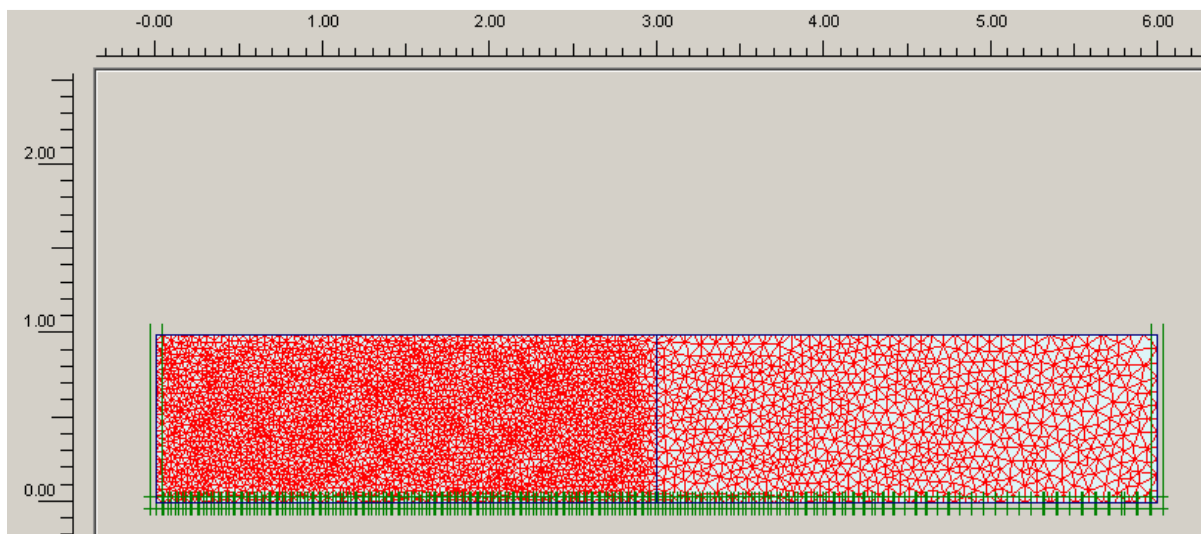


Fig. 4.3 – Malha gerada para sapata circular flexível, com $v=0,3$ e $H/D=0,5$

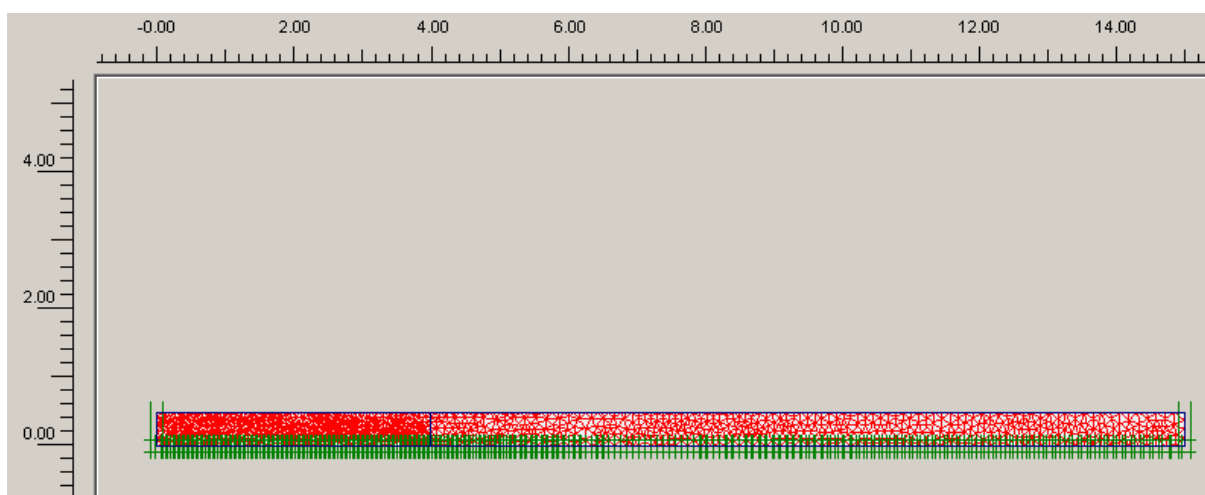


Fig. 4.4 – Malha gerada para sapata circular flexível, com $v=0,5$ e $H/D=0,25$

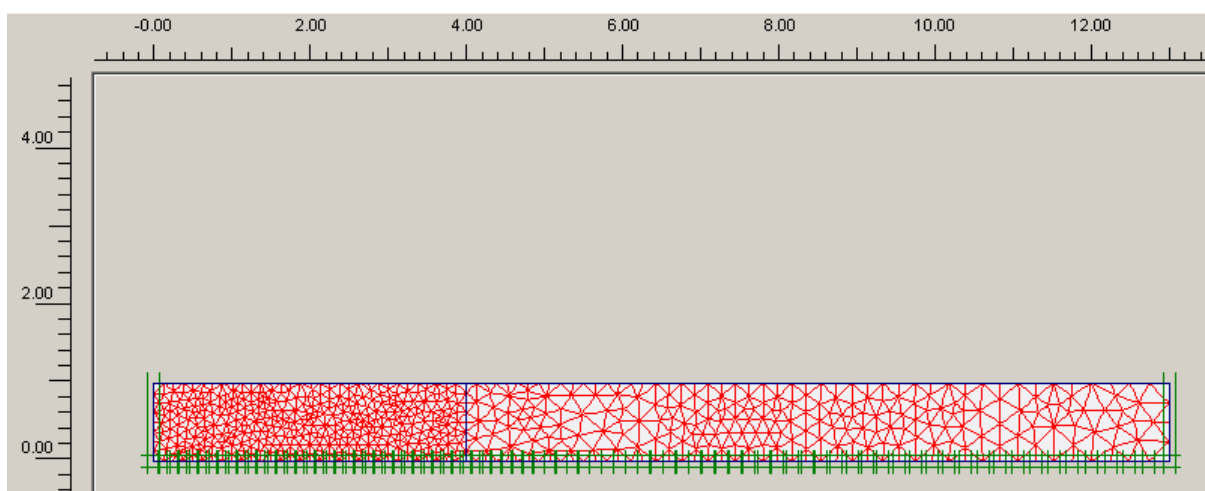


Fig. 4.5 – Malha gerada para sapata circular flexível, com $v=0,5$ e $H/D=0,5$

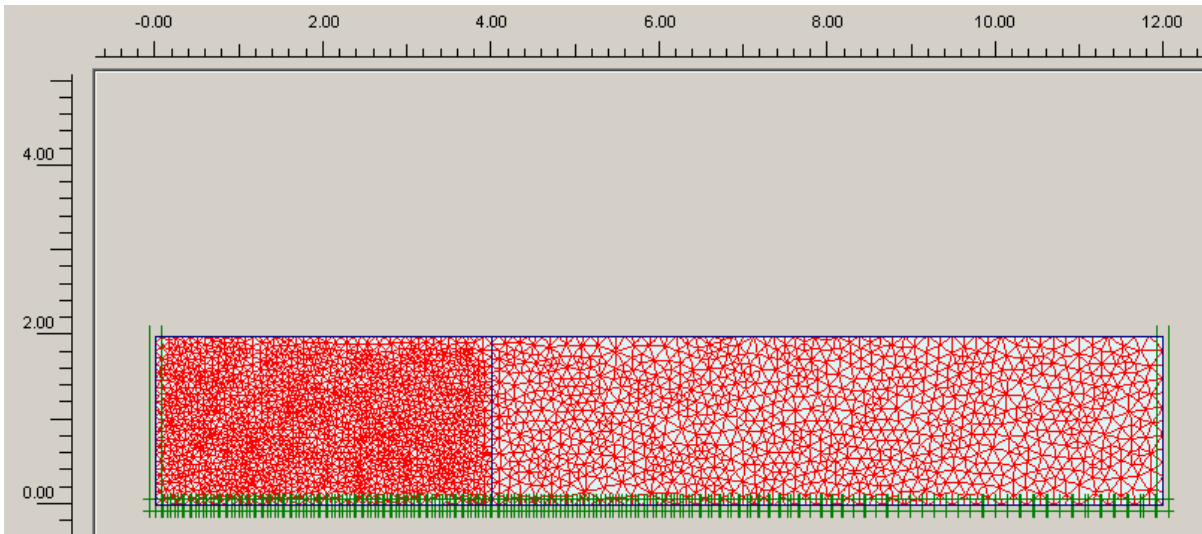


Fig. 4.6 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=1$

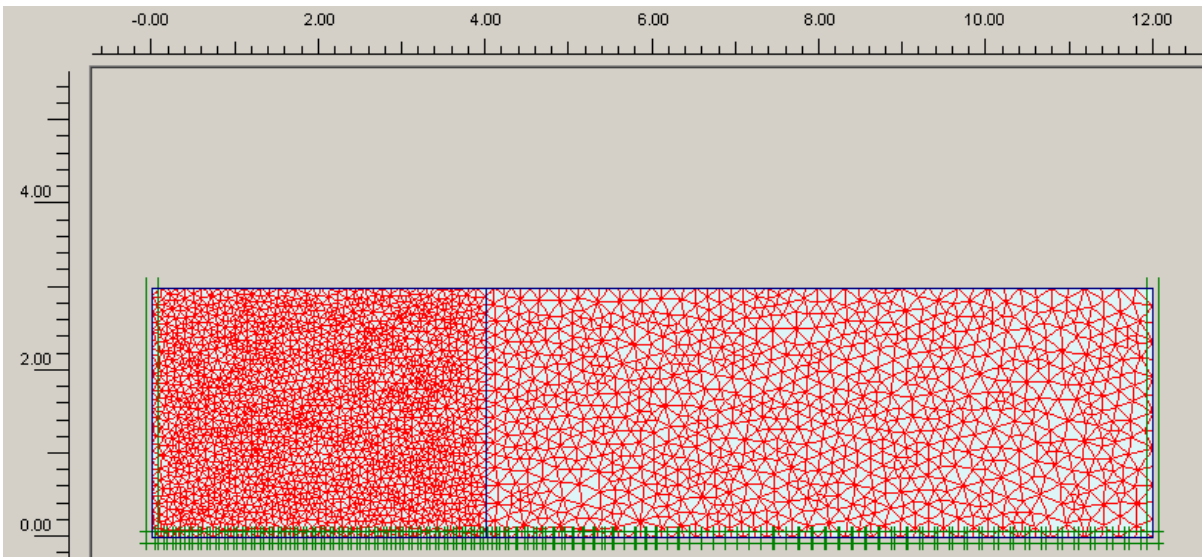


Fig. 4.7 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=1,5$

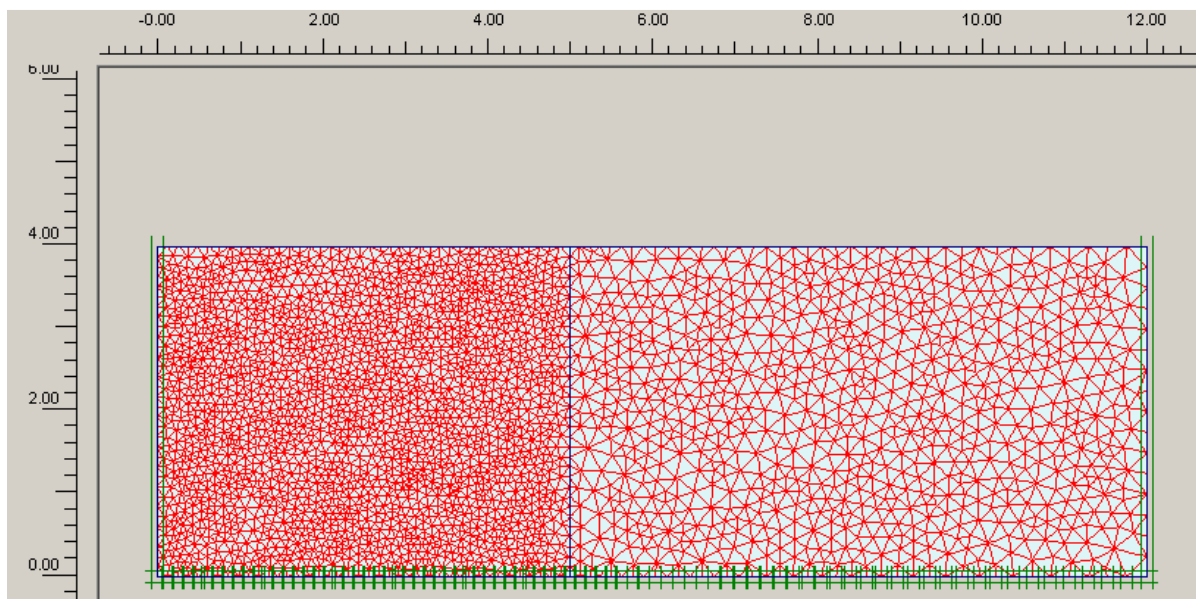


Fig. 4.8 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=2$

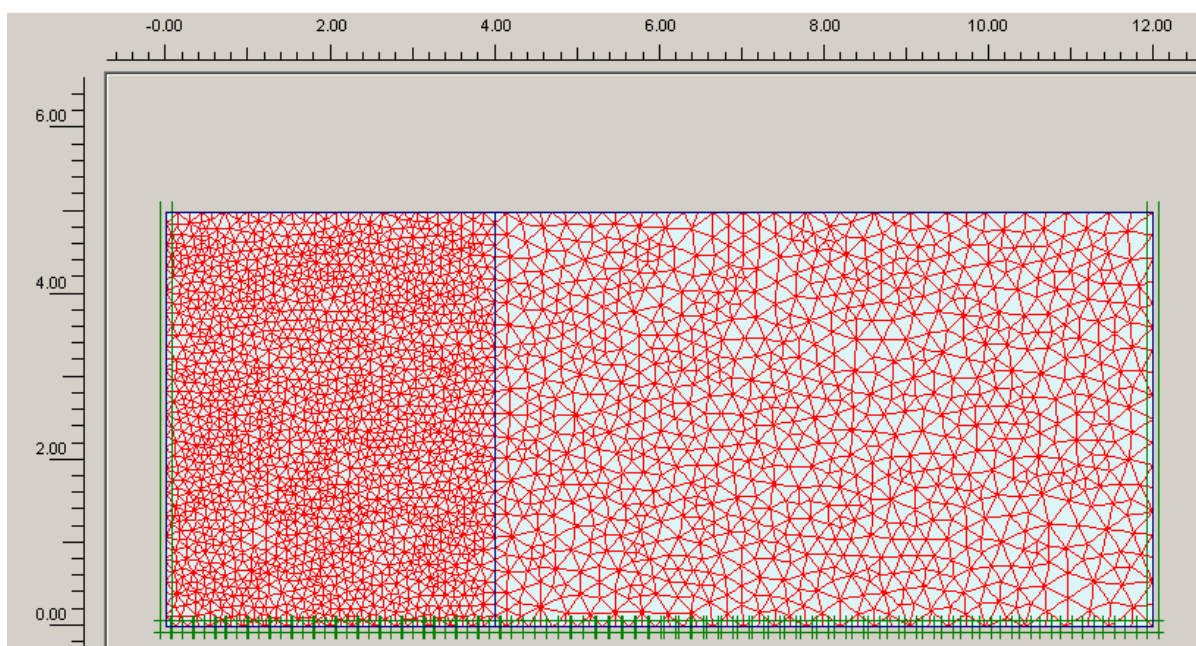


Fig. 4.9 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=2,5$

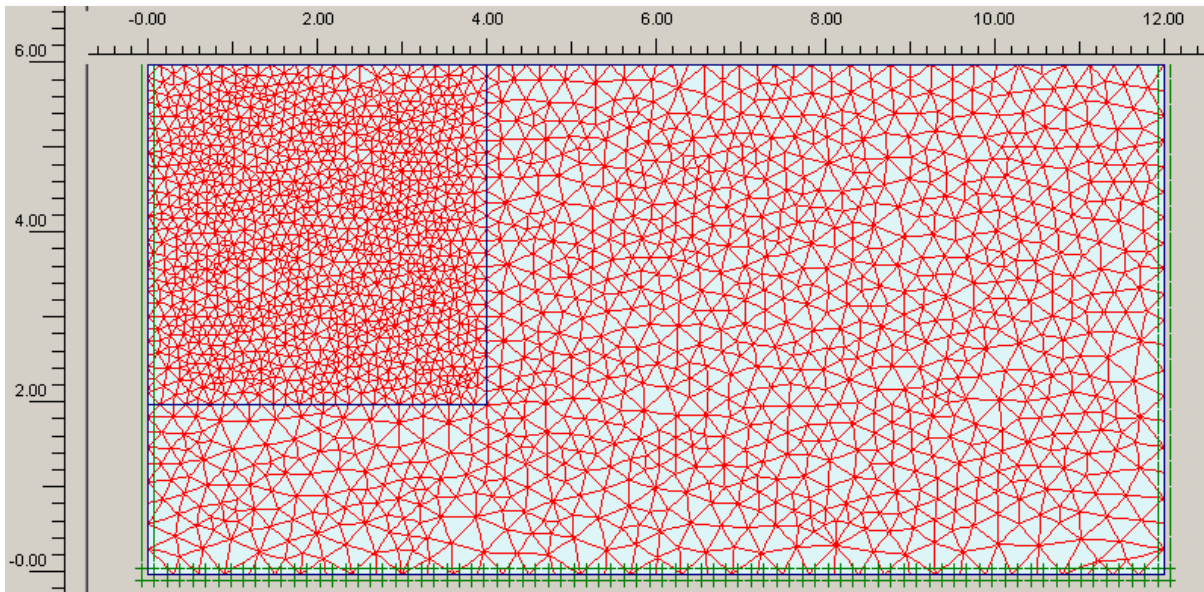


Fig. 4.10 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=3$

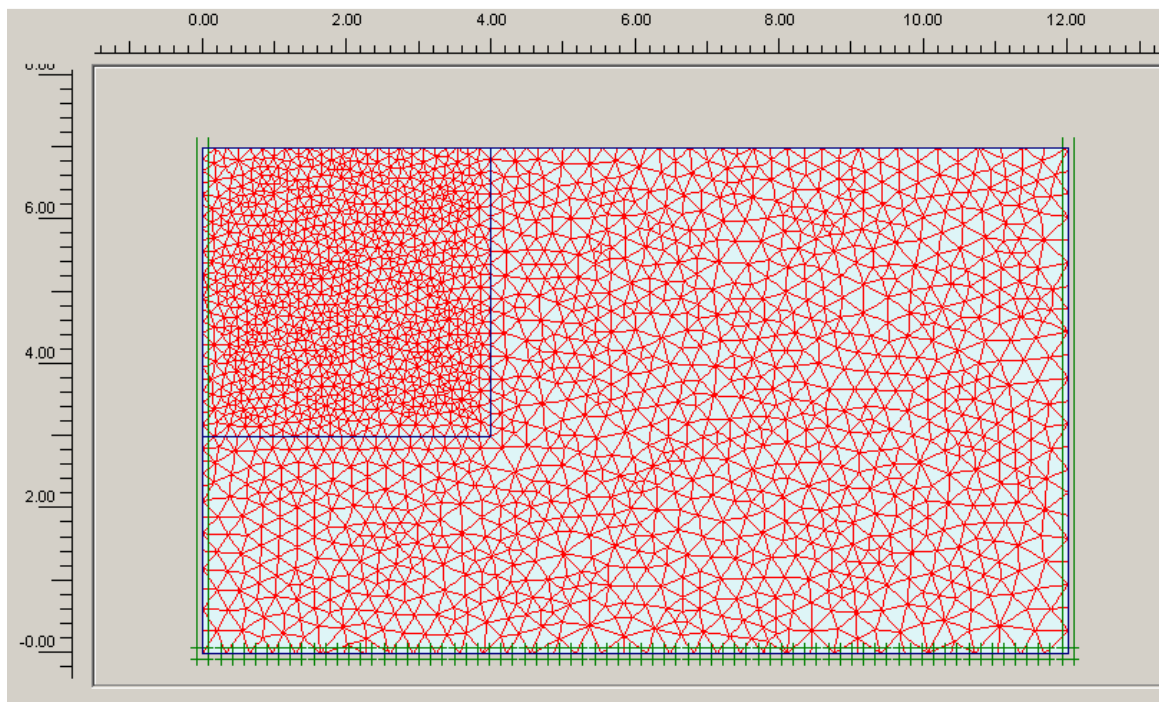


Fig. 4.11 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=3,5$

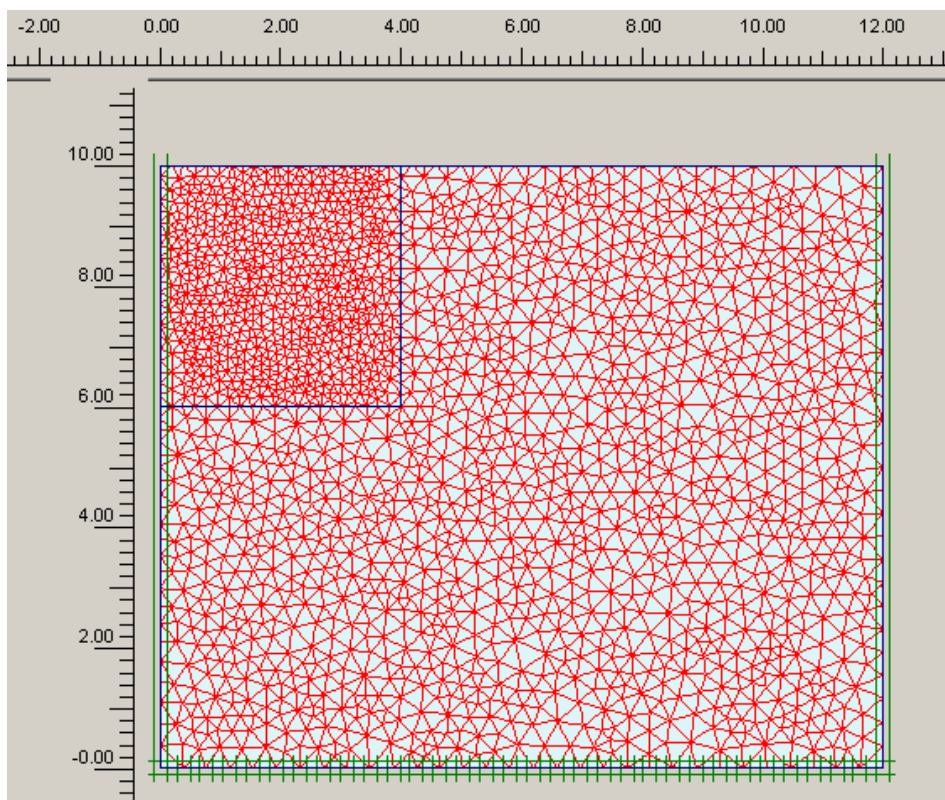


Fig. 4.12 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=5$

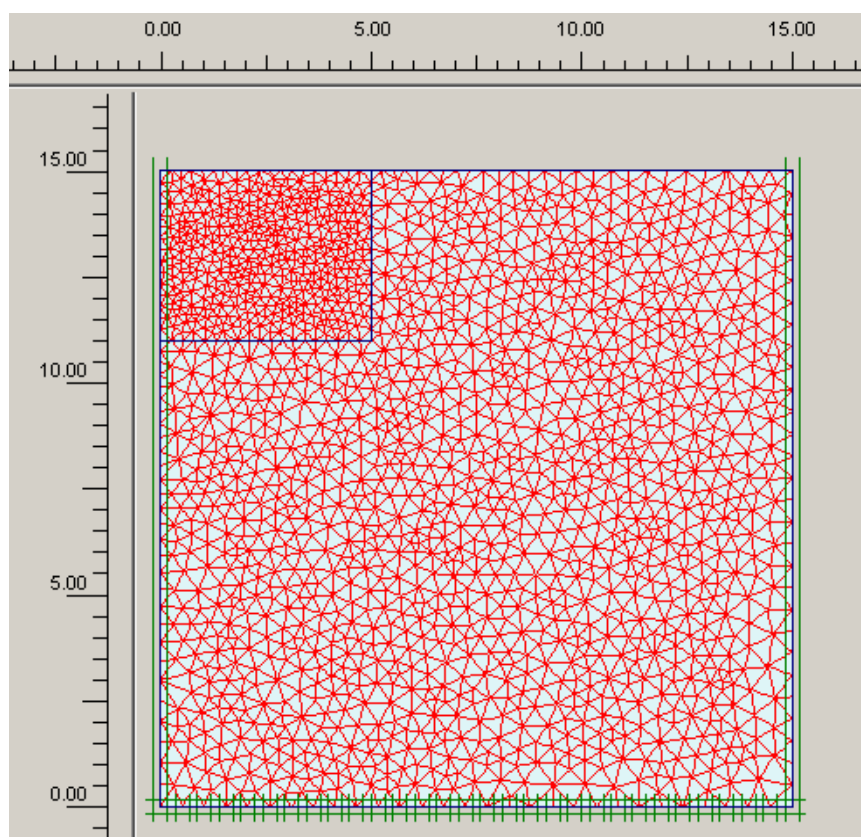


Fig. 4.13 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=7,5$

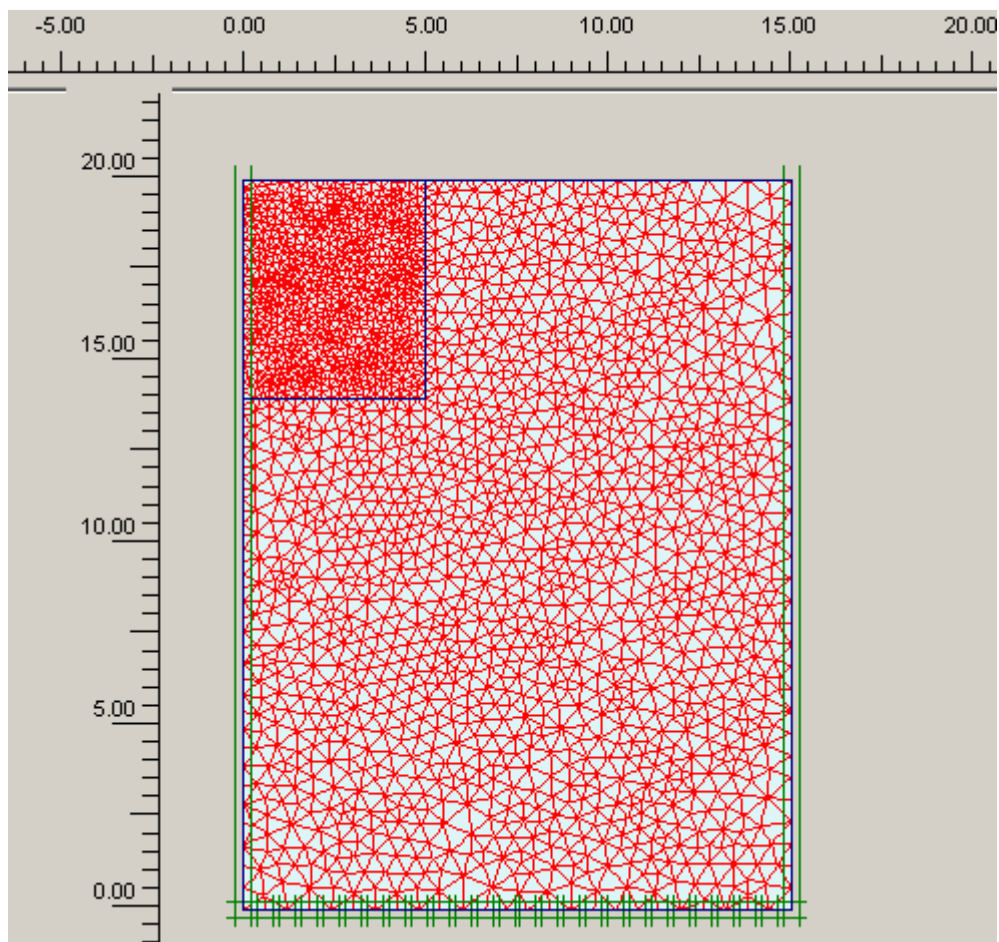


Fig. 4.14 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=10$

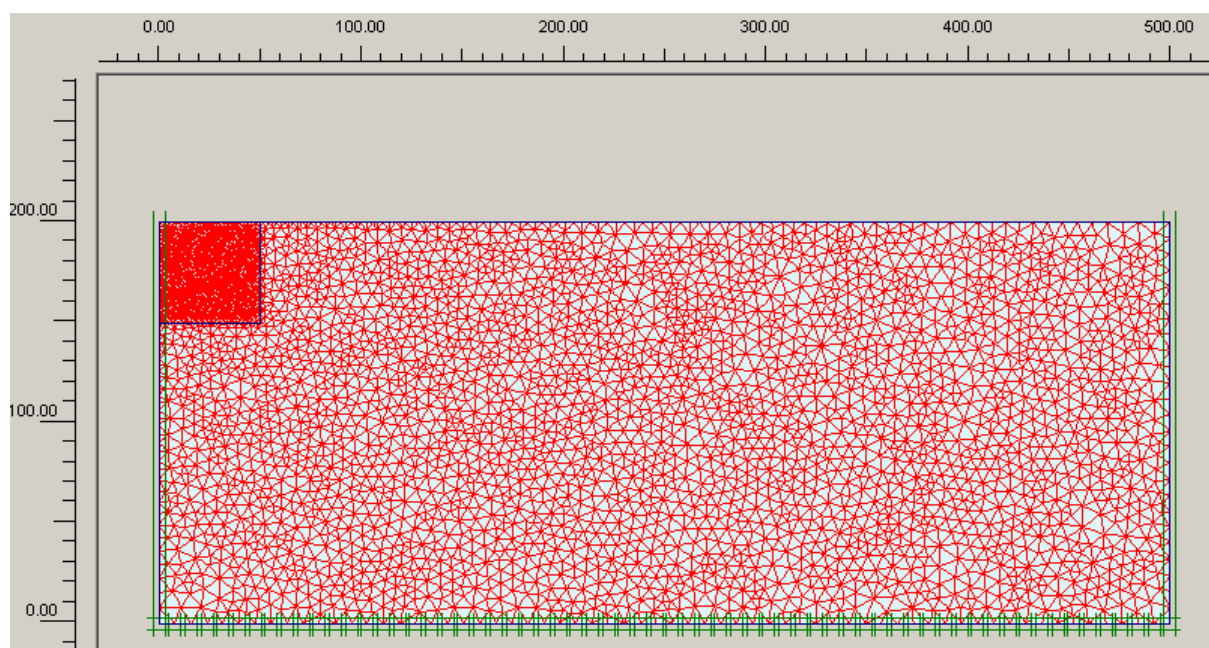


Fig. 4.15 – Malha tipo para sapata circular flexível com $H/D=\infty$

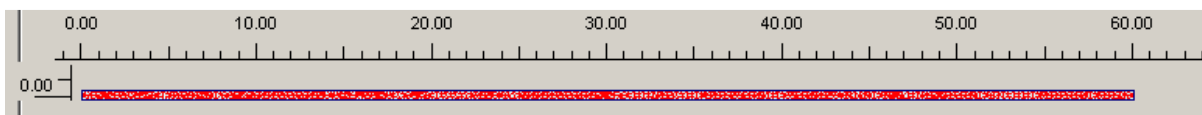


Fig. 4.16 – Malha tipo para sapata corrida com H/D=0,25

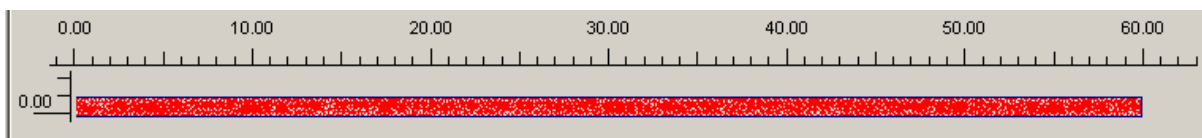


Fig. 4.17 – Malha tipo para sapata corrida com H/D=0,5

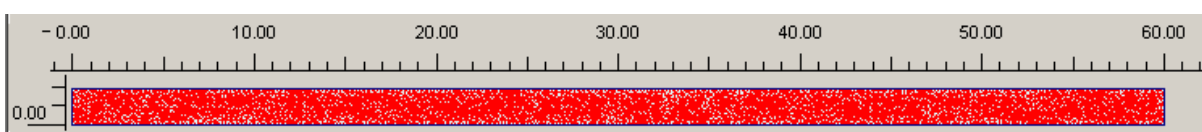


Fig. 4.18 – Malha tipo para sapata corrida com H/D=1

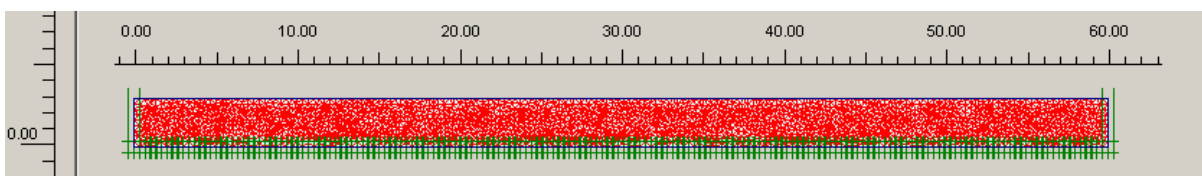


Fig. 4.19 – Malha tipo para sapata corrida com H/D=1,5

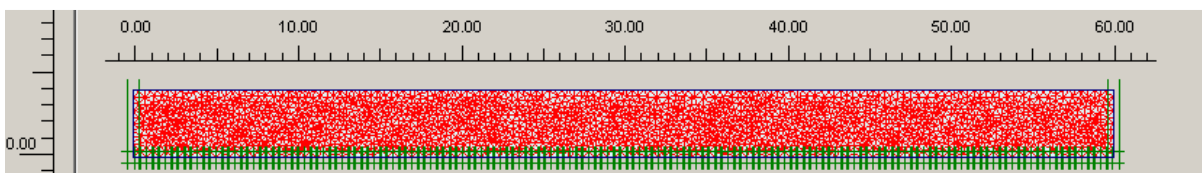


Fig. 4.20 – Malha tipo para sapata corrida com H/D=2

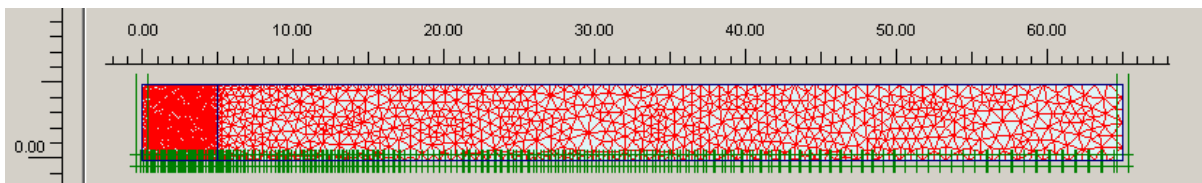


Fig. 4.21 – Malha tipo para sapata corrida com H/D=2,5

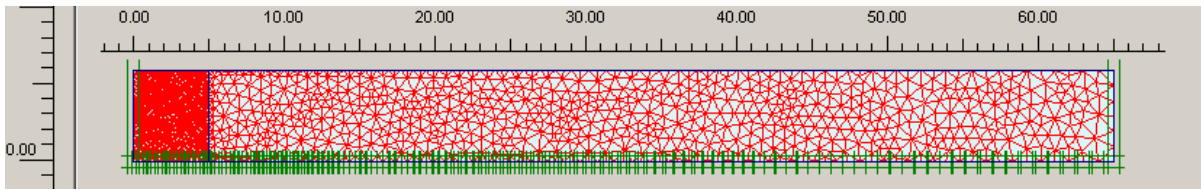


Fig. 4.22 – Malha tipo para sapata corrida com H/D=3

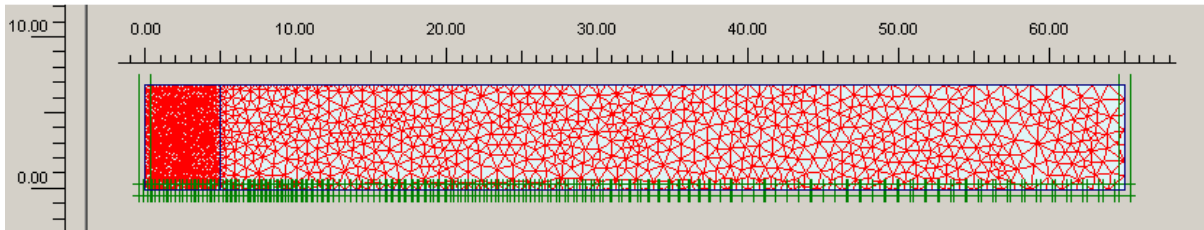


Fig. 4.23 – Malha tipo para sapata corrida com H/D=3,5

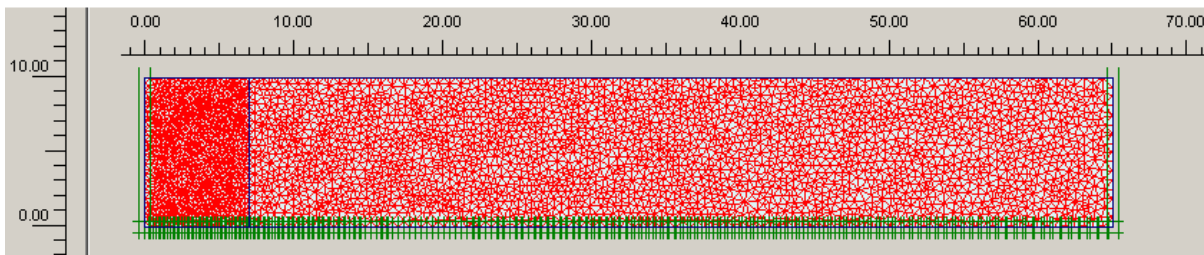


Fig. 4.24 – Malha tipo para sapata corrida com H/D=5

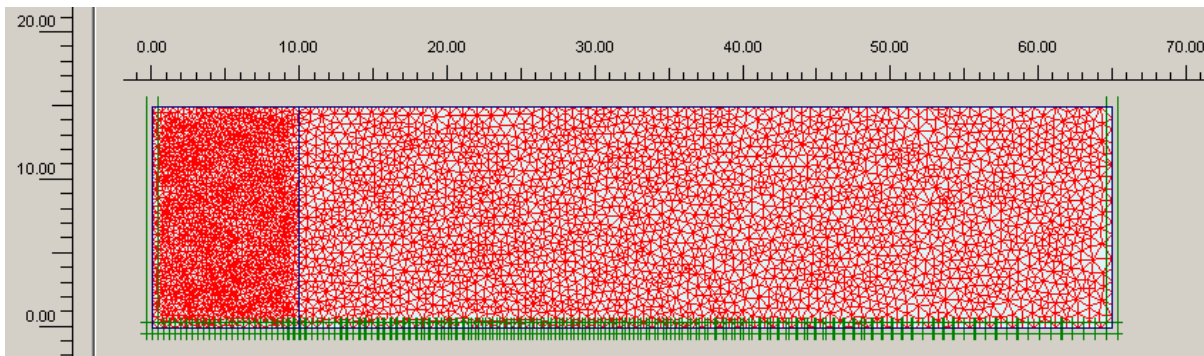
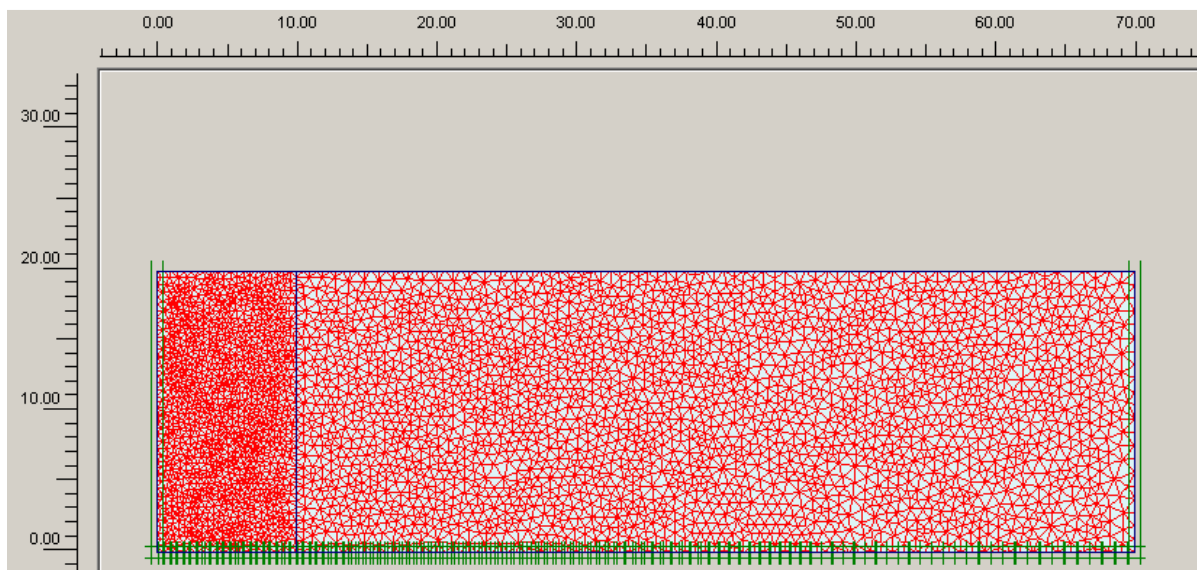
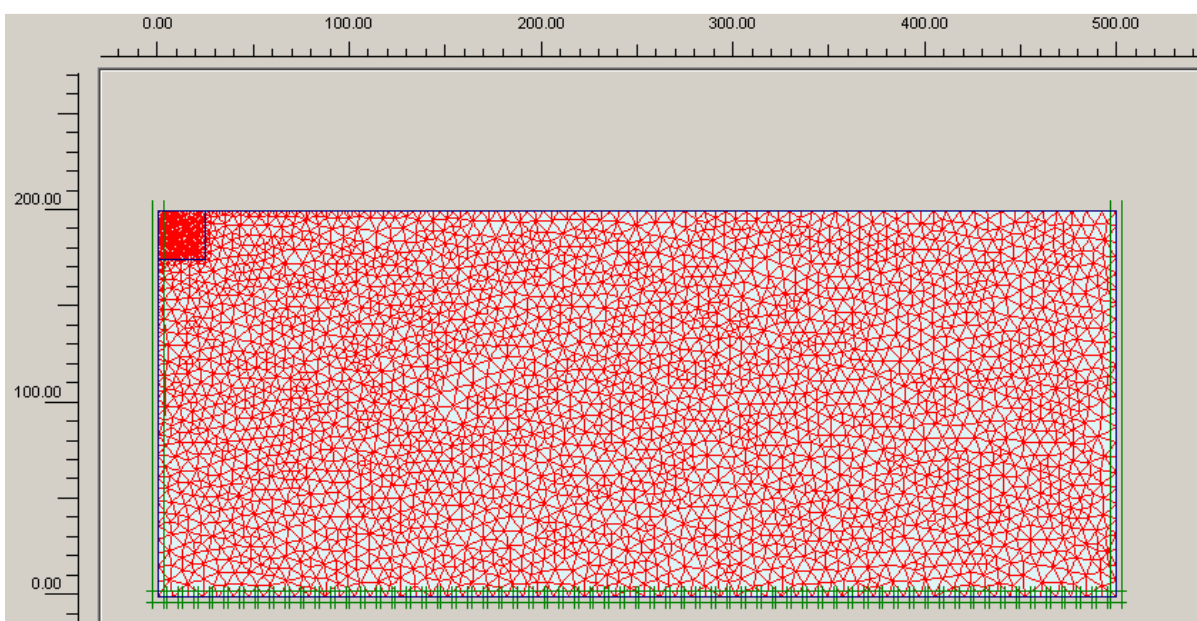


Fig. 4.25 – Malha tipo para sapata corrida com H/D=7,5

Fig. 4.26 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=10$ Fig. 4.27 – Malha tipo para sapata corrida com $H/D=\infty$

No anexo A.2 serão apresentadas deformadas a título exemplificativo para sapatas circulares e corridas em A.2.1 e A.2.2 respectivamente.

Na tabela 4.2 podem ser verificados os resultados obtidos para os coeficientes “ I_w ” com o PLAXIS v8.0 para sapatas circulares para os casos considerados, ou seja, sapata flexível, sapata rígida e com os coeficientes de Poisson 0,3 e 0,5. Na tabela 4.3 são apresentados resultados análogos do estudo de sapatas corridas. Estes resultados podem ser utilizados para comparação com os propostos por Milovic, apresentados no capítulo 2.

Tabela 4.2 – Coeficientes “ I_w ” para sapatas circulares

H/D	v=0,3		v=0,5	
	flexível (centro)	rígida	flexível (centro)	rígida
0,25	0,193	0,163	0,059	0,048
0,5	0,395	0,283	0,225	0,149
1	0,613	0,428	0,440	0,302
1,5	0,706	0,501	0,536	0,380
2	0,754	0,545	0,586	0,426
2,5	0,782	0,572	0,617	0,457
3	0,800	0,591	0,636	0,473
3,5	0,813	0,603	0,650	0,487
5	0,846	0,625	0,673	0,507
7,5	0,865	0,644	0,686	0,523
10	0,900	0,656	0,700	0,530
∞	0,913	0,675	0,754	0,700

Tabela 4.3 – Coeficientes “ I_w ” para sapatas corridas

H/B	v=0,3		v=0,5	
	flexível (centro)	rígida	flexível (centro)	rígida
0,25	0,230	0,173	0,076	0,046
0,5	0,389	0,325	0,179	0,132
1	0,799	0,574	0,426	0,320
1,5	0,926	0,758	0,604	0,473
2	1,100	0,902	0,737	0,601
2,5	1,200	1,022	0,843	0,698
3	1,300	1,118	0,931	0,783
3,5	1,400	1,203	1,000	0,853
5	1,600	1,400	1,200	1,028
7,5	1,800	1,627	1,400	1,221
10	2,000	1,789	1,500	1,358
∞	3,300	3,092	2,600	2,460

Nas tabelas 4.4 e 4.5 são apresentados os valores calculados para os coeficientes “ I_s ” a serem utilizados na expressão (2.47).

Tabela 4.4 – Coeficientes “ I_s ” para sapatas circulares

H/D	v=0,3		v=0,5	
	flexível (centro)	rígida	flexível (centro)	rígida
0,25	0,212	0,179	0,079	0,064
0,5	0,434	0,311	0,299	0,199
1	0,674	0,470	0,587	0,402
1,5	0,776	0,550	0,714	0,507
2	0,829	0,599	0,782	0,568
2,5	0,859	0,629	0,822	0,609
3	0,879	0,649	0,849	0,630
3,5	0,893	0,663	0,867	0,650
5	0,929	0,687	0,898	0,677
7,5	0,950	0,708	0,915	0,698
10	0,989	0,721	0,933	0,707
∞	1,004	0,742	1,005	0,933

Tabela 4.5 – Coeficientes “ I_s ” para sapatas corridas

H/B	v=0,3		v=0,5	
	flexível (centro)	rígida	flexível (centro)	rígida
0,25	0,252	0,190	0,101	0,062
0,5	0,428	0,358	0,238	0,175
1	0,878	0,630	0,567	0,426
1,5	1,017	0,833	0,805	0,631
2	1,209	0,992	0,983	0,801
2,5	1,319	1,123	1,124	0,930
3	1,429	1,229	1,241	1,044
3,5	1,538	1,321	1,333	1,138
5	1,758	1,539	1,600	1,371
7,5	1,978	1,788	1,867	1,627
10	2,198	1,966	2,000	1,811
∞	3,626	3,398	3,467	3,280

4.2. CÁLCULO DE SAPATAS RECTANGULARES FLEXÍVEIS COM RECURSO AO SOFTWARE PLAXIS 3D FOUNDATION V1.1

4.2.1. BREVES CONSIDERAÇÕES

Neste subcapítulo são apresentados os resultados dos cálculos efectuados recorrendo ao programa PLAXIS 3D Foundation v1.1. Este programa foi utilizado para realizar as análises correspondentes ao estudo de sapatas rectangulares flexíveis. A análise paramétrica efectuada de modo a obter os coeficientes correctivos expeditos, objecto de estudo do presente trabalho, foi a habitual, ou seja, a consideração de dois valores distintos para o coeficiente de Poisson do terreno de fundação, $\nu=0,3$ e $0,5$, assim como a consideração de várias profundidades relativas para a posição do estrato rígido

subjacente ao terreno de fundação. Os casos considerados para a forma da sapata envolveram relações L/B entre as dimensões de 1;1,5; 2; 3 e 5.

Para analisar os assentamentos de sapatas flexíveis para posteriormente se obterem os correspondentes factores correctivos expedidos o procedimento foi o mesmo usado para as análises de sapatas flexíveis descrito em 4.1.1, ou seja a aplicação de um carregamento uniforme e medição do assentamento obtido. As características usadas para estas análises no PLAXIS 3D Foundation v1.1 são as descritas na tabela 4.1, sendo que desta feita o diâmetro corresponde à largura da sapata considerada.

As análises foram efectuadas tirando partido das condições de simetria, ou seja, analisou-se apenas um quarto de sapata sendo o valor dos assentamentos obtidos para o cálculo dos coeficientes correctivos expedidos referente ao ponto central da sapata. Para estas condições de simetria serem aplicadas tiveram que ser impedidos os deslocamentos para fora dos planos de simetria da sapata.

Antes de se efectuarem as análises definitivas para o cálculo dos factores “ I_w ” e “ I_s ” foi realizada uma análise prévia de modo a garantir confiança nos resultados obtidos. Para este fim realizaram-se algumas análises a sapatas corridas flexíveis em que o coeficiente de Poisson do terreno de fundação foi de 0,3. Os coeficientes resultantes desta análise foram comparados com os anteriormente obtidos, para os mesmos casos, com o PLAXIS v8.0 que foram apresentados em 4.1.2.

Após esta análise de “controlo” passou-se então às análises paramétricas definitivas. Importa referir que o programa utilizado, PLAXIS 3D Foundation v1.1, forneceu desde início valores bastante aproximados dos propostos por Milovic, sendo que este autor apenas apresenta resultados para alguns casos de sapatas flexíveis com $\nu=0,3$.

Este facto, conjugado com os encorajadores resultados provenientes da comparação realizada entre os programas da família PLAXIS, levou a que se continuassem os cálculos utilizando as mesmas condições, ou seja as topologias de malha e as dimensões do domínio.

O modo como o programa procede à geração da malha passa pela definição em primeiro lugar de uma malha a duas dimensões, em planta, passo no qual é possível definir o grau de refinamento, sendo posteriormente a malha a três dimensões gerada automaticamente em profundidade. O único meio de garantir uma maior discretização é o de definir vários planos em profundidade, já que, no processo automático de geração de malha a três dimensões os elementos definidos a duas dimensões são basicamente “esticados” até ao plano definido pelo utilizador. Ao definir vários planos em profundidade consegue-se obter um maior número de elementos em profundidade. Os elementos utilizados pelo programa PLAXIS 3D Foundation são prismas triangulares com 15 pontos nodais, com 6 nós em cada base.

4.2.2. CALIBRAÇÃO DO PROGRAMA PLAXIS 3D FOUNDATION V1.1

Por uma questão de precaução foram realizados alguns testes prévios tendo em vista garantir o correcto funcionamento do programa ao nível das condições de fronteira necessárias à reprodução das simetrias existentes que permitem que se modele apenas um quarto da sapata a estudar. Estas condições implicam que nos planos de simetria apenas sejam permitidos os deslocamentos nesses mesmos planos. É então necessário garantir que nos cálculos esta condição seja respeitada.

Ora este programa permite definir apoios ao longo dos limites laterais do domínio, impedindo os deslocamentos nas duas direcções, no plano do domínio. Contudo, não é explícito no programa se estas condições de apoio se prolongam em profundidade. Foi esta incerteza que levou à realização de alguns testes prévios simples.

A estratégia definida passou por definir um paralelepípedo de 1x1x5 metros e impor diversas condições de apoio nas faces verticais e dois tipos de carregamento.

No primeiro teste definiram-se apoios ao longo de dois lados do paralelepípedo, definidos em planta. Num outro teste os apoios foram colocados nos quatros lados e por fim testou-se a possibilidade de não definir qualquer tipo de apoios de modo a averiguar as condições de apoio definidas automaticamente pelo programa.

Quanto ao carregamento optou-se por considerar um solo sem peso volúmico, ou seja não sujeito ao peso próprio, carregado de duas formas, um carregamento vertical uniformemente distribuído por toda a superfície do topo e um outro carregamento semelhante mas aplicado apenas a um quarto do topo do paralelepípedo. Este último teste é efectuado de modo a reproduzir as condições de geometria do carregamento que irão ser aplicadas para os cálculos dos coeficientes correctivos expeditos objectivo do presente trabalho.

As características do solo relevantes foram o módulo de deformabilidade $E=10$ MPa e o coeficiente de Poisson $\nu=0,3$. O carregamento considerado “p” foi definido com um valor de 1 kPa.

A malha adoptada foi a mesma para todos os testes. Em planta optou-se por um grau de refinamento relativamente grosseiro. Em profundidade a malha resultou bastante refinada devido ao número de planos em profundidade definidos.

Optou-se por definir planos em profundidade de 0,5 em 0,5 metros e colocando apoios em todos estes planos para, no caso de a definição de apoios ser fundamental, estes estarem colocados em número suficiente em profundidade para garantirem o travamento dos deslocamentos para fora dos planos definidos em planta.

A malha gerada para estas análises é visível na figura 4.30, enquanto que nas figuras 4.31, 4.32 se representam as condições de apoio para os dois primeiros testes atrás definidos. Na figura 4.33 apresenta-se o carregamento para o teste no qual se pretende reproduzir as condições de geometria do carregamento que irão ser utilizadas para o cálculo dos coeficientes “ I_w ” e “ I_s ” objectivo do presente trabalho.

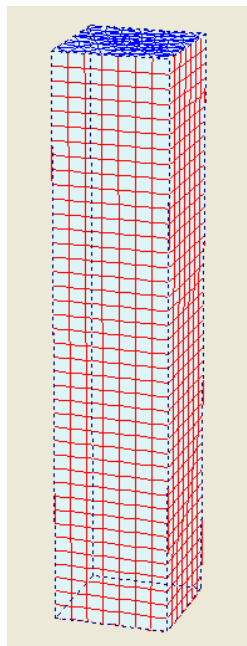


Fig. 4.28 – Malha tridimensional

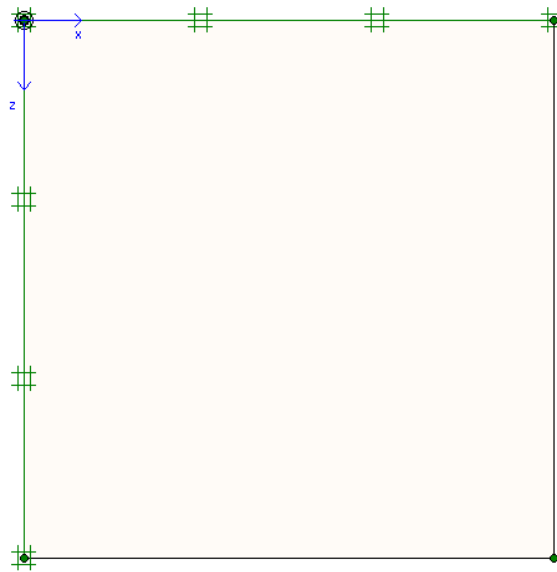


Fig. 4.29 – Condições de apoio do primeiro teste

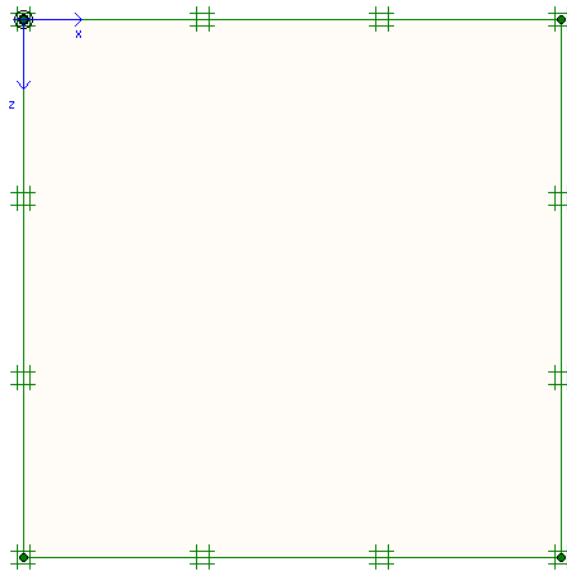


Fig. 4.30 – Condições de apoio do segundo teste

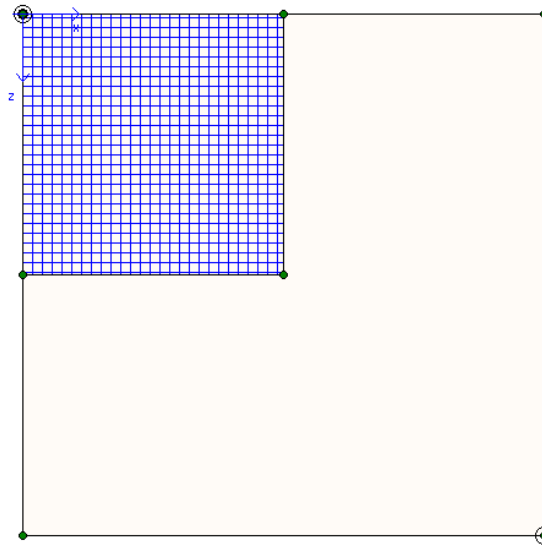


Fig. 4.31 – Geometria em planta da análise efectuada simulando o carregamento de uma sapata

Os valores estudados nestas análises são os assentamentos obtidos, que são comparados com os assentamentos teóricos esperados à luz da teoria da elasticidade. Na expressão (4.1) é apresentada a lei de Hooke e na expressão (4.2) tem-se o valor da extensão “ ϵ_y ” para “ $\epsilon_x = \epsilon_z = 0$ ”. O deslocamento vertical obtém-se simplesmente multiplicando “ ϵ_y ” pela profundidade 5 metros. Estas considerações são válidas apenas para o caso em que o carregamento “p” é aplicado a toda a superfície em planta do paralelepípedo.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \nu \cdot \frac{\sigma_y}{E} - \nu \cdot \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_y &= -\nu \cdot \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \cdot \frac{\sigma_z}{E} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_z &= -\nu \cdot \frac{\sigma_x}{E} - \nu \cdot \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_y &= \frac{\sigma_y \left(\frac{1-\nu-2\nu^2}{1-\nu} \right)}{E} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Sendo assim, procedeu-se às análises descritas no início deste subcapítulo. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 4.6. Nesta o “teste 1” refere-se à análise efectuada definindo as condições de apoio da figura 4.29, o “teste 2” às condições de apoio apresentadas na figura 4.30, enquanto que no “teste 3” não foram definidas quaisquer condições de apoio lateral. Nestes três testes foi aplicado um carregamento uniforme “p” em toda a superfície em planta do paralelepípedo. Na tabela 4.6 é igualmente apresentado o valor teórico obtido através da expressão (4.2).

Tabela 4.6 – Valor do assentamento

	assentamento (m*10 ⁻⁶)
valor teórico	371,43
teste 1	371,43
teste 2	371,43
teste 3	371,43

Como se verifica os valores obtidos para o assentamento são iguais. Também se verificou que não ocorrem deslocamentos para fora do plano definido em planta. Estas duas condições indicam que o programa, por defeito, define condições de apoio neste sentido, condições essas que coincidem com as que serão aplicadas no cálculo dos coeficientes correctivos expeditos. O facto de os assentamentos registados coincidirem com o valor teórico também garante que os resultados são válidos à luz da teoria da elasticidade que é aplicável aos casos estudados no presente trabalho.

O “teste 4” foi realizado com condições de apoio iguais às apresentadas na figura 4.30 mas com um carregamento “p” aplicado nas condições da figura 4.31. Este teste foi realizado de maneira a se aferir que em condições de carregamento semelhantes às que irão ser estudadas no seguimento deste trabalho as condições de simetria consideradas se aplicam, ou seja, verifica-se a existência de deslocamentos nulos para fora dos planos de simetria.

De facto isto acontece, considerando-se assim que as condições de apoio do programa garantem que são respeitadas as condições de simetria utilizadas para economia do processo de cálculo.

4.2.3. COMPARAÇÃO ENTRE PLAXIS v8.0 E PLAXIS 3D FOUNDATION v1.1

De modo a validar os resultados obtidos com recurso ao programa PLAXIS 3D Foundation v1.1 optou-se por fazer uma análise comparativa entre este e o PLAXIS v8.0, programa de análise a duas dimensões.

Para tal, o caso escolhido foi o da sapata corrida, considerada perfeitamente flexível, adoptando um coeficiente de Poisson para o terreno de fundação de valor igual a 0,3. Escolheu-se este caso já que pode ser resolvido tanto recorrendo às considerações de estado plano de deformação, como também de forma tridimensional.

Deste modo e numa primeira instância procurou-se reproduzir no PLAXIS 3D as condições utilizadas para a resolução desta análise no PLAXIS v8.0. Isto significa que para o desenvolvimento da sapata se tomou o valor de um metro de modo a reproduzir as condições de estado plano de deformação.

Quanto à dimensão lateral do domínio foram experimentadas três grandezas diferentes, a saber $l=10$, 25 e 60. Este último valor é aliás o mesmo adoptado aquando da resolução deste problema com o PLAXIS v8.0. Estudaram-se também três profundidades relativas para o estrato rígido inferior que são $H/D=0,5$, 2 e 5.

Na figura 4.32 é apresentada a geometria do problema enquanto que na figura 4.33 é visível a solução de malha adoptada em planta, sendo que em profundidade esta malha é gerada automaticamente nas condições já descritas. Apresenta-se a título exemplificativo o problema com $l=25$ metros e $H/D= 2$.

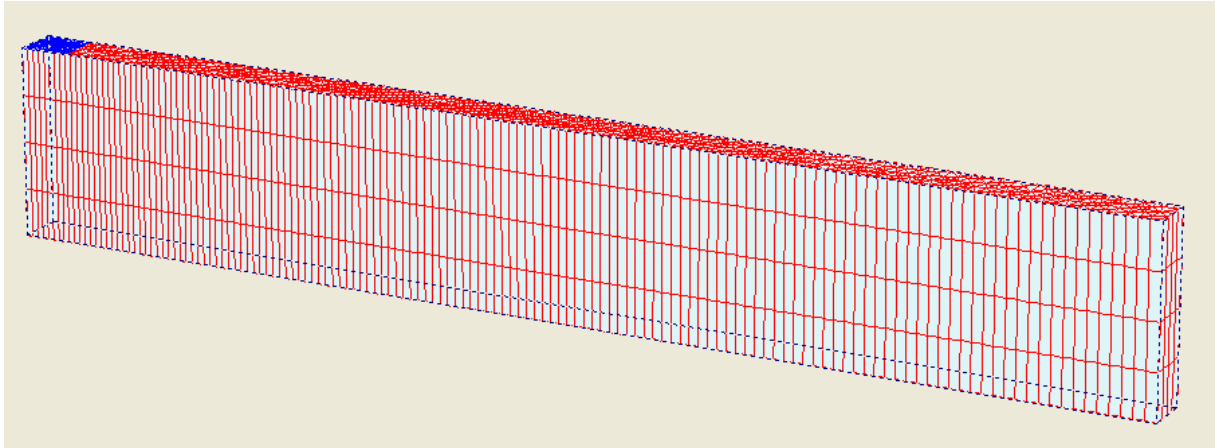


Fig. 4.32 – Geometria tipo do problema (com $l=25$ metros e $H/D=2$)

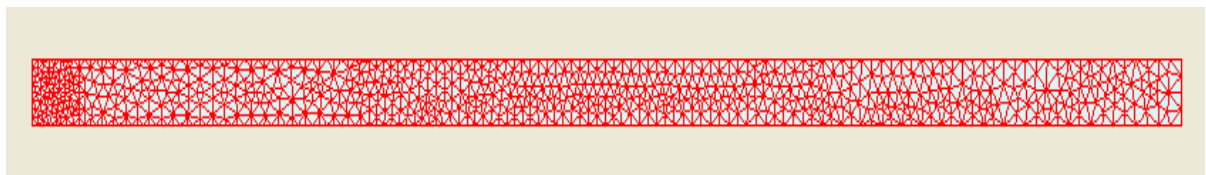


Fig. 4.33 – Malha tipo adoptada (com $l=25$ metros)

Na tabela 4.7 são apresentados os valores obtidos nestas análises para os coeficientes “ I_w ” assim como os valores análogos calculados com recurso ao PLAXIS v8.0.

Tabela 4.7 – Coeficientes “ I_w ” para o centro de sapata corrida flexível com $\nu=0,3$

H/D	PLAXIS 3D			PLAXIS 2D
	l (m)			
	10	25	60	
0,5	0,390	0,393	0,389	0,389
2	1,085	1,086	1,086	1,100
5	1,590	1,609	1,610	1,600

Como é visível por observação da tabela 4.7 atingiu-se uma quase perfeita concordância entre os dois programas o que proporciona bastante confiança nos valores que são obtidos com recurso ao PLAXIS 3D.

De modo a complementar este estudo resolveu-se efectuar análises ainda para sapatas corridas flexíveis alterando apenas a geometria do problema. Desta feita utilizaram-se dimensões mais semelhantes às que irão ser apresentadas em 4.2.4 para o cálculo de sapatas rectangulares.

Foram estudadas seis profundidades relativas para o estrato rígido subjacente ao terreno de fundação. Estas profundidades foram $H/D=0,5, 1, 2, 3, 5$ e infinita. Em termos das malhas adoptadas, basicamente foram utilizadas duas tipologias de malhas bidimensionais. Uma para as cinco primeiras profundidades relativas e uma outra para o caso em que se considerou infinita a profundidade do estrato rígido. Quanto à malha tridimensional, como foi referido, esta é gerada automaticamente, dependendo a respectiva discretização da quantidade de planos em profundidade considerados. Para esta análise optou-se, numa primeira instância, por definir apenas um plano em profundidade, correspondente ao estrato rígido. Como os valores atingidos foram já perfeitamente satisfatórios

considerou-se desnecessário a realização de cálculos posteriores refinando mais a malha em profundidade.

Nas figuras 4.34 e 4.35 apresentam-se as geometrias tipos referidas previamente referidas. Na tabela 4.7 são apresentados os resultados a que se chegou nesta análise para os dois programas, PLAXIS v8.0 e PLAXIS 3D Foundation v1.1. Refira-se que os resultados obtidos com o PLAXIS v8.0 são também apresentados na tabela 4.3.

Tabela 4.8 – Coeficientes “ I_w ” para o centro de sapata corrida flexível, com $\nu=0,3$

H/D	PLAXIS 2D	PLAXIS 3D
0,5	0,462	0,394
1	0,799	0,721
2	1,100	1,082
3	1,300	1,280
5	1,600	1,499
∞	3,300	3,271

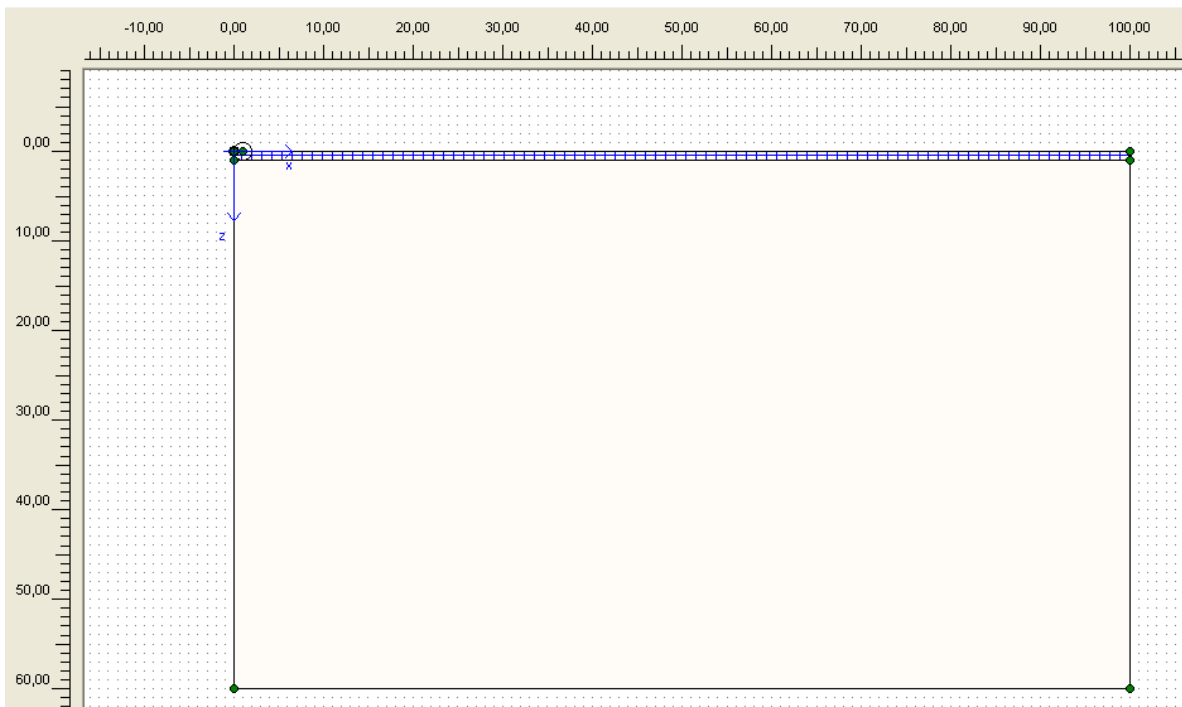


Fig. 4.34 – Geometria tipo para as profundidades $H/D=0,5, 1, 2, 3$ e 5

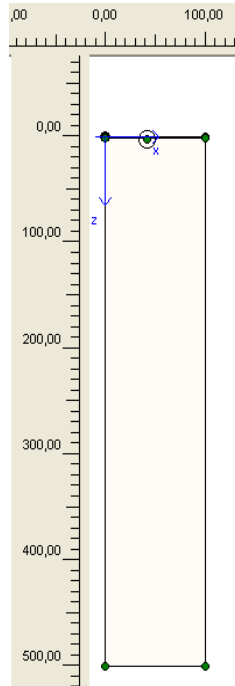


Fig. 4.35 – Geometria utilizada para a profundidade $H/D=\infty$

Observando a tabela 4.8 verifica-se que de facto os valores obtidos pelos dois programas aproximam-se de forma bastante satisfatória. Por isto, e conjugando a informação apresentada nas tabelas 4.7 e 4.8 admite-se que os resultados obtidos para os cálculos tendo em vista a obtenção dos coeficientes correctivos expeditos utilizando o PLAXIS 3D Foundation v1.1 deverão ser encarados com tanta confiança quanto os obtidos com o PLAXIS v8.0.

São estes resultados que passam a ser apresentados no próximo subcapítulo.

4.2.4. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Após as validações apresentadas no subcapítulo anterior efectuaram-se os cálculos para obtenção dos coeficientes correctivos expeditos “ I_w ” e “ I_s ”. Para tal, fixando as condições de apoio como indicado e justificado em 4.2.2, e tomando para parâmetros de cálculo, carregamento, módulo de deformabilidade e largura da sapata os valores constantes da tabela 4.1, falta apenas definir as topologias de malha a utilizar.

Nas primeiras análises efectuadas, nomeadamente para o caso de sapata quadrada, escolheu-se uma topologia de malha com um refinamento em planta e em profundidade que conduziu a valores concordantes com os propostos na bibliografia de referência. A partir deste ponto, e tendo-se confiança na malha adoptou-se o mesmo nível de refinamento e extensão horizontal do domínio para todos os casos a serem estudados com recurso a este programa.

Como foi mencionado, a análise paramétrica centrou-se no estudo de relações comprimento/largura diferentes para a sapata, assim como na consideração de dois valores do coeficiente de Poisson e várias profundidades distintas para o estrato rígido.

É neste último ponto que entra em jogo a consideração dos vários planos em profundidade de modo a refinar a malha nesta direcção. Para cada valor de “ H/D ” considerou-se um número de planos em profundidade de acordo com as dimensões do domínio do problema em causa.

Sendo assim foram adoptadas 12 topologias de malhas distintas, uma para cada profundidade relativa “H/D” estudada. Há que referir que para o caso em que $H/D=\infty$ também as dimensões em planta do domínio do problema são distintas das restantes profundidades relativas de modo a se obterem resultados satisfatórios. No caso de sapata quadrada não foi necessário um grande refinamento da malha em profundidade, sendo que se adoptou apenas um plano em profundidade, ou seja os elementos definidos a duas dimensões, em planta, são esticados em profundidade até ao limite inferior. Por este motivo não se irão apresentar figuras das malhas a três dimensões para o caso de sapata quadrada já que serão iguais para todas as profundidades relativas estudadas, variando apenas e naturalmente a dimensão em profundidade. Observando a figura 4.39 tem-se o aspecto que as malhas a três dimensões tomam para a análise paramétrica realizada para o estudo de sapatas quadradas. Para todas as outras formas de sapatas as malhas a três dimensões adoptadas foram análogas, sendo utilizadas como mencionado 12 topologias de malhas distintas, uma para cada valor de “H/D”.

Na figura 4.36 é apresentada o domínio do problema em planta para os valores de $H/D=0,25$ a 10, sendo que a figura 4.37 é análoga à 4.36 mas para o valor de $H/D=\infty$. Na figura 4.39 é apresentada a malha a duas dimensões para estes casos da figura 4.35 e na figura 4.40 o mesmo mas para $H/D=\infty$. Nas figuras 4.41 a 4.52 são apresentadas as malhas a três dimensões utilizadas de modo a poder ser visualizado o nível de refinamento das malhas em profundidade para os casos estudados. Estas são as topologias tipo e foram utilizadas para todos os casos, quer com $\nu=0,3$ e 0,5, assim como para as diferentes relações L/B consideradas, sendo que quanto a este parâmetro obviamente se modificou a área carregada simulando o carregamento de sapatas flexíveis. No anexo A.2.3 são apresentadas algumas deformadas de sapatas quadradas a título exemplificativo.

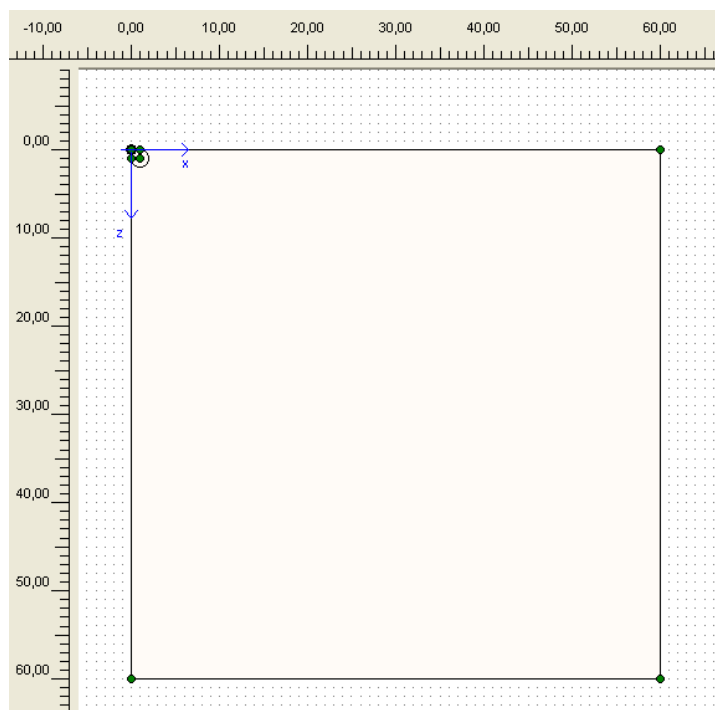


Fig. 4.36 – Domínio do problema em planta para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=0,25, 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5, 5, 7,5$ e 10

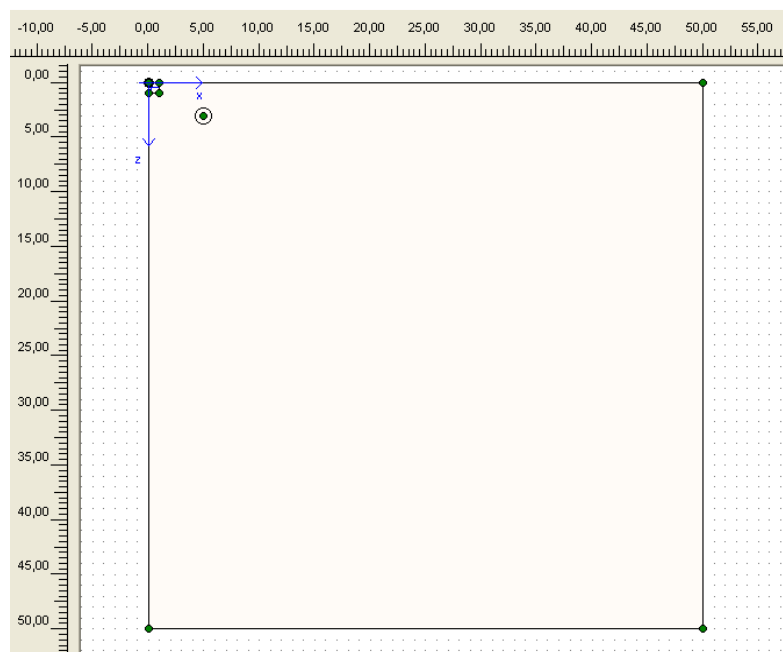


Fig. 4.37 – Domínio do problema em planta para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=\infty$ e $v=0,3$

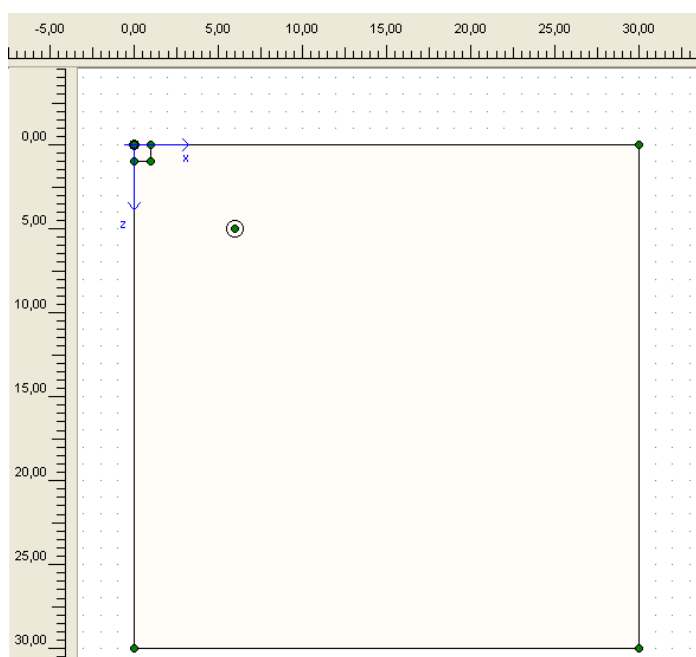


Fig. 4.38 – Domínio do problema em planta para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=\infty$ e $v=0,5$

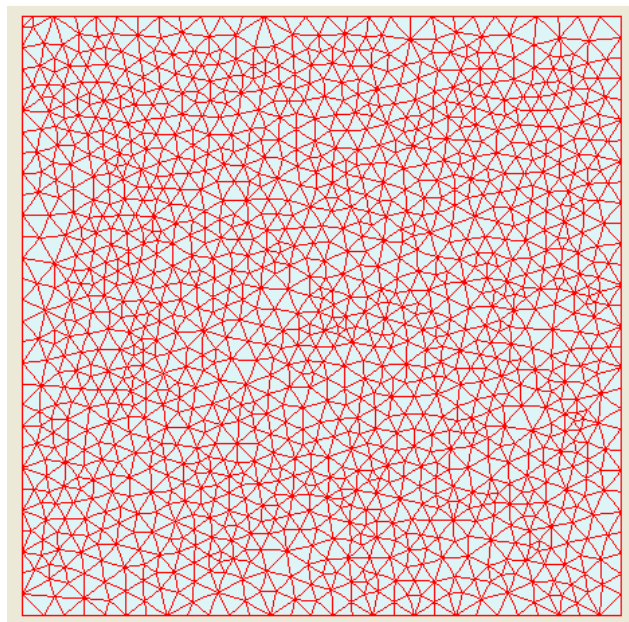


Fig. 4.39 – Malha a duas dimensões tipo para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=0,25, 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5, 5, 7,5$ e 10

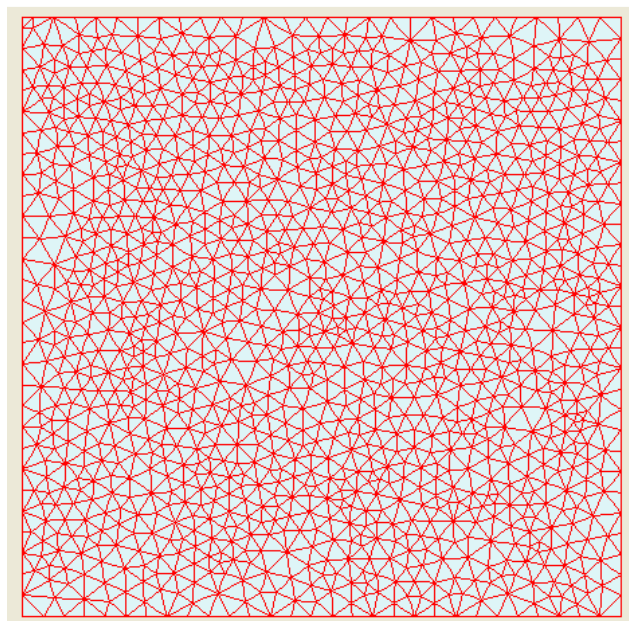


Fig. 4.40 – Malha a duas dimensões tipo para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=\infty$

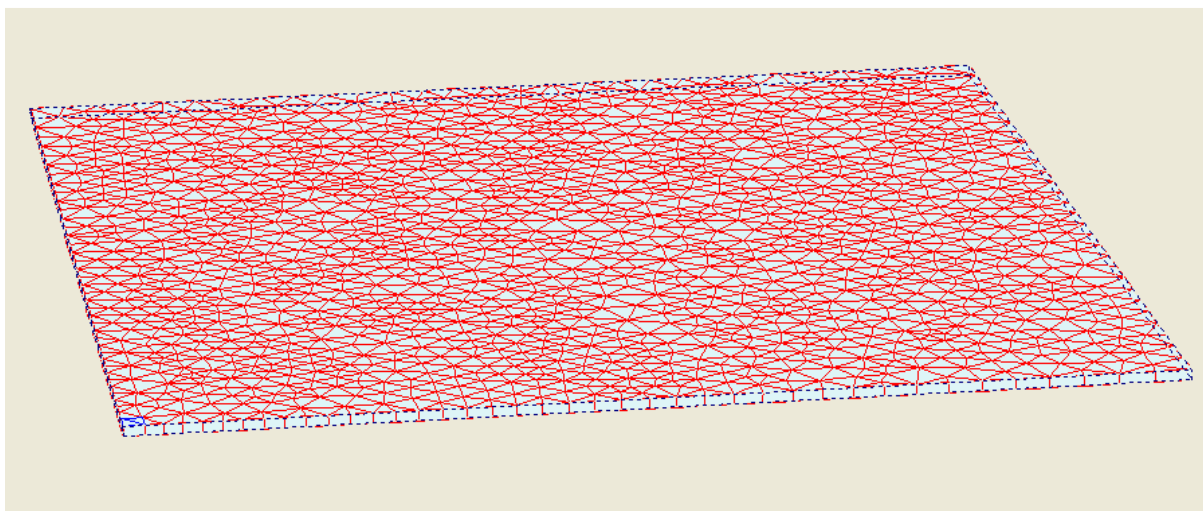


Fig. 4.41 – Malha a três dimensões tipo para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=0,25$

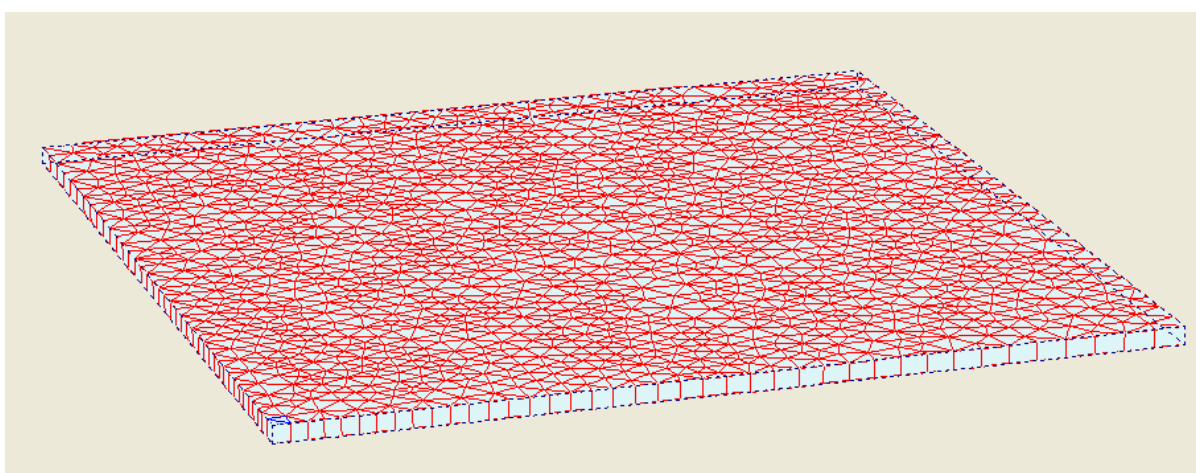


Fig. 4.42 – Malha a três dimensões tipo para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=0,5$

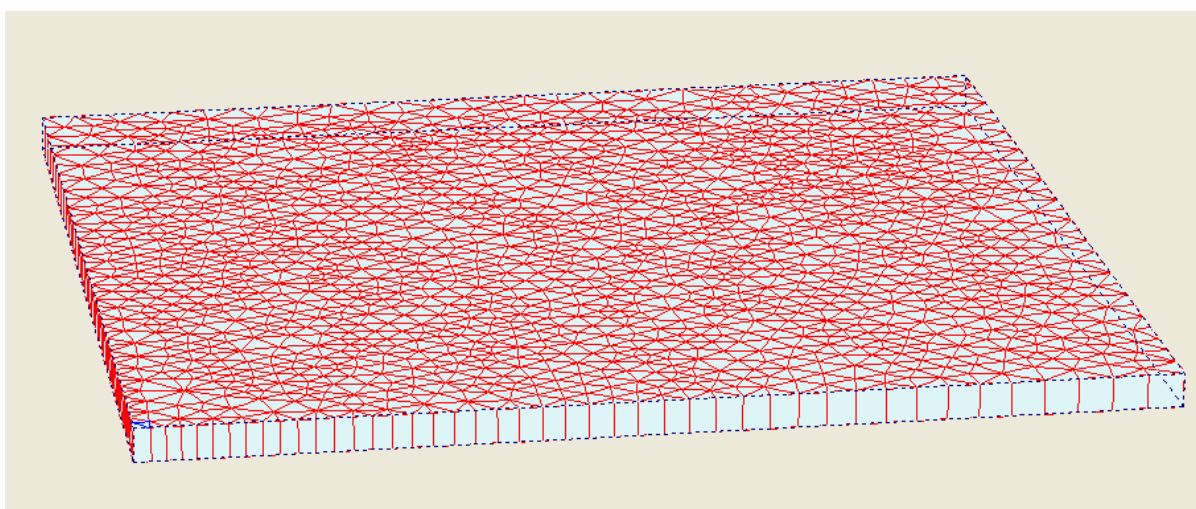


Fig. 4.43 – Malha a três dimensões tipo para sapatas rectangulares flexíveis com $H/D=1$

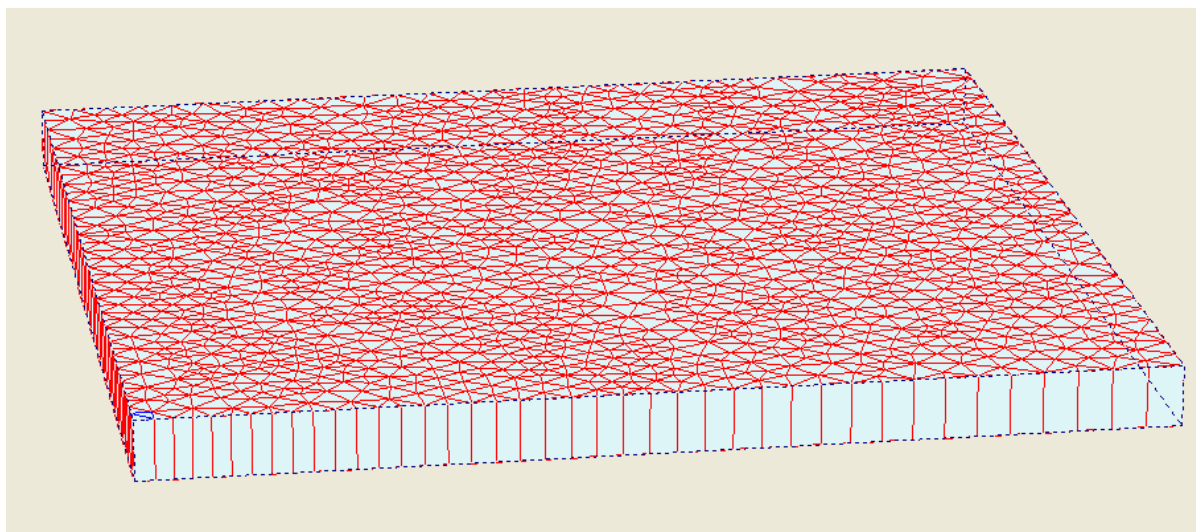


Fig. 4.44 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=1,5$

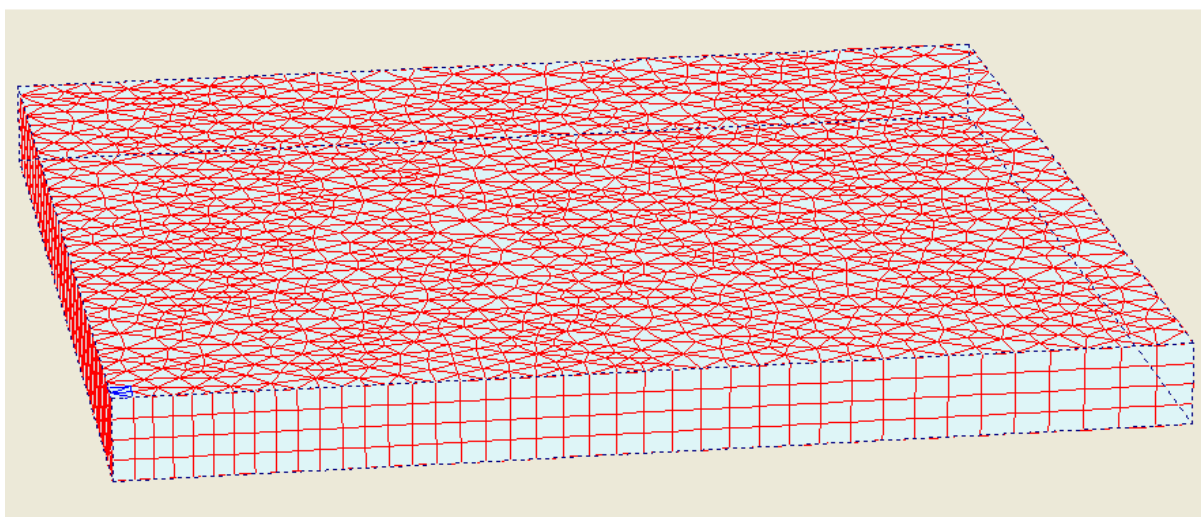


Fig. 4.45 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=2$

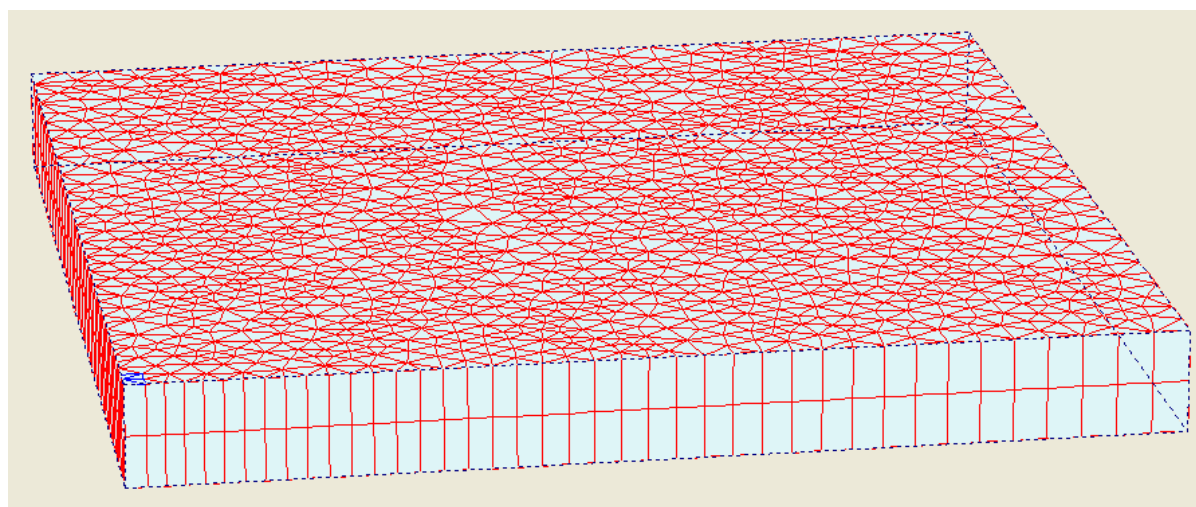


Fig. 4.46 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=2,5$

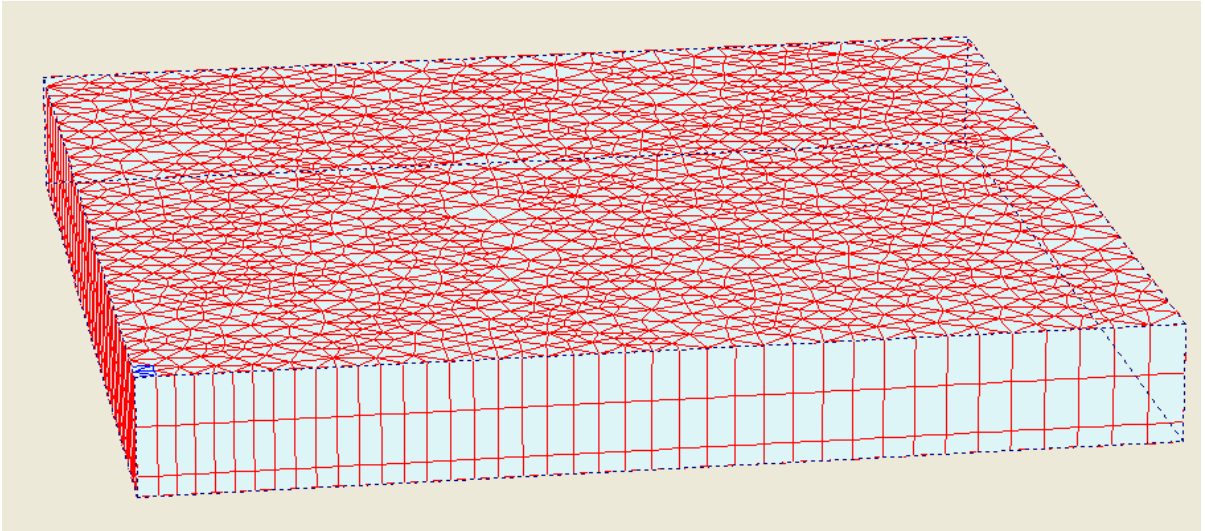


Fig. 4.47 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=3$

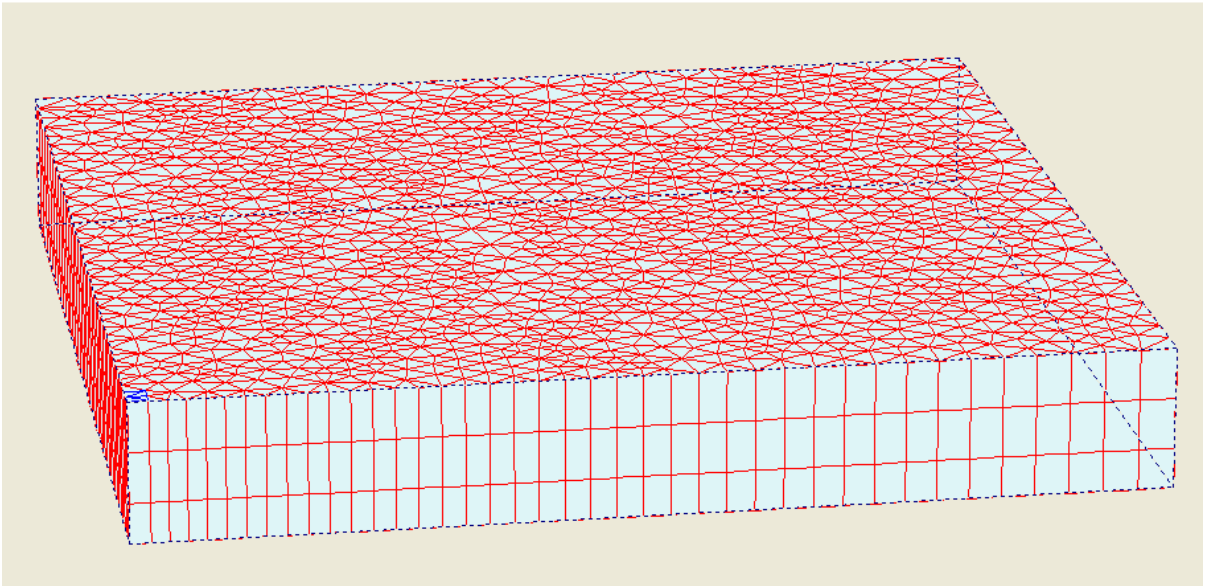


Fig. 4.48 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=3,5$

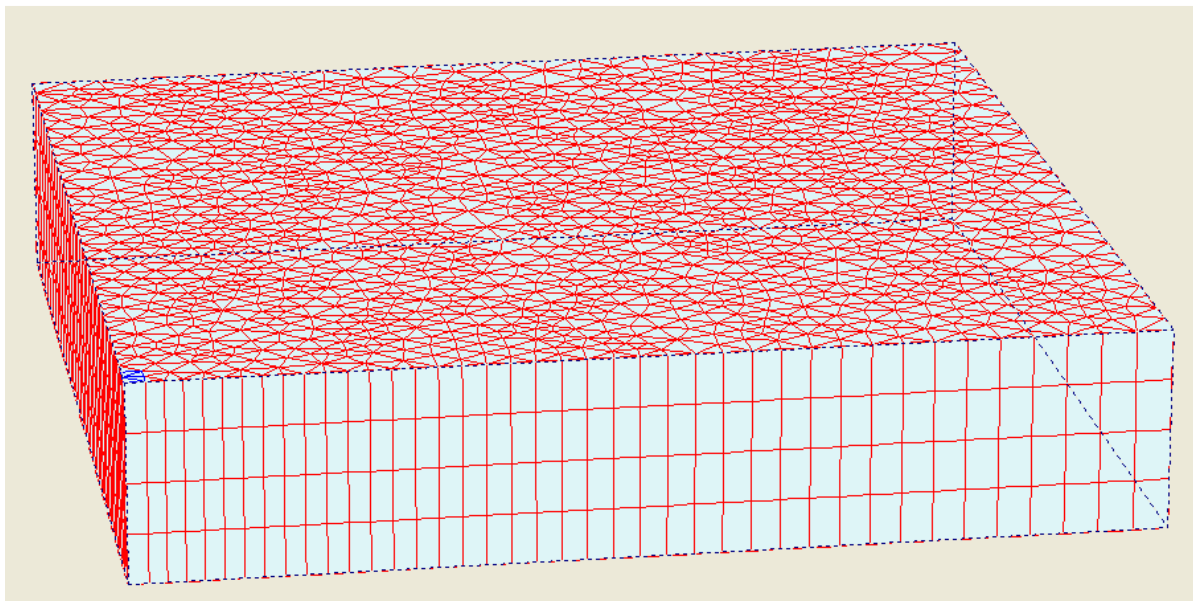


Fig. 4.49 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=5$

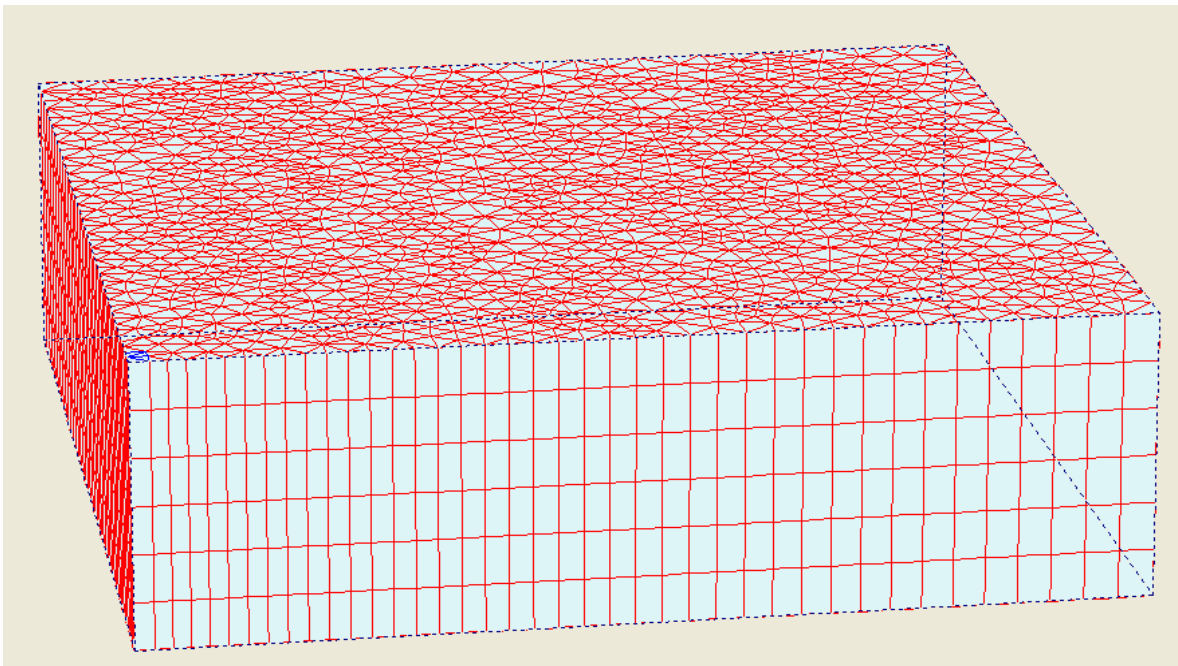


Fig. 4.50 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=7,5$

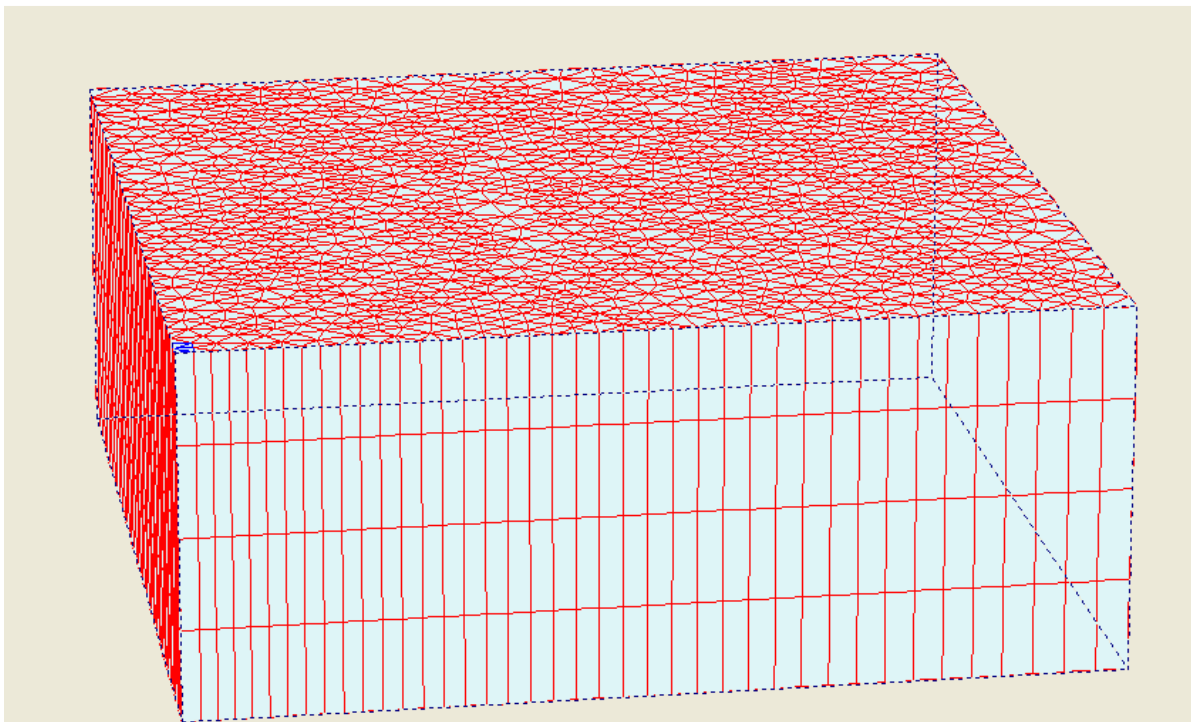


Fig. 4.51 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=10$

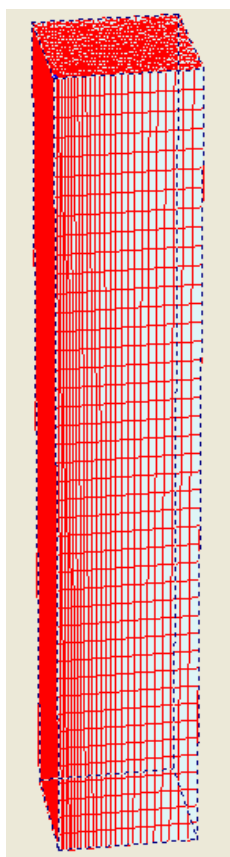


Fig. 4.52 – Malha a três dimensões tipo para sapatas retangulares flexíveis com $H/D=\infty$

Na tabela 4.8 são apresentados os valores dos coeficientes “ I_w ” obtidos para as diferentes profundidades relativas e distintas formas de sapata estudadas. A tabela 4.9 apresenta os valores análogos de “ I_s ”.

Tabela 4.9 – Coeficientes “ I_w ” para o centro de sapatas retangulares flexíveis

H/B	v=0,3 L/B					v=0,5 L/B				
	1	1,5	2	3	5	1	1,5	2	3	5
0,25	0,180	0,182	0,178	0,180	0,136	0,036	0,034	0,028	0,032	0,008
0,5	0,405	0,399	0,394	0,392	0,368	0,155	0,162	0,141	0,141	0,095
1	0,663	0,714	0,725	0,725	0,722	0,388	0,410	0,393	0,388	0,379
1,5	0,763	0,865	0,910	0,942	0,962	0,510	0,562	0,569	0,565	0,531
2	0,824	0,941	1,009	1,073	1,071	0,594	0,696	0,732	0,758	0,697
2,5	0,867	1,003	1,082	1,171	1,237	0,636	0,736	0,785	0,838	0,824
3	0,901	1,040	1,131	1,241	1,331	0,663	0,776	0,835	0,906	0,914
3,5	0,919	1,067	1,167	1,292	1,405	0,681	0,803	0,870	0,957	0,985
5	0,953	1,117	1,233	1,388	1,550	0,717	0,856	0,940	1,057	1,133
7,5	0,980	1,157	1,285	1,465	1,673	0,746	0,898	0,996	1,139	1,262
10	0,989	1,181	1,315	1,503	1,763	0,755	0,914	1,017	1,163	1,336
∞	1,044	1,269	1,436	1,687	2,078	0,785	0,946	1,061	1,226	1,434

Tabela 4.10 – Coeficientes “ I_s ” para o centro de sapatas retangulares flexíveis

H/B	v=0,3 L/B					v=0,5 L/B				
	1	1,5	2	3	5	1	1,5	2	3	5
0,25	0,197	0,200	0,195	0,198	0,149	0,047	0,045	0,038	0,043	0,011
0,5	0,445	0,438	0,433	0,431	0,404	0,207	0,216	0,188	0,187	0,126
1	0,728	0,785	0,797	0,796	0,794	0,517	0,546	0,524	0,518	0,506
1,5	0,839	0,951	1,000	1,035	1,057	0,680	0,749	0,758	0,753	0,707
2	0,906	1,035	1,108	1,179	1,177	0,792	0,928	0,976	1,010	0,929
2,5	0,953	1,102	1,189	1,287	1,359	0,847	0,982	1,046	1,117	1,099
3	0,990	1,143	1,243	1,363	1,463	0,884	1,034	1,113	1,208	1,218
3,5	1,010	1,173	1,282	1,419	1,544	0,908	1,070	1,160	1,276	1,313
5	1,047	1,228	1,355	1,525	1,703	0,956	1,141	1,253	1,409	1,511
7,5	1,076	1,271	1,412	1,610	1,838	0,994	1,198	1,327	1,518	1,682
10	1,087	1,298	1,445	1,652	1,937	1,007	1,219	1,356	1,551	1,781
∞	1,148	1,395	1,578	1,853	2,284	1,046	1,261	1,414	1,635	1,912

4.3. CÁLCULO DE SAPATAS RECTANGULARES RÍGIDAS COM RECURSO AO SOFTWARE ELFEN

4.3.1. BREVES CONSIDERAÇÕES

Devido à impossibilidade de simular sapatas infinitamente rígidas no programa PLAXIS 3D Foundation v1.1 a análise deste tipo de sapata foi realizada no programa ELFEN.

Com este programa foram realizadas as análises análogas às apresentadas em 4.2 para o programa PLAXIS 3D, ou seja, dimensões de sapatas de $L/B=1; 1,5; 2; 3$ e 5 , a consideração de coeficientes de Poisson de valores $\nu=0,3$ e $0,5$ assim como o estudo para as profundidades relativas “ H/D ” do estrato rígido subjacente habituais.

Para a obtenção dos coeficientes correctivos o procedimento foi o já utilizado para o cálculo de sapatas rígidas circular e corrida. Este procedimento traduz-se basicamente em prescrever um assentamento uniforme, obter as reacções geradas e através das expressões (2.48) e (4.1) calcular os coeficientes “ I_w ” e “ I_s ”, respectivamente. As características adoptadas para as análises podem ser consultadas na tabela 4.1.

À imagem do que foi realizado para sapatas flexíveis com o PLAXIS 3D tira-se partido das condições de simetria de modo a reduzir o esforço de cálculo envolvido nestas análises. Contudo, ao contrário do PLAXIS 3D a definição dos apoios de modo a reproduzir estas condições é inequívoca. Os apoios são definidos pelo utilizador de forma completamente controlada.

Uma característica do ELFEN é que possibilita a realização de análises tridimensionais e bidimensionais. Este facto foi aproveitado para a verificação da validade dos resultados obtidos com este programa. Efectuaram-se análises de modo a comparar valores entre as análises a três e duas dimensões para verificar a coerência interna do programa. Estes resultados são também aproveitados para comparação com o programa PLAXIS v8.0.

Outro aspecto interessante deste programa é que a geração das malhas pode ser efectuada de forma automática (malha não estruturada) ou de forma manual (malha estruturada) o que permite um maior controlo das tipologias adoptadas. Este aspecto foi utilizado para as análises de “teste” ao programa ELFEN. Desta forma sente-se que os resultados destas análises preliminares serão mais significativos já que abrangem um conjunto de condições mais diversificadas.

Como foi referido, foram efectuadas análises de modo a garantir confiança nos valores obtidos com recurso a este programa. Após este passo correram-se as análises habituais nas quais se obtiveram valores para “ I_w ” que, fruto da realização das análises preliminares, foram considerados como válidos e merecedores de serem adoptados com segurança.

4.3.2. CALIBRAÇÃO DO PROGRAMA ELFEN E COMPARAÇÃO COM O PROGRAMA PLAXIS v8.0

Previamente à realização das análises para obtenção dos coeficientes objecto do presente trabalho, procedeu-se a uma validação do programa ELFEN.

Para tal realizaram-se algumas análises que passaram pelo estudo de uma sapata corrida rígida com o estrato rígido subjacente a uma profundidade relativa de $H/D=5$ e com um coeficiente de Poisson de $\nu=0,3$. Os parâmetros “ E ” e “ s ” são os constantes da tabela 4.1.

Foram realizados testes a este caso particular usando a resolução bidimensional e tridimensional já que o programa ELFEN comporta estes dois tipos de análises. Foram experimentadas malhas geradas automaticamente e de forma manual. Experimentando graus diferentes de refinamento procurou-se testar a coerência interna do programa. Ou seja, com uma determinada tipologia de malha, realizou-se

uma análise a duas dimensões e outra a três dimensões de modo a comparar os resultados obtidos esperando que eles sejam, se não coincidentes, bastante aproximados.

À imagem do que foi apresentado em 4.2.3, para a análise tridimensional escolheu-se um valor para o desenvolvimento da sapata de um metro de modo a reproduzir uma análise de estado plano de deformação que é o tipo de análise que foi definida na resolução a duas dimensões. Quanto à dimensão lateral do domínio adoptou-se um valor de 60 metros. Este valor foi escolhido tendo em vista uma posterior comparação com o resultado obtido para este caso no programa PLAXIS v8.0.

Nas figuras 4.53 a 4.56 são apresentadas as topologias de malha utilizadas sendo que a última figura representa uma malha gerada automaticamente.

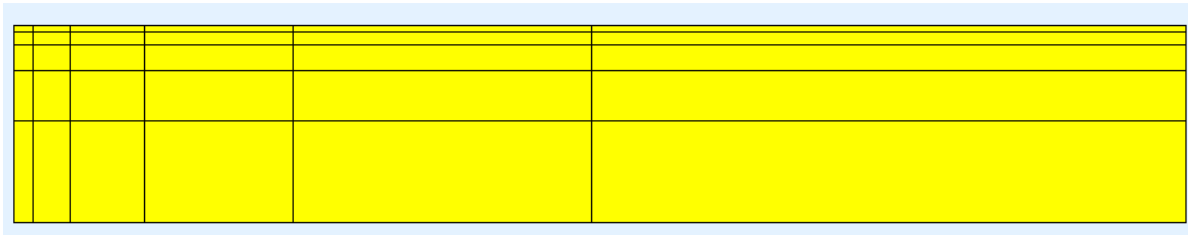


Fig. 4.53 – Versão 1 de malha gerada manualmente para sapata rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$

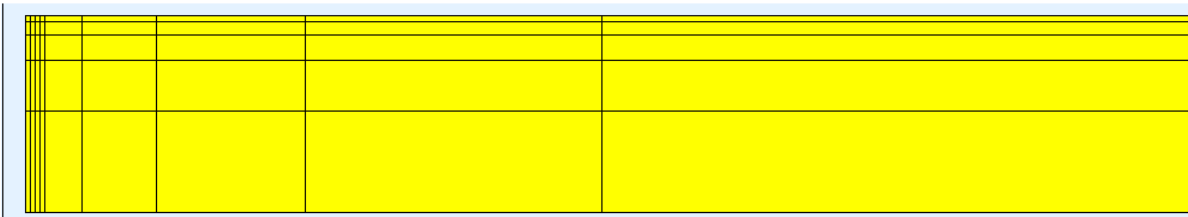


Fig. 4.54 – Versão 2 de malha gerada manualmente para sapata rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$

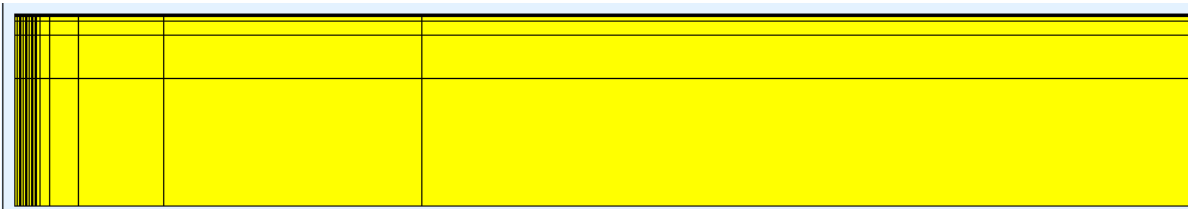


Fig. 4.55 – Versão 3 de malha gerada manualmente para sapata rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$

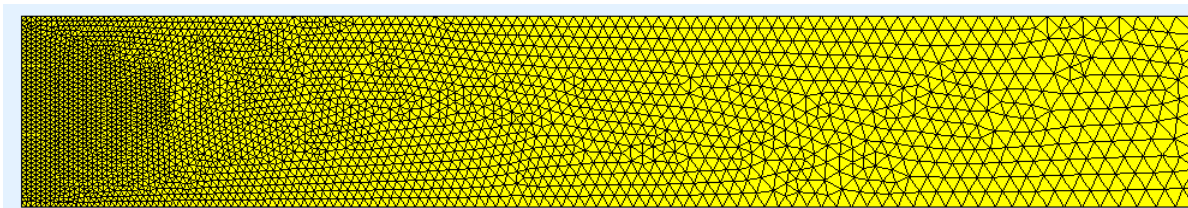


Fig. 4.56 – Malha gerada automaticamente para sapata rígida com $H/D=5$ e $v=0,3$

Os resultados obtidos nestas análises são apresentados na tabela 4.11 assim como o valor obtido em análises prévias no programa PLAXIS v8.0. Nesta tabela a versão 4 refere-se à utilização da malha gerada automaticamente apresentada na figura 4.56. às restantes versões referem-se às suas homónimas das figuras 4.53 a 4.55.

Tabela 4.11 – Coeficientes “ I_w ” para sapata corrida rígida com $\nu=0,3$ e $H/D=5$

	ELFEN		PLAXIS v8.0
	2D	3D	
Versão 1	1,429	1,396	
Versão 2	1,435	1,397	1,4
Versão 3	1,451	1,412	
Versão 4	1,433	1,397	

Por observação da tabela 4.11 é visível que os valores obtidos no ELFEN quer em análise a duas e a três dimensões são bastante semelhantes. Os valores não são coincidentes mas aproximam-se o suficiente para garantir que o programa ELFEN apresenta coerência interna e isto, combinado com o facto de esses pares de valores serem bastante aproximados do valor obtido para este caso de estudo no PLAXIS v8.0 garante que os resultados obtidos com o ELFEN utilizando análises tridimensionais podem ser encarados com confiança.

4.3.3. COMPARAÇÃO ENTRE ELFEN E PLAXIS 3D FOUNDATION V1.1

Devido às consideráveis discrepâncias verificadas nos valores obtidos nas análises iniciais com o ELFEN em relação à bibliografia de referência [1], resolveu-se realizar uma pequena análise comparativa entre os programas ELFEN e PLAXIS 3D.

Esta análise consistiu no estudo do caso da sapata quadrada flexível com $\nu=0,3$. Consideraram-se três casos para a profundidade relativa do estrato rígido, a saber $H/B=0,5, 2$ e 5 . As malhas adoptadas no ELFEN são apresentadas nas figuras 4.57 a 4.59. Os resultados obtidos em ambos os programas são apresentados na tabela 4.12, sendo que os resultados referentes ao PLAXIS 3D foram já apresentados na tabela 4.9.

Como se verifica, por observação da tabela 4.12, os valores obtidos com os dois programas apesar de não coincidentes são bastante aproximados. Deste facto se retira que os valores obtidos no ELFEN são corroborados pelo PLAXIS 3D, optando-se então por considerar estes valores como fiáveis, em detrimento dos propostos por Milovic para as situações em que se observaram discrepâncias e que serão discutidos com mais pormenor no capítulo 5.

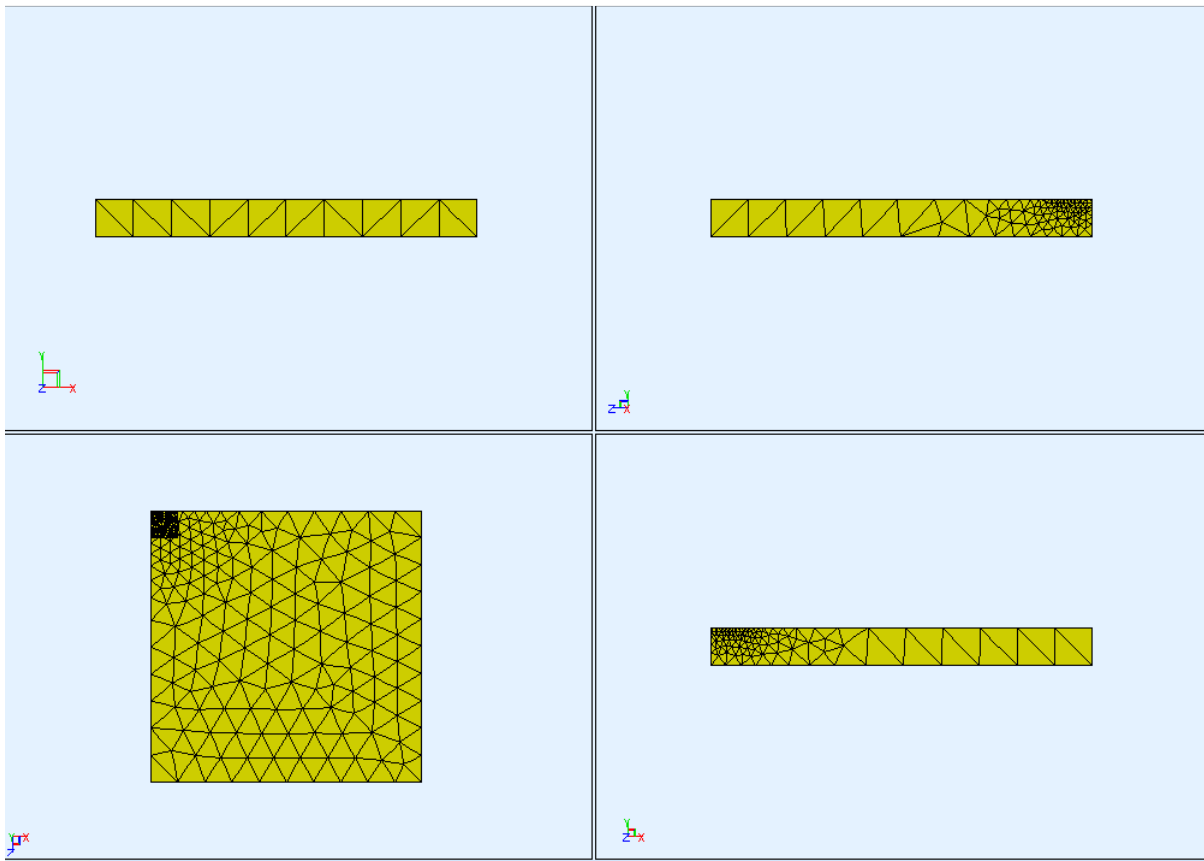


Fig. 4.57 – Malha para sapata quadrada flexível com $H/B=0,5$ e $\nu=0,3$

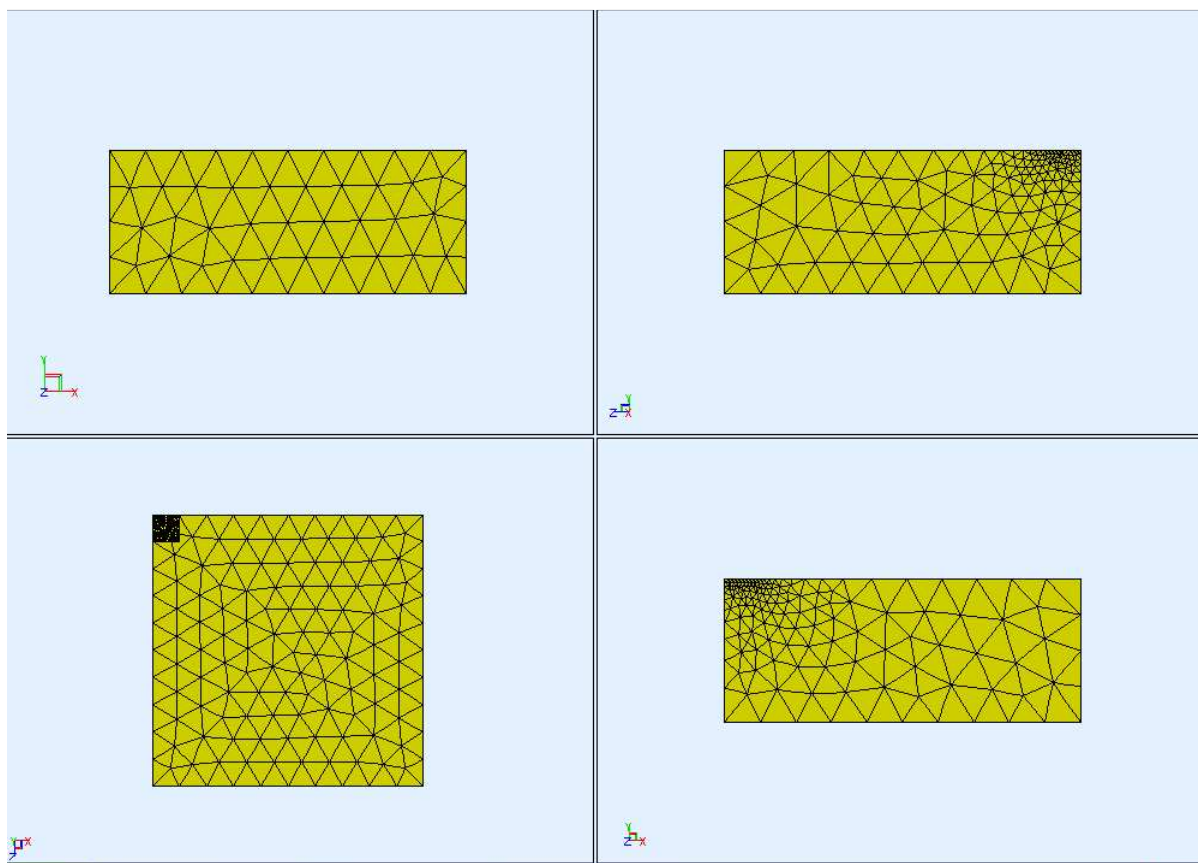


Fig. 4.58 – Malha para sapata quadrada flexível com $H/B=2$ e $\nu=0,3$

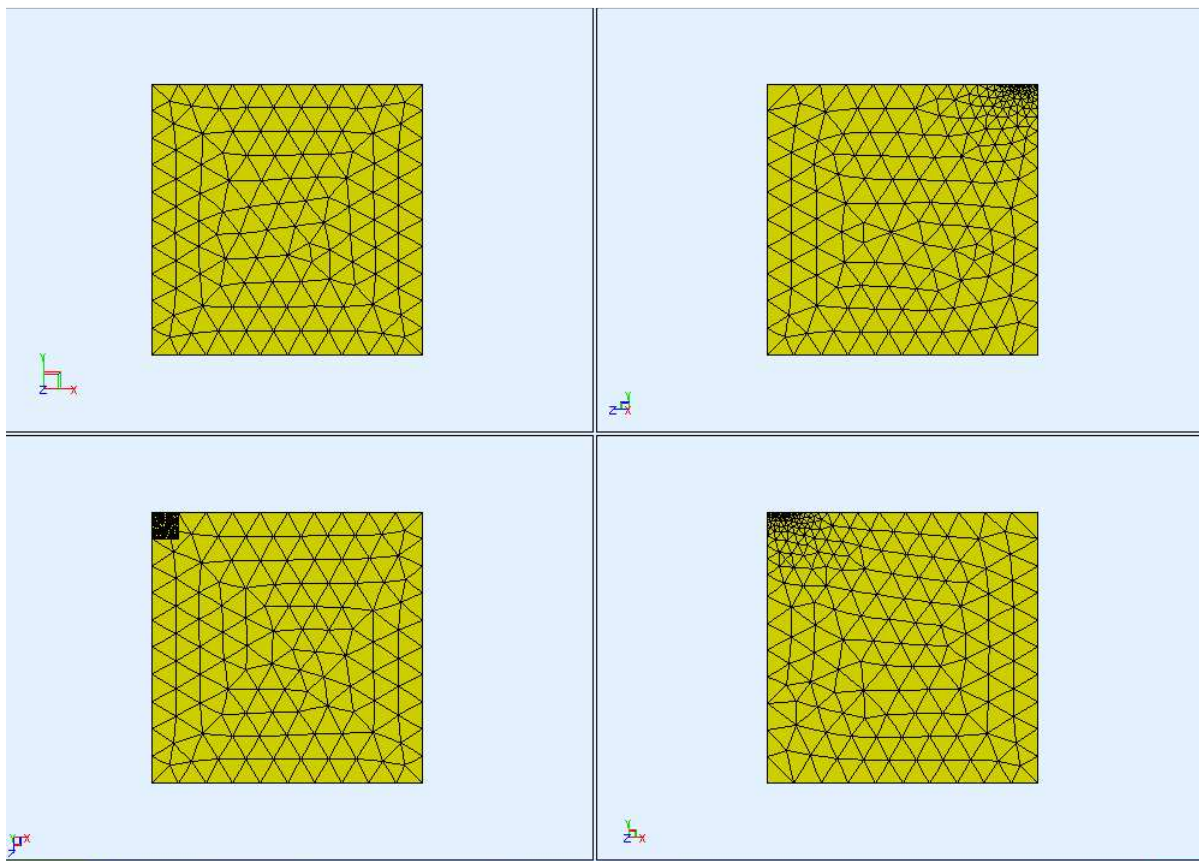


Fig. 4.59 – Malha para sapata quadrada flexível com $H/B=5$ e $\nu=0,3$

Tabela 4.12 – Coeficientes “ I_w ” para o centro de sapata quadrada flexível com $\nu=0,3$

H/B	ELFEN	PLAXIS 3D
0,5	0,450	0,435
2	0,849	0,824
5	0,955	0,953

4.3.4. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Os casos considerados nesta análise com o programa ELFEN são os mesmos descritos neste capítulo nas análises com o PLAXIS 3D Foundation v1.1. Como habitual, a análise paramétrica envolve vários valores de profundidade relativa para um estrato rígido subjacente ao solo de fundação, dois valores de coeficiente de Poisson e cinco formas de sapatas distintas: quadrada; $L/B=1,5$; $L/B=2$; $L/B=3$ e $L/B=5$.

Nestas análises, e após algumas tentativas prévias de modo a definir uma topologia de malha e de domínio do problema, resolveu-se adoptar a mesma solução de domínio de problema para todos os casos a estudar. A solução adoptada foi de, em planta, definir um quadrado de 10×10 metros variando apenas, obviamente, a profundidade do domínio consoante o caso estudado. Quanto ao caso em que se considera que o estrato rígido se encontra a uma profundidade infinita, o valor escolhido para simular esta condição foi de 30 metros.

Quanto à topologia de malha, o nível de refinamento definido foi o também mesmo. Contudo, e visto que se optou por utilizar uma geração de malha automática, para os diferentes casos de profundidade relativa do estrato rígido o número de elementos gerados e consequentemente de pontos nodais variou.

Por isto, apresentam-se nas figuras 4.60 a 4.71 as topologias de malha tipo para os diferentes “H/B” estudados.

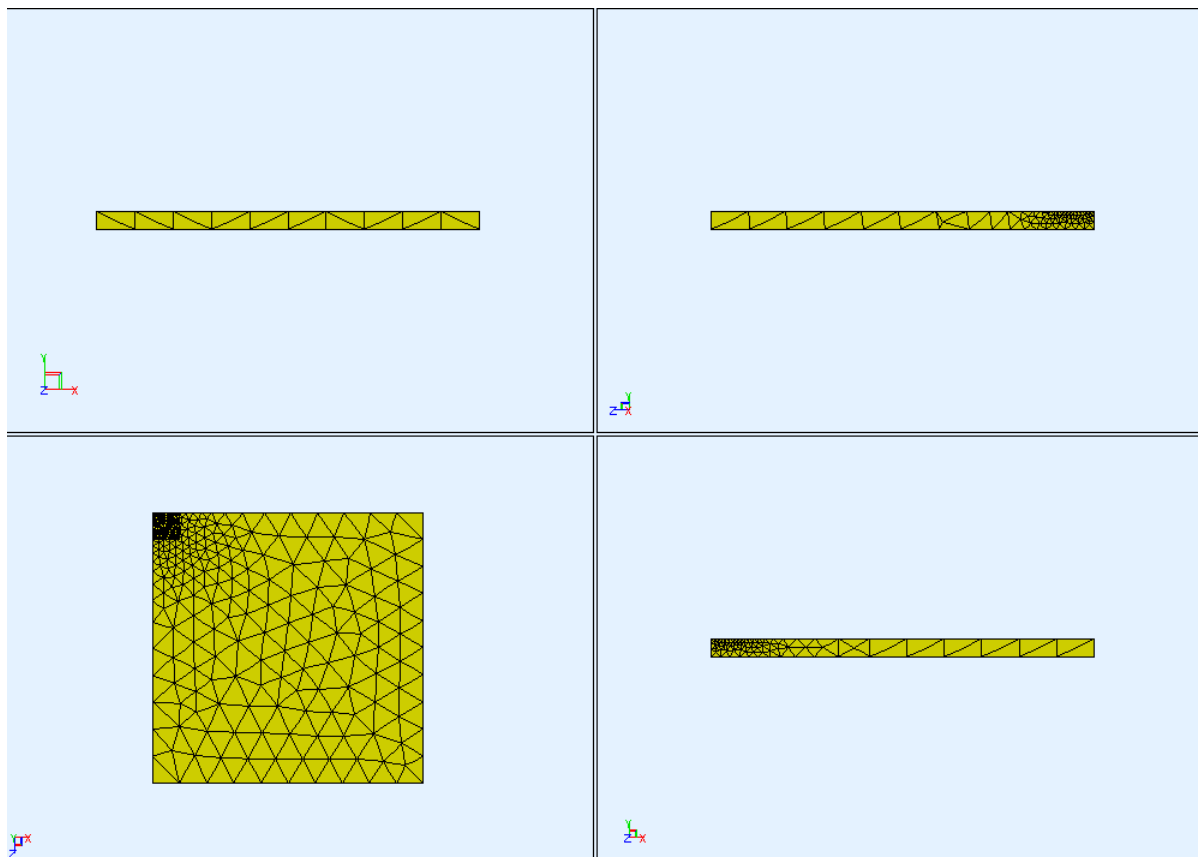


Fig. 4.60 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=0,25$

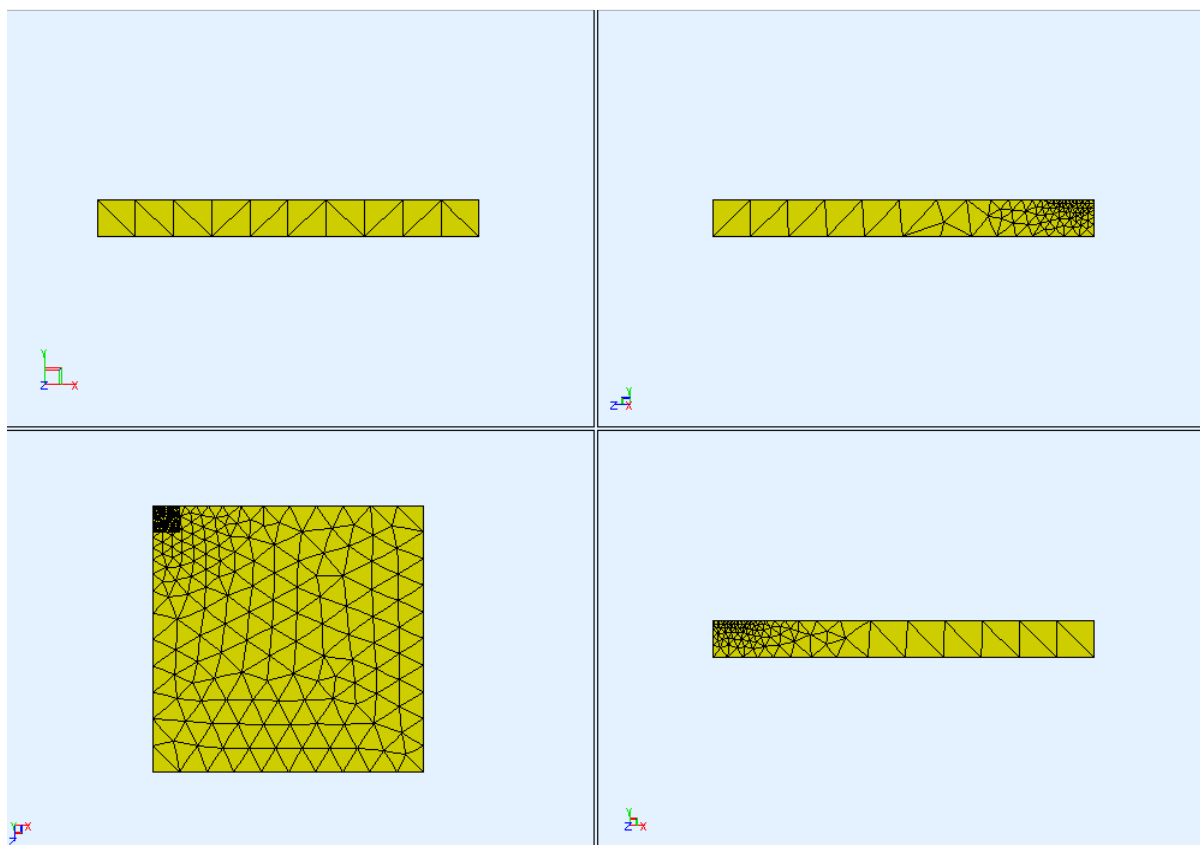


Fig. 4.61 – Malha tipo para sapatas rectangulares rígidas com $H/B=0,5$

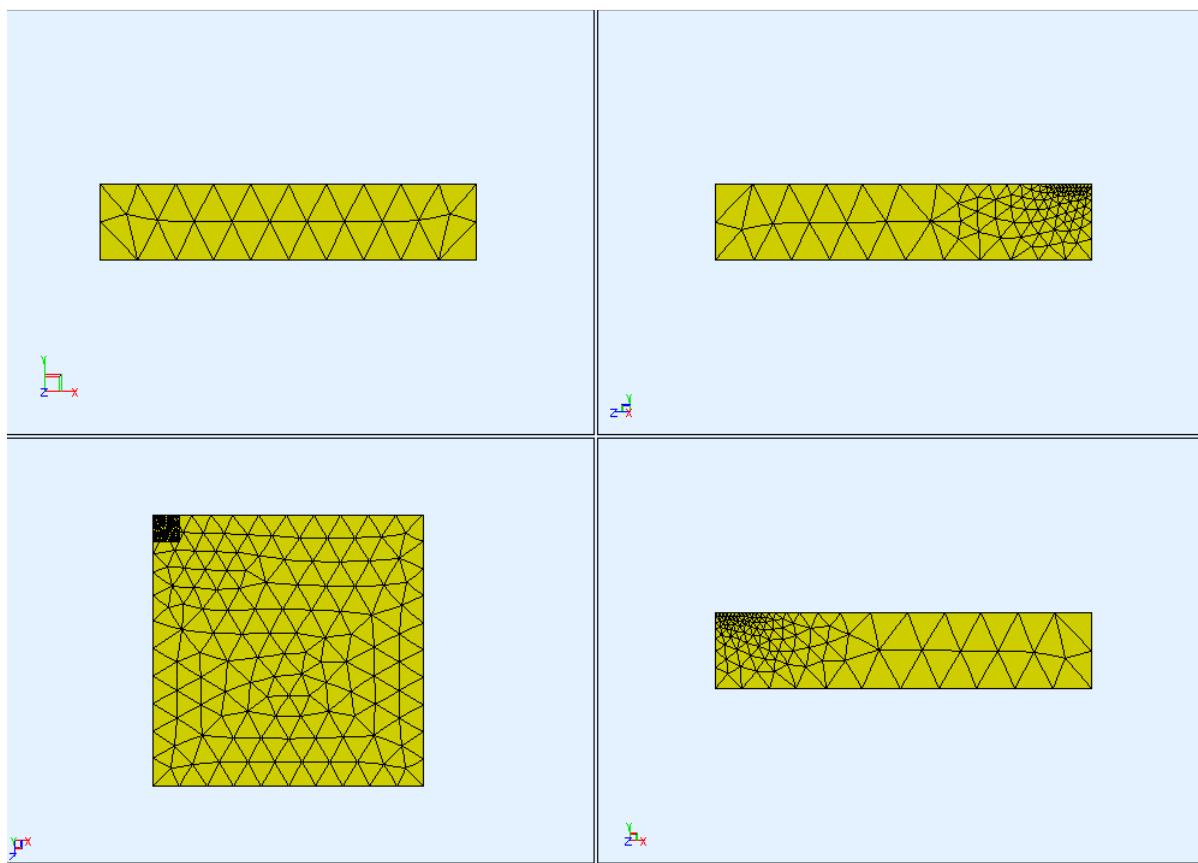


Fig. 4.62 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=1$

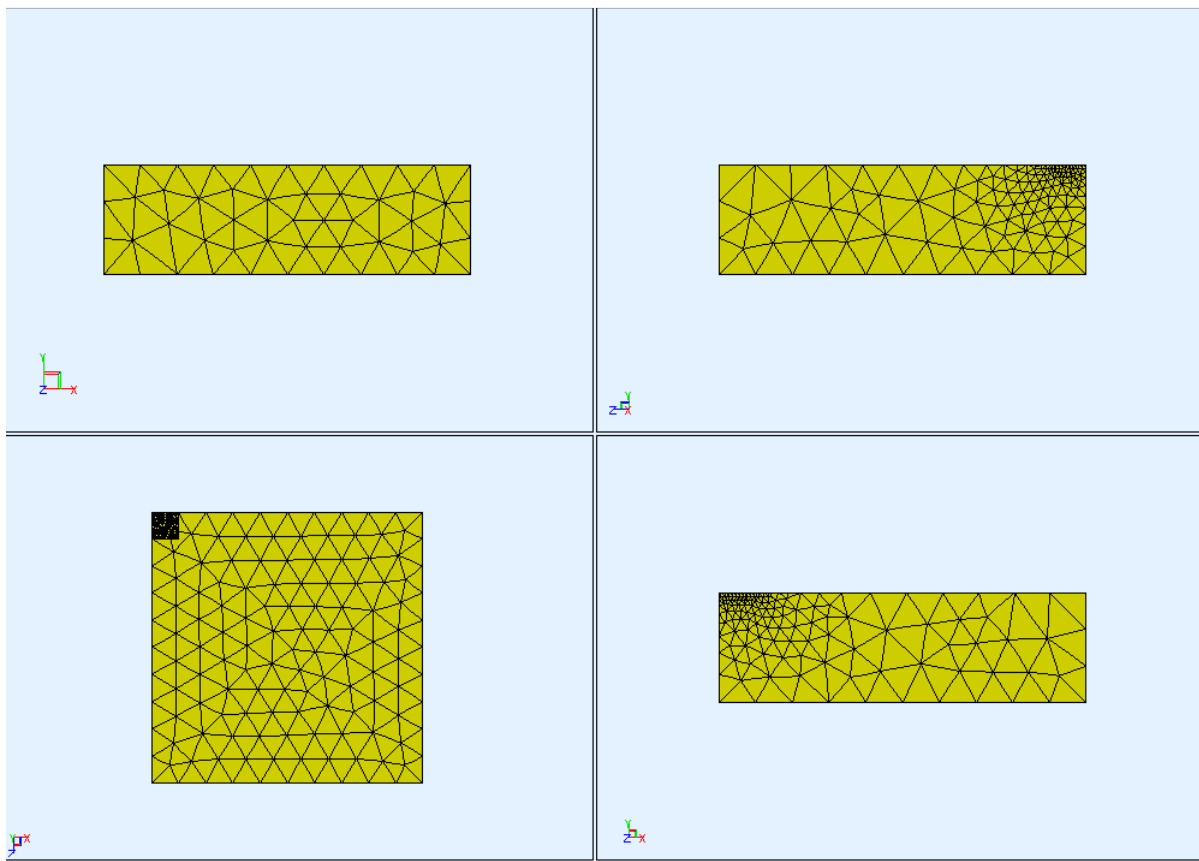


Fig. 4.63 – Malha tipo para sapatas rectangulares rígidas com $H/B=1,5$

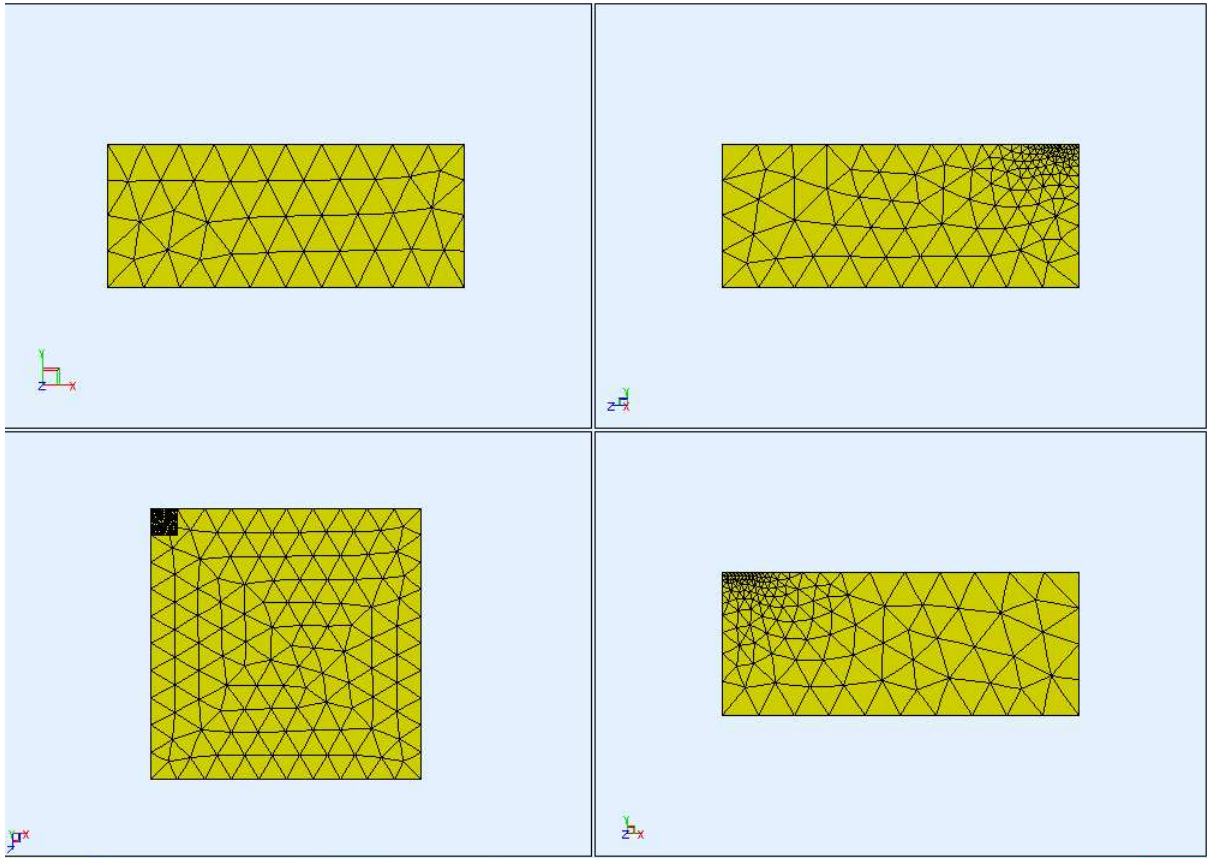


Fig. 4.64 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=2$

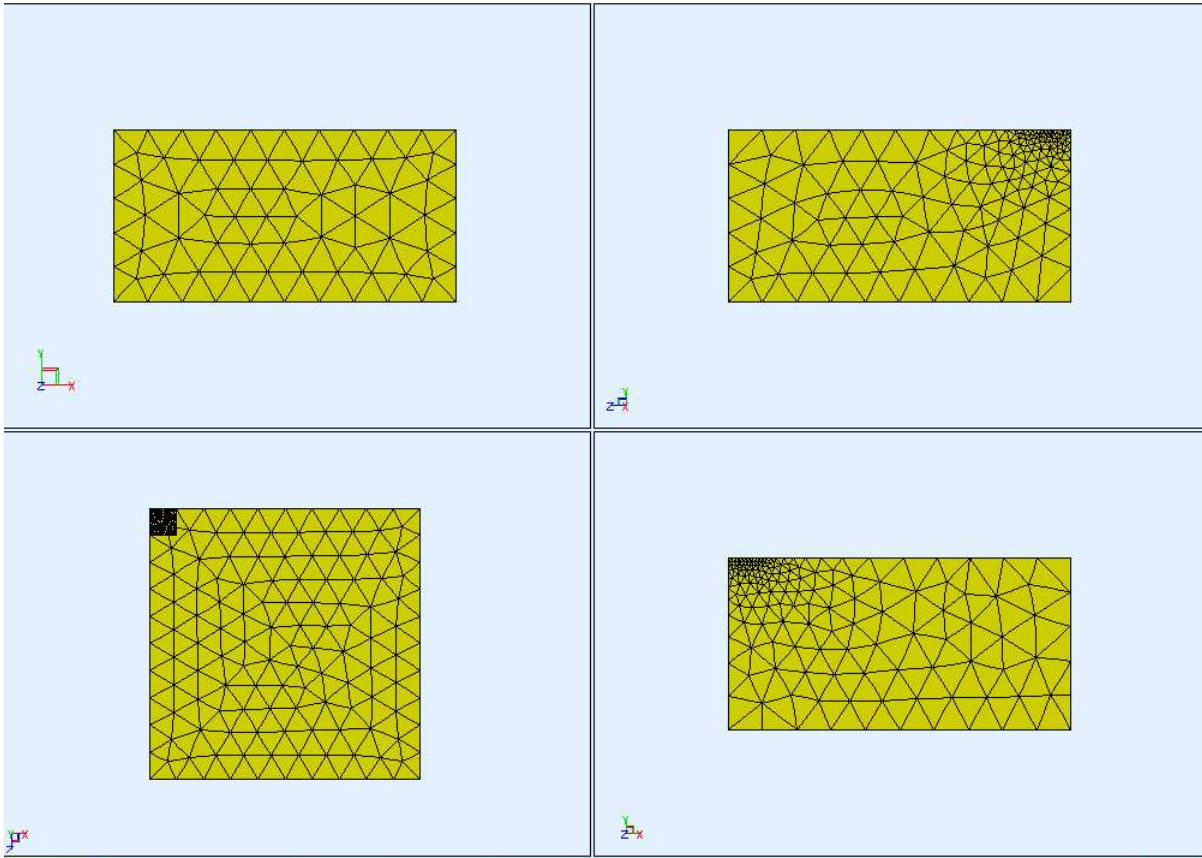


Fig. 4.65 – Malha tipo para sapatas rectangulares rígidas com $H/B=2,5$

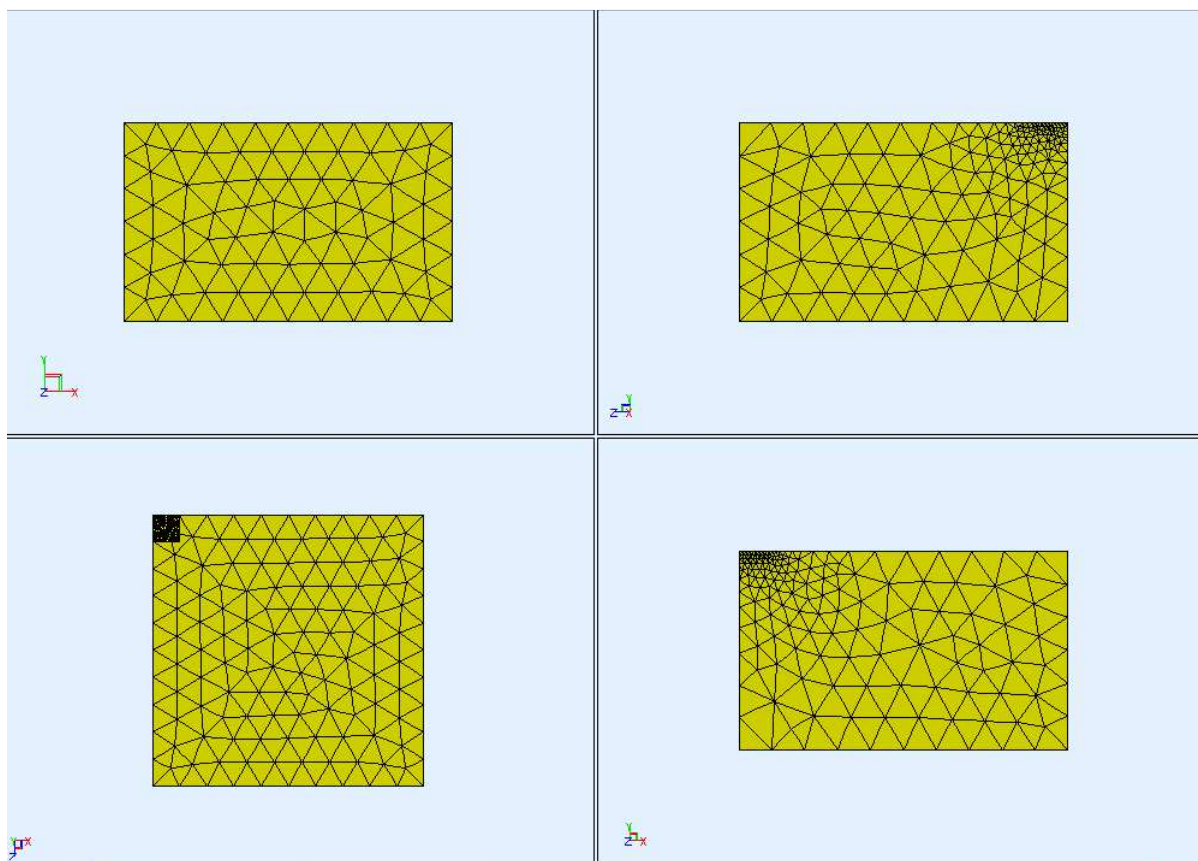


Fig. 4.66 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=3$

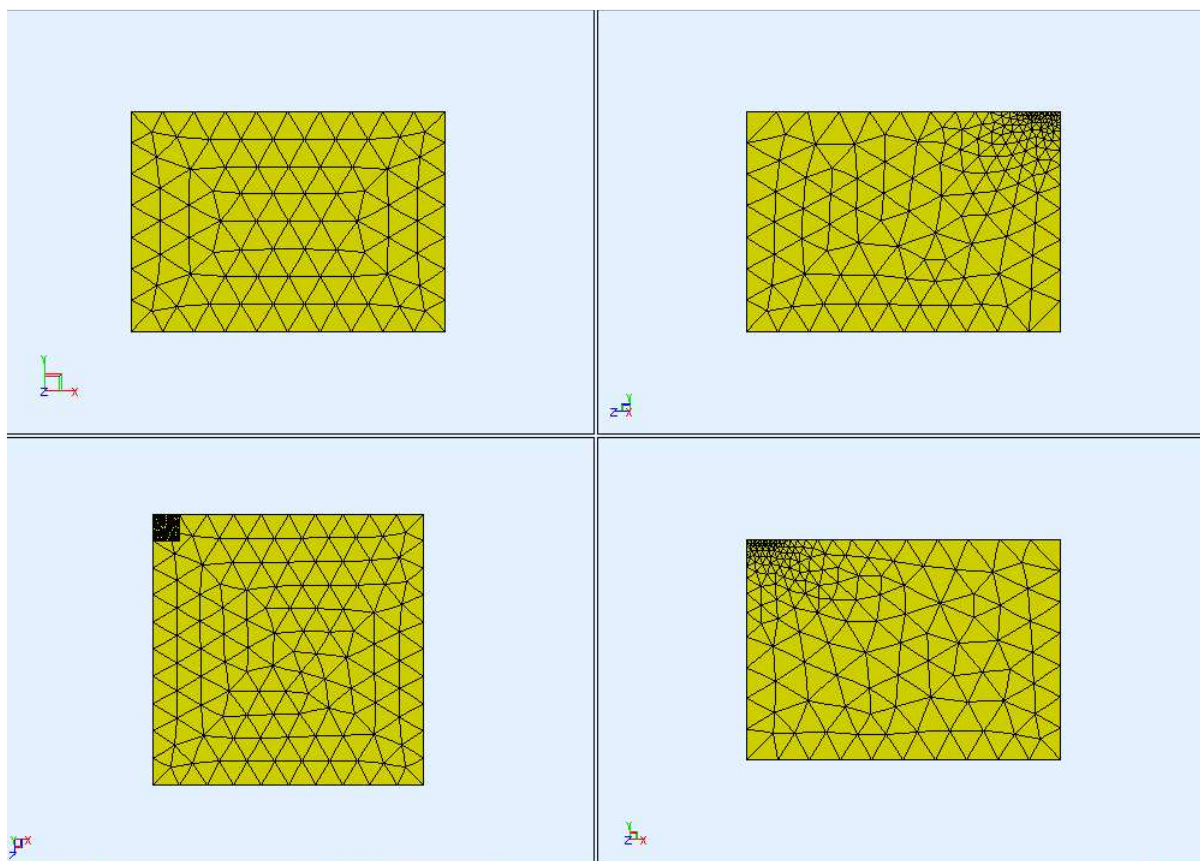


Fig. 4.67 – Malha tipo para sapatas rectangulares rígidas com $H/B=3,5$

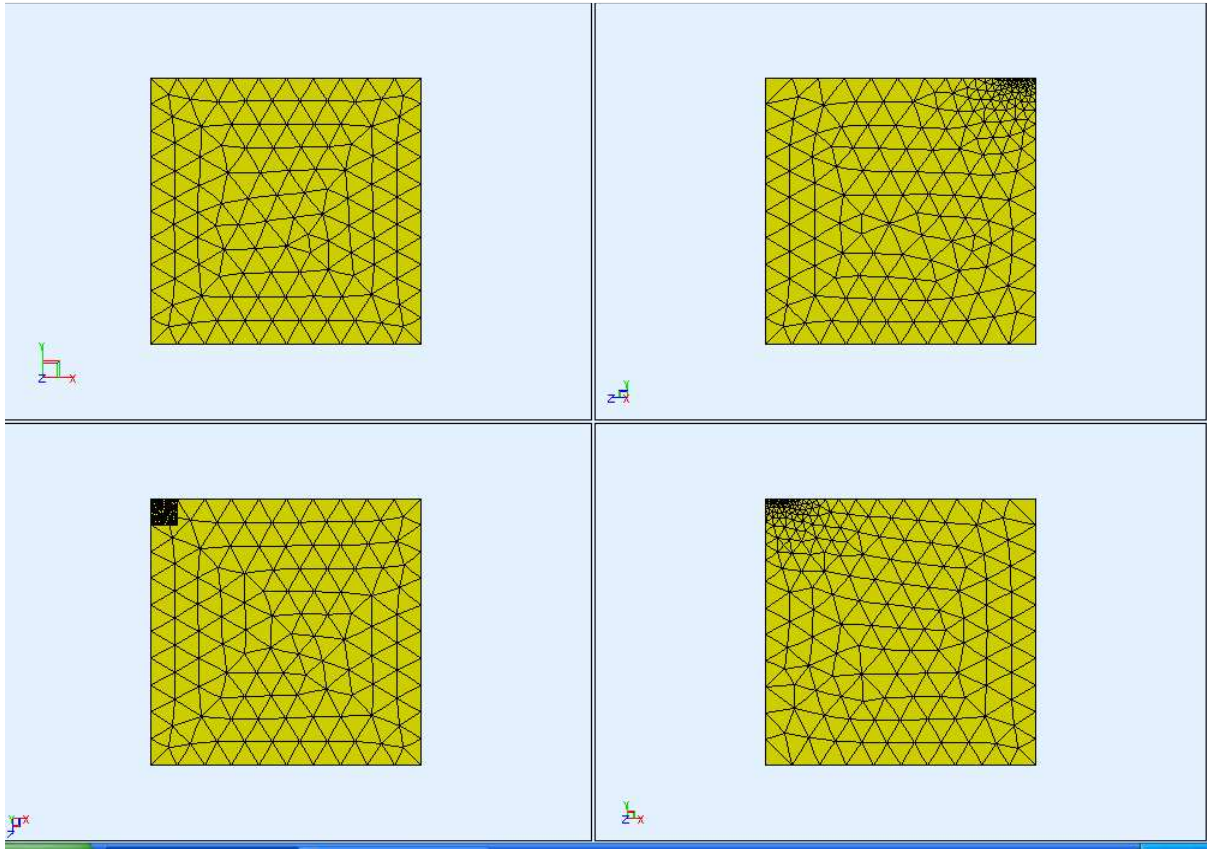


Fig. 4.68 – Malha tipo para sapatas rectangulares rígidas com $H/B=5$

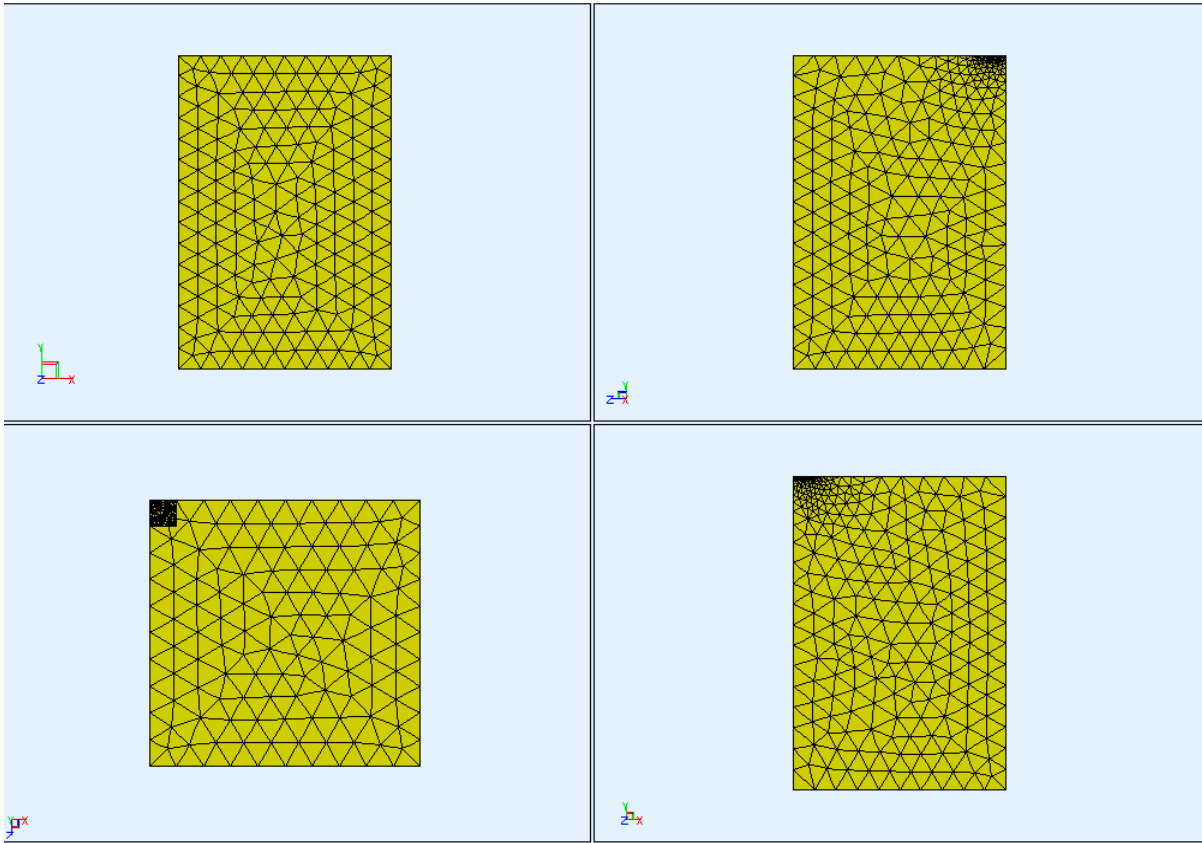


Fig. 4.69 – Malha tipo para sapatas rectangulares rígidas com $H/B=7.5$

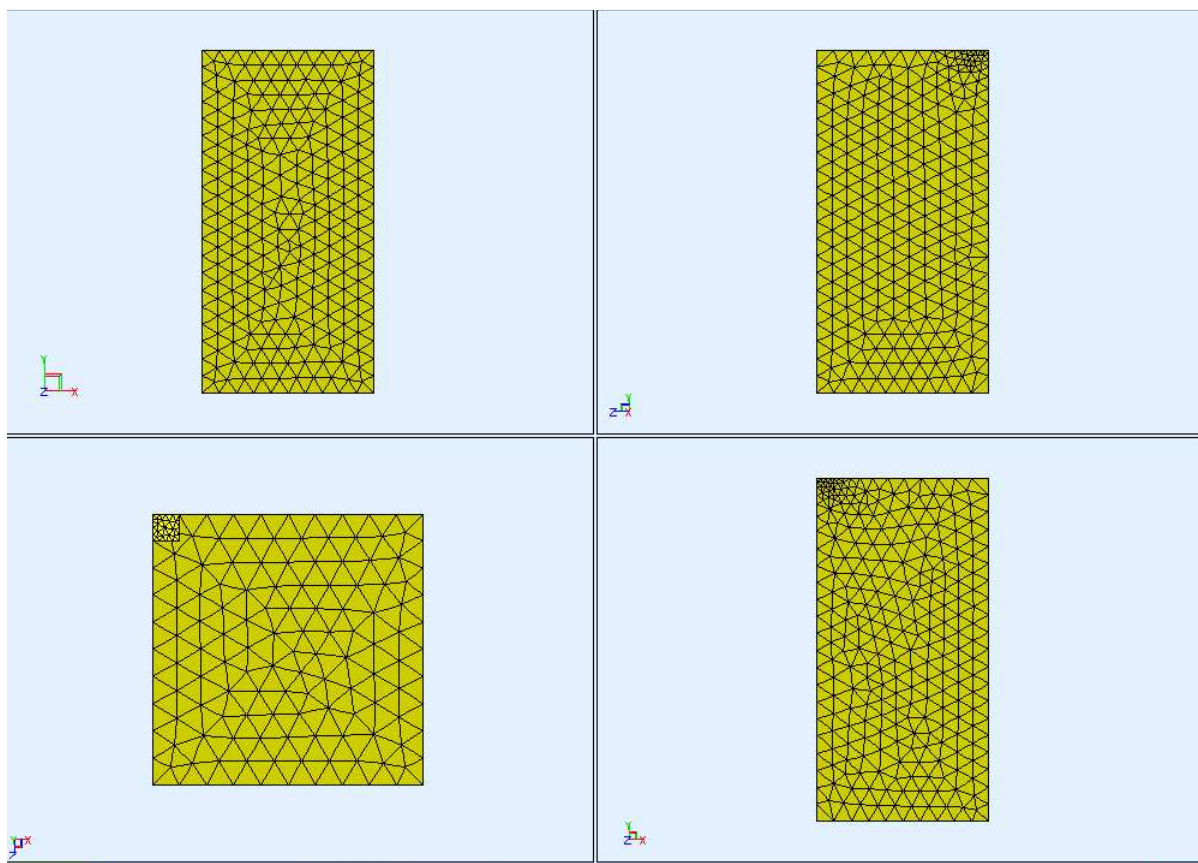


Fig. 4.70 – Malha tipo para sapatas rectangulares rígidias com $H/B=10$

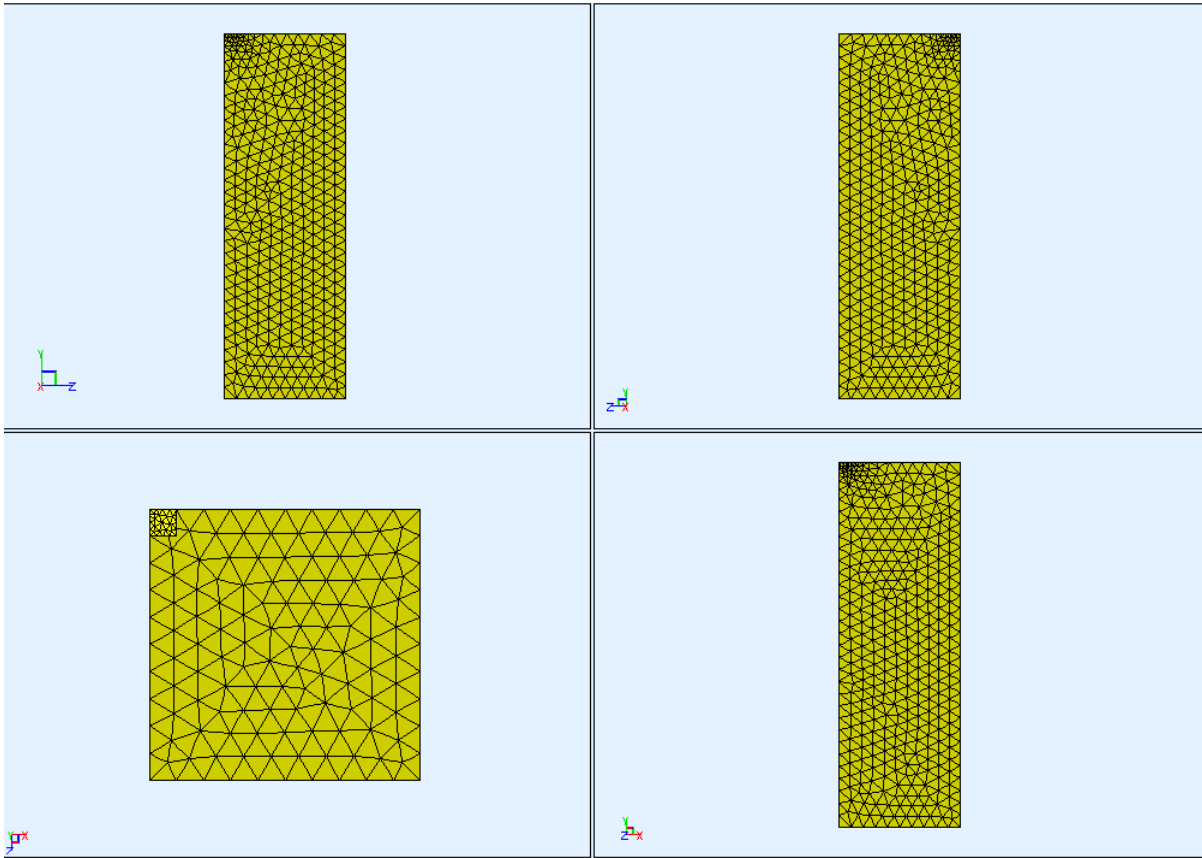


Fig. 4.71 – Malha tipo para sapatas retangulares rígidas com $H/B=\infty$

Notou-se desde o início das análises que os valores obtidos diferem consideravelmente dos propostos por Milovic, valores esses que podem ser consultados nas tabelas 2.9 a 2.13. Contudo, visto que já no caso da sapata circular rígida os valores propostos nesta bibliografia de referência se mostraram distintos dos calculados, e em virtude também das análises prévias efectuadas e discutidas em 4.3.2 que, na opinião do autor, mostram que o programa ELFEN é meritório de confiança, resolveu-se adoptar os valores obtidos como sendo fiáveis.

Nas tabelas 4.12 e 4.13 são apresentados os valores propostos para os coeficientes “ I_w ” e “ I_s ”, respectivamente.

Tabela 4.13 – Coeficientes “ l_w ” para sapatas retangulares rígidas

H/B	v=0,3					v=0,5				
	L/B					L/B				
	1	1,5	2	3	5	1	1,5	2	3	5
0,25	0,158	0,163	0,165	0,167	0,169	0,050	0,044	0,042	0,039	0,034
0,5	0,293	0,293	0,300	0,308	0,314	0,145	0,136	0,131	0,124	0,113
1	0,434	0,473	0,495	0,518	0,526	0,300	0,309	0,310	0,307	0,290
1,5	0,520	0,582	0,619	0,660	0,681	0,391	0,422	0,436	0,445	0,431
2	0,571	0,651	0,702	0,759	0,795	0,445	0,495	0,521	0,543	0,537
2,5	0,604	0,698	0,759	0,831	0,879	0,480	0,543	0,579	0,614	0,612
3	0,632	0,731	0,800	0,885	0,947	0,503	0,576	0,620	0,665	0,673
3,5	0,644	0,755	0,831	0,926	1,000	0,520	0,600	0,650	0,684	0,716
5	0,673	0,798	0,887	1,003	1,108	0,544	0,635	0,696	0,745	0,790
7,5	0,698	0,835	0,915	1,047	1,218	0,554	0,669	0,699	0,757	0,823
10	0,701	0,844	0,954			0,556				
∞	0,739					0,559				

Tabela 4.14 – Coeficientes “ l_s ” para sapatas retangulares rígidas

H/B	v=0,3					v=0,5				
	L/B					L/B				
	1	1,5	2	3	5	1	1,5	2	3	5
0,25	0,174	0,179	0,181	0,184	0,186	0,066	0,059	0,055	0,052	0,045
0,5	0,321	0,321	0,330	0,338	0,345	0,193	0,181	0,175	0,166	0,151
1	0,477	0,520	0,544	0,569	0,578	0,400	0,412	0,413	0,409	0,387
1,5	0,571	0,640	0,681	0,725	0,749	0,521	0,563	0,582	0,593	0,575
2	0,627	0,716	0,771	0,834	0,874	0,594	0,660	0,695	0,724	0,716
2,5	0,664	0,767	0,834	0,913	0,966	0,640	0,724	0,773	0,819	0,816
3	0,695	0,803	0,879	0,973	1,041	0,671	0,768	0,827	0,887	0,897
3,5	0,708	0,830	0,913	1,018	1,099	0,693	0,799	0,866	0,912	0,955
5	0,740	0,877	0,974	1,102	1,218	0,725	0,846	0,927	0,994	1,054
7,5	0,767	0,917	1,006	1,150	1,339	0,739	0,892	0,933	1,010	1,097
10	0,770	0,928	1,049			0,741				
∞	0,812					0,746				

Como se vê, os valores destes coeficientes apresentam uma variação com a profundidade relativa “H/B” que parece ser bastante natural, e comparando esta progressão e ordem de grandeza com os valores obtidos para sapatas retangulares flexíveis, expostos nas tabelas 4.9 e 4.10, parece que realmente estes valores são bastante aceitáveis. Uma análise mais detalhada destas considerações é apresentada no capítulo 5, capítulo referente à análise e discussão de resultados.

Infelizmente não foi possível com o programa em questão chegar a valores aceitáveis para alguns casos destas análises paramétricas. São estes os valores em branco nas tabelas 4.13 e 4.14. Esta

impossibilidade será explicada em pormenor no capítulo 5, sendo devida aos excessivos requisitos de espaço de processamento de algumas malhas tridimensionais para valores de H/B acima de 7,5.

5

ANÁLISE DE RESULTADOS

5.1. SAPATAS CIRCULARES E SAPATAS CORRIDAS

Os estudos paramétricos de sapatas circulares e corridas foram realizados com o programa PLAXIS v8.0, respectivamente, como problemas axissimétricos e de estado plano de deformação.

Tirou-se partido das condições de simetria, sendo que os únicos factores a afinar tendo a vista a obtenção de resultados o mais precisos possível foram a dimensão lateral do domínio do problema e o grau de refinamento da malha.

Para a sapata circular flexível obtiveram-se valores para “ I_w ” concordantes com os propostos na bibliografia de referência [1]. No caso de sapata circular rígida esta realidade não se verificou o que implicou a necessidade de testar hipóteses de malha mais refinadas e domínios do problema maiores. Apesar deste esforço os valores continuaram a apresentar discordâncias relevantes com os valores de referência [1]. Na tabela 5.1 apresentam-se os valores de “ I_w ” obtidos no PLAXIS v8.0 confrontados com os valores de referência [1].

Por este motivo realizaram-se algumas análises com outros programas de forma a validar ou os resultados de D. Milovic, ou os obtidos com recurso ao PLAXIS v8.0. Estas análises são apresentadas no capítulo 3. A conclusão que se retirou é que os valores obtidos com recurso ao PLAXIS v8.0 foram confirmados por outros programas. Outro motivo que leva a admitir que os valores calculados neste trabalho sejam mais precisos que os propostos por D. Milovic, para o caso de sapata circular rígida é que este autor apresenta a malha utilizada na obtenção dos coeficientes “ I_w ”, que é composta por elementos quadrangulares com um grau de refinamento bastante baixo. Foi efectuada uma análise com uma malha idêntica, apresentada em 3.2, que reproduziu os resultados de D. Milovic.

Observando as tabelas 5.1 e 5.2 observam-se pequenas diferenças entre as duas fontes de valores nos casos de sapata circular flexível e sapata corrida. Também se verifica que a progressão dos valores em profundidade evolui de forma bastante natural e expectável. Isto verifica-se tanto para o caso de sapata circular como para sapata corrida. De tudo isto se retira que serão de facto os resultados obtidos com o PLAXIS v8.0 os mais fiáveis.

No anexo A.3.1 são apresentados gráficos representando visualmente a informação apresentada nas tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 5.1 – Coeficientes “ I_w ” para sapata circular

H/D	v=0,3				v=0,5			
	flexível (centro)		rígida		flexível (centro)		rígida	
	PLAXIS v8.0	Milovic	PLAXIS v8.0	Milovic	PLAXIS v8.0	Milovic	PLAXIS v8.0	Milovic
0,25	0,193		0,163		0,059		0,048	
0,5	0,395	0,397	0,283	0,360	0,225	0,225	0,149	0,297
1	0,613	0,613	0,428	0,526	0,440	0,442	0,302	0,434
1,5	0,706		0,501	0,602	0,536		0,380	0,496
2	0,754	0,757	0,545		0,586	0,588	0,426	
2,5	0,782		0,572	0,673	0,617		0,457	0,555
3	0,800	0,800	0,591		0,636	0,635	0,473	
3,5	0,813		0,603	0,706	0,650		0,487	0,582
5	0,846		0,625	0,744	0,673		0,507	0,614
7,5	0,865		0,644		0,686		0,523	
10	0,900		0,656		0,700		0,530	
∞	0,912		0,675	0,773	0,754		0,700	0,637

Tabela 5.2 – Coeficientes “ I_w ” para sapata corrida

H/D	v=0,3				v=0,5			
	flexível (centro)		rígida		flexível (centro)		rígida	
	PLAXIS v8.0	Milovic	PLAXIS v8.0	Milovic	PLAXIS v8.0	Milovic	PLAXIS v8.0	Milovic
0,25	0,230		0,173		0,076		0,046	
0,5	0,462	0,390	0,325	0,322	0,179	0,149	0,132	0,131
1	0,799	0,708	0,574	0,568	0,426	0,419	0,320	0,315
1,5	0,926		0,758		0,604		0,473	
2	1,100	1,084	0,902	0,890	0,737	0,726	0,601	0,575
2,5	1,200		1,022		0,843		0,698	
3	1,300	1,312	1,118	1,115	0,931	0,932	0,783	0,778
3,5	1,400		1,203		1,000		0,853	
5	1,600	1,590	1,400	1,388	1,200	1,156	1,028	0,996
7,5	1,800		1,627		1,400		1,221	
10	2,000	2,036	1,789		1,500		1,358	
∞	3,300		3,092		2,600		2,460	

5.2. SAPATAS RECTANGULARES FLEXÍVEIS

Recorreu-se ao programa PLAXIS 3D Foundation v1.1 para os estudos paramétricos de sapatas rectangulares flexíveis. As análises efectuadas são tridimensionais.

Os factores que se fizeram variar tendo em vista a obtenção de factores correctivos “ I_w ” o mais precisos possível foram as dimensões em planta do domínio do problema e o refinamento da malha tanto em planta como em profundidade.

A definição dos apoios neste programa não é realizada, na opinião do autor, de forma suficientemente explícita. Este facto levou a que se realizassem alguns testes de modo a garantir uma correcta definição das condições de fronteira decorrentes das simetrias do problema.

As malhas e domínios escolhidos conduziram desde o início a valores bastante aproximados dos valores análogos disponíveis na bibliografia de referência. Contudo estes valores ainda apresentavam algumas diferenças o que motivou a realização de análises preliminares com o programa PHASE 2.6 de forma a validar os resultados obtidos com o PLAXIS 3D. Nestas análises, que podem ser consultadas em 4.2.3, os valores obtidos com os PLAXIS 3D foram corroborados pelo programa escolhido para o efeito.

Na tabela 5.3 são apresentados os coeficientes “ I_w ” para o centro de sapatas rectangulares flexíveis com $\nu=0,3$ assim como os valores propostos por Milovic, disponíveis para alguns dos casos estudados no presente trabalho. Os valores referentes aos mesmos valores com $\nu=0,5$, desta feita apenas referentes ao programa PLAXIS 3D, são apresentados no capítulo 4 na tabela 4.9.

Observando a tabela 5.3 é visível que os valores obtidos com o PLAXIS 3D em que é possível efectuar a comparação com os propostos por Milovic se aproximam bastante destes. Também se verifica, nas tabelas 5.3 e 4.9, que a progressão dos valores à medida que H/B e L/B aumentam é a esperada. Verifica-se, por último, que entre os valores obtidos considerando $\nu=0,3$ e $0,5$, os valores mais elevados são os obtidos com $\nu=0,3$, como novamente seria de esperar.

Tabela 5.3 – Coeficientes “ I_w ” para o centro de sapatas rectangulares flexíveis com $\nu=0,3$

		$\nu=0,3$									
		Plaxis 3D	Milovic	Plaxis 3D	Milovic	Plaxis 3D	Milovic	Plaxis 3D	Milovic		
H/B \ L/B	L/B	1		1,5		2		3		5	
	0,25		0,180		0,182		0,178		0,180		0,136
0,5		0,405	0,381	0,399		0,394	0,380	0,392		0,368	
1		0,663	0,632	0,714		0,725	0,712	0,725		0,722	
1,5		0,763		0,865		0,910		0,942		0,962	
2		0,824	0,812	0,941		1,009	1,004	1,073		1,071	
2,5		0,867		1,003		1,082		1,171		1,237	
3		0,901	0,874	1,040		1,131	1,125	1,241		1,331	
3,5		0,919		1,067		1,167		1,292		1,405	
5		0,953	0,925	1,117		1,233	1,234	1,388		1,550	
7,5		0,980		1,157		1,285		1,465		1,673	
10		0,989		1,181		1,315		1,503		1,763	
∞		1,044	1,021	1,269	1,235	1,436	1,394	1,687	1,623	2,078	1,915

Estas constatações, conjugadas com as análises preliminares efectuadas, parecem garantir que os valores propostos neste trabalho serão bastante precisos.

No anexo A.3.2 são apresentados gráficos representando visualmente a informação apresentada nas tabelas 5.3 e 4.9.

5.3. SAPATAS RECTANGULARES RÍGIDAS

Os estudos paramétricos de sapatas rectangulares rígidas foram realizados com o programa ELFEN, já que o PLAXIS 3D Foundation não se mostrou adequado a este tipo de simulação. Esta análise é puramente tridimensional.

À imagem do que acontece nos outros programas, os factores que se fazem variar tendo em vista a obtenção de resultados mais precisos são o grau de refinamento da malha e as dimensões do domínio a considerar.

Um senão deste programa é a grande exigência de capacidade computacional para análises tridimensionais. Por este motivo foi necessário escolher domínios para os problemas bastante mais reduzidos do que os considerados nas análises utilizando os outros programas. Também o refinamento das malhas é mais reduzido do que nas outras análises. Isto, aliado ao facto de os valores para os coeficientes “ I_w ” obtidos nas primeiras tentativas diferirem bastante dos propostos na bibliografia de referência, fez surgir a necessidade de análises prévias de modo a avaliar a qualidade dos resultados que estavam a ser obtidos com o ELFEN.

Estas análises passaram por comparar resultados obtidos com o ELFEN em análises a duas e a três dimensões, e posteriormente confrontar estes com os valores análogos obtidos com o PLAXIS v8.0. Estas análises podem ser consultadas em 4.3.2. Posteriormente foram também realizadas análises comparativas entre o ELFEN e o PLAXIS 3D de modo a validar os resultados conseguidos com o ELFEN. Estas análises são apresentadas em 4.3.3.

O que resultou deste processo foi uma comprovação bastante encorajadora dos resultados obtidos com recurso ao ELFEN. Conjugando estas conclusões com o facto de já nas análises de sapatas circulares rígidas terem sido observados desvios consideráveis entre os valores obtidos neste trabalho e os propostos por Milovic, e nesta instância terem sido considerados estes últimos pouco válidos, tem-se que os valores calculados com o ELFEN devem ser encarados com confiança.

Na tabela 5.4 são apresentados os coeficientes correctivos “ I_w ” para sapatas rectangulares com $\nu=0,3$ assim como alguns valores propostos por Milovic para esta situação. Os valores análogos para o coeficiente de Poisson de 0,5 são apresentados no capítulo 4 na tabela 4.13.

Por observação das tabelas 5.4 e 4.13 verifica-se que a progressão dos valores com o aumento de “ H/B ” é a esperada. Também comparando os valores correspondentes a várias dimensões relativas da sapata verifica-se que os coeficientes “ I_w ” aumentam com a relação “ L/B ” e os valores correspondentes a $\nu=0,3$ são superiores aos análogos para $\nu=0,5$.

Por estes motivos e devido também às análises de validação efectuadas consideram-se os valores obtidos com recurso ao ELFEN como fiáveis.

O único problema encontrado nesta análise foi a impossibilidade de se chegar a valores razoáveis para os casos de $H/B=10$ e ∞ para algumas dimensões relativas das sapatas. Estes valores em falta são visíveis nas tabelas 4.13 e 5.4. A razão para tal prende-se com o facto de o programa ELFEN, como foi referido, necessitar de uma grande capacidade computacional para os seus processos de cálculo.

Como os casos de $H/B=10$ e ∞ envolvem dimensões do domínio consideráveis, as malhas tridimensionais tornam-se excessivamente pesadas nas condições de refinamento utilizadas na resolução dos outros casos da análise paramétrica. Devido a este motivo foi absolutamente necessário, para obter resultados, diminuir o nível de refinamento, o que conduziu a resultados não aceitáveis, ou seja menores coeficientes “ I_w ” por comparação com casos análogos em que “ H/B ” é menor. Por este motivo decidiu-se não apresentar quaisquer resultados para estas situações.

No anexo A.3.3 são apresentados gráficos representando visualmente a informação apresentada nas tabelas 5.4 e 4.13.

Tabela 5.4 – Coeficientes “ I_w ” para sapatas rectangulares rígidas com $\nu=0,3$

		$\nu=0,3$					
		Plaxis 3D	Milovic Plaxis 3D	Milovic Plaxis 3D	Milovic Plaxis 3D	Milovic Plaxis 3D	Milovic
L/B H/B		1	1,5	2	3	5	
0,25		0,158	0,163	0,165	0,167	0,169	
0,5		0,293	0,293	0,300	0,308	0,314	
1		0,434	0,499	0,473	0,495	0,563	0,518
1,5		0,520	0,582	0,619	0,660	0,681	
2		0,571	0,781	0,651	0,702	0,922	0,759
2,5		0,604	0,698	0,759	0,831	0,879	
3		0,632	0,725	0,731	0,800	0,920	0,885
3,5		0,644	0,755	0,831	0,926	1,000	
5		0,673	0,874	0,798	0,887	1,143	1,003
7,5		0,698	0,835	0,915	1,047	1,218	
10		0,701	0,844	0,954			
∞		0,739	0,920	0,920	0,900	0,870	0,810

6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objectivo principal deste trabalho consistiu na determinação dos coeficientes correctivos expeditos “ I_s ” para a determinação do assentamento elástico de fundações superficiais. Como fonte de valores de referência foi considerado o livro de D. Milovic intitulado "Stresses and Displacements for Shallow Foundations" [1].

Este estudo recorreu ao método dos elementos finitos tendo sido utilizados os programas Plaxis v8.0, Plaxis 3D Foundation v1.1 e Elfen, bem como o PLANE e o Phase 2.6, estes últimos para breves análises comparativas.

Todos os esforços foram envidados no sentido de atingir o maior grau de precisão possível dentro dos limites das ferramentas de cálculo disponíveis, tendo sido realizado um grande número de análises de modo a cobrir uma extensa gama de casos com interesse prático.

Contudo, estas análises, apesar de transmitirem bastante segurança nos valores deste trabalho, não permitem afirmar sem sombra de dúvida que, caso fossem utilizados programas distintos, os resultados não seriam ligeiramente diferentes. Isto advém principalmente do facto de a geração automática de malhas não estruturadas disponível nos programas comerciais não permitir um controlo total sobre as condições de cálculo. De qualquer modo as variadas análises comparativas realizadas permitem concluir que os resultados obtidos neste trabalho são válidos e passíveis de serem aplicados com bastante segurança.

Na opinião do autor, pode afirmar-se que os objectivos do presente trabalho foram globalmente atingidos, sendo apenas de referir a existência de alguns casos de sapatas rectangulares rígidas em que as malhas tridimensionais se revelaram excessivamente pesadas para as capacidades de cálculo existentes.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Milovic, D. *Stresses and Displacements for Shallow Foundations*. Elsevier, Amsterdão, 1992.
- [2] Matos Fernandes, M. *Mecânica dos Solos II Volume*. FEUP Edições, Porto, 1995
- [3] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R. L. *The Finite Element Method Volume 1: The Basis*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000
- [4] Fish, J., Belytschko, T. *A First Course in Finite Elements*. Wiley, Chichester, 2007
- [5] Rao Singiresu, S. *The Finite Element Method in Engineering*, Elsevier, Miami, 2004
- [6] Azevedo, A. *Método dos Elementos Finitos*, Porto, 2003
- [7] www.plaxis.nl
- [8] *Tutorial Manual Plaxis v8.0*
- [9] *Reference Manual Plaxis v8.0*
- [10] *Tutorial Manual Plaxis 3D Foundation v1.1*
- [11] *Reference Manual Plaxis 3D Foundation v1.1*
- [12] www.roscience.com/support/Phase2.asp
- [13] www.rockfield.co.uk/elfen.htm
- [14] *PLANE*, Couto Marques, J., FEUP
- [15] Manual de utilização do *Plane*, Couto Marques, J.

Anexos

A.1 (CAP. 3)

A.1.1. ANÁLISE REALIZADA NO SOFTWARE PLANE (CAP. 3.2)

Tabela A.1.1.1 – Reacções produzidas na análise de sapata corrida rígida rugosa com $H/B=0.5$

nó	fx	fy
1161	9,03E-02	-0,21072
1162	-4,52E-03	-0,84279
1163	-4,49E-03	-0,42136
1164	-1,35E-02	-0,84259
1165	-8,92E-03	-0,42123
1166	-2,24E-02	-0,84256
1167	-1,32E-02	-0,42134
1168	-3,10E-02	-0,84363
1169	-1,73E-02	-0,42229
1170	-3,91E-02	-0,84751
1171	-2,10E-02	-0,42525
1172	-4,66E-02	-0,85745
1173	-2,37E-02	-0,43219
1174	-5,31E-02	-0,88037
1175	-2,49E-02	-0,44828
1176	-5,48E-02	-0,93270
1177	-1,86E-02	-0,47582
1178	-5,48E-02	-1,08132
1179	-1,23E-01	-0,55008
1180	1,30E-01	-1,48748
1181	4,95E-01	-1,67890
soma=		-15,36586

Tabela A.1.1.2 – Reacções produzidas na análise de sapata corrida rígida lisa com H/B=0.5

nó	fx	fy
1161	7,91E-02	-0,21301
1162	0,00E+00	-0,85183
1163	0,00E+00	-0,42581
1164	0,00E+00	-0,85110
1165	0,00E+00	-0,42529
1166	0,00E+00	-0,85000
1167	0,00E+00	-0,42471
1168	0,00E+00	-0,84935
1169	0,00E+00	-0,42461
1170	0,00E+00	-0,85075
1171	0,00E+00	-0,42623
1172	0,00E+00	-0,85715
1173	0,00E+00	-0,43049
1174	0,00E+00	-0,87565
1175	0,00E+00	-0,44620
1176	0,00E+00	-0,91690
1177	0,00E+00	-0,46277
1178	0,00E+00	-1,08504
1179	0,00E+00	-0,52240
1180	0,00E+00	-1,37196
1181	0,00E+00	-1,73268
soma=		-15,29389

Tabela A.1.1.3 – Reacções produzidas na análise de sapata corrida rígida rugosa com H/B=1

nó	fx	fy
1161	0,08971	-2,07E-01
1162	-0,00452	-8,33E-01
1163	-0,00344	-4,19E-01
1164	-0,01313	-8,53E-01
1165	-0,00561	-4,34E-01
1166	-0,01710	-9,04E-01
1167	-0,00040	-4,62E-01
1168	-0,01740	-1,05E+00
1169	-0,09552	-5,36E-01
1170	0,15763	-1,45E+00
1171	0,54044	-1,63E+00
soma=		-8,78628

Tabela A.1.1.4 – Reacções produzidas na análise de sapata corrida rígida lisa com H/B=1

nó	fx	fy
1161	8,44E-02	-0,20675
1162	0,00E+00	-0,83012
1163	0,00E+00	-0,41627
1164	0,00E+00	-0,84764
1165	0,00E+00	-0,43236
1166	0,00E+00	-0,89030
1167	0,00E+00	-0,45012
1168	0,00E+00	-1,05916
1169	0,00E+00	-0,51067
1170	0,00E+00	-1,34575
1171	0,00E+00	-1,70506
soma=		-8,69420

Tabela A.1.1.5 – Reacções produzidas na análise de sapata corrida rígida rugosa com H/B=2

nó	fx	fy
4061	5,32E-02	-0,12228
4062	1,71E-03	-0,49303
4063	2,48E-03	-0,24853
4064	5,72E-03	-0,51083
4065	6,39E-03	-0,26247
4066	1,36E-02	-0,55549
4067	1,58E-02	-0,28875
4068	2,90E-02	-0,66871
4069	-2,38E-02	-0,34662
4070	1,53E-01	-0,97314
4071	5,03E-01	-1,09981
		-5,56965

Tabela A.1.1.6 – Reacções produzidas na análise de sapata corrida rígida lisa com H/B=2

nó	fx	fy
4061	8,37E-02	-0,11867
4062	0,00E+00	-0,47812
4063	0,00E+00	-0,24053
4064	0,00E+00	-0,49538
4065	0,00E+00	-0,25556
4066	0,00E+00	-0,53544
4067	0,00E+00	-0,27433
4068	0,00E+00	-0,66947
4069	0,00E+00	-0,32618
4070	0,00E+00	-0,89478
4071	0,00E+00	-1,17870
		-5,46717

Tabela A.1.1.7 – Reacções produzidas na análise de sapata corrida rígida rugosa com H/B=3

nó	fx	fy
6091	4,25E-02	-0,09742
6092	3,02E-03	-0,39306
6093	3,65E-03	-0,19829
6094	9,70E-03	-0,40835
6095	8,76E-03	-0,21024
6096	2,01E-02	-0,44641
6097	1,87E-02	-0,23316
6098	3,88E-02	-0,54071
6099	-3,46E-03	-0,28152
6100	1,42E-01	-0,79612
6101	4,64E-01	-0,89418
		-4,49948

Tabela A.1.1.8 – Reacções produzidas na análise de sapata corrida rígida lisa com H/B=3

nó	fx	fy
6091	7,48E-02	-0,09348
6092	0,00E+00	-0,37692
6093	0,00E+00	-0,18977
6094	0,00E+00	-0,39193
6095	0,00E+00	-0,20275
6096	0,00E+00	-0,42657
6097	0,00E+00	-0,21923
6098	0,00E+00	-0,53982
6099	0,00E+00	-0,26362
6100	0,00E+00	-0,73022
6101	0,00E+00	-0,97081
		-4,40511

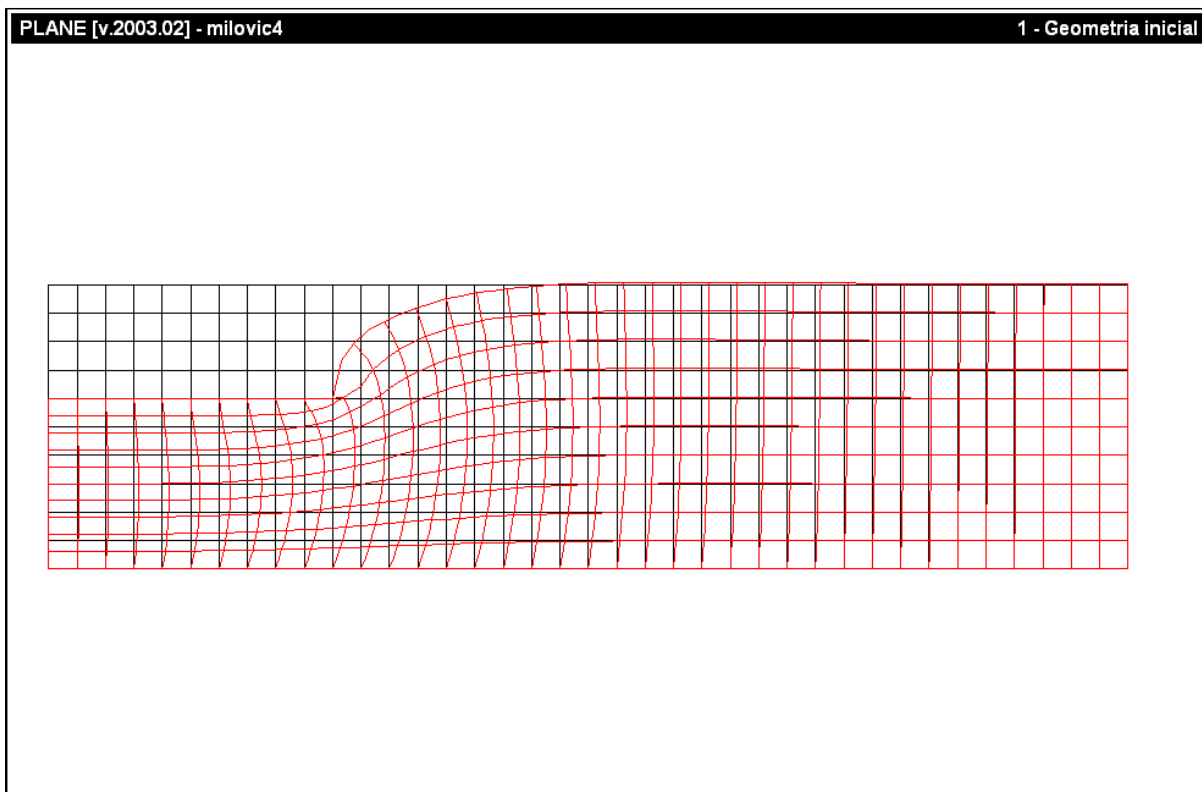


Fig. A.1.1.1 – Deformada para sapata corrida rígida rugosa com $H/B=0.5$

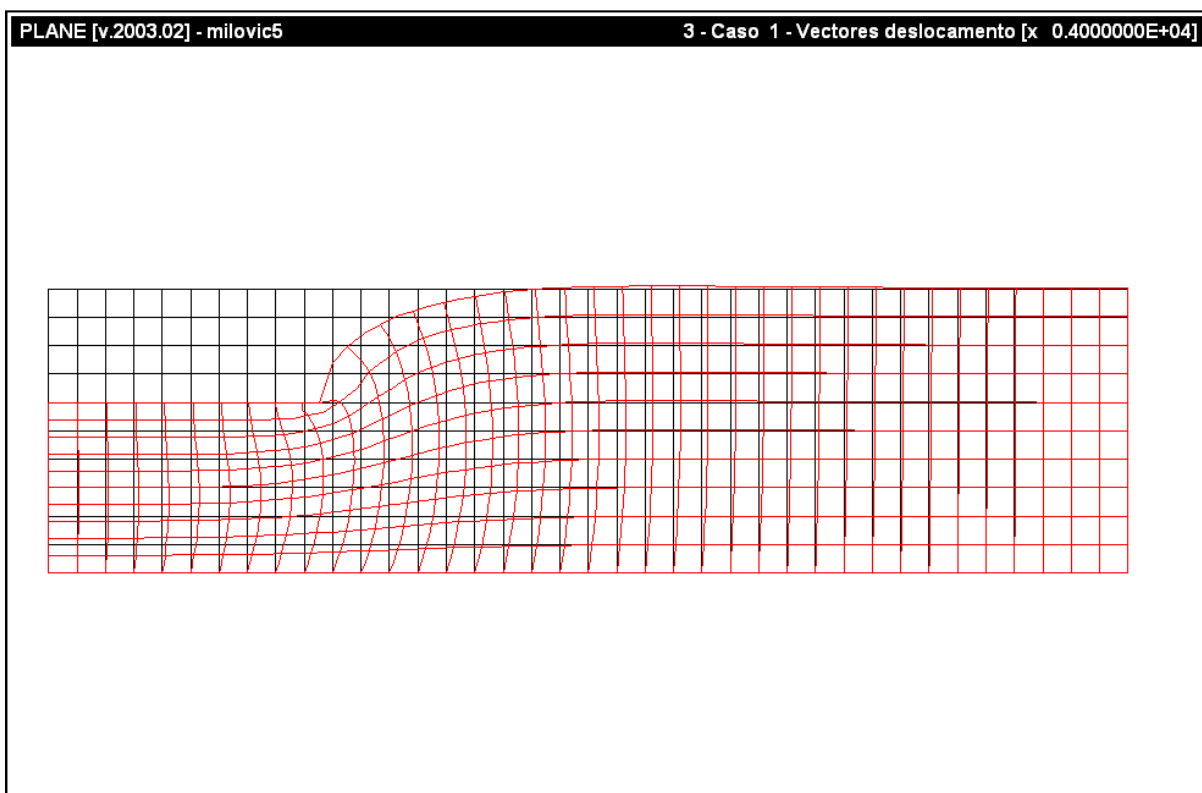


Fig. A.1.1.2 – Deformada para sapata corrida rígida lisa com $H/B=0.5$

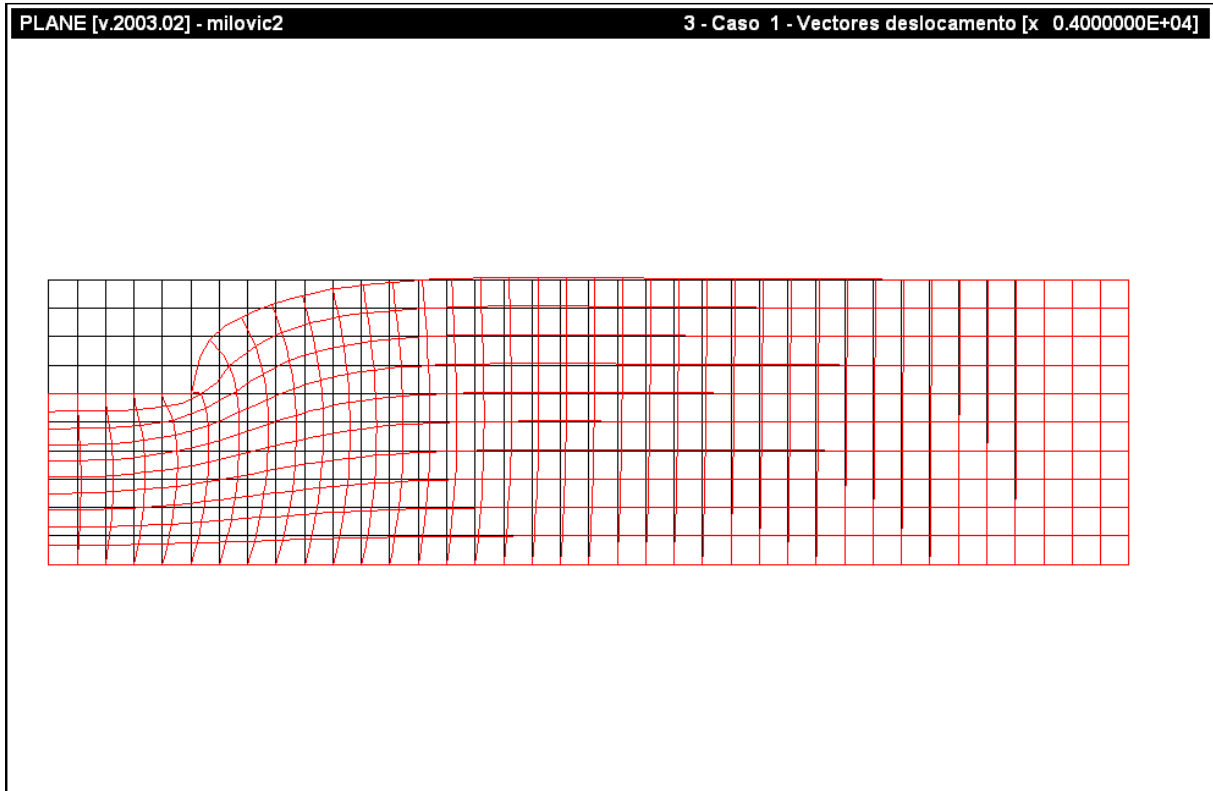


Fig. A.1.1.3 – Deformada para sapata corrida rígida rugosa com $H/B=1$

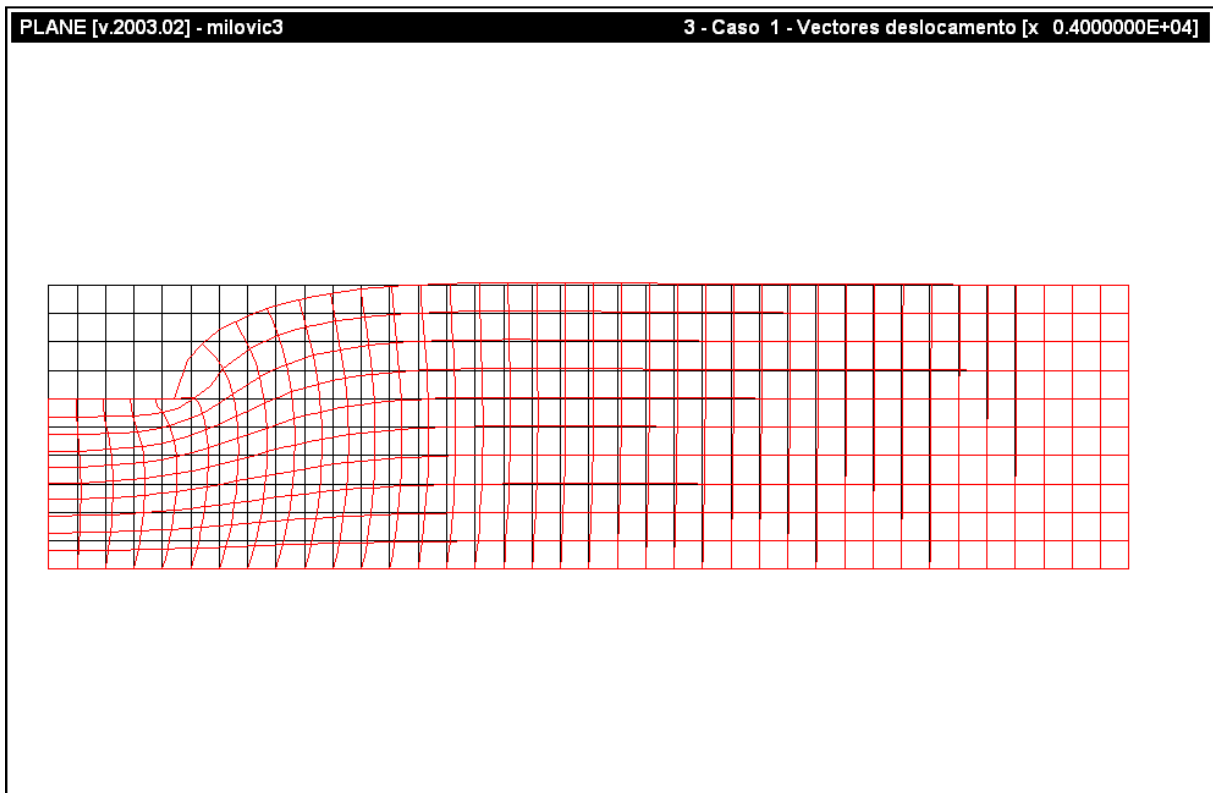


Fig. A.1.1.4 – Deformada para sapata corrida rígida lisa com $H/B=1$

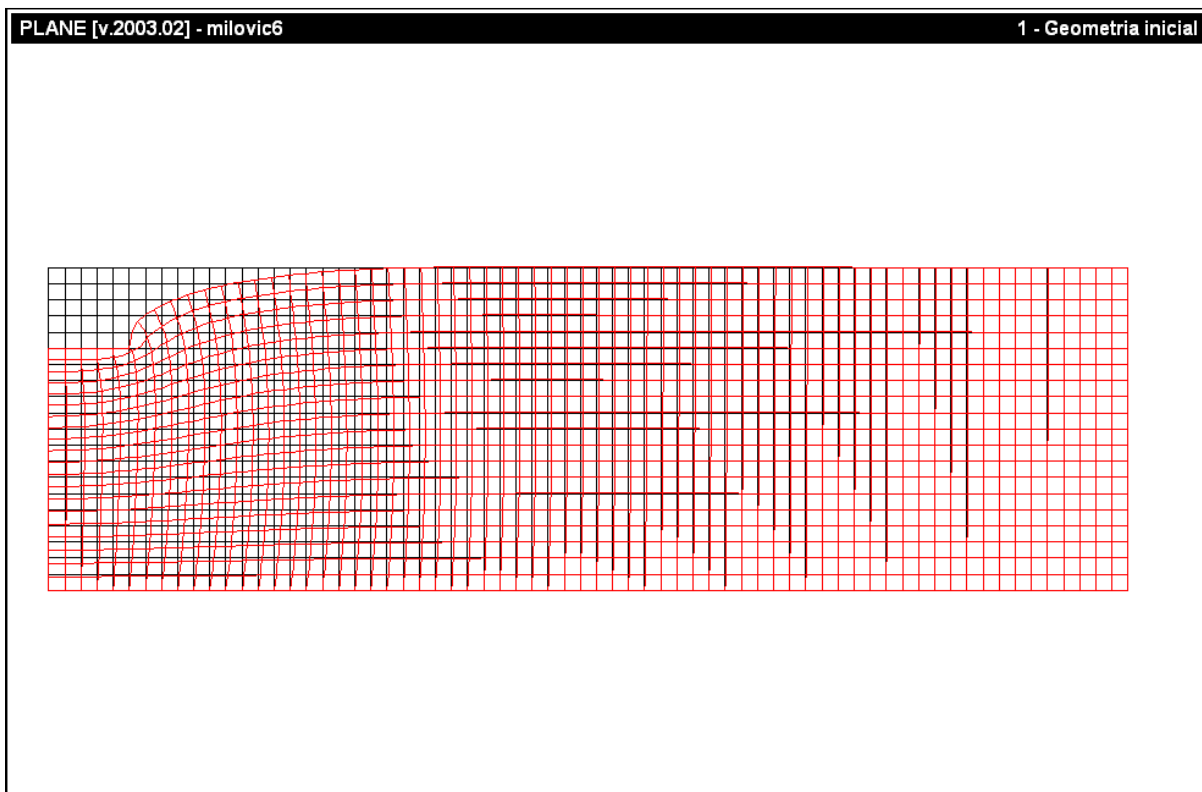


Fig. A.1.1.5 – Deformada para sapata corrida rígida rugosa com $H/B=2$

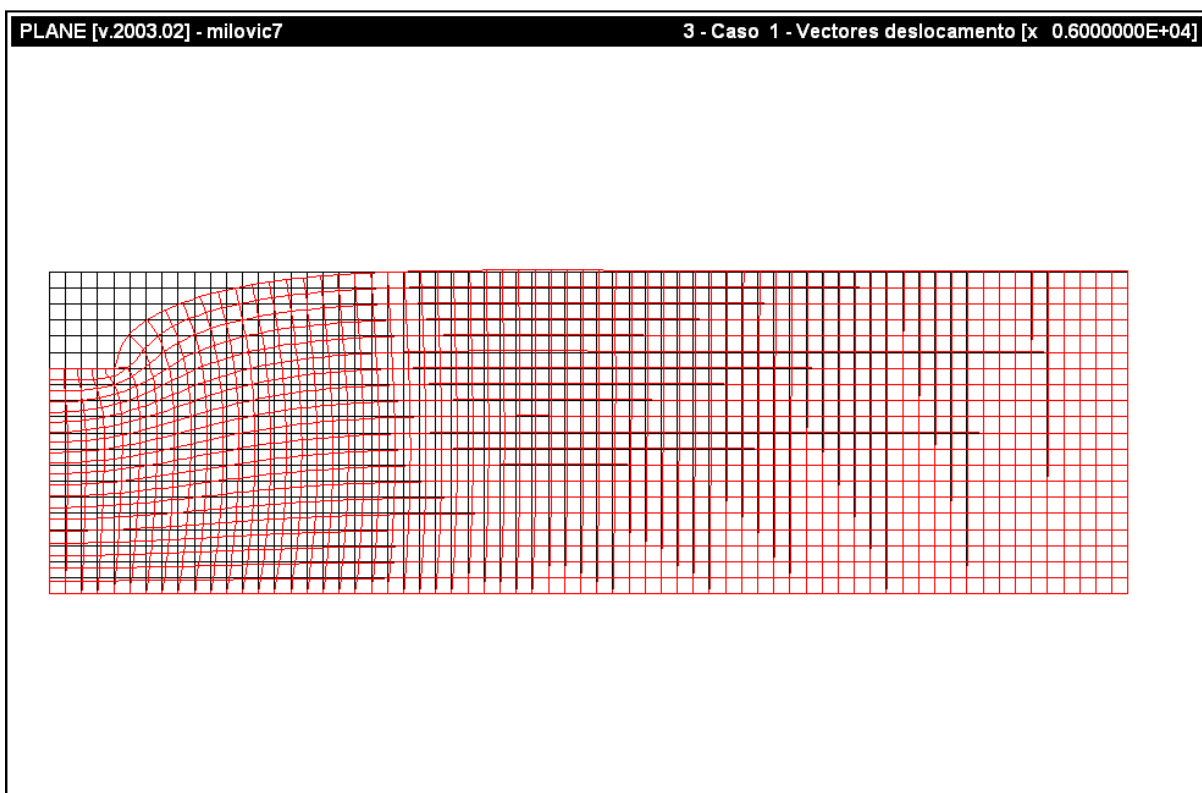


Fig. A.1.1.6 – Deformada para sapata corrida rígida lisa com $H/B=2$

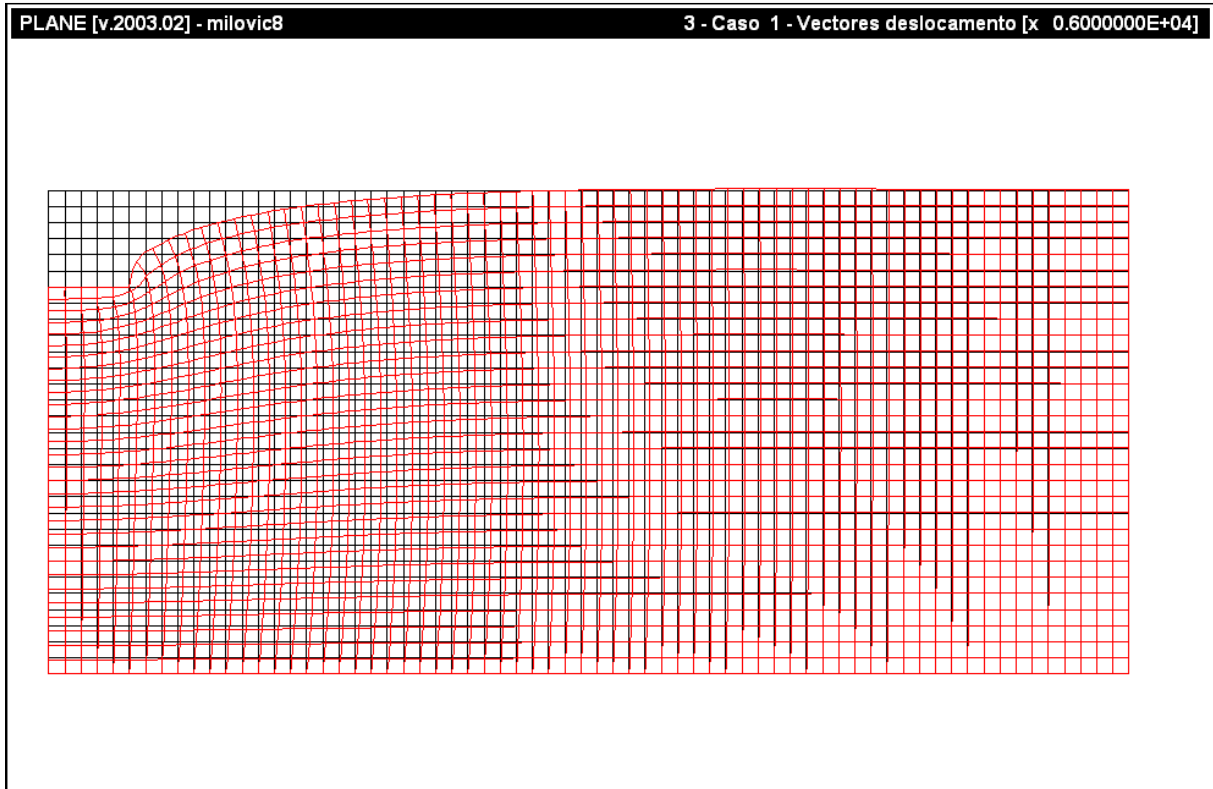


Fig. A.1.1.7 – Deformada para sapata corrida rígida rugosa com $H/B=3$



Fig. A.1.1.8 – Deformada para sapata corrida rígida lisa com $H/B=3$

A.1.2. DEFORMADAS OBTIDAS NO SOFTWARE PLAXIS v8.0 (CAP. 3.3)

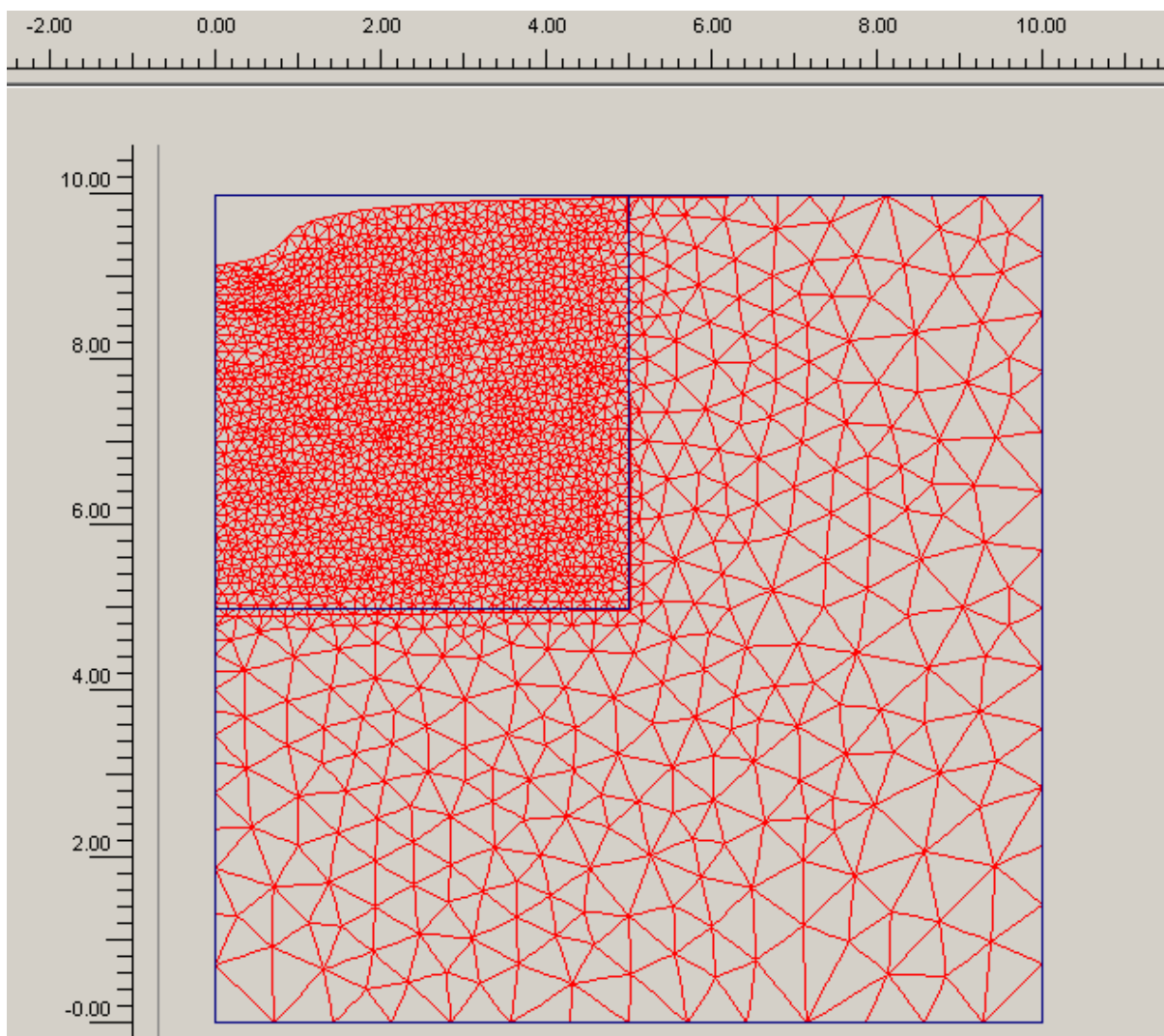


Fig. A.1.2.1 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=0.5$ e com $l=10$ m

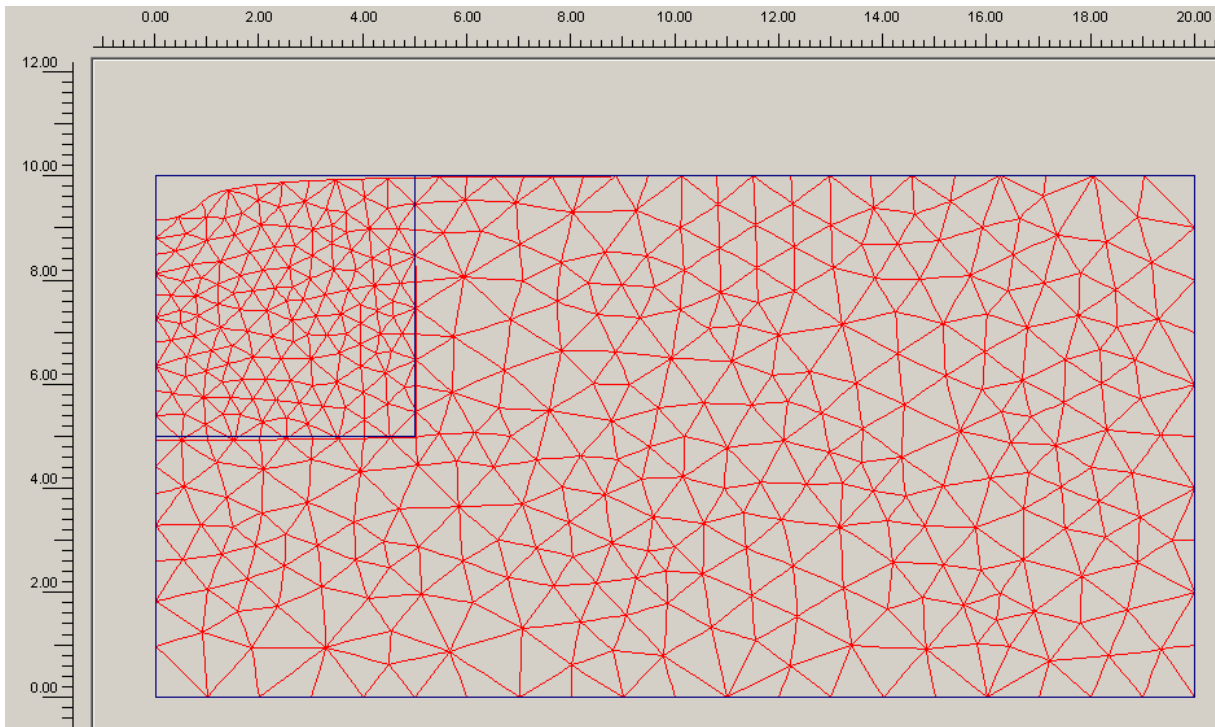


Fig. A.1.2.2 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=0.5$ e com $l=20$ m

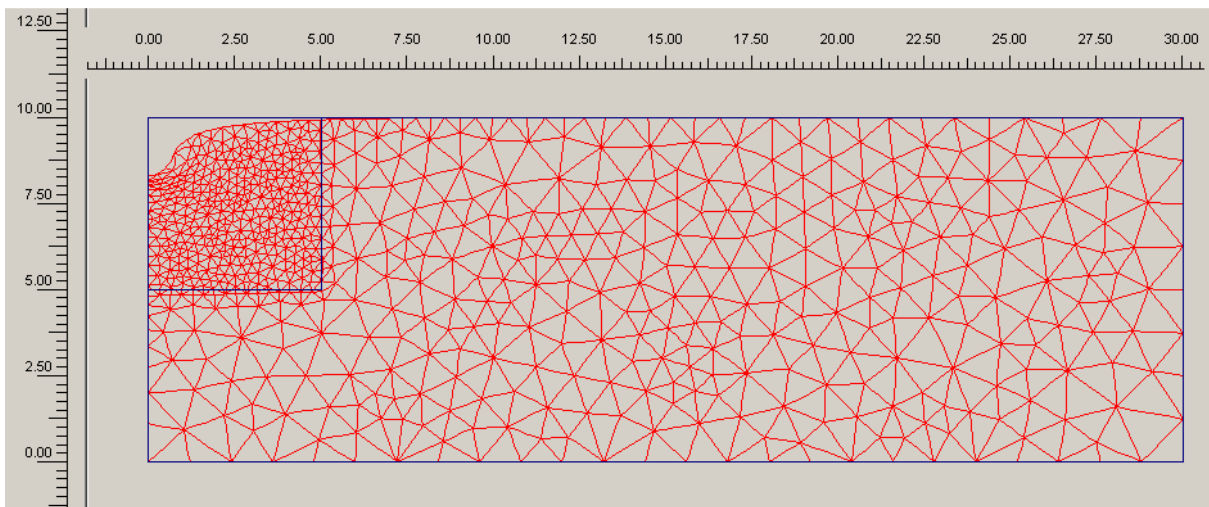


Fig. A.1.2.3 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=0.5$ e com $l=30$ m

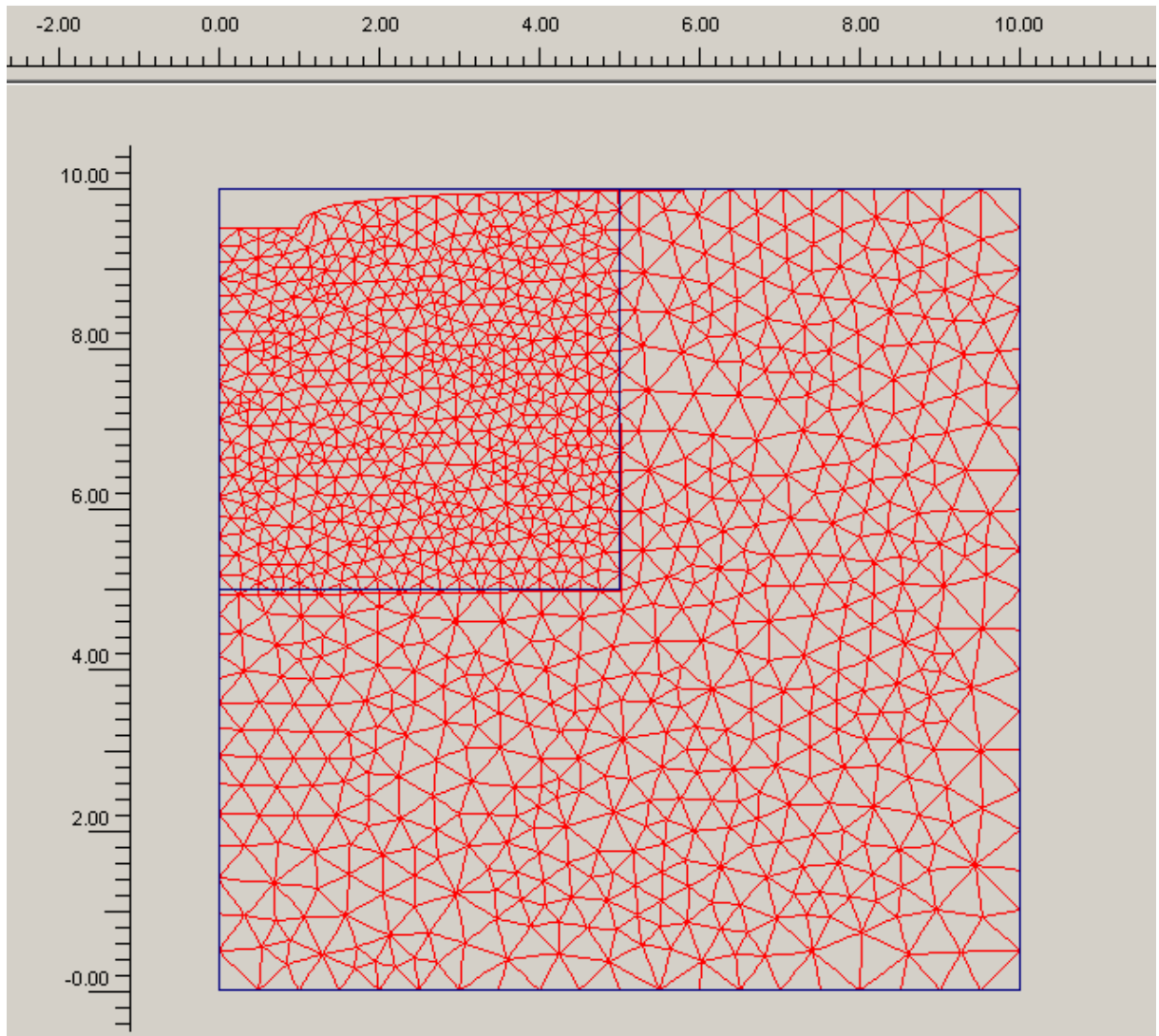


Fig. A.1.2.4 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=0.5$ e com $l=10$ m

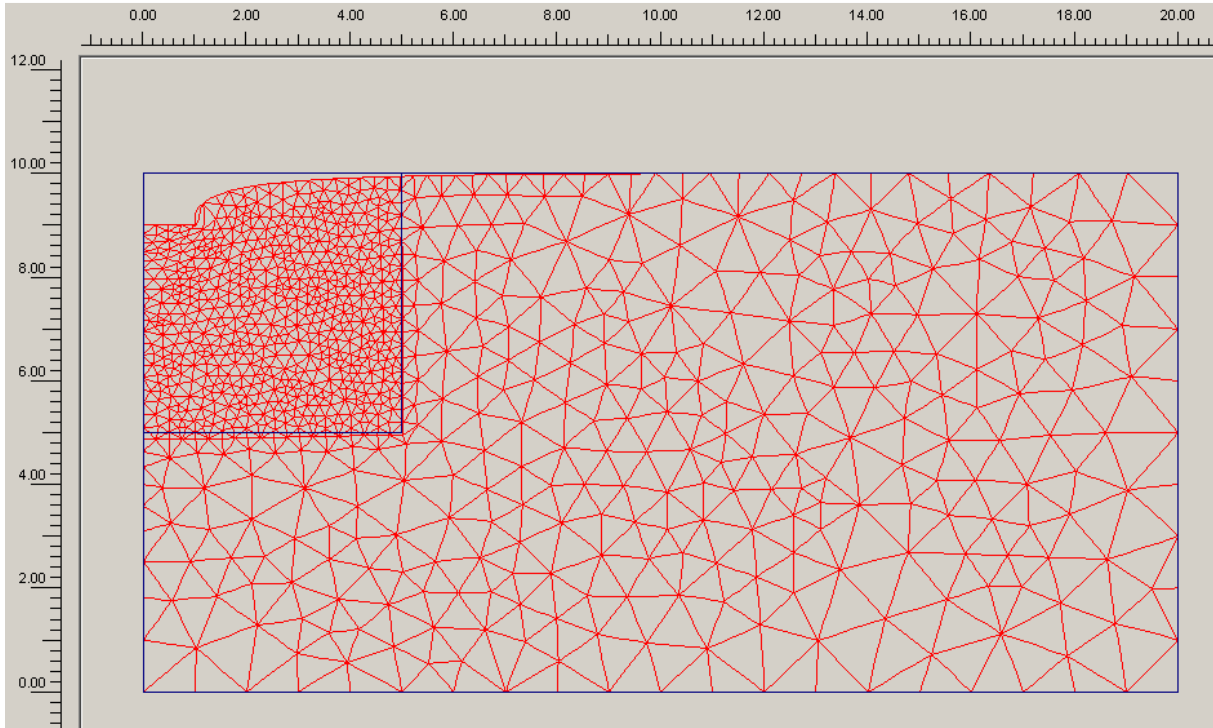


Fig. A.1.2.5 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=0.5$ e com $l=20$ m

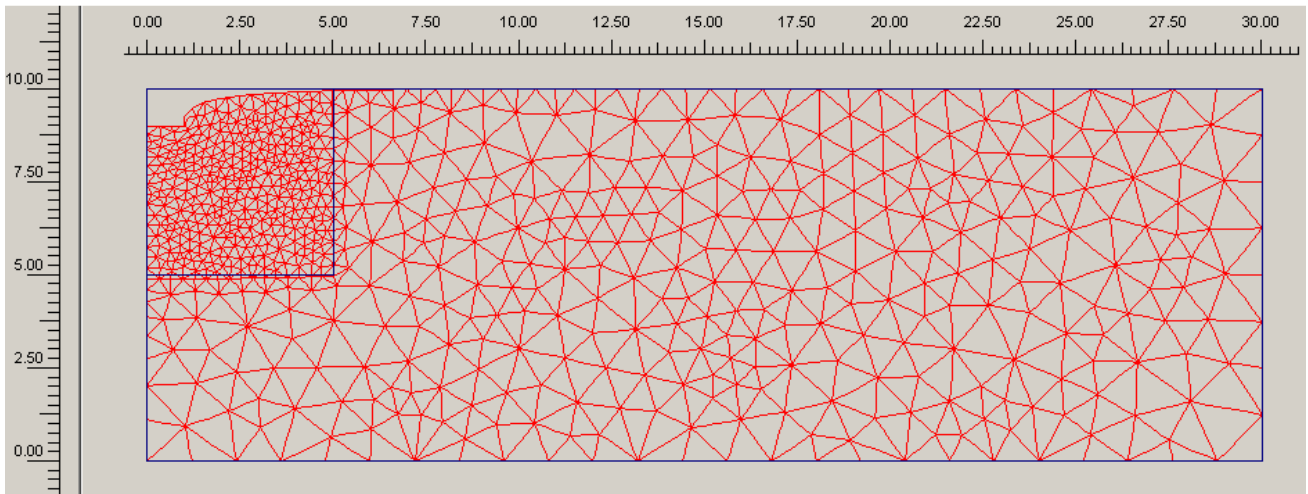


Fig. A.1.2.4 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=0.5$ e com $l=30$ m

A.1.3. DEFORMADAS OBTIDAS NO SOFTWARE PHASE 2.6 (CAP. 3.3)

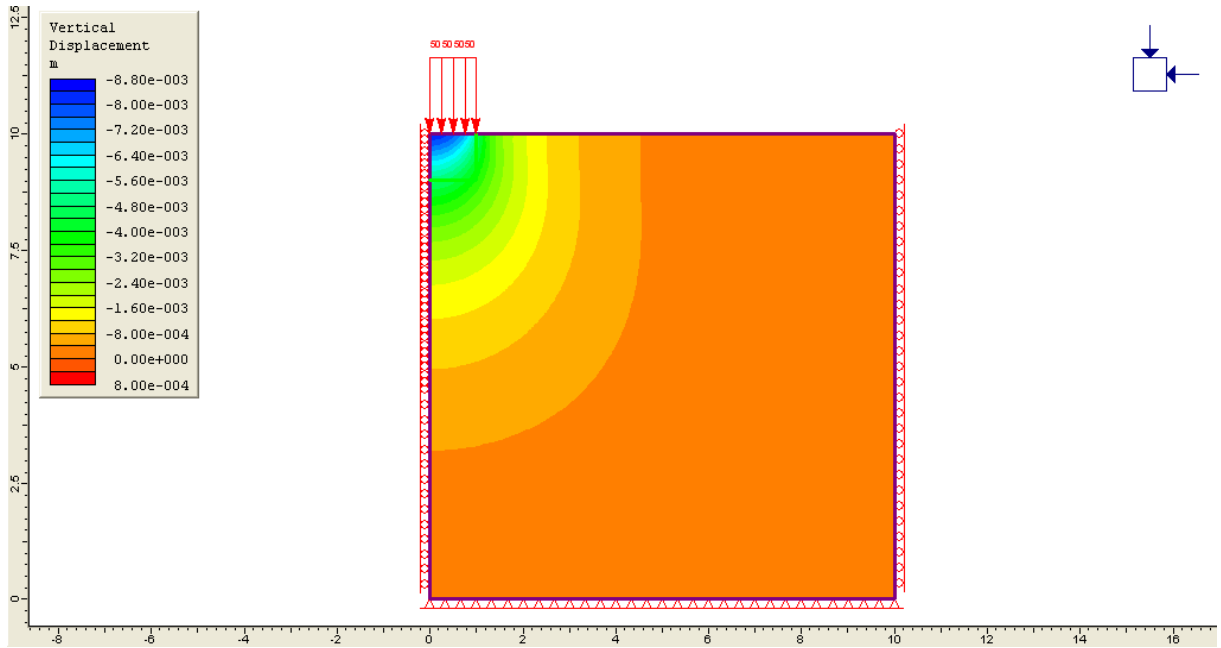


Fig. A.1.3.1 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=0.5$ e com $l=10$ m

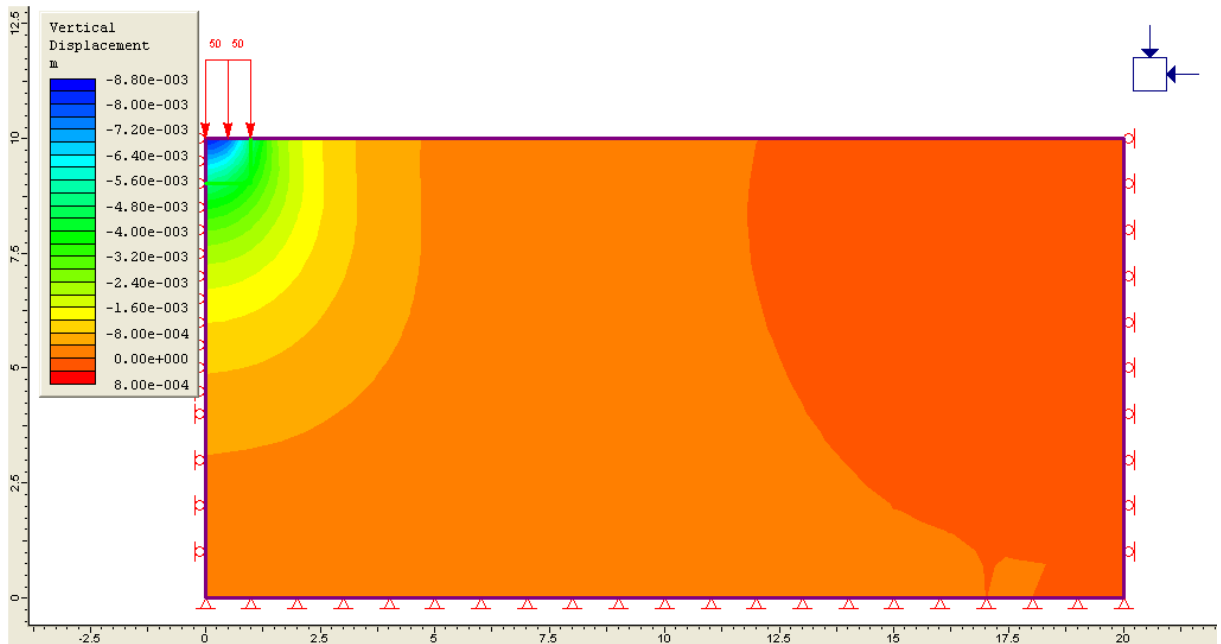


Fig. A.1.3.2 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=0.5$ e com $l=20$ m

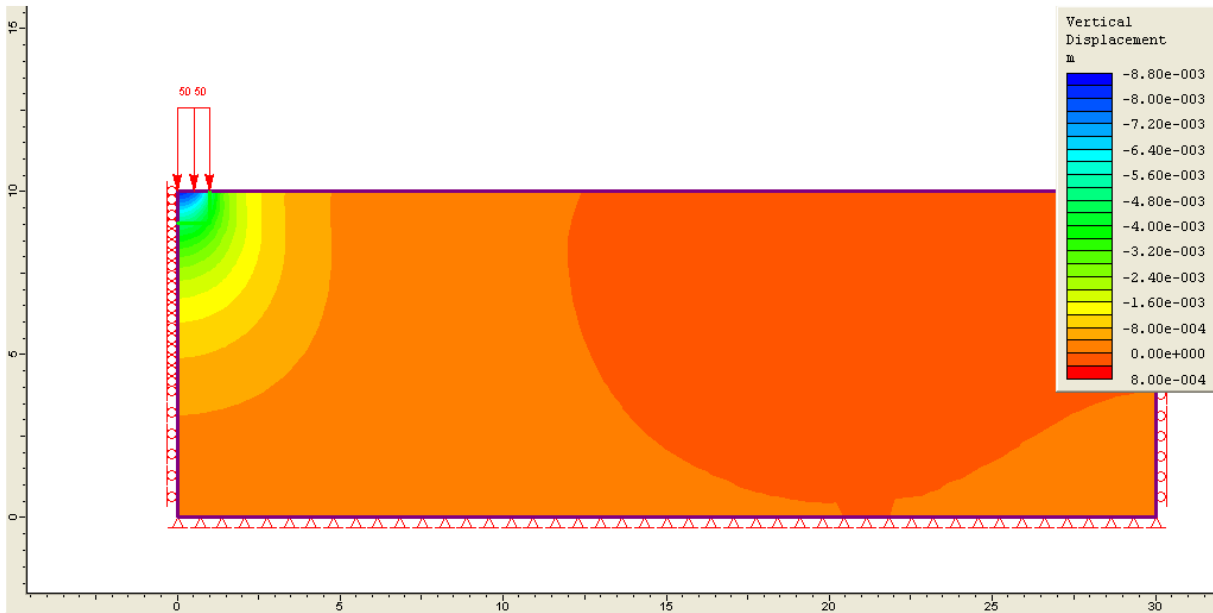


Fig. A.1.3.3 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=0.5$ e com $l=30$ m

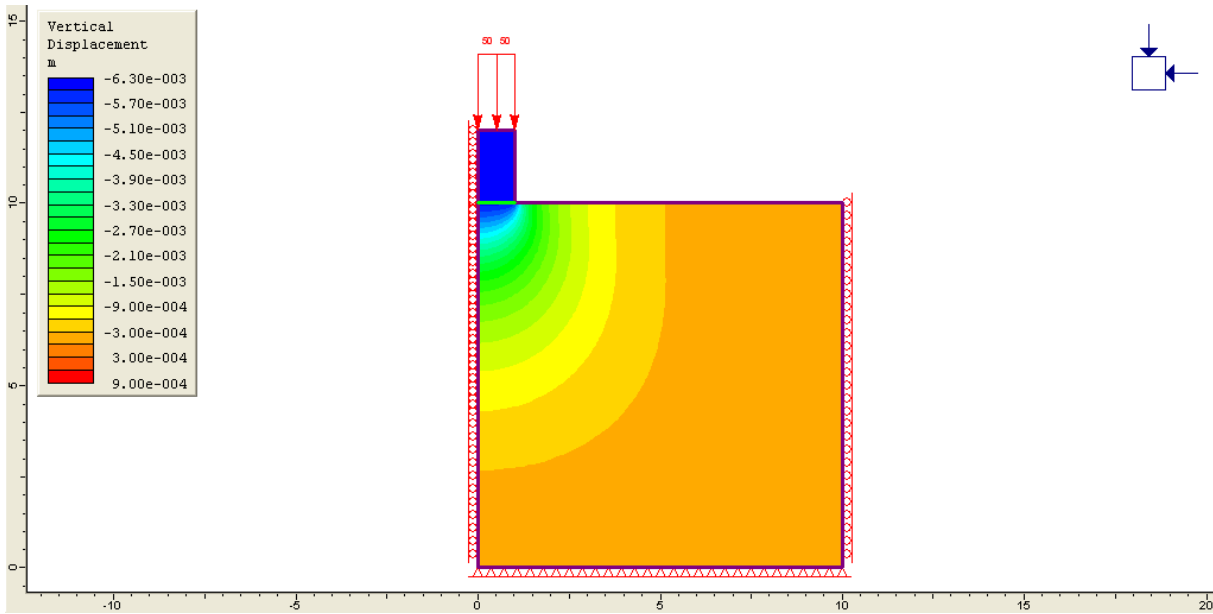


Fig. A.1.3.4 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=0.5$ e com $l=10$ m

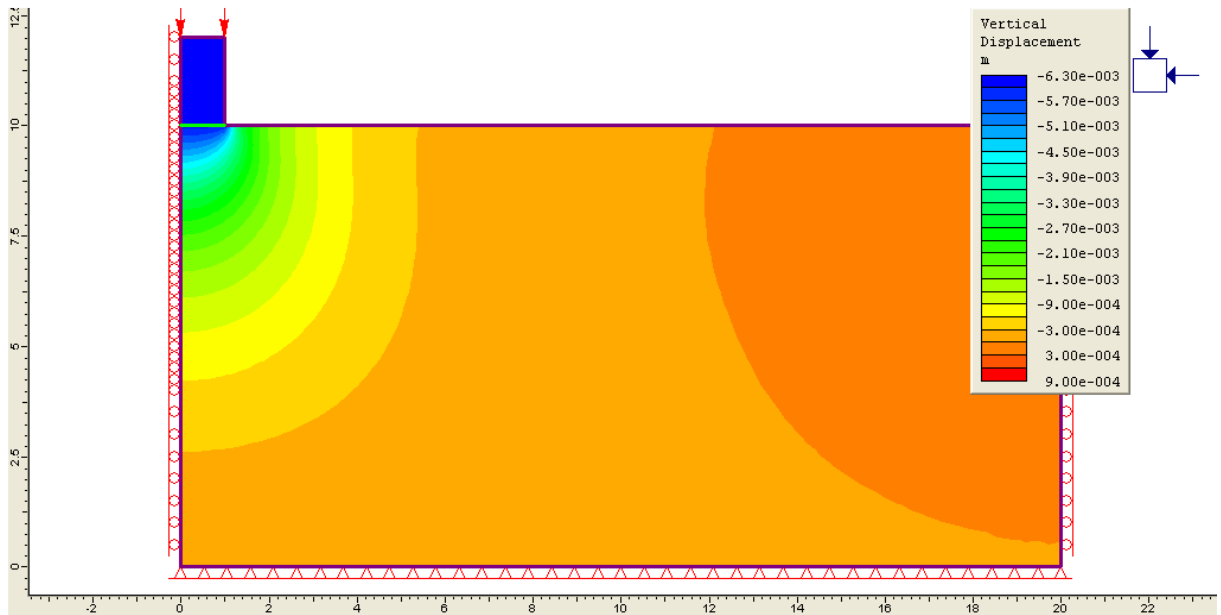


Fig. A.1.3.5 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=0.5$ e com $l=20$ m

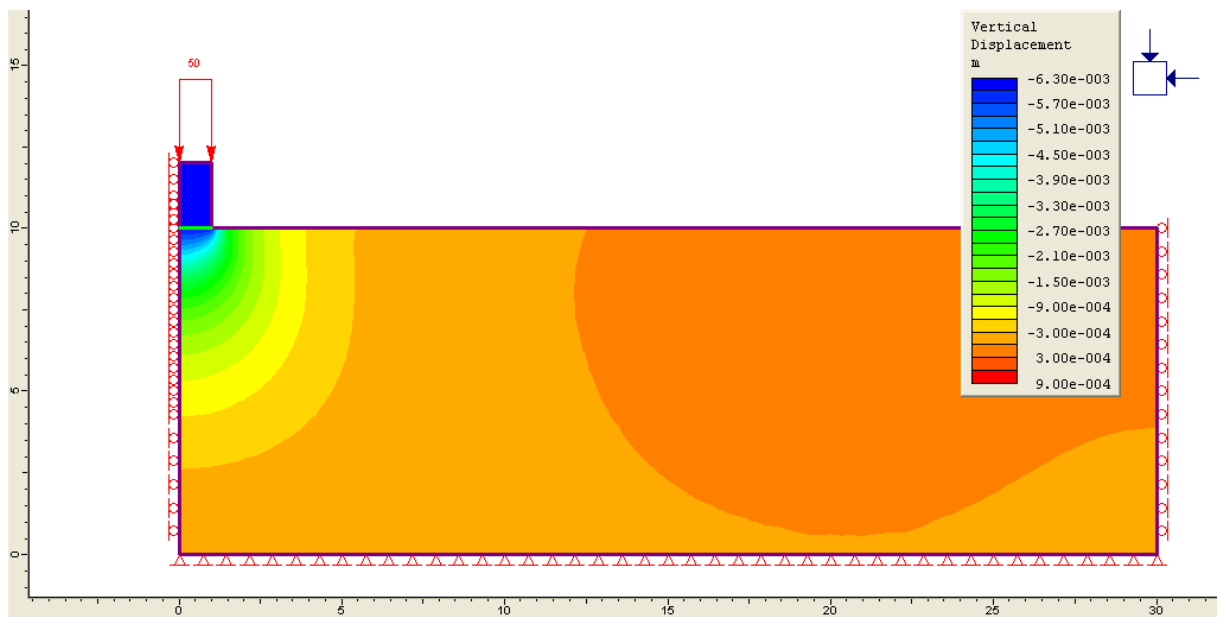


Fig. A.1.3.6 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=0.5$ e com $l=30$ m

A.1.4. DEFORMADAS OBTIDAS NO SOFTWARE PLAXIS v8.0 (CAP. 3.4)

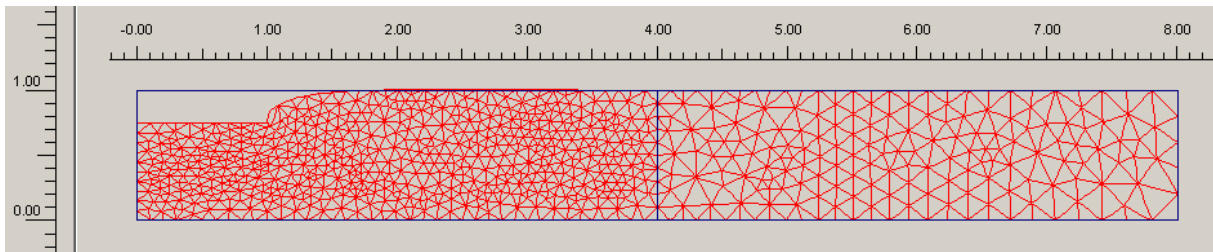


Fig. A.1.4.1 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=0.5$

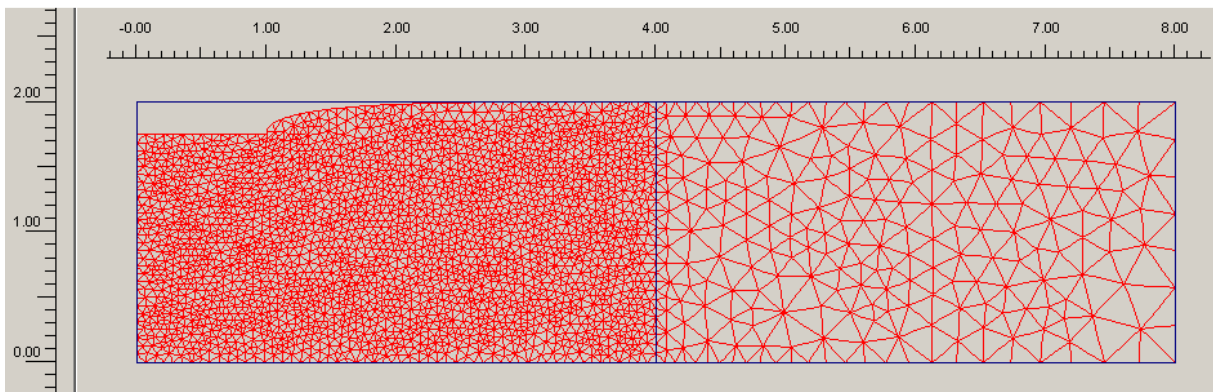


Fig. A.1.4.2 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=1$

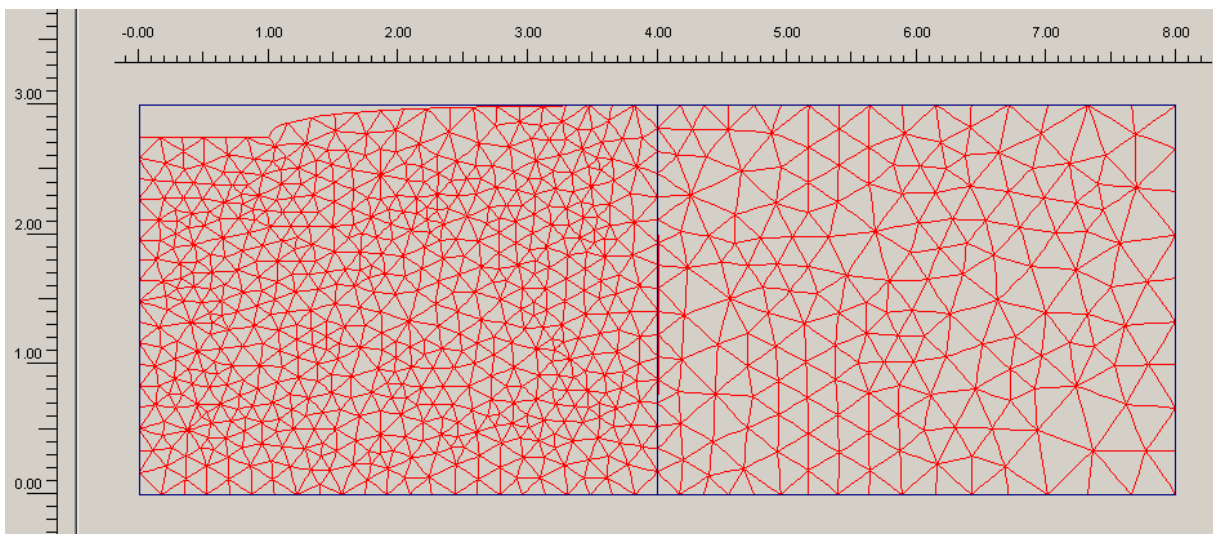


Fig. A.1.4.3 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=1.5$

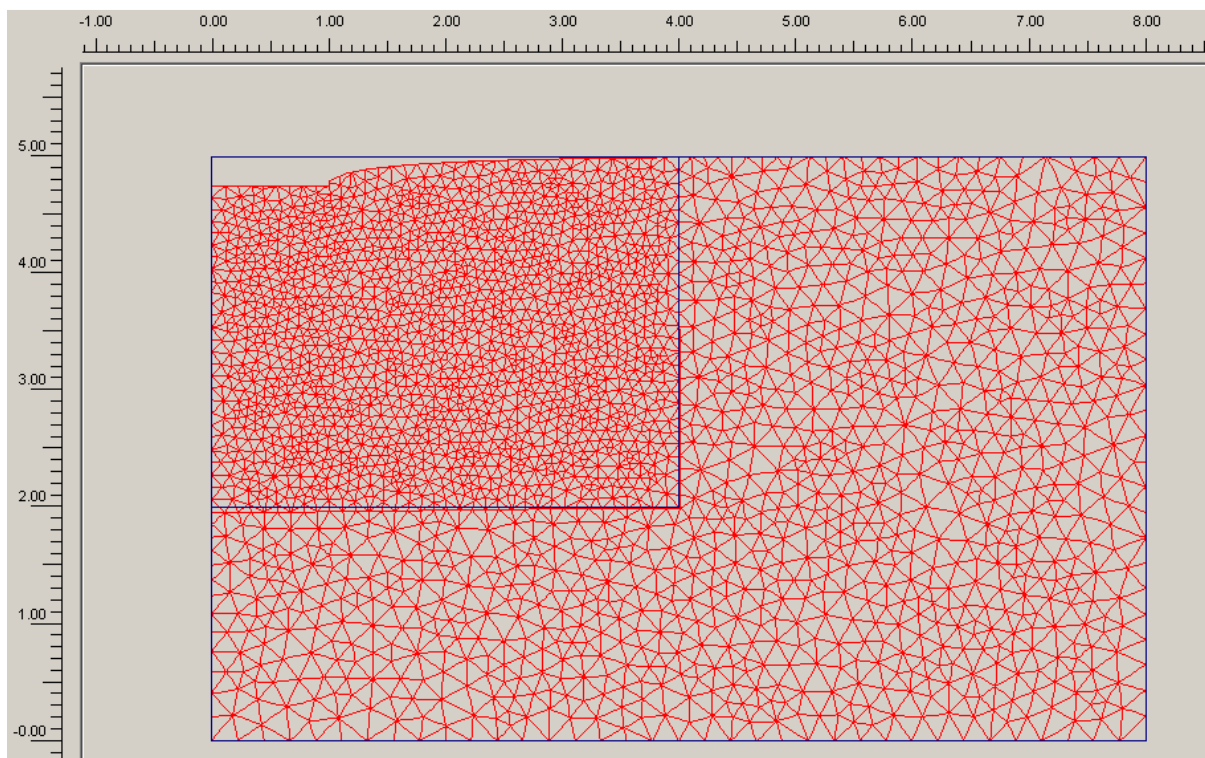


Fig. A.1.4.4 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=2.5$

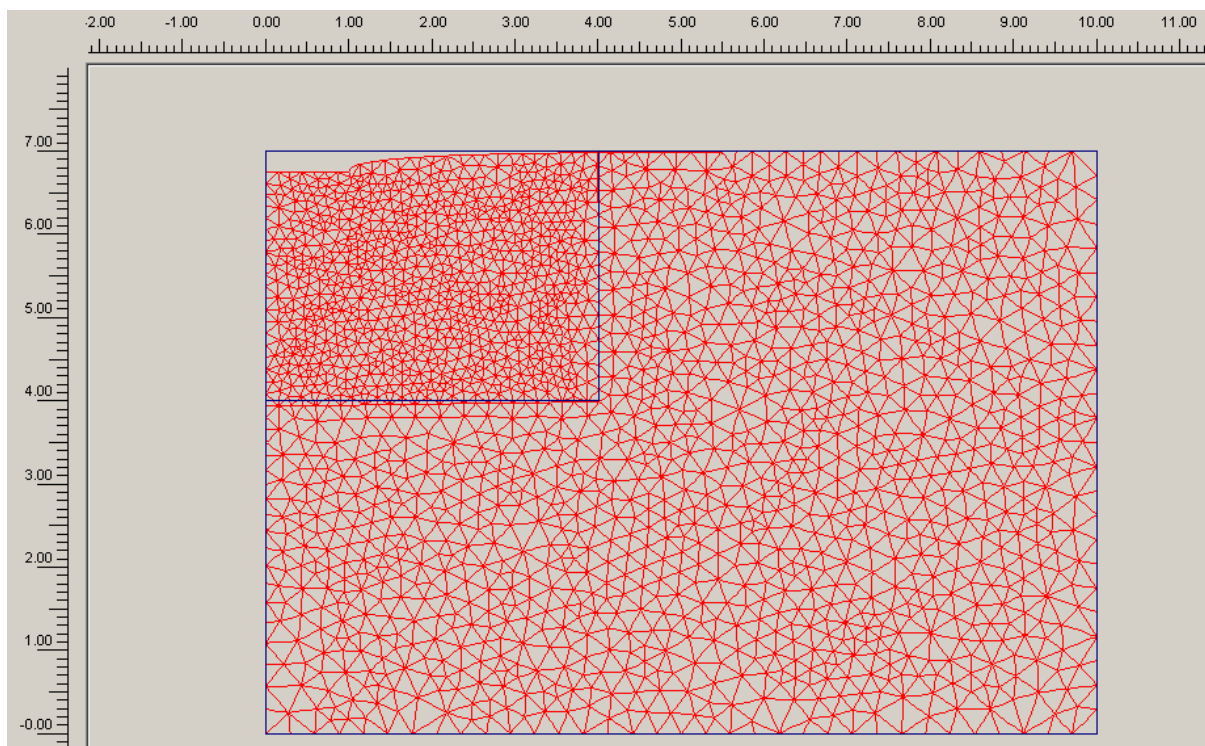


Fig. A.1.4.5 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=3.5$

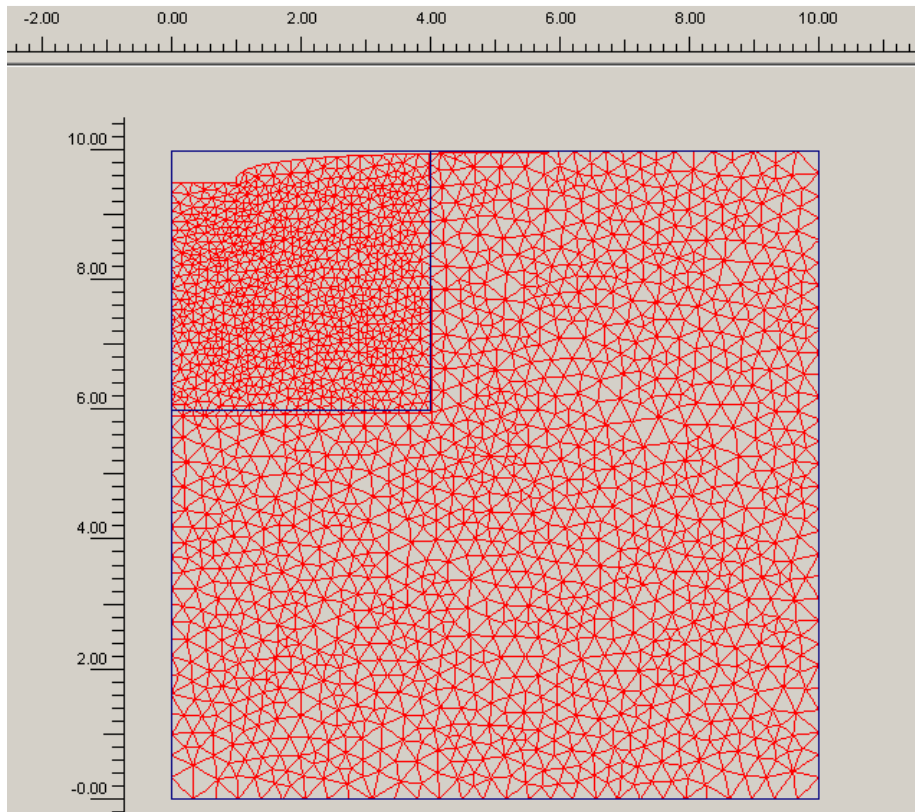


Fig. A.1.4.6 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=5$

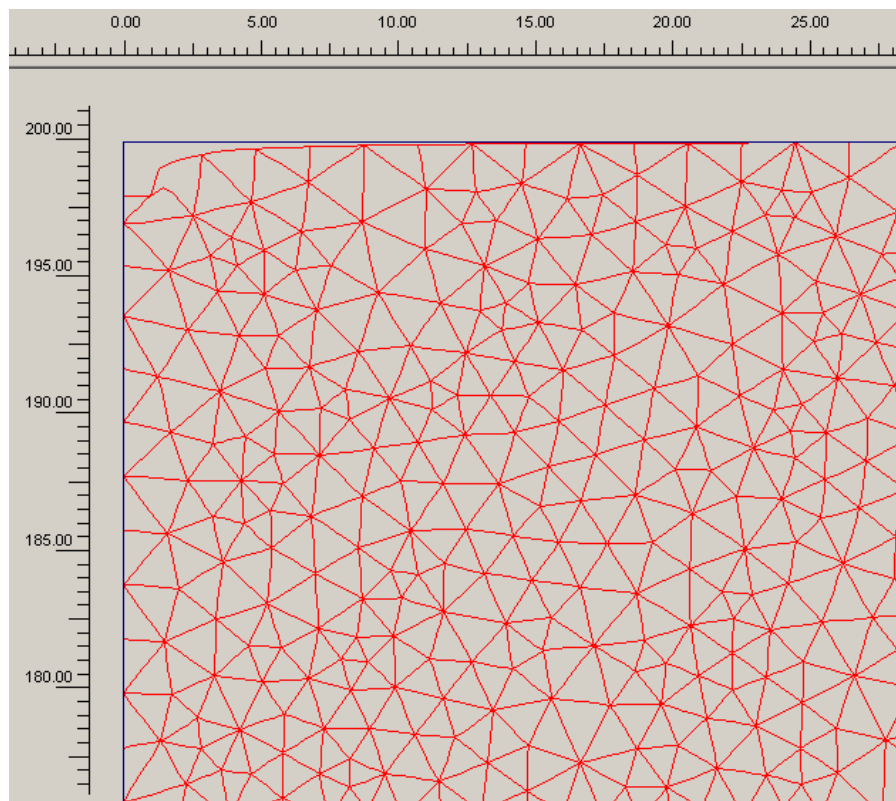


Fig. A.1.4.7 – Pormenor da deformada para sapata circular rígida com $H/D=\infty$

A.1.5. DEFORMADAS OBTIDAS NO SOFTWARE PHASE 2.6 (CAP. 3.4)

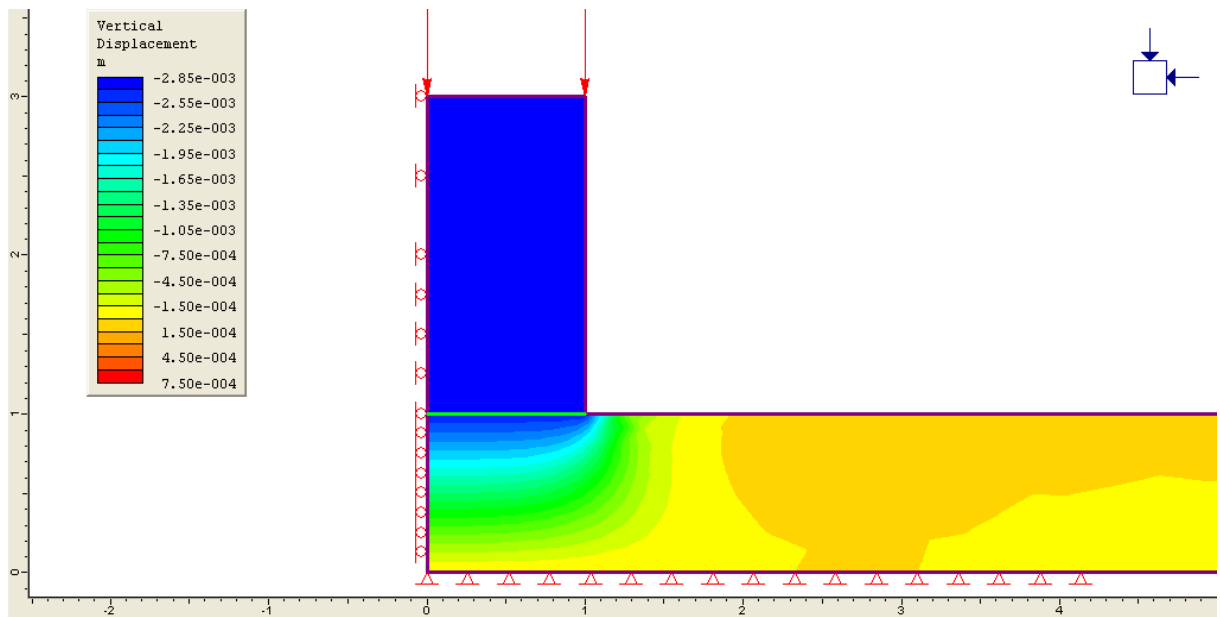


Fig. A.1.5.1 – Pormenor da deformada para sapata circular rígida com $H/D=0.5$

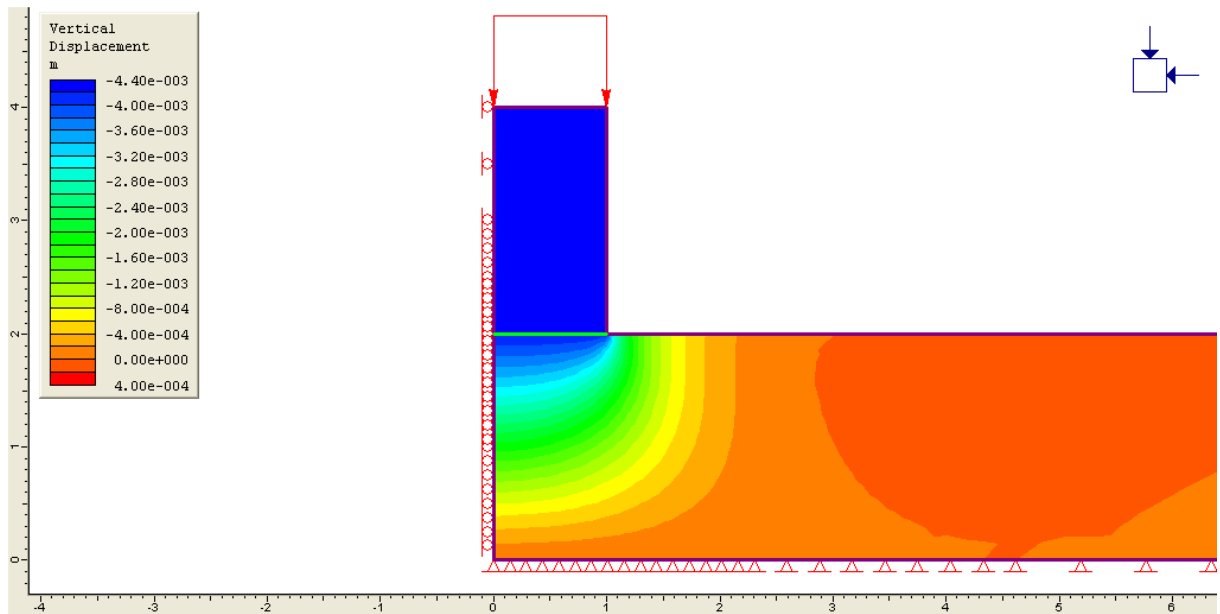


Fig. A.1.5.2 – Pormenor da deformada para sapata circular rígida com $H/D=1$

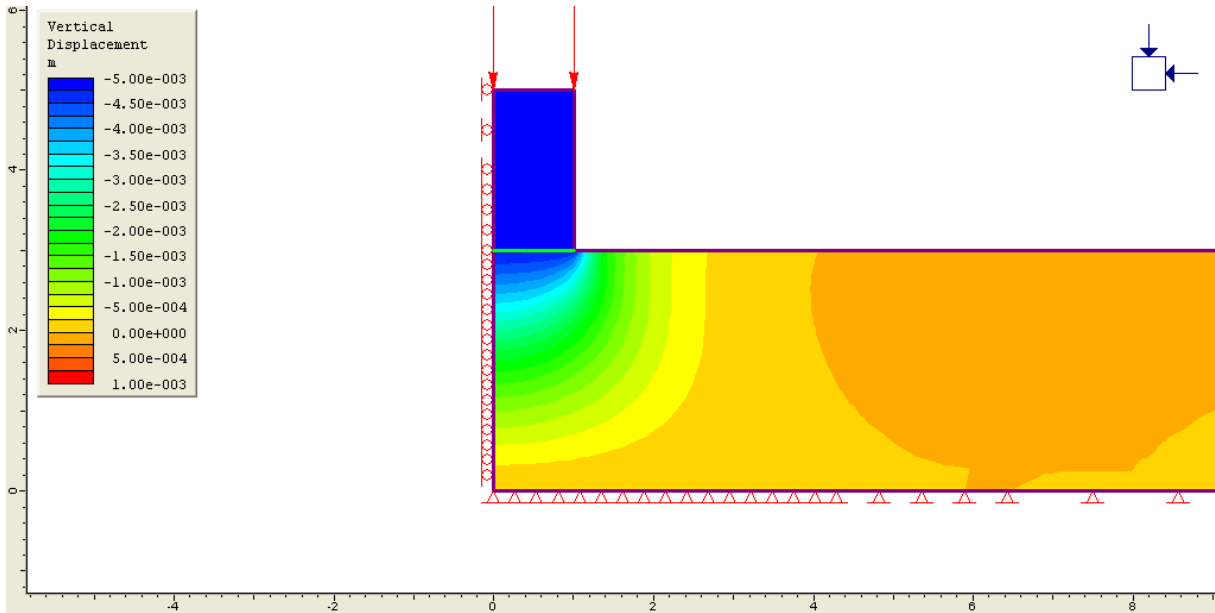


Fig. A.1.5.3 – Pormenor da deformada para sapata circular rígida com $H/D=1.5$

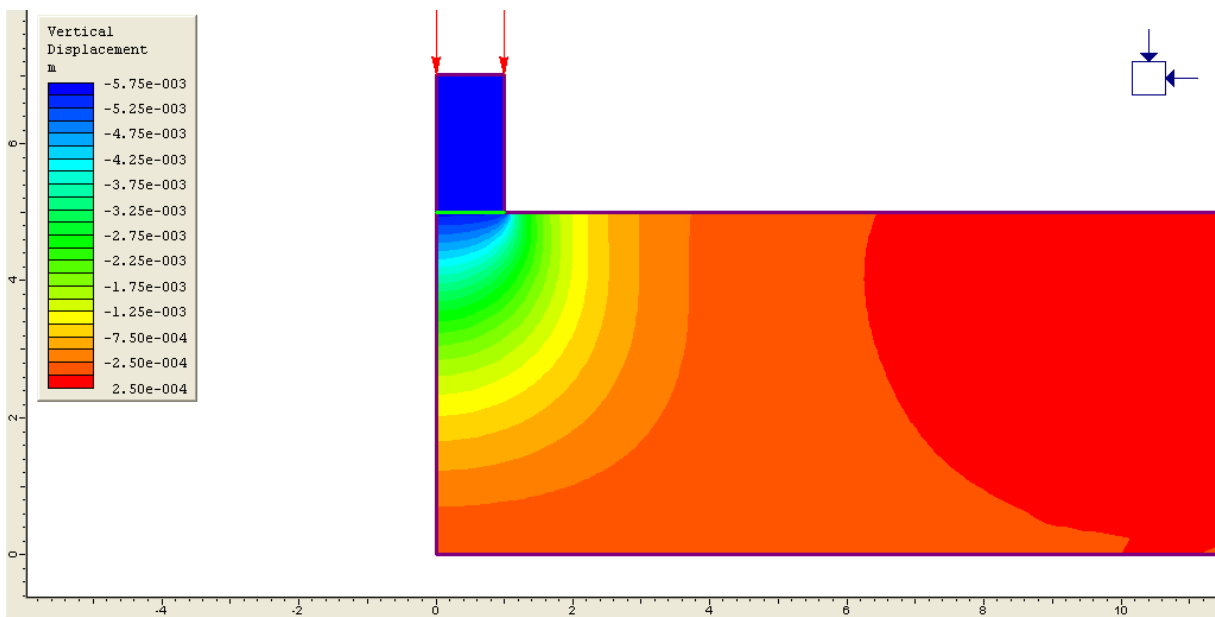


Fig. A.1.5.4 – Pormenor da deformada para sapata circular rígida com $H/D=2.5$

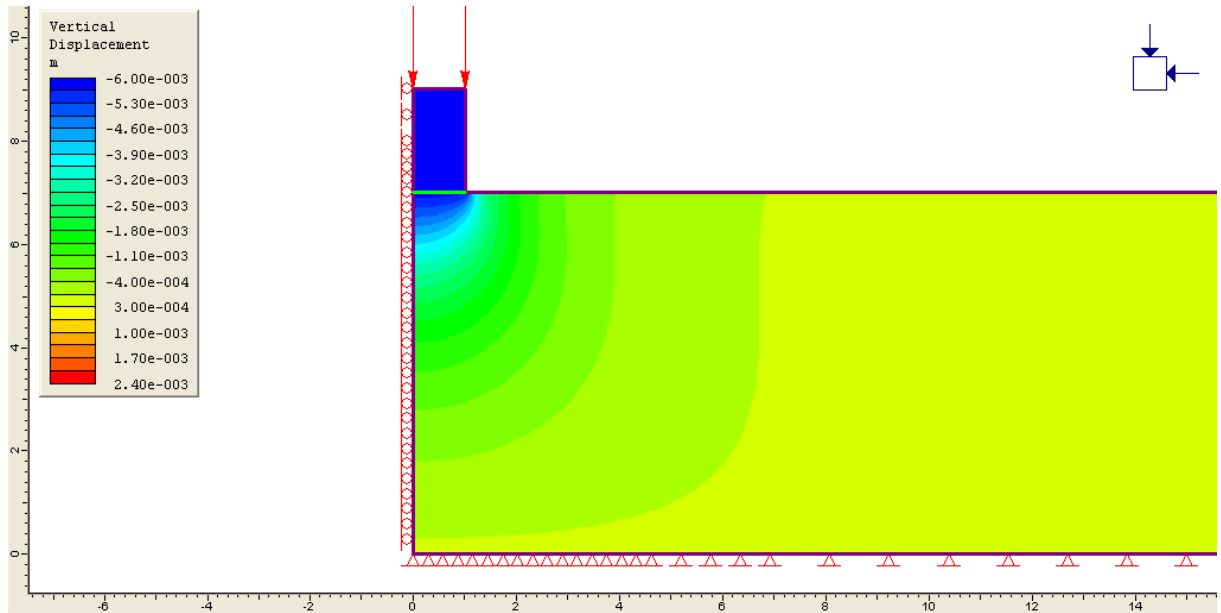


Fig. A.1.5.5 – Pormenor da deformada para sapata circular rígida com $H/D=3.5$

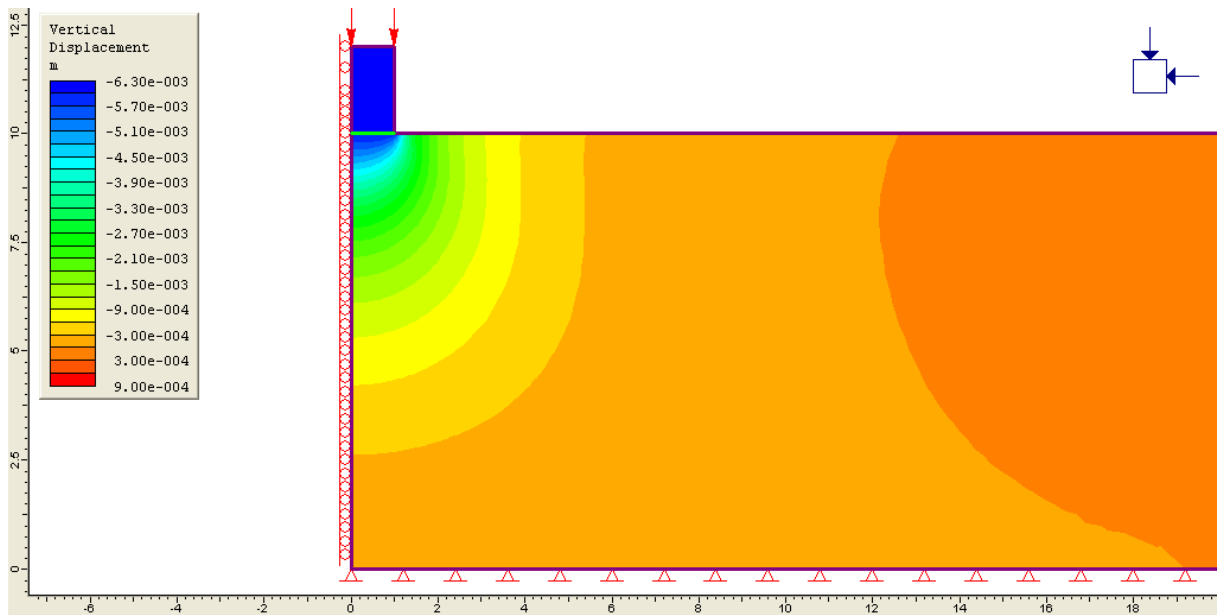


Fig. A.1.5.6 – Pormenor da deformada para sapata circular rígida com $H/D=5$

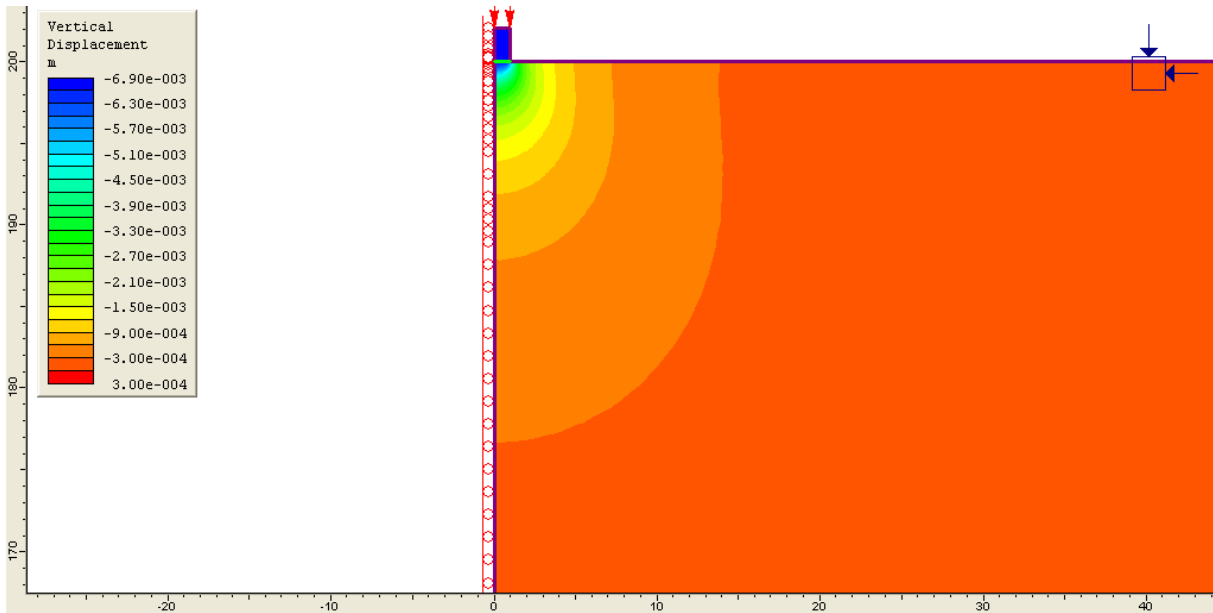


Fig. A.1.5.7 – Pormenor 1 da deformada para sapata circular rígida com $H/D=\infty$

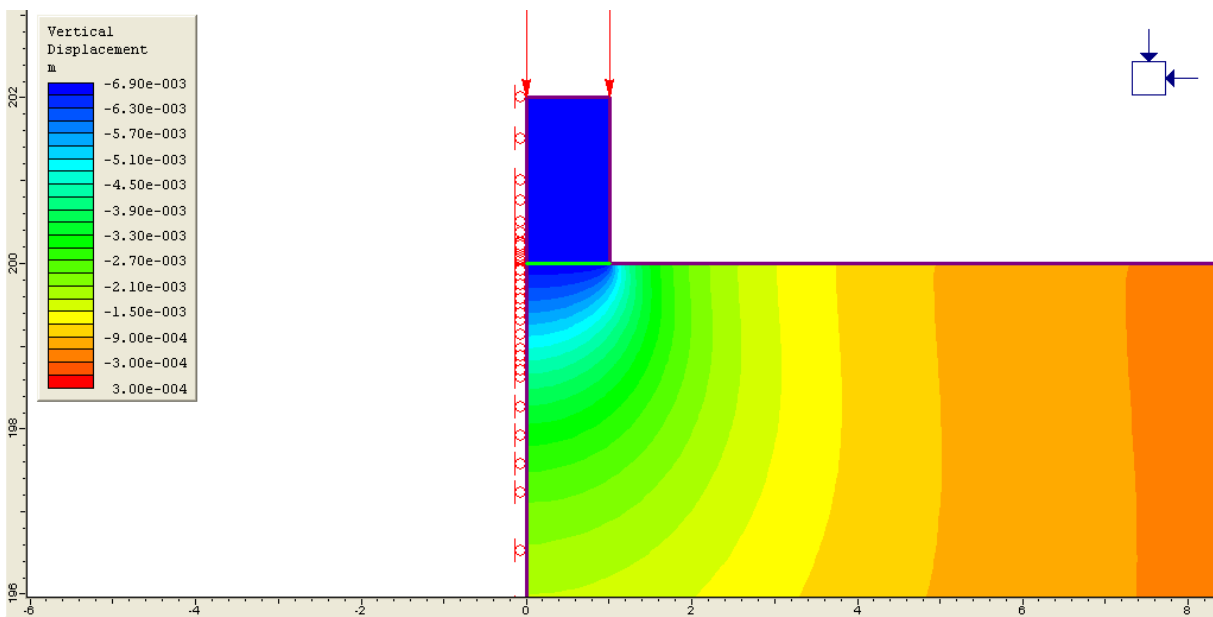


Fig. A.1.5.8 – Pormenor 2 da deformada para sapata circular rígida com $H/D=\infty$

A.2 (CAP. 4)

A.2.1. DEFORMADAS OBTIDAS NO SOFTWARE PLAXIS V8.0 PARA SAPATA CIRCULAR (CAP. 4.1)

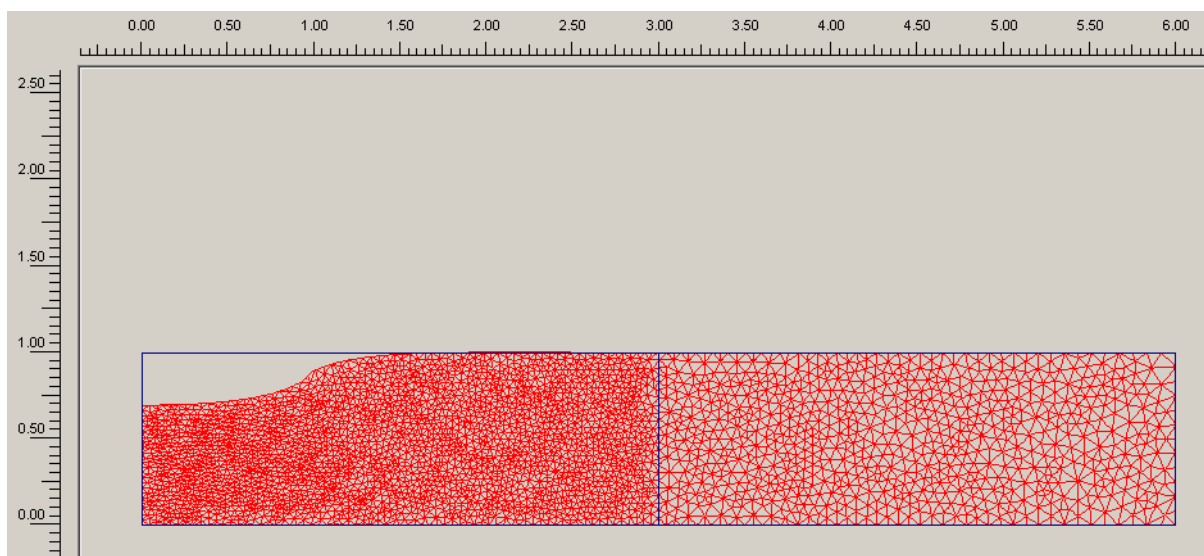


Fig. A.2.1.1 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=0.5$ e $\nu=0.3$

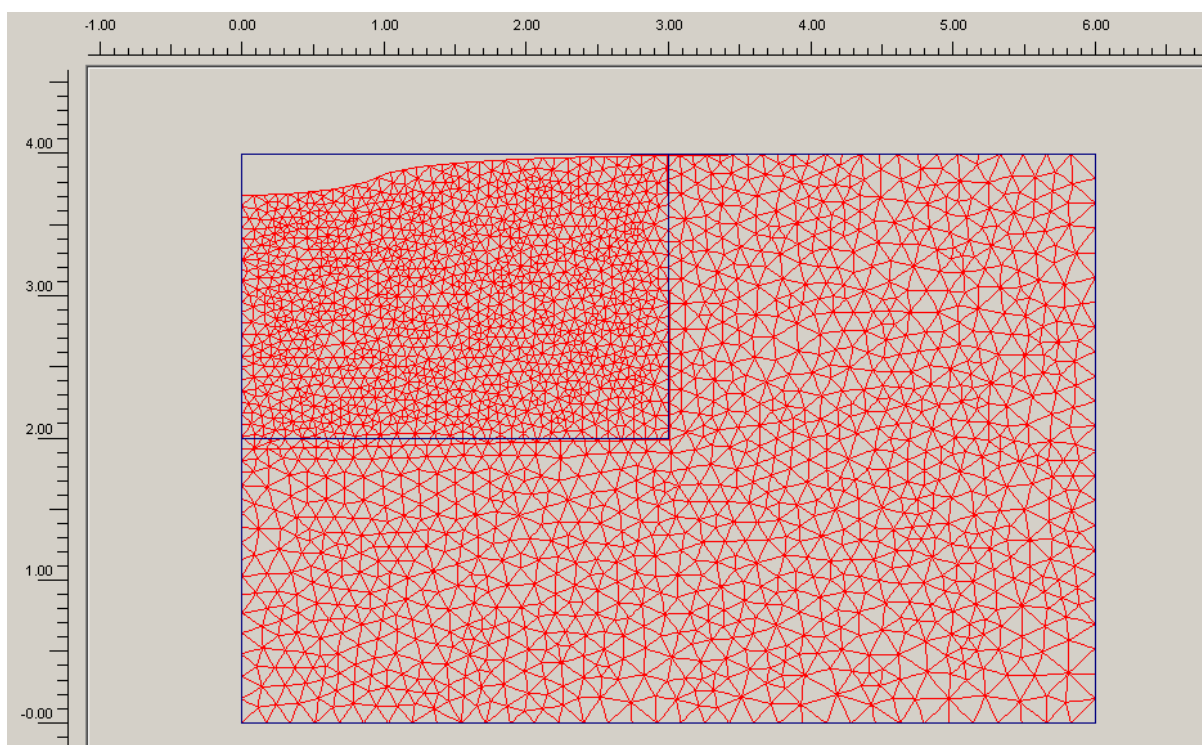


Fig. A.2.1.2 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=2$ e $\nu=0.3$

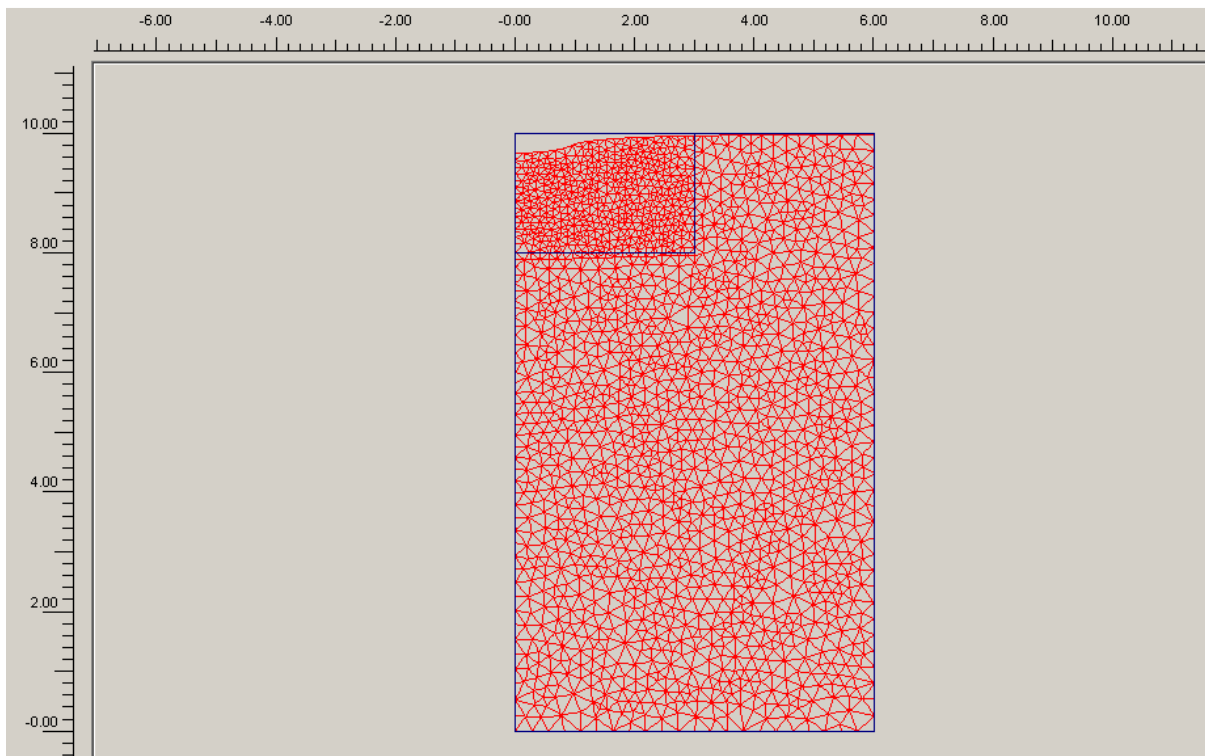


Fig. A.2.1.3 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0.3$

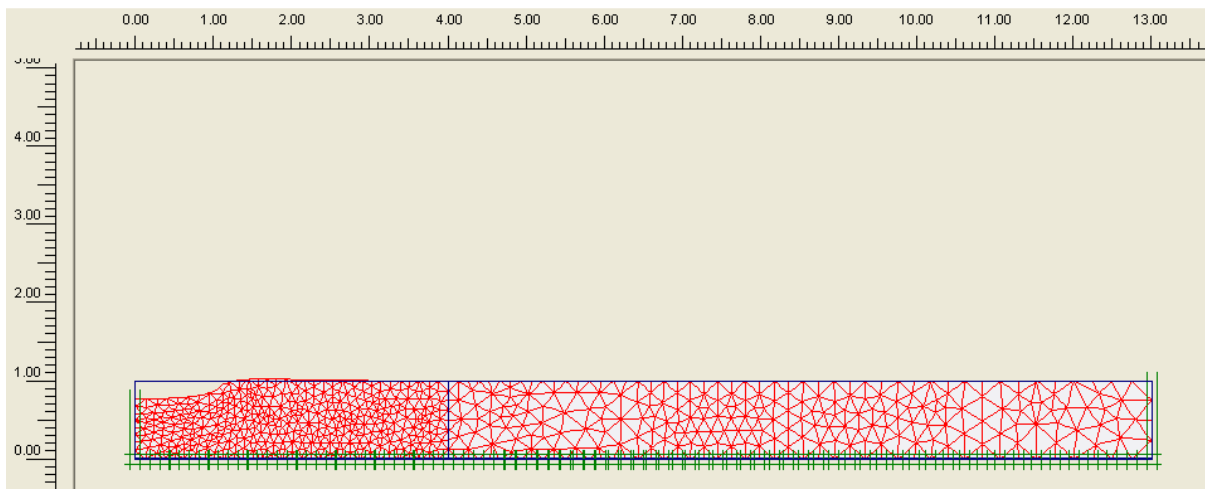


Fig. A.2.1.4 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=0.5$ e $\nu=0.5$

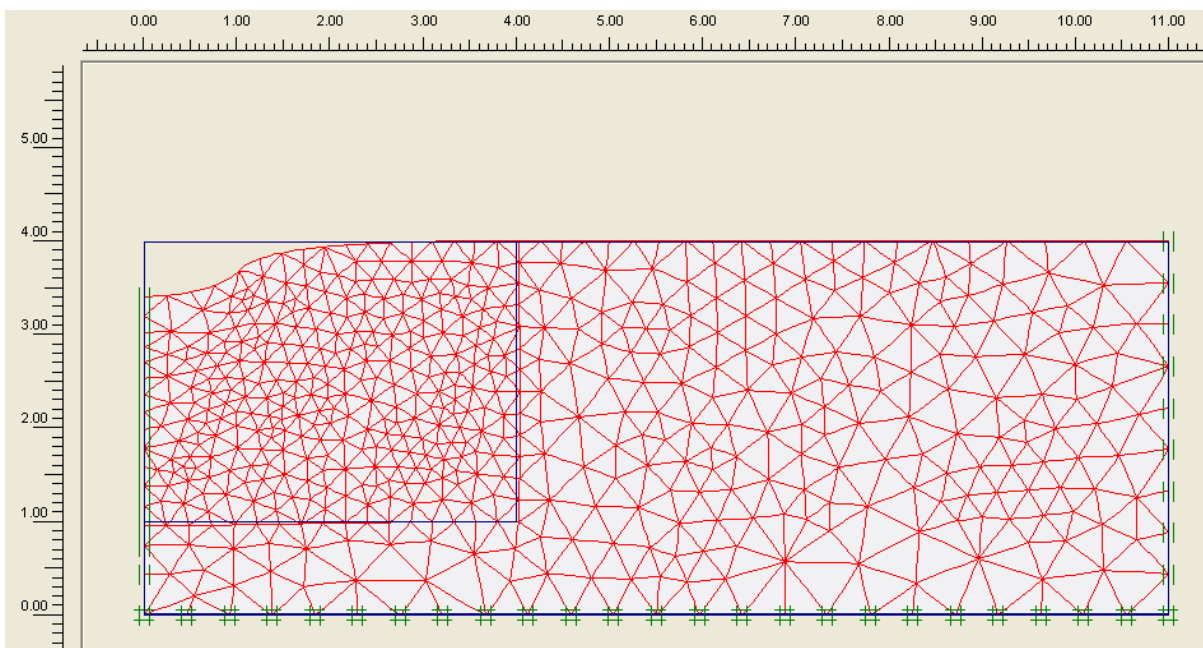


Fig. A.2.1.5 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=2$ e $\nu=0.5$

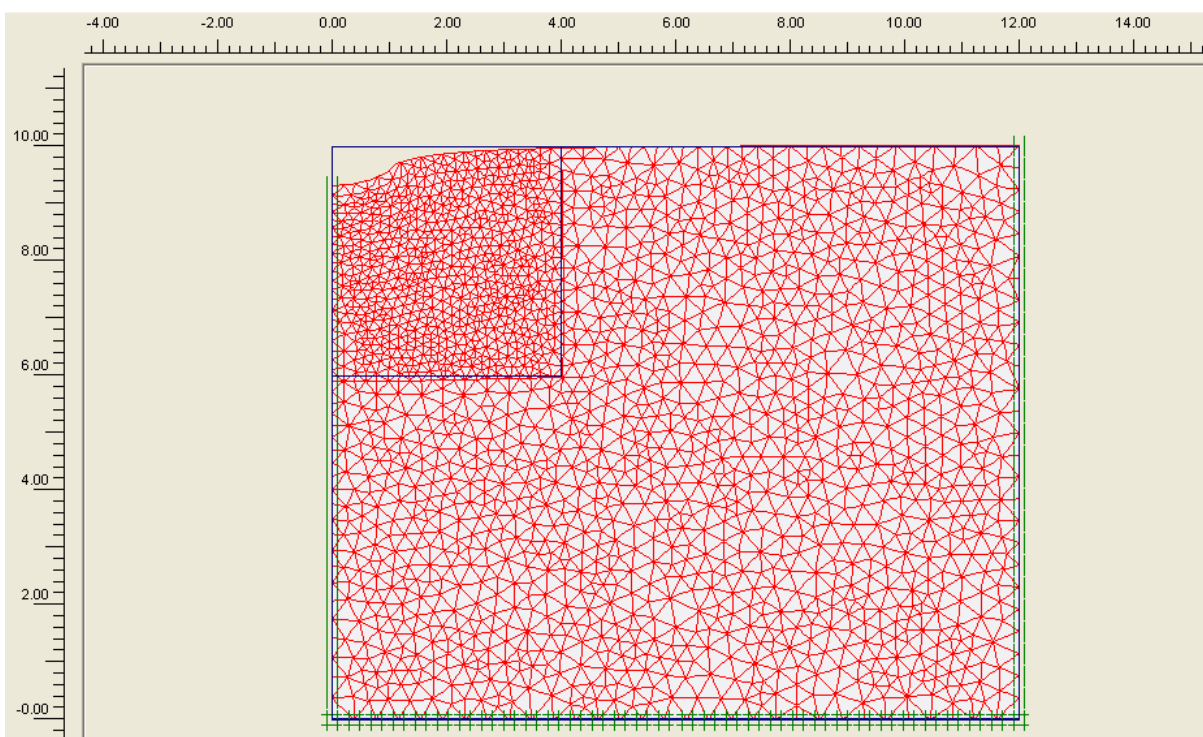


Fig. A.2.1.6 – Deformada para sapata circular flexível com $H/D=5$ e $\nu=0.5$

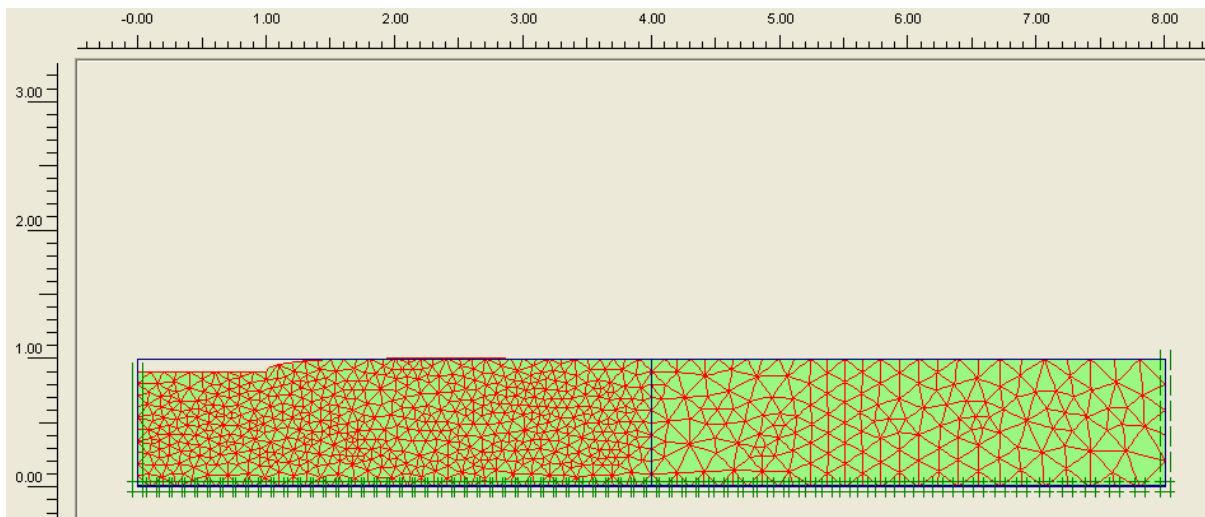


Fig. A.2.1.7 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=0.5$ e $\nu=0.3$

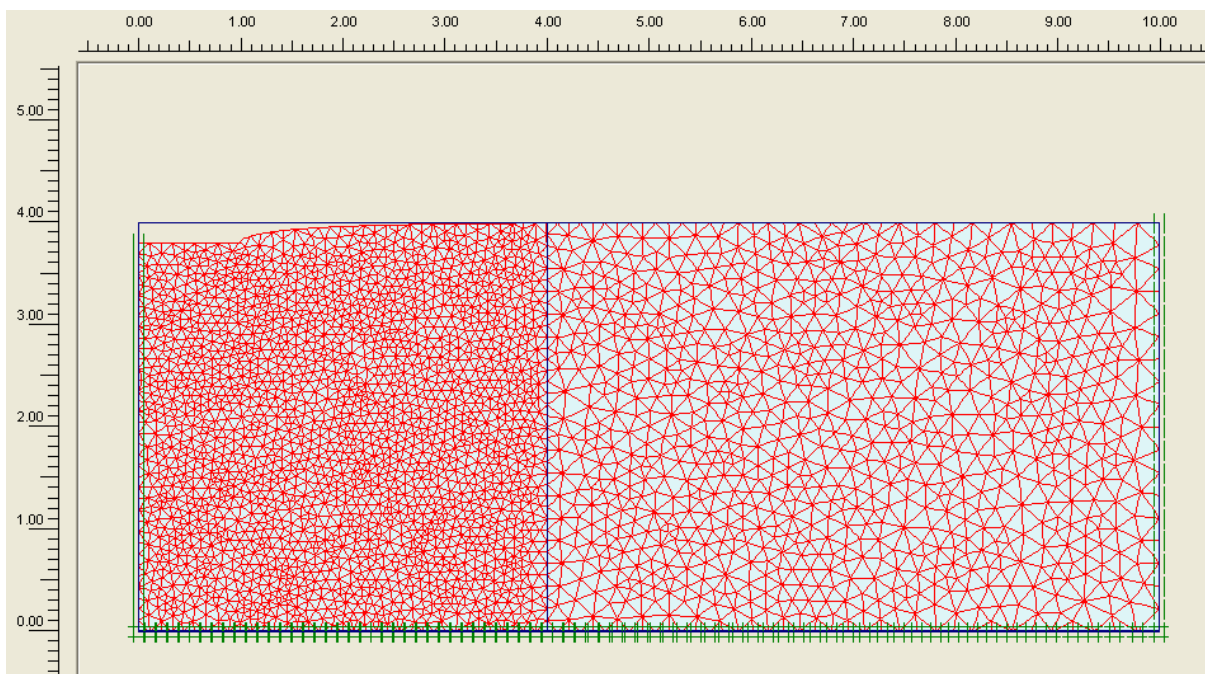


Fig. A.2.1.8 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=2$ e $\nu=0.3$

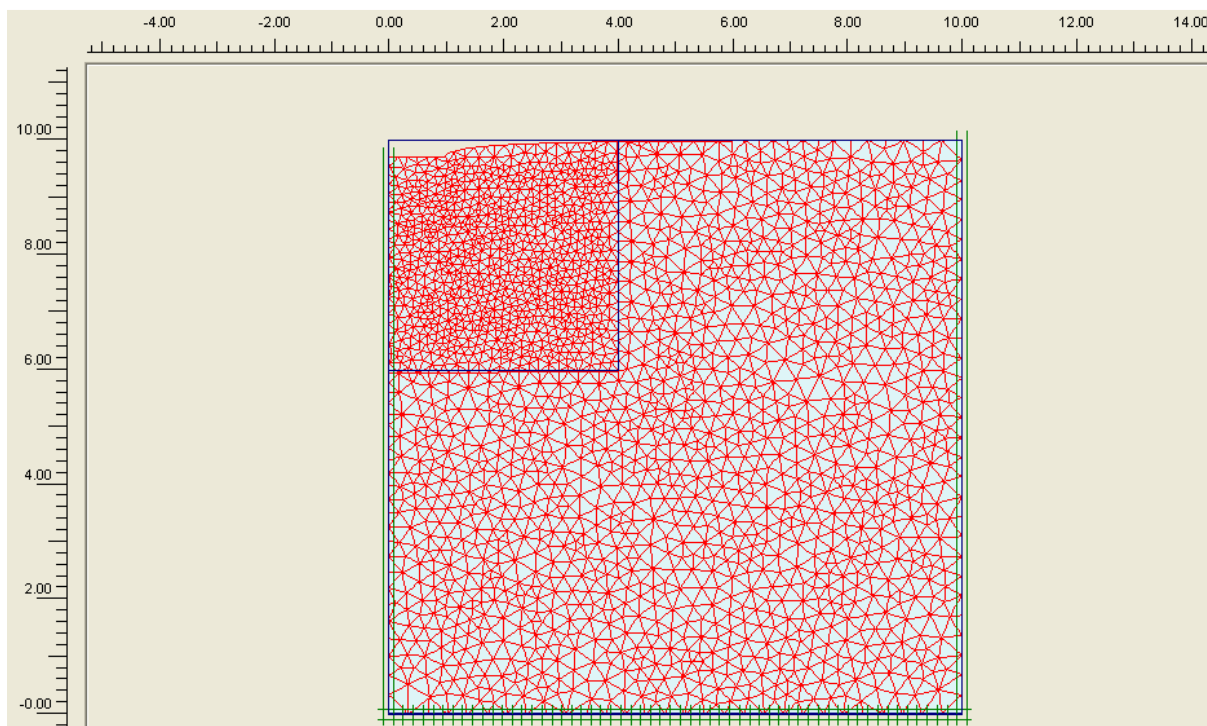


Fig. A.2.1.9 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $\nu=0.3$

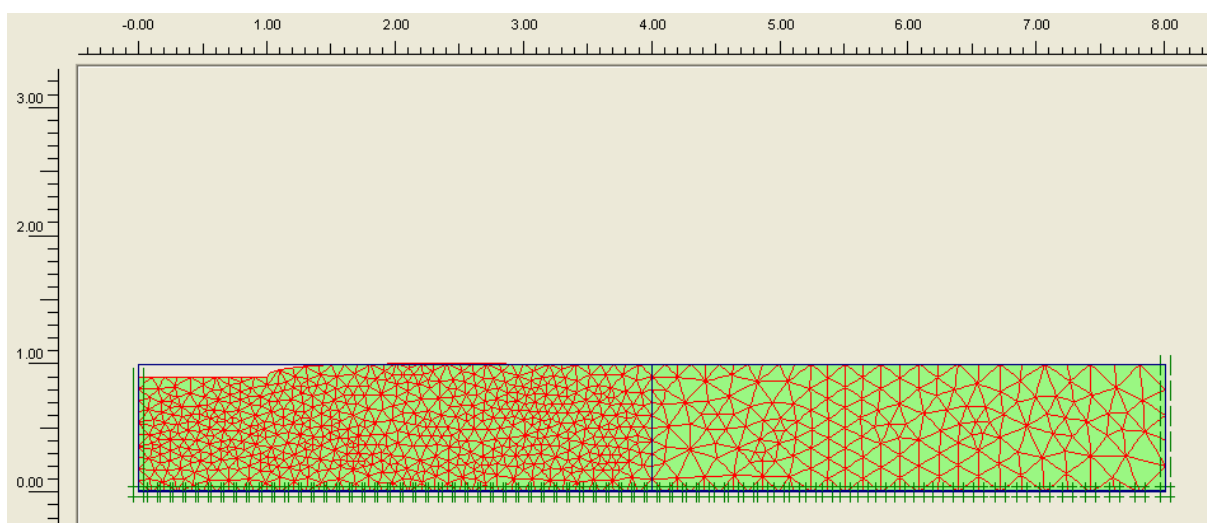


Fig. A.2.1.10 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=0.5$ e $\nu=0.5$

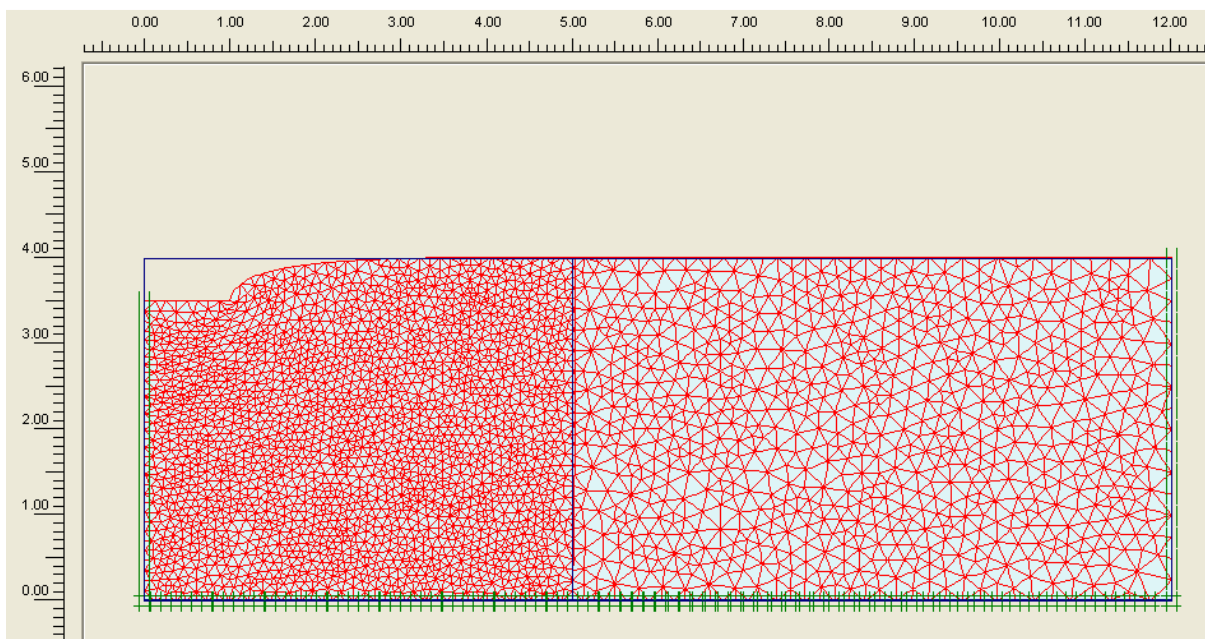


Fig. A.2.1.11 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=2$ e $\nu=0.5$

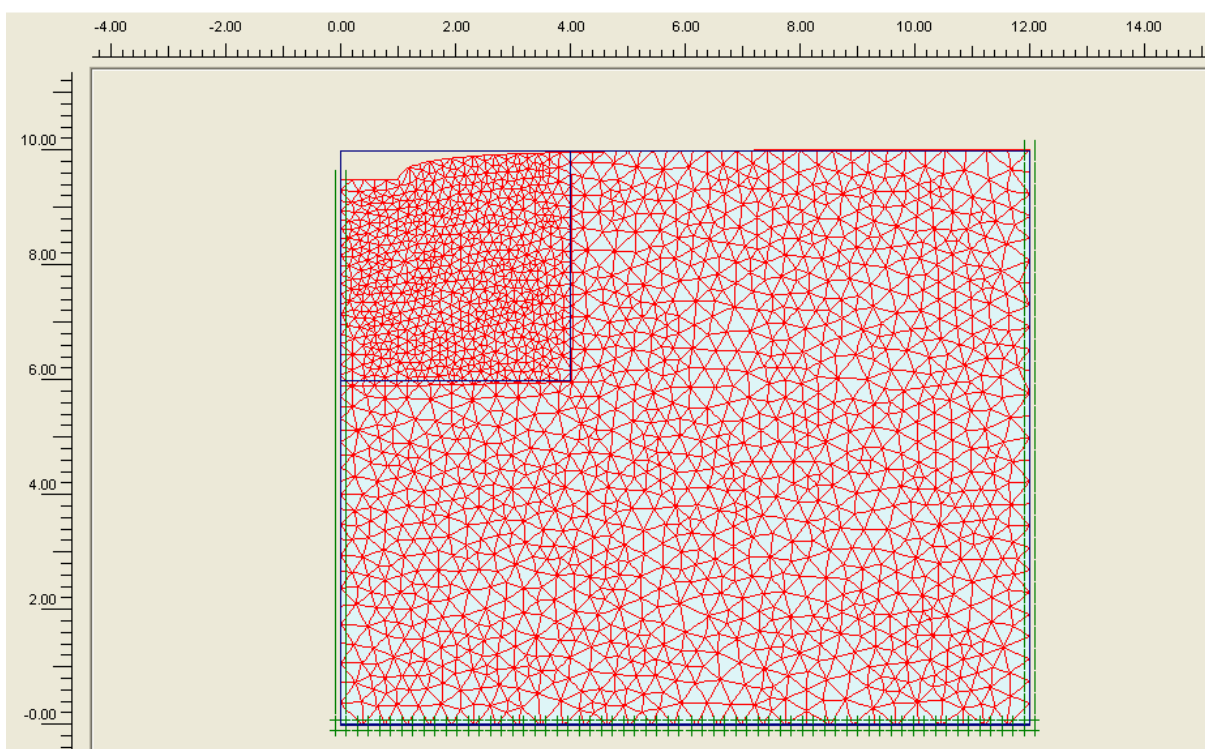


Fig. A.2.1.12 – Deformada para sapata circular rígida com $H/D=5$ e $\nu=0.5$

A.2.2. DEFORMADAS OBTIDAS NO SOFTWARE PLAXIS V8.0 PARA SAPATA CORRIDA (CAP. 4.1)

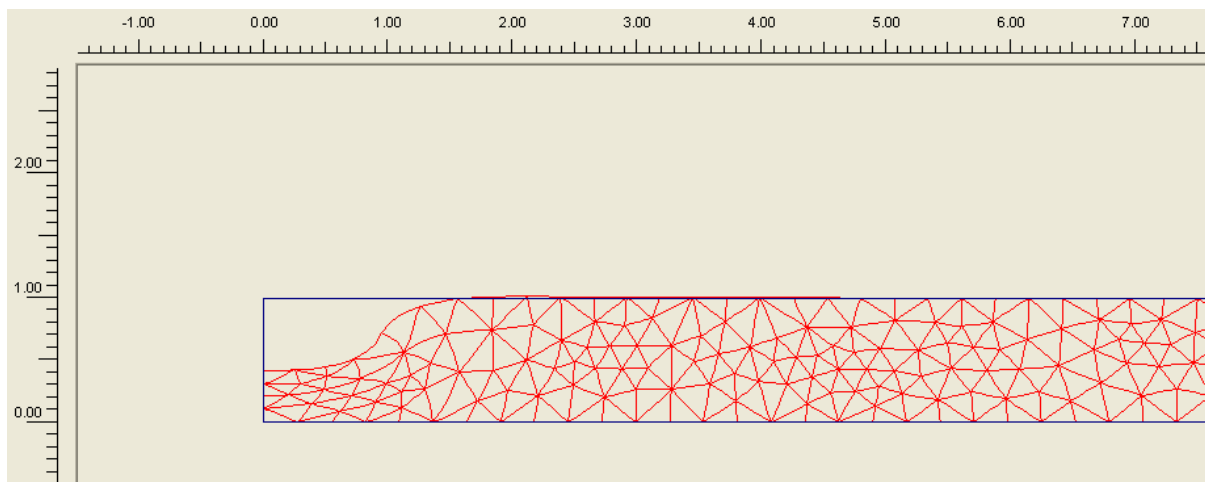


Fig. A.2.2.1 – Deformada para sapata corrida flexível com $H/D=0.5$ e $\nu=0.3$

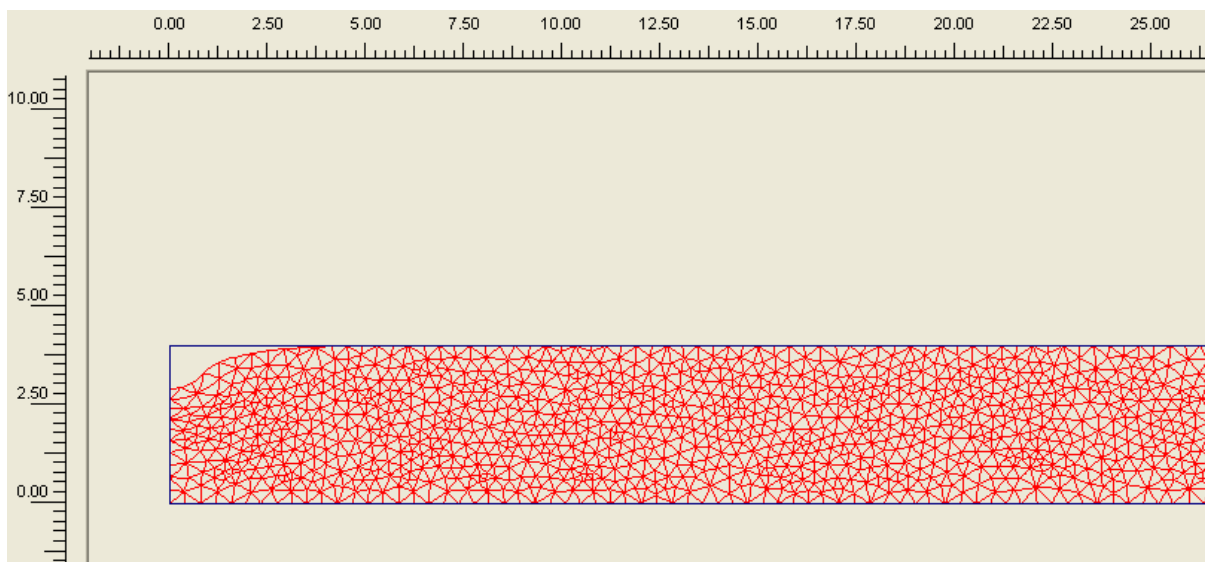


Fig. A.2.2.2 – Deformada para sapata corrida flexível com $H/D=2$ e $\nu=0.3$

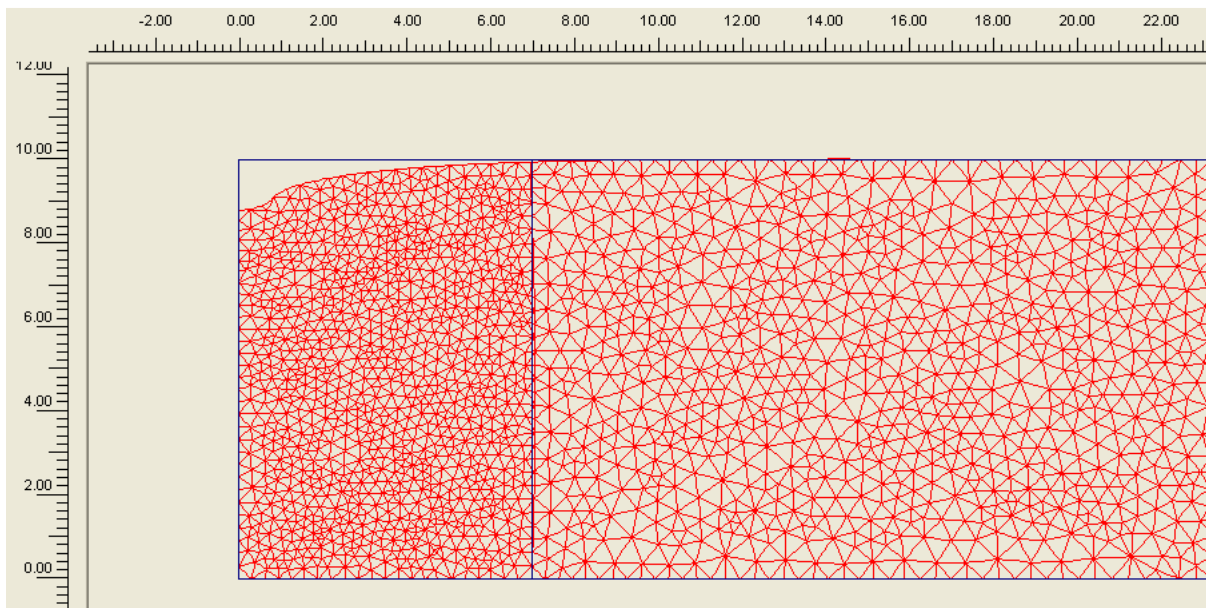


Fig. A.2.2.3 – Deformada para sapata corrida flexível com $H/D=5$ e $\nu=0.3$

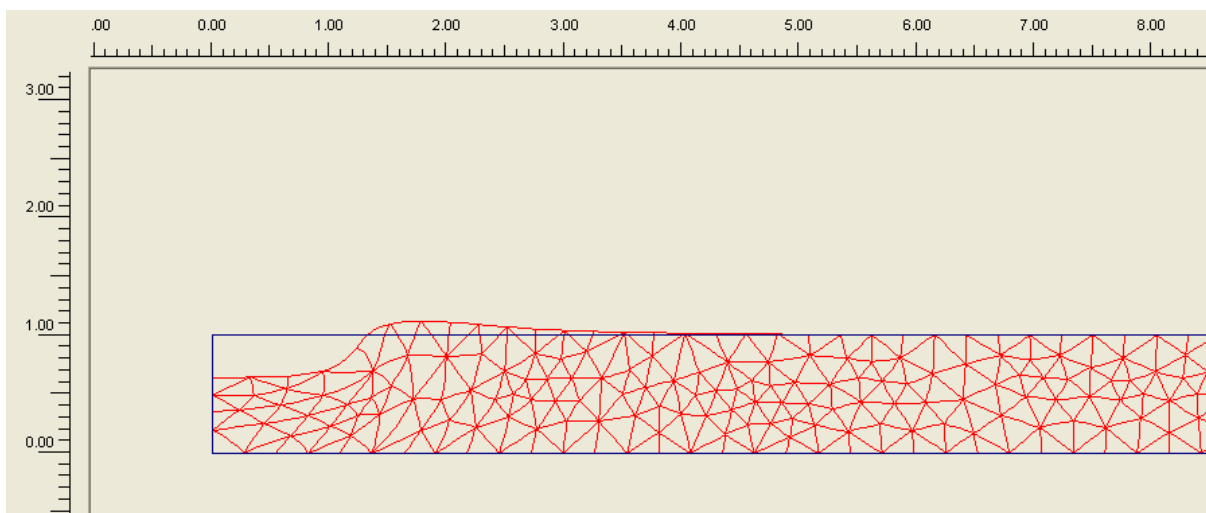


Fig. A.2.2.4 – Deformada para sapata corrida flexível com $H/D=0.5$ e $\nu=0.5$

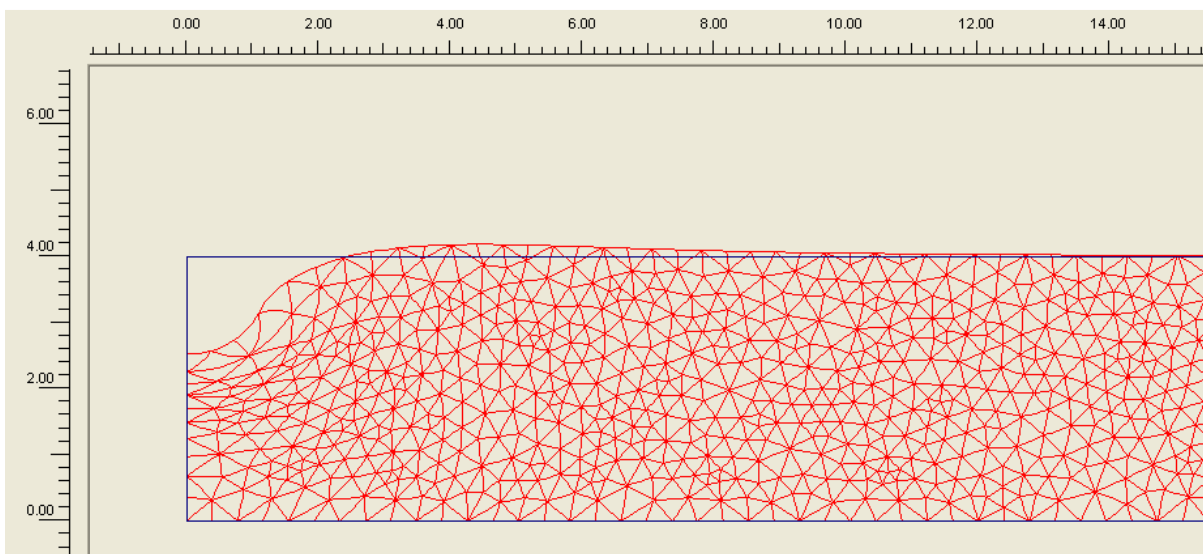


Fig. A.2.2.5 – Deformada para sapata corrida flexível com $H/D=2$ e $\nu=0.5$

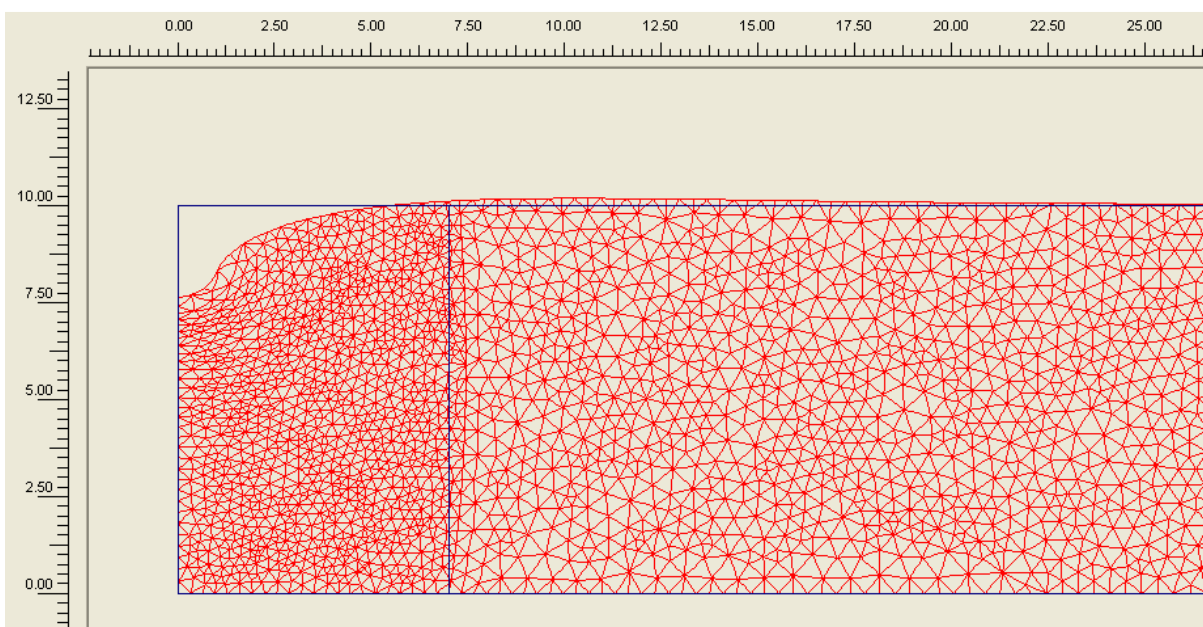


Fig. A.2.2.6 – Deformada para sapata corrida flexível com $H/D=5$ e $\nu=0.5$

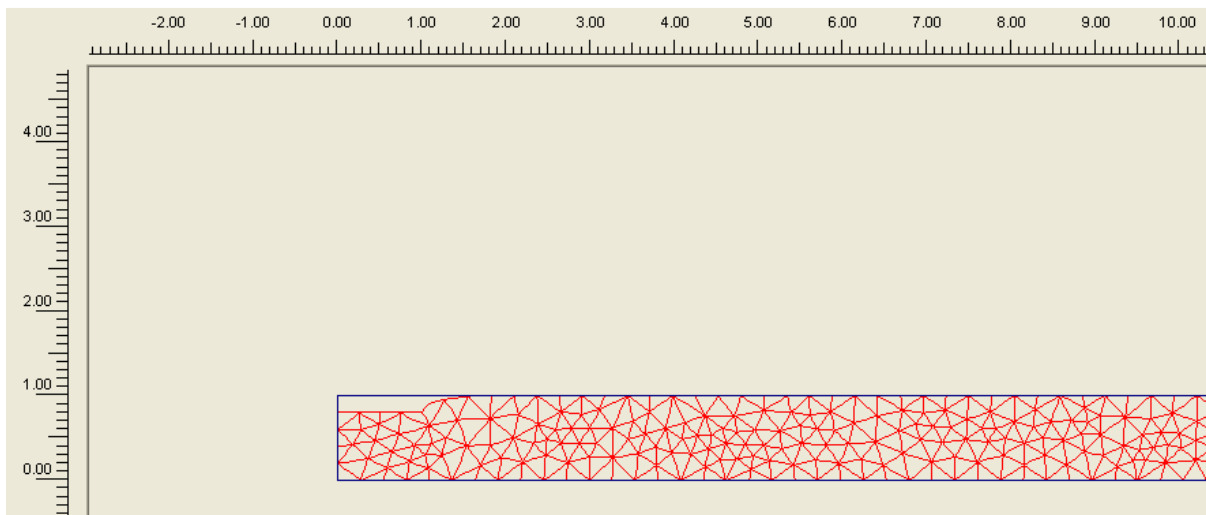


Fig. A.2.2.7 – Deformada para sapata corrida rígida com $H/D=0.5$ e $\nu=0.3$

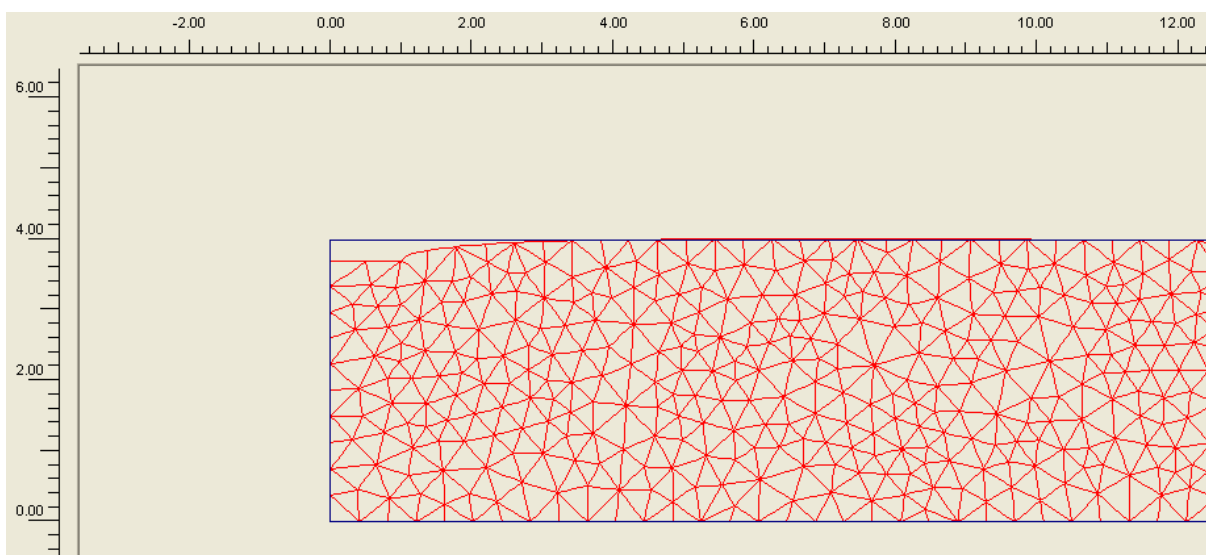


Fig. A.2.2.8 – Deformada para sapata corrida rígida com $H/D=2$ e $\nu=0.3$

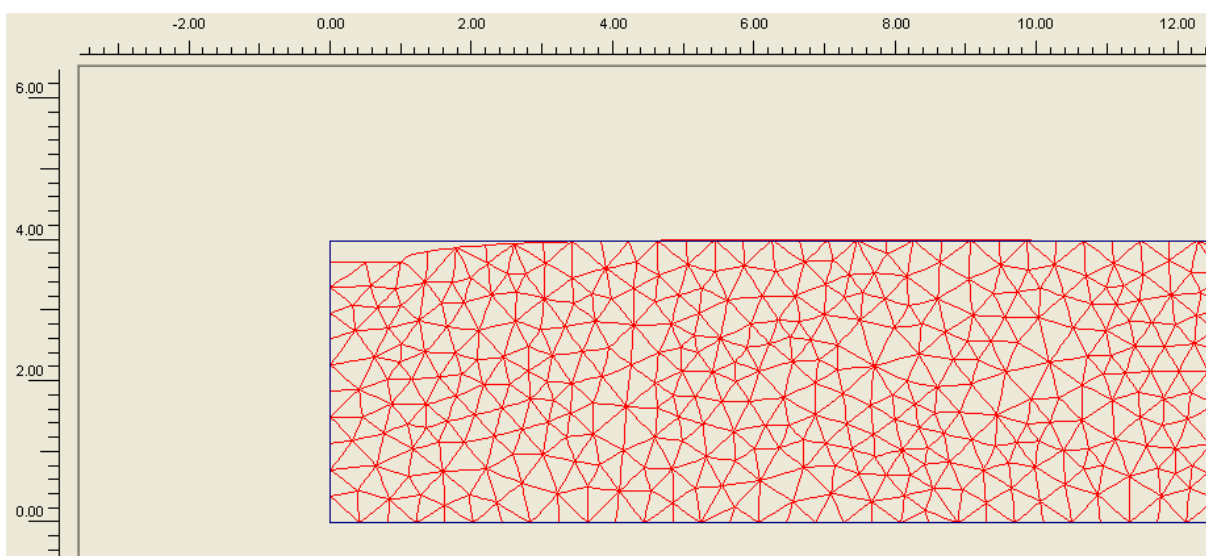


Fig. A.2.2.9 – Deformada para sapata corrida rígida com $H/D=5$ e $\nu=0.3$

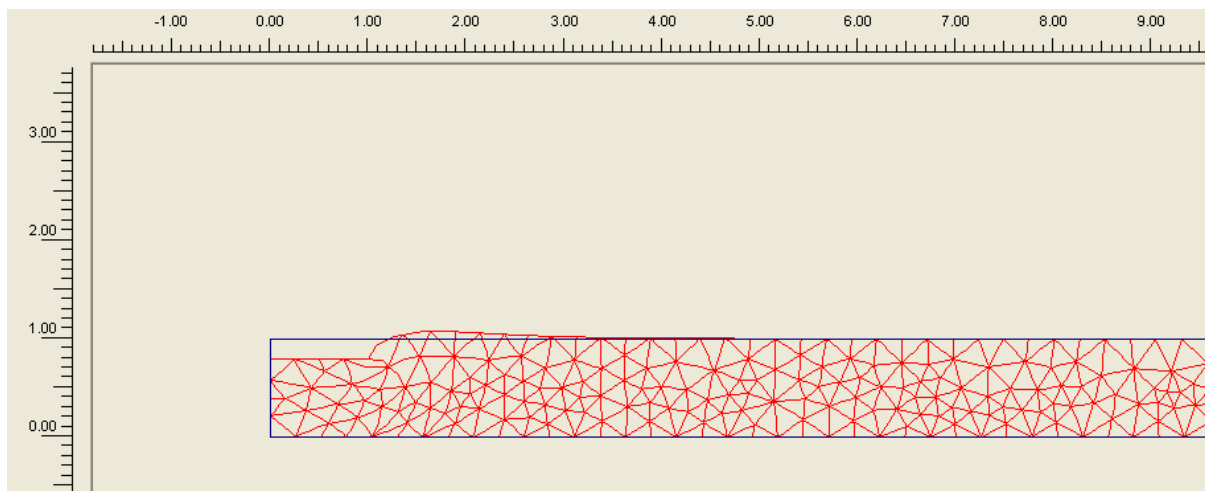


Fig. A.2.2.10 – Deformada para sapata corrida rígida com $H/D=0.5$ e $\nu=0.5$

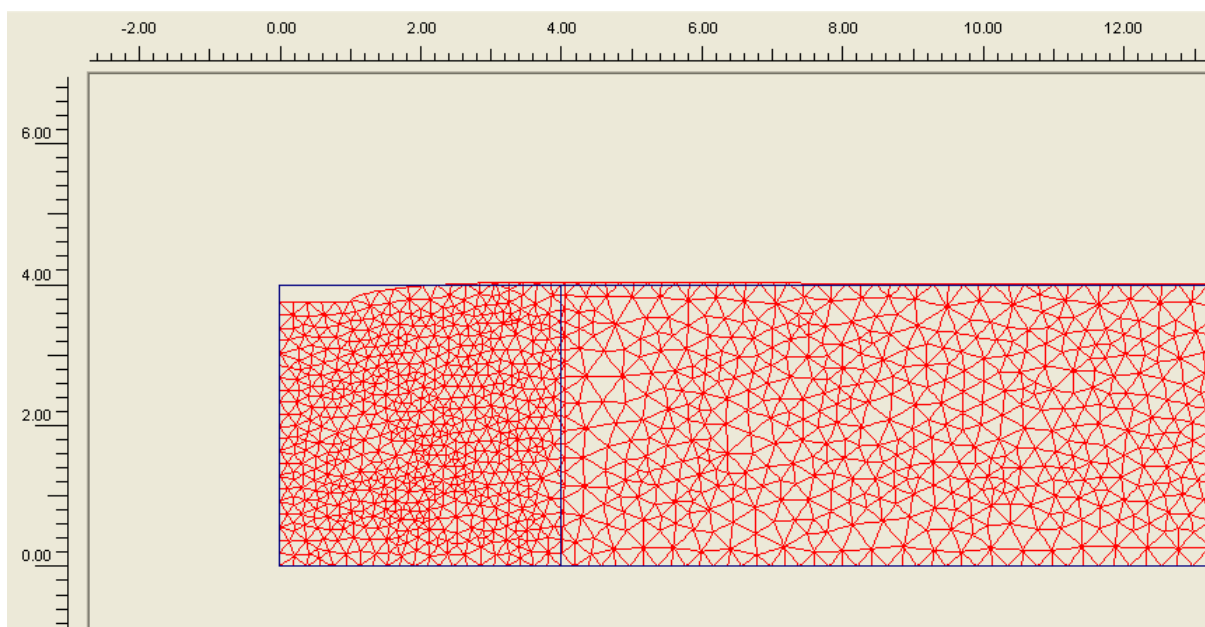


Fig. A.2.2.11 – Deformada para sapata corrida rígida com $H/D=2$ e $\nu=0.5$

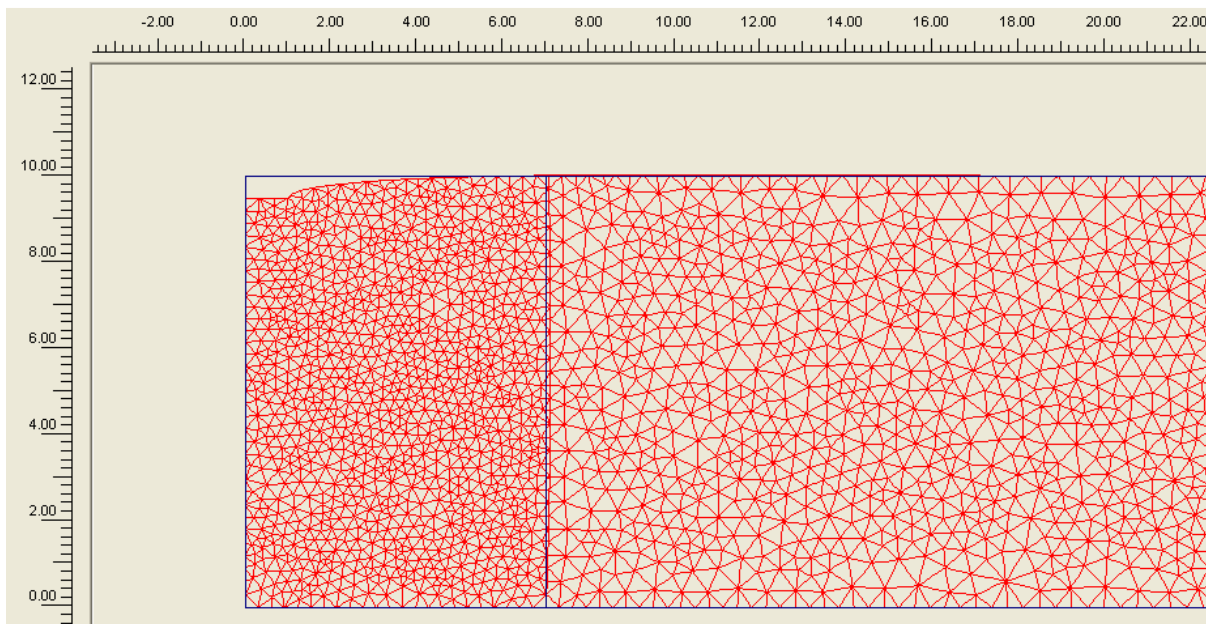


Fig. A.2.2.12 – Deformada para sapata corrida rígida com $H/D=5$ e $\nu=0.5$

A.2.3. DEFORMADAS OBTIDAS NO SOFTWARE PLAXIS 3D FOUNDATION V1.1 PARA SAPATA QUADRADA FLEXÍVEL (CAP. 4.2)

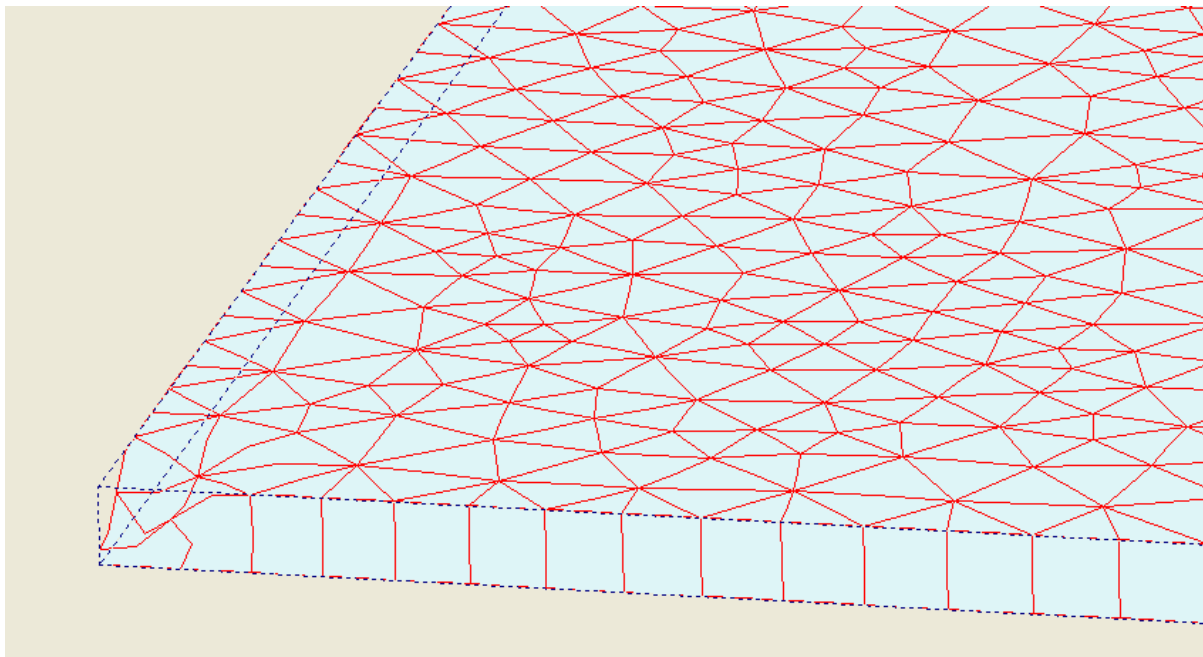


Fig. A.2.3.1 – Deformada para sapata quadrada flexível com $H/D=0.5$ e $\nu=0.3$

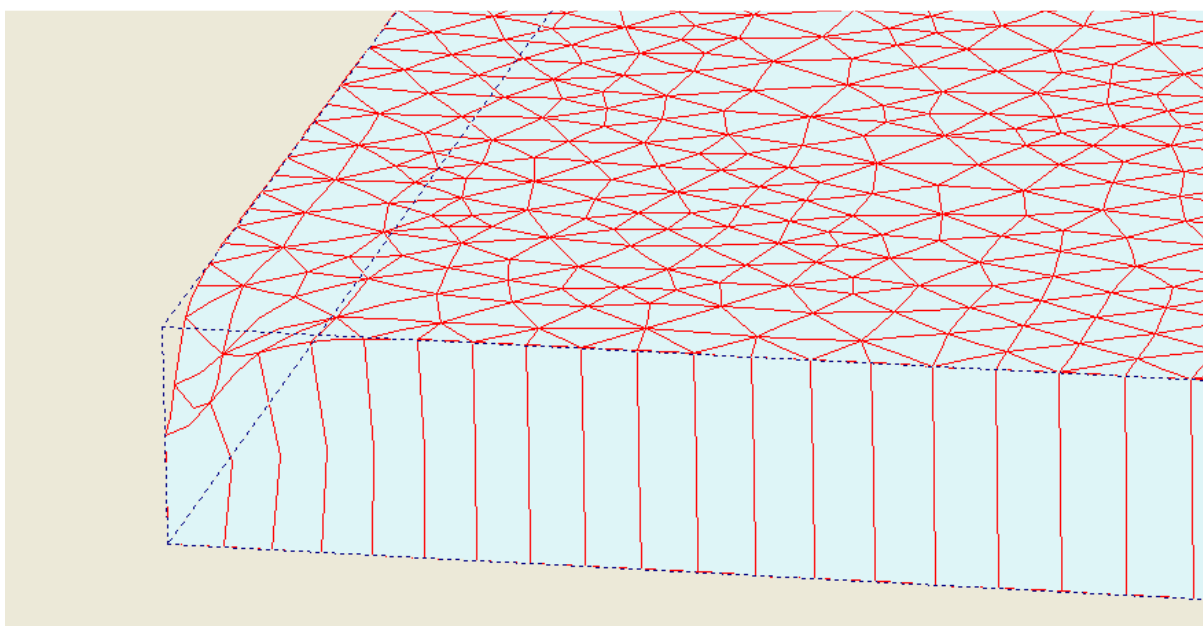


Fig. A.2.3.2 – Deformada para sapata quadrada flexível com $H/D=2$ e $\nu=0.3$

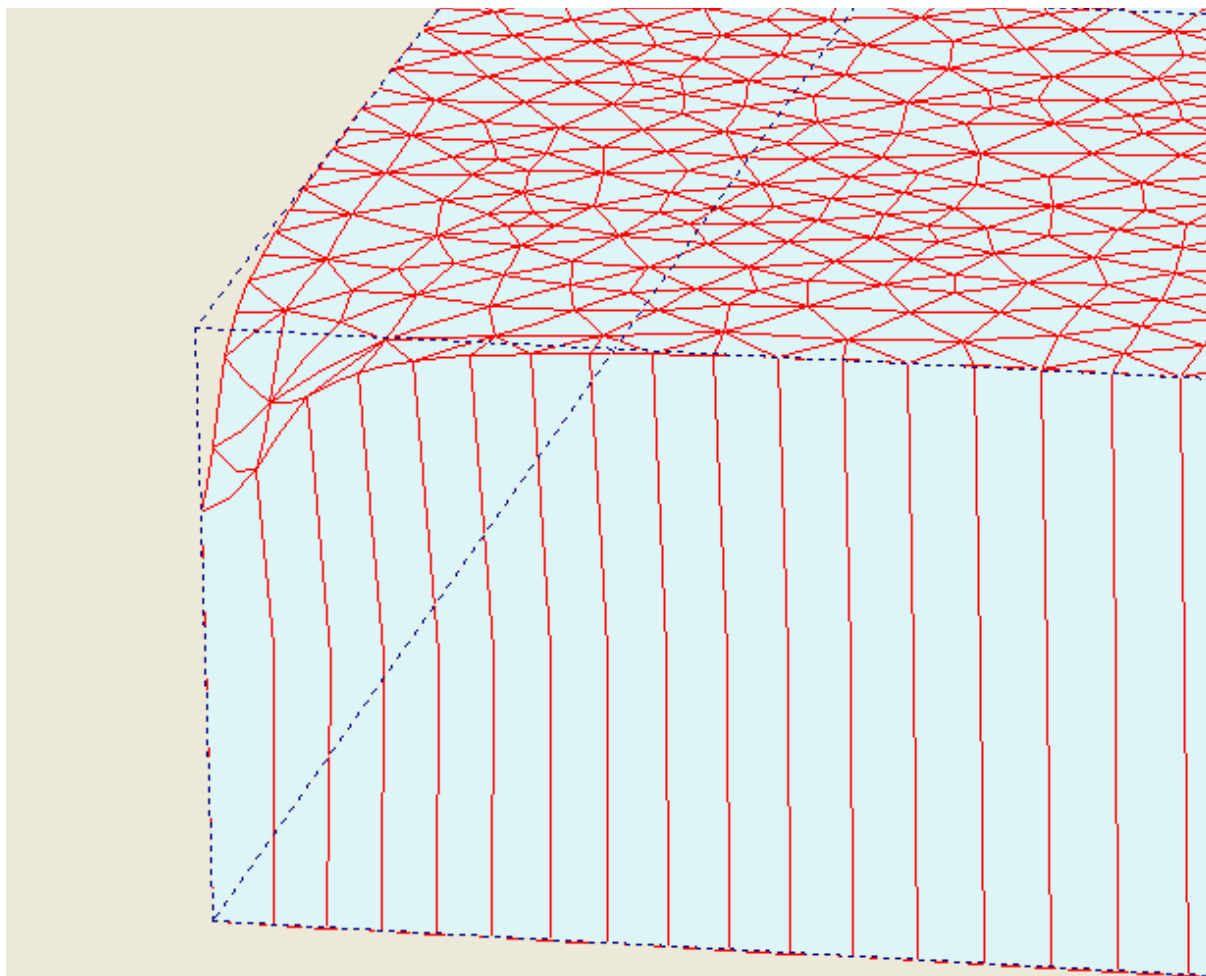


Fig. A.2.3.3 – Deformada para sapata quadrada flexível com $H/D=5$ e $\nu=0.3$

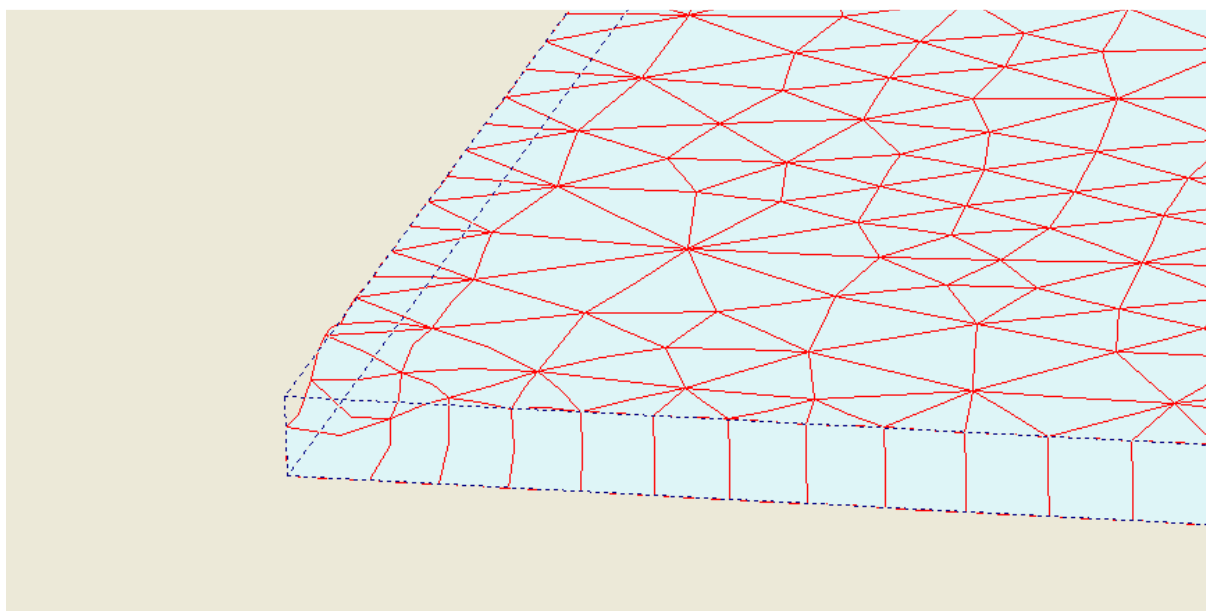


Fig. A.2.3.4 – Deformada para sapata quadrada flexível com $H/D=0.5$ e $\nu=0.5$

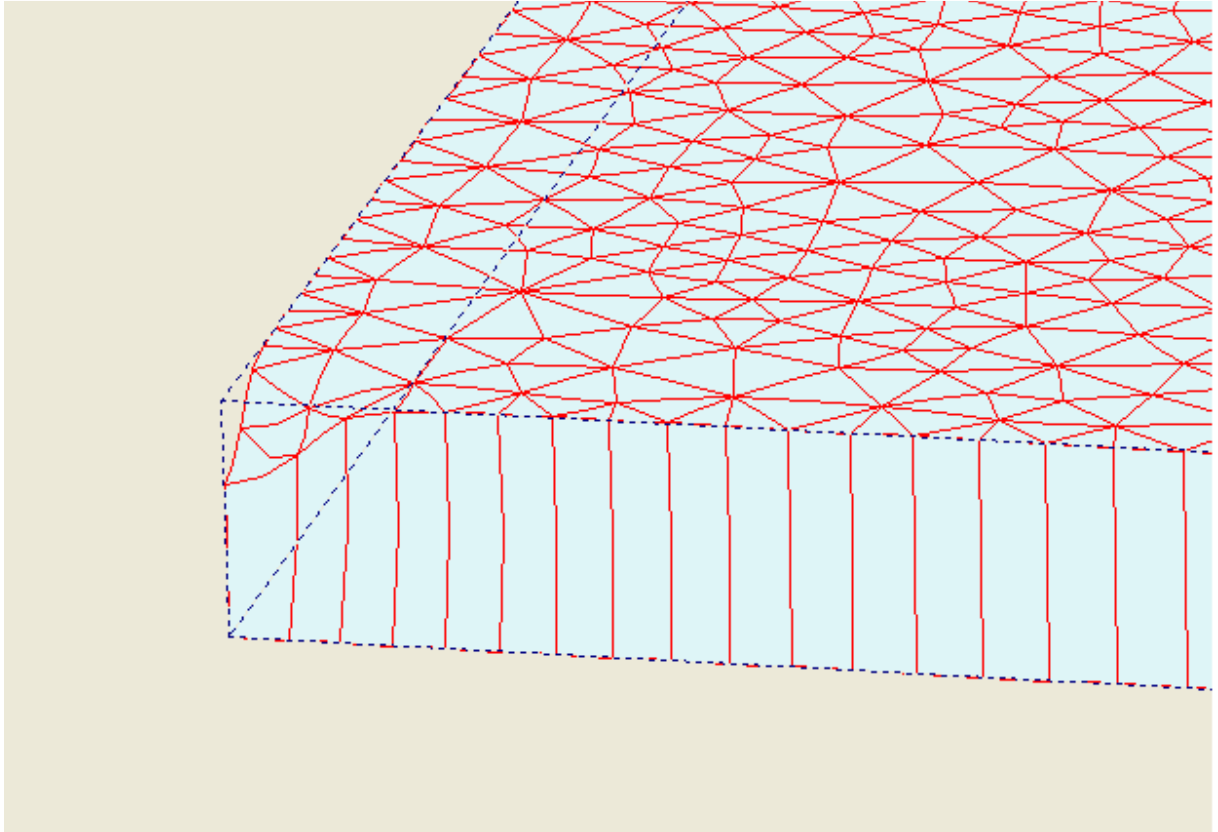


Fig. A.2.3.5 – Deformada para sapata quadrada flexível com $H/D=2$ e $\nu=0.5$

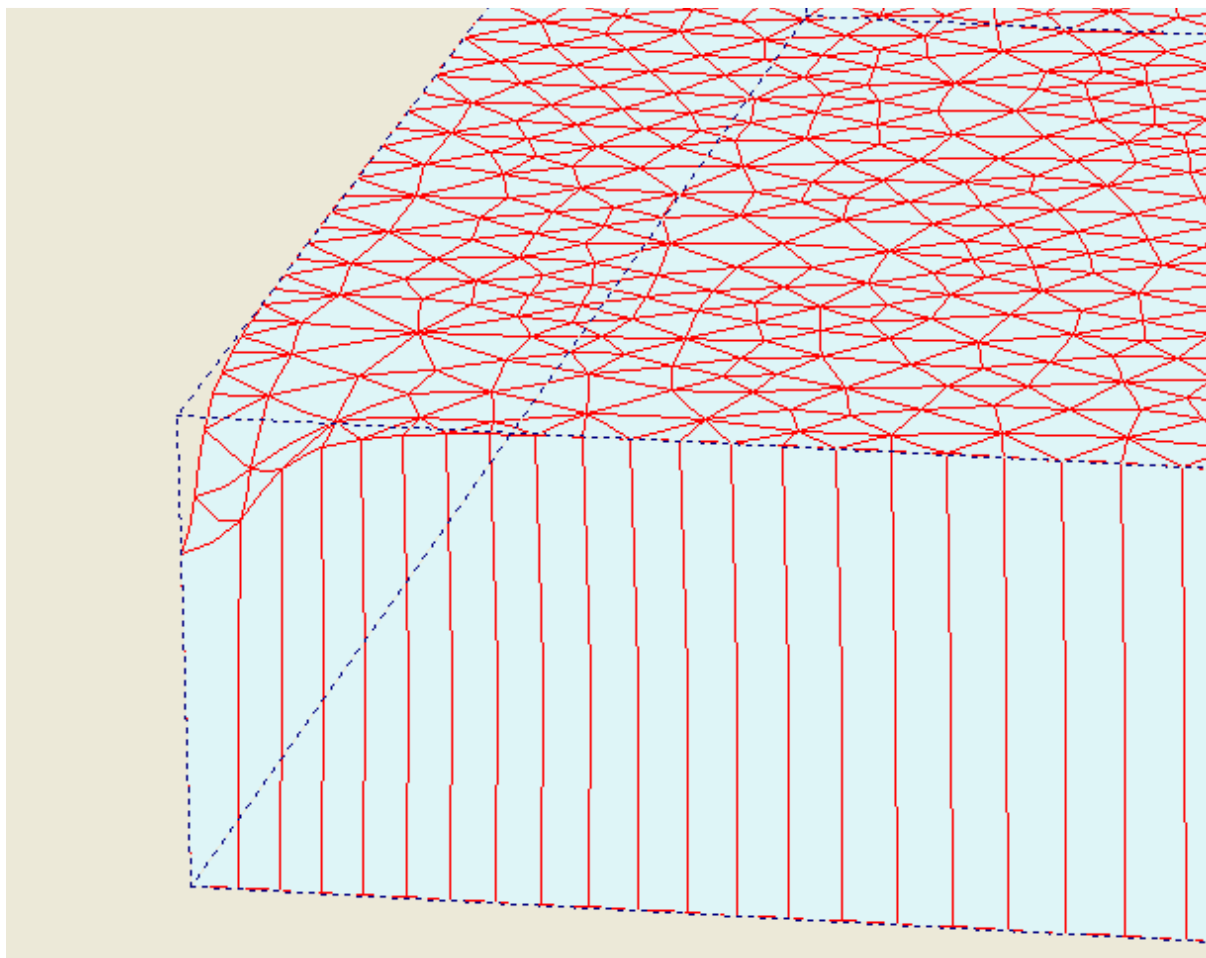


Fig. A.2.3.6 – Deformada para sapata quadrada flexível com $H/D=5$ e $\nu=0.5$

A.2.4. DEFORMADAS OBTIDAS NO SOFTWARE ELFEN PARA SAPATA QUADRADA RÍGIDA (CAP. 4.3)

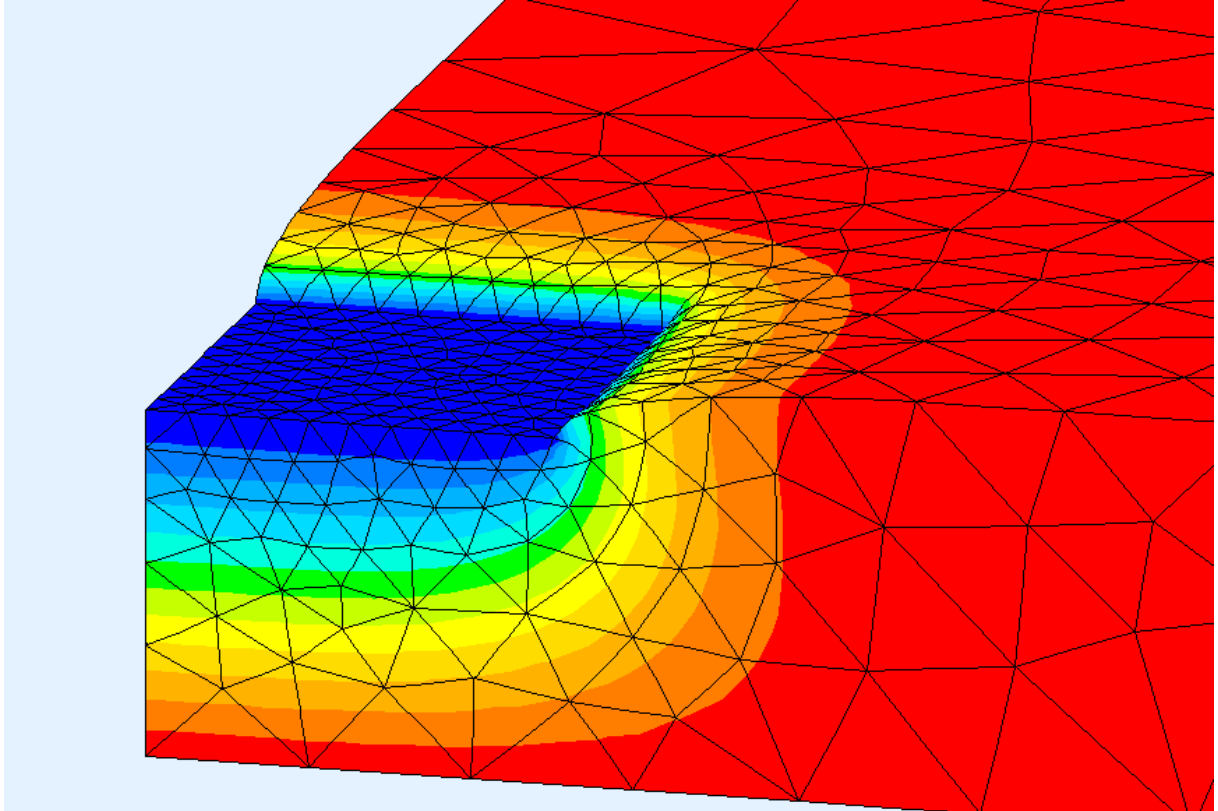


Fig. A.2.4.1 – Deformada para sapata quadrada rígida com $H/D=0.5$ e $\nu=0.3$

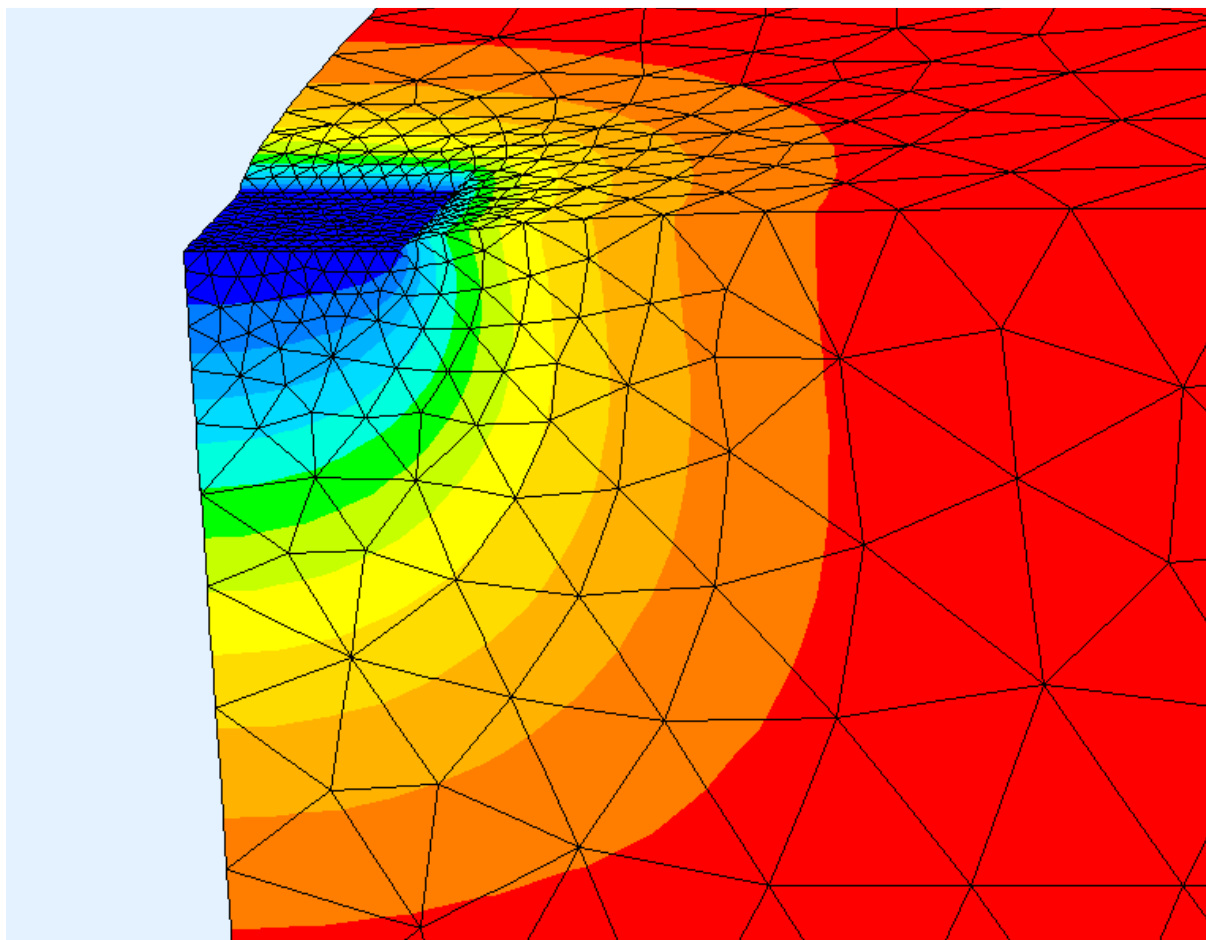


Fig. A.2.4.2 – Deformada para sapata quadrada rígida com $H/D=2$ e $\nu=0.3$

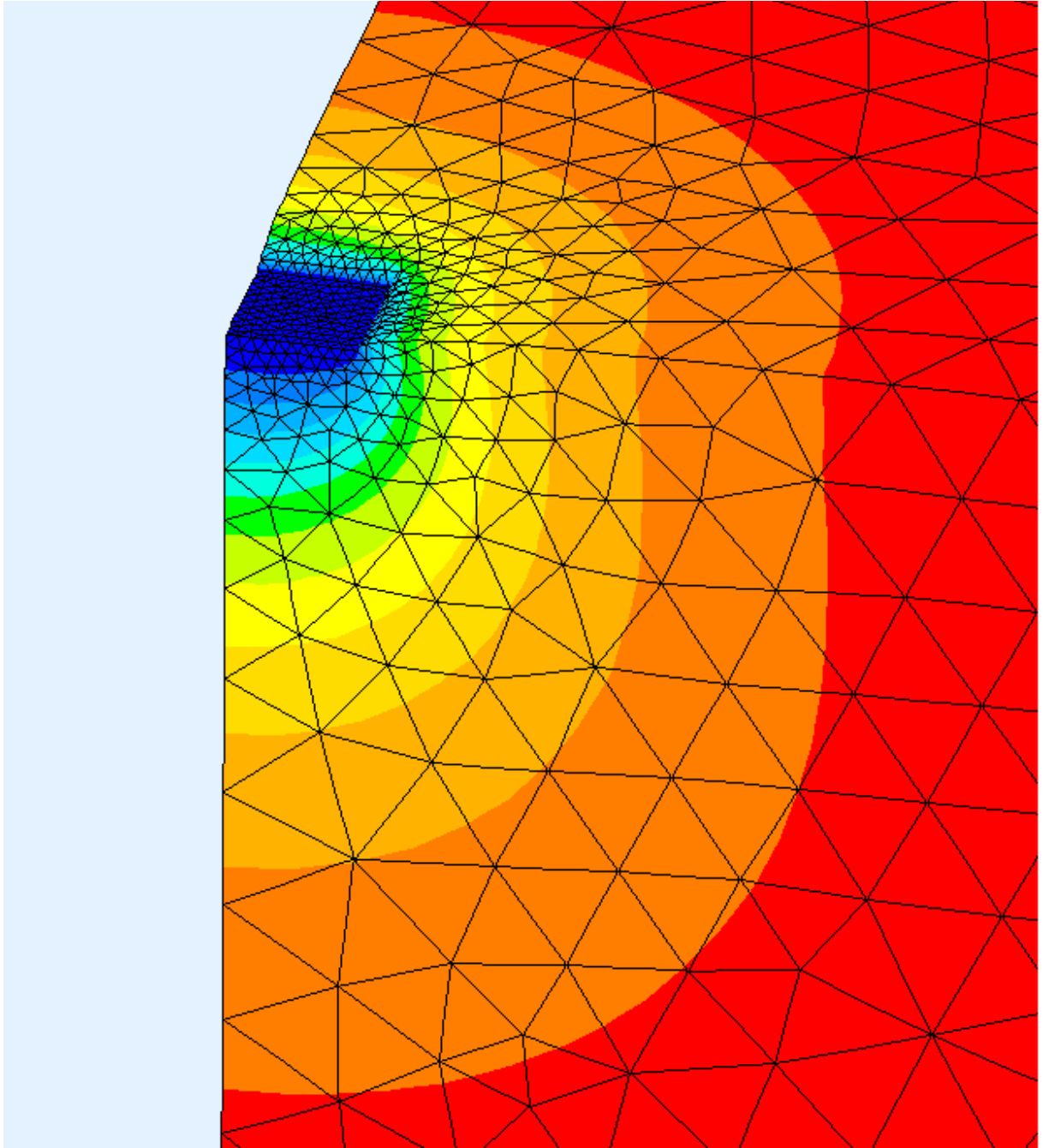


Fig. A.2.4.3 – Deformada para sapata quadrada rígida com $H/D=5$ e $\nu=0.3$

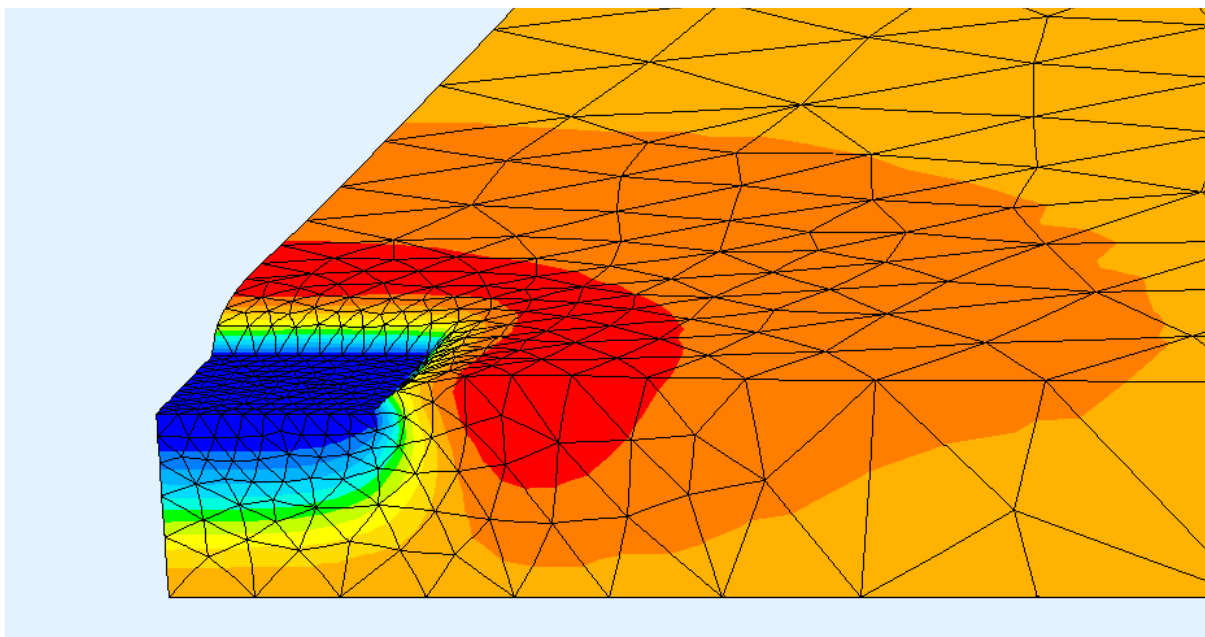


Fig. A.2.4.4 – Deformada para sapata quadrada rígida com $H/D=0.5$ e $\nu=0.5$

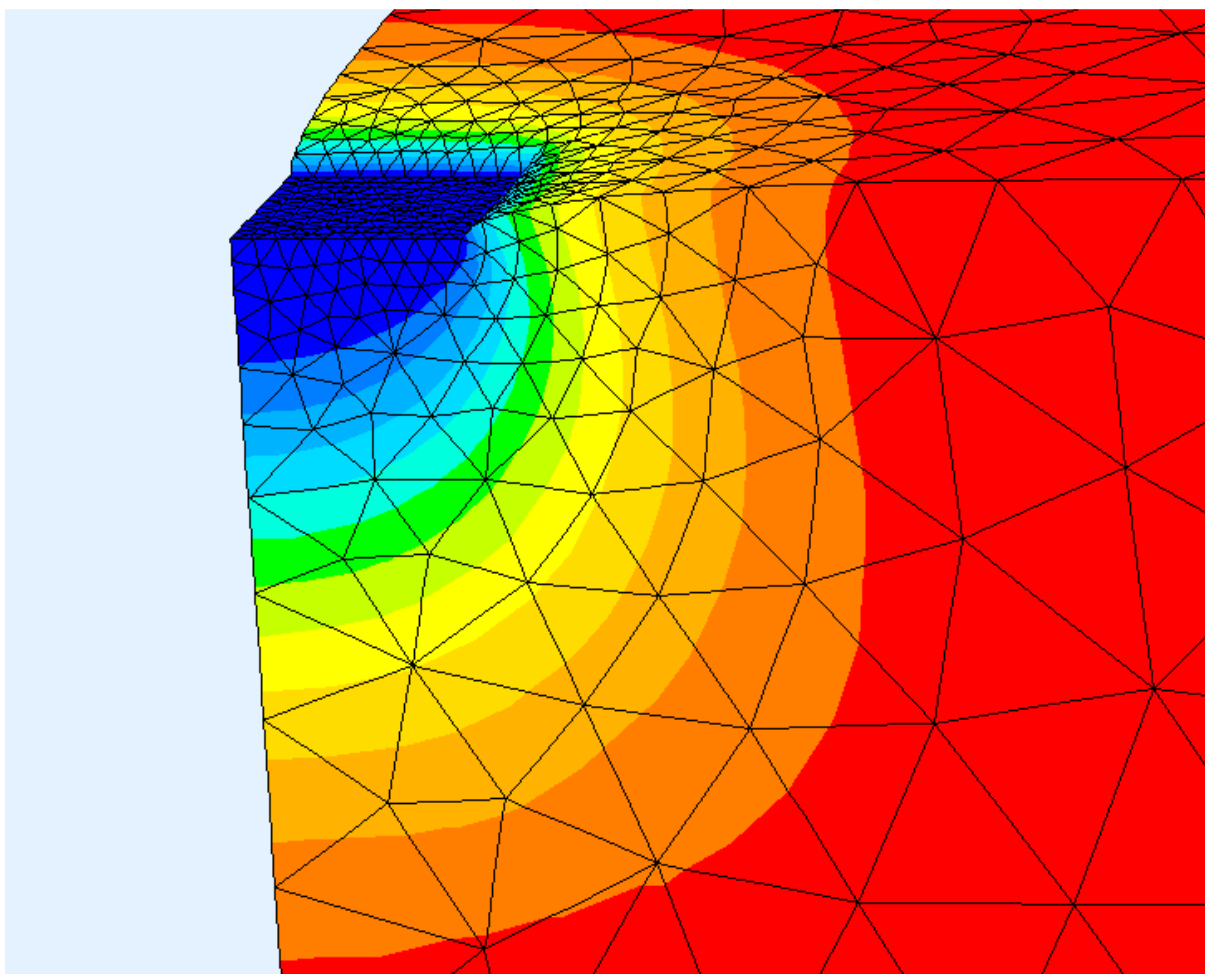


Fig. A.2.4.5 – Deformada para sapata quadrada rígida com $H/D=2$ e $\nu=0.5$

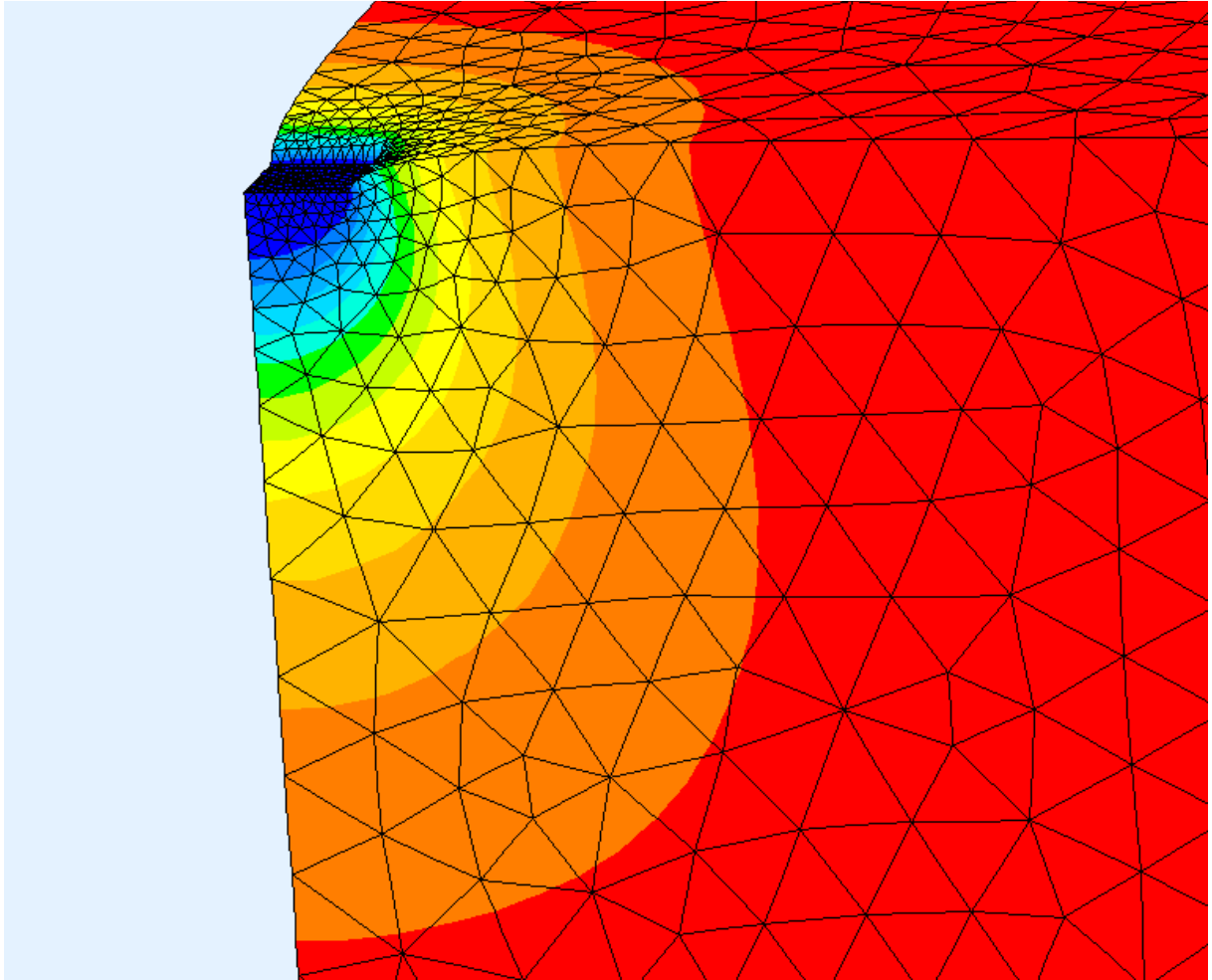


Fig. A.2.4.6 – Deformada para sapata quadrada rígida com $H/D=5$ e $\nu=0.5$

A.3 (CAP. 5)

A.3.1. VALORES DE "I_s" PARA SAPATAS CIRCULARES E CORRIDAS (CAP. 5.1)

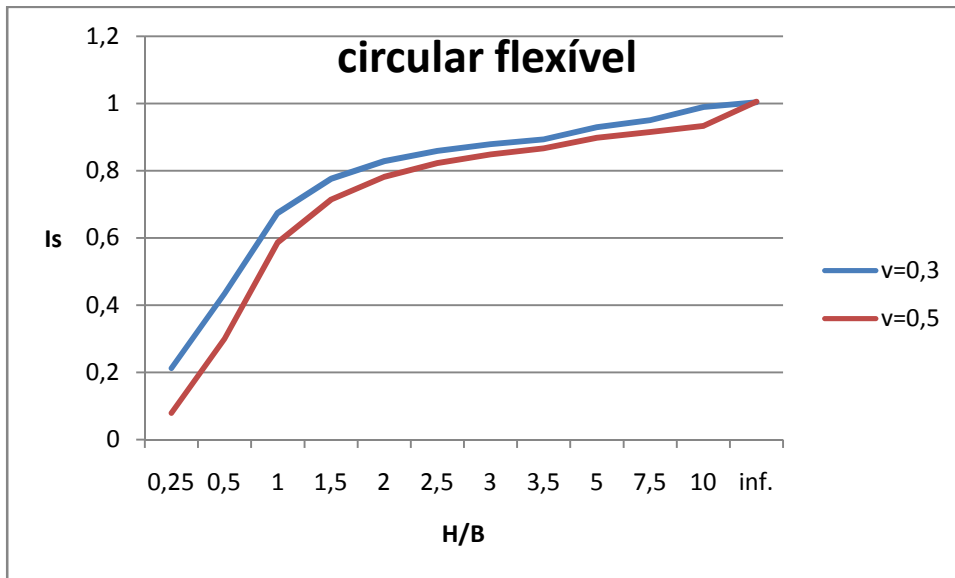


Fig. A.3.1.1 – Evolução de "I_s" para sapata circular flexível

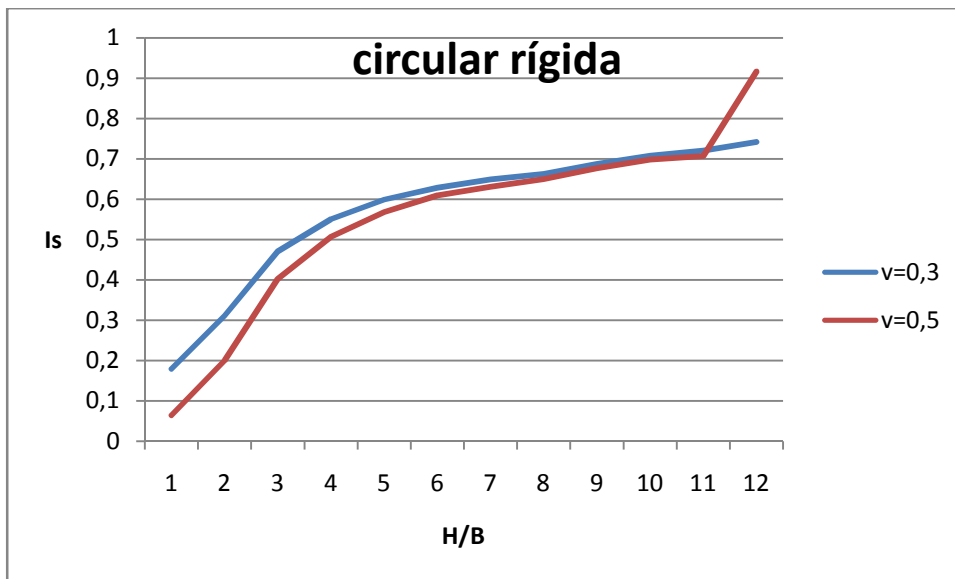


Fig. A.3.1.2 – Evolução de "I_s" para sapata circular rígida

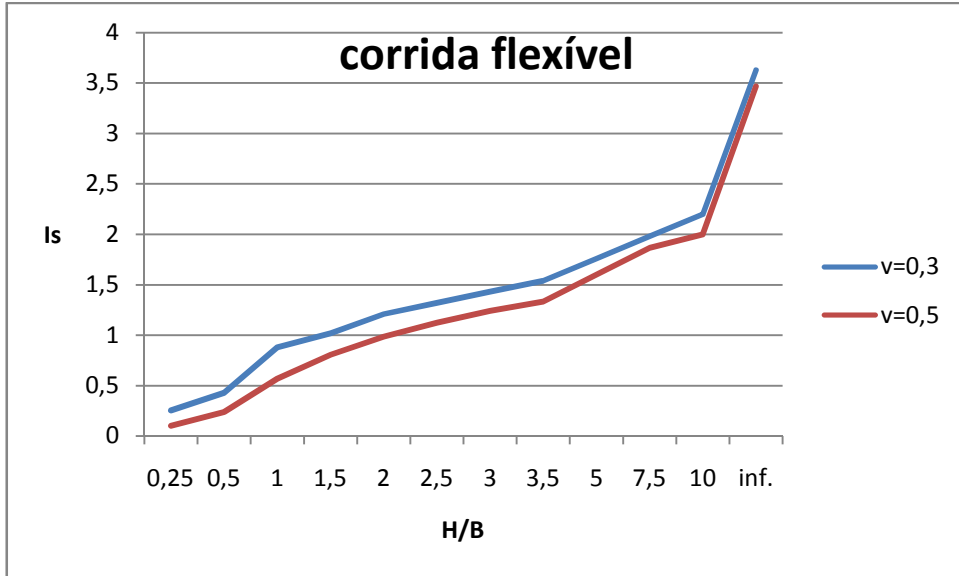


Fig. A.3.1.3 – Evolução de “Is” para sapata corrida flexível

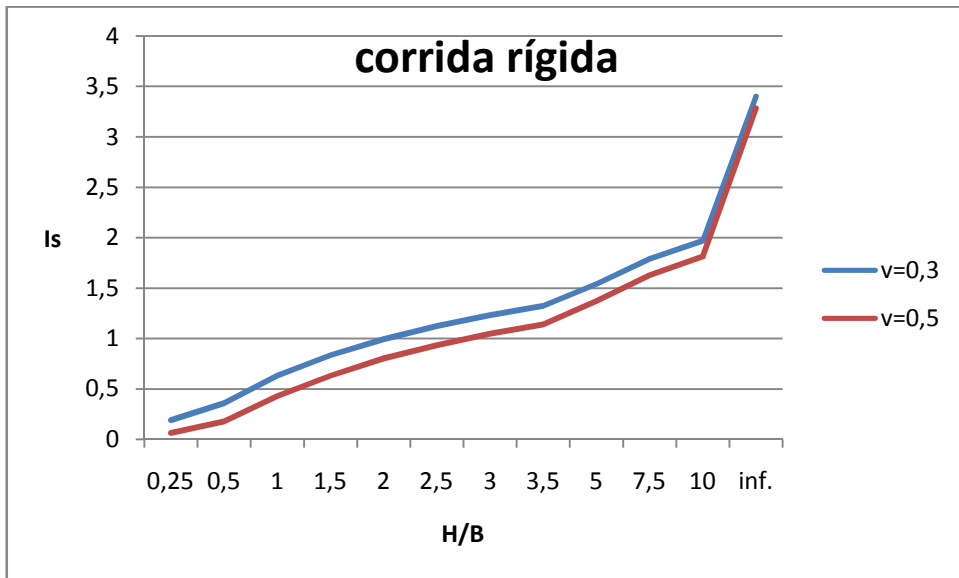


Fig. A.3.1.4 – Evolução de “Is” para sapata corrida rígida

A.3.2. VALORES DE “ I_s ” PARA SAPATAS RECTANGULARES FLEXÍVEIS (CAP. 5.2)

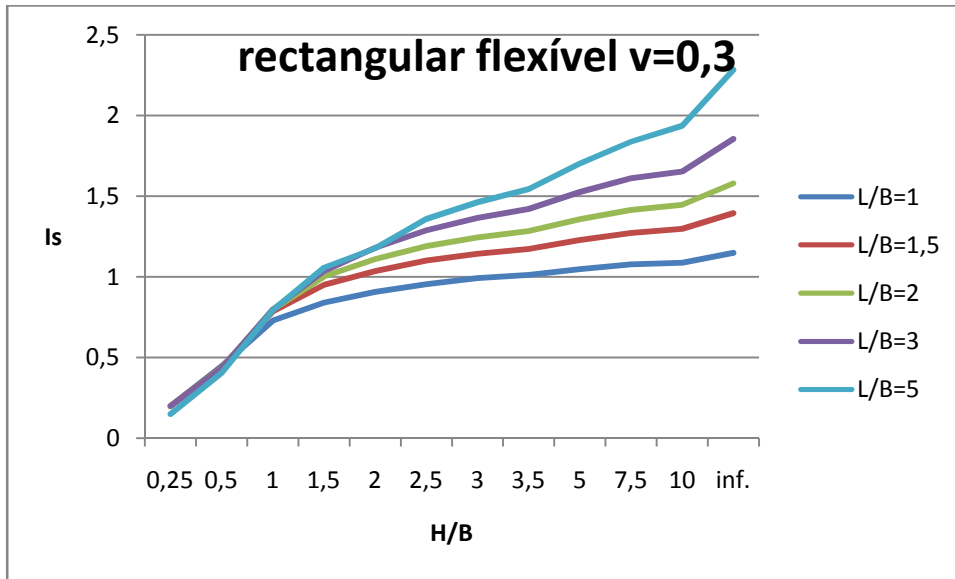


Fig. A.3.2.1 – Evolução de “ I_s ” para sapatas rectangulares flexíveis com $v=0,3$

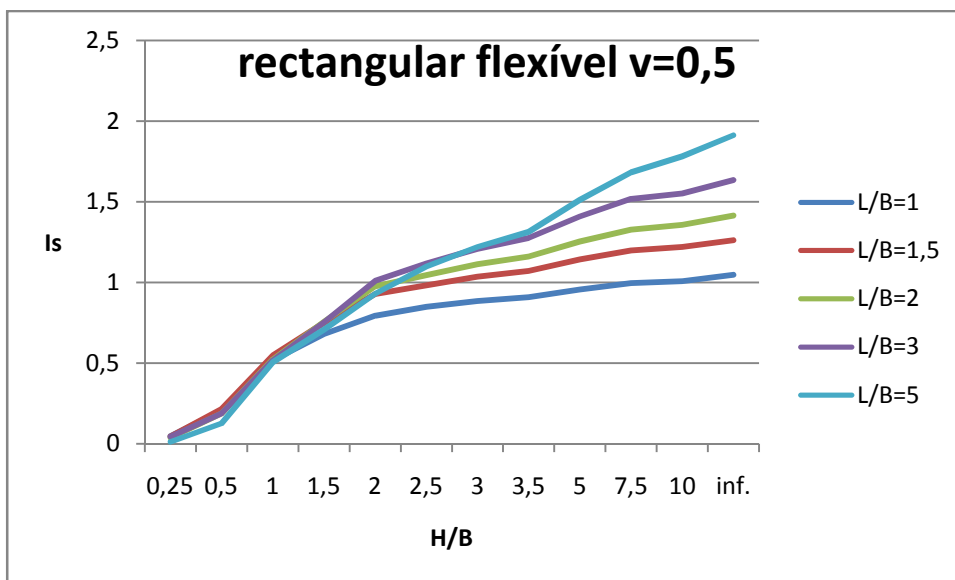


Fig. A.3.2.2 – Evolução de “ I_s ” para sapatas rectangulares flexíveis com $v=0,5$

A.3.3. VALORES DE "I_s" PARA SAPATAS RECTANGULARES RÍGIDAS (CAP. 5.3)

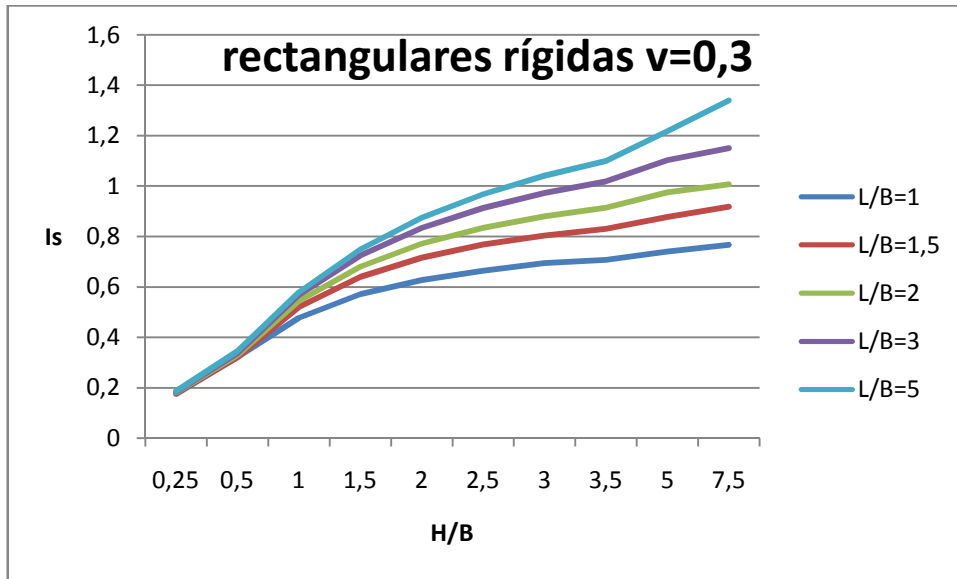


Fig. A.3.3.1 – Evolução de "I_s" para sapatas rectangulares rígidas com $\nu=0,3$

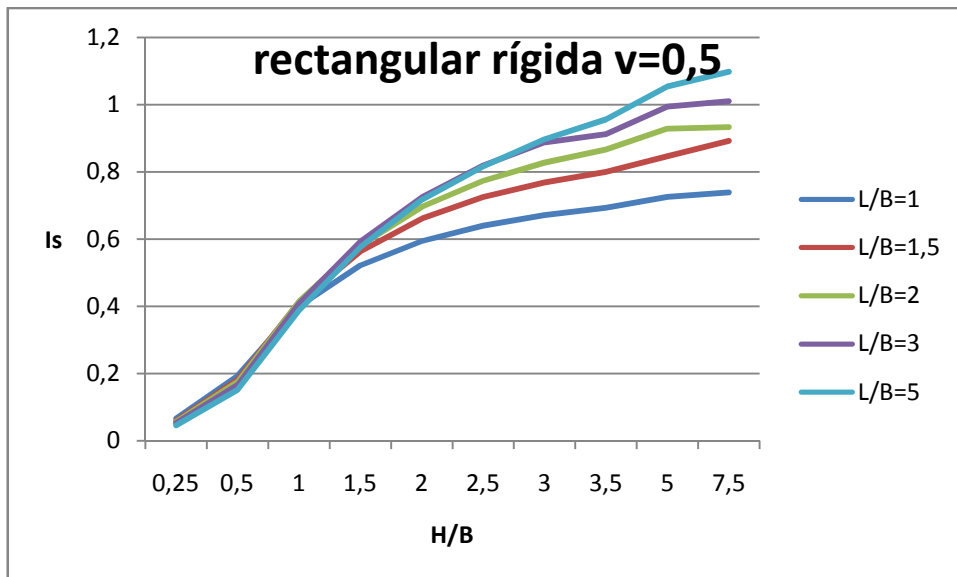


Fig. A.3.3.2 – Evolução de "I_s" para sapatas rectangulares rígidas com $\nu=0,5$

