

PROJECTO DE ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO COM BASE NA ANÁLISE NÃO LINEAR MATERIAL

IVO LUDGERO JÁCOME GARCIA

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Álvaro Ferreira Marques Azevedo

Co-Orientador: Professor Doutor José Manuel de Sena Cruz

MARÇO DE 2009

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2008/2009

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2008/2009 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Aos meus Pais e irmã

Yes we can
Barack Obama

AGRADECIMENTOS

No momento da conclusão desta dissertação não posso deixar de expressar os mais sinceros agradecimentos a todos os que contribuíram, directamente ou indirectamente, na sua realização.

Ao professor Álvaro Azevedo por todo o empenho demonstrado na orientação, disponibilidade, sugestões, incentivo, paciência e revisão do presente trabalho.

Ao professor José Sena Cruz, pelo apoio teórico oferecido, rapidez nas respostas de questões mais técnicas e revisão do presente trabalho.

Aos residentes da Residência Universitária Jayme Rios de Souza por toda a amizade, companheirismo e boas horas de lazer.

Às funcionárias da Residência Universitária Jayme Rios de Souza pela paciência e estima que sempre demonstraram ao longo de 6 anos de convívio mútuo.

A todos os que considero verdadeiros amigos. Eles sabem quem são.

Aos meus pais e irmã, por todo o apoio oferecido ao longo de uma vida cheia de altos e baixos, pelo modo como me transmitiram os valores que regeram, regem e regerão a minha existência, por todos os sacrifícios efectuados em prol da minha formação, um mero agradecimento não permite exprimir a dívida de gratidão que para com vocês possuo. Apenas a vocês vos poderia dedicar esta dissertação.

À Juliana, por todo o carinho e motivação oferecida quando mais precisava, pelas horas e horas roubadas para dedicar a este trabalho e toda a disponibilidade oferecida em ajudar, mesmo nos momentos mais difíceis. Este trabalho também é teu.

RESUMO

O presente trabalho pretende contribuir para um melhor conhecimento do comportamento de estruturas de betão armado, sujeitas a análise com base na não linearidade material. O objectivo do trabalho é verificar a possibilidade de serem utilizados rigorosos métodos não lineares no dia-a-dia do engenheiro projectista. Para tal, é adoptado um modelo de segurança baseado no Eurocódigo 2.

É utilizado um programa de cálculo automático, denominado *FEMIX 4.0*, baseado no método de elementos finitos. São efectuadas análises de diversas estruturas de betão armado sujeitas a estados planos de tensão.

É adoptado um modelo de análise não linear do betão, previamente desenvolvido por outro autor. O modelo, designado *elasto-plastic multi-fixed smeared crack model*, permite comportamento elasto-plástico do betão à compressão. É também adoptado o *multi-fixed smeared crack concept* para controlar o mecanismo de formação de fendas.

São simuladas vigas simplesmente apoiadas e um nó de pórtico, com suporte experimental. É efectuada uma comparação de resultados para aferir a precisão e comportamento do modelo escolhido.

São dimensionados pórticos com diferentes materiais, relações de vãos e carregamentos. O dimensionamento orgânico é efectuado com base no Eurocódigo 2.

Após o dimensionamento dos pórticos, estes são simulados utilizando o modelo e o programa de cálculo automático referidos. É efectuada uma análise pormenorizada em Estado Limite Último e, por fim, alguns parâmetros são comparados em Estado Limite de Utilização. É verificado se são cumpridos os limites regulamentares e são analisados os erros obtidos na comparação entre o dimensionamento orgânico e a análise não linear material das estruturas.

PALAVRAS-CHAVE: análise não linear material, método de elementos finitos, modelo de segurança, Eurocódigo, pórticos.

ABSTRACT

This work is a contribution to a better understanding of the nonlinear material analysis of reinforced concrete structures. The main objective of the present work is the assessment of the feasibility of the utilization of nonlinear analysis methods in everyday design practice. In this context a security model based on Eurocode 2 is used.

All the analyses are performed with *FEMIX 4.0*, which is a computer code based on the finite element method. Several reinforced concrete structures are analyzed assuming plane stress states. *FEMIX 4.0* uses a nonlinear model for concrete which was previously developed by other authors. This model is an elasto-plastic multi-fixed smeared crack model, allowing for the simulation of the elasto-plastic behavior of concrete under compressive loading. Concrete under tensile loading may be subjected to cracking, being this phenomenon simulated with a multi-fixed smeared crack model.

Some simply supported beams and a beam-column joint are simulated and compared with available experimental results. The objective of this comparison is the assessment of the precision and performance of the adopted numerical model.

Several reinforced concrete frames are designed with different materials, span relations and loads. This design is based on Eurocode 2. After the sizing of all the beams, columns and respective reinforcement, a nonlinear incremental analysis is performed using the abovementioned numerical tools. A detailed analysis up to an Ultimate Limit State is performed, and some parameters are compared in terms of Serviceability Limit States. This study allows for a detailed comparison between the characteristics of structures designed by classical procedures and the results of the corresponding numerical simulations.

KEYWORDS: nonlinear material analysis, finite element method, security model, Eurocode, reinforced concrete frames.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2. OBJECTIVOS	2
1.3. APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	2
2. DESCRIÇÃO DOS MODELOS DE ANÁLISE NÃO LINEAR	5
2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. APRESENTAÇÃO DO FEMIX 4.0	5
2.3. TEORIA DAS FENDAS - MULTI-FIXED SMEARED CRACK CONCEPT	10
2.4. TEORIA DA PLASTICIDADE - ELASTO-PLASTIC CONCRETE MODEL	14
2.5. ELASTO-PLASTIC MULTI-FIXED SMEARED CRACK MODEL	15
2.6. MODELO NÃO LINEAR DO AÇO	16
2.7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	17
3. METODOLOGIA DO ESTUDO EFECTUADO	19
3.1. INTRODUÇÃO	19
3.2. MÉTODOS UTILIZADOS NO DIMENSIONAMENTO ORGÂNICO	19
3.2.1. ESCOLHA DOS MATERIAIS E CARGAS	19
3.2.2. PRÉ-DIMENSIONAMENTO E DIMENSIONAMENTO EM ESTADO LIMITE ÚLTIMO	20
3.2.3. ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO	20
3.3. METODOLOGIA NA DEFINIÇÃO DAS SIMULAÇÕES NÃO LINEARES	21
3.3.1. DEFINIÇÃO DAS MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS	21
3.3.2. EDIÇÃO DO FICHEIRO DE DADOS	22
3.3.3. EDIÇÃO DO BLOCO DE DADOS REFERENTE AO BETÃO	23
3.3.3.1. Comportamento uniaxial do betão simples	23
3.3.3.2. Comportamento uniaxial do betão armado	25

3.3.4. EDIÇÃO DO BLOCO DE DADOS REFERENTE AO AÇO	27
3.4. ANÁLISE DE RESULTADOS.....	27
3.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	28

4. VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO UTILIZADO.....29

4.1. INTRODUÇÃO	29
4.2. APRESENTAÇÃO DAS VIGAS DE BRESLER-SCORDELIS	29
4.2.1. VIGA OA1	31
4.2.1.1. Parâmetros definidos no ficheiro de dados.....	31
4.2.1.2. Análise de resultados	33
4.2.2. VIGA A1	35
4.2.2.1. Parâmetros definidos no ficheiro de dados.....	35
4.2.2.2. Análise de resultados	37
4.2.3. VIGA A3	39
4.2.3.1. Parâmetros definidos no ficheiro de dados.....	39
4.2.3.2. Análise de resultados	40
4.3. NÓ DE PÓRTICO.....	41
4.3.1. APRESENTAÇÃO DO NÓ DE PÓRTICO	41
4.3.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS.....	42
4.3.3. ANÁLISE DE RESULTADOS	45
4.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	47

5. ANÁLISE DE PÓRTICOS DE BETÃO ARMADO COM COMPORTAMENTO NÃO LINEAR MATERIAL.....49

5.1. INTRODUÇÃO	49
5.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	49
5.3. PÓRTICO 1.....	52
5.3.1. DEFINIÇÃO DO CASO DE ESTUDO.....	52
5.3.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS.....	53
5.3.3. ANÁLISE DE RESULTADOS	55
5.3.3.1. Estado Limite Último.....	55
5.3.3.2. Estado Limite de Utilização – Limitação de tensões.....	62
5.3.3.3. Estado Limite de Utilização – Controlo da fendilhação.....	63

5.3.3.4. Estado Limite de Utilização – Controlo da deformação	64
5.4. PÓRTICO 2.....	65
5.4.1. DEFINIÇÃO DO CASO DE ESTUDO.....	65
5.4.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS.....	66
5.4.3. ANÁLISE DE RESULTADOS.....	68
5.4.3.1. Estado Limite Último	68
5.4.3.2. Estado Limite de Utilização – Limitação de tensões.....	75
5.4.3.3. Estado Limite de Utilização – Controlo da fendilhação.....	76
5.4.3.4. Estado Limite de Utilização – Controlo da deformação	77
5.5. PÓRTICO 3.....	78
5.5.1. DEFINIÇÃO DO CASO DE ESTUDO.....	78
5.5.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS.....	79
5.5.3. ANÁLISE DE RESULTADOS.....	81
5.5.3.1. Estado Limite Último	81
5.5.3.2. Estado Limite de Utilização – Limitação de tensões.....	87
5.5.3.3. Estado Limite de Utilização – Controlo da fendilhação.....	88
5.5.3.4. Estado Limite de Utilização – Controlo da deformação	89
5.6. PÓRTICO 4.....	90
5.6.1. DEFINIÇÃO DO CASO DE ESTUDO.....	90
5.6.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS.....	91
5.6.3. ANÁLISE DE RESULTADOS.....	93
5.6.3.1. Estado Limite Último	93
5.6.3.2. Estado Limite de Utilização – Limitação de tensões.....	100
5.6.3.3. Estado Limite de Utilização – Controlo da fendilhação.....	101
5.6.3.4. Estado Limite de Utilização – Controlo da deformação	101
5.7. PÓRTICO 5.....	102
5.7.1. DEFINIÇÃO DO CASO DE ESTUDO.....	102
5.7.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS.....	103
5.7.3. ANÁLISE DE RESULTADOS.....	105
5.7.3.1. Estado Limite Último	105
5.7.3.2. Estado Limite de Utilização – Limitação de tensões.....	116
5.7.3.3. Estado Limite de Utilização – Controlo da fendilhação.....	119
5.7.3.4. Estado Limite de Utilização – Controlo da deformação	120

5.8. ANÁLISE COMPARATIVA.....	121
5.9. CONSIDERAÇÕES FINAIS	122
 6. CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO	 125

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1 - Método de Newton-Raphson (retirado de [6]).....	9
Fig. 2.2 - Sistema de eixos, deslocamentos relativos e tensões numa fenda (retirado de [6])	10
Fig. 2.3 - Critério de Rankine (retirado de [6]).....	11
Fig. 2.4 - Diagrama tensile softening a) trilinear b) exponencial (retirado de [6])	11
Fig. 2.5 - Estados possíveis de uma fenda (retirado de [6])	13
Fig. 2.6 - Superfície de cedência para o betão à compressão (retirado de [6]).....	14
Fig. 2.7 - Leis de hardening/softening para o betão (retirado de [6]).....	15
Fig. 2.8 - Superfície de cedência adoptada no modelo (retirado de [6])	16
Fig. 2.9 - Modelo de comportamento uniaxial do aço (retirado de [6])	17
Fig. 3.1 - Comportamento do betão sob carga uniaxial de compressão e de tracção (figura retirada de [6]).....	24
Fig. 3.2 - Proposta de comportamento do betão à compressão segundo o EC2 (figura retirada de [2]).....	24
Fig. 3.3 - Comportamento do betão armado à tracção (adaptado de [6]).....	26
Fig. 3.4 - Definição da área de secção efectiva de betão fendilhado.....	26
Fig. 4.1 - Corte longitudinal e transversal da viga OA1.....	30
Fig. 4.2 - Corte longitudinal e transversal da viga A1	30
Fig. 4.3 - Corte longitudinal e transversal da viga A3	30
Fig. 4.4 - Representação da malha de elementos finitos utilizada.....	32
Fig. 4.5 - Deformada da viga OA1 ampliada 75x	33
Fig. 4.6 - Padrão de fendilhação no último incremento convergido	34
Fig. 4.7 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido	34
Fig. 4.8 – Relação entre reacção no apoio e flecha a meio vão.....	35
Fig. 4.9 - Malha de elementos finitos utilizada	36
Fig. 4.10 - Relação entre reacção no apoio e flecha a meio vão	38
Fig. 4.11 - Padrão de fendilhação no último incremento convergido	38
Fig. 4.12 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido	38
Fig. 4.13 - Malha de elementos finitos utilizada	39
Fig. 4.14 - Relação entre reacção no apoio e flecha.....	40
Fig. 4.15 - Padrão de fendilhação verificado na última combinação convergida.....	41
Fig. 4.16 - Pontos de Gauss plastificados da viga A3 no último incremento convergido.....	41

Fig. 4.17 - Esquema estrutural da ligação (imagem retirada de [5])	42
Fig. 4.18 - Malha de elementos finitos utilizada	43
Fig. 4.19 - Padrão de fendilhação publicado em [5].....	45
Fig. 4.20 - Padrão de fendilhação atingido na presente simulação.....	46
Fig. 4.21 – Evolução dos deslocamentos verticais na viga	47
Fig. 4.22 - Gráfico da relação entre a carga aplicada e a extensão na armadura.....	47
Fig. 5.1 - Esquema tipo dos pórticos	50
Fig. 5.2 - Esquema tipo de corte transversal das secções (aplicável a pilares e vigas)	51
Fig. 5.3 - Malha de elementos finitos utilizada (as dimensões estão em mm)	54
Fig. 5.4 - Gráfico da relação entre reacção no apoio e deslocamento a meio vão.....	55
Fig. 5.5 - Evolução da extensão de uma fenda a meio vão da viga (indicada na figura 5.8).....	56
Fig. 5.6 - Relação entre reacção vertical na base do pilar e extensão média de um elemento barra a meio vão (ponto A na figura 5.3)	57
Fig. 5.7 – Desenvolvimento das tensões principais (de compressão) no betão no ponto B da figura 5.3	57
Fig. 5.8 - Padrão de fendilhação inicial (apenas na viga).....	58
Fig. 5.9 - Padrão de fendilhação antes da quebra de rigidez (ponto B da figura 5.4).....	58
Fig. 5.10 - Padrão de fendilhação depois da quebra de rigidez (ponto B da figura 5.4)	58
Fig. 5.11 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido	59
Fig. 5.12 - Padrão de fendilhação no último incremento convergido.....	59
Fig. 5.13 - Deformada no último incremento convergido (ampliada 75x).....	60
Fig. 5.14 – Evolução da tensão num elemento de armadura transversal (indicado na figura 5.12)	61
Fig. 5.15 - Malha de elementos finitos utilizada (as dimensões estão em mm)	65
Fig. 5.16 - Relação entre reacção vertical no pilar e a flecha da viga	67
Fig. 5.17 - Relação entre a reacção vertical do apoio e a extensão média de uma fenda na viga a meio vão (indicada na figura 5.22).....	68
Fig. 5.18 – Desenvolvimento da extensão média da armadura a meio vão (ponto A na figura 5.15)....	68
Fig. 5.19 – Evolução das tensões principais num elemento de betão no topo do pilar (ponto C da figura 5.15).....	69
Fig. 5.20 – Desenvolvimento das tensões principais no betão a meio vão da viga (ponto B na figura 5.15).....	69
Fig. 5.21 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a abertura da fenda inclinada no nó de pórtico (indicada na figura 5.24)	70
Fig. 5.22 - Padrão de fendilhação inicial (apenas na viga).....	70
Fig. 5.23 - Padrão de fendilhação para o carregamento correspondente a uma reacção de 500 kN.....	71

Fig. 5.24 - Padrão de fendilhação final	72
Fig. 5.25 - Pontos de Gauss plastificados para o último incremento convergido	73
Fig. 5.26 - Deformada no último incremento convergido (ampliada 50x).....	73
Fig. 5.27 - Malha de elementos finitos utilizada (as dimensões estão em mm)	78
Fig. 5.28 - Relação entre reacção vertical no pilar e flecha a meio vão	80
Fig. 5.29 - Relação entre carga aplicada e extensão na armadura a meio vão (ponto A na figura 5.27).....	81
Fig. 5.30 - Desenvolvimento da primeira fenda na estrutura (assinalada na figura 5.33).....	81
Fig. 5.31 - Tensões principais no betão traccionado a meio vão (ponto A na figura 5.27).....	82
Fig. 5.32 - Tensões principais em ponto de Gauss no pilar (ponto C da figura 5.27).....	82
Fig. 5.33 - Padrão de fendilhação aquando da formação da rótula plástica	83
Fig. 5.34 - Fendilhação verificada no último incremento convergido	84
Fig. 5.35 - Desenvolvimento da tensão na armadura longitudinal do pilar (ponto D da figura 5.27) ...	84
Fig. 5.36 - Relação entre reacção vertical no pilar e tensão na armadura longitudinal inferior na viga (ponto A da figura 5.27)	85
Fig. 5.37 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido	85
Fig. 5.38 - Deformada verificada para o último carregamento (aumentada 25x)	86
Fig. 5.39 - Malha de elementos finitos utilizada (as dimensões estão em mm)	91
Fig. 5.40 - Relação entre reacção vertical na base do pilar e a flecha a meio vão da viga.....	92
Fig. 5.41 - Desenvolvimento da extensão numa fenda (indicada na figura 5.44)	93
Fig. 5.42 - Tensões principais no betão nas fibras inferiores da viga a meio vão (ponto A na figura 5.39).....	93
Fig. 5.43 - Evolução da extensão média num elemento armadura da viga a meio vão (ponto A da figura 5.39).....	94
Fig. 5.44 - Fendas iniciais apuradas para uma reacção de 105 kN (apenas na viga).....	94
Fig. 5.45 - Padrão de fendilhação verificado após quebra de rigidez (ponto B na figura 5.39).....	94
Fig. 5.46 - Tensões principais no betão num ponto de Gauss no pilar (ponto C na figura 5.39)	95
Fig. 5.47 - Tensões principais no betão num ponto de Gauss na face superior da viga, a meio vão (ponto B na figura 5.39)	96
Fig. 5.48 - Padrão de fendilhação antes da inversão verificada nas tensões principais no pilar (ponto A do gráfico 5.46)	96
Fig. 5.49 - Fendilhação no último incremento convergido	97
Fig. 5.50 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido	98
Fig. 5.51 - Deformada no último incremento convergido (ampliada 20x).....	98
Fig. 5.52 - Malha de elementos finitos utilizada (dimensões em mm).....	104

Fig. 5.53 - Deformada para o último incremento convergido	105
Fig. 5.54 - Evolução do deslocamento horizontal máximo do pilar (ponto A na figura 5.53).....	106
Fig. 5.55 - Relação entre reacção horizontal e extensão numa fenda.....	106
Fig. 5.56 - Padrão de fendilhação antes de quebra de rigidez no pilar (ponto B na figura 5.54)	107
Fig. 5.57 - Padrão de fendilhação depois de quebra de rigidez no pilar (ponto B na figura 5.54)	107
Fig. 5.58 - Desenvolvimento da extensão na armadura longitudinal do pilar (ponto A da figura 5.53).....	107
Fig. 5.59 - Tensões principais no betão no primeiro ponto de Gauss fendilhado no pilar (indicado na figura 5.56)	108
Fig. 5.60 - Relação entre o deslocamento vertical máximo na viga e a soma das reacções verticais nos pilares.....	108
Fig. 5.61 - Padrão de fendilhação logo após a redistribuição de esforços no pilar e na viga	109
Fig. 5.62 - Evolução da extensão de uma das primeiras fendas a serem formadas na viga (ponto A da figura 5.61)	110
Fig. 5.63 - Tensões principais num elemento de betão fendilhado na viga (ponto A da figura 5.61) ..	110
Fig. 5.64 - Relação entre a reacção vertical e extensão média de um elemento armadura na viga (ponto A na figura 5.61).....	111
Fig. 5.65 - Fendilhação antes da segunda quebra de rigidez (ponto C).....	111
Fig. 5.66 - Fendilhação depois de segunda quebra de rigidez (ponto C).....	112
Fig. 5.67 - Tensões principais num elemento de betão no nó de pórtico direito (ponto A da figura 5.66).....	112
Fig. 5.68 - Evolução da extensão de um ponto de Gauss fendilhado na ligação viga-pilar (ponto B da figura 5.66)	113
Fig. 5.69 - Desenvolvimento da tensão na armadura de esforço transversal na fenda inclinada (ponto B da figura 5.66).....	114
Fig. 5.70 - Padrão de fendilhação no último incremento convergido.....	114
Fig. 5.71 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido	115
Fig. 5.72 - Padrão de fendilhação na combinação característica	117
Fig. 5.73 - Padrão de fendilhação na combinação frequente.....	117
Fig. 5.74 - Padrão de fendilhação na combinação quase permanente	118

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1- Tipos de elementos finitos presentes no FEMIX 4.0 (adaptado de [6]).....	6
Tabela 4.1 – Dados para aço de tipo I.....	31
Tabela 4.2 – Dados para aço de tipo II.....	31
Tabela 4.3 - Dados para o betão em tension softening na viga OA1	32
Tabela 4.4 - Dados para o betão em tension stiffening na viga OA1	33
Tabela 4.5 - Dados para o betão em tension softening na viga A1	36
Tabela 4.6 - Dados para o betão em tension stiffening na viga A1.....	37
Tabela 4.7 - Dados para o betão em tension softening na viga A3	39
Tabela 4.8 - Dados para o betão em tension stiffening na viga A3.....	40
Tabela 4.9 - Dados para o betão com maior percentagem de armadura no nó de pórtico.....	44
Tabela 4.10 - Dados para o betão com menor percentagem de armadura no nó de pórtico.....	44
Tabela 4.11 - Dados para o aço do nó de pórtico	45
Tabela 5.1 - Resumo das dimensões dos pórticos em estudo.....	51
Tabela 5.2 - Dados geométricos dos pilares do pórtico P1	52
Tabela 5.3 - Dados geométricos da viga do pórtico P1.....	52
Tabela 5.4 - Cargas aplicadas ao pórtico P1	53
Tabela 5.5 - Dados para o betão em tension softening do pórtico P1	53
Tabela 5.6 - Dados para o betão em tension stiffening do pórtico P1.....	54
Tabela 5.7 - Dados para o aço do pórtico P1.....	54
Tabela 5.8 - Desenvolvimento das cargas definidas no ficheiro de dados.....	56
Tabela 5.9 - Desenvolvimento das cargas definido no ficheiro de dados	62
Tabela 5.10 - Comparação dos níveis de tensão verificados em serviço na viga.....	63
Tabela 5.11 - Limitação de tensões segundo o EC2.....	63
Tabela 5.12 - Comparação da largura das fendas na viga	64
Tabela 5.13 - Comparação dos valores da flecha na viga (em mm).....	64
Tabela 5.14 -Dados geométricos dos pilares do pórtico P2	65
Tabela 5.15 - Dados geométricos da viga do pórtico P2.....	65
Tabela 5.16 - Cargas aplicadas ao pórtico P2	66
Tabela 5.17 - Dados para o aço do pórtico P2.....	67
Tabela 5.18 - Dados para o betão em tension softening no pórtico P2	67
Tabela 5.19 - Dados para o betão em tension stiffening no pórtico P2.....	68

Tabela 5.20 - Desenvolvimento das cargas definido no ficheiro de dados	75
Tabela 5.21 - Comparação dos níveis de tensão verificados em serviço (meio vão da viga)	75
Tabela 5.22 - Limitação de tensões segundo o EC2.....	76
Tabela 5.23 - Comparação da largura das fendas.....	76
Tabela 5.24 - Comparação dos valores das flechas (em mm)	77
Tabela 5.25 - Dados geométricos dos pilares do pórtico P3	78
Tabela 5.26 - Dados geométricos da viga do pórtico P3.....	78
Tabela 5.27 - Cargas aplicadas ao pórtico P3.....	78
Tabela 5.28 - Dados para o aço do pórtico P3.....	80
Tabela 5.29 - Dados para o betão em tension softening do pórtico P3	80
Tabela 5.30 - Dados para o betão em tension stiffening do pórtico P3.....	81
Tabela 5.31 - Desenvolvimento das cargas no ficheiro de dados.....	87
Tabela 5.32 - Comparação dos níveis de tensão verificados em serviço (meio vão da viga)	88
Tabela 5.33 - Limitação de tensões segundo o EC2.....	88
Tabela 5.34 - Comparação da largura das fendas.....	89
Tabela 5.35 - Comparação dos valores das flechas (em mm)	89
Tabela 5.36 - Dados geométricos dos pilares do pórtico P4	90
Tabela 5.37 - Dados geométricos da viga do pórtico P4.....	90
Tabela 5.38 - Cargas aplicadas a P4.....	90
Tabela 5.39 - Dados para o betão em tension softening do pórtico P4	91
Tabela 5.40 - Dados para o betão em tension stiffening do pórtico P4.....	91
Tabela 5.41 - Dados para o aço do pórtico P4.....	92
Tabela 5.42 - Desenvolvimento das cargas definido no ficheiro de dados	98
Tabela 5.43 - Desenvolvimento das cargas definido no ficheiro de dados	100
Tabela 5.44 - Comparação dos níveis de tensão verificados em serviço	100
Tabela 5.45 - Limitação de tensões segundo o EC2.....	101
Tabela 5.46 - Comparação da largura das fendas.....	101
Tabela 5.47 - Comparação dos valores das flechas (em mm)	102
Tabela 5.48 - Dados geométricos do pilar esquerdo do pórtico P5.....	102
Tabela 5.49 - Dados geométricos do pilar direito do pórtico P5.....	103
Tabela 5.50 - Dados geométricos da viga do pórtico P5.....	103
Tabela 5.51 - Cargas aplicadas ao pórtico P5.....	103
Tabela 5.52 - Dados para o aço do pórtico P5.....	104

Tabela 5.53 - Dados para o betão em tension softening do pórtico P5	104
Tabela 5.54 - Dados para o betão em tension stiffening do pórtico P5.....	105
Tabela 5.55 - Evolução das cargas aplicadas na simulação	106
Tabela 5.56 - Tensões instaladas na viga na zona de momento positivo máximo	116
Tabela 5.57 - Tensões instaladas na viga na zona de momento negativo máximo	116
Tabela 5.58 - Tensões instaladas no pilar na zona de maior momento	117
Tabela 5.59 - Limite regulamentar de tensões	117
Tabela 5.60 - Comparação do valor da largura da maior fenda no vão da viga.....	119
Tabela 5.61 - Comparação do valor da largura da maior fenda na viga, na ligação ao pilar	119
Tabela 5.62 - Comparação do valor da largura da maior fenda no topo do pilar	120
Tabela 5.63 - Deslocamento vertical máximo na viga	120
Tabela 5.64 - Deslocamento horizontal máximo no pilar	121
Tabela 5.65 - Erros verificados nas tensões de compressão do betão na viga	121
Tabela 5.66 - Erros verificados nas tensões de tracção na armadura na viga.....	121
Tabela 5.67 - Erros verificados no cálculo da abertura de fendas.....	122
Tabela 5.68 - Erros verificados no cálculo dos deslocamentos no vão da viga	122

1

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Ao longo do tempo o trabalho do engenheiro civil tem sofrido alterações profundas. Já longe vão os tempos em que as regras empíricas e a experiência adquirida ao longo da vida profissional do engenheiro ditavam as regras de dimensionamento de estruturas. A criação de modelos de comportamento de estruturas era limitada em termos de complexidade, pois a quantidade de cálculo envolvida impossibilitava a sua utilização, sendo restringida apenas a estudos científicos.

Com a evolução tecnológica verificada nas últimas décadas, os métodos de análise e dimensionamento das estruturas sofreram alterações drásticas. A maior das contribuições surge com a era digital, tendo sido criado o computador. Inicialmente apenas disponível para um punhado de indivíduos, esta ferramenta permitiu que os cálculos passassem a ser efectuados de uma forma metódica e extremamente rápida.

Desde o início da década de 80 que o computador tem-se tornado cada vez mais presente na vida do Homem. A evolução verificada a nível informático, principalmente em termos de *hardware*, permitiu o rápido crescimento do potencial do computador. Com a produção em massa, as leis de mercado trataram de tornar este objecto apetecível ao público em geral.

Com a massificação do uso do computador, este tornou-se um instrumento de trabalho habitual nos gabinetes de projecto de Engenharia Civil. As potencialidades de cálculo desta ferramenta começaram a ser aproveitadas na área da Engenharia com o aparecimento de *software* de cálculo de estruturas. Ao mesmo tempo, com todo o poder de processamento disponível, os investigadores começaram a criar novos métodos e modelos de análise estrutural, cada vez mais complexos e poderosos.

Para análises não lineares utilizando elementos finitos, o desenvolvimento do poder de cálculo representa a possibilidade de aumentar o nível de discretização ou a dimensão dos problemas estudados. Segundo [1], desde 1975 até 2005 o tempo de simulação de um dado problema passou de 2 meses para 15 segundos num computador pessoal.

Com todo este poder disponível em qualquer computador, não faz sentido que continuem a ser utilizadas análises lineares para dimensionar uma estrutura. Num futuro próximo estarão disponíveis algoritmos no código de programas de cálculo estrutural capazes de simular comportamentos não lineares das estruturas de forma eficaz.

No entanto, esta realidade sofre com a falta de suporte regulamentar. Actualmente, os Eurocódigos são praticamente omissos em relação a modelos de segurança a ser aplicados em análises não lineares. Estes fenómenos são controlados actualmente através de vários coeficientes de segurança, que acabam por deixar a estrutura muito sobredimensionada.

1.2. OBJECTIVOS

Este trabalho pretende analisar a possibilidade de projectar estruturas de betão armado utilizando modelos de comportamento do betão e aço que comportem a sua não linearidade material, utilizando um *software* baseado no método dos elementos finitos.

Os estudos anteriormente efectuados sobre este tema normalmente têm o objectivo de criar novos modelos matemáticos para os materiais, sendo depois testadas peças estruturais, normalmente com suporte experimental, para aferir a exactidão desse modelo. Por norma, são simulados elementos estruturais isolados (vigas, vigas-parede, lajes...) carregados de forma a testar situações limite.

Na presente tese é proposta uma abordagem diferente. Serão dimensionados diversos pórticos com dimensões correntes, sendo posteriormente simulados através de uma discretização por elementos finitos. Neste trabalho são utilizadas malhas refinadas para melhor aferir o comportamento da estrutura.

Todo o estudo é efectuado com base nas disposições regulamentares do Eurocódigo 2 (EC2) [2], desde o dimensionamento dos pórticos à escolha dos parâmetros na análise não linear (quando possível). É utilizado o modelo de segurança actualmente em vigor no Eurocódigo para dimensionamento orgânico, para testar a adaptabilidade do regulamento ao modelo não linear escolhido.

Para efectuar este estudo admite-se que as acções são aplicadas de uma forma suficientemente lenta para eliminar efeitos dinâmicos. Considera-se igualmente que os deslocamentos criados pela cargas exteriores na estrutura são desprezáveis para a distribuição de esforços e tensões, sendo o estudo efectuado sempre sob a geometria inicial do problema considerando, portanto, linearidade geométrica das estruturas. Todos os casos estudados são considerados em estado plano de tensão.

1.3. APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

De seguida é exposta a estrutura do presente estudo, resumindo os assuntos abordados em cada um dos capítulos.

No segundo capítulo é efectuada uma contextualização teórica do trabalho efectuado. É apresentado o *software* utilizado nas simulações, das suas potencialidades e resumidamente explicado o funcionamento do algoritmo de resolução de sistemas de equações não lineares. De seguida é apresentado o modelo matemático não linear utilizado para o betão, já previamente integrado no *software*. Por fim, é explanada a modelação não linear do aço e as suas características principais.

No terceiro capítulo é apresentada em pormenor a metodologia utilizada no presente trabalho. Inicialmente são explicados os procedimentos adoptados e regulamentos utilizados para efectuar o dimensionamento orgânico dos pórticos. Também é referido o processo para atingir os valores para comparação. Segue-se depois uma descrição pormenorizada de todo o procedimento necessário para definir uma simulação não linear, desde a criação da malha de elementos finitos até às

variáveis inseridas no ficheiro de dados. São ainda indicados os *outputs* do software e a forma como estes são tratados para comparação, indicando as fórmulas utilizadas.

O quarto capítulo é dedicado à validação do modelo matemático utilizado. Foram escolhidas três dum conjunto de doze vigas ensaiadas num estudo anterior [3], ensaiadas experimentalmente. Os resultados obtidos na simulação são comparados com os dados laboratoriais para aferir a precisão do modelo matemático. Por fim, é simulado um nó de pórtico ensaiado laboratorialmente [4]. Os resultados são comparados com os dados experimentais e com uma simulação efectuada desse mesmo nó pórtico em [5].

No quinto capítulo são apresentados os pórticos estudados no presente trabalho. São apresentadas as características dos materiais utilizados e as cargas aplicadas em cada caso. São expostas as variáveis utilizadas para modelar os materiais. É efectuada uma análise do comportamento do pórtico e a carga máxima atingida, comparando com o patamar de carga utilizado para o Estado Limite Último. Por fim, é feita uma comparação dos valores de tensões, largura de fendas e deslocamentos para as combinações respeitantes ao Estado Limite de Utilização.

2

DESCRIÇÃO DOS MODELOS DE ANÁLISE NÃO LINEAR

2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentadas as ferramentas de análise não linear utilizadas no presente trabalho. É efectuada uma breve descrição do programa informático utilizado e o seu modo de funcionamento. São expostos os modelos de análise não linear utilizados no neste estudo. O modelo do betão é denominado de *elasto-plastic multi-fixed smeared crack model*, proposto em [6]. Esta modelação resulta da junção de duas teorias diferentes:

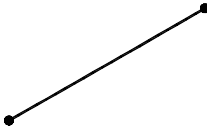
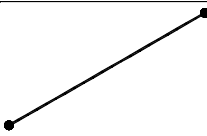
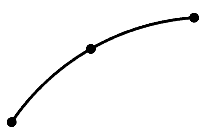
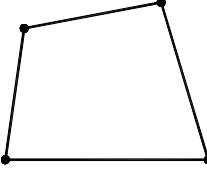
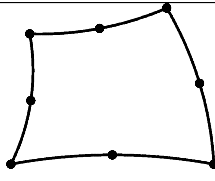
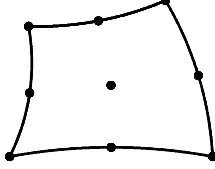
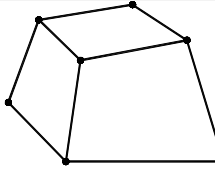
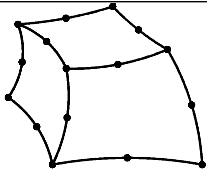
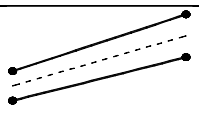
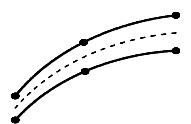
- *Multi-fixed smeared crack concept*, para betão à tracção;
- *Elasto-plastic concrete model*, para betão à compressão.

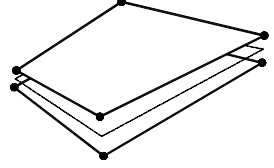
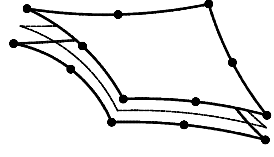
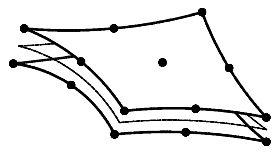
Pretende-se efectuar no presente capítulo um resumo das teorias atrás descritas, contextualizando teoricamente este trabalho. Em relação ao aço, a modelação utilizada está presente igualmente em [6], sendo brevemente explicada no presente capítulo.

2.2. APRESENTAÇÃO DO FEMIX 4.0

O *FEMIX*, versão 4.0, é um programa informático dedicado ao cálculo estrutural utilizando elementos finitos [7]. Esta versão do programa começou a ser desenvolvida em 2000 por Álvaro Azevedo, Joaquim Barros e José Sena Cruz. A partir de 2002 passou a contar com a colaboração de Ventura Gouveia e em 2004 de Alberto Ribeiro e Vítor Cunha. Efectua análises lineares para diversos elementos finitos planos ou a três dimensões (tabela 2.1), sendo que alguns destes elementos permitem igualmente efectuar análises não lineares.

Tabela 2.1- Tipos de elementos finitos presentes no FEMIX 4.0 (adaptado de [6])

Aplicabilidade	Descrição	Forma
Point Spring(2D or 3D)	1-node	
Truss (2D or 3D) Beam (2D or 3D)	Linear 2-node	
Timoshenko Beam (2D or 3D) Embedded Cable (2D or 3D)	Linear 2-node	
Cable (2D or 3D) Line Spring (2D or 3D)	Quadratic 3-node	
Plane Stress (2D) Mindlin Slab (2D) Mindlin Shell (3D) Ahmad Shell (3D) Surface Spring (2D or 3D)	Lagrangian 4-node	
	Serendipity 8 node	
	Lagrangian 9 node	
Solid (3D)	Lagrangian 8-node	
	Serendipity 20-node	
Line Interface (2D)	Linear 4-node	
	Quadratic	

Surface interface	Lagrangian 8-node	
	Serendipity 16-node	
	Lagrangian 18-node	

A formulação linear matricial de elementos finitos tem por base a seguinte relação [8]:

$$\underline{K} \underline{a} = \underline{F} \quad (2.1)$$

onde $\underline{K}$ é a matriz de rigidez do elemento, $\underline{a}$ é o vector de deslocamentos nodais e $\underline{F}$ é o vector das forças nodais equivalentes. A matriz de rigidez pode ser calculada aplicando

$$\underline{K} = \int_V \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} dV \quad (2.2)$$

onde $\underline{D}$ é a matriz de elasticidade, $\underline{B}$ é a matriz de deformação, que depende do tipo de elemento finito utilizado e V é o volume do elemento finito. Por norma, é utilizado um método numérico para calcular este integral (p.e. Quadratura de Gauss). Quando esta opção é utilizada, a função integranda é avaliada para um certo número finito de pontos pré-definidos dentro do elemento (p.e. pontos de Gauss).

Em análises lineares, a equação 2.1 corresponde a um sistema de equações lineares, de fácil resolução. Em regimes não lineares, a matriz de rigidez $\underline{K}$ depende dos valores do vector $\underline{a}$, resultando num sistema de n equações não lineares a n incógnitas. Para resolver este problema é necessário utilizar um processo incremental/iterativo. O vector $\underline{F}$ é aplicado de forma incremental, sendo em cada incremento calculada a resposta da estrutura através de um processo iterativo [6]. Para lidar com este problema é necessária nova formulação. Portanto, para o incremento n

$$\underline{\Psi}_n = \underline{\Psi}(\underline{a}_n) = \underline{F}_n - \underline{F}'(\underline{a}_n) = \underline{0} \quad (2.3)$$

onde $\underline{\Psi}_n$ é o vector de forças residuais (muitas vezes também designado de vector das forças não equilibradas), que é calculado através da diferença entre $\underline{F}_n = \underline{F}_{n-1} + \Delta \underline{F}_n$ e as forças nodais

equivalentes $\underline{F}'(\underline{a}_n)$. A equação 2.3 pode ser resolvida pelo método de Newton-Raphson. Expandindo $\underline{\Psi}(\underline{a}_n)$ numa série de Taylor e considerando os dois primeiros termos resulta em

$$\underline{\Psi}(\underline{a}_n^q) \approx \underline{\Psi}(\underline{a}_n^{q-1}) + \left(\frac{\delta \underline{\Psi}}{\delta \underline{a}} \right)_n^{q-1} \delta \underline{a}_n^q = \underline{0} \quad (2.4)$$

Nesta equação q é um contador do número de iterações efectuadas. A solução inicial do método de Newton-Raphson é $\underline{a}_n^0 = \underline{a}_{n-1}$. Na equação anterior

$$\left(\frac{\delta \underline{\Psi}}{\delta \underline{a}} \right)_n^{q-1} = \left(\frac{\delta \underline{F}}{\delta \underline{a}} \right)_n^{q-1} = -(\underline{K}^T)_n^{q-1} \quad (2.5)$$

A equação 2.5 corresponde à matriz Jacobiana. A correcção iterativa $\delta \underline{a}_n^q$ é obtida resolvendo um sistema de equações lineares (2.4),

$$(\underline{K}^T)_n^{q-1} \delta \underline{a}_n^q = \underline{\Psi}(\underline{a}_n^{q-1}) \quad (2.6)$$

O vector dos deslocamentos é actualizado com

$$\underline{a}_n^q = \underline{a}_{n-1} + \Delta \underline{a}_n^q = \underline{a}_n^{q-1} + \delta \underline{a}_n^q \quad (2.7)$$

onde

$$\Delta \underline{a}_n^q = \sum_{i=1}^q \delta \underline{a}_n^i \quad (2.8)$$

O método de Newton-Raphson está ilustrado na figura 2.1.

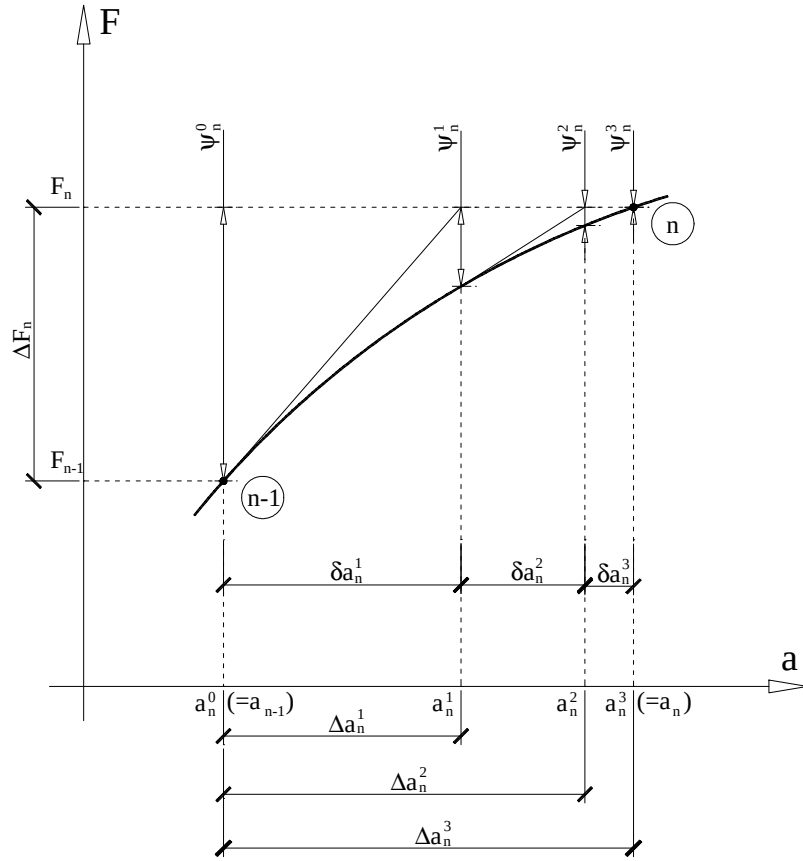


Fig. 2.1 - Método de Newton-Raphson (retirado de [6])

O processo iterativo é interrompido quando um certo parâmetro atinge um valor mais baixo que uma tolerância predefinida. O critério de convergência utilizado pode ser baseado em termos de forças, deslocamentos ou energia. No presente trabalho é adoptado o critério energético, sendo que o processo iterativo considera que existe convergência quando seguinte condição é verificada [9]

$$\delta E^q = (\delta a_n^{q,T} \Psi_n^q)^{1/2} \leq \varepsilon (\delta a_n^{0,T} \Psi_n^0)^{1/2} \leq \varepsilon \delta E^0 \quad (2.9)$$

No processo incremental iterativo podem ser utilizadas duas estratégias de actualização das tensões: *path dependent* ou *path independent* da nomenclatura inglesa. No presente trabalho é invariavelmente utilizada a estratégia *path independent*. Segundo [6], a primeira opção aumenta a probabilidade de se verificarem descargas numéricas durante o processo iterativo.

No *FEMIX 4.0* podem ser efectuadas simulações não lineares por controlo de força ou deslocamento. Maioritariamente é utilizado o controlo de força para as simulações efectuadas no presente trabalho. Quando tal não acontece, o facto será devidamente referenciado.

Estes são os parâmetros gerais do programa informático utilizado. Mais informações relativamente ao *FEMIX 4.0* devem ser consultadas em [7].

2.3. TEORIA DAS FENDAS - MULTI-FIXED *SMEARED CRACK CONCEPT*

Esta teoria tem como objectivo modelar o comportamento do betão traccionado aquando do aparecimento de fendilhação. A grande vantagem desta teoria é de que é possível a existência de várias fendas distribuídas ao longo da peça. Paralelamente a esta aproximação, é também possível utilizar modelos de fendas discretas (*discrete crack approach* da nomenclatura inglesa), sendo esta ideal para os casos em que apenas se formam na peça poucas fendas até à rotura. No entanto, como as peças analisadas têm percentagens de armaduras adequadas aos esforços aí instalados, isto leva a que o padrão de fendilhação esperado seja bastante disperso, com bastantes fendas de abertura semelhante. Este facto torna o conceito de fendilhação distribuída (*smeared crack concept* da nomenclatura inglesa) mais adequado aos casos em estudo.

Na figura 2.2 é possível consultar o caso genérico da formação de uma fenda no caso de estado plano de tensão.

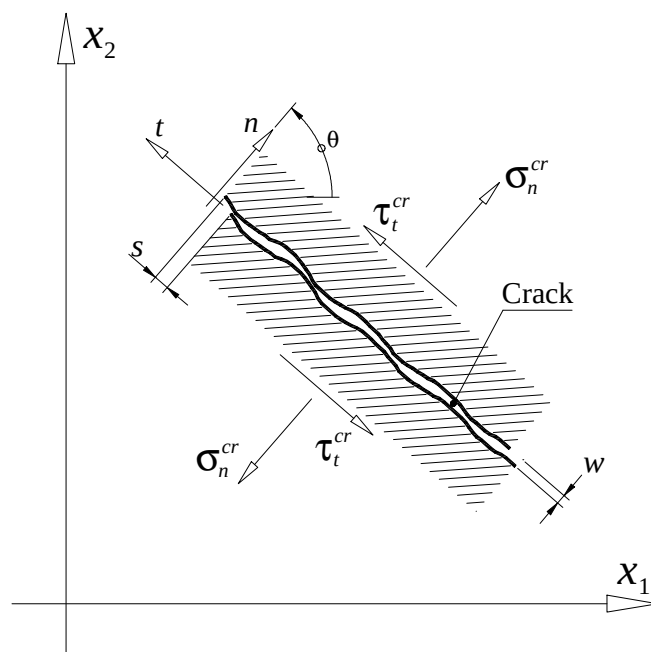


Fig. 2.2 - Sistema de eixos, deslocamentos relativos e tensões numa fenda (retirado de [6])

Na figura anterior estão presentes dois deslocamentos relativos: s , respeitante ao escorregamento entre os lábios da fenda; w , referindo-se à abertura da fenda. Também estão presentes a tensão normal à orientação da fenda e a tensão tangencial, definidas num sistema de eixos local. No *smeared crack model*, os deslocamentos são transformados em extensões, dependentes da área do elemento finito em que se inserem.

No presente modelo o processo de formação de fendas é regulado pelo critério de Rankine (figura 2.3), ou seja, quando uma tensão principal excede a tensão resistente uniaxial de tracção do betão, dá-se a formação de uma fenda.

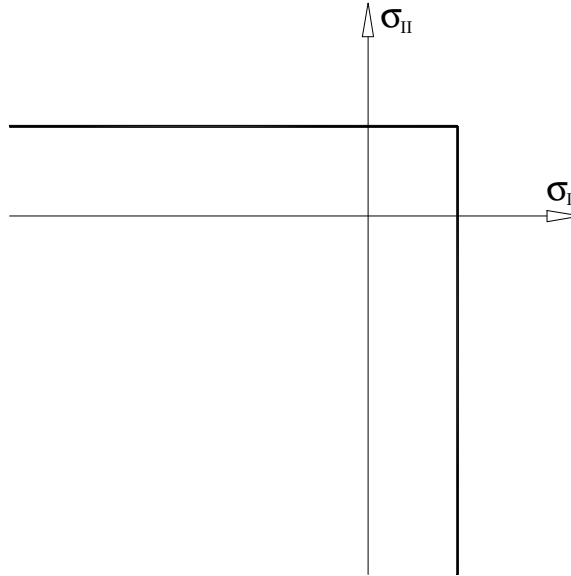
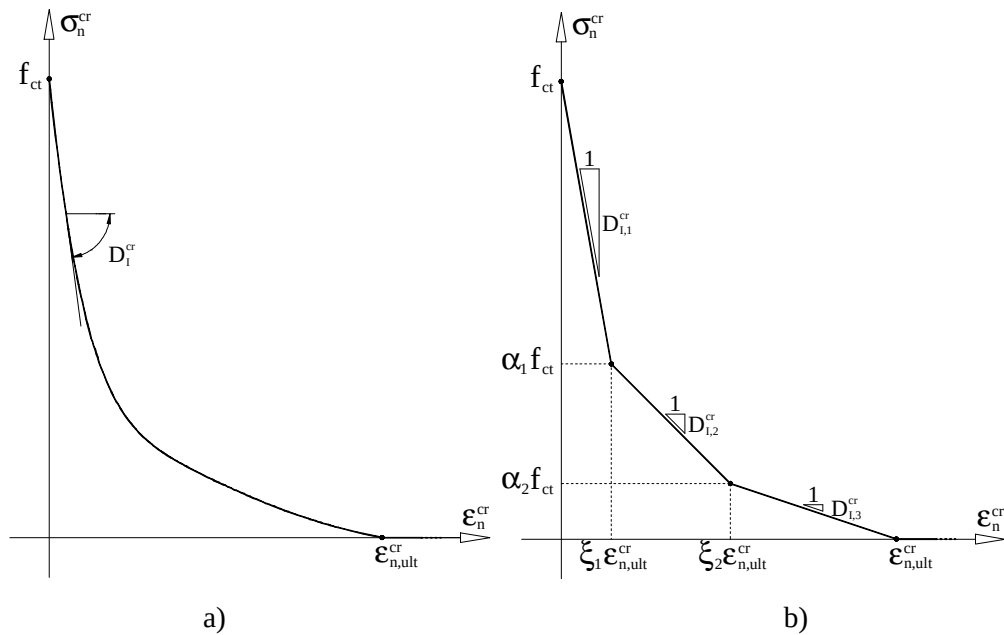


Fig. 2.3 - Critério de Rankine (retirado de [6])

Segundo [11], a melhor aproximação para simular a propagação das fendas em elementos finitos é levando em linha de conta a forma do diagrama de *tensile softening* (ou *tension softening*) e a energia de fractura. Estes dois parâmetros são interdependentes.

Em relação à forma do diagrama de *tension softening*, a opção poderá passar, entre outras, por um diagrama exponencial ou trilinear (figura 2.4). São estes os diagramas disponíveis no *FEMIX 4.0* (a opção do diagrama exponencial surge sobre o nome de Cornelissen).


 Fig. 2.4 - Diagrama *tensile softening* a) trilinear b) exponencial (retirado de [6])

Relativamente ao diagrama trilinear, os parâmetros ξ_1 , α_1 , ξ_2 e α_2 são definidos de forma empírica. Para definição do tramo final do diagrama é utilizado

$$\varepsilon_{n,ult}^{cr} = K_4 \frac{G_f}{f_{ct}h} \quad (2.10)$$

Onde

$$K_4 = \frac{2}{\xi_1 + \alpha_1 \xi_2 - \alpha_2 \xi_1 + \alpha_2} \quad (2.11)$$

O parâmetro G_f refere-se à energia de fractura, f_{ct} é a resistência uniaxial do betão à tracção e h é a largura de banda de fendilhação

A energia de fractura do betão é a energia necessária para propagar uma fenda de área unitária. Este parâmetro é dependente da resistência do material em uso e tamanho do agregado [6]

A largura de banda de fendilhação é uma variável dependente da malha de elementos finitos utilizada. No modelo utilizado existem três formas de ser estimada:

- Igual à raiz quadrada da área do elemento finito;
- Igual à raiz quadrada da área de influência do ponto de integração;
- Valor constante.

A introdução do efeito da tensão tangencial no modelo é efectuada através do parâmetro β , denominado de factor de retenção de rigidez distorcional. Esta variável simula a rigidez oferecida pelo atrito dos lábios da fenda enquanto em contacto. É definido por

$$\beta = \left(1 - \frac{\varepsilon_n^{cr}}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}}\right)^{p_1} \quad (2.12)$$

Na equação, p_1 pode assumir valores de 1, 2 ou 3 [12]. O efeito da relação entre a tensão tangencial e a tensão normal é simulado indirectamente, com a possibilidade de formação de fendas não ortogonais.

Até este momento, a formulação apresentada deve-se apenas à formação de uma única fenda por cada ponto de integração. No entanto, o modelo utilizado permite a formação de várias fendas por ponto de integração. Após uma tensão principal exceder o valor da resistência uniaxial à tracção, dá-se a formação de uma fenda inicial. Assumindo que ainda existe contacto entre as faces das fendas, as tensões tangenciais podem ser transmitidas através dos lábios das fendas. Devido a isto, a orientação das tensões principais pode alterar-se ao longo do carregamento. Portanto, a tensão principal do betão entre fendas pode voltar a ultrapassar a resistência à tracção do betão. Para uma nova fenda se formar, têm de ser reunidas duas condições:

- A tensão principal máxima exceder a resistência do betão à tracção, f_{ct} ;
- O ângulo entre fendas exceder um certo ângulo mínimo (threshold angle na nomenclatura inglesa), α_{th} .

Normalmente, o valor do ângulo mínimo entre fendas varia entre os 30  e 60  [13].

Num ponto de integração onde exista uma fenda, a energia de fractura tem de ser recalculada de forma a saber qual a energia de fractura disponível para a próxima fenda [12]. Portanto

$$G_k^{next} = (G_f - G_{f,a}) \left(\frac{\alpha}{\pi/2} \right)^{p_2} + G_{f,a} \quad (2.13)$$

onde p_2 pode assumir valores de 1, 2 ou 3, α   o ângulo entre a fenda actual e a próxima fenda a ser formada (em radianos) e $G_{f,a}$   a energia de fractura restante da fenda actual. Esta pode ser calculada através da subtracção da energia consumida pela fenda actual   energia de fractura inicial.

Neste modelo as fendas podem ter várias categorias. Consultado a imagem da figura 2.5 verifica-se um esquema dos diversos estados possíveis de uma fenda. Tudo começa no estado *initiation*, quando a fenda abre pela primeira vez. Com o aumento da extensão da fenda, a fenda passa a *opening*. Neste estado tem duas opções: ou continua a abrir até atingir o estado de *fully-open* ou inverte a tendência e passa a *closing*. Caso a fenda passe a *closing*, esta segue um percurso secante. Caso atinja   extensão nula, passa ao estado *closed*. Caso reabra, passa a *reopening*. Esta progressão de estados está esquematicamente representada na figura 2.5.

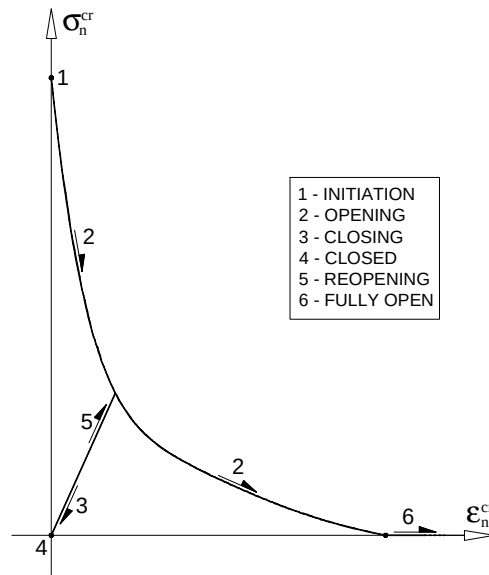


Fig. 2.5 - Estados possíveis de uma fenda (retirado de [6])

Para informações mais detalhadas acerca deste modelo ou da sua integração no código do *FEMIX 4.0*, estas encontram-se em [6].

2.4. TEORIA DA PLASTICIDADE – ELASTO-PLASTIC CONCRETE MODEL

A teoria da plasticidade tem sido amplamente utilizada para simular comportamentos de estruturas cujos materiais sofrem deformações irreversíveis. No modelo utilizado neste trabalho, esta teoria é utilizada para o comportamento do betão à compressão [6].

Várias teorias foram propostas para simular o comportamento do betão. Esses modelos variam principalmente na forma da superfície de cedência e no endurecimento do betão. O modelo escolhido por Sena-Cruz [6] é adequado para simular peças de betão sob cargas monotónicas, admitindo que a tensão de tracção não excede o limite da resistência do material.

Relativamente à superfície de cedência utilizada, é escolhida a proposta em [14], presente na figura 2.6. Nessa figura estão representadas as superfícies iniciais e finais de cedência, bem como os resultados experimentais efectuados em [15]. A superfície inicial de cedência representa o ponto a partir do qual o comportamento elástico cessa e inicia-se a fase elasto-plástica.

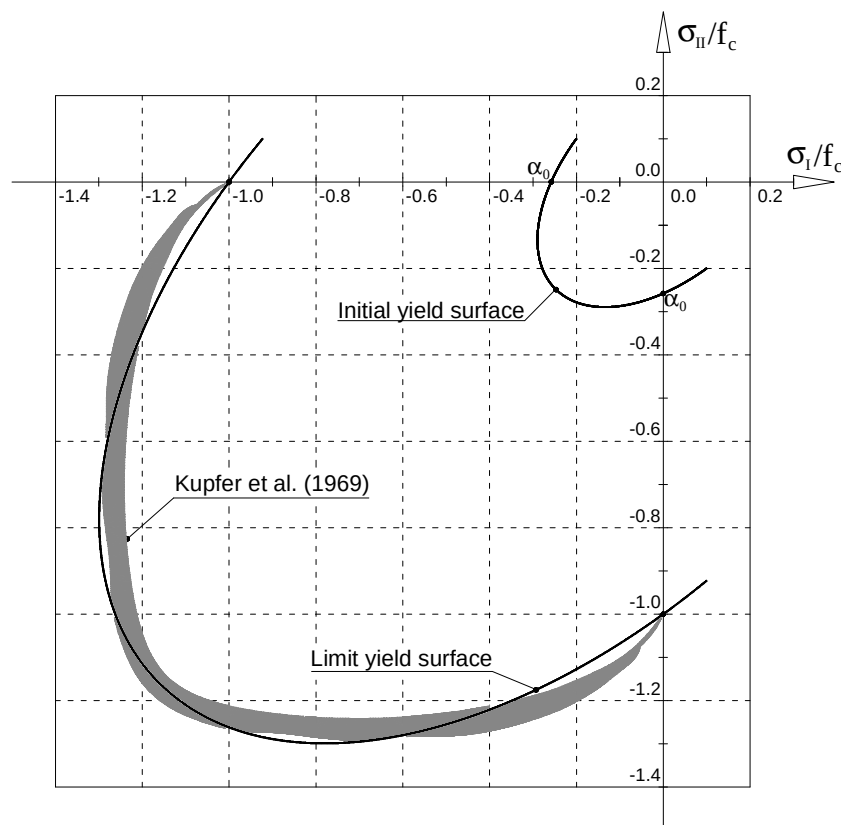
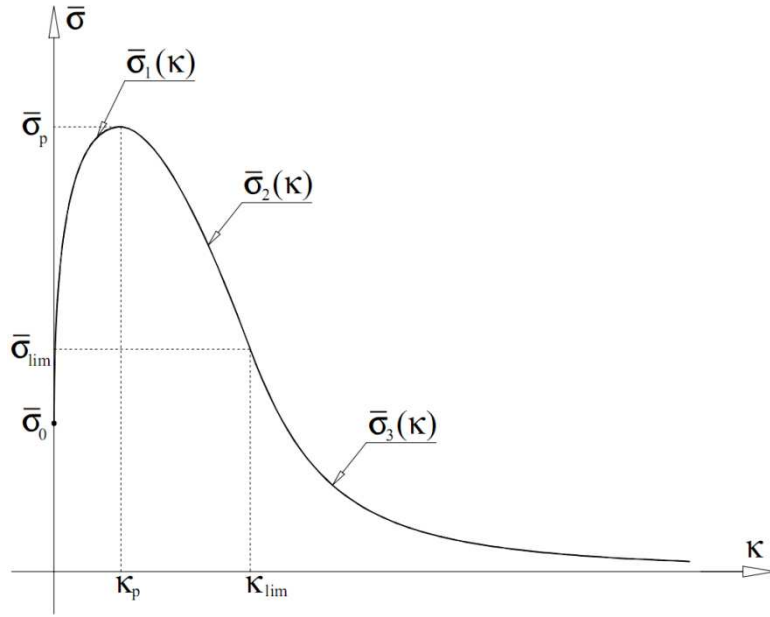


Fig. 2.6 - Superfície de cedência para o betão à compressão (retirado de [6])

Em relação ao endurecimento (*hardening behaviour*), é visível na figura 2.7 a relação entre a tensão de compressão do betão $\bar{\sigma}$ e o parâmetro de endurecimento κ usados para simular o comportamento elasto-plástico do betão.


 Fig. 2.7 - Leis de *hardening/softening* para o betão (retirado de [6])

As transições na curva são definidas por 3 pontos:

$$\bar{\sigma}_0 = \alpha_0 f_c \quad (2.14)$$

$$\bar{\sigma}_p = f_c \quad (2.15)$$

$$\bar{\sigma}_{lim} = 0,5 f_c \quad (2.16)$$

onde f_c é a resistência à compressão uniaxial do betão e α_0 é um parâmetro a ser definido. A extensão plástica no pico de tensão de compressão máxima (κ_p) é calculada pela fórmula

$$\kappa_p = \varepsilon_{c1} - f_c/E_c \quad (2.17)$$

ε_{c1} corresponde à extensão para tensão de pico à compressão.

Informações mais detalhadas do desenvolvimento deste modelo e da sua integração no código do *FEMIX* estão presentes em [6].

2.5. ELASTO-PLASTIC MULTI-FIXED SMEARED CRACK MODEL

Este é o modelo utilizado para o betão no presente trabalho, desenvolvido em [6]. Como o nome indica, este resulta da junção das teorias descritas nas secções anteriores. Com este modelo, é possível simular comportamento não linear do betão, tanto para tensões de tracção como de

compressão. É um modelo muito versátil para peças carregadas com cargas monotónicas crescentes.

A junção das duas teorias é visível na superfície de cedência utilizada. Os critérios de convergência adoptados nas teoria anteriores são agregados, resultando no critério presente na figura 2.8. Também estão presentes os resultados experimentais publicados em [15]. A superfície de cedência aproxima de forma coerente todos os resultados experimentais com boa fiabilidade.

A formulação deste modelo não é descrita no presente trabalho. Para informações adicionais deve ser consultado [6].

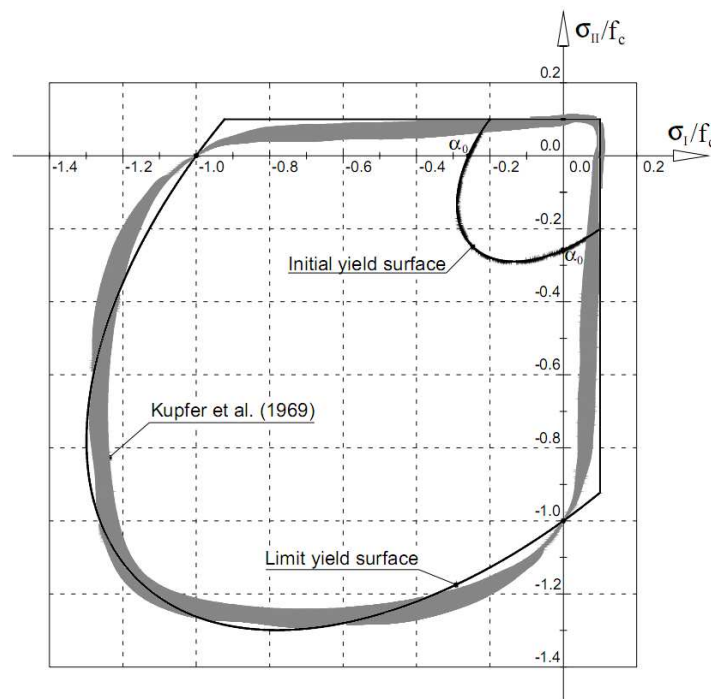


Fig. 2.8 - Superfície de cedência adoptada no modelo (retirado de [6])

2.6. MODELO NÃO LINEAR DO AÇO

Para efectuar a modelação do aço segue-se igualmente o preconizado em [6]. O modelo do comportamento uniaxial do aço está presente na figura 2.9. O gráfico proposto é composto por três tramos diferentes, modelando desta forma os típicos resultados laboratoriais verificados nos ensaios de tracção uniaxial do aço.

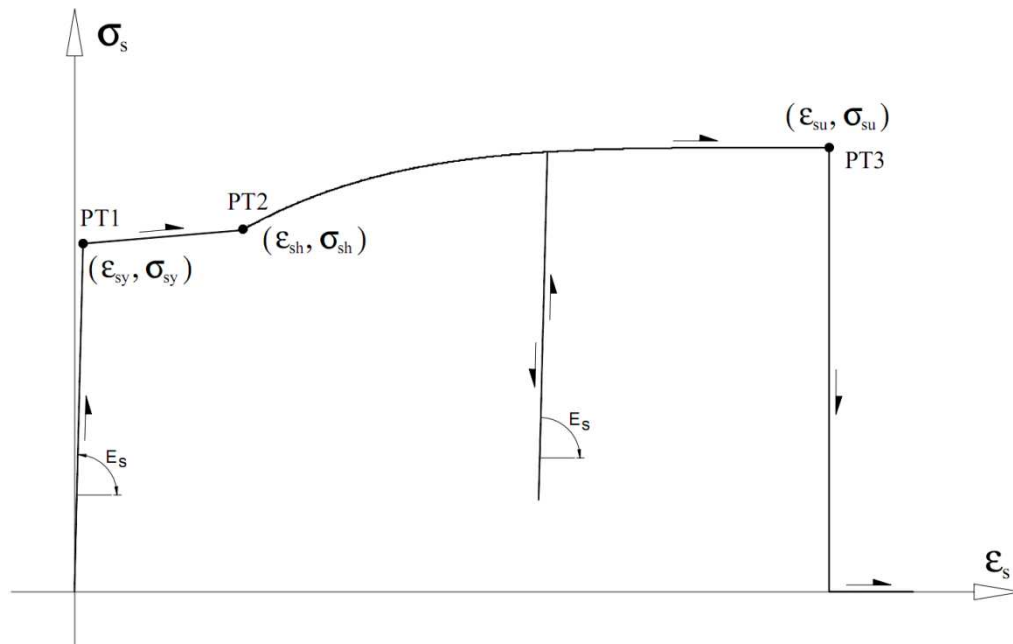


Fig. 2.9 - Modelo de comportamento uniaxial do aço (retirado de [6])

Para definir o comportamento do aço são necessários definir três pontos, assinalados na figura 2.9 como PT1, PT2 e PT3. Outro parâmetro é requerido para o último tramo (parâmetro p), para definir o grau da equação que aproxima a curva. Tipicamente, o parâmetro p varia entre 0 e 4. Caso exista descarregamento, a progressão do gráfico é paralela ao troço linear inicial.

A formulação matemática deste modelo está igualmente presente em [6].

2.7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo é efectuado um breve resumo dos modelos utilizados nas simulações que são descritas no presente trabalho. As modelações foram desenvolvidas em [6] e são utilizadas em estruturas isoladas e porticadas no presente trabalho.

3

METODOLOGIA DO ESTUDO EFFECTUADO

3.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se expor os métodos utilizados para estudar os diversos casos em análise ao longo deste trabalho. É explicada a forma como é efectuado o dimensionamento orgânico das estruturas em estudo e como são seleccionadas todas as variáveis das simulações.

Relativamente ao dimensionamento, é enquadrado o procedimento relativamente aos regulamentos utilizados e considerações efectuadas. É explicado como são calculados os valores em serviço usados para comparação com os resultados das simulações.

Em relação à análise não linear, os critérios de escolha da malha são discutidos, bem como os processos utilizados para a sua definição. São explicados os valores utilizados na criação do ficheiro de dados ou a forma de os obter para cada caso. É ainda explicada a forma como são alcançados os resultados da simulação.

3.2. MÉTODOS UTILIZADOS NO DIMENSIONAMENTO ORGÂNICO

3.2.1. ESCOLHA DOS MATERIAIS E CARGAS

No presente trabalho são analisadas diversas peças, com ou sem suporte experimental. Quando existem dados laboratoriais, os materiais e cargas utilizadas são os mesmos dos ensaios. No entanto, quando são projectados os elementos estruturais, a escolha dos materiais e respectivas características correspondem aos presentes no Eurocódigo 2 (EC2) [2]. Relativamente ao betão, é consultado o quadro 3.1 deste regulamento e é escolhida uma das classes de betão apresentadas. No decorrer do trabalho são dimensionados vários pórticos, nos quais são utilizadas duas classes de betão: C20/25 e C40/50. Os valores mecânicos destes betões são retirados da tabela referida anteriormente. Em relação ao aço, é sempre usado o A500.

As características mecânicas de ambos os materiais utilizados são afectadas, quando possível, dos respectivos coeficientes de segurança, de forma a tomarem os valores de cálculo utilizados no dimensionamento. É adoptado um diagrama bilinear para o caso do aço (secção 3.2.7 do EC2), com comportamento elástico até à cedência e perfeitamente plástico até a rotura.

Relativamente às cargas escolhidas no dimensionamento, é admitido que os pórticos estão inseridos num edifício de utilização de carácter privado [16] e que suporta uma laje aligeirada com 7 m de vão. Isto resulta nas seguintes cargas permanentes:

- Peso próprio do elemento em estudo: $\gamma_{betão}=24 \text{ kN/m}^3$ e $\gamma_{aço}=77 \text{ kN/m}^3$
- Peso próprio de laje aligeirada: carga de $4,2 \text{ kN/m}^2$
- Peso próprio de revestimentos e paredes divisórias: carga de $0,8 \text{ kN/m}^2$

Em relação às sobrecargas, pelo art.º 35 de [16]

- Em pavimentos: sobrecarga de 2.0 kN/m^2 ($\Psi_0=0,4$; $\Psi_1=0,3$; $\Psi_2=0,2$)

Além destas cargas, o topo dos pilares é carregado com uma carga vertical permanente de 250 kN. Em um dos casos estudados existe uma carga horizontal igualmente no topo do pilar. O valor das cargas em cada pórtico é tabelado na respectiva secção do presente trabalho.

3.2.2. PRÉ-DIMENSIONAMENTO E DIMENSIONAMENTO EM ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Definidas as cargas e os materiais, estão reunidas as condições para efectuar o pré-dimensionamento das secções. São utilizadas as fórmulas típicas neste contexto, aplicadas para a combinação de Estado Limite Último. São utilizados os coeficientes de segurança de 1,35 para as cargas permanentes e 1,5 para as sobrecargas.

No caso dos pilares, é calculado o esforço axial esperado pelas cargas aplicadas e aumenta-se este valor em 10% para compensar o peso próprio dos elementos. Admite-se uma percentagem de armadura de 1% e calcula-se a área de betão necessária para suportar a carga aplicada. Para as vigas, é calculado o momento a meio vão esperado devido às cargas distribuídas. É admitido um momento reduzido de 0,25 e calcula-se a altura d . Este valor é depois usado para verificar de forma indirecta a deformação (relação L/d na secção 7.4 do EC2).

Possuindo as secções iniciais dos pilares e das vigas, é utilizado o programa de cálculo estrutural SAP2000 (versão 10) para introduzir a estrutura pré-dimensionada, com o objectivo de obter os diagramas de esforços na estrutura. Todos os elementos são dimensionados à flexão simples ou à flexão composta utilizando ábacos de dimensionamento [17]. São calculadas as áreas de armadura necessárias a cada caso. Caso algum resultado se revele inadequado, o procedimento é repetido com uma nova secção de betão até ser atingido um resultado satisfatório.

Com as secções definidas, é efectuado o controlo indirecto da fendilhação através do procedimento definido no ponto 7.3.3 do EC2. Para dimensionamento da armadura de esforço transversal, são respeitadas as regras da secção 6.2 do EC2.

Quanto às disposições construtivas, são cumpridos os limites e regras impostas na secção 9 do EC2 para cada elemento. A distância ao centro de gravidade das armaduras longitudinais é considerada fixa, de 40 mm em relação ao limite da peça. O comprimento de amarração é considerado de pelo menos 30ϕ .

3.2.3. ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

Após efectuado o dimensionamento, são efectuadas as diversas verificações em serviço presentes no EC2. Em relação ao controlo das tensões, estas não são consideradas de verificação obrigatória neste trabalho. Apesar desta consideração, é efectuado o cálculo das tensões, para cada

combinação, para as secções consideradas críticas nas estruturas. No caso de apenas existirem cargas verticais aplicadas, apenas é estudada a secção a meio vão da viga. Caso exista também carga horizontal, analisa-se as secções de momento máximo positivo e negativo da viga e o topo do pilar mais esforçado. O cálculo das tensões em serviço segue o seguinte procedimento:

- Definição no *SAP2000* da combinação respectiva para obter os diagramas de esforços;
- Utilização de ábacos de cálculo de tensões em Estado Limite de Utilização [18], onde em função dos esforços, coeficientes de homogeneização e percentagem de armadura se retira as constantes α , C_c e C_s para cada combinação em serviço;
- Aplicação das fórmulas presentes em [18] para cálculo das tensões no betão, na armadura e posição do eixo neutro na secção em estudo.

Relativamente ao controlo da fendilhação, apesar de este ser efectuado de forma indirecta no acto de dimensionamento, é calculada a largura das fendas para cada uma das combinações em serviço. O procedimento adoptado está presente no ponto 7.3.4 do EC2. O valor de abertura das fendas é utilizado na comparação de resultados entre os valores obtidos no dimensionamento e os das simulações não lineares efectuadas.

Quanto ao controlo da deformação, tal como no caso anterior, este é efectuado sem cálculo directo no acto de dimensionamento. No entanto, são calculados os deslocamentos nas secções críticas da estrutura para efeitos de comparação de resultados. Para isso é utilizado o procedimento disposto no ponto 7.4.3 do EC2. Na fórmula utilizada surge a necessidade de calcular os valores dos deslocamentos para a secção não fendilhada e completamente fendilhada. Igualmente, é necessário calcular tensões na armadura admitindo secção fendilhada, para diferentes níveis de carregamento. Para tal, são calculadas secções de inércia equivalente a ambas as situações. Depois de ter as secções de inércia equivalente, estas foram introduzidas no *SAP2000* e foram calculados os respectivos momentos e deslocamentos para cada combinação de serviço. Na posse destes dados, é aplicada a fórmula preconizada no EC2 e calculados os parâmetros desejados.

De referir que os cálculos do dimensionamento dos pórticos estudados não são apresentados ao longo deste trabalho, sendo apenas apresentado o produto final do dimensionamento e os resultados das variáveis para comparação em serviço.

3.3. METODOLOGIA NA DEFINIÇÃO DAS SIMULAÇÕES NÃO LINEARES

3.3.1. DEFINIÇÃO DAS MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS

O primeiro passo para efectuar uma simulação não linear pelo *FEMIX 4.0* é a definição da malha de elementos finitos. Em todas as simulações efectuadas são utilizados elementos da família *Serendipity* de 8 nós para discretizar o betão e elementos lineares de 3 nós para a armadura. Algumas regras foram seguidas na definição da malha:

- Nunca exceder uma relação de 2:1 entre as arestas dos elementos bidimensionais;
- Nunca discretizar um elemento estrutural em menos de 5 camadas de elementos;
- Um elemento barra de 3 nós está inserido única e exclusivamente em um único elemento bidimensional (condição necessária ao funcionamento do *FEMIX 4.0*);
- Utilizar 2x2 ou 3x3 pontos de integração para elementos bidimensionais e usar 2 ou 3 pontos de integração para elementos lineares;

É filosofia do presente trabalho utilizar malhas refinadas para obter informações precisas. No entanto, a presença de um elevado número de pontos de integração pode levar a problemas de

convergência, levando a que o caso em estudo não progrida até uma carga próxima da de rotura. No entanto, como a maioria das simulações efectuadas não tem suporte experimental, é opção do autor ter o máximo de informação possível para os carregamentos intermédios (combinações de serviço) em detrimento de ser atingida a carga de rotura.

Para a geração de uma malha de elementos finitos que possa ser calculada pelo *FEMIX* é necessário utilizar um *software* adicional, denominado *s3dcad*. Entre outras funcionalidades, este programa permite a leitura de ficheiros *dxf* previamente elaborados e aglutiná-los em um só. Esse é o procedimento utilizado para a criação das malhas no presente estudo. Como *output*, o *s3dcad* permite criar um ficheiro *dxf* com o conteúdo de um *buffer* do programa, criar um ficheiro *s3d* ou criar directamente um ficheiro *gl.dat*. No entanto, esta ultima função apenas está disponível caso exista um único tipo de elemento finito. Como nas malhas criadas neste trabalho invariavelmente discretizam o betão em elementos bidimensionais e a armadura em elementos unidimensionais, é necessário utilizar outro programa informático.

O segundo programa auxiliar (*s3dtogld4*) permite transformar um ficheiro *s3d* num ficheiro *gl.dat*. O ficheiro *gl.dat* é o ficheiro de dados onde se definem todos os parâmetros necessários à simulação. Este segundo programa possibilita a definição dos tipos de elementos finitos que será utilizado na simulação. Em todas as simulações efectuadas no presente trabalho é escolhido *plane stress quad* para o betão e *embedded cable* para o aço. O primeiro contextualiza o problema num domínio de estado plano de tensão, enquanto a segunda opção é tomada de forma a ter total liberdade na definição das armaduras. A vantagem de escolher *embedded cable* ao invés de *cable* para os elementos barra é que não existe limitação na escolha da posição da armadura, pois esta não depende dos nós dos elementos em que se insere.

Este é o procedimento utilizado para preparar as malhas de elementos finitos no presente trabalho. Para informações mais detalhadas relativamente ao *software* utilizado devem ser consultados [19] e [20].

3.3.2. EDIÇÃO DO FICHEIRO DE DADOS

A estrutura do ficheiro de dados (*gl.dat*) do *FEMIX* segue uma organização simples por blocos. Não existe nenhum sistema de unidades definido, bastando ser coerente com um sistema escolhido previamente ao longo de todo o ficheiro. No presente trabalho é utilizado o milímetro e o Newton. Existem alguns conjuntos de dados gerais definidos inicialmente no bloco *Main Parameters*. Neste é definido o tipo de análise a ser efectuada, número de casos de carga (*load cases*) e combinações (*combinations*), escolha do processo de armazenamento das matrizes, processo iterativo a ser utilizado, critério de convergência, tolerância e número máximo de iterações por combinação. Entende-se por combinação neste contexto como o sistema de equações resultante de cada incremento de carga.

O bloco de dados seguinte é dedicado à definição de todos os parâmetros da malha de elementos finitos (*Mesh*). Inicia-se por uma lista das coordenadas dos nós, onde cada nó possui três coordenadas definidas no sistema de eixos global. Estas estão definidas à partida, se bem que por vezes é necessária alguma edição dos valores devido a pequenos erros residuais nas vários algarismos significativos apresentados. No seguimento são definidas as condições de apoio da estrutura. Cada nó que possui restrição de movimento tem de ser aqui explicitado. De seguida iniciam-se os blocos de dados respeitantes aos materiais. Esta temática é discutida pormenorizadamente noutras secções do presente capítulo devido à especificidade do tema. São

definidas as propriedades geométricas dos elementos (espessura dos elementos bidimensionais, área transversal do elementos lineares). Após isto, é definido o número de pontos de integração de cada elemento. Depois são apresentados todos os elementos definidos na malha e definição dos respectivos nós. Por fim, existe um bloco de dados dedicado à atribuição das características expostas anteriormente a cada elemento finito (ou grupo de elementos).

Por fim, surge o bloco de dados referente às cargas aplicadas na estrutura. Inicialmente é pedida a definição dos *load-cases* existentes, incluindo o valor de cada carga. Existem várias possibilidades de tipos das cargas. No âmbito deste trabalho apenas são utilizados os blocos referentes ao peso próprio, cargas pontuais e distribuídas. Após a definição dos diferentes *load-cases*, é necessário discriminar as combinações desejadas, aplicando um factor multiplicativo aos *load-cases* definidos anteriormente. É neste bloco que se define em quantos incrementos é dividida a aplicação da carga.

3.3.3. EDIÇÃO DO BLOCO DE DADOS REFERENTE AO BETÃO

No modelo apresentado no capítulo anterior é necessária a definição de uma panóplia de variáveis para definir o betão. Em todos os casos simulados há a distinção entre dois tipos de comportamento para o betão. Existe uma diferença de comportamento entre um betão com pouca ou nenhuma armadura e outro com elevadas percentagens de aço. Nas próximas secções é feita referência à distinção entre estes dois materiais.

Existem outros parâmetros não mecânicos a definir no ficheiro de dados. É necessário escolher um parâmetro relativo à energia de fractura para a próxima fenda (variável p_2 da fórmula 2.13). Este é sempre considerado igual a 2.

Em relação ao tipo de lei utilizada para o factor de retenção de rigidez distorcional, por defeito é considerada uma relação quadrática.

A largura de banda de fendilhação (l_b) é invariavelmente considerada igual à raiz quadrada da área do elemento finito. O número máximo de fendas por ponto de integração é 3 e o ângulo mínimo necessário à formação de uma nova fenda é de 60°.

3.3.3.1. Comportamento uniaxial do betão simples

Um betão simples, sem qualquer armadura, quando carregado sob uma força de compressão ou de tracção uniaxial, apresenta o comportamento típico visível na figura 3.1.

Analisando o primeiro gráfico, é visível um comportamento linear até cerca de 30% da tensão resistente. A partir desse ponto dá-se uma quebra de rigidez gradual até à tensão máxima. Depois de atingido o pico de resistência à compressão, inicia-se o ramo *softening*.

Relativamente ao preconizado no EC2 no ponto 3.1.5, existe uma proposta de comportamento para o betão em análises não lineares. Essa proposta está presente na figura 3.2.

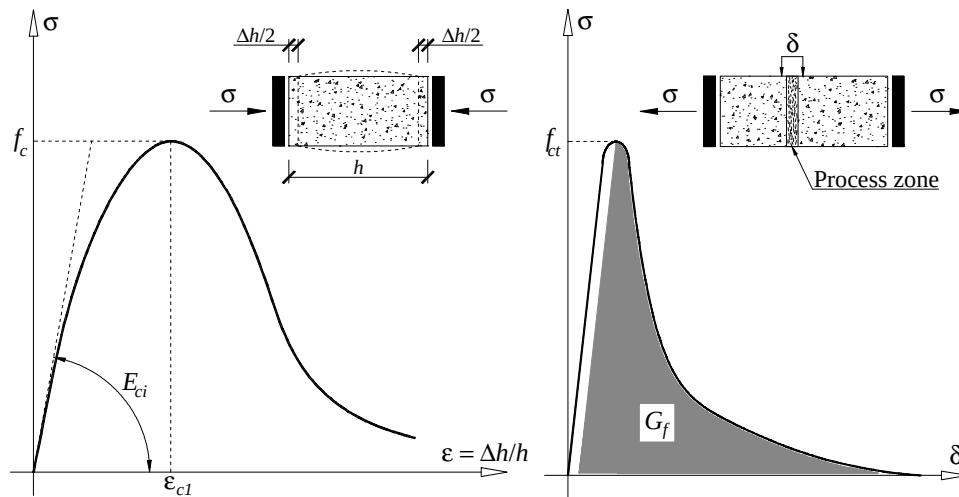


Fig. 3.1 - Comportamento do betão sob carga uniaxial de compressão e de tracção (figura retirada de [6])

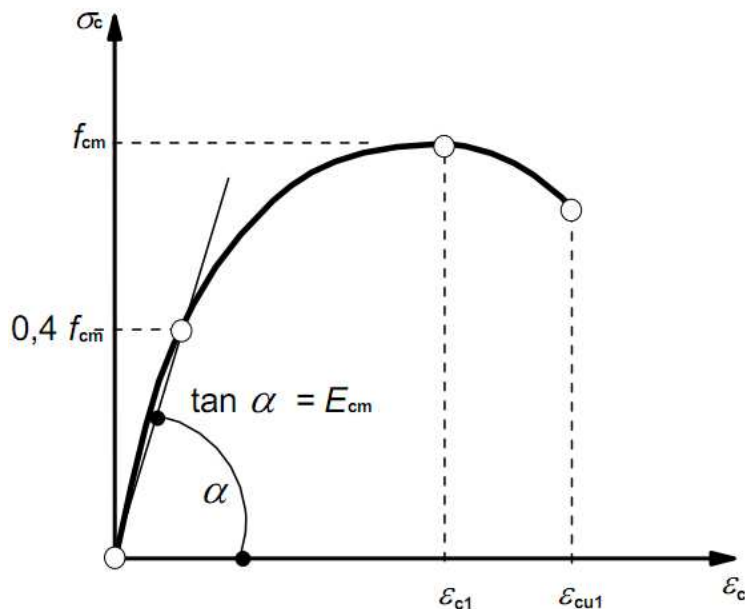


Fig. 3.2 - Proposta de comportamento do betão à compressão segundo o EC2 (figura retirada de [2])

O desenvolvimento da relação tensão-extensão até ao ponto da tensão máxima de compressão é semelhante na figura 3.1 (diagrama do lado esquerdo) e figura 3.2. Efectuando uma analogia entre ambos os gráficos, para definição dos valores da resistência máxima à compressão do betão, módulo de Young inicial e extensão para carga de pico foram utilizadas as variáveis E_{cm} , f_{cm} e ε_{c1} presentes no EC2 (quadro 3.1 do regulamento). Por coerência, para a resistência à tracção é utilizado o valor de f_{cm} presente no mesmo ponto. Todos estes valores são coerentes com o disposto em [6]. Estes valores dependem da classe de betão utilizada. A excepção verifica-se quando se simulam peças com suporte experimental, onde são usados os valores das respectivas publicações.

Em relação ao coeficiente de Poisson, invariavelmente é admitido igual a 0,20. O coeficiente de dilatação térmica é desprezado por não se aplicar nos casos em estudo.

O parâmetro α_0 é assumido o valor de 1/3 em todos os casos estudados. Este valor é sustentado por diversos autores.

Em relação ao comportamento do betão à tracção, na figura 3.1 é visível até cerca de 90% da tensão máxima de tracção apresenta um comportamento linear. Logo a seguir dá-se o pico da tensão de tracção, após o qual segue-se o ramo *softening*. O valor da tensão máxima resistente à tracção é utilizado o valor de f_{ctm} presente no quadro 3.1 do EC2.

Na literatura deste tema, normalmente um betão com pequenas percentagens de armadura é considerado sob o efeito de *tension softening*. Para modelar o comportamento do betão após o pico de tensão de tracção é utilizado um dos diagramas presentes na figura 2.4 do capítulo 2. Normalmente a opção recai sobre o diagrama exponencial, mas nos casos simulados ao longo do trabalho em que existe suporte experimental há a necessidade de ao fazer a adaptação de valores exija o uso do diagrama trilinear para modelar este comportamento.

Para os casos em que não existem resultados laboratoriais, é usado o diagrama exponencial para simular o ramo *softening*. Para definir este diagrama no *FEMIX* é apenas necessário inserir um valor de energia de fractura (G_f). Para calcular o valor da energia de fractura utiliza-se uma fórmula presente em [21]

$$G_f = 0,2G_{f0}f_{ctm}^{0,7} \quad (3.1)$$

G_{f0} é um parâmetro que depende do tamanho máximo do agregado. É considerado o valor de 0,030 Nmm/mm², valor correspondente a um tamanho de agregado máximo de 16 mm.

Nos casos em que é utilizado o diagrama trilinear para simular o efeito de *tension softening*, os factores adimensionais ξ_1 , α_1 , ξ_2 e α_2 são escolhidos de forma a melhor reproduzirem os resultados laboratoriais.

3.3.3.2. Comportamento uniaxial do betão armado

O comportamento à compressão do betão armado é semelhante ao descrito no capítulo anterior. Quanto à tracção, o comportamento é muito díspar. Na figura 3.3 está presente o comportamento de uma peça de betão armado num ensaio à tracção.

Analisando o gráfico da figura 3.3, denota-se que com o crescimento da carga o ramo elástico do betão armado (troço *a*) termina com a formação das primeiras macro-fendas (ponto *F*). Devido à existência de atrito entre o betão e a armadura, verifica-se uma redistribuição gradual das forças internas do betão para o aço, produzindo fendilhação secundária (troço *b*). Este processo de redistribuição de esforços termina com a estabilização do padrão de fendilhação (o ponto *L* corresponde à formação da última macro-fenda). Na figura está também presente comportamento à tracção apenas da armadura sujeita a uma carga uniaxial de tracção. Durante o troço *c*, que corresponde à peça de betão armado já com o padrão de fendilhação estabilizado, os gráficos não coincidem. Isto deve-se a uma resistência residual do betão fendilhado junto da armadura, aumentando a rigidez do conjunto durante algum incremento de carga. Este fenómeno é normalmente denominado de *tension stiffening*, e depende de várias características, tais como da percentagem de armadura, tensão instalada, rugosidade do aço, ângulo entre a armadura e a fenda, bem como das propriedades de rotura do betão e tipo de carga.

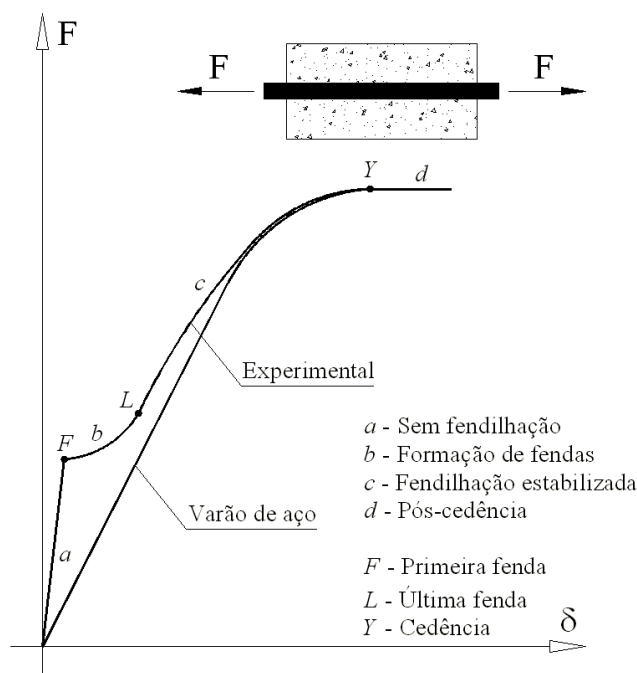


Fig. 3.3 - Comportamento do betão armado à tracção (adaptado de [6])

No presente trabalho, este fenómeno de *tension stiffening* é modelado utilizando o diagrama trilinear. Para definir o diagrama é necessário definir alguns parâmetros. Os índices ξ_1 , α_1 , ξ_2 e α_2 têm obrigatoriamente de ser pré-estabelecidos, dando a forma desejada ao diagrama. Consultando as fórmulas 2.10 e 2.11 (no capítulo anterior) conclui-se que é essencial admitir um valor para a energia de fractura ou para a extensão última ($\epsilon_{n,ult}^{cr}$). É admitido então que a extensão última é igual à extensão de início de cedência do aço. Essa consideração é usada por vários autores para conseguir definir um diagrama que modele o fenómeno de *tension stiffening*.

Em relação aos factores adimensionais ξ_1 , α_1 , ξ_2 e α_2 , nas simulações em que existem publicações relativas à peça em estudo, são utilizados os valores definidos nos respectivos trabalhos. Quanto aos casos dimensionados pelo autor, na impossibilidade de comparar resultados com dados laboratoriais, são admitidos os seguintes valores para todas as situações: $\xi_1=0,1$, $\alpha_1 = 0,4$, $\xi_2 = 0,9$ e $\alpha_2 = 0,1$ [22].

Relativamente à zona de influência deste fenómeno, está definido no ponto 7.3.2 do EC2 uma área de secção efectiva do betão traccionado, esquematizada na figura 3.4.

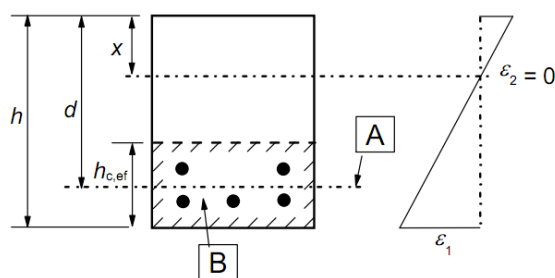


Fig. 3.4 - Definição da área de secção efectiva de betão fendilhado

Essa área resulta da multiplicação da base da secção por uma variável $h_{c,eff}$. Esta altura está definida no regulamento por

$$h_{c,eff} = \min \left\{ 2,5(h - d); \frac{h-x}{3}; \frac{h}{2} \right\} \quad (3.2)$$

Como na definição do ficheiro de dados a posição do eixo neutro é uma incógnita, a fórmula anterior resume-se ao mínimo entre a primeira e terceira condições. Assim são definidas as camadas de elementos finitos sujeitos a *tension softening* e *tension stiffening* em cada simulação.

3.3.4. EDIÇÃO DO BLOCO DE DADOS REFERENTE AO AÇO

Na definição de comportamento não linear do aço é usado o bloco de dados que utiliza o modelo descrito na secção 2.4. Para a definição deste modelo são pedidas três tensões e três extensões de forma a definir os pontos PT1, PT2 e PT3 da figura 2.9. É ainda pedido um factor p que define o grau da equação do último tramo do gráfico.

Nos casos em que existe estudos laboratoriais, o diagrama do aço é adaptado aos valores publicados. Nas estruturas dimensionadas no presente trabalho os pontos são definidos de forma a adaptar o gráfico a um formato bilinear, com comportamento elástico até à cedência e perfeitamente plástico após esta.

3.4. ANÁLISE DE RESULTADOS

Após a simulação, é usado o programa *POSFEMIX* para obter os resultados matemáticos das simulações efectuadas. Este *software* possui *outputs* gráficos muito úteis, tais como a deformada da estrutura, padrões de fendilhação, colorações de tensões e de deslocamentos e pontos de Gauss plastificados para qualquer incremento de carga convergido. Para entender inicialmente o comportamento da estrutura, são pedidos vários destes elementos gráficos, pelo que alguns deles são apresentados no presente trabalho. Estes elementos visuais são observados utilizando um *software* adicional, denominado *DRAWMESH*.

Após a análise dos elementos gráficos, é possível pedir a informação do histórico de cada ponto de Gauss. A análise gráfica inicial é bastante útil para escolher pontos de integração chave para explicar os fenómenos que ocorrem na estrutura. Nesse ficheiro do histórico de um ponto de Gauss é possível ver o *status* do betão, estado de tensão e deformação e informação relativa à existência de fendas e/ou plastificação do betão. É ainda possível pedir os valores das reacções dos nós com movimentos restringidos e deslocamentos totais de qualquer nó da estrutura. Todos estes dados encontram-se discriminados para cada incremento de carga.

Para efectuar os gráficos que são apresentados neste trabalho são necessárias fórmulas. As tensões debitadas no histórico do ponto de integração estão definidas segundo o referencial geral. Para calcular as tensões principais é necessário aplicar

$$\sigma_{I,II} = \frac{\sigma_{x2} + \sigma_{x3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x2} - \sigma_{x3}}{2}\right)^2 + \tau_{x2,x3}^2} \quad (3.3)$$

Para obter as orientações das tensões principais recorre-se a

$$\alpha_I = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{x_2x_3}}{\sigma_{x_2} - \sigma_{x_3}} \right) \quad (3.4)$$

$$\alpha_{II} = \alpha_I + 90^\circ \quad (3.5)$$

Nas comparações efectuadas nos capítulos seguintes é necessário calcular tensões máximas, larguras de fendas e deslocamentos. Para a comparação de tensões é pedido o estado de tensão de vários pontos de Gauss na secção em questão e escolhido o valor máximo. Relativamente à largura das fendas, é necessário pedir os padrões de fendilhação necessários para cada patamar de carga analisado, escolher a fenda mais aberta e calcular a largura respectiva através de:

$$W_k = l_b \varepsilon_n^{cr} \quad (3.6)$$

Para o cálculo dos deslocamentos basta escolher um nó na zona em questão e pedir o histórico dos deslocamentos para o ponto em questão.

3.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo é apresentado o procedimento usado pelo autor para efectuar o dimensionamento orgânico das estruturas a simular. É também apresentada a metodologia e considerações efectuadas para a definição de um ficheiro de dados de uma simulação não linear.

Por fim, é descrito os processos e fórmulas utilizados para a análise dos resultados das simulações efectuadas.

4

VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO UTILIZADO

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações pelo programa de cálculo automático de três vigas simplesmente apoiadas. As vigas seleccionadas fazem parte de um estudo efectuado por Bresler e Scordelis na década de 60 [3], no qual foram ensaiadas experimentalmente um conjunto de doze vigas com diferentes características geométricas e propriedades dos materiais criteriosamente controladas em laboratório. As peças foram dimensionadas de forma a apresentarem distintos comportamentos à rotura. Os resultados das vigas de Bresler-Scordelis são amplamente utilizados para validação de modelos matemáticos por diversos autores.

Do conjunto das doze vigas estudadas por Bresler e Scordelis, seleccionaram-se três que possuem comportamento à rotura diferente de caso para caso, denominadas de OA1, A1 e A3. É objectivo desta fase comparar os resultados obtidos pelo programa de cálculo automático *FEMIX 4.0* com os obtidos por [3] de forma a validar o modelo matemático utilizado. Estudos semelhantes foram efectuados em [23] e [22], que serviram de base para este capítulo. Igualmente, é feita uma análise expedita dos resultados das vigas em questão.

Após o estudo das vigas de Bresler-Scordelis é efectuada uma simulação de um nó de pórtico. O elemento estrutural foi ensaiado experimentalmente e os resultados estão publicados em [4]. Uma simulação desta mesma peça utilizando elementos finitos e comportamento não linear foi levada a cabo por [5]. O objectivo desta análise é tentar simular o comportamento estrutural do elemento, comparando-o com o obtido experimentalmente e pela simulação anteriormente efectuada.

4.2. APRESENTAÇÃO DAS VIGAS DE BRESLER-SCORDELIS

As vigas em questão foram ensaiadas para uma carga a meio vão, concretizada por um actuador hidráulico. As características geométricas, disposição e quantidade de armadura são apresentadas nas figuras 4.1, 4.2 e 4.3. As dimensões são apresentadas em milímetros.

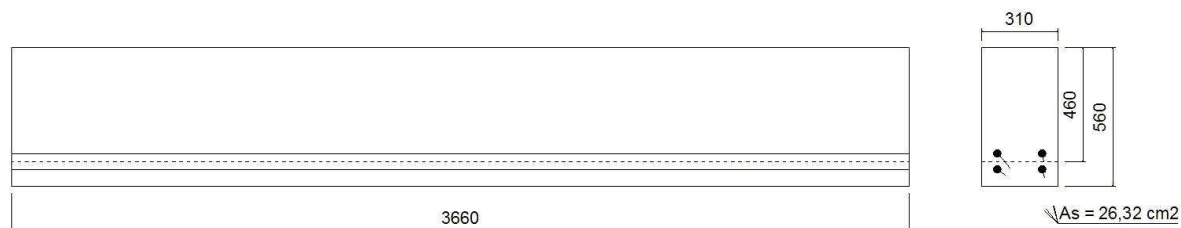


Fig. 4.1 - Corte longitudinal e transversal da viga OA1

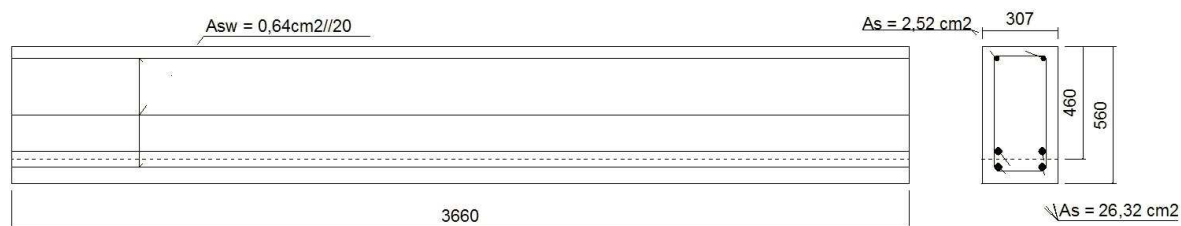


Fig. 4.2 - Corte longitudinal e transversal da viga A1

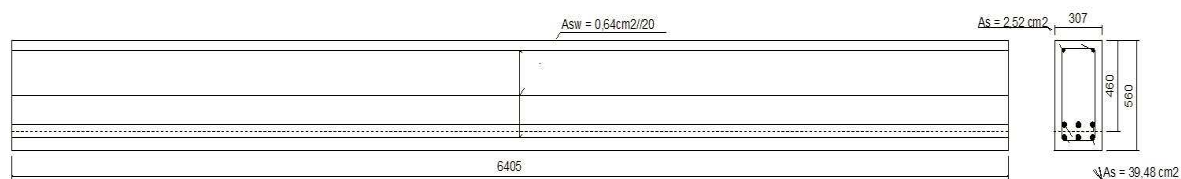


Fig. 4.3 - Corte longitudinal e transversal da viga A3

Numa análise rápida às figuras anteriores conclui-se que a viga OA1 apresenta apenas armadura longitudinal, sem estribos, sendo esperada uma rotura frágil devido ao esforço transversal. A viga A1 apresenta alguns estribos, sendo provável uma rotura combinada entre flexão e esforço transversal. Por fim, para a viga A3 é prevista uma rotura unicamente por flexão.

Nas figuras estão presente linhas a tracejado que representam a posição do centro de gravidade das armaduras longitudinais de tracção. Nas simulações numéricas efectuada discretiza-se esta armadura numa única camada nessa zona da viga. Ainda relativamente à armadura de tracção, para simular a amarração preconizada em laboratório, são colocadas barras adicionais para garantir a ancoragem do aço. Isto também permite que sejam evitados grandes deslocamentos nessa zona devido à força de tracção da armadura localizada num único ponto.

A divisão do betão sujeito a *tension softening* e *tension stiffening* é visível nas figuras esquemáticas das malhas de elementos finitos utilizadas. De uma forma simplificada, os alinhamentos horizontais que rodeiam a armadura longitudinal de tracção são considerados sob o efeito de *tension stiffening* e os restantes sob *tension softening*.

Quanto ao aço, utilizam-se dois tipos, tal como no estudo de Bresler e Scordelis [3]: o aço de tipo I foi utilizado para a armadura longitudinal de tracção; o aço de tipo II foi utilizado para as

armaduras de compressão e estribos. Os valores mecânicos destes aços estão patentes nas tabelas 4.1 e 4.2. São estes os dados utilizados no bloco de dados não linear introduzido no *FEMIX 4.0*.

Todas as vigas são simuladas com uma única carga monotónica crescente a meio vão, evoluindo até à não convergência de um dos algoritmos presentes no modelo matemático utilizado.

Tabela 4.1 – Dados para aço de tipo I

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7,7E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2,6667E-3	adim.
Tensão no primeiro tramo	551,6	MPa
Extensão no segundo tramo	6,43E-3	adim.
Tensão no segundo tramo	588,2	MPa
Extensão no terceiro tramo	0,01	adim.
Tensão no terceiro tramo	624,8	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

Tabela 4.2 – Dados para aço de tipo II

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7,7E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	1,6667E-3	adim.
Tensão no primeiro tramo	344,8	MPa
Extensão no segundo tramo	5,8333E-3	adim.
Tensão no segundo tramo	344,8	MPa
Extensão no terceiro tramo	0,01	adim.
Tensão no terceiro tramo	344,8	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

4.2.1. VIGA OA1

4.2.1.1. Parâmetros definidos no ficheiro de dados

Na viga OA1 é utilizada a malha de elementos finitos da figura 4.4. Os elementos de contorno preto correspondem aos de betão, os elementos barra encontram-se a vermelho (neste caso resumem-se à armadura longitudinal de tracção). Estão também dispostos os apoios utilizados de

forma a aproveitar a simetria da viga. Os elementos bidimensionais com preenchimento representam os elementos finitos sujeito a *tension stiffening*.

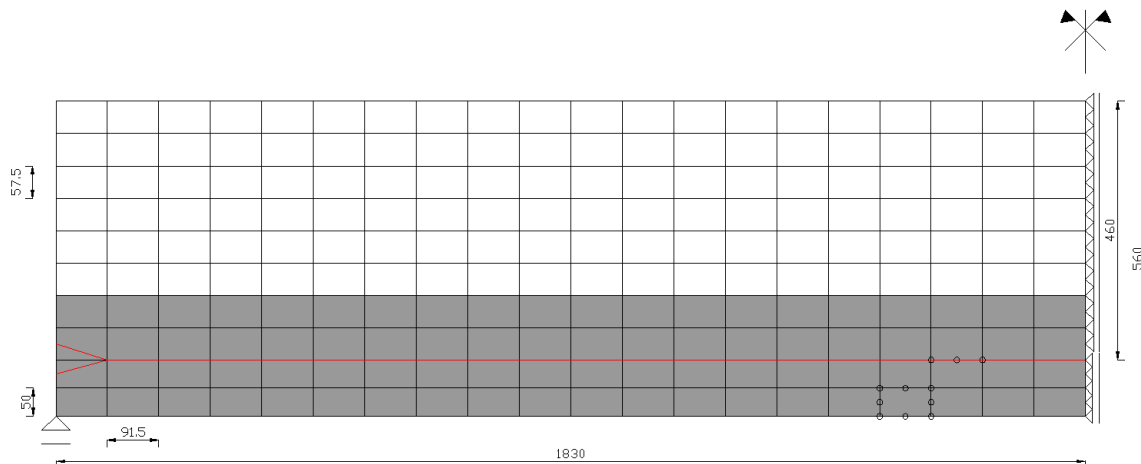


Fig. 4.4 - Representação da malha de elementos finitos utilizada

Os parâmetros utilizados para a definição dos betões estão presentes nas tabelas seguintes. A diferença entre os betões está nos parâmetros do diagrama de análise à tracção e energia de fractura.

Tabela 4.3 - Dados para o betão em *tension softening* na viga OA1

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2,4E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Coeficiente de Poisson	0,15	adim.
Módulo de Young inicial	20E+3	MPa
Resistência à compressão	22,55	MPa
Extensão na carga máxima	2,1E-3	adim.
Superfície de rotura inicial	0,3333	adim.
Resistência à tracção	3	MPa
Diagrama de análise de tracção	Cornelissen	-
Energia de fractura	0,053	N/mm
p_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
N.º máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 4.4 - Dados para o betão em *tension stiffening* na viga OA1

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0	adim.
α_1	0,66667	adim.
ξ_2	0,85	adim.
α_2	0,1	adim.
Energia de fractura	0,196	N/mm

Para evitar repetição desnecessária de valores, na segunda tabela apenas são apresentados os valores alterados em relação à tabela anterior.

A viga é simulada para uma carga limite de 200 kN, com um total de 2000 combinações. Isto resulta num passo de simulação de 100N de incremento de carga por cada combinação. A carga é pontual e é aplicada no eixo de simetria da viga.

4.2.1.2. Análise de resultados

A última combinação convergida corresponde à combinação 1525. Nas figuras seguintes estão patentes a deformada da viga, o padrão de fendilhação e os pontos de Gauss plastificados para o último incremento convergido.

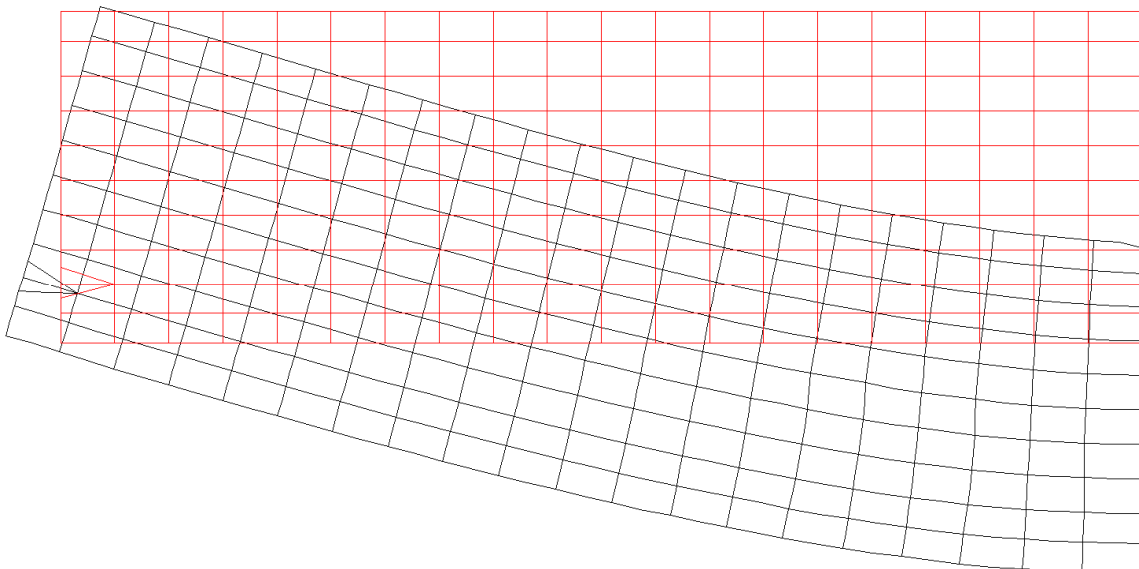


Fig. 4.5 - Deformada da viga OA1 ampliada 75x

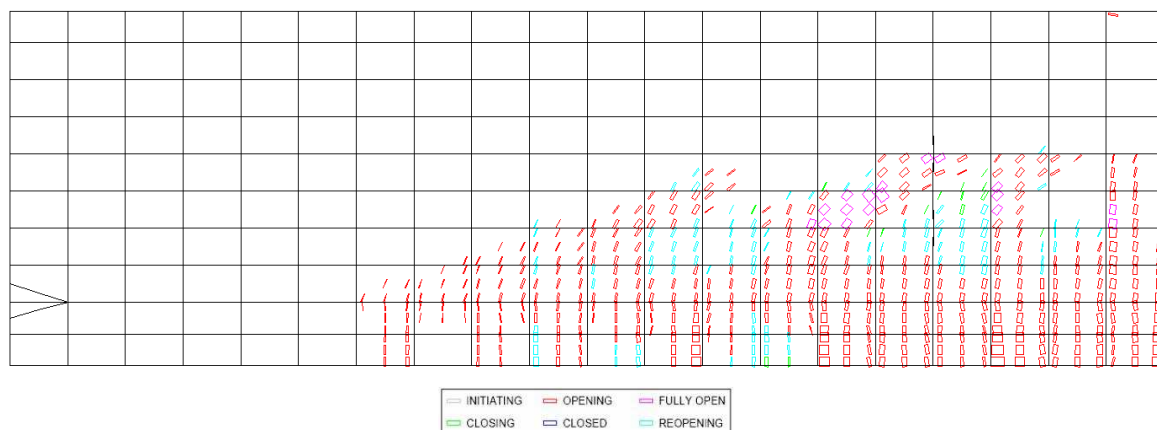


Fig. 4.6 - Padrão de fendilhação no último incremento convergido

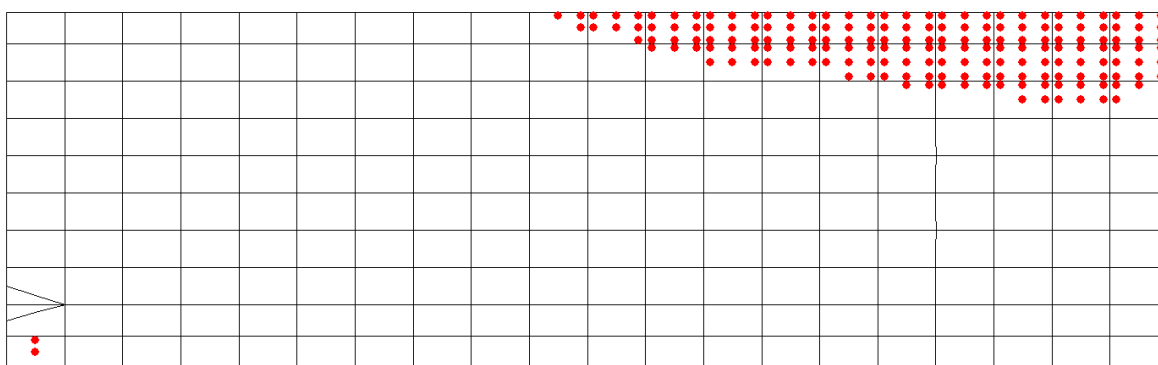


Fig. 4.7 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido

Pela análise das figuras conclui-se que a rotura é dominada pelo efeito esforço transversal. Isso está patente na reduzida extensão da fendilhação no último incremento convergido. Existem poucas fendas *fully-open*, e a maioria das existentes estão bastante inclinadas, o que demonstra a influência do esforço transversal na rotura.

Quanto à deformação da peça, a flecha obtida foi de 5,18 mm, um valor muito abaixo das expectativas para uma viga com as dimensões apresentadas. Analisando alguns pontos de Gauss plastificados chega-se à conclusão que os níveis de tensão e, especialmente, de extensão, apresentam valores baixos. Está assim colocada de parte a formação de uma rótula plástica a meio vão da viga, para a qual seria necessária uma grande deformação.

Em relação à armadura, analisando um ponto de Gauss próximo do meio vão chega-se à conclusão que o aço apresenta uma tensão instalada de 204 MPa para uma extensão de $9,88E-4$. São valores muito abaixo da capacidade resistente do aço que é utilizado, que aponta novamente para uma rotura frágil da viga.

Em relação ao padrão de fendilhação, no último incremento convergido é possível ver algumas fendas *fully-open* inclinadas a 45° . Na vizinhança deste tipo de fendas também é possível verificar muitas outras do tipo *closing*, o que indica um alargamento das primeiras. Pode-se concluir que a fenda crítica forma-se naquela zona. Aqui é visível uma mudança brusca da inclinação das fendas, consonante com a mudança de esforços.

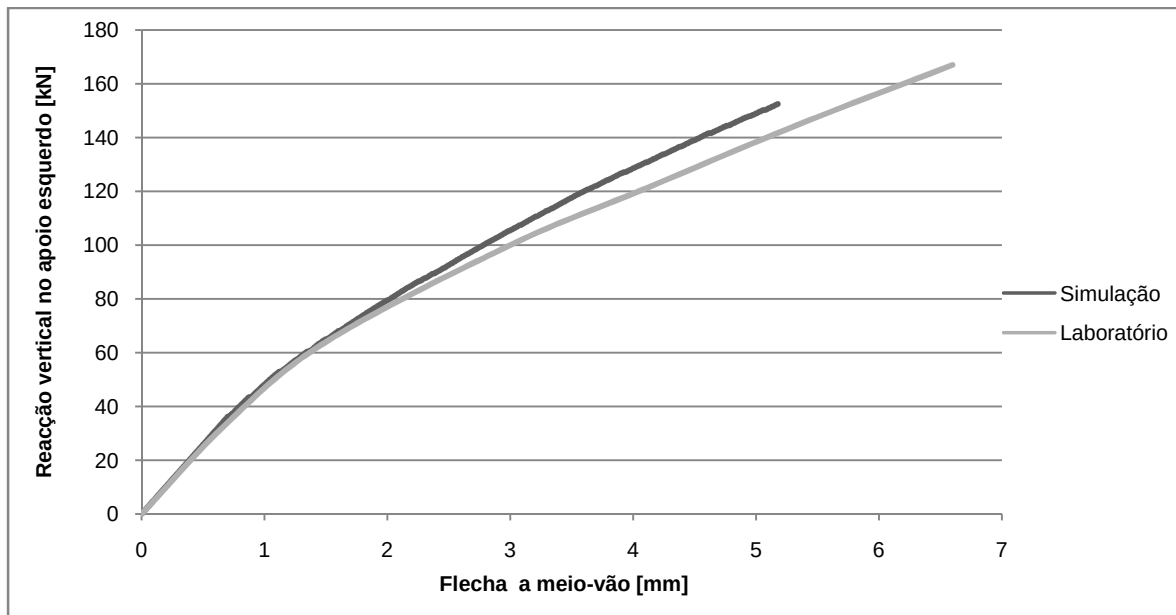


Fig. 4.8 – Relação entre reacção no apoio e flecha a meio vão

Pela figura 4.8 é possível concluir que a carga de rotura da viga é muito inferior ao expectável para uma peça com estas características geométricas. O valor obtido com a simulação foi de 305 kN (o dobro da reacção). Do mesmo modo, uma flecha de 5,18 mm revela pouca ductilidade e pouca dissipação de energia. Aliado a este facto, a inclinação da recta altera-se pouco, o que demonstra pequenas variações de rigidez, consonantes com uma rotura frágil.

Comparando as curvas da simulação e a experimental, facilmente se nota que o comportamento não é coincidente. Apresenta uma carga de rotura 8,7% e uma flecha 21% inferior ao obtido experimentalmente, facto este que pode ser imputável a erros numéricos devido ao elevado número de pontos de Gauss presentes na malha. Em [22], na simulação da viga OA1, o comportamento de uma malha mais grosseira conseguiu atingir valores mais próximos da rotura. No entanto, é filosofia deste trabalho utilizar malhas mais refinadas para melhor avaliar as peças em estudo, mesmo que isso cause alguns problemas numéricos, por vezes impossíveis de contornar, para atingir valores próximos da rotura.

4.2.2. VIGA A1

4.2.2.1 Parâmetros definidos no ficheiro de dados

A malha de elementos finitos utilizada nesta viga é muito semelhante à da viga anterior, apenas com o acrescento de alguns elementos barra para simular a armadura de compressão e a armadura transversal. A malha que discretiza o betão mantém-se inalterada em relação ao caso anterior, bem como o aproveitamento da simetria da peça. Igualmente, a divisão do betão com *tension stiffening* e *tension softening* faz-se de modo semelhante ao caso anterior.

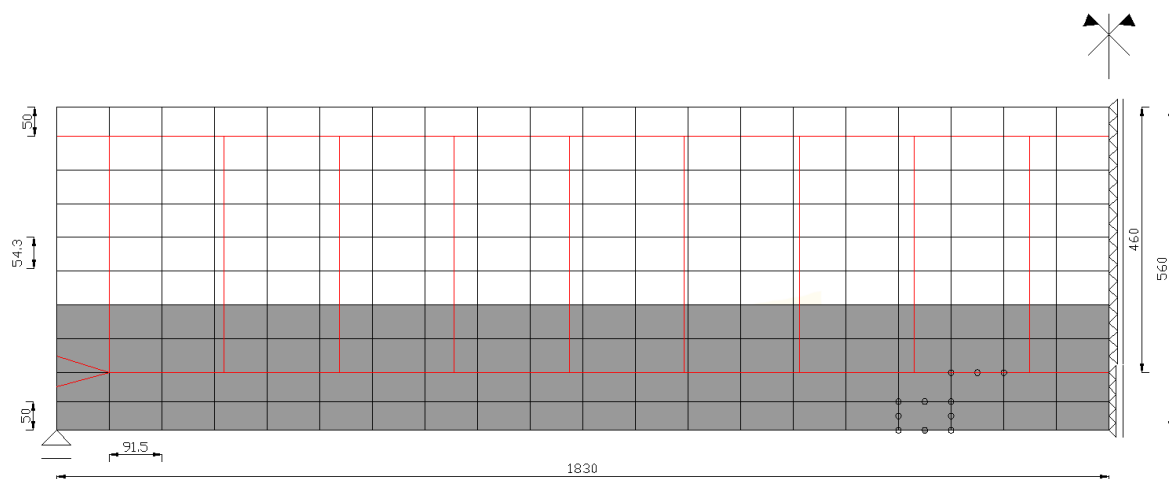


Fig. 4.9 - Malha de elementos finitos utilizada

Em relação ao betão utilizado na viga A1, os parâmetros utilizados estão presentes na tabela 4.5 e 4.6. Reafirma-se que na tabela 4.6 apenas estão presentes os valores alterados em relação ao anterior.

Tabela 4.5 - Dados para o betão em *tension softening* na viga A1

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2,4E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Coeficiente de Poisson	0,15	adim.
Módulo de Young inicial	20E+3	MPa
Resistência à compressão	24,06	MPa
Extensão na carga máxima	2,1E-3	adim.
Superfície de rotura inicial	0,3333	adim.
Resistência à tracção	3	MPa
Diagrama de análise de tracção	Cornelissen	-
Energia de fractura	0,056	N/mm
p_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
N.º máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 4.6 - Dados para o betão em *tension stiffening* na viga A1

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0	adim.
α_1	0,66667	adim.
ξ_2	0,85	adim.
α_2	0,1	adim.
Energia de fractura	0,196	N/mm

4.2.2.2. Análise de resultados

O comportamento desta viga revela-se muito difícil de simular, facto ocorrido também em [22]. O modelo matemático não linear do aço não permite inversões totais das deformações plásticas. Quando a viga atinge cerca de 160 kN de carga, o processo invariavelmente pára devido a esse motivo, independentemente do passo de incremento de carga, número de pontos de Gauss ou refinamento da malha.

Alternativamente, é possível usar uma modelação linear para o aço (neste caso concreto, para a armadura transversal). No entanto, caso a armadura tenha um papel importante na rotura, os resultados acabam adulterados. Como é esperada uma rotura por flexão/corte, a capacidade resistente de alguns estribos provavelmente é totalmente mobilizada, acabando os resultados por se afastar dos experimentais. Isso verifica-se em [22] aquando do esgotamento da carga resistente da armadura transversal, onde resulta numa enorme quebra de rigidez na peça e numa variação brusca no padrão de fendilhação que não se verifica nos registos do ensaio.

Apesar de em [22] terem avançado mais em direcção à rotura, esse progresso deu-se à custa de uma malha muito grosseira e pouquíssimos pontos de Gauss, que praticamente impossibilita qualquer outra conclusão com exactidão.

Os resultados seguintes devem-se à simulação efectuada que mais progrediu. A simulação é controlada por deformação imposta, na zona a meio vão. A simulação avança inicialmente por 50 incrementos até aos 5 mm, o meio milímetro seguinte divide-se em 200 e, por fim, o meio milímetro que se segue define-se por 500 combinações. De um total de 750 incrementos definidos, o último convergido é o 740, correspondendo este ponto a uma flecha de 5,99 mm para uma reacção de 173,34 kN. O comportamento da viga é visível na figura 4.10. Claramente a simulação fica muito aquém da rotura, mas revela uma aproximação extremamente precisa até à não convergência. A carga atingida foi 25% e a flecha 53,5% inferior.

Em relação à fendilhação, pela figura 4.11 é possível verificar a existência de algumas fendas *fully-open*. Na zona onde elas estão mais juntas admite-se a formação de uma fenda crítica na viga. As fendas começam por ser verticais, verificando-se mais tarde uma rotação a apontar para o ponto de aplicação da carga. Isto deve-se ao efeito do esforço transversal. Analisando um dos pontos de Gauss com fenda *fully-open*, o valor da inclinação da fenda presente neste é de 55°.

Pedindo informação de alguns pontos de integração plastificados pode-se concluir que não chega a existir formação de uma rótula plástica. Para a carga e deformação atingida tal acaba por não ser expectável.

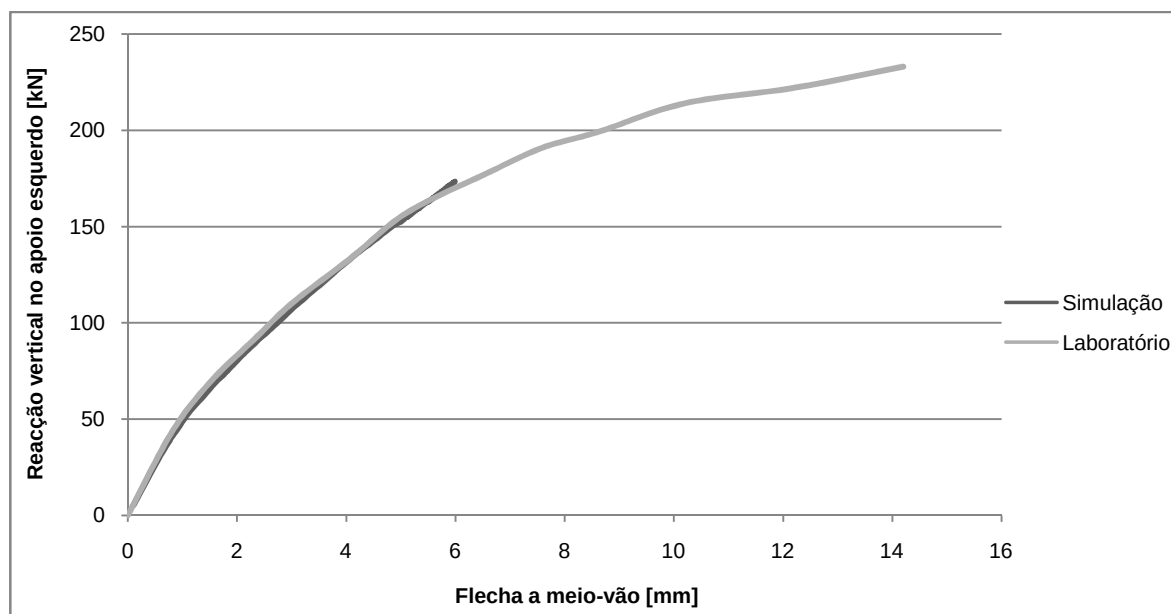


Fig. 4.10 - Relação entre reacção no apoio e flecha a meio vão

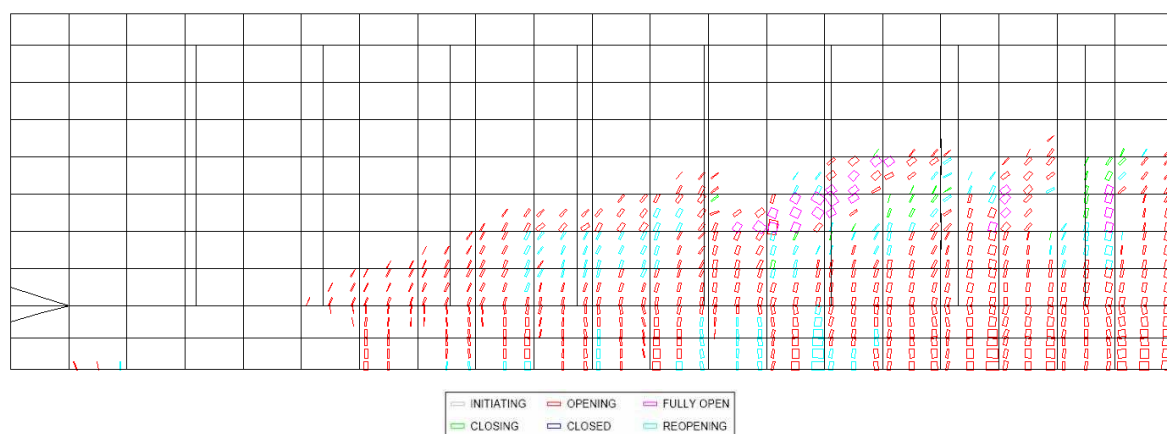


Fig. 4.11 - Padrão de fendilhação no último incremento convergido

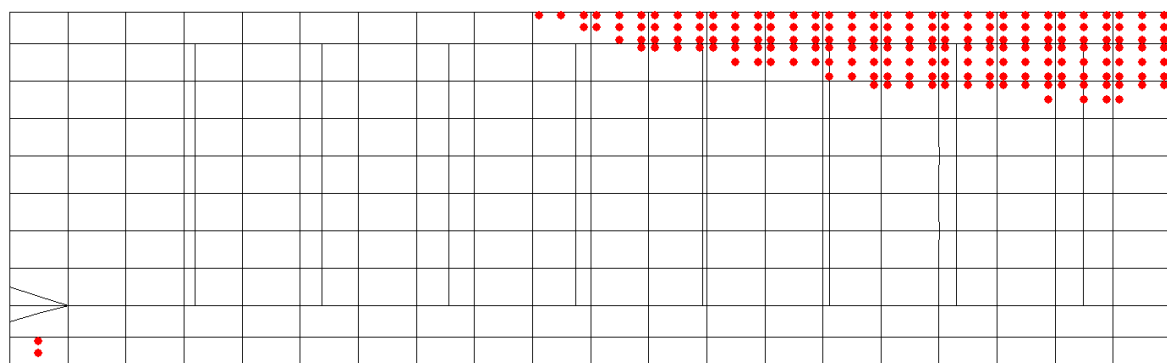


Fig. 4.12 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido

4.2.3. VIGA A3

4.2.3.1. Parâmetros definidos no ficheiro de dados

A viga A3 já apresenta um esquema substancialmente diferente das anteriores vigas. A malha de elementos finitos é apresentada na figura 4.13. As duas camadas de elementos que envolvem a armadura de tracção são consideradas em *tension stiffening*, as restantes em *tension softening*. As características dos materiais estão presentes nas tabelas 4.7 e 4.8.

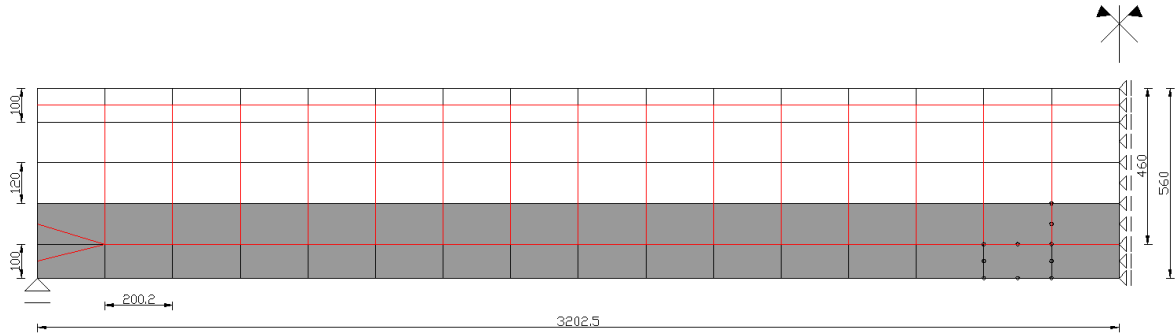


Fig. 4.13 - Malha de elementos finitos utilizada

Tabela 4.7 - Dados para o betão em *tension softening* na viga A3

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2,4E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Coeficiente de Poisson	0,15	adim.
Módulo de Young inicial	20E+3	MPa
Resistência à compressão	35,03	MPa
Extensão na carga máxima	0,002298	adim.
Superfície de rotura inicial	0,3333	adim.
Resistência à tracção	4,3	MPa
Diagrama de análise de tracção	Cornelissen	-
Energia de fractura	0,072	N/mm
p_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
N.º máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 4.8 - Dados para o betão em *tension stiffening* na viga A3

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0	adim.
α_1	0,66667	adim.
ξ_2	0,85	adim.
α_2	0,1	adim.
Energia de fractura	0,240	N/mm

A simulação evolui por controlo de força, definido até aos 300 kN dividida em 1200 incrementos.

4.2.3.2. Análise de resultados

A simulação revela-se bastante precisa em relação aos resultados do ensaio em laboratório. É possível atestar isso mesmo no gráfico da figura 4.14. Os afastamentos que se verificam em duas partes do gráfico também aconteceram em [22] e [23]. Apesar de a simulação não atingir a carga de rotura, o resultado revela-se muito satisfatório. A carga atingida fica apenas a 5% da de rotura, enquanto a flecha revela-se 12% inferior. Atinge-se um valor de 444,5 kN de carga de rotura para uma flecha de 31,5 mm. Portanto, exibe uma rotura por flexão, com a viga a revelar uma elevada ductilidade. Apenas se verifica uma mudança de inclinação no início do gráfico, aquando da abertura das primeiras fendas. A partir desse momento a armadura de tracção é mobilizada e não mais se verificam quebras de rigidez. Este facto está em concordância com o padrão de fendilhação verificado (figura 4.15).

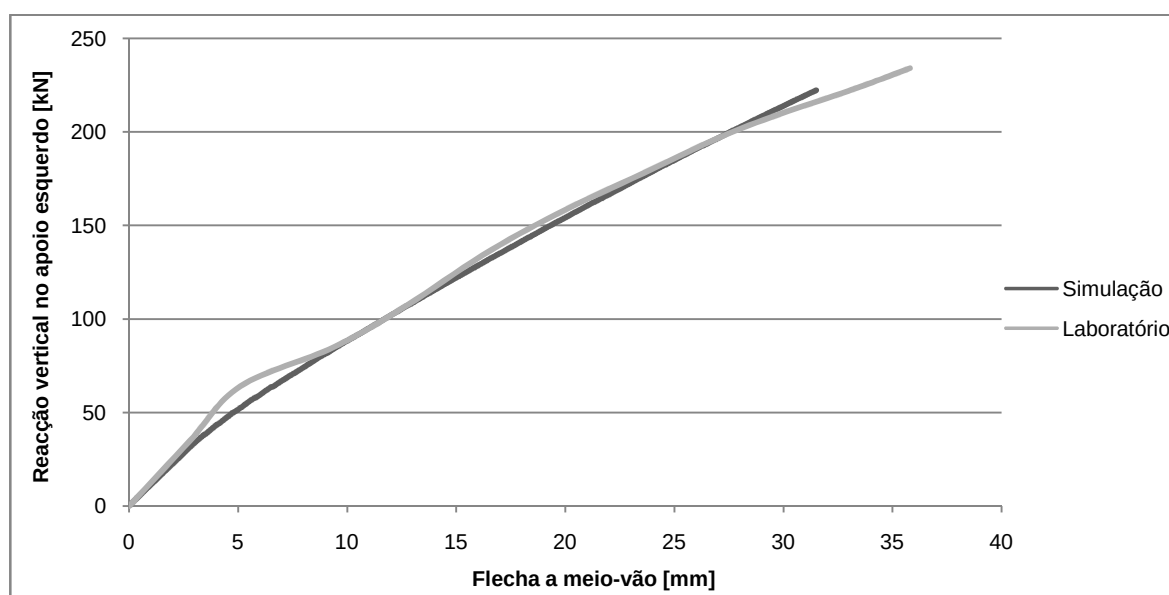


Fig. 4.14 - Relação entre reacção no apoio e flecha

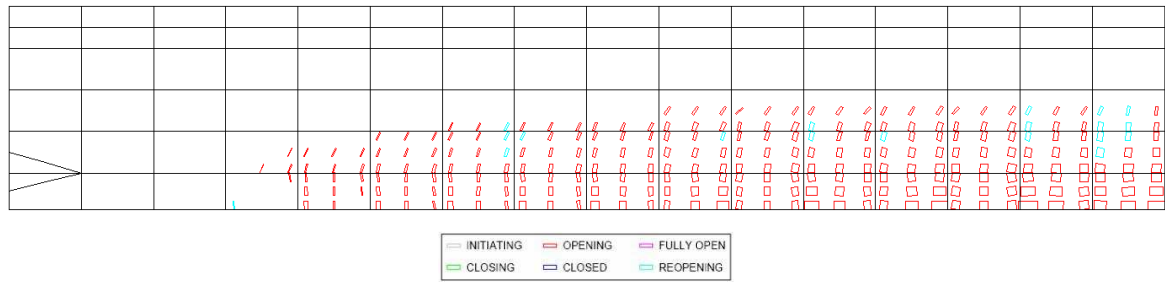


Fig. 4.15 - Padrão de fendilhação verificado na última combinação convergida.

Analisando a figura 4.15, sobressai que somente existem fendas *opening* e *reopening*. Também o número de fendas é elevado, numa extensão de mais de dois terços da viga. Analisando alguns dos pontos de Gauss, conclui-se que a inclinação das fendas se mantêm perto dos 90°, excepção feita às fendas mais próximas do eixo longitudinal da peça que revelam alguma influência do esforço transversal.

Relativamente à plastificação do betão, é visível na figura 4.16 que existem bastantes pontos em regime plástico. Analisando alguns pontos, verifica-se que o betão está perto da sua resistência à compressão e apresenta valores de extensão elevados. Admite-se portanto a formação de uma rótula plástica neste ponto. Quanto à armadura, esta apresenta igualmente valores altos (tensão de 410 MPa para uma extensão de 1,98E-3), próximos da cedência.

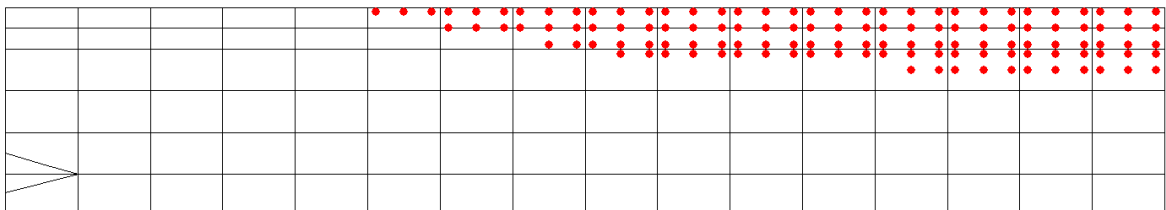


Fig. 4.16 - Pontos de Gauss plastificados da viga A3 no último incremento convergido

Para esta viga adivinha-se uma rotura por esgotamento da resistência do betão. Neste caso não existe uma fenda crítica que divida a peça, mas a criação de um mecanismo devido ao aparecimento da rótula plástica a meio vão, criando um sistema hipostático que origina a rotura.

4.3. NÓ DE PÓRTICO

4.3.1. APRESENTAÇÃO DO NÓ DE PÓRTICO

Na figura 2.17 apresenta-se cortes longitudinais e transversais da ligação viga pilar simulada.

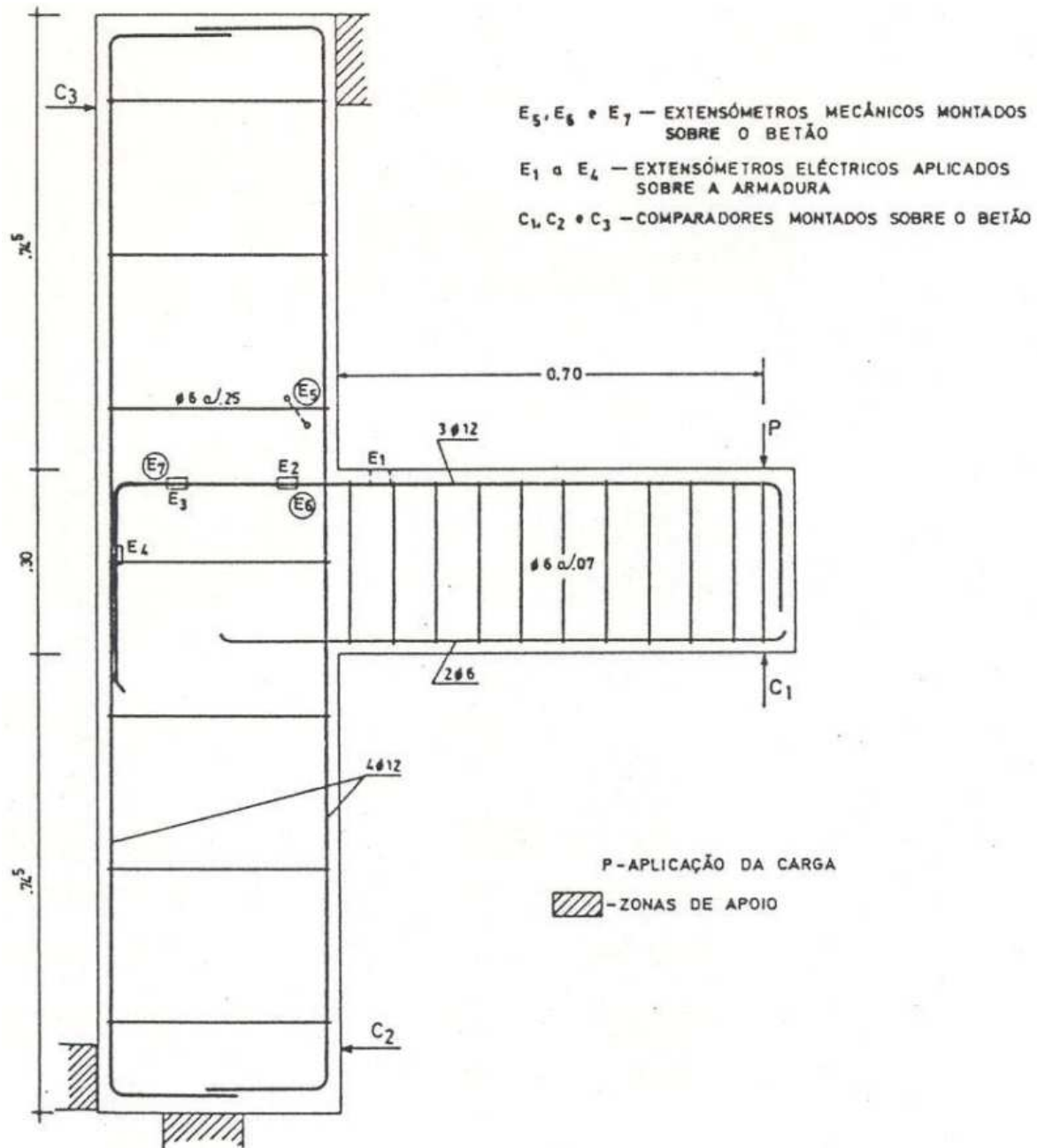


Fig. 4.17 - Esquema estrutural da ligação (imagem retirada de [5])

4.3.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS

Na malha de elementos finitos utilizada tenta-se de certa forma manter o preconizado em [5]. A viga divide-se longitudinalmente em cinco camadas de elementos, enquanto no pilar opta-se por quatro alinhamentos de elementos. No entanto, o número de elementos é muito superior devido ao facto de se ter mantido a relação entre os lados dos elementos menor que 2:1. Pode-se visualizar a malha usada na figura 4.18. Os elementos bidimensionais que apresentem preenchimento cinzento estão sob o efeito de *tension stiffening*, pois é o betão em contacto com maiores quantidades de armadura e em [5] a distinção entre betões é efectuada desta forma.

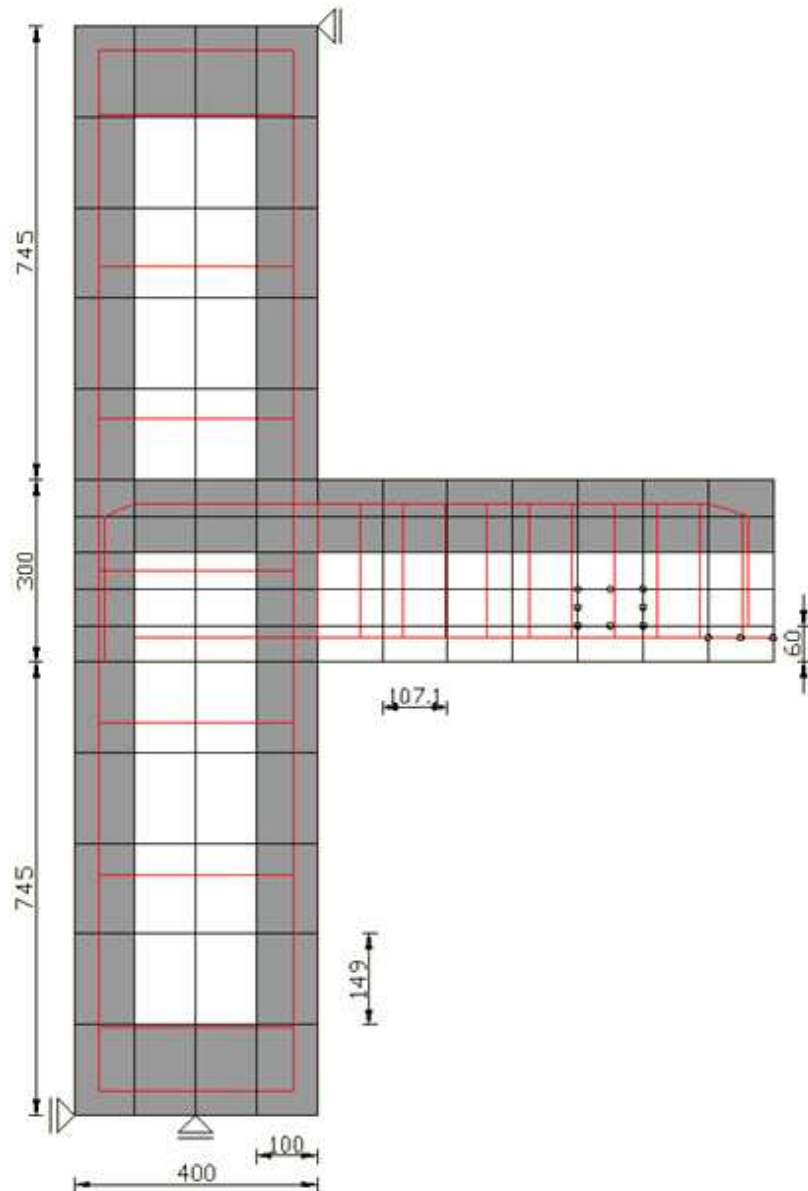


Fig. 4.18 - Malha de elementos finitos utilizada

Nas tabelas 4.9, 4.10 e 4.11 são indicados os dados utilizados para o betão (tabela 4.9 e 4.10) e os valores usados no modelo do aço (tabela 4.11). Em relação ao preconizado em [5], algumas adaptações são feitas para tentar adequar todos os parâmetros do actual modelo não linear ao utilizado no anterior estudo. A extensão para carga de pico no betão é considerada metade da indicada como extensão de rotura. O diagrama de análise à tracção é adaptado para os valores indicados em [5], tendo por objectivo último respeitar a forma do diagrama utilizado e a extensão máxima pretendida. A lei de retenção distorcional é considerada linear.

Em relação ao diagrama do aço, são adoptados valores para simular um comportamento bilinear sem endurecimento.

É aplicada uma carga até aos 50 kN, procedimento adoptado também em [5].

Tabela 4.9 - Dados para o betão com maior percentagem de armadura no nó de pórtico

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2,4E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Coeficiente de Poisson	0,15	adim.
Módulo de Young inicial	27E+3	MPa
Resistência à compressão	17,1	MPa
Extensão na carga máxima	0,0025	adim.
Superfície de rotura inicial	0,3333	adim.
Resistência à tracção	1,8	MPa
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0	adim.
α_1	0,7	adim.
ξ_2	0,5	adim.
α_2	0,35	adim.
Energia de fractura	0,094	N/mm
p_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Linear	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
N.º máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 4.10 - Dados para o betão com menor percentagem de armadura no nó de pórtico

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0	adim.
α_1	0,5	adim.
ξ_2	0,85	adim.
α_2	0,25	adim.
Energia de fractura	0,180	N/mm

Tabela 4.11 - Dados para o aço do nó de pórtico

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7,7E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2,49E-3	adim.
Tensão no primeiro tramo	507	MPa
Extensão no segundo tramo	6,34E-3	adim.
Tensão no segundo tramo	507	MPa
Extensão no terceiro tramo	0.01	adim.
Tensão no terceiro tramo	507	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

4.3.3. ANÁLISE DE RESULTADOS

Na simulação efectuada em [5] foi publicado o padrão de fendilhação obtido, transposto para este estudo na figura 4.19.

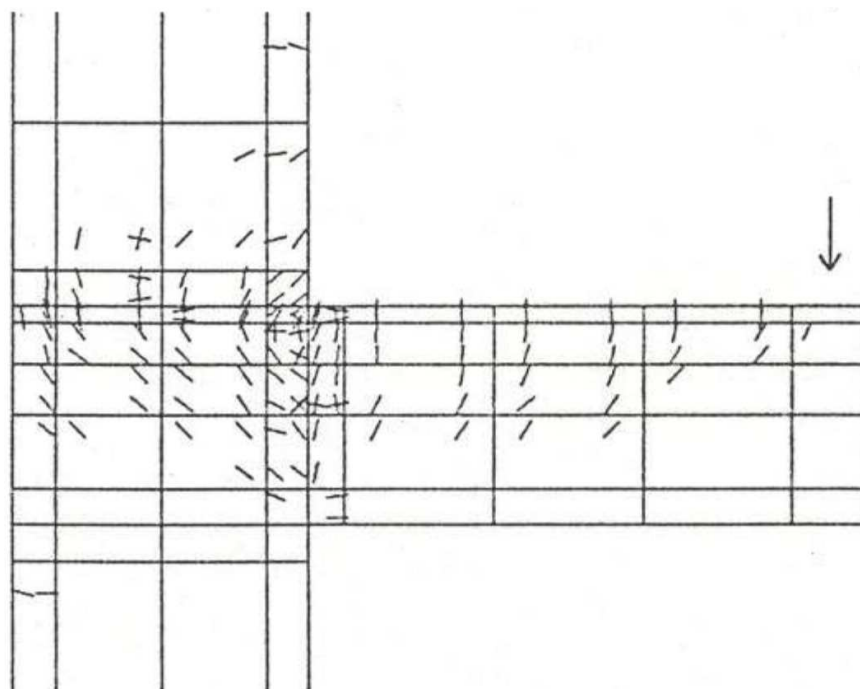


Fig. 4.19 - Padrão de fendilhação publicado em [5]

O resultado da simulação efectuada no presente trabalho resultou na dispersão de fendas da figura 4.20. A quantidade e disposição das fendas é semelhante, não obstante o facto de existirem muitos mais elementos e pontos de Gauss no caso actual.

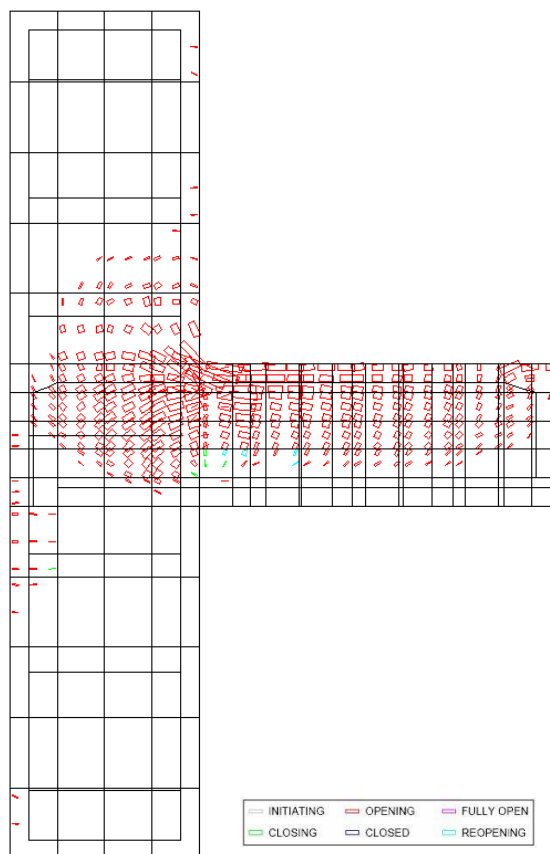


Fig. 4.20 - Padrão de fendilhação atingido na presente simulação

Comparando as figuras, conclui-se que em ambas existe grande quantidade de fendas na consola, predominantemente verticais. Apenas se nota inclinação das fendas inferiores em ambos os casos. No nó existe a mesma inclinação das fendas, com todas a apontar para o encontro entre o pilar e a parte superior da viga, na zona de transição de esforços. No caso actual existem mais fendas na parte superior do pilar que não são visíveis nos resultados publicados da simulação de 1986.

No anterior estudo foi também apresentado um gráfico que compara a relação entre carga aplicada e o deslocamento da extremidade da viga, quer para o ensaio de laboratório quer para a simulação. No entanto, a discrepância era demasiado grande, facto justificado pelos autores do estudo por um erro na medição do deslocamento no laboratório. Na figura 4.21 são visíveis os dois gráficos acompanhados pelo comportamento verificado no actual estudo. A comparação permite dar razão aos autores de [5], já que ambas as simulações analíticas têm comportamentos semelhantes.

Por fim, é apresentado um gráfico relacionando a carga aplicada com a extensão na armadura, igualmente publicado em [5]. Este pode ser consultado na figura 4.22. Neste caso, a correspondência entre os três gráficos é elevada. O elemento estudado é o mais esforçado presente

na viga, que corresponde ao elemento mais próximo do encontro da viga com o pilar, na armadura longitudinal superior.

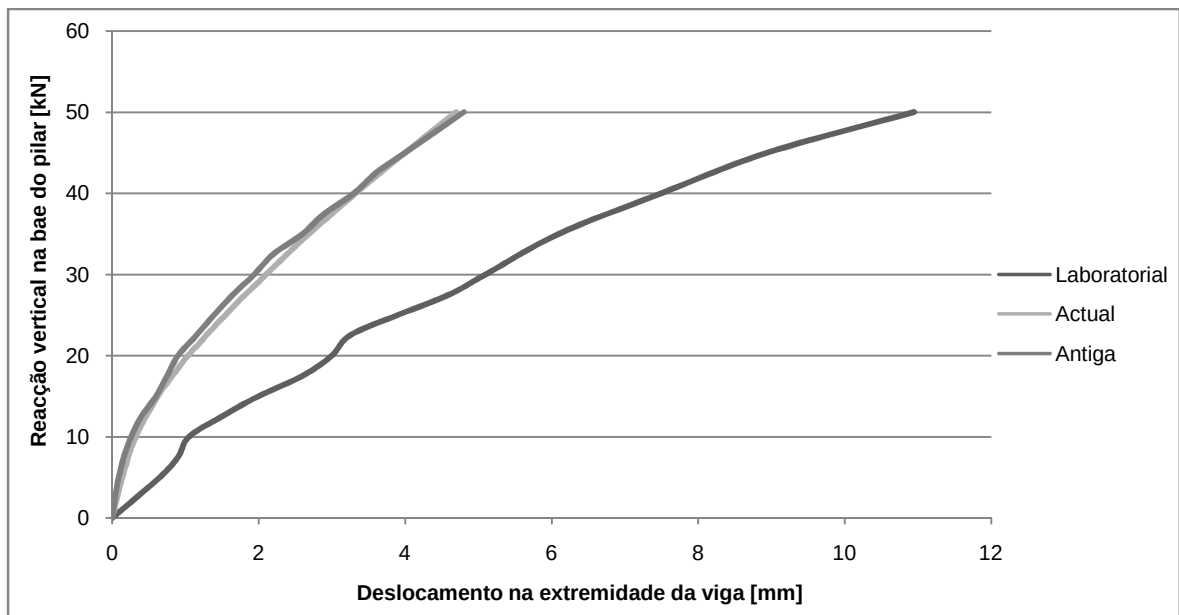


Fig. 4.21 – Evolução dos deslocamentos verticais na viga

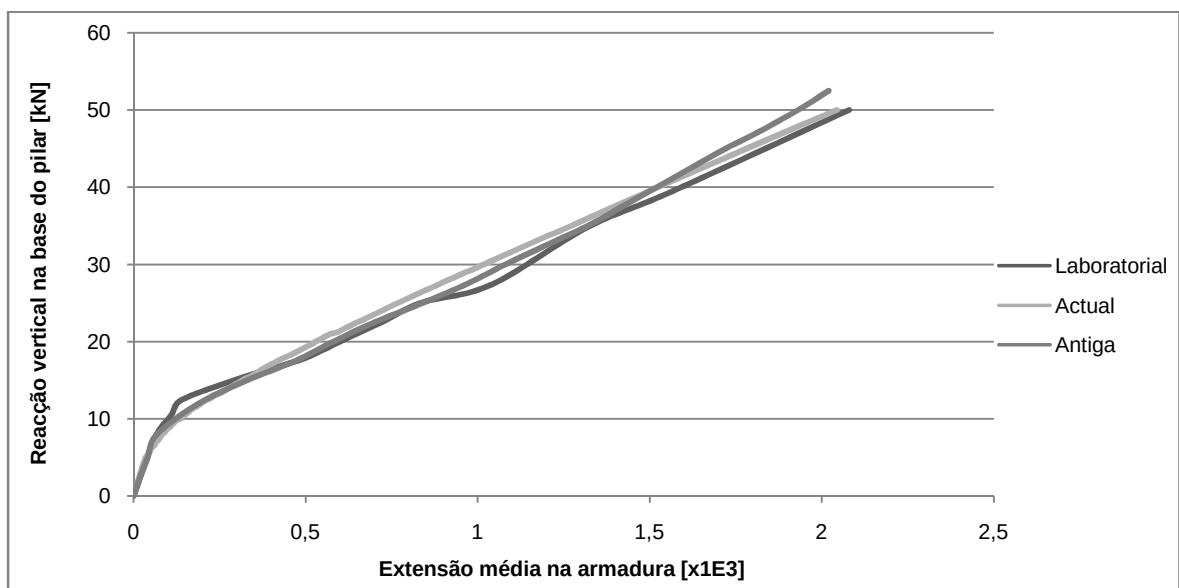


Fig. 4.22 - Gráfico da relação entre a carga aplicada e a extensão na armadura

4.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo são apresentadas simulações com o intuito de validar o modelo matemático utilizado. Todas as simulações efectuadas têm suporte experimental, efectuado por outros autores em outros estudos, devidamente referenciados.

As vigas de Bresler-Scordelis são particularmente úteis para testar modelos matemáticos, pois com apenas três simulações testa-se um leque abrangente de situações. Na viga OA1, que apresenta uma rotura por corte, a simulação apresenta um comportamento aceitável, chegando a valores próximos da rotura.

Na viga A1, no presente estudo e em [22], verificam-se enormes dificuldades para que a simulação avance além de um certo carregamento. A limitação no modelo do aço de não existir a possibilidade de total inversão do sinal das deformações plásticas leva a que o método numérico precocemente dê erro. A solução de considerar as armaduras transversais em regime linear leva, neste caso, a um desvirtuamento dos valores, já que numa rotura combinada por corte e flexão espera-se que alguns estribos esgotem a sua capacidade material. No entanto, pode ser uma alternativa noutro tipo de casos em que a armadura transversal não seja preponderante na rotura.

A simulação da viga A3 tem um comportamento muito próximo do laboratorial, chegando quase aos valores de carga de rotura e flecha dos resultados experimentais. Os valores resultantes apontam para uma rotura por flexão, igualmente verificada em laboratório.

Quanto ao nó de pórtico, serve igualmente como confirmação do modelo, já que este foi ensaiado laboratorialmente. Os resultados apresentados são semelhantes aos verificados em laboratório [4] e aos da simulação efectuada em [5].

Concluindo, o programa informático *FEMIX 4.0* e os respectivos modelos matemáticos revelam bom comportamento. Os próximos conteúdos do presente trabalho baseiam-se em pórticos dimensionados segundo o EC2, adivinhando-se comportamentos dúcteis e roturas por flexão. Consequentemente, o mau resultado da viga A1 de Bresler-Scordelis é minimizado, pois não são esperados resultados semelhantes no restante trabalho.

5

ANÁLISE DE PÓRTICOS DE BETÃO ARMADO COM COMPORTAMENTO NÃO LINEAR MATERIAL

5.1. INTRODUÇÃO

No presente capítulo são apresentados cinco pórticos com diferentes características geométricas, dimensionadas com base no Eurocódigo 2 e algumas regras de boas práticas em projecto. O procedimento adoptado para o dimensionamento orgânico das estruturas está descrito no capítulo 3.

Após o dimensionamento, os elementos estruturais são simulados utilizando o programa *FEMIX 4.0* recorrendo a análise não linear material. São efectuados estudos do comportamento do pórtico até atingir o último incremento convergido. Em seguida, a simulação numérica é comparada com o dimensionamento orgânico em termos de tensões, aberturas de fendas e deslocamentos em secções críticas.

Por fim, são analisados os erros resultantes da comparação com o intuito de analisar a possibilidade de utilizar métodos não lineares materiais em gabinetes de projecto de estruturas de betão.

5.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo todos os pórticos obedecem a um certo padrão. Na figura 5.1 é apresentado o esquema genérico da estrutura. Os parâmetros apresentados são:

- L_{pilar} – altura do pilar em relação ao centro de gravidade da secção de betão da viga;
- L_{viga} – comprimento da viga medida entre centros de gravidade da secção de betão dos pilares;
- g_k – carga permanente distribuída genérica;
- q_k – sobrecarga distribuída genérica;
- G_{1k} – carga permanente pontual nos pilares de direcção vertical (quando existem, surgem sempre no topo dos dois pilares);
- G_{2k} – carga permanente pontual nos pilares de direcção horizontal.

Os valores das cargas utilizadas estão descritos no capítulo 3, bem como a sua origem. No caso da carga pontual vertical no topo dos pilares, é considerado o valor de 250 kN. Já a carga horizontal, no caso em que esta existe, é devidamente referenciada na secção correspondente.

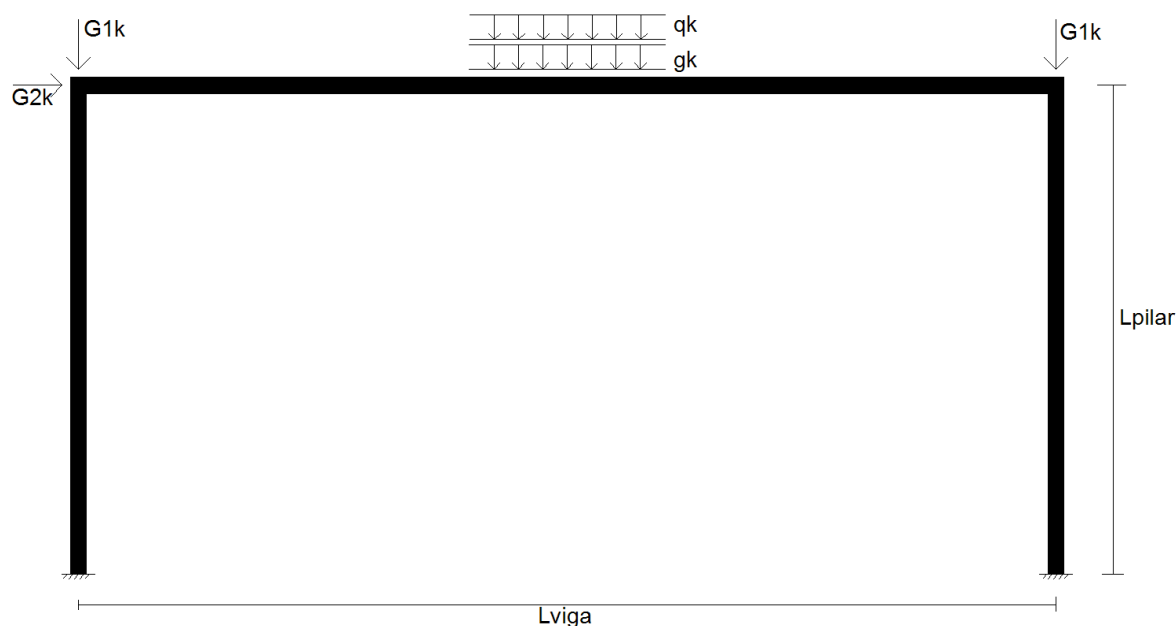


Fig. 5.1 - Esquema tipo dos pórticos

Na figura 5.2 é visível um corte transversal tipo, referente ao pilar ou à viga. Apresenta-se na lista seguinte o significado de cada variável:

- b – base da secção de betão;
- h – altura da secção de betão;
- A_s – armadura principal (nas vigas, trata-se da armadura inferior);
- A'_s – armadura de compressão;
- A_{sw} – armadura transversal.

No caso dos pilares, por facilidade construtiva, considera-se sempre que A_s é igual a A'_s .

Salvaguardam-se, no entanto, duas situações que não estão contempladas neste modelo genérico:

- Existência de dispensas de armadura longitudinal nas vigas;
- Redução do espaçamento dos estribos verificados nos pilares perto da zona da ligação viga-pilar.

Nos casos em que os pórticos estão carregados com cargas simétricas é aproveitada a simetria e apenas é analisada metade do pórtico. As condições de apoio são adaptadas a essa nova situação.

A distância do centro de gravidade das armaduras ao limite da peça é considerada constante, de 40 mm, para todas as situações.

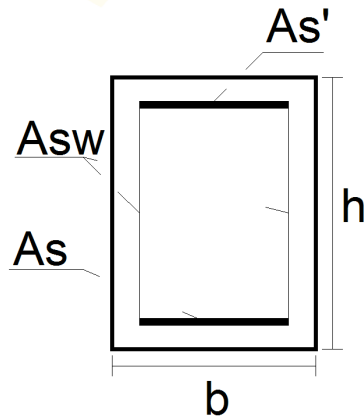


Fig. 5.2 - Esquema tipo de corte transversal das secções (aplicável a pilares e vigas)

Tabela 5.1 - Resumo das dimensões dos pórticos em estudo

Pórtico	Pilar esquerdo			Pilar direito			Viga		
	b	h	L	b	h	L	b	h	L
P1	0,25	0,20	3	0,25	0,20	3	0,25	0,45	4
P2	0,25	0,25	3	0,25	0,25	3	0,25	0,60	6
P3	0,25	0,20	3	0,25	0,20	3	0,25	0,45	6
P4	0,25	0,20	3	0,25	0,20	3	0,25	0,65	8
P5	0,30	0,30	3	0,30	0,40	3	0,30	0,55	6

As definições utilizadas nos ficheiros de dados das simulações merecem alguns reparos. Em relação às condições de apoio, todos os nós na zona da base do pilar são considerados encastrados. Quando apenas se estuda metade da estrutura, no eixo de simetria são dispostos em todos os nós presentes apoios simples a impedir movimentos horizontais. A disposição destes apoios fornece capacidade de encastramento à secção.

Quanto às cargas aplicadas, quando estas são pontuais, são divididas equitativamente pelos nós correspondentes à zona onde estão aplicadas. Por exemplo, no caso das forças verticais aplicadas no topo dos pilares, o valor total da força é dividido por n , sendo n o número de nós que definem essa aresta do pilar. Este artifício de cálculo é efectuado para evitar deformações excessivas num único ponto. As cargas distribuídas são consideradas como tal, já que o programa informático utilizado suporta essa funcionalidade.

Em relação à ordem de aplicação das cargas, é utilizado um padrão de carregamento. Primeiro, o pórtico é carregado com o peso próprio. No final da aplicação desta carga, esta mantém-se aplicada enquanto o pórtico é carregado com as restantes cargas permanentes. Ao finalizar a aplicação do peso próprio e das cargas permanentes, é acrescentada a sobrecarga até à não convergência da simulação. Cada carga é definida num *load case* distinto, cada um afectado com um factor de carga independente.

Em todos os pórticos são feitas simulações correspondentes ao Estado Limite Último e às diferentes combinações de Estado Limite em Serviço (combinação característica, combinação frequente e combinação quase permanente). De referir que quando são efectuadas as simulações para os casos em serviço, estas prolongam-se até à não convergência.

5.3. PÓRTICO 1

5.3.1. DEFINIÇÃO DO CASO DE ESTUDO

As características geométricas do pórtico 1 (P1) estão descritas nas tabelas 5.2 e 5.3. A armadura na viga não sofre dispensas. As cargas aplicadas apresentam-se na tabela 5.4. Os materiais utilizados são o betão armado da classe C20/25 e o aço A500.

Tabela 5.2 - Dados geométricos dos pilares do pórtico P1

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{pilar}	3	m
b_{pilar}	0,25	m
h_{pilar}	0,20	m
A_s	2Ø16	m ²
A'_s	2Ø16	m ²
A_{sw}	2rØ6//0,2	m ²

Tabela 5.3 - Dados geométricos da viga do pórtico P1

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{viga}	4	m
b_{viga}	0,25	m
h_{viga}	0,45	m
A_s	3Ø20	m ²
A'_s	2Ø12	m ²
A_{sw}	2rØ6//0,15	m ²

Tabela 5.4 - Cargas aplicadas ao pórtico P1

Parâmetro	Valor	Unidade
g_k	35	kN/m
q_k	14	kN/m
G_{1k}	250	kN
G_{2k}	0	kN

5.3.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS

Para este pórtico é utilizada a malha de elementos finitos presente na figura 5.3. Os elementos que possuem preenchimento correspondem aos que estão sujeito a *tension stiffening*. Os restantes consideram-se sob o efeito de *tension softening*. Nas tabelas 5.5, 5.6 e 5.7 estão descritos os valores utilizados para definição dos blocos de dados não lineares dos materiais.

Tabela 5.5 - Dados para o betão em *tension softening* do pórtico P1

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2,4E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Coeficiente de Poisson	0,15	adim.
Módulo de Young inicial	29E+3	MPa
Resistência média à compressão	28	MPa
Extensão na carga máxima	2E-3	adim.
Superfície de rotura inicial	0,3333	adim.
Resistência à tracção	2,2	MPa
Diagrama de análise de tracção	Cornelissen	-
Energia de fractura	0,06182	N/mm
p_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
N.º máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 5.6 - Dados para o betão em *tension stiffening* do pórtico P1

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0,1	adim.
α_1	0,4	adim.
ξ_2	0,9	adim.
α_2	0,1	adim.
Energia de fractura	0,196	N/mm

Tabela 5.7 - Dados para o aço do pórtico P1

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7,7E-6	kg/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2,17E-3	adim.
Tensão no primeiro tramo	435	MPa
Extensão no segundo tramo	3E-3	adim.
Tensão no segundo tramo	435	MPa
Extensão no terceiro tramo	12E-3	adim.
Tensão no terceiro tramo	435	MPa
Expoente do terceiro tramo	0	adim.

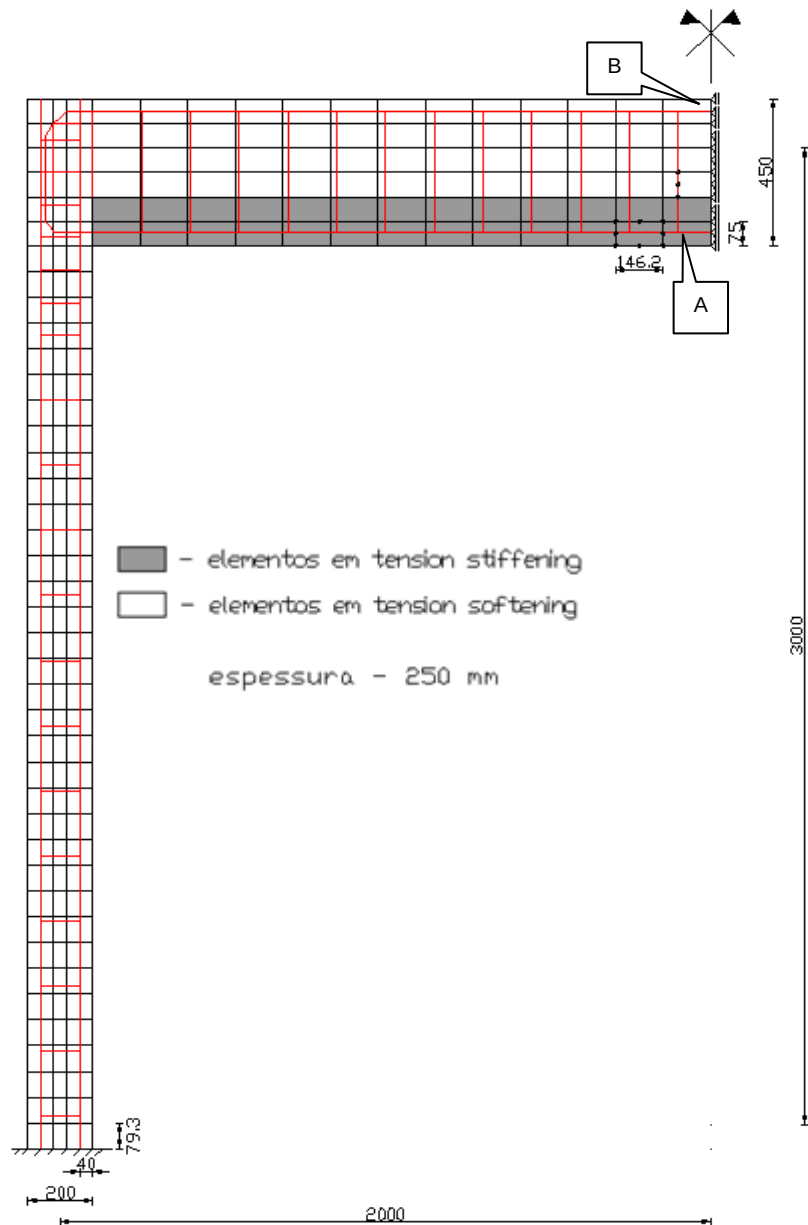


Fig. 5.3 - Malha de elementos finitos utilizada (as dimensões estão em mm)

5.3.3. ANÁLISE DE RESULTADOS

5.3.3.1. Estado Limite Último

Na figura 5.4 pode-se observar o gráfico do comportamento da peça. A linha mais escura corresponde ao comportamento do pórtico durante o carregamento, enquanto a linha horizontal corresponde à combinação de Estado Limite Último utilizada no dimensionamento da estrutura. Na simulação verifica-se uma carga 5,4% superior à carga de dimensionamento do pórtico.

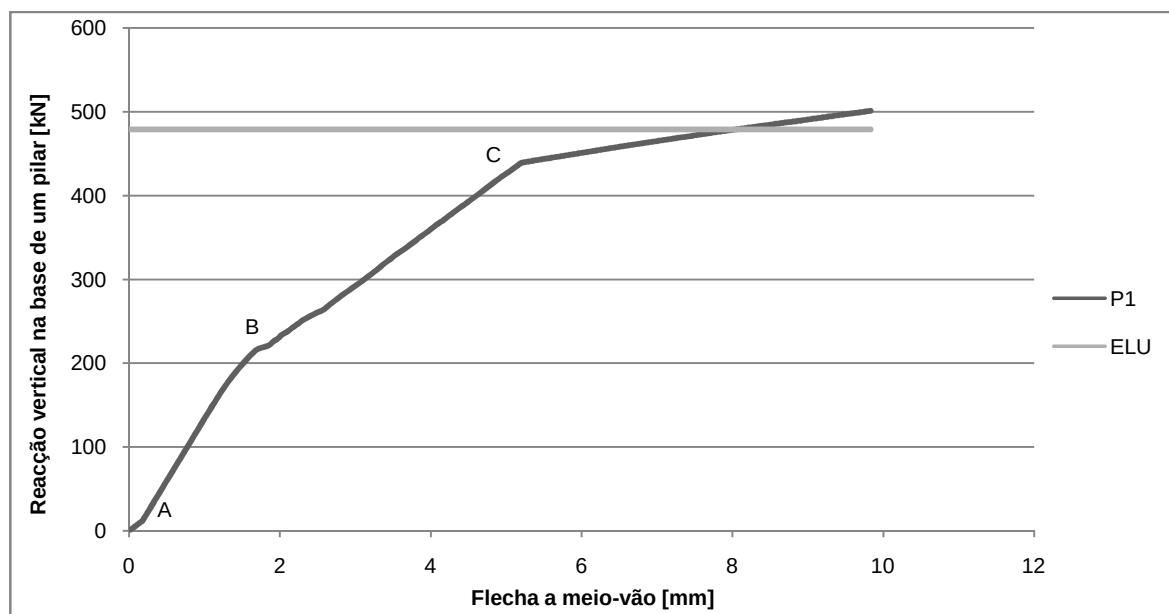


Fig. 5.4 - Gráfico da relação entre reacção no apoio e deslocamento a meio vão da viga

Tabela 5.8 - Desenvolvimento das cargas definidas no ficheiro de dados

Carga	Factor de carga máximo	Intervalo	Factor de carga no último incremento convergido
Peso próprio	1,35	[1-10]	1,35
$g_k + G_{1k}$	1,35	[11-110]	1,35
q_k	5	[111-610]	2,33

Analisando a figura 5.4, são visíveis 3 pontos no gráfico que correspondem a alterações da inclinação do gráfico. O ponto A e ponto C correspondem aos patamares de carga onde ocorrem alterações na aplicação das cargas. Entre a origem e o ponto A é aplicado o peso próprio (intervalo dos primeiros 10 incrementos na tabela 5.8). Após este curto troço inicial, entre o ponto A e C são aplicadas as restantes cargas permanentes à estrutura (entre o incremento 11 e 110 na tabela 5.8). A mudança de inclinação verificada nos pontos A e C deve-se à carga vertical aplicada no topo dos pilares, que provoca um aumento da reacção vertical na base do apoio, desproporcionado em relação à evolução da flecha da viga. Do ponto C até ao final do gráfico é aplicada de forma crescente a sobrecarga distribuída na viga (últimos incrementos aplicados da estrutura, visíveis na tabela 5.8). De todas as mudanças de inclinação verificadas, apenas o ponto B corresponde a uma quebra de rigidez da estrutura, pouco depois do início da fendilhação.

No gráfico 5.5 é visível a evolução da extensão de uma fenda. Esta é criteriosamente escolhida como uma das primeiras a ser formadas, correspondendo a um ponto de Gauss próximo do meio vão da viga (indicada na figura 5.8). A fenda surge para um valor de carga próximo dos 150 kN. Neste patamar de carga inicia-se a abertura de algumas pequenas fendas na face inferior da viga, perto do eixo de simetria (figura 5.8).

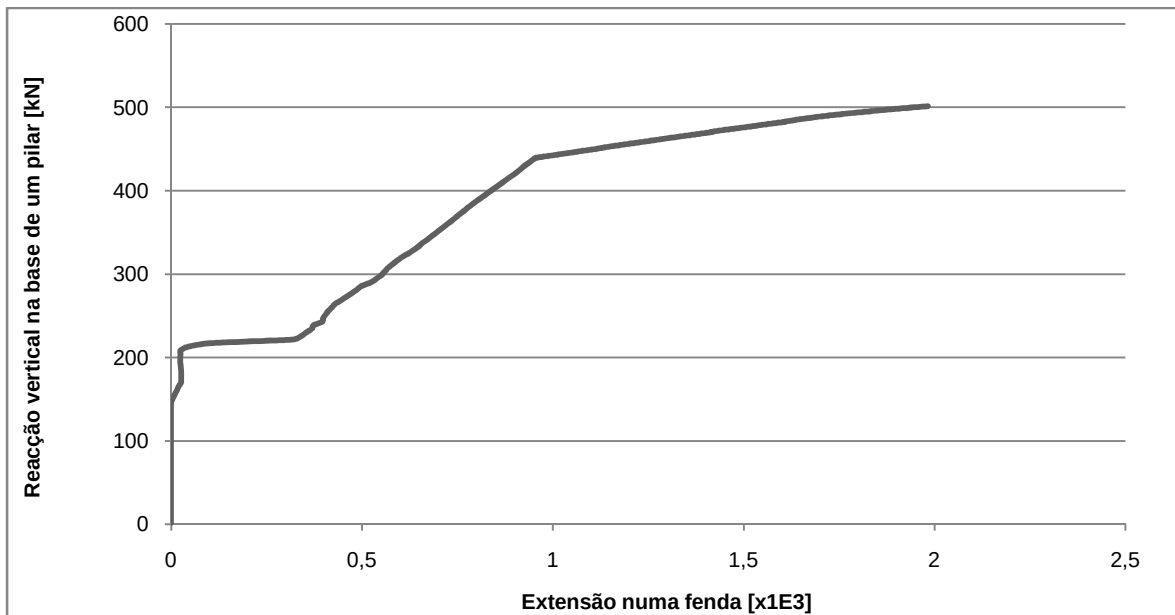


Fig. 5.5 - Evolução da extensão de uma fenda a meio vão da viga (indicada na figura 5.8)

A fenda escolhida para análise aumenta ligeiramente de largura até aos 212 kN. Atingida esta reacção, a fenda sofre um aumento abrupto (patamar horizontal do gráfico). Este patamar corresponde a uma redistribuição de esforços na secção. Na figura 5.4 é visível que a quebra de rigidez da estrutura verifica-se para este valor da reacção vertical (ponto B). Também na figura 5.6, onde é possível consultar o histórico da extensão média de um elemento armadura (ponto A na figura 5.3), é visível para uma reacção de 212 kN um patamar horizontal no gráfico, indicando que a solicitação à armadura aumenta nesta fase.

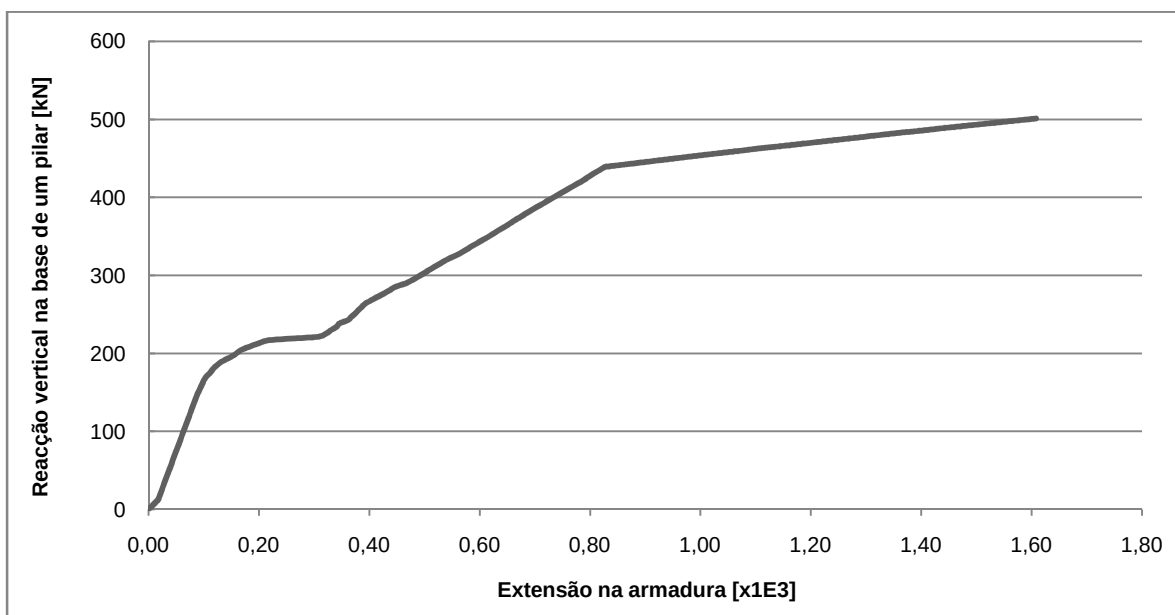


Fig. 5.6 - Relação entre reacção vertical na base do pilar e extensão média de um elemento barra a meio vão (ponto A na figura 5.3)

No gráfico 5.7 é possível consultar as tensões principais no betão na viga (no ponto B da figura 5.3). Também aqui é visível um ligeiro patamar no gráfico, pelo que o betão nesta zona também foi mais solicitado (pontos A e B). Isto acontece devido ao crescimento exagerado de algumas fendas, levando a que a capacidade de resistência do betão à tracção após fendilhação se esgote. Gera-se uma diminuição da secção resistente activa de betão o eixo neutro sobe, solicitando mais ambos os materiais. Este crescimento pode ser atestado consultando as figuras 5.8, 5.9 e 5.10. Entre as duas últimas figuras é bem visível que existe o prolongamento de duas fendas na vertical, além de outras fendas vizinhas terem alterado o seu estado de *opening* para *closing*.

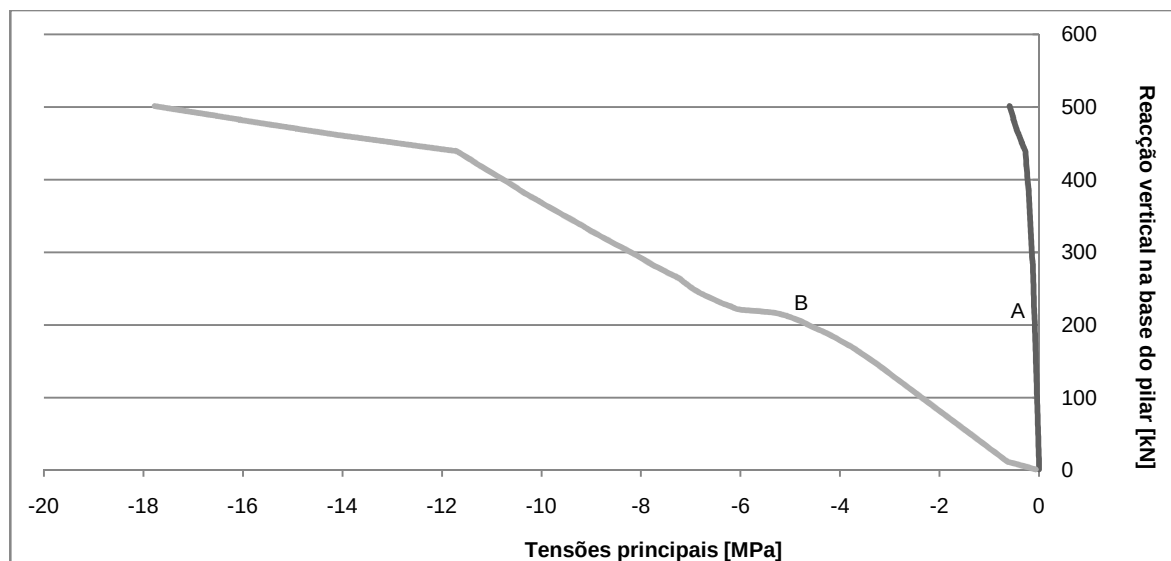


Fig. 5.7 – Desenvolvimento das tensões principais (de compressão) no betão no ponto B da figura 5.3



Fig. 5.8 - Padrão de fendilhação inicial (apenas na viga)



Fig. 5.9 - Padrão de fendilhação antes da quebra de rigidez (ponto B da figura 5.4)

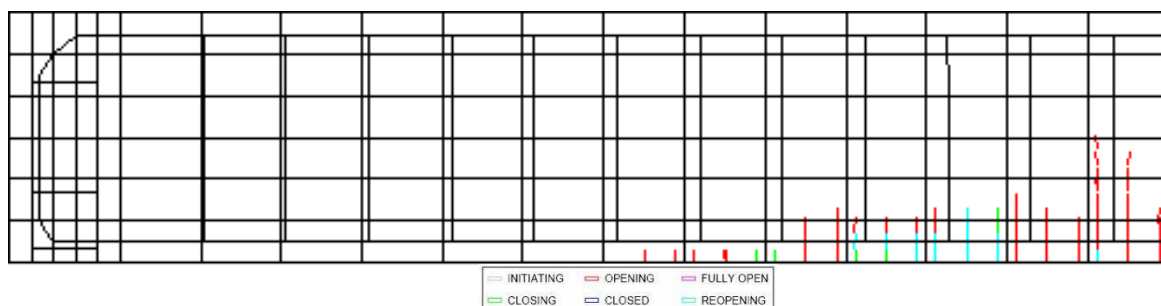


Fig. 5.10 - Padrão de fendilhação depois da quebra de rigidez (ponto B da figura 5.4)

Após o patamar dos 227 kN, o comportamento do pórtico mantém-se próximo do linear (desprezando as mudanças de inclinação devido à carga vertical pontual aplicada no pilar)

Verifica-se uma reacção no último incremento convergido de 501 kN para uma flecha de 9,83 mm. Consultando as tensões na armadura a meio vão é devolvida uma tensão de 336 MPa, ainda abaixo do patamar de cedência do aço. Em relação ao betão nessa mesma secção (figura 5.7) a tensão máxima instalada é cerca de 18 MPa. Estes dois dados indicam que a secção a meio vão ainda possui capacidade resistente.

Analisando as figuras 5.11 e 5.12, verifica-se que é provável a formação de duas rótulas plásticas: no pilar, logo abaixo da ligação à viga; na viga, na face superior a meio vão. Nestas duas zonas existem pontos de Gauss plastificados num dos lados e fendilhação abundante no lado oposto. Analisando as deformações instaladas nas zonas plastificadas, verifica-se que estas são compatíveis com a existência de rótulas plásticas. Salienta-se que no caso do pilar a fendilhação presente não é muito abundante devido ao enorme esforço de compressão instalado causado pela carga axial aplicada no topo do pilar. Apesar disso, verifica-se a existência de algumas fendas por efeito da rotação imposta pela viga ao nó, transmitido ao pilar. Realça-se que, no acto de dimensionamento do pórtico, este apresenta valores desprezáveis de momento instalados, pelo que não é expectável sequer a existência de esforço de tracção nas armaduras do pilar.

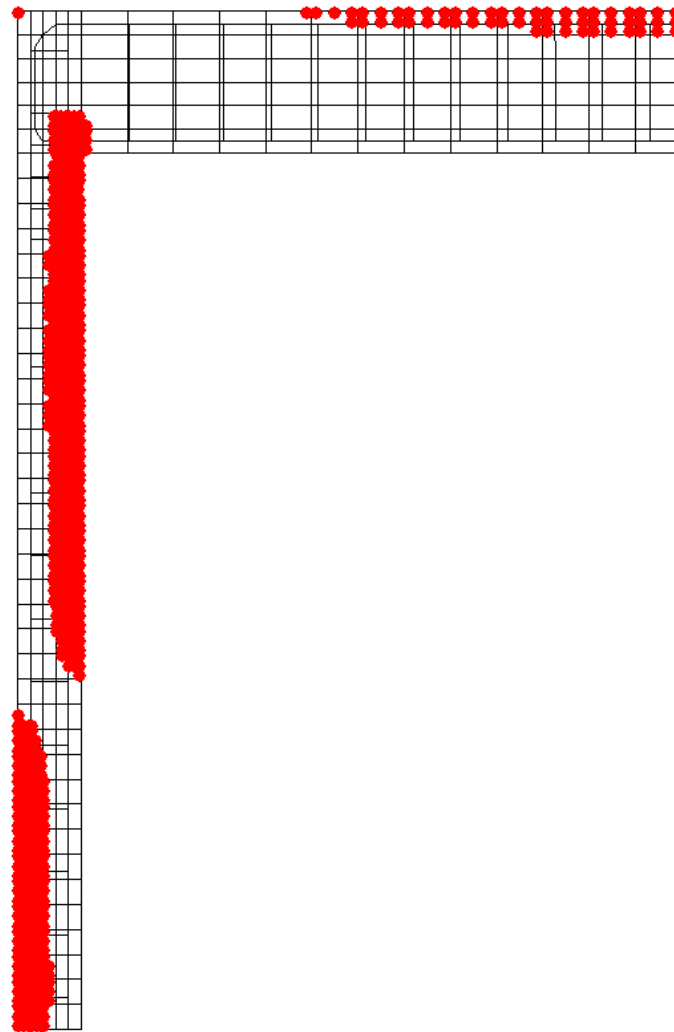


Fig. 5.11 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido

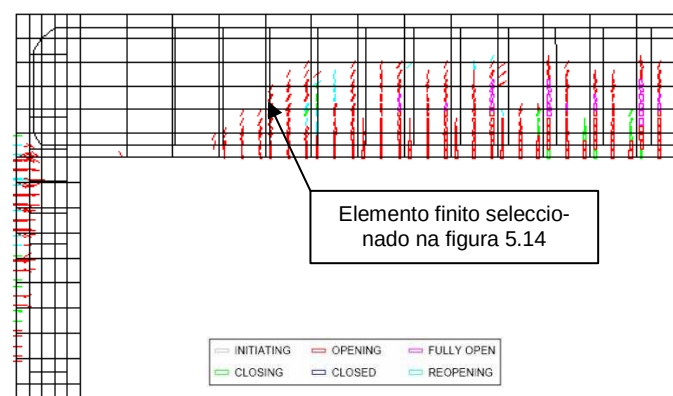


Fig. 5.12 - Padrão de fendilhação no último incremento convergido

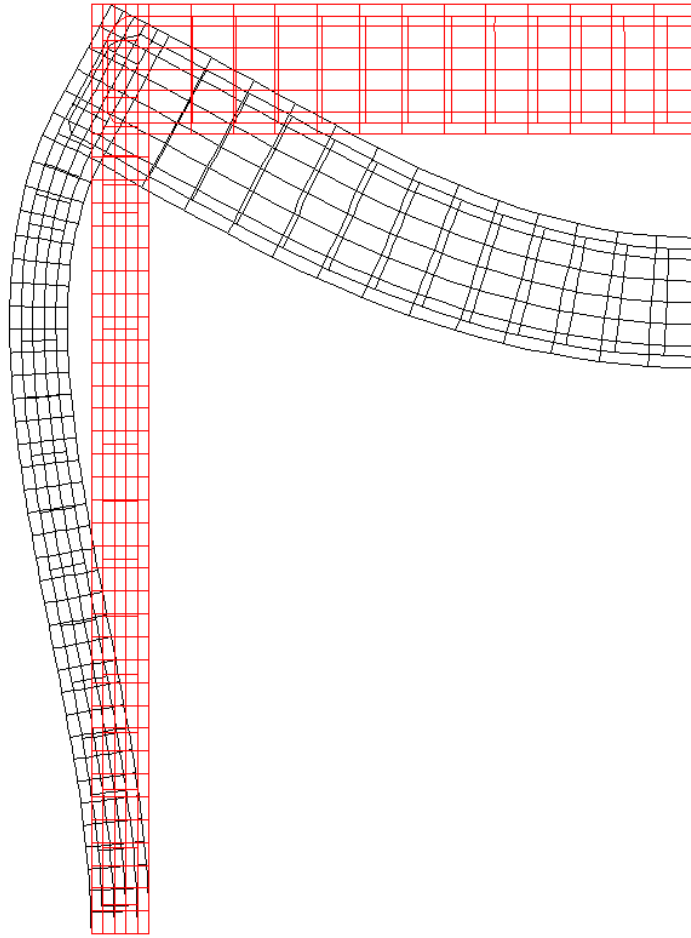


Fig. 5.13 - Deformada no último incremento convergido (ampliada 75x)

Analisando um pouco melhor a figura 5.12, verifica-se a existência de algumas fendas *fully-open*. As fendas revelam-se predominantemente verticais na viga e horizontais no pilar, exceptuando algumas na zona da viga mais próxima do nó e mais alguns raros casos noutras zonas da viga. Não é esperada uma rotura por efeito do esforço transversal. As fendas *fully-open* existentes centram-se na zona dos estribos. Na zona das fendas inclinadas é estudado um elemento de armadura para observar se apresenta tensões instaladas elevadas (indicado na figura 5.12). Pela figura 5.14 conclui-se que a tensão, apesar de apresentar um valor baixo, sofre um aumento brusco. No entanto, não parece provável a sua plastificação antes da rotura a meio vão da viga. Conclui-se portanto que o esforço transversal não tem efeito na rotura da peça, revelando-se até sobredimensionada neste aspecto.

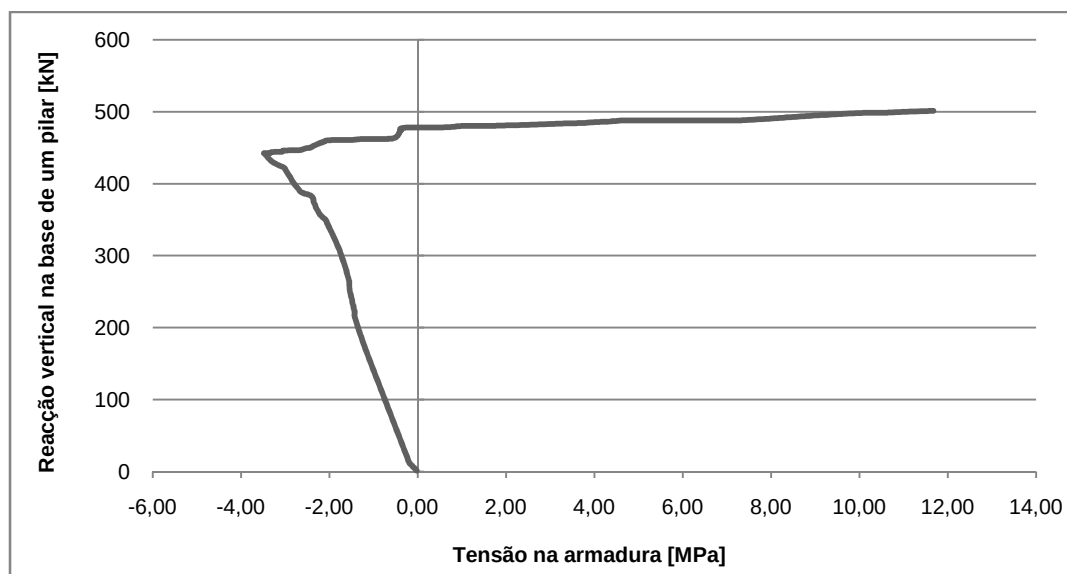


Fig. 5.14 – Evolução da tensão num elemento de armadura transversal (indicado na figura 5.12)

5.3.3.2. Estado Limite de Utilização – Limitação de tensões

Nesta secção é efectuada uma comparação dos resultados de outra simulação, esta com o intuito de comparar resultados com os correspondentes às combinações de serviço. Para isso é efectuada uma nova simulação, adaptando o desenvolvimento dos factores de carga para permitir igualar os coeficientes de segurança das combinações característica, frequente e quase permanente (tabela 5.9). Para as combinações anteriormente referidas são analisados os incrementos referentes ao factor de carga de q_k de 1, 0,3 e 0,2, respectivamente. Esta análise é efectuada para o meio vão da viga, pois é esta a secção com maior momento no dimensionamento orgânico.

Tabela 5.9 - Desenvolvimento das cargas definido no ficheiro de dados

Carga	Factor de carga máximo	Intervalo	Factor de carga no último incremento convergido
Peso próprio	1	[1-10]	1
$g_k + G_{1k}$	1	[11-110]	1
q_k	5	[111-610]	3,68

Para o factor multiplicativo da sobrecarga é definido um valor elevado para ter a certeza que com estas novas cargas a peça alcança a rotura de forma idêntica ao verificado no Estado Limite Último.

Na tabela 5.10 é efectuada uma comparação das tensões verificadas no dimensionamento para as três combinações de serviço no dimensionamento orgânico (DO) e o resultado da simulação com base na análise não linear (ANL).

Tabela 5.10 - Comparação dos níveis de tensão verificados em serviço na viga

Combinação	Tensão no betão			Tensão na armadura		
	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro
Característica	16,17	11,9	-36%	264,44	159,2	-66%
Frequente	13,18	9,7	-36%	215,60	118,2	-82%
Quase permanente	12,77	9,4	-36%	208,77	112	-86%

Analisando a tabela 5.10 conclui-se que as tensões no betão apresentam valores de erro iguais independentemente do carregamento. Isto provavelmente deve-se ao facto de o betão no modelo da análise não linear poder assumir comportamento elasto-plástico, pois para este níveis de carga já existem pontos de betão plastificados. Em relação à armadura, os grandes erros verificados para estes níveis de tensão poderão estar directamente relacionados com a resistência à tracção do betão fendilhado e à retenção de rigidez distorcional. Atente-se que as evoluções dos erros na armadura são inversamente proporcionais ao desenvolvimento da carga.

No ponto 7.2 do EC2 são definidas três limitações de tensões. Na tabela 5.11 verificam-se as expressões, correspondentes valores limite regulamentares e os obtidos na análise não linear.

Tabela 5.11 - Limitação de tensões segundo o EC2

Material	Combinação	Expressão regulamentada	Valor regulamentado (MPa)	Resultado na análise não linear (MPa)
Betão	Característica	$0,6 \cdot f_{ck}$	12	11,9
Betão	Quase permanente	$0,45 \cdot f_{ck}$	9	9,4
Aço	Característica	$0,8 \cdot f_{yk}$	435	159

Como se pode deduzir, apenas o limite da tensão no betão na combinação quase permanente não é verificado. No entanto, como referido no capítulo 3, no dimensionamento estas limitações não são verificadas pois referem-se a efeitos diferidos e foi opção do autor desprezar esta verificação.

5.3.3.3. Estado Limite de Utilização – Controlo da fendilhação

No acto de dimensionamento, o controlo da fendilhação é inicialmente efectuado sem cálculo directo (ponto 7.3.3 do EC2). No entanto, para comparação de valores, é calculada a largura de abertura das fendas em todas as combinações de serviço. Os valores das larguras das fendas do dimensionamento e da análise não linear estão presentes na tabela 5.12.

Tabela 5.12 – Comparação da largura das fendas na viga

Combinação	Largura das fendas		
	DO (mm)	ANL (mm)	Erro
Característica	0,20151	0,13634	-47,7%
Frequente	0,15680	0,09763	-60,6%
Quase permanente	0,15056	0,09188	-63,9%

Novamente verifica-se a mesma situação da secção anterior. Devido à resistência do betão fendilhado, a abertura de fendas para as combinações frequente e quase permanente tem um erro muito elevado. No entanto, para o patamar de carga da combinação característica já se nota uma aproximação de ambos os valores, com um erro de 47,7%. O erro diminui, pois as fendas já atingiram extensões que praticamente esgotam a capacidade resistente à tracção do betão fendilhado.

No ponto 7.3.1 (5) do EC2 é apresentado um quadro onde, em função do ambiente em que a peça está inserida e os materiais constituintes da estrutura, é seleccionada uma abertura máxima das fendas para a combinação quase permanente. Para o valor mais limitador respeitante a uma peça de betão armado verifica-se que o limite de abertura das fendas é de 0,3 mm para a combinação quase permanente. Portanto, como esperado, o limite é verificado com larga margem de segurança.

5.3.3.4. Estado Limite de Utilização – Controlo da deformação

Como no caso do controlo da fendilhação, também neste aspecto existe um procedimento no EC2 para efectuar a verificação da deformação (quadro 7.4N no regulamento). No entanto, para comparação com os resultados da simulação, é efectuado o cálculo das flechas para as condições de serviço. No procedimento de cálculo padronizado no ponto 7.4.3 do EC2 é exigido o cálculo dos deslocamentos desejados para a peça não fendilhada e completamente fendilhada. Esses mesmos valores são apresentados, juntamente com o resultado final, na tabela 5.13.

Tabela 5.13 - Comparação dos valores da flecha na viga (em mm)

Combinação	Flecha secção fendilhada	Flecha secção não fendilhada	Flecha DO	Flecha ANL	Erro
Característica	5,79	2,45	5,74	6,01	-4,7%
Frequente	4,71	2,04	4,65	3,92	-18,6%
Quase permanente	4,55	1,98	4,50	3,76	-19,7%

Verifica-se na tabela 5.13 que as flechas na simulação são inferiores às calculadas segundo o EC2. Novamente, isto deve-se ao facto de a retenção de rigidez distorcional e capacidade resistente do betão fendilhado ajudarem a que a peça não se deforme para deslocamentos pequenos. Conforme a carga aumenta, as fendas vão abrindo, levando a que essas resistências se esgotem. Daí a tendência para o erro ser inversamente proporcional à carga.

Em relação à limitação de deslocamentos definida no EC2, este impõe que a flecha seja menor que $L/250$ na combinação quase permanente, sendo L o vão da viga. Portanto, resulta numa flecha máxima de 16 mm, valor este muito superior ao verificado no dimensionamento e na análise não linear.

5.4. PÓRTICO 2

5.4.1. DEFINIÇÃO DO CASO DE ESTUDO

As características geométricas deste segundo pórtico (P2) estão descritas nas tabelas 5.14 e 5.15. Em relação ao caso anterior mantêm os materiais utilizados, variando o vão da viga e, naturalmente, as secções e quantidades de aço. As cargas aplicadas são apresentadas na tabela 5.16 (iguais às utilizadas no pórtico P1)

Tabela 5.14 -Dados geométricos dos pilares do pórtico P2

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{pilar}	3	m
b_{pilar}	0,25	m
h_{pilar}	0,25	m
A_s	3Ø20	m ²
A'_s	3Ø20	m ²
A_{sw}	2rØ8//0,25	m ²

Tabela 5.15 - Dados geométricos da viga do pórtico P2

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{viga}	6	m
b_{viga}	0,25	m
h_{viga}	0,6	m
A_s	3Ø25	m ²
A'_s	2Ø12	m ²
A_{sw}	2rØ8//0,25	m ²

Tabela 5.16 - Cargas aplicadas ao pórtico P2

Parâmetro	Valor	Unidade
g_k	35	kN/m
q_k	14	kN/m
G_{1k}	250	kN
G_{2k}	0	kN

5.4.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS

Neste pórtico, em relação ao pórtico P1, a malha de elementos finitos utilizada é mais refinada. Este facto deve-se a problemas de convergência verificados quando é usada uma malha com configuração semelhante à do pórtico P1. Portanto, é tomada a opção de refinar mais a malha, resultando na configuração presente na figura 5.15. Nas tabelas 5.17, 5.18 e 5.19 estão enumerados os valores utilizados para a definição dos blocos de dados não lineares dos materiais.



Fig. 5.15 - Malha de elementos finitos utilizada (as dimensões estão em mm)

Tabela 5.17 - Dados para o aço do pórtico P2

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7,7E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2,17E-3	adim.
Tensão no primeiro tramo	435	MPa
Extensão no segundo tramo	3E-3	adim.
Tensão no segundo tramo	435	MPa
Extensão no terceiro tramo	12E-3	adim.
Tensão no terceiro tramo	435	MPa
Expoente do terceiro tramo	0	adim.

Tabela 5.18 - Dados para o betão em *tension softening* no pórtico P2

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2,4E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Coeficiente de Poisson	0,15	adim.
Módulo de Young inicial	29E+3	MPa
Resistência média à compressão	28	MPa
Extensão na carga máxima	2E-3	adim.
Superfície de rotura inicial	0,3333	adim.
Resistência à tracção	2,2	MPa
Diagrama de análise de tracção	Cornelissen	-
Energia de fractura	0,06182	N/mm
p_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
N.º máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 5.19 – Dados para o betão em *tension stiffening* no pórtico P2

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0,1	adim.
α_1	0,4	adim.
ξ_2	0,9	adim.
α_2	0,1	adim.
Energia de fractura	0,096	N/mm

5.4.3. ANÁLISE DE RESULTADOS

5.4.3.1. Estado Limite Último

Na figura 5.16 é possível consultar o comportamento do pórtico P2. A diferença entre a carga relativa ao Estado Limite Último e o último incremento convergido é muito pequena, cerca de 0,15%. Refere-se que neste pórtico também se encontra aplicada a carga pontual vertical nos pilares, pelo que as mudanças de inclinação dos pontos A e C da figura 5.16 correspondem apenas à alteração das cargas aplicadas no pórtico (conforme é explicado na secção anterior).

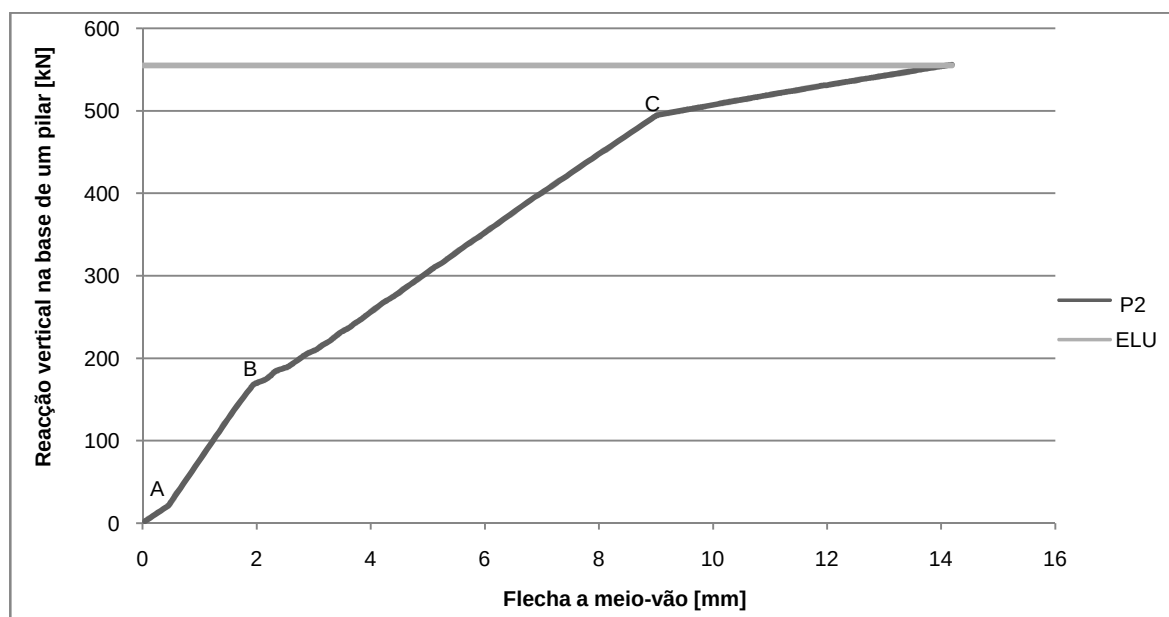


Fig. 5.16 - Relação entre reacção vertical no pilar e a flecha da viga

Na figura 5.17 é possível analisar o desenvolvimento da extensão de uma fenda seleccionada (indicada na figura 5.22) em função da carga aplicada. O gráfico inicia numa reacção vertical de cerca de 130 kN, abrindo subitamente e de forma contínua até atingir uma extensão de $0,8E-3$. Para este valor, o betão fendilhado apresenta pouca resistência. Esta é uma das fendas que, depois do padrão inicial verificado (figura 5.22), alarga de forma a conduzir o pórtico à perda de rigidez

verificada no gráfico da figura 5.16 (ponto B). No patamar dos 165 kN verifica-se o crescimento de algumas fendas, incluindo a seleccionada. Nesta altura a secção de betão resistente à compressão diminui de altura em direcção às fibras superiores, o braço interno das forças aumenta, levando à mudança de inclinação do gráfico na figura 5.16 (ponto B). Também na figura 5.18, onde é possível consultar a evolução da extensão média de um elemento de armadura da secção a meio vão (ponto A na figura 5.15), é visível esse patamar nos mesmos níveis de carga. Igualmente, no gráfico 5.19, onde são passíveis de consulta as tensões principais de um ponto de Gauss de um elemento de betão no pilar (ponto C na figura 5.15), observa-se o mesmo fenómeno. Na figura 5.20, o gráfico devolve os valores das tensões principais de um ponto de integração num elemento de betão a meio vão (ponto B da figura 5.15) onde se nota a quebra de rigidez no patamar de carga correspondente ao início da fendilhação.

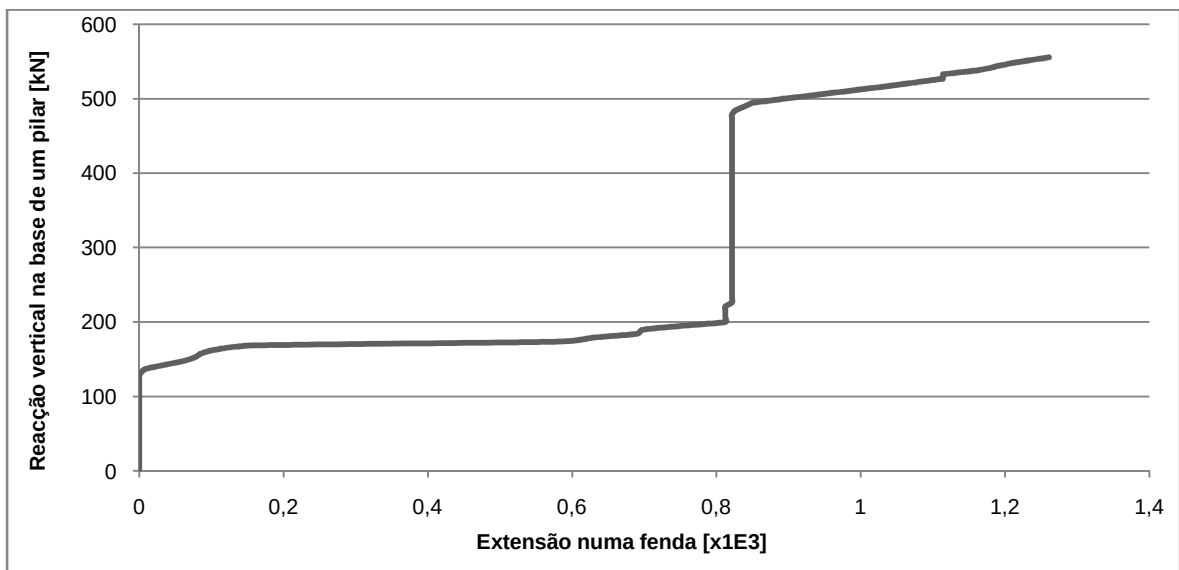


Fig. 5.17 - Relação entre a reacção vertical do apoio e a extensão média de uma fenda na viga a meio vão (indicada na figura 5.22)

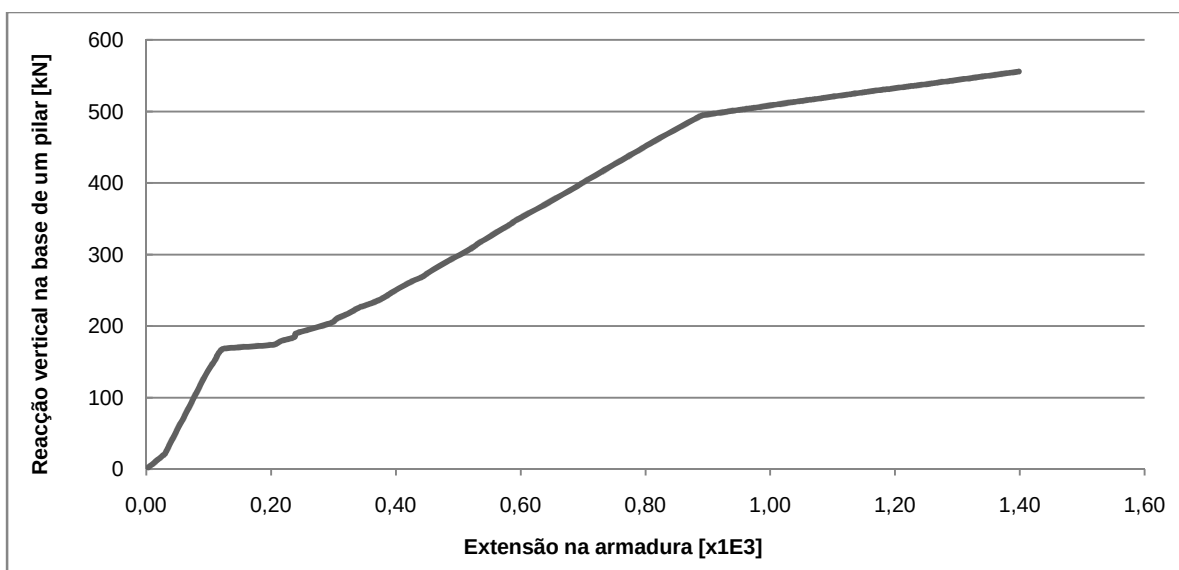


Fig. 5.18 – Desenvolvimento da extensão média da armadura a meio vão (ponto A na figura 5.15)

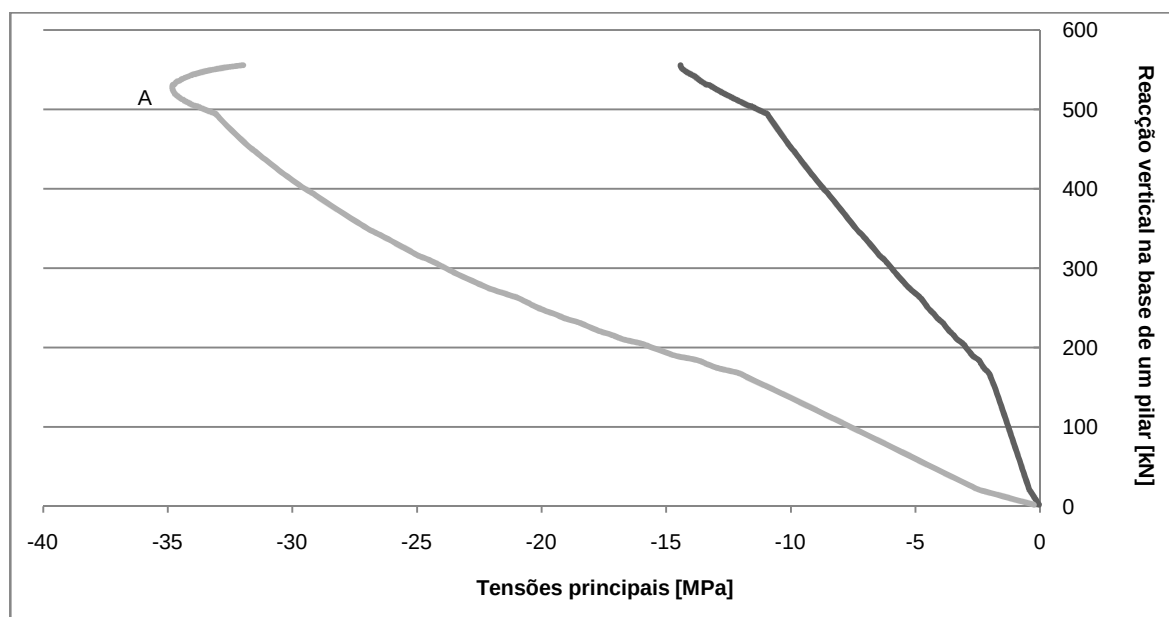


Fig. 5.19 – Evolução das tensões principais num elemento de betão no topo do pilar (ponto C da figura 5.15)

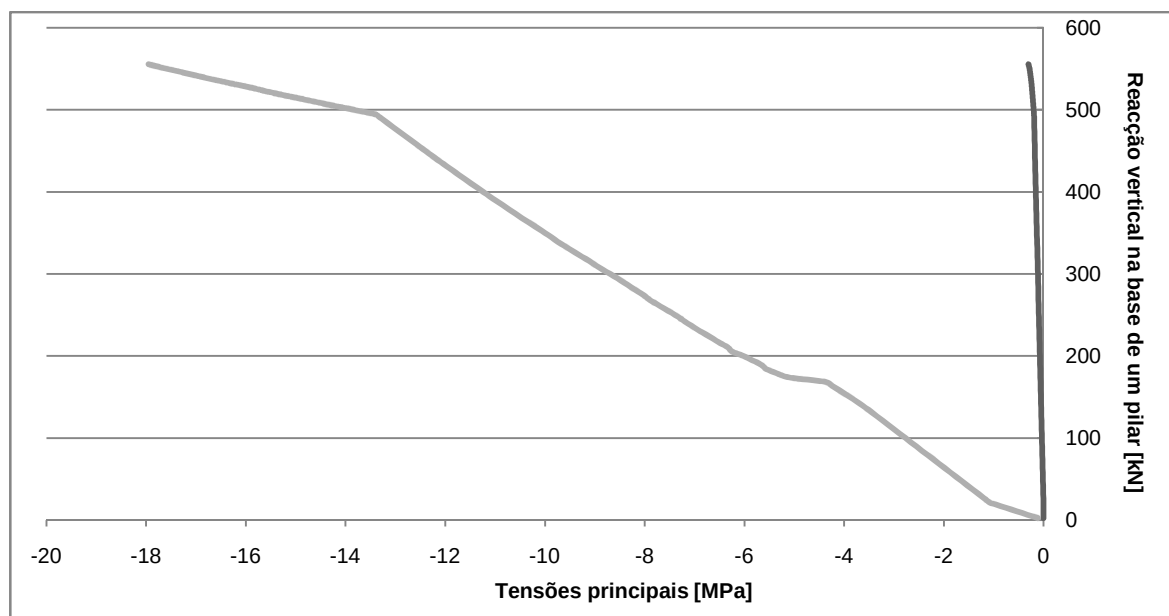


Fig. 5.20 – Desenvolvimento das tensões principais no betão a meio vão da viga (ponto B na figura 5.15)

Analisando mais atentamente a figura 5.19, uma das tensões principais, no patamar de carga correspondente a uma reacção de 500 kN, esgota a sua capacidade resistente (ponto A). Observando a figura 5.23, onde está patente o padrão de fendilhação para esse carregamento, nota-se que existe fendilhação abundante no lado exterior do pilar. Estes dois factores apontam para a existência de uma rótula plástica no nó do pórtico (ponto C da figura 5.15). Também é visível no padrão de fendilhação o início de formação de fendas inclinadas a cerca de 45° na viga, direccionadas para o ponto de aplicação da carga, e no nó, a apontar em direcção à rótula plástica.

Na figura 5.21 é visível o histórico de desenvolvimento de um dos pontos de Gauss fendilhados na zona da fenda inclinada da ligação viga-pilar (indicado na figura 5.24). Denota-se um súbito desenvolvimento perto dos 500 kN, resultante dos deslocamentos permitidos pela plasticidade da ligação.

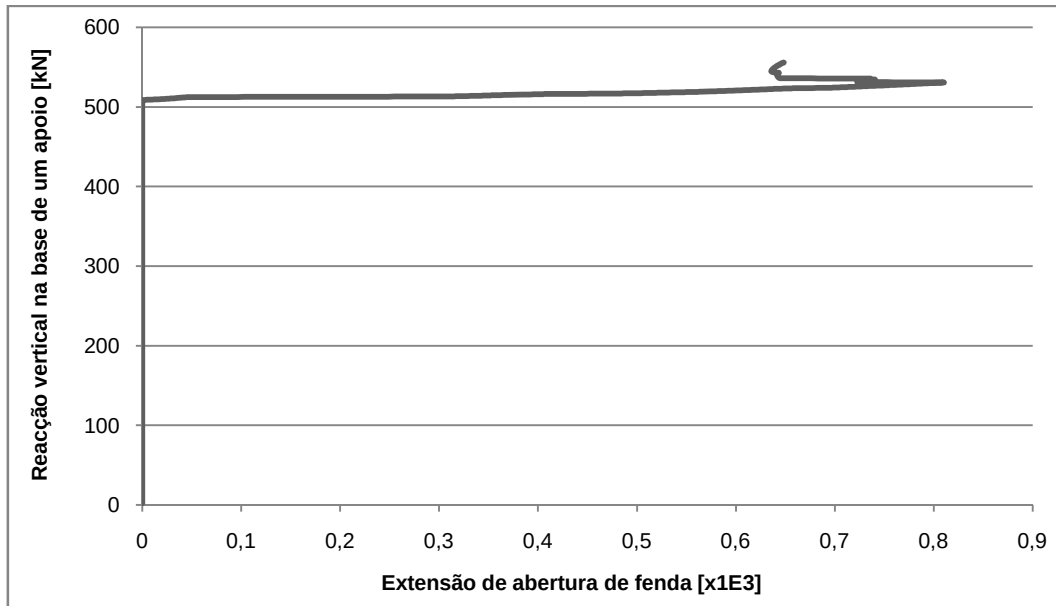


Fig. 5.21 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a abertura da fenda inclinada no nó de pórtico (indicada na figura 5.24)

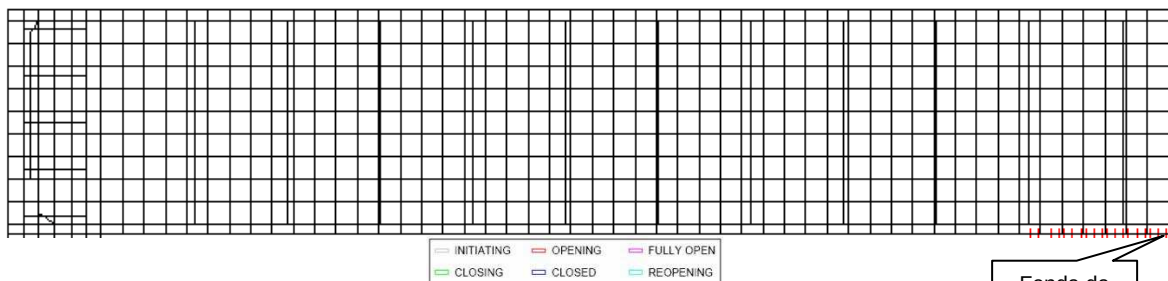


Fig. 5.22 - Padrão de fendilhação inicial (apenas na viga)

Fenda da
figura 5.17

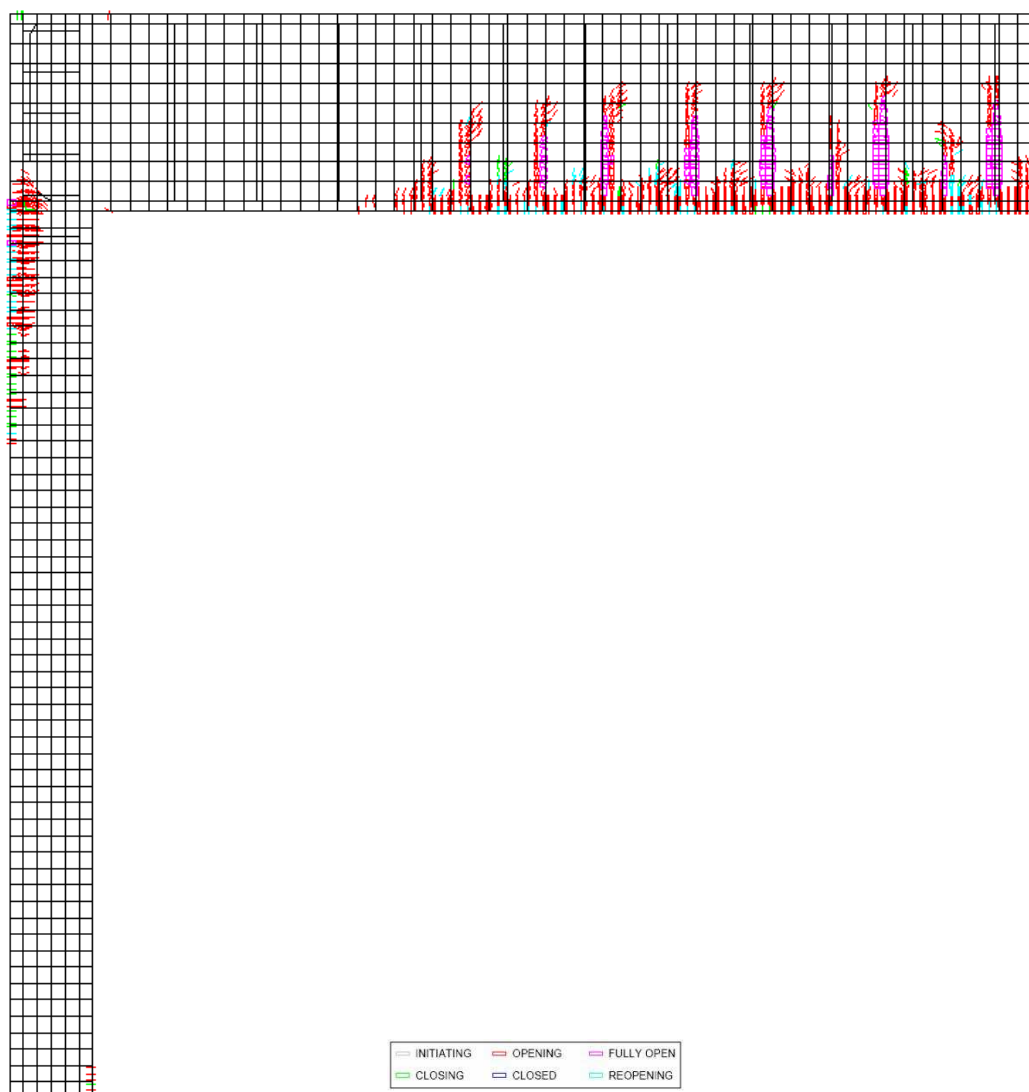


Fig. 5.23 - Padrão de fendilhação para o carregamento correspondente a uma reacção de 500 kN

Relativamente ao último incremento convergido, verifica-se uma flecha final de 14.18 mm, um valor ainda abaixo do esperado para uma viga de 6 metros de vão. As tensões verificadas a meio vão não são elevadas em ambos os materiais (tensão no betão de 18 MPa e no aço de cerca de 294 MPa), o que leva a concluir que a simulação pára precocemente. No entanto, a fenda inclinada verificada no nó do pórtico pode revelar-se crítica para a rotura. Apesar de a armadura no pilar apresentar tensões bastante baixas, as deformações permitidas pela rótula podem levar a um aumento brusco da tensão, verificando-se a ruína por efeito do esforço transversal naquela zona. Na viga, analisando a figura 5.24, é visível que existe a intersecção de duas fendas, uma vertical e outra inclinada a 45°. Esse cruzamento de fendas poderá levar ao destacamento do betão na base da viga, danificando a estrutura.

Nas figuras 5.25 e 5.26 é ainda possível consultar os pontos de Gauss plastificados e a deformada da estrutura no último incremento convergido, respectivamente.

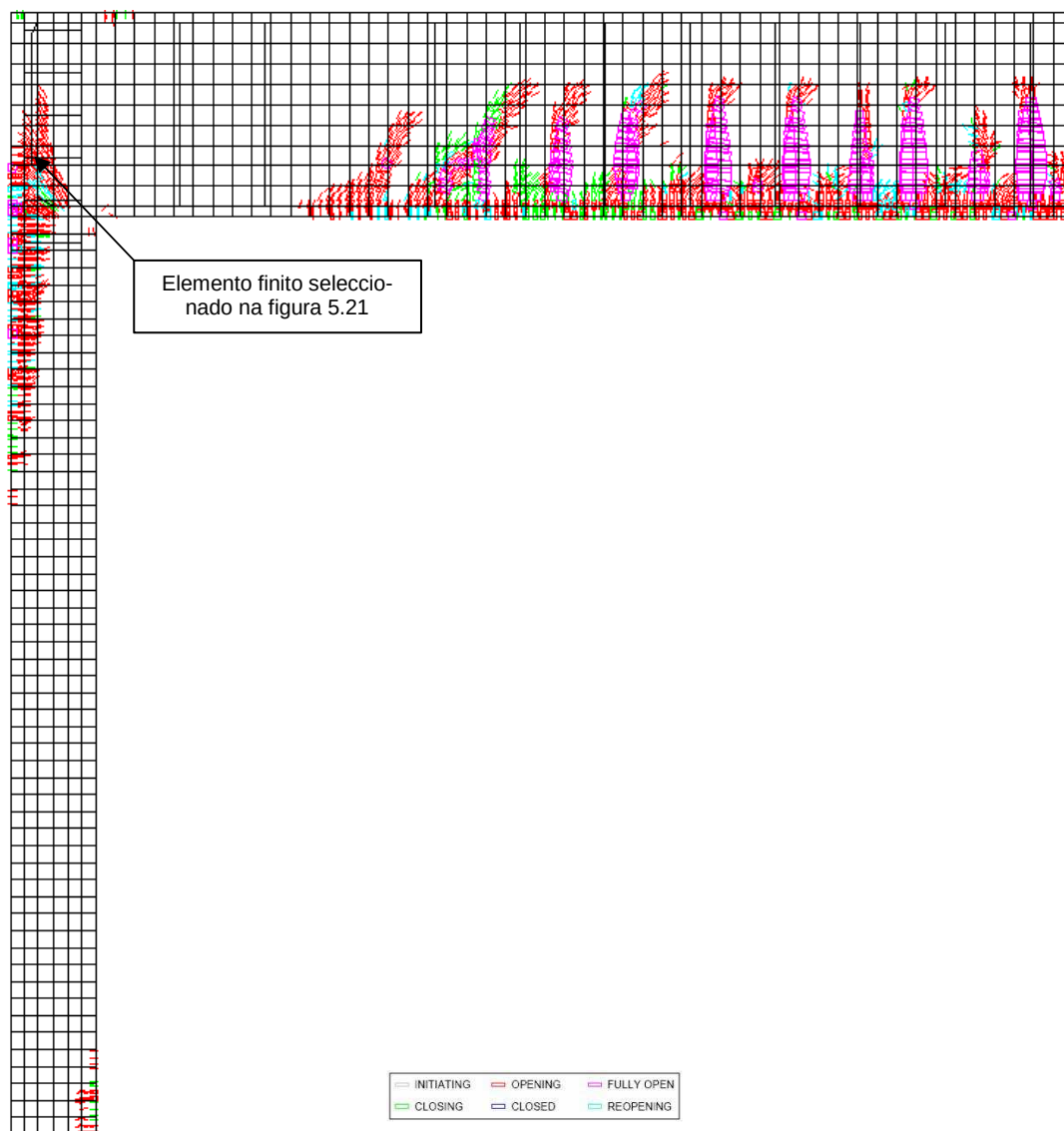


Fig. 5.24 - Padrão de fendilhação final

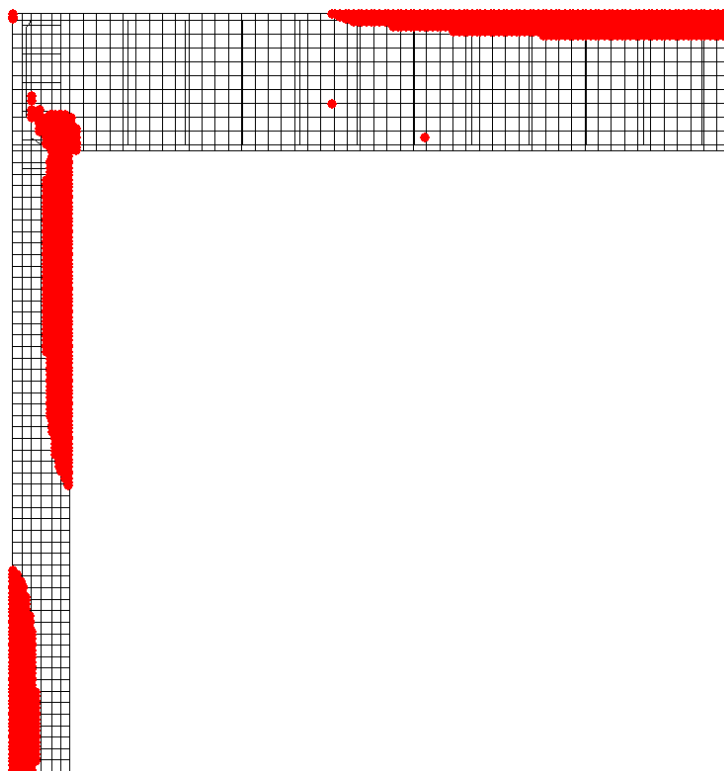


Fig. 5.25 - Pontos de Gauss plastificados para o último incremento convergido

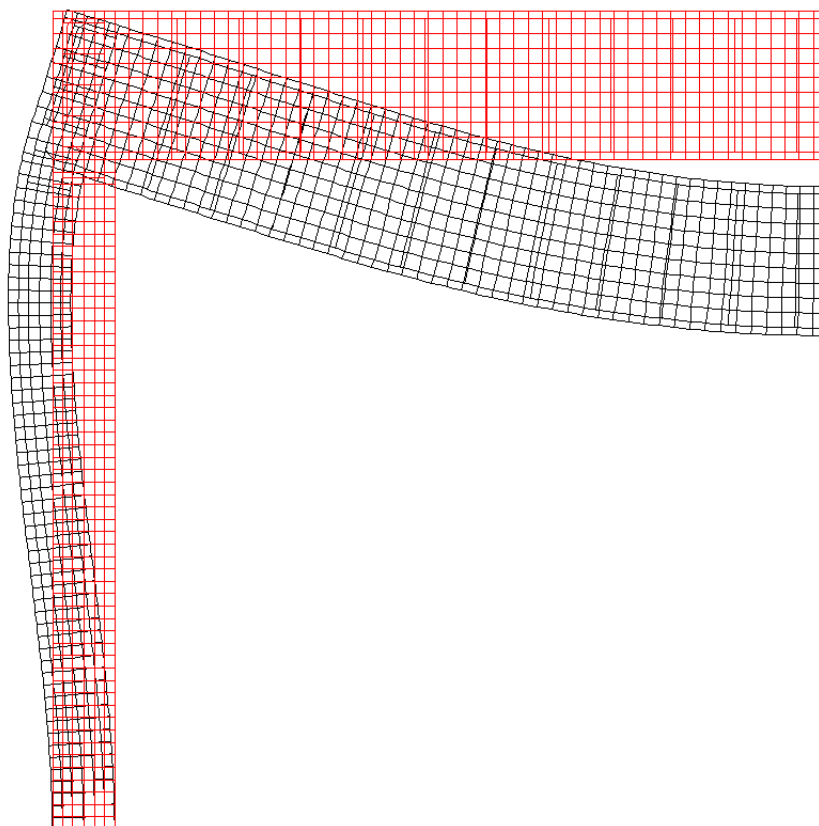


Fig. 5.26 - Deformada no último incremento convergido (ampliada 50x)

5.4.3.2. Estado Limite de Utilização – Limitação de tensões

Nesta secção é efectuada uma comparação dos resultados de uma nova simulação, definida de modo a permitir comparar as combinações de serviço preconizadas no Eurocódigo 2. No capítulo 7 do regulamento existem várias limitações com o objectivo de aumentar a durabilidade da peça. Alguns desses limites são relativos às tensões verificadas na peça em combinações em Estado Limite de Utilização. No entanto, como o objectivo é comparar o dimensionamento orgânico com a análise não linear, são confrontadas as tensões em ambos os materiais a meio vão da viga. São analisados os incrementos que correspondem ao factor de carga da sobrecarga aplicada de 1, 0,3 e 0,2, para a combinação característica, frequente e quase permanente, respectivamente. A simulação com estes novos factores de carga é igualmente levada até à rotura, resultando nos valores presentes na tabela 5.20.

Tabela 5.20 - Desenvolvimento das cargas definido no ficheiro de dados

Carga	Factor de carga máximo	Intervalo	Factor de carga no último incremento convergido
Peso próprio	1	[1-10]	1
$g_k + G_{1k}$	1	[11-60]	1
q_k	5	[61-460]	2,66

Na tabela 5.21 é efectuada uma comparação das tensões verificadas nas três combinações de serviço no dimensionamento orgânico (DO) e o resultado da simulação com base na análise não linear (ANL) para esses mesmos carregamentos.

Tabela 5.21 - Comparação dos níveis de tensão verificados em serviço (meio vão da viga)

Combinação	Tensão no betão			Tensão na armadura		
	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro
Característica	18,06	13,6	-33%	269,84	187,5	-43,9%
Frequente	14,7	11,3	-30%	219,70	144,2	-52,4%
Quase permanente	14,23	10,9	-31%	212,61	138,3	-53,7%

Analisando o tabela 5.21, conclui-se que as tensões no betão apresentam valores de erro semelhantes independentemente do carregamento. Este facto provavelmente deve-se à possibilidade do betão no modelo da análise não linear assumir comportamento elasto-plástico, pois para este níveis de carga existem pontos de betão plastificados, levando a que a peça tenha mais capacidade de deformação. Em relação à armadura, os grandes erros verificados para estes níveis de tensão estão directamente relacionados com resistência à tracção do betão fendilhado e à retenção de rigidez distorcional. Como no pórtico P1, o desenvolvimento dos erros é inverso à aplicação da carga.

Em relação aos limites regulamentares presentes no EC2, na tabela 5.22 estão apresentados as suas expressões, valores e resultados da análise não linear.

Tabela 5.22 - Limitação de tensões segundo o EC2

Material	Combinação	Expressão regulamentada	Valor regulamentado (MPa)	Resultado na análise não linear (MPa)
Betão	Característica	$0,6 \cdot f_{ck}$	12	13,6
Betão	Quase permanente	$0,45 \cdot f_{ck}$	9	11,3
Aço	Característica	$0,8 \cdot f_{yk}$	435	187,5

Facilmente se deduz que os limites no betão não são verificados. No entanto, não é obrigatório que isso aconteça, pois no acto de dimensionamento estas limitações não são verificadas.

5.4.3.3. Estado Limite de Utilização – Controlo da fendilhação

Nesta secção é pretendida a comparação do valor da abertura das fendas nas diversas combinações em serviço no dimensionamento orgânico e na simulação não linear. No dimensionamento é adoptado o procedimento sem cálculo directo (ponto 7.3.3 do EC2). Para efeitos de comparação, são calculadas aberturas de fendas para as combinações característica, frequente e quase permanente e comparados esses resultados com os da simulação utilizando o *FEMIX*. Os valores podem ser consultados na tabela 5.23.

Tabela 5.23 – Comparação da largura das fendas

Combinação	Largura das fendas		
	DO (mm)	ANL (mm)	Erro
Característica	0,18116	0,32337	+78%
Frequente	0,14302	0,25576	+79%
Quase permanente	0,13764	0,24589	+79%

Analisando os valores apresentados, verifica-se que a abertura das fendas na simulação excede largamente as calculadas pelo método disposto no EC2. Para o nível de carga das combinações de serviço já estão presentes alguns pontos de Gauss plastificados na ligação viga-pilar, que leva a maiores deformações na viga, aumentando a largura das fendas.

Também se verifica no padrão de fendilhação (como referência pode ser tomada a figura 5.24) que existem duas fendas dominantes no padrão, uma delas muito próxima do meio vão. Como no processo de cálculo da largura da fenda (na análise não linear) implica escolher a fenda mais larga visível no padrão de fendilhação, se existir alguma fenda que apresente extensões muito superiores às restantes, os resultados acabam por não corresponder aos calculados no dimensionamento, aumentando o valor do erro. Na fenda escolhida na análise do pórtico em Estado Limite Último (na

figura 5.17), o comportamento verificado inicialmente é de um brusco aumento da extensão até 8E-4. Para este valor, a resistência do betão traccionado é já diminuta (menos de um terço da resistência à tracção do betão), isto para valores de carga correspondentes à quebra de rigidez verificada na viga. As combinações em serviço analisadas representam carregamentos mais elevados. Daí advém a diferença da largura das fendas verificada neste pórtico.

Pelo quadro presente no ponto 7.3.1 (5) do EC2, verifica-se que existem dois valores limite possíveis para peças de betão armado, dependendo a escolha da agressividade do ambiente em que a peça está inserida. O menor valor presente no quadro é 0,3 mm, para a combinação quase permanente. Tanto na estrutura analisada segundo o dimensionamento orgânico como a peça simulada com base na análise não linear material, o limite é cumprido.

5.4.3.4. Estado Limite de Utilização – Controlo da deformação

Tal como no caso anterior, no acto de dimensionamento é efectuado o controlo de forma indirecta da deformação, através da relação L/d , de forma a cumprir o especificado no quadro 7.4N do EC2. Para comparação, são calculadas as flechas da viga para as diferentes combinações de serviço segundo o procedimento indicado no ponto 7.4.3 do regulamento. Os resultados estão patentes na tabela 5.24.

Tabela 5.24 - Comparação dos valores das flechas (em mm)

Combinação	Flecha secção fendilhada	Flecha secção não fendilhada	Flecha DO	Flecha ANL	Erro
Característica	9,63	4,72	9,49	9,17	-3,5%
Frequente	7,84	3,84	7,67	7,02	-9,3%
Quase permanente	7,58	3,72	7,41	6,74	-9,9%

Na tabela anterior verifica-se que as flechas na simulação não linear são inferiores às obtidas segundo o cálculo orgânico. Este facto deve-se, provavelmente, à resistência à tracção do betão fendilhado ao longo das camadas inferiores de elementos da viga e da rigidez distorcional do contacto entre os lábios das fendas menos extensas. O erro diminui com a evolução da carga, pois para níveis de carregamento mais elevado dá-se a abertura das fendas existentes, ao invés da criação de novas. Este facto leva ao esgotamento da capacidade resistente do betão fendilhado, aproximando os resultados da simulação dos do dimensionamento. No entanto, os erros apresentados são bastante baixos.

Relativamente ao limite de abertura de fendas do EC2, este impõe que a abertura das fendas não ultrapasse $L/250$, ou seja, 24 mm. No entanto, se a deformação danificar estruturas adjacentes, o limite desce para metade (12 mm). Em qualquer um dos casos, o limite é sempre cumprido.

5.5. PÓRTICO 3

5.5.1. DEFINIÇÃO DO CASO DE ESTUDO

Este terceiro pórtico (P3) em estudo difere dos anteriores na resistência de betão utilizado. Neste caso o betão é da categoria C40/50, com aço A500. As propriedades geométricas da estrutura estão definidas nas tabelas 5.25 e 5.26, bem como as cargas aplicadas (tabela 5.27) segundo o caso geral definido no início do presente capítulo. Não existem dispensas nas armaduras do pórtico.

Tabela 5.25 - Dados geométricos dos pilares do pórtico P3

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{pilar}	3	m
b_{pilar}	0,25	m
h_{pilar}	0,20	m
A_s	3Ø20	m ²
A'_s	3Ø20	m ²
A_{sw}	2rØ8//0,20	m ²

Tabela 5.26 - Dados geométricos da viga do pórtico P3

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{viga}	6	m
b_{viga}	0,25	m
h_{viga}	0,45	m
A_s	2Ø20+2Ø25	m ²
A'_s	2Ø20	m ²
A_{sw}	2rØ8//0,15	m ²

Tabela 5.27 - Cargas aplicadas ao pórtico P3

Parâmetro	Valor	Unidade
g_k	35	kN/m
q_k	14	kN/m
G_{1k}	250	kN
G_{2k}	0	kN

5.5.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS

Na figura 5.27 é apresentada a malha de elementos finitos utilizada para esta simulação. O esquema de apresentação é o mesmo dos casos anteriores. Os valores utilizados para os blocos de dados dos materiais estão definidos nas tabelas 5.28, 5.29 e 5.30. Na tabela 5.30 apenas estão descritos os valores que diferem do betão anterior.

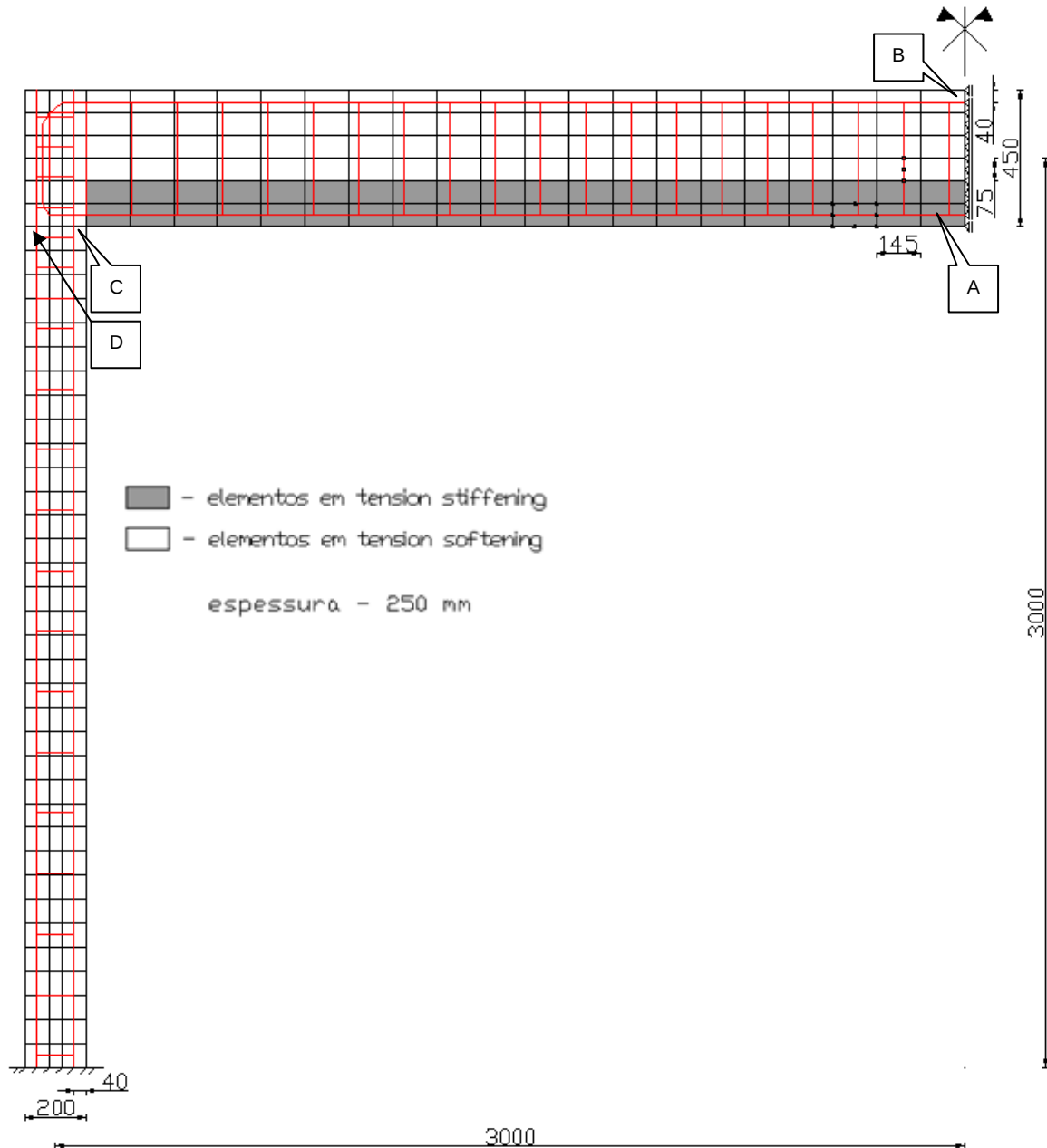


Fig. 5.27 - Malha de elementos finitos utilizada (as dimensões estão em mm)

Tabela 5.28 - Dados para o aço do pórtico P3

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7,7E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2,17E-3	adim.
Tensão no primeiro tramo	435	MPa
Extensão no segundo tramo	3E-3	adim.
Tensão no segundo tramo	435	MPa
Extensão no terceiro tramo	12E-3	adim.
Tensão no terceiro tramo	435	MPa
Expoente do terceiro tramo	0	adim.

Tabela 5.29 - Dados para o betão em *tension softening* do pórtico P3

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2,4E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Coeficiente de Poisson	0,15	adim.
Módulo de Young inicial	35E+3	MPa
Resistência média à compressão	28	MPa
Extensão na carga máxima	2,3E-3	adim.
Superfície de rotura inicial	0,3333	adim.
Resistência à tracção	3,5	MPa
Diagrama de análise de tracção	Cornelissen	-
Energia de fractura	0,09016	N/mm
p_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
N.º máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 5.30 – Dados para o betão em *tension stiffening* do pórtico P3

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0,1	adim.
α_1	0,4	adim.
ξ_2	0,9	adim.
α_2	0,1	adim.
Energia de fractura	0,218	N/mm

5.5.3. ANÁLISE DE RESULTADOS

5.5.3.1. Estado Limite Último

Na figura 5.28 pode-se consultar a relação entre a reacção vertical num pilar e a flecha verificada a meio vão. A simulação estendeu-se até uma combinação de carga 1,8% superior à utilizada no dimensionamento do pórtico. O comportamento verificado revela-se semelhante aos casos anteriormente estudados. Verifica-se um primeiro troço, entre a origem e o ponto A, que corresponde à aplicação do peso próprio, ao qual se segue um ramo mais inclinado (entre o ponto A e C). É nesta zona do gráfico em que são aplicadas as restantes cargas permanentes, entre as quais a carga vertical no topo dos pilares. Esta carga faz aumentar a reacção sem praticamente influenciar a flecha, resultando num troço mais inclinado no gráfico, até cessar a sua aplicação (ponto C). Também no gráfico da figura 5.29 é visível esta variação das inclinações no comportamento do gráfico. Tal como nos pórticos anteriores, apenas o ponto B corresponde a uma variação na rigidez do pórtico.

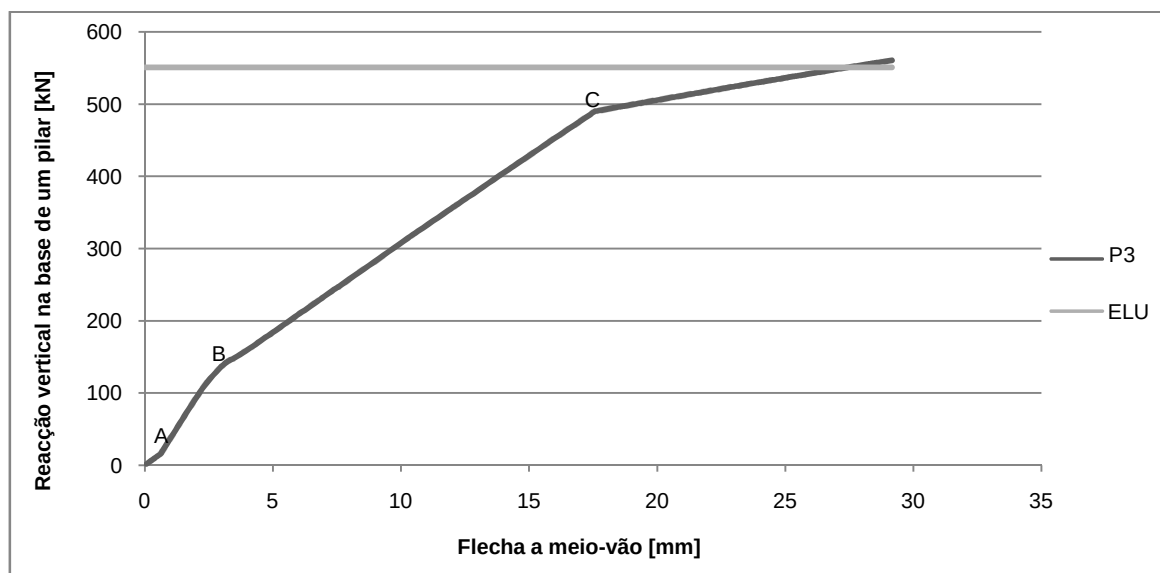


Fig. 5.28 - Relação entre reacção vertical no pilar e flecha a meio vão

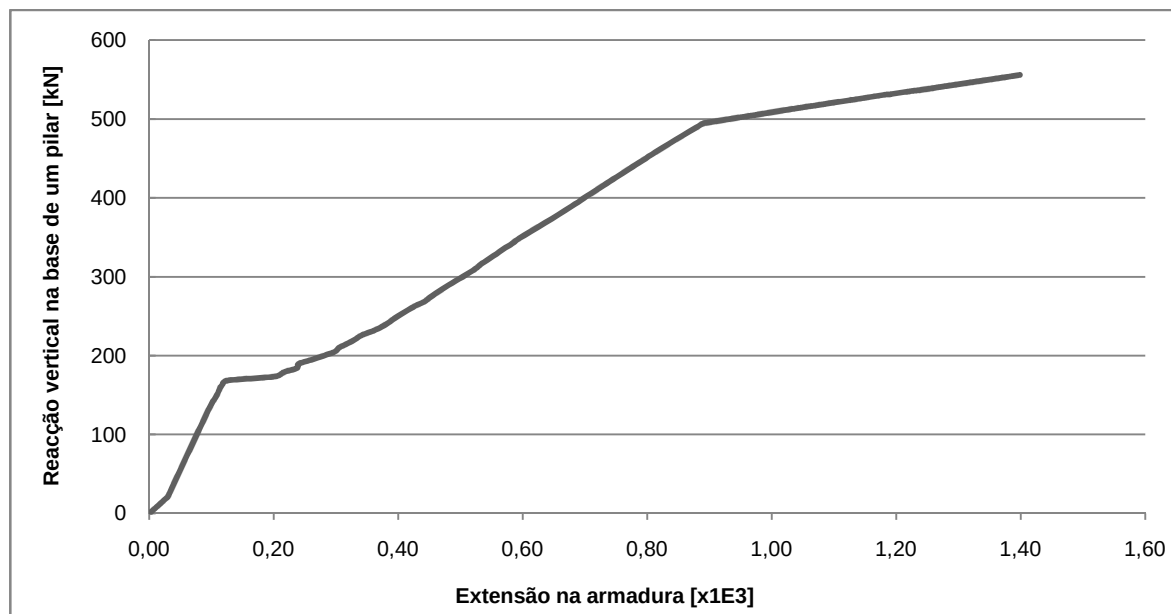


Fig. 5.29 - Relação entre carga aplicada e extensão na armadura a meio vão (ponto A na figura 5.27)

Na figura 5.30 pode-se consultar a relação entre a carga aplicada e a extensão da primeira fenda a abrir na estrutura (assinalada na figura 5.33). Esta tem início para uma reacção de 120 kN. No entanto, a resistência do betão fendilhado aguenta a estrutura por mais alguns incrementos de carga. Quando as fendas iniciais aumentam um pouco de largura, essa resistência diminui substancialmente de valor e a secção transversal reconfigura-se para compensar a perda de betão activo, o que gera uma quebra de rigidez. É essa a razão da mudança de inclinação aos 135 kN (ponto B do gráfico 5.28). Pode-se consultar, na figura 5.31, o desenvolvimento das tensões principais de tracção na viga a meio vão (ponto A da figura 5.27). Esse comportamento é visível pelo comportamento das tensões. Aos 135 kN já se verifica menos de metade da resistência à tracção do betão.

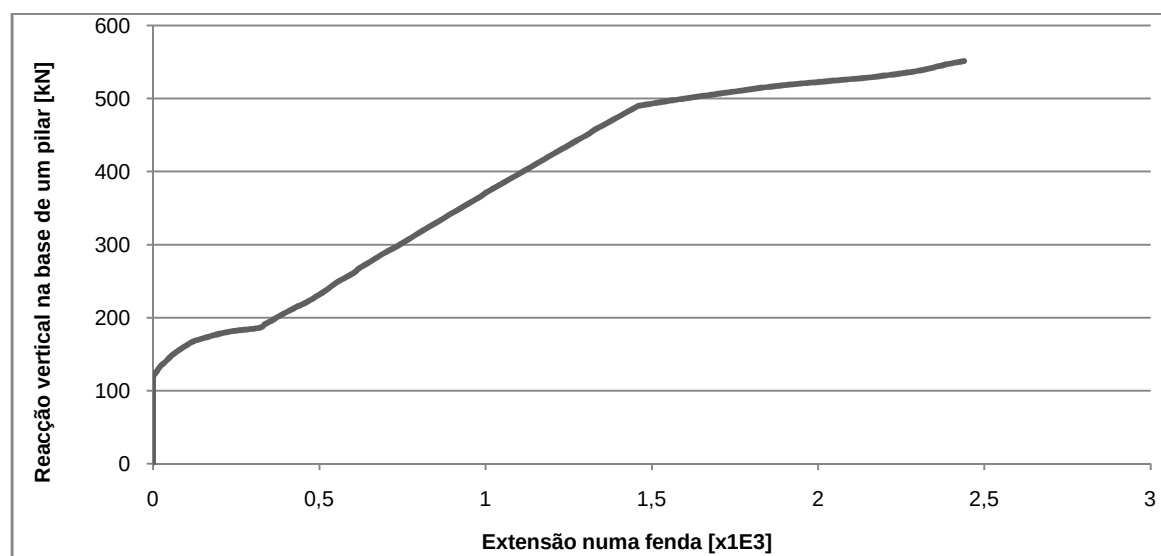


Fig. 5.30 - Desenvolvimento da primeira fenda na estrutura (assinalada na figura 5.33)

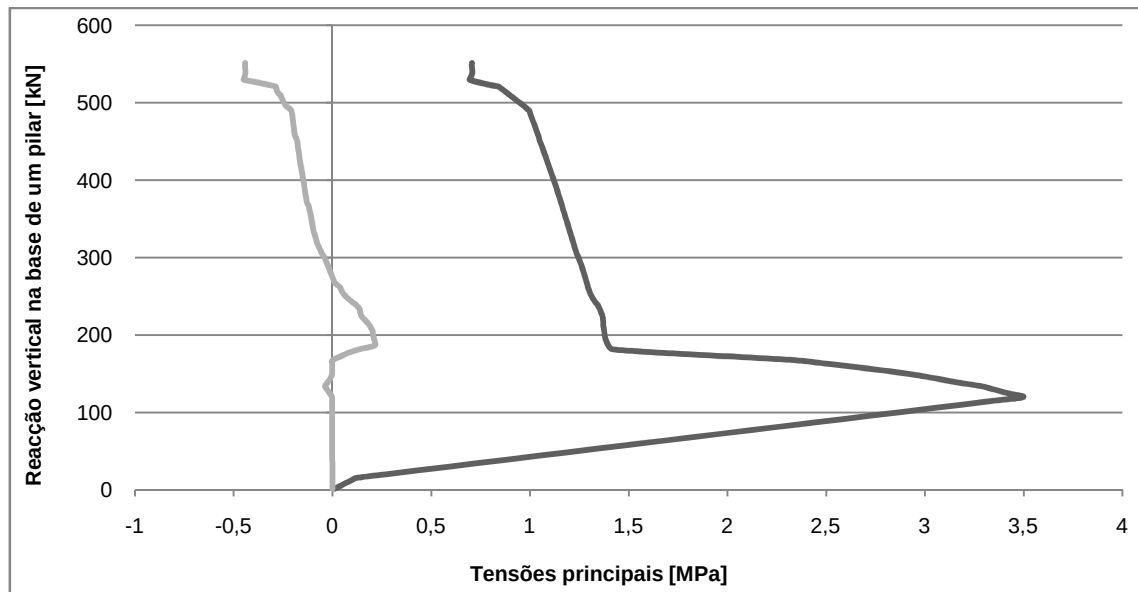


Fig. 5.31 - Tensões principais no betão traccionado a meio vão (ponto A na figura 5.27)

Continuando a analisar o comportamento do pórtico, depois da quebra de rigidez, a relação reacção-flecha evolui de uma forma aproximadamente linear (excepto a mudança de inclinação do ponto C, anteriormente explicada). No entanto, no troço final do gráfico é visível uma alteração ligeira na inclinação. Para esse mesmo patamar de carga é visível na figura 5.32 (ponto A) que uma das tensões principais no pilar tem um comportamento compatível com a formação de uma rótula plástica (no ponto C na figura 5.27). A tensão verificada leva ao esgotamento da capacidade resistente do betão naquele ponto. Igualmente, a existência de fendilhação abundante no lado oposto do pilar sustenta a formação da rótula plástica (figura 5.33).

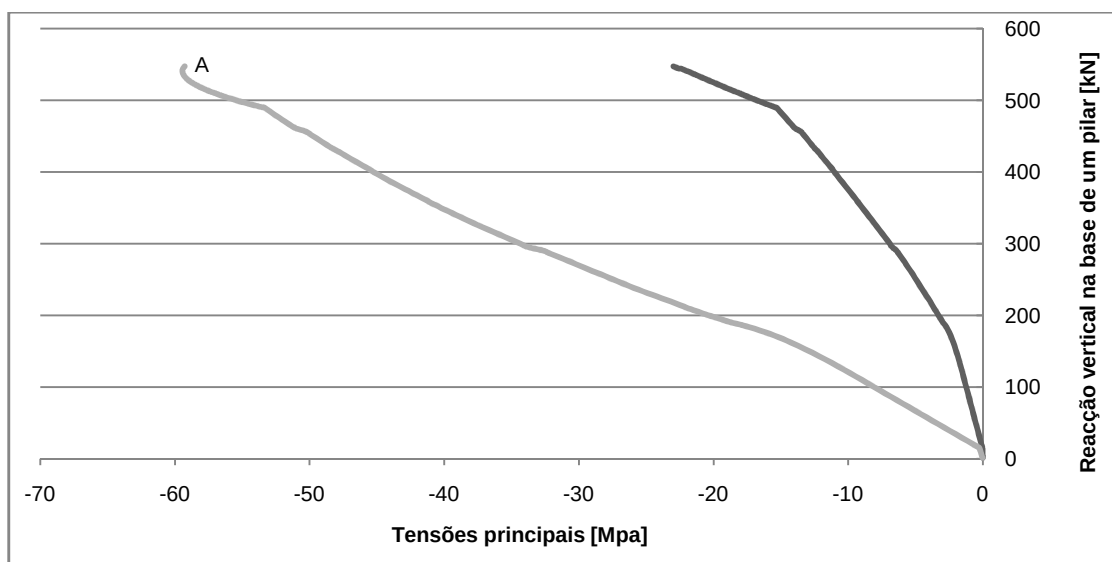


Fig. 5.32 - Tensões principais em ponto de Gauss no pilar (ponto C da figura 5.27)

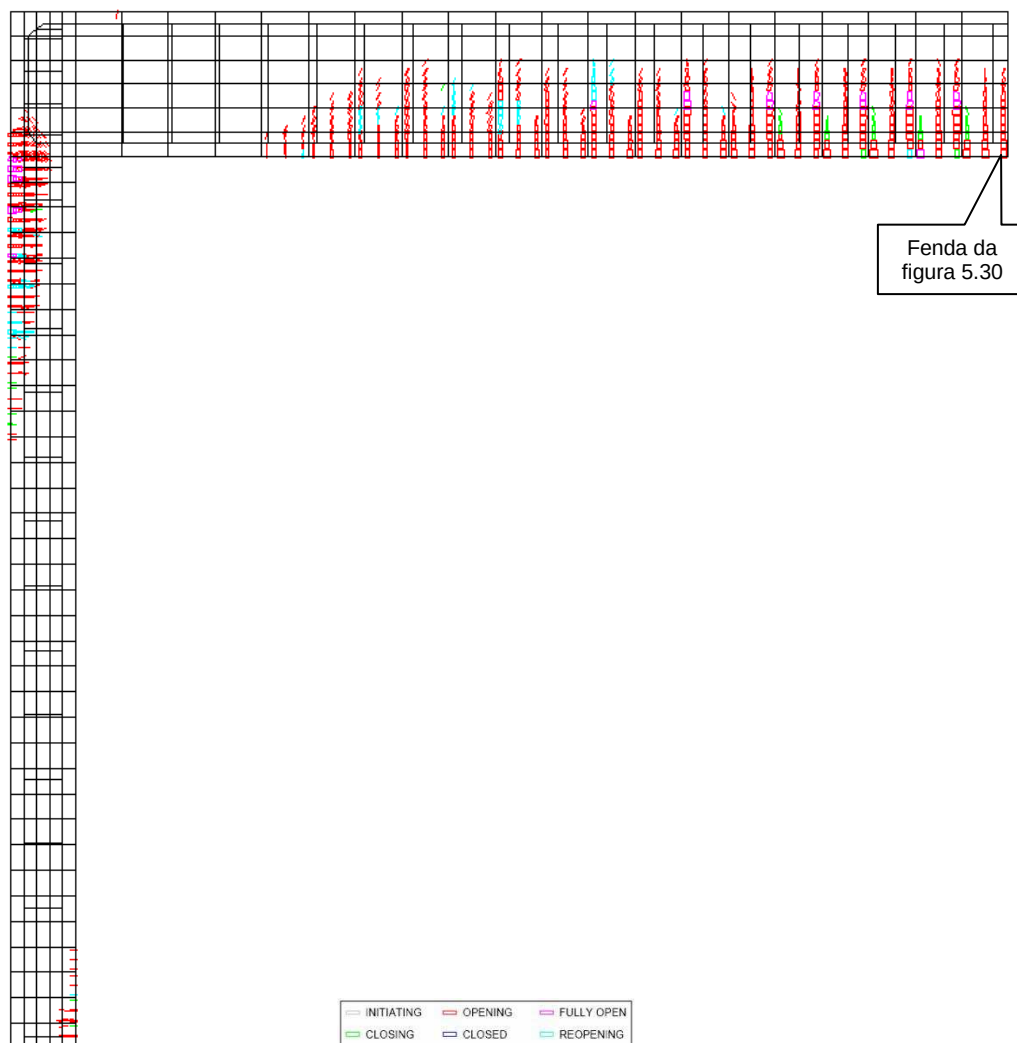


Fig. 5.33 - Padrão de fendilhação aquando da formação da rótula plástica

Na figura 5.33 é já visível a início da formação de uma fenda inclinada na ligação viga-pilar, tal como no pórtico P2 da secção anterior. Na viga, a distribuição de fendilhação é bastante uniforme e maioritariamente vertical, apesar de as fendas mais próximas da ligação evidenciarem alguma inclinação. No entanto, analisando o padrão de fendilhação para o último incremento convergido (figura 5.34), verifica-se a formação de fendas inclinadas nessas duas zonas, apesar de ainda serem pouco extensas. Denota-se a presença de elevada fendilhação horizontal no pilar, com fendas *fully-open* bastante largas, direccionadas para a rótula plástica. Analisando a tensão instalada num elemento de armadura longitudinal do pilar na zona mais fendilhada (ponto D na figura 5.27), presente na figura 5.35, conclui-se que a armadura apresenta uma tensão média no elemento mais esforçado de 366 MPa. Comparando esse valor com o da tensão na armadura de tracção a meio vão da viga (figura 5.36) verifica-se que as tensões nas armaduras longitudinais são semelhantes, quer na viga, quer no pilar.

Analisando os valores para o último incremento convergido, conclui-se que a tensão no betão a meio vão é ainda muito baixa quando comparada com a verificada no pilar. No entanto, as tensões na armadura são muito elevadas nas armaduras longitudinais da viga e do pilar. Apesar do efeito do esforço transversal verificado para cargas mais elevadas, supõe-se uma rotura por flexão da viga.

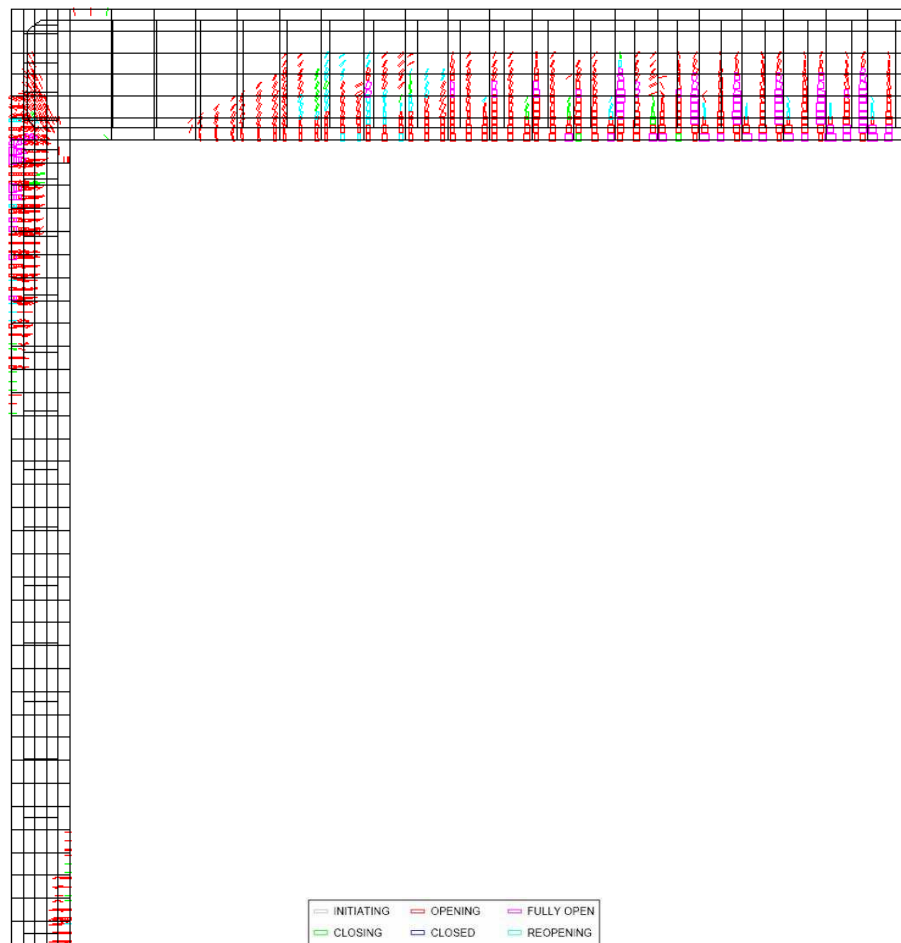


Fig. 5.34 - Fendilhação verificada no último incremento convergido

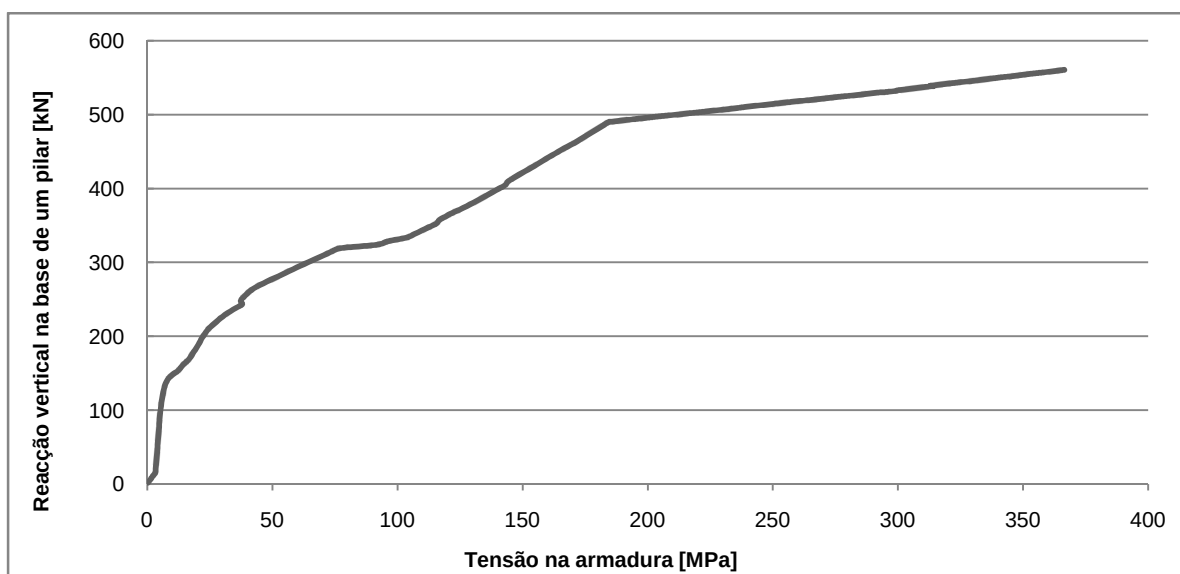


Fig. 5.35 – Desenvolvimento da tensão na armadura longitudinal do pilar (ponto D da figura 5.27)

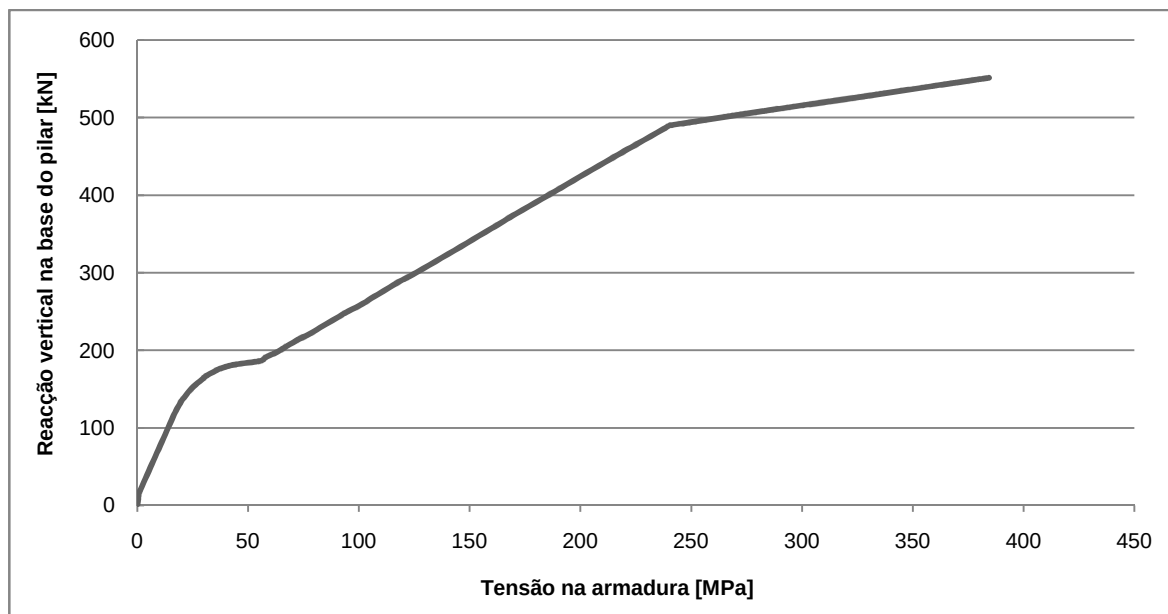


Fig. 5.36 - Relação entre reação vertical no pilar e tensão na armadura longitudinal inferior na viga (ponto A da figura 5.27)

Nas figuras 5.37 e 5.38 estão patentes os pontos de Gauss plastificados e a deformada da última combinação atingida na simulação, respectivamente.

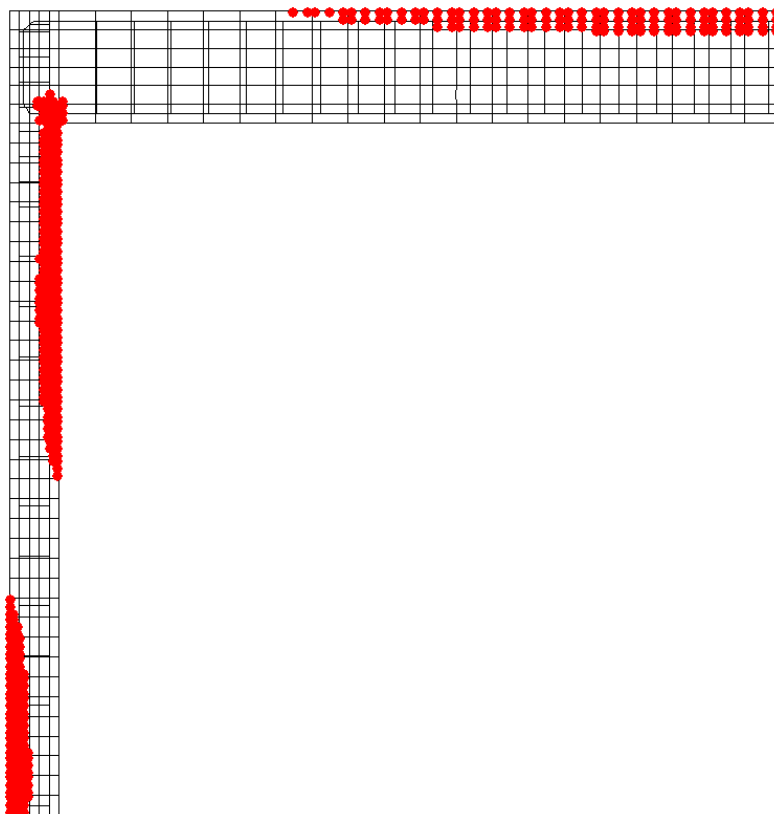


Fig. 5.37 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido

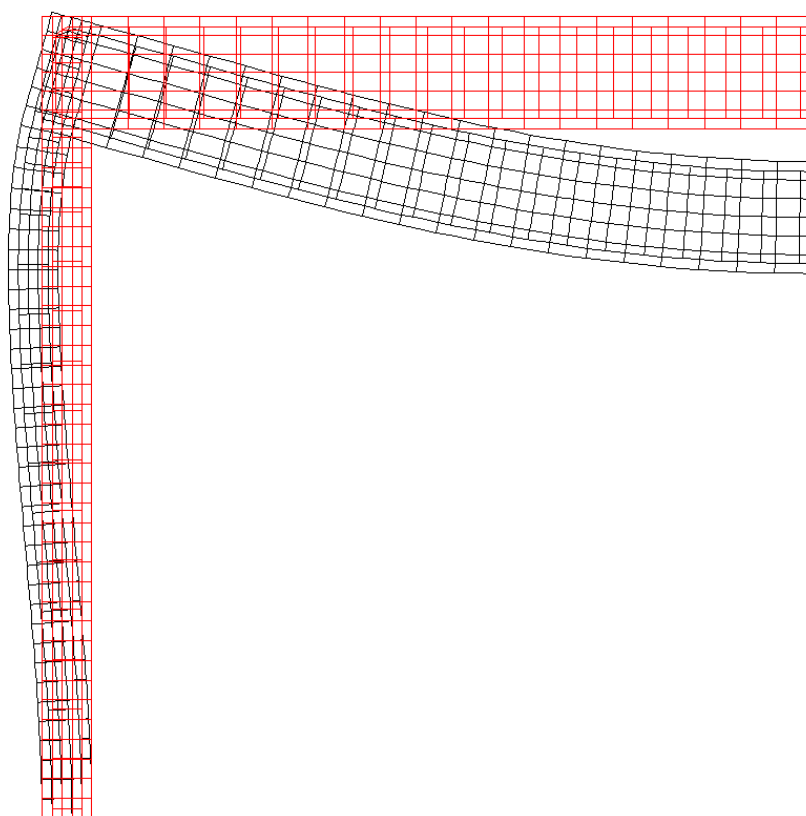


Fig. 5.38 - Deformada verificada para o último carregamento (aumentada 25x)

5.5.3.2. Estado Limite de Utilização – Limitação de tensões

Nesta secção é efectuada uma comparação dos resultados de uma nova simulação, definida de forma a confrontar os resultados obtidos nas combinações de serviço definidas no Eurocódigo 2. São calculadas as tensões de compressão no betão e a tensão na armadura, a meio vão da viga, resultantes do dimensionamento orgânico (DO) e da análise não linear (ANL).

Na tabela 5.31 estão presentes os factores de carga utilizados e o último verificado para cada *load-case*. Para efectuar a comparação anteriormente referida, são confrontados os resultados das combinações de serviço no dimensionamento orgânico e os incrementos que correspondem aos factores de carga da sobrecarga de 0,2, 0,3 e 1,0.

Tabela 5.31 - Desenvolvimento das cargas no ficheiro de dados

Carga	Factor de carga máximo	Intervalo	Factor de carga no último incremento convergido
Peso próprio	1	[0-10]	1
$g_k + G_{1k}$	1	[11-110]	1
q_k	5	[111-610]	2,31

Na tabela 5.32 são apresentados os valores das tensões verificadas a meio vão da viga, para ambos os materiais utilizados, para o cálculo orgânico e para a presente simulação.

Tabela 5.32 - Comparação dos níveis de tensão verificados em serviço (meio vão da viga)

Combinação	Tensão no betão			Tensão na armadura		
	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro
Característica	23,88	23,77	-0,5%	288,28	282,65	-2,0%
Frequente	19,52	19,26	-0,8%	235,62	215,03	-9,6%
Quase permanente	18,88	18,58	-1,6%	227,96	205,21	-11,1%

Neste caso, os valores verificados nas tensões são muito fidedignos em relação aos calculados em dimensionamento, principalmente os valores da tensão no betão. As tensões na armadura também se revelam semelhantes, se tivermos em conta os erros apurados nos pórticos anteriores. Conclui-se que o erro continua a diminuir conforme o carregamento aumenta, em ambos os materiais.

Em relação aos limites regulamentares, na tabela 5.33 são apresentadas as suas expressões, valores e as tensões correspondentes na análise não linear.

Tabela 5.33 - Limitação de tensões segundo o EC2

Material	Combinação	Expressão regulamentada	Valor regulamentado (MPa)	Resultado na análise não linear (MPa)
Betão	Característica	$0,6 \cdot f_{ck}$	24	23,77
Betão	Quase permanente	$0,45 \cdot f_{ck}$	18	18,58
Aço	Característica	$0,8 \cdot f_{yk}$	435	282,65

Neste caso existem dois limites que são verificados. Apenas o correspondente à combinação quase permanente no betão não é cumprido, mas por apenas 0,58 kN. Estes resultados são satisfatórios, mesmo considerando o facto de as tensões no dimensionamento não verificarem esse limite.

5.5.3.3. Estado Limite de Utilização – Controlo da fendilhação

Pretende-se efectuar a comparação da extensão máxima da abertura das fendas para as diversas combinações em serviço. São posteriormente comparadas com o limite estipulado no EC2. Os valores da largura das fendas estão presentes na tabela 5.34.

Tabela 5.34 – Comparação da largura das fendas

Combinação	Largura das fendas		
	DO (mm)	ANL (mm)	Erro
Característica	0,18116	0,18558	+2,43%
Frequente	0,14302	0,15198	+6,3%
Quase permanente	0,13764	0,15027	+18,6%

Tal como no cálculo das tensões, os valores de erro verificados são bastante baixos relativamente aos dos pórticos anteriores. Estes valores são bons indicadores, já que para os carregamentos correspondentes às combinações de Estado Limite de Serviço verifica-se um padrão de fendilhação uniforme, sem predominância de qualquer fenda. Este facto ajuda a controlar a largura das fendas, pois este valor na análise não linear é calculado para o ponto de Gauss com a fenda mais larga na secção em estudo.

Em relação ao limite de 0,3 mm presente no EC2, este é verificado em todos os casos.

5.5.3.4. Estado Limite de Utilização – Controlo da deformação

Nesta secção é efectuada a comparação dos valores de flecha calculados para cada combinação em serviço no dimensionamento e na análise não linear. Os resultados são apresentados na tabela 5.35.

Tabela 5.35 - Comparação dos valores das flechas (em mm)

Combinação	Flecha secção fendilhada	Flecha secção não fendilhada	Flecha DO	Flecha ANL	Erro
Característica	14,15	7,69	13,98	18,26	+30,6%
Frequente	11,52	6,26	11,31	13,90	+22,9%
Quase permanente	11,15	6,05	10,93	13,26	+21,3%

Analisando a tabela 5.35 conclui-se que os erros aumentam em função da carga aplicada. Possivelmente os coeficientes do diagrama de análise à tracção não estão adaptados à classe de betão utilizada. Este é o primeiro caso em que o valor das flechas na simulação excede os verificados em dimensionamento.

Relativamente ao limite de abertura de fendas do EC2, este impõe que a largura das fendas não ultrapasse $L/250$, ou seja, 24 mm no presente pórtico. No entanto, se a deformação danificar estruturas adjacentes, o limite desce para metade (12 mm), ambas para a combinação quase permanente. Facilmente se verifica que no dimensionamento esse limite é verificado. No entanto, tal não acontece na análise não linear material.

5.6. PÓRTICO 4

5.6.1. DEFINIÇÃO DO CASO DE ESTUDO

O próximo pórtico estudado (P4) distingue-se dos restantes por a viga possuir o maior vão. A classe de betão utilizada corresponde a um C40/50 e o aço é A500, tal como no caso anterior. As armaduras não sofrem qualquer dispensa intermédia. As características geométricas e cargas aplicadas são apresentadas nas tabelas 5.36, 5.37 e 5.38.

Tabela 5.36 - Dados geométricos dos pilares do pórtico P4

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{pilar}	3	m
b_{pilar}	0,25	m
h_{pilar}	0,20	m
A_s	3Ø20	m ²
A'_s	3Ø20	m ²
A_{sw}	2rØ8//0,2	m ²

Tabela 5.37 - Dados geométricos da viga do pórtico P4

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{viga}	4	m
b_{viga}	0,25	m
h_{viga}	0,65	m
A_s	6Ø25	m ²
A'_s	2Ø20	m ²
A_{sw}	2rØ8//0,15	m ²

Tabela 5.38 - Cargas aplicadas a P4

Parâmetro	Valor	Unidade
g_k	35	kN/m
q_k	14	kN/m
G_{1k}	250	kN
G_{2k}	0	kN

5.6.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS

A malha de elementos finitos utilizada neste pórtico pode ser consultada na figura 5.39. Destaca-se o maior número de alinhamentos horizontais de elementos finitos bidimensionais na viga. A diferenciação entre elementos de betão em *tension stiffening* e *tension softening* está presente na figura sob forma de preenchimento. Nas tabelas 5.39, 5.40 e 5.41 estão presentes os valores definidos no bloco de dados não linear dos materiais.

Tabela 5.39 - Dados para o betão em *tension softening* do pórtico P4

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2,4E-6	Kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Coeficiente de Poisson	0,15	adim.
Módulo de Young inicial	35E+3	MPa
Resistência média à compressão	28	MPa
Extensão na carga máxima	2,3E-3	adim.
Superfície de rotura inicial	0,3333	adim.
Resistência à tracção	3,5	MPa
Diagrama de análise de tracção	Cornelissen	-
Energia de fractura	0,09016	N/mm
p_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
N.º máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 5.40 – Dados para o betão em *tension stiffening* do pórtico P4

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0,1	adim.
α_1	0,4	adim.
ξ_2	0,9	adim.
α_2	0,1	adim.
Energia de fractura	0,218	N/mm

Tabela 5.41 - Dados para o aço do pórtico P4

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7,7E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2,17E-3	adim.
Tensão no primeiro tramo	435	MPa
Extensão no segundo tramo	3E-3	adim.
Tensão no segundo tramo	435	MPa
Extensão no terceiro tramo	12E-3	adim.
Tensão no terceiro tramo	435	MPa
Expoente do terceiro tramo	0	adim.

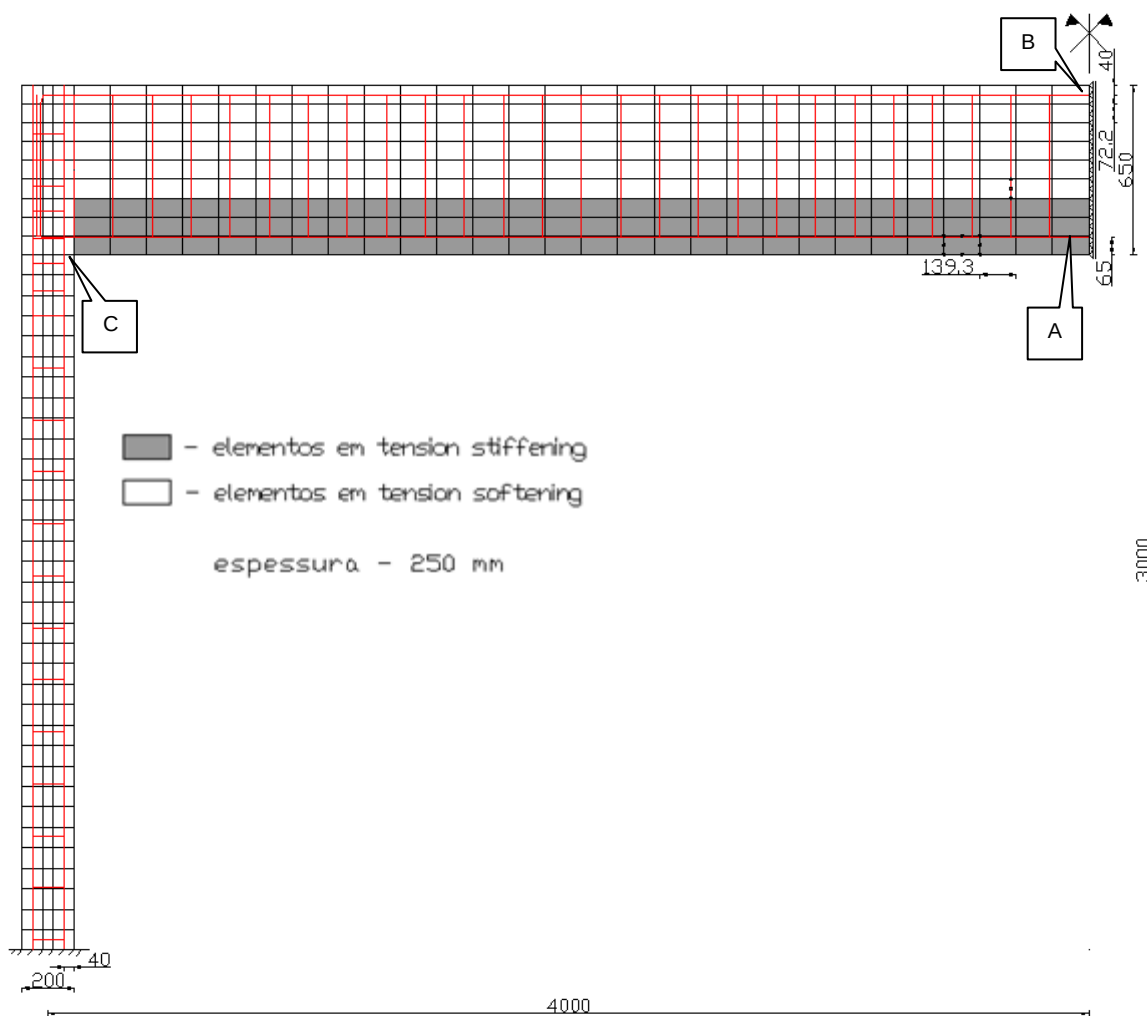


Fig. 5.39 - Malha de elementos finitos utilizada (as dimensões estão em mm)

Existe um pormenor diferente na viga do presente pórtico. Devido ao facto de existirem 6 varões de aço na armadura longitudinal de tracção para uma base da viga de 25 cm, a armadura é dividida em duas camadas. Como apenas é considerado um alinhamento de elementos de armadura, este fica posicionado no centro de gravidade destas duas camadas. Portanto, a posição dos elementos barra dista 65 mm da base da viga, ao invés dos 40 mm dos casos anteriores.

5.6.3. ANÁLISE DE RESULTADOS

5.6.3.1. Estado Limite Último

Pode-se consultar na figura 5.40 o comportamento da peça através da relação entre a reacção vertical no pilar e a flecha verificada na viga. O desenvolvimento verificado é semelhante aos casos anteriores. Existe um troço recto inicial durante a aplicação do peso próprio (da origem ao ponto A). Depois surge outro troço igualmente recto até cerca de 115 kN. Após este valor verifica-se uma perda de rigidez (ponto B). Consultando a figura 5.41 conclui-se que as primeiras fendas iniciam-se para este patamar de carga (fenda escolhida para este gráfico é das primeiras a formar-se e está indicada na figura 5.44). Com o crescimento destas fendas iniciais, a resistência à tracção do betão fendilhado reduz progressivamente, provocando uma redistribuição de esforços (facto comprovado pela análise da figura 5.42). Analisando a figura 5.42, a resistência à tracção do betão a meio vão reduz o seu valor, até aos 160 kN. A partir deste valor, denota-se que a inclinação do gráfico da figura 5.40 mantém-se praticamente constante durante o restante carregamento das cargas permanentes (até ao ponto C). Na figura 5.43, onde podemos analisar a evolução da extensão na armadura de tracção da viga (ponto A da figura 5.39), confirma-se o comportamento descrito.

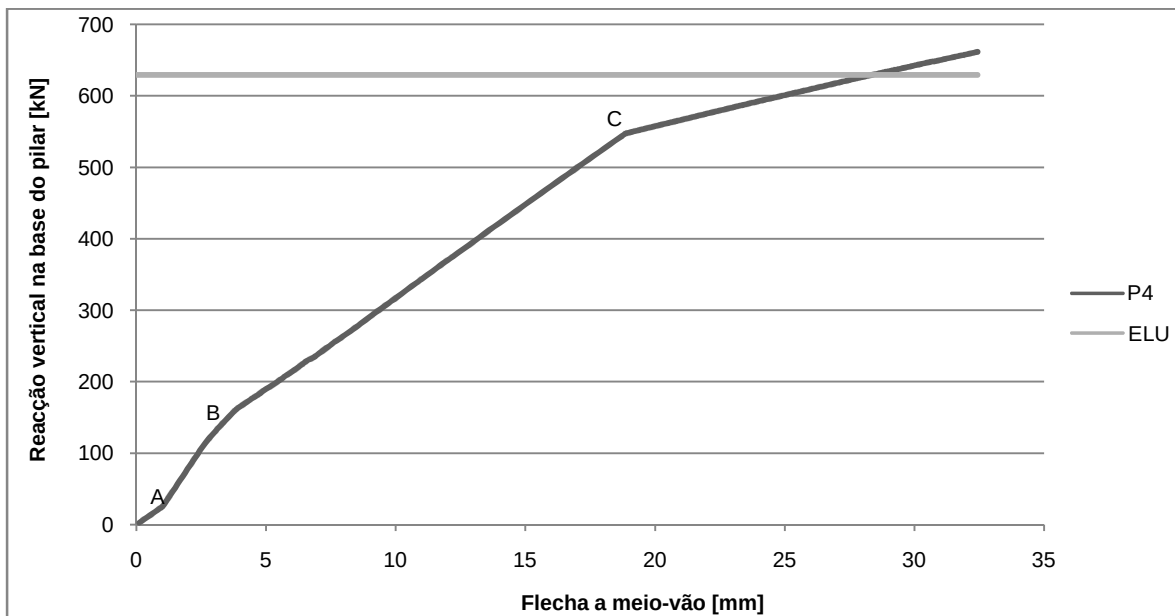


Fig. 5.40 - Relação entre reacção vertical na base do pilar e a flecha a meio vão da viga

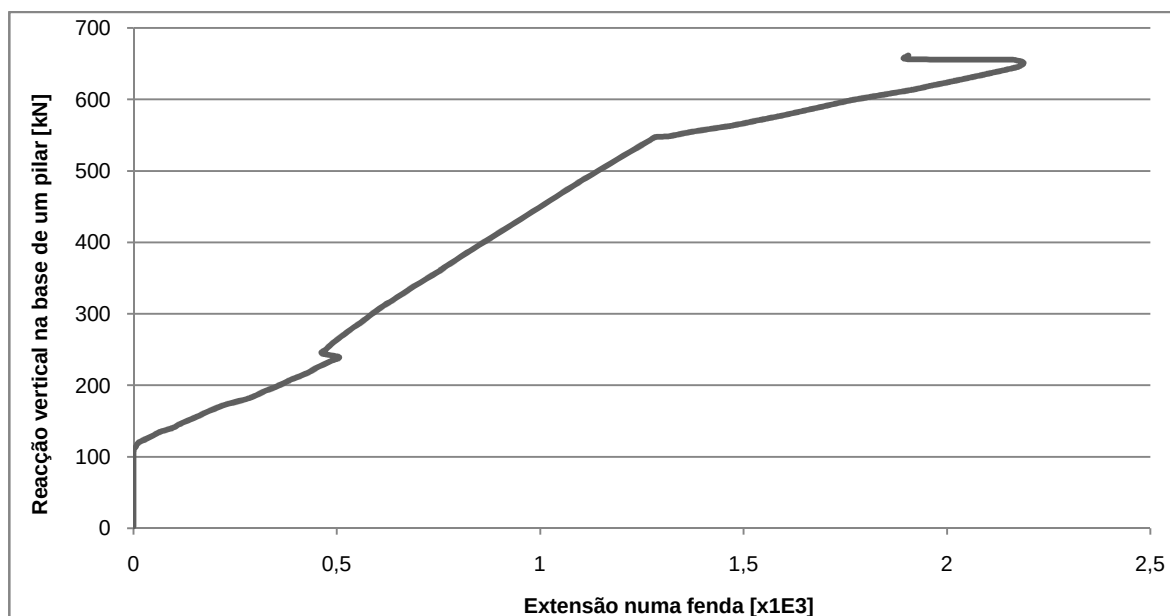


Fig. 5.41 - Desenvolvimento da extensão numa fenda (indicada na figura 5.44)

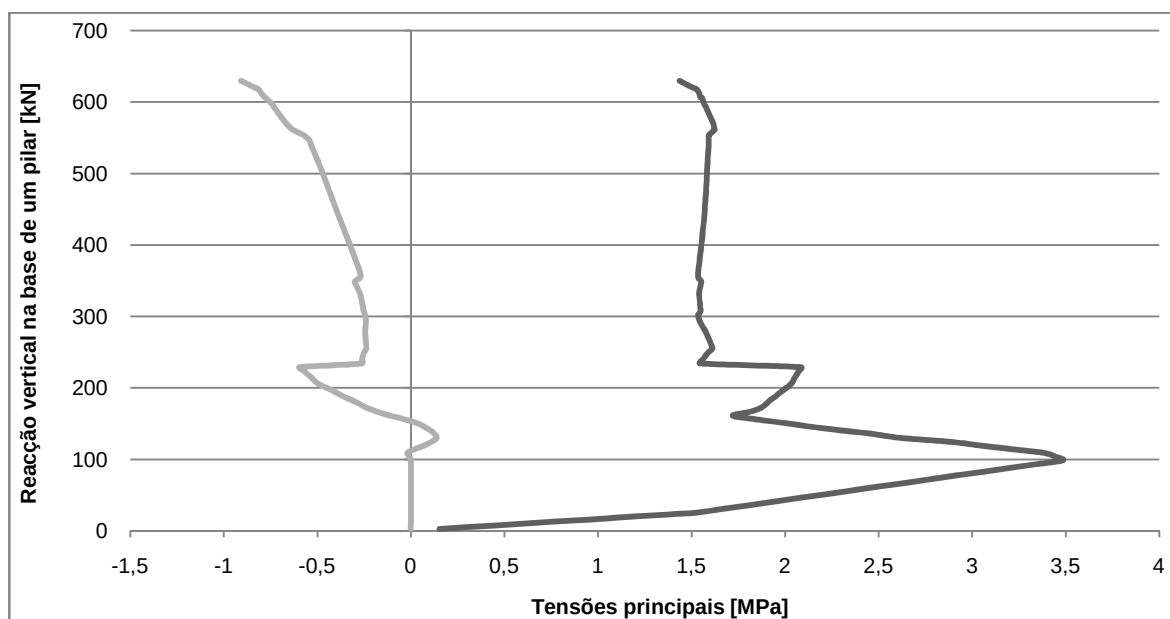


Fig. 5.42 - Tensões principais no betão nas fibras inferiores da viga a meio vão (ponto A na figura 5.39)

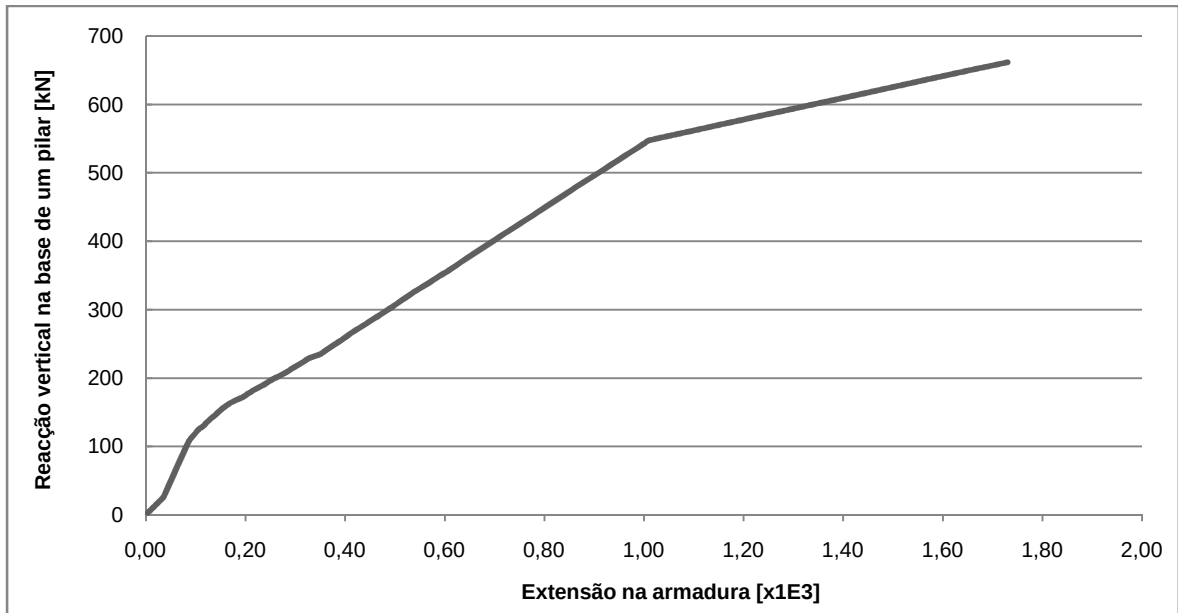


Fig. 5.43 - Evolução da extensão média num elemento armadura da viga a meio vão (ponto A da figura 5.39)

Nas figuras 5.44 e 5.45 são visíveis os padrões de fendilhação verificados antes e depois da quebra de rigidez (ponto B na figura 5.39). Estes permitem concluir que a evolução da fendilhação se dá de uma forma muito uniforme, não existindo predominância de qualquer fenda em relação às restantes. Isso explica a transição mais suave verificada no comportamento do pórtico na figura 5.40 em relação aos casos anteriormente estudados.



Fig. 5.44 - Fendas iniciais apuradas para uma reacção de 105 kN (apenas na viga)



Fig. 5.45 - Padrão de fendilhação verificado após quebra de rigidez (ponto B na figura 5.39)

Em relação ao nó do pórtico, na figura 5.46 estão presentes as tensões principais de um ponto de Gauss no pilar perto do nó, numa zona com elevada compressão (ponto C na figura 5.39). É visível que uma das tensões principais praticamente atinge os 60 MPa. Acrescentando a este facto a elevada fendilhação verificada na face oposta do pilar (figura 5.48) conclui-se que neste pórtico também existe a formação de uma rótula plástica no pilar (ponto C na figura 5.39)

Relativamente ao betão das fibras superiores na viga, na zona do meio vão, verifica-se que apesar de já estar em fase elasto-plástica, as deformações verificadas são insuficientes para a formação de uma rótula plástica. No gráfico 5.47 pode-se consultar as tensões principais de um ponto de Gauss perto da face superior da viga, a meio vão (ponto B na figura 5.39). A tensão máxima verificada é de 32 MPa, muito abaixo da verificada no pilar.

Em relação ao último incremento convergido, verifica-se uma carga 5,12% superior à carga de dimensionamento, para uma flecha de 32,4 mm. A tensão máxima verificada na armadura de tracção da viga é de 351 MPa, ainda abaixo da cedência. Conclui-se que a viga a meio vão ainda possui resistência adicional no último incremento convergido. Analisando as armaduras do pilar no lado fendilhado chega-se a um valor de tensão instalada de 234 MPa, cerca de metade da tensão de cedência do aço. Portanto, a simulação parou precocemente. No entanto, com a presença da rótula plástica no pilar são esperadas grandes deformações quer na viga, quer na face oposta do pilar, pelo que é admissível pressupor que não aguentaria a aplicação de muitos mais incrementos de carga.

Relembra-se que as quebras verificadas nos gráficos para uma reacção de 550 kN deve-se ao fim da aplicação da força pontual no topo dos pilares, pois é para esse valor de reacção vertical que cessa a aplicação das cargas permanentes e fica a actuar de forma crescente apenas a sobrecarga (tabela 5.42).

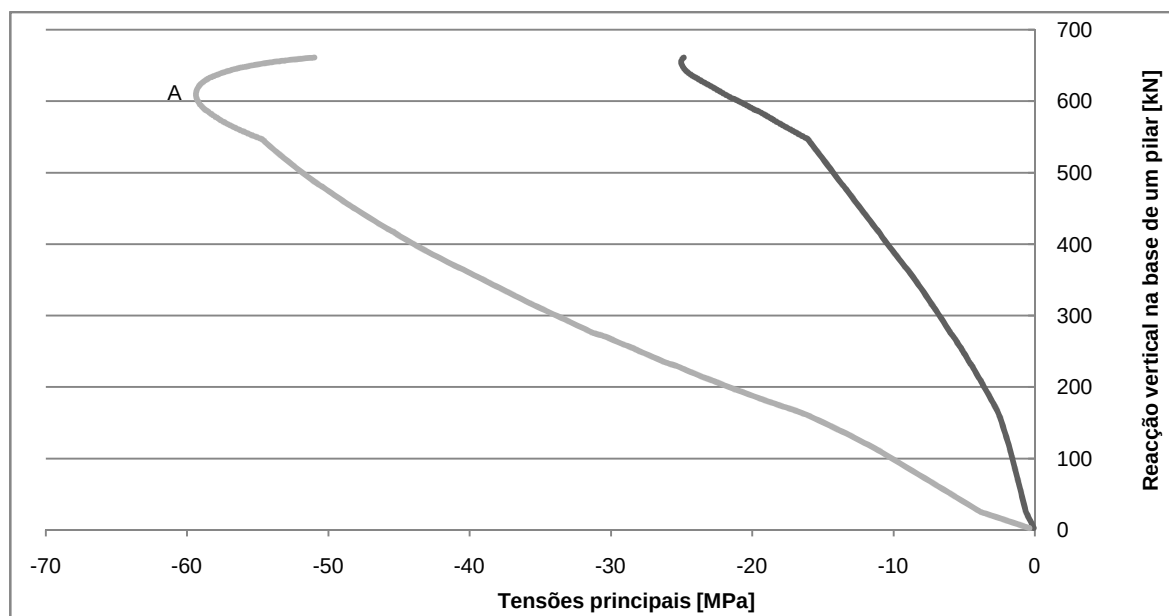


Fig. 5.46 - Tensões principais no betão num ponto de Gauss no pilar (ponto C na figura 5.39)

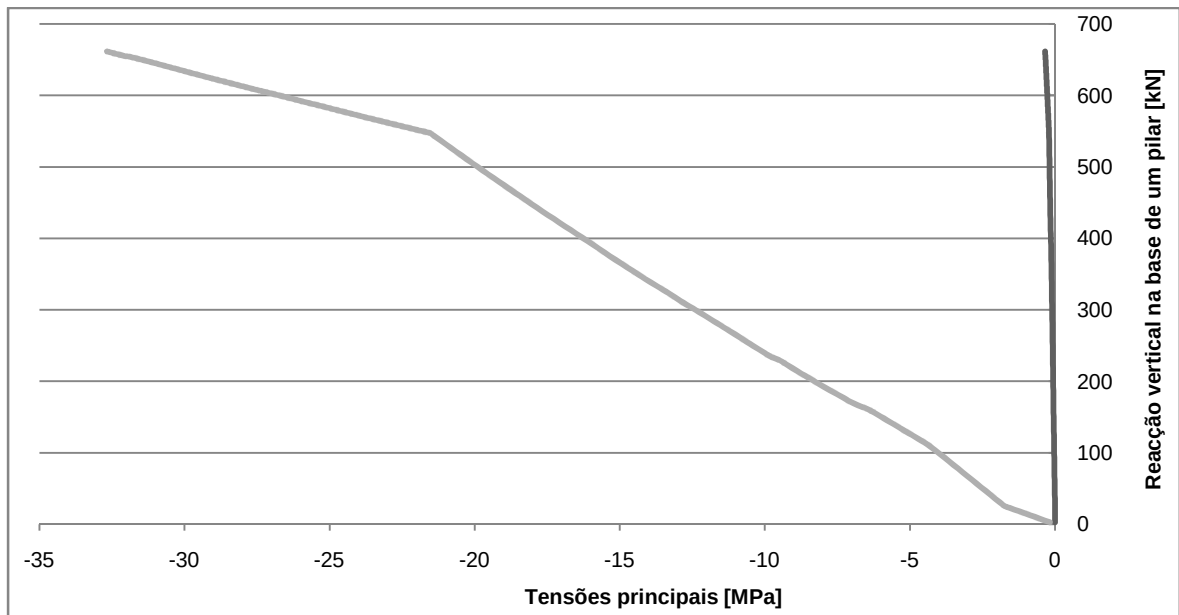


Fig. 5.47 - Tensões principais no betão num ponto de Gauss na face superior da viga, a meio vão (ponto B na figura 5.39)

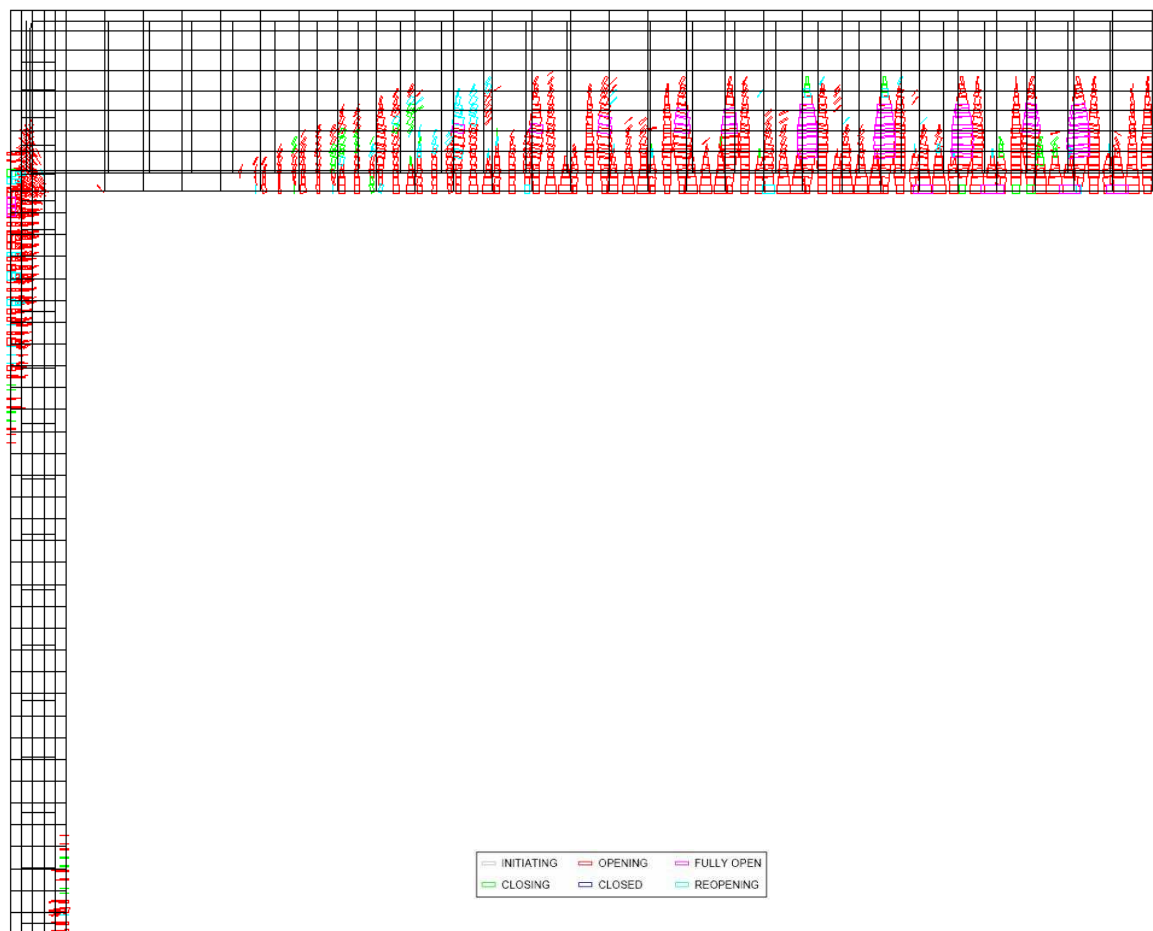


Fig. 5.48 - Padrão de fendilhação antes da inversão verificada nas tensões principais no pilar (ponto A do gráfico 5.46)

Tabela 5.42 - Desenvolvimento das cargas definido no ficheiro de dados

Carga	Factor de carga máximo	Intervalo	Factor de carga no último incremento convergido
Peso próprio	1,35	[1-10]	1,35
$g_k + G_{1k}$	1,35	[11-110]	1,35
q_k	5	[111-610]	2,09

Analisando atentamente a figura 5.48, verifica-se a formação de algumas fendas inclinadas, no nó de pórtico e na viga, a cerca de 45°. Também no último incremento convergido apenas existem fendas *opening* inclinadas (figura 5.49). No entanto, estas apresentam baixas extensões, pelo que não é expectável admitir rotura por corte. Devido a isto, a armadura transversal apresenta tensões diminutas, existindo ainda grande margem de resistência.

Finaliza-se esta secção com a apresentação do padrão de fendilhação, pontos de Gauss plastificados e a deformada para o último incremento convergido.

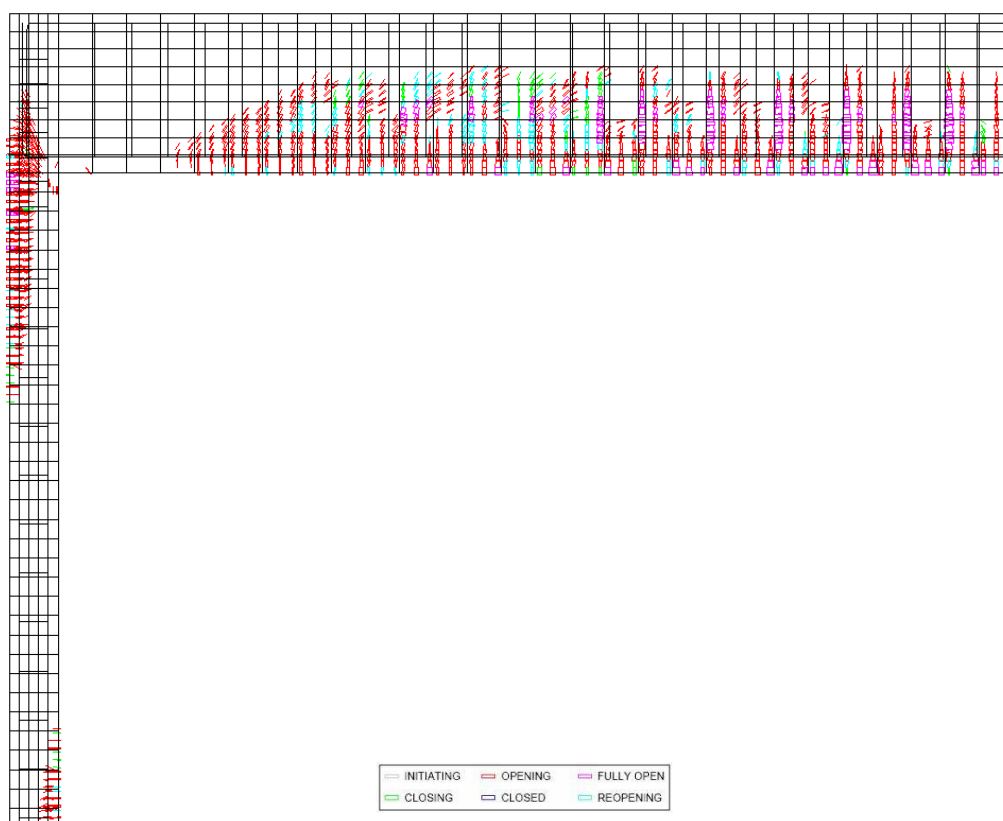


Fig. 5.49 - Fendilhação no último incremento convergido

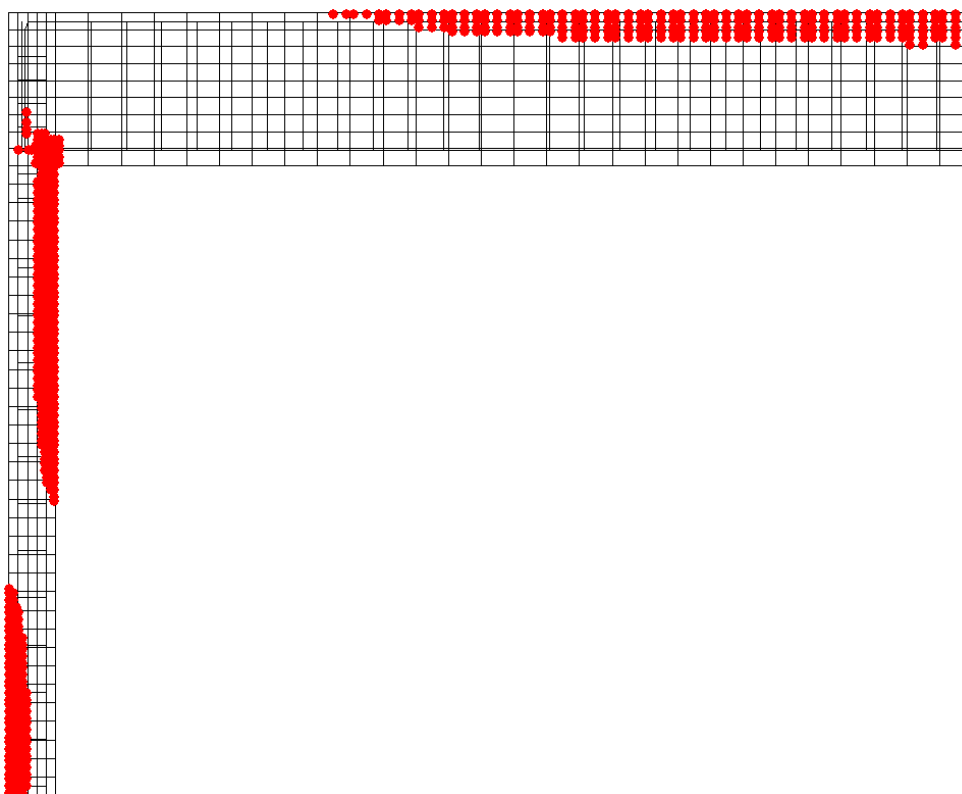


Fig. 5.50 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido

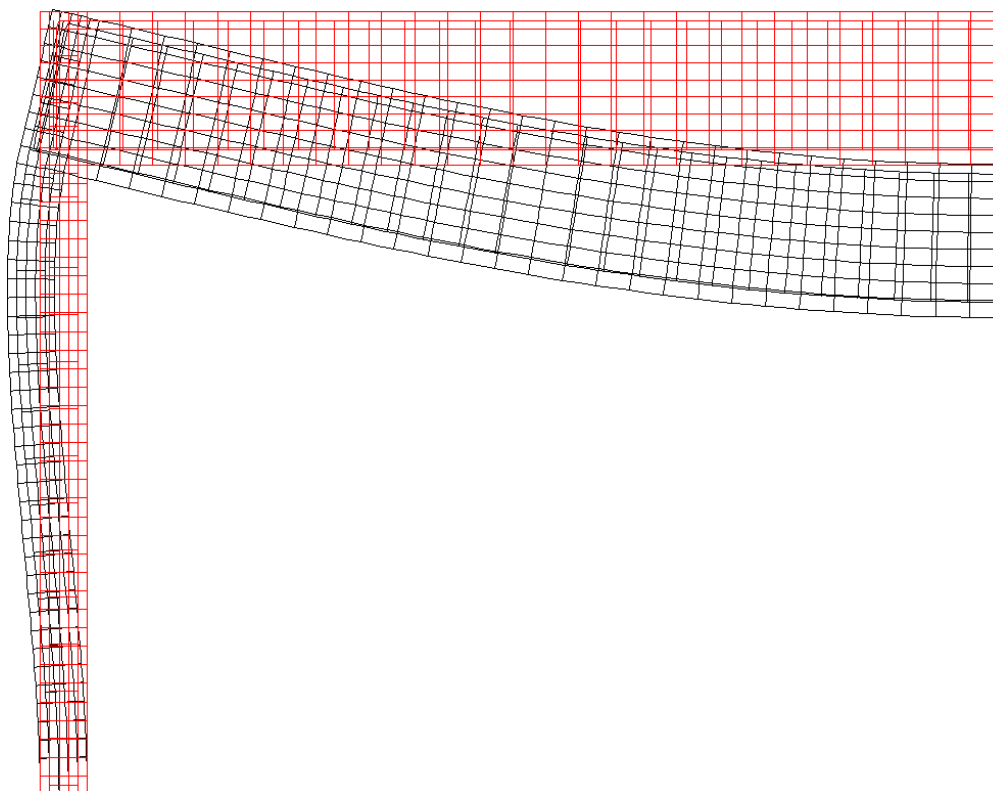


Fig. 5.51 - Deformada no último incremento convergido (ampliada 20x)

5.6.3.2. Estado Limite de Utilização – Limitação de tensões

Nesta secção é efectuada uma comparação dos resultados de outra simulação, definida com o intuito de confrontar os resultados com o preconizado na secção 7 do EC2 como limites de serviço. Para isso é efectuada uma nova simulação não linear, adaptando o desenvolvimento do carregamento para permitir igualar os factores de carga com os das combinações de serviço (tabela 5.43). Esta análise é efectuada para a viga, pois é esta a secção crítica verificada no dimensionamento.

Tabela 5.43 - Desenvolvimento das cargas definido no ficheiro de dados

Carga	Factor de carga Máximo	Intervalo	Factor de carga no último incremento convergido
Peso próprio	1	[1-10]	1
$g_k + G_{1k}$	1	[11-110]	1
q_k	5	[111-610]	2,91

Para o factor multiplicativo da sobrecarga é definido um valor elevado para garantir que com estas novas definições de cargas a peça estende a sua resistência até a rotura de forma idêntica ao verificado em Estado Limite Último.

Na tabela 5.44 é efectuada uma comparação das tensões verificadas no dimensionamento para as três combinações de serviço no dimensionamento orgânico (DO) e o resultado da simulação com base na análise não linear (ANL).

Tabela 5.44 - Comparação dos níveis de tensão verificados em serviço

Combinação	Tensão no betão			Tensão na armadura		
	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro
Característica	25,57	21,76	-17,5%	286,54	208,46	-37,5%
Frequente	20,85	17,92	-16,3%	233,65	160,78	-45,3%
Quase permanente	20,18	17,35	-16,3%	226,09	153,96	-46,8%

Analisando o quadro 5.44 conclui-se que as tensões no betão apresentam valores de erro semelhantes ao longo do carregamento. O facto de o betão poder assumir comportamento elasto-plástico pode explicar este facto. Relativamente à armadura longitudinal inferior da viga, as tensões são mais baixas que as obtidas no cálculo orgânico. Este facto tem sido recorrente nas análises efectuada até este ponto do trabalho. A progressão dos erros é inversamente proporcional à carga aplicada.

No ponto 7.2 do EC2 são definidas três limitações, previamente discutidas no capítulo 3 do presente trabalho. Na tabela 5.45 são verificados os valores limites regulamentares e os obtidos na análise não linear.

Tabela 5.45 - Limitação de tensões segundo o EC2

Material	Combinação	Expressão regulamentada	Valor regulamentado (MPa)	Resultado na análise não linear (MPa)
Betão	Característica	$0,6 \cdot f_{ck}$	24	21,76
Betão	Quase permanente	$0,45 \cdot f_{ck}$	18	17,35
Aço	Característica	$0,8 \cdot f_{yk}$	435	208,46

No pórtico P4 os limites são verificados, apesar de não existir a obrigatoriedade de isso acontecer (previamente discutido noutras secções).

5.6.3.3. Estado Limite de Utilização – Controlo da fendilhação

No acto de dimensionamento, o controlo da fendilhação é inicialmente efectuado sem cálculo directo (ponto 7.3.3 do EC2). No entanto, para comparação de valores, é calculada a largura de abertura das fendas em todas as combinações. Os valores das larguras das fendas da análise linear e não linear estão presentes na tabela 5.46.

Tabela 5.46 – Comparação da largura das fendas

Combinação	Largura das fendas		
	DO (mm)	ANL (mm)	Erro
Característica	0,18289	0,24583	+34,3%
Frequente	0,14384	0,18065	+25,6%
Quase permanente	0,13826	0,17345	+25,5%

Tal como no pórtico P3, o valor das flechas calculadas no cálculo orgânico são menores que as resultantes da simulação não linear. Verifica-se que o erro aumenta com a carga, pelo que a formação da rótula plástica no pilar pode explicar os erros verificados pela maior deformação permitida pelo nó do pórtico.

No ponto 7.3.1 (5) do EC2 é apresentado um quadro onde, em função do ambiente em que a peça está inserida e a constituição da estrutura, se escolhe uma abertura máxima das fendas para a combinação quase permanente. Rapidamente se verifica que os valores para ambas as situações analisadas verificam com larga margem o limite de 0,3 mm do EC2.

5.6.3.4. Estado Limite de Utilização – Controlo da deformação

Como no caso do controlo da fendilhação, também neste aspecto existe uma forma expedita presente no EC2 para efectuar a verificação da deformação (quadro 7.4N no regulamento). No entanto, para comparação com os resultados da simulação não linear, é efectuado o cálculo das flechas para as condições de serviço no dimensionamento. No procedimento de cálculo padronizado no ponto 7.4.3 do EC2 exige o cálculo dos deslocamentos para a peça não fendilhada e

completamente fendilhada. Esses mesmos valores são apresentados juntamente com o resultado final, na tabela 5.47.

Tabela 5.47 - Comparação dos valores das flechas (em mm)

Combinação	Flecha secção fendilhada	Flecha secção não fendilhada	Flecha DO	Flecha ANL	Erro
Característica	16,661	10,719	16,461	19,103	+16,1%
Frequente	13,675	8,856	13,495	14,861	+10,1%
Quase permanente	13,248	8,590	13,147	14,262	+8,48%

Verifica-se na tabela 5.47 que o valor das flechas acompanha a tendência verificada no pórtico anterior. Os deslocamentos na análise não linear superam o valor dos calculados no dimensionamento. O erro aumenta com o valor da carga, tal como no caso da abertura de fendas.

Relativamente ao limite preconizado no EC2, este cifra-se numa relação de $L/250$ ou $L/500$ na combinação quase permanente, conforme os elementos que a estrutura calculada suporte. O limite mais baixo é de 16 mm, pelo que as flechas em ambos os casos verificam esta limitação.

5.7. PÓRTICO 5

5.7.1. DEFINIÇÃO DO CASO DE ESTUDO

Este pórtico difere dos anteriores pelo facto de possuir uma carga horizontal aplicada no topo do pilar esquerdo (consultar a figura 5.1). Portanto, este caso tem de ser estudado de forma diferente. Já não existe simetria no pórtico, pelo que é necessário estudar a totalidade da estrutura. Este pórtico é configurado para que, no dimensionamento, o momento negativo da viga possua um valor semelhante ao momento verificado no vão. Os pilares têm diferentes características, pois o pilar do lado direito encontra-se muito mais esforçado que o do lado esquerdo. As características geométricas dos elementos e cargas aplicadas encontram-se discriminadas nas tabelas 5.48, 5.49, 5.50 e 5.51. No presente caso existem dispensas de armadura longitudinal da viga, quer superior quer inferior. Na tabela 5.50, entre parêntesis, está presente a armadura após as dispensas.

Tabela 5.48 - Dados geométricos do pilar esquerdo do pórtico P5

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{pilar}	3	m
b_{pilar}	0,3	m
h_{pilar}	0,3	m
A_s	2Ø20	m ²
A'_s	2Ø20	m ²
A_{sw}	2rØ8//0,30	m ²

Tabela 5.49 - Dados geométricos do pilar direito do pórtico P5

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{pilar}	3	m
b_{pilar}	0,3	m
h_{pilar}	0,4	m
A_s	3Ø25	m ²
A'_s	3Ø25	m ²
A_{sw}	2rØ8//0,20	m ²

Tabela 5.50 - Dados geométricos da viga do pórtico P5

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{viga}	6	m
b_{viga}	0,3	m
h_{viga}	0,55	m
A_s	4Ø20 (2Ø20)	m ²
A'_s	4Ø20 (2Ø20)	m ²
A_{sw}	2rØ8//0,15	m ²

Tabela 5.51 - Cargas aplicadas ao pórtico P5

Parâmetro	Valor	Unidade
g_k	35	kN/m.
q_k	14	kN/m
G_{1k}	250	kN
G_{2k}	100	kN

5.7.2. PARÂMETROS DEFINIDOS NO FICHEIRO DE DADOS

A malha de elementos finitos utilizada neste pórtico pode ser consultada na figura 5.52. Destaca-se na figura a existência de diferentes espessuras nas rectas que representam as armaduras longitudinais da viga. Quando a linha é mais espessa, representa a armadura referida na tabela 5.50 fora dos parêntesis. Quando a linha tem menor espessura, representa a armadura após dispensa.

Tabela 5.52 - Dados para o aço do pórtico P5

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7,7E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2,17E-3	adim.
Tensão no primeiro tramo	435	MPa
Extensão no segundo tramo	3E-3	adim.
Tensão no segundo tramo	435	MPa
Extensão no terceiro tramo	12E-3	adim.
Tensão no terceiro tramo	435	MPa
Expoente do terceiro tramo	0	adim.

Tabela 5.53 - Dados para o betão em *tension softening* do pórtico P5

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2,4E-6	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Coeficiente de Poisson	0,15	adim.
Módulo de Young inicial	29E+3	MPa
Resistência média à compressão	28	MPa
Extensão na carga máxima	2,0E-3	adim.
Superfície de rotura inicial	0,3333	adim.
Resistência à tracção	2,2	MPa
Diagrama de análise de tracção	Cornelissen	-
Energia de fractura	0,06182	N/mm
$p2$	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
N.º máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 5.54 – Dados para o betão em *tension stiffening* do pórtico P5

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0,1	adim.
α_1	0,4	adim.
ξ_2	0,9	adim.
α_2	0,1	adim.
Energia de fractura	0,192	N/mm

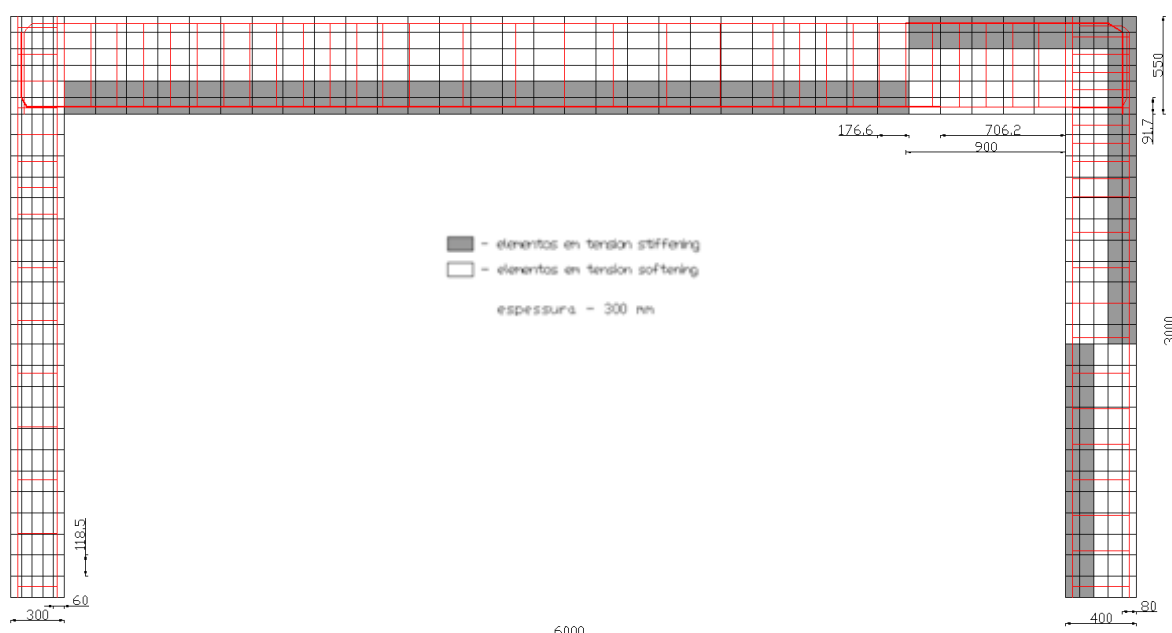


Fig. 5.52 - Malha de elementos finitos utilizada (dimensões em mm)

5.7.3. ANÁLISE DE RESULTADOS

5.7.3.1. Estado Limite Último

A presente análise revela alguns problemas de convergência em Estado Limite Último. Para contornar essas dificuldades é utilizada uma evolução de cargas diferente dos casos anteriores. Pode ser consultada na tabela 5.55 a forma como são definidos os incrementos de carga no ficheiro de dados.

Tabela 5.55 - Evolução das cargas aplicadas na simulação

Carga	Factor de carga máximo	Intervalo	Factor de carga no último incremento convergido
Peso próprio	1,35	[1-10]	1,35
$g_k + G1_k + G2_k$	1,35	[11-160]	1,35
q_k	3	[161-460]	1,88

A carga permanente pontual horizontal é aplicada em simultâneo com as restantes cargas permanentes verticais. O ideal é separar o efeito desta carga horizontal. No entanto a aplicação da carga horizontal logo a seguir ao peso próprio resulta em deformações muito elevadas no nó esquerdo, provocando fendilhação em demasia. Aplicada após as cargas permanentes verticais verifica-se fenómeno semelhante, potenciando o efeito da força horizontal. Devido a estes factores, consideram-se todas as cargas permanentes a actuar em simultâneo.

Na figura 5.53 é possível consultar a deformada da estrutura para o último incremento convergido.

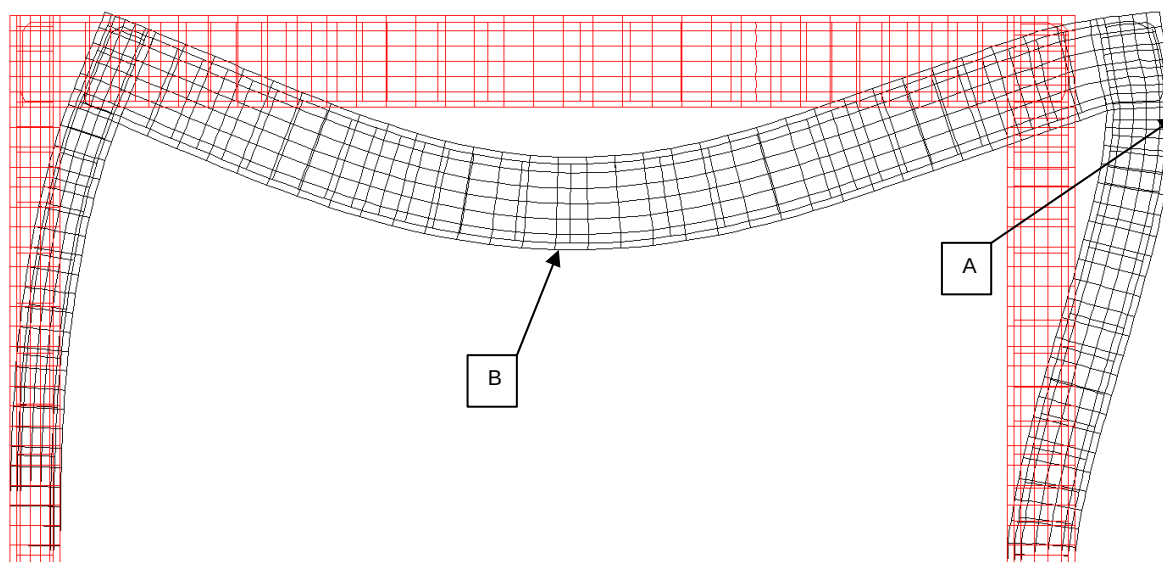


Fig. 5.53 - Deformada para o último incremento convergido

Os deslocamentos laterais da estrutura apresentam valores semelhantes aos deslocamentos verticais da viga. Na figura 5.54 está presente a relação entre a soma das reacções horizontais nos apoios e o deslocamento horizontal máximo do pilar direito (ponto A na figura 5.53). O patamar horizontal final (do ponto C até ao último incremento) deve-se ao facto de naquela fase apenas estar a ser aplicada a sobrecarga vertical na viga, não existindo variação significativa do valor da reacção horizontal.

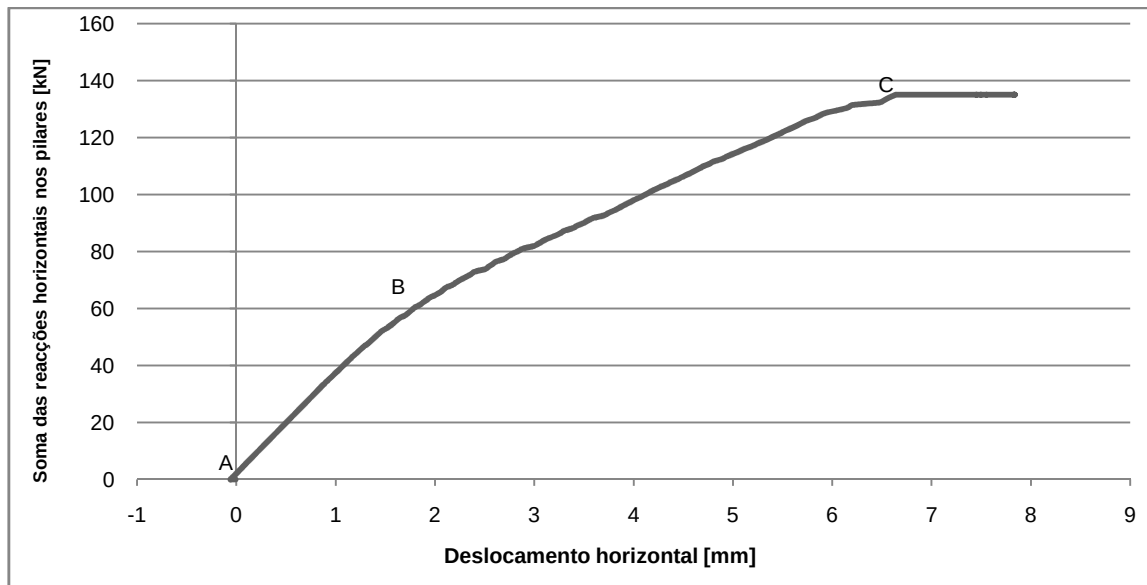


Fig. 5.54 - Evolução do deslocamento horizontal máximo do pilar (ponto A na figura 5.53)

Verifica-se que existe um troço inicial no qual o nó sofre deslocamentos negativos, pouco significativos, durante a aplicação do peso próprio da estrutura (até ao ponto A). Logo após inicia-se a aplicação das cargas permanentes, (incluindo a carga horizontal). A primeira fenda na estrutura surge no pilar (incremento de carga n.º 50) para uma reacção horizontal de 36 kN (e vertical de 273 kN). Na figura 5.55 é visível o desenvolvimento da extensão da primeira fenda a ser formada, localizada no pilar (indicada na figura 5.56). Na figura comprova-se que a fendilhação inicia-se para o patamar de carga indicado anteriormente.

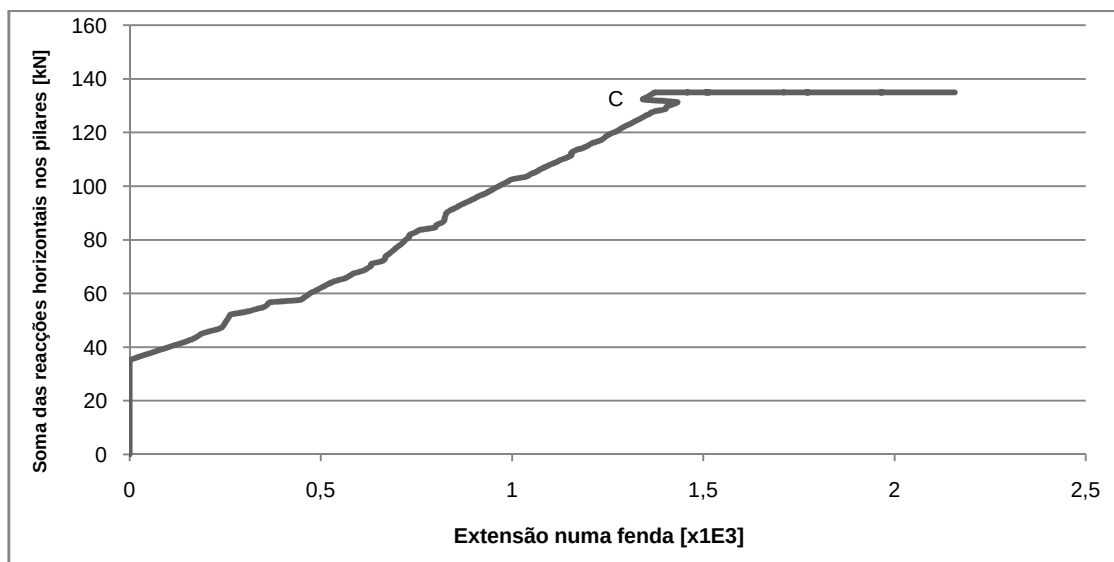


Fig. 5.55 - Relação entre reacção horizontal e extensão numa fenda

Analisando de novo a figura 5.54, denota-se uma quebra de rigidez na estrutura aos 50 kN de reacção horizontal (ponto B). Este patamar de carga corresponde ao momento em que se verifica o crescimento de algumas fendas no pilar e o aparecimento das primeiras fendas na viga. Nas figuras 5.56 e 5.57 podemos consultar os padrões de fendilhação para os momentos antes e depois da quebra de rigidez.

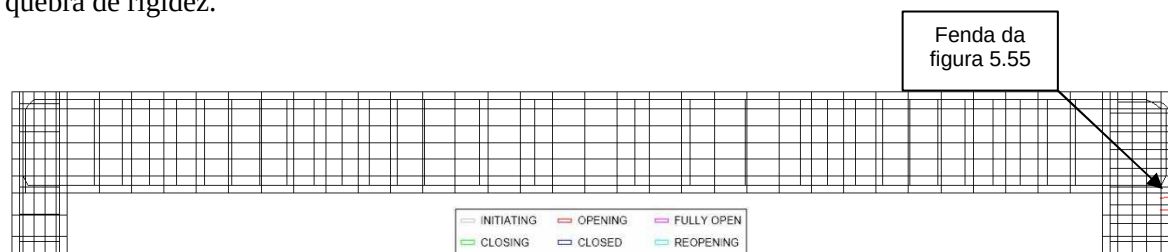


Fig. 5.56 - Padrão de fendilhação antes de quebra de rigidez no pilar (ponto B na figura 5.54)

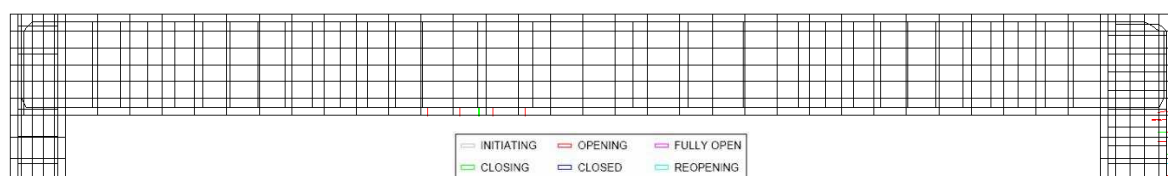


Fig. 5.57 - Padrão de fendilhação depois de quebra de rigidez no pilar (ponto B na figura 5.54)

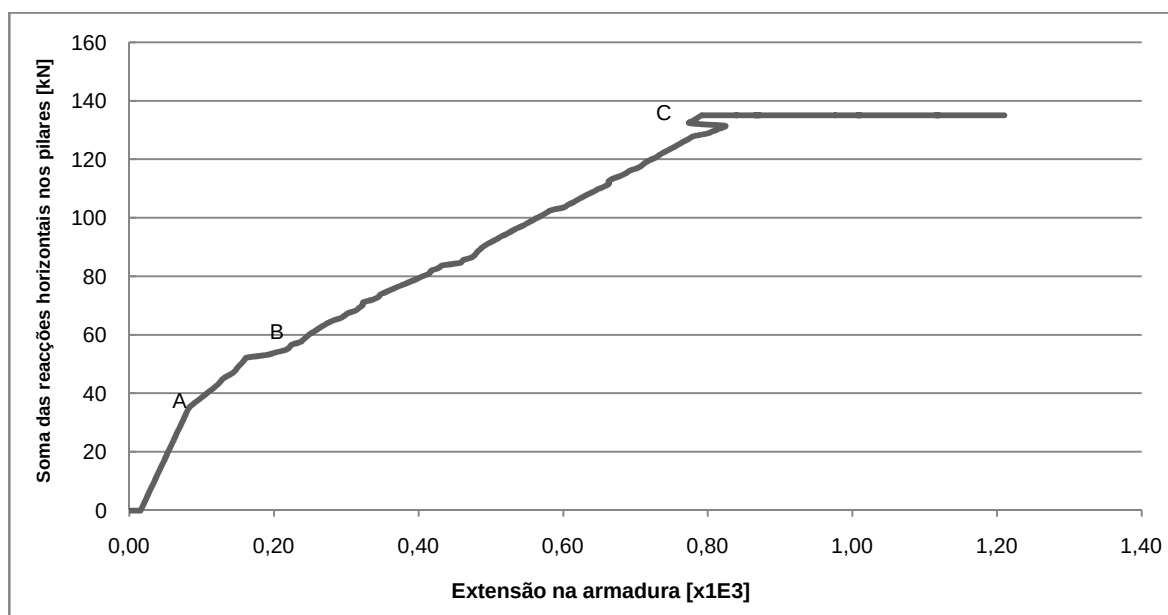


Fig. 5.58 - Desenvolvimento da extensão na armadura longitudinal do pilar (ponto A da figura 5.53)

A figura 5.58 mostra a evolução da extensão média num elemento armadura no pilar (ponto A na figura 5.53). Desprezando o pequeno troço inicial, a extensão na armadura evolui de forma linear até aos 36 kN (ponto A). Após este troço, iniciam-se as primeiras fendas no pilar, gerando uma redistribuição de esforços na secção, patente na figura entre o final do troço linear e o ponto B. Na figura 5.59 são visíveis as tensões principais num ponto de Gauss de um elemento finito de betão

(ponto A na figura 5.56). O pico de resistência verifica-se para uma carga perto dos 36 kN. Após este patamar de carga, o betão perde rapidamente resistência.

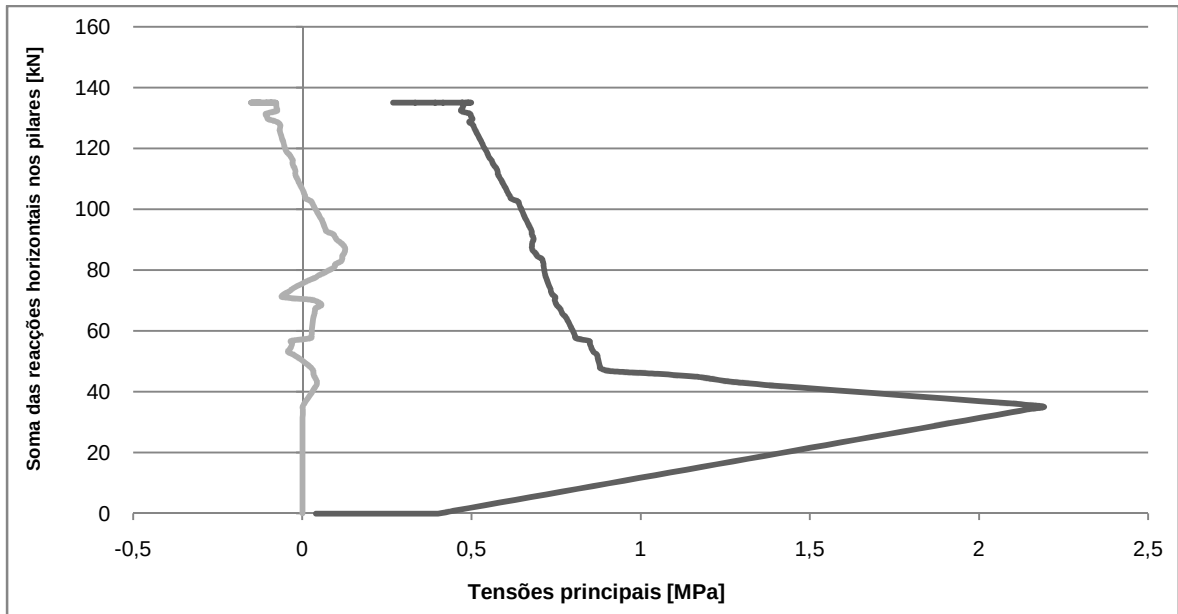


Fig. 5.59 - Tensões principais no betão no primeiro ponto de Gauss fendilhado no pilar (indicado na figura 5.56)

Relativamente à viga, na figura 5.60 pode-se consultar o desenvolvimento do deslocamento máximo vertical na viga em função da reacção vertical dos pilares (ponto B na figura 5.53)

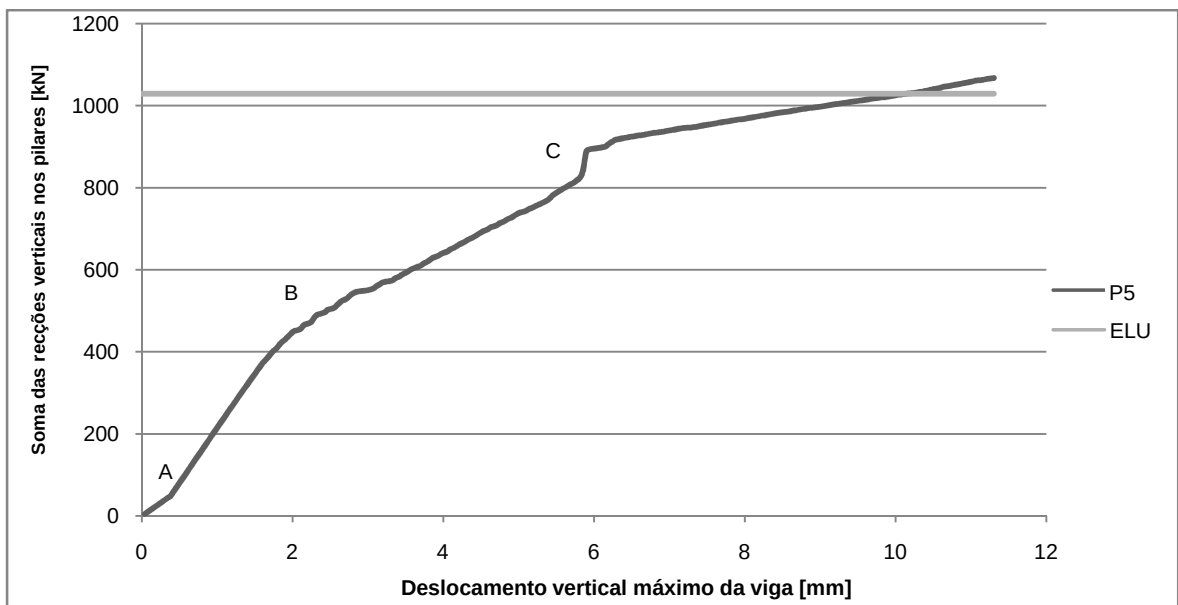


Fig. 5.60 - Relação entre o deslocamento vertical máximo na viga e a soma das reacções verticais nos pilares

Como se pode constatar pela figura 5.60, inicialmente o comportamento da viga não difere muito dos casos anteriormente analisados. Após a aplicação do peso próprio, a inclinação verificada no gráfico aumenta devido à influência da carga pontual vertical nos pilares (entre os pontos A e C). Verifica-se para o patamar de reacção de 430 kN uma quebra de rigidez na viga devido à abertura das fendas na viga (ponto B). Esta situação é semelhante à verificada anteriormente no pilar. Consultando novamente a figura 5.57, conclui-se que só depois da quebra de rigidez verificada no pilar é que surgem as primeiras fendas na viga. Ou seja, as quebras de rigidez no pilar direito e na viga acontecem para carregamentos diferentes.

Na figura 5.61 pode ser consultado o padrão de fendilhação já depois das quebras de rigidez do pilar e da viga. É possível verificar que a fendilhação a meio vão já apresenta fendas algo extensas. Existe fendilhação também na base do pilar e na face superior da viga, pouco antes da ligação ao pilar. As fendas presentes no pilar têm uma abertura semelhante ao verificado anteriormente (figura 5.57) devido à carga de compressão no topo do pilar que tem um efeito benéfico neste aspecto. Verificando as figuras 5.62 e 5.63, é visível que o comportamento, quer de uma fenda, quer das tensões principais no betão da viga (ponto A da figura 5.61) são diferentes das verificadas para o pilar. Também na figura 5.64 é visível a evolução da extensão da armadura inferior da viga no vão (ponto A indicado na figura 5.61)

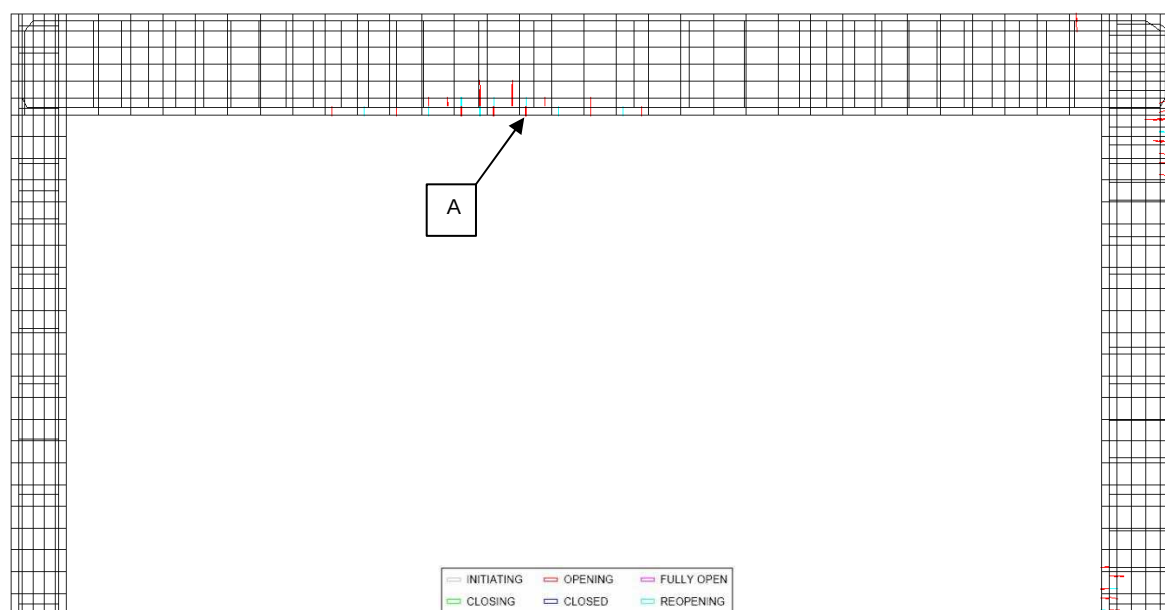


Fig. 5.61 - Padrão de fendilhação logo após a redistribuição de esforços no pilar e na viga

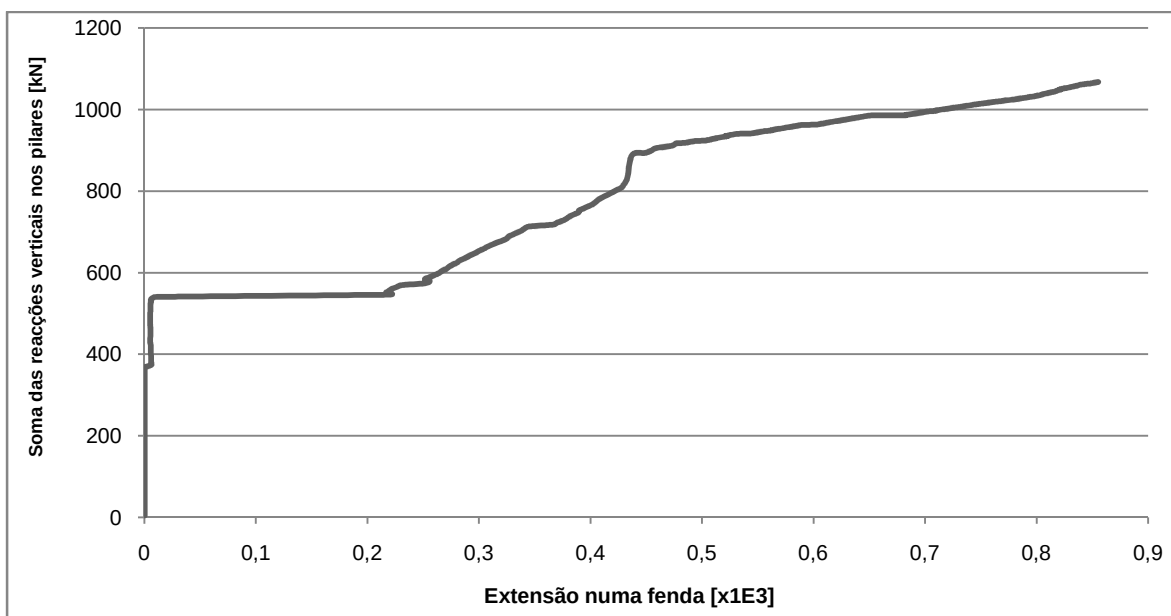


Fig. 5.62 - Evolução da extensão de uma das primeiras fendas a serem formadas na viga (ponto A da figura 5.61)

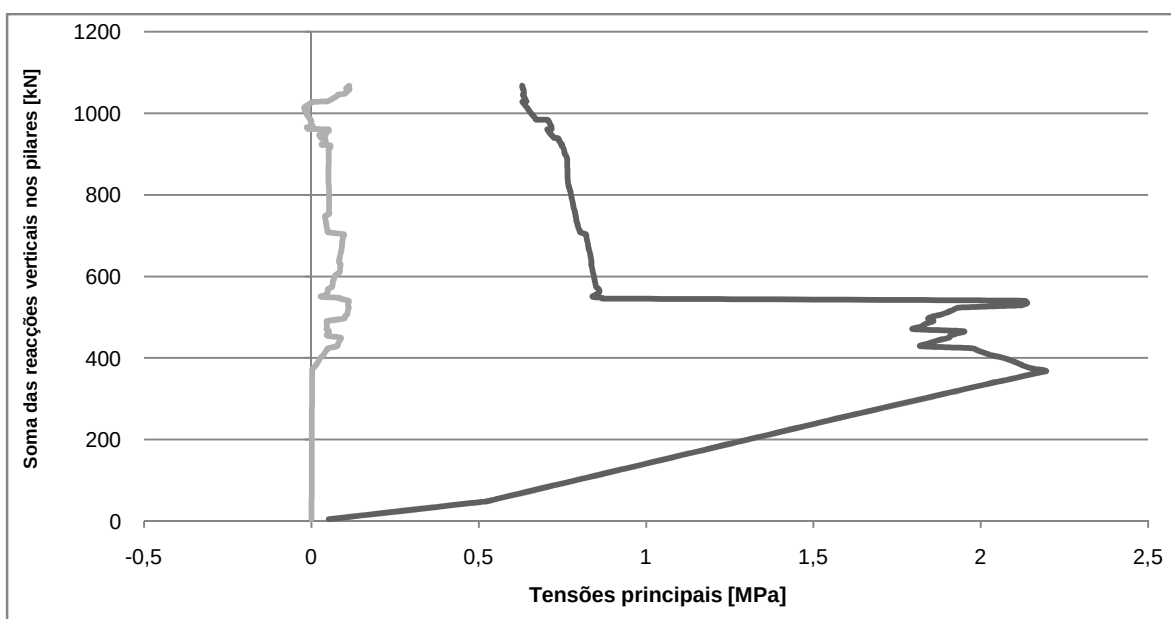


Fig. 5.63 - Tensões principais num elemento de betão fendilhado na viga (ponto A da figura 5.61)

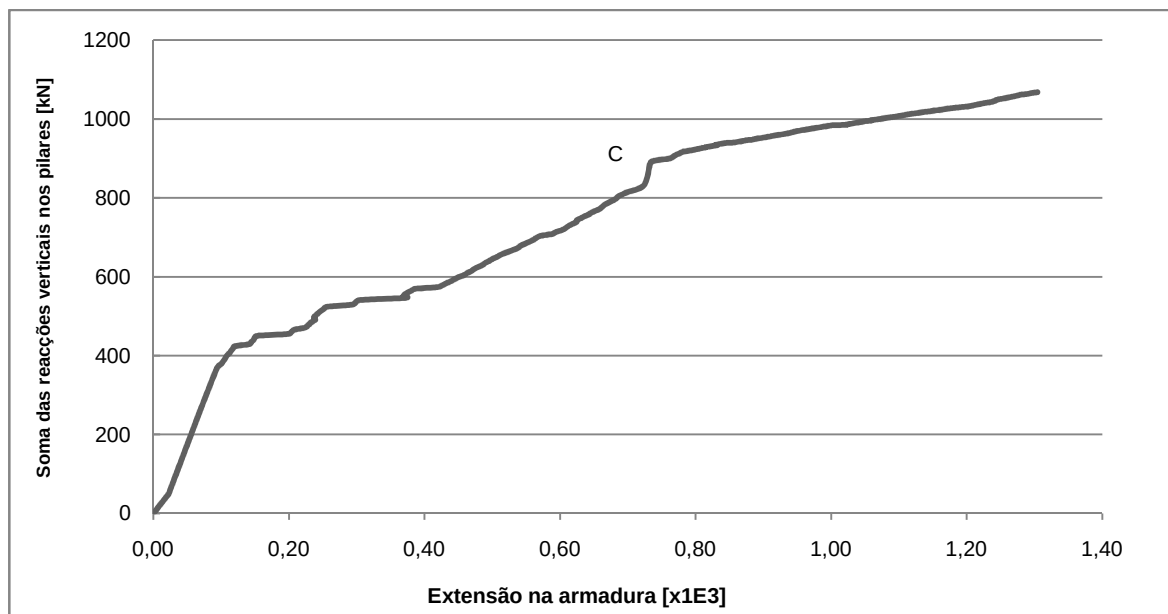


Fig. 5.64 - Relação entre a reacção vertical e extensão média de um elemento armadura na viga (ponto A na figura 5.61)

Analisando novamente os gráficos, denota-se que para uma certa reacção (820 kN de reacção vertical e 130 kN de reacção horizontal) existe uma descontinuidade geral em praticamente todos os gráficos analisados, ainda antes da mudança de aplicação da carga (pontos C nos gráficos anteriores). Nas figuras 5.65 e 5.66 são visíveis os padrões de fendilhação antes e depois dessa quebra.

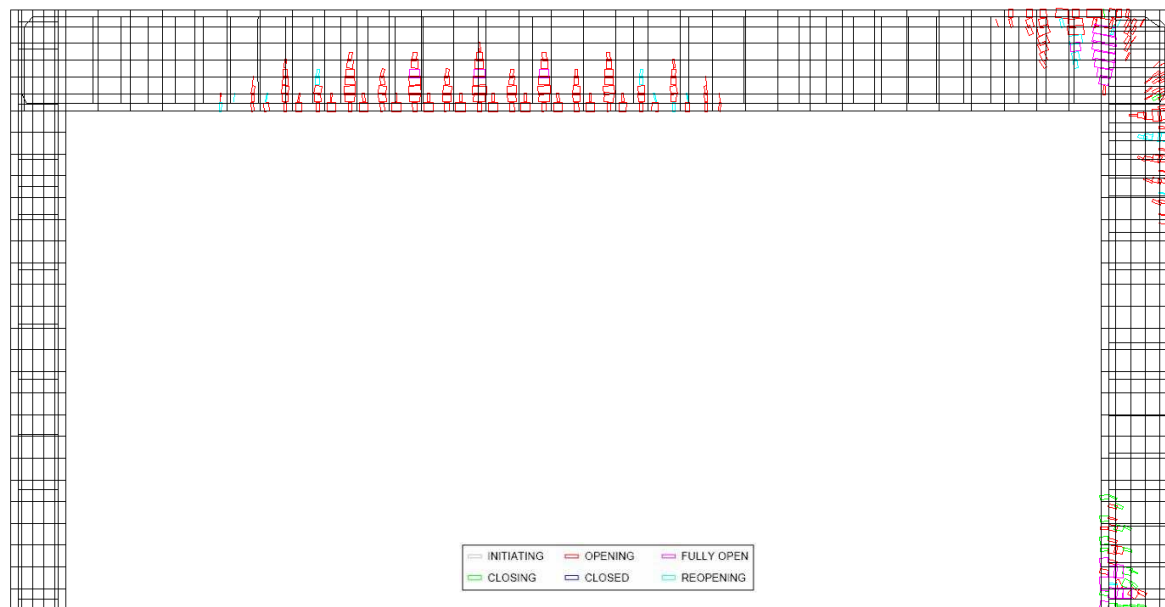


Fig. 5.65 - Fendilhação antes da segunda quebra de rigidez (ponto C na figura 5.64)

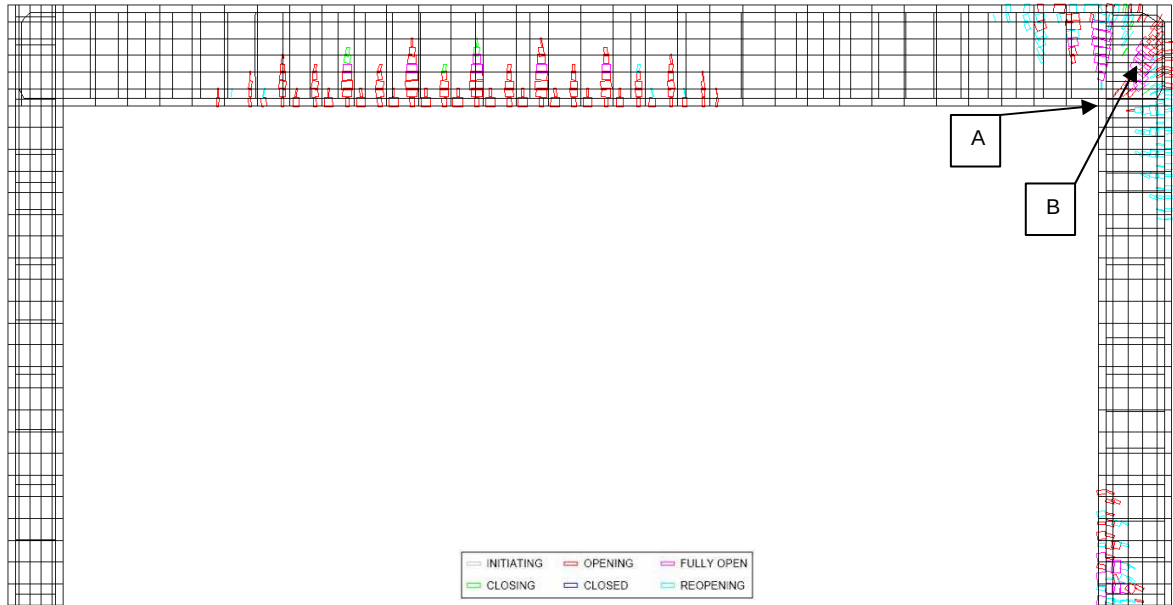


Fig. 5.66 - Fendilhação depois de segunda quebra de rigidez (ponto C na figura 5.64)

Comparando ambos os padrões, verifica-se que na viga as alterações são mínimas. Já no pilar as alterações são várias, surgindo uma fenda inclinada a cerca de 45° a unir cantos opostos do nó do lado direito do pórtico. O aparecimento súbito desta fenda leva a que as suas vizinhas passassem a estado *closing* (num patamar de carga intermédio entre os dois padrões de fendilhação), para apresentaram o estado *reopening* apresentado na figura 5.66. A presença dessa fenda inclinada levou a que a fendilhação verificada na base do pilar também alterasse o seu status. A abertura da fenda no nó do pórtico deve-se à influência do esforço transversal, pois aquela zona é crítica nesse aspecto.

Na figura 5.67 pode-se consultar as tensões principais num ponto de integração localizado no nó de pórtico do lado direito (ponto A da figura 5.66). Também se verificam descontinuidades em ambas as tensões para o patamar de carga referido.

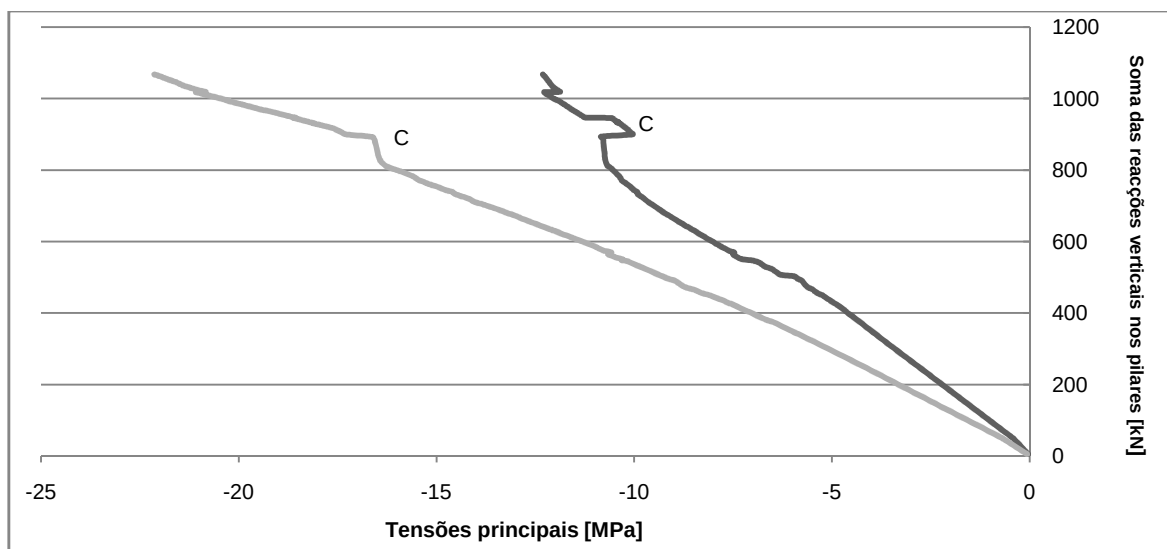


Fig. 5.67 - Tensões principais num elemento de betão no nó de pórtico direito (ponto A da figura 5.66)

Ambas as tensões principais apresentam valores de tensão algo elevados. O efeito do esforço transversal é evidente, pois ambas as tensões possuem valores significativos.

Na figura 5.68 é visível a evolução de um dos pontos de Gauss fendilhados na ligação viga-pilar do lado direito (ponto B da figura 5.66). Como é óbvio, o crescimento é brusco, não apenas no momento da sua formação, mas mantendo a tendência até ao último incremento convergido. Como consequência deste facto, a armadura transversal que atravessa esta fenda entra em cedência muito rapidamente, como pode ser comprovado pela figura 5.69.

Em relação à formação de uma rótula plástica, o nível de deformação máximo verificado ainda não é suficiente para admitir que esta existe. No entanto, tendo em conta a fenda existente no nó do pórtico e a plastificação da armadura de esforço transversal, admite-se a formação de uma rótula plástica.

Relativamente ao último incremento convergido, verifica-se que a carga atingida é 3,7% superior à utilizada para dimensionar o pórtico. Os deslocamentos máximos verificados são de 11,3 mm na viga e de 7,83 mm no pilar. Para a viga é um valor algo baixo, mas para o pilar é um deslocamento elevado, levando-o a deformar-se muito mais do que o esperado.

Analizando as tensões na secção mais esforçada da viga (secção do ponto A da figura 5.61), constata-se que a tensão instalada na armadura é de 263 MPa, enquanto nas fibras superiores do betão é de 15 MPa à compressão. Ambos os valores estão muito abaixo da sua capacidade resistente. No pilar estão instaladas tensões na armadura longitudinal de 243 MPa e no betão de 23 MPa. Apesar de mais esforçada, a secção crítica do pilar ainda revela resistência adicional. Na ligação viga-pilar do lado esquerdo começa a surgir alguma fendilhação, mas não é suficiente para a formação de uma rótula plástica. Tendo em conta a configuração do padrão de fendilhação e a evolução verificada nos últimos incrementos de carga, admite-se que a fenda inclinada verificada na figura 5.66 é determinante para a rotura do pórtico.

Nas figuras 5.70 e 5.71 estão presentes o padrão de fendilhação e os pontos de Gauss plastificados para o último incremento convergido.

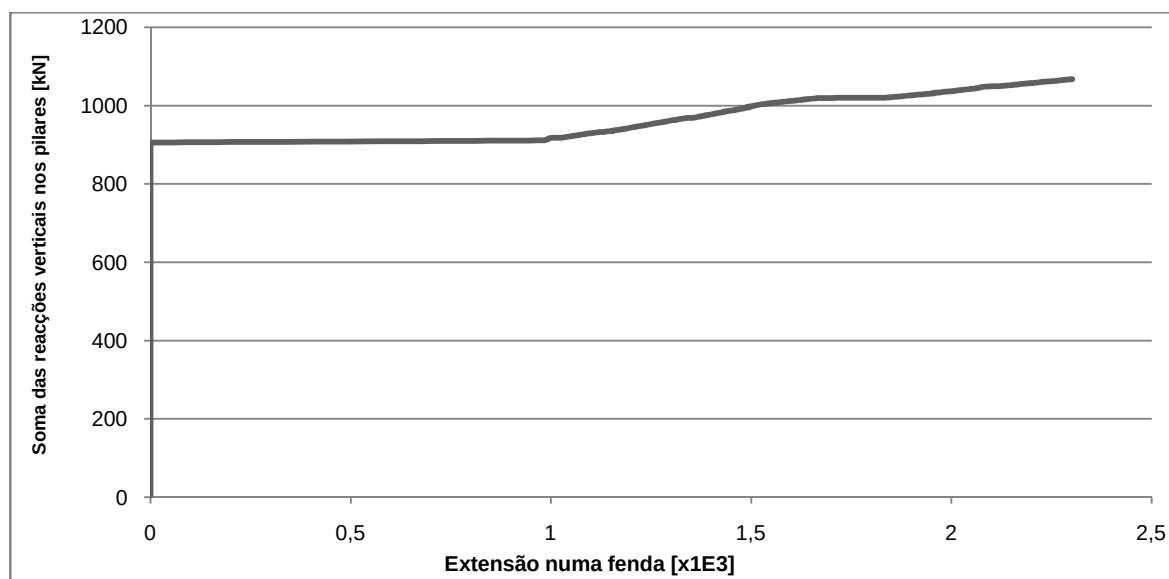


Fig. 5.68 - Evolução da extensão de um ponto de Gauss fendilhado na ligação viga-pilar (ponto B da figura 5.66)

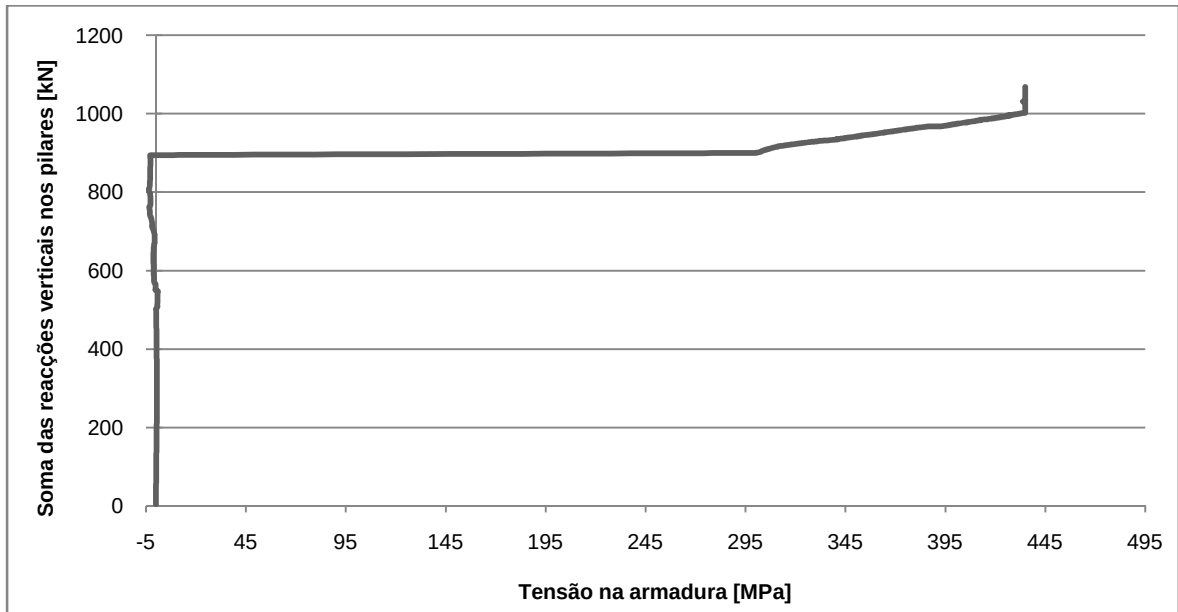


Fig. 5.69 - Desenvolvimento da tensão na armadura de esforço transversal na fenda inclinada (ponto B da figura 5.66)

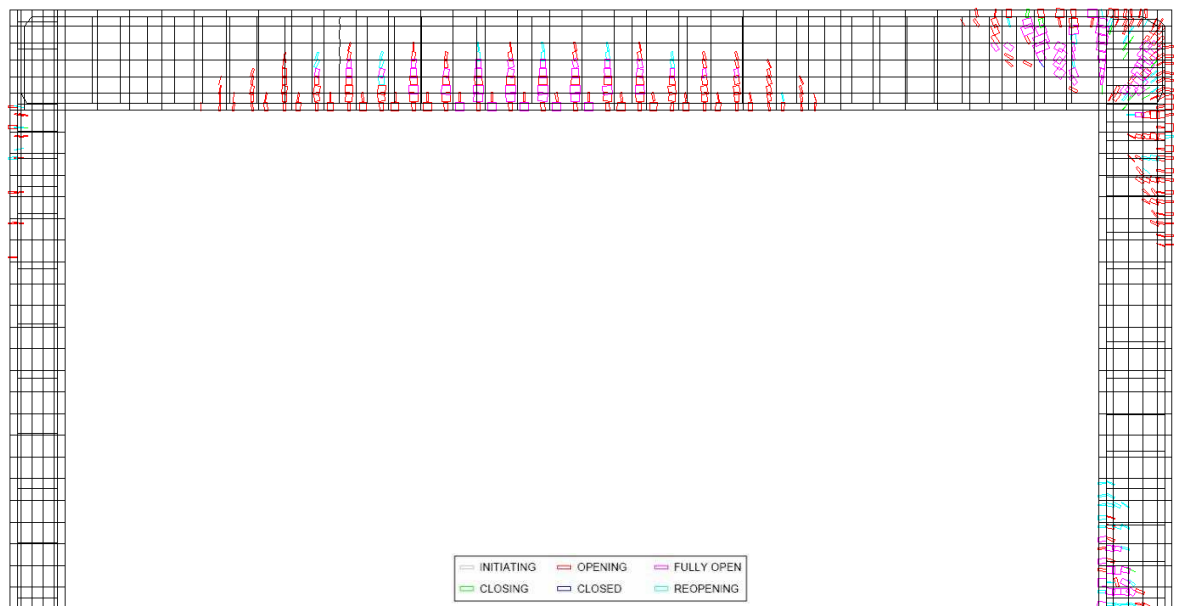


Fig. 5.70 - Padrão de fendilhação no último incremento convergido

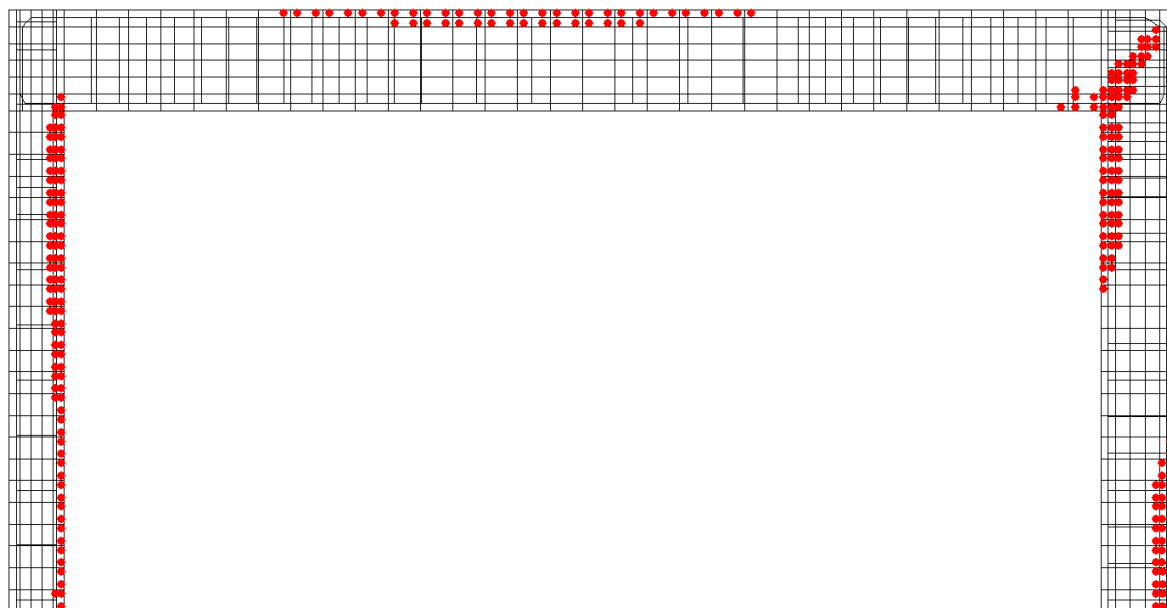


Fig. 5.71 - Pontos de Gauss plastificados no último incremento convergido

5.7.3.2. Estado Limite de Utilização – Limitação de tensões

Como este pórtico possui momentos flectores muito elevados tanto na viga como na ligação entre a viga e os pilar direito, é analisada mais que uma secção crítica ao nível das condições de serviço. Portanto, são analisadas as secções de maior deformação na viga e o topo do pilar, antes da ligação à viga. Cada secção é analisada para as três combinações de serviço.

Tabela 5.56 - Tensões instaladas na viga na zona de momento positivo máximo

Combinação	Tensão no betão			Tensão na armadura		
	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro
Característica	14,89	6,97	-114%	307,3	139,2	-121%
Frequente	12,29	5,84	-110%	253,6	97,51	-160%
Quase permanente	11,84	5,67	-109%	244,3	92,44	-164%

Tabela 5.57 - Tensões instaladas na viga na zona de momento negativo máximo

Combinação	Tensão no betão			Tensão na armadura		
	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro
Característica	15,44	14,96	-3,21%	318,6	165,67	-92,3%
Frequente	14,03	13,04	-7,59%	289,5	134,69	-114,9%
Quase permanente	13,83	12,76	-8,39%	285,4	130,39	-118,9%

Tabela 5.58 - Tensões instaladas no pilar na zona de maior momento

Combinação	Tensão no betão			Tensão na armadura		
	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro	DO (MPa)	ANL (MPa)	Erro
Característica	7,94	26,16	+229%	35,94	160,42	+346%
Frequente	7,21	23,70	+229%	32,67	124,78	+282%
Quase permanente	7,11	23,31	+228%	32,21	120,04	+273%

Pela análise das tensões nas tabelas, constata-se que maioritariamente apresentam valores de erro muito elevados. Na zona de maior momento positivo da viga verificam-se tensões no betão muito abaixo das verificadas no dimensionamento, que crescem em função do carregamento. Já as tensões na armadura apresentam erros elevados, mas inversamente proporcionais à evolução da carga.

Na secção da viga com maior momento negativo, os erros na tensão no betão são bastante baixos, enquanto na armadura as tensões continuam a revelar (na simulação) erros negativos muito significativos.

No pilar, as tensões verificadas em ambos os materiais na análise não linear são muito superiores às verificadas aquando do dimensionamento. A influência da carga pontual nos pilares leva a que as tracções nestes elementos sejam quase inexistentes aquando do dimensionamento orgânico. No entanto, na simulação não linear a ligação viga-pilar direito sofre muito mais deformações, equilibrando as tensões nas armaduras longitudinais do pilar e da viga.

Relativamente ao limite de tensões regulamentado no EC2, pela tabela 5.59 verifica-se que as limitações de tensões no EC2 apenas não são cumpridas no pilar (referentes às tensões no betão).

Tabela 5.59 - Limite regulamentar de tensões

Material	Combinação	Expressão regulamentada	Valor regulamentado (MPa)	Resultado na análise não linear (MPa)		
				Viga	Viga	Pilar
Betão	Característica	$0,6 \cdot f_{ck}$	24	6,97	14,96	26,16
Betão	Quase permanente	$0,45 \cdot f_{ck}$	18	5,67	12,76	23,31
Aço	Característica	$0,8 \cdot f_{yk}$	435	139,2	165,67	160,42

Nas figuras 5.72 a 5.74 são visíveis os padrões de fendilhação verificados para as combinações de serviço. É visível na ligação da viga ao pilar do lado direito a existência de uma fenda, em estado *fully-open*, vertical, a separar estes dois elementos. Esta fenda origina uma importante quebra de rigidez do nó, ficando mais sujeito a deslocamentos e rotações. Do mesmo modo, devido à força de compressão aplicada no topo dos pilares, já existe algum betão na ligação viga-pilar que apresenta comportamento elasto-plástico (portanto mais deformável). Com a aplicação da sobrecarga, o nó impõe deslocamentos ao pilar, levando que este fique muito mais esforçado do que o esperado. Isto leva a que os esforços na viga sejam minimizados, passando-os ao pilar. Esta transmissão dos

esforços leva a que os erros nas tensões do pilar sejam muito grandes, pois no acto de dimensionamento não é considerada qualquer redistribuição de esforços. No entanto, deste modo as tensões nas armaduras revelam valores mais equilibrados. Quanto às tensões no betão, é compreensível as grandes diferenças verificadas entre as secções, pois as duas últimas encontram-se já sob a influência da carga pontual nos pilares, levando a que as tensões de compressão sejam mais elevadas que no vão da viga.

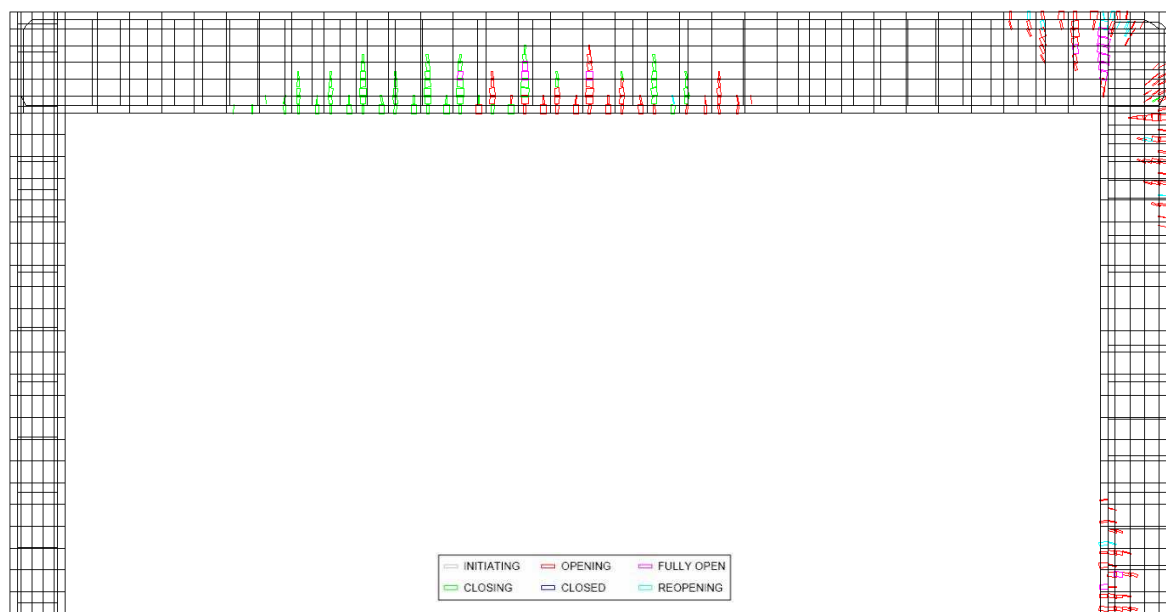


Fig. 5.72 – Padrão de fendilhação na combinação característica

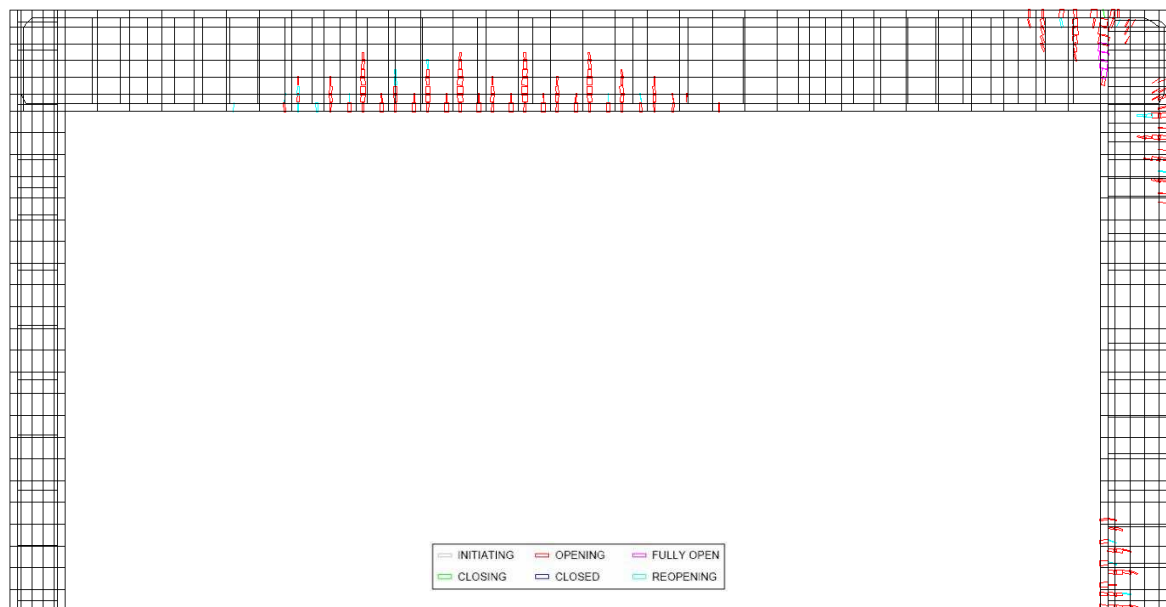


Fig. 5.73 - Padrão de fendilhação na combinação frequente

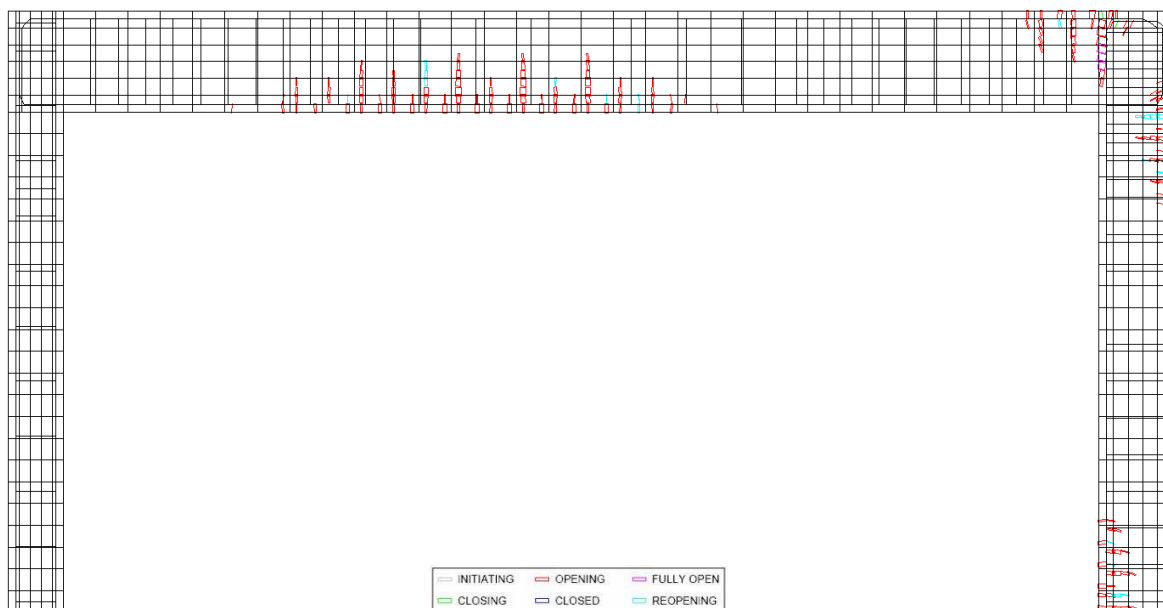


Fig. 5.74 - Padrão de fendilhação na combinação quase permanente

5.7.3.3. Estado Limite de Utilização – Controlo da fendilhação

Nesta secção é efectuada a comparação da largura das fendas calculada no dimensionamento orgânico (DO) e na análise não linear (ANL). Tal como no caso anterior, são calculadas para a zona mais esforçada no vão da viga, na ligação da viga ao pilar e no topo do pilar.

Tabela 5.60 - Comparação do valor da largura da maior fenda no vão da viga

Combinação	Largura das fendas		
	DO (mm)	ANL (mm)	Erro
Característica	0,23246	0,17778	-30,8%
Frequente	0,18564	0,13266	-39,9%
Quase permanente	0,17757	0,12599	-40,94%

Tabela 5.61 - Comparação do valor da largura da maior fenda na viga, na ligação ao pilar

Combinação	Largura das fendas		
	DO (mm)	ANL (mm)	Erro
Característica	0,24231	0,25254	+4,22%
Frequente	0,21696	0,21587	-0,50%
Quase permanente	0,21341	0,20413	-4,5%

Tabela 5.62 - Comparação do valor da largura da maior fenda no topo do pilar

Combinação	Largura das fendas		
	DO (mm)	ANL (mm)	Erro
Característica	0,01236	0,14011	+1036%
Frequente	0,01123	0,10169	+852%
Quase permanente	0,01108	0,10009	+803%

Analisando as tabelas 5.60 a 5.62, verifica-se que os valores são congruentes com a redistribuição de esforços referida no cálculo das tensões. No vão da viga verificam-se valores abaixo dos calculados no dimensionamento da estrutura. No entanto, o erro demonstra tendência para diminuir com o aumento do carregamento. Isto deve-se ao facto de a resistência à tracção do betão fendilhado diminuir progressivamente, oferecendo menor resistência ao aumento da extensão das fendas.

Em relação às fendas verificadas na viga, na ligação ao pilar, os valores são muito próximos aos calculados no acto de dimensionamento.

Para as fendas no topo do pilar, a largura das fendas é várias vezes superior às calculadas segundo o EC2. Isto deve-se à redistribuição dos esforços mencionada anteriormente, levando o pilar direito a deformar-se muito mais que o expectável no cálculo orgânico. Com o aumento do carregamento, as fendas revelam uma tendência para se afastar dos valores calculados devido à quebra de rigidez no nó do pórtico.

Relativamente ao limite de 0,3 mm na combinação quase permanente patente no EC2, este é verificado em todos os casos com larga margem de segurança.

5.7.3.4. Estado Limite de Utilização – Controlo da deformação

Relativamente à deformação, apenas são comparados os deslocamentos correspondentes à secção no vão da viga e na face do pilar, nos seus pontos de máximo deslocamento. A secção da viga próxima do pilar, apesar de bastante esforçada, não sofre deslocamentos verticais significativos devido à rigidez axial do pilar. A rotação não é calculada pelo *FEMIX*, logo o valor não pode ser comparado. Mesmo sendo calculado por métodos simplificados, o erro desse cálculo impossibilita uma comparação com a precisão das restantes.

Tabela 5.63 - Deslocamento vertical máximo na viga

Combinação	Desloc. secção fendilhada	Desloc. secção não fendilhada	Desloc. DO	Desloc. ANL	Erro
Característica	8,777	3,631	8,639	6,1927	-39,5%
Frequente	7,224	2,948	7,056	4,5680	-54,5%
Quase permanente	7,002	2,851	6,826	4,3453	-57,1%

Tabela 5.64 - Deslocamento horizontal máximo no pilar

Combinação	Desloc. secção fendilhada	Desloc. secção não fendilhada	Desloc. DO	Desloc. ANL	Erro
Característica	0,617	0,383	0,569	4,5938	+707%
Frequente	0,400	0,268	0,367	4,1891	+1044%
Quase permanente	0,369	0,251	0,339	4,1337	+1119%

Estes resultados confirmam o que foi descrito nas secções anteriores. O pilar direito na simulação apresenta maiores esforços e deslocamentos do que os esperados devido à perda de rigidez da ligação à viga.

5.8. ANÁLISE COMPARATIVA

Nesta secção é efectuada uma comparação entre os erros verificados nos diversos parâmetros calculados nas combinações de Estado Limite de Utilização. Na tabela 5.65 e 5.66 podem ser consultados os erros verificados ao nível das tensões do betão e da armadura, respectivamente, de todos os pórticos analisados. No caso do pórtico P5, apenas é analisado o erro verificado no vão da viga.

Analisando a tabela 5.65 conclui-se que, apesar de os erros verificados serem de gamas de valores bastante diferentes, o erro revela-se sempre inferior à tensão calculada no dimensionamento orgânico. A evolução do erro é mínima com o aumento do carregamento. Isto revela que as tensões de compressão no betão aumentam de forma consistente com a evolução verificada no dimensionamento. De referir que o pórtico P3 revela erros extremamente baixos em relação aos restantes casos analisados.

Tabela 5.65 - Erros verificados nas tensões de compressão do betão na viga

Combinação	P1	P2	P3	P4	P5
Característica	-36%	-33%	-0,5%	-17,5%	-114%
Frequente	-36%	-30%	-0,8%	-16,3%	-110%
Quase permanente	-36%	-31%	-1,6%	-16,3%	-109%

Tabela 5.66 - Erros verificados nas tensões de tracção na armadura na viga

Combinação	P1	P2	P3	P4	P5
Característica	-66%	-43,9%	-2,0%	-37,5%	-121%
Frequente	-82%	-52,4%	-9,6%	-45,3%	-160%
Quase permanente	-86%	-53,7%	-11,1%	-46,8%	-164%

Quanto aos erros nas tensões na armadura, estas revelam valores muito diferentes. No entanto, verifica-se que a progressão do erro é inversamente proporcional ao carregamento devido ao esgotamento da resistência à tracção do betão fendilhado.

Em relação à fendilhação, os erros verificados podem ser consultados na tabela 5.67.

Tabela 5.67 - Erros verificados no cálculo da abertura de fendas

Combinação	P1	P2	P3	P4	P5
Característica	-47,7%	+78%	+2,43%	+34,3%	-30,8%
Frequente	-60,6%	+79%	+6,3%	+25,6%	-39,9%
Quase permanente	-63,9%	+79%	+18,6%	+25,5%	-40,94%

Já neste caso não se denota nenhum padrão específico. No entanto, este é o cálculo que acarreta maior grau de aleatoriedade. Ao efectuar o cálculo da largura da fenda na simulação não linear, é escolhida a fenda mais larga presente no padrão de fendilhação para a combinação de cargas correspondente. No entanto, além de esta escolha ser feita de forma visual, pode ocorrer que para o patamar de carga seleccionado exista uma transição de esforços ou então a alteração de alguma fenda em pontos de Gauss vizinhos que origine uma variação pontual da extensão da fenda em estudo.

Em relação aos erros verificados no controlo da deformação, estes encontram-se reunidos na tabela seguinte.

Tabela 5.68 - Erros verificados no cálculo dos deslocamentos no vão da viga

Combinação	P1	P2	P3	P4	P5
Característica	-4,7%	-3,5%	+30,6%	+16,1%	-39,5%
Frequente	-18,6%	-9,3%	+22,9%	+10,1%	-54,5%
Quase permanente	-19,7%	-9,9%	+21,3%	+8,48%	-57,1%

Relativamente à tabela 5.68, verifica-se que os pórticos em que se utilizou betão C20/25 revelam erros por defeito no valor das flechas da viga. Já os pórticos com betão da classe C40/50 demonstram erros positivos. Em todos os casos, com a progressão do carregamento o erro tende a tornar-se menos negativo ou mais positivo. Este facto deve-se ao aumento da carga aplicada, que provoca a plastificação de mais pontos de Gauss, originando mais deformações na estrutura. Os erros elevados verificados no pórtico P5 devem-se à existência de uma importante fenda na ligação da viga ao pilar.

5.9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo são efectuadas comparações entre diversos pórticos para tentar aferir se é possível a utilização de um modelo baseado na não linearidade material em projecto. É escolhido um modelo

considerado apropriado e definidas as variáveis para melhor tentar idealizar os materiais constituintes.

Os pórticos estudados são seleccionados de forma a cobrir várias situações: diversas relações de vãos, diferentes materiais, pórticos somente carregados com cargas verticais ou também com cargas horizontais.

Em todos os casos simulados existe um aspecto comum. Todos os pórticos demonstram que os pilares acabam mais esforçados que o esperado no dimensionamento orgânico. A carga pontual vertical no topo dos pilares, no dimensionamento, é suficiente para manter a secção do pilar completamente à compressão, sem que o efeito do momento da viga transmitido ao pilar cause esforços de tracção. Em todos os pórticos simulados verifica-se a existência de fendilhação nas faces exteriores dos pilares. As tensões nas armaduras tendem a uniformizar-se pelos dois elementos estruturais, acabando por a viga transmitir esforços excessivos ao pilar a partir do momento em que a fendilhação é abundante.

Outro facto que se verifica na maior parte das simulações é o efeito do esforço transversal no nó dos pórticos. Com a aproximação da carga de Estado Limite Último, nos pórticos P2, P3, P4 e P5 verifica-se a presença de fendas inclinadas nesta zona. O pórtico P5 revela muitos problemas no nó de pórtico mais esforçado, assumindo-se a rotura por corte nessa zona. A presença de uma escora plastificada no betão a 45°, coincidente com uma fenda, deixa antever que a armadura dimensionada não é de todo suficiente para suportar as tensões tangenciais verificadas.

Em relação ao Estado Limite Último, todas as simulações ultrapassam essa barreira de carga. No entanto, algumas delas param precocemente, pois ainda se verifica resistência adicional nas secções analisadas. Os pórticos revelam de um modo geral uma boa ductilidade, com padrões de fendilhação bem dispersos e com boa abertura de fendas nas vigas, fundamental para considerar uma estrutura segura (i.e. com “pré-aviso” de ruína)

Quanto ao Estado Limite de Utilização, apesar dos erros verificados, no controlo da fendilhação e da deformação os limites são praticamente sempre verificados na análise não linear. Pode-se assumir que neste aspecto, se for efectuado o controlo indirecto destes dois parâmetros segundo o EC2, admite-se que estes estão verificados na análise não linear material (apesar de os valores da simulação serem muitas vezes inferiores aos calculados no dimensionamento orgânico, portanto contra a segurança).

6

CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

Com a conclusão deste trabalho, no qual se pretende avaliar a possibilidade de utilização de modelos de análise não linear material no dia-a-dia do engenheiro projectista, é importante resumir o trabalho efectuado e indicar trabalho a ser efectuado posteriormente.

É apresentado o modelo de análise não linear material utilizado (*elasto-plastic multi-fixed smeared crack model*), integrado num programa de cálculo automático (*FEMIX 4.0*) baseado no método dos elementos finitos. Com estas ferramentas são efectuadas simulações de várias estruturas. Os parâmetros utilizados na definição dos materiais são seleccionados segundo o Eurocódigo 2, sendo adoptado um modelo de segurança adaptado às disposições desse regulamento e à realidade verificada nos gabinetes de projecto.

São dimensionados cinco pórticos, com diferentes características de materiais, relações de vãos e cargas aplicadas, num programa de cálculo (*SAP2000*). O dimensionamento orgânico é baseado no Eurocódigo 2 e são utilizadas algumas regras empíricas normalmente adoptadas em gabinetes de projecto. São calculados valores de tensões, larguras de fendas e deslocamentos em combinações de Estado Limite de Utilização.

Os pórticos dimensionados são posteriormente simulados, utilizando elementos finitos, e os materiais constituintes são em cada caso modelados de forma a simular o comportamento não linear material. As estruturas são analisadas em Estado Limite Último e em Estado Limite de Utilização. São comparados resultados entre o dimensionamento orgânico e a simulação para cada estrutura, acompanhados de uma avaliação dos erros verificados.

Em todas as simulações efectuadas a carga do último incremento convergido é superior à correspondente em Estado Limite Último. No entanto, os valores das tensões instaladas nas secções críticas estudadas verificaram-se inferiores aos valores resistentes considerados para os materiais. Sugere-se a análise destas estruturas com outros valores resistentes para os materiais ou afectados por coeficientes diferentes dos admitidos neste trabalho.

Nas análises efectuadas verifica-se que para carregamentos com valores mais elevados a influência do esforço transversal aumenta, resultando em padrões de fendilhação com várias fendas inclinadas, por vezes com extensões que levam a concluir que podem ser fendas críticas para a rotura do pórtico. No acto de dimensionamento orgânico foram cumpridas todas as regras definidas no Eurocódigo 2 para este tipo de estruturas, sendo de esperar roturas por flexão nos pórticos.

Relativamente aos limites dos valores de tensões, largura de fendas e deslocamentos calculados nas combinações de serviço nas simulações não lineares, os limites definidos no Eurocódigo 2 são

cumpridos. Este facto indica que para estas combinações de carga os modelos adoptados se revelam fiáveis. No pórtico P5, o único carregado com carga horizontal, os valores dos erros calculados dos parâmetros anteriormente referidos são grandes (mas os limites preconizados no EC2 são igualmente cumpridos). Sugere-se o estudo de pórticos em condições semelhantes para entender a origem da discrepância de valores verificada no presente trabalho.

Em termos de tensões observam-se valores bastante afastados dos calculados no acto de dimensionamento. Verifica-se uma redistribuição de esforços da viga para os pilares, apresentando estes últimos fendilhação abundante e tensões de tracção nas armaduras longitudinais semelhantes às verificadas na armadura inferior da viga. No dimensionamento orgânico as tensões esperadas para os pilares são somente de compressão (por efeito da ordem de grandeza da carga pontual aplicada no topo dos pilares). Sugere-se a análise de estruturas semelhantes com carregamentos diferentes, para tentar isolar o efeito de cada carga na estrutura (p.e., variar a carga pontual vertical aplicada no pilar para um valor menor e manter as restantes cargas).

Nos casos estudados no presente trabalho quase sempre surgem rótulas plásticas nos pilares. Igualmente, o efeito das tensões tangenciais é significativo, principalmente para patamares de carga elevados. Sugere-se a análise de pórticos suplementares para concluir se este facto é recorrente neste tipo de análise.

Sugere-se ainda a análise de pórticos com maior número de vãos e com mais pisos e abordagens com base em outros regulamentos em vigor.

Sugerem-se algumas alterações ao *software* utilizado:

- Seria vantajosa a utilização de uma plataforma mais unificada. O procedimento desde a definição da malha até à criação do ficheiro de dados devia ser feito por um único programa.
- A definição do ficheiro de dados deve deixar de ser executada em ficheiro de texto. Aproveitando a organização actualmente presente por blocos de dados, pode ser implementando um sistema de *check-list* em vez da edição manual.
- Os ficheiros de armazenamento de dados criados pelo *FEMIX* estão limitados a uma dimensão de 2 GB. Esta limitação do programa, não raras vezes, obriga à redefinição de um ficheiro de dados. Numa simulação de apenas algumas horas o limite do ficheiro de armazenamento de dados referente ao betão atinge o seu limite. Esta situação deve ser alterada com urgência, pois encontra-se totalmente desfasada do poder de processamento actual disponível num computador pessoal.

Concluindo, a utilização de um modelo não linear para dimensionamento de estruturas, com parâmetros constitutivos seleccionados com base no Eurocódigo 2, não apresenta resultados fiáveis. Em alguns casos estudados são obtidos resultados interessantes, mas por norma verificam-se diferenças bastante grandes nas tensões, largura de fendas e deslocamentos entre os pórticos dimensionados e a simulação com base na não linearidade material. O Eurocódigo 2 revela-se praticamente omissa acerca da análise não linear material, revelando-se pouco útil nesta temática.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Task Group 4.4, “*Practitioners guide to finite element modelling of reinforced concrete structures*”. FIB Bulletin 45, Lausanne, 2008.
- [2] CEN, “*Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*”. European Norm 1992-1-1, Bruxelas, Abril de 2004
- [3] Bresler, B., Scordelis, A.C. “*Shear Strength of Reinforced Concrete Structures*”, Proceedings, ACI, Vol. 60, N.º 1, 1963
- [4] Figueiras, J.A., Bastos, A.M.S.T., Póvoas, R.H.C.F. “*Análise numérica versus análise experimental de estruturas de betão armado – dois exemplos estudados*”. Comunicação apresentada ao 1º Encontro Nacional sobre a Análise Experimental de Tensões, Lisboa, Novembro de 1986
- [5] Azevedo, A.F.M., Figueiras, J.A., “*Modelo de análise de estruturas planas de betão armado*”. Comunicação apresentada ao 1º Encontro Nacional sobre a Análise Experimental de Tensões, Lisboa, Novembro de 1986
- [6] Sena-Cruz, J.M. “*Strengthening of concrete structures with near-surface mounted CFRP laminate strips*”. Dissertação de Doutoramento, Universidade do Minho, 2005
- [7] Azevedo, A.F.M., Barros, J.A.O., Sena-Cruz, J.M. e Ventura-Gouveia, A. “*Software no ensino e no projecto de estruturas*”. Proceedings do III Congresso Luso-Moçambicano de Engenharia, Maputo, Moçambique, pp 81-92, 2003.
(http://civil.fe.up.pt/pub/people/alvaro/pdf/2003_Mocamb_Soft_Ens_Proj_Estrut.pdf)
- [8] Azevedo, A.F.M., “*Método dos elementos finitos*”. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2003
(http://civil.fe.up.pt/pub/apoio/ano5/aae/pdf/Apontamentos/Livro_MEF_AA.pdf)
- [9] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. “*The finite element method (Fourth Edition) Vol.2, Solid and fluid mechanics, dynamics and non-linearity*”. McGraw-Hill, Berkshire, Inglaterra, 1991
- [10] Crisfield, M.A., “*Non-linear finite element analysis of solids and structures. Vol. 1: essentials*”. John Wiley & Sons, Chichester, Inglaterra, 1991
- [11] Bazant, Z.P., Oh, B.H., “*Crack band theory for fracture of concrete*” in “*Materials and Structures*”, 155-177, RILEM, 1983
- [12] Barros, J.A.O., “*Comportamento do betão reforçado com fibras. Análise experimental e simulação numérica*” Dissertação de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1995
- [13] de Borst, R., Nauta, P. “*Non-orthogonal cracks in smeared finite element model*”. Engineering Computations Journal, 2, 35-46, 1985
- [14] Owen, D.R.J., Figueiras, J.A. “*Anisotropic elasto-plastic finite element analysis of thick and thin plates and shells*”. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 19, 323-350, 1983
- [15] Kupfer, H., Hilsdorf, H.K., Rusch, H. “*Behaviour of concrete under biaxial stresses*”. ACI Journal, 66(8), 656-666
- [16] “*Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes*”, Decreto Lei n.º 235/83 de 31 de Maio, Porto Editora, Porto, 1983

- [17] D'Arga e Lima, J., Monteiro, V., Mun, M. “*Betão Armado – Esforços normais e de flexão*”. LNEC, Lisboa, 1985
- [18] Barros, H., Figueiras, J.A. “*Estruturas de Betão – Tabelas e Ábacos de dimensionamento segundo o Eurocódigo 2 de secções solicitadas à flexão e a esforços axiais*”, Setembro de 2007
- [19] Azevedo, A.F.M., Barros, J.A.O. “*Manual de utilização do programa S3DCAD*”. Junho de 1998, (http://civil.fe.up.pt/Software/Femix_V3_1/pdf/S3dcad.pdf)
- [20] Azevedo, A.F.M., Barros, J.A.O. “*Manual de utilização do programa FEMIX*”. Junho de 2000, (http://civil.fe.up.pt/Software/Femix_V3_1/Femix_3.1_Manual.htm)
- [21] “*CEB-FIP Model Code 90 – Design Code*”. Thomas Telford, Lausanne, Suíça, 1993
- [22] Resende, A.F.B., Cerqueira, L.M.F.M.M. “*Análise não linear de estruturas planas de betão armado*”, Abril de 2005 (http://civil.fe.up.pt/pub/apoio/ano5/seminario/Trabalhos/2004_2005/AR_LC/Relatorio_final.pdf)
- [23] Azevedo, A.F.M., “*Análise não linear de estruturas planas de betão armado*”. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1985

