

Determinação dos parâmetros do modelo de Karnopp num sistema servopneumático

José Adriano Durão da Rocha

Dissertação do MIEM

Orientador:

Professor Doutor Fernando Gomes de Almeida

Co-orientador:

Professor Doutor João Pedro Barata da Rocha Falcão Carneiro

U. PORTO

FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Opção de Automação

Julho de 2010

Aos meus pais e à minha irmã

Resumo

Os sistemas pneumáticos são uma solução de accionamento industrial amplamente utilizada pois são fiáveis, acessíveis e providenciam uma boa relação entre potência de saída e dimensão do actuador. Porém, apresentam limitações em tarefas de controlo de movimento, o que coloca restrições na sua aplicabilidade. Melhorar o desempenho destes sistemas envolve desenvolver metodologias para estimar a força de atrito dos componentes mecânicos das instalações, tendo sido esse o objectivo deste trabalho.

A primeira parte do trabalho é dedicada à análise da força de atrito e de diversos modelos que pretendem descrever o comportamento da mesma em sistemas mecânicos. Foi utilizado um conjunto de procedimentos propostos na literatura que permitem estimar os parâmetros do modelo de atrito seleccionado, o modelo de Karnopp, sem no entanto se terem encontrado resultados satisfatórios.

Na segunda parte do trabalho expõe-se um novo procedimento que tem em vista uma futura automatização da estimativa dos parâmetros do modelo de atrito indicado. Consiste na procura directa dos parâmetros por minimização do erro quadrático médio na previsão da força de atrito. O procedimento é convincente pois para além de ser composto por menos passos que o procedimento testado, obteve resultados mais robustos.

Determination of the Karnopp model parameters in a servopneumatic system

Abstract

Pneumatic systems are widely used in the industrial environment because they are reliable, affordable and provide a good relationship between power output and size of the actuator. However, they have limitations on tasks of motion control, placing restrictions on its applicability. Improving the performance of these systems involves the development of methodologies for estimating the friction force of the mechanical components of the facilities, which has been the aim of this work.

The first part of this work is devoted to the analysis of the friction force and several models seeking to describe its behavior in mechanical systems. A set of procedures proposed in the literature was used for estimating the parameters of the selected friction model, Karnopp's model, but without reaching satisfactory results.

In the second part a new set of proposed procedures is presented leading to a future automated estimation of the selected friction model parameters. It consists in the direct search of the parameters by minimizing the mean square error in the prediction of the friction force. The procedure is convincing because as well as being composed of fewer steps than the tested procedure, obtained more robust results.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostava de agradecer ao meu orientador, o Professor Fernando Gomes de Almeida, e ao meu co-orientador, o Professor João Falcão Carneiro, por todo o conhecimento que partilharam comigo, pela paciência para com a minha ignorância e pela amabilidade com que sempre me trataram. Foram inexcedíveis em todos estes aspectos

Aos meus companheiros de manhãs, tardes, noite, Sábados, Domingos e Feriados. Todos eles ajudaram a tornar o laboratório num melhor local de trabalho e a Faculdade num lugar onde é bom passar o tempo. Mesmo que não seja em lazer.

Aos meus amigos que, por eles, nunca me faltariam forças.

A todos, muito obrigado!

Índice de Conteúdos

| | |
|---|------|
| Resumo | v |
| Abstract..... | vii |
| Agradecimentos | ix |
| Índice de Conteúdos | xi |
| Índice de Figuras | xiii |
| Índice de Tabelas | xvii |
| 1 Introdução..... | 1 |
| 1.1 Instalação experimental | 4 |
| 1.2 Modelação do servosistema pneumático | 11 |
| 1.3 Importância da modelação do atrito | 18 |
| 1.4 Organização do trabalho..... | 19 |
| 2 Modelos de atrito..... | 21 |
| 2.1 Modelos estáticos | 24 |
| 2.2 Modelos dinâmicos..... | 30 |
| 3 Determinação dos parâmetros do modelo de Karnopp..... | 35 |
| 3.1 Selecção do conjunto de dados a utilizar..... | 36 |
| 3.2 Metodologia adaptada de Shirazi e Voda..... | 52 |
| 3.3 Novo procedimento | 75 |
| 4 Conclusões e trabalhos futuros | 83 |
| 5 Bibliografia..... | 85 |

Índice de Figuras

| | |
|---|----|
| Fig. 1 – Actuador pneumático para separação de grades de cerveja | 2 |
| Fig. 2 – Componentes de um sistema servopneumático..... | 3 |
| Fig. 3 – Sistema de controlo e aquisição de dados | 4 |
| Fig. 4 – Sistema electropneumático..... | 5 |
| Fig. 5 – Relacionamento entre os elementos da instalação | 6 |
| Fig. 6 – Circuito pneumático (retirado de [2]) | 6 |
| Fig. 7 – Computador, aquisição de dados e condicionamento de sinal..... | 7 |
| Fig. 8 – Actuador, guia linear e carro guiado (retirado de [2])..... | 9 |
| Fig. 9 – Diagrama de blocos do sistema (simplificado) | 11 |
| Fig. 10 – Representação esquemática de uma servoválvula de três orifícios..... | 12 |
| Fig. 11 – Restrição ideal | 13 |
| Fig. 12 – Diagrama simplificado da parte mecânica | 14 |
| Fig. 13 – Vista microscópica do contacto entre duas superfícies..... | 21 |
| Fig. 14 – Os quatros regimes de atrito..... | 22 |
| Fig. 15 – Diferentes comportamentos do atrito | 23 |
| Fig. 16 – Modelos da força de atrito em função da velocidade..... | 25 |
| Fig. 17 – Representação gráfica do modelo de Karnopp..... | 26 |
| Fig. 18 – Diagrama de blocos do modelo de Karnopp | 27 |
| Fig. 19 – Arquitectura da ANN | 29 |
| Fig. 20 – Treino da rede utilizada na modelação da força de atrito | 29 |
| Fig. 21 – Força de atrito como função do deslocamento..... | 30 |
| Fig. 22 – Representação de dois corpos em contacto através de hastes | 32 |
| Fig. 23 – Controlador proporcional e perturbação pseudo-aleatória..... | 37 |
| Fig. 24 – a) Implementação do sinal pseudo-aleatório b) Sinal pseudo-aleatório..... | 38 |
| Fig. 25 – Sinal de referência $x_{ref}(t)$ utilizado..... | 39 |

| | |
|---|----|
| Fig. 26 – Superfície da $F_{atr}^P = f(dx/dt, d^2x/dt^2)$ | 39 |
| Fig. 27 – Projecções da F_{atr}^P | 40 |
| Fig. 28 – Projecções F_{atr}^P vs dx/dt | 40 |
| Fig. 29 – Controlador “bang-bang” aplicado ao sistema | 41 |
| Fig. 30 – Superfície da $F_{atr}^r = f(dx/dt, d^2x/dt^2)$ | 41 |
| Fig. 31 – Projecções da F_{atr}^r | 42 |
| Fig. 32 – Projecção dos dados de dx/dt vs d^2x/dt^2 | 42 |
| Fig. 33 – Superfície resultante da segunda experiência de controlo bang-bang..... | 44 |
| Fig. 34 – Projecção dx/dt vs d^2x/dt^2 dos dados da segunda experiência | 44 |
| Fig. 35 – Superfície resultante da terceira experiência de controlo “bang-bang”..... | 46 |
| Fig. 36 – Projecção dx/dt vs d^2x/dt^2 dos dados da terceira experiência | 46 |
| Fig. 37 – Sistema electropneumático controlado em malha aberta..... | 47 |
| Fig. 38 – Percurso do cilindro durante o tempo..... | 47 |
| Fig. 39 – Força exercida pelo cilindro nos instantes antes de se mexer | 48 |
| Fig. 40 – Força exercida pelo cilindro nos instantes antes de se imobilizar..... | 48 |
| Fig. 41 – Força exercida pelo cilindro nos instantes antes de se mexer (sem ruído)..... | 49 |
| Fig. 42 – Força exercida pelo cilindro nos instantes antes de se imobilizar (sem ruído) | 49 |
| Fig. 43 – Fluxograma para a obtenção dos parâmetros Θ^+ e Θ^- | 55 |
| Fig. 44 – Fluxograma para a obtenção das forças de atrito estático | 57 |
| Fig. 45 – Resultados da identificação dos parâmetros Θ^+ para os <i>dados</i> ^P | 58 |
| Fig. 46 – Resultados da identificação dos parâmetros Θ^- para os <i>dados</i> ^P | 58 |
| Fig. 47 – Resultados da identificação dos parâmetros Θ^+ para os <i>dados</i> ^T | 59 |
| Fig. 48 – Resultados da identificação dos parâmetros Θ^- para os <i>dados</i> ^T | 59 |
| Fig. 49 – Fluxograma do mapeamento efectuado..... | 64 |
| Fig. 50 – Superfície do EQM = $f(F_s^+, F_s^-)$ para os <i>dados</i> ^P | 64 |
| Fig. 51 – Projecções da superfície EQM = $f(F_s^+, F_s^-)$ para os <i>dados</i> ^P | 65 |
| Fig. 52 – Superfície do EQM = $f(F_s^+, F_s^-)$ para os <i>dados</i> ^T | 65 |

| | |
|--|----|
| Fig. 53 – Projecções da superfície EQM = $f(F_s^+, F_s^-)$ para os $dados^T$ | 66 |
| Fig. 54 – Fluxograma do modelo de Karnopp algébrico..... | 67 |
| Fig. 55 – Fluxograma para a optimização usando o modelo de Karnopp algébrico | 68 |
| Fig. 56 – Fluxograma do novo mapeamento | 70 |
| Fig. 57 – Superfície do modelo algébrico EQM = $f(F_s^+, F_s^-)$ | 71 |
| Fig. 58 – Vistas da superfície do modelo algébrico EQM = $f(F_s^+, F_s^-)$ | 71 |
| Fig. 59 – Fluxograma da optimização global multivariável..... | 73 |
| Fig. 60 – Fluxograma do primeiro passo do novo procedimento..... | 76 |
| Fig. 61 – Representação gráfica do EQM = $f[(dx/dt)_{min}]$ | 77 |
| Fig. 62 – Fluxograma do segundo passo do novo procedimento | 78 |
| Fig. 63 – Superfície do EQM = $f[(dx/dt)_{min}^+, (dx/dt)_{min}^-]$ | 79 |
| Fig. 64 – Projecção do EQM vs $(dx/dt)_{min}^-$ | 79 |
| Fig. 65 – Projecção do EQM vs $(dx/dt)_{min}^+$ | 80 |
| Fig. 66 – Fluxograma do terceiro passo do novo procedimento | 81 |

Índice de Tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Principais características das servoválvulas | 8 |
| Tabela 2 – Dimensões dos componentes da parte mecânica do sistema | 9 |
| Tabela 3 – Características eléctricas e de sinal dos transdutores de pressão..... | 10 |
| Tabela 4 – Parâmetros do sinal pseudo-aleatório | 38 |
| Tabela 5 – Segunda experiência de controlo “bang-bang” | 43 |
| Tabela 6 – Terceira experiência de controlo “bang-bang” | 45 |
| Tabela 7 – Valores recolhidos na eminência do cilindro se mexer | 50 |
| Tabela 8 – Valores recolhidos na eminência do cilindro se imobilizar..... | 50 |
| Tabela 9 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp | 60 |
| Tabela 10 – Restrições impostas à função <i>fmincon</i> | 61 |
| Tabela 11 – Valores iniciais e resultados para a 1º optimização utilizando <i>fmincon</i> | 61 |
| Tabela 12 – Valores iniciais e resultados para a 2º optimização utilizando <i>fmincon</i> | 62 |
| Tabela 13 – Valores iniciais e resultados para a 1º optimização utilizando <i>fminsearch</i> | 62 |
| Tabela 14 – Valores iniciais e resultados para a 2º optimização utilizando <i>fminsearch</i> | 63 |
| Tabela 15 – Restrições usadas na função <i>fmincon</i> | 68 |
| Tabela 16 – Resultados obtidos através das optimizações não lineares | 69 |
| Tabela 17 – Limites para a optimização multivariável..... | 72 |
| Tabela 18 – 1º tabela de resultados das optimizações multivariável..... | 74 |
| Tabela 19 – 2º tabela de resultados das optimizações multivariável..... | 74 |
| Tabela 20 – Condições da optimização para o primeiro passo do novo procedimento..... | 75 |
| Tabela 21 – Parâmetros do modelo de Karnopp resultantes da nova metodologia..... | 80 |
| Tabela 22 – Valores iniciais das optimizações <i>fmincon</i> e <i>fminsearch</i> | 82 |

1 Introdução

No meio industrial, existem três grandes grupos de tecnologias de accionamento: hidráulica, electromecânica e pneumática. As aplicações óleo-hidráulicas são utilizadas quando as cargas envolvidas são muito elevadas (até vários milhões de newton) e as velocidades de accionamento baixas (até cerca de meio metro por segundo). A gama de forças dos actuadores eléctricos e dos pneumáticos é mais baixa e não ultrapassa alguns milhares de newton. No entanto, as velocidades que se atingem são mais elevadas e podem ultrapassar os dez metros por segundo [1].

A utilização de sistemas pneumáticos na indústria deriva do seu baixo custo de aquisição, dos reduzidos requisitos de manutenção e elevadas relações entre potência de saída e peso ou dimensão do actuator. A sua selecção em detrimento do accionamento eléctrico ou óleo-hidráulico advém das vantagens da utilização do ar comprimido como fonte de energia. A inexistência do perigo de explosão torna a sua aplicação adequada em indústrias como a mineira, ou então na indústria alimentar e farmacêutica, pois o risco de uma fuga de ar não representa perigo de contaminação dos produtos [2].

No entanto, enquanto nos actuadores eléctricos e hidráulicos se consegue controlar de forma precisa a posição e velocidade do elemento móvel, o mesmo não acontece nos pneumáticos pois estes possuem características mais fortemente não lineares, as quais serão citadas adiante. A isto acresce uma grande sensibilidade à carga transportada, o que ocorre em muito menor grau nas alternativas supracitadas. Por estes motivos, a utilização do ar comprimido fica maioritariamente confinada a tarefas em que o actuator só se imobiliza nas posições de fim de curso, tais como o manuseamento de objectos numa linha de montagem – ver a aplicação na indústria cervejeira da Fig. 1. As aplicações pneumáticas mais comuns em meio fabril são em operações de empilhamento de peças ou chapas, alimentação de prensas, alinhamento de produtos ou matéria-prima num tapete rolante, sistemas de enchimento de garrafas, etc.



Fig. 1 – Actuador pneumático para separação de grades de cerveja

O primeiro estudo a respeito do controlo de posição de sistemas pneumáticos é atribuído a Shearer, no Massachusetts Institute of Technology, na década de 1950 [3]. A investigação nesta área levou à separação em dois ramos de investigação: um para sistemas a alta pressão para aplicações no sector aeroespacial e outro visando pressões inferiores (até 10 bar) para aplicações industriais convencionais. Desde os primeiros dias da servopneumática até hoje, os avanços na tecnologia dos microprocessadores e do controlo digital permitiram que se registassem progressos notáveis neste domínio. Foi preciso esperar até 1985 para se verificar a comercialização do primeiro sistema de controlo digital para actuadores pneumáticos. A empresa responsável foi a empresa inglesa Martonair, em colaboração com a Universidade de Loughborough [4].

Os elementos típicos de um servosistema pneumático estão representados na Fig. 2: a fonte de energia pneumática, o controlador, o actuador com transdutor de posição e uma (ou mais) servoválvula(s). O transdutor de posição transmite a localização do êmbolo ao controlador e este calcula o sinal de comando. As servoválvulas recebem este sinal, fazendo abrir orifícios de secção variável no seu interior e permitem a passagem de ar proveniente da fonte ou das câmaras do actuador. O ar comprimido move então o êmbolo do actuador. Embora a instalação experimental utilizada no decurso deste trabalho utilize duas

servoválvulas (os motivos encontram-se explicados em [2]), tal não é necessário para efectuar o controlo de posição do actuador. Da mesma forma, na figura só está representado o transdutor de posição do actuador, embora possam existir mais, tais como transdutores de pressão nas câmaras do mesmo.

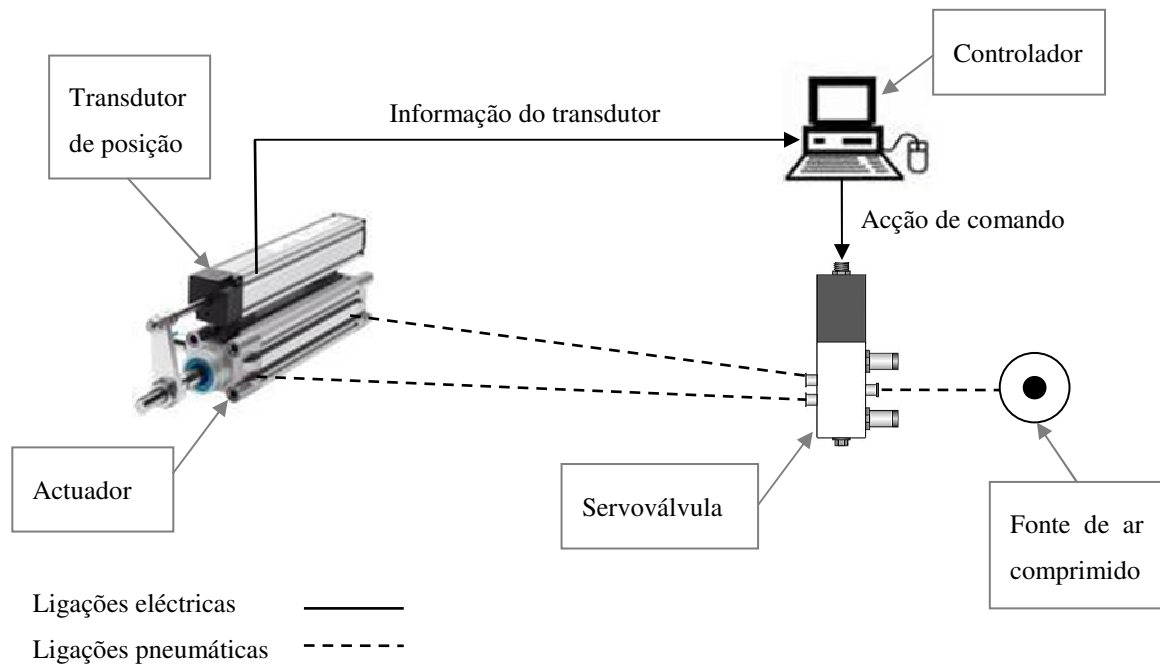


Fig. 2 – Componentes de um sistema servopneumático

As características vincadamente não lineares dos sistemas servopneumáticos devem-se à compressibilidade do ar, às características de escoamento nas válvulas e ao atrito entre as partes móveis do sistema. O estudo destes fenómenos revela-se, então, importante para o avanço das aplicações servopneumáticas. Conhecer e modelar o atrito de forma correcta é necessário para ultrapassar os problemas atrás referidos. A selecção de um modelo de atrito deverá ser efectuada tendo em conta a capacidade deste descrever com exactidão o comportamento real do actuador e a complexidade introduzida no modelo do sistema.

1.1 Instalação experimental

A instalação experimental utilizada foi construída no âmbito de trabalhos prévios [2, 5], e é composta por duas partes: controlo e aquisição de dados - Fig. 3 - e sistema electropneumático - Fig. 4. A relação entre todos os elementos da instalação encontra-se na Fig. 5. O sistema de controlo e aquisição de dados engloba um computador pessoal com cartas de aquisição de dados e um quadro eléctrico que, para além de realizar o condicionamento dos sinais provenientes dos transdutores, também trata das funções de alimentação e segurança. Do sistema electropneumático fazem parte uma unidade de tratamento de ar, duas servoválvulas, um actuador, um carro que se move numa guia linear onde se encontra integrado um transdutor de posição e dois transdutores de pressão.



Fig. 3 – Sistema de controlo e aquisição de dados

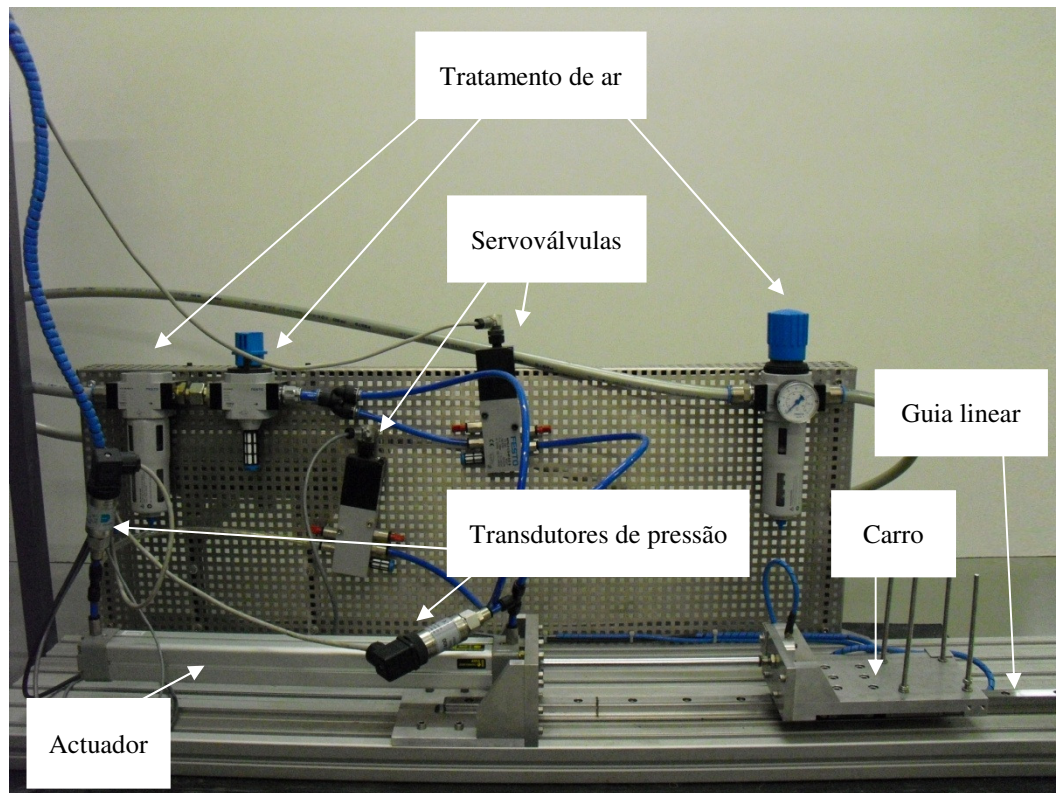


Fig. 4 – Sistema electropneumático

O sistema de controlo e aquisição de dados trata de receber os sinais dos transdutores e de calcular a acção de controlo para as servoválvulas. Estas são responsáveis por regular a passagem do ar entre a unidade de tratamento de ar e as câmaras do actuador pneumático. O carro colocado na guia linear é movido pela haste do cilindro. É apresentada de seguida uma descrição mais detalhada de todos os componentes da instalação.

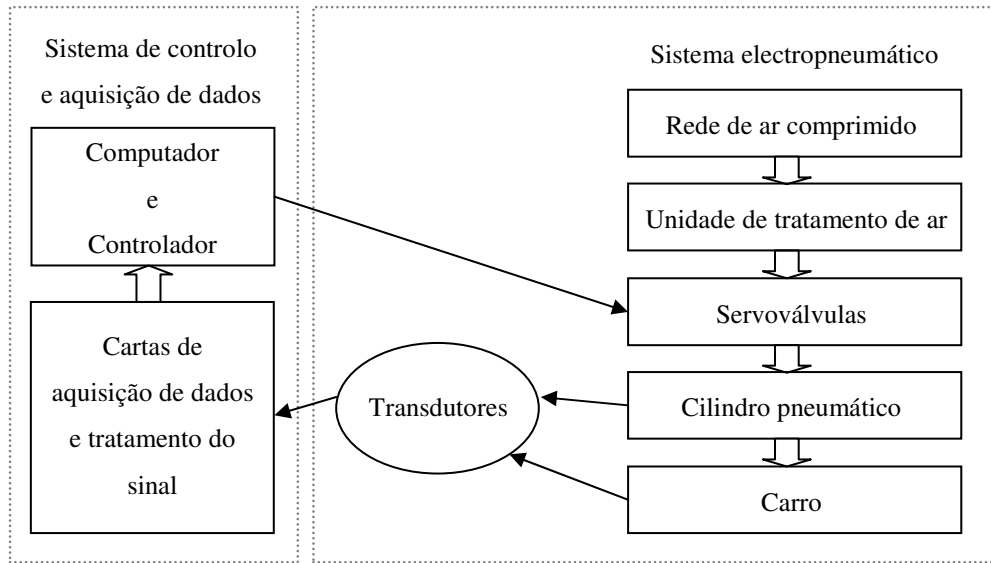


Fig. 5 – Relacionamento entre os elementos da instalação

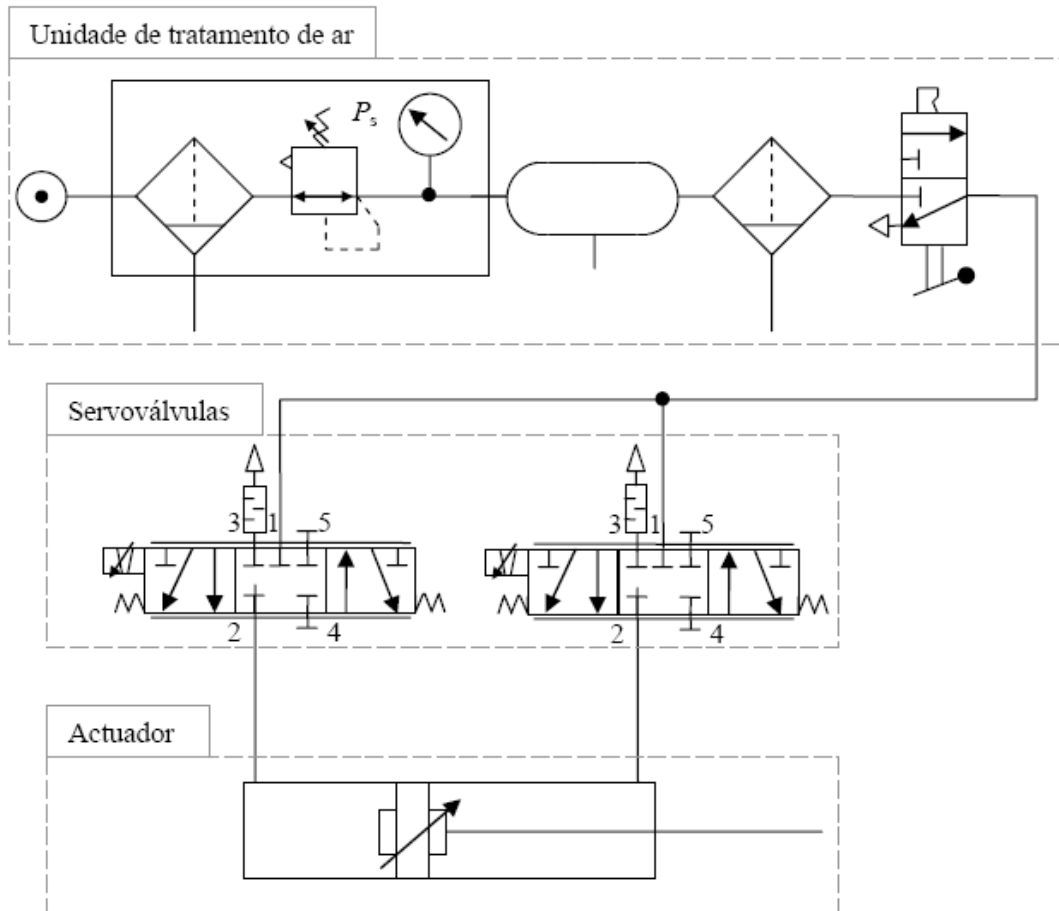


Fig. 6 – Circuito pneumático (retirado de [2])

1.1.1 Sistema de controlo e aquisição de dados

O controlo do sistema foi feito num computador pessoal que utiliza um processador Intel Pentium III com uma velocidade de relógio de 1 GHz. Foram instaladas duas cartas de aquisição de dados do fabricante *Measurement Computing*: uma de 16 bits, com oito canais diferenciais analógicos de entrada e dois canais de saída (referência PCI-DAS1602/16) e outra para o transdutor de posição (referência PCI-QUAD04).

A implementação do controlo foi efectuada utilizando o *software* Matlab/Simulink®. Este programa permite configurar as cartas de aquisição de dados por *software*, bem como definir a frequência de amostragem pretendida. Outra característica relevante é a geração automática de código C executável em tempo real através do *Real Time Workshop*.

A Fig. 7 apresenta um diagrama abreviado de como é feito o condicionamento do sinal e a comunicação com o computador. Neste último elemento encontra-se a carta do codificador incremental, que se encontra directamente ligada ao transdutor de posição. As cartas dos restantes transdutores têm uma estrutura idêntica, consistindo num andar de amplificação para uniformizar as gamas de sinais e em filtros de primeira ordem destinados a reduzir o ruído. A Tabela 3 sintetiza as características eléctricas e de condicionamento de sinal dos transdutores de pressão.

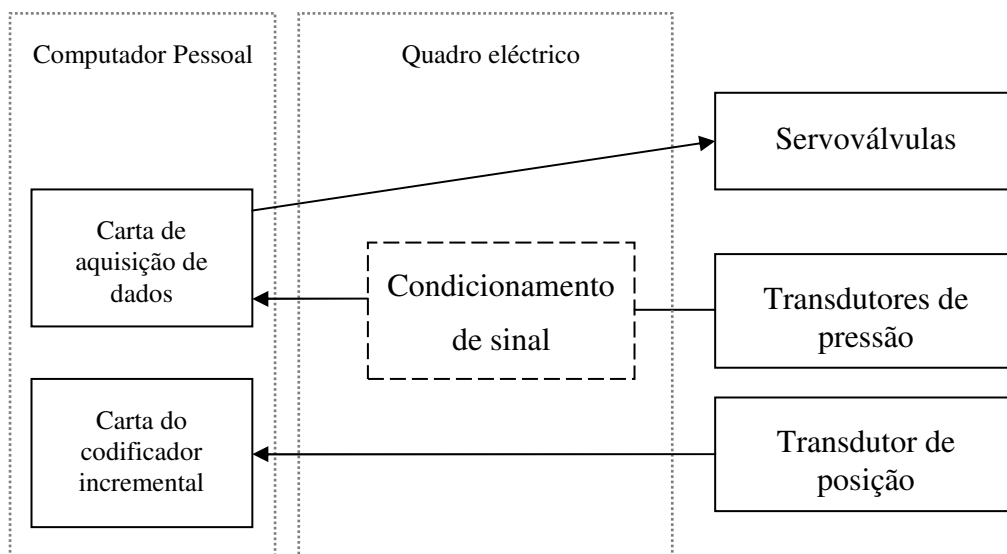


Fig. 7 – Computador, aquisição de dados e condicionamento de sinal

1.1.2 Instalação electropneumática

O ar comprimido que alimenta o sistema é disponibilizado pela rede de distribuição a uma pressão absoluta de aproximadamente 8 bar. A instalação está dotada de uma válvula redutora de pressão, que limita a alimentação a 7 bar (absoluto), que é a pressão utilizada neste trabalho. Um acumulador de 5 litros reduz as flutuações de pressão ao longo do tempo, podendo-se considerar desta forma que a pressão de alimentação é constante. Existem ainda dois filtros (40 μm e 5 μm) e uma válvula de corte.

As servoválvulas são de 5 orifícios e centro fechado, sendo fabricadas pela FESTO (referência MPYE-5-1/8-HF-010B). Embora não estejam representados no diagrama da Fig. 5, elas possuem um controlador e um transdutor de posição para as suas gavetas. Como estes sinais não estão acessíveis ao utilizador, não foram apresentados na Tabela 1, onde se encontram as principais características das servoválvulas.

Tabela 1 – Principais características das servoválvulas

| Característica | Valor |
|---------------------------|----------|
| Pressão máxima admissível | 10 bar |
| Tensão de alimentação | 24 V |
| Caudal Nominal | 700 SLPM |
| Largura de banda a -3 dB | 100 Hz |
| Tensão de referência | 0 – 10V |

O actuador pneumático é um cilindro de duplo efeito e assimétrico do fabricante Asco - Joucomatic, com amortecimento interno pneumático regulável e vedantes de baixo atrito do tipo “Omega” [6]. O actuador acciona o carro – ver Fig. 8 –, que se desloca ao longo de uma guia num patim de esferas. A posição do carro é medida num referencial cuja origem corresponde à posição central do cilindro. As dimensões dos componentes da parte mecânica da instalação estão na Tabela 2. A massa móvel não foi medida, mas sim estimada em [2] através das dimensões dos componentes.

A instalação está dotada de um transdutor de posição e dois de pressão. O transdutor de posição, produzido pela Bosh/Rexroth, consiste num codificador incremental com princípio de funcionamento magnético, sendo composto por um bloco de leitura solidário com

o patim de esferas e por uma régua graduada inscrita na guia. A resolução é de $5\mu\text{m}$, a velocidade máxima de 5 ms^{-1} e o sinal de saída segue a norma RS422.

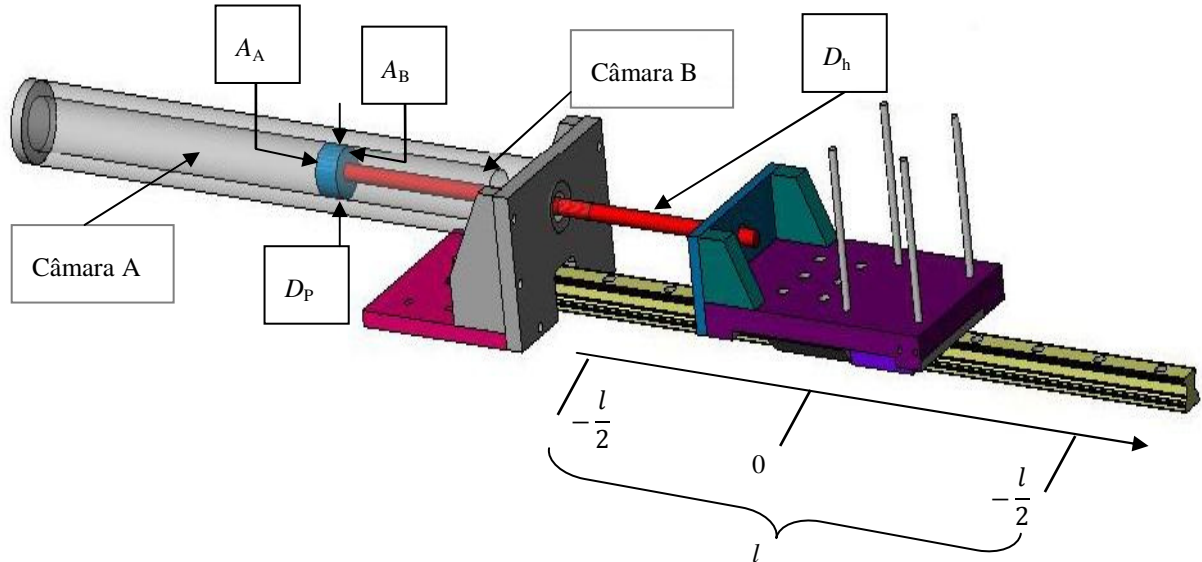


Fig. 8 – Actuador, guia linear e carro guiado (retirado de [2])

Tabela 2 – Dimensões dos componentes da parte mecânica do sistema

| Variável | Descrição | Valor |
|----------|----------------------------|---|
| D_P | Diâmetro do pistão | 0.032 m |
| D_h | Diâmetro da haste | 0.012 m |
| l | Curso do cilindro | 0.4 m |
| A_A | Área da câmara A | $8.04 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ |
| A_B | Área da câmara | $6.91 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ |
| A_h | Área da haste | $1.13 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ |
| - | Dimensões da base do carro | $0.22 \times 0.12 \times 0.015 \text{ m}$ |
| M | Massa móvel do sistema | 2.86 kg |

Os transdutores de pressão estão colocados à entrada das câmaras do cilindro, lendo as pressões nas mesmas. São fabricados pela empresa Druck (referência Druck PTX 1400), e a sua gama de medição vai desde os 0 a 10 bar absolutos, tendo uma exactidão de 0.2% do valor do fim de escala (FS). O valor de saída é em corrente e varia entre 4 e 20 mA.

Tabela 3 – Características eléctricas e de sinal dos transdutores de pressão

| Transdutores de pressão | |
|-------------------------------|------------|
| Sinal de alimentação | +24 VDC |
| Sinal de saída | 4 – 20 mA |
| Ganho de amplificação | 0.499 V/mA |
| Frequência de corte do filtro | 100 Hz |

1.2 Modelação do servosistema pneumático

A modelação do servosistema pneumático – representado simplificada através do diagrama de blocos da Fig. 9 – compreende a modelação das servoválvulas, do actuador e do sistema mecânico.

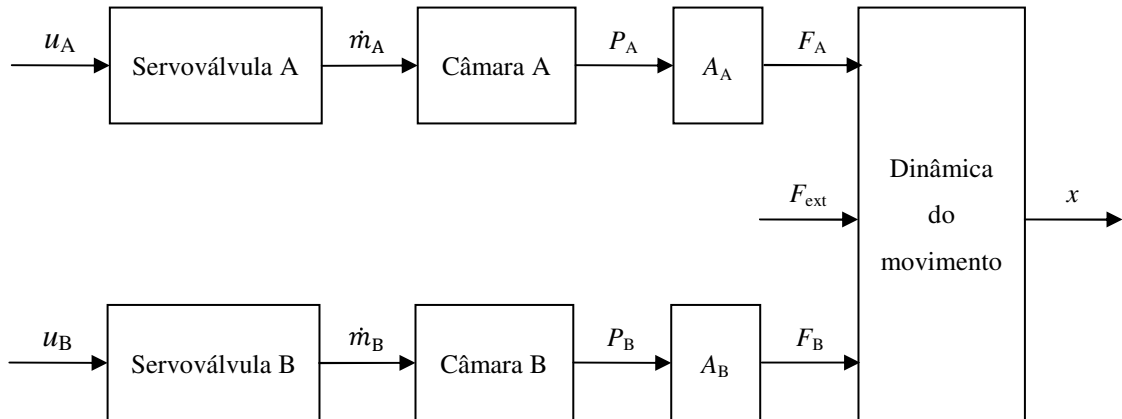


Fig. 9 – Diagrama de blocos do sistema (simplificado)

1.2.1 Modelo das servoválvulas

As duas servoválvulas utilizadas neste trabalho são idênticas, levando a que esta narração possa ser fundamentada a partir de uma servoválvula genérica, e cuja caracterização foi efectuada através do recurso à norma ISO 6358 [7]. A referência a cada uma das servoválvulas será efectuada utilizando os subscritos A ou B.

Considere-se a servoválvula de três orifícios representada na Fig. 10. O orifício de trabalho é o orifício A ou B, consoante esteja ligado à câmara A ou B do actuador pneumático, o orifício P está ligado à fonte de pressão e o R à atmosfera. A pressão de alimentação é representada por P_s , a pressão atmosférica por P_{atm} e a pressão de trabalho por P . Considera-se que a pressão no orifício de trabalho das válvulas é igual à pressão na câmara do actuador à qual estão ligadas. O movimento axial da gaveta da válvula, representada a cinzento, dentro da camisa, faz variar a área das restrições por onde o ar passa (R_1 e R_2). A posição da gaveta, x_v , dependente da tensão de comando u , determina a quantidade de ar que entra ou sai do cilindro. Neste trabalho, a dinâmica das servoválvulas foi desprezada pois

estas possuem uma largura de banda de aproximadamente 100 Hz [8], muito superior à do actuador, que é de cerca de 6 Hz [2].

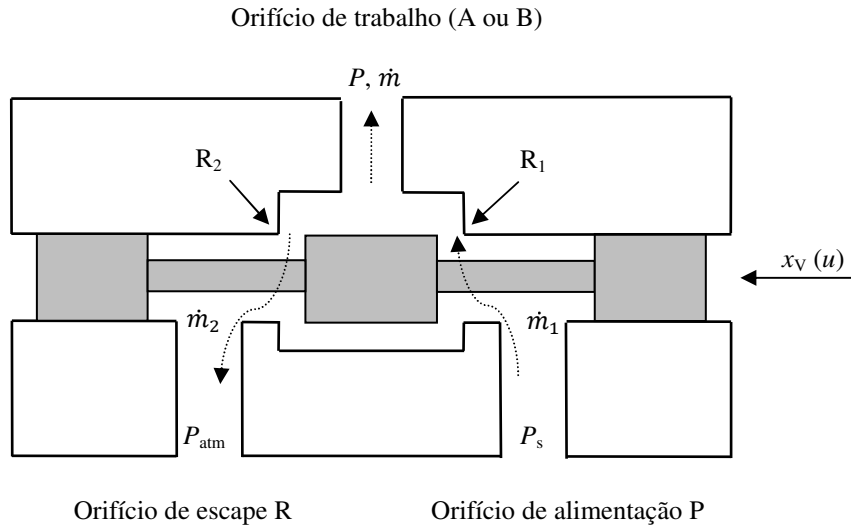


Fig. 10 – Representação esquemática de uma servoválvula de três orifícios

O caudal mássico que passa no orifício de trabalho é determinado através da subtração do caudal que passa na restrição R_2 (\dot{m}_2) ao caudal que passa na restrição R_1 (\dot{m}_1):

$$\dot{m} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2 \quad (1)$$

O modelo proposto pela norma ISO 6358 [7], quando aplicado a uma restrição i , é dado por:

$$\dot{m}_i = C_i(u) P_{ui} \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_{ui}}} Y_1 \quad (2)$$

$$Y_1 = \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{P_{di}}{P_{ui}} \leq r_i(u) \\ \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{P_{di}}{P_{ui}} - r_i}{1 - r_i} \right)^2} & \text{se } \frac{P_{di}}{P_{ui}} > r_i(u) \end{cases} \quad (3)$$

Nas duas últimas equações, C_i é a condutância sónica da restrição e r_i é a sua razão de pressões crítica experimental. Os sufixos “u” e “d” representam a montante e a jusante da restrição, respectivamente, como pode ser observado na Fig. 11.

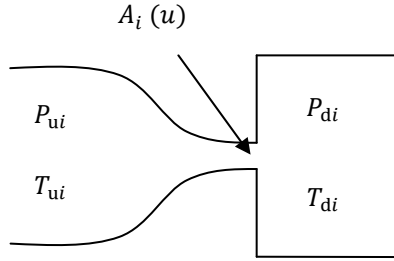


Fig. 11 – Restrição ideal

É possível então escrever os modelos das servoválvulas A e B, sendo que o modelo da primeira é dada pelas equações (4) a (6) e o da segunda pelas equações (7) a (9).

$$\dot{m}_A = \dot{m}_{A1} - \dot{m}_{A2} \quad (4)$$

$$\dot{m}_{A1} = C_{A1}(u)P_s\rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{P_A}{P_s} \leq r_{A1} \\ \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{P_A}{P_s} - r_{A1}}{1 - r_{A1}}\right)^2} & \text{se } \frac{P_A}{P_s} > r_{A1} \end{cases} \quad (5)$$

$$\dot{m}_{A2} = C_{A2}(u)P_A\rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_A}} \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{P_{atm}}{P_A} \leq r_{A2} \\ \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{P_{atm}}{P_A} - r_{A2}}{1 - r_{A2}}\right)^2} & \text{se } \frac{P_{atm}}{P_A} > r_{A2} \end{cases} \quad (6)$$

$$\dot{m}_B = \dot{m}_{B1} - \dot{m}_{B2} \quad (7)$$

$$\dot{m}_{B1} = C_{B1}(u)P_s\rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{P_B}{P_s} \leq r_{B1} \\ \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{P_B}{P_s} - r_{B1}}{1 - r_{B1}}\right)^2} & \text{se } \frac{P_B}{P_s} > r_{B1} \end{cases} \quad (8)$$

$$\dot{m}_{B1} = C_{B1}(u)P_s\rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_B}} \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{P_{\text{atm}}}{P_B} \leq r_{B2} \\ 1 - \left(\frac{\frac{P_{\text{atm}}}{P_B} - r_{B2}}{1 - r_{B2}} \right)^2 & \text{se } \frac{P_{\text{atm}}}{P_B} > r_{B2} \end{cases} \quad (9)$$

1.2.2 Modelo mecânico

O modelo mecânico é obtido pela aplicação da segunda lei de Newton e descreve o movimento das partes móveis do mecanismo, ou seja, do conjunto composto pelo êmbolo, haste e carro guiado. A Fig. 12 apresenta um esquema da parte mecânica do sistema electropneumático.

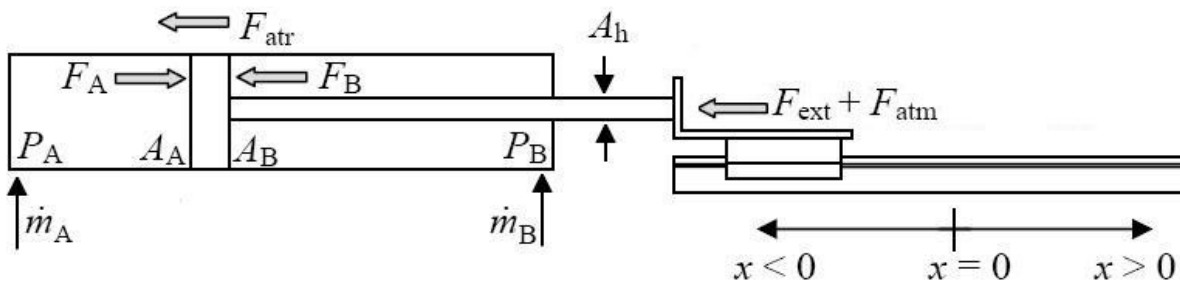


Fig. 12 – Diagrama simplificado da parte mecânica

Sobre a massa móvel do sistema actuam as forças resultantes da pressão na câmara A (F_A) e na câmara B (F_B), a força de atrito (F_{atr}), a força provocada pela pressão atmosférica (F_{atm}) e as forças exteriores (F_{ext}).

$$F_A = P_A A_A \quad (10)$$

$$F_B = P_B A_B \quad (11)$$

$$F_{\text{atm}} = P_{\text{atm}}(A_A - A_B) = P_{\text{atm}} A_h \quad (12)$$

As forças resultantes da actuação das diferentes pressões a actuar no sistema são dadas pelas três equações anteriores. Neste trabalho não há forças exteriores a actuar no sistema, daí

não serem consideradas nas equações não lineares do modelo mecânico. Aplicando a segunda lei de Newton à massa móvel, obtém-se:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = \frac{F_A - F_B - F_{atr} - F_{atm}}{M} \quad (13)$$

A massa móvel já foi estimada – ver 1.1.2 –, e os transdutores de pressão permitem conhecer as pressões, e, conseqüentemente, as forças F_A e F_B .

Na tentativa de manter linear o modelo mecânico do sistema, assumiu-se, numa primeira fase, que o atrito é totalmente viscoso:

$$F_{atr} = k_a \dot{x} \quad (14)$$

O valor de k_a foi estimado experimentalmente em [2], sendo determinado de forma a minimizar o erro quadrático médio entre (14) e um conjunto de dados experimentais similares aos que serão apresentados na secção 3.1.1, tendo-se chegado ao valor de $57.81 \text{ Nm}^{-1}\text{s}$, com um valor esperado de erro na previsão da força de atrito de -2.79 N e com um desvio padrão de 17.01 N .

Os resultados obtidos, nomeadamente o valor do desvio padrão do erro que pode originar acelerações superiores a 0.5 G , demonstram que este modelo linear não é capaz de explicar e descrever a força de atrito, o que realça a necessidade uma correcta modelação da mesma.

1.2.3 Modelo termodinâmico das câmaras do actuador

O modelo termodinâmico nas câmaras do actuador, como verificado em [2], pode ser escrito por:

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{in} T_{in} - \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{out} T + \frac{(\gamma - 1)}{V} \lambda_0 \left(\frac{PT}{P_0 T_0} \right)^{\frac{1}{2}} A_q(x) (T_{amb} - T) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = \frac{T}{V} \frac{dV}{dt} (1 - \gamma) - \dot{m}_{\text{out}} \frac{RT^2}{VP} (\gamma - 1) + \dot{m}_{\text{in}} \frac{RT}{VP} (\gamma T_{\text{in}} - T) + \\ \frac{(\gamma - 1)T}{PV} \lambda_0 \left(\frac{PT}{P_0 T_0} \right)^{\frac{1}{2}} A_q(x) (T_{\text{amb}} - T) \end{aligned} \quad (16)$$

em que γ é a razão de calores específicos do ar, R a constante específica do ar como gás perfeito, P e V são a pressão e o volume da câmara, A_q a área de transferência de calor e λ_0 o coeficiente de transferência de calor nas condições de equilíbrio P_0 e T_0 . O caudal que entra e o caudal que sai (\dot{m}_{in} e \dot{m}_{out} , respectivamente) em cada câmara é relacionado com a acção de controlo através do modelo da servoválvula. Reescrevendo as equações (15) e (16) para as câmaras A (sufixo A) e B (sufixo B), ficamos com

$$\begin{aligned} \frac{dP_A}{dt} = -\gamma \frac{P_A}{V_A} \frac{dV_A}{dt} + \gamma \frac{R}{V_A} \dot{m}_{\text{Ain}} T_{\text{in}} - \gamma \frac{R}{V_A} \dot{m}_{\text{Aout}} T_A + \\ \frac{(\gamma - 1)}{V_A} \lambda_0 \left(\frac{P_A T_A}{P_0 T_0} \right)^{\frac{1}{2}} A_{\text{Aq}}(x) (T_{\text{amb}} - T_A) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_A}{dt} = \frac{T_A}{V_A} \frac{dV_A}{dt} (1 - \gamma) - \dot{m}_{\text{Aout}} \frac{RT_A^2}{V_A P_A} (\gamma - 1) + \dot{m}_{\text{Ain}} \frac{RT_A}{V P_A} (\gamma T_{\text{in}} - T_A) + \\ \frac{(\gamma - 1)T_A}{P_A V_A} \lambda_0 \left(\frac{P_A T_A}{P_0 T_0} \right)^{\frac{1}{2}} A_{\text{Aq}}(x) (T_{\text{amb}} - T_A) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_B}{dt} = -\gamma \frac{P_B}{V_B} \frac{dV_B}{dt} + \gamma \frac{R}{V_B} \dot{m}_{\text{Bin}} T_{\text{in}} - \gamma \frac{R}{V_B} \dot{m}_{\text{Bout}} T_B + \\ \frac{(\gamma - 1)}{V_B} \lambda_0 \left(\frac{P_B T_B}{P_0 T_0} \right)^{\frac{1}{2}} A_{\text{Bq}}(x) (T_{\text{amb}} - T_B) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_B}{dt} = \frac{T_B}{V_B} \frac{dV_B}{dt} (1 - \gamma) - \dot{m}_{\text{Bout}} \frac{RT_B^2}{V_B P_B} (\gamma - 1) + \dot{m}_{\text{Bin}} \frac{RT_B}{V P_B} (\gamma T_{\text{in}} - T_B) + \\ \frac{(\gamma - 1)T_B}{P_B V_B} \lambda_0 \left(\frac{P_B T_B}{P_0 T_0} \right)^{\frac{1}{2}} A_{\text{Bq}}(x) (T_{\text{amb}} - T_B) \end{aligned} \quad (20)$$

O caudal mássico que entra ou sai em cada câmara do actuador é dado pelas equações (21) e (22), nas quais os valores de \dot{m}_A e \dot{m}_B são dados pelo modelo das servoválvulas.

$$\dot{m}_{\text{Ain}} = \begin{cases} \dot{m}_A & \text{se } \dot{m}_A > 0 \\ 0 & \text{se } \dot{m}_A \leq 0 \end{cases} \quad \dot{m}_{\text{Aout}} = \begin{cases} 0 & \text{se } \dot{m}_A \geq 0 \\ \dot{m}_A & \text{se } \dot{m}_A < 0 \end{cases} \quad (21)$$

$$\dot{m}_{\text{Bin}} = \begin{cases} \dot{m}_B & \text{se } \dot{m}_B > 0 \\ 0 & \text{se } \dot{m}_B \leq 0 \end{cases} \quad \dot{m}_{\text{Bout}} = \begin{cases} 0 & \text{se } \dot{m}_B \geq 0 \\ \dot{m}_B & \text{se } \dot{m}_B < 0 \end{cases} \quad (22)$$

1.3 Importância da modelação do atrito

O comportamento não linear apresentado pela força de atrito torna-a de especial relevância no estudo e projecto de servomecanismos pois, além de dissipar energia, pode conduzir a erros estáticos elevados, à ocorrência de ciclos limite e à instabilidade do sistema [2, 9].

A escolha de um modelo, de entre os divulgados na comunidade científica [9], está relacionada não só com o grau de detalhe que se pretende para descrever o comportamento da força de atrito, mas também com o sistema a controlar. Mesmo utilizando um modelo estático para a(s) servoválvula(s), um sistema servopneumático é sempre de ordem elevada, como se pôde verificar em 1.2.

Existem dois tipos de modelos de atrito: estáticos e dinâmicos. Dentro de cada uma destas categorias existem vários modelos diferentes. Em contraponto com os modelos dinâmicos, os estáticos descrevem de forma menos complexa o comportamento da força de atrito, mas têm a vantagem de não elevarem a ordem ao modelo do sistema e consequentemente simplificarem a síntese do controlador. Por este motivo, embora menos complexos, os modelos estáticos são importantes na evolução e implementação de soluções servopneumáticas.

Neste trabalho foi estudado o modelo de atrito de Karnopp. Para além de se avaliar a eficácia de procedimentos de identificação dos seus parâmetros anteriormente propostos na literatura [10], foi também desenvolvida uma nova metodologia para efectuar essa estimação.

1.4 Organização do trabalho

No capítulo 2 desenvolve-se o estudo de modelos de atrito. É explicado o fenómeno, o que ele implica e feita uma descrição de vários modelos de atrito estáticos e dinâmicos. Faz-se também uma descrição mais detalhada do modelo de atrito de Karnopp e dos seus parâmetros.

O capítulo 3 é constituído por três partes. A primeira é dedicada à análise dos procedimentos de recolha de dados reais de força de atrito, aceleração e velocidade. São explicadas as diferentes experiências efectuadas e o critério de selecção do conjunto de dados experimentais. A segunda parte expõe a metodologia adaptada de Ravanbod-Shirazi e Besançon-Voda, discutindo-se a validade dos resultados obtidos, problemas encontrados e tentativas de solução dos mesmos. A terceira parte é dedicada a explicar o novo procedimento proposto para realizar a estimativa dos parâmetros do modelo de atrito de Karnopp.

No quarto e último capítulo são apresentadas as conclusões deste trabalho, sendo propostos estudos a realizar no futuro, com base no que aqui foi desenvolvido.

2 Modelos de atrito

Ao longo deste capítulo é feita uma descrição do fenómeno atrito e dos modelos existentes na literatura, a qual, à excepção do modelo de atrito de Karnopp, não se pretende detalhada. Esta análise é baseada em estudos efectuados em [2] e [9].

A força de atrito é uma força de reacção que se opõe ao movimento de duas superfícies em contacto. No trabalho em causa, é um fenómeno indesejável pois, para além de dissipar energia sobre a forma de calor, pode introduzir erros de posição e ciclos limite. Mas nem sempre é um fenómeno inconveniente, pois, por exemplo, é graças a este que os pneus dum veículo conseguem manter o mesmo na estrada. Uma forma curiosa de apreciar a manifestação do atrito é observar o que acontece a um nível microscópico. Como se pode observar na Fig. 13, duas superfícies contactam através de rugosidades cuja dispersão é desconhecida. O deslocamento relativo destas superfícies provoca saltos de irregularidade em irregularidade, o que provoca um comportamento altamente não linear e complica a sua descrição matemática rigorosa.

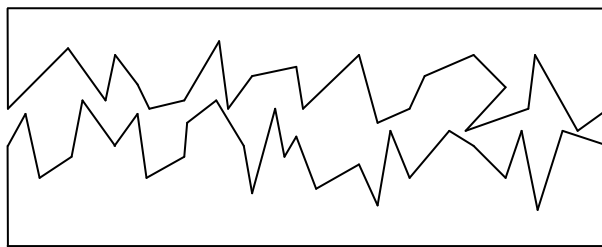


Fig. 13 – Vista microscópica do contacto entre duas superfícies

Quando se aplica uma força reduzida, constante e tangente às superfícies em contacto, o comportamento da força de atrito pode ser entendido como um comportamento elástico. Isto significa que o deslocamento dos corpos é proporcional à força aplicada e o sistema volta à sua posição inicial se esta for retirada. A constante de rigidez depende da força normal à superfície de deslizamento e das propriedades geométricas dos materiais em contacto. Este primeiro regime é designado de atrito estático. Se a força aplicada for aumentada e se

ultrapassar a tensão de rotura das protuberâncias, o sistema entra em movimento a uma velocidade muito baixa e o deslocamento é irreversível. Neste segundo regime de atrito ainda não se verifica formação de nenhuma película lubrificante entre os sólidos em contacto.

Com o aumento da velocidade entre as superfícies, inicia-se a penetração do lubrificante na região de contacto, cuja película vai contribuir para a diminuição da força de atrito em relação ao segundo regime. Este comportamento é conhecido por efeito de Stribeck. Durante esta terceira fase, ainda existe contacto entre os sólidos, pois o filme lubrificante não está completamente desenvolvido.

Só com o aumento da velocidade entre os corpos e da espessura do filme é que deixa de existir contacto entre os corpos. Esta terceira fase designa-se de lubrificação total, e as forças de corte são proporcionais à velocidade relativa entre as duas superfícies. Na Fig. 14 é apresentado um gráfico que mostra a evolução da força de atrito com a velocidade relativa entre os corpos em deslizamento.

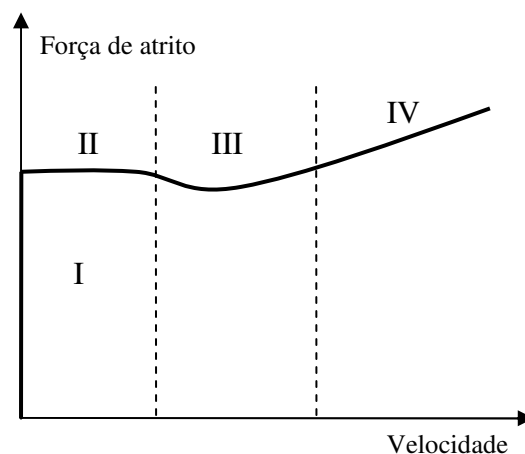


Fig. 14 – Os quatros regimes de atrito

Outras considerações podem ser feitas para descrever o comportamento do atrito. Um estudo realizado por Rabinowicz [11] relaciona a forma como se procede a transição entre o período em que o sistema está “colado” (*stick*) com o período em que o sistema se move (*slip*), tendo sido investigada a relação entre este fenómeno e o deslocamento. Um dos resultados dessa investigação foi que a força máxima ocorre a uma pequena distância do ponto de onde se iniciou o movimento, como se pode ver na Fig. 15 a). Outros estudos foram feitos por Johannes e Richardson [12-13], identificando uma diminuição da força necessária para o sistema iniciar o movimento com o gradiente da força aplicada ao sistema, como

demonstra a Fig. 15 b). Courtney-Pratt e Eisner [14] investigaram o comportamento da força de atrito durante o período de *stick*, e, para deslocamentos pequenos, chegaram a conclusões semelhantes às encontradas por Rabinowicz [11], mostrando também as deformações permanentes assim que se entra no patamar de deformação plástica na superfície de contacto, como se vê na Fig. 15 c).

A força de atrito não depende somente do valor da velocidade instantânea mas também das variações de velocidade sofridas, dando origem a ciclos de histerese – ver Fig. 15 d). Com o aumento das forças de contacto e/ou da viscosidade, estes ciclos tornam-se mais amplos.

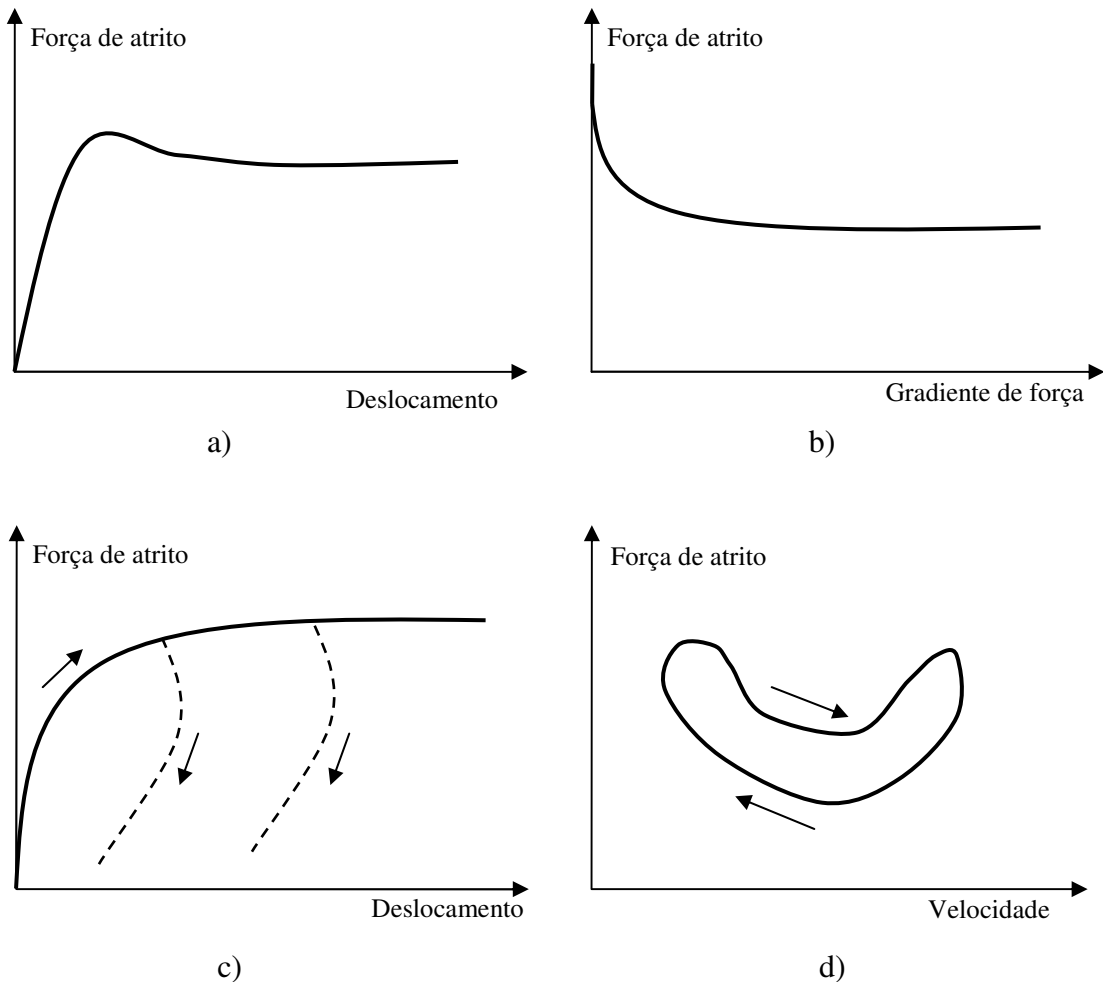


Fig. 15 – Diferentes comportamentos do atrito

2.1 Modelos estáticos

2.1.1 Modelos clássicos

O modelo de Coulomb - Fig. 16 a) - é o mais simples, sendo a força de atrito descrita em função do sinal de velocidade e de uma constante F_c que representa o módulo da amplitude da força de atrito:

$$F_{\text{atr}} = F_c \text{sgn}(\dot{x}) \quad (23)$$

Este modelo não especifica o valor da força de atrito quando a velocidade é nula, podendo tomar qualquer valor compreendido no intervalo F_c^- e F_c^+ , (forças de Coulomb negativa e positiva) dependendo de como a função sinal (sgn) é definida [9].

A Fig. 16 b) apresenta uma maneira simplificada de introduzir o efeito de Stribeck num modelo de atrito. Para velocidades reduzidas verifica-se uma força de atrito F_c inferior à registada quando o sistema está imobilizado, sendo esta a força de atrito estático F_s . Outra abordagem pode ser feita de forma mais completa incluindo o coeficiente de atrito viscoso k_a - Fig. 16 c). O último modelo apresentado - Fig. 16 d) - ilustra o efeito de Stribeck de forma mais detalhada.

Estes modelos podem representar comportamentos assimétricos dependendo do sinal da velocidade, uma vez que os parâmetros F_c , F_s e k_a podem ser escritos para valores de velocidades positivas (sufixo \bullet^+) e negativas (sufixo \bullet^-).

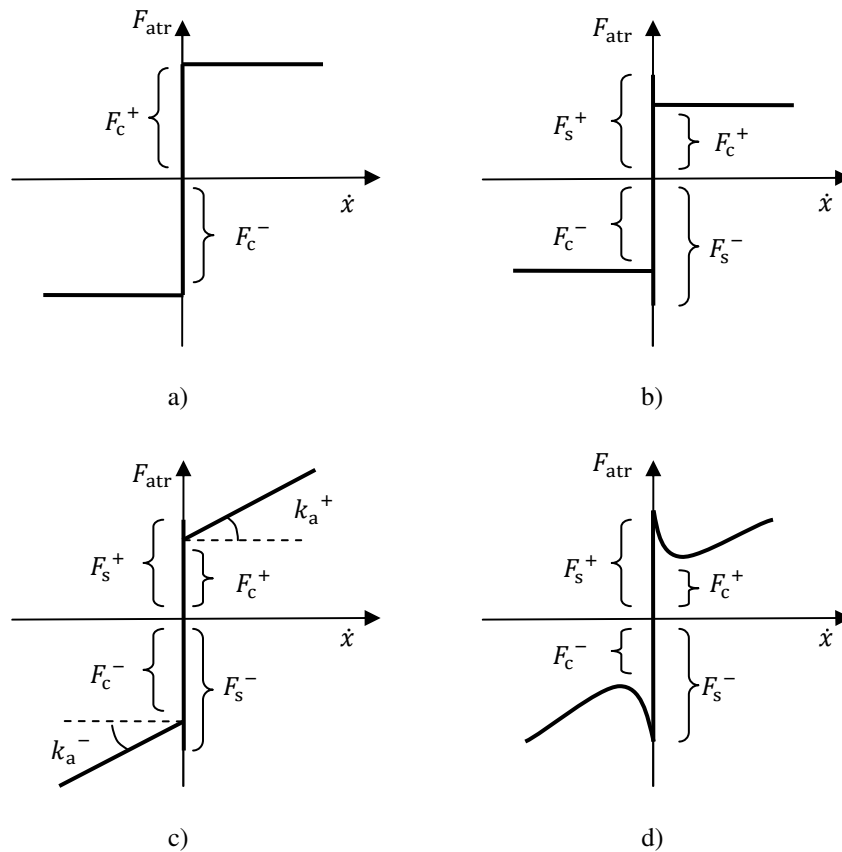


Fig. 16 – Modelos da força de atrito em função da velocidade

2.1.2 Modelo de Karnopp

O modelo de Karnopp foi desenvolvido para ultrapassar as dificuldades que os anteriores modelos revelam em torno de velocidade nula, em tarefas de simulação e controlo.

Como se pode constatar, este modelo apresenta semelhanças com o da Fig. 16 d), mas acrescenta um intervalo de velocidade $\dot{x}_{\min}^- < \dot{x} < \dot{x}_{\min}^+$. Dentro desse intervalo, a velocidade é considerada nula e a força de atrito F_{atr} é igual à soma de todas as outras, mantendo o sistema em equilíbrio estático. Fora desse intervalo a força de atrito é descrita como uma função dependente da velocidade. Esta formulação evita alterações rápidas das equações de estado entre os períodos de “stick” e “slip”.

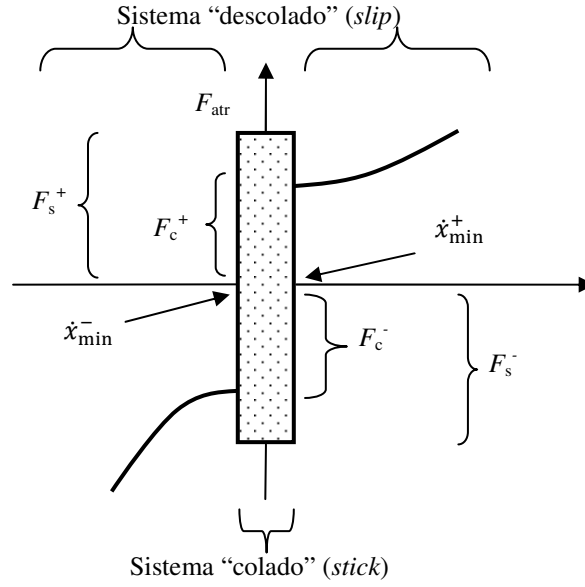


Fig. 17 – Representação gráfica do modelo de Karnopp

A força pneumática motora, F_i , que está disponível para ser consumida em atrito e aceleração pode ser definida como:

$$F_i = P_A A_A - P_B A_B - F_{\text{atm}} \quad (24)$$

Quando F_i ultrapassa o valor de F_s , o sistema deixa de estar “colado”, passando para a região “descolado”. O comportamento do modelo de atrito de Karnopp é descrito pela equação (30) e pelo diagrama de blocos da Fig. 18.

$$F_{\text{atr}} = \begin{cases} F_{\text{stick}} = \begin{cases} \min(F_i, F_s^+) \\ \max(F_i, F_s^-) \end{cases} & \begin{aligned} & \text{se } \dot{x}_{\min}^- < \dot{x} < \dot{x}_{\min}^+ \text{ e } F_i \geq 0 \\ & \text{se } \dot{x}_{\min}^- < \dot{x} < \dot{x}_{\min}^+ \text{ e } F_i \leq 0 \end{aligned} \\ F_{\text{slip}} = \begin{cases} F_c^+ + k_a^+ (\dot{x} - \dot{x}_{\min}^+) \\ F_c^- + k_a^- (\dot{x} - \dot{x}_{\min}^-) \end{cases} & \begin{aligned} & \text{se } \dot{x} \geq \dot{x}_{\min}^+ \\ & \text{se } \dot{x} \leq \dot{x}_{\min}^- \end{aligned} \end{cases} \quad (25)$$

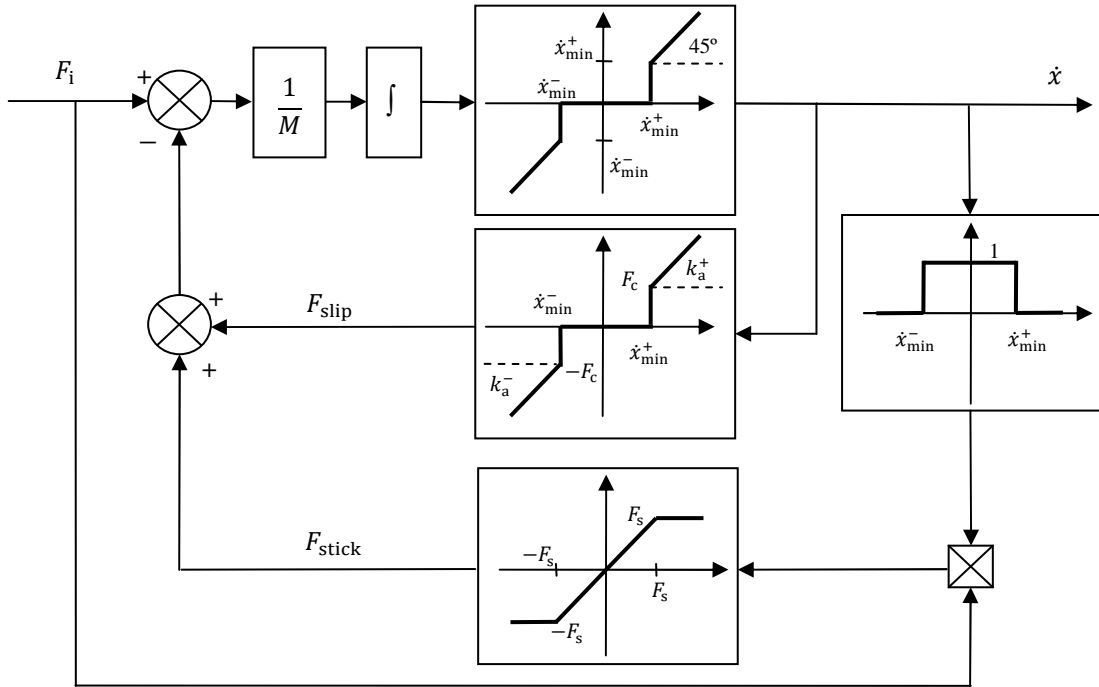


Fig. 18 – Diagrama de blocos do modelo de Karnopp

2.1.3 Modelo de Armstrong

O modelo proposto por Armstrong [15] introduz uma variação da força de atrito estático durante o tempo em que o corpo está parado. Estabelece ainda dependências temporais durante o período em que o sistema está “colado” e no efeito de Stribeck, tratando de forma distinta os períodos de imobilização,

$$F_{\text{atr}}(x) = \sigma_0 x \quad (26)$$

e de movimento,

$$F_{\text{atr}}(\dot{x}, t) = \left\{ F_c + F_s(\gamma, t_d) \frac{1}{1 + [\dot{x}(t - \tau_1)]^2} \right\} \text{sgn}(\dot{x}) + F_v \times \dot{x} \quad (27)$$

onde

$$F_S(\gamma, t_d) = F_{s,a} + (F_{s,\infty} - F_{s,a}) \frac{t_d}{t_d - \gamma} \quad (28)$$

Nestas equações, σ_0 é a rigidez pré-deslizamento, $F_{s,a}$ é força de atrito estático no fim do período t_d de deslizamento anterior, τ_1 é o atraso no atrito, $F_{s,\infty} = F_s - F_c$ é o coeficiente de atrito em regime permanente e γ é o parâmetro que determina a força de atrito durante o período em que o sistema está imobilizado. A alternância entre as duas equações pode necessitar um parâmetro adicional que funcione como variável de estado Booleana. Este modelo necessita que as equações sejam devidamente inicializadas quando ocorre a alteração entre períodos.

2.1.4 Modelos utilizando redes neurais artificiais

Nesta subsecção não se pretende fazer uma descrição exaustiva do que são redes neurais artificiais (ANN, do inglês *Artificial Neural Networks*), mas sim uma introdução ao que são e uma referência aos resultados obtidos em [2], no qual foi utilizada esta metodologia para modelar o atrito de um servosistema pneumático. Nesse trabalho pretendeu-se descrever a força de atrito não só em função da velocidade mas também da aceleração. As ANN foram utilizadas pela flexibilidade que exibem na aproximação de funções não lineares e reconhecimento de padrões, e por não aumentarem a ordem do sistema, como ocorreria num modelo dinâmico.

As ANN são um modelo computacional que exhibe um paralelismo com o cérebro animal: compreende muitas unidades simples trabalhando em paralelo sem um controlo central. As ligações entre as unidades possuem pesos numéricos que são modificados pela aprendizagem [16]. Essas unidades e ligações são designadas de neurónios e sinapses, respectivamente. Haykin [17] efectua o paralelismo com o cérebro animal na medida em que a experiência é a fonte do conhecimento adquirido e este é armazenado nas sinapses.

No trabalho realizado por Falcão Carneiro [2, 18], a força de atrito foi modelada utilizando uma ANN, na qual os parâmetros da rede foram ajustados com o algoritmo de Levenberg-Marquandt e o treino foi efectuado por lotes [17, 19-20].

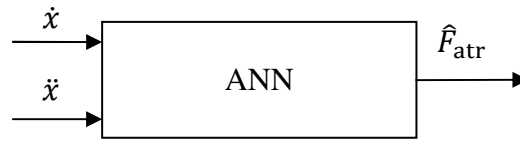


Fig. 19 – Arquitectura da ANN

O critério de erro utilizado foi o do erro quadrático médio entre os dados de treino e os dados estimados pelo modelo ANN - Fig. 20.

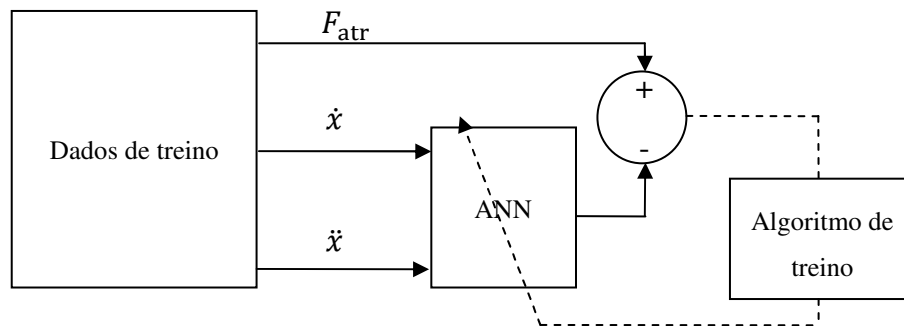


Fig. 20 – Treino da rede utilizada na modelação da força de atrito

A função $F_{atr} = ANN(\dot{x}, \ddot{x})$ obtida comprovou que esta metodologia pode obter bons resultados: o valor esperado do erro foi de -0.002 N e o desvio padrão de 6.93 N.

2.2 Modelos dinâmicos

O estudo do atrito e as necessidades crescentes de controlo de posição levaram a que se desenvolvessem modelos de atrito que capturassem a maior quantidade possível de fenómenos que o atrito envolve. Tal levou ao desenvolvimento de modelos de atrito dinâmicos, aos quais vai ser feita uma introdução, nomeadamente aos modelos de Dahl e de Luge.

2.2.1 Modelo de Dhall

O modelo de Dahl [21] foi desenvolvido tendo em vista a simulação de servomecanismos, em especial aqueles que continham rolamentos de esferas.

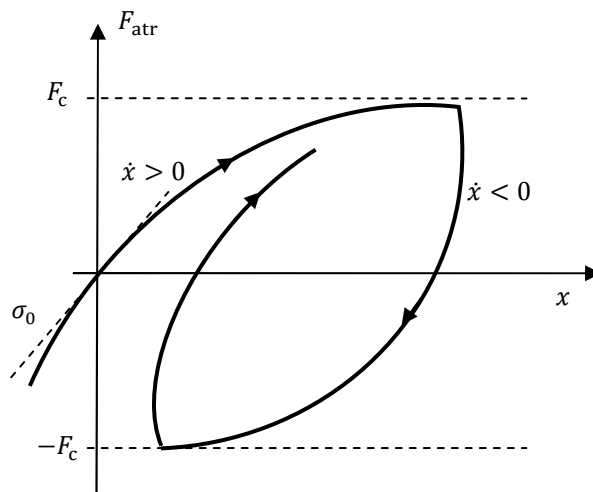


Fig. 21 – Força de atrito como função do deslocamento

Este modelo parte da curva de tensão vs deformação. Considere-se σ_0 o coeficiente de rigidez e α um parâmetro que determina a forma da curva tensão deformação (usualmente considera-se $\alpha = 1$).

$$\frac{dF_{\text{atr}}(x)}{dx} = \sigma_0 \left[1 - \frac{F_{\text{atr}}}{F_c} \text{sgn}(\dot{x}) \right]^\alpha \quad (29)$$

Neste modelo a força de atrito só é dependente da posição. Derivando em ordem ao tempo fica:

$$\frac{dF_{\text{atr}}}{dt} = \frac{dF_{\text{atr}}}{dx} \frac{dx}{dt} = \sigma_0 \left[1 - \frac{F_{\text{atr}}}{F_c} \text{sgn}(\dot{x}) \right]^\alpha \dot{x} \quad (30)$$

Para $\alpha = 1$, resulta:

$$\frac{dF_{\text{atr}}}{dt} = \sigma_0 \dot{x} - \sigma_0 \frac{F_{\text{atr}}}{F_c} |\dot{x}| \quad (31)$$

Com $F_{\text{atr}} = \sigma_0 z$:

$$\frac{dz}{dt} = \dot{x} - \frac{\sigma_0 |\dot{x}|}{F_c} z \quad (32)$$

$$F_{\text{atr}} = \sigma_0 z \quad (33)$$

Em regime permanente, o modelo de Dahl fica:

$$z = \frac{F_c}{\sigma_0} \text{sgn}(\dot{x}) \quad (34)$$

$$F_{\text{atr}} = F_c \text{sgn}(\dot{x}) \quad (35)$$

Fica-se então com uma generalização do modelo de Coulomb sem o efeito de Stribeck ou o período de “colagem”, mas capturando o deslocamento sem deslizamento.

2.2.2 Modelo de Lugre

Este modelo foi apresentado por Canudas de Wit et. al. em 1995 [22], baseando-se na ideia de modelar o atrito entre dois corpos rígidos em contacto através de fibras elásticas – para simplificar a representação, na Fig. 22, as fibras do corpo inferior são consideradas rígidas.

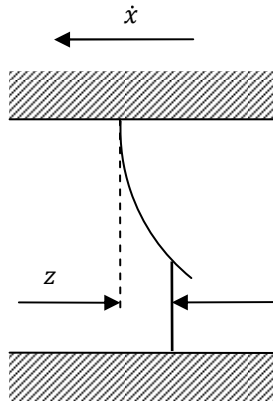


Fig. 22 – Representação de dois corpos em contacto através de hastes

Aquando da aplicação de uma força tangencial, as fibras deformam-se elasticamente, sendo que, se essa força for suficiente, elas irão escorregar. A deformação média das fibras é designada por z e é modelada por:

$$\frac{dz}{dt} = \dot{x} - \frac{|\dot{x}|}{g(\dot{x})} z \quad (36)$$

Nesta equação \dot{x} é a velocidade de movimento relativo entre os dois corpos e $g(\dot{x})$ é a função que descreve o efeito de Stribeck. Em regime permanente, quando \dot{x} é constante, z toma o valor dado por (43).

$$z_{ss} = \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} g(\dot{x}) = g(\dot{x}) \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (37)$$

A função g é positiva e depende de factores como as propriedades mecânicas do material, temperatura e lubrificação, e não precisa de ser simétrica, pois o modelo é sensível a mudanças de direcção. A força de atrito resultante da deformação das fibras é dada por:

$$F_{\text{atr}} = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} \quad (38)$$

onde σ_0 é a rigidez e σ_1 o coeficiente de amortecimento. Um novo termo pode ser adicionado para incluir os efeitos do atrito viscoso:

$$F_{\text{atr}} = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + k_a \dot{x} \quad (39)$$

em que k_a é o coeficiente de atrito viscoso. O termo $\sigma_0 g(\dot{x}) + k_a \dot{x}$ pode ser determinado medindo a força de atrito quando a velocidade é constante. O efeito de Stribeck é descrito através da seguinte parametrização da função g :

$$\sigma_0 g(\dot{x}) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{\dot{x}_s}\right)^2} \quad (40)$$

Nesta equação, \dot{x}_s é a velocidade de Stribeck. A força de atrito em regime permanente entre os dois corpos pode então ser descrita de qualquer uma das seguintes formas:

$$F_{\text{ss}} = \sigma_0 g(\dot{x}) \text{sgn}(\dot{x}) + k_a \dot{x} \quad (41)$$

$$F_{\text{ss}} = F_c \text{sgn}(\dot{x}) + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}}{\dot{x}_s}\right)^2} \text{sgn}(\dot{x}) + k_a \dot{x} \quad (42)$$

É importante referir que o modelo de Luge reduz-se ao de Dahl quando se verificam as seguintes condições:

$$g(\dot{x}) = \frac{F_c}{\sigma_0} \quad (43)$$

$$\sigma_1 = k_a = 0 \tag{44}$$

Aplicando (43) e (44) a (36) e (39) obtém-se a equação (31) do modelo Dahl.

3 Determinação dos parâmetros do modelo de Karnopp

Este capítulo divide-se em três partes. A primeira dedica-se à aquisição e selecção do conjunto de dados a utilizar na identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp. Descrevem-se os três ensaios experimentais realizados com o objectivo de mover o cilindro numa gama de velocidades e acelerações abrangente.

Na segunda parte utiliza-se a metodologia proposta por Shirazi e Voda [10] para identificar os parâmetros deste modelo de atrito. A viabilidade desse procedimento, dificuldades encontradas e possíveis soluções são apresentadas em detalhe.

A terceira e última parte destina-se à descrição de um novo procedimento proposto e à exposição dos resultados obtidos.

3.1 Selecção do conjunto de dados a utilizar

Para obter dados experimentais efectuaram-se ensaios que consistiram em aplicar diferentes controladores ao sistema para este seguir uma trajectória de referência. Num dos exercícios, aplicou-se um sinal de perturbação.

Tendo como objectivo obter dados de força de atrito em função da velocidade e da aceleração, e ao longo do curso útil do cilindro, um conjunto de dados rico será aquele que maior quantidade de informação tiver. Por esse motivo, os três ensaios experimentais realizados utilizaram diferentes abordagens na estratégia de controlo, mas utilizaram-se estratégias iguais de aquisição e tratamento dos dados obtidos para uma comparação correcta entre os vários procedimentos. Duas experiências foram realizadas com realimentação da posição do pistão pois este é um sistema do tipo um e existe a possibilidade de o pistão bater nos topos do cilindro. Uma experiência foi realizada em malha aberta, mas com velocidade muito baixa, eliminando o risco de danificar a instalação.

De forma a evitar a influência gerada pelo amortecimento regulável do fim de curso do cilindro, não se consideraram os dados de movimentos fora da zona seguinte: $-0.18 < x < 0.18$ m. Os dados experimentais de P_A e P_B foram medidos pelos transdutores de pressão e a velocidade e a aceleração foram estimadas por derivação numérica dos dados de posição, utilizando diferenças finitas centradas:

$$\dot{x}(t_i) \cong \frac{x(t_i + \Delta) - x(t_i - \Delta)}{2\Delta} \quad (45)$$

$$\ddot{x}(t_i) \cong \frac{x(t_i + \Delta) - 2x(t_i) + x(t_i - \Delta)}{\Delta^2} \quad (46)$$

Nestas equações t_i é o instante de tempo em que se calcula a derivada e Δ é o período de amostragem ($\Delta = 1/100$ s).

O tratamento de dados e cálculo *offline* foi efectuado num computador pessoal com um processador Intel Pentium Dual Core com uma velocidade de relógio 2GHz e 3GB de memória RAM. O controlo foi efectuado com um período de amostragem $\Delta_{\text{controlo}} = 1/1000$ s, enquanto a aquisição de dados foi efectuada com um período $\Delta_{\text{id}} = 1/100$ s.

3.1.1 Controlador proporcional e perturbação pseudo-aleatória

Nesta experiência, aplicou-se ao sistema um controlador proporcional, de ganho k_{pi} igual a 5, com realimentação do sinal de posição - Fig. 23 - e uma perturbação pseudo-aleatória u_p , ajustada de modo a evitar que o cilindro embata no topos.

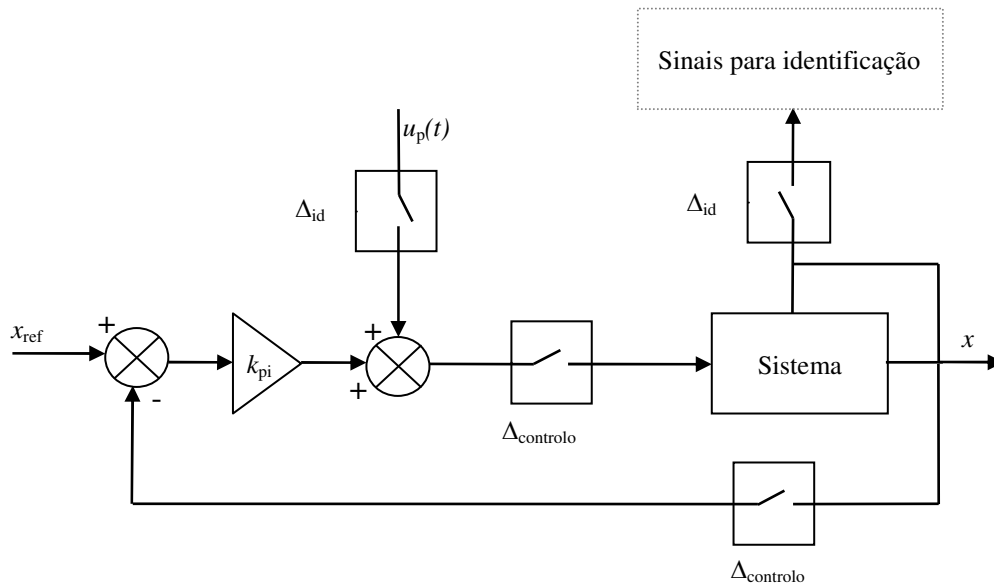


Fig. 23 – Controlador proporcional e perturbação pseudo-aleatória

A Fig. 24 representa a implementação do sinal de perturbação. Este sinal foi criado por um gerador de distribuição uniforme, que gerou os números aleatórios positivos, os quais foram multiplicados pela saída de um gerador de PRBS. Desta forma, consegue-se manter o sinal produzido dentro de um intervalo positivo e negativo que cumpre os objectivos de “agitar” o êmbolo sem provocar o contacto do mesmo nos topos do cilindro. A Tabela 4 resume os valores dos parâmetros do sinal pseudo-aleatório implementado.

Uma vez que vai ser necessário o cálculo da força de atrito, utilizou-se para tal o valor anteriormente referido da massa móvel do sistema e a equação resultante do balanço de forças (47). Este será o procedimento adoptado para calcular a força de atrito ao longo da secção 3.1.

$$F_{atr} = F_i - M\ddot{x} \quad (47)$$

Tabela 4 – Parâmetros do sinal pseudo-aleatório

| $u_p(t) = \text{sinal pseudo-aleatório}$ | | |
|---|------------|-----------|
| Gerador do PRBS | | |
| Período de aplicação (s) | | |
| 0 - 106 | | |
| Gerador de números aleatórios com distribuição uniforme | | |
| Período de aplicação (s) | Mínimo (V) | Máximo(V) |
| 0 - 75 | 0.6 | 1.6 |
| 75 - 106 | 0.9 | 2 |

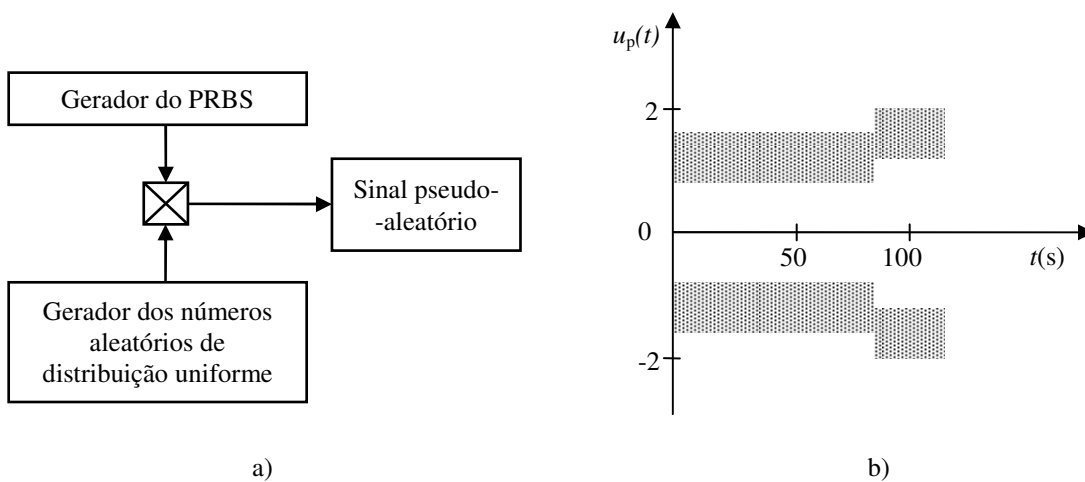


Fig. 24 – a) Implementação do sinal pseudo-aleatório b) Sinal pseudo-aleatório

A trajectória de referência $x_{ref}(t)$ utilizada está representada na Fig. 25. Este percurso garante a recolha de dados ao longo de todo o curso do cilindro, sem se aproximar dos topos do mesmo.

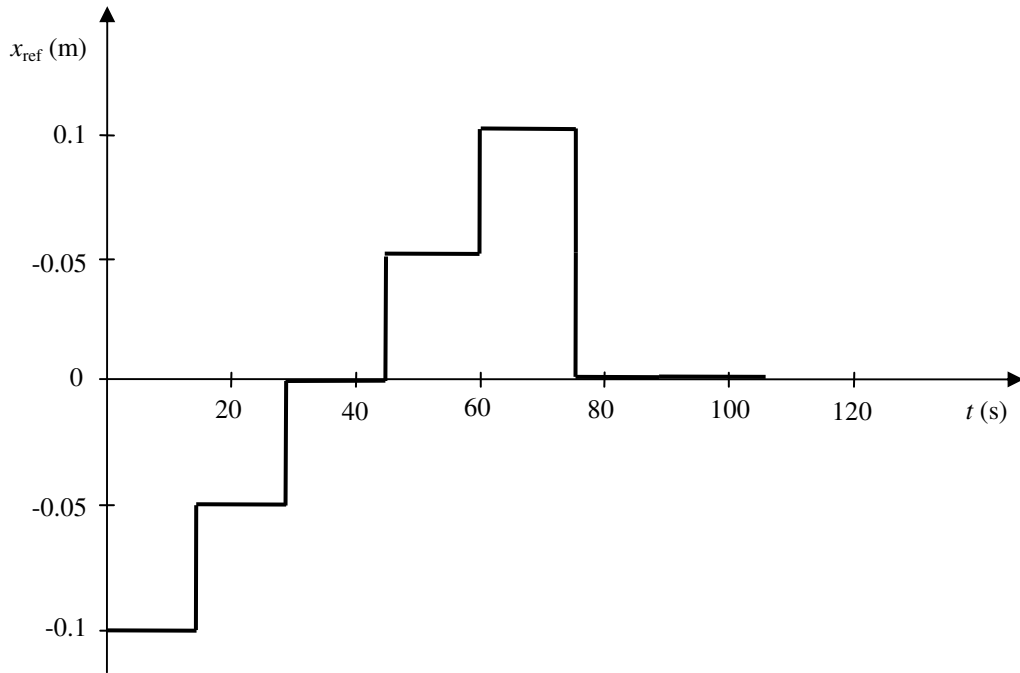


Fig. 25 – Sinal de referência $x_{ref}(t)$ utilizado

Os valores resultantes desta experiência serão indicados através do índice \bullet^p . Na Fig. 26 apresentam-se os resultados da F_{atr}^p em função da velocidade e da aceleração, na Fig. 27 a) a projecção F_{atr}^p vs \dot{x} , na Fig. 27 b) a projecção \ddot{x} vs \dot{x} e na Fig. 28 a projecção dos dados F_{atr}^p vs \dot{x} .

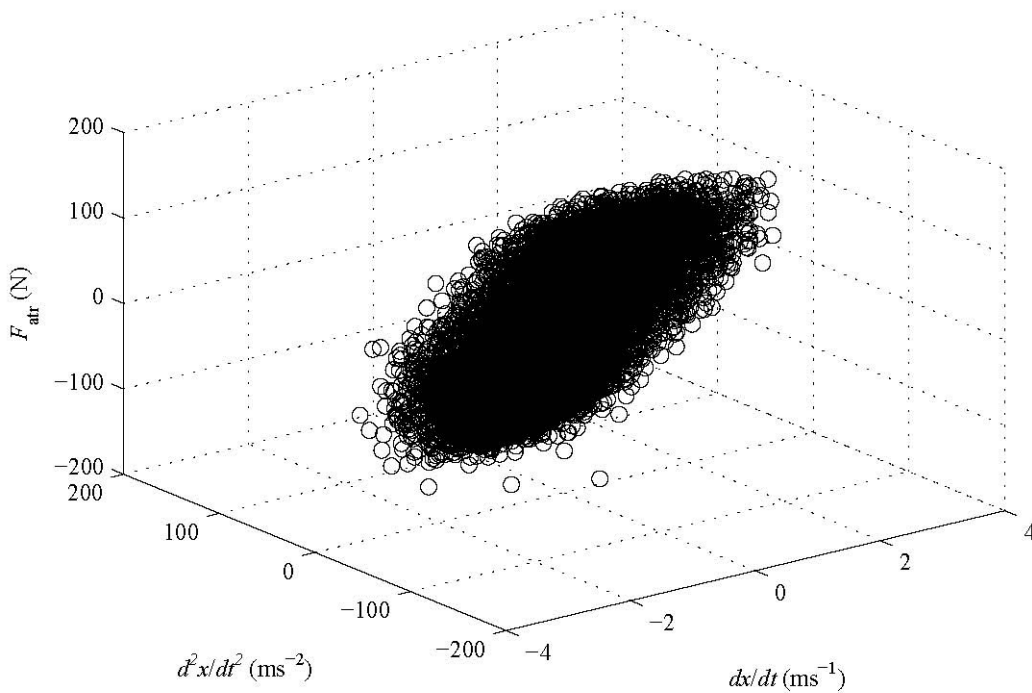


Fig. 26 – Superfície da $F_{atr}^p = f(dx/dt, d^2x/dt^2)$

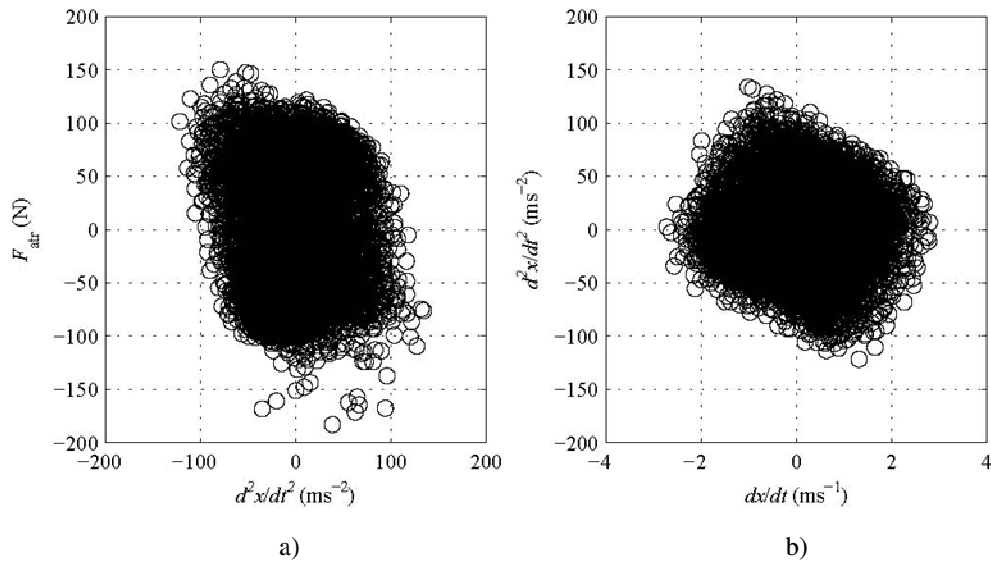


Fig. 27 – Projecções da F_{atr}^p

Embora este processo tenha gerado uma considerável dispersão de dados de força de atrito, a Fig. 28 b) mostra que no intervalo de velocidade $[-0.004, 0.004] \text{ ms}^{-1}$ foram recolhidos poucos valores, daí que tenham sido realizados outros ensaios experimentais.

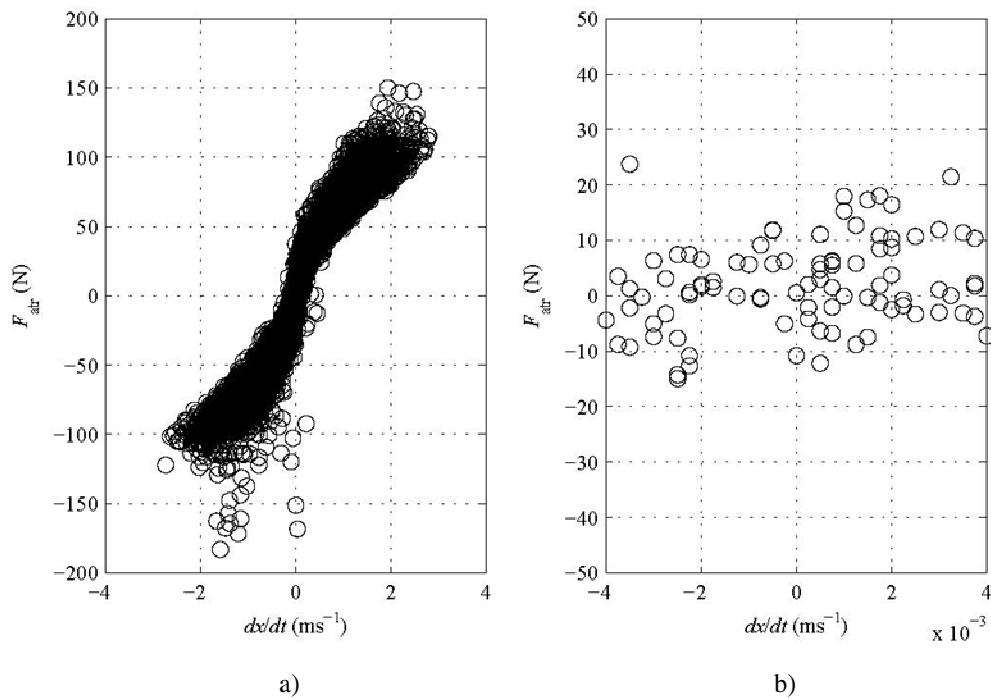


Fig. 28 – Projecções F_{atr}^p vs dx/dt

3.1.2 Controlador “bang-bang”

A segunda estratégia de controlo experimentada foi um controlador “bang-bang” – Fig. 29. A trajectória de referência escolhida foi a mesma utilizada com o controlador proporcional – Fig. 25 –, mas neste caso o sistema não foi sujeito a nenhuma perturbação exterior. Os dados desta experiência serão identificados pelo índice \bullet^r .

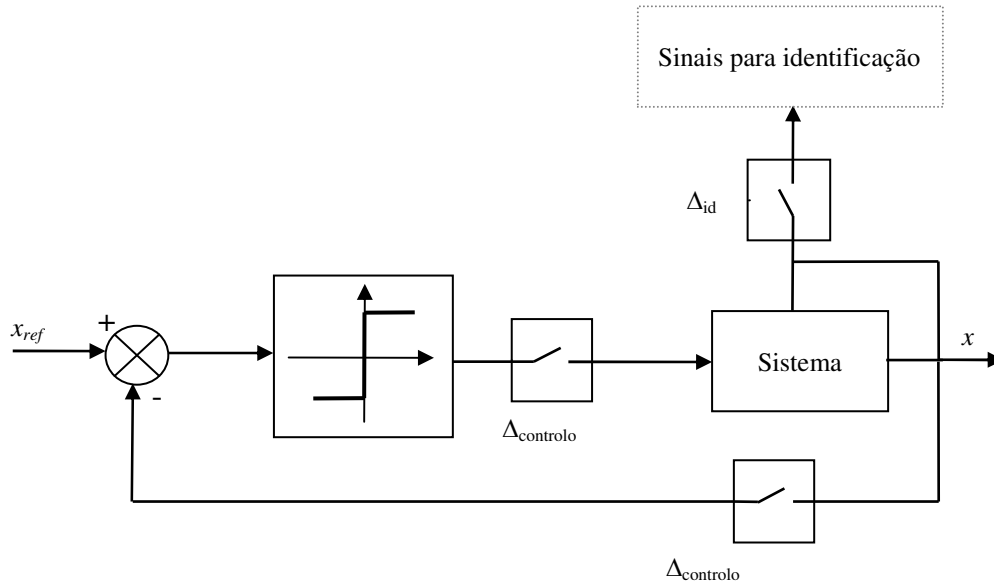


Fig. 29 – Controlador “bang-bang” aplicado ao sistema

O controlador utilizado fornecia os valores de -1 quando o erro de posição é negativo e 1 quando este erro é positivo. Na Fig. 30 encontra-se a superfície F_{atr}^r em função da velocidade e da aceleração.

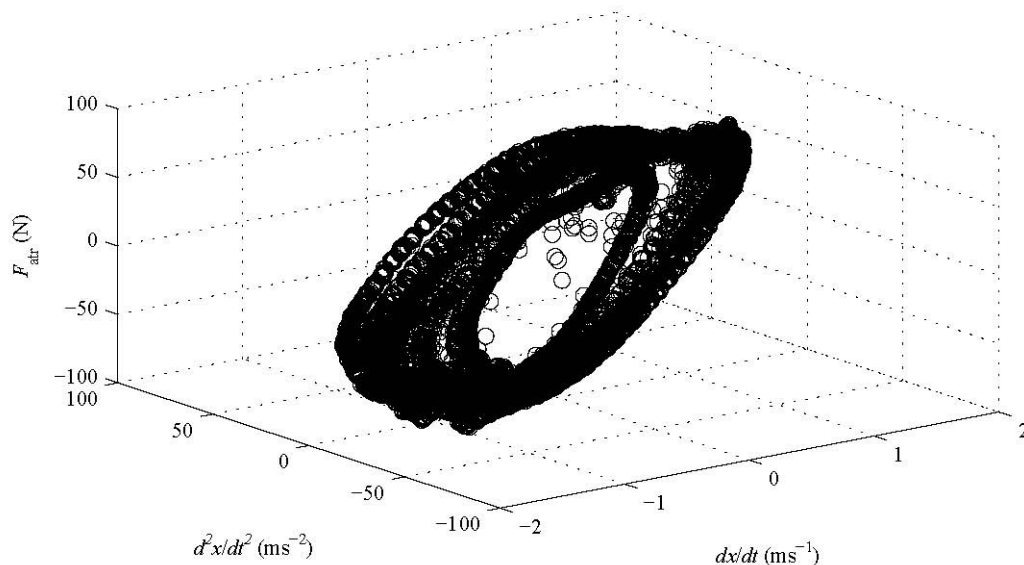


Fig. 30 – Superfície da $F_{atr}^r = f(dx/dt, d^2x/dt^2)$

A projecção da F_{atr}^r segundo os eixos \dot{x} e \ddot{x} encontram-se na Fig. 31 e na Fig. 32 é apresentada a projecção dos dados segundo os eixos \dot{x} e \ddot{x} . Fica claro que os dados recolhidos foram mais pobres que os recolhidos em 3.1.1, pois existem muitas zonas para as quais não há dados.

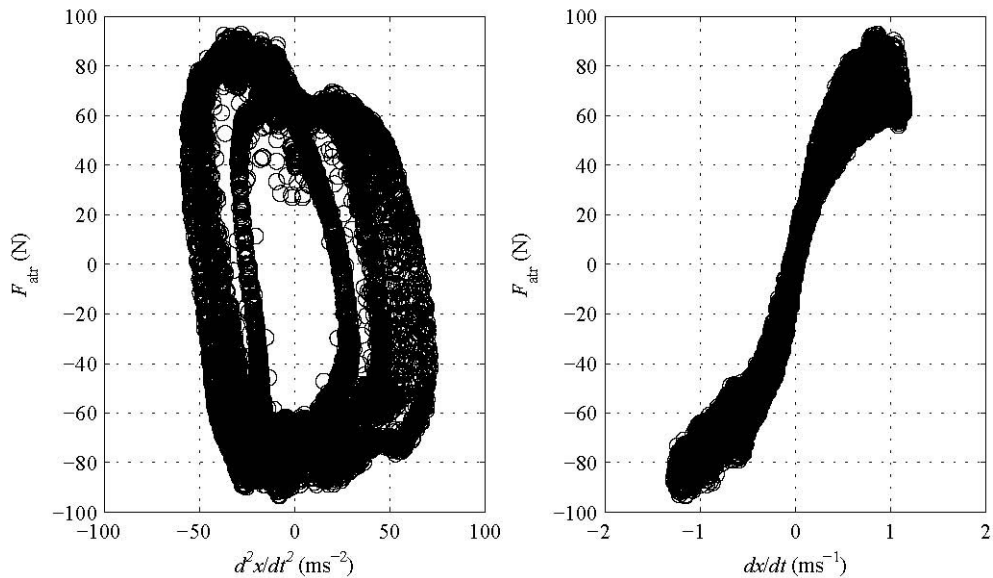


Fig. 31 – Projecções da F_{atr}^r

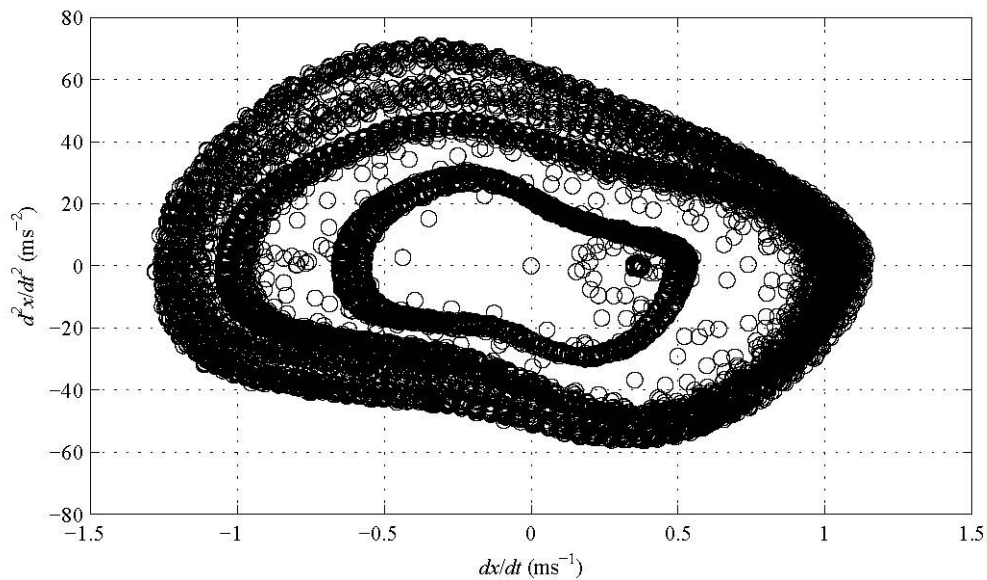


Fig. 32 – Projecção dos dados de dx/dt vs d^2x/dt^2

Estes resultados conduziram à experiência seguinte: na tentativa de preencher esta lacuna nos dados, repetiram-se diversos casos utilizando controladores “bang-bang” com

diferentes valores da acção de controlo, juntando-se depois os dados recolhidos. Na Tabela 5 encontram-se resumidos os dados desta experiência.

Tabela 5 – Segunda experiência de controlo “bang-bang”

| Caso | Valor de saída do controlador | | Cor na representação gráfica |
|------|-------------------------------|--------------------------|------------------------------|
| | erro de posição negativo | erro de posição positivo | |
| 1 | -0.6 | 0.6 | azul |
| 2 | -0.8 | 0.8 | vermelho |
| 3 | -1.0 | 1.0 | magenta |
| 4 | -1.2 | 1.2 | verde |
| 5 | -1.4 | 1.4 | preto |

A superfície resultante desta experiência encontra-se apresentada na Fig. 33. É possível ver que, embora os dados recolhidos sejam mais completos que os com um só controlador, ainda não se obtém uma informação tão dispersa como a obtida com o controlador proporcional com uma perturbação pseudo-aleatória. A projecção dos dados de velocidade vs aceleração na Fig. 34 ajuda a clarificar as lacunas na informação recolhida.

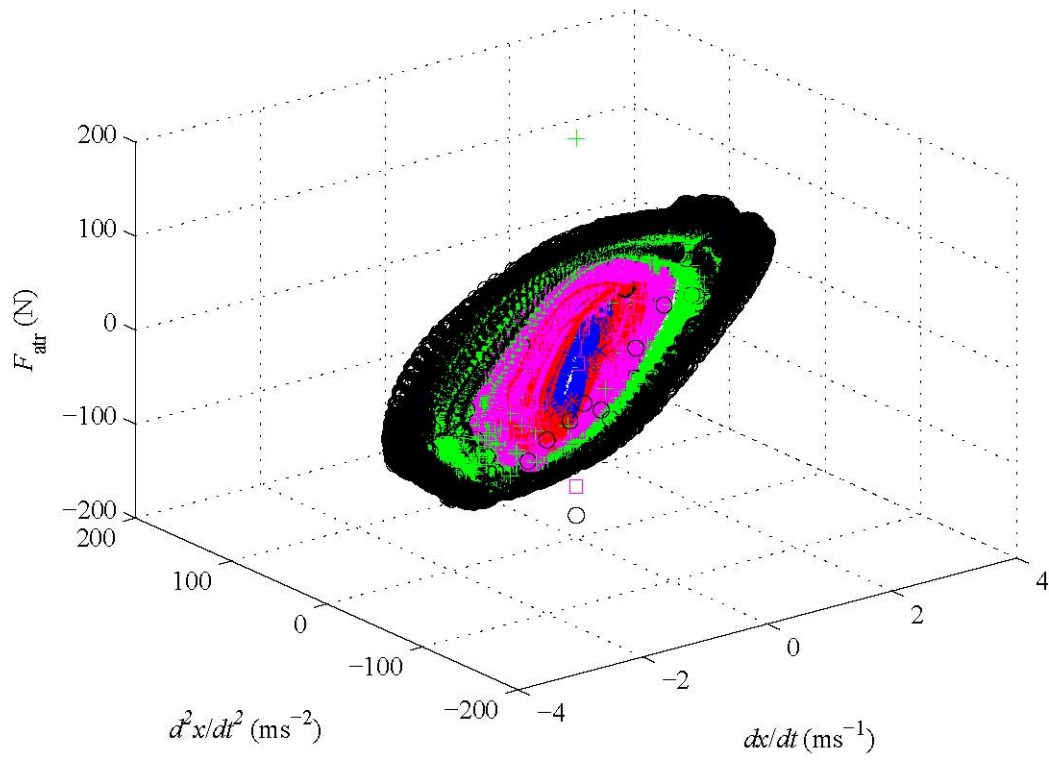


Fig. 33 – Superfície resultante da segunda experiência de controlo bang-bang

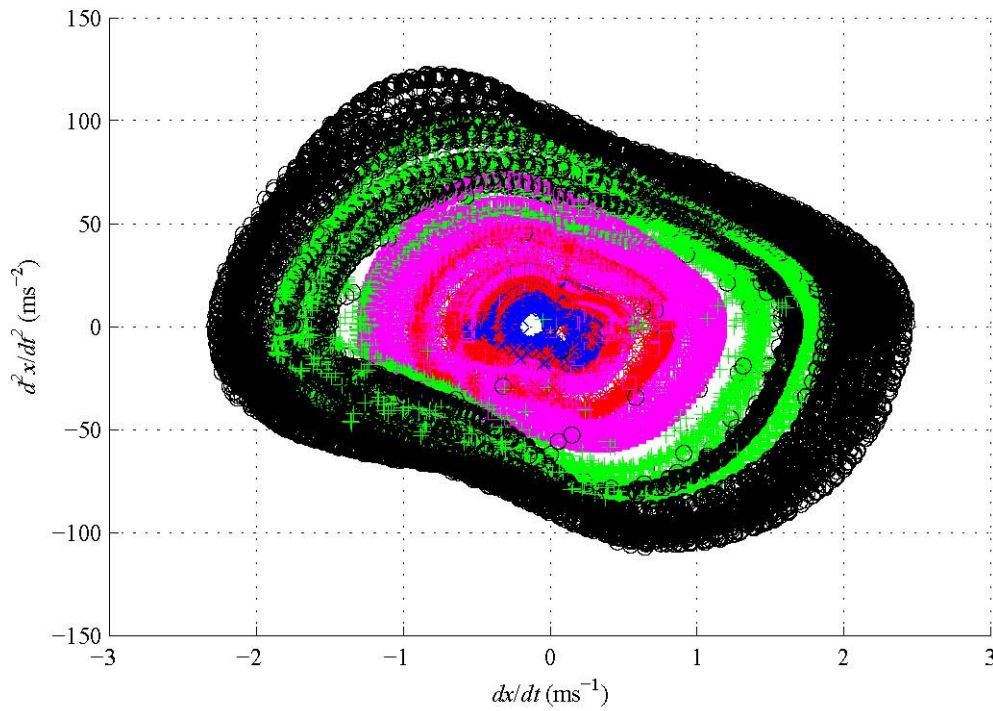


Fig. 34 – Projecção dx/dt vs d^2x/dt^2 dos dados da segunda experiência

Para tentar ultrapassar este problema, foi realizada uma terceira experiência, mais completa, na qual se acrescentaram mais 6 casos aos 5 anteriores. Os parâmetros deste processo estão resumidos na Tabela 6. Uma vez que o Matlab só permite saídas gráficas com sete cores diferentes, estas foram repetidas. No entanto, como quanto mais extremo o valor de saída do controlador, mais extremos se tornam também os dados de aceleração e velocidade equivalentes, é fácil fazer uma distinção visual.

Tabela 6 – Terceira experiência de controlo “bang-bang”

| Caso | Valor de saída do controlador | | Cor na representação gráfica |
|------|-------------------------------|--------------------------|------------------------------|
| | erro de posição negativo | erro de posição positivo | |
| 1 | -0.5 | 0.5 | vermelho |
| 2 | -0.6 | 0.6 | azul |
| 3 | -0.7 | 0.7 | magenta |
| 4 | -0.8 | 0.8 | verde |
| 5 | -0.9 | 0.9 | preto |
| 6 | -1.0 | 1.0 | amarelo |
| 7 | 1.1 | 1.1 | vermelho |
| 8 | -1.2 | 1.2 | azul |
| 9 | -1.3 | 1.3 | magenta |
| 10 | -1.4 | 1.4 | verde |
| 11 | -1.5 | 1.5 | preto |

Na Fig. 35 está representada a superfície resultante deste terceiro procedimento utilizando controlo “bang-bang” e é visível que os dados recolhidos são mais completos relativamente aos recolhidos no segundo procedimento. No entanto, na Fig. 36, onde se apresenta somente uma projecção velocidade vs aceleração do que acontece em torno de $[-1,1] \text{ ms}^{-1}$ e $[-50,50] \text{ ms}^{-2}$, é visível que persistem ainda algumas lacunas de dados, estando algumas devidamente assinaladas.

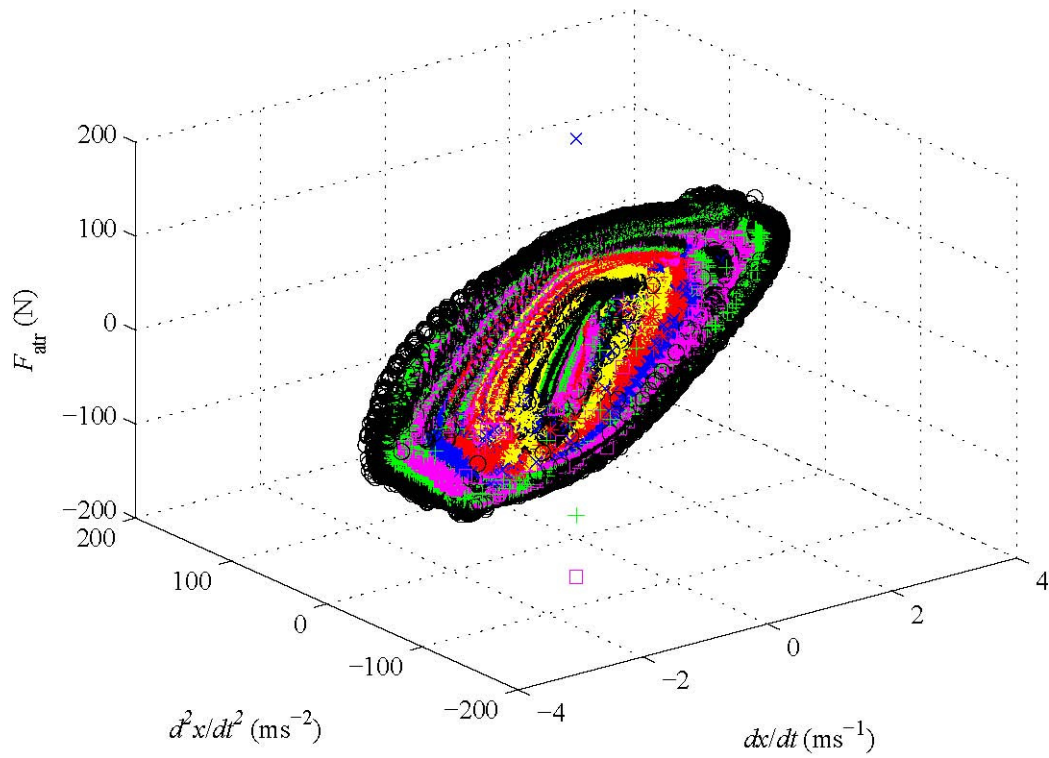


Fig. 35 – Superfície resultante da terceira experiência de controlo “bang-bang”

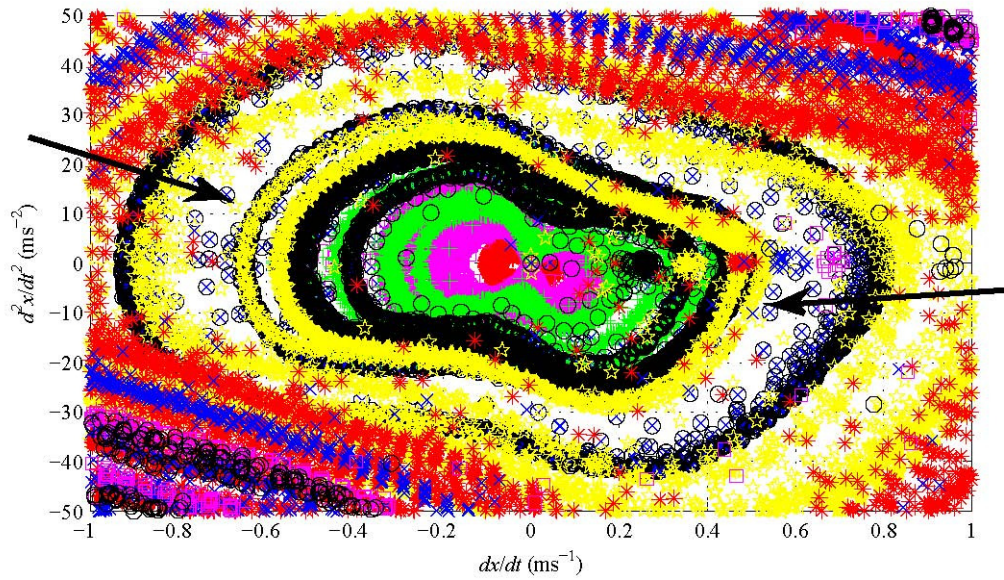


Fig. 36 – Projecção dx/dt vs d^2x/dt^2 dos dados da terceira experiência

3.1.3 Comando em malha aberta

O último procedimento de recolha de dados de força de atrito foi realizado em malha aberta - Fig. 37.

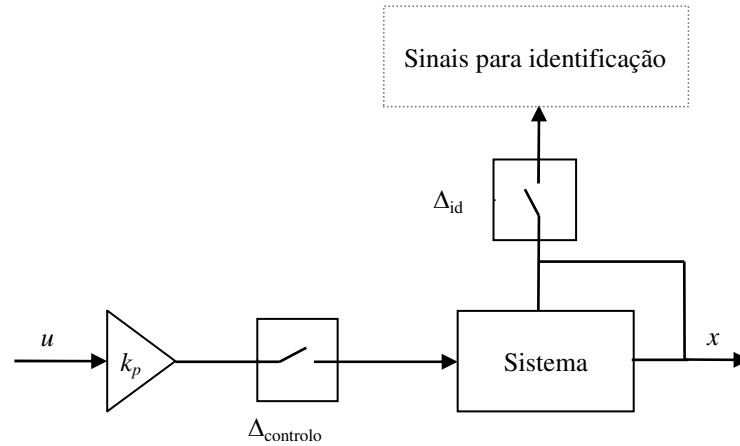


Fig. 37 – Sistema electropneumático controlado em malha aberta

O procedimento pretende fazer o cilindro varrer todo o seu curso a velocidades muito baixas e em *stick-slip*, sem alcançar o amortecimento do fim de curso. Verificou-se experimentalmente que as tensões a aplicar para tal ocorrer são de 0.085 V para o avanço e de - 0.1 V para o recuo. O percurso efectuado ao longo do tempo é apresentado na Fig. 38.

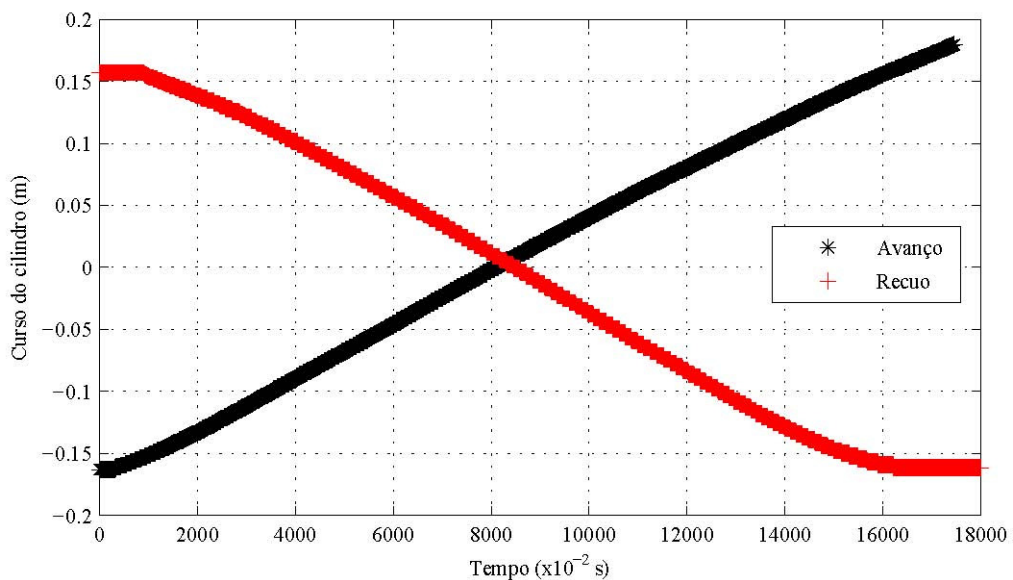


Fig. 38 – Percurso do cilindro durante o tempo

Uma vez que estes dados contém informação do que acontece em movimento de velocidade reduzida e em *stick-slip*, estes poderão ser importantes para estimar a ordem de grandeza dos valores de F_c e F_s do modelo de atrito. Na Fig. 39 apresentam-se os valores da força exercida pelo cilindro no instante em que este se ia mexer e na Fig. 40 a força no instante em que este se ia imobilizar. A primeira poderá indicar a ordem de grandeza de F_s e a segunda de F_c .

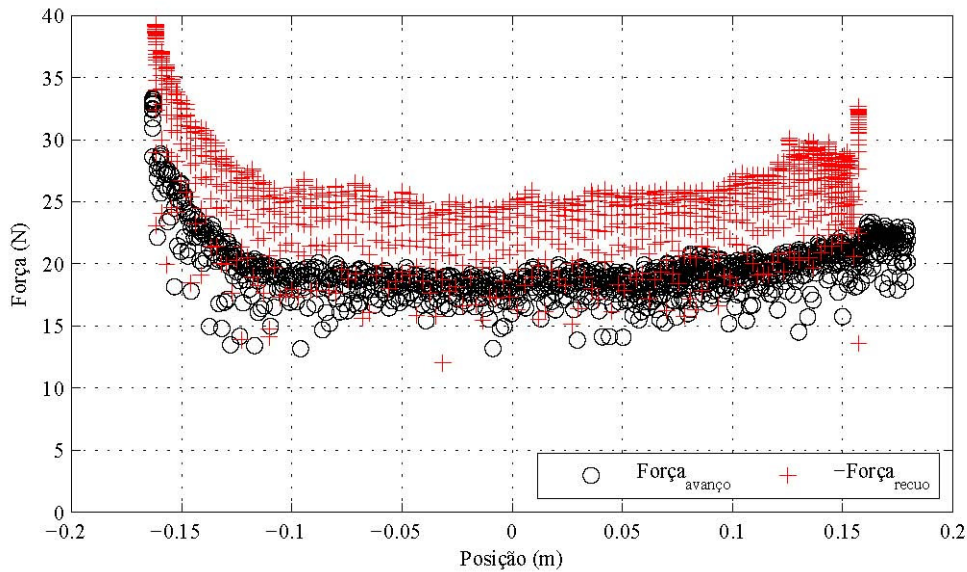


Fig. 39 – Força exercida pelo cilindro nos instantes antes de se mexer

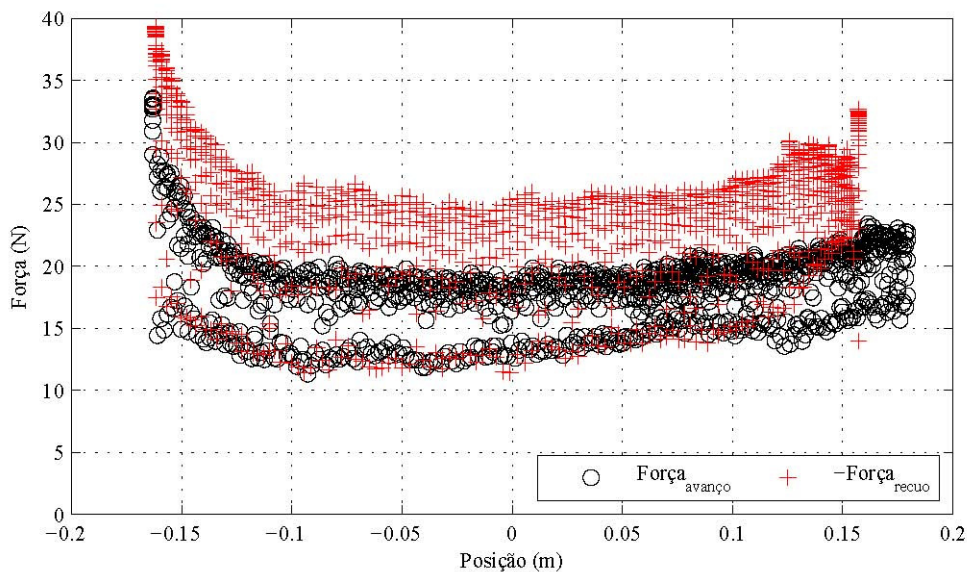


Fig. 40 – Força exercida pelo cilindro nos instantes antes de se imobilizar

Como se pode observar existe uma grande dispersão de dados. Esse facto pode ser indicador de ruído, isto é, pequenos movimentos parasíticos do êmbolo do cilindro entre longos períodos de imobilização. De forma a eliminar esse ruído, considerou-se que:

- o cilindro mexeu se os 4 pontos que seguem um período de imobilização são de movimento;
- o cilindro parou se nos 4 pontos que antecedem um período de imobilização o cilindro esteve em movimento.

Os resultados obtidos depois destas alterações são apresentados nas Fig. 41 e Fig. 42.

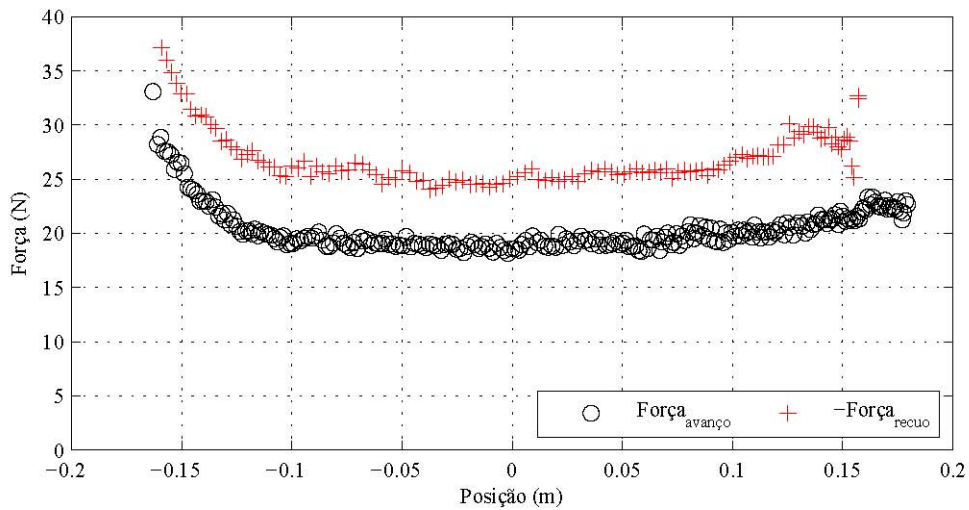


Fig. 41 – Força exercida pelo cilindro nos instantes antes de se mexer (sem ruído)

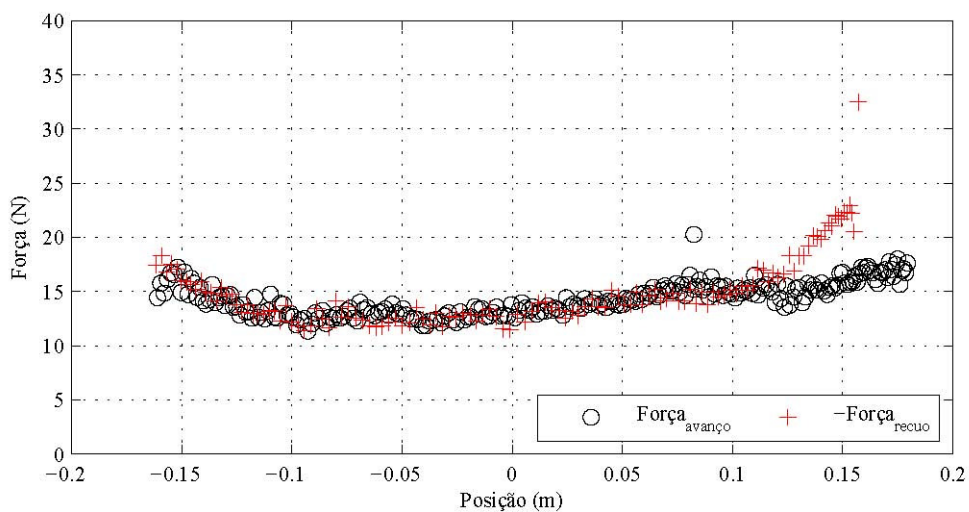


Fig. 42 – Força exercida pelo cilindro nos instantes antes de se imobilizar (sem ruído)

Foram então identificados os valores máximos e mínimos, bem como calculados os valores médios e desvios padrão. As Tabelas 7 e 8 apresentam os valores obtidos.

Tabela 7 – Valores recolhidos na eminência do cilindro se mexer

| | | |
|---------------------|---------------|------------|
| Movimento de avanço | Máximo | 33.0753 N |
| | Média | 20.4031 N |
| | Desvio padrão | 2.0621 N |
| Movimento de recuo | Mínimo | -37.1245 N |
| | Média | -27.0292 N |
| | Desvio padrão | 2.5374 N |

Tabela 8 – Valores recolhidos na eminência do cilindro se imobilizar

| | | |
|---------------------|---------------|------------|
| Movimento de avanço | Máximo | 20.2575 N |
| | Média | 14.3965 N |
| | Desvio padrão | 1.5020 N |
| Movimento de recuo | Mínimo | -32.5074 N |
| | Média | -15.0624N |
| | Desvio padrão | 3.2682 N |

3.1.4 Dados seleccionados

Dos procedimentos de recolha de informação da força de atrito em função da velocidade e da aceleração adquiriram-se conjuntos de dados obtidos nas seguintes condições:

1. Controlador proporcional com uma perturbação pseudo-aleatória;
2. Controlo “bang-bang”;
3. Segunda experiência de controlo “bang-bang”;
4. Terceira experiência de controlo “bang-bang”;
5. Comando em malha aberta do avanço do cilindro a muito baixa velocidade;
6. Comando em malha aberta do recuo do cilindro a muito baixa velocidade.

Optou-se por criar dois conjuntos de dados para o tratamento numérico nas secções seguintes: o primeiro conjunto é composto pelos dados da experiência 1; o segundo é resultante da junção das experiências 1+5+6. Criou-se este segundo conjunto na perspectiva de evitar problemas associados à falta de dados a muito baixa velocidade em 1.

De parte ficaram os dados obtidos através do recurso ao controlo “bang-bang”. As experiências 2 e 3 revelaram falhas e pouca homogeneidade na informação recolhida, enquanto os resultantes de 4, embora mais completos, possuem uma dimensão que poderá dificultar a realização dos procedimentos numéricos.

3.2 Metodologia adaptada de Shirazi e Voda

3.2.1 Identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp e da massa móvel

O procedimento proposto por Ravanbond-Shirazi e Besançon-Voda [10] permite identificar não só os parâmetros do modelo de Karnopp, mas também a massa móvel do sistema. A componente “slip” do modelo considerado é puramente viscosa, existindo a possibilidade de coeficientes de atrito viscoso diferentes para velocidades superiores a \dot{x}_{\min}^+ (k_a^+) e inferiores a \dot{x}_{\min}^- (k_a^-).

Numa primeira fase, para além da massa móvel M , serão estimados apenas os parâmetros correspondentes ao estado “slip” do modelo k_a^+, k_a^-, F_c^+ e F_c^- . Nestas circunstâncias, o modelo de Karnopp fica assim definido por [10]:

$$F_{\text{slip}} = \begin{cases} k_a^+ \dot{x} + F_c^+ & \text{se } \dot{x} \geq \dot{x}_{\min}^+ \\ k_a^- \dot{x} + F_c^- & \text{se } \dot{x} \leq \dot{x}_{\min}^- \end{cases} \quad (48)$$

É de notar as diferenças entre as equações propostas por Ravanbond-Shirazi e Besançon-Voda [10] e o modelo apresentado em (25).

A força pneumática disponível (\hat{F}_i) é estimada usando a equação de equilíbrio das forças (13) e a definição (24).

$$\hat{F}_i^+ = M^+ \ddot{x} + k_a^+ \dot{x} + F_c^+ \quad (\dot{x} \geq \dot{x}_{\min}^+) \quad (49)$$

$$\hat{F}_i^- = M^- \ddot{x} + k_a^- \dot{x} + F_c^- \quad (\dot{x} \leq \dot{x}_{\min}^-) \quad (50)$$

Em (49) e (50) os índices \bullet^+ e \bullet^- representam os dados ou parâmetros correspondentes a $\dot{x} \geq \dot{x}_{\min}^+$ ou $\dot{x} \leq \dot{x}_{\min}^-$, respectivamente. Embora a massa móvel do sistema seja sempre a mesma, o procedimento proposto em [10] força a essa separação quando se considera um modelo assimétrico.

Aplicando as equações (49) e (50) a um conjunto de n_K dados experimentais, dos quais n_K^+ correspondem aos dados para $\dot{x} \geq \dot{x}_{\min}^+$ e n_K^- aos dados para $\dot{x} \leq \dot{x}_{\min}^-$, criam-se dois modelos de regressão linear múltipla:

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_i^+(1) \\ \hat{F}_i^+(2) \\ \dots \\ \hat{F}_i^+(n_K^+) \end{bmatrix} = M^+ \begin{bmatrix} \ddot{x}(1) \\ \ddot{x}(2) \\ \dots \\ \ddot{x}(n_K^+) \end{bmatrix} + k_a^+ \begin{bmatrix} \dot{x}(1) \\ \dot{x}(2) \\ \dots \\ \dot{x}(n_K^+) \end{bmatrix} + F_c^+ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ se } \dot{x} \geq \dot{x}_{\min}^+ \quad (51)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_i^-(1) \\ \hat{F}_i^-(2) \\ \dots \\ \hat{F}_i^-(n_K^-) \end{bmatrix} = M^- \begin{bmatrix} \ddot{x}(1) \\ \ddot{x}(2) \\ \dots \\ \ddot{x}(n_K^-) \end{bmatrix} + k_a^- \begin{bmatrix} \dot{x}(1) \\ \dot{x}(2) \\ \dots \\ \dot{x}(n_K^-) \end{bmatrix} + F_c^- \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ se } \dot{x} \leq \dot{x}_{\min}^- \quad (52)$$

Reescrevendo as equações (51) e (52) matricialmente, obtém-se:

$$\hat{\mathbf{F}}_i^+ = \mathbf{\Phi}^+ \mathbf{\Theta}^+ \quad (53)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_i^- = \mathbf{\Phi}^- \mathbf{\Theta}^- \quad (54)$$

Onde os vectores que aglomeram a força pneumática disponível são dados por:

$$\hat{\mathbf{F}}_i^+ = [\hat{F}_i^+(1) \ \hat{F}_i^+(2) \ \dots \ \hat{F}_i^+(n_K^+)]^T \quad (55)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_i^- = [\hat{F}_i^-(1) \ \hat{F}_i^-(2) \ \dots \ \hat{F}_i^-(n_K^-)]^T \quad (56)$$

as matrizes das regressões são exprimidas por:

$$\mathbf{\Phi}^+ = \begin{bmatrix} \dot{x}(1) & \dot{x}(1) & 1 \\ \dot{x}(2) & \dot{x}(2) & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dot{x}(n_K^+) & \dot{x}(n_K^+) & 1 \end{bmatrix} \text{ com } \dot{x} \geq \dot{x}_{\min}^+ \quad (57)$$

$$\Phi^- = \begin{bmatrix} \dot{x}(1) & \dot{x}(1) & 1 \\ \dot{x}(2) & \dot{x}(2) & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dot{x}(n_K^-) & \dot{x}(n_K^-) & 1 \end{bmatrix} \text{ com } \dot{x} \leq \dot{x}_{\min}^- \quad (58)$$

e os vectores de parâmetros são definidos por:

$$\Theta^+ = [M^+ \quad k_a^+ \quad F_c^+]^T \quad (59)$$

$$\Theta^- = [M^- \quad k_a^- \quad F_c^-]^T \quad (60)$$

Considere-se o erro entre os valores medidos e os valores estimados da força disponível:

$$e_{F_i^+} = F_i^+ - \hat{F}_i^+ \quad (61)$$

$$e_{F_i^-} = F_i^- - \hat{F}_i^- \quad (62)$$

Em que F_i^+ e F_i^- são calculados através da equação (24) aplicada aos dados experimentais determinados para $\dot{x} \geq \dot{x}_{\min}^+$ e $\dot{x} \leq \dot{x}_{\min}^-$, respectivamente. Os parâmetros que minimizam o erro quadrático médio dos erros definidos em (61) e (62) são dados por [23]:

$$\hat{\Theta}^+ = (\Phi^+)^{\dagger} F_i^+ \quad (63)$$

$$\hat{\Theta}^- = (\Phi^-)^{\dagger} F_i^- \quad (64)$$

onde \bullet^{\dagger} representa a matriz pseudo inversa de Moore-Penrose.

A aplicação deste procedimento depende do conhecimento do valor de \dot{x}_{\min}^- e \dot{x}_{\min}^+ . Face ao desconhecimento deste valor, em [10] propõe-se a seguinte metodologia: parte-se de uma estimativa de velocidade mínima arbitrariamente baixa, selecciona-se o subconjunto de dados correspondentes tal que $\dot{x} \geq \dot{x}_{\min}^+$ e $\dot{x} \leq \dot{x}_{\min}^-$. De seguida, calculam-se as estimativas do vector de parâmetros Θ^+ e Θ^- para esses subconjuntos de dados. Este procedimento repete-

se então para valores de \dot{x}_{\min}^+ e \dot{x}_{\min}^- sucessivamente crescentes, obtendo-se assim uma estimativa de Θ^+ e Θ^- para cada valor de \dot{x}_{\min}^+ e \dot{x}_{\min}^- . Os valores obtidos para Θ^+ e Θ^- deverão estabilizar para uma dada velocidade, o que dará os valores do modelo de Karnopp. Na Fig. 43 encontra-se o fluxograma com os procedimentos efectuados neste passo.

Os valores de F_s^+ e F_s^- são posteriormente, num segundo passo do método, obtidos através do recurso à ferramenta de optimização não linear do *fmincon* do Matlab [24].

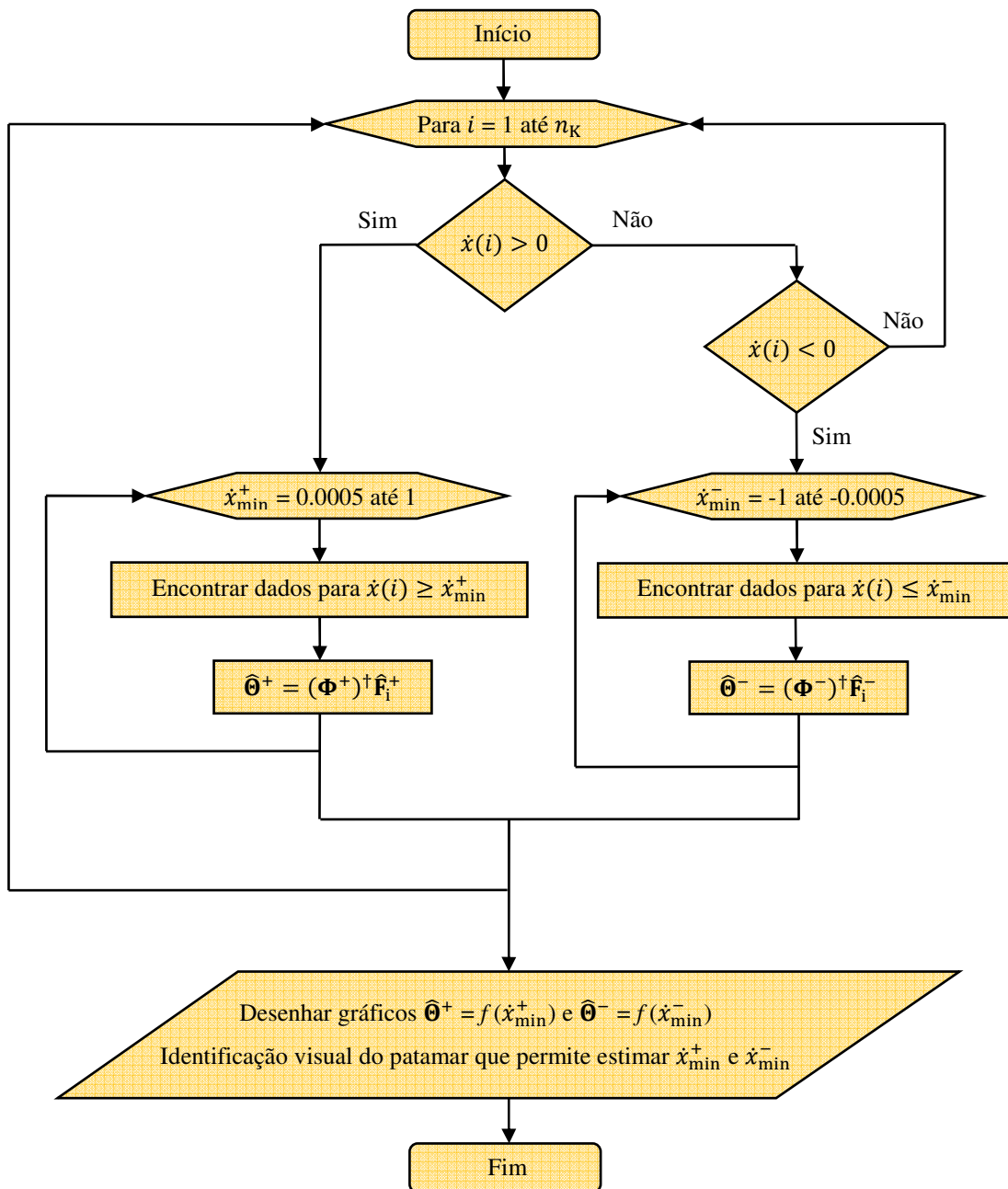


Fig. 43 – Fluxograma para a obtenção dos parâmetros Θ^+ e Θ^-

A função *fmincon* encontra o mínimo de uma função multivariável sujeita a restrições não lineares. Neste caso, é usada para encontrar os valores de F_s^+ e F_s^- que minimizam a função objectivo, ou seja, encontra o menor erro quadrático médio (EQM) entre os dados de velocidade calculados e os dados estimados através do diagrama de blocos do modelo de Karnopp da Fig. 18, que foi implementado em Simulink, e construído a partir do modelo da equação (30). O efeito de Stribeck foi considerado, uma vez que se pretendem encontrar as forças de atrito estático e partimos do conhecimento estimado dos parâmetros “slip” do modelo. Resumidamente, a função *fmincon* pode ser descrita da seguinte forma:

$[F_s^+, F_s^-, \text{EQM}] = \textit{fmincon}$ (função objectivo, valores de partida de F_s^+ e F_s^- , **A**, **b**, **lb**, **ub**)

$$\mathbf{A} [F_s^+, F_s^-]^T \leq \mathbf{b}$$

$$\mathbf{lb} \leq [F_s^+, F_s^-]^T \leq \mathbf{ub}$$

onde:

- A função objectivo é a função que se pretende minimizar;
- $\mathbf{A} [F_s^+, F_s^-]^T \leq \mathbf{b}$ representa as restrições lineares de desigualdade;
- **lb** e **ub** são os vectores com as fronteiras inferior e superior do valor da solução.

Uma vez que da primeira fase do procedimento são obtidos dois valores para a massa, o valor utilizado nesta segunda fase é a média dos valores M^+ e M^- :

$$M = \frac{M^+ + M^-}{2} \tag{65}$$

O programa utilizado na optimização dos valores da força de atrito estático é descrito no fluxograma da Fig. 44.

Todos estes procedimentos foram aplicados aos dois conjuntos de dados seleccionados: os obtidos através do recurso ao controlador proporcional com uma perturbação pseudo-aleatória (os quais se vão designar por *dados^P*) e os resultantes da junção destes com os obtidos em malha aberta (que se vão designar por *dados^T*).

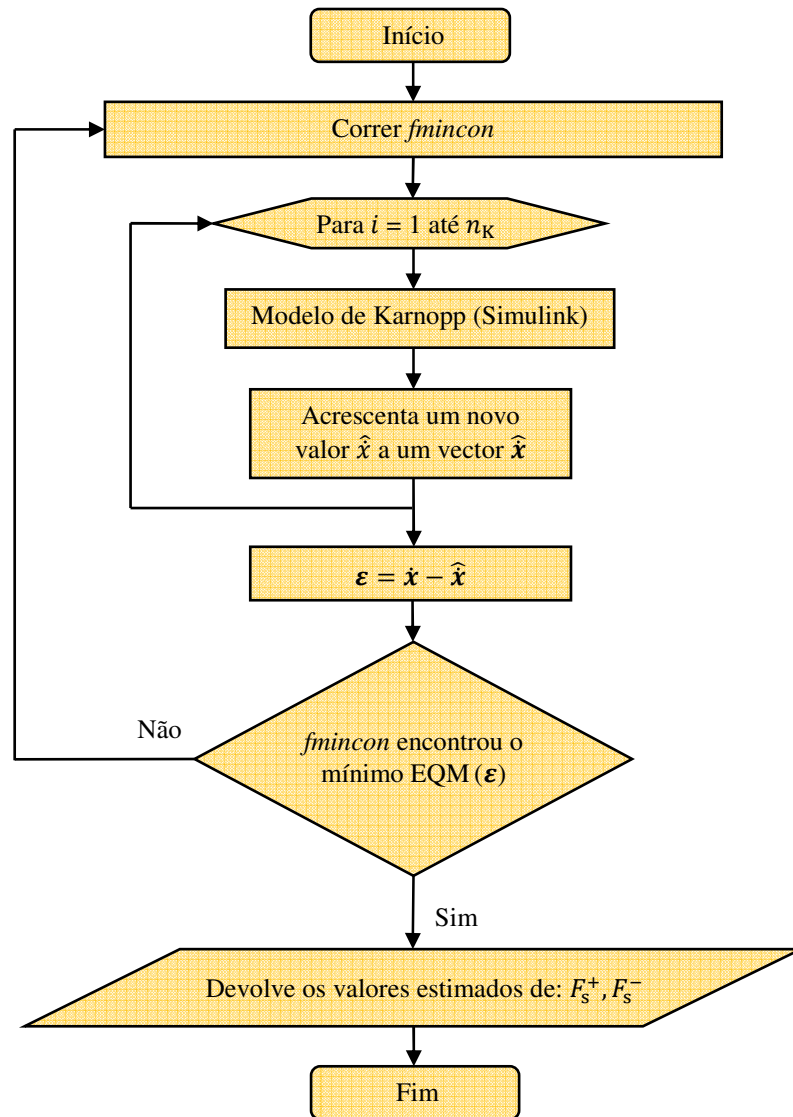


Fig. 44 – Fluxograma para a obtenção das forças de atrito estático

3.2.2 Resultados obtidos

Nas quatro seguintes figuras encontram-se os resultados obtidos da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp:

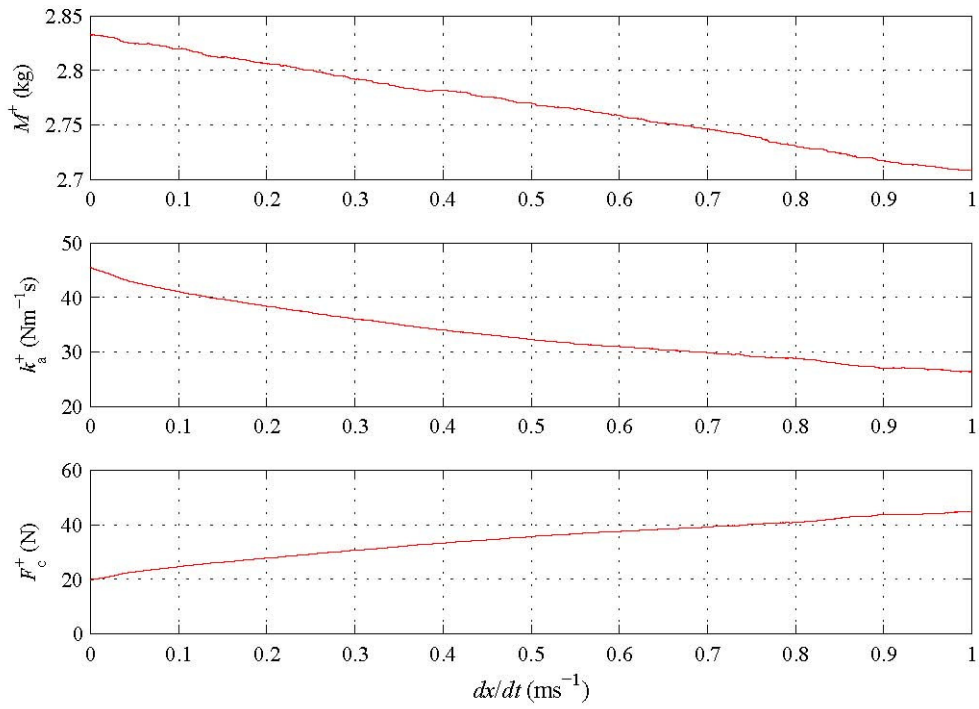


Fig. 45 – Resultados da identificação dos parâmetros Θ^+ para os dados^P

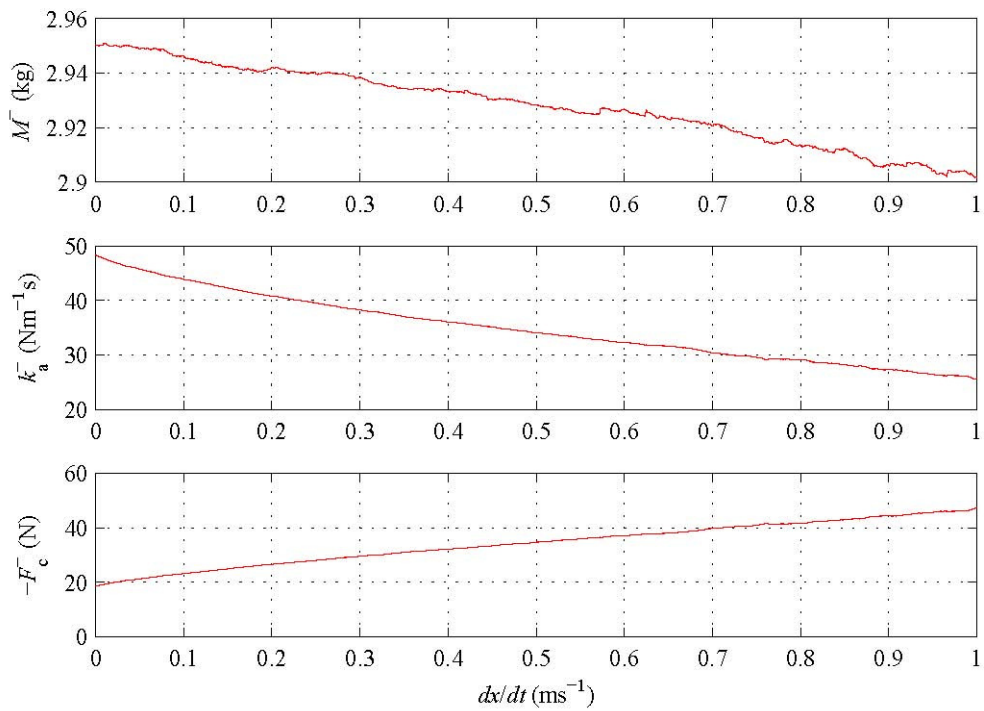


Fig. 46 – Resultados da identificação dos parâmetros Θ^- para os dados^P

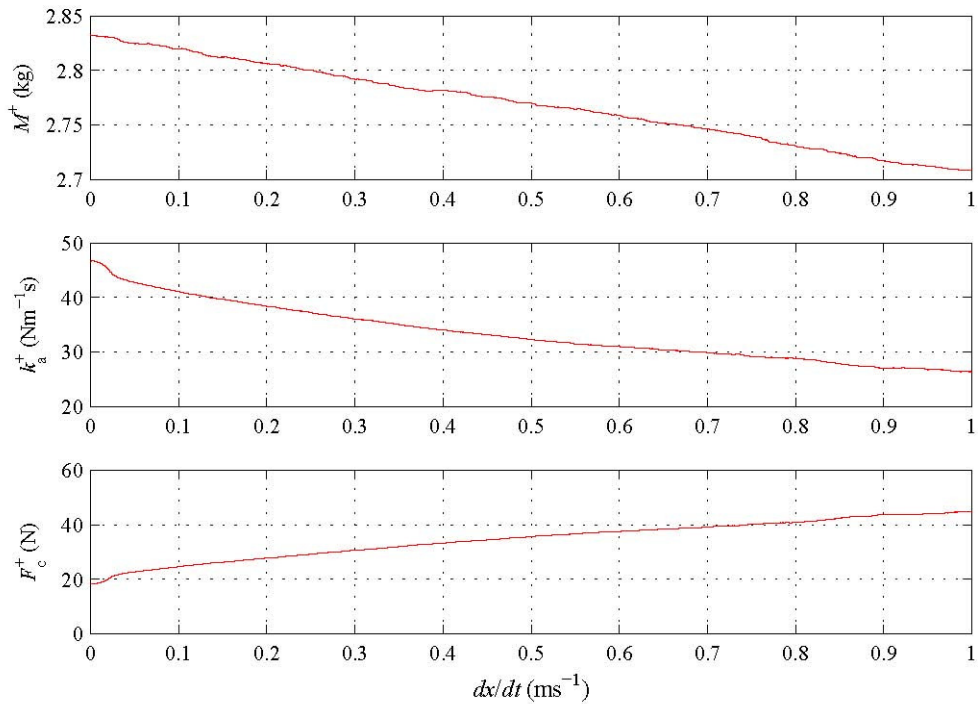


Fig. 47 – Resultados da identificação dos parâmetros Θ^+ para os *dados*^T

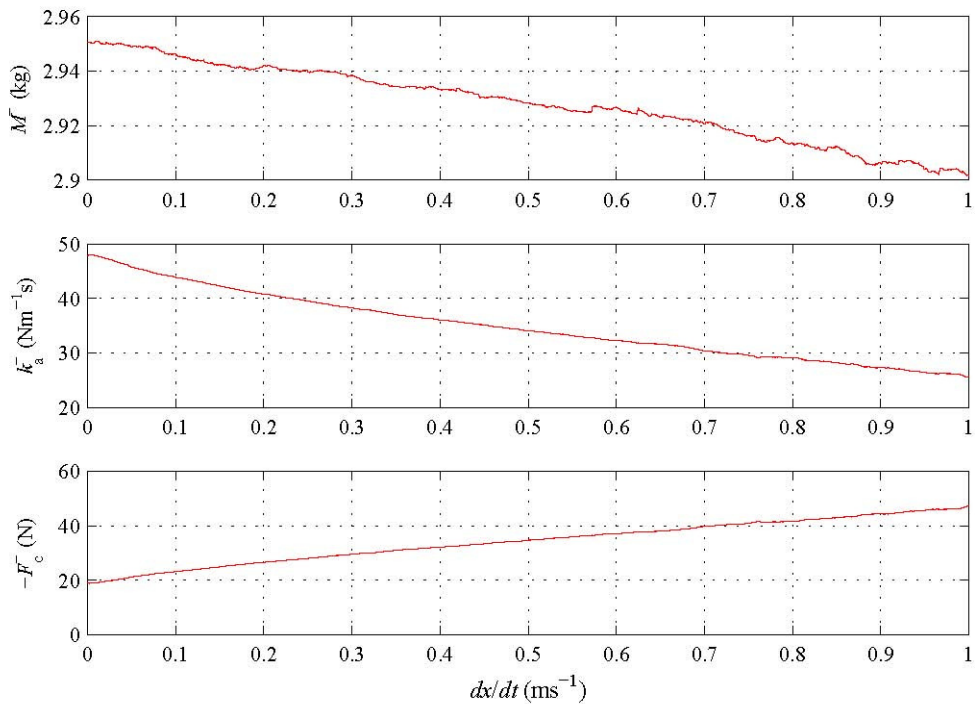


Fig. 48 – Resultados da identificação dos parâmetros Θ^- para os *dados*^T

É possível verificar da observação das quatro figuras anteriores que os resultados obtidos ficaram aquém do que se esperava, tendo em conta o estudo de Ravanbond-Shirazi e Besançon-Voda [10]. Tanto os parâmetros identificados com os *dados*^P como os identificados

com os $dados^T$ não apresentaram uma velocidade mínima para a qual os valores do vector Θ estabilizassem. Por esse motivo, decidiu-se seleccionar os valores correspondentes à velocidade mínima mensurável (0.0005 ms^{-1}) para efectuar a optimização dos valores de F_s^+ e F_s^- . Estes valores estão apresentados na Tabela 9. Saliente-se que os resultados das massas estimadas M^+ e M^- são muito semelhantes para os dois conjuntos de $dados^P$ e $dados^T$.

Tabela 9 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp

| | | |
|--|---------|--------------------------------|
| Resultados identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp para os $dados^P$ | M^+ | 2.83 kg |
| | k_a^+ | 45.47 Nm^{-1}s |
| | F_c^+ | 19.62 N |
| | M^- | 2.95 kg |
| | k_a^- | 48.30 Nm^{-1}s |
| | F_c^- | -18.55 N |
| Resultados identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp para os $dados^T$ | M^+ | 2.83 kg |
| | k_a^+ | 46.65 Nm^{-1}s |
| | F_c^+ | 18.34 N |
| | M^- | 2.95 kg |
| | k_a^- | 47.84 Nm^{-1}s |
| | F_c^- | -19 N |

Para garantir a coerência do modelo, as restrições colocadas impuseram que F_s^+ não fosse inferior a F_c^+ e F_s^- não fosse superior a F_c^- . Os valores escolhidos para as restantes restrições estão indicados na Tabela 10.

Tabela 10 – Restrições impostas à função *fmincon*

| | | F_s^+ (N) | F_s^- (N) |
|-----------|----------------------|-------------|-------------|
| $dados^P$ | Limite superior (ub) | 100 | -18.55 |
| | Limite inferior (lb) | 19.62 | -100 |
| $dados^T$ | Limite superior (ub) | 100 | -19 |
| | Limite inferior (lb) | 19.62 | -100 |

Na Tabela 11 são apresentados os resultados da primeira optimização realizada, na qual o valor de partida para F_s^+ foi de 30 N e para F_s^- de -30 N. Como é possível constatar, o sistema permaneceu imóvel, isto é, não encontrou ou não conseguiu encontrar nenhum valor alternativo que melhorasse o EQM. Para confirmar a validade desses resultados, foi efectuada outra optimização, sujeita às mesmas restrições, mas partindo de valores diferentes (50 e -50N).

Tabela 11 – Valores iniciais e resultados para a 1ª optimização utilizando *fmincon*

| Dados utilizados | Valores de partida | | Resultados da optimização | | |
|------------------|--------------------|-------------|---------------------------|-------------|---------------------|
| | F_s^+ (N) | F_s^- (N) | F_s^+ (N) | F_s^- (N) | EQM (m^2s^{-2}) |
| $dados^P$ | 30 | -30 | 30 | -30 | 0.0490 |
| $dados^T$ | | | 30 | -30 | 0.0228 |

Pela análise da Tabela 12 verifica-se que, mais uma vez, os valores de partida são iguais aos valores de chegada. O erro quadrático médio da velocidade pouco mudou para a optimização utilizado os $dados^P$, e reduziu um pouco (0.0228 vs 0.0139 m^2s^{-2}) para os $dados^T$. No entanto, esta redução poderá estar ligada à maior quantidade de valores a baixas velocidades que este conjunto de dados possui. As causas do insucesso deste procedimento serão abordadas mais à frente. Antes disso, será ainda apresentada uma outra alternativa ao procedimento de optimização.

Tabela 12 – Valores iniciais e resultados para a 2ª otimização utilizando *fmincon*

| Dados utilizados | Valores de partida | | Resultados da otimização | | |
|------------------|--------------------|-------------|--------------------------|-------------|---------------------|
| | F_s^+ (N) | F_s^- (N) | F_s^+ (N) | F_s^- (N) | EQM (m^2s^{-2}) |
| $dados^P$ | 50 | -50 | 50 | -50 | 0.0492 |
| $dados^T$ | | | 50 | -50 | 0.0139 |

3.2.3 Procedimento alternativo de otimização não linear

Dado o insucesso obtido através do recurso da função *fmincon*, foi utilizada a função *fminsearch*. Esta função, ao contrário da *fmincon*, não permite impor restrições não lineares.

$$[F_s^+, F_s^-, EQM] = \text{fminsearch}(\text{função objectivo, valores de partida de } F_s^+ \text{ e } F_s^-)$$

O procedimento efectuado foi idêntico ao realizado utilizando a função *fmincon*, nomeadamente, realizaram-se duas otimizações cujos pontos de partida são novamente 30 e 50 N para F_s^+ , e -30 e -50 N para F_s^- . Os resultados da primeira otimização são apresentados na Tabela 13 e da segunda na

Tabela 13 – Valores iniciais e resultados para a 1ª otimização utilizando *fminsearch*

| Dados utilizados | Valores de partida | | Resultados da otimização | | |
|------------------|--------------------|-------------|--------------------------|-------------|---------------------|
| | F_s^+ (N) | F_s^- (N) | F_s^+ (N) | F_s^- (N) | EQM (m^2s^{-2}) |
| $dados^P$ | 30 | -30 | -2.1776 | -24.9341 | 0.0492 |
| $dados^T$ | | | 29.0794 | -44.9491 | 0.0139 |

Tabela 14 – Valores iniciais e resultados para a 2ª optimização utilizando *fminsearch*

| Dados utilizados | Valores de partida | | Resultados da optimização | | |
|------------------|--------------------|-------------|---------------------------|-------------|---------------------|
| | F_s^+ (N) | F_s^- (N) | F_s^+ (N) | F_s^- (N) | EQM (m^2s^{-2}) |
| $dados^P$ | | | -2.2827 | -48.7405 | 0.0492 |
| $dados^T$ | 50 | -50 | 36.7488 | -52.9796 | 0.0139 |

Nas optimizações realizadas com o recurso aos $dados^P$ obtiveram-se valores sem qualquer significado físico, pois F_s^+ não pode ter um valor negativo. Por outro lado, utilizando os $dados^T$ obtiveram-se resultados que, embora sem uma convergência de valores nas duas optimizações, são mais realistas. De qualquer forma, o facto de o EQM se ter mantido igual para valores de F_s^+ e F_s^- diferentes, pode indicar a dificuldade de encontrar (ou talvez a ausência de) um mínimo global na função composta pelos dados do modelo de Karnopp obtidos no procedimento proposto por [10]. É importante também realçar que o recurso à função *fminsearch* levou a que o tempo demorado pela optimização fosse consideravelmente maior: no caso dos $dados^P$ foi de 11 minutos e nos $dados^T$ foi de 40 minutos (*versus* 2 minutos utilizando *fmincon*). A discrepância entre o tempo demorado pelos $dados^P$ e os $dados^T$ deve-se ao facto destes últimos conterem matrizes com dimensões quase 4 vezes superiores aos primeiros.

3.2.4 Procura de um mínimo global

Para procurar compreender as causas do insucesso na utilização das funções de optimização utilizadas (*fmincon* e *fminsearch*), empreendeu-se o seguinte procedimento: utilizando os valores obtidos em 3.2.2 e resumidos na Tabela 9, calculou-se o erro quadrático médio da velocidade para todas as combinações entre $F_s^+ \in [20,40]$ N e $F_s^- \in [-40,-20]$ N. O algoritmo deste procedimento encontra-se na Fig. 49. O objectivo foi traçar superfícies $EQM = f(F_s^+, F_s^-)$ para os $dados^P$ e para os $dados^T$. Os resultados para os primeiros estão presentes nas Fig. 50 e Fig. 51, e para os segundos nas Fig. 52 e Fig. 53.

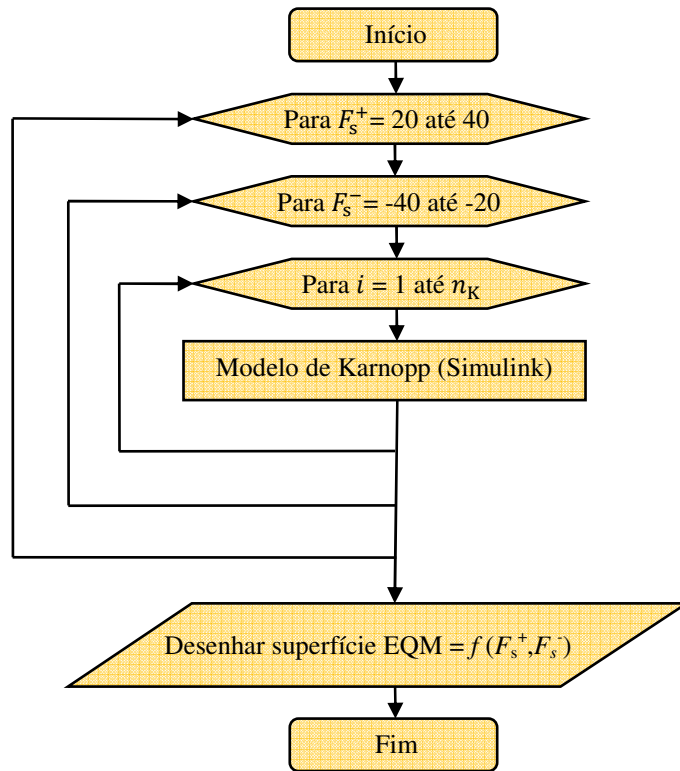


Fig. 49 – Fluxograma do mapeamento efectuado

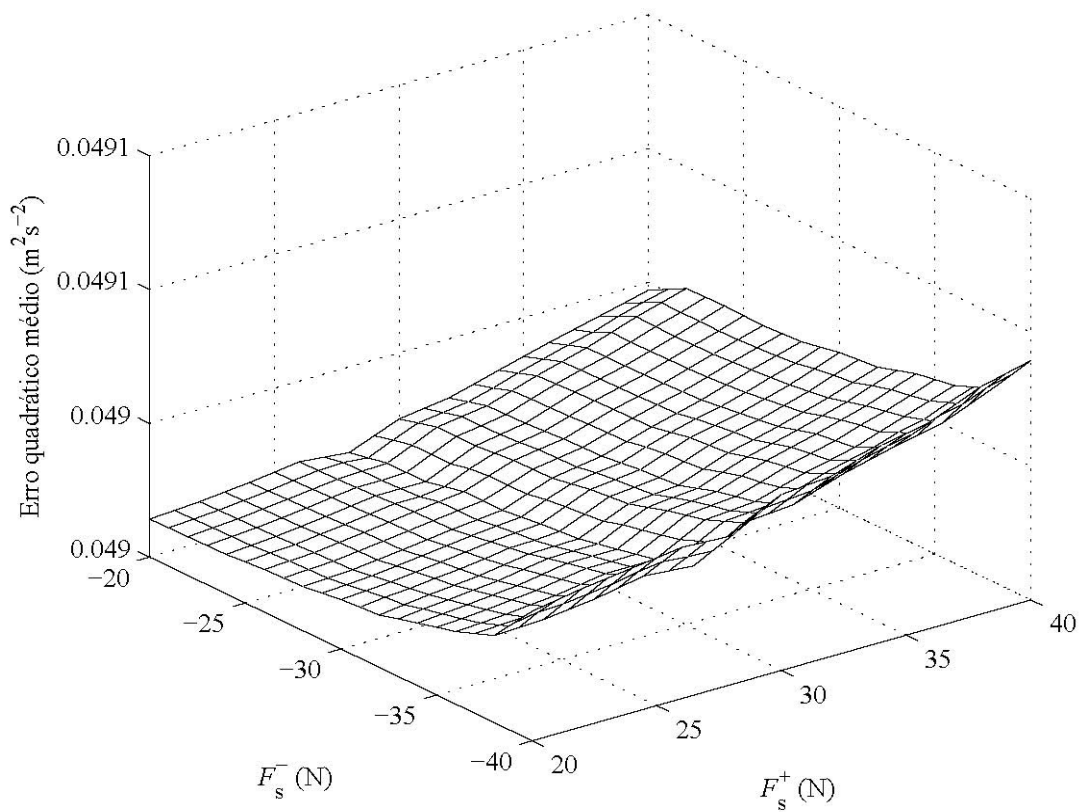


Fig. 50 – Superfície do EQM = $f(F_s^+, F_s^-)$ para os dados^P

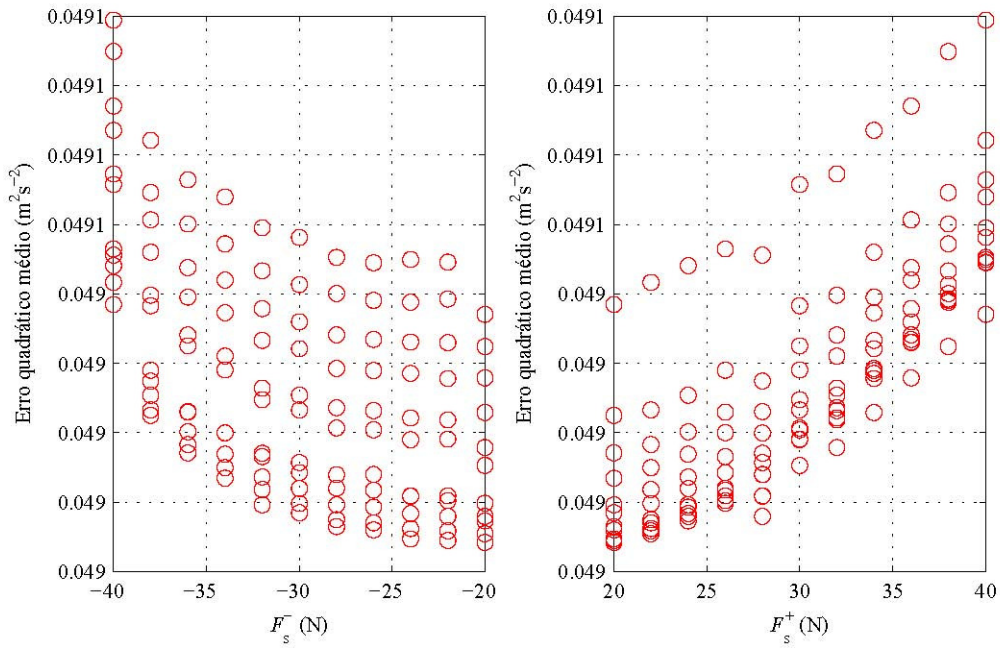


Fig. 51 – Projecções da superfície $EQM = f(F_s^+, F_s^-)$ para os dados^P

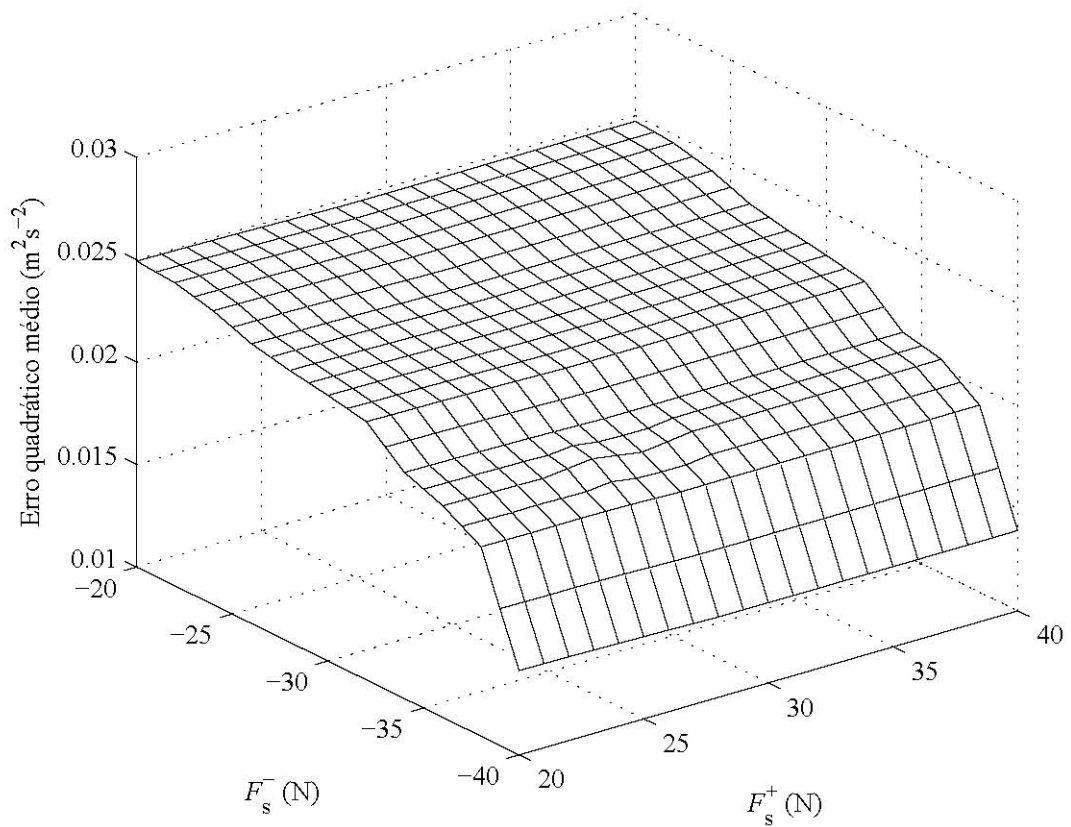


Fig. 52 – Superfície do $EQM = f(F_s^+, F_s^-)$ para os dados^T

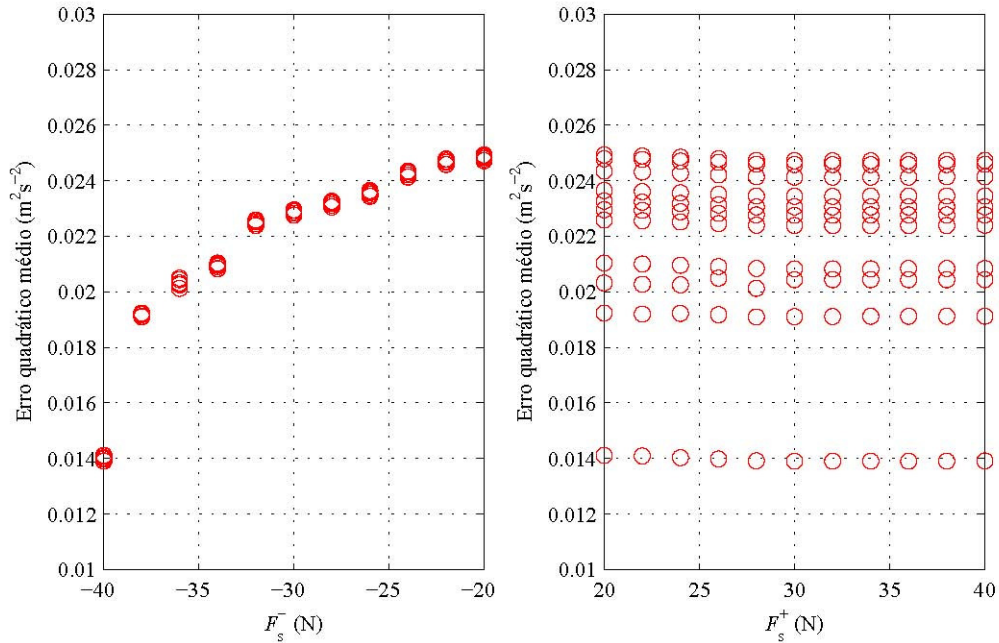


Fig. 53 – Projecções da superfície EQM = $f(F_s^+, F_s^-)$ para os *dados*^T

Da análise das superfícies é fácil concluir que não se consegue observar um mínimo global em nenhuma, pois o comportamento destas não parece indicar tal ocorrência. Dado que estes mapeamentos exigiram considerável tempo de cálculo (aproximadamente 90 minutos), tentou-se uma nova abordagem, exposta na secção 3.2.5.

3.2.5 Optimização não linear através do recurso a um modelo de Karnopp algébrico.

Dado que com o modelo de Karnopp implementado em Simulink, os resultados das optimizações não foram satisfatórios, tentou-se realizar a optimização das forças de atrito estático num modelo algébrico – Fig. 54. Ao contrário do anterior, a saída deste modelo é a força de atrito estimada, e não a velocidade estimada, o que significa que a função de erro da optimização prende-se com a minimização do erro quadrático médio entre a força de atrito calculada e a estimada. Nesta secção utilizaram-se apenas os *dados*^T, dado que até agora foram aqueles que conduziram a menores erros quadráticos médios e são aqueles que mais informações contêm a velocidades próximas de zero.

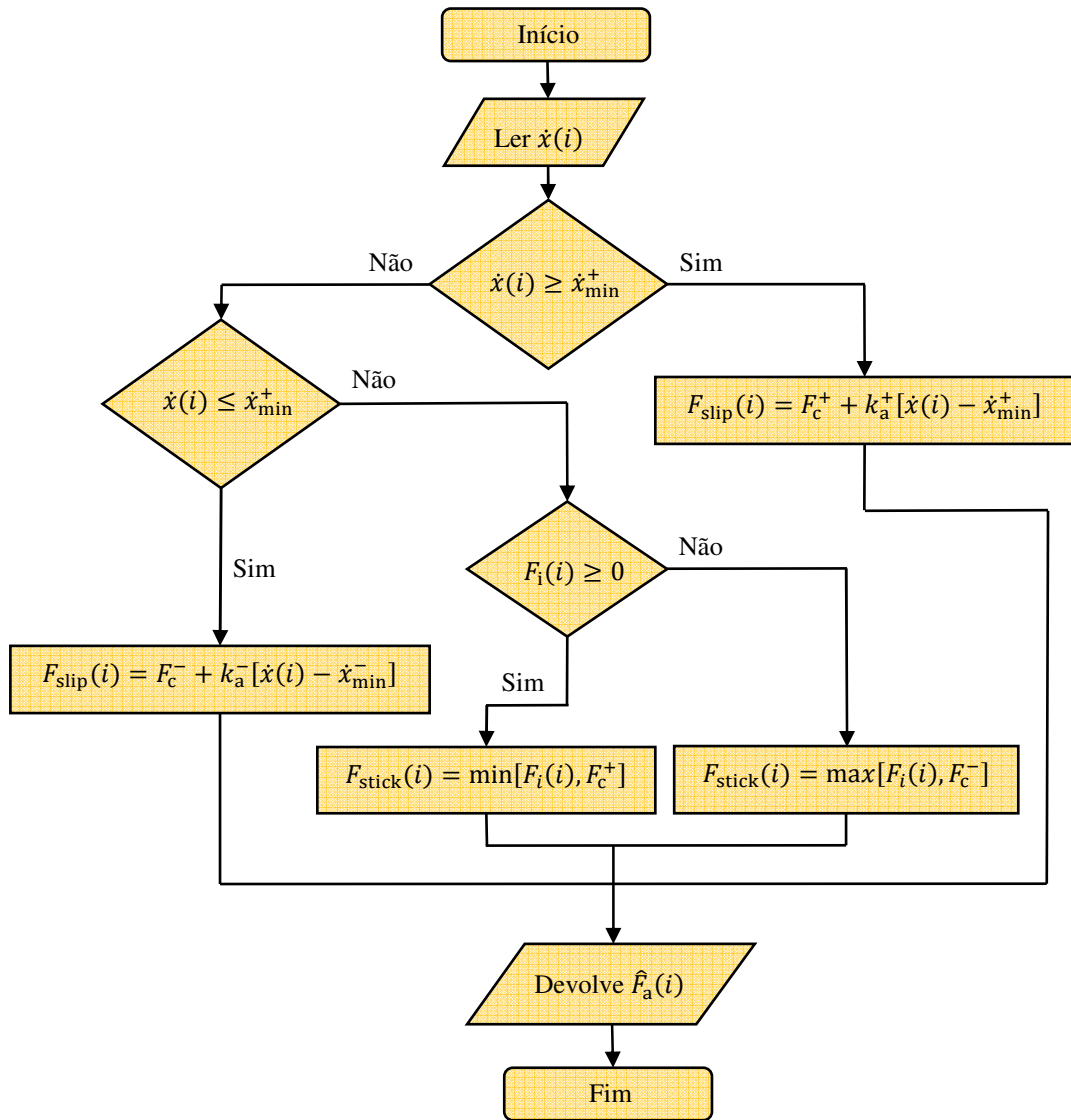


Fig. 54 – Fluxograma do modelo de Karnopp algébrico

Repetiu-se utilização das funções *fminsearch* e *fmincon*. As restrições para esta última referem-se, como antes, a que: $F_s^+ \geq F_c^+$, $F_s^- \leq F_c^-$ e valores extremos que dêem alguma liberdade à função. Os valores de F_c^+ e F_c^- , bem como de \dot{x}_{\min}^+ , \dot{x}_{\min}^- , k_a^+ e k_a^- são os obtidos na secção 3.2.2. A Tabela 15 resume os limites superiores e inferiores usados na função *fmincon* e na Fig. 55 encontra-se o fluxograma da optimização realizada.

Tabela 15 – Restrições usadas na função *fmincon*

| | | F_s^+ (N) | F_s^- (N) |
|-----------|----------------------|-------------|-------------|
| $dados^P$ | Limite superior (ub) | 100 | -18.55 |
| | Limite inferior (lb) | 19.62 | -100 |
| $dados^T$ | Limite superior (ub) | 100 | -19 |
| | Limite inferior (lb) | 19.62 | -100 |

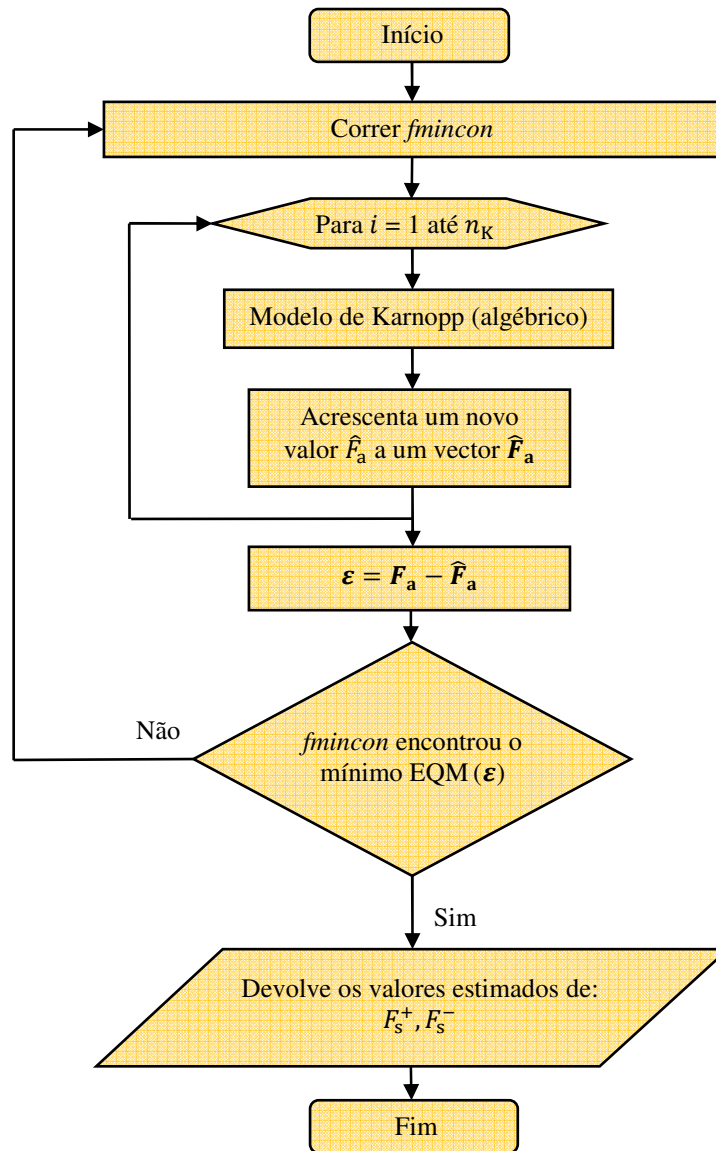


Fig. 55 – Fluxograma para a otimização usando o modelo de Karnopp algébrico

Na Tabela 16 podemos observar os resultados obtidos. Embora se tenham usado pontos de partida distintos, as duas funções de optimização obtiveram resultados iguais para a F_s^+ e o EQM, enquanto a F_s^- obtida pela função *fminsearch* foi sempre igual e muito próxima dos resultados de *fmincon*.

Tabela 16 – Resultados obtidos através das optimizações não lineares

| Valores de Partida | | Resultados da optimização <i>fmincon</i> | | | Resultados da optimização <i>fminsearch</i> | | |
|--------------------|-------------|--|-------------|-----------------------|---|-------------|-----------------------|
| F_s^+ (N) | F_s^- (N) | F_s^+ (N) | F_s^- (N) | EQM (N ²) | F_s^+ (N) | F_s^- (N) | EQM (N ²) |
| 40 | -40 | 32.4264 | -54.3791 | 35.6064 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 |
| 40 | -50 | 32.4264 | -54.3790 | 35.6064 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 |
| 40 | -60 | 32.4264 | -54.3790 | 35.6064 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 |
| 50 | -40 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 |
| 50 | -50 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 |
| 50 | -60 | 32.4264 | -54.3786 | 35.6064 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 |
| 60 | -40 | 32.4264 | -54.3791 | 35.6064 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 |
| 60 | -50 | 32.4264 | -54.3790 | 35.6064 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 |
| 60 | -60 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 | 32.4264 | -54.3789 | 35.6064 |

Para perceber se os resultados conduzem a um mínimo global, efectuou-se, uma vez mais o procedimento efectuado em 3.2.4. O objectivo é traçar uma superfície do erro quadrático médio da força de atrito em função de F_s^+ e F_s^- - $EQM = f(F_s^+, F_s^-)$. Desta vez, os EQM serão calculados para todos os valores de $F_s^+ \in [10,200]$ e $F_s^- \in [-200,-10]$ N. Escolheu-se efectuar o mapeamento para este maior número de forças de atrito estático porque este modelo evidenciou uma celeridade de cálculo muito superior ao utilizado de 3.2.1 a 3.2.4. O fluxograma da Fig. 56 esclarece o algoritmo implementado.

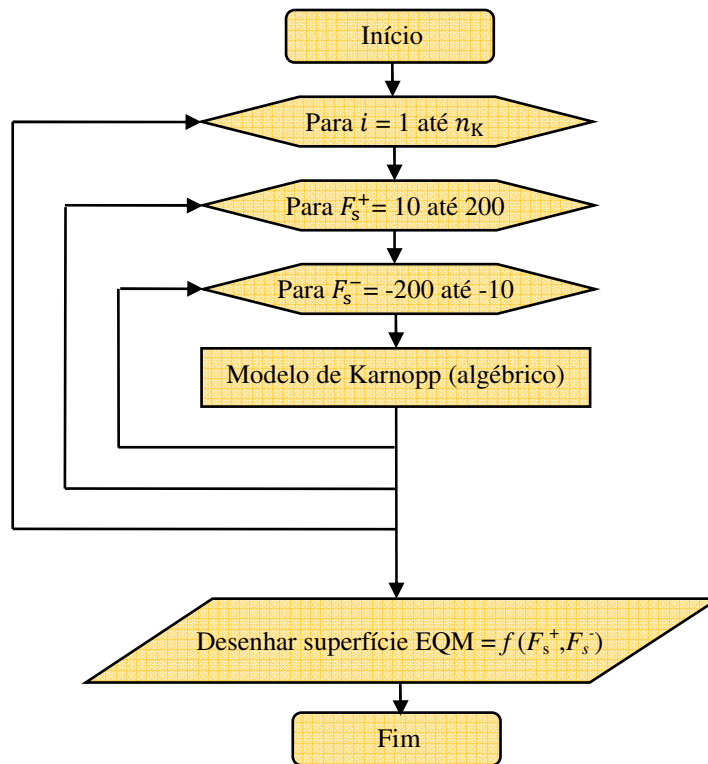


Fig. 56 – Fluxograma do novo mapeamento

Os resultados para o EQM são apresentados nas Fig. 57 e Fig. 58. Observa-se que a superfície tende para um valor do erro quadrático médio de 35.6 N^2 , sem apresentar um mínimo global. Este comportamento pode indicar que o modelo proposto por [10] e através do qual se estimaram os valores para a massa móvel, coeficientes de atrito viscoso e forças de Coulomb pode não descrever correctamente o comportamento da força de atrito.

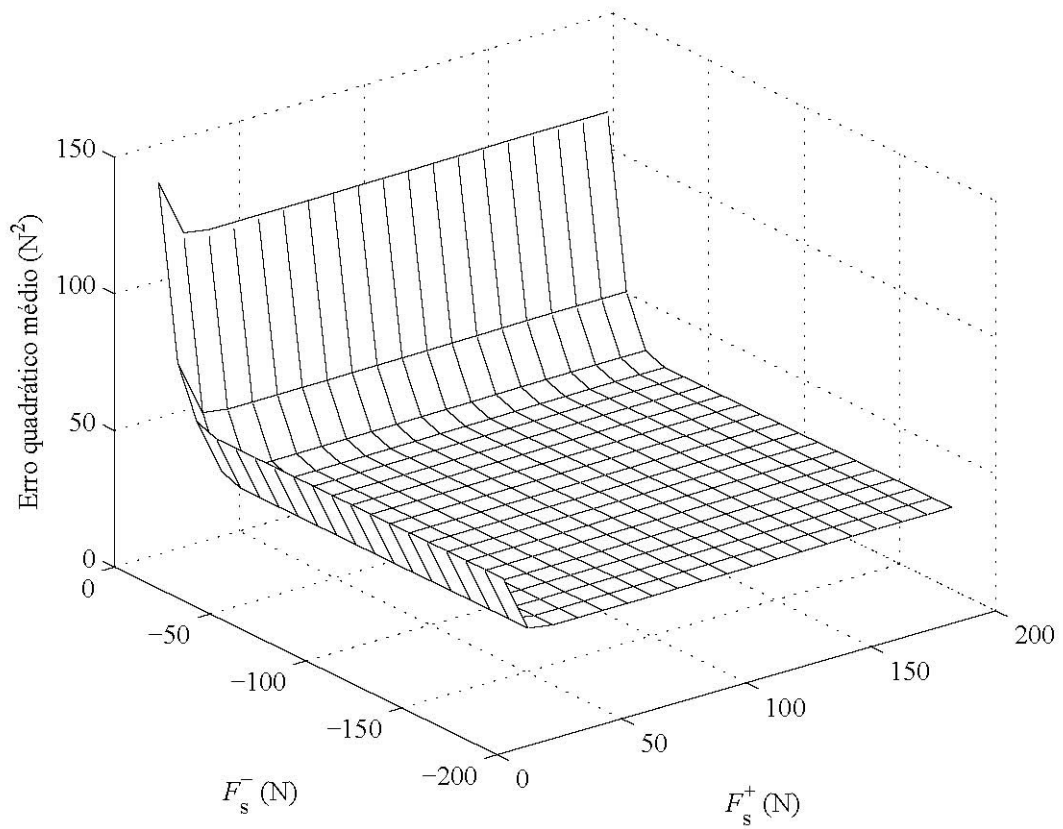


Fig. 57 – Superfície do modelo algébrico $EQM = f(F_s^+, F_s^-)$

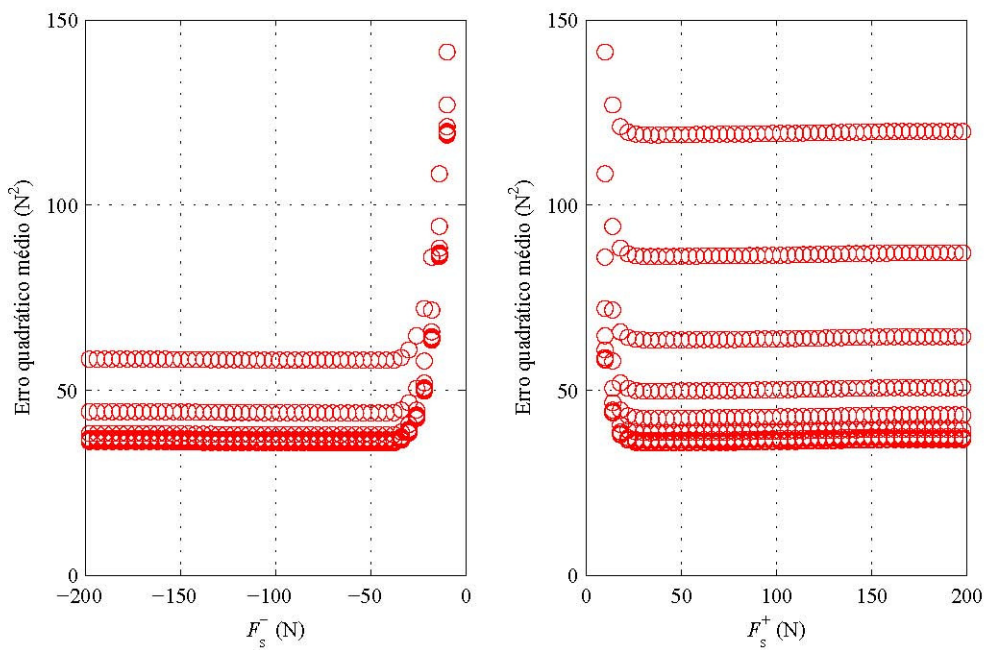


Fig. 58 – Vistas da superfície do modelo algébrico $EQM = f(F_s^+, F_s^-)$

3.2.6 Optimização global multivariável

Dado que o modelo algébrico não possui o elemento integrador presente no implementado em Simulink, permite uma celeridade de cálculo superior. Desta forma, tentou-se encontrar de uma só vez todas as variáveis envolvidas, ou seja, de M , \dot{x}_{\min}^+ , \dot{x}_{\min}^- , k_a^+ , F_c^+ , F_s^+ , k_a^- , F_c^- e F_s^- . A massa, embora não seja uma variável do modelo de atrito de Karnopp, está envolvida no cálculo da força de atrito e, logo, no erro quadrático médio da mesma. Na Fig. 59 apresenta-se o fluxograma da optimização realizada.

Tabela 17 – Limites para a optimização multivariável

| | Limite inferior | Limite superior |
|--|-----------------|-----------------|
| M (kg) | 0.5 | 5 |
| \dot{x}_{\min}^+ (ms ⁻¹) | 0.0005 | 0.0050 |
| \dot{x}_{\min}^- (ms ⁻¹) | -0.0050 | -0.0005 |
| k_a^+ (Nm ⁻¹ s) | 1 | 100 |
| F_c^+ (N) | 1 | 100 |
| F_s^+ (N) | 1 | 100 |
| k_a^- (Nm ⁻¹ s) | 1 | 100 |
| F_c^- (N) | -100 | -1 |
| F_s^- (N) | -100 | -1 |

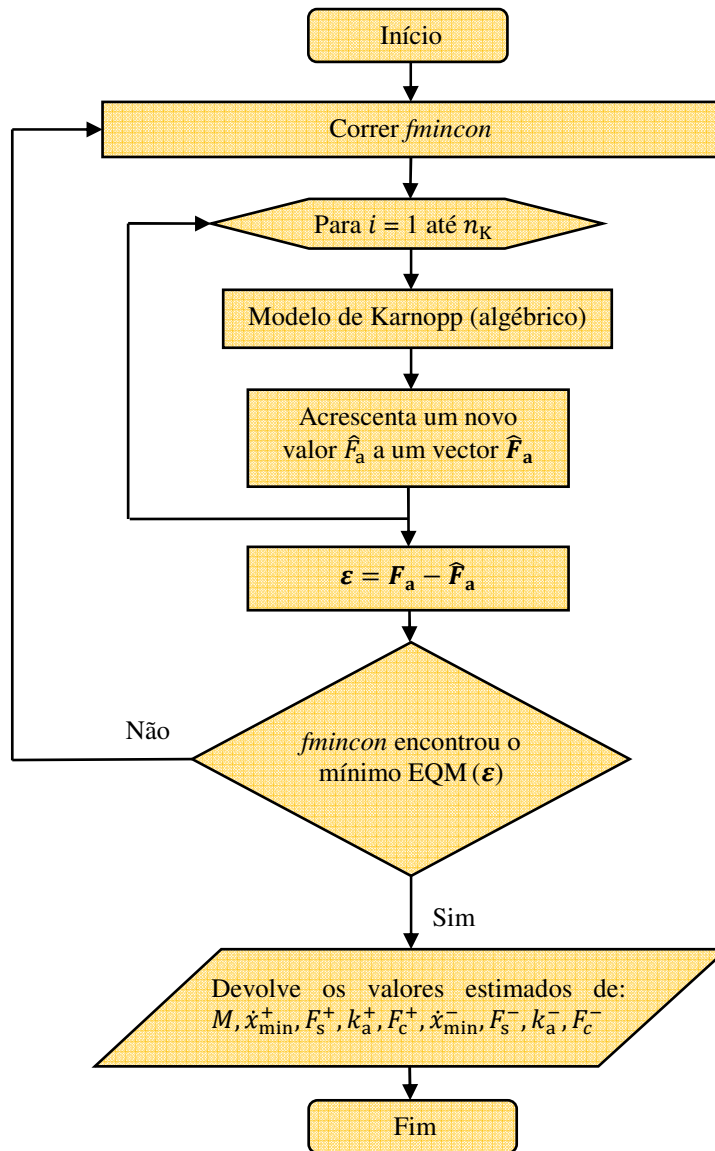


Fig. 59 – Fluxograma da optimização global multivariável

Os resultados encontram-se nas Tabelas 18 e 19. Nestas optimizações, foram obtidos valores do EQM melhores do que até aqui tinha sido conseguido, chegando-se até aproximadamente 35.1 N^2 . Também se encontraram estimativas para M , k_a^+ , F_c^+ , F_s^+ , k_a^- e F_c^- que, partindo de valores diferentes são muito próximas. No entanto, os resultados de F_s^- , não convergiram para valores próximos, como ocorreu com as outras variáveis. O maior problema é, no entanto, o que se obteve no intervalo de velocidade mínima do modelo de Karnopp, \dot{x}_{\min}^+ e \dot{x}_{\min}^- , pois estas revelaram muita sensibilidade ao valor de partida da optimização. Estes resultados pouco satisfatórios conduziram ao desenvolvimento de uma nova metodologia mais robusta – ver secção 3.3 – para encontrar todos os parâmetros envolvidos no modelo de atrito aqui em análise.

Tabela 18 – 1º tabela de resultados das otimizações multivariável

| | Valor inicial | Resultados obtidos | Valor inicial | Resultados obtidos |
|---|---------------|--------------------|---------------|--------------------|
| M (kg) | 1.5 | 2.8849 | 1.5 | 2.8867 |
| \dot{x}_{\min}^+ (ms^{-1}) | 0.0005 | 0.0050 | 0.0010 | 0.0006 |
| \dot{x}_{\min}^- (ms^{-1}) | -0.0005 | -0.0014 | -0.0010 | -0.0016 |
| k_a^+ (Nm^{-1}s) | 20 | 46.5785 | 20 | 46.6541 |
| F_c^+ (N) | 10 | 18.6528 | 10 | 18.3658 |
| F_s^+ (N) | 10 | 30.1875 | 10 | 32.0817 |
| k_a^- (Nm^{-1}s) | 20 | 48.0270 | 20 | 48.0453 |
| F_c^- (N) | -10 | -18.8290 | -10 | -18.7950 |
| F_s^- (N) | -10 | -38.7235 | -10 | -43.2750 |
| EQM (N^2) | - | 35.2167 | | 35.1122 |

Tabela 19 – 2º tabela de resultados das otimizações multivariável

| | Valor inicial | Resultados obtidos | Valor inicial | Resultados obtidos |
|---|---------------|--------------------|---------------|--------------------|
| M (kg) | 2.5 | 2.8860 | 2.5 | 2.8853 |
| \dot{x}_{\min}^+ (ms^{-1}) | 0.0005 | 0.0027 | 0.0010 | 0.0029 |
| \dot{x}_{\min}^- (ms^{-1}) | -0.0005 | -0.0005 | -0.0010 | -0.0027 |
| k_a^+ (Nm^{-1}s) | 30 | 46.6593 | 30 | 46.6616 |
| F_c^+ (N) | 20 | 18.4568 | 20 | 18.4632 |
| F_s^+ (N) | 20 | 31.0287 | 20 | 30.4793 |
| k_a^- (Nm^{-1}s) | 30 | 47.9591 | 30 | 48.0502 |
| F_c^- (N) | -20 | -18.9365 | -20 | -18.7408 |
| F_s^- (N) | -20 | -39.0036 | -20 | -38.8552 |
| EQM (N^2) | - | 35.2171 | - | 35.0772 |

3.3 Novo procedimento

Os problemas encontrados anteriormente conduziram ao desenvolvimento de um novo procedimento para encontrar os parâmetros do modelo de atrito de Karnopp e a massa móvel do sistema.

3.3.1 Primeiro passo

O primeiro passo utiliza o modelo de Karnopp assimétrico da equação (25), reproduzida abaixo, considerando a velocidade mínima simétrica: $|\dot{x}_{\min}^-| = |\dot{x}_{\min}^+| = \dot{x}_{\min}$.

$$F_{\text{atr}} = \begin{cases} F_{\text{stick}} = \begin{cases} \min(F_i, F_s^+) \\ \max(F_i, F_s^-) \end{cases} & \begin{array}{l} \text{se } -\dot{x}_{\min} < \dot{x} < \dot{x}_{\min} \text{ e } F_i \geq 0 \\ \text{se } -\dot{x}_{\min} < \dot{x} < \dot{x}_{\min} \text{ e } F_i < 0 \end{array} \\ F_{\text{slip}} = \begin{cases} F_c^+ + k_a^+(\dot{x} - \dot{x}_{\min}) \\ F_c^- + k_a^-(\dot{x} - \dot{x}_{\min}) \end{cases} & \begin{array}{l} \text{se } \dot{x} \geq \dot{x}_{\min} \\ \text{se } \dot{x} \leq -\dot{x}_{\min} \end{array} \end{cases} \quad (66)$$

O que se pretende neste primeiro passo é encontrar um intervalo de velocidades onde exista um mínimo do EQM. Assim, foi realizada uma optimização de todas as variáveis envolvidas: M , k_a^+ , F_c^+ , F_s^+ , k_a^- , F_c^- e F_s^- , para diversos valores de velocidade mínima do modelo de Karnopp, tal que $\dot{x}_{\min} \in [0.0005, 0.0505]$.

Tabela 20 – Condições da optimização para o primeiro passo do novo procedimento

| | Limite inferior | Valor inicial | Limite superior |
|------------------------------|-----------------|---------------|-----------------|
| M (kg) | 0.5 | 1.5 | 5 |
| k_a^+ (Nm ⁻¹ s) | 1 | 20 | 100 |
| F_c^+ (N) | 1 | 10 | 100 |
| F_s^+ (N) | 1 | 10 | 100 |
| k_a^- (Nm ⁻¹ s) | 1 | 20 | 100 |
| F_c^- (N) | -100 | -10 | -1 |
| F_s^- (N) | -100 | -10 | -1 |

A função de otimização utilizada é a *fmincon*. Os limites inferiores e superiores, bem como o valor inicial, estão expostos na Tabela 20, e as restrições lineares de desigualdade são que $F_s^+ \geq F_c^+$ e $F_s^- \leq F_c^-$. A Fig. 60 explica o procedimento adotado.

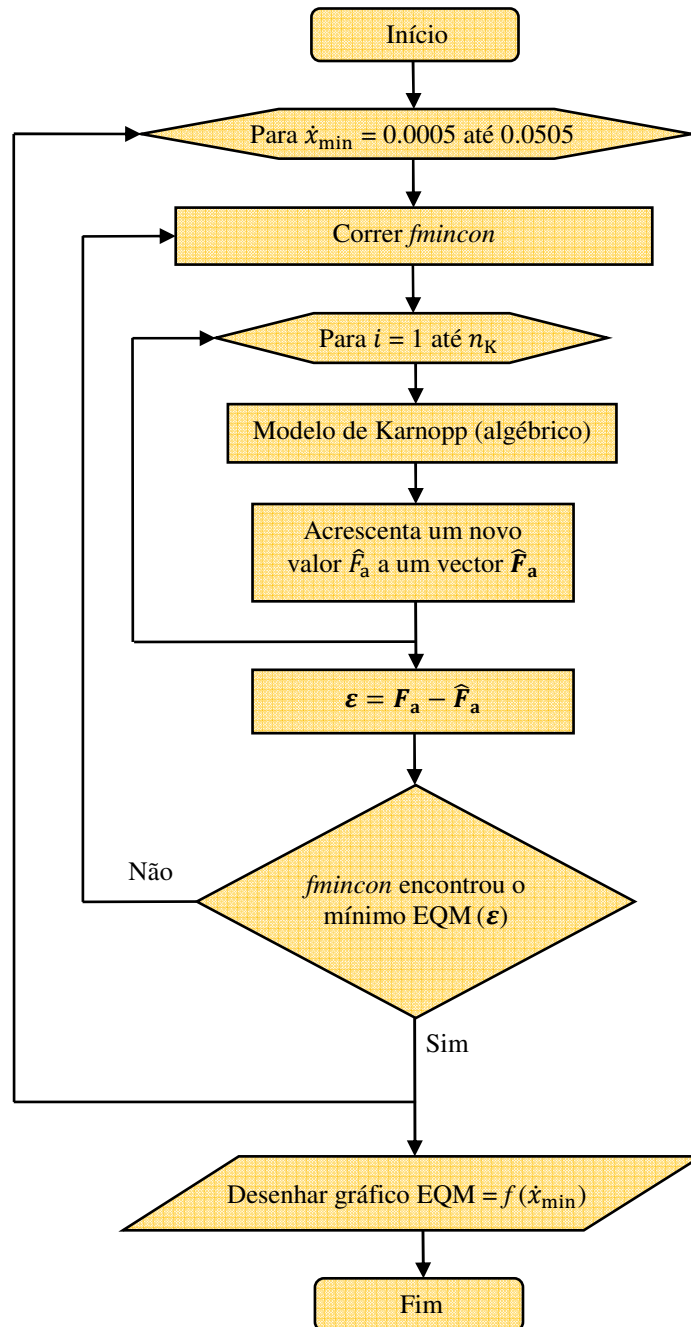


Fig. 60 – Fluxograma do primeiro passo do novo procedimento

Na Fig. 61 pode-se observar o gráfico resultante da otimização do valor do erro quadrático médio da força de atrito quando $|\dot{x}_{\min}^-| = |\dot{x}_{\min}^+| = \dot{x}_{\min}$. É clara a existência de um mínimo no intervalo $\in [0.0005, 0.0105]$. É neste domínio que se irá ser realizado o segundo passo.

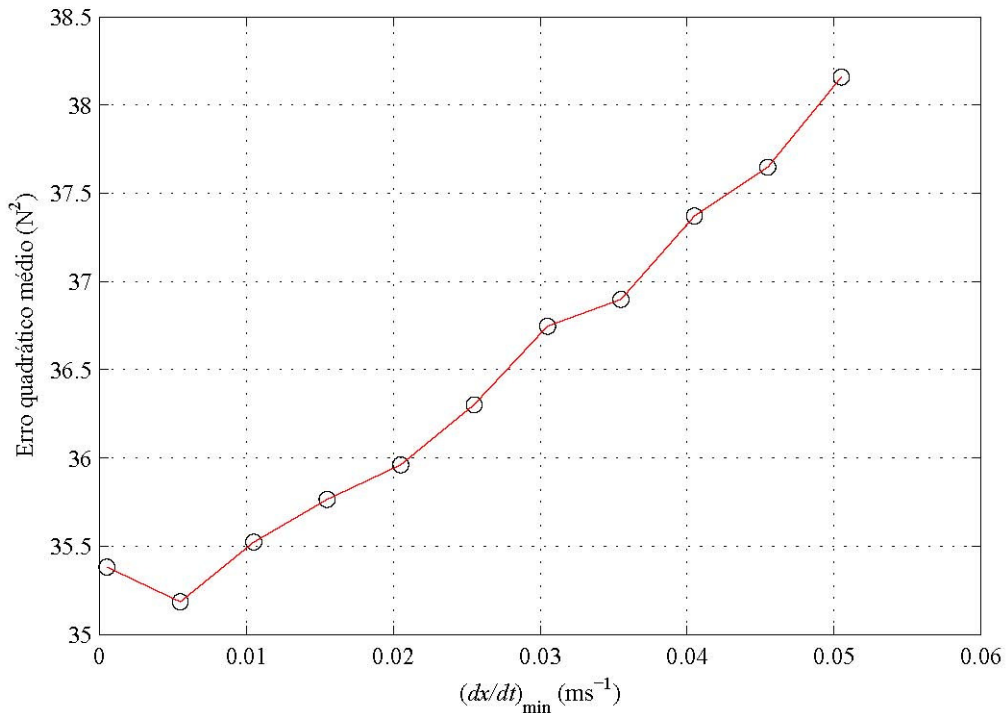


Fig. 61 – Representação gráfica do EQM = $f[(dx/dt)_{\min}]$

3.3.2 Segundo passo

Depois de encontrado o intervalo onde se situa o mínimo do erro quadrático médio da força de atrito, o segundo passo – Fig. 62 – consiste em otimizar o EQM nesse intervalo mais pequeno e permitindo que $\dot{x}_{\min}^- \neq \dot{x}_{\min}^+$. As otimizações são realizadas varrendo as combinações possíveis de \dot{x}_{\min}^+ e \dot{x}_{\min}^- , que neste caso pertencem aos seguintes intervalos: $\dot{x}_{\min}^+ \in [0.0005, 0.0105]$, $\dot{x}_{\min}^- \in [-0.0105, -0.0005]$. As condições a aplicar na função *fmincon* são as mesmas que foram aplicadas no primeiro passo do processo. No final, resultam os valores de M , \dot{x}_{\min}^+ , \dot{x}_{\min}^- , k_a^+ , F_c^+ , F_s^+ , k_a^- , F_c^- e F_s^- que minimizam o erro quadrático médio da força de atrito.

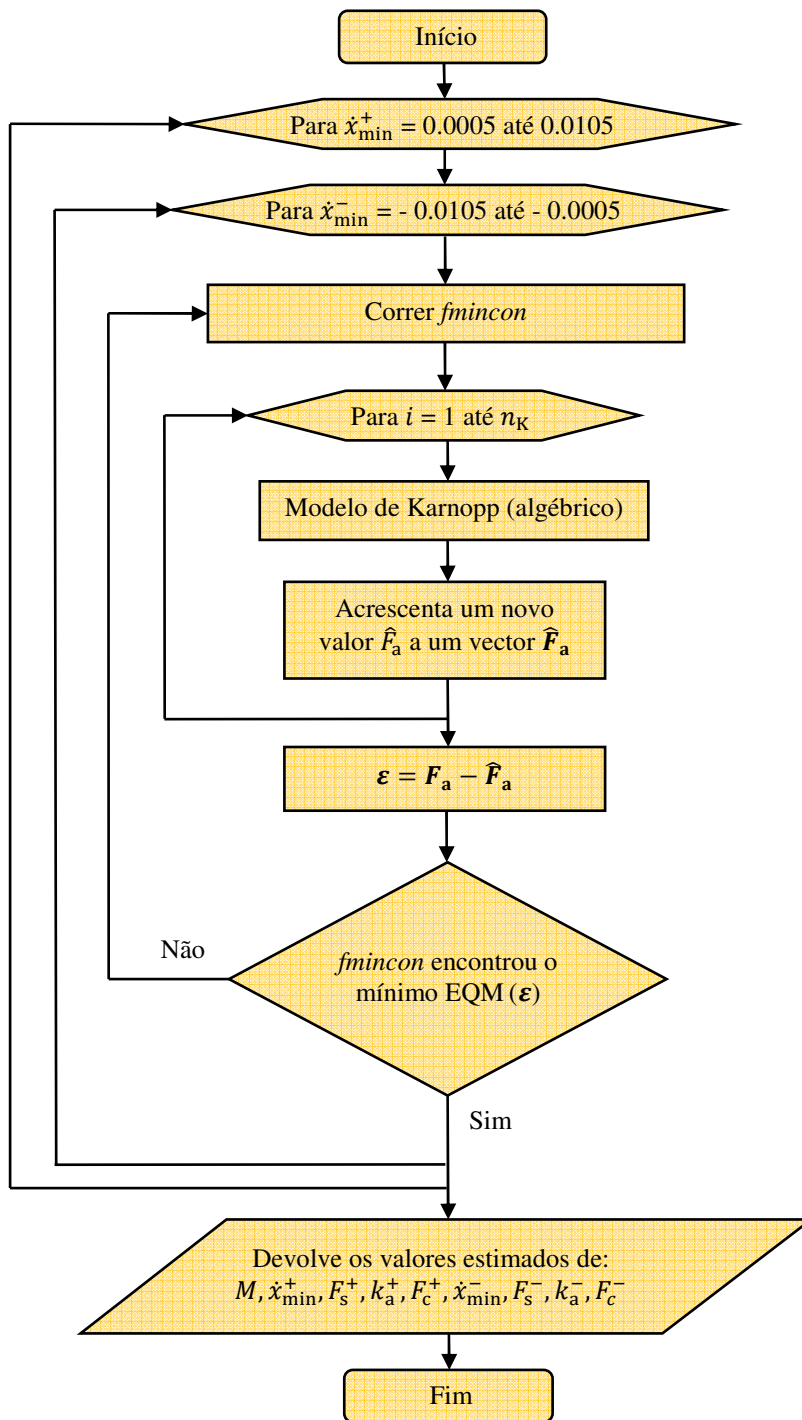


Fig. 62 – Fluxograma do segundo passo do novo procedimento

Nas Fig. 63, Fig. 64 e Fig. 65 encontram-se as superfícies e respectivas projecções da função $EQM = f[(dx/dt)_{min}^+, (dx/dt)_{min}^-]$.

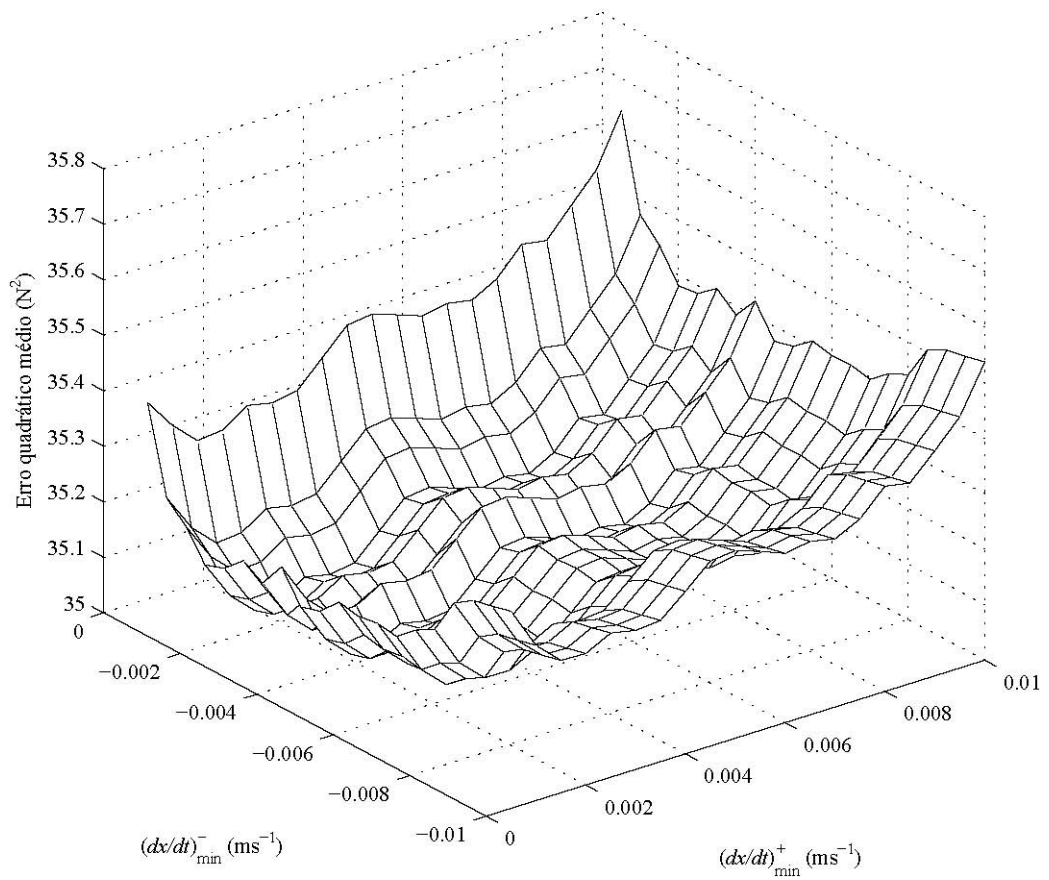


Fig. 63 – Superfície do EQM = $f[(dx/dt)_{\min}^+, (dx/dt)_{\min}^-]$

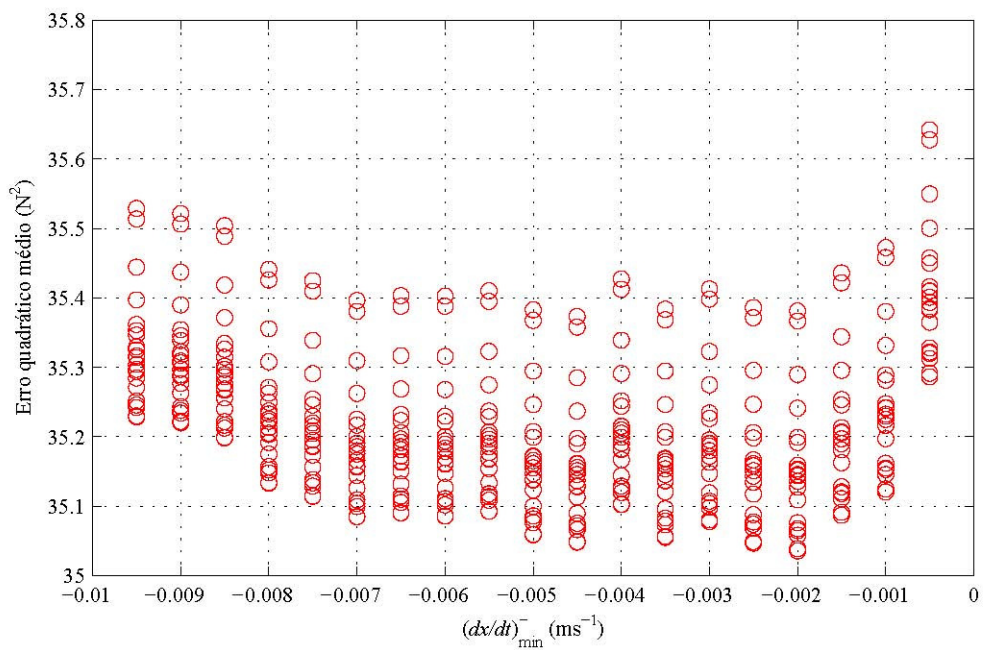


Fig. 64 – Projecção do EQM vs $(dx/dt)_{\min}^-$

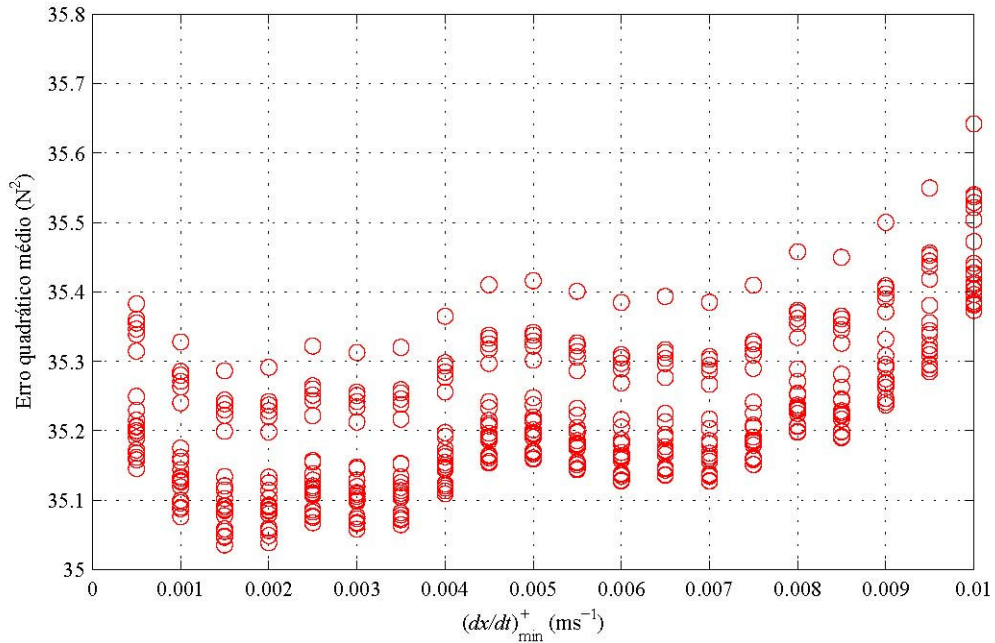


Fig. 65 – Projecção do EQM vs $(dx/dt)_{\min}^+$

Os valores dos parâmetros do modelo de Karnopp que minimizam o erro quadrático médio da força de atrito estão expostos na Tabela 21. Aproximadamente 35 N^2 para o EQM foi o melhor valor obtido ao longo dos diversos métodos experimentados neste trabalho.

Tabela 21 – Parâmetros do modelo de Karnopp resultantes da nova metodologia

| | |
|--------------------|-----------------------------------|
| \dot{x}_{\min}^+ | 0.0015 ms^{-1} |
| \dot{x}_{\min}^- | -0.0020 ms^{-1} |
| M | 2.8862 kg |
| k_a^+ | $46.6729 \text{ Nm}^{-1}\text{s}$ |
| F_c^+ | 18.3877 N |
| F_s^+ | 31.5637 N |
| k_a^- | $48.0566 \text{ Nm}^{-1}\text{s}$ |
| F_c^- | -18.9603 N |
| F_s^- | -39.0775 N |
| EQM | 35.0353 N^2 |

3.3.3 Validação do procedimento

Para comprovar a validade dos resultados obtidos foram realizadas otimizações fixando os valores de \dot{x}_{\min}^+ e \dot{x}_{\min}^- e fazendo variar os valores iniciais de M , k_a^+ , F_c^+ , F_s^+ , k_a^- , F_c^- e F_s^- . Uma vez mais, as restrições de *fmincon* são as usadas no primeiro passo. A construção de um fluxograma para a função *fminsearch* não é necessária dado que só difere do da Fig. 66 na função de otimização utilizada.

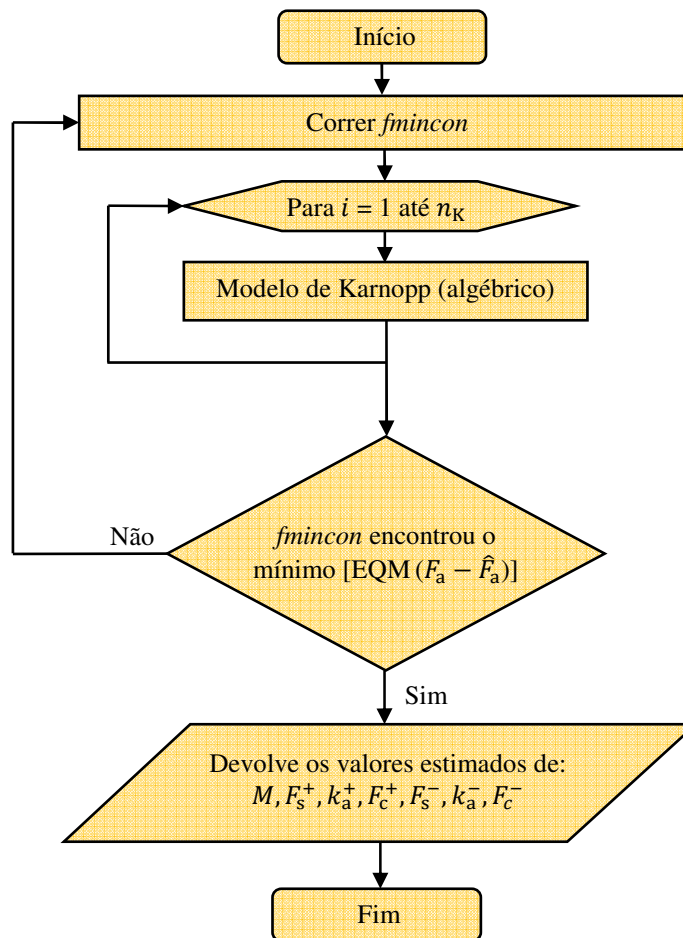


Fig. 66 – Fluxograma do terceiro passo do novo procedimento

Na Tabela 22 encontram-se os valores iniciais das otimizações realizadas no terceiro passo. Utilizando as funções *fmincon* e *fminsearch*, foi possível comprovar a validade e robustez dos resultados deste novo procedimento, uma vez que obtiveram sempre valores iguais aos da Tabela 21.

Tabela 22 – Valores iniciais das otimizações *fmincon* e *fminsearch*

| | Valor inicial 1 | Valor inicial 2 | Valor inicial 3 | Valor inicial 4 |
|------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| M (kg) | 1 | 1 | 4 | 4 |
| k_a^+ (Nm ⁻¹ s) | 1 | 20 | 50 | 80 |
| F_c^+ (N) | 1 | 20 | 50 | 80 |
| F_s^+ (N) | 1 | 20 | 50 | 80 |
| k_a^- (Nm ⁻¹ s) | 1 | 20 | 50 | 80 |
| F_c^- (N) | -1 | -20 | -50 | -80 |
| F_s^- (N) | -1 | -20 | -50 | -80 |

4 Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho visava testar uma solução existente para encontrar os parâmetros do modelo de atrito de Karnopp e desenvolver um procedimento que possa ser futuramente usado na automatização da sua estimativa.

Foi efectuada uma pesquisa bibliográfica e encontrada uma metodologia para a estimativa dos parâmetros desse modelo de atrito. No entanto, este procedimento já existente revelou lacunas e conduziu a resultados aquém do esperado. Na tentativa de solucionar esses problemas, tentaram-se alterações ao procedimento, mas sem resultados convincentes. Tentou-se perceber o que causava este insucesso através da avaliação do erro quadrático médio entre a força de atrito calculada e a estimada pelo modelo para diversas combinações da força de atrito estático, mas não foi possível encontrar estimativas de F_s^+ e F_s^- que minimizassem o EQM.

Por este motivo foi proposto um novo procedimento que trata de colmatar os defeitos do existente. Este método encontra com grande robustez os valores da massa móvel do sistema e dos parâmetros do modelo de atrito de Karnopp (intervalo de velocidade mínima, coeficientes de atrito viscoso, força de Coulomb e força do sistema quando este está “colado”), que minimizam o erro quadrático médio da força de atrito no mecanismo.

Após o desenvolvimento deste novo método para determinar os parâmetros do modelo de atrito de Karnopp, seria importante continuar o desenvolvimento deste estudo.

Por exemplo, seria interessante validar este procedimento na mesma instalação experimental, mas utilizando diferentes massas móveis na recolha de dados experimentais.

Também se poderia revelar importante utilizar este procedimento noutra sistema pois demonstraria qual a versatilidade desta nova metodologia.

Por último, seria de grande interesse prosseguir para o desenvolvimento de um procedimento automatizado de estimação dos parâmetros do modelo de Karnopp utilizando esta metodologia.

5 Bibliografia

1. Hesse, S., 99 Examples of Pneumatic Applications. 2000, Blue Digest on Automation, Festo AG & Co.
2. Falcão Carneiro, J., Modelação e controlo de actuadores pneumáticos utilizando redes neuronais artificiais, 2007, Tese de Doutoramento, Universidade do Porto, Portugal.
3. Shearer, J.L., Study of pneumatic processes in the continuous control of motion with compressed air, Trans. American Society of Mechanical Engineers, 1956, Vol. 78, pp 223.
4. Weston, R.H., Moore, P. R., Thatcher, T. W., Morgan, G. , Computer controlled pneumatic servo drives, 1984, IMechE, 198B, pp 175-281
5. Pedro, R., Controlo Não-Linear de um Servo-Mecanismo Pneumático, 2004, MSc thesis, Universidade do Porto, Porto, Portugal.
6. Asco-Joucomatic, Pneumatic Actuator, 45350L030400.
7. ISO 6358 Standart, Pneumatic fluid power - Components using compressible fluids - Determination of flow-rate characteristics, 1989, International Organization of Standardization.
8. FESTO, Manual da servoválvula MPYE-5-1/8-HF-010-B. 2005.
9. Olsson, H., Aström, K.J., Canudas de Wit, C., Gäfvert, M., Lischinsky, P., Friction Models and Friction Compensation, European Journal of Control, 1998, 4(3), pp. 176-195.
10. Ravanbod-Shirazi, L., Besançon-Voda, A., Friction identification using the Karnopp model, applied to an electropneumatic actuator, Proc. Instn. Mech. Engrs, Part I, Journal of Systems and Control Engineering, 2003, 217(2), pp.123-138.
11. Rabinowicz, E., The nature of the static and kinetic coefficients of friction. Journal of Applied Physics, 22(11):1373-79, 1951.

12. Richardson, R., Nolle, H., Surface friction under time-dependent loads. *Wear*, 37(1):87-101, 1976.
13. Johannes, V.I., Green, M. A., Brockley, C. A., The role of the rate of application of the tangential force in determining the static friction coefficient. *Wear*, 24:381-385, 1973.
14. Courtney-Pratt, J., Eisner, E., The effect of a tangential force on the contact of metallic bodies. *Proceedings of the Royal Society*, A238:pp. 529-550, 1956.
15. Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., Canudas de Wit, C., A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction, *Automatica*, 1994, 30(7), pp. 1083-1138.
16. Russel, S.J., Norvig, P., *Artificial Intelligence: a modern approach*. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1995.
17. Haykin, S., *Neural networks: a comprehensive foundation*. 1999, New Jersey, Prentice Hall.
18. Falcão Carneiro, J., Gomes de Almeida, F., Comparação entre dois modelos do atrito num sistema servopneumático, 8º Congresso Iberoamericano de Engenharia Mecânica, 2007.
19. Noogard, S., Ravn, O., Poulsen, N. K., Hansen, L. K., *Neural Networks for Modelling and Control of Dynamic Systems: a practitioner's handbook*. 2003, Springer Verlag.
20. Denuth, H., Beale, M., *Neural Networks Toolbox for use with Matlab, version 4*. 2002, The Math Works.
21. Dahl, P., A solid friction model. Technical Report TOR-0158(3107-18)-1, The Aerospace Corporation, El Segundo, CA, 1968
22. Canudas de Wit, C., Olsson, H., Aström, K. J., Lischinsky, P., A new model for control os systems with friction. 40(3), 1995.
23. Astrom, K., Wittenmark, B., *Computer controlled systems: theory and design*. 1997, Upper Saddle River, Prentice-Hall.
24. Coleman, T., *Optimization toolbox, for use with Matlab*. 1999, The Math Works Documentation.