

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto



FEUP

**Implementação de um Modelo de Díodos de
Potência em MATLAB**

Manuel Fernando Miranda Ferreira da Silva

Versão Final

Dissertação realizada no âmbito do
Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores
Major Automação

Orientador: Prof. Dr. Armando Luís Sousa Araújo

Julho de 2010

© Manuel Fernando Miranda Ferreira da Silva, 2010

Resumo

A presente dissertação consiste na implementação de um modelo de díodos de potência em MATLAB. O modelo deste tipo de semicondutores bipolares de potência já se encontra implementado no programa ICAPS, ou seja, é do tipo SPICE, sendo que uma das fases desta dissertação se prende com o estudo do modelo já existente. Numa fase posterior, será feita a adaptação do respectivo modelo ao Simulink, uma ferramenta de modelação pertencente ao MATLAB.

Ao longo desta dissertação será apresentado o estado da arte em termos de modelação de semicondutores. Será também apresentado o método utilizado para a modelação do semiconductor em questão, bem como as analogias eléctricas capazes de simular o seu comportamento de forma correcta.

Numa fase posterior será revisto todo o processo de adaptação do modelo ao MATLAB e serão efectuados testes de validação do modelo obtido, comparando os resultados deste com os já realizados para o modelo em SPICE.

Abstract

This dissertation consists in the implementation of a model of power diodes in MATLAB. The model of this type of bipolar power semiconductors is already implemented in the program ICAPS, so its type is SPICE, and one stage of this dissertation is concerned with the study of the existing model. In a later stage, this model will be adapted to Simulink, a modeling tool that's part of MATLAB.

Throughout this dissertation will be presented the state of the art in the modulation of semiconductors. It will also be presented the method used for modeling of the semiconductor in hand as well as the electrical analogies that are capable of simulating the behavior correctly.

At a later stage will be reviewed the whole process of adapting the model in MATLAB and it shall be tested for validation, comparing the results with the ones already done for the model in SPICE.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Armando Sousa Araújo, o facto de ter acreditado em mim para desenvolver este trabalho, os seus conselhos e a sua paciência.

Aos meus amigos, que ajudaram sempre que possível, principalmente em termos anímicos, factor que se revelou fundamental com todas as contrariedades encontradas ao longo do percurso.

A todas as pessoas que tornaram o meu período de estudos ERASMUS na República Checa, algo inesquecível.

A todos os que de uma ou de outra forma estiveram envolvidos e me ajudaram no desenvolvimento deste trabalho mas não foram mencionados, agradeço também profundamente.

Por último, mas com especial ênfase, gostaria de agradecer de forma incansável aos meus pais pelo facto de terem investido e acreditado sempre em mim. Sem o seu apoio nunca teria tido a hipótese de estar a terminar um curso superior.

*“I have not failed. I've just found
10,000 ways that won't work.”*

Thomas A. Edison

Índice

Resumo	i
Abstract	iii
Agradecimentos	v
Índice	ix
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiii
Abreviaturas e Símbolos	xv
Capítulo 1	1
Introdução	1
1.1 - Enquadramento da dissertação	2
1.2 - Organização do documento	3
Capítulo 2	5
Modelação de semicondutores.....	5
2.1 - Introdução	6
2.2 - Estado da arte.....	6
2.2.1 - Modelos empíricos	6
2.2.2 - Modelos numéricos	7
2.2.3 - Modelos analíticos	7
2.2.4 - Modelos híbridos	8
2.3 - Modelação híbrida utilizada.....	8
2.3.1 - Equação de difusão ambipolar	9
2.4 - Método dos elementos finitos.....	11
2.4.1 - Introdução	11
2.4.2 - Aproximação por elementos finitos	13
2.5 - Implementação em simuladores de circuitos	15
2.6 - Conclusões	19
Capítulo 3	21
Modelação de díodos de potência.....	21
3.1 - Introdução	22
3.2 - Modelação do diodo de potência	23

3.2.1 - Modelo para a zona n^-	24
3.2.2 - Modelo para as zonas p^+ e n^+	28
3.2.3 - Modelo para as quedas de tensão.....	29
3.2.4 - Cálculo das fronteiras da zona de depleção.....	34
3.3 - Circuito final obtido	35
3.4 - Conclusões.....	36
Capítulo 4	39
Validação do modelo obtido para díodos de potência	39
4.1 - Condições de validação.....	40
4.2 - Resultados de simulação para o díodo A	42
4.3 - Resultados de simulação para o díodo B	47
4.4 - Conclusões.....	52
Capítulo 5	53
Conclusões e futuros desenvolvimentos	53
Referências	55

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Circuito equivalente total (apenas apresentando 6 nós).....	16
Figura 2.2 - Circuito eléctrico associado ao diporto elementar.	17
Figura 2.3 - Diporto elementar implementado em Simulink	18
Figura 3.1 - Estrutura interna típica de um díodo.	22
Figura 3.2 - Estrutura típica de um díodo de potência.....	23
Figura 3.3 - Subcircuito usado para simulação das resistências variáveis R_1 e R_3	25
Figura 3.4 - Subcircuito usado para a implementação da resistência variável R_2	25
Figura 3.5 - Subcircuito usado na simulação dos condensadores variáveis C_1 e C_3	26
Figura 3.6 - Valor dos condensadores C_1 e C_3	26
Figura 3.7 - Valor do condensador C_2	27
Figura 3.8 - Circuito equivalente com 9 elementos.	27
Figura 3.9 - Circuito associado à modelação da zona p^+	28
Figura 3.10 - Circuito associado à modelação da zona n^+	28
Figura 3.11 - Circuito usado para simulação da queda de tensão V_{JL}	30
Figura 3.12 - Circuito usado para simulação da queda de tensão V_{JR}	30
Figura 3.13 - Bloco responsável pelo cálculo de V_{RES}	31
Figura 3.14 - Vista interna do bloco V_RES, de implementação de nove elementos.	32
Figura 3.15 - Circuito de cálculo da queda de tensão resistiva no primeiro elemento.	32
Figura 3.16 - Circuito associado ao cálculo da queda de tensão V_{SC}	33
Figura 3.17 - Circuito usado para o cálculo das fronteiras da zona de depleção.....	34
Figura 3.18 - Circuito final para implementação do díodo de potência no Simulink.....	35
Figura 4.1- Circuito de teste.....	40

Figura 4.2 - Identificação das características para comparação.	41
Figura 4.3 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do díodo A, teste 2.	44
Figura 4.4 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do díodo A, teste 2.	44
Figura 4.5 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do díodo A, teste 4.	45
Figura 4.6 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do díodo A, teste 4.	45
Figura 4.7 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do díodo A, teste 6.	46
Figura 4.8 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do díodo A, teste 6.	46
Figura 4.9 - Curva característica aproximada para o díodo A.	47
Figura 4.10 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do díodo B, teste 1.	49
Figura 4.11 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do díodo B, teste 1.	49
Figura 4.12 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do díodo B, teste 3.	50
Figura 4.13 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do díodo B, teste 3.	50
Figura 4.14 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do díodo B, teste 5.	51
Figura 4.15 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do díodo B, teste 5.	51
Figura 4.16 - Curva característica aproximada para o díodo B.	52

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 - Valores das concentrações ao longo dos nós.	18
Tabela 4.1 - Parâmetros dos díodos testados.	42
Tabela 4.2 - Resultados de simulação com o Simulink para o díodo A.	42
Tabela 4.3 - Resultados de simulação com o ICAPS para o díodo A.	43
Tabela 4.4 - Erro relativo percentual e desvio padrão para o díodo A.	43
Tabela 4.5 - Resultados da simulação com o Simulink para o díodo B.	47
Tabela 4.6 - Resultados de simulação com o ICAPS para o díodo B.	48
Tabela 4.7 - Erro relativo percentual e desvio padrão para o díodo B.	48

Abreviaturas e Símbolos

Lista de abreviaturas (ordenadas alfabeticamente)

<i>EDA</i>	<i>Equação de Difusão Ambipolar</i>
<i>ICAPS</i>	<i>Interactive Circuit Analysis Program Selector</i>
<i>IGBT</i>	<i>Insulated-Gate Bipolar Transistor</i>
<i>MATLAB</i>	<i>MATrix LABoratory</i>
<i>MDF</i>	<i>Método das Diferenças Finitas</i>
<i>MEF</i>	<i>Método dos Elementos Finitos</i>
<i>MOSFET</i>	<i>Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor</i>
<i>SPICE</i>	<i>Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis</i>
<i>TRIAC</i>	<i>TRIode for Alternating Current</i>

Lista de símbolos

A_e	<i>Área, Área de elemento e</i>	cm^2
A_l, A_r	<i>Área do primeiro e último elementos</i>	cm^2
C_1, C_3	<i>Capacidades entre nós e a referência do diporto elementar</i>	C
C_2	<i>Capacidade entre nós do diporto elementar</i>	C
D_n, D_p, D	<i>Coefficientes de difusão de electrões, de lacunas e ambipolar</i>	cm^2/s
E	<i>Campo eléctrico</i>	V/cm
E_e	<i>Elemento finito e</i>	—
h, h_p, h_n	<i>Parâmetros empíricos de recombinação</i>	cm^4/s
I_d	<i>Corrente directa</i>	A
I_F	<i>Valor final da corrente directa</i>	A
I_l, I_r	<i>Correntes associadas às condições fronteira à esquerda e direita</i>	A
I_T	<i>Corrente total</i>	A

J_n, J_p	Densidades de corrente de electrões e lacunas	A/cm^2
K_T	Constante de Boltzmann	$J/^\circ K$
L_{E_e}	Largura do elemento e	cm
$N_b, N(x)$	Concentração ao longo da base	cm^{-3}
N_D, N_A	Concentração de dadores e receptores	cm^{-3}
N_β^e	Função de forma β do elemento e	--
n, n_n	Concentração de electrões, concentração de electrões na zona tipo n	cm^{-3}
n_i	Concentração intrínseca	cm^{-3}
$p(x), P_e$	Concentração espacial, concentração em $x = X_e$ de lacunas	cm^{-3}
P_{av}	Concentração média de lacunas entre nós	cm^{-3}
q	Carga electrónica	C
R_1, R_3	Resistência entre nós e a referência do diporto elementar	Ω
R_2	Resistência entre nós do diporto elementar	Ω
R_d	Resistência total	Ω
t	Tempo de estabelecimento	s
T	Temperatura	$^\circ K$
V_{JL}, V_{JR}	Queda de tensão nas junções	V
V_{RES}	Queda de tensão nas zonas resistivas	V
V_{SC}	Queda de tensão na zona de depleção	V
X_{SC}	Largura da zona de carga espacial	cm
X_l, X_r	Fronteiras esquerda e direita da zona de carga espacial	cm
W_b	Largura da base	cm
ϵ	Permitividade do silício	F/cm
μ_n, μ_p	Mobilidade de electrões e lacunas	$cm^2/(V s)$
τ	Tempo médio de vida em injeção de alto nível	s

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo pretende fazer-se uma introdução à temática da presente dissertação. Sendo assim, será feito o enquadramento da mesma, apresentando motivos para a sua realização bem como os objectivos estabelecidos aquando do seu início.

Será também apresentada a estrutura do restante documento em questão.

1.1 - Enquadramento da dissertação

Os dispositivos semicondutores são a base da electrónica moderna, sendo usados em praticamente todos os dispositivos, desde computadores a microondas. Uma vasta gama de aparelhos está disponível, fabricados igualmente de uma vasta diversidade de semicondutores, sendo os mais comuns os transístores bipolares (IGBT) e de efeito de campo (MOSFET), tirístores e TRIACs. O material semiconductor mais utilizado no fabrico dos mesmos é o silício, apesar de haver outros materiais que são usados em aplicações mais específicas.

A modelação tem um importante papel no projecto, desenvolvimento e compreensão dos dispositivos semicondutores. Tradicionalmente o desenvolvimento destes dispositivos envolve um projecto amplamente empírico e com muitas iterações da etapa de fabricação de forma a serem alcançadas as especificações requeridas. As regras de projecto são normalmente derivadas duma abordagem tentativa-erro, que ajuda a reduzir o número de iterações em dispositivos futuros.

É aqui que se vê a importância que a modelação e simulação têm no processo geral de desenvolvimento e evolução dos semicondutores. É graças ao desenvolvimento de novos modelos e posterior implementação destes em softwares de simulação que esta área tem verificado uma rápida evolução. A relação inversa entre a escala dos dispositivos semicondutores e a complexidade da sua estrutura física, bem como a dificuldade em retirar medidas neste tipo de dispositivos aumenta a ênfase que a modelação tem na obtenção das características teóricas.

Sendo assim, a modelação permite que os dispositivos sejam estudados meticulosamente antes de serem fabricados.

Podem ser consideradas duas grandes categorias no que diz respeito aos modelos de semicondutores [1]: modelo físico do dispositivo e modelo de circuito eléctrico equivalente. Como os próprios nomes indicam, a primeira abordagem incorpora toda a física de operação do dispositivo, já a última baseia-se em analogias eléctricas que representem o comportamento eléctrico do dispositivo.

Comparativamente, pode dizer-se que a primeira abordagem apesar de fornecer informação detalhada numa vasta gama de condições de funcionamento, requer um processamento numérico, mesmo que computacional, geralmente pesado e demorado e os resultados não são de análise intuitiva. Já a última abordagem é de fácil implementação em softwares de simulação de circuitos e permite uma análise rápida dos resultados obtidos.

Esta dissertação vai centrar-se na modelação através do circuito eléctrico equivalente, neste sentido, os objectivos da mesma foram estabelecidos:

- Análise do modelo existente em SPICE, bem como os processos necessários até atingir o modelo final, nomeadamente a analogia eléctrica utilizada.
- Adaptação do modelo final obtido ao programa MATLAB, mais concretamente usando a ferramenta de modelação proprietária, o Simulink.

- Efectuar testes para validação do modelo implementado em MATLAB.

- Tirar conclusões e perspectivar trabalho futuro.

1.2 - Organização do documento

Esta dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos.

Após este primeiro capítulo introdutório, onde é exposto o enquadramento e objectivos deste trabalho, segue-se no capítulo dois uma análise do estado da arte no que diz respeito à modelação de semicondutores bipolares de potência. Será também apresentado o circuito eléctrico equivalente que representa a zona fracamente dopada do semiconductor em questão (díodo de potência PiN).

No terceiro capítulo é apresentado o modelo relativo ao díodo de potência e a sua implementação em MATLAB. Neste capítulo são apresentados os modelos suplementares necessários para a modelação completa do díodo, nomeadamente modelos associados a condições fronteira, quedas de tensão ao longo do semiconductor e cálculo da zona de depleção.

No quarto capítulo são feitos os teste de validação do modelo obtido, comparando os resultados de simulação em MATLAB com os obtidos em SPICE para os mesmos modelos, nomeadamente simulações de díodos lentos e rápidos. A comparação é efectuada para um conjunto de parâmetros definidos previamente: a queda de tensão directa, a sobre-tensão de ligação e o tempo de estabelecimento.

No quinto e último capítulo são apresentadas conclusões relativas ao trabalho efectuado bem como perspectivas de trabalho futuro.

Capítulo 2

Modelação de semicondutores

Neste capítulo efectuar-se-á uma análise do estado de arte no que diz respeito à modelação de semicondutores bipolares de potência, fazendo uma comparação entre os diferentes métodos.

Numa fase seguinte é apresentado o circuito eléctrico equivalente que representa a zona fracamente dopada do semicondutor em questão (díodo de potência PiN).

2.1 - Introdução

Para ser possível caracterizar um dispositivo semiconductor é necessário obter uma representação adequada, seja ela eléctrica ou física, dos processos envolvidos. É igualmente necessário desenvolver uma descrição dos processos que não podem ser directamente observados. Isto é normalmente conseguido através da implementação de alguma forma de analogia que siga o comportamento do dispositivo em questão o mais próximo possível, dentro do ambiente de operação em que este se insere. A este processo dá-se o nome de modelação.

O processo de modelação requer uma análise e/ou simulação do dispositivo semiconductor. O termo “análise” neste contexto é normalmente usado no sentido de referir o método através do qual o problema complexo de caracterização do dispositivo é transformado num problema mais simples, com um resultado final aproximado. Já a simulação refere-se ao processo de recriação do funcionamento do dispositivo considerando características de um sistema análogo, sem recorrer à experimentação prática directa sobre o dispositivo.

Outro factor de peso a ter em conta na aposta numa boa modelação destes dispositivos prende-se com o facto de ser preferível simular do que recorrer à experimentação. Isto implica investimentos em protótipos, quer financeiros quer temporais, que pretende ser evitado pelo processo de simulação. Não só facilita o estudo no presente da área em questão, como também aumenta a competitividade e posteriormente a componente evolucionária inerente a essa competição.

2.2 - Estado da arte

Ao longo dos anos têm sido feitas várias classificações tendo em conta as diferentes técnicas utilizadas, [2] [3], no entanto, não existe uma classificação que se possa dizer standard apesar de todas serem parecidas, mudando apenas a nomeação da dita classificação. Neste sentido, optou-se pela classificação segundo: modelos empíricos, modelos numéricos, modelos analíticos e modelos híbridos.

2.2.1 - Modelos empíricos

Este tipo de modelos reproduz o comportamento externo usando técnicas empíricas sem considerar a natureza geométrica do semiconductor ou mesmo dos seus processos internos. A caracterização deste comportamento externo é normalmente conseguida através de tabelas contendo dados de medições ou cálculos, ou então através de uma técnica empírica conhecida por *curve-fitting*. Este é o método mais usado e consiste em construir uma função

matemática que melhor se encaixa numa série de dados, dados estes que se relacionam com o dito comportamento externo. Posteriormente são adicionadas variáveis capazes de descrever os efeitos dinâmicos do semiconductor.

Os modelos empíricos oferecem rápidos tempos de simulação mas possuem limitações ao nível de precisão e flexibilidade. Actualmente são mais utilizados em situações específicas cujo objectivo seja a caracterização de circuitos com grande número de semicondutores sem dar grande relevância aos aspectos dinâmicos do sistema.

2.2.2 - Modelos numéricos

Os modelos numéricos como o nome indica usam métodos numéricos para descrever os semicondutores, sendo o método dos elementos finitos e o método das diferenças finitas os mais utilizados neste processo. As equações geradas por estes métodos descrevem com elevada precisão os fenómenos físicos associados ao semiconductor e estes modelos são bastante usados na sua optimização uma vez que é possível analisar os efeitos causados pelas variações quer da geometria quer das condições de operação assim como efectuar análises de grandezas que tradicionalmente não estão acessíveis por medição.

Como é possível constatar, para fazer estes modelos é necessário um conhecimento rigoroso de todos os detalhes técnicos do semiconductor em questão. Isto aliado aos elevados tempos de simulação torna estes modelos desadequados para o uso corrente.

2.2.3 - Modelos analíticos

Os modelos analíticos descrevem o comportamento dos semicondutores através de equações matemáticas associadas à física interna dos mesmos. Assim, estes modelos podem caracterizar os semicondutores com elevada precisão se as equações forem formuladas de tal forma, tendo como reverso da medalha um elevado tempo de simulação.

Uma vez que geralmente a principal equação que rege o transporte das cargas na região n^+ não possui uma solução analítica, usam-se aproximações para assim obter uma solução. Os processos mais usados para obtenção dessas aproximações são [4]:

- Modelos de carga distribuída;
- Modelos de transformação;
- Modelos *Lumped-charge*;

Modelos de carga distribuída

Estes modelos reconhecem a natureza dinâmica da distribuição de cargas na região armazenamento (n°) que advém do facto desta distribuição de cargas na região depender não só dos valores instantâneo mas também dos valores anteriores.

Modelos de transformação

Estes modelos são assim designados uma vez usam as Transformadas de Laplace e Fourier para resolver analiticamente as equações diferenciais. Embora estes forneçam soluções exactas, apesar de algumas restrições nas condições fronteira, em termos práticos acabam por fornecer uma aproximação uma vez que as soluções consistem em séries infinitas.

Modelos *Lumped-charge*

Neste tipo de modelos a estrutura do dispositivo semiconductor é dividida em várias secções e a cada uma é atribuída uma carga e um nó de armazenamento. Em termos gerais este método corresponde a um esquema de diferenças finitas uma vez que a derivada espacial é representada por uma diferença de densidades de carga. Isto leva a equações relativamente simples e que acarreta pouco esforço computacional. As equações são válidas para todos os estados de operação e não são limitadas a casos especiais, no entanto, produzem uma precisão média com um pequeno número de nós.

2.2.4 - Modelos híbridos

Estes modelos são uma mistura dos modelos numéricos e analíticos e pretende englobar as vantagens de ambos. O objectivo é obter uma caracterização precisa da zona menos dopada do semiconductor e usar as equações analíticas para as restantes zonas. Assim, consegue-se uma simulação precisa do comportamento dinâmico do semiconductor evitando os longos tempos de simulação dos modelos numéricos.

As principais técnicas para a caracterização numérica são as já mencionadas anteriormente: o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método das Diferenças Finitas (MDF).

2.3 - Modelação híbrida utilizada

O modelo que se pretende adaptar ao MATLAB/Simulink foi conseguido usando a formulação de modelo híbrido com elementos finitos por [5].

Esta modelação híbrida utilizada possui uma componente numérica, para a zona fracamente dopada (zona n°), e uma analítica para as restantes zonas e permite descrever

com rigor o comportamento quer estático quer dinâmico do dispositivo, evitando os tempos de simulação típicos de abordagens puramente numéricas.

A principal característica desta abordagem reside na solução da distribuição dos portadores na zona fracamente dopada, a qual é obtida pela resolução das equações diferenciais através de uma abordagem variacional com posterior minimização pelo MEF que será apresentado posteriormente.

O domínio é subdividido em várias partes, nas quais a concentração é aproximada por funções elementares. Desta formulação resulta um sistema de equações diferenciais ordinárias cujas incógnitas são os valores nodais associados aos vários elementos finitos.

Para além destas características, a abordagem utilizada apresenta outros pontos fortes que em muito contribuem para a sua elevada flexibilidade. Mais especificamente, para controlar o balanço entre precisão e tempo de cálculo basta alterar o número de elementos finitos associados à solução da equação diferencial ambipolar.

O método desenvolvido parte da solução de um conjunto de equações de derivadas parciais clássicas usado em simulações numéricas de dispositivos semicondutores. A solução desse conjunto de equações com um simulador de circuitos eléctricos só é possível se forem reduzidas a equações diferenciais ordinárias. Para isso, é usada uma aproximação através do método dos elementos finitos. Este método impõe uma formulação integral das equações, que no caso, foi uma formulação variacional, o que originou um sistema de equações simétrico sendo assim a analogia imediata entre o sistema de equações obtido e um sistema de equações associado à solução de uma malha eléctrica constituída por resistências, condensadores e fontes de corrente. Assim se consegue implementar a principal zona responsável pelo comportamento transitório do dispositivo semiconductor, a zona n .

Para as restantes zonas são feitas aproximações de controlo de carga, depleção e recombinação, entre outros, como será apresentado no próximo capítulo.

2.3.1 - Equação de difusão ambipolar

Esta equação, que rege de modo geral o comportamento transitório dos semicondutores, é obtida das equações clássicas de simulação numérica de semicondutores: equações de continuidade da densidade de corrente, equações de densidade de corrente e a equação de Poisson.

Admite-se um fluxo de portadores unidimensional (normal ao plano das junções), injeção de alto nível ($n \approx p$) na zona fracamente dopada (com excepção da zona de depleção) e quasi-neutralidade do cristal semiconductor. Neste contexto, as referidas equações são agora apresentadas:

- Equações de continuidade da densidade de corrente:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} - \frac{n}{\tau} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \left(-\frac{1}{q}\right) \frac{\partial J_p}{\partial x} - \frac{p}{\tau} \quad (2.2)$$

- Equações de densidade de corrente:

$$J_n = q\mu_n nE + qD_n \frac{\partial n}{\partial x} \quad (2.3)$$

$$J_p = q\mu_p pE + qD_p \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.4)$$

sendo J_n a densidade de corrente de electrões e J_p a densidade de corrente de lacunas.

- Equação de Poisson:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{\partial E}{\partial x} = -\left(\frac{\rho(x)}{\varepsilon}\right) \quad (2.5)$$

sendo ε a permitividade absoluta. A densidade de carga, $\rho(x)$, é composta por N_D e N_A , correspondentes aos dadores e receptores ionizados, e por p e n , correspondentes a lacunas e electrões livres:

$$\rho(x) = q(p - n + N_D - N_A) \quad (2.6)$$

Nestas equações, os termos relativos às difusibilidades ($D_{n,p}$) e às mobilidades ($\mu_{n,p}$) são considerados constantes, e relacionados pela relação de Einstein:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{K_T T}{q} = V_T \quad (2.7)$$

Por eliminação do campo eléctrico (E) em (2.3) e (2.4) e com injeção de alto nível ($n \approx p$) resulta:

$$\frac{J_n}{D_n} = \frac{J_p}{D_p} = 2q \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.8)$$

A partir de (2.1), (2.2) e da derivação de (2.8), com ($n \approx p$), obtém-se a equação de difusão ambipolar:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{p}{\tau} = D \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (2.9)$$

onde:

$$D = \frac{2D_n D_p}{D_n + D_p} \quad (2.10)$$

sendo as condições fronteira associadas à resolução da EDA expressas pela seguinte equação:

$$\frac{J_n}{2qD_n} - \frac{J_p}{2qD_p} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.11)$$

Esta última equação impõe que durante a fase de recuperação inversa, as fronteiras da zona de carga armazenada sejam variáveis no tempo e a concentração em excesso nas mesmas seja nula.

2.4 - Método dos elementos finitos

2.4.1 - Introdução

Este foi o método numérico utilizado para a resolução aproximada do sistema de equações diferenciais que rege o comportamento do semiconductor em questão. A sua origem remonta aos anos 40 e teve como principais pioneiros *Alexander Hrennikoff* e *Richard Courant*, apesar do termo elemento finito ter sido utilizado pela primeira vez numa publicação de Clough em 1960. Após vários anos de desenvolvimentos do método é possível identificar um traço comum em todas as diferentes versões: a divisão de um domínio contínuo em subdomínios discretos, aos quais se dá o nome de elementos. O seu grande desenvolvimento deu-se em finais da década de 60, que curiosamente coincidiu também com a generalização do uso de computadores em centros de investigação, sendo compreensível uma vez que este método requer uma grande quantidade de cálculos na resolução dos sistemas de equações lineares [6] [7].

O princípio deste método baseia-se na aproximação da solução da equação diferencial assumindo que a função contínua que representa essa mesma solução, pode ser descrita como uma soma de função elementares ao longo de cada elemento [8]. A solução aproximada de cada elemento é conhecida como uma solução parcial e é determinada de modo a que fora do

elemento a contribuição para a solução total aproximada seja nula. A solução total aproximada é então obtida pela combinação das soluções ao longo de todos os elementos.

Uma das vantagens deste método é o facto de não introduzir complicações quando se quer usar elementos com diferentes tamanhos, algo que não acontece por exemplo no método das diferenças finitas. Este método fornece grande flexibilidade no que diz respeito à investigação de dispositivos semicondutores com geometrias não planares e com regiões de campo não linear e de grande distribuição de cargas.

Já uma das principais desvantagens deste método quando comparado por exemplo com o método de diferenças finitas, é o facto de inicialmente requerer um maior esforço na implementação e os conceitos de estabilidade e convergência não serem tão claros.

Como já referido, nesta abordagem existe uma função p , que é aproximada em cada elemento finito da partição, E_e , por uma função contínua do tipo:

$$p^{(e)} = \sum_{\beta=1}^r N_{\beta}^e \times P_{\beta} \quad (2.12)$$

em que N_{β}^e é um conjunto de funções de forma, nulas em todo o domínio exceptuando o do correspondente elemento finito, E_e , e escolhidas em termos de variáveis independentes. Já P_{β} representa um conjunto de r parâmetros correspondentes aos valores desconhecidos da função num conjunto finito de r pontos do respectivo elemento finito, E_e , da partição.

Sendo assim, a função p pode ser aproximada por:

$$p \approx \hat{p} = \sum_{e=1}^n p^{(e)} = \sum_{e=1}^n \left[\sum_{\beta=1}^r N_{\beta}^e \times P_{\beta} \right] = [N][P] \quad (2.13)$$

O método permite que a função incógnita seja aproximada por diferentes funções de forma, evitando assim uma função aproximadora para todo o domínio, bem como diferentes propriedades físicas para diferentes elementos finitos.

Permite também uma fácil incorporação das condições fronteira e um tratamento mais simples de geometrias irregulares.

A elaboração do método baseia-se nas seguintes etapas:

- Discretização do domínio:

Corresponde à divisão do domínio em subdomínios. Os pontos que separam os subdomínios designam-se por nós e os subdomínios entre cada nó são designados por

elementos. A criação da grelha envolve a definição do número de elementos, o espaçamento entre os nós e a respectiva localização.

- Interpolação:

Corresponde à aproximação da função p de cada elemento finito através de uma função interpoladora. Esta função não é necessariamente igual para todos os elementos, embora seja necessário garantir a continuidade entre elementos finitos adjacentes.

- Formação das funções elementares:

Estabelecendo a formulação matemática do problema, neste caso através duma formulação variacional, as aproximações do passo anterior são substituídas nessa mesma formulação obtendo-se então as equações elementares.

- Formação do sistema de equações globais:

Nesta fase são combinadas todas as equações elementares com base em regras de conectividade simples, de forma a obter o sistema de equações globais.

- Imposição das condições fronteira:

Uma vez que as condições fronteira normalmente não são incluídas nas equações elementares, só nesta fase é que é possível incorporá-las no sistema. Tal é conseguido através da inserção no sistema de equações das equações associadas às condições fronteira.

- Resolução do sistema de equações globais:

O sistema de equações globais é então resolvido nesta fase, podendo ser usados métodos directos ou iterativos.

2.4.2 - Aproximação por elementos finitos

Como já referido, no procedimento de construção da aproximação por elementos finitos foi usada uma formulação variacional. O objectivo dessa formulação é encontrar uma função Π , designada de funcional, cuja estacionaridade seja equivalente à solução do problema original. Neste caso, da equação de difusão ambipolar, o funcional Π pode ser definido numa forma integral:

$$\Pi = \int_V \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \frac{p^2}{2D\tau} F + \frac{p}{D} \frac{\partial p}{\partial x} \right] dV - \int_S \left[\left(\frac{J_n}{2qD_n} - \frac{J_p}{2qD_p} \right) p \right] dS \quad (2.14)$$

sendo V o domínio do problema e S a respectiva fronteira. A derivada de Π em ordem a p é equivalente a (2.9) e (2.11). Assim, a solução do problema original é equivalente à solução de:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial p} = 0 \quad (2.15)$$

utilizando a mesma aproximação de (2.13) para p , a equação (2.14) resulta num sistema de equações ordinárias na forma:

$$[M] \frac{\partial P}{\partial t} + [K][P] + [F] = [0] \quad (2.16)$$

com a propriedade de que as matrizes são simétricas. Tal deve-se ao facto dos polinómios presentes no funcional Π , (2.14), serem de grau inferior ou igual a dois.

Neste contexto demonstra-se que as matrizes de (2.16) são:

$$[M] = \left[\int_{x_l}^{x_r} \frac{1}{D} N^T N dx \right]$$

$$[K] = \left[- \int_{x_l}^{x_r} \frac{\partial N^T}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} dx + \int_{x_l}^{x_r} \frac{N^T N}{D\tau} dx \right] \quad (2.17)$$

$$[F] = -[(f - g)N^T]_{x_l}^{x_r}$$

onde:

$$f = \frac{J_n}{2qD_n}$$

$$g = -\frac{J_p}{2qD_p} \quad (2.18)$$

Usando funções de forma lineares obtém-se as matrizes globais:

$$[M] = \frac{A_e L_{Ee}}{6D} \begin{bmatrix} 2 & 1 & & & & \\ 1 & 4 & 1 & & & \\ & 1 & \dots & \dots & & \\ & & \dots & \dots & 1 & \\ & & & 1 & 4 & 1 \\ & & & & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$[K] = \frac{A_e}{L_{E_e}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & & & & \\ -1 & 2 & -1 & & & \\ & -1 & \dots & \dots & & \\ & & \dots & \dots & -1 & \\ & & & -1 & 2 & -1 \\ & & & & -1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{A_e L_{E_e}}{6D\tau} \begin{bmatrix} 2 & 1 & & & & \\ 1 & 4 & 1 & & & \\ & 1 & \dots & \dots & & \\ & & \dots & \dots & 1 & \\ & & & 1 & 4 & 1 \\ & & & & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$[F] = [-(f + g)A_1 \quad 0 \quad \dots \quad \dots \quad 0 \quad -(f + g)A_n]^T \quad (2.21)$$

em que A_e e L_{E_e} são a área e a largura de cada elemento finito, respectivamente.

Estas matrizes, (2.19) a (2.21), são obtidas através das matrizes elementares associadas a cada elemento finito:

$$[M_e] = \frac{A_e l_e}{6D} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$[K_e] = \frac{A_e}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{A_e l_e}{6D\tau} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

já a matriz elementar $[F_e]$ só se encontra definida no primeiro e último elementos:

$$[F_{e_1}] = [-(f + g)A_1 \quad 0]^T \quad (2.24)$$

$$[F_{e_n}] = [0 \quad -(f + g)A_n]^T \quad (2.25)$$

2.5 - Implementação em simuladores de circuitos

Antes de avançar para a implementação propriamente dita é importante referir mais pormenores acerca do software utilizado para essa mesma implementação. O software foi o MATLAB, mais precisamente a versão 7.5.0.342 (R2007b), com o auxílio da sua ferramenta de modelação proprietária, o Simulink. Esta implementação só foi possível graças à biblioteca SimPowerSystems, a qual vem incluída em todas as versões de MATLAB com revisão igual ou superiores à referida.

Nesta fase da dissertação o que se pretende é a obtenção de um circuito eléctrico capaz de se comportar da mesma forma que o modelo obtido através da aplicação do método anteriormente referido. O circuito em questão é o da figura seguinte:

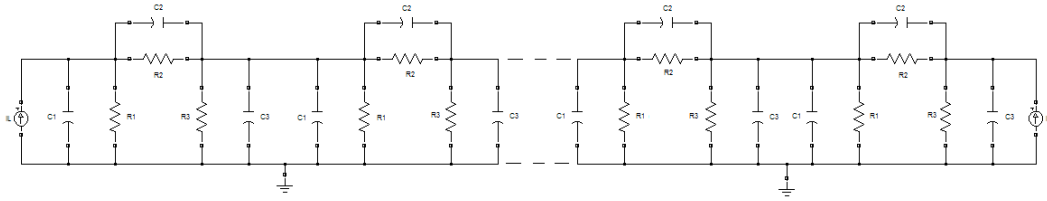


Figura 2.1 - Circuito equivalente total (apenas apresentando 6 nós).

Este circuito é regido pelo seguinte sistema de equações:

$$[C] \left[\frac{\partial V}{\partial t} \right] + [G][V] + [I] = [0] \quad (2.26)$$

em que C é a matriz das capacidades, G a matriz das condutâncias e I a matriz associada às fontes de corrente.

Facilmente se faz o paralelo entre este sistema e o sistema de equações que modela a equação de difusão ambipolar e respectivas condições fronteira:

$$[M] \left[\frac{\partial P}{\partial t} \right] + [K][P] + [F] = [0] \quad (2.27)$$

Para além das características eléctricas externas, este modelo fornece informação acerca do comportamento interno do dispositivo através da distribuição da concentração de portadores na região de armazenamento, que pode verificada a partir das tensões dos nós das várias malhas RC.

Uma outra particularidade desta modelação obtida é o facto de quando for necessário alterar as propriedades do domínio apenas se necessita de alterar os parâmetros de cada circuito elementar.

De seguida apresentam-se os valores das capacidades e resistências, valores estes que são obtidos através da resolução das matrizes elementares apresentadas anteriormente. A configuração de um diporto elementar é apresentada na seguinte figura:

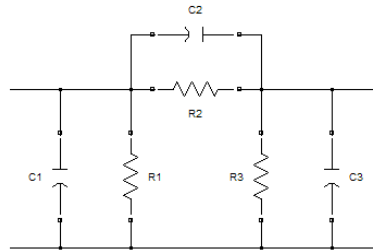


Figura 2.2 - Circuito eléctrico associado ao diporto elementar.

Valores das capacidades e resistências

Os valores das capacidades que constituem cada diporto são as seguintes:

$$C_1 = C_3 = \frac{A_e L_{Ee}}{2D} \tag{2.28}$$

$$C_2 = -\frac{A_e L_{Ee}}{6D}$$

Os valores das resistências que constituem cada diporto são as seguintes:

$$R_1 = R_3 = \frac{2D\tau}{A_e L_{Ee}} \tag{2.29}$$

$$R_2 = \frac{6D\tau L_{Ee}}{6D\tau A_e - A_e L_{Ee}^2}$$

O primeiro e último diportos recebem no primeiro e último nós, respectivamente, uma fonte de corrente, correspondente a condições fronteira.

Na figura seguinte pode ser observado o esquema de um diporto elementar já implementado em Simulink:

9	3,23	3,24
10	3,21	3,22

2.6 - Conclusões

Relativamente aos diferentes modelos apresentados podem ser destacados os mais influentes na modelação de semicondutores: modelos híbridos com elementos finitos e modelos analíticos de transformação e *lumped-charge*.

Actualmente já poucas publicações são lançadas com modelos de díodos [3], sendo que as últimas tentam focar-se em aspecto como condições térmicas e efeitos multidimensionais.

Analisando de perto a analogia eléctrica efectuada por [5] é possível verificar que a cada diporto corresponde um elemento finito, sendo este diporto constituído pela associação de resistências e condensadores, sendo a topologia dependente do tipo de elemento finito utilizado nesta aproximação.

Este circuito obtido apenas modela as zonas fracamente dopadas do semiconductor, sendo necessários modelos suplementares para que seja possível simular completamente o semiconductor que se pretende, o diodo de potência. Nos próximos capítulos será feita essa adaptação e conseqüente validação dos resultados obtidos.

Capítulo 3

Modelação de díodos de potência

Neste capítulo é feita uma introdução às principais características dos díodos de potência. De seguida apresenta-se o modelo relativo a este tipo de semicondutores e a sua implementação em MATLAB/Simulink. São então apresentados os modelos suplementares necessários para a modelação completa do díodo, nomeadamente modelos associados a condições fronteira, quedas de tensão ao longo do semicondutor e cálculo da zona de depleção.

3.1 - Introdução

Um díodo é uma estrutura P-N que, dentro dos seus limites de tensão e corrente permite a passagem de corrente num único sentido. Detalhes de funcionamento, geralmente desprezados para os díodos de sinal, podem ser significativos para componentes de maior potência, caracterizados por uma maior área (para permitir maiores correntes) e maior comprimento (a fim de suportar tensões mais elevadas).

A figura seguinte mostra simplificada a estrutura interna típica de um díodo:

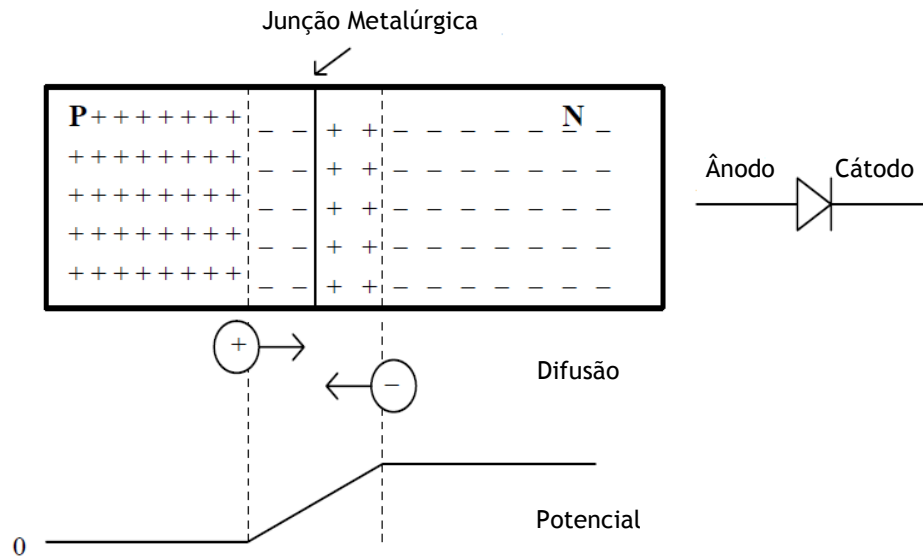


Figura 3.1 - Estrutura interna típica de um díodo.

Aplicando uma tensão entre as regiões P e N, a diferença de potencial aparecerá na região de transição, visto que a resistência desta parte do semiconductor é muito maior que a do restante componente, devido à concentração de portadores.

Quando se polariza reversamente um díodo, ou seja, tensão negativa no ânodo e tensão positiva no cátodo, mais portadores positivos (lacunas) migram para o lado N, e vice-versa, de modo a aumentar a largura da zona de depleção, aumentando consequentemente a barreira de potencial.

Já uma polarização directa leva ao estreitamento da zona de depleção e à redução da barreira de potencial. Quando a tensão aplicada superar o valor natural da barreira, cerca de 0,7V para díodos de Si, os portadores negativos do lado N serão atraídos pelo potencial positivo do ânodo e vice-versa, levando o componente à condução.

Em relação aos díodos de potência, a estrutura interna varia ligeiramente da apresentada na figura 3.1. Existe uma região N intermediária, com baixa dopagem. O papel desta região é

permitir ao componente suportar tensões mais elevadas, pois tornará menor o campo eléctrico na região de transição, que será mais larga, para manter o equilíbrio de carga.

Esta região fracamente dopada trás ao díodo uma significativa característica resistiva quando em condução, a qual se torna mais significativa quanto maior for a tensão suportável pelo componente.

No estado de bloqueio, pode analisar-se a zona de depleção como um condensador, cuja carga é aquela presente na própria zona de depleção.

Já no estado de condução esta carga não existe, no entanto, devido à alta dopagem da camada p^+ , por difusão, existe uma penetração de lacunas na zona n^- .

A figura seguinte mostra a estrutura típica de um díodo de potência:

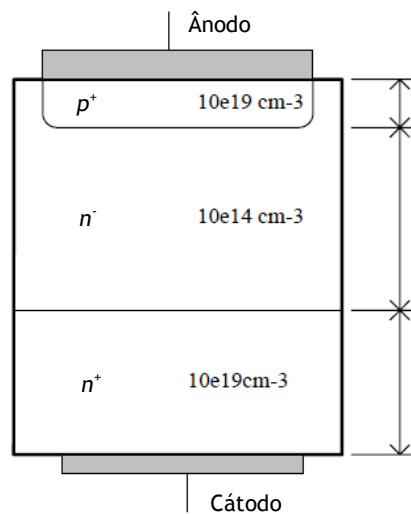


Figura 3.2 - Estrutura típica de um díodo de potência.

De seguida será feita a modelação deste tipo de semiconductor.

3.2 - Modelação do díodo de potência

Como já foi visto anteriormente, um díodo de potência é basicamente construído com junções $p^+n^-n^+$, e nesse sentido, para a obtenção de um modelo completo capaz de ser implementado num simulador de circuitos, é necessário adicionar modelos complementares ao já apresentado no capítulo anterior.

Sendo assim, pode dizer-se que a dita modelação completa segue as seguintes etapas:

- Modelação da zona fracamente dopada n^- .
- Modelação dos emissores p^+ e n^+ .
- Modelação das quedas de tensão.
- Cálculo das fronteiras da zona de depleção e da largura de cada elemento finito.

3.2.1 - Modelo para a zona n°

Assim como foi referido no capítulo anterior e apresentado na figura 2.2 esta zona pode ser representada por um conjunto de dipostos constituídos por resistências e condensadores variáveis com fontes de corrente associadas às condições fronteira. Os valores dos componentes dos dipostos são os seguintes:

As capacidades, C_1 e C_3 , entre cada nó e a referência:

$$C_1 = C_3 = \frac{A_e L_{Ee}}{2D} \quad (3.1)$$

A capacidade C_2 , entre os nós:

$$C_2 = -\frac{A_e L_{Ee}}{6D} \quad (3.2)$$

As resistências, R_1 e R_3 , entre cada nó e a referência:

$$R_1 = R_3 = \frac{2D\tau}{A_e L_{Ee}} \quad (3.3)$$

A resistência R_2 , entre os nós:

$$R_2 = \frac{6D\tau L_{Ee}}{6D\tau A_e - A_e L_{Ee}^2} \quad (3.4)$$

Como se pode verificar através das fórmulas, estes valores variam em função da variação espacial das fronteiras, que se reflecte na variação da largura dos elementos, L_{Ee} .

De seguida apresentam-se os subcircuitos correspondente às resistências e condensadores variáveis.

Resistências variáveis R_1 e R_3

O subcircuito obtido após implementação no Simulink pode ser visto na figura seguinte:

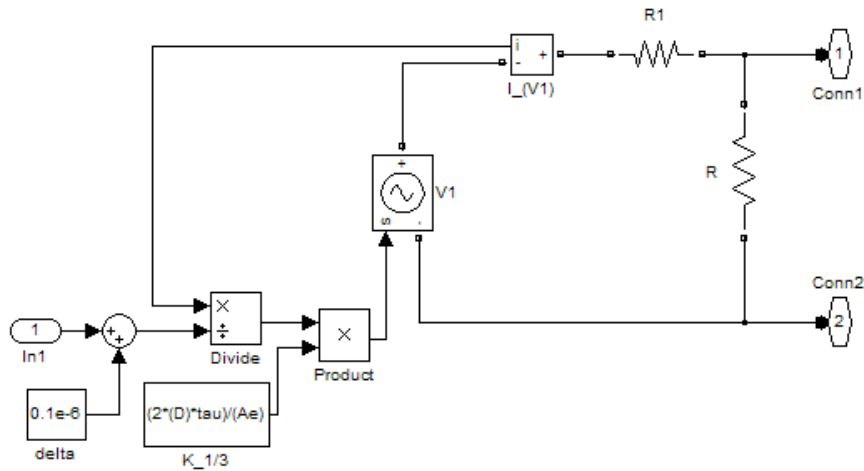


Figura 3.3 - Subcircuito usado para simulação das resistências variáveis R_1 e R_3 .

Este subcircuito implementa a equação anteriormente referida. A fonte de tensão $V1$ é controlada por duas correntes, a corrente que a atravessa que é medida por $I_{(V1)}$ e uma outra corrente que corresponde à largura do elemento finito, L_{Ee} , injectada em $In1$.

As resistências R_1 e R estão presentes para garantir a simulação do circuito, no entanto possuem valores que não afectam os resultados da simulação. R_1 vale $1\mu\Omega$ e R vale $100M\Omega$.

Resistência variável R_2

Já a implementação da resistência variável R_2 implica um circuito em tudo semelhante ao anterior, tendo como diferença a fórmula a implementar. O subcircuito pode ser consultado na figura seguinte:

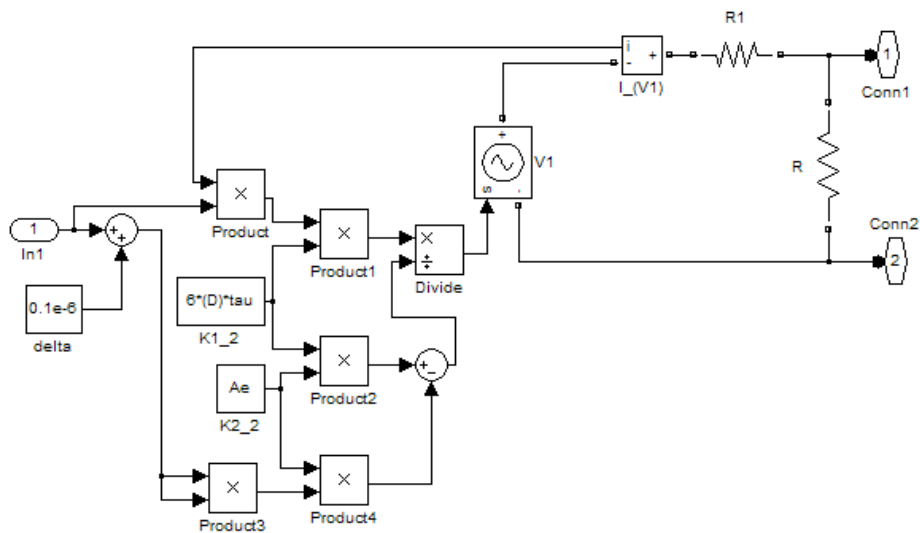


Figura 3.4 - Subcircuito usado para a implementação da resistência variável R_2 .

Condensadores variáveis C_1 e C_3

O subcircuito obtido após implementação no Simulink pode ser visto na figura seguinte:

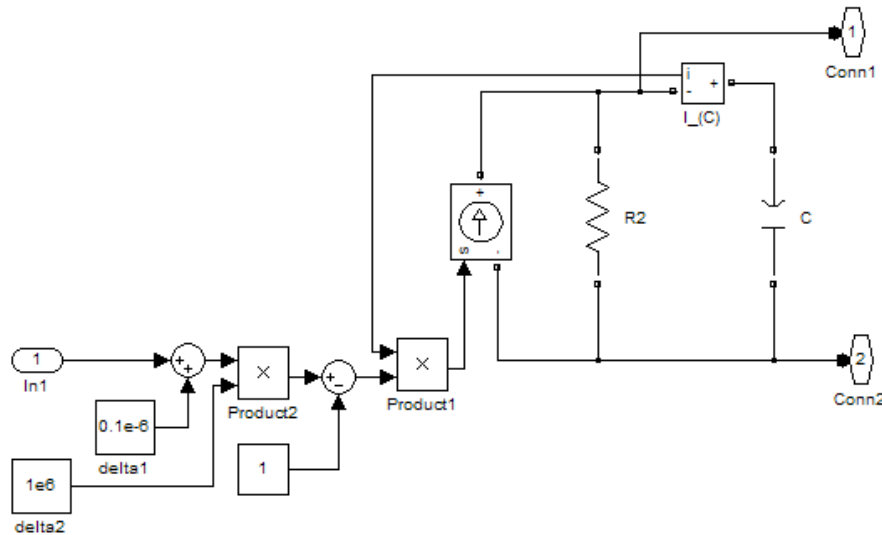


Figura 3.5 - Subcircuito usado na simulação dos condensadores variáveis C_1 e C_3 .

Desta feita, o circuito possui uma fonte de corrente controlada por duas outras correntes. Uma delas é injectada em $In1$ correspondente à largura do elemento finito, L_{Ee} , e a outra é a corrente que atravessa o condensador C e é medida pelo sensor de corrente $I_{(C)}$. O valor da resistência R_2 presente para garantir a simulação é de $100M\Omega$.

O valor do condensador C pode ser consultado na seguinte figura:

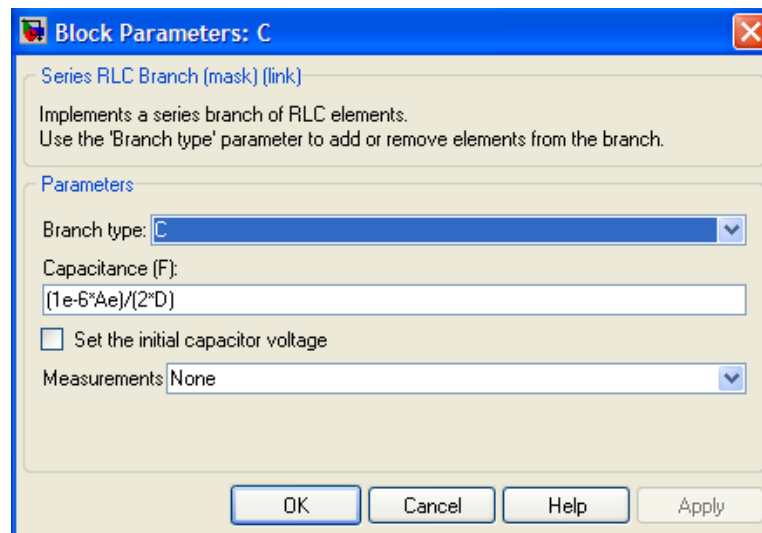


Figura 3.6 - Valor dos condensadores C_1 e C_3 .

Condensador variável C_2

O subcircuito do condensador C_2 é exactamente o mesmo que os restantes condensadores, mudando apenas o valor do condensador C :

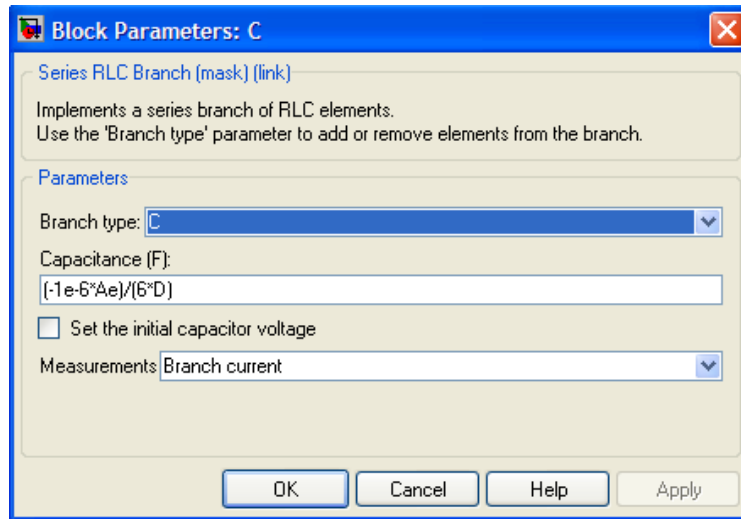


Figura 3.7 - Valor do condensador C_2 .

Diporto elementar

Estes circuitos são depois inseridos em blocos e através dos terminais *Conn1* e *Conn2* interligados entre si para formar o diporto elementar. O resultado foi apresentado na figura 2.3 no capítulo anterior.

Uma vez que o circuito equivalente completo possui 9 elementos, é apresentado na figura seguinte essa interligação:

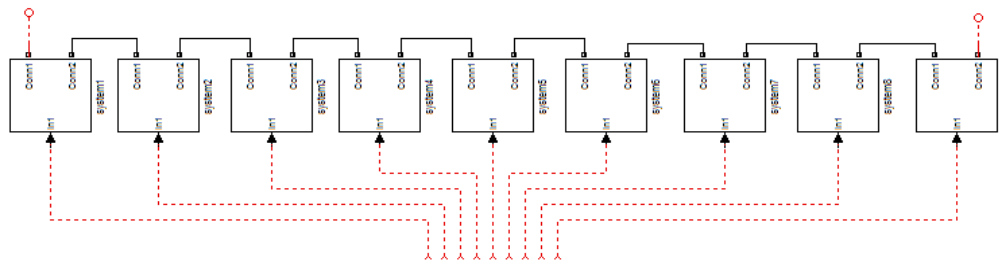


Figura 3.8 - Circuito equivalente com 9 elementos.

De notar que a corrente que vai corresponder à largura dos elementos finitos entra pelo terminal *In1* de cada um dos diportos. O primeiro e último nós terão ainda ligações a outros elementos que serão apresentados mais à frente.

3.2.2 - Modelo para as zonas p^+ e n^+

Nesta fase serão apresentados os modelos para as condições fronteira a serem ligados ao primeiro e último nós do circuito equivalente com 9 elementos.

Esta modelação é feita através de duas correntes, I_l e I_r , cujas expressões são apresentadas de seguida:

$$I_l = \frac{I_T}{2qD_p} - \frac{A_l h_p p_{|x=x_l}^2}{D} \quad (3.5)$$

$$I_r = -\frac{I_T}{2qD_n} - \frac{A_r h_n p_{|x=x_r}^2}{D} \quad (3.6)$$

No Simulink estas expressões são implementadas da seguinte forma:

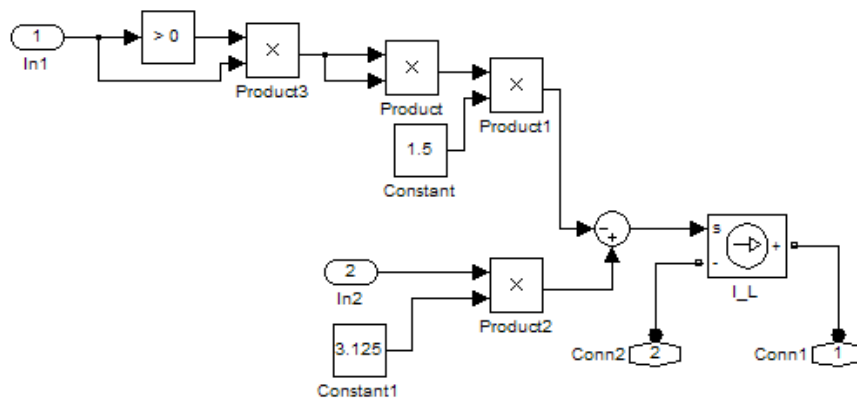


Figura 3.9 - Circuito associado à modelação da zona p^+ .

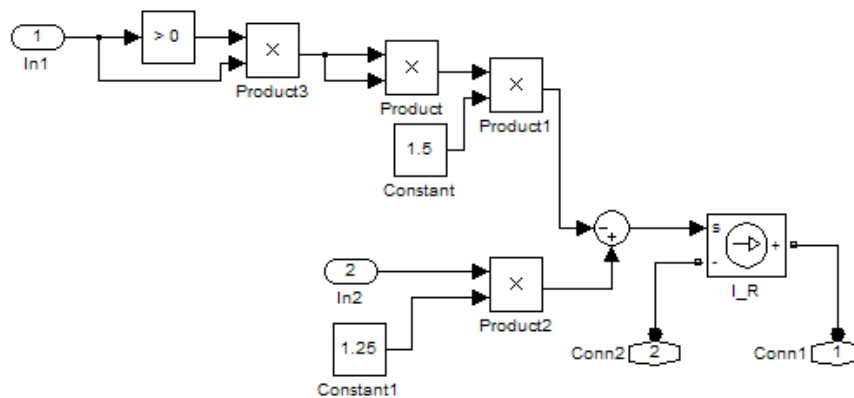


Figura 3.10 - Circuito associado à modelação da zona n^+ .

No terminal *In1* de cada um dos circuitos entra, respectivamente, a tensão do primeiro e último nós. Sendo esta a parte correspondente à parcela quadrática das expressões. No terminal *In2* entra a corrente total que atravessa o diodo medida num circuito à parte que será referenciado mais à frente.

3.2.3 - Modelo para as quedas de tensão

A queda de tensão ao longo do diodo possui três componentes enunciadas de seguida:

- As quedas de tensão nas junções p^+n^- e n^-n^+ , respectivamente, V_{JL} e V_{JR} .
- A queda de tensão ao longo da zona n^- modulada em condutividade.
- A queda de tensão suportada pela zona de depleção durante a fase de recuperação inversa, V_{SC} .

Circuito associado às quedas de tensão V_{JL} e V_{JR}

As tensões que levam à implementação do circuito são regidas pelas seguintes expressões que entram em consideração com os valores de concentração de equilíbrio de lacunas e electrões livre na zona n^- e com os valores das concentrações de lacunas e electrões livres nos extremos, que corresponde às concentrações no primeiro e último elemento finitos:

Queda na junção p^+n^- :

$$V_{JL} = VT \ln \left(\frac{p_n - (W_p) \times N_b}{n_i^2} \right) \quad (3.7)$$

Queda na junção n^-n^+ :

$$V_{JR} = VT \ln \left(\frac{n_n - (W_b - W_n)}{N_b} \right) \quad (3.8)$$

A implementação destas expressões em Simulink consiste em duas fontes de tensão controladas pelas tensões no primeiro e últimos nós. Desta implementação resultam os seguintes circuitos:

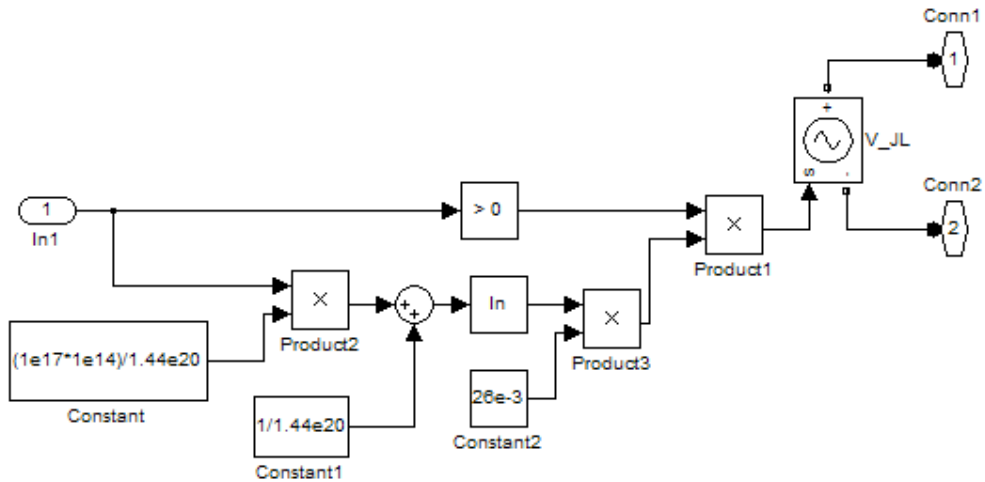


Figura 3.11 - Circuito usado para simulação da queda de tensão V_{JL} .

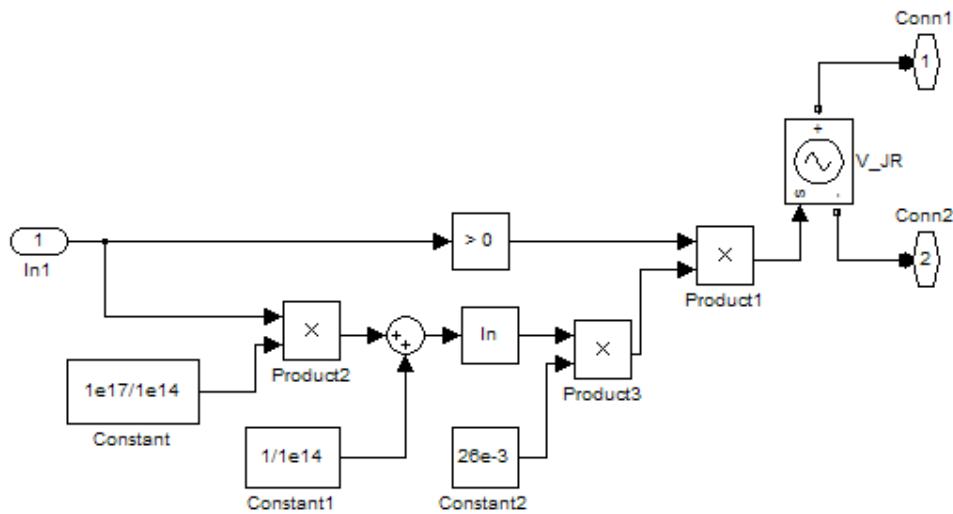


Figura 3.12 - Circuito usado para simulação da queda de tensão V_{JR} .

Circuito associado à queda de tensão V_{RES}

Antes de efectuar a implementação é necessário analisar a expressão que modela esta queda de tensão.

$$R_d = \frac{L_{Ee} \left[\ln[P_{e+1}(\mu_p + \mu_n) + N_b \mu_n] - \ln[P_e(\mu_p + \mu_n) + N_b \mu_n] \right]}{q A_e [P_{e+1} - P_e] (\mu_p + \mu_n)} \quad (3.9)$$

A resistência total da zona n é dada pela soma de elementos do tipo (3.9). No entanto, para simplificar os cálculos é feita uma aproximação que evita o uso de logaritmos e fornece bons resultados.

Assim da aproximação feita resulta a expressão seguinte:

$$Rd = \sum_{e=1}^r \left[\frac{2L_{E_e}}{qA_e[(P_{e+1} - P_e)(\mu_p + \mu_n) + N_b\mu_n]} \right] \quad (3.10)$$

Esta aproximação usa o valor médio da concentração ao longo do elemento finito. Ou seja, a concentração em cada elemento finito é dado por $P_{av} = \frac{P_{e+1} + P_e}{2}$.

A implementação desta queda de tensão no Simulink foi feita recorrendo à soma de fontes de tensão dependentes das tensões nos nós e da largura dos elementos finitos. Neste caso, foi utilizado um modelo com nove elementos, que resulta no seguinte bloco:

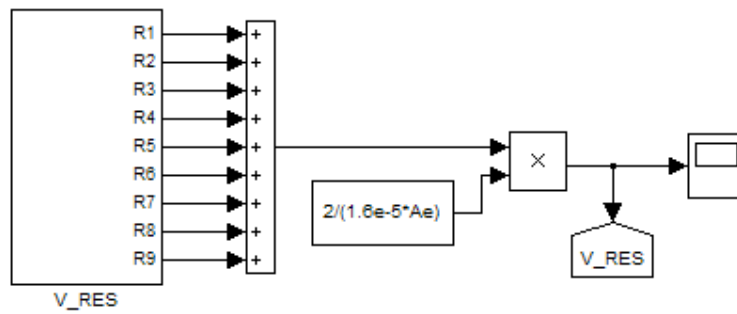


Figura 3.13 - Bloco responsável pelo cálculo de V_{RES} .

Analisando a composição interna do bloco V_{RES} podemos verificar que possui um bloco para cada elemento. A título de exemplo será expandido o bloco responsável pelo cálculo da queda de tensão resistiva no primeiro elemento.

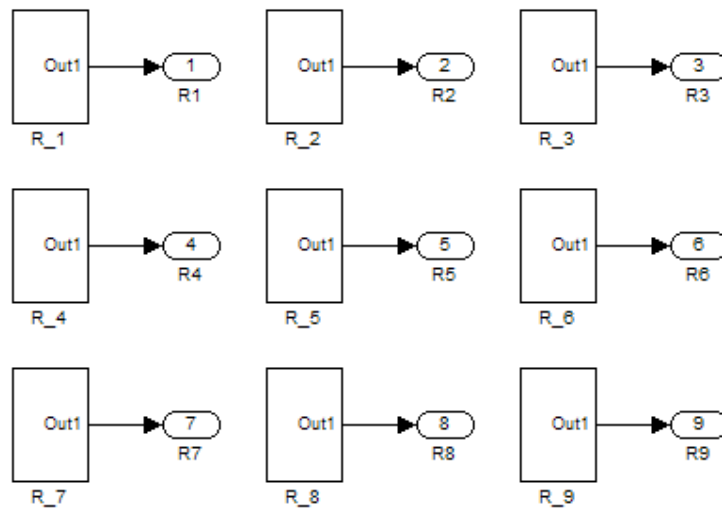


Figura 3.14 - Vista interna do bloco V_RES, de implementação de nove elementos.

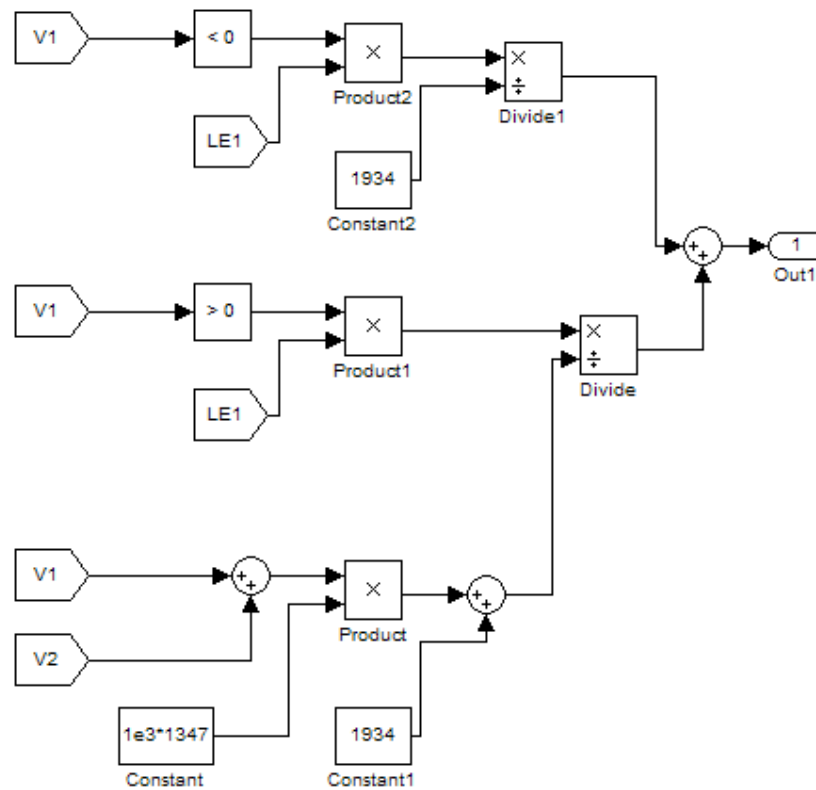


Figura 3.15 - Circuito de cálculo da queda de tensão resistiva no primeiro elemento.

Analisando melhor este último circuito verifica-se que este faz uma avaliação do tipo I_f à tensão do primeiro nó. Enquanto esta for positiva, significando que o diodo está em condução directa, o circuito implementa a aproximação do valor médio da concentração do elemento finito.

Circuito associado à queda de tensão V_{SC}

Este circuito é implementado através de uma fonte de tensão controlada pela largura da zona de depleção. O bloco responsável pelo controlo dessa fonte de tensão é o seguinte:

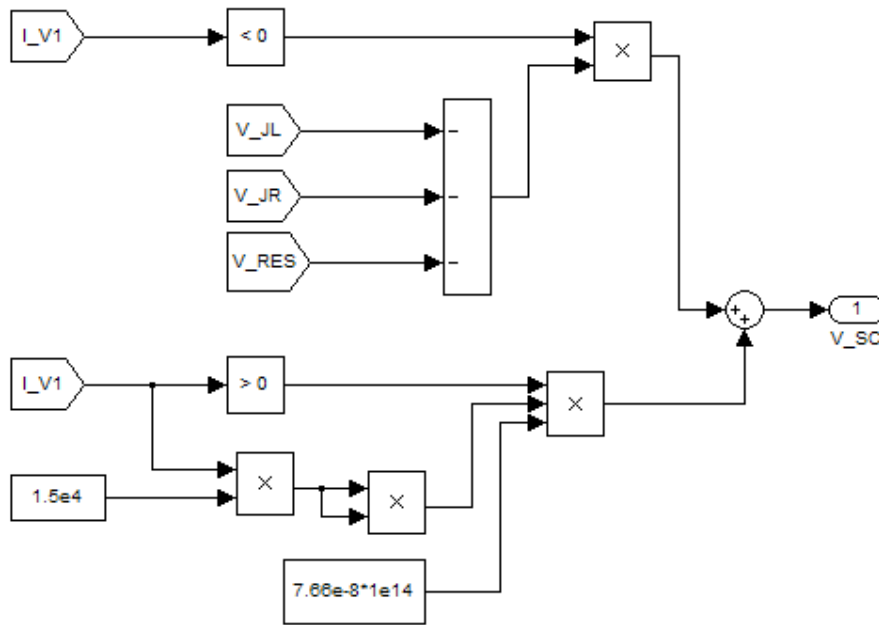


Figura 3.16 - Circuito associado ao cálculo da queda de tensão V_{SC} .

A corrente I_{V1} usada para mudança da forma como é calculada a queda de tensão é medida através de uma resistência de elevado valor colocada no primeiro nó. Esta medição de corrente é também utilizada para controlo da largura da zona de depleção como será visto de seguida.

Enquanto a corrente I_{V1} for negativa a queda de tensão V_{SC} é dada pela junção das quedas de tensão V_{JL} , V_{JR} e V_{RES} . A partir do momento que essa corrente é positiva, significando que o diodo se encontra em recuperação inversa, este circuito implementa a seguinte função:

$$V_{SC} = \frac{qN_b}{2\epsilon} X_{SC}^2 \tag{3.11}$$

3.2.4 - Cálculo das fronteiras da zona de depleção

Como já foi visto existem duas fases distintas no funcionamento do diodo, a condução directa e recuperação inversa. Na sua modelação a primeira fase corresponde a uma largura da zona de depleção constante, que depende apenas da largura total da zona n^- , W_b .

Mas assim que o diodo entra na fase de recuperação inversa, verificada pela tendência da concentração dos bordos em tomar valores negativos, é necessário fazer um ajuste da mesma. O ajuste é feito assim que a corrente no primeiro nó atingir um valor positivo, significando que a concentração no respectivo nó é negativa. Para esta medida é usada uma resistência de alto valor, $100k\Omega$. O valor da corrente medida é então multiplicado por um ganho elevado e subtraído à largura total da zona n^- . Este valor é utilizado para controlar uma fonte de corrente que irá ser repartida por várias resistências, correspondendo este divisor de corrente à largura dos vários elementos finitos.

Na modelação utilizada os elementos são equidistantes, sendo assim o valor das resistências também será o mesmo para todas, $1k\Omega$. De salientar que se o pretendido fosse uma divisão do domínio em partes diferentes bastaria alterar o valor das respectivas resistências.

O circuito implementado em Simulink foi o seguinte:

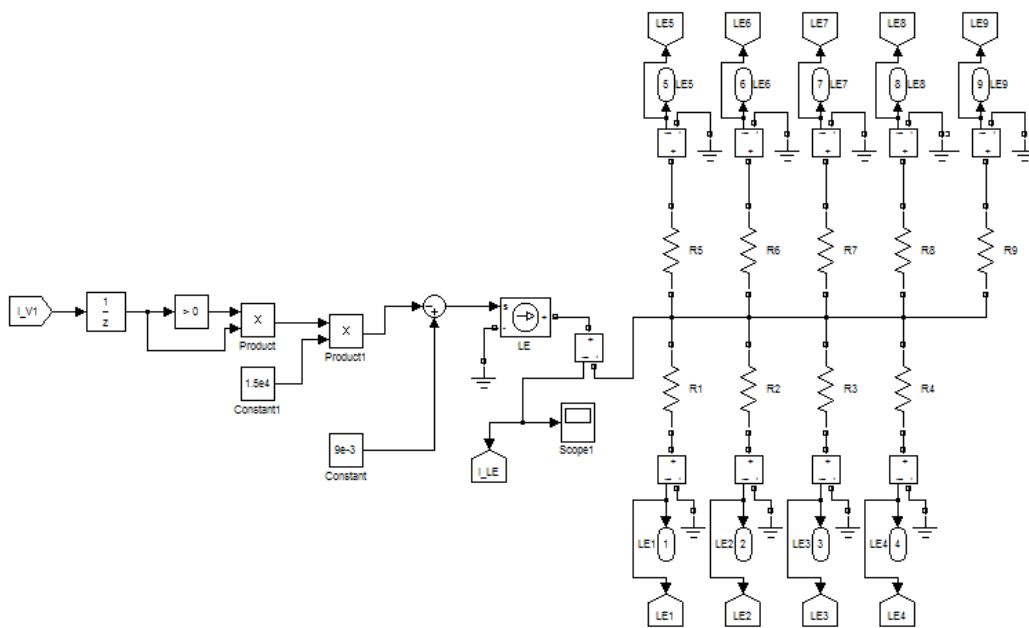


Figura 3.17 - Circuito usado para o cálculo das fronteiras da zona de depleção.

3.3 - Circuito final obtido

O circuito final consiste na interligação de todos os circuitos apresentados até agora e pode ser observado na seguinte figura:

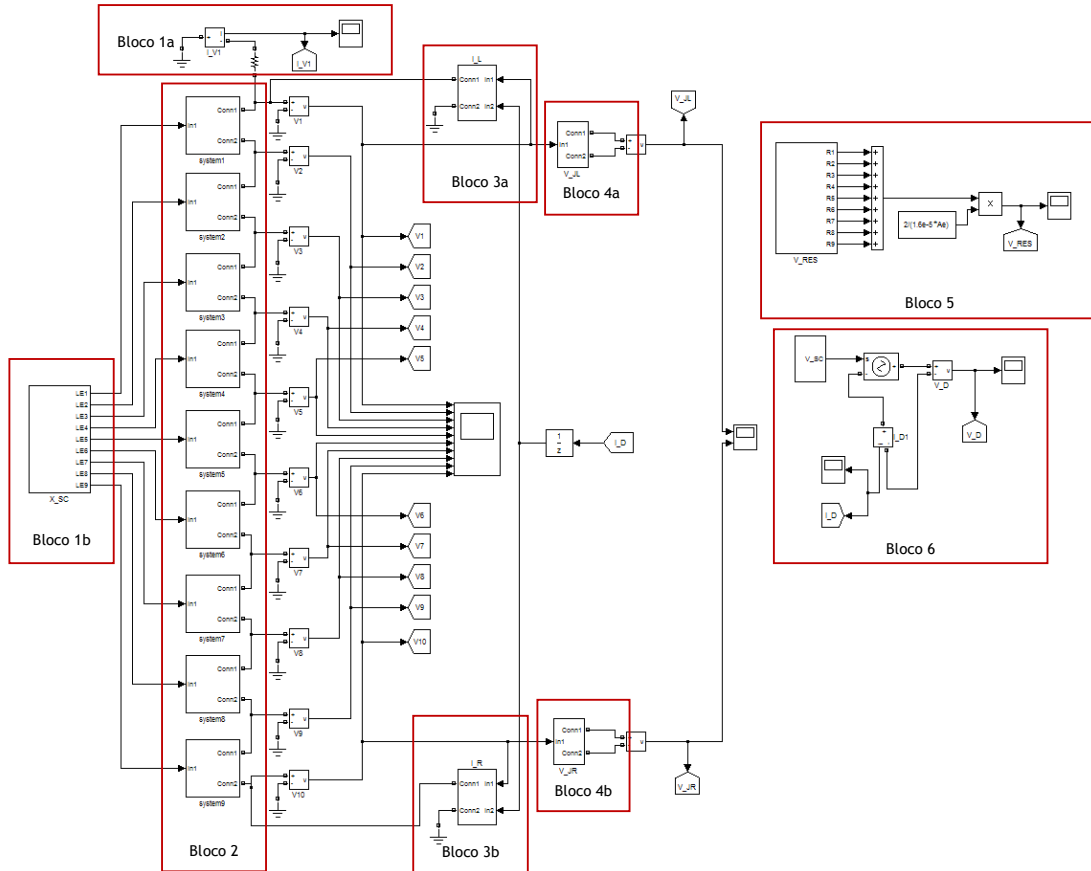


Figura 3.18 - Circuito final para implementação do diodo de potência no Simulink

As funções dos vários blocos são agora resumidas:

- Bloco 1: este é o responsável pelo cálculo da largura da zona de depleção e do valor de cada elemento. Como foi mostrado na figura 3.15 esta largura é fornecida através de uma fonte de corrente controlada, que distribui essa corrente por diversas resistências, correspondendo a cada elemento finito, e depois transmite esse valor ao bloco 2. Estes cálculos são feitos pelo bloco 1b que por sua vez são comandados pela verificação da polaridade da corrente no primeiro nó, efectuada pelo bloco 1a.

- Bloco 2: este bloco constituído por nove elementos que implementam os diodos elementares correspondendo à modelação da zona fracamente dopada, n . Os nove elementos

implicam dez nós, sendo que no primeiro e último são aplicadas as condições fronteira (bloco 3).

- Bloco 3: este bloco implementa as condições fronteira, zona p^+ e n^+ , que são aplicadas ao primeiro e últimos nós do bloco 2. O bloco 3a faz o cálculo correspondente à zona p^+ enquanto que o da zona n^+ é feito pelo bloco 3b.

- Bloco 4: estes blocos implementam as quedas de tensão nas junções, nomeadamente a junção p^+n^- que corresponde ao bloco 4a, e a junção n^-n^+ que corresponde ao bloco 4b. Os circuitos podem ser visto com mais pormenor nas figuras 3.9 e 3.10 respectivamente.

- Bloco 5: este bloco implementa o cálculo das quedas de tensão resistiva dos elementos presentes no bloco 2. O bloco pode ser observado com mais pormenor nas figuras 3.12 e 3.13.

- Bloco 6: por último, este bloco implementa o cálculo da tensão V_{sc} . Este é o bloco que vai ser ligado a elementos externos para comprovar o correcto funcionamento do díodo. Possui também em série um sensor de corrente para medir a corrente total que atravessa o díodo sendo esta corrente depois usada no bloco 3.

3.4 - Conclusões

Ao longo deste capítulo foram apresentados os modelos complementares do modelo para a zona n^- introduzido no capítulo anterior. A junção destes modelos como mostra a figura 3.16 completa a implementação do modelo do díodo de potência no Simulink.

A base da implementação da zona fracamente dopada, composta por malhas de condensadores e resistências variáveis permite que se façam ajustes na precisão do modelo de forma simples alterando o número de elementos finitos. Para tal apenas é necessário adicionar ou retirar blocos do bloco 2 apresentado anteriormente. Consequentemente é necessário adicionar ou retirar resistência no bloco 1b para fazer corresponder o número de elementos finitos ao número de blocos presentes. Finalmente é preciso ajustar o cálculo da queda de tensão resistiva efectuada pelo bloco 5, adicionando ou retirando blocos no seu interior.

Outras vantagens advêm deste tipo de implementação, como a de facilitar o ajuste da divisão do domínio para elementos não equidistantes. Para tal, basta alterar o valor das resistências presentes no bloco 1b.

De referir como nota final que os parâmetros referentes ao díodo, caso de D , A_e e τ são facilmente alterados pois encontram-se implementados num ficheiro .m que deve ser

executado antes da simulação. Assim, sempre que se pretender alterar os ditos parâmetros basta editar este ficheiro, ou ter já uma base de vários ficheiros com diferentes parâmetros. Isto permite que se simule várias situações sem ter que alterar os parâmetros manualmente dentro de cada subcircuito presente no circuito final obtido.

Capítulo 4

Validação do modelo obtido para díodos de potência

Este capítulo, como o próprio nome indica, diz respeito à validação do modelo obtido no capítulo anterior. Apenas será feita a validação da condução directa do díodo de potência uma vez que não foi possível simular o comportamento dinâmico do semiconductor.

Esta validação será feita comparando resultados de simulação entre o Simulink e o ICAPS, usando os modelos validados por [5]. Será também feita uma análise do erro relativo entre os resultados.

4.1 - Condições de validação

Antes de avançar com a validação da condução directa do diodo de potência interessa referir a problemática envolvida em simulações usando o Simulink.

O problema que mais salta à vista é a fraca convergência, muito devida ao aparecimento de *loops* algébricos. Estes *loops* ocorrem quando um determinado bloco possui pelo menos uma realimentação directa. A realimentação directa significa que num determinado instante de tempo, a saída do bloco depende de uma ou mais entradas desse mesmo bloco. Sendo o valor da saída deste *loop* algébrico indefinido, a simulação termina nesse instante. Apesar de existirem métodos capazes de resolver, como é exemplo o método de Newton, desta resolução resulta uma fraca convergência numérica na maior parte dos casos [8].

No entanto, pode acontecer que um *loop* algébrico não possa ser evitado. Nestes casos, um atraso, sob a forma de uma função de transferência ($1/z$), deve ser inserido. Como é possível verificar na figura 3.18 esta solução foi utilizada para contornar alguns problemas no decorrer das simulações.

Se necessário, devem ser também inseridos blocos de saturação dentro do modelo para limitar certas variáveis. Isto evita erros como os de “divisão por zero” e “logaritmo de zero”.

No seguimento destes problemas segue-se uma validação incompleta do modelo implementado. Após persistentes tentativas sem sucesso, optou-se por focar a validação apenas na condução directa, deixando o comportamento dinâmico, nomeadamente o fenómeno de recuperação inversa, como perspectiva de trabalho futuro.

De seguida é apresentado o circuito utilizado para validação do modelo em Simulink.

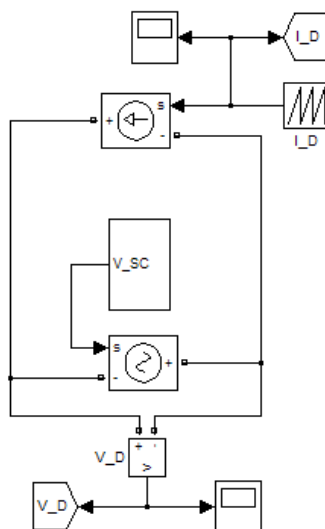


Figura 4.1- Circuito de teste.

Este circuito é bastante simples e o seu funcionamento de fácil compreensão. A corrente injectada no diodo é variada de diferentes formas, normalmente com uma evolução em rampa de diferentes gradientes, com o objectivo de se comparar as seguintes características:

- Queda de tensão directa.
- Sobre-tensão de ligação.
- Tempo de estabelecimento.

Na figura seguinte, que apresenta uma tensão aos terminais do diodo de potência, podemos ver estas características de forma gráfica:

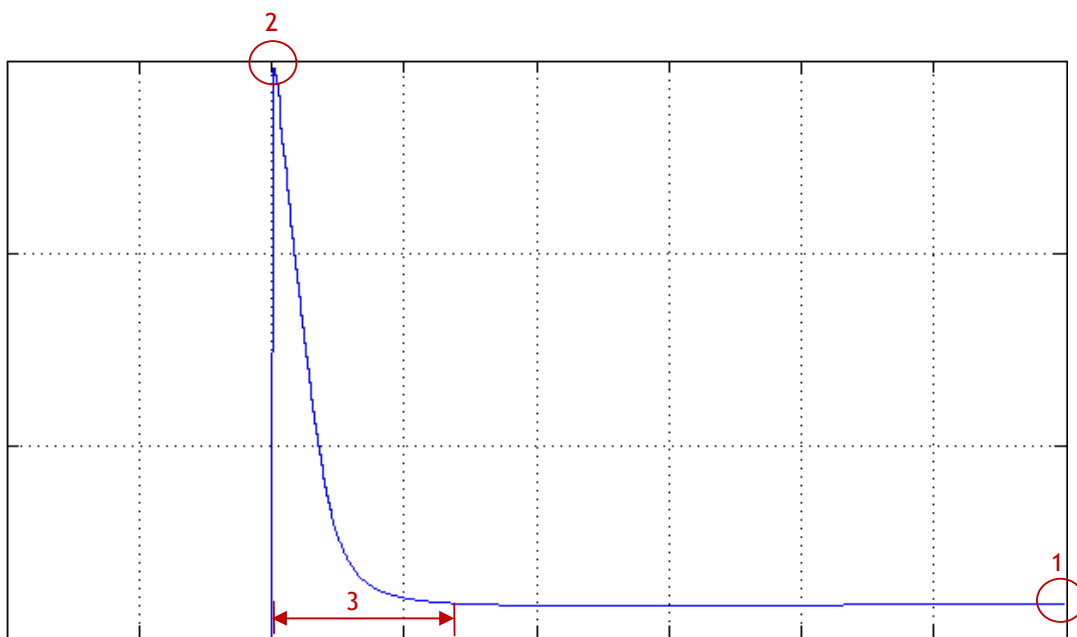


Figura 4.2 - Identificação das características para comparação.

1. Queda de tensão directa: valor final da queda de tensão no diodo de potência, à qual vamos atribuir a designação de V_F .
2. Sobre-tensão de ligação: pico de tensão que ocorre assim que é injectada corrente no diodo. Será designada de V_p .
3. Tempo de estabelecimento: intervalo de tempo que a tensão demora até estabilizar que recebe a designação de t . Considera-se que a estabilização se dá quando o valor atingido se diferencia 5% do valor final.

Serão validados díodos com diferentes parâmetros, nomeadamente um díodo lento e outro rápido. Os parâmetros serão os mesmos utilizados por [5] e são agora apresentados na seguinte tabela:

Tabela 4.1 - Parâmetros dos díodos testados.

<i>Díodo A: lento</i>	$W_b = 90 \mu\text{m}$	$\tau = 10 \mu\text{s}$	$N_b \approx 10^{14} \text{cm}^{-3}$	$A = 4 \text{mm}^2$
<i>Díodo B: rápido</i>	$W_b = 90 \mu\text{m}$	$\tau = 200 \text{ns}$	$N_b \approx 10^{14} \text{cm}^{-3}$	$A = 4 \text{mm}^2$

Outros parâmetros foram usados nas simulações, nomeadamente as constantes de difusão $D_n = 25 \text{cm}^2/\text{s}$ e $D_p = 10 \text{cm}^2/\text{s}$, das quais resulta:

$$D = \frac{2D_n D_p}{D_n + D_p} \cong 14.2 \quad (4.1)$$

Nas seguintes tabelas são apresentados os resultados das simulações, primeiro no Simulink e depois no ICAPS.

São também apresentados alguns gráficos para complementação da informação.

4.2 - Resultados de simulação para o díodo A

Resultados de simulação através do Simulink

Tabela 4.2 - Resultados de simulação com o Simulink para o díodo A.

Teste	I_a (A)	$\frac{\partial I_a}{\partial t} \left(\frac{A}{\mu\text{s}} \right)$	V_F (V)	V_p (V)	t (μs)
1	10	2	0,894	14,8	0,59
2	10	5	0,894	14,7	0,47
3	20	5	0,912	14,7	0,45
4	20	10	0,912	14,7	0,36
5	30	10	0,924	14,7	0,39
6	30	15	0,924	14,6	0,32

Resultados de simulação através do ICAPS

Tabela 4.3 - Resultados de simulação com o ICAPS para o diodo A.

Teste	I_d (A)	$\frac{\partial I_d}{\partial t}$ ($\frac{A}{\mu s}$)	V_F (V)	V_p (V)	t (μs)
1	10	2	0,893	14,7	0,65
2	10	5	0,894	14,8	0,49
3	20	5	0,913	14,8	0,47
4	20	10	0,913	14,8	0,37
5	30	10	0,924	14,7	0,37
6	30	15	0,924	14,7	0,31

Erro relativo percentual e desvio padrão

Tabela 4.4 - Erro relativo percentual e desvio padrão para o diodo A.

Teste	V_F (%)	V_p (%)	t (%)
1	0,11	0,68	9,23
2	0	0,68	4,08
3	0,11	0,68	4,26
4	0,11	0,68	2,70
5	0	0	5,41
6	0	0,68	3,23
<i>Média</i>	0,06	0,56	4,82
<i>Desvio padrão</i>	0,014	0,063	0,096

As figuras 4.3 a 4.8 ilustram os resultados de algumas simulações efectuadas, nomeadamente dos testes 2, 4 e 6, para ambos os programas. Estas figuras apresentam as correntes injectadas e a resposta em tensão verificada nos terminais do diodo.

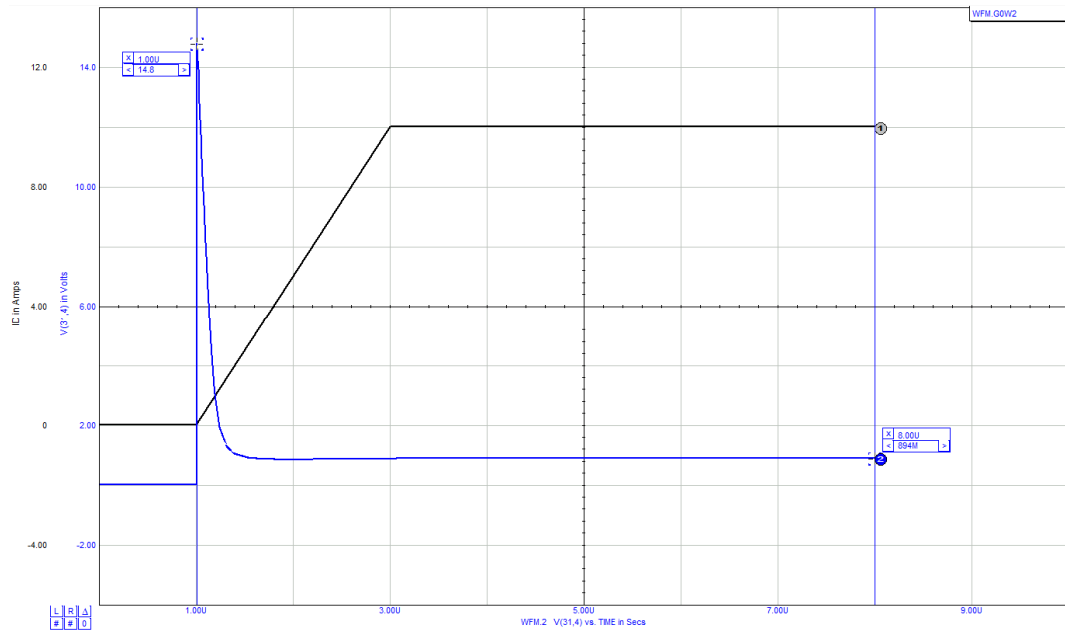


Figura 4.3 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do díodo A, teste 2.

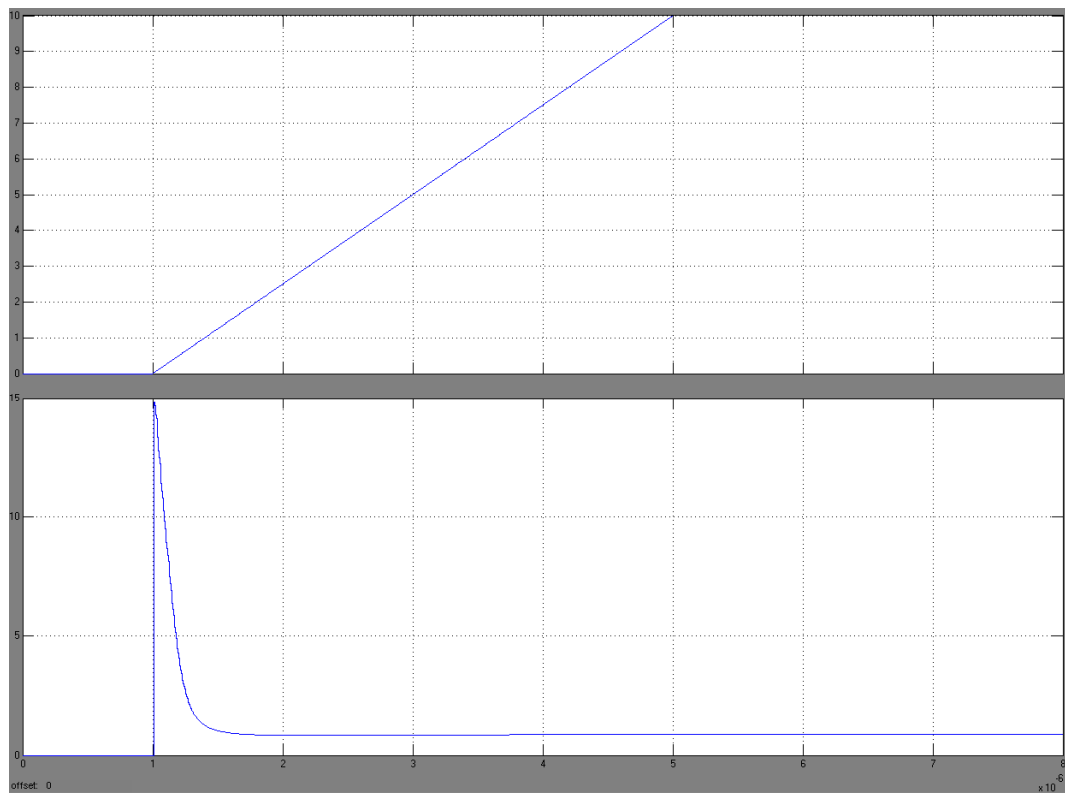


Figura 4.4 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do díodo A, teste 2.

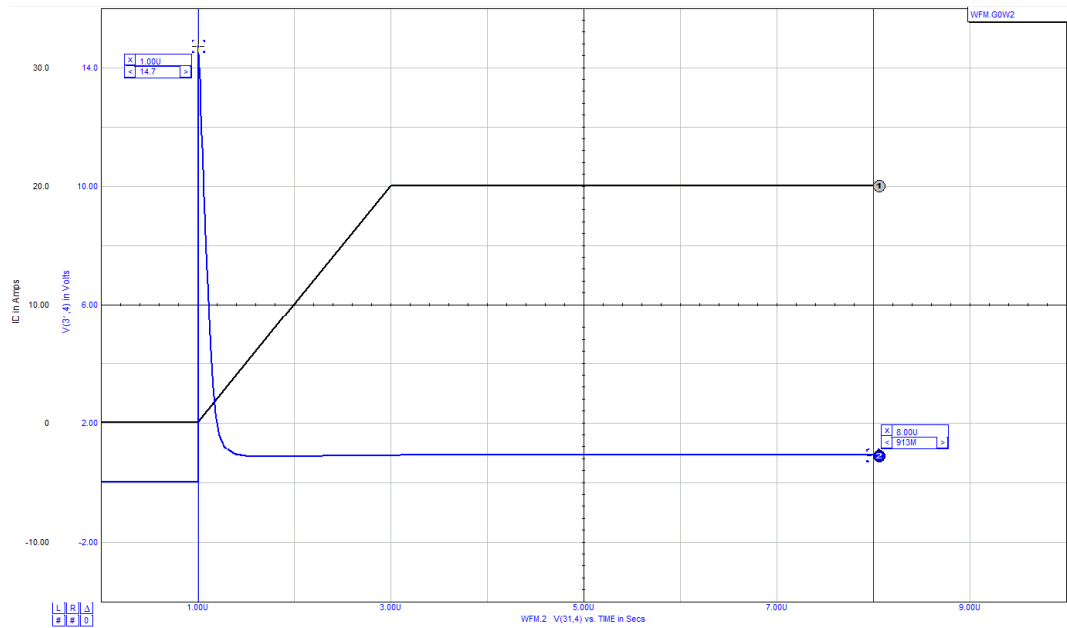


Figura 4.5 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do diodo A, teste 4.

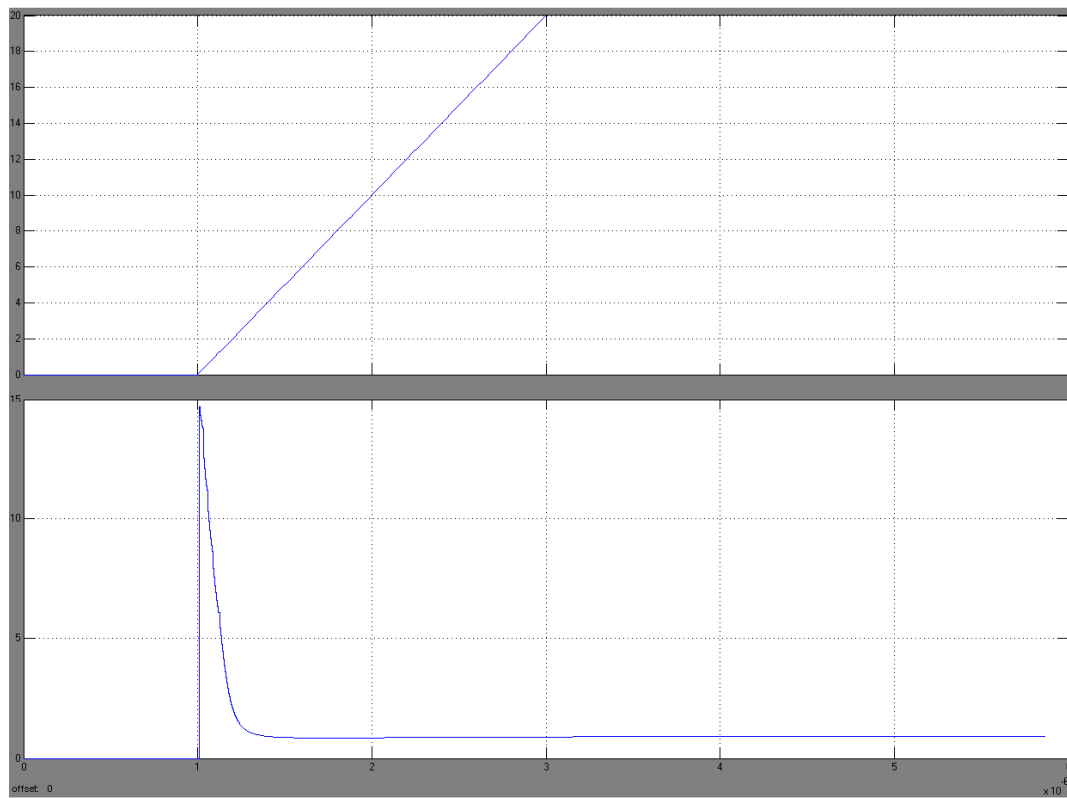


Figura 4.6 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do diodo A, teste 4.

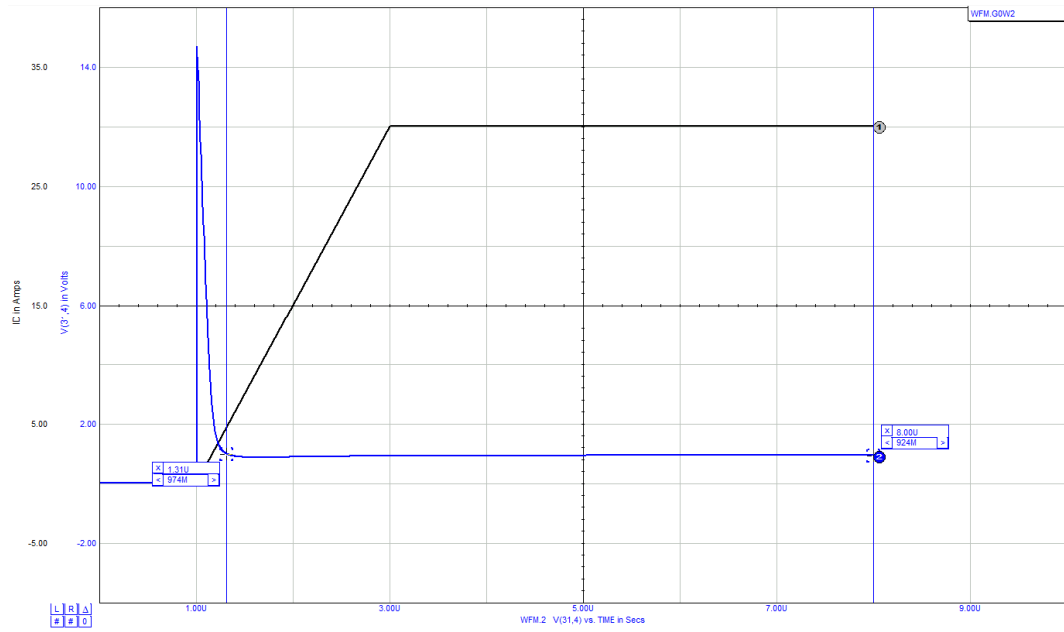


Figura 4.7 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do diodo A, teste 6.

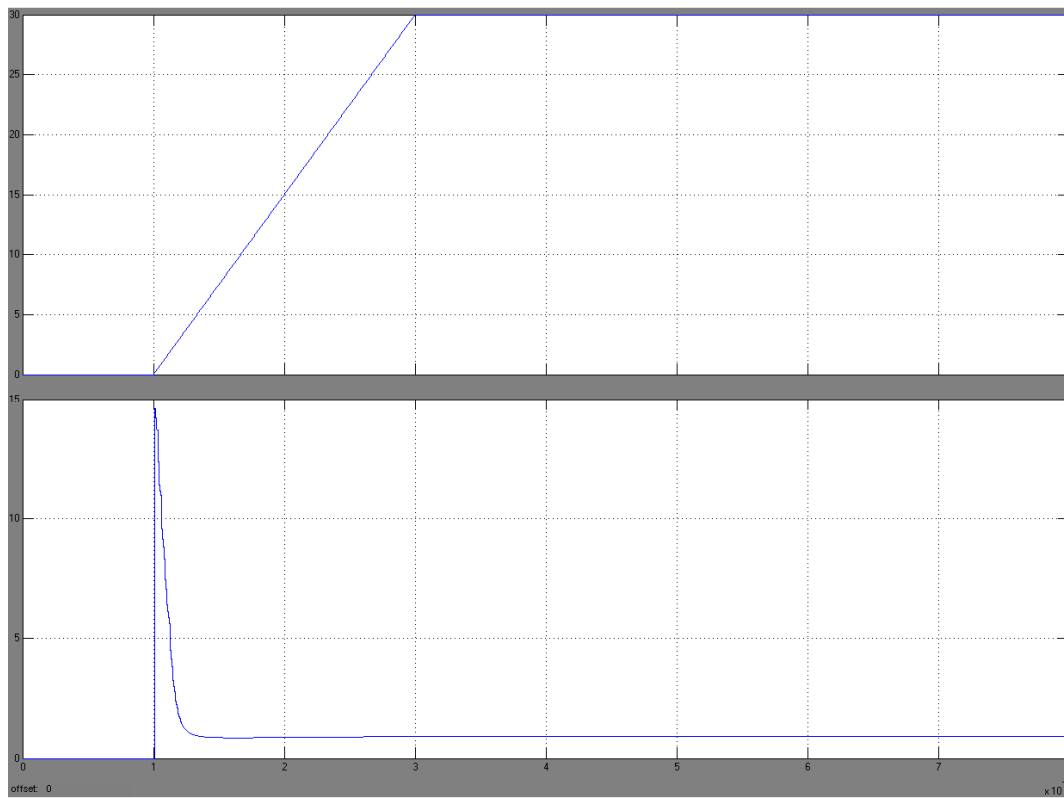


Figura 4.8 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do diodo A, teste 6.

O gráfico da figura 4.9 representa a curva característica aproximada obtida nas duas simulações para o diodo A.

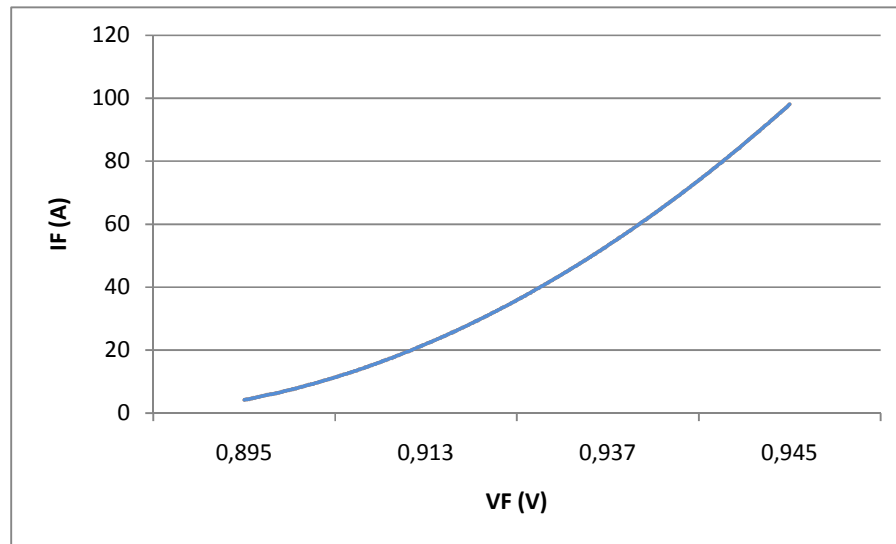


Figura 4.9 - Curva característica aproximada para o diodo A.

4.3 - Resultados de simulação para o diodo B

Este diodo possui os mesmos parâmetros que o diodo anterior, exceptuando um, o tempo médio de vida dos portadores, τ . Neste caso, este parâmetro tem o valor de 200ns.

Resultados de simulação através do Simulink

Tabela 4.5 - Resultados da simulação com o Simulink para o diodo B.

Teste	I_d (A)	$\frac{\partial I_d}{\partial t}$ ($\frac{A}{\mu s}$)	V_F (V)	V_p (V)	t (μs)
1	10	2	0,866	14,8	1,96
2	10	5	0,866	14,7	1,04
3	20	5	0,876	14,7	0,96
4	20	10	0,876	14,7	0,66
5	30	10	0,887	14,7	0,62
6	30	15	0,887	14,6	0,52

Resultados de simulação através do ICAPS

Tabela 4.6 - Resultados de simulação com o ICAPS para o díodo B.

Teste	I_d (A)	$\frac{\partial I_d}{\partial t}$ ($\frac{A}{\mu s}$)	V_F (V)	V_p (V)	t (μs)
1	10	2	0,867	14,8	1,98
2	10	5	0,867	14,7	1,04
3	20	5	0,876	14,7	0,97
4	20	10	0,876	14,7	0,67
5	30	10	0,887	14,7	0,63
6	30	15	0,887	14,7	0,52

Erro relativo percentual e desvio padrão

Tabela 4.7 - Erro relativo percentual e desvio padrão para o díodo B.

Teste	V_F (%)	V_p (%)	t (%)
1	0,12	0	1,01
2	0,12	0	0
3	0	0	1,03
4	0	0	1,49
5	0	0	1,59
6	0	0,68	0
<i>Média</i>	0,04	0,11	0,85
<i>Desvio padrão</i>	0,009	0,063	0,530

As figuras 4.10 a 4.15 ilustram os resultados de algumas simulações efectuadas, nomeadamente dos testes 1, 3 e 5, para ambos os programas. Estas figuras apresentam as correntes injectadas e a resposta em tensão verificada nos terminais do díodo.

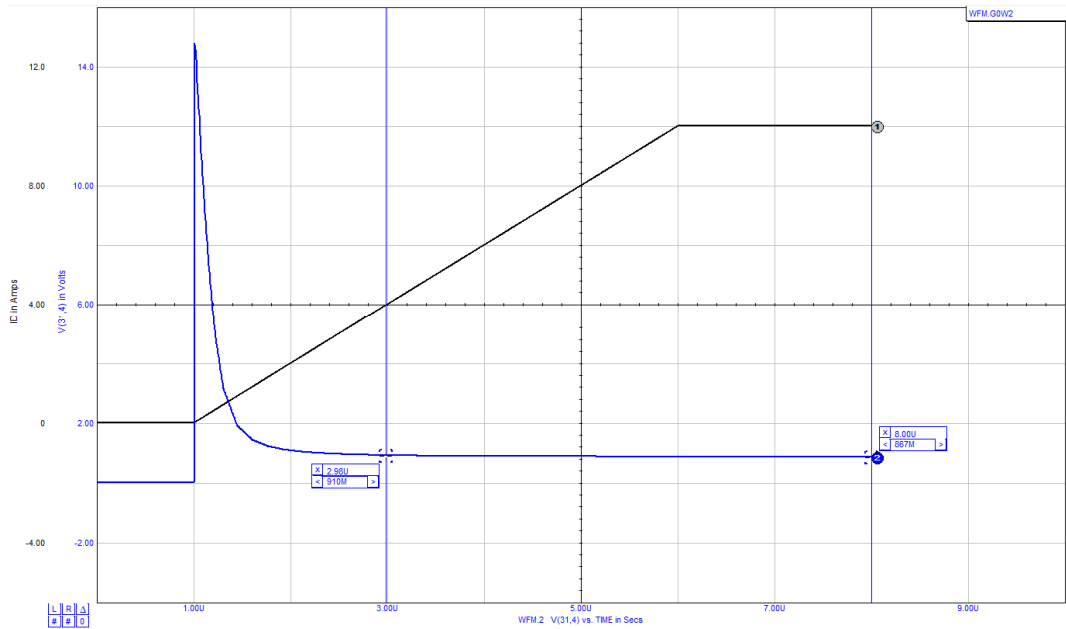


Figura 4.10 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do díodo B, teste 1.

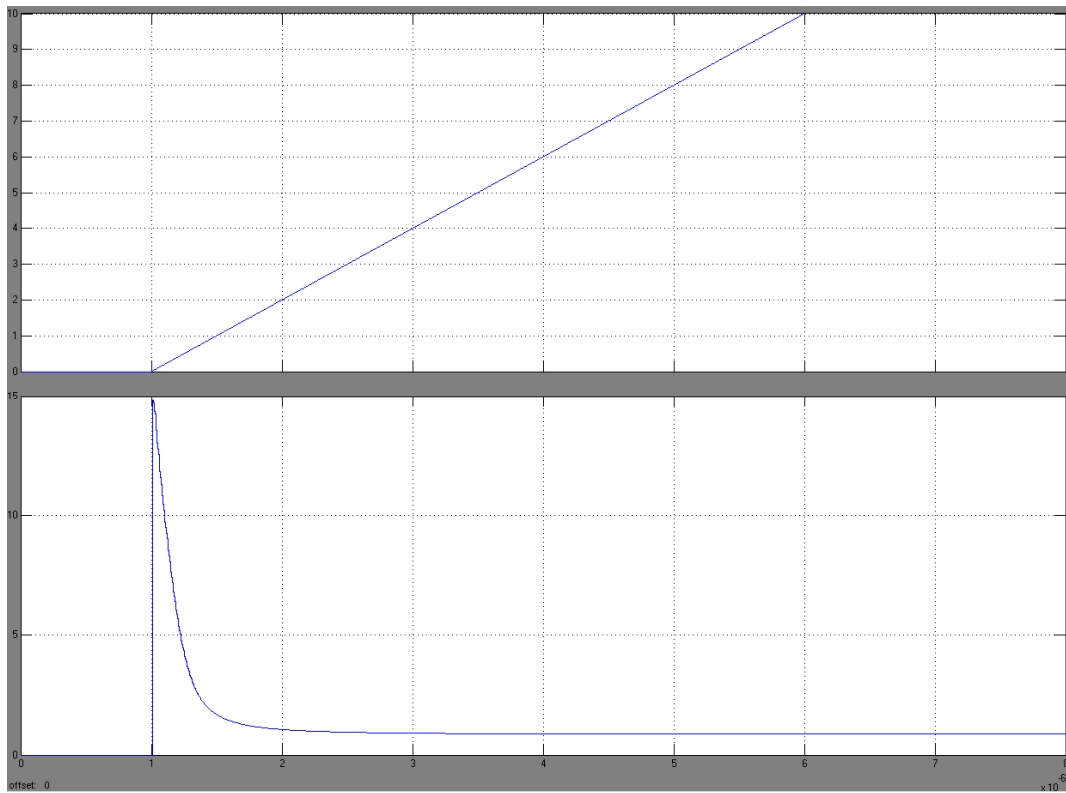


Figura 4.11 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do díodo B, teste 1.

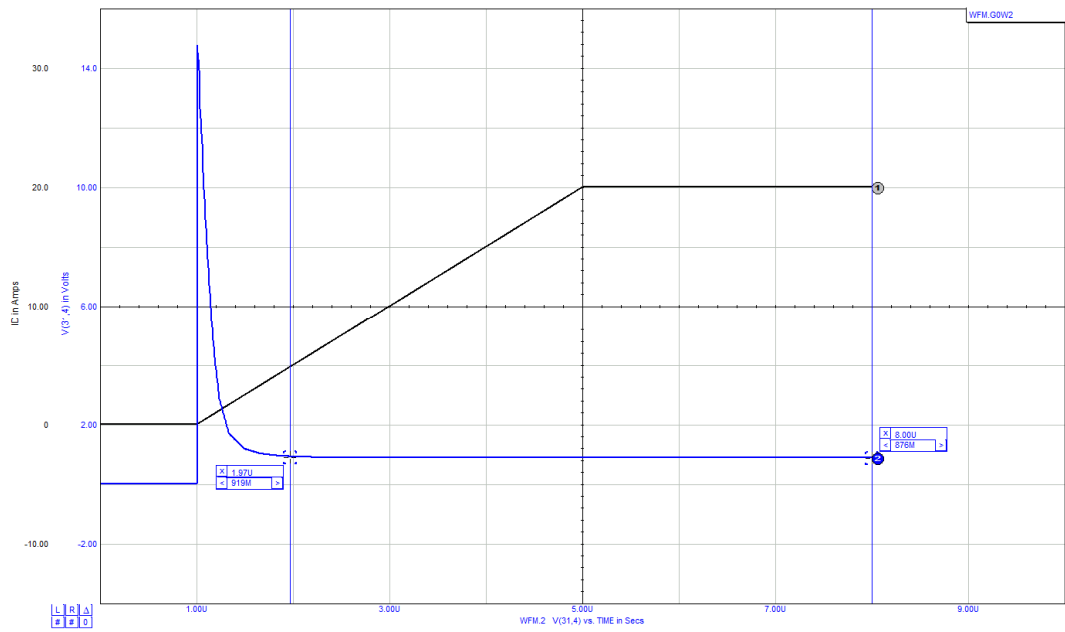


Figura 4.12 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do díodo B, teste 3.

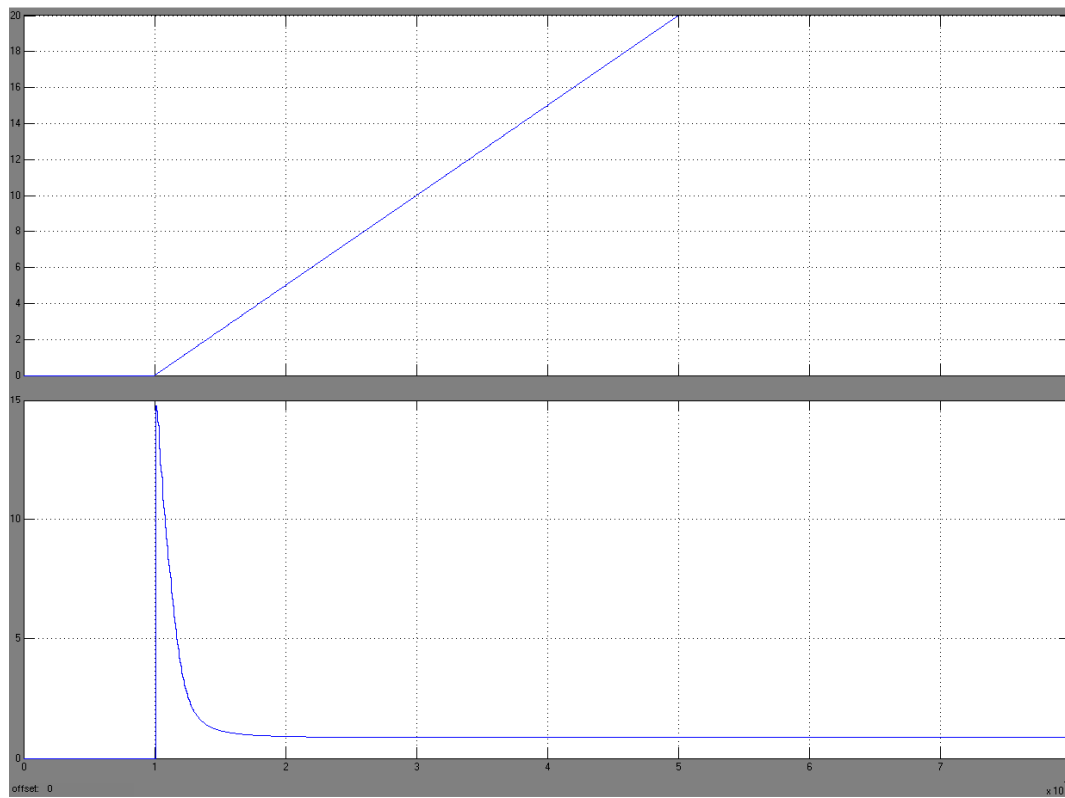


Figura 4.13 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do díodo B, teste 3.

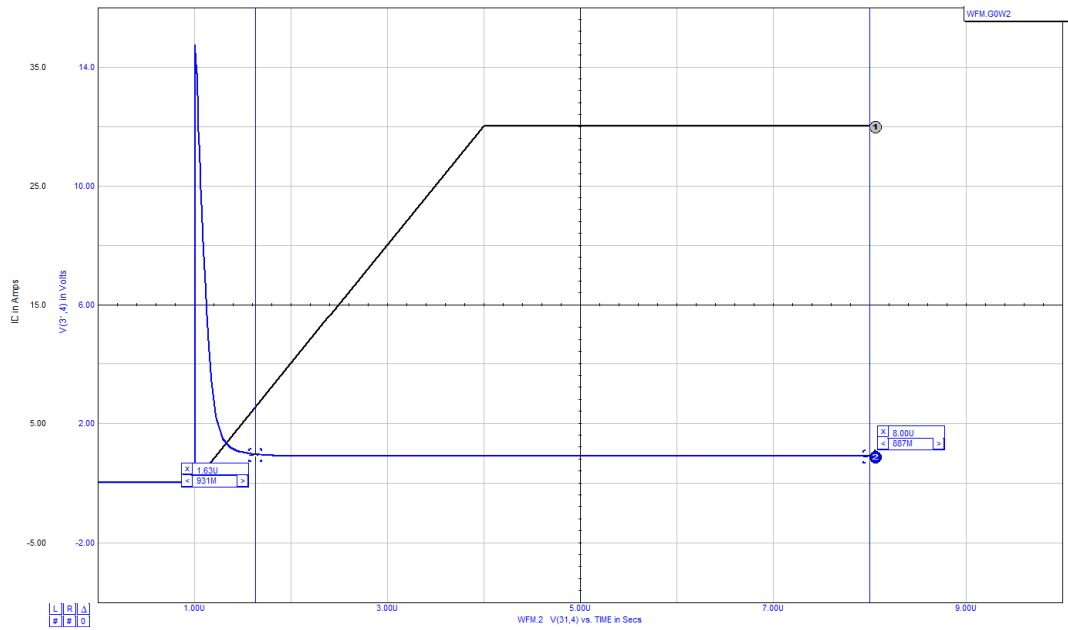


Figura 4.14 - Resultado gráfico da simulação no ICAPS do diodo B, teste 5.

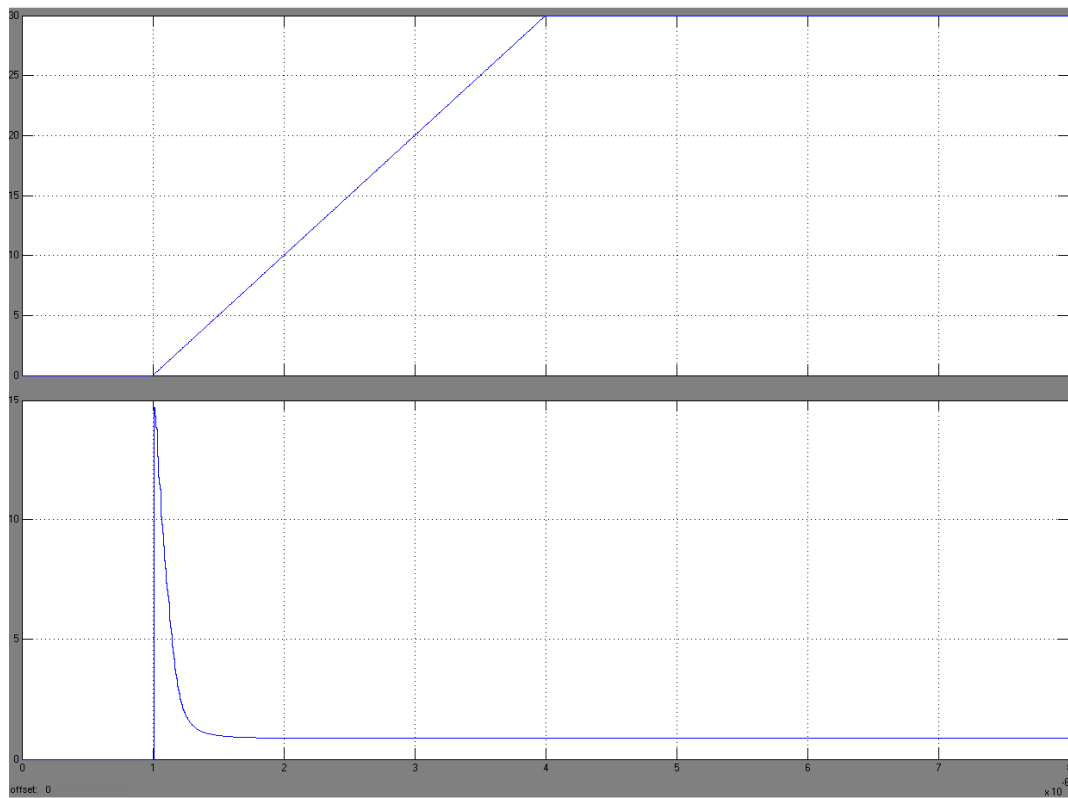


Figura 4.15 - Resultado gráfico da simulação no Simulink do diodo B, teste 5.

O gráfico da figura 4.16 representa a curva característica aproximada obtida nas duas simulações para o díodo A.

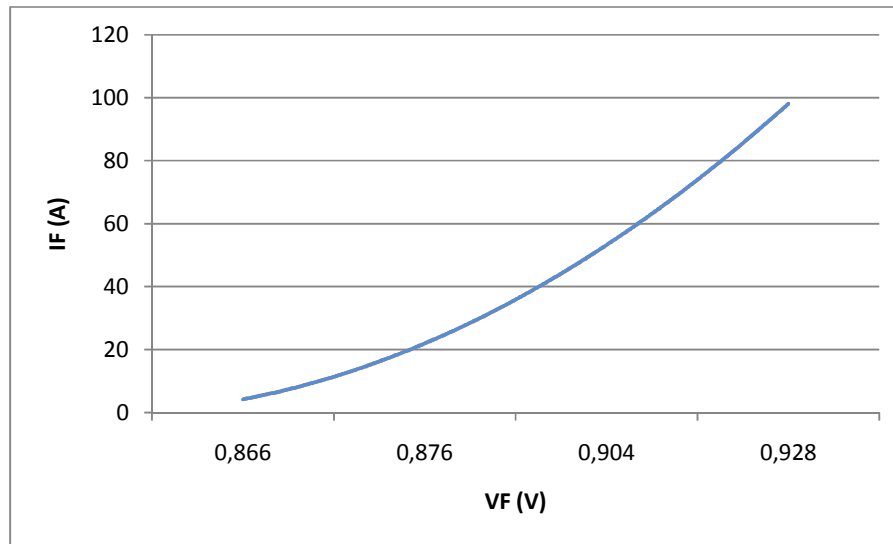


Figura 4.16 - Curva característica aproximada para o díodo B

4.4 - Conclusões

Analisando os resultados obtidos para a simulação da condução directa do díodo de potência pode afirmar-se que estes correspondem às expectativas e representa um bom modelo nesse sentido. No entanto não se pode eliminar o facto de não terem sido conseguidos os testes de comportamento dinâmico deste semiconductor.

Pode verificar-se que os valores quer no Simulink quer no ICAPS estão bastante próximos e isso é comprovado pelo erro relativo apresentado nas tabelas 4.4 e 4.7, com o valor mais significativo a ser o do tempo de estabelecimento do díodo A, que no entanto é inferior a 5%.

Através das simulações efectuadas a díodos diferentes foi possível verificar neste caso, a influência do parâmetro τ . Este parâmetro foi responsável pelas diferenças nos tempos de estabelecimento de ambos os díodos. Tal pode ser verificado nas tabelas 4.2/3 e 4.5/6.

Capítulo 5

Conclusões e futuros desenvolvimentos

Neste capítulo tiram-se elações acerca do trabalho realizado e perspectiva-se a correcção e expansão do mesmo.

O modelo no qual se baseou este trabalho revela-se bastante funcional e prático. É possível através de simples analogias eléctricas, nomeadamente a associação em série de circuitos compostos por resistências, condensadores e fontes de corrente, que assim representam a divisão da zona fracamente dopada do semiconductor. Isto permite que facilmente se alterem parâmetros do semiconductor, alterando a topologia dos circuitos elementares, bem como simplesmente acrescentar ou retirar circuitos se o pretendido for alterar o número de elementos finitos que dividem a zona fracamente dopada. Ou seja, a cada elemento finito da divisão do domínio, corresponde um circuito elementar.

No que diz respeito ao estudo e à adaptação do modelo existente em PSPICE estes foram conseguidos. O esquema final obtido no Simulink foi de fácil implementação, mas os problemas associados à simulação neste programa tornou complicada a sua confirmação. Foram necessários alguns contornos, como a inserção de atrasos e a discretização do sinal, para ser possível simular com tempos razoáveis.

Este trabalho não pode ser considerado um sucesso absoluto uma vez que não foi conseguida a validação completa do modelo. No entanto, o trabalho será continuado no sentido de conseguir a convergência do modelo e a sua validação completa.

Foi, apesar de tudo, com satisfação que se verificou que os resultados obtidos para condução directa se encontram semelhantes ao implementado em SPICE.

Como perspectivas de trabalho futuro, para além da finalização da implementação, pode apostar-se na expansão deste modelo para incluir fenómenos térmicos do semiconductor. Estes

fenómenos são importantes para a correcta compreensão do comportamento do semiconductor e um modelo que os inclua oferece grandes vantagens.

A implementação em MATLAB/Simulink de modelos de outros semicondutores bipolares de potência, mais concretamente de BJTs e IGBTs também já existentes em SPICE, pode ser estudada e ponderada. Podendo assim contribuir para a expansão do número de utilizadores e para a generalização da simulação em termos de electrónica de potência.

Referências

- [1] C. M. Swonden, "Introduction to Semiconductor Device Modelling", World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 1986.
- [2] R. Kraus, K Hoffman and P. Turkes, "Reverse recovery model of power diodes", European Power Electronics 1991, Firenze, 1991.
- [3] C. M. Tan and K. Tseng, "Using Power Diode Models for Circuit Simulations - A Comprehensive Review", IEEE Trans. Industrial Electron., 46(3): 637-645, 1999.
- [4] R. Chibante, "Desenvolvimento de um modelo para IGBTs otimizado por um método de base experimental", Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, Setembro de 2005.
- [5] A. Araújo, "Modelação de semicondutores bipolares - formulação de um novo método para simulação em circuitos electrónicos de potência", Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 1998.
- [6] "Finite element method", acessado em Maio de 2010, disponível em: http://en.wikipedia.org/wiki/Finite_element_method.
- [7] O. Weck and I. Y. Kim, "Finite Element Method", Massachusetts Institute of Technology, Engineering Design and Rapid Prototyping, 2004.
- [8] Á. F. M. Azevedo, "Métodos dos elementos finitos", Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1ª Edição, Abril 2003.
- [9] Z. Wang, A. T. Bryant, J. Wu and P. R. Palmer, "Implementation and Comparison of Power Diode Models for System Simulation", IEEE PEDS, pp. 694-699, 2005.
- [10] J. L. Massol, "Representation des phenomenes de diffusion dans la modelisation des composants bipolaires de puissance. Application a la simulation du recouvrement inverse de la diode", These de doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquees de Toulouse, LAAS, Toulouse, 1993.
- [11] R. Kraus, H. J. Mattausch, "Status and Trends of Power Semiconductor Device Models for Circuit Simulation", IEEE Trans. Power Electron., 13(3): 452-465, 1999.

- [12] G.M. Buiatti, F. Cappelluti and G. Ghione, “*Finite Difference Based Power Diodes Simulation within SPICE: Modeling Approach and Validation*”, pp. 999-1003, 2005.
- [13] K. Sheng, B. W. Williams and S. J. Finney, “*A Review of IGBT Models*”, IEEE Trans. Power Electron., 15(6): 1250-1266, 2000.
- [14] “*MATLAB reference guide*”, The MathWorks, Inc., 2010.
- [15] A. J. Pomilio, “*Fontes chaveadas - Capítulo 13: Componentes semicondutores rápidos de potência*”, pp. 1-4.
- [16] T. Grasser, “*Advanced Device Modeling and Simulation*”, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2003.
- [17] “*Semiconductor Device Modeling*”, acedido em Maio de 2010, disponível em: http://en.wikipedia.org/wiki/Semiconductor_device_modeling.
- [18] “*Transistor Model*”, acedido em Junho de 2010, disponível em: http://en.wikipedia.org/wiki/Transistor_models.
- [19] “*Diode modelling*”, acedido em Junho de 2010, disponível em: http://en.wikipedia.org/wiki/Diode_modelling.
- [20] J. Wilde, “*Modeling Semiconductor Performance and Yield with Empirical Data Using Monte Carlo Methods*”, Dissertation, Texas Tech University, 2009.
- [21] L. Cliff and P. O. Lauritzen, “*A Simple Power Diode Model with Forward and Reverse Recovery*”, IEEE Trans. Power Electro., 8(4): 342-346, October, 1993.
- [22] H. Wu, R. Dougal and C. Jin, “*Modeling Power Diode by Combining the Behavioral and the Physical Models*”, pp. 685-690, 2005.