

MODELOS DE SEGURANÇA NA ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO

VÍTOR BRUNO FERNANDES ARAÚJO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Álvaro Ferreira Marques Azevedo

Co-Orientador: Professor Doutor José Manuel de Sena Cruz

JUNHO DE 2010

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2009/2010

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2009/2010 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2009.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

À minha família e namorada

Prefiro viver com uma boa pergunta do que com uma má resposta

Aryeh Frimer

AGRADECIMENTOS

A realização do presente trabalho envolveu, de forma directa e indirecta, a contribuição de diversas pessoas as quais não posso deixar de mostrar a minha gratidão.

Ao professor Álvaro Azevedo pela empenhada orientação, colaboração, sugestões, ensinamentos e incentivo no decurso da elaboração dos trabalhos desenvolvidos.

Ao professor José Sena Cruz pela disponibilidade e a grande ajuda sobretudo na parte teórica dos parâmetros dos materiais e funcionamento do *FEMIX* 4.0.

À Joana por todo o empenho, dedicação e compreensão mostrada ao longo destes meses de trabalho. Assim como o precioso apoio e constante disponibilidade para ajuda no trabalho de processamento de texto e tratamento de imagens.

Aos meus pais, avós, irmã e madrinha pela dedicação, afecto, paciência e compreensão não só durante a fase de realização do presente trabalho mas também ao longo de toda a minha vida.

Aos meus amigos, pela amizade e companheirismo sempre reconfortantes.

RESUMO

O presente trabalho visa analisar a influência dos parâmetros dos materiais na análise não linear de estruturas para o estado plano de tensão, bem como a proposta de modelos de segurança para o mesmo tipo de análise.

Para a realização de simulações não lineares materiais para o estado plano de tensão, com base no método dos elementos finitos, é usado o programa de cálculo estrutural *FEMIX 4.0*.

A análise assenta na proposta de um modelo teórico matemático, presente em [1], que pretende simular, da forma mais próxima da realidade, o comportamento do betão e do aço. Para o betão, o modelo proposto é o *elasto-plastic multi-fixed smeared crack model*, que abrange o modelo que simula o comportamento do betão à tracção (*multi-fixed smeared crack concent*) e o comportamento do betão à compressão (*elasto-plastic concrete model*).

São simuladas três vigas simplesmente apoiadas, seleccionadas em função do tipo de rotura que apresentam, com as mesmas propriedades geométricas e materiais das vigas simuladas por *Bresler-Scordelis* [7], para posterior comparação dos resultados e apuramento da validade do modelo matemático proposto.

Por último, efectua-se o dimensionamento de três pórticos pelo método tradicional, i.e. determinação de deslocamentos e esforços com base numa análise elástica linear (com eventual redistribuição limitada), seguida de uma análise limite ao nível das secções, com base no EC2 [18], para posterior comparação com simulações não lineares efectuadas no programa de cálculo não linear.

Nas simulações efectuadas para os diferentes pórticos são alteradas em cada um deles as propriedades dos materiais, podendo assim observar-se a sua influência na análise das estruturas. Propõem-se dois modelos de segurança: um, para as propriedades características dos materiais, na qual é aplicado um coeficiente de segurança global (modelo 1); e outro, para as propriedades de cálculo dos materiais, na qual são aplicados coeficientes de segurança parciais (modelo 2).

PALAVRAS-CHAVE: análise não linear material, elementos finitos, *FEMIX 4.0*, betão armado, modelos de segurança.

ABSTRACT

The present work main objective is to analyze the influence of the materials parameters in nonlinear analysis of structures in the plane stress quad, and the proposal of security models to the same type of analysis.

To perform the material nonlinear simulations in the plane stress quad, based on the finite elements method, is used the structural calculation program *FEMIX 4.0*.

The analysis is based in a proposal of a mathematical theoretical model, present in [1], which tries to simulate the behavior of concrete and steel, as real as possible. For the concrete, the proposed model is the elasto-plastic multi-fixed smeared concrete model, obtained by the junction of the model that simulate the concrete behavior in tension (multi-fixed smeared crack concept) and concrete behavior in compression (elasto-plastic concrete model).

Three simply supported beams are simulated, selected according to the type of failure, with the same geometric and material properties of the beams simulated by *Bresler-Scordelis* [7]. The results obtained by the nonlinear simulations performed in the *FEMIX 4.0* are compared with the obtained experimentally to evaluate the validity of the proposed mathematical model.

Lastly, three frames are designed by the traditional method, i.e. calculation of displacements and reactions based in a linear elastic analysis (with possible limited redistribution), followed by a limit analysis to the sections level, based in the EC2 [18], to further comparison with the nonlinear simulations done in the calculation program.

In the simulations made for the different frames, the material properties are altered in order to evaluate the influence in the structures analysis. Two models are proposed: the first with the material characteristic properties, using a global safety factor (model 1); the second with the materials design properties, using partial safety factors (model 2).

Por último, efectua-se o dimensionamento de três pórticos pelo método tradicional, i.e. determinação de deslocamentos e esforços com base numa análise elástica linear (com eventual redistribuição limitada), seguida de uma análise limite ao nível das secções, com base no EC2 [18], para posterior comparação com simulações não lineares efectuadas no programa de cálculo não linear.

KEYWORDS: non linear analysis, finite elements, *FEMIX 4.0*, reinforced concrete, security models.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	I
RESUMO	III
ABSTRACT	V
 1.INTRODUÇÃO	 1
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2. OBJECTIVOS DO TRABALHO.....	1
1.3. APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	2
 2.ANÁLISE NÃO LINEAR	 5
2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. O COMPORTAMENTO NÃO LINEAR MATERIAL	5
2.2.1. COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO BETÃO	6
2.2.2. COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO AÇO	8
2.3. MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO LINEARES	10
2.3.1. MÉTODO DE <i>NEWTON-RAPHSON</i>	11
2.3.2. MÉTODO DE <i>NEWTON-RAPHSON</i> MODIFICADO	12
 3.MODELOS DE ANÁLISE NÃO LINEAR	 15
3.1. INTRODUÇÃO	15
3.2. PROGRAMA <i>FEMIX 4.0</i>	15
3.3. MODELO DE SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO BETÃO.....	18
3.3.1. COMPORTAMENTO DO BETÃO À TRACÇÃO – TEORIA DAS FENDAS	18
3.3.2. COMPORTAMENTO DO BETÃO À COMPRESSÃO – TEORIA DA PLASTICIDADE.....	28
3.3.3. <i>ELASTO-PLASTIC MULTI-FIXED SMEARED CRACK MODEL</i>	31
3.4. MODELO DE SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO AÇO.....	32
3.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
 4.METODOLOGIA DAS SIMULAÇÕES NÃO LINEARES NO FEMIX 4.0	 35
4.1. INTRODUÇÃO	35
4.2. GERAÇÃO DE MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS	35

4.3. DEFINIÇÃO DOS BLOCOS DE FICHEIROS DE DADOS	37
4.4. DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS RELATIVOS AOS MATERIAIS	38
4.4.1. BETÃO SIMPLES – <i>TENSION SOFTENING</i>	38
4.4.2. BETÃO ARMADO – <i>TENSION STIFFENING</i>	45
4.4.3. ARMADURA	46
4.5. OBTENÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	50

5.ANÁLISE E COMPARAÇÃO DAS VIGAS BRESLER-SCORDELIS..... 53

5.1. INTRODUÇÃO	53
5.2. DESCRIÇÃO DAS VIGAS ESTUDADAS	53
5.3. VIGA OA1	57
5.4. VIGA A1	61
5.5. VIGA A3	65
5.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	ERRO! MARCADOR NÃO DEFINIDO.

6.ANÁLISE NÃO LINEAR DE PÓRTICOS DE BETÃO ARMADO – ESTUDO DAS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E MODELOS DE SEGURANÇA..... 71

6.1. INTRODUÇÃO	71
6.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	72
6.3. PÓRTICO 1	74
6.3.1. DIMENSIONAMENTO DO PÓRTICO 1 SEGUNDO EC2	74
6.3.2. DEFINIÇÃO DO PÓRTICO EM ESTUDO.....	81
6.3.3. ANÁLISE COM PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS (MODELO 1)	82
6.3.4. ANÁLISE COM PROPRIEDADES DE CÁLCULO (MODELO 2)	92
6.3.5. COMPARAÇÃO DAS DUAS ANÁLISES	101
6.4. PÓRTICO 2.....	102
6.4.1. DIMENSIONAMENTO DO PÓRTICO 2 SEGUNDO EC2	102
6.4.2. DEFINIÇÃO DO PÓRTICO EM ESTUDO.....	104
6.4.3. ANÁLISE COM PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS (MODELO 1)	105
6.4.4. ANÁLISE COM PROPRIEDADES DE CÁLCULO (MODELO 2)	114
6.4.5. COMPARAÇÃO DAS DUAS ANÁLISES	125
6.5. PÓRTICO 3.....	126
6.5.1. DIMENSIONAMENTO DO PÓRTICO 3 SEGUNDO EC2	126

6.5.2. DEFINIÇÃO DO PÓRTICO EM ESTUDO	128
6.5.3. ANÁLISE COM PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS (MODELO 1)	130
6.5.4. ANÁLISE COM PROPRIEDADES DE CÁLCULO (MODELO 2)	140
6.5.5. COMPARAÇÃO DAS DUAS ANÁLISES.....	149
6.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	150

7.CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	151
--	------------

8.BIBLIOGRAFIA	153
-----------------------------	------------

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1 - Comportamento não linear a) elástico linear b) elástico não linear.....	5
Fig. 2.2 - Comportamento não linear do elasto-plástico	6
Fig. 2.3 - Comportamento não linear do betão à compressão. adaptado de [18]	6
Fig. 2.4 - Relação tensão-deformação no betão.....	7
Fig. 2.5 - Diferentes zonas no diagrama tensão-extensão do betão	7
Fig. 2.6 - Relação tensão-deformação de um aco macio	8
Fig. 2.7 - Definição da tensão limite de proporcionalidade a 0.2%.....	9
Fig. 2.8 - Diagrama tensão-extensão de acos macios e acos duros	10
Fig. 2.9 - Representação esquemática do método de <i>Newton-Raphson</i> , adaptado de [6].....	11
Fig. 2.10 - Representação esquemática do método de <i>Newton-Raphson</i> modificado, adaptado de [6].....	13
Fig. 3.1 - Estado plano de tensão	16
Fig. 3.2 - Estado plano de deformação	16
Fig. 3.3 - Estado axissimétrico	16
Fig. 3.4 - Sólido tridimensional	16
Fig. 3.5 - Laie.....	17
Fig. 3.6 - Casca	17
Fig. 3.7 - Pórtico tridimensional.....	17
Fig. 3.8 - Trelica tridimensional	17
Fig. 3.9 - Modelos das fendas a) discretas b) distribuídas	19
Fig. 3.10 - Progressão de uma fenda discreta	19
Fig. 3.11 - Morfologia de uma fenda	20
Fig. 3.12 - Modos de fractura – a) I b) II c) III.....	21
Fig. 3.13 - Superfície de cedência de <i>Rankine</i>	23
Fig. 3.14 - Diagramas de <i>tension softening</i> a) trilinear b) exponencial. adaptado de [1].....	23
Fig. 3.15 – Largura da banda de fendilhacão	24
Fig. 3.16 - Distribuição de tensões num tirante de betão armado: a) na armadura b) no betão	25
Fig. 3.17 – Esquema do efeito <i>tension stiffening</i>	26
Fig. 3.18 - Energia de fractura disponível para a próxima fenda	27
Fig. 3.19 - Estados da fenda	28
Fig. 3.20 - Tipos do endurecimento a) perfeitamente plástico b) isotrópico c) cinemático.....	29
Fig. 3.21 - Superfície de cedência para o betão	30

Fig. 3.22 - Relações de endurecimento e amolecimento para o betão, retirada de [11]	31
Fig. 3.23 - Superfície de cedência usada no modelo <i>elasto-plastic multi-fixed smeared crack model</i> . 32	
Fig. 3.24 - Modelo do comportamento uniaxial do aço, retirado de [1]	33
Fig. 4.1 - Elementos finitos usados para representação do betão a) <i>serendipity</i> 8 nós b) <i>laaraneano</i> 4 nós	35
Fig. 4.2 - Elementos finitos usados para discretização da armadura a) linear de 2 nós b) quadrática de 3 nós	36
Fig. 4.3 - Malha de elementos finitos com o uso de <i>embedded cable</i>	36
Fig. 4.4 - Elemento finito de 8 nós a) integração do tipo 2x2 b) integração do tipo 3x3	37
Fig. 4.5 - Relação tensão-extensão para o betão à compressão sob uma carga uniaxial, adaptado de [1]	38
Fig. 4.6 - Relação tensão-extensão para as propriedades médias, características e de cálculo, adaptado de [18]	40
Fig. 4.7 - Relação tensão-extensão para o betão à tracção sob uma carga uniaxial, adaptado de [1] 41	
Fig. 4.8 - Área de influência do betão sob o efeito de <i>tension stiffening</i>	42
Fig. 4.9 - Diagrama de <i>tension softening</i> bilinear com o ponto P	43
Fig. 4.10 - Elemento finito do tipo <i>serendipity</i> de 8 nós com 3 famílias de fendas num ponto de integração	44
Fig. 4.11 - Comportamento do betão armado à tracção	45
Fig. 4.12 - Diagrama <i>tension stiffening</i> para o betão armado	46
Fig. 4.13 - Diagrama tensão-extensão, idealizado e de cálculo do aço para armaduras para betão armado, adaptado de [18]	46
Fig. 4.14 - Diagrama tensão-extensão do aço para propriedades características	47
Fig. 4.15 - Diagrama tensão-extensão do aço para propriedades de cálculo	49
Fig. 5.1 - Esquema de aplicação da carga na viga OA1	53
Fig. 5.2 - Esquema de aplicação da carga na viga A1	54
Fig. 5.3 - Esquema de aplicação da carga na viga A3	54
Fig. 5.4 - Corte longitudinal e transversal da viga OA1	54
Fig. 5.5 - Corte longitudinal e transversal da viga A1	54
Fig. 5.6 - Corte longitudinal e transversal da viga A3	55
Fig. 5.7 - Diagrama tensão-extensão do aço tipo I	56
Fig. 5.8 - Diagrama tensão-extensão do aço tipo II	56
Fig. 5.9 - Malha de elementos finitos da viga OA1	57
Fig. 5.10 - Deformada da viga OA1	59
Fig. 5.11 - Padrão de fendilhacção da viga OA1	59

Fig. 5.12 - Pontos de <i>Gauss</i> plastificados da viga OA1	60
Fig. 5.13 - Relação entre a flecha a meio-vão e a reacção vertical no apoio da viga OA1	60
Fig. 5.14 - Malha de elementos finitos da viga A1	61
Fig. 5.15 - Relação entre a flecha a meio-vão e a reacção vertical no apoio da viga A1	63
Fig. 5.16 - Deformada da viga A1	64
Fig. 5.17 - Padrão de fendilhacão da viga A1	64
Fig. 5.18 - Pontos de <i>Gauss</i> plastificados da viga A1	64
Fig. 5.19 - Malha de elementos finitos da viga A3	65
Fig. 5.20 - Padrão de fendilhacão da viga A3	67
Fig. 5.21 - Pontos de <i>Gauss</i> plastificados da viga A3	67
Fig. 5.22 - Deformada da viga A3	67
Fig. 5.23 - Relação entre a flecha a meio-vão e a reacção vertical no apoio da viga A3	68
Fig. 6.1 - Modelos dos pórticos simulados	72
Fig. 6.2 - Modelo da armadura dos pórticos	72
Fig. 6.3 - Condições de apoio dos pórticos simulados	73
Fig. 6.4 - Aplicação de cargas pontuais nos pórticos	74
Fig. 6.5 - Geometria e cargas do pórtico 1	74
Fig. 6.6 - Comprimento efectivo do pilar	78
Fig. 6.7 - Corte longitudinal do pórtico 1, unidades em [m]	80
Fig. 6.8 - Corte transversal do pilar e da viga do pórtico 1, unidades em [m]	81
Fig. 6.9 - Malha de elementos finitos do pórtico 1	82
Fig. 6.10 - Diagrama tensão-extensão característico do aço	84
Fig. 6.11 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão	85
Fig. 6.12 - Deformada característica do pórtico 1 para o último incremento convergido (ampliada 75x)	85
Fig. 6.13 - Padrão de fendilhacão característico do pórtico 1 para o último incremento convergido ...	86
Fig. 6.14 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.13	86
Fig. 6.15 - Pontos de <i>Gauss</i> plastificados do pórtico 1 para o último incremento de carga (modelo 1)	87
Fig. 6.16 - Tensões características na direcção x_2 do pórtico 1	87
Fig. 6.17 - Tensões características na direcção x_3 do pórtico 1	88
Fig. 6.18 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise do pórtico 1 (modelo 1)	88
Fig. 6.19 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.18	89
Fig. 6.20 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.18	89

Fig. 6.21 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.18	90
Fig. 6.22 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise do pórtico 1 (modelo 1).....	90
Fig. 6.23 - Diagrama tensão-extensão de cálculo do aço	93
Fig. 6.24 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão.....	94
Fig. 6.25 - Deformada de cálculo do pórtico 1 para o último incremento convergido (ampliada 75x) ..	95
Fig. 6.26 - Padrão de fendilhacão de cálculo do pórtico 1 para o último incremento convergido.....	95
Fig. 6.27 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.26.....	96
Fig. 6.28 - Pontos de <i>Gauss</i> plastificados do pórtico 1 para o último incremento de carga (modelo 2).....	96
Fig. 6.29 - Tensões de cálculo na direcção x_2 do pórtico 1	97
Fig. 6.30 - Tensões de cálculo na direcção x_3 do pórtico 1	97
Fig. 6.31 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise do pórtico 1 (modelo 2)	98
Fig. 6.32 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.31	98
Fig. 6.33 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.31	99
Fig. 6.34 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.31	99
Fig. 6.35 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise do pórtico 1 (modelo 2)....	101
Fig. 6.36 - Comparação do somatório das reacções verticais no apoio versus deslocamento a meio-vão do pórtico 1 para as propriedades características e de cálculo	101
Fig. 6.37 - Geometria e cargas do pórtico 2	102
Fig. 6.38 - Corte longitudinal do pórtico 2. unidades em [m].....	103
Fig. 6.39 - Corte transversal da viga e do pilar do pórtico 2. unidades em [m].....	103
Fig. 6.40 - Malha de elementos finitos do pórtico 2.....	105
Fig. 6.41 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão.....	108
Fig. 6.42 - Deformada característica do pórtico 2 para o último incremento convergido (ampliada 75x)	108
Fig. 6.43 - Padrão de fendilhacão característico do pórtico 2 para o último incremento convergido .	109
Fig. 6.44 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.43.....	109
Fig. 6.45 - Pontos de <i>Gauss</i> plastificados do pórtico 2 para o último incremento de carga (modelo 1).....	110
Fig. 6.46 - Tensões características na direcção x_2 do pórtico 2.....	110
Fig. 6.47 - Tensões características na direcção x_3 do pórtico 2.....	111
Fig. 6.48 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise.....	111
Fig. 6.49 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.48	112
Fig. 6.50 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.48	112
Fig. 6.51 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.48	113

Fig. 6.52 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise	113
Fig. 6.53 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão	117
Fig. 6.54 - Deformada de cálculo do pórtico 2 para o último incremento convergido (ampliada 75x)	117
Fig. 6.55 - Padrão de fendilhacão de cálculo do pórtico 2 para o último incremento convergido	118
Fig. 6.56 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.55	118
Fig. 6.57 - Pontos de <i>Gauss</i> plastificados do pórtico 2 para o último incremento de carga (modelo 2)	119
Fig. 6.58 - Tensões de cálculo na direcção x_2 do pórtico 2	119
Fig. 6.59 - Tensões de cálculo na direcção x_3 do pórtico 2	120
Fig. 6.60 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise	120
Fig. 6.61 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.63	121
Fig. 6.62 - Diagrama tensão-extensão do elemento A1	121
Fig. 6.63 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.63	122
Fig. 6.64 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.63	122
Fig. 6.65 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise	123
Fig. 6.66 - Comparação do somatório das reacções verticais no apoio versus deslocamento a meio-vão do pórtico 2 para as propriedades características e de cálculo	125
Fig. 6.67 - Comparação da relação entre o somatório das reacções verticais no apoio versus tensão na armadura longitudinal do pórtico 2 para as propriedades características e de cálculo	125
Fig. 6.68 - Geometria e cargas do pórtico 3	126
Fig. 6.69 - Corte longitudinal do pórtico 3, unidades em [m]	127
Fig. 6.70 - Corte transversal da viga e do pilar do pórtico 3, unidades em [m]	128
Fig. 6.71 - Malha de elementos finitos do pórtico 3	129
Fig. 6.72 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão	132
Fig. 6.73 - Deformada característica do pórtico 3 para o último incremento convergido (ampliada 75x)	132
Fig. 6.74 - Padrão de fendilhacão característico do pórtico 3 para o último incremento convergido	133
Fig. 6.75 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.74	133
Fig. 6.76 - Pontos de <i>Gauss</i> plastificados do pórtico 3 para o último incremento de carga (modelo 1)	134
Fig. 6.77 - Tensões características na direcção x_2 do pórtico 3	134
Fig. 6.78 - Tensões características na direcção x_3 do pórtico 3	135
Fig. 6.79 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise	135
Fig. 6.80 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.79	136
Fig. 6.81 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.79	136

Fig. 6.82 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.79	137
Fig. 6.83 - Diagrama tensão-extensão do elemento A3	137
Fig. 6.84 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise	139
Fig. 6.85 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão	142
Fig. 6.86 - Deformada de cálculo do pórtico 3 para o último incremento convergido (ampliada 75x)	142
Fig. 6.87 - Padrão de fendilhacção de cálculo do pórtico 3 para o último incremento convergido	143
Fig. 6.88 - Ampliação do padrão de fendilhacção da figura 6.87	143
Fig. 6.89 - Tensões de cálculo na direcção x_2 do pórtico 3	144
Fig. 6.90 - Tensões de cálculo na direcção x_3 do pórtico 3	144
Fig. 6.91 - Pontos de <i>Gauss</i> plastificados do pórtico 3 para o último incremento de carga (modelo 2)	145
Fig. 6.92 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise	145
Fig. 6.93 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.92	146
Fig. 6.94 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.92	146
Fig. 6.95 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.92	147
Fig. 6.96 - Diagrama tensão-extensão do elemento A3	147
Fig. 6.97 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise	149
Fig. 6.98 - Comparação do somatório das reacções verticais no apoio versus deslocamento a meio-vão do pórtico 3 para as propriedades características e de cálculo	149

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Alguns tipos de elementos finitos presentes no código computacional do <i>FEMIX</i> 4.0....	15
Tabela 3.2 - Valores base da energia de fractura G_{f0}	24
Tabela 4.1 – Características de resistência e deformação do betão, adaptado de [18].....	39
Tabela 4.2 – Propriedades das armaduras	47
Tabela 4.3 – Comandos e respectivas funções do <i>PosFEMIX</i>	50
Tabela 5.1 - Resumo das características geométricas das vigas analisadas.....	55
Tabela 5.2 - Resumo das armaduras presentes nas vigas analisadas	55
Tabela 5.3 - Propriedades do aço tipo I	56
Tabela 5.4 - Propriedades do aço tipo II	57
Tabela 5.5 - Propriedades do betão em <i>tension softening</i> na viga OA1	58
Tabela 5.6 - Propriedades do betão em <i>tension stiffening</i> na viga OA1	58
Tabela 5.7 – Propriedades do betão em <i>tension softening</i> na viga A1	62
Tabela 5.8 – Propriedades do betão em <i>tension stiffening</i> na viga A1	62
Tabela 5.9 - Propriedades do betão em <i>tension softening</i> na viga A3	66
Tabela 5.10 - Propriedades do betão em <i>tension stiffening</i> na viga A3.....	66
Tabela 6.1 - Resumo das características geométricas dos pórticos analisados	73
Tabela 6.2 - Armaduras longitudinais do pórtico 1	77
Tabela 6.3 - Armadura do pilar do pórtico 1	80
Tabela 6.4 - Resumo das características geométricas da viga do pórtico 1	81
Tabela 6.5 - Resumo das características geométricas do pilar do pórtico 1	81
Tabela 6.6 - Propriedades características do betão em <i>tension softening</i> do pórtico 1	83
Tabela 6.7 - Propriedades características do betão em <i>tension stiffening</i> do pórtico 1	83
Tabela 6.8 - Propriedades características do aço do pórtico 1	84
Tabela 6.9 - Tensões principais e orientação das fendas do pórtico 1 para propriedades características.....	91
Tabela 6.10 - Propriedades de cálculo do betão em <i>tension softening</i> do pórtico 1	92
Tabela 6.11 - Propriedades de cálculo do betão em <i>tension stiffening</i> do pórtico 1	93
Tabela 6.12 - Propriedades de cálculo do aço do pórtico 1	93
Tabela 6.13 - Tensões principais e orientação das fendas dos pontos analisados do pórtico 1 para propriedades de cálculo.....	100
Tabela 6.14 - Comparação da carga última, deformação e coeficiente de segurança para análises característica e de cálculo do pórtico 1	102

Tabela 6.15 – Resumo das armaduras e esforços máximos de dimensionamento da viga do pórtico 2.....	102
Tabela 6.16 - Resumo das armaduras e esforços máximos de dimensionamento do pilar do pórtico 2.....	104
Tabela 6.17 - Resumo das características geométricas da viga do pórtico 2	104
Tabela 6.18 - Resumo das características geométricas do pilar do pórtico 2	104
Tabela 6.19 - Propriedades características do betão em <i>tension softening</i> do pórtico 2	106
Tabela 6.20 - Propriedades características do betão em <i>tension stiffening</i> do pórtico 2	106
Tabela 6.21 - Propriedades características do aço do pórtico 2.....	107
Tabela 6.22 - Tensões principais e orientação das fendas dos pontos analisados do pórtico 2 para propriedades características	114
Tabela 6.23 - Propriedades de cálculo do betão em <i>tension softening</i> do pórtico 2	115
Tabela 6.24 - Propriedades de cálculo do betão em <i>tension stiffening</i> do pórtico 2	115
Tabela 6.25 - Propriedades de cálculo do aço do pórtico 2.....	116
Tabela 6.26 - Tensões principais e orientação das fendas dos pontos analisados do pórtico 2 para propriedades de cálculo	124
Tabela 6.27 - Comparação da carga última, extensão e coeficiente de segurança para análises característica e de cálculo do pórtico 2	126
Tabela 6.28 - Resumo das armaduras e esforços máximos de dimensionamento da viga do pórtico 3.....	127
Tabela 6.29 - Resumo das armaduras e esforços máximos de dimensionamento da viga do pórtico 3.....	128
Tabela 6.30 - Resumo das características geométricas da viga do pórtico 3	128
Tabela 6.31 - Resumo das características geométricas do pilar do pórtico 3	129
Tabela 6.32 - Propriedades características do betão em <i>tension softening</i> do pórtico 3	130
Tabela 6. 33 - Propriedades características do betão em <i>tension stiffening</i> do pórtico 3	131
Tabela 6. 34 - Propriedades características do aço do pórtico 3.....	131
Tabela 6.35 - Tensões principais e orientação das fendas dos pontos analisados do pórtico 3 para propriedades características	138
Tabela 6.36 - Propriedades de cálculo do betão em <i>tension softening</i> do pórtico 3	140
Tabela 6.37 - Propriedades de cálculo do betão em <i>tension stiffening</i> do pórtico 3	140
Tabela 6.38 - Propriedades de cálculo do aço do pórtico 3.....	141
Tabela 6.39 - Tensões principais e orientação das fendas dos pontos analisados do pórtico 3 para propriedades de cálculo	148
Tabela 6.40 - Comparação da carga última, extensão e coeficiente de segurança para análises característica e de cálculo do pórtico 3	150

Tabela 6.41 - Análise comparativa dos pórticos simulados	150
--	-----

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

γ – peso específico [kN/mm³]

E – módulo de elasticidade [MPa]

ν – coeficiente de *Poisson* [adim.]

ε – extensão [m ou mm]

$\Delta\varepsilon$ – variação da extensão [m ou mm]

G_f – energia de fractura [N/mm]

l_b – comprimento de amarração [m]

β – factor de retenção das tensões de corte [adim.]

l_0 – comprimento efectivo [m]

λ – esbelteza [adim.]

λ_{lim} – esbelteza limite [adim.]

u – momento reduzido [adim.]

F - força [kN]

G_k – carga permanente pontual na direcção vertical [kN]

q_k – carga permanente distribuída na direcção vertical [kN/m]

q_k – carga variável distribuída na direcção vertical [kN/m]

b - base da secção de betão [m]

h – altura da secção de betão [m]

d – altura útil da secção de betão [m]

A_s – armadura de tracção [m²]

A'_s – armadura de compressão [m²]

A'_{sw} – armadura transversal [m²]

M – momento [kN.m]

N – esforço axial [kN]

V – esforço transversal [kN]

f_c – tensão de compressão máxima do betão [MPa]

f_{ct} – tensão de tracção máxima do betão [MPa]

f_{sv} – tensão de cedência do aco [MPa]

σ – tensão [MPa]

σ_{sp} – tensão limite de proporcionalidade [MPa]

δ – deslocamento [m ou mm]

ϕ – diâmetro [mm]

s – espaçamento [m]

L – comprimento [m]

$d_{\max}$ – diâmetro máximo do agregado [mm]

MEF – Método dos Elementos Finitos

SCLF – Sistema de Coordenadas Locais da Fenda

SCG – Sistema de Coordenadas Global

EC2 – Euro-Código 2

ULS – Estado Limite Último

1

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Desde o início dos anos 80 que o computador se tem tornado cada vez mais presente na vida do Homem. A evolução informática, permitiu o rápido crescimento do potencial do mesmo. Assim, o computador tornou-se cada vez mais potente e a um preço mais acessível, passando a ser uma ferramenta de uso diário.

Os problemas de análise e de dimensionamento consistem na determinação de tensões e de deslocamentos na estrutura. As equações regentes do fenómeno são estabelecidas tendo em conta a geometria da peça, as acções actuantes, as condições de apoio e as propriedades dos materiais constituintes. O progresso observado nos últimos anos nos meios informáticos e o uso de relações constitutivas mais elaboradas tornaram o método dos elementos finitos (MEF) uma técnica preferencial na resolução dessas equações e no desenvolvimento de modelos de análise não linear.

O MEF tornou-se numa poderosa ferramenta no projecto de estruturas, pois permite usar uma modelação do comportamento mecânico dos materiais que descreve com elevado rigor a resposta global da estrutura, desde o início do carregamento até à rotura.

Na actualidade, a adopção de soluções estruturais mais elaboradas que envolvem técnicas mais complexas levam à necessidade de utilizar modelos que descrevam, o mais próximo da realidade possível, o comportamento da estrutura ao longo do tempo, dando assim ao projectista, de uma forma rápida e fiável, um valor da segurança da mesma.

O método tradicional vulgarmente aplicado no dimensionamento estrutural divide-se em duas fases. Uma primeira, onde os esforços são calculados de acordo com a teoria da elasticidade, e uma segunda, onde a verificação da segurança é realizada ao nível das secções mais críticas. Esta metodologia pode considerar-se aceitável para análises lineares, contudo, deixa de ser válida quando a capacidade resistente estrutural é obtida por técnicas não lineares incrementais e iterativas.

Na análise e dimensionamento de estruturas de betão armado são conhecidas as limitações dos métodos clássicos baseados no comportamento elástico linear dos seus materiais. A adopção frequente de simplificações, como resultado de modelos menos adequados para representar a resposta estrutural, pode conduzir a um agravamento no custo da construção.

1.2. OBJECTIVOS DO TRABALHO

O presente trabalho pretende analisar a influência dos parâmetros dos materiais na análise não linear de estruturas, utilizando para isso um programa de cálculo estrutural, o *FEMIX 4.0*.

Propõe-se um modelo matemático de simulação dos materiais (presente em [11]), neste caso, o betão e o aço. Este modelo integra o código computacional do programa usado nas simulações.

Para apurar a validade do modelo proposto são analisados e comparados os resultados das simulações de três vigas simplesmente apoiadas, com os resultados obtidos experimentalmente por *Bresler-Scordelis* [7] para as mesmas.

Com vista à análise da influência dos parâmetros dos materiais e à proposta de um modelo de segurança, são estudados três pórticos, dimensionados pelo método tradicional, i.e. determinação de deslocamentos e esforços com base numa análise elástica linear (com eventual redistribuição limitada), seguida de uma análise limite ao nível das secções, com base no EC2 [18]. Depois de dimensionados são simulados para a comparação desta análise com a não linear.

Os pórticos estudados são analisados para propriedades características e de cálculo dos materiais, aplicando-se a cada uma delas um modelo de segurança, de entre dois, dando seguimento ao proposto em [2]. Um modelo, defende a aplicação de um coeficiente de segurança global, quando a análise é feita com as propriedades características dos materiais (modelo 1) e o outro modelo, defende a aplicação de coeficientes de segurança parciais para as propriedades de cálculo dos materiais (modelo 2).

Para o estudo das estruturas considera-se que: a aplicação das acções é feita de forma suficientemente lenta para evitar efeitos dinâmicos, os efeitos provocados pelas cargas exteriores na estrutura são desprezáveis para a distribuição de esforços e tensões. Em todos os casos apenas consideram a não linearidade material, sendo a não linearidade geométrica desprezada.

1.3. APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

De seguida é exposta a estrutura do presente estudo, resumindo os assuntos abordados em cada um dos capítulos.

No capítulo 2 descreve-se a análise não linear e são apresentadas as diferentes não linearidades: geométrica e material. Em seguida é descrito o comportamento não linear material, estabelecendo-se a distinção entre a não linearidade do comportamento do betão e do aço. Por fim, apresentam-se os métodos de resolução de problemas não lineares e a breve e sintética descrição dos mais comumente utilizados.

No capítulo 3 descrevem-se os modelos de análise não linear, utilizados no presente trabalho. Aqui é apresentado o programa de cálculo de análise não linear, o *FEMIX* 4.0, onde são descritos os modelos matemáticos que descrevem o comportamento do betão e do aço, que, por sua vez, se inserem no código computacional do mesmo programa.

O capítulo 4 apresenta, em primeiro lugar, a descrição pormenorizada de todo o procedimento necessário para correr uma simulação não linear no *FEMIX* 4.0, onde são apresentados os procedimentos para geração de malhas de elementos finitos e a definição dos blocos de dados constituintes do mesmo programa, com destaque para o bloco relativo às propriedades dos materiais. Por fim, apresenta a forma de obtenção e análise dos resultados fornecidos pelo programa de cálculo.

No seguinte, capítulo 5, analisam-se três vigas simplesmente apoiadas, seleccionadas em função do tipo de rotura que apresentam, com as mesmas propriedades geométricas e materiais das vigas simuladas por *Bresler-Scordelis* [7], para posterior comparação dos resultados e apuramento da validade do modelo matemático proposto no capítulo 3.

No capítulo 6 são analisados, após comprovada a validade do modelo no capítulo anterior, três pórticos distintos, dimensionados pelo método tradicional, i.e. determinação de deslocamentos e esforços com base numa análise elástica linear (com eventual redistribuição limitada), seguida de uma análise limite ao nível das secções, com base no EC2 [18]. Após o dimensionamento os pórticos são simulados no *FEMIX* 4.0, por análise não linear material. Para cada um são feitas duas análises: uma, com um modelo de segurança onde é usado um coeficiente de segurança global e a simulação é feita com propriedades características dos materiais (modelo 1), e outra, com um modelo de segurança onde são usados coeficientes de segurança parciais e a simulação é efectuada para as propriedades de cálculo dos materiais (modelo2).

2

ANÁLISE NÃO LINEAR

2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é feita uma breve discussão sobre o comportamento não linear material, do betão e do aço. São também apresentadas as principais propriedades e características de cada um deles e o seu respectivo diagrama de tensão-extensão. Por fim, apresentam-se e descrevem-se, de forma sintética, os métodos de resolução de problemas não lineares mais comumente utilizados.

2.2. O COMPORTAMENTO NÃO LINEAR MATERIAL

O comportamento linear das estruturas apenas é válido numa fase inicial de carregamento. À medida que a carga aumenta aproximando-se da rotura a estrutura apresenta um comportamento não linear. O comportamento não linear das estruturas resulta da consideração das deformações de segunda ordem ou do facto de os materiais apresentarem leis constitutivas não lineares, designando-se respectivamente por não linearidade geométrica e não linearidade material.

O presente trabalho não considera a não linearidade geométrica, somente aborda a não linearidade material. Esta última mostra que para grandes cargas as deformações sofridas por uma estrutura deixam de ser proporcionais à força actuante (leis constitutivas não lineares dos materiais).

Seguidamente é analisado o comportamento não linear do betão e do aço. É considerado neste caso um comportamento elasto-plástico onde os diagramas de descarga não são coincidentes com os diagramas de carga. Ainda nesta análise se supõe que as accões sejam aplicadas lentamente e de uma forma monotónica, sendo a relação tensão-deformação independente do tempo.

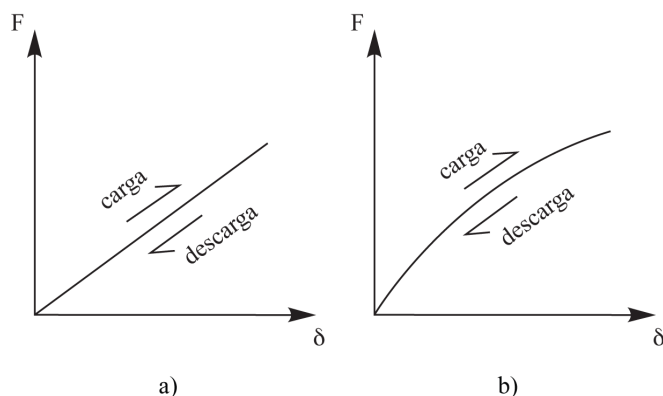


Fig. 2.1 - Comportamento não linear a) elástico linear b) elástico não linear

Para a melhor compreensão da análise do comportamento não linear do betão e do aço é importante fazer distinção entre comportamento não linear elástico e comportamento não linear elasto-plástico. Na não linearidade elástica o diagrama de descarga coincide com o diagrama de carga (figura 2.1 a) e 2.1 b)); na não linearidade elasto-plástica após a plastificação do material o diagrama de descarga não coincide com o diagrama de carga, isto devido às deformações plásticas apresentarem um carácter irreversível (figura 2.2).

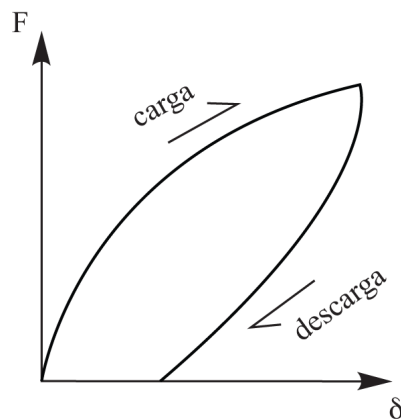


Fig. 2.2 - Comportamento não linear do elasto-plástico

2.2.1. COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO BETÃO

Depois de obtidos os resultados num ensaio de um provete de betão à compressão, o comportamento não linear do betão pode ser analisado através do diagrama tensão-extensão elaborado com base no mesmo (figura 2.3).

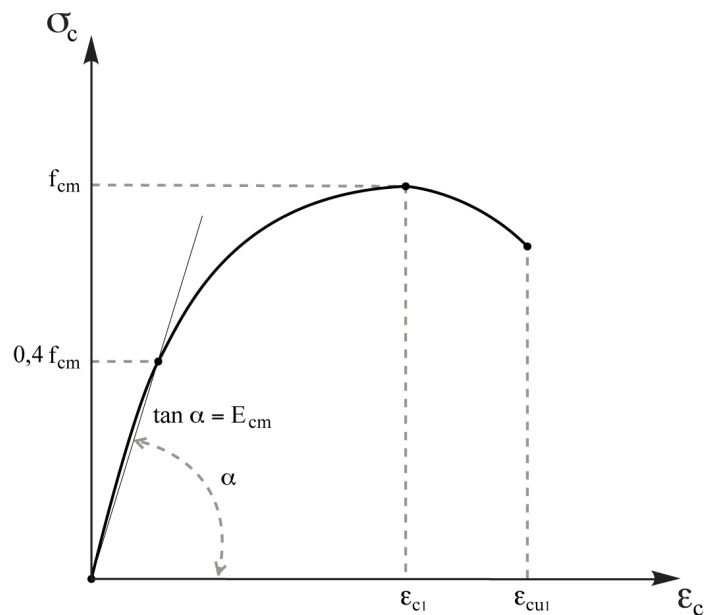


Fig. 2.3 - Comportamento não linear do betão à compressão. adaptado de [18]

No betão, ao contrário do aço, torna-se difícil definir os limites de proporcionalidade ou elasticidade, pois o material apresenta muito cedo um comportamento não linear. Assim sendo, o diagrama de descarga não é rectilíneo. Para grandes deformações, apesar da diminuição da tensão, os danos tornam-se mais evidentes e dá-se finalmente a rotura do betão por esmagamento (figura 2.4).

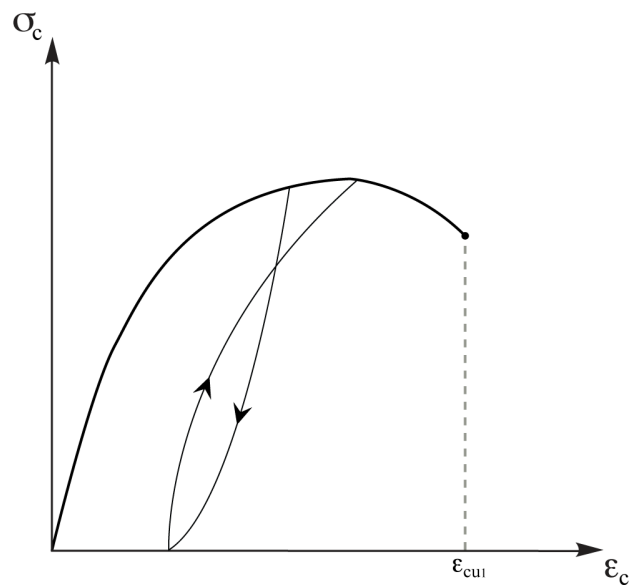


Fig. 2.4 - Relação tensão-deformação no betão

No diagrama tensão-extensão do betão é possível a distinção de quatro zonas fundamentais (figura 2.5).

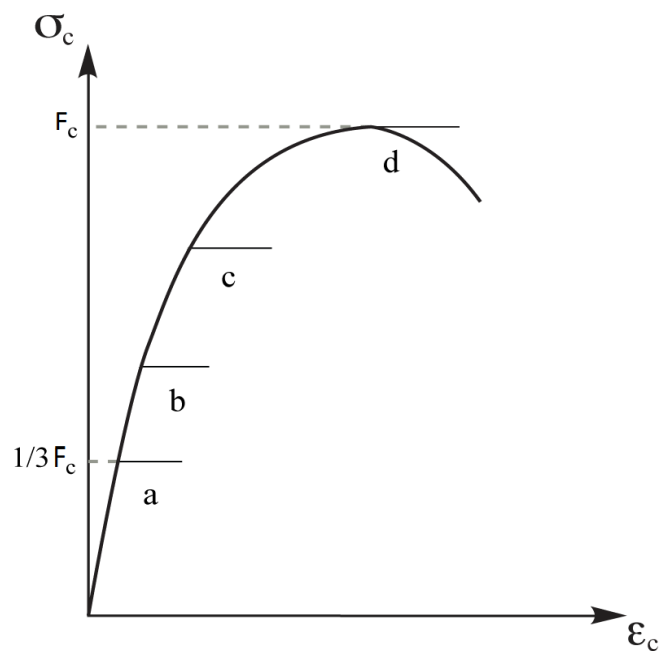


Fig. 2.5 - Diferentes zonas no diagrama tensão-extensão do betão

A zona *a* corresponde à zona do comportamento linear do betão com rigidez constante. A zona *b* corresponde a uma perda ligeira de rigidez do betão, onde se desenvolvem de forma lenta e estabilizada fissuras no betão. A terceira zona, *c*, caracteriza-se pelo valor das tensões ser suficientemente elevado para provocar fissuras na estrutura interna do betão, podendo criar fissuras de comprimento elevado. Por último, na zona *d*, resultado do crescimento das tensões no betão, as fissuras atingem um comprimento crítico, podendo crescer rapidamente até à rotura.

2.2.2. COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO AÇO

A análise do comportamento não linear do aço baseia-se no diagrama tensão-extensão cujos resultados se obtiveram a partir de um ensaio de tracção simples de um varão desse material (figura 2.6).

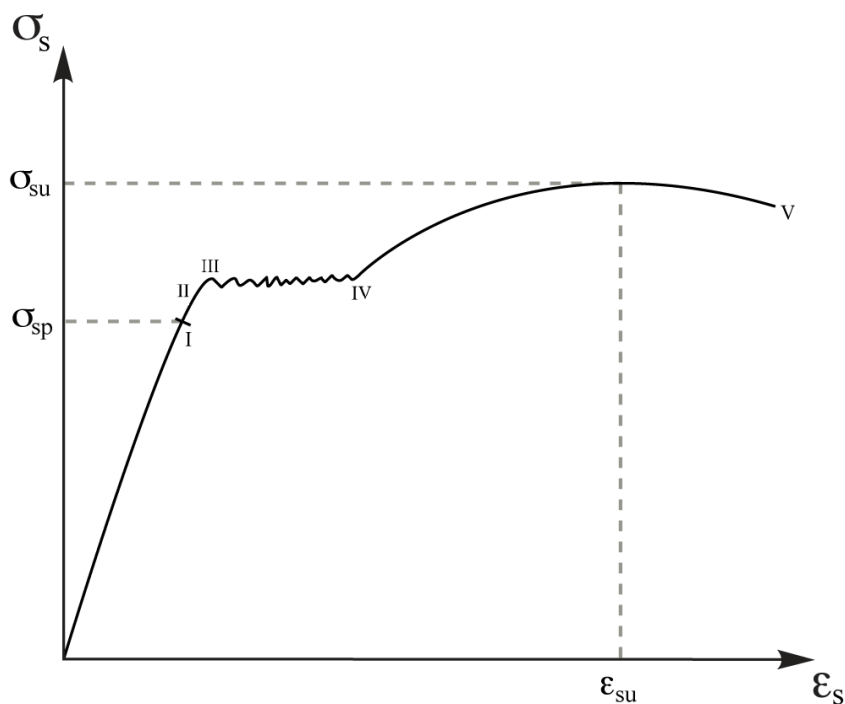


Fig. 2.6 - Relação tensão-deformação de um aço macio

Na figura 2.6 é identificada uma primeira zona, da origem até I, onde se verifica uma proporcionalidade entre tensões e extensões, caracterizada pelo módulo de elasticidade do material (E_s) e representada pela expressão da Lei de *Hooke* (equação 2.1).

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.1)$$

A tensão no ponto I é a tensão limite de proporcionalidade. Até I, existe um comportamento linear elástico, ou seja, quando efectuada uma descarga, todas as deformações são reversíveis e, assim, a extensão residual é nula.

Apesar de não existir linearidade em I-II, o comportamento elástico permanece. No ponto II a tensão assume o valor limite de elasticidade. Como este é um ponto difícil de determinar, geralmente usa-se como referência o ponto III, que diz respeito à tensão limite de cedência, por se encontrar próximo do outro.

A partir do ponto II o tracado desvia-se da linearidade. Quando efectuada uma descarga, a curva correspondente já não segue a curva de carga, por consequência, o material apresenta deformação residual permanente.

A transição do domínio elástico para o plástico varia conforme o tipo de aço. No caso dos aços duros não é nítido o início da plastificação, sendo o limite de elasticidade definido pela tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.2%. Esta tensão é determinada através da intersecção do diagrama tensão-extensão com uma recta paralela ao troço rectilíneo e passando pela extensão de 0.2% (figura 2.7).

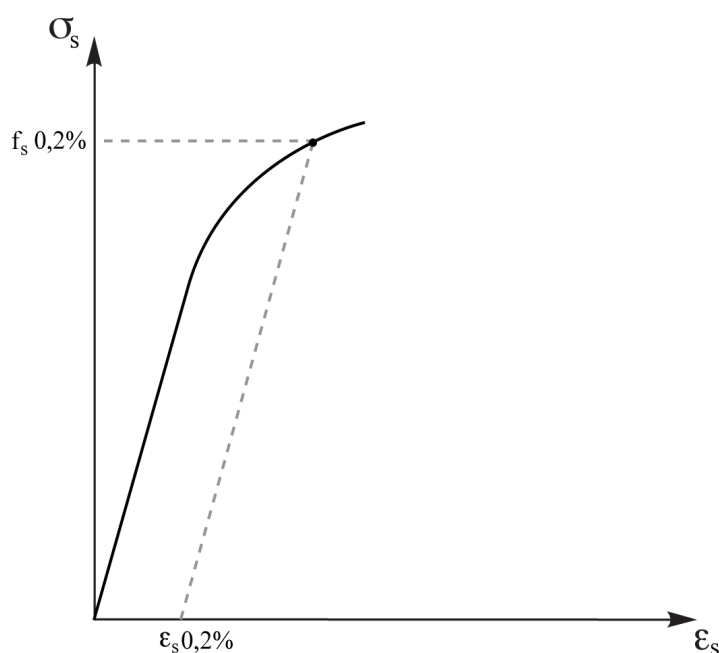


Fig. 2.7 - Definição da tensão limite de proporcionalidade a 0.2%

Por sua vez, os aços macios exibem um efeito de cedência a partir de III, ao qual corresponde uma deformação plástica a uma tensão praticamente constante. Para tensões superiores à tensão limite de cedência, caso o provete seja descarregado e de seguida carregado, o aço apresentará um limite de elasticidade mais alto. Este fenómeno é designado por encruamento.

Uma vez ultrapassada a transição entre o domínio elástico e plástico surgem deformações plásticas crescentes até à rotura completa do provete. Toma-se para tensão máxima resistente a do ponto de maior tensão no diagrama, a partir do qual se verifica um decréscimo de tensão. Decréscimo este determinado pelo facto da redução da secção transversal já não ser compensada pelo encruamento, o que acontece depois de se ter sido atingida a força máxima. A deformação torna-se localizada e dá origem a um adelgaçamento do provete (estricção) que conduz a uma rotura rápida (ponto V, figura 2.6)

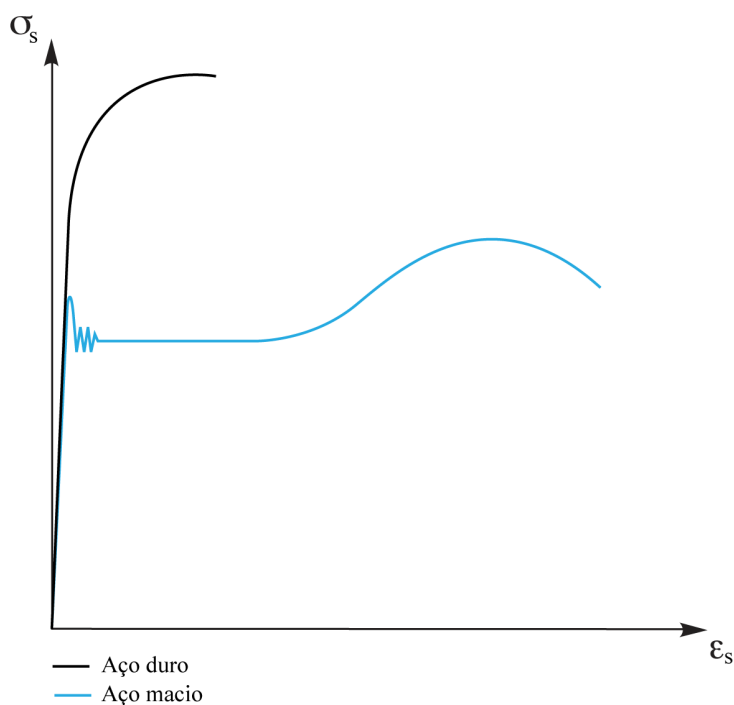


Fig. 2.8 - Diagrama tensão-extensão de acos macios e acos duros

Na figura 2.8 comparam-se os dois tipos de acos (macios e duros). Apesar de ambos os acos terem igual módulo de elasticidade, os acos duros comparativamente aos acos macios não apresentam patamar de cedência, têm tensões limite de proporcionalidade e de rotura mais elevadas e extensões na rotura e pós-rotura bastante inferiores.

2.3. MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO LINEARES

A análise de estruturas de betão envolve em geral a modelação não linear de materiais. Por isso, requer conhecimentos básicos de resolução de problemas não lineares.

Seguidamente são descritos dois métodos de resolução de problemas não lineares (de acordo com [6], [12] e [22]): o método de *Newton-Raphson* e o método de *Newton-Raphson* modificado.

Partindo de um ponto no caminho do equilíbrio $(a_0, \lambda_0 p)$, como mostra a figura 2.9, onde a_0 é o vector deslocamento actual, λ_0 é o parâmetro de incremento da força e p é o vector referência das forças aplicadas, o equilíbrio pode escrever-se como

$$\lambda p - f(a) = 0 \quad (2.2)$$

ou

$$K(a)a - f(a) = 0 \quad (2.3)$$

onde f é o vector das forças internas e é função do actual estado de deslocamento. A solução do sistema de equações é obtida por

$$Ka - f = 0 \quad (2.4)$$

e pode ser calculada directamente por um sistema linear. Contudo, para um sistema não linear, é necessária uma aproximação iterativa com soluções sucessivas do sistema linear, até se obter convergência.

2.3.1. MÉTODO DE *NEWTON-RAPHSON*

O esquema de iteração mais usado para solução de equações não lineares é o método de *Newton-Raphson* (figura 2.9).

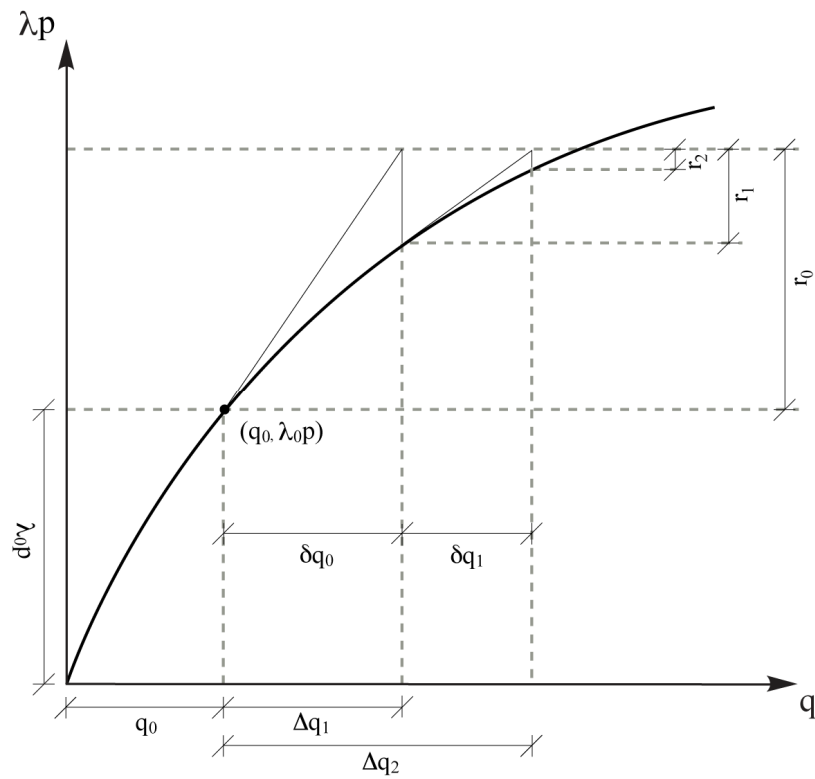


Fig. 2.9 - Representação esquemática do método de *Newton-Raphson*, adaptado de [6]

Nos casos em que a equação 2.2 não pode ser resolvida de forma exacta, as forças residuais na iteração número n podem ser escritas como

$$r(a_i) = \Delta \lambda p - f(a_i) \quad (2.5)$$

A equação 2.5 pode ser diferenciada em relação a a para obter

$$\frac{d}{da}(r(a_i)) = -\frac{df(a_i)}{da} = -K(a_i) \quad (2.6)$$

Se a aproximação $a = a_i$ é estabelecida, então a expressão pode ser escrita como

$$r(a_{i+1}) = r(a_i) + \frac{dr}{da}(a_i) \delta a_i = 0 \quad (2.7)$$

onde $\delta a_i = \Delta a_{i+1} - \Delta a_i$ e, assim sendo

$$r(a_i) = K(a_i) \delta a_i \quad (2.8)$$

Substituindo a equação 2.8 na equação 2.7 e rearranjando vem que

$$\delta a_i = K(a_i)^{-1}(\Delta \lambda p - f(a_i)) \quad (2.9)$$

Considerando $K(a_i)$, a matriz rigidez para o actual estado de deslocamento, como K_T^i , vem que

$$\delta a_i = K_T^{i-1}(\Delta \lambda p - f(a_i)) \quad (2.10)$$

2.3.2. MÉTODO DE *NEWTON-RAPHSON* MODIFICADO

Pelas equações descritas acima verifica-se a necessidade de formulação de uma nova matriz de rigidez para cada ciclo iterativo, e a solução do novo sistema de equações tem que ser iniciada.

Para ultrapassar esta dificuldade é feita, geralmente, a aproximação $K_T^i = K_T^0$, que modifica a equação 2.10 para

$$\delta a_i = K_T^{0-1}(\Delta \lambda p - f(a_i)) \quad (2.11)$$

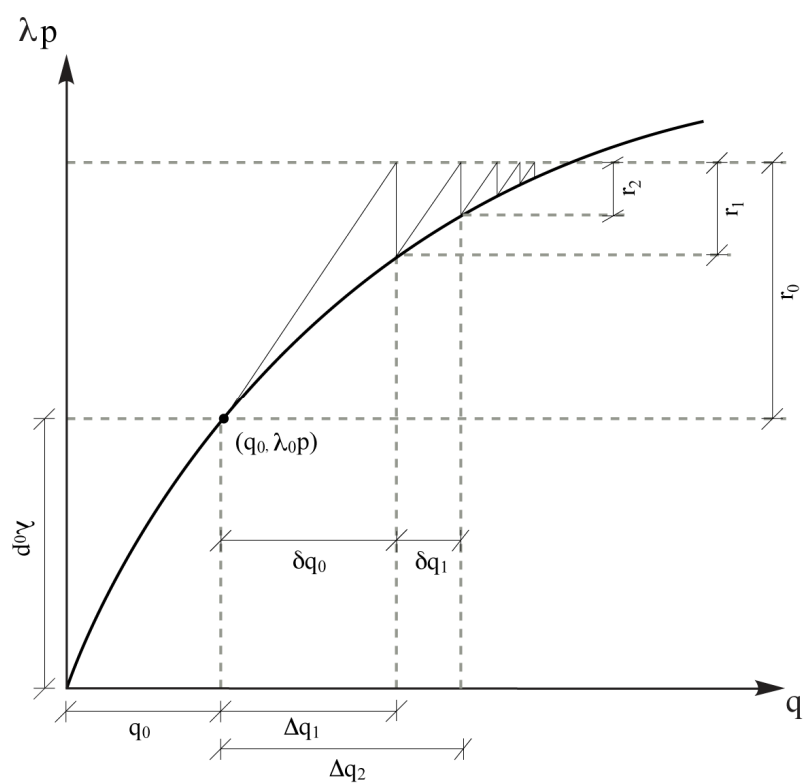


Fig. 2.10 - Representação esquemática do método de *Newton-Raphson* modificado. adaptado de [6]

Assim a solução de cada iteração é acelerada, contudo, são necessárias mais iterações para que haja convergência (figura 2.10).

3

MODELOS DE ANÁLISE NÃO LINEAR

3.1. INTRODUÇÃO

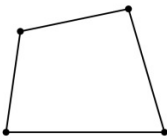
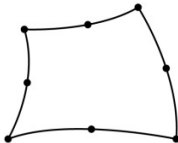
No presente capítulo é descrito o programa *FEMIX* 4.0, uma ferramenta de extrema utilidade, por ser parte integrante das simulações não lineares efectuadas nos capítulos seguintes. São ainda descritos os modelos matemáticos para o betão e para o aço usados no programa *FEMIX* 4.0.

3.2. PROGRAMA *FEMIX* 4.0

O *FEMIX* 4.0 é um programa informático dedicado à análise estrutural que utiliza o MEF. A versão 4.0 do programa começou a ser desenvolvida em 2000 por Álvaro Azevedo, Joaquim Barros e José Sena Cruz. A partir de 2002 passou a contar com a colaboração de Ventura Gouveia e em 2004 de Alberto Ribeiro e Vítor Cunha.

O *FEMIX* 4.0 efectua análises lineares e não lineares para diversos tipos elementos finitos planos ou a três dimensões. Na tabela 3.1 são apresentados alguns elementos finitos planos presentes no *FEMIX* 4.0 e utilizados no presente trabalho. Para a visualização mais pormenorizada deste e outros elementos consultar [1].

Tabela 3.1 – Alguns tipos de elementos finitos presentes no código computacional do *FEMIX* 4.0

Descrição	Forma
Linear de 2 nós	
Quadrático de 3 nós	
Lagrangiano de 4 nós	
Serendipity de 8 nós	

No presente trabalho apenas são analisadas estruturas para o estado plano de tensão, como mostra a figura 3.1, estruturas com espessura reduzida e com as forças a actuar no plano da mesma.

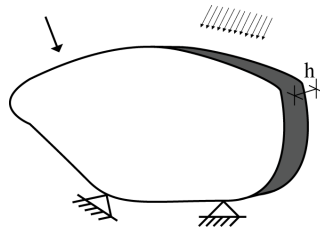


Fig. 3.1 - Estado plano de tensão

Contudo, o programa *FEMIX* 4.0 admite ainda outro tipo de estruturas:

- estruturas no estado plano de deformação (figura 3.2) caracterizadas por uma espessura grande ou deformações impedidas segundo h . Neste tipo de estruturas as forças são paralelas ao plano médio:

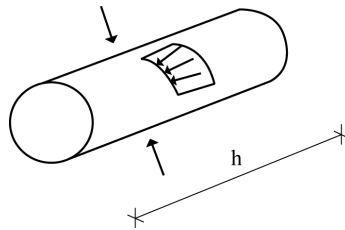


Fig. 3.2 - Estado plano de deformação

- estruturas axissimétricas (figura 3.3) nas quais a estrutura e as accões são axissimétricas em relação a um eixo:

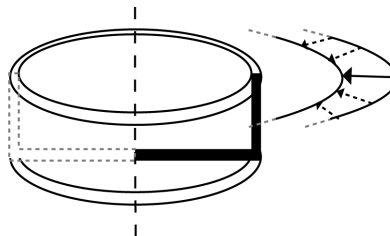


Fig. 3.3 - Estado axissimétrico

- sólidos tridimensionais com accões tridimensionais sem qualquer restrição (figura 3.4);

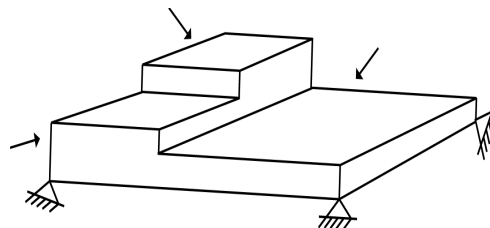


Fig. 3.4 - Sólido tridimensional

- lajes, que são estruturas caracterizadas por espessura reduzida e com forças normais à superfície média (figura 3.5);

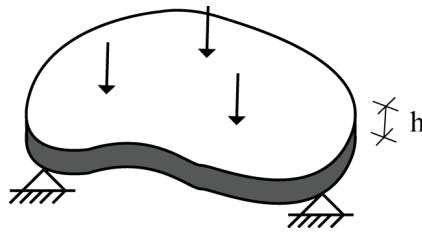


Fig. 3.5 - Laje

- cascas, de estrutura laminar com uma superfície média qualquer (figura 3.6);

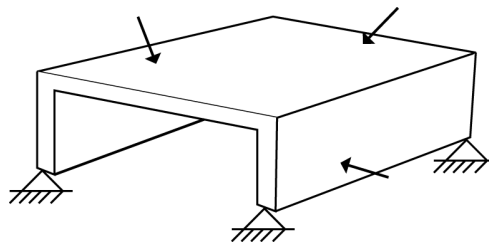


Fig. 3.6 - Casca

- pórticos tridimensionais (figura 3.7) e trelicas tridimensionais (figura 3.8).

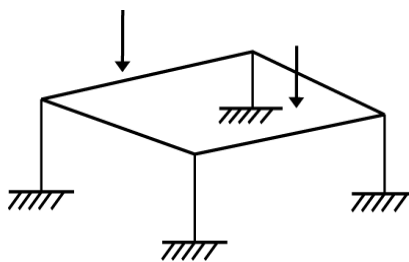


Fig. 3.7 - Pórtico tridimensional

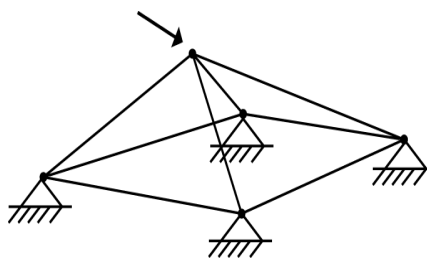


Fig. 3.8 - Trelica tridimensional

A resolução de um problema no *FEMIX* 4.0 para uma análise linear material segue o seguinte faseamento: de início é feita a leitura e validação dos dados, sendo posteriormente calculada a matriz de rigidez dos elementos. Segue-se depois o cálculo das acções nodais equivalentes e a montagem na matriz de rigidez global. Por fim é feita a introdução das condições fronteira e a resolução do sistema de equações lineares por um método iterativo ou directo.

Na análise não linear material, o *FEMIX* 4.0 tem em consideração a fendilhacção do betão sob esforços de tracção e o esmagamento do betão comprimido, assim como a plastificação do aço. Pode seleccionar-se para o betão a análise não linear à compressão, à tracção, ou a ambas em conjunto. Com o bloco de dados *NLMM* 101 é considerada a análise linear do betão à compressão e não linear à tracção; com o bloco *NLMM* 121 é considerada uma análise não linear à compressão e linear à tracção; e com o bloco *NLMM* 141 é feita uma análise não linear à compressão e à tracção.

A resolução de problemas não lineares no programa é feita por uma análise incremental-iterativa. A carga aumenta por intermédio de vários factores de carga que crescem até à rotura da estrutura. Para cada combinação de carga é possível obter um sistema de equações não lineares, que pode ser resolvido com recurso a vários métodos de resolução de problemas não lineares, como alguns descritos no capítulo 2.3. O método mais comumente utilizado e empregue também nas simulações dos capítulos seguintes, é o método de *Newton-Raphson*.

É possível conhecer a evolução da estrutura para cada incremento de carga até à rotura, pois para cada ponto de integração pode obter-se, para cada factor de carga, informações relativas aos estados do betão (estado de deformação, estado de tensão e estado de fendilhacção) e do aço (estado de deformação e estado de tensão).

No programa *FEMIX* 4.0 as simulações não lineares podem ser efectuadas por controlo da força ou por controlo do deslocamento. Na maioria das simulações efectuadas no presente trabalho é utilizado o controlo da força, sendo que em alguns casos se recorre também ao controlo do deslocamento. Neste caso em vez de ser feito o aumento da força num ponto até à rotura, é colocado no ponto de aplicação da carga um apoio onde é prescrito um deslocamento que aumenta até a rotura da estrutura.

3.3. MODELO DE SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO BETÃO

Para simulação da resposta estrutural das estruturas de betão armado é necessário que o programa contenha no seu código computacional modelos constitutivos formulados por idealizações matemáticas, que permitam representar um comportamento mais próximo do real dos materiais envolvidos.

Em seguida são apresentados os modelos presentes no *FEMIX* 4.0 para o betão e para o aço, sendo que para o betão à tracção e o betão à compressão os modelos são distintos.

3.3.1. COMPORTAMENTO DO BETÃO À TRACÇÃO – TEORIA DAS FENDAS

O modelo das fendas discretas e o das fendas distribuídas (figura 3.9) são os mais usados para simular a fractura do betão à tracção, quando simulado pelo MEF.

Para estruturas com percentagem de armadura que garanta a estabilização da fendilhacção o modelo das fendas distribuídas é o mais adequado, pois várias fendas se podem formar na estrutura. O modelo das fendas discretas por sua vez, o mais adequado para simular estruturas de betão onde o comportamento

é condicionado pela ocorrência de um pequeno número de fendas ou quando se pretende analisar uma estrutura já fendilhada.

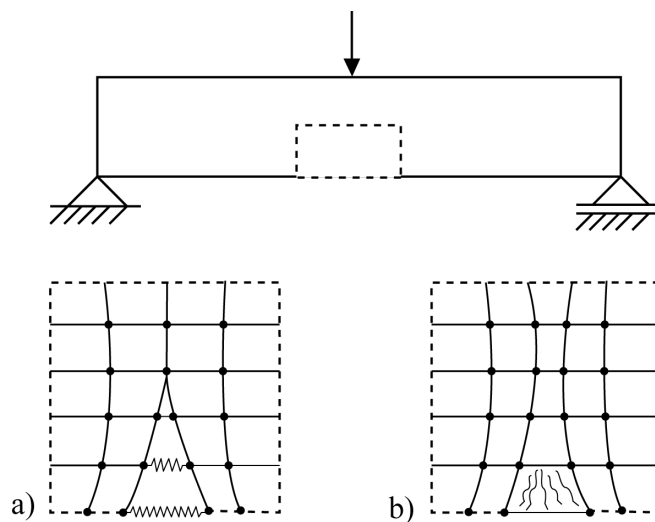


Fig. 3.9 - Modelos das fendas a) discretas b) distribuídas

Em seguida é feita uma descrição sintetizada do modelo das fendas discretas somente para a explicação do modelo e comparação com o utilizado neste trabalho, que é o modelo das fendas distribuídas.

O modelo das fendas discretas consiste, então, na consideração de fendas localizadas, sendo necessário fazer alterações na malha de elementos finitos sempre que a fenda progride (figura 3.10). Se a progressão da fenda for pequena, uma modificação das coordenadas dos nós é suficiente, caso contrário é necessário reformular totalmente a malha introduzindo as novas coordenadas dos nós.

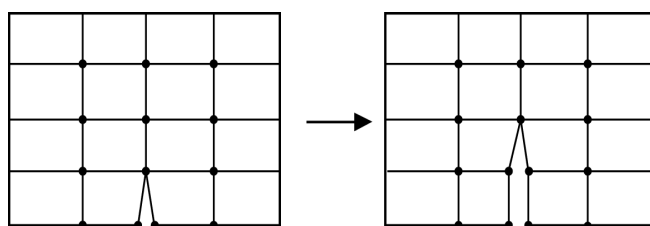


Fig. 3.10 - Progressão de uma fenda discreta

3.3.1.1. Modelo das fendas distribuídas – *smeared crack model*

Após o início da fendilhacão, o pressuposto base do modelo das fendas distribuídas, é a decomposição do vector incremental das extensões $\Delta \underline{\epsilon}$, num vector incremental da extensão da fenda $\Delta \underline{\epsilon}^{fe}$ e num vector incremental de extensões do betão entre fendas $\Delta \underline{\epsilon}^{be}$.

$$\Delta \underline{\epsilon} = \Delta \underline{\epsilon}^{fe} + \Delta \underline{\epsilon}^{be} \quad (3.1)$$

i. Tensões e extensões na fenda

A figura 3.11 mostra a morfologia de uma fenda para o estado plano de tensão. São visíveis dois deslocamentos que mostram o movimento relativo dos lábios da fenda: o deslocamento da abertura da fenda w , e o deslocamento do deslizamento da fenda s . Na figura 3.11 os eixos n (normal) e t (tangente) definem o sistema de coordenadas locais da fenda (SCLF).

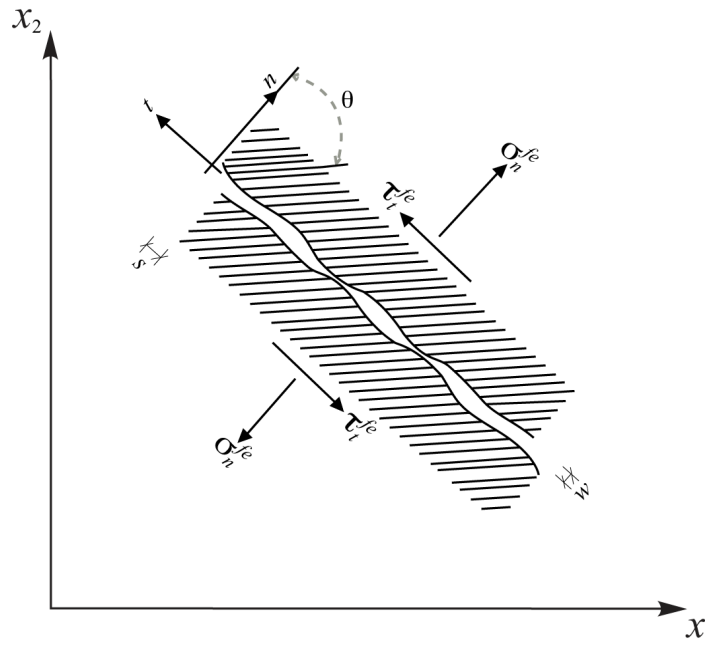


Fig. 3.11 - Morfologia de uma fenda

No modelo das fendas distribuídas é feita aproximação onde w é substituído por ϵ_n^{fe} (extensão normal da fenda) e s por γ_t^{fe} (extensão de corte da fenda), ambos no SCLF. A mesma aproximação é feita para o incremento da extensão normal e de corte da fenda ($\Delta \epsilon_n^{fe}$ e $\Delta \gamma_t^{fe}$).

O vector incremental da extensão da fenda no SCLF, $\Delta \underline{\epsilon}_l^{fe}$, é definido por

$$\Delta \underline{\epsilon}_l^{fe} = [\Delta \epsilon_n^{fe} \quad \Delta \gamma_t^{fe}]^T \quad (3.2)$$

O vector incremental da extensão da fenda no sistema de coordenadas global (SCG), $\Delta \underline{\epsilon}^{fe}$, tem as seguintes três componentes

$$\Delta \underline{\epsilon}^{fe} = [\Delta \epsilon_1^{fe} \quad \Delta \epsilon_2^{fe} \quad \Delta \gamma_{12}^{fe}] \quad (3.3)$$

A transformação do vector incremental das extensões da fenda do sistema SCLF para SCG é dada pela equação

$$\Delta \underline{\varepsilon}^{fe} = \underline{T}^{fe} \Delta \underline{\varepsilon}_l^{fe} \quad (3.4)$$

onde $\underline{T}^{fe}$ é a matriz transformação da extensão da fenda. O vector incremental das tensões na fenda no SCLF é dado pela seguinte equação

$$\Delta \underline{\sigma}_l^{fe} = \begin{bmatrix} \Delta \sigma_n^{fe} & \Delta \tau_t^{fe} \end{bmatrix}^T \quad (3.5)$$

onde $\Delta \sigma_n^{fe}$ é o incremento da tensão normal na fenda e $\Delta \tau_t^{fe}$ é o incremento da tensão tangencial na fenda. A relação entre o vector incremental das tensões na fenda ($\Delta \underline{\sigma}_l^{fe}$) e o vector incremental da tensão no SCG ($\Delta \underline{\sigma}$) pode ser definido como

$$\Delta \underline{\sigma}_l^{fe} = \underline{T}^{fe} \Delta \underline{\sigma} \quad (3.6)$$

ii. Modos de fractura do betão

A figura 3.12 ilustra os diferentes tipos de fractura do betão. Para estruturas sujeitas a estado plano de tensão apenas se desenvolvem os modos I e II de fractura.

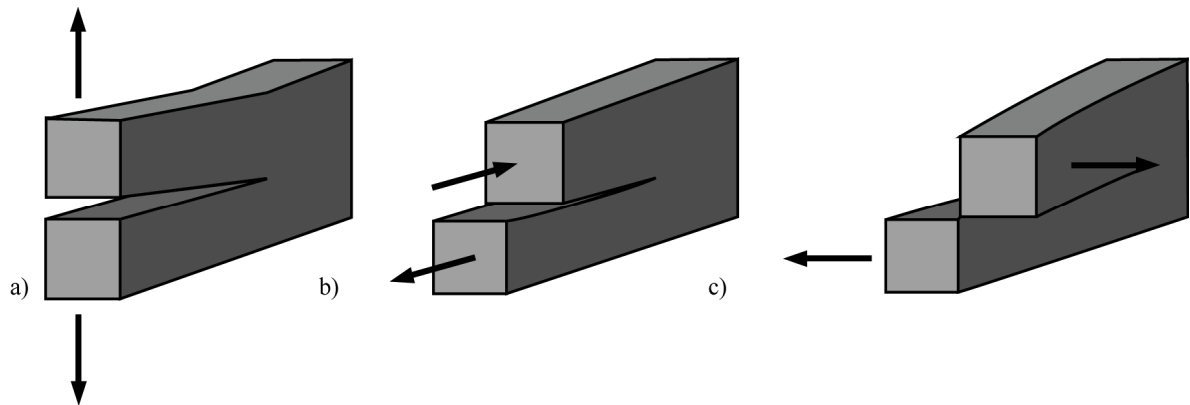


Fig. 3.12 - Modos de fractura – a) I b) II c) III

O modo de fractura I (figura 3.12 a)), que representa a abertura relativa das faces da fenda no plano da estrutura e o modo de fractura II (figura 3.12 b)), que representa o deslizamento relativo das faces da fenda no plano da estrutura, podem ser modelados desde que se conheçam os respectivos parâmetros de fractura.

iii. Lei constituinte do betão

Assumindo um comportamento linear elástico para o betão entre fendas, a relação constitutiva entre $\Delta \underline{\varepsilon}^{be}$ e $\Delta \underline{\sigma}$ é dado por

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{D}^{be} \Delta \underline{\varepsilon}^{be} \quad (3.7)$$

sendo $\underline{D}^{be}$ a matriz constitutiva de acordo com a lei de *Hooke*

$$\underline{D}^{be} = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_c & 0 \\ \nu_c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_c)/2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

onde E_c é o módulo de elasticidade do betão e ν_c o coeficiente de *Poisson* do betão.

De uma forma semelhante, é estabelecida uma relação entre $\Delta \underline{\sigma}_I^{fe}$ e $\Delta \underline{\varepsilon}_I^{fe}$ para simular a abertura e o deslizamento tangencial da fenda através de

$$\Delta \underline{\sigma}_I^{fe} = \underline{D}^{fe} \Delta \underline{\varepsilon}_I^{fe} \quad (3.9)$$

onde $\underline{D}^{fe}$ é a matriz constitutiva da fenda que inclui os parâmetros da fenda para o modo I e II de fractura.

$$\underline{D}^{fe} = \begin{bmatrix} D_I^{fe} & 0 \\ 0 & D_{II}^{fe} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

onde D_I^{fe} e D_{II}^{fe} são o módulo de rigidez correspondente ao modo de fractura I e II, respectivamente.

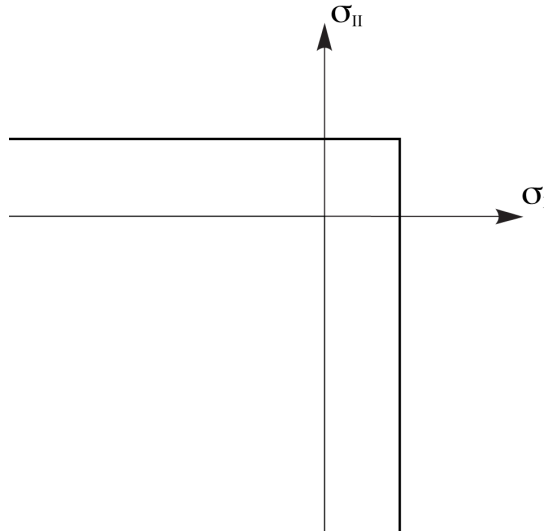
Para o betão fendilhado a lei constitutiva é

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{D}^{febe} \Delta \underline{\varepsilon} \quad (3.11)$$

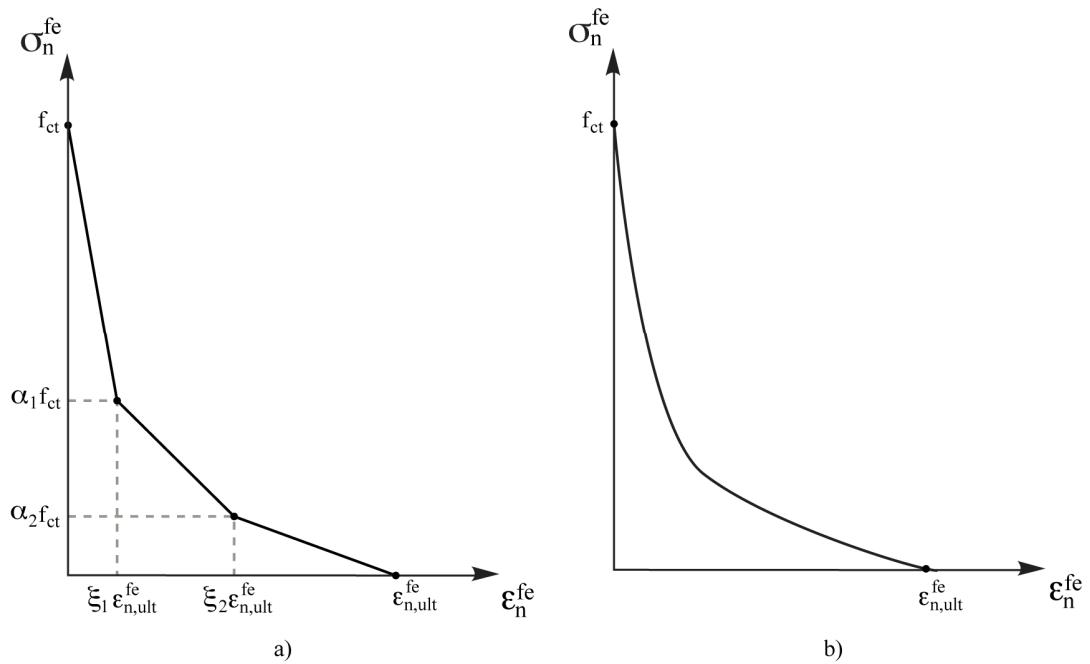
onde $\underline{D}^{febe}$ é a matriz constitutiva para o betão fendilhado.

iv. Parâmetros de fractura

No presente modelo o início da fendilhacção é regulado pela superfície de cedência de *Rankine* (figura 3.13). Quando a tensão principal máxima, σ_I , excede o valor da resistência à tracção f_{ct} , forma-se uma fenda, isto é, sempre que o espaço delimitado na figura 3.13 é ultrapassado.

Fig. 3.13 - Superfície de cedência de *Rankine*

De acordo com [29], a abordagem mais adequada para simular a propagação da fenda quando se trabalha com elementos finitos é ter em conta a forma do diagrama do *tension softening* e a energia de fractura.

Fig. 3.14 - Diagramas de *tension softening* a) trilinear b) exponencial, adaptado de [11]

No código computacional do *FEMIX 4.0*, o diagrama de *tension softening* pode assumir duas formas, exponencial ou trilinear (*Cornelissen*), visíveis na figura 3.14.

Para o diagrama trilinear a definição da tensão normal última na fenda, $\varepsilon_{n,ult}^{fe}$, obtém-se por

$$\varepsilon_{n,ult}^{fe} = k_4 \frac{G_f}{f_{ct} h} \quad (3.12)$$

onde

$$k_4 = \frac{2}{\xi_1 + \alpha_1 \xi_2 - \alpha_2 \xi_1 + \alpha_2} \quad (3.13)$$

e os parâmetros α_1 , ξ_1 , α_2 , e ξ_2 são definidos de acordo com o descrito no capítulo 4.4.

A energia de fractura, G_f , é a energia necessária para propagar uma fenda de tracção de unidade de área. A energia de fractura é assumida como sendo um parâmetro do material e pode ser estimada através da resistência à compressão e dimensão máxima do agregado. É dada pela equação 3.14, presente em [3]

$$G_f = G_{f0} \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0.7} \quad (3.14)$$

onde f_{cm0} é igual a 10 MPa e G_{f0} é o valor base da energia de fractura. O valor base da energia de fractura depende da d_{max} de acordo com a tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Valores base da energia de fractura G_{f0}

d_{max} (mm)	G_{f0} (Nmm/mm ²)
8	0.025
16	0.030
32	0.058

No modelo das fendas distribuídas a zona de fractura é distribuída ao longo de uma certa distância do elemento finito, designada por largura da banda de fendilhacção (h), onde é assumida uma distribuição constante da extensão (figura 3.15).

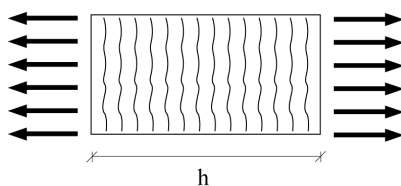


Fig. 3.15 – Largura da banda de fendilhacção

No presente modelo, h pode ser estimada de três maneiras diferentes, sendo estas opções de escolha do programa *FEMIX* 4.0. Pode ser igual à raiz quadrada da área associada ao elemento finito, igual à raiz quadrada do ponto de integração ou ainda igual a uma constante.

O factor de retenção de rigidez de corte, β , depende da tensão normal na fenda e da tensão normal última na fenda. Este é obtido por

$$\beta = \left(1 - \frac{\varepsilon_n^{fe}}{\varepsilon_{n,ult}^{fe}} \right)^{D_1} \quad (3.15)$$

onde D_1 é um parâmetro que pode assumir os valores 1, 2, ou 3. Quando $\varepsilon_n^{fe} = 0$, que corresponde a uma fenda fechada, é assumida uma interligação completa entre os lábios da fenda. Para fendas completamente abertas onde $\varepsilon_n^{fe} \geq \varepsilon_{n,ult}^{fe}$, o factor de retenção de rigidez de corte é igual a zero.

A capacidade de transferência de tensões de corte diminui com o aumento da deformação normal à fenda, visto que diminui o embricamento entre as faces da mesma. Para simular este comportamento, a maior parte dos modelos constitutivos definem β como uma função cujo valor diminui com o aumento da extensão de tracção normal à fenda.

A capacidade de resistência do betão fendilhado a tensões de tracção aumenta com a introdução de armaduras. Quando um elemento de betão armado fendilha, as tensões no betão na secção da fenda decrescem consideravelmente, forçando a que as armaduras que atravessam as fendas absorvam quase integralmente as forças instaladas. Como o betão e as armaduras se deformam de formas distintas dá-se um deslizamento relativo entre os dois, criando-se entre as fendas tensões tangenciais na interface armadura-betão, com transferência de tensões da armadura para o betão (figura 3.16). Este fenómeno é designado por *tension stiffening*.

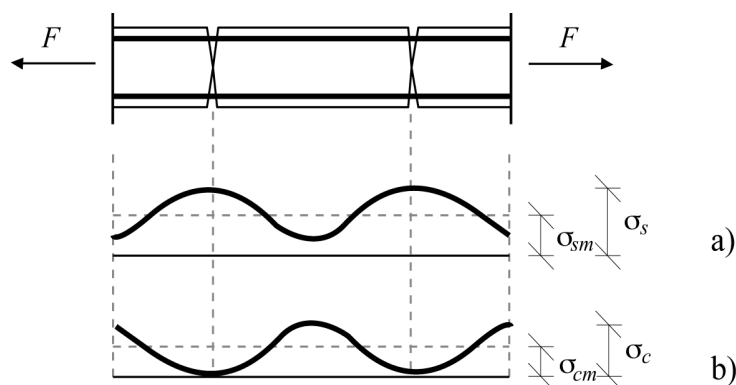
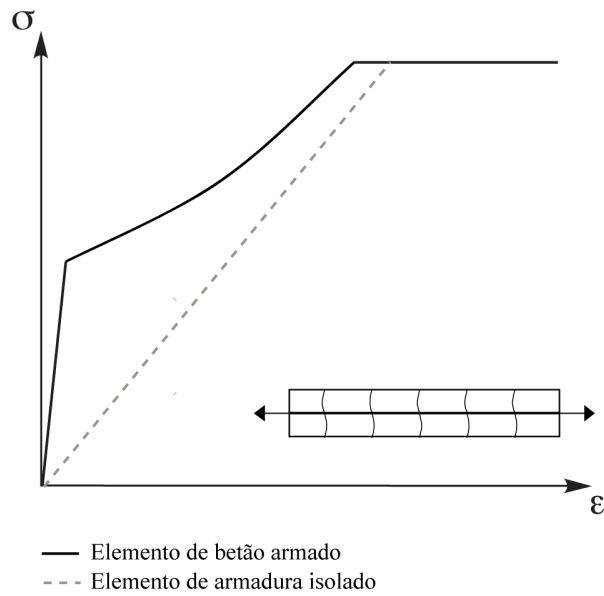


Fig. 3.16 - Distribuição de tensões num tirante de betão armado: a) na armadura b) no betão

A diferença no comportamento observada da resposta de um elemento armadura isolado e da resposta de um elemento de betão armado, é a capacidade do material de *tension stiffening* (figura 3.17).


 Fig. 3.17 – Esquema do efeito *tension stiffening*

3.3.1.2. Modelo das múltiplas fendas distribuídas – *multi-fixed smeared crack concept*

No modelo anteriormente descrito apenas uma fenda se podia formar por cada ponto de integração. No modelo agora abordado, admite-se a formação de múltiplas fendas fixas em cada ponto de integração, não estando restrito o ângulo entre elas a 90° .

Para a formação de n_{fe} fendas em cada ponto de integração, a matriz de transformação generalizada da fenda, $\underline{T}^{fe}$, e a matriz constitutiva da fenda $\underline{D}^{fe}$, adoptam o seguinte formato:

$$\underline{T}^{fe} = [\underline{T}_1^{fe}(\theta_1) \quad \underline{T}_2^{fe}(\theta_2) \quad \dots \quad \underline{T}_{n_{fe}}^{fe}(\theta_{n_{fe}})]^T \quad (3.16)$$

$$\underline{D}^{fe} = \begin{bmatrix} \underline{D}_1^{fe} & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{D}_2^{fe} & \dots & \underline{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{D}_{n_{fe}}^{fe} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Nestas matrizes $\underline{T}_i^{fe}(\theta_i)$ corresponde à matriz transformação da fenda número i e $\underline{D}_i^{fe}$ à matriz constitutiva da fenda número i .

A iniciação da fendilhacão ocorre quando a tensão principal máxima ultrapassa a resistência do betão à tracção, f_{ct} . Assumindo que ainda existe contacto entre as faces das fendas, as tensões tangenciais podem ser transmitidas através dos lábios das fendas. Devido a isto, a orientação das tensões principais pode alterar-se ao longo do carregamento. Assim, a tensão principal do betão entre fendas pode voltar a ultrapassar a resistência à tracção do betão.

No presente modelo, é iniciada uma nova fenda (figura 3.18) quando as duas seguintes condições são satisfeitas simultaneamente: a tensão principal máxima σ_I exceder f_{ct} ; e o ângulo entre a direcção da fenda existente e a direcção de σ_I , θ_I , exceder o valor predefinido de α_{th} . α_{th} é o ângulo mínimo entre fendas, visível na figura 3.11, e varia habitualmente entre 30° e 60°.

Num ponto de integração anteriormente fendilhado a energia de fractura disponível para a formação da próxima fenda G_f^{seg} é calculada pela seguinte expressão

$$G_f^{seg} = (G_f - G_{f,disp}) \left(\frac{\alpha}{\pi/2} \right)^{D_2} + G_{f,disp} \quad (3.18)$$

onde D_2 é um parâmetro que pode assumir o valor de 1, 2 ou 3. α é o ângulo em radianos entre a fenda anterior e a próxima fenda, e $G_{f,disp}$ é a energia de fractura disponível da fenda anterior. O seu valor obtém-se subtraindo a energia de fractura consumida pela fenda anterior, $G_{f,cons}^{ant}$, à energia de fractura do betão.

$$G_{f,disp} = G_f - G_{f,cons}^{ant} \quad (3.19)$$

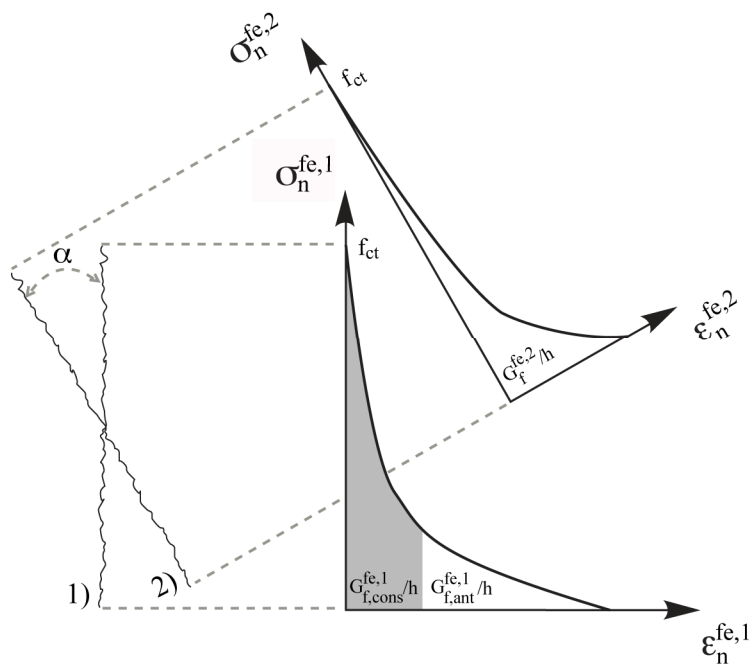


Fig. 3.18 - Energia de fractura disponível para a próxima fenda

i. Estados da fenda

Neste modelo, uma fenda pode passar por seis estados desde a sua iniciação (figura 3.19). São eles: *initiating*, *opening*, *closing*, *closed*, *reopening* e *fully open*.

As fendas no estado *initiating* (1) aparecem quando a tensão principal máxima de tracção alcança f_{ct} . As fendas no estado *opening* (2) resultam do desenvolvimento das fendas no estado anterior. Aqui é verificada uma imediata redução da tensão normal à fenda, que diminui com a sua abertura progressiva, resultado da diminuição do embricamento entre os lábios da fenda. As fendas no estado *closing* (3) são resultado das fendas que se encontravam no estado anterior (2), mas que em vez de continuar a aumentar, essa abertura é reduzida, começando a fechar. As fendas no estado *closed* (4) são um caso particular das fendas no estado (3), ocorrendo nestas o contacto entre as superfícies previamente fendilhadas. As fendas no estado *reopening* (5) são fendas que já se encontraram no estado (3) e agora voltam a ter um aumento da sua abertura. Por último as fendas no estado *fully open* (6) são fendas que se encontram completamente abertas, não existindo entre os lábios da fenda qualquer contacto.

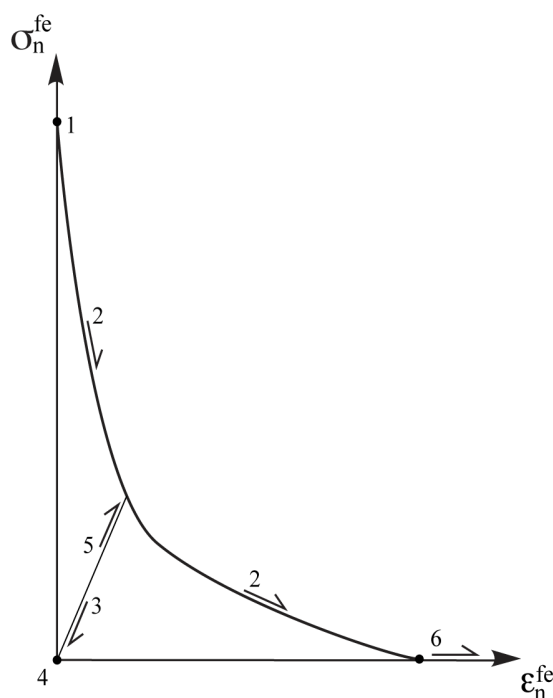


Fig. 3.19 - Estados da fenda

3.3.2. COMPORTAMENTO DO BETÃO À COMPRESSÃO – TEORIA DA PLASTICIDADE

A teoria da plasticidade tem sido muito utilizada para simular comportamentos de estruturas cujos materiais sofrem deformações irreversíveis. No modelo utilizado neste trabalho, esta teoria é utilizada para simular o comportamento do betão à compressão.

A teoria da plasticidade tem como base a decomposição do vector dos incrementos das componentes de extensão, $\Delta \underline{\varepsilon}$, numa parte elástica reversível $\Delta \underline{\varepsilon}^e$ e numa parte irreversível plástica $\Delta \underline{\varepsilon}^p$

$$\Delta \underline{\varepsilon} = \Delta \underline{\varepsilon}^e + \Delta \underline{\varepsilon}^p \quad (3.20)$$

A matriz constitutiva elástica, $\underline{D}^e$, é usada para obter o incremento do vector tensão $\Delta \underline{\sigma}$

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{D}^e \Delta \underline{\varepsilon}^e = \underline{D}^e (\Delta \underline{\varepsilon} - \Delta \underline{\varepsilon}^p) \quad (3.21)$$

As relações constitutivas que definem o modelo da plasticidade são baseadas na superfície de cedência, lei do fluxo ou do escoamento plástico e na lei do endurecimento.

A superfície de cedência definida no espaço de tensão limita o domínio do comportamento elástico. Em geral, esta superfície é função do estado de tensão num ponto, $\underline{\sigma}$, e duas variáveis a e k , que definem a evolução da superfície de cedência. A equação geral define-se por:

$$f(\underline{\sigma}, a, k) = 0 \quad (3.22)$$

onde a localiza a origem da superfície de cedência, e k é o parâmetro escalar de endurecimento, que define a quantidade de endurecimento ou amolecimento.

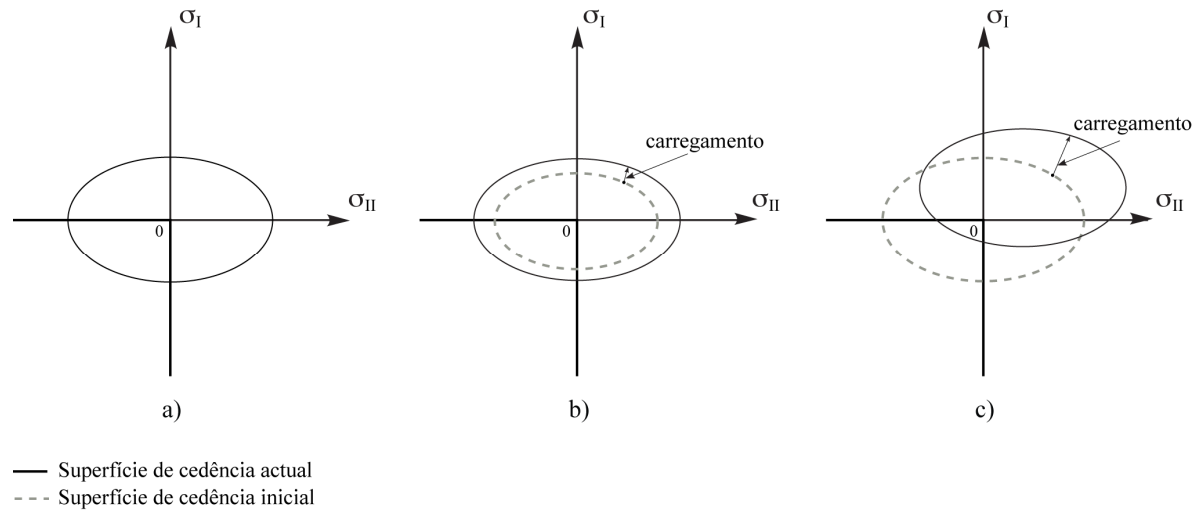


Fig. 3.20 - Tipos do endurecimento a) perfeitamente plástico b) isotrópico c) cinemático

Na figura 3.20, a define a localização da origem da superfície de cedência e k controla o tamanho e a forma da superfície de cedência.

No caso da plasticidade ideal (figura 3.20 a)), onde não existe endurecimento, a função da superfície de cedência é definida apenas em função de $f(\underline{\sigma})$. Para casos de endurecimento isotrópico (figura 3.20 b)), a função da superfície de cedência é definida por $f(\underline{\sigma}, k)$. Para casos de endurecimento cinemático (figura 3.20 c)), a superfície de cedência é definida por $f(\underline{\sigma}, a)$.

Para casos de cargas cíclicas são necessários modelos de endurecimento mais complexos. Não obstante, no presente modelo apenas são abordadas estruturas com carregamentos monotónicos, onde o parâmetro a , anteriormente definido, não é considerado como um parâmetro da superfície de cedência, ficando assim a condição de cedência definida por

$$f(\underline{\sigma}, k) = 0 \quad (3.23)$$

Se o estado de tensão se encontra dentro da superfície de cedência actual, isto é, se $f(\sigma) < 0$, o material está em regime elástico. Atingida a superfície de cedência actual desenvolve-se o escoamento plástico. Estados de tensão fora da superfície de cedência actual não são possíveis, pelo que $f(\sigma) < 0$. Para determinar as deformações plásticas que se desenvolvem após a superfície de cedência ter sido alcançada, utiliza-se uma lei designada por lei do escoamento plástico, que relaciona o vector dos incrementos infinitesimais das componentes de deformação plástica, com o estado de tensão instalado no material. Essa lei é representada pela seguinte expressão

$$\Delta \underline{\varepsilon}^p = \Delta \lambda \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \quad (3.24)$$

onde $\Delta \lambda$ é um infinitésimo não negativo, designado por multiplicador plástico que determina a amplitude do incremento infinitesimal do vector de deformação plástica, $\Delta \underline{\varepsilon}^p$, segundo a direcção normal à superfície de cedência.

3.3.2.1. ELASTO-PLASTIC CONCRETE MODEL

O *elasto-plastic concrete model* baseia-se na teoria da plasticidade, que pretende simular o comportamento do betão à compressão.

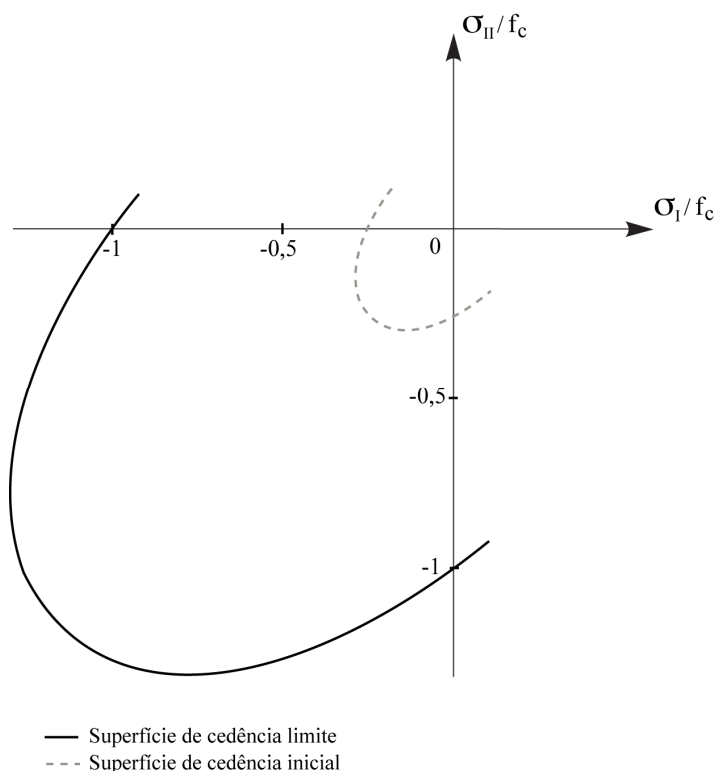


Fig. 3.21 - Superfície de cedência para o betão

No presente modelo a forma da superfície de cedência é a proposta por *Owen e Figueiras* [8], figura 3.21, onde também é possível visualizar a superfície de cedência inicial. Esta superfície inicial de cedência é a superfície limitadora do comportamento elástico.

No que respeita ao comportamento ao endurecimento, a figura 3.22 representa a relação entre a tensão de cedência $\bar{\sigma}$ e o parâmetro de endurecimento k , usado para simular a fase de endurecimento e amolecimento do comportamento do betão. São usados três pontos, obtidos por testes de compressão uniaxial, para definir a transição entre os ramos da curva: $\bar{\sigma}_0 = \alpha_0$, $\bar{\sigma}_p = f_c$ e $\bar{\sigma}_{lim} = 0.5 f_c$, onde f_c é a resistência à compressão uniaxial do betão e α_0 é um parâmetro que define o início do comportamento plástico.

A extensão plástica no pico de tensão de compressão máxima (k_p) é obtida por

$$k_p = \epsilon_{cl} - \frac{f_c}{E_c} \quad (3.25)$$

onde ϵ_{cl} é a extensão correspondente à tensão de pico à compressão.

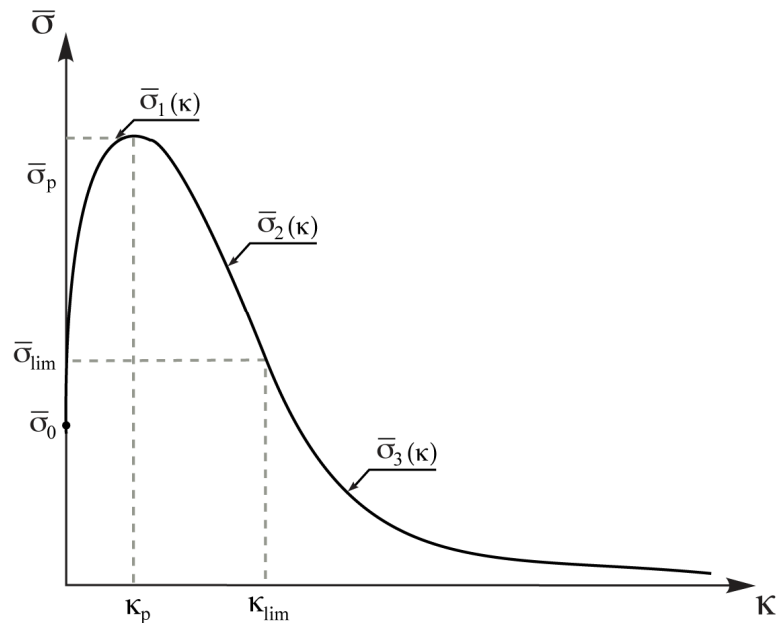


Fig. 3.22 - Relações de endurecimento e amolecimento para o betão, retirada de [11]

3.3.3. ELASTO-PLASTIC MULTI-FIXED SMEARED CRACK MODEL

Este modelo permite definir o comportamento do betão, tanto à compressão como à tracção, pois resulta de dois dos modelos apresentados anteriormente. Um que define o comportamento do betão à tracção (*multi-fixed smeared crack model*) e outro, que define o comportamento do betão à compressão (*elasto-plastic concret model*).

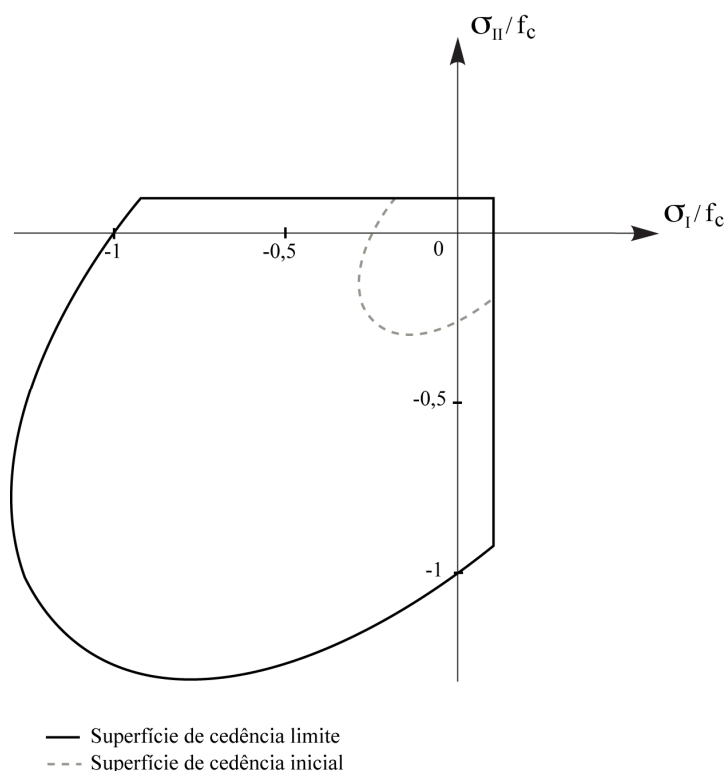


Fig. 3.23 - Superfície de cedência usada no modelo *elasto-plastic multi-fixed smeared crack model*

Para a obtenção da superfície de cedência proposta pelo presente modelo (figura 3.23), a superfície de cedência proposta pelo critério de *Rankine* (figura 3.13) para o betão à tracção junta-se à superfície de cedência proposta por *Owen* e *Figueiras* (figura 3.21) para o betão à compressão.

Como resulta da junção de dois modelos distintos, também as equações constituintes deste modelo resultam da assemblagem das resultantes dos outros dois.

3.4. MODELO DE SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO AÇO

Para o modelo de simulação do aço usado é o apresentado em [1]. O gráfico da figura 3.24 define o modelo de comportamento uniaxial do aço. Este é composto por três tramos diferentes, modelando desta forma os resultados laboratoriais obtidos nos ensaios de tracção uniaxial do aço.

Para definir o comportamento do aço são necessários definir três pontos (PT1, PT2 e PT3) e um parâmetro p , que varia entre 0 e 4 e corresponde ao expoente do terceiro ramo.

No caso de descarga e carga, o presente modelo, pressupõe uma progressão do gráfico paralela ao declive E_s , onde

$$E_s = \frac{\sigma_{sv}}{\epsilon_{sv}} \quad (3.26)$$

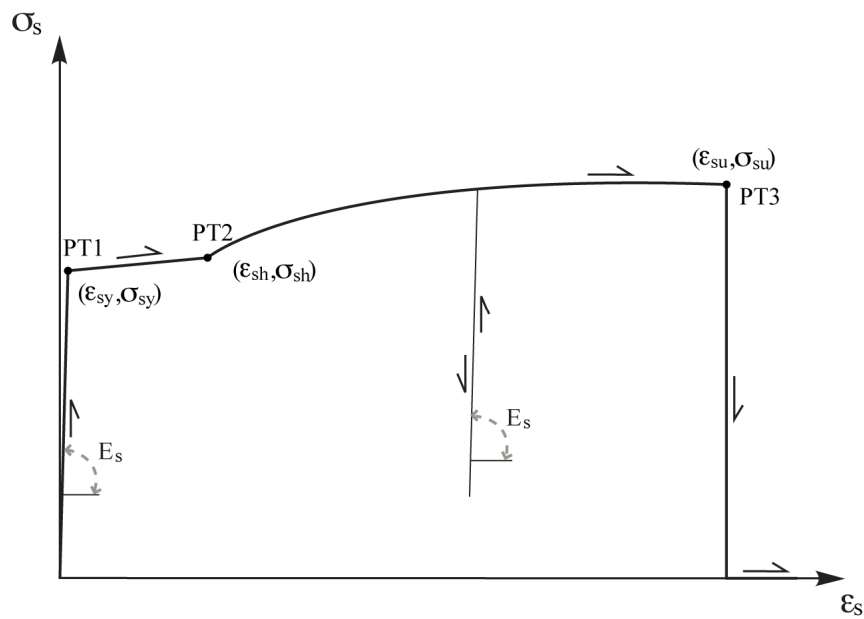


Fig. 3.24 - Modelo do comportamento uniaxial do aço, retirado de [11]

3.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo é efectuada a apresentação do *FEMIX* 4.0, assim como o resumo dos modelos matemáticos presentes no programa, que simulam o comportamentos do betão e do aço. Os modelos matemáticos apresentados foram desenvolvidos em [11].

4

**METODOLOGIA DAS SIMULAÇÕES
NÃO LINEARES NO *FEMIX* 4.0****4.1. INTRODUÇÃO**

No presente capítulo é feita a descrição da metodologia usada no trabalho para as simulações não lineares.

Aqui são apresentadas as considerações tidas em conta na construção das malhas de elementos finitos, como são construídas e respectivos processos de criação e implementação no programa. É ainda objecto de estudo deste capítulo a definição dos blocos de dados do programa *FEMIX* 4.0 e a constituição dos mesmos. Devido à considerável importância que o bloco de dados relativo às propriedades dos materiais ocupa neste trabalho, este tema é analisado num subcapítulo isoladamente.

Por último, é apresentada o procedimento de obtenção dos resultados e a sua respectiva análise, no programa *FEMIX* 4.0.

4.2. GERAÇÃO DE MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS

De acordo com os objectivos deste trabalho, relativos ao estudo de estruturas de betão armado, surge a necessidade de definir dois tipos de elementos finitos com propriedades distintas: um, para simular o betão e outro, para simular a armadura.

Na definição da malha de elementos finitos são utilizados elementos para representação do betão do tipo *serendipity* de 8 nós (figura 4.1 a)) e *lagrangeanos* de 4 nós (figura 4.1 b)).

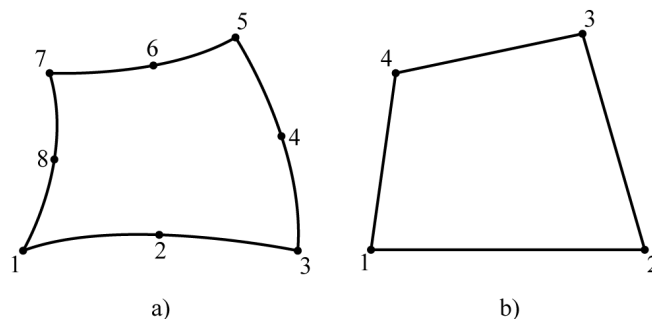


Fig. 4.1 - Elementos finitos usados para representação do betão a) *serendipity* 8 nós b) *lagrangeano* 4 nós

Para representar a armadura nos modelos de simulação são usados elementos lineares de 2 nós (figura 4.2 a)) e elementos quadráticos de 3 nós (figura 4.2 b)).

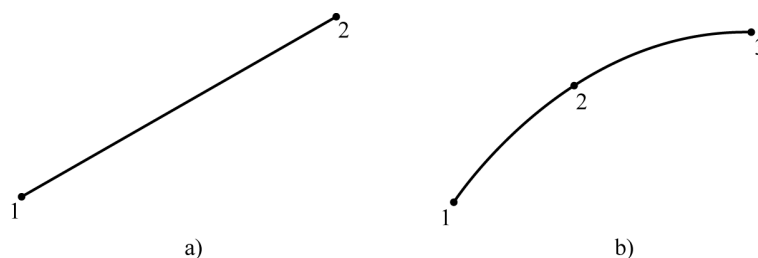


Fig. 4.2 - Elementos finitos usados para discretização da armadura a) linear de 2 nós b) quadrática de 3 nós

De acordo com as possibilidades do *FEMIX 4.0* em todas as simulações é adoptado *plane stress quad* para o betão e *embedded cable* para o aço. O primeiro contextualiza o problema num domínio de estado plano de tensão, enquanto o segundo é usado por ser uma opção que garante a total liberdade na definição das armaduras. A vantagem da escolha de *embedded cable* ao invés de *cable*, para os elementos barra, é a não existência de limitações na posição da armadura, uma vez que não está dependente dos nós dos elementos onde se insere (figura 4.3).

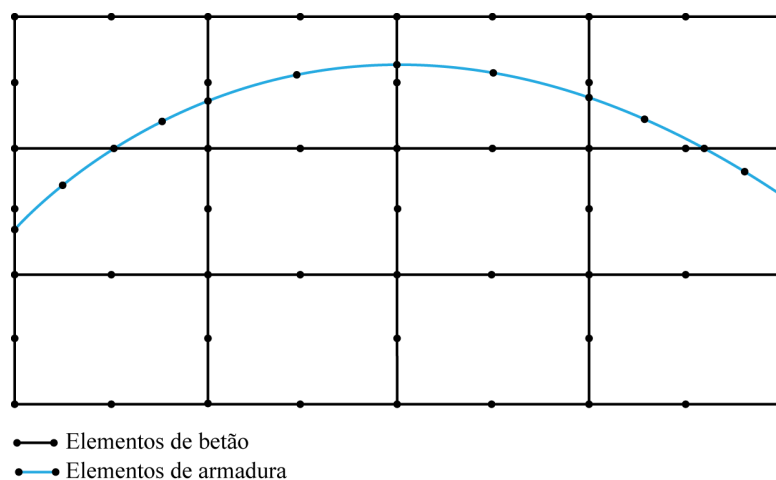


Fig. 4.3 - Malha de elementos finitos com o uso de *embedded cable*

Na definição da malha, é ainda necessário escolher o número de pontos de *Gauss* utilizados para cada direcção de cada elemento. O aumento do número de pontos de *Gauss* permite conhecer melhor o comportamento do elemento em questão, pois são eles que dão toda a informação relativa à estrutura.

Para a integração dos elementos de betão é utilizada a integração do tipo 2x2 (figura 4.4 a)) ou 3x3 (figura 4.4 b)) e para os elementos da armadura são usados dois ou três pontos de integração de *Gauss*.

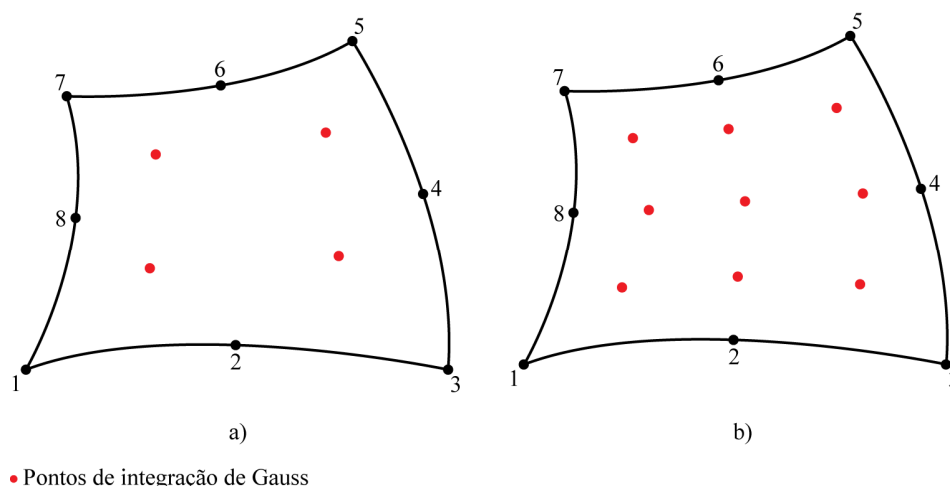


Fig. 4.4 - Elemento finito de 8 nós a) integração do tipo 2x2 b) integração do tipo 3x3

Na geração de malhas é vantajosa a utilização de programas auxiliares, pois a introdução directa das malhas no *FEMIX 4.0* é um processo extremamente moroso, excepto no caso de estruturas muito simples. Assim sendo, as malhas definidas são desenvolvidas no *AutoCad* e gravadas num ficheiro em formato DXF. Este é lido num outro programa auxiliar, o *s3dcad*, que converte o ficheiro *.dxf* em *.s3d*. O *s3dcad* transforma a malha modelada no *AutoCad* num conjunto de coordenadas de pontos de cada nó.

4.3. DEFINIÇÃO DOS BLOCOS DE FICHEIROS DE DADOS

A estrutura do ficheiro de dados (*gl.dat*), onde se definem todos os parâmetros necessários à simulação do *FEMIX 4.0* segue uma organização simples por blocos.

O ficheiro de dados divide-se, então, em quatro blocos principais: o *Main Parameters*, *Mesh*, *Load* e o *Load Combination*:

- *Main Parameters*, permite escolher o tipo de análise a fazer, assim como definir se se pretende efectuar uma análise linear, não linear material ou geométrica. Neste é também definido o número de fases (*number of phases*), de casos de carga (*number of load cases*), e de combinações (*number of combinations*), assim como a escolha do tipo de técnica de armazenamento da matriz de rigidez. Define-se o processo iterativo utilizado (*iterative algorithm*), o critério de convergência (*convergence criterion*), a tolerância (*tolerance in each combination*) e o número máximo de iterações por combinação (*maximum number of iterations in each combination*).
- *Mesh*, define todas as características referentes à malha utilizada. São introduzidas as coordenadas dos pontos constituintes dos elementos no sistema global (*point coordinates*). Define as condições de apoio (*supports*), os nós que estão restringidos de movimento e os seus graus de liberdade. De seguida são definidas as condições referentes aos parâmetros dos materiais que, devido à sua importância e especificidade neste trabalho, como anteriormente referido, são analisados com maior detalhe, mais à frente. Neste bloco é ainda definido o tipo de pontos de integração adoptados para cada elemento (*numerical integration*), seguindo-se a definição dos nós dos elementos (*element nodes*), onde é enumerado o número total de nós constituintes da malha de elementos finitos. Existe ainda dentro do bloco *Mesh* uma parte referente às propriedades dos elementos (*element properties*), onde se definem as

características geométricas e materiais, assim como o tipo de análise de todos os elementos anteriormente definidos.

- *Loads*, o terceiro bloco, é referente às forças onde se definem os tipos de carga referidos no bloco dos *Main Parameters*. Permite caracterizar todas as forças que actuam na estrutura. Faz a descrição do valor, direcção, sentido e tipo de carga (*edge load*, *point load*, etc.), permitindo definir os elementos ou pontos onde se aplicam essas cargas. Define ainda os casos de carga (*load cases*), que são depois combinados no bloco seguinte.
- *Load case combinations*. O quarto e último bloco de dados, o bloco referente à combinação de acções, faz a descrição da carga existente em cada incremento (*combination*). A parte referente a *Combination Parameters* define um intervalo de combinações, e permite seleccionar um factor de carga que corresponde ao incremento de carga em cada combinação.

4.4. DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS RELATIVOS AOS MATERIAIS

São aqui descritos os parâmetros do betão e do aço, sendo feita a distinção do cálculo dos valores médios (*m*), característicos (*k*) e de cálculo (*d*), visto ser um dos pontos principais do presente trabalho.

4.4.1. BETÃO SIMPLES – TENSION SOFTENING

A figura 4.5 mostra o típico diagrama tensão/extensão do betão à compressão.

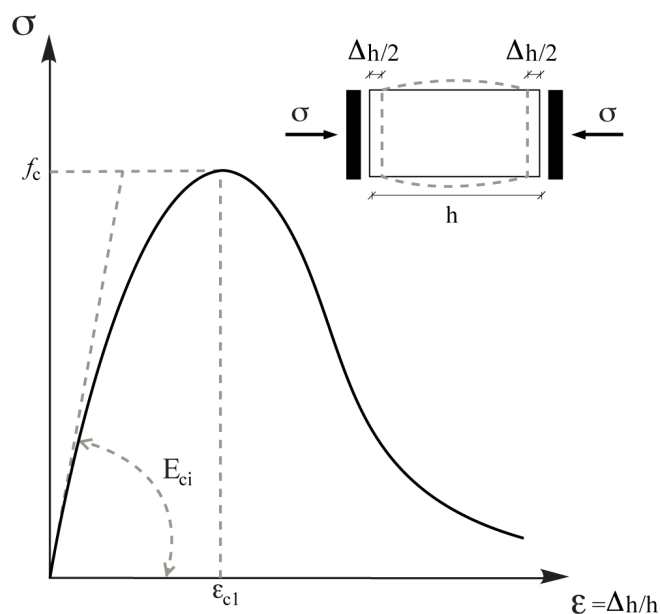


Fig. 4.5 - Relação tensão-extensão para o betão à compressão sob uma carga uniaxial, adaptado de [11]

Até aproximadamente 30% da força de compressão, f_c , o betão tem um comportamento linear. A partir deste nível de tensão até ao pico da força, nota-se um decréscimo da rigidez. Após esta tensão de

nico, a rigidez torna-se negativa e o ramo descendente do diagrama mostra o ramo do amolecimento, *softening*.

Tabela 4.1 – Características de resistência e deformação do betão, adaptado de [18]

Classes de resistência do betão								
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45
$f_{ck, cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53
f_{ctm} (MPa)	1.6	1.9	2.2	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8
$f_{ctk, 0.05}$ (MPa)	1.1	1.3	1.5	1.8	2.0	2.2	2.5	2.7
$f_{ctk, 0.95}$ (MPa)	2.0	2.5	2.9	3.3	3.8	4.2	4.6	4.9
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36
ϵ_{c1} (%)	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.25	2.3	2.4
ϵ_{cu1} (%)	3.5							
ϵ_{c2} (%)	2.0							
ϵ_{cu2} (%)	3.5							
ϵ_{c3} (%)	1.75							
ϵ_{cu3} (%)	3.5							

Para a definição do bloco de dados dos materiais é necessário definir os seguintes parâmetros:

i. Módulo de elasticidade de *Young* inicial

Este, define o declive inicial do diagrama tensão/extensão, E_c (figura 4.5), valor presente na tabela 4.1 para cada tipo de classe de betão. Na tabela 4.1 está definido o módulo de elasticidade, E_c , e neste caso é sempre usado o seu valor médio, mesmo no estudo dos parâmetros característicos e de cálculo de estruturas, conforme sugerido por [18].

ii. Massa por unidade de volume

O valor da massa por unidade de volume, $\gamma_{betão}$, foi definido como sendo igual a 24 kN/m³.

iii. Coeficiente de *Poisson*

O valor do coeficiente de *Poisson* do betão varia entre 0.1 e 0.2. No presente estudo, adota-se $\nu = 0.15$.

iv. Força de compressão

O valor da força de compressão é retirado da tabela 4.1 e com base nos diagramas presentes na figura 4.6.

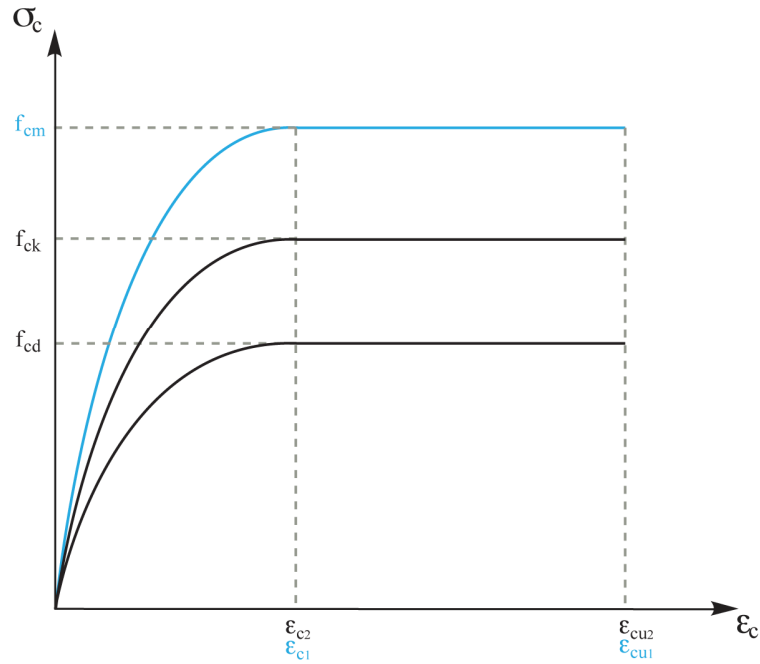


Fig. 4.6 - Relação tensão-extensão para as propriedades médias, características e de cálculo, adaptado de [18]

No estudo das propriedades características e de cálculo, é usado f_{ck} e f_{cd} respectivamente, onde

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.1)$$

e γ_c é o coeficiente parcial de segurança relativo ao betão.

v. Extensão no pico de compressão

A extensão no pico de compressão é retirada da tabela 4.1. No caso do estudo das propriedades médias usa-se ϵ_{c1} , e para as propriedades características e de cálculo ϵ_{c2} .

vi. Parâmetro que define a superfície de cedência inicial

Este parâmetro indica o início da plastificação do betão. É adimensional e pode ser obtido a partir da divisão das tensões verificadas no limite do comportamento elástico, pelas tensões observadas no início do comportamento plástico. É utilizado em todos os casos o valor de 1/3.

vii. Resistência à tracção

A figura 4.7 mostra a curva tensão/extensão obtida por intermédio de um ensaio de tracção uniaxial do betão. Até aproximadamente 90% da força máxima de tracção, f_{ct} , o betão comporta-se como um material linear elástico. Logo a seguir atinge-se o pico de tensão de tracção, após o qual se dá o ramo de amolecimento, *softening*.

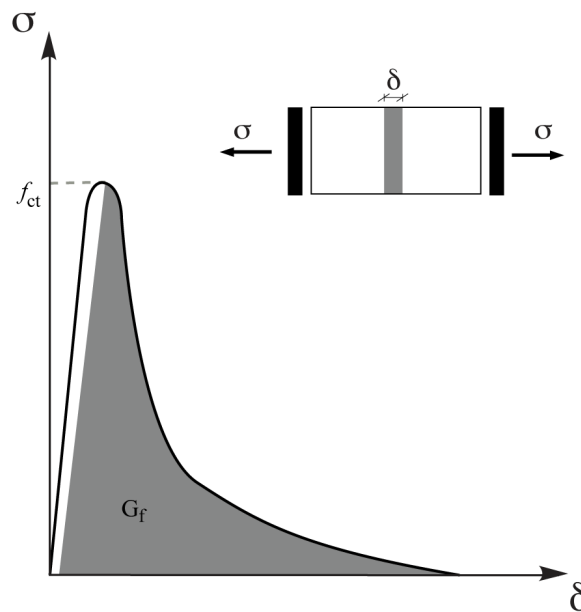


Fig. 4.7 - Relação tensão-extensão para o betão à tracção sob uma carga uniaxial, adaptado de [11]

A força de resistência à tracção para cada classe de betão é dada pela tabela 4.1. Para as propriedades médias é utilizado f_{ctm} , para as características é usado o valor de $f_{ctk,0.05}$ e para as propriedades de cálculo a força de resistência à tracção é calculada pela expressão:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} \quad (4.2)$$

viii. Tipo de diagrama *tension softening*

Considera-se betão simples o betão sem armadura ou com uma pequena percentagem de armadura. Para fazer a distinção do betão que tem influência da armadura (em *tension stiffening*) e o que não tem (*tension softening*) é utilizada a equação

$$h_{eff} = \min \{ 2.5 (h - d) (h - x) / 3 \} \quad (4.3)$$

onde d é a altura útil da secção e x é a profundidade do eixo neutro (figura 4.8).

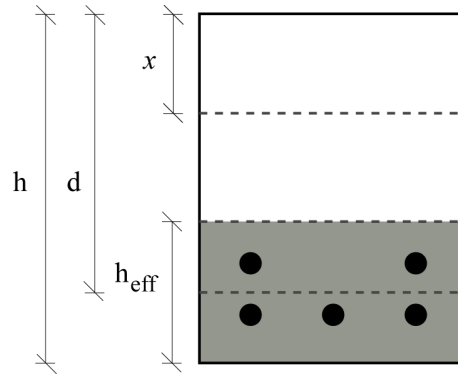


Fig. 4.8 - Área de influência do betão sob o efeito de *tension stiffening*

Como o valor de x apenas se conhece durante o processo de análise, e sendo que a distinção é necessária antes do início da simulação, a relação adoptada é

$$h_{eff} = 2.5 (h - d) \quad (4.4)$$

Definida a parte da secção que está sob o efeito de *tension softening* é necessário escolher o tipo de diagrama a usar para a simulação deste fenómeno. Anteriormente foram mencionados dois tipos de diagramas que o programa *FEMIX 4.0* aceita (figura 3.14), sendo que no presente trabalho o diagrama escolhido para descrever o *tension softening* do betão foi um diagrama bilinear (figura 4.9) [3].

Para definição do diagrama é determinado um ponto P, que tem como coordenadas $(\alpha_2 f_{ct} : \xi_2 \epsilon_{n,ult}^{fe})$ onde

$$\alpha_2 = 0.15 \frac{f_{ct}}{f_{ct}} \quad (4.5)$$

e

$$\xi_2 = \frac{W_c}{W_1} \quad (4.6)$$

sendo f_{ct} a resistência à tracção do betão e

$$W_c = 2F \frac{G_f}{f_{ct}} \quad (4.7)$$

$$W_1 = 2 \frac{G_f}{f_{ct}} - 0.15 W_c \quad (4.8)$$

Dacui resulta o ponto P de coordenadas $(0.15 f_{ct}; 0.1375 \varepsilon_{n,ult}^{fe})$, visível na figura 4.9.

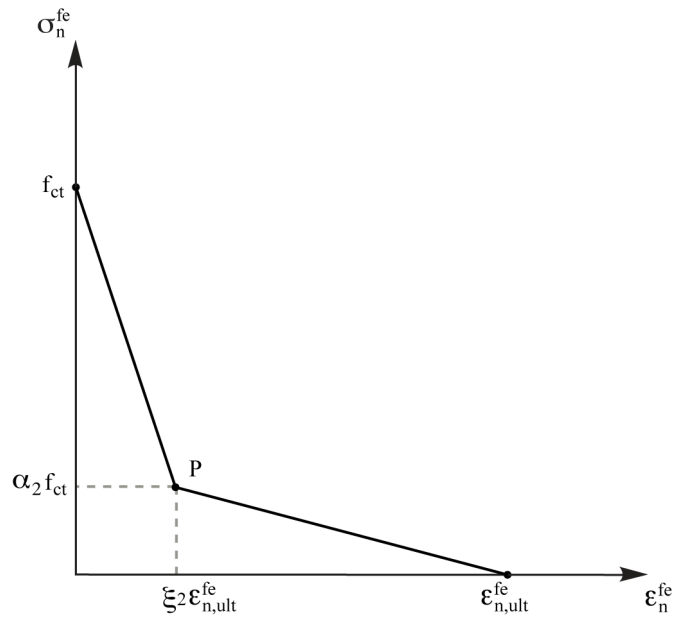


Fig. 4.9 - Diagrama de *tension softening* bilinear com o ponto P

O diagrama fica então definido por três pontos: o ponto P e outros dois pontos definidos pelas coordenadas $(0; f_{ct})$ e $(\varepsilon_{n,ult}^{fe}; 0)$.

ix. Energia de fractura

A energia de fractura é a energia necessária para propagar uma fenda de tracção de unidade de área e representa a área do diagrama de tensões de tracção/extensões do betão. O seu valor é calculado pela equação 3.14, no caso de estudo das propriedades médias do betão; no caso das propriedades características e de cálculo usa-se a mesma equação, substituindo apenas o f_{cm} por f_{ck} e f_{cd} respectivamente ficando

$$G_f = G_{f0} \left(\frac{f_{ck}}{f_{cm0}} \right)^{0.7} \quad (4.9)$$

$$G_f = G_{f0} \left(\frac{f_{cd}}{f_{cm0}} \right)^{0.7} \quad (4.10)$$

x. Parâmetro que define o modo I de energia de fractura para a próxima fenda. ν_2

A energia de fractura disponível para a próxima fenda (G_f^{seg}) é calculada automaticamente pelo programa, sendo necessário fornecer o parâmetro ν_2 da equação 3.18. Este pode ser igual a 1, 2 ou 3, sendo que no presente trabalho foi considerado $\nu_2=2$.

xi. Tipo de lei para retenção de tensões de corte. ν_1

O valor de β , definido no capítulo 3 na equação 3.15, depende do valor que se atribui a ν_1 na mesma equação. É considerado $\nu_1 = 2$ da qual resulta uma lei do tipo quadrático.

xii. Tipo de diagrama descarga/carga

No programa *FEMIX* 4.0 é considerado que as descargas e recargas do betão traccionado são efectuadas linearmente em direcção à origem do diagrama tensão/deformação. Este diagrama é do tipo secante.

xiii. Largura da banda de fendilhacão

A largura da banda de fendilhacão, descrita no capítulo 3.4.1, é igual à raiz quadrada da área do elemento.

xiv. Número máximo de fendas

Este parâmetro define o número máximo de famílias de fendas que se podem formar num ponto de integração de *Gauss* (figura 4.10).

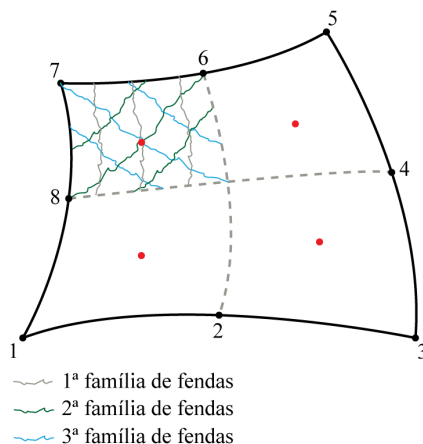


Fig. 4.10 - Elemento finito do tipo *serendipity* de 8 nós com 3 famílias de fendas num ponto de integração

xv. Ângulo mínimo de iniciação de uma nova fenda. α_{th}

O ângulo mínimo necessário entre uma fenda existente e uma nova, para a consideração da abertura da nova é definido por este parâmetro. Este valor situa-se habitualmente entre 30° e 60°.

4.4.2. BETÃO ARMADO – TENSION STIFFENING

A figura 4.11 ilustra o diagrama força/deslocamento de um ensaio de tracção do betão armado.

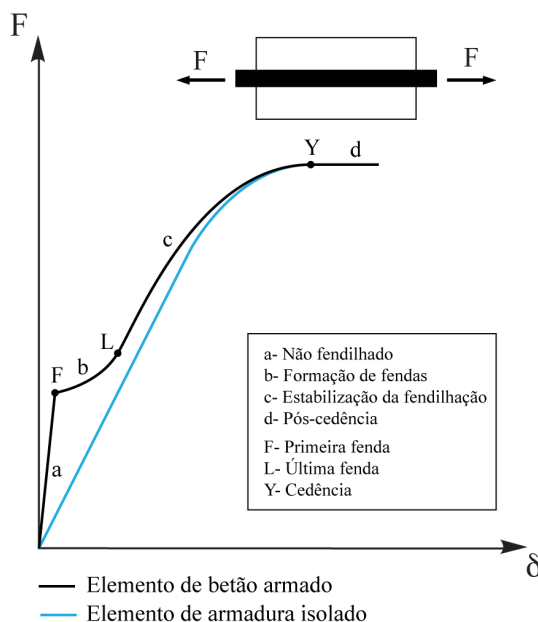


Fig. 4.11 - Comportamento do betão armado à tracção

No que diz respeito à definição dos parâmetros do betão armado, estes são iguais aos definidos para o betão simples, tendo como diferenças: o tipo de diagrama utilizado para descrever o fenómeno de *tension stiffening* e a energia de fractura.

O diagrama de *tension stiffening* usado é o presente na figura 4.12, e é definido pelos seguintes pontos: $(0; f_{ct})$, $(0.05\epsilon_{n,ult}^{fe}; 0.5f_{ct})$, $(0.8\epsilon_{n,ult}^{fe}; 0.4f_{ct})$ e $(\epsilon_{n,ult}^{fe}; 0)$, valores retirados de [11].

Para a energia de fractura do betão armado esta é obtida através de [11]

$$G_f^{b.armado} = 10 G_f^{b.simples} \quad (4.11)$$

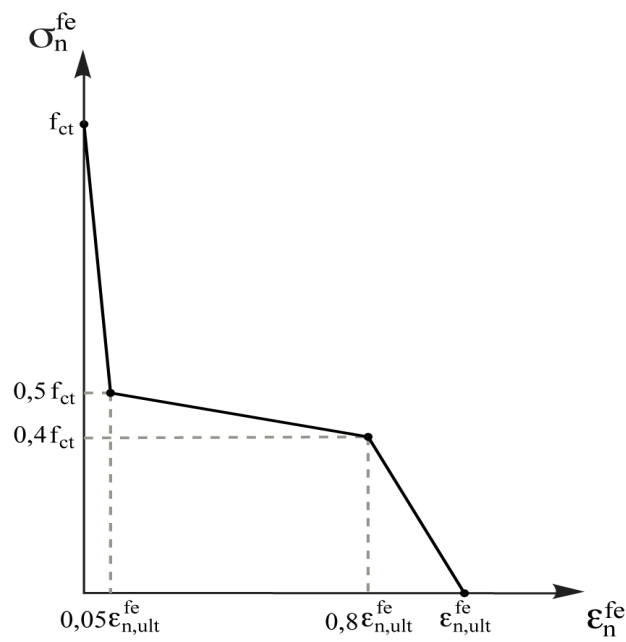


Fig. 4.12 - Diagrama *tension stiffening* para o betão armado

4.4.3. ARMADURA

Para a definição dos parâmetros do aço é utilizado o diagrama da figura 4.13. Os parâmetros necessários para a formulação dos gráficos que definem o comportamento da armadura, são retirados da tabela 4.2 adaptada de [18].

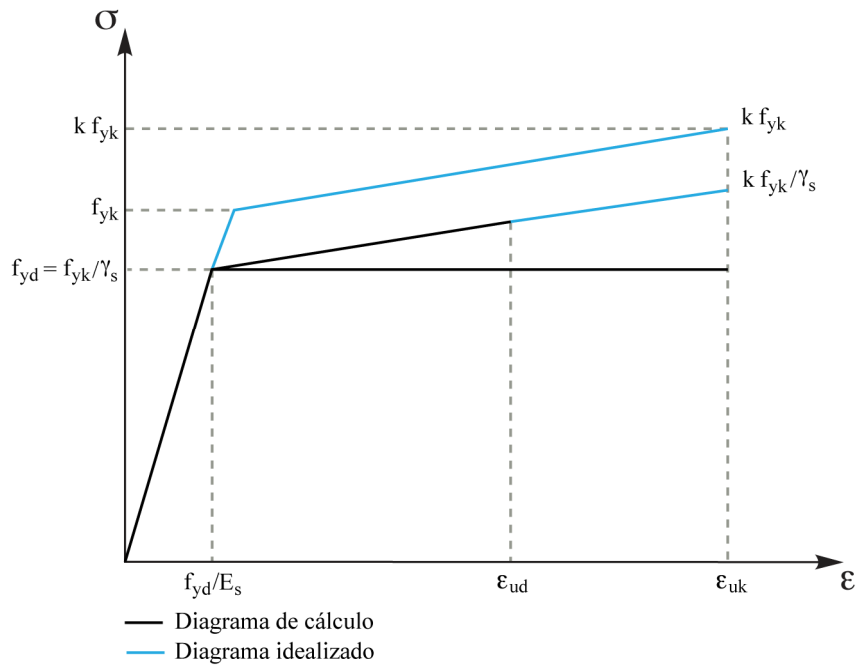


Fig. 4.13 - Diagrama tensão-extensão, idealizado e de cálculo do aço para armaduras para betão armado.
adaptado de [18]

O valor da massa por unidade de volume do aço, $\gamma_{\text{aço}}$, é considerada igual a 77 kN/m³, para todas as simulações.

Tabela 4.2 – Propriedades das armaduras

Forma do produto	Varões e fios			Requisito ou valor do quantilho (%)
Classe	A	B	C	-
Valor característico da tensão de cedência f_{yk} ou $f_{0,2k}$ (MPa)	400 a 600			5.0
Valor mínimo de $k = \left(\frac{f_t}{f_y} \right)_k$	≥ 1.05	≥ 1.08	≥ 1.15 < 1.35	10.0
Valor característico da extensão à tensão máxima. ϵ_{uk} (%)	≥ 2.5	≥ 5.0	≥ 7.5	10.0

Para o estudo das propriedades características do aço, os elementos necessários à definição dos três pontos (PT1, PT2 e PT3) da figura 4.14, são os seguintes:

i. Extensão no final do primeiro tramo

$$\epsilon_{svk} = \frac{\sigma_{svk}}{E_s} \quad (4.12)$$

onde E_s é o módulo de elasticidade do aço.

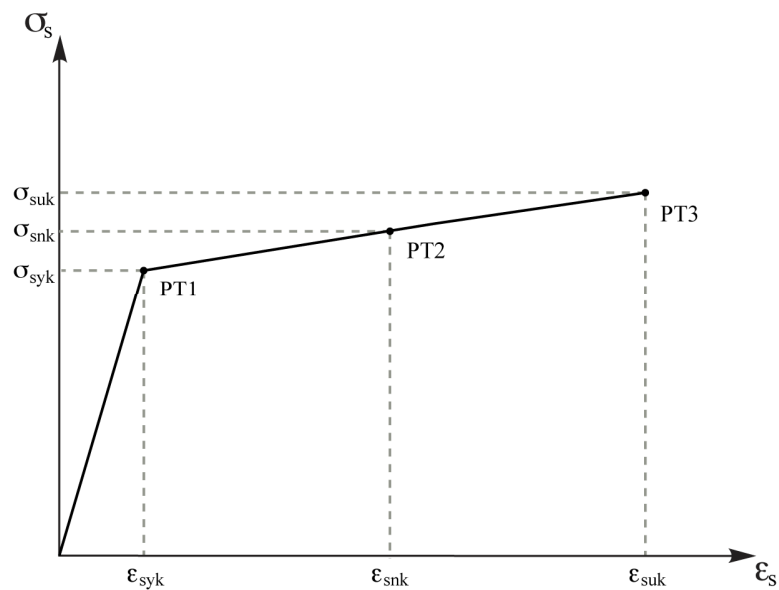


Fig. 4. 14 - Diagrama tensão-extensão do aço para propriedades características

ii. Tensão no final do primeiro tramo

Caracterizada por σ_{svk} , que corresponde à tensão de cedência característica do aço.

iii. Extensão no final do segundo tramo

$$\varepsilon_{suk} = \frac{\varepsilon_{svk} + \varepsilon_{snk}}{2} \quad (4.13)$$

iv. Tensão no final do segundo tramo

$$\sigma_{suk} = \frac{\sigma_{svk} + \sigma_{snk}}{2} \quad (4.14)$$

v. Extensão no final do terceiro tramo

A extensão no final do terceiro tramo, ε_{snk} , é considerada igual a 5%.

vi. Tensão no final do terceiro tramo

$$\sigma_{snk} = k f_{vk} \quad (4.15)$$

vii. Expoente do terceiro tramo

Considera-se igual a 1.

Respeitante às propriedades de cálculo, os elementos necessários do diagrama tensão-extensão do aço (figura 4.15) são:

i. Extensão no final do primeiro

$$\varepsilon_{svd} = \frac{\sigma_{svd}}{E_s} \quad (4.16)$$

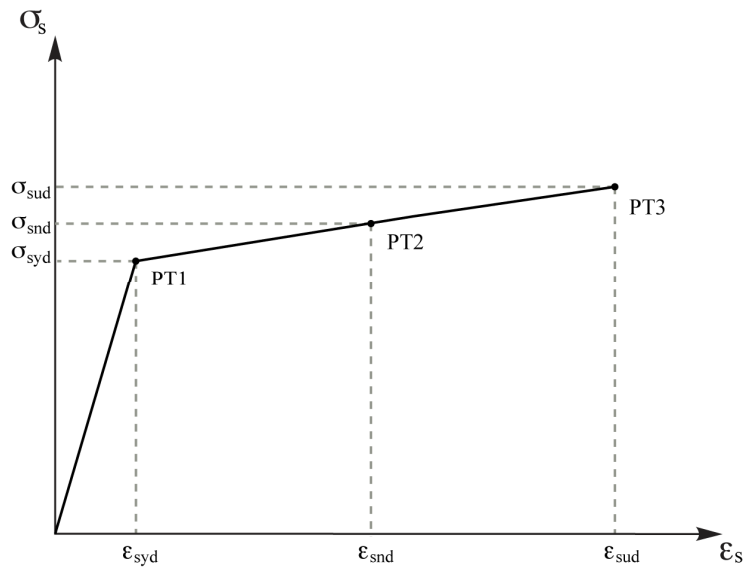


Fig. 4.15 - Diagrama tensão-extensão do aço para propriedades de cálculo

ii. Tensão no final do primeiro tramo

Caracterizada por σ_{synd} , que corresponde à tensão de cedência característica do aço.

iii. Extensão no final do segundo tramo

$$\varepsilon_{sud} = \frac{\varepsilon_{synd} + \varepsilon_{snd}}{2} \quad (4.17)$$

iv. Tensão no final do segundo tramo

$$\sigma_{sud} = \frac{\sigma_{synd} + \sigma_{snd}}{2} \quad (4.18)$$

v. Extensão no final do terceiro tramo

A extensão no final do terceiro tramo, ε_{snk} , é considerada igual a 4.5%.

vi. Tensão no final do terceiro tramo

$$\sigma_{snd} = k f_{yd} \quad (4.19)$$

vii. Expoente do terceiro tramo

Considera-se igual a 1.

4.5. OBTENÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Após a execução do módulo *PreFEMIX* que lê os dados do ficheiro *gl.dat*, e caso estes estejam correctamente introduzidos, é executado o programa *FEMIX*, que faz a análise pedida no *PreFEMIX* da estrutura. Depois da execução destes dois programas é necessário correr o *PosFEMIX*. É este programa que torna possível a visualização dos resultados da análise efectuada. Em seguida, faz-se um resumo esquemático descritivo dos comandos disponíveis no *PosFEMIX*, com as respectivas funcionalidades e a extensão do ficheiro guardado (tabela 4.3).

Tabela 4.3 – Comandos e respectivas funções do *PosFEMIX*

Comando	Função	Extensão do ficheiro
cps3d	Mostra o padrão da fendilhacão	cp.s3d
dicsv	Escreve os deslocamentos num ponto à escolha	di.csv
dms3d	Mostra a malha deformada	dm.s3d
allpt	Escreve todos os dados	al.lpt
hdcsv	Cria um ficheiro com o historial de incrementos de um ponto de integração à escolha	hd.csv
ifcsv	Escreve as forças internas	if.csv
ips3d	Mostra os pontos de integração	ip.s3d
mes3d	Mostra a malha indeformada	me.s3d
pzs3d	Mostra os pontos de integração plastificados	pz.s3d
recsv	Escreve as reacções	re.csv
rs1pt	Escreve os resultados	rs.lpt
sapva	Escreve as extensões na estrutura	sa.pva
sepva	Escreve as tensões na estrutura	se.pva
srpva	Escreve a resultante das tensões na estrutura	sr.pva

Alguns dos resultados são visíveis numa interface gráfica, o *drawmesh*, onde depois de criados, os ficheiros pelo *PosFEMIX* podem ser abertos pelo *drawmesh*. O comando *historical data* presente na tabela 4.3, permite conhecer a história de um ponto de integração à escolha. O mesmo debita informação bastante útil relativa ao estado de tensão e deformação desse ponto em análise.

Para avaliar a tensão mobilizada no betão é necessário conhecer as tensões principais no ponto de *Gauss* em estudo. O programa fornece o estado de tensão e deformação no referencial x_2 e x_3 , sob a forma de vector das tensões

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{x2} \\ \sigma_{x3} \\ \tau_{x2x3} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

e sob a forma de vector das deformações

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x2} \\ \varepsilon_{x3} \\ \gamma_{x2x3} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

O estado de tensão apenas define as tensões nas direcções x_2 e x_3 . Logo, para a obtenção das tensões principais é necessária a expressão (para o estado plano de tensão).

$$\sigma_{I,II} = \frac{\sigma_{x2} + \sigma_{x3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x2} - \sigma_{x3}}{2}\right)^2 + \tau_{x2x3}^2} \quad (4.22)$$

Para a obtenção das orientações das tensões principais são usadas as equações 4.23 e 4.24, onde α_I e α_{II} os ângulos das facetas principais.

$$\alpha_I = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{x2x3}}{\sigma_{x2} - \sigma_{x3}} \right) \quad (4.23)$$

$$\alpha_{II} = \alpha_I + 90^\circ \quad (4.24)$$

5

ANÁLISE E COMPARAÇÃO DAS
VIGAS *BRESLER-SCORDELIS*

5.1. INTRODUÇÃO

Bresler-Scordelis [7] realizaram na década de 60, uma série de experiências, utilizando doze vigas simplesmente apoiadas, com dimensões, armaduras e propriedades distintas. O estudo contempla diversos tipos de rotura de vigas de betão armado, sendo muito utilizado por diversos autores na comparação com simulações teóricas.

Este capítulo apresenta os resultados de simulações não lineares efectuadas no *FEMIX* 4.0 de três vigas simplesmente apoiadas (OA1, A1 e A3), seleccionadas do conjunto das doze vigas ensaiadas por *Bresler-Scordelis* [7], por apresentarem diferentes tipos de rotura.

É objectivo principal deste capítulo a comparação dos resultados obtidos experimentalmente, com os resultados obtidos pelo *FEMIX* 4.0, a fim de testar a validade do modelo matemático do programa.

5.2. DESCRIÇÃO DAS VIGAS ESTUDADAS

A simulação consiste na aplicação de uma carga pontual vertical a meio-vão da viga simplesmente apoiada, incrementada até à rotura da viga como mostram as figuras 5.1, 5.2 e 5.3.

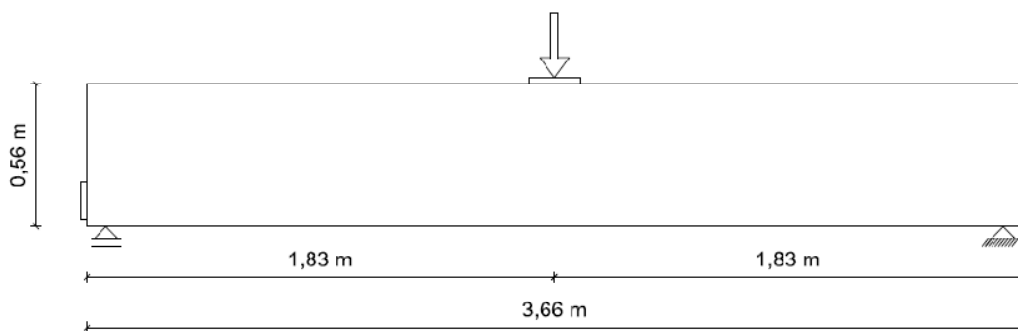


Fig. 5.1 - Esquema de aplicação da carga na viga OA1

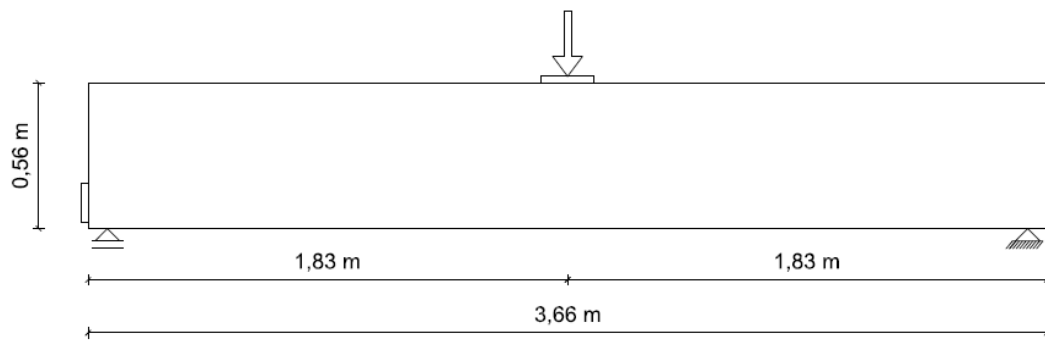


Fig. 5.2 - Esquema de aplicação da carga na viga A1

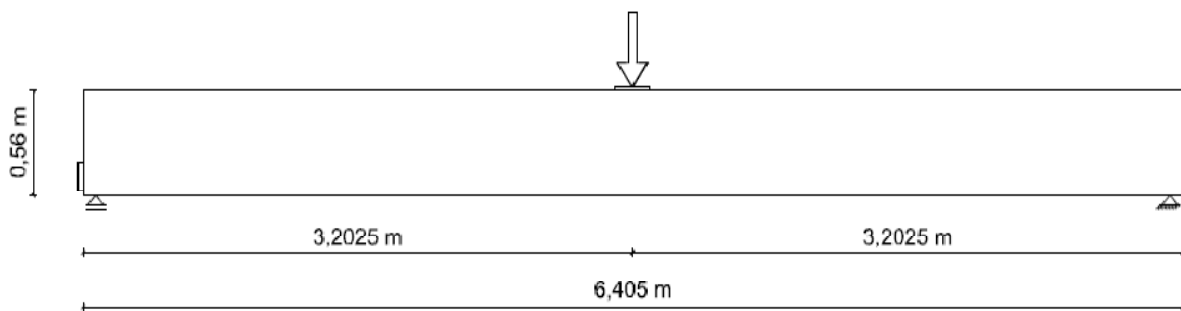


Fig. 5.3 – Esquema de aplicação da carga na viga A3

As figuras 5.4, 5.5 e 5.6 e as tabelas 5.1 e 5.2 apresentam as características geométricas e as armaduras das três vigas.

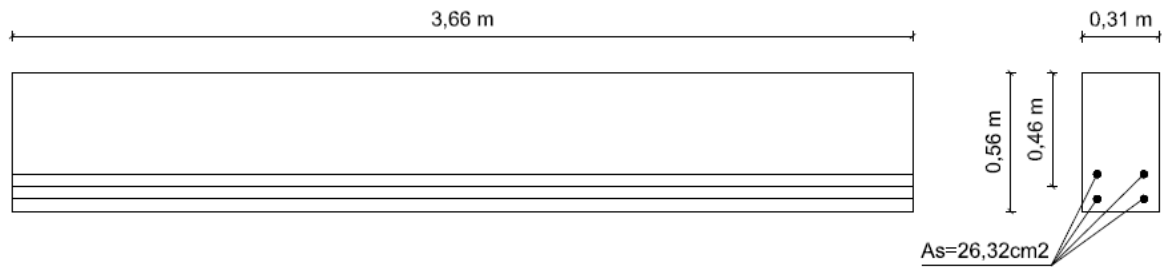


Fig. 5.4 - Corte longitudinal e transversal da viga OA1

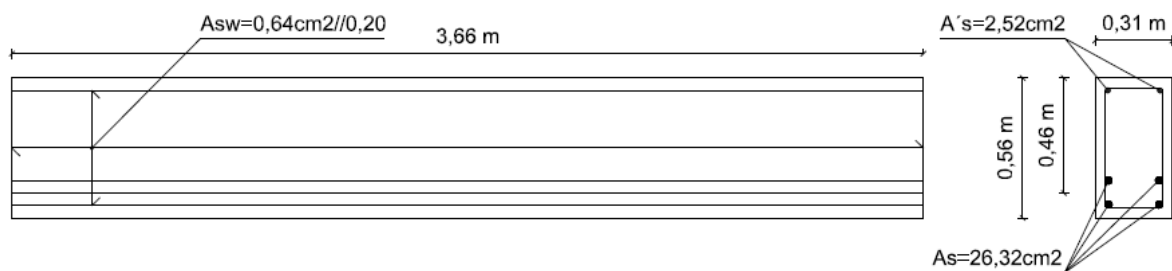


Fig. 5.5 - Corte longitudinal e transversal da viga A1

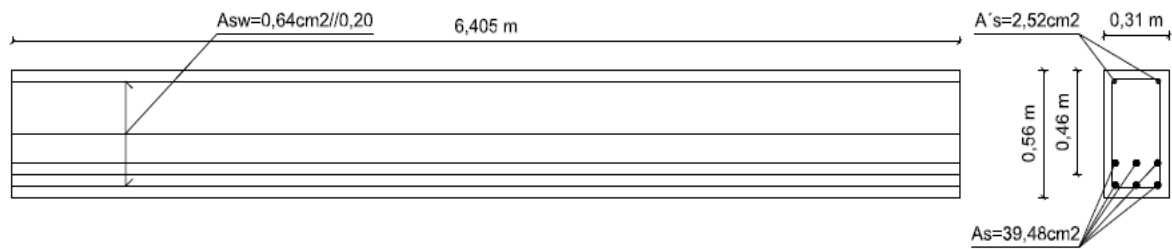


Fig. 5.6 - Corte longitudinal e transversal da viga A3

Tabela 5.1 - Resumo das características geométricas das vigas analisadas

Viga	Vão teórico (l)	Largura (b)	Altura total (h)	Altura útil (d)
OA1	3,66 m	0,310 m	0,56 m	0,46 m
A1	3,66 m	0,307 m	0,56 m	0,46 m
A3	6,405 m	0,307 m	0,56 m	0,46 m

Tabela 5.2 - Resumo das armaduras presentes nas vigas analisadas

Viga	Tipo	Área (m ²)
OA1	A _s	26,43E-04
	A _s	26,43E-04
A1	A' _s	2,52E-04
	A _{sw}	0,64E-04
A3	A _s	39,48E-04
	A' _s	2,52E-04
	A _{sw}	0,64E-04

Na apresentação da constituição das diferentes vigas pode ver-se que a viga OA1 apenas possui armadura longitudinal de tração, não tendo estribos nem armadura de compressão. Logo, é de esperar uma rotura frágil resultante do esforço de corte. A viga A1 possui armadura longitudinal de tração, armadura de compressão e estribos, sendo de esperar desta viga uma rotura por corte e flexão combinadas. Na viga A3, apesar de apresentar as mesmas armaduras que A1, é prevista uma rotura por flexão.

Para o aço, são utilizados dois tipos: o aço do tipo I (tabela 5.3 e figura 5.7), para as armaduras de tração; e o aço do tipo II (tabela 5.4 e figura 5.8), para as armaduras de compressão e estribos.

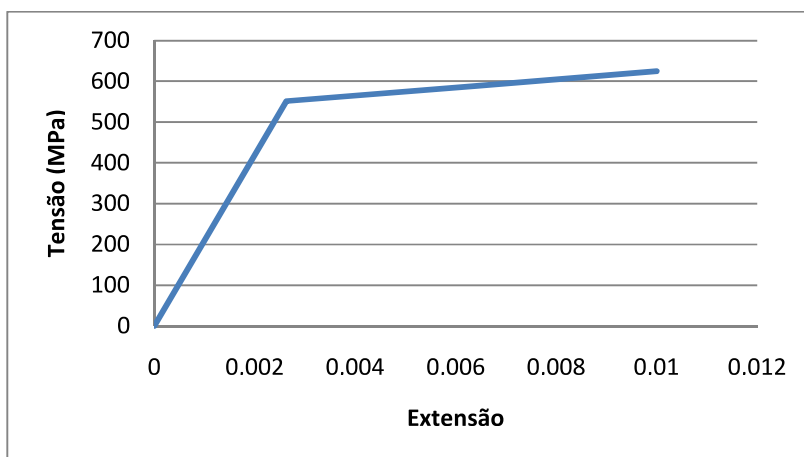


Fig. 5.7 - Diagrama tensão-extensão do aço tipo I

Tabela 5.3 - Propriedades do aço tipo I

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7.7E-06	ka/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Extensão no primeiro tramo	2.667E-03	adim.
Tensão no primeiro tramo	551.6	MPa
Extensão no segundo tramo	6.43E-03	adim.
Tensão no segundo tramo	588.2	MPa
Extensão no terceiro tramo	0.01	adim.
Tensão no terceiro tramo	624.8	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

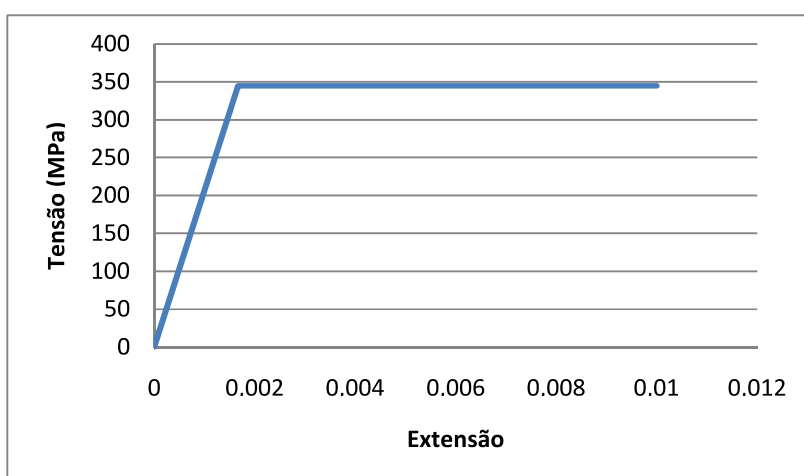


Fig. 5.8 - Diagrama tensão-extensão do aço tipo II

Tabela 5.4 - Propriedades do aço tipo II

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7.7E-06	kg/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Extensão no primeiro tramo	1.667E-03	adim.
Tensão no primeiro tramo	344.8	MPa
Extensão no segundo tramo	5.83E-03	adim.
Tensão no segundo tramo	344.8	MPa
Extensão no terceiro tramo	0.01	adim.
Tensão no terceiro tramo	344.8	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

5.3. VIGA OA1

A figura 5.9 ilustra a malha de elementos finitos e as camadas sob o efeito de *tension stiffening* e *tension softening*, utilizadas na simulação da viga OA1.

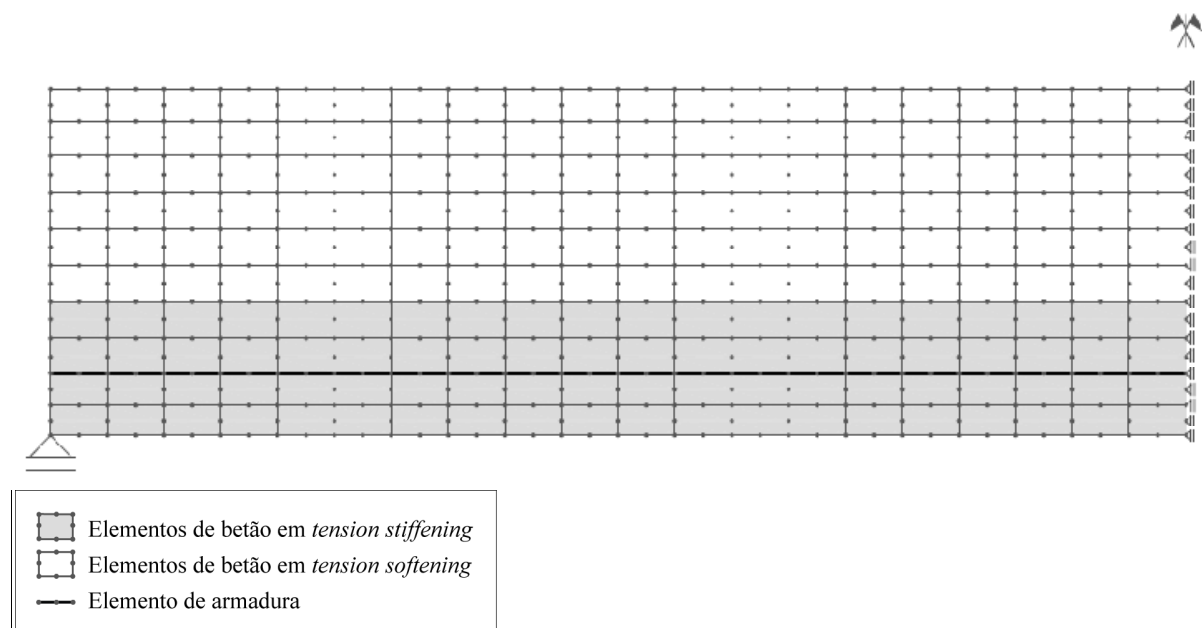


Fig. 5.9 - Malha de elementos finitos da viga OA1

As propriedades do betão usado na simulação estão apresentadas nas tabelas 5.5 e 5.6, onde é feita a distinção das propriedades referentes ao betão em *tension softening* e *tension stiffening*.

Tabela 5.5 - Propriedades do betão em *tension softening* na via OA1

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2.5E-06	kg/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Coefficiente de <i>Poisson</i>	0.15	adim.
Módulo de <i>Young</i> inicial	20E+03	MPa
Resistência à compressão	22.55	MPa
Extensão na carga máxima	2.1E-03	adim.
Superfície de rotura inicial	1/3	adim.
Resistência à tracção	3.0	MPa
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.06785	adim.
α_1	0.575	adim.
ξ_2	0.1357	adim.
α_2	0.15	adim.
Energia de fractura	0.053	N/mm
ν_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
Número máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 5.6 - Propriedades do betão em *tension stiffening* na via OA1

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0	adim.
α_1	0.66667	adim.
ξ_2	0.85	adim.
α_2	0.1	adim.
Energia de fractura	0.196	N/mm

A diferença entre os betões está nos parâmetros do diagrama de análise à tracção e energia de fractura. Para evitar repetição desnecessária de valores, na tabela 5.6 apenas são apresentados os valores alterados em relação à tabela 5.5.

A viga OA1 é simulada para uma carga limite de 200 kN com 2000 combinações de accões.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A viga OA1 é simulada até à rotura, de onde se obtêm os seguintes resultados: deformada (figura 5.10), padrão de fendilhacão (figura 5.11) e pontos de *Gauss* plastificados (figura 5.12).

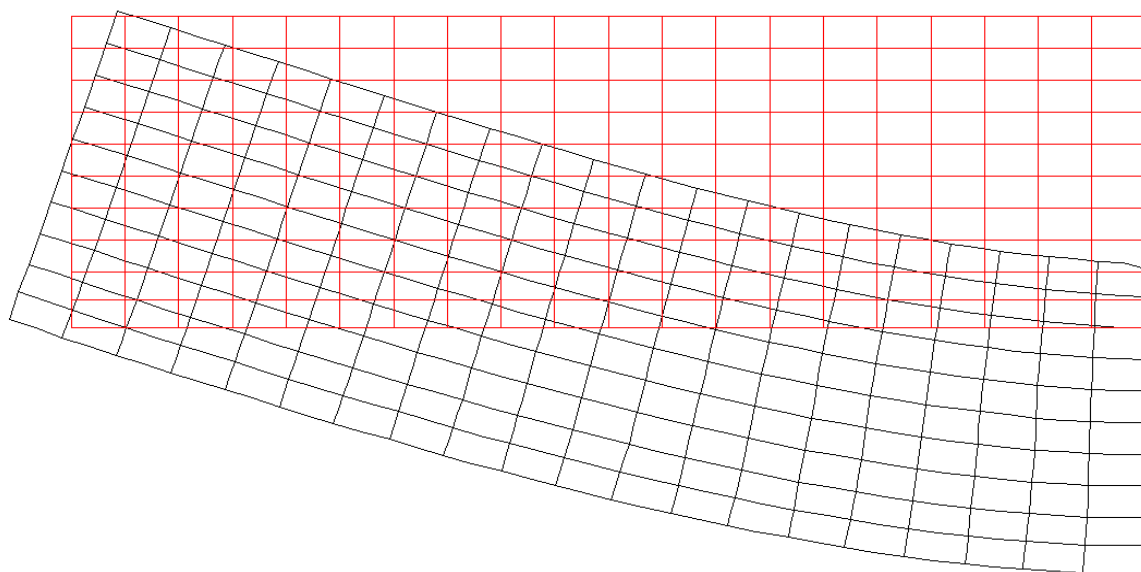


Fig. 5.10 - Deformada da viga OA1

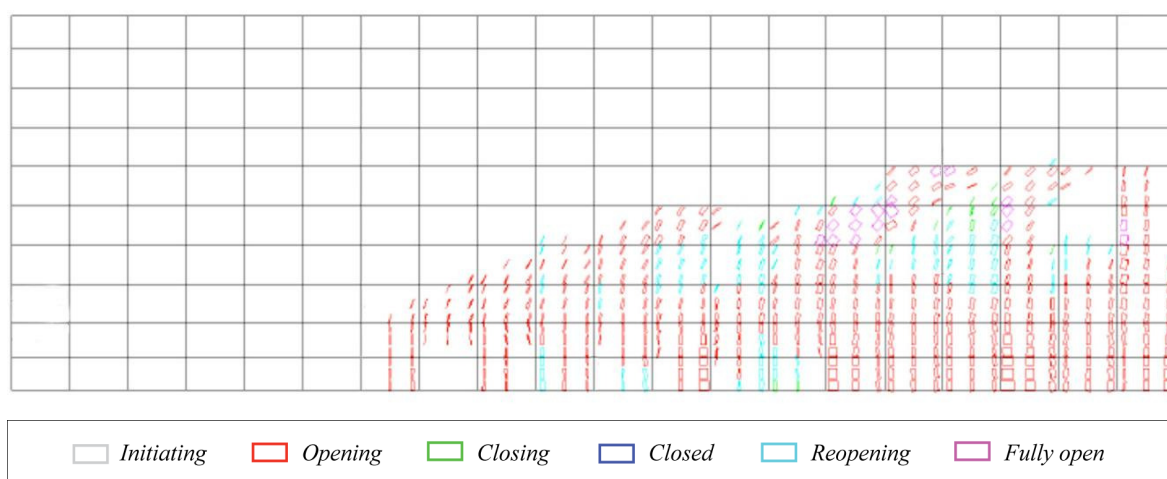
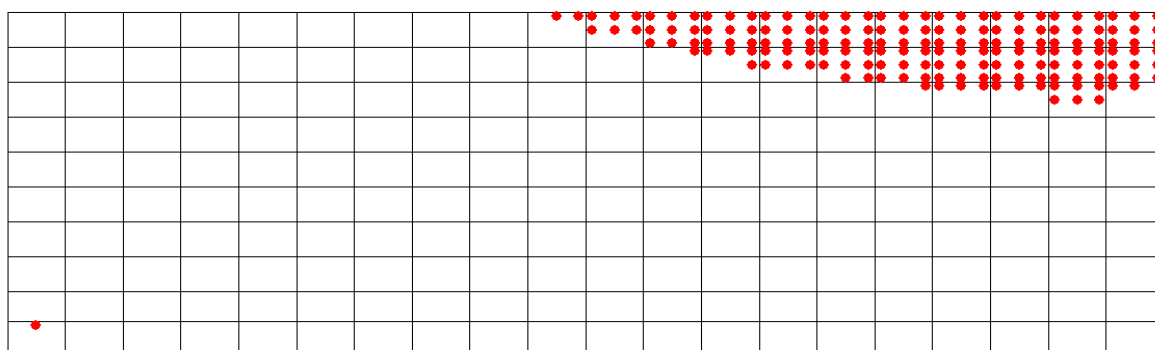


Fig. 5.11 - Padrão de fendilhacão da viga OA1

Fig. 5.12 - Pontos de *Gauss* plastificados da viga OA1

Na análise da rotura da viga verifica-se que esta apresenta uma rotura por corte. Facto este visível pela existência de fendas *fully open* inclinadas na direcção da aplicação da carga, resultado da ausência de estribos, que é a razão principal para a que a rotura aconteça.

Quanto à deformação da viga, a flecha obtida é de 5.20 mm.

Em relação à armadura, analisando um ponto de *Gauss* próximo do meio vão chega-se à conclusão que o aço apresenta uma tensão instalada de 210 MPa para uma extensão de 9.65E-04. São valores muito abaixo da capacidade resistente do aço que é utilizado, que aponta novamente para uma rotura frágil pelo betão da viga.

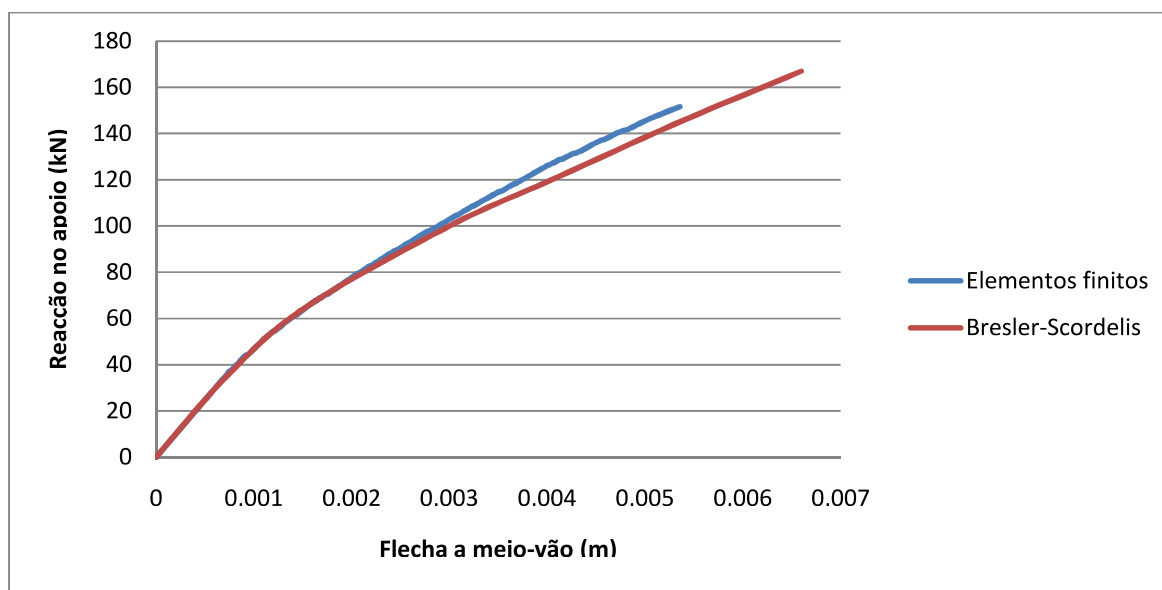


Fig. 5.13 - Relação entre a flecha a meio-vão e a reacção vertical no apoio da viga OA1

Na figura 5.13 encontra-se representada a relação entre a carga aplicada a meio-vão e a reacção no apoio. Como a estrutura é simétrica apenas se analisa metade da viga, assim, para se obter a carga total aplicada, multiplica-se a carga obtida no apoio por dois. A carga aplicada para o último incremento que convergiu é de $F = 158 \text{ kN}$, logo a carga total $F_{\text{total}} = 158 \times 2 = 316 \text{ kN}$.

Comparando estes resultados com os experimentais verifica-se uma carga de rotura 5.4% inferior, e uma flecha a meio-vão 21.1% inferior. Apesar de apresentar o comportamento esperado, a rotura da viga OA1 parece ocorrer precocemente, facto que também pode dever-se a uma eventual prematura paragem do programa. Isto pode acontecer devido ao considerável número de pontos de *Gauss* existentes na malha, o que aumenta a probabilidade da não convergência de algum deles devido à complexidade do modelo matemático presente no código computacional do programa.

5.4. VIGA A1

Na simulação da viga A1 é utilizada uma malha idêntica à anterior, tendo sido apenas adicionados elementos representantes da armadura de compressão e estribos (figura 5.14).

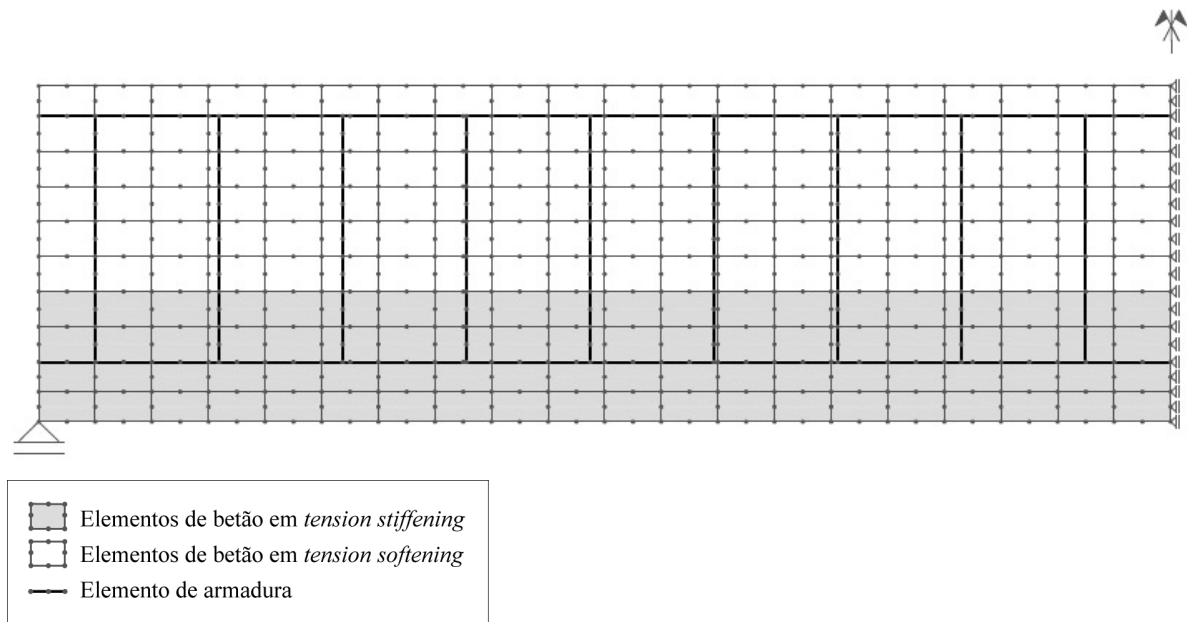


Fig. 5.14 - Malha de elementos finitos da viga A1

Os parâmetros do betão utilizado na simulação da viga A1 estão discretizados nas tabelas 5.7 e 5.8.

Tabela 5.7 – Propriedades do betão em *tension softening* na viga A1

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2.5E-06	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Coeficiente de <i>Poisson</i>	0.15	adim.
Módulo de <i>Young</i> inicial	20E+03	MPa
Resistência à compressão	24.06	MPa
Extensão na carga máxima	2.1E-03	adim.
Superfície de rotura inicial	1/3	adim.
Resistência à tracção	3	MPa
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.06785	adim.
α_1	0.575	adim.
ξ_2	0.1357	adim.
α_2	0.15	adim.
Energia de fractura	0.056	N/mm
ν_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
Número máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 5.8 – Propriedades do betão em *tension stiffening* na viga A1

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0	adim.
α_1	0.66667	adim.
ξ_2	0.85	adim.
α_2	0.1	adim.
Energia de fractura	0.196	N/mm

ANÁLISE DOS RESULTADOS

No programa *FEMIX* 4.0 as simulações não lineares podem ser efectuadas por incrementos de força ou por incrementos de deslocamento.

Para a viga A1 foram efectuadas duas simulações: uma por incrementos de força e outra por incrementos de deslocamento. Para a simulação efectuada por incrementos de deslocamento é colocado no ponto de aplicação da carga um apoio onde é prescrito um deslocamento que aumenta até à paragem do processo iterativo.

Os resultados que se seguem para a análise da viga A1 são retirados da simulação efectuada por incrementos de deslocamento, pois das duas simulações efectuadas é a que apresenta menos problemas de não convergência. Desta obtém-se uma carga de rotura no valor de $F=202\text{kN}$ para uma flecha a meio-vão de 6.8 mm. Pela comparação dos resultados com os obtidos experimentalmente (figura 5.15) é possível verificar que esta carga não corresponde ainda à carga de rotura da viga A1 e que o último incremento a convergir ainda não é o anterior à rotura. Claramente a simulação fica muito aquém da rotura, mas revela uma aproximação extremamente precisa até à não convergência

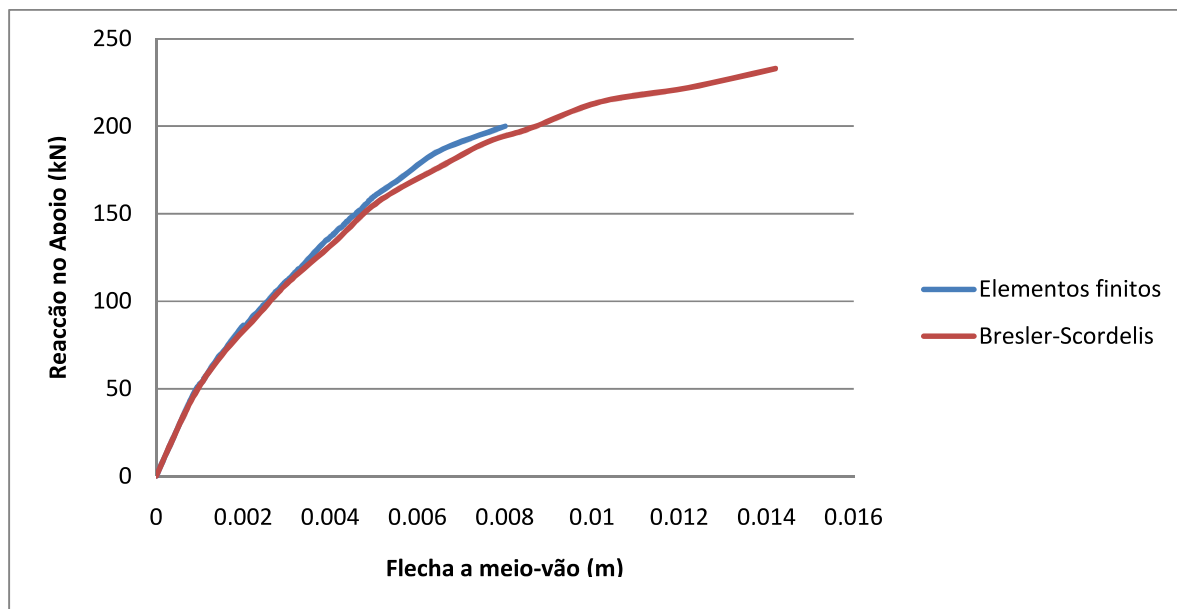


Fig. 5.15 - Relação entre a flecha a meio-vão e a reacção vertical no apoio da viga A1

Em relação ao padrão de fendilhacão (figura 5.17), verifica-se a formação de fendas inclinadas resultantes do esforço transversal, sendo visíveis algumas fendas *fully open* que mostram o início de formação da fenda crítica proveniente do esforço de corte. Devido ao esforço de flexão actuante na viga, que gera grandes traccões na parte inferior da secção da viga a meio-vão, verifica-se a presença de várias fendas perpendiculares à extremidade do elemento (fendas de flexão).

A deformada é muito semelhante à da viga OA1, visível na figura 5.16.

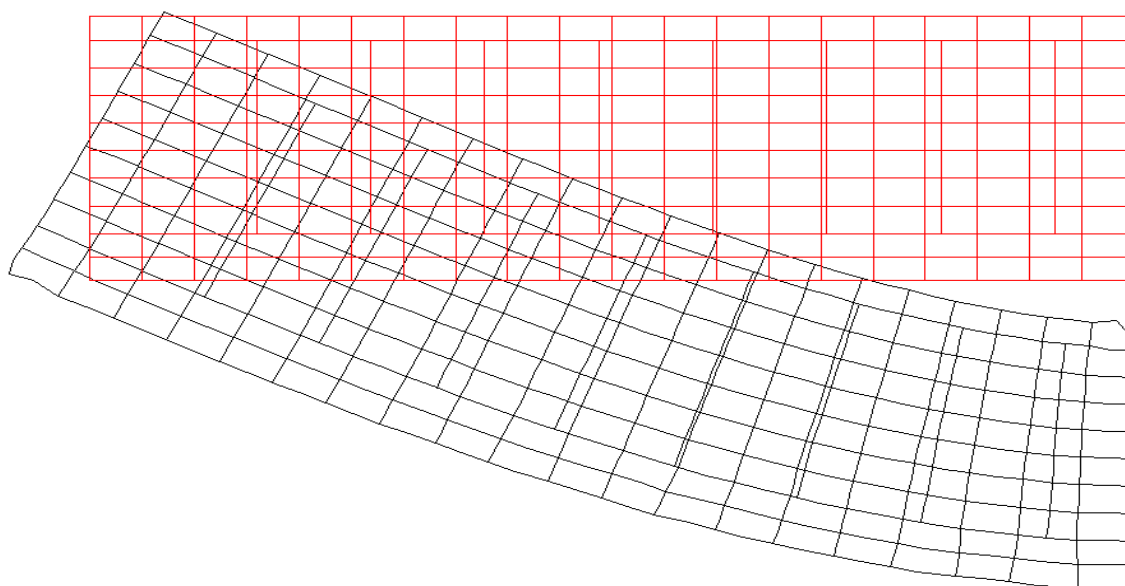


Fig. 5.16 - Deformada da viga A1

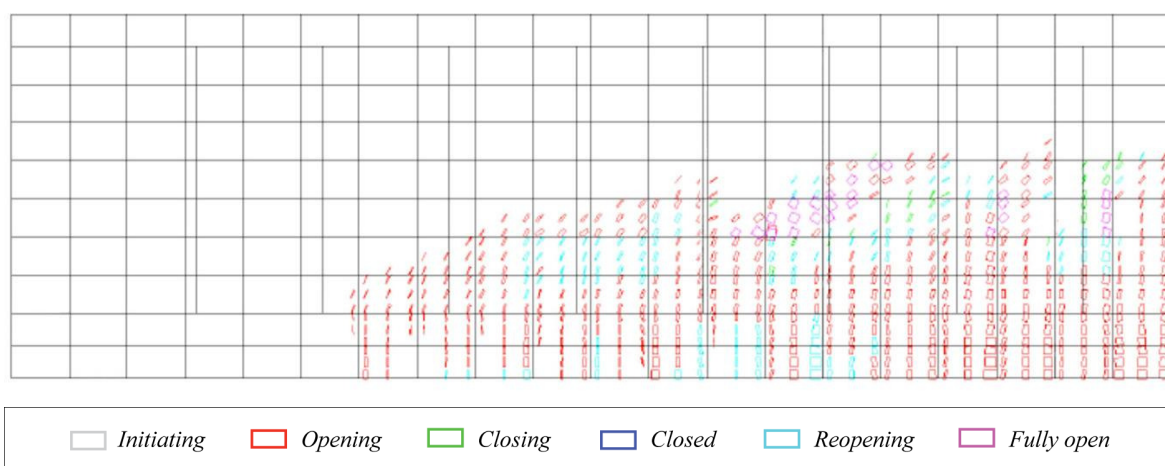


Fig. 5.17 - Padrão de fendilhacão da viga A1

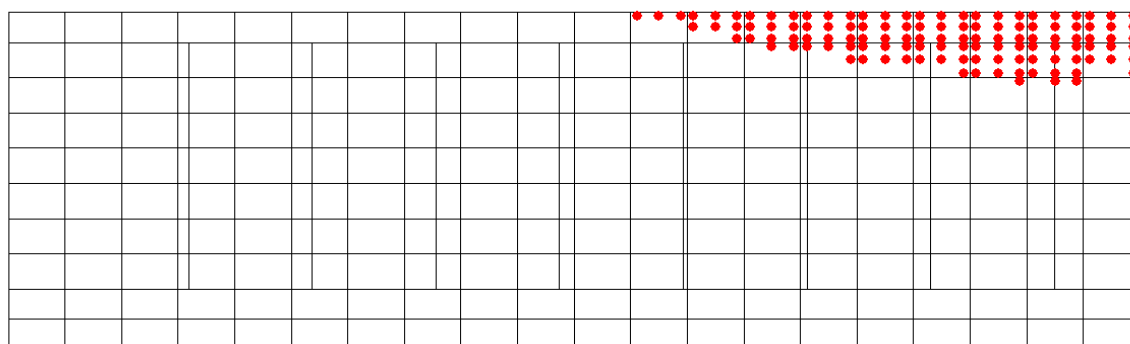


Fig. 5.18 - Pontos de Gauss plastificados da viga A1

Em relação à armadura esta apresenta a meio-vão uma tensão máxima de 286 MPa para uma extensão de $1.38E-03$, valores muito abaixo da capacidade resistente do aço que é utilizado.

5.5. VIGA A3

A viga A3 é uma viga que ao nível da geometria difere consideravelmente das anteriores, sendo bastante mais comprida. Para esta viga, a malha de elementos finitos considerada, bem como os elementos sujeitos a *tension stiffening* e *tension softening* são apresentados na figura 5.19.

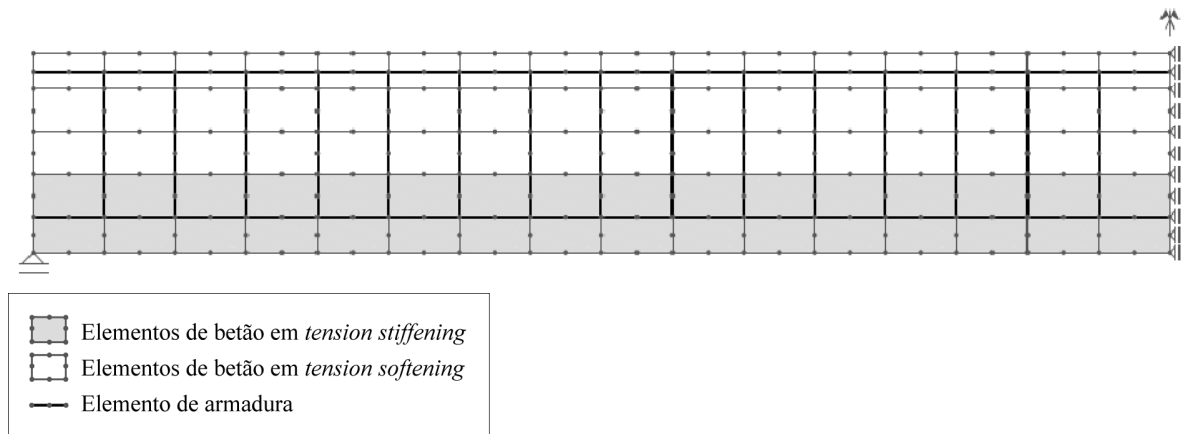


Fig. 5.19 - Malha de elementos finitos da viga A3

Para a viga A3 são efectuadas à semelhança da viga A1 duas análises, uma por incrementos de força e outra para incrementos de deformação, sendo os resultados apresentados para a simulação que mais progride.

Nas tabelas 5.9 e 5.10 estão identificados e caracterizados os parâmetros do betão utilizados na simulação da viga A3.

Tabela 5.9 - Propriedades do betão em *tension softening* na via A3

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2.5E-06	kg/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Coefficiente de <i>Poisson</i>	0.15	adim.
Módulo de <i>Young</i> inicial	20E+03	MPa
Resistência à compressão	35.03	MPa
Extensão na carga máxima	2.298E-03	adim.
Superfície de rotura inicial	1/3	adim.
Resistência à tracção	4.3	MPa
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.06785	adim.
α_1	0.575	adim.
ξ_2	0.1357	adim.
α_2	0.15	adim.
Energia de fractura	0.072	N/mm
ν_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
Número máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 5.10 - Propriedades do betão em *tension stiffening* na via A3

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0	adim.
α_1	0.66667	adim.
ξ_2	0.85	adim.
α_2	0.1	adim.
Energia de fractura	0.240	N/mm

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para esta viga é esperada uma rotura por flexão. Através da análise dos resultados verifica-se que ao nível da fendilhacão a viga desenvolve fendas perpendiculares à base da sua secção a meio-vão (figura 5.20) facto que, associado à ausência de fendas inclinadas na direcção do ponto de aplicação da carga, mostra a ligeira influência do esforço transversal nesta viga. Assim, também não se prevê a formação de uma fenda crítica inclinada na direcção do ponto de aplicação de carga, que separe a viga em duas partes, como na viga OA1 (figura 5.11).

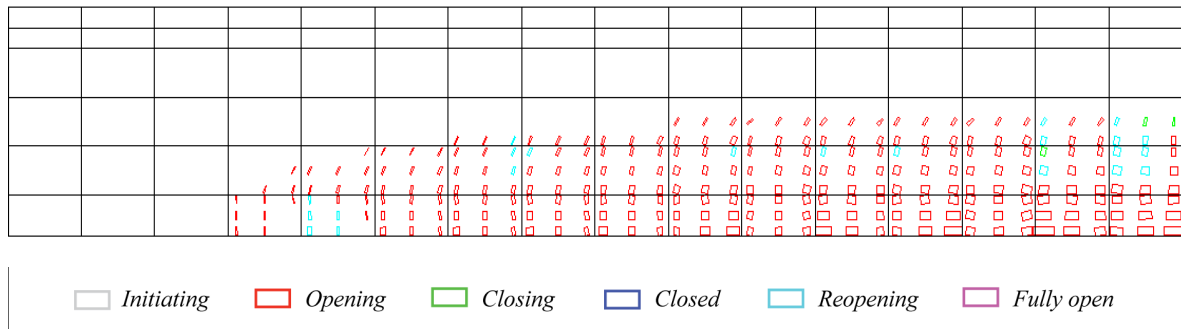


Fig. 5.20 - Padrão de fendilhacão da viga A3

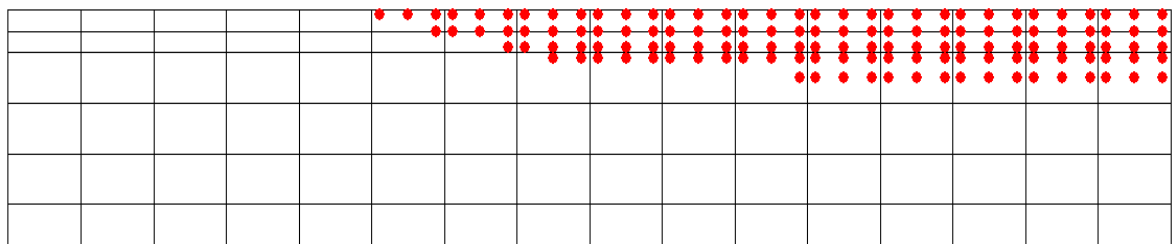


Fig. 5.21 - Pontos de Gauss plastificados da viga A3

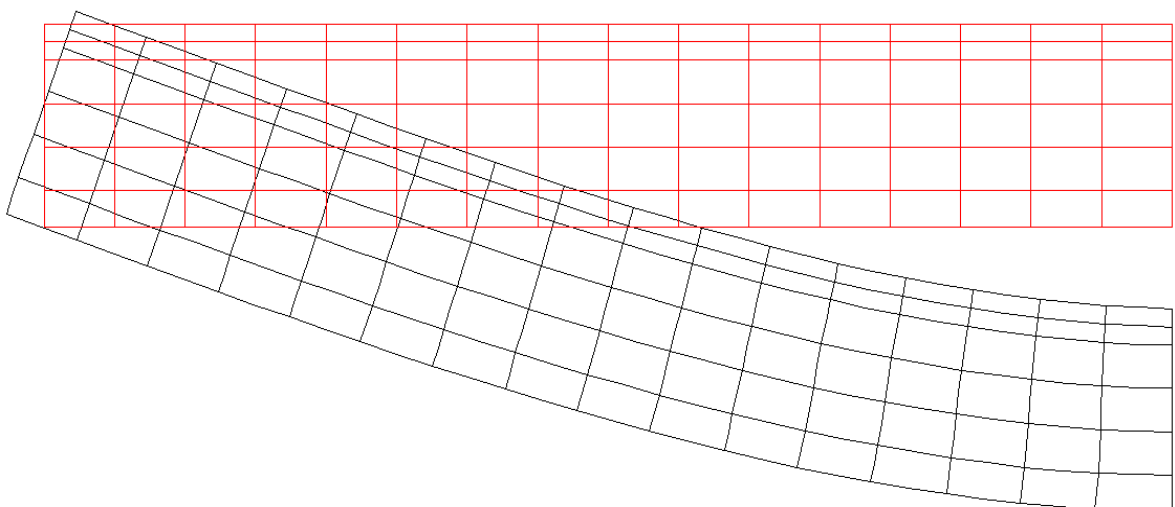


Fig. 5.22 - Deformada da viga A3

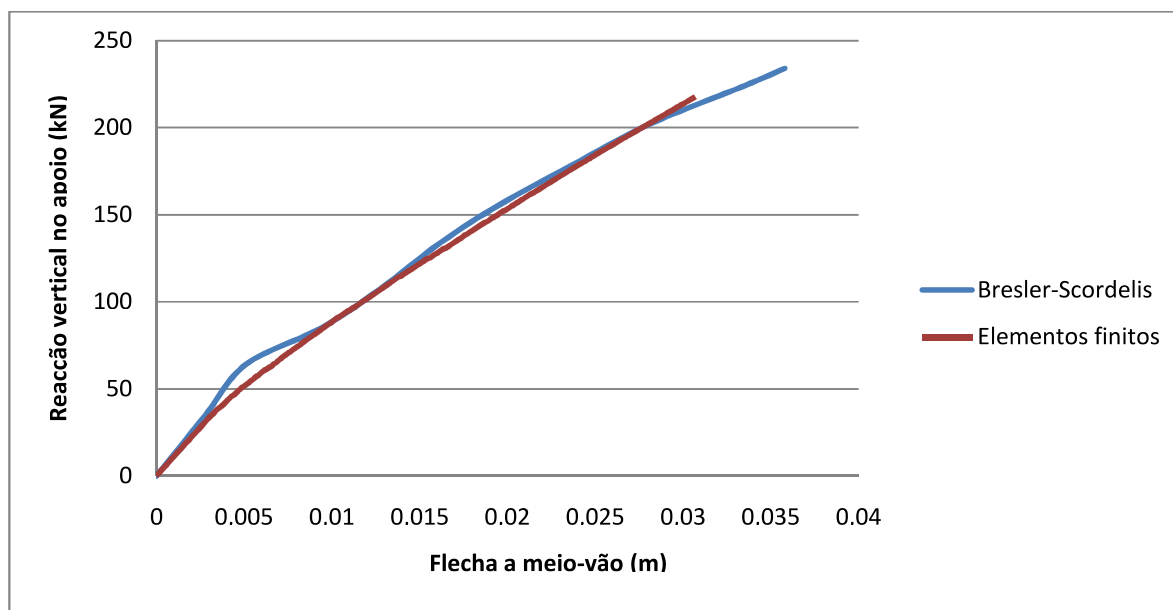


Fig. 5.23 - Relação entre a flecha a meio-vão e a reacção vertical no apoio da viga A3

A simulação revela-se bastante precisa em relação aos resultados do ensaio em laboratório visível no gráfico da figura 5.23. Os afastamentos que se verificam em duas partes do gráfico também são verificados nas mesmas simulações efectuadas em [9] e [17]. Apesar de a simulação não atingir a carga de rotura, o resultado revela-se muito satisfatório. A carga atingida fica apenas a 7% da de rotura, enquanto a flecha revela-se 14,5% inferior. É atingido um valor de 435,3 kN ($2 \times 217,65$ kN) para a carga de rotura e de 30,7 mm para a flecha a meio-vão.

5.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo aborda a comparação dos resultados obtidos pela simulação efectuada no programa *FEMIX* 4.0, baseado no modelo matemático apresentado no capítulo 3, com os obtidos experimentalmente por *Bresler-Scordelis* [7].

Após a análise e comparação dos resultados concluiu-se que para as vigas OA1 e A3 os resultados são satisfatórios por ambas apresentarem uma rotura igual à esperada, e valores próximos dos obtidos por *Bresler-Scordelis* [7], no entanto, mais baixos, devido a problemas de não convergência que provocaram a precoce paragem da simulação.

A simulação da viga A1 apresentou resultados muito abaixo dos experimentais, também devido a uma não convergência, porém extremamente precoce.

A paragem prematura do programa pode estar relacionada com a complexidade do modelo matemático presente no código computacional do mesmo. Pois nas simulações efectuadas em [2] para as mesmas vigas (OA1, A1 e A3) mas com um modelo matemático muito mais simples, foram obtidos resultados muito mais próximo dos experimentais. Para simulações como as presente em [9] e [17], onde é utilizada a mesma versão 4.0 do *FEMIX* os resultados são muito semelhantes aos obtidos no presente trabalho.

Em suma concluiu-se que as simulações efectuadas se mostraram muito próximas da realidade, como confirmam os diagramas carga/descarga que se aproximam invariavelmente dos experimentais, apesar da paragem precoce.

Portanto, o programa *FEMIX* 4.0 por ser capaz de simular com fiabilidade a análise não linear de estruturas, revela-se, para isso, uma útil e potente ferramenta. Os próximos capítulos incidem sobre o uso do programa na simulação não linear de estruturas porticadas.

6

ANÁLISE NÃO LINEAR DE PÓRTICOS DE BETÃO ARMADO – ESTUDO DAS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E MODELOS DE SEGURANÇA

6.1. INTRODUÇÃO

A actual regulamentação [18] para a análise não linear de estruturas é pouco clara e escassa. Assim sendo, é objecto de estudo no presente capítulo a análise de três pórticos, e a proposta de modelos de segurança para os mesmos.

São apresentados três pórticos com características geométricas e materiais distintas e com diferentes casos de carga. Estes são dimensionados pelo método tradicional, frequentemente usado para dimensionamento de estruturas, que considera a análise linear dos materiais, de acordo com o EC2 [18]. Após o dimensionamento, os pórticos são simulados no programa *FEMIX* 4.0 em análise não linear material. Fazem-se os estudos dos pórticos à carga última, sendo depois comparados os resultados obtidos pelo programa com os obtidos a partir cálculo orgânico tradicional. Para cada pórtico simulado em análise não linear são realizados dois estudos, diferentes pela função dos parâmetros dos materiais e do respectivo modelo de segurança.

Um dos estudos é feito com as propriedades características dos materiais, na qual é aplicado um coeficiente de segurança global, como mostra a expressão 6.1. Neste modelo todas as cargas actantes na estrutura são maioradas por um coeficiente de segurança global incrementado até a rotura da estrutura (modelo 1); o outro estudo é executado para as propriedades de cálculo dos materiais, onde são aplicados coeficientes de segurança parciais, como mostra a expressão 6.2. Aqui, as cargas permanentes da estrutura são maioradas até um máximo de 1.35 (coeficiente de segurança para cargas permanentes) e as cargas variáveis maioradas por um coeficiente de segurança γ_p até à rotura da estrutura (modelo 2).

$$\gamma_g (G_k + O_k) \quad (6.1)$$

$$1.35 G_k + \gamma_p O_k \quad (6.2)$$

6.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS

De seguida, são descritas todas as características geométricas dos pórticos, e todas as armaduras presentes em cada um. Os pórticos analisados seguem o modelo apresentado na figura 6.1 onde:

- L_{pilar} – altura do pilar em relação ao centro de gravidade da secção de betão da viga;
- L_{viga} – comprimento da viga medido entre os centros de gravidade da secção dos pilares;
- G_k – carga permanente pontual na direcção vertical;
- g_k – carga permanente distribuída na direcção vertical;
- q_k – carga variável distribuída na direcção vertical.

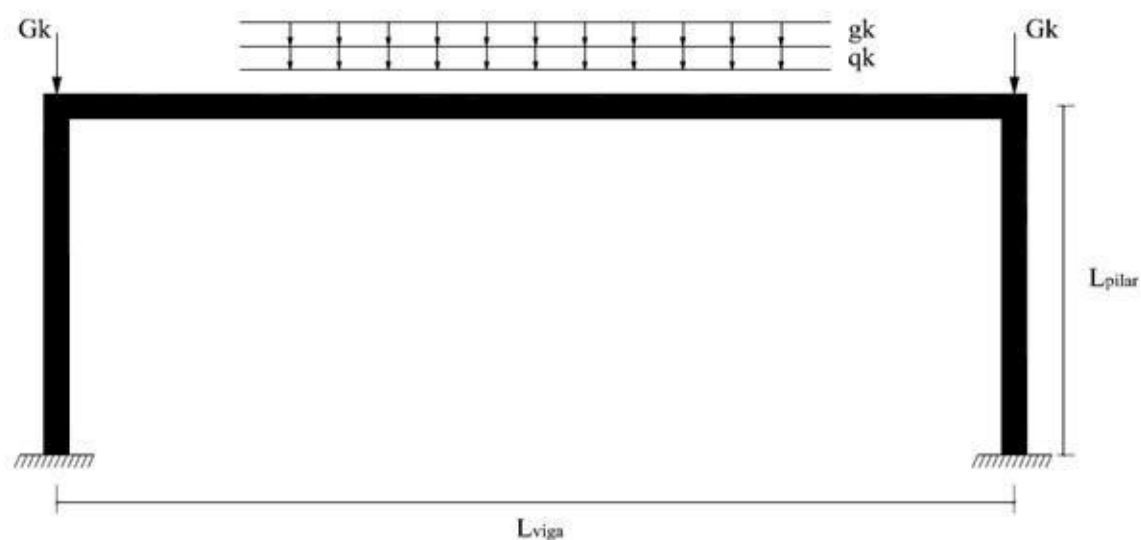


Fig. 6.1 - Modelos dos pórticos simulados

A armadura presente nos pórticos pode ser vista no corte transversal presente na figura 6.2 onde:

- b – base da secção de betão;
- h – altura da secção de betão;
- d – altura útil da secção de betão;
- A_s – armadura de tracção;
- A'_s – armadura de compressão;
- A_{sw} – armadura transversal.

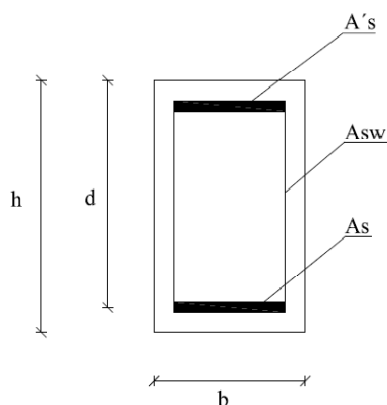


Fig. 6.2 - Modelo da armadura dos pórticos

A tabela 6.1 resume as características geométricas dos três pórticos em análise, em conformidade com as figuras 6.1 e 6.2.

Tabela 6.1 - Resumo das características geométricas dos pórticos analisados

Pórtico	Viga			Pilar		
	b (m)	h (m)	L (m)	b (m)	h (m)	L (m)
1	0.3	0.45	6	0.3	0.3	3
2	0.25	0.35	4	0.25	0.25	2
3	0.25	0.4	8	0.25	0.4	3

Nas simulações a seguir descritas apenas está representado meio pórtico, devido à simetria geométrica e da aplicação de cargas. A distância do centro de gravidade das armaduras ao limite da secção é de 5 cm.

Em relação às condições de apoio, são considerados apoio de encastramento na base do pilar e apoios simples a meio-vão da viga, de forma a impedir os deslocamentos horizontais e simular a restante parte do pórtico (figura 6.3).

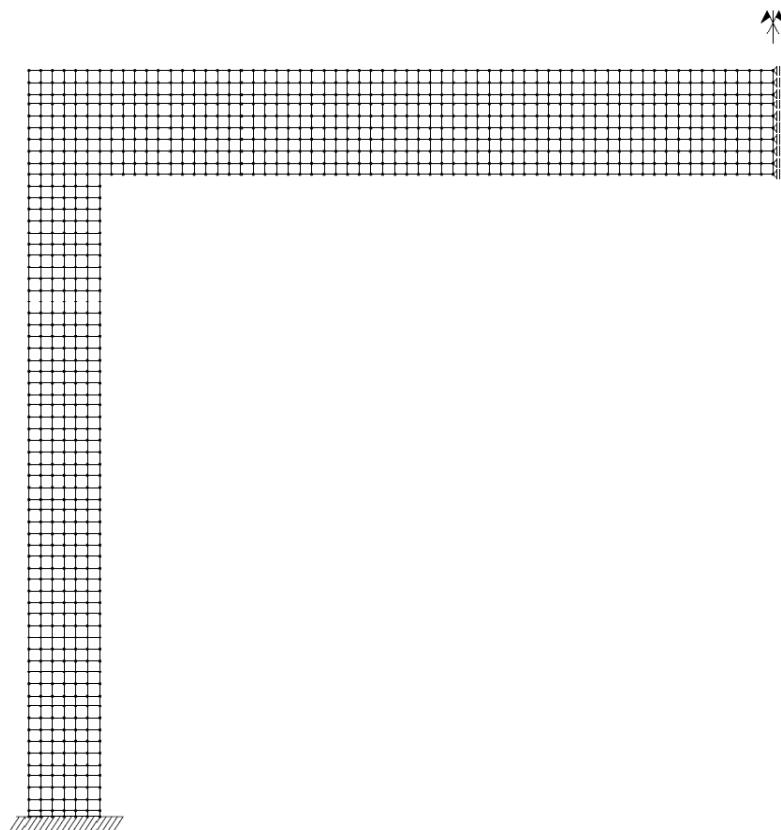


Fig. 6.3 - Condições de apoio dos pórticos simulados

Em relação às cargas aplicadas, as cargas pontuais foram consideradas como cargas distribuídas ao longo da largura do pilar (figura 6.4).

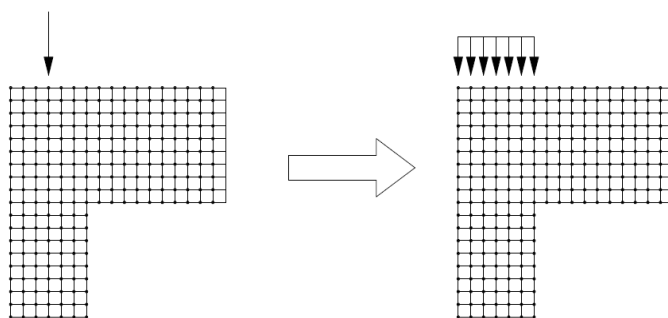


Fig. 6.4 - Aplicação de cargas pontuais nos pórticos

Para os dois tipos de análise realizadas são considerados diferentes casos de carga. No caso da análise não linear com propriedades características dos materiais e um coeficiente de segurança global (modelo 1), apenas é considerado um caso de carga que contém todas as cargas aplicadas. Estas são depois incrementadas igualmente até à rotura. Já para as propriedades de cálculo dos materiais e coeficiente de segurança parcial (modelo 2), são considerados dois casos de carga: um, que contém o peso próprio da estrutura e as cargas permanentes que são incrementadas até um máximo de 1.35, sendo a partir deste valor constantes; outro, que contém as cargas variáveis, incrementadas até à rotura.

6.3. PÓRTICO 1

6.3.1. DIMENSIONAMENTO DO PÓRTICO 1 SEGUNDO EC2

O pórtico 1 é dimensionado para um betão da classe C20/25 e um aço S500 e apresenta um esquema (figura 6.5) com as respectivas acções.

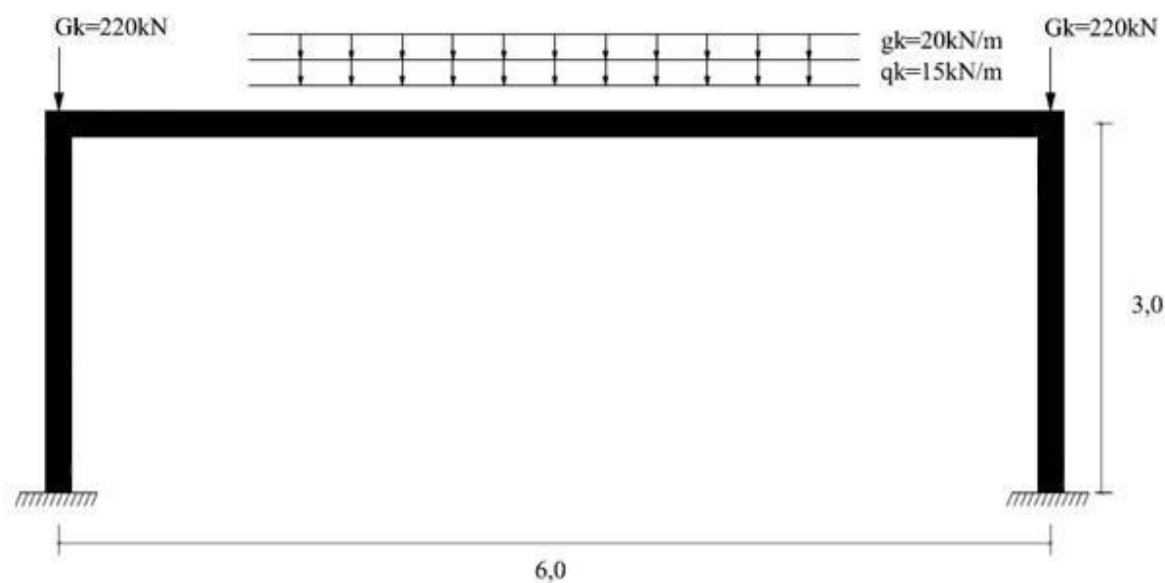


Fig. 6.5 - Geometria e cargas do pórtico 1

PRÉ-DIMENSIONAMENTO

A estrutura é introduzida num programa de cálculo com as respectivas acções. De seguida são obtidos os diagramas de momentos, esforços transversos e esforços axiais no pórtico. Destes retiram-se o momento positivo máximo $M_{máx}^+ = 232 \text{ kN.m}$ e o momento negativo máximo $M_{máx}^- = 87 \text{ kN.m}$.

A partir de

$$u = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}} \quad (6.3)$$

considerando M_{Ed} o momento máximo e $u=0.25$ encontram-se as dimensões da viga com $b=0.3\text{m}$ e $h=0.55\text{m}$.

DIMENSIONAMENTO DA VIGA

Em primeiro lugar é feita a verificação do esmagamento das bielas de compressão onde

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} \quad (6.4)$$

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z \nu_1 f_{cd}}{(\cot \theta + \tan \theta)} \quad (6.5)$$

para $\cot \theta = 2$ e para $\nu_1 = 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$ vem que $V_{Rd,max} = 310 \text{ kN} > V_{Ed} = 151 \text{ kN}$.

Em seguida, para o dimensionamento da armadura transversal é usada a equação

$$V_{Rd,s} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) z f_{vd} \cot \theta \quad (6.6)$$

que, sendo em função da quantidade de armadura, resulta em

$$\left(\frac{A_{sw}}{s} \right) \geq \frac{V_{Ed}}{z f_{vd} \cot \theta} \quad (6.7)$$

logo, $\left(\frac{A_{sw}}{s} \right) \geq 4.8 \text{ cm}^2/\text{m}$ que resulta numa armadura de $2r \phi 8 // 0.2$.

A armadura transversal mínima é retirada pela seguinte equação:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = \rho_{w,\min} b_w \quad (6.8)$$

onde

$$\rho_{w,\min} = \frac{(0.08\sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}} \quad (6.9)$$

resultando que $\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = 206/0.225$, onde o espaçamento máximo entre estribos é

$$s_{t,\max} \leq \begin{cases} 0.75 d \\ 600 \text{ mm} \end{cases} \quad (6.10)$$

O dimensionamento da armadura longitudinal é calculado pelas expressões 6.11, 6.12 e 6.13.

$$u = \frac{M_{ED}}{bd^2 f_{cd}} \quad (6.11)$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{bd f_{cd}} \quad (6.12)$$

$$A_s \geq \frac{bd f_{cd} \omega}{f_{yd}} \quad (6.13)$$

A tabela 6.2 resume a armadura de tracção e a armadura de compressão dimensionada, cujo cálculo parte da tabela presente em [14]. Estas têm que verificar a armadura máxima (expressão 6.15) e mínima (expressão 6.14).

Tabela 6.2 - Armaduras longitudinais do pórtico 1

Armadura	μ	ω	$A_s(\text{cm}^2)$	ϕ adoptado
Inferior	0.258	0.339	12.5	3 ϕ 25
Superior	0.100	0.106	4	2 ϕ 16

$$A_{s,\min} = \begin{cases} 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd \\ 0.0013bd \end{cases} \quad (6.14)$$

$$A_{s,\max} = 0.04 A_c \quad (6.15)$$

Em seguida, e após o cálculo da armadura longitudinal é calculado o seu comprimento de amarração:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rad} \geq l_{b,\min} \quad (6.16)$$

onde

$$l_{b,rad} = \left(\frac{\phi}{4} \right) \left(\frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \right) \quad (6.17)$$

e

$$f_{bd} = 2.25 n_1 n_2 f_{ctd} \quad (6.18)$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,0.05} / \gamma_c \quad (6.19)$$

Daí resulta que $l_{b,rad}^{\text{sup}} = 0.35m$ e $l_{b,rad}^{\text{inf}} = 0.40m$.

O comprimento de amarração tem que verificar os comprimentos mínimos das expressões:

$$l_{b,\min}^+ > \max \{ 0.3 l_{b,rad} : 10\phi : 100mm \} \quad (6.20)$$

$$l_{b,\min}^- > \max \{ 0.6 l_{b,rad} : 10\phi : 100mm \} \quad (6.21)$$

DIMENSIONAMENTO DOS PILARES:

Antes do dimensionamento dos pilares é necessário efectuar o cálculo para verificação da dispensa dos efeitos de segunda ordem.

Para a determinação do comprimento efectivo considera-se o modelo da figura 6.6.



Fig. 6.6 - Comprimento efectivo do pilar

onde

$$l_0 = 0.7l \quad (6.22)$$

A esbelteza do pilar é calculada pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0 \sqrt{12}}{h} \quad (6.23)$$

Os pilares dispensam a verificação dos efeitos de segunda ordem caso verifiquem a seguinte condição:

$$\lambda_{lim} > \lambda \quad (6.24)$$

onde

$$\lambda_{lim} = 20 \ A \ B \ C / \sqrt{n} \quad (6.25)$$

em que $A = 0.7$, $B = 1.1$, $C = 0.7$ e $n = N_{Ed} / (A_c f_{cd})$.

Para o pórtico 1 obtém-se $l_0 = 2.1m$, $\lambda = 18.1$ e $\lambda_{lim} = 18.4$, que mostra que é dispensada a consideração dos efeitos de segunda ordem.

Assim sendo, são dimensionadas as armaduras dos pilares pelas seguintes expressões do ábaco R1 presente em [14]

$$u = \frac{M_{Rd}}{bh^2 f_{cd}} \quad (6.26)$$

$$v = \frac{N_{Rd}}{bh f_{cd}} \quad (6.27)$$

Destas retira-se o valor de ω . Pela equação 6.28 obtém-se a quantidade de armadura:

$$A_s \geq \frac{bdf_{cd}\omega}{f_{vd}} \quad (6.28)$$

devendo respeitar as respectivas armaduras máximas e mínimas:

$$A_{s,min} = \frac{0.10N_{Ed}}{f_{vd}} \quad (6.29)$$

$$A_{s,max} = 0.04 A_c \quad (6.30)$$

Para a escolha da armadura transversal dos pilares e respectivos espaçamentos entre elas usa-se

$$A_{cinta} \geq \begin{cases} 6mm \\ \frac{1}{4} \phi_{máx} \end{cases} \quad (6.31)$$

$$s_{d,max} \leq \begin{cases} 15\phi_{min} \\ \text{menor dimensão do pilar} \\ < 300mm \end{cases} \quad (6.32)$$

A tabela 6.3 resume os parâmetros calculados para os pilares do pórtico 1.

Tabela 6.3 - Armadura do pilar do pórtico 1

Seccão	$M_{\max}$ (kN.m)	$N_{\max}$ (kN)	u	v	ω	ϕ_{adoptado}	Cintas
0.30x030	62	565	0.172	0.387	0.2	4 ϕ 6	ϕ 6//0.3

Depois de dimensionados os pilares e a viga do pórtico 1, apresentam-se nas figuras 6.7 e 6.8 os seus cortes longitudinal e transversal, respectivamente.

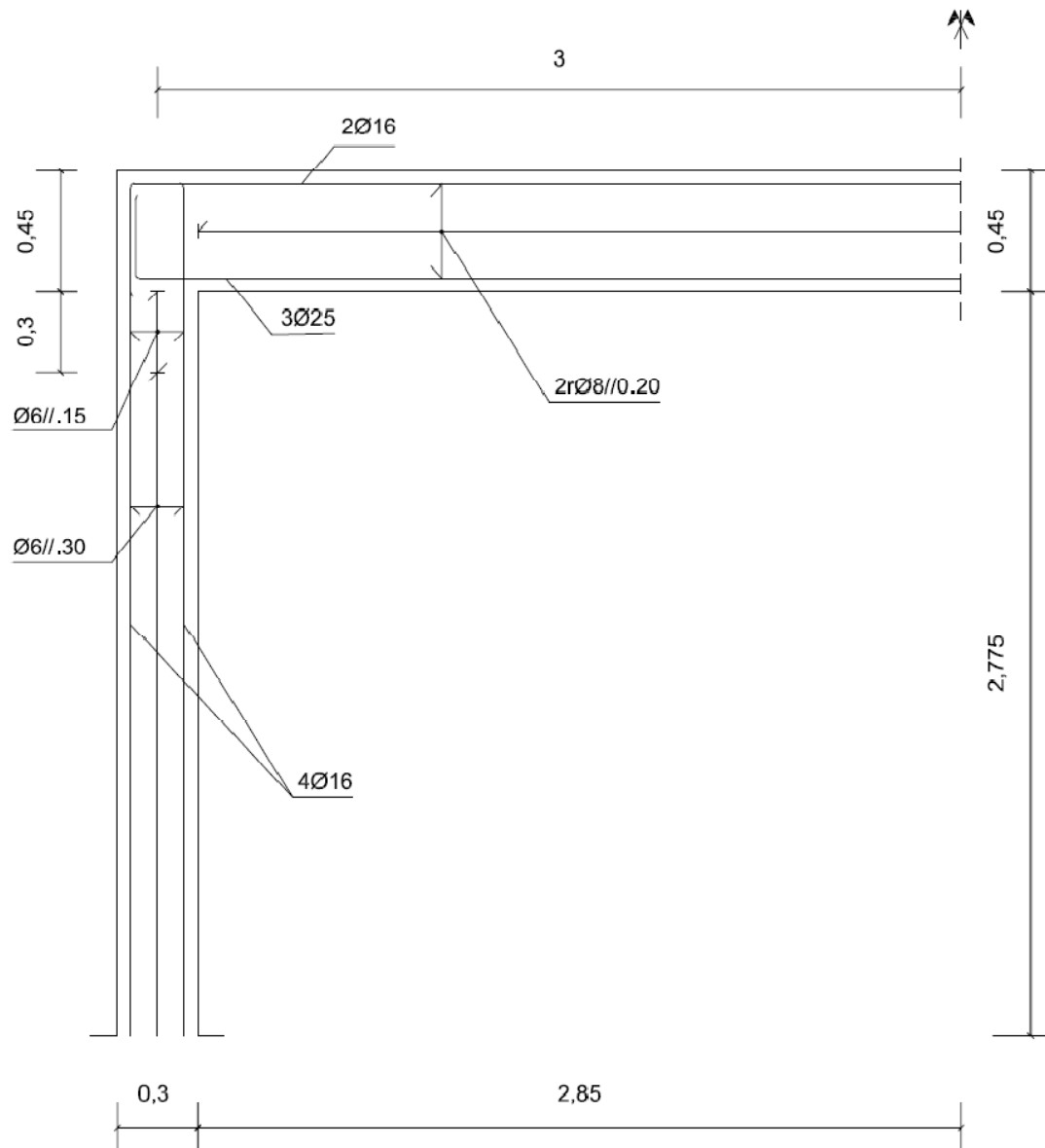


Fig. 6.7 - Corte longitudinal do pórtico 1, unidades em [m]

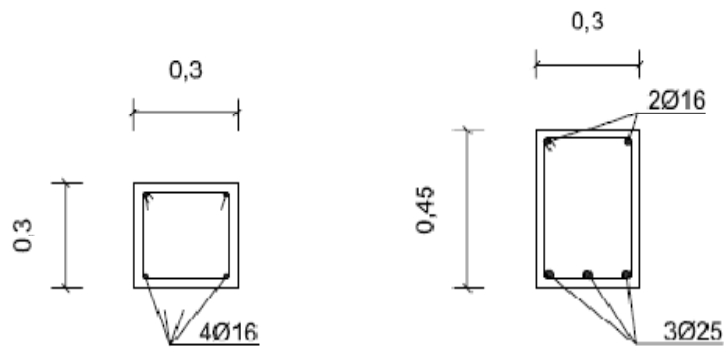


Fig. 6.8 - Corte transversal do pilar e da viga do pórtico 1. unidades em [m]

6.3.2. DEFINIÇÃO DO PÓRTICO EM ESTUDO

Descrevem-se em baixo as características geométricas do pórtico 1 (tabela 6.4 e tabela 6.5).

Tabela 6.4 - Resumo das características geométricas da viga do pórtico 1

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{viga}	6	m
b_{viga}	0.3	m
h_{viga}	0.45	m
A_s	3Ø25	m ²
A'_s	2Ø16	m ²
A_{sw}	2rØ8//0.2	m ²
$A_{sw,min}$	2rØ6//0.2	m ²

Tabela 6.5 - Resumo das características geométricas do pilar do pórtico 1

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{pilar}	3	m
b_{pilar}	0.3	m
h_{pilar}	0.3	m
A_s	2Ø16	m ²
A'_s	2Ø16	m ²
A_{sw}	2rØ6//0.3	m ²

Para o pórtico é considerada uma malha de elementos finitos (ver figura 6.9), na qual também se verifica a consideração dos elementos em *tension softening* e *tension stiffening*.

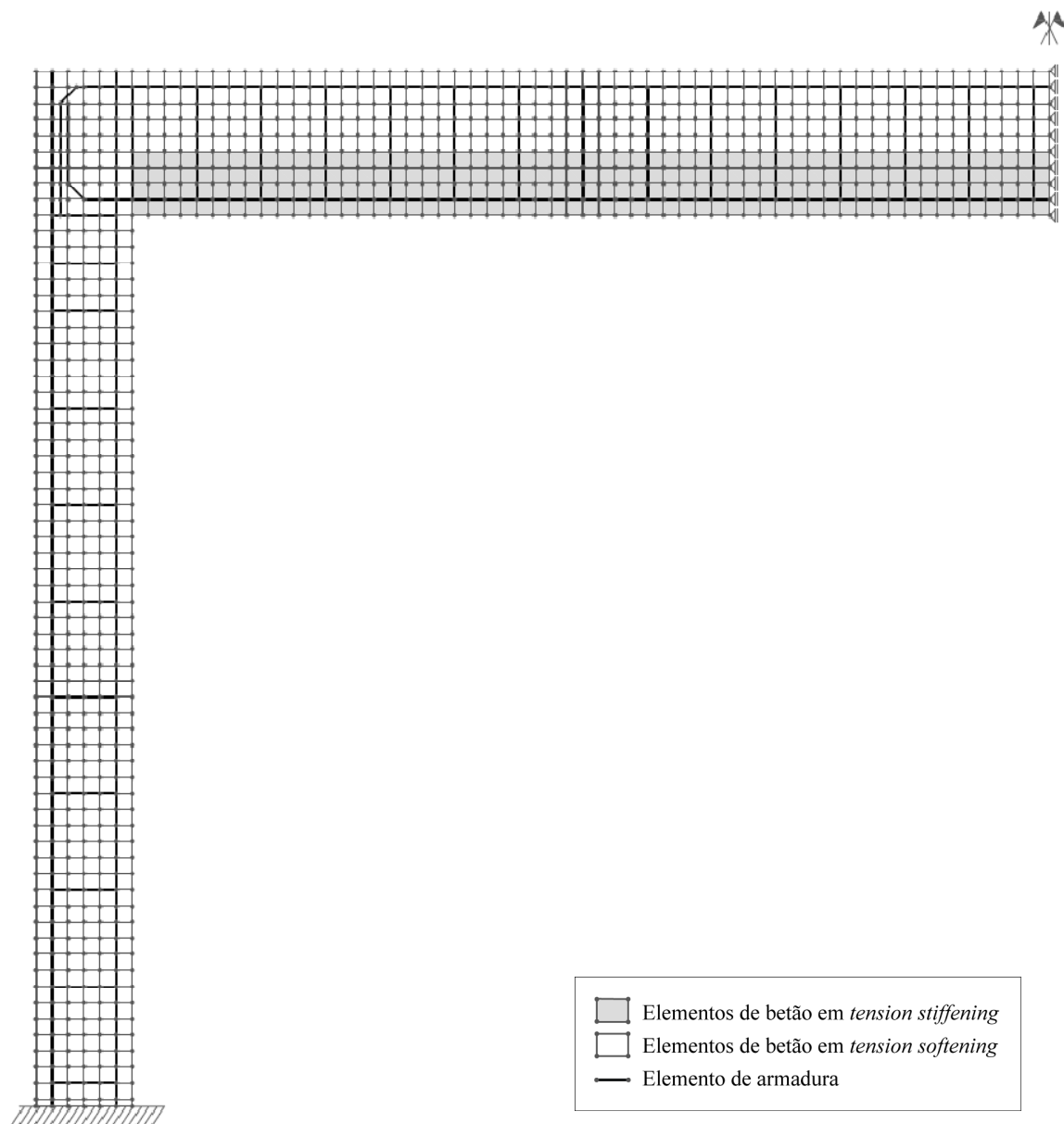


Fig. 6.9 - Malha de elementos finitos do pórtico 1

6.3.3. ANÁLISE COM PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS (MODELO 1)

Em seguida são descritos os valores característicos utilizados para a definição do bloco de dados não linear dos materiais e definidos os parâmetros relativos ao betão (tabela 6.6 e 6.7) e ao aço (tabela 6.8 e figura 6.10).

Tabela 6.6 - Propriedades características do betão em *tension softening* do pórtico 1

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2.4E-06	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Coeficiente de <i>Poisson</i>	0.15	adim.
Módulo de <i>Young</i> inicial	30E+03	MPa
Resistência à compressão	20	MPa
Extensão na carga máxima	2E-03	adim.
Superfície de rotura inicial	1/3	adim.
Resistência à tracção	1.5	MPa
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.06785	adim.
α_1	0.575	adim.
ξ_2	0.1357	adim.
α_2	0.15	adim.
Energia de fractura	0.0489	N/mm
ρ_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
Número máximo de fendas	2	-
Ângulo de formação de nova fenda	30	Graus

Tabela 6.7 - Propriedades características do betão em *tension stiffening* do pórtico 1

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.05	adim.
α_1	0.5	adim.
ξ_2	0.8	adim.
α_2	0.4	adim.
Energia de fractura	0.489	N/mm

Tabela 6.8 - Propriedades características do aço do pórtico 1

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7.7E-06	kg/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2.5E-03	adim.
Tensão no primeiro tramo	500	MPa
Extensão no segundo tramo	0.02625	adim.
Tensão no segundo tramo	520	MPa
Extensão no terceiro tramo	0.05	adim.
Tensão no terceiro tramo	540	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

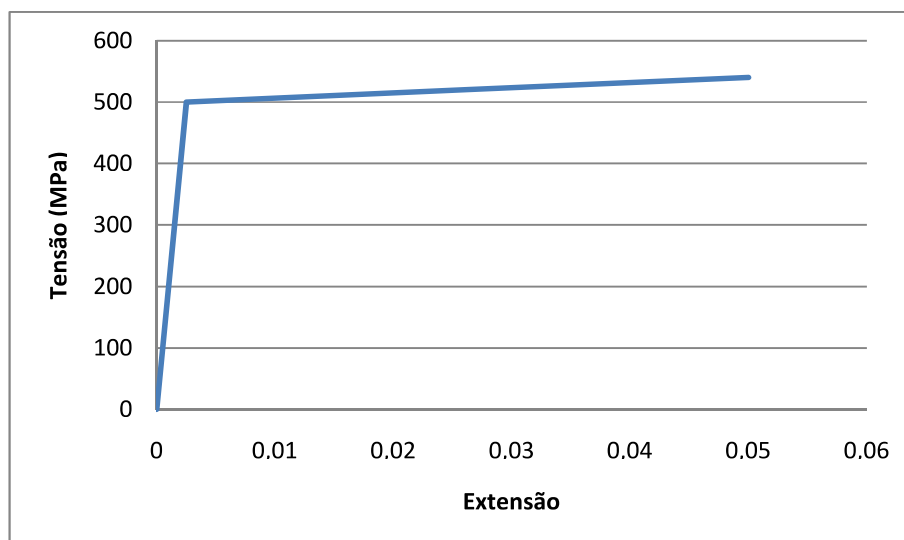


Fig. 6.10 - Diagrama tensão-extensão característico do aço

O pórtico é simulado para 400 combinações de carga, com um incremento de carga de 0.01 em cada passo até um factor máximo de 4.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Após efectuada a simulação é alcançada a combinação número 174, sendo esta a última que convergiu, o que significa que o coeficiente de segurança global para a estrutura é $\gamma_g=1.74$. Daí obtém-se a expressão 6.33, resultante da equação 6.1

$$1.74 (G_k + O_k) \quad (6.33)$$

Pela análise do gráfico (figura 6.11) verifica-se que o pórtico resiste até uma carga última de 602.8 kN, cerca de 23% superior à carga de rotura para o ULS no valor de 463.95 kN. Encontram-se no gráfico dois declives. Um inicial mais acentuado que representa a fase antes da fendilhacão (da origem ao ponto A), e um segundo declive constante até à rotura (do ponto A a B).

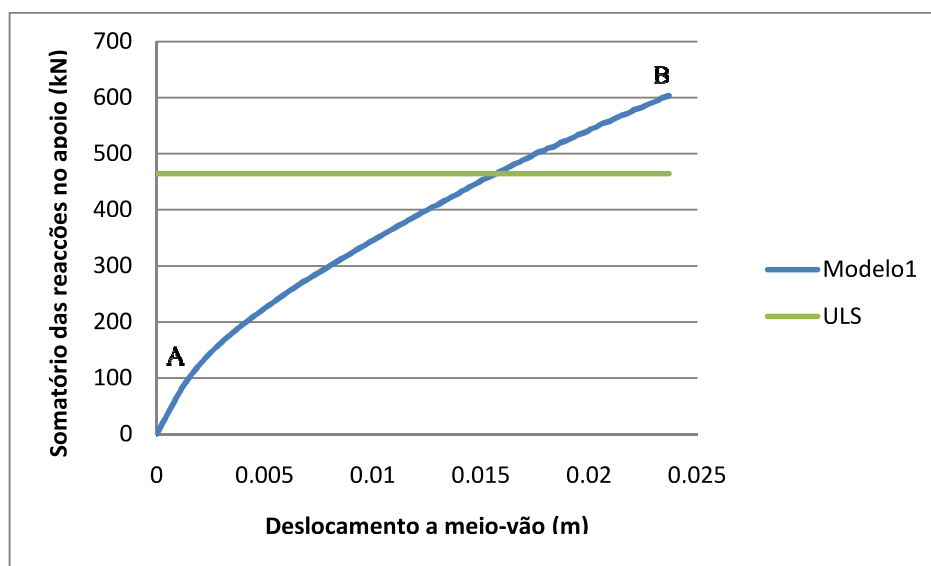


Fig. 6.11 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão

A deformada é representada na figura 6.12 e apresenta para a carga última convergida uma flecha a meio-vão de 23.68 mm.

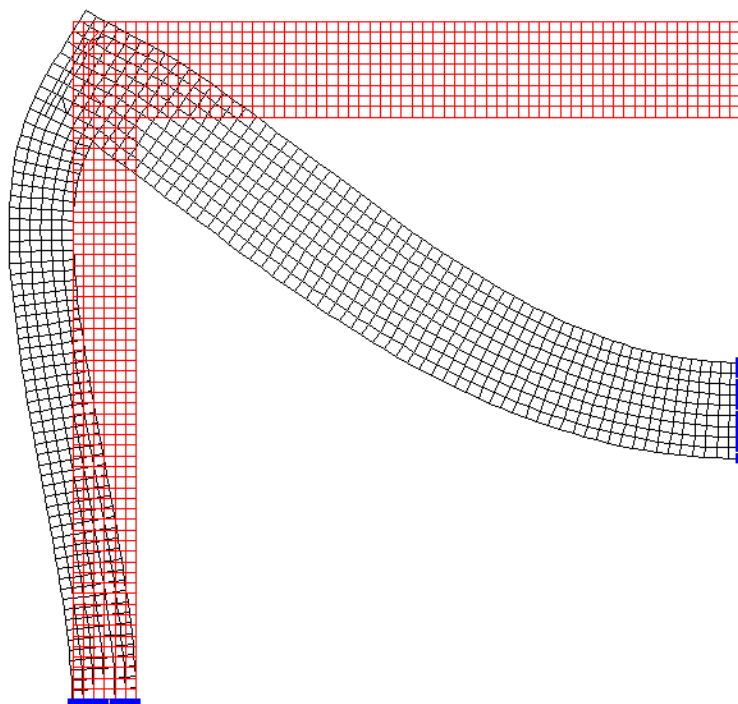


Fig. 6.12 - Deformada característica do pórtico 1 para o último incremento convergido (ampliada 75x)

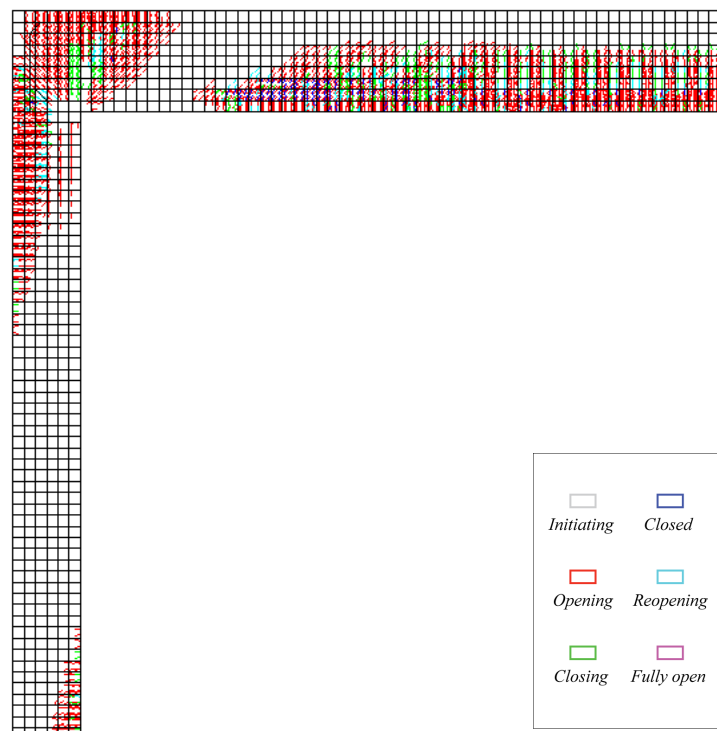


Fig. 6.13 - Padrão de fendilhacão característico do pórtico 1 para o último incremento convergido

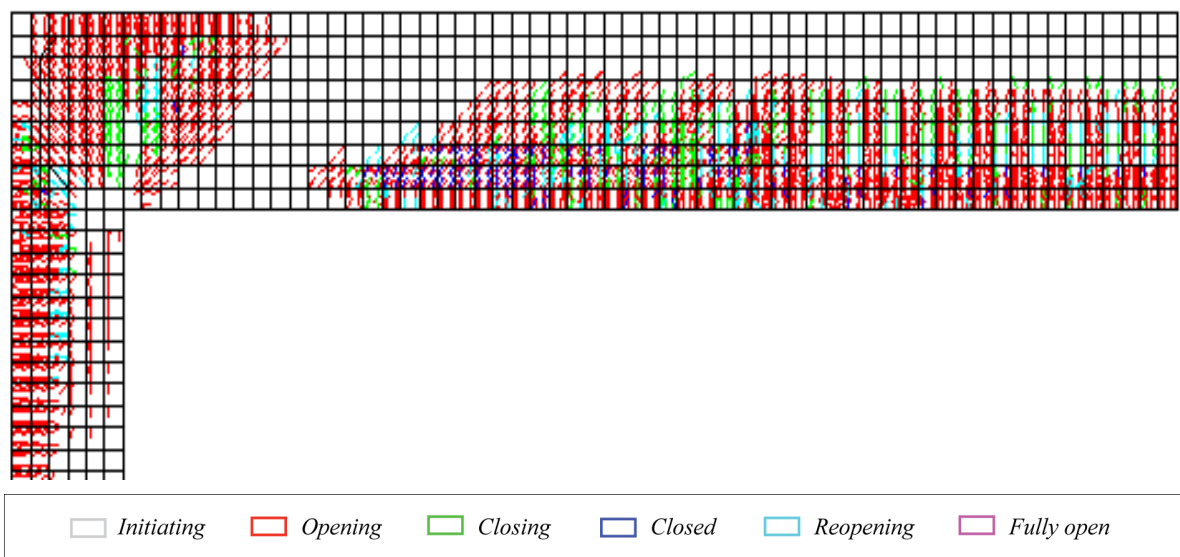


Fig. 6.14 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.13

No padrão de fendilhacão do pórtico, é possível verificar que não existe a formação de fenda crítica resultante do esforço transversal, nem de fendas *fully open* perpendiculares à base da secção da viga. No entanto, o pórtico apresenta um elevado grau de fendilhacão, com acentuada presença de fendas no estado *opening*, na parte inferior da viga a meio-vão e na parte exterior da ligação viga-pilar (figuras 6.13 e 6.14).

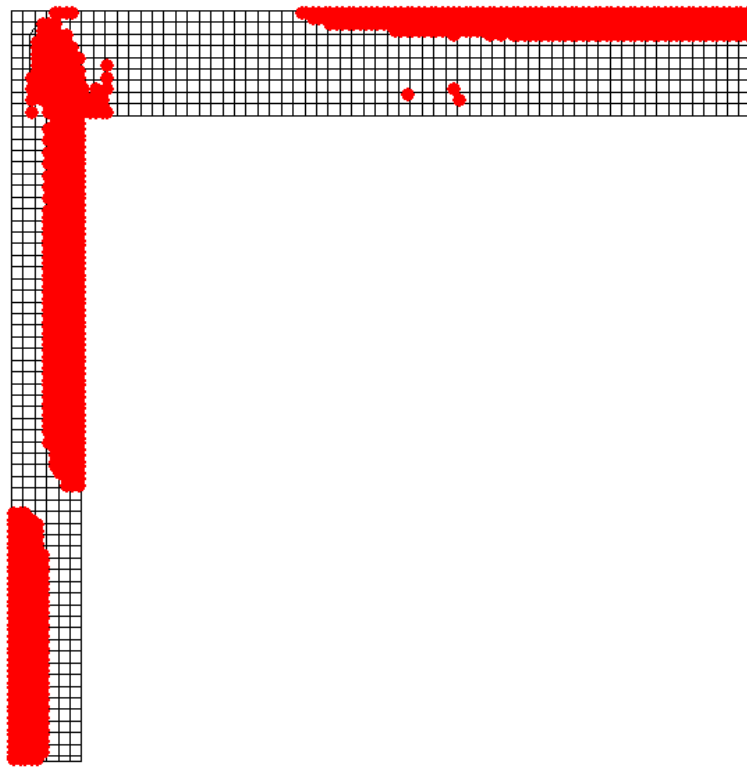


Fig. 6.15 - Pontos de *Gauss* plastificados do pórtico 1 para o último incremento de carga (modelo 1)

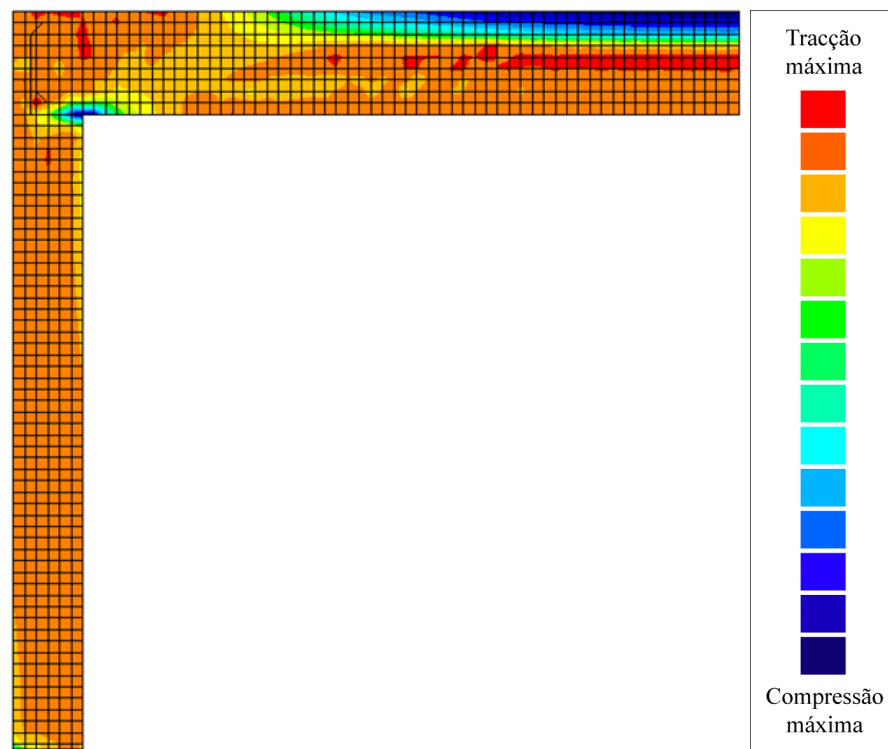


Fig. 6.16 - Tensões características na direcção x_2 do pórtico 1

Observa-se pela figura 6.15. que uma grande parte do betão da estrutura está plastificado, com possível esmagamento do mesmo. São identificadas duas zonas críticas, com elevadas tensões de compressão (figuras 6.16 e 6.17), uma na zona inferior da secção da viga a meio-vão e outra na ligação interior da ligação viga-pilar.

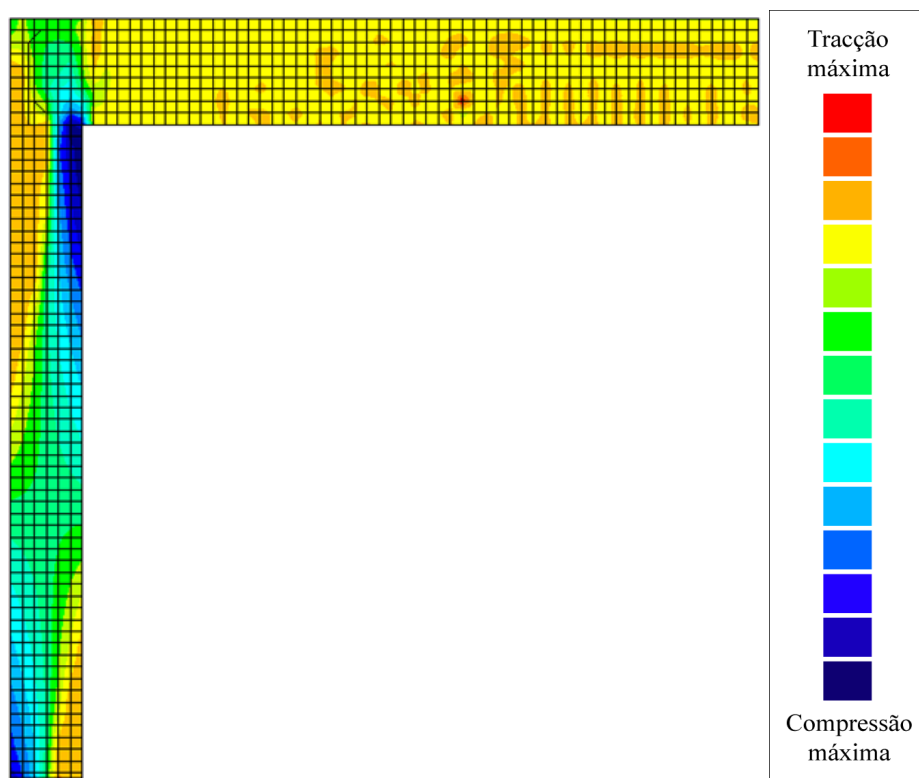


Fig. 6.17 – Tensões características na direcção x_3 do pórtico 1

De seguida, são analisadas as tensões nas armaduras para que se verifique se estas se encontram ou não em cedência.

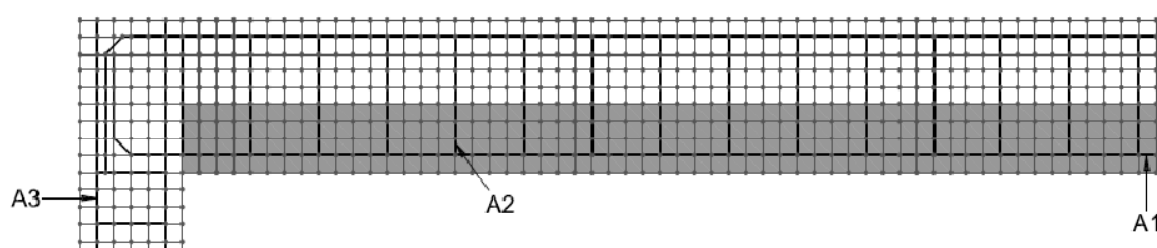


Fig. 6.18 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise do pórtico 1 (modelo 1)

Para a análise da tensão da armadura longitudinal é escolhido um elemento (A1) onde se verifica a tensão máxima de tração do betão, a meio-vão da viga. No caso das tensões da armadura transversal da viga, o elemento escolhido (A2) é o ponto onde se verifica maior número de fendas inclinadas, fazendo com que esta armadura esteja mais solicitada. Para análise das tensões da armadura do pilar o

elemento escolhido (A3) está situado junto da ligação viga-pilar, sendo esta a zona mais crítica (figura 6.18).

Da análise do elemento A1 verifica-se uma tensão para o último incremento de carga de 336.35 MPa (figura 6.19) para uma extensão de 1.68E-03.

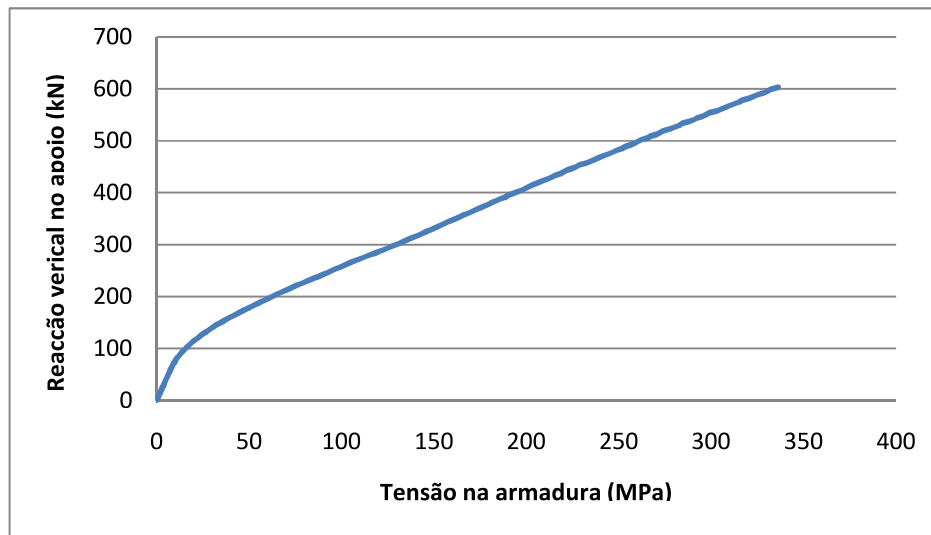


Fig. 6.19 - Relação entre a reação vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.18

No elemento A2 observa-se uma tensão máxima de 151.4 MPa para uma extensão de 7.6E-04 (figura 6.20).

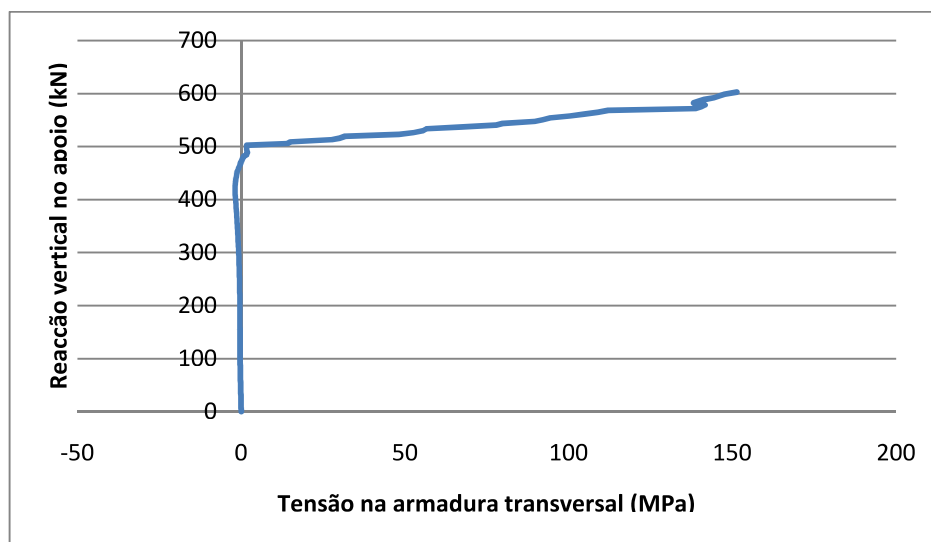


Fig. 6.20 - Relação entre a reação vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.18

No elemento A3 observa-se uma tensão máxima de 375.5 MPa para uma extensão de 1.88E-03 (figura 6.21).

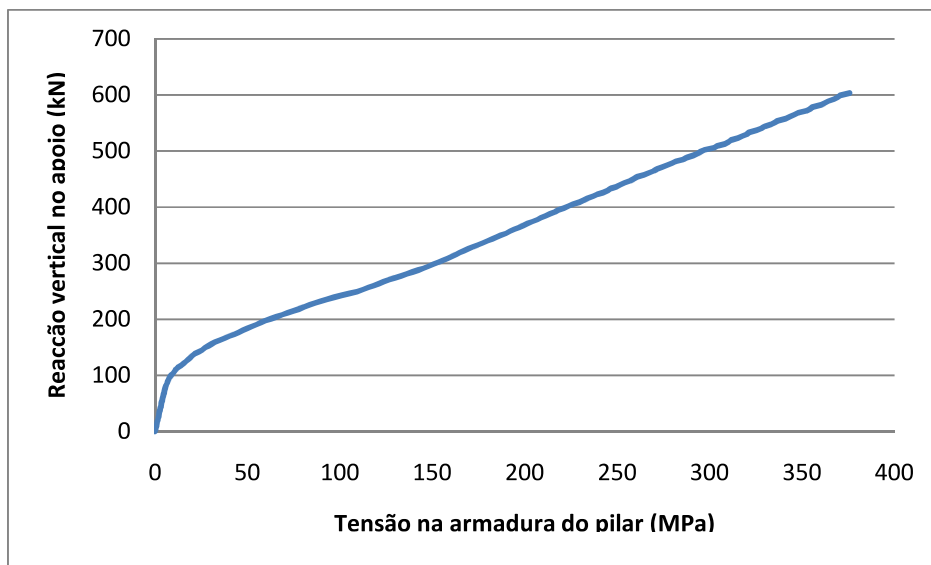


Fig. 6.21 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.18

Da análise dos elementos críticos de cada armadura observa-se que nenhuma se encontra plastificada, ou seja, que a rotura não se dá por cedência da armadura. Por isso, é feita em seguida a análise da plastificação dos elementos críticos de betão para apurar o esmagamento do mesmo. Para isso, são analisados elementos das zonas críticas, identificadas anteriormente, de provável esmagamento do betão (figura 6.15). Depois é apresentada a tabela 6.9 com a análise dos elementos críticos identificados na figura 6.22. A tabela mostra as tensões principais verificadas em cada ponto de *Gauss* do elemento, assim como a respectiva orientação das fendas. Este cálculo foi feito com base na expressão 4.22 para o cálculo das tensões máximas e nas expressões 4.23 e 4.24 para as respectivas orientações.

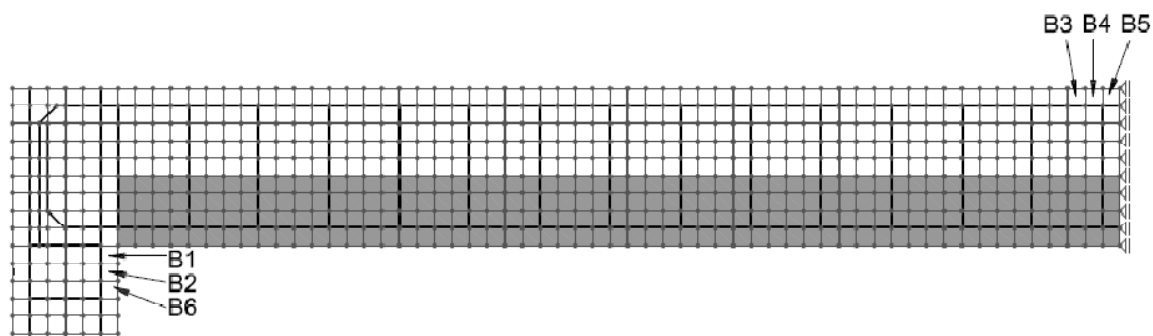


Fig. 6.22 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise do pórtico 1 (modelo 1)

Tabela 6.9 - Tensões principais e orientação das fendas do pórtico 1 para propriedades características

Elemento	Ponto de Gauss	Tensão principal mínima (MPa)	Tensão principal máxima (MPa)	α_1 (Graus)	α_2 (Graus)
B1	1	-15.14	0.97	-2.25	87.74
	2	-15	0.87	2.14	92.14
	3	-16.87	-1.35	1.90	91.9
	4	-16.9	-1.37	1.80	91.8
B2	1	-15.14	0.05	-2.21	87.8
	2	-15	0.91	2.18	92.18
	3	-17.03	-1.32	-1.82	88.20
	4	-16.97	-1.33	1.90	91.90
B3	1	-15.10	0.94	-2.15	87.85
	2	-15.01	0.87	2.21	92.22
	3	-16.88	-1.29	-1.84	88.16
	4	-16.81	-1.34	1.88	91.90
B4	1	-19	-0.64	-8.54	81.46
	2	-23	-8.9	-11.98	78.02
	3	-20.27	-13.3	-28.30	61.70
	4	-22	-14.4	-23.70	66.30
B5	1	-19	1.42	-0.31	89.69
	2	-20	-0.1	6.10	96.10
	3	-20.21	0.93	-1.76	88.24
	4	-19	1.33	3.60	93.60
B6	1	-19	1.5	2.08	92.08
	2	-20.24	-1.16	2.30	92.30
	3	-19	1.5	-1.34	88.66
	4	-20.01	-0.82	-0.69	89.31

A parte crítica do pórtico está na ligação viga-pilar. A meio-vão da viga, apesar de o betão estar plastificado, ainda não se verifica o esmagamento do mesmo. Ao contrário, na ligação viga-pilar a tensão de compressão máxima do betão é ultrapassada, dando-se o esmagamento do betão.

Dos resultados, conclui-se que a paragem da simulação se deve ao esmagamento do betão que juntamente com a elevada fendilhacão levam, então, à rotura do pórtico.

6.3.4. ANÁLISE COM PROPRIEDADES DE CÁLCULO (MODELO 2)

Apresentam-se em baixo os valores de cálculo utilizados para a definição do bloco de dados não linear dos materiais, sendo definidos os parâmetros relativos ao betão (tabelas 6.10 e 6.11) e ao aço (tabela 6.12 e figura 6.23).

Tabela 6.10 - Propriedades de cálculo do betão em *tension softening* do pórtico 1

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2.4E-06	ka/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Coeficiente de <i>Poisson</i>	0.15	adim.
Módulo de <i>Young</i> inicial	30E+03	MPa
Resistência à compressão	13.3	MPa
Extensão na carga máxima	2E-03	adim.
Superfície de rotura inicial	1/3	adim.
Resistência à tracção	1	MPa
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.06785	adim.
α_1	0.575	adim.
ξ_2	0.1357	adim.
α_2	0.15	adim.
Energia de fractura	0.0367	N/mm
ν_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
Número máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 6.11 - Propriedades de cálculo do betão em *tension stiffening* do pórtico 1

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.05	adim.
α_1	0.5	adim.
ξ_2	0.8	adim.
α_2	0.4	adim.
Energia de fractura	0.365	N/mm

Tabela 6.12 - Propriedades de cálculo do aço do pórtico 1

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7.7E-06	ka/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2.174E-03	adim.
Tensão no primeiro tramo	435	MPa
Extensão no segundo tramo	0.023587	adim.
Tensão no segundo tramo	452.4	MPa
Extensão no terceiro tramo	0.045	adim.
Tensão no terceiro tramo	469.8	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

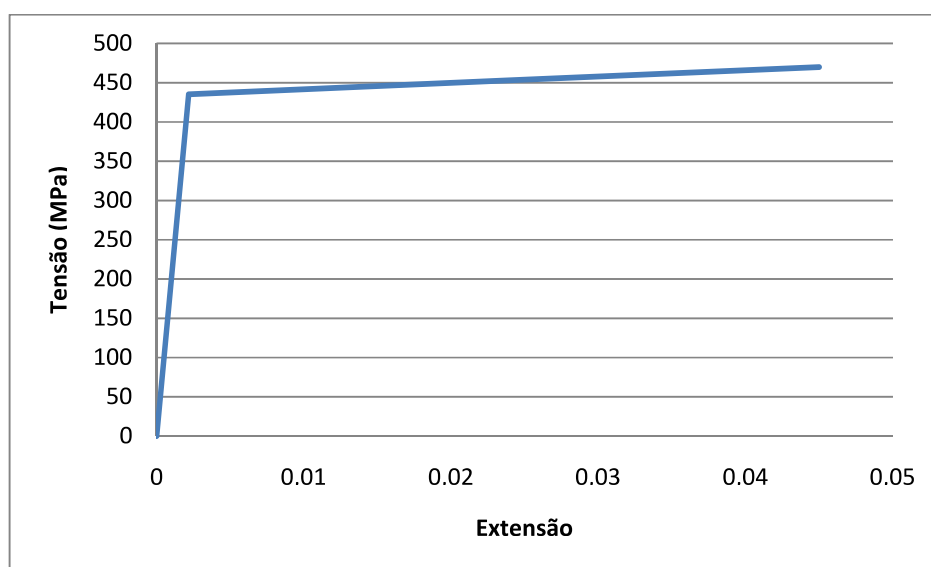


Fig. 6.23 - Diagrama tensão-extensão de cálculo do aço

O pórtico é simulado para 400 combinações de carga, com um incremento de carga de 0.01 em cada passo. Da combinação 0 à 135 é feito o incremento do peso próprio e das cargas permanentes; nas restantes 265 combinações é feito o incremento da carga variável.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A simulação atinge a combinação número 323, sendo esta a última convergente, o que mostra que o coeficiente de segurança γ_d para esta estrutura é 1.88. Daí obtém-se a equação 6.34 resultante da equação 6.2

$$1.35 G_k + 1.88 O_k \quad (6.34)$$

Da análise da figura 6.24 verifica-se que o pórtico resiste até uma carga última de 501.10 kN, cerca de 8% superior à carga de rotura para o ULS no valor de 463.95 kN. No gráfico de figura 6.24 existem três declives: um inicial mais acentuado que representa a fase anterior à fendilhacão (da origem ao ponto A), um segundo declive até à maioracão final do peso próprio e das cargas permanentes (do ponto A a B) e um terceiro, resultante do valor constante do peso próprio e das cargas permanentes, e do incremento até à rotura da carga variável (do ponto B a C).

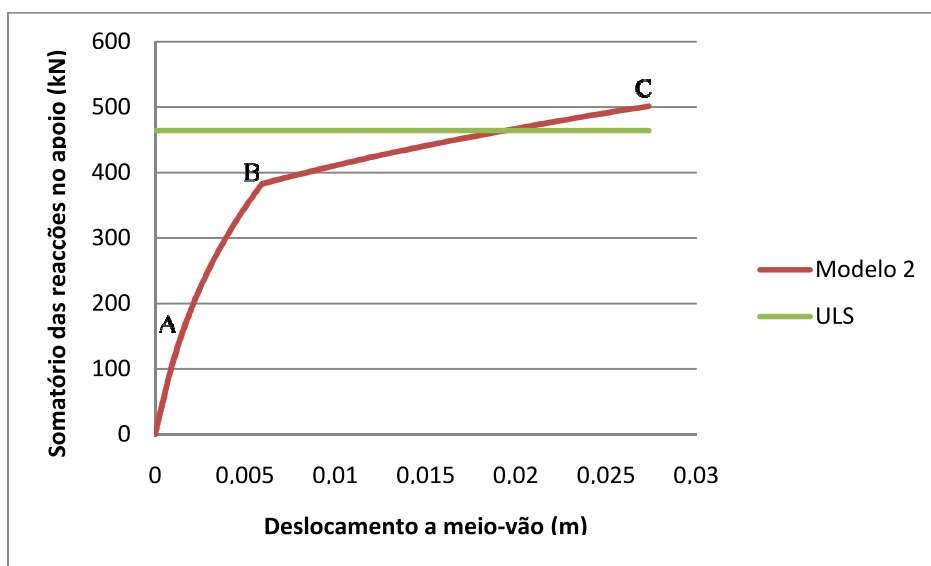


Fig. 6.24 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão

A deformada (figura 6.25) apresenta para a carga última convergida uma flecha a meio-vão de 27.36 mm.

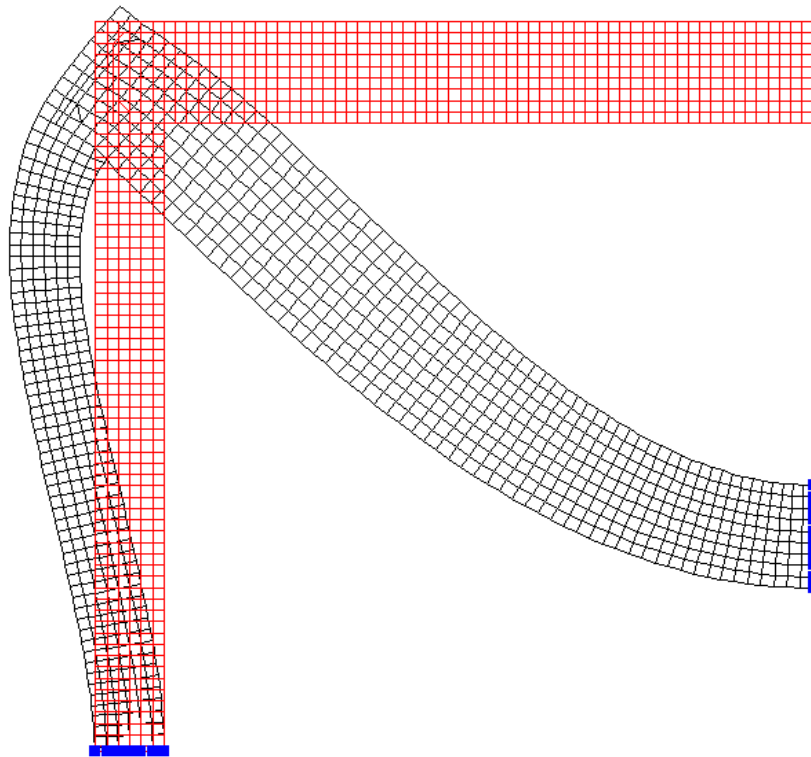


Fig. 6.25 - Deformada de cálculo do pórtico 1 para o último incremento convergido (ampliada 75x)



Fig. 6.26 - Padrão de fendilhacão de cálculo do pórtico 1 para o último incremento convergido

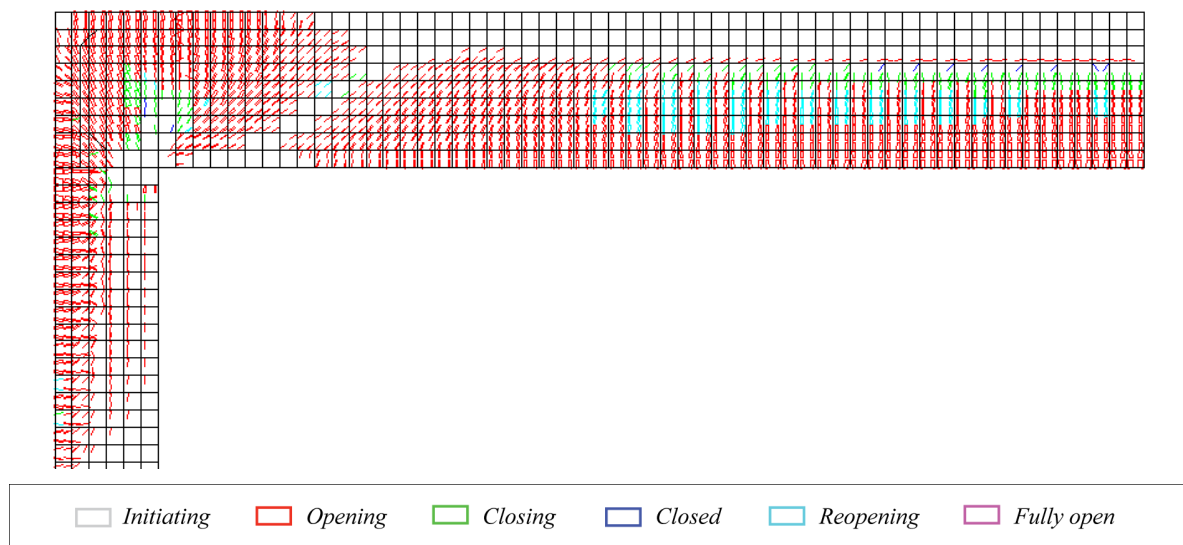


Fig. 6.27 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.26

Existe um elevado grau de fendilhacão do pórtico (figuras 6.26 e 6.27). Verifica-se que, em relação à análise anterior feita para as propriedades características dos materiais, a extensão da fendilhacão é maior. No padrão de fendilhacão do pórtico não se observam fendas *fully open* inclinadas, concluindo-se assim que a rotura não se dá por corte.

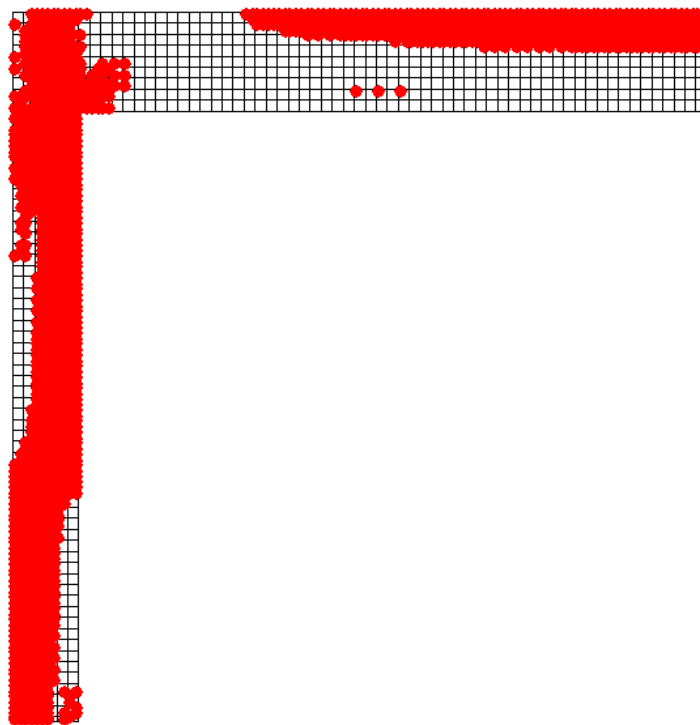


Fig. 6.28 - Pontos de Gauss plastificados do pórtico 1 para o último incremento de carga (modelo 2)

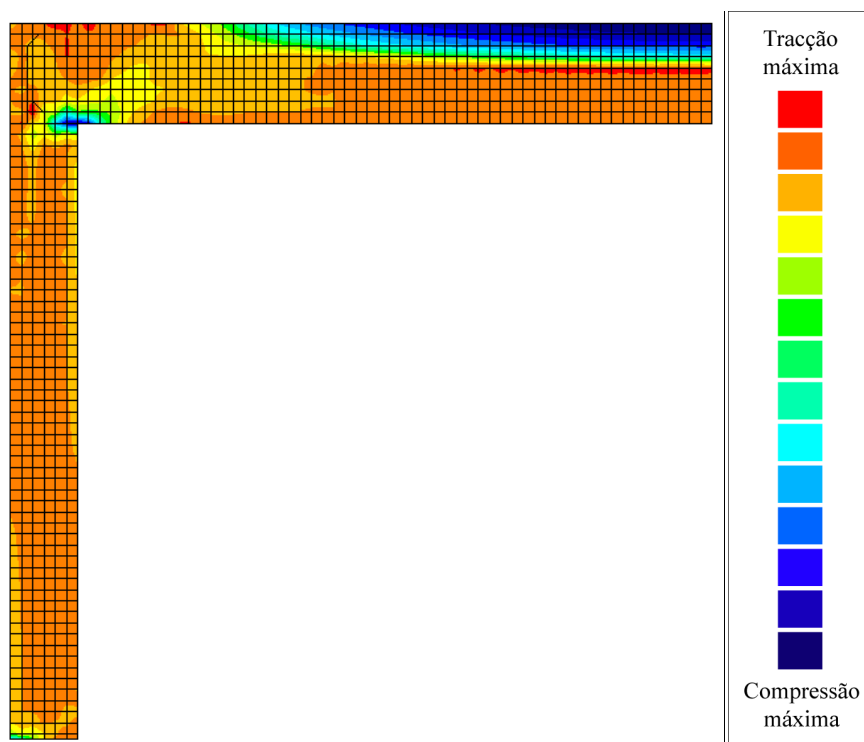


Fig. 6.29 - Tensões de cálculo na direcção x_2 do pórtico 1

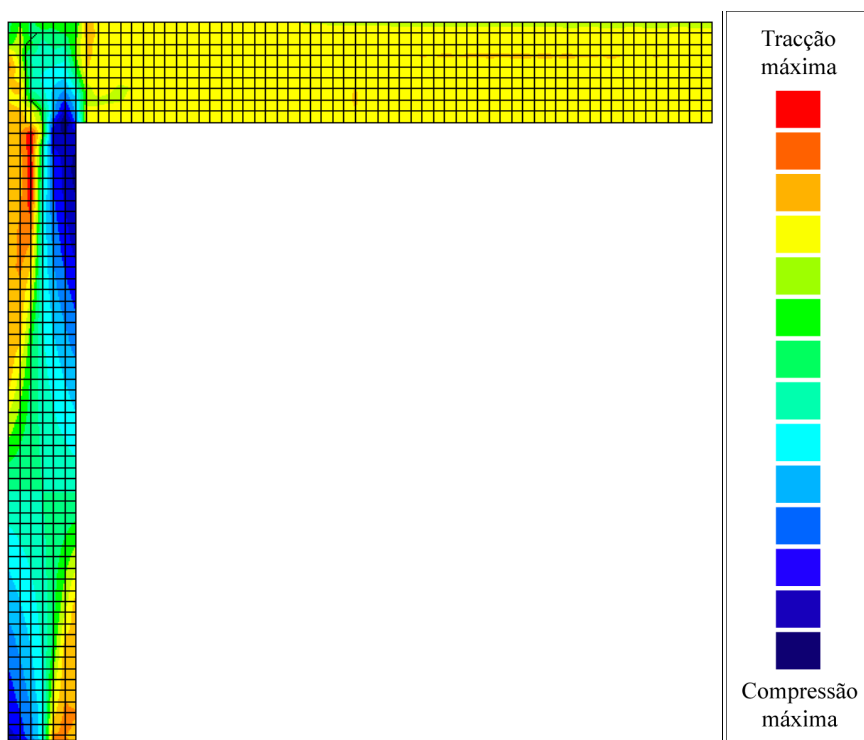


Fig. 6.30 - Tensões de cálculo na direcção x_3 do pórtico 1

Verifica-se, à semelhança da análise para as propriedades características, uma grande quantidade de elementos de betão plastificados (figura 6.28). Identificam-se duas zonas críticas no pórtico onde pode ocorrer esmagamento do betão, são estas na ligação interior viga-pilar e na parte superior da viga a meio-vão (figura 6.28). Facto também visível nas figuras 6.29 e 6.30 que mostram as elevadas tensões de compressão nestas zonas.

À semelhança da análise anterior, também nesta são analisados elementos críticos (figura 6.31) para a verificação das tensões nas armaduras.

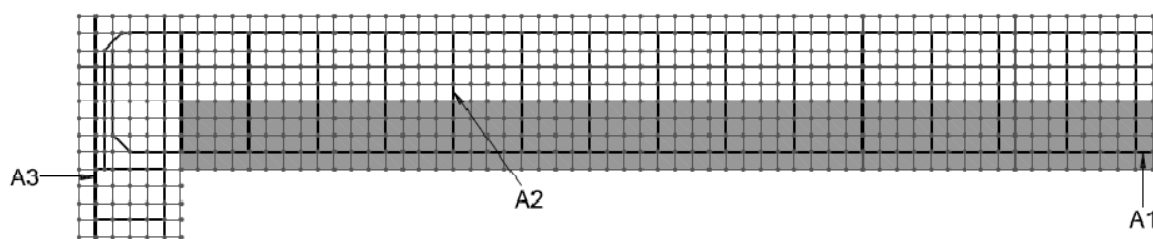


Fig. 6.31 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise do pórtico 1 (modelo 2)

Da análise do elemento A1 (figura 6.32), pertencente à armadura longitudinal da viga, verifica-se uma tensão para o último incremento de carga de 355.64 MPa para uma extensão de 1.78E-03.

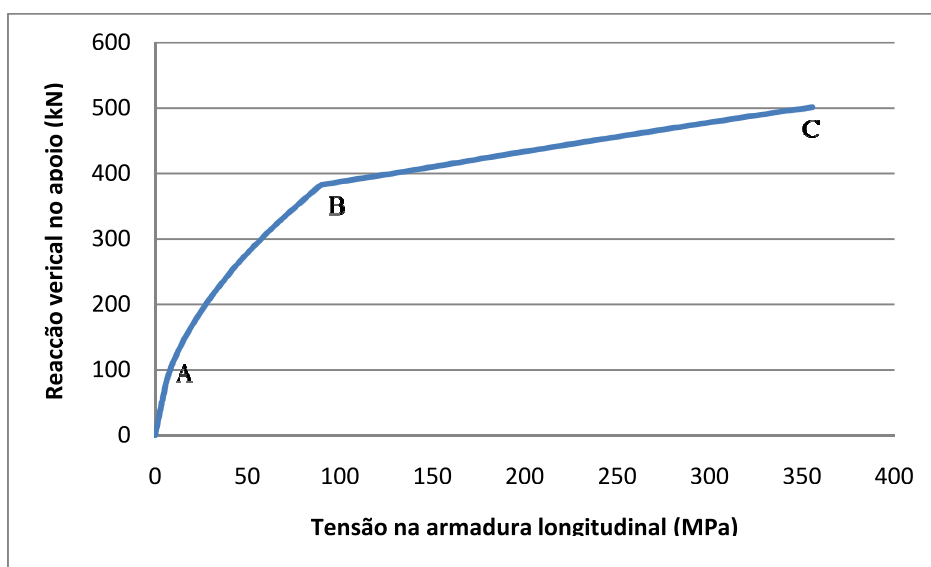


Fig. 6.32 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.31

Distinguem-se três zonas distintas com diferentes declives que correspondem a zonas já referidas: o primeiro até perto dos 100 kN, corresponde ao início da fendilhacão (ponto A), o segundo declive desde o início da fendilhacão até à maioracão do peso próprio e das cargas permanentes perto de uma carga de 390 kN (ponto B), o terceiro desde B até à rotura, resultante do incremento da carga variável até um factor de carga de 1.88 (ponto C).

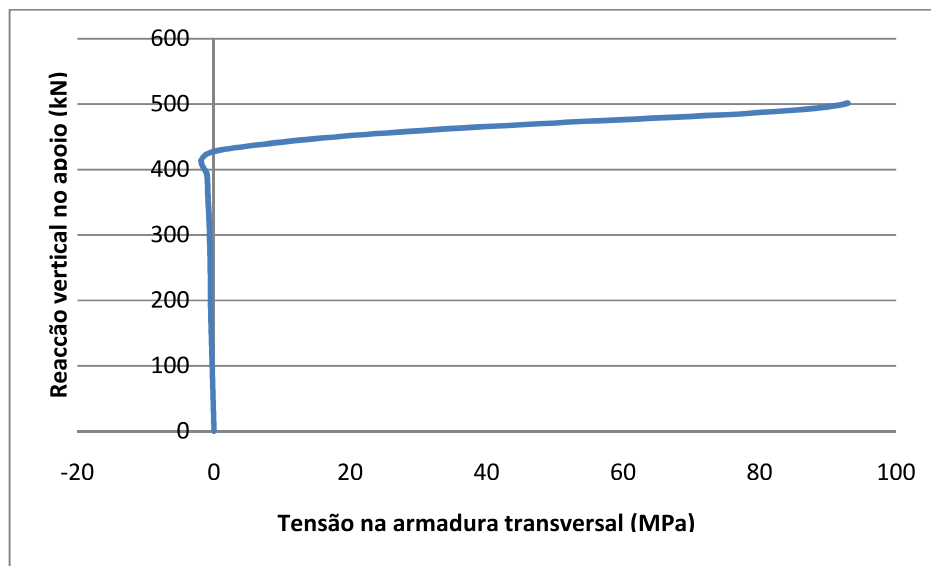


Fig. 6.33 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.31

Da análise do elemento A2, pertencente à armadura transversal da viga, observa-se uma tensão máxima de 93 MPa para uma extensão de 4.65E-03 (figura 6.33). Os estribos da estrutura encontram-se a uma tensão baixa, pouco solicitados, resultante da presença de poucas fendas inclinadas, o que mostra a reduzida influência do esforço transversal na rotura da estrutura.

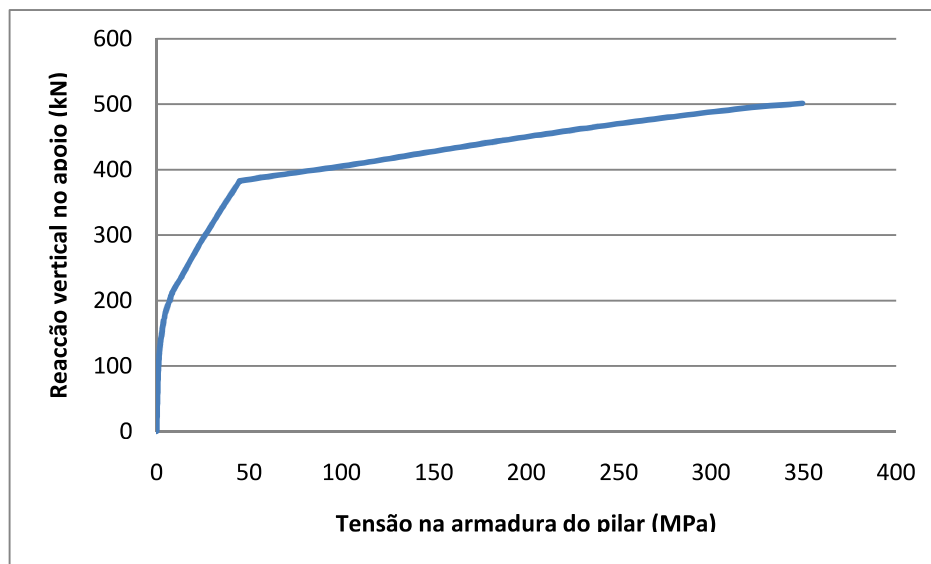


Fig. 6.34 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.31

Na armadura do pilar a tensão máxima verificada é de 349.46 MPa para uma extensão de 1.73E-03 no elemento A3 identificado (figura 6.34).

Pela análise dos elementos das armaduras mais esforçados da viga e do pilar, verifica-se que nenhuma está plastificada, ou seja, que a rotura, à semelhança da análise anterior, não se dá pela armadura.

De seguida é feita a análise da plastificação dos elementos críticos de betão (figura 6.35) para apurar o esmagamento ou não do mesmo (tabela 6.13).

Tabela 6.13 - Tensões principais e orientação das fendas dos pontos analisados do pórtico 1 para propriedades de cálculo

Elemento	Ponto de Gauss	Tensão principal mínima (MPa)	Tensão principal máxima (MPa)	α_1 (Graus)	α_2 (Graus)
B1	1	-10.96	0.33	-2.34	87.66
	2	-9.96	-0.94	-2.10	87.90
	3	-11.92	0.45	-4.76	85.24
	4	-11.93	-0.47	-4.22	85.78
B2	1	-13.40	-12.50	-31.43	58.57
	2	-13.64	-12.06	-30.87	59.13
	3	-11.17	-9.57	-31.40	58.60
	4	-10.04	-7.88	-27.89	62.11
B3	1	-12.48	-1.98	-1.30	88.70
	2	-14.98	-5.84	-7.71	82.29
	3	-13.51	-7.89	-18.15	71.85
	4	-14.79	-9.33	-18.81	71.19
B4	1	-12.55	-1.24	-8.34	81.66
	2	-13.47	-5.36	-11.96	78.04
	3	-13.80	-9.45	-26.35	63.65
	4	-12.74	-8.56	-22.61	67.39
B5	1	-12.93	0.68	-1.61	88.39
	2	-12.68	0.58	1.16	91.16
	3	-13.52	-0.94	-1.32	88.68
	4	-13.51	-1.02	1.15	91.15

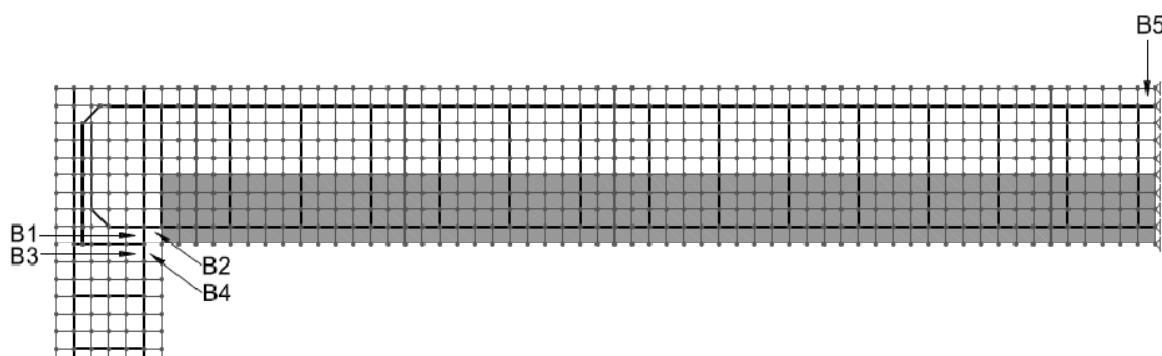


Fig. 6.35 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise do pórtico 1 (modelo 2)

Neste caso, também a não convergência do processo iterativo se dá, devido ao facto de haver esmagamento do betão, em vários elementos, tanto a meio-vão da viga como na ligação viga-pilar. Este facto juntamente com a elevada fendilhacão leva à rotura do pórtico.

6.3.5. COMPARAÇÃO DAS DUAS ANÁLISES

Ambas as simulações ultrapassaram a carga de dimensionamento do ULS (figura 6.36 e tabela 6.14). A simulação efectuada para o modelo 1 atinge a rotura para cargas mais elevadas que para o modelo 2. Com a redução da rigidez para a mesma carga, os deslocamentos observados na estrutura são maiores.

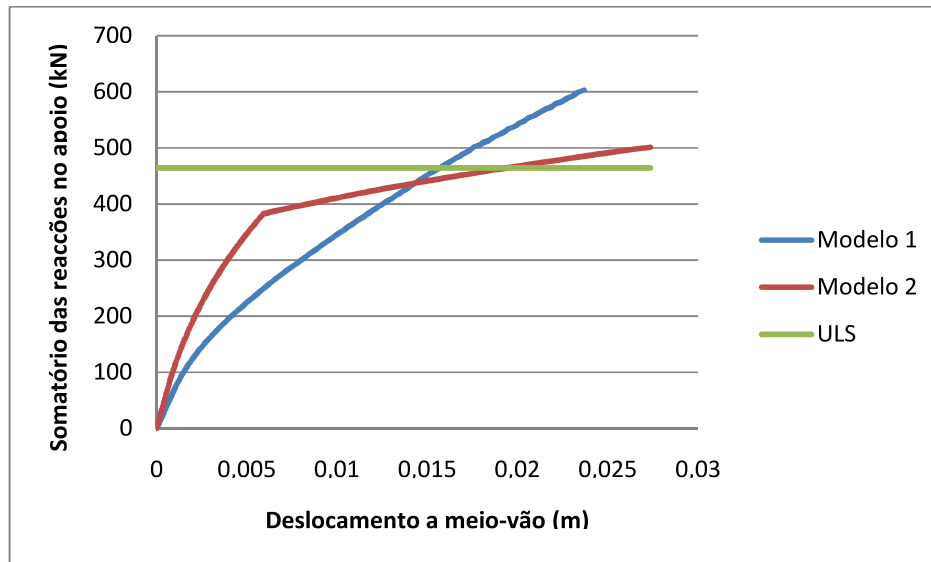


Fig. 6.36 - Comparação do somatório das reacções verticais no apoio versus deslocamento a meio-vão do pórtico 1 para as propriedades características e de cálculo

Tabela 6.14 - Comparação da carga última, deformação e coeficiente de segurança para análises característica e de cálculo do pórtico 1

Tipo de análise	Carga ULS (kN)	Carga última (kN)	Deformação última (mm)	Coeficiente de segurança
Característica	463.95	602.80	23.68	$\gamma_g = 1.74$
Cálculo		501.10	27.36	$\gamma_D = 1.88$

6.4. PÓRTICO 2

6.4.1. DIMENSIONAMENTO DO PÓRTICO 2 SEGUNDO EC2

O pórtico 2 é dimensionado para um betão da classe C25/30 e um aço S500. A figura 6.37 apresenta o esquema estrutural desse pórtico e as respectivas accões.

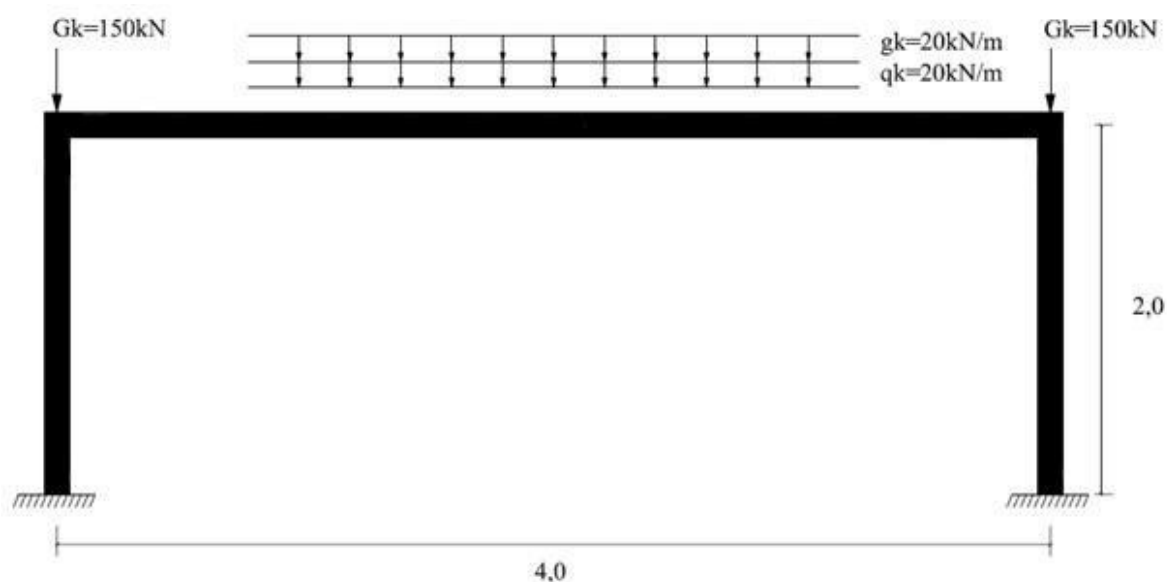


Fig. 6.37 - Geometria e cargas do pórtico 2

Para o dimensionamento do pórtico 2 o processo utilizado é o mesmo usado para o pórtico 1 (em 6.3.1). Por isso, apenas se apresentam as tabelas resumo (6.15 e 6.16) para os valores da viga e dos pilares. E posteriormente os cortes longitudinal (figura 6.38) e transversal (figura 6.39).

Tabela 6.15 – Resumo das armaduras e esforços máximos de dimensionamento da viga do pórtico 2

	$V_{Ed,Max}$ (kN)	$V_{Rd,Max}$ (kN)	$M_{Ed,Max}$ (kN.m)	μ	ω	A_s (cm ²)	ϕ adoptado	l_{bd} (m)	ϕ estribo
Armadura inferior	114	243.05	70	0.233	0.270	6.2	2 ϕ 20	0.4	2r ϕ 8/0.2
Armadura superior			45	0.150	0.164	3.8	2 ϕ 16	0.3	

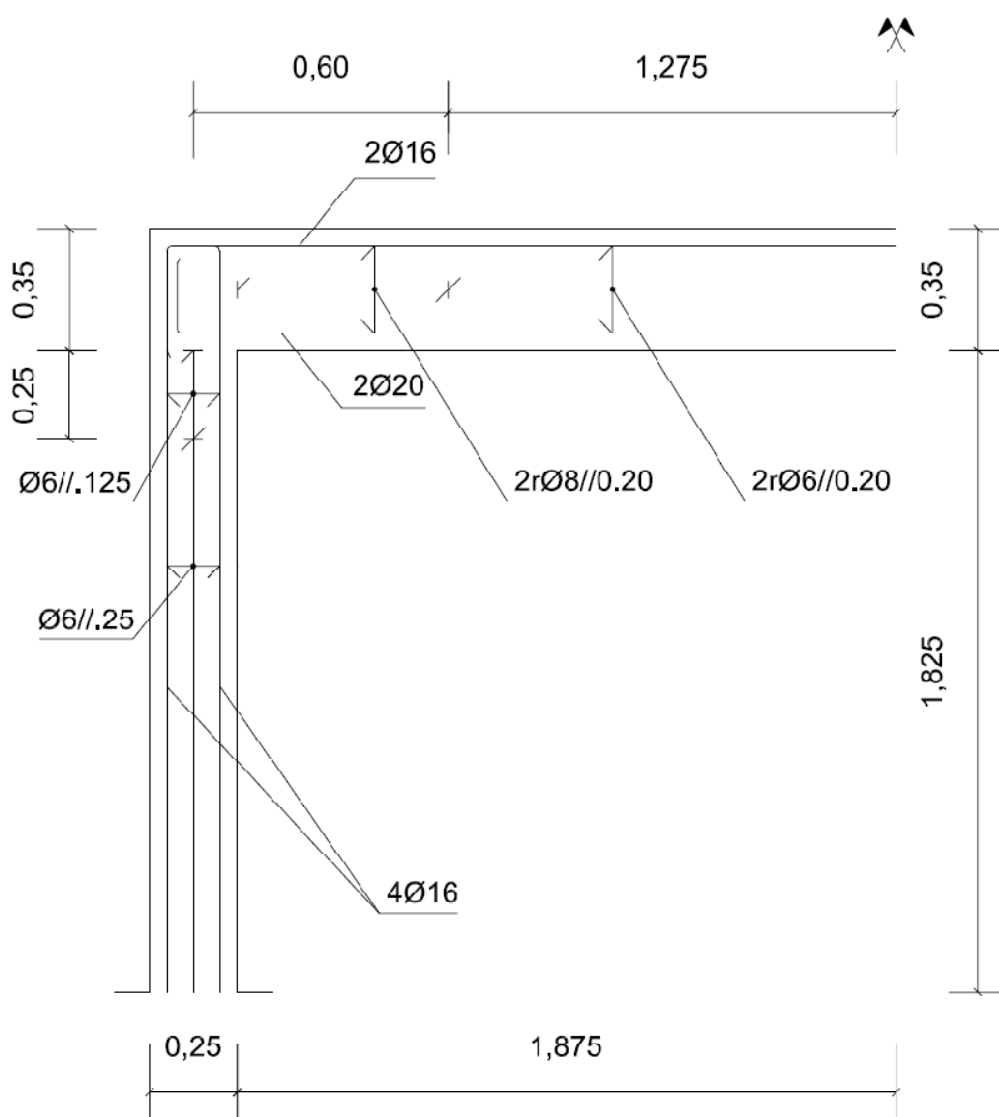


Fig. 6.38 - Corte longitudinal do pórtico 2. unidades em [m]

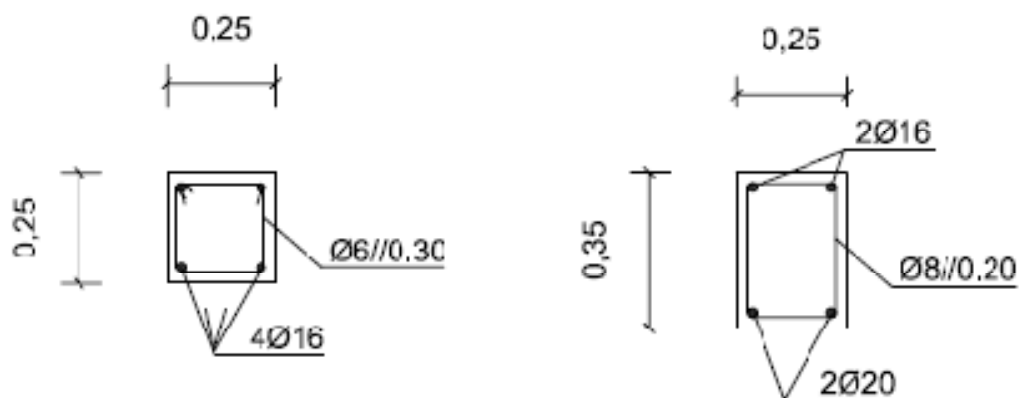


Fig. 6.39 - Corte transversal da viga e do pilar do pórtico 2. unidades em [m]

Tabela 6.16 - Resumo das armaduras e esforços máximos de dimensionamento do pilar do pórtico 2

Seccão	l_0	λ	λ_{lim}	M_{max} (kN.m)	N_{max} (kN)	μ	ν	ω	ϕ adoptado	Cintas
0.25x0.25	1.4	18	19.5	45	414	0.172	0.387	0.2	4 ϕ 6	ϕ 6//0.30

6.4.2. DEFINIÇÃO DO PÓRTICO EM ESTUDO

As tabelas que se seguem complementam a informação acerca das características geométricas do pórtico 2 (tabelas 6.17 e 6.18), presente nas figuras 6.38 e 6.39.

Tabela 6.17 - Resumo das características geométricas da viga do pórtico 2

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{viga}	4.0	m
b_{viga}	0.25	m
h_{viga}	0.35	m
A_s	2Ø20	m ²
A'_s	2Ø16	m ²
A_{sw}	2rØ8//0.2	m ²
$A_{sw,min}$	2rØ6//0.2	m ²

Tabela 6.18 - Resumo das características geométricas do pilar do pórtico 2

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{pilar}	2.0	m
b_{pilar}	0.25	m
h_{pilar}	0.25	m
A_s	2Ø16	m ²
A'_s	2Ø16	m ²
A_{sw}	2rØ6//0.25	m ²

A figura 6.40 representa a malha de elementos finitos e os elementos em *tension softening* e *tension stiffening* considerados na análise do pórtico.

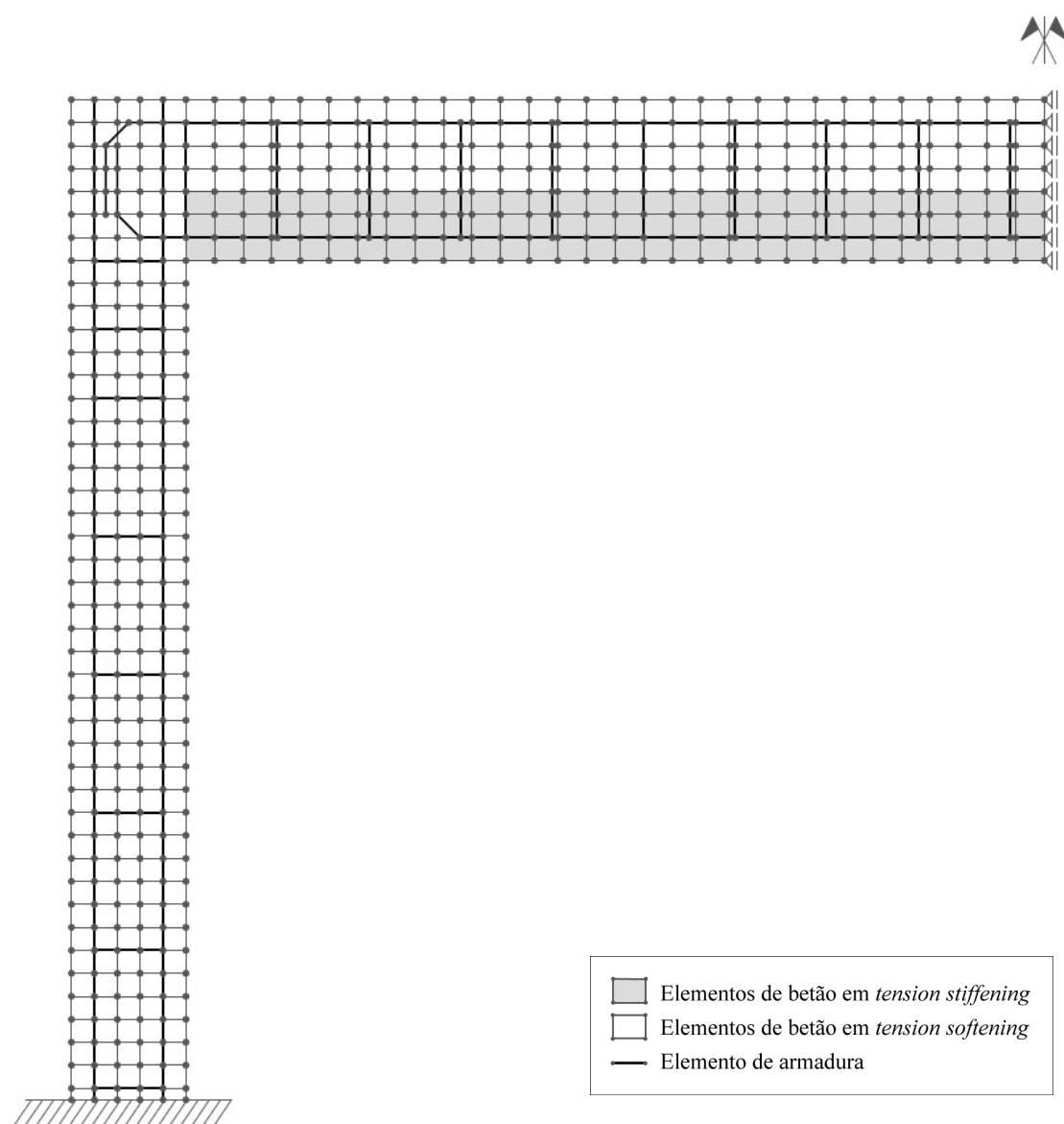


Fig. 6.40 - Malha de elementos finitos do pórtico 2

6.4.3. ANÁLISE COM PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS (MODELO 1)

Apresentam-se em baixo os valores característicos utilizados para a definição do bloco de dados não linear dos materiais, sendo definidos os parâmetros relativos ao betão (tabelas 6.19 e 6.20) e ao aço (tabela 6.21).

Tabela 6.19 - Propriedades características do betão em *tension softening* do pórtico 2

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2.4E-06	kg/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Coefficiente de <i>Poisson</i>	0.15	adim.
Módulo de <i>Young</i> inicial	30E+03	MPa
Resistência à compressão	25	MPa
Extensão na carga máxima	2E-03	adim.
Superfície de rotura inicial	1/3	adim.
Resistência à tracção	1.8	MPa
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.06785	adim.
α_1	0.575	adim.
ξ_2	0.1357	adim.
α_2	0.15	adim.
Energia de fractura	0.0649	N/mm
ν_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
Número máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 6.20 - Propriedades características do betão em *tension stiffening* do pórtico 2

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.05	adim.
α_1	0.5	adim.
ξ_2	0.8	adim.
α_2	0.4	adim.
Energia de fractura	0.649	N/mm

Tabela 6.21 - Propriedades características do aço do pórtico 2

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7.7E-06	kg/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2.5E-03	adim.
Tensão no primeiro tramo	500	MPa
Extensão no segundo tramo	0.02625	adim.
Tensão no segundo tramo	520	MPa
Extensão no terceiro tramo	0.05	adim.
Tensão no terceiro tramo	540	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

O pórtico é simulado para 400 combinações de carga, com um incremento de carga de 0.01 em cada passo até um factor máximo de 4.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A simulação atinge a combinação número 201, sendo esta a última convergente, o que mostra que o coeficiente de segurança parcial para esta estrutura é $\gamma_g = 2.01$. Daí obtém-se a expressão 6.35 resultante da equação 6.1

$$2.01 (G_k + O_k) \quad (6.35)$$

Pela análise do gráfico (figura 6.41) verifica-se que o pórtico resiste até uma carga última de 484.40 kN, 47% superior à carga de rotura para o ULS no valor de 330.83 kN. Encontram-se no gráfico da figura 6.72 dois declives, à semelhança do pórtico 1, para a mesma análise: um inicial mais acentuado que representa a fase antes da fendilhacão (da origem ao ponto A), e um segundo declive constante até à rotura (do ponto A a B).

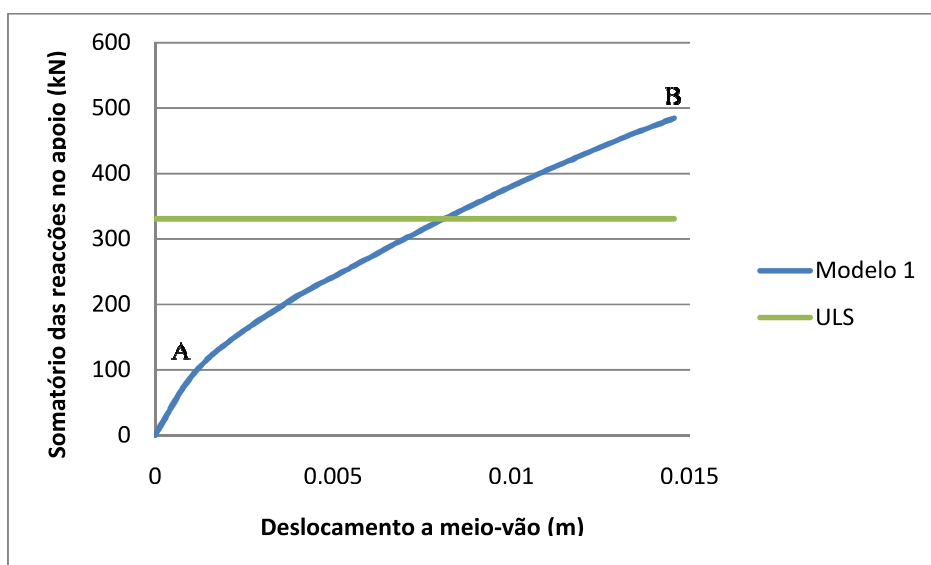


Fig. 6.41 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão

A deformada apresenta para a carga ultima convergida uma flecha a meio-vão de 14.56 mm (figura 6.42).

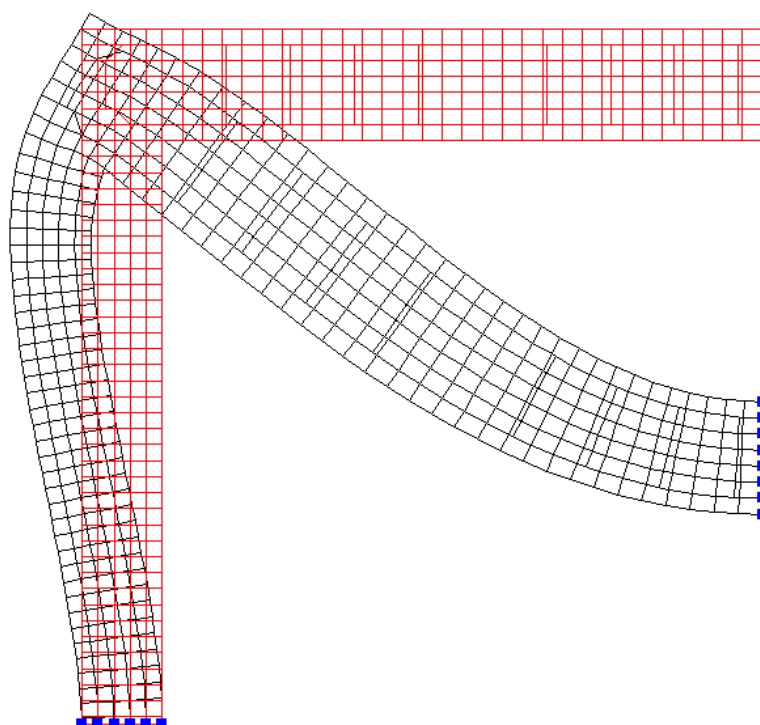


Fig. 6.42 - Deformada característica do pórtico 2 para o último incremento convergido (ampliada 75x)

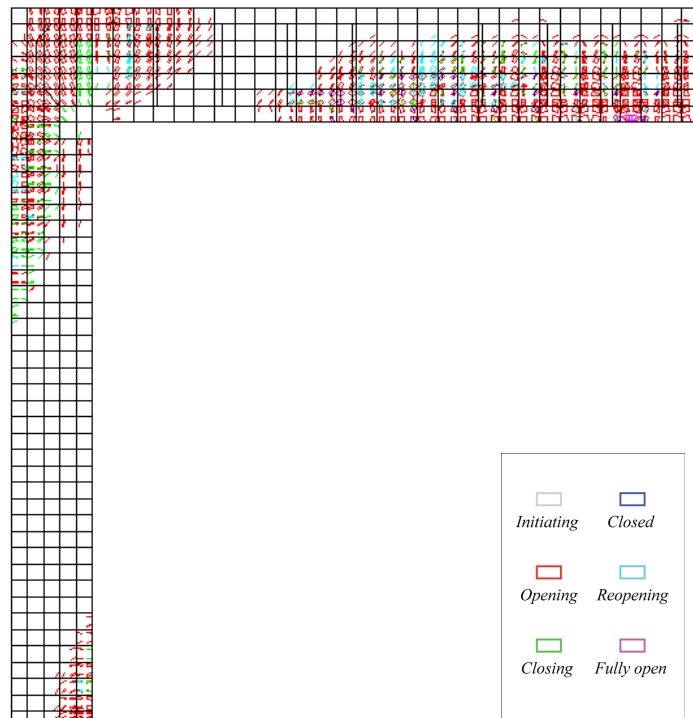


Fig. 6.43 - Padrão de fendilhacão característico do pórtico 2 para o último incremento convergido

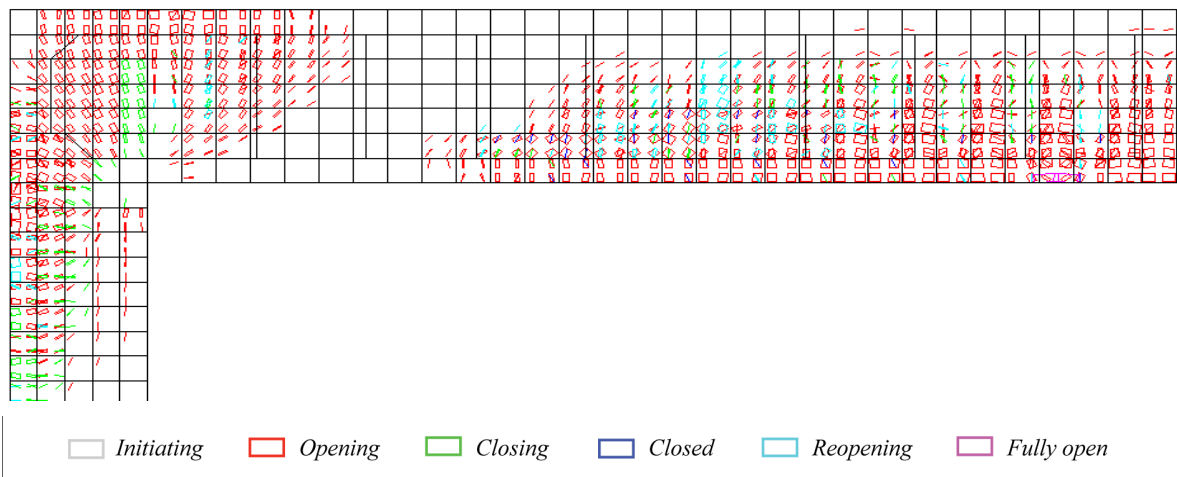


Fig. 6.44 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.43

No padrão de fendilhacão do pórtico verifica-se que não existe a formação de fenda crítica resultante do esforço transversal, sendo a contribuição deste esforço diminuta para a rotura da estrutura. Nota-se um elevado grau de fendilhacão nas zonas mais traccionadas, existindo, a meio-vão da viga, grande fendilhacão com várias fendas no estado *opening* perpendiculares à base da secção da viga, e na ligação viga-pilar, pela parte exterior. É também de notar a presença de fendas do tipo *closing*, *closed* e *reopening* resultantes da inversão de tensões que se verificam nesta zona da viga. Assim, várias fendas fecham e algumas, antes fechadas, voltam a abrir (figuras 6.43 e 6.44).

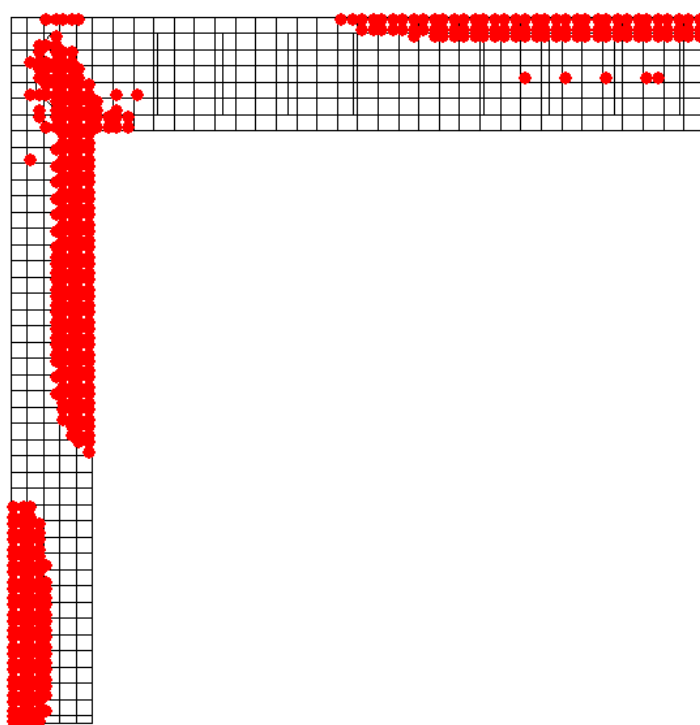


Fig. 6.45 - Pontos de Gauss plastificados do pórtico 2 para o último incremento de carga (modelo 1)

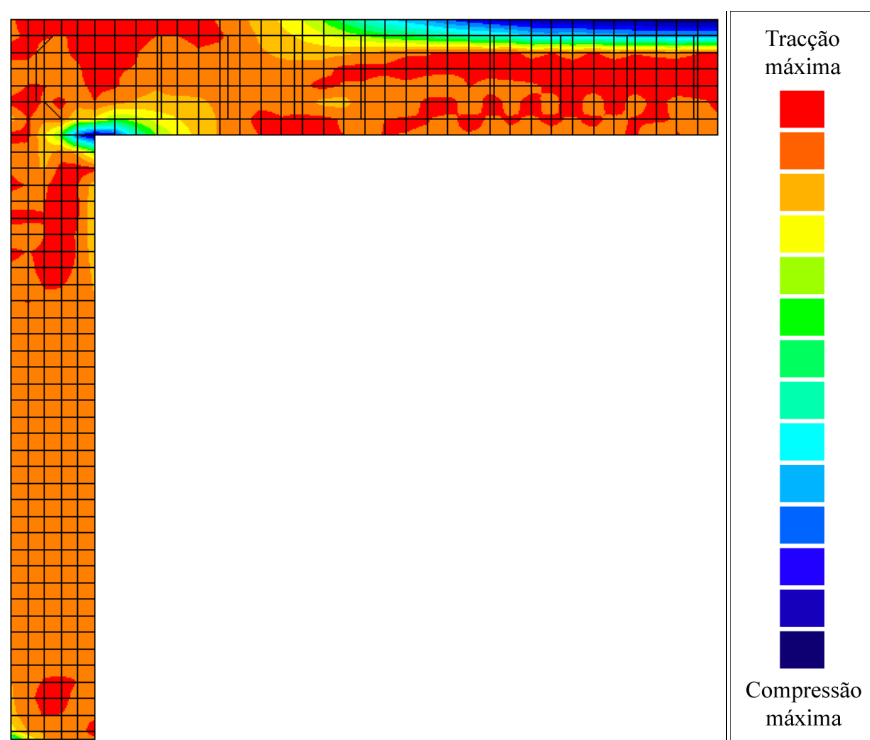
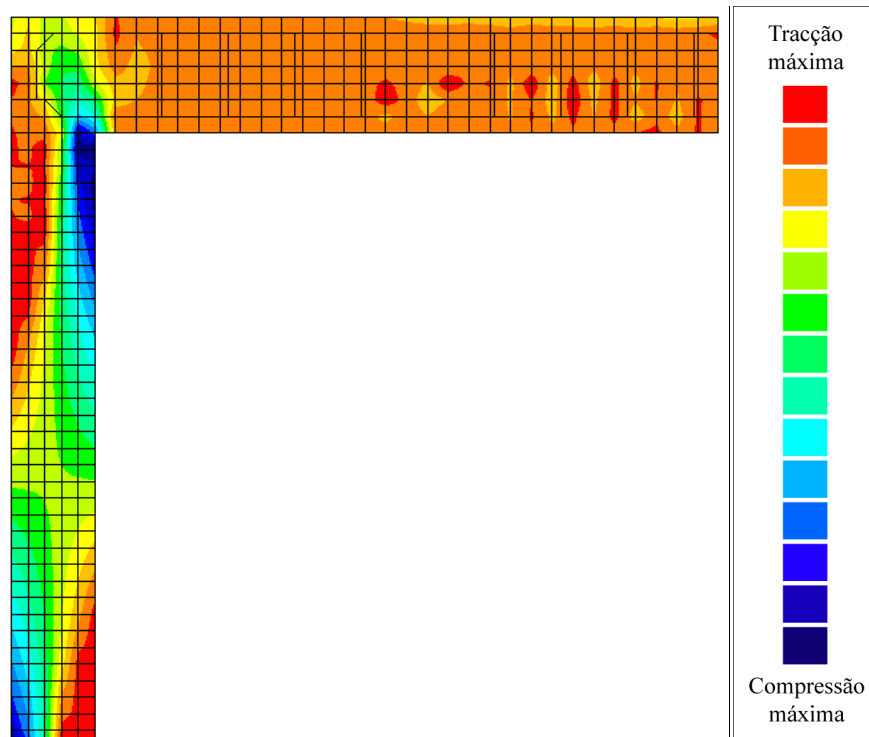


Fig. 6.46 - Tensões características na direcção x_2 do pórtico 2

Fig. 6.47 - Tensões características na direcção x_3 do pórtico 2

Na análise do betão identificam-se duas zonas críticas plastificadas com elevadas tensões de compressão: uma na parte inferior da viga a meio-vão e outra na parte interior da ligação viga-pilar (figuras 6.45, 6.46 e 6.47).

De seguida são analisadas as tensões nas armaduras para os elementos mais críticos de cada uma (figura 6.48).

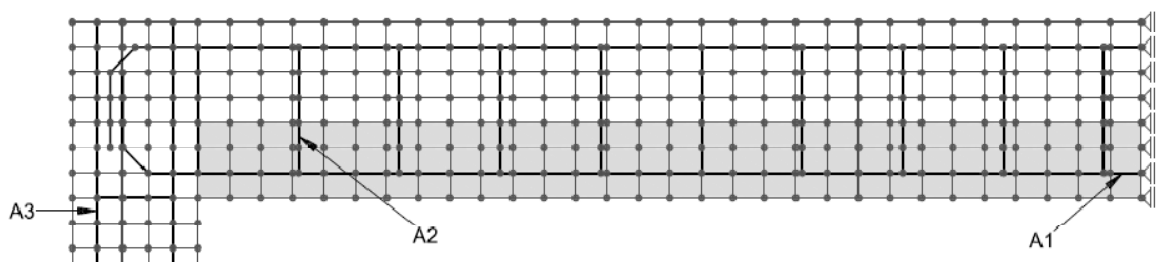


Fig. 6.48 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise

O elemento A1, pertencente à armadura longitudinal de tracção, atinge uma tensão de 452.5 MPa e uma extensão de 2.26E-03 (figura 6.49).

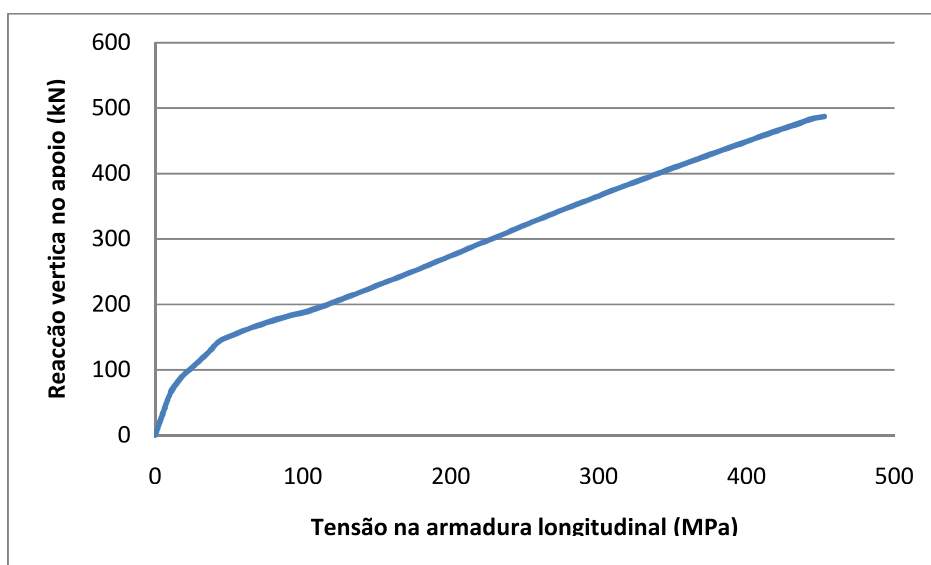


Fig. 6.49 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.48

O elemento A2, pertencente à armadura transversal da viga, atinge para a carga última uma tensão máxima de 61.30 MPa para uma extensão de 3.1E-04 (figura 6.50).

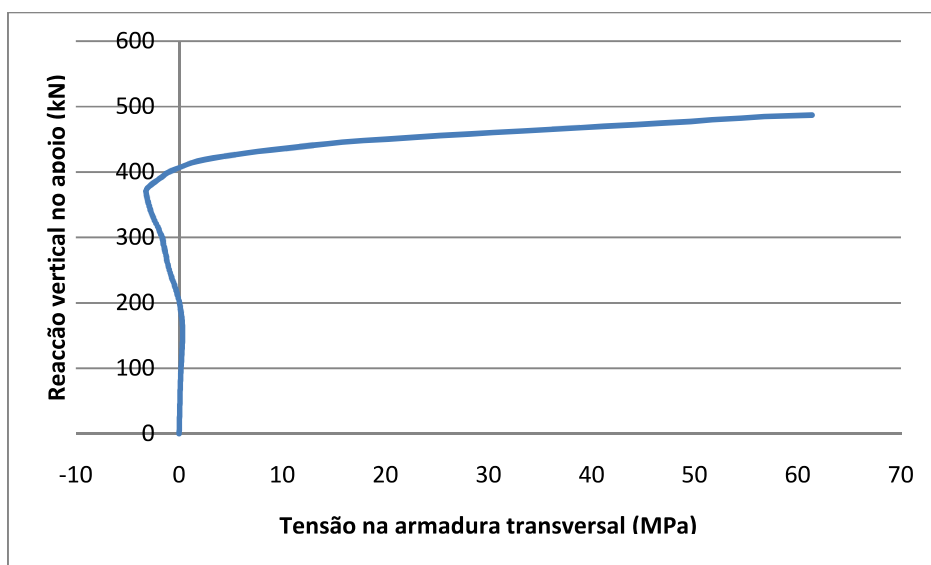


Fig. 6.50 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.48

O elemento A3, pertencente à armadura do pilar, atinge uma tensão máxima de 375.5 MPa para uma extensão de 1.87E-03 (figura 6.51).

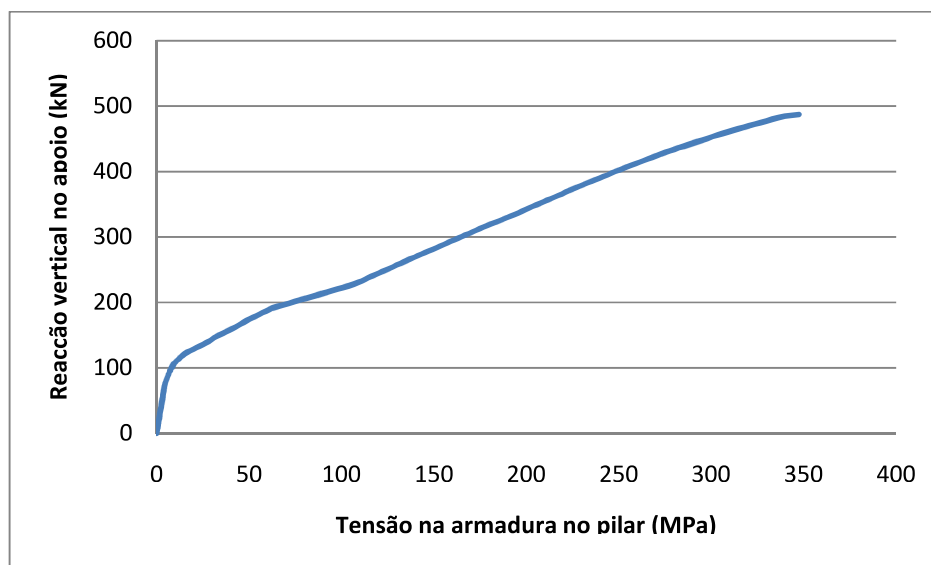


Fig. 6.51 - Relação entre a reação vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.48

Da análise das partes mais esforçadas das diferentes armaduras do pórtico, retira-se que nenhuma está plastificada, ou seja, que a rotura não se deu pela cedência da armadura. Assim sendo, são analisados, em seguida, os elementos críticos de betão para verificar o possível esmagamento dos mesmos (figura 6.52). A tabela 6.22 exhibe, em conformidade, os resultados obtidos das tensões nos pontos em análise e as respectivas orientações.

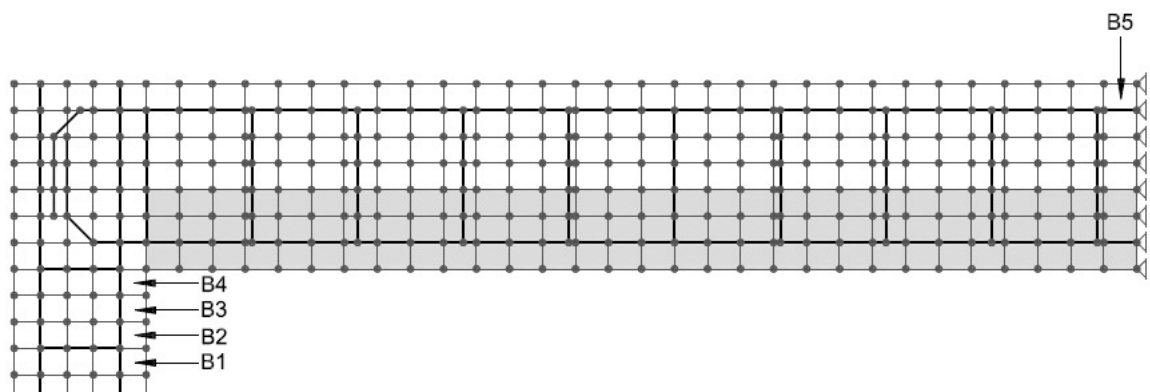


Fig. 6.52 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise

Tabela 6.22 - Tensões principais e orientação das fendas dos pontos analisados do pórtico 2 para propriedades características

Elemento	Ponto de Gauss	Tensão principal máxima (MPa)	Tensão principal mínima (MPa)	α_1 (Graus)	α_2 (Graus)
B1	1	-21.57	1.76	1.28	91.28
	2	-24.66	-2.09	2.29	92.29
	3	-21.07	1.45	-4.63	85.37
	4	-23.95	-0.90	-2.71	87.29
B2	1	-22.84	1.71	2.10	92.10
	2	-26.03	-1.48	2.80	92.80
	3	-25.84	1.58	-2.60	87.40
	4	-25.54	-0.35	-1.32	88.68
B3	1	-23.49	1.54	-0.79	89.21
	2	-23.45	1.43	7.44	97.44
	3	-23.78	1.13	-1.15	88.85
	4	-23.20	1.60	5.52	95.52
B4	1	-23.16	-0.44	-7.68	82.32
	2	-27.40	-11.63	-10.95	79.05
	3	-25.92	-15.58	-4.65	85.35
	4	-25.88	-16.25	4.79	94.79
B5	1	-16.30	1.63	-5.46	84.54
	2	-16.00	1.49	5.81	95.81
	3	-20.82	-2.13	-4.14	85.86
	4	-20.64	-2.28	4.30	94.30

A zona crítica do pórtico 2 está na ligação viga-pilar e a meio-vão da viga ainda não se verifica o esmagamento do mesmo. Ao contrário, na ligação viga-pilar a tensão de compressão máxima do betão é ultrapassada, ocorrendo o esmagamento do betão nesta zona. Este facto, aliado à elevada fendilhacão, leva à paragem da simulação e, portanto, à rotura do pórtico.

6.4.4. ANÁLISE COM PROPRIEDADES DE CÁLCULO (MODELO 2)

Os valores utilizados para a definição do bloco de dados não linear dos materiais para as propriedades de cálculo são apresentados pelas tabelas 6.23 e 6.24 para o betão, e tabela 6.25 para o aco.

Tabela 6.23 - Propriedades de cálculo do betão em *tension softening* do pórtico 2

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2.4E-06	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Coeficiente de <i>Poisson</i>	0.15	adim.
Módulo de <i>Young</i> inicial	30E+03	MPa
Resistência à compressão	16.67	MPa
Extensão na carga máxima	2E-03	adim.
Superfície de rotura inicial	1/3	adim.
Resistência à tracção	1.2	MPa
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.06785	adim.
α_1	0.575	adim.
ξ_2	0.1357	adim.
α_2	0.15	adim.
Energia de fractura	0.043	N/mm
n_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
Número máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 6.24 - Propriedades de cálculo do betão em *tension stiffening* do pórtico 2

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.05	adim.
α_1	0.5	adim.
ξ_2	0.8	adim.
α_2	0.4	adim.
Energia de fractura	0.430	N/mm

Tabela 6.25 - Propriedades de cálculo do aço do pórtico 2

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7.7E-06	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2.174E-03	adim.
Tensão no primeiro tramo	435	MPa
Extensão no segundo tramo	23.587E-03	adim.
Tensão no segundo tramo	452.4	MPa
Extensão no terceiro tramo	0.045	adim.
Tensão no terceiro tramo	469.8	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

O pórtico é simulado para 400 combinações de carga, com um incremento de carga de 0.01 em cada passo. Da combinação 0 à 135 é feito o incremento do peso próprio e das cargas permanentes e nas restantes 265 combinações é feito o incremento da carga variável.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A simulação atinge a combinação número 359, sendo esta a última que convergiu, o que mostra que o coeficiente de segurança γ_d para esta estrutura é 2.24. Daí obtém-se a expressão 6.36 resultante da equação 6.2:

$$1.35 G_k + 2.24 O_k \quad (6.36)$$

Na análise da figura 6.53 verifica-se que o pórtico resiste até uma carga última de 364.80 kN, cerca de 12% superior à carga de rotura para o ULS no valor de 330.83 kN. No gráfico da figura 6.53, à semelhança do pórtico 1 para a mesma análise, existem três declives: um inicial mais acentuado que representa a fase anterior à fendilhacão (da origem ao ponto A), um segundo declive até à maioracão final do peso próprio e das cargas permanentes (do ponto A a B) e um terceiro, resultante do valor constante do peso próprio e das cargas permanentes, e do incremento até à rotura da carga variável (do ponto B a C).

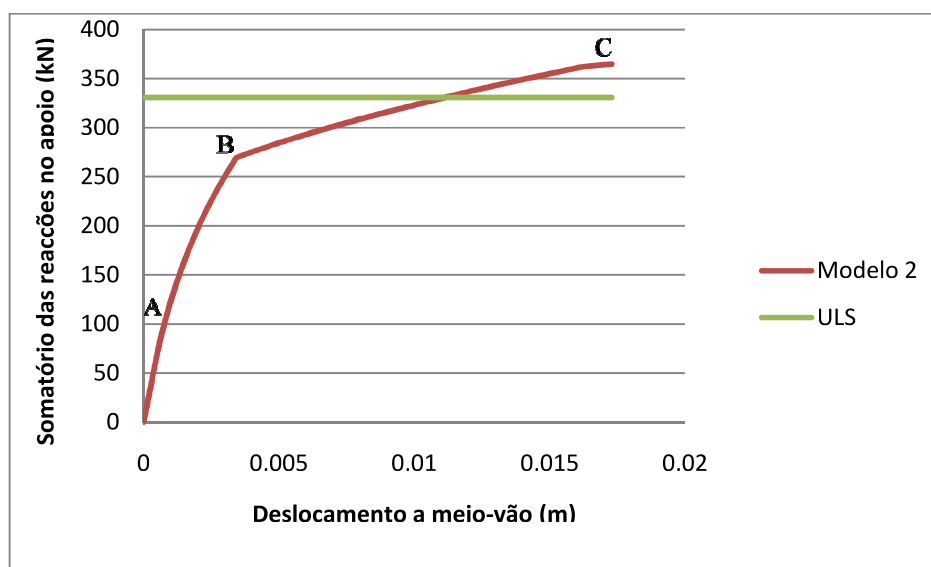


Fig. 6.53 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão

A deformada apresenta para a carga última convergida uma flecha a meio-vão de 17.30 mm (figura 6.54).

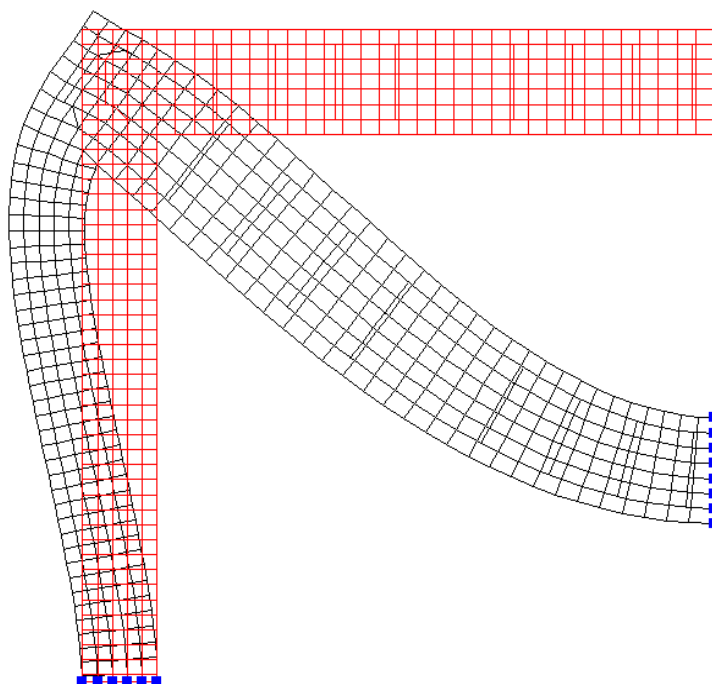


Fig. 6.54 - Deformada de cálculo do pórtico 2 para o último incremento convergido (ampliada 75x)

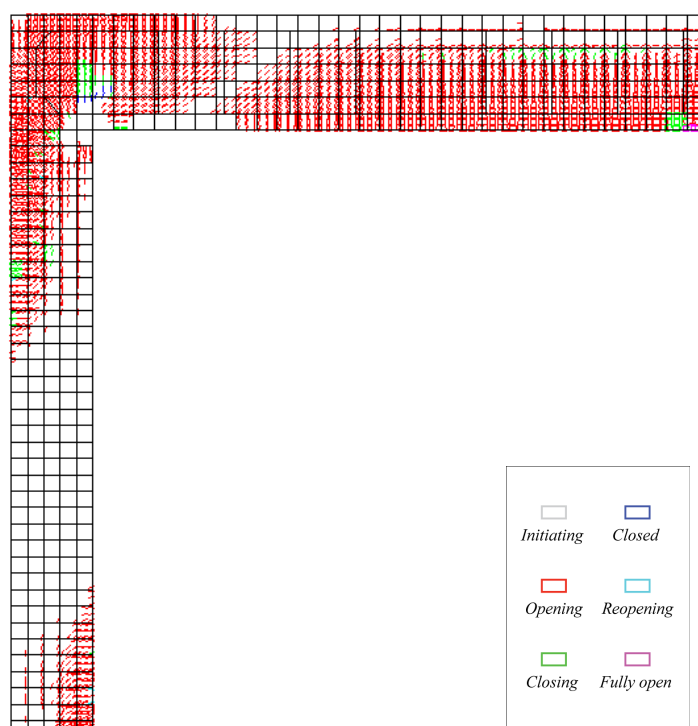


Fig. 6.55 - Padrão de fendilhacão de cálculo do pórtico 2 para o último incremento convergido

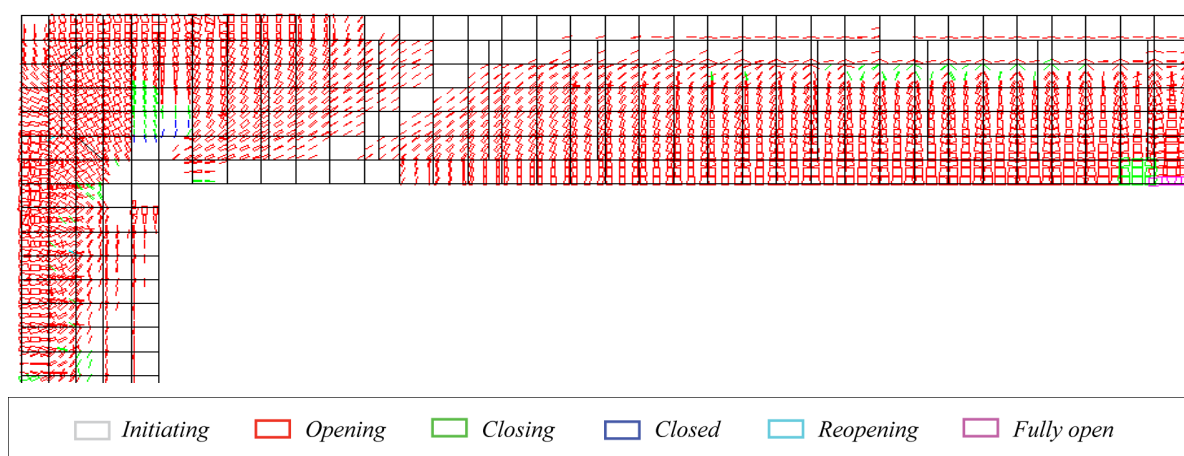


Fig. 6.56 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.55

No padrão de fendilhacão observa-se existência de elevada fendilhacão, muito superior à da análise com as propriedades características. A viga e a ligação viga-pilar encontram-se completamente fendilhadas, com fendas do tipo *opening*. É de notar também a existência de algumas fendas, ainda que poucas, do tipo *fully open* na viga a meio-vão. No que diz respeito a fendas resultantes do esforço transversal, são também visíveis algumas fendas inclinadas, ainda que em quantidade reduzida, perto da ligação da viga-pilar, que ilustram a pouca influência do esforço transversal nesta estrutura, não havendo, assim, formação de fenda crítica inclinada (figuras 6.55 e 6.56).

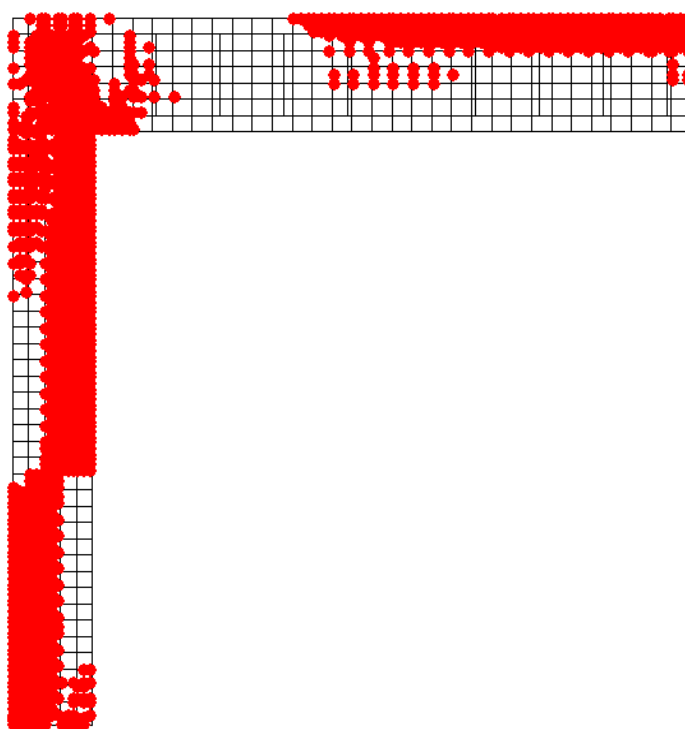


Fig. 6.57 - Pontos de *Gauss* plastificados do pórtico 2 para o último incremento de carga (modelo 2)

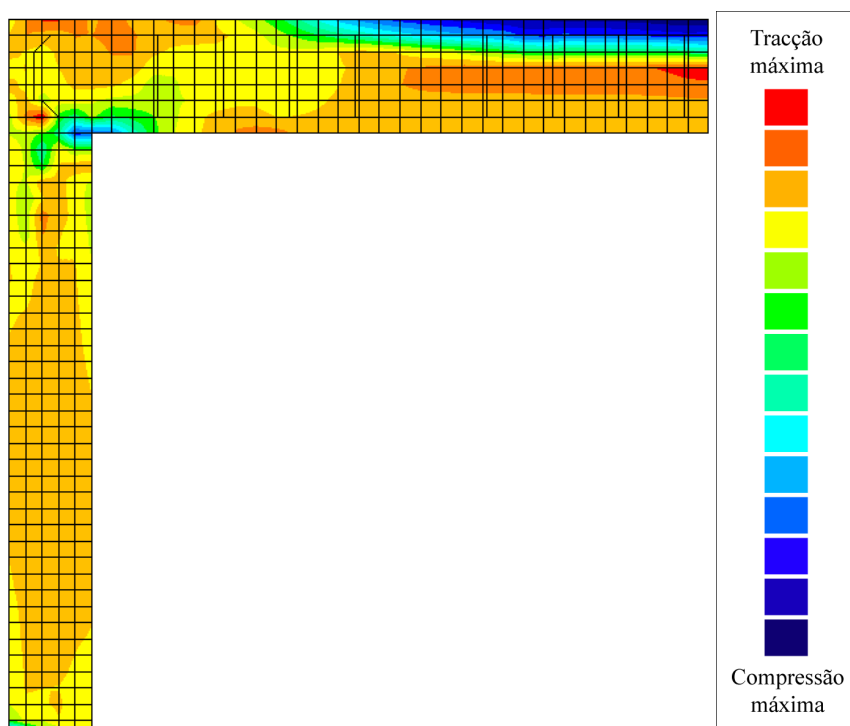
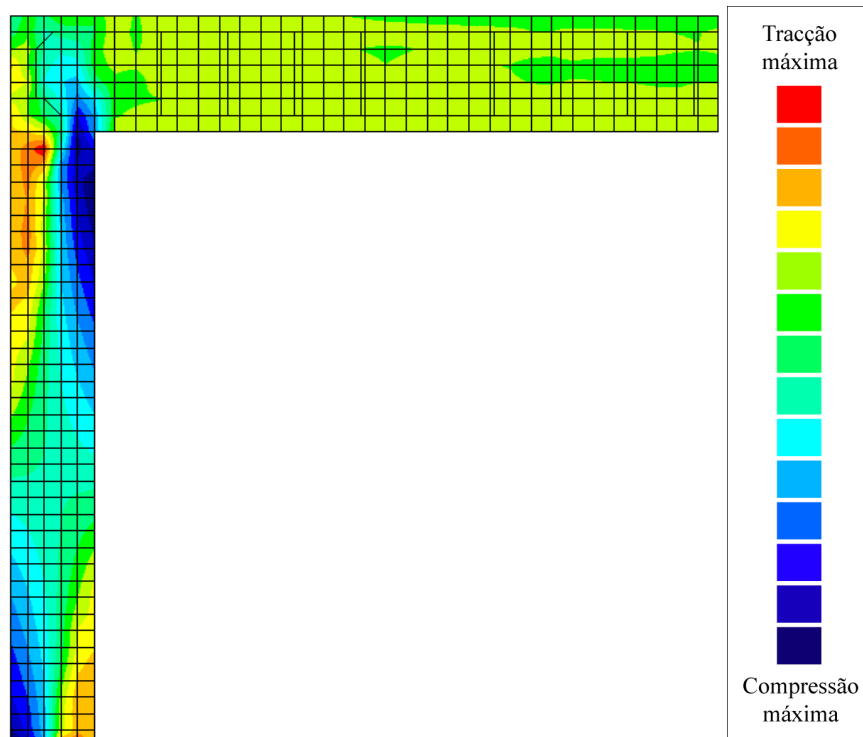


Fig. 6.58 - Tensões de cálculo na direcção x_2 do pórtico 2

Fig. 6.59 - Tensões de cálculo na direcção x_3 do pórtico 2

Existe uma quantidade significativa de pontos de *Gauss* do betão que podem estar esmagados (figura 6.57), concluindo-se assim que o betão está muito esforcado, com tensões de compressão elevadas, na parte inferior da viga a meio-vão e na ligação viga-pilar (figura 6.58 e 6.59).

Posto isto, são analisadas as tensões na armadura para verificação da plastificação, ou não, da mesma, com base nos elementos críticos escolhidos para cada armadura (figura 6.60).

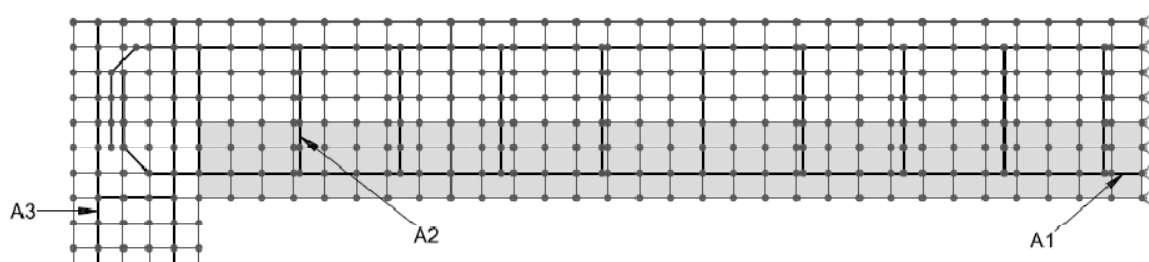


Fig. 6.60 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise

O elemento A1, pertencente à armadura longitudinal da viga, atinge uma tensão para o último incremento de carga de 435 MPa para uma extensão de 3.6E-03. É visível através da ponta final (ponto C) que o aço já entrou em cedência quando atinge o último incremento de carga convergido (figura 6.61).

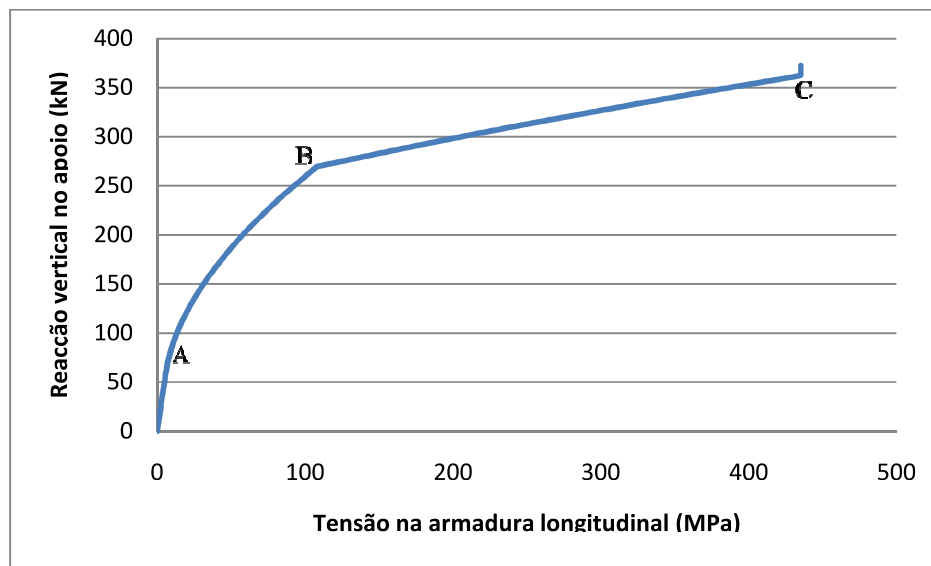


Fig. 6.61 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.63

Distinguem-se no gráfico da figura 6.61 quatro zonas distintas, com diferentes declives: o primeiro, até perto dos 75 kN corresponde ao início da fendilhacão (ponto A), o segundo declive, desde o início da fendilhacão até à maioração do peso próprio e das cargas permanentes perto de uma carga de 275 kN (ponto B), o terceiro, desde B até perto dos 360 kN (ponto C), sendo o quarto, uma recta vertical resultante da entrada em cedência da armadura (a partir do ponto C) (figuras 6.61 e 6.62).

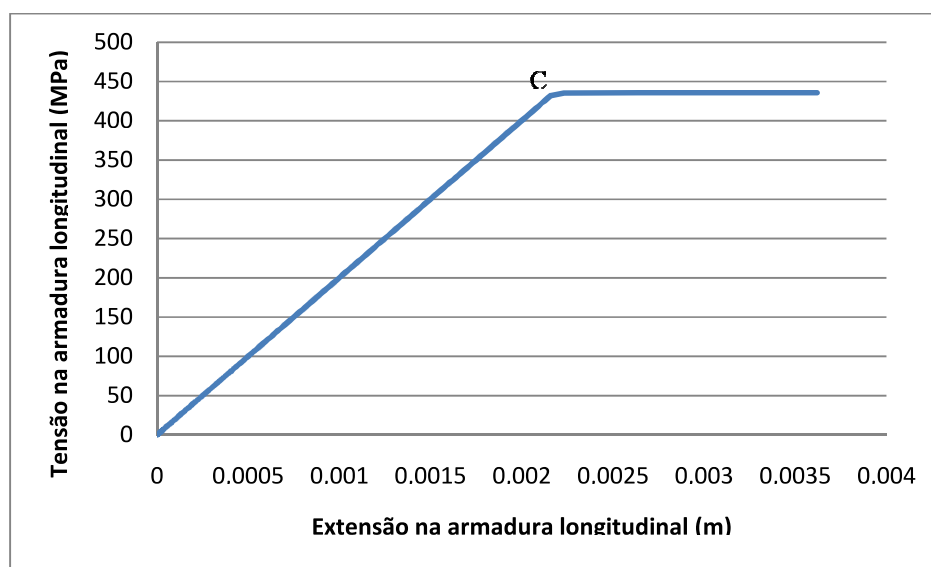


Fig. 6.62 - Diagrama tensão-extensão do elemento A1

O elemento A2, pertencente à armadura transversal da viga, atinge uma tensão máxima de 100 MPa para uma extensão de 5.0E-04, uma tensão reduzida, o que ilustra a pouca solicitação dos estribos da

estrutura. O baixo valor da tensão resulta da existência de poucas fendas inclinadas na viga, de onde se retira que a influência do esforço transversal na rotura da estrutura é quase inexistente.

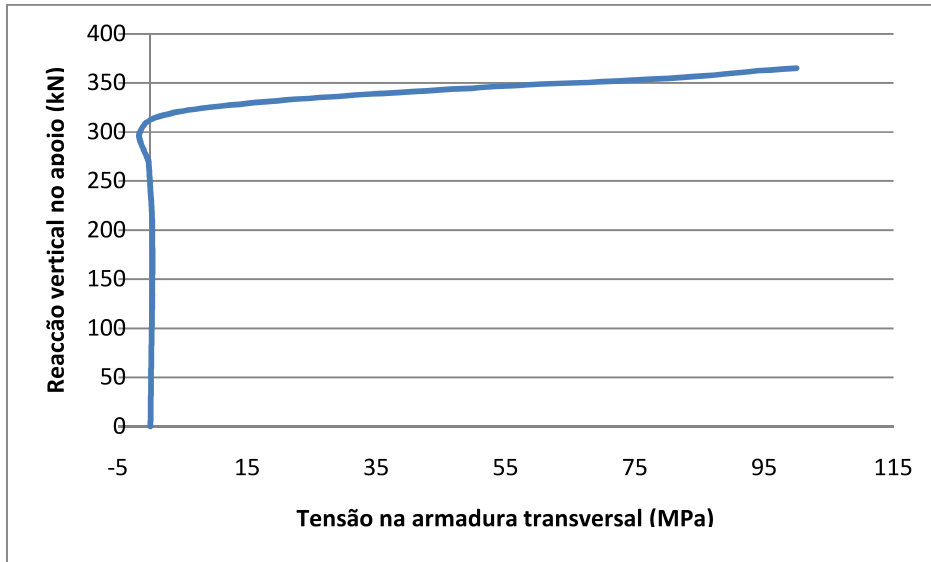


Fig. 6.63 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.63

O elemento A3, pertencente à armadura do pilar, atinge uma tensão máxima de 335 MPa para uma extensão de $1.67E-03$. No gráfico da figura 6.60 distinguem-se, à semelhança do pórtico 1, para as mesmas propriedades, três zonas distintas de inclinação da recta (figura 6.64).

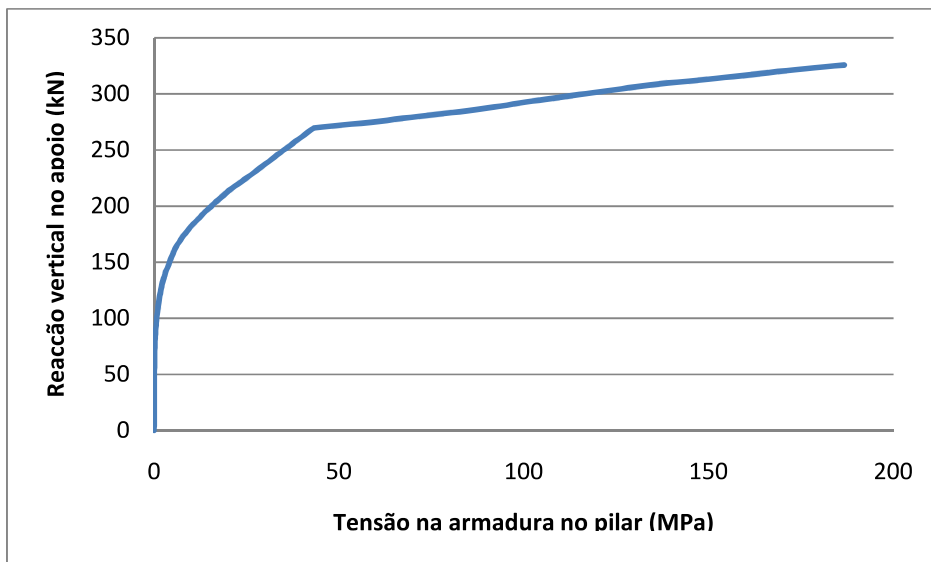


Fig. 6.64 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.63

Na análise das tensões nas diferentes armaduras verifica-se que a armadura longitudinal, ao contrário das outras, se encontra em cedência, devendo-se às elevadas tensões de tracção na parte inferior da viga a meio-vão. No entanto, a sua extensão ainda não atinge a extensão máxima.

Para verificar se existem elementos de betão esmagados, segue-se a análise das suas tensões. Para isso, são escolhidos três elementos das zonas mais críticas (figura 6.65), em resumo na tabela 6.26 que exhibe o cálculo e a orientação das tensões.

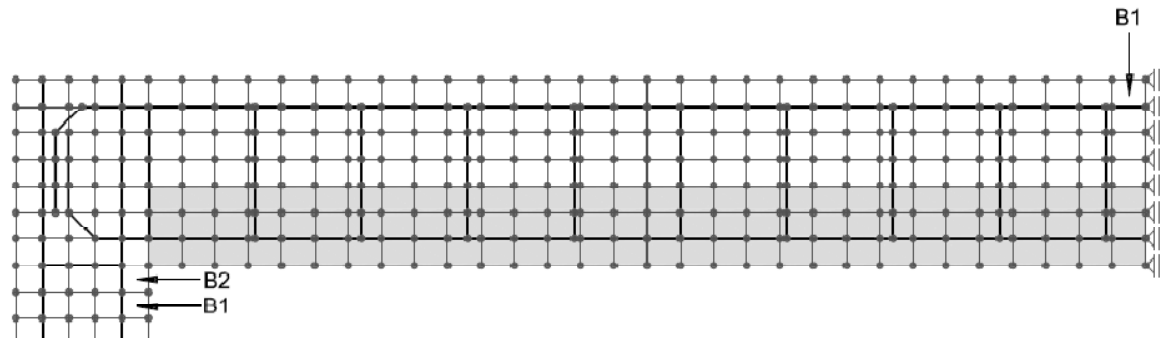


Fig. 6.65 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise

Tabela 6.26 - Tensões principais e orientação das fendas dos pontos analisados do pórtico 2 para propriedades de cálculo

Elemento	Ponto de Gauss	Tensão principal mínima (MPa)	Tensão principal máxima (MPa)	α_1 (Graus)	α_2 (Graus)
B1	1	-14.64	1.18	2.18	92.18
	2	-15.65	-0.33	2.63	92.63
	3	-17.05	-2.25	3.11	93.11
	4	-14.97	1.07	-1.78	88.22
	5	-15.89	0.49	-0.70	89.30
	6	-16.70	-1.60	0.08	90.08
	7	-14.59	90.94	-0.54	89.46
	8	-14.94	1.04	-3.54	86.46
	9	-15.35	-1.00	-2.77	87.23
B2	1	-15.14	1.14	2.47	92.47
	2	-18.05	-0.25	2.58	92.58
	3	-17.57	-2.43	3.80	93.80
	4	-15.10	1.02	-1.77	88.23
	5	-15.99	0.69	-0.34	89.66
	6	-17.89	-1.51	4.90	94.90
	7	-15.00	0.71	-5.35	84.65
	8	-15.63	1.03	-4.07	85.93
	9	-16.96	-0.75	-2.46	87.54
B3	1	-14.09	1.08	-5.67	84.33
	2	-13.99	1.09	0.64	90.64
	3	-13.88	0.78	6.68	96.68
	4	-16.09	-0.01	-5.34	84.66
	5	-16.00	0.15	0.28	90.28
	6	-15.60	0.16	5.67	95.67
	7	-17.38	-2.42	-4.61	85.39
	8	-17.30	-2.30	0.00	90.00
	9	-17.01	-2.21	4.92	94.92

Existem pontos em que a tensão de compressão máxima do betão é ultrapassada, tanto a meio-vão como na ligação viga-pilar, ocorrendo o esmagamento do mesmo. Este facto, juntamente com a elevada fendilhacão leva à paragem do processo iterativo.

6.4.5. COMPARAÇÃO DAS DUAS ANÁLISES

Ambas as simulações ultrapassaram a carga de dimensionamento do ULS (figura 6.66 e tabela 6.27).

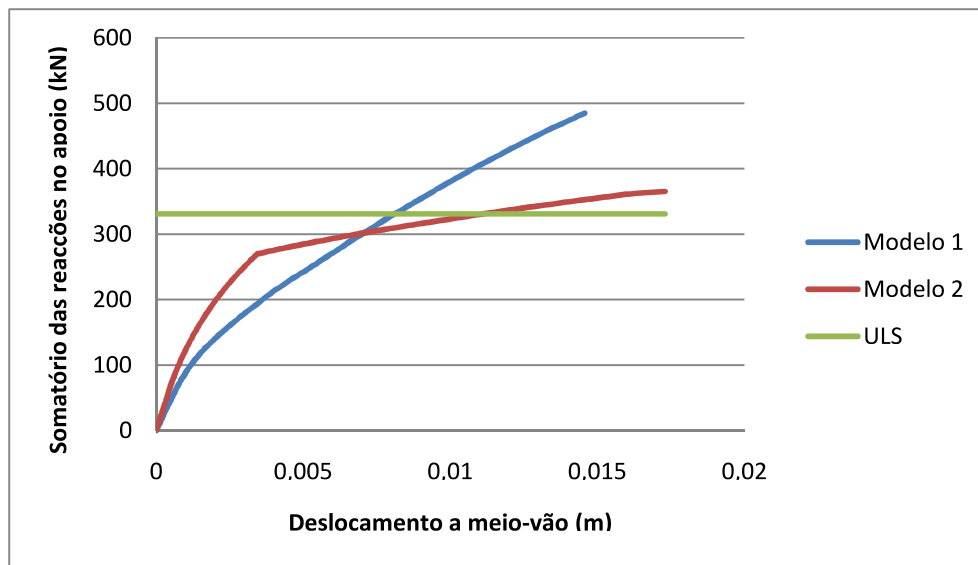


Fig. 6.66 - Comparação do somatório das reacções verticais no apoio versus deslocamento a meio-vão do pórtico 2 para as propriedades características e de cálculo

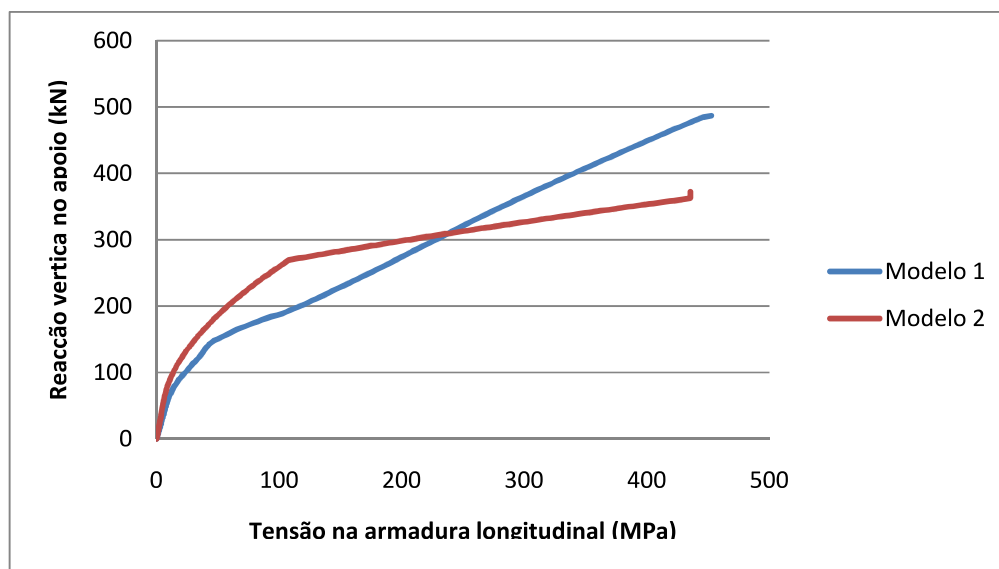


Fig. 6.67 - Comparação da relação entre o somatório das reacções verticais no apoio versus tensão na armadura longitudinal do pórtico 2 para as propriedades características e de cálculo

Tabela 6.27 - Comparação da carga última, extensão e coeficiente de segurança para análises característica e de cálculo do pórtico 2

Tipo de análise	Carga ULS (kN)	Carga última (kN)	Extensão última (mm)	Coeficiente de segurança
Característica	330.83	486.80	14.56	$\gamma_g = 2.01$
Cálculo		364.80	17.30	$\gamma_D = 2.24$

A simulação efectuada para o modelo 1 atinge a rotura para uma carga mais elevada do que o modelo 2. Com a redução da rigidez para a mesma carga, os deslocamentos observados na estrutura são maiores

Para o pórtico 2 verificou-se ainda, pela análise executada pelo modelo 2, que a armadura longitudinal entra em cedência (figura 6.67), facto explicado pela menor rigidez dos materiais, para propriedades de cálculo, relativamente ao modelo 1.

6.5. PÓRTICO 3

6.5.1. DIMENSIONAMENTO DO PÓRTICO 3 SEGUNDO EC2

O pórtico 3 é dimensionado para um betão da classe C25/30 e um aço S500. A figura 6.68 apresenta o esquema estrutural desse pórtico e as respectivas accões.

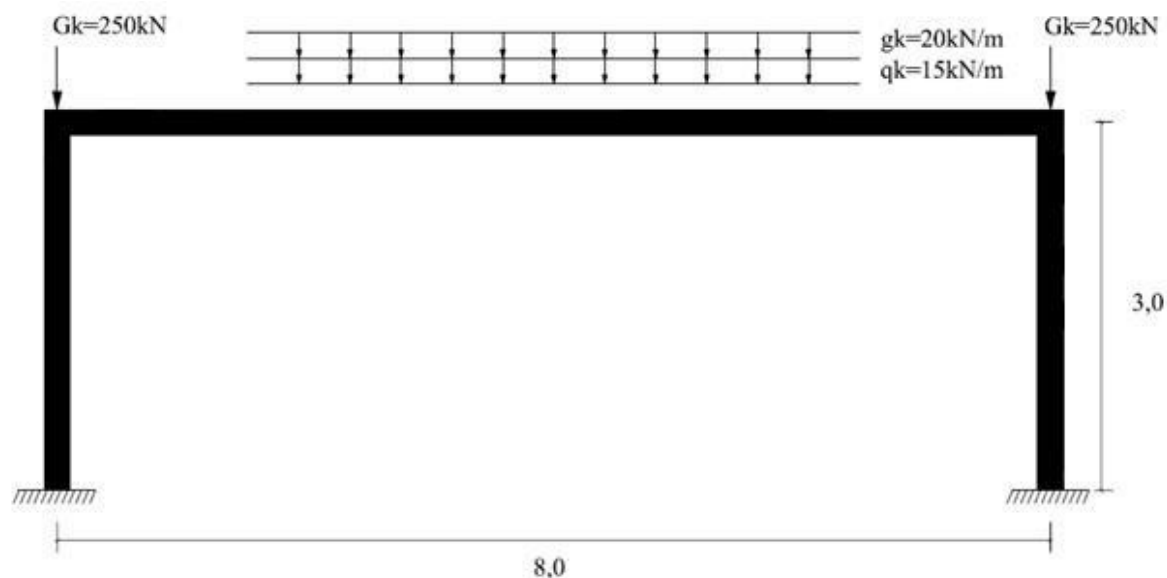


Fig. 6.68 - Geometria e cargas do pórtico 3

Para o dimensionamento do pórtico 3, à semelhança do pórtico 2, apenas são apresentadas as tabelas 6.28 e 6.29 para os valores da viga e dos pilares, sendo que o processo é o mesmo que utilizado para o pórtico 1 em 6.3.1.

Os cortes longitudinal e transversal do pórtico 3, dimensionado pelo EC2 [18], são apresentados nas figuras 6.69 e 6.70, respectivamente.

Tabela 6.28 - Resumo das armaduras e esforços máximos de dimensionamento da viga do pórtico 3

	$V_{Ed,max}$ (kN)	$V_{Rd,max}$ (kN)	$M_{Ed,max}$ (kN.m)	μ	ω	A_s (cm ²)	ϕ adoptado	l_{bd} (m)	$\phi_{estribo}$
Armadura inferior	198	688.6	371.1	0.118	0.125	10.2	4 ϕ 20	0.8	2r ϕ 8//0.3
Armadura superior			22.9	0.0135	0.015	1.22	3 ϕ 12	0.5	

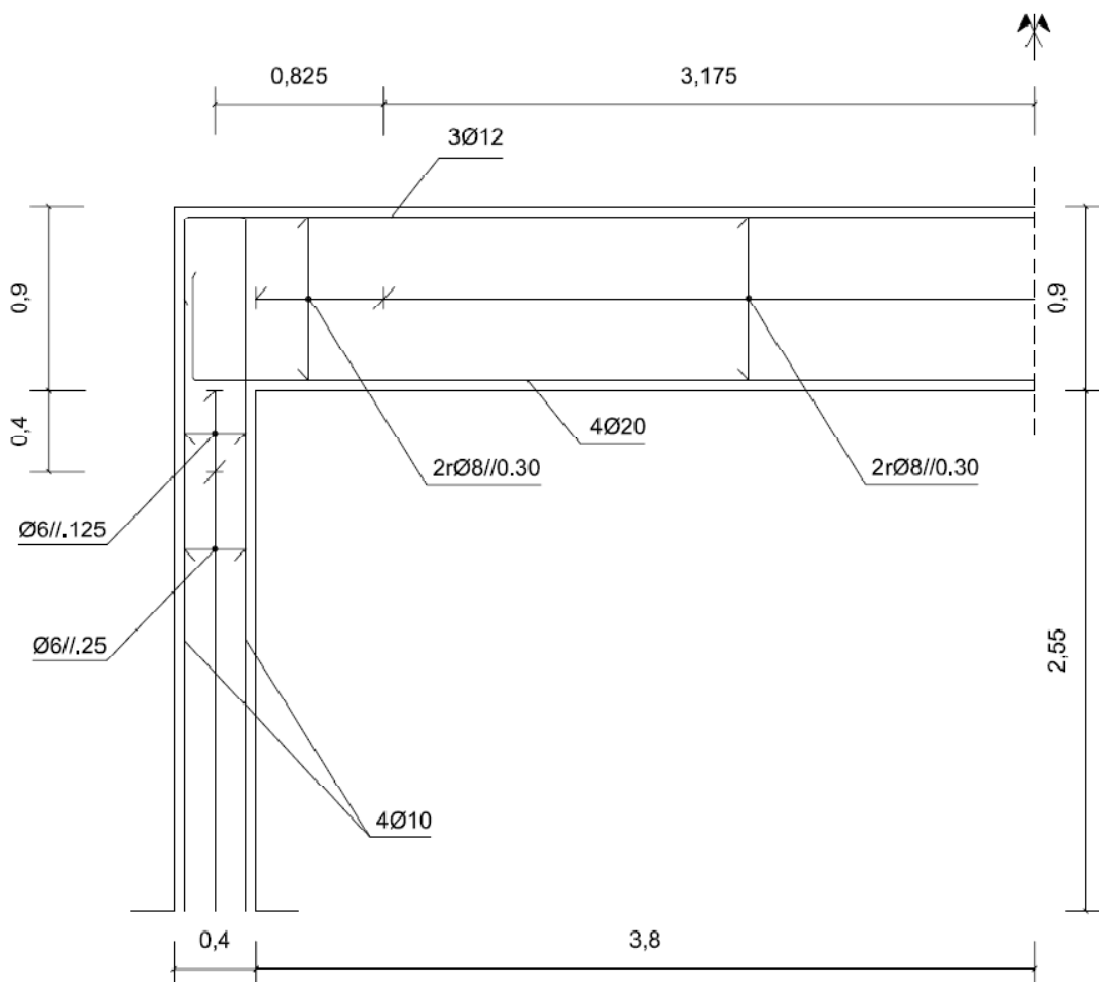


Fig. 6.69 - Corte longitudinal do pórtico 3. unidades em [m]

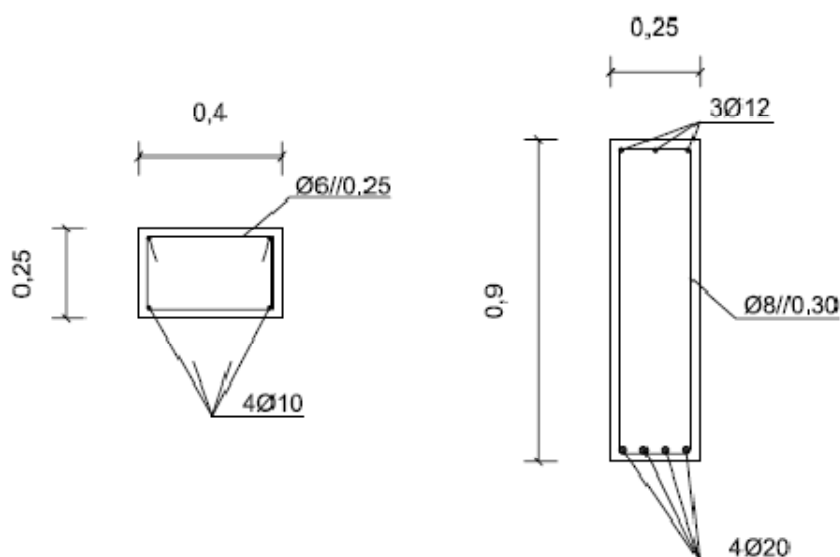


Fig. 6.70 - Corte transversal da viga e do pilar do pórtico 3. unidades em [m]

Tabela 6.29 - Resumo das armaduras e esforços máximos de dimensionamento da viga do pórtico 3

Seccção	l_0	λ	λ_{lim}	M_{max} (kN.m)	N_{max} (kN)	μ	ν	ω	ϕ adoptado	Cintas
0.25x0.40	2.1	18.2	19	40.7	574.2	0.061	0.344	0	4Ø10	Ø 6//0.25

6.5.2. DEFINIÇÃO DO PÓRTICO EM ESTUDO

O pórtico 3 é dimensionado com um μ mais baixo (tabela 6.28). A razão de não se utilizar um $\mu=0.25$ (económico) deve-se ao facto de se pretender que a armadura esteja mais esforcada relativamente às simulações anteriores; daí resulta uma viga com uma altura útil maior.

Apresentam-se depois as características geométricas do pórtico em estudo (tabelas 6.30 e 6.312).

Tabela 6.30 - Resumo das características geométricas da viga do pórtico 3

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{viga}	8	m
b_{viga}	0.25	m
h_{viga}	0.90	m
A_s	4Ø20	m ²
A'_s	3Ø12	m ²
A_{sw}	2rØ8//0.3	m ²
$A_{sw.min}$	2rØ6//0.225	m ²

Tabela 6.31 - Resumo das características geométricas do pilar do pórtico 3

Parâmetro	Valor	Unidade
L_{pilar}	3	m
b_{pilar}	0.25	m
h_{pilar}	0.40	m
A_s	2Ø10	m ²
A'_s	2Ø10	m ²
A_{sw}	2rØ6//0.25	m ²

A figura 6.71 representa a malha de elementos finitos e os elementos em *tension softening* e *tension stiffening* considerados na análise do pórtico.

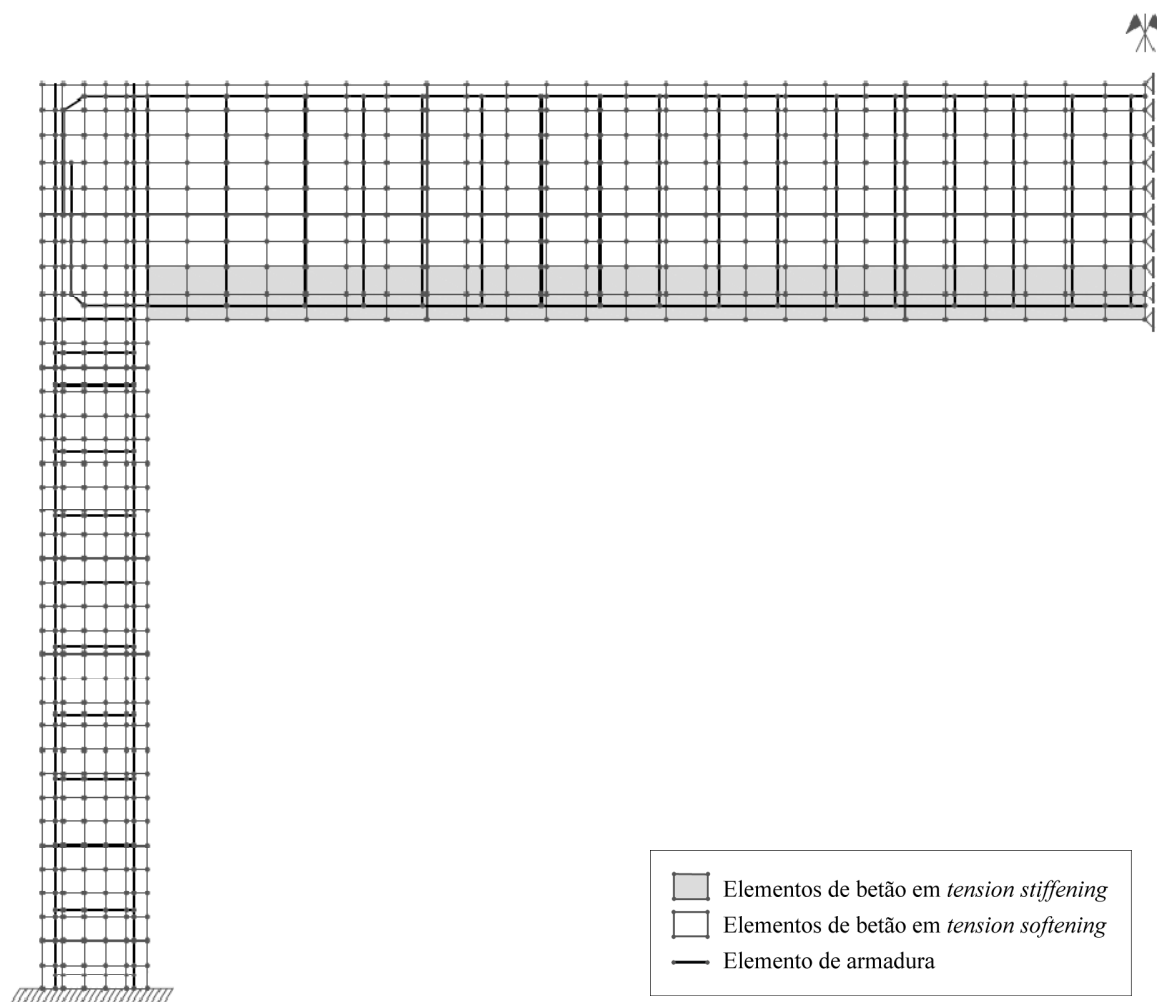


Fig. 6.71 - Malha de elementos finitos do pórtico 3

6.5.3. ANÁLISE COM PROPRIEDADES CARACTERÍSTICAS (MODELO 1)

Apresentam-se em baixo os valores característicos utilizados para a definição do bloco de dados não linear dos materiais, sendo definidos os parâmetros relativos ao betão (tabelas 6.32 e 6.33) e ao aço (tabela 6.34).

Tabela 6.32 - Propriedades características do betão em *tension softening* do pórtico 3

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2.4E-06	ka/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Coefficiente de <i>Poisson</i>	0.15	adim.
Módulo de <i>Young</i> inicial	30E+03	MPa
Resistência à compressão	25	MPa
Extensão na carga máxima	2E-03	adim.
Superfície de rotura inicial	1/3	adim.
Resistência à tracção	1.8	MPa
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.06785	adim.
α_1	0.575	adim.
ξ_2	0.1357	adim.
α_2	0.15	adim.
Energia de fractura	0.0649	N/mm
n_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
Número máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 6. 33 - Propriedades características do betão em *tension stiffening* do pórtico 3

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.05	adim.
α_1	0.5	adim.
ξ_2	0.8	adim.
α_2	0.4	adim.
Energia de fractura	0.649	N/mm

Tabela 6. 34 - Propriedades características do aço do pórtico 3

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7.7E-06	ka/mm ³
Coefficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2.5E-03	adim.
Tensão no primeiro tramo	500	MPa
Extensão no segundo tramo	0.02625	adim.
Tensão no segundo tramo	520	MPa
Extensão no terceiro tramo	0.05	adim.
Tensão no terceiro tramo	540	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

O pórtico 3 é simulado para 400 combinações de carga, com um incremento de carga de 0.01 em cada passo até um máximo de 4.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A simulação do pórtico atinge a combinação número 210, sendo esta a última convergente, o que mostra que o coeficiente de segurança parcial para esta estrutura é $\gamma_g = 2.10$. Daí obtém-se a expressão 6.37 resultante da equação 6.1

$$2.10 (G_k + O_k) \quad (6.37)$$

Pela análise do gráfico (figura 6.72) verifica-se que o pórtico resiste até uma carga última de 896.25 kN, cerca de 56% superior à carga de rotura para o ULS no valor de 574.2 kN. Encontram-se no gráfico dois declives, à semelhança dos pórticos 1 e 2, para a mesma análise: um inicial mais

acentuado que representa a fase antes da fendilhacão (da origem ao ponto A), e um segundo declive constante até à rotura (do ponto A a B).

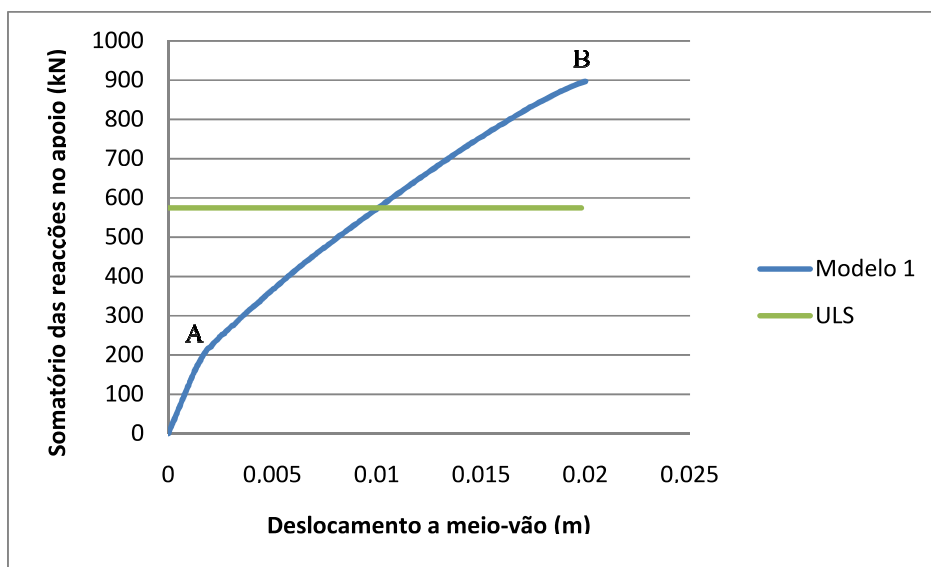


Fig. 6.72 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão

A deformada do pórtico apresenta para a carga última convergida uma flecha a meio-vão de 19.98 mm (figura 6.73).

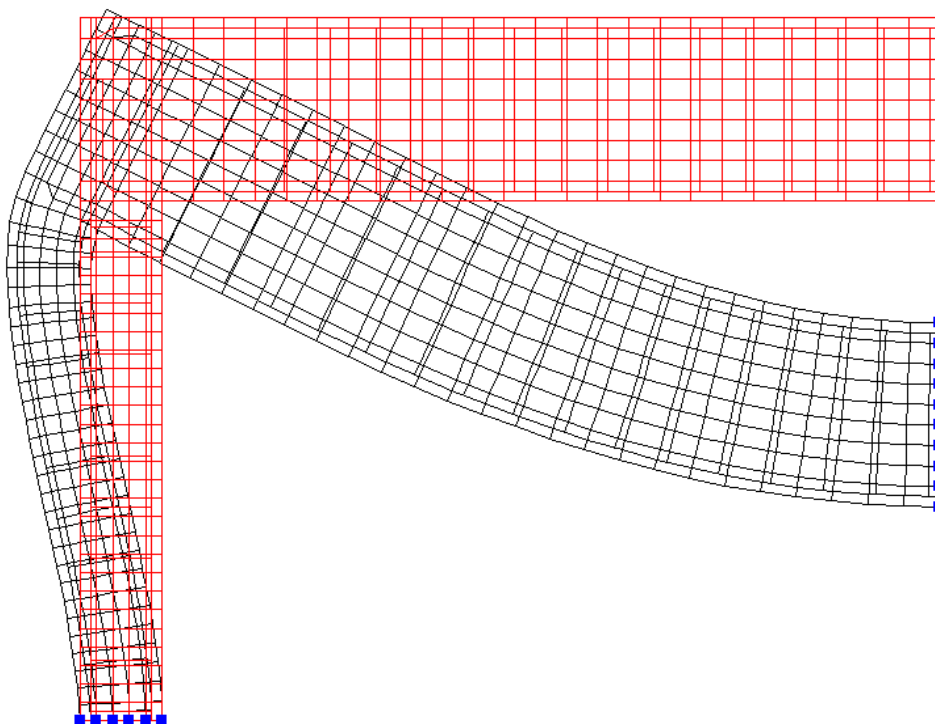


Fig. 6.73 - Deformada característica do pórtico 3 para o último incremento convergido (ampliada 75x)

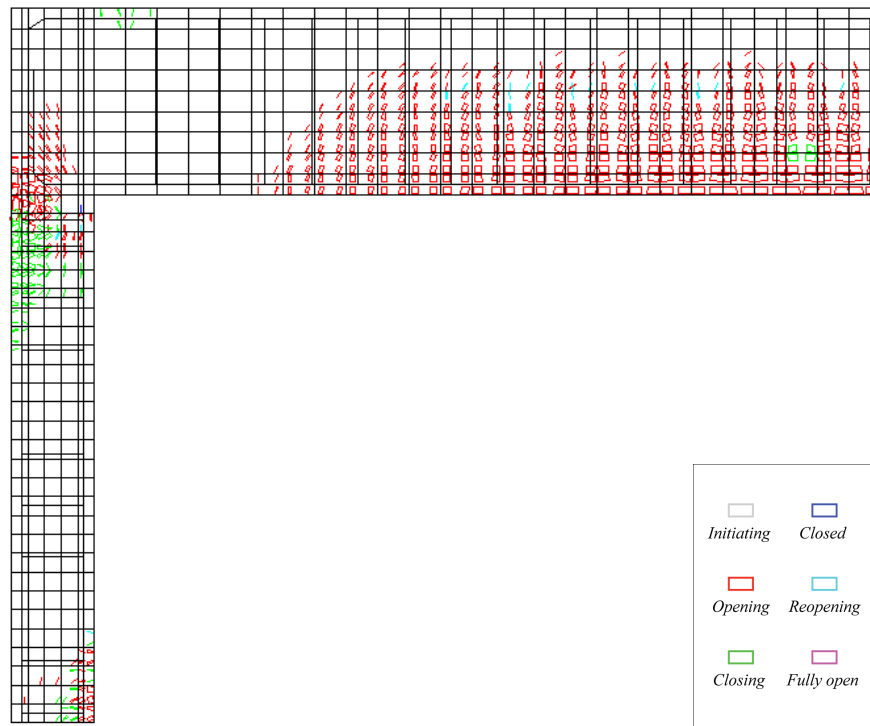


Fig. 6.74 - Padrão de fendilhacão característico do pórtico 3 para o último incremento convergido

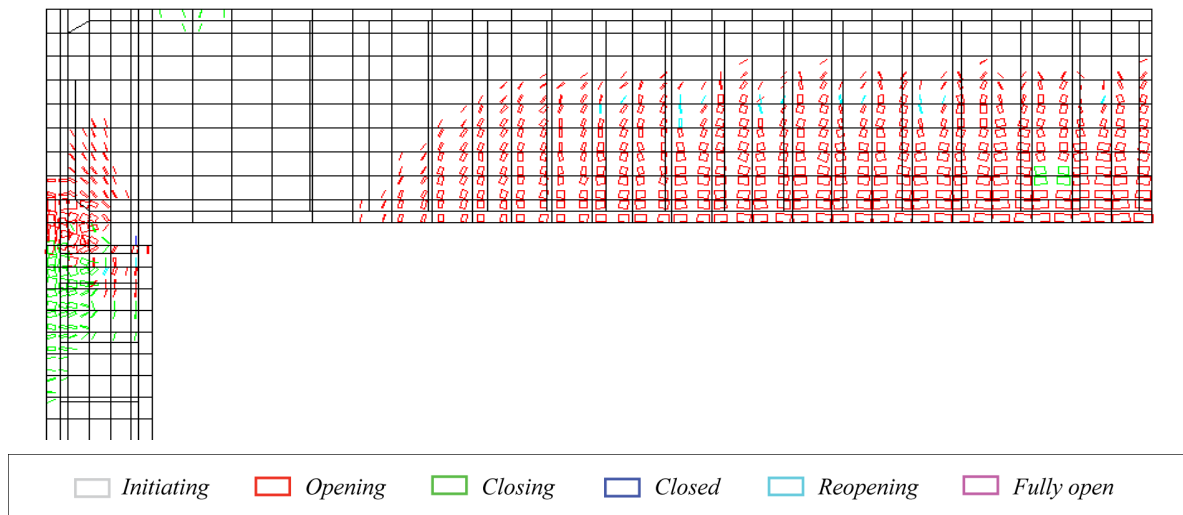


Fig. 6.75 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.74

No padrão de fendilhacão (figuras 6.74 e 6.75), apesar de o pórtico se encontrar muito fendilhado, verifica-se que não existe a formação de fenda crítica resultante do esforço transversal, nem a formação de fendas *fully open* perpendiculares à base da secção da viga; o que se deve ao facto da elevada altura útil da viga.

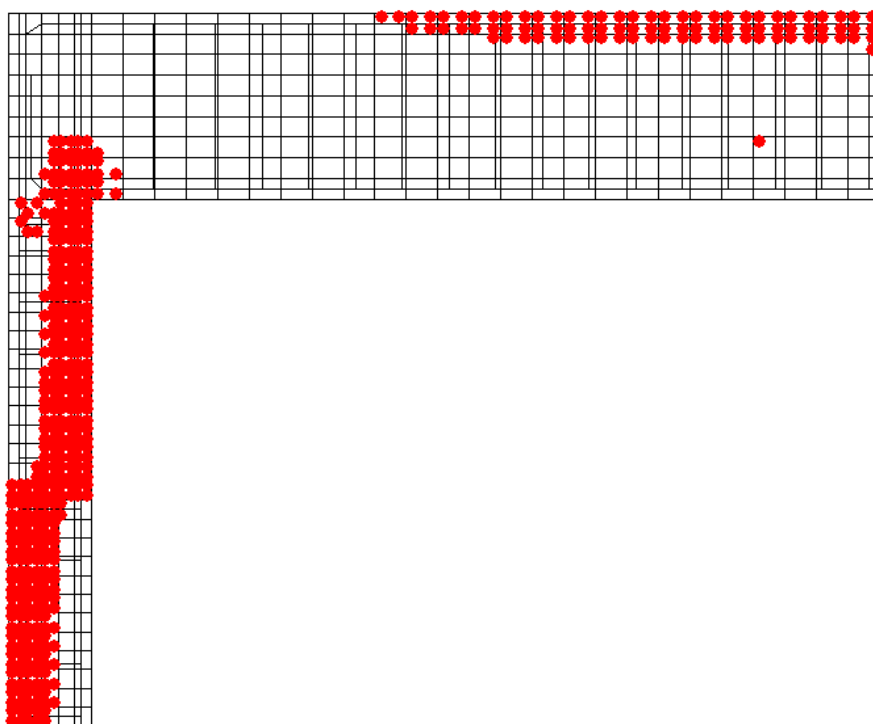


Fig. 6.76 - Pontos de Gauss plastificados do pórtico 3 para o último incremento de carga (modelo 1)

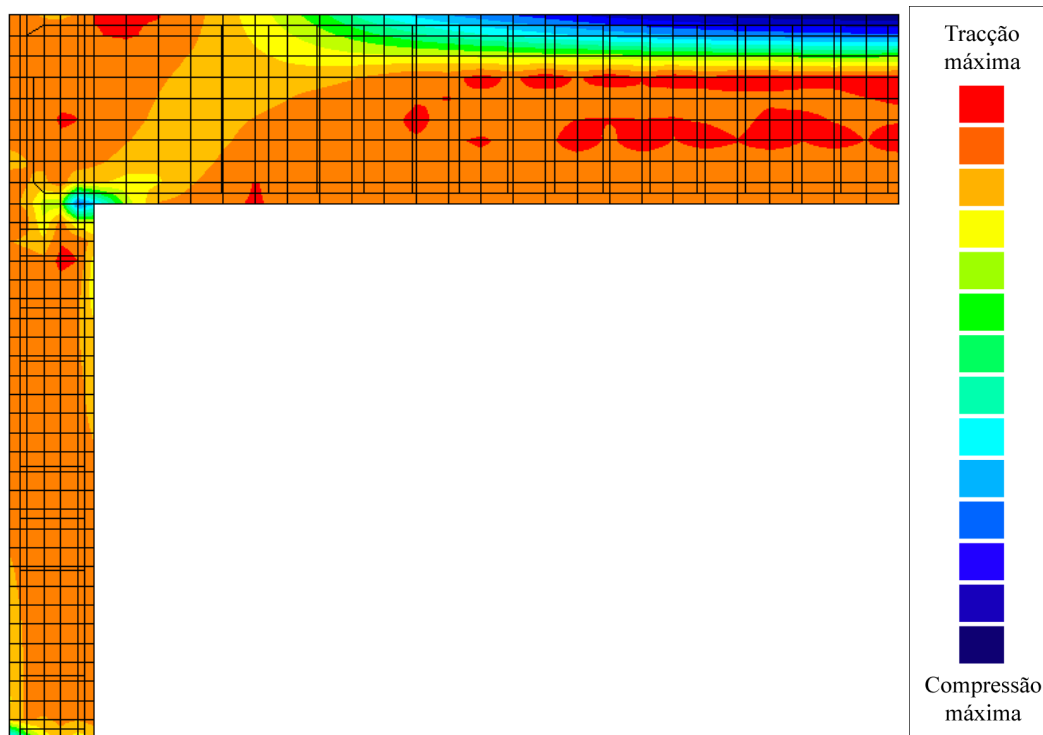
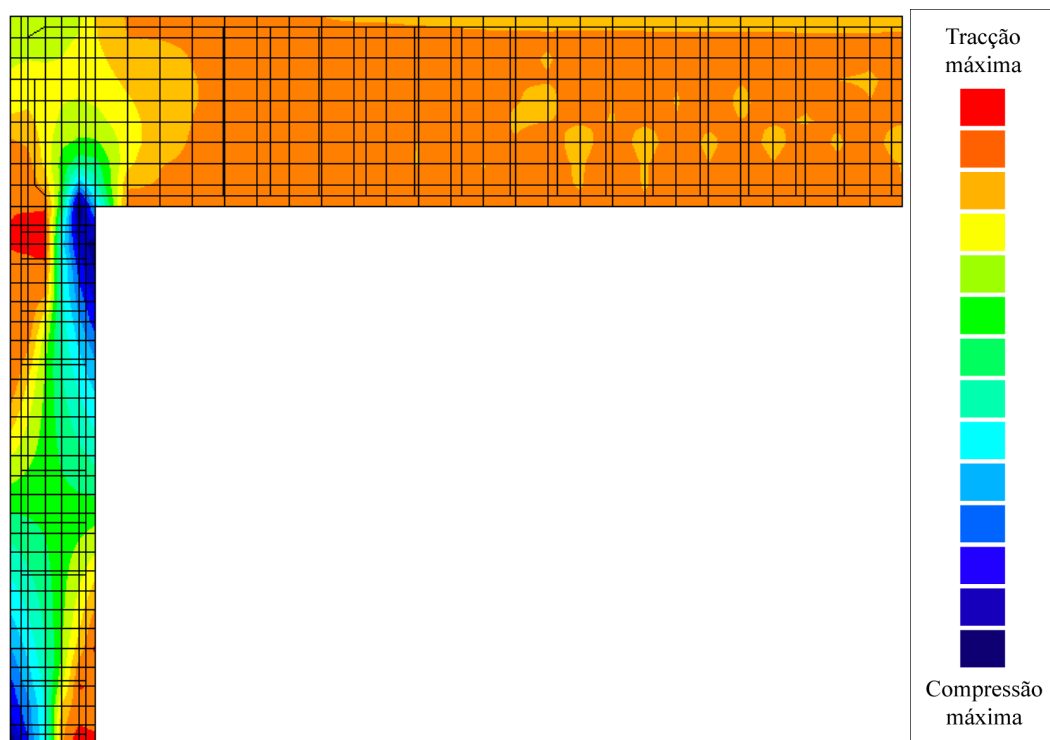


Fig. 6.77 - Tensões características na direcção x_2 do pórtico 3

Fig. 6.78 - Tensões características na direcção x_3 do pórtico 3

No pórtico 3, ao contrário dos dois pórticos analisados anteriormente, verifica-se que este tem menor probabilidade de o betão estar esmagado, na parte superior da viga a meio-vão, sendo a situação crítica apenas na ligação viga-pilar (figura 6.76); facto também visível quando analisadas as tensões de compressão nas direcções x_2 e x_3 verificadas no pórtico (figuras 6.77 e 6.78).

Para verificar a tensão nas armaduras é seleccionado um elemento para cada uma: na armadura longitudinal, é escolhido um elemento onde a tensão de tracção do betão é máxima, a meio-vão da viga; na armadura transversal da viga o elemento escolhido localiza-se na zona onde se observam o maior número de fendas inclinadas; na armadura do pilar o elemento escolhido encontra-se junto da ligação viga-pilar, sendo esta a zona mais crítica (figura 6.79).

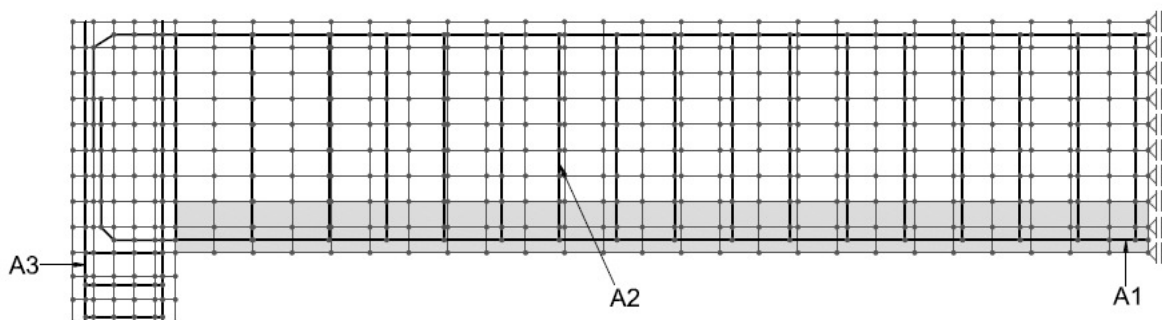


Fig. 6.79 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise

O elemento A1, pertencente à armadura longitudinal da viga, atinge uma tensão máxima para o último incremento de carga de 383 MPa, para uma extensão de $1.92\text{E-}03$ (figura 6.80).

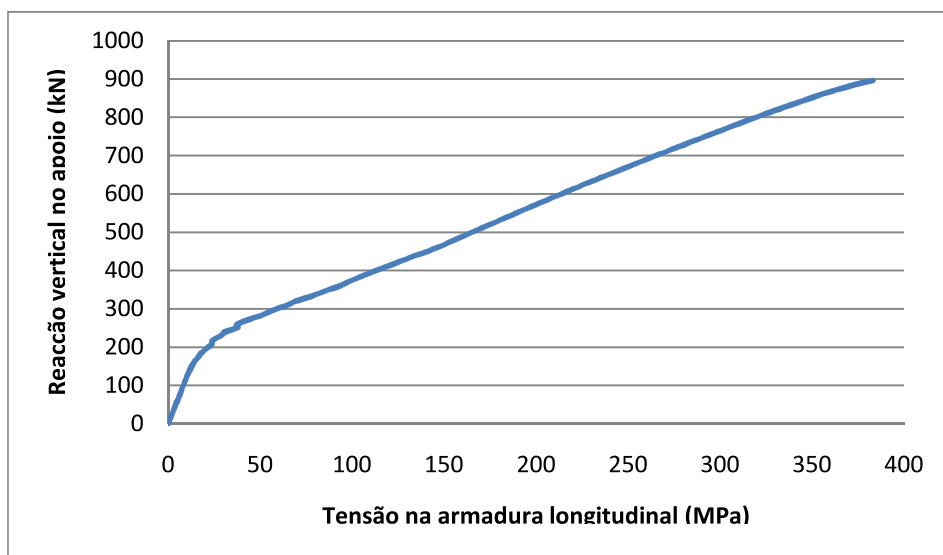


Fig. 6.80 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.79

O elemento A2, pertencente à armadura transversal da viga, atinge uma tensão máxima de 18 MPa para uma extensão de $9.02\text{E-}05$ (figura 6.81).

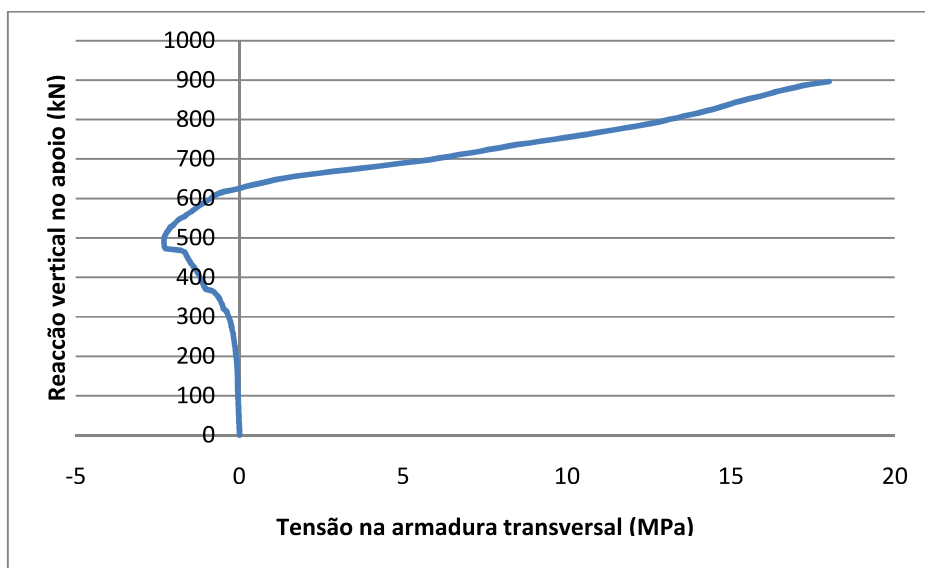


Fig. 6.81 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.79

O elemento A3, pertencente à armadura do pilar, atinge a tensão máxima de 500 MPa para uma extensão de $3.66\text{E-}03$, o que mostra que é alcançada a tensão de cedência característica do aço, ponto A (figura 6.82 e 6.83), não atingindo a extensão última.

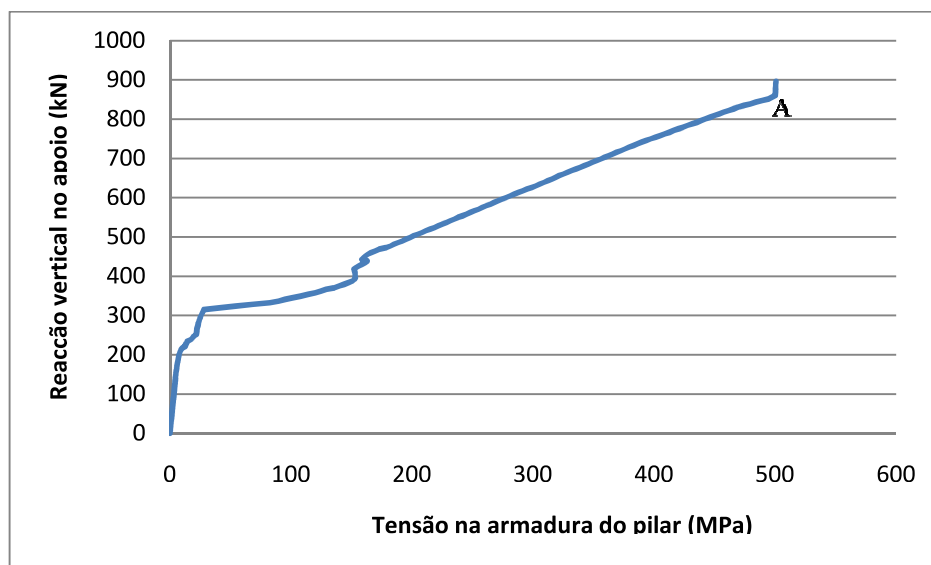


Fig. 6.82 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.79

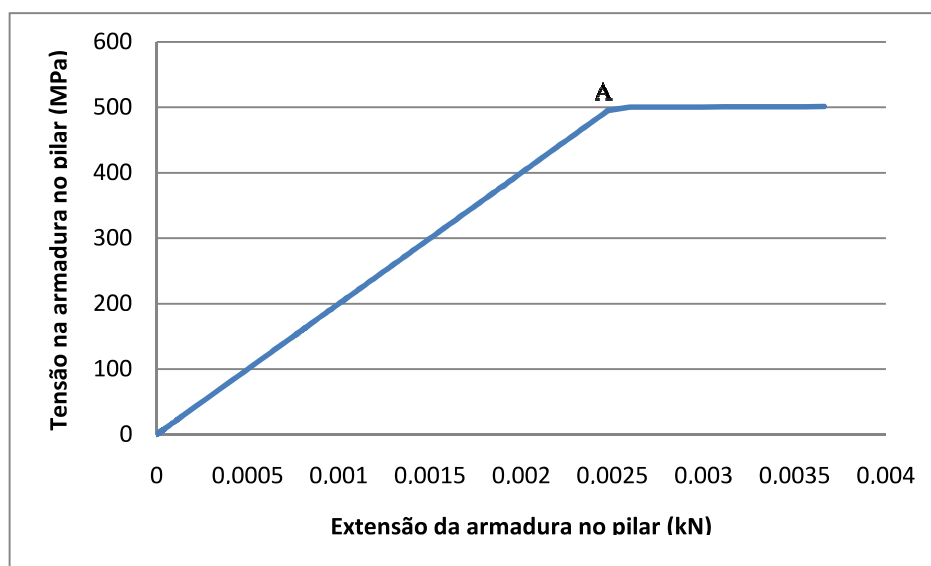


Fig. 6.83 - Diagrama tensão-extensão do elemento A3

Na análise das armaduras é visível que estão mais esforçadas neste pórtico do que nas simulações dos pórticos anteriores, à excepção da armadura transversal da viga devido à sua elevada altura útil. A armadura longitudinal, por sua vez, apesar de se encontrar a uma tensão elevada está ainda distante da tensão de cedência. E, por fim, a armadura longitudinal do pilar encontra-se em cedência, devendo-se à elevada fendilhacão na zona do elemento analisado.

Para verificar se existem elementos de betão esmagados, segue-se a análise das suas tensões. Para isso, são escolhidos três elementos das zonas mais críticas (figura 6.84), em resumo na tabela 6.35 que exhibe o cálculo e a orientação das tensões.

Tabela 6.35 - Tensões principais e orientação das fendas dos pontos analisados do pórtico 3 para propriedades características

Elemento	Ponto de Gauss	Tensão principal mínima (MPa)	Tensão principal máxima (MPa)	α_1 (Graus)	α_2 (Graus)
B1	1	-23.02	1.19	-4.32	85.68
	2	-23.98	1.09	-1.37	88.63
	3	-22.92	1.72	0.96	90.96
	4	-25.56	-1.95	3.64	93.64
B2	1	-23.08	1.78	-1.24	88.76
	2	-25.54	-1.56	7.83	97.83
	3	-23.56	0.97	-2.23	87.77
	4	-20.21	1.42	5.44	95.44
B3	1	-20.45	-0.42	-5.32	84.68
	2	-25.46	-8.79	-9.27	80.73
	3	-27.70	-13.58	-20.65	69.35
	4	-25.59	-15.01	-19.27	70.73
B4	1	-17.66	-0.23	5.96	95.96
	2	-27.09	-9.41	-0.81	89.19
	3	-16.86	-7.35	-25.24	64.76
	4	-26.76	-13.44	-16.66	73.34
B5	1	-13.35	-3.93	31.03	121.03
	2	-20.70	-0.54	15.55	105.55
	3	-12.10	-0.64	10.93	100.93
	4	-20.15	-3.85	8.45	98.45
B6	1	-15.09	0.83	-4.94	85.06
	2	-14.30	0.70	5.80	95.80
	3	-17.77	-1.33	-4.12	85.88
	4	-17.72	-1.22	4.52	85.48

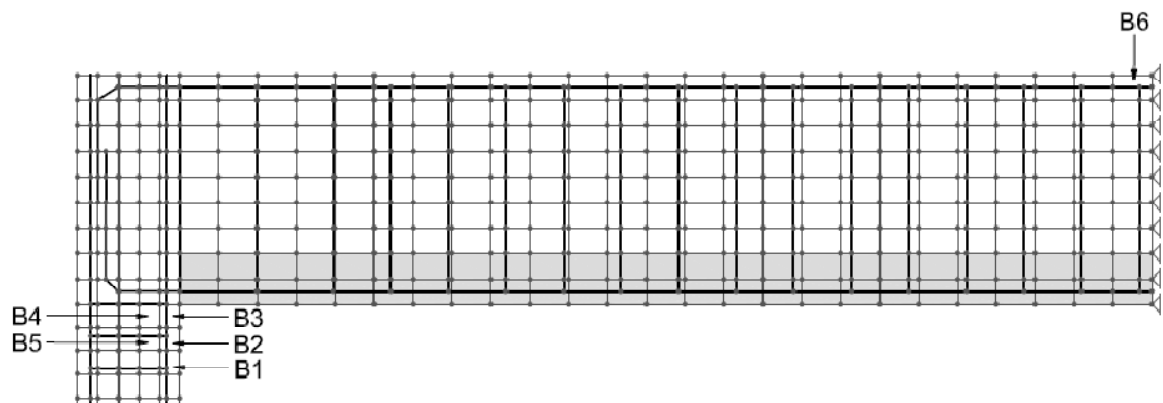


Fig. 6.84 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise

No pórtico 3, à semelhança dos anteriores, também se verifica esmagamento do betão na ligação viga-pilar. Existem vários pontos de *Gauss* a ultrapassar a tensão de compressão característica máxima do betão. Assim sendo, conclui-se que a paragem da simulação, resultado da rotura do pórtico 3, se deve ao esmagamento do betão na zona da ligação viga-pilar associada à elevada fendilhacão nesta zona.

6.5.4. ANÁLISE COM PROPRIEDADES DE CÁLCULO (MODELO 2)

Os valores utilizados para a definição do bloco de dados não linear dos materiais para as propriedades de cálculo são apresentados pelas tabelas 6.36 e 6.37 para o betão, e tabela 6.38 para o aço.

Tabela 6.36 - Propriedades de cálculo do betão em *tension softening* do pórtico 3

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	2.4E-06	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/ °C
Coeficiente de <i>Poisson</i>	0.15	adim.
Módulo de <i>Young</i> inicial	30E+03	MPa
Resistência à compressão	16.67	MPa
Extensão na carga máxima	2E-03	adim.
Superfície de rotura inicial	1/3	adim.
Resistência à tracção	1.2	MPa
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.06785	adim.
α_1	0.575	adim.
ξ_2	0.1357	adim.
α_2	0.15	adim.
Energia de fractura	0.043	N/mm
n_2	2	adim.
Lei de retenção de rigidez distorcional	Quadrática	-
Tipo de diagrama carga/descarga	Secante	-
Número máximo de fendas	3	-
Ângulo de formação de nova fenda	60	Graus

Tabela 6.37 - Propriedades de cálculo do betão em *tension stiffening* do pórtico 3

Parâmetro	Valor	Unidade
Diagrama de análise de tracção	Trilinear	-
ξ_1	0.05	adim.
α_1	0.5	adim.
ξ_2	0.8	adim.
α_2	0.4	adim.
Energia de fractura	0.430	N/mm

Tabela 6.38 - Propriedades de cálculo do aço do pórtico 3

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa volúmica	7.7E-06	kg/mm ³
Coeficiente de dilatação térmica	0	1/°C
Extensão no primeiro tramo	2.174E-03	adim.
Tensão no primeiro tramo	435	MPa
Extensão no segundo tramo	23.587E-03	adim.
Tensão no segundo tramo	452.4	MPa
Extensão no terceiro tramo	0.045	adim.
Tensão no terceiro tramo	469.8	MPa
Expoente do terceiro tramo	1	adim.

O pórtico é simulado para 550 combinações de carga, com um incremento de carga de 0.01 em cada passo. Da combinação 0 à 135 é feito o incremento do peso próprio e das cargas permanentes e nas restantes 415 combinações é feito o incremento da carga variável.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A simulação do pórtico atinge a combinação número 385, sendo esta a última convergente, o que mostra que o coeficiente de segurança γ_D para esta estrutura é 2.50. Daí obtém-se a expressão 6.38 resultante da equação 6.2

$$G_k \times 1.35 + O_k \times 2.50 \quad (6.38)$$

Na análise da figura 6.85 verifica-se que o pórtico resiste até uma carga última de 650.16 kN, cerca de 13% superior à carga de rotura para o ULS no valor de 574.20 kN. No gráfico da figura 6.85, à semelhança dos pórticos anteriores, para a mesma análise, existem três declives: um inicial mais acentuado que representa a fase anterior à fendilhacão (da origem ao ponto A), um segundo declive até à maioracão final do peso próprio e das cargas permanentes (do ponto A a B) e um terceiro, resultante do valor constante do peso próprio e das cargas permanentes, e do incremento até à rotura da carga variável (do ponto B a C).

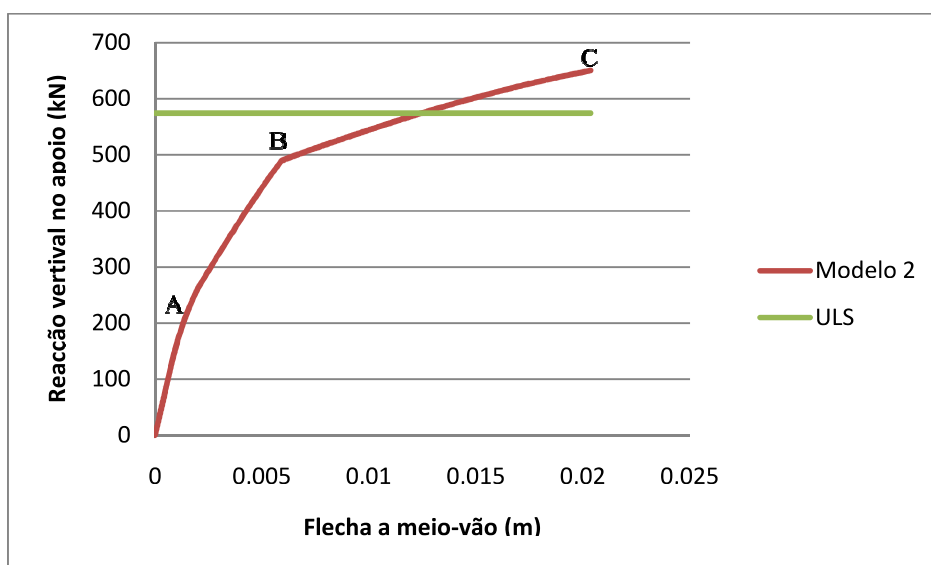


Fig. 6.85 - Somatório das reacções no apoio versus deslocamento a meio-vão

A deformada do pórtico 3 apresenta para a carga ultima convergida uma flecha a meio-vão de 20.35 mm (figura 6.86).

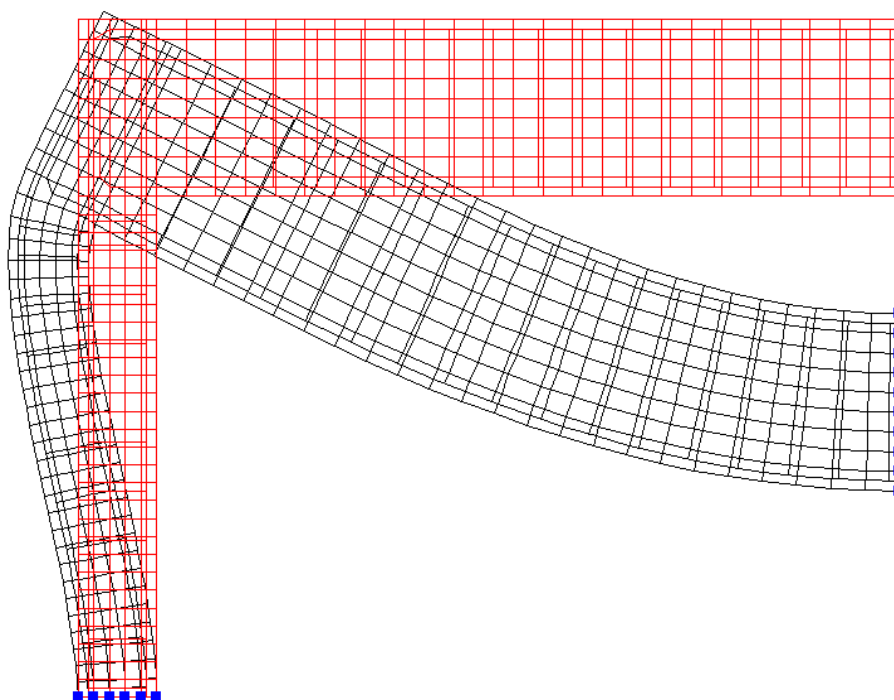


Fig. 6.86 - Deformada de cálculo do pórtico 3 para o último incremento convergido (ampliada 75x)

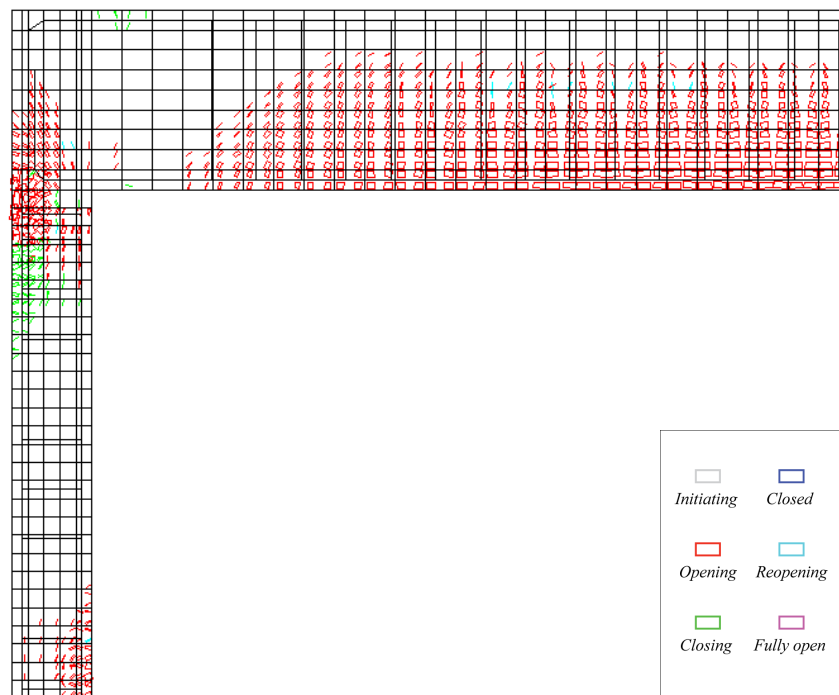


Fig. 6.87 - Padrão de fendilhacão de cálculo do pórtico 3 para o último incremento convergido

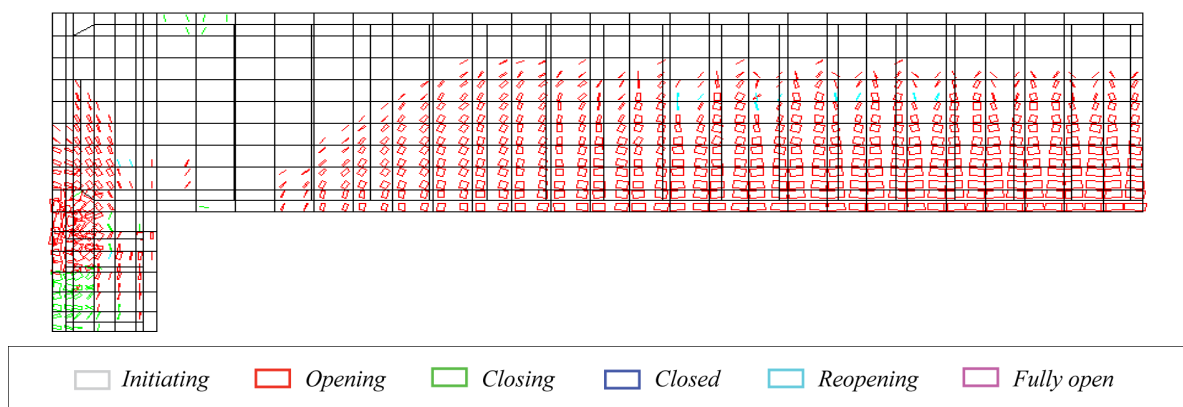
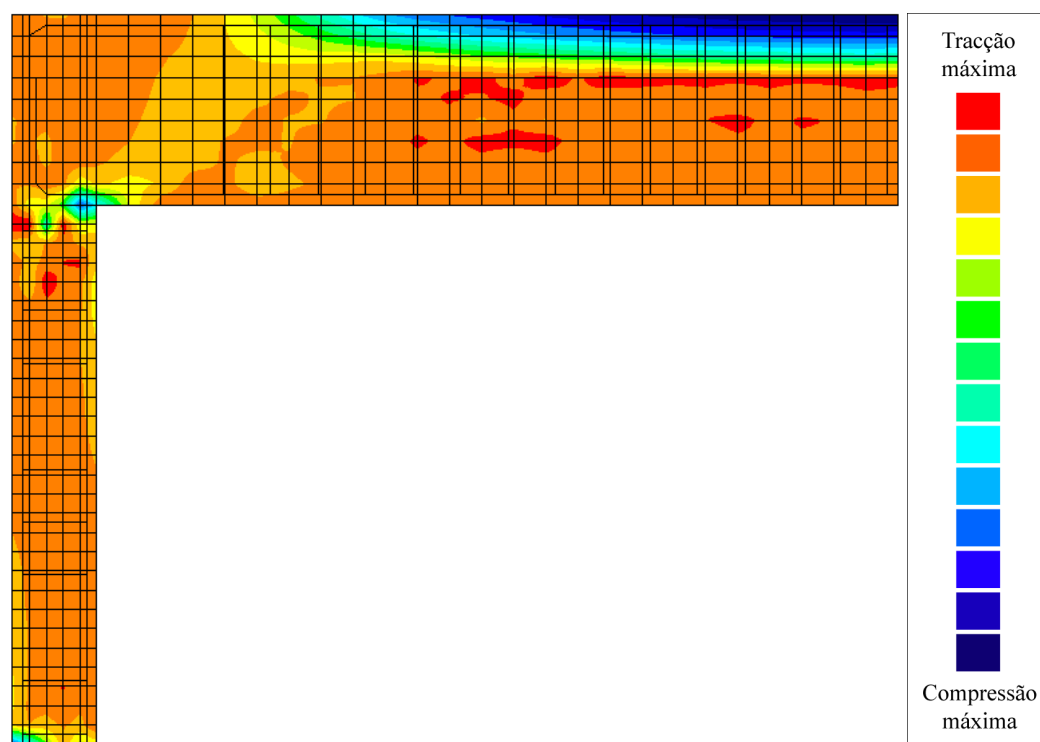
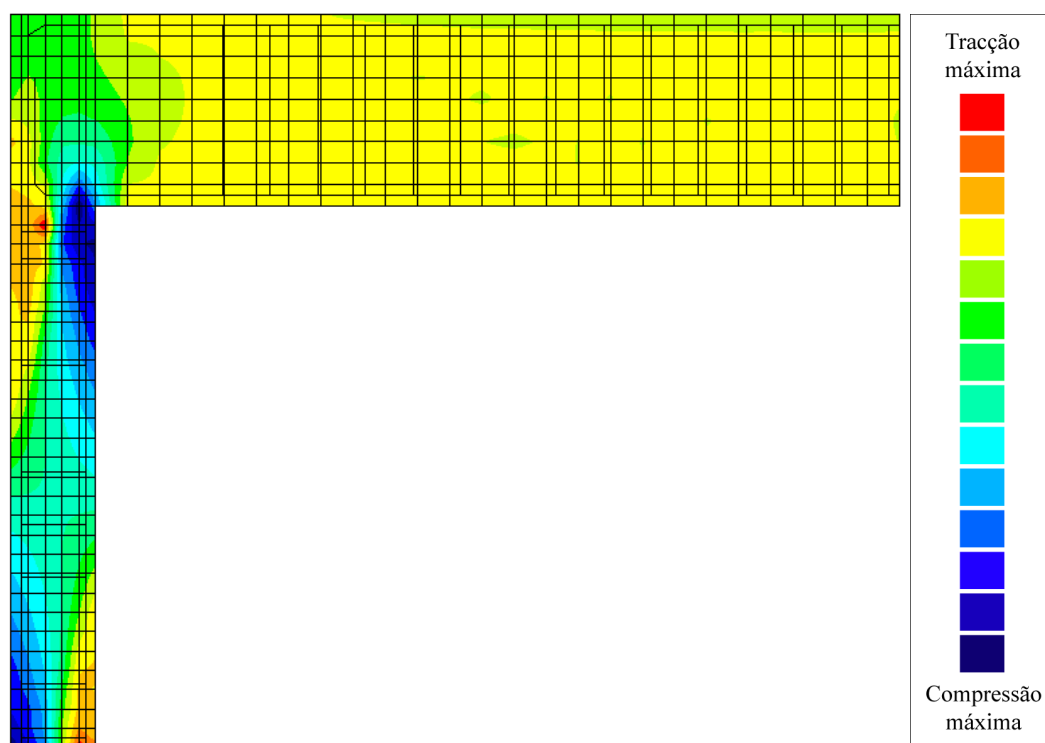


Fig. 6.88 - Ampliação do padrão de fendilhacão da figura 6.87

No pórtico 3, o padrão de fendilhacão é muito semelhante ao do mesmo pórtico com propriedades características (modelo 1), porém, apresenta um grau de fendilhacão mais elevado. Verifica-se a existência de muitas fendas no estado *opening* a meio-vão, perpendiculares à base da secção da viga. Na ligação viga-pilar estão presentes várias fendas do tipo *opening* e do tipo *closing*, resultante do incremento de carga que leva a que algumas fendas fechem. As fendas resultantes do esforço transversal, fendas inclinada na viga, são poucas e pequenas, que ilustra o reduzido efeito do esforço no pórtico (figuras 6.87 e 6.88).



Fia. 6.89 - Tensões de cálculo na direcção x_2 do pórtico 3



Fia. 6.90 - Tensões de cálculo na direcção x_3 do pórtico 3

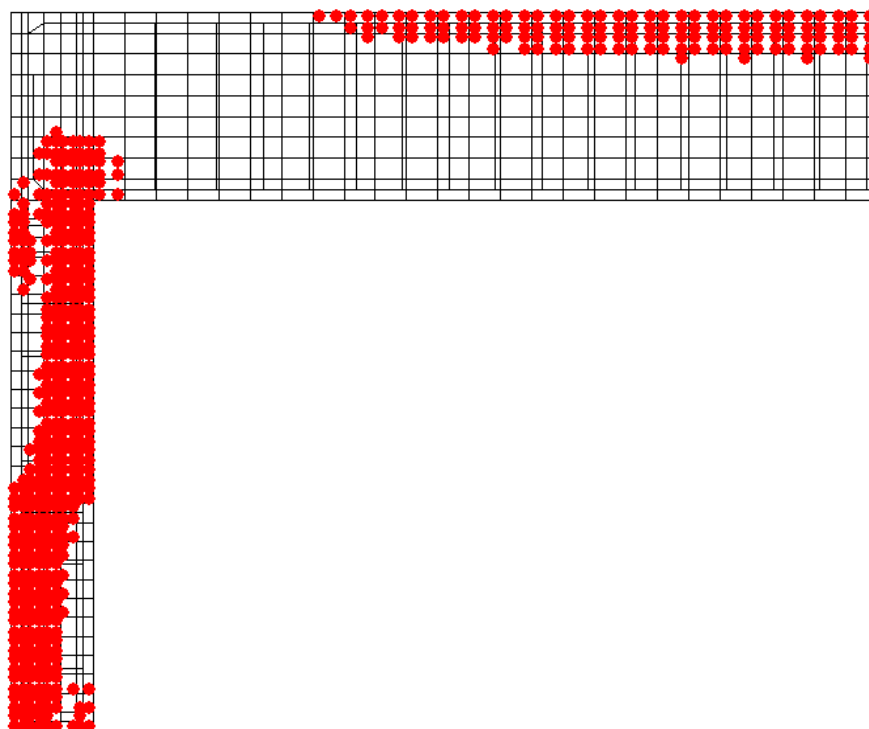


Fig. 6.91 - Pontos de *Gauss* plastificados do pórtico 3 para o último incremento de carga (modelo 2)

Neste pórtico, como nos analisados anteriormente, identificam-se duas zonas críticas mais solicitadas passíveis de o betão se encontrar esmagado (figuras 6.89, 6.90 e 6.91).

De seguida são analisadas as tensões na armadura para verificação da plastificação, ou não, da mesma, com base nos elementos críticos escolhidos para cada armadura (figura 6.92).

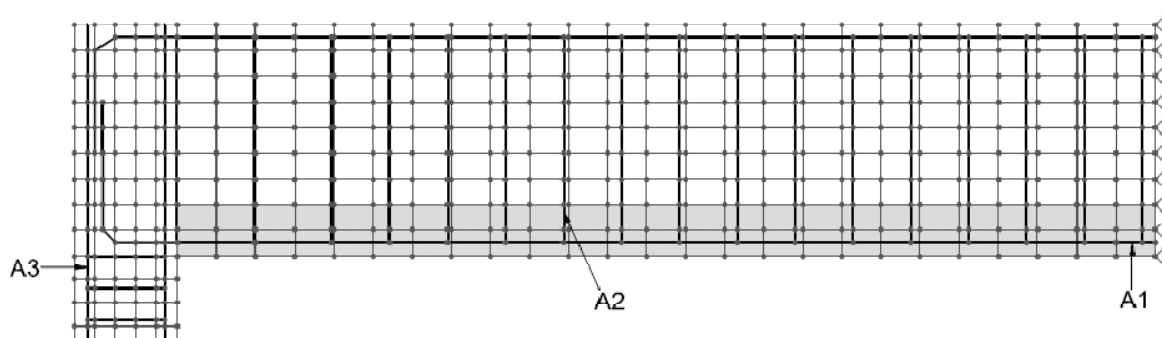


Fig. 6.92 - Localização dos elementos da armadura escolhidos para análise

O elemento A1, pertencente à armadura longitudinal da viga, atinge uma tensão para o último incremento de carga de 366 MPa para uma extensão de 1.82E-03.

Nesta análise distinguem-se três zonas distintas com diferentes declives: o primeiro, até perto dos 200 kN corresponde ao início da fendilhacão (ponto A), o segundo declive, desde o início da

fendilhacão até à maioracão do peso próprio e das cargas permanentes perto de uma carga de 500 kN (ponto B), o terceiro, desde B até à rotura (ponto C) (figura 6.93).

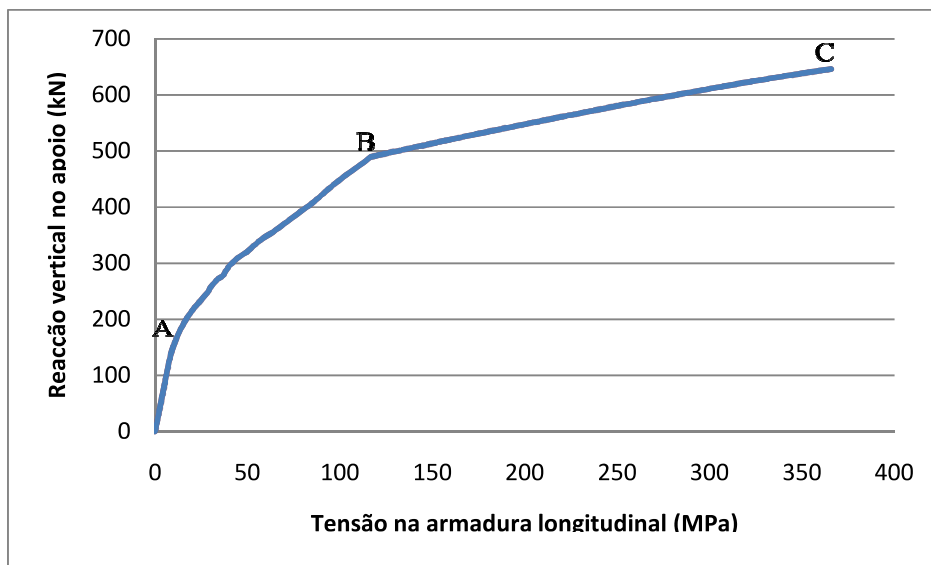


Fig. 6.93 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A1 da figura 6.92

O elemento A2, pertencente à armadura transversal da viga, atinge uma tensão máxima de 32.2 MPa para uma extensão de 1.61E-04 (figura 6.94). Os estribos da viga encontram-se a uma tensão baixa, pouco esforçados, resultante da presença de poucas fendas inclinadas, o que ilustra a pouca influência do esforço transversal na rotura da estrutura devido à elevada altura útil da mesma.

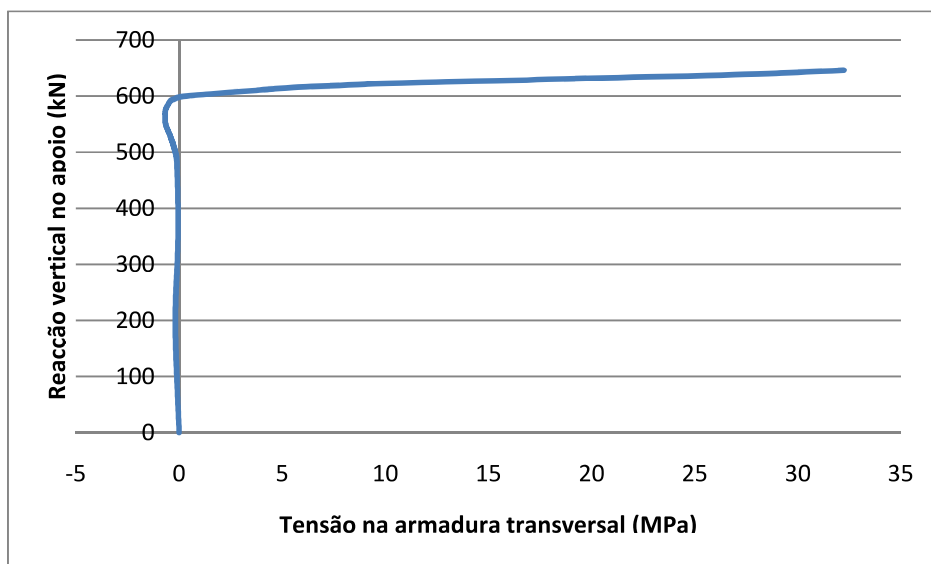


Fig. 6.94 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A2 da figura 6.92

O elemento A3, pertencente à armadura do pilar, atinge a tensão máxima de 435 MPa para uma extensão de 3.68E-03, o que mostra que a armadura do pilar nesta zona atinge a cedência a partir do ponto A (figuras 6.95 e 6.96).

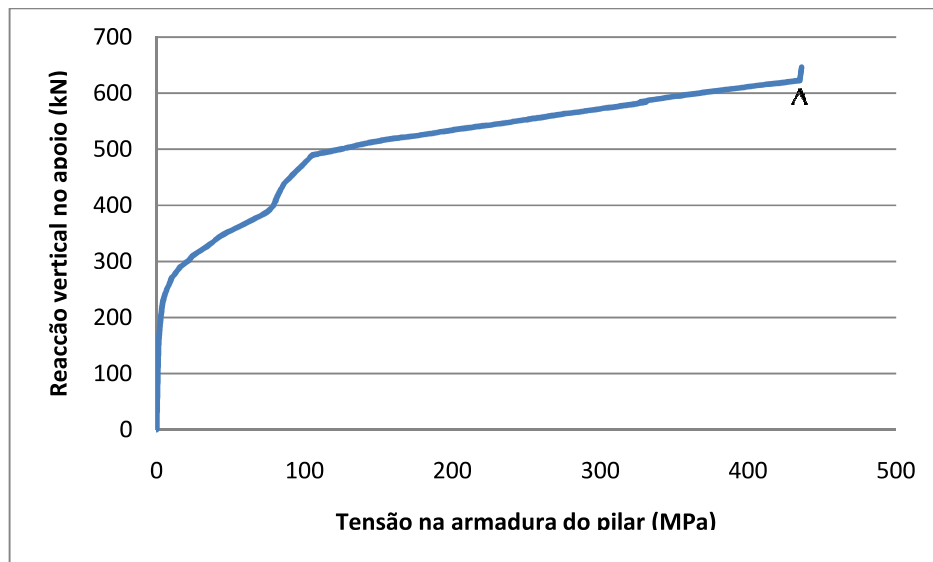


Fig. 6.95 - Relação entre a reacção vertical no apoio e a tensão do elemento A3 da figura 6.92

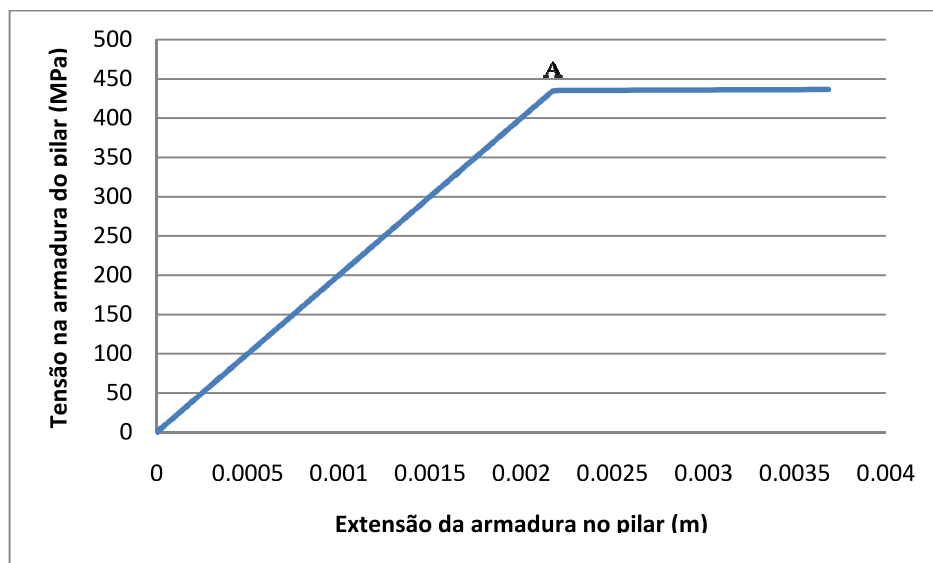


Fig. 6.96 - Diagrama tensão-extensão do elemento A3

Na análise das diferentes armaduras, para as partes mais solicitadas da viga e do pilar, verifica-se que as armaduras longitudinal e transversal da viga, ao contrário da armadura do pilar, não se encontram em cedência. A armadura do pilar apesar de estar em cedência não atinge a extensão última da mesma.

Para verificar se existem elementos de betão esmagados, segue-se a análise das suas tensões. Para isso, são escolhidos três elementos das zonas mais críticas (figura 6.97), em resumo na tabela 6.39 que exhibe o cálculo e a orientação das tensões.

Tabela 6.39 - Tensões principais e orientação das fendas dos pontos analisados do pórtico 3 para propriedades de cálculo

Elemento	Ponto de Gauss	Tensão principal máxima (MPa)	Tensão principal mínima (MPa)	α_1 (Graus)	α_2 (Graus)
B1	1	-15.71	1.13	0.78	90.78
	2	-17.09	-1.21	5.37	95.37
	3	-15.71	0.59	-5.23	84.77
	4	-15.80	1.14	-0.20	89.80
B2	1	-15.98	-0.09	-1.11	88.89
	2	-17.61	-1.69	6.46	96.46
	3	-15.28	0.56	-2.51	87.49
	4	-16.76	0.87	3.35	93.35
B3	1	-14.02	-0.13	-5.23	84.77
	2	-17.69	0.42	-6.16	83.84
	3	-18.81	-9.62	-19.29	70.71
	4	-17.88	-10.42	-19.25	70.75
B4	1	-13.84	0.48	2.21	92.21
	2	-18.99	-6.85	-3.03	86.97
	3	-13.54	-6.36	-23.01	66.99
	4	-18.56	-9.74	-16.56	73.44
B5	1	-12.49	-3.31	23.18	113.18
	2	-16.83	-6.27	17.24	107.24
	3	-11.70	0.73	5.55	95.55
	4	-16.30	-3.60	5.70	95.70
B6	1	-11.18	-0.62	-4.59	85.41
	2	-10.97	-0.79	5.14	95.14
	3	-12.94	-1.36	3.25	93.25
	4	-12.93	-1.37	3.70	93.70

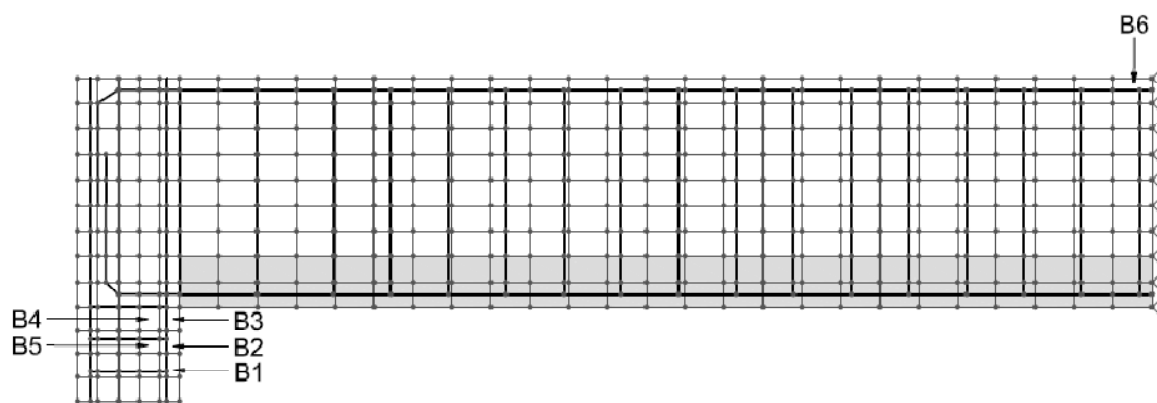


Fig. 6.97 - Localização dos elementos de betão escolhidos para análise

Neste caso, também a não convergência do processo iterativo se deve ao facto do betão atingir a força de compressão máxima e esmagar. Este facto, unido ao elevado grau de fendilhacão, superior à análise com parâmetros característicos (modelo1), leva à paragem da simulação e rotura do pórtico.

6.5.5. COMPARAÇÃO DAS DUAS ANÁLISES

Ambas as simulações ultrapassaram a carga de dimensionamento do ULS (figura 6.98 e tabela 6.40). A simulação efectuada para o modelo 1 atinge a rotura para uma carga mais elevada do que o modelo 2. Com a redução da rigidez para a mesma carga, os deslocamentos observados na estrutura são maiores.

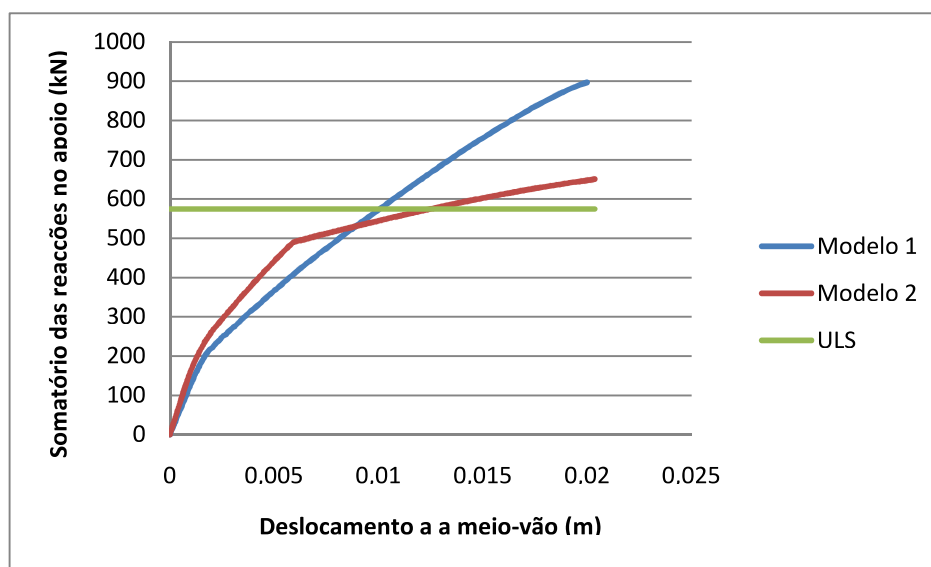


Fig. 6.98 - Comparação do somatório das reacções verticais no apoio versus deslocamento a meio-vão do pórtico 3 para as propriedades características e de cálculo

Tabela 6.40 - Comparação da carga última, extensão e coeficiente de segurança para análises característica e de cálculo do pórtico 3

Tipo de análise	Carga ULS (kN)	Carga última (kN)	Extensão última (mm)	Coeficiente de segurança
Característica	574.20	896.25	19.98	$\gamma_a = 2.10$
Cálculo		650.16	20.35	$\gamma_D = 2.50$

6.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A tabela 6.41 resume os valores das análises efectuadas para cada um dos pórticos. Para qualquer dos pórticos simulados a carga de dimensionamento para o ULS é ultrapassada, o que mostra que o dimensionamento tradicional que considera a análise linear dos materiais com base no EC2 [18] é conservativo, fornecendo valores menos reais na análise de estruturas. Em todos os casos a carga última convergida é superior à de dimensionamento para ULS, pois, considerando o comportamento não linear, os valores da resistência da estrutura são mais elevados.

Para simulações com o modelo 1 obtêm-se valores bastante superiores aos obtidos pelo modelo 2, sendo que, quando se utilizam as propriedades de cálculo, a rigidez da estrutura é reduzida, levando a que esta tenha uma resistência menor e obtendo, para as mesmas cargas, deformações maiores.

Tabela 6.41 - Análise comparativa dos pórticos simulados

Pórtico	Carga para ULS (kN)	Propriedades dos Materiais	Carga última convergida (kN)	Coeficiente de segurança
1	463.95	Característica	602.80	$\gamma_a = 1.74$
		Cálculo	501.10	$\gamma_D = 1.88$
2	330.83	Característica	486.80	$\gamma_a = 2.01$
		Cálculo	364.80	$\gamma_D = 2.24$
3	574.20	Característica	896.25	$\gamma_a = 2.10$
		Cálculo	650.16	$\gamma_D = 2.50$

Relativamente ao padrão de fendilhacão, em todos os pórticos se verifica um elevado grau de fendilhacão, sendo mais extensa quando a rigidez da estrutura é menor (propriedades de cálculo). Nota-se reduzida quantidade de fendas inclinadas resultantes do esforço transversal, o que ilustra a pouca influência do mesmo. Na zona inferior da viga a meio-vão e na zona exterior da ligação viga pilar predominam as fendas resultantes do esforço de flexão.

As armaduras dos pórticos analisados encontram-se pouco esforçadas, verificando-se porém alguns casos, como os da armadura do pilar do pórtico 3 no modelo 1 e 2 e da armadura longitudinal da viga do pórtico 2 no modelo 2, que se encontram em cedência. Apesar disso, a rotura da estrutura não se dá pelo aço, uma vez que as armaduras nunca atingem a extensão máxima do aço. No que respeita ao esmagamento do betão identificam-se duas zonas críticas, uma na parte inferior da viga a meio-vão e outra na parte interior da ligação viga-pilar. Em todos os pórticos a elevada fendilhacão associada ao esmagamento do betão levam à rotura do pórtico e conseqüente paragem do processo iterativo.

7

CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Depois de finalizado o estudo proposto e desenvolvido no trabalho que se apresenta, retiram-se as conclusões referentes aos objectivos primeiramente definidos.

O programa de cálculo utilizado nas simulações, *FEMIX* 4.0, revelou-se uma ferramenta extremamente útil apresentando resultados muito satisfatórios. Contudo, em algumas das simulações, devido à complexidade do modelo matemático integrado no código computacional do programa, verificam-se problemas de não convergência e paragem prematura do programa, sobretudo, quando a rigidez da estrutura é reduzida.

A análise não linear efectuada, e a possível aplicação da mesma ao dimensionamento estrutural, revelou-se mais eficaz e próxima da realidade do que a feita com recurso aos métodos tradicionais pela análise linear com base no EC2 [18]. As cargas de rotura obtidas nas simulações registam-se sempre superiores à carga última obtida para o dimensionamento para o ULS., o que reflecte uma abordagem menos realista e mais conservadora da mesma, não tirando partido da verdadeira resistência da estrutura. Assim sendo, a análise de estruturas através da utilização de modelos de análise não linear revela-se um método, apesar de quase não ser utilizado por parte dos projectistas, muito mais aproximado do real.

Para os modelos de segurança propostos, que dão continuidade ao proposto em [2], obtêm-se para ambos resultados muito satisfatórios. Contudo, e apesar do EC2 [18], fazer apenas uma breve abordagem ao tema, o modelo 2 é o que mais se aproxima ao proposto pelo mesmo. Na regulamentação [18] é proposto que para análise não linear de estruturas se utilizem as características dos materiais que representem a rigidez da estrutura de uma forma realista, tendo em conta as incertezas da rotura.

O modelo 1, faz uma aproximação menos real, que se depreende pela equação 6.1, onde se verifica que todas as cargas são maioradas até à rotura, peso próprio e cargas permanentes inclusive. Isto leva a que, apesar de apresentar as propriedades dos materiais próximas do real, o modelo se afaste da realidade ao maiorar até à rotura o peso próprio e as cargas permanentes. O modelo 2 apenas maiora o peso próprio e as cargas permanentes até um coeficiente de 1.35 para cargas permanentes, só depois as cargas variáveis são incrementadas até à rotura.

Assim, conclui-se que o modelo 2 é o mais adequado e mais próximo do proposto em [18], pois aborda de forma mais real a aplicação das cargas, e ao utilizar as propriedades de cálculo dos materiais, consegue introduzir no modelo uma margem de segurança relativa às incertezas da rotura.

Depois das conclusões retiradas da abordagem e estudo do tema, sugere-se para desenvolvimento de trabalhos futuros a realização de experiências com os pórticos simulados no capítulo 6, para comparação dos resultados e verificação da sua aproximação ao real.

8

BIBLIOGRAFIA

- [1] Sena Cruz, J.M. *Strengthening of concrete structures with near-surface mounted CFRP laminate Strips*. Dissertação de Doutoramento, Universidade do Minho, 2005.
- [2] Azevedo, A.F.M. *Análise não linear de estruturas planas de betão armado*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1985
- [3] Comité Euro-Internacional do Betão. *CEB-FIP Model Code 90 – Design Code*. Thomas Telford Services Ltd, Lausanne, 1993.
- [4] Cruz, P.J.S.. *Análise não linear de estruturas porticadas planas de betão*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1991.
- [5] Azevedo, A.F.M.. *Método dos elementos finitos*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2003. (http://civil.fe.up.pt/pub/apoio/ano5/aae/Livro_MEF_AA.htm)
- [6] Task Group 4.4. *Practitioners guide to finite element modelling of reinforced concrete structures*. FIB Bulletin 45, Lausanne, 2007.
- [7] Bresler, B., Scordelis, A.C., *Shear strength of reinforced concrete structures*, Proceedings, ACI, Vol. 60, N.º 1, 1963.
- [8] Owen, D.R.J., Figueiras, J.A. *Anisotropic elasto-plastic finite element analysis of thick and thin plates and shells*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 19, 323-350, 1983.
- [9] Garcia, I.L.J.. *Projecto de estruturas de betão armado com base na análise não linear material*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2009.
- [10] Azevedo, A.F.M., Barros, J.A.O. *Manual de utilização do programa S3dcad*. Junho de 1998. (<http://www.alvaroazevedo.com/femix/doc/S3dcad.pdf>)
- [11] Barros, J.A.O.. *Comportamento do betão reforçado com fibras. Análise experimental e simulação numérica*. Dissertação de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1995.
- [12] Crisfield, M.A.. *Non-linear finite element analysis of solids and structures. Vol. 1: essentials*. John Wiley & Sons, Chichester, 1991.
- [13] Melosh, R.J. *Structural engineering analysis by finite elements*. Prentice-Hall, Inc, Londres, 1990.
- [14] Barros, H., Figueiras, J.A. *Estruturas de Betão – Seções à flexão e esforços axiais – Tabelas e Ábacos de dimensionamento de acordo com o Eurocódigo 2*. Setembro de 2007.
- [15] Azevedo, A.F.M., Barros, J.A.O. *Manual de utilização do programa S3DCAD*. Junho de 1998. (http://civil.fe.up.pt/Software/Femix_V3_1/pdf/S3dcad.pdf)
- [16] Azevedo, A.F.M., Barros, J.A.O. *Manual de utilização do programa FEMIX*. Junho de 2000. (http://civil.fe.up.pt/Software/Femix_V3_1/Femix_3.1_Manual.htm)

- [171] Resende, A.F.B., Ceraqueira, L.M.F.M.M., *Análise não linear de estruturas planas de betão armado*. Abril de 2005.
(http://civil.fe.up.pt/pub/apoio/ano5/seminario/Trabalhos/2004_2005/AR_LC/Relatorio_final.pdf)
- [181] Comité Europeu de Normalização, *Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. European Norm 1992-1-1, Bruxelas, Abril de 2004.
- [191] Azevedo, A.F.M., Barros, J.A.O., *Software no ensino e no projecto de estruturas*. Agosto 2003.
(http://www.alvaroazevedo.com/femix/doc/2003_Mocamb_Soft_Ens_Proi_Estrut.pdf)
- [201] Henriques, A.A.R., *Análise não linear de estruturas planas de betão pré-esforçado*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1991.
- [211] Henriques, A.A.R., *Aplicação de novos conceitos de segurança no dimensionamento do betão estrutural*. Dissertação de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1998.
- [221] Owen, D.R.J., Hinton, E. *Finite elements in plasticity*. Pineridge Press Limited, Swansea, 1980.
- [231] Azevedo, A.F.M., *Manual de utilização dos programas GRAPH2D 2.6 e DRAWMESH 2.6*. Setembro de 2002. (<http://www.alvaroazevedo.com/publications/reports/1992/GD.pdf>)
- [241] Azevedo, A.F.M., Figueiras, J.A., *Modelo de análise de estruturas planas de betão armado*. Comunicação apresentada ao 1º Encontro Nacional sobre a Análise Experimental de Tensões, Lisboa, Novembro de 1986.
- [251] Sena Cruz, J.M., Barros, J.A.O., Azevedo, A.F.M., *Modelação de vigas reforçadas com laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento*. Novembro de 2004.
(<http://www.alvaroazevedo.com/publications/meetings/2004/BE/MVRLCFRP.pdf>)
- [261] Azevedo, A. F. M., Lello, J. C. A., *Utilização do método dos elementos finitos no projecto de estruturas de betão armado e pré-esforçado*. Novembro de 1998.
(http://civil.fe.up.pt/pub/people/alvaro/pdf/1988_ENEPE_Utiliz_MEF_Proi_Estrut_BA.pdf)
- [271] Gouveia, V., Barros, J., Azevedo, A., Cruz, J.S., *Implementação da técnica do arc-length e métodos relacionados no programa de elementos finitos FEMIX*. Novembro de 2006.
(http://www.alvaroazevedo.com/femix/doc/TR2006_001_06-DEC-E-20.pdf)
- [281] Cervenka, V., *Global safety format for nonlinear calculation of reinforced concrete*. Beton- und Stahlbetonbau, 2008, 42, Ernst & Sohn Verlag, Berlim.
- [291] Bazant, Z.P., Oh, B.H., “Crack band theory for fracture of concrete” in “Materials and Structures”, 155-177, RILEM, 1983