

AVALIAÇÃO DA FIABILIDADE ESTRUTURAL DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO SUJEITAS AO CORTE

PEDRO MIGUEL DUARTE MESQUITA MORAIS

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor António Abel Ribeiro Henriques

JULHO DE 2008

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2007/2008

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2007/2008 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Aos meus Pais, à minha irmã, ao meu primo Tiago e restante família

*Estatística: a ciência que diz que se eu comi um frango e tu não comeste nenhum, teremos
comido, em média, meio frango cada um*

Pitigrilli

AGRADECIMENTOS

Como maior agradecimento, ao Professor Doutor António Abel Ribeiro Henriques por todos os conhecimentos transmitidos ao longo da elaboração desta tese, com toda a clareza e simplicidade, bem como toda a disponibilidade e simpatia demonstradas;

Ao Professor Evan Charles Bentz que, apesar de não ser uma presença activa na elaboração desta tese, contribuiu para que fosse ultrapassado um obstáculo que impedia de certa forma a realização da mesma;

A todos os meus amigos, principalmente ao Bruno Vieira, por ter dado também o seu contributo para a realização desta tese;

E a toda a comunidade da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, com a qual tenho passado muito tempo ao longo destes anos, um obrigado por todo o apoio prestado.

RESUMO

Um dos tipos de rotura mais críticos em elementos de betão armado é a rotura por corte. É um tipo de rotura que já originou prejuízos muito graves depois de algumas obras estarem concluídas, devido ao facto de, no dimensionamento, não se ter tido em conta uma verificação mais atenta deste modo de rotura.

É também um tipo de rotura que ainda não se encontra totalmente clara nos regulamentos de estruturas de betão armado existentes. O Eurocódigo 2 na sua versão mais actual ainda adopta modelos que são aproximações um pouco distantes da realidade. Contudo, na Universidade de Toronto, têm surgido várias investigações associadas ao fenómeno do corte desde os anos 80 e que, de certa forma, culminaram num programa de análise seccional não-linear especializado neste tipo de rotura e no qual o estudo desta tese incide.

Com base nesse programa e tendo em conta os progressos de análise de fiabilidade estrutural, nomeadamente no que diz respeito à redução da quantidade de informação que teríamos que ter disponível para ser efectuada uma análise de resultados credível, foi ensaiado um conjunto de amostras de secções de betão armado, mais comuns em pórticos de edifícios, com o objectivo de se determinarem coeficientes de segurança a partir das suas respostas relativamente aos esforços de corte.

Esses mesmos coeficientes foram determinados e foi feita uma associação dos mesmos com os tipos de resposta observados para as secções de betão armado analisadas. Foram também definidos tipos de rotura e, no fim, foram também propostas as melhores combinações de armadura com o objectivo de melhorar a segurança relativamente ao corte. Foram ainda identificados os tipos de combinações de armaduras a evitar.

Como conclusões, salientam-se essas mesmas combinações de armadura, bem como se chama a atenção para o facto desse aspecto não estar referido nos regulamentos mais recentes de dimensionamento de estruturas de betão armado, tal como o Eurocódigo 2. Chama-se também a atenção para duas fórmulas existentes neste regulamento em que a sua consideração em simultâneo pode estar a criar problemas em roturas ao corte, geralmente associadas a roturas frágeis, ou seja, roturas indesejáveis que podem levar a grandes prejuízos.

Ao longo deste trabalho introduziram-se os conceitos fundamentais associados ao esforço transversal. Estudou-se de forma aprofundada um programa de análise não linear de secções de betão armado que permite traçar a resposta estrutural até ao colapso tendo em conta os esforços de flexão e de corte. Desenvolveu-se um procedimento automático de interacção entre o utilizador e o programa de cálculo. Aplicou-se técnicas de fiabilidade estrutural que permitiram obter coeficientes de segurança e identificar diferentes modos de rotura em função das diferentes soluções de dimensionamento consideradas. O trabalho culmina com a apresentação dos resultados, bem como uma análise dos mesmos.

PALAVRAS-CHAVE: Estruturas de betão armado, Corte, Fiabilidade estrutural, Coeficientes de segurança, Modos de rotura ao corte.

ABSTRACT

The shear failure is one of the most critical kinds of failure that occur on reinforced concrete. It is a kind of failure that has originated serious consequences even when many buildings were built, due to during the design process this aspect was not taken into account.

It is also a kind of failure that is not well clarified in the current regulations of reinforced concrete structures. The Eurocode 2, on its recent version, still adopts shear failure models that are a little bit far from the reality. However, in the University of Toronto many researches on shear models have been made since the 80's and, in a certain way, those researches culminated on a computer program specialized in this kind of failure. This program is used on the analyses performed in the present thesis.

Based on that program and taking on account the structural reliability analysis progress, mainly sampling reduction methods, a group of reinforced concrete cross sections, more common on concrete buildings, were selected and tested with the goal of defining safety factors based on the concrete responses due to shear.

Those safety factors were evaluated and a relationship between the shear response types of the selected reinforced concrete cross sections with these safety factors was made. Kinds of different failure were also defined and, in the end, the best reinforcement combinations were proposed. It was also identified the reinforcement combinations to be avoided.

As conclusions, those reinforcement combinations were pointed out as well as the fact of they are not referred on the most recent regulations of reinforced concrete structures such as the Eurocode 2. It is also given attention on two formulas that are presented on the Eurocode 2, because their simultaneously consideration may be creating problems on shear failures, generally associated brittle failures or, in other words, undesirable failures that may lead to incalculable losses.

Along this work the fundamental concepts of shear are introduced. It is studied a non-linear analysis program that permits to trace the structural response till the collapse of reinforced concrete cross sections subjected to bending and shear. An automatic procedure was developed to process the interaction between the user and the computer program. Structural reliability techniques were applied to evaluate safety factors and to identify different failure modes related to the considered design solutions. This thesis ends with the result presentation as well as their analysis.

KEYWORDS: Reinforced concrete structures, Shear, Structural reliability, Safety factors, Shear failure modes.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1. APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	1
1.1. ASPECTOS GERAIS	1
1.2. OBJECTIVOS PROPOSTOS	2
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	2
2. ESFORÇO TRANSVERSO	5
2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. ANÁLISE SECCIONAL	6
2.2.1. CARACTERIZAÇÃO DA ANÁLISE SECCIONAL NUM ELEMENTO	6
2.2.2. SOLICITAÇÕES TANGENCIAIS – ESFORÇOS DE CORTE	6
2.2.3. TRACÇÃO DIAGONAL EM VIGAS ELÁSTICAS E HOMOGÉNEAS	7
2.2.4. CRITÉRIO DE FORMAÇÃO DE FENDAS DIAGONAIS	9
2.2.5. COMPORTAMENTO DE VIGAS DE BETÃO ARMADO REFORÇADAS COM ESTRIBOS	11
2.3. MODELOS EXISTENTES PARA ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO AO CORTE	12
2.3.1. MODELOS REGULAMENTARES	12
2.3.2. MODELO PRECONIZADO NA NORMA CANADIANA	14
3. INTRODUÇÃO AO PROGRAMA RESPONSE-2000	19
3.1. TEORIA DO CAMPO DA COMPRESSÃO MODIFICADA – BREVE INTRODUÇÃO	19
3.2. ABORDAGEM GERAL DO PROGRAMA RESPONSE-2000	20
3.2.1. INTRODUÇÃO	20
3.2.2. PRINCÍPIOS DE ANÁLISE APLICADOS NO PROGRAMA RESPONSE-2000	20
3.2.3. ANÁLISE SECCIONAL APLICADA NO PROGRAMA RESPONSE-2000	20
3.3. TEORIA DO CAMPO DA COMPRESSÃO MODIFICADA E PARTICULARIDADES APLICADAS AO PROGRAMA RESPONSE-2000	21
3.3.1. INTRODUÇÃO	21
3.3.2. PRINCÍPIOS APLICADOS NA TEORIA DO CAMPO DA COMPRESSÃO MODIFICADA	23

3.3.3. RELAÇÕES CONSTITUTIVAS DO BETÃO	24
3.3.3.1. Abordagem geral	24
3.3.3.2. Comportamento à compressão	24
3.3.3.3. Comportamento do betão sujeito a fenómenos de tracção – betão não fendilhado	26
3.3.3.4. Comportamento do betão sujeito a fenómenos de tracção – betão fendilhado	26
3.3.3.5. Comportamento do betão entre duas facetas fendilhadas sujeitas a fenómenos de corte	27
3.3.4. VERIFICAÇÃO DA FENDILHAÇÃO – ASPECTOS RELEVANTES APLICADOS NO PROGRAMA RESPONSE-2000	29
3.3.4.1. Abordagem geral a 1 dimensão de solicitação.....	29
3.3.4.2. Abordagem geral para uma solicitação a 2 dimensões	31
3.4. CÁLCULO DAS TENSÕES DE CORTE NO PROGRAMA RESPONSE-2000 USANDO O MÉTODO DA RIGIDEZ LONGITUDINAL.....	33
3.4.1. INTRODUÇÃO.....	33
3.4.2. CÁLCULO TRADICIONAL DAS TENSÕES DE CORTE.....	33
3.4.3. MÉTODO DA RIGIDEZ LONGITUDINAL	35
3.5. MODO DE FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA RESPONSE-2000.....	36
3.5.1. INTRODUÇÃO.....	36
3.5.2. PROCESSO DE ANÁLISE DO PROGRAMA RESPONSE-2000	36
3.5.2.1. Introdução	36
3.5.2.2. Equações de efeitos ao longo do tempo	37
3.5.2.3. Espaçamento automático das fendas	38
3.5.2.4. Análise da resposta de peças de betão armado	39
3.5.2.5. Partes do início e fim dos pilares.....	40
3.5.3. ALGUMAS CONDICIONANTES E ERROS FORNECIDOS PELO PROGRAMA RESPONSE-2000.....	41
3.6. EXEMPLO PRÁTICO DE COMPARAÇÃO	42
3.6.1. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	42
3.6.2. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA – DIMENSIONAMENTO DA SECÇÃO TRANSVERSAL	42
3.6.3. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA – DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL.....	43
3.6.4. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA – DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL	44
3.6.5. CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS EFECTIVAS DAS ARMADURAS TRANSVERSAIS E LONGITUDINAIS	46
3.6.6. COMPARAÇÃO DOS VALORES OBTIDOS PELO CÁLCULO ELÁSTICO COM O PROGRAMA RESPONSE-2000	46

4. FIABILIDADE ESTRUTURAL	49
4.1. INTRODUÇÃO	49
4.2. MÉTODO DE MONTE CARLO	49
4.2.1. PRINCÍPIOS DE SIMULAÇÃO	49
4.2.2. TÉCNICAS DE REDUÇÃO DA VARIÂNCIA	51
4.2.2.1. Breve introdução	51
4.2.2.2. Amostragem estratificada	51
4.3. ELEMENTOS SOBRE TÉCNICAS ESTATÍSTICAS NA AVALIAÇÃO DA FIABILIDADE ESTRUTURAL	52
4.3.1. INTRODUÇÃO	52
4.3.2. MEDIDAS ESTATÍSTICAS	52
4.3.2.1. Medidas de tendência central	52
4.3.2.2. Medidas de dispersão	52
4.4. SEGURANÇA ESTRUTURAL	53
4.4.1. INTRODUÇÃO	53
4.4.2. QUANTIFICAÇÃO DA SEGURANÇA ESTRUTURAL	54
4.4.3. DEFINIÇÃO DE COEFICIENTE DE SEGURANÇA DE APLICAÇÃO AO ESTUDO EM QUESTÃO	55
5. ESTUDO DOS CASOS ANALISADOS	57
5.1. DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA UTILIZADA NA OBTENÇÃO DE DADOS	57
5.2. ELABORAÇÃO DE UMA “MACRO”	57
5.2.1. GENERALIDADES	57
5.2.2. DESCRIÇÃO DO PROCESSO UTILIZADO PELA “MACRO”	58
5.3. ESTUDO DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO SUJEITAS AO CORTE	58
5.3.1. OBJECTIVOS	58
5.3.2. CARACTERIZAÇÃO DOS EXEMPLOS ESTUDADOS	58
5.3.3. MÉTODO UTILIZADO NA DISCRETIZAÇÃO DOS VALORES QUE SEGUEM LEIS-TIPO NORMAIS	62
5.4. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS E CONCLUSÕES	63
5.4.1. INTRODUÇÃO	63
5.4.2. TIPOS DE RESPOSTA OBSERVADOS	64
5.4.2.1. Generalidades	64
5.4.2.2. Resposta do Tipo A	64
5.4.2.3. Resposta do Tipo B	65

5.4.2.4. Resposta do Tipo C	66
5.4.2.5. Resposta do Tipo D	66
5.4.2.6. Resposta do Tipo E	67
5.4.3. ASSOCIAÇÃO DOS TIPOS DE RESPOSTA COM OS MODOS DE ROTURA	67
5.4.3.1. Generalidades.....	67
5.4.3.2. Rotura do tipo A.....	67
5.4.3.3. Rotura do tipo B.....	67
5.4.3.4. Rotura do tipo C.....	68
5.4.3.5. Rotura do tipo D.....	68
5.4.3.6. Rotura do tipo E.....	68
5.5. COEFICIENTES DE SEGURANÇA OBTIDOS – ANÁLISE DOS RESULTADOS	68
5.5.1. APRESENTAÇÃO DOS COEFICIENTES DE SEGURANÇA.....	68
5.5.1.1. Introdução.....	68
5.5.1.2. Resultados	69
5.5.2. CONCLUSÕES FINAIS	88
5.6. COMPARAÇÃO COM ESTUDO SEMELHANTE REALIZADO PARA CASOS DE FLEXÃO	89

6. CONCLUSÕES FINAIS E ORIENTAÇÕES PARA FUTUROS DESENVOLVIMENTOS	91
6.1. CONCLUSÕES FINAIS	91
6.2. ORIENTAÇÕES PARA FUTUROS DESENVOLVIMENTOS	94

BIBLIOGRAFIA	95
---------------------------	-----------

ANEXOS.....	97
A.1. ANEXOS.....	99
A.1.1. COEFICIENTES DE SEGURANÇA OBTIDOS	99

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1 – Vários tipos de esforços actuantes num elemento	4
Fig. 2 – Desenvolvimento das tensões de corte numa viga simplesmente apoiada	5
Fig. 3 – Desenvolvimento das tensões de corte numa viga simplesmente apoiada	6
Fig. 4 – Trajectórias de tensões principais numa viga rectangular homogénea.....	7
Fig. 5 – Formação de fendas numa viga sujeita essencialmente a esforços de corte	8
Fig. 6 – Formação de fendas numa viga sujeita a esforços de corte e momento flector elevados	8
Fig. 7 – Padrão de fendas para uma acção combinada de corte e momento flector	10
Fig. 8 – Acção estrutural do modelo clássico da treliça de Mörsch	11
Fig. 9 – Idealização do Método das bielas de inclinação variável	11
Fig. 10 – Viga sujeita ao corte com armadura longitudinal	13
Fig. 11 – Esforços de tracção nos varões longitudinais devido ao corte.....	13
Fig. 12 – Compressão diagonal na viga.....	14
Fig. 13 – Tracção vertical nos estribos	14
Fig. 14 – Teoria do campo da compressão modificada	20
Fig. 15 – Elemento de membrana	21
Fig. 16 – Curva parabólica de base do comportamento do betão à compressão	23
Fig. 17 – Curva de base proposta por Popovic para o comportamento do betão à compressão	23
Fig. 18 – Transmissão das tensões de corte através de uma fenda pelas ligações das partículas de agregado.....	26
Fig. 19 – Tensão de tracção média no betão.....	27
Fig. 20 – Tensão de tracção média na armadura	28
Fig. 21 – Tensões totais sem incluir a verificação da fendilhação.....	28
Fig. 22 – Diagrama de corpo livre aquando da fendilhação	28
Fig. 23 – Tensões totais com a verificação da fendilhação	29
Fig. 24 – Diagrama de corpo livre de apoio à verificação da fendilhação a 2D.....	30
Fig. 25 – Viga simplesmente apoiada	31
Fig. 26 – Diagrama de corpo livre entre as secções A e B relativas à fig. 25	32
Fig. 27 – Esforços internos da secção em análise relativa à fig. 25.....	32
Fig. 28 – Diagrama de interacção momento flector - corte	37
Fig. 29 – Zonas de corte activas para o cálculo da deformada	38

Fig. 30 – Esquema da viga simplesmente apoiada considerada	40
Fig. 31 – Esquema da viga simplesmente apoiada considerada com a secção transversal dimensionada.....	41
Fig. 32 – Forma do diagrama de momentos flectores actuantes na viga simplesmente apoiada	41
Fig. 33 – Esquema da viga simplesmente apoiada considerada agora com a armadura longitudinal dimensionada	42
Fig. 34 – Forma do diagrama de esforço transverso actuante na viga simplesmente apoiada.....	42
Fig. 35 – Secção transversal completamente definida da viga em estudo	44
Fig. 36 – Amostragem estratificada: amostragem pelo hipercubo latino	49
Fig. 37 – Zona de probabilidades reduzidas numa distribuição normal	51
Fig. 38 – Distribuição descrita por uma composição de leis teóricas.....	53
Fig. 39 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo A.....	62
Fig. 40 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo A.....	62
Fig. 41 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo B.....	63
Fig. 42 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo B.....	63
Fig. 43 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo C.....	64
Fig. 44 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo D.....	64
Fig. 45 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo E.....	65
Fig. 46 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C20/25	67
Fig. 47 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínimo e armadura longitudinal de tracção de 0,25%.....	68
Fig. 48 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%.....	68
Fig. 49 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 4%.....	69
Fig. 50 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 4%.....	69
Fig. 51 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e armadura de compressão inexistente	70
Fig. 52 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%.....	70
Fig. 53 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 4%.....	71
Fig. 54 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 4%.....	71

Fig. 55 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade da armadura de tracção	72
Fig. 56 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%	72
Fig. 57 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%	73
Fig. 58 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínimo e armadura longitudinal de tracção de 0,50%	73
Fig. 59 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,50%	73
Fig. 60 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C30/37 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade da armadura de tracção	74
Fig. 61 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máximo e armadura longitudinal de tracção de 0,25%	75
Fig. 62 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso igual a 0,57% e armadura longitudinal de tracção de 0,25%.....	75
Fig. 63 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 2%	76
Fig. 64 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 2%	76
Fig. 65 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C45/55 e quantidade de armadura de compressão nula.....	77
Fig. 66 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%	77
Fig. 67 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 4%	78
Fig. 68 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C45/55 e quantidade de armadura de compressão igual à quantidade da armadura de tracção	78
Fig. 69 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%	79
Fig. 70 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%	79
Fig. 71 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 2%	79
Fig. 72 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 2%	80
Fig. 73 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade da armadura de tracção	81

Fig. 74 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%.....	82
Fig. 75 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 2%.....	82
Fig. 76 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,50%.....	82
Fig. 77 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,50%.....	83
Fig. 78 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade da armadura de tracção.....	84
Fig. 79 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%.....	84
Fig. 80 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%.....	85
Fig. 81 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso mínima e armadura longitudinal de tracção de 4%.....	85
Fig. 82 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transverso de 0,15% e armadura longitudinal de tracção de 0,25%	85
Fig. 83 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C20/25 e quantidade de armadura de compressão nula	97
Fig. 84 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C20/25 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção	98
Fig. 85 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C20/25 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção	99
Fig. 86 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção	100
Fig. 87 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual à quantidade da armadura longitudinal de tracção	101
Fig. 88 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C30/37 e quantidade de armadura de compressão nula	102
Fig. 89 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C30/37 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção	103
Fig. 90 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C30/37 e quantidade de armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção	104
Fig. 91 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C45/55 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção	105
Fig. 92 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C45/55 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção	106

Fig. 93 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão nula.....	107
Fig. 94 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção.....	108
Fig. 95 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual à quantidade da armadura longitudinal de tracção	109
Fig. 96 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão nula.....	110
Fig. 97 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção.....	111
Fig. 98 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção	112

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação dos esforços resistentes do cálculo seccional elástico com o cálculo seccional não linear	45
Tabela 2 – Ganhos percentuais de resistência relativamente aos valores obtidos através da análise elástica	45
Tabela 3 – Opções consideradas no estudo das secções para Betão C25/30	58
Tabela 4 – Opções consideradas no estudo da secção 0,25x0,50	59
Tabela 5 – Tipos de combinações a serem evitadas	86
Tabela 6 – Tipos de combinações preferíveis	87
Tabela 7 – Relação do coeficiente de segurança com o tipo de rotura	92
Tabela 8 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C20/25; quantidade da armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	99
Tabela 9 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade de armadura de compressão nula; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	99
Tabela 10 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	100
Tabela 11 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C30/37; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	100
Tabela 12 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C45/55; quantidade de armadura de compressão nula; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	100
Tabela 13 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C45/55; quantidade da armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	101
Tabela 14 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,30X0,60 e armaduras S500	101
Tabela 15 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,35X0,70 e armaduras S500	101
Tabela 16 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C20/25; quantidade de armadura de compressão nula; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	102
Tabela 17 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C20/25; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade da armadura de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	103

Tabela 18 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C20/25; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade da armadura de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	104
Tabela 19 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade da armadura de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	105
Tabela 20 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade de armadura de compressão igual à quantidade da armadura de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	106
Tabela 21 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C30/37; quantidade de armadura de compressão nula; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	107
Tabela 22 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C30/37; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	108
Tabela 23 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C30/37; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade da armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500	109
Tabela 24 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C45/55; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção	110
Tabela 25 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C45/55 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção	111
Tabela 26 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão nula; secção 0,30X0,60 e armaduras S500	112
Tabela 27 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção	113
Tabela 28 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,30X0,60 e armaduras S500	114
Tabela 29 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão nula; secção 0,35X0,70 e armaduras S500	115
Tabela 30 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,35X0,70 e armaduras S500	116
Tabela 31 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,35X0,70 e armaduras S500	117

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

a	– dimensão máxima das partículas de agregado [mm]
a_l	– translação do diagrama de momentos [m]
A	– área [m ²]
A_s	– área de armadura [m ²]
A_{sw}	– área das armaduras de esforço transversal [m ²]
b	– largura [m]
b_w	– menor largura existente numa viga em “T” [m]
CV	– coeficiente de variação [adimensional]
d	– altura útil [m]
E	– módulo de elasticidade [GPa]
f	– tensão normal [MPa]
f_c	– tensão de compressão existente no betão [MPa]
f_{ck}	– tensão característica do betão à compressão [MPa]
f_{cd}	– tensão de cálculo do betão à compressão [MPa]
f_{ct}	– tensão de tracção do betão [MPa]
f_{cm}	– tensão de compressão média do betão [MPa]
f_{ctm}	– tensão de tracção média do betão [MPa]
f_{sy}	– tensão de cedência das armaduras longitudinais [MPa]
f_{su}	– tensão máxima das armaduras [MPa]
f_{syd}	– tensão de cedência de cálculo das armaduras longitudinais [MPa]
f_{sym}	– tensão de cedência média das armaduras longitudinais [MPa]
f_{syk}	– tensão de cedência característica das armaduras [MPa]
f_{sywd}	– tensão de cedência de cálculo das armaduras dos estribos [MPa]
G_k	– Cargas permanentes [KN ou KN/m]
h	– altura [m]
I	– momento de inércia [m ⁴]
l	– comprimento do vão [m]
M	– momento flector [KN.m]
N	– esforço axial [KN]
p	– carga distribuída [KN/m]
P_f	– probabilidade de rotura [adimensional]

Q – momento estático [m^3]

Q_k – cargas variáveis [KN ou KN/m]

s – espaçamento das armaduras de esforço transversal [m]

t – tensões principais [MPa]

T – momento torsor [KN.m]

V – esforço transversal [KN]

x – coordenada segundo o eixo horizontal [m]

y – coordenada segundo o eixo vertical [m]

z – braço interno entre a força das armaduras e a força do betão [m]

α – inclinação das tensões principais [graus°]

ϵ – extensão [adimensional]

γ – distorção [adimensional]

$\emptyset$ – diâmetro das armaduras [mm]

ρ – taxa de armadura longitudinal de tracção [adimensional]

ρ' – taxa de armadura longitudinal de compressão [adimensional]

ρ_l – taxa de armadura longitudinal de tracção [adimensional]

ρ_w – taxa de armadura de esforço transversal [adimensional]

μ – momento reduzido [adimensional]

ω – taxa mecânica de armaduras [adimensional]

ACI – American Concrete Institute

AASHTO – American Association of State Highway and Transportation Officials

CEB – Comité Euro-International du Béton

EC2 – Eurocódigo 2

E.U.A. – Estados Unidos da América

S500 – designação da classe de armaduras que têm uma tensão de cedência característica de 500 MPa

C25/30 – designação da classe de betão em que os 25 significam 25 MPa de resistência à compressão em provetes cilíndricos e os 30 significam 30 MPa de resistência à compressão em provetes cúbicos. Pode-se raciocinar de modo análogo para as restantes classes de betão.

1

APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

1.1. ASPECTOS GERAIS

Os grandes avanços tecnológicos ao nível dos programas de cálculo estrutural têm vindo a permitir ao seu utilizador uma melhor percepção do comportamento “real” das estruturas. Uma das grandes vantagens na utilização destes programas é o facto de se conseguir prever, sem ter que se despender uma grande quantidade monetária em ensaios, modos de rotura reais, bem como tipos de resposta traçadas desde o ponto de aplicação da carga até ao ponto de rotura final com base numa análise não-linear. Este aspecto já é uma grande contribuição para o projectista de estruturas, que embora não dispensando métodos de verificação simplificados, torna-se ainda mais importante quando se pretende fazer uma análise de inúmeros casos estruturais em que, sem o auxílio dos respectivos programas, a quantidade de tempo, mão-de-obra e gastos de material seriam enormes e muito provavelmente as conclusões seriam praticamente as mesmas ao serem usados os tais programas de cálculo estrutural.

Desta forma, o presente trabalho baseia-se num programa desse género que permite realizar um conjunto de análises com o objectivo de serem determinados coeficientes de segurança para secções de betão armado quando sujeitas ao corte.

O estabelecimento de um formato de segurança simples e consistente deverá ter uma base fundamentada em conceitos racionais que permitam considerar o risco associado a este tipo de problemas. A probabilidade de rotura é uma das medidas mais racionais para a quantificação dos diferentes níveis de risco. Sob este ponto de vista, esta medida representa o custo que a sociedade está “disposta” a assumir em termos de pessoas vitimadas, consequências económicas e perigos vários para a comunidade em geral.

Nos últimos anos tem-se presenciado um desenvolvimento significativo na aplicação das técnicas probabilísticas no âmbito das estruturas de engenharia civil. Estes métodos permitem a consideração da variabilidade das grandezas mais significativas através de ferramentas estatísticas adequadas, sendo que a segurança estrutural é geralmente quantificada pelo índice de fiabilidade que se encontra associado à noção de probabilidade de rotura assumindo a distribuição normal

Um outro aspecto importante é que o programa de cálculo utilizado (o programa Response-2000) é um programa de certa forma inovador pois, para além de não existirem muitos programas deste tipo, resulta de variados anos de investigação (cerca de 20 anos) que incidiu no fenómeno do corte do betão armado, até hoje ainda não totalmente compreendido, o que resulta em fórmulas de certa forma conservativas presentes nos códigos de dimensionamento estrutural existentes.

1.2. OBJECTIVOS PROPOSTOS

Este trabalho tem como objectivo principal avaliar a segurança estrutural de secções de betão armado sujeitas essencialmente a esforços de corte, considerando as variabilidades reais dos materiais e da geometria através da aplicação de técnicas de fiabilidade estrutural, bem como avaliar a importância relativa dos diferentes parâmetros de dimensionamento e comparar os resultados com um estudo semelhante realizado para secções submetidas essencialmente à flexão.

Tendo em conta os objectivos acima definidos, o presente trabalho encontra-se dividido nas seguintes etapas:

- Pesquisa bibliográfica sobre o corte (fundamentos essenciais e ilustrações) e de modelos existentes para análise e dimensionamento de secções de betão armado sujeitas a este tipo de esforço;
- Estudo de um programa de análise seccional mais indicado para o corte, com o objectivo de se perceber o seu funcionamento;
- Elaboração de uma “macro” que permitisse interagir com o referido programa de análise seccional;
- Avaliação do estado actual de conhecimento sobre as técnicas de avaliação da segurança (fiabilidade) de estruturas de forma a estabelecer bases sólidas para o trabalho desenvolvido;
- Recolha de dados sobre as propriedades mecânicas dos materiais e geometria dos elementos estruturais, com vista à estimativa de parâmetros de modelos probabilísticos de representação da variabilidade envolvida neste tipo de problemas;
- Análise dos resultados obtidos, bem como o cálculo dos variados coeficientes de segurança, recorrendo a técnicas estatísticas;
- Proposta de tipos de dimensionamento de secções de betão armado que conduzem a coeficientes de segurança mais adequados.

1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O conjunto de objectivos descritos na secção anterior envolvem diversos temas que se encontram organizados em diferentes capítulos. Seguidamente é então feita a descrição desses capítulos.

O capítulo 1 é um capítulo introdutório onde se faz uma apresentação geral do trabalho, dos seus objectivos e de uma descrição sumária dos passos que levaram à realização do mesmo.

O capítulo 2 é um capítulo onde se tratam as bases do esforço transversal, as suas causas e os seus efeitos, bem como uma abordagem aos modelos de cálculo existentes nos variados códigos de dimensionamento estrutural.

O capítulo 3 faz uma descrição detalhada do programa utilizado nas análises ao corte dos variados tipos de secções de betão armado.

O capítulo 4 contém todas as bases estatísticas que foram necessárias para o tratamento dos dados de entrada e dos resultados fornecidos pelo programa em questão, inclusivamente a definição de coeficiente de segurança.

O capítulo 5 faz uma apresentação dos resultados obtidos, bem como a sua análise e algumas conclusões retiradas do estudo em questão.

Por último, o capítulo 6 faz uma abordagem às conclusões finais a retirar deste estudo, bem como uma orientação para futuros desenvolvimentos.

2

ESFORÇO TRANSVERSO

2.1. INTRODUÇÃO

Os elementos de betão armado, tais como vigas e pilares têm que ter uma margem de segurança adequada para vários tipos de rotura que possam acontecer.

Um destes tipos de rotura é a rotura devido ao corte do betão armado, mais correctamente conhecida como falha por tracção diagonal (Nilson, 1997).

A rotura devido a fenómenos de corte é difícil de se prever com precisão. Após décadas de investigação experimental e do uso das mais sofisticadas ferramentas de análise, é um fenómeno que ainda não está totalmente compreendido. Para além deste facto, este tipo de rotura é instantânea e sem qualquer tipo de aviso, o que evidencia um contraste muito grande com a rotura devido à flexão (Nilson, 1997).

Por exemplo, em vigas bem dimensionadas para resistir a momentos flectores, a rotura devido à flexão é iniciada pela cedência gradual da armadura que se encontra traccionada, acompanhada pela fissuração do betão, bem como grandes alongamentos, dando avisos amplos e também oportunidade para se tomarem medidas correctivas. É por causa destas diferenças de comportamento que as vigas de betão armado são geralmente dimensionadas com um reforço especial ao corte com o objectivo de se assegurar que a rotura devido à flexão ocorra antes da rotura devido ao corte (Nilson, 1997).

É importante perceber que as análises ao corte e o seu dimensionamento não estão directamente relacionadas com o fenómeno do corte em si, pois as tensões de corte na maior parte dos casos situam-se muito abaixo dos valores dados pela resistência directa ao corte do betão, sendo que a preocupação real enquadra-se nas tensões de tracção diagonais que resultam da combinação das tensões de corte com as tensões de flexão (Nilson, 1997).

Com o objectivo de melhor se aproximar às análises de secções sujeitas ao corte, no passado recente, métodos alternativos de dimensionamento foram propostos, baseados no ângulo variável da treliça de Mörsh e também na teoria do campo da compressão diagonal.

2.2. ANÁLISE SECCIONAL

2.2.1. CARACTERIZAÇÃO DA ANÁLISE SECCIONAL NUM ELEMENTO

Existem dois tipos de tensão provocados por esforços que actuam numa peça. Estas tensões denominam-se como normais e tangenciais à sua secção transversal e provocam seis tipos de esforços que derivam de três variantes que actuam sempre numa peça, que são a força axial, a força de corte e momentos. A força axial só tem uma componente que é N_x , enquanto que a força de corte tem duas componentes que são V_y e V_z , e os momentos são apenas constituídos por um momento torsor, T_x , e dois tipos de momentos flectores, M_y e M_z .

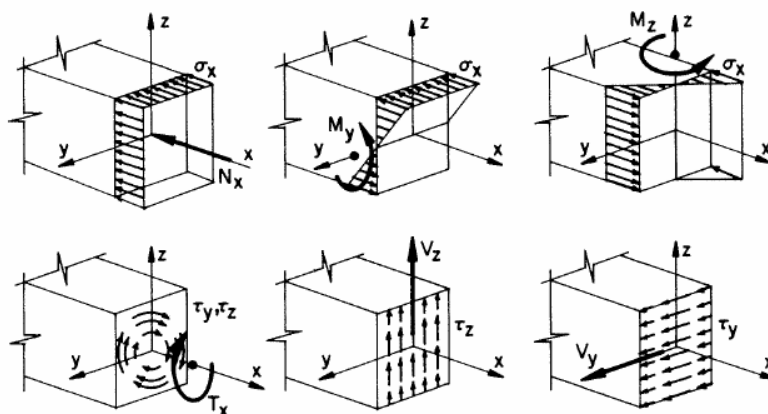


Fig.1 – Vários tipos de esforços actuantes num elemento (Montoya *et al*, 2001)

Somente três destes esforços (o esforço axial e os momentos flectores) originam tensões normais, enquanto que os momentos torsores e as forças de corte, originam exclusivamente tensões tangenciais.

2.2.2. SOLICITAÇÕES TANGENCIAIS – ESFORÇOS DE CORTE

Se todas as secções de um elemento de betão armado estiverem submetidas a vários tipos de esforços, o seu estado tensional é caracterizado quando se estuda cada um desses esforços. Como o esforço axial é praticamente constante, o momento-flector pode apresentar uma variação significativa ao longo do comprimento, aparecendo então os esforços de corte como consequência dessa variação (Montoya *et al*, 2001).

Quando se considera a actuação de esforços transversais (corte e momento torsor), o comportamento da peça é complexo, não sendo possível um estudo secção a secção, obrigando a tratar o conjunto da mesma. Não só a forma da secção tem influência mas também a sua variação ao longo do comprimento, a sua esbelteza, a disposição de armaduras longitudinais e transversais, a aderência entre o aço e o betão, o tipo e situação das cargas, dos apoios (Montoya *et al*, 2001).

Dai se compreende que não é fácil introduzir todas estas variáveis numa formulação simples e prática. Várias teorias têm sido propostas e nenhuma pode ser considerada como definitiva. Por outro lado, as experiências existentes são, todavia, insuficientes por não cobrir todas as combinações dos parâmetros em jogo.

2.2.3. TRACÇÃO DIAGONAL EM VIGAS ELÁSTICAS E HOMOGÉNEAS

O efeito das tensões tangenciais, criadas pelo corte e momento torsor, é o de inclinar as tensões principais de tracção em relação à directriz da peça (Montoya *et al*, 2001). Para cargas reduzidas, estas tensões de tracção não superam a resistência à tracção do betão e torna-se fácil o cálculo do estado de tensão mas, quando estas mesmas cargas aumentam, o betão fissa e produz-se um complexo reajustamento entre o betão e as armaduras que varia conforme o estado de fendilhação aumenta até ser atingido o estado de rotura (Montoya *et al*, 2001).

Relativamente às tensões tangenciais que actuam em vigas homogeneizadas, se o material se encontrar em regime elástico (tensões proporcionais às extensões), estas são obtidas pela fórmula:

$$v = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b} \quad (2.1.)$$

Que actuam em qualquer secção, bem como as tensões provocadas por fenómenos de flexão (tensões normais):

$$f = \frac{M}{I} \cdot y \quad (2.2.)$$

Exceptuando para aqueles locais em que a força de corte (V) é nula, em que não haveriam tensões tangenciais.

O desenvolvimento das tensões de corte é facilmente percebido pelo comportamento da viga laminada à carga aplicada (fig. 2). A fig. 2 consiste em duas peças rectangulares coladas ao longo da sua superfície de contacto. Se a cola for suficientemente forte, a viga irá deformar-se como uma peça única, tal como mostrado em a). Por outro lado, se a cola for fraca os dois elementos vão-se separar e deslizar relativamente entre eles, tal como mostrado em b).

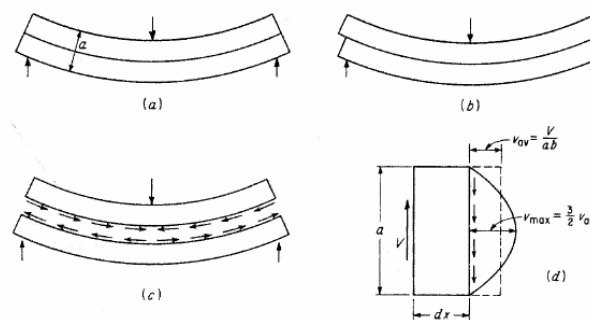


Fig.2 – Desenvolvimento das tensões de corte numa viga simplesmente apoiada (Nilson, 1997)

Quando a cola é eficaz, existem forças ou tensões a actuar que previnem o deslizamento ou o corte. Estas tensões horizontais de corte estão mostradas na fig. 2 em c) e actuam, separadamente, na parte

inferior e superior das peças. As mesmas tensões ocorrem em planos horizontais de vigas, só que são diferentes em intensidade a distâncias diferentes do eixo neutro.

A figura d) mostra a secção transversal de uma viga rectangular que é solicitada por uma força de corte "V". O equilíbrio deste mesmo esforço vertical é então garantido pelas tensões de corte verticais "v".

Se, a título de exemplo, numa viga, um pequeno cubo elementar localizado no eixo neutro for isolado, as tensões de corte verticais, fig. 3 em b), são iguais e opostas nas duas faces verticais por razões de equilíbrio. Contudo, se estas fossem as únicas tensões existentes, o elemento não estaria em equilíbrio e iria sofrer rotação, ou seja, têm que existir tensões de corte da mesma grandeza nas duas faces horizontais, o que significa que em qualquer ponto da viga as tensões de corte horizontais da fig. 3 em b) são iguais em grandeza às tensões de corte verticais da fig. 3 em d).

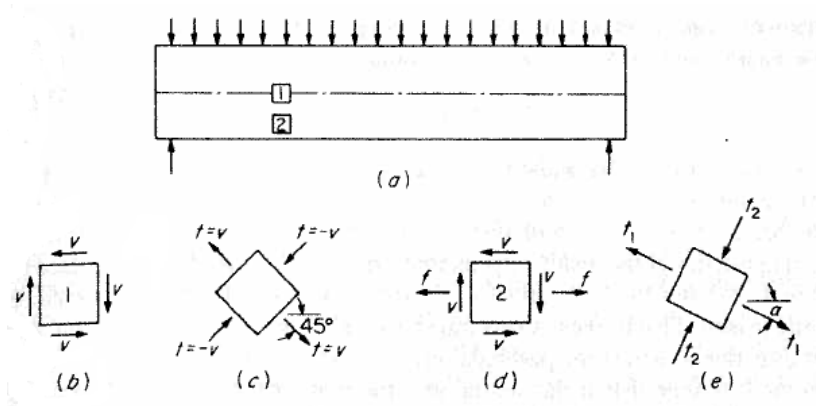


Fig.3 – Desenvolvimento das tensões de corte numa viga simplesmente apoiada (Nilson, 1997)

Está provado em qualquer texto de resistência dos materiais que num elemento cortado a 45° estas tensões combinam de tal forma que o seu efeito encontra-se demonstrado na fig. 3 em c). Isto é, a acção dos dois pares de tensão de corte nas faces vertical e horizontal é o mesmo que dois pares de tensões normais, uma de tracção e outra de compressão, actuando nas faces a 45° e de valor numérico igual às tensões de corte (Nilson, 1997).

Se, porventura, o mesmo cubo elementar não estiver localizado nem no eixo neutro nem nos limites exteriores, as suas faces verticais estão sujeitas não só às tensões de corte mas também às tensões de tracção, cujo valor é dado pela equação 2.2, sendo a fig. 3 em d) representativa desse estado (Nilson, 1997).

As seis tensões que agora actuam no elemento podem ser combinadas num par de tensões de compressão inclinadas e num par de tensões de tracção também inclinadas, o que irá gerar as tensões principais, como mostrado na fig. 3 em e), e o seu valor é dado por:

$$t = \frac{f}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2}{4} + v_y^2} \quad (2.3.)$$

A sua inclinação (α) é dada pela expressão:

$$\tan(2\alpha) = \frac{2 \cdot v}{f} \quad (2.4.)$$

A fig. 4 mostra as inclinações destas tensões principais para uma viga de secção rectangular uniformemente solicitada. Estas trajectórias de tensão são linhas que, em qualquer ponto, são desenhadas na mesma direcção em que as tensões principais (de tracção ou compressão) actuam (Nilson, 1997).



Fig.4 – Trajectórias de tensões principais numa viga rectangular homogénea (Nilson, 1997)

Pode-se observar que, ao nível do eixo neutro, as tensões principais numa viga são sempre inclinadas a 45° relativamente à horizontal e, nas fibras exteriores, as mesmas tensões tomam uma direcção horizontal perto do meio vão.

Um importante ponto segue nesta discussão: As tensões de tracção principais de várias inclinações e grandezas, resultantes apenas do corte (ao nível do eixo neutro) ou da acção combinada de corte e flexão, existem em todos os pontos da viga e podem comprometer a sua integridade se não forem adequadamente tratadas sendo que, por este motivo, as tensões de tracção inclinadas, conhecidas como tracções diagonais têm que ter especial atenção no dimensionamento de betão armado.

2.2.4. CRITÉRIOS DE FORMAÇÃO DE FENDAS DIAGONAIS

Já foi discutido anteriormente que as tensões de tracção diagonais (" t ") representam o efeito combinado de tensões de corte (" v ") com as tensões de flexão (" f "). Estas, por sua vez, são, respectivamente, proporcionais à força de corte " V " e ao momento flector " M " numa localização particular da viga. Dependendo da sua configuração, condições de apoio e distribuição da carga, um local de uma viga pode estar sujeito a um grande momento flector que combina com uma força de corte reduzida, ou o inverso, ou então valores elevados ou reduzidos para ambos os fenómenos de corte e momento flector, em que os valores relativos de " M " e " V " irão afectar a magnitude bem como a direcção das tensões de tracção diagonais.

Se as tensões devidas à flexão são pequenas, as tensões de tracção diagonais são inclinadas aproximadamente a 45° e são numericamente iguais ao valor das tensões de corte, com o seu máximo ao nível do eixo neutro. Consequentemente, existe a formação de fendas diagonais que se propagam a partir desse local, tal como mostrado na fig. 5:



Fig.5 – Formação de fendas numa viga sujeita essencialmente a esforços de corte (Nilson, 1997)

Este tipo de fendas, que resultam apenas do fenómeno do corte, formam-se quando as tensões de tracção diagonais na vizinhança do eixo neutro são iguais aos valores da resistência à tracção do betão. São um tipo de fendas relativamente raro que ocorrem perto de apoios de vigas com vãos relativamente elevados e com uma altura reduzida da secção transversal ou em pontos de inflexão de vigas contínuas (Nilson, 1997). Aliás, as fendas de tracção diagonais formam-se em locais onde uma tensão de compressão actua conjuntamente com uma tensão de tracção diagonal perpendicular, ver fig. 3 em e).

Situação esta que se torna um bocado diferente quando ambos os esforços de corte e momento flector assumem valores elevados. Em tais locais, numa viga bem dimensionada, as fendas de tracção devido a fenómenos de flexão são as primeiras a serem formadas. A sua largura e comprimento são bem controlados e não assumem valores muito elevados devido à presença de armadura longitudinal. Contudo, quando as tensões de tracção diagonais na parte superior de uma ou mais destas fendas excedem a resistência à tracção do betão, a fenda toma uma direcção diagonal e continua a crescer em comprimento e largura (Nilson, 1997), tal como demonstrado na fig. 6:

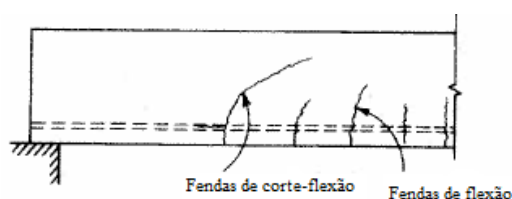


Fig.6 – Formação de fendas numa viga sujeita a esforços de corte e momento flector elevados (Nilson, 1997)

Este tipo de fendas é conhecido como fendas de corte-flexão e são mais comuns do que as fendas devido ao corte (Nilson, 1997). Mas, no instante em que uma fenda de tracção diagonal deste tipo se desenvolve, a fenda de tracção que anteriormente existia reduziu a área de betão efectiva, o que significa que irá haver uma resistência ao corte diminuída. A quantidade desta redução irá variar,

dependendo do comprimento da fenda de tracção que inicialmente se havia formado. Adicionalmente, a tensão devido a esforços de flexão (que actua em simultâneo), " f ", irá ser combinada com a tensão de corte " v " o que irá aumentar as tensões de tracção diagonais " t ".

Valores elevados de momentos flectores podem reduzir a força para a qual as fendas diagonais se formam para um valor aproximadamente igual a metade do que aquele que se obteria se o momento flector fosse nulo ou próximo de zero (Nilson, 1997).

Também se pode afirmar que o valor da força de corte para o qual as fendas diagonais se desenvolvem depende da razão força de corte – momento flector ou, mais precisamente, da razão $v - f$ na parte superior da fenda de flexão (Nilson, 1997).

Em jeito de conclusão, pode afirmar-se (Nilson, 1997) que aumentando o reforço à tracção, isto é, valores maiores de ρ , tem um efeito benéfico que é o de aumentar a força de corte para a qual se começam a desenvolver fendas diagonais. Isto processa-se desta forma pois grandes quantidades de armadura longitudinal resultam em fendas de tracção devido a fenómenos de flexão mais pequenas e com menos abertura antes da formação de fendas diagonais, deixando uma maior área de betão disponível para resistir aos esforços de corte.

2.2.5. COMPORTAMENTO DE VIGAS DE BETÃO ARMADO REFORÇADAS COM ESTRIBOS

Se não existir uma margem grande de segurança relativamente à resistência ao corte, é usado um reforço especial, mais conhecido por estribos. Tipicamente, o reforço ao corte é realizado na forma de estribos verticais, espaçados em intervalos variáveis ao longo do eixo da viga, dependendo das necessidades requeridas.

Os varões que normalmente são usados são de diâmetro reduzido, sendo às vezes necessário o uso de estribos de vários ramos. Os estribos são feitos para andar à volta da armadura longitudinal principal e, muitas vezes, barras de diâmetro reduzido são colocadas na parte superior da viga (paralelas à armadura longitudinal) para dar apoio durante a sua construção.

O reforço com estribos não tem nenhum efeito relevante antes da formação de fendas diagonais. De facto, experiências mostram que a armadura dos estribos praticamente não têm tensões até ser atingido o estado de fendilhação (Nilson, 1997).

Depois de se terem desenvolvido fendas diagonais, a armadura dos estribos aumenta a resistência ao corte de uma viga de quatro formas diferentes (Nilson, 1997):

- Parte da força de corte é resistida pelos varões que atravessam uma fenda particular;
- A presença dessas mesmas barras restringe o crescimento de fendas diagonais e reduz a sua penetração na zona à compressão, o que deixa mais betão que ainda não se encontra fendilhado disponível na parte superior da fenda para resistir à acção combinada de tensões principais de tracção e compressão;
- Os estribos verticais interagem com a largura das fendas de forma a que duas faces da fenda continuem em contacto, contribuindo para uma força significativa de interface;
- Os estribos são colocados para que andem à volta dos varões longitudinais, mantendo a armadura longitudinal dentro do betão. Esta acção evita a separação do betão ao longo do reforço longitudinal e aumenta parte da força de corte resistida.

Depois de se darem estes fenómenos, a rotura irá tornar-se eminente quando a armadura dos estribos começa a entrar em cedência, o que não só leva ao limite a sua resistência mas também permite uma

largura maior das fendas com consequente redução dos efeitos mencionados acima. Chega-se então à conclusão (Nilson, 1997) de que o comportamento de uma viga, uma vez que a primeira fenda é formada, é complexo e depende dos detalhes particulares da configuração do comprimento, inclinação e localização da fenda principal ou crítica.

Métodos baseados nos modelos racionais descritos seguidamente parecem ser promissores e irão ser (alguns já estão) incorporados futuramente no EC2, ACI e AASHTO.

2.3. MODELOS EXISTENTES PARA ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO AO CORTE

2.3.1. MODELOS REGULAMENTARES

Os métodos anteriores existentes para dimensionamento ao corte e tracção diagonal em vigas são essencialmente empíricos. Enquanto que, geralmente, conduz a dimensionamentos pelo lado da segurança, a abordagem " $V_c + V_s$ " tem a falta de um modelo físico para o comportamento de vigas sujeitas a esforços de corte quando combinados com os esforços de flexão, sendo agora os primeiros avanços reconhecidos (Nilson, 1997).

Relativamente ao código modelo desenvolvido na União Europeia, mais conhecido por Eurocódigo 2, na sua versão mais recente, este já não inclui o modelo empírico anteriormente utilizado, mais conhecido por "método padrão", que tinha uma abordagem baseada na correcção ao modelo da treliça de Morsch e cuja fórmula do esforço transversal resistente utilizada no dimensionamento de armadura transversal, " $V_{Rd3} = V_{cd} + V_{wd}$ ", tinha também a falta de um modelo físico.

Cada vez mais atenção é dada ao dimensionamento baseado em modelos racionais, geralmente aplicáveis, do que modelos empíricos, anteriormente utilizados.

Referindo modelos anteriormente usados, o modelo da treliça clássica de Morsch encontra-se brevemente explicado nos parágrafos que se seguem.

Vai-se partir de um caso, como exemplificado na fig. 7, na qual se pode ver metade do vão de uma viga simplesmente apoiada e uniformemente solicitada.

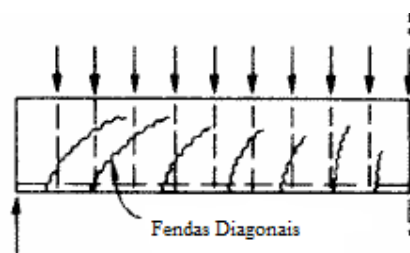


Fig.7 – Padrão de fendas para uma acção combinada de corte e momento flector (Nilson, 1997)

A acção combinada do esforço de corte e momento flector produz o padrão de fendas existente na fig. 7. O reforço de armadura existente foi dimensionado para resistir a esforços de flexão nas fibras traccionadas e também foi dimensionada armadura sob a forma de estribos verticais distribuídos ao longo do vão com o objectivo de resistir ao corte.

A acção estrutural pode ser representada pela fig. 8, com a armadura destinada à flexão a ser traccionada, as barras superiores, que são uma idealização do betão, a sofrerem compressão, os estribos verticais também se encontram traccionados e as escoras de compressão diagonal inclinadas a 45° em que no meio delas existe betão.

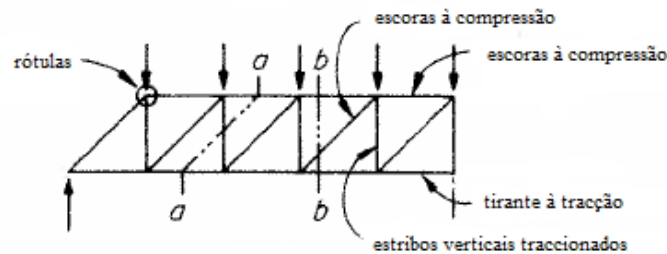


Fig.8 – Acção estrutural do modelo clássico da treliça de Mörsch (Nilson, 1997)

A experiência dita que os resultados dos casos típicos do modelo da treliça de Mörsch são um pouco conservativos, particularmente em vigas com quantidades reduzidas de armadura de esforço transversal (Nilson, 1997). Recentemente, o conceito da treliça foi alargado pelo trabalho de Schaich, Thurlimann, Morti, Collins, MacGregor, entre outros. Foi descoberto que o ângulo de inclinação das escoras de betão geralmente não é de 45° mas pode oscilar entre 25° e 60° , dependendo da quantidade de armadura (Nilson, 1997). Facto, este, que levou à implementação do agora conhecido “Método das bielas de inclinação variável”, tal como exemplificado na fig. 9:

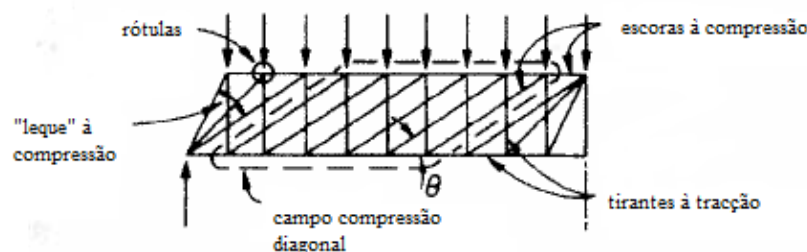


Fig.9 – Idealização do Método das bielas de inclinação variável (Nilson, 1997)

A fig. 9 ilustra as cinco componentes básicas do “Método das bielas de inclinação variável” (Nilson, 1997):

- Escoras que simulam o betão à compressão solicitadas uni-axialmente;
- Tirantes representativos da armadura que se encontram traccionados;
- Nós nas intersecções das barras da treliça, assumidos estarem ligados por rótulas;
- Compressão que se forma em regiões perturbadas, tais como nos apoios ou por baixo de cargas concentradas, transmitindo as forças pelo interior da viga;
- Campos de compressão diagonal que se formam onde barras paralelas à compressão transmitem forças de um estribo para outro.

Nas normalizações europeias, neste caso o Eurocódigo 2 (Abril 2004), é proposto para análise e dimensionamento de estruturas sujeitas a esforços de corte o “Método das bielas de inclinação variável” indicado na cláusula 6.2) do presente regulamento. De acordo com o articulado no Eurocódigo 2, o valor de cálculo do esforço transversal resistente relativamente à contribuição do betão é dado por:

$$V_{rd,c} = \left(C_{rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d \quad (2.5.)$$

Relativamente ao esforço transversal máximo para que não haja esmagamento das escoras de betão que se encontram à compressão, a equação proposta é a seguinte:

$$V_{rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \times b_w \times z \times v_l \times f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (2.6.)$$

Com $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$ em que também é proposto para o dimensionamento de armadura a equação seguinte (mas a ter que ser cumprida a equação 2.6 em que o esforço transversal actuante de cálculo, $V_{rd,s}$, tem que ser menor que $V_{rd,max}$):

$$V_{rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \times z \times f_{ywd} \times \cot \theta \quad (2.7.)$$

Equações estas que são usadas apenas para o caso de estribos verticais. Quanto à componente da força de compressão da escora, idealizada pela treliça de Mörsch, pode dar-se o caso em que a quantidade de armadura longitudinal, colocada para resistir aos esforços de flexão, não seja suficiente para resistir a esta força. Situação esta que é corrigida pelo EC2 com o cálculo do parâmetro " a_l ", aquando da dispensa de armadura longitudinal, em que a equação proposta é a seguinte:

$$a_l = z \cdot (\cot g \theta - \cot g \alpha) / 2 \quad (2.8.)$$

2.3.2. MODELO PRECONIZADO NA NORMA CANADIANA

A norma canadiana de betão armado inclui um método de dimensionamento ao corte que é essencialmente o mesmo do ACI e do EC2 mas também inclui um método alternativo ao “método geral” baseado no “Método das bielas de inclinação variável” e na “Teoria do campo da compressão”. Na sua forma completa, este método alternativo tem em conta requisitos de compatibilidade, bem como de equilíbrio, e incorpora características tensão – extensão dos materiais. É um método que também é capaz de prever não só a carga de rotura mas também a resposta completa de carga – extensão.

Os elementos mais básicos da Teoria do campo da compressão, aplicada a peças sujeitas a esforços de flexão e corte, encontram-se esclarecidos seguidamente com recurso a algumas figuras.

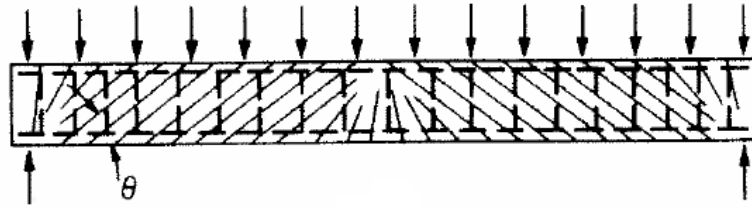


Fig.10 – Viga sujeita ao corte com armadura longitudinal (Nilson, 1997)

Na fig. 10 encontra-se uma viga de betão reforçada com varões longitudinais e estribos que está sujeita a uma carga distribuída na parte superior em que as linhas diagonais são uma representação idealizada de fendas de tracção potenciais no betão (Nilson, 1997).

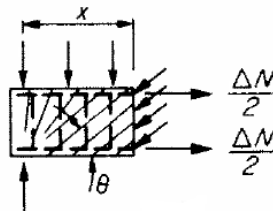


Fig.11 – Esforços de tracção nos varões longitudinais devido ao corte (Nilson, 1997)

Na fig. 11 é mostrada uma parte da viga da fig. 10 a ser solicitada por uma força de corte “V” numa secção à distância “x” do apoio, força essa que é resistida pela componente vertical da força de compressão diagonal na estrutura. A componente horizontal desta força de compressão tem que ser equilibrada pela força de tracção total ΔN na armadura longitudinal. Contudo, ao fazer-se uma decomposição de forças, a intensidade desta força devido ao corte, é (Nilson, 1997):

$$\Delta N = \frac{V}{\tan \theta} \quad (2.7.)$$

Onde θ é o ângulo de inclinação das diagonais. Forças estas que se somam às já existentes na armadura devido à flexão.

A profundidade efectiva a ser contabilizada nos cálculos devido ao corte, de acordo com este método, é assumida como sendo a distância entre as forças longitudinais resultantes, d_v .

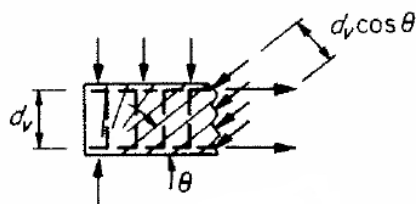


Fig.12 – Compressão diagonal na viga (Nilson, 1997)

Contudo, a partir da fig. 12, a tensão de compressão diagonal com uma largura b_v é dada por:

$$f_d = \frac{V}{b_v \cdot d_v \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} \quad (2.8.)$$

A força de tracção nos estribos verticais, cada um com uma área A_v e assumindo que actuam à tensão de cedência f_y , pode ser encontrada pelo diagrama de corpo livre da fig. 13.

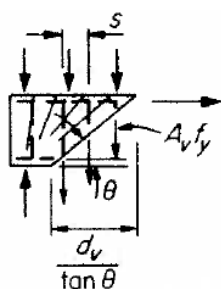


Fig.13 – Tracção vertical nos estribos (Nilson, 1997)

Com os estribos a serem espaçados uniformemente com o valor s , vem então:

$$A_v \cdot f_y = \frac{V_s \cdot \tan \theta}{d_v} \quad (2.9.)$$

É reconhecido, contudo, que o ângulo de inclinação da parte comprimida não é necessariamente de 45° e, de acordo com a equação 2.9, esse ângulo pode ser escolhido pelo projectista como estando algures entre 15° e 75° (Nilson, 1997). De acordo com as equações 2.7 e 2.9, se um ângulo mais baixo for escolhido, menos armadura vertical mas mais armadura horizontal irá ser necessária, ou seja, nas diagonais de betão a força de compressão irá assumir um valor maior. Contrariamente ao exposto, se um ângulo mais alto for usado, mais armadura vertical mas menos armadura horizontal irá ser necessária. Geralmente é económico usar um ângulo θ menor do que 45° , com a limitação de que as escoras de betão não serão esmagadas.

Uma versão refinada desta teoria é a “Teoria do campo da compressão modificada” em que o betão fendilhado é tratado como se fosse um novo material com as suas próprias características tensão – extensão. As equações de equilíbrio, compatibilidade e relações constitutivas são formuladas em termos de tensões e extensões médias (Nilson, 1997).

Variabilidades no ângulo de inclinação da parte comprimida e efeitos de atenuamento das extensões na resposta do betão armado são tidos em conta, bem como também é dada importância às condições das tensões locais em locais onde o betão já se encontra fendilhado (Nilson, 1997).

Esta é uma teoria capaz de prever com precisão a resposta de tais elementos ao longo de todos os intervalos de carga, desde o valor nulo até à carga de rotura.

3

INTRODUÇÃO AO PROGRAMA RESPONSE-2000

3.1. TEORIA DO CAMPO DA COMPRESSÃO MODIFICADA – BREVE INTRODUÇÃO

Os princípios nos quais o programa usado no estudo desta tese, o programa Response-2000, assentam são os da “Teoria do campo da compressão modificada”.

Segue-se uma breve história de como esta teoria surgiu e também algumas das suas principais características, sendo o seu estudo aplicado ao programa aprofundado ainda neste capítulo mas em sub capítulos situados mais à frente de forma a possibilitar ao leitor um melhor enquadramento neste assunto, não descartando, porém, as bases relativas ao esforço transversal tratadas no capítulo anterior.

Recentemente, muitas experiências e investigações analíticas foram realizadas na Universidade de Toronto com o objectivo de ser formulado um modelo mais racional (Vecchio *et al*, 1988). Em particular, um programa experimental extensivo foi levado a cabo, envolvendo testes de painéis de betão armado sujeitos a estados de tensão a duas dimensões bem definidos incluindo o corte (Vecchio *et al*, 1988).

Dos dados conseguidos dessas experiências, surge então a “Teoria do campo da compressão modificada”. Neste modelo teórico, o betão fendilhado é tratado como se fosse um novo material com as suas próprias características de tensão – extensão em que as equações de equilíbrio, compatibilidade e relações constitutivas são formuladas em termos de tensões e extensões médias (Vecchio *et al*, 1988). A variabilidade no ângulo de inclinação das escoras e efeitos de diminuição das extensões em termos de resposta do betão são também tidos em conta, bem como também é dada atenção às tensões existentes nos locais onde existem fendas, sendo que a teoria resultante é capaz de prever eficazmente a resposta de elementos de betão armado sujeitos ao corte no plano e a cargas axiais (Vecchio *et al*, 1988).

Os conceitos da “Teoria do campo da compressão modificada” podem ser aplicados à análise de vigas de betão armado sujeitas a esforços de corte, momentos flectores e carga axial (Vecchio *et al*, 1988). Embora esta teoria seja muito complexa para uso corrente na concepção de vigas simples, tem mais utilidade em peças com geometria e cargas não usuais ou então quando uma análise mais profunda é requerida (Vecchio *et al*, 1988).

Como conclusão pode-se afirmar que a “Teoria do campo da compressão modificada” possibilita previsões adequadas na resposta de elementos de betão armado sujeitos ao corte e a cargas axiais. Foi criada com o intuito de satisfazer as condições gerais de equilíbrio e compatibilidade, incorporando relações constitutivas do betão fendilhado à tracção e à compressão, como determinado a partir de

testes extensivos (Vecchio *et al*, 1988). Nesta teoria também são tidos em conta o atenuamento das extensões e efeitos da rigidez à tracção, que são factores críticos para se determinar a resposta do betão quando sujeito a esforços de corte (Vecchio *et al*, 1988).

3.2. ABORDAGEM GERAL DO PROGRAMA RESPONSE-2000

3.2.1. INTRODUÇÃO

O programa Response-2000 é um programa que inclui na sua análise efeitos devido a fenómenos de corte (Bentz, 2000). Este mesmo programa assume os princípios de que secções planas continuam planas após solicitações e de que não há tensões transversais devido a fenómenos de “aperto” perto dos apoios de vigas e também que o comportamento bi-axial pode ser modelado pela “Teoria do campo da compressão modificada” (Bentz, 2000). O programa Response-2000 quando comparado com uma base de dados de 534 vigas prevê resistências ao corte em que a média experimental sobre a resistência ao corte prevista equivale a uma razão de 1,05 e com um coeficiente de variação de 12%, sendo que estes valores dão boas indicações quando comparados com aqueles presentes no ACI em que, analogamente, obtém-se uma razão de 1,20 e com um coeficiente de variação de 32% (Bentz, 2000).

O presente programa está concebido para dar apenas uma resposta para um determinado problema, havendo assim mais qualidade nos resultados, comparativamente a usar um programa com muitas interligações de dados, como os muitos que existem para o cálculo automático de estruturas.

3.2.2. PRINCÍPIOS DE ANÁLISE APLICADOS NO PROGRAMA RESPONSE-2000

Relativamente à análise de peças de betão armado, existem dois extremos em que num deles encontram-se os métodos gráficos de análise que tendem a ser trabalhosos e que são bons para perceber a solução com o problema na “mão” e no outro extremo existe a não linearidade e programas de elementos finitos. Estes últimos são muito potentes mas ao mesmo tempo muito complexos, de tal forma que é necessário acreditar que funcionam devidamente (Bentz, 2000). Normalmente não fazem cálculos afim de verificar se o equilíbrio de momentos é satisfeito numa estrutura ou se as cargas calculadas realmente podem ser suportadas pela secção transversal, sendo que a entrada de dados e os resultados destes programas também se tornam difícil de entender e verificar (Bentz, 2000). Entre estes dois extremos encontra-se a análise seccional.

Ao ser usada uma análise seccional, o problema da determinação da resposta de uma estrutura de betão armado é partida em duas tarefas que se inter-relacionam (Bentz, 2000):

- As forças seccionais em vários pontos da estrutura provocadas pelas cargas aplicadas são determinadas. Este passo, normalmente, é feito assumindo que a estrutura continua linearmente elástica;
- A resposta numa secção local relativamente às forças seccionais é determinada, em que características não-lineares do betão armado fendilhado são tidas em conta.

3.2.3. ANÁLISE SECCIONAL APLICADA NO PROGRAMA RESPONSE-2000

Com o objectivo de uma análise estrutural ser o mais possível aproximada da realidade, o elemento estrutural tem que ser razoavelmente comprido. Por exemplo, para uma viga sujeita a esforços de corte, o seu comprimento necessita de ser igual a pelo menos duas vezes a altura da secção transversal

da mesma viga (Bentz, 2000). Se o elemento for mais pequeno do que esta relação, a respectiva análise seccional deverá ser considerada como conservativa (Bentz, 2000).

Aquando da implementação da análise seccional, incluindo o corte, ao programa Response-2000, dois princípios tiveram que ser respeitados, sendo que o primeiro foi o de assumir que as secções planas continuam planas após as solicitações aplicadas e o segundo desses princípios foi o de assumir que não existem tensões significativas na direcção transversal, o que significa que as forças transversais do betão e da armadura têm que se equilibrar em cada ponto ao longo da profundidade do elemento (Bentz, 2000).

Ambos estes conceitos são bons quando a análise é realizada a uma distância razoável dos apoios e pontos de carga. Perto da carga e das reacções dos apoios irá existir uma tensão de “aperto” resultante da aplicação da mesma carga que tenderá localmente a aumentar a resistência da peça, razão pela qual vigas “curtas” têm uma resistência maior a esforços de corte do que vigas mais compridas com a mesma secção transversal (Bentz, 2000). Essa mesma análise convém então ser feita para secções de vigas/pilares que se localizam a uma distância aproximadamente igual às respectivas alturas úteis em relação a apoios ou zonas de aplicação de carga localizada, ficando assim “livres” deste fenómeno.

3.3. TEORIA DO CAMPO DA COMPRESSÃO MODIFICADA E PARTICULARIDADES APLICADAS AO PROGRAMA RESPONSE-2000

3.3.1. INTRODUÇÃO

A “Teoria do campo da compressão modificada” é um modelo geral direccionado para o comportamento carga – deformação de secções de betão armado fendilhadas sujeitas a esforços de corte a duas dimensões, sendo que esta mesma teoria “modela” betão armado considerando os seus esforços nas direcções principais, incluindo os esforços das armaduras mas considerando estes como axiais (Bentz, 2000).

O comportamento tensão – extensão do betão relativamente a esforços de compressão e tracção foi originalmente derivado das experiências de Vecchio e desde então tem sido confirmado com mais ou menos 250 experiências realizadas em duas máquinas especiais para este tipo de testes que se encontram na Universidade de Toronto e, também, máquinas parecidas foram construídas no Japão e E.U.A., dando confirmação adicional a este método (Bentz, 2000).

O princípio mais importante deste modelo é que o betão, quando atinge o estado de fendilhação, pode ser tratado como um material novo com um comportamento tensão – extensão empiricamente definido. Este comportamento pode diferir da tradicional curva tensão – extensão dos materiais, pois os valores das extensões utilizados pela “Teoria do campo da compressão modificada” são valores médios, isto é, são valores que englobam conjuntamente os efeitos combinados de extensões locais nas fendas, extensões entre fendas, deformações impedidas e extensões devido à formação de fendas (Bentz, 2000). As tensões calculadas são também tensões médias que implicitamente incluem tensões entre fendas, tensões nas fendas e interface do corte nas fendas (Bentz, 2000).

Para que o uso destas tensões e deformações médias seja um princípio razoável, as distâncias usadas na determinação do comportamento “médio” têm de incluir algumas fendas (Bentz, 2000). Os modelos seccionais satisfazem esta cláusula necessitando apenas de secções transversais com uma altura suficientemente elevada (Bentz, 2000).

Um ponto negativo que surge por se usar relações médias de tensão – extensão é que uma verificação explícita tem que ser feita para se assegurar que as tensões médias são compatíveis com o actual

estado de fendilhação do betão. Esta verificação explícita, que tem o nome de “verificação da fendilhação”, é uma parte crítica da “Teoria do campo da compressão modificada” e consiste em limitar a tensão principal de tracção do betão a um valor admissível que é determinado considerando a tensão do aço na fendilhação e a hipótese de a superfície fendilhada resistir a tensões de corte (Bentz, 2000), sendo a mesma tratada ainda neste capítulo.

Como a resposta última é baseada somente em relações médias, incluindo a já mencionada “verificação da fendilhação”, o método não requer um cálculo explícito de tensões de corte na fendilhação, tensões do aço quando ocorre a fendilhação, extensões devido à abertura de fendas e esforços impedidos e, quando necessário, os valores de alguns destes parâmetros podem ser calculados por equilíbrio (Bentz, 2000). O facto de se poder “ignorar” estes fenómenos mais complexos do betão armado fendilhado é um dos pontos fortes do método (Bentz, 2000).

A fig. 14 faz um resumo da “Teoria do campo da compressão modificada” para o caso a duas dimensões. A coluna mais à esquerda da mesma figura mostra as equações de equilíbrio que são simplesmente as equações das tensões obtidas a partir do círculo de Mohr, a coluna do meio mostra as condições das extensões que também podem ser encontradas pelo círculo de Mohr e a coluna mais à direita contém as relações tensão – extensão para as armaduras, betão que se encontra à tracção e betão que se encontra à compressão (Bentz, 2000). De notar que outro dos princípios assumido na “Teoria do campo da compressão modificada” é de que o ângulo das tensões principais do betão pode ser tido como igual ao ângulo da extensão principal (θ).

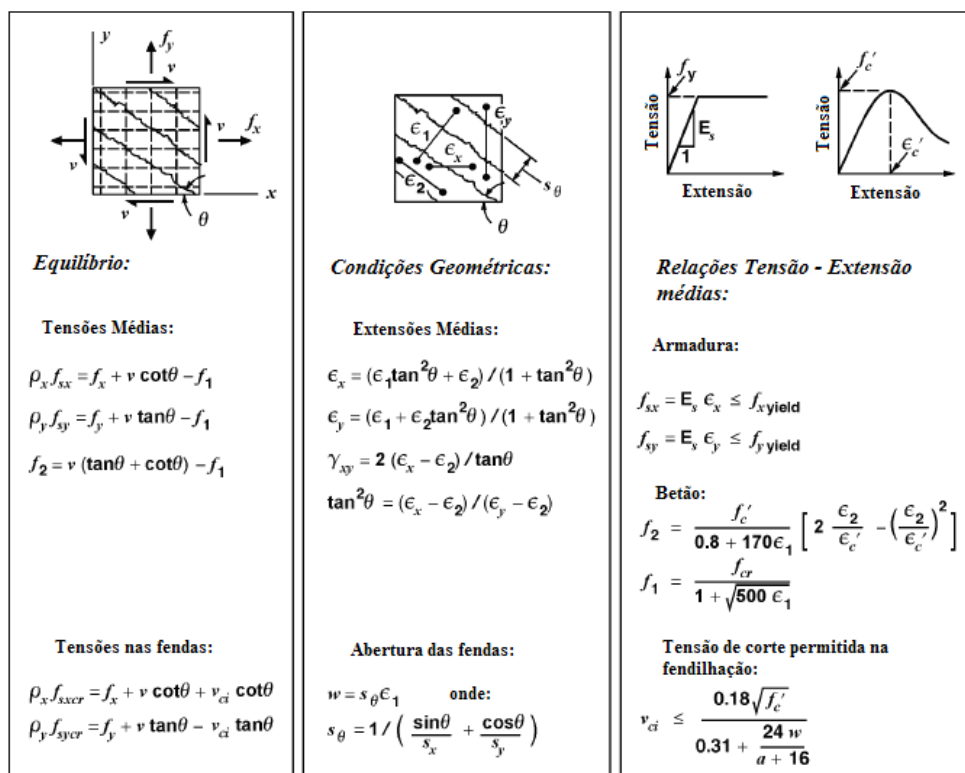


Fig.14 – Teoria do campo da compressão modificada (Bentz, 2000)

3.3.2. PRINCÍPIOS APLICADOS NA TEORIA DO CAMPO DA COMPRESSÃO MODIFICADA

O elemento presente na fig. 15 representa um elemento de membrana de uma parte de uma estrutura de betão armado. Relativamente a esse mesmo elemento, é assumido que o mesmo tem uma espessura constante, tamanho pequeno e contém uma grelha ortogonal de armadura com os eixos longitudinais, “x”, e os eixos transversais, “y”, escolhidos para serem coincidentes com as direcções de armadura.

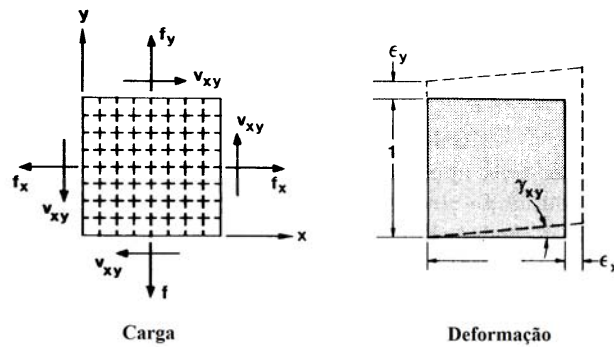


Fig.15 – Elemento de membrana (Vecchio *et al*, 1986)

As cargas que actuam no plano do elemento transmitem tensões axiais uniformes, f_x e f_y , e também uma tensão de corte uniforme v_{xy} . A deformação do elemento devido a essas cargas é assumida ocorrer de tal maneira que as arestas do elemento fiquem rectas e paralelas, e que a forma da sua deformação seja definida pelas duas extensões normais ϵ_x , ϵ_y e também pela deformação devido ao corte, γ_{xy} (Vecchio *et al*, 1986). O problema coloca-se em determinar como é que as três tensões no plano, f_x , f_y e v_{xy} estão relacionadas com as três extensões no plano, ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy} . Para que esta situação seja resolvida, as seguintes condições foram estabelecidas (Vecchio *et al*, 1986):

- Para cada estado de extensão existe apenas um estado correspondente em tensão. Situações em que a influência do historial do carregamento é significativa não irão ser tratadas;
- Tensões e extensões podem ser consideradas em termos de valores médios quando abrangem áreas ou distâncias suficientemente grandes para incluir variadas fendas;
- O betão e as armaduras estão perfeitamente ligados entre si, isto é, não existe escorregamento entre estes dois materiais;
- As armaduras longitudinais e transversais estão uniformemente distribuídas ao longo do elemento.

3.3.3. RELAÇÕES CONSTITUTIVAS DO BETÃO

3.3.3.1. Abordagem geral

A “Teoria do campo da compressão modificada” trata o betão fendilhado como se tratasse de um material novo e, por isso, torna-se necessário definir as características tensão – extensão deste novo material (Bentz, 2000).

Como a “Teoria do campo da compressão modificada” é baseada nas relações tensão principal – extensão principal, com uma verificação especial para o fenómeno de corte que ocorre aquando a fendilhação, estas relações podem ser divididas nas seguintes categorias (Bentz, 2000):

- Comportamento à compressão;
- Comportamento à tracção;
- Comportamento entre duas facetas fendilhadas sujeitas a fenómenos de corte.

3.3.3.2. Comportamento à compressão

A resposta a fenómenos de compressão no betão é dividida em duas vertentes que são a curva de base e a relação que atenua a compressão do betão.

A curva de base representa o comportamento de uma peça de betão sujeita a tensões de compressão. Esta mesma curva é obtida a partir de um cilindro de betão que é restringido ao seu movimento longitudinal e solicitado na parte superior. A curva então resultante deste ensaio (tensão – extensão) é denominada como curva de base em que o parâmetro f'_c representa a resistência do betão no dia do ensaio (Bentz, 2000).

Existe uma série de curvas de base disponíveis no programa Response-2000 com o intuito de “modelar” betão (Bentz, 2000). A curva de base recomendada, a curva de Popovic, é mostrada de seguida para uma série de resistências obtidas a partir de ensaios de cilindros de betão. Esta curva de base foi definida por Popovic e calibrada parcialmente por Porasz, em que seguidamente se mostram as suas equações (unidades – MPa), (Bentz, 2000):

$$f_2 = f'_c \cdot \frac{n \cdot (\varepsilon_2 / \varepsilon'_c)}{n - 1 + (\varepsilon_2 / \varepsilon'_c)^{nk}} \quad ; \quad n = 0,8 + \frac{f'_c}{17} \quad ; \quad k = 0,67 + \frac{f'_c}{62} \quad (3.1.)$$

Onde f'_c é a tensão máxima obtida no ensaio à compressão; ε'_c é a extensão correspondente a essa tensão máxima; n é um parâmetro que se adapta à curva e k é o factor de perda após o pico de ductilidade para betão de alta resistência. Se $\varepsilon_2 / \varepsilon'_c < 1,0$, $k = 1,0$ e se $\varepsilon_2 / \varepsilon'_c > 1,0$ o valor de k é obtido a partir da equação 3.1.

A curva parabólica de base tem então a seguinte forma:

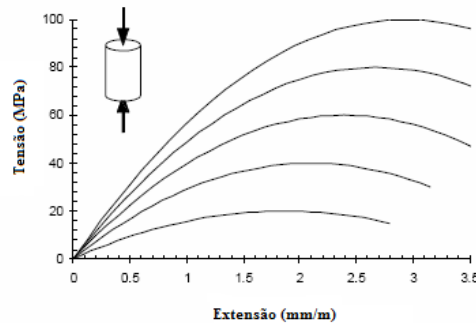


Fig.16 – Curva parabólica de base do comportamento do betão à compressão (Bentz, 2000)

O método de Popovic é então recomendado relativamente à curva da fig. 16 pois faz uma modelação melhor da rigidez inicial e, mais importante ainda, o comportamento da peça após se ter atingido o pico de tensão (Bentz, 2000), como mostrado na fig. 17.

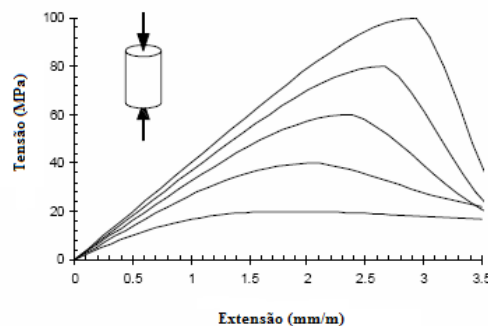


Fig.17 – Curva de base proposta por Popovic para o comportamento do betão à compressão (Bentz, 2000)

Para ambas estas curvas, o valor da extensão correspondente ao pico de tensão (ε'_c) é necessário para se completar a sua definição, valor este que é função da forma da curva de base bem como da rigidez tangente inicial do betão (E_c) que por sua vez também é função da rigidez do agregado (Bentz, 2000). Se a rigidez tangente inicial do betão for conhecida ou se estiver disponível uma curva tensão – extensão de um ensaio de betão à compressão em cilindros, uma estimativa da deformação no pico de tensão pode ser realizada (Bentz, 2000). Se não for possível optar por uma destas possibilidades, então o método presente nas equações 3.2 e 3.3 é aconselhado, em que o parâmetro “ n ” encontra-se definido na equação 3.1.

$$E_c = 3320 \cdot \sqrt{f'_c} + 6900 \quad (3.2.)$$

$$\varepsilon'_c = \frac{f'_c}{E_c} \cdot \frac{n}{n-1} \quad (3.3.)$$

A segunda parte da resposta à compressão do betão está relacionada com o atenuamento da resistência à compressão devido ao facto do betão ter tendência para reduzir a sua rigidez e resistência devido a fendas transversais provocadas por extensões que existem devido a fenómenos de tracção (Bentz, 2000). Enquanto que inicialmente as equações utilizadas para tratar este aspecto eram baseadas no diâmetro do círculo de Mohr das extensões, desde então tem sido reformuladas como sendo função da extensão principal por tracção do betão (Bentz, 2000).

Sendo assim, para o atenuamento da resistência à compressão do betão é então proposta a seguinte equação (Bentz, 2000):

$$\frac{f_{2\max}}{f'_c} = \frac{1}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_1} \quad (3.4.)$$

Para tipos de betão de classes mais resistentes (maiores do que 90 MPa), é sugerido o uso da equação proposta por Porasz em 1989, equação esta que baixa a tensão de compressão máxima em função da tensão de base do betão, bem como da extensão principal de tracção (Bentz, 2000):

$$\frac{f_{2\max}}{f'_c} = \frac{1}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_1} \cdot \frac{1}{0,9 + 0,0045 \cdot f'_c} \quad (3.5.)$$

3.3.3.3. Comportamento do betão sujeito a fenómenos de tracção – betão não fendilhado

Correntemente é assumido que o betão quando se encontra sujeito a fenómenos de tracção apresenta um comportamento linear até que seja aberta a primeira fenda (Bentz, 2000). Relativamente a este fenómeno, o programa Response-2000 baseia-se na seguinte fórmula para calcular as resistências até que seja aberta a primeira fenda de grandes volumes de betão, em que as suas unidades encontram-se em MPa (Bentz, 2000):

$$f_t = 0,45 \cdot (f'_c)^{0,4} \quad (3.6.)$$

É recomendado que, mesmo que estejam disponíveis valores experimentais relativamente a este tipo de resistência (que normalmente fornecem valores mais altos do que a própria fórmula), a equação 3.6 seja usada (Bentz, 2000).

3.3.3.4. Comportamento do betão sujeito a fenómenos de tracção – betão fendilhado

Depois de ser atingido o estado de fendilhação em peças de betão armado, forças de tracção entre fendas ainda vão conseguir ser suportadas e, como consequência deste aspecto, muitas equações diferentes para as tensões de tracção médias existentes no betão, depois deste ter atingido o estado de fendilhação, têm sido propostas ao longo dos anos (Bentz, 2000).

Um parâmetro apropriado para indicar as características da ligação de diferentes fiadas de armadura é dividir a área de betão que se encontra traccionada pelo perímetro de varões de aço existentes nessa mesma área, ou seja (Bentz, 2000):

$$m = \frac{A_c}{\sum d_b \cdot \pi} \quad (3.7.)$$

Perante a equação 3.7, pode-se concluir que para peças com fracas características de ligação, ou seja, para valores de “ m ” maiores, a rigidez para fenómenos de tracção deverá ser menor (Bentz, 2000).

Com base na definição da equação 3.7, foi proposto, para betão uniformemente armado, que a fórmula da “Teoria do campo da compressão modificada” dada pela equação 3.8 (Bentz, 2000):

$$f_1 = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}} \quad (3.8.)$$

Passasse a ser a proposta pela equação 3.9 (Bentz, 2000):

$$f_1 = \frac{f_t}{1 + \sqrt{3,6 \cdot m \cdot \varepsilon_1}} \quad (3.9.)$$

Em que o parâmetro “ m ” encontra-se definido na equação 3.7. De salientar que esta equação irá afectar apenas o comportamento da peça entre a formação da primeira fenda até que o processo de análise seja controlado pela “verificação da fendilhação”, um método usado pelo Response-2000 que irá ser mais detalhado ao longo deste texto.

3.3.3.5. Comportamento do betão entre duas facetas fendilhadas sujeitas a fenómenos de corte

A equação proposta no programa Response-2000 para tratar fenómenos de corte nas fendas é a equação de base proposta há 12 anos quando se começou a abordar a “Teoria do campo da compressão modificada” (Bentz, 2000). A única diferença é que o tamanho efectivo do agregado é reduzido do seu valor real para zero ao longo das resistências do betão de 60 a 80 MPa (Bentz, 2000). Esta condição foi adoptada pois testes com betão de alta resistência atingem a rotura com fendas a atravessar o agregado, enquanto que em tipos de betão com resistência mais convencional esse fenómeno raramente acontece, sendo que o objectivo desta medida de baixar as dimensões do agregado é baixar o máximo efeito de corte existente nas fendas para tipos de betão mais resistente.

Nas formulações anteriormente descritas de tensão e extensão, os valores destes dois parâmetros são tratados como sendo valores médios e não fornecem indicações devido a variações que possam ocorrer localmente (Vecchio *et al*, 1986). Numa fenda, as tensões de tracção na armadura irão assumir valores superiores aos médios, enquanto que a meio da distância entre fendas, as mesmas tensões irão ser menores do que a média (Vecchio *et al*, 1986). As tensões de tracção no betão, por outro lado, irão

assumir o valor zero numa fenda e irão ter valores superiores à média a meia distância entre fendas (Vecchio *et al*, 1986).

Estas variações locais são importantes por causa da capacidade última de elementos com tensões bi-axiais que podem ser controlados pela capacidade da armadura em transmitir tracções ao longo das fendas (Vecchio *et al*, 1986).

Para a maioria dos tipos de betão, a fendilhação irá ocorrer ao longo da interface pasta de cimento/partículas de agregado em que as fendas resultantes deste processo podem fazer a transferência do corte pela ligação do agregado, tal como mostrado na fig. 18 (Vecchio *et al*, 1986):

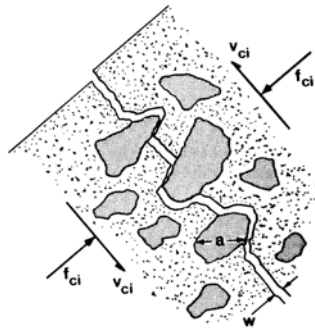


Fig.18 – Transmissão das tensões de corte através de uma fenda pelas ligações das partículas de agregado (Vecchio *et al*, 1986)

As relações entre o corte que ocorre ao longo da fenda, v_{ci} , a abertura das fendas, w , e a tensão de compressão necessária na fenda, f_{ci} , foram estudadas experimentalmente por investigadores, incluindo Walraven (Vecchio *et al*, 1986). Baseado no trabalho de Walraven, a seguinte relação foi então construída (Vecchio *et al*, 1986):

$$v_{ci} = 0,18 \cdot v_{ci\max} + 1,64 \cdot f_{ci} - 0,82 \cdot \frac{f_{ci}^2}{v_{ci\max}} \quad (3.10.)$$

onde

$$v_{ci\max} = \frac{\sqrt{-f'_c}}{0,31 + 24 \cdot w / (a + 16)} \quad (3.11.)$$

Em que “ a ” é o tamanho máximo das partículas de agregado em “ mm ” e as unidades das tensões intervenientes nas equações 3.10 e 3.11 em MPa.

A abertura das fendas a ser usada na equação 3.11 deverá ser a largura média das fendas existente na superfície fendilhada e pode ser tomada como o produto da extensão principal de tracção pelo espaçamento das fendas, s_θ , ou seja (Vecchio *et al*, 1986):

$$w = \varepsilon_1 \cdot s_\theta \quad (3.12.)$$

$$s_\theta = \frac{1}{\frac{\sin \theta}{s_{mx}} + \frac{\cos \theta}{s_{my}}} \quad (3.13.)$$

Onde s_{mx} e s_{my} são os indicadores das características do controle da fendilhação nas direcções de armadura em “x” e “y”, respectivamente.

3.3.4. VERIFICAÇÃO DA FENDILHAÇÃO – ASPECTOS RELEVANTES APLICADOS NO PROGRAMA RESPONSE-2000

3.3.4.1. Abordagem geral a 1 dimensão de solicitação

A “Verificação da fendilhação” na “Teoria do campo da compressão modificada” representa uma forma explícita de se assegurar que os níveis médios de tensão podem ser suportados localmente numa fenda (Bentz, 2000). Não incluir esta verificação não é conservativo (foi feita no passado uma implementação da “Teoria do campo da compressão modificada” em que este aspecto não foi estudado) e é potencialmente inseguro (Bentz, 2000).

A título de exemplo, nas figuras 19 e 20 encontram-se dois gráficos de tensão – extensão do comportamento médio do betão e do aço calculados com base na “Teoria do campo da compressão modificada” (Bentz, 2000).

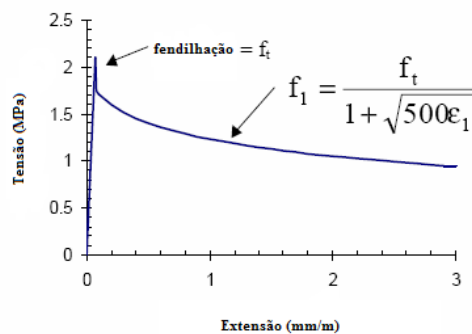


Fig.19 – Tensão de tracção média no betão (Bentz, 2000)

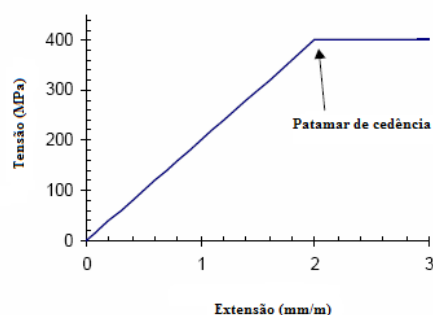


Fig.20 – Tensão de tracção média na armadura (Bentz, 2000)

Uma análise simplificada pode produzir um gráfico com o aspecto do da figura 21 (Bentz, 2000):

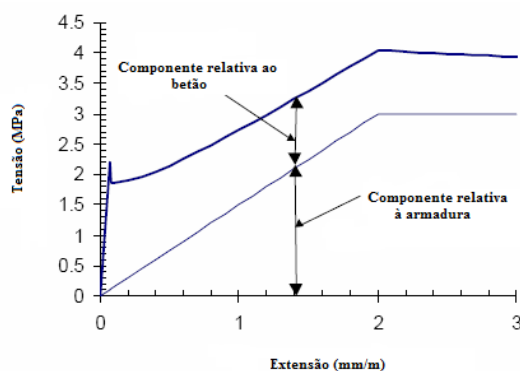


Fig.21 – Tensões totais sem incluir a verificação da fendilhação (Bentz, 2000)

Em que pelo gráfico da fig. 21 podemos ver que as forças da armadura e do betão foram somadas ao longo de toda a extensão, o que não está correcto (Bentz, 2000).

Considerando agora o diagrama de corpo livre mostrado na fig. 22 em que a metade esquerda da peça tem tensões médias, como usado na “Teoria do campo da compressão modificada”, e a metade direita tem tensões locais onde não existem tensões de tracção no betão:

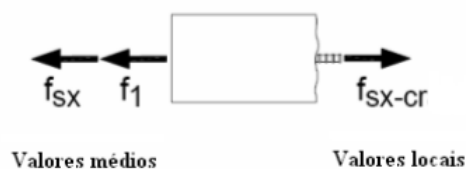


Fig.22 –Diagrama de corpo livre aquando da fendilhação (Bentz, 2000)

Relembrando a “Teoria do campo da compressão modificada” que, por simplicidade, usa a mesma curva tensão – extensão para a armadura na fendilhação e valores de comportamento médios, é possível para f_{sx} e f_{sx-cr} igualá-los a f_y , que é o valor da tensão de cedência de um varão de aço normal (Bentz, 2000). Para o diagrama de corpo livre é sabido que a tensão de tracção no betão, f_1 , tem que ser igual a zero neste caso e o que vai assegurar que as tensões locais numa fenda não excedam a tensão de cedência da armadura vai ser a “verificação da fendilhação” (Bentz, 2000). Para a armadura com, por exemplo, uma resposta bi-axial tensão – extensão, pode ser assumido que a tensão ao nível da fenda irá ser capaz de atingir, pelo menos, o valor da tensão correspondente à extensão média de um varão de aço normal (Bentz, 2000).

Usando estas particularidades da “verificação da fendilhação”, pode-se então construir um gráfico análogo ao da fig. 21 mas que agora se apresenta correctamente desenhado na fig.23, em que esta resposta, agora corrigida, inclui o efeito da “verificação da fendilhação” para se assegurar que as tensões na armadura nunca excedem a tensão de cedência de um varão qualquer aquando a fendilhação (Bentz, 2000).

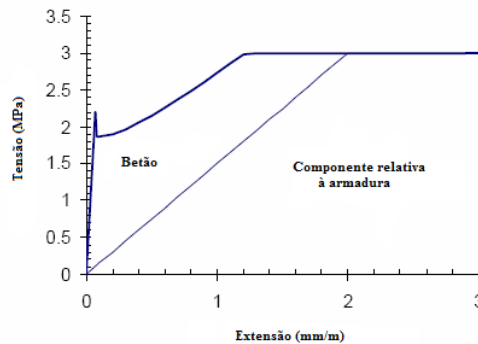


Fig.23 – Tensões totais com a verificação da fendilhação (Bentz, 2000)

A fig. 23 demonstrou implicitamente o método da “verificação da fendilhação” para uma dimensão. A equação que tem que ser satisfeita é simplesmente uma reorganização dos conceitos acima apresentados, em que (Bentz, 2000):

$$f_1 \leq (f_{sx-cr} - f_{sx}) \cdot \rho \quad (3.14.)$$

3.3.4.2. Abordagem geral para uma solicitação a 2 dimensões

Quando se considera uma peça de betão armado solicitada bi-axialmente, a “verificação da fendilhação” é um pouco mais complexa do que a equação acima demonstrada (Bentz, 2000).

Primeiro que tudo, uma verificação uni-axial tem que ser feita em cada direcção de armadura, parecida com a equação 3.14, a uma dimensão mas, também, tem que se incluir a possibilidade de existir corte na própria fenda (Bentz, 2000). É também assumido que a fenda não pode transmitir nenhuma tracção axial directa do betão ao longo desta bem como que o betão tenta sempre manter as tensões de tracção médias o mais altas possível com o seu valor máximo a igualar a equação de base constitutiva da rigidez à tracção (Bentz, 2000).

Considerando então o diagrama de corpo livre mostrado na fig. 24 de uma peça de betão armado solicitada bi – dimensionalmente em que na parte direita existe uma fenda e na parte esquerda existem tensões médias, sendo o corte da mesma peça realizado a um ângulo θ , que é o mesmo ângulo das fendas, extensões e tensões principais do betão usados na “Teoria do campo da compressão modificada” (Bentz, 2000). Na mesma figura, as forças na armadura são desenhadas apenas uma vez por simplicidade.

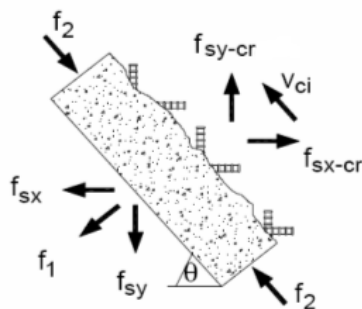


Fig.24 – Diagrama de corpo livre de apoio à verificação da fendilhação a 2D (Bentz, 2000)

Após análise da figura, pode-se constatar imediatamente que as tensões principais de compressão, f_2 , parecem ser irrelevantes para o caso pois estas equilibram-se uma à outra. As tensões mais importantes na fenda são as duas tensões presentes na armadura, f_{sy-cr} e f_{sx-cr} , bem como o potencial corte na fenda, v_{ci} . De notar que existem três tensões resultantes numa fenda e apenas duas equações de equilíbrio, $\sum F_x$ e $\sum F_y$, o que indica que há mais do que uma solução capaz de satisfazer o equilíbrio numa fenda.

A abordagem tradicional usada na “Teoria do campo da compressão modificada” é assumir que o mecanismo carga – resistência da armadura seja mais rígido do que o mecanismo de corte na fenda, para que o corte que ocorre na fendilhação tenha um efeito minimizado, mas, esta consideração, acaba por se tornar pouco importante comparativamente ao princípio de que o ângulo da extensão principal média é mantido localmente numa fenda (Bentz, 2000). De recordar, no entanto, que o ângulo das tensões principais, em contraste, geralmente irá rodar localmente numa fenda comparativamente à direcção média, devido ao comportamento não – linear da armadura (Bentz, 2000).

Este princípio de minimizar o corte na fenda possui a característica de usar toda a capacidade da armadura na direcção mais desfavorável antes que ocorra o corte na fenda mas, como este fenómeno acontece apenas localmente, não irá ter nenhum efeito no estado tensão – extensão, a não ser que seja requerido um abaixamento da tensão principal de tracção (Bentz, 2000).

Então, somando as forças nas direcções “x” e “y” na fig. 24, fica-se com uma série de equações que definem a “verificação da fendilhação” que irão garantir que a tensão existente numa fenda não está para além do valor da tensão de cedência da armadura nas direcções “x” e “y” e que a tensão de corte na fenda seja menor do que o limite de tensão baseado na abertura das mesmas (Bentz, 2000). A tensão de tracção média no betão já calculada, f_1 , pode ser usada com o resto das equações da “Teoria do campo da compressão modificada” (Bentz, 2000).

Tendo então todos estes aspectos em conta, o programa Response-2000 irá permitir, no fim de um ciclo de equações e condições, calcular os esforços na armadura em que estes já incluem a “verificação da fendilhação” pelas expressões seguintes (Bentz, 2000):

$$f_{sx-cr} = (f_1 + v_{ci} \cdot \cot \theta) / \rho_x + f_{sx} \quad (3.15.)$$

$$f_{sy-cr} = (f_1 - v_{ci} \cdot \tan \theta) / \rho_y + f_{sy} \quad (3.16.)$$

em que f_1 é o mínimo de todos os valores calculados para a tensão principal de tracção do betão (Bentz, 2000).

3.4. CÁLCULO DAS TENSÕES DE CORTE NO PROGRAMA RESPONSE-2000 USANDO O MÉTODO DA RIGIDEZ LONGITUDINAL

3.4.1. INTRODUÇÃO

Enquanto que a maioria dos programas de análise seccional não incluem os efeitos das tensões de corte que variam ao longo da profundidade da secção transversal, o programa Response-2000 colmatou esta particularidade ao incluir esses mesmos efeitos na sua análise, em que o objectivo é determinar a distribuição dessas mesmas tensões ao longo da secção transversal. Distribuição essa que será afectada pela largura da secção transversal da peça, pelas propriedades do betão e pela posição e quantidade de armadura colocada (Bentz, 2000).

A técnica a que se recorreu para se proceder a este tipo de cálculo foi baseada no equilíbrio das tensões longitudinais, da autoria de Jourawski em 1856 (Bentz, 2000).

O novo método apresentado no programa Response-2000 é uma extensão de métodos usados por programas antigos de análise seccional não linear que foram adaptados para aumentar a performance e a estabilidade computacional (Bentz, 2000). Este novo método é usado para calcular uma nova estimativa da forma das tensões de corte para um determinado tipo de carga, em que, relativamente ao programa Response-2000, este assume uma secção transversal inicial e depois usa esse método para obter o cálculo da secção transversal final, fazendo iterações até que as secções assumidas e calculadas estejam em conformidade (Bentz, 2000).

3.4.2. CÁLCULO TRADICIONAL DAS TENSÕES DE CORTE

Relativamente ao cálculo das tensões de corte, a título de exemplo, irá ser considerada a fig. 25, que consiste numa viga simplesmente apoiada, e também a fig. 26, que representa um diagrama de corpo livre de parte da viga da fig. 25 entre as secções “A” e “B”.

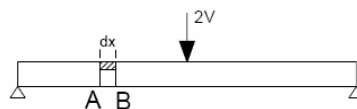


Fig.25 – Viga simplesmente apoiada (Bentz, 2000)

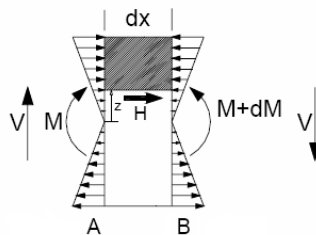


Fig.26 – Diagrama de corpo livre entre as secções A e B relativas à fig. 25 (Bentz, 2000)

A secção da viga da fig. 25 presente na fig. 26 tem um comprimento “ dx ” e está sujeita a um esforço de corte constante “ V ” e não possui esforço axial actuante. O valor do momento presente na secção “A” é dado como “ M ” e, devido a fenómenos relacionados com esforços de corte, o momento presente na secção “B” irá ter um valor maior, como demonstrado na equação 3.17 (Bentz, 2000):

$$M + dM = M + Vdx \quad (3.17.)$$

Como a viga está sujeita a momentos flectores positivos e assumindo que estes provocam uma extensão linear longitudinal, irá ser gerado um diagrama de tensões longitudinais com compressões na parte de cima da secção transversal e tracções na parte inferior da mesma.

Considerando agora a zona a sombreado da fig. 26, como um diagrama de corpo livre da parte de cima da viga, desde a distância “ z ”, a contar do eixo neutro, até ao topo. A secção está sujeita a uma força à esquerda proveniente do momento flector e a uma força maior à direita devido a um momento flector ligeiramente maior, o que irá implicar uma outra força para equilibrar a secção de corte na viga, indicada por “ H ” (Bentz, 2000). Devido ao equilíbrio, em termos de momentos, num ponto ter que ser igual a zero, as tensões de corte num plano horizontal têm que igualar as tensões de corte verticais (Bentz, 2000). Como tal, a força “ H ” dividida pela largura da viga e por “ dx ”, resulta numa tensão de corte vertical na viga à profundidade “ z ”, sendo que este é o procedimento que serve de base para construir a relação já conhecida de Jourawski para o cálculo das tensões tangenciais (Bentz, 2000), o que leva à dedução da equação 2.1 do presente trabalho. Um fundamento implícito desta teoria de que secções planas continuam planas após uma solicitação foi utilizado para o cálculo das tensões longitudinais (Bentz, 2000). Contudo, as extensões de corte associadas às tensões de corte calculadas irão deformar a secção, violando este princípio, mas esta deformação não irá afectar as tensões longitudinais para zonas submetidas a corte constante (Bentz, 2000).

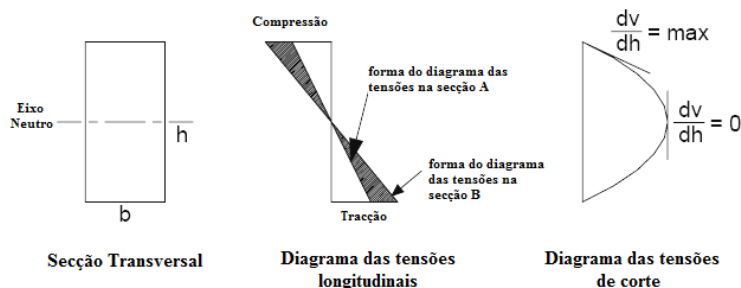


Fig.27 – Esforços internos da secção em análise relativa à fig. 25 (Bentz, 2000)

Relativamente à fig. 27, vai-se proceder a uma análise para melhor se perceber o que se está a passar. Esta mesma figura ilustra um caso simples de uma secção transversal rectangular sujeita a esforços de corte e encontra-se desenhado na mesma os diagramas correspondentes às tensões longitudinais e às tensões de corte. Relativamente ao diagrama das tensões longitudinais, este encontra-se desenhado para as secções “A” e “B” e é sobreposto com o objectivo de se fazerem comparações. Como a secção “A” tem um momento actuante menor, irá ter um diagrama de tensões longitudinais com valores inferiores ao da secção “B”, onde o momento actuante é maior, sendo que a região a sombreado representa esta diferença dos diagramas entre as duas secções. Diferença esta, que define o diagrama das tensões de corte (Bentz, 2000).

Ainda relativamente à fig. 27, também se encontra mostrada a distribuição das tensões de corte que, para o caso em análise, tem a forma de uma parábola. De notar que o declive desta parábola é nulo a meio da secção e máximo nos limites das partes superiores e inferiores da secção transversal, sendo que estes declives são directamente proporcionais à diferença das tensões longitudinais nas secções “A” e “B” (Bentz, 2000). Ou seja, a zona a sombreado no diagrama das tensões longitudinais desde metade da altura a qualquer outra profundidade é proporcional à derivada das tensões de corte ao longo dessa mesma profundidade (Bentz, 2000).

Para o caso ilustrado anteriormente, a diferença das tensões longitudinais entre as secções “A” e “B” é linear e, por isso, é que o diagrama das tensões de corte tem uma forma parabólica mas, para materiais com comportamento não linear, a diferença dos diagramas das tensões longitudinais não irá ser, necessariamente, linear (Bentz, 2000). A diferença das extensões entre as secções “A” e “B”, por outro lado, irá estar sempre linearmente distribuída ao longo da profundidade da secção quando o princípio de secções planas continuarem planas for assumido e, se esta mudança do diagrama das extensões longitudinais for conhecida conjuntamente com a rigidez longitudinal (i.e., a razão entre as tensões longitudinais e as extensões longitudinais) ao longo da altura da viga, o diagrama das tensões de corte pode ser então conhecido, ficando assim expostas as bases em que assentam o método da rigidez longitudinal (Bentz, 2000).

3.4.3. MÉTODO DA RIGIDEZ LONGITUDINAL

Este novo método funciona estabelecendo um limite para a distância “ dx ”, entre as secções A e B da fig. 25, limite, este, que tende para zero. Com a implantação deste novo método, os problemas numéricos desapareceram e o método, virtualmente, garante uma distribuição das tensões de corte para todos os casos, até para situações sem corte (Bentz, 2000).

O método da rigidez longitudinal continua a ser um método implementado numericamente e não requer o cálculo do comportamento das secções “A” e “B” da fig. 25 (Bentz, 2000). De recordar que o método anterior usava a diferença entre as tensões longitudinais de “A” e “B” e dividia essa mesma diferença pela distância entre estes dois pontos no processo de cálculo das tensões de corte, sendo este passo agora substituído pelo cálculo da derivada da tensão longitudinal em relação à extensão longitudinal em cada ponto ao longo da profundidade da secção transversal (Bentz, 2000).

O uso de derivadas apenas significa que é necessário conhecer valores para apenas uma região, relativamente às duas regiões que dantes era necessário conhecer e, como só existe uma secção, é garantido que as forças axiais e de corte correspondem entre si (Bentz, 2000). Um outro aspecto é que existe apenas uma profundidade de fendilhação a considerar (Bentz, 2000).

A implementação deste método permitiu que o programa Response-2000 corresse 5 a 15 vezes mais rápido do que os seus antecessores (Bentz, 2000).

3.5. MODO DE FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA RESPONSE-2000

3.5.1. INTRODUÇÃO

O programa Response-2000 é baseado em séries de nós bi – axiais integrados ao longo de uma linha que percorre a secção transversal (Bentz, 2000). O estado global das extensões é determinado através da extensão longitudinal no centro de gravidade da secção bruta de betão, ε_{x0} , da curvatura, ϕ , e da média das extensões de corte, γ_{xy0} (Bentz, 2000). Como os diagramas das tensões e das extensões por corte variam ao longo da profundidade da secção transversal, é usado um diagrama numérico que modifica a extensão média, γ_{xy0} , para produzir a forma desejada das extensões devido ao corte ao longo da profundidade da secção transversal que tem um valor médio igual a 1,0 e assume o valor zero nos limites das partes superiores e inferiores da secção transversal (Bentz, 2000). Para betão que ainda não se encontra fendilhado em secções rectangulares, o diagrama tem a forma de uma parábola com um valor máximo de 1,5 (Bentz, 2000).

Cada nó bi – axial no programa Response-2000 é definido pela extensão longitudinal, ε_x , a partir de ε_{x0} , ϕ e da profundidade da secção, e pela extensão devido ao corte, a partir de γ_{xy0} e do diagrama das extensões de corte (Bentz, 2000). A terceira extensão necessária para o estado bi – axial tensão – extensão, a extensão transversal, tem que ser calculada por equilíbrio baseando-se no princípio de que não existem tensões transversais devido a, por exemplo, as cargas estarem localizadas muito próximo de um apoio (Bentz, 2000).

O funcionamento do programa Response-2000 consiste em 4 ciclos. O ciclo mais interior calcula a extensão transversal necessária para se assegurar que não existem tensões transversais excedentes nos nós com base no modelo seccional (Bentz, 2000). O ciclo exterior ao acabado de mencionar, que se dá pelo nome de “ciclo da determinação das forças”, calcula as forças seccionais (N, M, V) numa secção transversal para um estado global de extensões, sendo este um processo iterativo em que a secção transversal é dividida numa árvore de binário para ser assegurado que os níveis de tensão são bem interpolados ao longo da altura da viga (Bentz, 2000). O ciclo exterior ao “ciclo da determinação das forças” calcula o estado da extensão global necessário para se atingir os níveis de carga pretendidos (N, M, V) e o ciclo mais exterior de todos faz iterações no diagrama das extensões por corte até que o diagrama assumido coincida com o diagrama calculado proveniente do método da rigidez longitudinal (Bentz, 2000).

3.5.2. PROCESSO DE ANÁLISE DO PROGRAMA RESPONSE-2000

3.5.2.1. Introdução

Cada análise realizada pelo programa Response-2000 tem que começar com uma estimativa do diagrama das extensões devido ao corte (Bentz, 2000). Inicialmente, o diagrama linear elástico proveniente da equação 2.1 é apropriado e, para estádios de carga mais tardios, o diagrama do estado de carga anterior é então usado (Bentz, 2000). Cada análise tem também que começar com uma estimativa do estado global de extensões, ou seja, valores iniciais para ε_{x0} , ϕ e γ_{xy0} . Normalmente, no início da análise, estes valores são assumidos como sendo iguais a zero mas, contudo, se existirem fenómenos de retracção ou descontinuidade de extensões, os valores correspondentes a estes fenómenos são admitidos encaixarem-se linearmente nos diagramas do estado global de extensão (Bentz, 2000). Para estádios de carga que mais tarde possam ocorrer, o estado das extensões do nível de carga anterior pode ser usado para estimar novos estados de extensões globais (Bentz, 2000).

3.5.2.2. Equações de efeitos ao longo do tempo

O programa Response-2000 inclui uma rotina que permite considerações automáticas dos efeitos de retracção, fluência e relaxação (Bentz, 2000). Estes procedimentos são baseados na AASHTO 94 (American Association of State Highway and Transportation Officials) e são semelhantes aos métodos propostos por Collins e Mitchell (Bentz, 2000).

A razão que levou estes métodos a serem incluídos foi que o método usualmente sugerido para lidar com a fluência (que aumentava as extensões no pico de tensão nos ensaios de cilindros de betão) poderia causar problemas em análises referentes ao fenómeno do corte (Bentz, 2000). Sendo assim, usando o método implantado no programa Response-2000 estes inconvenientes irão ser evitados e, relativamente à retracção (Bentz, 2000):

$$retracção = -0,00051 \cdot k_s \cdot k_h \cdot (t/(t+35)) \quad (3.18.)$$

$$k_s = \frac{\frac{t}{26 \cdot e^{14,2 \cdot VOS} + t} \cdot (1064 - 3700 \cdot VOS)}{\frac{t}{t+45} \cdot 923} \quad (3.19.)$$

Onde t é o tempo, em dias, que o betão está exposto à secagem; k_h é um factor relacionado com a humidade em que o Response-2000 assume este como sendo igual a 1; k_s é um factor de geometria e VOS é a relação de volume relativamente à área de superfície.

Relativamente à fluência (Bentz, 2000):

$$\phi = k_c \cdot k_f \cdot 0,80 \cdot \frac{(t-7)^{0,6}}{10 + (t-7)^{0,6}} \quad (3.20.)$$

$$k_f = \frac{62}{42 + f'_c} \quad (3.21.)$$

$$k_c = 3,5 \cdot \frac{\frac{t}{26 \cdot e^{14,2 \cdot VOS} + t} \cdot (1,80 - 1,77 \cdot e^{-21,3 \cdot VOS})}{\frac{t}{t+45} \cdot 2,587} \quad (3.22.)$$

E o factor de relaxação dos cabos é dado pela seguinte equação:

$$R - fact = 1 - \log(24 \cdot t) / 40 \cdot (f_{pi} / f_{py} - 0,55) \quad (3.23.)$$

Uma simples análise de carga é levada a cabo pelo Response-2000, primeiro ignorando todos estes parâmetros e com uma carga igual ao valor do momento a longo prazo que o utilizador inseriu e, enquanto que o corte é ignorado com o objectivo de aumentar a velocidade de cálculo, a carga axial é considerada, levando esta análise a um diagrama de extensões longitudinais a curto prazo (Bentz, 2000).

Uma nova análise é então realizada com o fenómeno de retracção incluído, os cabos de pré-esforço relaxados e com o betão a ter uma extensão no pico de tensão modificada pelo factor de fluência, o que irá resultar num segundo diagrama de extensões longitudinais que corresponde ao comportamento a longo prazo da viga com o momento mantido constante (Bentz, 2000).

A diferença entre estes dois diagramas de extensões é calculada e adicionada ao diagrama, já definido pelo utilizador, da retracção, o que irá, implicitamente, incluir os fenómenos de fluência e retracção nos cálculos sendo apenas ignorado o aumento na resistência do betão que a hidratação a longo prazo irá provocar, pois é um fenómeno muito dependente da mistura de várias propriedades individuais (Bentz, 2000). Uma análise feita após este procedimento irá então fornecer valores quase instantâneos mas que, no fundo, englobam os efeitos a longo prazo (Bentz, 2000).

3.5.2.3. Espaçamento automático das fendas

É sugerido que os espaçamentos das fendas no programa Response-2000 sejam automaticamente calculados, sendo também possível seleccionar valores específicos para os mesmos, mas estes irão conduzir a erros e, potencialmente, ignorar efeitos importantes na resposta ao corte do betão, tal como a influência do tamanho da peça (Bentz, 2000).

O espaçamento das fendas é então baseado na seguinte relação proposta pelo CEB (Bentz, 2000):

$$espaçamento = 2 \cdot c + 0,1 \cdot d_b / \rho \quad (3.24.)$$

Onde c é a distância, na diagonal, até à próxima armadura existente na secção; d_b é o diâmetro do varão mais próximo e ρ , a percentagem de armadura.

O programa Response-2000 calcula o espaçamento das fendas ao longo da profundidade da secção e, como tal, este irá ser variável (Bentz, 2000). Se uma secção estiver sujeita a esforços de flexão, o valor do espaçamento das fendas não é permitido que exceda a profundidade da mesma e para casos sem armadura, o espaçamento das fendas é admitido como sendo 5 vezes a profundidade da secção (Bentz, 2000).

3.5.2.4. Análise da resposta de peças de betão armado

O programa Response-2000 pode calcular uma curva carga – deformação para uma viga prismática sujeita a cargas distribuídas ou pontuais (Bentz, 2000). Como se trata de um programa de análise seccional, necessita de calcular o estado tensão – extensão para uma série de secções transversais individuais de forma a permitir esse mesmo cálculo e, com o objectivo de ser o mais geral possível, calcula o diagrama da interacção total momento flector – corte para conseguir calcular deformações de vigas (Bentz, 2000).

O programa Response-2000 divide então a viga a ser analisada em 20 fatias pequenas (Bentz, 2000). Para cada fatia, a carga axial, momento flector e força de corte são determinados a partir das cargas aplicadas sendo que a curvatura e a extensão por corte associadas a este nível de carga são então interpoladas a partir do diagrama de interacção sendo este procedimento realizado com o método das áreas e momentos para calcular a relação carga – deformação para a fatia de viga (Bentz, 2000).

A fig. 28 mostrada a seguir mostra o diagrama de interacção momento flector – corte para uma viga sem reforço de estribos em que o eixo horizontal representa os momentos flectores e o eixo vertical representa a carga de corte:

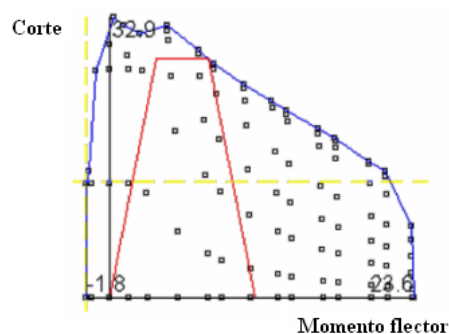


Fig.28 – Diagrama de interacção momento flector – corte (Bentz, 2000)

Ainda relativamente à fig. 28, a linha de fora que liga todos os pontos (marcada a azul) representa o limite de combinações possíveis para a análise que está a ser realizada e qualquer combinação de carga que toque nesta linha irá resultar numa falha da secção transversal (Bentz, 2000). Se a linha a vermelho tocar na linha azul do lado direito, a rotura será devido a momentos positivos e, pela mesma analogia, se for à esquerda, a rotura será devido a momentos negativos e se esta linha tocar na parte de cima da curva a azul, representará uma rotura devido a esforços de corte (como representado na fig. 28) (Bentz, 2000).

No entanto, surge uma dificuldade quando se usa este método com o fenómeno do corte. É sabido que devido ao facto de as fendas diagonais requererem projecção horizontal, para além de outras razões, não é apropriado fazer uma análise completa do corte e dos momentos flectores directamente em baixo do ponto de carga ou junto aos apoios (Bentz, 2000). Contudo, geralmente é assumido que é apropriado fazer análises a corte puro a uma distância d ou d_v para além dos apoios ou pontos de carga (Bentz, 2000).

Para modelar este aspecto foram definidas regras na figura seguinte, a fig. 29, para se definir que partes da carga seccional são “úteis” para a análise da deformação (Bentz, 2000):

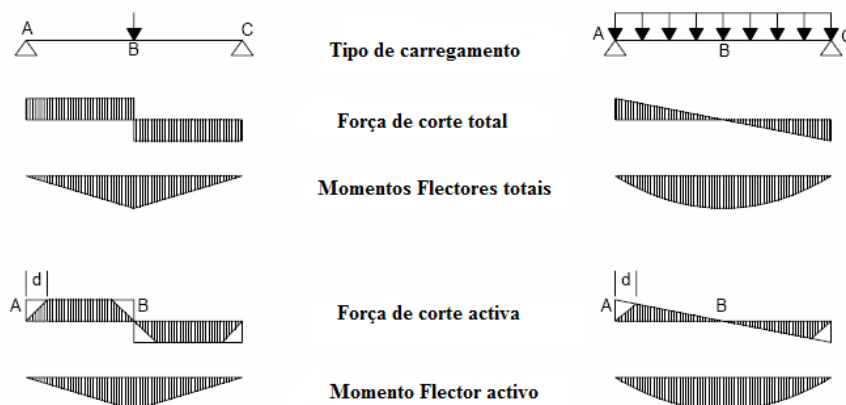


Fig.29 – Zonas de corte activas para o cálculo da deformada (Bentz, 2000)

É então proposto que, dentro de uma distância d a partir de um ponto de carga ou de um apoio, existem outros mecanismos que indicam que toda a carga não está a ser resistida de um modo seccional e, baseando-se neste princípio, o diagrama da força de corte “útil” foi então “cortado” numa distância d como mostrado na fig. 29 (Bentz, 2000).

Ainda relativamente à fig. 29, o programa Response-2000 faz a análise para metade do comprimento da viga (de A até B) e para ambos os modos de carga, uniforme e concentrada, os diagramas de esforço transversal são “cortados” até a uma distância d desde o início e fim do comprimento do vão (Bentz, 2000). Em zonas onde este “corte” do diagrama dá problemas, ou seja, em vigas cujo seu comprimento seja inferior a $2d$, o programa Response-2000 fornece resistências majoradas (Bentz, 2000).

3.5.2.5. Partes do início e fim dos pilares

Relativamente à análise de pilares, existe uma opção adicional que é a penetração, devido à cedência, no bloco que se encontra solicitado na parte de cima de um pilar, sendo que, este fenómeno pode aumentar a deformação medida num pilar e pode ser importante em casos, tais como, a avaliação da performance sísmica através de uma análise “push-over” (Bentz, 2000).

Para tratar este aspecto, o programa Response-2000 permite a selecção de uma ponta de um pilar afim de ser analisada com cálculos adicionais, isto é, impondo uma curvatura adicional no comprimento perto da zona do fim de uma viga ou pilar, em que o comprimento deste elemento, $D\phi$, é calculado de acordo com a equação 3.25 (Bentz, 2000):

$$D\phi = 0,022 \cdot \sigma_m \cdot d_b \quad (3.25.)$$

Onde o valor 0,022 é ajustável pelo utilizador; σ_m é a tensão máxima da armadura na secção transversal; e d_b é o diâmetro do varão associado a esse caso de tensão máxima da armadura (Bentz, 2000).

E a curvatura adicional é calculada então pela equação 3.26 (Bentz, 2000):

$$\phi = \varepsilon / dist \quad (3.26.)$$

Onde ε é a extensão do varão mais solicitado e $dist$ é a distância desde o varão que se encontra com maior tensão até à face comprimida do pilar (Bentz, 2000).

3.5.3. ALGUMAS CONDICIONANTES E ERROS FORNECIDOS PELO PROGRAMA RESPONSE-2000

Relativamente ao estudo de fenómenos de flexão em secções de vigas sem armadura de esforço transversal, existem algumas restrições implícitas no método que o programa utiliza para realizar a análise em que seguidamente se encontram essas restrições (Bentz, 2000):

- A compressão no betão é totalmente ignorada na análise;
- Se não existir armadura a “atravessar” a zona fendilhada, o equilíbrio requer que não hajam tensões médias no betão, contudo, foi provado que este facto iria afectar a convergência na abertura da primeira fenda, ou seja, se não houver armadura a “coser” a fenda, a tensão no betão não é reduzida. Isto é feito por estabilidade computacional mas viola flagrantemente o equilíbrio, sendo que o programa Response-2000 não é apropriado para o cálculo do comportamento à flexão de peças de betão planas;
- É possível que numa tentativa de colocar em cedência a armadura superior numa zona fendilhada por flexão, a armadura inferior possa atingir a rotura antes que a armadura superior entre em cedência, o que significa que o momento resistente do betão à tracção calculado não pode ser atingido, ou seja, existe uma dificuldade em calcular tensões em zonas que já se encontram fendilhadas e que tem, geralmente, um efeito reduzido em secções transversais usadas na prática;
- Relativamente a peças de betão sem armadura, respostas muito fracas são obtidas;
- O comportamento ao corte com momentos flectores elevados não está optimizado. Quando se efectua uma análise que é condicionada pela verificação da fendilhação longitudinal, este tipo de análise normalmente pára prematuramente. A carga de rotura é bem determinada, mas a ductilidade é estimada inferiormente;
- Relativamente aos diagramas de interacção “M-V” e “N-V”, nalgumas situações, uma estimativa por defeito da resistência ao corte acontece e aparecem “picos” nos diagramas de interacção. Este aspecto normalmente não ocorre para análises no modo “Full Sectional Response”; Primeira linha da lista;
- Para materiais que apresentem um comportamento elástico linear quando ocorre a rotura, o programa Response-2000 irá fornecer resultados muito conservativos. O problema é que o programa assume que a extensão numa fenda tem que ser capaz de ser o dobro da extensão média dada pela “verificação da fendilhação”. Para ter este fenómeno em conta, é aconselhado ao utilizador que aumente a extensão do material aquando a rotura para o dobro desse valor obtido para a tensão máxima.

Aspectos que o programa Response 2000 ainda não aborda na sua análise:

- Fenómenos de confinamento;
- Rotação da secção transversal para o caso de momentos flectores bi – axiais;
- Secções transversais ocas;
- Comportamento cíclico dos materiais.

3.6. EXEMPLO PRÁTICO DE COMPARAÇÃO

3.6.1. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

Foi admitido, a título de exemplo, como indicado na fig. 30, uma viga simplesmente apoiada com 4 metros de vão em que a sua secção transversal não se encontra ainda definida. Relativamente às armaduras foi escolhida uma armadura de aço da classe S500 e, relativamente ao betão, um betão da classe C30/37.

Quanto às solicitações, foi escolhida uma sobrecarga (Q_k) de 25 KN/m e, relativamente às cargas permanentes (G_k), foi escolhido o valor de 41 KN/m em que já se encontra incluído o peso próprio do betão armado.

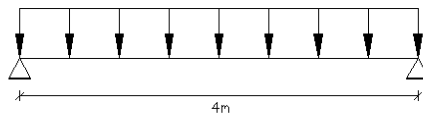


Fig.30 – Esquema da viga simplesmente apoiada considerada

3.6.2. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA – DIMENSIONAMENTO DA SECÇÃO TRANSVERSAL

Arbitrando $d = 0,9 \cdot h$

Peso Próprio do betão armado = 25 KN/m³; $G_k = 41$ KN/m; $Q_k = 25$ KN/m

Adoptando $\mu = 0,25$ e $b = 0,4 \cdot d$, combinação de acções para estado limite último:

$$1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k = 1,35 \cdot 41 + 1,5 \cdot 25 = 92,85 \text{ KN/m};$$

Cálculo do momento flector máximo a meio vão:

$$M_{\text{máx}}(\text{meio vão}) = \frac{p \cdot l^2}{8} = \frac{92,85 \cdot 4^2}{8} = 185,7 \text{ KN/m}$$

E, pela fórmula do momento reduzido com base na análise seccional:

$$\mu = \frac{M_{rd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \text{ em que } 0,25 = \frac{185,7}{0,4 \cdot d^3 \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{1,5}} \Rightarrow d = 0,45 \text{ m, ou seja, } b = 0,20 \text{ m e } h = 0,50 \text{ m}$$

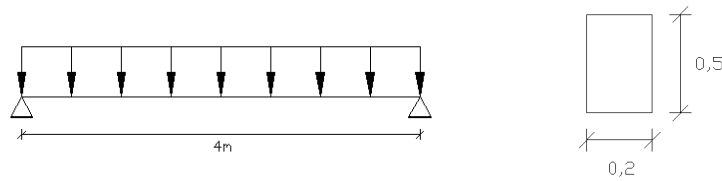


Fig.31 – Esquema da viga simplesmente apoiada considerada com a secção transversal dimensionada

3.6.3. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA – DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL

Como, já calculado anteriormente, é já conhecido o valor do momento flector máximo a meio vão, e que também se encontra ilustrada a sua forma na fig. 32, bem como as dimensões da secção transversal, e pela fórmula do momento reduzido com base na análise seccional,

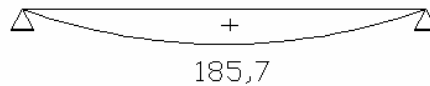


Fig.32 – Forma do diagrama de momentos flectores actuantes na viga simplesmente apoiada

$$\mu = \frac{M_{rd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{185,7}{0,20 \cdot 0,45^2 \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{1,5}} = 0,229 \text{ em que com base nas tabelas técnicas actualizadas}$$

pelas propostas do Eurocódigo 2, obtém-se os seguintes valores: $\alpha = 0,329$ e $\omega = 0,266$.

Recorrendo à fórmula da percentagem mecânica de armadura,

$$\omega = \frac{A_s}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{syd}}{f_{cd}} \Leftrightarrow 0,266 = \frac{A_s}{0,20 \cdot 0,45} \cdot \frac{\frac{500 \cdot 10^3}{1,5}}{\frac{30 \cdot 10^3}{1,5}} \Leftrightarrow A_s = 0,0011 \text{ m}^2, \text{ o que equivale a } 3 \phi 25 \text{ que}$$

perfazem uma área de $14,73 \text{ cm}^2$

Agora vai-se proceder a uma verificação com o objectivo de comprovar se o valor de área de armadura acima obtido é superior à área de armadura mínima exigida em vigas:

$$A_{s,min} = 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{syk}} \cdot b_t \cdot d \quad \text{e maior do que} \quad 0,0013 \cdot b_t \cdot d$$

$$\text{Ou seja, } 0,26 \cdot \frac{2,9}{500} \cdot 0,20 \cdot 0,45 = 3,257 \text{ cm}^2 \quad ; \quad 0,0013 \cdot 0,20 \cdot 0,45 = 2,808 \text{ cm}^2$$

O que corresponde às exigências estipuladas no Eurocódigo 2. Na parte superior da viga, irá adoptar-se varões construtivos equivalentes a $2 \phi 12$:

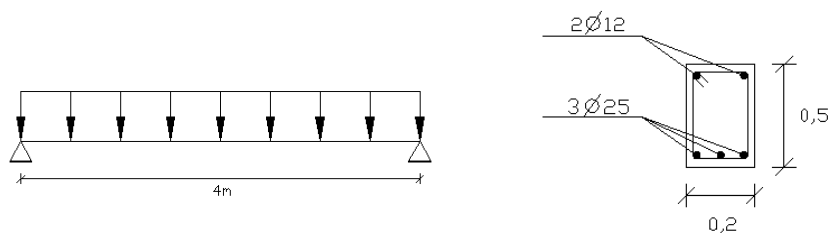


Fig.33 – Esquema da viga simplesmente apoiada considerada agora com a armadura longitudinal dimensionada

Como este exemplo serve apenas de comparação com o programa Response-2000, não se irá proceder ao cálculo de dispensas pois o programa apenas trabalha com fatias de secções transversais individualmente.

3.6.4. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA – DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL

A partir do equilíbrio das cargas verticais, foram calculadas as reacções nos apoios que então geraram a forma do diagrama de esforço transverso presente na fig. 34:

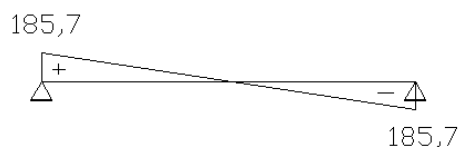


Fig.34 – Forma do diagrama de esforço transverso actuante na viga simplesmente apoiada

Seguindo a normalização correspondente ao Eurocódigo 2, no que respeita ao tratamento do esforço transverso, irá ser feita primeiramente uma verificação afim de se comprovar se o betão resiste por si próprio ao esforço transverso actuante:

$$V_{rd,c} = \left(C_{rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d$$

Em que $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{450}} = 1,666$; $\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d}$ e, como (teoricamente) se iria fazer dispensa de armadura de 3 varões para 2 varões (afim de se garantir o mínimo de 25% de armadura

nos apoios), $\rho_l = \frac{9,82 \cdot 10^{-4}}{0,20 \cdot 0,45} = 0,0109$ e $C_{rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$; como se trata de um caso de flexão simples, $\sigma_{cp} = 0$. Vem então que:

$$V_{rd,c} = \left(\frac{0,18}{1,5} \cdot 1,666 \cdot (100 \cdot 0,0109 \cdot 30)^{1/3} \right) \cdot 500 \cdot 200 = 63,953 \text{ KN, o que é um valor mais baixo do}$$

que o do esforço transversal actuante, ou seja, é necessária armadura de esforço transversal para além da mínima. O próximo passo será então o dimensionamento de armadura para resistir ao esforço transversal e, como estipulado no Eurocódigo 2, vai-se verificar primeiramente se existe o esmagamento das escoras de betão para uma $\cot \theta$ estipulada, (neste caso vai-se adoptar o valor de 2) através do cálculo de $V_{rd,max}$:

$$V_{rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{1 \cdot 0,2 \cdot 0,9 \cdot 0,45 \cdot 0,6 \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{1,5}}{2 + \frac{1}{2}} = 388,8 \text{ KN, que é um valor}$$

superior ao valor do esforço transversal actuante para o estado limite último, ou seja, a adopção de $\cot \theta = 2$ é uma boa solução para este caso. Então, procedendo-se ao dimensionamento de armadura de esforço transversal pela expressão de $V_{rd,s}$:

$$V_{rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \Leftrightarrow 185,7 = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot 0,45 \cdot \frac{500 \cdot 10^3}{1,15} \cdot 2 \Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = 5,2729 \cdot 10^{-4}$$

E, adoptando $A_{sw} = \phi 8$ (2 ramos),

$$185,7 = \frac{1,01 \cdot 10^{-4}}{s} \cdot 0,9 \cdot 0,45 \cdot \frac{500 \cdot 10^3}{1,15} \cdot 2 \Rightarrow s = 0,19154 \text{ m} \approx 0,18 \text{ m} , \text{ o que resultará numa armadura para o esforço transversal máximo de } \phi 8 // 0,18 \text{ (2 ramos).}$$

Procedendo-se agora à verificação da armadura mínima requerida pelo Eurocódigo 2 para o esforço transversal,

$$\rho_w \geq \rho_{w,min} \text{ e } \rho_{w,min} = \frac{0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{syk}} = \frac{0,08 \cdot \sqrt{30}}{500} = 8,76 \cdot 10^{-4} = 0,087\%$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin \alpha} = \frac{1,01 \cdot 10^{-4}}{0,18 \cdot 0,20 \cdot \sin(90)} = 0,00281 = 0,28\% , \text{ o que verifica a condição atrás estipulada.}$$

A secção transversal da viga fica então assim completamente definida como representado na fig. 35, cujo recobrimento das armaduras resulta em aproximadamente 3 cm:

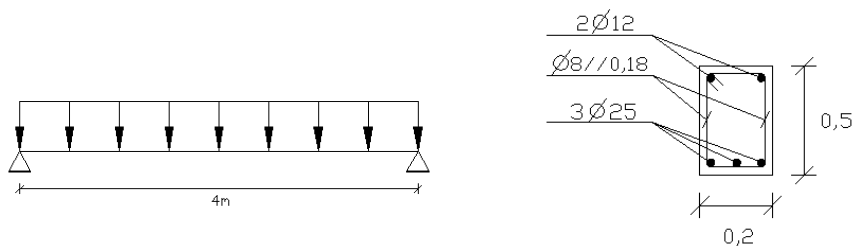


Fig.35 – Secção transversal completamente definida da viga em estudo

3.6.5. CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS EFECTIVAS DAS ARMADURAS TRANSVERSAIS E LONGITUDINAIS

Agora, com o objectivo de determinar os valores das resistências efectivas das armaduras calculadas, irá proceder-se ao cálculo dos momentos flectores resistentes, bem como do esforço transversal resistente. Relativamente à armadura longitudinal:

$$\text{Como } \omega = \frac{A_s}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{syd}}{f_{cd}}, \quad \omega = \frac{14,73 \cdot 10^{-4}}{0,20 \cdot 0,45} \cdot \frac{\frac{500 \cdot 10^3}{1,5}}{\frac{30 \cdot 10^3}{1,5}} \Leftrightarrow \omega = 0,355, \text{ o que perfaz um } \mu \text{ de valor}$$

igual a 0,290 como retirado das tabelas técnicas feitas com base no Eurocódigo 2. Sendo assim,

$$0,290 = \frac{M_{rd}}{0,20 \cdot 0,45^2 \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{1,5}} \Rightarrow M_{rd} = 234,9 \text{ KN.m}$$

Relativamente à armadura transversal:

$$V_{rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \Leftrightarrow V_{rd,s} = \frac{1,01 \cdot 10^{-4}}{0,18} \cdot 0,9 \cdot 0,45 \cdot \frac{500 \cdot 10^3}{1,15} \cdot 2 \Leftrightarrow V_{rd,s} = 197,61 \text{ KN}$$

3.6.6. COMPARAÇÃO DOS VALORES OBTIDOS PELO CÁLCULO ELÁSTICO COM O PROGRAMA RESPONSE-2000

Foi inserida no programa Response-2000 uma secção transversal igual àquela presente na fig. 35 com o objectivo de se compararem os valores resistentes dados pelo programa de análise seccional não linear com as resistências provenientes do dimensionamento estipulado nos regulamentos, nomeadamente no Eurocódigo 2 e nas tabelas técnicas, que são baseadas no cálculo elástico.

Sendo assim a seguinte tabela, a tabela 1, resume os esforços resistentes quer relativamente aos momentos flectores quer relativamente ao esforço transversal:

Tabela 1 – Comparação dos esforços resistentes do cálculo seccional elástico com o cálculo seccional não linear

	Análise elástica	Análise não linear
Esforço transversal resistente (KN)	197,6	216,4
Momentos flectores resistentes (KN.m)	234,9	293,7

E, como poderemos observar, perante uma análise seccional não linear realizada com os esforços (transverso e momento flector) separadamente, existem ganhos de resistência, nomeadamente ao nível dos momentos flectores, para além daqueles que são obtidos através do cálculo elástico.

Para se ter uma noção da quantificação deste ganho, é apresentada, na tabela 2, percentagens relativas a esses mesmos ganhos de resistência relativamente aos valores obtidos pela análise elástica:

Tabela 2 – Ganhos percentuais de resistência relativamente aos valores obtidos através da análise elástica

Ganho percentual resistência	
Esforço transversal resistente	9,5 %
Momentos flectores resistentes	25,0%

E, em jeito de conclusão, podemos verificar que o ganho percentual em termos de resistência dos momentos flectores é substancialmente maior do que o ganho relativamente ao esforço transversal, embora não se possa generalizar este facto pois os parâmetros de resistência relativamente ao esforço transversal têm muito mais variabilidade do que aqueles relativos ao momento flector, (inclusivé na própria viga em questão quando na realidade ela for sujeita a ambos os esforços, o seu comportamento resistente ao corte altera-se conforme são formadas as fendas diagonais, como já explicado no capítulo 2) podendo-se para o mesmo caso obter valores resistentes diferentes daqueles obtidos no presente exemplo.

4

FIABILIDADE ESTRUTURAL

4.1. INTRODUÇÃO

O primeiro artigo onde era abordado o conceito de probabilidade associado ao estudo da segurança estrutural foi devido a Max Mayer (1926), mas só na década de quarenta o problema voltou a ser mais intensamente discutido, embora mais em termos qualitativos (Henriques, 1998). O desenvolvimento inicial da teoria da fiabilidade remonta a 1940, no campo da electrónica e da engenharia aeroespacial, com fins militares (Henriques, 1998). O objectivo fundamental era a implementação de métodos de análise para estimar a vida útil e garantir um nível de segurança adequado para os sistemas mecânicos e electrónicos empregues, através da utilização de modelos probabilísticos (Thoft-Christensen, 1982).

Os problemas de análise estrutural têm uma natureza diferente dos problemas característicos da electrónica. Além disso, a informação básica para a aplicação das técnicas de fiabilidade é de obtenção muito mais difícil (a realização de experiências com um grande número de repetições, para definir probabilidades de rotura, apresenta custos incomparavelmente mais baixos em circuitos electrónicos) (Henriques, 1998). Estas dificuldades não impediram que em 1947 Freudenthal (1947), e mais tarde em 1956 com uma segunda publicação (Freudenthal, 1956), apresentasse os conceitos essenciais em que se baseia a teoria da fiabilidade estrutural.

A partir da segunda metade da década de sessenta este assunto passou a ser tratado de um modo mais consistente através de publicações devidas a Basler (1961), Bolotin (1965), Freudenthal (1966) e Ferry-Borges (1968) (Henriques, 1998).

4.2. MÉTODO DE MONTE CARLO

4.2.1. PRINCÍPIOS DE SIMULAÇÃO

A teoria de fiabilidade clássica consiste na aplicação de técnicas numéricas de avaliação da probabilidade de rotura, partindo da hipótese que a resposta estrutural tem uma distribuição normal (definida no espaço das variáveis normais reduzidas obtidas por transformação das variáveis básicas) na vizinhança do ponto de dimensionamento (Henriques, 1998). Esta hipótese permite utilizar a solução (que é conhecida) de integração de leis normais reduzindo o problema à determinação da posição do ponto de dimensionamento (Henriques, 1998).

A utilização das técnicas de simulação permite obter estimativas através de procedimentos que permitem considerar de forma aproximada o comportamento irregular da resposta estrutural (Henriques, 1998). As técnicas de simulação usualmente utilizadas são baseadas no método de Monte Carlo. De uma forma genérica, o método de Monte Carlo consiste na simulação das variáveis

aleatórias básicas, $X^{(i)} = (X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, \dots, X_n^{(i)})$, tendo em conta as respectivas distribuições; na avaliação das respostas estruturais, $Y^{(i)}$, associadas a cada grupo de variáveis básicas simuladas; e, no tratamento dessas respostas como uma amostra da distribuição de Y (Henriques, 1998).

A simulação das variáveis básicas é feita através da geração sucessiva de números com distribuições idênticas às respectivas variáveis (Henriques, 1998). Neste processo utiliza-se um gerador de números aleatórios como uma roleta de um casino (daí o nome Monte Carlo) (Henriques, 1998). Em termos computacionais, a roleta mecânica é substituída por um algoritmo programado que permite gerar uma sequência de números pseudo-aleatórios com distribuição uniforme no intervalo $]0,1[$.

Teoricamente, se o gerador de números (pseudo-)aleatórios garantir as propriedades de independência e de uniformidade, o método de Monte Carlo fornece resultados exactos quando o número de simulações, n , tende para o infinito tal como mostrado na equação 4.1:

$$p_f = P[g(x) \leq 0] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{K[g(X) \leq 0]}{n} \quad (4.1.)$$

onde $K[g(X) \leq 0]$ é o número de experiências em que foi atingido ou ultrapassado o estado limite. Outra alternativa para obter a probabilidade de rotura é a determinação dos momentos estatísticos e o ajuste de uma função de probabilidade teórica que permita posteriormente a sua avaliação (Henriques, 1998).

As técnicas de simulação de Monte Carlo permitem o cálculo numérico de integrais com resolução analítica impraticável com os meios correntes (Henriques, 1998). Na literatura especializada, os resultados obtidos pelo método de Monte Carlo são apresentados como a base de comparação e de verificação do rigor obtido com outros métodos de avaliação da fiabilidade estrutural (Henriques, 1998).

O método de Monte Carlo é de aplicação geral, qualquer que seja o tipo de distribuição das variáveis aleatórias e da forma da superfície de rotura. Somente algumas das técnicas de redução da variância são aplicáveis a variáveis aleatórias e a superfícies limites contínuas (Henriques, 1998).

O erro associado a este tipo de técnicas é perfeitamente controlado através do número de simulações. Verifica-se que para uma amostra com tamanho a tender para o infinito ($n \rightarrow \infty$), a estimativa da probabilidade de rotura converge para o resultado exacto (Henriques, 1998).

O número de simulações (e, por consequência, o número de experiências) a realizar depende, essencialmente, da ordem de grandeza da probabilidade de rotura, p_f , e do problema estrutural, ou seja, da função que descreve o estado limite, $g(X)$. Esse número aumenta drasticamente para probabilidades muito pequenas, sendo este o principal (e praticamente único) inconveniente do método de Monte Carlo. A irregularidade da função limite, $g(X)$, é outro dos factores que conduzem ao aumento do número de simulações (Henriques, 1998).

Uma crítica generalizada ao método de Monte Carlo é o tempo de computação elevado que é exigido. Genericamente, o tempo de computação cresce aproximadamente de forma linear com $1/p_f$, sendo que o número total de simulações é da ordem de $1/p_f$ a $10/p_f$. No entanto a aplicação de técnicas de redução da variância adequadas pode tornar este método muito mais eficiente (Henriques, 1998).

O método de Monte Carlo não apresenta nenhum tipo de restrições, sendo as únicas restrições relativas às técnicas de redução da variância que exigem informações prévias sobre a região de rotura.

4.2.2. TÉCNICAS DE REDUÇÃO DA VARIÂNCIA

4.2.2.1. Breve introdução

Como se viu anteriormente, o método de Monte Carlo é de aplicação extremamente simples, mas exige um grande esforço computacional (muitas simulações) para obter resultados com rigor. A consideração de informações sobre o problema na aplicação deste tipo de método permite melhorar de forma significativa a sua eficiência (Henriques, 1998).

As técnicas de redução da variância podem ser consideradas como uma forma de utilizar informação prévia sobre o problema, para obter resultados adequados com um número reduzido de simulações. De facto, as técnicas de redução da variância só podem ser aplicadas se houver alguma informação à partida (Henriques, 1998).

4.2.2.2. Amostragem estratificada

Uma estratificação adequada pode conduzir a uma redução significativa da variância e, por isso, a uma redução do número de simulações de Monte Carlo (Henriques, 1998).

Uma das técnicas mais correntes de amostragem estratificada em problemas estruturais é a amostragem pelo hipercubo latino (McKay, 1979; Florian, 1991). De acordo com este tipo de técnicas, o domínio associado a cada variável aleatória, X_i , é dividido em m intervalos disjuntos com igual probabilidade, tal como mostrado na fig. 36:

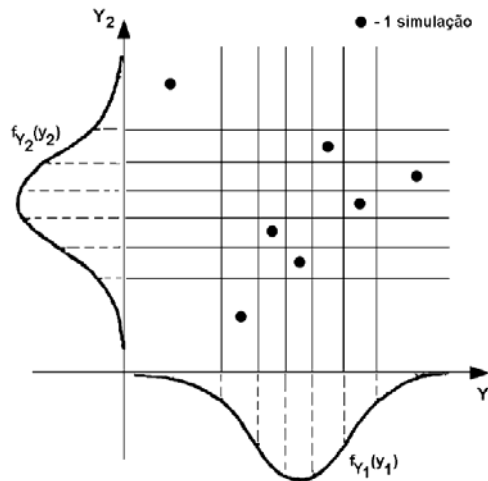


Fig.36 – Amostragem estratificada: amostragem pelo hipercubo latino (Henriques, 1998)

Cada intervalo é definido por uma amostra cujo parâmetro é representado pelo valor correspondente ao seu centro de gravidade definido de acordo com a função densidade de probabilidade. A escolha de cada um dos intervalos é feita aleatoriamente, de forma a que estes sejam considerados uma única vez na determinação da variabilidade estrutural (Henriques, 1998). Assim, este método restringe o número total de simulações ao número de intervalos m considerados na partição do espaço amostral. Isto representa um ganho de eficiência acentuado mas, no entanto, os resultados deste método são apenas adequados se as variáveis envolvidas e o comportamento estrutural tiverem uma distribuição aproximadamente normal (Henriques, 1998).

4.3. ELEMENTOS SOBRE TÉCNICAS ESTATÍSTICAS NA AVALIAÇÃO DA FIABILIDADE ESTRUTURAL

4.3.1. INTRODUÇÃO

Nesta secção descrevem-se algumas técnicas estatísticas de aplicação corrente no estudo da segurança mas, sobretudo, o seu objectivo é servir de apoio ao estudo em questão. Seguidamente são então apresentadas essas técnicas, bem como os conceitos intervenientes nas mesmas.

4.3.2. MEDIDAS ESTATÍSTICAS

4.3.2.1. Medidas de tendência central

As medidas de tendência central posicionam a distribuição no sistema de eixos OX , indicando o centro da distribuição. Existem várias medidas de tendência central, sendo estas constituídas pela moda, mediana e média aritmética. Dentro destas três medidas, apenas irá ser utilizado no estudo a “média aritmética”, sendo a sua fórmula dada pela equação 4.2:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4.2.)$$

4.3.2.2. Medidas de dispersão

As medidas de dispersão englobam os conceitos de amplitude, desvio absoluto, variância, desvio padrão, e coeficiente de variação. Mais uma vez, como para o estudo realizado apenas foi utilizado o desvio padrão e o coeficiente de variação, são apresentadas de seguida estas duas medidas. O desvio padrão é caracterizado pela equação 4.3:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (4.3.)$$

e o coeficiente de variação é definido na equação 4.4 como sendo o quociente entre o desvio padrão e a média e é também uma medida adimensional de dispersão que permite comparar distribuições de diferentes grandezas:

$$CV = \frac{S}{\bar{x}} \quad (4.4.)$$

4.4. SEGURANÇA ESTRUTURAL

4.4.1. INTRODUÇÃO

A segurança estrutural é quantificada através da probabilidade de ocorrência de um estado limite previamente definido (designado vulgarmente por probabilidade de rotura) (Henriques, 1998).

Na abordagem probabilística de avaliação da segurança estrutural, distinguem-se dois tipos de problemas (Henriques, 1998):

- Problema directo, onde se avalia a probabilidade de rotura associada, geralmente, a um determinado tipo de carregamento;
- Problema inverso, onde se realiza a avaliação do parâmetro de rotura admissível (por exemplo, carga de colapso para um estado limite último, ou deslocamento para um estado limite de deformação) dada uma probabilidade de rotura;

A quantificação da segurança é obtida aproximando previamente uma lei teórica de probabilidade à distribuição observada (obtida a partir da análise estrutural). Essa aproximação deverá privilegiar a zona das probabilidades pequenas, comuns em problemas estruturais, tal como exemplificado na fig.37. A representação gráfica da distribuição observada através de histogramas e curvas cumulativas de frequência é uma ajuda preciosa na escolha da distribuição teórica de entre as várias leis disponíveis (Henriques, 1998).

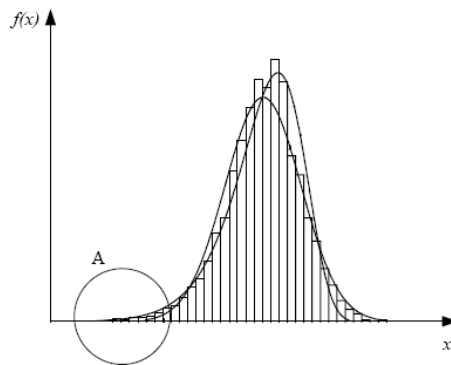


Fig.37 – Zona de probabilidades reduzidas numa distribuição normal (Henriques, 1998)

Uma vez feita a escolha da distribuição teórica, a estimativa dos parâmetros é realizada através do cálculo de medidas estatísticas como a média, a variância e outros momentos de ordem superior (Henriques, 1998). Por exemplo, a lei normal é caracterizada somente por dois parâmetros, sendo eles a média e o desvio padrão (ou variância) que permitem definir rapidamente a respectiva lei normal.

4.4.2. QUANTIFICAÇÃO DA SEGURANÇA ESTRUTURAL

A quantificação da segurança consiste essencialmente em operar com a função de distribuição de probabilidade. Assim, consoante o problema a resolver, a segurança é quantificada do seguinte modo para o “problema directo”:

$$P_f = F_R(r_d) \quad (4.5.)$$

sendo r_d o nível de carregamento exigido. Se a lei a considerar for gausseana, a probabilidade de rotura é avaliada da seguinte forma:

$$\beta = \frac{r_d - \bar{x}}{s} \quad (4.6.)$$

$$P_f = \Phi(\beta) \quad (4.7.)$$

sendo $\bar{x}$ e s os parâmetros da lei normal (média e desvio padrão, respectivamente), β é a variável normal reduzida que também é correntemente designada por índice de fiabilidade e Φ é a função de distribuição de probabilidade da lei normal reduzida (Henriques, 1998).

Relativamente ao “problema inverso” (sendo o problema no qual o estudo desta tese incide),

$$r_d = F_R^{-1}(P_f) \quad (4.8.)$$

onde r_d é o parâmetro de rotura admissível. Se a lei teórica for gausseana, a avaliação desse parâmetro é realizada da seguinte forma (Henriques, 1998):

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (4.9.)$$

$$r_d = \bar{x} - \beta \cdot s \quad (4.10.)$$

Quando a distribuição é descrita não somente por uma lei teórica mas por uma composição de diferentes leis teóricas, como exemplificado na fig. 38, a avaliação da segurança é feita do seguinte modo para o “problema directo”:

$$P_f = \max\{\alpha_1 P_{f1}, \alpha_2 P_{f2}, \dots, \alpha_n P_{fn}\} \quad \text{com} \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1 \quad (4.11.)$$

sendo P_{fi} a probabilidade de rotura associada à lei teórica correspondente ao modo de rotura i e α_i é o peso desse modo na distribuição total (Henriques, 1998).

Agora, relativamente ao “problema inverso” (interveniente no estudo desta tese),

$$r_d = \min \left\{ F_R^{-1} \left(\frac{P_{f1}}{\alpha_1} \right), F_R^{-1} \left(\frac{P_{f2}}{\alpha_2} \right), \dots, F_R^{-1} \left(\frac{P_{fn}}{\alpha_n} \right) \right\} \quad \text{com} \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1 \quad (4.12.)$$

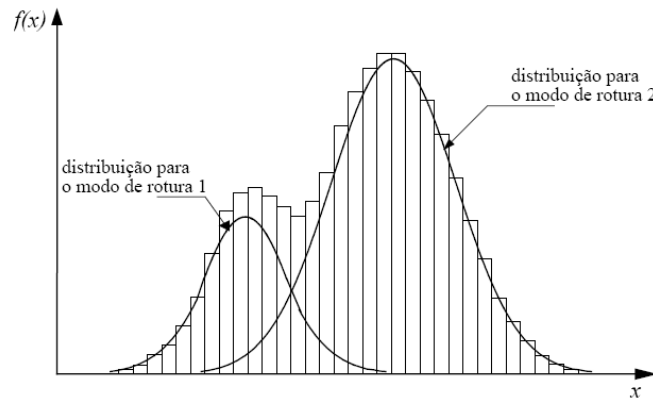


Fig.38 – Distribuição descrita por uma composição de leis teóricas (Henriques, 1998)

4.4.3. DEFINIÇÃO DE COEFICIENTE DE SEGURANÇA DE APLICAÇÃO AO ESTUDO EM QUESTÃO

A definição de coeficientes de segurança com base em respostas, neste caso provenientes de ensaios de secções de betão armado ao corte, tem por base a seguinte fórmula:

$$\gamma_{\text{sec}} = \frac{V_{rk}}{V_{rd}} \quad (4.13.)$$

em que os valores de V_{rk} e V_{rd} são calculados com base na equação 4.10, sendo usado para o cálculo de V_{rk} uma probabilidade de rotura, P_f , correspondente a 5% (definição de valor característico proveniente do Eurocódigo 2, a que corresponde a um valor igualado ou excedido em 95% dos casos) e usa-se para o valor de V_{rd} uma probabilidade de rotura igual a 10^{-4} , sendo este um dos valores mais representativos para este tipo de situações de acordo com o CEB-FIP (1978).

5

ESTUDO DOS CASOS ANALISADOS

5.1. DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA UTILIZADA NA OBTENÇÃO DE DADOS

Durante esta secção irá ser apresentado com algum detalhe todo o processo utilizado para a obtenção dos dados que serviram de base para as análises efectuadas. Processo este que envolveu algumas noções de programação, nomeadamente em VBA (Visual Basic for Applications), sendo esta a linguagem de interacção do programa Microsoft Excel com outros programas, consideração de três tipos de dimensões de secções transversais de betão armado, quatro tipos de classes de betão, uma classe de armadura, seis tipos de quantidade de armadura longitudinal de tracção combinadas com quatro hipóteses de armadura longitudinal de compressão e ainda quatro quantidades de armadura de esforço transversal que combinam com os variados tipos de armadura longitudinal e dimensão das secções. Todas as combinações destes casos foram realizadas com uma dimensão de agregado máxima de 20 milímetros.

Para além de todas estas combinações, mais algumas poderiam ser feitas, mas o elevado tempo dispendido para calcular um ciclo de hipóteses inseridas acabou por condicionar em parte este aspecto, sendo que o objectivo “ideal” seria cobrir todos os casos possíveis (que podem existir) de combinações de secções de betão armado.

5.2. ELABORAÇÃO DE UMA “MACRO”

5.2.1. GENERALIDADES

Como o objectivo deste trabalho era a obtenção de esforços transversos resistentes para muitas combinações ao nível de tipos de betão, armaduras, dimensão de secções e variadas combinações de armaduras longitudinais e transversais, o processo mais rápido de obtenção de uma grande quantidade de informação é programar um computador para realizar essas mesmas tarefas sem a intervenção humana.

Sendo assim, e como o programa Microsoft Excel é um programa “polivalente”, optou-se por desenvolver um algoritmo em VBA (Visual Basic for Applications) no Microsoft Excel que possibilitasse a interacção deste programa com o Response-2000. Algumas dificuldades foram surgindo, principalmente por causa do facto do programa Response-2000 ser um programa baseado apenas no sistema operativo “Windows” e também por não guardar num simples ficheiro de texto os resultados que vai fornecendo ao utilizador.

Estes problemas foram colmatados com duas soluções. A primeira foi a de incluir no algoritmo uma instrução ao rato do computador que possibilitava o seu deslocamento à zona dos resultados e que

fizesse uma mera operação de copiar valores (para se possibilitar que os mesmos pudessem ser exportados). A segunda prendia-se com o facto da inserção de dados ter também que ser feita pelo utilizador, (não se podendo assim automatizar o processo) embora o manual do programa Response-2000 tenha na parte final uma hipótese de inserção de dados via ficheiro de texto, esta tornou-se impraticável de cumprir com todas as instruções lá existentes. Posto este facto, recorreu-se, via e-mail, ao autor do programa, o Professor Evan Bentz, que gentilmente cedeu um outro ficheiro modelo de entrada de texto, proporcionando assim o desenvolvimento deste trabalho.

5.2.2. DESCRIÇÃO DO PROCESSO UTILIZADO PELA “MACRO”

O algoritmo que foi realizado em VBA de forma a obter resultados contém os seguintes passos:

- Recolha das características totais de cada combinação das secções de betão armado em Microsoft Excel;
- Cópia dessas mesmas características para um ficheiro de texto;
- Abertura desse mesmo ficheiro de texto pelo programa Response-2000;
- Análise efectuada pelo programa Response-2000;
- Exportação dos resultados do programa Response-2000 para um ficheiro de texto;
- Abertura desse mesmo ficheiro de texto em Microsoft Excel, sendo nesta fase os dados guardados neste formato;

Processo este que é repetido, para cada ciclo de análise, 100 vezes, não sendo este número superior devido ao já mencionado elevado tempo de cálculo exigido pelo programa Response-2000.

Foram também realizadas mais duas “macros” auxiliares para ser feita a combinação de valores entre as resistências de betão e as resistências das armaduras e entre as dimensões das secções (largura e altura) com base nos critérios de selecção de amostras fornecidos pelo método do hipercubo latino, já descritos anteriormente.

5.3. ESTUDO DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO SUJEITAS AO CORTE

5.3.1. OBJECTIVOS

A principal preocupação neste estudo foi a de tentar reproduzir, o mais realisticamente possível, as resistências de variadas secções de betão armado a esforços de corte. Como tal, foi usado um programa de análise não-linear (já explicado em capítulo anterior) e todos os factores intervenientes na análise desse mesmo programa (dados de entrada) tiveram um carácter realista, quer seja a nível de resistências dos materiais, das dimensões das secções transversais, e das combinações dos variados tipos de armadura. Como tal, apresenta-se detalhadamente nas alíneas seguintes todas estas considerações.

5.3.2. CARACTERIZAÇÃO DOS EXEMPLOS ESTUDADOS

Foram analisadas várias secções de betão armado, tendo sido considerados os seguintes aspectos (ver também Tabela 3):

- Dimensões das secções rectangulares de 0,25x0,50, 0,30x0,60 e 0,35x0,70, mantendo a relação $h = 2 \cdot b$;
- Secções rectangulares maciças com 3 centímetros de recobrimento;

- Percentagens de armadura de tracção, ρ , com os valores de 0,25%, 0,5%, 1%, 1,5%, 2% e 4%, sendo este último valor o máximo admissível para este tipo de armadura como preconizado no Eurocódigo 2; o valor de 0,25% também cumpre o valor mínimo requerido pelo Eurocódigo 2, de acordo com a equação 5.1;
- Secções com e sem armadura de compressão, assumindo ρ'/ρ os seguintes valores: 0, 0,25, 0,50 e 1;
- Secções com armadura de esforço transversal e percentagens, ρ_w , iguais ao valor mínimo, 0,15%, 0,57% e valor máximo; os valores mínimos e máximos foram calculados de acordo com as equações 5.2, 5.3 e 5.4;
- Betão das classes C20/25, C25/30, C30/37 e C45/55 para a secção 0,25x0,50, sendo os restantes tipos de secção analisados apenas com o betão da classe C25/30;
- Uma classe de aço, o aço S500.

Na abordagem probabilística consideraram-se as seguintes opções de variáveis básicas (com natureza aleatória):

- Resistência do betão à compressão, f_c ;
- Resistência do betão à tracção, f_{ct} ;
- Módulo de elasticidade do betão, E_c ;
- Tensão de cedência das armaduras, f_{sy} ;
- Tensão máxima das armaduras, f_{su} ;
- Variação da largura e altura da secção (imperfeições geométricas), Δb ; Δh .

Como justificação de alguns valores apresentados nas tabelas 3 e 4, seguem-se então as expressões do Eurocódigo 2 referentes à armadura mínima longitudinal de tracção, percentagens mínimas e máximas da armadura de esforço transversal, bem como a fórmula de cálculo da área máxima de esforço transversal. Relativamente à armadura longitudinal de tracção mínima:

$$A_{s,min} = 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{syk}} \cdot b_t \cdot d \text{ mas não inferior a } 0,0013 \cdot b_t \cdot d \quad (5.1.)$$

Relativamente à fórmula da taxa de armaduras de esforço transversal:

$$\rho_w = A_{sw} / (s \cdot b_w \cdot \sin \alpha) \quad (5.2.)$$

Relativamente à fórmula da taxa das armaduras mínimas de esforço transversal:

$$\rho_{w,min} = (0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}}) / f_{syk} \quad (5.3.)$$

Tabela 3 – Opções consideradas no estudo das secções para Betão C25/30

Classes de betão: C25/30			Classe das armaduras: S500			
Dimensões da secção			1) 0,25x0,50; 2) 0,30x0,60; 3) 0,35x0,70			
			$h = 2 \cdot b$			
			recobrimento = 3 centímetros			
Percentagem de armadura de tracção, ρ	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	4,00
Armadura de compressão ρ'/ρ	0,00		0,25	0,50		1,00
Percentagem de armadura de esforço transversal	mínima		0,15	0,57		máxima
Variáveis básicas	descrição	Lei-tipo	média	Desvio padrão		
f_c	Resistência do betão à compressão	Normal	$f_{ck} + 8$ [MPa]	5,0 MPa		
f_{sy}	Tensão de cedência das armaduras	Normal	550 [MPa]	30 MPa		
Δb	Variação da base da secção	Normal	0	1) 5 mm 2) 8 mm 3) 9 mm		
Δh	Variação da altura da secção	Normal	0	1) 10 mm 2) 15 mm 3) 18 mm		
f_{ct}	Resistência do betão à tracção		$0,25 \cdot f_c^{2/3}$ [MPa]			
E_c	Módulo de elasticidade do betão		$3320 \cdot f_c^{1/2} + 6900$			
f_{su}	Resistência das armaduras		$1,15 \cdot f_{sy}$			

Tabela 4 – Opções consideradas no estudo da secção 0,25x0,50

Classes de betão: C20/25; C30/37; C45/55			Classe das armaduras: S500			
Dimensões da secção			0,25x0,50			
			$h = 2 \cdot b$			
			recobrimento = 3 centímetros			
Percentagem de armadura de tracção, ρ	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	4,00
Armadura de compressão ρ'/ρ	0,00		0,25	0,50		1,00
Percentagem de armadura de esforço transversal	mínima		0,15	0,57		máxima
Variáveis básicas	descrição	Lei-tipo	média	Desvio padrão		
f_c	Resistência do betão à compressão	Normal	$f_{ck} + 8$ [MPa]	5,0 MPa		
f_{sy}	Tensão de cedência das armaduras	Normal	550 [MPa]	30 MPa		
Δb	Variação da base da secção	Normal	0	5 mm		
Δh	Variação da altura da secção	Normal	0	10 mm		
f_{ct}	Resistência do betão à tracção		$0,25 \cdot f_c^{2/3}$ [MPa]			
E_c	Módulo de elasticidade do betão		$3320 \cdot f_c^{1/2} + 6900$			
f_{su}	Resistência das armaduras		$1,15 \cdot f_{sy}$			

E, relativamente à fórmula da área efectiva máxima de esforço transverso:

$$\frac{A_{sw,max} \cdot f_{sywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cw} \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \quad (5.4.)$$

Como justificação de mais alguns critérios adoptados relativamente às variáveis básicas, a resistência do betão à compressão média, bem como a expressão da resistência à tracção é-nos fornecida no Eurocódigo 2 (Quadro 3.1) e, quanto ao seu desvio padrão de 5,0 MPa existe um estudo já realizado (Henriques, 1998) que assume o mesmo, bem como a resistência média das armaduras de 550 MPa e o respectivo desvio padrão de 30 MPa provenientes também desse mesmo estudo (Henriques, 1998). Já o módulo de elasticidade do betão é calculado de acordo com a equação 3.2, visto que o programa Response-2000 não consegue assumir os valores de entrada do Eurocódigo 2 relativamente ao módulo de elasticidade, pois a forma de como está estruturado não o permite.

Ainda dentro das variáveis básicas, as imperfeições geométricas foram calculadas de acordo com trabalho realizado sobre esse assunto (Sobrinho, 1993) em que apenas foi adoptado o desvio padrão da dimensão horizontal como sendo metade do da dimensão vertical existente nesse mesmo estudo. A relação da resistência das armaduras (f_{su}) com (f_{sy}) foi também retirada de um outro estudo realizado (Wiśniewski, 2007).

5.3.3. MÉTODO UTILIZADO NA DISCRETIZAÇÃO DOS VALORES QUE SEGUEM LEIS-TIPO NORMAIS

Tendo informação (média e desvio padrão) sobre os valores que seguem leis-tipo normais e (já referido anteriormente) como cada ciclo de cálculo para cada caso utiliza 100 valores diferentes de variáveis básicas, é necessário discretizar a curva das distribuições normais nesses 100 valores diferentes que a compõem.

Para tal recorre-se às equações 4.9 e 4.10, dividindo-se a unidade (representativa do total) em 100 partes iguais com o objectivo de se determinarem as respectivas probabilidades de forma a termos o coeficiente β da equação 4.9 definido para os 100 valores. Depois, como já é conhecida a média e o desvio padrão, consegue-se saber com a equação 4.10 cada um dos 100 valores.

De referir que os ciclos de 100 valores de entrada, ao ser utilizado o método do hipercubo latino, foram agrupados separadamente em duas partes. A primeira parte diz respeito às combinações das resistências de betão com as resistências das armaduras e a segunda parte diz respeito à combinação das dimensões da base com a altura da secção. De notar que ambas as combinações das duas partes (resistências de betão – resistências de armadura e dimensões da base – dimensões da altura) são trocadas aleatoriamente no fim de cada ciclo de entrada de 100 valores.

A título de exemplo, segue-se o procedimento de como se obtêm 1 de cada 100 valores gerados quando são combinados entre eles pelo método do hipercubo latino, tendo por base a fig. 36:

- Primeiro escolhe-se a probabilidade que esse valor representa no espaço amostral (se quisermos discretizar a curva da lei normal, em que na fig. 36 estão presentes duas curvas deste tipo, em 100 pontos/valores, iremos ter para cada probabilidade associada a cada um desses 100 valores da curva da lei normal intervalos de 1/100, o que é igual a 0,01, assumindo o primeiro valor da curva uma probabilidade de 0,005);

- Depois, imaginemos que esse valor era o valor α que correspondia uma probabilidade de 5% (logo do início da curva de distribuição da lei normal);
- Através da tabela da lei normal reduzida, apenas temos que procurar o simétrico dessa mesma probabilidade (neste caso era 95%) pois estamos num ramo negativo da discretização da função (o que normalmente acontece nas tabelas se a probabilidade for inferior a 50%);
- O valor de “t” (presente nessas tabelas) correspondente a 0,95 é o valor 1,645, sendo que pela equação 4.9 este valor corresponde ao valor de β ;
- Pela equação, (4.10) sabendo o valor de β e tendo também disponíveis os valores relativos à média e desvio padrão, valores, esses, que podem ser obtidos para o betão através de uma simples consulta do Eurocódigo 2 ($\bar{x}$ e s , respectivamente), por exemplo para um betão C20/25 (média = 28 MPa e desvio padrão = 5 MPa), tem-se que o valor pertencente à curva normal e que corresponde à probabilidade de ocorrência de 5% é de $28 - 1,645 \times 5 = 19,775$ MPa. Se este procedimento for repetido 100 vezes para a caracterização de um betão deste tipo, percorrendo todas as probabilidades, desde 0,005 (mínima) até 0,995 (máxima), com intervalos de 0,01, tem-se então totalmente definida a curva de distribuição normal para o betão.

Para as armaduras, repete-se o que foi definido acima e depois, como se vê na fig. 36, resta combinar aleatoriamente cada valor pertencente às duas curvas (por exemplo a curva do betão pode ser a que está situada no eixo horizontal da fig. 36 e a curva da armadura pode ser a que está situada no eixo vertical da fig. 36), sendo que cada valor escolhido em cada curva (os valores têm que ser escolhidos aos pares de forma a termos uma resistência de betão associada com uma resistência de armadura – o que faz gerar um ponto circular na fig. 36) só poderá ser utilizado uma única vez no processo de selecção dos valores, acabando por no fim se ter na mesma 100 combinações de valores entre resistências de betão e resistências de armaduras, ficando assim exemplificado o método do hipercubo latino.

O processo acima descrito é também aplicado na combinação dos valores já definidos para a largura e a altura das secções.

5.4. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS E CONCLUSÕES

5.4.1. INTRODUÇÃO

Segue-se a apresentação dos resultados obtidos com base nos capítulos anteriores, principalmente nos capítulos 4 e início do capítulo 5, nos quais se discute as bases estatísticas relativamente ao tratamento dos dados bem como a metodologia adoptada para a obtenção dos mesmos, não descartando a influência do capítulo 2 onde se explicam os conceitos fundamentais do esforço transversal nem do capítulo 3 onde se explica com algum detalhe os princípios nos quais o programa que forneceu os resultados analisados neste capítulo se baseia.

Desta forma, segue-se então a apresentação de alguns resultados obtidos em termos de coeficientes de segurança, associados com respostas dos ensaios efectuados pelo programa ao corte. Irá também ser feita uma catalogação do tipo de resposta com o intuito de se explicar alguns tipos de rotura ao corte e a sua relação com os coeficientes de segurança obtidos. Haverá também uma discussão acerca do melhor tipo de rotura ao corte e quais os parâmetros que influenciam a mesma, bem como uma comparação a um estudo realizado por Henriques (1998) mas para fenómenos de flexão.

5.4.2. TIPOS DE RESPOSTA OBSERVADOS

5.4.2.1. Generalidades

Seguidamente irão ser apresentados os variados tipos de resposta que foram observados ao longo das 57600 vezes em que houve processamento de dados. Estas respostas irão ser catalogadas por tipos, para mais tarde se fazer uma associação desse tipo de respostas com os coeficientes de segurança obtidos. De referir que os dois primeiros tipos de resposta (o tipo A e o tipo B) são caracterizados por dois gráficos apenas por mera consideração de escalas (o eixo horizontal tem uma escala diferente), sendo que o fenómeno associado ao aparecimento destes modos de rotura é o mesmo dentro dos tipos que foram apresentados.

5.4.2.2. Resposta do Tipo A

As respostas que se apresentam na fig.39 e fig.40 vão ser denominadas como sendo respostas do tipo A. É um tipo de resposta mais frequente para secções com armadura de esforço transversal mínimo e também para uma percentagem de armadura de esforço transversal, ρ_w , de 0,15%, estando estes dois aspectos associados com uma quantidade de armadura de tracção, ρ , também geralmente baixa com valores na ordem dos 0,25% em qualquer tipo de combinação de ρ'/ρ . É um tipo de resposta que está presente para todos os tipos de secção analisados quer em termos de dimensões quer em termos de tipos de betão.

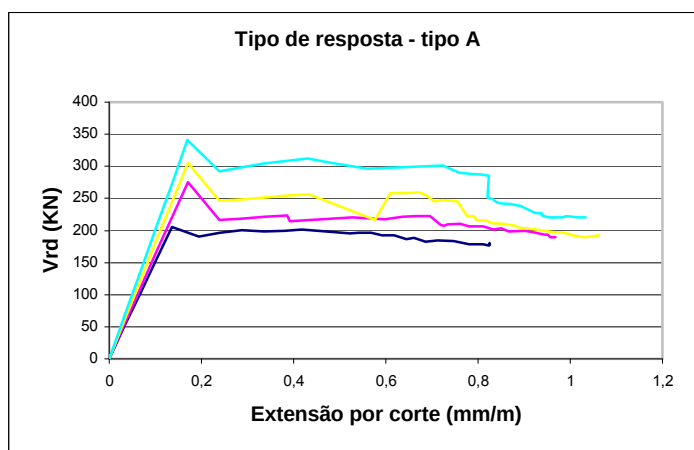


Fig.39 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo A

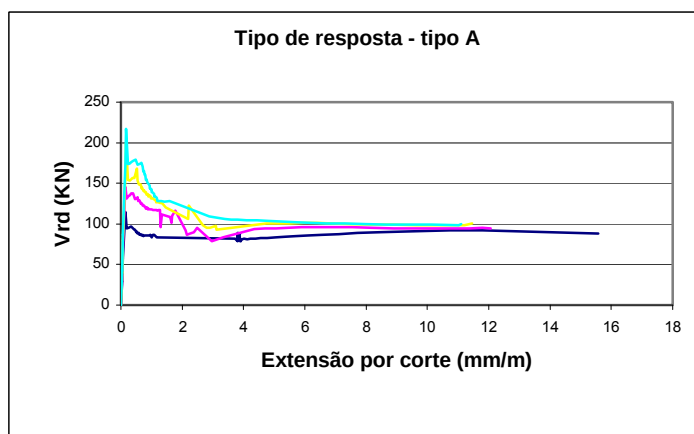


Fig.40 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo A

5.4.2.3. Resposta do Tipo B

Estão representadas na fig. 41 e fig. 42 as respostas que irão ser denominadas como sendo respostas do tipo B. É um tipo de resposta mais frequente em secções com grande quantidade de armadura longitudinal de tracção, ρ , com valores na ordem dos 4% e para combinações de armadura de compressão, ρ'/ρ , iguais a 0,00 e 1,00 associadas com quantidades de armadura de esforço transversal, ρ_w , mínimas. Este tipo de rotura também acontece para percentagens de armadura de esforço transversal, ρ_w , mais altas em casos onde a armadura longitudinal de compressão é inexistente. É um tipo de caso que está mais presente em betão com resistências baixas, tais como o betão C20/25 e o betão C25/30, sendo que tem mais frequência em secções transversais com dimensões mais reduzidas (0,25x0,50) do que para secções com dimensões maiores (0,30x0,60 e 0,35x0,70).

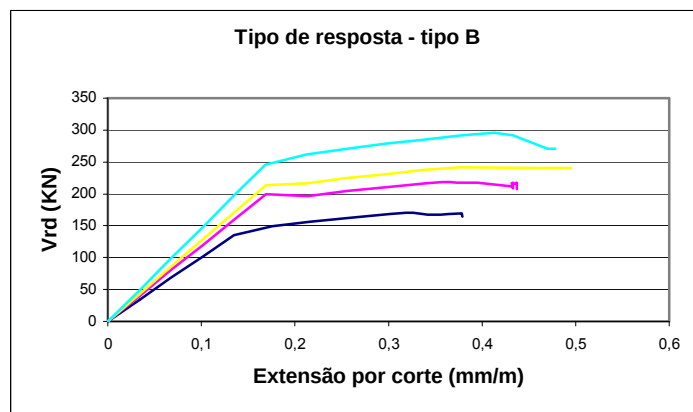


Fig.41 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo B

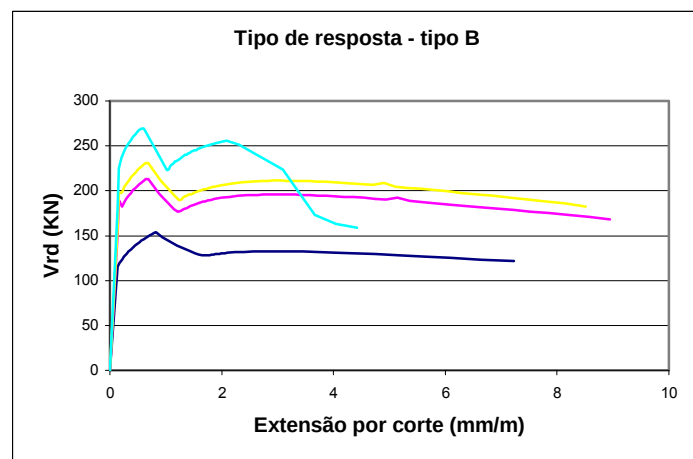


Fig.42 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo B

5.4.2.4. Resposta do Tipo C

A resposta seguinte (fig. 43), denominada como resposta do tipo C, é um tipo de resposta que habitualmente surge para quantidades de armadura de esforço transversal, ρ_w , de 0,57% e máxima, exceptuando para quantidades de armadura de tracção, ρ , iguais a 4% e quantidades de armadura à compressão, ρ'/ρ , nulas. Para tipos de betão da classe C20/25, C25/30 e C30/37 com secção transversal de 0,25x0,50, é um tipo de resposta que ocorre mais frequentemente para quantidades de armadura longitudinal de tracção, ρ , iguais a 0,25%. Para tipos de betão da classe C45/55 e secção transversal de 0,25x0,50, bem como para betão da classe C25/30 com dimensões da secção transversal de 0,30x0,60 e também betão da classe C25/30 com secção de 0,35x0,70, este tipo de rotura está evidenciado em percentagens de armadura de tracção, ρ , correspondentes a 1%, 1,5% e 2%.

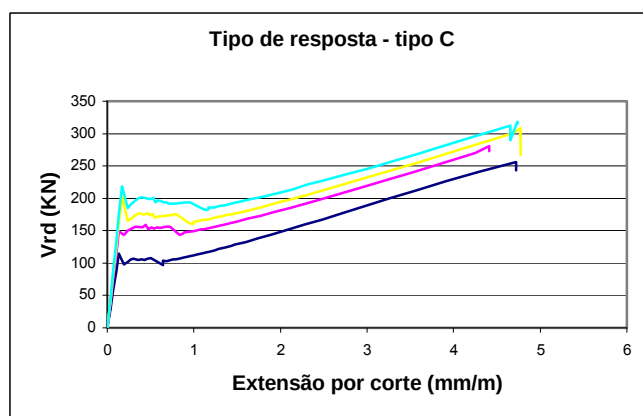


Fig.43 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo C

5.4.2.5. Resposta do Tipo D

Na fig. 44 encontra-se mais um tipo de resposta, o tipo D, característico da percentagem de esforço transversal, ρ_w , de 0,15%, não sendo apenas essa a condição necessária. Para além disso, as percentagens de armadura longitudinal de tracção costumam ser elevadas, andando à volta dos valores de 1%, 1,5%, 2% e também 4%; Uma ou outra vez, principalmente para betão da classe C25/30 e dimensões da secção transversal de 0,25x0,50, bem como para dimensões de 0,30x0,60, aparecem respostas deste tipo para quantidades de armadura longitudinal de tracção, ρ , de 0,25% e 0,50%.

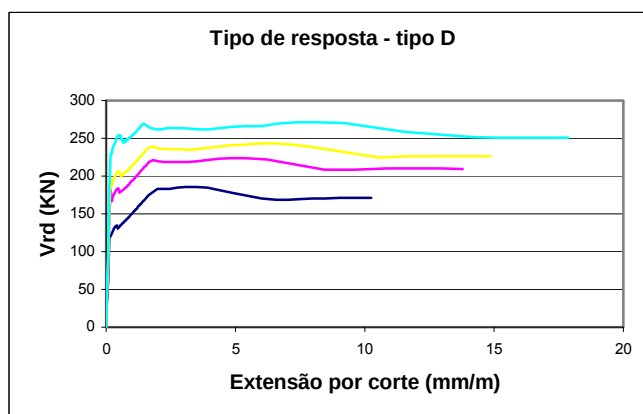


Fig.44 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo D

5.4.2.6. Resposta do Tipo E

Na fig. 45 encontra-se o último tipo de resposta que irá ser definido, o tipo E. É um tipo de resposta que, à semelhança do tipo C, ocorre para percentagens de armadura de esforço transversal, ρ_w , iguais a 0,57% e também máxima, sendo um tipo de resposta que não existe para quantidades de armadura à compressão, ρ'/ρ , nulas. O que a faz diferenciar relativamente ao tipo C é que este tipo de rotura ocorre mais frequentemente para percentagens mais altas de armadura longitudinal de tracção, ρ , tais como os valores de 1%, 2% e 4%.

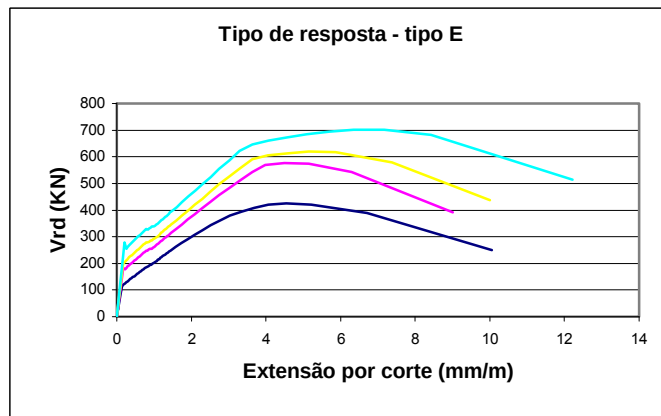


Fig.45 – Tipo de resposta a esforços de corte – tipo E

5.4.3. ASSOCIAÇÃO DOS TIPOS DE RESPOSTA COM OS MODOS DE ROTURA

5.4.3.1. Generalidades

Após análises efectuadas aos tipos de rotura acima mencionados, constatou-se que estas mesmas roturas eram características de determinados aspectos que ocorreram quando as secções de betão armado foram solicitadas ao corte até ao seu limite máximo. Seguidamente irão expôr-se essas mesmas características associadas aos tipos de resposta previamente definidos.

5.4.3.2. Rotura do tipo A

Um dos inconvenientes deste tipo de rotura é que é uma rotura sem aviso, pois o valor máximo que esta assume depende apenas da resistência do betão à tracção. Ou seja, imediatamente antes de o betão abrir a sua primeira fenda, a peça atinge a sua capacidade resistente máxima ao corte, o que não é desejável, pois não existe qualquer indicativo de aviso de que o colapso está prestes a acontecer. Uma das causas de uma rotura deste tipo é o facto de a quantidade de armadura de esforço transversal colocada não ter capacidade suficiente de aguentar, ou até de elevar, o estado tensional criado imediatamente antes da primeira fenda ter surgido.

5.4.3.3. Rotura do tipo B

Este tipo de rotura tem características muito semelhantes ao tipo de rotura denominado como “tipo A”. Uma das diferenças, relativamente ao tipo A, é de que se trata de um tipo de rotura já com algum aviso (pois já ocorreu fendilhação antes de se ter atingido o valor resistente máximo), embora não muito significativa como se pode ver pelo valor atingido pela extensão por corte, e uma outra diferença é que

o valor máximo relativo ao esforço transversal não é apenas condicionado pela resistência à tracção do betão, situando-se agora um pouco mais acima desse patamar devido à existência de uma grande quantidade de armadura longitudinal. Analogamente ao tipo de rotura definido como “tipo A”, a quantidade de armadura de esforço transversal colocada também não tem capacidade de aguentar, ou até de elevar, o estado tensional obtido pelo efeito combinado do betão com a armadura longitudinal.

5.4.3.4. Rotura do tipo C

Este tipo de rotura acaba por se diferenciar dos dois tipos de rotura anteriormente mencionados. É um tipo de rotura que, antes de atingir o seu limite de capacidade, já fornece um aviso substancial quer em termos de quantidade de abertura de fendas quer em termos de valores da extensão por corte. As quantidades de armadura de esforço transversal utilizadas neste tipo de roturas possibilitam que sejam ultrapassados os patamares que condicionavam as roturas do tipo A e B, sendo que as roturas deste tipo geralmente ocorrem acompanhadas de uma certa tensão de cedência na armadura longitudinal de compressão, sendo que o betão também condiciona o seu valor máximo. A tensão principal de compressão que o betão assume no limite conjuntamente com a cedência da armadura de compressão leva ao seu esmagamento, acabando por condicionar dessa forma o valor obtido dos ensaios.

5.4.3.5. Rotura do tipo D

Este modo de rotura é um tipo de rotura semelhante ao “tipo C” mas, embora os motivos da rotura sejam os mesmos (esmagamento do betão), no limite, em vez de a rotura ser acompanhada pela cedência das armaduras longitudinais de compressão, é acompanhada pela cedência da armadura de esforço transversal, ou seja, os estribos. Este facto acontece, em parte, devido à armadura de esforço transversal ter uma menor quantidade, mas acima da quantidade mínima exigida. É também um tipo de rotura que fornece um aviso substancial antes que o colapso ocorra quer, também, em termos de abertura de fendas, quer em termos de extensão por corte, sendo que a extensão por corte é ligeiramente inferior aos valores do “tipo C”.

5.4.3.6. Rotura do tipo E

Este modo de rotura é também semelhante aos tipos de rotura C e D, mas mais parecido com o tipo C. Neste tipo de rotura também se presencia a abertura de variadas fendas e uma extensão por corte substancial, ou seja, existe aviso, sendo que a rotura também é condicionada pelo esmagamento do betão. A única diferença para os tipos de rotura C e D é que os dois tipos de armaduras existentes (longitudinal e transversal) aquando se atinge a rotura não se encontram em patamar de cedência, levando a uma rotura que se dá exclusivamente devido ao facto de a tensão principal de compressão no betão ser ultrapassada.

5.5. COEFICIENTES DE SEGURANÇA OBTIDOS – ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.5.1. APRESENTAÇÃO DOS COEFICIENTES DE SEGURANÇA

5.5.1.1. Introdução

Sendo esta parte um dos objectivos principais deste trabalho, irá ser agora apresentado, com algum detalhe, uma parte dos coeficientes de segurança obtidos, nos casos que foram analisados, (já expostos

anteriormente) de acordo com a metodologia definida no capítulo 4, encontrando-se os restantes resultados em anexo. Ao longo dessa apresentação de dados irá ser feita uma analogia desses mesmos coeficientes de segurança com os tipos de rotura definidos anteriormente, com respostas reais, afim de se clarificar porque é que algumas secções quando associadas com certas combinações de armadura e/ou betão conduzem a determinados valores dos coeficientes de segurança.

5.5.1.2. Resultados

Como primeiro tipo de resultados obtidos em termos de coeficientes de segurança, segue-se o caso de uma secção de betão armado com as dimensões de 0,25x0,50, betão C20/25, armaduras S500 e percentagem de armadura de compressão, ρ'/ρ , igual à unidade. Os quatro tipos de linhas que se evidenciam representam as quatro diferentes combinações de armadura de esforço transversal e são construídos tendo como variável no eixo horizontal as percentagens de armadura longitudinal de tracção e no eixo vertical o correspondente coeficiente de segurança. Também existem duas linhas na horizontal nas ordenadas 1,15 e 1,5 que marcam os coeficientes de segurança relativos aos dois materiais constituintes de uma secção de betão armado, o aço e o betão, respectivamente.

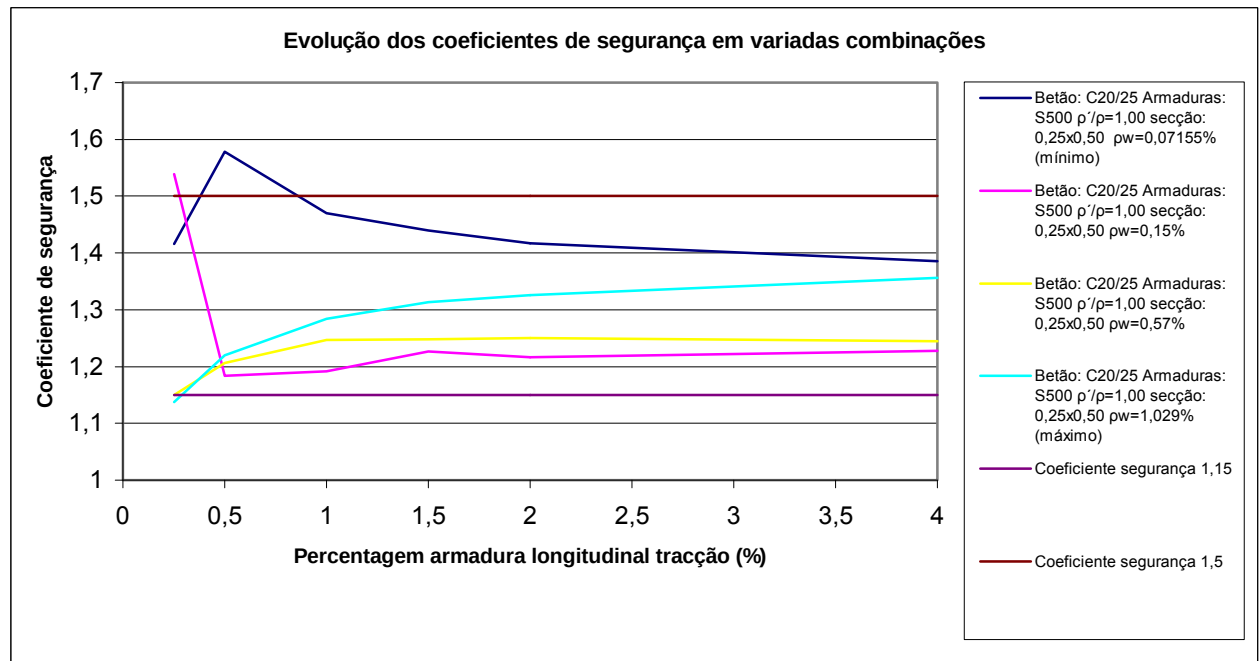


Fig.46 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C20/25

Como primeira abordagem a este gráfico, podemos constatar que existem diferentes tipos de comportamento. Relativamente à linha representativa do esforço transversal mínimo, esta assume valores muito próximos do coeficiente de segurança do betão, dando a entender que as roturas que originaram esta linha foram causadas pela falha do material betão. Já a linha representativa do esforço transversal máximo para as percentagens máximas de armadura longitudinal de tracção aproxima-se relativamente da linha que caracteriza a armadura de esforço transversal mínima mas, inicialmente, assume um valor que sugere que a rotura tenha tido algo a ver com as armaduras visto que o seu coeficiente se encontra muito próximo daquele já definido para as armaduras. Como comprovativo

destas mesmas conclusões, seguidamente encontram-se os tipos de resposta obtidos para estes mesmos pontos falados (que se encontram na fig. 46), ou seja, armadura mínima de esforço transversal associada com a percentagem de armadura longitudinal de tracção de 0,25% e 4% e também armadura máxima de esforço transversal associada com a percentagem de armadura longitudinal de tracção de 0,25% e 4%. De notar que nos gráficos que a seguir se apresentam, só se encontram quatro curvas de resposta em cada um mas, na realidade, estes gráficos contêm 100 curvas de resposta, tendo-se optado por mostrar um número reduzido de curvas/respostas para uma melhor percepção.

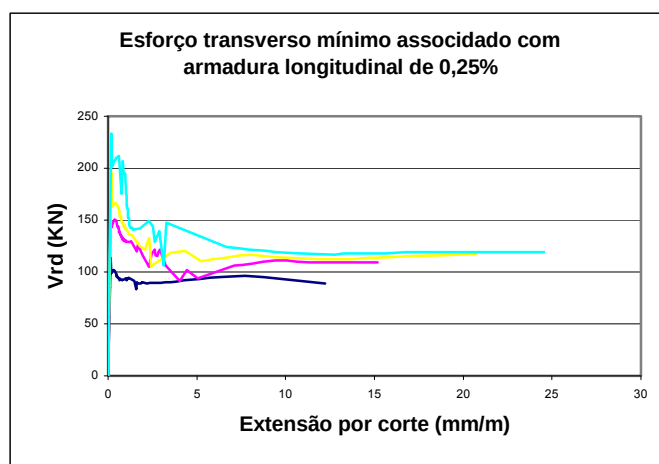


Fig.47 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínimo e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

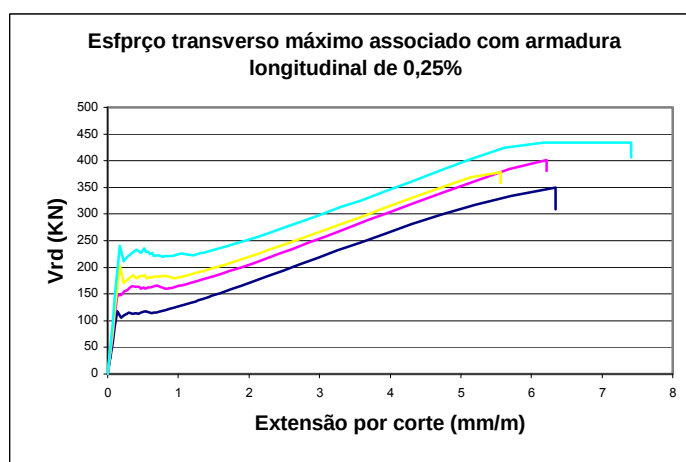


Fig.48 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máximo e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

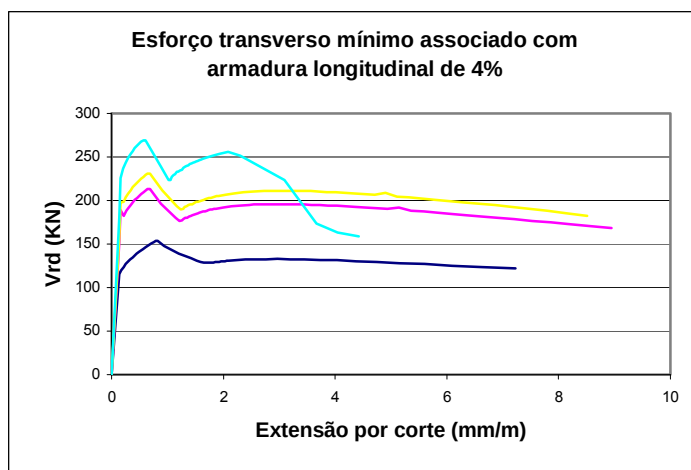


Fig.49 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 4%

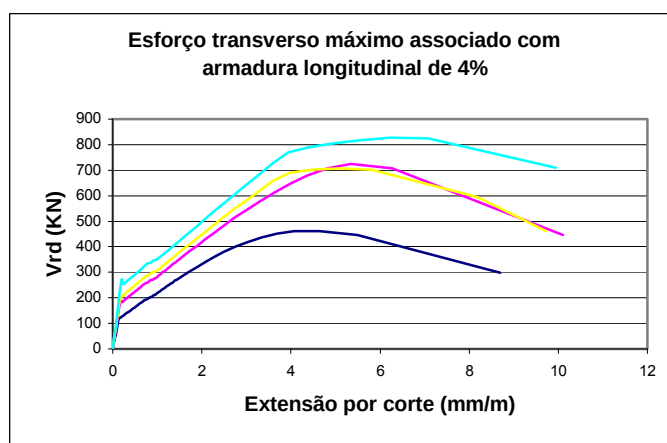


Fig.50 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máxima e armadura longitudinal de tracção de 4%

Como podemos ver por estes exemplares de resposta, confirma-se o que atrás foi mencionado. Um coeficiente de segurança obtido na ordem do valor 1,5 corresponde a um tipo de rotura que foi ocasionado pelo betão, como se pode ver na fig. 47, fig. 49 e fig. 50 a que correspondem aos tipos de rotura anteriormente definidos como A, B e E, respectivamente. Já um coeficiente de segurança perto de 1,15 ocasiona um tipo de rotura em que já intervém a armadura, correspondendo ao caso anteriormente definido como tipo C.

Segue-se um outro caso de exemplo, mas agora para um tipo de betão diferente, o betão C25/30 com as dimensões de 0,25x0,50, armaduras S500 e percentagem de armadura de compressão, ρ' , inexistente.

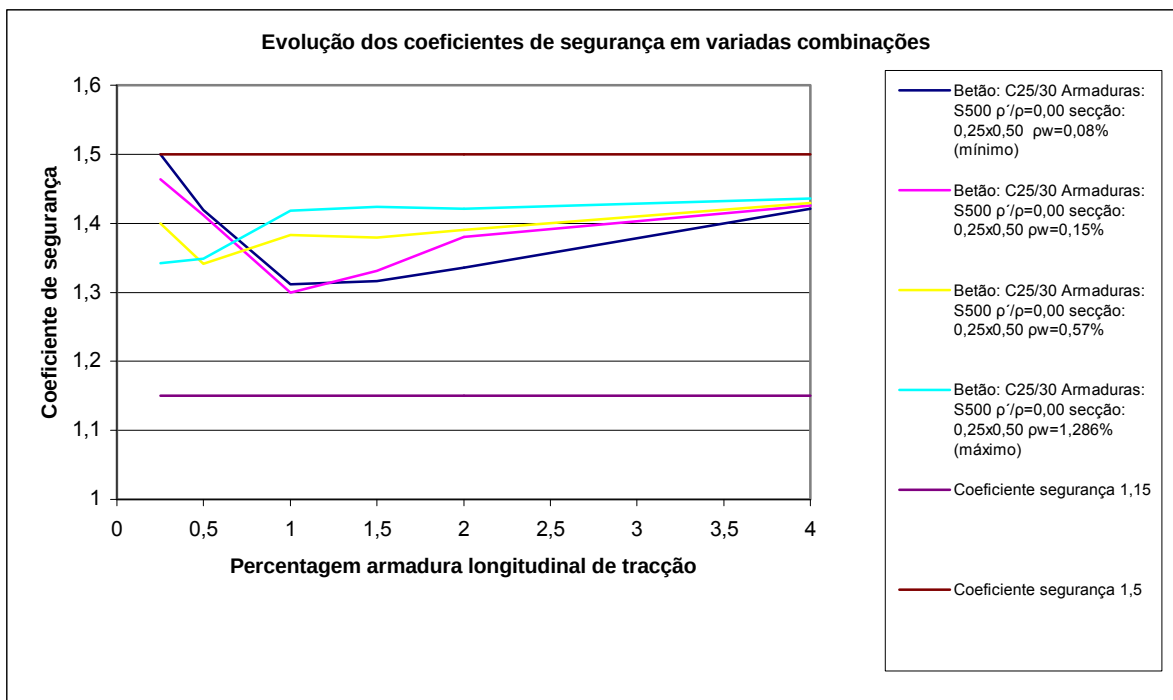


Fig.51 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e armadura de compressão inexistente

Fazendo uma análise semelhante à anterior mas para este gráfico, podemos ver que conforme existe um aumento quer de armadura longitudinal de tracção, quer de armadura de esforço transversal, o comportamento é basicamente semelhante, não havendo mudanças muito significativas nos valores dos coeficientes de segurança. À partida, o que se poderia concluir é que todas as roturas são influenciadas pelo material betão. Para então se comprovar esta afirmação, vão-se expor seguidamente algumas respostas que forneceram os valores dos coeficientes de segurança da fig. 51.

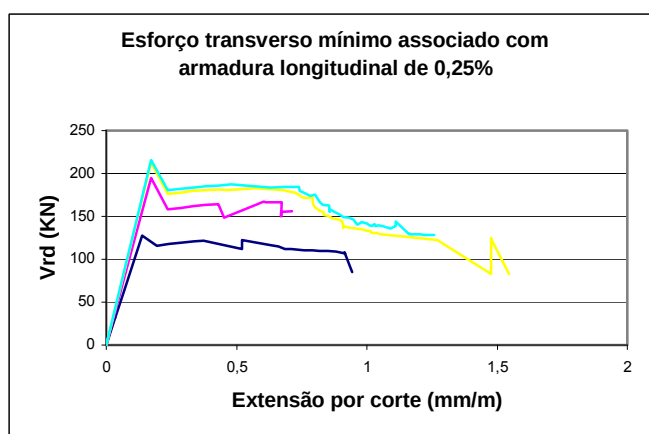


Fig.52 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

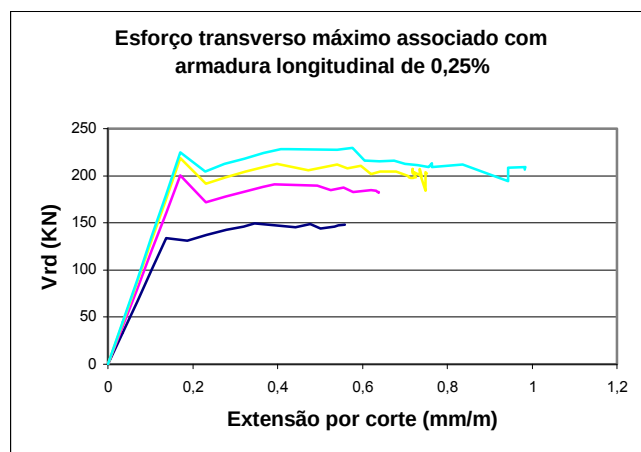


Fig.53 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máxima e armadura longitudinal de tracção de 4%

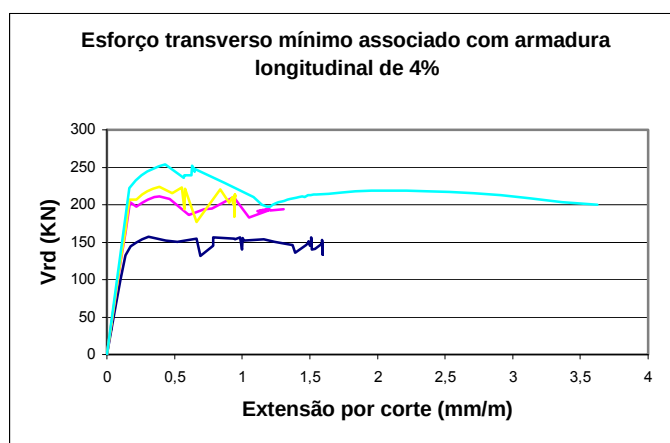


Fig.54 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 4%

Como se pode verificar mais uma vez, um coeficiente de segurança obtido na ordem do valor 1,5 corresponde a um tipo de rotura que foi ocasionado pelo betão, como se pode ver na fig. 52, fig. 53 e fig. 54 a que correspondem aos tipos de rotura anteriormente definidos como A e B que possuem esta característica.

Apresenta-se então mais uma análise em termos de coeficientes de segurança ainda respectivamente ao betão C25/30 com as dimensões de 0,25x0,50, armaduras S500 e percentagem de armadura de compressão, ρ'/ρ , igual a 0,50.

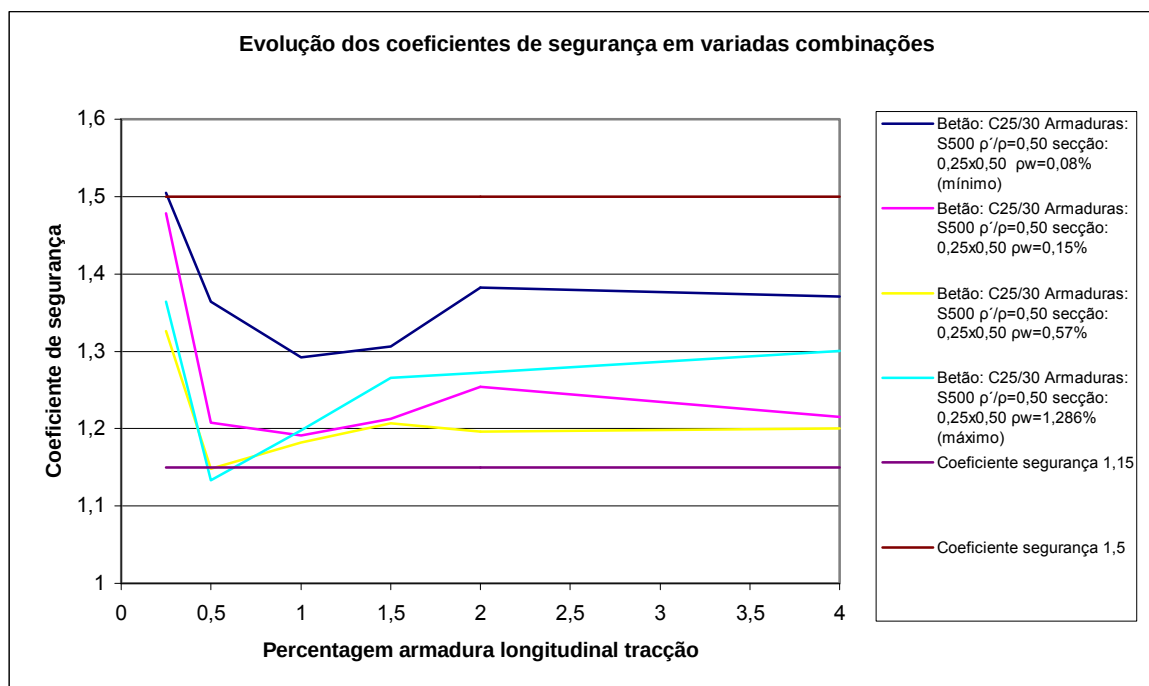


Fig.55 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade da armadura de tracção

Ao fazer-se mais uma observação a este quadro, podemos verificar que existem mais ou menos duas zonas distintas de resultados. Uma zona que corresponde à percentagem de armadura de tracção igual a 0,25 e outra zona a que corresponde a percentagem de armadura de tracção de 0,50. Os coeficientes de segurança andam na ordem dos 1,5 e 1,2, respectivamente. Segue-se então a apresentação de algumas respostas para estas duas quantidades de armadura longitudinal:

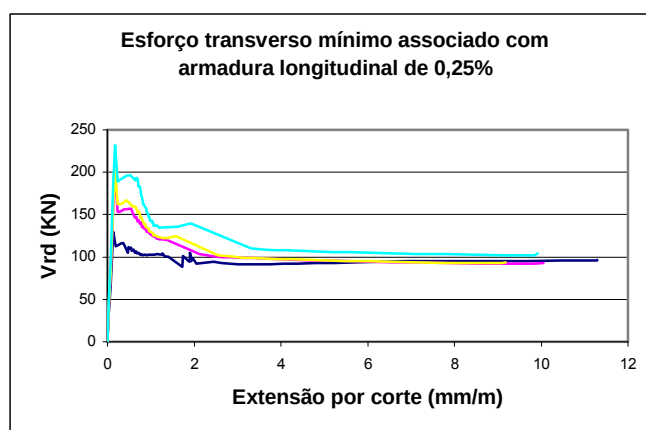


Fig.56 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

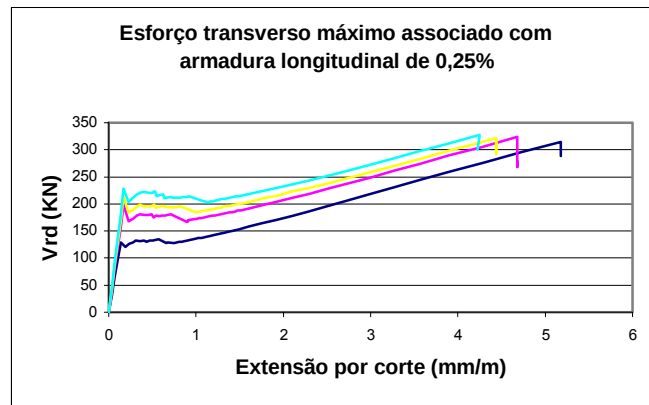


Fig.57 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

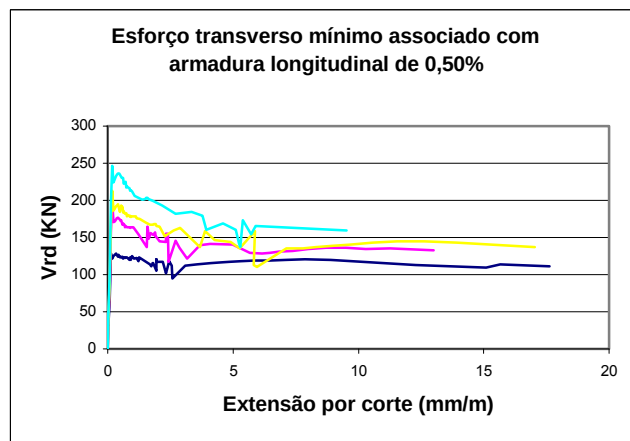


Fig.58 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínimo e armadura longitudinal de tracção de 0,50%

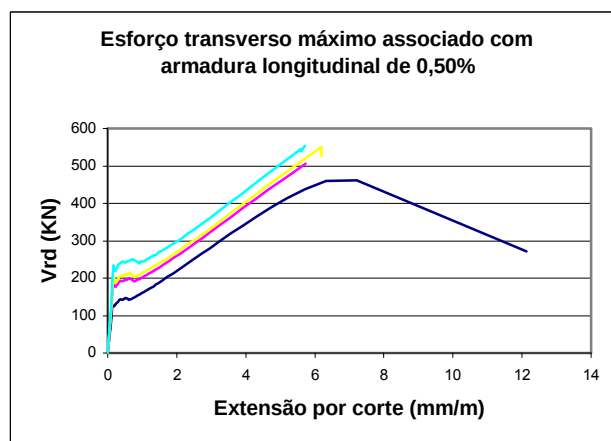


Fig.59 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,50%

As figs. 56 e 57 correspondem a um tipo de resposta A e C, respectivamente. O tipo de resposta da fig. 56 leva a um coeficiente de segurança na ordem dos 1,5, enquanto que o tipo de resposta da fig. 57 leva a um coeficiente de segurança da ordem dos 1,35, o que poderá sugerir que o tipo de resposta da fig. 56 (o tipo A) é uma resposta muito condicionada pelo comportamento do betão, enquanto que o tipo de resposta da fig. 57 (o tipo C) é um tipo de resposta que não foi exclusivamente condicionado pelo betão, indicando que algumas respostas tiveram a influência da armadura, o que vai comprovar o que já foi estipulado nos tipos de rotura anteriormente definidos.

As respostas das figs. 58 e 59 são dois tipos de resposta que levaram ao decréscimo do coeficiente de segurança para 1,35 e 1,15, respectivamente. Correspondem aos tipos de rotura definidos como tipo A e tipo C, tendo as respostas a que corresponde o tipo C (fig. 59) uma ou outra resposta do tipo E. Estes valores indicam que as roturas do tipo A que aconteceram tiveram uma ou outra resposta (muito provavelmente do tipo C) mais condicionada pelas armaduras, o que implicou uma descida do coeficiente de segurança do valor 1,5 para o valor 1,35, enquanto que as roturas do tipo C que aconteceram neste caso não tiveram muita variância de resposta sendo a maioria delas roturas em que intervêm as armaduras, correspondendo ao coeficiente de 1,15.

Mais um quadro relativo à evolução dos coeficientes de segurança vai ser apresentado, agora para o betão C30/37 com as dimensões de 0,25x0,50, armaduras S500 e percentagem de armadura de compressão, ρ'/ρ , igual a 0,50.

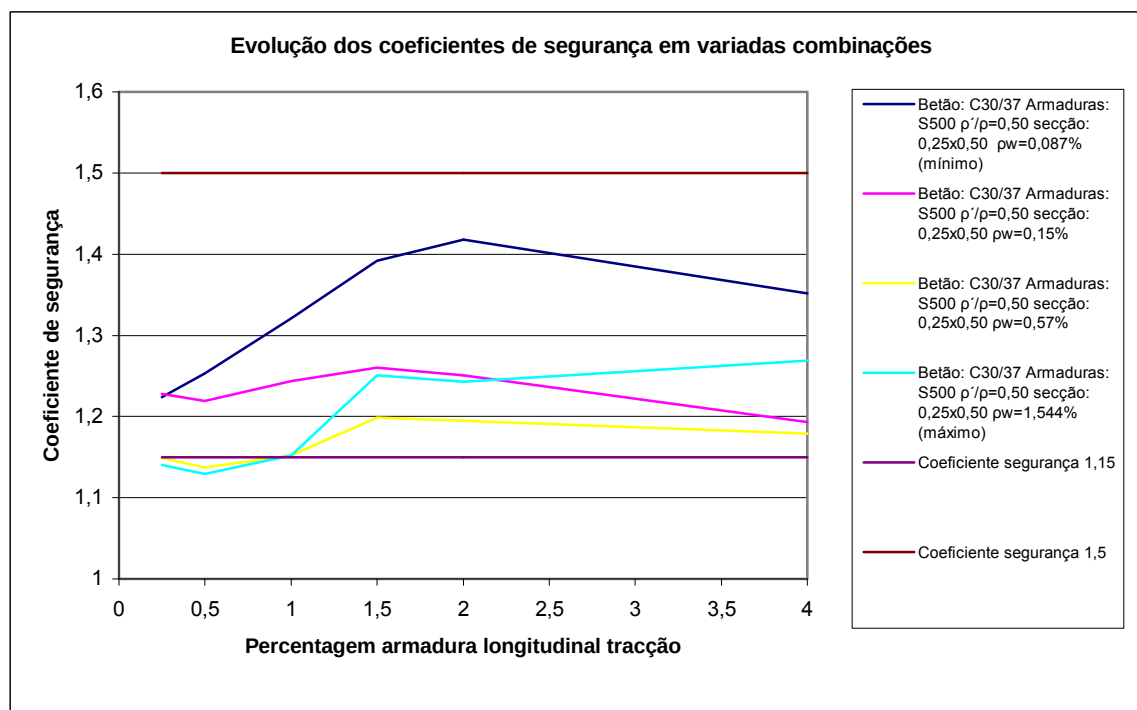


Fig.60 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C30/37 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade da armadura de tracção

Em que podemos ver que as curvas dos coeficientes de segurança assumem valores próximos de 1,15 para percentagens de armadura longitudinal de tracção até 1% e combinações de armadura de esforço transversal máxima e 0,57% sendo que as respostas para estes casos são como a seguir se demonstram:

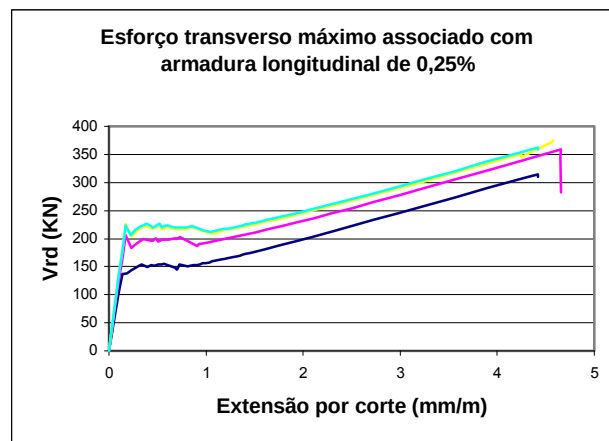


Fig.61 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máximo e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

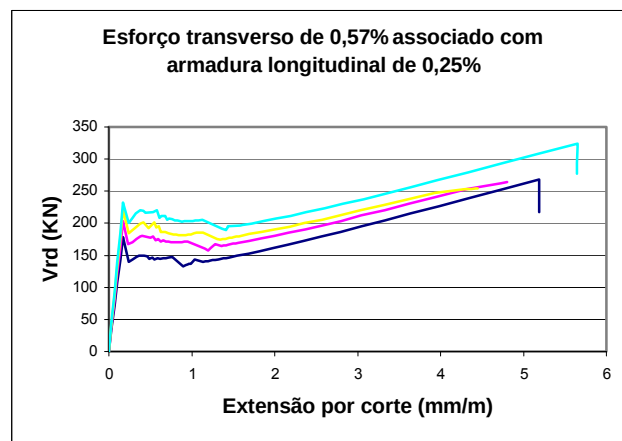


Fig.62 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal igual a 0,57% e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

Mais uma vez, como se pode ver, o tipo de rotura que fornece valores baixos relativos ao coeficiente de segurança é uma rotura do tipo C, sendo aquela que tem mais influência das armaduras. Já para o caso em que a quantidade de armadura longitudinal de tracção é de 2%, nota-se uma subida nos valores do coeficiente de segurança, o que indica que houve uma alteração no modo da resposta, passando a ter mais influência o betão do que as armaduras. Apresenta-se então as respostas para uma quantidade de armadura de tracção de 2% e quantidades de armadura de esforço transversal mínima e máxima:

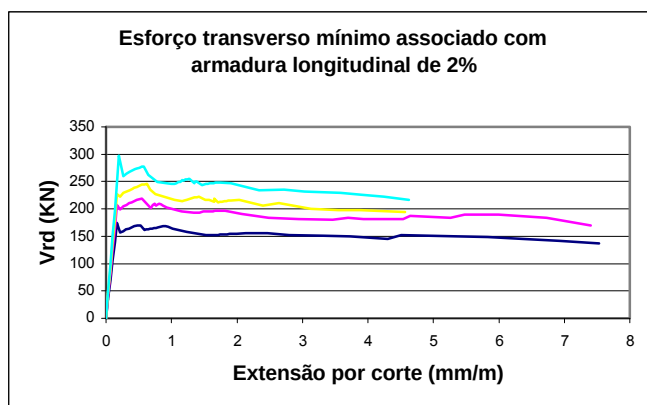


Fig.63 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 2%

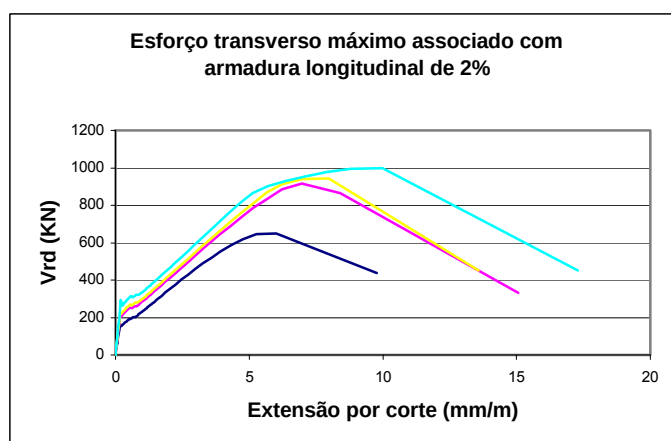


Fig.64 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máxima e armadura longitudinal de tracção de 2%

O tipo de rotura que fornece valores de coeficientes de segurança mais altos é um tipo de rotura condicionado mais pelo betão, tal como se pode ver nas figs. 63 e 64, sendo que na fig. 63 existem dois tipos de resposta (na mesma ambos condicionados pelo betão) que são o tipo A e o tipo D. Na fig. 64, existe um tipo de rotura mais predominante do tipo E, não sendo totalmente controlada pelo betão, pois o valor do seu coeficiente de segurança anda por volta dos 1,25.

Agora, para uma classe de betão C45/55 com as dimensões de 0,25x0,50, armaduras S500 e percentagem de armadura de compressão, ρ'/ρ , inexistente:

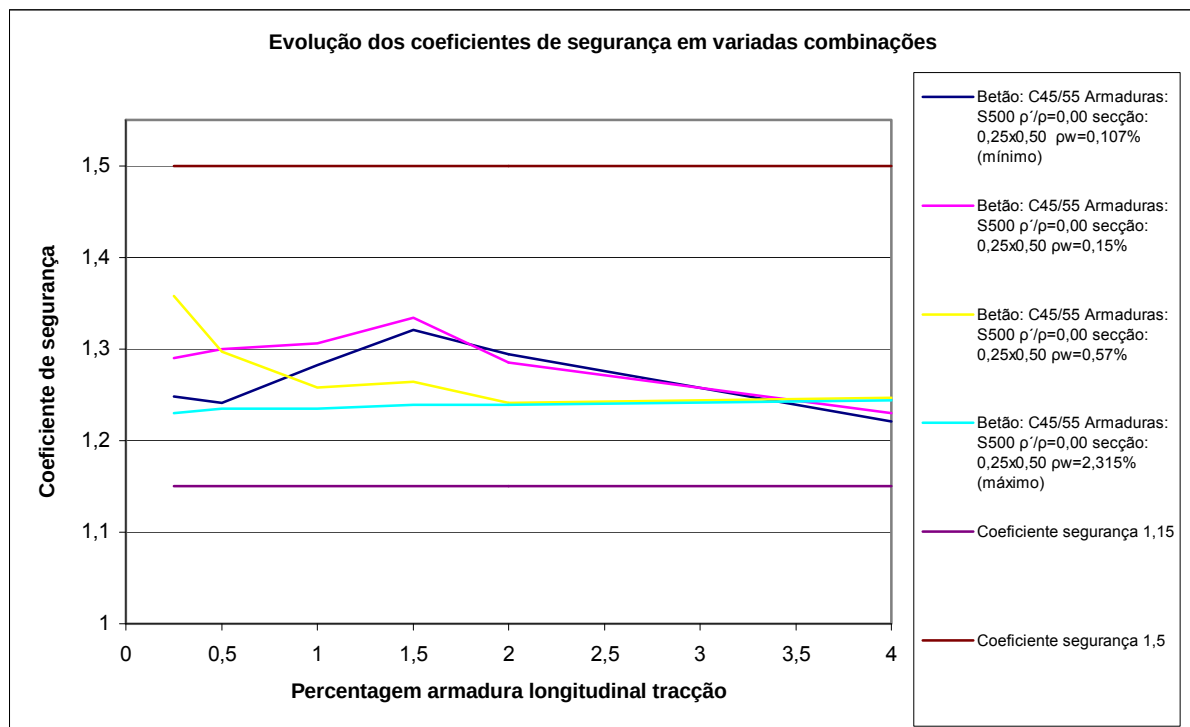


Fig.65 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C45/55 e quantidade de armadura de compressão nula

Neste novo gráfico, denominado como fig. 65, os tipos de rotura que fornecem estes coeficientes de segurança são do tipo A e do tipo B. Tal como a seguir se apresentam, estes tipos de rotura são muito condicionados pelo betão (já definidos anteriormente) o que sugeria que o seu coeficiente de segurança andasse por volta dos 1,5. Tal não acontece, o que não quer dizer que tenham sido roturas influenciadas pelas armaduras, até porque os coeficientes de segurança do betão oscilam entre os valores de 1,3 e 1,6 (Henriques, 1998), sendo que neste caso (para betão de classe mais alta) o coeficiente relativo ao betão situa-se por volta do valor 1,3.

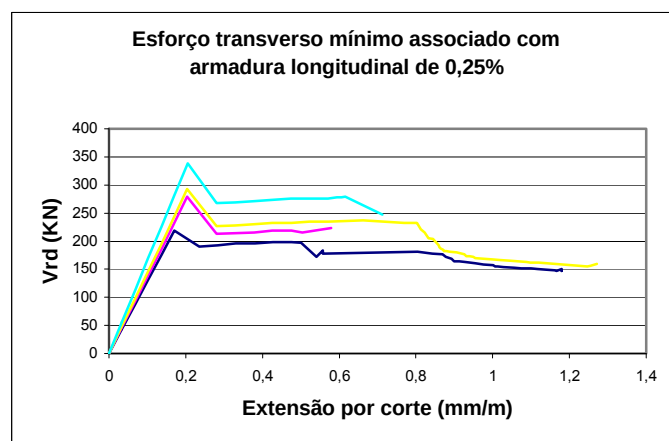


Fig.66 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

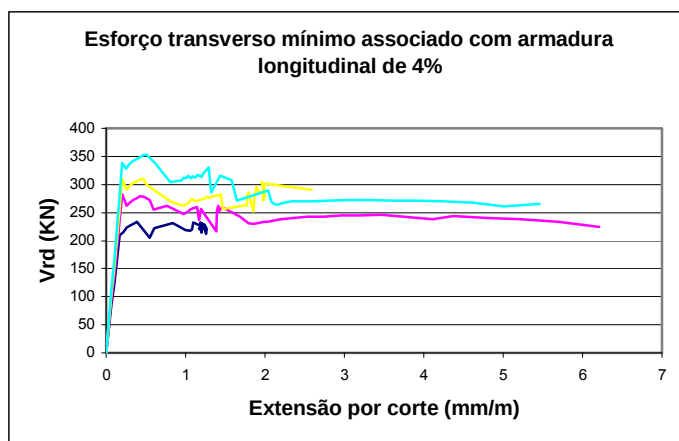


Fig.67 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 4%

Relativamente ao betão C45/55 com as dimensões de 0,25x0,50, armaduras S500 mas agora com uma percentagem de armadura de compressão, ρ'/ρ , igual à unidade:

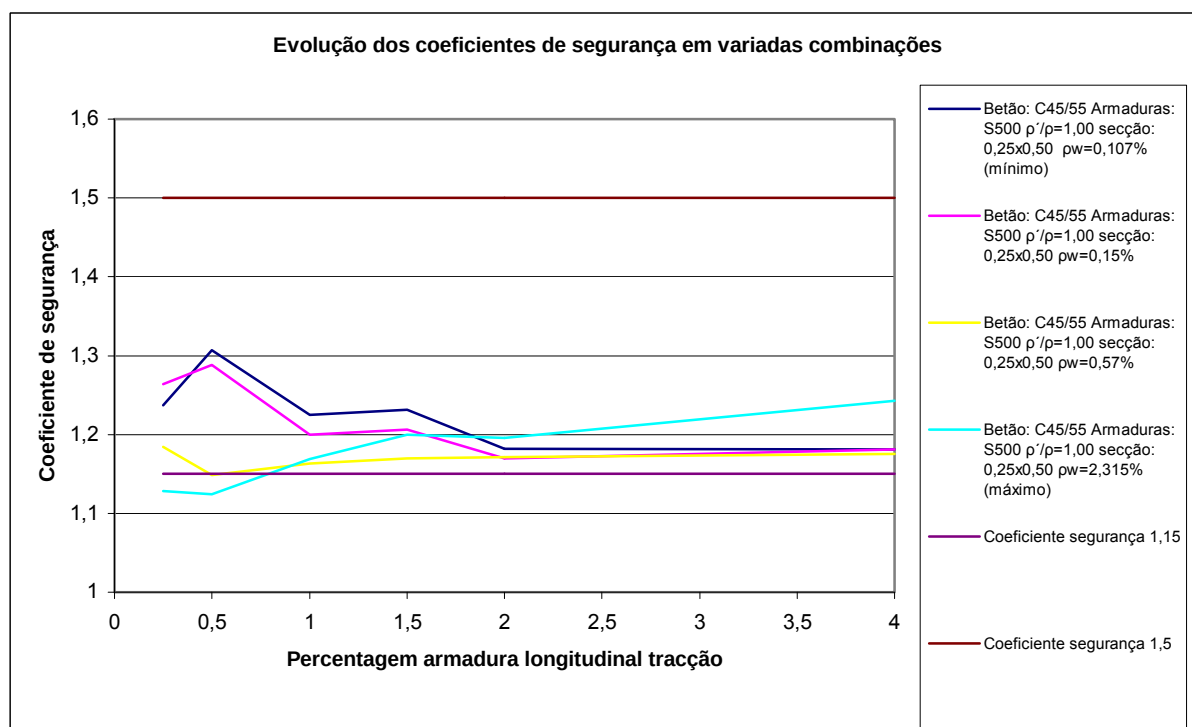


Fig.68 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C45/55 e quantidade de armadura de compressão igual à quantidade da armadura de tracção

Com base no gráfico da fig. 68, podemos constatar que o mesmo é muito parecido com o da fig. 65, mas, contudo, ao nível das respostas que geraram estes coeficientes de segurança, os dois gráficos são muito diferentes, muito devido ao facto de os coeficientes de segurança relativos ao betão diminuírem

para a classe C45/55, misturando-se com os das armaduras que andam na mesma ordem de grandeza. Segue-se então a apresentação das respostas para este caso:

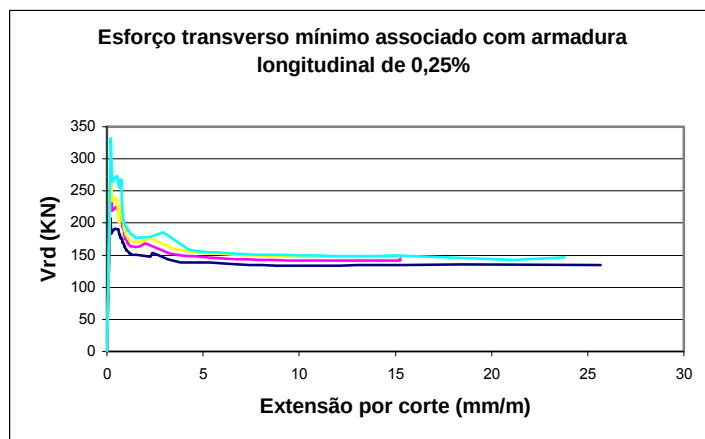


Fig.69 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

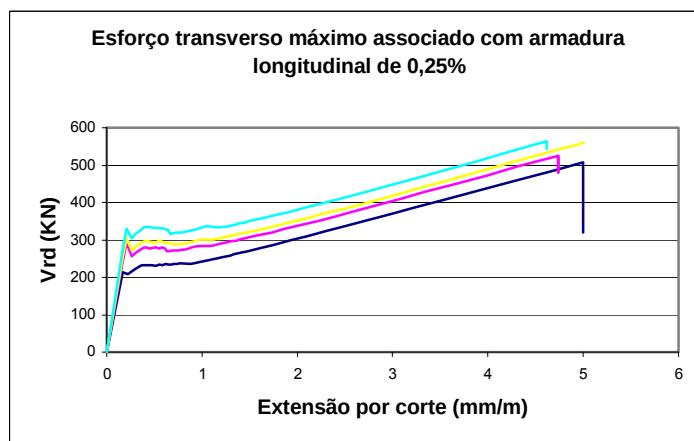


Fig.70 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

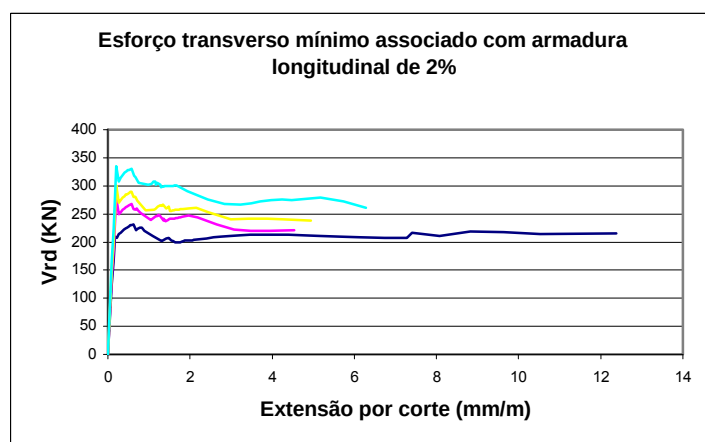


Fig.71 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 2%

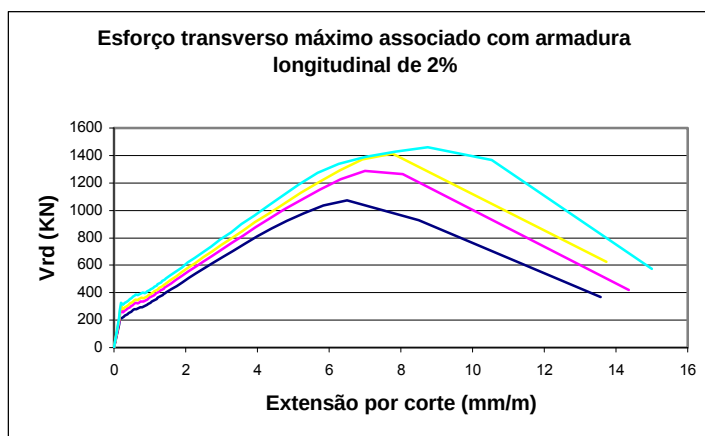


Fig.72 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máxima e armadura longitudinal de tracção de 2%

Como se pode observar, 4 tipos diferentes de resposta geraram coeficientes de segurança muito próximos uns dos outros, o que leva a crer que só poderemos associar um tipo de rotura com o seu coeficiente de segurança se o fizermos para betão da classe C20/25 (em que apenas o material betão fornece coeficientes de segurança na ordem dos 2,1), betão da classe C25/30 (em que o coeficiente de segurança para o betão é da ordem dos 1,7), betão da classe C30/37 (coeficiente de segurança para o betão na ordem dos 1,5). A partir destas classes, o coeficiente de segurança começa a situar-se muito próximo do das armaduras, não se podendo assim distinguir quais os tipos de rotura condicionadas pelo betão ou pelas armaduras.

Os próximos resultados que irão ser apresentados correspondem agora a apenas um tipo de betão (C25/30), mas com uma dimensão de secção aumentada (0,30x0,60), armaduras S500 e uma percentagem de armadura de compressão, ρ'/ρ , igual a 0,50:

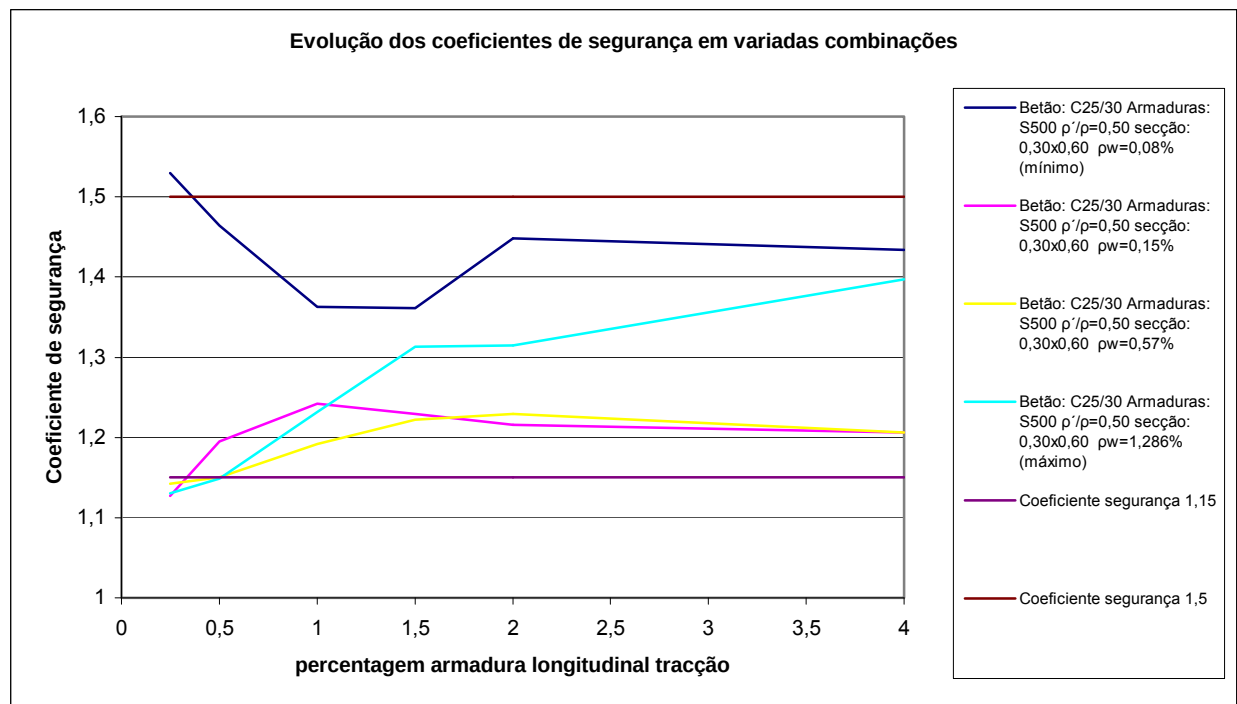


Fig.73 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade da armadura de tracção

Mudando agora as dimensões da secção e tendo como referência o gráfico da fig. 55 (que corresponde à mesma situação mas com uma secção mais reduzida), podemos constatar que o comportamento em termos de coeficientes de segurança é mais ou menos semelhante. O coeficiente mais alto que um e outro gráfico apresentam corresponde ao valor 1,5 sendo que para a dimensão mais reduzida e para a percentagem de armadura longitudinal de tracção igual a 0,25%, todos os tipos de combinação de esforço transversal também apresentam valores de coeficiente de segurança próximos de 1,5, sendo que o mais baixo é de 1,3. Para a dimensão maior, este aspecto deixa de existir, passando os mesmos valores a assumir coeficientes de segurança na ordem dos 1,15. Nas restantes percentagens de armadura longitudinal de tracção o comportamento de uma e outra secção é praticamente igual, havendo apenas uma ligeira diferença relativamente à quantidade de armadura de esforço transversal máxima em que para a secção de 0,25x0,50 e para uma percentagem de armadura longitudinal de tracção igual a 4% o coeficiente de segurança respectivo é igual a 1,3 e numa situação idêntica mas para uma secção transversal de dimensões 0,30x0,60, o respectivo coeficiente de segurança aumenta para o valor de 1,4.

Seguem-se então os mesmos tipos de resposta que se utilizaram como exemplo para a secção 0,25x0,50 mas agora respectivos a esta nova secção (0,30x0,60):

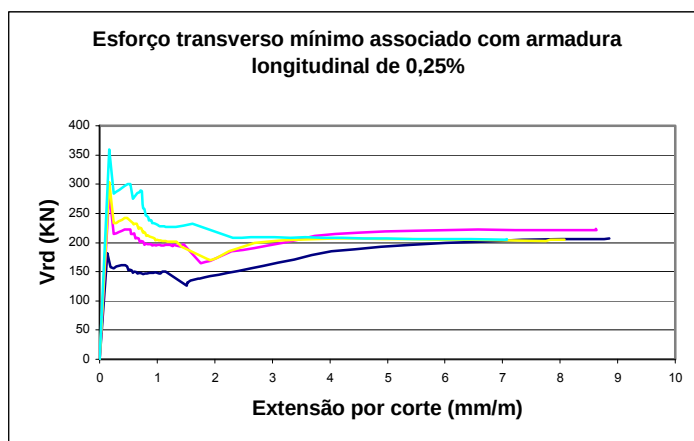


Fig.74 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

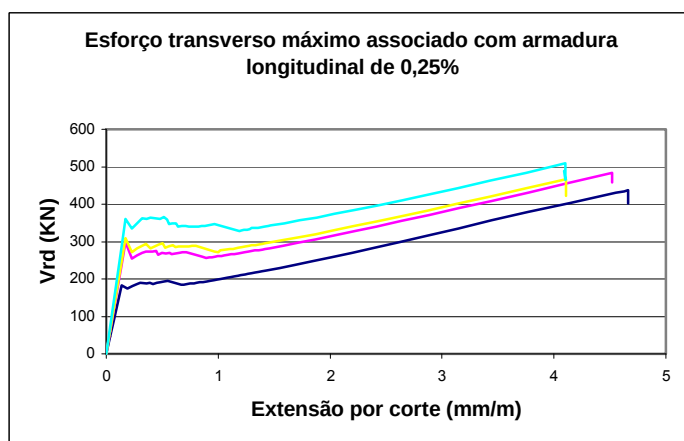


Fig.75 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máxima e armadura longitudinal de tracção de 2%

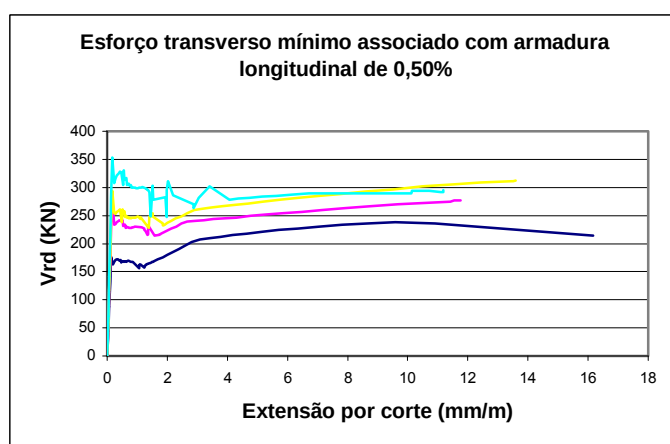


Fig.76 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 0,50%

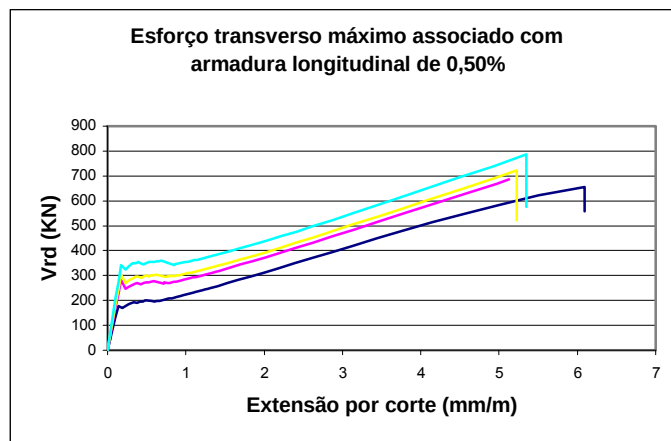


Fig.77 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,50%

Analisando agora estas respostas, podemos concluir que as roturas do tipo C levaram a coeficientes de segurança perto do das armaduras, como aliás tem sido de certa forma habitual nos casos analisados até agora. Os outros tipos de rotura, o tipo A e o tipo D que nas figs. 74 e 76 aparecem conjuntamente levaram a roturas mais condicionadas pelo betão, ou seja, a coeficientes na ordem dos 1,5. Embora as respostas presentes nas figs. 75 e 77 sejam semelhantes às respostas presentes nas figs. 57 e 59 (esta última não tanto) forneceram coeficientes de segurança mais baixos, o que poderá indicar que usando uma secção de betão com uma área ligeiramente superior, conseguimos ter resistências ao corte mais influenciadas pelas armaduras do que pelo betão para a combinação que se acabou de analisar.

Como último gráfico que irá ser apresentado, (os gráficos das restantes análises encontram-se em anexo) seguidamente encontram-se os coeficientes de segurança obtidos para o mesmo tipo de betão (C25/30), mas com uma dimensão de secção aumentada (0,35x0,70), armaduras S500 e uma percentagem de armadura de compressão, ρ'/ρ , igual a 0,50:

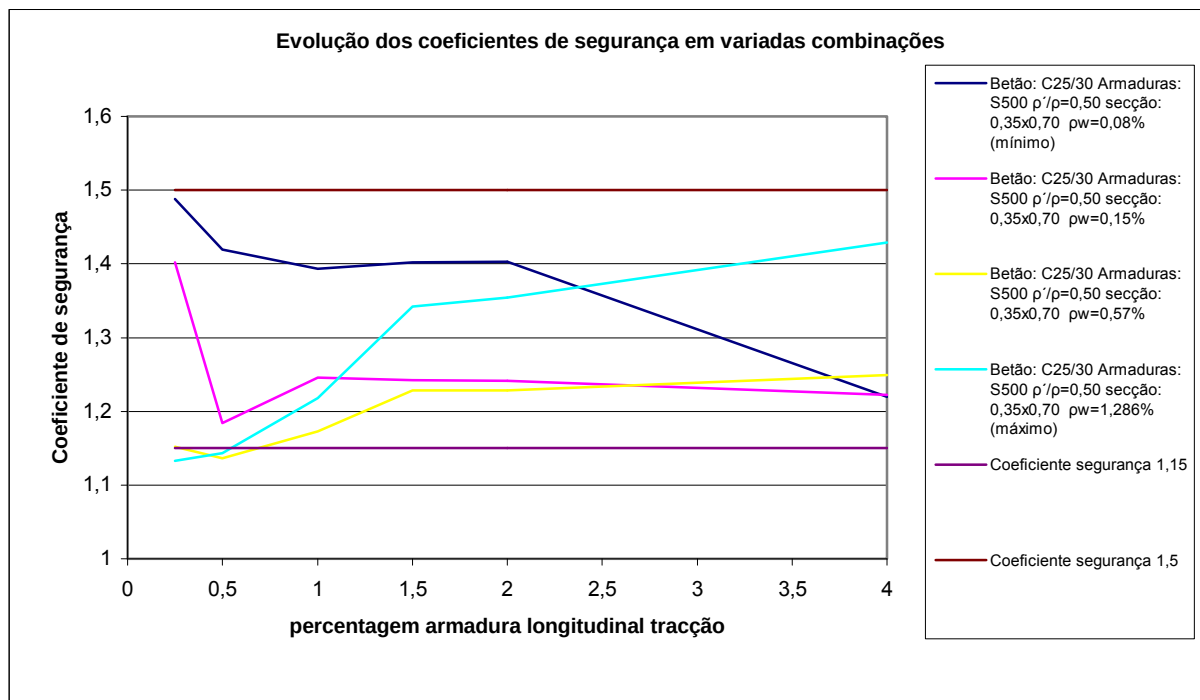


Fig.78 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade da armadura de tração

Tendo como referência os dois gráficos atrás mencionados, o gráfico da fig. 55 e o gráfico da fig. 73, o comportamento em termos de coeficientes de segurança é praticamente o mesmo, excepto para a armadura mínima de esforço transversal combinada com a armadura máxima de tração que sofre uma queda relativamente acentuada do valor do coeficiente de segurança que chega próximo do valor associado ao das armaduras que é de 1,15. A outra única particularidade é relativamente à percentagem da armadura de esforço transversal de 0,15%, em que no gráfico da fig. 73 o seu coeficiente de segurança rondava o valor 1,15, enquanto que neste caso assume um valor próximo de 1,4. Seguem-se então algumas respostas que geraram estes coeficientes de segurança:

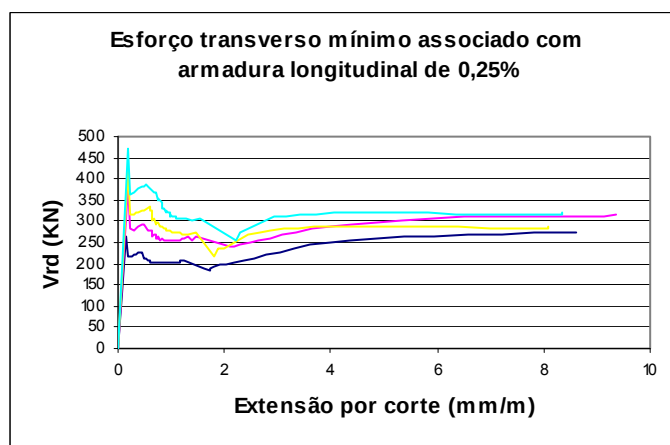


Fig.79 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tração de 0,25%

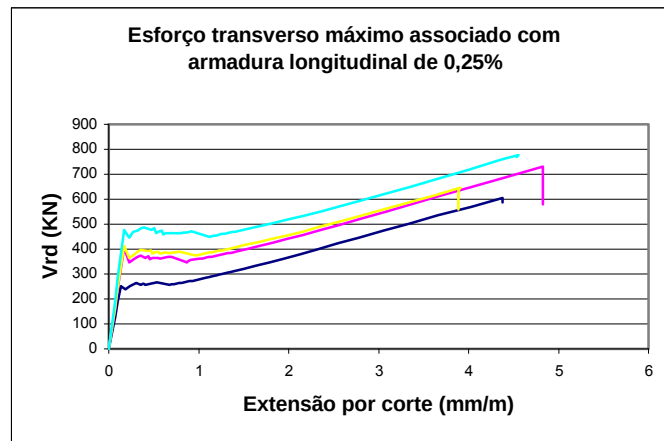


Fig.80 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal máxima e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

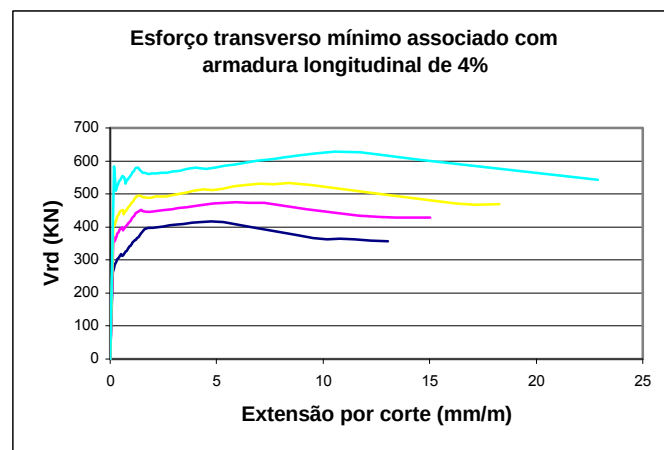


Fig.81 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal mínima e armadura longitudinal de tracção de 4%

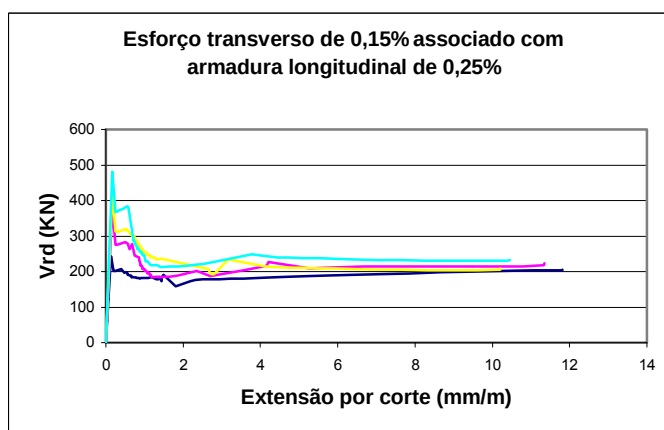


Fig.82 – Tipo de resposta obtido para armadura de esforço transversal de 0,15% e armadura longitudinal de tracção de 0,25%

Analisando agora estas respostas, pode-se afirmar que aumentar a dimensão da secção transversal não surte qualquer efeito nas mesmas quando se utiliza uma armadura longitudinal de tracção de 0,25% combinada com uma armadura de esforço transverso mínima. A diferença mais notória em termos de resposta, e que também influenciou de certa forma o coeficiente de segurança, foi quando se utilizou uma armadura de esforço transverso mínima com a quantidade de armadura máxima longitudinal de tracção, o que gerou uma resposta do tipo D, com se pode ver na fig. 81, levando assim a coeficientes que se encontram mais próximos dos das armaduras (até porque este tipo de rotura é caracterizado por um acompanhamento da cedência das armaduras de esforço transverso). Mas, de uma forma geral, para o caso C25/30, ρ'/ρ igual a 0,50, fora num ou noutro caso, os coeficientes de segurança obtidos são praticamente os mesmos.

5.5.2. CONCLUSÕES FINAIS

Como tipo de resposta de uma secção de betão armado solicitada ao corte, podem ser considerados (para o caso de estudo considerado) os 5 tipos de rotura previamente definidos. Como se pôde verificar ao longo desta última parte, cada um destes tipos de rotura está relacionado com um coeficiente de segurança obtido em todas as análises, cujo valor desse coeficiente se aproxima mais do coeficiente estipulado para o material betão se a rotura depender mais deste factor, ou então aproxima-se mais do coeficiente estipulado para as armaduras se na rotura estas tiverem mais influência mas, de uma forma geral, as roturas dão-se todas (com maior ou menor influência das armaduras) pelo betão. Relativamente aos coeficientes, o único problema que surge ao tentar relacionar os mesmos com os tipos de rotura é que à medida que se vai aumentando a classe de betão (em termos de resistência), os coeficientes de segurança associados a este material também vão decrescer, aproximando-se dos coeficientes das armaduras, acabando assim, de certa forma, por se misturarem nos gráficos finais, tornando-se imperceptível o tipo de rotura que possa ter ocorrido.

De uma forma geral, existem dois tipos de rotura que são de evitar, sendo elas o tipo A e o tipo B, cujas características já foram anteriormente definidas e são caracterizadas por coeficientes de segurança na ordem dos 1,5. Segue-se então uma tabela que resume as características das roturas do tipo A e do tipo B que convém ser evitadas, em que cada tipo de rotura (A e B) corresponde à consideração total da coluna respectiva (quantidade de armadura de esforço transverso, quantidade de armadura de tracção e quantidade de armadura de compressão):

Tabela 5 – Tipos de combinações a serem evitadas

Tipo de rotura	A	B
Quantidade armadura esforço transverso, ρ_w	Mínima e 0,15%	Mínima ou mais altas quando $\rho'/\rho = 0$
Quantidade armadura de tracção, ρ	0,25%	4%
Combinação de ρ'/ρ	todas	0,00 e 1,00

Seguem-se agora os tipos de combinações preferíveis em secções de betão armado, também já definidos anteriormente, que são os tipos C, D e E, sendo desta forma condições que convém serem obedecidas para não termos roturas inesperadas devido ao corte, em que cada tipo de rotura (C, D e E) corresponde à consideração total da coluna respectiva (quantidade de armadura de esforço transverso, quantidade de armadura de tracção e quantidade de armadura de compressão).

Tabela 6 – Tipos de combinações preferíveis

Tipo de rotura	C	D	E
Quantidade armadura esforço transversal, ρ_w	0,57% e máxima	0,15%	0,57% e máxima
Quantidade armadura de tracção, ρ	0,25%, 1%, 1,5% e 2%	1%, 1,5%, 2% e 4%	1%, 2% e 4%
Combinação de ρ'/ρ	Todas menos as nulas	Todas menos as nulas	Todas menos as nulas

Um outro aspecto que foi verificado é que o comportamento dos coeficientes de segurança relativos ao esforço transversal, segundo os três tipos de secção analisados e fixando o mesmo tipo de betão (C25/30), praticamente não varia (ou seja, não é muito dependente das dimensões da secção) a não ser com uma margem de 0,1, exceptuando para a combinação referente a $\rho = 0,25\%$.

A primeira ideia que se poderá retirar das tabelas 5 e 6 é que uma secção de betão armado para não se comportar de modo inesperado relativamente ao corte, e também para ter coeficientes de segurança mais baixos, terá que ser uma secção “equilibrada”. Como se pode observar pela tabela 5, as secções que aparentam uma rotura do tipo A e B são secções que ou não têm armadura à compressão (o que na realidade raramente acontece devido a factores construtivos) ou são secções que também têm muita quantidade de armadura longitudinal de tracção (4%) associada com uma armadura de esforço transversal mínimo (o que também não faz muito sentido) ou com uma quantidade de esforço transversal mínimo e de 0,15% quando colocadas com uma quantidade de armadura longitudinal de tracção com um valor que anda próximo da quantidade mínima (0,25%).

Desta forma, ficaram definidos os aspectos essenciais a ter em conta no dimensionamento ao corte de uma secção de betão armado. Estes aspectos foram baseados no tratamento estatístico de variados ensaios e de variadas combinações de armadura longitudinal e transversal, bem como de três dimensões de secção como já explicito anteriormente.

Um outro aspecto que foi analisado foi a evolução dos coeficientes de segurança com o aumento das classes de betão. Mas, como já foi referido anteriormente, como a maioria das roturas são devido ao betão, à medida que vamos aumentando a classe deste material, mais vamos ao encontro de coeficientes de segurança relativos ao betão menores, acabando assim por influenciar os coeficientes de segurança relativos ao corte, o que implica uma maior homogeneidade nas respostas visto que os coeficientes das roturas condicionadas pelo betão misturam-se com aquelas roturas que já têm uma maior intervenção das armaduras.

5.6. COMPARAÇÃO COM ESTUDO SEMELHANTE REALIZADO PARA CASOS DE FLEXÃO

Quanto à variação do coeficiente de segurança ser independente das dimensões da secção, no estudo realizado ao corte, essa característica reflecte-se um pouco mas não quer dizer que seja totalmente independente das dimensões da secção como se verificou no estudo à flexão.

O nível de segurança em termos de resposta última ao corte também se pode associar com o da flexão na medida em que o nível da segurança em termos de resposta última também depende do

desempenho dos materiais e da importância que cada um teve na rotura, sendo que esta importância é mais virada para o betão no caso do corte.

Os factores que caracterizam convenientemente o coeficiente de segurança ao corte são então:

- Quantidade de armadura de esforço transversal, ρ_w ;
- Quantidade de armadura de tracção, ρ ;
- Quantidade de armadura de compressão, ρ'/ρ ;
- A relação entre a capacidade resistente dos materiais (f_{cm}/f_{sym}) .

Factores, estes, relativamente semelhantes com aqueles que influenciaram as roturas à flexão.

6

CONCLUSÕES FINAIS E ORIENTAÇÕES PARA FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

6.1. CONCLUSÕES FINAIS

Foram apresentados alguns coeficientes de segurança (os restantes encontram-se em anexo) que foram obtidos para três combinações de dimensões referentes às secções de betão armado (as mais usuais em pórticos de edifícios), seis tipos de quantidade de armadura longitudinal de tracção, quatro combinações de armadura de compressão associadas com as quantidades de armadura longitudinal de tracção e quatro tipos de quantidade de armadura de esforço transversal associadas com cada combinação de armadura longitudinal de tracção e compressão, bem como quatro classes de betão e um tipo de classe de armadura (S500) sendo apenas esta a classe considerada, pois para além de reduzir bastante a quantidade de informação a ser tratada, é uma classe de armaduras com normalização europeia.

Dos coeficientes de segurança determinados e da associação dos tipos de resposta com esses mesmos coeficientes de segurança, chegou-se à conclusão que para classes de betão até à classe C25/30, os coeficientes de segurança obtidos estão, de certa forma, relacionados com o tipo de rotura que é presenciada e, já para o betão da classe C45/55, os mesmos coeficientes começam a baixar, acabando por não se distinguir muito bem as roturas condicionadas apenas pelo betão e as roturas que têm a intervenção das armaduras, como já explicado anteriormente.

Com base nos resultados obtidos neste trabalho apresenta-se, de forma condensada, na tabela 7 a relação entre os coeficientes de segurança obtidos relativamente aos esforços transversos resistentes, bem como uma referência aos coeficientes dos materiais envolvidos numa secção de betão armado, e os diferentes tipos de rotura definidos no capítulo anterior.

Tabela 7 – Relação do coeficiente de segurança com o tipo de rotura

Classe de betão	Coeficiente de segurança (armaduras)	Coeficiente de segurança (betão)	Coeficiente de segurança obtido (respostas)	Tipo de rotura
C20/25	1,15	2,1	Mais próximo do coeficiente betão	A; B (frágil)
C20/25	1,15	2,1	Mais próximo do coeficiente armaduras	C; D; E (com aviso)
C25/30	1,15	1,7	Mais próximo do coeficiente betão	A; B (frágil)
C25/30	1,15	1,7	Mais próximo do coeficiente armaduras	C; D; E (com aviso)
C30/37	1,15	1,5	Mais próximo do coeficiente betão	A; B (frágil)
C30/37	1,15	1,5	Mais próximo do coeficiente armaduras	C; D; E (com aviso)
C45/55	1,15	1,3	Mais próximo do coeficiente betão	A; B (frágil)
C45/55	1,15	1,3	Mais próximo do coeficiente armaduras	C; D; E (com aviso)

Um outro aspecto que foi salientado é que podem acontecer dois tipos de rotura ao corte que não são desejáveis, a rotura do tipo A e do tipo B. De acordo com o Eurocódigo 2, é possível a consideração das quantidades de armaduras que levam a esses tipos de rotura. Apesar das quantidades de armaduras que originaram a rotura do tipo B não serem muito usuais (valor máximo de armadura longitudinal de tracção associada com armadura de compressão nula e qualquer tipo de quantidade de armadura de esforço transversal, ou uma percentagem de armadura de esforço transversal mínima associada com uma armadura longitudinal de tracção e compressão máxima), os casos que conduziram às roturas do tipo A resultaram de quantidades de armaduras mais usuais (quantidade de armadura de esforço transversal mínima e de 0,15% associada com uma quantidade de armadura de tracção de 0,25% para qualquer combinação de armadura à compressão).

Desta forma, chama-se a atenção para o facto de o Eurocódigo 2 permitir estas combinações de armadura, o que indica que numa situação real em que se verifiquem as mesmas, podemos estar a incorrer num tipo de rotura frágil, não desejada.

Como tal, são então propostas as combinações de armadura relativamente ao esforço transversal que estão definidas na tabela 6.

Um outro aspecto que também está relacionado com os tipos de rotura A e B é a equação da resistência do betão à tracção (f_{ct}), fornecida também pelo Eurocódigo 2 e presente na tabela 3 e na tabela 4, bem como a equação que fornece a quantidade de armadura mínima de esforço transversal, proposta também pelo Eurocódigo 2, que se encontra na equação 5.3. Isto porque, se considerarmos os valores das resistências à tracção do betão calculados segundo a fórmula do Eurocódigo 2 conjuntamente com quantidade de armadura mínima de esforço transversal (também calculada segundo o EC2), somos encaminhados para os tipos de rotura A e B. A causa deste fenómeno tem a ver com a consideração dessa armadura mínima de esforço transversal que não é suficiente para elevar o estado tensional duma secção de betão armado para além da sua resistência à tracção, levando assim à limitação dos esforços transversais resistentes ao valor da resistência à tracção do betão, implicando desta forma o aparecimento das roturas A e B.

No entanto, seria interessante analisar de forma mais detalhada a influência da equação da resistência à tracção do betão, pois esta equação fornece valores superiores do que aqueles que o programa Response-2000 utiliza por defeito e que se aproximam mais daqueles preconizados no regulamento do ACI (American Concrete Institute).

De uma forma geral, foi possível relacionar quais as roturas de corte mais dependentes do comportamento do betão e quais as roturas de corte mais dependentes das quantidades de armadura utilizadas (longitudinal e transversal). Se tivermos uma secção com uma quantidade armadura de esforço transversal considerável, a rotura irá ser dada pelo esmagamento do betão (a quantidade de armadura transversal eleva o estado tensional para valores mais elevados do que aqueles que o betão no limite consegue aguentar em termos de tensões de compressão) mas se tivermos quantidades de armadura de esforço transversal reduzidas, de tal forma que não consigam elevar o estado tensional para além do valor da tensão de tracção do betão, corre-se o risco de ter uma rotura do tipo A ou B, sendo roturas muito perigosas, não abrindo sequer qualquer tipo de fenda de aviso antes da rotura. As armaduras longitudinais também têm certa influência no corte, sendo que a combinação dos dois tipos de armadura (longitudinal e transversal) tem uma certa importância, como já explícito nas tabelas 5 e 6.

Quando se utiliza um programa como o Response-2000, é aconselhado que a sua aplicação seja complementada com uma análise global da estrutura. Por exemplo, num pórtico de um edifício deverá ser tido em conta aspectos relacionados com o funcionamento de toda a estrutura, tais como, a redistribuição de esforços, a força de amarração existente nas armaduras, assumindo também (devido ao programa Response-2000) que não existe qualquer escorregamento entre as armaduras e o betão (o que raramente acontece), bem como o princípio de que secções planas continuam planas após solicitações aplicadas.

Para os coeficientes de segurança mais altos que foram obtidos, se estes forem aplicados a uma resistência característica de uma secção de betão armado (como as que foram estudadas neste trabalho), na realidade irá diminuir-se substancialmente a capacidade resistente que essa secção teria para valores muito mais baixos, sendo que (ao serem considerados os mesmos coeficientes para a determinação de esforços transversais de cálculo) a margem que se irá ter para o valor real da carga de colapso será maior relativamente aos coeficientes mais baixos. Desta forma, conduzirá a dimensionamentos menos económicos mas mais “seguros” no que respeita à proximidade do valor da carga de colapso, proporcionando assim uma maior oscilação dos esforços de cálculo actuantes, mas tendo em consideração de que, no limite, se poderá aproximar de uma rotura frágil.

6.2. ORIENTAÇÕES PARA FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

Como orientações para futuros desenvolvimentos, destacam-se os aspectos acima mencionados no que diz respeito às combinações de armadura que levam ao aparecimento das roturas do tipo A e B, com o objectivo de se comprovar se realmente estes dois tipos de rotura aparecem quando se consideram as combinações de armaduras referidas na tabela 5, pois tendo surgido a questão relativa à equação da resistência à tracção do betão, na realidade, estes tipos de rotura podem não acontecer para todas as combinações estipuladas.

Uma outra orientação para futuros desenvolvimentos era verificar se realmente existe uma possível ligação entre a fórmula da resistência à tracção do betão e a fórmula que fornece a quantidade mínima de armadura de esforço transversal definidas no Eurocódigo 2, ligação que poderá estar a criar os tipos de rotura A e B. Estas duas fórmulas (resistência à tracção do betão e armadura mínima) deveriam, para qualquer tipo de secção de betão armado, originar roturas ao corte depois de ser ultrapassado o valor correspondente à resistência à tracção do betão. Mas, o que acontece, é que a consideração conjunta destas duas fórmulas originam roturas ao corte frágeis, ou seja, roturas cujo valor máximo é alcançado mesmo antes de ser aberta a primeira fenda no betão (roturas muito perigosas).

Por fim, propõe-se o estudo de mais combinações de armadura de esforço transversal para os mesmos tipos de secção considerados com o objectivo de se verificar se existem mais tipos de rotura ao corte do que aqueles que foram definidos neste trabalho, bem como o estudo de roturas ao corte de outros tipos de secção.

BIBLIOGRAFIA

- Bentz, E.C. *Sectional analysis of reinforced concrete members*. Dissertação de Doutoramento, Graduate Department of Civil Engineering – University of Toronto, 2000.
- CEB-FIP, Comité Euro-International du Béton. *International system of unified standard codes of practice for structures*. Volume I, 1978
- EC2-1, CEN. *Eurocode 2 – Design of concrete structures*. European Standard EN 1992-1-1, 2004
- Florian, A. an efficient sampling scheme: updated latin hypercube sampling. In *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 7, pp. 123-130, 1991.
- Freudenthal, A.M. *The safety of structures*. Transaction, ASCE, Vol. 112, pp. 125-180, 1947
- Freudenthal, A.M. *Safety and the probability of structural failure*. Transaction, ASCE, Vol. 121, pp. 1137-1197, 1956
- Henriques, A.A. *Aplicação de novos conceitos de segurança no dimensionamento do betão estrutural*. Dissertação de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto – Departamento de Engenharia Civil, 1998.
- Jiménez Montoya, P., Garcia Meseguer, A., Morán Cabré, F. *Hormigón Armado*. Editorial Gustavo Gili, 2001.
- McKay, M.D., Beckman, R.J., Conover, W.J. *A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code*. Technometrics, 2, pp. 239-245, 1979.
- Nilson, A. *Design of Concrete Structures*. McGraw-Hill International Editions, 1997.
- Sobrino, J.A. *Evaluación del comportamiento funcional y de la seguridad estructural de puentes existentes de hormigón armado y pretensado*. Dissertação de Doutoramento, Technical University of Catalonia – Department of Construction Engineering, 1993.
- Thoft-Christensen, P., Baker, M.J. *Structural Reliability theory and its application*. Springer-Verlag, 1982.
- Vecchio, F.J., Collins, M.P. *The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear*. ACI structural journal – technical paper, 29/07/1985, pp. 219-231, American Concrete Institute.
- Vecchio, F.J., Collins, M.P. *Predicting the response of reinforced concrete beams subjected to shear using modified compression field theory*. ACI structural journal – technical paper, 24/09/1988, pp. 258-268, American Concrete Institute.
- Wiśniewski, D.F. *Safety formats for the assessment of concrete bridges with special focus on precast concrete*. Dissertação de Doutoramento, Escola de Engenharia da Universidade do Minho – Departamento de Engenharia Civil, 2007.

ANEXOS

A.1. ANEXOS

A.1.1. COEFICIENTES DE SEGURANÇA OBTIDOS

Apresentam-se seguidamente os restantes coeficientes de segurança obtidos, quer em termos de gráficos, quer em termos de tabelas para se ter uma melhor aproximação dos valores existentes nos gráficos. As primeiras tabelas referem-se aos gráficos já publicados anteriormente dos coeficientes de segurança, sendo que mais tarde aparece a referida tabela e logo a seguir o gráfico correspondente que não foi publicado anteriormente.

Tabela 8 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C20/25; quantidade da armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,4155	1,578	1,47	1,44	1,417	1,385
$\rho_w = 0,15\%$	1,539	1,184	1,192	1,227	1,216	1,228
$\rho_w = 0,57\%$	1,15	1,206	1,247	1,248	1,25	1,245
$\rho_w = \text{máximo}$	1,137	1,22	1,284	1,313	1,326	1,356

Tabela 9 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade de armadura de compressão nula; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,5	1,419	1,312	1,316	1,336	1,421
$\rho_w = 0,15\%$	1,464	1,412	1,3	1,331	1,38	1,426
$\rho_w = 0,57\%$	1,4	1,341	1,383	1,379	1,39	1,429
$\rho_w = \text{máximo}$	1,342	1,349	1,418	1,424	1,421	1,436

Tabela 10 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,505	1,364	1,292	1,306	1,382	1,371
$\rho_w = 0,15\%$	1,478	1,208	1,191	1,213	1,254	1,215
$\rho_w = 0,57\%$	1,326	1,148	1,182	1,207	1,196	1,2
$\rho_w = \text{máximo}$	1,364	1,133	1,198	1,266	1,272	1,3

Tabela 11 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C30/37; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,224	1,253	1,321	1,392	1,418	1,352
$\rho_w = 0,15\%$	1,228	1,219	1,244	1,26	1,251	1,193
$\rho_w = 0,57\%$	1,149	1,137	1,152	1,199	1,195	1,179
$\rho_w = \text{máximo}$	1,14	1,129	1,152	1,251	1,243	1,269

Tabela 12 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C45/55; quantidade de armadura de compressão nula; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,248	1,241	1,282	1,321	1,294	1,221
$\rho_w = 0,15\%$	1,29	1,3	1,306	1,334	1,285	1,23
$\rho_w = 0,57\%$	1,358	1,297	1,258	1,264	1,241	1,247
$\rho_w = \text{máximo}$	1,23	1,235	1,235	1,239	1,239	1,244

Tabela 13 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C45/55; quantidade da armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,237	1,307	1,225	1,231	1,182	1,181
$\rho_w = 0,15\%$	1,264	1,288	1,2	1,206	1,17	1,181
$\rho_w = 0,57\%$	1,184	1,149	1,163	1,17	1,171	1,175
$\rho_w = \text{máximo}$	1,128	1,124	1,169	1,2	1,196	1,243

Tabela 14 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,30X0,60 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,53	1,464	1,363	1,361	1,448	1,434
$\rho_w = 0,15\%$	1,127	1,195	1,242	1,229	1,216	1,206
$\rho_w = 0,57\%$	1,142	1,15	1,192	1,222	1,229	1,206
$\rho_w = \text{máximo}$	1,13	1,149	1,232	1,313	1,315	1,397

Tabela 15 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,35X0,70 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,488	1,419	1,393	1,402	1,403	1,22
$\rho_w = 0,15\%$	1,402	1,184	1,246	1,242	1,241	1,222
$\rho_w = 0,57\%$	1,152	1,136	1,173	1,228	1,228	1,249
$\rho_w = \text{máximo}$	1,133	1,143	1,218	1,342	1,354	1,429

Tabelas, estas, que correspondem aos gráficos expostos no capítulo 5. Agora irá ser feita a apresentação dos restantes resultados (tabelas e gráficos correspondentes):

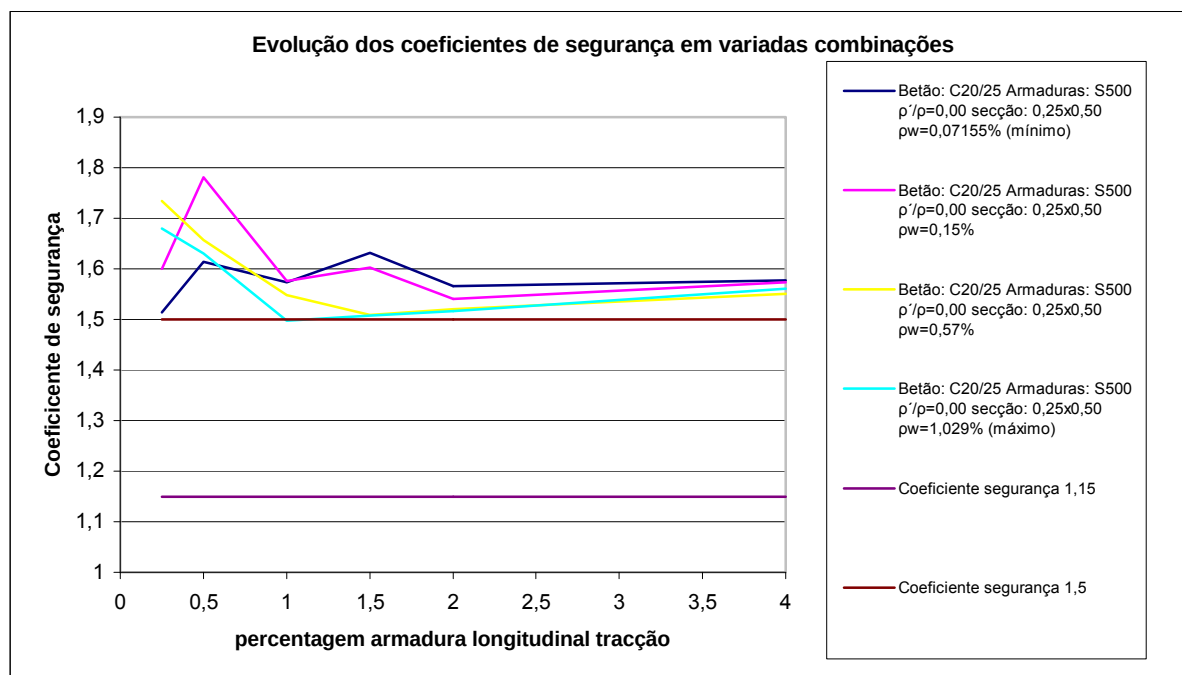


Fig.83 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C20/25 e quantidade de armadura de compressão nula

Tabela 16 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C20/25; quantidade de armadura de compressão nula; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,514	1,614	1,573	1,632	1,566	1,577
$\rho_w = 0,15\%$	1,6	1,781	1,576	1,602	1,54	2
$\rho_w = 0,57\%$	1,734	1,657	1,548	1,509	1,521	1,55
$\rho_w = \text{máximo}$	1,68	1,631	1,497	1,508	1,516	1,561

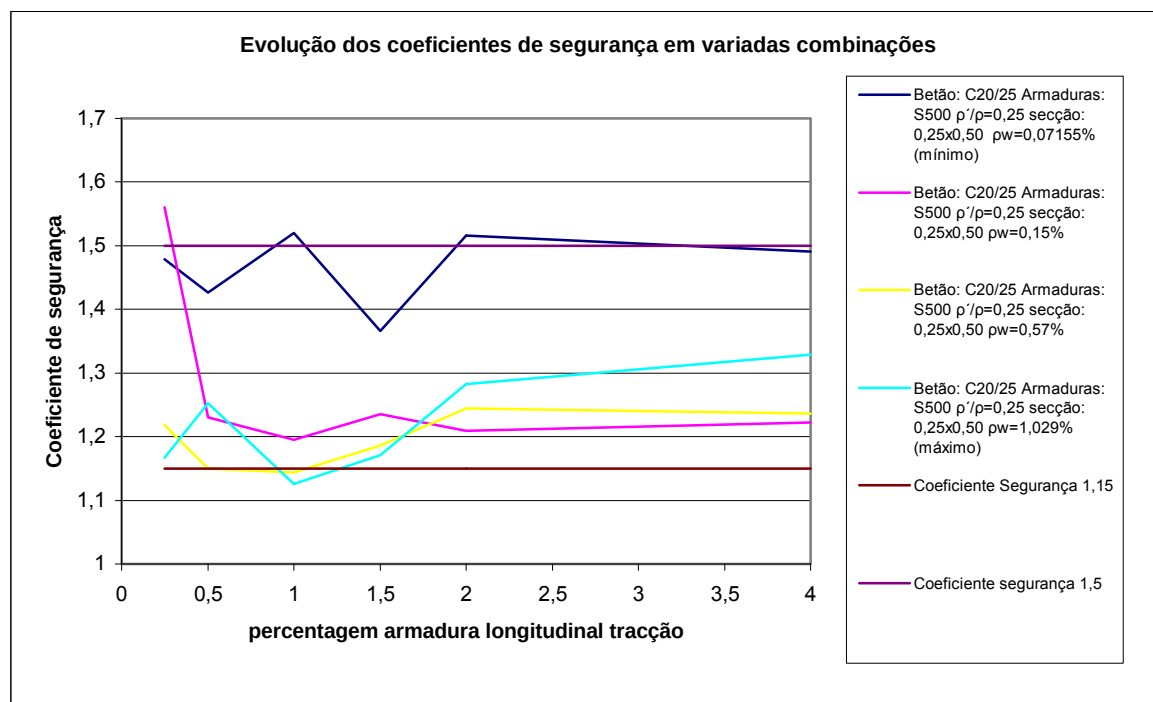


Fig.84 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C20/25 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção

Tabela 17 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C20/25; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade da armadura de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,479	1,426	1,52	1,366	1,516	1,491
$\rho_w = 0,15\%$	1,56	1,23	1,195	1,235	1,209	1,222
$\rho_w = 0,57\%$	1,218	1,15	1,144	1,186	1,244	1,236
$\rho_w = \text{máximo}$	1,167	1,252	1,126	1,171	1,283	1,329

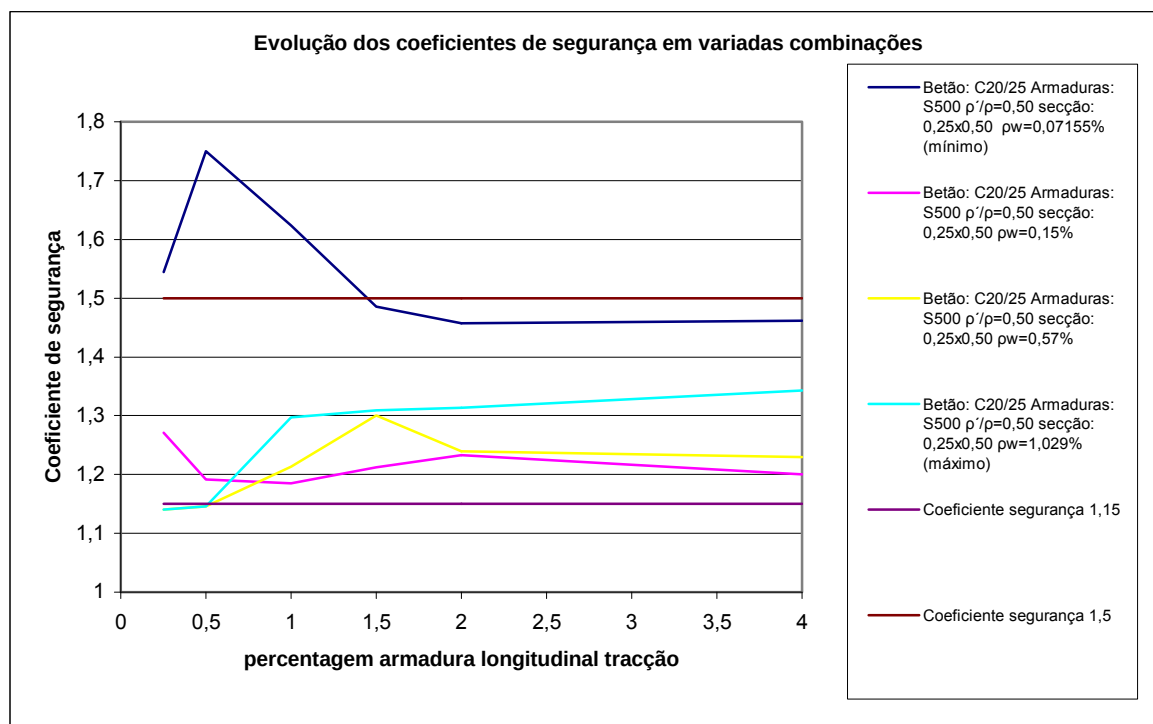


Fig.85 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C20/25 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção

Tabela 18 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C20/25; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade da armadura de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,544	1,75	1,624	1,485	1,457	1,461
$\rho_w = 0,15\%$	1,271	1,192	1,185	1,212	1,233	1,2
$\rho_w = 0,57\%$	1,14	1,146	1,213	1,3	1,239	1,23
$\rho_w = \text{máximo}$	1,14	1,146	1,297	1,309	1,313	1,343

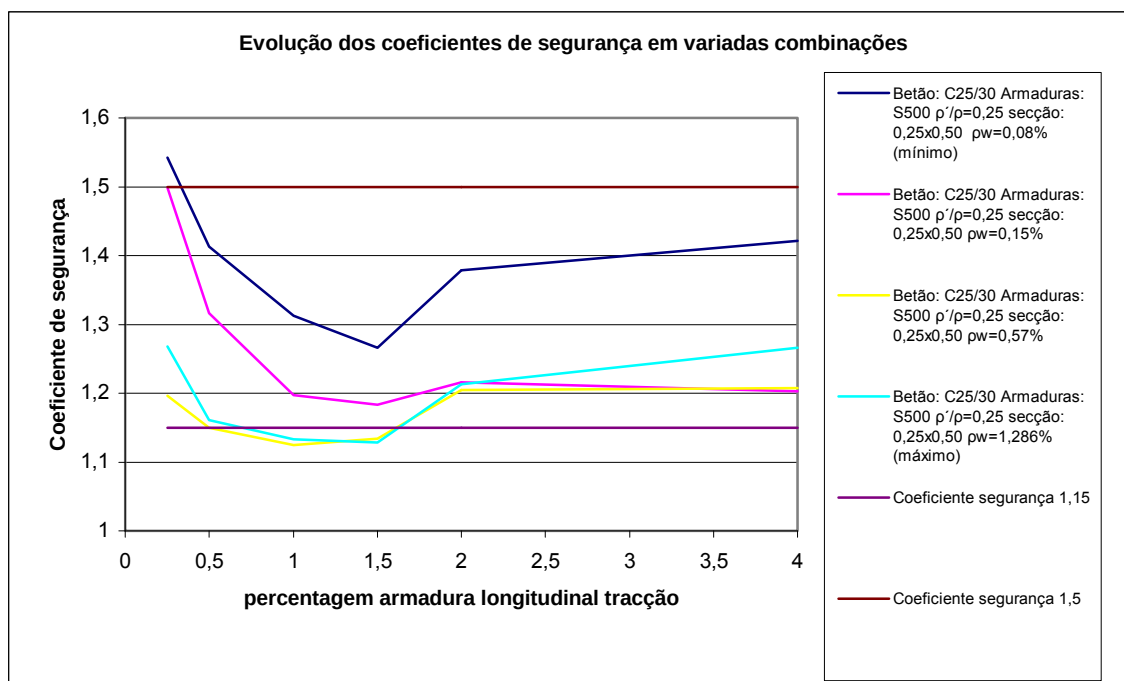


Fig.86 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção

Tabela 19 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade da armadura de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,542	1,413	1,313	1,266	1,379	1,421
$\rho_w = 0,15\%$	1,499	1,316	1,197	1,183	1,216	1,203
$\rho_w = 0,57\%$	1,196	1,15	1,125	1,134	1,205	1,207
$\rho_w = \text{máximo}$	1,268	1,161	1,133	1,128	1,213	1,266

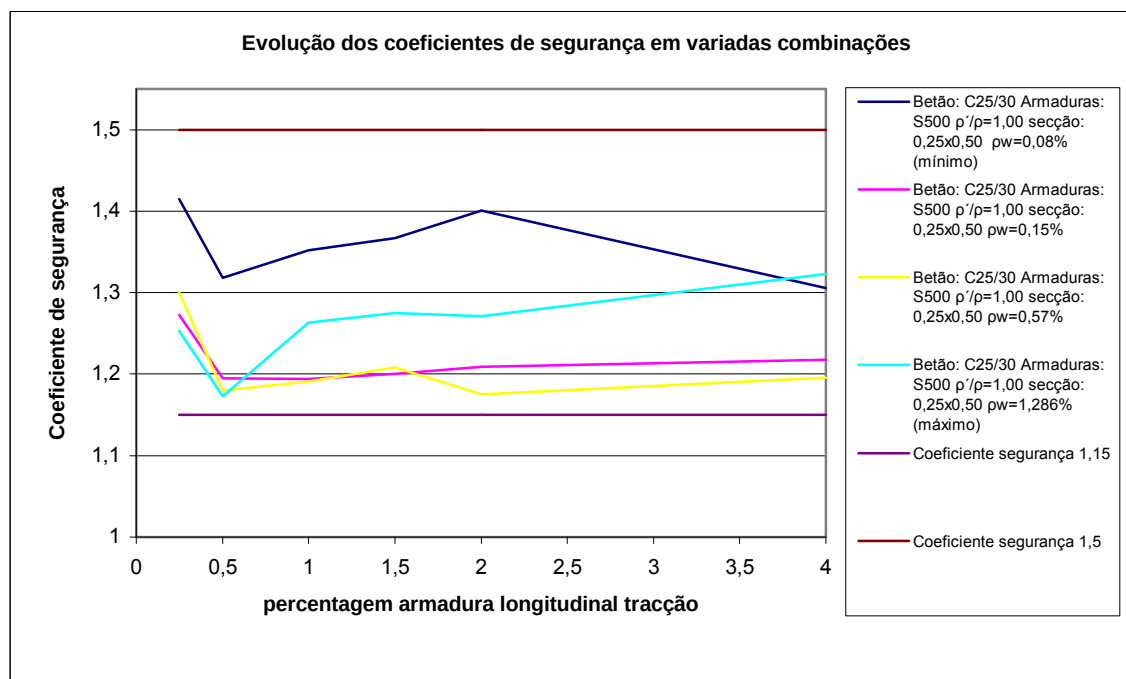


Fig.87 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual à quantidade da armadura longitudinal de tracção

Tabela 20 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade de armadura de compressão igual à quantidade da armadura de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,415	1,318	1,352	1,367	1,401	1,306
$\rho_w = 0,15\%$	1,273	1,195	1,194	1,2	1,209	1,218
$\rho_w = 0,57\%$	1,3	1,18	1,191	1,208	1,175	1,196
$\rho_w = \text{máximo}$	1,253	1,173	1,263	1,275	1,271	1,323

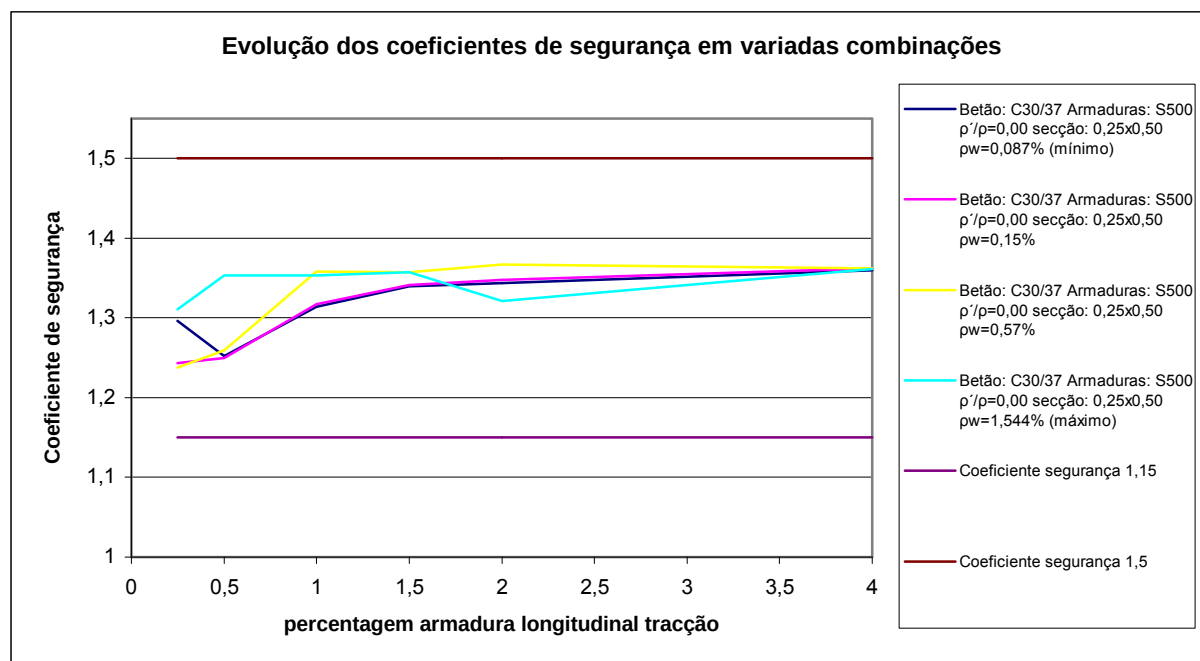


Fig.88 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C30/37 e quantidade de armadura de compressão nula

Tabela 21 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C30/37; quantidade de armadura de compressão nula; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,296	1,252	1,314	1,34	1,344	1,36
$\rho_w = 0,15\%$	1,243	1,25	1,317	1,341	1,348	1,362
$\rho_w = 0,57\%$	1,238	1,259	1,358	1,357	1,367	1,362
$\rho_w = \text{máximo}$	1,311	1,353	1,353	1,357	1,321	1,361

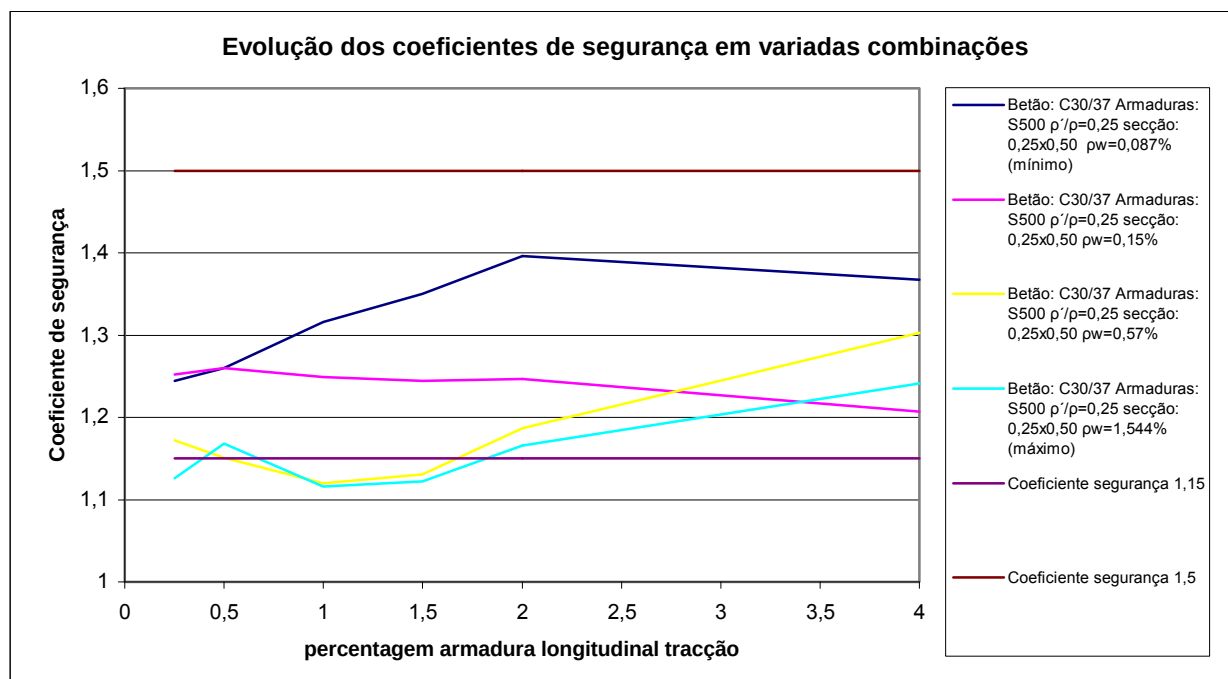


Fig.89 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C30/37 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção

Tabela 22 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C30/37; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,244	1,26	1,316	1,35	1,396	1,367
$\rho_w = 0,15\%$	1,252	1,26	1,249	1,244	1,247	1,207
$\rho_w = 0,57\%$	1,172	1,151	1,12	1,131	1,187	1,303
$\rho_w = \text{máximo}$	1,126	1,168	1,116	1,122	1,166	1,241

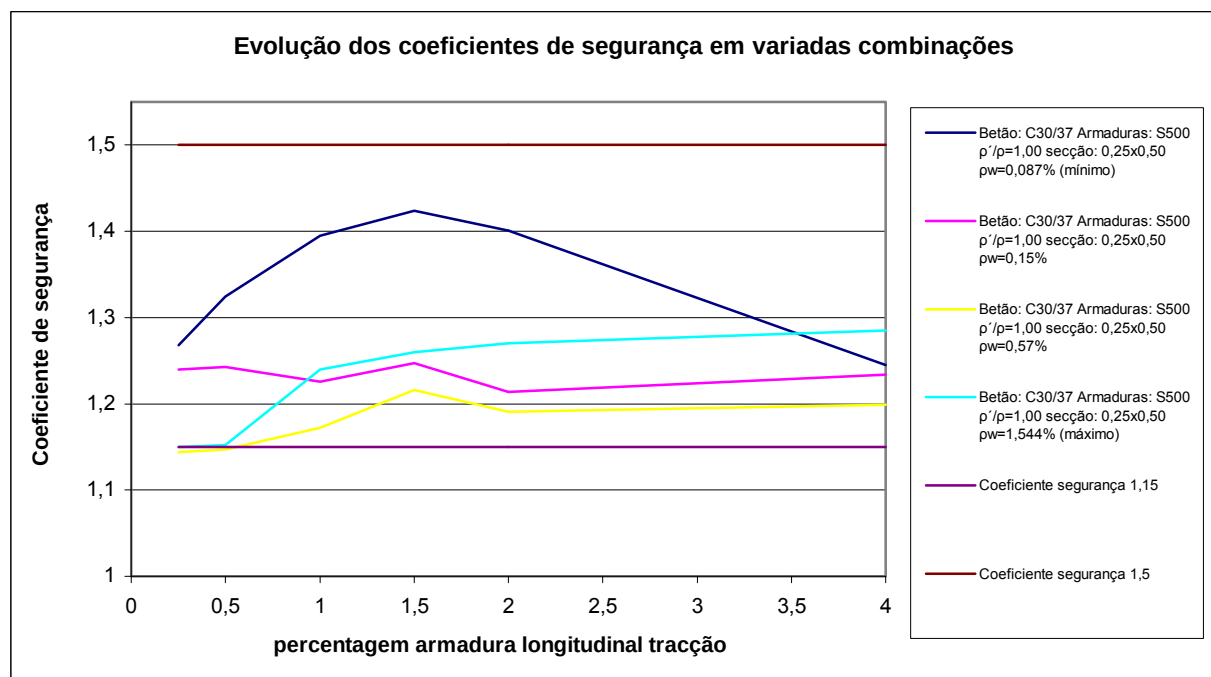


Fig.90 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C30/37 e quantidade de armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção

Tabela 23 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C30/37; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade da armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,268	1,324	1,395	1,424	1,401	1,245
$\rho_w = 0,15\%$	1,24	1,243	1,226	1,247	1,214	1,234
$\rho_w = 0,57\%$	1,144	1,147	1,172	1,216	1,191	1,199
$\rho_w = \text{máximo}$	1,15	1,152	1,24	1,26	1,27	1,285

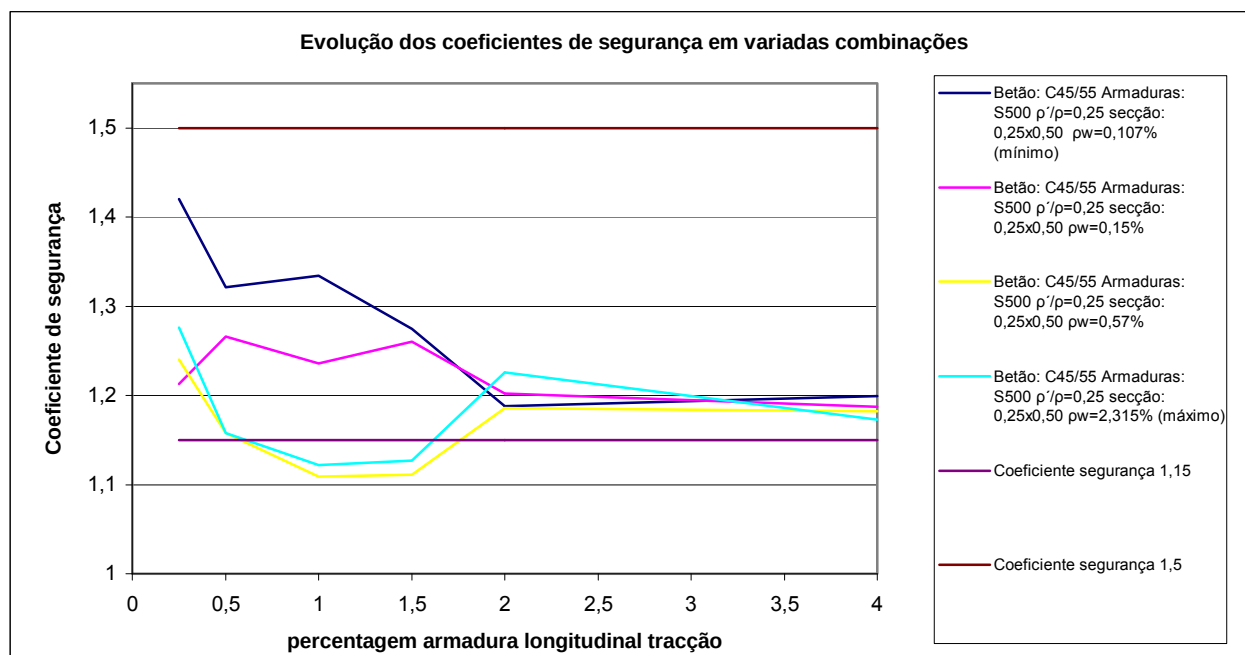


Fig.91 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C45/55 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção

Tabela 24 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C45/55; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,42	1,321	1,334	1,275	1,188	1,199
$\rho_w = 0,15\%$	1,213	1,266	1,236	1,26	1,202	1,187
$\rho_w = 0,57\%$	1,24	1,158	1,109	1,111	1,186	1,182
$\rho_w = \text{máximo}$	1,276	1,158	1,122	1,127	1,226	1,173

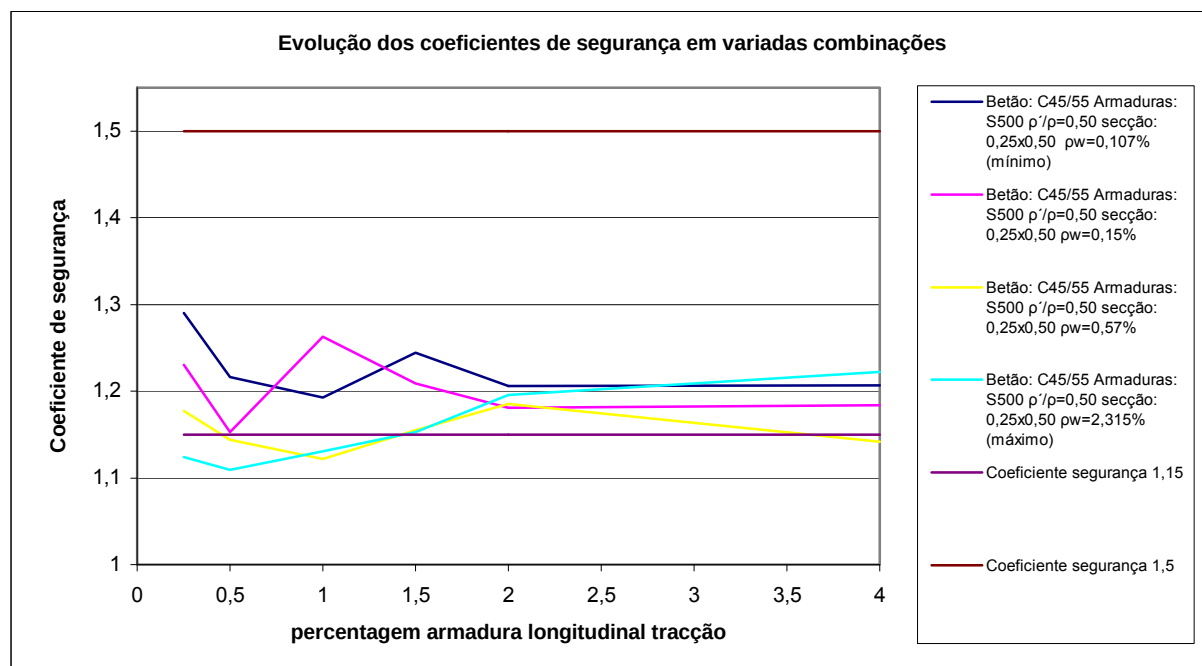


Fig.92 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C45/55 e quantidade de armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção

Tabela 25 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C45/55; quantidade da armadura de compressão igual a metade da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,25X0,50 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,29	1,216	1,193	1,244	1,206	1,207
$\rho_w = 0,15\%$	1,23	1,153	1,263	1,209	1,181	1,184
$\rho_w = 0,57\%$	1,177	1,144	1,122	1,155	1,185	1,142
$\rho_w = \text{máximo}$	1,124	1,109	1,131	1,153	1,196	1,222

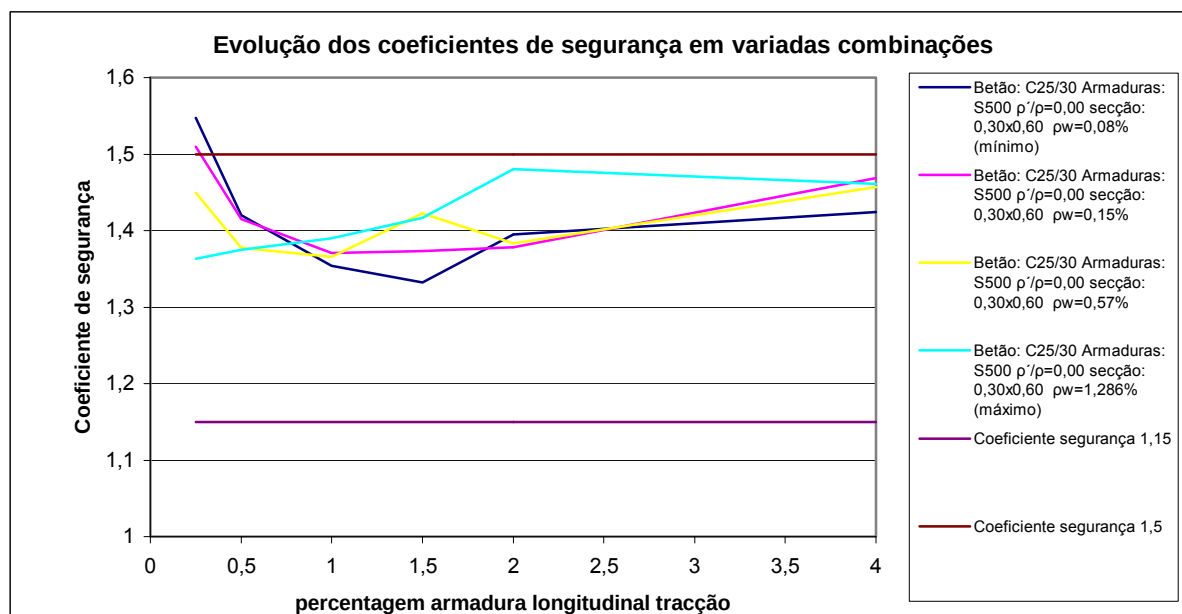


Fig.93 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão nula

Tabela 26 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão nula; secção 0,30X0,60 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,547	1,42	1,354	1,332	1,395	1,424
$\rho_w = 0,15\%$	1,51	1,415	1,371	1,373	1,378	1,469
$\rho_w = 0,57\%$	1,449	1,377	1,366	1,423	1,383	1,457
$\rho_w = \text{máximo}$	1,363	1,375	1,39	1,417	1,48	1,461

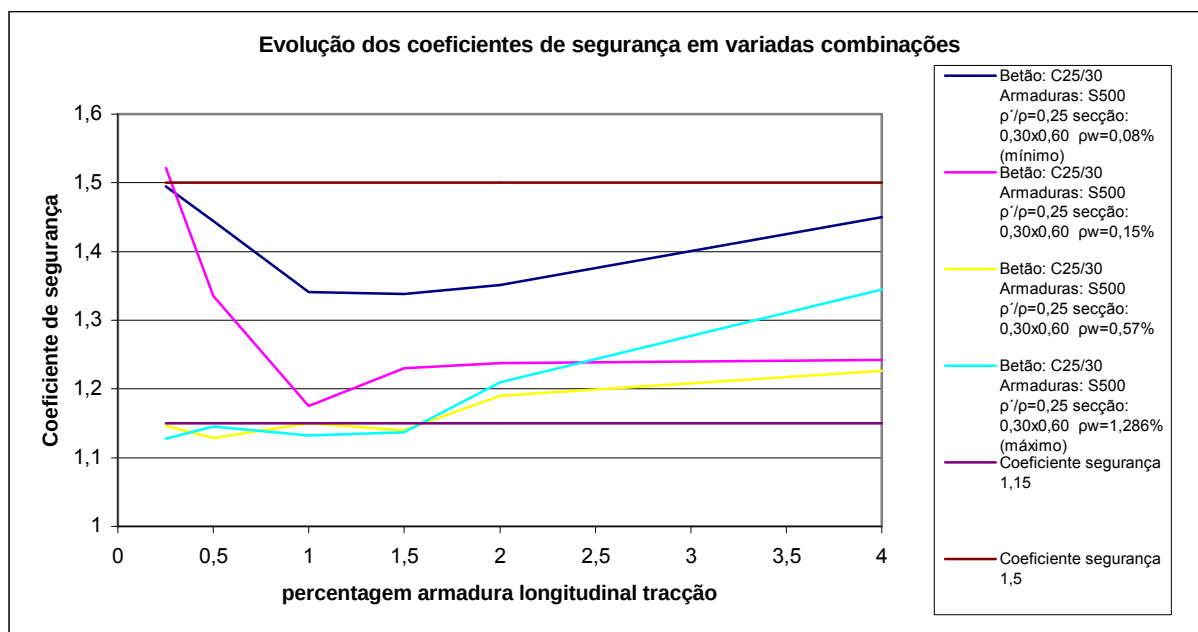


Fig.94 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção

Tabela 27 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,30X0,60 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,495	1,444	1,341	1,338	1,351	1,45
$\rho_w = 0,15\%$	1,522	1,335	1,175	1,23	1,238	1,242
$\rho_w = 0,57\%$	1,146	1,129	1,15	1,14	1,19	1,226
$\rho_w = \text{máximo}$	1,128	1,145	1,132	1,137	1,21	1,345

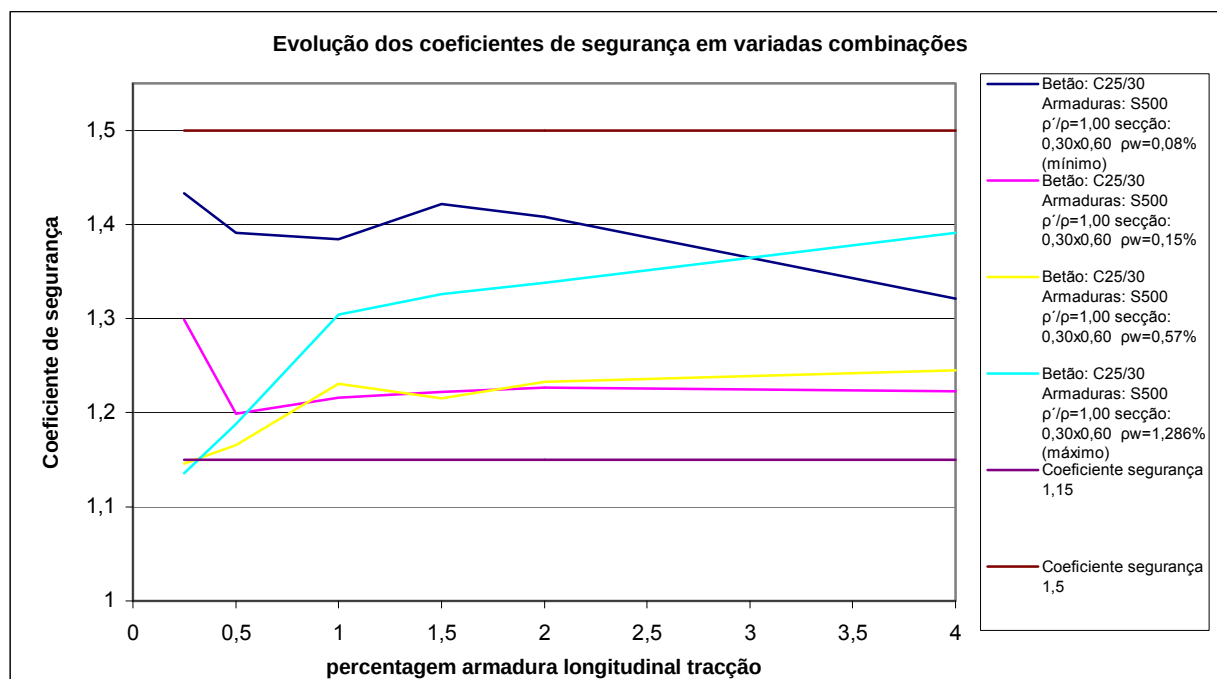


Fig.95 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual à quantidade da armadura longitudinal de tracção

Tabela 28 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,30X0,60 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,433	1,391	1,384	1,422	1,408	1,321
$\rho_w = 0,15\%$	1,299	1,199	1,216	1,222	1,227	1,223
$\rho_w = 0,57\%$	1,146	1,166	1,231	1,215	1,233	1,245
$\rho_w = \text{máximo}$	1,136	1,188	1,304	1,326	1,338	1,391

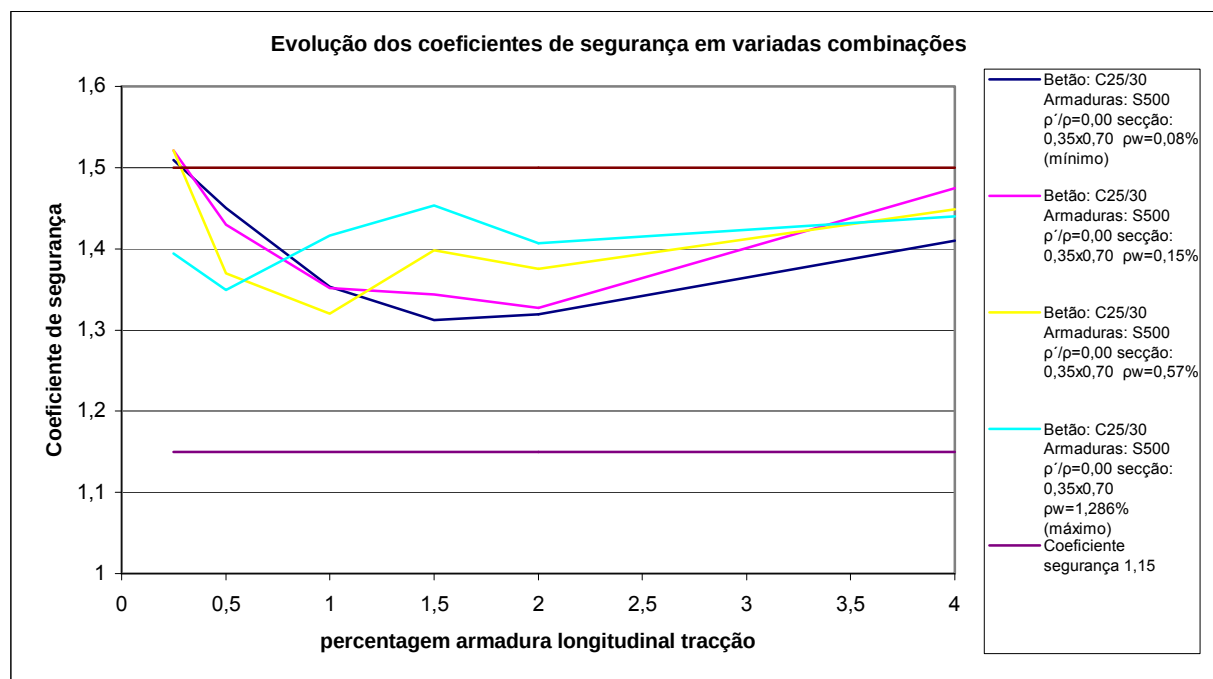


Fig.96 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão nula

Tabela 29 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão nula; secção 0,35X0,70 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,509	1,45	1,353	1,312	1,319	1,41
$\rho_w = 0,15\%$	1,521	1,43	1,352	1,344	1,327	1,475
$\rho_w = 0,57\%$	1,521	1,37	1,32	1,398	1,375	1,449
$\rho_w = \text{máximo}$	1,394	1,349	1,416	1,453	1,407	1,44

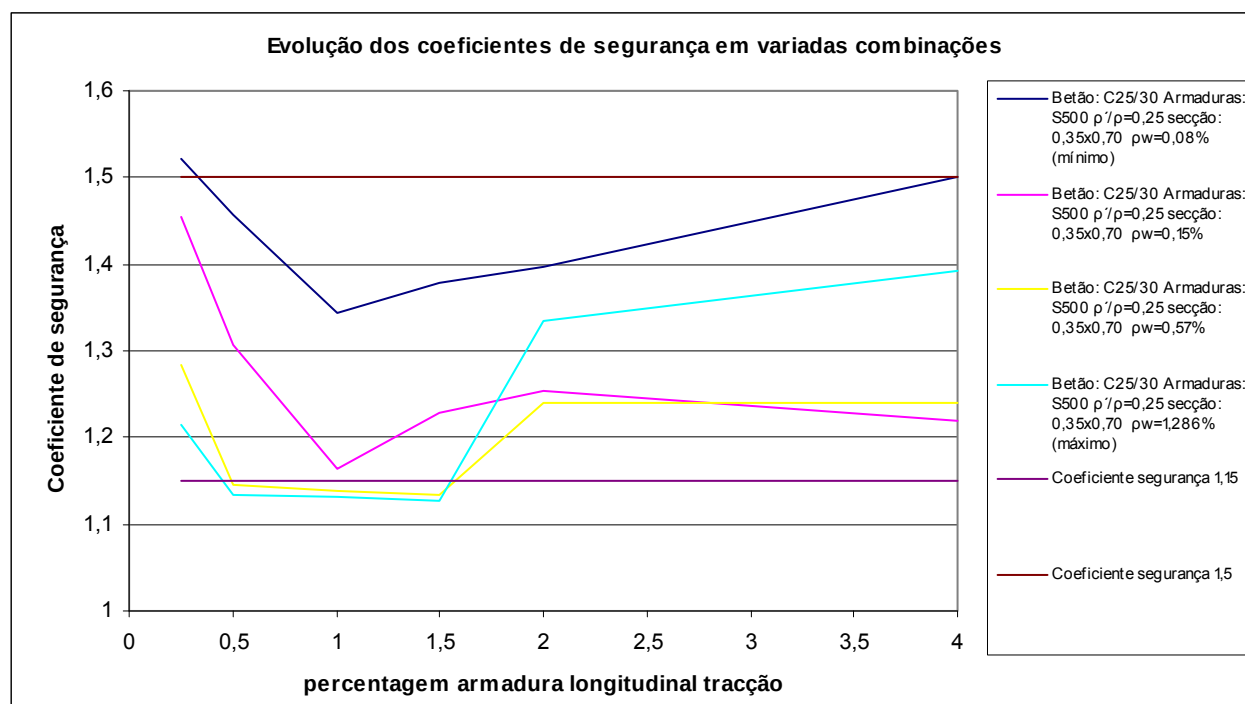


Fig.97 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção

Tabela 30 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual a 0,25 da quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,35X0,70 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,522	1,458	1,344	1,379	1,398	1,5
$\rho_w = 0,15\%$	1,454	1,308	1,164	1,228	1,254	1,219
$\rho_w = 0,57\%$	1,283	1,146	1,139	1,135	1,239	1,241
$\rho_w = \text{máximo}$	1,214	1,135	1,131	1,127	1,334	1,392

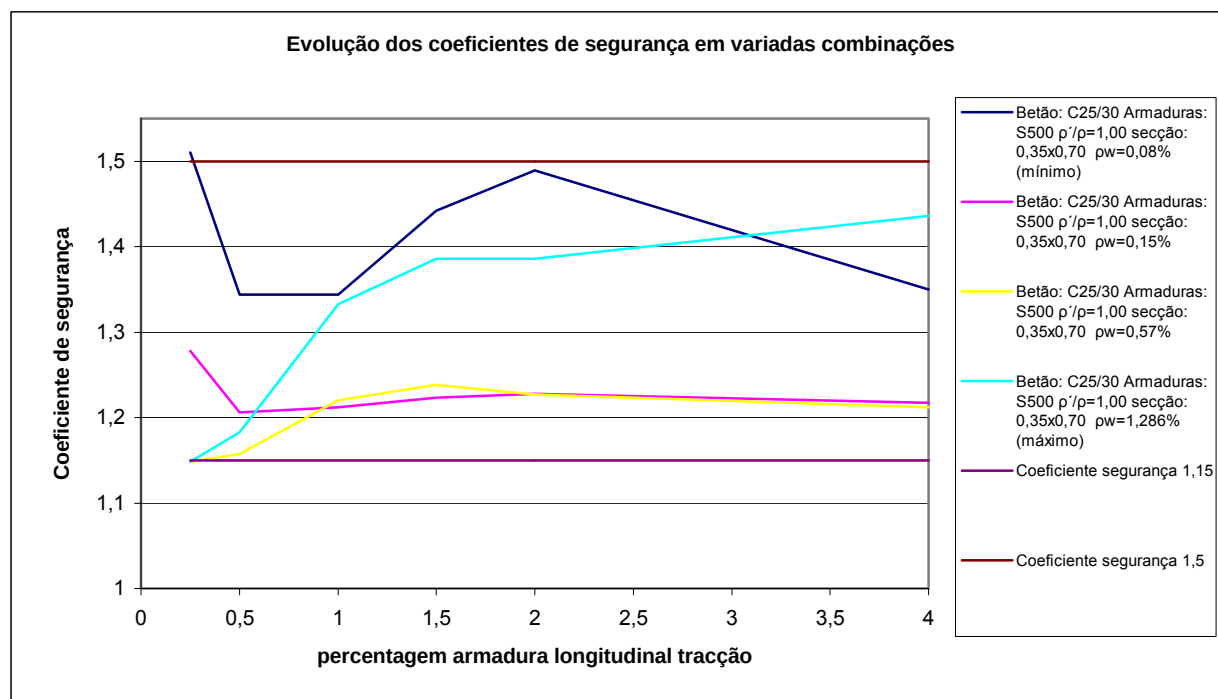


Fig.98 – Evolução dos coeficientes de segurança para betão C25/30 e quantidade de armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção

Tabela 31 – Coeficientes de segurança obtidos para betão C25/30; quantidade da armadura de compressão igual à quantidade de armadura longitudinal de tracção; secção 0,35X0,70 e armaduras S500

	$\rho = 0,25\%$	$\rho = 0,50\%$	$\rho = 1\%$	$\rho = 1,5\%$	$\rho = 2\%$	$\rho = 4\%$
$\rho_w = \text{mínimo}$	1,51	1,344	1,344	1,442	1,489	1,35
$\rho_w = 0,15\%$	1,278	1,206	1,212	1,223	1,228	1,217
$\rho_w = 0,57\%$	1,148	1,157	1,22	1,238	1,227	1,212
$\rho_w = \text{máximo}$	1,148	1,183	1,333	1,386	1,386	1,436

