

DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE CONTROLO DE VIBRAÇÕES PARA PONTES PEDONAIS

EUFRÁSIO MANUEL SILVA ABREU

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professora Doutora Elsa de Sá Caetano

JULHO DE 2008

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2007/2008

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2007/2008 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

A mis Padres y Hermano

“Uma Pessoa Inteligente Resolve um Problema, um Sábio o Previne”

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Esta dissertação não representa apenas o resultado de extensas horas de estudo, reflexão e trabalho durante as diversas etapas que a constituem, mas é também fruto do culminar de um longo percurso académico, que não seria possível sem a ajuda de um número considerável de pessoas. Por esta razão, desejo expressar os meus sinceros agradecimentos:

- À Prof.^a Dr.^a Elsa de Sá Caetano, pela dedicação, compreensão e disponibilidade em ouvir com interesse todas as questões, dúvidas e problemas que surgiram durante o processo de reflexão;
- Ao Prof. Dr. Álvaro Cunha, pela sua amabilidade e tempo prestados na explicação concisa sobre alguns assuntos ligados à dinâmica estrutural, abrindo-me a porta que rapidamente me encaminharia para o tema tratado nesta dissertação;
- Ao meu irmão, que sempre me apoiou e esteve presente nos momentos em que eu mais precisei;
- Aos meus pais e à minha tia, que apesar da distância, com o seu apoio e amor, me deram sempre coragem e confiança para continuar em frente;
- Aos colegas de curso, quero deixar uma palavra especial pelo excelente espírito de grupo, entajuda prestada, pela amizade e convívio demonstrados ao longo de cinco anos.

RESUMO

Ao longo dos últimos anos, a tendência de melhorar as características mecânicas dos materiais usados na construção civil, tem proporcionado ao Homem a possibilidade de conceber pontes pedonais cada vez mais leves, esbeltas e esteticamente agradáveis. Estas modificações estruturais conduzem a um significativo aumento da flexibilidade do tabuleiro, podendo em alguns casos, pequenas cargas de natureza dinâmica introduzir níveis de vibração apreciáveis, susceptíveis de provocar o desconforto humano.

Novas tecnologias têm sido desenvolvidas para o controlo destas vibrações, como por exemplo, mediante a utilização de Amortecedores de Massas Sintonizadas (“Tuned Mass Dampers”), usualmente designados por TMDs.

Para modelar as acções provocadas pelo tráfego pedonal (nas direcções vertical e horizontal) serão utilizados os modelos mais recentes disponíveis na literatura.

Este trabalho tem por objectivo desenvolver uma solução baseada na utilização de TMDs, e posteriormente testar a eficácia destes dispositivos no controlo das vibrações provocadas pelo tráfego pedonal numa passagem de peões. Para levar a cabo este estudo, será utilizado um caso concreto de uma ponte pedonal real, que será devidamente modelada. É analisado o comportamento dinâmico da estrutura, tendo em vista o desenvolvimento de uma solução de controlo passivo de vibrações.

PALAVRAS-CHAVE: pontes pedonais, vibração, desconforto humano, controlo passivo, amortecedores de massas sintonizadas.

ABSTRACT

Along the last years, the trend to improve the mechanical characteristics of the materials used in the civil construction, has allowed Man the possibility to conceive lighter, slender and aesthetically pleasant footbridges. This structural evolution has led to a significant increase of the flexibility of the deck, the consequence being that, in some cases, small loads of dynamic nature cause significant levels of vibration that affect the comfort under service conditions.

New technologies have been developed for the control of these vibrations, as for example, the ones based on the use of Tuned Mass Dampers (TMDs).

This work aims to develop a solution based on the use of TMDs, and subsequently to test the efficiency of these devices in the control of the vibrations caused by pedestrians in pedestrian bridges.

To model the actions provoked by pedestrian traffic (in the vertical and horizontal directions) the most recent models available in literature will be used.

To carry out this study, a concrete case of a real footbridge is used, that is modelled using a finite element software (Robot). The dynamic behaviour of the structure is then analyzed, in view of the development of an effective solution of passive control of vibrations.

KEYWORDS: footbridges, vibration, human discomfort, passive control, tuned mass dampers.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. CONSEQUÊNCIAS DAS VIBRAÇÕES EM PONTES PARA PEÕES	1
1.2. SISTEMAS DE CONTROLO PASSIVO DE ATENUAÇÃO DOS NÍVEIS DE VIBRAÇÃO EM PONTES PEDONAIS	2
1.3. DESCRIÇÃO SUMÁRIA DA DISSERTAÇÃO	2
2. ESTUDO DA ACÇÃO DO PEÃO EM PONTES PEDONAIS ..	5
2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. MODELAÇÃO DA ACÇÃO DO PEÃO	5
2.2.1. FREQUÊNCIA DA PASSADA	5
2.2.2. VELOCIDADE DO MOVIMENTO	7
2.2.3. COMPRIMENTO DA PASSADA	7
2.2.4. FUNÇÃO DE CARGA	8
2.2.4.1. Função de carga para o andar: acção vertical	12
2.2.4.2. Função de carga para a corrida: acção vertical	15
2.2.4.3. Função de carga para o andar e corrida: acção horizontal	17
2.2.4.4. Função de carga para o salto rítmico	21
2.2.5. AMPLITUDE DA FORÇA A CONSIDERAR	23
2.3. ACÇÕES PROVOCADAS POR GRUPOS DE PESSOAS E MULTIDÕES	23
2.3.1. SINCRONIZAÇÃO VERTICAL	24
2.3.2. SINCRONIZAÇÃO LATERAL	26
2.3.3. ACÇÃO SIMULTÂNEA DE VÁRIOS PEÕES: FUNÇÃO DE CARGA VERTICAL, TRANSVERSAL E LONGITUDINAL ..	29
2.3.3.1. Determinação da classe da ponte pedonal	29
2.3.3.2. Descrição do nível de conforto	29
2.3.3.3. Definição do intervalo da frequência fundamental	30
2.3.3.4. Enumeração dos casos de carga dinâmicos	31
2.3.3.5. Definição dos casos de carga dinâmicos	31

2.4. SEGURANÇA EM PONTES DE PEÕES	34
2.4.1. CRITÉRIOS DE SEGURANÇA ESTRUTURAL.....	34
2.4.2. CRITÉRIOS DE CONFORTO HUMANO.....	34
2.4.2.1. Norma BS 5400	34
2.4.2.2. Norma Bro 2004	35
2.4.2.3. Norma ISO 10137.....	35
2.4.2.4. Eurocódigo.....	37
2.4.2.5. Norma NBC 1980	38
2.4.2.6. Norma ONT 83	38
2.4.2.7. Guia francesa	38
2.4.3. CÁLCULO TEÓRICO DA RESPOSTA MÁXIMA	39
2.4.3.1. Sistema equivalente de um grau de liberdade.....	39
2.4.3.2. Resposta de um sistema amortecido de um grau de liberdade quando é solicitado por uma carga harmónica.....	40
2.4.4. CÁLCULO APROXIMADO DA RESPOSTA MÁXIMA.....	42
3. MEDIDAS CONTRA O EXCESSO DE VIBRAÇÃO EM PONTES PEDONAIS	47
3.1. INTRODUÇÃO	47
3.2. SOLUÇÕES CONVENCIONAIS	47
3.2.1. AUMENTO DA RIGIDEZ DA ESTRUTURA	48
3.2.2. AUMENTO DO AMORTECIMENTO DA ESTRUTURA	48
3.2.3. AUMENTO DA MASSA DA ESTRUTURA	48
3.3. MELHORAMENTO DOS PROCESSOS DE DESENHO	49
4. SISTEMAS DE CONTROLO DE VIBRAÇÕES	51
4.1. INTRODUÇÃO	51
4.2. SISTEMAS DE CONTROLO PASSIVO NA REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS	51
4.3. IMPLEMENTAÇÃO DE UM TMD NUMA ESTRUTURA SEM AMORTECIMENTO	57
4.3.1. APLICAÇÃO DE UM SUPRESSOR DE VIBRAÇÕES	57
4.3.2. APLICAÇÃO DE UM TMD	61
4.4. APLICAÇÃO DE UM TMD NUMA ESTRUTURA COM AMORTECIMENTO	65
4.5. CONSEQUÊNCIAS DE UMA ERRADA SINTONIZAÇÃO DO TMD	71

4.5.1. INSUFICIENTE PROPORÇÃO DE MASSA	71
4.5.2. DESVIO DO VALOR ÓPTIMO DA RIGIDEZ DO TMD	72
4.5.3. DESVIO DO VALOR ÓPTIMO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO DO TMD.....	73
4.6. DIMENSIONAMENTO DE UM TMD PARA A ACÇÃO DO PEÃO	74
4.7. SISTEMA DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE	76
4.8. UTILIZAÇÃO DE VÁRIOS TMDs PARA A SINTONIZAÇÃO DE DIVERSOS MODOS DE VIBRAÇÃO ..	81
5. IMPLEMENTAÇÃO DE SISTEMAS PASSIVOS EM PONTES PEDONAIS	83
5.1. INTRODUÇÃO	83
5.2. LOCALIZAÇÃO E ÂMBITO DA PONTE	83
5.3. DESCRIÇÃO DA PONTE.....	84
5.4. CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA.....	84
5.5. ANÁLISE ESTRUTURAL DA PONTE	86
5.5.1. GEOMETRIA DO MODELO	86
5.5.2. COMPORTAMENTO DINÂMICO	89
5.5.3. IDENTIFICAÇÃO DOS NÍVEIS DE VIBRAÇÃO DA ESTRUTURA	91
5.5.3.1. Resposta da Ponte para a acção isolada de um peão	91
5.5.3.2. Resposta da Ponte para a acção simultânea de vários peões.....	97
5.5.4. COMPARAÇÃO DOS NÍVEIS DE OSCILAÇÃO REGISTADOS COM AS NORMAS EXISTENTES	103
5.6. CONTROLO DAS VIBRAÇÕES ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS	104
5.6.1. DIMENSIONAMENTO DOS TMDs.....	104
5.6.1.1. Dimensionamento do TMD para o primeiro modo de vibração lateral	104
5.6.1.2. Dimensionamento do TMD para o modo de vibração vertical	109
5.6.1.3. Dimensionamento do TMD para o modo de vibração de torção	112
5.6.2. LOCALIZAÇÃO DOS TMDs	116
5.6.3. ANÁLISE DA RESPOSTA CONTROLADA.....	116
5.6.3.1. Resposta do sistema amortecido para o primeiro modo de vibração lateral.....	117
5.6.3.2. Resposta do sistema amortecido para o modo de vibração vertical	119
5.6.3.3. Resposta do sistema amortecido para o modo de torção	120
6. CONCLUSÃO	125

BIBLIOGRAFIA 127

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. – Andamento correspondente a uma frequência de passada de 2Hz.....	6
Figura 2.2. – Distribuição das frequências de passada para um andamento normal.....	7
Figura. 2.3. – Relação entre a frequência da passada, a velocidade do movimento e o comprimento da passada.....	8
Figura 2.4. – Funções de carga para diferentes frequências de passada, tipos de calçados e pavimentos.....	9
Figura 2.5. – Modificação da função de carga com a variação da frequência da passada.....	10
Figura 2.6. – Descrição dos dois máximos referentes à função de carga para o andar	11
Figura 2.7. – Variação do Factor de amplificação dinâmica F_a e do tempo de contacto t_c em função da frequência da passada	11
Figura 2.8. – Função de carga durante o andar (pormenor).....	11
Figura 2.9. – Função de carga durante o andar relativa a uma sequência de passos.....	12
Figura 2.10. – Função de carga para o andar: componente vertical ($G = 800\text{N}$, $f_p = 2\text{Hz}$, $n = 1$ a 3).....	14
Figura 2.11. – Função de carga tipo para a corrida do tipo semi-sinusoidal	15
Figura 2.12. – Coeficientes de Fourier relativos às quatro primeiras harmónicas.....	16
Figura 2.13. – Função de carga para a corrida ($G = 800\text{N}$, $f_p = 3\text{Hz}$, $t_c = 0,17\text{s}$, $n = 4$)	17
Figura 2.14. – Função de carga para o andar: componente lateral ($G = 800\text{N}$, $f_p = 2\text{Hz}$, $n = 4$)	18
Figura 2.15. – Mecanismo da vibração lateral	18
Figura 2.16. – Função de carga para o andar: componente longitudinal ($G = 800\text{N}$, $f_p = 2\text{Hz}$, $n = 4$).....	19
Figura 2.17. – Períodos das forças nas direcções verticais e horizontais (vertical e longitudinal) durante uma sequência de passos	19
Figura 2.18. – Amplitude das cinco primeiras harmónicas durante o andar.....	20
Figura. 2.19. – Intervalo de frequências que o peão pode executar em andamento	21
Figura. 2.20. – Função de carga para o salto rítmico	22
Figura 2.21. – Função de carga para o salto rítmico ($G = 800\text{N}$, $f_p = 3\text{Hz}$, $t_c = 0,18\text{s}$, $n = 4$).....	22
Figura 2.22. – Probabilidade da sincronização em função da aceleração da ponte	25
Figura 2.23. – Factor de multiplicação para um grupo até dez pessoas	26
Figura 2.24. – Aceleração lateral da ponte Millennium em função do número de pessoas que atravessa a ponte.....	27
Figura 2.25. – Comparação dos modelos de carga de Dallard e Nakamura.....	29
Figura 2.26. – Factor η para o andar: a) Vibrações verticais e longitudinais; b) Vibrações laterais	32

Figura 2.27. – Factor ψ para o andar: a) Vibrações verticais e longitudinais; b) Vibrações laterais....	33
Figura 2.28. – Curva base para a vibração vertical.....	36
Figura 2.29. – Curva base para a vibração horizontal	36
Figura 2.30. – Intervalos de aceleração (m/s^2) para vibrações verticais.....	38
Figura 2.31. – Intervalos de aceleração (m/s^2) para vibrações horizontais	39
Figura 2.32. – Esquemas estruturais considerados	42
Figura 2.33. – Valores do factor de resposta dinâmica ψ	43
Figura 2.34. – Factor de amplificação dinâmica para a resposta em ressonância associada a uma força sinusoidal que percorre o vão simplesmente apoiado	45
Figura 4.1. – Esquema de um edifício dotado de um sistema de isolamento de base.....	52
Figura 4.2. – Sistemas de isolamento de base mais divulgados	52
Figura 4.3. – Dissipador viscoelástico	53
Figura 4.4. – Amortecedor metálico com placas em forma de um “X”	53
Figura 4.5. – Amortecedor metálico com placas de forma triangular.....	53
Figura 4.6. – Amortecedor friccional.....	54
Figura 4.7. – Modelo de dois graus de liberdade de um TMD anexado à estrutura principal: a) força dinâmica $f(t)$ actuando no sistema principal; b) Excitação através de uma aceleração base $\ddot{u}_g(t)$	54
Figura 4.8. – Exemplo da colocação de um TMD sob o tabuleiro de uma ponte pedonal.....	55
Figura 4.9. – Esquema de um amortecedor de fluído viscoso	55
Figura 4.10. – Amortecedor de fluído viscoso	56
Figura 4.11. – Amortecedor líquido sintonizado (TLD).....	56
Figura 4.12. – Amortecedor de coluna líquida sintonizada (TLCD)	57
Figura 4.13. – Modelo teórico do funcionamento de um supressor de vibrações.....	57
Figura 4.14. – Amplitude do movimento principal com e sem supressor para $\mu = 0,02$ e $q = 1,0$	59
Figura 4.15. – Amplitude do movimento da massa principal para $q = 1,0$ e $\mu = 0,30$	60
Figura 4.16. – Frequências naturais do sistema de dois graus de liberdade em função de μ e q	60
Figura 4.17. – Modelo teórico do funcionamento de um TMD	61
Figura 4.18. – Amplitude do movimento da massa principal adoptando $q = 0,9$, $\mu = 0,20$ para diferentes valores do coeficiente de amortecimento do TMD	62
Figura 4.19. – Amplitude do movimento da massa principal adoptando $q = 0,8$, $\mu = 0,15$ para diferentes valores do coeficiente de amortecimento do TMD	62
Figura 4.20. – Amplitude do movimento do sistema primário para $\mu = 0,10$ adoptando distintos valores de q	65

Figura 4.21. – Modelo de funcionamento teórico de um TMD aplicado a uma estrutura com amortecimento	66
Figura 4.22. – Amplitude do movimento da massa m_1 tomando $\xi_1 = 0,01$, $\mu = 0,20$, $q = 0,85$, para diferentes coeficientes de amortecimento do TMD.....	66
Figura 4.23. – Amplitude do movimento da massa m_1 tomando $\xi_1 = 0,10$, $\mu = 0,20$, $q = 0,85$ para diferentes coeficientes de amortecimento do TMD.....	67
Figura 4.24. – Amplitude do movimento da massa m_1 para $\mu = 0,20$, $q_{opt} = 0,83$, $\xi_{2,opt} = 0,21$, adoptando diferentes coeficientes de amortecimento estrutural	68
Figura 4.25. – Curvas de amplificação máxima do deslocamento do sistema principal	69
Figura 4.26. – Curvas para a determinação do valor óptimo de q	69
Figura 4.27. – Curvas para a determinação do valor óptimo de ξ_2	70
Figura 4.28. – Curvas de amplificação máxima do deslocamento relativo entre a massa principal e a massa adicional.....	70
Figura 4.29. – Deslocamento relativo do TMD face ao deslocamento da estrutura.....	71
Figura 4.30. – Factor de amplificação da resposta no caso de q ser diferente do valor óptimo.....	72
Figura 4.31. – Curvas de amplificação máxima fazendo variar q e ξ_2	74
Figura 4.32. – Sistema equivalente de um grau de liberdade com TMD.....	76
Figura 5.1. – Área de implantação	83
Figura 5.2. – Maqueta: Diversas perspectivas da Ponte	84
Figura 5.3. – Planta e alçado	85
Figura 5.4. – Secção transversal.....	85
Figura 5.5. – Vista geral	87
Figura 5.6. – Vista de cima.....	87
Figura 5.7. – Pormenor da vista geral.....	88
Figura 5.8. – Vista frontal	88
Figura 5.9. – Modos de vibração.....	90
Figura 5.10. – Resposta transversal da estrutura para a acção isolada de um peão	92
Figura 5.11. – Resposta transversal da estrutura para a acção isolada de um peão	93
Figura 5.12. – Resposta longitudinal da estrutura para a acção isolada de um peão.....	94
Figura 5.13. – Resposta vertical da estrutura para a acção isolada de um peão.....	95
Figura 5.14. – Resposta vertical da estrutura para a acção isolada de um peão.....	96
Figura 5.15. – Resposta transversal da estrutura para uma acção simultânea de peões.....	99
Figura 5.16. – Resposta transversal da estrutura para uma acção simultânea de peões.....	100
Figura 5.17. – Resposta Longitudinal da estrutura para uma acção simultânea de peões.....	101

Figura 5.18. – Resposta vertical da estrutura para uma acção simultânea de peões	102
Figura 5.19. – Resposta vertical da estrutura para uma acção simultânea de peões	103
Figura 5.20. – Resposta da estrutura em termos de deslocamentos com e sem a inclusão do TMD	107
Figura 5.21. – Resposta da estrutura em termos de acelerações com e sem a inclusão do TMD	108
Figura 5.22. – Curvas de amplificação máxima da resposta com e sem a introdução do TMD	110
Figura 5.23. – Resposta da estrutura em termos de deslocamentos com e sem a inclusão do TMD	110
Figura 5.24. – Resposta da estrutura em termos de acelerações com e sem a inclusão do TMD	111
Figura 5.25. – Curvas de amplificação máxima da resposta antes e após a introdução do TMD	113
Figura 5.26. – Resposta da estrutura em termos de deslocamentos com e sem a inserção do TMD	114
Figura 5.27. – Resposta da estrutura em termos de acelerações com e sem a inserção do TMD	115
Figura 5.28. – Localização ideal dos TMDs	116
Figura 5.29. – Deslocamento da estrutura com e sem a introdução do TMD.....	118
Figura 5.30. – Aceleração da estrutura com e sem a introdução do TMD.....	119
Figura 5.31. – Deslocamento da estrutura com e sem a introdução do TMD.....	120
Figura 5.32. – Aceleração da estrutura com e sem a introdução do TMD.....	120
Figura 5.33. – Deslocamento da estrutura com e sem a introdução do TMD.....	122
Figura 5.34. – Aceleração da estrutura com e sem a introdução do TMD.....	122

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1. – Frequências da passada para os vários tipos de andamento	6
Quadro 2.2. – Velocidade do movimento do peão associado aos vários tipos de andamento	7
Quadro 2.3. – Comprimento da passada para os vários tipos de andamento.....	8
Quadro 2.4. – Coeficientes de Fourier das três primeiras harmónicas para a função de carga correspondente ao andar	13
Quadro 2.5. – Coeficientes de Fourier estudados por diferentes autores	14
Quadro 2.6. – Frequências verticais e horizontais para os vários tipos de andamento	20
Quadro 2.7. – Valores da força exercidos pelo peão nas três componentes	23
Quadro 2.8. – Intervalos de frequência (Hz) para as vibrações vertical e longitudinal.....	30
Quadro 2.9. – Intervalos de frequência (Hz) para a vibração transversal	30
Quadro 2.10. – Verificação dos casos de carga a considerar	31
Quadro 2.11. – Densidade de pessoas a considerar	31
Quadro 2.12. – Carga por unidade de superfície.....	32
Quadro 2.13. – Carga por unidade de área	33
Quadro 2.14. – Densidade de pessoas a considerar	33
Quadro 2.15. – Aceleração máxima aceitável, EN1990	38
Quadro 2.16. – Critérios de aceleração	39
Quadro 2.17. – Valores do coeficiente K para diferentes esquemas estruturais	43
Quadro 2.18. – Valores de referência para o coeficiente de amortecimento em pontes pedonais	44
Quadro 4.1. – Valores do deslocamento relativo máximo entre o TMD e a estrutura para diferentes valores de μ	72
Quadro 5.1. – Propriedades do material	86
Quadro 5.2. – Frequências naturais teóricas da estrutura	89
Quadro 5.3. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada	91
Quadro 5.4. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada	92
Quadro 5.5. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada	93
Quadro 5.6. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada	94
Quadro 5.7. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada	95
Quadro 5.8. – Comparação entre os valores de pico do deslocamento e da aceleração determinados teoricamente e calculados pelo Robot	96
Quadro 5.9. – Casos de carga	97
Quadro 5.10. – Parâmetros caracterizadores da acção	98

Quadro 5.11. – Carga aplicada em cada modo de vibração.....	98
Quadro 5.12. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada.....	98
Quadro 5.13. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada.....	99
Quadro 5.14. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada.....	100
Quadro 5.15. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada.....	101
Quadro 5.16. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada.....	102
Quadro 5.17. – Comparação da resposta máxima obtida com os limites máximos admissíveis	104
Quadro 5.18. – Parâmetros de dimensionamento do TMD.....	106
Quadro 5.19. – Amplitude da força harmónica actuante.....	107
Quadro 5.20. – Valores de deslocamento e aceleração registados com e sem a aplicação do TMD	108
Quadro 5.21. – Coeficientes de redução da resposta dinâmica	108
Quadro 5.22. – Parâmetros de dimensionamento do TMD.....	109
Quadro 5.23. – Amplitude da força harmónica actuante.....	111
Quadro 5.24. – Valores de deslocamento e aceleração registados com e sem a aplicação do TMD	112
Quadro 5.25. – Coeficientes de redução da resposta dinâmica	112
Quadro 5.26. – Parâmetros de dimensionamento do TMD.....	113
Quadro 5.27. – Amplitude da força harmónica actuante.....	114
Quadro 5.28. – Valores de deslocamento e aceleração registados com e sem a aplicação do TMD	115
Quadro 5.29. – Coeficientes de redução da resposta dinâmica	115
Quadro 5.30. – Tipo de TMD a implementar	116
Quadro 5.31. – Frequências naturais da Ponte com TMD.....	117
Quadro 5.32. – Barra que apresenta uma rigidez axial equivalente à rigidez da mola do TMD.....	118
Quadro 5.33. – Valores de deslocamento e aceleração do sistema amortecido registados pelo Robot118	
Quadro 5.34. – Barra que apresenta uma rigidez axial equivalente à rigidez da mola do TMD.....	119
Quadro 5.35. – Frequências naturais da Ponte com TMD.....	119
Quadro 5.36. – Valores de deslocamento e aceleração do sistema amortecido registados pelo Robot120	
Quadro 5.37. – Barra que apresenta uma rigidez axial equivalente à rigidez da mola do TMD.....	121
Quadro 5.38. – Frequências naturais da Ponte com TMD.....	121
Quadro 5.39. – Valores de deslocamento e aceleração do sistema amortecido registados pelo Robot121	
Quadro 5.40. – Comparação entre os valores teóricos da resposta estrutural do sistema não amortecido original e os valores registados pelo Robot	122
Quadro 5.41. – Comparação entre os valores teóricos da resposta estrutural do sistema amortecido e os valores registados pelo Robot.....	123

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

f_p – frequência da passada [Hz]

v_p – velocidade do movimento [m/s]

l_p – comprimento da passada [m]

t_c – tempo de contacto pé-pavimento [s]

F_a – factor de amplificação dinâmica da carga

G – peso do peão [N]

t – tempo [s]

α – coeficiente de Fourier

ΔG – amplitude da harmónica [N]

ϕ – ângulo da fase [rad]

n – número de harmónicas consideradas

K_p – factor de impacto dinâmico

T_p – período da passada [s]

$F_{p,max}$ – valor máximo da força aplicada [N]

λ – caudal médio de pessoas num dado intervalo de tempo [pessoas/s \times m]

a_g – aceleração da estrutura [m/s²]

f – frequência natural da estrutura [Hz]

M – massa modal da estrutura [kg]

ξ – coeficiente de amortecimento modal da estrutura

C – constante de amortecimento modal da estrutura [Ns/m]

K – rigidez modal da estrutura [N/m]

$u(t)$ – deslocamento modal do tabuleiro [m]

$\dot{u}(t)$ – velocidade modal do tabuleiro [m/s]

$\ddot{u}(t)$ – aceleração modal do tabuleiro [m/s²]

$F(t)$ – força modal dinâmica [N]

d – densidade de peões [pessoas/m²]

S – superfície livre da ponte [m²]

N – número de peões

p_0 – amplitude da força [N]

$\bar{\omega}$ – frequência da excitação [rad/s]

ω_a – frequência amortecida [rad/s]

y – deslocamento estático [m]

ψ – factor de resposta dinâmica

Φ – factor de amplificação dinâmica

m_1 – massa do sistema principal [kg]

k_1 – constante de rigidez do sistema principal [N/m]

m_2 – massa do TMD [kg]

k_2 – constante de rigidez do TMD [N/m]

r_1 – razão entre a frequência de excitação e a frequência da estrutura

r_2 – relação entre a frequência da excitação e do amortecedor

μ – quociente das massas m_2 e m_1

q – razão entre a frequência natural da estrutura com a frequência do amortecedor

c_2 – constante de amortecimento do TMD [Ns/m]

ξ_2 – coeficiente de amortecimento do TMD

q_{opt} – rigidez óptima da mola do TMD

$\xi_{2,opt}$ – coeficiente de amortecimento óptimo do TMD

c_1 – constante de amortecimento do sistema principal [Ns/m]

ξ_1 – coeficiente de amortecimento do sistema principal

a_{max} – aceleração máxima registada [m/s^2]

a_{adm} – aceleração máxima admissível [m/s^2]

ω_n – frequência de ressonância [rad/s]

d_{max} – deslocamento máximo do tabuleiro [m]

v_{max} – velocidade máxima do tabuleiro [m/s]

$X_{1,est}$ – deslocamento estático do tabuleiro [m]

X_1 – deslocamento dinâmico do tabuleiro [m]

f_H – frequência fundamental da estrutura [Hz]

M_H – massa modal da estrutura [kg]

ξ_H – coeficiente de amortecimento da estrutura

K_H – constante de rigidez da estrutura [N/m]

C_H – constante de amortecimento da estrutura [Ns/m]

m_T – massa do amortecedor [kg]

k_T – constante de rigidez do amortecedor [N/m]

c_T – constante de amortecimento do amortecedor [Ns/m]

ξ_n – coeficiente de amortecimento equivalente

\underline{C} – matriz de amortecimento do sistema [Ns/m]

\underline{K} – matriz de rigidez do sistema [N/m]

\underline{M} – matriz de massa do sistema [kg]

ω_a – frequência natural do sistema de dois graus de liberdade [rad/s]

ω_b – frequência natural do sistema de dois graus de liberdade [rad/s]

ϕ_a – modo de vibração associado a frequência ω_a

ϕ_b – modo de vibração associado a frequência ω_b

M_a – massa modal associada ao modo de vibração ϕ_a [kg]

C_a – constante de amortecimento modal associada ao modo de vibração ϕ_a [Ns/m]

M_b – massa modal associada ao modo de vibração ϕ_b [kg]

C_b – constante de amortecimento modal associada ao modo de vibração ϕ_b [Ns/m]

$d_{HT}(\omega)$ – deslocamento do sistema amortecido [m]

$F(\omega)$ – amplitude da força harmónica [N]

$d_H(\omega)$ – deslocamento do sistema original não amortecido [m]

η_d – coeficiente de redução da resposta dinâmica em termos de deslocamentos

p – valor da carga uniformemente distribuída [N]

Δx_i – distância de actuação da força distribuída em cada nó i [m]

$a_{HT}(\omega)$ – aceleração do sistema amortecido [m/s^2]

$a_H(\omega)$ – aceleração do sistema original não amortecido [m/s^2]

η_a – coeficiente de redução da resposta dinâmica em termos de acelerações

E – módulo de elasticidade [GPa]

G – módulo de distorção [GPa]

ν – coeficiente de poisson

ΔT – intervalo de integração [s]

L – comprimento da ponte [m]

B – largura do tabuleiro [m]

TMD – Tuned Mass Damper

VLD – Viscous Fluid Damper

TLD – Tuned Liquid Damper

HDRB – High Damping Rubber Bearing

LRB – Lead Rubber Bearing

FPS – Friction Pendulum System

TLCD – Tuned Liquid Column Damper

INTRODUÇÃO

1.1. CONSEQUÊNCIAS DAS VIBRAÇÕES EM PONTES PARA PEÕES

Desde tempos remotos que o Homem necessita de ultrapassar obstáculos em busca de alimento ou abrigo em lugares desconhecidos. As primeiras pontes terão surgido de forma natural pela simples queda de troncos sobre os rios, processo rapidamente imitado pelo Homem, surgindo então pontes feitas de troncos de árvores e eventualmente de pedras, usando suportes muito simples e travessas mestras.

Com o passar do tempo, assistiu-se a uma evolução das técnicas de construção, nomeadamente na área da construção civil e em particular na execução das pontes pedonais. Tal facto foi possível por um rápido crescimento da melhoria dos materiais de construção e dos respectivos processos construtivos.

Nos últimos tempos, as pontes para peões vêm adquirindo arquitecturas cada vez mais ousadas, em que a elegância e a esbelteza são predominantes. Desta forma, estes tipos de estruturas particularizam-se por terem pouca massa, baixo amortecimento estrutural e ainda serem dotadas de grande flexibilidade.

Os diferentes tipos de acções dinâmicas, associadas às diferentes formas de movimento que os peões induzem sobre o tabuleiro de uma ponte pedonal aquando da sua travessia, podem originar níveis de vibração elevados susceptíveis de provocar o desconforto por parte dos seus utilizadores, bem como fenómenos de degradação excessiva da estrutura. Todavia, tais níveis de vibração são em geral insuficientes para colocar em causa a segurança e a estabilidade da ponte.

O excesso de vibração provocado pelo tráfego pedonal deve-se sobretudo a fenómenos de ressonância provocados por uma elevada proximidade entre a frequência da acção exterior, nomeadamente a frequência da passada dos peões e as frequências naturais da estrutura. É de referir ainda, que os fenómenos de vibração resultantes da acção pedestre não só dependem das frequências fundamentais da estrutura, mas também são função da rigidez e do material de construção utilizado [1].

Sendo as pontes pedonais estruturas caracterizadas por terem fraca rigidez e baixo amortecimento estrutural, podem sofrer níveis de oscilação consideráveis quando sujeitas a pequenas cargas dinâmicas de natureza periódica. De salientar ainda que as vibrações estruturais quando excessivas, podem dar origem a outros problemas, nomeadamente a fadiga estrutural e uma eventual fendilhação dos revestimentos da estrutura [2].

Dado que na maior parte das situações, a travessia é realizada por um número reduzido de peões ou por um número mais elevado mas com diferentes frequências de passada, os fenómenos de ressonância não são preocupantes em termos de segurança estrutural, no entanto podem ser excessivos no que diz respeito ao conforto humano. Contudo, investigações recentes conduziram à descoberta de um novo fenómeno que está associado com a variação excessiva da amplitude das oscilações laterais do tabuleiro, em função do número de pessoas que atravessa a ponte [3]. Este fenómeno é designado por “lock-in”.

Constata-se que, quando os peões caminham ao longo de uma ponte pedonal, induzem sobre a mesma, forças horizontais que podem naturalmente ser combinadas por um conjunto de pessoas dentro de uma multidão. Esta sincronização pode causar um pequeno movimento lateral da ponte, bem como uma possível sincronização de alguns peões com o movimento da estrutura. Quanto maior for a amplitude do movimento, maior será a força dinâmica horizontal transmitida, e conseqüentemente, maior será o grau de sincronização de peões. Todavia, a amplitude das oscilações não apresentam valores infinitamente grandes, uma vez que os transeuntes tendem a reduzir a velocidade ou param de andar a pé quando a vibração se torna intolerável.

1.2. SISTEMAS DE CONTROLO PASSIVO DE ATENUAÇÃO DOS NÍVEIS DE VIBRAÇÃO EM PONTES PEDONAIAS

A oscilação e a vibração das estruturas correntemente utilizadas pelo público devem ser controladas de forma a evitar o desconforto dos utentes.

Como primeiro passo, procura-se reforçar a estrutura, de forma a aumentar a sua rigidez, com vista a afastar as frequências naturais mais relevantes de uma gama de frequências predominante na acção dinâmica dos peões.

Novas tecnologias têm sido desenvolvidas para o controlo destas vibrações, como por exemplo fazendo recurso a dissipadores viscosos, ou aos amortecedores de massas sintonizadas, os quais foram objecto de estudo mais aprofundado no âmbito deste trabalho.

Estes dispositivos, também conhecidos por TMDs (“*Tuned Mass Dampers*”) constituem sistemas de amortecimento passivos, que permitem dissipar energia à custa da introdução de uma massa adicional no sistema principal por meio de uma mola e de um amortecedor colocados em paralelo. Ao variar a proporção da massa do TMD relativamente à massa da estrutura, uma certa quantidade de amortecimento pode ser produzida.

Importa salientar ainda, que a frequência natural do TMD é sintonizada para uma frequência particular, referente a um modo de vibração específico. Por isso, os TMDs só são eficazes para uma estreita faixa de frequências. Além disso, quanto mais pequeno for o rácio entre a massa do amortecedor e a massa principal, mais restrita será a banda de frequências eficazes.

1.3. DESCRIÇÃO SUMÁRIA DA DISSERTAÇÃO

O presente documento é constituído por um conjunto de seis capítulos, apresentando-se no primeiro capítulo uma introdução a alguns aspectos gerais da problemática das vibrações em pontes pedonais.

O segundo capítulo visa a caracterização das diferentes acções dinâmicas periódicas provocadas pelo Homem, que podem introduzir vibrações significativas nas estruturas em estudo, para que numa

fase posterior se procurem soluções que atenuem ao máximo possível essas perturbações de forma rápida, eficiente e segura. Ainda neste capítulo, apresentam-se os limites de vibração admissíveis indicados em publicações internacionais.

No terceiro capítulo, são abordadas algumas soluções convencionais que permitem mitigar níveis de vibração excessivos para níveis aceitáveis face às normas existentes.

Relativamente ao quarto capítulo, efectua-se uma breve descrição de diferentes técnicas de controlo de vibrações em estruturas, com particular realce para os Amortecedores de Massas Sintonizadas (TMDs), descrevendo-se de forma detalhada o modo de funcionamento e dimensionamento de TMDs, evidenciando a sua eficácia quando aplicados em pontes pedonais.

No quinto capítulo, exemplifica-se a aplicação de amortecedores de massas sintonizadas numa ponte real, designadamente um troço da Ponte sobre a Ribeira da Carpinteira (em fase de execução), tendo por objectivo evidenciar a eficácia demonstrada por estes sistemas de controlo.

Finalmente, no sexto capítulo, apresentam-se as principais conclusões do trabalho realizado.

2

ESTUDO DA ACÇÃO DO PEÃO EM PONTES PEDONAIS

2.1. INTRODUÇÃO

O Homem ao caminhar em certos tipos de estruturas de elevada flexibilidade, como o caso das pontes pedonais, induz acções dinâmicas que, embora de baixa intensidade para provocar instabilidade estrutural podem, em condições de serviço, originar fenómenos vibratórios excessivos que provocam em certos casos o mal-estar e o desconforto dos utilizadores.

Para um correcto dimensionamento de sistemas passivos de redução de vibrações, é necessário primeiro caracterizar os diferentes tipos de acções que os peões exercem sobre a estrutura, bem como os respectivos parâmetros intervenientes para a modelação numérica das correspondentes acções dinâmicas. É de salientar, que cada acção não só depende do tipo de movimento do peão, mas também da forma e intensidade com que é aplicada.

A modelação destas acções é efectuada com base em funções de carga, responsáveis pela evolução da força transmitida pelo peão ao pavimento ao longo do tempo, em que parâmetros como a frequência da passada, a velocidade do movimento e o comprimento da passada são caracterizadores da acção.

Pretende-se então neste capítulo, proceder a uma caracterização e posterior modelação das possíveis acções provocadas pelo tráfego pedonal no tabuleiro de uma ponte para peões.

2.2. MODELAÇÃO DA ACÇÃO DO PEÃO

2.2.1. FREQUÊNCIA DA PASSADA

Um dos parâmetros fundamentais para descrever a acção do peão é a *frequência da passada* f_p , que se caracteriza pelo número de vezes que a força é aplicada ao pavimento num determinado intervalo de tempo. Por outras palavras, corresponde ao número de passos efectuados pelo peão durante um segundo. A Figura 2.1. exemplifica o andamento de um pessoa com uma frequência de 2Hz.

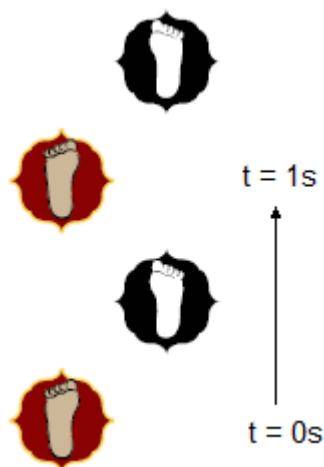


Figura 2.1. – Andamento correspondente a uma frequência de passada de 2Hz

Ao longo do tempo, inúmeros testes têm sido realizados com o objectivo de determinar a frequência da passada associada aos diversos tipos de andamento. Apresenta-se no Quadro 2.1., um conjunto de resultados relativos aos diferentes valores da frequência da passada para os diversos tipos de andamento, obtidos por Wheeler [4] através de estudos realizados a um conjunto de pessoas.

Quadro 2.1. – Frequências da passada para os vários tipos de andamento [4]

Tipo de andamento	f_p (Hz)
Andamento lento	~1,7
Andamento normal	~2,0
Andamento rápido	~2,3
Corrida lenta (jogging)	~2,5
Corrida rápida (sprinting)	>3,2

Com vista à caracterização da acção do pé, Matsumoto [5] e Schulze [6], à semelhança de Wheeler [4], realizaram várias experiências relativas aos diferentes tipos de andamento, concluindo que a frequência da passada em andamento normal numa superfície horizontal pertence ao intervalo de valores entre 1,5 e 2,5Hz. É de referir que a distribuição de probabilidade associada ao andamento normal segue aproximadamente uma lei normal (Figura 2.2.), em que a média apresenta um valor de 2Hz e o desvio padrão é respectivamente de 0,8Hz segundo Matsumoto [5] e 0,13Hz segundo Schulze [6]. Kramer [7] propõe valores ligeiramente diferentes de 2,2Hz e 0,3Hz para a média e o desvio padrão, respectivamente.

Relativamente à corrida lenta, a frequência da passada pode oscilar entre os 2,4 aos 2,7Hz [1], podendo atingir os 5Hz em corrida rápida [4]. No entanto, em estruturas pedestres frequências acima dos 3,5Hz são raras [1].

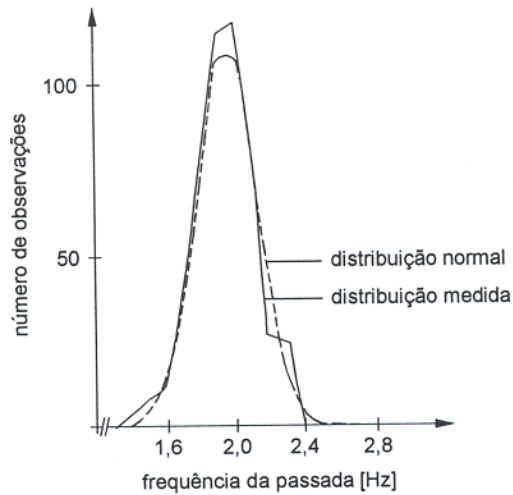


Figura 2.2. – Distribuição das frequências de passada para um andamento normal [8]

2.2.2. VELOCIDADE DO MOVIMENTO

A *velocidade do movimento* v_p é outro parâmetro necessário para poder quantificar o movimento do pé.

Testes médicos indicam que a velocidade de um indivíduo pode variar desde os 0,5m/s em andamento lento até aos 10m/s em andamento rápido em forma de corrida. Contudo, valores tão elevados como este só podem ser atingidos por desportistas [8].

No Quadro 2.2., estão representados os valores de velocidade propostos por Wheeler [4], em concordância com os diferentes tipos de andamento.

Quadro 2.2. – Velocidade do movimento do pé associado aos vários tipos de andamento [4]

Tipo de andamento	v_p (m/s)
Andamento lento	~1,1
Andamento normal	~1,5
Andamento rápido	~2,2
Corrida lenta (jogging)	~3,3
Corrida rápida (sprinting)	>5,5

2.2.3. COMPRIMENTO DA PASSADA

A velocidade do movimento v_p está relacionada com a frequência da passada f_p através do *comprimento da passada* l_p de acordo com a seguinte equação preconizada em [8]

$$v_p = f_p \times l_p \tag{2.1.}$$

Naturalmente, diferentes pessoas possuem comprimentos de passada distintos para velocidades do movimento próximas. Porém, em termos médios, podem aceitar-se como válidos os valores do comprimento de passada descritos no Quadro 2.3. [4].

Quadro 2.3. – Comprimento da passada para os vários tipos de andamento [4]

Tipo de andamento	l_p (m)
Andamento lento	~0,60
Andamento normal	~0,75
Andamento rápido	~1,00
Corrida lenta (jogging)	~1,30
Corrida rápida (sprinting)	>1,75

Wheeler [4] define também uma relação entre a frequência e o comprimento da passada com a velocidade do movimento, indicada graficamente com base no ábaco ilustrado na Figura 2.3.

Com a análise do ábaco, pode-se constatar que para frequências inferiores a 1Hz e superiores a 3Hz, o comprimento da passada é praticamente constante, apresentando no entanto uma brusca variação entre estas duas frequências. É de salientar ainda, que o tipo de movimento correspondente ao andar pode atingir velocidades limites na ordem dos 2,2m/s, enquanto que em corrida, a velocidade do movimento no mínimo é de 1,5m/s com uma frequência de passada superior a 2Hz.

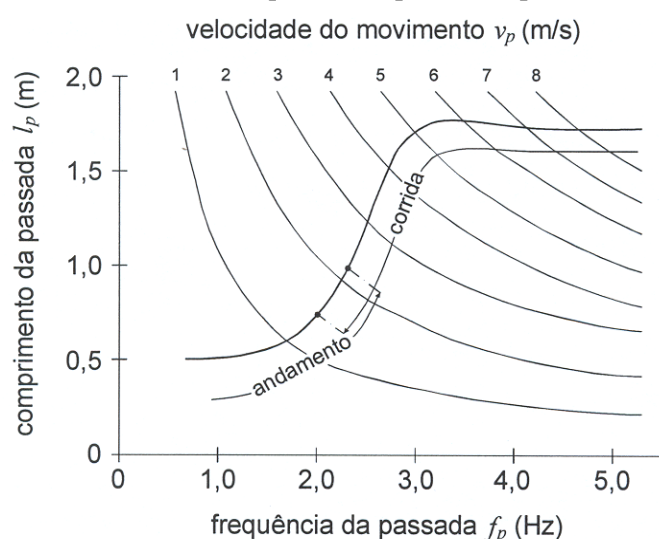


Figura 2.3. – Relação entre a frequência da passada, a velocidade do movimento e o comprimento da passada [8]

2.2.4. FUNÇÃO DE CARGA

A evolução do valor da força exercida pelo pé sobre a estrutura ao longo do tempo designa-se por função de carga. Como é evidente, diversas formas de andamento provocam diferentes tipos de acções dinâmicas, que são aplicadas à estrutura em várias direcções, nomeadamente a direcção vertical

e horizontal. Esta última pode decompor-se numa componente segundo a direcção do movimento e outra perpendicular a este [2]. Assim, quando andamos ou corremos, aplicamos forças à estrutura que são caracterizadas por diferentes funções de carga.

Na maior parte das obras de construção civil, a interacção estrutura-peão não é contabilizada, uma vez que a massa do peão é desprezável face à massa da estrutura [8]. As pontes pedonais são excepção à regra, visto que na maior parte dos casos são construções esbeltas, com pouca massa e muito flexíveis, permitindo que pequenas cargas dinâmicas como as dos peões, possam introduzir deformações elevadas ao longo da sua estrutura.

A definição da função de carga relativa a um peão é complexa, uma vez que depende de diversos parâmetros tais como a frequência da passada, a particularidade do andar (contribuição do calcanhar), o sexo e peso do indivíduo, o tipo de calçado e ainda o tipo de pavimento [2]. A Figura 2.4. ilustrada em [8] fornece as diversas funções de carga em correspondência com os diversos parâmetros para os quais está dependente.

Dada a multiplicidade de factores intervenientes na definição da função de carga, o estudo da acção do peão será realizado para um indivíduo tipo, mas tendo sempre em atenção que poderá existir uma eventual modificação da acção com a variação de alguns parâmetros anteriormente descritos.

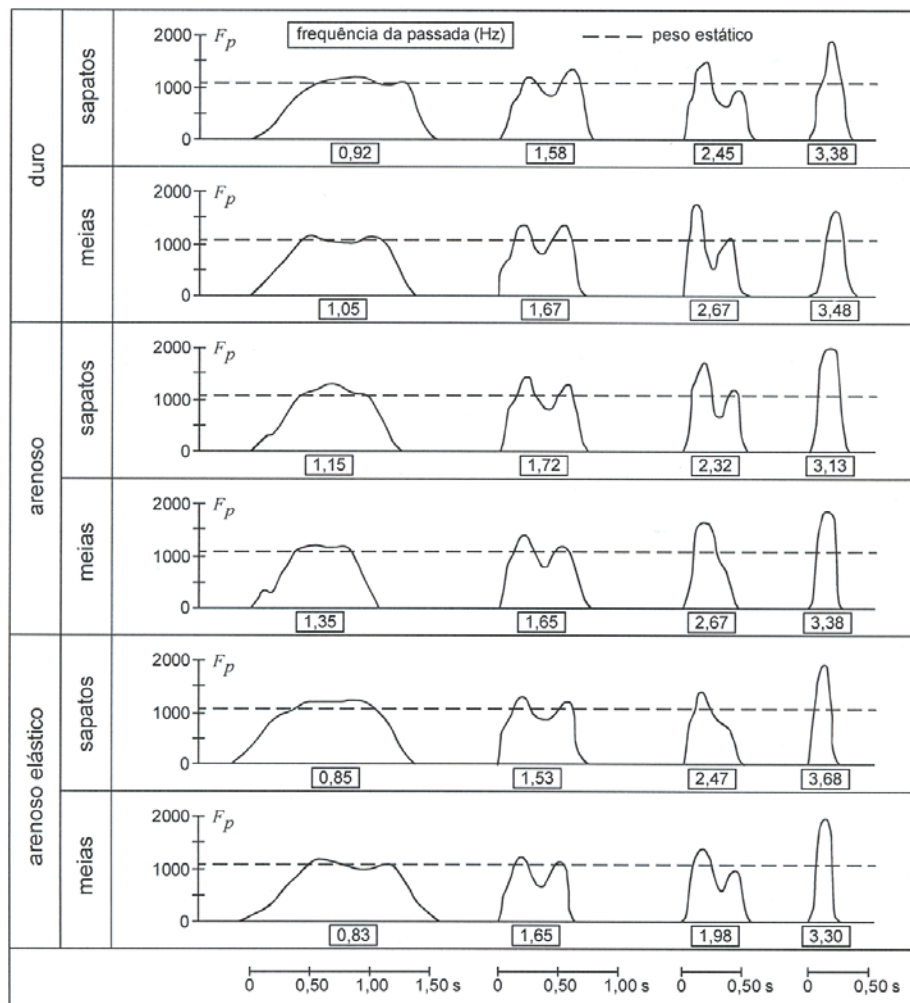


Figura 2.4. – Funções de carga para diferentes frequências de passada, tipos de calçados e pavimentos

[8]

É de referir que as diversas funções de carga representadas na Figura 2.4. foram obtidas em função de um indivíduo de 1100N de peso. Na figura 2.5. estão representadas as funções de carga para as diferentes formas de andar, nomeadamente o caminhar, o “jogging” e ainda a corrida [2]. Com a análise das Figuras 2.4. e 2.5., constata-se a existência de dois picos de carga (com uma configuração parecida à de uma sela), associados à forma de movimento correspondente ao andar. O primeiro pico surge no instante em que o pé toca com o calcanhar no pavimento, enquanto que o segundo corresponde ao momento em que a biqueira do pé contacta com o solo (Figura 2.6.) [8]. Repare-se que, com o aumento da velocidade do movimento e conseqüente aumento da frequência da passada, a configuração da função de carga altera-se, deixando de ter dois pontos máximos, e passa apenas a possuir um único pico de carga, de valor consideravelmente superior ao valor do peso estático. É de realçar ainda que, à medida que se faz aumentar a frequência da passada, o *tempo de contacto pé-pavimento* t_c diminui, e a carga de pico aumenta. Tal como o nome indica, o tempo de contacto pé-pavimento corresponde ao intervalo de tempo em que um dos pés do peão entra em contacto com o pavimento até ao instante em que deixa de haver contacto. Para frequências inferiores a 1Hz, a carga de pico pouco aumenta face ao peso estático, enquanto que em corrida o peão pode exercer uma força sobre o pavimento cerca de três vezes superior ao seu peso [2]. A relação entre o aumento da carga de pico e o peso do peão designa-se por *factor de amplificação dinâmica da carga* F_a . Frequências de passada mais elevadas originam cargas dinâmicas mais energéticas e conseqüentemente maiores são os valores do factor de amplificação dinâmica (Figura 2.7.). A mesma Figura mostra uma clara relação entre a frequência da passada e o tempo de contacto do pé com o pavimento, isto é, quanto maior for a frequência da passada do peão, menor será o tempo de contacto do pé com o solo.

É de salientar também que, no movimento correspondente ao andar, em qualquer instante existe pelo menos um pé em contacto com o pavimento. Este aspecto é muito importante para a modelação do andamento do peão sobre a estrutura, uma vez que a função de carga serve para idealizar a força aplicada num determinado ponto, existindo no entanto, um intervalo de tempo em que a acção do peão está aplicada simultaneamente em dois pontos distintos separados pelo comprimento da passada, isto é, existe um momento em que ambos os pés estão em contacto com o solo. O diagrama resultante da variação temporal da acção dinâmica total exercida pelo peão correspondente a uma sequência de passos está indicado na Figura 2.9. [9] e em pormenor na Figura 2.8. [2].

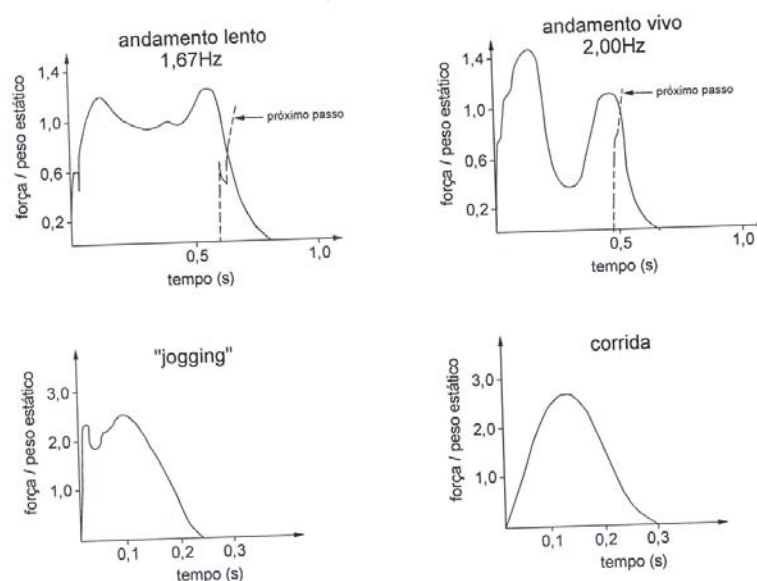


Figura 2.5. – Modificação da função de carga com a variação da frequência da passada [8]

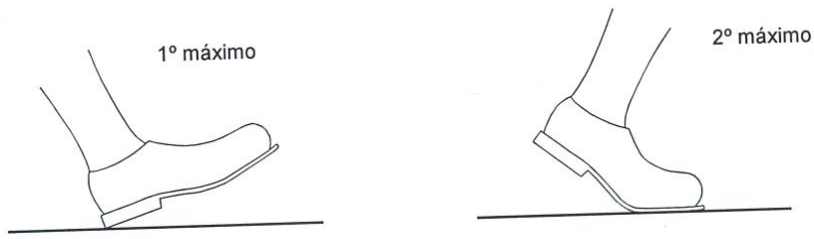


Figura 2.6. – Descrição dos dois máximos referentes à função de carga para o andar [8]

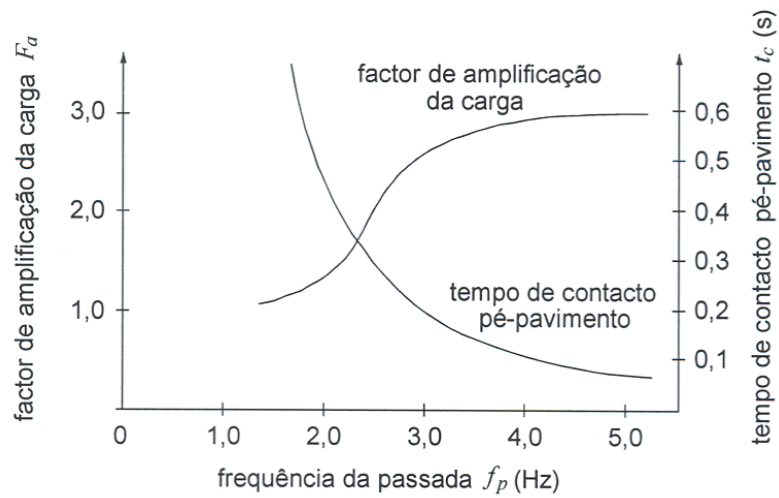


Figura 2.7. – Variação do Factor de amplificação dinâmica F_a e do tempo de contacto t_c em função da frequência da passada [8]

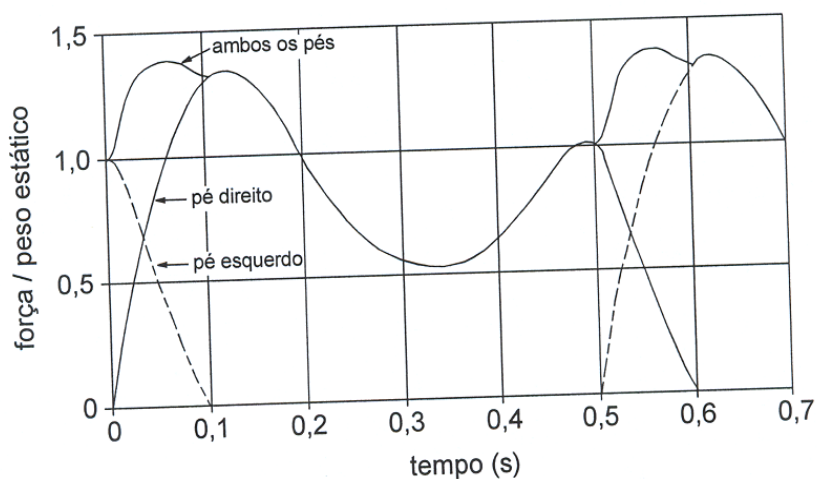


Figura 2.8. – Função de carga durante o andar (pormenor) [8]

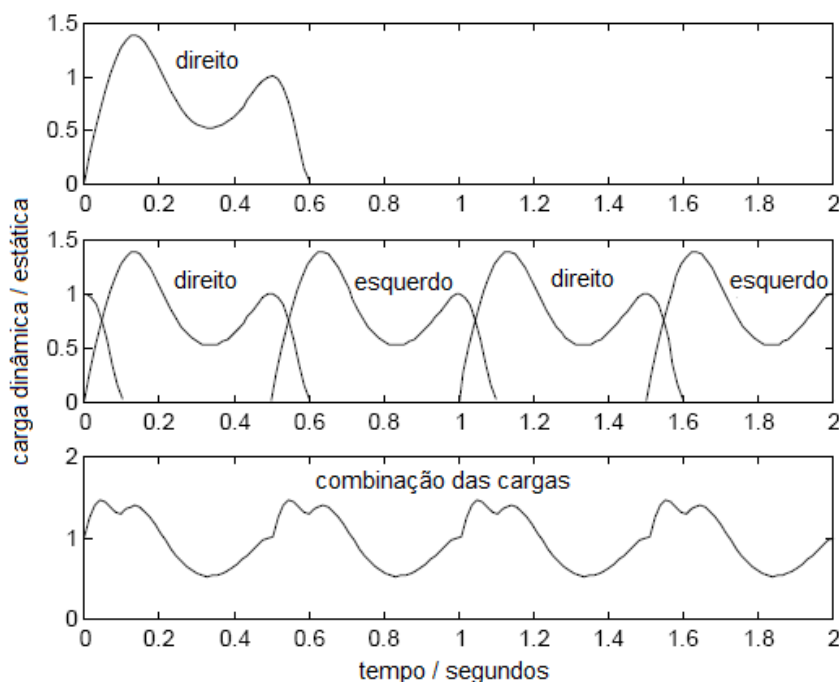


Figura 2.9. – Função de carga durante o andar relativa a uma sequência de passos [9]

Com base no estudo anteriormente realizado, em que se descreve qualitativamente a acção do peão, bem como os parâmetros intervenientes para a sua idealização, importa desde já, proceder à sua caracterização quantitativa, isto é, traduzir as diversas funções de carga em expressões matemáticas que permitam representar a evolução temporal das acções transmitidas pelos peões à estrutura. Pretende-se então, distinguir três tipos de acções diferentes susceptíveis de acontecer em pontes pedonais, designadamente o andar, a corrida e o salto rítmico.

2.2.4.1. Função de carga para o andar: acção vertical

A função de carga para o andar, pode ser idealizada como sendo a soma de um conjunto de acções sinusoidais que são obtidas através do desenvolvimento em série de Fourier [8]

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G \cdot \alpha_i \cdot \text{sen}(2\pi \cdot i \cdot f_p \cdot t - \phi_i) \tag{2.2.}$$

Em que G corresponde ao peso do peão, α_i o coeficiente de Fourier associado à i -ésima harmónica, $G \cdot \alpha_i$, a amplitude da componente da carga correspondente, f_p a frequência da passada em Hz, ϕ_i o ângulo da fase da i -ésima harmónica relativamente à primeira, i o número de ordem dos termos da série e n o número total de harmónicas consideradas, usualmente igual a três [2].

Os coeficientes de Fourier α_i , as amplitudes das harmónicas $\Delta G_i = G \cdot \alpha_i$ e os ângulos de fase ϕ_i , apresentam alguma dispersão de resultados dado o número de investigadores que têm estudado o

assunto. Bachmann [2] propõe os valores de α_i para as três primeiras harmónicas (Quadro 2.4.). Relativamente aos ângulos de fase, cuja variação é grande, Bachmann [2] sugere que os valores de ϕ_i devem ser tais que proporcionem a sobreposição das harmónicas mais desfavorável, no entanto, para cálculo automático propõe que se tome $\phi_1 = 0$; $\phi_2 = \frac{\pi}{2}$; $\phi_3 = \frac{\pi}{2}$. Por outro lado, o mesmo autor sugere que a amplitude da primeira harmónica possa ser retirada da literatura [4] e [6] de valor igual

$$\begin{aligned} \Delta G_1 &= 0,4 \cdot G \text{ Para } f_p = 2,0\text{Hz} \\ \Delta G_1 &= 0,5 \cdot G \text{ Para } f_p = 2,4\text{Hz} \end{aligned} \quad (2.3.)$$

procedendo a uma interpolação linear entre a gama de frequências mencionadas, no caso em que se queira obter a amplitude da primeira harmónica para uma outra frequência no referido intervalo. As amplitudes das forças correspondentes para as segunda e terceira harmónicas associados a uma frequência de passada na ordem dos 2Hz apresentam valores aproximados de $\Delta G_2 \cong \Delta G_3 \cong 0,1 \cdot G$.

Quadro 2.4. – Coeficientes de Fourier das três primeiras harmónicas para a função de carga correspondente ao andar [2].

	α_1	α_2	α_3
$1 < f_p \leq 1,5\text{Hz}$	$0,43f_p - 0,38$	0,1	0,1
$1,5 < f_p \leq 2,5\text{Hz}$	$0,43f_p - 0,38$	$0,15f_p - 0,125$	0,1

Uma vez que o coeficiente α_i , é o factor base para o correcto funcionamento do modelo de carga exposto em (2.2.), várias medições foram feitas ao longo dos anos para uma melhor caracterização do referido parâmetro, tal como se apresenta no Quadro 2.5.

A Figura 2.10. representa a função de carga para o andar idealizada segundo a equação (2.2.), considerando um, dois e três harmónicos, em que o peso do peão é de 800N e a frequência de passada vale 2Hz. Considerou-se ainda para a respectiva definição da função de carga os valores dos coeficientes de Fourier e os ângulos de fase anteriormente referidos.

Quadro 2.5. – Coeficientes de Fourier estudados por diferentes autores [10]

Autor	Coeficiente de Fourier	Direcção
Blanchard, 1977	$\alpha_1 = 0,257$	Vertical
	$\alpha_1 = 0,37$	
	$\alpha_2 = 0,10$	
Bachmann et al., 1987	$\alpha_3 = 0,12$	Vertical
	$\alpha_4 = 0,04$	
	$\alpha_5 = 0,08$	
Bachmann et al., 1987	$\alpha_1 = 0,039$	Lateral
	$\alpha_2 = 0,010$	
	$\alpha_3 = 0,043$	
Bachmann et al., 1987	$\alpha_4 = 0,012$	Lateral
	$\alpha_5 = 0,015$	
	$\alpha_1 = 0,37(f_p - 0,95)$	
Young, 2001 [21]	$\alpha_2 = 0,054 + 0,0044f_p$	Vertical
	$\alpha_3 = 0,026 + 0,0050f_p$	
	$\alpha_4 = 0,010 + 0,0051f_p$	

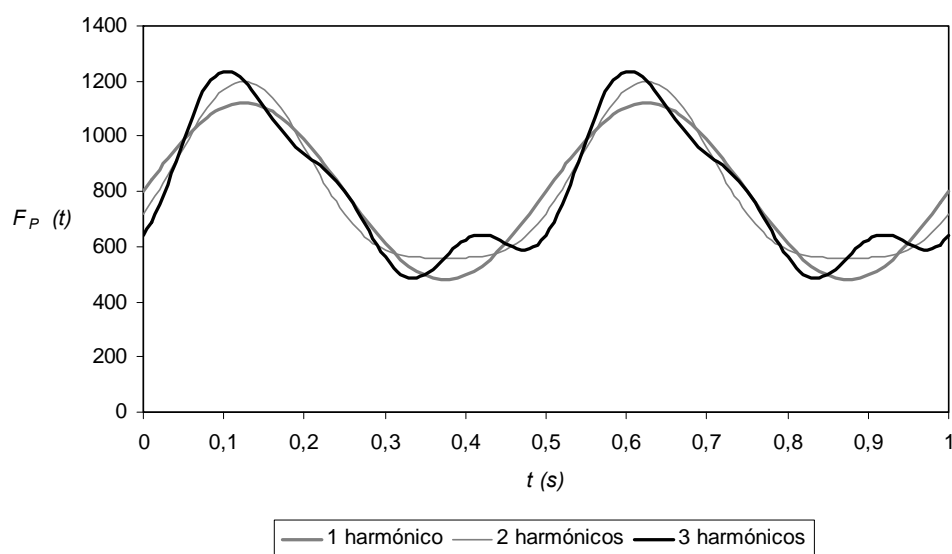


Figura 2.10. – Função de carga para o andar: componente vertical ($G = 800\text{N}$, $f_p = 2\text{Hz}$, $n = 1$ a 3)

2.2.4.2. Função de carga para a corrida: acção vertical

Em corrida, a acção que o peão transmite ao pavimento, deve-se exclusivamente, a uma força única que resulta do facto de apenas só um dos pés estar em contacto com o solo em cada passada efectuada. Assim a curva representativa da função de carga para a corrida é descontínua, apresentando apenas um único máximo. A forma mais usual para a sua representação consiste no uso de uma função semi-sinusoidal, de acordo com a seguinte função por ramos [2]

$$F_p(t) = \begin{cases} K_p \cdot G \cdot \text{sen}\left(\pi \frac{t}{t_c}\right) & , t \leq t_c \\ 0 & , t_c < t < T_p \end{cases} \quad (2.4.)$$

em que K_p é *factor de impacto dinâmico*, que traduz o valor do acréscimo de carga produzido pelo peão na altura do salto, em relação ao seu peso estático. Pode ser calculado a partir da expressão $K_p = F_{p,\max} / G$, onde T_p é o período da passada, t_c é o tempo de contacto pé-pavimento e $F_{p,\max}$ é o valor máximo da força aplicada. A forma da função de carga associada a este tipo de movimento, dada pela expressão (2.4.) está representada na Figura 2.11.

Saliente-se, que o factor de impacto dinâmico teórico pode ser obtido impondo que o integral da função de carga do peão ao longo de uma passada seja igual ao seu peso [8], resultando

$$K_p = \frac{\pi}{2 f_p t_c} \quad (2.5.)$$

Comparando os valores experimentais traduzidos pelo ábaco da Figura 2.7. com os valores teóricos obtidos pela expressão (2.5.) conclui-se que os valores teóricos são relativamente superiores. Contudo, quer se adoptem valores experimentais ou teóricos a função de carga apresenta sempre uma boa aproximação à acção dinâmica exercida pelo peão à estrutura durante a corrida.

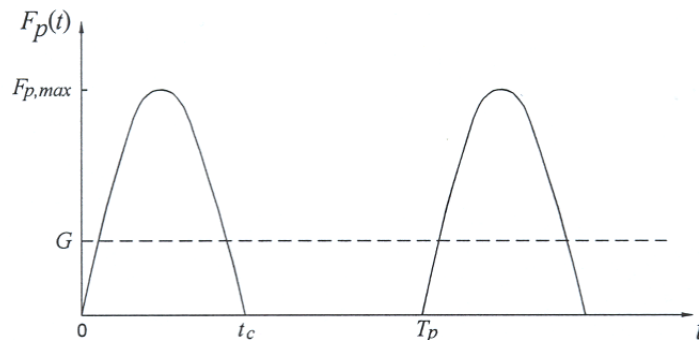


Figura 2.11. – Função de carga tipo para a corrida do tipo semi-sinusoidal [2]

Dada a periodicidade da função semi-sinusoidal, Bachmann [2] propõe uma forma aproximada de avaliar a acção dinâmica do peão em corrida através do desenvolvimento em série de Fourier da referida função, através da seguinte equação

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n \Delta G_i \cdot \cos \left[2 \cdot i \cdot \pi \cdot f_p \left(t - \frac{t_c}{2} \right) \right] \quad (2.6.)$$

em que G é o peso da pessoa, ΔG_i corresponde a amplitude da i -ésima harmónica, f_p é a frequência da passada, t_c o tempo de contacto pé-pavimento e n traduz o número de harmónicas estudadas, geralmente $n = 4$.

Para uma rápida análise dos coeficientes de Fourier, Bachmann [2] apresenta um ábaco que fornece os valores dos coeficientes das primeiras quatro harmónicas em função da relação t_c/T_p . Ilustra-se também na Figura 2.13. uma comparação gráfica relativa à função de carga para a corrida, idealizada com base na função semi-sinusoidal e pelo respectivo desenvolvimento em série de Fourier, cujos coeficientes foram retirados do ábaco da Figura 2.12.

É de realçar ainda, que a função de carga para a corrida pode ser dividida como sendo a soma de duas partes, uma parcela de valor constante e igual a 1250N, e uma parcela variável, de amplitude 1250N e com frequência natural relativa à primeira harmónica [11] (ver secção 2.2.5.). Note-se contudo, que a Guia técnica francesa [11] não abrange todos os casos de carga específicos relativos à corrida, uma vez que consideram que os efeitos de uma multidão de peões são claramente mais desfavoráveis.

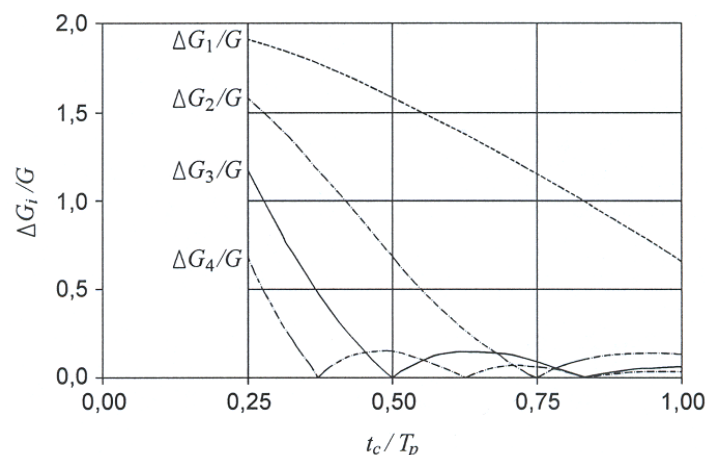


Figura 2.12. – Coeficientes de Fourier relativos às quatro primeiras harmónicas [2]

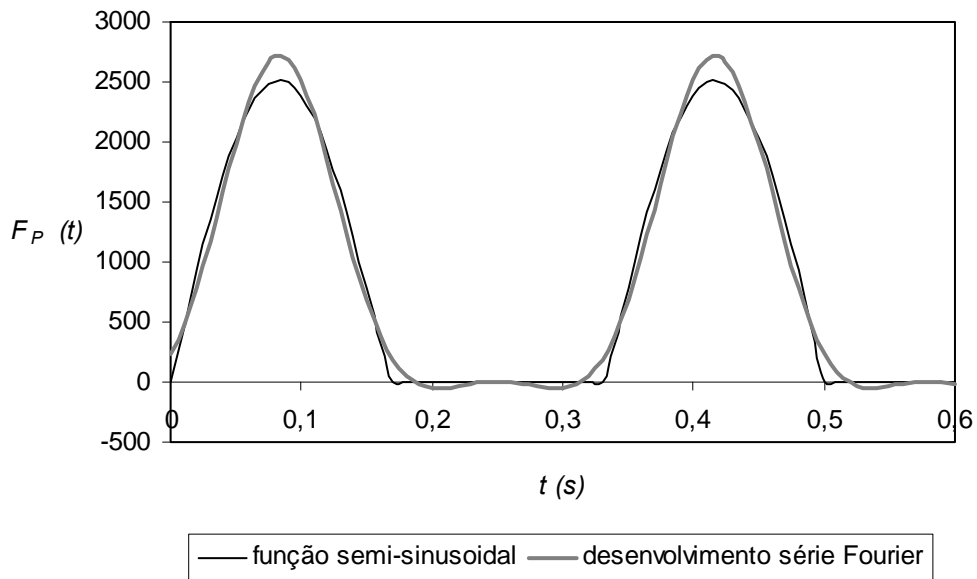


Figura 2.13. – Função de carga para a corrida ($G = 800\text{N}$, $f_p = 3\text{Hz}$, $t_c = 0,17\text{s}$, $n = 4$)

2.2.4.3. Função de carga para o andar e corrida: acção horizontal

A força exercida pelo peão na direcção horizontal (longitudinal e lateral ou transversal) durante o **andar**, é de menor intensidade relativamente à força que transmite verticalmente ao pavimento. Todavia, esta acção horizontal em certos casos pode ter alguma influência, principalmente em estruturas de grande flexibilidade.

A função de carga para o andar, pode ser idealizada como sendo a soma de um conjunto de acções sinusoidais que são obtidas através do desenvolvimento em série de Fourier

$$F_p(t) = \sum_{i=1/2}^n \Delta G_i \cdot \text{sen}(2 \cdot i \cdot \pi \cdot f_p \cdot t) \quad (2.7.)$$

em que, ΔG_i corresponde à amplitude da i -ésima harmónica e f_p a frequência da passada em Hz. É de referir que, em oposição à acção vertical, as componentes transversal e longitudinal da força, naturalmente, não apresentam uma parte estática (sem termo constante) na expressão (2.7.).

Schulze [6] dedicou-se ao estudo da caracterização deste tipo de acção para uma frequência de passada de 2Hz, concluindo que o balanço lateral do centro de gravidade da pessoa (Figura 2.15.) ocorre para metade da frequência de passada (1,0Hz), isto é, o peão exerce uma força lateral à estrutura (perpendicular ao movimento) que apresenta dois sentidos opostos dependentes do pé que executa a passada. Assim, a força lateral só voltará a repetir-se com o mesmo sentido decorridos dois passos consecutivos, daí a razão do valor de frequência relacionado. Os correspondentes valores dos coeficientes de Fourier são portanto os seguintes [11]

$$\Delta G_{1/2} = \Delta G_{3/2} \approx 0,05G; \Delta G_1 = \Delta G_2 \approx 0,01G \quad (2.8.)$$

A Figura 2.14. representa a função de carga para o andar segundo a direcção transversal, idealizada segundo a equação (2.7.), em que o peso do peão é de 800N e a frequência de passada vale 2Hz. Considerou-se o contributo das quatro primeiras harmónicas e os valores dos coeficientes de Fourier anteriormente mencionados, para a definição da respectiva função de carga.

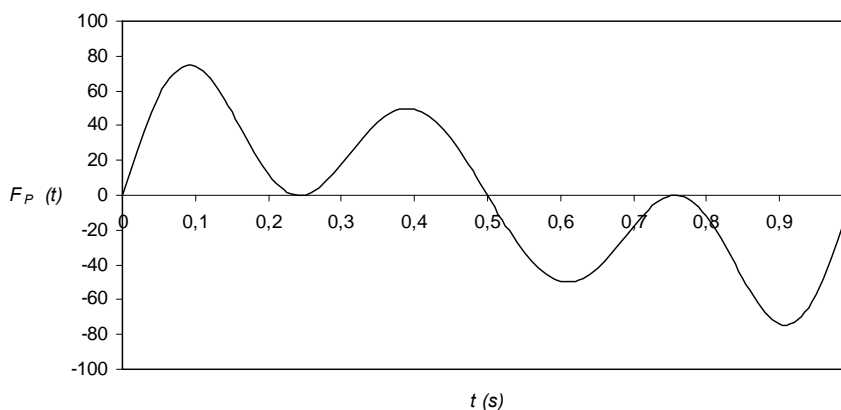


Figura 2.14. – Função de carga para o andar: componente lateral ($G = 800N$, $f_p = 2Hz$, $n = 4$)

Contudo, o deslocamento longitudinal é dominado pelo mesmo valor da frequência de passada que se verifica na direcção vertical. Para esta componente, os valores dos coeficientes de Fourier são os seguintes [11]

$$\Delta G_{1/2} \approx 0,04G; \Delta G_1 \approx 0,2G; \Delta G_{3/2} \approx 0,03G; \Delta G_2 \approx 0,1G \quad (2.9.)$$

A Figura 2.16. ilustra a função de carga para o andar segundo a direcção longitudinal, em que o peso do peão é 800N e a frequência de passada vale 2Hz. Analisou-se a contribuição das quatro primeiras harmónicas da função de carga, considerando para o efeito os coeficientes de Fourier anteriormente descritos.

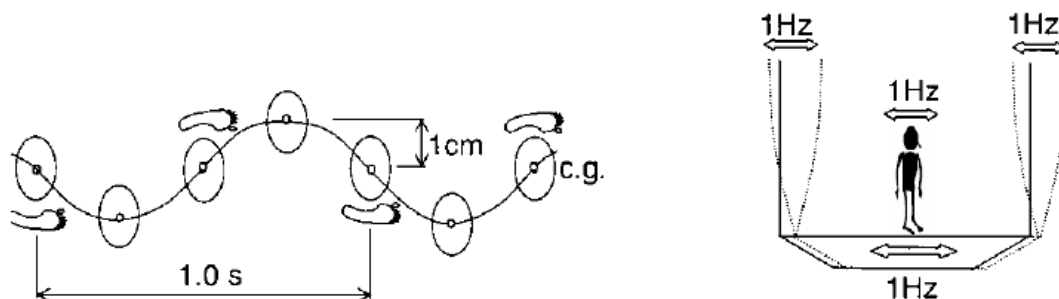


Figura 2.15. – Mecanismo da vibração lateral [10]

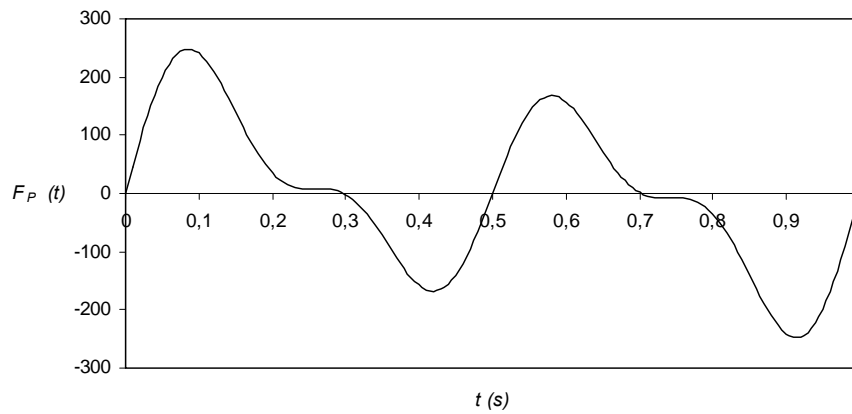


Figura 2.16. – Função de carga para o andar: componente longitudinal ($G = 800\text{N}$, $f_p = 2\text{Hz}$, $n = 4$)

A Figura 2.17. exemplifica a relação que existe entre os períodos das forças verticais $T_{vertical}$, longitudinais $T_{longitudinal}$ e laterais $T_{lateral}$ exercidas pelo peão ao pavimento durante uma sequência de passos. Verifica-se que $T_{lateral} = 2 \cdot T_{vertical}$, o que implica que a frequência fundamental vertical $f_{vertical}$, corresponde ao dobro da frequência fundamental lateral $f_{lateral}$ (Quadro 2.6.). Comprova-se ainda que $f_{vertical} = f_{longitudinal}$ uma vez que $T_{vertical} = T_{longitudinal}$.

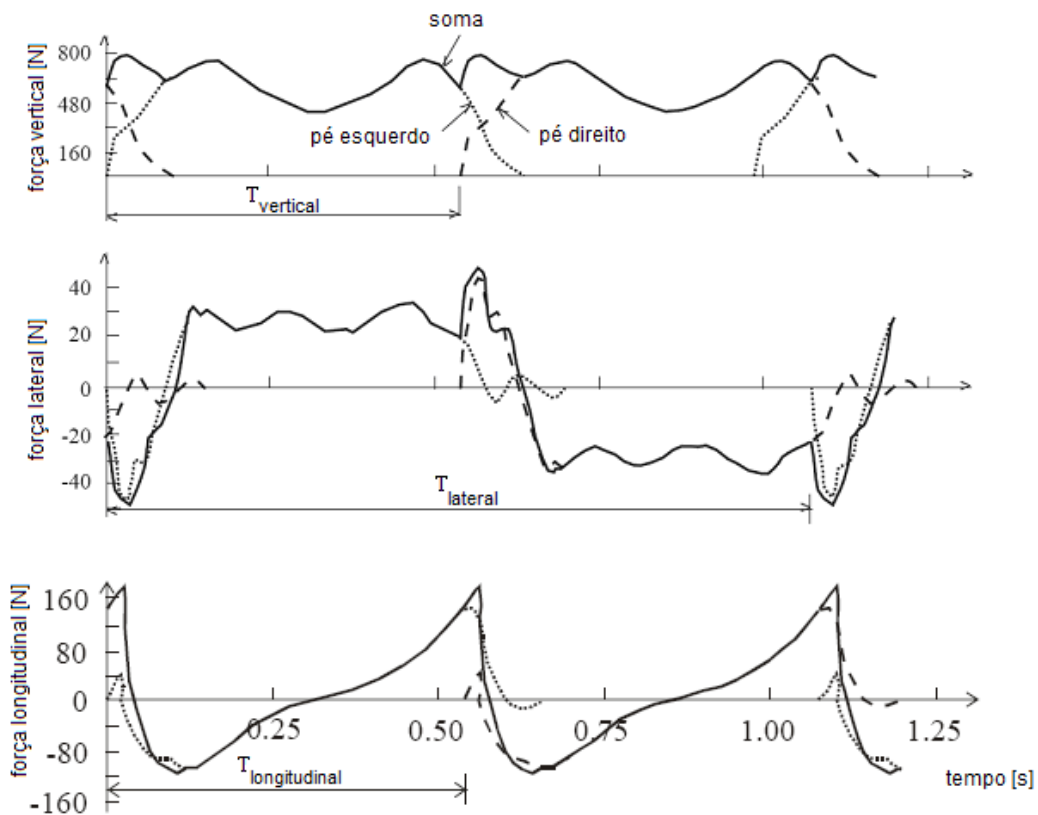


Figura 2.17. – Períodos das forças nas direcções verticais e horizontais (vertical e longitudinal) durante uma sequência de passos [12].

Quadro 2.6. – Frequências verticais e horizontais para os vários tipos de andamento [2].

Tipo de andamento	$F_{vertical} (Hz)$	$F_{lateral} (Hz)$
Andamento lento	~1,7	~0,85
Andamento normal	~2,0	~1,0
Andamento rápido	~2,3	~1,15
Corrida lenta (jogging)	~2,5	~1,25
Corrida rápida (sprinting)	>3,2	>1,6

A Figura 2.18. retirada de [2] ilustra um espectro de frequências (amplitudes de Fourier) para os três tipos de acções que um peão de 587N de peso executa à estrutura em andamento. Conclui-se que as componentes máximas da força lateral estão associadas às frequências $f_p/2$ e $3 \cdot f_p/2$, enquanto que na direcção longitudinal as componentes máximas se verificam para às frequências f_p e $2 \cdot f_p$.

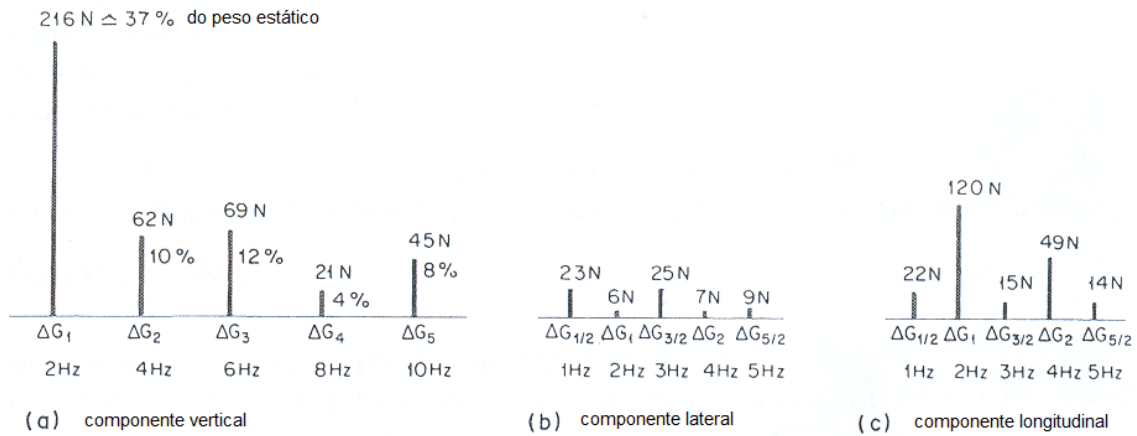


Figura 2.18. – Amplitude das cinco primeiras harmónicas durante o andar [2]

Em face destes resultados, a Figura 2.19. ilustra os intervalos de frequências verticais e laterais que o peão em andamento pode exercitar. Constatou-se que, para uma superfície estacionária, a força horizontal é cerca de 10% da carga vertical, o que representa aproximadamente 4% do peso do pedestre [13].

É de salientar ainda, que muitas pontes pedonais apresentam frequências naturais verticais e laterais dentro dos limites mencionados (1,4-2,4Hz verticalmente e 0,7-1,2Hz horizontalmente). Apresentam portanto, um grande potencial para sofrer excessivas vibrações em virtude das acções dinâmicas provocadas pelos peões.

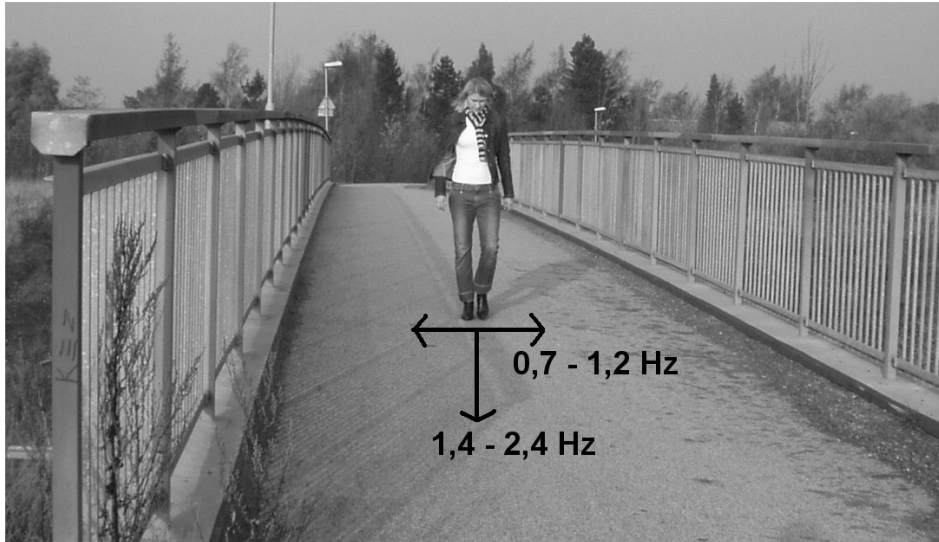


Figura 2.19. – Intervalo de frequências que o peão pode executar em andamento [10].

Segundo a Guia francesa [11], todavia não foram tomadas medidas para quantificar a componente horizontal que o peão executa em **corrida**, quer na direcção longitudinal quer na direcção transversal. No entanto, é razoável pensar que por um lado, durante uma corrida, a componente transversal (a qual o público é mais sensível) tem uma amplitude relativamente baixa face à amplitude da componente vertical. Além disso, pressupõem que a estimativa da frequência natural da componente lateral será metade da componente vertical, enquanto que a da componente longitudinal é da mesma ordem de grandeza.

2.2.4.4. Função de carga para o salto rítmico

A função de carga mais adequada para a definição do salto rítmico é representada por uma sequência de impulsos triangulares (Figura 2.20.) [8]. A sua definição pode ser obtida em função do tempo de contacto pé-pavimento t_c e o factor de impacto dinâmico $K_p = 2/(f_p \cdot t_c)$ chegando-se a seguinte função

$$\left\{ \begin{array}{ll} K_p \cdot G \cdot \left(\frac{2t}{t_c} \right) & , t \leq \frac{t_c}{2} \\ K_p \cdot G \cdot \left[1 - \frac{2(t - t_c/2)}{t_c} \right] & , \frac{t_c}{2} < t < t_c \\ 0 & , t_c < t < T_p \end{array} \right. \quad (2.10.)$$

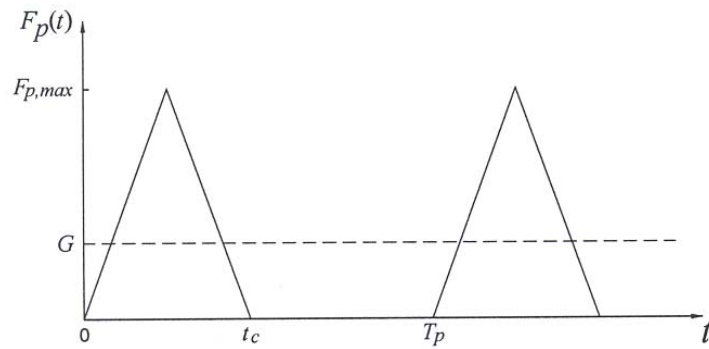


Figura 2.20. – Função de carga para o salto rítmico [8]

Tal como foi desenvolvido na função de carga tipo para o movimento de corrida, pode-se aproximar a função de carga correspondente ao salto rítmico, ao desenvolvimento em série de Fourier, através da expressão [8]

$$F_p(t) = G \cdot \left\{ 1 + \sum_{i=1}^n 4 \frac{1 - \cos \alpha_i}{\alpha_i} \cos \left[\frac{2\pi i}{T_p} \left(t - \frac{t_c}{2} \right) \right] \right\} \quad (2.11.)$$

sendo G é o peso do indivíduo, T_p o período da passada, $\alpha_i = \pi \frac{t_c}{T_p} i$, em que t_c é o tempo de contacto pé-pavimento e n o número de termos da série considerados.

A Figura 2.21. mostra função de carga para o salto rítmico representada em função da expressão (2.10.) e de forma aproximada com base no desenvolvimento em série de Fourier.

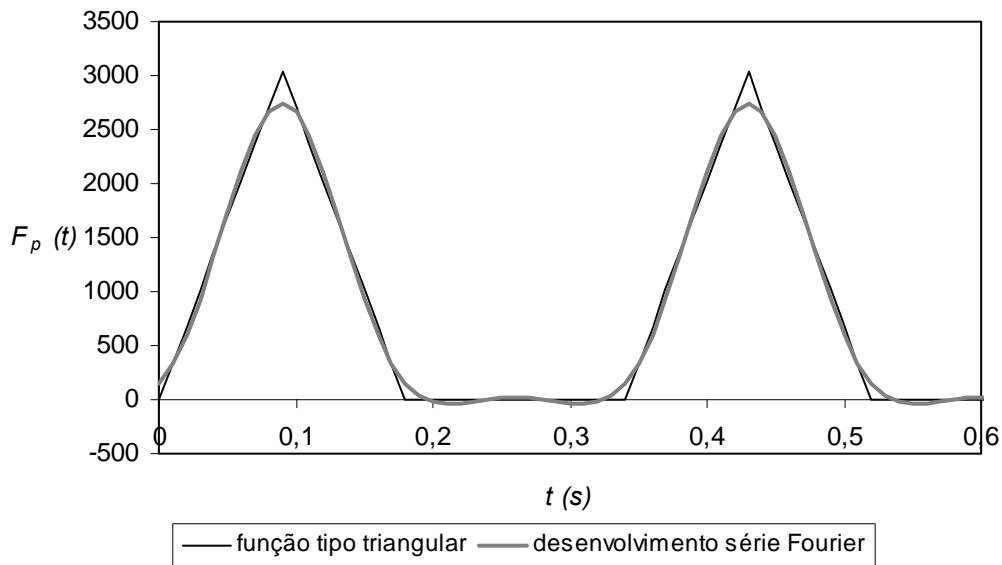


Figura 2.21. – Função de carga para o salto rítmico ($G = 800\text{N}$, $f_p = 3\text{Hz}$, $t_c = 0,18\text{s}$, $n = 4$)

2.2.5. AMPLITUDE DA FORÇA A CONSIDERAR

Como foi referido, a acção do peão é quantificada pelas funções de carga que representam a variação da força transmitida ao pavimento em função do tempo. Viu-se também, que cada acção pode ser reproduzida de forma mais ou menos aproximada (dependendo do número de termos da série de Fourier considerados) por uma soma de acções sinusoidais.

Verifica-se que, no caso da frequência de uma das harmónicas coincidir com uma das frequências naturais da estrutura, a resposta fica fortemente condicionada por essa frequência, tendo as restantes harmónicas pouca influência nos resultados [8]. Deste modo, a acção do peão pode ser substituída simplesmente por uma força sinusoidal com a amplitude e frequências correspondentes à harmónica considerada determinante no comportamento dinâmico do sistema.

Por exemplo, uma estrutura que tenha uma frequência natural próxima dos 3Hz pode apresentar níveis de vibrações elevados devido à passagem de um peão em corrida, se a frequência da primeira harmónica coincidir com a primeira frequência natural. Contudo, a passagem de um peão em andamento pode também excitar o primeiro modo de vibração pela actuação da segunda harmónica de carga.

Em suma, os valores da força exercida pelo peão nas três componentes, isto é, numa componente vertical e em duas componentes horizontais (transversal e longitudinal) podem ser seleccionados para o dimensionamento (na prática limitada ao primeiro harmónico) de acordo com o Quadro 2.7.

Quadro 2.7. – Valores da força exercidos pelo peão nas três componentes [11].

Acção isolada de um peão		
$f_p \leq 2,5Hz$	Componente Vertical	$F_v(t) = G + 0,4G \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t)$
	Componente Transversal	$F_{ht}(t) = 0,05G \cdot \text{sen}\left(2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{f_p}{2}\right) \cdot t\right)$
	Componente Longitudinal	$F_{hl}(t) = 0,2G \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t)$
$f_p > 2,5Hz$	Componente Vertical	$F_v(t) = 1250 + 1250 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t)$

2.3. ACÇÕES PROVOCADAS POR GRUPOS DE PESSOAS E MULTIDÕES

Vários estudos têm sido realizados, a fim de quantificar as forças dinâmicas que são transmitidas ao tabuleiro de uma ponte pedonal, resultantes da passagem de um peão ao longo da sua extensão. Estes estudos têm prestado maior atenção à componente vertical da força do que a componente horizontal, isto porque, até a abertura da ponte pedonal Millennium em Londres, quase todos os problemas que foram documentados, estão associados às vibrações provocadas pela componente vertical da força proveniente da acção do peão [14].

Os subcapítulos até agora descritos dizem respeito à caracterização das acções verticais e horizontais provocadas por um único pedestre. É de maior interesse proceder ao estudo das forças produzidas não só por um grupo de peões em andamento com a mesma velocidade, mas também por

uma multidão de pessoas. Foi sobre tais circunstâncias que o fenómeno da sincronização homem-estrutura foi descoberto.

Este fenómeno ocorre, quando os peões adaptam o seu passo às vibrações da estrutura [15]. Por exemplo, as oscilações laterais que a ponte Millennium apresentou no dia da sua inauguração foram explicadas pelo fenómeno da sincronização homem-estrutura [16].

2.3.1. SINCRONIZAÇÃO VERTICAL

Ao caminharem sobre a ponte, os peões são mais tolerantes às vibrações verticais do que às horizontais. Num estudo realizado por Bachmann e Ammann em 1987 [2], é sugerido que os deslocamentos verticais necessários para causar alguns distúrbios ao andamento natural do peão apresentem um valor mínimo de 10mm. Isto corresponde a acelerações de pelo menos $1,6 m/s^2$ com uma frequência de passada de 2Hz. Por outro lado, ensaios realizados sobre a ponte pedonal Millennium, sujeita às acções provocadas por um grupo de 250 pessoas durante uma travessia, não revelaram provas de sincronização para acelerações verticais de amplitude acima dos $0,4 m/s^2$ [16]. Além disso, estes estudos evidenciaram que as forças verticais geradas pelo peão são aleatórias. Assim, é provável que os limites de vibração máximos patentes nas normas (ver secção 2.4.) sejam suficientes para impedir a sincronização vertical entre a estrutura e os peões.

É natural que a primeira tentativa para reproduzir o modelo de carga relativa a um conjunto de peões, corresponda à multiplicação da carga produzida por um único pedestre, $p_p(t)$ em correspondência com uma constante. Em 1987 Matsumoto [5], tentou definir essa constante. Assumiu que os peões chegam a ponte mediante uma distribuição de Poisson, e calcula o factor m que deve ser multiplicado à acção causada por um único peão isolado, como sugere a seguinte equação

$$m = \sqrt{\lambda \cdot T_o} \quad (2.12.)$$

onde λ corresponde ao caudal médio de pessoas num intervalo de tempo ($\lambda_{max} \cong 1,5 \text{ pessoas} / s \cdot m$), T_o é o tempo necessário para cruzar a ponte de comprimento L a uma velocidade v_s , isto é, $T_o = L/v_s$ e o produto $\lambda \cdot T_o$ é o número de pessoas que circulam simultaneamente sobre a ponte, denominado por N . Tendo presente esta constante, a carga total resultante de um grupo ou uma multidão é dado pela seguinte expressão

$$F_p(t) = m \cdot p_p(t) \quad (2.13.)$$

A expressão (2.12.) tem vindo a demonstrar boas aproximações em pontes cuja frequência natural esteja próxima dos 2Hz. Desta forma, numa gama de valores entre 1,8 e os 2,2Hz, o modelo de carga apresentado pode ser aplicado a ponte para peões, enquanto que para valores de frequências superiores ou inferiores, tais como 1,6 a 1,8Hz ou entre 2,2 a 2,4Hz o factor m é reduzido linearmente para um valor $m_{min} = 2,0$, equivalente a duas pessoas a caminhar sincronizadas.

Outra tentativa para quantificar o fenómeno da sincronização do peão com a estrutura na direcção vertical foi feita por Grundmann *e tal* [17]. Definiu a probabilidade de sincronização $P_s(a_g)$

como sendo uma função da amplitude de aceleração da estrutura a_g (Figura 2.22.). Grundmann [17], Propôs que a resposta para um determinado número de pessoas N sobre a ponte, fosse calculado pela seguinte formula

$$a_g = P_s(a_g) N_r a_{1rz} \quad (2.14.)$$

onde a_{1rz} corresponde à resposta de um único peão e $N_r = NK$ é o número de pessoas reduzido pelo factor $K < 1$ que toma em consideração o facto de as cargas mudarem de posição ao longo da estrutura. Para uma ponte pedonal de vão único, com frequência natural de 2Hz os valores propostos para o factor K e para a probabilidade de sincronização foram respectivamente de 0,6 e 0,225. Com base nos parâmetros sugeridos, o produto $P_s(a_g)N_r$ relativo à resposta de um único peão a_{1rz} vem

$$P_s(a_g)N_r = 0,225 \cdot 0,6 \cdot N = 0,135N \quad (2.15.)$$

Grundmann *et al* [17], finalmente sugeriu que, para grupos até 10 pessoas, o factor de multiplicação $P_s(a_g)N_r$ pode ser tomado tal como se apresenta na Figura 2.23., com um valor máximo de 3 referente às frequências naturais verticais e laterais compreendidas entre 1,5-2,5Hz e 0,5-1,5Hz, respectivamente.

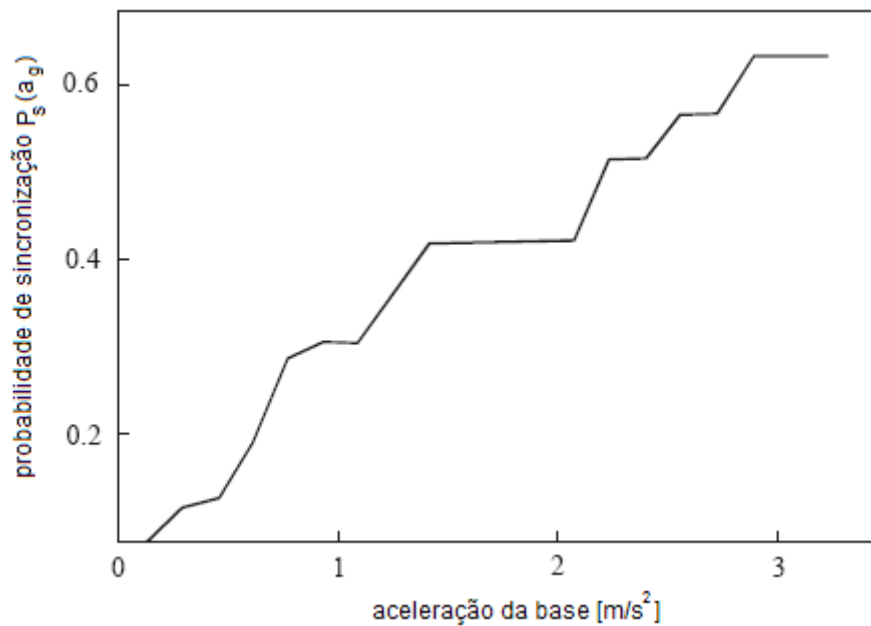


Figura 2.22. – Probabilidade da sincronização em função da aceleração da ponte [17]

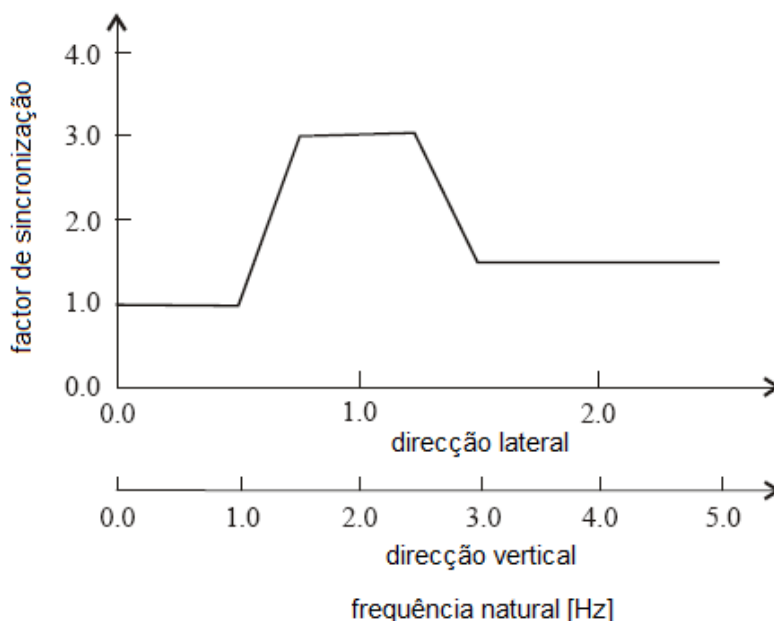


Figura 2.23. – Factor de multiplicação para um grupo até dez pessoas [17]

2.3.2. SINCRONIZAÇÃO LATERAL

Como é sabido, os peões apresentam grande sensibilidade para pequenos balanços laterais resultantes das oscilações transversais que certas estruturas flexíveis podem sofrer. O fenómeno da sincronização horizontal pode descrever-se da seguinte maneira:

Em primeiro lugar, os peões quando andam exercem aleatoriamente forças horizontais à estrutura, que podem naturalmente ser combinadas por um conjunto de pedestres dentro de uma multidão. Esta sincronização pode causar um pequeno movimento horizontal da ponte, bem como uma possível sincronização entre o andamento de alguns peões com o movimento da estrutura.

Se este movimento é perceptível, torna-se mais confortável para os peões andar em sincronia com o movimento horizontal da ponte. Uma vez que os balanços laterais afectam o equilíbrio, os peões tendem a caminhar com os pés mais afastados e tratam de sincronizar os seus passos com o movimento da superfície, de forma a tentar restabelecer a sua estabilidade lateral.

Este comportamento instintivo dos peões garante que as forças dinâmicas são aplicadas em sintonia com frequência de ressonância da ponte e, conseqüentemente, aumenta o movimento da estrutura. Assim, existirá um maior número de pedestres sincronizados, aumentando o movimento lateral da ponte.

Quanto maior for a amplitude do movimento, maior é a força lateral dinâmica exercida, e naturalmente, maior será o grau de sincronização dos peões. Neste sentido, a vibração lateral da estrutura leva algum tempo antes de se encontrar plenamente desenvolvida. No entanto, a amplitude das vibrações não apresentam valores infinitamente grandes, uma vez que os peões tendem a reduzir a velocidade ou param de andar a pé quando a vibração se torna desconfortável [16] [18] [19].

Observações indicam que uma proporção significativa dos peões pode entrar em sincronização quando a amplitude do movimento pedonal é apenas alguns milímetros [20]. Investigações realizadas em Dezembro de 2000, mostraram que o fenómeno da sincronização é notavelmente não linear, tal

como se ilustra na Figura 2.24. Estes testes mostraram ainda que as forças laterais são fortemente correlacionadas com o movimento lateral da ponte [20].

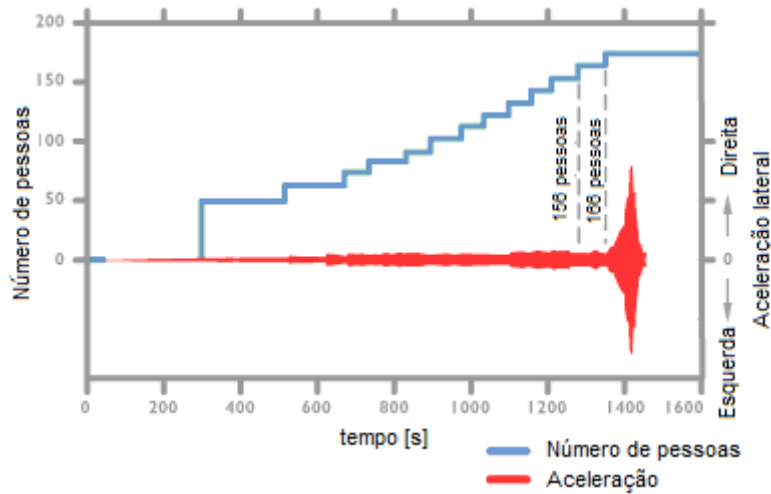


Figura 2.24. – Aceleração lateral da ponte Millennium em função do número de pessoas que atravessa a ponte [20]

O fenómeno da sincronização lateral pelo qual as pessoas respondem naturalmente a uma ponte oscilante quando esta tem uma frequência perto da frequência de passada dos peões (em andamento ou corrida) é um factor importante no aumento da severidade da carga. Ao aumentar o amortecimento modal, a sincronização pode ser prevenida. Foi assim que o problema da ponte Millennium foi resolvido.

Mas quanto amortecimento é necessário para evitar a sincronização em qualquer situação particular? Ao fazer algumas suposições simplificadas de como as pessoas andam ou correm, é possível prever níveis de amortecimentos mínimos, necessários para garantir que a sincronização não conduza a níveis elevados de vibração [10].

Em Dezembro de 2000, Dallard *et al* [19] realizou ensaios relativos à ponte Millennium, com o objectivo de fornecer os dados necessários para a resolução do problema relativo à vibração da estrutura. O teste mostrou que a força dinâmica induzida pelos peões foi aproximadamente proporcional à velocidade lateral da ponte [19].

Com base nos estudos realizados por Dallard *et al* [19], foi desenvolvida uma fórmula que permite estimar o número de peões a partir do qual se tenderão a registar oscilações transversais significativas do tabuleiro numa ponte para peões com uma frequência lateral próxima de 1Hz [3].

$$N_L = \frac{8 \cdot \pi \cdot \xi \cdot M \cdot f}{k} \quad (2.16.)$$

em que f , M e ξ representam, respectivamente a frequência natural, a massa e o coeficiente de amortecimento modais e k é uma constante, de valor igual a 300Ns/m, no intervalo de frequências 0,5-1,0Hz. É de referir que, conhecidos a massa modal, a frequência natural e o coeficiente de amortecimento do modo de vibração crítico, pode então estimar-se o número de peões que inicia o chamado fenómeno de “lock-in” ou, inversamente, no caso em que se queira que o fenómeno não se

inicie com uma determinada concentração de peões na ponte, pode determinar-se o amortecimento necessário [3].

A simplicidade deste modelo de carga é claramente uma vantagem. Contudo, este modelo apresenta desvantagens, uma vez que, quando as forças laterais são maiores que o amortecimento em vigor, a resposta da ponte aumenta infinitamente [13]. Assim, este modelo não está em conformidade com o que se verifica na realidade, visto que, os peões tendem a reduzir a velocidade ou param de andar a pé quando a resposta da ponte se torna suficientemente grande. Portanto, a resposta da ponte não aumenta infinitamente.

Em Janeiro de 2004, Nakamura [18] sugeriu uma nova modelação para a acção lateral do peão, propondo uma alteração ao modelo de carga desenvolvido por Dallard [19]. O seu trabalho foi baseado em observações e cálculos da ponte “T” no Japão, que experimentou fortes vibrações laterais induzidas por peões [10].

A expressão básica no modelo de Nakamura é a seguinte equação do movimento

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = F(t) \quad (2.17.)$$

em que M , C , K correspondem respectivamente à massa modal, ao amortecimento modal e à rigidez modal da ponte. Além disso, $u(t)$ equivale ao deslocamento modal, $\dot{u}(t)$ é a velocidade modal e $\ddot{u}(t)$ corresponde à aceleração modal do tabuleiro. $F(t)$ diz respeito à força modal dinâmica aplicada pelos peões à ponte, e é dada por

$$F(t) = k_1 k_2 \frac{\dot{u}(t)}{k_3 |\dot{u}(t)|} G(f) M_p g \quad (2.18.)$$

onde k_1 é o quociente entre a força lateral e o peso do peão, k_2 diz respeito à percentagem de peões que estão sincronizados com a vibração do tabuleiro, $M_p g$ corresponde à massa modal dos peões, $G(f)$ é uma função que descreve a forma pela qual os peões se sincronizam com a frequência natural da ponte. O pior cenário como é óbvio, é quando $G(f) = 1$.

Como se pode verificar, Nakamura [15] assume que a sincronização dos peões é proporcional à velocidade do tabuleiro $\dot{u}(t)$ para baixas velocidades (Figura 2.25.). Contudo, quando a velocidade do tabuleiro aumenta, os peões começam a sentir um certo nível de desconforto, diminuindo o seu ritmo de andamento ou acabam mesmo por parar. Portanto, a resposta do tabuleiro da ponte não aumenta infinitamente, sendo restringida até um certo nível. Esta limitação depende do coeficiente k_3 [13]. Constata-se então, que ambos os modelos assumem que a força do peão depende da velocidade da ponte. No entanto, a força proposta por Dallards [19] aumenta linearmente com o aumento da velocidade da ponte, enquanto que, a força sugerida por Nakamura aumenta linearmente para baixas velocidades, diminuindo a sua taxa de crescimento para altas velocidades (situação em que os peões começam a diminuir o ritmo de andamento ou chegam mesmo a parar).

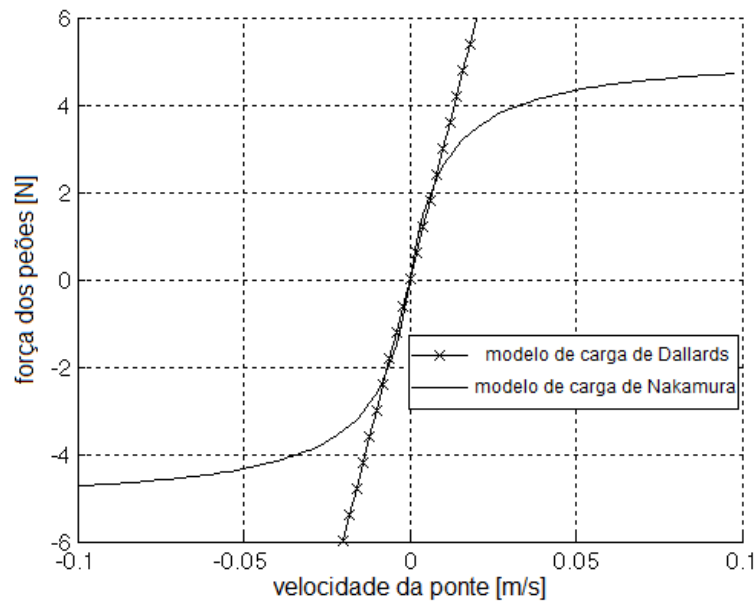


Figura 2.25. – Comparação dos modelos de carga de Dallard e Nakamura [10]

2.3.3. ACÇÃO SIMULTÂNEA DE VÁRIOS PEÕES: FUNÇÃO DE CARGA VERTICAL, TRANSVERSAL E LONGITUDINAL

2.3.3.1. Determinação da classe da ponte pedonal

Com base na determinação da classe da ponte, é possível determinar o nível de tráfego que esta pode suportar

- **Classe IV:** Ponte raramente utilizada, construída para ligar zonas escassamente povoadas, ou para assegurar a continuidade do andamento pedestre em zonas cortadas por uma auto-estrada ou uma via rápida;
- **Classe III:** Ponte para uso normal (padrão), que pode eventualmente ser atravessada por grandes grupos de pessoas, no entanto nunca é carregada em toda a sua área de influência;
- **Classe II:** Ponte urbana construída para ligar zonas povoadas, submetida a um tráfego intenso, e que pode eventualmente ser carregada em toda a sua área de influência;
- **Classe I:** Ponte urbana que liga zonas de alta densidade pedonal (por exemplo, nas proximidades de uma estação de metro ou comboio), ou que é frequentemente utilizada por densas multidões (manifestações, turistas, etc.), submetida a um elevado tráfego de peões.

É de salientar ainda, que para as pontes pedonais situadas na classe IV, não é necessário proceder a nenhuma análise do comportamento dinâmico. Todavia, em pontes de peões muito leves, parece aconselhável seleccionar pelo menos a classe III, para que um controlo mínimo dos riscos seja efectuado. De facto, uma ponte pedonal muito leve, pode em condições de serviço, apresentar níveis de oscilação elevados sem que ocorra necessariamente o fenómeno da ressonância [11].

2.3.3.2. Descrição do nível de conforto

O nível de conforto limita-se à definição do grau de intensidade pela qual são sentidas as vibrações de uma ponte oscilante. Deste modo, tem-se

- **Conforto máximo:** As acelerações sofridas pela ponte são praticamente imperceptíveis aos usuários;
- **Conforto médio:** As acelerações sofridas pela estrutura são simplesmente perceptíveis pelos usuários;
- **Conforto mínimo:** Em configurações de carregamento pouco frequentes, as acelerações sofridas pela estrutura são sentidas pelos utentes, no entanto não se tornam insuportáveis.

É de referir que as referidas informações não devem ser consideradas como critérios absolutos, visto que o conceito de conforto humano é altamente subjectivo, dado que um determinado nível de aceleração é sentido de forma diferente de indivíduo para indivíduo.

De salientar ainda que nos casos em que o risco de ressonância é considerado insignificante após o cálculo das frequências próprias da estrutura, o nível de conforto é automaticamente considerado suficiente [11].

2.3.3.3. Definição do intervalo da frequência fundamental

Tanto na direcção horizontal como na vertical, existem quatro gamas de frequências associadas a um risco decrescente de ressonância

- **Intervalo 1:** Risco máximo de ressonância;
- **Intervalo 2:** Risco médio de ressonância;
- **Intervalo 3:** Baixo risco de ressonância para situações de carregamento normais;
- **Intervalo 4:** Risco negligenciável de ressonância.

Os Quadros 2.8. e 2.9. definem os intervalos de frequência a considerar para as vibrações vertical, longitudinal e transversal.

Quadro 2.8. – Intervalos de frequência (Hz) para as vibrações vertical e longitudinal [11]

Frequência	0	1	1.7	2.1	2.6	5
Intervalo 1						
Intervalo 2						
Intervalo 3						
Intervalo 4						

Quadro 2.9 – Intervalos de frequência (Hz) para a vibração transversal [11]

Frequência	0	0.3	0.5	1.1	1.3	2.5
Intervalo 1						
Intervalo 2						
Intervalo 3						
Intervalo 4						

2.3.3.4. Enumeração dos casos de carga dinâmicos

Em função da classe da ponte e dos intervalos dentro dos quais se situam as respectivas frequências naturais, é conveniente efectuar um cálculo dinâmico da estrutura, para a totalidade ou parte de um conjunto de 3 casos de carga

- **Caso 1:** Multidão pouco densa a densa;
- **Caso 2:** Multidão muito densa;
- **Caso 3:** Complemento para uma multidão repartida de peões (efeito do 2º harmónico).

O Quadro 2.10. define claramente os cálculos a serem realizados em cada caso

Quadro 2.10. – Verificação dos casos de carga a considerar [11]

Tráfego	Classe	Caso de carga a reter para o controlo das acelerações		
		Intervalo onde se situa a frequência própria		
		1	2	3
Pouco densa	III	Caso 1	---	---
Densa	II	Caso 1	Caso 1	Caso 3
Muito densa	I	Caso 2	Caso 2	Caso 3

2.3.3.5. Definição dos casos de carga dinâmicos

Os casos de carga a seguir descritos foram definidos para representar de uma forma simplificada e praticável, os efeitos de um maior ou menor número de peões sobre uma ponte pedonal.

Caso 1: Multidão pouco densa a densa

Este caso de carga é exclusivo às pontes para peões que se enquadrem nas categorias III (multidão pouco densa) e II (multidão densa). A densidade d da multidão de peões a considerar é em função da classe da ponte pedonal.

Quadro 2.11. – Densidade de pessoas a considerar [11]

Classe	Densidade d da multidão
III	0,5 pessoas/m ²
II	0,8 pessoas/m ²

Considera-se que a multidão está uniformemente distribuída ao longo da superfície total da ponte S . O número de peões envolvidos é portanto: $N = S \times d$.

O número de peões equivalentes, ou seja, o número de peões que, estando todos à mesma frequência e em fase, produz os mesmos efeitos que peões aleatórios em frequência e em fase é: $10,8 \times (\xi \times N)^{1/2}$.

A carga que está a ser tida em conta é afectada por um coeficiente redutor ψ que tem a ver com o facto do fenómeno de ressonância ser menos provável quando as frequências naturais da ponte se situam fora do intervalo 1,7 – 2,1Hz para acelerações verticais e 0,5 – 1,1Hz para acelerações

horizontais. Este factor decai para zero quando a frequência da ponte é inferior a 1Hz para acções verticais e 0,3 para acções horizontais. Do mesmo modo, para além dos 2,6Hz para uma acção vertical e 1,3Hz para uma acção horizontal, o coeficiente anula-se. Contudo, neste caso, o segundo harmónico proveniente do andar do peão deve ser examinado.

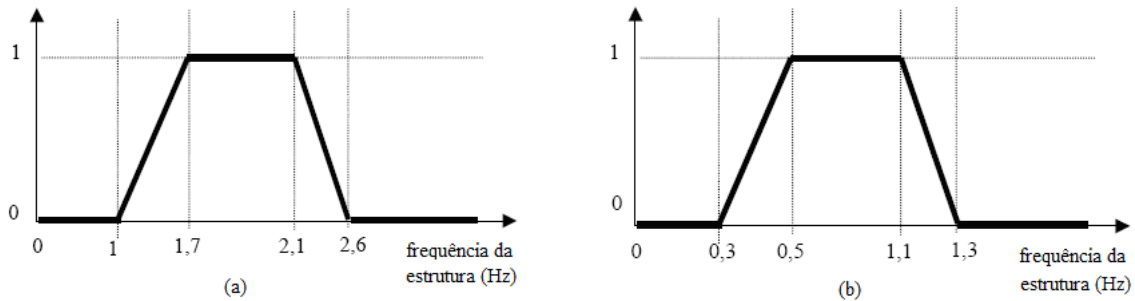


Figura 2.26. – Factor ψ para o andar: a) Vibrações verticais e longitudinais; b) Vibrações laterais [11]

O Quadro 2.12. resume a **carga por unidade de área** a ser aplicada para cada direcção de vibração, para uma multidão de pessoas aleatórias quaisquer. ξ representa a taxa de amortecimento crítico (sem unidade) e N o número de pessoas sobre a ponte ($S \times d$).

Quadro 2.12 – Carga por unidade de superfície [11]

Direcção	Carga por m ²
Vertical (v)	$d \times (280N) \times \cos(2 \cdot \pi \cdot f_v \cdot t) \times 10,8 \times (\xi / N)^{1/2} \times \psi$
Longitudinal (l)	$d \times (140N) \times \cos(2 \cdot \pi \cdot f_l \cdot t) \times 10,8 \times (\xi / N)^{1/2} \times \psi$
Transversal (t)	$d \times (35N) \times \cos(2 \cdot \pi \cdot f_t \cdot t) \times 10,8 \times (\xi / N)^{1/2} \times \psi$

Caso 2: Multidão muito densa

É de realçar que este caso de carga deve ser tido em conta apenas para as pontes pedonais da classe I.

A densidade da multidão de peões é fixada a 1 peão por m², sendo considerada como uniformemente repartida sobre toda a superfície da ponte (área S anteriormente definida). Assume-se que os peões apresentam a mesma frequência de passada, mas com fases aleatórias. Neste caso, o número de peões em fase equivalente face ao número de peões que apresentam fases aleatórias (N) é $1,85 \sqrt{N}$.

O segundo coeficiente reductor, ψ , tem a ver com a incerteza sobre a coincidência entre a frequência de solicitação provocada pela multidão e a frequência fundamental da estrutura. É definido com base na Figura 2.26.

O Quadro 2.13. sintetiza a **carga por unidade de superfície** a ser aplicada para cada direcção de vibração.

Quadro 2.13 – Carga por unidade de área [11]

Direcção	Carga por m ²
Vertical (v)	$1,0 \times (280N) \times \cos(2 \cdot \pi \cdot f_v \cdot t) \times 1,85 \times (1/N)^{1/2} \times \psi$
Longitudinal (l)	$1,0 \times (140N) \times \cos(2 \cdot \pi \cdot f_l \cdot t) \times 1,85 \times (1/N)^{1/2} \times \psi$
Transversal (t)	$1,0 \times (35N) \times \cos(2 \cdot \pi \cdot f_t \cdot t) \times 1,85 \times (1/N)^{1/2} \times \psi$

Caso 3: Efeito do 2º harmónico da multidão

Este caso é semelhante aos casos 1 e 2, no entanto considera-se o efeito do 2º harmónico (situado em média no dobro da frequência do primeiro harmónico), resultante da marcha da multidão. Deve-se ter em consideração apenas as pontes para peões da classe I e II. A densidade da multidão de peões a considerar é em função da classe da ponte pedonal.

Quadro 2.14 – Densidade de pessoas a considerar

Classe	Densidade da multidão
II	0,8 pessoas/m ²
I	1,0 pessoas/m ²

A multidão é considerada uniformemente distribuída, e a força individual exercida pelos peões é reduzida para 70N, 35N e 7N nas direcções vertical longitudinal e transversal, respectivamente.

De realçar que para as pontes da classe II, tem-se em conta o carácter aleatório das frequências e fases dos peões, tal como se contabiliza nos casos de carga nº 1. No que diz respeito às pontes pedonais da classe I, unicamente é tido em conta o carácter aleatório das fases dos peões, como foi visto para os casos de carga nº 2.

Relativamente ao coeficiente redutor, ψ , que tem a ver com a incerteza sobre a coincidência entre a frequência de solicitação provocada pela multidão e a frequência fundamental da estrutura, define-se com base na Figura 2.27.

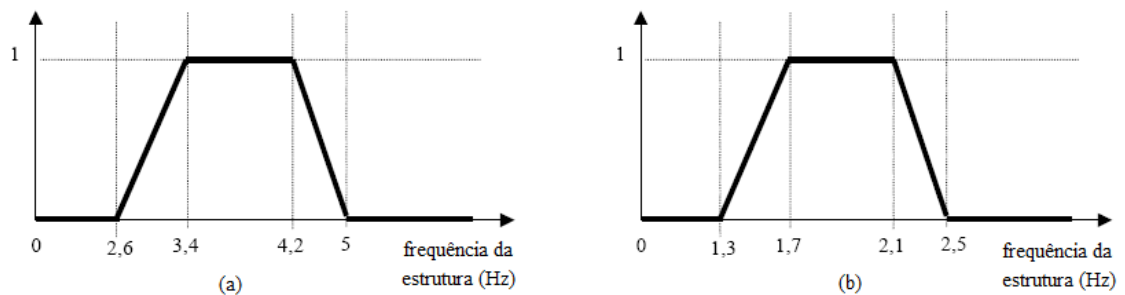


Figura 2.27. – Factor ψ para o andar: a) Vibrações verticais e longitudinais; b) Vibrações laterais [11]

2.4. SEGURANÇA EM PONTES DE PEÕES

2.4.1. CRITÉRIOS DE SEGURANÇA ESTRUTURAL

Após o estudo das diversas acções dinâmicas induzidas pelos peões, importa avaliar também, as características que as pontes pedonais deverão apresentar, de forma a evitar possíveis fenómenos de ressonância motivados pela passagem dos peões nestas estruturas.

Com base no que foi exposto na secção 2.2.4.3., constata-se que a frequência de passada correspondente ao andar, pode variar numa gama de frequências entre 1,4 a 2,4Hz. Desta forma, numa primeira análise, deve-se evitar que as frequências naturais da estrutura se situem no referido intervalo mencionado. Todavia, existe uma possibilidade de o peão poder excitar outros modos de vibração da estrutura, no caso em que a frequência de algumas das harmónicas da função de carga do peão for próxima ou coincidente com uma frequência fundamental de um outro modo de vibração de ordem superior. Por esta razão, o limite mínimo imposto para a frequência natural das pontes para peões, é na prática considerado como sendo aproximadamente de 5Hz [8], acautelando-se assim, qualquer possível ressonância ao nível dos primeiros modos de vibração, uma vez que os restantes têm pouca influência na resposta da estrutura e são difíceis de excitar apenas com a passagem do peão [8].

Actualmente em Portugal, não existem regras regulamentares que definam as características mais adequadas que as pontes pedonais devem apresentar, de forma a evitar eventuais fenómenos de ressonância e sincronização anteriormente descritos. Assim, normalmente recorre-se a normas estrangeiras que visam salvaguardar o bom funcionamento deste tipo de estruturas em condições de serviço.

2.4.2. CRITÉRIOS DE CONFORTO HUMANO

A vibração excessiva em pontes pedonais pode originar em certos casos uma sensação de desconforto por parte dos seus utilizadores durante a sua travessia. É por esta razão que algumas normas indicam valores máximos admissíveis relativos à aceleração vertical em pontes para peões.

Verifica-se que, dado o grande número de testes realizados por diversos autores, existe uma elevada dispersão de dados. Portanto, a fixação destes valores limite constitui um tema controverso de difícil interpretação. Como é óbvio, o grau de incerteza de aplicação destes valores máximos, deve-se naturalmente ao facto de as sensações de desconforto variarem de pessoa para pessoa e variarem também com outros factores tais como a idade e o sexo do indivíduo [8].

2.4.2.1. Norma BS 5400

A norma inglesa BS 5400 [21] impõe que, para valores de frequências naturais da estrutura acima de 5Hz, a verificação relativa ao estado limite de vibração em condições de serviço seja dispensada. Assim, fornece a seguinte expressão para o valor limite da aceleração vertical, para estruturas cuja frequência fundamental seja inferior a 5Hz.

$$a_{max} \leq 0,5 \cdot \sqrt{f_1} \quad (m/s^2) \quad (2.19.)$$

sendo f_1 o valor da primeira frequência natural da estrutura. Deste modo, a aceleração máxima admissível em pontes com uma frequência natural igual a 2Hz é de $0,7 \text{ m/s}^2$, enquanto que para uma frequência fundamental de 3Hz, o valor passa a ser de $0,87 \text{ m/s}^2$.

Baseada nas experiências associadas às vibrações laterais registadas na ponte pedonal Millennium em Londres, uma nova versão da norma BS 5400, a BD 37/01 [22], prevê que verifique o estado limite em condições de serviço segundo a direcção lateral. É de salientar que para todos os tipos de pontes pedonais com frequências fundamentais laterais inferiores a 1,5Hz é necessário proceder a esta análise. No entanto, o procedimento para o respectivo estudo não é referido [12] [23]. Deste modo, a modelação da carga e os critérios de conforto para as vibrações horizontais são deixados ao projectista.

2.4.2.2. Norma Bro 2004

A norma Sueca Bro 2004 [10] indica que as pontes para peões devem apresentar frequências fundamentais verticais acima dos 3,5Hz. Em alternativa, deve ser verificado o valor das vibrações em condições de serviço no caso de a ponte apresentar alguma frequência natural de valor igual ou inferior à mencionada. Para isso, a raiz quadrada média (“*the root-mean-square*”) da aceleração vertical a_{RMS} em qualquer parte da ponte deverá ser limitada ao valor $a_{RMS} \leq 0,5 \text{ m/s}^2$. Esta aceleração deverá ser calculada assumindo que a carga dinâmica exercida pelo peão é representada por uma carga estacionária oscilante

$$F(t) = k_1 \cdot k_2 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f_F \cdot t) \text{ [N]} \quad (2.20.)$$

em que $k_1 = \sqrt{0,1 \cdot B \cdot L}$ e $k_2 = 150 \text{ N}$ são constantes de carga, f_F é a frequência da excitação, t (s) é o tempo, B (m) é a largura do tabuleiro e L (m) diz respeito ao comprimento da ponte entre apoios.

A norma Bro 2004 salvaguarda critérios de conforto relativos às vibrações verticais, sem nenhuma exigência ou precaução quanto às vibrações horizontais [10].

2.4.2.3. Norma ISO 10137

A norma ISO 10137 [24], desenvolvida pela Organização Internacional de Normalização, sugere valores limiares para a aceleração em pontes para peões, cerca de 60 vezes superiores aos indicados pelas curvas base da norma ISO 2361-2 [25] (Figuras 2.28. e 2.29.) relativa a níveis de vibração máximos admissíveis em edifícios, excepto nos casos em que haja uma ou mais pessoas paradas sobre a ponte, situação para a qual o valor limite da aceleração é cerca de 30 vezes superior aos valores fornecidos pelas curvas base. Esta redução deve-se ao facto do Homem ser mais sensível às vibrações da ponte quando está parado do que em andamento [12].

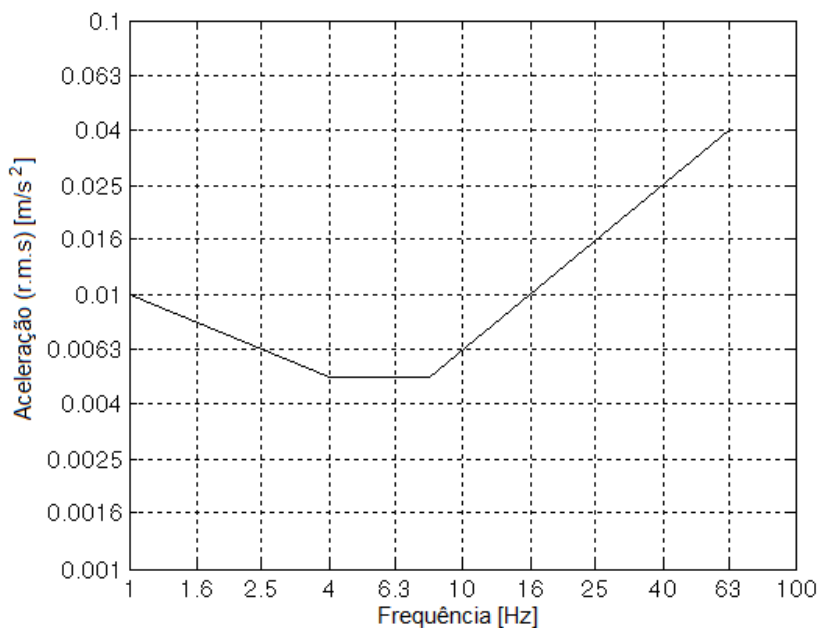


Figura 2.28. – Curva base para a vibração vertical [10]

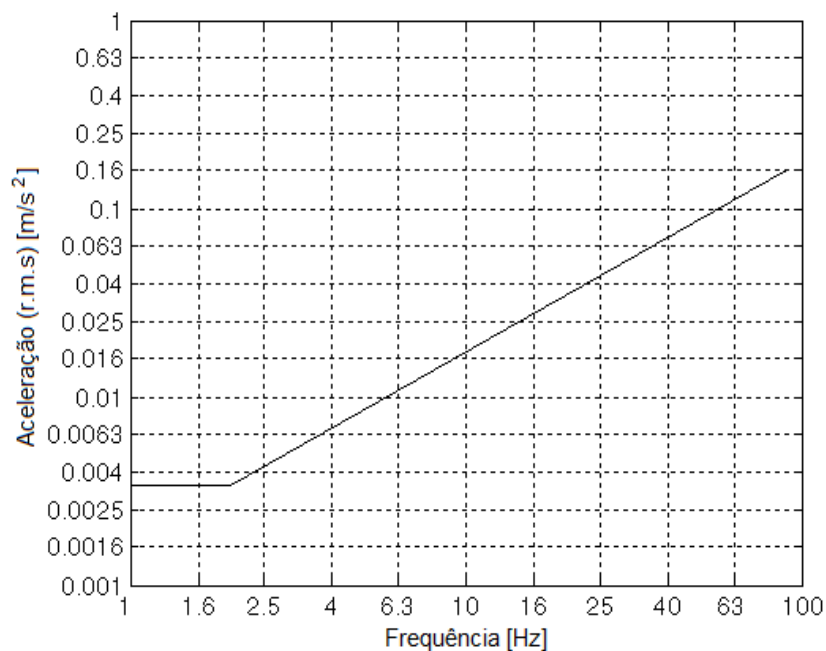


Figura 2.29. – Curva base para a vibração horizontal [10]

De acordo com o anexo A da referida norma, a força dinâmica $F(t)$ produzida por uma pessoa quando caminha ao longo do tabuleiro de um ponte pedonal pode ser expressa através do desenvolvimento em séries de Fourier [10]

$$F_v(t) = G \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^n \alpha_{i,v} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f \cdot t + \phi_{i,v}) \right) \text{ direcção vertical} \quad (2.21.)$$

e

$$F_h(t) = G \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^n \alpha_{i,h} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f \cdot t + \phi_{i,h}) \right) \text{ direcção horizontal} \quad (2.22.)$$

onde $\alpha_{i,v}$ e $\alpha_{i,h}$ são os coeficientes numéricos que dizem respeito à i -ésima harmónica na direcção vertical e horizontal respectivamente (ver secção 2.2.4.1. para a definição dos coeficientes numéricos α_i), G define a carga estática do peão, f quantifica a frequência da carga oscilante, $\phi_{i,v}$ é o ângulo da fase da i -ésima harmónica na direcção vertical, $\phi_{i,h}$ é ângulo da fase da i -ésima harmónica na direcção horizontal, i corresponde ao número de ordem dos termos da série, e finalmente, n delimita o número total de harmónicas consideradas.

A acção dinâmica proveniente de um grupo de pessoas depende principalmente do peso dos participantes, da máxima densidade de peões por unidade de área e finalmente, do nível de sincronização dos pedestres [10].

A sincronização pode ser representada aplicando à função de carga um factor de sincronização $C(N)$

$$F(t)_N = F(t) \cdot C(N) \quad (2.23.)$$

onde N é o número de peões. Por exemplo, se o movimento de um grupo de pessoas não é sincronizado, o factor de sincronização vem

$$C(N) = \sqrt{N}/N \quad (2.24.)$$

É de realçar que os valores das acelerações de pico em cada norma, nomeadamente a norma Bro 2004 e a norma ISO 10137, são obtidos através da multiplicação da aceleração máxima aceitável (r.m.s) pelo factor $\sqrt{2}$ [10].

Desta forma, e com base na norma ISO 10137, para uma frequência fundamental de 2Hz, a aceleração vertical máxima admissível (r.m.s) vale $0,42 \text{ m/s}^2$ correspondendo-lhe a um valor máximo da aceleração de pico cerca dos $0,59 \text{ m/s}^2$. Para frequências naturais compreendidas entre 4 a 8Hz, é proposto um valor de pico máximo de $0,42 \text{ m/s}^2$.

2.4.2.4. Eurocódigo

O Eurocódigo [26] afirma que os critérios de conformidade pedonal em condições de serviço devem ser definidos em termos da máxima aceleração aceitável em qualquer parte do tabuleiro. Os valores máximos recomendados são referidos no Quadro 2.15.

Quadro 2.15. – Aceleração máxima aceitável, EN1990 [26]

	Aceleração máxima
Vibração vertical	$0,7m/s^2$
Vibração horizontal, em uso normal	$0,2m/s^2$
Vibração horizontal, condições de multidão	$0,4m/s^2$

2.4.2.5. Norma NBC 1980

A norma Canadiana NBC 1980 [27] exige que, para que seja dispensada a verificação ao estado limite de utilização de vibração, a frequência fundamental da estrutura seja superior a 6Hz.

2.4.2.6. Norma ONT 83

A norma Canadiana ONT 83 [28] apresenta a seguinte expressão para o valor máximo admissível da aceleração vertical

$$a_{max} \leq 0,25 \cdot f_1^{0,78} \quad (m/s^2) \quad (2.25.)$$

Deste modo, para frequências fundamentais na ordem dos 2Hz, a correspondente aceleração limite é de $0,43m/s^2$, e para frequências naturais à volta dos 3Hz, a aceleração máxima vale $0,59m/s^2$.

2.4.2.7. Guia francesa

As Figuras 2.30. e 2.31. referem os valores de aceleração máximos aceitáveis consoante o nível de conforto exigido (ver secção 2.3.3.2.), para cada direcção de vibração.

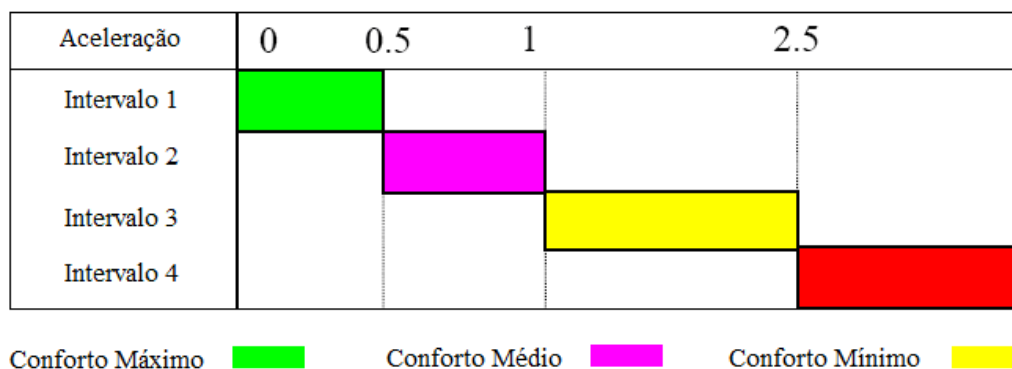


Figura 2.30. – Intervalos de aceleração (m/s^2) para vibrações verticais [11]

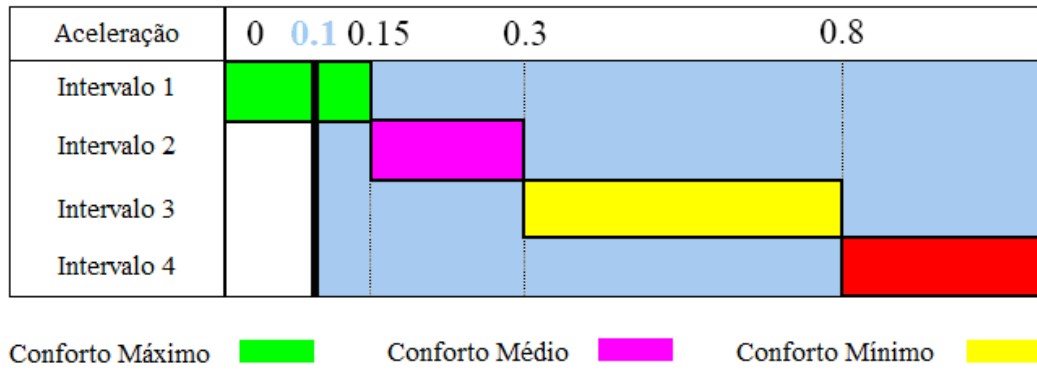


Figura 2.31. – Intervalos de aceleração (m/s²) para vibrações horizontais [11]

Tal como a Figura 2.31. ilustra, a aceleração é limitada em qualquer caso ao valor de 0,10m/s² para evitar o efeito de “lock-in” [11].

De seguida apresenta-se um Quadro resumo referente às diversas normas apresentadas neste capítulo.

Quadro 2.16. – Critérios de aceleração

Normas	Aceleração vertical	Aceleração horizontal
BS 5400	$a_{max} \leq 0,5 \cdot \sqrt{f_1} \quad (m/s^2)$	Sem requisitos
ISO 10137	30 ou 60 vezes a curva base, Figura 2.26.	30 ou 60 vezes a curva base, Figura 2.27.
Bro 2004	$a_{RMS} \leq 0,5m/s^2$	Sem requisitos
Eurocódigo	$a_{max} \leq 0,7m/s^2$	$a_{max} \leq 0,2m/s^2$
ONT 83	$a_{max} \leq 0,25 \cdot f_1^{0,78} \quad (m/s^2)$	Sem requisitos
Guia francesa	Figura 2.28.	$a_{max} \leq 0,10m/s^2$

2.4.3. CÁLCULO TEÓRICO DA RESPOSTA MÁXIMA

2.4.3.1. Sistema equivalente de um grau de liberdade

O desenvolvimento teórico relativo à aplicação de amortecedores de massas sintonizadas que será apresentado no capítulo 4, tem por base uma estrutura de um grau de liberdade, à qual é adicionada uma massa complementar, criando-se um sistema com dois graus de liberdade.

No entanto, como é sabido, as estruturas reais apresentam múltiplos graus de liberdade. Portanto, é necessário conceber um método que transforme a estrutura em análise, num sistema de um grau de liberdade equivalente para o modo de vibração a controlar. Assim, para cada modo de vibração, é necessário determinar os correspondentes valores da massa, rigidez e amortecimento modais. Sendo a determinação da configuração dos modos de vibração efectuada arbitrando uma das componentes, é possível obter uma infinidade de configurações para cada modo de vibração. Pela

mesma razão, a massa modal definida pelo produto $M_n = \phi_n^T \underline{M} \phi_n$, pode assumir uma infinidade de valores. Com vista à determinação do sistema equivalente, convém no entanto adoptar como critério de normalização, aquele que fixe como valor unitário a componente máxima do deslocamento modal, relativo a um modo de vibração específico.

No caso de a massa M_n ter sido previamente calculada com base num modo de vibração normalizado de outra forma, é possível corrigir o seu valor, bastando para o efeito multiplicar o mesmo, pelo coeficiente $1/\beta_n^2$, sendo β_n o valor inicial da componente do modo de vibração ϕ_n em correspondência com o grau de liberdade associado à componente de deslocamento modal máximo [8].

2.4.3.2. Resposta de um sistema amortecido de um grau de liberdade quando é solicitado por uma carga harmónica

Seja a solicitação

$$p(t) = p_0 \cdot \text{sen}(\bar{\omega} \cdot t) \quad (2.26.)$$

em que p_0 corresponde à amplitude da força e $\bar{\omega}$ é a frequência da solicitação

A equação de equilíbrio dinâmico é dada por

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = p_0 \cdot \text{sen}(\bar{\omega} \cdot t) \quad (2.27.)$$

onde M , C e K correspondem respectivamente à massa modal, ao amortecimento modal e à rigidez modal.

A resposta total do sistema é dada pela soma de duas parcelas

$$u(t) = u_c(t) + u_p(t) \quad (2.28.)$$

a solução complementar assume a seguinte forma

$$u_c(t) = e^{-\xi \omega_a t} (A \cos(\omega_a t) + B \text{sen}(\omega_a t)) \quad (2.29.)$$

sendo A e B constantes que dependem do início do movimento, ω_a é a frequência amortecida e ξ qualifica o coeficiente de amortecimento do sistema.

enquanto que a solução particular é do tipo

$$u_p(t) = C_1 \text{sen}(\bar{\omega}t) + C_2 \text{cos}(\bar{\omega}t) \quad (2.30.)$$

donde

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{p_0}{k} \cdot \frac{1-r^2}{(1-r^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot r)^2} \\ C_2 &= \frac{p_0}{k} \cdot \frac{-2 \cdot \xi \cdot r}{(1-r^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot r)^2} \end{aligned} \quad (2.31.)$$

em que r caracteriza o quociente entre a frequência de excitação e a frequência fundamental da estrutura. Como é evidente a resposta máxima do sistema é atingida quando r assume o valor unitário.

Substituindo as expressões (2.29.) e (2.30.) na equação (2.28.), e fazendo as devidas simplificações, obtém-se a solução geral do movimento do sistema [29]

$$u(t) = \overbrace{e^{-\xi \omega t} (A \cos(\omega_a t) + B \text{sen}(\omega_a t))}^{\text{Parte Transitória}} + \overbrace{\frac{p_0}{k} \cdot \frac{[(1-r^2) \text{sen}(\bar{\omega}t) - 2 \cdot \xi \cdot r \cdot \text{cos}(\bar{\omega}t)]}{(1-r^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot r)^2}}^{\text{Parte Estacionária}} \quad (2.32.)$$

Uma vez que a parte transitória representa uma perturbação inicial do sistema e tende a desaparecer ao fim de algum tempo, considera-se apenas a contribuição da parcela estacionária para a avaliação final da resposta do sistema, quando é submetido a uma acção de natureza dinâmica. Deste modo obtém-se

$$u(t) = \frac{p_0}{k} \cdot \frac{1}{(1-r^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot r)^2} [(1-r^2) \text{sen}(\bar{\omega}t) - 2 \cdot \xi \cdot r \cdot \text{cos}(\bar{\omega}t)] \quad (2.33.)$$

Neste contexto, o deslocamento máximo ocorre para $r = 1$, e é dado por

$$d_{max} = \frac{p_0}{k} \cdot \frac{1}{2 \cdot \xi} \quad (2.34.)$$

e a aceleração máxima é definida por

$$a_{max} = d_{max} \times \bar{\omega}^2 \quad (2.35.)$$

com

$$\bar{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot f \tag{2.36.}$$

2.4.4. CÁLCULO APROXIMADO DA RESPOSTA MÁXIMA

Vários métodos têm sido propostos com o intuito de quantificar de forma expedita a resposta máxima, provocada pela passagem de um peão sobre uma ponte pedonal. Os métodos que se apresentam de seguida fornecem directamente o valor da aceleração máxima, dado ser este o parâmetro habitual de comparação com as normas existentes. Todavia, é possível também determinar simplificadaamente a resposta em termos de velocidades e deslocamentos, bastando para isso multiplicar a aceleração máxima por $(2 \cdot \pi \cdot f)$ ou por $(2 \cdot \pi \cdot f)^2$ no caso em que se queira obter os valores máximos da velocidade e do deslocamento, respectivamente.

Em 1977, Blanchard [30] apresentou um método simples para a determinação da aceleração máxima, tendo sido posteriormente adoptado pela norma Inglesa BS 5400 [21] e pela norma Canadiana ONT 83 [28]. Este método determina a aceleração máxima vertical devida à passagem de um peão sobre uma ponte em ressonância com a sua frequência fundamental [8]. A expressão utilizada para o efeito em pontes para peões com um número de vão não superior a três é

$$a_{max} = 4\pi^2 \cdot f_1 \cdot y \cdot K \cdot \psi \quad (m / s^2) \tag{2.37.}$$

em que f_1 é a frequência fundamental da estrutura, y é o deslocamento estático verificado a meio vão devido à acção de um peão tipo de peso igual a 700N parado nessa secção, K é um coeficiente que tem em consideração a geometria da estrutura e ψ é o *factor de resposta dinâmica*.

O coeficiente K depende do número e comprimento dos diversos vãos, assumindo os valores indicados no Quadro 2.17., para os três esquemas estruturais indicados na Figura 2.32.

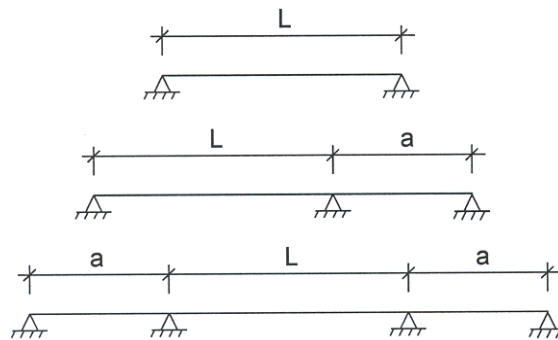


Figura 2.32. – Esquemas estruturais considerados [8]

Quadro 2.17. – Valores do coeficiente K para diferentes esquemas estruturais
($K = 1,0$ para uma viga simplesmente apoiada) [8]

Relação entre vãos a/L	2 vãos contínuos	3 vãos contínuos
1,0	0,70	0,60
0,8	0,92	0,82
0,6	0,96	0,92
0,4	0,96	0,92
0,2	0,95	0,90

No que concerne ao factor de resposta dinâmica ψ , pode ser avaliado em função do comprimento do vão principal e do coeficiente de amortecimento da estrutura ξ , tal como se ilustra no ábaco indicado na Figura 2.33. [31]

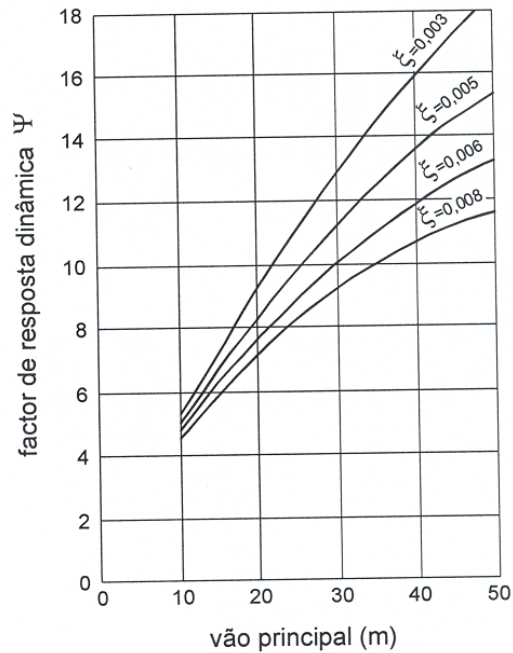


Figura 2.33. – Valores do factor de resposta dinâmico ψ [8]

No caso de uma deficiente avaliação experimental de ξ , pode-se considerar os valores do coeficiente de amortecimento patentes no Quadro 2.18. [31].

Quadro 2.18. – Valores de referência para o coeficiente de amortecimento em pontes pedonais [31]

Tipo de estrutura	mínimo	máximo	médio
Betão armado	0,008	0,020	0,013
Betão pré-esforçado	0,005	0,017	0,010
Mista	0,003	---	0,006
Metálica	0,002	---	0,004

Outro método expedito para a determinação da aceleração máxima em pontes pedonais foi proposto por Pernica [32]. Este método é semelhante ao sugerido por Blanchard [30], embora apresente algumas modificações. A expressão utilizada neste caso é dada por

$$a_{max} = 4\pi^2 \cdot f_1 \cdot y \cdot \alpha \cdot \Phi \quad (m/s^2) \quad (2.38.)$$

em que f_1 representa a frequência fundamental da estrutura, y o deslocamento estático verificado a meio vão devido à acção de um peão tipo de peso igual a 700N parado nessa secção, α corresponde ao coeficiente de Fourier da harmónica relevante da função de carga (ver secção 2.2.4.) e Φ é o *factor de amplificação dinâmica*. Este factor tem em consideração o facto de o peão não excitar apenas a ponte a meio vão, mas sim ao longo de toda a sua extensão. O factor de amplificação dinâmica pode ser avaliado através do ábaco da Figura 2.34. [31].

Este método como principal vantagem, permitir considerar diferentes coeficientes de Fourier relativos às múltiplas harmónicas da cada função de carga. Deste modo, é possível obter a resposta da estrutura associada à segunda harmónica e as subsequentes de ordem superior. É de referir, que em relação ao ábaco da Figura 2.34., o *número de ciclos por vão* é o valor dado pela multiplicação do número de passos necessários para percorrer a totalidade do vão da ponte pela ordem da harmónica. Desta forma, considerando-se por exemplo, uma ponte com 10 metros de vão, percorrida por um peão a caminhar com um comprimento de passada de 0,8m, e pretendendo-se determinar a resposta da ponte associada à segunda harmónica, o número de ciclos por vão vem dado por $10/0,8 \times 2 = 25$, pelo que, para um amortecimento estrutural $\xi = 0,01$ resulta $\Phi = 27$.

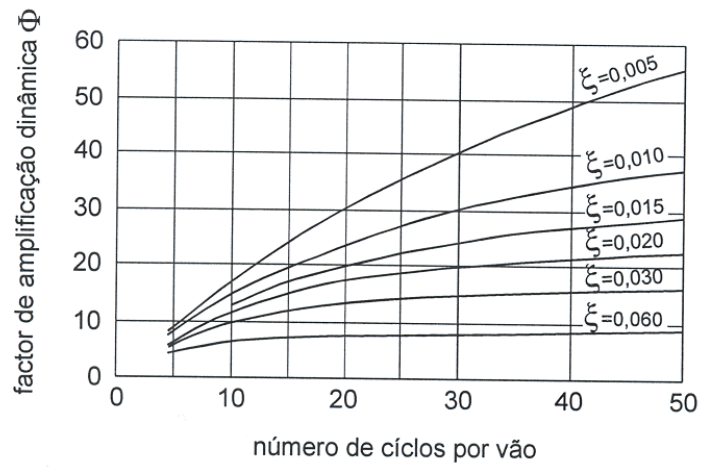


Figura 2.34. – Factor de amplificação dinâmica para a resposta em ressonância associada a uma força sinusoidal que percorre o vão simplesmente apoiado [8]

3

MEDIDAS CONTRA O EXCESSO DE VIBRAÇÃO EM PONTES PEDONAIS

3.1. INTRODUÇÃO

A evolução das técnicas construtivas, assim como o progresso da qualidade dos materiais de construção, proporcionaram ao Homem a capacidade de execução de pontes para peões cada vez mais esbeltas, com secções transversais reduzidas e vãos de elevada envergadura. Estas modificações estruturais e estéticas conduzem à diminuição da massa, do amortecimento e da rigidez, aumentando a flexibilidade da estrutura. Diminuir a rigidez conduz a uma atenuação das frequências naturais, propiciando um aumento à sensibilidade das vibrações. Além disso, diminuir substancialmente a massa da estrutura significa que pequenas cargas dinâmicas de natureza periódica podem produzir níveis de oscilação apreciáveis contribuindo não só para um aumento à sensibilidade das vibrações por parte dos utilizadores, mas também deteriorar a integridade estrutural da ponte.

Nos últimos anos, vários exemplos de excessivas vibrações em pontes pedonais foram notificados, tais como a ponte pedonal Millennium em Londres, a ponte Toda Park no Japão, a ponte Solferino em Paris, entre outras. Foi afirmado que essas vibrações foram causadas pela ressonância entre o carregamento pedonal e a frequência natural de vibração da estrutura.

A ressonância pode causar uma ampliação da resposta dinâmica que pode levar à instabilidade estrutural, despoletando a fadiga dos materiais, bem com a sua rápida deterioração. Assim sendo, um esforço deve ser feito para evitar a ressonância. Este fenómeno pode ser evitado, sintonizando a menor frequência natural da estrutura fora de um intervalo de frequências que deriva do movimento dinâmico dos peões. No caso do fenómeno da ressonância não poder ser evitado, é possível reduzir a resposta dinâmica aumentando o amortecimento estrutural.

Este capítulo visa deste modo, abordar algumas técnicas que possibilitem a redução dos níveis de vibração considerados excessivos para níveis aceitáveis.

3.2. SOLUÇÕES CONVENCIONAIS

Nesta secção, algumas soluções para minimizar os níveis de oscilação resultantes do movimento dos peões são introduzidas. As soluções convencionais para solucionar problemas desta natureza consistem na *sintonização da frequência* pelo aumento da rigidez da estrutura e o aumento do amortecimento através da introdução de dispositivos dotados de um sistema amortecedor que permita uma rápida dissipação de energia associada ao fenómeno vibratório.

3.2.1. AUMENTO DA RIGIDEZ DA ESTRUTURA

Uma solução possível para problemas de vibração devido à acção dos peões, tem por base evitar que as frequências naturais mais relevantes da estrutura se encontrem num intervalo coincidente com as frequências típicas resultantes do carregamento dinâmico induzido pelo ser humano. Como foi mencionado na secção 2.2.4.3., essas frequências estão compreendidas nos intervalos de 1,4-2,4Hz e 0,7-1,2Hz na direcção vertical e horizontal, respectivamente. Isto pode ser realizado, reforçando a estrutura de forma a aumentar a sua rigidez, fazendo com que as frequências naturais mais significativas sejam afastadas, tanto quanto possível, de um intervalo de frequências considerado crítico, no que diz respeito à possibilidade de ocorrência de fenómenos de ressonância associados ao movimento dos peões. Um exemplo para aumentar a rigidez consiste na adição de tirantes à estrutura ou instalação de guarda corpos mais rijos [12].

Em teoria, para duplicar a frequência natural de uma estrutura, a rigidez da mesma deve ser aumentada quatro vezes mais, mantendo a massa constante. Se a massa aumentar, a rigidez estrutural deve ser aumentada ainda mais. Além disso, é muito difícil aumentar a rigidez sem contabilizar acréscimos estruturais adicionais consideráveis, que quase sempre afectam a estética da ponte.

Como conclusão, enrijecer uma ponte para peões torna-se numa solução apelativa quando a menor frequência natural da estrutura está muito perto do limite superior de frequências aceitáveis [10]. Por outro lado, se a frequência natural mais baixa é muito menor que a frequência aceitável, o aumento da rigidez da estrutura não é uma opção favorável.

3.2.2. AUMENTO DO AMORTECIMENTO DA ESTRUTURA

Outra medida contra o excesso de vibrações em pontes pedonais consiste no aumento do amortecimento global da estrutura. Há vários mecanismos de absorção de energia que contribuem para o acréscimo do amortecimento de uma estrutura. Para pequenas amplitudes de vibração, o amortecimento é principalmente fornecido pelo comportamento viscoelástico do material. Para maiores amplitudes, o amortecimento é aumentado pelo atrito existente ao longo das ligações e nos aparelhos de apoio. Além disso, os elementos não estruturais (pavimentos e guarda corpos) podem contribuir para o amortecimento global da estrutura [10].

Quando se pretende aumentar o amortecimento, é muito mais eficaz, e menos dispendioso, instalar um sistema amortecedor de vibrações. Estes sistemas caracterizam-se pela rápida e eficiente dissipação de energia vibratória. É de salientar que uma melhor descrição deste tipo dispositivos é referenciada no capítulo 4.

3.2.3. AUMENTO DA MASSA DA ESTRUTURA

Ao aumentar o peso da ponte, aumentando a massa do tabuleiro, tende a reduzir as vibrações provocadas pelas pessoas. No entanto, grandes quantidades de massa poderão ser exigidas, aumentando desnecessariamente a carga estática da ponte. Este acréscimo de peso, provoca uma diminuição das frequências naturais, aumentando a sensibilidade da estrutura quando excitada pela acção do vento [33].

3.3. MELHORAMENTO DOS PROCESSOS DE DESENHO

As guias de desenho mais frequentemente utilizadas para a verificação das vibrações em condições de serviço em pontes pedonais podem ser divididas em duas categorias. No que diz respeito à primeira, requer que as frequências fundamentais da estrutura que se encontram num intervalo coincidente com as frequências típicas do carregamento dinâmico exercido pelo ser humano devem ser evitadas. Relativamente à segunda, exige que seja efectuado um cálculo da resposta dinâmica da ponte para comprovar que a mesma se encontra dentro dos limites aceitáveis de vibração [12].

Tal como foi exposto na secção 3.2.1., a ressonância pode ser evitada sintonizando a frequência da estrutura fora da gama de frequências consideradas críticas. Referiu-se também a dificuldade de aumentar significativamente a rigidez sem afectar a estética da ponte. Outro inconveniente referente à sintonização da frequência estrutural reside na dificuldade de calcular com precisão as frequências naturais de uma estrutura durante a fase de concepção [34].

Três coisas devem ser feitas para calcular a resposta dinâmica de uma ponte de peões e verificar se a mesma se encontra dentro dos limites aceitáveis de conforto. Primeiro, as propriedades dinâmicas da ponte devem ser conhecidas (desenvolvido no capítulo 5). Em segundo lugar, o nível máximo admissível de vibrações deve ser definido (ver capítulo 2, secção 2.4.). Por último, mas não menos importante, um modelo teórico simples e exacto da acção dinâmica do peão é fundamental (ver capítulo 2) [10].

Como foi referido anteriormente, excessivas vibrações em pontes pedonais causadas pelo andamento de peões, ou por multidões sincronizadas, podem ser evitadas pelo aumento do amortecimento global da estrutura. Mas quanto amortecimento é necessário no caso em que se queira que o fenómeno de sincronização (“lock-in”) não se inicie com uma determinada concentração de peões na ponte? A expressão (3.1.) define o amortecimento mínimo necessário para esta condição (ver secção 2.3.2.)

$$\xi = \frac{N_L \cdot k}{8 \cdot \pi \cdot M \cdot f} \quad (3.1.)$$

4

SISTEMAS DE CONTROLO DE VIBRAÇÕES

4.1. INTRODUÇÃO

Um dos problemas que por vezes as pontes pedonais apresentam é o excesso de vibração provocado pela passagem de peões durante uma travessia. Caso estas vibrações não sejam controladas o normal funcionamento da estrutura pode ser posto em causa.

Novas tecnologias têm sido desenvolvidas para o controlo destas vibrações, nomeadamente através de sistemas de amortecimento localizados, tendo em vista a redução dos níveis de oscilação registados para níveis aceitáveis, não só do ponto de vista estrutural, mas também do conforto humano.

Assim, o presente capítulo tem como objectivo descrever algumas técnicas de controlo passivo de vibrações em estruturas de Engenharia Civil, quando solicitadas por cargas harmónicas.

4.2. SISTEMAS DE CONTROLO PASSIVO NA REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS

O controlo passivo de vibrações em estruturas permite atenuar os níveis de vibração excessivos sem a utilização de qualquer fonte de energia exterior [8]. Deste modo, estes sistemas de amortecimento permitem melhorar o desempenho funcional da estrutura em condições de serviço, traduzindo-se num aumento do nível de conforto.

Existem vários tipos de dispositivos que podem ser usados para o efeito, nomeadamente o isolamento de base, dissipadores viscoelásticos, dissipadores hysteréticos, dispositivos com atrito, amortecedores de massas sintonizadas, usualmente conhecidos por TMDs (“*Tuned Mass Dampers*”), amortecedores de fluído viscoso (“*Viscous Fluid Damper*”) e finalmente os amortecedores líquidos sintonizados, vulgarmente designados de TLDs (“*Tuned Liquid Damper*”). De seguida procede-se a uma breve caracterização destes dispositivos, bem como o tipo de estruturas em que têm sido mais utilizados.

O controlo de vibrações pode ser efectuado através da introdução de uma solução de *isolamento de base*, técnica vocacionada especialmente para o controlo do comportamento de edifícios sujeitos à acção sísmica. De acordo com o conceito de isolamento de base, o edifício (ou estrutura) é separado das componentes horizontais do movimento do solo através da interposição de uma camada com baixa rigidez horizontal entre a estrutura e a fundação. A consequência imediata da interposição de uma camada deformável é a redução da frequência própria de vibração [35]. Porém, o sistema de

isolamento de base deve ter a capacidade de suporte na direcção vertical, de forma a segurar a estabilidade do edifício [8].

Numa estrutura com isolamento de base, os deslocamentos horizontais concentram-se ao nível da camada de isolamento permitindo que a restante estrutura apresente uma reduzida deformação, isto é, comporta-se como um corpo rígido (Figura 4.1.). Em resultado, a estrutura apresenta maiores deslocamentos, menores deformações, e conseqüentemente, menores acelerações [35].

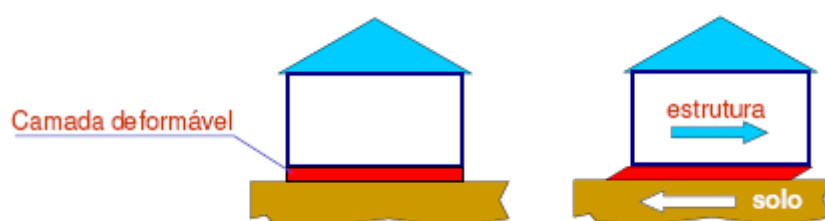


Figura 4.1. – Esquema de um edifício dotado de um sistema de isolamento de base [35]

A título de exemplo, apresentam-se alguns tipos de sistemas de isolamento de base mais correntemente utilizados, designadamente os blocos de borracha de alto amortecimento – HDRB (“*High Damping Rubber Bearing*”), blocos de borracha com núcleo de chumbo – LRB (“*Lead Rubber Bearing*”) e finalmente o sistema pendular com atrito – FPS (“*Friction Pendulum System*”).



Figura 4.2. – Sistemas de isolamento de base mais divulgados [35]

Um dissipador viscoelástico (Figura 4.3.) apresenta normalmente o aspecto de pequenas pastilhas rectangulares, cujo funcionamento assenta na colocação de um material de comportamento viscoelástico entre as faces do elemento de contraventamento, sendo a energia comunicada pelas acções exteriores, dissipada por efeito da deformação por corte do material viscoelástico.



Figura 4.3. – Dissipador viscoelástico [35]

Relativamente aos dissipadores histeréticos, usualmente designados por amortecedores metálicos, são particularmente usados no controlo sísmico de edifícios, cujo princípio de funcionamento recai na dissipação de energia por sucessivas deformações plásticas associadas ao comportamento de cedência do material (comportamento histerético), que na sua maioria, é um metal possuidor de características de elevada ductilidade. As Figuras 4.4. e 4.5. mostram duas configurações diferentes que este tipo de dissipadores pode apresentar.

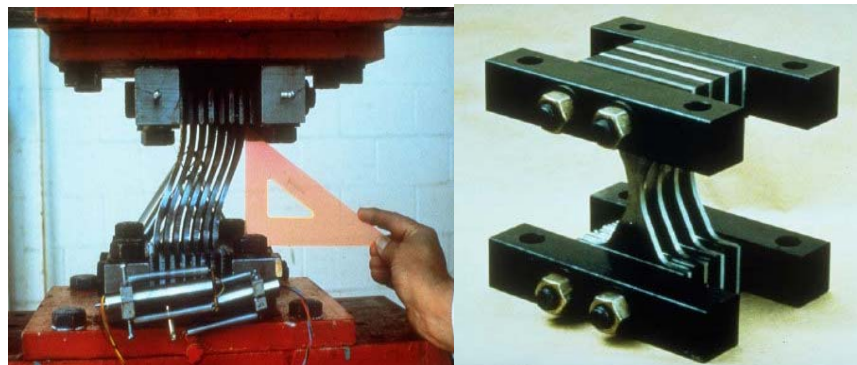


Figura 4.4. – Amortecedor metálico com placas em forma de um “X” [35]



Figura 4.5. – Amortecedor metálico com placas de forma triangular [35]

Outro dispositivo que pode ser utilizado na redução das vibrações é o amortecedor friccional (“*Friction Damper*”) ou também denominado por dispositivo com atrito, em que o sistema de funcionamento assenta na dissipação de energia através do atrito entre duas superfícies de escorregamento do aparelho. Existe uma vasta gama de dispositivos deste tipo, indicando-se na Figura 4.6. alguns tipos de amortecedores desta natureza.



Figura 4.6 – Amortecedor friccional [35]

Um TMD (Figura 4.8.) é um dispositivo geralmente constituído por uma massa adicional que é anexa à estrutura através de uma mola e de um amortecedor dispostos em paralelo (Figura 4.7.) actuando como um sistema de um grau de liberdade adicional cuja frequência natural se situa ligeiramente abaixo da frequência natural da estrutura. A reacção conjunta da mola e do amortecedor sobre a estrutura exerce uma acção de controlo que permite reduzir os níveis de vibração existentes, uma vez que é função do tempo e actua no sentido contrário ao movimento do sistema principal [8].

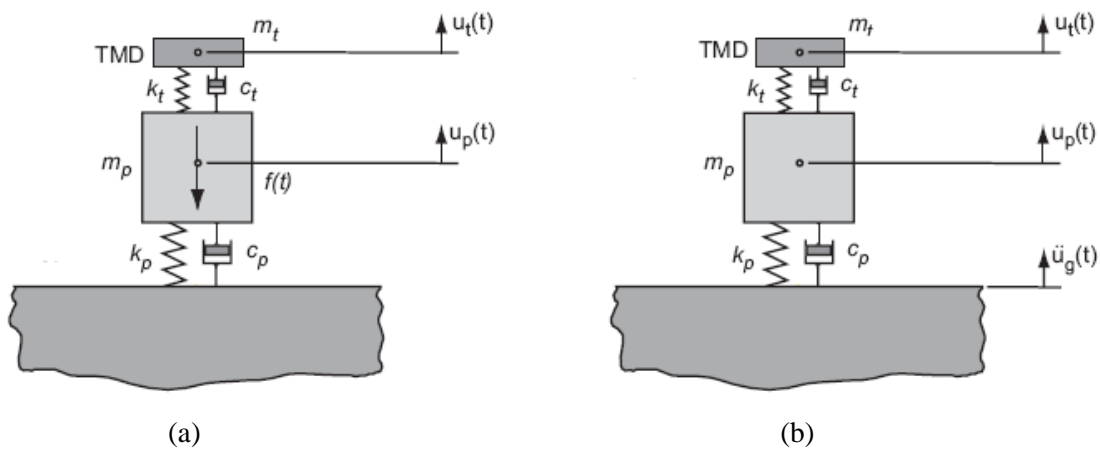


Figura 4.7. – Modelo de dois graus de liberdade de um TMD anexado à estrutura principal: a) força dinâmica $f(t)$ actuando no sistema principal; b) Excitação através de uma aceleração base $\ddot{u}_g(t)$ [37]

Estes dispositivos têm sido aplicados com sucesso na redução dos níveis de vibração em estruturas de Engenharia Civil, solicitadas por acções de natureza periódica e com uma resposta dinâmica dominada pela contribuição do modo de vibração específico. Todavia, em muitos casos, o controlo do primeiro modo é suficiente para atenuar significativamente o nível de vibração registado, bastando a introdução de um único TMD. Porém, caso se pretenda controlar simultaneamente o contributo de modos de ordem superior, torna-se necessária a introdução de mais que um TMD. É o caso das pontes pedonais excitadas pela acção dos peões ou de pontes de grande vão e edifícios altos sujeitos à acção do vento. É de referir ainda, que a utilização de TMDs para a diminuição da resposta das estruturas face à acção sísmica tem também sido proposta, embora, neste caso, a eficácia destes

dispositivos seja limitada devido à elevada gama espectral de frequências resultantes da acção. Note-se contudo, que a utilização de TMDs para a redução da resposta sísmica pode tornar-se numa solução apelativa, particularmente em situações de reforço sísmico de construções existentes, uma vez que a instalação destes dispositivos evita qualquer tipo de intervenção nos edifícios, bastando apenas acomodar uma massa passiva ligada a um dos pisos [36].



Figura 4.8. – Exemplo da colocação de um TMD sob o tabuleiro de uma ponte pedonal [10]

No que diz respeito aos amortecedores de fluído viscoso, permitem que a dissipação da energia ocorra mediante a passagem forçada de um fluído viscoso por um ou vários orifícios. O princípio de funcionamento está ilustrado na Figura 4.9.

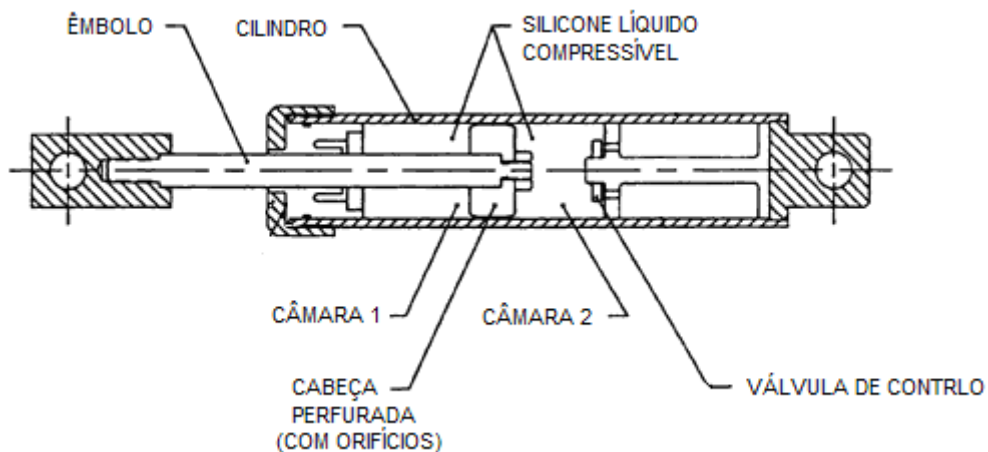


Figura 4.9. – Esquema de um amortecedor de fluído viscoso [37]

O amortecedor de fluído viscoso apresentado é constituído por um cilindro (munido por um óleo de silicone) e um pistão de cabeça perfurada. O pistão quando entra no sistema do amortecedor transmite energia para o fluído provocando o seu movimento. A circulação do fluído dentro do amortecedor absorve a energia cinética, transformando-a em calor.

Com o propósito de reduzir o excesso de vibração lateral registado na ponte Millennium no dia da sua inauguração, foram instalados amortecedores de fluído viscoso em parte do tabuleiro. Em

resultado, o rácio de amortecimento aumentou de 0,5% para 20% e as acelerações registadas foram reduzidas em cerca de 40 vezes [12]. A Figura 4.10. mostra o design de um amortecedor viscoso real.



Figura 4.10. – Amortecedor de fluido viscoso [35]

Os TLDs são dispositivos inovadores usados no controlo passivo de estruturas (uma vez que representam uma técnica simples e eficaz no aumento do amortecimento de uma estrutura), cujo princípio de funcionamento é semelhante aos TMDs [37]. Em particular, o sistema é caracterizado pelo movimento de uma massa secundária (realizada pela massa do fluido) que é introduzida no sistema primário estrutural. Uma simples representação de um TLD está patente na Figura 4.11., sendo constituído por um recipiente rectangular ou circular com água no seu interior. A gravidade actua como uma força restauradora do sistema, e a dissipação de energia é conseguida através do balanço da onda gerada ao longo da superfície livre do líquido quando o reservatório é sujeito a uma acção horizontal [37]. Estes dispositivos foram instalados na ponte-T, situada no Japão, com vista a suprimir as vibrações laterais que se desenvolviam na mesma. Nakamura e Fujino reportaram que os TLDs apresentavam uma elevada eficiência na altura da aplicação. No entanto, dez anos após a instalação, parte da água existente nas caixas evaporou-se, resultando num decréscimo da eficácia [10].

Os amortecedores de colunas líquidas sintonizadas (“*Tuned Liquid Column Damper*”) geralmente denominados por TLCD, constituem uma modificação ao esquema de funcionamento de um TLD. Na Figura 4.12. está esquematizado um TLCD, cuja constituição baseia-se num tubo em forma de “U” no qual circula um líquido (de preferência água) com uma determinada viscosidade que, ao passar por um orifício na base do aparelho, introduz forças sobre a estrutura [8]. Este tipo de aparelhos estão principalmente vocacionados para estruturas com baixa frequência natural (<3,5 – 4,0 Hz) [38], em que o controlo das vibrações horizontais é predominante, ao contrário dos TMDs uma vez que estes podem ser utilizados no controlo das vibrações quer horizontais quer verticais.

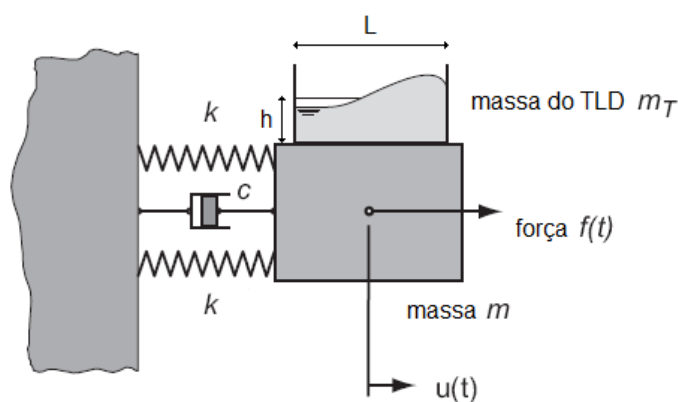


Figura 4.11. – Amortecedor líquido sintonizado (TLD) [37]

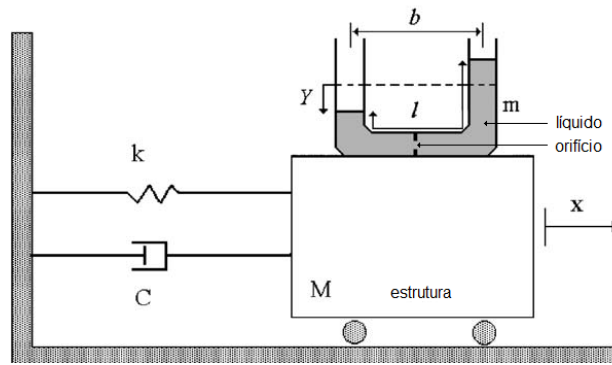


Figura 4.12. – Amortecedor de coluna líquida sintonizada (TLCD) [37]

4.3. IMPLEMENTAÇÃO DE UM TMD NUMA ESTRUTURA SEM AMORTECIMENTO

4.3.1. APLICAÇÃO DE UM SUPRESSOR DE VIBRAÇÕES

Um supressor de vibrações (*“Vibration Absorber”*), como o próprio nome o indica, é um dispositivo que permite atenuar a resposta de uma estrutura sujeita a uma excitação dinâmica, com a particularidade de não apresentar qualquer amortecedor [8]. Como é evidente, considerar o amortecimento nulo quer ao nível do aparelho, quer ao nível da estrutura não é correcto. Todavia, numa primeira abordagem, é oportuno estudar o funcionamento do sistema, idealizado nestas condições.

Considere-se então, o modelo de funcionamento teórico de um supressor de vibrações representado na Figura 4.13. É constituído pelo sistema principal de massa m_1 que apresenta uma mola de rigidez k_1 , associado a uma massa adicional m_2 através de uma segunda mola de rigidez k_2 .

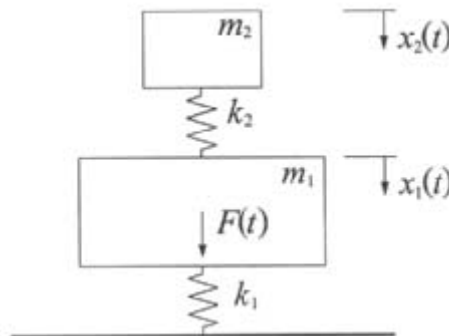


Figura 4.13 – Modelo teórico do funcionamento de um supressor de vibrações [8]

Considere-se a actuação de uma acção sinusoidal $F(t) = F_0 \cdot \text{sen}(\omega t)$ no sistema primário. A amplitude da resposta permanente da massa principal m_1 é dada pela equação [8]

$$\frac{k_1 X_1}{F_0} = \frac{X_1}{X_{1,est}} = \frac{1 - r_2^2}{r_1^2 r_2^2 - r_2^2 - (1 + \mu) r_1^2 + 1} \quad (4.1.)$$

do mesmo modo, a amplitude da resposta permanente da massa adicional m_2 é dada por

$$\frac{k_1 X_2}{F_0} = \frac{X_2}{X_{1,est}} = \frac{1}{r_1^2 r_2^2 - r_2^2 - (1 + \mu)r_1^2 + 1} \quad (4.2.)$$

em que r_1 traduz a razão entre a frequência de excitação e a frequência da estrutura

$$r_1 = \omega \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = \frac{\omega}{\omega_{11}} \quad (4.3.)$$

r_2 representa a relação entre a frequência da excitação e do amortecedor

$$r_2 = \omega \sqrt{\frac{m_2}{k_2}} = \frac{\omega}{\omega_{22}} \quad (4.4.)$$

e μ corresponde ao quociente das massa m_2 e m_1

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} \quad (4.5.)$$

As frequências naturais do sistema de dois graus de liberdade podem ser obtidas à custa da obtenção dos valores de frequência que levam a que as expressões (4.1.) e (4.2.), com igual denominador, tendam para infinito [8]. A expressão (4.6.) apresenta as duas frequências naturais do sistema global

$$\omega_{1,2} = \frac{\omega_{11}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 + q^2(1 + \mu) \pm \sqrt{q^4(1 + \mu)^2 + 2(\mu - 1)q^2 + 1}} \quad (4.6.)$$

onde

$$q = \frac{\omega_{11}}{\omega_{22}} \quad (4.7.)$$

Tal como já foi mencionado, a adição de uma massa adicional m_2 no sistema original, tem por base alterar o seu comportamento estrutural, de forma a tentar reduzir ou mesmo anular a resposta

dinâmica do mesmo. Note-se ainda que é possível anular completamente o movimento da estrutura, uma vez que não é considerado qualquer tipo de amortecimento. Basta para esse efeito, impor o anulamento do primeiro membro da equação (4.1.), resultando

$$r_2 = 1 \tag{4.8.}$$

isto é

$$\sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \omega \tag{4.9.}$$

deste modo, a amplitude do movimento permanente do amortecedor é

$$X_2 = \frac{F_0}{k_2} \tag{4.10.}$$

Com a inserção de uma massa secundária na estrutura base, é introduzido um grau de liberdade adicional. Consequentemente, o sistema primário (que inicialmente apresentava uma dada frequência natural) passa a ter duas frequências fundamentais, uma inferior e outra superior à frequência natural original. Conclui-se então, que é possível sintonizar a frequência própria inicial da estrutura longe, dentro do possível, de um valor de frequência considerado crítico. Desta forma, a inclusão de um supressor de vibrações permite anular o movimento da massa principal quando a frequência do amortecedor é activada em simultâneo com a frequência da excitação. Note-se contudo, que dada a proximidade das frequências naturais do conjunto, o intervalo de frequências que a excitação pode assumir de forma a evitar a ressonância do sistema é limitado. A Figura 4.14. ilustra o movimento do sistema principal com e sem supressor para valores de $\mu = 0,02$ e $q = 1,0$.

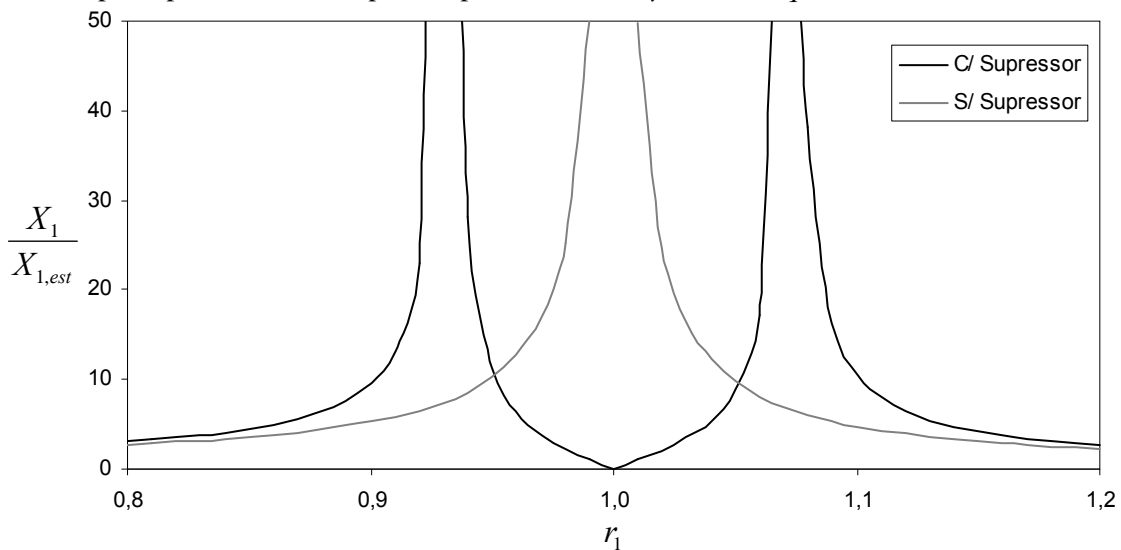


Figura 4.14. – Amplitude do movimento principal com e sem supressor para $\mu = 0,02$ e $q = 1,0$

A Figura 4.15. mostra a amplitude do movimento da massa principal em função de r_1 fazendo variar μ e para uma relação de frequências entre a estrutura e o amortecedor igual a 1. É de notar que para valores superiores ou inferiores a r_1 , a resposta da estrutura pode ser elevada, e que, quando r_1 assume o valor de q , isto é, quando a frequência da excitação é sintonizada com a frequência do amortecedor, a resposta do sistema primário anula-se.

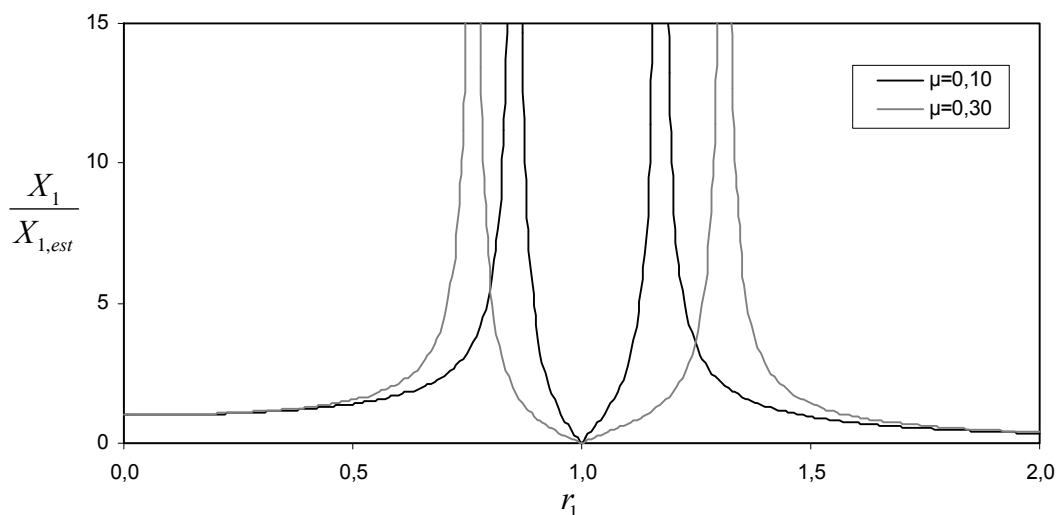


Figura 4.15. – Amplitude do movimento da massa principal com $q = 1,0$ para diversos valores de μ

Observe-se também que, quanto maior for o μ , verifica-se um maior afastamento das frequências fundamentais relativamente à frequência crítica passível de ser excitada. Para entender melhor este fenómeno, apresenta-se na Figura 4.16. as duas frequências naturais do sistema, em função do μ para um dado valor de q . Saliente-se que a separação entre as duas frequências próprias é menor para valores de μ baixos e aumenta para valores de μ mais elevados. Neste contexto, é conveniente que o valor de μ seja o maior possível, uma vez que permite o aumento do intervalo de frequências que a excitação pode adoptar sem que se verifique o fenómeno de ressonância, aumentando deste modo, a eficiência do supressor. Contudo, o seu valor está limitado por razões práticas [2].

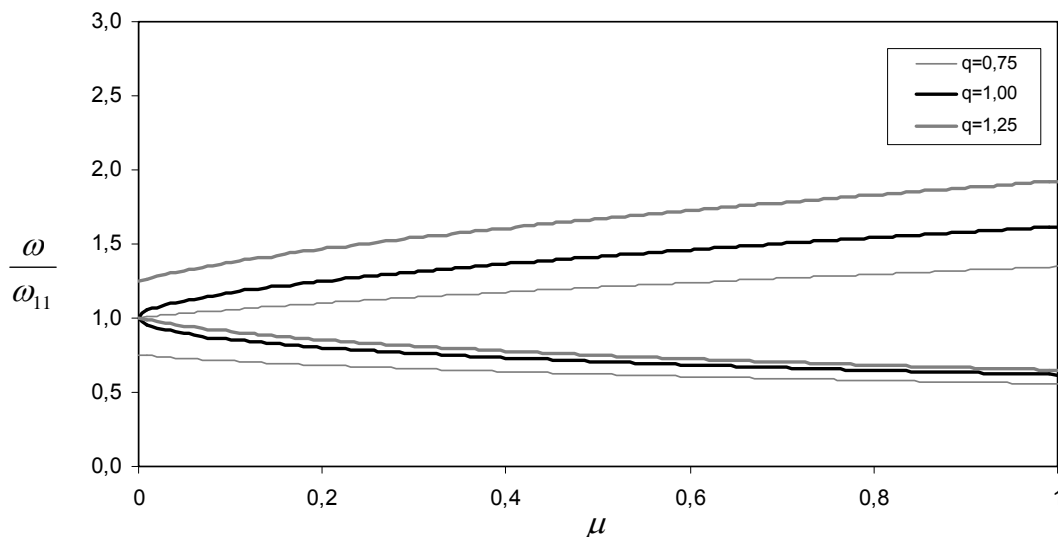


Figura 4.16. – Frequências naturais do sistema de dois graus de liberdade em função de μ e q

4.3.2. APLICAÇÃO DE UM TMD

Na secção anterior, referiu-se o facto de ser possível anular totalmente a resposta da estrutura, bastando para esse efeito, a colocação de um supressor de vibrações. Com a implementação de um amortecedor de massas sintonizadas (TMD) verifica-se que as vibrações do sistema principal não são completamente eliminadas, mas sim reduzidas [8]. Note-se contudo, que neste caso é possível evitar grandes deslocamentos em condições de ressonância, conduzindo deste modo, a um aumento da gama de frequências susceptíveis de serem excitadas.

Apresenta-se na Figura 4.17. o modelo do funcionamento teórico de um TMD. É composto pela estrutura base de massa m_1 e rigidez k_1 , ligada a uma massa adicional m_2 através de uma mola de rigidez k_2 e um amortecedor com amortecimento c_2 .

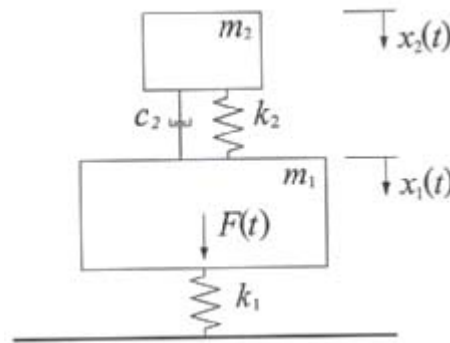


Figura 4.17. – Modelo teórico do funcionamento de um TMD [8]

Considere-se novamente a actuação de uma força sinusoidal no sistema principal de valor $F(t) = F_0 \cdot \text{sen}(\omega t)$. A amplitude do movimento permanente da massa m_1 é dada pela seguinte expressão [8]

$$\frac{k_1 X_1}{F_0} = \frac{X_1}{X_{1,est}} = \sqrt{\frac{(2\xi_2 r_1 q)^2 + (r_1^2 - q^2)^2}{\left\{ r_1^4 - [1 + (1 + \mu)q^2] r_1^2 + q^2 \right\}^2 + (2\xi_2 r_1 q)^2 [1 - r_1^2 (1 + \mu)]^2}} \quad (4.11.)$$

enquanto que a amplitude do movimento permanente da massa adicional m_2 é dada por

$$\frac{k_1 X_2}{F_0} = \frac{X_2}{X_{1,est}} = \sqrt{\frac{q^4 + (2\xi_2 q)^2}{\left\{ r_1^4 - [1 + (1 + \mu)q^2] r_1^2 + q^2 \right\}^2 + (2\xi_2 r_1 q)^2 [1 - r_1^2 (1 + \mu)]^2}} \quad (4.12.)$$

e o coeficiente de amortecimento do TMD, ξ_2 , é dado por

$$\xi_2 = \frac{c}{2\sqrt{k_2 m_2}} \quad (4.13.)$$

As Figuras 4.18. e 4.19. mostram a amplitude do movimento do sistema primário em função de r_1 , de acordo com a equação (4.11.). Fez-se variar o coeficiente de amortecimento do TMD, adoptando para a ilustração 4.18. os valores de $\mu = 0,20$ e $q = 0,9$, enquanto que para a ilustração 4.19. tomou-se os valores de $\mu = 0,15$ e $q = 0,8$.

É de assinalar que, independentemente do valor da frequência da excitação, é impossível suprimir por completo o movimento da estrutura original. Pela observação das figuras, constata-se a existência de dois picos provenientes das duas frequências de ressonância do sistema global, entre as quais se situa um mínimo. Repare-se que, quanto maior for o valor do amortecimento do TMD, menor são os valores dos deslocamentos máximos da massa principal. Note-se ainda que todas as curvas passam por dois pontos fixos S e R , dependentes de q e μ .

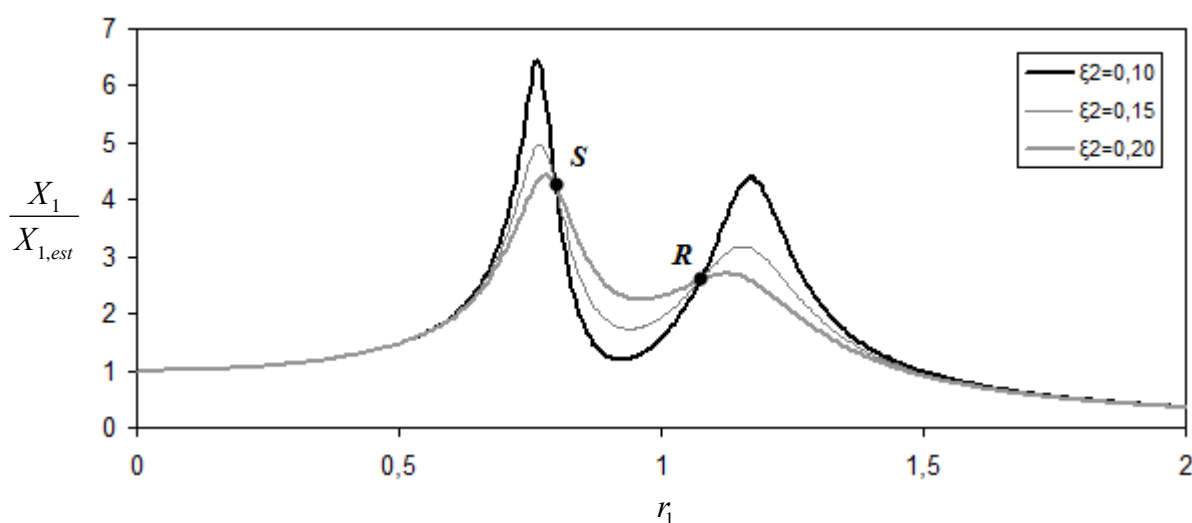


Figura 4.18. – Amplitude do movimento da massa principal adoptando $q = 0,9$, $\mu = 0,20$ para diferentes valores do coeficiente de amortecimento do TMD

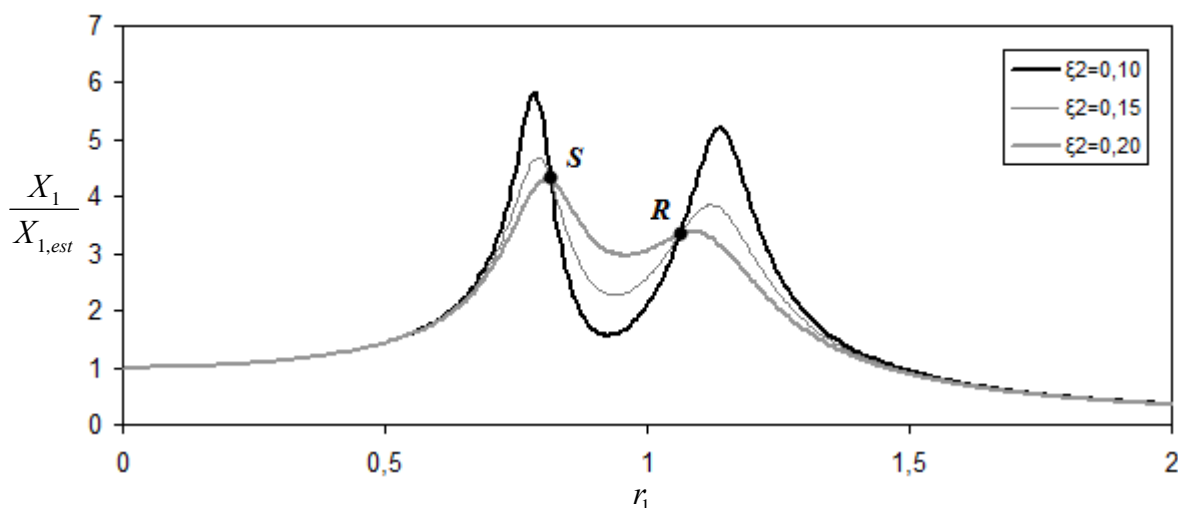


Figura 4.19. – Amplitude do movimento da massa principal adoptando $q = 0,8$, $\mu = 0,15$ para diferentes valores do coeficiente de amortecimento do TMD

Sintonizar o TMD significa escolher os seus parâmetros de tal forma que a amplitude dos deslocamentos do sistema primário tenha o menor valor possível [8]. É de salientar que os valores de q adoptados nas figuras anteriores são tais que conduzem a um desfasamento vertical dos picos registados, isto é, a curva da resposta dinâmica da estrutura apresenta um máximo maior que o outro. Todavia, é possível encontrar um valor de q tal que os máximos referentes às duas frequências de ressonância apresentem o mesmo valor.

A igualdade destes dois máximos é conseguida através da determinação de um valor óptimo de q que é independente do amortecimento do TMD, interferindo o amortecimento apenas na respectiva amplitude do pico.

Uma vez que todas as curvas, cada uma associada a um determinado coeficiente de amortecimento ξ_2 , passam por dois pontos fixos S e R , é possível encontrar um valor do amortecimento que leve a que esses dois pontos correspondam aos máximos da função amplitude do movimento [8].

Tendo em consideração estas duas condições, uma referente ao ajuste do valor de q e outra que diz respeito ao acerto do ξ_2 , pode-se determinar os parâmetros óptimos do TMD.

Definidos os parâmetros μ e q , é possível determinar os dois valores de r_1 que se relacionam com os valores de amplitude do sistema principal que se mantém inalteráveis, independentemente do valor do amortecimento do TMD (pontos fixos). A amplitude dos deslocamentos da estrutura, X_1 , pode ser escrita da seguinte forma

$$\frac{X_1}{X_{1,est}} = \sqrt{\frac{A(\mu, q)\xi_2^2 + B(\mu, q)}{C(\mu, q)\xi_2^2 + D(\mu, q)}} \quad (4.14.)$$

uma vez que X_1 não depende ξ_2 , vem

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{D} \quad (4.15.)$$

com o objectivo de determinar as expressões A , B , C e D , recorreu-se à equação (4.11.). Posteriormente substituiu-se as referidas expressões na igualdade (4.15.), obtendo-se

$$r_1^4 \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) - [1 + q^2(1 + \mu)]r_1^2 + q^2 = 0 \quad (4.16.)$$

as raízes da equação (4.16.) fornecem a localização dos pontos fixos S e R , e são dadas por

$$r_1 = \sqrt{\frac{1 + (1 + \mu)q^2 \pm \sqrt{1 - 2q^2 + (1 + \mu)^2 q^4}}{2 + \mu}} \quad (4.17.)$$

sabendo que a amplitude dos deslocamentos X_1 não depende do coeficiente de amortecimento ξ_2 , e para os valores de r_1 fornecidos pela equação (4.17.), fez-se tender na equação (4.14.) o valor de ξ_2 para infinito, obtendo-se

$$\frac{X_1}{X_{1,est}} = \sqrt{\frac{1}{[1 - r_1^2(1 + \mu)]^2}} \quad (4.18.)$$

finalmente, impondo que os dois pontos fixos apresentem a mesma amplitude de deslocamento, obtém-se a expressão que permite calcular a rigidez óptima da mola do TMD [8]

$$q_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (4.19.)$$

dado que os pontos fixos coincidem com os máximos, a amplitude máxima do sistema principal pode ser obtida substituindo na equação (4.18.) os valores de r_1 e q_{opt} fornecidos pelas equações (4.17.) e (4.19.), respectivamente. Deste modo, a amplitude máxima é definida por

$$\frac{X_1}{X_{1,est}} = \sqrt{\frac{2 + \mu}{\mu}} \quad (4.20.)$$

para determinar o amortecimento óptimo do TMD, basta impor que os pontos fixos S e R constituam os máximos da função amplitude de deslocamentos [8]. Com esse objectivo, substituiu-se o valor de q_{opt} proveniente da expressão (4.19.) na igualdade (4.11.). Posteriormente, derivou-se em ordem a r_1 e igualou-se a zero, obtendo-se uma equação de segundo grau em ξ_2 , da qual é possível extrair o valor do amortecimento óptimo, que é dado por

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (4.21.)$$

De seguida, apresenta-se na Figura 4.20. o movimento da massa principal para $\mu = 0,10$. Considerou-se ainda, os parâmetros óptimos $q_{opt} = 0,91$ e $\xi_{2,opt} = 0,168$, definidos nas expressões (4.19.) e (4.21.). Constata-se que os valores de q diferentes do óptimo conduzem a um

desnívelamento dos máximos. Além disso, a curva correspondente a q_{opt} não só apresenta o menor valor possível da amplitude máxima dos deslocamentos, mas também regista uma leve redução entre os referidos picos.

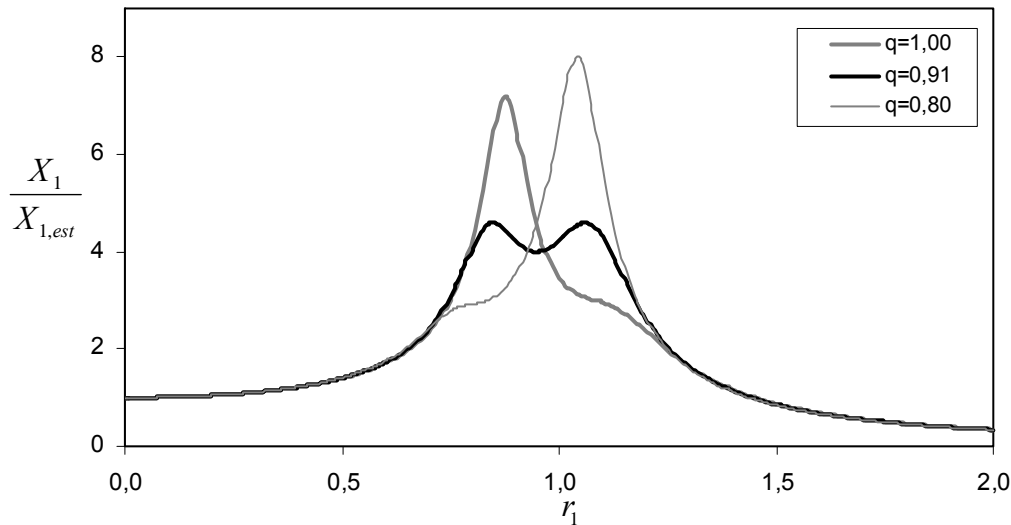


Figura 4.20 – Amplitude do movimento do sistema primário para $\mu = 0,10$ adoptando distintos valores de q

Conclui-se então que, para o dimensionamento do TMD é necessário recorrer à equação (4.19.) para a quantificação da rigidez da mola, e à equação (4.21.) para a definição do coeficiente de amortecimento.

Outro ponto a ter em consideração no processo de dimensionamento é o máximo deslocamento relativo entre a estrutura e o TMD. Para evitar que haja contacto entre as duas massas, o valor de μ deve ser satisfatório. Para pequenas proporções de massa ($\mu < 0,025$), verifica-se um excessivo aumento das amplitudes de vibração da massa do TMD relativamente à estrutura. Isto pode criar um problema de espaço para a adequada incorporação do TMD na abertura estrutural disponível. Além disso, o custo monetário do TMD geralmente aumenta, devido à utilização de um maior número de molas e o aumento das respectivas dimensões [39]. Sugere-se deste modo, o recurso a uma expressão simplificada obtida por considerações energéticas presentes no fenómeno, para a obtenção do máximo deslocamento relativo entre a massa do TMD e a estrutura [8]

$$\frac{X_{rel}}{X_{1,est}} = \sqrt{\frac{X_1}{X_{1,est}} \cdot \frac{1}{2\mu\xi_{2,opt}}} \quad (4.22.)$$

4.4. APLICAÇÃO DE UM TMD NUMA ESTRUTURA COM AMORTECIMENTO

O modelo teórico de um TMD incorporado numa estrutura com amortecimento, como é o caso das estruturas de engenharia civil, está represento na Figura 4.21. É constituído por uma massa principal m_1 ligada ao exterior por uma mola de rigidez k_1 e um amortecedor de constante c_1 , à qual está ligada uma massa adicional m_2 através de uma mola de rigidez k_2 e um amortecedor de constante c_2 .

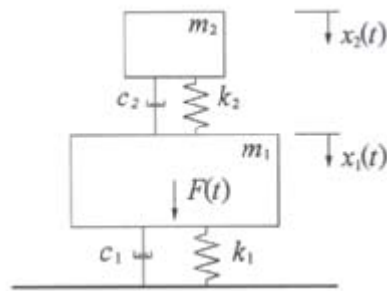


Figura 4.21. – Modelo de funcionamento teórico de um TMD aplicado a uma estrutura com amortecimento [8]

A amplitude do movimento permanente da massa principal m_1 quando é sujeita a uma acção sinusoidal $F(t) = F_0 \cdot \text{sen}(\omega t)$ é dada pela seguinte equação [8]

$$\frac{X_1}{X_{1,est}} = \sqrt{\frac{(2r_1\xi_2)^2 + (r_1^2 - q^2)^2}{(2r_1)^2 [\xi_2^2(r_1^2(1+\mu) - 1) + \xi_1(r_1^2 - q^2)]^2 + [\mu q^2 r_1^2 - (r_1^2 - 1)(r_1^2 - q^2) + (2r_1)^2 \xi_1 \xi_2]^2}} \quad (4.23.)$$

As Figuras 4.22. e 4.23. mostram a amplitude do movimento do sistema primário em função de r_1 , de acordo com a equação (4.23.). Fez-se variar o coeficiente de amortecimento do TMD, adoptando para a ilustração 4.22. $\xi_1 = 0,01$, enquanto que para a ilustração 4.23. tomou-se $\xi_1 = 0,10$. É de assinalar que, para valores baixos do amortecimento estrutural, a função de amplificação continua a ter dois pontos fixos sobre os quais passam todas as curvas correspondentes a diversos valores do amortecimento do TMD. Porém, para valores do amortecimento estrutural mais elevados já não é possível identificar os pontos fixos (ver figura 4.23.). Desta maneira já não é possível sintonizar o TMD pelas expressões (4.19.) e (4.21.), visto que as considerações feitas quando $\xi_1 = 0$ deixam de ser válidas.

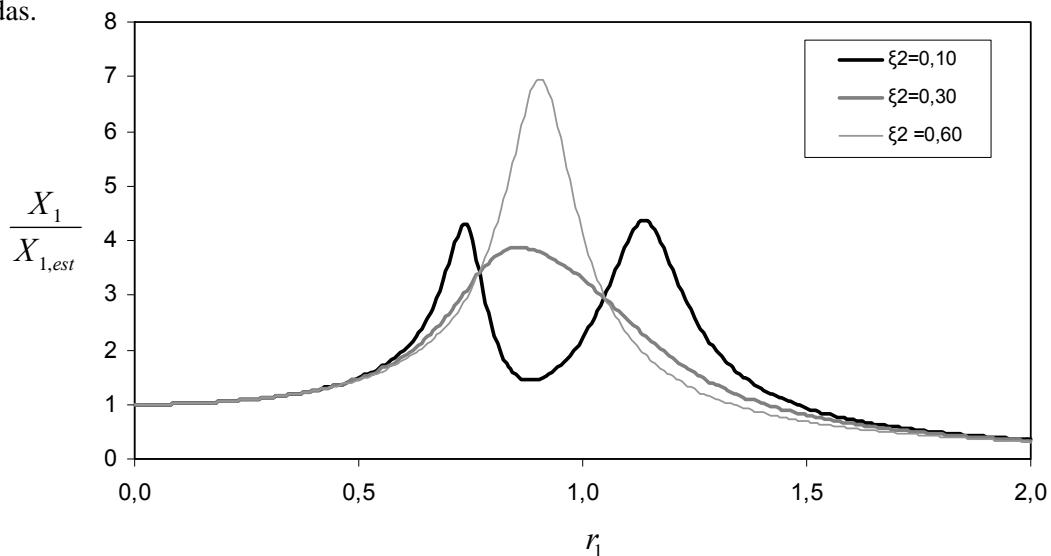


Figura 4.22. – Amplitude do movimento da massa m_1 tomando $\xi_1 = 0,01$, $\mu = 0,20$, $q = 0,85$, para diferentes coeficientes de amortecimento do TMD

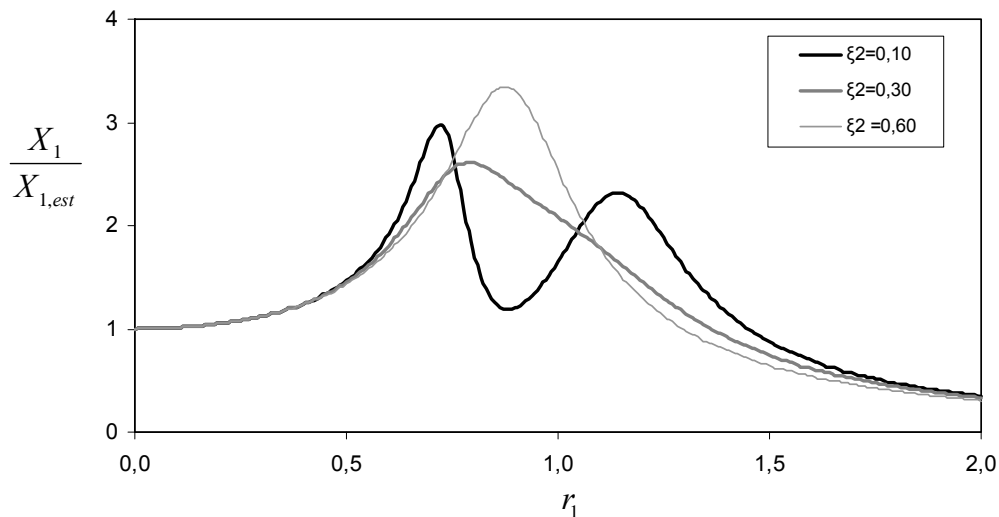


Figura 4.23. – Amplitude do movimento da massa m_1 tomando $\xi_1 = 0,10$, $\mu = 0,20$, $q = 0,85$ para diferentes coeficientes de amortecimento do TMD

O dimensionamento do TMD em estruturas com amortecimento deve ser então efectuado de acordo com o referido na secção anterior, isto é, o mesmo raciocínio deve ser aplicado. A frequência óptima obtém-se impondo que os dois máximos da função amplitude do movimento apresentem valores iguais, e o coeficiente de amortecimento óptimo obtém-se fazendo com que os dois pontos fixos sejam máximos dessa função. Todavia, no caso de o amortecimento ser reduzido ($\xi_1 \leq 1\%$), Bachmann e Weber [40] sugerem a utilização das equações utilizadas quando o amortecimento estrutural é nulo.

Para compreender melhor o que foi dito, apresenta-se na Figura 4.24. a amplitude dos deslocamentos do sistema principal em função de r_1 , de acordo com a equação (4.23.). Adoptou-se $\mu = 0,20$ e ainda os parâmetros óptimos $q_{opt} = 0,83$ e $\xi_{2,opt} = 0,21$, definidos nas expressões (4.19.) e (4.21.), para diversos valores de ξ_1 . Verifica-se que para valores do amortecimento estrutural situados entre $0 < \xi_1 \leq 1\%$, os dois máximos da função do movimento apresentam amplitudes muito semelhantes, enquanto que para valores de ξ_1 mais elevados, existe um desnivelamento acentuado dos picos. Conclui-se deste modo que, para estruturas com um amortecimento mais elevado, as expressões idealizadas para $\xi_1 = 0$ originam erros consideráveis, muitas vezes não compatíveis com a sensibilidade que o processo de sintonização requer.

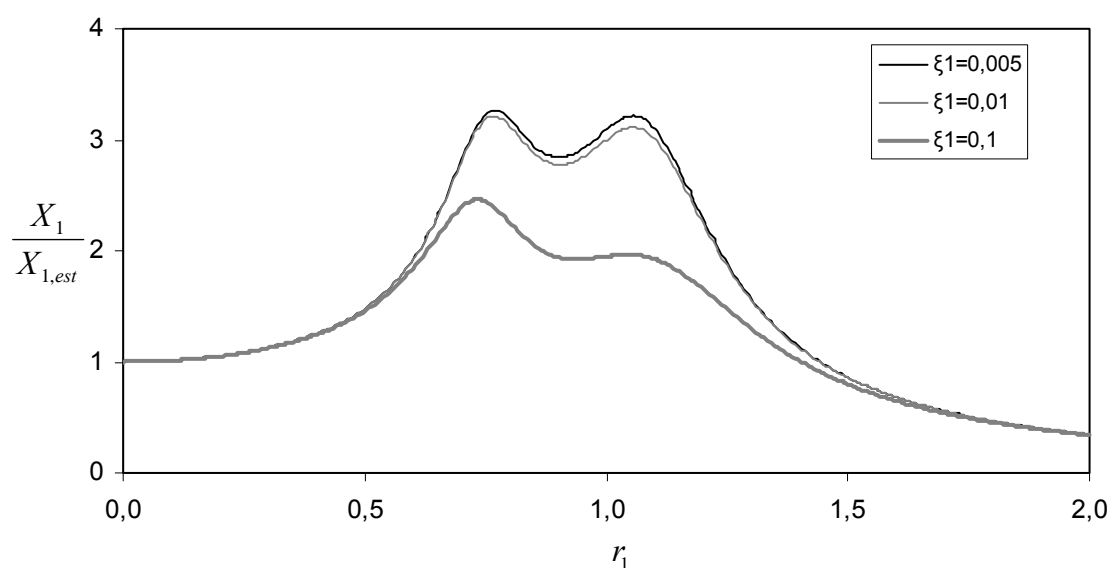


Figura 4.24. – Amplitude do movimento da massa m_1 para $\mu = 0,20$, $q_{opt} = 0,83$, $\xi_{2,opt} = 0,21$, adoptando diferentes coeficientes de amortecimento estrutural

Sugere-se então para o dimensionamento do TMD, a consulta dos ábacos seguidamente propostos, os quais foram obtidos pelo estudo da equação (4.23.) através de procedimentos numéricos. Na concepção destes ábacos, procurou-se não só que os máximos da curva de amplificação da resposta do sistema principal estejam ao mesmo nível, mas também que apresentem o menor valor possível.

Estão indicadas no ábaco da Figura 4.25. as curvas de amplificação máxima da resposta do sistema primário. Definidas em função do μ e do amortecimento estrutural, permitem a determinação do valor da massa adicional m_2 a utilizar para o TMD. No que diz respeito ao ábaco da Figura 4.26., possibilita a quantificação o valor óptimo de q tendo em vista a determinação da rigidez da respectiva mola. Relativamente ao ábaco da Figura 4.27., fornece o valor óptimo do coeficiente de amortecimento do TMD a implementar. Finalmente, o ábaco da Figura 4.28. indica as curvas de amplificação máxima da variação do deslocamento relativo entre a estrutura e o TMD. Estas curvas são necessárias uma vez que permitem dimensionar o espaçamento mínimo a deixar, para evitar o contacto entre as referidas massas.

Note-se que, se o amortecimento estrutural for nulo, as curvas destes ábacos coincidem com a representação gráfica das equações deduzidas para $\xi_1 = 0$.

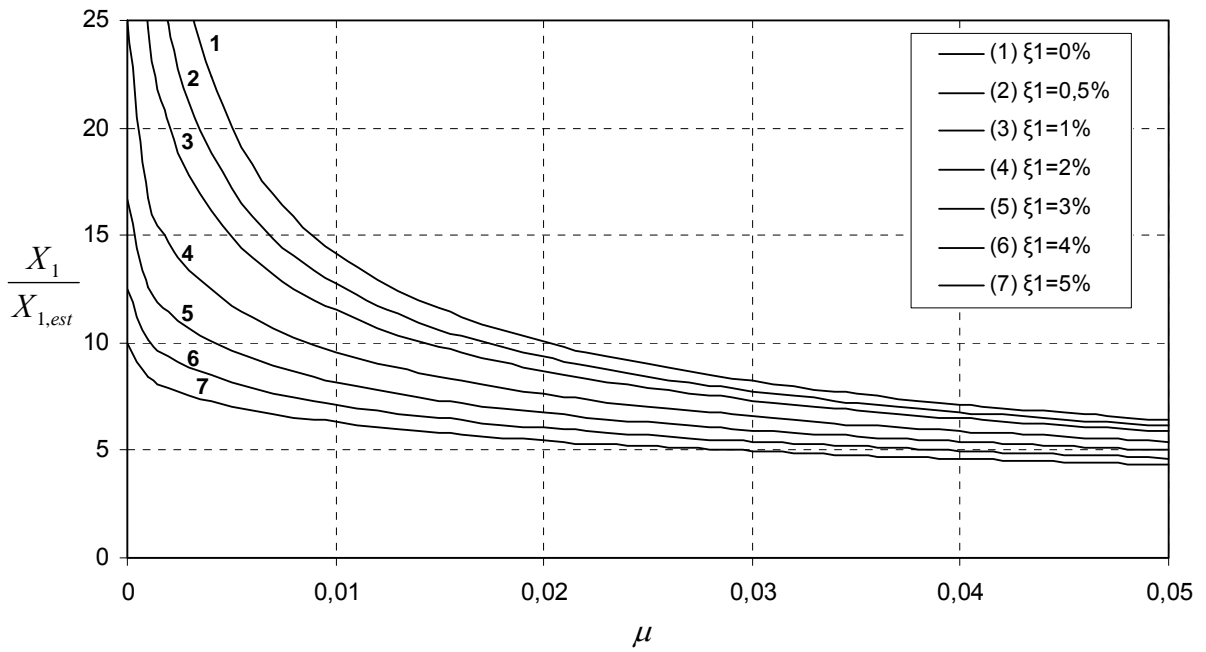


Figura 4.25. – Curvas de amplificação máxima do deslocamento do sistema principal

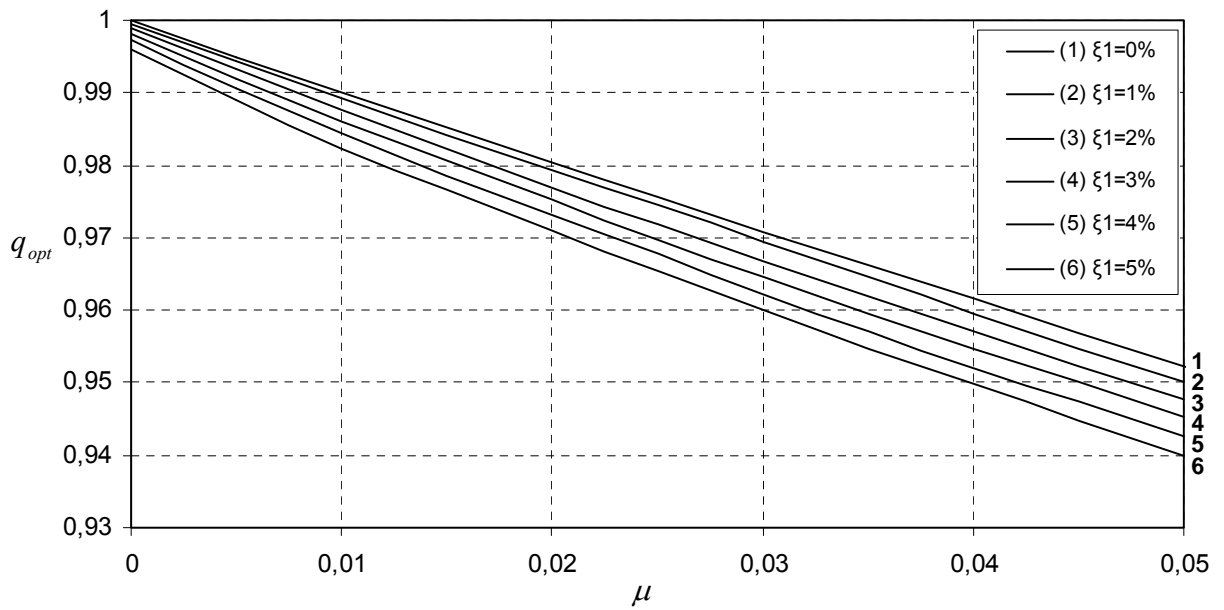


Figura 4.26. – Curvas para a determinação do valor ótimo de q

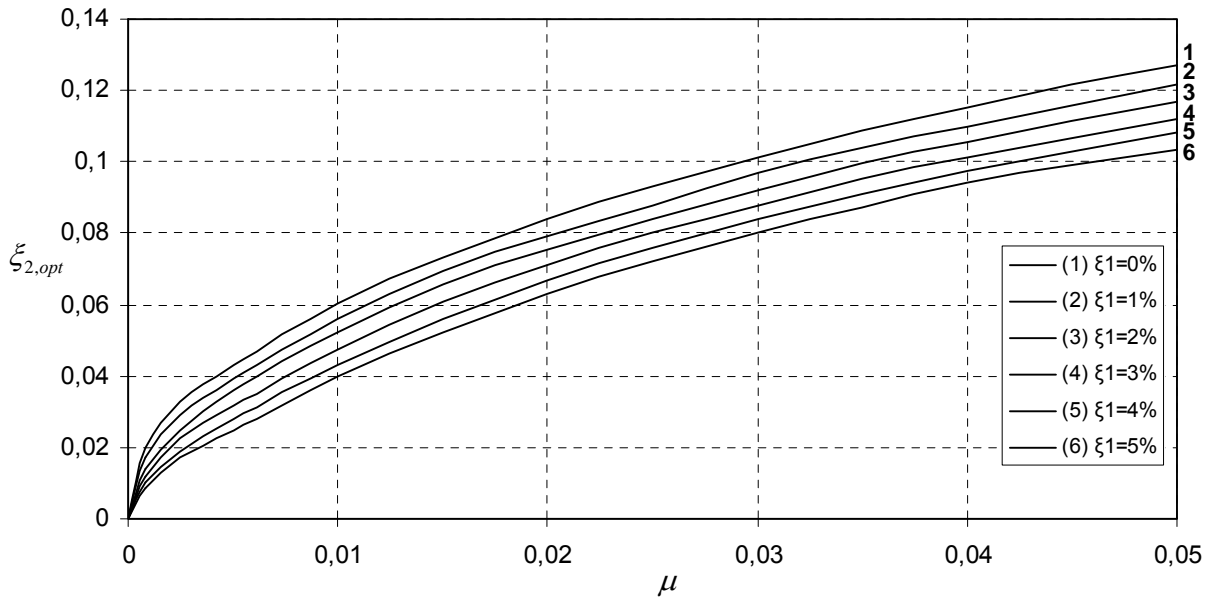


Figura 4.27. – Curvas para a determinação do valor ótimo de ξ_2

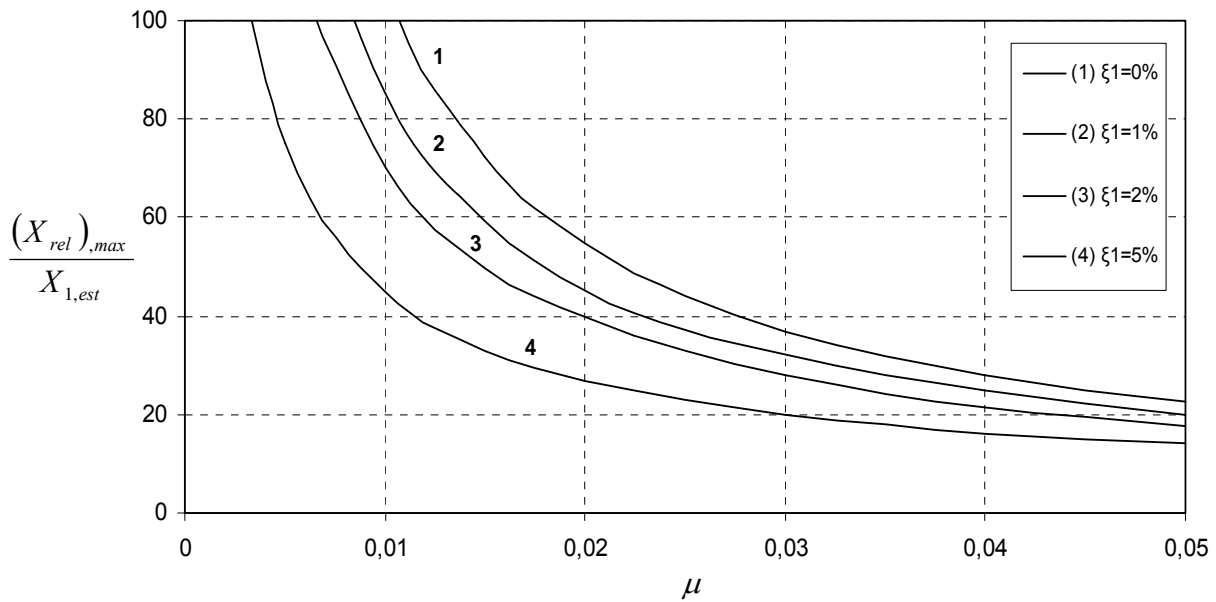


Figura 4.28. – Curvas de amplificação máxima do deslocamento relativo entre a massa principal e a massa adicional

É de salientar que, através da análise do ábaco da Figura 4.25., constata-se que o TMD apresenta uma maior eficiência em estruturas com baixo amortecimento estrutural. Note-se que, para $\xi_1 = 5\%$, o TMD praticamente não produz efeito. Observe-se ainda que interessa adoptar valores de μ inferiores a 0,02, visto que, para valores superiores há uma perda considerável de eficácia.

Refira-se também que, outro aspecto importante no dimensionamento do TMD tem a ver com o deslocamento relativo entre o sistema principal e a massa adicional. Tal como já foi anteriormente dito, o ábaco da Figura 4.28. determina a distância mínima a deixar entre as duas massas, para que não haja contacto entre elas, sendo recomendável adoptar uma certa margem de segurança adicional.

4.5. CONSEQUÊNCIAS DE UMA ERRADA SINTONIZAÇÃO DO TMD

4.5.1. INSUFICIENTE PROPORÇÃO DE MASSA

Para pequenas proporções de massa ($\mu < 0,04$), o intervalo de eficiência do TMD é limitado. Isto significa que, na presença de certos fenómenos naturais, nomeadamente modificações da temperatura ambiente, ou estruturais, particularmente a fadiga estrutural, a frequência natural da estrutura estará sujeita a alterações. Desta forma, a eficiência do TMD será muito influenciada para uma relação de massas inferior a 4%, e aumentará para valores de μ mais elevados (ver Figura 4.16.).

Além disso, pequenos valores de μ provocam grandes amplitudes na massa do amortecedor sintonizado, o que acarreta problemas de execução na respectiva implementação, devido à falta de espaço disponível dentro da estrutura.

A título de exemplo, constata-se que o máximo deslocamento relativo de um TMD para $\mu = 0,02$ é 5,36 vezes maior que o deslocamento máximo da própria estrutura, enquanto que para um quociente de massas igual a 0,1 o factor é apenas 2,53 (ver Quadro 4.1.) [39].

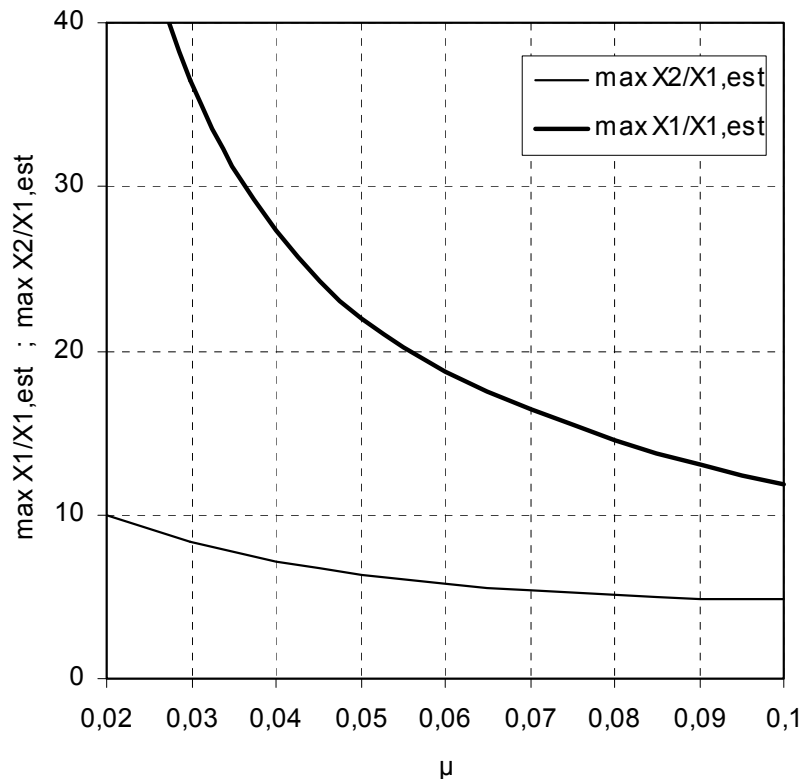


Figura 4.29. – Deslocamento relativo do TMD face ao deslocamento da estrutura

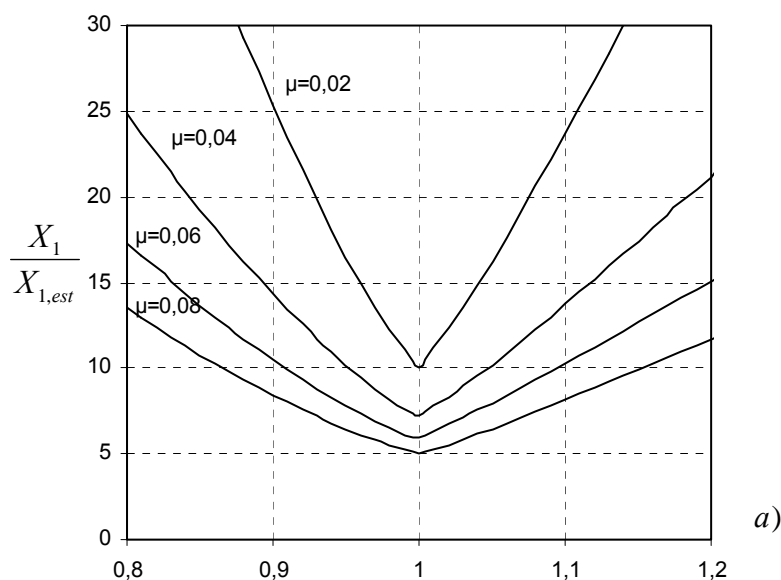
Quadro 4.1. – Valores do deslocamento relativo máximo entre o TMD e a estrutura para diferentes valores

de μ	
μ	$\frac{\max X_2}{\max X_1}$
0,02	5,36
0,04	3,79
0,06	3,17
0,08	2,79
0,10	2,53

4.5.2. DESVIO DO VALOR ÓPTIMO DA RIGIDEZ DO TMD

A frequência natural óptima de um amortecedor de massas sintonizadas, não é coincidente com a frequência natural da estrutura, uma vez que é sintonizada para uma frequência ligeiramente inferior com base num valor bem definido (ver expressão (4.19.)). Neste contexto, um pequeno desvio relativamente ao valor óptimo provoca uma grande influência na eficiência final do TMD. Deste modo, o conhecimento da frequência natural da estrutura, bem como o valor da massa modal é fundamental. Todavia, alerta-se para o facto de ser difícil, na fase de projecto, determinar com exactidão o valor da frequência natural a ser amortecida, assim como o valor da massa modal estrutural.

Apresenta-se na Figura 4.30. a) o valor máximo da amplitude do sistema principal, $X_1/X_{1,est}$, em função da relação q/q_{opt} para quatro diferentes valores de μ , nomeadamente 0,02, 0,04, 0,06 e 0,08. Relativamente à Figura 4.30. b), indica-se o valor do factor de amplificação da resposta máxima da estrutura, no caso de q ser diferente do valor óptimo. Verifica-se que, se o valor de q foi inferior em 20% do valor óptimo para uma proporção de massas igual a 0,04, a amplitude máxima registada é cerca de 3,5 vezes superior, quando comparada com a amplitude que se verifica para $q = q_{opt}$. De realçar ainda que, à medida que se aumenta a massa do TMD, existe uma diminuição gradual do factor de amplificação da resposta máxima da massa principal.



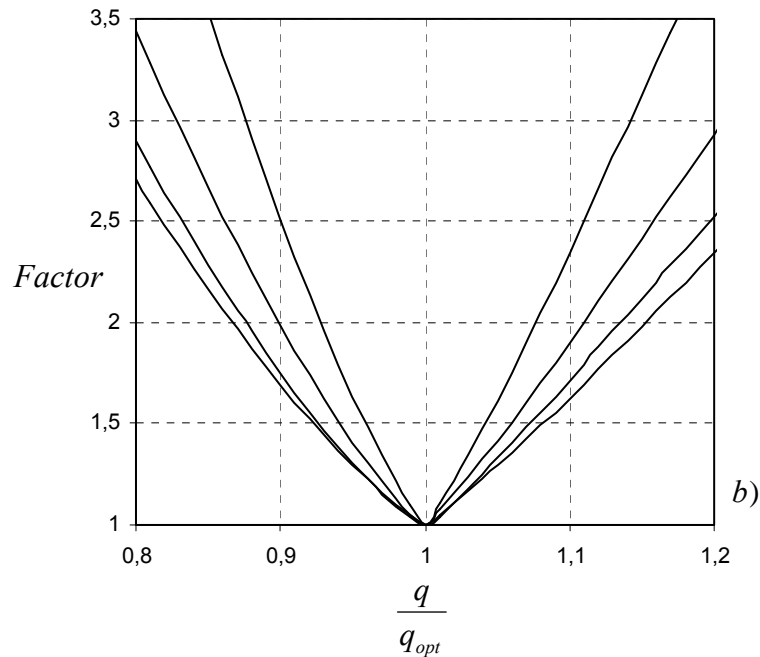


Figura 4.30. – Factor de amplificação da resposta da estrutura no caso de q ser diferente do valor óptimo

4.5.3. DESVIO DO VALOR ÓPTIMO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO DO TMD

Bachmann e Weber [40] alertam para o facto de a sintonização da frequência óptima do TMD ser decisiva para a obtenção de uma boa eficácia do sistema de controlo, no entanto, mencionam que a avaliação rigorosa do coeficiente de amortecimento ξ_2 não é tão condicionante para o referido efeito.

Para evidenciar o que foi referido no parágrafo anterior, apresenta-se na Figura 4.31. as curvas de amplificação máxima, obtidas em função da variação da rigidez e do coeficiente de amortecimento do TMD, tendo-se fixado $\mu = 0,01$ e $\xi_1 = 0,01$. O ponto de amplificação 11,6 constitui um mínimo, cujas coordenadas correspondem aos valores óptimos da frequência e do amortecimento do TMD, os quais assumem neste caso os valores de $q_{opt} = 0,99$ e $\xi_{2,opt} = 0,06$. Observe-se agora a curva de amplificação 15. A maior ou menor sensibilidade da sintonização em relação aos parâmetros óptimos pode ser claramente compreendida pela análise da sua configuração. De facto, para se obter uma amplificação inferior a 15, o valor de q terá de se situar entre 0,96 e 1,02, equivalente a uma variação de $\pm 3\%$, enquanto o valor de ξ_2 pode situar-se entre os 0,03 e 0,11, o que corresponde a variações de 50% e 83% em relação ao valor óptimo. Pode então concluir-se que a localização do ponto óptimo é fracamente condicionada por variações do coeficiente de amortecimento, sendo no entanto extremamente sensível a variações da rigidez do TMD.

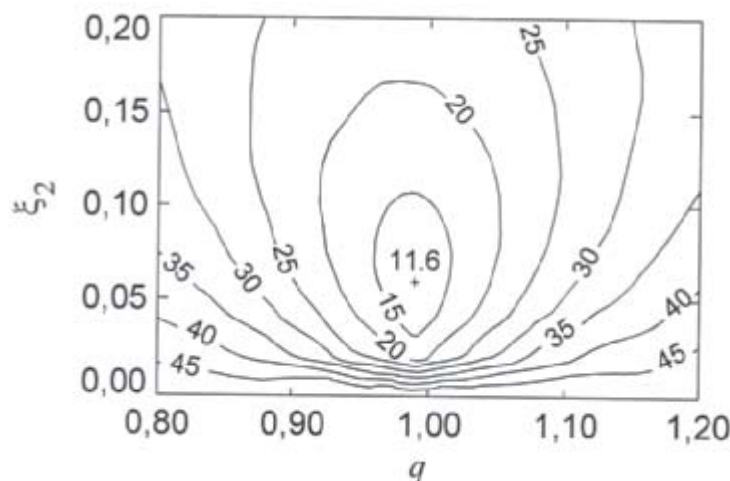


Figura 4.31. – Curvas de amplificação máxima fazendo variar q e ξ_2 [40]

4.6. DIMENSIONAMENTO DE UM TMD PARA A ACÇÃO DO PEÃO

Como já foi referido, a incorporação de um TMD numa ponte para peões tem como objectivo reduzir o excesso de vibração a que a estrutura está sujeita quando é solicitada por acções de natureza dinâmica, de forma a ser respeitado um determinado estado limite de utilização. Este estado limite é definido, no caso das pontes pedonais, por algumas normas estrangeiras, impondo-se que o valor da aceleração máxima registada para um modo de vibração específico, não exceda um determinado valor máximo admissível, ou seja

$$a_{max} \leq a_{adm} \quad (4.24.)$$

Tendo em vista o dimensionamento do TMD, deve-se em primeiro lugar, proceder à modelação numérica da ponte pedonal através de um programa informático de simulação do comportamento estrutural, prestando especial atenção na definição das características geométricas e mecânicas dos elementos constituintes (área e momentos de inércia). Posteriormente é necessário identificar a situação mais desfavorável em termos de resposta máxima da estrutura, considerando todos os tipos de carregamentos dinâmicos que os peões podem induzir sobre a mesma, tendo em atenção a variação dos diversos parâmetros que as caracterizam e, em especial, a frequência da passada. É de assinalar ainda, que é desejável comparar os valores obtidos com a resposta medida experimentalmente de modo a calibrar e validar o modelo numérico de análise.

Identificada a resposta máxima da estrutura em termos de aceleração para um modo de vibração particular, é necessário calcular as características do TMD a utilizar para que essa aceleração seja reduzida para um valor admissível.

Como já foi referido, a acção dinâmica transmitida pelo peão é quantificada pela respectiva função de carga, sendo esta acção suficientemente aproximada pela consideração de uma função caracterizada pela harmónica condicionante. Conhecidas as características modais da estrutura, é então possível calcular a resposta máxima estrutural sem aplicação do TMD, para a acção referida, através da consulta do ábaco da Figura 4.25., no qual se pode obter o factor de amplificação dinâmica numa

situação correspondente a $\mu = 0$. Nestas circunstâncias, este factor pode ser também calculado analiticamente por $1/2\xi_1$ [40].

O processo de dimensionamento do TMD tem por base idêntico raciocínio, mas desenvolvido de forma inversa, ou seja, ao pretender-se que o factor de amplificação dinâmica não ultrapasse um determinado valor, é possível retirar do ábaco o valor de μ a adoptar para esta condição [8].

Tendo presente o valor da aceleração máxima obtida, o qual deve ser inferior ou igual à aceleração máxima admissível, e uma vez que a resposta é dominada pela frequência de ressonância ω_n , é possível determinar simplificadaamente os valores do deslocamento máximo, d_{max} , e da velocidade máxima, v_{max} , através das seguintes relações

$$v_{max} = \frac{a_{max}}{\omega_n} \quad (4.25.)$$

$$d_{max} = X_1 = \frac{a_{max}}{\omega_n^2} \quad (4.26.)$$

Considerando a amplitude da força sinusoidal actuante como sendo a amplitude da harmónica condicionante, ΔG_i , o deslocamento estático $X_{1,est}$ é dado por

$$X_{1,est} = \frac{\Delta G_i}{k_{1,n}} \quad (4.27.)$$

onde $k_{1,n}$ representa a rigidez modal referente ao modo de vibração de frequência ω_n . Deste modo, o factor de amplificação dinâmica pretendido pode ser avaliado através do quociente $X_1/X_{1,est}$.

Calculado este factor, e com o recurso às curvas de amplificação expressas no ábaco da Figura 4.25., é possível obter o valor de μ mínimo a usar. Uma vez conhecido o valor de μ obtêm-se os parâmetros óptimos por consulta dos ábacos das Figuras 4.26. e 4.27., que permitem determinar a rigidez da mola e a constante de amortecimento do TMD a implementar.

Uma última consideração deve ser feita no que concerne à localização do TMD. Como se referiu na secção 2.4.3.1., a massa modal da estrutura, para efeito de dimensionamento do TMD, deve ser quantificada admitindo que o modo de vibração a controlar tenha valor unitário em concordância com o grau de liberdade associado à localização do sistema de controlo. Como é evidente, por razões económicas, há vantagem em adoptar uma massa modal de valor mínimo para que a subsequente massa adicional seja também tão pequena quanto possível. Para que tal aconteça, é necessário localizar o TMD no ponto de máxima amplitude da configuração de modo de vibração em causa (antinodo do modo de vibração) [8].

4.7. SISTEMA DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE

Uma outra abordagem pode ser efectuada para determinar a resposta controlada da estrutura, quando se adiciona à mesma um amortecedor de massas sintonizadas. O procedimento adoptado baseia-se novamente na transformação da estrutura em análise num sistema de um grau de liberdade equivalente, para o modo de vibração a controlar.

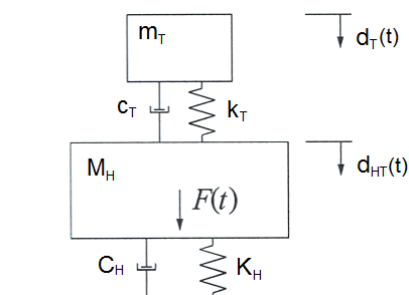


Figura 4.32. – Sistema equivalente de um grau de liberdade com TMD [41]

Este sistema caracteriza-se pela sua frequência f_H , pela sua massa modal M_H , calculada tomando unitária a componente do modo de vibração correspondente ao ponto de aplicação do TMD, e pelo coeficiente de amortecimento ξ_H . Estimando o coeficiente amortecimento da estrutura, é possível determinar as constantes de rigidez e de amortecimento, K_H e C_H , dadas por

$$K_H = M_H \cdot \omega_H^2 \quad (4.28.)$$

$$C_H = 2 \cdot \xi_H \cdot M_H \cdot \omega_H \quad (4.29.)$$

com

$$\omega_H = 2 \cdot \pi \cdot f_H \quad (4.30.)$$

O TMD a instalar em correspondência com a secção de máximo deslocamento modal é caracterizado pela massa m_T , pela rigidez k_T e pela constante de amortecimento c_T .

Fixando a massa m_T , normalmente com um valor da ordem de 1% a 10% do valor da massa modal M_H , os parâmetros óptimos de um TMD, isto é, aqueles que originam uma maior redução da resposta dinâmica, são obtidos a partir das seguintes fórmulas

$$f_{opt} = q_{opt} \cdot f_H \quad (4.31.)$$

com

$$q_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (4.32.)$$

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (4.33.)$$

sendo $\mu = m_T / M_H$, e f_{opt} e $\xi_{2,opt}$ a frequência e o coeficiente de amortecimento óptimos do TMD. A fixação da massa do TMD, m_T , permite a obtenção do valor das restantes grandezas, nomeadamente a constante de rigidez k_T e a constante de amortecimento c_T , dadas a partir de (4.32.) e (4.33.), por

$$k_T = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{opt}^2 \cdot m_T \quad (4.34.)$$

$$c_T = 4 \cdot \pi \cdot f_{opt} \cdot \xi_{2,opt} \cdot m_T \quad (4.35.)$$

Em resultado da associação de dois sistemas de um grau de liberdade, nomeadamente o sistema equivalente relativo ao modo a controlar e o TMD, representados na Figura 4.32., obtém-se um sistema de dois graus de liberdade, cujas frequências naturais, ω_n , são obtidas através da igualdade

$$\det(\underline{K} - \omega^2 \cdot \underline{M}) = 0 \quad (4.36.)$$

em que \underline{K} e \underline{M} constituem respectivamente a matriz de rigidez e a matriz de massa do sistema, e são dadas por

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} K_H + k_T & -k_T \\ -k_T & k_T \end{bmatrix} \quad \underline{M} = \begin{bmatrix} M_H & 0 \\ 0 & m_T \end{bmatrix} \quad (4.37.)$$

Resolvendo a equação (4.36.) em ordem a ω , é possível encontrar as duas novas frequências naturais do sistema, ω_a e ω_b , definidas por [41]

$$\omega_a^2 = \frac{k_T \cdot (M_H + m_T) + K_H \cdot m_T - \sqrt{[k_T \cdot (M_H + m_T) + K_H \cdot m_T]^2 - 4 \cdot m_T \cdot M_H \cdot k_T \cdot K_H}}{2 \cdot m_T \cdot M_H} \quad (4.38.)$$

$$\omega_b^2 = \frac{k_T \cdot (M_H + m_T) + K_H \cdot m_T + \sqrt{[k_T \cdot (M_H + m_T) + K_H \cdot m_T]^2 - 4 \cdot m_T \cdot M_H \cdot k_T \cdot K_H}}{2 \cdot m_T \cdot M_H} \quad (4.39.)$$

Para cada ω_n , tem-se o correspondente modo de vibração, ϕ_n , que se obtém resolvendo o seguinte sistema de equações

$$(\underline{K} - \omega_n^2 \cdot \underline{M}) \cdot \underline{\phi}_n = \underline{0} \quad (4.40.)$$

que apresenta uma infinidade de soluções. Obtém-se uma solução particular, por exemplo, fazendo unitária uma das componentes do vector, isto é, $\phi_{1n} = 1$. Os modos de vibração, ϕ_a e ϕ_b , são dados então por [41]

$$\underline{\phi}_a = \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ \frac{K_H + k_T - \omega_a^2 \cdot M_H}{k_T} \end{array} \right\} \quad \underline{\phi}_b = \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ \frac{K_H + k_T - \omega_b^2 \cdot M_H}{k_T} \end{array} \right\} \quad (4.41.)$$

Os coeficientes de amortecimento equivalentes, ξ_n , associados a cada uma destas novas frequências naturais determinam-se através do seguinte produto matricial

$$\underline{\phi}^T \cdot \underline{C} \cdot \underline{\phi} = \begin{bmatrix} C_a & 0 \\ 0 & C_b \end{bmatrix} \quad (4.42.)$$

onde \underline{C} representa a matriz de amortecimento do sistema, e é dada por

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} C_H + c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix} \quad (4.43.)$$

donde

$$\begin{aligned} C_a &= 2 \cdot \xi_a \cdot \omega_a \cdot M_a \\ C_b &= 2 \cdot \xi_b \cdot \omega_b \cdot M_b \end{aligned} \quad (4.44.)$$

em que

$$\begin{aligned} M_a &= \underline{\phi}_a^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{\phi}_a \\ M_b &= \underline{\phi}_b^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{\phi}_b \end{aligned} \quad (4.45.)$$

Desta forma, os coeficientes de amortecimento, ξ_a e ξ_b , são definidos de acordo com [41]

$$\xi_a = \frac{2 \cdot \xi_H \cdot \omega_H \cdot M_H + c_T \left[1 - \left(\frac{k_T + K_H - \omega_a^2 \cdot M_H}{k_T} \right)^2 \right]}{2 \cdot \omega_a \left[M_H + m_T \left(\frac{k_T + K_H - \omega_a^2 \cdot M_H}{k_T} \right)^2 \right]} \quad (4.46.)$$

$$\xi_b = \frac{2 \cdot \xi_H \cdot \omega_H \cdot M_H + c_T \left[1 - \left(\frac{k_T + K_H - \omega_b^2 \cdot M_H}{k_T} \right)^2 \right]}{2 \cdot \omega_b \left[M_H + m_T \left(\frac{k_T + K_H - \omega_b^2 \cdot M_H}{k_T} \right)^2 \right]} \quad (4.47.)$$

Os deslocamentos $d_{HT}(\omega)$ do sistema amortecido mediante a actuação de uma força harmónica de amplitude $F(\omega)$, e frequência circular $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$, são então obtidos por sobreposição das respostas modais [41]

$$d_{HT}(\omega) = \frac{F(\omega)}{M_a \cdot (\omega_a^2 - \omega^2) + iC_a \cdot \omega} + \frac{F(\omega)}{M_b \cdot (\omega_b^2 - \omega^2) + iC_b \cdot \omega} \quad (4.48.)$$

em que M_a e C_a , e M_b e C_b representam as massas e amortecimentos modais relativos aos dois modos de vibração (ver expressões (4.44.) e (4.45.)). No sistema não amortecido original, estes deslocamentos eram dados por [41]

$$d_H(\omega) = \frac{F(\omega)}{M_H \cdot (\omega_H^2 - \omega^2) + iC_H \cdot \omega} \quad (4.49.)$$

Pode-se então definir um coeficiente de redução da resposta dinâmica em termos de deslocamentos η_d , através do cociente entre os valores máximos obtidos através das equações (4.48.) e (4.47.), isto é

$$\eta_d = \max(d_H) / \max(d_{HT}) \quad (4.50.)$$

Refira-se todavia que, no caso de a excitação constituir uma força uniformemente distribuída, a sua correspondente amplitude $F(\omega)$, deve ser calculada de acordo com

$$F(\omega) = \int \phi(x) \cdot p(x) \cdot dx \quad [N] \quad (4.51.)$$

simplificadamente, obtém-se

$$F(\omega) = \sum \phi_i \cdot \Delta x_i \cdot p \quad [N] \quad (4.52.)$$

em que p caracteriza o valor da carga uniformemente distribuída, ϕ_i representa a componente do modo de vibração associada ao nó i e Δx_i delimita a distância de actuação da força distribuída em cada nó i .

Pode-se obter também as expressões que exprimem as acelerações $a_{HT}(\omega)$ e $a_H(\omega)$ dos sistemas amortecido ou não amortecido, respectivamente, de acordo com as relações

$$a_{HT}(\omega) = -\omega^2 d_{HT}(\omega) \quad (4.53.)$$

$$a_H(\omega) = -\omega^2 d_H(\omega) \quad (4.54.)$$

o coeficiente de redução das acelerações η_a , define-se por

$$\eta_a = \max(a_H) / \max(a_{HT}) \quad (4.55.)$$

4.8. UTILIZAÇÃO DE VÁRIOS TMDs PARA A SINTONIZAÇÃO DE DIVERSOS MODOS DE VIBRAÇÃO

O desenvolvimento teórico relativo à aplicação de um amortecedor de massas sintonizadas foi anteriormente efectuado, tendo presente a frequência natural da estrutura, que, em sintonia com a frequência da harmónica de carga condicionante, permite a sua subsequente calibração do dispositivo. Todavia, em muitos casos, existe a possibilidade da ocorrência de níveis de vibração elevados resultantes da excitação de mais que um modo de vibração, em virtude da possível variação da frequência da passada do peão.

Nestas condições, pode não ser razoável sintonizar um TMD apenas para uma frequência particular, ficando a estrutura sujeita à ocorrência de níveis de vibração porventura excessivos numa situação de ressonância em correspondência com uma outra frequência natural da estrutura. Deste modo, caso se pretenda controlar simultaneamente o contributo de modos de ordem superior, torna-se necessária a introdução de mais que um TMD. De uma forma geral, pode dizer-se que são em princípio, necessários tantos TMDs quantos os contributos modais que se queiram controlar [8].

Verifica-se todavia que, um TMD sintonizado para uma determinada frequência natural, praticamente não influencia a resposta dos outros modos de vibração intrínsecos à estrutura [8]. Este facto permite pois afirmar que a existência de vários dispositivos de controlo, sintonizados para diferentes frequências naturais da estrutura, não introduz qualquer alteração significativa no seu comportamento, senão no que concerne à contribuição do modo de vibração respeitante à sintonização de cada TMD. Esta conclusão pressupõe apenas que as frequências naturais da estrutura estejam relativamente bem separadas, evitando fenómenos de interferência modal [8].

Assim, o dimensionamento de cada TMD pode ser efectuado isoladamente tendo apenas em atenção a contribuição modal respectiva, função das características das acções dinâmicas aplicadas, podendo ignorar-se a eventual existência de outros aparelhos sintonizados para outras frequências.

5

IMPLEMENTAÇÃO DE SISTEMAS PASSIVOS EM PONTES PEDONAIS

5.1. INTRODUÇÃO

A esbelteza e a sensibilidade às vibrações induzidas por peões ou pelo vento em pontes pedonais originam cada vez mais na necessidade de introduzir sistemas de amortecimento localizados que permitam atenuar de forma eficaz a resposta estrutural.

O presente capítulo tem como primeiro objectivo modelar numericamente um troço da Ponte Pedonal sobre a Ribeira da Carpinteira, situada na cidade da Covilhã, e posteriormente a exemplificação da aplicação de dispositivos de controlo passivo baseados especificamente em amortecedores de massas sintonizadas. É analisado o comportamento da Ponte antes e após a implementação do TMD.

5.2. LOCALIZAÇÃO E ÂMBITO DA PONTE

O vale da Carpinteira localiza-se na cidade da Covilhã e caracteriza-se, nesta zona, pelas pendentes abruptas moldadas por muros e afloramentos graníticos e por um conjunto de construções dispersas e descaracterizadas mas que recordam o passado industrial da cidade [42]. Dominando a linha de força do vale, a montante, eleva-se o maciço da Serra da Estrela e a jusante ergue-se a vastidão da Cova da Beira.

Da autoria do Arquitecto Teotónio Pereira, a Ponte serpenteia o vale a uma cota de 52m acima da Ribeira, possibilitando a ligação pedonal entre as duas encostas, mantendo o carácter de sinuosidade dos caminhos nas encostas em que se desenvolve a cidade da Covilhã [43].



Figura 5.1. – Área de implantação [42]

5.3. DESCRIÇÃO DA PONTE

A Ponte estabelece a ligação a uma altura constante entre os dois encontros, ondulando sobre o vale numa extensão de aproximadamente 220m. Em planta, o tabuleiro divide-se em três troços distintos: o central assume, inequívoca, a perpendicularidade à linha do vale enquanto os laterais inflectem e orientam-se para os pontos de amarração, conforme se ilustra na Figura 5.2. Em alçado a leveza visual pretendida traduz-se na esbelteza da secção transversal, que, com 1,75m de altura e 4,40m de largura, surge à distância como uma mera linha de atravessamento do vale [43].

Os pilares centrais, fundados nas encostas opostas do vale, são ocos e mistos em aço e betão armado e ligados rigidamente ao tabuleiro metálico com continuidade total dos esforços e deformações. Apresentam alturas aproximadas de 26m e 40m, com dimensões em planta de 4,40m por 1,75m e uma espessura de parede de 0,20m sendo revestidos por uma chapa de aço de 8mm ligada ao betão. Relativamente aos pilares extremos, exibem uma secção transversal circular vazada em betão armado com 2,5m de diâmetro e uma espessura de 2,50m. Apresentam alturas que variam entre os 18m e os 20m e são dotados de aparelhos de apoio que permitem a rotação do tabuleiro mas fixos para deslocamentos nas direcções longitudinal e transversal.

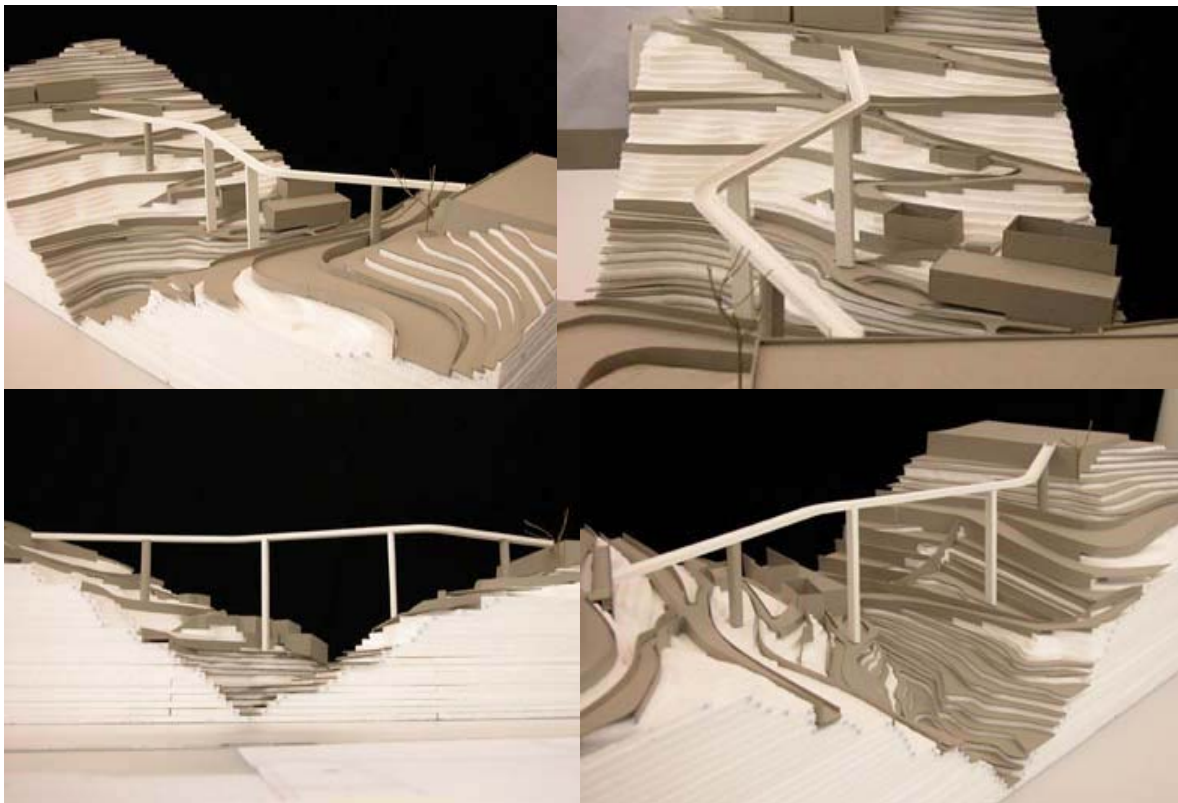


Figura 5.2. – Maqueta: Diversas perspectivas da Ponte [42]

5.4. CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA

O tabuleiro da Ponte desenvolve-se a uma cota constante em todo o seu comprimento e é essencialmente constituído por duas vigas metálicas de alma cheia que, em conjunto com a estrutura transversal que suporta o pavimento, formam uma secção transversal em “U” ao longo dos 5 vãos. Em planta, a Ponte descreve um “S” com três troços rectos unidos por pequenas curvas circulares localizados nos 2º e 4º vãos, sendo os 1º, 3º e 5º vãos totalmente rectos, conforme se apresenta na

Figura 5.3. A ponte está desta forma dividida em cinco troços contínuos com 42,267m, 48,406m, 49m, 49,302m e 31,769m, perfazendo o comprimento total de 220,744m, medidos segundo o eixo longitudinal da Ponte [43].

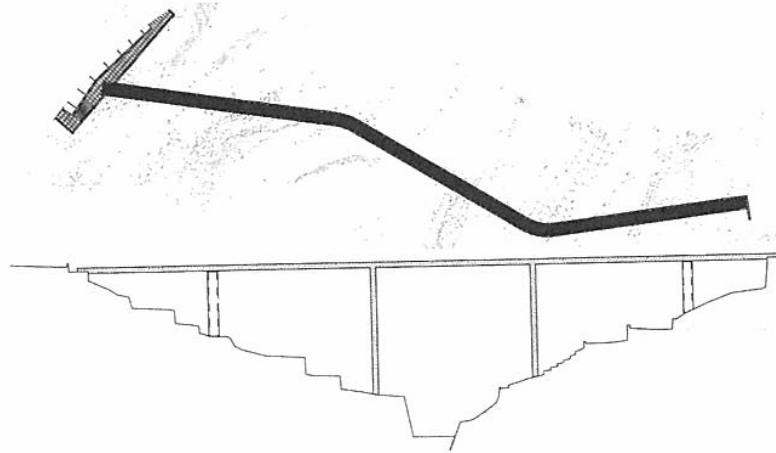


Figura 5.3. – Planta e alçado [43]

As duas vigas metálicas longitudinais apresentam uma secção transversal constituída por dois banzos descentrados de uma alma vertical e por duas células diagonais e proporcionam uma largura útil ao tabuleiro de 3,5m entre banzos. A estabilização dos banzos comprimidos da secção transversal da Ponte é assegurada pelo efeito de pórtico dos “U” formados pelas nervuras verticais em $\frac{1}{2}$ HEA 450 e pelos perfis transversais (carlingas) em HEB 300. A estabilização da Ponte face às acções horizontais faz-se à custa de um contraventamento horizontal em cruz de Santo André localizado sob o pavimento da Ponte e materializado com perfis tubulares $100 \times 100 \times 6$ e $150 \times 100 \times 10$. Este contraventamento une as duas longarinas de modo a formar uma viga deitada que distribui pelos pilares e encontros as acções horizontais aplicadas ao tabuleiro. O pavimento em madeira é suportado por um conjunto de madres longitudinais em HEA 100 que por sua vez se apoiam nas carlingas (ver Figura 5.4.) [43].

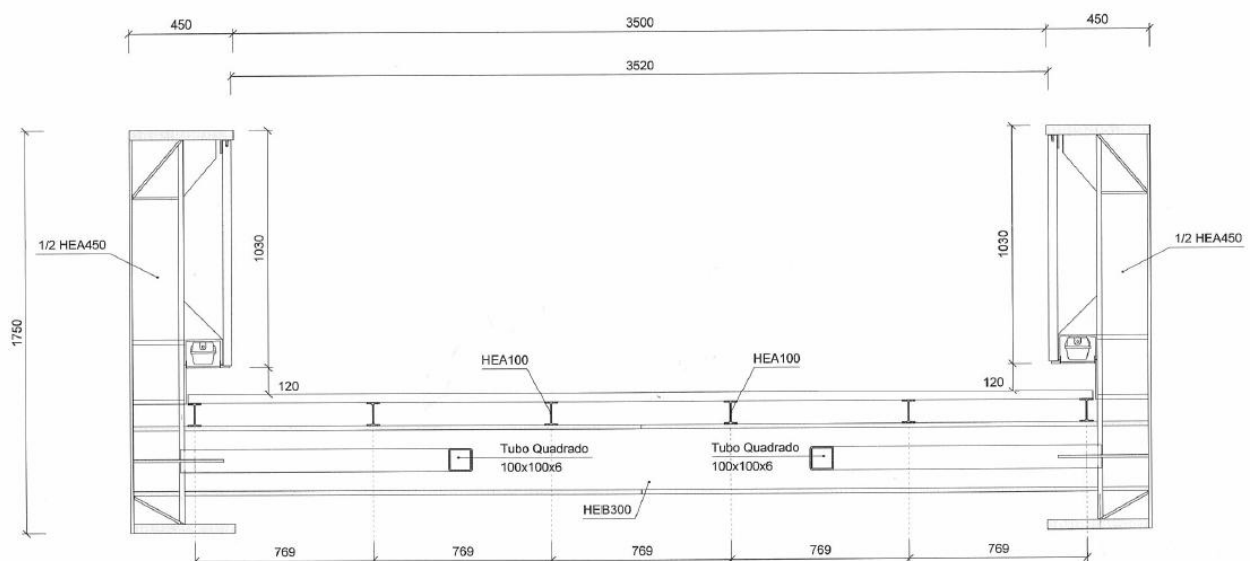


Figura 5.4. – Secção transversal

5.5. ANÁLISE ESTRUTURAL DA PONTE

A modelação numérica da Ponte Pedonal sobre a Ribeira da Carpinteira foi realizada com o recurso ao programa de cálculo Robot Millennium v.16.1. O objectivo do estudo foi investigar a resposta da Ponte quando sujeita às acções pedonais mais frequentes, e posteriormente comparar os resultados obtidos com os valores limites fixados pelas normas descritas na secção 2.2.4., com o intuito de prever a necessidade da instalação de TMD's.

A fim de analisar dinamicamente a estrutura, foi decidido estudar unicamente o tramo central da Ponte, com 49m de extensão, uma vez que é o troço que apresenta maior flexibilidade quando comparado com os restantes, conduzindo a uma frequência natural própria mais próxima da frequência de excitação provocada pelos peões.

5.5.1. GEOMETRIA DO MODELO

Todos os elementos foram modelados por elementos finitos de barra posicionados de forma criteriosa para reproduzir na perfeição a estrutura real. Refira-se também que todas as barras que compõem a Ponte foram discretizadas em vários elementos finitos com vista à obtenção de resultados satisfatórios.

A chave para uma análise dinâmica com sucesso baseia-se na apropriada modelação das condições de apoio. Encastrados na base, os pilares centrais foram ligados à estrutura metálica de forma a garantir a continuidade total dos esforços e deformações, isto é, os pilares foram anexos rigidamente ao tabuleiro. De referir ainda, que a definição da secção transversal dos pilares centrais tem por base uma secção oca, rectangular, metálica e de espessura constante que provoque a mesma rigidez à flexão que a secção transversal real (ver secção 5.3.).

Um aspecto importante na modelação da estrutura consiste na determinação do material e nas propriedades dos seus componentes. Para o dimensionamento, admitiu-se que todas as barras são feitas em aço da classe S355, cujas propriedades estão descritas no Quadro 5.1.

Quadro 5.1. – Propriedades do material

Módulo de Elasticidade – E (GPa)	210
Módulo de Distorção – G (GPa)	81
Coefficiente de Poisson – ν	0,3
Peso Volúmico (kN/m ³)	77,01
Coefficiente de Expansão Térmica (1/°C)	$1,2 \times 10^{-5}$

As figuras 5.5. a 5.8. mostram diversas perspectivas do tramo central em estudo, alusivas à modelação da estrutura.

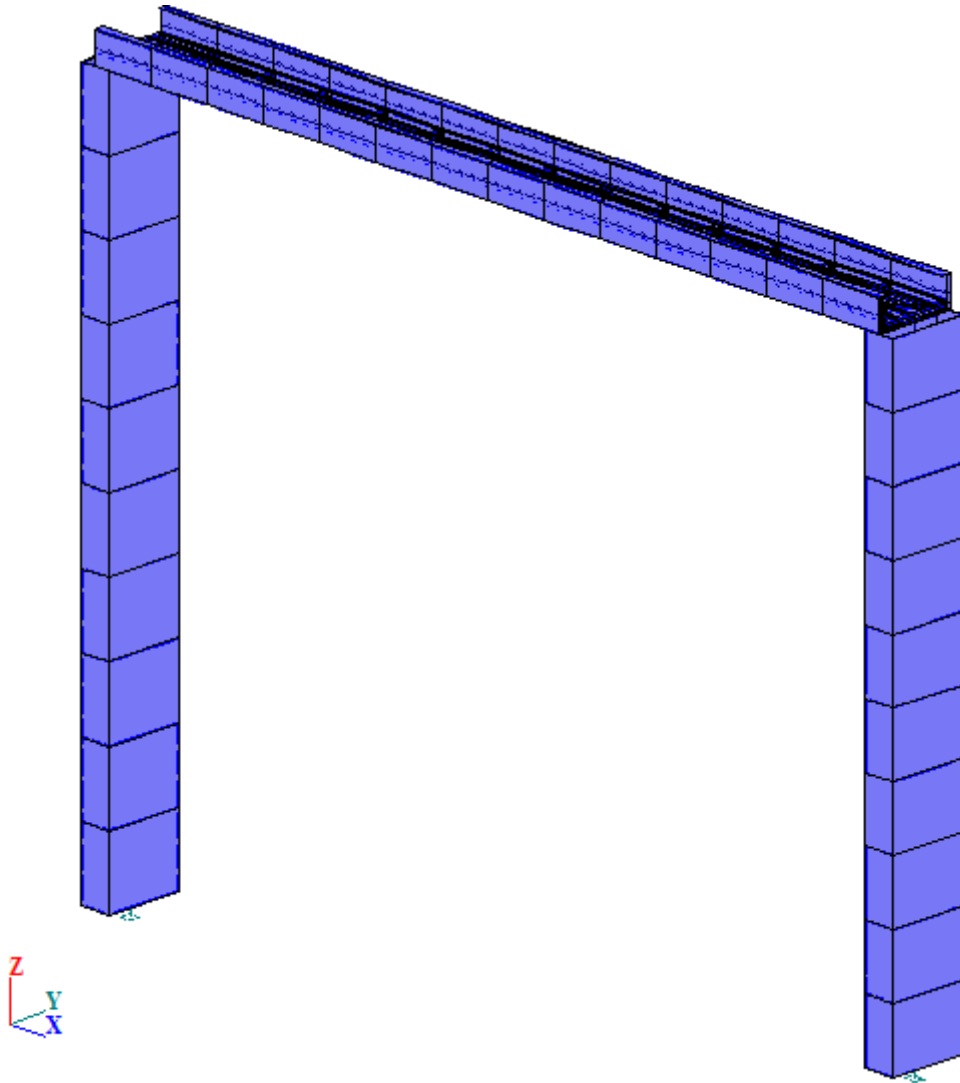


Figura 5.5. – Vista geral

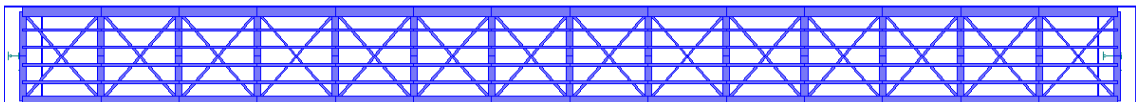


Figura 5.6. – Vista de cima

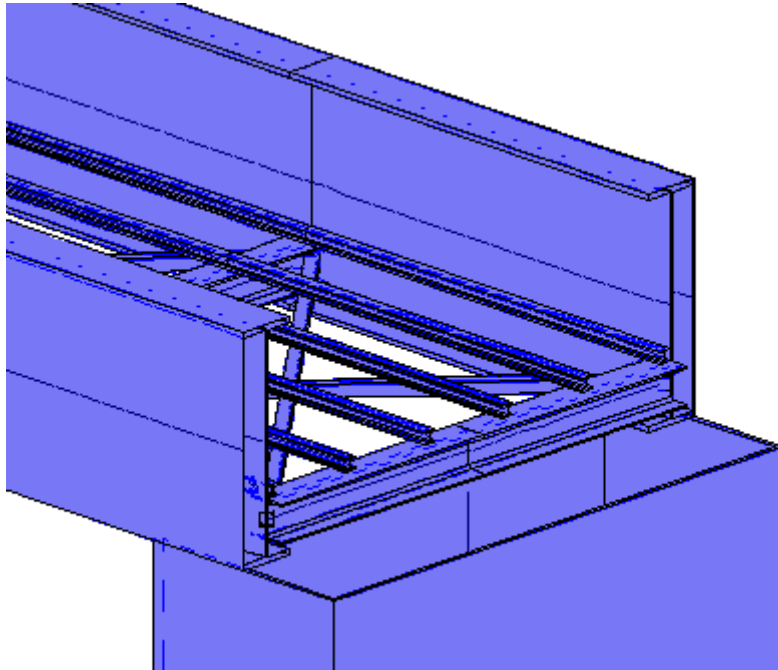


Figura 5.7. – Pormenor da vista geral

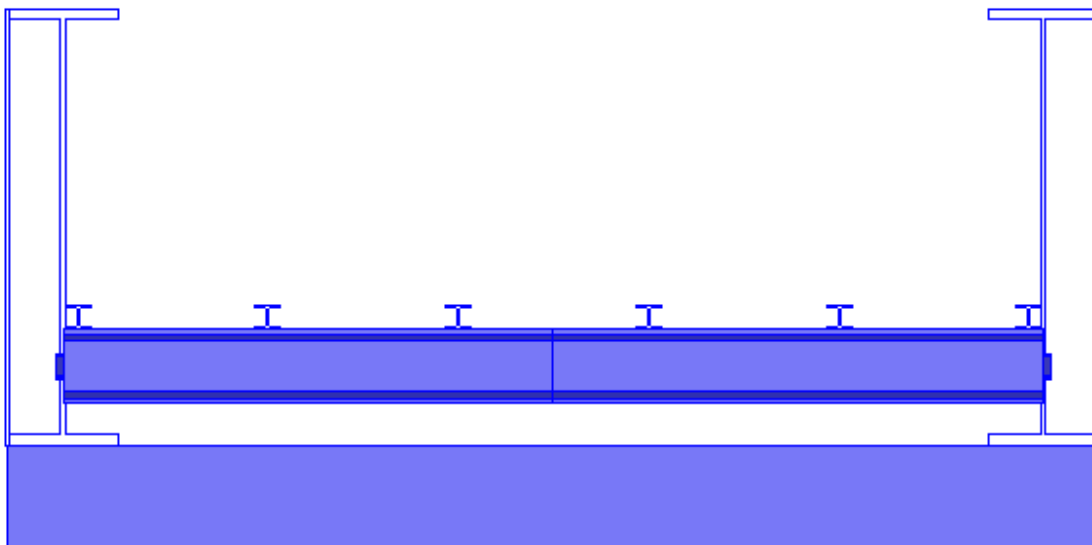


Figura 5.8. – Vista frontal

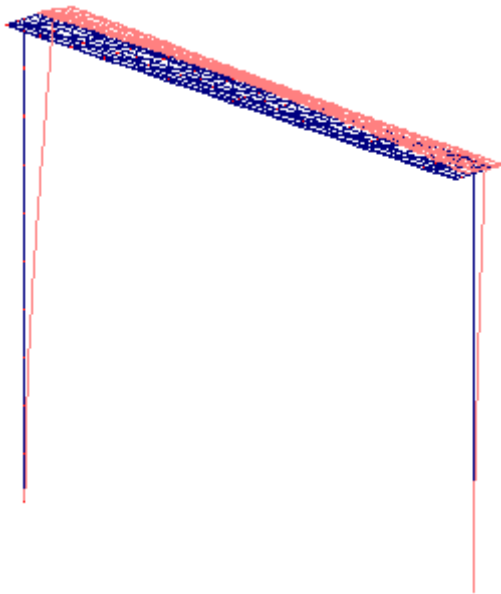
5.5.2. COMPORTAMENTO DINÂMICO

Para o cálculo das frequências naturais da estrutura, foi considerado um peso adicional que tem em linha de conta o peso das ligações e o peso inerente aos revestimentos. Considerou-se que o peso das ligações constitui 15% do peso da estrutura por unidade de comprimento e admitiu-se ainda, uma altura de 5cm para o pavimento em madeira ($\rho = 500Kg / m^3$).

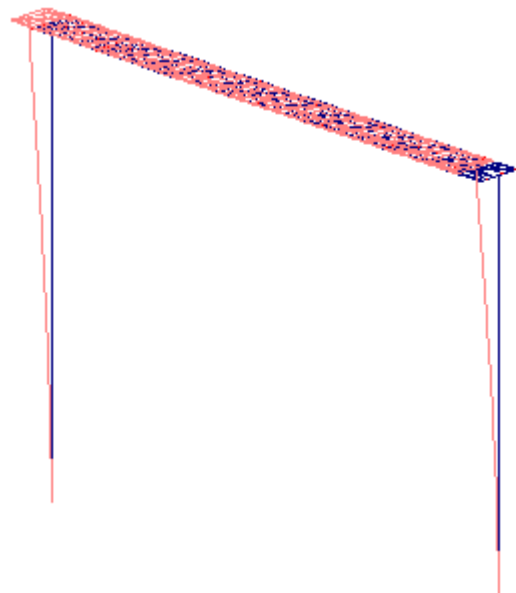
O Quadro 5.2. indica os valores das primeiras cinco frequências naturais teóricas da Ponte e a Figura 5.9. ilustra os respectivos modos de vibração.

Quadro 5.2. – Frequências naturais teóricas da estrutura

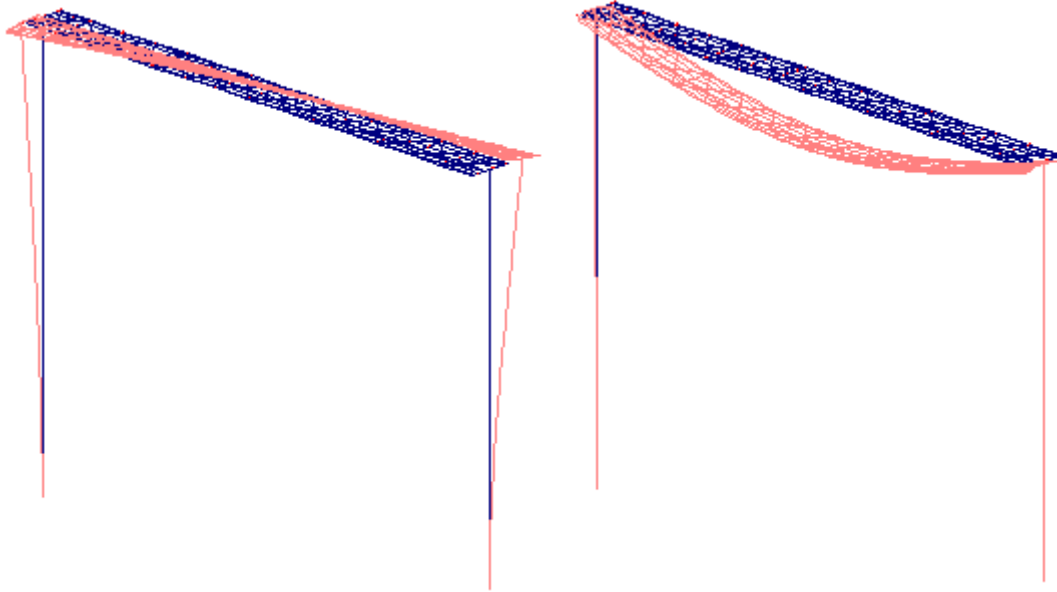
N.º do Modo	Tipo do Modo	Frequência Calculada (Hz)	Rigidez Modal (kN/m)	Massa Modal (ton)	Constante de Amortecimento (Ns/m)
1	1º Lateral	1,21	5644,78	97,66	7424,75
2	1º Longitudinal	1,31	10022,10	147,93	12176,08
3	2º Lateral	1,71	8432,81	73,05	7848,67
4	1º Vertical	1,92	6316,14	43,4	5235,65
5	1º Torção	2,17	7147,85	38,45	5242,47



Modo 1

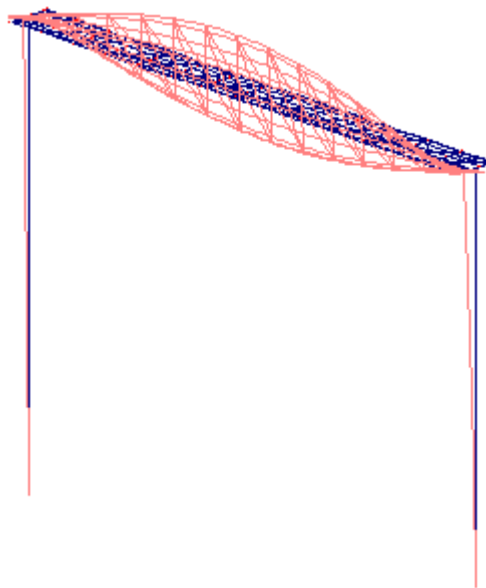


Modo 2



Modo 3

Modo 4



Modo 5

Figura 5.9. – Modos de vibração

É de salientar que o 6^{to} modo de vibração não foi contabilizado para o estudo do comportamento dinâmico da Ponte, uma vez que apresenta uma frequência natural acima dos valores máximos efectuáveis pelo ser humano neste tipo de estruturas (3,5Hz em corrida). De referir ainda, que os primeiros cinco modos de vibração calculados, apresentam frequências fundamentais inferiores ao limite mínimo considerado para a corrida (2,5Hz).

5.5.3. IDENTIFICAÇÃO DOS NÍVEIS DE VIBRAÇÃO DA ESTRUTURA

Nesta secção, procurou-se obter a resposta máxima da Ponte em termos de deslocamentos e acelerações, para determinadas situações de carregamento dinâmico. Admitiu-se para o tempo de integração, isto é, o tempo que a força de excitação actua dinamicamente sobre a estrutura, um valor igual a 100s. O intervalo de integração foi definido de acordo com

$$\Delta T = \frac{1/f}{10} \quad (5.1.)$$

em que f representa a maior frequência fundamental da estrutura em análise. No presente caso, $f = 2,17Hz$. Em resultado, o intervalo de integração considerado foi de 0,04s.

Constatou-se que, para o tempo de integração referido, os valores de aceleração e deslocamento fornecidos pelo programa de cálculo, são muito próximos dos valores teóricos dados pelas expressões (2.34.) e (2.35.) (ver secção 2.4.3.2.). É todavia de assinalar, que a comparação dos referidos valores está indicada no Quadro 5.8.

De referir ainda que, com vista à determinação dos níveis de vibração da estrutura metálica, adoptou-se para a mesma um coeficiente de amortecimento de 0,5%.

5.5.3.1. Resposta da Ponte para a acção isolada de um peão

Resposta transversal da Ponte

Recorreu-se ao Quadro 2.7. (ver secção 2.2.5.) para caracterizar a componente transversal que o peão exerce dinamicamente à estrutura durante o andar. Considerou-se um peão de peso $G = 800N$ actuando com uma frequência de passada $f_p = 2,42Hz$ no antinodo do modo de vibração correspondente (modo 1). O facto de se ter considerado uma frequência de passada de 1,21Hz, resultou de se ter procurado fazer coincidir a frequência da excitação com a frequência fundamental da estrutura, de modo a obter-se a maior resposta da Ponte por efeito de ressonância. Assim, a força dinâmica lateral aplicada pelo transeunte é dada por

$$F_{ht}(t) = 40 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot 1,21 \cdot t) [N] \quad (5.2.)$$

A Figura 5.10. representa a evolução da resposta da estrutura em termos de deslocamento e aceleração mediante a actuação da força descrita em (5.2.). O Quadro 5.3. indica os correspondentes valores máximos obtidos.

Quadro 5.3. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada

Deslocamento Estático (cm)	0,009
Aceleração Máxima (cm/s ²) ^(*)	4,0077
Deslocamento Dinâmico Máximo (cm) ^(*)	0,0695

^(*) Para $t = 100s$

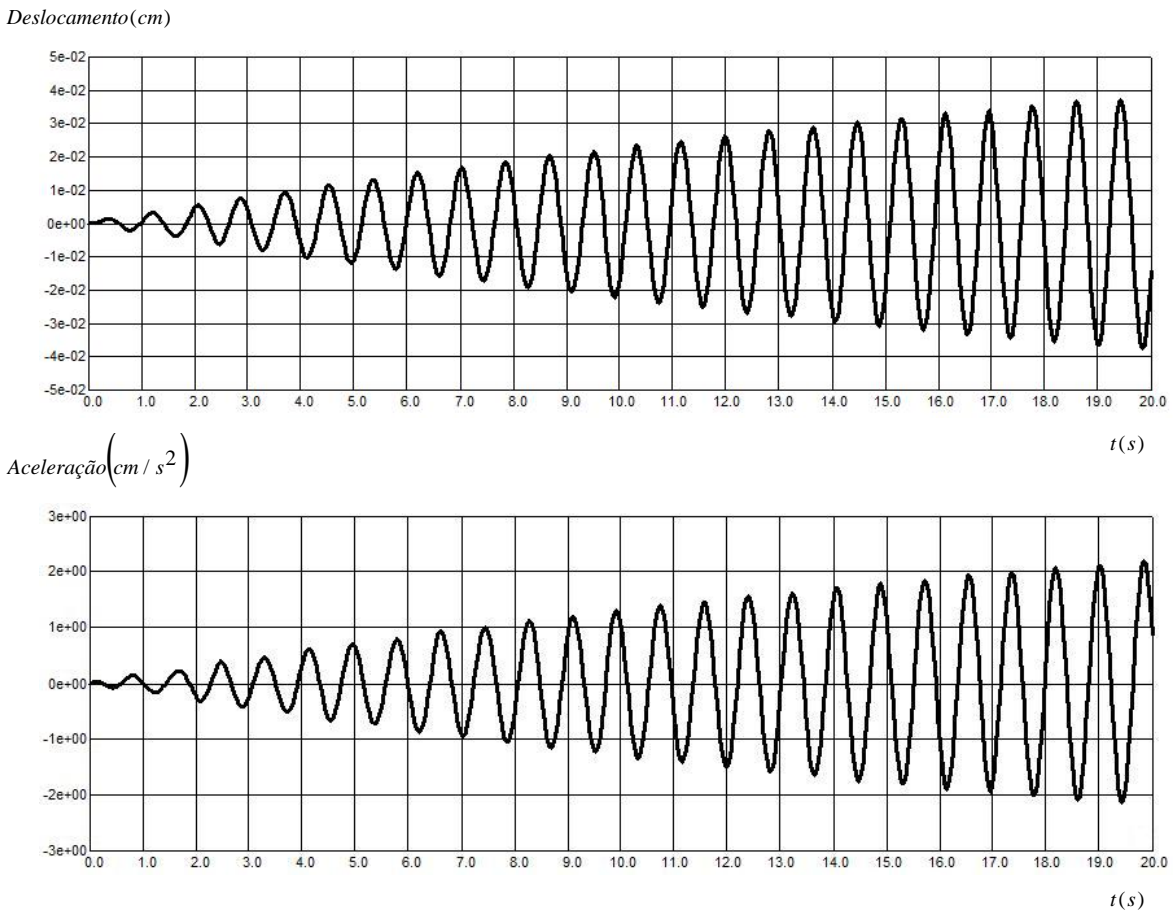


Figura 5.10. – Resposta transversal da estrutura para a acção isolada de um peão

Procedeu-se da mesma forma para identificar os níveis de oscilação máximos do segundo modo de vibração lateral (modo 3). A força dinâmica transversal foi colocada no ponto de maior deslocamento modal do modo de vibração em causa, com uma frequência de excitação igual a 1,71Hz. Neste contexto, o valor da força sinusoidal é definida por

$$F_{ht}(t) = 40 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot 1,71 \cdot t) [N] \quad (5.3.)$$

A Figura 5.11. caracteriza a evolução da resposta da estrutura em termos de deslocamento e aceleração. O Quadro 5.4. indica os respectivos valores máximos obtidos.

Quadro 5.4. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada

Deslocamento Estático (cm)	0,006
Aceleração Máxima (cm/s^2) ^(*)	5,2515
Deslocamento Dinâmico Máximo (cm) ^(*)	0,0453

^(*) Para $t = 100s$

Deslocamento(cm)

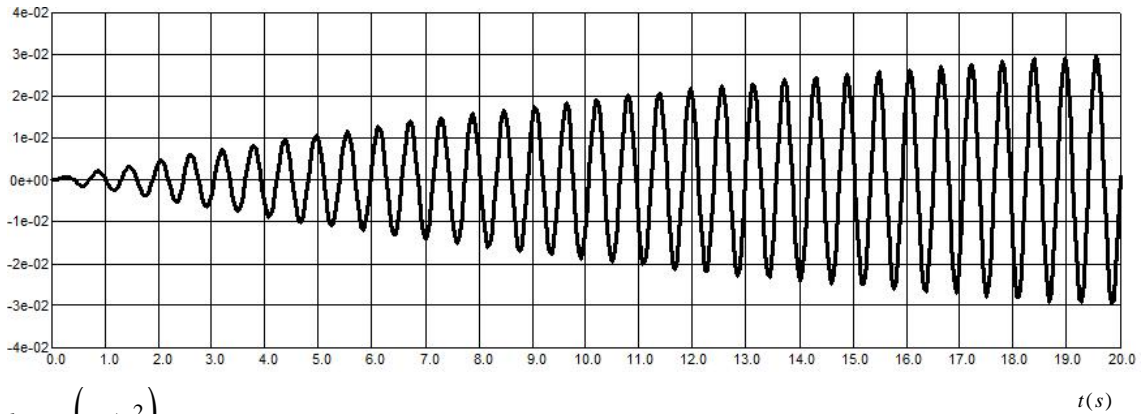
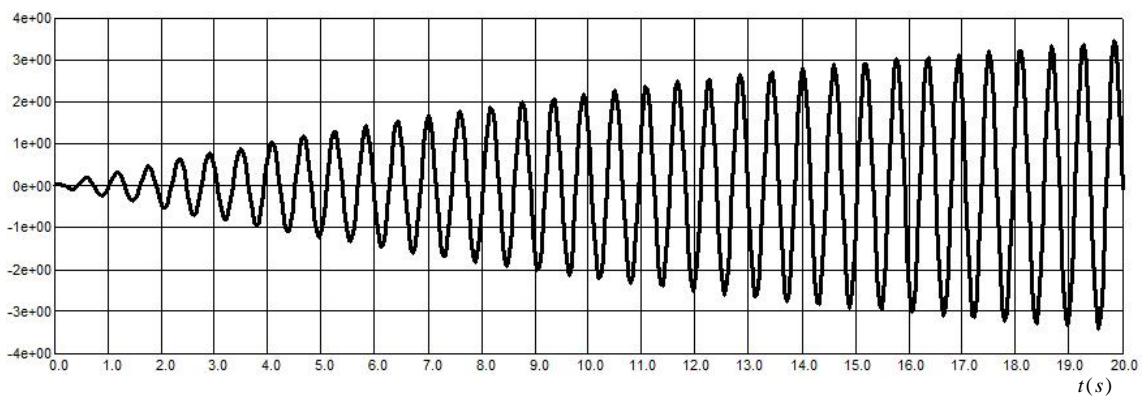
Aceleração(cm/s^2)

Figura 5.11. – Resposta transversal da estrutura para a acção isolada de um peão

Resposta longitudinal da Ponte

Com o intuito de quantificar a componente longitudinal da força transmitida pelo peão à Ponte durante o andar consultou-se o Quadro 2.7. Considerou-se um peão de peso $G = 800N$ actuando com uma frequência de passada $f_p = 1,31Hz$. A força foi aplicada no antinodo do modo de vibração em estudo (modo 2), conseguindo-se desta forma, obter a resposta máxima da estrutura em termos dinâmicos. A força pulsatória é expressa por

$$F_{hl}(t) = 160 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot 1,31 \cdot t) [N] \quad (5.4.)$$

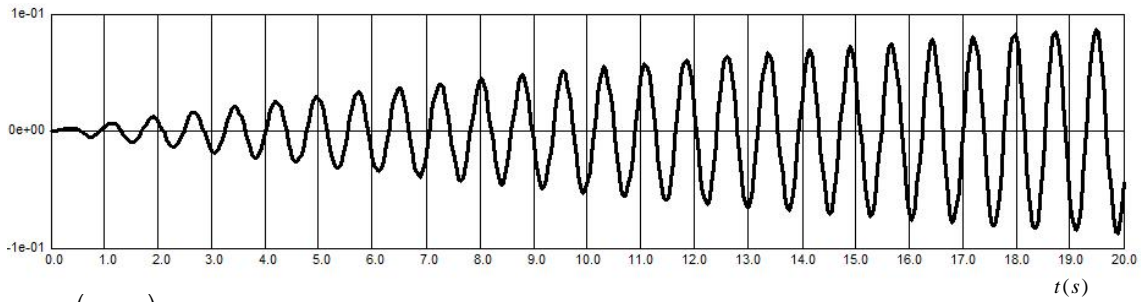
A Figura 5.12. ilustra a evolução da resposta da estrutura em termos de deslocamento e aceleração. O Quadro 5.5. mostra os respectivos valores máximos obtidos.

Quadro 5.5. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada

Deslocamento Estático (cm)	0,0017
Aceleração Máxima (cm/s^2) (*)	10,5277
Deslocamento Dinâmico Máximo (cm) (*)	0,1555

(*) Para $t = 100s$

Deslocamento(cm)



Aceleração (cm / s²)

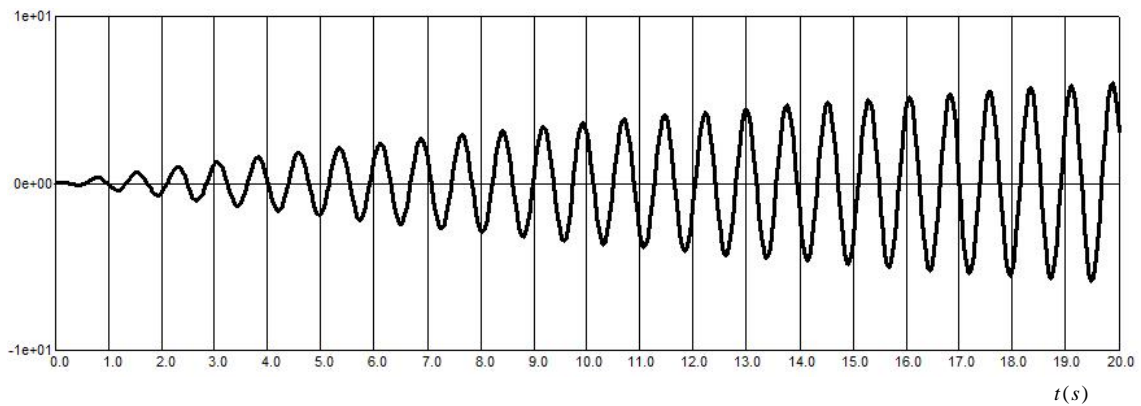


Figura 5.12. – Resposta longitudinal da estrutura para a acção isolada de um peão

Resposta vertical da Ponte

Com o objectivo de quantificar numericamente a componente vertical da força exercida pelo peão sobre a estrutura quando está em movimento, aplicou-se a expressão que consta no Quadro 2.7. Considerou-se um peão de peso igual a 800N, a exercitar a estrutura no ponto de máxima amplitude da configuração de modo de vibração respectivo (modo 4), com uma frequência de excitação igual a 1,92Hz. A evolução do valor da força ao longo do tempo é dada pela seguinte função de carga

$$F_v(t) = 320 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot 1,92 \cdot t) [N] \quad (5.5)$$

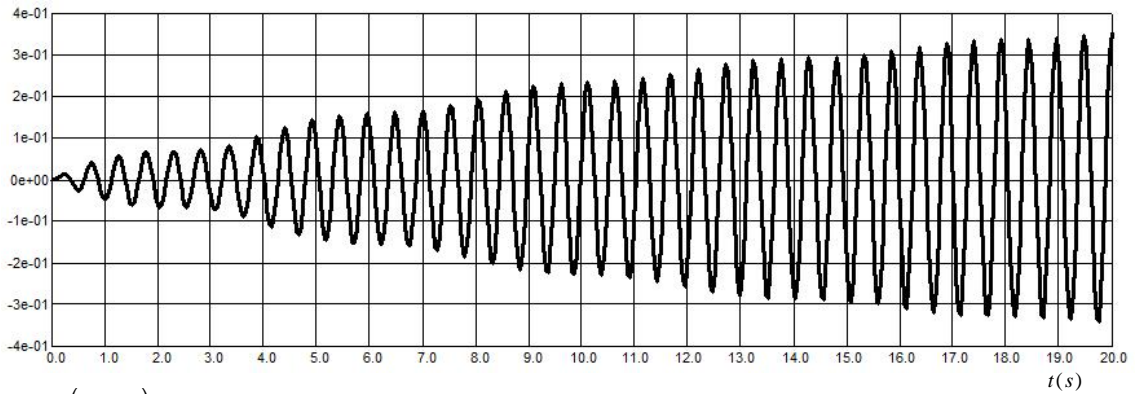
A Figura 5.13. indica a evolução da resposta da estrutura em termos de deslocamento e aceleração. O Quadro 5.6. indica os referentes valores máximos obtidos.

Quadro 5.6. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada

Deslocamento Estático (cm)	0,0098
Aceleração Máxima (cm/s ²) ^(*)	72,8039
Deslocamento Dinâmico Máximo (cm) ^(*)	0,5038

^(*) Para $t = 100s$

Deslocamento(cm)



Aceleração(cm / s^2)

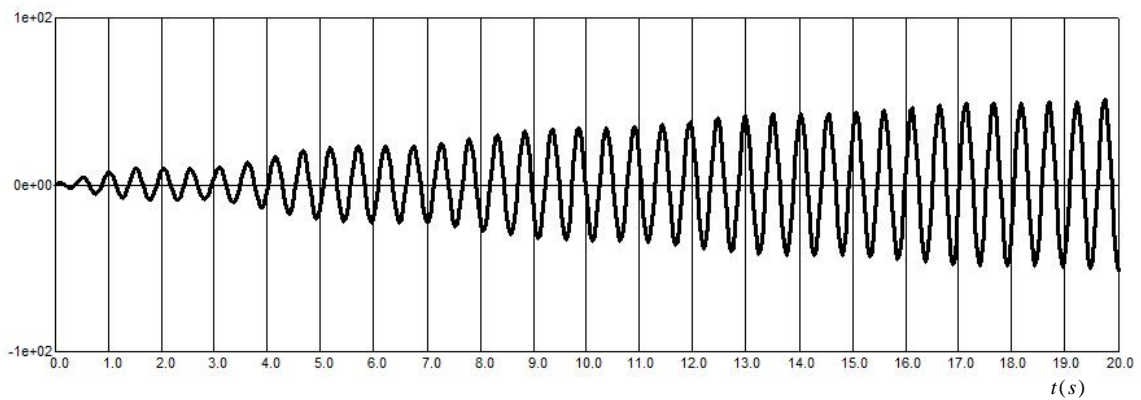


Figura 5.13. – Resposta vertical da estrutura para a acção isolada de um péo

Para analisar dinamicamente a resposta da estrutura à torção, considerou-se uma força sinusoidal de amplitude igual a 320N colocada no antinodo do modo de vibração a controlar (modo 5) com uma frequência de excitação de 2,17Hz. Nestas condições, a expressão que descreve o valor da força actuante é dada por

$$F_v(t) = 320 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot 2,17 \cdot t) [N] \quad (5.6.)$$

A Figura 5.14. caracteriza a evolução da resposta da estrutura em termos de deslocamento e aceleração. O Quadro 5.7. indica os respectivos valores máximos obtidos.

Quadro 5.7. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada

Deslocamento Estático (cm)	0,0099
Aceleração Máxima (cm/s^2) (*)	80,6089
Deslocamento Dinâmico Máximo (cm) (*)	0,4316

(*) Para $t = 100s$

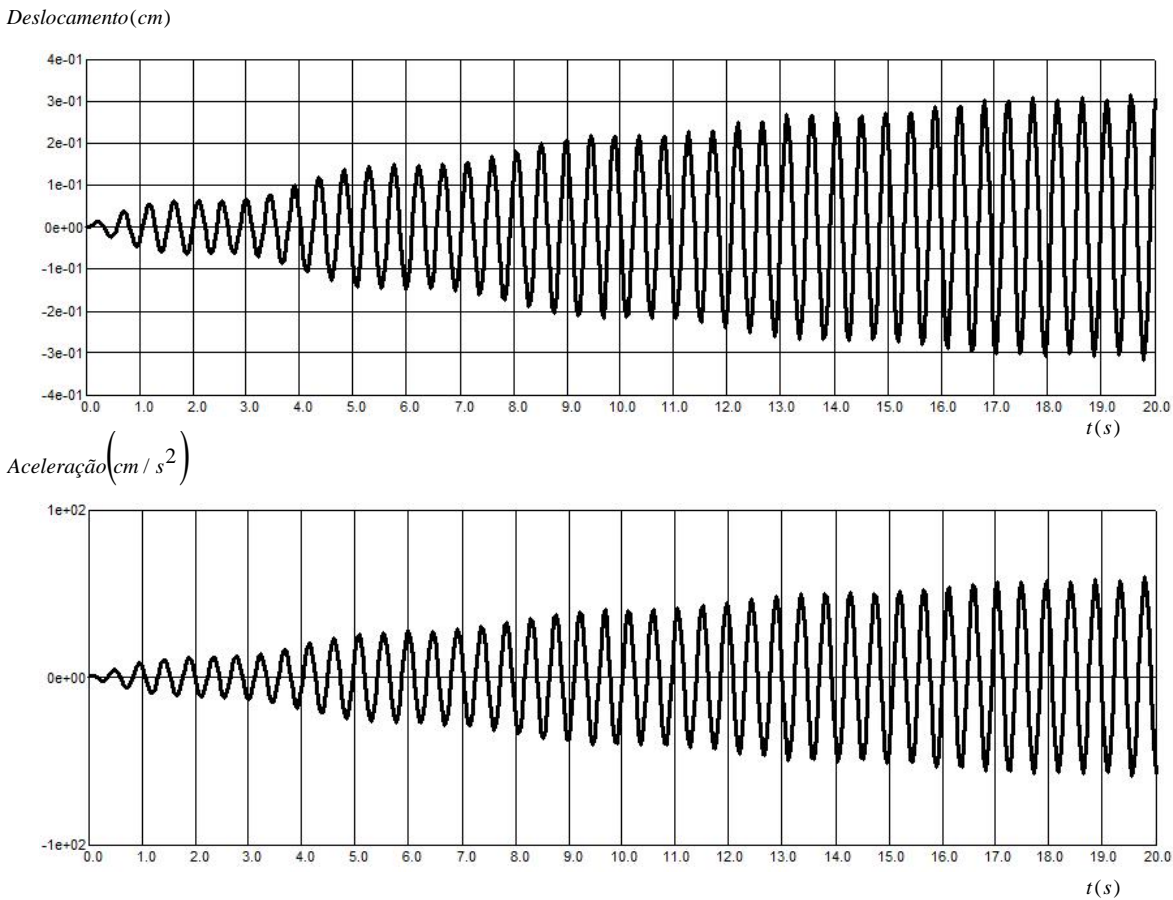


Figura 5.14. – Resposta vertical da estrutura para a acção isolada de um peão

Tal como foi mencionado, o Quadro 5.8. resume as respostas máximas da estrutura para cada modo de vibração, obtidas mediante a aplicação do programa de cálculo estrutural, e com o recurso às expressões (2.34.) e (2.35.) anteriormente definidas. Repare-se que em todos os casos estudados, a aceleração máxima bem como o deslocamento máximo apresentados pelo Robot, são inferiores ao valor teórico registado em cada caso. Contudo, considera-se que os valores obtidos constituem uma boa aproximação face aos valores denominados como exactos.

Quadro 5.8. – Comparação entre os valores de pico do deslocamento e da aceleração determinados teoricamente e calculados pelo Robot

N.º do Modo	Aceleração Teórica Máxima (cm/s ²)	Aceleração Calculada pelo Robot (cm/s ²) (*)	Deslocamento Teórico Máximo (cm)	Deslocamento Calculado pelo Robot (cm) (*)
1	4,0960	4,0077	0,0709	0,0695
2	10,8177	10,5277	0,1601	0,1555
3	5,4603	5,2640	0,0473	0,0456
4	73,7272	72,8039	0,5044	0,5038
5	83,2303	80,6089	0,4467	0,4316

(*) Para $t = 100s$

5.5.3.2. Resposta da Ponte para a acção simultânea de vários peões

Com vista à quantificação dos níveis de oscilação que a estrutura fica sujeita quando é atravessada por um conjunto de pessoas em andamento, é necessário em primeiro lugar, determinar o nível de tráfego que a mesma pode suportar, tendo em linha de conta a identificação da classe da Ponte (ver secção 2.3.3.1.). Para além disso, deve-se avaliar em que intervalo se encontra a frequência fundamental que se pretende analisar, de forma a quantificar o risco de ressonância associado (ver secção 2.2.3.3.).

Tendo presente a classe da ponte e o respectivo intervalo, é possível determinar os casos de carga a considerar, recorrendo ao Quadro 2.10.

O Quadro 5.9. resume os casos de carga a considerar em cada modo de vibração.

Quadro 5.9. – Casos de carga

N.º do Modo	Tipo do Modo	Frequência Calculada (Hz)	Classe	Intervalo	Caso de Carga
1	1º Lateral	1,21	II	2	Caso 1
2	1º Longitudinal	1,31	II	2	Caso 1
3	2º Lateral	1,71	II	3	Caso 3
4	1º Vertical	1,92	II	1	Caso 1
5	1º Torção	2,17	II	2	Caso 1

Na secção 2.3.3.5. referiu-se o valor da carga por unidade de área que deve ser aplicada em cada direcção de vibração, referente a uma multidão de pessoas que se movimenta aleatoriamente ao longo do tabuleiro da Ponte. Realçou-se também que a amplitude da força actuante depende do caso de carga correspondente.

O Quadro 5.10. sintetiza os parâmetros caracterizadores da acção para cada caso de carga. O Quadro 5.11. define o valor da carga por unidade de superfície que deve ser aplicada em cada modo de vibração bem como o respectivo valor por unidade de comprimento. É de salientar que a força uniformemente distribuída por unidade de comprimento deduz-se da carga por unidade de área, considerando uma largura efectiva do tabuleiro ($b_{eff} = 3,5m$), que traduz a zona útil passível de ser transitada pelos peões.

À excepção do segundo e terceiro modo de vibração, a carga por unidade de comprimento foi aplicada longitudinalmente nas vigas metálicas ao longo do seu eixo e em toda a sua extensão. Relativamente ao modo de vibração longitudinal, considerou-se uma força uniformemente distribuída em todas as carlingas, considerando para a mesma, uma área de influência de 3,5m. No que respeita ao terceiro modo de vibração, tomou-se duas cargas laterais de sentidos opostos, cada uma aplicada numa viga principal, actuando até o centro de rotação que é intrínseco à configuração do modo de vibração em estudo.

Quadro 5.10. – Parâmetros caracterizadores da acção

N.º do Modo	Frequência (Hz)	Caso de Carga	d ($\text{pessoas} / \text{m}^2$)	ξ	ψ	Área efectiva S (m^2)	Número de pessoas $N = S \times d$
1	1,21	Caso 1	0,8	0,005	0,450	$3,5 \times 49$	137
2	1,31	Caso 1	0,8	0,005	0,443	$3,5 \times 49$	137
3	1,71	Caso 3	0,8	0,005	1	$3,5 \times 49$	137
4	1,92	Caso 1	0,8	0,005	1	$3,5 \times 49$	137
5	2,17	Caso 1	0,8	0,005	0,86	$3,5 \times 49$	137

Quadro 5.11. – Carga aplicada em cada modo de vibração

N.º do Modo	Carga por unidade de superfície (m^2)	Carga por unidade de comprimento (m)
1	$0,8215 \times \cos(7,60 \cdot t)$	$1,4376 \times \cos(7,60 \cdot t)$
2	$3,2348 \times \cos(8,22 \cdot t)$	$11,3218 \times \cos(8,22 \cdot t)$
3	$0,3651 \times \cos(10,76 \cdot t)$	$1,2779 \times \cos(10,76 \cdot t)$
4	$14,6043 \times \cos(12,09 \cdot t)$	$25,5575 \times \cos(12,09 \cdot t)$
5	$12,5597 \times \cos(13,65 \cdot t)$	$21,9794 \times \cos(13,65 \cdot t)$

Resposta transversal da Ponte

A Figura 5.15. caracteriza a evolução da resposta transversal da estrutura em termos de deslocamento e aceleração, relativos ao modo 1. O Quadro 5.12. indica os respectivos valores máximos obtidos.

Quadro 5.12. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada

Deslocamento Estático (cm)	0,0020
Aceleração Máxima (cm/s^2) ^(*)	11,6380
Deslocamento Dinâmico Máximo (cm) ^(*)	0,2013

(*) Para $t = 100s$

Deslocamento(cm)

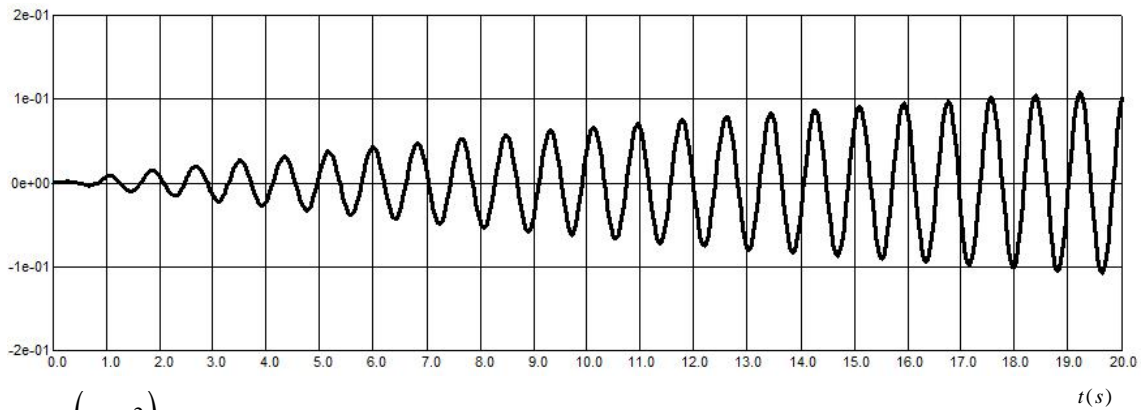
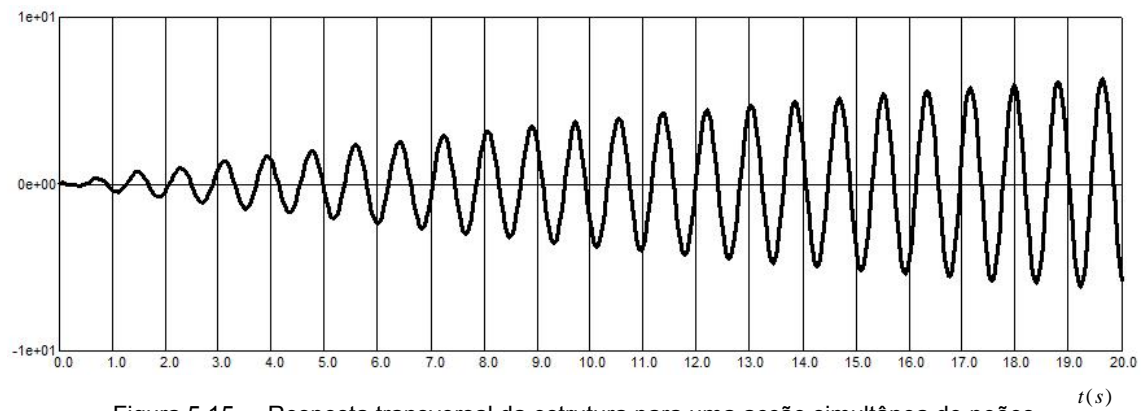
Aceleração (cm/s^2)

Figura 5.15. – Resposta transversal da estrutura para uma acção simultânea de peões

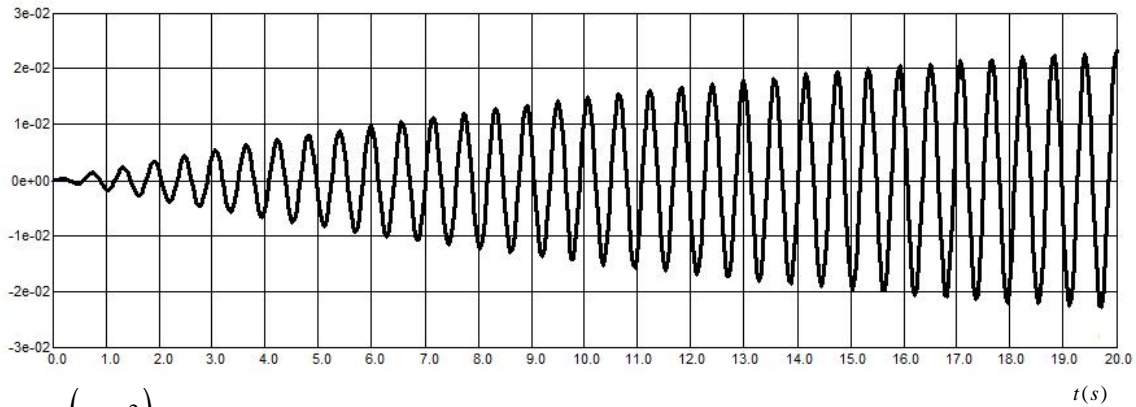
A Figura 5.16. caracteriza a evolução da resposta transversal da estrutura em termos de deslocamento e aceleração, respeitantes ao modo 3. O Quadro 5.13. indica os respectivos valores máximos obtidos.

Quadro 5.13. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada

Deslocamento Estático (cm)	0,0004
Aceleração Máxima (cm/s^2) ^(*)	4,0862
Deslocamento Dinâmico Máximo (cm) ^(*)	0,0353

^(*) Para $t = 100s$

Deslocamento(cm)



Aceleração (cm / s²)

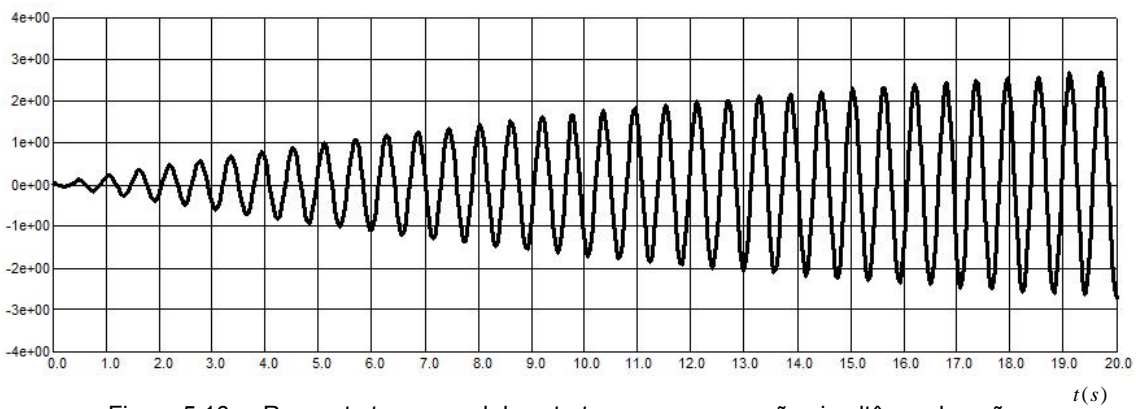


Figura 5.16. – Resposta transversal da estrutura para uma acção simultânea de peões

Resposta longitudinal da Ponte

A Figura 5.17. caracteriza a evolução da resposta longitudinal da estrutura em termos de deslocamento e aceleração, referentes ao modo 2. O Quadro 5.14. indica os respectivos valores máximos obtidos.

Quadro 5.14. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada

Deslocamento Estático (cm)	0,0067
Aceleração Máxima (cm/s ²) ^(*)	43,9132
Deslocamento Dinâmico Máximo (cm) ^(*)	0,6515

^(*) Para $t = 100s$

Deslocamento(cm)

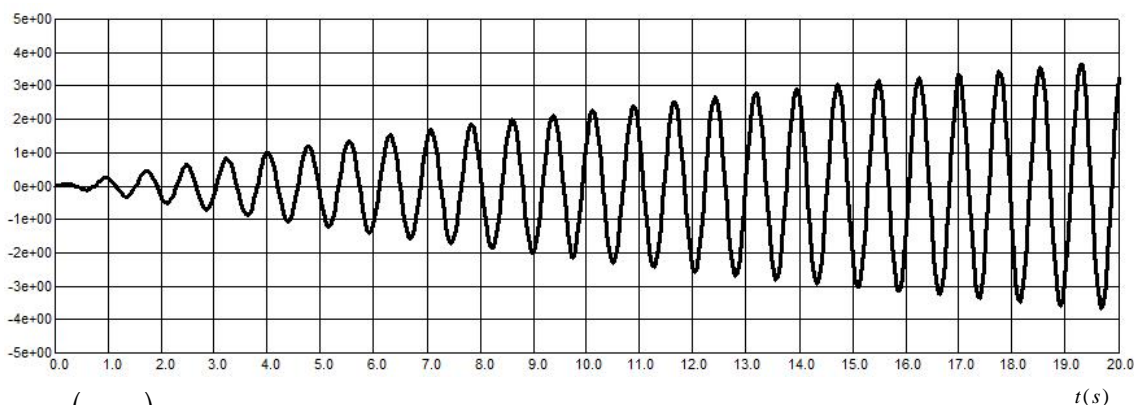
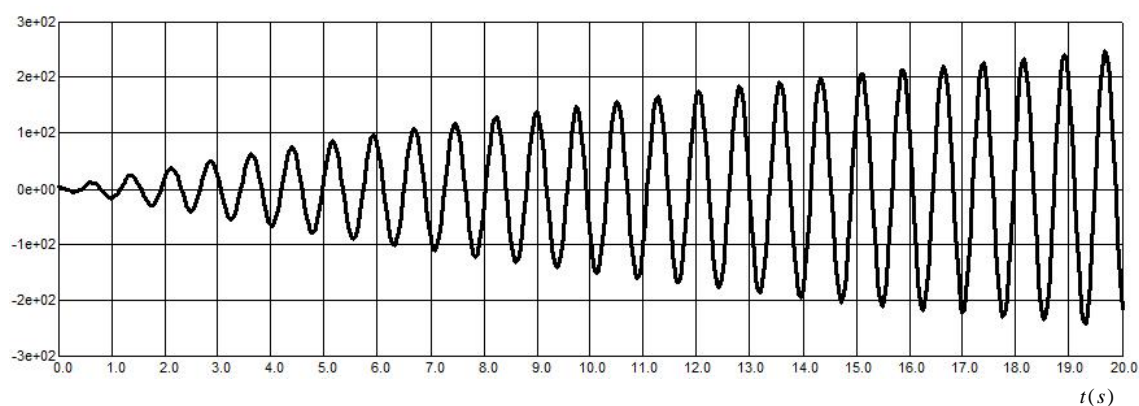
Aceleração(cm/s^2)

Figura 5.17. – Resposta Longitudinal da estrutura para uma acção simultânea de peões

Resposta vertical da Ponte

A Figura 5.18. caracteriza a evolução da resposta vertical da estrutura em termos de deslocamento e aceleração, alusivos ao modo 4. O Quadro 5.15. indica os respectivos valores máximos obtidos.

Quadro 5.15. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada

Deslocamento Estático (cm)	0,0258
Aceleração Máxima (cm/s^2) ^(*)	378,0176
Deslocamento Dinâmico Máximo (cm) ^(*)	2,5652

^(*) Para $t = 100s$

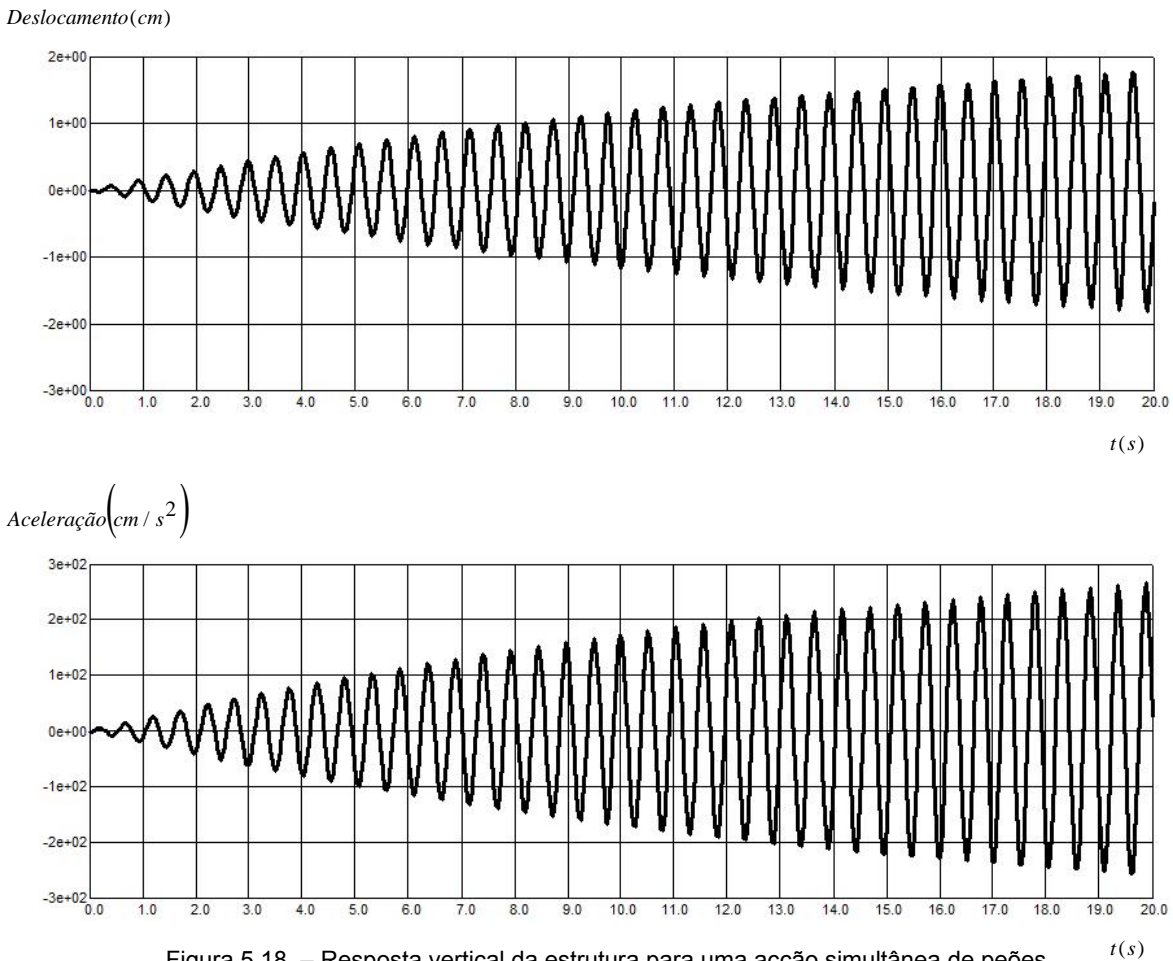


Figura 5.18. – Resposta vertical da estrutura para uma acção simultânea de peões

A Figura 5.19. caracteriza a evolução da resposta vertical da estrutura em termos de deslocamento e aceleração, relativos ao modo 5. O Quadro 5.16. indica os respectivos valores máximos obtidos.

Quadro 5.16. – Deslocamento máximo e aceleração máxima registada

Deslocamento Estático (cm)	0,0212
Aceleração Máxima (cm/s ²) ^(*)	355,8194
Deslocamento Dinâmico Máximo (cm) ^(*)	1,9094

^(*) Para $t = 100s$

Deslocamento(cm)

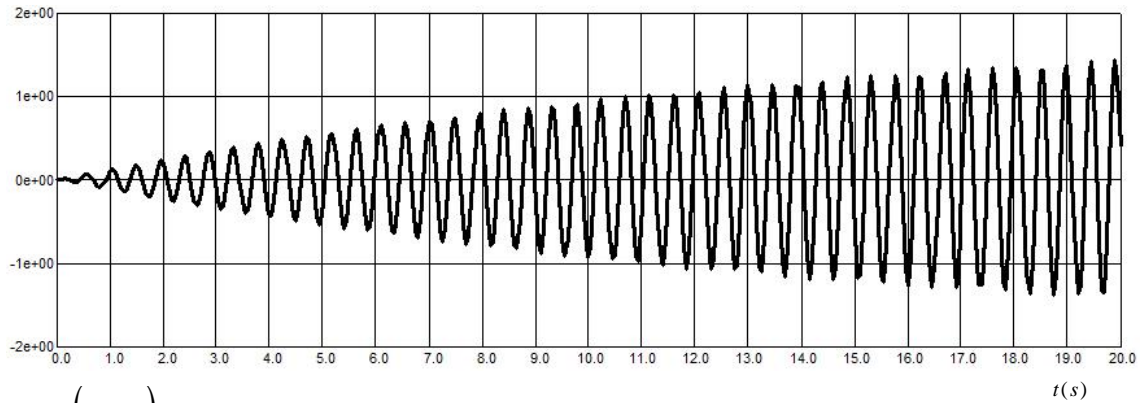
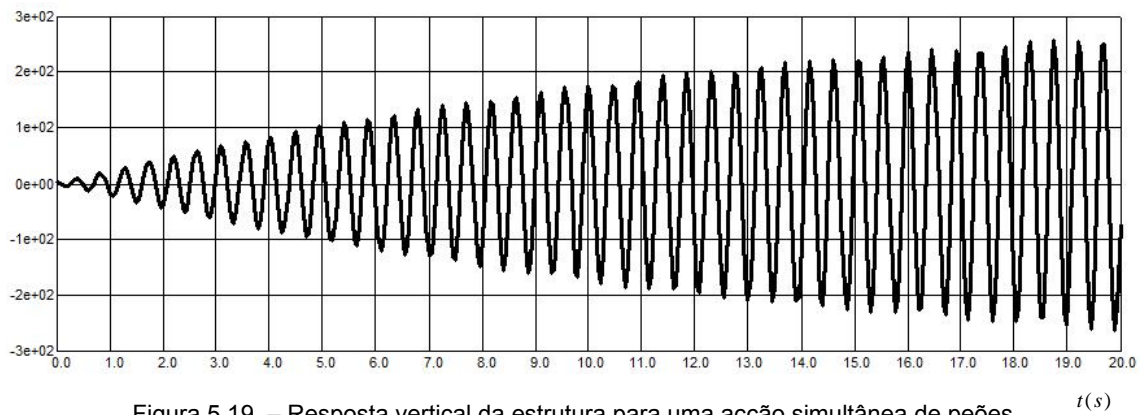
Aceleração(cm/s^2)

Figura 5.19. – Resposta vertical da estrutura para uma acção simultânea de peões

5.5.4. COMPARAÇÃO DOS NÍVEIS DE OSCILAÇÃO REGISTADOS COM AS NORMAS EXISTENTES

Importa agora analisar se, de acordo com as normas existentes na literatura, é necessário ou não adoptar medidas de controlo de vibrações excessivas, em particular, do ponto de vista do conforto humano.

Na secção 2.4.2. descreveu-se algumas normas estrangeiras que visam salvaguardar o bom funcionamento da Ponte em condições de serviço. Note-se todavia, que para confrontar os níveis de aceleração registados, optou-se apenas pela aplicação das normas que o autor considera serem actualmente as mais utilizadas no controlo das vibrações em pontes pedonais.

O Quadro 5.17. sintetiza os valores de aceleração obtidos para os dois tipos de carregamento dinâmico estudados, bem como os correspondentes limites máximos admissíveis fornecidos pelas normas apresentadas.

Quadro 5.17. – Comparação da resposta máxima obtida com os limites máximos admissíveis

Modos	Peão isolado	Multidão de pessoas	Aceleração máxima (cm/s ²)			Aceleração Obtida (cm/s ²)	Aceleração Limite (cm/s ²)	Verif.
	Aceleração (cm/s ²)	Aceleração (cm/s ²)	Norma BS 5400	Eurocódigo	Guia francesa			
1	4,0	11,6	---	20	10	11,6	10	KO
2	10,5	43,9	57,2	70	75	43,9	57,2	OK
3	5,3	4,1	---	20	10	5,3	10	OK
4	72,8	378,0	69,3	70	50	378,0	69,3	KO
5	80,6	355,8	73,7	70	75	355,8	73,7	KO

Com base no Quadro anterior, comprova-se que existem três modos de vibração que apresentam valores de aceleração superiores aos máximos fixados. No que diz respeito ao primeiro modo de vibração lateral, confirma-se que excede o limite imposto pela Guia francesa [11], que tem em consideração o fenómeno de “lock-in”. No que concerne ao quarto e quinto modos de vibração, constata-se que apresentam picos de aceleração muito acima dos valores máximos admissíveis.

Sublinhe-se ainda, que comparou-se o valor da aceleração máxima registada no modo vertical com o valor aconselhado pela norma inglesa, uma vez que o valor referido pela Guia francesa [11] é considerado pelo autor, como sendo muito restritivo.

Nestas condições, é necessário instalar um TMD nos modos de vibração em que controlo é sugerido, de forma a baixar os níveis de vibração registados para valores mais aceitáveis face às normas existentes.

5.6. CONTROLO DAS VIBRAÇÕES ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSAS SINTONIZADAS

5.6.1. DIMENSIONAMENTO DOS TMDs

Nesta secção, procede-se a uma definição preliminar das características dos amortecedores de massas sintonizadas a incluir na estrutura da Ponte, de modo a reduzir os níveis de vibração induzidos pela acção dos peões. De referir ainda, que o dimensionamento de cada TMD será efectuado de forma isolada, ignorando a eventual presença de outros TMDs destinados à atenuação de contribuições modais distintas (ver secção 4.8.).

Note-se todavia que, a que a eficiência destes aparelhos é drasticamente reduzida se a sua sintonização com a estrutura não for perfeita, o que poderá levar a alguma discrepância entre o comportamento dinâmico real e o comportamento estimado por via numérica. A definição definitiva dos parâmetros dos TMDs deverá ser efectuada mediante a medição “in-situ” das propriedades dinâmicas da Ponte [41].

5.6.1.1. Dimensionamento do TMD para o primeiro modo de vibração lateral

O procedimento para o dimensionamento de um amortecedor de massas sintonizadas está preconizado na secção 4.6. Tomando como referência o valor limite imposto pela Guia francesa [11]

$10\text{cm}/\text{s}^2$, o correspondente deslocamento máximo pode ser obtido simplificadamente pela expressão (4.26.), resultando

$$X_1 = \frac{a_{max}}{\omega_n^2} = \frac{10}{(2 \cdot \pi \cdot 1,21)^2} = 0,173\text{cm} \quad (5.7.)$$

o deslocamento estático foi obtido mediante a utilização do programa de cálculo, obtendo-se o valor

$$X_{1,est} = 0,0020\text{cm} \quad (5.8.)$$

o factor de amplificação dinâmica máximo vem dado então por

$$\frac{X_1}{X_{1,est}} = 86,5 \quad (5.9.)$$

Uma vez conhecido o valor do factor de amplificação dinâmica, utiliza-se a informação patente no ábaco da Figura 4.25. para a determinação do parâmetro μ , que neste caso é aproximadamente igual a zero. Este resultado tem a ver com a aproximação que se verifica entre o valor da aceleração máxima registada para um tempo de 100s e o limite máximo permitido.

Porém, é necessário verificar também, qual é o número máximo de peões que pode simultaneamente atravessar a Ponte, sem que se verifique uma variação excessiva da amplitude das oscilações laterais do tabuleiro. Assim, e tendo presente a expressão (2.16.), vem

$$N_L = \frac{8 \cdot \pi \cdot 0,005 \cdot 97600 \cdot 1,21}{300} \cong 50 \text{ pessoas} \quad (5.10.)$$

isto é, o fenómeno da sincronização lateral ocorre para uma densidade de pessoas igual a

$$d = \frac{50}{3,5 \times 49} = 0,3 \text{ pessoas}/\text{m}^2 \quad (5.11.)$$

o que o autor considera ser um valor particularmente baixo, dada a localização da Ponte e à atracção que esta pode exercer sobre os habitantes da cidade da Covilhã.

Ao impor uma densidade de pessoas, $d = 1 \text{ pessoas}/\text{m}^2$, estimou-se o número de peões que podem transitar ao longo da Ponte sem que se registre um significativo balanço transversal do tabuleiro, de acordo com

$$N_L = 3,5 \times 49 \cong 172 \text{ pessoas} \quad (5.12.)$$

Note-se contudo, que para verificar esta última condição, é essencial determinar o nível de amortecimento necessário, para que o fenómeno de “lock-in” não se inicie quando existem 172 pessoas a atravessar continuamente a estrutura. Deste modo, e de acordo com a expressão (3.1.), o coeficiente de amortecimento mínimo que a Ponte deve apresentar é

$$\xi = \frac{172 \times 300}{8 \times \pi \times 97600 \times 1,21} = 0,0174 \cong 2\% \quad (5.13.)$$

Tal como se referiu na secção 3.2.2., uma das formas que existem para aumentar o amortecimento de uma estrutura, tem por base a instalação de um amortecedor de massas sintonizadas. Relembre-se que as expressões (4.46.) e (4.47.) descritas na secção 4.7., permitem auferir os valores dos coeficientes de amortecimento equivalentes, relativos a cada uma das novas frequências naturais do sistema. Recorde-se também, que ao variar a proporção da massa do TMD relativamente à massa modal do modo de vibração a controlar, uma certa quantidade de amortecimento pode ser produzida. Deste modo, é preciso determinar qual é o valor da massa do TMD que é necessária implementar, de forma a garantir um coeficiente de amortecimento igual ou superior a 2% em cada um dos novos modos de vibração do sistema. O Quadro 5.18. resume as características do TMD a instalar, nomeadamente as respectivas constantes de rigidez e de amortecimento, para uma relação de massas igual a 0,004.

Quadro 5.18. – Parâmetros de dimensionamento do TMD

Modo	f_H (Hz)	M_H (kg)	μ	f_{opt} (Hz)	$\xi_{2,opt}$ (%)	f_a (Hz)	f_b (Hz)	ξ_a (%)	ξ_b (%)	m_T (kg)	k_T (N/m)	c_T (Ns/m)
1	1,21	97660	0,004	1,205	3,85	1,17	1,25	2,16	2,19	391	22400	228

Através da análise do Quadro anterior, constata-se que os coeficientes de amortecimento equivalentes ξ_a e ξ_b , associados a cada uma das novas frequências naturais do sistema f_a e f_b , apresentam valores superiores ao coeficiente de amortecimento mínimo necessário que a estrutura deve apresentar para evitar o fenómeno da sincronização lateral.

As curvas dos deslocamentos e das acelerações do sistema amortecido e do sistema não amortecido original foram obtidas de acordo com as equações (4.48.) e (4.49.) e estão ilustradas nas Figuras 5.20. e 5.21., respectivamente. Note-se contudo, que a amplitude da força dinâmica actuante, $F(\omega)$, foi obtida através da aplicação da expressão (4.52.). O Quadro 5.19. indica o respectivo valor.

Quadro 5.19. – Amplitude da força harmónica actuante

Nó	x (m)	$\phi_{\text{normalizado}}$	Δx (m)	p (N)	F (N)
3	-49	1	3,5	2,875	10,06
430	-45,5	0,9905	3,5	2,875	9,97
444	-42	0,9772	3,5	2,875	9,83
458	-38,5	0,959	3,5	2,875	9,65
472	-35	0,9352	3,5	2,875	9,41
486	-31,5	0,9054	3,5	2,875	9,11
500	-28	0,8692	3,5	2,875	8,75
514	-24,5	0,8267	3,5	2,875	8,32
528	-21	0,778	3,5	2,875	7,83
542	-17,5	0,7233	3,5	2,875	7,28
556	-14	0,6632	3,5	2,875	6,67
570	-10,5	0,5982	3,5	2,875	6,02
584	-7	0,5293	3,5	2,875	5,33
598	-3,5	0,4572	3,5	2,875	4,60
4	0	0,3825	3,5	2,875	3,85
				Σ	116,67

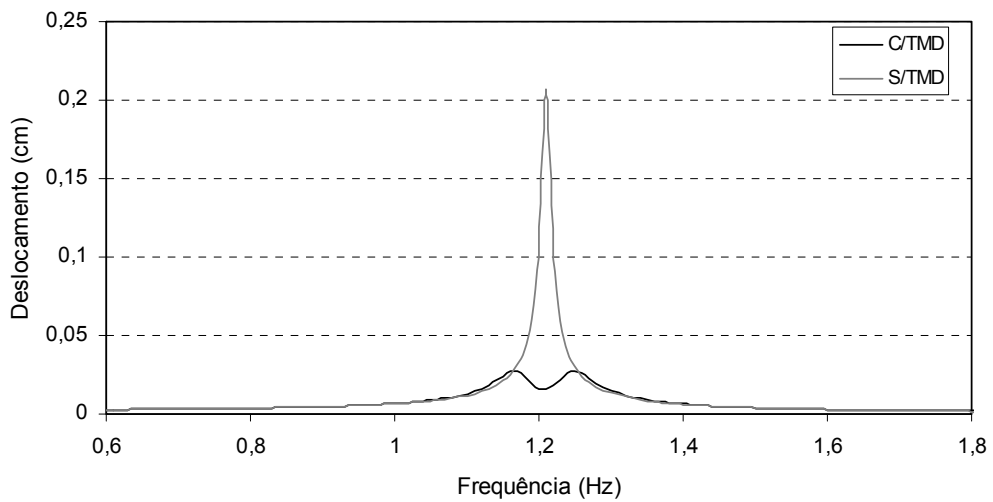


Figura 5.20. – Resposta da estrutura em termos de deslocamentos com e sem a inclusão do TMD

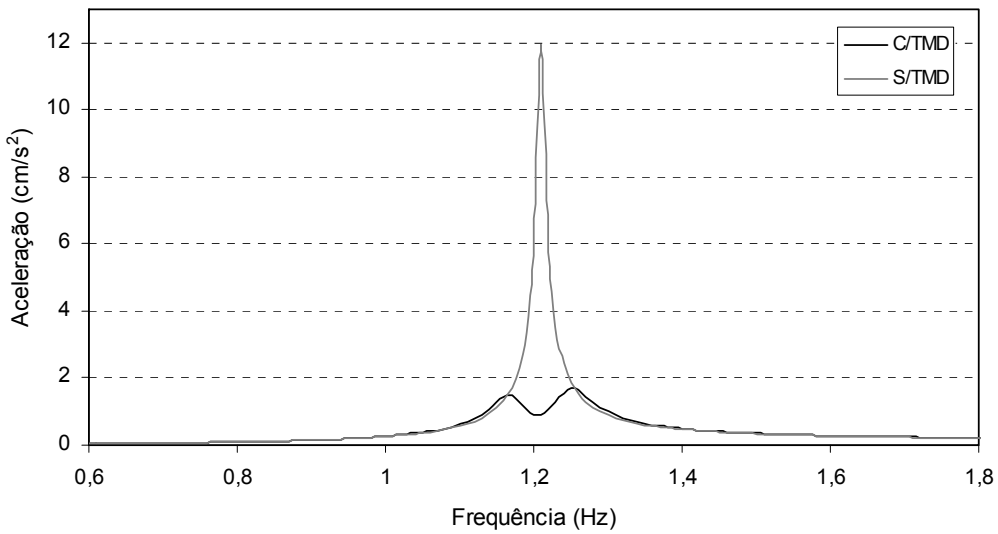


Figura 5.21. – Resposta da estrutura em termos de acelerações com e sem a inclusão do TMD

De acordo com as Figuras anteriores, constata-se que com a incorporação de um amortecedor de massas sintonizadas, as vibrações do sistema principal são atenuadas, evitando grandes deslocamentos em condições de ressonância, conduzindo deste modo, a um aumento da gama de frequências susceptíveis de serem excitadas.

O Quadro 5.20. indica a resposta da estrutura em termos de deslocamentos e acelerações antes e após a implementação do TMD, quando a Ponte é excitada quer numa frequência coincidente com a frequência própria do sistema inicial não amortecido, quer nas duas novas frequências fundamentais resultantes da aplicação do sistema de controlo.

Quadro 5.20. – Valores de deslocamento e aceleração registados com e sem a aplicação do TMD

$f_{excitação} (Hz)$	$d_{HT} (cm)$	$d_H (cm)$	$a_{HT} (cm/s^2)$	$a_H (cm/s^2)$
1,21	0,0155	0,2067	0,8967	11,9465
1,17	0,0271	0,0314	1,4663	1,6991
1,25	0,0276	0,0304	1,7029	1,8750

A eficiência do TMD proposto pode ser avaliada através da definição dos coeficientes de redução da resposta dinâmica em termos de deslocamentos η_d , e acelerações η_a (ver secção 4.7.). Encontram-se sistematizados no Quadro 5.21. os respectivos valores obtidos.

Quadro 5.21. – Coeficientes de redução da resposta dinâmica

$\max (d_H)$	$\max (d_{HT})$	η_d	Redução (%)	$\max (a_H)$	$\max (a_{HT})$	η_a	Redução (%)
0,2067	0,0276	7,49	87	11,9465	1,7029	7,02	86

Através da análise do Quadro 5.21. comprova-se que a colocação do amortecedor de massas sintonizadas na estrutura permite a conveniente atenuação dos níveis máximos de aceleração produzidos por uma grande massa de peões.

Um aspecto importante a verificar no comportamento da estrutura controlada, diz respeito à determinação da variação do deslocamento relativo máximo que se regista entre a massa principal e a massa adicional. Este deslocamento condiciona a distância mínima que deve existir entre as duas massas de forma a evitar que exista contacto, e pode ser obtido directamente por consulta ao ábaco da Figura 4.28. No presente caso, o valor da amplificação máxima do deslocamento relativo entre a estrutura e o TMD vale 247,3, o que corresponde a um deslocamento horizontal máximo de

$$\frac{X_{rel}}{0,0020} = 247,3 \Leftrightarrow X_{rel} = 247,3 \times 0,0020 = 0,5cm \quad (5.14.)$$

5.6.1.2. Dimensionamento do TMD para o modo de vibração vertical

Tendo por base o valor aconselhado pela norma inglesa em termos de aceleração máxima, é possível determinar o deslocamento dinâmico máximo, de acordo com

$$X_1 = \frac{a_{max}}{\omega_n^2} = \frac{69,3}{(2 \cdot \pi \cdot 1,92)^2} = 0,476cm \quad (5.15.)$$

o deslocamento estático fornecido pelo Robot, assume o valor

$$X_{1,est} = 0,0258cm \quad (5.16.)$$

o factor de amplificação dinâmica máximo vem dado então por

$$\frac{X_1}{X_{1,est}} = 18,45 \quad (5.17.)$$

Desta forma, o valor do parâmetro μ a adoptar neste caso é 0,0042 (ver Figura 4.25.). O Quadro 5.22. sintetiza as características do TMD a incorporar na estrutura, designadamente a massa, a rigidez da mola e o respectivo amortecimento necessários.

Quadro 5.22. – Parâmetros de dimensionamento do TMD

Modo	f_H (Hz)	M_H (kg)	μ	f_{opt} (Hz)	$\xi_{2,opt}$ (%)	f_a (Hz)	f_b (Hz)	ξ_a (%)	ξ_b (%)	m_T (kg)	k_T (N/m)	c_T (Ns/m)
4	1,92	43400	0,0042	1,91	3,94	1,85	1,98	2,21	2,24	182	26306	173

É de realçar, que os parâmetros óptimos do TMD, nomeadamente o q_{opt} e o $\xi_{2,opt}$ foram calculados com base nas expressões (4.32.) e (4.33.) definidas na secção 4.7. Importa referir, que esta simplificação só é válida para estruturas com amortecimento inferiores a 1%, de acordo com o que foi exposto na secção 4.4. (ver Figura 4.24.).

A Figura 5.22. representa as curvas de amplificação máxima da resposta estrutural antes e após a aplicação do TMD, fazendo-se variar a frequência da excitação.

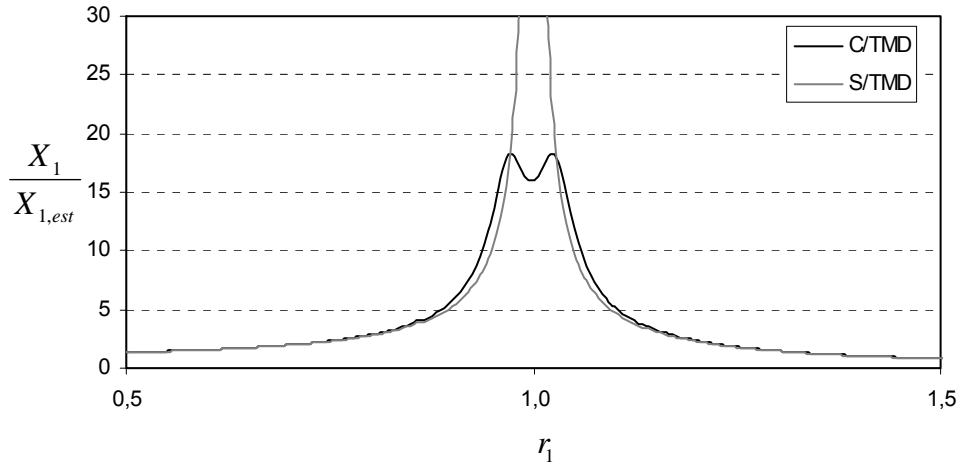


Figura 5.22. – Curvas de amplificação máxima da resposta com e sem a introdução do TMD

Os deslocamentos e as acelerações do sistema amortecido e do sistema não amortecido original resultantes da aplicação de uma força harmónica de amplitude 1691,38N (ver Quadro 5.23.) estão representados nas Figuras 5.23. e 5.24., respectivamente.

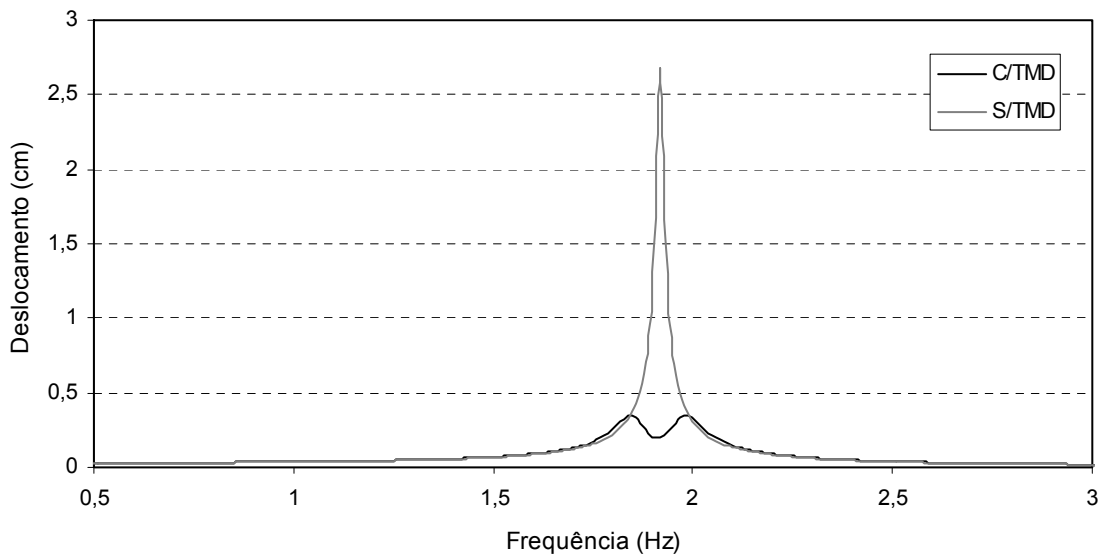


Figura 5.23. – Resposta da estrutura em termos de deslocamentos com e sem a inclusão do TMD

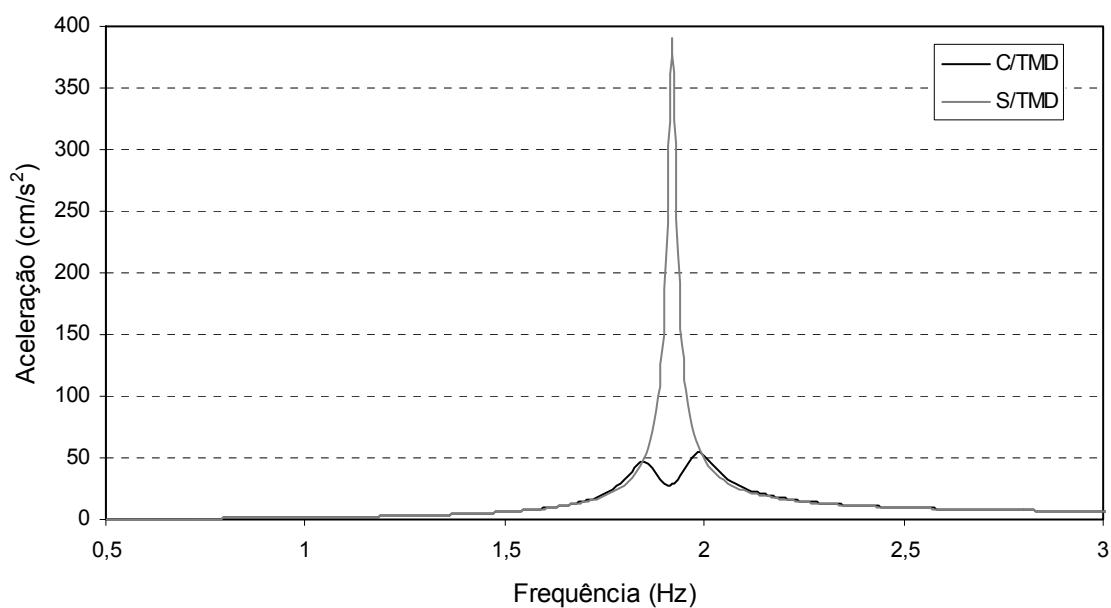


Figura 5.24. – Resposta da estrutura em termos de acelerações com e sem a inclusão do TMD

Quadro 5.23. – Amplitude da força harmónica actuante

Nó	x (m)	$\phi_{\text{normalizado}}$	Δx (m)	p (N)	F (N)
3	-49	0,0934	3,5	51,115	16,71
430	-45,5	0,2968	3,5	51,115	53,10
444	-42	0,4886	3,5	51,115	87,41
458	-38,5	0,6602	3,5	51,115	118,11
472	-35	0,8033	3,5	51,115	143,71
486	-31,5	0,9108	3,5	51,115	162,94
500	-28	0,9775	3,5	51,115	174,88
514	-24,5	1	3,5	51,115	178,90
528	-21	0,9772	3,5	51,115	174,82
542	-17,5	0,9103	3,5	51,115	162,85
556	-14	0,8024	3,5	51,115	143,55
570	-10,5	0,6591	3,5	51,115	117,91
584	-7	0,4874	3,5	51,115	87,20
598	-3,5	0,2954	3,5	51,115	52,85
4	0	0,0918	3,5	51,115	16,42
Σ					1691,38

O Quadro 5.24. indica a resposta da estrutura em termos de deslocamentos e acelerações antes e após a implementação do TMD, quando a Ponte é excitada não só na frequência natural do sistema inicial não amortecido, mas também nas duas novas frequências fundamentais resultantes da aplicação do sistema de controlo.

Quadro 5.24. – Valores de deslocamento e aceleração registados com e sem a aplicação do TMD

$f_{excitação} (Hz)$	$d_{HT} (cm)$	$d_H (cm)$	$a_{HT} (cm/s^2)$	$a_H (cm/s^2)$
1,92	0,1961	2,6779	28,5438	389,7189
1,85	0,3492	0,3707	47,1763	50,0907
1,98	0,3481	0,4164	53,8785	64,4479

Tendo por base os valores máximos dos deslocamentos e das acelerações do sistema amortecido em correspondência com a passagem de grandes massas de peões sobre a estrutura, calcularam-se os coeficientes de redução da resposta dinâmica (ver Quadro 5.25.), a fim de observar a eficácia do sistema de controlo.

Quadro 5.25. – Coeficientes de redução da resposta dinâmica

$\max(d_H)$	$\max(d_{HT})$	η_d	Redução (%)	$\max(a_H)$	$\max(a_{HT})$	η_a	Redução (%)
2,6779	0,3492	7,67	87	389,7189	53,8785	7,23	86

Da observação do Quadro anterior verifica-se que, por um lado, o dimensionamento do TMD está correcto, pois a aceleração máxima registada não ultrapassa os $69,3cm/s^2$, por outro lado constata-se que a eficácia do sistema de controlo é particularmente elevada.

Interessa agora avaliar o espaço mínimo que é necessário deixar para evitar que haja contacto entre as duas massas. Tendo presente o ábaco da Figura 4.28. é possível determinar o deslocamento máximo relativo entre a estrutura e o sistema de controlo, de acordo com

$$\frac{X_{rel}}{X_{1,est}} = 241,5 \Leftrightarrow X_{rel} = 241,5 \times 0,0258 = 6,2cm \quad (5.18.)$$

5.6.1.3. Dimensionamento do TMD para o modo de vibração de torção

Limitando a aceleração máxima admissível ao valor de $73,7cm/s^2$, imposto pela norma inglesa BS 5400, pode-se avaliar o deslocamento dinâmico máximo da Ponte em condições de ressonância, de acordo com

$$X_1 = \frac{a_{max}}{\omega_n^2} = \frac{73,7}{(2 \cdot \pi \cdot 2,17)^2} = 0,396cm \quad (5.19.)$$

o deslocamento estático fornecido pelo programa estrutural, é dado por

$$X_{1,est} = 0,0212cm \quad (5.20.)$$

o factor de amplificação dinâmica máximo vem dado então por

$$\frac{X_1}{X_{1,est}} = 18,68 \quad (5.21.)$$

Com base no ábaco da Figura 4.25., constatou-se que o valor de μ mínimo necessário que garante o factor de amplificação dinâmica desejado vale 0,0041. A fixação da massa do TMD, m_T , possibilita a obtenção do valor das restantes grandezas, nomeadamente a constante de rigidez k_T e a constante de amortecimento c_T . O Quadro 5.26. indica os correspondentes valores medidos.

Quadro 5.26. – Parâmetros de dimensionamento do TMD

Modo	f_H (Hz)	M_H (kg)	μ	f_{opt} (Hz)	$\xi_{2,opt}$ (%)	f_a (Hz)	f_b (Hz)	ξ_a (%)	ξ_b (%)	m_T (kg)	k_T (N/m)	c_T (Ns/m)
5	2,17	38450	0,0041	2,16	3,89	2,10	2,24	2,18	2,21	157	28927	166

A Figura 5.25. representa as curvas de amplificação máxima da resposta da Ponte com e sem a introdução do amortecedor de massas sintonizadas, fazendo-se variar a frequência da excitação.

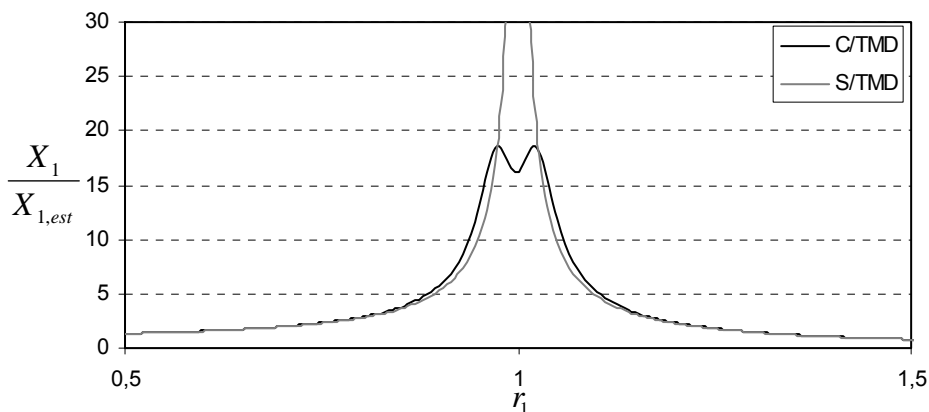


Figura 5.25. – Curvas de amplificação máxima da resposta antes e após a introdução do TMD

O Quadro 5.27. apresenta o valor da amplitude da carga dinâmica actuante. Os deslocamentos e as acelerações da massa principal com e sem a anexação do sistema de controlo estão representados nas Figuras 5.26. e 5.27., respectivamente.

Quadro 5.27. – Amplitude da força harmónica actuante

Nó	x (m)	$\phi_{\text{normalizado}}$	Δx (m)	p (N)	F (N)
1	0	0,0892	3,5	43,959	13,72
222	-3,5	0,2907	3,5	43,959	44,73
236	-7	0,4819	3,5	43,959	74,14
250	-10,5	0,6539	3,5	43,959	100,61
264	-14	0,7981	3,5	43,959	122,79
278	-17,5	0,9072	3,5	43,959	139,58
292	-21	0,9757	3,5	43,959	150,12
306	-24,5	1	3,5	43,959	153,86
320	-28	0,9789	3,5	43,959	150,61
334	-31,5	0,9135	3,5	43,959	140,55
348	-35	0,8071	3,5	43,959	124,18
362	-38,5	0,665	3,5	43,959	102,31
376	-42	0,4946	3,5	43,959	76,10
390	-45,5	0,3045	3,5	43,959	46,85
2	-49	0,1039	3,5	43,959	15,99
Σ					1456,13

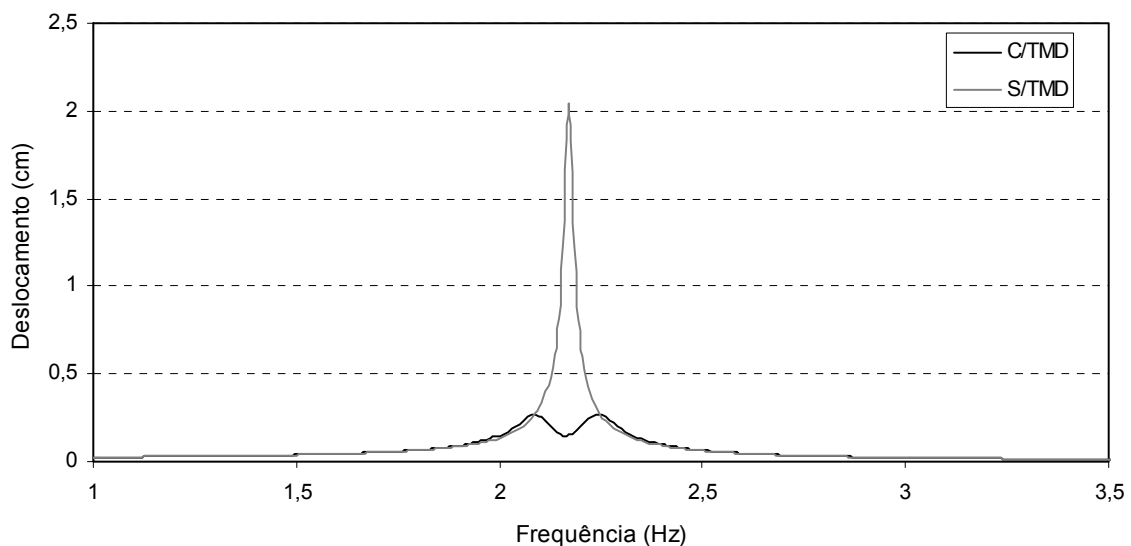


Figura 5.26. – Resposta da estrutura em termos de deslocamentos com e sem a inserção do TMD

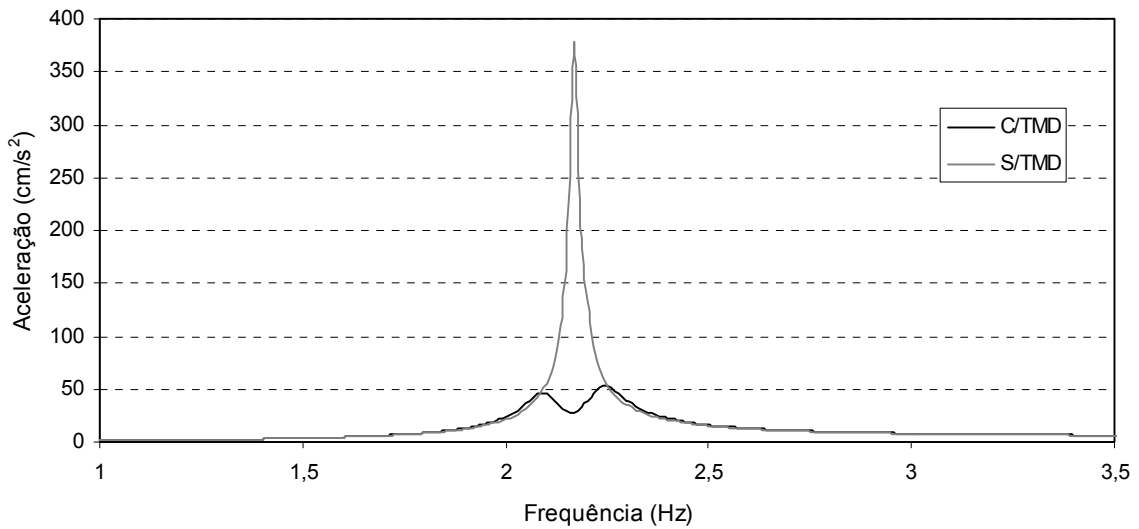


Figura 5.27. – Resposta da estrutura em termos de acelerações com e sem a inserção do TMD

O Quadro 5.28. indica a resposta da estrutura em termos de deslocamentos e acelerações antes e após a implementação do TMD, quando a Ponte é excitada quer numa frequência coincidente com a frequência própria do sistema inicial não amortecido, quer nas duas novas frequências fundamentais resultantes da aplicação do sistema de controlo.

Quadro 5.28. – Valores de deslocamento e aceleração registados com e sem a aplicação do TMD

$f_{excitação} (Hz)$	$d_{HT} (cm)$	$d_H (cm)$	$a_{HT} (cm/s^2)$	$a_H (cm/s^2)$
2,17	0,1514	2,0372	28,1444	378,7072
2,10	0,2697	0,3173	45,5973	55,2366
2,24	0,2695	0,3070	53,3825	60,8057

Pretende-se agora avaliar a eficiência do TMD proposto. Neste sentido, e com base nos valores de pico descritos no Quadro 5.28., determinaram-se os coeficientes de redução da resposta dinâmica do sistema. O Quadro 5.29. indica os respectivos valores obtidos.

Quadro 5.29. – Coeficientes de redução da resposta dinâmica

$\max(d_H)$	$\max(d_{HT})$	η_d	Redução (%)	$\max(a_H)$	$\max(a_{HT})$	η_a	Redução (%)
2,0372	0,2697	7,55	87	378,7072	53,3825	7,09	86

Pela análise do Quadro 5.29., comprova-se que o TMD dimensionado satisfaz o limite imposto pela norma inglesa em termos de aceleração, isto é, $53,4cm/s^2 < 73,7cm/s^2$. Contudo, pode concluir-se que o processo de dimensionamento de um TMD exposto na secção 4.6. é conservativo, uma vez que o valor da aceleração máxima registada no sistema amortecido é razoavelmente inferior ao referido limite.

Tendo já sido analisada a resposta do sistema amortecido, é conveniente avaliar também o deslocamento vertical relativo que se verifica entre a estrutura e o TMD, para precaver um possível contacto entre as referidas massas. Deste modo, e tendo em conta o ábaco da Figura 4.28. vem

$$\frac{X_{rel}}{X_{1,est}} = 241,5 \Leftrightarrow X_{rel} = 236,0 \times 0,0212 = 5cm \quad (5.22.)$$

5.6.2. LOCALIZAÇÃO DOS TMDs

Os TMDs deverão ser colocados no ponto de máxima amplitude da configuração do modo de vibração respectivo, de forma a minimizar os custos associados à sua implementação e maximizar a eficiência dos mesmos. A Figura 5.28. e o Quadro 5.30. referem a localização ideal de instalação destes dispositivos.

Quadro 5.30. – Tipo de TMD a implementar

Modo	Frequência (Hz)	Direcção Dominante	Nó do Máximo Deslocamento Modal	Tipo
1	1,21	Y	3	Horizontal
4	1,92	Z	514	Vertical
5	2,17	Z	306	Vertical

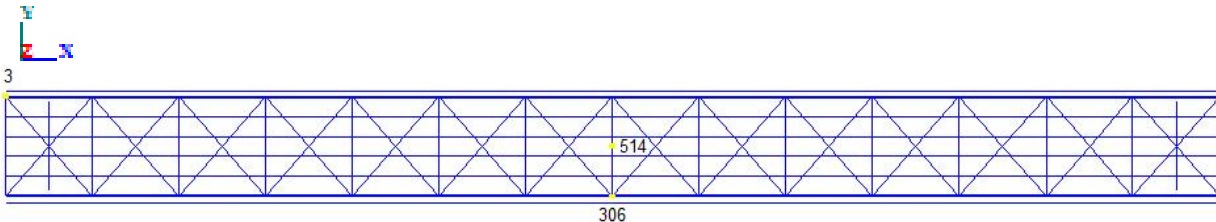


Figura 5.28. – Localização ideal dos TMDs

Prevê-se então a instalação de três dispositivos de controlo, nomeadamente um TMD horizontal e dois verticais. Todavia, dadas as diversas hipóteses realizadas relativas à fixação do coeficiente de amortecimento estrutural e à definição das acções humanas nas direcções verticais e laterais, uma decisão final do número destes dispositivos, bem como o valor exacto das massas e a calibração necessária das molas e dos amortecedores só pode ser feita por via de ensaios dinâmicos realizados na obra completamente acabada.

5.6.3. ANÁLISE DA RESPOSTA CONTROLADA

Pretende-se nesta secção analisar graficamente a resposta estrutural da Ponte após a inclusão dos sistemas de controlo, tendo em linha de conta as acções anteriormente definidas (ver Quadro

5.11.). Importa referir, que um estudo preliminar dos deslocamentos e das acelerações da estrutura no sistema amortecido foi efectuado na secção 5.6. Interessa desta forma, avaliar a evolução temporal da resposta dinâmica da massa principal por via numérica, e posteriormente validar os resultados obtidos por comparação com os valores teóricos indicados nos Quadros 5.20., 5.24. e 5.28.

Para materializar um TMD num programa de cálculo é necessário em primeiro lugar, caracterizar todos os elementos que constituem o sistema de controlo, de forma a reproduzir cuidadosamente o seu funcionamento mecânico. O procedimento adoptado para simular um amortecedor de massas sintonizadas no Robot foi o seguinte:

- Para cada modo de vibração do sistema inicial não amortecido cujo controlo é aconselhado, aplicou-se no ponto de máxima componente modal, uma barra com uma rigidez axial equivalente à rigidez da mola do TMD, isto é

$$\frac{E \cdot A}{L} = k_{TMD} \quad (5.23.)$$

em que E representa o valor do módulo de elasticidade, A e L classificam a área da secção transversal e o comprimento da barra, respectivamente, e o parâmetro k_{TMD} exprime a rigidez da mola do TMD;

- Na extremidade de cada barra adicionou-se uma massa concentrada de valor igual à massa do sistema de controlo, m_T ;
- Simulou-se implicitamente o amortecedor do TMD, impondo para cada um dos novos modos de vibração do sistema amortecido, o respectivo coeficiente de amortecimento equivalente (ver secção 4.7.), que traduz o amortecimento global do conjunto.

5.6.3.1. Resposta do sistema amortecido para o primeiro modo de vibração lateral

No Quadro 5.32. estão indicadas as dimensões da barra a implementar no Robot que satisfaz a equação (5.23.). O Quadro 5.31. apresenta as seis novas frequências naturais da Ponte, obtidas pelo programa estrutural. Constata-se que, com a inserção de uma massa secundária na estrutura base, o sistema primário (que inicialmente apresentava uma frequência natural de 1,21Hz) passa a ter duas frequências fundamentais, uma inferior e outra superior à frequência natural original

Quadro 5.31. – Frequências naturais da Ponte com TMD

Modo	f_H (Hz)	ω (rad / s)
1	1,17	7,34
2	1,24	7,82
3	1,31	8,22
4	1,71	10,78
5	1,92	12,09
6	2,17	13,65

Quadro 5.32. – Barra que apresenta uma rigidez axial equivalente à rigidez da mola do TMD

f_H (Hz)	k_{TMD} (N/m)	M_{TMD} (kg)	E (GPa)	L (m)	A (cm ²)	a (cm)
1,21	22400	391	0,5	5	2,240	1,497

Fornecidos pelo programa de cálculo, estão representados no Quadro 5.33. os valores do deslocamento e da aceleração do sistema principal amortecido, quando a estrutura é excitada com uma frequência coincidente quer com a frequência própria do sistema base inicial, quer com as duas novas frequências naturais resultantes da aplicação do TMD. As Figuras 5.29. e 5.30. apresentam graficamente a resposta temporal do deslocamento e da aceleração com e sem a inclusão do TMD.

Quadro 5.33. – Valores de deslocamento e aceleração do sistema amortecido registados pelo Robot

$f_{excitação}$ (Hz)	d_{HT} (cm) ^(*)	a_{HT} (cm/s ²) ^(*)
1,21	0,0148	0,8544
1,17	0,0265	1,4284
1,24	0,0277	1,6981

^(*) Para $t = 100s$

Observe-se que, numa fase inicial da resposta estrutural, a presença do amortecedor de massas sintonizadas é praticamente indiferente. À medida que a resposta aumenta, regista-se um incremento da força de inércia transmitida pela massa adicional à estrutura através da reacção da mola e do amortecedor, não permitindo que a resposta ultrapasse o limite imposto, mantendo-se constante durante o tempo de actuação da solicitação.

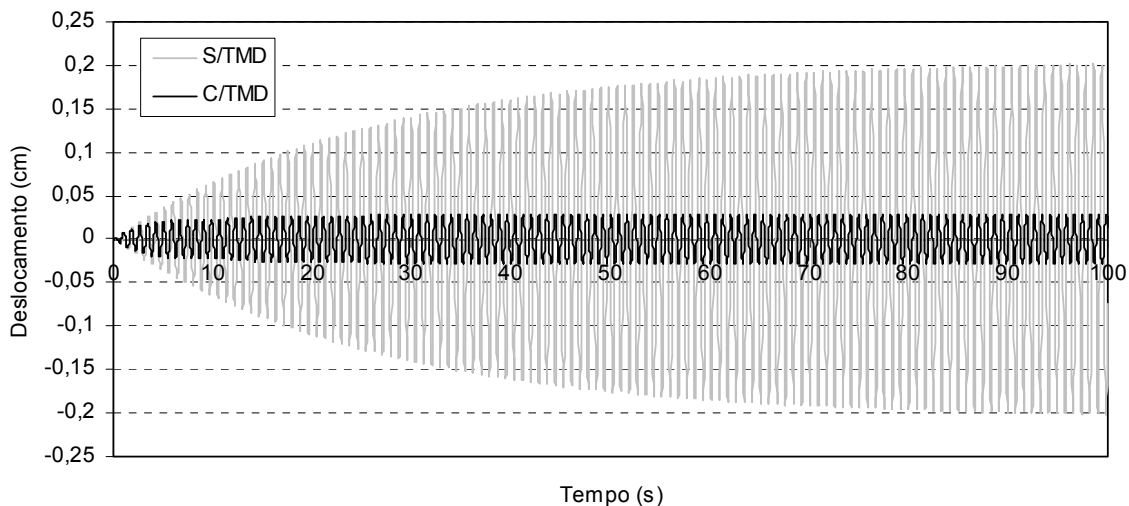


Figura 5.29. – Deslocamento da estrutura com e sem a introdução do TMD

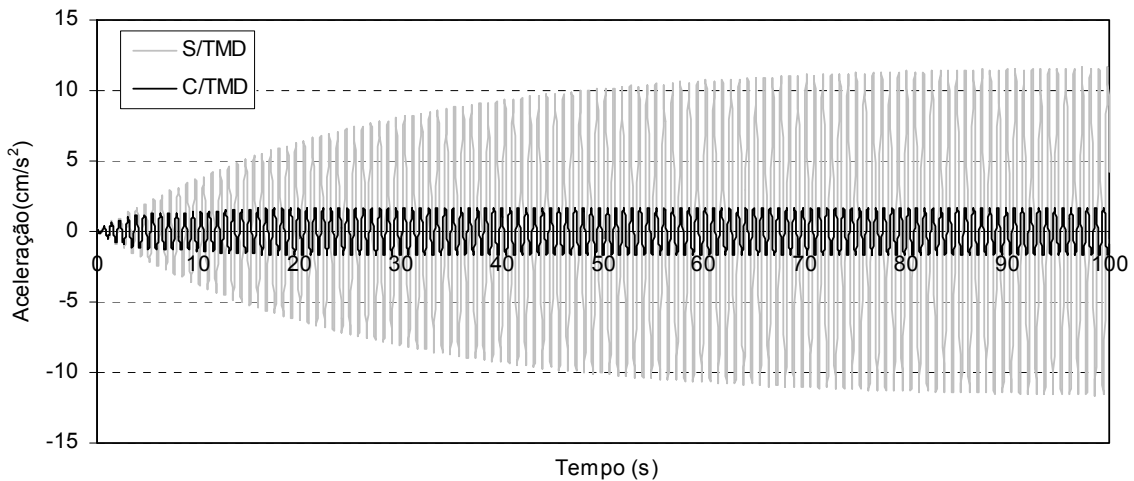


Figura 5.30. – Aceleração da estrutura com e sem a introdução do TMD

5.6.3.2. Resposta do sistema amortecido para o modo de vibração vertical

No Quadro 5.34. referem-se as dimensões da barra a implementar no Robot que verifica a igualdade (5.23.). O Quadro 5.35. indica as seis novas frequências naturais da Ponte obtidas pelo programa de cálculo.

Quadro 5.34. – Barra que apresenta uma rigidez axial equivalente à rigidez da mola do TMD

f_H (Hz)	k_{TMD} (N/m)	M_{TMD} (kg)	E (GPa)	L (m)	A (cm ²)	a (cm)
1,92	26306	182	0,5	5	2,631	1,622

Quadro 5.35. – Frequências naturais da Ponte com TMD

Modo	f_H (Hz)	ω (rad/s)
1	1,21	7,60
2	1,31	8,22
3	1,71	10,76
4	1,85	11,60
5	1,97	12,38
6	2,19	13,75

Estão representados no Quadro 5.36. os valores do deslocamento e da aceleração do sistema base amortecido, quando a frequência da excitação coincide não só com a frequência própria do sistema primário inicial, mas também com as duas novas frequências naturais resultantes da inclusão do sistema de controlo. As Figuras 5.31. e 5.32. apresentam graficamente a resposta temporal do deslocamento e da aceleração com e sem TMD.

Quadro 5.36. – Valores de deslocamento e aceleração do sistema amortecido registados pelo Robot

$f_{excitação} (Hz)$	$d_{HT} (cm)^{(*)}$	$a_{HT} (cm/s^2)^{(*)}$
1,92	0,1952	28,5270
1,85	0,3168	42,6132
1,97	0,3152	48,3281

(*) Para $t = 100s$

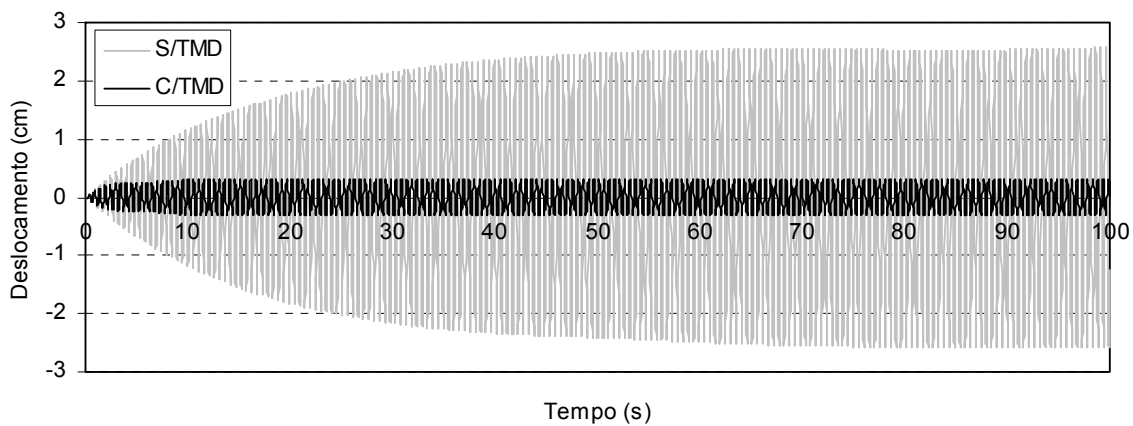


Figura 5.31. – Deslocamento da estrutura com e sem a introdução do TMD

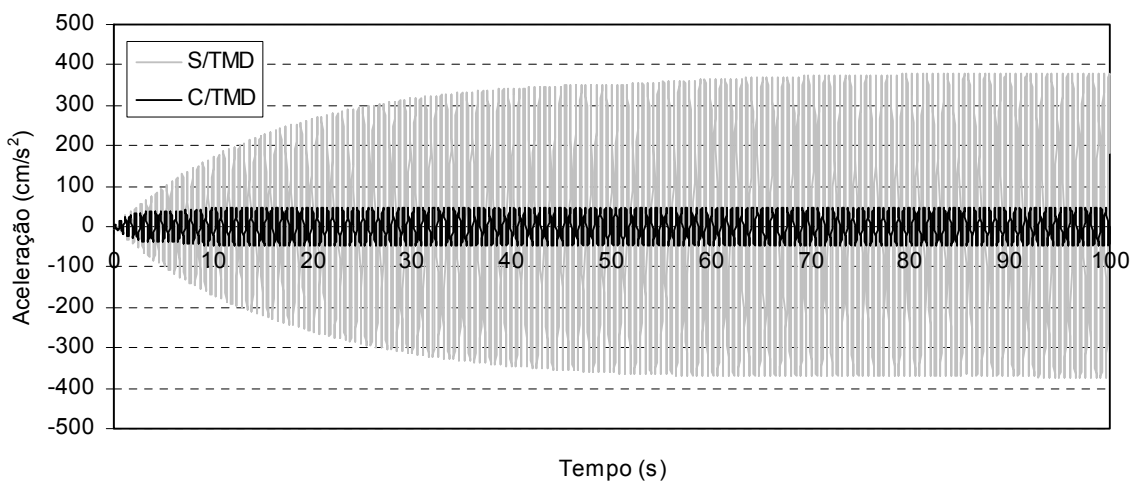


Figura 5.32. – Aceleração da estrutura com e sem a introdução do TMD

5.6.3.3. Resposta do sistema amortecido para o modo de torção

Apresentam-se no Quadro 5.37. as dimensões da barra que é necessária implementar no programa estrutural, de acordo com a expressão (5.23.). O Quadro 5.38. indica as seis novas frequências naturais da estrutura obtidas pelo Robot.

Quadro 5.37. – Barra que apresenta uma rigidez axial equivalente à rigidez da mola do TMD

f_H (Hz)	k_{TMD} (N/m)	M_{TMD} (kg)	E (GPa)	L (m)	A (cm ²)	a (cm)
2,17	28927	157	0,5	5	2,893	1,700

Quadro 5.38. – Frequências naturais da Ponte com TMD

Modo	f_H (Hz)	ω (rad/s)
1	1,21	7,59
2	1,31	8,22
3	1,71	10,76
4	1,91	11,99
5	2,10	13,22
6	2,24	14,06

No Quadro 5.39. descrevem-se os valores da resposta do sistema principal amortecido, quando a estrutura é excitada com uma frequência coincidente quer com a frequência fundamental do sistema base original, quer com as duas novas frequências naturais oriundas da aplicação do TMD. As Figuras 5.33. e 5.34. apresentam graficamente a resposta temporal do deslocamento e da aceleração com e sem a inserção do TMD.

Quadro 5.39. – Valores de deslocamento e aceleração do sistema amortecido registados pelo Robot

$f_{excitação}$ (Hz)	d_{HT} (cm) ^(*)	a_{HT} (cm/s ²) ^(*)
2,17	0,1503	27,9320
2,10	0,2551	44,5785
2,24	0,2597	51,3412

^(*) Para $t = 100s$

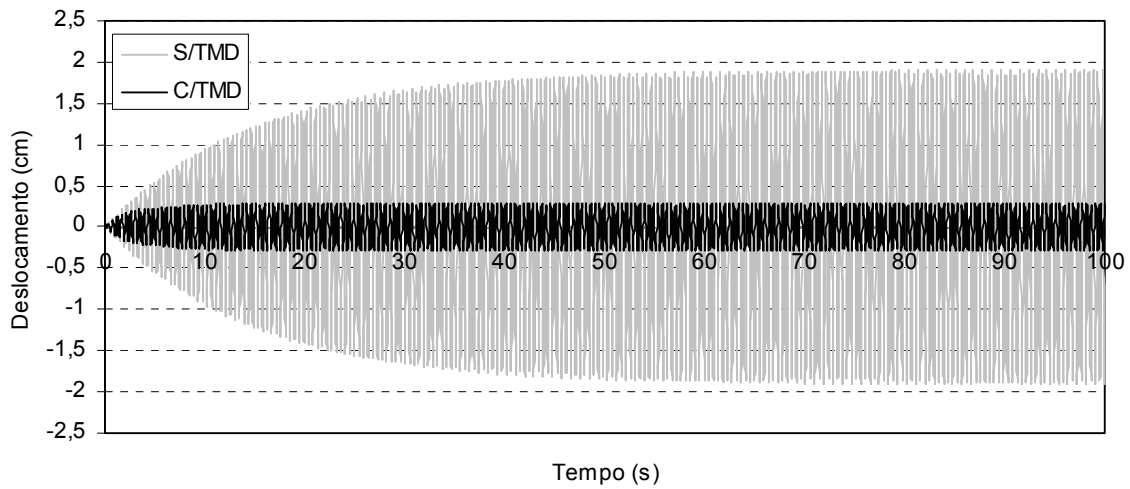


Figura 5.33. – Deslocamento da estrutura com e sem a introdução do TMD

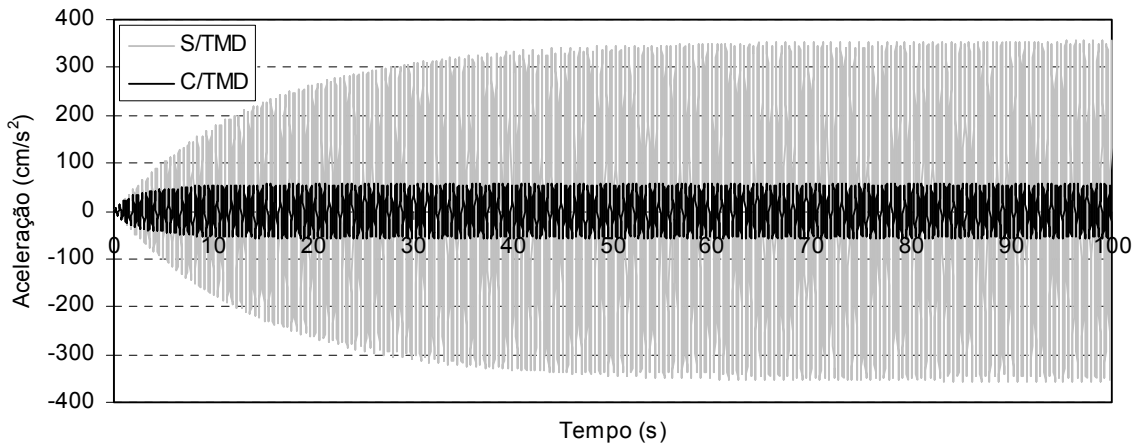


Figura 5.34. – Aceleração da estrutura com e sem a introdução do TMD

Com vista a validar os resultados obtidos pelo programa estrutural, indicam-se nos Quadros 5.40. e 5.41. a comparação entre os valores teóricos dos deslocamentos e das acelerações máximos da Ponte em condições de ressonância (ver secção 4.7.), com os valores determinados pelo Robot antes e após a aplicação do sistema de controlo.

Quadro 5.40. – Comparação entre os valores teóricos da resposta estrutural do sistema não amortecido original e os valores registados pelo Robot

Modo	$f_{excitação} (Hz)$	Valores Teóricos		Valores obtidos pelo Robot	
		$d_H (cm)$	$a_H (cm/s^2)$	$d_H (cm)^{(*)}$	$a_H (cm/s^2)^{(*)}$
1	1,21	0,2067	11,9465	0,2013	11,6380
4	1,92	2,6779	389,7189	2,5652	378,0176
5	2,17	2,0372	378,7072	1,9094	355,8194

(*) Para $t = 100s$

Quadro 5.41. – Comparação entre os valores teóricos da resposta estrutural do sistema amortecido e os valores registados pelo Robot

	Valores Teóricos			Valores obtidos pelo Robot		
	$f_{excitação} (Hz)$	$d_{HT} (cm)$	$a_{HT} (cm/s^2)$	$f_{excitação} (Hz)$	$d_{HT} (cm)^{(*)}$	$a_{HT} (cm/s^2)^{(*)}$
Modo 1	1,21	0,0155	0,8967	1,21	0,0148	0,8544
	1,17	0,0271	1,4663	1,17	0,0265	1,4284
	1,25	0,0276	1,7029	1,24	0,0277	1,6981
Modo 4	1,92	0,1961	28,5438	1,92	0,1952	28,5270
	1,85	0,3492	47,1763	1,85	0,3168	42,6132
	1,98	0,3481	53,8785	1,97	0,3152	48,3281
Modo 5	2,17	0,1514	28,1444	2,17	0,1503	27,9320
	2,10	0,2697	45,5973	2,10	0,2551	44,5785
	2,24	0,2695	53,3825	2,24	0,2597	51,3412

(*) Para $t = 100s$

Pela análise dos Quadros anteriores verifica-se que, por um lado, quando se implementa no Robot uma barra no antinodo do modo de vibração a controlar, com uma rigidez axial equivalente à rigidez da mola do TMD, as frequências fundamentais da estrutura alteram-se, passando a existir duas frequências próprias, uma inferior e outra superior à frequência natural original. Por outro lado, constata-se que as novas frequências naturais obtidas pelo programa estrutural, em Hz, são muito próximas ou idênticas às calculadas pelas expressões (4.38.) e (4.39.), quando multiplicadas pelo factor $1/(2 \cdot \pi)$.

Comprova-se também, que existe uma boa aproximação entre os valores teóricos da resposta dinâmica da Ponte, antes e depois da instalação dos dispositivos de controlo, com os valores registados pelo Robot num tempo de integração de 100s.

Conclui-se então, que a metodologia adoptada para materializar um TMD no Robot mostrou-se bastante eficaz, conduzindo no máximo a erros de estimação da ordem dos 10%.

CONCLUSÃO

O ser humano quando se movimenta em determinadas estruturas de elevada flexibilidade, como é o caso das pontes pedonais, pode induzir acções dinâmicas susceptíveis de produzirem níveis de vibração indesejáveis do ponto de vista do conforto humano. Essas acções apresentam um carácter periódico, podendo ser idealizáveis através de funções de carga, onde intervêm parâmetros determináveis experimentalmente, e que podem ser objecto de desenvolvimento em série de Fourier.

Neste sentido, como primeiro passo, começou-se por se efectuar uma completa caracterização destas acções, procurando definir todos os parâmetros intervenientes na modelação dos diversos tipos de movimento, designadamente o andar, a corrida e o salto rítmico.

Constatou-se que o parâmetro que mais influência a resposta estrutural é a frequência da passada, uma vez que pode ser responsável pela indução de fenómenos de ressonância em situações de grande proximidade com algumas das frequências naturais da estrutura.

O desenvolvimento em série de Fourier das funções de carga, utilizadas na idealização das acções pedonais, revelou-se do maior interesse na medida em que possibilita aproximar uma determinada função de carga por uma soma de acções sinusoidais, o que permite identificar possíveis fenómenos de ressonância correspondentes à excitação de modos de ordem superior ao primeiro, através da análise das frequências das harmónicas da função de carga e das frequências naturais da estrutura.

Neste trabalho, sistematizaram-se algumas normas estrangeiras que visam salvaguardar o bom funcionamento das pontes pedonais em condições de serviço, mediante a limitação dos níveis de vibração máximos admissíveis nestes tipos de estruturas, tendo-se realçado um maior interesse pela norma Britânica BS5400 [21] e as recomendações do Sétra [11]. Refira-se que os limites apresentados são provavelmente suficientes para garantir a não ocorrência de sincronização vertical entre a estrutura e os peões. No entanto, as observações indicam não só, que a sincronização horizontal pode começar quando a amplitude do movimento da ponte é apenas alguns milímetros, mas também mostram que este fenómeno é marcadamente não linear.

Foram referidas algumas soluções que permitem minimizar níveis de oscilação excessivos para níveis toleráveis. Viu-se que aumentar a rigidez de uma ponte para peões torna-se numa solução atractiva quando a menor frequência fundamental da estrutura está muito perto do limite superior de frequências aceitáveis. Salientou-se também, que uma das melhores soluções para resolver problemas desta natureza consiste no aumento do amortecimento da estrutura através da instalação de um sistema amortecedor de vibrações.

Descreram-se algumas técnicas de controlo passivo de vibrações, dando-se maior ênfase à utilização de amortecedores de massas sintonizadas em pontes para peões. Os TMDs constituem uma forma de controlo passivo de vibrações em estruturas, sendo o seu dimensionamento simples através da metodologia referida neste trabalho. Verificou-se também, que a rigidez do TMD é decisiva para a obtenção de uma boa eficácia do sistema de controlo.

Como exemplo de aplicação, realizou-se um estudo do comportamento dinâmico de um troço da Ponte Pedonal sobre a Ribeira da Carpinteira, que se modelou numericamente, com vista a exemplificar a aplicação destes tipos de sistemas, bem como evidenciar a sua apreciável eficácia através da análise do comportamento dinâmico da Ponte antes e depois da implementação do TMD. Efectuou-se estudos de comparação entre os valores de aceleração e deslocamento obtidos teoricamente com os valores registados pelo programa de cálculo, tendo-se verificado uma excelente aproximação entre resultados.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Tilly, G., *et al.* *Dynamic Behaviour of Footbridges*. IABSE Surveys, 1984.
- [2] Bachmann, H., Amann, W. *Vibrations in Structures Induced by Man and Machines, Structural Engineering Documents*. IABSE, 1987.
- [3] Caetano, E., *et al.* *Implementação de TMDs para o Controlo de Vibrações na Ponte Pedonal Pedro e Inês*. 7º Congresso de Sismologia e Engenharia Sísmica, 2007, FEUP.
- [4] Wheeler, J. *Prediction and Control of Pedestrian Induced Vibrations in Footbridges*. Journal of Structural Engineering, vol. 108, pp. 2045-2065, 1982.
- [5] Matsumoto, Y., *et al.* *Dynamic Design of Footbridges*. IABSE Proceedings, pp. 1-15, 1978.
- [6] Schulze, H. *Dynamic Effects of the Live Load on Footbridges*. Signal und Schiene, vol. 24, n.º. 2, pp. 91-93, and n.º. 3, pp. 143-147, 1980.
- [7] Kramer, H., Kebe, H. *Man-induced Structural Vibrations*. Der Bauingenieur, vol. 54, n.º. 5, pp. 195-199, 1979.
- [8] Moutinho, C. *Controlo Passivo e Activo de Vibrações em Pontes de Peões*. Tese de Mestrado em Engenharia Civil, FEUP, 1998.
- [9] Newland, D. *Pedestrian Excitation of Bridges – Recent Results*. Tenth International Congress on Sound and Vibration, Stockholm, Sweden, University of Cambridge, July, 2003.
- [10] Hauksson, F. *Dynamic Behaviour of Footbridges Subjected to Pedestrian-Induced Vibrations*. Master's Dissertation, Lund University, 2005.
- [11] Sétra. *Assessment of vibration behaviour of footbridges under pedestrian loading*. Technical guide Footbridges, October, 2006.
- [12] Zivanovic, S., *et al.* *Vibration Serviceability of Footbridges under Human-Induced Excitation*. Journal of Sound and Vibration, 2005.
- [13] Nakamura, S-I. *Model for Lateral Excitation of Footbridges by Synchronous Walking*. ASCE Journal of Structural Engineering, January, 2004, pp. 32-37.
- [14] Dallard, P., *et al.* *London Millennium Bridge: Pedestrian-Induced Lateral Vibration*. ASCE Journal of Bridge Engineering, 2001, pp. 412-417.
- [15] Bachmann, H. *Case Studies of Structures with Man-Induced Vibrations*. ASCE Journal of Structural Engineering, 1992, pp. 631-647.
- [16] Willford, M. *Dynamic actions and reactions of pedestrians*. Proceedings of the International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges, Paris, France, November, 2002, pp. 66-74.
- [17] Grundmann H., *et al.* *Dynamic Calculations of Footbridges*. Bauingenieur 68, Germany, 1991, pp. 215-225.
- [18] Nakamura, S-I. *Lateral Vibration on a Pedestrian Cable-Stayed Bridge*. IABSE Journal of Structural Engineering International, volume 12, n.º. 4, 2002, pp. 295-300.
- [19] Dallard, P., *et al.* *The London Millennium Footbridge*. The Structural Engineer, Vol. 79, n.º 22, November, 2001, pp. 17-33.

- [20] Fitzpatrick, T., *et al.* *Linking London: The Millennium Bridge*. The Royal Academy of Engineering, June, 2001.
- [21] Steel, Concrete and Composite Bridges Part 2: Specification for Loads, Appendix C. *Vibration Serviceability Requirements for Foot and Cycle Track Bridges*, British Standards Association, BS 5400, London, 1978.
- [22] Design Manual for Road and Bridges: *Loads for Highway Bridges*: BD 37/01, Highway Agency, London, February, 2002.
- [23] Pimentel, R., *et al.* *Evaluation of Design Requirements for Footbridges Excited by Vertical Forces from Walking*. Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 28, 2001, pp. 769-777.
- [24] International Standardization Organization. *Bases for Design of Structures Serviceability of Buildings and Pedestrian Walkways against Vibration*. ISO/CD 10137, Geneva, Switzerland, 2005.
- [25] International Standards Organisation. *Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration, Continuous and Shock-induced Vibration in Buildings*. ISO 2631, Part 2, Geneva, 1989.
- [26] Eurocode. *Basis of Structural Design*. European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2002.
- [27] National Building Code of Canada, NBC 1980. *Serviceability Criteria for Deflections and Vibrations*. Chapter 4, 1980.
- [28] Ontario Ministry of Transportation. *Ontario Highway Bridge Design Code*. Toronto, 1983.
- [29] Arêde, A., Delgado, R. *Dinâmica de Estruturas*. Licenciatura em Engenharia Civil, FEUP, 2000.
- [30] Blanchard, J., *et al.* *Design Criteria and Analysis for Dynamic Loading of Footbridges*. Berkshire, England, 1977.
- [31] Bachmann, H. *Vibration Problems in Structures, Practical Guidelines*. 1997.
- [32] Pernica, G. *Dynamic Load Factors for Pedestrian Movements and Rhythmic Exercises*. Canadian Acoustics, pp. 2-18, 1990.
- [33] Stoyanoff, S., Hunter, M. *Footbridges: Pedestrian-Induced Vibrations on Footbridges*. Advanced Response Analysis, May, 2007.
- [34] Pimentel, R., *et al.* *Evaluation of Design Requirements for Footbridges Excited by Vertical Forces from Walking*. Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 28, 2001, pp. 769-777.
- [35] Guerreiro, L. *Dinâmica e Engenharia Sísmica*. Ciclo de Conferências do Fórum Civil, IST, Maio, 2007.
- [36] Cunha, A., *et al.* *Análise Experimental da Eficiência de TMDs para a Atenuação da Resposta Sísmica em Estruturas de Edifícios*. 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica, FEUP, 2004.
- [37] Weber F., *et al.* *Guidelines for Structural Control*. Dübendorf, Switzerland, March, 2006.
- [38] Reiterer, M., *Control of Pedestrian-Induced Bridge Vibrations by Tuned Liquid Column Dampers*, Third European Conference on Structural Control, Vienna University of Technology, Vienna, Austria, July, 2004.

- [39] Maurer Söne. *Tuned Mass and Viscous Dampers*. Technical Information and Products, Germany, pp. 1-29.
- [40] Bachmann, H., Weber, B. *Tuned Vibration Absorbers for “Lively” Structures*. Journal of IABSE, Structural Engineering Internacional, vol. 5, n.º1, 1995.
- [41] Caetano, E. *Controlo passivo de vibrações induzidas por peões*. FEUP.
- [42] <http://www.afaconsultores.pt/projectosPortfolioDetalhe.php?projecto=1763>, 31/03/08.
- [43] Silva, L., Caetano, E., *et al.* *Concepção e Dimensionamento da Ponte Pedonal sobre a Ribeira da Carpinteira, na Covilhã*. VI Congresso de Construção Metálica e Mista, Novembro, 2007.