

**DETERMINAÇÃO DE MODELOS DE
ESCORAS E TIRANTES PARA A
ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE BETÃO
ARMADO**

SUSANA PAULA DOS SANTOS NARCISO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor António Abel Ribeiro Henriques

JUNHO DE 2009

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2008/2009

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2008/2009 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Marco Polo descreve uma ponte, pedra a pedra.

- Mas qual é a pedra que sustém a ponte? – Pergunta Kublai Kan

- A ponte não é sustida por esta ou aquela pedra – responde Marco – mas sim pela linha do arco que elas formam.

Kublai Kan permanece silencioso:

- Porque me falas das pedras? É só o arco que me importa.

Polo responde: sem pedras não há arco

Italo Calvino

AGRADECIMENTOS

Concluindo-se este trabalho não posso deixar de expressar o reconhecimento a todas as pessoas que, directamente ao indirectamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao Professor Doutor António Abel Ribeiro Henriques, pela sua sabedoria e pelo tempo despendido para me proporcionar o melhor acompanhamento possível à realização do trabalho.

Aos meus Pais, Filipe e Graça. Pela maneira como me transmitiram a sua filosofia de vida. Agradeço ainda pela força e estímulo para terminar esta etapa da minha vida. Agradeço pelo amor, apoio e companheirismo em toda esta vida de estudante.

À minha irmã de sangue, Inês, que sempre me apoiou e alegrou nos meus piores momentos e á minha irmã de coração, Carla, que além do apoio, foi o exemplo para eu prosseguir nos estudos superiores.

A todos os meus colegas e professores do Politécnico de Leiria, que contribuíram para o início do meu crescimento tanto a nível pessoal como profissional.

Aos meus amigos Vânia e Mário, que sempre estiveram presente, nos bons e maus momentos, e principalmente pela amizade.

Finalmente, mas não menos importante, ao Pedro que nunca me negou a sua ajuda. Pelo amor e companheirismo ao longo destes anos.

RESUMO

O presente trabalho tem como objectivo fundamental definir uma metodologia para desenvolver um procedimento para otimizar a forma de modelos de escoras e tirantes em estruturas de betão armado.

Partindo de uma pesquisa sobre os métodos de análise e dimensionamento de estruturas de betão armado que se afastam do comportamento típico de peças lineares, foi possível estabelecer um método adequado para a definição eficiente de modelos de escoras e tirantes.

A metodologia proposta apoia-se numa análise das estruturas através dos elementos finitos e da remoção sistemática dos elementos que têm uma contribuição pouco significativa para a resistência estrutural. Definiu-se um procedimento adequado para ir eliminando iterativamente os elementos que apresentam tensões principais baixas, permitindo, no final, obter uma malha restrita de elementos finitos que traduzem o esqueleto resistente da estrutura.

Com vista a avaliar o desempenho e as potencialidades da metodologia apresentada, foram analisados três exemplos: uma viga-parede com carga concentrada a meio vão, uma viga-parede com uma abertura junto a um dos apoios e uma consola curta.

Com a execução destes exemplos é possível verificar a viabilidade do método na aplicação prática, principalmente em estruturas mais complexas.

PALAVRAS-CHAVE: método dos elementos finitos, método corda-painel, método de escoras e tirantes, modelo de escoras e tirantes

ABSTRACT

The present work has an essential purpose to define a methodology to develop a procedure to optimize the strut-and-tie models in reinforced concrete structures.

Starting with a research about analysis and development method to reinforced concrete structures that move away from the linear behavior, it was possible to establish an adjusted method to define an efficient strut-and-tie model.

The proposed methodology is supported in a structure analysis by finite elements that have the least contribution for the structural resistance. An adjusted procedure was defined to iteratively eliminate the elements with decrease principal tensions, allowing getting a restricted mesh of finite elements in the end, that translate the resistant skeleton of the structure.

Three examples had been analyzed to evaluate the performance and the potentialities of the present methodology: a simple supported beam subjected to a concentrated load at the midspan, a deep beam with opening and a corbel jointed with column.

With these examples it is possible to verify the viability of the method application, mainly in complex structures.

KEYWORDS: finite elements method, stringer-panel method, strut-and-tie method, strut-and-tie model

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS	1
1.2. OBJECTIVO	2
1.3. ORGANIZAÇÃO E ESTRUTURA – DESCRIÇÃO DE CAPÍTULOS	2
2. ENQUADRAMENTO GERAL	5
2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. ANÁLISE ESTRUTURAL	7
2.3. MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO	7
2.4. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)	8
2.4.1. INTRODUÇÃO	8
2.4.2. DESCRIÇÃO GERAL DO MÉTODO	8
2.4.3. EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MEF	10
2.5. MÉTODO CORDA – PAINEL (MCP)	13
2.5.1. INTRODUÇÃO	13
2.5.2. DESCRIÇÃO GERAL DO MÉTODO	13
2.6. MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES (MET)	15
2.6.1. HISTÓRICO	15
2.6.2. NORMAS SOBRE O MÉTODO	16
2.6.3. PRINCÍPIOS BÁSICOS DO MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES	17
2.6.4. PROCESSOS DE OBTENÇÃO DOS MODELOS	20
2.6.4.1. Modelos Padronizados	20
2.6.4.2. Processo do Caminho das Cargas	20
2.6.4.3. Análises Estáticas	21
2.6.4.4. Análise não linear	21
2.6.4.5. Processos de Optimização	23
2.6.5. PARÂMETROS FUNDAMENTAIS DO MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES	24

2.6.5.1. Tipos Fundamentais de Escoras de Betão	24
2.6.5.2. Parâmetros de Resistência das Escoras de Betão.....	24
2.6.5.3. Confinamento das Escoras de Betão.....	25
2.6.5.4. Regiões Nodais	26
2.6.5.5. Parâmetros de Resistência das Regiões Nodais.....	27
2.6.5.6. Parâmetros de Resistência dos Tirantes	29
2.6.5.7. Ancoragem das Armaduras.....	29
2.6.5.8. Armadura de Controle de Fissuração	31
3. MÉTODO PROPOSTO	33
3.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	33
3.2. APRESENTAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO.....	33
4. CASOS DE ESTUDO	37
4.1. VIGA-PAREDE.....	37
4.2. VIGA-PAREDE COM ABERTURA	41
4.3. CONSOLA CURTA	46
4.4. CONCLUSÕES.....	52
5. CONCLUSÕES	53
5.1. SUMÁRIO	53
5.2. CONCLUSÕES FINAIS.....	53
5.3. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS DA INVESTIGAÇÃO NESTE DOMÍNIO	54
BIBLIOGRAFIA.....	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.1 – Distribuição linear de deformações numa viga de betão armado.....	5
Fig. 2 – Estrutura subdividida em regiões B e D.....	6
Fig. 3 – Consola Curta	10
Fig. 3.1 – Consola curta: malha de elementos finitos e acções exteriores.....	11
Fig. 3.2 – Consola curta: malha deformada	12
Fig. 3.3 – Consola curta: tensões totais e respectivas direcções	12
Fig. 4 – Modelo corda-painel para viga de betão armado	13
Fig. 5 – Elementos do Método corda-painel	14
Fig. 6 – Comportamento linear das Forças normais das cordas	14
Fig. 7 – Viga modelada com o modelo corda-painel.....	15
Fig. 8 – Modelo corda-painel desenvolvido para uma parede	15
Fig. 9 – Exemplos do Modelo de Escoras e Tirantes.....	18
Fig. 10 – Fluxograma para projecto utilizando o Método de Escoras e Tirantes.....	19
Fig. 11 – Aplicação do caminho de carga numa viga parede: a)estrutura e acções de contorno; b)caminho das acções externas; c)linhas do polígono; d)o modelo; e)equilíbrio nos nós	21
Fig. 12 – Fluxograma para projecto utilizado por Yun (2000), para desenvolvimento de modelos de escoras e tirantes a partir de modelos não lineares	23
Fig. 13 – Configurações de campos de tensão de compressão.....	24
Fig. 14 – Relação tensões-extensões para betão cintado (EN 1992-1-1:2004).....	25
Fig. 15 – Exemplos de nós contínuos (A) e nós singulares (B)	26
Fig. 16 – Nó comprimido sem tirantes	28
Fig. 17 – Nó sujeito a compressão e a tracção com armaduras numa direcção	28
Fig. 18 – Nó sujeito a compressão e a tracção com armadura em duas direcções	29
Fig. 19 – Tipos de amarração para além da de prolongamento recto: a) comprimento de amarração de referência l_b , seja qual for a forma do traçado, medido ao longo do eixo; b) comprimento de amarração equivalente para um cotovelo corrente; c) comprimento de amarração equivalente para um gancho corrente; d) comprimento de amarração equivalente para um laço corrente; e) comprimento de amarração equivalente com um varão transversal soldado	30
Fig. 20 – Tabela de Tensões retirada do programa de dimensionamento, Robot Millenium	34
Fig. 21 – Círculo de Möhr.....	34
Fig. 22 – Layout para verificar tensões principais.....	35
Fig. 23 – Viga-Parede	37

Fig. 23.1 – Modelo de escoras e tirantes idealizado para uma viga-parede simples, sujeita a uma carga concentrada no centro.....	38
Fig. 23.2 – Viga-Parede: malha de elementos finitos	38
Fig. 23.3 – Viga-Parede: tensões e respectivas direcções. As compressões estão indicadas a tracejado azul e as tracções a tracejado amarelo.....	39
Fig. 23.4 – Viga-Parede: 1ª iteração	39
Fig. 23.5 – Viga-Parede: 2ª iteração	39
Fig. 23.6 – Viga-Parede: 3ª iteração	40
Fig. 23.7 – Viga-Parede: 4ª iteração	40
Fig. 23.8 – Viga-Parede: 5ª iteração	40
Fig. 23.9 – Viga-Parede: modelo de escoras e tirantes obtido através do método de optimização proposto.....	40
Fig. 24 – Viga-Parede com abertura	41
Fig. 24.1 – Viga-Parede com abertura: malha de elementos finitos	41
Fig. 24.2 – Viga-Parede com abertura: tensões e respectivas direcções. As compressões estão indicadas a tracejado azul e as tracções a tracejado amarelo	42
Fig. 24.3 – Viga-Parede com abertura: 1ª iteração	42
Fig. 24.4 – Viga-Parede com abertura: 2ª iteração	43
Fig. 24.5 – Viga-Parede com abertura: 3ª iteração	43
Fig. 24.6 – Viga-Parede com abertura: 4ª iteração	43
Fig. 24.7 – Viga-Parede com abertura: 5ª iteração	44
Fig. 24.8 – Viga-Parede com abertura: 6ª iteração	44
Fig. 24.9 – Viga-Parede com abertura: 7ª iteração	44
Fig. 24.10 – Viga-Parede com abertura: modelo de escoras e tirantes obtido através do método e optimização proposto	45
Fig. 25 – Consola curta	46
Fig. 25.1 – Consola curta: malha de elementos finitos	47
Fig. 25.2 – Consola curta: tensões e respectivas direcções. As compressões estão indicadas a tracejado azul e as tracções a tracejado amarelo.....	48
Fig. 25.3 – Consola curta: 1ª iteração	49
Fig. 25.4 – Consola curta: 2ª iteração	49
Fig. 25.5 – Consola curta: 3ª iteração	50
Fig. 25.6 – Consola curta: 4ª iteração	50
Fig. 25.7 – Consola curta: 5ª iteração	51

Fig. 25.8 – Consola curta: modelo de escoras e tirantes obtido através do método de optimização proposto.....51

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 – Idiomas para “Método de Escoras e Tirantes”	17
Quadro 2 – Limites de variação do ângulo θ entre escoras e tirantes.....	27

INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Algumas zonas das estruturas são dimensionadas com uma precisão extrema e em simultâneo outras zonas são dimensionadas quase sem qualquer fundamento teórico.

O modelo da treliça é hoje considerado como a base racional apropriada para o dimensionamento de vigas em flexão, corte e torção. No entanto um dimensionamento baseado na treliça clássica só é aplicável a determinadas zonas da estrutura. Em zonas de descontinuidade geométrica, zonas próximas de cargas concentradas, nós de pórticos, consolas curtas, aberturas, etc, esta teoria não é aplicável.

Na prática, têm-se resolvido estes casos recorrendo a regras empíricas, resultados experimentais e experiência adquirida.

Pensamos que este procedimento não é compatível com um dimensionamento actual e cuja segurança é difícil de verificar. Uma vez que todas as partes de uma estrutura, incluindo as acima referidas, são importantes, é necessário encontrar um critério de dimensionamento válido e consistente para qualquer zona da estrutura. Por outro lado, na prática constata-se que as zonas acima referidas apresentam deficiências após execução com alguma frequência. Este facto assume especial importância porque estas zonas são críticas para o funcionamento global da estrutura.

Para o betão estrutural (o termo betão estrutural cobre todos os tipos de betão resistente, incluindo betão simples, armado e pré-esforçado) é então proposto um modelo de generalização da treliça, o método de escoras e tirantes, aplicável em qualquer zona da estrutura.

Esta proposta é justificada pelo facto das estruturas de betão armado poderem ser idealizadas a suportar cargas por um conjunto de campos unidireccionais de tensões de compressão interligadas por tirantes. Os tirantes podem ser de varões de armadura ou de cabos de pré-esforço. Para efeitos de cálculo, o método das escoras e tirantes condensa todas as tensões em barras sujeitas a esforços axiais de compressão ou tracção e ligadas por nós. No entanto, importa referir que se trata de uma idealização levada ao extremo. Na realidade, a tensão de tracção de betão, forças de aderência, etc, são mobilizadas quando a carga assume valores crescentes de modo a obter uma resposta tão rígida quanto possível. A fendilhação indica que, com desenvolvimento de novos sistemas estáticos, a aderência pode gradualmente deteriorar-se e, eventualmente, o mecanismo de transmissão de forças internas pode convergir para um esquema do tipo modelo escora e tirante. Apesar disso, uma pormenorização cuidada das armaduras assume especial importância, de modo a assegurar que as forças no modelo se podem desenvolver e transmitir para as zonas pretendidas. Se tal não for observado, seremos inevitavelmente conduzidos a uma capacidade resistente da estrutura inferior á prevista no cálculo.

Os modelos de escoras e tirantes podem levar a um entendimento mais claro do comportamento da estrutura, já que evidenciam o esqueleto resistente desta.

A importância deste método vem reconhecida na proposta para a nova regulamentação internacional (Modelo Código 90 [CEB-FIP, 1991]) e Eurocódigo 2. Este facto parece comprovar a ideia que, apesar de todo o valor pedagógico do método, a sua aplicabilidade pela generalidade dos projectistas ainda deve ser limitada. Isto poderá dever-se à possível dificuldade em aplicar um método que exige um empenho de toda a sensibilidade estrutural do projectista.

Os trabalhos desenvolvidos nesta área são devidos, inicialmente a Ritter (1899) e Mörsch (1912). Posteriormente o método foi refinado e expandido por vários autores, até ao presente, em que as escolas de Zurique e Stuttgart promoveram a sua difusão e generalização. A escola de Zurique criou as bases científicas para a aplicação racional do método apoiada na teoria da plasticidade.

1.2 OBJECTIVOS

O objectivo do presente trabalho é a definição de uma metodologia para desenvolver um procedimento que optimize a forma de modelos de escoras e tirantes em estruturas de betão armado, usando técnicas básicas de optimização da topologia de modelos e discretização estrutural.

A definição da metodologia foi precedida de um estudo aprofundado sobre a aplicação do método de análise e dimensionamento de estruturas de betão armado baseado no modelo de escoras e tirantes.

Este estudo iniciou-se com uma pesquisa bibliográfica sobre os vários métodos de análise dimensionamento de estruturas de betão armado, destacando mais a pesquisa direccionada para o método de escoras e tirantes.

Para além dos diversos apontamentos encontrados durante a pesquisa, a legislação que vai de encontro ao tema revela-se também de extrema importância, sendo esta apresentada no segundo capítulo.

Identificados os conceitos essenciais ao tema e toda a legislação a ter em conta, parte-se com o objectivo principal proposto: definir uma metodologia para determinar modelos de escoras e tirantes em estruturas de betão armado, usando técnicas de optimização da topologia de modelos de discretização estrutural.

A metodologia a seguir consistirá no estudo de vários elementos estruturais de betão armado, com o apoio do programa informático de análise estrutural.

Este estudo consiste em analisar um elemento estrutural, sujeito a um carregamento, onde inicialmente se idealiza a estrutura dividida em elementos de barra muito pequenos. Calcula-se as tensões em cada ponto e remove-se onde estas são nulas ou não são significativas em relação aos máximos valores de tensões. Repete-se este processo até se ficar com uma optimização da estrutura, ou seja, só com os nós onde se verificam os valores de tensões mais altos.

No fim de várias iterações e de verificados os nós onde as tensões são máximas, compara-se com o modelo de escoras e tirantes idealizado pelo método das escoras e tirantes. De seguida analisam-se os resultados obtidos.

1.3 ORGANIZAÇÃO E ESTRUTURA – DESCRIÇÃO DE CAPÍTULOS

A presente dissertação está organizada em 4 capítulos, em adição a este primeiro, que se destina não só a efectuar uma introdução ao trabalho como também a delinear os objectivos que se pretendem alcançar com a realização desta dissertação.

O capítulo dois, denominado por “Enquadramento Geral”, aborda as metodologias para o dimensionamento e análise de estrutura de betão armado, numa perspectiva de utilização na prática da

engenharia estrutural. Faz referência aos três métodos utilizados actualmente: Método dos Elementos Finitos, Método Corda-Painel, Método das Escoras e Tirantes, fazendo uma maior pormenorização a este último visto ser o principal objectivo do estudo. É também neste capítulo que se destaca a legislação existente, sobre o método de escoras e tirantes.

O terceiro capítulo apresenta, em combinação com o estudo de um programa informático, a técnica desenvolvida para a optimização do modelo de escoras e tirantes.

No seguimento do terceiro capítulo surgem os “Casos de Estudo”, onde é aplicado a metodologia desenvolvida a exemplos de aplicação.

Por último, no capítulo cinco procede-se à interpretação dos resultados obtidos realçando ainda quais os desenvolvimentos futuros na investigação.

2

ENQUADRAMENTO GERAL

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica que possibilitou o desenvolvimento do trabalho. Em resumo, apresentam-se a os fundamentos teóricos relacionados com os métodos de análise e dimensionamento de estruturas de betão armado e, enuncia-se a legislação que rege esses métodos.

2.1 INTRODUÇÃO

Antes de dar início à descrição dos métodos disponíveis para o dimensionamento de estruturas de betão armado é necessário, previamente, entender o significado do termo “descontinuidade”. A esse termo está associado uma divisão da estrutura em duas zonas: “regiões B” e “regiões D”.

As “regiões B” sendo “B” proveniente de *Bernoulli* ou *Beam*, são regiões onde a “hipótese de Bernoulli” pode ser aplicada.

A “hipótese de Bernoulli” estabelece que: “as secções planas perpendiculares ao eixo neutro de uma barra, permanecem planas depois da ocorrência da flexão dessa barra”.

Esta hipótese, facilita muito o dimensionamento de elementos de betão armado pois é possível assumir que a distribuição de deformações é linear em toda a sua altura, desde o seu carregamento até à ruptura, como indica a Figura 1. Desta maneira a determinação das tensões actantes no aço e no betão são imediatas, bastando conhecer a relação constitutiva de cada um dos materiais.

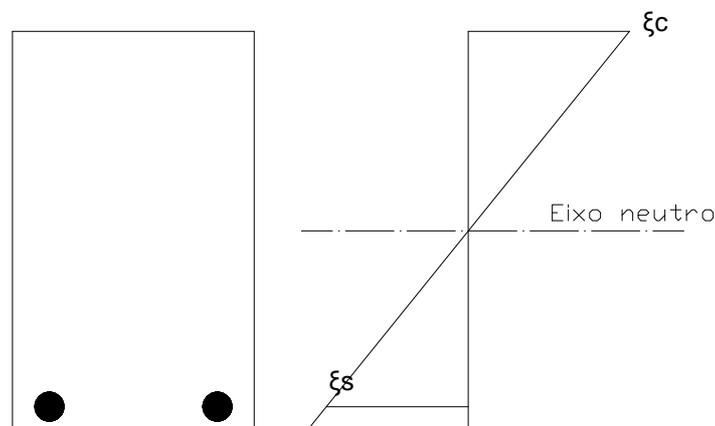


Fig. 1 – Distribuição linear de deformações numa viga de betão armado

Na hipótese de Bernoulli costuma-se desprezar as deformações de distorção provocada pelo esforço cortante o que facilita a obtenção da equação diferencial da linha elástica, definida pela equação 1:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} + \frac{d}{dx} \left(K \frac{V}{GA} \right) \quad (1)$$

y – deslocamento vertical

M – momento flector

EI – rigidez à flexão

GA – rigidez ao corte

V – esforço cortante

K – constante

As “regiões D” sendo “D” proveniente de *Disturb* ou *Discontinuity* são regiões onde a hipótese de Bernoulli não pode ser aplicada, isto é, onde a distribuição de deformações ao longo do elemento não é linear.

Esta região é definida pelo “princípio de Saint Venant” que diz: “Se existirem dois sistemas estaticamente equivalentes de forças aplicadas na mesma região de um contorno, em corpos diferentes mas geometricamente idênticos, as diferenças ocorridas nas tensões serão desprezáveis em regiões suficientemente afastadas na área de aplicação da carga. No entanto, imediatamente abaixo do ponto de aplicação das cargas, surgirão diferenças significativas da tensão”.

O “princípio de Saint Venant” pode ser estendido para regiões com geometrias irregulares, que também acabam por provocar uma quebra na linearidade das deformações ao longo da estrutura. Desta maneira costuma-se classificar as causas de perturbação de deformação como sendo de origem estática (causada pela presença de cargas) e geométrica (causada por mudanças bruscas de geometria do elemento estrutural).

Em geral o comprimento de cada “região D” é aproximadamente igual à altura do elemento estrutural. A figura 2 apresenta um exemplo de uma estrutura subdividida em regiões B e D.

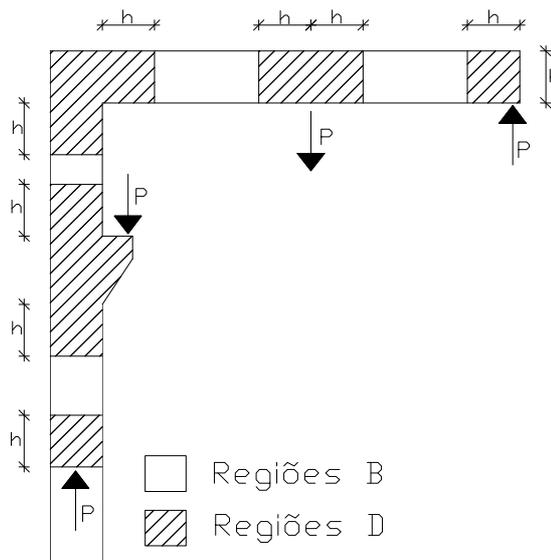


Fig. 2 – Estrutura subdividida em regiões B e D

Portanto, consideram-se “elementos com descontinuidade” estruturas de betão constituídas por uma ou mais “regiões D” e a análise e dimensionamento destas regiões deve de ser feita recorrendo a modelos que tenham em conta as deformações por esforço cortante.

2.2 ANÁLISE ESTRUTURAL

Em geral, as estruturas têm um funcionamento tridimensional, uma vez que todos os seus elementos trabalham conjuntamente. Tal procedimento, embora conduza a um projecto muito refinado, dificulta a determinação dos esforços solicitantes, em virtude do alto grau de hiperstaticidade da estrutura, exigindo o emprego de recursos computacionais sofisticados.

Alternativamente, o cálculo dos esforços solicitantes é feito por processos simplificados, aceites pelas normas, considerando os elementos estruturais separadamente, fazendo-se as correcções necessárias para garantir a segurança dos elementos isolados e da estrutura como um todo.

O sistema estrutural de uma edificação precisa de ser projectado de modo que ele seja capaz de resistir não só às acções verticais, mas também às acções horizontais que possam provocar efeitos significativos ao longo da sua existência.

As acções verticais são constituídas por: peso próprio dos elementos estruturais, acções variáveis decorrentes da utilização e outras acções específicas, como por exemplo, a massa de equipamentos.

As acções horizontais, onde a probabilidade de ocorrência de abalos sísmicos é diminuta, consistem, basicamente, da acção do vento.

A distribuição das acções verticais tem início nas lajes, que transmitem para as vigas por meio das acções de apoio. As vigas, assim como as lajes, trabalham essencialmente à flexão e transmitem as acções para os elementos verticais, pilares e paredes estruturais. Por último as reacções são transferidas para o solo, por meio de elementos de fundação.

As acções horizontais devem igualmente ser absorvidas pela estrutura e transmitida, passo a passo, para a fundação. O caminho dessas acções tem início nas paredes externas, onde actua o vento. Esta acção é resistida por elementos verticais de grande rigidez.

2.3 MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

O procedimento para a análise e dimensionamento de estruturas de betão pode ser descrito resumidamente nos seguintes passos:

- a) Estimativa das dimensões de todos os elementos estruturais. As dimensões adoptadas devem satisfazer as condições arquitectónicas e assegurar a satisfação aos estados limites definidos pelo código vigente;
- b) Determinação dos esforços internos associados aos diferentes carregamentos e combinações, com base numa análise linear elástica de estrutura;
- c) Dimensionamento das secções transversais: verificação das dimensões iniciais e quantificação das armaduras. Determinação da capacidade resistente última das secções;
- d) Realização, em casos menos correntes, de uma análise não linear completa da estrutura com traçado de resposta até à ruptura para melhor entendimento do seu comportamento e validação da solução de dimensionamento adoptada;

De maneira geral, os elementos estruturais mais comuns de betão armado são actualmente dimensionadas utilizando métodos, que têm em consideração a distribuição linear de deformações ao longo do elemento estrutural, desprezando as deformações provenientes do esforço cortante.

Para elementos cujo comportamento é essencialmente ditado pela flexão e pelo esforço normal, como é o caso das lajes, das vigas e dos pilares, os modelos correntes de cálculo possibilitam um dimensionamento simples e eficaz.

No entanto, existe o problema de que nem todos os elementos estruturais em betão podem ser dimensionados com estas hipóteses simplificadoras, isto é, nem sempre se pode desprezar as deformações provocadas pelo esforço cortante. Nas denominadas “Regiões D” é o esforço cortante quem comanda o dimensionamento, os métodos de cálculo corrente são pouco eficazes, conduzindo a um dimensionamento inseguro.

Assim, são apresentados os métodos actualmente disponíveis para a análise e dimensionamento das “Regiões D”. Destacando-se os métodos baseados na análise plástica (Métodos das Escoras e Tirantes) e os métodos numéricos aliados à análise linear e não linear (Método dos Elementos Finitos e Método Corda-Painel)

2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

2.4.1. INTRODUÇÃO

Apesar do nome do método ser bastante recente, o conceito já vem sendo utilizado durante vários séculos. Sabe-se por exemplo que os matemáticos encontravam o perímetro de uma circunferência através da aproximação matemática a um polígono inscrito ou circunscrito a essa circunferência. O polígono inscrito fornece um limite inferior, enquanto que, o polígono circunscrito fornece um limite superior para a circunferência real do círculo. Assim, conforme o número de lados do polígono aumenta, os valores aproximados tendem a convergir para a resposta real da circunferência. Em termos de linguagem actual, cada lado do polígono poderia ser definido como um “elemento finito”.

Existem poucas recomendações quanto ao MEF nos códigos de betão estrutural. Para o nível actual do conhecimento, uma abordagem estrutural real utilizando o método dos elementos finitos requer o levantamento de um número substancial de parâmetros, uma análise cuidadosa das condições de aplicação das cargas e das condições de contorno e uma análise ainda mais cuidadosa dos resultados obtidos.

No entanto, com a utilização do MEF é possível entender perfeitamente o fluxo de tensões através do elemento estrutural em análise. Dessa maneira, o método dos elementos finitos pode ser essencial para a definição de modelos de escoras e tirantes, auxiliando na escolha das melhores disposições das armaduras resistentes.

O método dos elementos finitos possibilita fazer simulações de desempenho do elemento estrutural dimensionado através de análise não linear. O computador serve como uma espécie de laboratório virtual, que possibilita a validação do dimensionamento efectuado para uma estrutura em que não se tenha uma experiência prévia.

2.4.2. DESCRIÇÃO GERAL DO MÉTODO

No MEF, o problema inicial é discretizado numa série de elementos denominados por elementos finitos. Esses elementos são interconectados em pontos denominados nós, que normalmente se encontram no contorno do elemento em análise.

Uma vez que os valores dos campos desejados (deslocamentos e tensões) não são conhecidos no interior do meio contínuo, assume-se que a variação destes campos variáveis dentro dos elementos finitos possa ser aproximada por funções simples. Estas funções de aproximação, normalmente chamadas de funções de interpolação, são definidas em termos dos valores dos campos variáveis nos nós.

Quando as equações de equilíbrio são definidas e resolvidas, o que normalmente é feito por meio de equações matriciais, os valores nodais dos campos variáveis podem ser conhecidos. Uma vez que estes valores são obtidos, as funções de interpolação são utilizadas para descrever o comportamento de todos os nós da estrutura, obtendo assim uma solução aproximada para o meio contínuo.

A solução geral de um problema estático da área de engenharia de estruturas, utilizando o método dos elementos finitos pode ser obtida através dos seguintes passos:

- **Passo 1 – Discretização da estrutura:** consiste em dividir a estrutura em vários elementos definindo o tamanho e o arranjo de cada um dos elementos. Estes elementos podem ser unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. O número de elementos a ser escolhido, geralmente está relacionado com a precisão desejada, no entanto, existe um certo limite para o qual a resposta não pode ser mais melhorada.
- **Passo 2 – Seleção de um modelo adequado de deslocamento ou interpolação:** A solução assumida para os elementos deve ser simples do ponto de vista computacional e deve satisfazer certos requisitos de convergência. Em geral, a solução ou modelo de interpolação é tomado na forma de uma equação polinomial.
- **Passo 3 – Obtenção das matrizes de rigidez dos elementos e dos vectores de carga:** A partir do modelo de deslocamento assumido, a matriz de rigidez $[K]$ e vector de cargas $[P]$ do elemento, são obtidos utilizando equações de equilíbrio.
- **Passo 4 – Reunião dos elementos para obtenção das equações de equilíbrio:** A equação de equilíbrio que descreve o comportamento global da estrutura, pode ser descrita da seguinte forma:

$$[K] \times \Phi = P \quad (2)$$

Onde:

$[K]$ – Matriz de rigidez da estrutura;

Φ – Vector dos deslocamentos na estrutura;

P – Vector das forças nodais actuantes na estrutura;

- **Passo 5 – Solução dos deslocamentos desconhecidos:** para problemas lineares o vector Φ pode ser obtido através de dois métodos disponíveis para a resolução dos sistemas de equações lineares: os métodos directos e os métodos iterativos. Os métodos directos são aqueles que utilizam um número finito de operações aritméticas para encontrar a solução, mas, devido a problemas de truncamento, o método às vezes não oferece bons resultados. Os métodos iterativos são aqueles que começam com uma aproximação inicial e após sucessivas iterações convergem para a solução exacta.
- **Passo 6 – Cálculo das tensões e deformações nos elementos:** a partir dos deslocamentos nodais obtidos do vector Φ , as deformações e tensões nos elementos podem ser calculados a partir das equações clássicas da Mecânica dos materiais.

2.4.3. EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MEF

O exemplo apresentado de seguida consiste na análise de uma estrutura do tipo consola curta de pequena espessura, sujeita à acção indicadas na figura 3. Pode-se admitir que se trata de um meio contínuo sujeito a um estado plano de tensão. Na figura 3.1 está representada a malha, que é constituída por 84 elementos finitos quadriláteros, sendo cada um dos elementos definido por 8 nós. Encontram-se 12 nós ligados ao meio exterior.

Na figura seguinte, está representada a malha deformada pela acção da força aplicada à estrutura. Como referência é também representada a malha original indeformada.

Com o tipo de utilização utilizado na figura 3.3 é possível ter uma percepção imediata dos locais em que as tensões principais apresentam maiores valores, bem como as suas trajectórias. Cada segmento de recta das tensões está orientado segundo uma direcção principal e a sua grandeza é proporcional ao valor correspondente de tensão normal. A cor amarela indica que se trata de tracções e à cor azul está associada compressões.



Fig. 3 – Consola curta

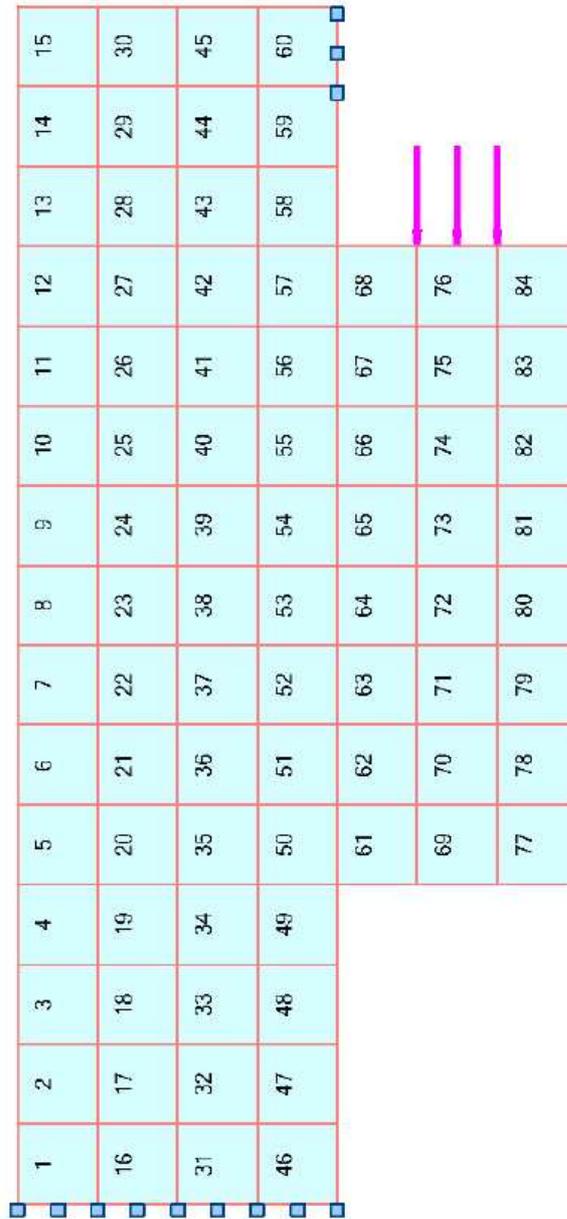


Fig. 3.1 – Consola curta: malha de elementos finitos e acções exteriores

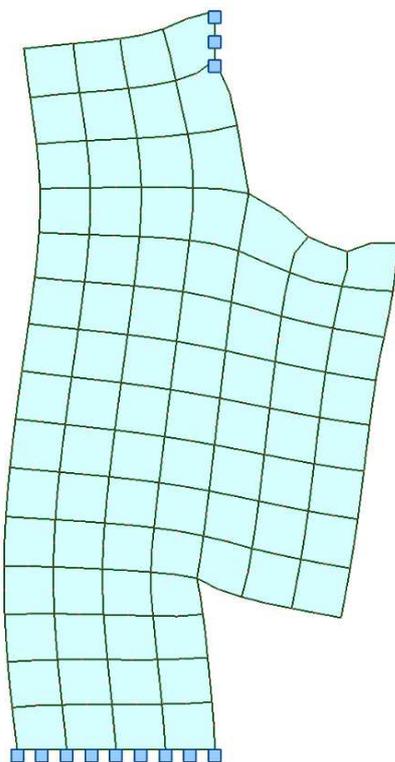


Fig. 3.2 – Consola curta: malha deformada

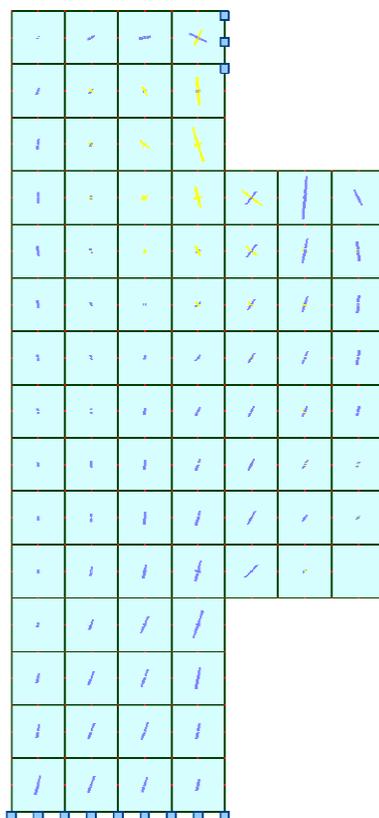


Fig. 3.3 – Consola curta: tensões totais e respectivas direcções

2.5 MÉTODO CORDA-PAINEL(MCP)

2.5.1. INTRODUÇÃO

O Método corda-painel pode ser formulado com base no método dos deslocamentos e a sua implementação computacional pode ser feita com grande facilidade, utilizando os mesmos conceitos de análise matricial contidos no MEF.

Este método é uma alternativa de análise de elementos estruturais que possuem comportamento do tipo parede. Esta aproximação tem em conta as condições de equilíbrio e de compatibilidade, e tem a grande vantagem de ser um método sistemático.

Rabbat e Collins (1978), apresentam um modelo tridimensional para a análise de vigas solicitadas genericamente. Neste trabalho, uma viga foi modelada através de quatro cordas paralelas que representam a armadura longitudinal e por quatro painéis de betão.

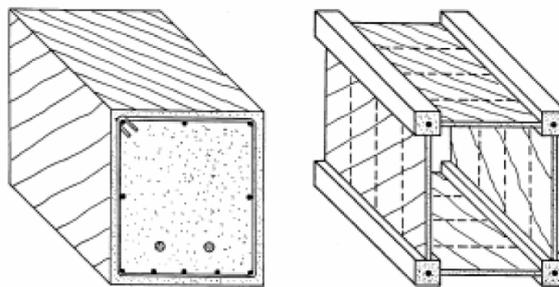


Fig. 4 – Modelo corda-painel para viga de betão armado

Neste modelo as cordas são responsáveis por absorver momentos flectores e esforços normais, enquanto os painéis de betão são responsáveis pela absorção de esforços cortantes e esforços de torção.

Actualmente as pesquisas têm sido focadas principalmente na expansão do modelo para o estado tridimensional e para o caso de estruturas com contornos irregulares. Também tem sido bastante importante a implementação computacional do programa.

2.5.2. DESCRIÇÃO GERAL DO MÉTODO

De acordo com Blaawendraad e Hoogenboom(1996), o método corda-painel tem grande aplicabilidade em estruturas de betão tipo parede e pode ser considerado um método intermediário entre o método dos elementos finitos e o método das escoras e tirantes.

Este método de dimensionamento alternativo, tem sido desenvolvido apenas para geometrias ortogonais, onde as bordas das estruturas são horizontais e verticais. No entanto têm sido conduzidas pesquisas, visando expandir o método para estruturas bidimensionais com geometria não ortogonal.

A ideia principal do Método corda-painel consiste no facto de que uma estrutura bidimensional pode ser modelada como um sistema de cordas e painéis rectangulares de betão, conforme ilustra a figura 5.

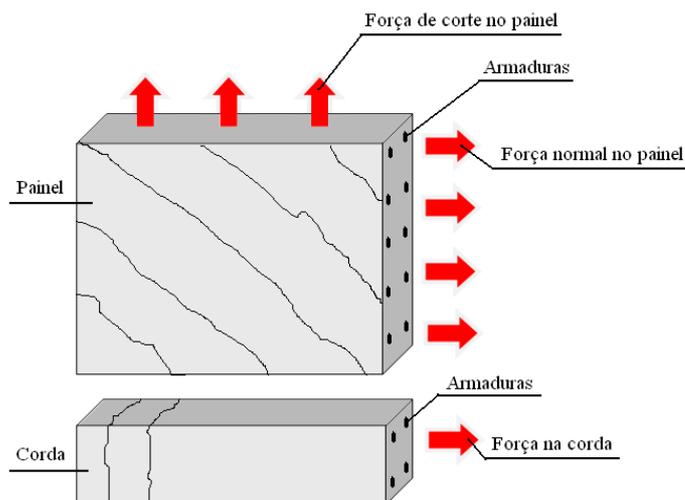


Fig. 5 – Elementos do Método corda-painel

As cordas são utilizadas para a transferência do esforço normal, podendo ser horizontais ou verticais, desta maneira, uma corda pode estar traccionada, comprimida ou traccionada-comprimida. As cordas são verificadas como se verificam os elementos criados com o método das bielas, por exemplo, se uma corda está comprimida, a tensão no betão deve ser verificada, e se ultrapassar essa tensão deve-se prever armaduras para o confinamento da corda. Por outro lado, se uma corda estiver traccionada, despreza-se a resistência do betão e determina-se a armadura necessária para combater o esforço normal na corda.

Os painéis são elementos rectangulares de betão, que estão disponibilizados sempre entre quatro cordas. Os painéis devem possuir uma malha de armaduras que são responsáveis em absorver o esforço cortante, que actua em cada um dos elementos. De acordo com Blaawendraad e Hoogenboom (1996), apenas uma força de corte ocorre no painel, e essa força tem o mesmo valor por unidade de comprimento em todas as posições no painel.

Observa-se que normalmente o MCP introduz armaduras principais na direcção da actuação das cargas e apoios, como também armaduras secundárias, distribuídas em forma de malhas nos painéis idealizados para a estrutura. Tem-se verificado que em comparação com o MET, as armaduras principais são um pouco menores, no entanto, as armaduras em malha são maiores.

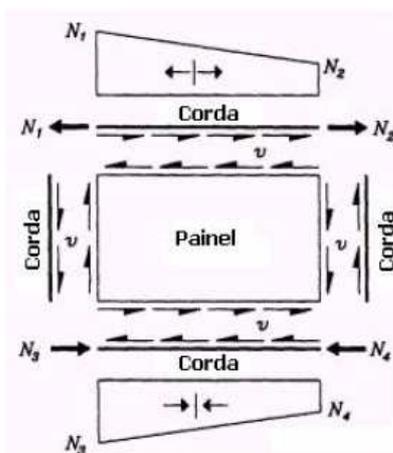


Fig. 6 – Comportamento linear das forças normais das cordas

(adaptado de Blaawendraad e Hoogenboom (1996))

O esquema de funcionamento do MCP é semelhante ao MET. Os painéis e as cordas, assim como as escoras e os tirantes, devem ser colocados em posições razoáveis da estrutura, visando obter os esforços adequadamente. Normalmente as cordas são colocadas na linha de acção de cargas e reacções de apoio e os painéis obrigatoriamente tem de se encontrar nas regiões fechadas pelas cordas.

AS cordas horizontais podem ser facilmente indicadas em vigas com uma aba superior e outra inferior, conforme ilustra a figura 7. Neste tipo de vigas, cordas verticais normalmente são disponibilizadas na linha de acção das reacções de apoio e em locais onde estão aplicadas cargas concentradas.

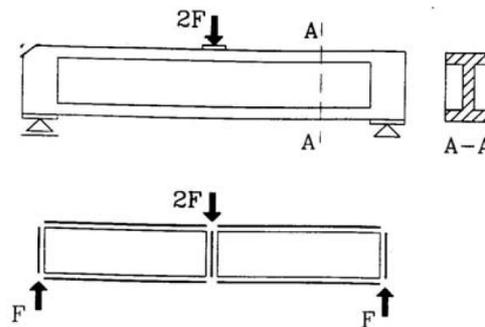


Fig. 7 – Viga modelada com o modelo corda-painel

(adaptado de Blaauwendraad e Hoogenboom (1996))

Quando uma estrutura não possui abas, a posição das cordas tem de ser escolhida com cuidado, de maneira a ter em conta o centro da zona comprimida e o local onde a armadura traccionada será concentrada. A figura 8 apresenta um exemplo para esta situação mais complexa.

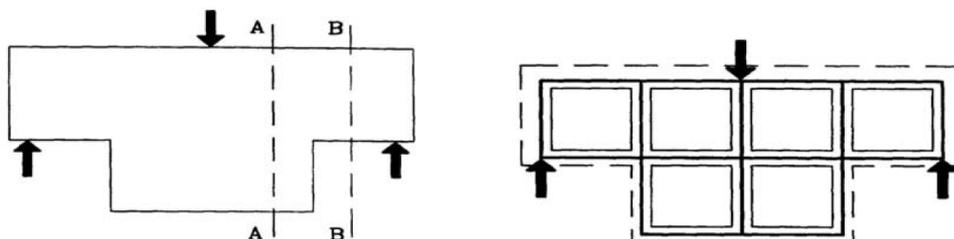


Fig. 8 – Modelo corda-painel desenvolvido para uma parede

(adaptado de Blaauwendraad e Hoogenboom (1996))

Uma vez definido um modelo corda-painel para uma determinada estrutura, realiza-se uma análise linear para a determinação dos esforços actuantes nas cordas e nos painéis. Na posse dos esforços pode-se quantificar as armaduras resistentes.

2.6 MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES (MET)

2.6.1. HISTÓRICO

A utilização do Método das Escoras e Tirantes para o dimensionamento de armaduras resistentes em vigas de betão armado, conduz-nos ao início do século XX, época em que Ritter e Mörsch introduziram a ideia clássica da “Analogia de Treliça”.

Este método foi refinado ao longo do tempo por vários pesquisadores como Kupfer (1964), Rüschi (1964), Leonhardt (1965), e mais recentemente por Thürlimann (1979), Chen (1982), Nelsen (1984) e Marti (1985), que otimizaram os modelos de dimensionamento à ruptura de betão estrutural e contribuíram para a criação de uma base científica sólida, fundamentada na Teoria da Plasticidade.

Em problemas complicados de análise limite, como as regiões D, é difícil obter uma carga de colapso real, e por isso recorre-se ao uso do teorema do limite inferior e superior da teoria da plasticidade.

Estes teoremas foram implementados por Gvozdev (1938) e foram desenvolvidos e validados na década de 50, visando obter o comportamento na ruptura de materiais com comportamento elasto-plástico perfeito.

O teorema do limite inferior da teoria da plasticidade estabelece que um campo tensorial que satisfaz as equações de equilíbrio e de contorno não viole o critério de escoamento em nenhum ponto da estrutura, fornece um limite inferior para a estimativa da capacidade de materiais elasto-plásticos perfeitos. No entanto, para que isso seja verdade, o esmagamento do betão nas escoras e nos nós não pode ocorrer antes de esgotar a capacidade deformacional dos tirantes.

O teorema do limite superior da teoria da plasticidade estabelece que a estrutura deve entrar em colapso se existir um padrão compatível de deformação plástica para a qual a taxa das forças externas terão um trabalho igual ao superior à taxa de dissipação interna, isto quer dizer, que se existe um caminho de ruptura, a estrutura seguirá este caminho, fornecendo um limite superior para a carga limite.

Uma vez que podem não ser encontrados os limites exactos com precisão, os dois teoremas descritos anteriormente tornam possível uma boa aproximação desses resultados.

O método das escoras e tirantes é fundamentado no teorema inferior da teoria da plasticidade.

Com o desenvolvimento dos meios informáticos o desenvolvimento dos teoremas limites aplicados a materiais com pequenas deformações plásticas, como o caso do betão, estagnou.

Voltando ao MET, deve-se afirmar que a metodologia de resolução de problemas estruturais em betão com qualquer geometria, foi fortemente desenvolvida após os trabalhos de Schäfer e Schlaich (1988).

Estes investigadores propuseram uma série de regras simplificadas, principalmente em relação à resistência das escoras e das regiões nodais, de maneira que se tornou possível a existência de um critério sistemático para o dimensionamento de estruturas de betão, submetidas a descontinuidades estáticas ou geométricas.

Na sequência histórica, investigadores começaram a esforçar-se no sentido de expandir o método das bielas para qualquer tipo de estrutura. Dessa maneira, Schlaich e Schäfer (1987, 1988, 1991) forneceram uma série de parâmetros mais refinados para a verificação da resistência última dos mais diversos tipos de regiões nodais e das escoras de betão.

Ainda que não completamente sanados, mas já definidos com uma certa faixa de segurança, estes valores para os parâmetros de resistência das escoras e das regiões nodais sugeridos por vários investigadores e por algumas normas, têm contribuído muito para a difusão e para a utilização do MET.

2.6.2. NORMAS SOBRE O MÉTODO

O CEB-FIP Model Code de 1978 já trazia algumas informações relevantes e em 1990 o conceito de projecto utilizando o MET foi definitivamente implementado no código modelo europeu.

Deve-se ressaltar também as recomendações já históricas do código Canadana CSA (1984, 1994) e a da AASHTO (“American Association of State Highway and Transportation Officials”, 1994, 1999). A norma portuguesa NS 3473 E (1992) também propõe o uso do MET para regiões com descontinuidade.

A norma espanhola EHE (1999) talvez seja uma das normas mais completas e claras sobre o método das escoras e tirantes.

A comunidade europeia seguiu um projecto de revisão do Eurocódigo 2. Neste projecto de norma há claras referências ao uso do método, sendo que peculiaridades tais como parâmetros de resistência e fundamentos gerais do modelo são descritos ao longo do texto, conforme atesta a secção 6.5.

Observa-se que em várias publicações nacionais, costuma-se denominar o método aqui apresentado de “Bielas e Tirantes”. Neste trabalho utiliza-se a nomenclatura específica de “Modelo de Escoras e Tirantes”, por acreditar que este seja o termo mais adequado.

A palavra “biela” é de origem francesa (bielle) e refere-se a um certo volume de material, que pode ser traccionado ou comprimido. Se a biela estiver a ser traccionada denomina-se por tirante, e, se estiver a ser comprimida denomina-se por escora.

Com a finalidade de pesquisa da designação do método em outros idiomas, apresenta-se o Quadro 1, com várias denominações verificadas na literatura.

Quadro 1 – Idiomas para “Método de Escoras e Tirantes”

Idioma	Nome do Modelo
Inglês	Strut-and-Tie
Espanhol	Bielas y Tirantes
Alemão	Stabwerkmodellen
Francês	Modéle du treillis
Português	Escoras e Tirantes
Italiano	Puntoni e Tiranti

2.6.3. PRINCÍPIOS BÁSICOS DO MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES

Este método tem como ideia principal a substituição da estrutura real por uma estrutura resistente na forma de treliça, que simplifica de maneira sistemática o problema original conforme ilustram os exemplos da figura 9. Nessa treliça as escoras são os elementos comprimidos de betão e os tirantes são barras de aço traccionadas, sendo o ponto de intersecção desses elementos as “regiões nodais”.

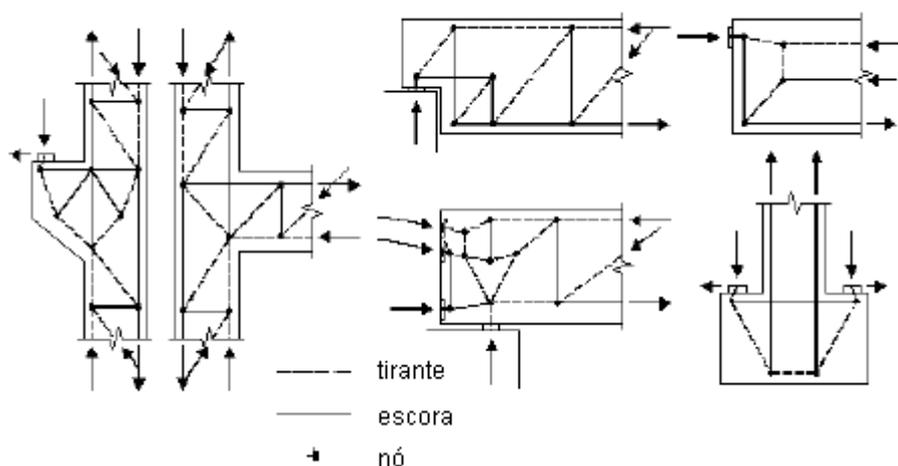


Fig. 9 – Exemplos do Modelo de Escora e Tirantes

As ideias básicas do modelo, frequentemente utilizado em vigas para o dimensionamento de armaduras transversais devido ao esforço cortante e ao momento torsor, foram estendidas a outras estruturas de betão. Estruturas essas onde se incluem consolas, vigas com furos na alma, pelares de viadutos, blocos de fundação sobre estacas, zonas de aplicação de carga localizadas, zonas de apoio, zonas de descontinuidade geométrica, etc.

O método constitui uma excelente estratégia para definir, por exemplo, quais os melhores pontos para se introduzir forças adicionais à estrutura, de maneira a limitarem as aberturas de fissuras já existentes e as altas tensões em certas armaduras. A geometria do modelo é obtida analisando os seguintes aspectos:

- Geometria da estrutura;
- Tipos de acções actuantes;
- Área de aplicação das acções e reacções;
- Número de camadas de armadura
- Recobrimento das armaduras.

Estabelece-se um modelo de treliça com base na orientação do fluxo de tensões principais de análise elástica, por meio do processo do caminho de carga ou através de modelos padronizados, ou seja, modelos que equilibram as cargas aplicadas e próximos do comportamento elástico, para garantirem, o controlo das deformações e da fendilhação.

Qualquer sistema de escoras e tirantes que garanta o equilíbrio das acções exteriores é válido, sendo óptimo o sistema que conduz à menor energia de deformação. Este sistema é, em geral, o que corresponde à menor quantidade de armadura traccionada, e portanto, o mais económico.

- As escoras devem seguir as trajectórias dos campos de tensões de compressão no betão, que podem ser obtidos através de uma análise elástica linear da zona em estudo.
- Os tirantes devem ser orientados segundo as direcções das armaduras (a direcção que seja conveniente), as quais devem ser dispostas de acordo com os campos de tensão de tracção da análise elástica linear, e de acordo com as regras práticas de disposição se armaduras.

A escolha do modelo de escoras e tirantes a ser adoptado para o dimensionamento de uma estrutura será discutido com mais detalhe em 2.6.4.

Uma vez que as armaduras dos tirantes são muito mais deformáveis do que as escoras de betão, o modelo será mais adequado se tiver um menor número de tirantes e com comprimentos pequenos. Este critério simples para melhorar o modelo pode ser formulado através da equação 3.

$$\sum F_i \times L_i \times \varepsilon_{mi} = \text{mínimo} \quad (3)$$

Onde:

F_i – Força na escora ou no tirante;

L_i – Comprimento do elemento i ;

ε_{mi} – Deformação média do elemento i ;

Conhecendo um modelo adequado para uma estrutura, as forças nas escoras e tirantes são calculados por meio do equilíbrio entre as forças externas e internas. O dimensionamento dos tirantes e a verificação nas escoras são feitos de modo a que eles suportem as forças actuantes. Além disso é preciso verificar as condições de ancoragem das armaduras.

Normas, como o Eurocódigo 2, CEB-FIP Model Code, CSA, etc., fazem diversas recomendações quanto aos parâmetros de resistência a serem adoptados para as escoras e para as regiões nodais, e trazem especificações quanto ao comprimento de ancoragem dos tirantes.

A figura 10 ilustra um fluxograma de projecto estrutural recomendado por Fu (2001), que contempla maiores detalhes da rotina de dimensionamento utilizando o método de escoras e tirantes.

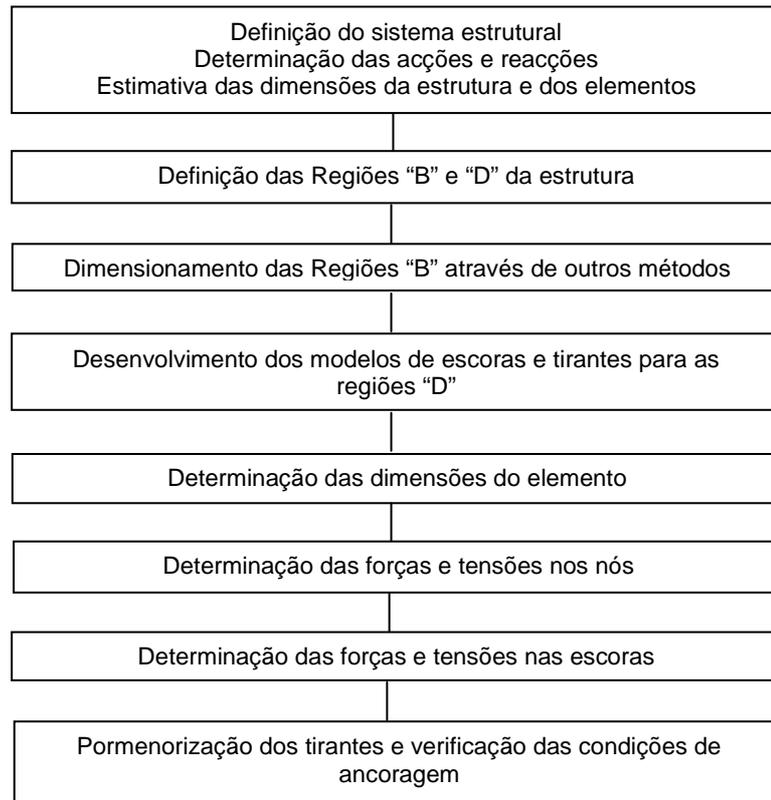


Fig. 10 – Fluxograma para projecto utilizando o Método de Escoras e Tirantes

(adaptado de FU (2001))

2.6.4. PROCESSOS DE OBTENÇÃO DOS MODELOS

Como foi referenciado anteriormente, a escolha dos modelos de escoras e tirantes a ser adoptado pode ser feito baseando-se nos seguintes critérios:

- Modelos padronizados, disponíveis em diversas normas;
- Processo do Caminho das Cargas;
- Análise elástica utilizando o Método dos Elementos Finitos;
- Análise não linear que considerem a fissuração do betão;
- Ensaios experimentais;
- Processos de optimização.

2.6.4.1. Modelos Padronizados

Os modelos de escoras e tirantes padronizados são desenvolvidos por diversas normas, e, é o desejo dos profissionais ligados à engenharia estrutural, a criação destes modelos.

Estes modelos, normalmente são regidos pelos parâmetros geométricos da estrutura, logo o campo de utilização é muito limitado. No entanto, os modelos disponíveis, possibilitam o dimensionamento dessas estruturas com bastante agilidade.

Podem ser citados os seguintes modelos padronizados: blocos de fundações, sapatas, consolas, vigas-parede e vigas com furo na alma. Estes modelos são baseados em ensaios laboratoriais.

2.6.4.2. Processo do Caminho das Cargas

Modelos de escoras e tirantes podem ser desenvolvidos através do fluxo de tensões dentro da estrutura. Primeiramente, tem que se garantir o equilíbrio externo, por meio da determinação de todos os esforços actuantes no contorno. O caminho das cargas no interior da estrutura ocorre por meios de campos de tensão de compressão e tracção.

As cargas uniformemente distribuídas no contorno são substituídas por forças concentradas equivalentes, de modo a que as acções depois de percorrerem um determinado caminho de carga, encontrem no outro lado acções que as equilibrem.

Os caminhos de carga devem ser alinhados a não se podem interceptar. Duas acções opostas devem ser interligadas por caminhos de carga mais curtos. Usualmente, situações onde existam várias alternativas de modelos, o mais adequado são aqueles que possuem o caminho de cargas mais curto.

Após desenhados todos os caminhos de carga, faz-se a substituição destes caminhos por linhas poligonais, que são divididas em escoras e tirantes. Poderá ser necessário, posteriormente, acrescentar novas escoras e novos tirantes para que seja verificado o equilíbrio nos nós.

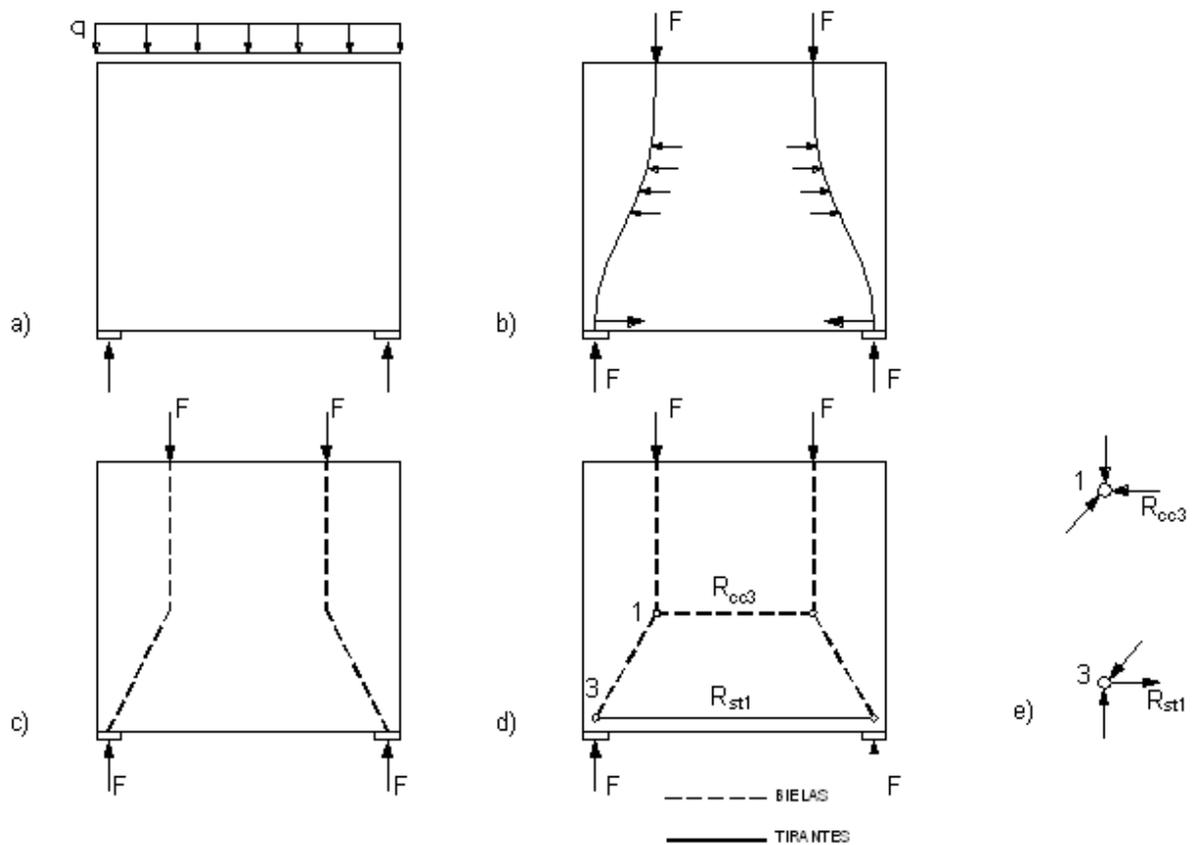


Fig. 11 – Aplicação do caminho de carga numa viga-parede: a) estrutura e ações no contorno; b) caminho das ações externas; c) linhas do polígono; d) o modelo; e) equilíbrio nos nós.

Convencionou-se adoptar linhas tracejadas para representar as escoras, e linhas contínuas para representar os tirantes.

2.6.4.3. Análises elásticas

Outro critério para obter modelos de escoras e tirantes, é através do fluxo de tensões, que são obtidos através de uma análise elástica utilizando o Método dos Elementos Finitos. Esta abordagem, torna-se muito eficaz, porque o modelo obtido cumpre tanto as condições de serviço como as condições de ruína da estrutura.

Pesquisadores como Marti, Schlaich e Schäfer, ASCE-ACI, Foster, Alshegeir e Ramirez, Macgregor, alertam para um cuidado que é necessário para a interpretação dos resultados fornecidos pelo Método dos Elementos Finitos, pois podem levar a um dimensionamento inseguro.

O cálculo dos esforços das escoras e tirantes, pode ser resolvido manualmente pelo “Método de Equilíbrio nos Nós” ou com auxílio de um programa de cálculo simples.

Seguidamente da obtenção dos esforços dos elementos do modelo, passa-se à verificação da resistência nas escoras, dimensionam-se os tirantes e por fim verifica-se as regiões nodais e as condições de ancoragem das armaduras.

2.6.4.4. Análise não linear

Também se pode obter modelos de escoras e tirantes através da visualização das fissuras obtidas através de ensaios experimentais, pois, as direcções das fissuras normalmente remetem às direcções perpendiculares, às tensões de tracção e às direcções das tensões principais de compressão.

Conclui-se que modelos de escoras e tirantes podem ser obtidos, colocando armaduras nas direcções ortogonais às direcções de fissuração do elemento estrutural.

A partir desta analogia Ritter e Mörsch desenvolveram a “Analogia de Treliça”.

A construção de modelos de escoras e tirantes através de programas de elementos finitos que incorporam análise não linear, possibilitam a criação de modelos realistas. No entanto estes tipos de recursos não estão disponíveis para todos os grupos de trabalho, devido ao alto custo dos programas, do elevado tempo gasto neste tipo de análise e da pouca experiência na análise dos resultados.

A vantagem da utilização de uma análise não linear é o facto de investigações mais realistas poderem ser efectuadas, pois, devido à representação mais realista do comportamento mecânico dos materiais, a carga de ruptura aproxima-se com exactidão à carga de ruptura real, enquanto por análise elástica a carga de ruptura estimada é, normalmente, menor a que encontrada na prática.

Esta diferença entre a análise não linear e a análise elástica, deve-se ao facto do estudo do comportamento mecânico dos materiais, porque, quando ocorre fissuração existe uma tendência de procurar novos caminhos de transferência de esforços, gerando assim uma capacidade de resistência adicional.

Na figura 12, apresenta-se um fluxograma utilizado por YUN (2000) na concepção do programa NL-STM (Non-Linear Strut- And-Tie Model) para análise não linear. Através desta metodologia pode-se ter uma ideia de como elaborar modelos utilizando recursos de análise não linear.

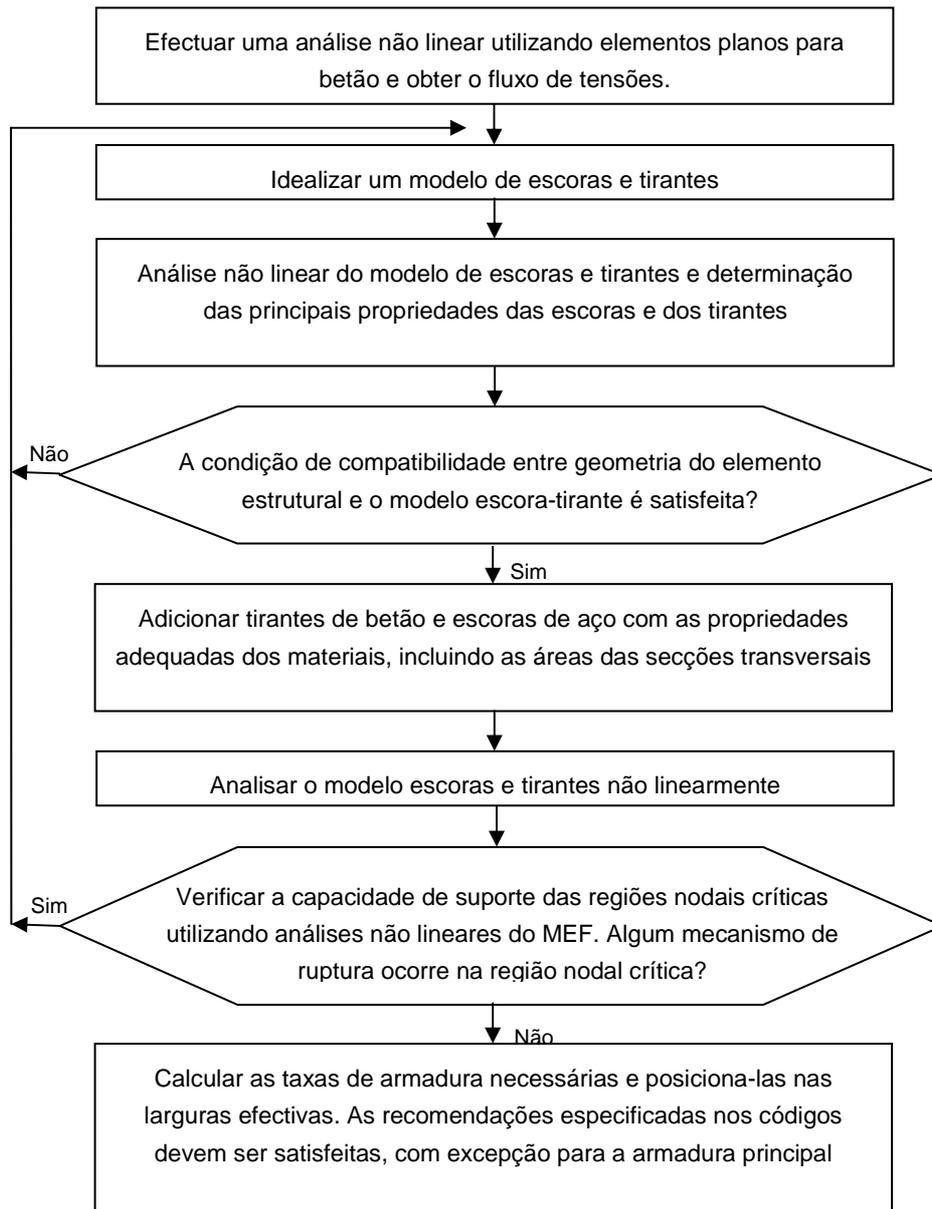


Fig. 12 – Fluxograma de projecto utilizado por Yun (2000), para desenvolvimento de modelos de escoras e tirantes a partir de análises não lineares

Observa-se pela figura que a construção de um modelo de escoras e tirantes através de análises não lineares é um processo iterativo.

2.6.4.5. Processos de Optimização

Como já foi verificado, um dos maiores problemas na elaboração do modelo de escoras e tirantes é a localização adequado dos elementos do modelo.

Vários pesquisadores têm trabalho com o objectivo de automatizar a localização destes elementos, baseando-se em critérios matemáticos, critérios de estratégia, etc.

2.6.5. PARÂMETROS FUNDAMENTAIS DO MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES

Conforme se observou, os modelos de escoras e tirantes constituem a possibilidade de se encontrar uma situação de equilíbrio entre as acções e as reacções actuantes num elemento estrutural, baseando-se no Teorema Inferior da Teoria da Plasticidade.

Através desta Filosofia, pode-se obter elementos que exibam um comportamento dúctil referente ao estado limite último. Isto faz-se, garantindo que as armaduras vão escoar antes do betão chegar à ruína por compressão. Assim, devem ser impostos limites de tensão para os tirantes, escoras e nós do modelo.

2.6.5.1. Tipos Fundamentais de Escoras de Betão

De acordo com Schlaich e Schäfer (1988, 1991), existem três configuração de escoras para cobrir todos os campos de compressão, conforme ilustra a figura 13.

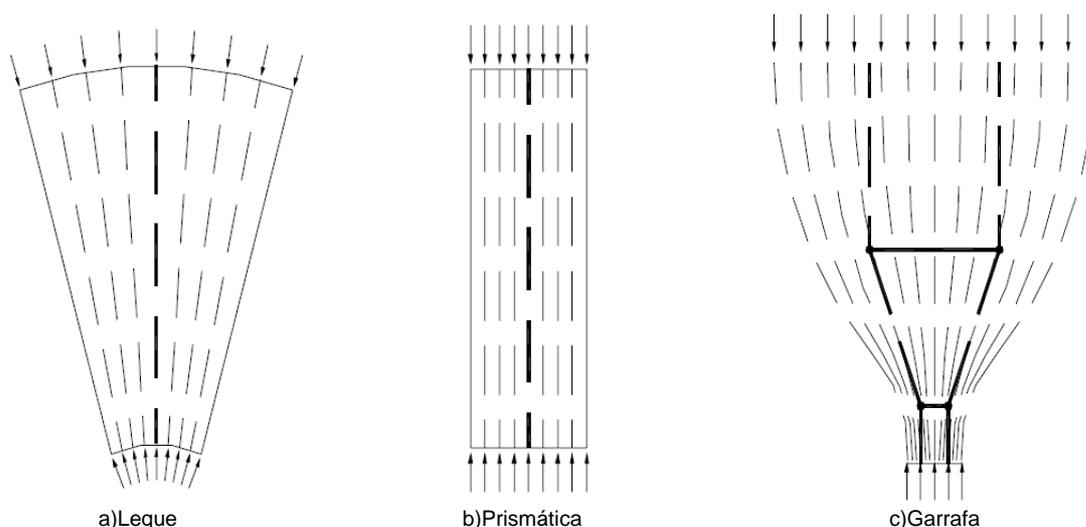


Fig. 13 – Configurações de campos de tensão de compressão

- Campo de tensão em forma de leque: simula um campo de compressões onde as tensões de tracção transversais são desprezáveis. Geralmente são utilizadas em zonas D, no entanto por vezes utilizadas em regiões B;
- Campo de tensão prismático ou paralelo: campo de tensões que se distribui uniformemente, não produz tensões transversais de tracção. Típicas de zonas B;
- Campo de tensões em forme de garrafa: traduz um campo de compressões com curvatura localizadas e portanto geram tracções transversais consideráveis. Típicas de zonas D.

2.6.5.2. Parâmetros de Resistência das Escoras de Betão

Normalmente a resistência à compressão das escoras é menor do que a resistência medida em ensaios de compressão uniaxial de provetes cilíndricos. Tal facto deve-se principalmente aos efeitos resultantes da tracção exercida pelas armaduras que atravessam as escoras.

De acordo com o Eurocódigo 2, as recomendações para o cálculo da resistência das escoras são:

- Nas zonas em que a escora se encontra sem tensões transversais, pode ser calculada com base na equação 4.

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (4)$$

Onde:

$\sigma_{Rd,max}$ – Valor de cálculo de resistência de uma escora

f_{cd} – Valor de cálculo da Tensão de rotura do betão à compressão

- O valor de cálculo de resistência das escoras de betão deve ser reduzido em zonas comprimidas fendilhadas, sujeitas a tracção transversal. Esse valor pode ser calculado com base na equação 5.

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \cdot \nu \cdot f_{cd} \quad (5)$$

Onde:

$\sigma_{Rd,max}$ – Valor de cálculo de resistência de uma escora

ν – Coeficiente de redução de resistência do betão fendilhado por esforço transversal

f_{cd} – Valor de cálculo da Tensão de rotura do betão à compressão

O valor de ν recomendado é dado pela expressão 6.

$$\nu = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (6)$$

Onde:

f_{ck} – Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade

2.6.5.3. Confinamento das Escoras de Betão

Pode-se dizer, que quando não é possível obter os níveis de tensão recomendados, existe a alternativa de confinamento das escoras através de armaduras transversais de cintamento, na forma de estribos rectangulares ou armaduras helicoidais.

É conhecido que o betão quando confinado, ou seja, quando está sujeito a um estado triaxial de tensões tende a apresentar uma resistência final maior do que aquela obtida de um ensaio à compressão triaxial simples, como está representado na figura 14.

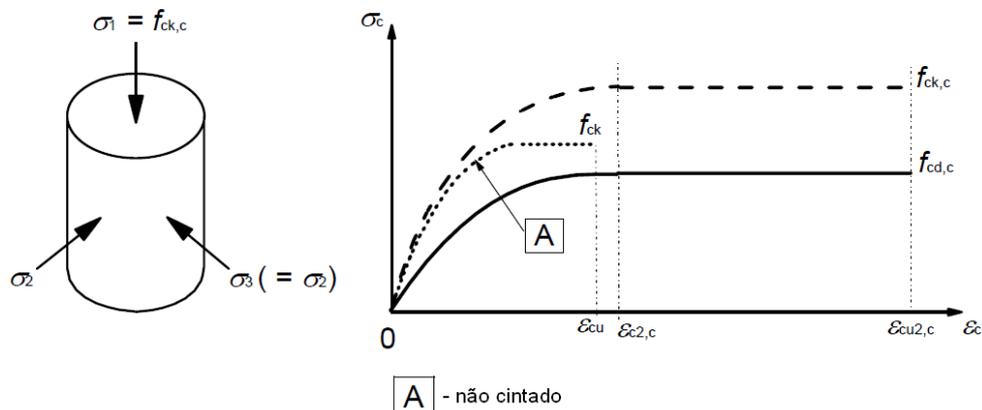


Fig. 14 – Relação tensões-extensões para betão confinado (EN 1992-1-1:2004)

De acordo com Bounassar (1995) este efeito é possível porque sob a acção de uma tensão de compressão axial, o elemento de betão sofre não só um encurtamento na direcção da carga como também uma deformação transversal devido ao coeficiente de Poisson. Há medida que a deformação

transversal é dificultada, a resistência à compressão aumenta, logo, também há um aumento da capacidade máxima de deformação do elemento.

2.6.5.4. Regiões Nodais

Um nó ou região nodal pode ser definido com sendo um volume de betão que envolve as intersecções das escoras, em combinação com forças de ancoragem ou forças de compressão externas.

As regiões nodais apresentam uma mudança brusca na direcção das forças, e para ter o seu equilíbrio é necessário que pelo menos três forças cheguem ao nó.

De acordo com Schlaich e Schäfer (1988, 1991), os nós dos Modelos de escoras e tirantes, podem ser classificados como:

- Nós contínuos: o desvio das forças é feito em comprimentos razoáveis. Estes nós normalmente não são críticos desde que seja providenciada uma ancoragem da armadura adequada;
- Nós singulares ou concentrados: onde estão aplicadas forças concentradas e o desvio das forças é feito localizadamente. Estes nós são críticos e devem ter as suas tensões verificadas, de maneira a equilibrar as forças provenientes das escoras e tirantes sem produzir deformações excessivas capazes de provocar fissuras. Nós singulares também podem aparecer em concentrações de tensões devidas a descontinuidades geométricas

Na figura 15 apresenta um exemplo de nós contínuos e singulares

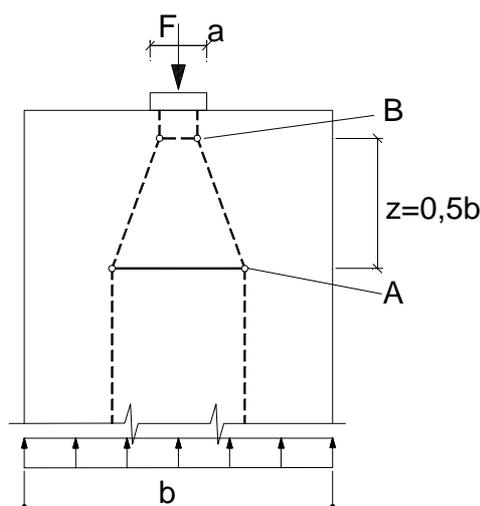


Fig. 15 – Exemplos de nós contínuos (A) e nós singulares (B)

Em geral, os nós devem ser dimensionados de tal modo que todas as forças sejam ancoradas e equilibradas de maneira segura. A geometria da região nodal e a disposição da armadura devem ser consistentes com o modelo, no qual o projecto da estrutura é baseado, e com as forças aplicadas.

Alguns tipos de regiões nodais se repetem exaustivamente em diferentes estruturas, conduzindo a procedimentos simplificados para o seu dimensionamento:

- Com o objectivo de ajustar a geometria do nó às forças aplicadas, deve-se distribuir a armadura em uma certa altura, convenientemente ancorada. Essa altura deve ser definida em função das larguras dos campos de tensão e dos valores das forças concorrentes no nó;
- Verificação das tensões de compressão na região nodal;

- Verificação da ancoragem dos tirantes.

2.6.5.5. Parâmetros de Resistência das Regiões Nodais

De acordo com vários pesquisadores, os nós necessitam de um cuidado bastante especial, de maneira a possibilitar a transferência adequada de forças entre escoras e tirantes.

Em particular, o ângulo existente entre uma escora e um tirante chegando em um nó não deve ser muito pequeno. Isso se deve ao facto de que quanto menor os valores de θ , menor será a resistência à compressão de uma escora inclinada.

O Quadro 2 apresenta limites de variação recomendados para o ângulo de inclinação existente entre escoras e tirantes, propostos por diversos pesquisadores e por algumas normas bastante influentes no cenário mundial.

Quadro 2 – Limites de variação do ângulo θ entre escoras e tirantes

Norma ou Pesquisador	Ângulo de Variação θ
CAN 3-A23.3-M84 (1984) apud CAMPOS (1995)	$15^\circ \leq \theta \leq 75^\circ$
Schlaich e Schäfer	$45^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$
Eurocódigo 2	$31^\circ \leq \theta \leq 59^\circ$
CEB-FIP Model Code 1990 (1993)	$18,4^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$
FUSCO (1994)	$26^\circ \leq \theta \leq 63^\circ$
Eurocódigo 2 – First draft (1999)	$21^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$
Código Suíço apud FU (2001)	$26^\circ \leq \theta \leq 64^\circ$
ACI-318 (2002)	$25^\circ \leq \theta \leq 65^\circ$
NBR 6118 (2003)	$30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

A resistência do betão em regiões nodais depende de vários factores, tais como:

- Confinamento das regiões pelas reacções, escoras comprimidas, placas de ancoragem, armaduras de elementos adjacentes e armaduras em laço;
- Efeito de descontinuidade de deformação junto à zona nodal quando os tirantes deformados estão nela ancorados;
- Tensões de tracção resultantes de ancoragem de tirantes traccionados na zona nodal ou abaixo da zona nodal.

Assim como no caso das escoras, várias são as normas e pesquisadores que recomendam parâmetros para a resistência efectiva das regiões nodais. ASCE-ACI (1998) E ACI-318 (2002) propuseram quatro tipos de regiões nodais:

- CCC – Zona nodal circundada apenas por escoras;
- CCT – Zona nodal circundada por escoras e por um único tirante;
- CTT - Zona nodal circundada por uma escora e por tirantes em uma ou mais direcções;
- TTT – Zona nodal circundada por três ou mais tirantes.

De acordo com o Eurocódigo 2 as recomendações para o dimensionamento das regiões nodais são:

- Em nós comprimidos, no caso em que não há tirantes amarrados no nó (figura 16):

$$\sigma_{Rd,max} = K_1 \cdot \nu \cdot f_{cd} \quad (7)$$

Onde:

$\sigma_{Rd,max}$ – Tensão máxima que pode ser aplicada nas faces do nó.

K_1 – Valor recomendado é 1,0.

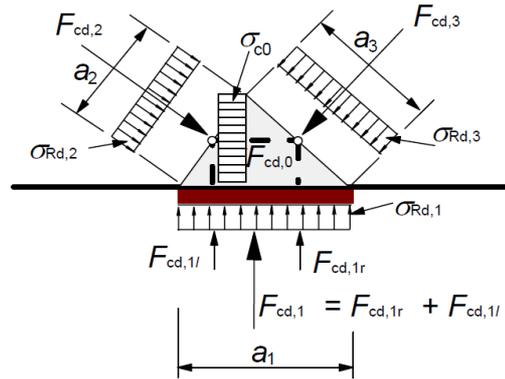


Fig. 16 – Nó comprimido sem tirantes

- Em nós sujeitos a compressão e tracção, com tirantes amarrados numa direcção (figura 17):

$$\sigma_{Rd,max} = K_2 \cdot \nu \cdot f_{cd} \quad (8)$$

Onde:

$\sigma_{Rd,max}$ – Maior dos valores de $\sigma_{Rd,1}$ e $\sigma_{Rd,2}$.

K_2 – Valor recomendado é 0,85.

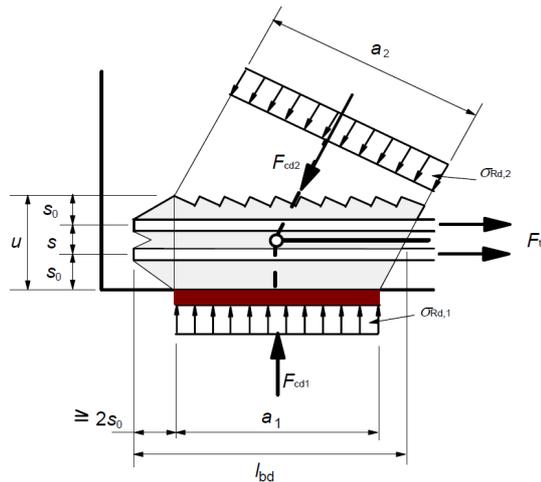


Fig. 17 – Nó sujeito a compressão e a tracção com armaduras numa direcção

- Em nós sujeitos a compressão e tracção com tirantes amarrados em mais de uma direcção (figura 18):

$$\sigma_{Rd,max} = K_3 \cdot \nu \cdot f_{cd} \quad (9)$$

Onde:

K_3 – Valor recomendado é 0,75.

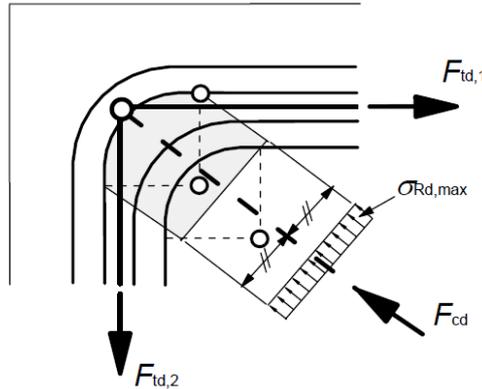


Fig. 18 – Nó sujeito a compressão e a tracção com armaduras em duas direcções

2.6.5.6. Parâmetros de Resistência dos Tirantes

Usualmente as forças de tracção são absorvidas por tirantes constituintes por barras de aço, principalmente devido à capacidade limitada do betão em absorver esforços de tracção.

No entanto podem surgir algumas situações onde seja necessária a utilização de tirantes de betão. Neste caso o equilíbrio só pode ser garantido se for disponibilizado no modelo tirantes de betão.

O dimensionamento da secção transversal é obtido através da força do tirante e da resistência do escoamento do cálculo considerando o Estado Último.

Para o dimensionamento de tirantes de aço utiliza-se a seguinte equação (10):

$$A_s = \frac{\gamma_s \cdot N_{sd}}{f_{yd}} \quad (10)$$

Onde:

A_s – Valor da armadura do aço;

N_{sd} – Valor da Força no tirante;

γ_s – Coeficiente relativo ao aço para os estados limites últimos. O seu valor é de 1,15;

f_{yd} – Valor de cálculos da tensão de cedência á tracção do aço das armaduras de betão armado;

Visando limitar a abertura e a distribuição das fissuras, recomenda-se que as armaduras calculadas anteriormente sejam distribuídas ao longo de toda a zona efectivamente traccionada.

2.6.5.7. Ancoragem de Armaduras

Além de distribuir as armaduras na zona traccionada, deve-se dar especial atenção à ancoragem das armaduras nas extremidades das regiões nodais.

A armadura do tirante traccionada deve desenvolver a tensão requerida na face do apoio de maneira a evitar a perda de ancoragem. A ancoragem segura pode ser conseguida através da disponibilização de um volume adequado de betão envolvendo as armaduras do tirante ou através de ancoragem mecânica, obtida com laços adicionais.

Outro aspecto importante no projecto da ancoragem é a disponibilização das armaduras ao longo de uma área suficientemente grande, de maneira a evitar o esmagamento das regiões nodais.

Na figura 19 estão representadas diferentes tipos de ancoragens de acordo com o Eurocódigo 2:

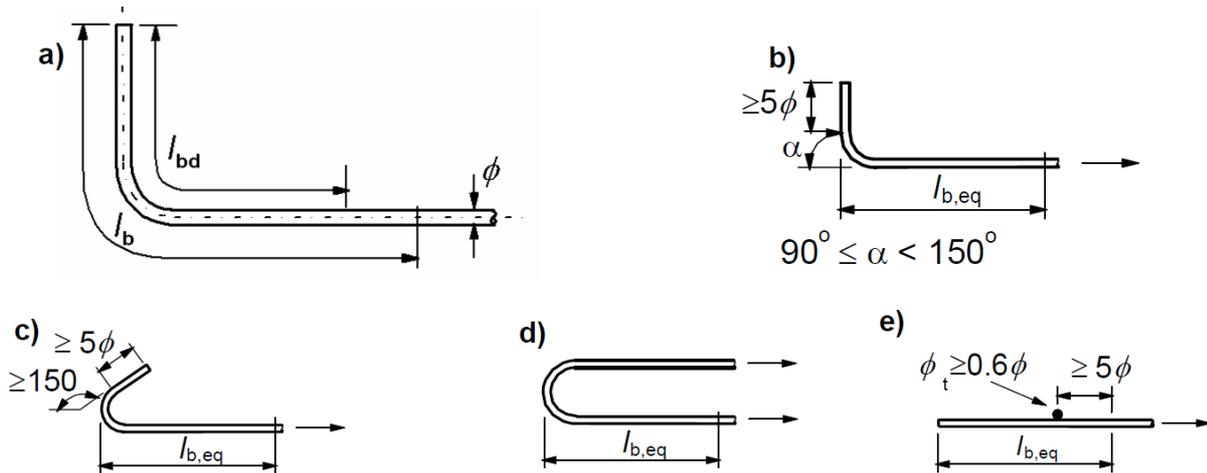


Fig. 19 – Tipos de amarração para além da de prolongamento recto: a) comprimento de amarração de referência l_b , seja qual for a forma do traçado, medido ao longo do eixo; b) comprimento de amarração equivalente para um cotovelo corrente; c) comprimento de amarração equivalente para um gancho corrente; d) comprimento de amarração equivalente para um laço corrente; e) comprimento de amarração equivalente com um varão transversal soldado

O valor de cálculo da tensão de rotura de aderência, f_{bd} , para varões de alta aderência é dado pela equação 11:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \mu_2 \cdot f_{ctd} \quad (11)$$

Onde:

η_1 – 1,0 para condições de boa aderência; 0,7 para os restantes casos;

η_2 – 1,0 para $\varnothing \leq 32\text{mm}$; $(132 - \varnothing)/100$ para $\varnothing > 32\text{mm}$;

f_{ctd} – Valor de cálculo da resistência do betão à tracção

O valor de f_{ctd} recomendado é dado pela seguinte equação:

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} \quad (12)$$

Onde:

α_{ct} – Coeficiente que tem em conta os efeitos de longo prazo na resistência à tracção e os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada. O valor recomendado é de 1,0;

$f_{ctk,0,05}$ – Valor característico da tensão de rotura do betão à tracção simples com um valor quantilho de 5%. Depende da classe de resistência do betão. Os seus valores estão indicados no quadro 3.1 do Eurocódigo 2.

γ_c – Coeficiente relativo ao betão aos estados limites últimos. O seu valor é de 1,5;

O comprimento de amarração de referência, $l_{b,rqd}$, necessário para amarrar a força instalada num varão recto, admitindo uma tensão de aderência constante igual a f_{bd} , é igual a:

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{\phi}{4} \right) \left(\frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \right) \quad (13)$$

Onde:

σ_{sd} – Valor de cálculo da tensão na secção do varão a partir da qual é medido o comprimento de amarração.

$$\sigma_{sd} = f_{syd} = \frac{f_{yd}}{\gamma_s} \quad (14)$$

No caso de varões dobrados o comprimento de amarração de referência, e o comprimento de cálculo, l_{bd} , devem ser medidos ao longo do eixo do varão.

O comprimento de amarração de cálculo, l_{bd} , é dado por:

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad (15)$$

Onde:

α_1 ; α_2 ; α_3 ; α_4 ; α_5 – Coeficientes dados no Quadro 8.2 do Eurocódigo 2;

$l_{b,min}$ – Comprimento de amarração mínimo (para amarrações de varões traccionados : $l_{b,min} > \max\{0,3l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}\}$; para amarração de varões comprimidos: $l_{b,min} > \max\{0,6l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}\}$);

2.6.5.8. Armadura de Controle de Fissuração

Em relação à armadura de controle de fissuração, sugere-se que os elementos estruturais ou regiões projectadas pelo modelo de escoras e tirantes devem conter uma malha ortogonal de armadura mínima em cada face.

O Eurocódigo 2 recomenda uma armadura mínima de 0,1% com um mínimo de 150 mm²/m em cada face e em cada direcção.

MÉTODO PROPOSTO

3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo será apresentado todos os passos a seguir para a desenvolver um procedimento de optimização de modelos de escoras e tirantes em estruturas de betão armado através do método dos elementos finitos e com o auxílio de um programa informático de análise e dimensionamento denominado Robot Millenium.

O Robot Millenium é um programa com uma ampla gama de aplicações no campo da engenharia de estruturas, nomeadamente análise e dimensionamento. Executa numerosos cálculos estruturais, com elevada precisão e facilidade, desde a simples análise e projecto de uma viga, até à análise dinâmica de um complexo módulo geométrico pelo método dos elementos finitos.

3.2 APRESENTAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

O Método que se propõe é uma análise de vários casos de estudo de modo a obter uma optimização dos modelos de escoras e tirantes. A metodologia apoia-se primeiramente numa análise das estruturas através do método dos elementos finitos de modo a obter as tensões principais em todos os elementos da estrutura.

Retiradas as tensões principais da estrutura, removem-se os elementos que têm uma fraca contribuição na resistência estrutural. Os elementos a anular são aqueles que têm tensões principais menores que 5% das tensões principais máxima e mínima.

Este processo repete-se até obter o esqueleto resistente da estrutura.

Como foi dito anteriormente, esta metodologia será desenvolvida com o auxílio um programa informático: o robot Millenium. Para as várias iterações recorre-se a um software bastante acessível e prático, Microsoft Excel.

Para melhor apresentar o procedimento, apresenta-se os vários passos a seguir:

- **1º Passo:** definir a geometria da estrutura, materiais e tipo de carregamento a que estará sujeita.
- **2º Passo:** aplicar o método dos elementos finitos, ou seja, dividir a estrutura em elementos quadriláteros, definindo o tamanho e o arranjo de cada um deles, de modo a criar uma malha. Cada elemento quadrilátero será definido por 8 nós.

- **3ª Passo:** verificar os valores de tensões em todos os nós. Estes valores serão retirados através de uma tabela que o programa de cálculo fornece, conforme ilustra a seguinte figura.

Panel/Node/Case	sXX (MPa)	sYY (MPa)	sXY (MPa)
2/ 1/ 3 (C)	2,51	16,11	5,76
2/ 2/ 3 (C)	1,70	6,43	-2,72
2/ 5/ 3 (C)	-0,85	-4,17	6,56
2/ 6/ 3 (C)	-1,84	-21,13	6,71
2/ 7/ 3 (C)	-5,08	-50,51	12,66
2/ 8/ 3 (C)	-27,81	-60,19	-21,29
2/ 9/ 3 (C)	-0,01	-0,01	-0,00
2/ 10/ 3 (C)	-0,01	-0,01	0,00
2/ 28/ 3 (C)	-15,42	-26,76	-21,20
2/ 29/ 3 (C)	10,55	16,51	10,71
2/ 30/ 3 (C)	10,95	4,83	1,68
2/ 31/ 3 (C)	13,25	-1,34	0,12
2/ 32/ 3 (C)	11,88	-1,17	-0,32
2/ 33/ 3 (C)	11,99	0,71	0,50
2/ 34/ 3 (C)	11,89	0,36	0,29
2/ 35/ 3 (C)	11,70	-0,11	0,05
2/ 36/ 3 (C)	11,47	-0,06	0,06
2/ 37/ 3 (C)	11,30	0,03	0,09
2/ 38/ 3 (C)	11,20	0,02	0,07
2/ 39/ 3 (C)	11,09	-0,01	0,04
2/ 40/ 3 (C)	11,06	-0,01	0,04
2/ 41/ 3 (C)	11,02	-0,00	0,03
2/ 42/ 3 (C)	11,06	-0,00	0,03
2/ 43/ 3 (C)	11,10	-0,01	0,02
2/ 44/ 3 (C)	11,21	-0,01	0,02
2/ 45/ 3 (C)	11,31	-0,01	0,01
2/ 46/ 3 (C)	11,46	-0,01	0,01
2/ 47/ 3 (C)	11,62	-0,01	0,01
2/ 48/ 3 (C)	11,82	-0,01	0,01
2/ 49/ 3 (C)	12,03	-0,00	0,00
2/ 50/ 3 (C)	12,27	-0,00	0,00
2/ 51/ 3 (C)	12,51	-0,00	0,00
2/ 52/ 3 (C)	12,79	-0,00	-0,00
2/ 53/ 3 (C)	13,06	-0,00	-0,00

Fig. 20 – Tabela de Tensões retirada do programa de dimensionamento, Robot Millenium

- **4º Passo:** colocar os valores das tensões numa folha de Excel previamente programada de modo a obter os valores das tensões principais em todos os nós.

As tenções principais serão calculadas com base no círculo do Möhr:

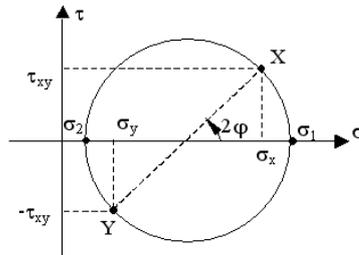


Fig. 21 – Círculo de Möhr

$$Centro = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (16)$$

$$Raio = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \quad (17)$$

Tensões principais:

$$\sigma_1 = C + R \quad (18)$$

$$\sigma_2 = C - R \quad (19)$$

Painel/nó/caso	σx	σy	τxy	Círculo de Mohr		Hipótese				
				Centro	Raio	σ1	σ2			
11	2,51	16,11	5,76	9,31	8,9116553	18,221655	0,3983447	FALSO	Anular	FALSO
12	1,7	6,43	-2,72	4,065	5,6043897	7,6693897	0,4606103	FALSO	Anular	FALSO
13	-0,85	-1,17	6,95	-0,51	5,7657718	4,2567718	-3,2767718	FALSO	Anular	FALSO
14	-1,94	-21,13	6,71	-11,535	11,709466	0,173466	-23,243466	Anular	FALSO	FALSO
15	-0,75	-0,25	11,14	-2,735	12,004746	-1,7804746	-13,059746	Anular	FALSO	FALSO
16	-27,61	-30,19	-21,29	-53,9	33,823990	-20,070602	-87,723990	FALSO	FALSO	FALSO
17	-0,01	-0,01	0	-0,01	0	-0,01	-0,01	Anular	Anular	VERDADEIRO
18	-0,01	-0,01	0	-0,01	0	-0,01	-0,01	Anular	Anular	VERDADEIRO
19	-15,42	-26,76	-21,2	-21,09	21,945134	0,8551339	-43,035134	Anular	FALSO	FALSO
20	10,55	16,51	10,71	13,53	11,116857	24,646857	2,4131434	FALSO	Anular	FALSO
21	10,95	4,83	1,68	7,89	3,4908452	11,380845	4,3991548	FALSO	Anular	FALSO
22	13,25	-1,34	0,11	5,955	7,4958693	13,250869	-1,3408693	FALSO	Anular	FALSO
23	11,86	-1,17	-0,32	5,355	6,532843	11,887842	-1,177842	FALSO	Anular	FALSO
24	11,55	0,71	0,5	6,35	5,6621197	11,012119	0,6878803	FALSO	Anular	FALSO
25	11,89	0,36	0,29	6,125	5,7722894	11,897289	0,3527106	FALSO	Anular	FALSO
26	11,7	-0,11	0,05	5,795	5,9052117	11,700212	-0,1102117	FALSO	Anular	FALSO
27	11,47	-0,06	0,06	5,705	5,7652122	11,470312	-0,0603122	FALSO	Anular	FALSO
28	11,3	0,03	0,09	5,665	5,6357187	11,300719	0,0292813	FALSO	Anular	FALSO
29	11,2	0,02	0,07	5,61	5,5904383	11,200438	0,0195617	FALSO	Anular	FALSO
30	11,03	-0,01	0,04	5,54	5,5501441	11,050144	-0,0101441	FALSO	Anular	FALSO

Fig. 22 – Layout para verificar tensões principais

Como se observa na figura 21, os nós assinalados “Verdadeiro” são aqueles onde se verificam tensões principais inferiores a 5% das tensões principais máxima e mínima.

- **5º Passo:** Anular os nós que tenham a indicação “Verdadeiro”. Cria-se uma nova malha de elementos finitos e volta-se a repetir o procedimento. As iterações terminam quando se obtiver o esqueleto resistente, ou seja o modelos de escoras e tirantes.

4

CASOS DE ESTUDO

Para uma mais clara compreensão do método desenvolvido na dissertação, estudaram-se 3 estruturas diferentes. O objectivo deste estudo foi otimizar os modelos conhecidos e desenvolver outros menos observados. Em anexo podemos observar mais pormenorizadamente os passos das várias iterações onde consta as respectivas folhas de cálculo e os esboços da anulação dos nós.

4.1 VIGA-PAREDE

A primeira estrutura exemplo, trata-se de uma simples viga parede, sujeita a uma carga concentrada no centro, conforme ilustra a figura 23. Este simples exemplo serve para mostrar a eficiência do método de análise proposto, visto ser uma estrutura simples na qual já existe um modelo de escoras definido, como se pode observar na figura 23.1

Por ser uma estrutura simples e simétrica, para as iterações, considera-se que os nós deixam de ser significativos se tiverem valores de tensões abaixo de 10% das tensões principais máxima e mínima.

Conforme foi referido no capítulo anterior para otimizar o modelo de escoras e tirantes, a estrutura foi dividida em 1440 elementos finitos quadriláteros, sendo cada um dos elementos definidos por 8 nós. Cada elemento quadrilátero tem respectivamente 0.10x0.10 de comprimento. Esta primeira análise pode-se observar na figura 23.2.

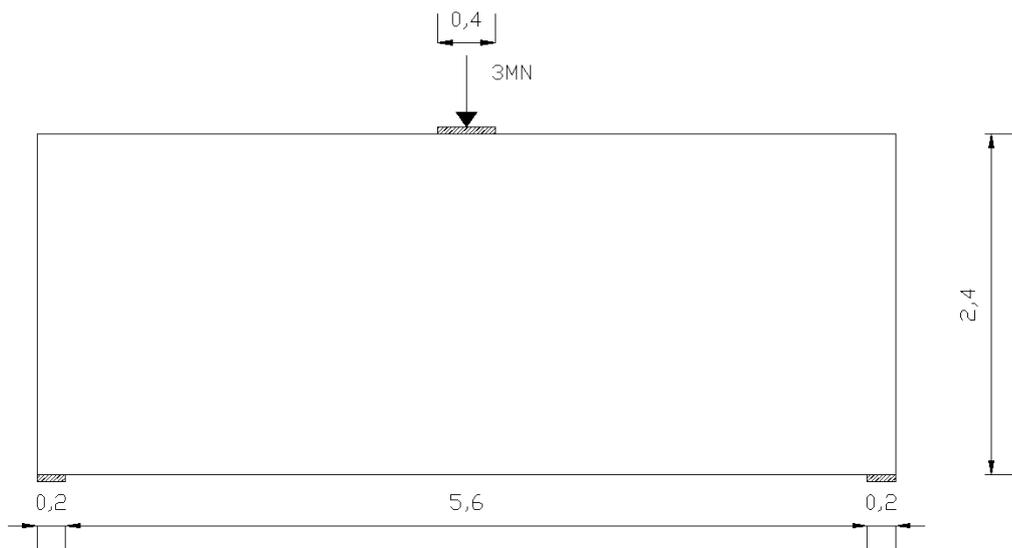


Fig. 23 – Viga-Parede

Espessura da viga = 0,30m

Material: Betão C20/25

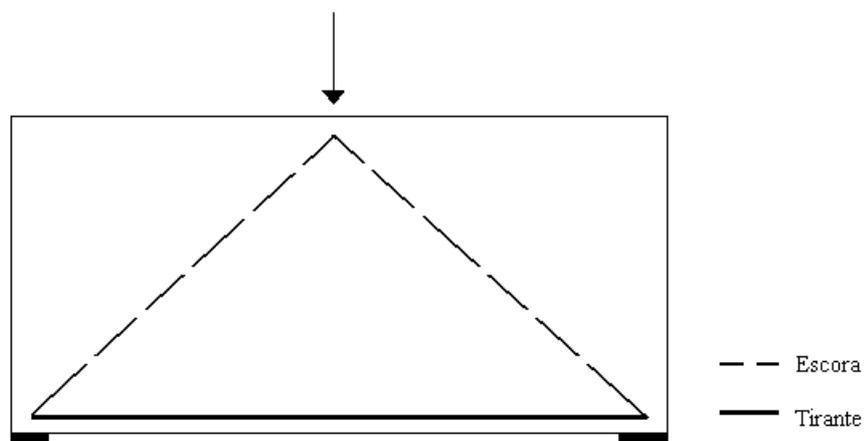


Fig. 23.1 – Modelo de escoras e tirantes idealizado para uma viga-parede simples, sujeita a uma carga concentrada no centro

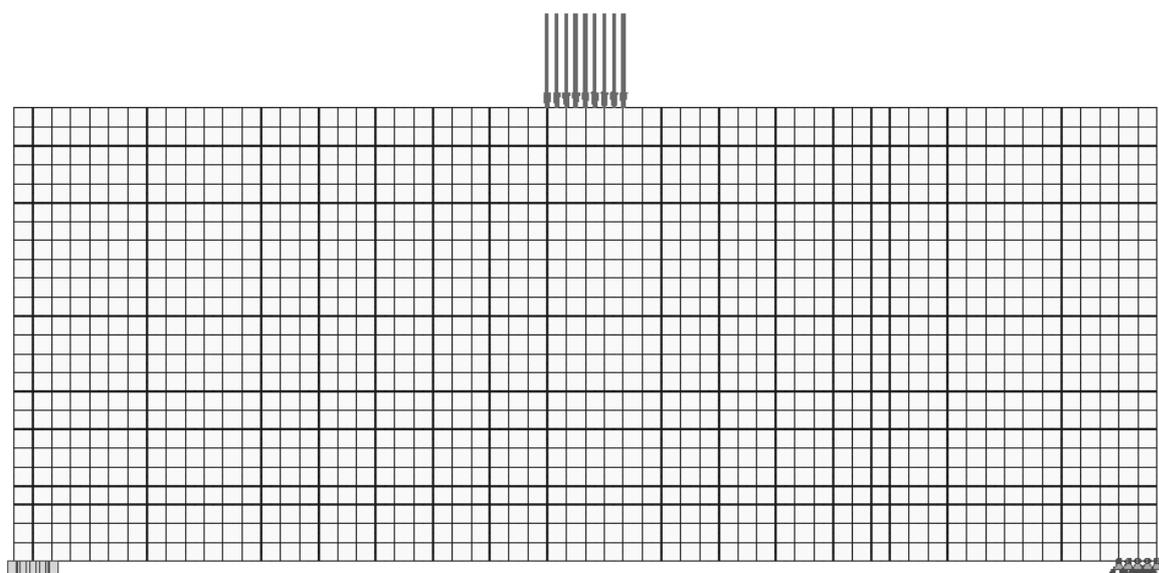


Fig. 23.2 – Viga-Parede: malha de elementos finitos

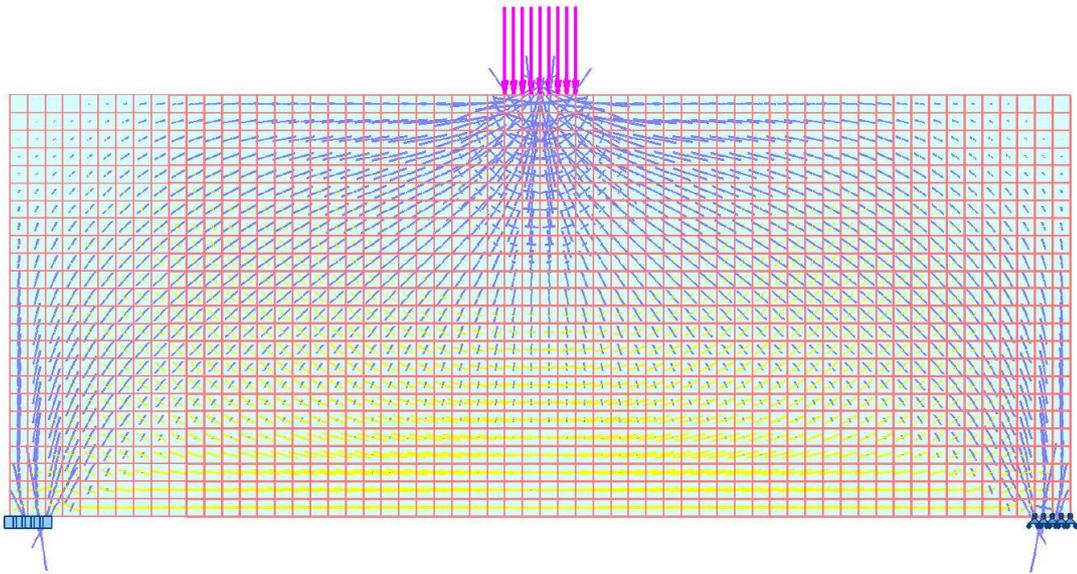


Fig. 23.3 – Viga parede: tensões e respectivas direcções. As compressões estão indicadas a tracejado azul e as tracções a tracejado amarelo.

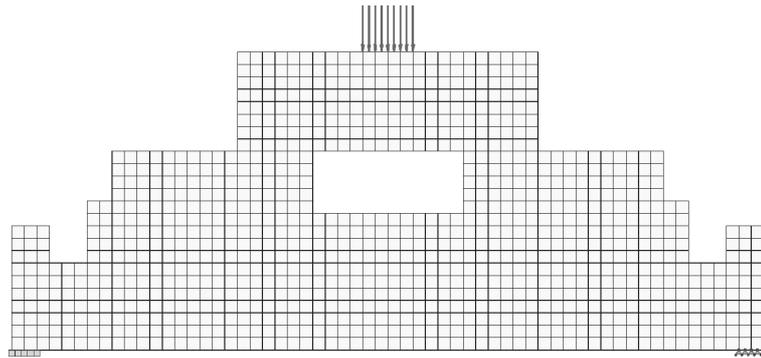


Fig. 23.4 – Viga-Parede: 1ª iteração

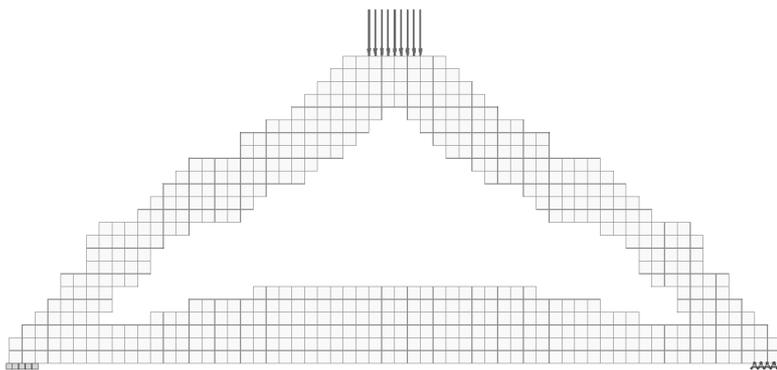


Fig. 23.5 – Viga-Parede: 2ª iteração

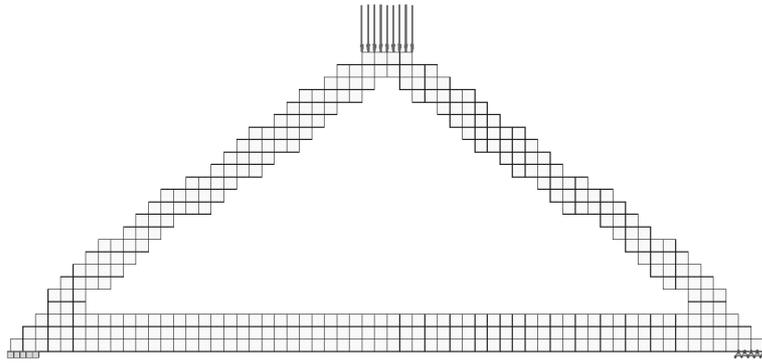


Fig. 23.6 – Viga-Parede: 3ª iteração

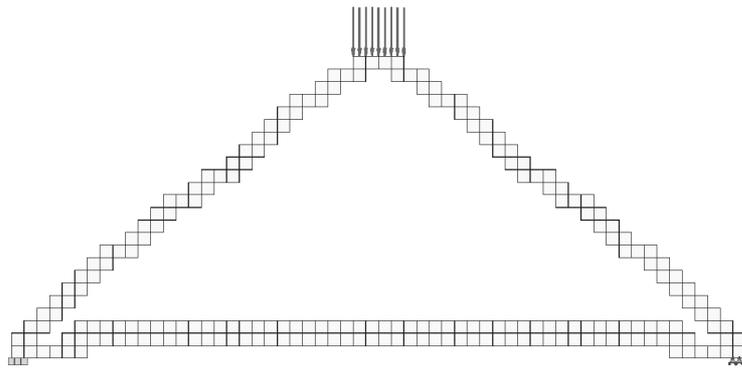


Fig. 23.7 – Viga-Parede: 4ª iteração

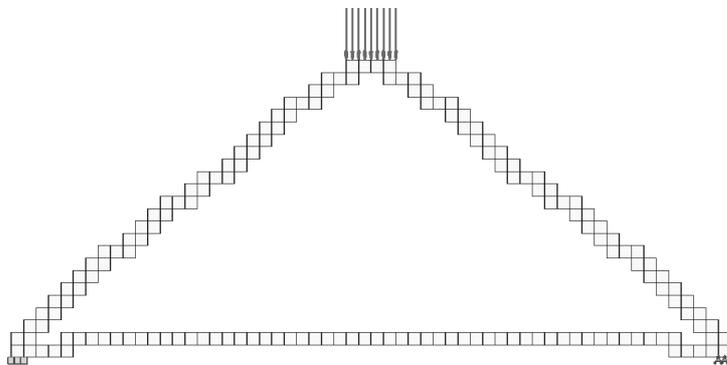


Fig. 23.8 – Viga-Parede: 5ª iteração

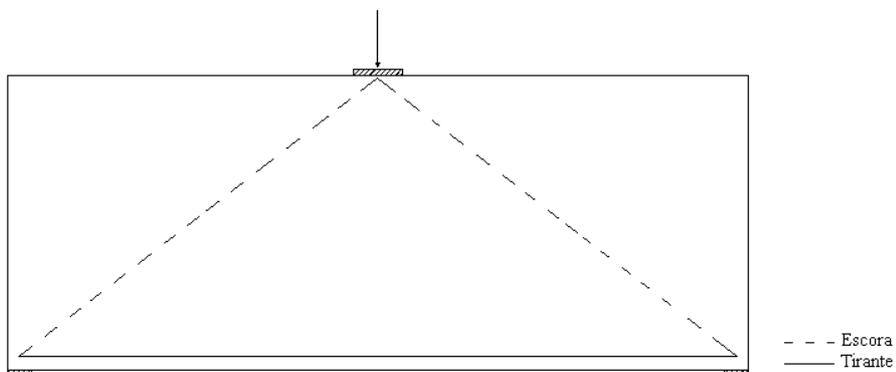


Fig. 23.9 – Viga-Parede: modelo de escoras e tirantes através do método de otimização proposto

4.2 VIGA-PAREDE COM ABERTURA

Este segundo exemplo trata de um viga parede com abertura, sujeita a uma carga concentrada de 3MN, como ilustra a figura 24.

Nesta estrutura, por ser um pouco maior que a anterior, optou-se por uma malha de elementos finitos mais larga, 0.20x0.20. Para as iterações vai-se considerar o que se tinha definido no capítulo anterior, ou seja, anular os nós cujas tensões sejam inferiores a % das tensões principais máxima e mínima.

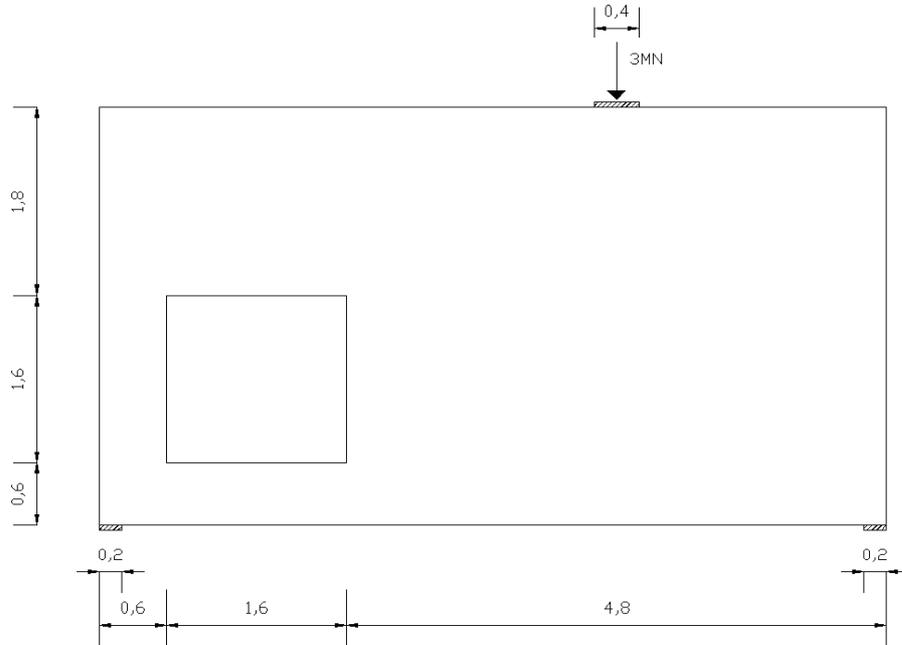


Fig. 24 – Viga-Parede com abertura

Espessura da viga = 0,30m

Material: Betão C20/25

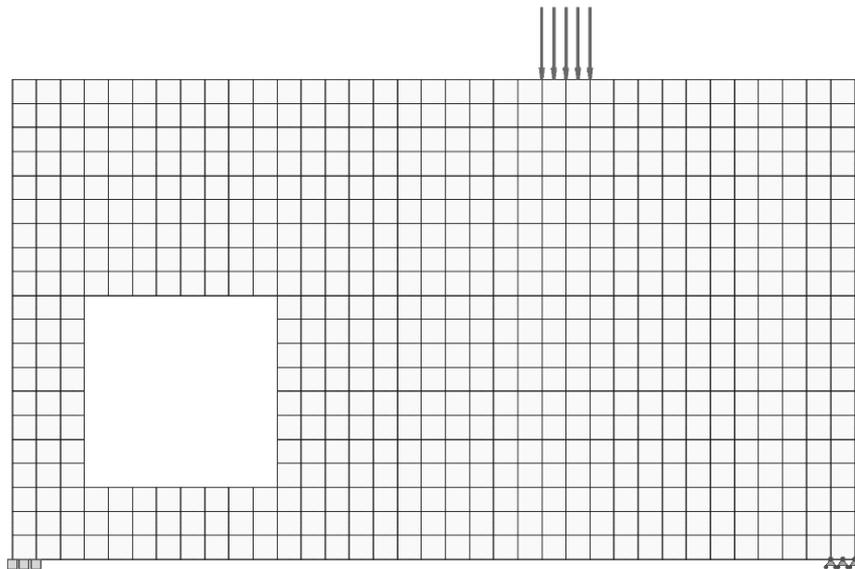


Fig. 24.1 – Viga-Parede com abertura: malha de elementos finitos

A estrutura foi dividida em 639 elementos finitos quadriláteros, sendo cada um dos elementos definidos por 8 nós.

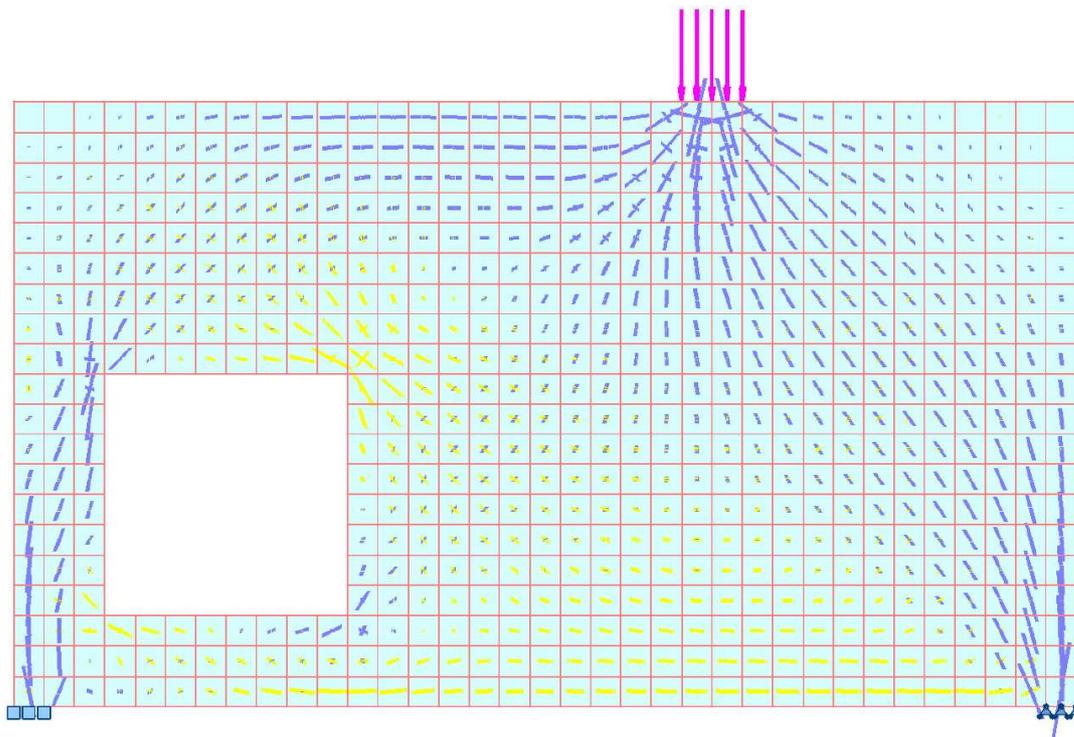


Fig. 24.2 – Viga-Parede com abertura: tensões e respectivas direcções. As compressões estão indicadas a tracejado azul e as tracções a tracejado amarelo.

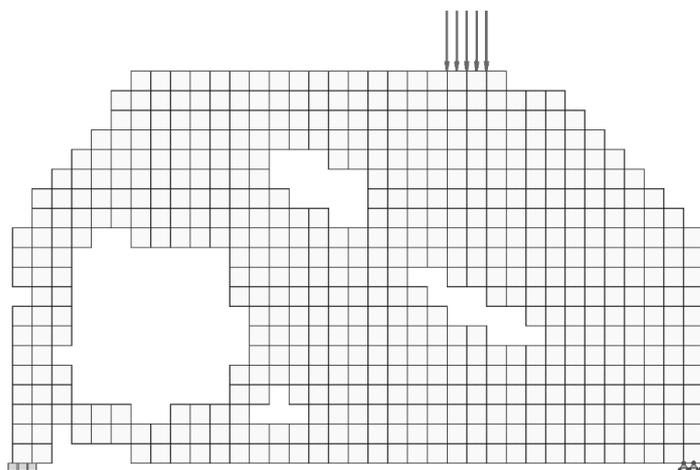


Fig. 24.3 – Viga-Parede com abertura: 1ª iteração

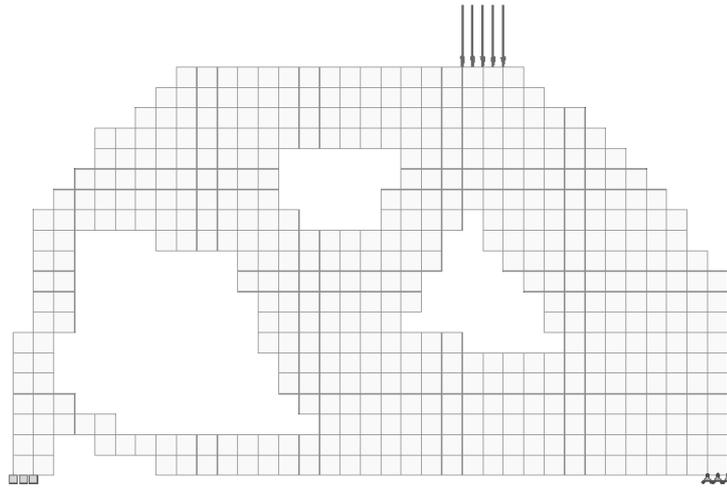


Fig. 24.4 – Viga-Parede com abertura: 2ª iteração

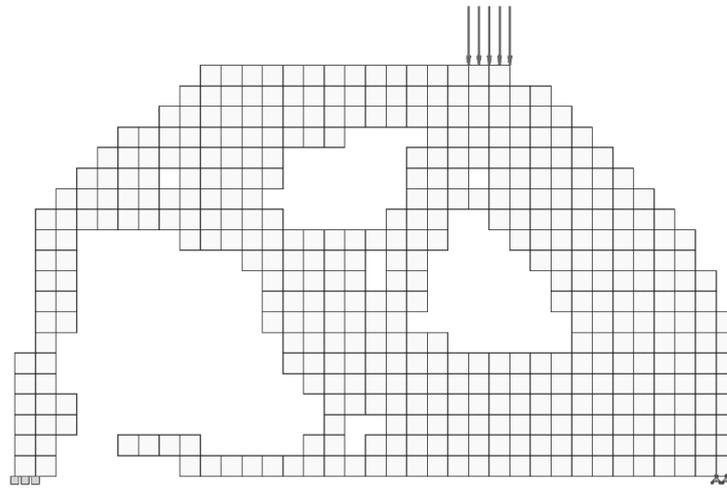


Fig. 24.5 – Viga-Parede com abertura: 3ª iteração

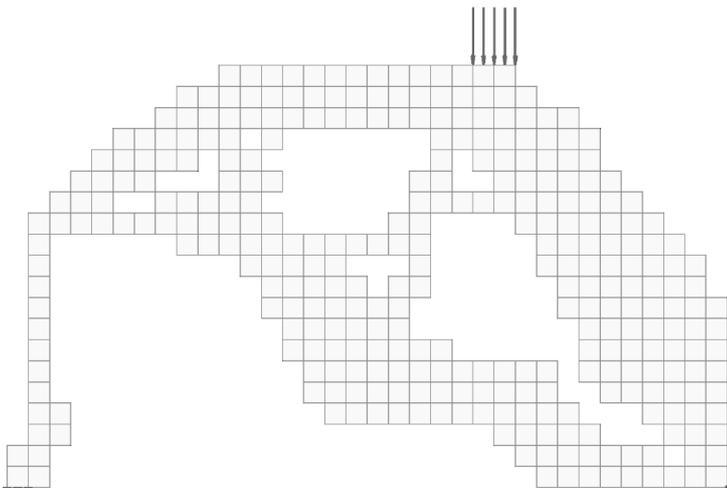


Fig. 24.6 – Viga-Parede com abertura: 4ª iteração

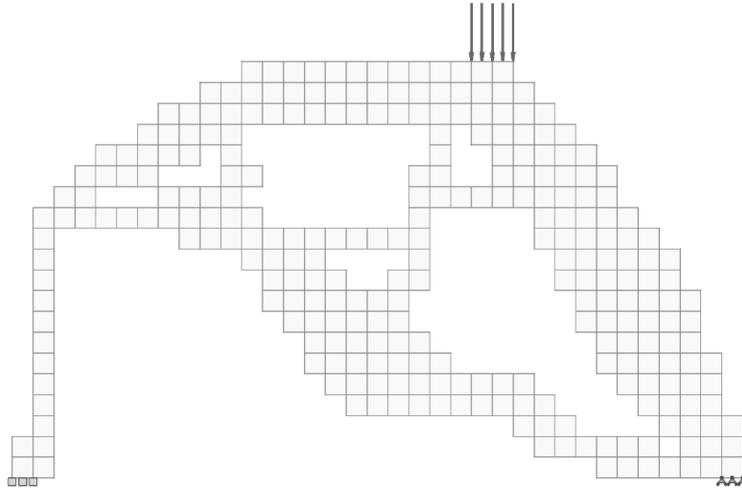


Fig. 24.7 – Viga-Parede com abertura: 5ª iteração

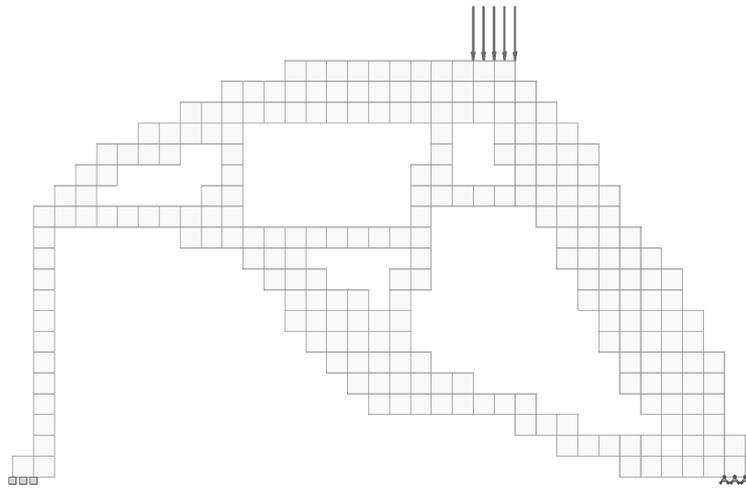


Fig. 24.8 – Viga-Parede com abertura: 6ª iteração

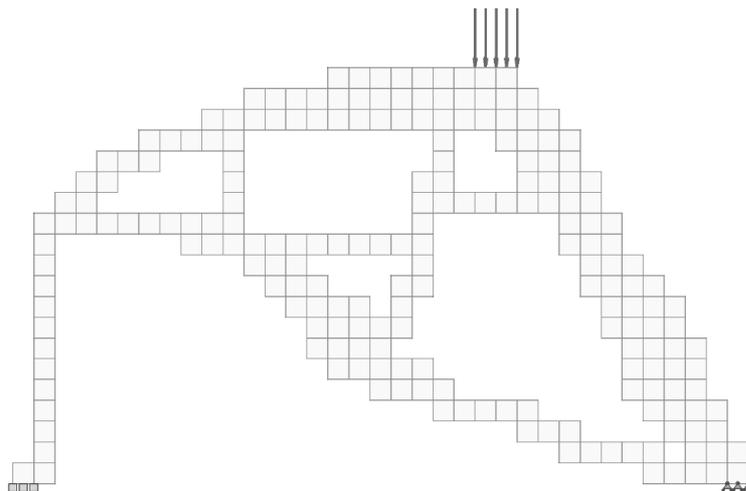


Fig. 24.9 – Viga parede com abertura: 7ª iteração

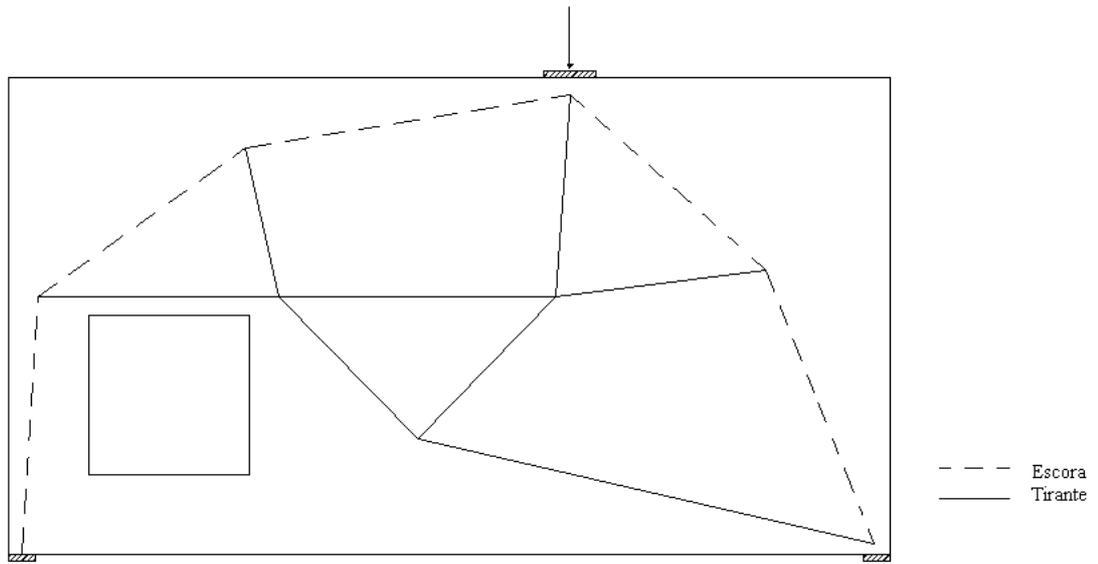


Fig. 24.10 – Viga parede com abertura: modelo de escoras e tirantes obtido através do método de otimização proposto

4.3 CONSOLA CURTA

Para último caso de estudo, escolheu-se uma consola curta sujeita a um carregamento de uma carga concentrada no valor de 1 MN. A geometria e dimensões da estrutura estão representadas na figura 25.

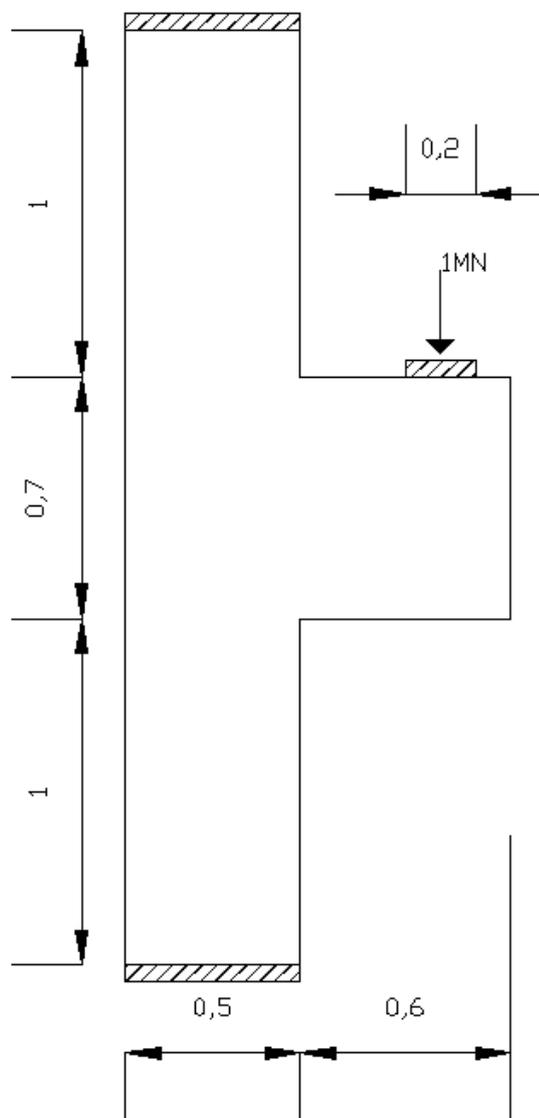


Fig. 25 – Consola curta

Espessura da viga = 0,30m

Material: Betão C20/25

A estrutura foi dividida em 708 elementos finitos quadriláteros, sendo cada um dos elementos definidos por 8 nós. Cada elemento tem respectivamente 0.05x0.05m de comprimento.

Numa primeira abordagem á estrutura, iterou-se a estrutura eliminando os nós com tensões principais inferiores a 10% da máxima e mínima, mas observou-se que todos os nós localizados na zona do pilar

seriam anulados. Esse facto deve-se porque a carga concentrada localiza-se na zona da consola, o que aí se registam grande valores de tensões em comparação com as tensões verificadas no pilar.

Por esse motivo, opta-se por realizar as iterações eliminando os nós cujas tensões principais sejam inferiores a 5% da máxima e mínima, a fim de obtermos uma optimização do modelo mais realista.

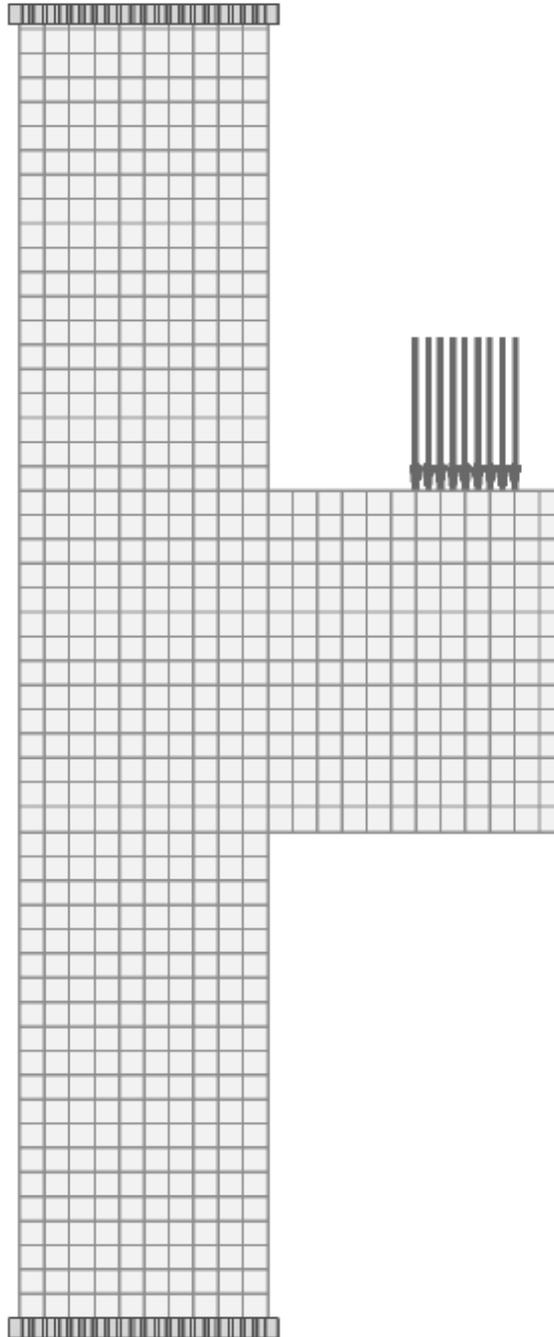


Fig. 25.1 – Consola curta: malha de elementos finitos

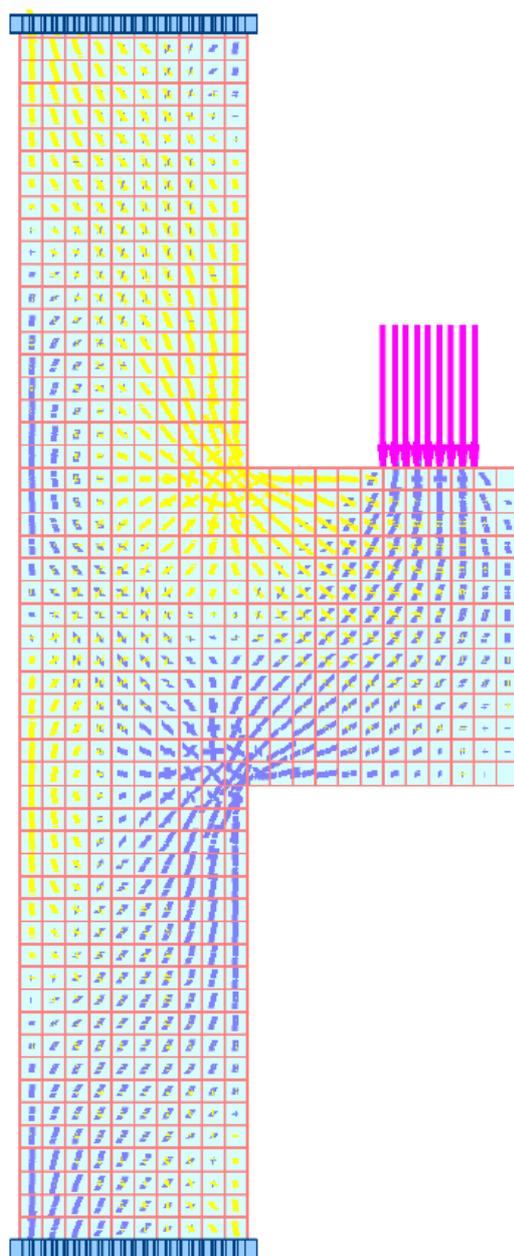


Fig. 25.2 – Consola curta: As compressões estão indicadas a tracejado azul e as tracções a tracejado amarelo.

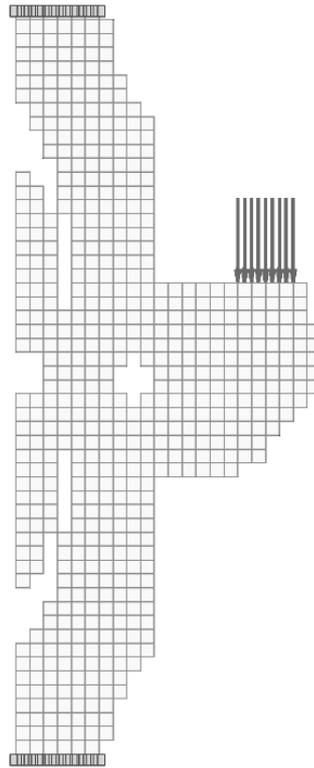


Fig. 25.3 – Consola curta: 1ª iteração

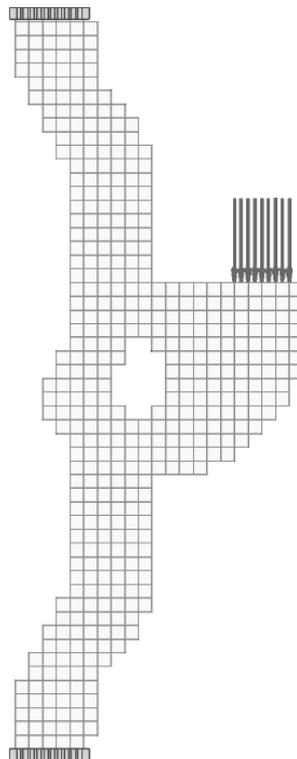


Fig. 25.4 – Consola curta: 2ª iteração

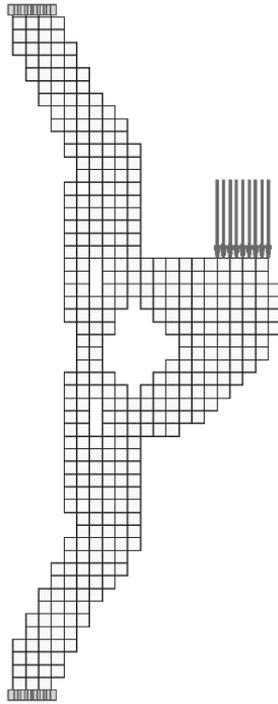


Fig. 25.5 – Consola curta: 3ª iteração

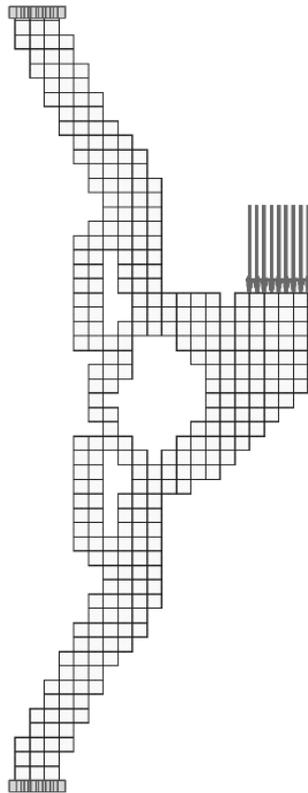


Fig. 25.6 – Consola curta: 4ª iteração

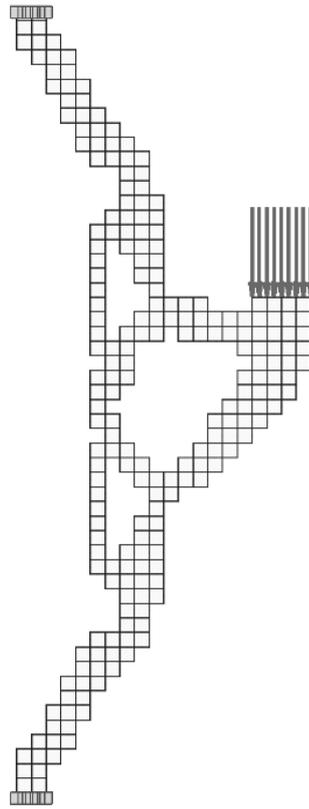


Fig. 25.7 – Consola curta: 5ª iteração

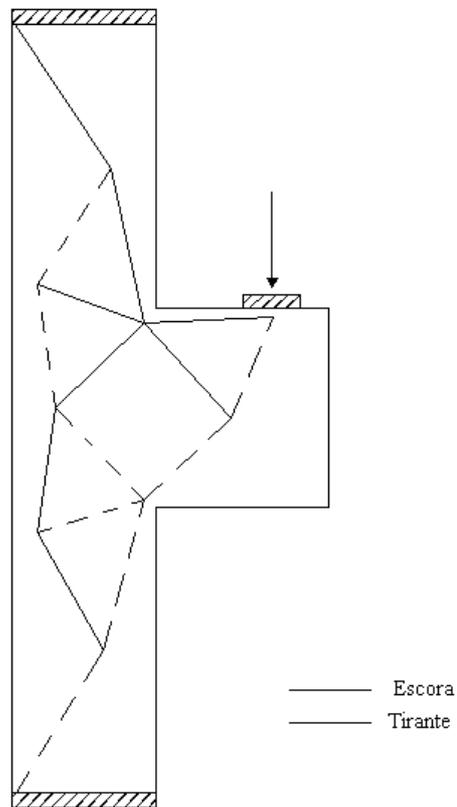


Fig. 25.8 – Consola curta: modelo de escoras e tirantes obtido através do método de otimização proposto

3.4 CONCLUSÕES

Na aplicação do método de escoras e tirantes a uma estrutura não trivial podem surgir dificuldades no esqueleto resistente assumido. Deste modo, o uso dos modelos de escoras e tirantes estão muito limitados ao conhecimento prévio do modo de funcionamento da estrutura, pois ainda não existe uma abordagem standard de estruturas para este método.

Com esta dissertação, tentou-se explorar um método de optimização de modelos de escoras tirantes numa estrutura.

A metodologia aqui apresentada foi elaborada para auxiliar o projectista no uso do método das escoras e tirantes. Com esta análise é possível conhecer modelos de escoras e tirantes para estruturas com geometrias variáveis, no qual existe uma grande dificuldade na idealização do seu modelo.

No primeiro caso de estudo, através das figuras de 18.4 a 18.7, observa-se as iterações realizadas de forma a obter uma optimização do modelos de escoras e tirantes. Como podemos observar na figura 18.8, o esqueleto resistente obtido é igual ao ilustrado na figura 18.2. O qual se pode concluir que o método proposto está em concordância com a realidade.

CONCLUSÕES

5.1 SUMÁRIO

Ao Longo deste trabalho procurou-se estabelecer um método de forma a otimizar modelos de escoras e tirantes em estruturas. No fim de uma introdução teórica das várias metodologias para análise de estrutura de betão armado focou-se a dissertação no tema principal que consistiu em formular um método para que através de uma análise inicial da estrutura pelo método dos elementos finitos de obtivesse uma optimização de modelos de escoras e tirantes.

Para o desenvolvimento deste método abordaram-se três estruturas diferentes, sujeitas sempre a um mesmo tipo de carregamento.

O primeiro exemplo consistiu numa simples viga parede, na qual se conhecia previamente o modelo, para comprovar que o método em estudo estaria de acordo com o comportamento real da estrutura.

Deste primeiro exemplo concluiu-se que o esqueleto resistente que se obteve no fim das várias iterações estava em conformidade com o modelo de escoras e tirantes já previamente definido, o que comprova que o método em causa está correcto.

5.2 CONCLUSÕES FINAIS

Na prática da engenharia estrutural, é necessário reter, que a concepção análise e dimensionamento de estruturas de betão armado estão relacionados entre si num processo iterativo, em que o único responsável é o projectista. A responsabilidade do projectista é enorme, dados os montantes económicos e quantidade de vidas humanas envolvidas num eventual colapso da estrutura, pelo que uma concepção eficaz e uma análise cuidadosa das estruturas são fundamentais, bem como uma posterior verificação.

Actualmente, o projectista tem em sua posse vários métodos para a análise e dimensionamento de estruturas de betão armado.

Os métodos de análise e dimensionamento revistos no âmbito da dissertação, têm conhecidos desenvolvimentos significativos nos últimos anos, pelo que se justifica a necessidade de os adequar à prática corrente de dimensionamento. A busca de soluções arrojadas, económicas e seguras ou a maior complexidade, importância e grau de inovação das estruturas implicam que a análise e dimensionamento actuais não são compatíveis com o recurso a regras empíricas e à experiência e sensibilidade do projectista.

Do estudo realizado, e no âmbito da dissertação, conclui-se que os modelos de escoras e tirantes têm um valor significativo dado que permitem salientar o mecanismo de transmissão de forças internas. Mas associado a este método encontra-se limitações que põem em causa a verificação real do comportamento da estrutura. Essas limitações estão ligadas sobretudo, à sensibilidade que o projectista

tem para a formulação de um modelo de escoras e tirantes adequado, pois, modelos errados podem levar a capacidades resistentes de cálculo da estrutura superiores às reais.

Com o presente trabalho pretendeu-se desenvolver um método fiável que ajude o projectista na determinação e optimização de modelos de escoras e tirantes. Para isso foram desenvolvidos, para ilustrar o procedimento de optimização, três exemplos de diferentes tipos de estruturas de betão armado.

Pode-se concluir que o método desenvolvido neste trabalho é uma solução fiável e viável para auxiliar o projectista na obtenção de modelos de escoras e tirantes.

5.3 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS DA INVESTIGAÇÃO NESTE DOMÍNIO

O método de escoras e tirantes nada mais é do que uma representação discreta dos campos de tensão nos elementos estruturais. Em estruturas complexas, torna-se difícil ao projectista idealizar esses campos, o que através do método dos elementos finitos é possível.

Nesta dissertação, já foi provado que através de uma análise de elementos finitos se obtém os campos de tensões de uma estrutura e que por sua vez ajuda a optimizar os modelos de escoras e tirantes. Perante este facto, sugere-se a implementação de um programa, onde através do caminho das forças internas de possa obter um traçado automático de modelos de escoras e tirantes, e assim facilitar o uso do método de escoras e tirantes para todo o tipo de estruturas complexas, aliviando assim um pouco o projectista quanto à formulação de modelos. Referencia-se que este tipo de programa não iria desresponsabilizar o projectista, estando os resultados sujeitos a avaliação do próprio.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Álvaro F. M. Azevedo. *Livro Método dos Elementos Finitos*. FEUP, Portugal, 1ª Edição, Abril de 2003.
- [2] Blaauwendraad, J.; Hoogenboom, P. C.. *String Panel Model for Structural Concrete Design*". ACI Structural Journal, v.93, n. 3, Maio-Junho 1996
- [3] Bounassar, J. F.. *Dimensionamento e Comportamento do Betão Estrutural em Zonas de Descontinuidade*. Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Portugal, 1995.
- [4] Chen, W. F.. *Plastic in Reinforced Concrete*. McGraw-Hill Book Company, USA, 1982.
- [5] CSA, Candian Standarts Association. *CSA Standart-A23.3-94 – Design ok Concrete Strutures*.1994.
- [6] Eurocódigo 2.
- [7] Foster, S. J.. *Design of Non-Flexural Members for Shear*". Cement and Concrete Composities, v.20, 1998.
- [8] Fu, C. C.. *The Strut-and-Tie Model of Cncrete Structures*. Palestra, The Maryland State Hihway Administration , Agosto 2001.
- [9] Hyo-Gyoung Kwak, Sang-Hoon Noh. *Determination of strut-and-tie models using evolutionary structural optimization*. Elsevier, Março 2006
- [10] Kupfer, H.. *Expansion of Mörsch's Truss Analogy by Aplication of the Principle of Minimum Strain Energy*.CEB-Bulletin 40, Paris, 1964.
- [11] Leonhardt, F.; Mönning, E.. *Construções de Concreto*. Editora Interciência, Rio de Janeiro, 1979.
- [12] Marti, P.. *Truss Models in Detailing*. Concrete International, v.82, dezembro, 1985.
- [13] Nelsen, M. P.. *Limit Analysis and Concrete Plasticity*. Prentice-Hall Series in Civil Engineering, New Jersey, U.S.A, 1984.
- [14] Paulo José Brandão Barbosa Lourenço. *Novas Metodologias para o dimensionamento de estruturas de betão armado*. Universidade do Minho. Outubro 1992.
- [15] Qing Quan, Yi Min Xie, Grant Prentice Steven. *Topology Optimization of Strut-and.Tie Models in Reinforced Concrte Structures Using na Evolutionary Procedure*. Aci Structural Journal, Março-Abril, 2000
- [16] Rafael Alves de Souza. *Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de Elementos com Descontinuidades*. Tese de Doutourado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- [17] Rafael A. de Souza, Túlio N. Bittencourt. *Elementos especiais de concreto: novas metodologias para um dimensionamento racional e seguro*. Revista de Engenharia, Ciência e Tecnologia.
- [18] Rüsç, H.. *On the limitations of applicability of the truss analogy for shear design of r. c. beams*. Université de Liege, 1964.
- [19] Schäfer, K.; Schlaich, J.. *Consistent Design of Structural Concrete using Strut and Tie Models*. Colóquio sobre comportamento e projecto de Estruturas, Rio de Janeiro, 1988
- [20] Schäfer, K.; Schlaich, J.. *Design and Detailing of Structural Concrete using Strut and Tie Models*. The Structural Engineer, Março 1991.

[21] Thürlimamm, B.. *Plastic Analysis of Reinforced Concrete Beams*. IABSE Colloquium on Plasticity in Reinforced Concrete, Copenhagen, 1979.

[22] Yun, Y. M.. *Computer Graphics for Nonlinear Strut Tie Model*. Journal of Computing in Civil Engineering, 2000.