

DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS LAMINARES DE BETÃO COM MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES ASSISTIDO POR COMPUTADOR

SALOMÉ M^a CHAVES DE ALMEIDA GONÇALO

Relatório de Projecto submetido para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor António Abel Henriques

FEVEREIRO DE 2009

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2008/2009

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446



miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440



feup@fe.up.pt



<http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2008/2009 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

RESUMO

O presente trabalho tem como principal objectivo o desenvolvimento de uma metodologia de dimensionamento de elementos laminares de betão armado aplicando modelos de escoras e tirantes e utilizando uma ferramenta computacional – programa “CAST” (*Computer Aided Strut-and-Tie*).

A insuficiência do conceito de distribuição linear das extensões ao longo das secções transversais em peças que apresentam singularidades quer na geometria, quer no carregamento tornam desadequados as metodologias de dimensionamento correntemente usadas em peças lineares como, por exemplo, vigas e pilares. O método de escoras e tirantes surge assim como uma ferramenta prática e racional que permite identificar o esqueleto resistente da estrutura, quantificar as forças internas ao longo das zonas mais esforçadas, dimensionar e identificar o traçado mais adequado das armaduras.

No capítulo 1 é feita uma abordagem histórica ao método de escoras e tirantes e da sua aplicação aos elementos laminares de betão. Após considerações iniciais o método de escoras e tirantes é descrito em pormenor assim como a sua aplicação na obtenção e na optimização de modelos. Também é feita a caracterização do dimensionamento de elementos laminares de acordo com o Eurocódigo2 (EC2).

No capítulo 2 é feita a descrição da ferramenta informática utilizada neste trabalho, o programa “CAST”, que permite a análise dos esforços em modelos de escoras e tirantes e faz a verificação da segurança da solução de dimensionamento adoptada. Apresenta-se ainda a adaptação das regras preconizadas no EC2 a este programa informático, através da visualização de um exemplo prático de uma viga-parede.

No capítulo 3 propõe-se a metodologia de dimensionamento que foi desenvolvida com base na aplicação do programa “CAST” e nas regras definidas no EC2. De maneira a ser possível avaliar as potencialidades e a aplicabilidade desta metodologia ao dimensionamento de elementos laminares típicos de betão armado, apresenta-se a resolução de três elementos estruturais: viga-parede, viga-parede com abertura e dupla consola.

Finalmente, no capítulo 4, apresentam-se as conclusões principais sobre a utilidade desta ferramenta no dimensionamento de elementos laminares, assim como, algumas propostas para o seu desenvolvimento futuro.

PALAVRAS-CHAVE: Dimensionamento, escoras, tirantes, nós, CAST.

ABSTRACT

The main objective of this work is to develop a methodology for the design of reinforced concrete laminar elements applying the strut-and-tie and using a graphical design tool - CAST programme (Computer Aided Strut-and-Tie).

The inadequacy of the concept of distribution of linear extensions along the cross-sections in elements that have singularities either in geometry or in loading make inappropriate the sizing of the methodologies commonly used in linear pieces, such as, beams and column. The strut-and-tie method is an efficient and practical tool for identifying the skeleton structure resistant, to quantify internal forces along the areas of more effort, to design and to identify the most appropriate route of reinforcement.

Chapter one initiates with a brief historic approach to the strut-and-tie method and its applications to the concrete laminar elements. Upon initial considerations, the strut-and-tie method is described in detail as well as its applications, obtaining and optimization models. It is also present a characterization of the laminar sizing elements according to Eurocode 2 (EC2)

In chapter 2 we describe the CAST programme used in this work, an informatic design tool that allows the analysis of efforts to strut-and-tie models and verify the safety of the design solution adopted. The adapted EC2 recommended rules to this software are presented through the practical example of a deep beam.

In chapter 3 it is proposed a sequence methodology to use in the design of strut and tie models, using both CAST programme and the EC2 rules. In order to assess the potential and applicability of this methodology to the design of laminar items typical of reinforced concrete, structural items we feature three examples: deep beams, deep beams with opening and double corbel.

Finally, in the chapter 4, are presented the main conclusions about the utility of this graphic tool in the design of laminar elements as well as a few future proposals for the development of this informatic tool.

KEYWORDS: Design, strut, tie, nodes, CAST.

ÍNDICE GERAL

RESUMO.....	i
ABSTRACT	iii
1. MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES	1
1.1. HISTÓRICO	1
1.2. CONSIDERAÇÕES DO MODELO.....	2
1.3. REGIÕES “B” E “D”	3
1.4. MÉTODO DOS CAMINHOS DE CARGA	4
1.5. OPTIMIZAÇÃO DO MODELO	6
1.6. DIMENSIONAMENTO DAS ESCORAS	7
1.7. DIMENSIONAMENTO DOS TIRANTES	10
1.8. DIMENSIONAMENTO DOS NÓS	12
1.9. ÁREAS SUJEITAS A FORÇAS CONCENTRADAS	15
1.10. DIMENSIONAMENTO DE COMPRIMENTOS DE AMARRAÇÃO	16
2. PROGRAMA INFORMÁTICO “CAST”	23
2.1. INTRODUÇÃO AO PROGRAMA “CAST”	23
2.2. METODOLOGIA	23
2.2.1. APLICAÇÃO.....	23
2.2.1.1. Fase 1 – Definir a área do trabalho	24
2.2.1.2. Fase 2 – Construção do modelo	26
2.2.1.3. Fase 3 – Obter esforços no modelo de escoras e tirantes	32
2.2.1.4. Fase 4 – Definir e atribuir as propriedades às escoras, tirantes e nós	34
2.2.1.5. Fase 5 – Verificação das tensões	44
3. METODOLOGIA DE DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS LAMINARES DE BETÃO. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	57
3.1. METODOLOGIA PROPOSTA	57
3.2. VIGA PAREDE.....	59
3.3. VIGA PAREDE COM ABERTURA	77

3.4. CONSOLA	107
---------------------------	------------

4. CONCLUSÃO	119
---------------------------	------------

4.1. CONCLUSÃO	119
-----------------------------	------------

4.2. PROPOSTA PARA DESENVOLVIMENTO FUTURO	119
--	------------

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.1 –	Ângulos entre escoras e tirantes (adaptado do CEB/FIP, 1999b)	2
Fig.2 –	Mudança de direcção das forças (adaptado do CEB/FIP, 1999b)	3
Fig.3 –	Zonas das regiões B e D: a) descontinuidade geométrica, b) descontinuidade estática, c) descontinuidade geométrica e estática (adaptado do CEB/FIP, 1999b)	4
Fig.4 –	Aplicação do método do caminho das cargas a uma viga-parede: a) estrutura e acções, b) caminho das cargas através da estrutura – forças de desvio F_c e F_t requeridas para o equilíbrio, c) modelo de escoras e tirantes (adaptado de Jörg Schlaich <i>et al</i> , 1991)	5
Fig.5 –	Aplicação do método de caminho das cargas, incluindo um percurso em forma de “U”: a) estrutura e acções, b) caminho das cargas através da estrutura – forças de desvio F_c e F_t requeridas para o equilíbrio, c) modelo de escoras e tirantes (adaptado Jörg Schlaich <i>et al</i> , 1991)	6
Fig.6 –	Exemplo de uma viga-parede com dois modelos de escoras e tirantes em que: a) modelo “bom”, b) modelo “mau” (adaptado Jörg Schlaich <i>et al</i> , 1991)	7
Fig.7 –	Exemplo de uma viga-parede com reentrância, onde se verifica a sobreposição dos dois modelos (adaptado Jörg Schlaich <i>et al</i> , 1991)	7
Fig.8 –	Configurações típicas de campos de tensão de compressão: a) escora tipo leque, b) escora tipo garrafa, c) escora tipo prismática (adaptado Jörg Schlaich <i>et al</i> , 1987)	8
Fig.9 –	Exemplo de uma viga com a identificação das escoras tipo prismáticas e escoras tipo leque (adaptado PCA, 2003)	9
Fig.10 –	Escora de betão com ou sem compressões transversais (adaptado do EC2, 2004)	9
Fig.11 –	Escora de betão sujeita a tracção transversal (adaptado do EC2, 2004)	10
Fig.12 –	Descontinuidade parcial (adaptado do EC2, 2004)	11
Fig.13 –	Descontinuidade total (adaptado do EC2, 2004)	11
Fig.14 –	Exemplo com a representação de dois tipos de nós: contínuos e singulares numa região D: a) nós contínuos-1 e nós singulares-2 numa região D, b) campos de tensão e regiões nodais, c) campos de tensão e regiões nodais (adaptado Jörg Schlaich <i>et al</i> , 1991)	12
Fig.15 –	Nó comprimido sem tirantes (adaptado do EC2, 2004)	13
Fig.16 –	Nó comprimido com o tirante amarrado numa direcção (adaptado do EC2, 2004)	14
Fig.17 –	Nó comprimido com o tirante amarrado em duas direcções (adaptado do EC2, 2004)	14
Fig.18 –	Distribuição de cálculo para áreas sujeitas a forças concentradas (adaptado do EC2, 2004)	16
Fig.19 –	Representação de condições de aderência: a) e b) condições de “boa” aderência para todos os varões, c) e d) zona não tracejada – condições de “boa” aderência, zona tracejada – condições de “fraca” aderência (adaptado do EC2, 2004)	17

Fig.20 – Tipos de amarração para além da de prolongamento recto: a) comprimento de amarração de referência, l_b , seja qual for a forma do traçado, b) comprimento de amarração equivalente para um cotovelo corrente, c) comprimento de amarração equivalente para um gancho corrente, d) comprimento de amarração equivalente para um laço corrente, e) comprimento de amarração equivalente com um varão transversal soldado (adaptado do EC2, 2004).....	18
Fig.21 – Valores de c_d para vigas e lajes: a) varões rectos, b) cotovelos ou ganchos, c) laços (adaptado do EC2, 2004)	20
Fig.22 – Valores de K para vigas e lajes	20
Fig.23 – Modelo tipo da viga-parede	24
Fig.24 – Caixa de diálogo de descrição do projecto.....	25
Fig.25 – Caixa de diálogo das propriedades do projecto.....	25
Fig.26 – Caixa de diálogo das linhas auxiliares.....	26
Fig.27 – Representação da fronteira exterior do projecto.....	26
Fig.28 – Diagrama de tensões da viga parede	27
Fig.29 – Caixa de diálogo das linhas auxiliares.....	27
Fig.30 – Modelo de escoras e tirantes.....	28
Fig.31 – Caixa de diálogo informativa das propriedades geométricas.....	28
Fig.32 – Representação de três tipos de treliça pré-definidas	29
Fig.33 – Caixa de diálogo de definição da treliça escolhida	29
Fig.34 – Modelo executado com treliças pré-definidas	29
Fig.35 – Caixa de diálogo com as dimensões das placas de apoio	30
Fig.36 – Caixa de diálogo das condições de apoio	30
Fig.37 – Modelo das condições de apoio	31
Fig.38 – Caixa de diálogo das condições de carregamento	31
Fig.39 – Modelo com as condições de apoio e carregamento	32
Fig.40 – Caixa de diálogo de erro relativo à falta de estabilidade	32
Fig.41 – Esforços no modelo	33
Fig.42 – Esforços no modelo indeterminado internamente.....	34
Fig.43 – Caixa de diálogo de definição de propriedades: escora tipo garrafa	35
Fig.44 – Caixa de diálogo de definição de propriedades: escora tipo prismática.....	36
Fig.45 – Representação das armaduras	37
Fig.46 – Caixa de diálogo de definição das propriedades do tirante	37
Fig.47 – Caixa de diálogo de definição das propriedades do nó comprimido sem tirantes.....	38
Fig.48 – Caixa de diálogo de definição das propriedades do nó comprimido com tirantes.....	39

Fig.49 – Caixa de diálogo de atribuição de propriedades das escoras tipo garrafa	39
Fig.50 – Caixa de diálogo de atribuição de propriedades das escoras tipo prismática	40
Fig.51 – Caixa de diálogo de atribuição de propriedades do tirante.....	40
Fig.52 – Caixa de diálogo de atribuição de propriedades do nó CCC	40
Fig.53 – Caixa de diálogo de atribuição de propriedades do nó CCT	41
Fig.54 – Representação do nó N2	41
Fig.55 – Representação do nó N1	42
Fig.56 – Caixa de diálogo de atribuição da largura de afectação da escora garrafa	42
Fig.57 – Caixa de diálogo de atribuição da largura de afectação da escora prismática	43
Fig.58 – Caixa de diálogo de atribuição da largura de afectação da escora prismática	43
Fig.59 – Caixa de diálogo de atribuição da largura de afectação do tirante	44
Fig.60 – Larguras de afectação no modelo.....	44
Fig.61 – Modelo com verificações das escoras, tirantes e nós	45
Fig.62 – Caixa de diálogo das características da escora prismática E2	46
Fig.63 – Caixa de diálogo das características da escora garrafa E1.....	47
Fig.64 – Caixa de diálogo das características do tirante E4.....	48
Fig.65 – Caixa de diálogo com a tabela/resumo das características dos elementos	49
Fig.66 – Caixa de diálogo do nó N2 referente ao lado do elemento E1.....	50
Fig.67 – Caixa de diálogo do nó N2 referente ao lado do elemento E2.....	51
Fig.68 – Caixa de diálogo do nó N2 referente ao lado do elemento E8.....	52
Fig.69 – Tabela/Resumo das propriedades do nó N2.....	52
Fig.70 – Caixa de diálogo de atribuição de forças e apoios	53
Fig.71 – Caixa de diálogo de análise detalhada das zonas nodais	53
Fig.72 – Caixa de diálogo do nó N1 referente ao lado do elemento E1.....	54
Fig.73 – Caixa de diálogo do nó N1 referente ao lado do elemento E4.....	55
Fig.74 – Caixa de diálogo do nó N1 referente ao lado do elemento E5.....	56
Fig.75 – Tabela/Resumo das propriedades do nó N1.....	56
Fig.76 – Viga-parede	60
Fig.77 – Diagrama de tensões na viga parede com a utilização de programa de elementos finitos	61
Fig.78 – Modelo de escoras e tirantes introduzido no programa “CAST”	62
Fig.79 – Caixa de diálogo com informação dos ângulos	62
Fig.80 – Representação do Nó 1	63
Fig.81 – Representação do Nó 2	64

Fig.82 – Representação do Nó 5	64
Fig.83 – Representação do Nó 6	65
Fig.84 – Modelo viga-parede com verificações das escoras, tirantes e nós.....	67
Fig.85 – Caixa de diálogo com a tabela/resumo das características dos elementos	68
Fig.86 – Tabela/Resumo das propriedades do nós	68
Fig.87 – Representação da escora E1	69
Fig.88 – Representação da escora E3	71
Fig.89 – Representação da escora E7	72
Fig.90 – Representação da escora E9	73
Fig.91 – Pormenorização das armaduras na viga-parede por face	76
Fig.92 – Cortes transversais da viga parede	77
Fig.93 – Viga-parede com abertura	77
Fig.94 – Diagrama de tensões na viga parede com abertura com a utilização de programa de elementos finitos.....	79
Fig.95 – Modelo de vários elementos introduzido no programa “CAST”	80
Fig.96 – Modelo de escoras e tirantes introduzido no programa “CAST”	80
Fig.97 – Caixa de diálogo com a informação dos ângulos	81
Fig.98 – Representação do Nó 1	82
Fig.99 – Representação do Nó 6	82
Fig.100 – Representação do Nó 21.....	83
Fig.101 – Representação do Nó 11.....	84
Fig.102 – Modelo de escoras e tirantes com o programa “CAST”- pormenor 1	86
Fig.103 – Modelo de escoras e tirantes com o programa “CAST”- pormenor 2	87
Fig.104 – Modelo de escoras e tirantes com o programa “CAST”- pormenor 3	92
Fig.105 – Modelo viga-parede com abertura com verificações das escoras, tirantes e nós	99
Fig.106 – Caixa de diálogo com tabela/resumo das características dos elementos	100
Fig.107 – Tabela/Resumo das propriedades do nós	100
Fig.108 – Representação da escora E9	101
Fig.109 – Cortes transversais da viga parede com abertura	104
Fig.110 – Pormenorização das armaduras horizontais na viga-parede com abertura por face	105
Fig.111 – Pormenorização das armaduras verticais na viga-parede com abertura por face	106
Fig.112 – Consola dupla	107
Fig.113 – Diagrama de tensões na consola dupla com a utilização de programa de elementos finitos	108

Fig.114 – Modelo de escoras e tirantes introduzido no programa “CAST”	109
Fig.115 – Caixa de diálogo com informação dos ângulos	109
Fig.116 – Representação do nó N1	110
Fig.117 – Representação do nó N5	111
Fig.118 – Modelo consola com verificações das escoras, tirantes e nós	112
Fig.119 – Caixa de diálogo com a tabela/resumo das características dos elementos	112
Fig.120 – Tabela/Resumo das propriedades dos nós.....	113
Fig.121 – Modelo de escoras e tirantes para uma consola curta (adaptado do EC2, 2004)	114
Fig.122 – Pormenorização das armaduras de consolas curtas (adaptado do EC2, 2004).....	114
Fig.123 – Pormenorização das armaduras na consola.....	116
Fig.124 – Vista em perspectiva da disposição das armaduras na dupla consola.....	117

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Valores de cálculo de tensão de rotura para “boa” e “fraca” aderência	18
Tabela 2 – Valores dos coeficientes α_1 , α_2 , α_3 , α_4 e α_5 (adaptado do EC2, 2004)	21
Tabela 3 – Diagrama de utilização do programa informático “CAST”	24
Tabela 4 – Valores referenciados para os factores de eficiência das escoras	34
Tabela 5 – Valores referenciados para os factores de eficiência nos nós	38

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

A_{c0} - Área de carregamento [m^2]

A_{c1} - Área de distribuição homotética [m^2]

A_s - Área de armadura [cm^2]

A_{sh} - Área de armadura na direcção horizontal [cm^2]

A_{sv} - Área de armadura na direcção vertical [cm^2]

$A_{s,db\ min}$ - Área de armadura mínima [cm^2]

$A_{s,main}$ - Armadura principal de tracção [cm^2]

Cn - Camada número

F_h - Força horizontal em estado limite último [kN]

F_v - Força vertical em estado limite último [kN]

F_{Rdu} - Capacidade resistente do betão ao esmagamento nas zonas de carregamentos concentrados [kN]

F_{sd} - Força em estado limite último [kN]

H - Propriedade geométrica [m]

T - Força de tracção [kN]

T_H - Força de tracção horizontal [kN]

T_V - Força de tracção vertical [kN]

a - Propriedade geométrica [m]

a_c - Propriedade geométrica [m]

b - Propriedade geométrica [m]

b_{ef} - Propriedade geométrica [m]

c - Propriedade geométrica [m]

d - Propriedade geométrica [m]

f_{bd} - Valor de cálculo da tensão de rotura da aderência [MPa]

f_{cd} - Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão [MPa]

f_{ck} - Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade [MPa]

f_{ctd} - Valor de cálculo da resistência do betão à tracção [MPa]

$f_{ctk,0.05}$ - Valor característico inferior da tensão de rotura do betão à tracção (quantilho de 5%) [MPa]

f_{yd} - Valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado [MPa]

f_{yk} - Valor característico da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado [MPa]

h - Propriedade geométrica [m]

h_c - Propriedade geométrica [m]

l_{bd} - Comprimento de amarração de cálculo [m]

$l_{b,eq}$ - Comprimento de amarração equivalente [m]

$l_{b,min}$ - Comprimento de amarração mínimo [m]

$l_{b,rqd}$ - Comprimento de amarração de referência [m]

α - Coeficientes

ϕ - Factor de redutor de força, diâmetro do varão

γ_C - Coeficiente parcial de segurança relativo ao betão

η - Coeficiente relacionado com aderência e com o diâmetro do varão

θ - Ângulos [°]

ν - Coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal

ν - Factor de eficiência

σ_{sd} - Valor de cálculo da tensão na secção do varão [MPa]

ACI – American Concrete Institute

EC2 – Eurocódigo 2

1

MÉTODO DE ESCORAS E TIRANTES

1.1. HISTÓRICO

A engenharia desde sempre se baseou em ensaios experimentais para melhor entender o comportamento de uma estrutura e assim propor modelos e formulações para prever a sua capacidade resistente.

Os ensaios experimentais traduziram-se, no início do século XX, no modelo de treliça proposto por Ritter e Mörsch; este modelo idealiza o comportamento de uma viga sob a acção de esforços de flexão e corte, em que é válido o conceito de distribuição linear das extensões ao longo da secção transversal -“Hipótese de Bernoulli”: secções planas continuam planas após deformações (só é válida no dimensionamento de vigas, pilares e lajes; não é possível a sua aplicação nos locais onde ocorrem pontos de aplicação de carga, aberturas e alargamentos) [7], [10].

Actualmente, apesar do modelo de Mörsch continuar válido, foi desenvolvido e refinado por Rüsch, Kupfer e Leonhardt, entre outros, até que Marti e Mueller, pertencentes à Escola Thürlimann’s em Zurique, criaram uma base científica para a sua aplicação racional, evoluindo até à teoria da plasticidade [7], [12], [6].

Na sequência, Collins e Mitchell consideraram as deformações do modelo da treliça e desenvolveram um método racional para o corte e torção [7], [12].

Em vários tipos práticos de estudo, Bay, Franz, Leonhardt e Thürlimann demonstraram que o método de escoras e tirantes poderia ser aplicado a vigas-parede e consolas [7].

A partir daí, Schlaich, Schäfer e outros membros do “Institute for Concrete Structures”, na Universidade de Estugarda, efectuaram esforços, no sentido da expansão sistemática do método de escoras e tirantes a estruturas inteiras e de todos os tipos [7].

O desenvolvimento do método de escoras e tirantes constitui um processo iterativo baseado na experiência do investigador que deve saber aplicar o modelo de escoras e tirantes apropriado. O problema torna-se ainda mais complexo se a estrutura apresentar uma configuração intrincada e com múltiplas combinações de carregamento.

Para ultrapassar esta dificuldade vários investigadores desenvolveram programas informáticos baseados na optimização da teoria da treliça de modo a gerar um modelo de treliça nas estruturas de betão (Anderheggen; Schlaich, 1990; Ali e White 2001).

Deste modo, foram criadas ferramentas gráficas para simplificar a utilização do modelo de escoras e tirantes em estruturas de betão (Alshegeir e Ramirez, 1992; Mish, 1994; Yun 2000)[2].

Na sequência deste tipo de estudos, Dan Kuchma e Tjen Tjhin em 2000, desenvolveram o programa “CAST” de modo a tornar o método de escoras e tirantes mais eficiente e automatizado [13].

1.2. CONSIDERAÇÕES DO MODELO

O método de escoras e tirantes baseia-se na utilização de um modelo simplificado do comportamento resistente, em que, as escoras representam campos de tensão de compressão e os tirantes campos de tracção. Este método é idealizado através de barras, que representam escoras e tirantes e se ligam entre elas através de nós [8], [6].

O método de escoras e tirantes baseia-se no teorema estático da teoria da plasticidade: os campos de tracção irão ser absorvidos pelas armaduras e os campos de compressão são absorvidos pelo betão desde que os limites de segurança não sejam ultrapassáveis [8], [10].

O método de escoras e tirantes apesar do seu fácil entendimento, está longe de ser um método simples de aplicação. A maior dificuldade consiste na elaboração do modelo com uma adequada localização que possa retratar com eficiência os mecanismos resistentes. Para ultrapassar esta dificuldade utiliza-se o método de caminho de cargas, sendo que, na presença das tensões elásticas e suas direcções principais, a obtenção do modelo é imediata. Esta análise elástica pode ser obtida sem qualquer dificuldade recorrendo ao método de elementos finitos [5], [8], [12]. Deste modo, a orientação e localização das principais escoras e tirantes pode ser obtida a partir da direcção média das tensões principais. Schäfer [10], refere que o método de escoras e tirantes usado complementarmente com o método de elementos finitos, reverte em resultados satisfatórios.

Na criação do modelo deve-se ter em particular atenção aos nós porque estes fazem a transferência de forças entre a escora e o tirante em relação ao ângulo existente. O ângulo entre a escora e o tirante não deverá ser muito pequeno: quanto menor o valor do ângulo, menor será a resistência da escora à compressão da escora inclinada, além de que, ângulos muito pequenos não representam o que na realidade acontece. Indicações práticas para ângulos entre escoras e tirantes, já que o EC2 é omissivo, vem assinalada no CEB/FIP [10] e refere que o ângulo entre a escora e o tirante deve ser pelo menos de 45° (Fig. 1 a). Existe uma excepção a esta regra - quando uma escora em diagonal intersecta dois tirantes ortogonais entre si, podendo o ângulo formado entre a escora e o tirante vir a ser diminuído para 30° (Fig. 1b e 1c). Ângulos inferiores a 30° são irrealistas e violam as condições de compatibilidade [10].

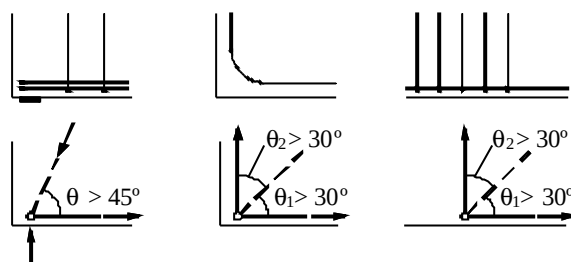


Fig. 1 – Ângulos entre escoras e tirantes: a) tirante numa direcção, b) e c) tirantes ortogonais entre si (adaptado de CEB/FIP, 1999).

Onde existam forças concentradas (devido a carregamento, reacções ou forças de ancoragem) e aplicadas no canto de uma estrutura, o ângulo de desvio é de $\delta = 32,5^\circ$ devido à teoria da elasticidade, o que corresponde a um ângulo entre a escora e o tirante de $\theta = 62,5^\circ$ (Fig. 2).

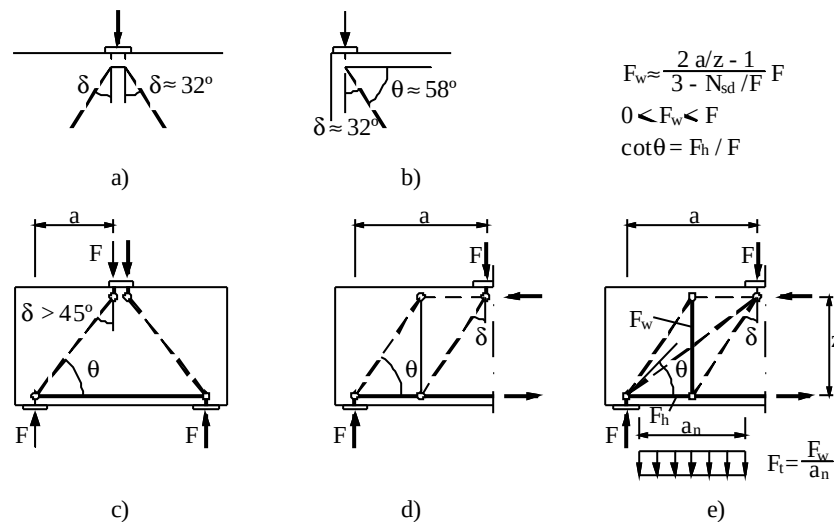


Fig. 2 – Mudança de direcção das forças: a) divisão da força concentrada, a fim de representar a propagação das forças; b) desvio de uma força concentrada quando aplicada num canto; c) maior desvio angular δ , tendo em conta a trajectória dos elementos e das condições fronteira; d) escolha de um modelo intermédio que melhora o ângulo resultante entre escoras e tirantes; e) combinação dos dois modelos anteriores (adaptado de CEB/FIP, 1999).

1.3. REGIÕES “B” E “D”

Para aplicação do método de escoras e tirantes necessita-se de subdividir a estrutura em zonas contínuas e zonas descontínuas. As zonas contínuas apresentam uma distribuição linear das deformações ao longo da secção tornando a “hipótese de Bernoulli” válida, enquanto que nas zonas descontínuas tal não se verifica. Segundo Schlaich as zonas descontínuas são denominadas de zona D (de “discontinuity”, “disturbance”, “detail”) e as contínuas de zona B (de “Bernoulli”, “beams”, “beading”) [10], [9], [7].

As zonas D, podem ser definidas devido a:

- aplicação de cargas concentradas e reacções, o que representa uma descontinuidade estática;
- uma descontinuidade na estrutura (aberturas, nós de pórtico, reentrâncias, mudanças na geometria da peça), o que representa uma descontinuidade geométrica;
- não aplicação da hipótese de Bernoulli a qualquer secção da estrutura, e, neste caso, toda esta é uma região de descontinuidade generalizada.

As zonas D delimitam-se marcando uma distância das zonas de descontinuidade geométrica ou de descontinuidade estática sendo essa distância, aproximadamente, igual à altura da região B adjacente. Esta delimitação baseia-se no “Princípio de Saint-Venant” onde é referido que: as tensões dissipam-se a partir do ponto de aplicação da carga, até um comprimento equivalente ao da região adjacente, que não contenha perturbações. Sendo assim a distância das zonas de descontinuidade define a abrangência da zona D.

Esta subdivisão da estrutura em zonas B e D é de extrema importância para se entender o fluxo interno na mesma. A correcta interpretação deste fluxo vem demonstrar que as regras que relacionam o comprimento com a altura para classificar vigas, viga-parede, consolas e outros casos são essenciais para não ocorrerem erros grosseiros. Para obter uma melhor interpretação do mesmo fluxo têm que ser

consideradas também a geometria e os carregamentos, no que respeita ao comportamento mecânico [10], [7].

A Fig. 3 apresenta exemplos da delimitação das zonas B e D, assim como exemplos tipo de descontinuidade da zona D.

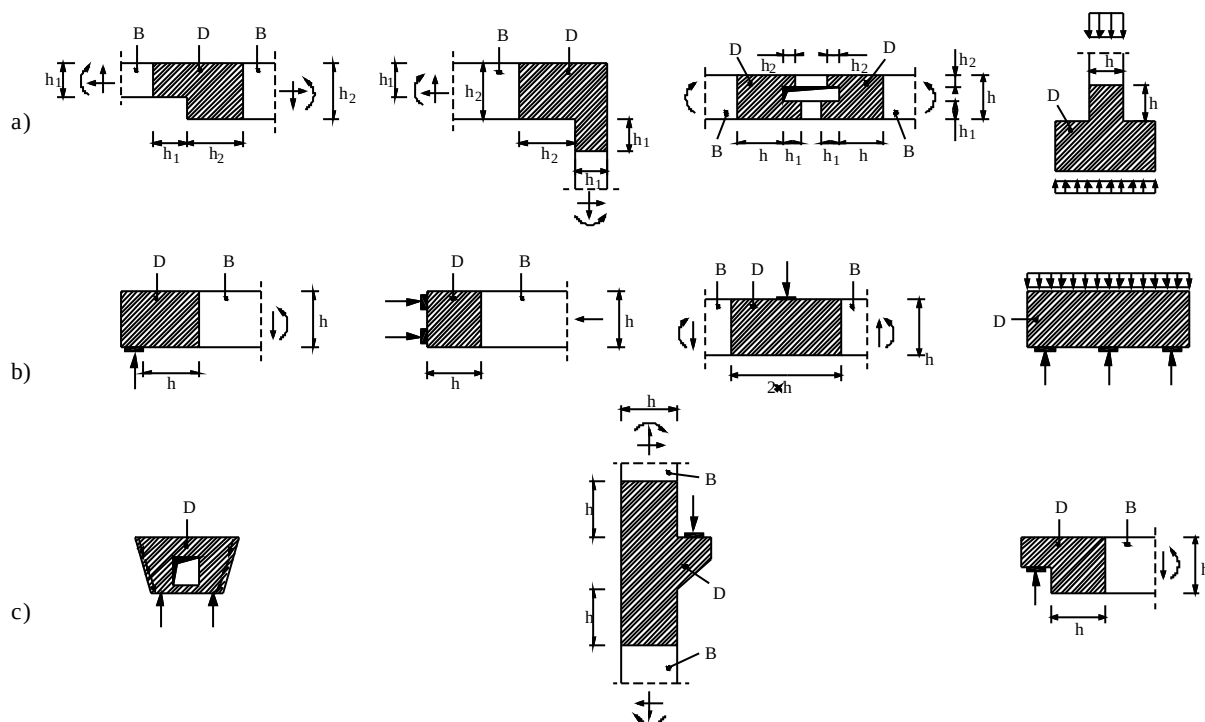


Fig.3 – Zonas das regiões B e D: a) Descontinuidade geométrica; b) Descontinuidade estática; c) Descontinuidade geométrica e estática (adaptado de CEB/FIP, 1999b).

As estruturas não planas, que não possuam a mesma espessura, podem ser subdivididas em planos individuais e tratadas separadamente por uma questão de simplificação do processo. Da mesma maneira os elementos rectangulares submetidos a configurações de tensões tridimensionais são analisados em planos ortogonais diferentes, ainda que, se considerem apenas modelos bidimensionais. Neste tipo de análise apesar da interacção de modelos em planos diferentes tem que ser tomadas em conta as condições de contorno apropriadas [7].

1.4. MÉTODO DOS CAMINHOS DE CARGA

O método de escoras e tirantes pode ser desenvolvido utilizando outro método denominado caminhos de carga (*“Load Path Method”*); este baseia-se no percurso de um fluido e representa o caminho das forças dentro da estrutura desde os pontos de carregamento até aos seus apoios [7], [10].

Aplicando o método dos caminhos de carga tem que ser garantido que o equilíbrio externo da zona D é satisfeito determinando, assim, todas as forças aplicadas, reacções de apoio, bem como os esforços transmitidos pela(s) zona(s) B adjacente(s). Na fronteira de ligação com as zonas B admite-se uma distribuição linear das tensões isto é, estas devem ser substituídas por forças concentradas equivalentes; desta forma, estas forças depois de percorrerem um qualquer caminho de carga

equilibram-se com as reacções da estrutura. Este método pressupõe também que os caminhos de carga não se podem interceptar: estes tomam o percurso mais curto entre as duas acções opostas (acções e reacções). As curvaturas dos caminhos de carga representam concentrações de tensões (reacções, cargas pontuais, etc.).

Na Fig. 4 está representada uma região D onde existe uma distribuição linear “q”, referente à zona B: esta divide-se em duas forças equivalentes que correspondem às reacções. São traçados os caminhos de carga que entram pelo ponto de carregamento e saem pelo ponto da reacção sendo, como anteriormente referido, o percurso mais curto sem estes se cruzarem. A componente da força associada aos caminhos de carga mantém-se constante no seu percurso pela estrutura. Considerando que as forças concentradas propagam-se o mais rapidamente possível pela estrutura, o método dos caminhos de carga mostra um padrão que, analisado através das reacções, se propaga para o interior obtendo-se a curvatura máxima próxima das reacções. As curvaturas dos caminhos de carga mostram as forças de desvio F_c e F_t que, para simplificar, são representadas na horizontal: como no caso representado não existem forças horizontais, as forças de desvio têm que se equilibrar.

De seguida, as forças horizontais de desvio são substituídas por uma escora F_c e um tirante F_t . Os caminhos de carga que apresentam curvaturas são substituídos por polígonos, as escoras são representadas por linhas a tracejado e o tirante por uma linha contínua. Os nós estão representados onde se dá a intersecção das forças de desvio [10], [8].

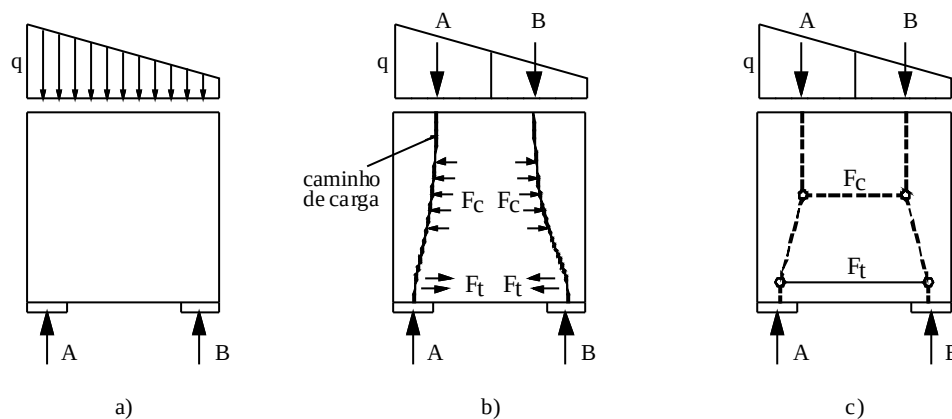


Fig. 4 – Aplicação do método do caminho das cargas a uma viga-parede: a) estrutura e acções; b) caminho das cargas através da estrutura – forças de desvio F_c e F_t requeridas para o equilíbrio; c) modelo de escoras e tirantes (adaptado de Jörg Schlaich *et al*, 1991).

Na Fig. 5 está representada essa mesma zona D, onde existe uma força concentrada no canto da estrutura-força “F”. Da mesma maneira, acima referida, para uma distribuição linear “q” selecciona-se uma parte de modo a que, a sua resultante seja numericamente equivalente à força “F”. De seguida traça-se o caminho de carga entre a força “F” e a resultante da distribuição linear “q”, observando-se, ainda, que restam duas partes cujas resultantes vão ser “B1” e “B2”. Estas duas forças “B” têm o mesmo valor numérico mas em direcções opostas. O caminho de carga entra na zona D em B1, executa um percurso em forma de “U” e sai em “B2”. Este caminho de carga em forma de “U” tem forças de desvio que se vão equilibrar com as forças de desvio do caminho de carga da força “F”. Ao substituir as curvaturas por polígonos e as forças de desvio por F_c e F_t obtemos o modelo de escoras e tirantes que representa o caminho de forças no seu interior [10], [8].

O ângulo entre a escora e o tirante não deve ultrapassar os 60° e não deve ser inferior a 45°, é também sugerido que os tirantes tenham uma qualquer direcção excepto a inclinada [10].

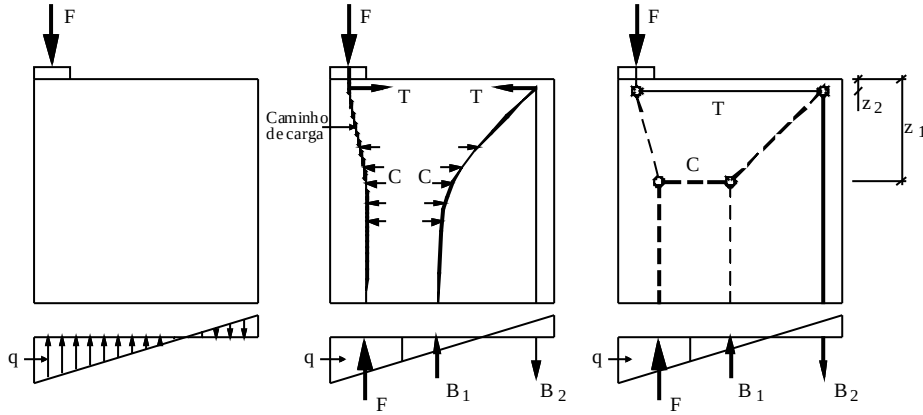


Fig. 5 – Aplicação do método de caminho de carga, incluindo um percurso em forma de “U”: a) Estrutura e acções; b) o caminho das cargas através da estrutura; forças de desvio F_c e F_t requeridas para o equilíbrio; c) modelo de escoras e tirantes. (adaptado de Jörg Schlaich *et al*, 1991).

1.5. OPTIMIZAÇÃO DO MODELO

Um dos maiores problemas na elaboração do método de escoras e tirantes é que não existe uma única solução surgindo dúvidas se o modelo escolhido representa a opção mais adequada [8], [10].

O método de escoras e tirantes não passa por uma solução única devendo-se fundamentalmente devido a duas razões: a primeira às propriedades e características inerentes da própria estrutura de betão e das forças de carregamento que condicionam a disposição das armaduras e a segunda razão reside no facto de haver uma generalização do método para todos os tipos de estrutura mesmo com geometrias complexas não sendo assim tão rigoroso e exacto [10].

Na obtenção de um modelo óptimo, mesmo para um engenheiro com uma vasta experiência, pode não ser evidente a escolha do modelo mais adequado. Para a optimização da escolha do modelo, Schlaich desenvolveu uma metodologia baseada em critérios energéticos: os esforços tendem a percorrer os caminhos mais curtos e com menores deformações. Considerando que a deformação das escoras é desprezável em relação aos tirantes, os tirantes são mais deformáveis, logo tem uma maior contribuição para o valor de energia total. Sendo assim, o modelo com o menor número de tirantes e com o menor comprimento é considerado o melhor, segundo a formulação a seguir apresentada:

$$\sum (F_i \times l_i \times \varepsilon_{mi}) = \text{mínimo} \quad (1.1)$$

Em que F_i corresponde à força na escora ou tirante i , l_i corresponde ao comprimento do elemento i e ε_{mi} corresponde à deformação do elemento i [8], [3], [10].

Observa-se na Fig. 6, um exemplo de dois modelos possíveis de viga-parede pelo método dos caminhos de carga. A Fig. 6a) corresponde ao modelo adequado porque apresenta o tirante com o comprimento mais curto; na Fig. 6b) o comprimento total dos tirantes é maior. Uma outra forma de

optimização será a de escolher um modelo de escoras e tirantes em que a posição das armaduras seja facilmente executável e neste caso escolher-se-ia o modelo a) e não o modelo b).

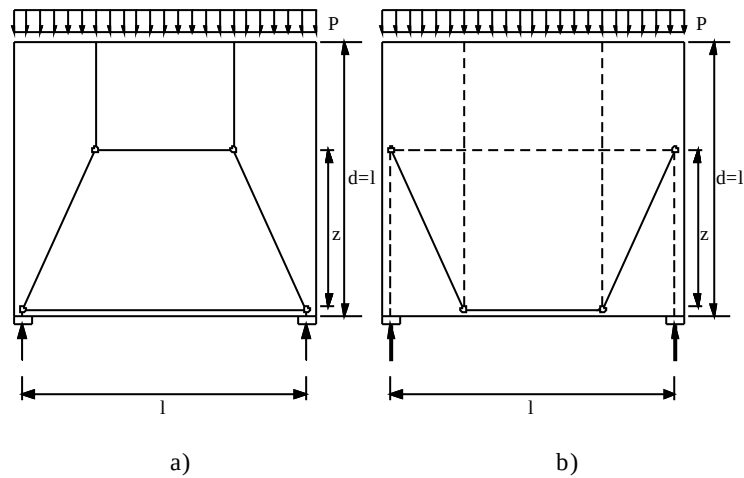


Fig.6 – Exemplo de uma viga parede com dois modelos de escoras e tirantes em que a) modelo “bom” b) modelo “mau” (adaptado Jörg Schlaich et al, 1991).

Em muitos casos, é de todo o interesse a sobreposição dos dois modelos, desde que o modelo resultante respeite os ângulos recomendados entre as escoras e os tirantes. A associação de dois modelos simples resulta melhor do que um modelo único mais elaborado, garantindo um comportamento estrutural mais próximo da solução elástica. A dúvida na percentagem da força que irá para um modelo ou outro, pode ser resolvida com o recurso a uma análise de ensaios e à relação da rigidez prevista através destes [8]. Na Fig. 7 está representada a sobreposição de dois modelos numa viga-parede com reentrância:

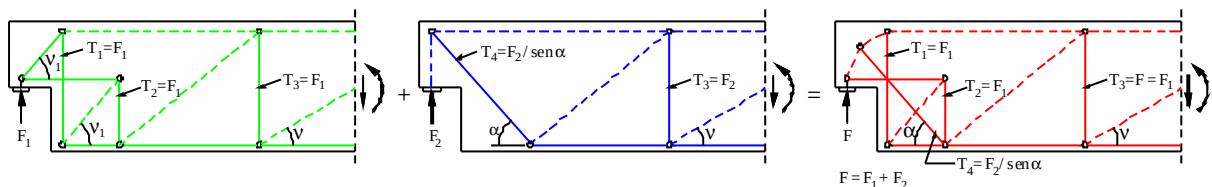


Fig. 7 – Exemplo de uma viga-parede com reentrância onde se verifica a sobreposição dos dois modelos (adaptado Jörg Schlaich et al, 1991).

1.6. DIMENSIONAMENTO DAS ESCORAS

No modelo idealizado de escoras e tirantes da estrutura, as escoras representam campos de compressão; a forma como estas tensões se distribuem na estrutura desde as forças até às reacções resultam em diferentes campos de compressão. Devido a isto, Schäfer e Schlaich [7] classificaram três configurações típicas que caracterizam todos os campos de compressão existentes: escora tipo leque, garrafa e prismática (Fig. 8).

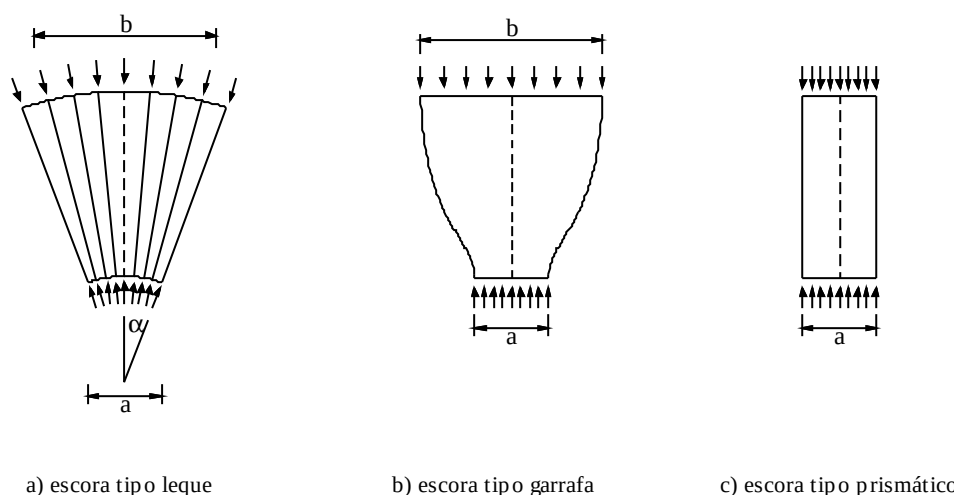


Fig. 8 – Configurações típicas de campos de tensão de compressão (adaptado de Jörg Schlaich *et al*, 1987).

- a) **A escora tipo leque** (“*fan-shaped*”) tem uma distribuição radial de tensões que é uma idealização de um campo de tensões com curvatura desprezável; é frequentemente encontrada nas zonas D onde existem cargas concentradas a actuar na estrutura que se dissipam de forma suave. Neste tipo de escora não se desenvolvem tensões transversais de tracção [8].
- b) **A escora tipo garrafa** (“*bottle-shaped*”) tem uma distribuição em linhas curvilíneas com afunilamento na secção – neste tipo de escora desenvolvem-se tensões transversais de tracção consideráveis. Estas encontram-se nas zonas D e normalmente são um exemplo característico de uma escora que faz o direccionamento das cargas para os apoios. Neste tipo de escora, junto á aplicação da carga, existe compressão bi-axial ou tri-axial, sendo que, na zona mais afastada existem tracções transversais. A existência desta tracção transversal associada com a compressão longitudinal pode provocar fissuras longitudinais e ocasionar a ruptura prematura do betão; como tal deve-se reforçar com armadura na direcção transversal. O cálculo desta armadura pode ser determinado através de uma armadura a dispor nas faces, como se verá adiante [8], [10].
- c) **A escora tipo prismático** (“*prismatic or parallel*”) tem uma distribuição de tensões paralela e é frequentemente encontrada nas zonas B, não se desenvolvendo tensões transversais de tracção. É um caso específico em relação à escora tipo leque anteriormente referida, pois $\alpha = 0$ e $b/a=1$ [8].

Observa-se na Fig. 9 uma viga parede, onde se verifica a divisão em regiões B e D através da dimensão h , como anteriormente explicado, e identificam-se as escoras em leque e as escoras prismáticas.

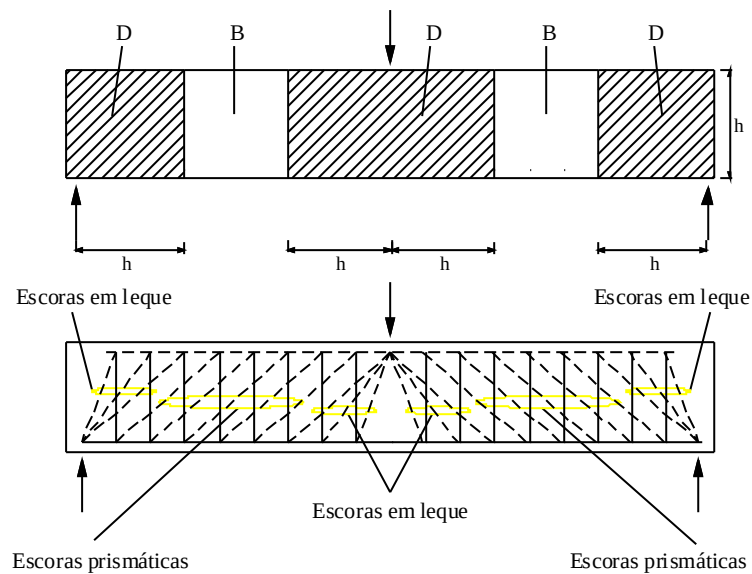


Fig. 9 - Exemplo de uma viga com a identificação das escoras tipo prismáticas e escoras tipo leque (adaptado do PCA, 2003).

Segundo o EC2, é necessário efectuar uma verificação que conduza à segurança da escora e para tal são definidas duas situações:

- A primeira em que o valor de cálculo da resistência de uma escora de betão com ou sem tensões de compressão transversais (Fig.10) poderá ser calculado através da seguinte expressão:

$$\sigma_{Rd, max} = f_{cd} \quad (1.2)$$

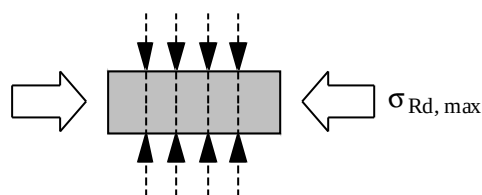


Fig.10 - Escora de betão com ou sem compressões transversais (adaptado do EC2, 2004).

Em situações em que exista uma compressão multi-axial pode-se admitir um maior valor de cálculo da resistência.

- A segunda em que o valor de cálculo da resistência de uma escora de betão sujeita a tracção transversal (Fig.11), devido à possibilidade de existir tracção transversal, deve ser reduzido e determinado através da seguinte expressão:

$$\sigma_{Rd, max} = 0,6 \times v \times f_{cd} \quad (1.3)$$

sendo:

$$\nu = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (1.4)$$

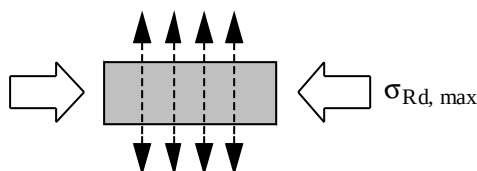


Fig.11 – Escora de betão sujeita a tracção transversal (adaptado do EC2, 2004).

1.7. DIMENSIONAMENTO DOS TIRANTES

Os tirantes correspondem aos esforços de tracção: a força no tirante deve ser suportada por uma armadura sendo que o eixo da armadura deve coincidir com o eixo do tirante. O dimensionamento dessas armaduras, pode ser feito através de:

$$A_s = \frac{N_s}{f_{syd}} \quad (1.5)$$

Em que N_s representa a força no tirante, A_s a área de armadura e f_{syd} o valor de cálculo da tensão de cedência do aço.

Deve ser garantido que a pormenorização da armadura atribuída verifica as disposições construtivas regulamentares. O aumento da espessura correspondente aos tirantes reflecte-se, obrigatoriamente na geometria do nó aumentando-o, e, aumentando deste modo a resistência do mesmo [10], [5].

Segundo o EC2 a quantidade de armadura devem suportar os esforços de tracção transversal das escoras e a armadura deve ser distribuída por um determinado comprimento que se designa de armadura de alma. Deste modo, existem dois tipos de dimensionamento que correspondem às escoras do tipo garrafa e às escoras do tipo prismático.

A força de tracção T e o comprimento de distribuição da armadura são obtidos através das seguintes expressões:

a) Regiões de descontinuidade parcial (Fig. 12); neste caso a escora está limitada geometricamente.

Para $b \leq \frac{H}{2}$ vem:

$$T = \frac{1}{4} \times \frac{b-a}{b} \times F \quad (1.6)$$

$$e \quad b_{ef} = b \quad (1.7)$$

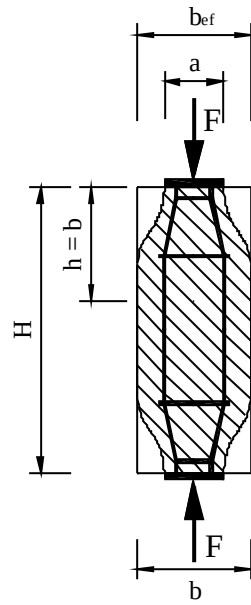


Fig. 12 - Descontinuidade Parcial (adaptado do EC2, 2004).

b) Regiões de descontinuidade total (Fig. 13)

Para $b > \frac{H}{2}$ vem:

$$T = \frac{1}{4} \times \left(1 - 0,7 \times \frac{a}{h}\right) \times F \quad (1.8)$$

e

$$b_{ef} = 0,5 \times H + 0,65 \times a; \quad a \leq h \quad (1.9)$$

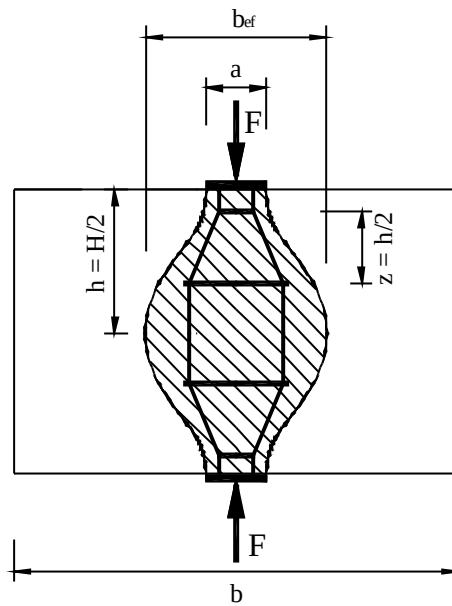


Fig. 13 – Descontinuidade Total (adaptado do EC2, 2004).

Ainda de acordo com o EC2, a armadura de alma tem que garantir uma armadura mínima a dispor nas faces correspondentes à estrutura. A armadura mínima tem a função de controle da fendilhação do betão e de assegurar uma rotura dúctil.

1.8. DIMENSIONAMENTO DOS NÓS

A representação do nó, no modelo, implica uma mudança brusca na direcção das forças, o que numa estrutura de betão armado ocorre com um determinado comprimento e largura. O nó é um volume de betão armado em que se podem intersectar escoras, tirantes, acções concentradas e reacções de apoio que, em combinação, se auto-equilibram [7], [8].

Segundo Schlaich & Schäfer [7], os nós podem ser classificados em dois tipos: contínuos (“smeared” / “continuous”) ou concentrados (“singular” / “concentrated”).

Nos nós contínuos ou internos a transferência de forças é assegurada por uma região relativamente grande e de forma progressiva, não se encontrando grandes concentrações de tensões; isto quer dizer que não existe nenhuma limitação relevante podendo as escoras mobilizar a área de betão em que não ocorre esmagamento. Para estes nós não é necessário efectuar nenhuma verificação específica desde que seja assegurada a sua devida ancoragem através dos comprimentos de amarração necessários.

Os nós concentrados ou singulares são aqueles em que as forças concentradas são relevantes e por consequência a região de transferência de força é de dimensões reduzidas. Nesta situação a concentração de forças faz-se em pequenas regiões que representam os nós críticos onde se deve verificar as tensões [7], [8], [9].

Mais à frente descreve-se a verificação, pelo EC2, para estes nós. A Fig. 14 representa os dois tipos de nós.

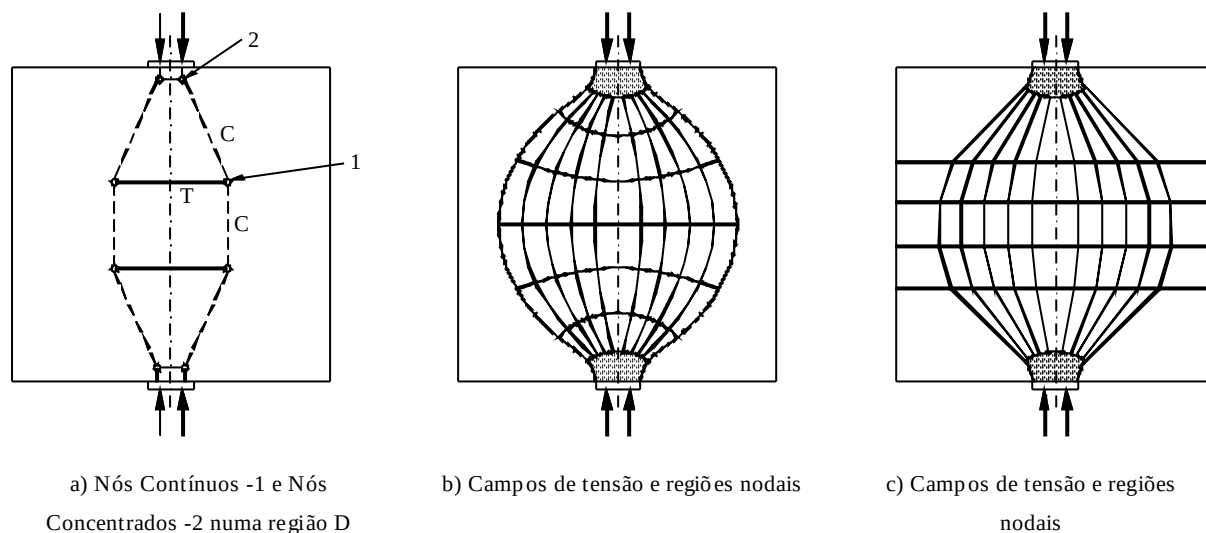


Fig. 14 - Exemplo com a representação de dois tipos de nós: contínuos e singulares numa região D (adaptado de Jörg Schlaich *et al*, 1991).

O dimensionamento de uma estrutura de betão armado só fica concluído após a verificação da segurança dos nós. Deste modo, e de acordo com o EC2, o cálculo da resistência dos nós vai ser determinado em função do nó que pode ser de três tipos:

a) Nó comprimido (Fig. 15); não existe tirantes amarrados ao nó e pode ser designado de CCC.

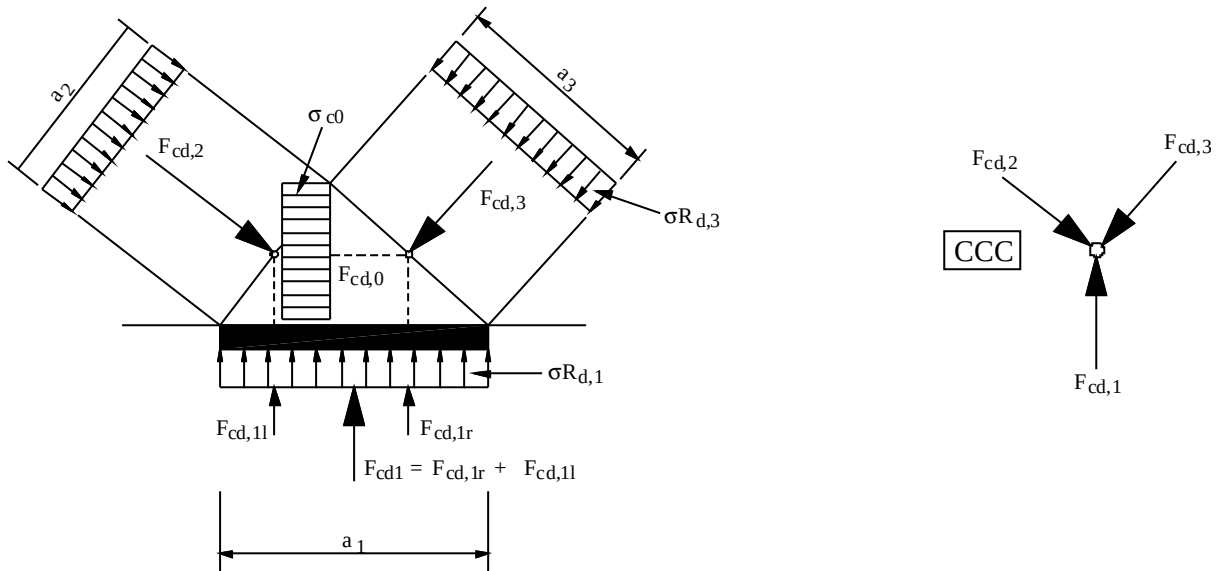


Fig. 15 - Nó comprimido sem tirantes (adaptado do EC2, 2004).

A tensão máxima que pode ser aplicada nas faces do nó é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{Rd,max} = K_1 \times \nu \times f_{cd} \quad (1.10)$$

O valor recomendado de K_1 para este tipo nó é de 1,0 sendo o valor de ν obtido pela seguinte expressão:

$$\nu = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (1.11)$$

b) Nó sujeito à compressão e tracção numa direcção (Fig. 16) e que pode ser designado de CCT.

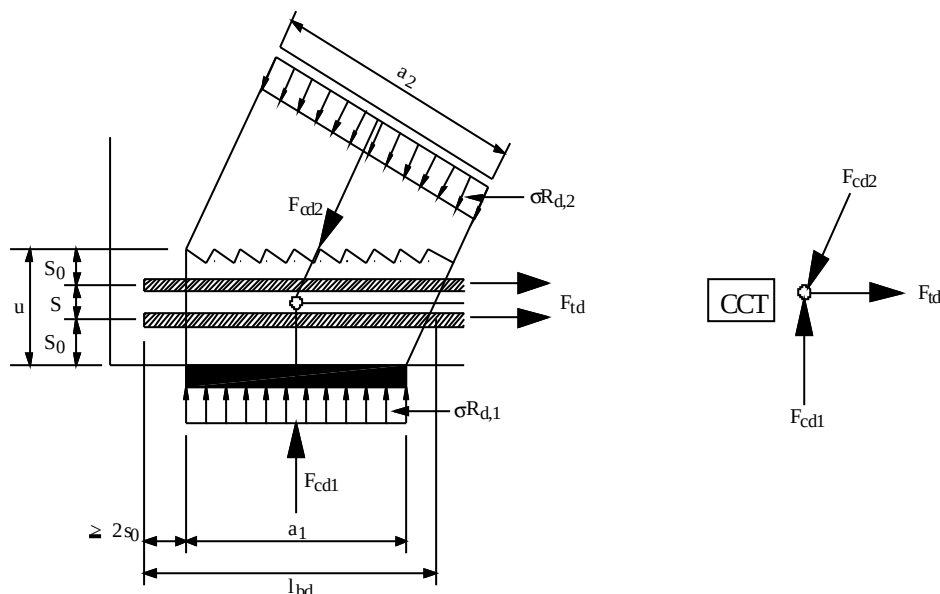


Fig. 16 – Nó comprimido com o tirante amarrado numa direcção (adaptado do EC2, 2004).

A tensão máxima que pode ser aplicada nas faces do nó é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{Rd,max} = K_2 \times \nu \times f_{cd} \quad (1.12)$$

O valor recomendado de K_2 para este tipo de nó é de 0,85, valor inferior ao atribuído anteriormente, uma vez que este nó está sujeito a uma tensão de tracção e o valor de ν é dado pela expressão (1.11).

É de salientar que a amarração das armaduras nos nós CCT começa na face interior do apoio e o comprimento de amarração deve-se estender ao longo de todo o apoio.

c) Nó sujeito à compressão e tracção em mais do que uma direcção (Fig.17) e que pode ser designado de CTT.

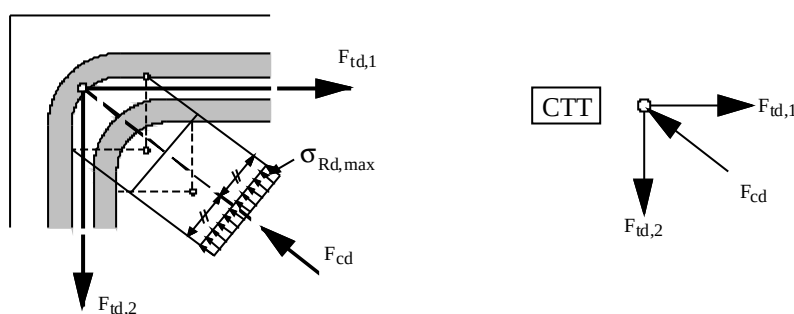


Fig.17 – Nó comprimido com o tirante amarrado em duas direcções (adaptado do EC2, 2004).

A tensão máxima que pode ser aplicada nas faces do nó é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{Rd,max} = K_3 \times \nu \times f_{cd} \quad (1.13)$$

O valor recomendado de K_3 para este tipo de nó é de 0,75, valor ainda mais inferior ao valor atribuído anteriormente, já que este nó está sujeito a mais do que uma tensão de tracção e o valor de ν é dado pela expressão (1.11).

Em síntese, a verificação do dimensionamento do nó compreende as seguintes etapas:

- definição da geometria do nó de acordo com as forças concorrentes, atribuindo-se uma largura conveniente para a distribuição de uma armadura adequada;
- verificação das tensões de compressão na região nodal;
- verificação da segurança de ancoragem dos tirantes, quer pelo controlo do comprimento de amarração, quer pelo controlo do diâmetro de dobragem das armaduras. Para garantir o primeiro é necessário que o comprimento de ancoragem seja contabilizado a partir da entrada do nó devendo prolongar-se para fora deste até garantir a segurança da ancoragem.

1.9. ÁREAS SUJEITAS A FORÇAS CONCENTRADAS

Nas áreas imediatamente abaixo das zonas de aplicação das forças, aparecem tensões de compressão na direcção transversal, com a função de confinamento. O facto de estarem confinadas aumenta o valor das tensões admitidas na verificação da pressão local no betão.

De acordo com o EC2, o valor limite da força concentrada, no caso de uma distribuição uniforme das forças numa determinada área A_{c0} , é determinado através da expressão:

$$F_{Rdu} = A_{c0} \times f_{cd} \times \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,0 \times f_{cd} \times A_{c0} \quad (1.14)$$

Onde A_{c0} representa a área carregada (área da placa de ancoragem) e A_{c1} representa a maior área de distribuição homotética a A_{c0} contida no contorno da peça, com o mesmo centro de gravidade de A_{c0} e cujas dimensões, dos lados, não podem exceder três vezes a dimensão dos lados de A_{c0} (Fig. 18). A altura da linha de acção, “h”, possui duas condições geométricas:

$$h \geq (b_2 - b_1) \quad (1.15)$$

$$h \geq (d_2 - d_1) \quad (1.16)$$

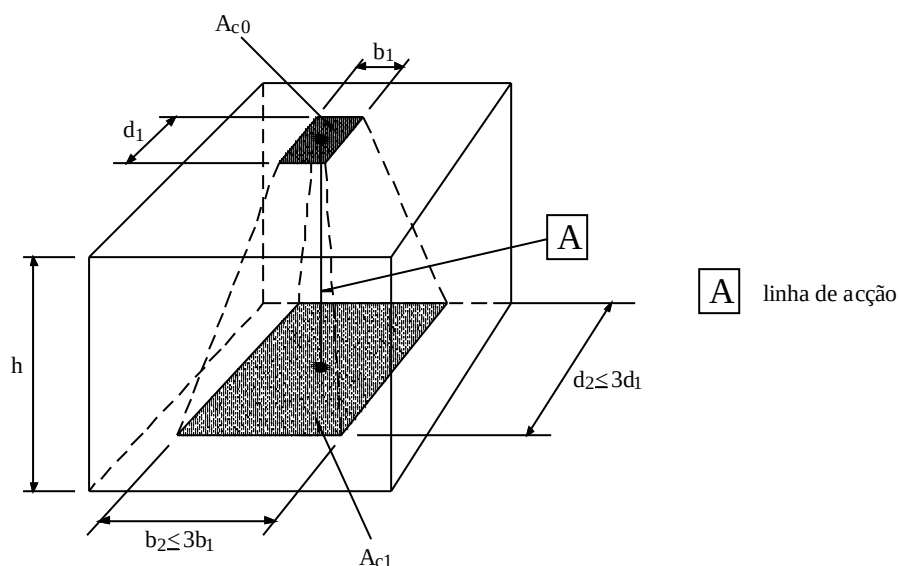


Fig. 18 - Distribuição de cálculo para áreas sujeitas a forças concentradas (adaptado do EC2).

Na secção de betão, no caso de existir mais do que uma força de compressão, as áreas correspondentes a estas forças não se podem sobrepor.

1.10. DIMENSIONAMENTO DE COMPRIMENTOS DE AMARRAÇÃO

A amarração dos tirantes deve ser assegurada para evitar um deficiente funcionamento da estrutura. É de extrema importância assegurar uma eficaz amarração quando existem tirantes a concorrer num nó. O valor do comprimento de amarração contabiliza-se a partir da entrada do nó e deve prolongar-se ao longo da extensão do mesmo: a armadura pode ser amarrada para lá do nó ou, se necessário, mudar de direcção. Para isso é necessário assegurar os comprimentos de amarração mínimos bem como os raios de dobragem mínimos.

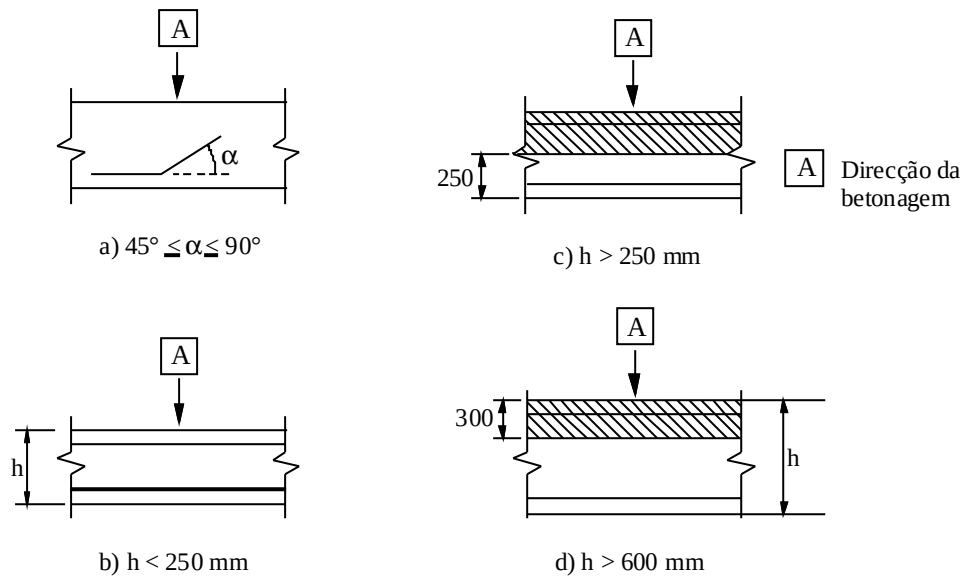
Para o cálculo dos comprimentos de amarração começa-se por determinar o valor de cálculo da tensão de rotura da aderência entre os varões e o betão (f_{bd}):

$$f_{bd} = 2,25 \times \eta_1 \times \eta_2 \times f_{ctd} \quad (1.17)$$

Em que η_1 se relaciona com a aderência estando directamente ligado com a posição do varão durante a betonagem:

- $\eta_1 = 1,0$ condições de “boa” aderência
- $\eta_1 = 0,7$ condições de “fraca” aderência

Os casos representativos de “boa” e “fraca” aderência estão representados na Fig. 19.



a) e b) condições de “boa” aderência para todos os varões.

c) e d) zona não tracejada – condições de “boa” aderência.
zona tracejada – condições de “fraca” aderência.

Fig. 19 – Representação de condições de aderência (adaptado do EC2).

O valor do coeficiente η_2 está relacionado com o diâmetro do varão:

- $\eta_2 = 1,0$ para quando $\phi \leq 32mm$
- $\eta_2 = (132 - \phi) \times 100$ para quando $\phi > 32mm$

O valor de f_{ctd} representa o valor de cálculo da resistência à tracção:

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \times \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} \quad (1.18)$$

Em que, γ_c representa o coeficiente parcial de segurança relativo ao betão e tem o valor de 1,5 e α_{ct} representa o coeficiente que tem em conta os efeitos de longo prazo na resistência à tracção e os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada (valor recomendado é de 1,0).

Na tabela 1, simplificada são apresentados os valores de f_{bd} correspondentes a uma “boa” e “fraca” aderência para varões até ao $\phi = 32mm$ inclusive, e de classe C20/25 a C50/60 inclusive também.

Tabela 1 - Valores de cálculo de tensão de rotura para “boa” e “fraca” aderência.

	Classes de Betão						
	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
$f_{ctk,0.05} (MPa)$	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9
$f_{ctd} (MPa)$	1,00	1,20	1,33	1,47	1,67	1,80	1,93
$f_{bd} ("boa" \text{ aderencia})$	2,25	2,7	3,00	3,30	3,75	4,05	4,35
$f_{bd} ("fraca" \text{ aderencia})$	1,58	1,89	2,10	2,31	2,63	2,84	3,05

Passa-se, deste modo, para o cálculo do comprimento de amarração de referência:

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{\phi}{4} \right) \times \left(\frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \right) \quad (1.19)$$

Em que, ϕ é o diâmetro do varão a utilizar e σ_{sd} é o valor de cálculo da tensão na secção do varão a partir da qual é medido o comprimento de amarração (admite-se que, sendo, $\sigma_{sd} = f_{syd}$ a amarração está dimensionada pelo lado da segurança).

De seguida determina-se o comprimento de amarração de cálculo:

$$l_{bd} = \alpha_1 \times \alpha_2 \times \alpha_3 \times \alpha_4 \times \alpha_5 \times l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad (1.20)$$

Quando existem varões dobrados, o comprimento de referência (l_b) e o comprimento de cálculo (l_{bd}) devem ser medidos ao longo do eixo do varão (Fig. 20).

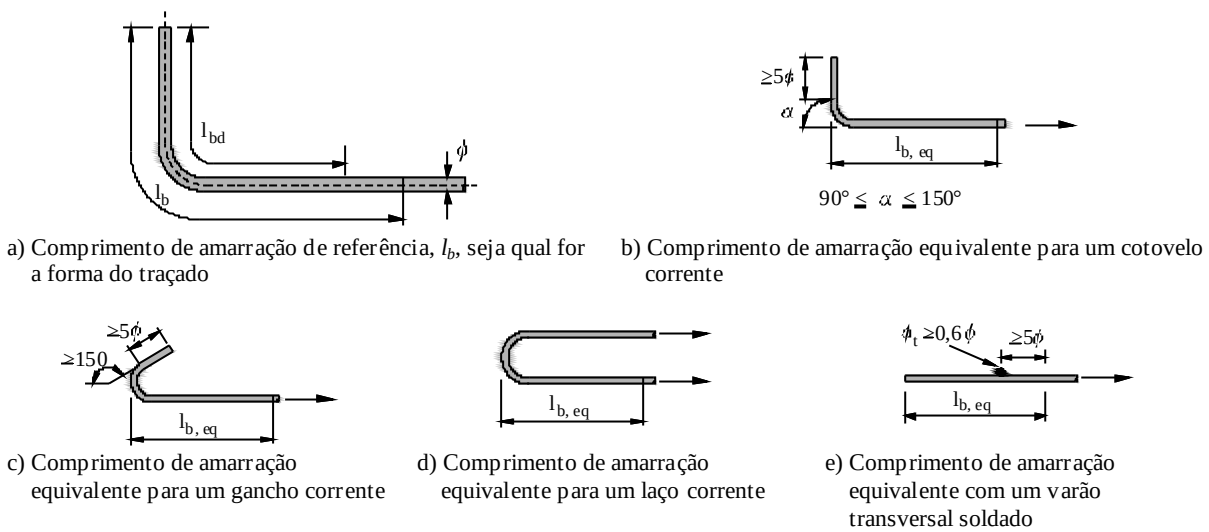


Fig. 20 – Tipos de amarração para além da de prolongamento recto (adaptado do EC2, 2004).

Os coeficientes α_1 , α_2 , α_3 , α_4 , α_5 , relacionam-se directamente com propriedades específicas:

α_1 - forma do varões.

α_2 - recobrimento mínimo do betão.

α_3 - cintagem das armaduras transversais.

α_4 - um ou mais que um varão transversal soldado ao longo do comprimento de amarração de cálculo.

α_5 - pressão ortogonal no plano ao longo do comprimento de amarração de cálculo.

Para além do acima referido, e também segundo EC2:

$$\alpha_2 \times \alpha_3 \times \alpha_5 \geq 0,7 \quad (1.21)$$

O $l_{b,min}$ pode ter dois valores consoante se tratam de varões traccionados ou de varões comprimidos:

- Amarrações de varões traccionados:

$$l_{b,min} > \max\{0,3 \times l_{b,rqd}; 10 \times \phi; 100mm\} \quad (1.22)$$

- Amarrações de varões comprimidos:

$$l_{b,min} > \max\{0,6 \times l_{b,rqd}; 10 \times \phi; 100mm\} \quad (1.23)$$

O EC2 também refere uma simplificação: em vez de se calcular o l_{bd} calcula-se o $l_{b,eq}$ sendo que os cotovelos e ganchos (Fig. 20b a Fig. 20d) só contribuem para varões à tracção e deste modo:

$$l_{b,eq} = 1,0 \times l_{b,rqd} \quad (1.24)$$

Na Fig. 20 e), observa-se que $l_{b,eq} = 0,7 \times l_{b,rqd}$ já que o valor de α_4 tem o mesmo valor para a armadura traccionada e comprimida.

Para a determinação dos coeficientes α_1 e α_2 , na armadura traccionada, é necessário o cálculo de c_d (Fig. 21):

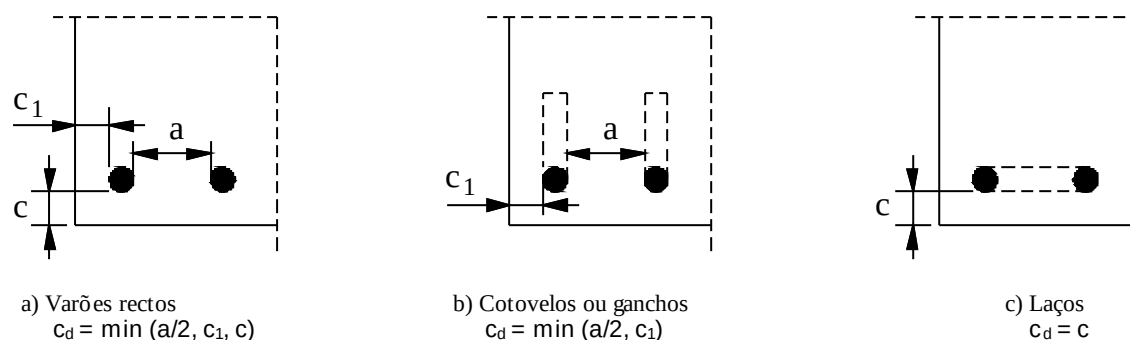


Fig. 21 – Valores de c_d para vigas e lajes (adaptado do EC2, 2004).

Para a determinação do coeficiente α_4 , para a armadura traccionada, é necessário o cálculo de K e de λ , em que K (Fig. 22):

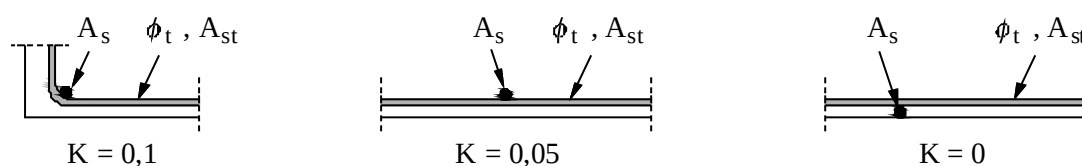


Fig. 22 – Valores de K para vigas e lajes.

O valor de λ calcula-se do seguinte modo:

$$\lambda = (\sum A_{st} - \sum A_{st,min}) / A_s \quad (1.25)$$

Em que:

- $\sum A_{st}$ é a área da secção transversal das armaduras transversais ao longo do comprimento de amarração de cálculo.
- $\sum A_{st,min}$ é a área mínima da secção das armaduras transversais; esta é de $0,25 \times A_s$ no caso das vigas e 0 no caso das lajes, em que A_s é a área da secção de um único varão amarrado, de diâmetro máximo.

Para a determinação do coeficiente α_5 é necessário calcular o valor de “p” (expresso MPa) que representa a pressão transversal, no estado limite último, ao longo de l_{bd} .

A tabela 2 apresenta um resumo dos valores destes coeficientes.

Tabela 2 – Valores dos coeficientes α_1 , α_2 , α_3 , α_4 e α_5 (adaptado do EC2, 2004).

Factor de influência	Tipo de amarração	Armadura para betão armado	
		Traccionada	Comprimida
Forma dos varões	Recta	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Outra, não recta	$\alpha_1 = 0,7$ se $c_d > 3\phi$ Caso contrário $\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
Recobrimento das armaduras	Recta	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \phi)\phi$ $0,7 \leq \alpha_2 \leq 1$	$\alpha_2 = 1,0$
	Outra, não recta	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - 3\phi)\phi$ $0,7 \leq \alpha_2 \leq 1$	$\alpha_2 = 1,0$
Cintagem das armaduras transversais não soldadas à armadura principal	Todos os tipos	$\alpha_3 = 1 - K_\lambda$ $0,7 \leq \alpha_3 \leq 1$	$\alpha_3 = 1,0$
Cintagem das armaduras transversais soldadas	Todos os tipos, posições e diâmetros	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Cintagem por compressão transversal	Todos os tipos	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $0,7 \leq \alpha_5 \leq 1$	-

2

PROGRAMA INFORMÁTICO “CAST”**2.1. INTRODUÇÃO AO PROGRAMA “CAST”**

O programa “CAST” (“*Computer Aided Strut-and-Tie*”) começou a ser desenvolvido em 1998 na Universidade de Illinois, Estados Unidos, e tinha como objectivo facultar aos estudantes e profissionais uma ferramenta gráfica que simplificasse o processo de dimensionamento. Este programa foi apresentado no Congresso “*American Concrete Institute*”, ACI, em 2000 –Toronto, Canadá, por Dan Kuchma e Tjen Tjhin, no contexto de um outro trabalho denominado “*Advances and Challenges to Design by Strut-and-Tie*”, tendo vindo a sofrer actualizações até aos nossos dias.

Em 2001, é atribuída uma bolsa a Dan Kuchma para o desenvolvimento do projecto “*Tools and Research to Advance the Use of Strut-and-Tie Models in Education and Design*” pela National Science Foundation (NSF’s) Carrer Award, onde estava incluído o desenvolvimento do programa informático “CAST” [13].

O programa “CAST”, aplicado ao método de escoras e tirantes vai de encontro à necessidade do profissional, uma vez que dispõe de rotinas de verificação para o dimensionamento de escoras, tirantes e nós. No entanto como qualquer outro programa apresenta vantagens e desvantagens. Talvez a maior vantagem seja a simplicidade da interface do programa que possibilita a criação e modificação do respectivo modelo em, relativamente, pouco tempo. Ainda, todas as verificações do dimensionamento são apresentadas em forma de tabelas que podem ser exportadas para uma folha de cálculo. Uma das desvantagens é o facto deste programa não possuir um processo de optimização o que se vai reflectir num variado número de soluções que podem não garantir uma correspondência com a realidade.

2.2. METODOLOGIA**2.2.1. APLICAÇÃO**

Usando um modelo tipo pretende-se explicar como se procede à sua resolução com a utilização deste programa, e, ao mesmo tempo, chegar a um dimensionamento que cumpra as disposições estipuladas no EC2.

A viga parede representada na Fig. 23 carregada com duas forças já calculadas para o estado limite último, com o valor de 1000KN e uma espessura de 300mm; como se pode perceber, pelas dimensões assinaladas, toda a viga é considerada como sendo uma zona D (como referido no capítulo anterior). As placas de suporte têm as seguintes dimensões: comprimento-350mm, largura-300mm, espessura 25mm. As classes de betão e de aço são de C25/30 e A500 respectivamente.

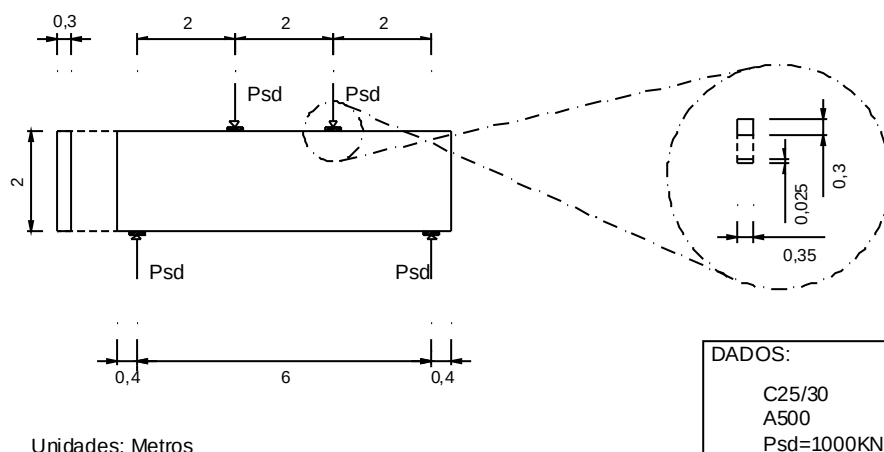
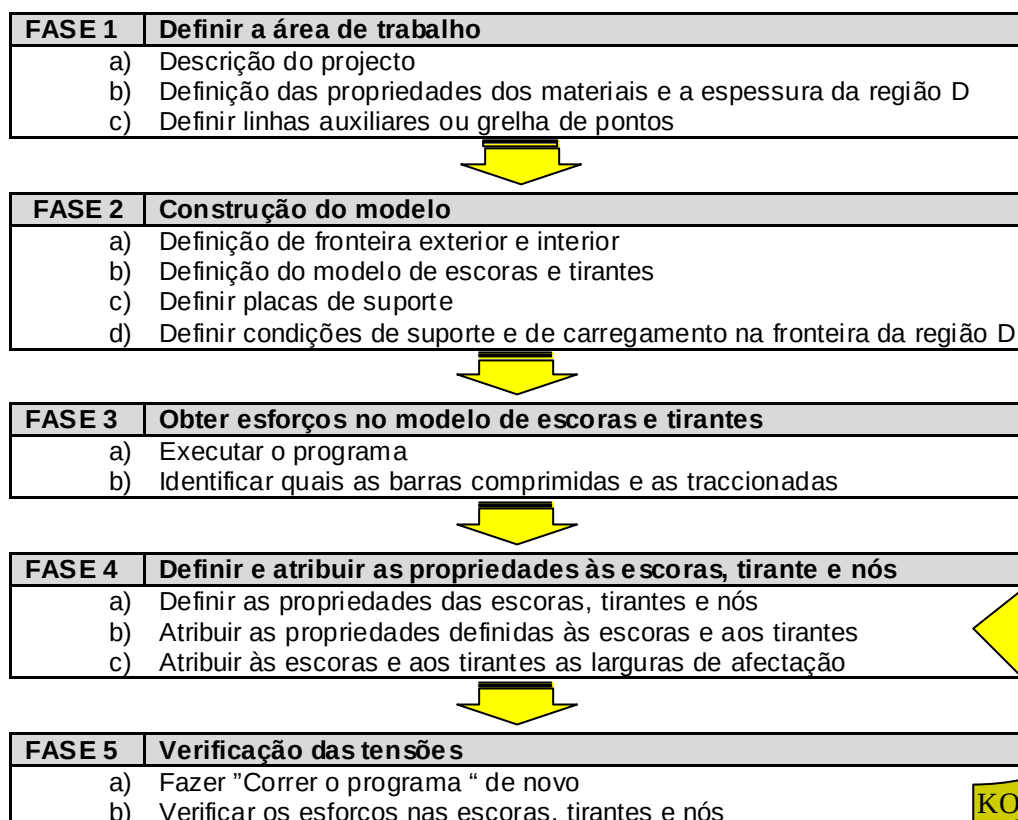


Fig. 23 – Modelo tipo da viga-parede.

Na fase seguinte executa-se este modelo tipo seguindo as 5 fases indicados pelo próprio programa (Tabela 3).

Tabela 3 - Diagrama de utilização programa informático "CAST"



2.2.1.1. Fase 1 – Definir a área do trabalho

- a) Descrição do projecto

Abrir o programa e clicar no ícone  ou no menu *File / New* e deste modo será aberta uma caixa de diálogo para introdução dos seguintes dados: nome do projecto, projectista, data e algumas anotações (Fig. 24) no entanto é sempre possível, a qualquer altura, alterar estes dados recorrendo ao ícone  ou no menu *Define / Project Description*.

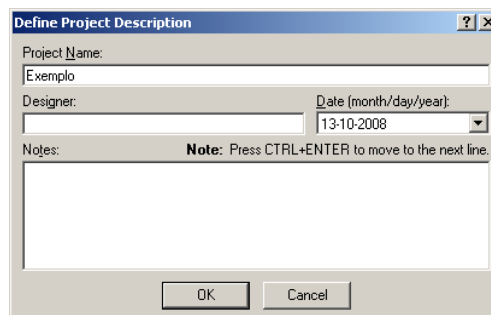


Fig. 24 – Caixa de diálogo de descrição do projecto.

b) Definição das propriedades dos materiais e espessura da zona D

Clicar no ícone  ou no menu *Define/General Properties* e será aberta uma caixa de diálogo (Fig. 25) onde se definem as propriedades gerais da estrutura: espessura da região D = 300mm, f'_c (tensão característica de compressão do betão) = 25Mpa, f_{ct} (tensão característica de tracção do betão) = 0Mpa e f_y (tensão característica de tracção do aço) = 500Mpa.

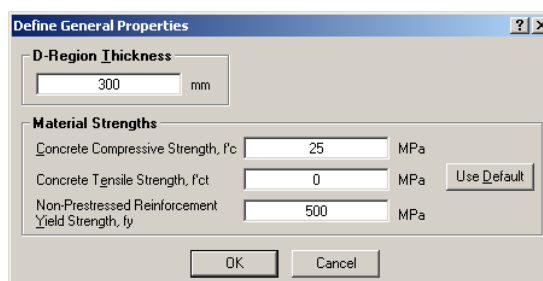


Fig. 25 – Caixa de diálogo das propriedades do projecto.

c) Definir linhas auxiliares ou grelha de pontos

Optou-se por definir o modelo tipo através de linhas auxiliares para permitir obter o contorno do mesmo e para tal clica-se no ícone  ou no menu *Construct/Guidelines*. Para traçar o contorno exterior, admitindo-se que o primeiro ponto se encontra na posição (0,0) mm, a altura da viga é de 2000mm (distância ao eixo dos XX) e o comprimento da mesma é de 6800 mm (distância ao eixo dos YY), como se pode ver pela Fig. 26.

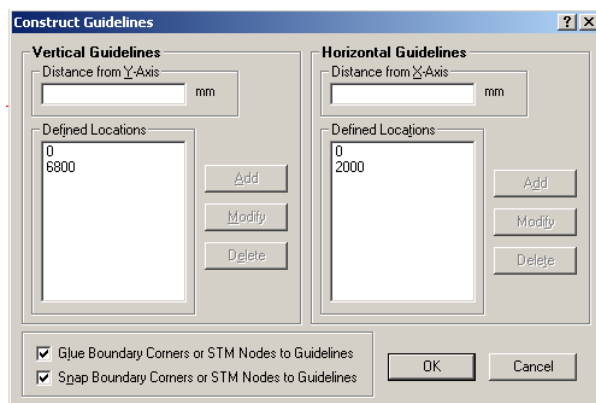


Fig. 26 – Caixa de diálogo das linhas auxiliares.

2.2.1.2. Fase 2 – Construção do modelo

a) Definição de fronteira exterior e interior

Segundo este modelo tipo não existem fronteiras interiores logo só se define uma fronteira exterior clicando no ícone  ou no menú *Construct/Outer Boundary* (Fig. 27).

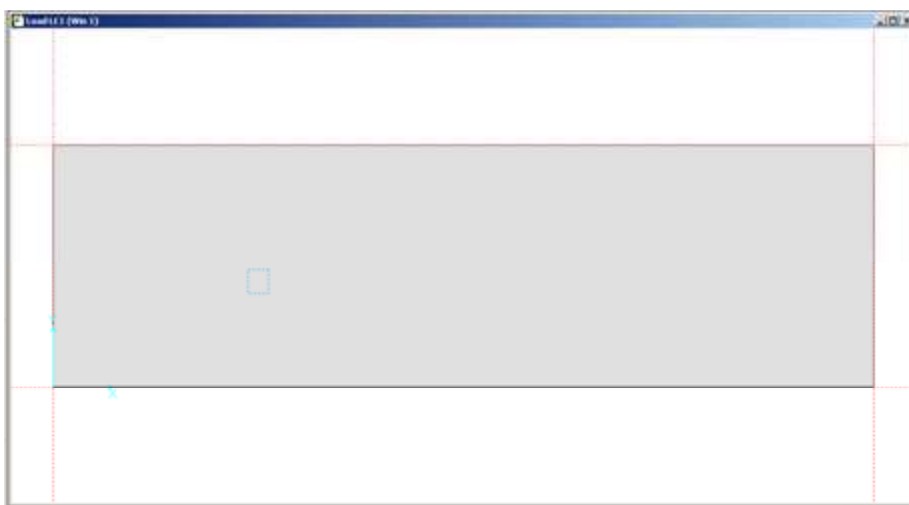


Fig. 27 – Representação da fronteira exterior do projecto.

b) Definição do modelo de escoras e tirantes

Para definir a posição das cargas e das reacções volta-se a clicar no ícone  ou no menú *Construct/Guidelines*. De seguida será necessário pré-seleccionar um modelo de escoras e tirantes e para tal introduz-se o modelo tipo da viga-parede num programa de elementos finitos. Este programa fornece de seguida o fluxo de tensões no modelo, o que vai auxiliar o traçado idealizado de escoras e tirantes (Fig. 28).

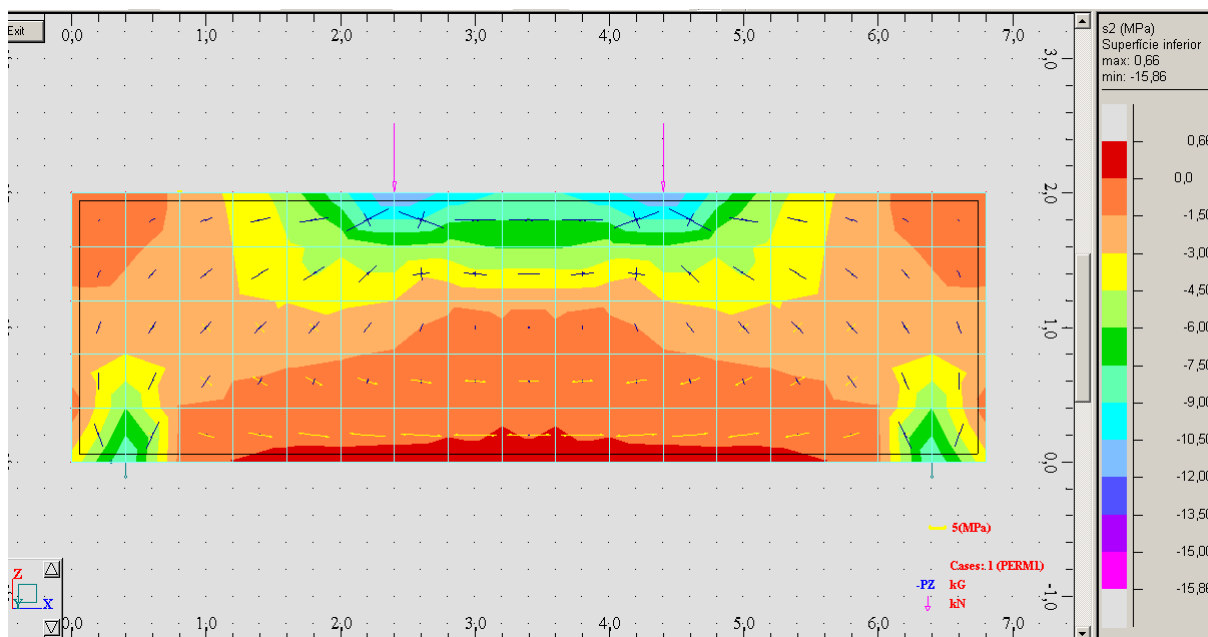


Fig. 28 – Diagrama de tensões da viga parede.

Sendo assim ter-se-á que arbitrar uma largura de afectação da escora e do tirante apesar da sua localização ser conhecida. Para a largura da escora arbitrou-se 260mm e para a largura do tirante 300mm. A largura da escora pode ser inferior ou superior dependendo do esforço em questão, no caso do tirante o valor pode também pode ser inferior ou superior desde que cumpra as disposições regulamentares da armadura. No caso acima referido em que a largura da escora é de 260mm e a do tirante 300mm, resultam as seguintes medidas: 150mm referente à posição do tirante e 1870mm referente à posição da escora; as outras medidas referentes à distância do eixo dos YY dizem respeito à posição dos apoios (que se encontram a 400mm e 6400mm) e à posição das forças (2400mm e 4400mm) (Fig. 29).

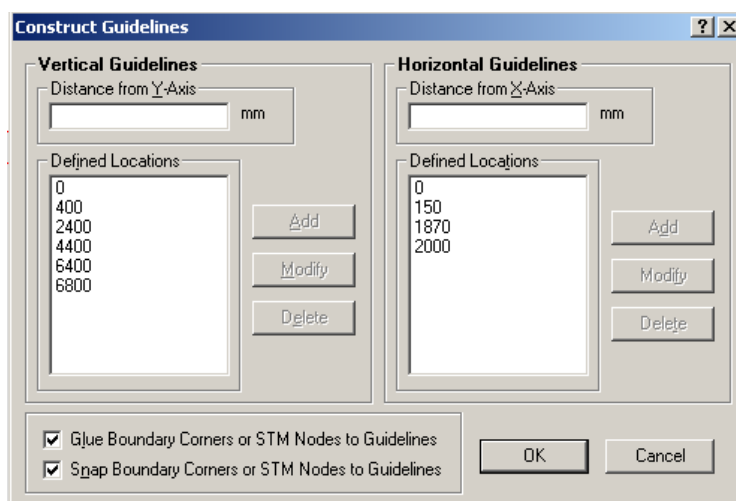


Fig. 29 – Caixa de diálogo das linhas auxiliares.

De seguida clica-se no ícone  ou no menu *Construct/Stm Elements* e traça-se o modelo de escoras e tirantes (Fig. 30).

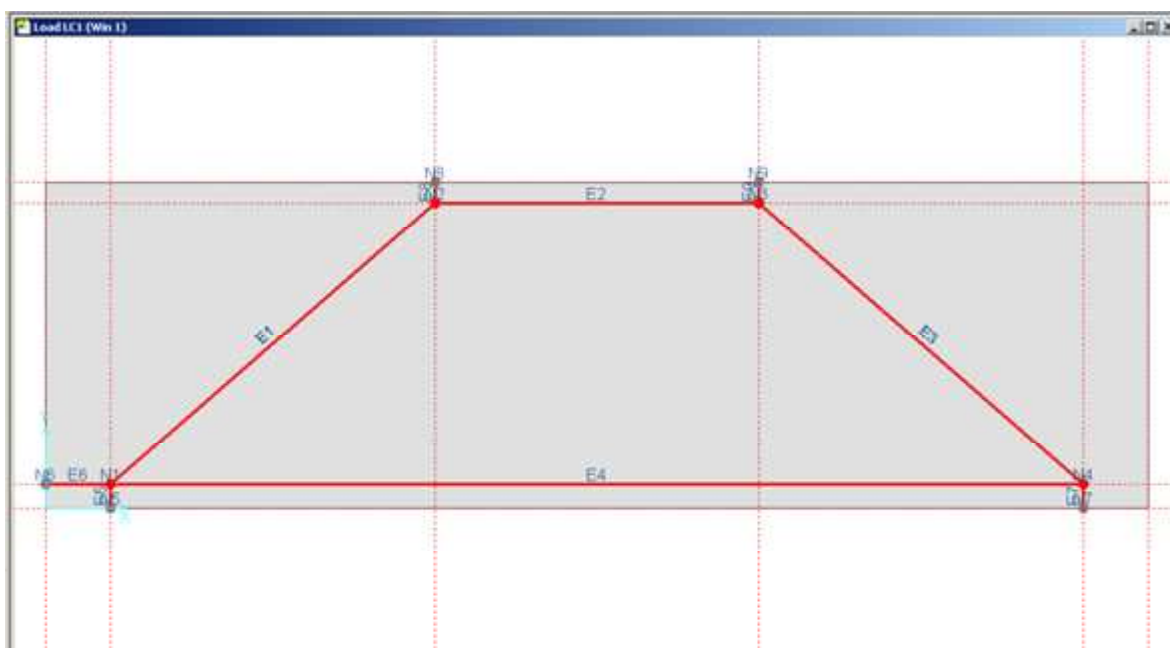


Fig. 30 – Modelo de escoras e tirantes.

Para a verificação de que o modelo escolhido respeita os ângulos recomendados (ver capítulo 1) acede-se ao menu *Display /STM Elements/Geometry Info*. Como se pode verificar na Fig. 31, o ângulo entre a escora e o tirante deveria ser maior do que 45° , o que não acontece; tal significa que o modelo pré-seleccionado não é o mais adequado. No entanto, este é apenas um exemplo teórico da execução do programa.

STM Element Geometry Info

Load Condition: LC1

Row #	Element ID	Function	End I ID	End J ID	Length (mm)	Direction (deg.)
1	E1	Strut-and-Tie	N1	N2	2637,9	40,70
2	E2	Strut-and-Tie	N2	N3	2000,0	0,00
3	E3	Strut-and-Tie	N3	N4	2637,9	319,30
4	E4	Strut-and-Tie	N4	N1	6000,0	180,00
5	E5	Strut-and-Tie	N1	N5	150,0	270,00
6	E6	Stabilizer	N1	N6	400,0	180,00
7	E8	Strut-and-Tie	N2	N8	130,0	90,00
8	E9	Strut-and-Tie	N3	N9	130,0	90,00
9	E7	Strut-and-Tie	N4	N7	150,0	270,00

Note: You can change the Element IDs corresponding to the currently displayed Load Condition by double clicking the corresponding cells.

OK Cancel Create MS Excel File...

Fig. 31 – Caixa de diálogo informativa das propriedades geométricas.

Na criação do modelo de escoras e tirantes através do programa CAST também se podem utilizar as treliças pré-definidas o que constitui uma vantagem do mesmo. Clicando no ícone  ou no menu *Construct/Use STM Templates* acede-se a três tipos de configuração geométrica (Fig. 32) tais como:



Fig. 32 – Representação de três tipos de treliça pré-definidas

Escolhendo o modelo quadrangular, com a largura de 1000mm e uma de altura 1720mm para recriar um modelo semelhante ao inicialmente escolhido: o rácio das dimensões do rectângulo entende-se como a relação entre a largura e a altura: $1000/1720 = 0,5814$, sendo que o número de rectângulos escolhidos é de dois. Sendo a figura simétrica, em relação à inclinação das barras, uma será para a direita e a outra para a esquerda (Fig. 33).

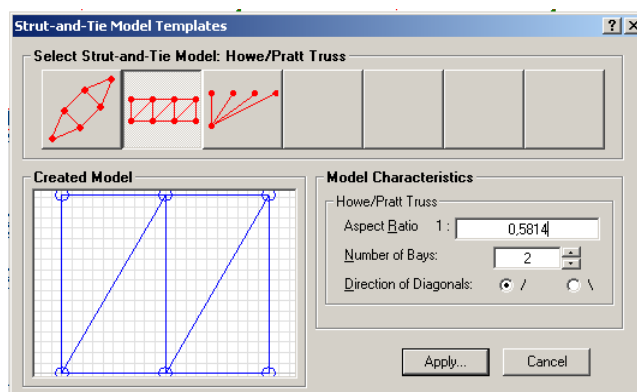


Fig. 33 – Caixa de diálogo de definição da treliça escolhida

Unindo os nós N6 a N8, N6 a N7, N5 a N7 e N5 a N8 segue-se o traçado das forças e dos suportes como anteriormente referido (Fig. 34):

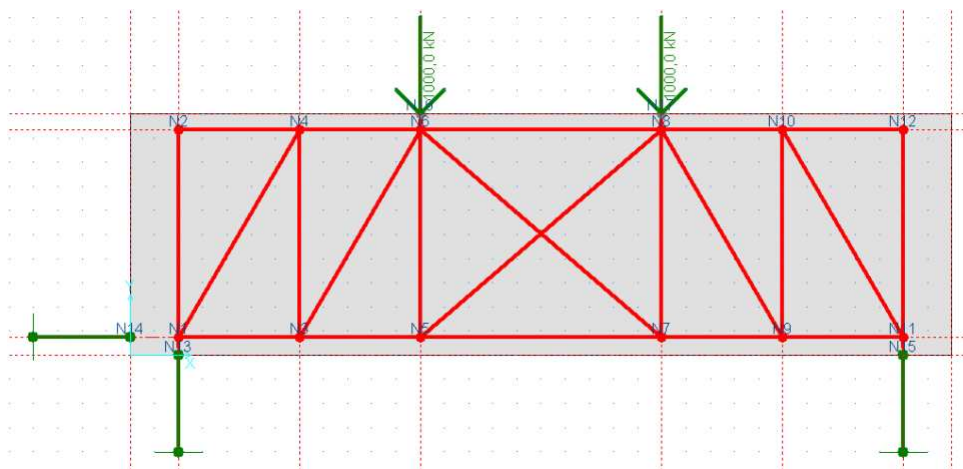


Fig. 34 – Modelo executado com as treliças pré-definidas

c) Definir placas de suporte

Selecționam-se os nós N5, N7, N8 e N9 e atribuem-se as dimensões das placas de apoio, clicando no ícone  ou no menú *Assign/Bearing Plates*, abrindo-se de seguida uma caixa de diálogo (Fig. 35). Clicando em *D-Region thickness*, obtém-se a espessura da parede que será igual à profundidade da placa de apoio-300mm. De seguida atribuem-se os valores correspondentes à dimensão da placa:

- Comprimento da placa de apoio = 350mm
- Espessura da placa de apoio = 25mm

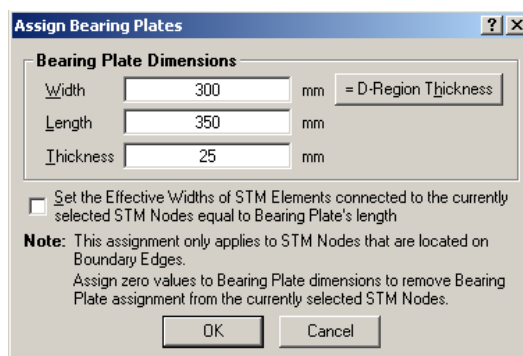


Fig. 35 – Caixa de diálogo com as dimensões das placas de apoio.

d) Definir condições de suporte e carregamento na fronteira da zona D

Selecționam-se os nós N5, N6, N7 e clica-se no ícone  ou no menú *Assign Boundary Conditions* e escolhe-se a opção **Apoio** (Fig. 36).

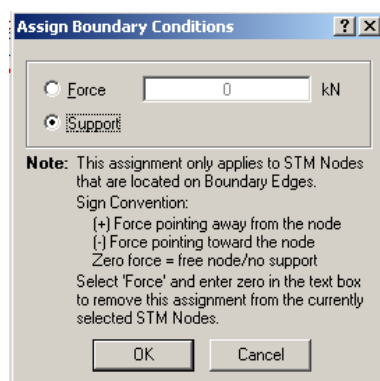


Fig. 36 – Caixa de diálogo das condições de apoio.

Na sequência dos passos acima referidos, e, relativamente às condições de suporte obtém-se o resultado apresentado na Fig. 37.

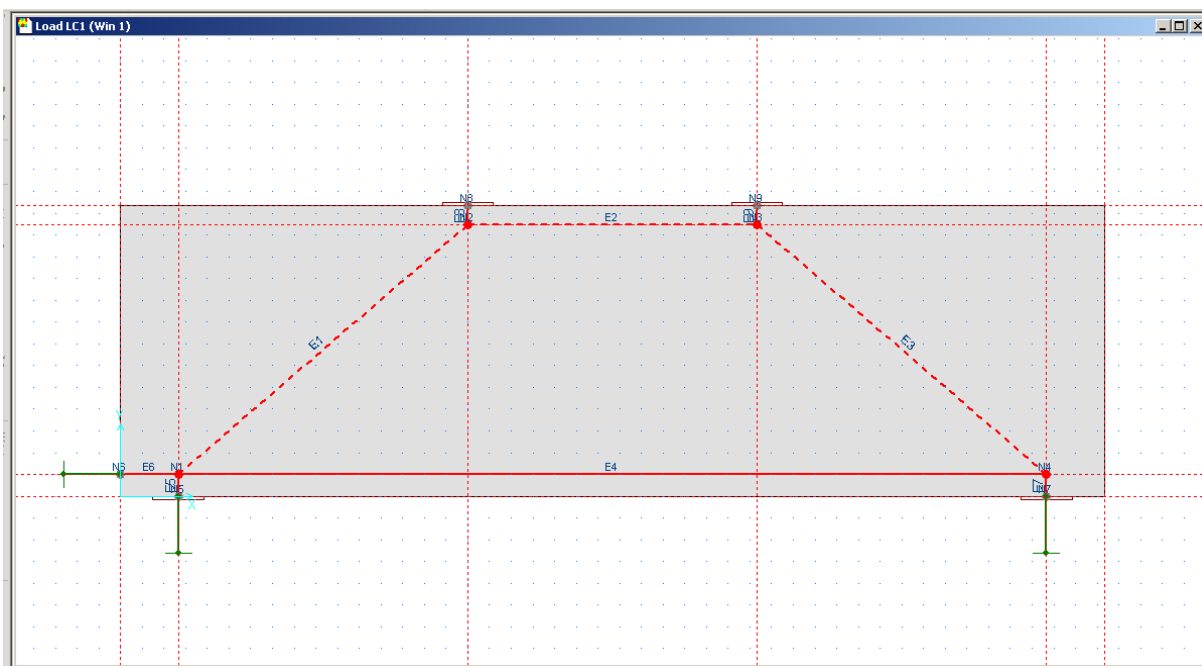


Fig. 37 – Modelo das condições de apoio.

De seguida seleccionam-se os nós N8, N9, e repete-se o processo anteriormente referido, desta vez escolhendo a opção **Força**, e atribuindo a esta o valor de -1000KN: com um valor negativo a força direcciona-se para o nó (Fig. 38).

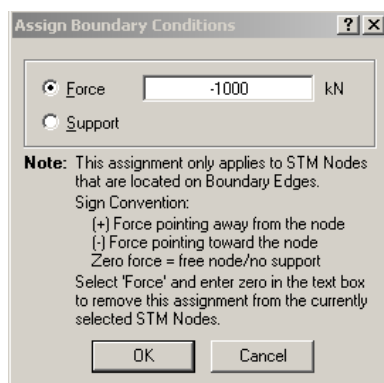


Fig. 38 – Caixa de diálogo das condições de carregamento.

Na sequência dos passos acima referidos, e, relativamente às condições de carregamento obtém-se o resultado apresentado na Fig. 39.

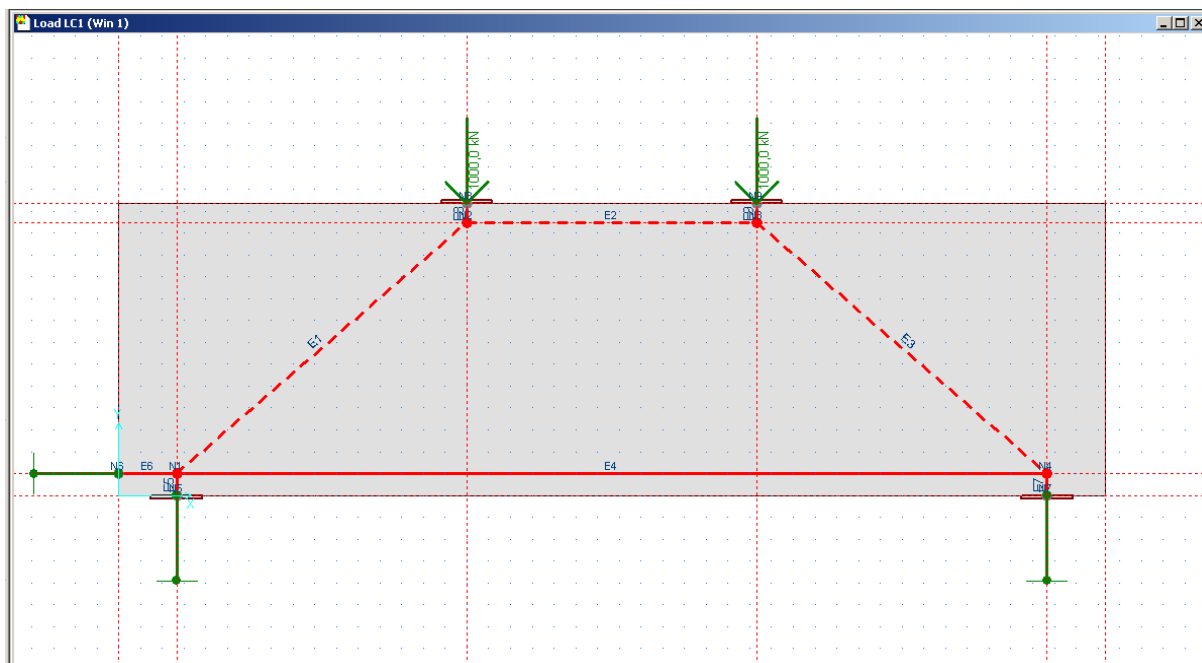


Fig. 39 – Modelo com as condições de apoio e carregamento.

2.2.1.3. Fase 3 – Obter esforços no modelo de escoras e tirantes

a) Executar o programa

Clicando no ícone  ou no menú *Analysis /Run Design Calculations* deveria aparecer um modelo com a representação dos esforços em cada elemento. No entanto, abre-se uma caixa de diálogo de erro (Fig. 40) que significa que o modelo pré-seleccionado não é estável. Como se pode observar na Fig. 39 o modelo representado é hipostático e a sua falta de estabilidade pode acontecer devido a uma de 3 razões:

- O modelo é estaticamente indeterminado devido às condições de apoio;
- O número de elementos e/ou a configuração do modelo não é a adequada;
- Os elementos podem não estar unidos correctamente nos nós.

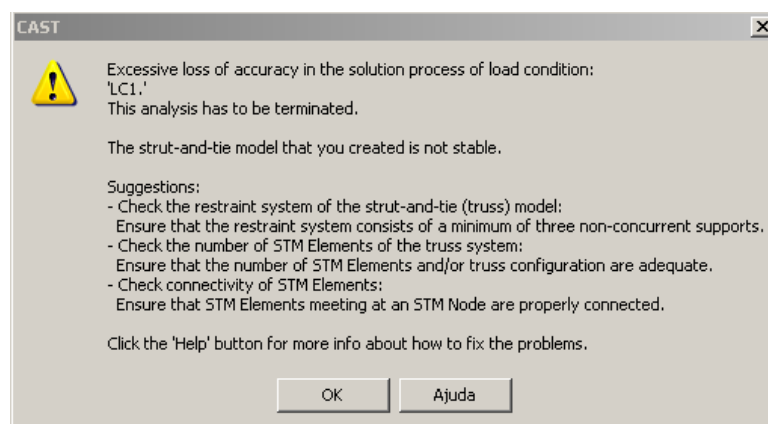


Fig. 40 – Caixa de diálogo de erro relativo à falta de estabilidade.

O modelo pré-seleccionado tem 9 nós, 9 elementos, e 3 apoios sendo que 4 dos nós estão no interior da região D e 5 dos nós na fronteira da região D; para garantir a estabilidade da treliça é necessário ter, pelo menos:

$$2 \times n^{\circ} \text{ de nós interior da região D} + n^{\circ} \text{ de nós localizados na fronteira} - n^{\circ} \text{ apoios} = 10 \text{ elementos}$$

Como o nosso modelo possui apenas 9 nós, é necessária a introdução de mais um elemento para ultrapassar o problema. Acedendo ao menú *Construct/Stm Elements* entre nó 1 e nó 3 obtém-se o elemento em falta e, obviamente, terá que ser feita nova execução do programa.

b) Identificar quais as barras comprimidas e traccionadas

Com esta sequência de passos será obtido o resultado indicado na Fig. 41 identificando as escoras a tracejado azul, os tirantes a alaranjado contínuo, e o estabilizador a vermelho pontead, que não se encontra nem à compressão, nem à tracção.

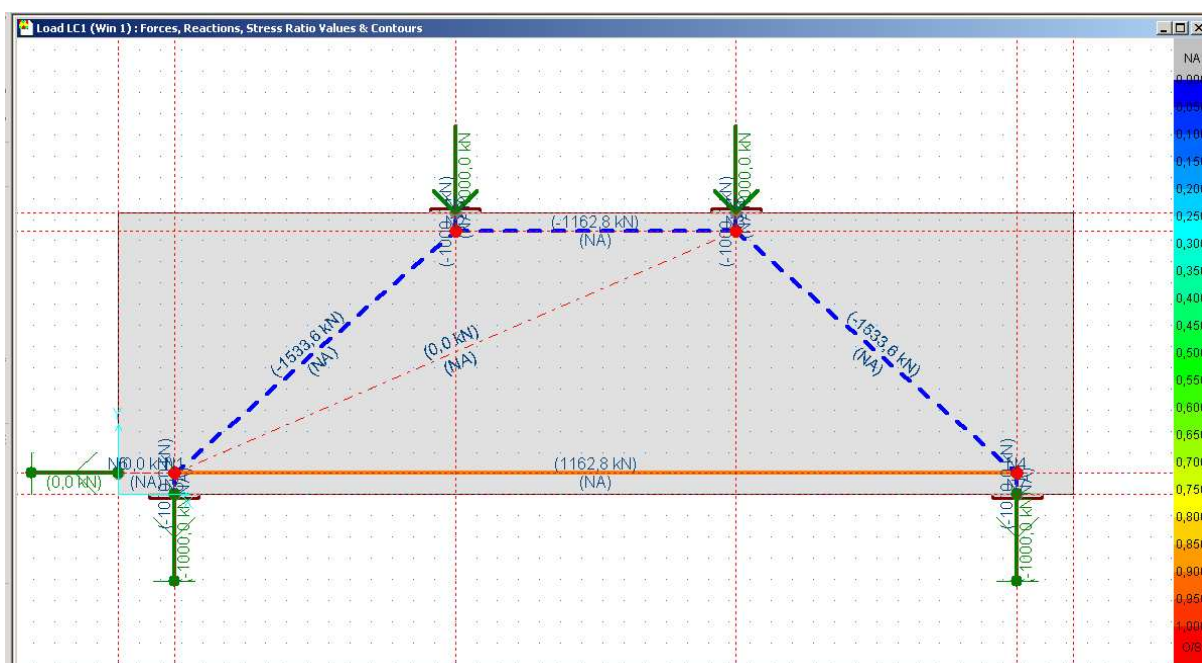


Fig. 41 – Esforços no modelo.

Uma das grandes potencialidades do programa “CAST” é o facto do próprio programa calcular os esforços em modelos indeterminados internamente podendo ser atribuídos diferentes valores de rigidez aos vários elementos.

A Fig. 42 representa um novo modelo de escoras e tirantes, onde é possível atribuir valores de rigidez aos vários elementos.

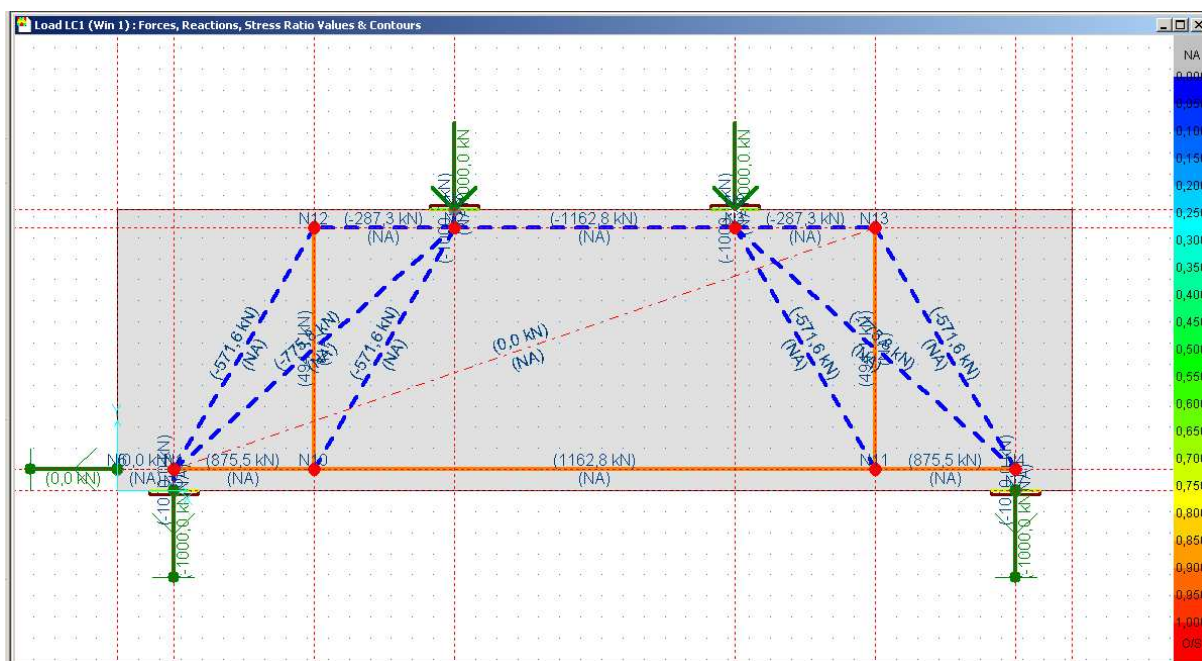


Fig. 42 – Esforços no modelo indeterminado internamente.

2.2.1.4. Fase 4 – Definir e atribuir as propriedades às escoras, tirantes e nós

Na atribuição das propriedades das escoras salienta-se que o programa, sendo feito nos EUA, dispõe de valores pré-definidos para fazer face ao seu regulamento ACI. No entanto este contém a opção *Use-Defined or Other Methods* que nos levará a duas alternativas. Uma, é a possibilidade de utilização de valores propostos por autores tais como Nielsen (1978), Ramirez & Breen (1983), Marti (1985), Schlaich (1987) e MacGregor (1997) (Tabela 4). A outra opção é a atribuição individual desses valores tendo em conta que quando se começa um novo projecto as definições não ficam gravadas, logo o processo de execução repete-se. Para usar os valores propostos pelo EC2 optou-se pela última alternativa atribuindo-se individualmente os valores requeridos.

Tabela 4 – Valores referenciados para os factores de eficiência das escoras.

Referências	Factor de Eficiência das Escoras
(1) Nielsen (1978)	0,575
(2) Ramirez & Breen (1983)	0,564
(3) Marti (1985)	0,600
(4) Schlaich (1987) escora sem fissuras	0,850
(5) Schlaich (1987) escora reforçada com armadura traccionada / posição perpendicular ao seu eixo	0,680
(6) Schlaich (1987) escora reforçada com armadura traccionada / posição inclinada em relação seu eixo	0,680
(7) Schlaich (1987) escora com fissuras espaçadas	0,340
(8) MacGregor (1997) escora sem fissuras	0,799
(9) MacGregor (1997) escora com fissuras com armadura transversal	0,639
(10) MacGregor (1997) escora com fissuras sem armadura	0,519
(11) MacGregor (1987) escora com zona traccionada	0,479

a) Definir propriedades

Para criar as escoras tipo garrafa e atribuir as propriedades clica-se no ícone  ou no menu *Define/Strut types /Concrete Struts* e digita-se **Garrafa** (Fig. 43). Como já se referiu, anteriormente, $f'_c = 25\text{MPa}$, que ao ser multiplicado pelo factor redutor de força (ϕ) corresponde à tensão de rotura à compressão de betão (f_{cd}): $\phi = 1/1,5 = 0,66667$. Ao factor de eficiência (ν) atribui-se o valor 1,0 porque, como referido no capítulo anterior, considera-se este caso como escora de betão na ausência de tracções transversais (EC2).

$$\text{Força limite} = f'_c \times \phi \times \nu = 25 \times 0,66667 \times 1,0 = 16,67\text{MPa} \quad (2.1)$$

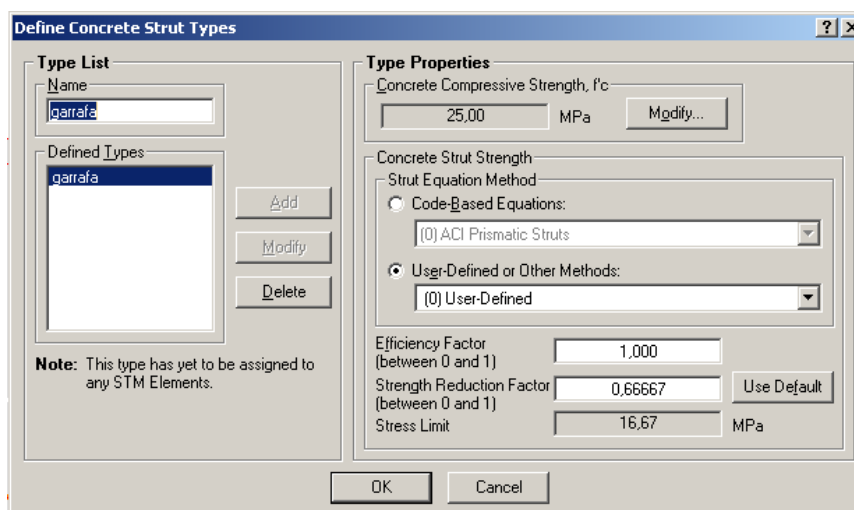


Fig. 43 – Caixa de diálogo de definição de propriedades: escora tipo garrafa.

De seguida criam-se as escoras tipo Prismáticas e atribuem-se as suas propriedades clicando-se no ícone  ou menu *Define/Strut types /Concrete Struts* e digitando **Prismática** (Fig. 44).

Como já se referiu anteriormente $f'_c = 25\text{MPa}$, que ao ser multiplicado pelo factor redutor de força (ϕ) corresponde à tensão de rotura à compressão de betão (f_{cd}): $\phi = 1/1,5 = 0,66667$. Ao factor de eficiência (ν) atribui-se o valor 1,0 porque, como referido no capítulo anterior, considera-se este caso como escora de betão na ausência de tracções transversais (EC2).

$$\text{Força limite} = f'_c \times \phi \times \nu = 25 \times 0,66667 \times 1,0 = 16,67\text{MPa} \quad (2.2)$$

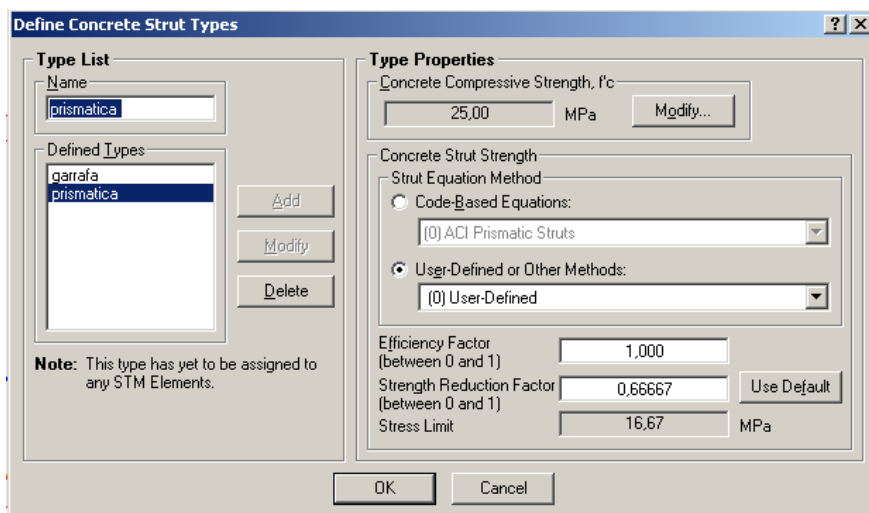


Fig. 44 – Caixa de diálogo de definição de propriedades: escora tipo prismática.

Por último, clica-se no ícone  ou menu *Define/Tie Types/Non Prestressed-Reinforcement Ties* e define-se as propriedades do único tirante existente e digita-se **Tirante** (Fig. 46). Como já se referiu anteriormente $f_y = 500 \text{ MPa}$, que ao ser multiplicado pelo factor de redutor de força (ϕ) corresponde à tensão de cedência à tracção do aço das armaduras para betão armado (f_{yd}): $\phi = 1/1,15 = 0,86957$.

Para se obter uma ideia da quantidade de armadura é possível efectuar um cálculo auxiliar:

$$A_s = \frac{N_{E4}}{f_{yd}} \Leftrightarrow A_s = \frac{1162,79}{(500 \times 10^3 / 1,15)} \Leftrightarrow A_s = 26,74 \text{ cm}^2 \Rightarrow 14 \text{ varões } \phi 16 \quad (2.3)$$

De seguida é atribuído o número de camadas de varões-7, e o número de varões por cada camada-2. A escolha do diâmetro de varões pode ser feita de 2 maneiras: *User Defined* ou *ASTM A615/615M*. No primeiro caso, define-se a área do varão a utilizar e no segundo caso a escolha do diâmetro é feita consoante a designação dos varões americanos existentes. Optando-se por esta última utiliza-se o varão de designação #16 que corresponde a um diâmetro nominal de 15,9mm, o que não é significativo em relação ao varão de diâmetro 16 mm, e a uma área de 199 mm^2 .

De seguida atribuem-se as distâncias a cada camada de varões, de modo a que estas melhor se distribuam em relação à linha de referência (Fig. 45):

- Cn 1, distância em relação à linha de referência de 112 mm
- Cn 2, distância em relação à linha de referência de 74,67 mm
- Cn 3, distância em relação à linha de referência de 37,34 mm
- Cn 4, distância em relação à linha de referência de 0,0 mm
- Cn 5, distância em relação à linha de referência de -37,34 mm
- Cn 6, distância em relação à linha de referência de -74,67 mm
- Cn 7, distância em relação à linha de referência de -112,0 mm

A área total de armadura (A_s) = $2 \times 7 \times 199 = 2786 \text{ mm}^2$

No caso das distâncias não serem atribuídas o programa procede automaticamente atribuindo um valor que corresponde à distância padrão entre os eixos dos varões – 50mm; Após o passo o utilizador tem que verificar que a soma dessas distâncias não excede a largura do tirante.

No caso de se pretender aumentar a área da armadura sem alterar o número de varões opta-se, sempre, por usar um valor superior a 1 no factor de aumento da armadura (Ω).

De seguida na opção *Tension Zone Extension* que corresponde ao recobrimento introduz-se o valor de 30mm; automaticamente a largura mínima efectiva corresponde ao valor da soma das distâncias: $112 \times 2 + 30 \times 2 + 15,9 = 299,99\text{mm}$ (Fig. 45).

No caso de tirantes com direcção inclinada, as armaduras também se dispõem de igual forma. Este facto representa uma desvantagem do programa, porque em termos da construção da obra é sempre preferível a aplicação da armadura na direcção horizontal e vertical.

$$\text{Força de cedência} = f_y \times \phi \times A_s = 500 \times 10^{-3} \times 0,86957 \times 2786 = 1211,3\text{kN} \quad (2.4)$$

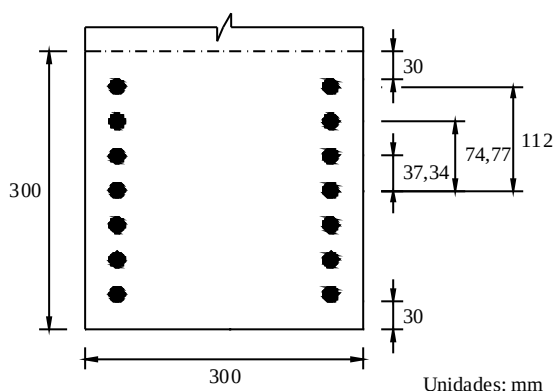


Fig. 45 – Representação das amaduras.

Fig. 46 – Caixa de diálogo de definição das propriedades do tirante.

Em relação à atribuição das propriedades dos nós, assim como anteriormente referido o programa dispõe de valores pré-definidos de acordo com o seu regulamento – ACI, no entanto na mesma opção *Use-Defined or Other Methods* existem duas alternativas: numa delas utilizam-se valores propostos por autores tais como Nielsen (1978), Ramirez e Breen (1983), Marti (1985), Schlaich (1987) e MacGregor (1997) (Tabela 5). Na outra opção atribui-se individualmente esses valores tendo em conta que, quando se começa um novo projecto as definições não ficam gravadas e o processo execução repete-se. Se aplicar o EC2 opta-se por esta última alternativa.

Tabela 5 - Valores referenciados para os factores de eficiência dos nós.

Referências	Factor de Eficiência dos Nós
(1) Marti (1985) nó CCC	0,600
(2) Schlaich <i>et al</i> (1987) nó CCC	0,850
(3) Schlaich <i>et al</i> (1987) nó CCT/CTT	0,680
(4) MacGregor (1997) nó CCC	0,799
(5) MacGregor (1997) nó CCT	0,679
(6) MacGregor (1997) nó CTT	0,599

Clicando no ícone  ou no menu *Define/ Node Types* começa-se por definir o nó CCC e as propriedades do mesmo (Fig. 47). Como mencionado $f'_c = 25 \text{ MPa}$, que ao ser multiplicado pelo factor redutor de força (ϕ) corresponde à tensão de rotura à compressão de betão (f_{cd}): $\phi = 1/1,5 = 0,66667$. O factor de eficiência, (ν - considerado equivalente a $k_1 \times \nu$) corresponde aos coeficientes definidos para o nó comprimido sem tirante (EC2) em que $k_1 = 1,0$ e $\nu = 1 - f_{ck} / 250$. Deste modo:

$$\nu = k_1 \times \nu = 1,0 \times 0,9 = 0,9 \quad (2.5)$$

$$\text{Força limite} = f'_c \times \phi \times \nu = 25 \times 0,66667 \times 0,9 = 15,00 \text{ MPa} \quad (2.6)$$

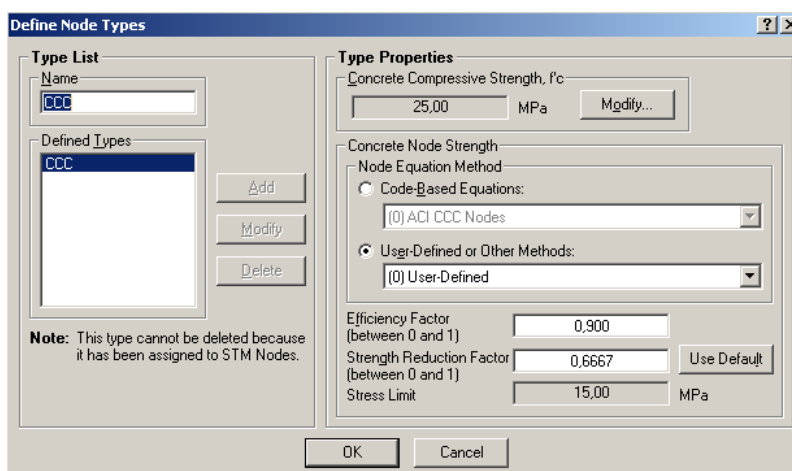


Fig. 47 – Caixa de diálogo de definição das propriedades do nó comprimido sem tirantes.

Procedendo da mesma maneira, clica-se no ícone  ou no menu *Define/Node Types* para definir o nó CCT e as suas propriedades (Fig. 48). Como mencionado $f'_c = 25 \text{ MPa}$, que ao ser multiplicado pelo factor redutor de força (ϕ) corresponde à tensão de rotura à compressão de betão (f_{cd}): $\phi = 1/1,5 = 0,66667$. O factor de eficiência, (ν -considerado equivalente a $k_2 \times \nu$) corresponde aos coeficientes definidos para o nó sujeito à compressão e à tracção com armaduras numa direcção (EC2) em que $k_2 = 0,85$ e $\nu = 1 - f_{ck} / 250$. Deste modo:

$$\nu = k_2 \times \nu = 0,85 \times 0,9 = 0,765 \quad (2.7)$$

$$\text{Força limite} = f'_c \times \phi \times \nu = 25 \times 0,66667 \times 0,765 = 12,75 \text{ MPa} \quad (2.8)$$

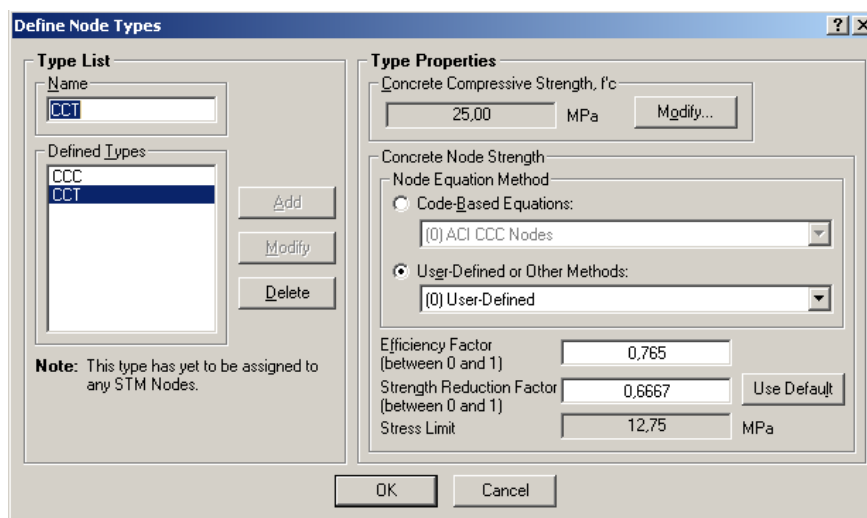


Fig. 48 – Caixa de diálogo de definição das propriedades do nó comprimido com tirantes.

b) Atribuir as propriedades definidas às escoras e aos tirantes

Em primeiro lugar seleccionam-se as escoras E1 e E3 e de seguida clica-se no ícone  ou no menu *Assign/Strut or Tie Types /User-Defined Strut or Tie Types*, atribuindo os tipos: **Betão** e **Garrafa** (Fig. 49).

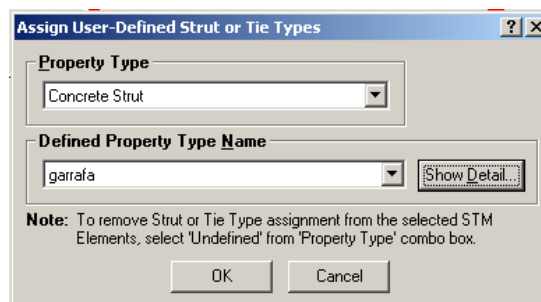


Fig. 49 – Caixa de diálogo de atribuição de propriedades das escoras tipo garrafa.

Procede-se da mesma maneira para as escoras E2, E5, E7, E8, E9 atribuindo os tipos: **Betão** e **Prismática** (Fig. 50).

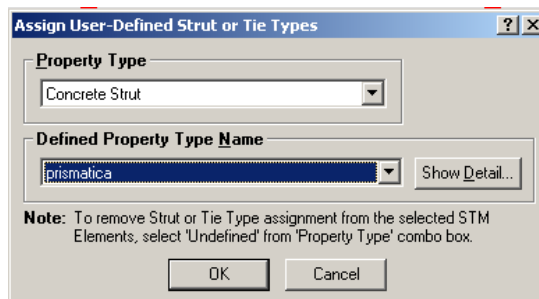


Fig. 50 – Caixa de diálogo de atribuição de propriedades das escoras tipo prismática.

Para o tirante E4 procede-se da mesma maneira atribuindo-se os tipos: **Armadura** e **Tirante** (Fig. 51).

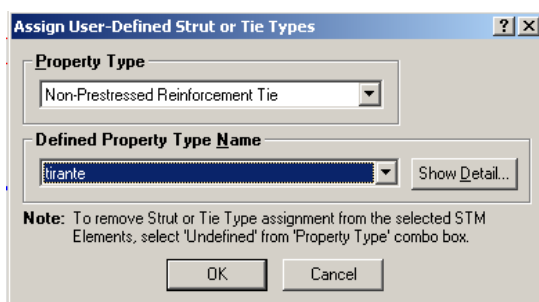


Fig. 51 – Caixa de diálogo de atribuição de propriedades do tirante.

Para os nós N2, N3, N8, N9 clica-se no ícone  ou no menu *Assign/Node Types/User-Defined Node Types* e atribui-se a propriedade – **CCC** (Fig. 52).

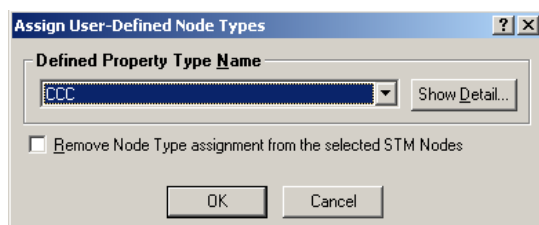


Fig. 52 – Caixa de diálogo de atribuição de propriedades do nó CCC.

Para os nós N1, N4, N5, N7 procede-se da mesma maneira sendo neste caso, a propriedade – **CCT** (Fig. 53).

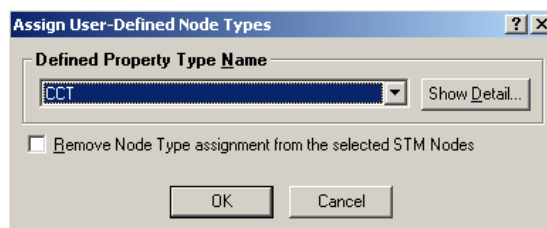


Fig. 53 – Caixa de diálogo de atribuição de propriedades do nó CCT.

c) Atribuir às escoras e tirantes as larguras de afectação

O programa CAST possui duas opções quanto à atribuição das larguras de afectação, nas escoras e nos tirantes. Uma delas é automática, obrigando a que, o rácio das tensões (tensão existente sobre tensão máxima) seja de 0,9-valor pré-definido pelo programa. No caso da segunda opção as larguras de afectação podem ser atribuídas segundo o critério do utilizador.

Na primeira opção apesar do valor do rácio das tensões ser pré-definido poderá ser alterado sendo que é o próprio programa faz o ajuste da dimensão da escora para se obter o valor pretendido. No entanto no decorrer do ajuste pode acontecer que a largura de afectação saia dos limites do desenho; no caso específico do tirante, esta alteração não é possível devido ao valor da armadura. Tudo isto obriga a que as escoras, e quando possível os tirantes, estejam dentro dos limites arbitrados, o que representa uma desvantagem neste programa; ainda que as diferenças não sejam significativas e mesmo com uma suficiente ampliação do modelo estas podem não ser detectadas.

No caso da segunda opção, o utilizador deve ter em atenção que as dimensões atribuídas respeitem o limite do desenho.

No modelo usado optou-se pela segunda alternativa: o valor da largura de afectação para a escora prismática e o tirante tem como base a dimensão máxima dada pelo limite do desenho; no caso das escoras tipo garrafa este valor é determinado com base na análise dos dois nós.

Começando pela análise do nó N2 (Fig. 54):

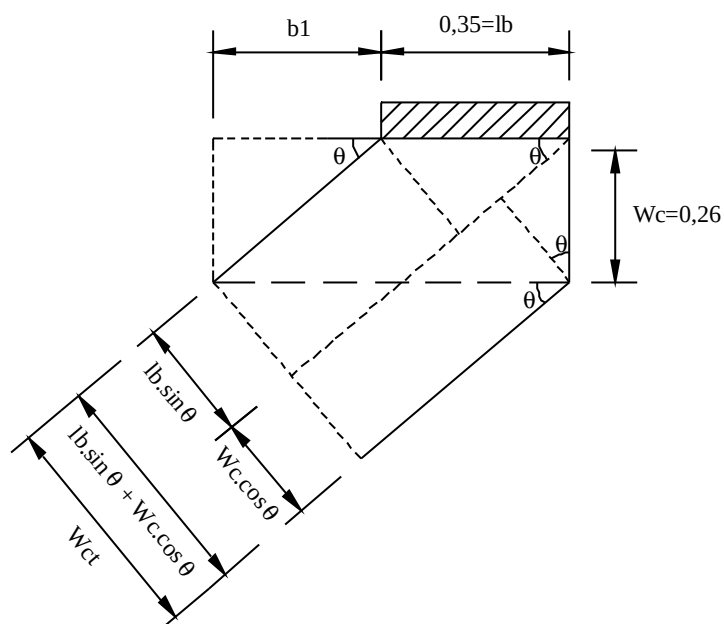


Fig. 54 – Representação do nó N2.

Sendo que θ tem o valor do ângulo $40,70^\circ$ (Fig. 9) determina-se a largura da escora garrafa através da expressão:

$$w_{ct} = l_b \times \sin \theta + w_c \times \cos \theta \Leftrightarrow w_{ct} = 0,35 \times \sin 40,70^\circ + 0,26 \times \cos 40,70^\circ \Leftrightarrow w_{ct} = 425,34 \text{ mm} \quad (2.9)$$

Analizando o nó N1 (Fig. 55):

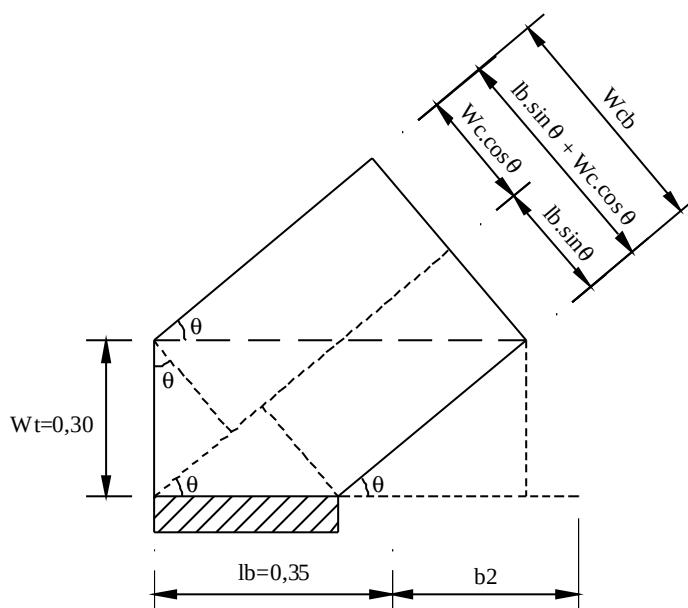


Fig. 55 – Representação do nó N1

$$w_{cb} = l_b \times \sin \theta + w_c \times \cos \theta \Leftrightarrow w_{cb} = 0,35 \times \sin 40,70^\circ + 0,30 \times \cos 40,70^\circ \Leftrightarrow w_{cb} = 455,67 \text{ mm} \quad (2.10)$$

De acordo com as representações e os cálculos atribui-se como a largura de afectação da escora garrafa o menor dos valores acima dados. Seleccionando os elementos E1 e E3, clica-se no ícone  ou no menu *Assign/Relative Stiffnesses and Widths* atribuindo-se o valor de 425,34mm (Fig. 56).

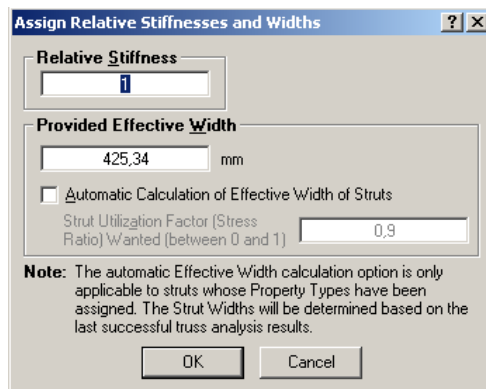


Fig. 56 – Caixa de diálogo de atribuição da largura de afectação da escora garrafa.

Seleccionando a escora prismática E2, clica-se no ícone  ou no menú *Assign/Relative Stiffnesses and Widths* e, como atrás referido atribui-se o valor de 260mm à largura de afectação que corresponde ao limite da peça (Fig. 57).

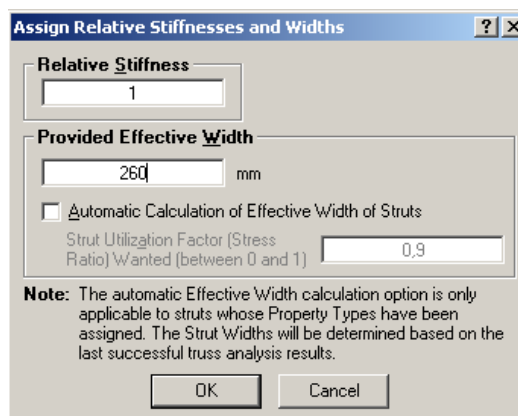


Fig. 57 – Caixa de diálogo de atribuição da largura de afectação da escora prismática.

Para as outras escoras prismáticas procede-se da mesma maneira seleccionando, desta vez, os elementos E5, E7, E8 e E9 e atribuindo a largura de afectação de 350mm (Fig. 58).

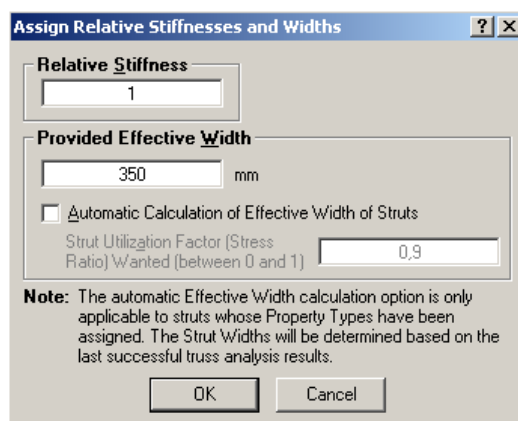


Fig. 58 – Caixa de atribuição da largura de afectação da escora prismática.

Para o tirante E4 clica-se no ícone  ou no menú *Assign/Relative Stiffnesses and Widths*, como atrás referido e atribui-se o valor de 300mm à largura de afectação, que corresponde ao limite da peça (Fig. 59).

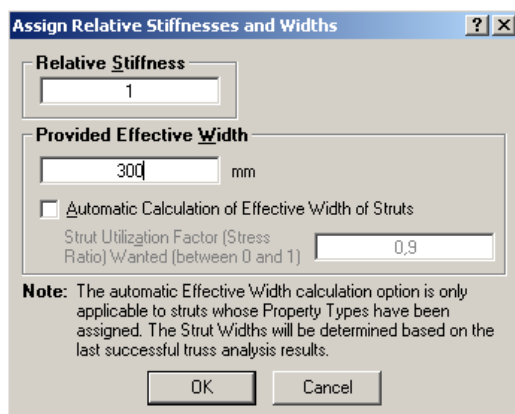


Fig. 59 – Caixa de diálogo de atribuição da largura de afectação do tirante.

Nesta caixa de diálogo é possível ver a opção de rigidez relativa (*relative stiffness*) que possui o valor 1 já que o modelo de escoras e tirantes é estaticamente determinado; em modelos indeterminados é possível atribuir valores de rigidez diferentes a cada elemento.

Depois de atribuídas as larguras de afectação a todos os elementos este é o aspecto do modelo (Fig. 60).

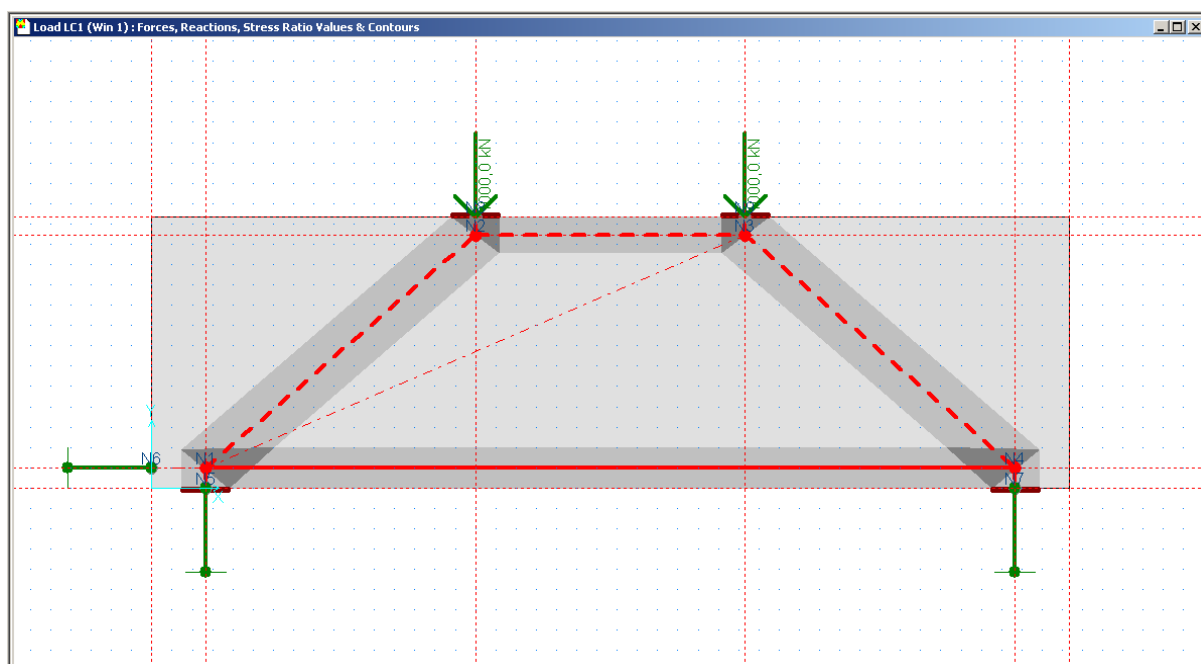


Fig. 60 – Larguras de afectação no modelo.

2.2.1.5. Fase 5 – Verificação das tensões

a) Executar o programa de novo

Clicando no ícone  ou no menu *Analysis /Run design Calculations* obtém-se o modelo idealizado, com os resultados dos rácios das tensões nas escoras, nos tirantes e nos nós. Nas escoras e tirantes é

possível observar o valor e a cor correspondente enquanto que nos nós só é possível observar as cores. Pela Fig. 61 é possível identificar, através das cores, se estamos dentro dos limites ou não, sendo que, nos elementos esta identificação é simples, ao contrário do que acontece nos nós.

No ícone  ou no menu *View/Set Object View Options* encontra-se a opção de personalizar o desenho ao nível da informação que se pretende visualizar; neste caso optou-se pela visualização da disposição das armaduras (Fig. 61).

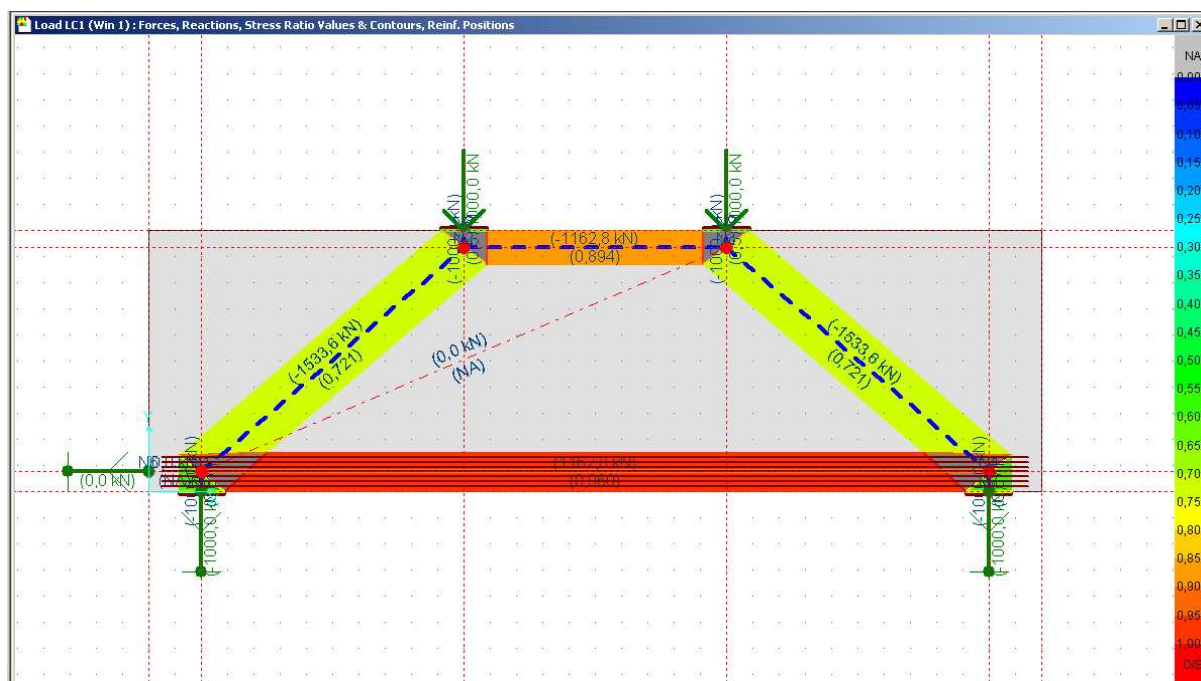


Fig. 61 – Modelo com verificações das escoras, tirantes e nós.

b) Verificar os esforços nas escoras, tirantes e nós

Clicando em escora **E2** acede-se a uma caixa de diálogo com um variado número de características tais como: identificação, os nós que une, comprimento, ângulo, esforço no elemento, largura de afectação, rácio beta e factor de escala de espessura (Fig. 62).

Como referido anteriormente a utilização do programa “CAST” implica determinadas adaptações, de maneira a cumprir todas as disposições estipuladas no EC2, em termos de dimensionamento. Como tal, o valor do rácio beta não é tido em conta: $\nu = 0,85$, sendo este valor normalizado e intrínseco ao programa.

Para fazer a verificação de esforços nas escoras, tirantes e nós é necessário, ainda, ter em conta o factor de escala de espessura. A opção **Factor de Escala de Espessura** permite alterar o valor da tensão da escora, de modo que:

$$\text{Tensão Escora} = F_u = (N_{E2} / (\text{largura de afectação} \times \text{espessura parede} \times \text{factor de escala de espessura}))$$

Em sequência desta alteração (atribuir um valor diferente de 1 ao factor de escala espessura), os outros valores vêm modificados: Tensão Escora, Rácio f'_c , Rácio das Tensões, Rácio Beta e larguras de afectação mínima. O mesmo não se passa para o tirante e nós; nestes 2 últimos casos, mesmo que o valor seja alterado, os outros mantêm-se.

Nesta mesma caixa de diálogo, é possível modificar algumas propriedades do modelo. Na sequência da análise efectuada:

$$\text{Tensão Escora} \Rightarrow F_u = (N_{E2} / (\text{largura de afectação} \times \text{espessura parede})) \quad (2.11)$$

$$\Leftrightarrow F_u = (1162,8 \times 10^{-3} / (0,260 \times 0,300)) = 14,91 \text{ MPa}$$

$$\text{Rácio } f'_c = (F_u / f'_c) = (14,91 / 25) = 0,596 \quad (2.12)$$

$$\text{Rácio das Tensões} = (F_u / (\phi \times f'_c \times v)) = (14,91 / (0,66667 \times 25 \times 1,0)) = 0,894 \quad (2.13)$$

$$\text{Rácio Beta} = (F_u / (\phi \times f'_c \times v)) = (14,91 / (0,66667 \times 25 \times 0,85)) = 1,052 \quad (2.14)$$

A largura de afectação mínima calcula-se admitindo que o valor do Rácio das Tensões é de 1, logo:

$$1 = (F_u / (\phi \times f'_c \times v)) \Leftrightarrow 1 = (F_u / (0,66667 \times 25 \times 1,0)) \Leftrightarrow F_u = 16,67 \text{ MPa} \quad (2.15)$$

e depois,

$$\text{Tensão na Escora} \Rightarrow F_u = (N_{E2} / (\text{largura de afectação mínima} \times \text{espessura parede})) \quad (2.16)$$

$$\Leftrightarrow 16,67 \times 10^{-3} = (1162,8 / (\text{largura de afectação mínima} \times 300,0))$$

$$\Leftrightarrow \text{largura de afectação mínima} = 232,6 \text{ mm}$$

Fig. 62 – Caixa de diálogo das características da escora prismática E2.

Clicando em escora **E1** ou **E3** acede-se, da mesma maneira, às mesmas características (Fig. 42), e na sequência do mesmo tipo de análise obtém-se:

$$\text{Tensão Escora} \Rightarrow F_u = (N_{E1} / (\text{largura de afectação} \times \text{espessura parede})) \quad (2.17)$$

$$\Leftrightarrow F_u = (1533,6 \times 10^{-3} / (0,42534 \times 0,300)) = 12,02 \text{ MPa}$$

$$\text{Rácio } f'_c = (F_u / f'_c) = (12,02 / 25) = 0,481 \quad (2.18)$$

$$\text{Rácio das Tensões} = (F_u / (\phi \times f'_c \times v)) = (12,02 / (0,66667 \times 25 \times 1,0)) = 0,721 \quad (2.19)$$

$$\text{Rácio Beta} = (F_u / (\phi \times f'_c \times v)) = (12,02 / (0,66667 \times 25 \times 0,85)) = 0,848 \quad (2.20)$$

A largura de afectação mínima calcula-se admitindo que o valor do Rácio das Tensões é de 1:

$$1 = (F_u / (\phi \times f'_c \times v)) \Leftrightarrow 1 = (F_u / (0,66667 \times 25 \times 1,0)) \Leftrightarrow F_u = 16,67 \text{ MPa} \quad (2.21)$$

e depois,

$$\text{Tensão na Escora} \Rightarrow F_u = (\text{Esforço na escora} / (\text{largura de afectação mínima} \times \text{espessura parede})) \quad (2.22)$$

$$\Leftrightarrow 16,67 \times 10^{-3} = 1533,6 / (\text{largura de afectação mínima} \times 300,0)$$

$$\Leftrightarrow \text{largura de afectação mínima} = 306,7 \text{ mm}$$

Fig. 63 – Caixa de diálogo das características da escora garrafa E1.

Do mesmo modo, seleccionando-se, o tirante **E4** acede-se às características do mesmo (Fig. 64) e na sequência da análise obtém-se:

$$\text{Tensão Tirante} \Rightarrow F_u = (\text{Esforço no tirante} / (\text{Área Total Armadura})) \quad (2.23)$$

$$\Leftrightarrow F_u = (1162,8 \times 10^{-3}) / (2786,0 \times 10^{-6}) = 417,37 \text{ MPa}$$

$$\text{Rácio das Tensões} = (F_u / (\phi \times f_y \times \Omega)) = (417,37 / (0,86957 \times 500 \times 1,0)) = 0,960 \quad (2.24)$$

A força máxima no tirante é calculada admitindo-se que o valor do Rácio das Tensões é de 1, logo:

$$1,0 = (F_u / (\phi \times f_y \times \Omega)) \Leftrightarrow 1,0 = (F_u / (0,86957 \times 500 \times 1,0)) \Leftrightarrow F_u = 434,79 \text{ MPa} \quad (2.25)$$

e depois,

$$\text{Tensão no tirante} \Rightarrow F_u = (\text{Esforço no tirante} / (\text{Área Total Armadura})) \quad (2.26)$$

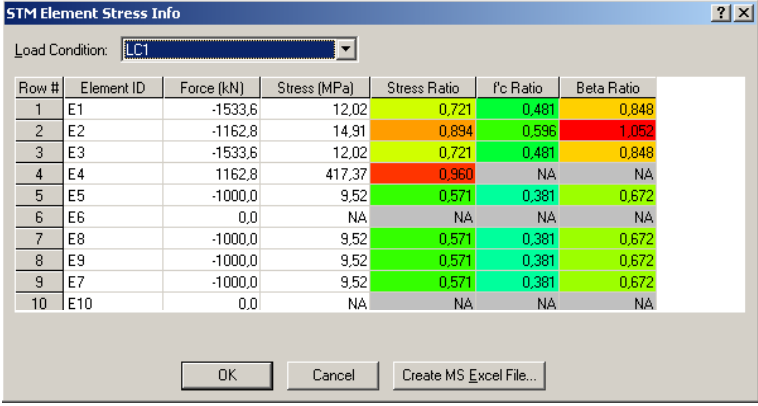
$$\Leftrightarrow 434,79 \times 10^3 = \text{Esforço Máximo no tirante} / (2786 \times 10^{-6})$$

$$\Leftrightarrow \text{Esforço Máximo no tirante} = 1211,3 \text{ kN}$$

Fig. 64 – Caixa de diálogo das características do tirante E4.

O resumo das características anteriormente referidas, mas de forma individual, pode ser obtido na forma de tabela através do menu *Display/STM Elements/ Stress Info*. Como se pode verificar pela

coluna correspondente ao Rácio das Tensões, todos os elementos se encontram dentro dos limites pois possuem um valor inferior a 1. A proximidade deste valor limite é assinalada pela cor vermelha (Fig. 65).



Row #	Element ID	Force (kN)	Stress (MPa)	Stress Ratio	f'c Ratio	Beta Ratio
1	E1	-1533,6	12,02	0,721	0,481	0,848
2	E2	-1162,8	14,91	0,894	0,596	1,052
3	E3	-1533,6	12,02	0,721	0,481	0,848
4	E4	1162,8	417,37	0,960	NA	NA
5	E5	-1000,0	9,52	0,571	0,381	0,672
6	E6	0,0	NA	NA	NA	NA
7	E8	-1000,0	9,52	0,571	0,381	0,672
8	E9	-1000,0	9,52	0,571	0,381	0,672
9	E7	-1000,0	9,52	0,571	0,381	0,672
10	E10	0,0	NA	NA	NA	NA

Fig. 65 – Caixa de diálogo com a tabela/resumo das características dos elementos.

Para proceder à análise das propriedades dos nós, selecciona-se o nó **N2** referente ao lado do elemento E1, clicando na figura do nó pode-se observar as tensões representadas pela linha amarela (Fig. 66):

Esforço na Escora $N_{E1} = -1533,6 \text{ kN}$ corresponde ao esforço na escora garrafa.

$$\text{Tensão no Nó} \Rightarrow F_u = (N_{E1} / (\text{larguras de afectação} \times \text{espessura parede})) \quad (2.27)$$

$$\Leftrightarrow F_u = 1533,6 \times 10^{-3} / (0,42534 \times 0,300) = 12,02 \text{ MPa}$$

Foi classificado o Nó como CCC de modo que $\nu = 0,9$ como anteriormente se referiu.

$$\text{Rácio das Tensões} = F_u / (\phi \times f'_c \times \nu) = (12,02 / (0,66667 \times 25 \times 0,9)) = 0,801 \quad (2.28)$$

$$\text{Rácio } f'_c = F_u / f'_c = 12,02 / 25 = 0,481 \quad (2.29)$$

$$\text{Rácio Beta} = F_u / (\phi \times f'_c \times \nu) = (12,02 / (0,66667 \times 25 \times 0,85)) = 0,848 \quad (2.30)$$

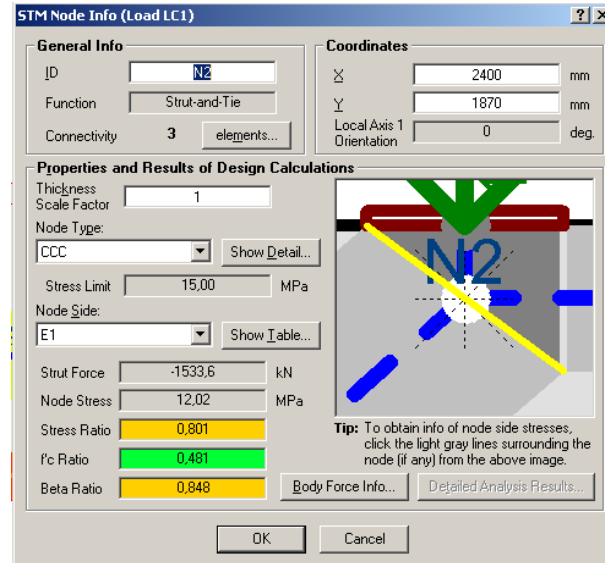


Fig. 66 – Caixa de diálogo do nó N2 referente ao lado do elemento E1.

Em relação ao nó N2 referente ao lado do elemento E2, representado na Fig. 67:

Esforço na Escora $N_{E2} = -1162,8 \text{ kN}$ corresponde ao esforço na escora prismática.

$$\text{Tensão no Nó} \Rightarrow F_u = (\text{Esforço na escora} / (\text{largura de afectação} \times \text{espessura parede})) \quad (2.31)$$

$$\Leftrightarrow F_u = (1162,8 \times 10^{-3} / (0,260 \times 0,300)) = 14,91 \text{ MPa}$$

Foi classificado o Nó como CCC de modo que $\nu = 0,9$ como anteriormente se referiu.

$$\text{Rácio das Tensões} = (F_u / (\phi \times f'_c \times \nu)) = (14,91 / (0,66667 \times 25 \times 0,9)) = 0,994 \quad (2.32)$$

$$\text{Rácio } f'_c = F_u / f'_c = 14,91 / 25 = 0,596 \quad (2.33)$$

$$\text{Rácio Beta} = (F_u / (\phi \times f'_c \times \nu)) = (14,91 / (0,66667 \times 25 \times 0,85)) = 1,052 \quad (2.34)$$

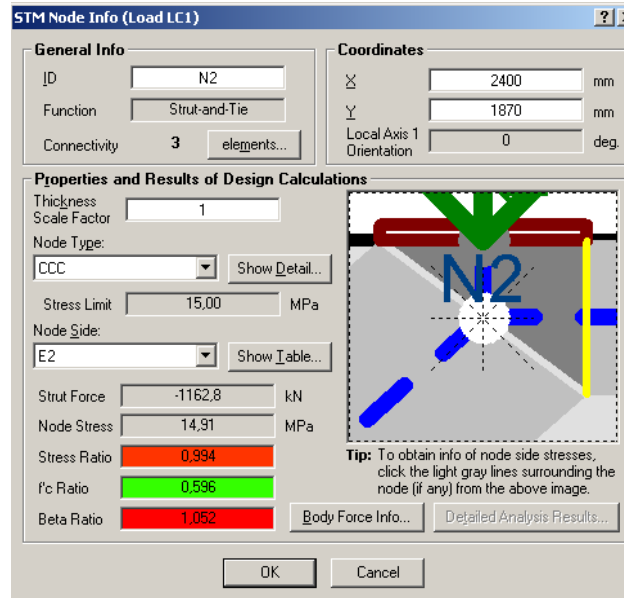


Fig. 67 – Caixa de diálogo do nó N2 referente ao lado do elemento E2.

Em relação ao nó N2 referente ao lado do elemento E8, representado na Fig. 47:

Esforço na Escora $N_{E8} = -1000kN$ corresponde ao esforço na escora prismática.

$$\text{Tensão no Nó} \Rightarrow F_u = (N_{E8} / (\text{largura de afectação} \times \text{espessura parede})) \quad (2.35)$$

$$\Leftrightarrow F_u = (1000 \times 10^{-3} / (0,350 \times 0,300)) = 9,52 MPa$$

Foi classificado o Nó como CCC de modo que $\nu = 0,9$ como anteriormente se referiu.

$$\text{Rácio das Tensões} = (F_u / (\phi \times f'_c \times \nu)) = (9,52 / (0,66667 \times 25 \times 0,9)) = 0,635 \quad (2.36)$$

$$\text{Rácio } f'_c = F_u / f'_c = 9,52 / 25 = 0,381 \quad (2.37)$$

$$\text{Rácio Beta} = (F_u / (\phi \times f'_c \times \nu)) = (9,52 / (0,66667 \times 25 \times 0,85)) = 0,672 \quad (2.38)$$

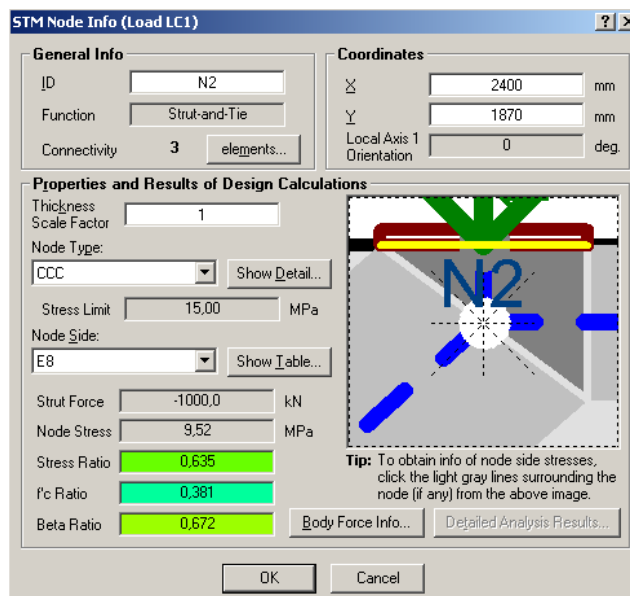


Fig. 68 – Caixa de diálogo do nó N2 referente ao lado do elemento E8.

O resumo das características anteriormente referidas mas de forma individual pode ser obtido na forma de tabela através da opção *Show Table*. Como se pode verificar pela coluna correspondente ao Rácio das Tensões, todos os elementos se encontram dentro dos limites pois possuem um valor inferior a 1. A proximidade deste valor limite é assinalada pela cor vermelha (Fig. 69).

STM Node N2 Stress Info					
Node Side	Force (kN)	Stress (MPa)	Stress Ratio	f'c Ratio	Beta Ratio
E1	-1533,6	12,02	0,801	0,481	0,848
E2	-1162,8	14,91	0,994	0,596	1,052
E8	-1000,0	9,52	0,635	0,381	0,672

Fig. 69 – Tabela/Resumo das propriedades do nó N2

Na caixa de diálogo (Fig. 68), clicando na opção *Body Force Info* pode-se atribuir uma força ou um apoio, com determinado valor e inclinação, a qualquer nó. Clicando no ícone  ou no menu *Assign/Body Forces or Supports* acede-se a esta caixa de diálogo (Fig. 70).

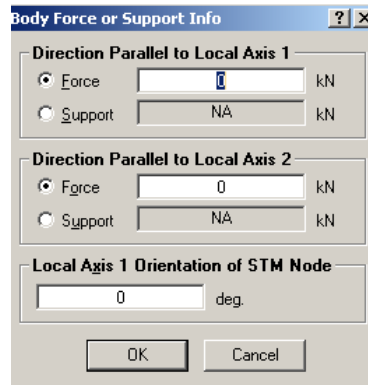


Fig. 70 – Caixa de diálogo de atribuição de forças e apoios.

Ainda relativamente à caixa de diálogo (Fig. 68), a opção *Detailed Analysis Results* encontra-se inactiva. No entanto, é possível contornar este facto, acedendo ao menu *Analysis/Run Detailed Nodal Zone Analysis/Run Analysis* e executando a análise dos nós (Fig. 71).

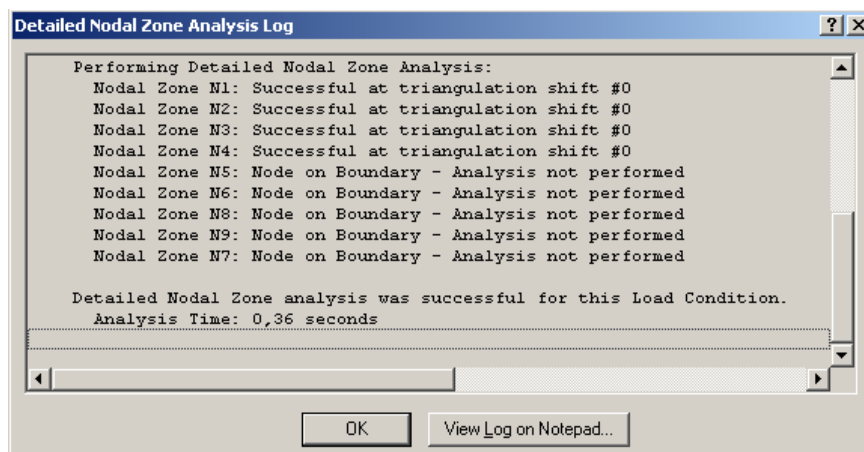


Fig. 71 – Caixa de diálogo de análise detalhada das zonas nodais.

Como se pode verificar, na Fig. 71, surge a informação de *Successful at Triangulation-Triangulação bem sucedida*; os valores de rácio das tensões terão que ser sempre verificados (≤ 1).

Procede-se agora a análise detalhada das propriedades do nó **N1**, clicando na figura do mesmo; podem, então, ser observadas as tensões representadas pela linha amarela (Fig. 72).

Em relação ao nó N1 referente ao lado do elemento E1 representado na Fig. 72:

Força na Escora $N_{E1} = -1533,6 \text{ kN}$ corresponde ao esforço na escora garrafa.

$$\text{Tensão no Nó} \Rightarrow F_u = (N_{E1} / (\text{larguras de afectação} \times \text{espessura parede})) \quad (2.39)$$

$$\Leftrightarrow F_u = (1533,6 \times 10^{-3} / (0,42534 \times 0,300)) = 12,02 \text{ MPa}$$

Foi classificado o Nó como CCT de modo que $\nu = 0,765$ como anteriormente se referiu.

$$\text{Rácio das Tensões} = (F_u / (\phi \times f'_c \times \nu)) = (12,02 / (0,66667 \times 25 \times 0,765)) = 0,943 \quad (2.40)$$

$$\text{Rácio } f'_c = F_u / f'_c = 12,02 / 25 = 0,481 \quad (2.41)$$

$$\text{Rácio Beta} = (F_u / (\phi \times f'_c \times \nu)) = (12,02 / (0,66667 \times 25 \times 0,85)) = 0,848 \quad (2.42)$$

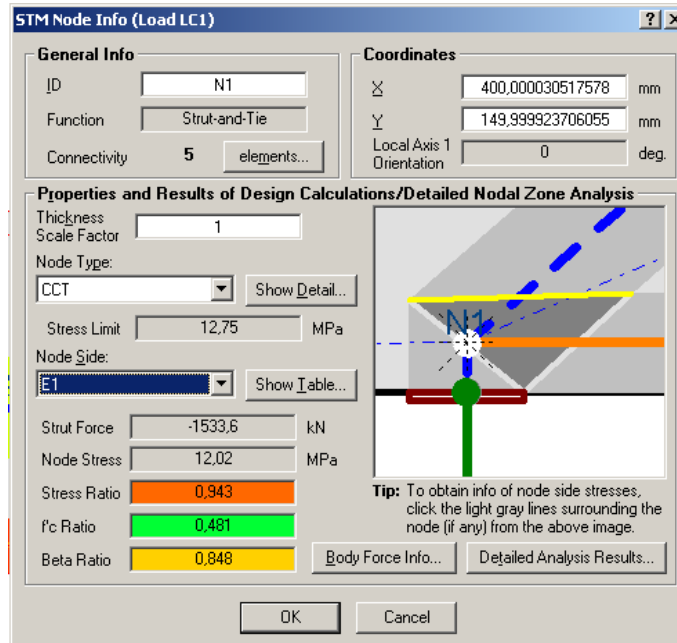


Fig. 72 – Caixa de diálogo do nó N1 referente ao lado do elemento E1.

Em relação ao nó N1 referente ao lado do elemento E4 representado na Fig. 73:

Esforço no Tirante $N_{E4} = -1162,8 \text{ kN}$ corresponde ao esforço no tirante.

$$\text{Tensão no Nó} \Rightarrow F_u = (N_{E4} / (\text{largura de afectação} \times \text{espessura parede})) \quad (2.43)$$

$$\Leftrightarrow F_u = (1162,8 \times 10^{-3} / (0,300 \times 0,300)) = 12,92 \text{ MPa}$$

Foi classificado o Nó como CCT de modo que $\nu = 0,765$ como anteriormente se referiu.

$$\text{Rácio das Tensões} = (F_u / (\phi \times f'_c \times \nu)) = (12,92 / (0,66667 \times 25 \times 0,765)) = 1,013 \geq 1 \quad (2.44)$$

$$\text{Rácio } f'_c = F_u / f'_c = 12,92 / 25 = 0,517 \quad (2.45)$$

$$\text{Rácio Beta} = F_u / (\phi \times f'_c \times v) = (12,92 / (0,66667 \times 25 \times 0,85)) = 0,912 \quad (2.46)$$

O nó 1 referente ao lado do elemento E4 não verifica, isto é, a tensão no nó é ligeiramente superior à tensão máxima admissível; este trata-se de um exemplo teórico para demonstração da execução do programa.

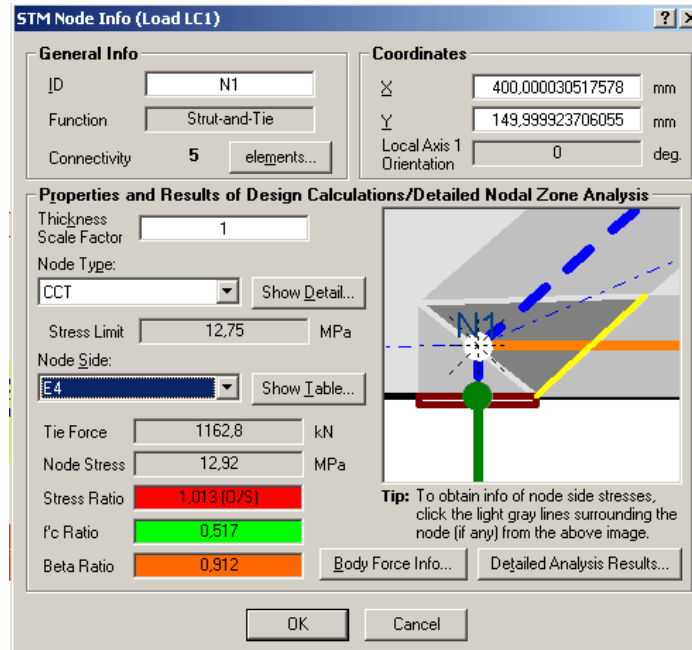


Fig. 73 – Caixa de diálogo do nó N1 referente ao lado do elemento E4.

Em relação ao nó N2 referente ao lado do elemento E5 representado na Fig. 74:

Esforço na Escora $N_{E5} = -1000kN$ corresponde ao esforço na escora prismática.

$$\text{Tensão no Nó} \Rightarrow F_u = (N_{E5} / (\text{largura de afectação} \times \text{espessura parede})) \quad (2.47)$$

$$\Leftrightarrow F_u = (1000 \times 10^{-3}) / (0,350 \times 0,300) = 9,52 MPa$$

Foi classificado o Nó como CCT de modo que $v = 0,765$ como anteriormente se referiu.

$$\text{Rácio das Tensões} = (F_u / (\phi \times f'_c \times v)) = (9,52 / (0,66667 \times 25 \times 0,765)) = 0,747 \quad (2.48)$$

$$\text{Rácio } f'_c = F_u / f'_c = 9,52 / 25 = 0,381 \quad (2.49)$$

$$\text{Rácio Beta} = (F_u / (\phi \times f'_c \times v)) = (9,52 / (0,66667 \times 25 \times 0,85)) = 0,672 \quad (2.50)$$

STM Node Info (Load LC1)

General Info

ID: N1

Function: Strut-and-Tie

Connectivity: 5 [elements...](#)

Coordinates

X: 400,000030517578 mm

Y: 149,999923706055 mm

Local Axis 1 Orientation: 0 deg.

Properties and Results of Design Calculations/Detailed Nodal Zone Analysis

Thickness: 1

Scale Factor: 1

Node Type: CCT [Show Detail...](#)

Stress Limit: 12,75 MPa

Node Side: E5 [Show Table...](#)

Strut Force: -1000,0 kN

Node Stress: 9,52 MPa

Stress Ratio: 0,747

f'c Ratio: 0,381

Beta Ratio: 0,672

[Body Force Info...](#) [Detailed Analysis Results...](#)

OK Cancel

Tip: To obtain info of node side stresses, click the light gray lines surrounding the node (if any) from the above image.

Fig. 74 – Caixa de diálogo do nó N1 referente ao lado do elemento E5.

O resumo das características anteriormente referidas, de forma individual, pode ser obtido através da opção *Show Table* na forma de tabela. Como se pode verificar pela coluna correspondente ao Rácio das Tensões, todos os elementos encontram-se dentro dos limites, excepto o elemento E4 (valor superior a 1). O valor excedido é assinalado pela cor vermelha (Fig. 75).

STM Node N1 Stress Info

Node Side	Force (kN)	Stress (MPa)	Stress Ratio	f'c Ratio	Beta Ratio
E1	-1533,6	12,02	0,943	0,481	0,848
E4	1162,8	12,92	1,013	0,517	0,912
E5	-1000,0	9,52	0,747	0,381	0,672
E6	0,0	NA	NA	NA	NA
E10	0,0	NA	NA	NA	NA

OK Cancel [Create MS Excel File...](#)

Fig. 75 – Tabela/Resumo das propriedades do nó N1.

Neste momento e com as verificações anteriores dos nós, dos tirantes e das escoras o programa “CAST” conclui o dimensionamento da viga-parede; no entanto é necessário, ainda, calcular as armaduras mínimas e de alma para verdadeiramente fazer o completo dimensionamento.

3

METODOLOGIA DE DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS LAMINARES DE BETÃO. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.

3.1. METODOLOGIA PROPOSTA

Na análise de um qualquer modelo usando o método de escoras e tirantes adoptam-se as etapas seguintes:

1. Dividir a estrutura em zona B e D, seleccionar a zona D, e, determinar os esforços transmitidos pelas zonas contíguas à zona em estudo.

Como referido anteriormente, é importante salientar a divisão de uma estrutura nestas duas zonas por duas razões: as zonas B são regiões bem compreendidas e que podem facilmente ser calculadas tornando a análise das zonas conjuntas irrelevantes. No entanto, o método de escoras e tirantes pode ser utilizado na verificação da estrutura ao esforço transversal. Por outro lado, a delimitação da zona D com a definição dos esforços e reacções possibilita, desde já o delinear do caminho das forças. Os cálculos dos esforços no contorno são sempre determinados para o estado limite último.

2. Verificar a capacidade ao esmagamento do betão nos nós concentrados

Esta verificação tem como objectivo evitar o esmagamento da estrutura nas áreas de carregamento. Exemplos dessas áreas podem ser placas de carregamento ou mesmo outros elementos estruturais. O facto de se efectuar esta verificação, logo de início, representa uma vantagem porque, eventualmente, poderá ter que se redefinir a espessura, classe de betão ou a própria configuração da estrutura.

3. Aplicar o método dos elementos finitos.

O método dos elementos finitos é um método baseado na análise elástica linear, em que a partir da direcção média das tensões principais se obtém a localização e orientação das escoras e tirantes. A vantagem de se utilizar os elementos finitos é que com estes poderemos proceder, sendo em algumas estruturas mais evidente que em outras, ao traçado do modelo de escoras e tirantes. Na aplicação deste método a selecção da malha dos elementos finitos deve ser cuidadosa assim como a escolha do modelo adequado de escoras e tirantes. Por vezes a procura de uma solução mais exequível e económica pode desviar a atenção de um modelo equilibrado e consequentemente desviá-lo do campo elástico linear das tensões.

4. Arbitrar larguras de afectação para escoras e tirantes para que se situem próximas do limite do desenho.

Para a construção geométrica do modelo é necessário arbitrar uma largura de afectação para as escoras e para os tirantes. A largura de afectação da escora deve ser tal, que a tensão da escora não ultrapasse o valor de tensão máxima. Para a largura de afectação do tirante esta deve possuir um valor de modo a que a disposição das armaduras se distribua de forma equilibrada e cumpra as disposições regulamentares. É de salientar, que o processo de dimensionamento passa sempre por se arbitrar um ou mais dados podendo-se, à posteriori, refiná-los ou alterá-los conforme o caso.

5. Seleccionar o modelo de escoras e tirantes a adoptar.

Apesar da arbitragem das larguras de afectação e da primeira noção do possível traçado do modelo, este por vezes, não é tão linear nem pormenorizado. O modelo de escoras e tirantes não fica concluído, sendo necessário efectuar vários modelos onde várias soluções do modelo serão possíveis tentando-se sempre optar pela solução que melhor traduz o comportamento estrutural do modelo. Como tal, elaboram-se modelos de escoras e tirantes mais simples e se for necessário efectua-se o seu refinamento posteriormente.

6. Calcular os esforços no modelo escolhido com o auxílio do programa “CAST”.

Depois do modelo de escoras e tirantes geometricamente definido - condições de apoio, carregamentos e estabilidade (esta última de acordo com as três situações já referidas no capítulo 2) o programa pode ser executado. O programa “CAST” elabora, automaticamente, o cálculo estático das forças no modelo sendo de salientar a sua interface simples o que possibilita a alteração do modelo com uma certa celeridade.

7. Verificar se os ângulos se encontram dentro dos limites.

Um dos condicionalismos geométricos do modelo definido, e que deverá ser logo verificado, consiste no valor do ângulo entre as escoras e tirantes no nó. Este valor deve situar-se entre 45° e 60° e preferencialmente mais próximo dos 60°. Se a margem de verificação para garantir estes ângulos for relativamente pequena é possível efectuar alterações nas larguras de afectação. Se o ângulo estiver longe do recomendado é aconselhável substituir o modelo inicialmente escolhido.

8. Calcular as larguras de afectação condicionadas pelos nós.

As escoras, os tirantes, as reacções e as forças concentradas devem dispor-se de maneira que os centros de gravidade das escoras e tirantes e a linha de acção das forças concentradas/reacções coincidam no nó. Tal obriga a uma limitação da dimensão da escora daí que a largura de afectação da escora corresponde ao seu valor máximo. No modelo e perante uma escora limitada por dois nós opta-se por escolher a menor dimensão.

9. Caracterizar as propriedades das escoras e nós.

Para as escoras e para os nós é necessário proceder à sua classificação e identificação de acordo com o EC2, como já explicado no capítulo 1.

10. Caracterizar as propriedades dos tirantes e determinar a quantidade de armadura.

Para os tirantes também se procede à sua classificação e identificação de acordo com o EC2. Efectua-se a determinação da quantidade de armadura nos tirantes para resistir ao esforço de tracção. Procede-se à escolha do diâmetro dos varões, do número de varões por camada e do número de camadas. Deve fazer-se uma breve verificação de que a largura de afectação não foi ultrapassada e de que a distância entre os varões cumpre as disposições regulamentares.

11. Verificação da segurança das escoras, tirantes e nós.

Depois de todas as características atribuídas às escoras, tirantes e nós, e da determinação/atribuição das larguras de afectação das escoras e tirantes executa-se o programa “CAST”; ele próprio verifica automaticamente a segurança das escoras, tirantes e nós. Como já foi referenciado no capítulo 2, o valor do rácio das tensões (tensão existente sobre tensão máxima) é o indicador de que todos os elementos se encontram dentro dos limites, se estes possuírem um valor inferior a 1. A proximidade deste valor limite é assinalada pela cor vermelha.

12. Determinar as armaduras de alma e armaduras mínimas.

O cálculo das armaduras de alma e mínimas têm como objectivo um bom funcionamento da estrutura. A armadura de alma deverá suportar os esforços de tracção transversal das escoras devendo sempre garantir-se a armadura mínima. A pormenorização da armadura terá que verificar as disposições regulamentares de cada estrutura, quer se tratando de viga-parede ou consola, já que, cada uma, possui disposições específicas como se irá retratar mais adiante.

13. Determinar os comprimentos de amarração.

Já com os diâmetros de varões escolhidos procede-se ao cálculo dos comprimentos de amarração dos tirantes. Este cálculo depende de factores tais como: condições de aderência, diâmetro dos varões, tipo de amarração, forma do varão, recobrimento e cintagem das armaduras transversais. Na amarração dos tirantes deve-se evitar o escorregamento dos mesmos, impossibilitando a mobilização dos esforços. Especial atenção deve ser dada quando existem tirantes a concorrer num nó, procedendo-se como referido no capítulo 1.

A metodologia acima referida por si só não é estanque e quando se começa por arbitrar as larguras de afectação pode-se simultaneamente pensar nos ângulos que vão ser obtidos. Na eventualidade de alguns elementos não se verificarem ainda é possível alterar as larguras de afectação, e a espessura da estrutura e da classe do betão, executando-se de seguida um novo modelo de escoras e tirantes.

No âmbito deste trabalho são resolvidos três casos práticos de estudo com recurso ao programa informático “CAST”: viga-parede, viga-parede com abertura e consola.

A resolução destes casos obriga, necessariamente, a que o dimensionamento cumpra as disposições estipuladas no EC2; assim, é necessário recorrer a uma metodologia adequada e também adaptada ao programa “CAST”, como referido anteriormente.

3.2. VIGA PAREDE

Na Fig. 76 está representada uma viga parede carregada com duas forças ambas com o valor de 1000kN e uma espessura de 250mm; as classes de betão e de aço são C25/30 e A500 respectivamente.

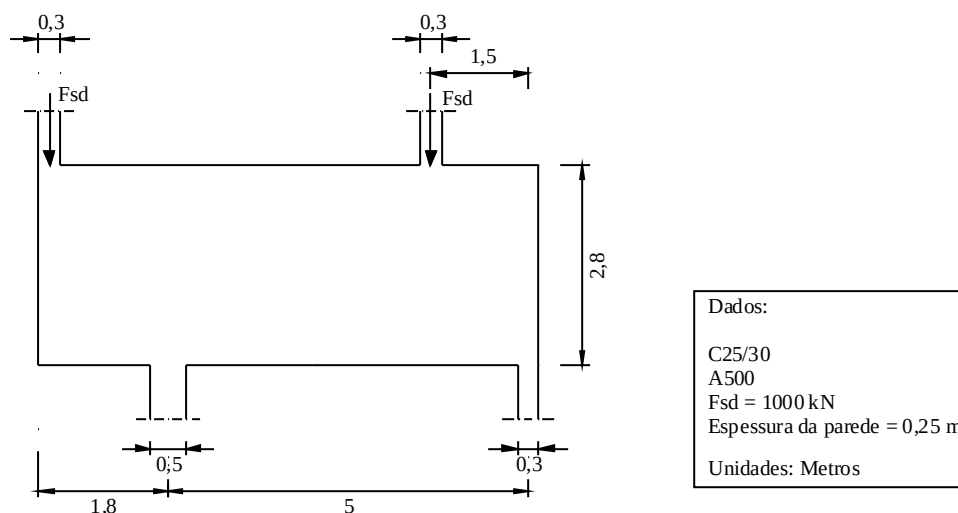


Fig. 76 – Viga-parede.

Na figura acima encontra-se representada uma zona D com as respectivas forças, verifica-se, agora, a resistência ao esmagamento do betão em ambas as zonas de carregamento (nós concentrados):

Nó sobre a força aplicada situado à esquerda:

$$A_{c0} = 0,300 \times 0,250 = 0,075 \text{ m}^2$$

A_{c1} vai ter a mesma dimensão já que o pilar se encontra no limite da viga-parede e por isso as suas dimensões encontram-se restringidas.

$$F_{Rdu} = A_{c0} \times f_{cd} \times \sqrt{A_{c1}/A_{c0}} \leq 3,0 \times f_{cd} \times A_{c0} \quad (3.1)$$

$$F_{Rdu} = 0,075 \times (25 \times 10^3 / 1,5) \times \sqrt{1} \leq 3,0 \times (25 \times 10^3 / 1,5) \times 0,075 \Leftrightarrow F_{Rdu} = 1250 \text{ kN} \leq 3750 \text{ kN} \quad (3.2)$$

$$F_{Rdu} \geq F_{sd} \Leftrightarrow 1250 \text{ kN} \geq 1000 \text{ kN} \quad (3.3)$$

$$h \geq (b_2 - b_1) \Leftrightarrow 2,8 \text{ m} \geq 0,0 \text{ m} \quad (3.4)$$

$$h \geq (d_2 - d_1) \Leftrightarrow 2,8 \text{ m} \geq 0,0 \text{ m} \quad (3.5)$$

Nó sobre a força aplicada situado à direita:

$$A_{c0} = 0,300 \times 0,250 = 0,075 \text{ m}^2$$

Com a condição $b_2 \leq 3 \times b_1$ admite-se que $b_2 = 3 \times 0,300 = 0,900 \text{ m}$ e na outra direcção a dimensão (d_2) é limitada pela espessura; logo $d_2 = 0,250 \text{ m}$ o que resulta em $A_{c1} = 0,900 \times 0,250 = 0,225 \text{ m}^2$.

$$F_{Rdu} = A_{c0} \times f_{cd} \times \sqrt{A_{c1}/A_{c0}} \leq 3,0 \times f_{cd} \times A_{c0} \quad (3.6)$$

$$F_{Rdu} = 0,075 \times (25 \times 10^3 / 1,5) \times \sqrt{0,225/0,075} \leq 3,0 \times (25 \times 10^3 / 1,5) \times 0,075 \Leftrightarrow F_{Rdu} = 2165,06 \text{ kN} \leq 3750 \text{ kN} \quad (3.7)$$

$$F_{Rdu} \geq F_{sd} \Leftrightarrow 4330,13 \text{ kN} \geq 1000 \text{ kN} \quad (3.8)$$

$$h \geq (b_2 - b_1) \Leftrightarrow 2,8 \text{ m} \geq 0,900 - 0,300 \quad (3.9)$$

$$h \geq (d_2 - d_1) \Leftrightarrow 2,8 \text{ m} \geq 0,0 \text{ m} \quad (3.10)$$

Como se observa para os valores dos dois nós, o valor de F_{Rdu} é bastante superior ao F_{sd} , logo a condição de não esmagamento do betão e as condições geométricas, encontram-se verificadas.

Terminada a verificação dos nós, segue-se a análise da estrutura recorrendo ao método de elementos finitos. Na Fig. 77 é possível observar-se preliminarmente o traçado das tensões principais e idealizar um modelo de escoras e tirantes.

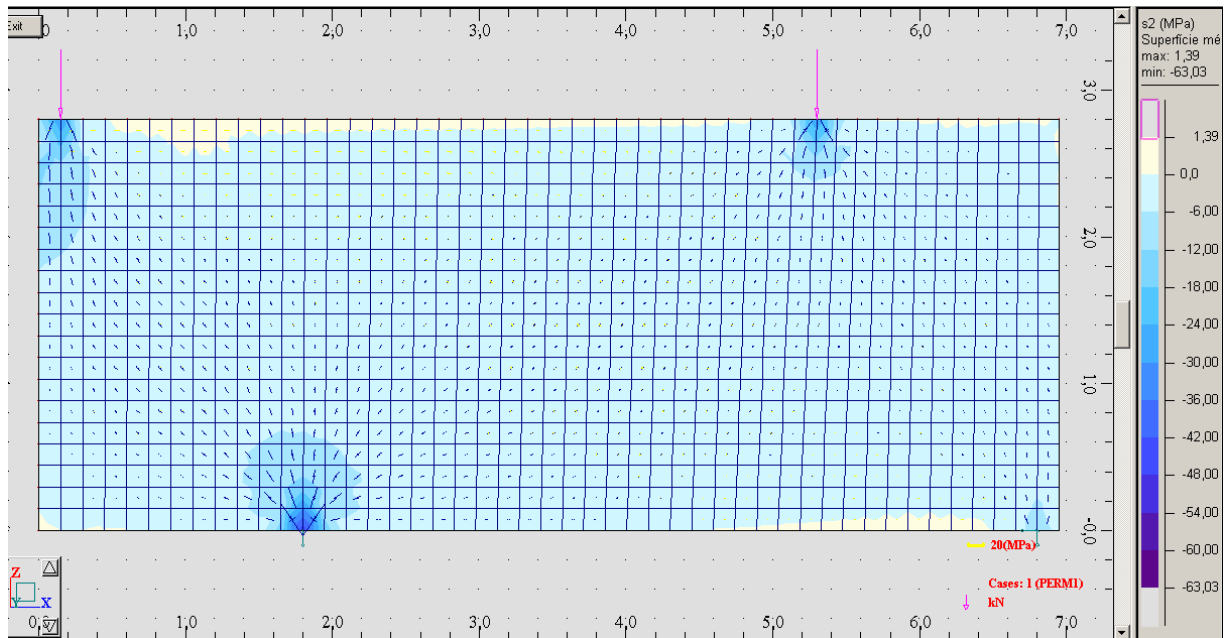


Fig. 77 – Diagrama de tensões na viga-parede com a utilização de programa de elementos finitos.

De seguida arbitra-se uma largura de afectação para a parte superior e inferior de 300mm e elabora-se, através do programa “CAST”, o modelo de escoras e tirantes (Fig. 78).

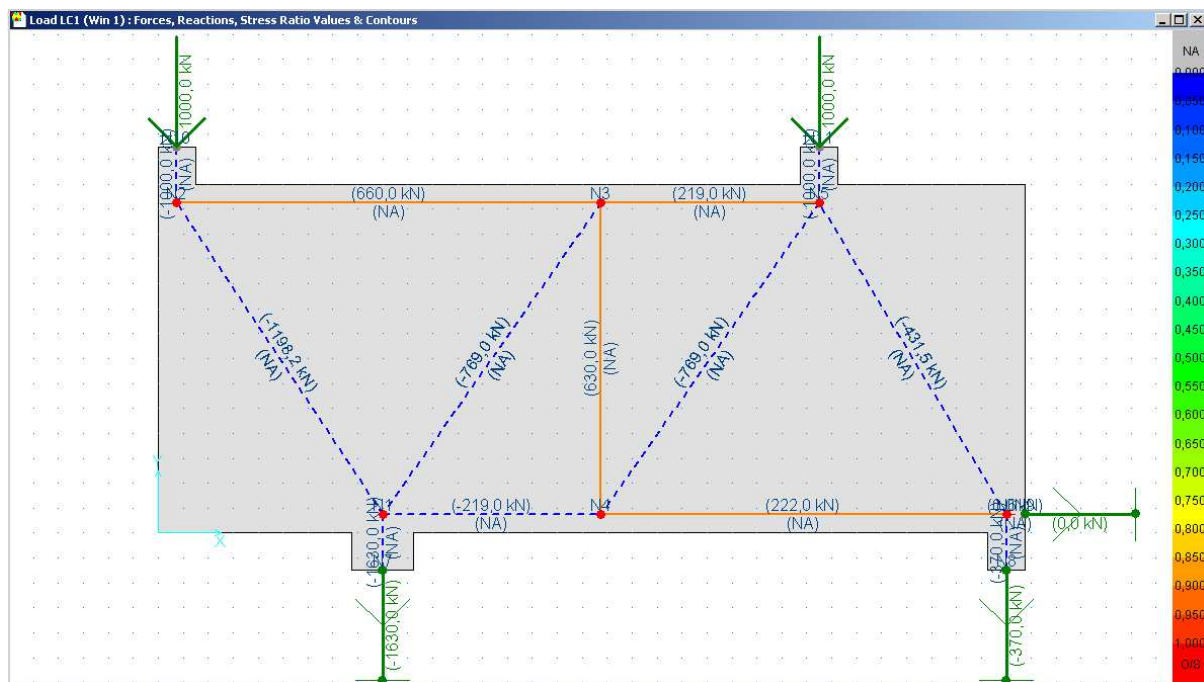


Fig. 78 – Modelo de escoras e tirantes introduzido no programa “CAST”.

Passa-se agora à verificação dos ângulos, ou seja, se estes se encontram dentro dos limites recomendados. Não sendo esse o caso, é possível alterar as larguras de afectação do modelo inicialmente proposto. A verificação dos ângulos é realizável através da caixa de diálogo representada na Fig. 79.

STM Element Geometry Info

Load Condition: LC1

Row #	Element ID	Function	End I ID	End J ID	Length (mm)	Direction (deg.)
1	E1	Strut-and-Tie	N1	N2	2995,4	123,42
2	E2	Strut-and-Tie	N2	N3	3400,0	0,00
3	E3	Strut-and-Tie	N3	N1	3051,6	235,01
4	E4	Strut-and-Tie	N1	N4	1750,0	0,00
5	E5	Strut-and-Tie	N4	N3	2500,0	90,00
6	E6	Strut-and-Tie	N3	N5	1750,0	0,00
7	E7	Strut-and-Tie	N5	N4	3051,6	235,01
8	E8	Strut-and-Tie	N4	N6	3250,0	0,00
9	E9	Strut-and-Tie	N6	N5	2915,5	120,96
10	E10	Strut-and-Tie	N1	N7	450,0	270,00
11	E11	Strut-and-Tie	N6	N8	450,0	270,00
12	E12	Stabilizer	N6	N9	150,0	0,00
13	E13	Strut-and-Tie	N2	N10	450,0	90,00
14	E14	Strut-and-Tie	N5	N11	450,0	90,00

Note: You can change the Element IDs corresponding to the currently displayed Load Condition by double clicking the corresponding cells.

OK Cancel Create MS Excel File...

Fig. 79 – Caixa de diálogo com informação dos ângulos.

Após a verificação dos ângulos calculam-se as larguras de afectação das escoras, com base na representação dos nós.

Na Fig. 80 encontra-se representado o nó N1 em que convergem três escoras E1, E3 e E4. Determinam-se as larguras de afectação de E1 e E3, uma vez que, para E4, está já foi arbitrada ($b_1 = 300mm$). Para o cálculo das larguras das escoras d_1 e d_2 sabe-se que os esforços $N_{E1} = 1198,2kN$, $N_{E3} = 769,0kN$ e os ângulos das escoras com a horizontal são de $\theta_1 = 56,58^\circ$ e $\theta_2 = 55,01^\circ$, resultando, daí, os seguintes cálculos:

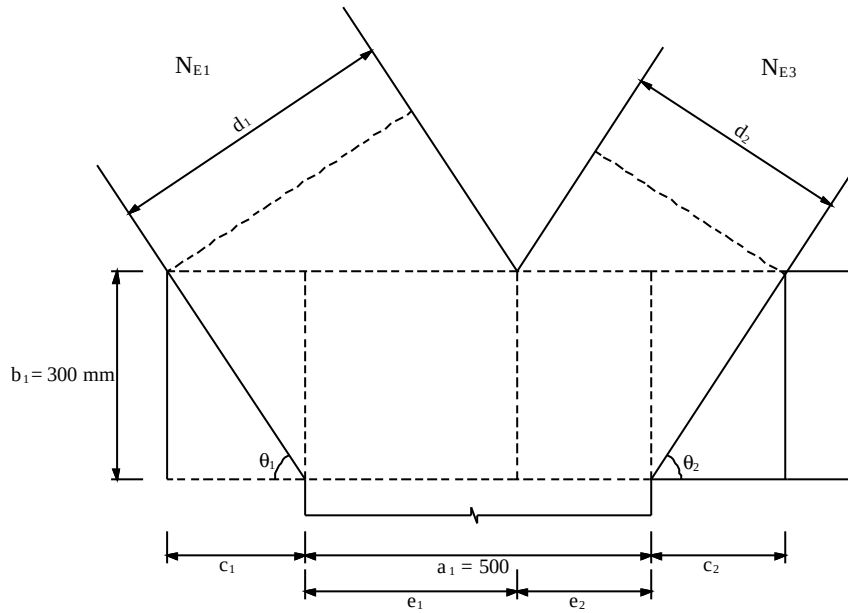


Fig. 80 – Representação do nó N1.

$$c_1 = b_1 / \tan \theta_1 \Leftrightarrow c_1 = 300 / \tan 56,58 \Leftrightarrow c_1 = 198,0mm \quad (3.11)$$

$$e_1 = \frac{(N_{E1} \times \sin \theta_1) \times a_1}{(N_{E1} \times \sin \theta_1 + N_{E3} \times \sin \theta_2)} \Leftrightarrow e_1 = 306,75mm \quad (3.12)$$

$$d_1 = \sin \theta_1 \times (c_1 + e_1) \Leftrightarrow d_1 = 421,27mm \quad (3.13)$$

$$c_2 = b_1 / \tan \theta_2 \Leftrightarrow c_2 = 300 / \tan 55,01 \Leftrightarrow c_2 = 210,0mm \quad (3.14)$$

$$e_2 = a_1 - e_1 \Leftrightarrow e_2 = 193,25mm \quad (3.15)$$

$$d_2 = \sin \theta_2 \times (c_2 + e_2) \Leftrightarrow d_2 = 249,53mm \quad (3.16)$$

Na Fig. 81 encontra-se representado o nó N2, onde converge uma escora e um tirante, este último com a largura de afectação de $b_2 = 300mm$. Calcula-se, agora, a largura da escora d_3 sendo que o ângulo da escora com a horizontal é de $\theta_1 = 56,58^\circ$:

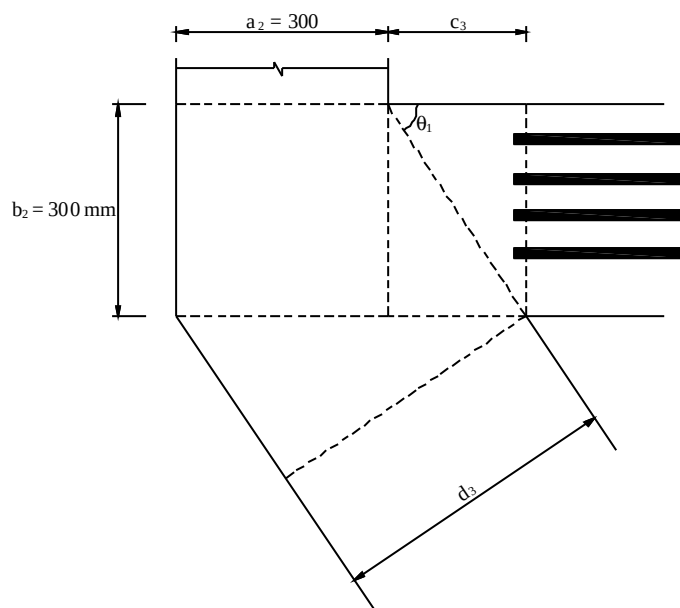


Fig. 81 – Representação do nó N2

$$c_3 = b_2 / \operatorname{tg} \theta_1 \Leftrightarrow c_3 = 300 / \operatorname{tg} 56,58 \Leftrightarrow c_3 = 198,0 \text{ mm} \quad (3.17)$$

$$d_3 = \sin \theta_1 \times (c_3 + a_2) \Leftrightarrow d_3 = 415,64 \text{ mm} \quad (3.18)$$

Na Fig. 82 encontra-se representado o nó N5 em que convergem duas escoras e 1 tirante, este último com a largura de afectação já arbitrada $b_2 = 300 \text{ mm}$. Para o cálculo da largura das escoras d_4 e d_5 sabe-se que os esforços $N_{E7} = 769,0 \text{ kN}$, $N_{E9} = 431,5 \text{ kN}$ e os ângulos das escoras com a horizontal são de $\theta_2 = 55,01^\circ$ e $\theta_3 = 59,04^\circ$. Na determinação de d_4 e d_5 procede-se aos cálculos seguintes:

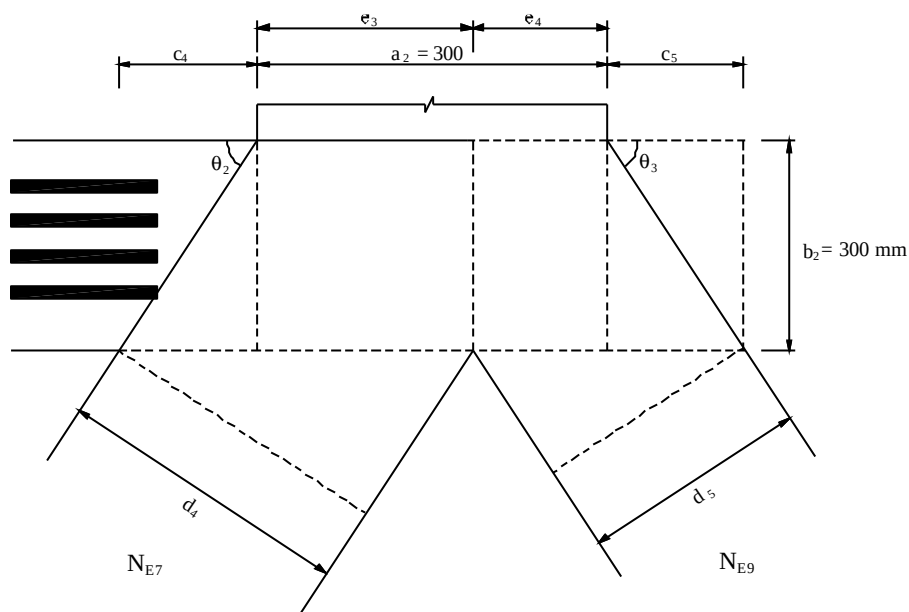


Fig. 82 – Representação do nó N5.

$$c_4 = b_2 / \operatorname{tg} \theta_2 \Leftrightarrow c_4 = 300 / \operatorname{tg} 55,01 \Leftrightarrow c_4 = 210,0 \text{ mm} \quad (3.19)$$

$$e_3 = \frac{(N_{E7} \times \sin \theta_2) \times a_2}{(N_{E7} \times \sin \theta_2 + N_{E9} \times \sin \theta_3)} \Leftrightarrow e_3 = 189,00 \text{ mm} \quad (3.20)$$

$$d_4 = \sin \theta_2 \times (c_4 + e_3) \Leftrightarrow d_4 = 326,87 \text{ mm} \quad (3.21)$$

$$c_5 = b_2 / \operatorname{tg} \theta_2 \Leftrightarrow c_5 = 300 / \operatorname{tg} 59,04 \Leftrightarrow c_5 = 180,0 \text{ mm} \quad (3.22)$$

$$e_4 = a_2 - e_3 \Leftrightarrow e_4 = 111,00 \text{ mm} \quad (3.23)$$

$$d_5 = \sin \theta_3 \times (c_5 + e_4) \Leftrightarrow d_5 = 249,53 \text{ mm} \quad (3.24)$$

Na Fig. 83 encontra-se representado o nó N6, onde convergem uma escora e um tirante, este último já com a largura de afectação arbitrada $b_1 = 300 \text{ mm}$. Calcula-se a largura da escora d_6 sabendo que o ângulo da escora com a horizontal é de $\theta_3 = 59,04^\circ$:

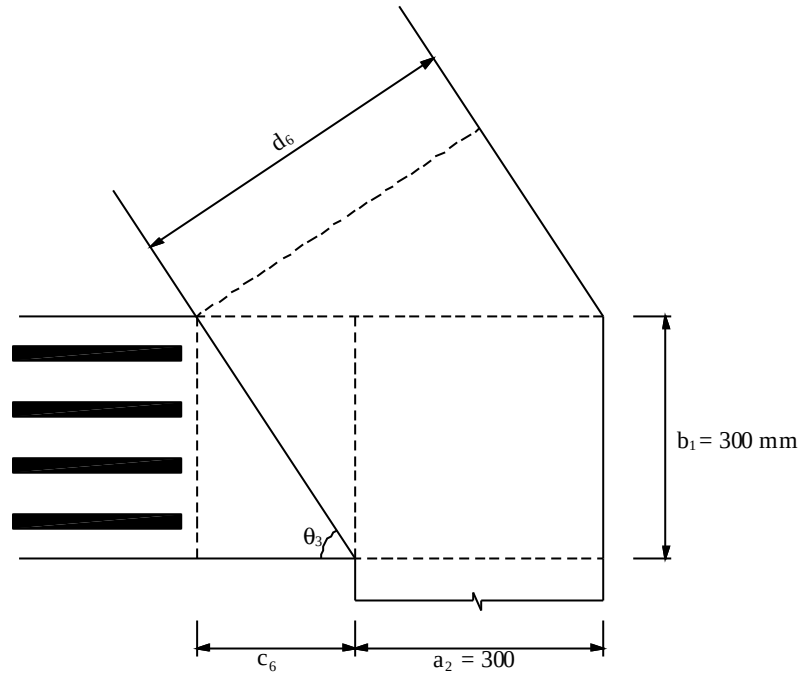


Fig. 83 – Representação do nó N6.

$$c_6 = b_1 / \operatorname{tg} \theta_3 \Leftrightarrow c_6 = 300 / \operatorname{tg} 59,04 \Leftrightarrow c_6 = 180,0 \text{ mm} \quad (3.25)$$

$$d_6 = \sin \theta_3 \times (c_6 + a_2) \Leftrightarrow d_6 = 411,60mm \quad (3.26)$$

Para o cálculo da largura de afectação da escora E1 analisam-se os nós N1 e N2 e usa-se a menor largura de afectação: $d_3 = 415,64mm$.

Para o mesmo cálculo, agora para a escora E9, analisam-se os nós N5 e N6 e usa-se, também, a menor largura de afectação: $d_5 = 249,53mm$.

As larguras de afectação das escoras E3 e E7 são, respectivamente: $d_2 = 249,53mm$ e $d_4 = 326,87mm$, e como acima mencionado, as escoras E2, E4, E6 e E8 possuem uma largura de afectação de 300mm.

Na continuação da análise do modelo segue-se agora a caracterização das propriedades das escoras e dos nós (ver capítulo 2).

Aos elementos E1, E3, E7, E9 atribui-se a propriedade garrafa e aos elementos E4, E10, E11, E13 e E14 a propriedade prismática.

Aos nós N1e N7 atribui-se a propriedade CCC e aos nós N2, N10, N5, N11, N6 e N8 atribui-se a propriedade CCT. Aos nós N3 e N4 não se atribuem propriedades uma vez que, não possuindo limitações geométricas, perdem relevância.

Na sequência da metodologia indicada determina-se a quantidade de armadura para os tirantes.

Ao tirante 1 corresponde o elemento E2:

$$A_s = \frac{N_{E2}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{660}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 15,18cm^2 \Rightarrow 20\phi 10 \quad (3.27)$$

Ao tirante 2 corresponde o elemento E8:

$$A_s = \frac{N_{E8}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{222}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 5,11cm^2 \Rightarrow 8\phi 10 \quad (3.28)$$

Sendo que o elemento E6 possui um valor de tracção inferior e muito próximo de E8 aplica-se a mesma armadura.

Ao tirante 3 corresponde o elemento E5:

$$A_s = \frac{N_{E5}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{630}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 14,49cm^2 \quad (3.29)$$

Para este último é necessário uma armadura de distribuição já que este se posiciona na vertical; distribui-se um comprimento de $(1,75/2)m$ para a esquerda e para a direita, e por cada face:

$$A_s / m = \frac{14,49}{1,75/2 + 1,75/2} = 8,28 \text{ cm}^2 / m \quad (3.30)$$

$$A_s / m / \text{face} = 4,14 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 10 // 0,15 \quad (3.31)$$

Para os elementos E2, E6, E5 e E8 atribuí-se a propriedade tirante; introduzem-se o número de camadas de varões, o número de varões por cada camada e também as distâncias a cada camada de varões, de modo a que estas melhor se distribuam em relação à linha de referência. Nesta fase, e com os dados todos reunidos, o programa elabora, automaticamente, os resultados para o caso de estudo viga-parede (Fig. 84).

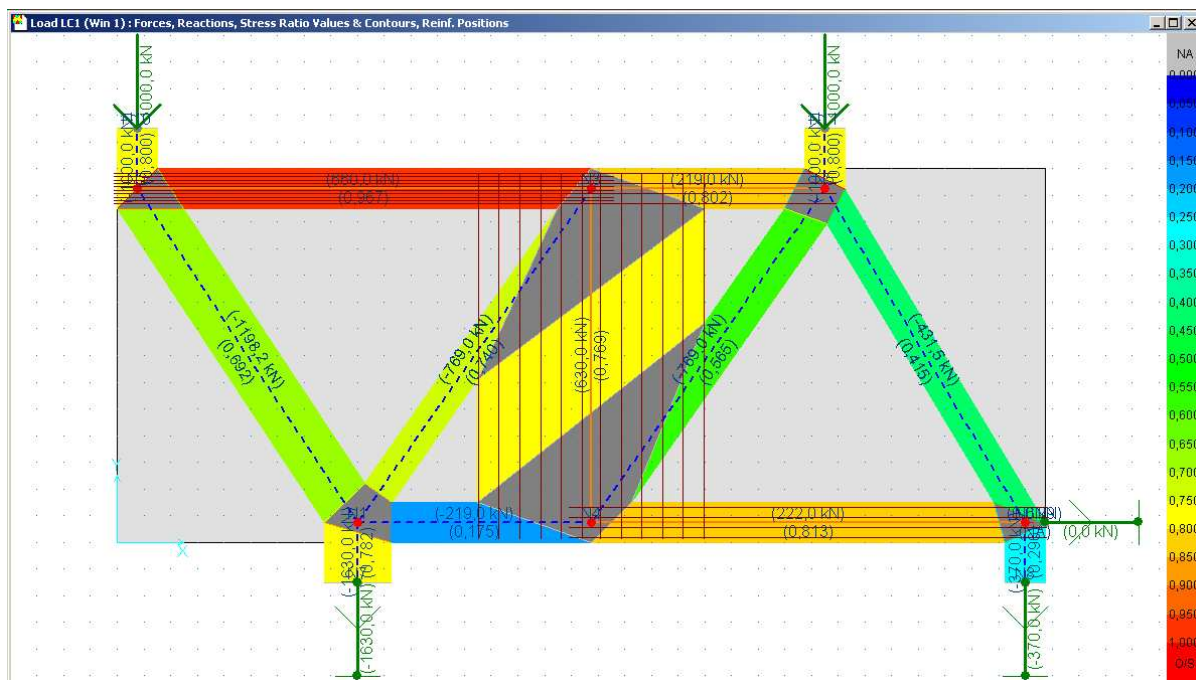


Fig. 84 – Modelo viga-parede com verificações das escoras, tirantes e nós.

Na Fig. 85 está representada a caixa de diálogo com a tabela/resumo das características dos elementos. Como se pode verificar pela coluna correspondente ao rácio das tensões, todos os elementos se encontram dentro dos limites pois possuem um valor inferior a 1. A proximidade deste valor limite é assinalada pela cor vermelha.

STM Element Stress Info

Load Condition: LC1

Row #	Element ID	Force (kN)	Stress (MPa)	Stress Ratio	f'c Ratio	Beta Ratio
1	E1	-1198,17	11,53	0,692	0,461	0,814
2	E2	660,00	420,38	0,967	NA	NA
3	E3	-769,01	12,33	0,740	0,493	0,870
4	E4	-219,00	2,92	0,175	0,117	0,206
5	E5	630,00	334,39	0,769	NA	NA
6	E6	219,00	348,73	0,802	NA	NA
7	E7	-769,01	9,41	0,565	0,376	0,664
8	E8	222,00	353,50	0,813	NA	NA
9	E9	-431,49	6,92	0,415	0,277	0,488
10	E10	-1630,00	13,04	0,782	0,522	0,920
11	E11	-370,00	4,93	0,296	0,197	0,348
12	E12	0,00	NA	NA	NA	NA
13	E13	-1000,00	13,33	0,800	0,533	0,941
14	E14	-1000,00	13,33	0,800	0,533	0,941

OK Cancel Create MS Excel File...

Fig. 85 – Caixa de diálogo com a tabela/resumo das características dos elementos.

Na Fig. 86 está representada a caixa de diálogo com a Tabela/Resumo das propriedades do nós e como se pode verificar, nos nós N2 e N5 o valor do rácio das tensões ultrapassa, ligeiramente, a unidade; como solução deste problema prolonga-se a armadura do pilar para a viga-parede.

STM Node Stress Info

Load Condition: LC1

Row #	Node ID	Node Side	Force (kN)	Stress (MPa)	Stress Ratio	f'c Ratio	Beta Ratio
1	N1	E1	-1198,2	11,53	0,769	0,461	0,814
2		E3	-769,0	12,33	0,822	0,493	0,870
3		E4	-219,0	2,92	0,195	0,117	0,206
4		E10	-1630,0	13,04	0,869	0,522	0,920
5	N2	E1	-1198,2	11,53	0,904	0,461	0,814
6		E2	660,0	8,80	0,690	0,352	0,621
7		E13	-1000,0	13,33	1,046 (0/5)	0,533	0,941
8	N3	E2	660,0	NA	NA	NA	NA
9		E3	-769,0	NA	NA	NA	NA
10		E5	630,0	NA	NA	NA	NA
11		E6	219,0	NA	NA	NA	NA
12	N4	E4	-219,0	NA	NA	NA	NA
13		E5	630,0	NA	NA	NA	NA
14		E7	-769,0	NA	NA	NA	NA
15		E8	222,0	NA	NA	NA	NA
16	N5	E6	219,0	2,92	0,229	0,117	0,206
17		E7	-769,0	9,41	0,738	0,376	0,664
18		E9	-431,5	6,92	0,542	0,277	0,488
19		E14	-1000,0	13,33	1,046 (0/5)	0,533	0,941
20	N6	E8	222,0	2,96	0,232	0,118	0,209
21		E9	-431,5	6,92	0,542	0,277	0,488
22		E11	-370,0	4,93	0,387	0,197	0,348
23		E12	0,0	NA	NA	NA	NA
24	N7	E10	-1630,0	NA	NA	NA	NA
25	N8	E11	-370,0	NA	NA	NA	NA
26	N9	E12	0,0	NA	NA	NA	NA
27	N10	E13	-1000,0	NA	NA	NA	NA
28	N11	E14	-1000,0	NA	NA	NA	NA

OK Cancel Create MS Excel File...

Fig. 86 – Tabela/Resumo das propriedades do nós.

Na penúltima parte da metodologia segue-se a determinação das armaduras mínimas e das armaduras de alma. Para a determinação da armadura mínima deve-se dispôr de uma malha ortogonal em cada face para evitar a fendilhação da estrutura. De acordo com o EC2, e para as estruturas vigas-parede, estas têm que verificar as seguintes condições:

- a) distância entre varões não pode exceder o menor dos valores: $300mm$, ou o dobro da espessura da viga-parede;
- b) área mínima de armadura por face e em cada direcção de $0,1\%$ com um mínimo de $150mm^2 / m$;
- c) a armadura correspondente aos tirantes deve ser convenientemente amarrada para o equilíbrio do nó (por dobragem de varões, laços em “U” ou meios de dispositivos de amarração), a não ser que exista um comprimento suficiente entre o nó e a extremidade da viga, que possibilite um comprimento de amarração igual ou superior a l_{bd} .

Deste modo para a armadura mínima vem:

$$A_{s,db\ min} = (0,1\% \times 0,25 \times 1) \times 10^6 \Leftrightarrow A_{s,db\ min} = 250mm^2 / m / \text{face} / \text{direcção} \quad (3.32)$$

$$A_{s,db\ min} = 250 \geq 150mm^2 / m / \text{face} / \text{direcção} \quad (3.33)$$

Para o cálculo da armadura de alma tem que se verificar se é necessária mais armadura do que a mínima e, se tal não acontecer, utiliza-se a armadura mínima em toda a estrutura. Como já foi referido no capítulo 1 vamos ter descontinuidades parciais (escora E4) e descontinuidades totais (escora E1, E3, E7 e E9). A parcial tem uma limitação geométrica porque está localizada na face inferior e é de valor inferior às de descontinuidade total. Para a descontinuidade parcial, $b_{ef} = b = a$, o que resulta numa força de tracção transversal de $T = 0kN$. Deste modo conclui-se que as forças de tracção condicionantes existentes vão corresponder às de descontinuidade total e analisando as escoras vem que:

Escora E1 (Fig. 87):

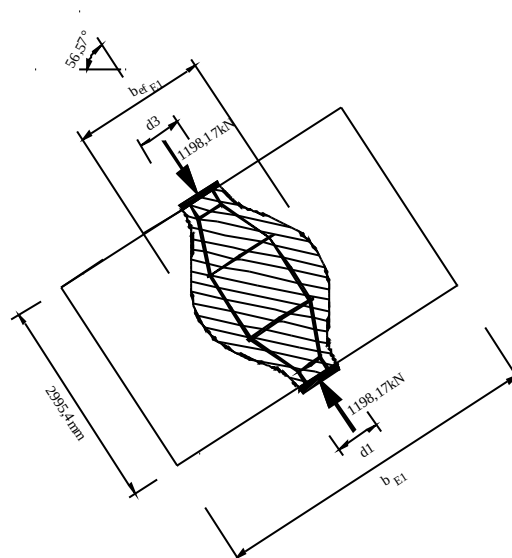


Fig. 87 – Representação da escora E1.

Como a largura da escora determinada é de $d_3 = 415,64mm$, calcula-se a extensão onde se vai colocar a armadura e a força de tracção:

$$b_{ef_{E1}} = 0,5 \times H + 0,65 \times a \Leftrightarrow b_{ef_{E1}} = 0,5 \times 2995,4 + 0,65 \times 415,64 \Leftrightarrow b_{ef_{E1}} = 1767,87mm \quad (3.34)$$

$$T = \frac{1}{4} \times (1 - 0,7 \times \frac{a}{h}) \times F \Leftrightarrow T = \frac{1}{4} \times (1 - 0,7 \times \frac{415,64}{2995,4/2}) \times 1198,17 \Leftrightarrow T = 241,35kN \quad (3.35)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$T_H = 241,35 \times \cos(56,57) \Leftrightarrow T_H = 132,97kN \quad (3.36)$$

$$T_V = 241,35 \times \sin(56,57) \Leftrightarrow T_V = 201,42kN \quad (3.37)$$

É necessário uma área na direcção vertical e horizontal daí que:

$$A_{sh} = \frac{T_H}{(f_{yk}/1,15)} \Leftrightarrow A_{sh} = \frac{132,97}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 3,06cm^2 \quad (3.38)$$

$$A_{sv} = \frac{T_V}{(f_{yk}/1,15)} \Leftrightarrow A_{sv} = \frac{201,42}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 4,63cm^2 \quad (3.39)$$

Por último é necessário uma armadura de distribuição, tanto na horizontal como na vertical, por isso divide-se A_{sh} e A_{sv} pelo comprimento da escora (H) e de seguida por cada face:

$$T_H / m = \frac{A_{sh}}{H} \Leftrightarrow T_H / m = \frac{3,06}{2,9954} = 1,02cm^2 / m \quad (3.40)$$

$$T_H / m / face = 0,51cm^2 / m / face \Leftrightarrow T_H / m / face = 51,08mm^2 / m / face \quad (3.41)$$

$$T_V / m = \frac{A_{sv}}{H} \Leftrightarrow T_V / m = \frac{4,63}{2,9954} = 1,55cm^2 / m \quad (3.42)$$

$$T_V / m / face = 0,77cm^2 / m / face \Leftrightarrow T_V / m / face = 77,33mm^2 / m / face \quad (3.43)$$

Como se pode verificar pelos cálculos efectuados, a armadura necessária é muito menor que a mínima, logo opta-se pelo uso da armadura mínima ($A_{s,db\min} = 250\text{mm}^2 / \text{m} / \text{face} / \text{direcção}$).

Escora E3 (Fig. 88):

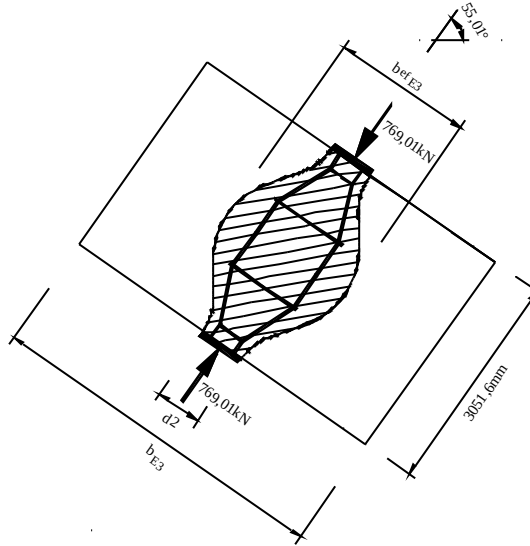


Fig. 88 – Representação da escora E3.

Como a largura da escora determinada é de $d_2 = 249,53\text{mm}$, calcula-se a extensão onde se vai colocar a armadura e a força de tracção:

$$b_{ef_{E3}} = 0,5 \times H + 0,65 \times a \Leftrightarrow b_{ef_{E3}} = 0,5 \times 3051,6 + 0,65 \times 249,53 \Leftrightarrow b_{ef_{E3}} = 1687,99\text{mm} \quad (3.44)$$

$$T = \frac{1}{4} \times (1 - 0,7 \times \frac{a}{h}) \times F \Leftrightarrow T = \frac{1}{4} \times (1 - 0,7 \times \frac{249,53}{3051,6 / 2}) \times 769,01 \Leftrightarrow T = 170,24\text{kN} \quad (3.45)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$T_H = 170,24 \times \cos(55,01) \Leftrightarrow T_H = 97,62\text{kN} \quad (3.46)$$

$$T_V = 170,24 \times \sin(55,01) \Leftrightarrow T_V = 139,47\text{kN} \quad (3.47)$$

Como se pode verificar as forças, tanto na direcção horizontal como na vertical tem valores inferiores aos da escora anterior, logo também é necessário empregar a armadura mínima.

Escora E7 (Fig. 89):

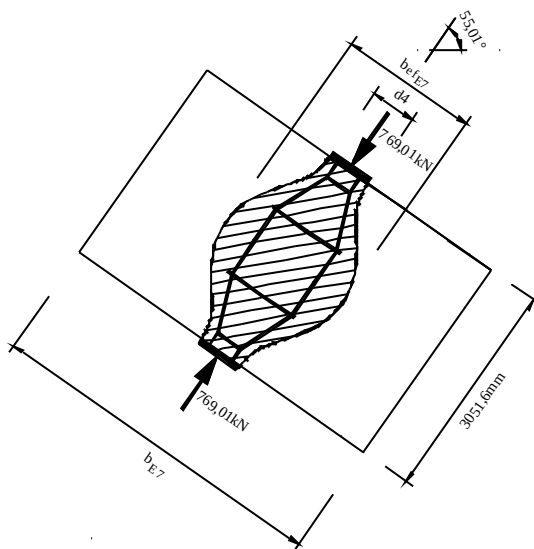


Fig. 89 – Representação da escora E7.

Como a largura da escora determinada é de $d_4 = 326,87\text{ mm}$, calcula-se a extensão onde se irá colocar a armadura e a força de tracção:

$$b_{efE7} = 0,5 \times H + 0,65 \times a \Leftrightarrow b_{efE7} = 0,5 \times 3051,6 + 0,65 \times 326,87 \Leftrightarrow b_{efE7} = 1738,27\text{ mm} \quad (3.48)$$

$$T = \frac{1}{4} \times \left(1 - 0,7 \times \frac{a}{h}\right) \times F \Leftrightarrow T = \frac{1}{4} \times \left(1 - 0,7 \times \frac{326,87}{3051,6/2}\right) \times 769,01 \Leftrightarrow T = 163,42\text{ kN} \quad (3.49)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$T_H = 163,42 \times \cos(55,01) \Leftrightarrow T_H = 93,71\text{ kN} \quad (3.50)$$

$$T_V = 163,42 \times \sin(55,01) \Leftrightarrow T_V = 133,88\text{ kN} \quad (3.51)$$

Como se verifica as forças na direcção horizontal e vertical tem valores inferiores aos da escora E1, logo é necessário empregar a armadura mínima.

Escora E9 (Fig. 90):

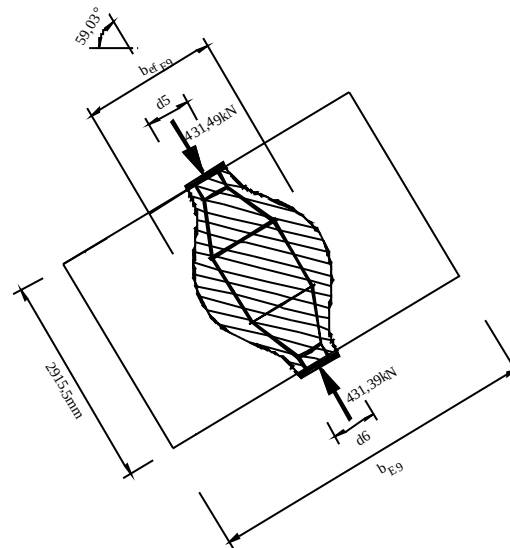


Fig. 90 – Representação da escora E9.

Como a largura da escora determinada é de $d_5 = 249,53\text{mm}$, calcula-se a extensão onde se vai colocar a armadura e a força de tracção:

$$b_{ef_{E9}} = 0,5 \times H + 0,65 \times a \Leftrightarrow b_{ef_{E9}} = 0,5 \times 2915,5 + 0,65 \times 249,53 \Leftrightarrow b_{ef_{E9}} = 1619,94\text{mm} \quad (3.52)$$

$$T = \frac{1}{4} \times (1 - 0,7 \times \frac{a}{h}) \times F \Leftrightarrow T = \frac{1}{4} \times (1 - 0,7 \times \frac{249,53}{2915,5 / 2}) \times 431,39 \Leftrightarrow T = 94,92\text{kN} \quad (3.53)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$T_H = 94,92 \times \cos(59,03) \Leftrightarrow T_H = 48,85\text{kN} \quad (3.54)$$

$$T_V = 94,92 \times \sin(59,03) \Leftrightarrow T_V = 81,39\text{kN} \quad (3.55)$$

Neste caso, também, as forças na direcção horizontal e vertical tem valores inferiores ao da escora E1, logo emprega-se a armadura mínima.

De seguida determinam-se os comprimentos de amarração para o diâmetro do varão escolhido ($\phi 10$). Já foi explicado no capítulo 1 e também estão referenciados os valores recomendados para algumas constantes, tais como α_{ct} e γ_c . Começa-se por calcular o valor de cálculo da resistência do betão à tracção (f_{ctd}) e como estamos perante um betão C25/30, o valor de $f_{ctk,0.05} = 1,8\text{MPa}$, logo:

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} \Leftrightarrow f_{ctd} = 1,0 \times \frac{1,8}{1,5} \Leftrightarrow f_{ctd} = 1,2 \text{ MPa} \quad (3.56)$$

A seguir calcula-se o valor de cálculo da tensão de rotura de aderência entre o varão e o betão (f_{bd}), donde η_1 está relacionado com as condições de aderência. Neste caso, viga-parede, os varões vão ter uma “boa” aderência nomeadamente os varões que se encontram na parte inferior da peça. Logo para os varões com “fraca” aderência que se encontram na parte superior da peça, $\eta_1 = 0,7$ e η_2 toma o valor de 1 porque utilizamos $\phi 10$. Como resultado:

$$\text{“boa” aderência} \Rightarrow f_{bd} = 2,25 \times \eta_1 \times \eta_2 \times f_{ctd} \Leftrightarrow f_{bd} = 2,25 \times 1,0 \times 1,0 \times 1,2 \Leftrightarrow f_{bd} = 2,7 \text{ MPa} \quad (3.57)$$

$$\text{“fraca” aderência} \Rightarrow f_{bd} = 2,25 \times \eta_1 \times \eta_2 \times f_{ctd} \Leftrightarrow f_{bd} = 2,25 \times 0,7 \times 1,0 \times 1,2 \Leftrightarrow f_{bd} = 1,89 \text{ MPa} \quad (3.58)$$

Para o comprimento de referencia, $l_{b,rqd}$:

$$\text{“boa” aderência} \Rightarrow l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \times \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \Leftrightarrow l_{b,rqd} = \frac{(10 \times 10^{-3})}{4} \times \frac{(500/1,15)}{2,7} \Leftrightarrow l_{b,rqd} = 0,40 \text{ m} \quad (3.59)$$

$$\text{“fraca” aderência} \Rightarrow l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \times \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \Leftrightarrow l_{b,rqd} = \frac{(10 \times 10^{-3})}{4} \times \frac{(500/1,15)}{1,89} \Leftrightarrow l_{b,rqd} = 0,58 \text{ m} \quad (3.60)$$

O comprimento de amarração de cálculo:

$$l_{bd} = \alpha_1 \times \alpha_2 \times \alpha_3 \times \alpha_4 \times \alpha_5 \times l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad (3.61)$$

Admitindo a simplificação referida no capítulo 1, vamos ter:

$$l_{b,eq} = \alpha_1 \times l_{b,rqd} \text{ em que } \alpha_1 = 1,0 \text{ correspondente ao caso mais gravoso:} \quad (3.62)$$

$$\text{“boa” aderência} \Rightarrow l_{b,eq} = 1,0 \times 0,40 \Leftrightarrow l_{b,eq} = 0,40 \text{ m} \quad (3.63)$$

$$\text{“fraca” aderência} \Rightarrow l_{b,eq} = 1,0 \times 0,58 \Leftrightarrow l_{b,eq} = 0,58 \text{ m} \quad (3.64)$$

Utiliza-se para a verificação do comprimento de amarração de cálculo, a expressão correspondente aos varões comprimidos devido a esta ser mais condicionante.

$$\begin{aligned} \text{"boa" aderência} \Rightarrow l_{bd,min} &= \max\{0,6 \times l_{b,rqd}; 10 \times \phi; 100mm\} \Leftrightarrow l_{bd,min} = \max\{0,6 \times 400; 10 \times 10; 100mm\} \quad (3.65) \\ &\Leftrightarrow l_{bd,min} = \max\{240; 100; 100mm\} \Leftrightarrow l_{b,min} = 240mm \end{aligned}$$

$$l_{b,eq} = 0,40m > l_{b,min} = 0,24m \quad (3.66)$$

Como se pode verificar os comprimentos de amarração de cálculo encontram-se dentro dos limites.

$$\begin{aligned} \text{"fraca" aderência} \Rightarrow l_{bd,min} &= \max\{0,6 \times l_{b,rqd}; 10 \times \phi; 100mm\} \Leftrightarrow l_{bd,min} = \max\{0,6 \times 580; 10 \times 10; 100mm\} \quad (3.67) \\ &\Leftrightarrow l_{bd,min} = \max\{348; 100; 100mm\} \Leftrightarrow l_{b,min} = 348mm \end{aligned}$$

$$l_{b,eq} = 0,58m > l_{b,min} = 0,348m \quad (3.68)$$

Como se pode verificar os comprimentos de amarração de cálculo também se encontram dentro dos limites.

A Fig. 91 representa um corte longitudinal da disposição das armaduras, representação dos laços e respectiva cotagem e a Fig. 92 a esquematização de dois cortes transversais.

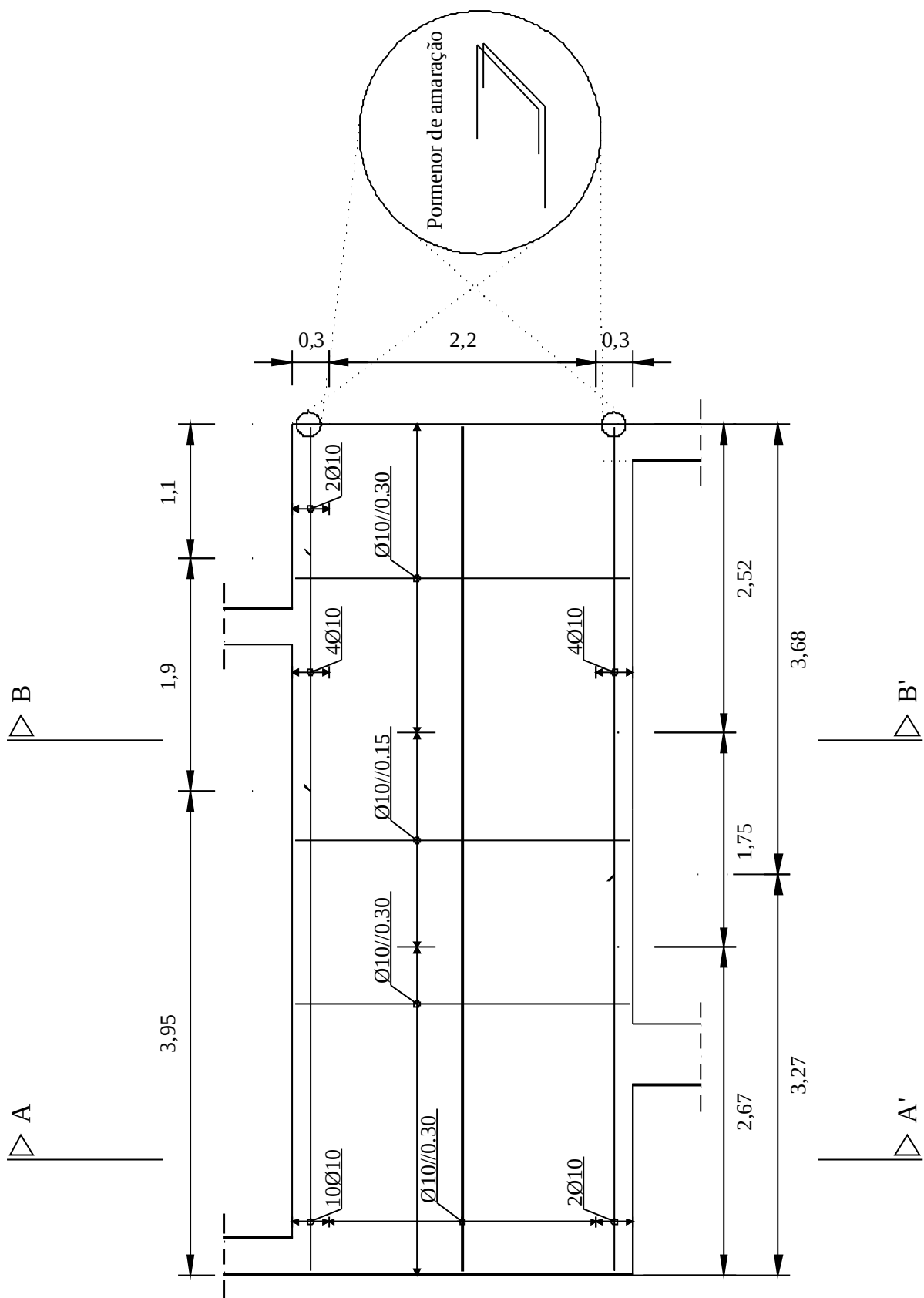


Fig. 91 – Pormenorização das amaduras na viga-parede por face.

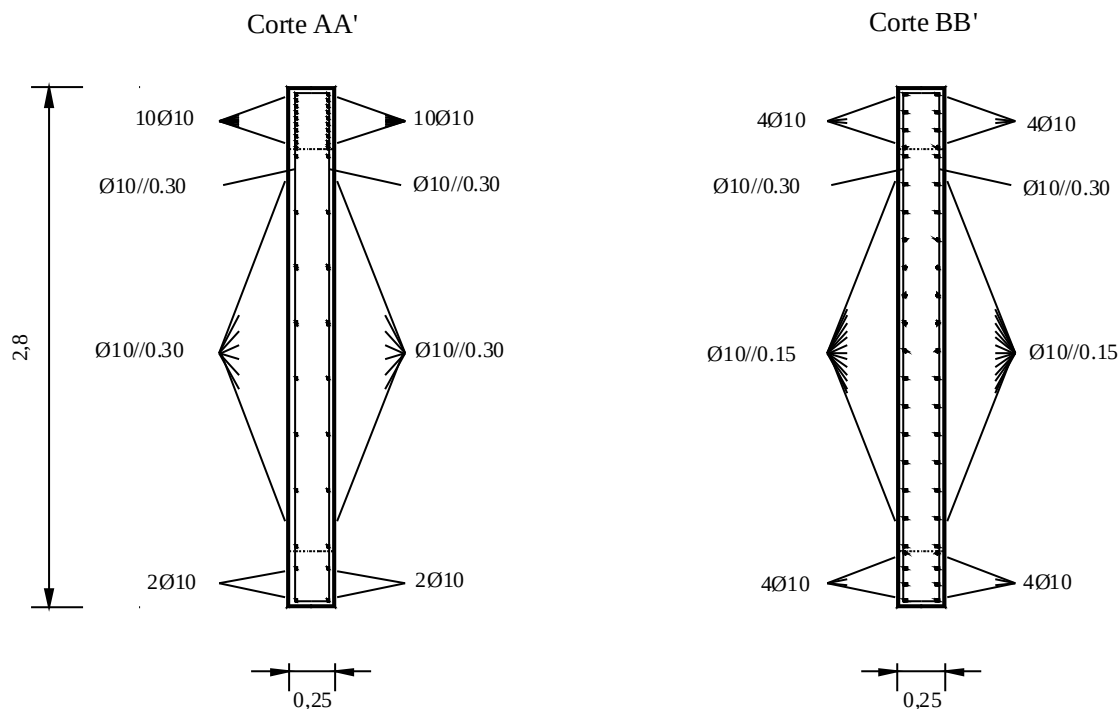


Fig. 92 – Cortes transversais da viga-parede.

3.3. VIGA PAREDE COM ABERTURA

Na Fig. 93 está representada uma viga parede com abertura, carregada com duas forças, ambas com o valor de 1000KN e com uma espessura de 450mm; as classes de betão e de aço são de C25/30 e A500 respectivamente. Como já referido, serão utilizados os passos da metodologia apresentada anteriormente para executar o exercício.

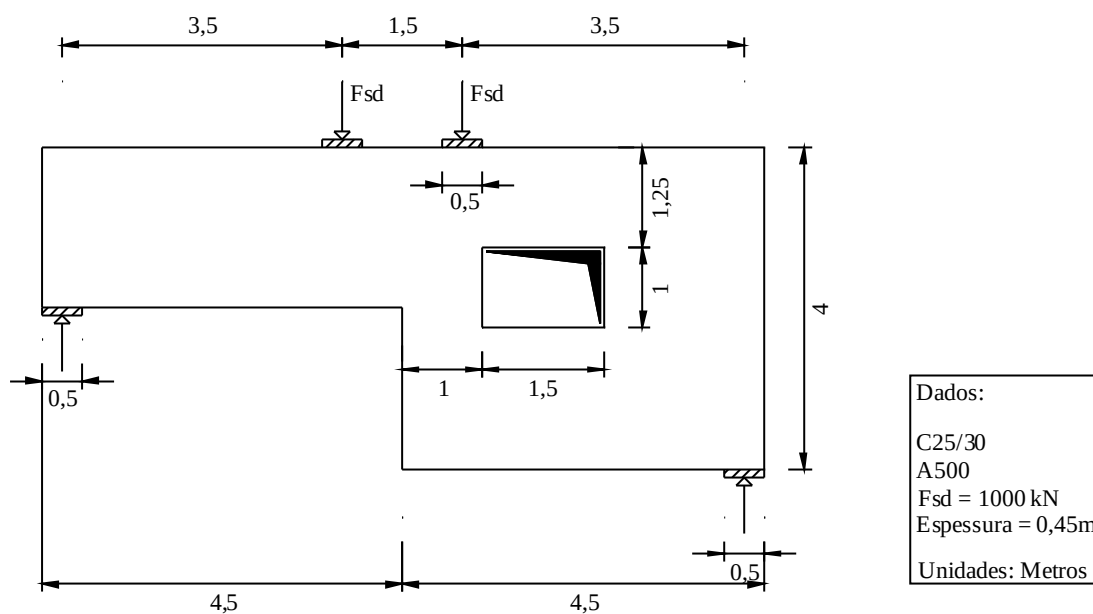


Fig. 93 – Viga-parede com abertura.

Assim, como no caso de estudo anterior, viga-parede com abertura já representa uma zona D com as respectivas forças; verifica-se, agora, a resistência ao esmagamento do betão em ambas as zonas de carregamento (nós concentrados):

Nó sobre a força aplicada situado à esquerda:

$$A_{c0} = 0,500 \times 0,450 = 0,225m^2$$

A_{c1} vai ter as duas dimensões restringidas: uma delas (b_2) devido à proximidade do outro nó e a segunda (d_2) restringida pela espessura da parede, que resulta em:

$b_2 = 2 \times 0,75 \Leftrightarrow b_2 = 1,5m$ seguido de verificação da condição $b_2 \leq 3 \times b_1 \Leftrightarrow 1,5 \leq 3 \times 0,5 \Leftrightarrow 1,5 \leq 1,5$, daí que:

$$A_{c1} = 1,5 \times 0,50 \Leftrightarrow A_{c1} = 0,75m^2$$

$$F_{Rdu} = A_{c0} \times f_{cd} \times \sqrt{A_{c1}/A_{c0}} \leq 3,0 \times f_{cd} \times A_{c0} \quad (3.69)$$

$$F_{Rdu} = 0,225 \times (25 \times 10^3 / 1,5) \times \sqrt{0,75/0,225} \leq 3,0 \times (25 \times 10^3 / 1,5) \times 0,225 \Leftrightarrow F_{Rdu} = 6846,53kN \leq 11250kN \quad (3.70)$$

$$F_{Rdu} \geq F_{sd} \Leftrightarrow 11250kN \geq 1000kN \quad (3.71)$$

$$h \geq (b_2 - b_1) \Leftrightarrow 2,0m \geq (1,5 - 0,5) \Leftrightarrow 2,0m \geq 1,0m \quad (3.72)$$

$$h \geq (d_2 - d_1) \Leftrightarrow 2,0m \geq 0,0m \quad (3.73)$$

Nó sobre a força aplicada situado à direita:

Os valores de A_{c0} e A_{c1} são iguais uma vez que a placa de suporte tem as mesmas dimensões e respectivas restrições; a única verificação relaciona-se com o valor de h , já que, devido à abertura este diminui:

$$h \geq (b_2 - b_1) \Leftrightarrow 1,25m \geq (1,5 - 0,5) \Leftrightarrow 2,0m \geq 1,0m \quad (3.74)$$

$$h \geq (d_2 - d_1) \Leftrightarrow 1,25m \geq 0,0m \quad (3.75)$$

Como se observa para os dois nós, o valor de F_{Rdu} é bastante superior ao de F_{sd} , logo a condição de não esmagamento do betão e as condições geométricas encontram-se verificadas.

Finda a verificação dos nós segue-se a análise da estrutura recorrendo ao método de elementos finitos. Na Fig. 94 é possível observar-se preliminarmente o traçado das tensões principais e idealizar um modelo de escoras e tirantes. No entanto e ao contrário do caso anterior, devido à abertura da viga, o modelo não é tão linear nem pormenorizado, o que vai obrigar ao traçado de uma série de elementos, evidenciados na Fig. 95.

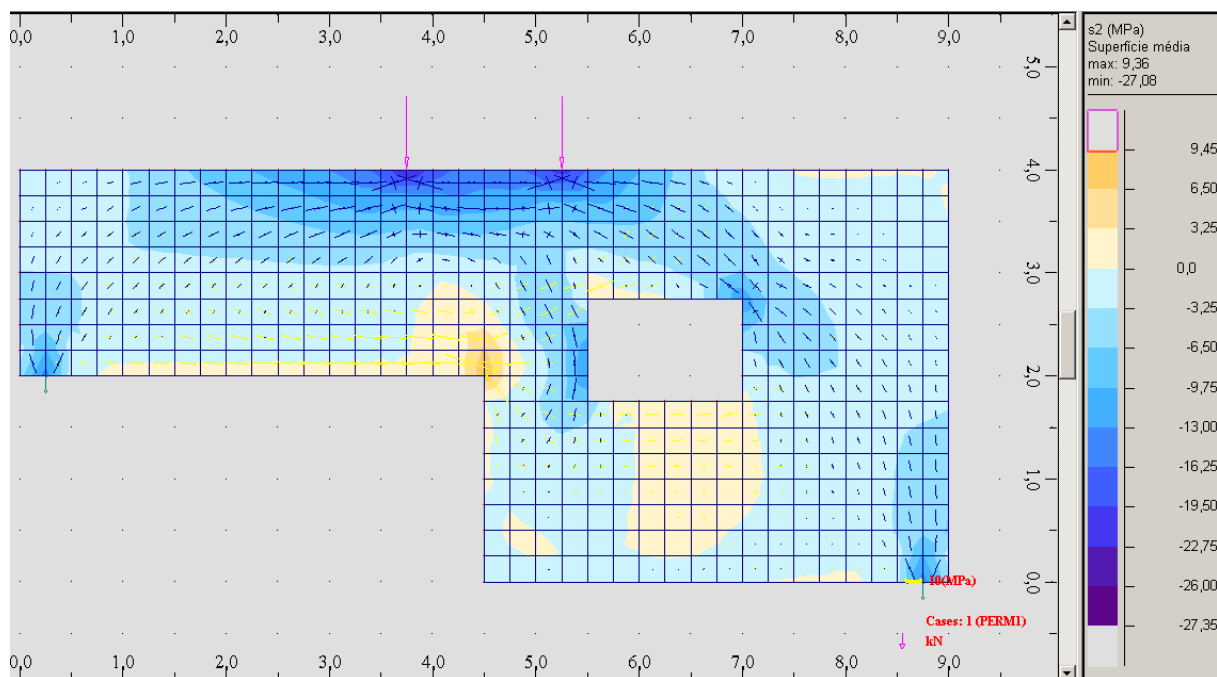


Fig. 94 – Diagrama de tensões na viga parede com abertura com a utilização de programa de elementos finitos.

Nesta estrutura viga-parede com abertura vão ser arbitradas três larguras de afectação (Fig. 95):

- zona a) 700mm
- zona b) 700mm
- zona c) 500mm

Para o contorno da abertura arbitra-se na parte inferior, do lado direito, 400mm e na parte superior, do lado esquerdo, 500mm.

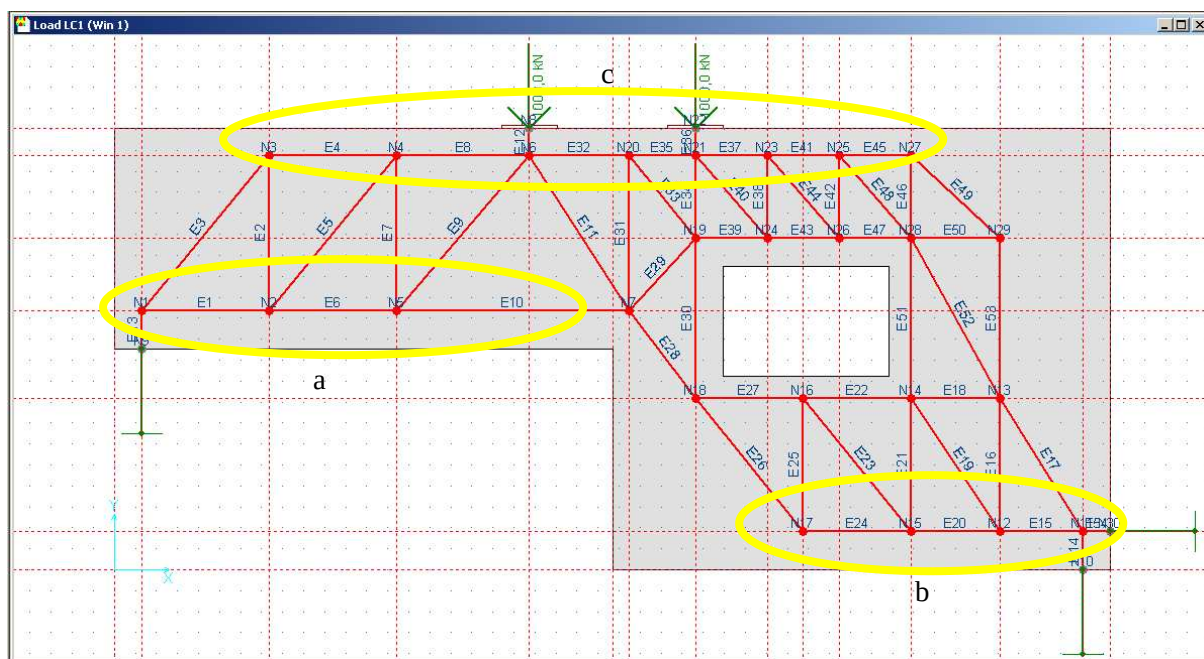


Fig. 95 – Modelo de vários elementos introduzido no programa “CAST”.

Elabora-se, agora, através do programa “CAST” o modelo de escoras e tirantes (Fig. 96).

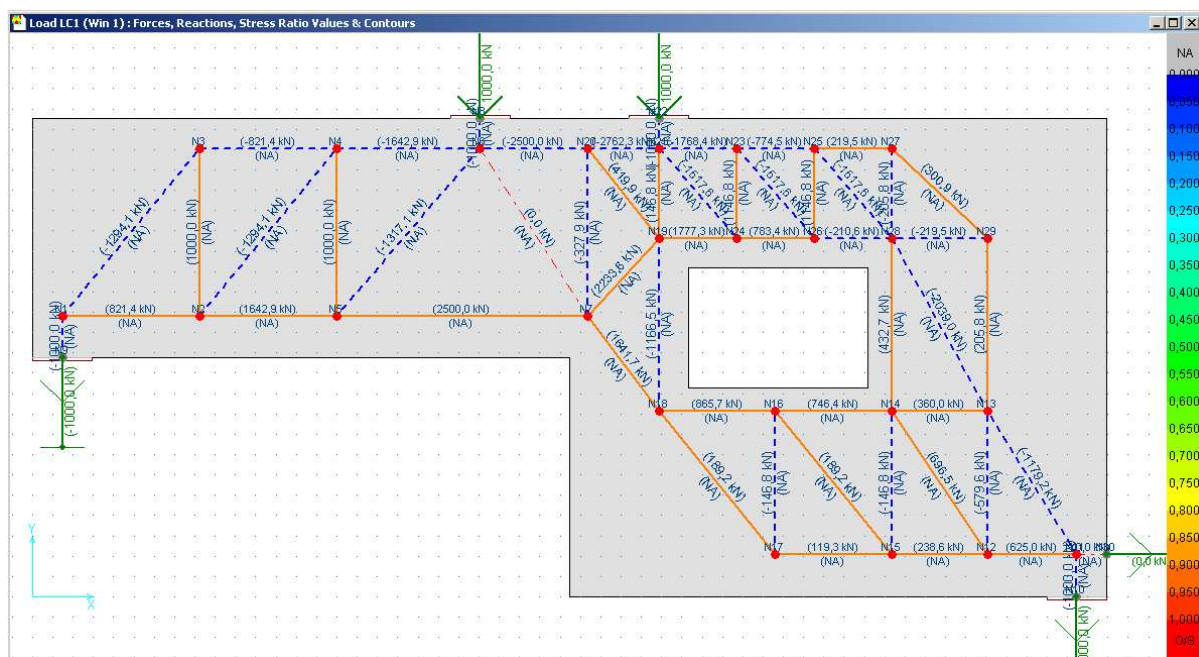


Fig. 96 – Modelo de escoras e tirantes introduzido no programa “CAST”.

Passa-se agora à verificação dos ângulos, ou seja, se estes se encontram dentro dos limites recomendados. A verificação dos ângulos é realizável através da caixa de diálogo representada na Fig. 97.

STM Element Geometry Info

Load Condition: LC1

Row #	Element ID	Function	End I ID	End J ID	Length (mm)	Direction (deg.)
1	E1	Strut-and-Tie	N1	N2	1150,0	0,00
2	E2	Strut-and-Tie	N2	N3	1400,0	90,00
3	E3	Strut-and-Tie	N1	N3	1811,8	50,60
4	E4	Strut-and-Tie	N3	N4	1150,0	0,00
5	E5	Strut-and-Tie	N2	N4	1811,8	50,60
6	E6	Strut-and-Tie	N2	N5	1150,0	0,00
7	E7	Strut-and-Tie	N5	N4	1400,0	90,00
8	E8	Strut-and-Tie	N4	N6	1200,0	0,00
9	E9	Strut-and-Tie	N6	N5	1843,9	229,40
10	E10	Strut-and-Tie	N5	N7	2100,0	0,00
11	E11	Stabilizer	N7	N6	1664,3	122,74
12	E12	Strut-and-Tie	N6	N8	250,0	90,00
13	E13	Strut-and-Tie	N1	N9	350,0	270,00
14	E14	Strut-and-Tie	N10	N11	350,0	90,00
15	E15	Strut-and-Tie	N11	N12	750,0	180,00
16	E16	Strut-and-Tie	N12	N13	1200,0	90,00
17	E17	Strut-and-Tie	N11	N13	1415,1	122,01
18	E18	Strut-and-Tie	N13	N14	800,0	180,00
19	E19	Strut-and-Tie	N14	N12	1442,2	303,69
20	E20	Strut-and-Tie	N12	N15	800,0	180,00
21	E21	Strut-and-Tie	N15	N14	1200,0	90,00
22	E22	Strut-and-Tie	N14	N16	975,0	180,00
23	E23	Strut-and-Tie	N16	N15	1546,2	309,09
24	E24	Strut-and-Tie	N15	N17	975,0	180,00
25	E25	Strut-and-Tie	N17	N16	1200,0	90,00
26	E26	Strut-and-Tie	N17	N18	1546,2	129,09
27	E27	Strut-and-Tie	N18	N16	975,0	0,00
28	E28	Strut-and-Tie	N18	N7	1000,0	126,87
29	E29	Strut-and-Tie	N7	N19	884,6	47,29
30	E30	Strut-and-Tie	N18	N19	1450,0	90,00
31	E31	Strut-and-Tie	N7	N20	1400,0	90,00
32	E32	Strut-and-Tie	N20	N6	900,0	180,00
33	E33	Strut-and-Tie	N20	N19	960,5	308,66
34	E34	Strut-and-Tie	N19	N21	750,0	90,00
35	E35	Strut-and-Tie	N20	N21	600,0	0,00
36	E36	Strut-and-Tie	N21	N22	250,0	90,00
37	E37	Strut-and-Tie	N21	N23	650,0	0,00
38	E38	Strut-and-Tie	N23	N24	750,0	270,00
39	E39	Strut-and-Tie	N24	N19	650,0	180,00
40	E40	Strut-and-Tie	N21	N24	992,5	310,91
41	E41	Strut-and-Tie	N23	N25	650,0	0,00
42	E42	Strut-and-Tie	N25	N26	750,0	270,00
43	E43	Strut-and-Tie	N26	N24	650,0	180,00
44	E44	Strut-and-Tie	N23	N26	992,5	310,91
45	E45	Strut-and-Tie	N25	N27	650,0	0,00
46	E46	Strut-and-Tie	N27	N28	750,0	270,00
47	E47	Strut-and-Tie	N28	N26	650,0	180,00
48	E48	Strut-and-Tie	N25	N28	992,5	310,91
49	E49	Strut-and-Tie	N27	N29	1096,6	316,85
50	E50	Strut-and-Tie	N29	N28	800,0	180,00
51	E51	Strut-and-Tie	N28	N14	1450,0	270,00
52	E52	Strut-and-Tie	N28	N13	1656,0	298,89
53	E53	Strut-and-Tie	N29	N13	1450,0	270,00
54	E54	Stabilizer	N11	N30	250,0	0,00

Note: You can change the Element IDs corresponding to the currently displayed Load Condition by double clicking the corresponding cells.

OK Cancel Create MS Excel File...

Fig. 97 – Caixa de diálogo com informação dos ângulos.

Após a verificação dos ângulos calculam-se as larguras de afectação das escoras com base na representação dos nós.

Na Fig. 98 encontra-se representado o nó N1, onde convergem uma escora e um tirante, este último já com a largura de afectação atribuída $b_1 = 700mm$. Calcula-se a largura de afectação da escora d_1 sabendo que o ângulo da escora com a horizontal é de $\theta_1 = 50,60^\circ$:

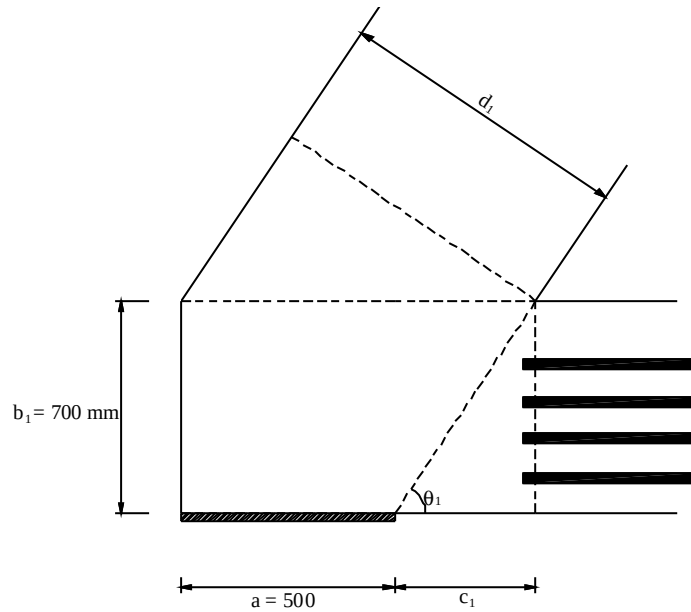


Fig. 98 – Representação do nó N1.

$$c_1 = b_1 / \operatorname{tg} \theta_1 \Leftrightarrow c_1 = 700 / \operatorname{tg} 50,60 \Leftrightarrow c_1 = 575,0 \text{ mm} \quad (3.76)$$

$$d_1 = \sin \theta_1 \times (c_1 + a) \Leftrightarrow d_1 = 830,68 \text{ mm} \quad (3.77)$$

Na Fig. 99 encontra-se representado o nó N6 em que convergem três escoras E8, E9 e E32. Determina-se a largura de afectação de E9, uma vez que, para E8 e E32 estas já foram arbitradas ($b_2 = 500 \text{ mm}$). Calcula-se a largura da escora d_2 sabendo que ângulo da escora, E9, com a horizontal é de $\theta_2 = 49,40^\circ$:

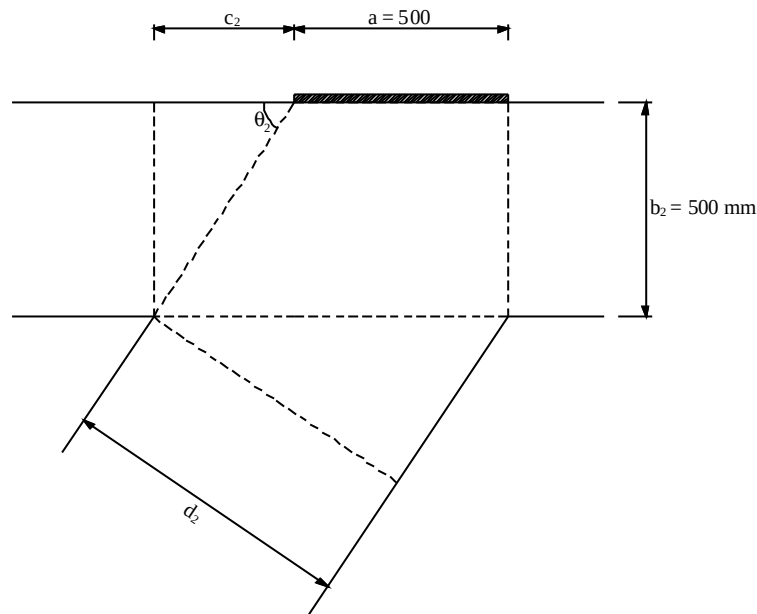


Fig. 99 – Representação do nó N6.

$$c_2 = b_2 / \operatorname{tg} \theta_2 \Leftrightarrow c_2 = 500 / \operatorname{tg} 49,40 \Leftrightarrow c_2 = 428,57 \text{ mm} \quad (3.78)$$

$$d_2 = \sin \theta_2 \times (c_2 + a) \Leftrightarrow d_2 = 705,02 \text{ mm} \quad (3.79)$$

Na Fig. 100 encontra-se representado o nó N21 em que convergem três escoras E35, E37 e E40. Determina-se agora a largura de afectação de E40, uma vez que para E35 e E37, estas já foram arbitradas ($b_2 = 500 \text{ mm}$). Calcula-se a largura da escora d_3 sabendo que ângulo da escora, E40, com a horizontal é de $\theta_3 = 49,09^\circ$:

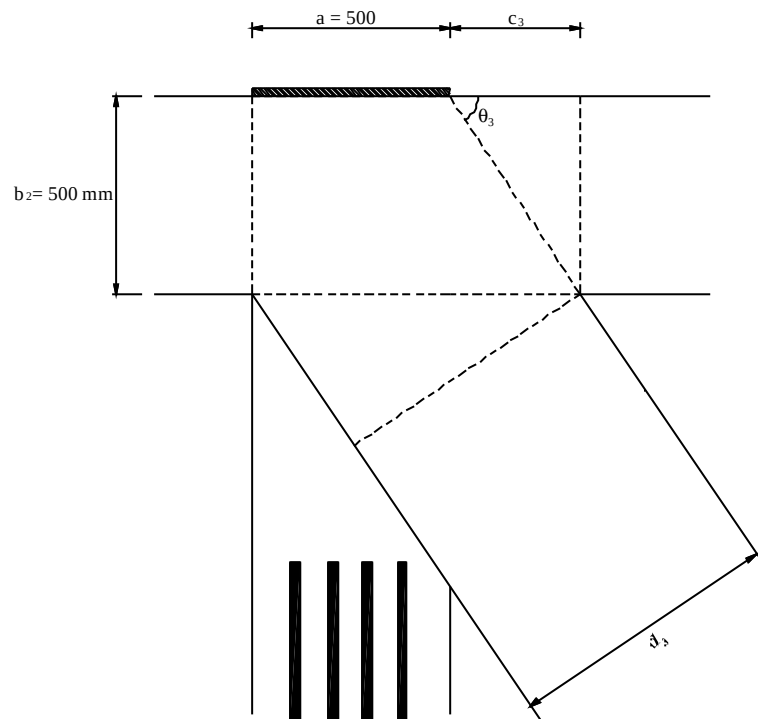


Fig. 100 – Representação do nó N21.

$$c_3 = b_2 / \operatorname{tg} \theta_3 \Leftrightarrow c_3 = 500 / \operatorname{tg} 49,09 \Leftrightarrow c_3 = 433,33 \text{ mm} \quad (3.80)$$

$$d_3 = \sin \theta_3 \times (c_3 + a) \Leftrightarrow d_3 = 705,31 \text{ mm} \quad (3.81)$$

Na Fig. 101 encontra-se representado o nó N11, onde convergem uma escora e um tirante, este último já com a largura de afectação atribuída, $b_3 = 700 \text{ mm}$. Calcula-se a largura da escora d_4 sabendo que ângulo da escora com a horizontal é de $\theta_4 = 57,99^\circ$:

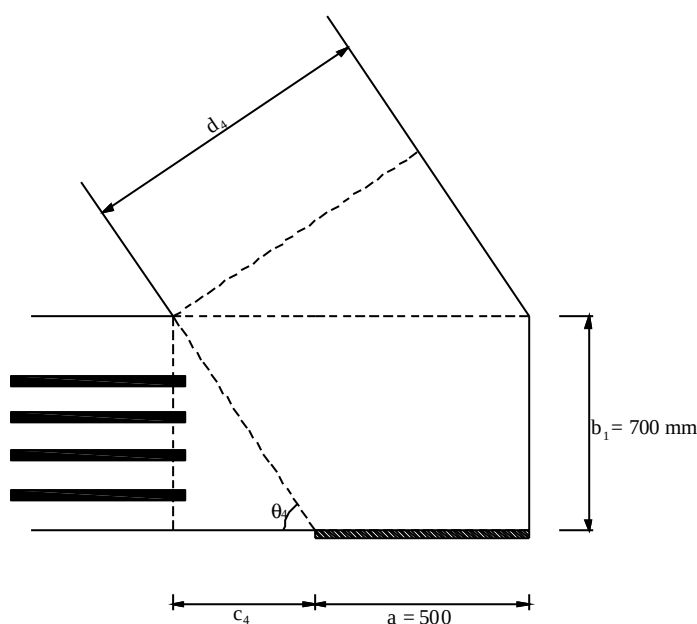


Fig. 101 – Representação do nó N11.

$$c_4 = b_3 / \operatorname{tg} \theta_4 \Leftrightarrow c_4 = 700 / \operatorname{tg} 57,99 \Leftrightarrow c_4 = 437,5 \text{ mm} \quad (3.82)$$

$$d_4 = \sin \theta_4 \times (c_4 + a) \Leftrightarrow d_4 = 795,00 \text{ mm} \quad (3.83)$$

As larguras de afectação das escoras E4, E8, E30, E32, E35, E37, E41 e E47 são de 500mm, como acima, mencionado.

As larguras de afectação das escoras E12, E13, E14 e E36 são de 500mm.

- Largura de afectação da escora E3: $d_1 = 830,68 \text{ mm}$.
- Largura de afectação da escora E9: $d_2 = 705,02 \text{ mm}$.
- Largura de afectação da escora E40: $d_3 = 705,31 \text{ mm}$.
- Largura de afectação da escora E17: $d_4 = 795,00 \text{ mm}$.

Para as larguras de afectação não determinadas, uma vez que não se relacionam com os nós e como tal não qualquer restrição, optou-se por utilizar a funcionalidade automática do programa, que consiste na activação da opção em que o rácio das tensões é de 0,9, calculando e representando a respectiva largura.

Na continuação da análise do modelo segue-se agora a caracterização das propriedades das escoras e dos nós (ver capítulo 2).

Aos elementos E3, E5, E9, E17, E40, E44, E48 e E52, atribuí-se a propriedade garrafa.

Aos elementos E4, E8, E12, E13, E14, E16, E21, E25, E30, E31, E32, E35, E36, E37, E41, E46, E47, e E50 a propriedade prismática.

Aos nós N6, N8 atribuí-se a propriedade CCC e aos nós N1, N9, N10, N11, N21 e N22 atribuí-se a propriedade CCT. Aos restantes nós não se atribuem propriedades uma vez que, não possuindo limitações geométricas, esta funcionalidade perde relevância.

De seguida, e de acordo com a metodologia, segue-se a determinação da quantidade de armadura para os tirantes e a sua caracterização. Devido à complexidade do caso de estudo (número elevado de tirantes e consequentemente de armaduras) e para simplificar os cálculos, optou-se por determinar, em primeiro lugar, a armadura mínima. Para a determinação da armadura mínima deve-se dispor de uma malha ortogonal em cada face, para evitar a fendilhação da estrutura e de acordo com o EC2, para as estruturas vigas-parede estas tem que verificar, como no caso anterior, as seguintes condições:

- a) distância entre varões não pode exceder o menor dos valores: $300mm$, ou o dobro da espessura da viga-parede.
- b) área mínima de armadura por face e em cada direcção de $0,1\%$ com um mínimo de $150mm^2 / m$.
- c) A armadura correspondente aos tirantes deve ser convenientemente amarrada para o equilíbrio do nó (por dobragem de varões, laços em “U” ou meios de dispositivos de amarração), a não ser que exista um comprimento suficiente entre o nó e a extremidade da viga, que possibilite um comprimento de amarração igual ou superior a l_{bd} .

Deste modo para a armadura mínima vem:

$$A_{s,db\ min} = (0,1\% \times 0,450 \times 1) \times 10^6 \Leftrightarrow A_{s,db\ min} = 450mm^2 / m / \text{face} / \text{direcção} \quad (3.84)$$

$$A_{s,db\ min} = 450 \geq 150mm^2 / m / \text{face} / \text{direcção} \quad (3.85)$$

Isto obriga, a que seja empregue uma armadura mínima de $\phi 10 // 0,15$ por face e por direcção.

Prossegue-se agora, para a determinação da quantidade de armadura para os tirantes e serão usadas simplificações, algumas das quais, devido a limitações do próprio programa. Nesta estrutura encontram-se, pela primeira vez, tirantes inclinados o que implica que as armaduras serão aplicadas com a mesma inclinação. Isto representa uma desvantagem, já que em termos de execução de obra é sempre preferível ter armaduras na direcção horizontal e vertical. Opta-se então, por calcular as armaduras na direcção horizontal e vertical com posterior representação pormenorizada. Em relação ao programa atribui-se uma armadura com valor correspondente, unicamente para efeitos de verificação; daí que, em termos práticos, a representação do modelo com as armaduras não se efectua.

Será referido em cada tirante, a escolha de armadura a utilizar, acontecendo, em alguns casos, utilizar-se armadura superior ao necessário isto devido a três razões: primeiramente para respeitar o critério de armadura mínima, pela simplificação da própria construção, optando unicamente por duas soluções de varões ($\phi 10, \phi 20$) e também pela homogeneização do espaçamento das armaduras ($0,075; 0,15$).

Para identificar mais rapidamente a localização/correspondência de cada valor à estrutura, esta encontra-se sub-dividida (Fig. 102) daí que:

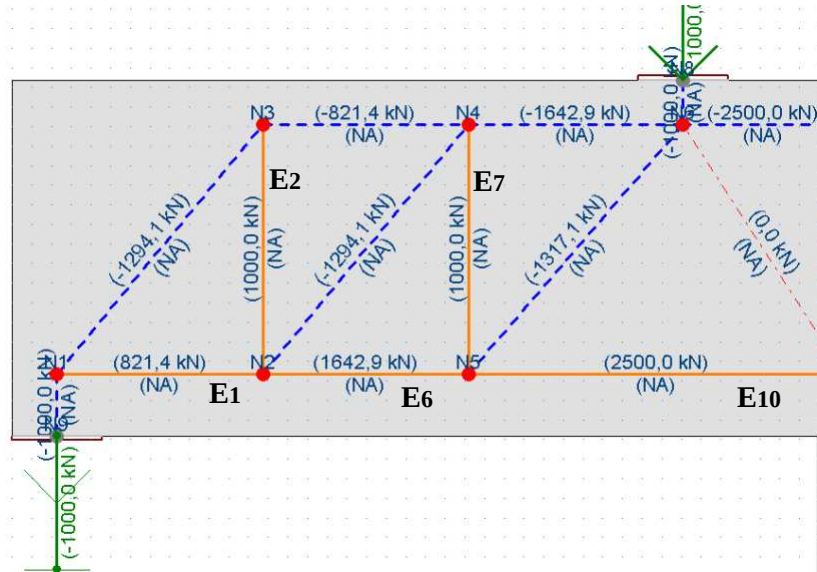


Fig. 102 - Modelo de escoras e tirantes com o programa “CAST”- pormenor 1.

Para o elemento E10:

$$A_s = \frac{N_{E10}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{2500}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 57,50 \text{ cm}^2 \quad (3.86)$$

$$A_s / m = \frac{57,5}{0,700} = 82,14 \text{ cm}^2 / m \quad (3.87)$$

$$A_s / m / \text{face} = 41,07 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 20 // 0,075 \quad (3.88)$$

Para o elemento E6:

$$A_s = \frac{N_{E6}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{1642,9}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 37,79 \text{ cm}^2 \quad (3.89)$$

$$A_s / m = \frac{37,79}{0,700} = 53,98 \text{ cm}^2 / m \quad (3.90)$$

$$A_s / m / \text{face} = 26,99 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.91)$$

Apesar de os valores de armadura para E6 serem inferiores aos de E10, utiliza-se o valor anterior de $\phi 20 // 0,075$.

Para o elemento E1:

$$A_s = \frac{N_{E1}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{821,4}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 18,89 \text{ cm}^2 \quad (3.92)$$

$$A_s / m = \frac{18,89}{0,700} = 26,99 \text{ cm}^2 / m \quad (3.93)$$

$$A_s / m / \text{face} = 13,49 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 20 // 0,15 \quad (3.94)$$

Para os elementos E2 e E7:

$$A_s = \frac{N_{E2}}{(f_{yk}/115)} = \frac{1000,0}{(500 \times 10^3 / 115)} = 23,00 \text{ cm}^2 \quad (3.95)$$

Para o elemento E2, o comprimento de distribuição da armadura é de 1150mm, uma vez que para ambos os lados o valor é de 575mm. Admite-se para o elemento E7 que o comprimento de distribuição é o mesmo, logo:

$$A_s / m = \frac{23,00}{115} = 20 \text{ cm}^2 / m \quad (3.96)$$

$$A_s / m / \text{face} = 10,0 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 10 // 0,075 \quad (3.97)$$

Novamente e para identificar mais rapidamente a localização/correspondência de cada valor a estrutura continua sub-dividida (Fig. 103), daí que:

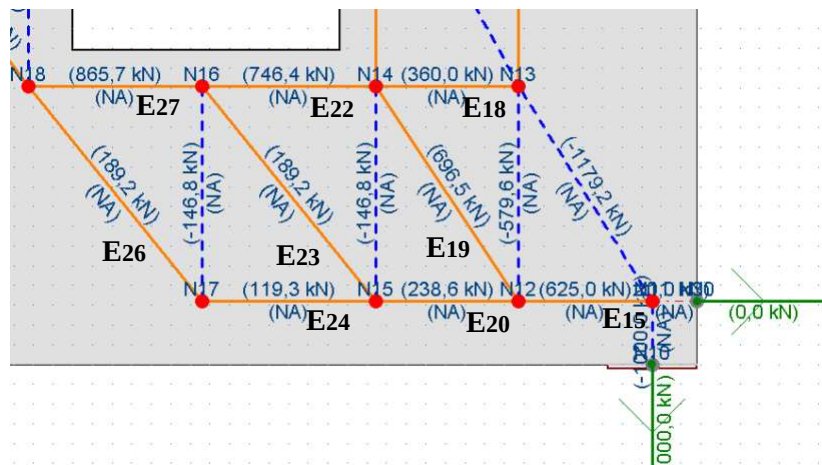


Fig. 103 – Modelo de escoras e tirantes com o programa “CAST”- pormenor 2.

Para o elemento E15:

$$A_s = \frac{N_{E15}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{625,0}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 14,38 \text{ cm}^2 \quad (3.98)$$

$$A_s / m = \frac{14,38}{0,700} = 20,54 \text{ cm}^2 / m \quad (3.99)$$

$$A_s / m / \text{face} = 10,27 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 10 // 0,075 \quad (3.100)$$

Para o elemento E20:

$$A_s = \frac{N_{E20}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{238,6}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 5,49 \text{ cm}^2 \quad (3.101)$$

$$A_s / m = \frac{5,49}{0,700} = 7,84 \text{ cm}^2 / m \quad (3.102)$$

$$A_s / m / \text{face} = 3,92 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 10 // 0,15 \quad (3.103)$$

Para o elemento E24:

$$A_s = \frac{N_{E24}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{119,3}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 2,74 \text{ cm}^2 \quad (3.104)$$

$$A_s / m = \frac{2,74}{0,700} = 3,92 \text{ cm}^2 / m \quad (3.105)$$

$$A_s / m / \text{face} = 3,92 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.106)$$

Como podemos verificar aqui necessitamos de armadura mínima ($A_{s,db\ min} = 4,5 \text{ cm}^2 / m / \text{face}$), assim temos $\phi 10 // 0,15$ que corresponde à utilização do mesmo valor da armadura anterior.

Para o elemento E27:

$$A_s = \frac{N_{E27}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{865,7}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 19,91 \text{ cm}^2 \quad (3.107)$$

$$A_s / m = \frac{19,91}{0,400} = 49,78 \text{ cm}^2 / m \quad (3.108)$$

$$A_s / m / \text{face} = 24,89 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 20 // 0,075 \quad (3.109)$$

Para o elemento E22:

$$A_s = \frac{N_{E22}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{746,4}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 17,17 \text{ cm}^2 \quad (3.110)$$

$$A_s / m = \frac{17,17}{0,400} = 42,92 \text{ cm}^2 / m \quad (3.111)$$

$$A_s / m / \text{face} = 21,46 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.112)$$

Apesar de os valores de armadura para E22 serem inferiores aos de E27, utiliza-se o valor anterior de $\phi 20 // 0,075$.

Para o elemento E18:

$$A_s = \frac{N_{E18}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{360,0}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 8,28 \text{ cm}^2 \quad (3.113)$$

$$A_s / m = \frac{8,28}{0,400} = 20,7 \text{ cm}^2 / m \quad (3.114)$$

$$A_s / m / \text{face} = 10,35 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 20 // 0,15 \quad (3.115)$$

Para o elemento E19:

$$A_s = \frac{N_{E19}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{696,5}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 16,02 \text{ cm}^2 \quad (3.116)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$N_H = 696,5 \times \cos(56,31) \Leftrightarrow N_H = 386,35 \text{ kN} \quad (3.117)$$

$$N_V = 696,5 \times \sin(58,00) \Leftrightarrow N_V = 579,52 \text{ kN} \quad (3.118)$$

Armadura na direcção horizontal:

$$A_{sh} = \frac{N_H}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{386,35}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 8,89 \text{ cm}^2 \quad (3.119)$$

$$A_{sh} / m = \frac{8,89}{0,650} = 13,67 \text{ cm}^2 / m \quad (3.120)$$

$$A_{sh} / m / \text{face} = 6,84 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 10 // 0,075 \quad (3.121)$$

Armadura na direcção vertical:

$$A_{sv} = \frac{N_V}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{579,52}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 13,33 \text{ cm}^2 \quad (3.122)$$

$$A_{sv} / m = \frac{13,33}{0,800} = 16,66 \text{ cm}^2 / m \quad (3.123)$$

$$A_{sv} / m / \text{face} = 8,33 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 10 // 0,075 \quad (3.124)$$

Para os elementos E23 e E26:

$$A_s = \frac{N_{E23}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{189,2}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 4,35 \text{ cm}^2 \quad (3.125)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$N_H = 189,2 \times \cos(50,91) \Leftrightarrow N_H = 119,31 \text{ kN} \quad (3.126)$$

$$N_V = 189,2 \times \sin(50,91) \Leftrightarrow N_V = 146,84 \text{ kN} \quad (3.127)$$

Armadura na direcção horizontal:

$$A_{sh} = \frac{N_H}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{119,31}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 2,74 \text{ cm}^2 \quad (3.128)$$

$$A_{sh} / m = \frac{2,74}{0,650} = 4,22 \text{ cm}^2 / m \quad (3.129)$$

$$A_{sh} / m / \text{face} = 2,11 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.130)$$

Como se pode verificar aqui é necessário uma armadura mínima ($A_{s,db\min} = 4,5 \text{ cm}^2 / m / \text{face}$) e assim $\phi 10 // 0,15$.

Armadura na direcção vertical:

$$A_{sv} = \frac{N_V}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{146,84}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 3,38 \text{ cm}^2 \quad (3.131)$$

$$A_{sv} / m = \frac{3,38}{0,975} = 3,46 \text{ cm}^2 / m \quad (3.132)$$

$$A_{sv} / m / \text{face} = 1,73 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.133)$$

Como se pode verificar aqui também é necessário uma armadura mínima ($A_{s,db\min} = 4,5 \text{ cm}^2 / m / \text{face}$) e assim $\phi 10 // 0,15$.

Novamente e para identificar mais rapidamente a localização/correspondência de cada valor a estrutura continua sub-dividida (Fig. 104), daí que:

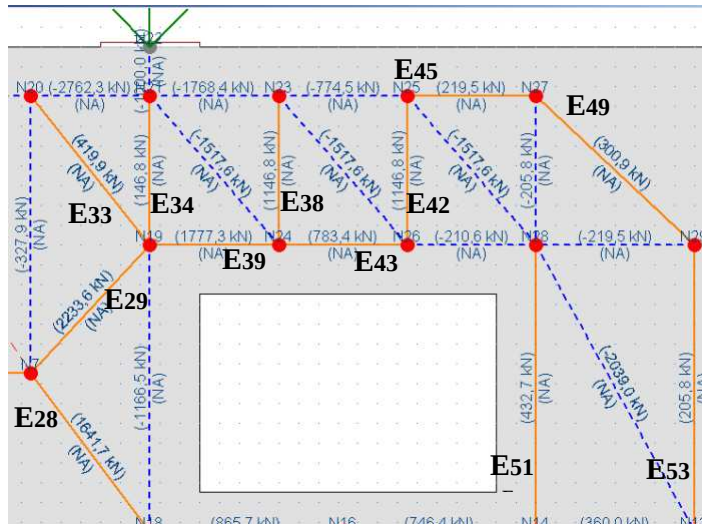


Fig. 104 – Modelo de escoras e tirantes com o programa “CAST”- pormenor 3.

Para o elemento E29:

$$A_s = \frac{N_{E29}}{(f_{yk}/115)} = \frac{2233,6}{(500 \times 10^3 / 115)} = 51,37 \text{ cm}^2 \Rightarrow 18 \text{ varões } \phi 20 \quad (3.134)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$N_H = 2233,6 \times \cos(47,29) \Leftrightarrow N_H = 1515,01 \text{ kN} \quad (3.135)$$

$$N_V = 2233,6 \times \sin(47,29) \Leftrightarrow N_V = 1641,26 \text{ kN} \quad (3.136)$$

Armadura na direcção horizontal:

$$A_{sh} = \frac{N_H}{(f_{yk}/115)} = \frac{1515,01}{(500 \times 10^3 / 115)} = 34,85 \text{ cm}^2 \quad (3.137)$$

$$A_{sh} / m = \frac{34,85}{0,650} = 53,61 \text{ cm}^2 / m \quad (3.138)$$

$$A_{sh} / m / \text{face} = 26,80 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 20 // 0,075 \quad (3.139)$$

Armadura na direcção vertical:

$$A_{sv} = \frac{N_V}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{1641,26}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 37,75 \text{ cm}^2 \quad (3.140)$$

$$A_{sv} / m = \frac{37,75}{0,600} = 62,91 \text{ cm}^2 / m \quad (3.141)$$

$$A_{sv} / m / \text{face} = 31,46 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 20 // 0,075 \quad (3.142)$$

Para o elemento E28:

$$A_s = \frac{N_{E28}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{1641,7}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 37,76 \text{ cm}^2 \quad (3.143)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$N_H = 1641,7 \times \cos(53,13) \Leftrightarrow N_H = 985,02 \text{ kN} \quad (3.144)$$

$$N_V = 1641,7 \times \sin(53,13) \Leftrightarrow N_V = 1313,36 \text{ kN} \quad (3.145)$$

Armadura na direcção horizontal:

$$A_{sh} = \frac{N_H}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{985,02}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 22,66 \text{ cm}^2 \quad (3.146)$$

$$A_{sh} / m = \frac{22,66}{0,800} = 28,32 \text{ cm}^2 / m \quad (3.147)$$

$$A_{sh} / m / \text{face} = 14,16 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.148)$$

Apesar de os valores de armadura horizontal para E28 serem inferiores aos de E29, utiliza-se o valor anterior de $\phi 20 // 0,075$.

Armadura na direcção vertical:

$$A_{sv} = \frac{N_v}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{1313,36}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 30,21 \text{ cm}^2 \quad (3.149)$$

$$A_{sv} / m = \frac{30,21}{0,600} = 50,35 \text{ cm}^2 / m \quad (3.150)$$

$$A_{sv} / m / \text{face} = 25,17 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.151)$$

Apesar de os valores de armadura vertical para E28 serem inferiores aos de E29, utiliza-se o valor anterior de $\phi 20 // 0,075$.

Para o elemento E33:

$$A_s = \frac{N_{E33}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{419,9}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 9,66 \text{ cm}^2 \quad (3.152)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$N_H = 419,9 \times \cos(51,34) \Leftrightarrow N_H = 262,31 \text{ kN} \quad (3.153)$$

$$N_V = 419,9 \times \sin(51,34) \Leftrightarrow N_V = 327,89 \text{ kN} \quad (3.154)$$

Armadura na direcção horizontal:

$$A_{sh} = \frac{N_H}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{262,31}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 6,03 \text{ cm}^2 \quad (3.155)$$

$$A_{sh} / m = \frac{6,03}{0,750} = 8,04 \text{ cm}^2 / m \quad (3.156)$$

$$A_{sh} / m / \text{face} = 4,02 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 10 // 0,15 \quad (3.157)$$

Armadura na direcção vertical:

$$A_{sv} = \frac{N_V}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{327,89}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 7,54 \text{ cm}^2 \quad (3.158)$$

$$A_{sv} / m = \frac{7,54}{0,600} = 12,57 \text{ cm}^2 / m \quad (3.159)$$

$$A_{sv} / m / \text{face} = 6,28 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.160)$$

Apesar de os valores de armadura horizontal para E33 serem inferiores aos de E28, utiliza-se o valor anterior de $\phi 20 // 0,075$.

Para os elementos E38 e E42:

$$A_s = \frac{N_{E38}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{1146,8}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 26,38 \text{ cm}^2 \quad (3.161)$$

Neste caso, o comprimento de distribuição da armadura é de 650mm uma vez que, para ambos os lados, o valor é de 325mm.

$$A_s / m = \frac{26,38}{0,650} = 40,58 \text{ cm}^2 / m \quad (3.162)$$

$$A_s / m / \text{face} = 20,29 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 20 // 0,15 \quad (3.163)$$

Para o elemento E34:

$$A_s = \frac{N_{E34}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{146,8}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 3,38 \text{ cm}^2 \quad (3.164)$$

Neste caso a armadura irá distribuir-se por um comprimento de 300mm para o lado esquerdo e 325mm para o lado direito, logo 625mm:

$$A_s / m = \frac{3,38}{0,625} = 5,40 \text{ cm}^2 / m \quad (3.165)$$

$$A_s / m / \text{face} = 2,70 \text{cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.166)$$

Apesar de os valores de armadura para E34 serem inferiores aos de E38 e E42, utiliza-se o valor anterior de $\phi 20 // 0,15$.

Para o elemento E39:

$$A_s = \frac{N_{E39}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{1777,3}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 40,88 \text{cm}^2 \quad (3.167)$$

$$A_s / m = \frac{40,88}{0,500} = 81,76 \text{cm}^2 / m \quad (3.168)$$

$$A_s / m / \text{face} = 40,88 \text{cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 20 // 0,075 \quad (3.169)$$

Para o elemento E43:

$$A_s = \frac{N_{E43}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{783,4}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 18,02 \text{cm}^2 \quad (3.170)$$

$$A_s / m = \frac{18,02}{0,500} = 36,04 \text{cm}^2 / m \quad (3.171)$$

$$A_s / m / \text{face} = 18,02 \text{cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 20 // 0,15 \quad (3.172)$$

Para o elemento E45:

$$A_s = \frac{N_{E45}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{219,5}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 5,05 \text{cm}^2 \quad (3.173)$$

$$A_s / m = \frac{5,05}{0,500} = 10,10 \text{cm}^2 / m \quad (3.174)$$

$$A_s / m / \text{face} = 5,05 \text{cm}^2 / m / \text{face} \Rightarrow \phi 10 // 0,15 \quad (3.175)$$

Para o elemento E49:

$$A_s = \frac{N_{E49}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{300,9}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 6,92 \text{ cm}^2 \quad (3.176)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$N_H = 300,9 \times \cos(43,15) \Leftrightarrow N_H = 218,93 \text{ kN} \quad (3.177)$$

$$N_V = 300,9 \times \sin(43,15) \Leftrightarrow N_V = 205,24 \text{ kN} \quad (3.178)$$

Armadura na direcção horizontal:

$$A_{sh} = \frac{N_H}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{218,93}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 5,04 \text{ cm}^2 \quad (3.179)$$

$$A_{sh} / m = \frac{5,04}{0,750} = 6,71 \text{ cm}^2 / m \quad (3.180)$$

$$A_{sh} / m / \text{face} = 3,36 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.181)$$

Como se pode verificar aqui é necessário uma armadura mínima ($A_{s,db\ min} = 4,5 \text{ cm}^2 / m / \text{face}$) e assim $\phi 10 // 0,15$.

Armadura na direcção vertical:

$$A_{sv} = \frac{N_V}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{205,24}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 4,72 \text{ cm}^2 \quad (3.182)$$

$$A_{sv} / m = \frac{4,72}{0,800} = 5,90 \text{ cm}^2 / m \quad (3.183)$$

$$A_{sv} / m / \text{face} = 2,95 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \quad (3.184)$$

Como se pode verificar aqui também é necessário uma armadura mínima ($A_{s,db\ min} = 4,5\text{cm}^2 / \text{m} / \text{face}$) e assim $\phi 10 // 0,15$.

Para o elemento E51:

$$A_s = \frac{N_{E51}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{432,7}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 9,95\text{cm}^2 \quad (3.185)$$

Neste caso a armadura irá distribuir-se por um comprimento de 200mm para o lado esquerdo e 400mm para o lado direito, logo 600mm:

$$A_s / \text{m} = \frac{9,95}{0,600} = 16,59\text{cm}^2 / \text{m} \quad (3.186)$$

$$A_s / \text{m} / \text{face} = 8,29\text{cm}^2 / \text{m} / \text{face} \Rightarrow \phi 10 // 0,075 \quad (3.187)$$

Para o elemento E53:

$$A_s = \frac{N_{E53}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{205,8}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 4,73\text{cm}^2 \quad (3.188)$$

Neste caso a armadura irá distribuir-se por um comprimento de 400mm para o lado esquerdo e 375mm para o lado direito logo, 775mm:

$$A_s / \text{m} = \frac{4,73}{0,775} = 6,10\text{cm}^2 / \text{m} \quad (3.189)$$

$$A_s / \text{m} / \text{face} = 3,05\text{cm}^2 / \text{m} / \text{face} \quad (3.190)$$

Como se pode verificar aqui também é necessário uma armadura mínima ($A_{s,db\ min} = 4,5\text{cm}^2 / \text{m} / \text{face}$) e assim $\phi 10 // 0,15$.

Nesta fase, e com os dados reunidos, o programa elabora, automaticamente, os resultados para o caso de estudo viga-parede com abertura (Fig. 105).

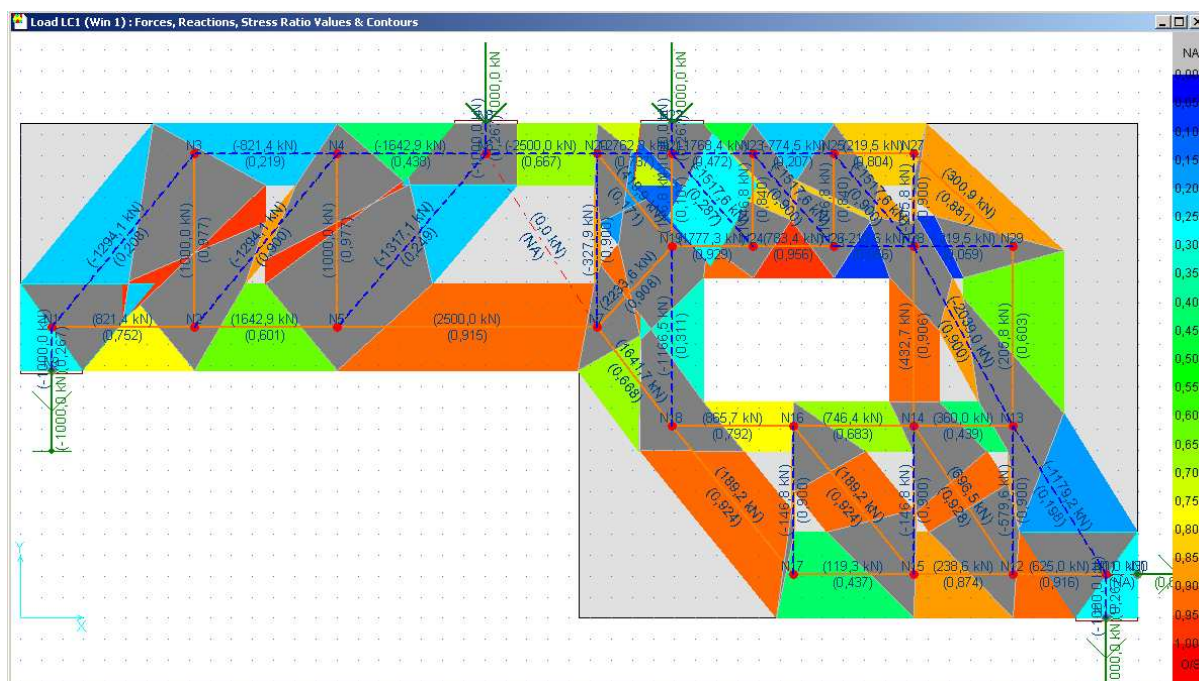


Fig. 105 – Modelo viga-parede com abertura com verificações das escoras, tirantes e nós.

Na Fig. 106 está representada a caixa de diálogo com a tabela/resumo das características dos elementos. Como se pode verificar pela coluna correspondente ao rácio das tensões, todos os elementos se encontram dentro dos limites pois possuem um valor inferior a 1. A proximidade deste valor limite é assinalada pela cor vermelha.

Na Fig. 107 está representada a caixa de diálogo com a Tabela/Resumo das propriedades do nós e como se pode verificar, todos os nós se encontram dentro dos limites.

STM Element Stress Info

Load Condition: LCI

Row #	Element ID	Force (kN)	Stress (MPa)	Stress Ratio	Fc Ratio	Beta Ratio
1	E1	821.4	326.79	0.752	NA	NA
2	E2	1000.0	424.63	0.977	NA	NA
3	E3	-1294.1	3.46	0.208	0.138	0.244
4	E4	-821.4	3.65	0.219	0.148	0.256
5	E5	-1294.1	15.00	0.900	0.600	1.053
6	E6	1642.9	261.43	0.601	NA	NA
7	E7	1000.0	424.63	0.977	NA	NA
8	E8	-1642.9	7.30	0.438	0.292	0.515
9	E9	-1317.1	4.15	0.249	0.166	0.293
10	E10	2500.0	397.84	0.915	NA	NA
11	E11	0.0	NA	NA	NA	NA
12	E12	-1000.0	4.44	0.267	0.178	0.314
13	E13	-1000.0	4.44	0.267	0.178	0.314
14	E14	-1000.0	4.44	0.267	0.178	0.314
15	E15	625.0	398.09	0.918	NA	NA
16	E16	-579.6	15.00	0.900	0.600	1.053
17	E17	-1179.2	3.30	0.198	0.132	0.233
18	E18	360.0	190.97	0.439	NA	NA
19	E19	696.5	403.33	0.928	NA	NA
20	E20	238.6	379.98	0.874	NA	NA
21	E21	-146.8	15.00	0.900	0.600	1.053
22	E22	746.4	296.94	0.683	NA	NA
23	E23	189.2	401.72	0.924	NA	NA
24	E24	119.3	189.99	0.437	NA	NA
25	E25	-146.8	15.00	0.900	0.600	1.053
26	E26	189.2	401.72	0.924	NA	NA
27	E27	865.7	344.40	0.792	NA	NA
28	E28	1641.7	290.28	0.668	NA	NA
29	E29	2233.6	394.93	0.908	NA	NA
30	E30	-1166.5	5.18	0.311	0.207	0.366
31	E31	-327.9	15.00	0.900	0.600	1.053
32	E32	-2500.0	11.11	0.667	0.444	0.784
33	E33	419.9	74.25	0.171	NA	NA
34	E34	146.8	46.74	0.101	NA	NA
35	E35	-2762.3	12.28	0.737	0.491	0.867
36	E36	-1000.0	4.44	0.267	0.178	0.314
37	E37	-1768.4	7.86	0.472	0.314	0.555
38	E38	1146.8	365.01	0.840	NA	NA
39	E39	1777.3	404.04	0.928	NA	NA
40	E40	-1517.6	4.78	0.287	0.191	0.338
41	E41	-774.5	3.44	0.207	0.138	0.243
42	E42	1146.8	365.01	0.840	NA	NA
43	E43	783.4	415.54	0.956	NA	NA
44	E44	-1517.6	15.00	0.900	0.600	1.053
45	E45	219.5	349.50	0.804	NA	NA
46	E46	-205.8	15.00	0.900	0.600	1.053
47	E47	-210.6	0.94	0.058	0.039	0.060
48	E48	-1517.6	15.00	0.900	0.600	1.053
49	E49	300.9	383.25	0.881	NA	NA
50	E50	-219.5	0.98	0.059	0.040	0.060
51	E51	432.7	393.73	0.906	NA	NA
52	E52	-2039.0	15.00	0.900	0.600	1.053
53	E53	205.8	262.12	0.603	NA	NA
54	E54	0.0	NA	NA	NA	NA

OK Cancel Create MS Excel File...

Fig. 106 – Caixa de diálogo com a tabela/resumo das características dos elementos.

STM Node Stress Info

Load Condition: LCI

Row #	Node ID	Node Side	Force (kN)	Stress (MPa)	Stress Ratio	Fc Ratio	Beta Ratio
1	N1	E1	821.4	2.61	0.205	0.104	0.184
2		E3	-1294.1	3.46	0.272	0.138	0.244
3		E13	-1000.0	4.44	0.349	0.178	0.314
19	N6	E8	-1642.9	7.30	0.487	0.292	0.515
20		E9	-1317.1	4.15	0.277	0.166	0.293
21		E11	0.0	NA	NA	NA	NA
22		E12	-1000.0	4.44	0.296	0.178	0.314
23		E32	-2500.0	11.11	0.741	0.444	0.784
30	N9	E13	-1000.0	4.44	0.349	0.178	0.314
31	N10	E14	-1000.0	4.44	0.349	0.178	0.314
32	N11	E14	-1000.0	4.44	0.349	0.178	0.314
33		E15	625.0	1.98	0.156	0.079	0.140
34		E17	-1179.2	3.30	0.259	0.132	0.233
35		E54	0.0	NA	NA	NA	NA
74	N21	E34	146.8	0.52	0.041	0.021	0.033
75		E35	-2762.3	12.28	0.963	0.491	0.867
76		E36	-1000.0	4.44	0.349	0.178	0.314
77		E37	-1768.4	7.86	0.616	0.314	0.555
78		E40	-1517.6	4.78	0.375	0.191	0.338
79	N22	E36	-1000.0	4.44	0.349	0.178	0.314

OK Cancel Create MS Excel File...

Fig. 107 – Tabela/Resumo das propriedades dos nós.

Para o cálculo da armadura alma tem que ser verificado se é necessário mais armadura do que a mínima e, se tal não acontecer, utiliza-se a armadura mínima em toda a estrutura.

Neste caso, assim como no caso prático anterior existem descontinuidades parciais e descontinuidades totais. Como já referido no capítulo 1, as forças de tracção condicionantes existentes vão corresponder às de descontinuidade total; analisando então a escora, que gera um maior valor de força transversal e por sua vez a uma maior armadura, vem que:

Escora E9 (Fig. 108):

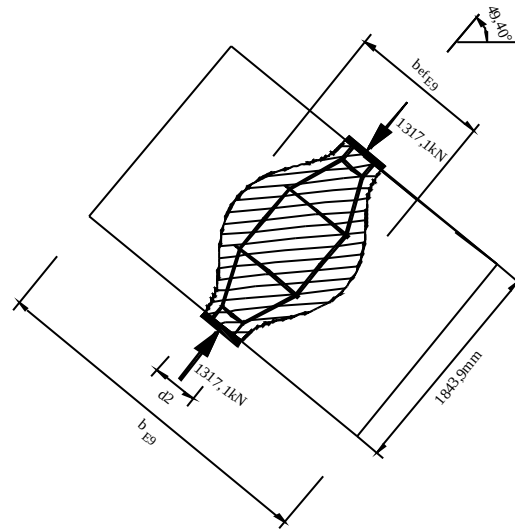


Fig. 108 – Representação da escora E9.

Como a largura da escora determinada é de $d_2 = 705,02 \text{ mm}$, calcula-se a extensão onde se vai colocar a armadura e a força de tracção:

$$b_{ef_{E9}} = 0,5 \times H + 0,65 \times a \Leftrightarrow b_{ef_{E9}} = 0,5 \times 1843,9 + 0,65 \times 705,02 \Leftrightarrow b_{ef_{E9}} = 1380,33 \text{ mm} \quad (3.191)$$

$$T = \frac{1}{4} \times (1 - 0,7 \times \frac{a}{h}) \times F \Leftrightarrow T = \frac{1}{4} \times (1 - 0,7 \times \frac{705,02}{1843,9 / 2}) \times 1317,1 \Leftrightarrow T = 153,02 \text{ kN} \quad (3.192)$$

A força de tracção na horizontal e na vertical é de:

$$T_H = 153,02 \times \cos(49,40) \Leftrightarrow T_H = 99,58 \text{ kN} \quad (3.193)$$

$$T_V = 153,02 \times \sin(49,40) \Leftrightarrow T_V = 116,18 \text{ kN} \quad (3.194)$$

É necessário uma área na direcção vertical e horizontal daí que:

$$A_{sh} = \frac{T_H}{(f_{yk}/1,15)} \Leftrightarrow A_{sh} = \frac{99,58}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 2,29 \text{ cm}^2 \quad (3.195)$$

$$A_{sv} = \frac{T_V}{(f_{yk}/1,15)} \Leftrightarrow A_{sv} = \frac{116,18}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 2,67 \text{ cm}^2 \quad (3.196)$$

Por último é necessário uma armadura de distribuição tanto na horizontal como na vertical sendo que divide-se em A_{sh} e A_{sv} pelo comprimento da escora (H) e de seguida por cada face:

$$T_H / m = \frac{A_{sh}}{H} \Leftrightarrow T_H / m = \frac{2,29}{1,8439} = 1,24 \text{ cm}^2 / m \quad (3.197)$$

$$T_H / m / \text{face} = 0,62 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Leftrightarrow T_H / m / \text{face} = 62,11 \text{ mm}^2 / m / \text{face} \quad (3.198)$$

$$T_V / m = \frac{A_{sv}}{H} \Leftrightarrow T_V / m = \frac{2,67}{1,8439} = 1,45 \text{ cm}^2 / m \quad (3.199)$$

$$T_V / m / \text{face} = 0,72 \text{ cm}^2 / m / \text{face} \Leftrightarrow T_V / m / \text{face} = 72,46 \text{ mm}^2 / m / \text{face} \quad (3.200)$$

Como se pode verificar, pelos cálculos efectuados, a armadura necessária é muito menor que a mínima, logo opta-se pelo uso da armadura mínima ($A_{s,db\ min} = 450 \text{ mm}^2 / m / \text{face} / \text{direcção}$).

De seguida determinam-se os comprimentos de amarração para os diâmetros dos varões escolhidos que são: $\phi 10$ e $\phi 20$. Uma vez que no caso anterior, viga-parede, já foram calculados e verificados os comprimentos de amarração para o varão $\phi 10$ (“boa” aderência - $l_{b,eq} = 0,40 \text{ m}$; “fraca” aderência - $l_{b,eq} = 0,58 \text{ m}$) calculam-se, agora, os mesmos valores, mas para $\phi 20$. Começa-se por calcular o valor de cálculo da resistência do betão à tracção (f_{ctd}) e como estamos perante um betão C25/30 o valor de $f_{ctk,0.05} = 1,8 \text{ MPa}$, logo:

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} \Leftrightarrow f_{ctd} = 1,0 \times \frac{1,8}{1,5} \Leftrightarrow f_{ctd} = 1,2 \text{ MPa} \quad (3.201)$$

A seguir calcula-se o valor de cálculo da tensão de rotura de aderência entre o varão e o betão (f_{bd}), donde η_1 está relacionado com as condições de aderência. Perante a viga-parede com abertura, considera-se que os varões com “boa” aderência são os varões que se encontram na parte inferior da peça, logo $\eta_1 = 1,0$ e os varões com “fraca” aderência são os varões que se encontram na parte superior

da peça a 300mm da superfície (é do critério de um engenheiro experiente a avaliação das condições de aderência a ser tomadas em consideração referente a alterações da estrutura: abertura, altura, etc). O η_2 toma o valor de 1 porque utilizamos $\phi 20$ e como resultado:

$$\text{“boa” aderência} \Rightarrow f_{bd} = 2,25 \times \eta_1 \times \eta_2 \times f_{ctd} \Leftrightarrow f_{bd} = 2,25 \times 1,0 \times 1,0 \times 1,2 \Leftrightarrow f_{bd} = 2,7 \text{ MPa} \quad (3.202)$$

$$\text{“fraca” aderência} \Rightarrow f_{bd} = 2,25 \times \eta_1 \times \eta_2 \times f_{ctd} \Leftrightarrow f_{bd} = 2,25 \times 0,7 \times 1,0 \times 1,2 \Leftrightarrow f_{bd} = 1,89 \text{ MPa} \quad (3.203)$$

Para o comprimento de referência, $l_{b,rqd}$:

$$\text{“boa” aderência} \Rightarrow l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \times \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \Leftrightarrow l_{b,rqd} = \frac{(20 \times 10^{-3})}{4} \times \frac{(500/115)}{2,7} \Leftrightarrow l_{b,rqd} = 0,81 \text{ m} \quad (3.204)$$

$$\text{“fraca” aderência} \Rightarrow l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \times \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \Leftrightarrow l_{b,rqd} = \frac{(20 \times 10^{-3})}{4} \times \frac{(500/115)}{1,89} \Leftrightarrow l_{b,rqd} = 1,15 \text{ m} \quad (3.205)$$

O comprimento de amarração de cálculo:

$$l_{bd} = \alpha_1 \times \alpha_2 \times \alpha_3 \times \alpha_4 \times \alpha_5 \times l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad (3.206)$$

Admitindo a simplificação referida no capítulo 1, vamos ter:

$$l_{b,eq} = \alpha_1 \times l_{b,rqd} \text{ em que } \alpha_1 = 1,0 \text{ correspondente ao caso mais restritivo:} \quad (3.207)$$

$$\text{“boa” aderência} \Rightarrow l_{b,eq} = 1,0 \times 0,81 \Leftrightarrow l_{b,eq} = 0,81 \text{ m} \quad (3.208)$$

$$\text{“fraca” aderência} \Rightarrow l_{b,eq} = 1,0 \times 1,15 \Leftrightarrow l_{b,eq} = 1,15 \text{ m} \quad (3.209)$$

Utiliza-se para a verificação do comprimento de amarração de cálculo, a expressão correspondente aos varões comprimidos devido a esta ser mais condicionante.

$$\begin{aligned} \text{“boa” aderência} \Rightarrow l_{bd,min} &= \max\{0,6 \times l_{b,rqd}; 10 \times \phi; 100 \text{ mm}\} \Leftrightarrow l_{bd,min} = \max\{0,6 \times 810; 10 \times 10; 100 \text{ mm}\} \quad (3.210) \\ &\Leftrightarrow l_{bd,min} = \max\{486; 100; 100 \text{ mm}\} \Leftrightarrow l_{bd,min} = 486 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$l_{b,eq} = 0,81m > l_{b,min} = 0,486m \quad (3.211)$$

Como se pode verificar os comprimentos de amarração de cálculo encontram-se dentro dos limites.

$$\begin{aligned} \text{"fraca" aderência} \Rightarrow l_{bd,min} &= \max\{0,6 \times l_{b,reqd}; 10 \times \phi; 100mm\} \Leftrightarrow l_{bd,min} = \max\{0,6 \times 1150; 10 \times 10; 100mm\} \quad (3.212) \\ &\Leftrightarrow l_{bd,min} = \max\{690; 100; 100mm\} \Leftrightarrow l_{b,min} = 690mm \end{aligned}$$

$$l_{b,eq} = 1,15m > l_{b,min} = 0,690m \quad (3.213)$$

A Fig. 109 esquematização de três cortes transversais, na Fig. 110 pormenorização das armaduras horizontais e na Fig. 111 a das armaduras verticais.

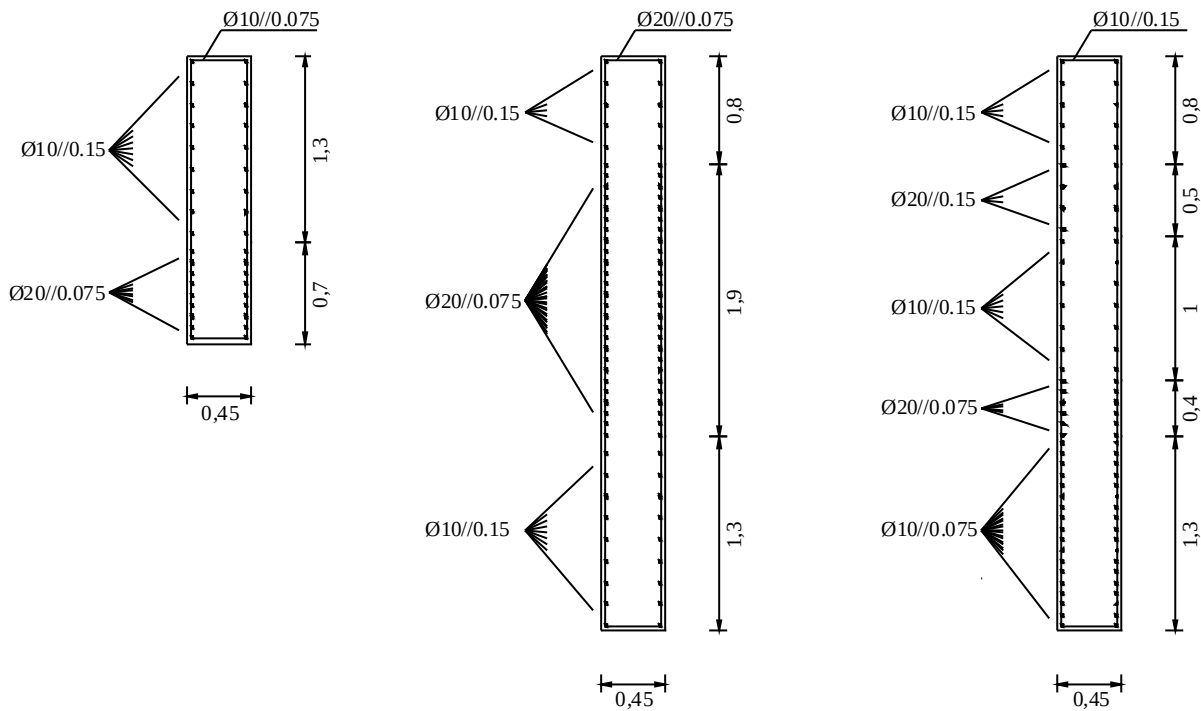


Fig. 109 – Cortes transversais da viga-parede com abertura.

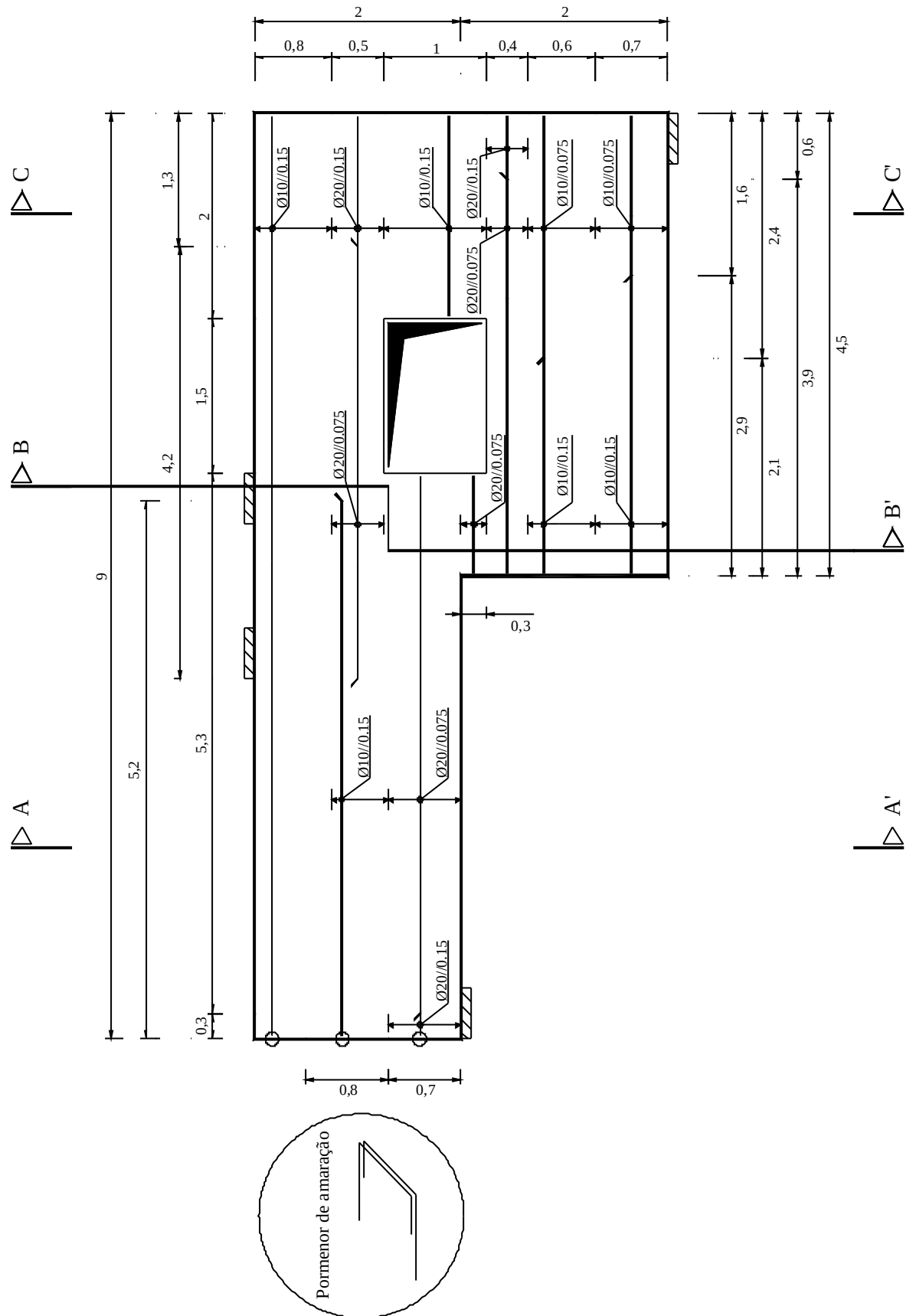


Fig. 110 – Pormenorização das amaduradas horizontais na viga-parede com abertura por face.

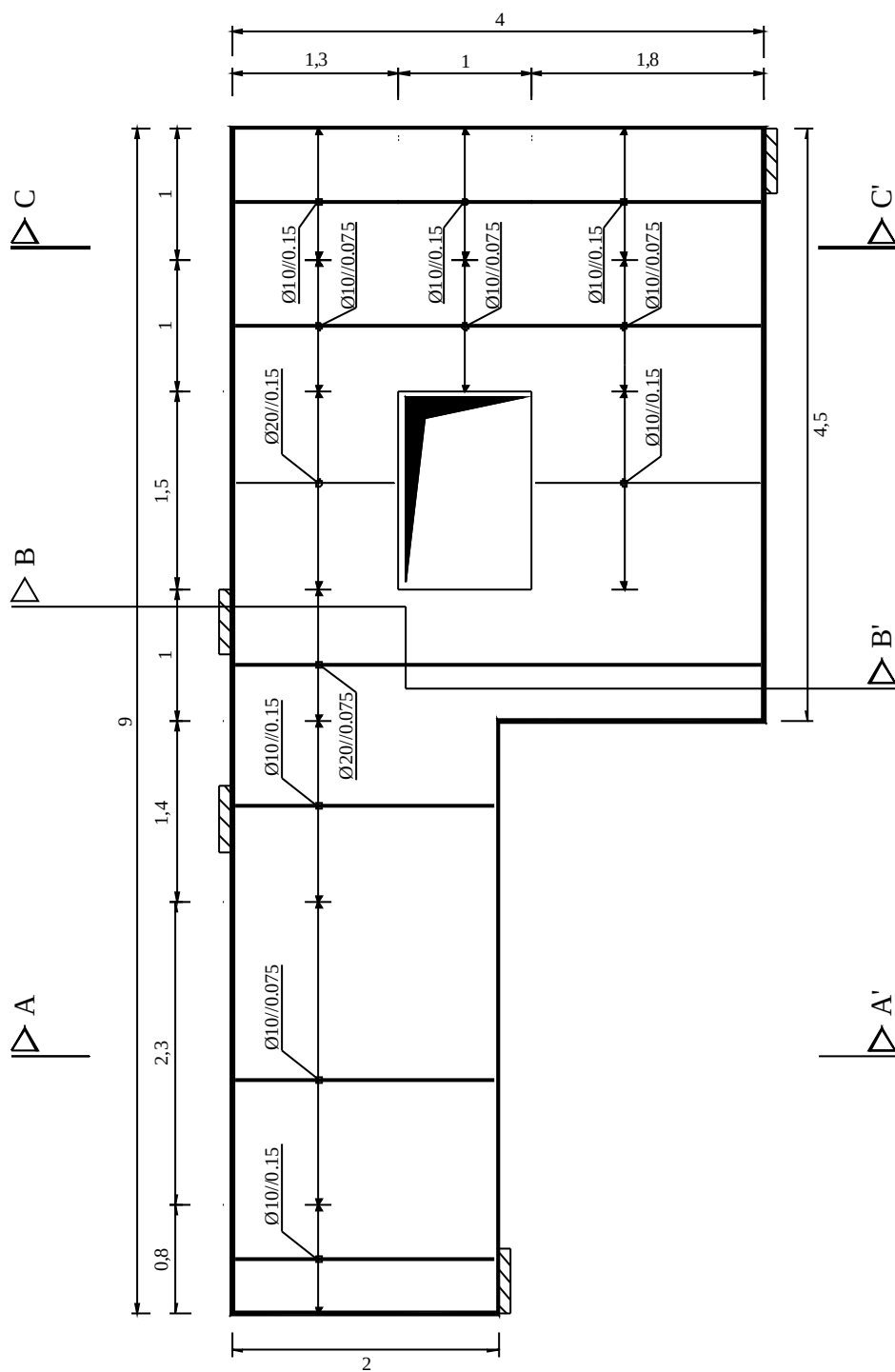


Fig. 111 – Pomenorização das amaduras verticais na viga-parede com abertura por face.

3.4. CONSOLA

Na Fig. 112 estão representadas duas consolas simétricas com espessura de 350mm, carregadas com duas forças inclinadas cujas componentes horizontal e vertical têm valores de 120kN e 600kN cada. As classes de betão e de aço são C30/37 e A500 respectivamente.

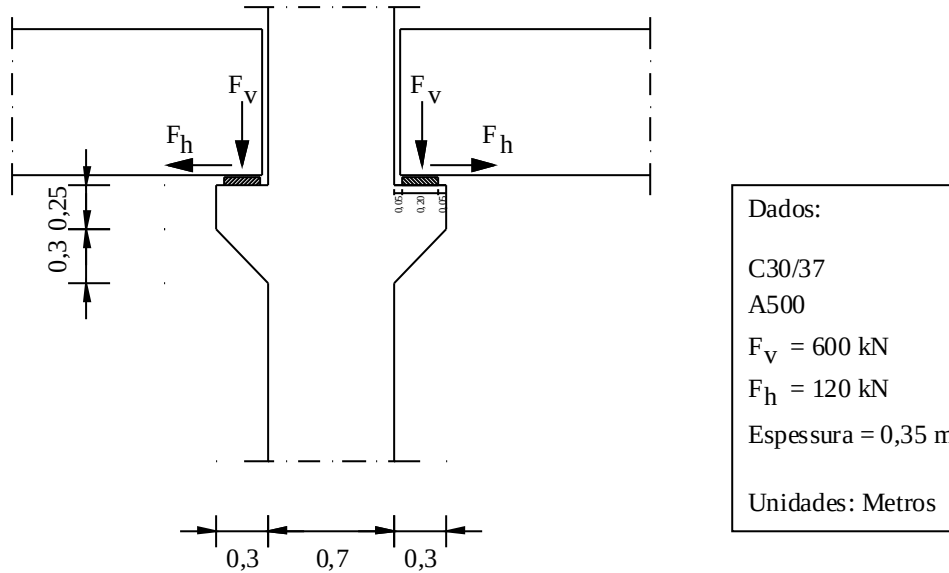


Fig. 112 – Consola dupla.

Na figura acima encontra-se já representado uma zona D com as respectivas forças. Verifica-se, agora, a resistência ao esmagamento do betão na zona de carregamento (nó concentrado):

Nó sobre a força aplicada:

$$A_{c0} = 0,200 \times 0,350 = 0,07 \text{ m}^2$$

A_{c1} tem as suas dimensões restringidas: uma delas (b_2) devido a limitações geométricas da consola e a segunda (d_2) restringida pela espessura da mesma, do que resulta: $A_{c1} = 0,300 \times 0,350 = 0,105 \text{ m}^2$

$$F_{Rdu} = A_{c0} \times f_{cd} \times \sqrt{A_{c1}/A_{c0}} \leq 3,0 \times f_{cd} \times A_{c0} \quad (3.214)$$

$$F_{Rdu} = 0,07 \times (40 \times 10^3 / 1,5) \times \sqrt{(0,105/0,07)} \leq 3,0 \times (30 \times 10^3 / 1,5) \times 0,07 \Leftrightarrow F_{Rdu} = 2286,19 \text{ kN} \leq 4200 \text{ kN} \quad (3.215)$$

$$F_{Rdu} \geq F_{sd} \Leftrightarrow 2286,19 \geq 600 \text{ kN} \quad (3.216)$$

$$h \geq (b_2 - b_1) \Leftrightarrow 0,250 \text{ m} \geq (0,300 - 0,200) \Leftrightarrow 0,250 \geq 0,100 \quad (3.217)$$

$$h \geq (d_2 - d_1) \Leftrightarrow 0,25 \geq 0,0 \text{ m} \quad (3.218)$$

Como se observa para o nó calculado, o valor de F_{Rdu} é bastante superior ao de F_{sd} , logo a condição de não esmagamento do betão e as condições geométricas encontram-se verificadas.

Seguidamente analisou-se a estrutura recorrendo ao método de elementos finitos, sendo possível, na Fig. 113, observar-se preliminarmente, o traçado das tensões principais e idealizar o modelo de escoras e tirantes.

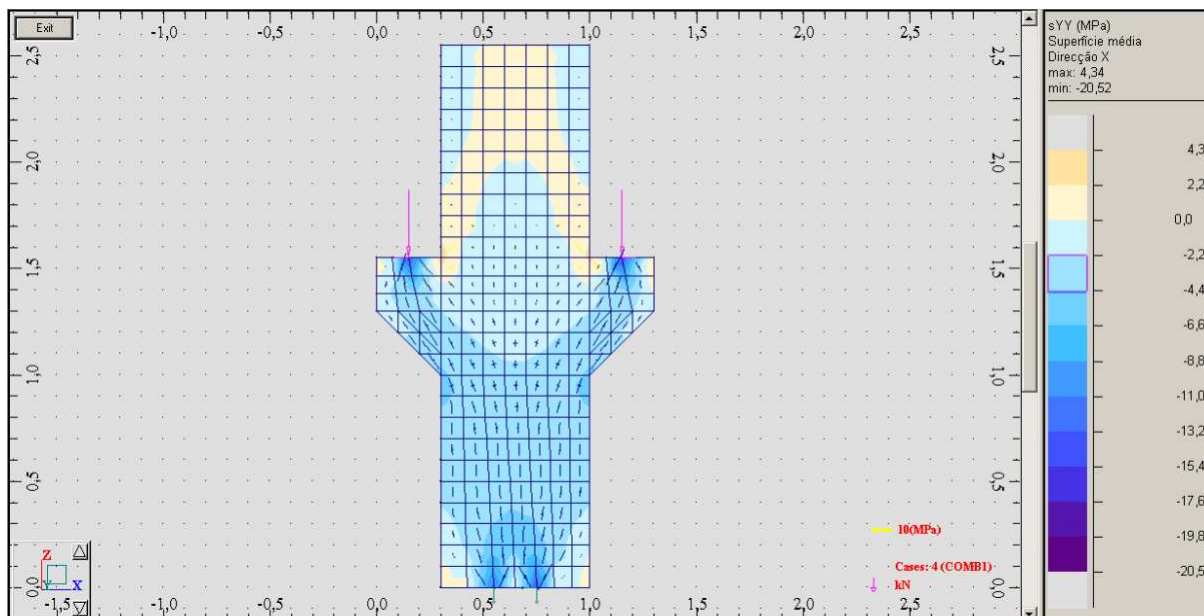


Fig. 113 - Diagrama de tensões na consola dupla com a utilização de programa de elementos finitos.

Neste caso, e na presença das componentes horizontal e vertical, calcula-se a força resultante determinando-se, logo de seguida, a sua inclinação com a vertical:

$$F = \sqrt{(F_v)^2 + (F_H)^2} \Leftrightarrow F = \sqrt{600^2 + 120^2} \Leftrightarrow F \cong 612 \text{ kN} \quad (3.219)$$

$$\text{tg}^{-1}(120/600) \Rightarrow 11,31^\circ \quad (3.220)$$

De seguida arbitra-se uma largura de afectação para a parte superior horizontal de 200mm e para a parte inferior vertical de 300mm; a largura de afectação na parte inferior foi arbitrada mediante a sua posição (150mm do eixo da estrutura) com o valor de 200mm. Utilizando o programa “CAST”, elabora-se o modelo de escoras e tirantes resultante (Fig. 114).

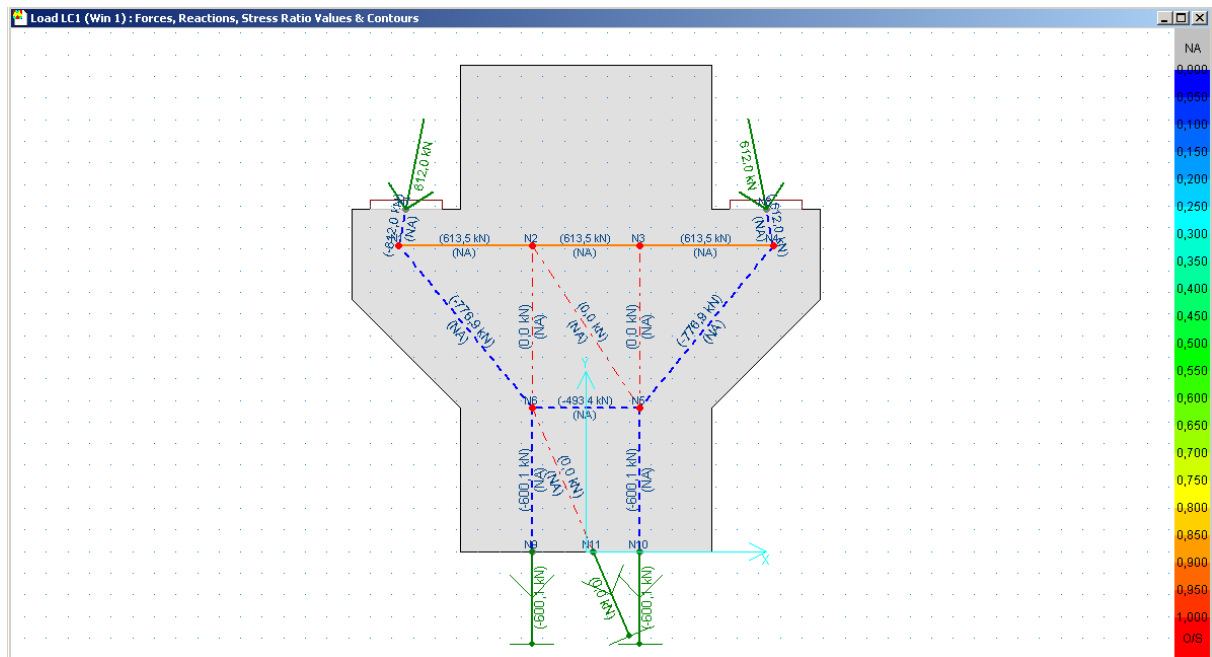


Fig. 114 – Modelo de escoras e tirantes introduzido no programa “CAST”.

Seguindo a metodologia usada nos casos anteriores, verifica-se agora se os ângulos estão dentro dos limites recomendados e, se tal não ocorrer, é possível alterar as larguras de afectação do modelo inicial. Na caixa de diálogo abaixo apresentada (Fig. 115), encontra-se a informação relativa aos ângulos.

STM Element Geometry Info

Load Condition: **LC1**

Row #	Element ID	Function	End I ID	End J ID	Length (mm)	Direction (deg.)
1	E1	Strut-and-Tie	N1	N2	370,0	0,00
2	E2	Strut-and-Tie	N2	N3	300,0	0,00
3	E3	Strut-and-Tie	N3	N4	370,0	0,00
4	E4	Strut-and-Tie	N4	N5	582,6	230,57
5	E5	Stabilizer	N5	N3	450,0	90,00
6	E6	Strut-and-Tie	N5	N6	300,0	180,00
7	E7	Stabilizer	N6	N2	450,0	90,00
8	E8	Stabilizer	N2	N5	540,8	303,69
9	E9	Strut-and-Tie	N6	N1	582,6	129,43
10	E10	Strut-and-Tie	N1	N7	102,0	78,69
11	E11	Strut-and-Tie	N4	N8	102,0	101,31
12	E12	Strut-and-Tie	N6	N9	400,0	270,00
13	E13	Strut-and-Tie	N5	N10	400,0	270,00
14	E14	Stabilizer	N6	N11	434,6	293,03

Note: You can change the Element IDs corresponding to the currently displayed Load Condition by double clicking the corresponding cells.

OK Cancel Create MS Excel File...

Fig. 115 – Caixa de diálogo com informação dos ângulos.

Calcula-se de seguida, as larguras de afectação das escoras com base na representação dos nós.

Na Fig. 116 encontra-se representado o nó N1 onde convergem uma escora e um tirante, este último já com a largura de afectação atribuída $b_1 = 200mm$. Calcula-se a largura de afectação da escora d_1 sabendo que o ângulo da escora com a horizontal é de $\theta_1 = 50,57^\circ$:

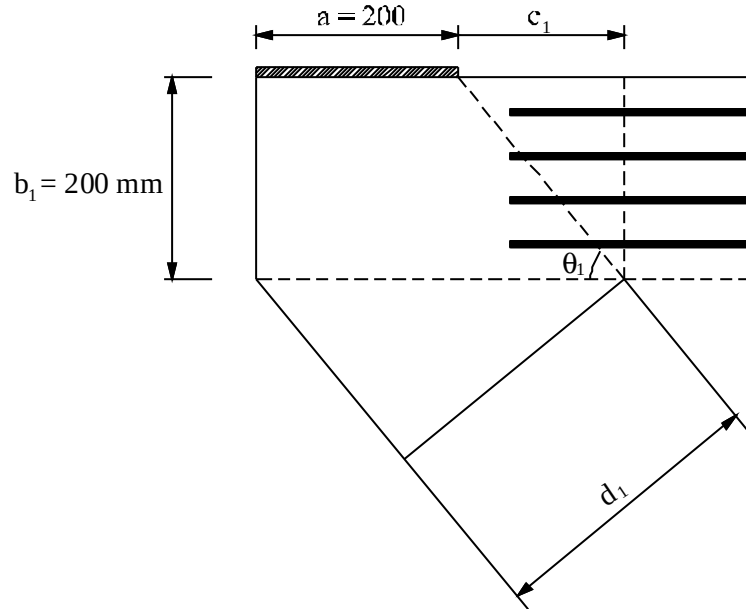


Fig. 116 - Representação do nó N1.

$$c_1 = b_1 / \tan \theta_1 \Leftrightarrow c_1 = 200 / \tan 50,57 \Leftrightarrow c_1 = 164,44mm \quad (3.221)$$

$$d_1 = \sin \theta_1 \times (c_1 + a) \Leftrightarrow d_1 = 281,51mm \quad (3.222)$$

Na Fig. 117 encontra-se representado o nó N5, onde convergem três escoras: E9, E6 e E12. Para se calcular a largura de afectação da escora E9 é necessário arbitrar o valor da largura de afectação da escora E6: $b_3 = 200mm$. No caso da escora E12, a largura de afectação já foi anteriormente arbitrada: $b_2 = 300mm$. Calcula-se agora a largura de afectação da escora - d_2 , sabendo que o ângulo da escora com a horizontal é de $\theta_1 = 50,57^\circ$:

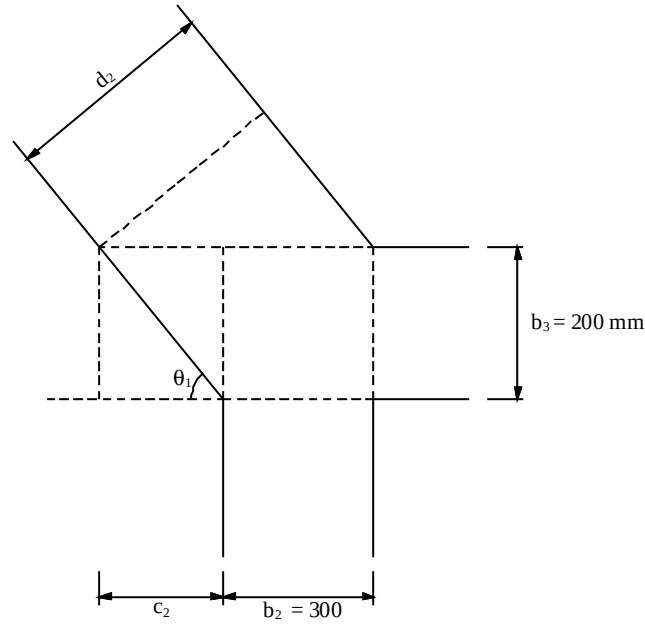


Fig. 117 - Representação do nó N5.

$$c_2 = b_3 / \operatorname{tg} \theta_1 \Leftrightarrow c_2 = 200 / \operatorname{tg} 50,57 \Leftrightarrow c_2 = 164,44 \text{ mm} \quad (3.223)$$

$$d_2 = \sin \theta_2 \times (c_2 + b_2) \Leftrightarrow d_2 = 281,51 \text{ mm} \quad (3.224)$$

Caracterizam-se, de seguida as propriedades das escoras e dos nós (ver capítulo 2).

Para o cálculo da largura de afectação da escora E9 analisam-se os nós N1 e N2 e usa-se a menor largura de afectação: $d_1 = 281,51 \text{ mm}$. Posteriormente tem que ser verificado, com o programa “CAST”, que o valor obtido não compromete a dimensão da consola.

Aos elementos E4 e E9 atribuí-se a propriedade garrafa e aos elementos E6, E10, E11, E12 e E13 a propriedade prismática.

Aos nós N5, N6 atribuí-se a propriedade CCC e aos nós N7, N8, N1 e N4 atribuí-se a propriedade CCT.

Na sequência da metodologia indicada determina-se a quantidade de armadura para o tirante.

Ao tirante1 correspondem os elementos E1, E2 e E3:

$$A_s = \frac{N_{E1}}{(f_{yk}/1,15)} = \frac{613,5}{(500 \times 10^3 / 1,15)} = 14,11 \text{ cm}^2 \Rightarrow 8 \phi 16 \quad (3.225)$$

De seguida, introduzem-se o número de camadas de varões e o número de varões por cada camada, assim como, as distâncias a cada camada de varões, de modo a que estas melhor se distribuam em relação à linha de referência. Estando todos os dados inseridos o programa “CAST” elabora, automaticamente, os resultados que se encontram representados na Fig. 118. Neste caso de estudo não

se recorreu à opção de representação das armaduras, devido a que as armaduras nas consolas possuem requisitos indicados no EC2 (AnexoJ.3) na configuração da amarração e medição dos seus comprimentos, como veremos mais adiante (Fig. 122). Como se pode observar, na mesma figura, a largura de afectação calculada, anteriormente, está contida nos limites da consola.

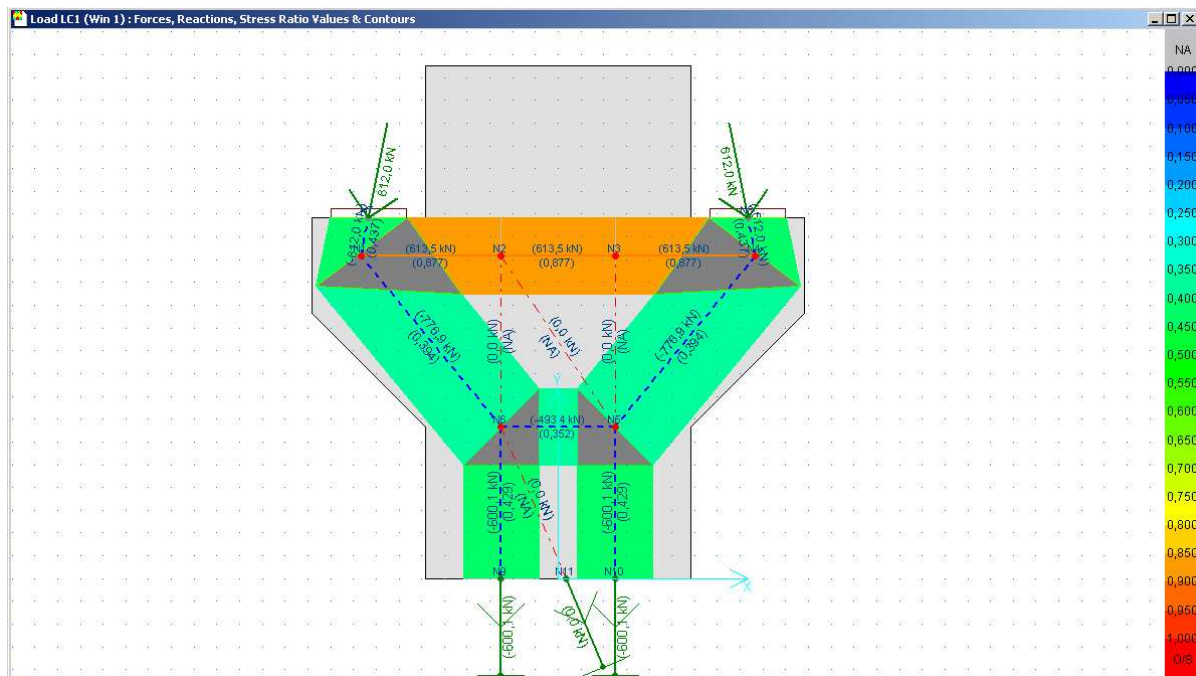


Fig. 118 – Modelo consola com verificações das escoras, tirantes e nós.

Na Fig. 119 está representada a caixa de diálogo com a tabela/resumo das características dos elementos da consola. Como se pode verificar pela coluna correspondente ao rácio das tensões, todos os elementos encontram-se dentro dos limites pois possuem um valor inferior a 1. A proximidade deste valor limite é assinalada pela cor vermelha.

STM Element Stress Info

Load Condition: LCI

Row #	Element ID	Force (kN)	Stress (MPa)	Stress Ratio	f _c Ratio	Beta Ratio
1	E1	613.5	381.31	0.877	NA	NA
2	E2	613.5	381.31	0.877	NA	NA
3	E3	613.5	381.31	0.877	NA	NA
4	E4	-776.9	7.89	0.394	0.263	0.464
5	E5	0.0	NA	NA	NA	NA
6	E6	-493.4	7.05	0.352	0.235	0.415
7	E7	0.0	NA	NA	NA	NA
8	E8	0.0	NA	NA	NA	NA
9	E9	-776.9	7.89	0.394	0.263	0.464
10	E10	-612.0	8.74	0.437	0.291	0.514
11	E11	-612.0	8.74	0.437	0.291	0.514
12	E12	-600.1	8.57	0.429	0.286	0.504
13	E13	-600.1	8.57	0.429	0.286	0.504
14	E14	0.0	NA	NA	NA	NA

OK Cancel Create MS Excel File...

Fig. 119 - Caixa de diálogo com a tabela/resumo das características dos elementos.

Na Fig. 120 está representada a caixa de diálogo com a tabela/resumo das propriedades do nós e como se pode verificar, todos os valores do rácio das tensões se encontram, confortavelmente, dentro dos limites.

Row #	Node ID	Node Side	Force (kN)	Stress (MPa)	Stress Ratio	f'c Ratio	Beta Ratio
1	N1	E1	613.5	8.76	0.614	0.292	0.51
2		E9	-776.9	7.89	0.552	0.263	0.46
3		E10	-612.0	8.74	0.612	0.291	0.51
4	N2	E1	613.5	NA	NA	NA	N
5		E2	613.5	NA	NA	NA	N
6		E7	0.0	NA	NA	NA	N
7		E8	0.0	NA	NA	NA	N
8	N3	E2	613.5	NA	NA	NA	N
9		E3	613.5	NA	NA	NA	N
10		E5	0.0	NA	NA	NA	N
11	N4	E3	613.5	8.76	0.614	0.292	0.51
12		E4	-776.9	7.89	0.552	0.263	0.46
13		E11	-612.0	8.74	0.612	0.291	0.51
14	N5	E4	-776.9	7.89	0.469	0.263	0.46
15		E5	0.0	NA	NA	NA	N
16		E6	-493.4	7.05	0.420	0.235	0.41
17		E8	0.0	NA	NA	NA	N
18		E13	-600.1	8.57	0.510	0.286	0.51
19	N6	E6	-493.4	7.05	0.420	0.235	0.41
20		E7	0.0	NA	NA	NA	N
21		E9	-776.9	7.89	0.469	0.263	0.46
22		E12	-600.1	8.57	0.510	0.286	0.51
23		E14	0.0	NA	NA	NA	N
24	N7	E10	-612.0	8.74	0.612	0.291	0.51
25	N8	E11	-612.0	8.74	0.612	0.291	0.51
26	N9	E12	-600.1	NA	NA	NA	N
27	N10	E13	-600.1	NA	NA	NA	N
28	N11	E14	0.0	NA	NA	NA	N

Fig. 120 - Tabela/Resumo das propriedades dos nós.

De acordo com a metodologia e com o próprio EC2 torna-se necessário que a consola cumpra o pré-requisito - $(a_c < z_0)$, em que a_c tem o valor de 0,15m e z_0 de 0,22m, como se pode observar na Fig. 121. Cumprido este pré-requisito a estrutura é identificada como consola curta e, sendo assim, terão que ser preenchidas duas condições: uma armadura adicional e a limitação da inclinação da escora ($1,0 \leq \tan \theta \leq 2,5$). Este ângulo de inclinação, no modelo apresentado, tem o valor de $\theta_1 = 50,57^\circ$ que se encontra dentro dos limites estabelecidos.

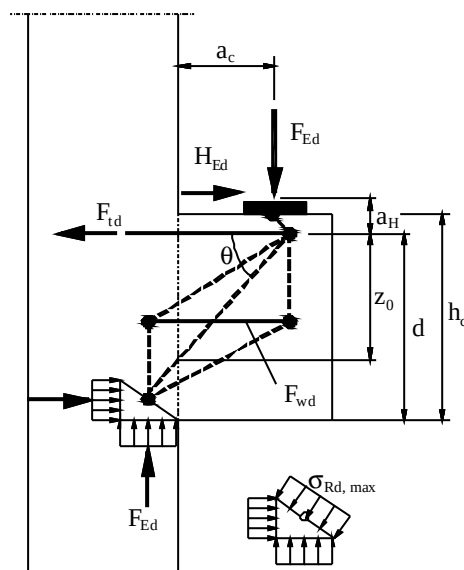
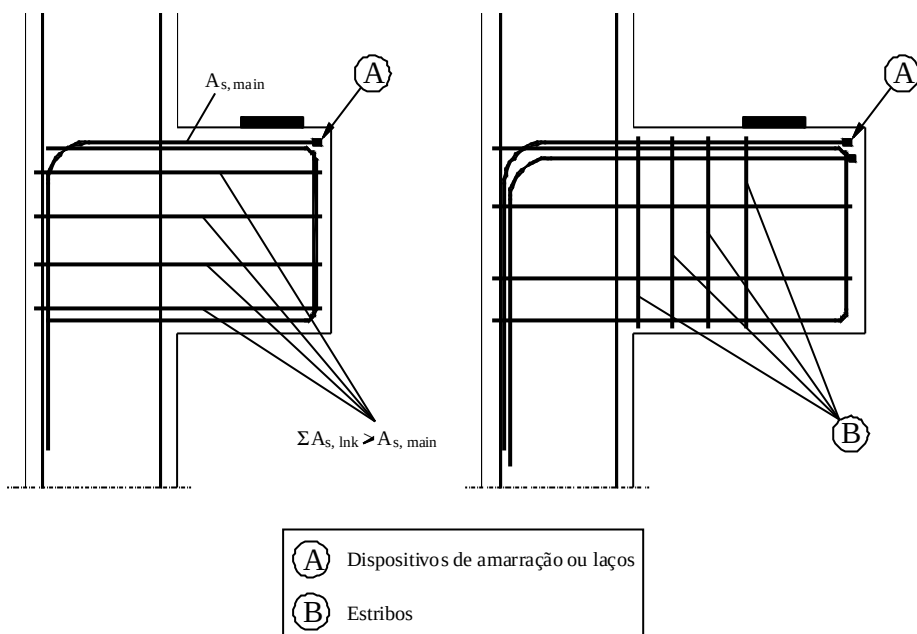


Fig. 121 – Modelo de escoras e tirantes para uma consola curta (adaptado do EC2, 2004).

O EC2 distingue dois tipos de armadura adicional, dependendo das limitações geométricas:

- Se $a_c < 0,5 \times h_c$, estribos fechados horizontais ou inclinados com $A_{s,lnk} \geq K_1 \times A_{s,main}$, sendo $K_1 = 0,25$ (Fig. 122a).
- Se $a_c > 0,5 \times h_c$ e $F_{Ed} > V_{Rd,c}$, estribos fechados verticais com $A_{s,lnk} \geq K_2 \times F_{Ed} / f_{yd}$, sendo $K_2 = 0,50$ (Fig. 122b).



(a) armadura para $a_c \leq 0,5 h_c$

(b) armadura para $a_c > 0,5 h_c$

Fig. 122 – Pormenorização das armaduras de consolas curtas (adaptado do EC2, 2004).

Neste caso de estudo - consola, a armadura adicional corresponde à figura 122a), porque h_c tem o valor de 0,55m. Tendo-se obtido, anteriormente, o valor de armadura principal de $A_{s,min} = 14,11cm^2$ obtém-se uma armadura adicional com um valor de $A_{s,lnk} \geq 3,53cm^2$; nesta sequência opta-se pelo uso de 4 estribos fechados e horizontais e de 2 ramos de $\phi 8$, o que perfaz uma armadura de $A_s = 4,02cm^2$.

De acordo com o EC2, a armadura principal deve ser amarrada em ambas extremidades e na face mais afastada do elemento de apoio. O comprimento de amarração mede-se a partir das armaduras verticais situadas na face mais próxima do interior do pilar. No interior da consola curta, o comprimento de amarração mede-se a partir do bordo interior da área carregada.

Em relação à armadura de alma, não é necessário efectuar nenhum dimensionamento já que, a armadura adicional é utilizada para garantir a resistência à tracção transversal.

De seguida determinam-se os comprimentos de amarração para o diâmetro do varão escolhido ($\phi 16$). Calcula-se, o valor de cálculo da resistência do betão à tracção (f_{ctd}) e perante um betão C40/50 vem que o valor de $f_{ctk,0.05} = 2,5MPa$ e logo:

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} \Leftrightarrow f_{ctd} = 1,0 \times \frac{2,0}{1,5} \Leftrightarrow f_{ctd} = 1,33MPa \quad (3.226)$$

A seguir determina-se o valor de cálculo da tensão de rotura de aderência entre o varão e o betão (f_{bd}); devido à complexa disposição das armaduras considera-se a aderência como sendo “fraca”, logo $\eta_1 = 0,7$. O η_2 toma o valor de 1, porque se utiliza $\phi 16$, e como tal:

$$\text{“fraca” aderência} \Rightarrow f_{bd} = 2,25 \times \eta_1 \times \eta_2 \times f_{ctd} \Leftrightarrow f_{bd} = 2,25 \times 0,7 \times 1,0 \times 1,33 \Leftrightarrow f_{bd} = 2,10MPa \quad (3.227)$$

Para o comprimento de referência, $l_{b,rqd}$:

$$\text{“fraca” aderência} \Rightarrow l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \times \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \Leftrightarrow l_{b,rqd} = \frac{(16 \times 10^{-3})}{4} \times \frac{(500/1,15)}{2,10} \Leftrightarrow l_{b,rqd} = 0,83m \quad (3.228)$$

O comprimento de amarração de cálculo:

$$l_{bd} = \alpha_1 \times \alpha_2 \times \alpha_3 \times \alpha_4 \times \alpha_5 \times l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad (3.229)$$

Admitindo a simplificação, referida no capítulo 1, vem que:

$$l_{b,eq} = \alpha_1 \times l_{b,rqd} \text{ em que } \alpha_1 = 1,0 \text{ correspondente ao caso mais restritivo:} \quad (3.230)$$

$$\text{“fraca” aderência} \Rightarrow l_{b,eq} = 1,0 \times 0,83 \Leftrightarrow l_{b,eq} = 0,83m \quad (3.231)$$

Utiliza-se para a verificação do comprimento de amarração de cálculo, a expressão correspondente aos varões comprimidos devido a esta ser mais condicionante.

$$\text{"fraca" aderência} \Rightarrow l_{bd,min} = \max\{0,6 \times l_{b,rqd}; 10 \times \phi; 100mm\} \Leftrightarrow l_{bd,min} = \max\{0,6 \times 830; 10 \times 16; 100mm\} \quad (3.232)$$

$$\Leftrightarrow l_{bd,min} = \max\{498; 160; 100mm\} \Leftrightarrow l_{b,min} = 498mm$$

$$l_{b,eq} = 0,83m > l_{b,min} = 0,498m \quad (3.233)$$

Como se pode verificar os comprimentos de amarração de cálculo também se encontram dentro dos limites.

A Fig. 123 representa o corte longitudinal da disposição das armaduras e a Fig.124 uma vista em perspectiva da disposição das armaduras na dupla consola.

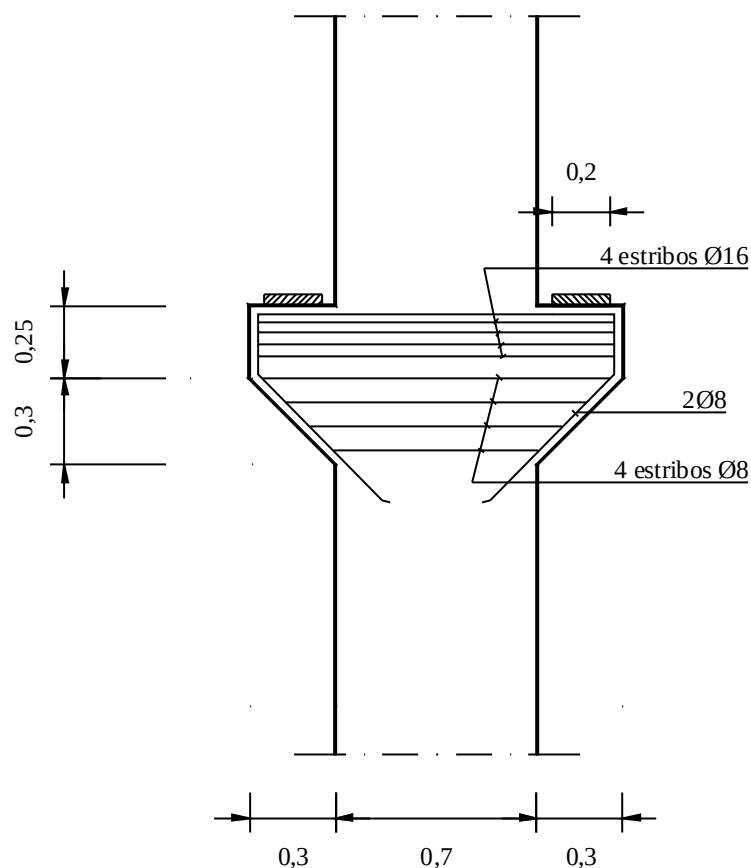


Fig. 123 – Pormenorização das armaduras na dupla consola.

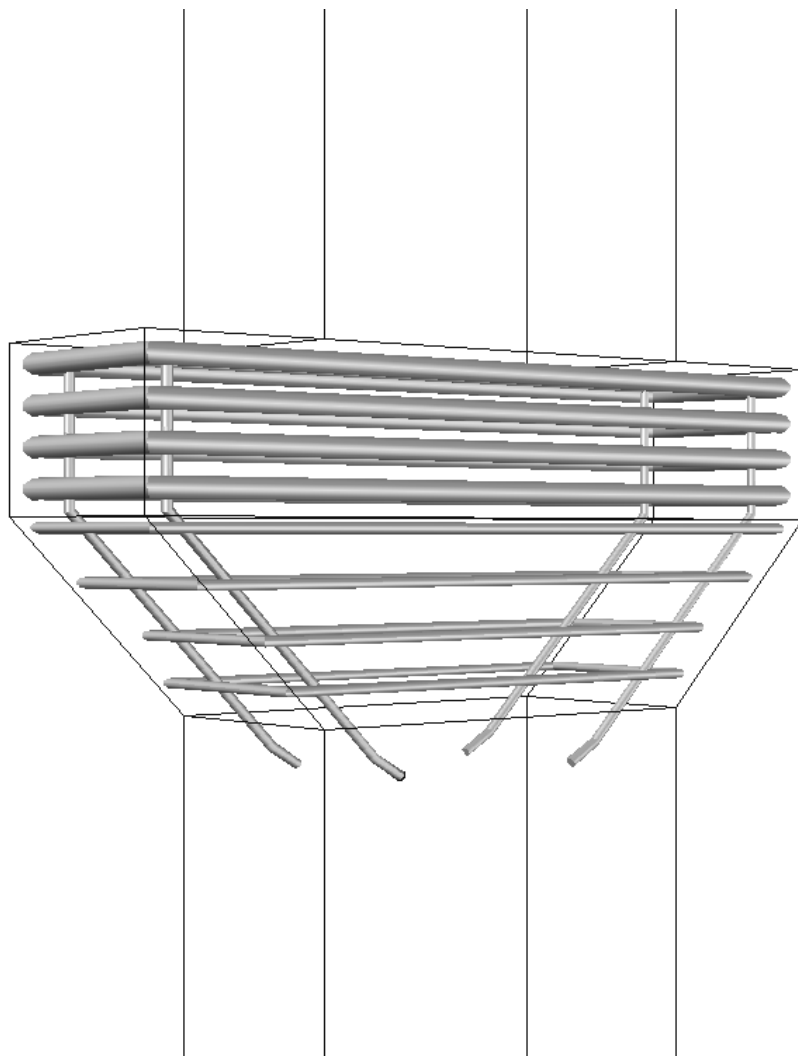


Fig. 124 – Vista em perspectiva da disposição das armaduras na dupla consola.

4

CONCLUSÃO

4.1. CONCLUSÃO

O método de escoras e tirantes representa uma ferramenta actual para o dimensionamento e análise de elementos laminares tendo como objectivo a verificação da segurança aos estados limites últimos. A sua aplicação simples a diferentes geometrias e carregamentos representa uma grande vantagem deste método.

A metodologia proposta para a resolução dos três exemplos práticos foi delineada com base no próprio programa informático “CAST” e nas verificações obrigatórias do EC2 a cada exemplo: a sequência desta proposta passa pela arbitragem de valores e a sua consequente verificação.

Com a resolução dos três elementos estruturais diferentes, viga-parede, viga-parede com abertura e dupla consola usando o programa “CAST” demonstrou-se que esta ferramenta pode ser aplicada a diversos modelos propostos: permitiu a análise detalhada das diferentes estruturas adaptando-se o melhor modelo de escoras e tirantes ao respectivo comportamento estrutural e garantindo, deste modo, uma adequada representação das armaduras.

No desenvolvimento deste trabalho procurou-se demonstrar a utilidade de uma ferramenta informática, o programa “CAST”, na implementação de modelos de escoras e tirantes procurando uma maior celeridade na verificação do seu dimensionamento. Para além desta agilização o programa apresenta-se também como sendo de fácil aprendizagem e assimilação, e como tal, numa ferramenta útil para qualquer projectista de estruturas de engenharia civil.

Apesar de algumas limitações, tais como não fazer o cálculo automático das larguras máximas de afectação nos nós críticos, o cálculo de armaduras de alma e de armaduras mínimas, este programa contribui com toda a certeza para a automatização das verificações no dimensionamento e constitui mais uma via de incentivo a novos estudos dentro desta área.

4.2. PROPOSTA PARA DESENVOLVIMENTO FUTURO

O método de escoras e tirantes revela-se bastante actual e de fácil implementação como ferramenta de dimensionamento de elementos laminares. Paralelamente o programa “CAST” sendo de uma simples interface e procedimentos automatizados permitem uma maior celeridade nas verificações. Na sua utilização conjunta propõe-se que:

-generalização do método de escoras e tirantes a meios tridimensionais e consequentemente uma interface do programa “CAST” também em meio tridimensional;

-no próprio programa informático desenvolver opções de cálculo de armaduras e larguras máximas de afectação para nós críticos;

-para evitar a adaptação individual do EC2 a cada utilizador criar um conjunto de opções standard destinadas apenas ao EC2.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Eurocódigo 2, *Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais para edifícios*, Comité Europeu de Normalização, Abril 2004.
- [2] Liang, Q. Q.; et al. Performance-Based Optimization for strut –tie modelling of structural concrete. *Journal of Structural Engineering*, June 2002.
- [3] Lourenço, M. S.; Almeida, J. F. *Campos de Tensões em Zonas de Descontinuidade*. Encontro Nacional de Betão Armado Estrutural. Edições FEUP, 2004, Vol. 1, pp. 501 - 508.
- [4] PCA. *Notas sobre ACI 318-02. Requisitos para Hormigón Estructural*, PCA Portland Cement Association, 2003. <http://www.inti.gov.ar/cirsoc/pdf/publicom/Capitulo17.pdf>. 30 de Setembro de 2008.
- [5] Pinho, M. J M D. *Análise e Síntese de Meios Irregulares de Betão Armado pelo Modelo Escora-Tirante*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1995.
- [6] Santos, D. *Análise de Vigas de Concreto Armado Utilizando Modelos de Bielas e Tirantes*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2006.
- [7] Schlaich, J.; Schäfer, K.; Jennewein, M. *Toward a Consistent Design of Structural Concrete*. PCI Journal, Special Report, May-June 1987.
- [8] Schlaich, J; Schäfer, K. *Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models*. The Structural Engineer, Vol. 69, Nº6, 19, March 1991.
- [9] Schäfer, K. *Structural Concrete Textbook on Behaviour, Design and Performance*. CEB/FIP Model Code, Volume 2, July 1999a, pp. 257-275.
- [10] Schäfer, K. *Structural Concrete Textbook on Behaviour, Design and Performance*. CEB/FIP Model Code, Volume 3, December 1999b, pp. 141-185.
- [11] Sosa, P. F. M; et al. *Proyecto de Estructuras de Hormigón Mediante el Método de las Bielas y Tirantes*. Ediciones V.J., Valência, 2006.
- [12] Souza, R. A. *Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de Elementos com Descontinuidades*. Dissertação de Doutoramento, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2004.
- [13] Tjhin, T. *Cast Computer Aided Strut-and-Tie*. 2002. http://cee.uiuc.edu/kuchma/strut_and_tie/CAST/. 25 de Setembro de 2008