

ESTUDO DE PAVIMENTOS CONSTITUÍDOS POR LAJES FUNGIFORMES PRÉ-ESFORÇADAS

JOSÉ MANUEL DA COSTA FERREIRA LOPES

Relatório de projecto submetido para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Carvalho Marques de Faria

Co-Orientador: Professor Doutor Nelson Saraiva Vila Pouca

JULHO DE 2008

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2007/2008

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2007/2008 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Rui Faria, meu orientador, gostaria de expressar o meu profundo agradecimento por toda a ajuda e apoio prestado.

A todos os professores da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto agradeço a formação que me foi dada e que possibilitou a realização deste trabalho.

Aos meus pais agradeço todo o apoio prestado.

Ao meu irmão agradeço a criação de algumas imagens presentes neste trabalho.

E agradeço aos meus amigos e colegas de faculdade que sempre me incentivaram e apoiaram na realização deste trabalho.

RESUMO

No presente trabalho é efectuado um estudo de pavimentos constituídos por lajes fungiformes pré-esforçadas, tendo esse estudo fundamentalmente incidido nas lajes maciças, avaliando sobretudo os Estados Limite de Serviço (tensões admissíveis no betão e flechas), as perdas de pré-esforço e a influência do pré-esforço na resistência da laje ao punçoamento.

Foram desenvolvidas estratégias e metodologias direccionadas para a situação do projecto, consoante o tipo de armadura (aderente ou não aderente), que foram aplicadas a dois exemplos de lajes com disposições distintas dos cordões de pré-esforço.

PALAVRAS-CHAVE: laje fungiforme, pré-esforço, perdas de pré-esforço, punçoamento, projecto.

ABSTRACT

In this work it is carried out a study of post tensioned concrete floors, focusing on flat slabs, and essentially evaluating Service Limit States (permissible stresses in concrete and deflections), the prestress losses and the influence of the prestress in the punching shear resistance of the slab.

Strategies and methodologies were developed under the designer's perspective, depending to the type of the strand (bonded, unbonded), that were applied on two examples of slabs with different arrangements of the strands.

KEYWORDS: flat slab, prestress, prestress losses, punching shear, design.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. LAJE FUNGIFORME.....	1
1.2. ORIGEM DA LAJE FUNGIFORME.....	3
1.3. OBJECTIVOS DO PRESENTE TRABALHO	4
1.4. ORGANIZAÇÃO DO PRESENTE TRABALHO	4

2. A TÉCNICA DO PRÉ-ESFORÇO EM LAJES FUNGIFORMES	5
2.1. CONCEITO DE PRÉ-ESFORÇO E A SUA APLICAÇÃO A ESTRUTURAS DE BETÃO	5
2.2. MÉTODO DAS CARGAS EQUIVALENTES	6
2.3. TIPOS DE ARMADURAS DE PRÉ-ESFORÇO	10
2.3.1. ARMADURA DE PRÉ-ESFORÇO ADERENTE	10
2.3.1.1. Vantagens da armadura de pré-esforço aderente	11
2.3.1.2. Desvantagens da armadura de pré-esforço aderente	11
2.3.2. ARMADURA DE PRÉ-ESFORÇO NÃO ADERENTE	11
2.3.2.1. Vantagens da armadura de pré-esforço não aderente	12
2.3.2.2. Desvantagens da armadura de pré-esforço não aderente	12
2.4. TIPOS DE DISPOSIÇÃO DOS CORDÕES DE PRÉ-ESFORÇO EM LAJES FUNGIFORMES	12
2.4.1. PRÉ-ESFORÇO REPARTIDO	12
2.4.1.1. Vantagens do pré-esforço repartido.....	14
2.4.1.2. Desvantagens do pré-esforço repartido.....	14
2.4.2. PRÉ-ESFORÇO NAS BANDAS DE APOIO.....	14
2.4.2.1. Vantagens do pré-esforço nas bandas de apoio	15
2.4.2.2. Desvantagens do pré-esforço nas bandas de apoio	15
2.4.3. SOLUÇÃO MISTA DE PRÉ-ESFORÇO	15
2.5. PERDAS DE TENSÃO NAS ARMADURAS DE PRÉ-ESFORÇO.....	16
2.5.1. PERDAS INSTANTÂNEAS	16

2.5.1.1. Perdas devidas ao atrito entre as armaduras e as bainhas de pré-esforço	16
2.5.1.2. Perdas devidas aos escorregamentos dos dispositivos de amarração	17
2.5.1.3. Exemplo prático de aplicação.....	20
2.5.1.4. Perdas devidas à deformação instantânea do betão	23
2.5.2. PERDAS DIFERIDAS	25
2.5.2.1. Perdas devidas à retracção do betão.....	25
2.5.2.2. Perdas devidas à fluência do betão	28
2.5.2.3. Perdas devidas à relaxação do aço de pré-esforço	31
2.5.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS RELATIVAS AO CÁLCULO DAS PERDAS DIFERIDAS EM ARMADURAS DE PRÉ-ESFORÇO ADERENTE E NÃO ADERENTE	32

3. O DIMENSIONAMENTO E O ENQUADRAMENTO REGULAMENTAR..... 35

3.1. NOTA PRÉVIA..... 35

3.2. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA ESPESSURA DA LAJE..... 36

3.3. FORÇA MÁXIMA DE PRÉ-ESFORÇO DURANTE A APLICAÇÃO 37

3.4. TENSÕES MÁXIMAS ADMISSÍVEIS NOS CORDÕES DE PRÉ-ESFORÇO EM CONDIÇÕES DE SERVIÇO 38

3.5. TENSÕES ADMISSÍVEIS NO BETÃO 39

3.5.1. TENSÕES ADMISSÍVEIS NA SITUAÇÃO INICIAL 39

3.5.2. TENSÕES ADMISSÍVEIS NA SITUAÇÃO FINAL 41

3.5.3. ATITUDE A TOMAR FACE AO NÍVEL DE TENSÕES INICIAIS E FINAIS 43

3.6. CÁLCULO DAS PERDAS DE PRÉ-ESFORÇO 45

3.6.1 PERDAS INSTANTÂNEAS..... 45

3.6.1.1. Perdas devidas ao atrito entre as armaduras e as bainhas de pré-esforço 45

3.6.1.2. Perdas devidas aos escorregamentos dos dispositivos de amarração 47

3.6.1.3. Perdas devidas à deformação instantânea do betão..... 47

3.6.2. PERDAS DIFERIDAS..... 47

3.7. VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO (CONTROLO DE FLECHAS) 47

3.8. ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA À FLEXÃO..... 50

3.8.1. ARMADURA DE PRÉ-ESFORÇO ADERENTE 51

3.8.2. ARMADURA DE PRÉ-ESFORÇO NÃO ADERENTE 53

3.8.3. CÁLCULO MAIS RIGOROSO DO INCREMENTO DE TENSÃO NA ARMADURA DE PRÉ-ESFORÇO NÃO ADERENTE 53

3.8.4. MÉTODO DAS LINHAS DE ROTURA.....	54
3.8.5. CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS	55
3.9. ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA AO ESFORÇO TRANSVERSO	56
3.9.1. LAJES FUNGIFORMES ALIGEIRADAS	56
3.9.2 LAJES FUNGIFORMES MACIÇAS	59
3.10. ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO	59
3.10.1. CONTRIBUIÇÃO DA FORÇA DE DESVIO DO PRÉ-ESFORÇO NA RESISTÊNCIA DA LAJE AO PUNÇOAMENTO.....	60
3.10.2. CONTRIBUIÇÃO DO EFEITO DA COMPRESSÃO DO PRÉ-ESFORÇO NA RESISTÊNCIA DA LAJE AO PUNÇOAMENTO.....	62
3.10.3. CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO	62
 4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	 69
4.1. LAJE FUNGIFORME MACIÇA COM PRÉ-ESFORÇO REPARTIDO	69
4.1.1. PLANTA ESTRUTURAL	69
4.1.2. CARGAS ACTUANTES.....	70
4.1.3. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA ESPESSURA DA LAJE	70
4.1.4. MODELO ESTRUTURAL.....	70
4.1.5. SOLUÇÃO DE PRÉ-ESFORÇO E RESPECTIVA FORÇA	71
4.1.6. CÁLCULO DAS PERDAS DE PRÉ-ESFORÇO INSTANTÂNEAS E VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES NA FASE INICIAL	75
4.1.7. CÁLCULO DAS PERDAS DE PRÉ-ESFORÇO DIFERIDAS E VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES NA FASE FINAL	83
4.1.8. VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO	88
4.1.9. VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO	89
4.1.10. COMENTÁRIOS FINAIS.....	92
4.2. LAJE FUNGIFORME MACIÇA COM PRÉ-ESFORÇO NAS BANDAS DE APOIO.....	93
4.2.1. PLANTA ESTRUTURAL	93
4.2.2. CARGAS ACTUANTES.....	93
4.2.3. MODELO ESTRUTURAL.....	93
4.2.4. SOLUÇÃO DE PRÉ-ESFORÇO E RESPECTIVA FORÇA	95
4.2.5. CÁLCULO DAS PERDAS DE PRÉ-ESFORÇO INSTANTÂNEAS E VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES NA FASE INICIAL	99
4.2.6. CÁLCULO DAS PERDAS DE PRÉ-ESFORÇO DIFERIDAS E VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES NA FASE FINAL	105
4.2.7. VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO	109
4.2.8. COMENTÁRIOS FINAIS.....	109

5. CONCLUSÃO 111

5.1. CONCLUSÕES GERAIS..... 111

5.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS 112

ANEXO 113

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - Tipos de laje fungiforme.....	1
Figura 1.2 – Disposição das armaduras na laje fungiforme de Turner	2
Figura 2.1 – Viga isostática pré-esforçada: (a) axialmente, (b) excentricamente.....	6
Figura 2.2 – Método das cargas equivalentes	6
Figura 2.3 – Momento total em estruturas hiperestáticas.....	7
Figura 2.4 - Eixo da viga e traçado do cabo de pré-esforço (modo (i))	7
Figura 2.5 – Forças equivalentes ao traçado do cabo de pré-esforço proposto (modo (ii)).....	8
Figura 2.6 - Diagrama de esforço axial no modo (i).....	9
Figura 2.7 - Diagrama de esforço axial no modo (ii)	9
Figura 2.8 – Diagrama de momentos flectores no modo (i).....	9
Figura 2.9 - Diagrama de momentos flectores no modo (ii).....	10
Figura 2.10 – Bainha e cordões de pré-esforço (sistema aderente).....	10
Figura 2.11 – Mono-cordão de pré-esforço (sistema não aderente)	12
Figura 2.12 – Pré-esforço repartido	13
Figura 2.13 – Carga a equilibrar na direcção x (Pré-esforço repartido).....	13
Figura 2.14 – Pré-esforço nas bandas de apoio	14
Figura 2.15 – Carga a equilibrar na direcção x (Pré-esforço nas bandas de apoio)	15
Figura 2.16 – Solução mista de pré-esforço	16
Figura 2.17 – Desvios angulares parasitas.....	17
Figura 2.18 – Perda de pré-esforço devida aos escorregamentos nos órgãos de ancoragem.....	18
Figura 2.19 – Diagrama tensão-comprimento do cabo para o cálculo das perdas relativas às ancoragens.....	18
Figura 2.20 – Viga isostática com 13m de comprimento	20
Figura 2.21 – Variação da força de pré-esforço ao longo da viga	21
Figura 2.22 – Variação da tensão na armadura de pré-esforço devido ao atrito e à reentrada das cunhas	22
Figura 3.1 – Fluxograma representativo do dimensionamento de uma laje fungiforme pré-esforçada	35
Figura 3.2 – Níveis possíveis de tensões iniciais e finais no betão	44
Figura 3.3 – Mecanismo resistente pré-rotura (efeito de arco).....	50
Figura 3.4 – Resistência última duma secção de betão armado e pré-esforçado (momento plástico).	51
Figura 3.5 – Principais mecanismos de rotura de lajes fungiformes sujeitas a cargas verticais.....	54
Figura 3.6 – Método das linhas de rotura	55

Figura 3.7 – Influência da rotação da ligação laje-pilar	55
Figura 3.8 – Largura efectiva, b_e , de um pilar de bordo (esquerda) e de um pilar de canto (direita) ..	56
Figura 3.9 – Mecanismo de rotura por punçoamento	59
Figura 3.10 – Contribuição da força de desvio do pré-esforço na zona dum pilar	60
Figura 3.11 – Efeito favorável da força de desvio do pré-esforço na resistência da laje ao punçoamento	61
Figura 3.12 – Perímetros de controlo típicos em pilares de lajes fungiformes	65
Figura 3.13 – Perímetros de controlo em pilares de bordo ou de canto	65
Figura 3.14 – Contribuição da força de desvio dos cordões de pré-esforço na resistência da laje ao punçoamento	66
Figura 3.15 – Valores de β recomendados pelo EC2	67
Figura 3.16 – Dimensionamento de um capitel/espessamento	68
Figura 4.1 – Planta estrutural da laje.....	69
Figura 4.2 – Malha de elementos finitos (plano x-y)	70
Figura 4.3 – Modelo estrutural (vista 3D)	71
Figura 4.4 – Traçado dos mono-cordões na direcção xx	71
Figura 4.5 – Traçado dos mono-cordões na direcção yy	72
Figura 4.6 – Disposição dos mono-cordões pela laje	74
Figura 4.7 – Modelação dos mono-cordões na laje (vista 3D).....	74
Figura 4.8 – Pormenor da modelação dos mono-cordões na laje (vista 3D).....	75
Figura 4.9 – Força de pré-esforço nos mono-cordões após perdas devidas ao atrito (direcção xx)....	75
Figura 4.10 – Força de pré-esforço nos mono-cordões após perdas devidas ao atrito (direcção yy) ..	75
Figura 4.11 – Zonas adoptadas para o cálculo das perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço	76
Figura 4.12 – Deformada da laje devida à acção exclusiva das cargas permanentes	78
Figura 4.13 - Deformada da laje devida à acção exclusiva do pré-esforço	78
Figura 4.14 - Deformada da laje devida à acção das cargas permanentes conjuntamente com o pré-esforço (situação inicial)	79
Figura 4.15 – Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção xx)	80
Figura 4.16 – Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção xx).....	80
Figura 4.17 – Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção yy)	81
Figura 4.18 – Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção yy).....	81
Figura 4.19 – Deformada da laje na combinação quase-permanente de acções.....	85
Figura 4.20 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção xx))	86

Figura 4.21 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção xx)	86
Figura 4.22 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção yy)	87
Figura 4.23 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção yy)	87
Figura 4.24 – Planta estrutural da laje	93
Figura 4.25 - Malha de elementos finitos (plano x-y)	94
Figura 4.26 – Modelo estrutural (vista 3D)	94
Figura 4.27 - Traçado dos mono-cordões na direcção xx	95
Figura 4.28 - Traçado dos mono-cordões na direcção yy	96
Figura 4.29 Disposição dos mono-cordões pela laje	97
Figura 4.30 - Modelação dos mono-cordões na laje (vista 3D)	98
Figura 4.31 - Pormenor da modelação dos mono-cordões na laje (vista 3D)	98
Figura 4.32 - Força de pré-esforço nos mono-cordões após perdas devidas ao atrito (direcção xx) ...	99
Figura 4.33 - Força de pré-esforço nos mono-cordões após perdas devidas ao atrito (direcção yy) ...	99
Figura 4.34 - Zonas adoptadas para o cálculo das perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço .	99
Figura 4.35 - Deformada da laje devida à acção exclusiva das cargas permanentes	100
Figura 4.36 - Deformada da laje devido à acção exclusiva do pré-esforço	101
Figura 4.37 - Deformada da laje devido à acção das cargas permanentes conjuntamente com o pré-esforço (situação inicial)	101
Figura 4.38 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção xx)	102
Figura 4.39 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção xx)	103
Figura 4.40 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção yy)	103
Figura 4.41 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção yy)	104
Figura 4.42 - Deformada da laje na combinação quase-permanente de acções	106
Figura 4.43 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção xx)	106
Figura 4.44 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção xx)	107
Figura 4.45 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção yy)	107
Figura 4.46 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção yy)	108
Figura A.1 - Cálculo da perda de tensão média nas armaduras de pré-esforço devido à def. inst. do betão ...	113

Figura A.2 – Cálculo da perda de tensão média nas armaduras de pré-esforço diferidas.....	113
---	-----

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.1 – Campos de aplicação das lajes fungiformes pré-esforçadas	3
Tabela 2.1 – Equações das curvas ao longo do traçado do cabo de pré-esforço adoptado	8
Tabela 2.2 – Forças equivalentes ao pré-esforço actuante sobre a viga	8
Tabela 2.3 – Valores das tensões na armadura de pré-esforço em diversos pontos da viga.....	21
Tabela 2.4 - Valores das tensões na armadura de pré-esforço, após escorregamentos na ancoragem..	21
Tabela 2.5 – Comparação das perdas do SAP2000 com as do EC2.....	22
Tabela 2.6 – Valores de k_h	26
Tabela 3.1 – Relações usuais de l/h	37
Tabela 3.2 - Tensão máxima nos cordões durante a operação de esticamento	38
Tabela 3.3 - Tensões máximas admissíveis nos cordões após a transferência do pré-esforço ao betão	39
Tabela 3.4 – Tensões máximas admissíveis no betão, na situação inicial	41
Tabela 3.5 – Tensões de tracção fictícias (MPa) admissíveis no betão em estruturas de classe 3 (pré- -esforço aderente)	42
Tabela 3.6 - Tensões máximas admissíveis no betão, na situação final.....	43
Tabela 3.7 – Casos de tensões possíveis e potenciais decisões a tomar [Khan e Williams, 1995]	44
Tabela 3.8 - Coeficientes de atrito, μ , para armaduras interiores pós-tensionadas (aderentes) e para armaduras exteriores (não aderentes).....	46
Tabela 3.9 – Valores de μ e k sugeridos pelo BS 8110 e ACI 318.....	46
Tabela 3.10 – Coeficientes para o cálculo das perdas de atrito devidas ao pré-esforço da VSL	47
Tabela 3.11 – Limites de flechas segundo o EC2.....	48
Tabela 3.12 – Limites de flechas segundo os ACI 318 e o BS 8110.....	49
Tabela 3.13 – Valor de $b_{w,nom}$ a adoptar.....	59
Tabela 4.1 – Equações das curvas do traçado dos mono-cordões na direcção xx	72
Tabela 4.2 - Equações das curvas do traçado dos mono-cordões na direcção yy	72
Tabela 4.3 – Perdas de atrito médias	76
Tabela 4.4 – Perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço devido à deformação inst. do betão (direcção xx)	77
Tabela 4.5 – Perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço devido à deformação Inst. do betão (direcção yy)	77
Tabela 4.6 – Perdas instantâneas de tensão médias nas armaduras de pré-esforço (direcção xx).....	77

Tabela 4.7 – Perdas instantâneas de tensão médias nas armaduras de pré-esforço (direcção yy)	77
Tabela 4.8 – Tensões limite sugeridas pelos regulamentos para a situação inicial de carregamento .	79
Tabela 4.9 – Perdas de tensão diferidas médias nas armaduras de pré-esforço (direcção xx)	84
Tabela 4.10 – Perdas de tensão diferidas médias nas armaduras de pré-esforço (direcção yy)	84
Tabela 4.11 – Perdas de pré-esforço diferidas por armadura, e respectiva percentagem (direcção xx)	84
Tabela 4.12 – Perdas de pré-esforço diferidas por armadura, e respectiva percentagem (direcção yy)	85
Tabela 4.13 – Tensões admissíveis no betão na combinação quase-permanente de acções (situação final)	85
Tabela 4.14 – Deslocamentos máximos verticais na laje	89
Tabela 4.15 – Flechas máximas segundo o EC2.....	89
Tabela 4.16 - Equações das curvas do traçado dos mono-cordões na direcção xx	95
Tabela 4.17 - Equações das curvas do traçado dos mono-cordões na direcção yy	96
Tabela 4.18 – Perdas de atrito médias.....	99
Tabela 4.19 - Perdas de tensão médias nas armaduras de pré-esforço devidas à deformação inst. do betão	100
Tabela 4.20 - Perdas instantâneas de pré-esforço médias nas armaduras	100
Tabela 4.21 – Tensões limite sugeridas pelos regulamentos para a situação inicial de carregamento	102
Tabela 4.22 - Perdas de tensão diferidas médias nas armaduras de pré-esforço	105
Tabela 4.23 - Perdas de pré-esforço diferidas médias por armadura, e respectiva percentagem	105
Tabela 4.24 – Tensões admissíveis no betão na combinação quase-permanente de acções (situação final)	105

INTRODUÇÃO

1.1. LAJE FUNGIFORME

A laje fungiforme é uma peça laminar com um comportamento estrutural muito particular. Esta laje é apoiada directamente em pilares, geralmente armada nas duas direcções, podendo ser maciça ou aligeirada. As lajes fungiformes podem ser, essencialmente, de três tipos; maciça, maciça ou aligeirada com reforço de punçoamento (capitéis/espessamentos) e aligeirada. A Figura 1.1 ilustra as três possibilidades de laje fungiforme pela ordem atrás mencionada.

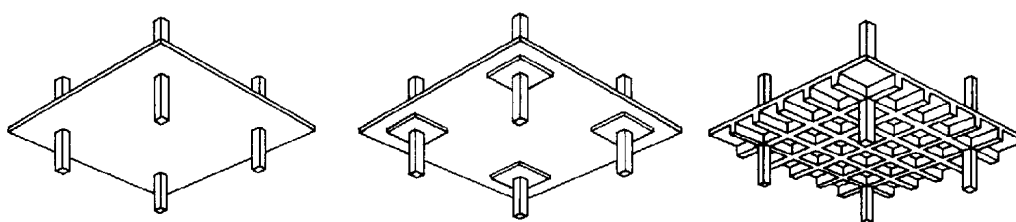


Figura 1.1 – Tipos de laje fungiforme

A laje maciça é, sem margem para dúvidas, a solução preferencial, não só pela simplicidade das cofragens necessárias, bem como pelo facto de ser uma solução extremamente versátil, onde o tecto fica completamente livre de vigas e reentradas, facilitando a colocação das paredes divisórias e outros equipamentos. No entanto, este tipo de laje é o que apresenta menor capacidade de superar grandes vãos. O campo de utilização desta solução anda entre os 4m e os 6m de vão. A laje maciça deve resistir aos esforços de punçoamento, recorrendo, se necessário, a armaduras ordinárias. Quando o espessamento necessário para resistir ao punçoamento é tal, que implica a adopção de espessuras de laje anti-económicas, recorre-se a espessamentos ou capitéis sobre os pilares. Desta forma, consegue-se uma laje fungiforme maciça com reduzida espessura e em que a resistência ao estado limite último (ELU) de punçoamento é garantido pelo aumento da espessura da laje sobre os pilares. A gama de aplicação desta solução atinge os 8m de vão. Por último, quando o objectivo é realizar-se vãos que podem atingir os 10m, a única solução viável passa pela adopção de uma laje aligeirada, também denominada por “waffle” devido à sua enorme semelhança com a bolacha americana. As gamas de vãos acima referidas dizem respeito a lajes de betão armadas não pré-esforçadas.

As lajes fungiformes apresentam, no geral, bastantes vantagens em relação às soluções mais tradicionais (armadas numa ou duas direcções, mas apoiadas em vigas). As vantagens, enumeradas seguidamente, são características, essencialmente, da laje fungiforme maciça:

- menor espessura total do piso devido à ausência de vigas de suporte. Esta é uma característica muito importante em armazéns ou escritórios, por exemplo, quando o pé direito (altura útil entre pisos) é bastante exigente. Por outro lado, em edifícios altos, para uma mesma altura do edifício, pode ganhar-se um ou dois pisos adicionais devido à diminuição da espessura das lajes,
- simplicidade de execução, uma vez que as cofragens são planas, não havendo nervuras ou vigas que exigiriam cofragens mais complexas,
- rapidez de execução e menor custo. Pela razão de serem lajes com superfícies planas, as cofragens são mais simples e com um tempo de montagem mais rápido. Menor tempo de execução de uma obra conduz a uma construção mais eficaz economicamente pois, cada vez mais em obras de engenharia, tempo é dinheiro,
- devido à ausência de nervuras no tecto, há uma maior liberdade para a organização do espaço interior do edifício. Não há limitações à divisão dos espaços interiores. Há, por outro lado, uma maior facilidade de instalação de equipamentos (ar condicionado, electricidade, telefones, etc.).

No entanto, este tipo de solução de laje levanta sérios problemas que não ocorrem nos outros tipos de laje. Esses problemas são:

- a transmissão directa de esforços da laje aos pilares conduz a que, na zona destes, ocorram maiores concentrações quer de esforços de flexão, quer de punçoamento. A força de punçoamento nestas lajes, é talvez um dos maiores problemas deste tipo de solução,
- a ausência de vigas, tornando estas lajes bastante flexíveis a acções horizontais necessitando, frequentemente, da existência de uma estrutura de contraventamento (caixas de escadas ou paredes, por exemplo).

A utilização da técnica de pré-esforço em lajes fungiformes revela-se uma solução competitiva, uma vez que permite otimizar as suas características favoráveis e atenuar alguns dos seus problemas. Assim, o pré-esforço confere às lajes fungiformes as seguintes vantagens adicionais:

- menor espessura da laje. O pré-esforço em lajes fungiformes permite a obtenção de elementos mais esbeltos do que a mesma solução em betão armado. Mais uma vez se realça a importância desta característica em edifícios altos, onde a poupança de alguns centímetros em todos os pisos pode significar um piso adicional para a mesma altura total do edifício,
- melhor controlo da fendilhação. A pré-compressão induzida pelo pré-esforço no betão permite controlar melhor, ou até mesmo anular, a fendilhação,
- melhor controlo da deformação. Por um lado, a acção vertical equivalente ao pré-esforço equilibra parcialmente ou totalmente as acções permanentes, conseguindo-se dessa forma atenuar ou anular, respectivamente, as flechas causadas por essas cargas. Por outro lado, o facto de a secção da laje estar pouco ou nada fendilhada garante uma maior rigidez flexional, logo menores flechas,
- aumento da resistência ao punçoamento. Se a disposição dos cabos respeitar determinadas condições, que serão expostas em momento oportuno no Capítulo 3, a força de cálculo de punçoamento poderá ser reduzida, tendo em conta a contribuição da força de desvio do pré-esforço,

- menor quantidade de armadura ordinária. A utilização de pré-esforço em lajes garante uma menor quantidade de armadura ordinária necessária para fazer face ao estado limite último de resistência à flexão. Consequentemente, consegue-se mais rapidez na montagem das armaduras e melhores condições de betonagem,
- maior rapidez de execução. Para além da rapidez associada a uma menor quantidade de armadura ordinária que é necessário montar, a aplicação do pré-esforço, numa idade ainda jovem do betão, permite a remoção do escoramento e da cofragem precocemente, podendo desta forma avançar-se para o piso seguinte de uma forma mais célere,
- diminuição do número de juntas de dilatação, de pilares e de volume de escavação.

A gama de vãos das diferentes soluções de lajes fungiformes pré-esforçadas está representada na Tabela 1.1 [Freyssinet, 2007].

Tabela 1.1 – Campos de aplicação das lajes fungiformes pré-esforçadas

Tipo de pavimento	Vãos (m)
Laje fungiforme maciça	5-12
Laje fungiforme com reforço de punçoamento (capitél/espessamento)	5-16
Laje fungiforme aligeirada ("waffle")	10-20

1.2. ORIGEM DA LAJE FUNGIFORME

O primeiro projecto de uma laje deste tipo foi executado por Claude Allen Porter Turner (1869-1955), engenheiro de estruturas norte-americano, por volta de 1906, em Minneapolis. As lajes de Turner eram conhecidas como lajes “cogumelo”, pois os pilares alargavam no contacto com a laje, fazendo uma espécie de capitel. Tal forma tinha muitas semelhanças com o caule e a cabeça dos cogumelos ("mushroom cap"). As armaduras destas lajes eram dispostas em 4 direcções distintas: direcções ortogonais aos alinhamentos dos pilares e diagonais, como está expresso na Figura 1.2. As diversas faixas de armadura seguiam as direcções das tracções, estando junto à face superior da laje sobre os pilares e junto à face inferior nos vãos. Alguns desses varões eram dobrados para o interior do pilar inferior e outras armaduras, dobradas em hélice, eram colocadas à volta dos pilares [Figueiras, 1998].

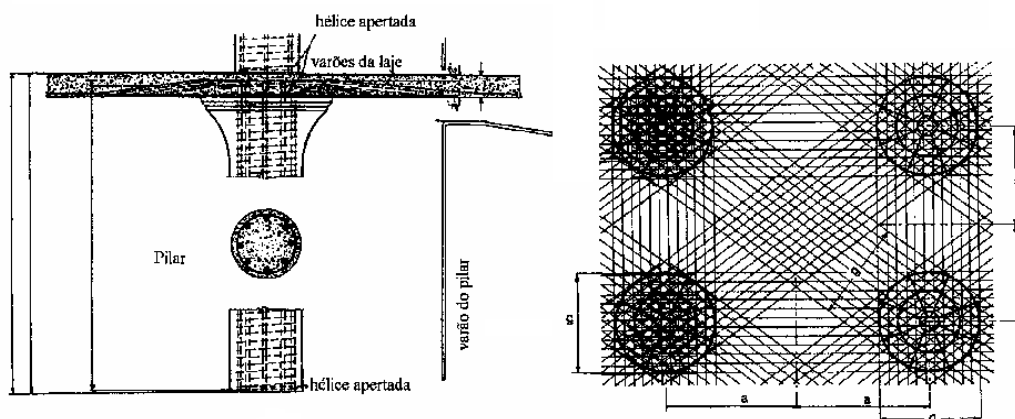


Figura 1.2 – Disposição das armaduras na laje fungiforme de Turner. (Retirada de [Figueiras, 1998])

1.3. OBJECTIVOS DO PRESENTE TRABALHO

A motivação para este estudo surge das dificuldades inerentes à concepção de pavimentos constituídos por lajes fungiformes pré-esforçadas. Essas dificuldades prendem-se não só com a análise estrutural, mas também com a própria tecnologia aplicada, sendo o pré-esforço uma técnica que envolve um controlo constante de diversas variáveis como as próprias perdas de pré-esforço, ou as tensões instaladas na laje em serviço.

Assim, e baseando o estudo apenas nas lajes fungiformes maciças, foram desenvolvidas algumas estratégias para o controlo das tensões da laje em serviço, das perdas de pré-esforço e da contribuição deste no Estado Limite Último de resistência ao Punçoamento. Estratégias essas sempre vocacionadas para a aplicação num ambiente de projecto.

A análise estrutural foi feita através do software de elementos finitos SAP2000, tirando partido, quer da sua simplicidade na modelação de cordões de pré-esforço, quer da sua interactividade com folhas de cálculo para os controlos acima descritos.

1.4. ORGANIZAÇÃO DO PRESENTE TRABALHO

O presente trabalho é constituído por cinco capítulos, incluindo a introdução e conclusões, e ainda um anexo.

No Capítulo 2 faz-se uma abordagem geral da aplicação da técnica de pré-esforço a lajes fungiformes, fazendo-se referência ao próprio conceito de pré-esforço e o celebrado método das cargas equivalentes, bem como a validação do SAP2000 na aplicação do método. Descrevem-se as diferentes soluções de armaduras de pré-esforço, bem como as possíveis distribuições dos cordões pela laje. A parte seguinte, sendo ela a mais importante do Capítulo 2, centra-se na exposição detalhada dos tipos de perdas de pré-esforço, a forma de as calcular e as estratégias de controlo a adoptar em fase de projecto, consoante o tipo de armadura. Faz-se também a validação do SAP2000 no cálculo das perdas instantâneas de atrito (atrito entre os cordões e as bainhas e perdas devidas aos escorregamentos nos órgãos de ancoragem).

No Capítulo 3 faz-se o enquadramento regulamentar deste tipo de lajes, citando-se, sempre que possível ou necessário, expressões do EC2 [Eurocódigo 2, 2004], do BS 8110 [British Standard 8110, 1997], do ACI 318 [American Concrete Institute, 2005] ou relatórios técnicos. Esse enquadramento regulamentar é feito incidindo sobretudo nos Estados Limites de Serviço (controlo das tensões no betão, controlo das flechas), no controlo das perdas de pré-esforço e na verificação do Estado Limite Último de Resistência ao Punçoamento.

No Capítulo 4 são apresentados dois exemplos de aplicação, sendo o primeiro deles referente a uma laje fungiforme maciça pré-esforçada com uma solução repartida de mono-cordões, e o outro referente a uma solução com distribuição dos mono-cordões nas bandas de apoio. No primeiro exemplo faz-se todo o processo de pré-dimensionamento quer da própria laje, quer da força de pré-esforço, bem como verificações das tensões no betão, cálculo das perdas de pré-esforço, cálculo das flechas e respectiva verificação regulamentar e verificação do Estado Limite Último de Resistência ao Punçoamento dum pilar central da laje. No segundo exemplo realça-se sobretudo o controlo das tensões no betão e o cálculo das perdas de pré-esforço.

No Capítulo 5 faz-se uma síntese das conclusões gerais do presente trabalho e desenvolvimentos futuros.

No Anexo apresentam-se imagens das folhas de cálculo utilizadas.

2

A TÉCNICA DO PRÉ-ESFORÇO EM LAJES FUNGIFORMES

2.1. CONCEITO DE PRÉ-ESFORÇO E A SUA APLICAÇÃO A ESTRUTURAS DE BETÃO

O betão é um material com um excelente desempenho quando sujeito a tensões de compressão, no entanto, a sua fraqueza reside na sua baixa resistência à tracção. Em termos muito gerais, uma peça de betão ensaiada à tracção apresenta uma resistência próximo de 10% da correspondente à compressão. Esta é a principal característica deste material que levou desde muito cedo à necessidade de utilização de armaduras aderentes, cuja principal função é resistir a essas tensões de tracção nas estruturas de betão. O aço, que é actualmente o principal material utilizado para essa função de reforço do betão, apresenta, por seu turno, um comportamento homogéneo quer à tracção quer à compressão, se as situações de instabilidade forem devidamente controladas. Supondo um betão vulgar da classe C20/25, que apresenta uma resistência à compressão característica de 20MPa, a sua resistência à tracção será aproximadamente 2MPa. Numa estrutura normal de betão tais tensões de tracção serão facilmente ultrapassadas em situações de serviço, conduzindo à fendilhação do betão. Essas fendas serão, no entanto, necessárias para a armadura trabalhar e, dessa forma, ser mobilizada a força resistente do aço. Por outro lado, essas fendas têm de ser controladas de forma a respeitar-se os Estados Limites de Utilização (ou de Serviço).

O pré-esforço revela-se uma solução competitiva, uma vez que induz uma pré-compressão no betão, melhorando depois o seu desempenho quando sujeito a esforços de tracção. Esses esforços de tracção numa determinada secção podem acontecer por fenómenos de flexão ou tracção pura. A Figura 2.1 ilustra uma viga isostática submetida a uma carga uniformemente distribuída, pré-esforçada axialmente num caso, e pré-esforçada com uma ligeira excentricidade noutro. Nessa mesma Figura é também possível analisar as tensões a meio vão na viga, resultantes da acção exterior e do pré-esforço nas duas situações. Como é óbvio, o pré-esforço excêntrico é mais eficaz, pois não só tira partido da compressão, mas também do momento criado pela excentricidade.

O pré-esforço pode ser aplicado por pré ou pós-tensão. O primeiro caso é muito vulgar nas vigotas pré-fabricadas utilizadas em lajes de betão armado aligeiradas. Em traços muito gerais, o processo de fabrico de peças pré-fabricadas com pré-tensão, consiste em pré-tensionar cordões de elevada resistência num molde que será posteriormente betonado. Após o betão adquirir determinada resistência, os cordões são libertados do sistema de tensionamento, transmitindo uma compressão ao betão. A pós-tensão é aplicada *in situ* e podem ser utilizadas duas soluções distintas: pré-esforço aderente ou não aderente. Ambas as soluções são aplicáveis a lajes tendo, cada uma delas, certas vantagens e desvantagens em relação à outra. No entanto, actualmente, o uso de armaduras aderentes em lajes tende a cair em desuso.

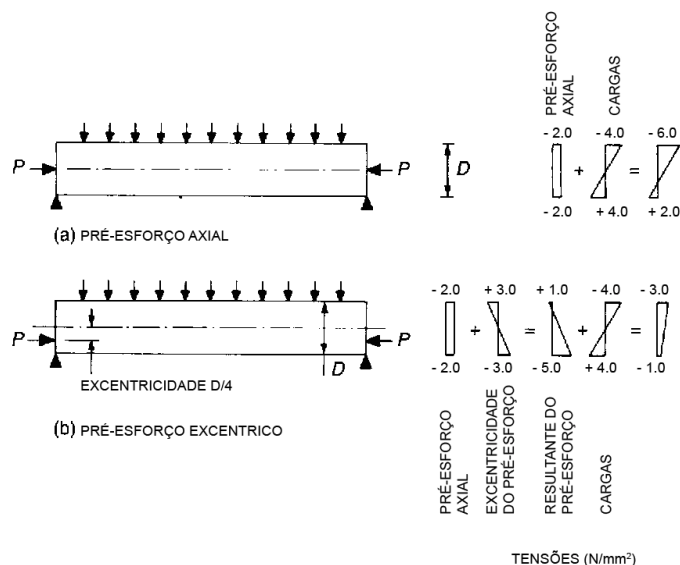


Figura 2.1 – Viga isostática pré-esforçada: (a) axialmente, (b) excêntrica (Adaptada de [Khan e Williams, 1995])

2.2. MÉTODO DAS CARGAS EQUIVALENTES

Uma das formas mais usuais de tratar o pré-esforço é contabilizar o seu efeito através de cargas equivalentes. O cabo de pré-esforço é substituído por cargas equivalentes ou fictícias (de ancoragem e/ou desvio) que reflectem o efeito do pré-esforço sobre a estrutura. Em estruturas isostáticas as cargas equivalentes criam um momento isostático que, em cada secção, vale $P \times e$, sendo P a força de pré-esforço e e a excentricidade do cabo. A Figura 2.2 ilustra as cargas equivalentes a um cabo com traçado parabólico.

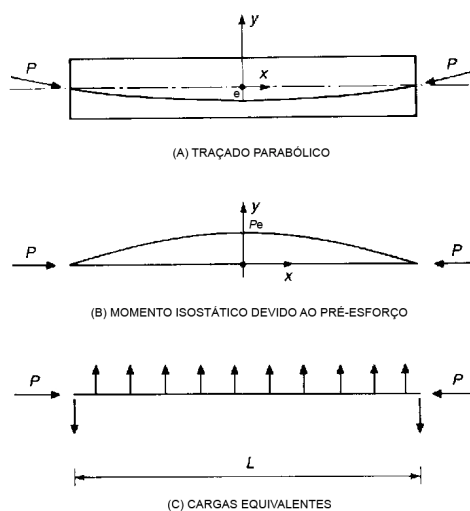


Figura 2.2 – Método das cargas equivalentes (Adaptada de [Khan e Williams, 1995])

No entanto, em estruturas hiperestáticas, como é geralmente o caso das lajes, para além do momento isostático aparece um momento hiperestático ou secundário, resultante do facto de as cargas

equivalentes ao pré-esforço gerarem reacções hiperestáticas na estrutura. A Figura 2.3 ilustra a situação de uma viga de dois tramos explicando, de forma clara, não só o aparecimento do momento isostático (momento primário), bem como o do momento hiperestático (momento secundário), resultante da deformação impedida da viga a meio vão, devido à existência dum apoio central.

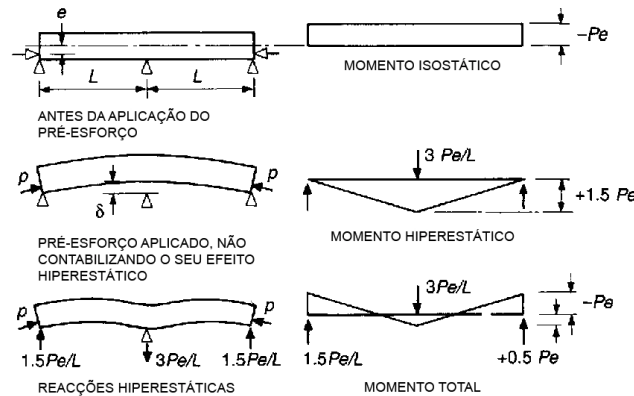


Figura 2.3 – Momento total em estruturas hiperestáticas (Adaptada de [Khan e Williams, 1995])

O momento total nesta estrutura, devido ao pré-esforço, é a soma desses dois momentos. Embora seja possível anular essas forças hiperestáticas, e com elas o momento hiperestático através dum traçado concordante, o efeito hiperestático do pré-esforço é muitas vezes benéfico, conduzindo a utilizações mais económicas/eficazes do pré-esforço. Uma das vantagens do método das cargas equivalentes é que o diagrama de momentos resultante é o total, sendo a componente isostática e hiperestática do pré-esforço inerente ao método, não havendo a necessidade de calcular os dois momentos em separado.

Como demonstração do método das cargas equivalentes e, igualmente, das potencialidades do software SAP2000 no cálculo de estruturas pré-esforçadas segundo esse método, apresenta-se o seguinte exemplo:

- viga isostática com 13m de comprimento, sendo 3m em consola e os restantes 10m entre apoios
- a viga tem secção constante
- os apoios da esquerda e da direita são duplo e simples, respectivamente
- o cabo de pré-esforço é traccionado com uma força de 1000kN
- o traçado do cabo escolhido é meramente exemplificativo, visando abordar os casos mais correntes de troços de traçados em vigas e lajes
- as perdas de pré-esforço são ignoradas.

O exemplo acima descrito será resolvido no SAP2000 segundo dois modos distintos:

- Modelar o cabo de pré-esforço como “tendon” e segundo a teoria das cargas equivalentes,
- Aplicar as cargas equivalentes ao traçado sobre a estrutura.

A Figura 2.4 apresenta a modelação da viga e do cabo de pré-esforço (como “tendon”) no SAP2000.



Figura 2.4 - Eixo da viga e traçado do cabo de pré-esforço (modo (i))

A Tabela 2.1 apresenta as equações das curvas nos diversos troços do traçado do cabo adoptado, recorrendo a eixos locais situados nos pontos de declive nulo.

Tabela 2.1 – Equações das curvas ao longo do traçado do cabo de pré-esforço adoptado

l (m)	0-4	4-9	9-10	10-10.5	10.5-13
Equação	$y(x) = 0.025x^2$	$y(x) = 0.02x^2$	$y(x) = 0.1x^2$	$y(x) = 0.109x^2$	$y(x) = 0.109x$

A Tabela 2.2 sintetiza as forças equivalentes ao longo da viga em estudo.

Tabela 2.2 – Forças equivalentes ao pré-esforço actuante sobre a viga

x (m)	H_{ei} (kN)	V_{ei} (kN)	M_{ei} (kNm)	q_{ei} (kN/m)
0.0	1000	-200	100	50
1.0	-	-	-	
2.0	-	-	-	
3.0	-	-	-	
4.0	-	-	-	
5.0	-	-	-	40
6.0	-	-	-	
7.0	-	-	-	
8.0	-	-	-	
9.0	-	-	-	
10.0	-	-	-	-200
10.5	-	-	-	-218
11.0	-	-	-	-
12.0	-	-	-	
13.0	-1000	109	-	

A Figura 2.5 ilustra a modelação da viga segundo o modo (ii).



Figura 2.5 – Forças equivalentes ao traçado do cabo de pré-esforço proposto (modo (ii))

Na Figura 2.5 não é visível o momento concentrado no apoio da esquerda, no entanto ele existe, sendo a sua ausência uma mera incompatibilidade gráfica.

Seguidamente comparam-se os diagramas de esforços na viga obtidos através do SAP2000 pelas duas vias de resolução acima descritas.

Em primeiro lugar comparam-se os esforços axiais que, como esperado, são muito idênticos. O diagrama apresentado na Figura 2.6 é o correspondente ao modo (i) e não é completamente constante.

Tal acontece pois o SAP2000 tem em conta a inclinação do cabo em relação ao eixo da peça, sendo o esforço 1000kN apenas nas zonas em que o cabo está perfeitamente na horizontal, como é o caso do apoio de continuidade e o ponto mais baixo correspondente à continuidade das parábolas no vão. No entanto, e como se pode verificar, a variação do esforço axial é muito diminuta, sendo aceitável considerá-lo constante. O esforço axial mínimo acontece no ponto que dista 1m à esquerda do apoio de continuidade e vale cerca de 980kN, ou seja, menos 2% que o esforço axial máximo ao longo da peça. É de salientar que o esforço axial é mínimo nesse ponto uma vez que é nessa zona que a tangente do ângulo entre o cabo e o eixo é máximo.



Figura 2.6 - Diagrama de esforço axial no modo (i)

Já na Figura 2.7 o esforço axial é completamente constante ao longo da peça, pois foram aplicadas forças equivalentes de 1000kN nas extremidades da peça.



Figura 2.7 - Diagrama de esforço axial no modo (ii)

Da mesma forma que no esforço axial, os diagramas de momentos flectores são igualmente muito idênticos, existindo apenas, em certos pontos, ligeiras variações. Essas variações dependem, obviamente, das variações do próprio esforço axial ao longo da peça na situação da modelação do cabo de pré-esforço no SAP2000 (modo (i)). Não esquecer que o momento isostático devido ao pré-esforço vale: $M_{iso} = P \times e$, sendo P o pré-esforço e e a excentricidade do traçado nesse ponto, respectivamente, logo, se P varia ao longo da peça no modo (i), o diagrama de momentos totais é ligeiramente diferente daquele que é obtido segundo o modo de resolução (ii), que considera P constante ao longo da viga. As Figuras 2.8 e 2.9 representam, respectivamente, os diagramas de momentos flectores na viga segundo os modos de resolução (i) e (ii), ilustrando ser aceitável modelar os cordões, segundo a teoria das cargas equivalentes, na análise estrutural duma laje através do SAP2000.

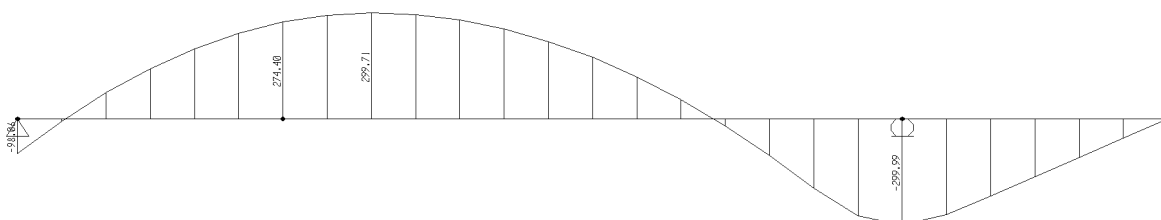


Figura 2.8 – Diagrama de momentos flectores no modo (i)

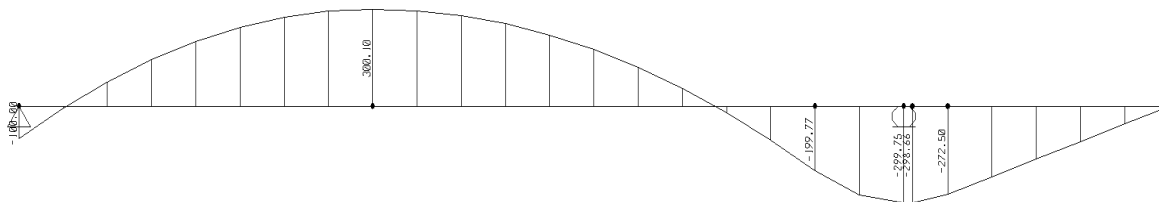


Figura 2.9 - Diagrama de momentos flectores no modo (ii)

2.3. TIPOS DE ARMADURAS DE PRÉ-ESFORÇO

2.3.1. ARMADURA DE PRÉ-ESFORÇO ADERENTE

Na solução de pré-esforço aderente a armadura está em contacto directo com o betão, funcionando os dois materiais de forma solidária. Para tal, antes da betonagem, colocam-se as bainhas com o traçado longitudinal desejado para o cabo de pré-esforço. Mais tarde, quando o betão adquire resistência necessária para aguentar a compressão do pré-esforço, os cabos colocados dentro das bainhas são traccionados. Posteriormente, é injectada uma calda de cimento que obriga o ar existente dentro das bainhas a ser extraído pelas purgas, ao mesmo tempo que proporciona a solidarização do betão ao aço de pré-esforço. A extracção do ar existente nas bainhas é fundamental para evitar problemas de corrosão do aço de pré-esforço. A partir desta fase os cabos de pré-esforço são considerados aderentes ao betão. Para finalizar, é importante referir que este tipo de solução de pré-esforço tende a cair em desuso nas lajes, uma vez que o pré-esforço não aderente, como será referido posteriormente, revela-se muito mais competitivo quer a nível da durabilidade e do próprio rendimento da força de pré-esforço (obtenção de maiores excentricidades nos traçados), quer mesmo a nível económico, já que a injeção de bainhas de pequeno diâmetro é uma operação lenta e dispendiosa. A Figura 2.10 ilustra dois tipos de bainhas de pré-esforço aderente comuns em lajes.



Figura 2.10 – Bainha e cordões de pré-esforço (sistema aderente)

2.3.1.1. Vantagens da armadura de pré-esforço aderente

A utilização de armaduras de pré-esforço aderente em lajes apresenta, no entanto, algumas vantagens, nomeadamente:

- na verificação do Estado Limite Último de Resistência à Flexão, onde a extensão no aço de pré-esforço que provoca a rotura é avaliada localmente, isto é, secção a secção, sendo possível contabilizar o incremento de tensão no aço de pré-esforço até eventualmente se atingir o valor de cálculo (f_{pd}). Em situações vulgares é comum ter-se uma reserva de pré-esforço para estas situações de 300-400MPa.
- a concentração de vários cordões de pré-esforço numa única bainha, quando se exige uma grande força de pré-esforço numa determinada zona.

2.3.1.2. Desvantagens da armadura de pré-esforço aderente

As maiores desvantagens do pré-esforço aderente prendem-se nos seguintes aspectos:

- a pouca flexibilidade das bainhas de pré-esforço impede, muitas vezes, quer a obtenção do traçado desejado, quer do bom aproveitamento das excentricidades disponíveis na peça. Este é um aspecto muito negativo no caso das lajes, pois sendo peças de espessura reduzida (vulgarmente entre 30 e 40cm) qualquer centímetro de excentricidade é importante.
- o aço de alta resistência usado nos sistemas de pré-esforço é muito vulnerável à corrosão e a outras agressões externas. Sendo as bainhas injectadas in situ, há o risco de essa operação não ser efectuada da melhor forma e não ser garantida a devida protecção do aço.
- a própria bainha (geralmente de material metálico) é vulnerável às agressividades ambientais e, por tanto, é obrigatório garantir que na ocorrência de fendas estas não cheguem ao nível das bainhas.
- perdas instantâneas de pré-esforço, devido ao atrito, mais elevadas do que na solução de pré-esforço não aderente.

2.3.2. ARMADURA DE PRÉ-ESFORÇO NÃO ADERENTE

Esta solução distingue-se da anterior pois utiliza cabos ou mono-cordões auto-embainhados, isto é, cordões que vêm do fabricante já embainhados e perfeitamente lubrificados, permitindo movimentos relativos entre o aço e o betão. Esta lubrificação tem também um papel importante na redução das perdas de pré-esforço devidas ao atrito, que será adiante destacado. Assim, os cabos ou mono-cordões são colocados da mesma forma sobre a cofragem, seguindo a mesma sequência de operações que na solução anterior, com excepção da injeção da calda de cimento. A Figura 2.11 ilustra um mono-cordão.

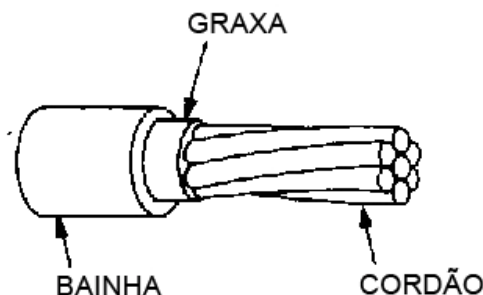


Figura 2.11 – Mono-cordão de pré-esforço (sistema não aderente)

2.3.2.1. Vantagens da armadura de pré-esforço não aderente

As potencialidades do pré-esforço não aderente são:

- maior flexibilidade das bainhas, geralmente de material plástico, que permite a obtenção de maiores excentricidades e de maior rigor na obtenção, na prática, do traçado teórico. Esta característica é de elevada importância nas lajes como já foi referido anteriormente.
- menores perdas de atrito do que na solução anterior. Esta é outra característica muito apreciada na aplicação a lajes, uma vez que o comprimento elevado dos cordões, quando estes correm vários painéis de um determinado piso, pode conduzir a grandes perdas na extremidade passiva, ou numa outra secção intermédia crítica.
- o aço de pré-esforço está protegido contra as agressões externas desde a sua fabricação, permitindo a existência de pequenas fendas, embora não desejáveis, que intersectem o cabo, sem pôr em risco a sua integridade.

2.3.2.2. Desvantagens da armadura de pré-esforço não aderente

Esta solução de pré-esforço apresenta, no entanto, algumas limitações, nomeadamente:

- no dimensionamento ao Estado Limite Último de Resistência à Flexão, onde, em geral, não é possível mobilizar a cedência do aço, uma vez que existem deslocamentos relativos entre o aço e betão ao longo de toda a peça. O EC2 [Eurocódigo 2, 2004], e respectivo Anexo Nacional, recomendam que esse acréscimo seja $\Delta\sigma_{p,ULS} = 100 \text{ MPa}$.
- uma rotura local de um cordão não aderente tem uma influência global na estrutura, uma vez que todo ele fica inviabilizado. No caso de armadura de pré-esforço aderente, mesmo que um cabo quebre, ele continua a resistir parcialmente, tendo um efeito semelhante à armadura aderente ordinária. No caso de armadura não aderente tal já não acontece.

2.4. TIPOS DE DISPOSIÇÃO DOS CORDÕES DE PRÉ-ESFORÇO EM LAJES FUNGIFORMES

2.4.1. PRÉ-ESFORÇO REPARTIDO

Esta solução consiste numa distribuição relativamente homogênea dos cordões em toda a laje havendo, no entanto, mais concentração de cordões na banda dos pilares, uma vez que é nesta zona onde se reúnem mais esforços. A Figura 2.12 ilustra a solução de pré-esforço repartido.

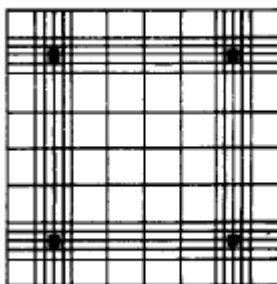


Figura 2.12 – Pré-esforço repartido

O objectivo de uma solução deste tipo é conseguir uma carga equivalente ascendente e uniformemente distribuída em toda a laje, de modo a equilibrar total ou parcialmente as cargas permanentes. Não se deve esquecer que o pré-esforço, em cada direcção, deve ser dimensionado para a carga total a equilibrar e não apenas para metade. Desta forma, o valor aproximado da força de pré-esforço, por metro de largura, numa solução deste género vale:

$$P_x = \frac{q \times l_y \times l_x^2}{8 \times f_x} \quad (2.1)$$

sendo,

P_x - Força de pré-esforço, por metro de largura de laje, na direcção x

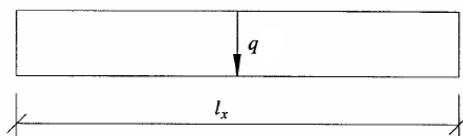
q - Carga a equilibrar pelo pré-esforço por metro quadrado

l_y - Vão teórico na direcção y

l_x - Vão teórico na direcção x

f_x - Flecha do traçado do cabo na direcção x .

A Figura 2.13 ilustra a carga a equilibrar pelo pré-esforço, neste tipo de solução, em cada direcção ortogonal.

Figura 2.13 – Carga a equilibrar na direcção x (Pré-esforço repartido)

Em situações normais não será necessário armadura ordinária adicional na laje, exceptuando as zonas sobre pilares, onde ocorrem frequentemente momentos flectores negativos excessivos e não equilibrados pelo pré-esforço. Em resumo, o pré-esforço é dimensionado para condições de serviço, e numa solução de pré-esforço repartido é usual defini-lo de forma a ser capaz de equilibrar os esforços

sem ser necessário recorrer a armaduras ordinárias. No entanto, essa armadura ordinária pode ser necessária para fazer face aos Estados Limite Últimos (Flexão ou Punçoamento).

2.4.1.1. Vantagens do pré-esforço repartido

Com uma solução deste tipo consegue-se, de forma aproximada, uma acção equivalente ao pré-esforço uniforme de sentido ascendente, equilibrando uma parte das acções permanentes também distribuídas na laje. As soluções utilizadas são, geralmente, mono-cordões não aderentes de pequeno diâmetro conseguindo-se excentricidades maiores nos traçados e portanto, economia de pré-esforço. Estas soluções de disposição de pré-esforço conduzem a uma menor necessidade (ou mesmo total dispensa) de armadura ordinária. Menos armadura ordinária, por seu turno, implica uma montagem de armaduras mais simples e rápida.

2.4.1.2. Desvantagem do pré-esforço repartido

Este tipo de solução não apresenta desvantagens relevantes.

2.4.2. PRÉ-ESFORÇO NAS BANDAS DE APOIO

Nesta solução os cordões de pré-esforço são colocados unicamente nas bandas de apoio, sendo as faixas centrais armadas obrigatoriamente com armadura ordinária.

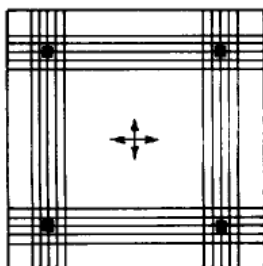


Figura 2.14 – Pré-esforço nas bandas de apoio

Esta opção de disposição dos cordões confere mais rigidez à zona do alinhamento dos pilares que funcionarão como uma espécie de vigas, ficando os painéis centrais a comportarem-se como painéis em cruz, armados nas duas direcções com armadura ordinária.

Numa solução deste tipo não é possível criar uma carga uniformemente repartida por toda a laje devido à acção do pré-esforço. Sendo assim, dimensiona-se o pré-esforço de forma a equilibrar o momento devido à carga actuante sobre a área de influência da banda de apoio. No caso de painéis rectangulares criam-se áreas de influência triangulares (que descarregam nas bandas de apoio das extremidades mais pequenas) e trapezoidais (que descarregam nas bandas de apoio das extremidades maiores). A Figura 2.15 ilustra a carga a equilibrar por uma banda de apoio com uma área de influência triangular.

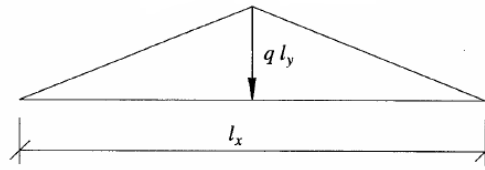


Figura 2.15 – Carga a equilibrar na direcção x (Pré-esforço nas bandas de apoio)

Na Figura 2.15 l_x corresponde ao vão na direcção do pré-esforço que está a ser dimensionado e l_y corresponde ao vão ortogonal. O momento criado a meio vão de l_x correspondente à carga q vale:

$$M_{máx,vão} = \frac{q \times l_y \times l_x^2}{12} \quad (2.2)$$

Daí resulta que o pré-esforço a dimensionar nessa direcção, para equilibrar esse momento, vale:

$$P_x = \frac{q \times l_x^2 \times l_y}{12 \times f_x} \quad (2.3)$$

2.4.2.1. Vantagens do pré-esforço nas bandas de apoio

Esta solução permite uma utilização de menos pré-esforço, cerca de 2/3 do necessário numa solução equivalente com pré-esforço repartido. Permite igualmente uma maior facilidade em criar aberturas na laje, uma vez que não há cordões de pré-esforço nas faixas centrais.

2.4.1.2. Desvantagem do pré-esforço nas bandas de apoio

A grande desvantagem desta solução prende-se com a utilização de uma maior quantidade de armadura ordinária. Se por um lado esta opção utiliza menos pré-esforço, por outro necessita de maior quantidade de armadura ordinária, pois as faixas centrais são armadas exclusivamente com este tipo de armaduras. Esta situação conduz a outras desvantagens associadas, nomeadamente a crescente complexidade dos desenhos de execução, e o atraso na obra provocada pela montagem de uma maior quantidade de armadura ordinária.

2.4.3. SOLUÇÃO MISTA DE PRÉ-ESFORÇO

Este tipo de solução, embora pouco usual, consiste numa situação intermédia entre as duas soluções descritas anteriormente. A Figura 2.16 ilustra uma situação em que foi utilizada a solução de pré-esforço nas bandas de apoio, e em que o vão foi armado com pré-esforço, numa das direcções, e com armadura passiva, na outra.

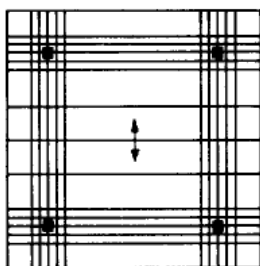


Figura 2.16 – Solução mista de pré-esforço

2.5. PERDAS DE TENSÃO NAS ARMADURAS DE PRÉ-ESFORÇO

A tensão nas armaduras de pré-esforço varia ao longo do comprimento das armaduras, bem como com o decorrer do tempo. Estas variações ocorrem devido a perdas instantâneas e diferidas da força de pré-esforço, originadas por diversos fenómenos físicos.

As perdas instantâneas são essencialmente devidas aos três fenómenos seguintes:

- ao atrito entre as armaduras e as bainhas de pré-esforço
- aos escorregamentos dos dispositivos de amarração aquando da reentrada das cunhas
- à deformação elástica instantânea do betão.

Já no caso das perdas diferidas, os fenómenos que as originam são os seguintes:

- a retracção do betão
- a fluência do betão
- a relaxação do aço da armadura de pré-esforço.

A quantificação e sequência das perdas diferem consoante o sistema de pré-esforço é de pré ou pós-tensão. No entanto, no presente trabalho focou-se exclusivamente o caso da pós-tensão, pois é o sistema mais usual neste tipo de lajes.

2.5.1. PERDAS INSTANTÂNEAS

2.5.1.1. Perdas devidas ao atrito entre as armaduras e as bainhas de pré-esforço

Os traçados dos cordões de pré-esforço são geralmente não rectilíneos, podendo apresentar tramos parabólicos ou tramos rectos. Quando os cordões são traccionados aparecem forças de atrito entre as bainhas e os próprios cordões de sentido contrário ao sentido de tracção. Desta forma, os cordões tenderão a perder força ao longo do seu comprimento, sendo a perda maior consoante sejam maiores as variações angulares do traçado do cabo.

A expressão do EC2 que representa a quantificação das perdas de atrito entre o cordão e a bainha de pré-esforço está representada em (2.4).

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{m\acute{a}x} (1 - e^{-\mu(\theta + kx)}) \quad (2.4)$$

sendo,

$P_{máx}$ - Força na extremidade activa durante a aplicação do pré-esforço

μ - Coeficiente de atrito entre a armadura de pré-esforço e a sua bainha

θ - Somatório dos desvios angulares ao longo do comprimento x (independentemente da sua direcção ou do seu sinal)

k - Desvio angular parasita por unidade de comprimento

x - Distância ao longo da armadura a partir do ponto em que a força de pré-esforço é igual a $P_{máx}$.

O coeficiente k , desvio angular parasita, aparece na expressão (2.4) com o intuito de ter em conta as ondulações parasitas do cordão devidas a imperfeições no seu posicionamento. Na prática, por exemplo, o posicionamento dum cordão com um traçado parabólico é impossível de se obter, existindo de quando em quando pequenas variações parasitas. A Figura 2.17 demonstra essa situação.

O BS 8110 e o ACI 318 apresentam uma expressão idêntica ao EC2. Essa expressão está apresentada em (2.5).

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{máx}(1 - e^{-(\mu\theta + kx)}) \quad (2.5)$$

As variáveis têm, precisamente, o mesmo significado que na expressão (2.4). A grande diferença reside na posição do coeficiente μ na expressão. Repare-se que na expressão do EC2 (2.4) esse coeficiente aparece fora dos parênteses, e nos regulamentos britânico e americano não. Este facto é um aspecto meramente regulamentar, uma vez que o cálculo das perdas por um ou outro regulamento conduzirá a valores semelhantes. Tal acontece pois o valor do coeficiente k sugerido pelo BS 8110 e ACI 318 é aproximadamente $k \times x$ do valor sugerido pelo EC2. No Capítulo 3 estão representados os coeficientes mais comuns sugeridos quer por fabricantes, quer pelos regulamentos.

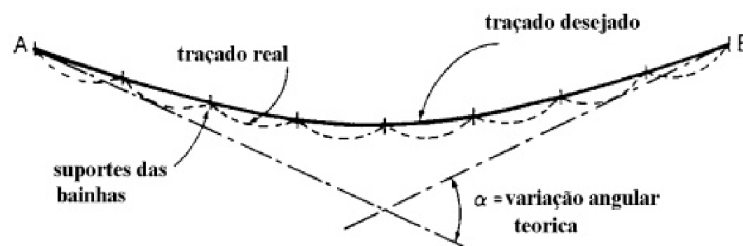


Figura 2.17 – Desvios angulares parasitas

2.5.1.2. Perdas devidas aos escorregamentos dos dispositivos de amarração

Na maioria dos sistemas de pós-tensão disponíveis no mercado para uso em pavimentos, os cordões são presos nas ancoragens através de cunhas. Quando os cordões são tensionados existem escorregamentos relativos quer entre os cordões e as cunhas, quer entre as próprias cunhas e as placas de ancoragem. O movimento de reentrada da ancoragem acontece num sentido inverso àquele que originou a tracção dos cabos, logo as forças de atrito que se geram são de sentido contrário às forças

iniciais devidas exclusivamente ao tensionamento dos cabos. Esta perda, devido ao escorregamento dos dispositivos, estende-se até um comprimento de influência a .

A Figura 2.18 traduz o fenómeno que origina as perdas devidas aos escorregamentos nos órgãos de ancoragem.

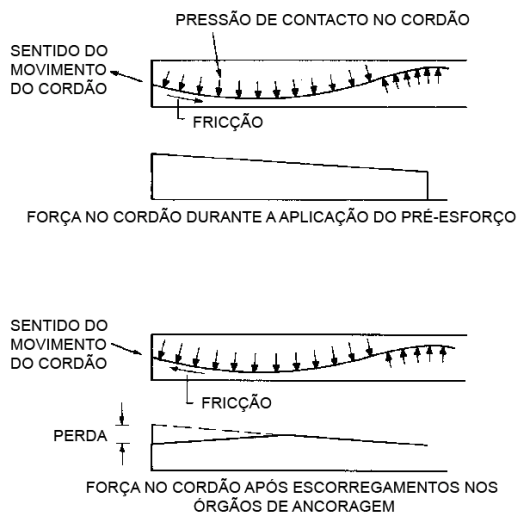


Figura 2.18 – Perda de pré-esforço devida aos escorregamentos nos órgãos de ancoragem (Adaptada de [Khan e Williams, 1995])

O valor total do escorregamento é fornecido nos documentos técnicos do sistema de pré-esforço e toma, geralmente, valores entre 1 a 12mm, dependendo do tipo de ancoragem e do próprio processo de pré-esforço utilizado.

A forma mais comum de calcular a perda de tensão nas armaduras de pré-esforço, devido aos escorregamentos nos dispositivos de amarração, passa pela construção dum diagrama tensão-comprimento do cabo, como o que está expresso na Figura 2.19.

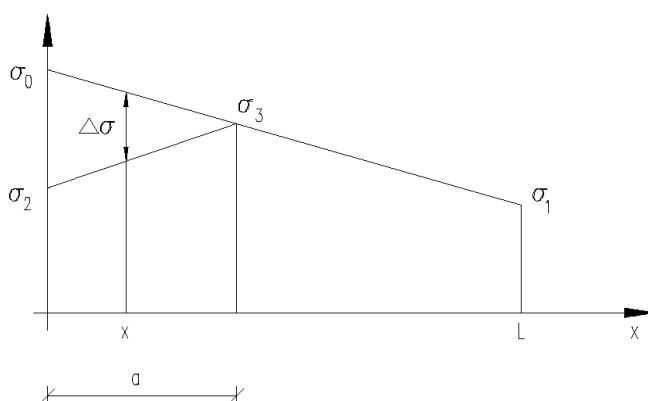


Figura 2.19 – Diagrama tensão-comprimento do cabo para o cálculo das perdas relativas às ancoragens

sendo,

σ_0 – Tensão inicial do cabo na zona da ancoragem activa antes dos escorregamentos dos dispositivos de amarração ou ancoragem

σ_1 – Tensão do cabo na ancoragem passiva

σ_2 – Tensão do cabo, na zona da ancoragem activa, após os escorregamentos dos dispositivos de amarração

σ_3 – Tensão no último ponto do cabo em que se desenvolvem as perdas devidas aos escorregamentos dos dispositivos de amarração

$\Delta\sigma$ – Perda de tensão num determinado ponto devido aos escorregamentos dos dispositivos de ancoragem

a – Comprimento de influência dos escorregamentos nos órgãos de ancoragem.

É de realçar que o declive da recta $\sigma_0 - \sigma_1$ é igual, mas de sentido contrário, ao declive da recta $\sigma_2 - \sigma_3$, pois as forças de atrito mobilizadas numa ou noutra direcção têm a mesma intensidade.

A extensão de um cabo de pré-esforço, ε_p , de módulo de elasticidade E_p submetido a uma variação de tensão $\Delta\sigma$ é:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta\sigma}{E_p} \quad (2.6)$$

Desta forma o escorregamento nos dispositivos de ancoragem Δs é igual a:

$$\Delta s = \int_0^a \varepsilon_p dx = \int_0^a \frac{\Delta\sigma}{E_p} dx \quad (2.7)$$

Na realidade, $\Delta s \times E_p$ não é mais do que a área do triângulo entre a recta $\sigma_0 - \sigma_3$ e a recta $\sigma_2 - \sigma_3$, logo:

$$\Delta s \times E_p = \frac{\sigma_0 - \sigma_1}{l} \times a^2 \quad (2.8)$$

sendo,

$\frac{\sigma_0 - \sigma_1}{l}$ - Declive da recta de tensões.

A expressão (2.8) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$a = \sqrt{\frac{\Delta s \times E_p}{\frac{\sigma_0 - \sigma_1}{l}}} \quad (2.9)$$

No exemplo da Figura 2.19 o gráfico das tensões tem declive constante. Tal só acontece em duas situações distintas:

- O traçado do cabo é rectilíneo ao longo de toda a peça,
- O traçado apresenta apenas uma parábola ao longo de toda a peça.

Por outras palavras, a variação do declive da recta de tensões é causada pela variação angular pontual, caso de dois troços rectos adjacentes que variam de declive num determinado ponto, ou pela alteração do valor da variação gradual angular causada pela permuta de parábolas num determinado ponto. Ou seja, é sempre a variação da componente θ da expressão das perdas por atrito que influencia as oscilações da recta das tensões, uma vez que a componente k é sempre constante ao longo de toda a peça, independentemente da forma do traçado do cabo em causa.

2.5.1.3. Exemplo prático de aplicação

Este exemplo prático visa validar o cálculo automático das perdas de pré-esforço, devidas ao atrito e à reentrada das cunhas, através do SAP2000. Para tal utiliza-se uma viga, pois a variação do pré-esforço ao longo do cabo coincide com a variação do esforço axial na peça. Modelação idêntica numa laje não teria a possibilidade de representação gráfica tão perceptível, uma vez que os esforços seriam representados sob a forma de mapa de isolinhas representativas de igualdade de esforços.

Utilizando, mais uma vez, o exemplo da viga de 13m, e considerando $k=0.01$, $\mu=0.19$ e $\Delta s = 5mm$, calcularam-se as perdas e representou-se o diagrama da variação do pré-esforço ao longo da viga devido não só às perdas instantâneas de atrito, mas também às perdas por escorregamento dos órgãos de ancoragem.



Figura 2.20 – Viga isostática com 13m de comprimento

Através do SAP2000 obteve-se a variação da força de pré-esforço ao longo da viga. A Figura 2.21 ilustra essa variação.

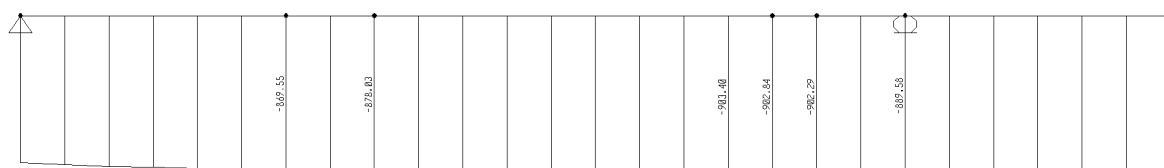


Figura 2.21 – Variação da força de pré-esforço ao longo da viga

Aplicando a expressão do EC2 (2.4), chegou-se às tensões na armadura de pré-esforço em diversos pontos da viga. Essas tensões estão expressas na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Valores das tensões na armadura de pré-esforço em diversos pontos da viga

x (m)	σ (MPa)
0.0	1481.5
1.0	1464.7
2.0	1448.1
3.0	1431.7
4.0	1415.4
5.0	1402.1
6.0	1388.8
7.0	1375.7
8.0	1362.7
8.5	1356.2
9.0	1349.8
10.0	1297.0
10.5	1269.2
11.0	1268.0
12.0	1265.6
13.0	1263.2

O cálculo das perdas de pré-esforço por escorregamentos nos órgãos de ancoragem conduziu ao seguinte valor do comprimento de influência:

$$a = 8.5 \text{ m.}$$

Os valores das tensões na armadura de pré-esforço, contabilizando as perdas devidas aos escorregamentos nos órgãos de ancoragem, estão representados na Tabela 2.4

Tabela 2.4 - Valores das tensões na armadura de pré-esforço, após escorregamentos na ancoragem

x (m)	σ (MPa)
0.0	1231.6
1.0	1247.9
2.0	1264.3
3.0	1280.7
4.0	1297.1
5.0	1310.2
6.0	1323.4
7.0	1336.5
8.0	1349.6
8.5	1356.2
9.0	1349.8
10.0	1297.0
10.5	1269.2
11.0	1268.0
12.0	1265.6
13.0	1263.2

A Figura 2.22 representa graficamente a variação da tensão nas armaduras de pré-esforço.

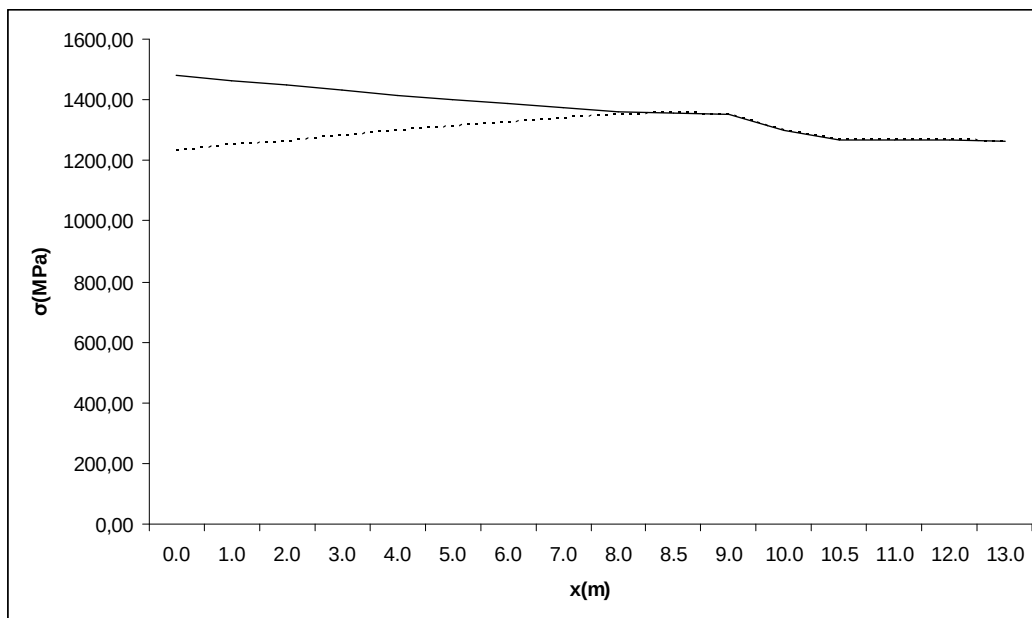


Figura 2.22 – Variação da tensão na armadura de pré-esforço devido ao atrito e à reentrada das cunhas

Na Figura 2.22 a linha contínua representa a tensão nas armaduras de pré-esforço antes da reentrada das cunhas. A linha a tracejado representa a tensão que efectivamente se instala nas armaduras após os escorregamentos nos órgãos de ancoragem, devido à reentrada das cunhas. É de realçar que a partir dos 8.50m as duas linhas coincidem, uma vez que as perdas devidas à reentrada das cunhas não se manifestam a partir desse comprimento.

É importante referir, que os valores obtidos para as perdas instantâneas de atrito e por escorregamento dos órgãos de ancoragem através do SAP2000 são ligeiramente diferentes dos valores obtidos pelas expressões dos regulamentos e livros técnicos. No entanto, o erro é bastante reduzido (inferior a 1%). A Tabela 2.5 compara a força na armadura de pré-esforço segundo o SAP2000 e o EC2 em quatro pontos distintos da viga.

Tabela 2.5 – Comparação das perdas do SAP2000 com as do EC2

x (m)	P (kN)		
	SAP2000	EC2	Erro (%)
0	827.52	831.33	-0.46
4	878.03	875.54	0.28
9	902.29	911.12	-0.97
13	860.36	852.66	0.90

Revela-se então vantajoso a utilização das potencialidades do software SAP2000, respeitantes ao cálculo das perdas por atrito e por escorregamento nas ancoragens, uma vez que as diferenças são diminutas.

3.5.1.4. Perdas devidas à deformação instantânea do betão

Quando numa determinada peça de betão existe mais do que um cordão de pré-esforço, é necessário ter em conta a perda de tensão nas armaduras devidas ao encurtamento do betão. Imagine-se uma zona numa laje onde vão ser traccionados dois cordões de pré-esforço. Quando o primeiro cordão é puxado não existe nenhuma perda devido à deformação do betão, uma vez que este encurta ao mesmo tempo que o cabo é traccionado. No entanto, quando o segundo cordão é puxado, o betão volta a encurtar devido ao incremento de tensão de compressão a que fica sujeito. Mais uma vez, este segundo cabo não sofre qualquer perda, porém, o primeiro sofre uma perda de tensão. Sendo a extensão do betão devida ao incremento de tensão no betão causada pelos dois cabos igual a:

$$\varepsilon_c(x) = \frac{\Delta\sigma_c(x)}{E_c} \quad (2.10)$$

sendo,

$\varepsilon_c(x)$ – Extensão no betão ao nível das armaduras de pré-esforço, na secção x

$\Delta\sigma_c(x)$ – Incremento da tensão de compressão no betão ao nível das armaduras de pré-esforço, na secção x

E_c – Módulo de elasticidade do betão.

O encurtamento total da peça, na zona desses cabos, é igual ao integral das extensões ao longo do comprimento da peça:

$$\Delta l_c = \int_0^l \varepsilon_c dx \quad (2.11)$$

sendo,

Δl_c - Encurtamento do betão ao longo da peça e ao nível da armadura.

Nesta fase, mesmo no caso de pré-esforço aderente, a armadura comporta-se como não aderente, pois na fase de esticamento dos cabos as bainhas ainda não foram injectadas, sendo as extensões do aço de pré-esforço independentes das extensões locais no betão. Assim, em qualquer uma das situações, a extensão média do cabo será igual à extensão média do betão, resultante do encurtamento total da peça, ao nível da armadura de pré-esforço, entre ancoragens:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_c = \frac{\Delta l_c}{l} \quad (2.12)$$

sendo,

ε_p - Extensão média do cordão de pré-esforço

ε_c - Extensão média do betão ao nível da armadura de pré-esforço

l - Comprimento total da peça de betão que, por simplificação, se considera igual ao comprimento total do cabo de pré-esforço.

Nas lajes é comum todos os cordões terem a mesma força de pré-esforço, logo, o incremento de tensão causado por cada cordão vale:

$$\Delta\sigma_{c,i} = \frac{\Delta\sigma_c}{n} \quad (2.13)$$

sendo,

$\Delta\sigma_{c,i}$ - Incremento de tensão no betão devido ao cabo de pré-esforço i

n - Número total de cordões.

No caso de dois cordões:

$$\Delta\sigma_{c,i} = \frac{\Delta\sigma_c}{2} \quad (2.14)$$

Então, a perda de tensão no primeiro cordão, devido ao tensionamento do segundo, vale:

$$\Delta\sigma_p = \frac{E_p \times \varepsilon_p}{2} \quad (2.15)$$

sendo,

$\Delta\sigma_p$ – Perda de tensão na armadura de pré-esforço

E_p - Módulo de elasticidade do aço de pré-esforço.

Como já foi acima referido, o segundo cordão não sofre qualquer perda, sendo a perda média por cordão:

$$\Delta\sigma_{p,cordão} = \frac{E_p \times \varepsilon_p}{4} \quad (2.16)$$

sendo,

$\Delta\sigma_{p,cordão}$ - Perda média de tensão por cordão de pré-esforço.

O mesmo raciocínio aplica-se a situações com mais cordões. A expressão (2.17) é retirada do EC2 e representa a perda média da força de pré-esforço por cordão.

$$\Delta P_{el} = A_p \times E_p \times \sum \frac{j \times \Delta\sigma_c(t)}{E_{cm}(t)} \quad (2.17)$$

sendo,

ΔP_{el} – Perda média em cada cordão devida à deformação instantânea do betão

$\Delta\sigma_c(t)$ – Variação de tensão no betão ao nível das armaduras no instante t

A_p – Área de um cabo de pré-esforço

j – Coeficiente igual a:

$\frac{(n-1)}{2n}$ - Em que n é o número de armaduras idênticas sucessivamente traccionadas. Como aproximação, pode adoptar-se para j o valor de $\frac{1}{2}$

1 - Para as variações devidas a acções permanentes aplicadas após o pré-esforço.

Quando $j = 1$ todo o incremento de tensão no betão, ao nível das armaduras, irá produzir perdas de tensão em todos os cordões de pré-esforço presentes nessa mesma zona. Esta situação acontece quando, após a aplicação de todo o pré-esforço a uma laje, esta fica sujeita a um incremento importante de carga permanente.

Em termos de perda de tensão nas armaduras, a expressão (2.17) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta\sigma_{p,el} = E_p \times \sum \frac{j \times \Delta\sigma_c(t)}{E_{cm}(t)} \quad (2.18)$$

sendo,

$\Delta\sigma_{p,el}$ - Perda de tensão nas armaduras devida à deformação instantânea do betão.

2.5.2. PERDAS DIFERIDAS

2.5.2.1. Perdas devidas à retracção do betão

A retracção do betão está dependente da humidade relativa, bem como das dimensões do elemento e da própria composição do betão. A retracção pode ser dividida em duas parcelas distintas; uma autogénea e outra por secagem.

$$\mathcal{E}_{cs} = \mathcal{E}_{cd} + \mathcal{E}_{ca} \quad (2.19)$$

sendo,

$\mathcal{E}_{cs}$ – Extensão total de retracção,

$\mathcal{E}_{cd}$ – Extensão de retracção por secagem,

$\mathcal{E}_{ca}$ – Extensão de retracção autogénea.

A retracção autogénea é devida às reacções internas do próprio processo de endurecimento do betão e acontece, essencialmente, nos primeiros dias após a betonagem. Já a retracção por secagem ocorre devido à migração da água através do betão já endurecido exposto ao meio ambiente. Esta última retracção desenvolve-se lentamente ao longo do tempo.

A quantificação da extensão total de retracção em estruturas pré-esforçadas é de todo importante, uma vez que o encurtamento das peças de betão por retracção traduz-se numa diminuição da tensão nas armaduras de pré-esforço e, respectivamente, diminuição da força de pré-esforço.

A evolução com o tempo da extensão de retracção por secagem é dada pela seguinte expressão do EC2:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \times k_h \times \varepsilon_{cd,0} \quad (2.20)$$

sendo,

k_h – Coeficiente que depende da espessura equivalente, h_0 , de acordo com a Tabela 2.6

$\beta_{ds}(t, t_s)$ – Definido na expressão (2.21)

$\varepsilon_{cd,0}$ – Definido na expressão (2.23).

Tabela 2.6 – Valores de k_h

h_0	k_h
100	1.00
200	0.85
300	0.75
≥ 500	0.70

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0}^3} \quad (2.21)$$

sendo,

t – Idade do betão na data considerada, em dias

t_s – Idade do betão (em dias) no início da retracção por secagem. Normalmente corresponde ao fim da cura, ou seja, aproximadamente ao sétimo dia

h_0 – Espessura equivalente (mm) da secção transversal, definido na expressão (2.22):

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (2.22)$$

sendo,

A_c – Área da secção transversal do betão

u – Perímetro da parte da secção transversal exposta à secagem.

A extensão de retracção por secagem de referência, $\varepsilon_{cd,0}$, e o respectivo coeficiente β_{RH} , são calculados pelas expressões (2.23) e (2.24).

$$\varepsilon_{cd,0} = 0.85 \left[\left(220 + 110 \times \alpha_{ds1} \right) \times e^{\left(-\alpha_{ds2} \times \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)} \right] \times 10^{-6} \times \beta_{RH} \quad (2.23)$$

e

$$\beta_{RH} = 1.55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad (2.24)$$

sendo,

f_{cm} – Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão (MPa)

$f_{cm0} = 10\text{MPa}$

α_{ds1} – Coeficiente que depende do tipo de cimento:

= 3 para cimento da Classe S

= 4 para cimento da Classe N

= 6 para cimento da Classe R

α_{ds2} – Coeficiente que depende do tipo de cimento:

= 0.13 para cimento da Classe S

= 0.12 para cimento da Classe N

= 0.11 para cimento da Classe R

RH – Humidade relativa ambiente (%)

$RH_0 = 100\%$.

A extensão de retracção autogénea depende da resistência característica do betão, variando em função do tempo através da seguinte expressão:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \times \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2.5 \times (f_{ck} - 10) \times 10^{-6} \quad (2.26)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{(-0.2 \times t^{0.5})} \quad (2.27)$$

sendo,

t expresso em dias.

Conhecido o valor da extensão total de retracção é então possível quantificar a perda de tensão na armadura de pré-esforço causada por esta. Essa perda está representada na expressão (2.28):

$$\Delta\sigma_{p,s} = \varepsilon_{cs} \times E_p \quad (2.28)$$

sendo,

$\Delta\sigma_{p,s}$ - Perda de tensão nas armaduras devida à retracção

Em lajes fungiformes pré-esforçadas, considera-se que toda a laje está sujeita à mesma humidade relativa e condições de secagem, logo, a extensão total de retracção dá-se em toda a laje traduzindo-se numa perda relativamente constante em toda ela, independentemente de as armaduras de pré-esforço serem aderentes ou não.

2.5.2.2. Perdas devidas à fluência do betão

A fluência é um fenómeno físico característico do betão, que se traduz num aumento gradual das deformações, de um determinado elemento, sob uma tensão constante. Além disso, é bastante dependente do historial de cargas sob a estrutura, isto é, a mesma carga sob o mesmo elemento de betão que, por sua vez, provoca a mesma tensão, causa deformações por fluência diferentes consoante a idade do carregamento em causa. Os níveis de tensão no betão devem ser controlados de forma a evitar-se elevados níveis de fluência. Tais limites de tensões serão mais detalhadamente tratados no Capítulo 3. Nesta fase, e para caracterização das perdas de pré-esforço causadas pela fluência, é importante explicitar detalhadamente o cálculo do coeficiente de fluência.

A expressão (2.29) representa a determinação da extensão por fluência, função da extensão instantânea do betão submetido a uma tensão constante:

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \times \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (2.29)$$

sendo,

$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0)$ – Extensão do betão por fluência, a tempo infinito, devido a um carregamento na idade t_0

$\varphi(\infty, t_0)$ – Coeficiente de fluência a tempo infinito

σ_c – Tensão no betão

E_c – Módulo de elasticidade do betão.

O coeficiente de fluência não é mais do que uma grandeza adimensional representativa da intensidade da deformação por fluência, comparativamente com a deformação instantânea do betão. Ou seja, sabendo-se o coeficiente de fluência e a tensão instalada na peça de betão, a obtenção da deformação por fluência é directa.

O coeficiente de fluência, segundo o EC2, pode ser calculado a partir da expressão (2.30):

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \times \beta_c(t, t_0) \quad (2.30)$$

sendo,

$\beta_c(t, t_0)$ – Coeficiente que traduz a evolução da fluência no tempo, após o carregamento

φ_0 – Coeficiente de fluência a tempo infinito.

Simplificadamente, e como a fluência a tempo infinito é máxima, despreza-se a determinação do coeficiente $\beta_c(t, t_0)$, representativo da evolução da fluência ao longo do tempo. Interessa apenas saber a fluência a tempo infinito, até porque é nessa situação que as perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço são máximas. No entanto, e se o leitor achar do seu interesse, a determinação do coeficiente $\beta_c(t, t_0)$ está representada no anexo B do EC2.

A determinação do coeficiente de fluência fica então reduzida apenas à parcela φ_0 , cuja expressão está representada em (2.31):

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \times \beta(f_{cm}) \times \beta(t_0) \quad (2.31)$$

sendo,

φ_{RH} – Coeficiente que tem em conta a influência da humidade relativa no coeficiente de fluência:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0.1\sqrt[3]{h_0}}, \text{ para } f_{cm} \leq 35MPa \quad (2.32)$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/100}{0.1\sqrt[3]{h_0}} \times \alpha_1 \right] \times \alpha_2, \text{ para } f_{cm} > 35MPa \quad (2.33)$$

RH - Humidade relativa do meio ambiente, em %

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.7} \quad (2.34)$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.2} \quad (2.35)$$

$\beta(f_{cm})$ - Factor que tem em conta a influência da resistência do betão no coeficiente de fluência convencional:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (2.36)$$

$\beta(t_0)$ - Factor que tem em conta a influência da idade do betão, à data do carregamento, no coeficiente de fluência:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + t_0^{0.2}} \quad (2.37)$$

t_0 - Idade do betão, em dias, à data do carregamento:

$$t_0 = t_{0,T} \times \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1.2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0.5 \quad (2.38)$$

$t_{0,T}$ - Idade do betão à data do carregamento, em dias, corrigida em função da temperatura de acordo com a expressão (2.39)

α - Expoente função do tipo de cimento:

- = -1 para cimento da classe S,
- = 0 para cimento da classe N,

= 1 para cimento da classe R.

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^n e^{-(4000/[273+T(\Delta t_i)]-13.65)} \times \Delta t_i \quad (2.39)$$

$T(\Delta t_i)$ - Temperatura (°C) durante o intervalo de tempo Δt_i

Δt_i - Número de dias em que se mantém a temperatura T .

Estando o coeficiente de fluência determinado, é então trivial o cálculo da perda de tensão nas armaduras de pré-esforço aderentes devida à fluência.

$$\Delta \sigma_{p,c} = \varphi_0 \times \sigma_{c,QP} \times \frac{E_p}{E_c} \quad (2.40)$$

sendo,

$\Delta \sigma_{p,c}$ - Perda de tensão nas armaduras devida à fluência do betão

$\sigma_{c,QP}$ - Tensão no betão, ao nível da armadura de pré-esforço, na combinação quase-permanente de acções,

E_c - Módulo de elasticidade do betão

E_p - Módulo de elasticidade do aço de pré-esforço.

A expressão (2.40) pressupõe aderência entre a armadura de pré-esforço e o betão. No caso de armadura não aderente o cálculo dessa perda deverá ser feito através da expressão (2.41).

$$\Delta \sigma_{p,c} = \varphi_0 \times \varepsilon_{p,QP} \times E_p \quad (2.41)$$

sendo,

$\varepsilon_{p,QP}$ - Extensão média da armadura de pré-esforço na combinação quase-permanente de acções.

$$\varepsilon_{p,QP} = \frac{\int_0^l \varepsilon_{c,QP} dx}{l} \quad (2.42)$$

sendo,

$\varepsilon_{c,QP}$ - Extensões do betão ao nível das armaduras de pré-esforço, na combinação quase-permanente de acções, entre ancoragens

l - Comprimento do cordão de pré-esforço.

Khan e Williams [Khan e Williams, 1995] sugerem que se reduza a tensão no betão à força axial de compressão, uma vez que, normalmente, a força de pré-esforço equilibra parcialmente as cargas permanentes, sendo os momentos na secção baixos. No entanto, e recorrendo às potencialidades dos elementos finitos, é possível determinar-se, com maior precisão, a tensão que efectivamente está instalada ao nível das armaduras.

É também importante realçar que no caso de armaduras de pré-esforço aderentes, a expressão (2.40) dá-nos a grandeza da perda de pré-esforço pontual, uma vez que estando o betão solidarizado com o pré-esforço, as variações de extensões no betão são iguais às extensões no aço de pré-esforço. No caso de armaduras de pré-esforço não aderente (2.41), o aço das armaduras não está em contacto directo com o betão, logo há deslocamentos relativos. Dessa forma, a perda de pré-esforço é constante em todo o cordão, resultando do integral das extensões ao longo do cordão.

2.5.2.3. Perdas devidas à relaxação do aço de pré-esforço

Embora actualmente o uso de aços de baixa relaxação seja prática corrente, a relaxação é um fenómeno sempre presente nos aços e é importante que se quantifique, embora de forma aproximada, o seu valor, pois ela conduz a perdas significativas da tensão nos cabos e, respectivamente, perdas de pré-esforço e seu consequente efeito sobre as estruturas.

A relaxação não é mais do que uma perda de tensão nos aços, quando estes estão traccionados sob alongamento constante. Essa perda varia linearmente com a tensão inicial, isto é, quanto maior for o esforço de tracção no aço, maior será a sua perda de tensão sob o fenómeno de relaxação. Como é sabido, os aços de pré-esforço aplicados a estruturas estão, geralmente, sujeitos a grandes forças de tracção, logo, é de esperar perdas significativas de tensão.

As perdas de relaxação podem ser obtidas através dos certificados de ensaio dos fabricantes de pré-esforço, ou através de uma relação percentual entre a variação da tensão de pré-esforço numa determinada altura e a tensão de pré-esforço inicial. O EC2 sugere a aplicação da expressão (2.43) para determinação dessa percentagem.

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0.66 \times \rho_{1000} \times e^{9.1 \times \mu} \times \left(\frac{t}{1000} \right)^{0.75 \times (1-\mu)} \times 10^{-5} \quad (2.43)$$

sendo,

$\Delta\sigma_{pr}$ - Valor absoluto das perdas de pré-esforço devidas à relaxação

σ_{pi} - Valor absoluto da tensão inicial de pré-esforço na combinação quase-permanente de acções

$t = 500000$ (ou seja cerca de 57 anos) - Tempo depois da aplicação do pré-esforço (em horas)

$\mu = \frac{\sigma_{pi}}{f_{pk}}$, em que f_{pk} é o valor característico da resistência à tracção do aço de pré-esforço

$\rho_{1000} = 2.5$ - Valor da perda devida à relaxação (em percentagem) às 1000 horas depois da aplicação do pré-esforço e a uma temperatura média de 20°C.

A expressão (2.43) representa a estimativa da perda para aços da classe 2 no que respeita à relaxação, isto é, fios ou cordões de baixa relaxação. Os aços usados para pré-esforçar pavimentos são, na generalidade dos casos, desta classe. Para outras classes o autor sugere a consulta do ponto 3.3.2 do EC2.

A expressão (2.43) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta\sigma_{pr} = 1.65 \times e^{9.1 \times \mu} \times 500^{0.75 \times (1-\mu)} \times 10^{-5} \times \sigma_{pi} \quad (2.44)$$

A perda de tensão na armadura devida à relaxação do aço de pré-esforço é, no entanto, considerada apenas cerca de 80% do valor de $\Delta\sigma_{pr}$, pois esse fenómeno depende da deformação do betão devida à fluência e retracção. Esta redução visa ter em linha de conta a interacção desses dois fenómenos com a relaxação do aço.

A aplicação da expressão (2.44) deve ter em consideração o tipo de armadura; aderente ou não aderente. No caso de armadura aderente, essa expressão deve ser entendida como uma perda local, isto é, como cada secção tem o seu próprio estado de tensão, então cada secção também terá a sua perda de tensão específica devida à relaxação. No caso de armadura não aderente, σ_{pi} deve ser entendido como a tensão média na armadura, na combinação quase-permanente de acções, que deverá ser calculada da seguinte forma:

$$\sigma_{pi} = \sigma_{pm0} + E_p \times \frac{\int_0^l \varepsilon_{c,QP} dx}{l} \quad (2.45)$$

sendo,

σ_{pm0} - Tensão média nas armaduras de pré-esforço após as perdas instantâneas.

2.5.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS RELATIVAS AO CÁLCULO DAS PERDAS DIFERIDAS EM ARMADURAS DE PRÉ-ESFORÇO ADERENTE E NÃO ADERENTE

O objectivo deste ponto prende-se com a tentativa de clarificar as diferenças relativas ao cálculo das perdas de pré-esforço, consoante o tipo de armadura: aderente ou não aderente. Para tal o leitor deverá ter perfeita consciência de que a principal característica, e que mais influência terá directamente no cálculo das perdas de pré-esforço, é a própria existência ou ausência de solidarização o betão e a armadura de pré-esforço.

No que respeita às perdas instantâneas, os dois tipos de armaduras são tratados de igual forma, uma vez que essas perdas manifestam-se durante a operação de esticamento dos cordões, pelo que mesmo que a armadura seja aderente, a bainha ainda não foi injectada, e por essa razão o betão e a armadura não estão ainda solidários. Assim, qualquer expressão presente no ponto 2.5.1 é válida para os dois tipos de armaduras. A variabilidade relativa às perdas instantâneas está estritamente relacionada com o coeficiente de atrito, μ , e com o desvio angular parasita, k , que são dependentes do respectivo tipo de armadura e bainha.

As perdas diferidas, especificamente as devidas aos fenómenos de fluência do betão e relaxação do aço de pré-esforço, estão estritamente relacionadas com o estado de tensão do betão na zona da armadura, ou da própria armadura, respectivamente. No caso de uma armadura do tipo aderente essas duas perdas serão sempre calculadas de forma local, isto é, cada secção tem uma perda distinta pois, como já foi referido, depende do estado de tensão da secção, sendo as extensões no betão e na armadura coincidentes, uma vez que existe aderência entre os dois materiais. No caso de uma armadura do tipo não aderente o cálculo distingue-se da situação anterior, já que as perdas de tensão devidas à fluência e relaxação traduzem-se numa redução da tensão ao longo de toda a armadura, visto que o cabo de pré-esforço é parcialmente livre de se deslocar dentro da bainha.

A retracção, como se supõe uniforme em toda a laje, implica uma perda uniforme em todo o comprimento dos cordões de pré-esforço, independentemente do tipo deste. No entanto, outras considerações poderiam ser feitas no pressuposto da existência de uma laje que apresentasse retracções diferentes nos diversos vãos, induzidas por situações de secagem distintas.

No caso de armaduras aderentes, o EC2 propõe uma expressão que quantifica, de forma aproximada, o valor total da perda diferida de tensão nas armaduras, numa determinada secção x :

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r,a}(x) = \frac{\varepsilon_{cs}(x)E_p + 0,8\Delta\sigma_{pr}(x) + \frac{E_p}{E_{cm}}\varphi(t,t_0)\sigma_{c,QP}(x)}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}}\frac{A_p}{A_c}\left(1 + \frac{A_c}{I_c}z_{cp}^2(x)\right)[1 + 0,8\varphi(t,t_0)]} \quad (2.46)$$

sendo,

$\Delta\sigma_{p,c+s+r,a}(x)$ - Perda de tensão total nas armaduras de pré-esforço aderente devida aos fenómenos de retracção e fluência no betão, e relaxação do aço de pré-esforço, na secção x

$\Delta\sigma_{pr}(x)$ - Perda de tensão nas armaduras devido à relaxação do aço de pré-esforço na secção x

$\sigma_{c,QP}(x)$ - Tensão no betão, ao nível das armaduras de pré-esforço, na combinação quase-permanente de acções, na secção x

A_p - Área de todas as armaduras de pré-esforço na secção x

A_c - Área da secção transversal de betão x

I_c - Momento de inércia da secção de betão x

$z_{cp}(x)$ - Distância entre o centro de gravidade da secção de betão x e as armaduras de pré-esforço

O denominador da expressão (2.46), embora de uma forma pouco perceptível sob o ponto de vista físico, visa ter em conta a interacção dos três fenómenos causadores de perdas [Figueiras, 1993]. A interdependência dos fenómenos conduzirá a perdas menores, uma vez que o denominador será sempre superior à unidade (esse denominador assume valores, geralmente, entre 1.1 e 1.2). O EC2 refere que a expressão (2.46) pode ser aplicada a armaduras não aderentes, considerando os valores médios das tensões calculados ao longo de todo o comprimento das armaduras.

Neste trabalho sugere-se, no entanto, que a expressão (2.46) seja aplicada exclusivamente ao cálculo das perdas em armaduras aderentes, obtendo-se dessa forma perdas de pré-esforço pontuais, em função da secção x . No caso de armaduras não aderentes sugere-se a aplicação da expressão (2.47) ao cálculo das perdas de pré-esforço diferidas.

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r,na} = \Delta\sigma_{p,s} + \Delta\sigma_{p,c} + 0,8\Delta\sigma_{pr} \quad (2.47)$$

sendo,

$\Delta\sigma_{p,c+s+r,na}$ - Perda de tensão total nas armaduras de pré-esforço não aderente devida aos fenómenos de retracção e fluência no betão, e relaxação do aço de pré-esforço

$\Delta\sigma_{p,s}$ - Perda de tensão nas armaduras de pré-esforço não aderente devida à retracção do betão

$\Delta\sigma_{p,c}$ - Perda de tensão nas armaduras de pré-esforço não aderente devida à fluência do betão

$\Delta\sigma_{pr}$ - Perda de tensão nas armaduras devido à relaxação do aço de pré-esforço não aderente.

A consideração de apenas 80% do valor de $\Delta\sigma_{pr}$ visa ter em conta a interacção da fluência e da retracção no betão na perda por relaxação do aço de pré-esforço.

Na opinião do autor do presente documento, no caso de armaduras não aderentes a utilização da expressão (2.47) em detrimento da (2.46) é mais indicada, uma vez que na expressão (2.46) o cálculo das perdas de pré-esforço por fluência supõe solidarização (igualdade de extensões) entre as armaduras e o betão. Como é sabido, essa solidarização não existe nas armaduras não aderentes. Logo, o cálculo de $\Delta\sigma_{p,c}$ deve ser feito de acordo com as expressões (2.41) e (2.42), e não da forma que é sugerida pela expressão (2.46). A distância do eixo da laje à armadura de pré-esforço, z_{cp} , varia ao longo da peça e, se nas armaduras aderentes, o cálculo das perdas é pontual, logo, esse valor não apresenta qualquer ambiguidade, já no caso de armaduras não aderentes o valor de z_{cp} a utilizar não é directo. A utilização de um valor médio talvez seja o mais correcto, no entanto, a quantificação dessa variável será sempre polémica. A determinação de A_c e I_c é bastante complicada numa laje, pois a força de pré-esforço tende a dispersar-se ao longo desta sobre uma área de influência bastante difícil de limitar. Essa dificuldade é também comum às armaduras de pré-esforço aderente.

Em todo o caso, a utilização da expressão (2.47) será sempre mais simples, e ao mesmo tempo mais conservativa sendo, no entender do autor, a mais indicada para se utilizar em situações de projecto.

3

O DIMENSIONAMENTO E O ENQUADRAMENTO REGULAMENTAR

3.1. NOTA PRÉVIA

Uma laje pré-esforçada, assim como outro qualquer elemento estrutural pré-esforçado, tem um processo de dimensionamento bastante distinto do betão armado tradicional. As lajes em betão armado são, numa primeira fase, dimensionadas para satisfazerem os Estados Limites Últimos (ELU), sendo só depois feitas as verificações de serviço. No entanto, no caso de elementos pré-esforçados, o processo é inverso, sendo o pré-esforço calculado para as condições de serviço, verificando-se só depois os diversos ELU. A Figura 3.1 ilustra esse processo de dimensionamento.

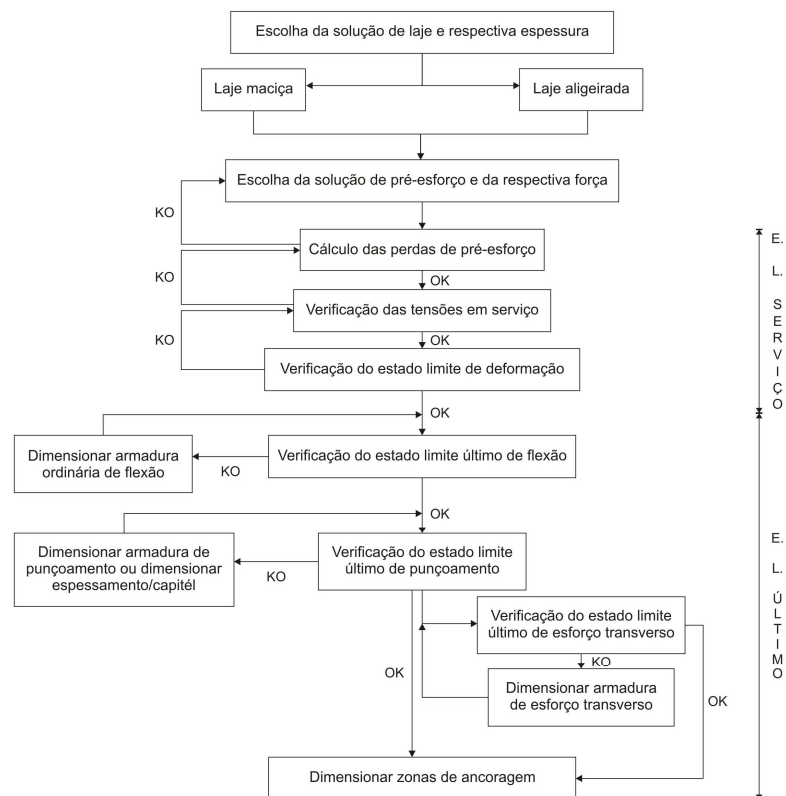


Figura 3.1 – Fluxograma representativo do dimensionamento de uma laje fungiforme pré-esforçada

O dimensionamento de estruturas pré-esforçadas é um processo iterativo onde o projectista deve, em cada passo da iteração, ir verificando as condições de serviço, nomeadamente flechas e tensões nos materiais, mudando sempre que necessário a geometria ou a força de pré-esforço.

3.2. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA ESPESSURA DA LAJE

No dimensionamento de estruturas de betão armado, o pré-dimensionamento da espessura de vigas ou lajes é feito através do controlo da deformação (flechas) em condições de serviço.

Em geral, as flechas são aceitáveis quando se verificam determinadas relações vão/altura. Segundo o EC2 [Eurocódigo 2, 2004], essa relação numa laje fungiforme não deve exceder o valor de 24. No entanto, esse valor pode variar consoante certas condições sejam verificadas. A expressão do EC2 que permite fazer a verificação do controlo da deformação, sem cálculo directo de flechas é a seguinte:

$$\frac{l}{d} = k_t \times k_l \times k_{\sigma} \times \lambda \quad (3.1)$$

sendo,

l - Vão maior da laje

d - Altura útil da armadura da laje

k_t - Coeficiente que tem em conta a forma da secção

k_l - Coeficiente que tem em conta a dimensão do vão maior

k_{σ} - Coeficiente que tem em conta a tensão na armadura em condições de serviço

λ - Coeficiente que expressa o valor máximo da relação l/d em diversas soluções estruturais.

O quadro 7.4N do EC2 apresenta vários exemplos, sendo que no caso de lajes fungiformes este coeficiente vale 24 (considerando betão levemente solicitado). É importante realçar que, no caso de todos os outros coeficientes serem unitários, é λ que controla as flechas e, por tanto, a deformação.

Convém no entanto referir, que estas relações resultam de um estudo realizado para uma série de vigas e lajes que têm em conta o facto das secções estarem fendilhadas, sendo um bom ponto de partida para o pré-dimensionamento das espessuras das vigas e lajes de betão armado, verificando-se automaticamente o estado limite de deformação. No caso de elementos pré-esforçados as secções em serviço estão em geral não fendilhadas, sendo as flechas menores devido a uma maior rigidez flexional dos elementos. Desta forma, o controlo da deformação em lajes fungiformes pré-esforçadas não deverá ser obtido exclusivamente através da verificação da expressão acima, uma vez que é demasiado conservadora para tais situações. Mais à frente a verificação deste estado limite será mais detalhada. A expressão poderá ajudar no pré-dimensionamento da espessura da laje, no entanto, o projectista não deverá ficar preso a tais valores pelas razões acima expressas, podendo e devendo, como é óbvio, explorar maiores relações l/d .

A experiência obtida ao longo de vários anos permitiu sintetizar as relações usuais de l/h na Tabela 3.1 [Freyssinet, 2007].

Tabela 3.1 – Relações usuais de l/h

Tipo de pavimento	Sobrecarga (kN/m ²)	l/h
Laje fungiforme maciça	1,5	42
	2,5	20
	5	36
Laje fungiforme maciça com reforço de punçoamento (capitéis)	1,5	46
	2,5	44
	5	40
Laje fungiforme aligeirada	2,5	25
	5,0	23
	10	20

A Tabela 3.1 é fruto da experiência e apresenta valores muito mais fiáveis do que a expressão (3.1). No entanto, o projectista deve ter a consciência que estes rácios são bons pontos de partida para o pré-dimensionamento, mas tal não evita a necessidade de verificações e que, eventualmente, poderão ter que ser alterados durante o processo iterativo do projecto de estruturas pré-esforçadas.

Após a escolha da espessura e do tipo de laje, procede-se à escolha da solução de pré-esforço (aderente/não aderente e repartido ou por bandas de apoio) e do próprio traçado dos cordões. As diferentes soluções, bem como as suas potencialidades e fraquezas, estão expostas no Capítulo 2.

3.3. FORÇA MÁXIMA DE PRÉ-ESFORÇO DURANTE A APLICAÇÃO

A força de pré-esforço durante a operação de esticamento do cordão deve respeitar certos limites, de forma a evitar-se a rotura do mesmo durante o processo. A expressão do EC2 que sugere a máxima força a ser aplicada está apresentada em (3.2).

$$P_{m\acute{a}x} = A_p \times \sigma_{p,m\acute{a}x} \quad (3.2)$$

sendo,

$P_{m\acute{a}x}$ – Força aplicada à armadura de pré-esforço durante a operação de esticamento

A_p – Área da armadura de pré-esforço

$\sigma_{p,m\acute{a}x}$ - $\min(0.8 f_{pk}; 0.9 f_{p0,1k})$

f_{pk} - Valor característico da tensão de rotura à tracção do aço das armaduras de pré-esforço

$f_{p0,1k}$ - Valor característico da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,1% à tracção do aço das armaduras de pré-esforço.

O EC2 admite que a força de esticamento possa superar esse limite, sem nunca ultrapassar o valor de $0.95 f_{p0,1k}$, caso seja garantido que a intensidade da força no macaco seja medida com uma precisão de $\pm 5\%$.

O BS 8110 [British Standard 8110, 1997], por seu lado, sugere que a força de esticamento não ultrapasse 75% da resistência característica do cordão em situações normais. Tal limite está representado na expressão (3.3).

$$P_{máx} = A_p \times 0.75 f_{pk} \quad (3.3)$$

No entanto, este regulamento também indica que, nos casos em que seja garantido uma maior precisão na leitura desse valor, tal limite possa atingir os $0.8 f_{pk}$.

O ACI 318 [American Concrete Institute, 2005] sugere valores diferentes para o limite dessa força. A expressão (3.4) apresenta esse limite.

$$P_{máx} = A_p \times \sigma_{p,máx} \quad (3.4)$$

Sendo,

$$\sigma_{p,máx} = \min(0.8 f_{pk}; 0.94 f_{p0,1k}).$$

A Tabela 3.2 apresenta, de forma compacta, os valores limites sugeridos pelos três regulamentos, tendo o bom senso do projectista um papel importante na decisão da força máxima de pré-esforço a aplicar aos cordões. É, no entanto, prática usual, aplicar uma tensão nos cordões na ordem dos 70% a 75% da sua resistência característica à tracção, de forma a assegurar uma pequena reserva para acautelar eventuais erros ou falta de precisão durante a aplicação em obra [Khan e Williams, 1995].

Tabela 3.2 - Tensão máxima nos cordões durante a operação de esticamento

EC2	BS 8110	ACI 318
$\min(0.8 f_{pk}; 0.9 f_{p0,1k})$	$0.75 f_{pk}$	$\min(0.8 f_{pk}; 0.94 f_{p0,1k})$

3.4. TENSÕES MÁXIMAS ADMISSÍVEIS NOS CORDÕES DE PRÉ-ESFORÇO EM CONDIÇÕES DE SERVIÇO

Em situações regulares de serviço, a tensão máxima nos cordões ocorre durante a aplicação do pré-esforço, pois quando a força é transferida para o betão, tal tensão tende a diminuir devido à reentrada das cunhas, ao atrito entre os cordões e as bainhas e ao processamento das perdas diferidas devido a fenómenos de fluência e retracção no betão e de relaxação no aço. Por outro lado, a tensão nos cabos também pode aumentar devido à aplicação das sobrecargas na laje. Em todo o caso, se um cordão não quebrar durante a operação de esticamento, é pouco provável que tal aconteça durante o funcionamento normal da estrutura. É, no entanto, conveniente que essa tensão nos cordões não seja demasiado elevada, para prevenir perdas excessivas por relaxação.

Desta forma, o EC2 sugere que após a transmissão da força do pré-esforço ao betão, a força média na armadura de pré-esforço, num determinado ponto, já deduzida das perdas instantâneas, não deva ser superior ao limite apresentado na expressão (3.5):

$$P_{m0}(x) \leq A_p \times \sigma_{pm0}(x) \quad (3.5)$$

sendo,

$P_{m0}(x)$ – Força média de pré-esforço num determinado ponto x

$\sigma_{pm0}(x)$ – Tensão na armadura imediatamente após a transferência do pré-esforço ao betão e igual a $\min(0.75 f_{pk}; 0.85 f_{p0,1k})$.

O BS 8110, sendo mais conservador, sugere limites mais baixos. A expressão (3.6) traduz esse limite.

$$\sigma_{pm0} = 0.7 f_{pk} \quad (3.6)$$

Este regulamento refere ainda, que a tensão máxima nas armaduras de pré-esforço pode ser ligeiramente superior em casos excepcionais, mas sem nunca ultrapassar 75% da resistência característica à tracção do aço.

O ACI 318 sugere o mesmo limite que o BS 8110.

A Tabela 3.3 apresenta de forma sintética as sugestões dos diversos regulamentos.

Tabela 3.3 - Tensões máximas admissíveis nos cordões após a transferência do pré-esforço ao betão

EC2	BS 8110	ACI 318
$\min(0.75 f_{pk}; 0.85 f_{p0,1k})$	$0.7 f_{pk}$	$0.7 f_{pk}$

3.5. TENSÕES ADMISSÍVEIS NO BETÃO

As tensões no betão devem ser controladas quer durante a aplicação do pré-esforço, de forma a evitar-se a micro-fendilhação e esmagamento do betão na zona das ancoragens, quer também durante o funcionamento normal da estrutura de forma a evitar-se situações de fluência excessiva e de formação de fendas longitudinais no betão. Os vários regulamentos sugerem um fio condutor, dando indicações das tensões máximas admissíveis no betão durante a aplicação do pré-esforço, bem como alguns limites para as condições de serviço da estrutura. Desta forma, irão ser apresentados limites para duas situações distintas; situação inicial e situação final, correspondendo, respectivamente, à situação logo após a aplicação do pré-esforço e à situação a longo termo, já contabilizando a resistência do betão aos 28 dias e as perdas de pré-esforço diferidas.

3.5.1. TENSÕES ADMISSÍVEIS NA SITUAÇÃO INICIAL

Nesta situação as verificações das tensões devem ser feitas considerando a acção do pré-esforço deduzida apenas das perdas instantâneas e contabilizando unicamente as cargas permanentes actuantes sobre a laje.

A expressão (3.7) indica a tensão máxima de compressão admissível no betão, durante e logo após a operação de esticamento dos cordões, sugerida pelo EC2.

$$\sigma_c \leq 0.6 f_{ck}(t) \quad (3.7)$$

sendo,

σ_c – Tensão de compressão no betão

$f_{ck}(t)$ – Resistência característica à compressão do betão na idade t (dias) de aplicação do pré-esforço.

O EC2 não apresenta um limite específico para tensão de tracção no betão quer para a situação inicial, quer para a final, no entanto, refere que no caso da utilização de armaduras de pré-esforço aderentes, o estado limite de descompressão deve ser respeitado. A segurança em relação a este estado limite considera-se satisfeita se todas as partes do cordão ou bainha estiverem a pelo menos 25mm da zona de betão traccionada, ou seja, se estiverem na zona comprimida de betão e a uma distância igual ou superior a 25mm do eixo neutro da secção. Já no caso de pré-esforço não aderente, o regulamento europeu não apresenta qualquer restrição.

O BS 8110 apresenta limites de tensões de compressão e de tracção, sendo estas últimas diferentes consoante a classe da estrutura:

- Classe 1: Não são permitidas tensões de tracção
- Classe 2: Não é permitido a ocorrência de fendas, embora a tensão de tracção do betão possa ser mobilizada consoante certos limites
- Classe 3: É permitido a ocorrência de fendas embora sejam limitadas a 0,1mm para elementos expostos a ambientes muito agressivos e 0,2mm para as outras situações. Tensões de tracção são também permitidas consoante, mais uma vez, certos limites.

Assim, o regulamento britânico sugere que as tensões no betão, na situação inicial e para estruturas da classe 2, não ultrapassem os limites apresentados nas expressões (3.8) e (3.9).

$$\sigma_{c,t} < 0.36 \sqrt{f_{ck}'(t)} \quad (3.8)$$

sendo,

$\sigma_{c,t}$ – Tensão de tracção no betão

$f_{ck}'(t)$ - Resistência característica à compressão do provete cúbico de betão à idade t (dias) de aplicação do pré-esforço.

$$\sigma_{c,c} < 0.50 f_{ck}'(t) \quad (3.9)$$

sendo,

$\sigma_{c,c}$ – Tensão de compressão no betão.

O BS 8110 apresenta os limites de tensão no betão em função da resistência característica à compressão do provete cúbico, em detrimento da tradicional resistência característica do provete cilíndrico, adoptada pelos outros dois regulamentos citados pelo autor.

Este regulamento refere ainda que em situações onde o diagrama de tensões seja aproximadamente rectangular, isto é, situações em que a peça está sujeita a baixos momentos flectores, sendo a compressão axial na peça dominante, o valor da compressão não ultrapasse 40% da resistência característica de compressão do betão à idade em causa.

O ACI 318 apresenta os seguintes limites para a tensão máxima de tracção e compressão no betão, respectivamente (3.10) e (3.11):

$$\sigma_{c,t} < 0.25\sqrt{f_{ck}(t)} \quad (3.10)$$

sendo,

$f_{ck}(t)$ – A resistência característica do provete cilíndrico à idade t (dias) de aplicação do pré-esforço.

$$\sigma_{c,c} < 0.60 f_{ck}(t) \quad (3.11)$$

O ACI 318 refere ainda que a tensão de tracção no betão, na situação inicial, possa atingir 50% de $\sqrt{f_{ck}(t)}$ nas extremidades de vãos simplesmente apoiados.

A Tabela 3.4 apresenta sinteticamente as tensões admissíveis na situação inicial dos diversos regulamentos.

Tabela 3.4 – Tensões máximas admissíveis no betão, na situação inicial

	Tracção	Compressão
EC2	E. l. descompressão (*)	$0.6 f_{ck}(t)$
BS 8110	$0.36\sqrt{f_{ck}'(t)}$	$0.5 f_{ck}'(t)$
ACI 318	$0.25\sqrt{f_{ck}(t)}$	$0.6 f_{ck}(t)$

(*) aplicável apenas a armaduras de pré-esforço aderentes. O estado limite de descompressão é verificado para a combinação frequente de acções.

3.5.2. TENSÕES ADMISSÍVEIS NA SITUAÇÃO FINAL

Nesta fase, as tensões no betão devem ser calculadas contabilizando a acção do pré-esforço deduzida de todas as perdas, instantâneas e diferidas, e considerando a combinação quase-permanente de acções.

A limitação da tensão de compressão da laje nestas condições tem como principal objectivo evitar um elevado nível de fluência e a formação de fendas longitudinais no betão.

O EC2 refere que a tensão de compressão no betão, em condições de serviço deve ser inferior a 45% da resistência característica do betão aos 28 dias, na combinação quase-permanente de acções, com o intuito de evitar um comportamento não linear da fluência. Por outro lado, para se evitar a formação de fendas longitudinais decorrentes de uma compressão excessiva, a tensão de compressão no betão não deve ultrapassar 60% de f_{ck} na combinação característica de acções.

No caso de se utilizar pré-esforço aderente o estado limite de descompressão, já expresso na situação inicial, deve também ser verificado na situação final. Mais uma vez, as armaduras de pré-esforço não aderentes não ficam sujeitas a este Estado Limite de Serviço.

O BS 8110 estabelece limites de tensões de compressão diferentes consoante a secção em estudo seja no vão ou sobre um apoio. A expressão (3.12) reflecte o limite de tensão de compressão admissível numa secção do vão de classe 2.

$$\sigma_{c,c} < 0.33 f_{ck}' \quad (3.12)$$

sendo,

f_{ck}' – A resistência característica de compressão do provete cúbico de betão aos 28 dias.

No caso da secção em estudo ser sobre um apoio, o limite é ligeiramente superior. A expressão (3.13) apresenta esse limite.

$$\sigma_{c,c} < 0.40 f_{ck}' \quad (3.13)$$

O regulamento britânico também sugere um limite para a tensão de tracção no betão. Esse limite está apresentado na expressão (3.14).

$$\sigma_{c,t} < 0.36 \sqrt{f_{ck}'} \quad (3.14)$$

O BS 8110 prevê que a tensão de tracção no betão possa subir 1,7MPa caso a acção seja de natureza variável e excepcionalmente elevada quando comparada com as cargas permanentes. No entanto, para tal se verificar, é necessário que as tensões na fibra de betão em causa sejam, em situações normais, de compressão.

Convém lembrar que os limites apresentados acima, referentes ao regulamento britânico, dizem respeito a estruturas de classe 2, isto é, estruturas em que não são permitidas fendas. O BS 8110 refere que as tensões admissíveis na situação inicial numa estrutura da classe 3 são iguais às admissíveis nas estruturas de classe 2. Já no caso da situação final, o regulamento trata o assunto de uma forma muito específica. Embora se aceite a ocorrência de fendas, no cálculo considera-se a secção não fendilhada, limitando a tensão de tracção no betão a uma tensão fictícia que reflecte, de certa forma, a existência das fendas. A Tabela 3.5 exprime os limites das tensões de tracção fictícias no betão no caso da utilização de pré-esforço aderente.

Tabela 3.5 – Tensões de tracção fictícias (MPa) admissíveis no betão em estruturas de classe 3 (pré-esforço aderente)

Largura da fenda (mm)	Espessura do elemento (mm)	C30/37	C40/50	C50/60 ou superior
0.2	200	4.18	5.5	6.38
	400	3.8	5	5.8
	600	3.42	4.5	5.22
	800	2.04	4	4.64
	Igual ou superior a 1000	2.66	3.5	4.06
0.1	200	3.52	4.51	5.28
	400	3.2	4.1	4.8
	600	2.88	3.69	4.32
	800	2.56	3.28	3.84
	Igual ou superior a 1000	2.24	2.87	3.36

No entanto, o BS 8110 prevê que os valores da Tabela 3.5 possam ser excedidos ao abrigo de duas condições. A primeira condição é a colocação de armadura ordinária adicional junto à face traccionada, onde o limite fictício de tracção subirá proporcionalmente à área de armadura ordinária presente nessa zona. Essa área de armadura deve ser expressa em percentagem relativamente à área de betão na zona traccionada (área compreendida entre o eixo neutro e a face traccionada da peça). Para 1% de armadura adicional a tensão fictícia no betão pode subir 4MPa, no entanto, por mais elevada que seja essa percentagem, a tensão adicional nunca pode ultrapassar os $0.25 f_{ck}'$. A segunda condição é que uma grande parte da carga de serviço seja transitória, de forma a que a secção esteja toda à compressão sob a combinação frequente de acções.

Já na situação de pré-esforço não aderente, o regulamento não exprime qualquer limite.

O ACI 318 sugere que a tensão de compressão no betão não ultrapasse o limite expresso em (3.15):

$$\sigma_{c,c} < 0.45 f_{ck} \quad (3.15)$$

sendo,

f_{ck} – Resistência característica do provete cilíndrico aos 28 dias.

O limite de tracção sugerido por este regulamento na situação final está apresentado na expressão (3.16):

$$\sigma_{c,t} < 0.50 \sqrt{f_{ck}} \quad (3.16)$$

A Tabela 3.6 apresenta de forma sintética os limites de tensões no betão na situação final.

Tabela 3.6 - Tensões máximas admissíveis no betão, na situação final

	EC2			BS 8110 (1)		ACI 318
	Comb. Quase-perm	Comb. Caract.	Comb. Freq.	Vão	Apoio	-
Compressão	$0.45 f_{ck}$	$0.60 f_{ck}$	-	$0.33 f_{ck}'$	$0.40 f_{ck}'$	$0.45 f_{ck}$
Tracção	-	-	E.L.Desc (*)	$0.36 \sqrt{f_{ck}'}$		$0.50 \sqrt{f_{ck}}$

(*) Só aplicável a armaduras de pré-esforço aderentes.

(1) Estruturas de classe 2.

3.5.3. ATITUDE A TOMAR FACE AO NÍVEL DE TENSÕES INICIAIS E FINAIS

Como já anteriormente foi referido, o dimensionamento de estruturas pré-esforçadas pressupõe diversas verificações de serviço, desde tensões no betão e nas armaduras e de perdas de tensão destas últimas, tornando a concepção destas estruturas num processo iterativo. Desta forma, e focando-se nesta fase somente no nível de tensões do betão, o projectista deve tomar decisões que podem passar por alterar a solução de pré-esforço ou por alterar a espessura da laje. A Figura 3.2 ilustra os níveis possíveis de tensões iniciais e finais na laje.

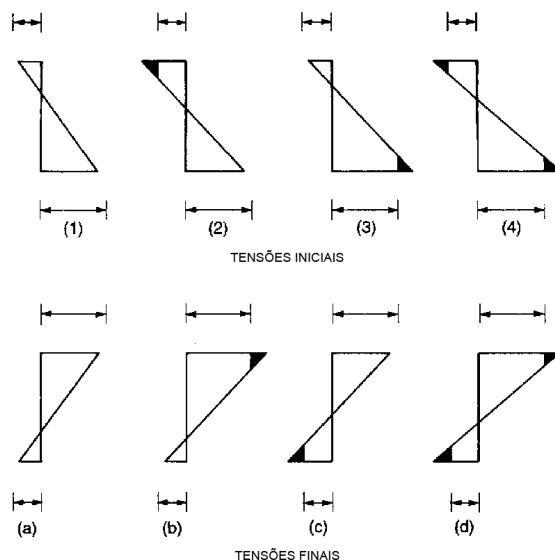


Figura 3.2 – Níveis possíveis de tensões iniciais e finais no betão (Adaptada de [Khan e Williams, 1995])

As zonas sombreadas representam níveis de tensão fora dos limites regulamentares, ou seja, situações em que o projectista deve tomar uma atitude consistente para contornar o problema. A Tabela 3.7 sintetiza todos os casos possíveis, bem como o passo a tomar face ao nível de tensões presentes nas situações inicial e final [Khan e Williams, 1995].

Tabela 3.7 – Casos de tensões possíveis e potenciais decisões a tomar [Khan e Williams, 1995]

Caso	Diagrama de tensões	Situação inicial		Situação final		Possível decisão a tomar
		Fibra sup.	Fibra inf.	Fibra sup.	Fibra inf.	
1	1a	-	-	-	-	Aceitar
2	4a	ko	ko	-	-	Reduzir o nível de pré-esforço e/ou excentricidade do cordão
3	2a	ko	-	-	-	
4	3a	-	ko	-	-	
5	1d	-	-	ko	ko	Aumentar o nível de pré-esforço e/ou excentricidade do cordão
6	1b	-	-	ko	-	
7	1c	-	-	-	ko	
8	2c	ko	-	-	ko	Aumentar a espessura da laje
9	3b	-	ko	ko	-	
10	3c	-	ko	-	ko	
11	4b	ko	ko	ko	-	
12	2b	ko	-	ko	-	
13	4c	ko	ko	-	ko	
14	2d	ko	-	ko	ko	
15	3d	-	ko	ko	ko	
16	4d	ko	ko	ko	ko	

Os níveis de tensão apresentados na Figura 3.2, bem como as sugestões de decisões a tomar presentes na Tabela 3.7, dizem respeito a secções do vão em que no limite, na situação inicial, as fibras superiores da laje estão traccionadas e as inferiores comprimidas, e vice-versa na situação final. No

caso de uma secção sobre um apoio, o mesmo tipo de análise pode ser feito, tendo em consideração a inversão das faces traccionadas e comprimidas.

3.6. CÁLCULO DAS PERDAS DE PRÉ-ESFORÇO

Um dos aspectos mais importantes a controlar nas estruturas pré-esforçadas são as perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço. Essas perdas, de acordo com o que já foi referido no Capítulo 2, são fruto de variados fenómenos físicos. A noção aproximada da força de pré-esforço presente numa determinada altura da vida de uma laje é fundamental, uma vez que a força inicial do pré-esforço se vai degradando, não sendo conservativo considerar essa força em situações de carregamento a longo prazo. As primeiras perdas a manifestarem-se numa estrutura pré-esforçada são as de atrito, seguidamente as devidas à deformação instantânea do betão e mais tarde as diferidas (retração, fluência e relaxação).

3.6.1. PERDAS INSTANTÂNEAS

O cálculo das perdas instantâneas deve ser feito para a situação de carga inicial, isto é, considerar apenas as cargas permanentes instaladas na estrutura e o pré-esforço na sua força máxima, $P_{máx}$. Nesta fase é conveniente analisar as tensões instaladas na laje, de forma a prever-se alterações à solução de pré-esforço utilizado, caso as tensões não estejam nos intervalos admissíveis sugeridos pelos diversos regulamentos. O cálculo das perdas instantâneas já foi abordado no Capítulo 2, sendo neste Capítulo 3 apenas dado algumas considerações adicionais e valores correntes para os coeficientes a utilizar no cálculo.

3.6.1.1. Perdas devidas ao atrito entre as armaduras e as bainhas de pré-esforço

Como já foi referido no Capítulo 2, os regulamentos Britânico e Americano diferem do Europeu na expressão que traduz estas perdas. Da mesma forma, os fabricantes de pré-esforço fornecem valores regulados e calibrados para os vários regulamentos, conduzindo a valores muito próximos para as perdas.

A expressão do EC2 para o cálculo das perdas instantâneas, devidas ao atrito, é novamente apresentada.

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{máx} (1 - e^{-\mu(\theta + kx)}) \quad (3.17)$$

Sendo,

$P_{máx}$ - Força na extremidade activa durante a aplicação do pré-esforço,

μ - Coeficiente de atrito entre a armadura de pré-esforço e a sua bainha

θ - Somatório dos desvios angulares ao longo do comprimento x (independentemente da sua direcção ou do seu sinal)

k - Desvio angular parasita (por unidade de comprimento)

x - Distância ao longo da armadura a partir do ponto em que a força de pré-esforço é igual a $P_{máx}$.

O EC2 recomenda que na ausência de valores fornecidos pelo fabricante, relativamente aos coeficientes μ e k , se utilizem os valores presentes na Tabela 3.8

Tabela 3.8 - Coeficientes de atrito, μ , para armaduras interiores pós-tensionadas (aderentes) e para armaduras exteriores (não aderentes)

	Armaduras interiores	Armaduras exteriores não aderentes			
		Bainha de aço / não lubrificada	Bainha de HDPE / não lubrificada	Bainha de aço / lubrificada	Bainha de HDPE / lubrificada
Fio trefilado a frio	0.17	0.25	0.14	0.18	0.12
Cordão	0.19	0.24	0.12	0.16	0.10
Barra nervurada	0.65	-	-	-	-
Varão liso	0.33	-	-	-	-

Na Tabela 3.8 HPDE significa polietileno de alta densidade.

Este mesmo regulamento sugere que para o desvio angular parasita, k , se utilizem valores compreendidos entre:

$$0.005 < k < 0.01 \quad (3.18)$$

O BS 8110 e o ACI 318 representam, por seu lado, as perdas de pré-esforço por atrito segundo a expressão (3.19), já apresentada no Capítulo 2, e que será, neste ponto, novamente exposta.

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{m\acute{a}x} (1 - e^{-(\mu\theta + kx)}) \quad (3.19)$$

Os coeficientes da expressão (3.19) têm o mesmo significado físico do que as apresentadas na expressão (3.18).

A Tabela 3.9 apresenta os valores para os coeficientes μ e k sugeridos pelos dois regulamentos.

Tabela 3.9 – Valores de μ e k sugeridos pelo BS 8110 e ACI 318

Material da bainha	BS 8110		ACI 318	
	μ	k	μ	k
Aço galvanizado	0.25	0.0017	0.15-0.25	0.0005-0.0020
Plástico engraxado e rígido	0.12	0.0025	0.05-0.15	0.0003-0.0020
Plástico engraxado e não rígido	0.12	0.0033	-	-

Na Tabela 3.9 é possível verificar que as bainhas engraxadas, bainhas de armaduras não aderentes, têm um coeficiente de atrito, μ , inferior às de aço galvanizado, uma vez que a presença da graxa diminui grandemente o atrito entre os cordões e as bainhas. No entanto, quando olhamos para o coeficiente de desvio angular parasita, o inverso acontece, isto é, é mais baixo nas bainhas de aço galvanizado. Tal é perfeitamente lógico pois as bainhas de pré-esforço aderente, neste caso as de aço galvanizado, são muito mais rígidas do que as de plástico, típicas das armaduras aderentes. Uma bainha mais rígida tenderá a ter menos desvios angulares parasitas do que uma outra mais flexível quando os operários a posicionam em obra. Pela mesma razão, as bainhas engraxadas não rígidas apresentam um coeficiente k ainda mais elevado.

Como já anteriormente foi referido, é bastante comum os coeficientes de atrito e de desvio angular parasita virem discriminados nas tabelas técnicas dos fornecedores de pré-esforço. A título exemplificativo representam-se na Tabela 3.10 coeficientes de armaduras não aderentes para lajes da VSL [VSL, 2006].

Tabela 3.10 – Coeficientes para o cálculo das perdas de atrito devidas ao pré-esforço da VSL

Tipo de bainha	μ	k
Aço galvanizado	0.20	0.001
PT-PLUS	0.14	0.001

Na Tabela 4.10 PT-PLUS é o nome comercial de uma bainha de material plástico.

3.6.1.2. Perdas devidas aos escorregamentos dos dispositivos de amarração

Este tipo de perdas, bem como a forma de os calcular, já foram analisadas no Capítulo 2. O valor do escorregamento na ancoragem, Δ_s , é específico do sistema de pré-esforço utilizado, sendo também fornecido pelo fabricante. No entanto, é comum considerar-se Δ_s igual a 5mm.

3.6.1.3. Perdas devidas à deformação instantânea do betão

A forma de abordar o cálculo destas perdas está referenciada no Capítulo 2.

3.6.2. PERDAS DIFERIDAS

O cálculo das perdas diferidas deve ser feito, na generalidade dos casos, para a combinação quase-permanente de acções e considerando o pré-esforço inicial deduzido das perdas instantâneas. Verificações posteriores das tensões finais no betão devem ser feitas.

A forma de abordar o cálculo destas perdas, consoante o tipo de armaduras de pré-esforço utilizado, foi referido no Capítulo 2, não havendo informações adicionais a relatar neste ponto.

3.7. VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO (CONTROLO DE FLECHAS)

As deformações de um elemento estrutural não devem ser prejudiciais ao seu correcto funcionamento nem ao seu aspecto. Essas deformações devem ser limitadas, de modo a compatibilizarem-se com outros elementos quer estruturais, quer não estruturais, como paredes divisórias, acabamentos, etc.

As deformações são também limitadas para evitar sobrecargas importantes como, por exemplo, o da acumulação de uma lâmina de água na cobertura plana de um edifício.

Outros factores podem exigir limites mais rigorosos das flechas como é o caso em complexos industriais onde o correcto funcionamento da maquinaria pode estar dependente de baixas deformações da laje de suporte.

Tendo isto em conta o EC2 refere que o aspecto e as condições de utilização da estrutura podem ser alterados quando a flecha calculada de uma viga, laje ou consola sujeitas à acção quase-permanente for superior a vão/250. A flecha é calculada em relação aos apoios. Refere também que poderá prever-

se uma contra-flecha para compensar parcial ou totalmente as deformações, mas, em geral, qualquer contra flecha não deve ser superior a $l/250$.

O EC2 sugere também que as flechas, que ocorram depois da construção, não ultrapassem o limite $l/500$ na combinação quase-permanente de acções. No entanto, refere adicionalmente que outros limites podem ser adoptados, em função da sensibilidade dos elementos adjacentes.

A Tabela 3.11 apresenta esses limites propostos pelo EC2.

Tabela 3.11 – Limites de flechas segundo o EC2

Acção	Flecha limite
Quase-permanente	$l/250$
Contra-flecha devido ao pré-esforço	$l/250$
Quase-permanente (após construção)	$l/500$

O EC2 refere ainda que o Estado Limite de Deformação pode ser verificado comparando a flecha calculada com os limites da Tabela 3.11 ou controlando a relação l/d expresso em (3.1). No entanto, como já foi referido, a expressão (3.1) está calibrada para secções de betão armado, fendilhadas em serviço portanto, de forma que não será de todo conveniente usar esses limites para se controlar automaticamente o estado limite de deformação em lajes pré-esforçadas. Comparar com os limites da Tabela 3.11 é o mais sensato.

O cálculo das flechas deve, no entanto, ser feito em condições de carregamento apropriadas devendo o método de cálculo adoptado representar o comportamento real da estrutura e com um grau de precisão adequado aos objectivos de cálculo.

O EC2 sugere um método para o cálculo das flechas que em elementos de betão armado deve, porventura, ser seguido. No entanto, no caso concreto de lajes fungiformes pré-esforçadas o método de cálculo adoptado, método dos elementos finitos (MEF), revela-se uma ferramenta muito útil e precisa, uma vez que as secções estão pouco ou nada fendilhadas, sendo a flecha real muito próxima da flecha teórica elástica.

O ACI 318 e o BS 8110 apresentam diversos valores limites para as flechas em lajes, consoante a função estrutural destas (laje de pavimento ou de cobertura). A Tabela 3.12 apresenta esses limites, bem como em que condições de carregamento devem ser calculadas essas flechas.

Tabela 3.12 – Limites de flechas segundo os ACI 318 e o BS 8110

	Tipo de elemento	Limite	Flecha a considerar
ACI 318	Laje de cobertura não suportando qualquer elemento não estrutural	$l/180$	Flecha imediata devida a cargas permanentes e sobrecargas
	Laje de pavimento não suportando qualquer elemento não estrutural	$l/360$	
	Laje de cobertura ou de pavimento suportando elementos não estruturais frágeis	$l/480$	Flecha após a construção dos elementos não estruturais
	Laje de cobertura ou de pavimento suportando elementos não estruturais não frágeis	$l/240$	
	Qualquer elemento estrutural visível	$l/250$	Flecha total
BS 8110	Laje de cobertura ou de pavimento suportando elementos não estruturais frágeis	O menor entre $l/500$ ou 20mm	Flecha após a construção dos elementos não estruturais
	Laje de cobertura ou de pavimento suportando elementos não estruturais não frágeis	O menor entre $l/350$ ou 20mm	

Nos limites sugeridos pela Tabela 3.12 l representa o menor vão.

Como já foi acima referido, o cálculo das flechas de lajes pré-esforçadas recorrendo ao MEF revela-se uma ferramenta poderosa, rápida e eficiente. No cálculo da flecha pode ser desprezado qualquer pequena fendilhação e a presença de armaduras ordinárias e de pré-esforço no aumento da inércia da secção, por outras palavras, calcula-se a flecha considerando a secção toda de betão em regime elástico não fendilhado. Para ter em conta a contribuição da fluência na flecha a longo termo basta multiplicar a flecha instantânea (elástica) pelo coeficiente de fluência. É no entanto importante referir, que em situações de pré-esforço por bandas de apoio há que ter certas cautelas e porventura utilizar-se outro método para cálculo da flecha no centro dos painéis, uma vez que neste caso a laje comporta-se como uma laje de betão armado, em estado fendilhado por tanto, a trabalhar nas duas direcções ortogonais.

3.8. ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA À FLEXÃO

Após todas as verificações de serviço terem sido feitas segue-se o estudo das secções críticas, do ponto de vista da resistência à flexão. Os esforços podem ser obtidos através de diversos métodos, nomeadamente elásticos ou plásticos. No presente trabalho a obtenção dos esforços para o cálculo à rotura das secções foi feita através do MEF (método elástico). Desta forma, as cargas actuantes na laje são majoradas com os respectivos coeficientes de segurança. Esses coeficientes valem 1.35 para as acções permanentes e 1.5 para as variáveis. Neste trabalho, por simplificação, serão contabilizadas apenas acções verticais, desprezando-se as horizontais provenientes da acção do vento e dos sismos, por exemplo. A contribuição da contra-flecha do pré-esforço e, respectivamente, diminuição dos momentos flectores, deve ser contabilizada sem qualquer majoração, uma vez tratar-se duma acção favorável à estrutura. A força máxima de pré-esforço deve ser deduzida de todas as perdas instantâneas e diferidas.

A resistência de uma secção ao Estado Limite Último de Flexão é dependente:

- da classe do betão (resistência do betão)
- da presença de armadura ordinária
- do tipo de armadura de pré-esforço (aderente ou não aderente)
- do efeito membrana.

São os dois últimos tópicos expressos acima que, no entender do autor, merecem especial atenção neste ponto, visto que o leitor já deverá estar consciente de que o aumento da classe do betão, bem como o da quantidade de armadura ordinária/passiva, contribuem positivamente para o aumento da resistência da secção à flexão.

O efeito de membrana, também conhecido nas vigas e lajes como efeito de arco, é um mecanismo resistente pré-rotura que, caso a estrutura envolvente seja suficientemente rígida ao ponto de ser capaz de mobilizar as reacções do arco, aumenta consideravelmente a carga última de colapso [Figueiras, 1998]. A Figura 3.3 ilustra esse mecanismo.

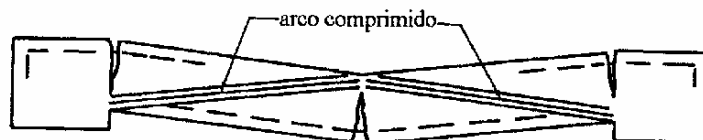


Figura 3.3 – Mecanismo resistente pré-rotura (efeito de arco)

O mecanismo resistente ilustrado na Figura 3.3 cria um efeito favorável na laje, devido à existência de esforços de membrana. É, no entanto, prática comum desprezar-se este efeito no cálculo da resistência última à flexão das secções, pois o seu efeito não é propriamente fácil de ser quantificado e, por outro lado, a sua não consideração no cálculo conduz, na generalidade das situações, a uma reserva importante de segurança [VSL, 1985].

O tipo de armadura de pré-esforço (aderente ou não aderente) é um factor importante na resistência última à flexão das secções da laje, conduzindo a ligeiras peculiaridades que serão seguidamente expostas.

3.8.1. ARMADURA DE PRÉ-ESFORÇO ADERENTE

O cálculo orgânico das secções de betão armado e pré-esforçado com armaduras aderentes não difere muito do cálculo de secções de betão armado passivamente. O método mais célebre é o do cálculo plástico da secção, considerando as armaduras em cedência e o bloco comprimido de betão com uma tensão constante igual à resistência de cálculo do betão, f_{cd} . A Figura 3.4 ilustra as forças internas inerentes ao cálculo plástico duma secção de betão armado, que equilibram os esforços actuantes sobre a estrutura, nessa mesma secção.

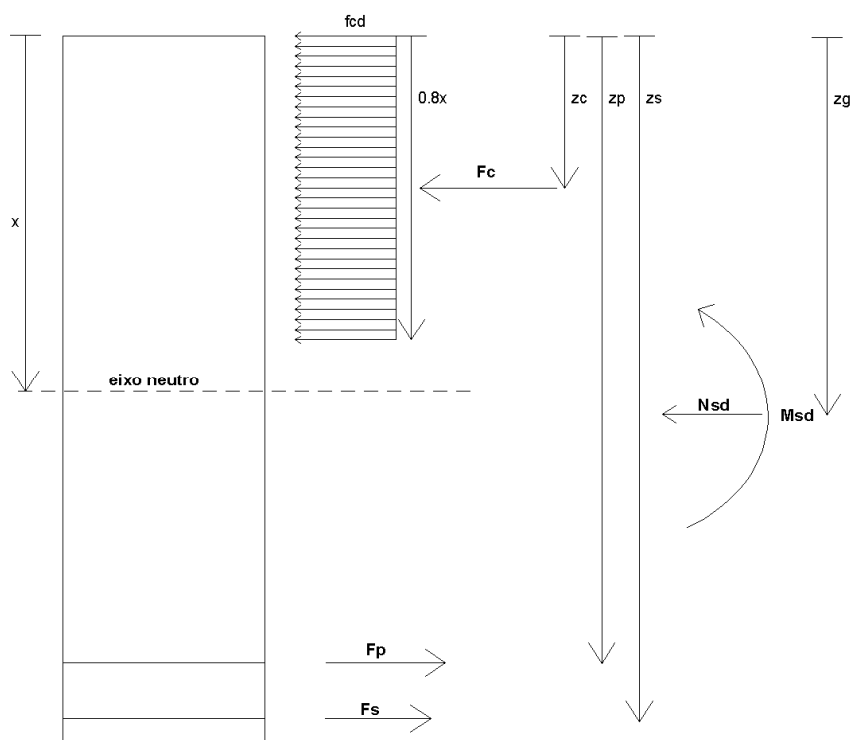


Figura 3.4 – Resistência última duma secção de betão armado e pré-esforçado (momento plástico)

As variáveis da Figura 3.4 têm o seguinte significado,

N_{sd} - Esforço axial actuante sobre a secção

M_{sd} - Momento flector actuante sobre a secção

f_{cd} - Resistência de cálculo à compressão do betão, $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$

x - Profundidade do eixo neutro

F_c - Força interna de compressão actuante no bloco compressivo de betão, $F_c = f_{cd} \times 0.8x \times b$, sendo b a largura efectiva da secção

F_s - Força interna de tracção na armadura ordinária/passiva, $F_s = A_s \times f_{yd}$, sendo A_s a área de armadura ordinária e f_{yd} a tensão de cálculo de cedência da armadura, $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

F_p - Força interna de tracção na armadura de pré-esforço, $F_p = A_p \times \Delta\sigma_p$, sendo A_p a área de armadura de pré-esforço e $\Delta\sigma_p$ a reserva de tensão na armadura de pré-esforço que será adiante abordada

z_c - Profundidade da força interna de compressão no betão, $z_c = 0.4x$

z_p - Profundidade da força interna de tracção na armadura de pré-esforço

z_s - Profundidade da força interna de tracção na armadura ordinária/passiva

z_g - Profundidade do centro de gravidade da secção, $z_g = h_{laje} / 2$.

A força interna de tracção na armadura de pré-esforço aderente não deve ser quantificada utilizando a resistência de cálculo do pré-esforço à rotura, $f_{pd} = f_{p0,1k} / \gamma_s$, uma vez que parte dessa tensão já foi mobilizada na fase de esticamento do cordão. Assim, essa reserva de resistência à tracção deve ser contabilizada da seguinte forma:

$$\Delta\sigma_p = f_{pd} - \sigma_{p,\infty} \quad (3.20)$$

sendo,

$\Delta\sigma_p$ - Reserva de tensão da armadura de pré-esforço

f_{pd} - Resistência de cálculo da armadura de pré-esforço

$\sigma_{p,\infty}$ - Tensão na armadura de pré-esforço a tempo infinito, após o processamento de todas as perdas, instantâneas e diferidas.

O cálculo da resistência última à flexão (mais precisamente, flexão composta) desta secção é feito através de duas equações de equilíbrio. A primeira equação diz respeito ao equilíbrio de momentos internos, que deve igualar o momento actuante:

$$F_p \times z_p + F_s \times z_s - F_c \times z_c = M_{sd} - N_{sd} \times z_g \quad (3.21)$$

A segunda equação iguala as forças horizontais internas às externas:

$$F_c - F_p - F_s = N_{sd} \quad (3.22)$$

Em relação às equações de equilíbrio expressas em (3.21) e (3.22), resta referir que as parcelas respeitantes à armadura passiva serão nulas, caso esta não exista.

3.8.2. ARMADURA DE PRÉ-ESFORÇO NÃO ADERENTE

O cálculo orgânico das secções de betão pré-esforçado, com armaduras não aderentes, pode ser feito de forma análoga à situação anterior com armaduras aderentes. A única diferença reside na reserva de tensão da armadura de pré-esforço. Nas armaduras aderentes, o cálculo do momento plástico numa determinada secção, contabilizando a contribuição da reserva de tensão das armaduras de pré-esforço, não suscita grandes dúvidas, como anteriormente foi descrito. Já no caso das armaduras não aderentes, a quantificação da reserva de tensão levanta fortes problemas, uma vez que o aumento da tensão nas armaduras está dependente de todo o alongamento do cordão, na rotura, entre as ancoragens, não sendo, portanto, uma reserva local. Até aos dias de hoje foi muito comum desprezar-se essa reserva de tensão [VSL, 1985], sendo uma simplificação razoável do ponto de vista da segurança. O momento plástico era somente equilibrado pelo bloco de compressão no betão e a tracção nas armaduras ordinárias, dimensionadas para esse efeito.

O EC2, no entanto, sugere que na ausência de um cálculo pormenorizado do aumento da tensão, resultante da deformação de todo o elemento estrutural, se pode considerar um incremento de tensão constante igual a $\Delta\sigma_{p,ULS}$.

$$\Delta\sigma_{p,ULS} = 100 \text{ MPa} \quad (3.23)$$

Desta forma, a metodologia de cálculo para secções com armaduras aderentes pode ser adoptado para situações com armaduras não aderentes, fazendo a respectiva adaptação à reserva de tensão.

3.8.3. CÁLCULO MAIS RIGOROSO DO INCREMENTO DE TENSÃO NA ARMADURA DE PRÉ-ESFORÇO NÃO ADERENTE

Neste ponto será apenas exposta a metodologia inerente a este cálculo mais rigoroso, não sendo objectivo do autor fazer uma exposição exaustiva do tema, deixando, no entanto, as referências bibliográficas para uma leitura mais profunda do assunto.

O aumento da tensão numa armadura não aderente, numa situação de rotura, está dependente quer da deformação de todo o elemento estrutural, que da própria disposição do cordão. Estudos concluíram que esse incremento de tensão pode ser estimado da seguinte forma [VSL, 1985]:

$$\frac{\Delta l}{l} = 3 \times \frac{a_u}{l} \times \frac{z_p}{l} \quad (3.24)$$

Sendo

a_u - Flecha limite na rotura

l - Comprimento do vão

z_p - Profundidade do pré-esforço a meio vão, medido a partir da fibra superior da laje.

A expressão (3.24) diz respeito a um vão simplesmente apoiado. Essa expressão assume uma forma diferente para condições de apoio também diferentes. Para a determinação da flecha limite na rotura,

a_u , é necessário recorrer-se a um método plástico de análise de estruturas. Num vão simplesmente apoiado a_u , através duma análise plástica consistente, vale $l/40$ [VSL, 1985].

Sendo L o comprimento total do cordão entre ancoragens, o incremento de tensão valerá:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\Delta l}{l} \times \frac{l}{L} \times E_p \quad (3.25)$$

sendo,

E_p - Módulo de Elasticidade do aço de pré-esforço.

3.8.4. MÉTODO DAS LINHAS DE ROTURA

Este método baseia-se no seguinte princípio: O trabalho interno feito pelas rotações das linhas de rotura iguala o trabalho externo do deslocamento vertical das cargas [Kennedy e Goodchild, 2004]. Uma das formas de avaliar esse trabalho é através do célebre método dos trabalhos virtuais. A Figura 3.5 ilustra os principais mecanismos de rotura de lajes fungiformes e as suas respectivas linhas de rotura [Figueiras, 1998].

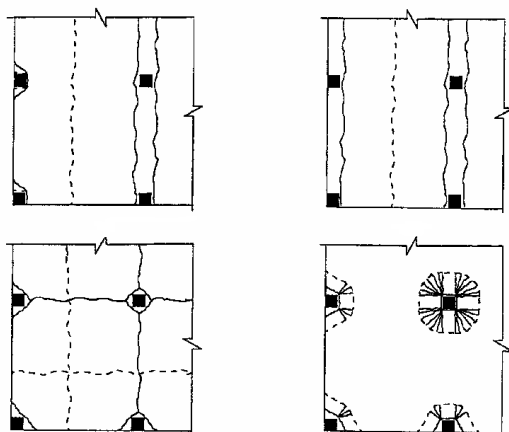


Figura 3.5 – Principais mecanismos de rotura de lajes fungiformes sujeitas a cargas verticais

Na Figura 3.5, as linhas a tracejado representam linhas de rotura positivas, isto é, linhas de rotura onde a fendilhação se dá na face inferior da laje, devido a momentos positivos. As linhas a cheio representam linhas de rotura negativas, ou seja, linha de rotura criadas por fendilhação da face superior da laje, originadas por momentos negativos. O mecanismo condicionante será sempre aquele que conduzir a maiores momentos plásticos nas linhas de rotura, ou aquele que resultar de uma carga actuante menor [Kennedy e Goodchild, 2004].

A Figura 3.6 ilustra a aplicação do método das linhas de rotura na determinação do momento numa laje simplesmente apoiada.

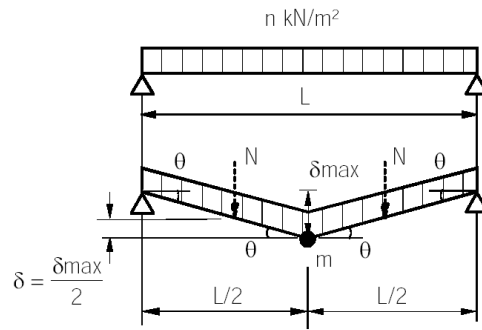


Figura 3.6 – Método das linhas de rotura

Da aplicação do método dos trabalhos virtuais resulta a seguinte equação:

$$\sum (N \times \delta) = \sum (M \times l \times \theta) \quad (3.26)$$

Sendo,

N - Carga concentrada equivalente à carga distribuída sobre meio vão (kN)

δ - Deslocamento vertical de cada carga, segundo o mecanismo de colapso (m)

M - Momento actuante ou momento resistente na laje, por metro (kNm/m)

l - Comprimento da linha de rotura projectada sobre o eixo de rotação do mecanismo (m)

θ - Rotação da rótula plástica (m/m)

O método das linhas de rotura revela-se uma ferramenta poderosa na análise estrutural, conduzindo a soluções de armadura mais económicas e igualmente seguras. No entanto, este método foi apresentado a título informativo, uma vez que o objectivo do presente trabalho foca-se no estudo de lajes fungiformes através do MEF (método elástico).

3.8.5. CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS

Não existe grande rigidez na ligação laje-pilar, uma vez que a inserção da laje no pilar se dá numa zona pontual e a rigidez à torção da laje nessa zona é reduzida, levando a que as zonas da laje mais afastadas não sejam influenciadas pela rotação da ligação [Figueiras, 1998]. A Figura 3.7 ilustra essa situação

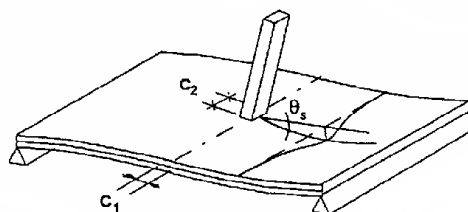


Figura 3.7 – Influência da rotação da ligação laje-pilar

Estas rotações podem acontecer quando a estrutura é submetida a forças horizontais sem um contraventamento adequado, ou quando o pilar divide dois vãos adjacentes com dimensões bastantes diferentes, sendo o momento negativo por equilibrar na laje resistido pelo pilar. Nestas circunstâncias a largura efectiva que resiste a essa rotação é reduzida, devendo a armadura estar dentro dela. Esta situação é crítica essencialmente nos pilares de bordo e de canto. O EC2 caracteriza a largura efectiva, b_e , e limita a capacidade resistente da laje nessa mesma zona. Refere também, como já foi dito acima, que toda a armadura ordinária, calculada para resistir a esse momento sobre o pilar, deve ser colocada dentro da largura efectiva, pois fora dela não tem qualquer função resistente. A Figura 3.8 demonstra o modo de obtenção do valor dessa mesma largura efectiva nas duas situações distintas; pilar de bordo (à esquerda) e pilar de canto (à direita).

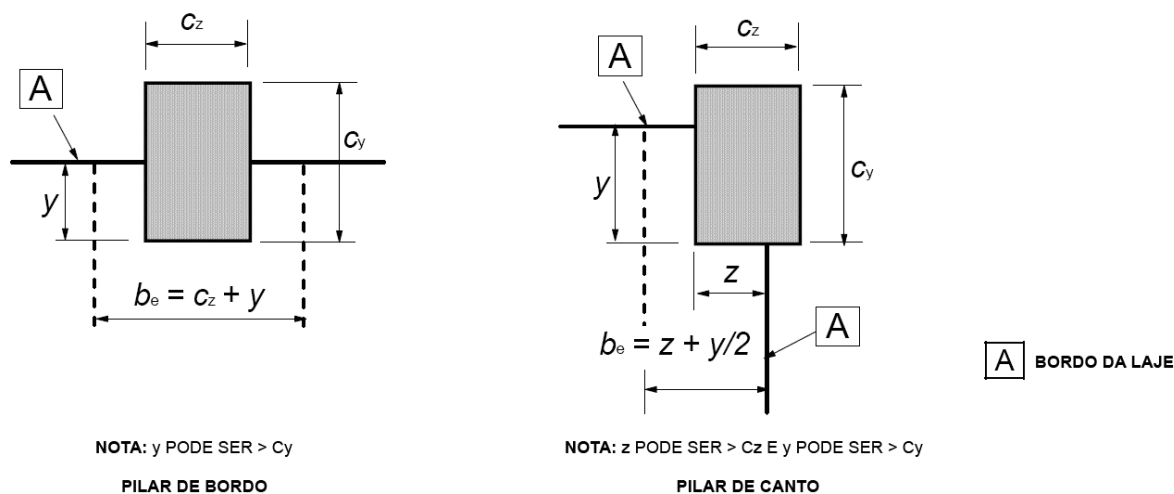


Figura 3.8 – Largura efectiva, b_e , de um pilar de bordo (esquerda) e de um pilar de canto (direita)

3.9. ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA AO ESFORÇO TRANSVERSO

A verificação da resistência de uma laje ao esforço transversal é, usualmente, feita através da comparação da capacidade resistente não só da secção de betão, mas também da contribuição da armadura ordinária dimensionada para esse efeito, e do contributo favorável do pré-esforço.

A acção do pré-esforço sobre a estrutura tem dois aspectos favoráveis na resistência ao esforço transversal. Por um lado, a compressão criada na laje aumenta o atrito entre as faces da fenda quando o mecanismo de rotura por esforço transversal se cria. Por outro lado, a componente vertical da força de pré-esforço na laje, cria um efeito contrário à força de corte diminuindo a intensidade desta.

3.9.1. LAJES FUNGIFORMES ALIGEIRADAS

Neste tipo de solução de laje, o esforço transversal é, na maioria dos casos, condicionante, sendo normal armar-se as nervuras da laje com armaduras de esforço transversal. Em todo o caso, a resistência ao esforço transversal é verificada, não havendo necessidade de armadura transversal, se se verificar a condição expressa em (3.27).

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad (3.27)$$

sendo,

V_{Ed} - Esforço transversal actuante na nervura

$V_{Rd,c}$ - Esforço transversal resistente da secção (nervura) sem armaduras transversais

Segundo o EC2, o esforço transversal resistente da secção é calculado através da expressão (3.28)

$$V_{Rd,c} = \left(0.12 \times k \times (100 \times \rho_l \times f_{ck})^{1/3} + 0.15 \times \sigma_{cp} \right) \times b_w \times d \quad (3.28)$$

sendo,

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2, \text{ com } d \text{ em mm}$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \times d} \leq 0.02$$

f_{ck} - Resistência característica do betão aos 28 dias, em MPa

b_w - Menor largura da secção transversal na área traccionada, em mm

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0.2 f_{cd}, \text{ em MPa}$$

N_{Ed} - Esforço normal na secção devido às acções aplicadas ou ao pré-esforço, em N

A_c - Área da secção transversal de betão, mm².

Em qualquer situação $V_{Rd,c}$ não deve ser inferior a:

$$V_{Rd,c} = (v_{\min} + 0.15 \times \sigma_{cp}) \times b_w \times d \quad (3.29)$$

em que $v_{\min}$ vale:

$$v_{\min} = 0.035 \times k^{3/2} \times \sqrt{f_{ck}} \quad (3.30)$$

Nas expressões (3.28) e (3.29), $V_{Rd,c}$ vem expresso em N. Caso a inequação (3.27) não se verifique, será necessário dimensionar armadura de esforço transversal a colocar nas nervuras. Essa armadura é a necessária para satisfazer a seguinte condição

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s} \quad (3.31)$$

em que $V_{Rd,s}$ vale:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \times z \times f_{ywd} \times \cot(\theta) \quad (3.32)$$

sendo,

A_{sw} - Área da secção transversal das armaduras de esforço transverso

s - Espaçamento dos estribos

f_{ywd} - Valor de cálculo da tensão de cedência das armaduras de esforço transverso

$z = 0.9d$, sendo d a altura útil da armadura de flexão

θ - Ângulo de inclinação das escoras de betão.

A inclinação das escoras de betão deve respeitar o seguinte intervalo:

$$1 \leq \cot(\theta) \leq 2.5 \quad (3.33)$$

No entanto, essa resistência ao esforço transverso garantido pela armadura transversal é limitada pela condição de não esmagamento das escoras de betão e, por essa mesma razão, não pode exceder o seguinte limite:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \times b_{w,nom} \times z \times v_1 \times f_{cd} \times \frac{1}{\cot(\theta) + \tan(\theta)} \quad (3.34)$$

sendo,

v_1 - Coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transverso

$v_1 = 0.6$, para $f_{ck} \leq 60$ MPa

$v_1 = 0.9 - f_{ck}/200 > 0.5$, para $f_{ck} > 60$ MPa

α_{cw} - Coeficiente que tem em conta o estado de tensão no banzo comprimido

$\alpha_{cw} = 1 + \sigma_{cp} / f_{cd}$, para $0 < \sigma_{cp} \leq 0.25 f_{cd}$

$\alpha_{cw} = 1.25$, para $0.25 < \sigma_{cp} \leq 0.5 f_{cd}$

$\alpha_{cw} = 2.5 \times \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \right)$, para $0.5 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1.0 f_{cd}$

σ_{cp} - Tensão de compressão média, considerada positiva

$b_{w,nom}$ - Espessura nominal da alma.

A espessura nominal da alma ou da nervura, no caso das lajes fungiformes aligeiradas, tem em conta a redução da área de betão resistente ao esforço transverso devido à presença de vazios, respeitantes às bainhas das armaduras. A Tabela 3.13 apresenta os valores de $b_{w,nom}$ a adoptar consoante se trate de armaduras de pré-esforço aderente ou não aderente.

Tabela 3.13 – Valor de $b_{w,nom}$ a adoptar

armaduras aderentes		armaduras não aderentes
$\Phi > bw/8$	$\Phi \leq bw/8$	
$bw - 0,5 \sum \Phi$	bw	$bw - 1,2 \sum \Phi$

Na Tabela 3.13 ϕ corresponde ao diâmetro das bainhas.

3.9.2. LAJES FUNGIFORMES MACIÇAS

Em lajes maciças a verificação do Estado Limite Último de Resistência ao Esforço Transverso não se aplica. Nesta solução de laje o corte dá-se por punçoamento.

3.10. ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO

O fenómeno de rotura por punçoamento é uma característica muito própria das lajes fungiformes, sendo ela que muitas vezes condiciona a espessura da laje ou, na melhor das hipóteses, obriga a existência de capitéis ou espessamentos na zona dos pilares. É uma rotura frágil, associada à grande concentração de esforços de corte, que podem também ser associados a esforços elevados de flexão, junto aos pilares. Esses esforços na zona da ligação laje-pilar podem originar tensões elevadas no betão, conduzindo à fendilhação ou rotura locais. Embora, noutras circunstâncias, uma rotura local possa não significar a ruína generalizada de uma estrutura, uma rotura local por punçoamento pode mesmo ditar a ruína de uma laje inteira, devido ao incremento de esforço transferido para os outros pilares, ou até o colapso total de um edifício, provocado por uma rotura progressiva associada à queda da laje de um piso superior sobre uma de um piso inferior.

O punçoamento vem sido estudado desde o início do século XX por inúmeros investigadores, que elaboraram algumas teorias analíticas, numéricas mas essencialmente empíricas, baseando-se sobretudo em ensaios laboratoriais [Ramos, 2003]. A Figura 3.9 ilustra o mecanismo de rotura por punçoamento, caracterizado pela formação de um cone, à volta do pilar, com um ângulo geralmente inferior a 45° .

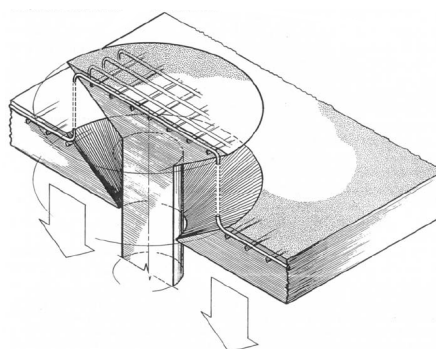


Figura 3.9 – Mecanismo de rotura por punçoamento (Retirada de [Ramos, 2003])

A presença do pré-esforço numa laje fungiforme tem repercussões directas no fenómeno de punçoamento, essencialmente na diminuição da força que provoca a rotura, através da contribuição da força de desvio do pré-esforço na zona dos pilares.

3.10.1. CONTRIBUIÇÃO DA FORÇA DE DESVIO DO PRÉ-ESFORÇO NA RESISTÊNCIA DA LAJE AO PUNÇOAMENTO

A presença de uma força de desvio do pré-esforço, descarregando directamente sobre o pilar, sugere uma contribuição favorável na diminuição da força de punçoamento, uma vez que parte da carga actuante sobre a estrutura é carregada pelos cordões. Essa sugestão é legitimada pois vários ensaios laboratoriais, feitos ao longo dos anos, sustentam essa ideia. No entanto, esse efeito favorável está intimamente dependente da disposição dos cordões na zona dos pilares.

Khan e Williams [Khan e Williams, 1995] referem que a contribuição da força de desvio do pré-esforço, V_p , deve ser contabilizada da seguinte forma:

$$V_p = w_1 \times a - w_2(b - a) \quad (3.35)$$

sendo,

w_1 - Força equivalente ao pré-esforço sobre o pilar, de sentido descendente

w_2 - Força equivalente ao pré-esforço de sentido ascendente

a - Distância sobre o pilar entre os pontos de inflexão do traçado do cordão

b - Distância sobre o pilar entre fronteiras do perímetro crítico.

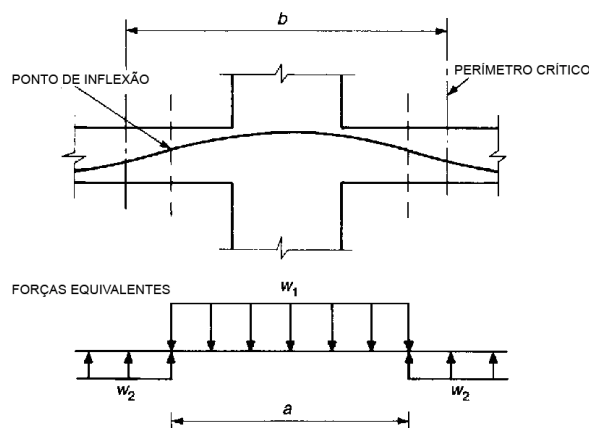


Figura 3.10 – Contribuição da força de desvio do pré-esforço na zona dum pilar (Adaptada de [Khan e Williams, 1995])

Segundo Khan e Williams, a força efectiva de punçoamento, V_{eff} , é obtida subtraindo à carga total descarregada sobre o pilar as forças de desvio de todos os cordões de pré-esforço que passem dentro do perímetro crítico de punçoamento, e cujo ponto de inflexão se situe também dentro desse perímetro. Note-se que na direcção ortogonal ao plano representado na Figura 3.10 as mesmas considerações são aplicáveis, devendo ser somada a contribuição dos cordões nas duas direcções

perpendiculares. A distância do perímetro crítico à face do pilar é definida nos diversos regulamentos. O EC2 e o BS 8110, por exemplo, sugerem que esse perímetro crítico anda à volta de $2d$ e $1.5d$ da face do apoio, respectivamente, sendo d a altura útil da armadura ordinária.

$$V_{eff} = V_{ED} - \sum V_p \quad (3.36)$$

sendo,

V_{eff} - Força efectiva de punção presente na zona dum determinado pilar

V_{ED} - Força de punção num determinado pilar, devido às cargas aplicadas na laje (esforço axial do pilar).

No entanto, os mesmos autores salientam o facto de esta avaliação necessitar de grande cuidado e prudência, referindo que é conservativo considerar essa contribuição nula quando o ponto de inflexão se situa fora do perímetro [Khan e Williams, 1995]. Na perspectiva do autor do presente trabalho tal indicação é razoável, na medida em que nessa situação a força de desvio dentro do perímetro é relativamente baixa. Por outro lado, aparece uma força de desvio prejudicial, de sentido descendente, fora do perímetro crítico, que tenderá a antecipar a formação do cone de punção.

Um relatório técnico emitido pela VSL [VSL, 1985] refere uma metodologia mais conservativa relativamente à anteriormente exposta, baseada sobretudo em resultados experimentais. Essa metodologia consiste em considerar, como efeito favorável para a resistência ao punção, a contribuição dos cordões que passem junto ao pilar num perímetro inferior a $d_s/2$ da face dele, sendo d_s a altura útil da armadura ordinária, e cuja ponto de inflexão do traçado também se situe interiormente a esse perímetro. A Figura 3.11 ilustra essa situação.

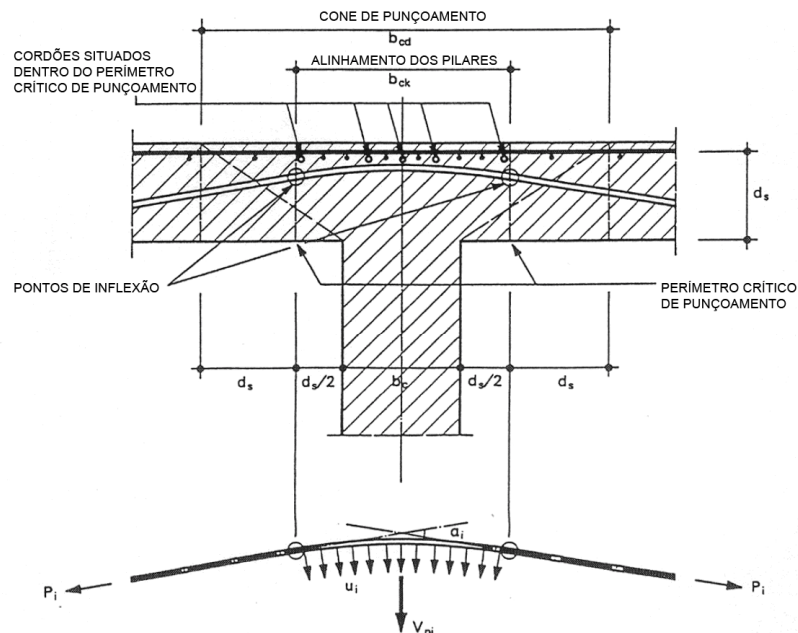


Figura 3.11 – Efeito favorável da força de desvio do pré-esforço na resistência da laje ao punção
(Adaptada de [VSL,1985])

Esse mesmo relatório [VSL, 1985] sustenta esta forma de análise da resistência do punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas, referindo que parte da carga é transferida pelos cordões de pré-esforço que descarregam directamente sobre os pilares, não contribuindo portanto para a força de punçoamento. A disposição dos cordões num perímetro inferior a $d_s/2$ da face do pilar revela, não só uma diminuição da força de punçoamento actuante, bem como uma melhoria significativa no comportamento pós rotura da laje, muito devida à contribuição dos cordões situados sobre o pilar. Mais uma vez, o valor da contribuição do pré-esforço é o somatório das forças de desvio dos cordões interiores ao perímetro crítico.

$$V_p = \sum V_{pi} = \sum P_i \times a_i \quad (3.37)$$

sendo,

P_i - Força de pré-esforço no cordão a tempo infinito

a_i - Ângulo de desvio do traçado do cordão de pré-esforço sobre o pilar.

Ensaio levado a cabo por Ramos [Ramos, 2003] concluíram que a força de desvio do pré-esforço sobre o pilar conduz essencialmente a:

- um decréscimo das extensões das armaduras passivas existentes na face superior da laje (na zona do pilar)
- uma diminuição dos deslocamentos verticais da laje junto ao pilar
- uma inclinação média do cone de rotura entre 29° e 36°
- um atraso do processo de fendilhação diagonal que conduz posteriormente à formação do cone de punçoamento
- uma maior resistência ao punçoamento, resistência essa que aumenta com a proximidade dos cordões ao pilar.

3.10.2. CONTRIBUIÇÃO DO EFEITO DA COMPRESSÃO DO PRÉ-ESFORÇO NA RESISTÊNCIA DA LAJE AO PUNÇOAMENTO

O efeito da compressão do pré-esforço, embora aparentemente benéfica, não deve ser contabilizada no cálculo da resistência ao punçoamento, pois os ensaios efectuados por Ramos [Ramos, 2003] concluíram que tal relação não pode ser estabelecida, havendo mesmo casos ensaiados em que a presença da compressão conduziu a forças de rotura inferiores. Os resultados levaram Ramos a concluir que a compressão não tem grande influência na resistência duma laje fungiforme ao punçoamento, devido à grande dispersão dos resultados obtidos. O autor do presente trabalho adoptou a mesma filosofia, sugerindo que não se contabilize a compressão induzida pelo pré-esforço no cálculo da resistência ao punçoamento.

3.10.3. CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO

O cálculo da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas deve ser feito segundo um compromisso entre o método proposto por Ramos [Ramos, 2003] e o relatório técnico da VSL [VSL, 1985]. Os ensaios laboratoriais de Ramos levaram-no a concluir que a filosofia presente no MC 90 [CEB-FIP Model Code, 1990] é a que conduz, na prática, a resultados médios próximos dos teóricos. A expressão actualmente presente no EC2 é fortemente baseada na metodologia do MC 90 e,

por essa razão, não serão tratadas neste Capítulo formas de abordar o punçoamento segundo outros regulamentos. Seguidamente expõe-se a sugestão de cálculo proposta pelo EC2, fazendo-se as adaptações necessárias na perspectiva de Ramos. A expressão do EC2 está apresentada em (3.38)

$$v_{Rd,c} = 0.12 \times k \times (100 \times \rho_l \times f_{ck})^{1/3} + 0.15 \times \sigma_{cp} \geq v_{\min} + 0.15 \times \sigma_{cp} \quad (3.38)$$

sendo,

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0, \text{ } d \text{ expresso em mm}$$

$d = \frac{d_x + d_y}{2}$, em que d_x e d_y são as alturas úteis da armadura aderente nas duas direcções ortogonais

$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \times \rho_{ly}} \leq 0.02$, em que ρ_{lx} e ρ_{ly} referem-se às armaduras ordinárias de tracção nas direcções x e y , respectivamente. Essas percentagens de armadura devem ser calculadas como valores médios numa largura de laje igual à largura do pilar acrescida de $3d$ para cada lado

$\sigma_{cp} = (\sigma_{cx} + \sigma_{cy}) / 2$, em que σ_{cx} e σ_{cy} são tensões normais no betão na secção crítica nas direcções x e y (MPa)

f_{ck} expresso em MPa

$$v_{\min} = 0.035 \times k^{3/2} \times \sqrt{f_{ck}}.$$

Como já foi referido anteriormente, a compressão induzida pelo pré-esforço deve ser ignorada para efeitos de cálculo da resistência da laje ao punçoamento. Assim a expressão (3.38) fica reduzida a:

$$v_{Rd,c} = 0.12 \times k \times (100 \times \rho_l \times f_{ck})^{1/3} \geq v_{\min} \quad (3.39)$$

No caso de armaduras de pré-esforço não aderentes, Ramos [Ramos, 2003] sugere que na expressão (3.39) ρ_l contabilize o efeito não só da armadura ordinária de flexão (ρ_s), mas também o efeito da excentricidade (ρ_{exc}) e da compressão deste (ρ_{comp}).

$$\rho_l = \rho_s + \rho_{exc} + \rho_{comp} \quad (3.40)$$

No entanto, desprezar a componente compressiva do pré-esforço é uma atitude conservadora, uma vez que, como já anteriormente foi referido, experimentalmente não se verifica qualquer ligação entre o efeito da compressão e o aumento da resistência da laje ao punçoamento. Por outro lado, a difusão da compressão induzida pelo pré-esforço na laje, torna complicado a quantificação da tensão real instalada na secção de betão em causa. Assim a expressão (3.40) reduz-se, por simplificação, a:

$$\rho_l = \rho_s + \rho_{exc} \quad (3.41)$$

A percentagem de armadura ordinária de flexão deverá ser calculada da forma expressa em (3.42).

$$\rho_s = \frac{A_s}{b \times d} \quad (3.42)$$

sendo,

A_s - Área transversal da armadura ordinária de flexão

d - Altura útil da armadura ordinária de flexão

b - Largura igual à dimensão do pilar.

A participação da excentricidade do pré-esforço na resistência ao punçoamento deve ser quantificada, de forma aproximada, da seguinte maneira [Ramos, 2003]:

$$\rho_{exc} = \frac{\sigma_p}{f_{yk}} \times \frac{A_p}{b \times d} \times \frac{2d_p - h}{1.5h} \quad (3.43)$$

sendo,

σ_p - Tensão na armadura de pré-esforço

A_p - Área transversal da armadura de pré-esforço existente na largura b

d_p - Altura útil da armadura de pré-esforço

h - Espessura da laje.

No caso da percentagem geométrica de armadura longitudinal ser diferente nas duas direcções ortogonais, o valor de ρ_l a utilizar na expressão (3.39) deve ser definido da seguinte forma [Ramos, 2003]:

$$\rho_l = \frac{\rho_{lx} \times b_y + \rho_{ly} \times b_x}{b_x + b_y} \quad (3.44)$$

sendo,

b_x - Dimensão do contorno de referência na direcção x

b_y - Dimensão do contorno de referência na direcção y .

No caso de armaduras de pré-esforço aderentes ρ_l deve contabilizar ainda a percentagem geométrica de armadura de pré-esforço, ρ_p [Ramos, 2003],

$$\rho_l = \rho_s + \rho_{exc} + \rho_p \quad (3.45)$$

Neste caso, a determinação da altura útil, d , em cada direcção ortogonal deverá ser feita através da expressão (4.46) [Ramos, 2003].

$$d = \frac{A_s \times d_s + A_p \times d_p}{A_s + A_p} \quad (3.46)$$

Segundo o EC2, a resistência ao punçoamento deve ser calculada num primeiro perímetro crítico ou de controlo a $2d$ da face do pilar. A Figura 3.12 ilustra os perímetros de controlo típicos em pilares de lajes fungiformes.

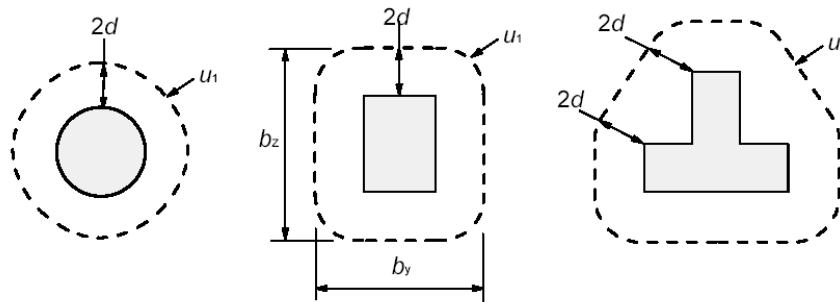


Figura 3.12 – Perímetros de controlo típicos em pilares de lajes fungiformes

Situações de punçoamento em pilares de canto ou de bordo devem ter em consideração os limites da laje na determinação do perímetro de controlo. Alguns casos típicos estão ilustrados na Figura 3.13.

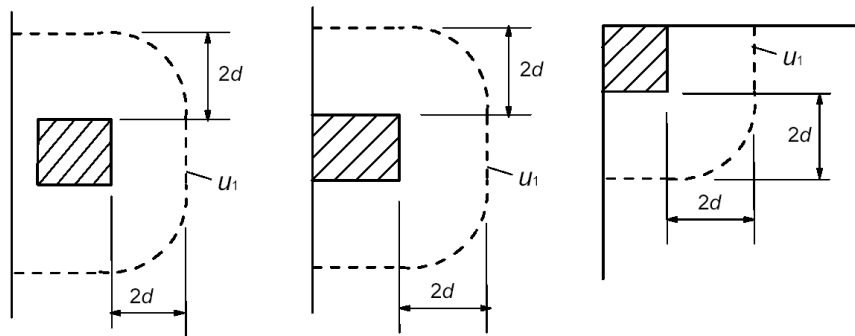


Figura 3.13 – Perímetros de controlo em pilares de bordo ou de canto

A força de punçoamento actuante deve ser reduzida do somatório das forças de desvio vertical dos cordões de pré-esforço que passem no interior da distância $d_p/2$, sendo d_p a altura útil dos cordões, da face do pilar [Ramos, 2003]. A Figura 3.14 ilustra essa situação.

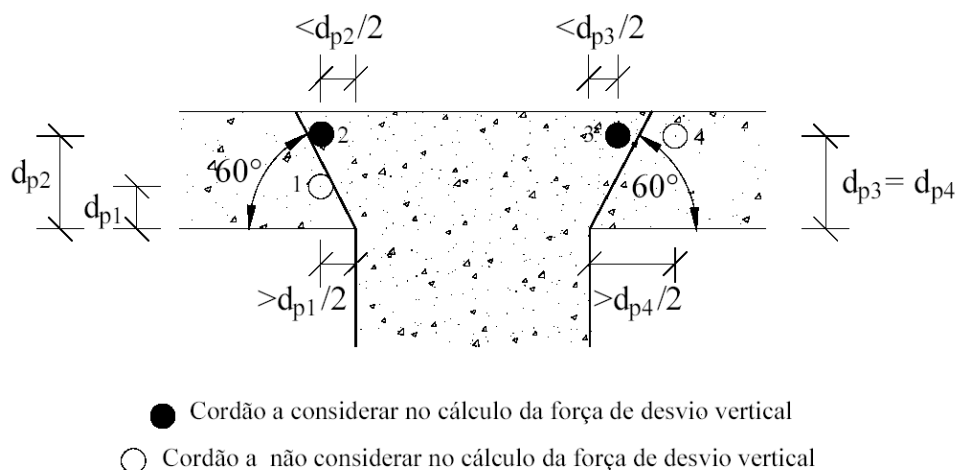


Figura 3.14 – Contribuição da força de desvio dos cordões de pré-esforço na resistência da laje ao punçoamento

Na opinião do autor do presente documento, em situações de projecto deve-se contabilizar, como efeito favorável na resistência da laje ao punçoamento, V_p , os cordões que respeitem as duas seguintes condições:

- o cordão situa-se interiormente ao perímetro crítico situado à distância $d_p/2$ da face do pilar, sendo d_p a altura útil dos cordão,
- o ponto de inflexão do traçado do cordão situa-se interiormente ao perímetro crítico situado à distância $d_s/2$ da face do pilar, sendo d_s a altura útil da armadura ordinária.

Desta forma assume-se um compromisso razoável entre a sugestão de Ramos [Ramos, 2003] e o relatório técnico da VSL [VSL 1985].

Assim, a força de punçoamento efectiva vale:

$$V_{eff} = V_{Ed} - \sum V_p \quad (3.47)$$

sendo,

V_{eff} - Força de punçoamento efectiva

V_{Ed} - Força de punçoamento actuante

V_p - Força de desvio do cordão de pré-esforço sobre o pilar

Da força efectiva de punçoamento obtém-se a tensão de punçoamento no perímetro de controlo expressa em (3.48).

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{eff}}{u_i \times d} \quad (3.48)$$

sendo,

v_{Ed} - Tensão de punçoamento no perímetro de controlo

β - Factor que tem em conta a excentricidade da força de punçoamento provocada pela co-actuação de momentos flectores na zona

u_i - Perímetro do primeiro perímetro de controlo, $u_i = 2d$

d - Altura útil da armadura ordinária da laje.

O EC2 apresenta várias expressões para o cálculo do coeficiente β , dependendo da localização do pilar (interior ou exterior) e da sua própria geometria. No entanto, refere também que no caso de estruturas em que a estabilidade lateral não depende do funcionamento de pórtico formados por lajes e pilares, e em que os vãos dos tramos adjacentes não diferem mais de 25%, se pode utilizar valores aproximados de β . Esses valores aproximados estão representados na Figura 3.15.

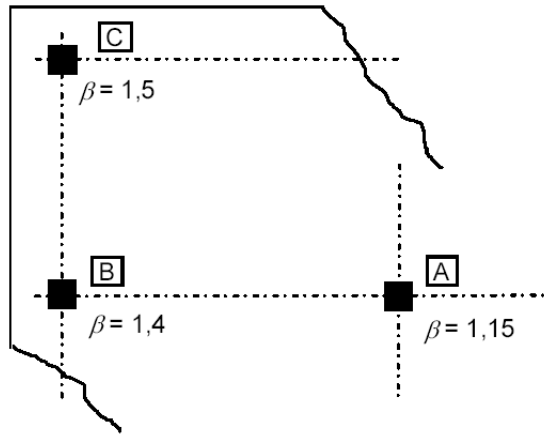


Figura 3.15 – Valores de β recomendados pelo EC2

Os valores de β expressos na Figura 3.15 dependem exclusivamente da localização do pilar na laje e reflectem, de certo modo, o valor médio de β obtido pelas expressões analíticas mais pormenorizadas no EC2. Para valores mais precisos o autor sugere a consulta dessas expressões no ponto 6.4.3 do EC2, no entanto, a consideração deste valores aproximados de β em situações de projecto é uma medida, no entender do autor, perfeitamente razoável.

Então, a resistência ao punçoamento é assegurada verificando-se a seguinte inequação:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad (3.49)$$

Caso a inequação (3.49) não se verifique, é necessário dimensionar armadura de punçoamento ou um capitel/espessamento.

O EC2 refere que a armadura de punçoamento deve ser calculada de acordo com a expressão (3.50).

$$v_{Rd,cs} = 0.75 \times v_{Rd,c} + n \times A_{sw} \times f_{ywd,ef} \left(\frac{1}{u_1 \times d} \right) \times \sin(\alpha) \leq v_{Ed} \quad (3.50)$$

sendo,

n - Número de perímetros

A_{sw} - Área transversal de um perímetro de armaduras de punçoamento em torno do pilar, em mm^2

$f_{ywd,ef} = 250 + 0.25d \leq f_{ywd}$ (MPa) - Valor de cálculo da tensão efectiva de cedência das armaduras de punçoamento

d - Média das alturas úteis nas direcções ortogonais, em mm

α - Ângulo entre as armaduras de punçoamento e o plano da laje.

No caso de se optar pelo dimensionamento de um capitel ou espessamento, o objectivo consiste em aumentar a espessura da laje, de modo a que a resistência ao punçoamento se verifique no perímetro de controlo a $2d$ da face do pilar. A dimensão em planta é determinada pelo primeiro perímetro a partir do qual a resistência ao punçoamento é verificada para a espessura normal da laje.

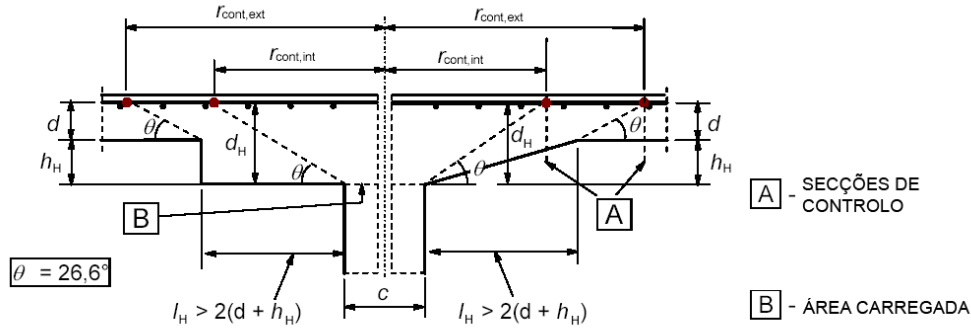


Figura 3.16 – Dimensionamento de um capitel/espessamento

sendo,

$$r_{cont,ext} = l_h + 2d + 0.5c$$

$$r_{cont,int} = 2(d + h_H) + 0.5c$$

l_h - Dimensão em planta da largura do capitel.

Em qualquer situação atrás descrita, quer se verifique o punçoamento sem armadura para tal, ou se dimensione armadura ou capitel, o valor da tensão de punçoamento no perímetro de controlo deverá sempre respeitar a condição de não esmagamento das escoras de betão. Essa condição está expressa em (3.51).

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,max} \quad (3.51)$$

em $v_{Rd,max}$ é definido da seguinte forma:

$$v_{Rd,max} = 0.5 \times v \times f_{cd} \quad (3.52)$$

sendo,

$$v = 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right), \quad f_{ck} \text{ expresso em MPa.}$$

Quando a condição de não esmagamento das escoras de betão não é garantida, a única solução passa pelo aumento da classe de betão.

4

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1. LAJE FUNGIFORME MACIÇA COM PRÉ-ESFORÇO REPARTIDO

4.1.1. PLANTA ESTRUTURAL

A laje apresentada na Figura 4.1 é apoiada unicamente em pilares (laje fungiforme), com uma relação entre vãos de 1.25. Na direcção yy, a laje apresenta um tramo em consola com 3m de comprimento. O betão utilizado é da classe C25/30, sendo os pilares da laje de betão armado, da mesma classe e com diâmetro de $\phi 0.50m$. O aço de pré-esforço utilizado apresenta as seguintes resistências à tracção: $f_{p0.1k} = 1670 \text{ MPa}$ e $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$, a armadura ordinária é da classe A500. O sistema de pré-esforço é constituído por mono-cordões de 1.4 cm^2 (0.6'' de diâmetro), apresentando as seguintes propriedades: $\mu = 0.06$, $k = 0.0005$ (utilizando a expressão do ACI 318), $\Delta_s = 5 \text{ mm}$.

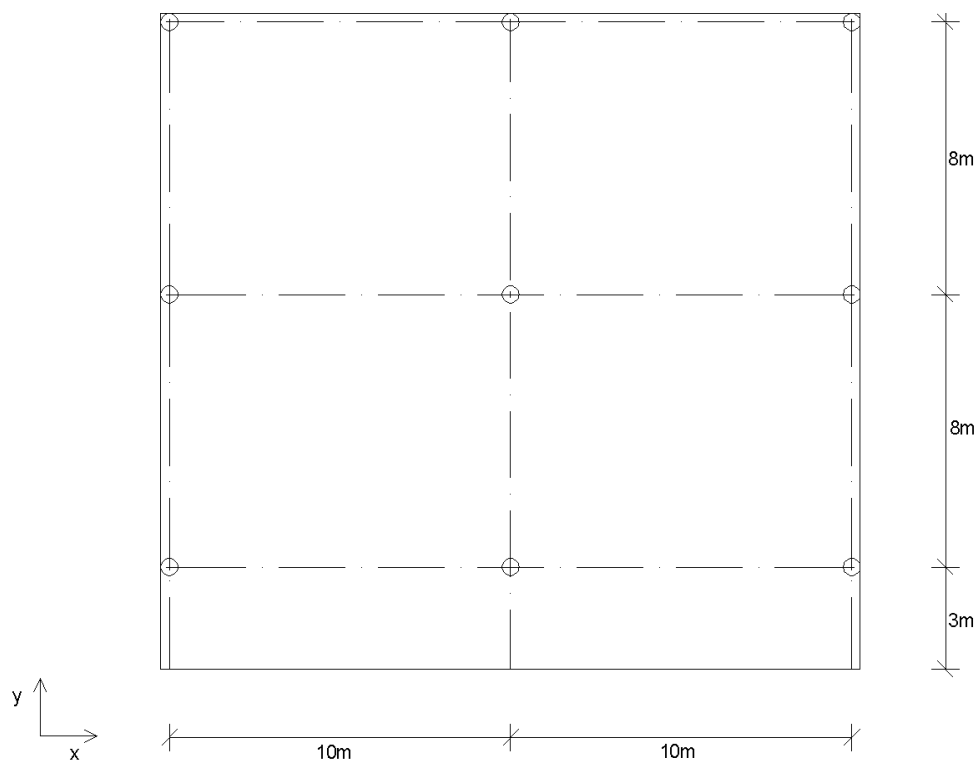


Figura 4.1 – Planta estrutural da laje

4.1.2. CARGAS ACTUANTES

As cargas verticais actuantes na laje são as seguintes:

- $g_k = 4kN / m^2$,
- $q_k = 5kN / m^2$ ($\Psi_2 = 0.4$)

Por simplificação não serão contabilizadas quaisquer cargas horizontais actuantes na laje.

4.1.3. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA ESPESSURA DA LAJE

Pretende-se o dimensionamento de uma laje fungiforme maciça e, por essa mesma razão, a relação l/h ronda os 36 (ver Tabela 3.1).

$$l = 10m \Rightarrow h = 0.27m \rightarrow h = 0.30m$$

A uma espessura de 30cm de laje, corresponde um peso próprio de $7,5kN / m^2$.

4.1.4. MODELO ESTRUTURAL

A análise estrutural da laje será feita através do método dos elementos finos, recorrendo a elementos de laje com 0.30m de espessura. Os elementos finitos que compõe a malha são quadrangulares com 0.50m de largura. A malha próxima dos pilares, por ser uma zona de grande variação de esforços, foi refinada, diminuindo a dimensão dos elementos para metade. Os pilares serão modelados por elementos de barra de secção circular, com 50cm de diâmetro. As Figuras 4.2 e 4.3 representam a malha de elementos finitos no plano x-y e na vista 3D, respectivamente.

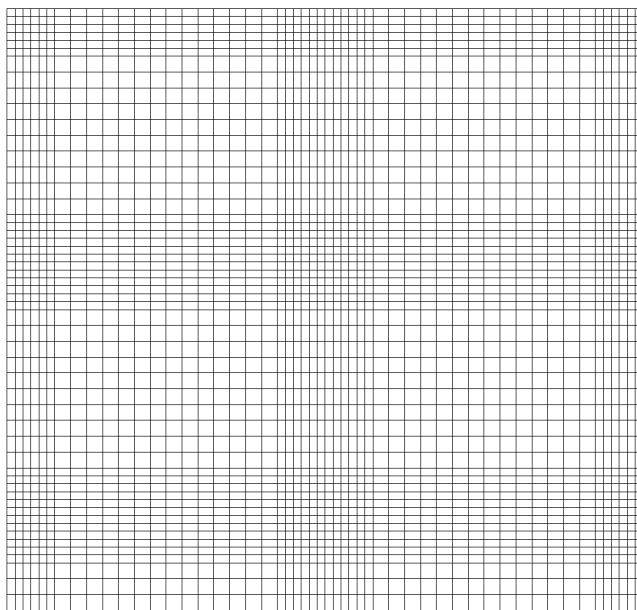


Figura 4.2 – Malha de elementos finitos (plano x-y)

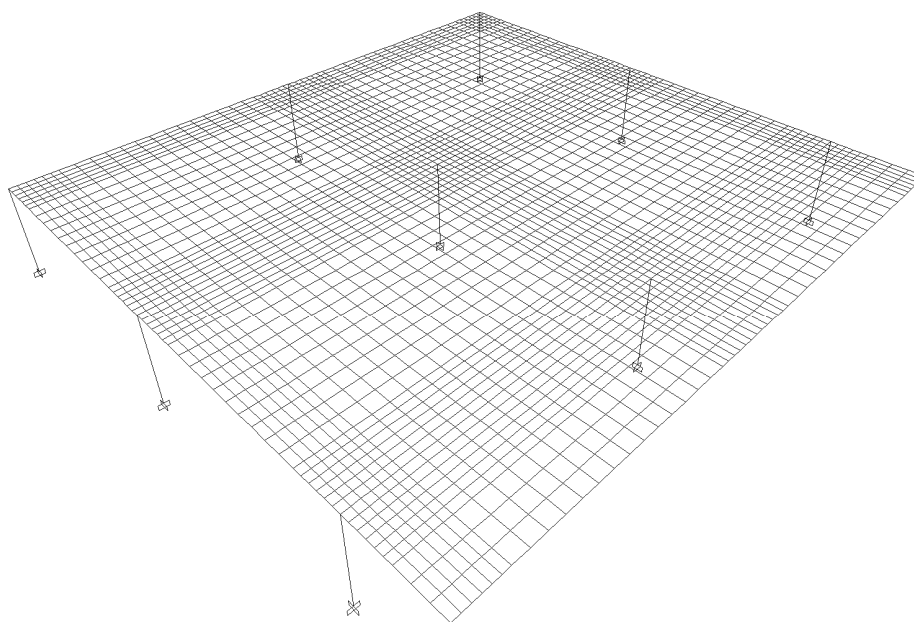


Figura 4.3 – Modelo estrutural (vista 3D)

4.1.5. SOLUÇÃO DE PRÉ-ESFORÇO E RESPECTIVA FORÇA

Neste exemplo optou-se por aplicar mono-cordões (pré-esforço não aderente), repartindo-se o pré-esforço por toda a laje, de forma a equilibrar as cargas permanentes actuaes sobre ela (pré-esforço repartido). Os traçados, nas duas direcções ortogonais, foram obtidos com o objectivo de maximizar as flechas dos mono-cordões e, respectivamente, o efeito favorável das forças de desvio do pré-esforço sobre a laje. Limitaram-se as excentricidades do traçado a 10cm, de forma a ter-se uma distância mínima da face da laje ao eixo dos cordões de 5cm. A Figura 4.4 representa graficamente as cotas dos mono-cordões na direcção xx, em relação ao eixo da laje.

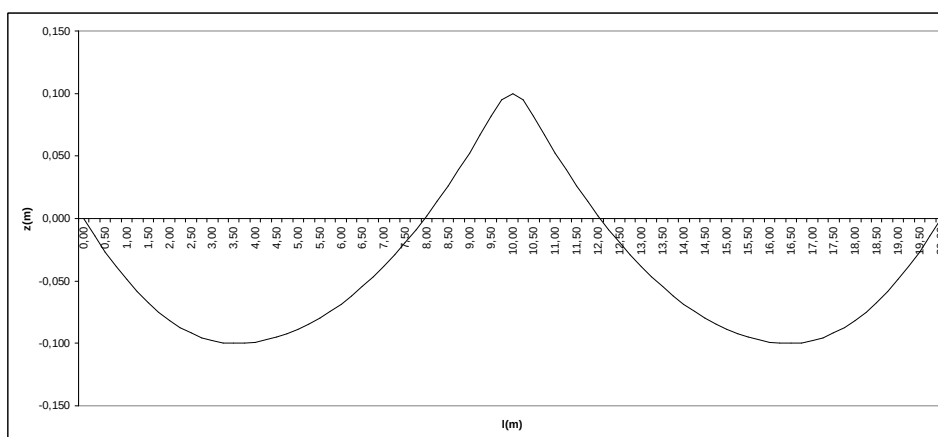


Figura 4.4 – Traçado dos mono-cordões na direcção xx

A Tabela 4.1 apresenta as equações das parábolas nos diversos troços, bem como os raios de curvatura, na direcção xx. As curvaturas dos mono-cordões podem atingir um mínimo de cerca de 2.5m [VSL, 2006].

Tabela 4.1 – Equações das curvas do traçado dos mono-cordões na direcção xx

Troço (m)	0-3.5	3.5-9.6	9.6-10
Eq. da curva	$y(x) = 0.008163x^2$	$y(x) = 0.005044x^2$	$y(x) = 0.076875x^2$
Raio de curvatura (m)	61.25	99.13	6.50

O traçado na direcção xx apresenta um eixo de simetria vertical aos 10m de comprimento.

Na direcção ortogonal a solução para o traçado dos mono-cordões adoptado foi a representada na Figura 4.5.

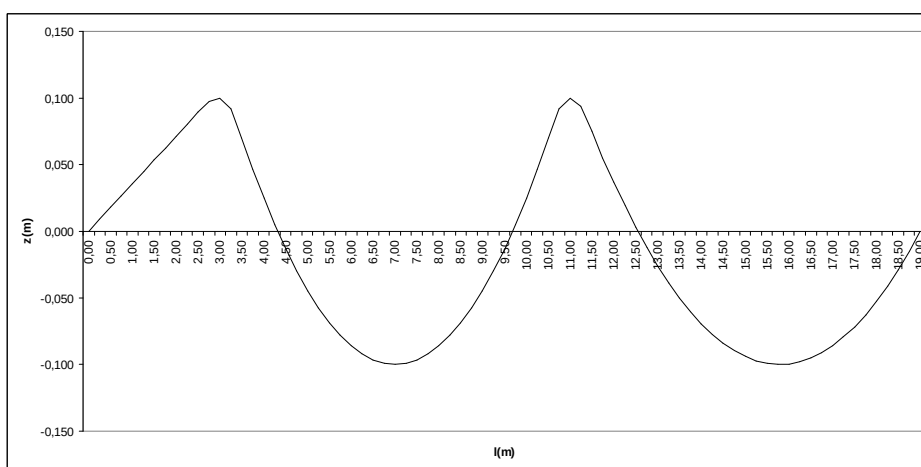


Figura 4.5 – Traçado dos mono-cordões na direcção yy

A Tabela 4.2 apresenta as equações das parábolas nos diversos troços, bem como os raios de curvatura, na direcção yy.

Tabela 4.2 - Equações das curvas do traçado dos mono-cordões na direcção yy

Troço (m)	Eq. da curva	Raio de curvatura (m)
0-2.6	$y(x) = 0.035714x$	∞
2.6-3	$y(x) = 0.04464x^2$	11.2
3-3.4	$y(x) = 0.125x^2$	4
3.4-7	$y(x) = 0.01388x^2$	36.
7-10.6	$y(x) = 0.01388x^2$	36.
10.6-11	$y(x) = 0.125x^2$	4
11-11.4	$y(x) = 0.10419x^2$	4.8
11.4-15.8	$y(x) = 0.009468x^2$	52.8
15.8-19	$y(x) = 0.0097656x^2$	51.2

Estando os traçados nas duas direcções definidos, segue-se o cálculo da força de pré-esforço em cada direcção. A carga a equilibrar nas duas direcções é:

$$q_e = g_k + p_{\text{próprio}} = 4 + 7.5 = 11.5 \text{ kN} / \text{m}^2.$$

A flecha do traçado na direcção xx vale:

$$f_{xx} = 0.14 \text{ m},$$

correspondendo, dessa forma, uma força de pré-esforço, $P_{\infty,xx}$, que equilibra as cargas permanentes:

$$P_{\infty,xx} = \frac{q_e \times l_{\text{vão}}^2}{8 \times f} = \frac{11.5 \times 10^2}{8 \times 0.14} = 1027 \text{ kN} / \text{m}.$$

Na direcção yy, existem duas flechas. A flecha entre os 3m e os 11m vale:

$$f_{yy1} = 0.20 \text{ m}$$

e a flecha entre os 11m e os 19m vale:

$$f_{yy2} = 0.144 \text{ m}.$$

Optou-se por utilizar a flecha maior, no entanto, se a zona da flecha menor tiver problemas a nível de tensões, será necessário aumentar a força de pré-esforço, que é o mesmo que dizer, utilizar uma flecha mais baixa no cálculo de $P_{\infty,yy}$. Assim tem-se que:

$$P_{\infty,yy} = \frac{q_e \times l_{\text{vão}}^2}{8 \times f} = \frac{11.5 \times 8^2}{8 \times 0.2} = 460 \text{ kN} / \text{m}.$$

Nesta altura é necessário estimar-se as perdas de pré-esforço, de forma a obter-se a força de pré-esforço máxima, $P_{\text{máx}}$. Prevê-se perdas na ordem de:

- 7% de perdas instantâneas,
- 12% de perdas diferidas.

Desta forma temos:

$$P_{\text{máx},xx} = \frac{1027}{0.93 \times 0.88} = 1255 \text{ kN} / \text{m}$$

$$\text{e } P_{\text{máx},yy} = \frac{460}{0.93 \times 0.88} = 562 \text{ kN} / \text{m}.$$

Seguidamente calcula-se o pré-esforço total em cada painel e a respectiva quantidade de mono-cordões, dispondo metade deles sobre os pilares e a outra metade na zona entre pilares. Utilizando mono-cordões de 1.4 cm^2 de secção transversal (0.6'') a força máxima por mono-cordão vale:

$$P_{\text{máx},\text{cordão}} = A_p \times \min(0.8 f_{pk}; 0.9 f_{p0,1k}) = 1.4 \times 10^{-4} \times 0.8 \times 1860000 = 208 \text{ kN}.$$

A Figura 4.6 ilustra, entre parênteses, o número de mono-cordões a dispor nas diversas zonas da laje.

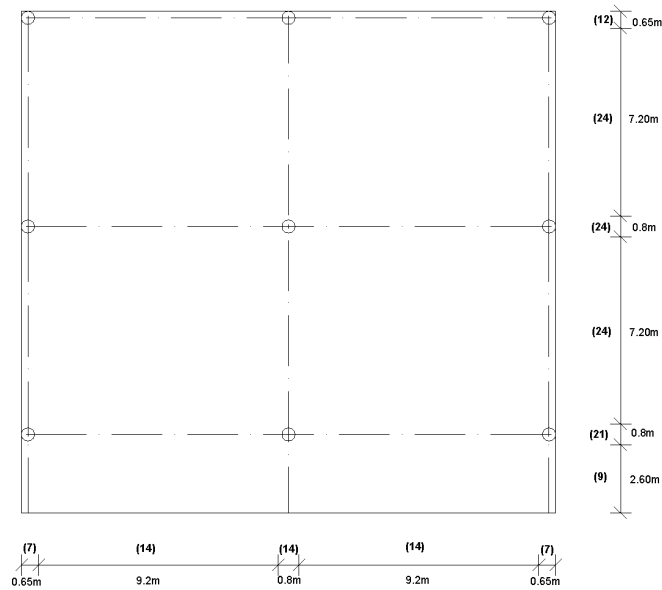


Figura 4.6 – Disposição dos mono-cordões pela laje

O passo seguinte consiste na modelação dos mono-cordões no software SAP2000, considerando o efeito do pré-esforço através de cargas equivalentes. As Figuras 4.7 e 4.8 ilustram a modelação das armaduras de pré-esforço coerente com a disposição adoptada.

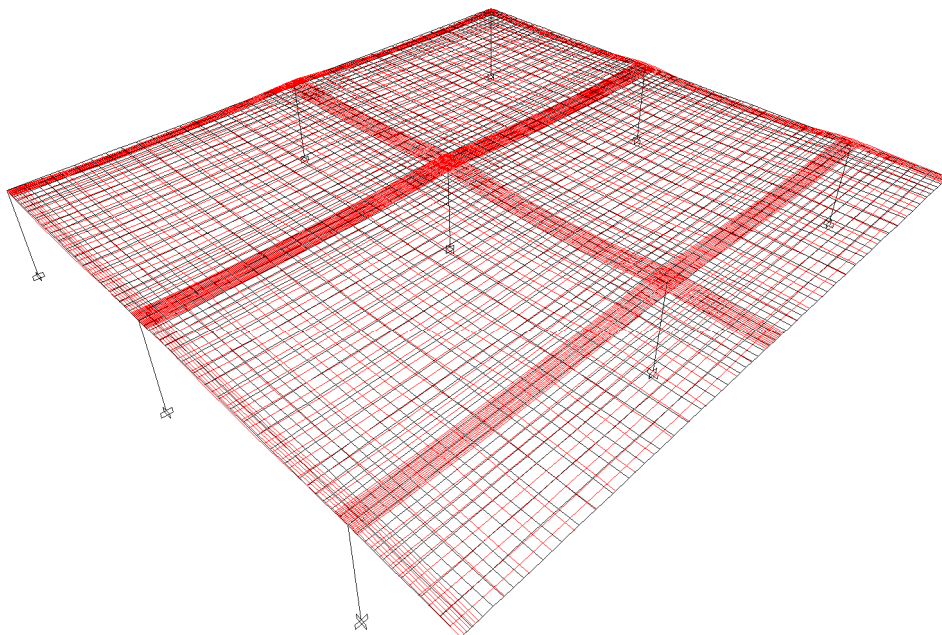


Figura 4.7 – Modelação dos mono-cordões na laje (vista 3D)

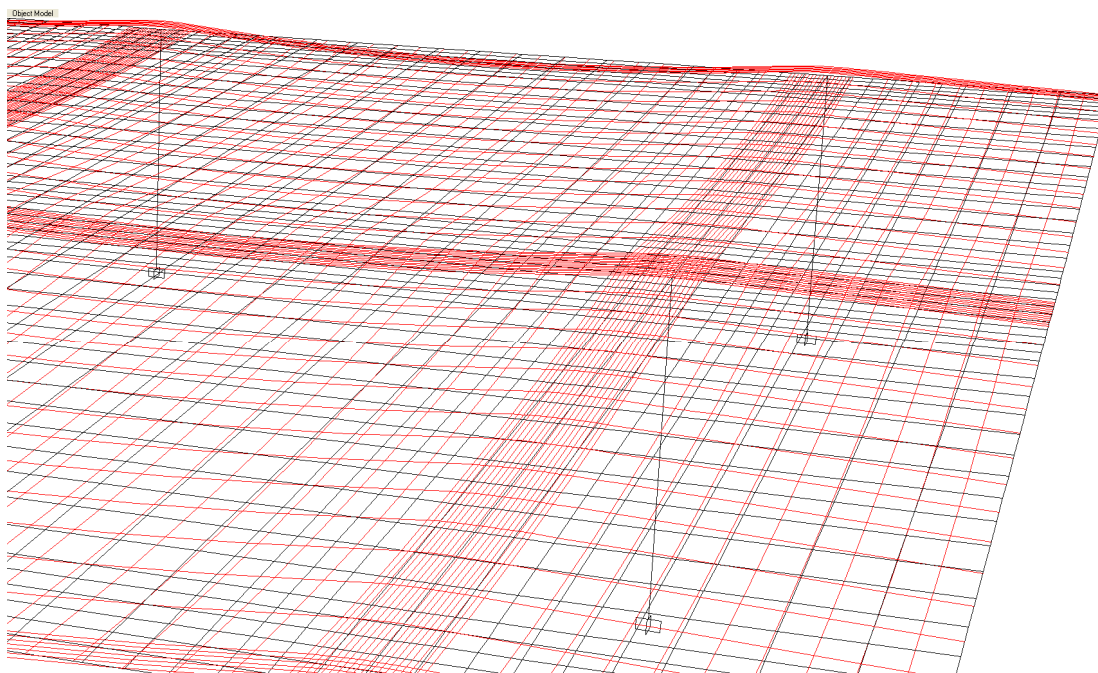


Figura 4.8 – Pormenor da modelação dos mono-cordões na laje (vista 3D)

4.1.6. CÁLCULO DAS PERDAS DE PRÉ-ESFORÇO INSTANTÂNEAS E VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES NA FASE INICIAL

As perdas de pré-esforço instantâneas serão calculadas para a situação inicial, ou seja, considerando a acção do pré-esforço conjuntamente com a das cargas permanentes instaladas na laje. As perdas de atrito são calculadas automaticamente pelo software SAP2000, considerando os seguintes coeficientes:

- $\mu = 0.06$
- $k = 0.0005$ (utilizando expressão do ACI 318)
- $\Delta_s = 5mm$.

As Figuras 4.9 e 4.10 representam, respectivamente, a força de pré-esforço instalada nos mono-cordões, após o processamento das perdas iniciais devidas ao atrito, nas direcções xx e yy.

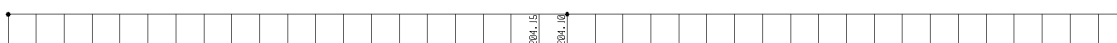


Figura 4.9 – Força de pré-esforço nos mono-cordões após perdas devidas ao atrito (direcção xx)



Figura 4.10 – Força de pré-esforço nos mono-cordões após perdas devidas ao atrito (direcção yy)

Os diagramas representativos da força de pré-esforço instalada nos cabos (Figuras 4.9 e 4.10), após perdas de atrito, revelam-se bastante uniformes ao longo de toda a extensão dos mono-cordões. Tal situação é devida ao baixo coeficiente de atrito entre a armadura de pré-esforço e a sua própria bainha.

A Tabela 4.3 sintetiza as perdas de atrito médias ao longo dos mono-cordões nas duas direcções ortogonais.

Tabela 4.3 – Perdas de atrito médias

	Direcção xx	Direcção yy
Perda média (kN)	6	12
Perda média (%)	2,9	5,8

Como seria de esperar, as perdas na direcção yy são superiores às na direcção xx, uma vez que nesta última direcção há menos desvios angulares.

As perdas por deformação instantânea do betão serão calculadas recorrendo a uma folha de cálculo programada para o efeito. Para o cálculo destas perdas considera-se que o pré-esforço é aplicado ao 8º dia, daí resultando um módulo de elasticidade do betão:

$$E_c(8\text{dias}) = 29 \text{ GPa.}$$

Será com esse módulo de elasticidade que se calculará o encurtamento do betão ao nível da armadura de pré-esforço na situação inicial de carregamento. A laje foi dividida em diversas zonas, como ilustra a Figura 4.11, calculando-se uma perda de tensão média nas armaduras interiores a cada zona.

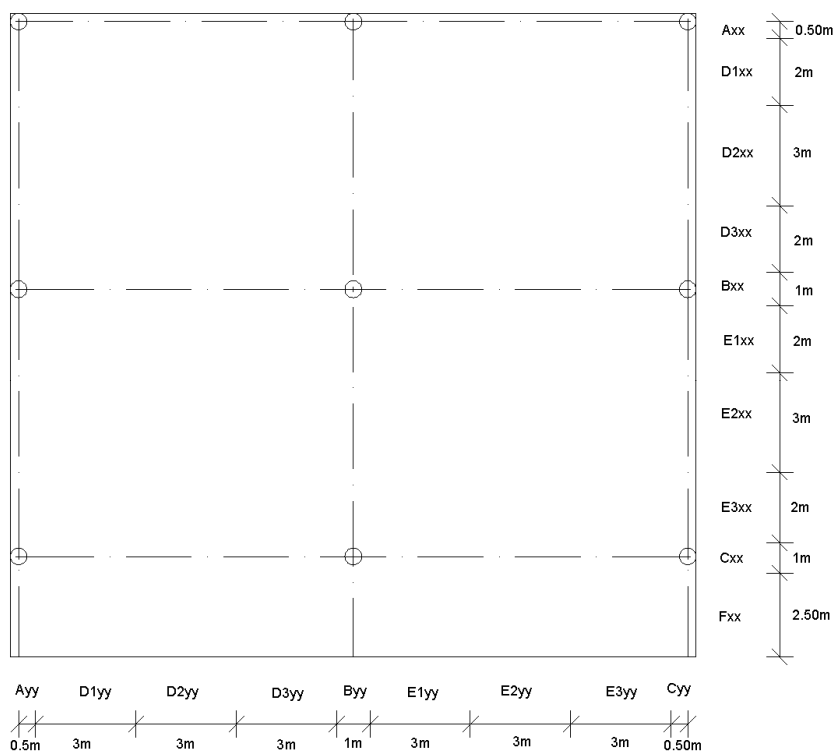


Figura 4.11 – Zonas adoptadas para o cálculo das perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço

A perda de tensão média nas armaduras de pré-esforço será calculada da seguinte forma:

- obtenção das tensões nas fibras superior e inferior da laje em 3 alinhamentos (ex.: no caso da zona Axx obtém-se as tensões na direcção xx ao longo da linha $y=19\text{m}$, $y=18.5\text{m}$ e $y=18.75\text{m}$, ou seja, nas linhas periféricas da zona em questão, à esquerda e à direita, e na linha central da mesma zona)

- cálculo das tensões médias (das fibras superior e inferior) dos 3 alinhamentos na situação inicial de carregamento
- cálculo das tensões médias no betão ao nível da armadura de pré-esforço (por interpolação linear)
- cálculo das extensões médias do betão ao nível da armadura de pré-esforço
- cálculo do encurtamento total médio da peça de betão, ao nível da armadura de pré-esforço, entre ancoragens
- cálculo da perda de tensão média nas armaduras dentro da zona em questão.

Da folha de cálculo surgem os valores médios de perdas de tensão nas diversas zonas representados nas Tabelas 4.4 e 4.5.

Tabela 4.4 – Perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço devido à deformação Inst. do betão (direcção xx)

	Axx	D1xx	D2xx	D3xx	Bxx	E1xx	E2xx	E3xx	Cxx	Fxx
$\Delta\sigma_{p,el}$ (KPa)	18598	13890	12787	13584	18287	13597	12643	13530	17791	12431

Tabela 4.5 – Perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço devido à deformação inst. do betão (direcção yy)

	Ayy	D1yy	D2yy	D3yy	Byy	E1yy	E2yy	E3yy	Cyy
$\Delta\sigma_{p,el}$ (KPa)	8979	5893	4326	5274	7728	5269	4327	5894	8977

Como seria de esperar, as perdas por deformação instantânea do betão são maiores na direcção xx, uma vez que nessa direcção existe um maior nível de pré-esforço, logo, maiores tensões de compressão no betão.

As Tabelas 4.6 e 4.7 apresentam os valores médios das perdas de tensão das armaduras, nas diversas zonas, contabilizando o somatório de todas as perdas instantâneas (atrito e deformação instantânea do betão).

Tabela 4.6 – Perdas instantâneas de tensão médias nas armaduras de pré-esforço (direcção xx)

Zona	Axx	D1xx	D2xx	D3xx	Bxx	E1xx	E2xx	E3xx	Cxx	Fxx
Def. inst. betão (kN)	2,60	1,94	1,79	1,90	2,56	1,90	1,77	1,89	2,49	1,74
Atrito (kN)	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
Totais instantâneas (kN)	8,60	7,94	7,79	7,90	8,56	7,90	7,77	7,89	8,49	7,74
Totais instantâneas (%)	4,1	3,8	3,7	3,8	4,1	3,8	3,7	3,8	4,1	3,7

Tabela 4.7 – Perdas instantâneas de tensão médias nas armaduras de pré-esforço (direcção yy)

Zona	Ayy	D1yy	D2yy	D3yy	Byy	E1yy	E2yy	E3yy	Cyy
Def. inst. betão (kN)	1,26	0,83	0,61	0,74	1,08	0,74	0,61	0,83	1,26
Atrito (kN)	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00
Totais instantâneas (kN)	13,26	12,83	12,61	12,74	13,08	12,74	12,61	12,83	13,26
Totais instantâneas (%)	6,4	6,2	6,1	6,1	6,3	6,1	6,1	6,2	6,4

As Figuras 4.12, 4.13 e 4.14 ilustram as deformadas da laje devido à acção das cargas permanentes, do pré-esforço, e de ambos em simultâneo, respectivamente.

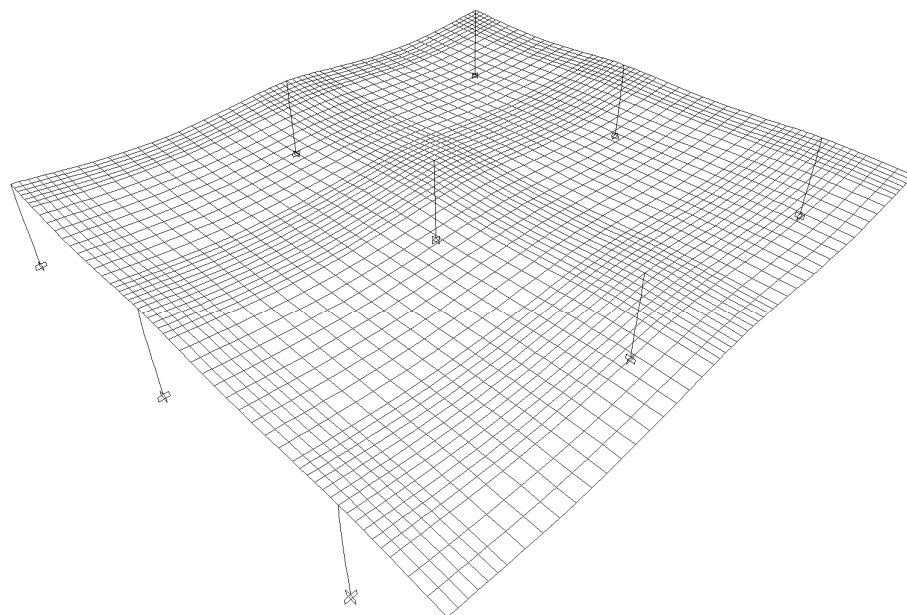


Figura 4.12 – Deformada da laje devida à acção exclusiva das cargas permanentes

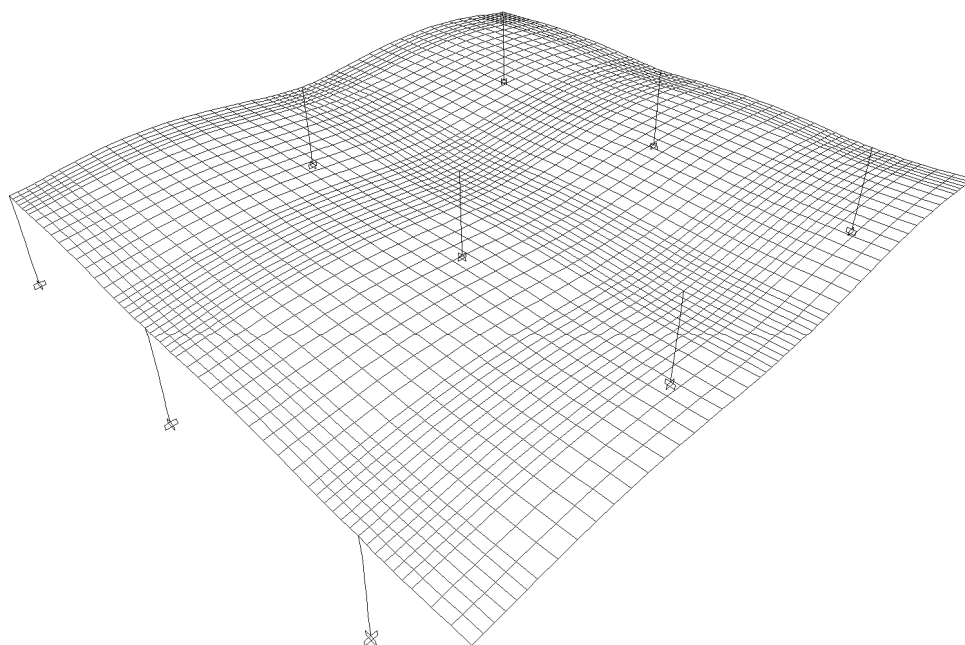


Figura 4.13 - Deformada da laje devida à acção exclusiva do pré-esforço

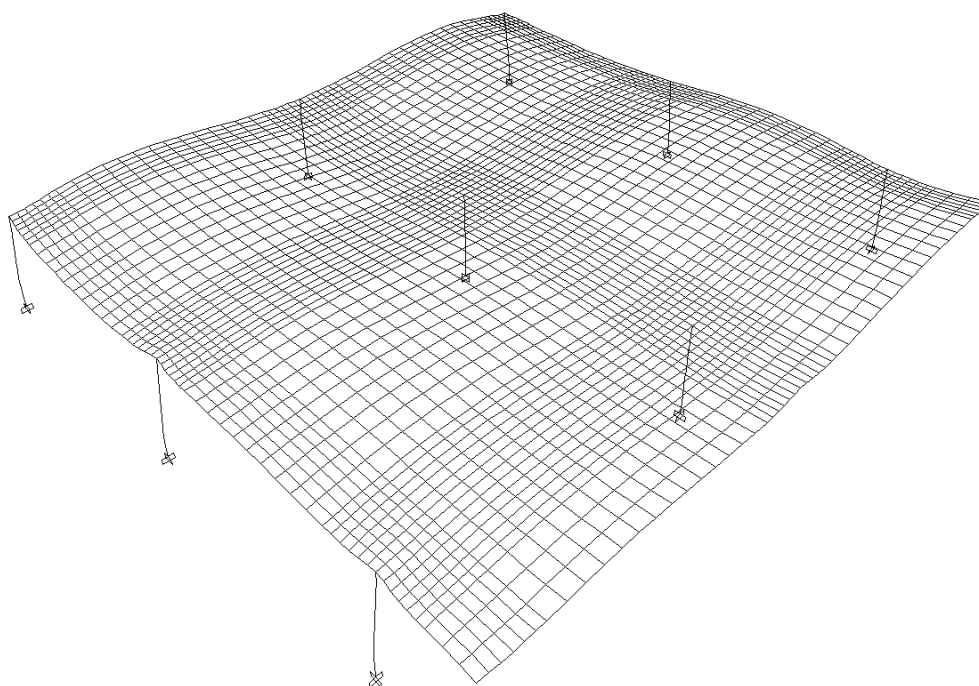


Figura 4.14 - Deformada da laje devida à acção das cargas permanentes conjuntamente com o pré-esforço (situação inicial)

A Figura 4.14 revela que na situação inicial o efeito do pré-esforço é preponderante relativamente ao efeito das cargas permanentes, sentindo-se claramente a presença da contra-flecha induzida pela acção do pré-esforço. Seguidamente, verificam-se as tensões instaladas na laje, após perdas instantâneas, na tentativa de averiguar situações problemáticas, decorrentes da situação acima descrita. Os limites sugeridos pelos regulamentos estão representados na Tabela 4.8, considerando as propriedades resistentes do betão aos 8 dias (idade de aplicação do pré-esforço):

$$f_{ck}(8) = 18.5 \text{ MPa.}$$

Tabela 4.8 – Tensões limite sugeridas pelos regulamentos para a situação inicial de carregamento

	EC2	BS 8110	ACI 318
Compressão (MPa)	11,126	11,283	11,126
Tracção (MPa)	-	1,710	1,077

O SAP2000 permite a representação gráfica dos mapas de tensões nas fibras superior e inferior da laje nas duas direcções ortogonais. As Figuras 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18 ilustram esses mapas na situação inicial de carregamento.

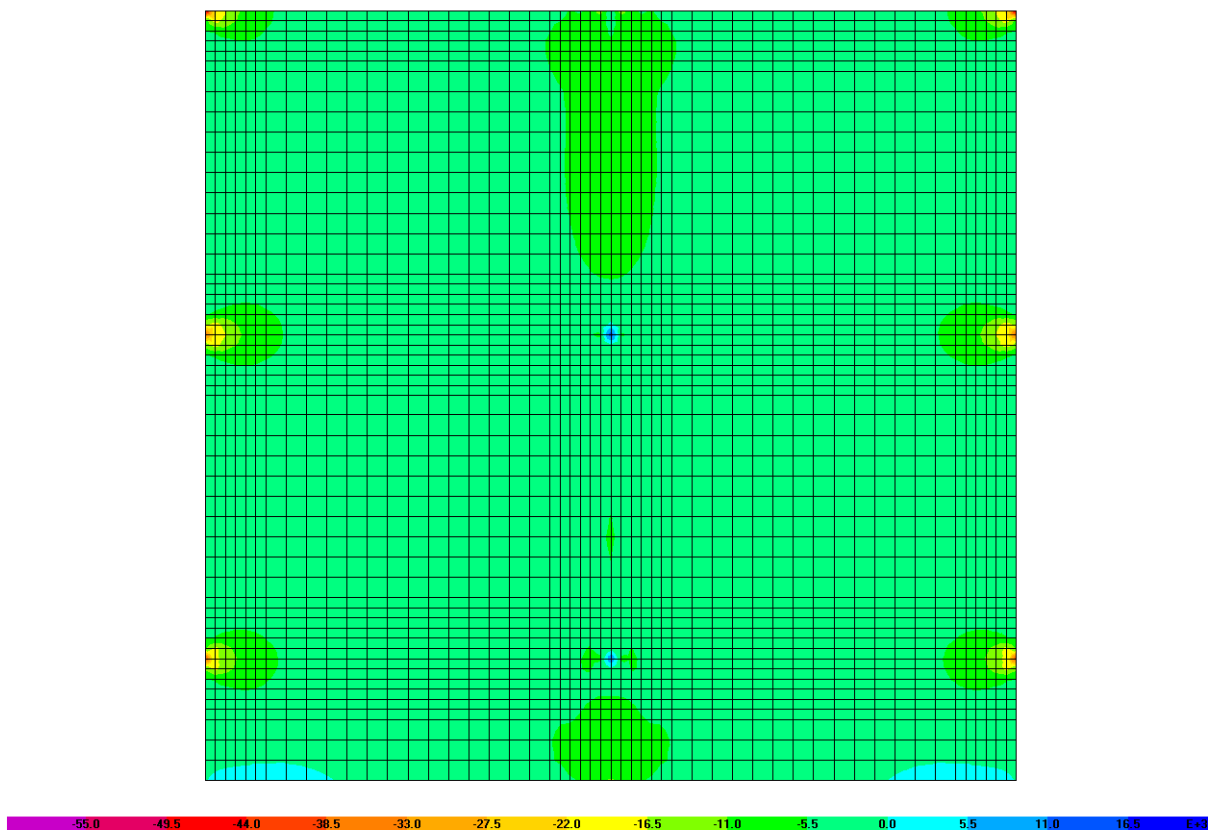


Figura 4.15 – Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção xx)

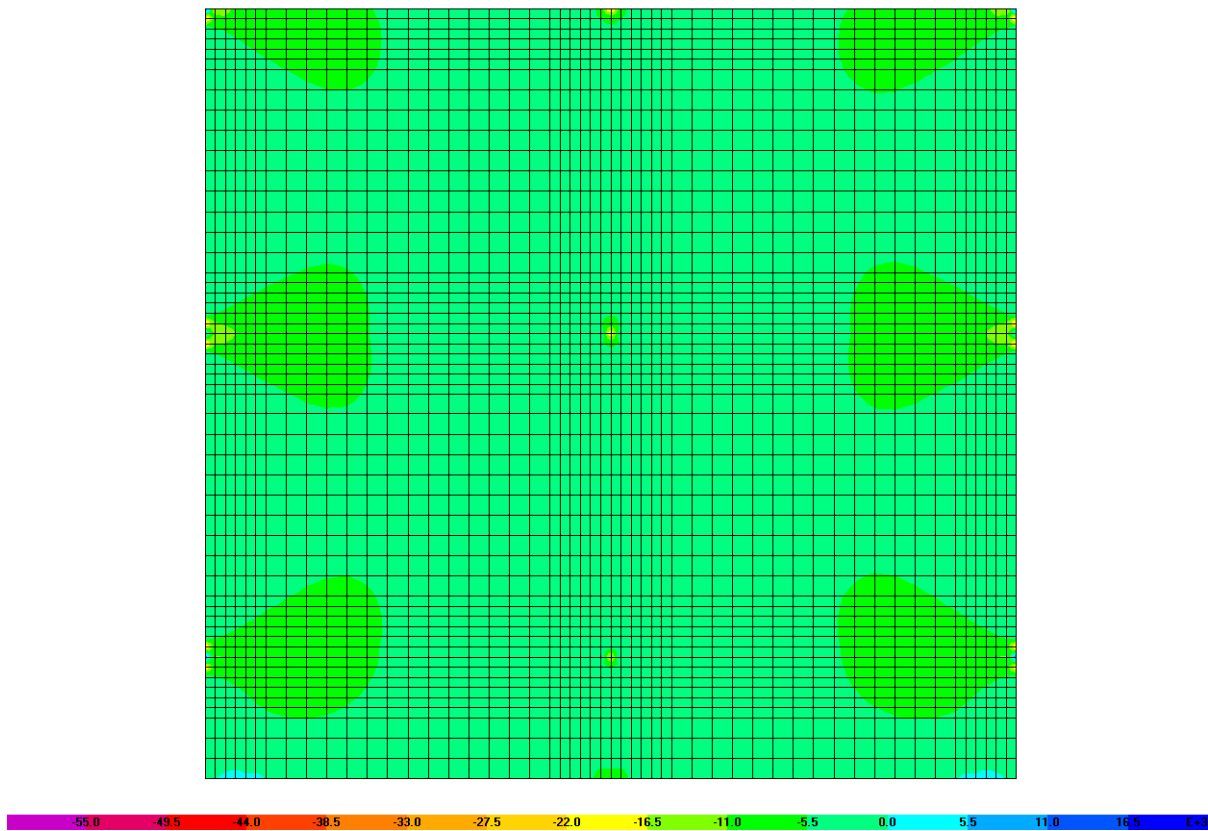


Figura 4.16 – Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção xx)

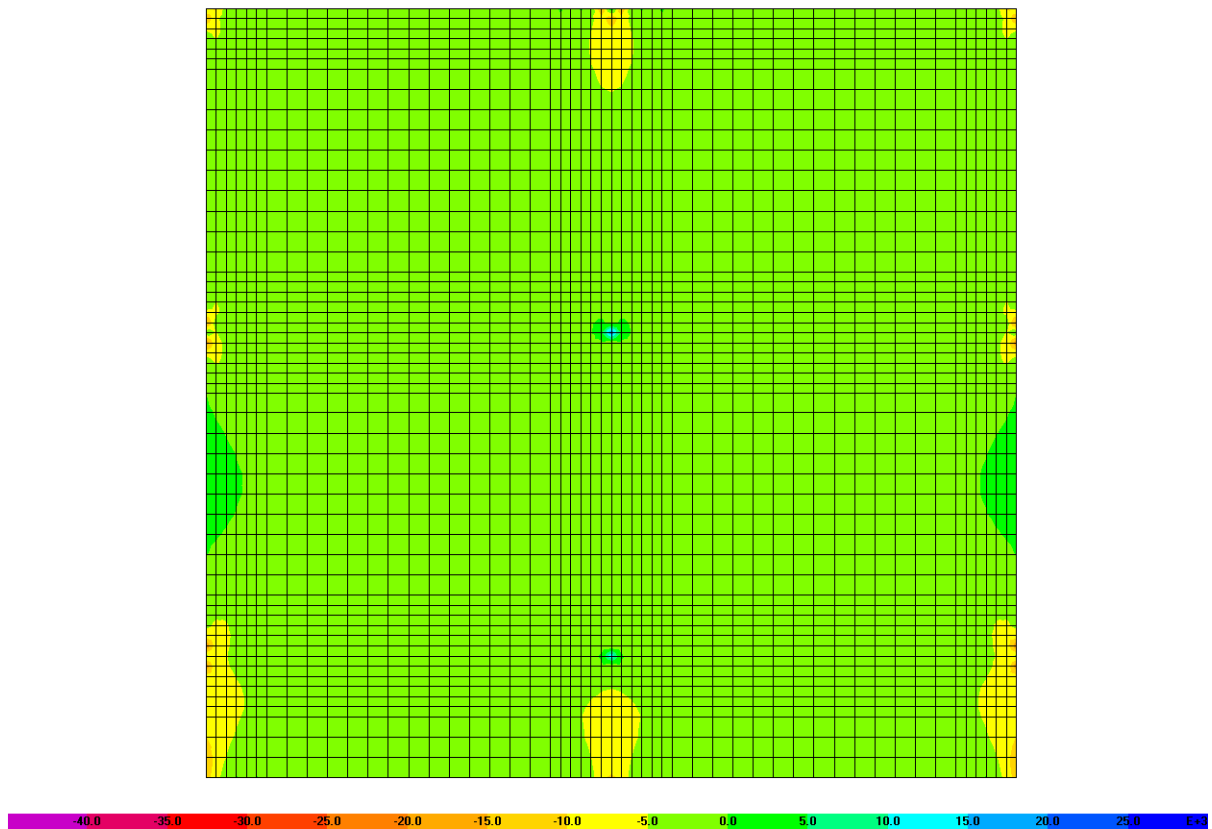


Figura 4.17 – Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção yy)

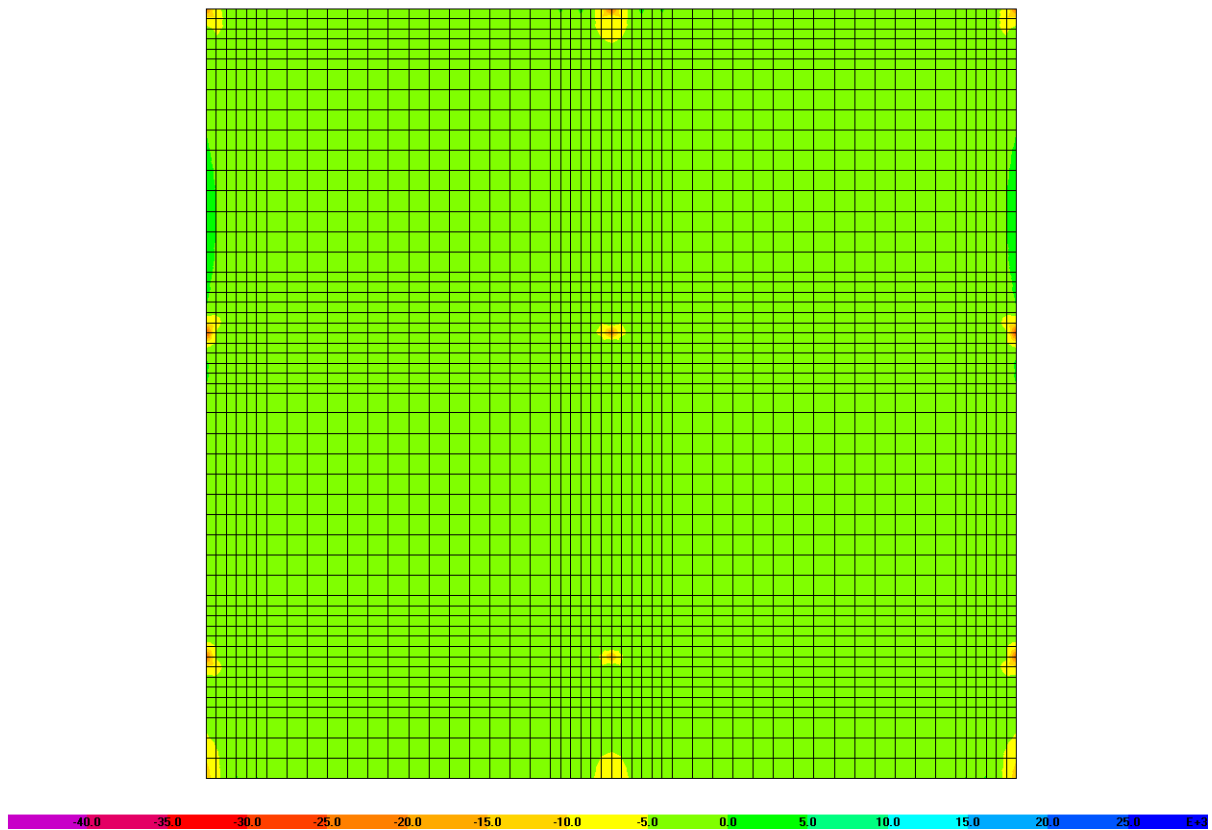


Figura 4.18 – Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção yy)

Direcção xx

As tensões na fibra superior da laje (Figura 4.15) estão perfeitamente enquadradas nos limites regulamentares. Numa análise do mapa de tensões, verifica-se que a maior parte da área não tem tensões acima dos 5.5MPa de compressão (verde mais esbatido). Existem algumas zonas com maiores tensões, mas sem nunca ultrapassar os 11MPa. Essas zonas de maior compressão (eixo vertical de simetria no plano x-y) correspondem a situações em que a contra-flecha, causada pela acção do pré-esforço, provoca momentos positivos, não sendo a carga permanente suficiente para equilibrar essa contra-flecha. Zonas de grande concentração de ancoragens excedem os limites regulamentares, como seria previsível, mas no entanto não será problemático, uma vez que essas zonas serão dimensionadas para esse efeito. Existem algumas tracções (zonas azuladas) sobre os pilares, mas tais situações são desprezáveis, uma vez que o método dos elementos finitos dá momentos negativos por excesso sobre os pilares, quando comparado com a realidade, pois a ligação laje-pilar é feita num único nó, afastando-se da situação real, onde a laje descarrega num pilar de 50cm de diâmetro, sendo, portanto, o diagrama de momentos menos pronunciado. Por outro lado, existirá sempre alguma fendilhação devida aos momentos negativos sobre os pilares, não sendo razoável, do ponto de vista económico, anular essa fendilhação, prevendo-se alguma redistribuição de esforços para as zonas centrais dos vãos. Situações em que as tracções atingem uma área considerável, afastando-se do eixo do pilar, merecem especial atenção, no entanto, tal não é o caso. De qualquer forma, nota-se no bordo da consola algumas tensões de tracção, que excedem os limites regulamentares (atingem os 3MPa). Sendo esta uma situação pontual e provisória, opta-se por não se efectuar qualquer alteração ao traçado ou à força de pré-esforço, tendo-se o cuidado de verificar se na situação final, após perdas diferidas e já contabilizando parte da sobrecarga (combinação quase-permanente de acções), essas pequenas tracções se anulam, fechando, dessa forma, as fendas criadas inicialmente. Caso contrário, dimensionar armadura ordinária para resolver essa situação pontual poderá também ser uma atitude razoável.

Na fibra inferior da laje (Figura 4.16), as tensões são mais homogéneas, registando-se um nível médio de tensão de compressão nunca superior 5.5MPa. Registam-se, no entanto, bolbos de tensões compressivas superiores nas zonas de grande concentração de ancoragens, mas sem nunca ultrapassar os 11MPa.

Direcção yy

As tensões na fibra superior da laje (Figura 4.17) não excedem, na maioria da sua área, os 5MPa (verde mais esbatido). Na consola existem, no entanto, tensões de compressão maiores (zonas amareladas) nas zonas dos alinhamentos sobre os pilares (maior concentração de mono-cordões), mas sem nunca ultrapassar em média os 10MPa. Esta situação ocorre devido ao facto de a carga permanente na consola não ser, nesta fase, suficiente para equilibrar a contra-flecha induzida pelo pré-esforço. Existem zonas traccionadas nos bordos da laje (verde mais vivo) mas, no entanto, a tensão máxima registada é de cerca de 0.949MPa, ou seja, dentro dos limites regulamentares.

A fibra inferior da laje (Figura 4.18) não revela problemas a nível de tensões, uma vez que grande parte da sua área apresenta tensões de compressão inferiores a 5MPa. Existem na consola algumas zonas com níveis de tensões compressivas superiores, mas sem nunca ultrapassar os 10MPa, logo, dentro dos limites regulamentares. Registam-se, também, algumas tracções nos bordos da laje que nunca excedem os 0.900MPa de tracção.

4.1.7. CÁLCULO DAS PERDAS DE PRÉ-ESFORÇO DIFERIDAS E VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES NA FASE FINAL

As perdas diferidas serão calculadas para a situação final (combinação quase-permanente de acções), contabilizando os efeitos de retracção e fluência no betão e de relaxação do aço das armaduras de pré-esforço. Segue-se então o cálculo da extensão de retracção do betão.

Direcção xx

$$h_0 = \frac{2 \times 19 \times 0.3}{19 \times 2 + 0.3 \times 2} = 0.295m = 295mm \rightarrow k_h = 0.7547.$$

Considerando uma humidade relativa de 60% vem:

$$\beta_{RH} = 1.2152.$$

Considerando o cimento da classe N tem-se que:

$$\alpha_{ds1} = 4 \text{ e } \alpha_{ds2} = 0.12 \rightarrow \epsilon_{cd,0} = 4.588 \times 10^{-4} \rightarrow \epsilon_{cd}(\infty) = 3.463 \times 10^{-4},$$

$$\epsilon_{ca}(\infty) = 3.75 \times 10^{-5}.$$

Então, a extensão de retracção total será:

$$\epsilon_{cs}(\infty) = \epsilon_{cd}(\infty) + \epsilon_{ca}(\infty) = 3.838 \times 10^{-4}.$$

Direcção yy

$$h_0 = \frac{2 \times 20 \times 0.3}{20 \times 2 + 0.3 \times 2} = 0.296m = 296mm \rightarrow k_h = 0.7544.$$

Considerando uma humidade relativa de 60% vem:

$$\beta_{RH} = 1.2152.$$

Considerando o cimento da classe N tem-se que:

$$\alpha_{ds1} = 4 \text{ e } \alpha_{ds2} = 0.12 \rightarrow \epsilon_{cd,0} = 4.588 \rightarrow \epsilon_{cd}(\infty) = 3.461 \times 10^{-4},$$

$$\epsilon_{ca}(\infty) = 3.75 \times 10^{-5}.$$

Então, a extensão de retracção total será:

$$\epsilon_{cs}(\infty) = \epsilon_{cd}(\infty) + \epsilon_{ca}(\infty) = 3.836 \times 10^{-4}.$$

Seguidamente calcula-se o coeficiente de fluência nas duas direcções.

Direcção xx e yy

$$\phi_{RH} = 1.6,$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 33MPa \rightarrow \beta(f_{cm}) = 2.9245.$$

Considerando que a temperatura média do meio ambiente, no período entre a betonagem da laje e a aplicação do pré-esforço, se manteve a cerca de 20°C vem:

$$t_T = 8.015 \rightarrow t_0 = 8.015,$$

$$\beta(t_0) = 0.6187.$$

Daqui resulta que:

$$\phi_0 = \phi_{RH} \times \beta(f_{cm}) \times \beta(t_0) = 2.895 \approx 2.9, \text{ nas duas direcções ortogonais.}$$

Recorrendo a uma folha de cálculo programada para o efeito, calcular-se-ão as perdas de tensão diferidas médias nas armaduras de pré-esforço. Nesta fase considera-se o módulo de elasticidade médio do betão aos 28 dias,

$$E_{cm} = 31 \text{ GPa}$$

e o módulo de elasticidade do aço dos mono-cordões igual a:

$$E_p = 200 \text{ GPa.}$$

O cálculo seguirá a seguinte metodologia:

- obtenção das tensões, na combinação quase-permanente de acções, nas fibras superior e inferior da laje em 3 alinhamentos (ex.: no caso da zona Axx obtém-se as tensões na direcção xx ao longo da linha $y=19\text{m}$, $y=18.5\text{m}$ e $y=18.75\text{m}$, ou seja, nas linhas periféricas da zona, à esquerda e à direita, e na linha central da zona)
- cálculo das tensões médias (da fibra superior e inferior) dos 3 alinhamentos
- cálculo das tensões médias no betão ao nível da armadura de pré-esforço (por interpolação linear)
- cálculo das extensões médias do betão ao nível da armadura de pré-esforço
- cálculo do encurtamento médio total da peça de betão, ao nível da armadura de pré-esforço, entre ancoragens
- cálculo do encurtamento médio total da peça de betão, ao nível da armadura de pré-esforço, por fluência, ente ancoragens
- cálculo da perda de tensão média nas armaduras devida à fluência
- cálculo da tensão média nas armaduras de pré-esforço na combinação quase-permanente de acções
- cálculo da perda de tensão média nas armaduras devida à relaxação
- cálculo da perda de tensão média nas armaduras devida à retracção
- cálculo total da perda de tensão média diferida nas armaduras de pré-esforço.

No cálculo das tensões médias da armadura de pré-esforço na combinação quase-permanente de acções, desprezou-se, por simplificação, as perdas de tensão instantâneas. No entanto, tal simplificação é aceitável, na medida em que conduzirá a maiores perdas por relaxação, sendo, portanto, uma simplificação conservativa.

As Tabelas 4.9 e 4.10 apresentam os resultados obtidos pela folha de cálculo referentes às perdas de tensão diferidas.

Tabela 4.9 – Perdas de tensão diferidas médias nas armaduras de pré-esforço (direcção xx)

	Axx	D1xx	D2xx	D3xx	Bxx	E1xx	E2xx	E3xx	Cxx	Fxx
$\Delta\sigma_{p,c+s+r,na}$ (KPa)	251125	230130	220083	227709	244196	227897	219265	227978	242854	218049

Tabela 4.10 – Perdas de tensão diferidas médias nas armaduras de pré-esforço (direcção yy)

	Ayy	D1yy	D2yy	D3yy	Byy	E1yy	E2yy	E3yy	Cyy
$\Delta\sigma_{p,c+s+r,na}$ (KPa)	206955	187741	178887	181785	184968	181744	178890	187738	206978

As Tabelas 4.11 e 4.12 apresentam as perdas de pré-esforço diferidas médias por armadura e por zona.

Tabela 4.11 – Perdas de pré-esforço diferidas por armadura, e respectiva percentagem (direcção xx)

Zona	Axx	D1xx	D2xx	D3xx	Bxx	E1xx	E2xx	E3xx	Cxx	Fxx
Perda (kN)	35,16	32,22	30,81	31,88	34,19	31,91	30,70	31,92	34,00	30,53
Perda (%)	17,6	16,1	15,4	15,9	17,1	15,9	15,3	16,0	17,0	15,2

Tabela 4.12 – Perdas de pré-esforço diferidas por armadura, e respectiva percentagem (direcção yy)

Zona	Ayy	D1yy	D2yy	D3yy	Byy	E1yy	E2yy	E3yy	Cyy
Perda (kN)	28,97	26,28	25,04	25,45	25,90	25,44	25,04	26,28	28,98
Perda (%)	14,9	13,5	12,8	13,0	13,3	13,0	12,8	13,5	14,9

A análise das Tabelas 4.11 e 4.12 permite concluir que as perdas diferidas, verificadas através do cálculo, são ligeiramente superiores às previstas, no entanto, em contrapartida, as perdas instantâneas tinham sido estimadas por excesso, logo, acaba por haver um certo equilíbrio nas perdas totais previstas e calculadas. Por outro lado, as perdas são bastante diferentes nas duas direcções, quando, em fase de pré-dimensionamento, se previu perdas iguais em ambas as direcções.

A fase seguinte consiste em verificar o nível de tensões instaladas na laje na combinação quase-permanente de acções (situação final de carregamento). A Tabela 4.13 expressa os limites regulamentares previstos para os níveis de tensão na laje.

Tabela 4.13 – Tensões admissíveis no betão na combinação quase-permanente de acções (situação final)

	Compressão (MPa)		Tracção (MPa)
	Vão	Apoio	
EC2		11,25	-
BS 8110	9,90	12,00	1,97
ACI 318		11,25	2,50

A Figura 4.19 ilustra a deformada da laje na combinação quase-permanente de acções, onde já se sente um certo equilíbrio entre o efeito do pré-esforço e essas acções exteriores.

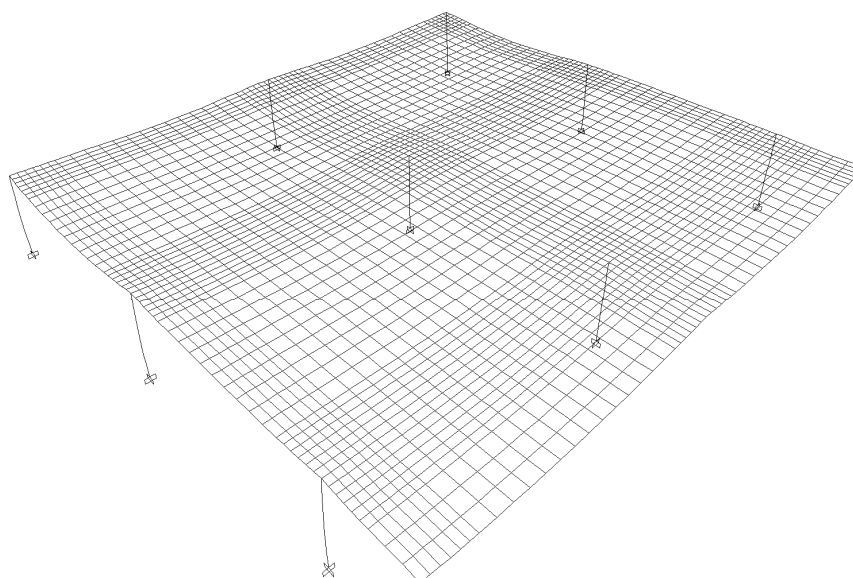


Figura 4.19 – Deformada da laje na combinação quase-permanente de acções

Os mapas de tensão na direcção xx estão representados nas Figuras 4.20 e 4.21 e os na direcção yy estão representados nas Figuras 4.22 e 4.23.

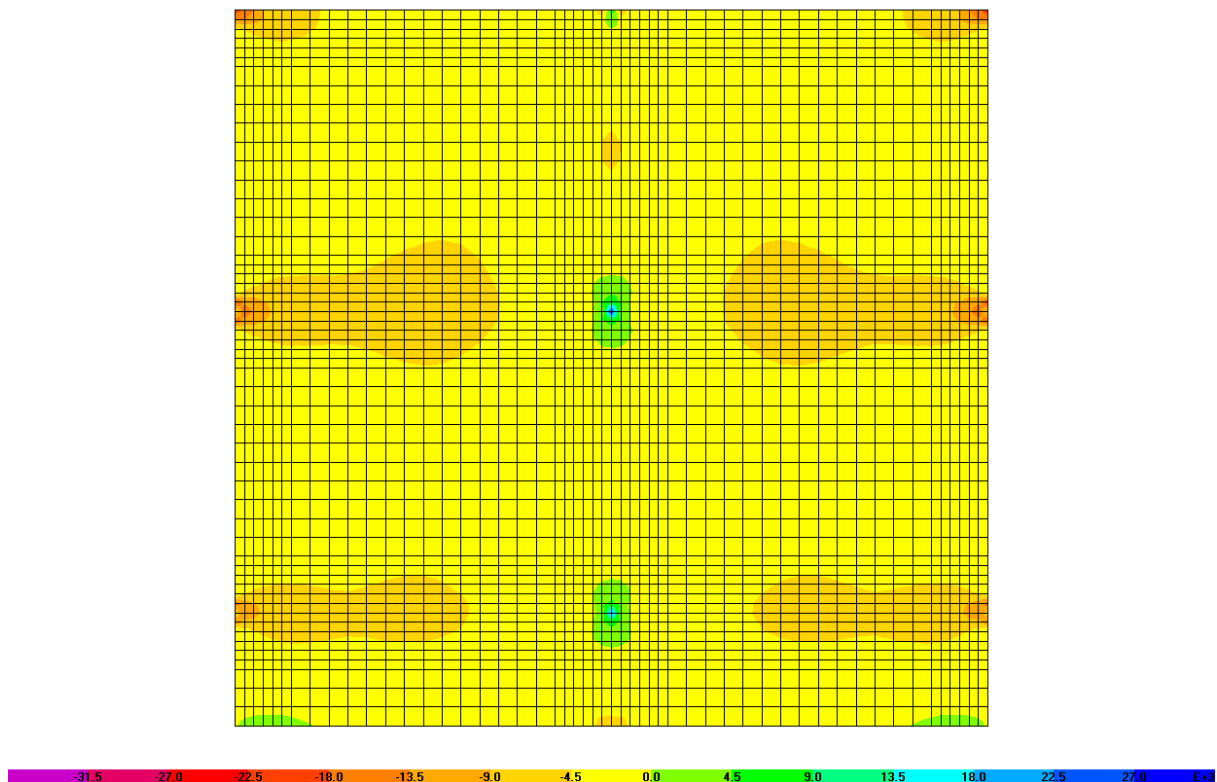


Figura 4.20 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção xx))

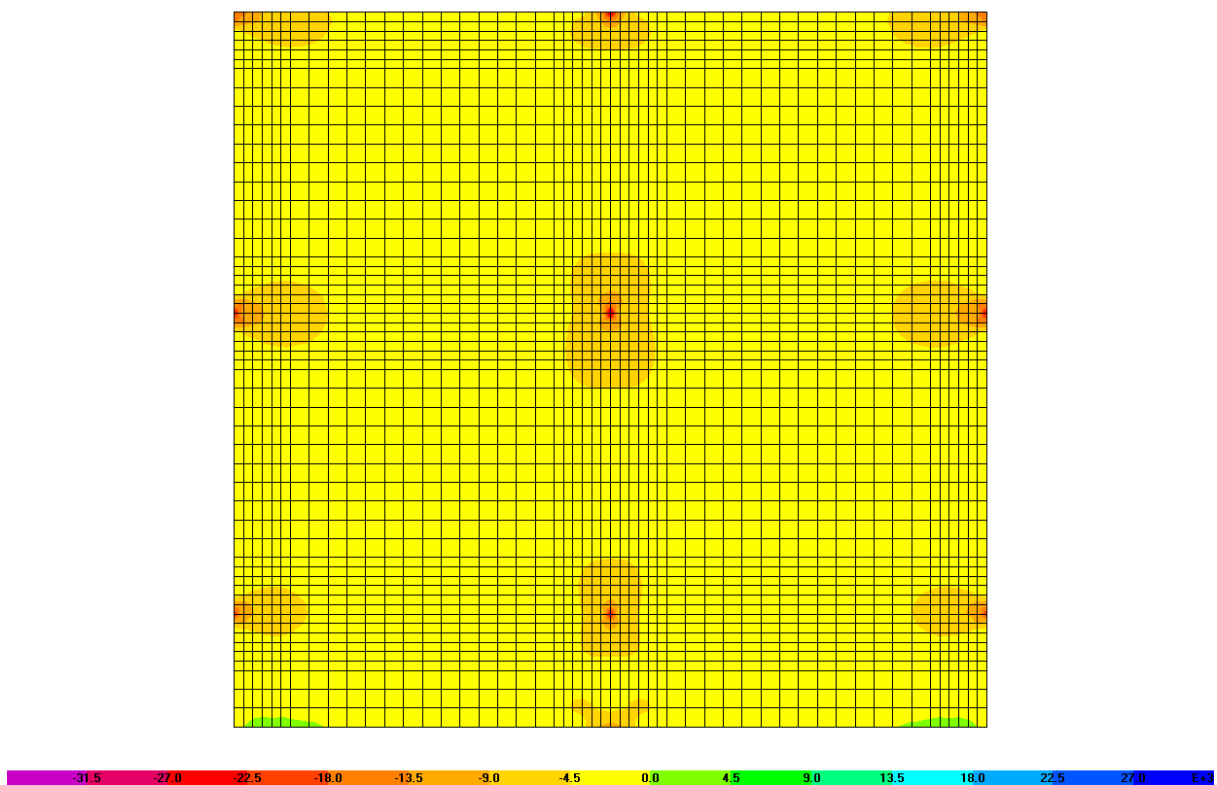


Figura 4.21 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção xx))

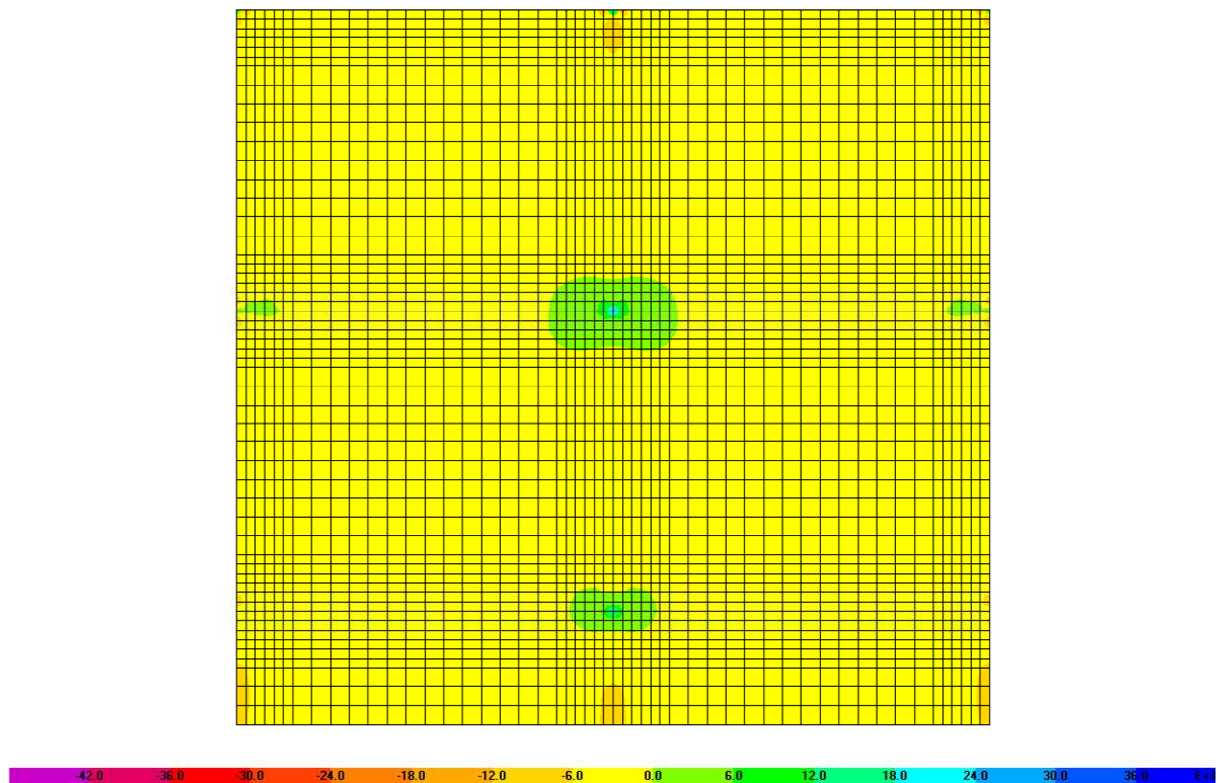


Figura 4.22 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção yy)

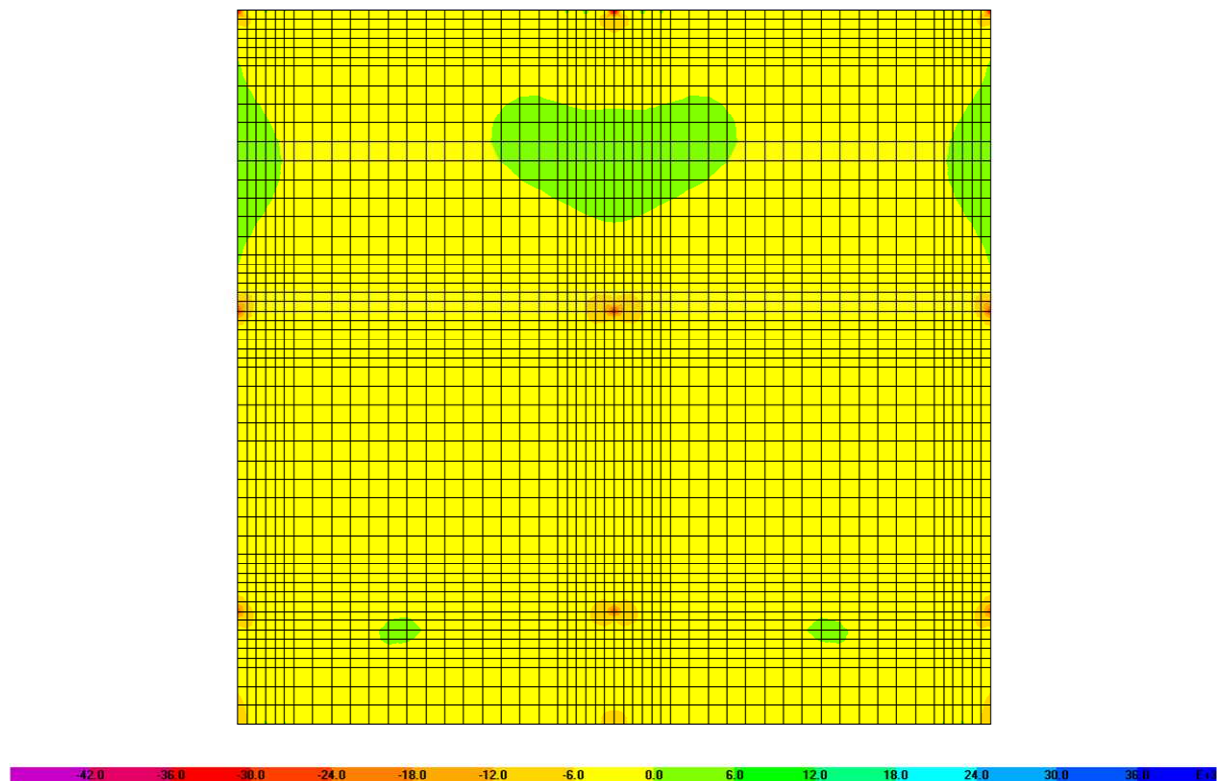


Figura 4.23 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção yy)

Direcção xx

A análise do mapa de tensões da fibra superior (Figura 4.20) revela zonas de maiores compressões nos alinhamentos dos pilares (zona de maior concentração de mono-cordões), no entanto, essas tensões em caso algum ultrapassam os 9MPa, logo, situam-se no intervalo admissível pelos diversos regulamentos. As restantes zonas comprimidas apresentam níveis de tensão mais baixos na ordem dos 3MPa-4MPa. As zonas traccionadas sobre os pilares apresentam tensões na volta dos 2MPa, não sendo portanto tensões fora dos limites. No bordo da consola voltam a aparecer pequenas tensões de tracção sendo, no entanto, regulamentares, uma vez que não ultrapassam os 1.9MPa. Recordando a situação de carregamento inicial, nota-se que as tracções nessa zona baixaram, no entanto, mais uma vez se refere que um reforço com armadura passiva será uma atitude prudente.

No que se refere às tensões na fibra inferior (Figura 4.21), observa-se uma maior homogeneização das tensões, apresentado a laje, na maioria da sua área, tensões compressivas na ordem dos 2.5MPa. Na zona dos pilares existe uma intensificação das tensões de compressão, atingindo-se tensões superiores causadas pelos fortes momentos negativos existentes nessas zonas. No entanto, essas tensões não ultrapassam, em média, os 9MPa sendo, dessa forma, tensões admissíveis pelos regulamentos. Mais uma vez aparecem pequenas tracções no bordo da consola sendo, em todo o caso, menores do que na fibra superior. Essas tensões de tracção não ultrapassam os 1.6MPa.

Direcção yy

O mapa de tensões referente à fibra superior da laje (Figura 4.22) apresenta tensões de compressão baixas, na maioria da sua área, oscilando entre os 1.5MPa e os 6MPa, sendo portanto tensões perfeitamente enquadradas com os limites regulamentares. Observam-se, no entanto, algumas tensões de tracção sobre os pilares centrais que, mesmo assim, rondam os 2MPa sendo, por isso mesmo, tensões admissíveis.

No que respeita à fibra inferior da laje na direcção yy (Figura 4.23), verificam-se tensões compressivas sobre os pilares, decorrentes dos momentos negativos nessas zonas, que rondam os 7MPa-8MPa sendo, portanto, tensões enquadradas nos limites sugeridos pelos regulamentos. As restantes zonas comprimidas (zonas amareladas) apresentam compressões mais baixas na ordem dos 1.5MPa-2MPa. Observam-se igualmente algumas tracções nos bordos da laje e no alinhamento central de pilares, apresentando tensões que não ultrapassam os 1.6MPa e 0.7MPa, respectivamente. Essas tracções resultam da decisão tomada inicialmente de considerar a flecha maior do traçado dos mono-cordões no cálculo da força de pré-esforço. No entanto, verifica-se que a decisão foi acertada, uma vez que as tracções nessas zonas enquadram-se perfeitamente nos limites regulamentares.

Após a análise das tensões nas situações inicial e final de carregamento, conclui que a solução de pré-esforço dimensionada enquadra-se com limites de tensões em serviço dos diversos regulamentos.

4.1.8. VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO

Os deslocamentos verticais máximos na laje nas situações inicial e final de carregamento, através da análise do SAP 2000, estão apresentados na Tabela 4.14. As flechas na situação final já contabilizam o efeito da fluência.

Tabela 4.14 – Deslocamentos máximos verticais na laje

	Situação inicial		Situação final	
	painel	consola	painel	consola
δ (mm)	2	2	-11.6	-8.7

Na Tabela 4.14 os sinais positivo e negativo significam deslocamentos verticais ascendentes e descendentes, respectivamente. Tendo os painéis da laje 8m de vão menor e as consolas 3m de desenvolvimento, as flechas limites segundo o EC2 estão expostas na Tabela 4.15.

Tabela 4.15 – Flechas máximas segundo o EC2

	Situação inicial		Situação final	
	painel	consola	painel	consola
$\delta_{\text{máx}}$ (mm)	32	12	32	12

Da comparação directa dos deslocamentos verticais da laje presentes na Tabela 4.14 com os limites da Tabela 4.15, facilmente se conclui que o Estado Limite de Deformação está verificado. Os limites dos restantes regulamentos não são muito diferentes dos sugeridos pelo EC2.

4.1.9. VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO

Neste ponto será tratada a verificação da resistência ao punçoamento do pilar central da laje. Através da análise por elementos finitos obteve-se o seguinte esforço axial no pilar no ELU:

$$N_{sd} = 2393 \text{ kN.}$$

Esse esforço axial corresponde à força de punçoamento sobre a laje nessa zona. Então:

$$V_{Ed} = 2393 \text{ kN.}$$

Seguidamente calcula-se a resistência da laje sem armaduras de punçoamento, aplicando as expressões presentes no ponto 3.10.3. do Capítulo 3:

Direcção xx

$\rho_{l,x} = \rho_{s,x} + \rho_{exc,x}$, daqui resulta a necessidade de ser calculada a armadura ordinária de flexão presente na zona do pilar.

Considerando os seguintes esforços actuantes:

$$M_{sd,x} = 350 \text{ kNm/m,}$$

$$N_{sd,x} = 1020 \text{ kN/m}$$

e um incremento de tensão na rotura da armadura não aderente de:

$$\Delta\sigma_{p,ULS} = 100 \text{ MPa,}$$

resulta a seguinte armadura ordinária de flexão, colocada junto à face superior da laje na zona do pilar:

$A_{s,x} = \phi 20 // .12$ ($26.17 \text{ cm}^2/\text{m}$), com $z_s = d = 0.27$ (altura útil da armadura ordinária), considerando 0.03 m de recobrimento de betão.

Daí resulta que:

$$\rho_{s,x} = 0.009693.$$

Considerando as perdas totais médias de pré-esforço no alinhamento Bxx, a tensão média nas armaduras de pré-esforço na rotura desse alinhamento será:

$$\sigma_p = 1488 \times 0.959 \times 0.829 + 100 = 1283 \text{ MPa}.$$

Daí resulta que:

$$\rho_{exc,x} = 0.01656, \text{ contabilizando o efeito dos 14 cordões que passam no interior do pilar.}$$

Então:

$$\rho_{l,x} = \rho_{s,x} + \rho_{exc,x} = 0.026253 > 0.02 \Rightarrow \rho_{l,x} = 0.02.$$

Direcção yy

Considerando os seguintes esforços actuantes:

$$M_{sd,y} = 320 \text{ kNm/m},$$

$$N_{sd,x} = 490 \text{ kN/m}$$

e um incremento de tensão na rotura da armadura não aderente de:

$$\Delta \sigma_{p,ULS} = 100 \text{ MPa},$$

resulta a seguinte armadura ordinária de flexão, colocada junto à face superior da laje na zona do pilar:

$A_{s,x} = \phi 20 // .14$ ($22.43 \text{ cm}^2/\text{m}$), com $z_s = d = 0.27$ (altura útil da armadura ordinária), considerando 0.03 m de recobrimento de betão.

Daí resulta que:

$$\rho_{s,y} = 0.008307.$$

Considerando as perdas totais médias de pré-esforço no alinhamento Byy, a tensão média nas armaduras de pré-esforço na rotura desse alinhamento será:

$$\sigma_p = 1488 \times 0.937 \times 0.867 + 100 = 1309 \text{ MPa}.$$

Daí resulta que:

$$\rho_{exc,y} = 0.009653, \text{ contabilizando o efeito dos 8 cordões que passam no interior do pilar.}$$

Então:

$$\rho_{l,y} = \rho_{s,y} + \rho_{exc,y} = 0.01796 \leq 0.02 \Rightarrow \rho_{l,y} = 0.01796.$$

Resistência ao punçoamento

Para o cálculo de $v_{Rd,c}$ é necessário calcular o valor de ρ_l , sendo este a média dos homólogos nas duas direcções ortogonais. Então:

$$\rho_l = 0.01898,$$

resultando então que:

$$v_{Rd,c} = 808 \text{ kPa.}$$

Tensão de punçoamento actuante

O perímetro crítico dos pontos de inflexão dos traçados situa-se a:

$$d/2 = 0.27/2 = 0.135 \text{ m da face do pilar.}$$

Os pontos de inflexão nas duas direcções situam-se a 0.15m da face do pilar ou seja, 0.015m além do perímetro crítico, no entanto, por simplificação aceita-se a contribuição da força de desvio do pré-esforço, uma vez que essa diferença é mínima.

O perímetro crítico que limita os cordões, cujo efeito da força de desvio será contabilizado, situa-se a:

$$d_p/2 = 0.25/2 = 0.125 \text{ m da face do pilar.}$$

Desta forma, existem 22 e 12 cordões dentro desse perímetro nas direcções xx e yy, respectivamente.

Assim, na direcção xx, tem-se que:

$$V_{p,x} = 1283000 \times 1.4 \times 10^{-4} \times 22 \times 0.15375 \times 0.77 = 468 \text{ kN.}$$

Na direcção yy, tem-se que:

$$V_{p,y} = 1309000 \times 1.4 \times 10^{-4} \times 12 \times 0.385 \times (0.25 + 0.20838) = 388 \text{ kN.}$$

O primeiro perímetro de controlo situa-se a $2d$ da face do pilar e vale:

$$u_1 = 4.96 \text{ m.}$$

Então:

$$V_{eff} = 2393 - 468 - 388 = 1537 \text{ kN}$$

$$\text{e } v_{Ed} = \beta \frac{1537}{4.96 \times 0.27}.$$

Considerando que a estrutura está devidamente contraventada, não sendo as forças horizontais resistidas pelo efeito de pórtico entre a laje e os pilares $\beta = 1.15$, resultando que:

$$v_{Ed} = \beta \frac{1537}{4.96 \times 0.27} = 1320 \text{ kPa.}$$

Como:

$$V_{Ed} > V_{Rd,c} ,$$

então é necessário dimensionar armadura de punçoamento (ou capitél/espessamento) sobre o pilar.

No entanto, esse dimensionamento não será feito, uma vez que diverge dos objectivos do presente trabalho, existindo contudo expressões para tal dimensionamento no Capítulo 3. As mesmas razões aplicam-se à omissão da verificação do ELU de resistência à flexão e do dimensionamento das zonas de ancoragem

4.1.10. COMENTÁRIOS FINAIS

A metodologia adoptada para o cálculo das perdas por deformação instantânea do betão e das perdas diferidas foi aplicada com sucesso ao exemplo descrito, conduzindo a perdas semelhantes às previstas na etapa de pré-dimensionamento. Por outro lado, o processo de pré-dimensionamento da força de pré-esforço, de forma a equilibrar a totalidade das cargas permanentes, revelou-se ajustado, na medida em que conduziu as tensões instaladas na laje, nas situações inicial e final de carregamento, a enquadrarem-se perfeitamente dentro dos limites regulamentares. Se tal não acontecesse, seria necessário repensar a solução de pré-esforço (alterar a força, ou seja, o número de cordões, ou alterar as excentricidades), sendo necessário refazer todo o processo de cálculo de perdas e verificações.

No entanto, a segurança da laje não foi analisada, uma vez que se omitiu o dimensionamento da armadura de flexão para fazer face às cargas de colapso. Tal omissão foi assumida, uma vez que esse assunto afasta-se dos principais objectivos do presente trabalho. O mesmo se aplica ao dimensionamento das zonas de ancoragem.

No que ao punçoamento diz respeito, a metodologia proposta revelou-se eficaz na diminuição da força de punçoamento (diminuição na ordem dos 35%). No entanto, tal redução não é suficiente para verificar-se o ELU de punçoamento, sendo portanto necessário dimensionar-se armaduras de punçoamento ou capitél/espessamento.

Conclui-se portanto, que a solução adoptada é adequada face às verificações de serviço e contribui positivamente na redução da armadura passiva necessária para fazer face aos ELU.

4.2. LAJE FUNGIFORME MACIÇA COM PRÉ-ESFORÇO NAS BANDAS DE APOIO

4.2.1. PLANTA ESTRUTURAL

A laje representada na Figura 4.24 é apoiada em vigas de bordadura de 0.3m de largura e 1m de altura, que por sua vez descarregam sobre pilares quadrangulares de 0.35m de largura. No interior da laje existem mais 2 pilares com as mesmas dimensões, dividindo a laje em 6 painéis como ilustra a Figura 4.24. A solução adoptada será a de pré-esforço não aderente, concentrando os mono-cordões nas direcções ortogonais sobre os pilares centrais, tirando dessa forma partido da existência das vigas de bordadura. O pré-esforço funcionará como viga fictícia, induzindo a laje a trabalhar nas duas direcções, sendo os painéis armados em cruz. Por questões arquitectónicas a laje deverá ter 30cm de espessura. O betão a utilizar na laje, vigas e pilares é da classe C25/30. O aço de pré-esforço utilizado apresenta as seguintes resistências à tracção: $f_{p0.1k} = 1670 \text{ MPa}$ e $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$, a armadura ordinária é da classe A500. O sistema de pré-esforço é constituído por mono-cordões de 1.4 cm^2 (0.6'' de diâmetro), apresentando as seguintes propriedades: $\mu = 0.06$, $k = 0.0005$ (utilizando a expressão do ACI 318), $\Delta_s = 5 \text{ mm}$.

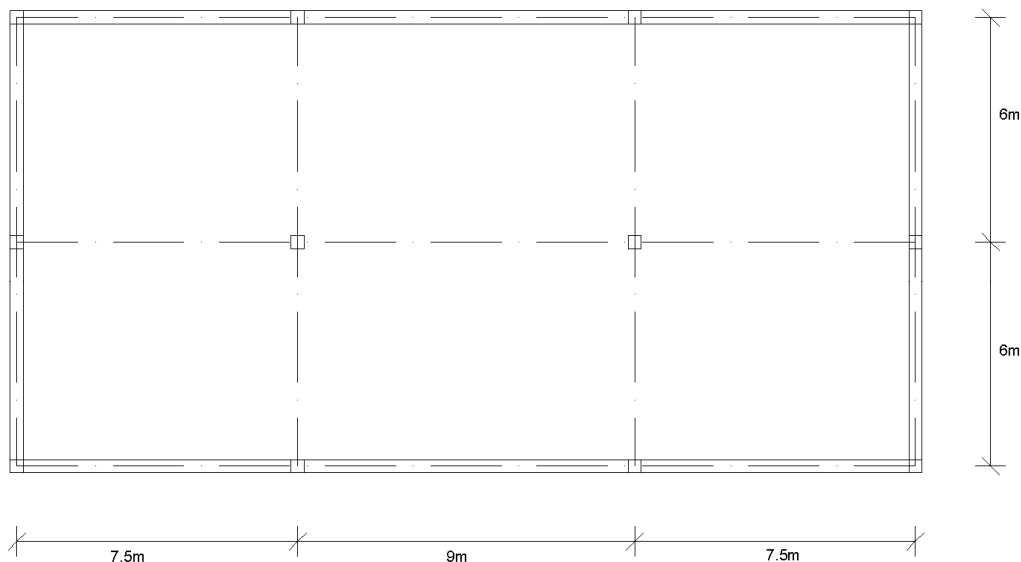


Figura 4.24 – Planta estrutural da laje

4.2.2. CARGAS ACTUANTES

As cargas verticais actuates na laje são as seguintes:

- $g_k = 4.5 \text{ kN/m}^2$,
- $q_k = 8 \text{ kN/m}^2$ ($\Psi_2 = 0.4$)

Por simplificação não serão contabilizadas quaisquer cargas horizontais actuates na laje.

4.2.3. MODELO ESTRUTURAL

A análise estrutural da laje será feita mais uma vez através do método dos elementos finos, recorrendo a elementos de laje com 0.30m de espessura. Os elementos finitos que compõe a malha são quadrangulares com 0.50m de largura. A malha próxima dos pilares, por ser uma zona de grande

variação de esforços, foi refinada, diminuindo a dimensão dos elementos para metade. Os pilares serão modelados por elementos de barra de secção quadrangular, com 0.35m de largura. As Figuras 4.25 e 4.26 ilustram a malha de elementos finitos no plano x-y e na vista 3D, respectivamente.

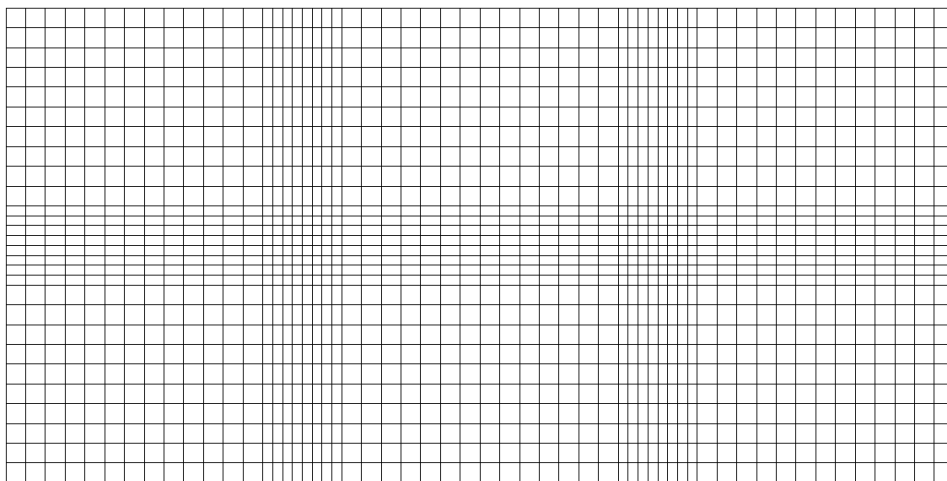


Figura 4.25 - Malha de elementos finitos (plano x-y)

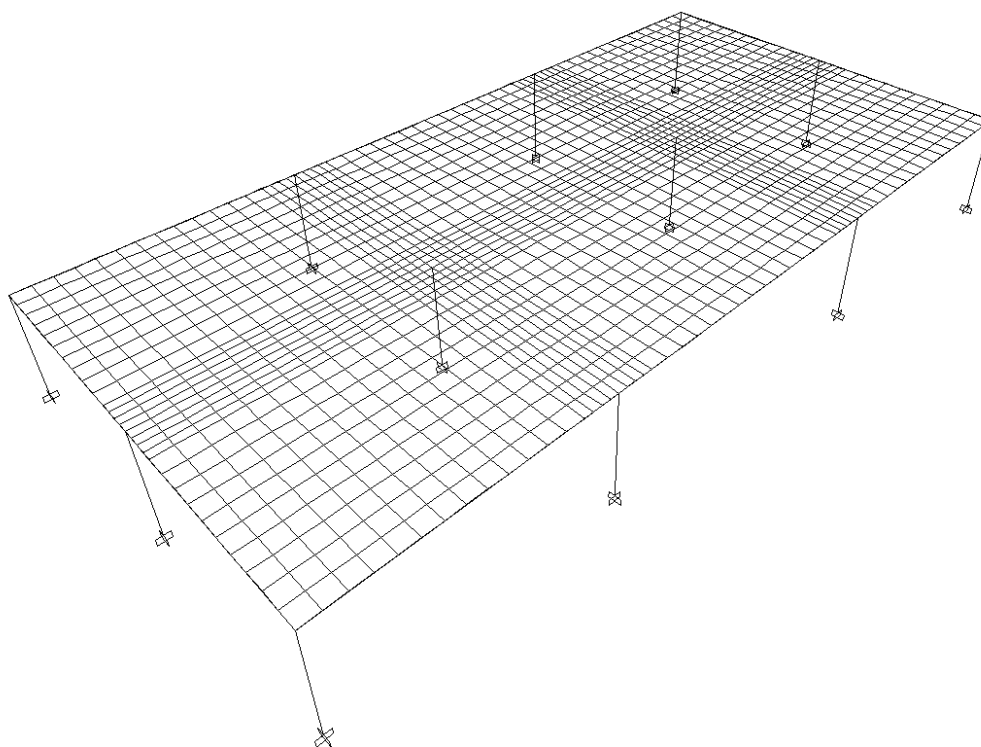


Figura 4.26 – Modelo estrutural (vista 3D)

4.2.4. SOLUÇÃO DE PRÉ-ESFORÇO E RESPECTIVA FORÇA

Os traçados, nas duas direcções ortogonais, foram obtidos com o objectivo de maximizar as flechas dos mono-cordões e, respectivamente, o efeito favorável das forças de desvio do pré-esforço sobre a laje. Limitaram-se as excentricidades do traçado a 10cm, de forma a ter-se uma distância mínima da superfície da laje ao eixo das armaduras de 5cm. A Figura 4.27 representa graficamente as cotas dos mono-cordões na direcção xx em relação ao eixo da laje.

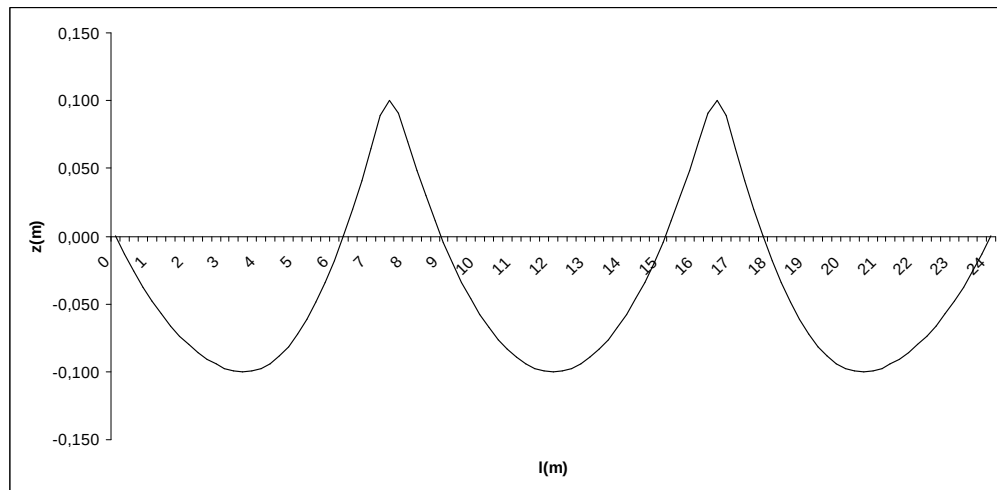


Figura 4.27 - Traçado dos mono-cordões na direcção xx

A Tabela 4.16 apresenta as equações das parábolas nos diversos troços do traçado dos mono-cordões, bem como os raios de curvatura, na direcção xx.

Tabela 4.16 - Equações das curvas do traçado dos mono-cordões na direcção xx

Troço (m)	Eq. da curva	Raio de curvatura (m)
0-3.6	$y(x) = 0.007716x^2$	64.8
3.6-7.2	$y(x) = 0.014245x^2$	35.1
7.2-7.5	$y(x) = 0.17094x^2$	2.9
7.5-7.8	$y(x) = 0.148148x^2$	3.4
7.8-12	$y(x) = 0.010582x^2$	47.3

A partir dos 12m de extensão o traçado repete-se de forma simétrica.

A Figura 4.28 representa graficamente as cotas dos mono-cordões na direcção yy.

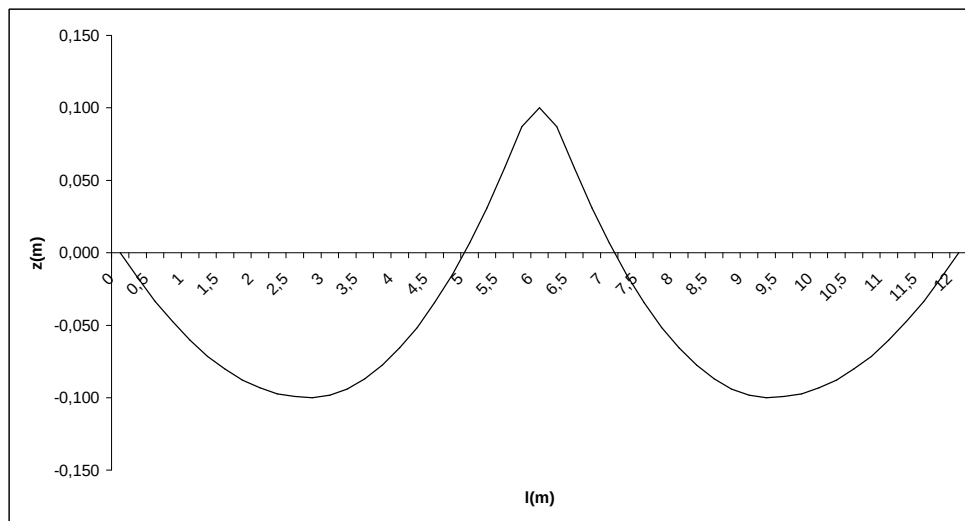


Figura 4.28 - Traçado dos mono-cordões na direcção yy

A Tabela 4.17 apresenta as equações das parábolas nos diversos troços do traçado dos mono-cordões, bem como os raios de curvatura, na direcção yy.

Tabela 4.17 - Equações das curvas do traçado dos mono-cordões na direcção yy

Troço (m)	0-2.7	2.7-5.7	5.7-6
Eq. da curva	$y(x) = 0.01372x^2$	$y(x) = 0.02020x^2$	$y(x) = 0.20202x^2$
Raio de curvatura (m)	36.4	24.8	2.5

Após a definição dos traçados, segue-se o cálculo da força de pré-esforço em cada direcção. A carga a equilibrar nas duas direcções ortogonais vale:

$$q_e = g_k + p_{\text{próprio}} = 4.5 + 7.5 = 12 \text{ kN} / \text{m}^2.$$

A flecha do traçado dos mono-cordões na direcção xx vale:

$$f_{xx} = 0.20 \text{ m},$$

correspondendo, dessa forma, uma força de pré-esforço, $P_{\infty,xx}$, que equilibra as cargas permanentes:

$$P_{\infty,xx} = \frac{q_e \times l_{vão}^2 l_y}{8 \times f} \times 0.85 = 3098 \text{ kN}.$$

O coeficiente 0.85 aparece na expressão anterior para ter em conta o facto de o momento criado por uma carga trapezoidal, com relação entre bases superior e inferior de 1/3, ser aproximadamente 85% do momento criado pela mesma carga com forma rectangular.

Na direcção yy a flecha vale:

$$f_{yy2} = 0.15 \text{ m},$$

a que corresponde um $P_{\infty,yy}$ de:

$$P_{\infty,yy} = \frac{q_e \times l_{vão}^2 l_x}{12 \times f} = 1440 kN .$$

Considerar as seguintes perdas de pré-esforço:

- 7% de perdas instantâneas
- 12% de perdas diferidas.

Desta forma tem-se que:

$$P_{máx,xx} = \frac{3098}{0.93 \times 0.88} = 3786 kN$$

$$\text{e } P_{máx,yy} = \frac{1760}{0.93 \times 0.88} = 1760 kN .$$

A Figura 4.29 ilustra o número de mono-cordões (entre parênteses) a dispor por banda de apoio.

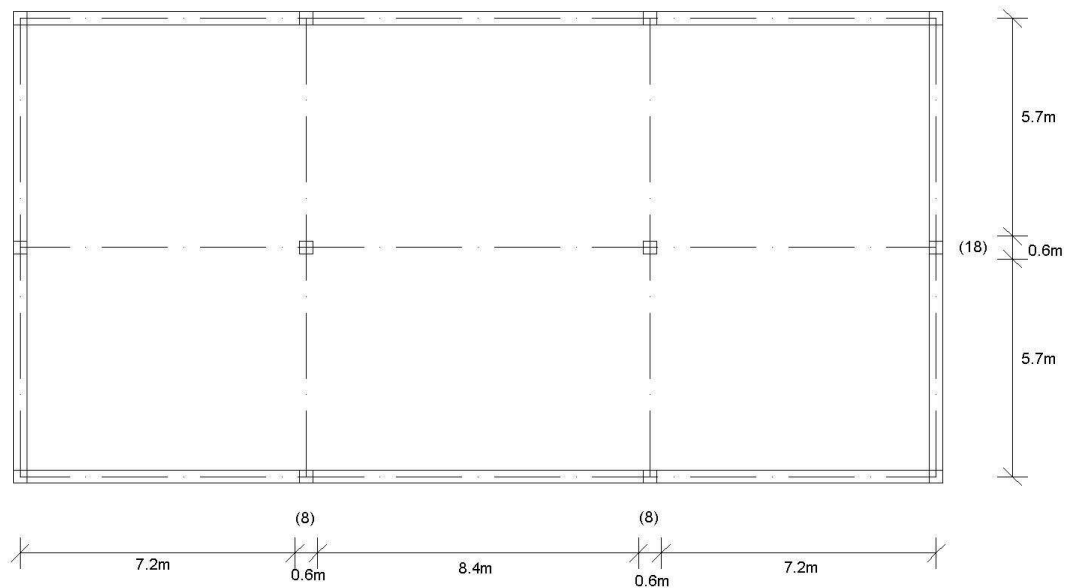


Figura 4.29 Disposição dos mono-cordões pela laje

Seguidamente modelam-se os mono-cordões no SAP2000 através de forças equivalentes. As Figuras 4.30 e 4.31 representam a vista geral da disposição dos mono-cordões e um pormenor da laje, respectivamente.

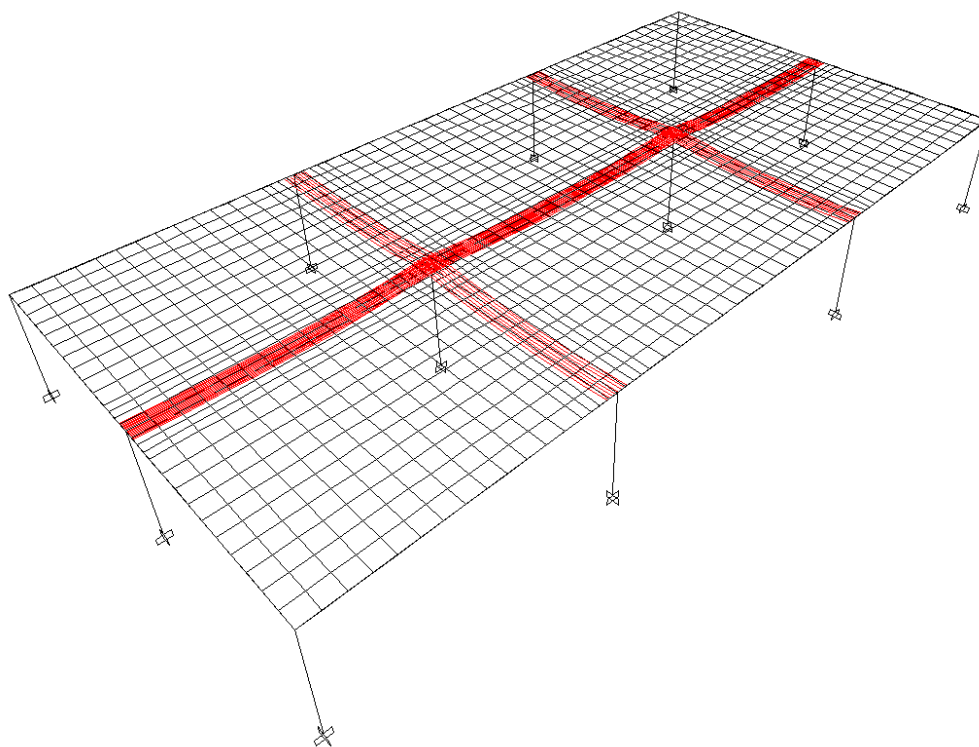


Figura 4.30 - Modelação dos mono-cordões na laje (vista 3D)

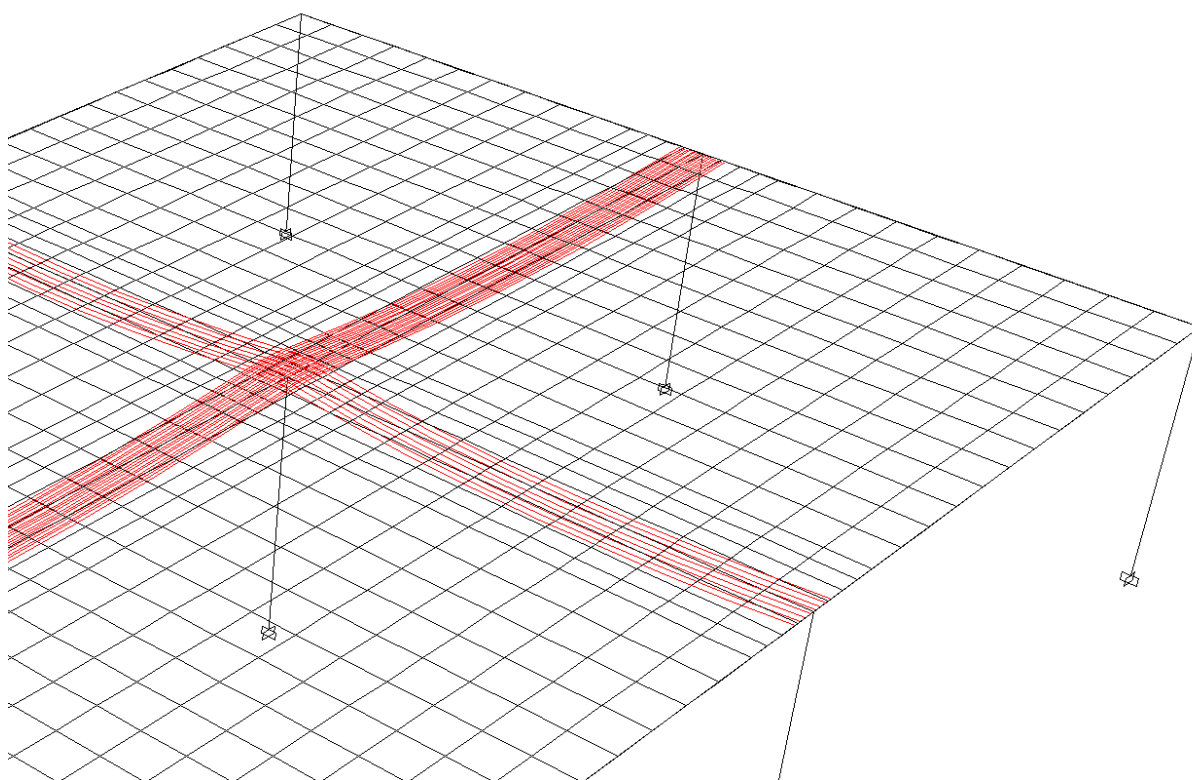


Figura 4.31 - Pormenor da modelação dos mono-cordões na laje (vista 3D)

4.2.5. CÁLCULO DAS PERDAS DE PRÉ-ESFORÇO INSTANTÂNEAS E VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES NA FASE INICIAL

As perdas de pré-esforço instantâneas serão calculadas para a situação inicial, ou seja, considerando a acção do pré-esforço conjuntamente com a das cargas permanentes instaladas na laje. As perdas de atrito serão calculadas automaticamente pelo software SAP2000, considerando os seguintes coeficientes:

- $\mu = 0.06$,
- $k = 0.0005$ (utilizando a expressão do ACI 318),
- $\Delta_s = 5mm$.

As Figuras 4.32 e 4.33 representam, respectivamente, a força de pré-esforço instalada nos mono-cordões, após o processamento das perdas iniciais devidas ao atrito, nas direcções xx e yy.



Figura 4.32 - Força de pré-esforço nos mono-cordões após perdas devidas ao atrito (direcção xx)



Figura 4.33 - Força de pré-esforço nos mono-cordões após perdas devidas ao atrito (direcção yy)

A Tabela 4.18 sintetiza as perdas médias de pré-esforço devidas ao atrito.

Tabela 4.18 – Perdas de atrito médias

	Direcção xx	Direcção yy
Perda média (kN)	13	8
Perda média (%)	6.3	3,8

A Figura 4.34 identifica as zonas onde serão calculadas as perdas por deformação instantânea do betão.

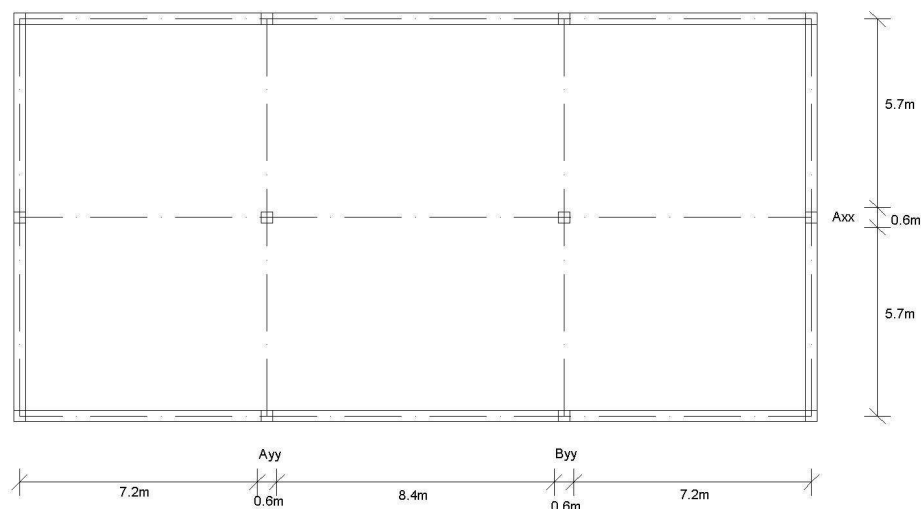


Figura 4.34 - Zonas adoptadas para o cálculo das perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço

As perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço, devidas à deformação instantânea do betão, serão calculadas segundo uma folha de cálculo programada para o efeito cuja metodologia está referida no exemplo 4.1. Dessa folha de cálculo obtém-se os valores médios apresentados na Tabela 4.19.

Tabela 4.19 - Perdas de tensão médias nas armaduras de pré-esforço devidas à deformação inst. do betão

	Axx	Ayy	Byy
$\Delta\sigma_{p,el}$ (KPa)	7161	4105	4112

A maior perda por deformação instantânea do betão no alinhamento Axx deve-se ao facto de existir uma maior concentração de mono-cordões nessa zona, que por sua vez provocam maiores deformações no betão. A Tabela 4.20 expressa as perdas instantâneas totais médias nos 3 alinhamentos.

Tabela 4.20 - Perdas instantâneas de pré-esforço médias nas armaduras

Zona	Axx	Ayy	Byy
Def. inst. betão (kN)	1,00	0,57	0,58
Atrito (kN)	13,00	8,00	8,00
Totais instantâneas (kN)	14,00	8,57	8,58
Totais instantâneas (%)	6,7	4,1	4,1

A Figura 4.35 ilustra a deformada das acções permanentes sobre a estrutura.

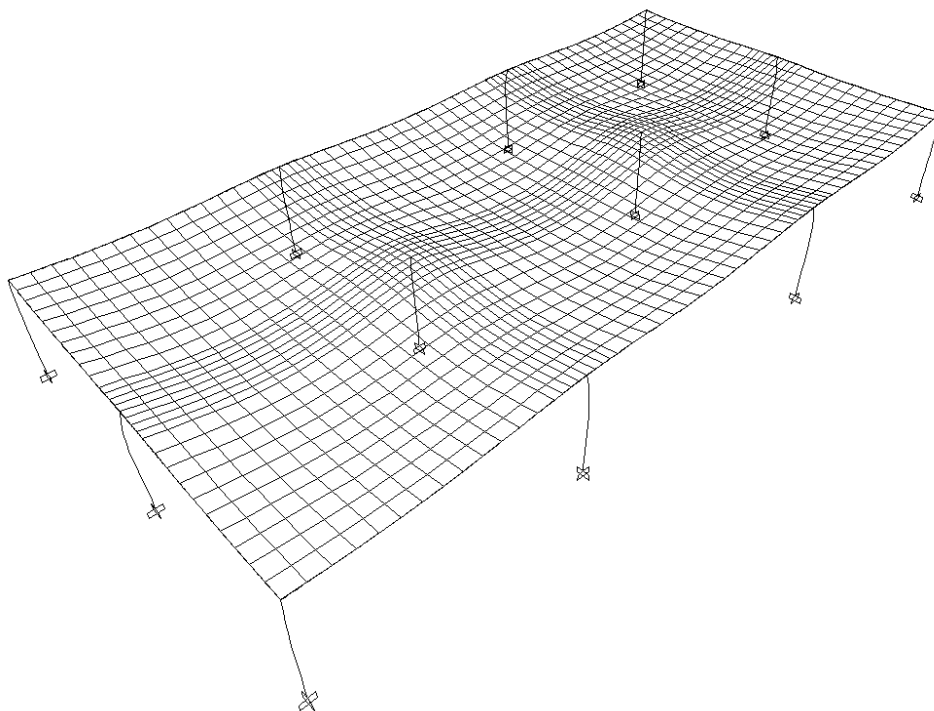


Figura 4.35 - Deformada da laje devida à acção exclusiva das cargas permanentes

As Figuras 4.36 e 4.37 ilustram a contra-flecha causada pelo pré-esforço e a deformada geral da laje sob acção conjunta do pré-esforço e das cargas permanentes, respectivamente.

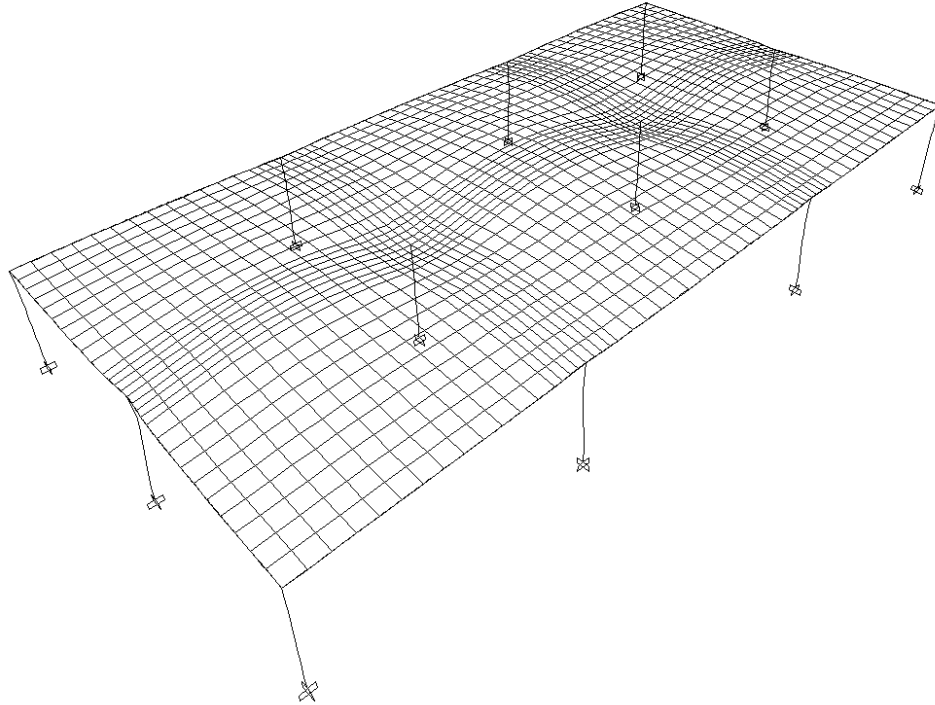


Figura 4.36 - Deformada da laje devido à acção exclusiva do pré-esforço

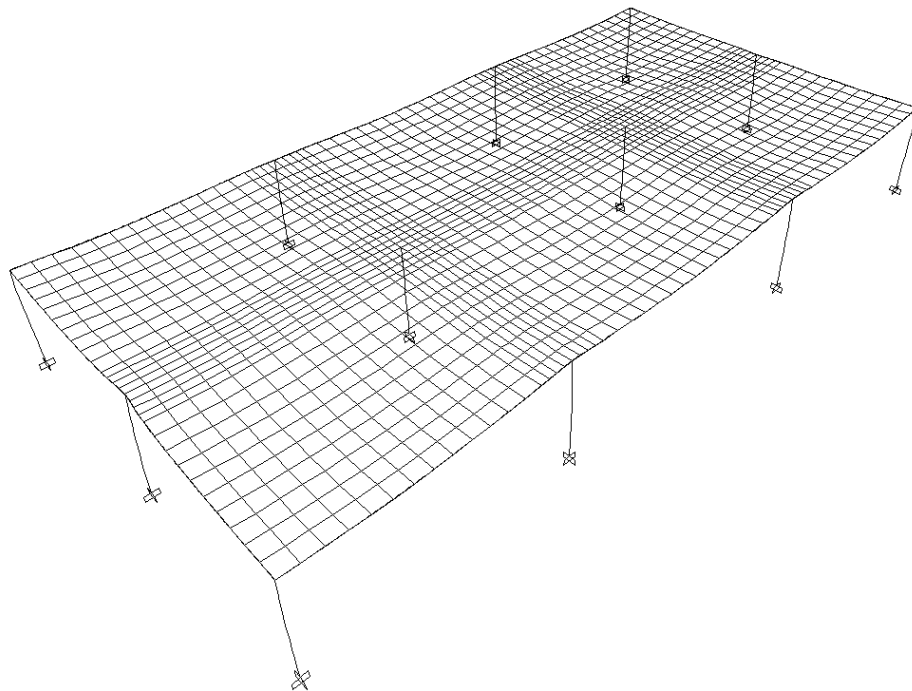


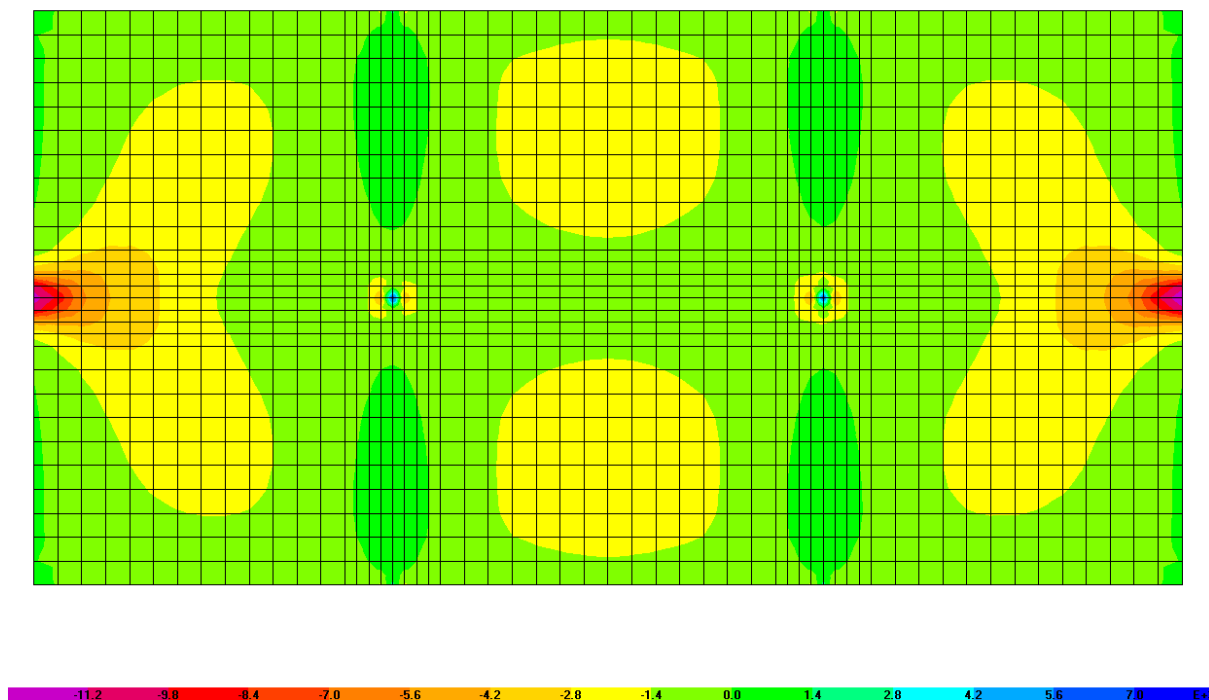
Figura 4.37 - Deformada da laje devido à acção das cargas permanentes conjuntamente com o pré-esforço (situação inicial)

As condições e a própria idade de betonagem são idênticas ao exemplo 4.1, resultando portanto a seguinte Tabela 4.21, indicativa dos limites regulamentares para as tensões no betão na situação inicial de carregamento.

Tabela 4.21 – Tensões limite sugeridas pelos regulamentos para a situação inicial de carregamento

	EC2	BS 8110	ACI 318
Compressão (MPa)	11,126	11,283	11,126
Tracção (MPa)	-	1,710	1,077

As Figuras 4.38, 4.39, 4.40 e 4.41 ilustram os mapas de tensão no betão na situação inicial obtidos através do SAP2000.



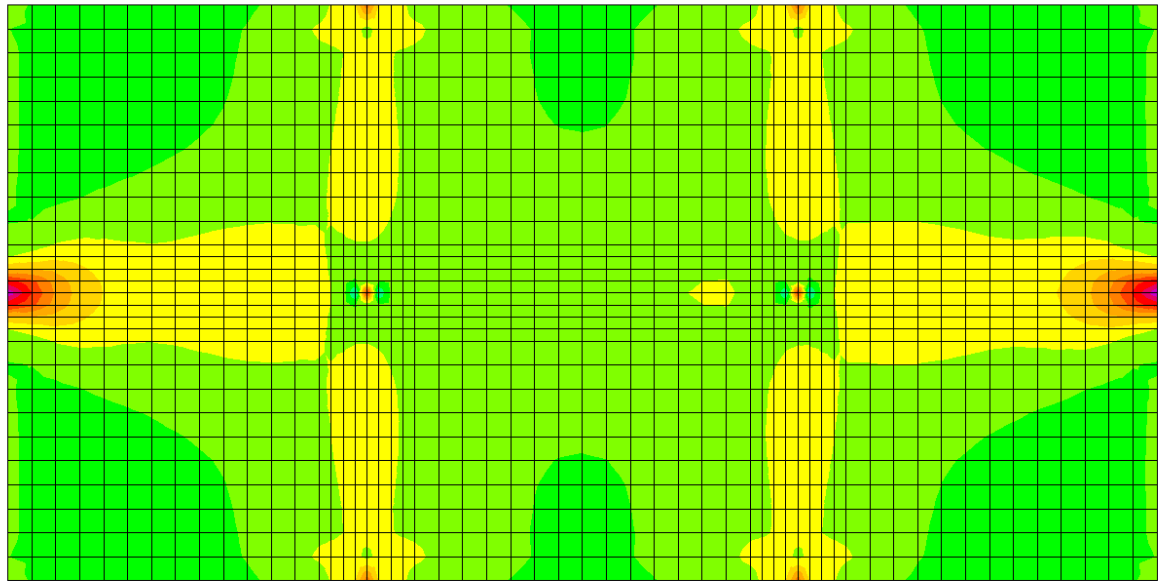


Figura 4.39 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção xx)

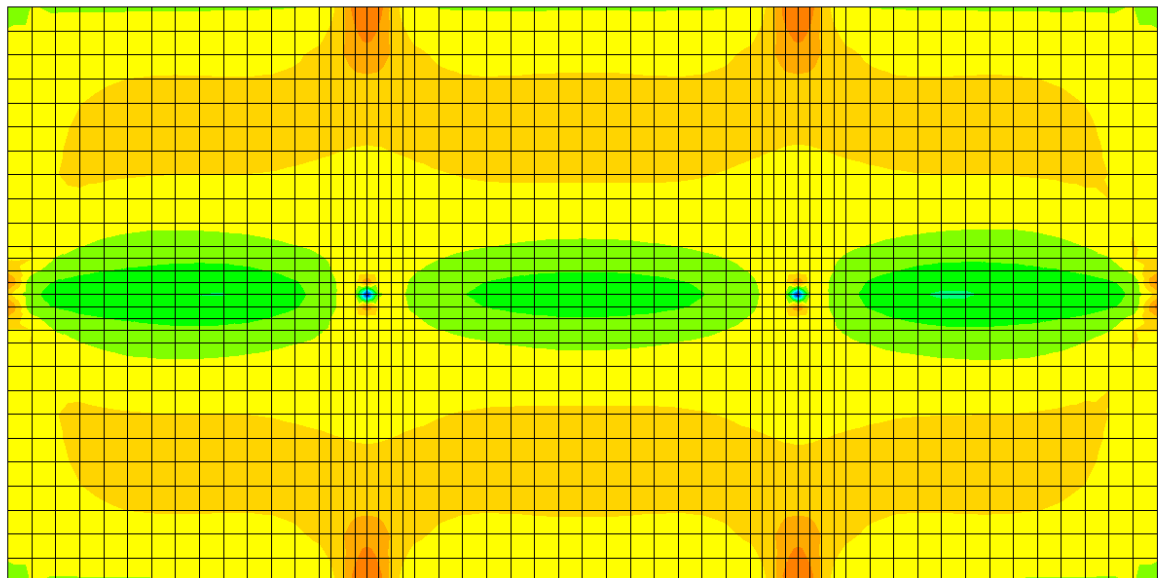


Figura 4.40 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção yy)

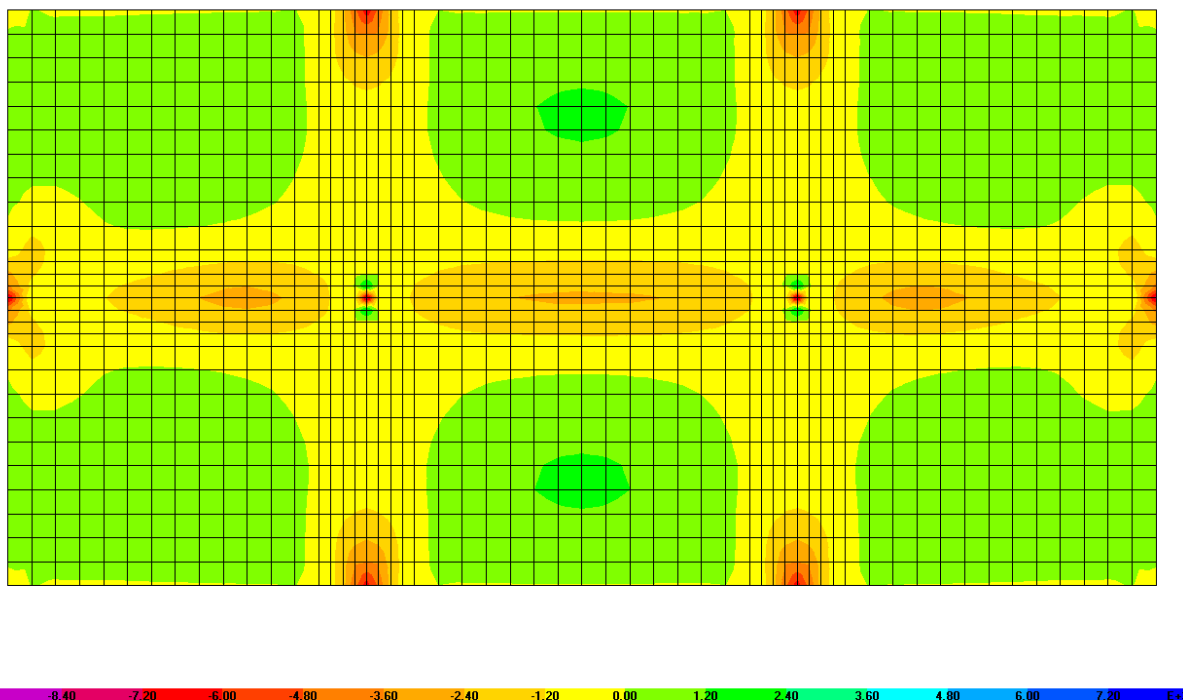


Figura 4.41 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na situação inicial (direcção yy)

Direcção xx

A análise do mapa referente à fibra superior da laje (Figura 4.38) revela que as tensões nas zonas dos mono-cordões são perfeitamente regulamentares. A maior parte da zona dos mono-cordões está sob compressões inferiores a 1.4MPa, havendo no entanto um aumento gradual na proximidade das ancoragens. Esse aumento gradual atinge os 9MPa a 50cm das ancoragens. As tracções existentes sobre as zonas dos alinhamentos de mono-cordões Ayy e Byy não são problemáticas, uma vez que essa zona terá armadura ordinária dimensionada nessa direcção com o objectivo de resistir aos momentos negativos aí existentes.

A fibra inferior da laje (Figura 4.39) também não sustenta qualquer tipo de problema a nível de tensões. As baixas tensões compressivas entre 1.4MPa e 2.8MPa são perfeitamente visíveis na maior parte da extensão dos mono-cordões na zona Axx. Mais uma vez se salienta o aparecimento gradual do bolbo de tensões perto das ancoragens que, em todo o caso, não causará problemas à estrutura pois essas compressões são maioritariamente regulamentares. Por outro lado, convém não esquecer que essas zonas serão dimensionadas para resistir a esses esforços concentrados importantes.

Direcção yy

A fibra superior da laje (Figura 4.40) não merece grandes comentários, sendo perfeitamente visível que as tensões de compressão nos alinhamentos Ayy e Byy oscilam entre os 0MPa e os 4.8MPa, sendo portanto um intervalo de tensões perfeitamente enquadrado com os limites sugeridos pelos regulamentos. As tracções existentes sobre o alinhamento Axx serão resistidas pelas armaduras ordinárias, dimensionadas para resistir aos momentos negativos de continuidade.

Também não haverá muito a discutir sobre as tensões compressivas instaladas na fibra inferior da laje (Figura 4.41), uma vez que facilmente se verifica que as tensões são igualmente admissíveis, oscilando entre os 0MPa e os 7.2MPa.

4.2.6. CÁLCULO DAS PERDAS DE PRÉ-ESFORÇO DIFERIDAS E VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES NA FASE FINAL

As perdas diferidas serão calculadas para a situação final (combinação quase-permanente de acções), contabilizando os efeitos de retracção e fluência no betão e de relaxação do aço das armaduras de pré-esforço. As extensões de retracção na direcção xx e yy valem, respectivamente:

$$\varepsilon_{cs}(\infty)_x = 3.862 \times 10^{-4}$$

$$\text{e } \varepsilon_{cs}(\infty)_y = 3.816 \times 10^{-4}.$$

O coeficiente de atrito nas duas direcções vale:

$$\varphi_0 \approx 2.9$$

As perdas de pré-esforço diferidas serão calculadas recorrendo à folha de cálculo mencionada no exemplo 4.1. Desse cálculo resulta a seguinte Tabela 4.22:

Tabela 4.22 - Perdas de tensão diferidas médias nas armaduras de pré-esforço

	Axx	Ayy	Byy
$\Delta\sigma_{p,c+s+r,na}$ (KPa)	184744	169010	169039

A Tabela 4.23 apresenta as perdas de pré-esforço médias por armadura nas diferentes zonas.

Tabela 4.23 - Perdas de pré-esforço diferidas médias por armadura, e respectiva percentagem

Zona	Axx	Ayy	Byy
Perda (kN)	25,86	23,66	23,67
Perda (%)	13,3	11,9	11,9

A Tabela 4.24 apresenta os limites de tensão no betão para a situação final de carregamento.

Tabela 4.24 – Tensões admissíveis no betão na combinação quase-permanente de acções (situação final)

	Compressão (MPa)		Tracção (MPa)
	Vão	Apoio	
EC2	11,25		-
BS 8110	9,90	12,00	1,97
ACI 318	11,25		2,50

A Figura 4.42 ilustra a deformada da laje na combinação quase-permanente de acções.

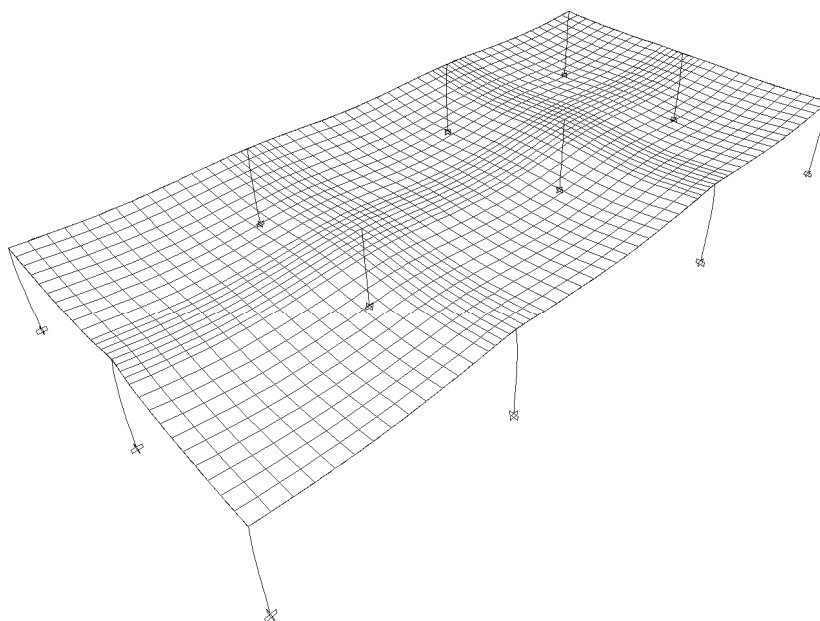


Figura 4.42 - Deformada da laje na combinação quase-permanente de acções

As Figuras 4.43, 4.44, 4.45 e 4.46 representam os mapas de tensão no betão, na situação final, obtidos através do SAP2000.

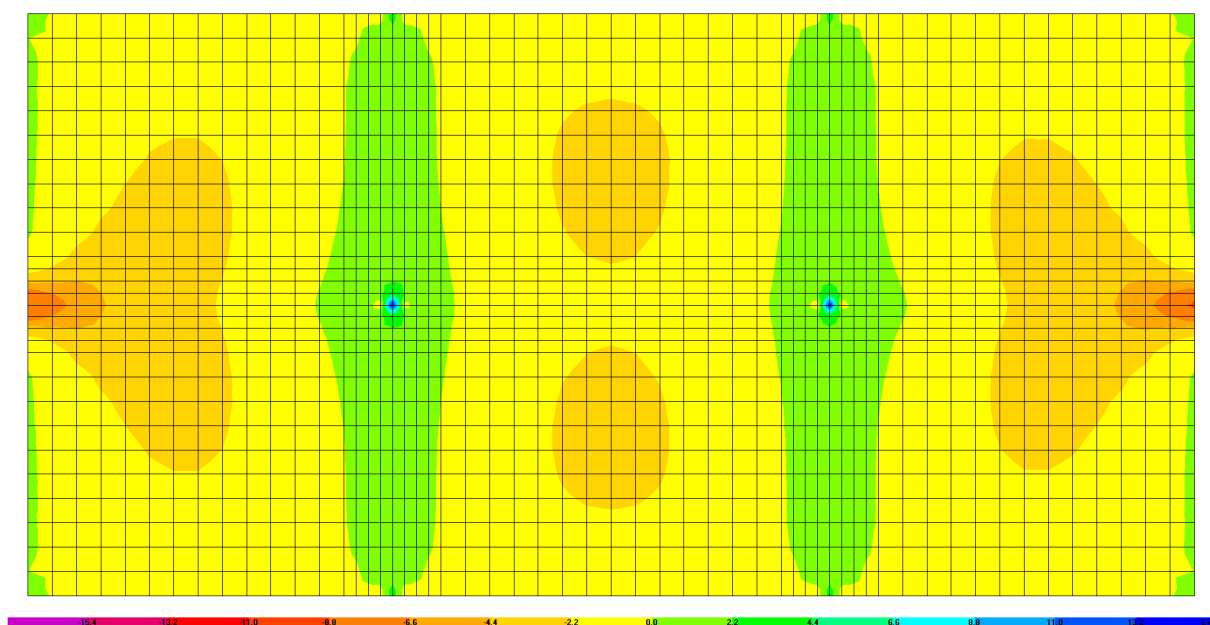


Figura 4.43 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção xx)

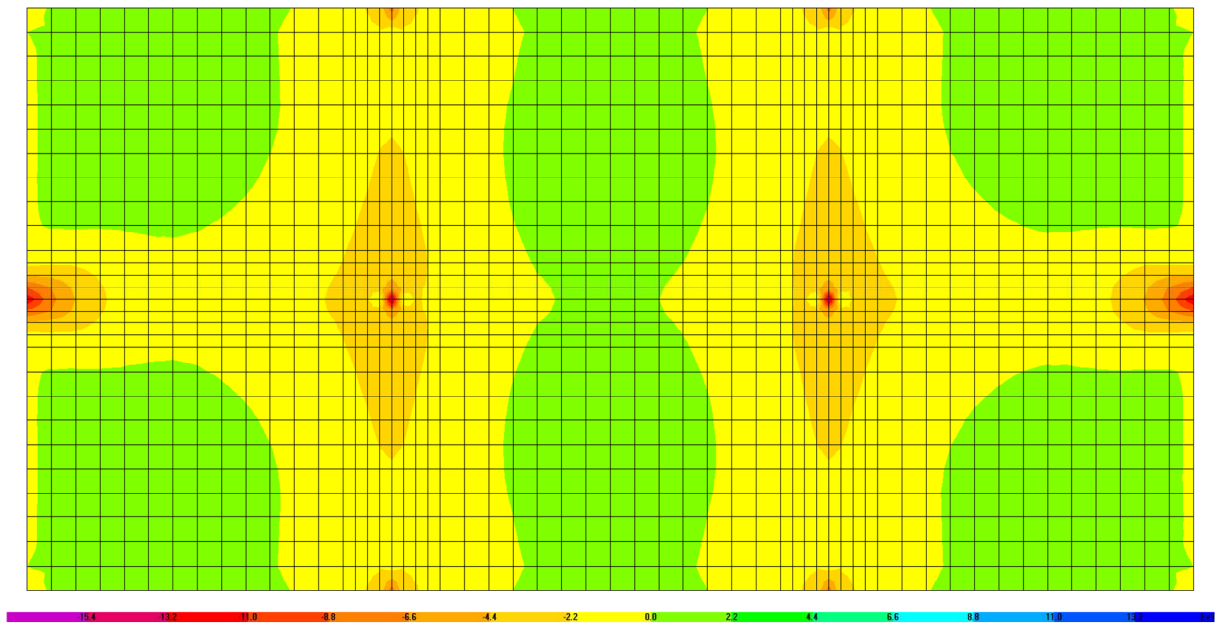


Figura 4.44 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção xx)

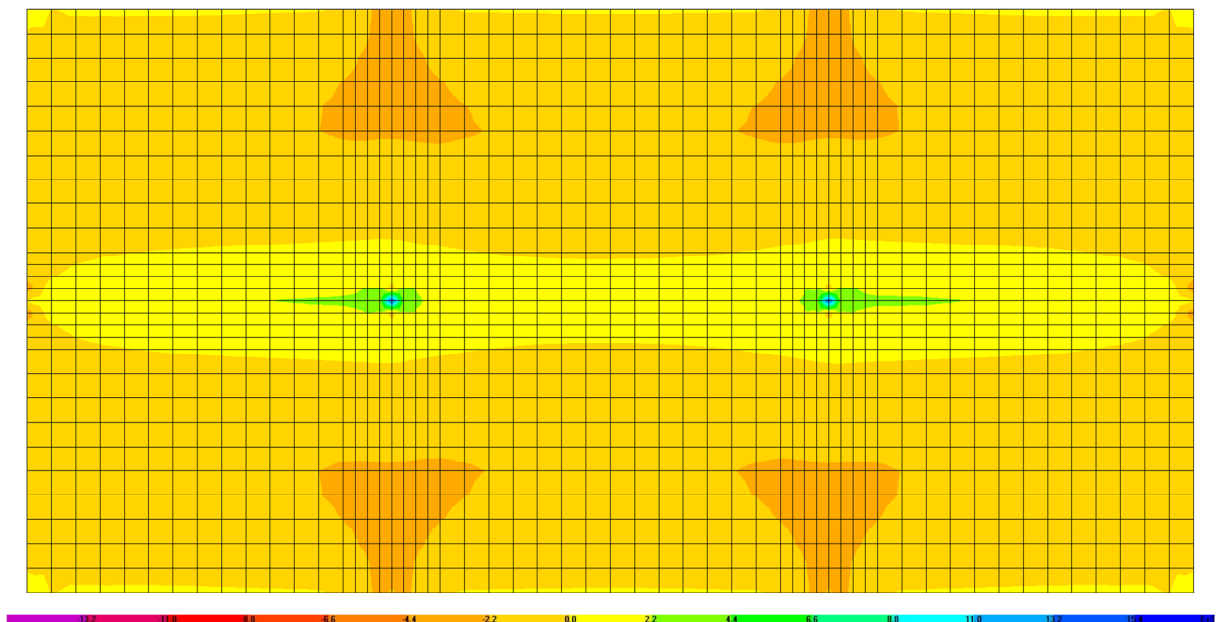


Figura 4.45 - Tensões na fibra superior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção yy)

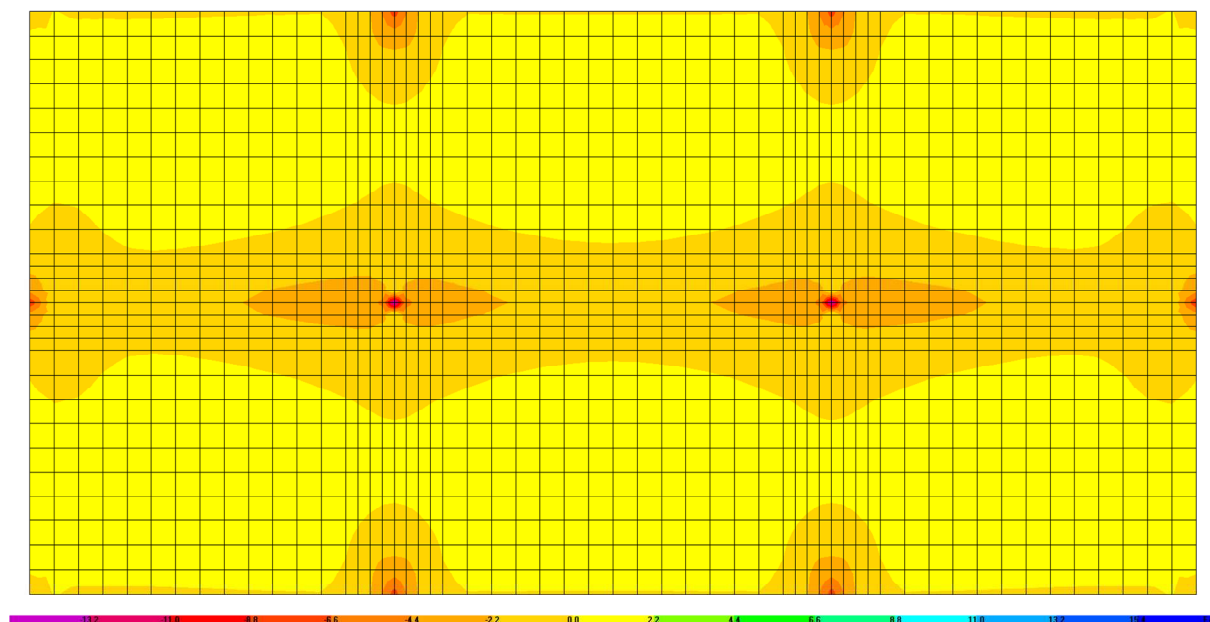


Figura 4.46 - Tensões na fibra inferior da laje de betão (MPa) na combinação quase-permanente (direcção yy)

Direcção xx

A análise das tensões na fibra superior da laje na situação final de carregamento (Figura 4.43) revela tensões perfeitamente enquadradas na filosofia dos diversos regulamentos. A maior parte da laje, no alinhamento Axx, apresenta compressões baixas na ordem dos 2MPa-3MPa. Existem, no entanto, algumas tracções sobre os pilares (zonas verdes) que, em todo o caso, não ultrapassam os 2.2MPa, estando portanto dentro do limite imposto pelo ACI 318.

As tensões instaladas na fibra inferior da laje (Figura 4.44) são também regulamentares. As compressões estão maioritariamente na zona amarela (0MPa-2.2MPa), havendo um ligeiro incremento junto às ancoragens e aos pilares centrais. Incremento esse que apenas pontualmente ultrapassa os 8.8MPa. No vão central existem algumas tensões de tracção, provocadas pela predominância de momentos positivos, que em caso algum ultrapassam os 0.314MPa.

Direcção yy

Na fibra superior da laje (Figura 4.45) observa-se que as zonas, nos alinhamentos Ayy e Byy, a partir de cerca de 1m da face do pilar estão comprimidas. Esse nível de compressão é baixo, variando desde os 1.4MPa a 3m da face do pilar até 4.4MPa junto às ancoragens. No entanto, as zonas interiores ao perímetro situado a cerca de 1m da face do pilar estão traccionadas. Em todo o caso, o nível de tensão de tracção situa-se, na sua maioria, no intervalo 0MPa-2.2MPa (zonas amarelas), havendo pequenas zonas mais traccionadas (zonas verdes) que só a menos de 0.25m do pilar excedem os 2.4MPa de tensão.

A verificação da fibra inferior da laje (Figura 4.46) conclui um baixo nível de tensões compressivas. Essas tensões situam-se maioritariamente no intervalo 0MPa-2.2MPa (zonas a laranja esbatido), havendo, no entanto, zonas mais comprimidas juntos aos pilares e ancoragens que dificilmente

ultrapassam os 6.6MPa. As tracções (zonas amarelas) presentes nos vãos dos alinhamentos Ayy e Byy são francamente baixas, não excedendo os 0.340MPa.

Verifica-se portanto que as tensões, quer na situação inicial, quer na situação final de carregamento, respeitam os diversos regulamentos.

4.2.7. VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO

A verificação deste ELU segue a mesma metodologia presente no ponto homólogo do exemplo 4.1.

4.2.8. COMENTÁRIOS FINAIS

No que respeita ao cálculo das perdas de pré-esforço, a metodologia adoptada revelou-se, mais uma vez, adequada, conduzindo a valores calculados próximos dos previstos.

O nível de pré-esforço dimensionado conduziu a situações de tensões no betão francamente baixas, situadas dentro dos limites regulamentares.

Uma laje com pré-esforço por bandas de apoio implica, obrigatoriamente, o dimensionamento de armadura ordinária de flexão, uma vez que mesmo em condições de serviço os esforços nos painéis e sobre as bandas de apoio (na direcção ortogonal à disposição dos cordões) esgotam a resistência do betão à tracção. Isto não é propriamente uma dificuldade, é sim uma característica intrínseca da solução de pré-esforço adoptada. Da mesma forma que para o exemplo 4.1, a resistência da laje ao ELU de resistência à flexão não foi analisada, visto afastar-se do âmbito do presente trabalho. O mesmo se aplica ao dimensionamento das zonas de ancoragem.

Da mesma forma que no exemplo 4.1, a metodologia aplicada na resolução do presente exemplo revelou-se adequada, não apresentando grandes dificuldades.

5

CONCLUSÃO

5.1. CONCLUSÕES GERAIS

Uma das maiores dificuldades do projecto de uma laje fungiforme pré-esforçada passa pelo cálculo das perdas de pré-esforço, uma vez que esse cálculo não é tão directo como no caso das vigas, já que os efeitos do pré-esforço tendem a dispersar-se pela laje. Desta forma, as folhas de cálculo desenvolvidas revelam-se muito úteis, tornando possível o cálculo das perdas de tensão médias nas armaduras por zonas, através das tensões na laje obtidas pela análise elástica do SAP2000. Esta metodologia é, na opinião do autor do presente trabalho, aplicável ao ambiente de projecto. Além disso as verificações de serviço ficam reduzidas a dois momentos-chave: a situação inicial e a situação final.

Na situação inicial considera-se o pré-esforço máximo deduzido das perdas instantâneas e a actuação das cargas permanentes. Esta situação representa o momento em que o pré-esforço é aplicado à laje, sendo um momento crítico para a estrutura, uma vez que a força de pré-esforço é máxima e as cargas actuantes são mínimas. Problemas resultantes duma contra-flecha excessiva devem ser verificados. Note-se que por simplificação, o cálculo das perdas de pré-esforço por deformação instantânea do betão é feito através das tensões obtidas pelo SAP2000, considerando a actuação das cargas permanentes e do pré-esforço deduzido das perdas de atrito e das devidas à reentrada das cunhas, visto que estas perdas são automaticamente contabilizadas pelo programa de elementos finitos. Na verdade as perdas instantâneas ocorrem todas ao mesmo tempo, no entanto, o cálculo das perdas por deformação instantânea do betão consoante as tensões instaladas na laje, considerando que as perdas de atrito já ocorreram, é uma simplificação razoável. Embora no presente trabalho se tenha considerado a contribuição da totalidade das cargas permanentes instaladas na laje na situação inicial, seria, porventura, mais correcto considerar exclusivamente o peso próprio da laje, uma vez que essa situação seria mais restritiva e, muito provavelmente, mais próxima da realidade, já que raramente se mobiliza a totalidade das cargas permanentes no momento de aplicação do pré-esforço.

Na situação final considera-se o pré-esforço máximo deduzido das perdas instantâneas e diferidas, e a combinação quase-permanente de acções actuando na laje.

O cálculo das perdas diferidas de pré-esforço em armaduras não aderentes, segundo a expressão sugerida pelo autor no Capítulo 2 (2.47), conduziu nos exemplos presentes no Capítulo 4 a resultados coerentes com os previstos. Sendo essa uma expressão mais simples do que a expressão (2.46) sugerida pelo EC2 [Eurocódigo 2, 2004] e ao mesmo tempo mais conservativa e livre de ambiguidades, torna-a extremamente útil em ambiente de projecto.

O controlo das tensões nas duas situações-chave facilita o processo iterativo de dimensionamento de lajes pré-esforçadas, uma vez que consoante os resultados obtidos, o projectista pode conferir rapidamente se a espessura da laje ou a própria solução de pré-esforço são adequadas. As flechas na laje também deverão ser verificadas nas duas situações, considerando a flecha elástica na situação inicial e a flecha com fluência na situação final. Estando estes dois ELS verificados nas duas situações de carregamento, considera-se completa a fase de dimensionamento do pré-esforço propriamente dito. A partir deste momento, a concepção entra na fase de verificações de rotura, onde os ELU serão verificados ou com a reserva de pré-esforço presente (quando este é suficiente), ou recorrendo a armaduras ordinárias. Não será de todo económico aumentar os níveis de pré-esforço por razões de verificações dos ELU.

No presente trabalho foi também sugerida uma estratégia para abordar o punçoamento em lajes fungiformes, estratégia essa que estabelece um compromisso entre a metodologia sugerida por Ramos [Ramos, 2003] e a informação fornecida pela VSL [VSL, 1985] relativa ao punçoamento. A aplicação dessa estratégia, referida no ponto 3.10.3 do Capítulo 3, levou a reduções da força de punçoamento na ordem dos 35% no exemplo 4.1 (presente no Capítulo 4). Esta forma de contabilizar o efeito do pré-esforço na resistência da laje ao punçoamento, revela-se bastante útil numa aplicação ao projecto destas estruturas, uma vez que a metodologia é relativamente simples. Essa simplicidade resulta do desprezo da contribuição da compressão induzida pelos mono-cordões na zona do pilar, contabilizando apenas o efeito da força de desvio do pré-esforço dos cordões situados interiormente ao perímetro crítico. Aquando da definição do traçado, o projectista deve forçar os mono-cordões, bem como os respectivos pontos de inflexão dos traçados perto dos pilares, a situarem-se internamente aos perímetros críticos respectivos, conduzindo à participação do maior número possível de mono-cordões na redução da força de punçoamento.

5.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

O estudo desenvolvido neste documento teve como principais objectivos definir estratégias possíveis de aplicar em projecto, baseadas essencialmente nas questões de serviço (tensões no betão, flechas, perdas de pré-esforço) e na questão da contribuição do pré-esforço na verificação do ELU de resistência ao punçoamento em lajes fungiformes maciças. Seguidamente enunciam-se alguns aspectos passíveis de serem desenvolvidos em trabalhos futuros:

- estudar soluções de laje aligeiradas,
- estudar, de forma mais aprofundada, o incremento de tensão nas armaduras de pré-esforço não aderente em situação de rotura.

ANEXO

As Figuras A.1 e A.2 ilustram as folhas de cálculo desenvolvidas para o cálculo das perdas de tensão nas armaduras de pré-esforço por deformação instantânea do betão e diferidas, respectivamente. O alinhamento em causa é o Axx do exemplo 4.1 presente no Capítulo 4.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1				x																
2					arc_top			arc_bot												
3	Ec (Gpa)	31		esquerda	centro	direita	esquerda	centro	direita	arc_top_med (Mpa)	arc_bot_med (Mpa)	x_aux	z	arc_nivel_prestress (Mpa)	cc	comp_influ	Δl			
4	fck (t)	18.5	0	-57969.8	-9701.18	-6003.14	14229.3	-26529.4	-1692.005	-24.56	-4.66	3.50	0.000	-14.61	-5.03E-04	0.125	-6.29E-05		Δσp_def_el (Mpa) =	-18.598
5	fck	25	0.25	-23693.6	-21203.6	-6399.58	-15669.4	9306.32	-5521.075	-17.10	-10.17	3.25	-0.014	-13.31	-4.59E-04	0.250	-1.15E-04			
6	Ec(t) (Gpa)	29.0256	0.5	-11670.6	-14695.3	-8961.95	-12720.6	10526.1	-6419.26	-1.91	-8.89	3.00	-0.027	-11.54	-3.98E-04	0.250	-9.94E-05			
7	Ep (Gpa)	200	0.75	-11864.5	-11526.6	-8494.53	-10208.4	9992.85	-7626.1525	10.63	-9.27	2.75	-0.038	-9.78	-3.37E-04	0.250	-8.42E-05			
8	nº cabos	12	1	-10632.2	-9346.93	-7618.51	-10175.7	-9527.21	-8029.93	-9.20	-9.24	2.50	-0.049	-9.23	-3.18E-04	0.250	-7.96E-05			
9	e_laje (m)	0.3	1.25	-7292.52	-7302	-6498.94	-8875.7	-6897.06	-7932.4975	-7.03	-8.50	2.25	-0.059	-8.05	-2.77E-04	0.250	-6.94E-05			
10	l (m)	20	1.5	-6307.08	-6143.44	-5454.7	-8971.48	-8487.66	-7746.04	-6.00	-8.27	2.00	-0.067	-7.64	-2.63E-04	0.375	-9.87E-05			
11			0.4568333	2	-4497.99	-4391.94	-4212.86	-8091.97	-7980.25	-7648.07	-4.37	-7.90	1.50	-0.082	-7.10	-2.44E-04	0.500	-1.22E-04		
12				2.5	-3292.82	-3562.74	-3276.68	-7524.56	-7562.7	-7321.6775	-3.31	-7.47	1.00	-0.092	-6.66	-2.30E-04	0.500	-1.15E-04		
13				3	-2654.1	-2714.14	-2760.29	-7023.42	-7043.52	-6897.7625	-2.71	-7.00	0.50	-0.098	-6.25	-2.15E-04	0.500	-1.08E-04		
14				3.5	-2702.2	-2692.07	-2584.69	-6473.54	-6490.32	-6430.61	-2.63	-6.46	0.00	-0.100	-5.83	-2.01E-04	0.500	-1.00E-04		
15				4	-2551.53	-2541.44	-2575.42	-5780.4	-5895.78	-5916.215	-2.66	-5.86	0.50	-0.099	-5.30	-1.82E-04	0.500	-9.12E-05		
16				4.5	-2463.43	-2457.65	-2501	-5229.24	-5425.85	-5481.0725	-2.65	-5.38	1.00	-0.095	-4.86	-1.68E-04	0.500	-8.36E-05		
17				5	-2558.85	-2585.13	-2758.18	-4793.69	-4898.67	-5077.7275	-2.66	-4.97	1.50	-0.089	-4.49	-1.55E-04	0.500	-7.74E-05		
18				5.5	-2727.21	-2841.51	-2942.05	-4382.77	-4613.32	-4726.465	-2.84	-4.57	2.00	-0.080	-4.17	-1.44E-04	0.500	-7.18E-05		
19				6	-3083.14	-3107.86	-3198.94	-4044.87	-4227.01	-4361.62	-3.13	-4.21	2.50	-0.068	-3.92	-1.35E-04	0.500	-6.75E-05		
20				6.5	-3481.66	-3439.6	-3513.06	-3691.76	-3876.64	-4023.975	-3.48	-3.86	3.00	-0.056	-3.74	-1.29E-04	0.500	-6.44E-05		
21				7	-3543.56	-3698.67	-3870.9	-3198.04	-3491.55	-3709.76	-3.70	-3.47	3.50	-0.038	-3.56	-1.22E-04	0.500	-6.12E-05		
22				7.5	-3857.9	-4121.86	-4388.1	-2757.5	-3190.47	-3431.29	-4.10	-3.13	4.00	-0.019	-3.55	-1.22E-04	0.500	-6.11E-05		
23				8	-4243.4	-4557.54	-4897.49	-2345.2	-2835.46	-3249.68	-4.57	-2.81	4.50	0.002	-3.70	-1.27E-04	0.500	-6.37E-05		
24				8.5	-4839.14	-5364.03	-5663.51	-1956.06	-2841.6	-3140.365	-5.26	-2.65	5.00	0.026	-4.18	-1.44E-04	0.375	-5.40E-05		
25				8.75	-4355.94	-5688.65	-6121.54	-1451.38	-2631.51	-3299.4525	-5.36	-2.46	5.25	0.039	-4.29	-1.48E-04	0.250	-3.69E-05		
26				9	-6087.43	-6602.99	-6774.32	-1980.07	-3071.41	-3634.67	-6.49	-2.96	5.50	0.053	-5.34	-1.84E-04	0.250	-4.60E-05		
27				9.25	-4991.14	-7498.85	-7042.72	-1193.98	-2193.85	-3460.44	-6.51	-2.94	5.75	0.04	-5.49	-1.89E-04	0.250	-4.73E-05		
28				9.5	-6410.75	-8368.71	-8675.75	-3340.13	-4157.35	-5465.5975	-7.89	-3.65	6.00	0.082	-6.92	-2.38E-04	0.250	-5.96E-05		
29				9.75	-14787.3	-7478.7	-6094.71	-8614.99	-6602.18	-7372.765	-9.45	-5.98	0.25	0.095	-8.05	-3.04E-04	0.250	-7.60E-05		
30				10	-817.505	-4286.79	-6586.13	-25269.4	-7992.83	-3721.4725	-3.56	-12.32	0.00	0.100	-5.02	-1.73E-04	0.250	-4.33E-05		
31				10.25	-14656	-7411.58	-6032.24	-48615.24	-5675.08	-3754.8625	-9.37	-5.98	0.25	0.095	-8.75	-3.01E-04	0.250	-7.53E-05		
32				10.5	-6283.43	-6283.13	-6309.63	-3319.62	-4143.92	-3474.7725	-7.77	-3.85	1.35	0.082	-6.83	-2.35E-04	0.250	-5.89E-05		
33				10.75	-4911.49	-7421.42	-6995.58	-1162.35	-3754.69	-3551.23	-6.44	-2.82	-3.54	0.067	-5.44	-1.87E-04	0.250	-4.68E-05		
34				11	-6061.92	-6574.66	-6751.74	-1948.74	-3242.83	-3614.945	-6.46	-2.94	-3.55	0.053	-5.32	-1.83E-04	0.250	-4.58E-05		
35				11.25	-4357.37	-5689.41	-6118.04	-1421.27	-2605.72	-3275.835	-5.35	-2.43	-3.56	0.039	-4.27	-1.47E-04	0.250	-3.68E-05		
36				11.5	-4860.1	-5379.78	-5672.33	-1934.72	-2822.28	-3118.865	-5.27	-2.63	-3.57	0.026	-4.18	-1.44E-04	0.375	-5.40E-05		
37				12	-4262.8	-4574.2	-4911.63	-2328.99	-3481.82	-4332.475	-5.68	-2.78	1.25	0.04	-5.49	-1.26E-04	0.500	-6.30E-05		
38				12.5	-3876.54	-4138.89	-4323.93	-2743.84	-3177.36	-3418.405	-4.11	-3.11	-3.59	-0.019	-3.55	-1.22E-04	0.500	-6.11E-05		
39				13	-3561.04	-3715.3	-3886.65	-3189.08	-3483.4	-3702.015	-3.72	-3.46	-3.60	-0.038	-3.56	-1.23E-04	0.500	-6.13E-05		
40				13.5	-3495.75	-3454.07	-3527.22	-3688.73	-3874.48	-4022.1625	-3.49	-3.86	-3.60	-0.055	-3.74	-1.29E-04	0.500	-6.45E-05		
41				14	-3087.43	-3120.66	-3210.93	-4050.52	-4232.58	-4387.1925	-3.14	-4.22	-3.60	-0.068	-3.92	-1.35E-04	0.500	-6.76E-05		
42				14.5	-2736.74	-2880.52	-2950.65	-4386.73	-4627.15	-4740.0675	-2.85	-4.59	-3.59	-0.080	-4.18	-1.44E-04	0.500	-7.20E-05		
43				15	-2564.4	-2656.44	-2763.04	-4816.4	-5023.13	-5130.59	-2.66	-4.99	-3.59	-0.089	-4.51	-1.56E-04	0.500	-7.78E-05		
44				15.5	-2464.93	-2569.09	-2632.01	-5263.41	-5459.53	-5623.635	-2.65	-5.42	-3.58	-0.095	-4.89	-1.68E-04	0.500	-8.42E-05		
45				16	-2547.82	-2638.78	-2572.17	-6825.26	-6929.58	-6988.2775	-2.55	-5.90	-3.57	-0.099	-5.33	-1.84E-04	0.500	-9.18E-05		
46				16.5	-2696.96	-2698.45	-2578.26	-6530.98	-6844.5	-6481.3975	-2.62	-6.52	3.55	0.100	-5.87	-2.02E-04	0.500	-1.01E-04		
47				17	-2650.52	-2710.38	-2755.34	-7082.21	-7089.52	-6980.56	-2.71	-7.05	3.54	0.088	-6.30	-2.17E-04	0.500	-1.03E-04		
48				17.5	-3294.19	-3353.35	-3275.99	-7883.16	-7618.56	-7373.91	-3.31	-7.53	3.52	0.092	-6.71	-2.31E-04	0.500	-1.16E-04		
49				18	-4507.78	-4399.96	-4218.12	-8150.18	-8015.02	-7698.075	-4.38	-7.95	3.50	-0.082	-7.14	-2.46E-04	0.500	-1.23E-04		
50				18.5	-6406.98	-6160.59	-5468.02	-8628.2	-8538.55	-7791.6625	-6.01	-8.32	3.47	-0.067	-7.88	-2.65E-04	0.375	-9.93E-05		
51				18.75	-7327.9	-7327.93	-6517.75	-8936.53	-8748.28	-7975.885	-7.06	-8.55	3.48	-0.097	-8.10	-2.79E-04	0.250	-9.97E-05		
52				19	-10673.6	-10880.92	-7547.6	-12323.9	-10233.05	-8066.6725	-9.23	-4.29	3.19	-0.04	-5.49	-3.19E-04	0.250	-7.95E-05		
53				19.25	-11927.7	-11573.2	-8524.71	-10354.3	-10042.4	-7660.65	-10.68	-9.32	3.43	-0.038	-9.82	-3.17E-04	0.250	-7.92E-05		
54				19.5	-18272.4	-14648.4	-8998.45	-12795.1	-10576.6	-6446.445	-13.97	-9.94	3.42	-0.027	-11.60	-3.74E-04	0.250	-9.36E-05		
55				19.75	-23797.9	-21317.3	-6424.8	-15748.2	-9336.12	-5645.435	-17.18	-10.21	3.40	-0.014	-13.37	-4.31E-04	0.250	-1.08E-04		
56				20	-58372.1	-9713.66	-6034.09	14438.6	-26685.5	-16885.71	-24.71	-4.64	3.50	0.000	-14.68	-4.73E-04	0.125	-5.92E-05		
57																				

Figura A.1 – Cálculo da perda de tensão média nas armaduras de pré-esforço devido à def. inst. do betão

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	V	W	X
1					arc_top			arc_bot												
2					esquerda	centro	direita	esquerda	centro	direita	arc_top_med (Mpa)	arc_bot_med (Mpa)	x_aux	z	arc_nivel_prestress (Mpa)	cc	comp_influ	Δl		
3	Ec (Gpa)	31			-43088	-12946.7	-5119.26	-634.55	-22761.6	-2490.965	-20.38	-8.63	3.50	0.000	-14.51	-4.68E-04	0.125	-5.85E-05		
4	Ep (Gpa)	200			-22551.3	-18950.3	-6140.84	-18644.7	-11181.9	-5649.155	-15.88	-11.16	3.25	-0.014	-13.30	-4.29E-04	0.250	-1.07E-04		
5	fck (N/mm²)	208			-11715.2	-13854.4	-8443.4	-13854.4	-11010.1	-6296.93	-13.15	-10.41	3.00	-0.027	-11.54	-3.98E-04	0.250	-9.31E-05		
6	Ap (mm²)	0.00014			-11442.9	-11715.1	-8270.51	-10462.2	-10195.5	-7693.04	-10.30	-8.40	2.75	-0.038	-9.73	-3.14E-04	0.250	-7.86E-05		
7	fak (Mpa)	1860			-10530.2	-9287.59	-7614.26	-10052.9	-8596.19	-7381.48	-9.14	-8.10	2.50	-0.048	-8.12	-2.91E-04	0.250	-7.39E-05		
8					-7439.63	-7459.24	-6279.39	-8537.32	-8366.63	-7038.72	-7.19	-7.17	2.25	-0.059	-7.87	-2.54E-04	0.250	-6.35E-05		
9	e_laje (m)	0.3			-6718.84	-6472.12	-5790.37	-8068.03	-8002.25	-7274.085	-6.33	-7.78	2.00	-0.067	-7.38	-2.38E-04	0.375	-8.93E-05		
10					-5099.95	-4977.59	-4787.99	-7464.33	-7237.58	-6947.77	-4.96	-7.18	1.50	-0.082	-6.87	-2.15E-04	0.500	-1.08E-04		
11					-4080.99	-4119.49	-4025.34	-6609.92	-6674.59	-6459.13	-4.08	-6.58	1.00	-0.102	-6.10	-1.87E-04	0.500	-8.93E-05		
12	q	2.9			-3239.71	-3806.31	-4271.86	-5896.89	-6043.22	-6853.73	-3.50	-6.58	0.50	-0.088	-5.80	-1.80E-04	0.500	-8.93E-05		
13	ecs	0.000394			-3693.34	-3559.49	-3529.23	-5454.54	-5422.24	-5388.665	-3.69	-5.40	0.00	-0.100	-5.10	-1.64E-04	0.500	-8.22E-05		
14					-3580.25	-3544.81	-3554.85	-4658.36	-4789.51	-4845.3275	-3.66	-4.76	0.50	-0.099	-4.56	-1.47E-04	0.500	-7.35E-05		
15					-3490.97	-3559.29	-3608.13	-4114.74	-4336.52	-4426.8825	-3.65	-4.29	1.00	-0.095	-4.16	-1.34E-04	0.500	-6.70E-05		
16					-3548.19	-3614.65	-3696.84	-4124.30	-3952.62	-4089.41	-3.62	-3.92	1.50	-0.099	-3.86	-1.24E-04	0.500	-6.22E-05		
17					-3542.18	-3730.55	-3887.97	-3643.37	-3761.045	-3819.46	-3.63	-3.95	2.00	-0.090	-3.63	-1.17E-04	0.500	-5.76E-05		
18					-3686.57	-3685.91	-3962.78	-3175.09	-3370.01	-3528.6325	-3.91	-3.35	2.50	-0.068	-3.60	-1.13E-04	0.500	-5.65E-05		
19					-4134.26	-4068.36	-4118.86	-2960.43	-3169.78	-3340.1625	-4.11	-3.16	3.00	-0.055	-3.46	-1.12E-04	0.500	-5.89E-05		
20					-4005.75	-4137.65	-4288.61	-2659.44	-2975.86	-3215.0025	-4.14	-2.95	3.50	-0.038	-3.39	-1.10E-04	0.500	-5.48E-05		
21					-4079.91	-4322.84	-4492.15	-2469.92	-2913.01	-3170.815	-4.30	-2.85	4.00	-0.019	-3.48	-1.12E-04	0.500	-5.61E-05		
22					-4161.81	-4451.26	-4731.61	-251.36	-2856.32	-3279.9775	-4.47	-3.05	4.50	-0.002	-3.63	-1.05E-04	0.500	-5.40E-05		
23					-4359.51	-4884.26	-5091.84	-2689.52	-3244.45	-3536.89	-4.78	-3.05	5.00	-0.026	-4.06	-1.31E-04	0.375	-4.92E-05		
24					-3628.63	-4871.74	-5427.39	-2107.38	-3273.07	-3917.3675	-4.64	-3.10	5.25	-0.039	-4.07	-1.31E-04	0.250	-3.28E-05		
25					-5042.96	-5604.41	-5821.51	-2944.06	-4190.85	-4510.9325	-5.49	-3.88	5.50	0.053	-4.97	-1.60E-04	0.250	-4.01E-05		
26					-3577.51	-6133.58	-6792.86	-2532.97	-5055.12	-6144.196	-5.17	-4.11	5.75	0.067	-4.87	-1.57E-04	0.250	-3.93E-05		
27					-6406	-6807.41	-7247.03	-5242.63	-6880.07	-8109.628	-6.03	-5.19	6.15	0.030	-5.92	-1.61E-04	0.250	-3.88E-05		
28					-11805.5	-1251.94	-3883.44	-1147.19	-7738.69	-6564.06	-6.98	-8.36	2.05	0.095	-7.23	-2.33E-04	0.250	-5.83E-05		
29					2921.82	-522.905	-910.97	-2905.99	-11692.4	-6043.375	-0.26	-15.60	0.00	0.100	-2.82	-3.10E-05	0.250	-2.27E-05		
30					-11674	-5184.73	-3620.96	-11479.1	-7711.5	-6886.14	-6.89	-8.36	0.25	0.095	-7.16	-2.31E-04	0.250	-5.77E-05		
31					-6255.81	-6487.07	-6177.02	-5221.01	-6321.61	-5027.655	-5.38	-5.37	0.546	0.161	-5.84	-1.88E-04	0.250	-4.97E-05		
32					-3497.89	-6086.17	-745.47	-2601.32	-5030.84	-4731.9775	-5.19	-4.82	0.95	0.087	-5.10	-1.45E-04	0.250	-3.88E-05		
33					-5017.46	-5576.08	-5798.93	-5231.73	-4162.27	-4911.82	-5.46	-3.86	-3.55	-0.032	-4.94	-1.59E-04	0.250	-3.99E-05		
34					-3630.06	-4872.49	-5423.87	-2077.3	-3247.3	-3893.76	-4.64	-3.07	-3.56	-0.039	-4.06	-1.31E-04	0.250	-3.28E-05		
35					-4380.44	-4899.98	-5100.63	-2338.75	-3225.17	-3544.42	-4.79	-3.03	-3.57	0.026	-4.06	-1.31E-04	0.375	-4.92E-05		
36					-4161.16	-4477.68	-4806.67	-2336.81	-3639.73	-3262.1	-4.58	-2.81	-4.58	-0.042	-3.66	-1.49E-04	0.375	-4.92E-05		
37					-4098.48	-4340.01	-4507.94	-2544.52	-2699.96	-3157.985	-4.32	-2.83	-3.59	-0.019	-3.48	-1.12E-04	0.500	-5.61E-05		
38					-4023.17	-4154.23	-4304.39	-2650.55	-2967.76	-3207.315	-4.16	-2.94	-3.60	-0.038	-3.40	-1.10E-04	0.500	-5.48E-05		
39					-4148.31	-4082.78	-4132.99	-2957.47	-3167.69	-3308.43	-4.12	-3.15	-3.60	-0.055	-4.07	-1.12E-04	0.500	-5.68E-05		
40					-3900.92	-3986.64	-3964.72	-3189.68	-3375.65	-3534.265	-3.92	-3.36	-3.60	-0.068	-3.51	-1.13E-04	0.500	-5.66E-05		
41					-3651.65	-3739.51	-3714.96	-3657.26	-3741.66	-3741.66	-3.74	-3.74	-3.74	-0.068	-3.65	-1.18E-04	0.500	-5.81E-05		
42					-3653.68	-3619.91	-3701.68	-3744.19	-3976.13	-4108.315	-3.63	-3.94	-3.59	-0.099	-3.89	-1.25E-04	0.500	-6.25E-05		
43					-3492.43	-3560.68	-3609.14	-4148.94	-3976.13	-4459.47	-3.55	-4.33	-3.58	-0.095	-4.49	-1.35E-04	0.500	-6.75E-05		
44					-3576.53	-3542.13	-3551.59	-4703.22	-4833.32	-4887.396	-3.66	-4.81	-3.57	-0.099	-4.59	-1.48E-04	0.500	-7.41E-05		
45					-3688.13	-3553.89	-3522.82	-5435.94	-5476.36	-5439.42	-3.69	-5.45	3.55	0.100	-5.14	-1.66E-04	0.500	-8.29E-05		
46					-3595.32	-3801.58	-4274.77	-6854.66	-6709.18	-6806.5175	-3.80	-5.54	3.50	0.086	-5.63	-1.68E-04	0.500	-8.05E-05		
47					-4082.37	-4119.95	-4024.66	-5688.5	-6730.43	-6511.445	-4.08	-6.64	3.52	-0.092	-6.14	-1.98E-04	0.500	-9.90E-05		
48					-5109.64	-4985.61	-4793.25	-6401.6	-7292.34	-6997.765	-4.96	-7.23	3.50	-0.082	-6.71	-2.17E-04	0.500	-1.08E-04		
49					-6739.66	-6489.27	-6803.7	-8124.74	-8063.13	-7319.6195	-6.34	-7.83	3.47	0.067	-7.42	-2.59E-04	0.375	-8.98E-05		
50					-7475.19	-7485.18	-6588.22	-8597.13	-8419.73	-7649.8975	-7.22	-8.22	3.46	-0.059	-7.92	-2.26E-04	0.250	-6.38E-05		
51					-10571.5	-9321.59	-8381.51	-10111.1	-9444.02	-7920.155	-9.18	-9.15	3.50	-0.049	-9.15	-2.65E-04	0.250	-9.16E-05		
52					-11505.1	-11221.6	-8300.7	-10528	-10186	-7626.8225	-10.34	-9.45	3.43	-0.038	-9.78	-3.15E-04	0.250	-7.89E-05		
53					-17246.2	-13927.7	-8480.01	-13537.9	-11059.5	-6794.09	-13.22	-10.46	3.42	-0.027	-11.60	-3.74E-04	0.250	-9.35E-05		
54					-22655.7	-19064	-6166.07	-16723.5	-11210.6	-5673.51	-15.96	-11.20	3.40	0.014	-13.36	-4.31E-04	0.250	-1.08E-04		
55					-43490.6	-12959.1	-4590.22	-44.77	-22917.7	-2485.655	-20.53	-8.61	3.50	0.000	-15.57	-4.70E-04	0.125	-5.88E-05		

BIBLIOGRAFIA

American Concrete Institute 318: *Building code requirements for structural concrete*, 2005.

British Standard 8110, part 1: *Code of practice for design and construction*, 1997.

CEB-FIP Model Code, 1990.

Eurocódigo 2, parte 1-1: *Regras gerais e regras para edifícios*, 2004.

Figueiras, Joaquim A. – *Análise e Dimensionamento de Lajes Fungiformes*, Apontamentos, 1998.

Figueiras, Joaquim A. – *Dimensionamento de Estruturas de Betão Pré-esforçado*, Apontamentos, 1993.

Freyssinet - *O Pré-esforço em Lajes*, Catálogo de sistemas de pré-esforço, 2007.

Kennedy, Gerard e Goodchild, Charles – *Practical yield line design*, 2004.

Khan, Sami e Williams, Martin – *Post-tensioned Concrete Floors*, Butterworth-Heinemann, 1995.

Ramos, António Manuel Pinho – *Punçoamento em Lajes Fungiformes Pré-esforçadas*, Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa, 2003.

VSL – *Post-tensioned Slabs*, Relatório técnico, 1985.

VSL – *VSL Construction Systems*, Catálogo de sistemas de pré-esforço, 2006.