

DESENVOLVIMENTO DE UM TOOLKIT EM EXCEL PARA O DIMENSIONAMENTO DE PILARES MISTOS SEGUNDO O EUROCÓDIGO 4

LUÍS FILIPE PIRES RODRIGUES

Projecto submetido para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professora Doutora Elsa de Sá Caetano

ABRIL DE 2008

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2007/2008

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2007/2008 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

*Aos meus pais,
ao meu irmão*

AGRADECIMENTOS

À Professora Elsa de Sá Caetano, o meu sincero agradecimento pela forma sempre solícita e simpática como me apoiou e orientou na elaboração deste projecto, pelo aconselhamento e conhecimentos transmitidos, o que para mim constituiu um enorme privilégio.

Ao Professor José Mota Freitas, o meu muito obrigado pela disponibilidade de sempre, pela forma entusiasmante com que partilhou a sua experiência, pela amizade demonstrada.

À Eng.^a Guilhermina Barreto, pela disponibilidade demonstrada na colaboração prestada, fornecendo elementos relativos ao Edifício Burgo.

Aos colegas de Mestrado Integrado, à Sara Pinto, ao Pedro Bezerra, ao Diogo Carneiro, ao Diogo Coutinho, ao Rui Araújo, ao António Lima, que comigo correram esta última etapa do percurso académico.

A todos os meus Amigos, por verdadeiramente o serem.

À Mariana, pelo carinho e atenção dedicados. Pela amizade. Pelo apoio constante. Por todos os momentos que passamos juntos.

À minha querida família, por acreditar em mim.

RESUMO

O meio técnico está familiarizado a utilizar, dimensionar e verificar estruturas de betão armado ou estruturas metálicas. Nas últimas décadas, uma nova forma de associar o aço e o betão tem vindo a ser crescentemente utilizada nos sistemas estruturais dos edifícios, entre outros. São as estruturas mistas aço-betão, que se diferenciam das estruturas em betão armado pela forma como combinam numa secção transversal a utilização do aço e do betão.

Entre os elementos que constituem as estruturas mistas contam-se os pilares, onde o perfil de aço associado ao betão permite um ganho considerável em termos de resistência global, enquanto se melhoram os problemas de encurvadura associados aos pilares metálicos. Por outro lado o uso deste tipo de pilares permite reduzir a dimensão das secções, ou quando necessário, manter a mesma dimensão de uma secção alternando a sua capacidade resistente, o que traz consideráveis vantagens do ponto de vista funcional e arquitectónico.

É sobre os pilares mistos que este trabalho se debruça. A sua crescente importância na construção, aliada ao facto de não existir software disponível para o seu dimensionamento, leva a que através deste trabalho se procure criar uma ferramenta de cálculo automático que permita ao projectista a elaboração de um pré-dimensionamento e a realização de verificações de um modo rápido e sistemático.

Conta-se na parte inicial deste projecto, com um estudo sobre os vários elementos que constituem uma estrutura mista: vigas, lajes e pilares e uma breve caracterização dos materiais que os constituem.

De modo a estudar os princípios de dimensionamento dos pilares mistos desenvolve-se e discute-se a norma europeia associada, o Eurocódigo 4. O programa desenvolve-se tendo em conta o método de cálculo preconizado pela norma e no final apresentam-se exemplos de utilização e respectivos relatórios de verificações. A validade dos resultados apresentados pela aplicação é verificada através da sua comparação com exemplos resolvidos analiticamente.

Verificados os resultados provenientes da aplicação garante-se o cumprimento do objectivo principal do trabalho, com a apresentação de uma implementação automática validada, de grande utilidade no projecto de estruturas.

PALAVRAS-CHAVE: estruturas mistas aço-betão, pilar misto, eurocódigo4, Excel, aplicação automática.

ABSTRACT

Reinforced concrete and steel are the most common construction types in civil engineering. The combined use of steel and concrete, taking profit of the best properties of the two materials in a so called composite structure is a relatively recent development which has been more and more used in construction.

The composite columns are a single part of a composite structure. Here, the steel profile combined with concrete, increases the overall strength of the element and buckling resistance. The use of composite columns also has advantages by reducing the dimensions of the sections, or in case of necessity, keeps the same dimension of a section with different levels of resistance.

This work is focus on composite columns. Their increasing importance in construction, combined with the rare existence software for design, brought the motivation to develop an automatic tool for calculation of the resistance of composite columns.

The dissertation starts with a state-of-art of composite steel-concrete construction, with particular emphasis to the different structural elements (beams, slabs and columns). Properties of involved construction materials are briefly presented.

The methodology for design and verification according to the Eurocode 4 is then described, supporting the development of automatic toolkit based on the Excel platform.

Various examples are introduced and solved analytically to validate and evaluate errors involved in small simplifications necessary to automatic verification. It is concluded that very small errors result in the final resistance of the diverse columns types implementations. Therefore the developed application constitutes a very useful tool in the design of composite columns.

KEYWORDS: steel-concrete structures, composite column, eurocode4, Excel, automatic application.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO.....	iii
ABSTRACT.....	v
ÍNDICE GERAL.....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xi
ÍNDICE DE TABELAS.....	xv
SIMBOLOGIA.....	xvii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. MOTIVAÇÃO.....	1
1.2. OBJECTIVOS E PLANO DE TRABALHO.....	1
2. ESTRUTURAS MISTAS AÇO - BETÃO.....	3
2.1. INTRODUÇÃO.....	3
2.2. ELEMENTOS MISTOS.....	5
2.2.1. VIGAS MISTAS.....	5
2.2.2. LAJES MISTAS.....	6
2.2.3. PILARES MISTOS.....	7
2.2.3.1. Vantagens de utilização.....	8
2.2.3.2. Desvantagens / Limitações.....	9
2.3. USO DE PILARES MISTOS NA CONSTRUÇÃO.....	10
2.3.1. MILLENIUM TOWER EM VIENA, ÁUSTRIA.....	10
2.3.2. EDIFÍCIO BURGO, PORTO.....	12
2.3.2.1. Estrutura.....	12
2.3.2.2. Pilares da Torre.....	13
3. CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS.....	17
3.1. BETÃO.....	17
3.2. ARMADURA ORDINÁRIA.....	20
3.3. AÇO ESTRUTURAL.....	20
4. DIMENSIONAMENTO SEGUNDO O EUROCÓDIGO 4.....	23
4.1. INTRODUÇÃO.....	23
4.2. MÉTODOS DE CÁLCULO.....	24

4.3. ENCURVADURA LOCAL DOS ELEMENTOS DE AÇO.....	24
4.4. TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇOS ENTRE O AÇO E O BETÃO EM UNIÕES VIGA-PILAR	25
4.5. USO DO MÉTODO SIMPLIFICADO DE CÁLCULO	26
4.6. PILARES MISTOS SUBMETIDOS A COMPRESSÃO SIMPLES.....	27
4.6.1. RESISTÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL	27
4.6.2. ESBELTEZA RELATIVA DE UM PILAR MISTO.....	28
4.6.3. RESISTÊNCIA À ENCURVADURA	29
4.7. RESISTÊNCIA EM COMPRESSÃO E FLEXÃO.....	32
4.7.1. RESISTÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL SUBMETIDA A ESFORÇO AXIAL E MOMENTO FLECTOR.....	32
4.7.2. MOMENTOS FLECTORES DE SEGUNDA ORDEM.....	36
4.7.3. RESISTÊNCIA DA SECÇÃO SUBMETIDA A COMPRESSÃO AXIAL E MOMENTO FLECTOR NUM SÓPLANO	38
4.7.4. RESISTÊNCIA DA SECÇÃO EM FLEXÃO DESVIADA.....	39
4.8. RESISTÊNCIA AO ESFORÇO DE CORTE TRANSVERSAL	40
5. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	43
5.1. PILAR DE SECÇÃO TRANSVERSAL CONSTITUÍDA POR PERFIL H TOTALMENTE ENVOLVIDO EM BETÃO SUBMETIDO A FLEXÃO COMPOSTA	43
5.1.1. DADOS DE PARTIDA	43
5.1.1.1. Sistema Estrutural	43
5.1.1.2. Cargas	43
5.1.1.3. Secção Transversal.....	44
5.1.1.4. Recobrimento do Betão e da Armadura.....	44
5.1.2 SECÇÃO TRANSVERSAL.....	44
5.1.2.1. Áreas	44
5.1.2.2. Contribuição da Armadura.....	45
5.1.2.3. Momentos de inércia relativamente ao eixo y da secção	45
5.1.2.4. Momentos de inércia relativamente ao eixo z da secção	45
5.1.3. VALORES BÁSICOS.....	46
5.1.3.1. Propriedades dos materiais.....	46
5.1.3.2 Resistência Plástica da secção para cargas axiais.....	47
5.1.3.3. Coeficiente de contribuição do aço	47
5.1.4. ENCURVADURA EM TORNO DO EIXO DE MENOR INÉRCIA DA SECÇÃO	47
5.1.4.1. Cargas de cálculo	47
5.1.4.2. Rigidez efectiva	47

5.1.4.3. Esbelteza Associada	48
5.1.4.4. Resistência do elemento a cargas axiais.....	48
5.1.5. FLEXÃO EM TORNO DO EIXO DE MAIOR INÉRCIA DA SECÇÃO	49
5.1.5.1. Cargas de cálculo.....	49
5.1.5.2. Rigidez efectiva	49
5.1.5.3. Esbelteza Associada	49
5.1.5.4. Resistência do elemento a cargas axiais.....	49
5.1.5.5. Curva de Interação da Secção Transversal	50
5.1.5.6. Momento Interno	53
5.1.5.7. Resistência em flexão composta	54
5.2. CÁLCULO DA RESISTÊNCIA PLÁSTICA A CARGAS AXIAIS DE UMA SECÇÃO CIRCULAR OCA PREENCHIDA POR BETÃO	55
5.2.1. DADOS DE PARTIDA.....	55
5.2.1.1. Secção Transversal.....	55
5.2.1.2. Cargas.....	55
5.2.1.3. Coeficiente de fluência	55
5.2.1.4. Comprimento efectivo	55
5.2.2. ÁREAS.....	56
5.2.3. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	56
5.2.3.1. Resistências de cálculo dos materiais	56
5.2.3.1. Módulos de Elasticidade	57
5.2.4. MOMENTOS DE INÉRCIA.....	57
5.2.5. RIGIDEZ EFECTIVA.....	57
5.2.6. ESBELTEZA RELATIVA	57
5.2.7. RESISTÊNCIA PLÁSTICA DA SECÇÃO A CARGAS AXIAIS	58
5.3. DETERMINAÇÃO DA CURVA DE INTERACÇÃO PARA O EIXO Y DA SECÇÃO DE UM PILAR MISTO	59
5.3.1. DADOS DE PARTIDA.....	59
5.3.2. ÁREAS.....	59
5.3.3. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	60
5.3.3.1. Resistências características e de cálculo	60
5.3.3.2. Módulos de Elasticidade	60
5.3.4. VALORES BÁSICOS	60
5.3.4.1. Resistência Plástica da secção para cargas axiais	60

5.3.4.2. Coeficiente de contribuição do aço	61
5.3.4.3 Módulos de flexão plástica	61
5.3.5. DETERMINAÇÃO DOS PONTOS DA CURVA DE INTERACÇÃO DA SECÇÃO	62
6. IMPLEMENTAÇÃO AUTOMÁTICA DAS DISPOSIÇÕES DO EC4	67
6.1. INTRODUÇÃO	67
6.2. CAMPO DE APLICAÇÃO	67
6.3. DESCRIÇÃO DO SISTEMA DESENVOLVIDO	68
6.3.1. EXPOSIÇÃO GERAL	68
6.3.2. ANÁLISE DAS RESTRIÇÕES À APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMPLIFICADO DO EUROCÓDIGO4	69
6.3.3. CONSIDERAÇÕES RELATIVAS À ARMADURA LONGITUDINAL.....	70
6.3.4. BASES DE DADOS.....	72
6.3.5. CÁLCULO DO EIXO NEUTRO	72
6.3.5.1. Áreas de compressão e tracção em função dos parâmetros da secção e da altura da linha neutra.....	73
6.3.5.2 Escolha da altura que iguala as forças de compressão e tracção.....	91
6.3.5.3 Validação do método usado na determinação da linha neutra	93
6.3.6. VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS	94
6.3.6.1. Verificação da secção em compressão simples / encurvadura do pilar	95
6.3.6.2. Verificação da secção em flexão composta e desviada	95
6.3.6.3. Verificação da resistência ao esforço transversal.....	97
6.4. UTILIZAÇÃO DA APLICAÇÃO DESENVOLVIDA	97
6.5. VERIFICAÇÃO AUTOMÁTICA DE PILARES MISTOS FAZENDO USO DA APLICAÇÃO DESENVOLVIDA	98
6.5.1. ANÁLISE DA CAPACIDADE RESISTENTE A ESFORÇOS AXIAIS E MOMENTO DE UM PILAR DE SECÇÃO CONSTITUÍDA POR PERFIL H COMPLETAMENTE ENVOLVIDO POR BETÃO.....	99
6.5.2. RESISTÊNCIA A ESFORÇOS AXIAIS DE PILAR MISTO CONSTITUÍDA POR PERFIL CIRCULAR OCO PREENCHIDO POR BETÃO.....	100
7. CONCLUSÕES	103
BIBLIOGRAFIA	105
ANEXO A	107
ANEXO B	113

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Efeito da solidarização entre duas vigas em flexão	3
Figura 2.2 - Torres São Gabriel e São Rafael - Parque das Nações, Lisboa	4
Figura 2.3 - Viga mista	6
Figura 2.4 - Laje com chapa de aço perfilada.....	7
Figura 2.5 - Ligação da viga de aço à laje mista, através de pernos de cabeça.....	7
Figura 2.6 - Exemplos de pilares: a) completamente envolvidos em betão; b) parcialmente envolvidos em betão; c) preenchidos por betão	8
Figura 2.7 - Sequência da construção de uma estrutura mista.	9
Figura 2.8 - Millenium Tower, Viena	10
Figura 2.9 - Progresso da construção.....	10
Figura 2.10 - Planta da Torre Milénio.....	11
Figura 2.11 - Secção dos pilares da Millenium Tower	12
Figura 2.12 - Projecto do edifício	12
Figura 2.13 - Planta estrutural do piso 3 da torre.....	13
Figura 2.14 - Secção dos pilares da torre do edifício Burgo.....	16
Figura 2.15 - Construção dos pilares da torre.....	14
Figura 2.16 - Pormenor da ligação dos perfis metálicos e armaduras dos pilares mistos.	15
Figura 2.17 - Ligação entre perfis dos pilares misto	15
Figura 3.1- Representação esquemática da relação tensão – extensão para análise estrutural (o uso de 0,4 fcm para a definição de Ecm constitui uma aproximação)	18
Figura 3.2 - Ábacos usados para a determinação do coeficiente de fluência (retirados de [3]).....	19
Figura 3.3 - Diagrama de tensões – extensões para armadura ordinária em varão	20
Figura 3.4 - Tensões de cedência do aço estrutural laminado a quente	21
Figura 3.5 - Relação bi-linear tensão - extensão do aço estrutural.	22
Figura 4.1 - Secções transversais típicas de pilares mistos aço-betão	23
Figura 4.2 - Transferência de forças numa união mista viga-pilar.....	25
Figura 4.3 - Uso de conectores para melhorar a transferência de forças em pilares mistos	26
Figura 4.4 - Curvas de encurvadura aplicáveis aos pilares mistos.....	30
Figura 4.5 - Curva de interacção para flexão composta	32
Figura 4.6 - Curva ABCDE de interacção M-N para flexão composta.....	32
Figura 4.7 - Blocos de tensões para os diferentes pontos da curva de interacção	33
Figura 4.8 - Tensões adicionais no ponto D.	34
Figura 4.9 - Relação r entre momentos de extremidade	37

Figura 4.10 - Resistência a esforço normal e flexão uniaxial.....	38
Figura 4.11 - Curvas de interação M-N para os eixos y e z e diagrama de interação para momentos em dois planos.....	39
Figura 6.1 - Secções transversais tipo de pilares mistos (retirado de [])	68
Figura 6.2 - Organogramas exemplificativos dos caminhos percorridos pela aplicação (a) e pelo utilizador (b)) através das diferentes folhas de cálculo.	69
Figura 6.3 - Mensagem de erro apresentada pelo programa.....	70
Figura 6.4 - Armadura de pilar misto repartida por três níveis.....	71
Figura 6.5 - Base de dados	72
Figura 6.6 - Definição da posição da linha neutra	73
Figura 6.7 - Parâmetros geométricos dos perfis I e H.....	74
Figura 6.8 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos yy).....	75
Figura 6.9 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos zz).....	77
Figura 6.10 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos yy).....	79
Figura 6.11 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos zz).....	80
Figura 6.12 - Áreas exterior e interior ao perfil metálico oco de uma parte da circunferência.....	81
Figura 6.13 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos yy).....	84
Figura 6.14 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos zz).....	85
Figura 6.15 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos yy).....	86
Figura 6.16 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos yy).....	88
Figura 6.17 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos zz).....	90
Figura 6.18 - Parcial da folha de cálculo que determina a posição da linha neutra para secções compostas por perfil circular oco preenchido por betão.....	92
Figura 6.19- Incremento de três colunas na folha de cálculo relativa à determinação da linha neutra.	92
Figura 6.20 - Perfil Rectangular Oco preenchido por betão.....	93
Figura 6.21 - Curva de interação simplificada	95
Figura 6.22 - Curva de interação de momentos e esforços axiais reduzidos.	96
Figura 6.23 - Curva de interação M-N para o eixo dos zz do exercício apresentado em 4.1.	96
Figura 6.24 - Menu inicial	97
Figura 6.25 - Folha de introdução de dados para verificação de pilar composto por perfil circular oco preenchido por betão.....	98
Figura 6.26 - Introdução de dados para cálculo de secção composta por perfil H completamente envolvido em betão.....	99
Figura 6.27 - Introdução de dados para análise da resistência de pilar constituído por perfil circular oco preenchido por betão.....	100

Figura - A.1.....	109
Figura - A.2.....	110
Figura - A.3.....	111
Figura - A.4.....	112
Figura - B.1.....	115
Figura - B.2.....	116

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 - Principais características dos betões de massa volúmica normal	17
Tabela 4.1 – Curvas de encurvadura e imperfeições das peças.....	30
Tabela 4.2 - Valores do factor de imperfeição α	31
Tabela 6.1 - Terminologia usada na definição das áreas em compressão e tracção	74
Tabela 6.2 – Capacidades resistentes de um pilar calculadas analiticamente e através da aplicação desenvolvida.....	100

SIMBOLOGIA

A_a	Área de aço estrutural
A_{ac}	Área de aço estrutural em compressão
A_{at}	Área de aço estrutural em tracção
A_c	Área de betão
A_{cc}	Área de betão em compressão
A_{perfil}	Área do perfil metálico
A_s	Área de armadura longitudinal
A_{sc}	Área de armadura em compressão
A_{st}	Área de armadura em tracção
A_v	Área de corte da secção de aço estrutural
b	Largura do banzo de perfis I/H
b_c	Largura da secção mista
c_y	Recobrimento da armadura longitudinal na direcção do eixo dos yy
c_z	Recobrimento da armadura longitudinal na direcção do eixo dos zz
d	Diâmetro de perfil circular oco
E_a	Módulo de elasticidade do aço estrutural
E_{cm}	Módulo de elasticidade secante do betão
$(E_c)_{eff}$	Módulo de elasticidade reduzido do betão
$(EI)_{eff}$	Valor característico da rigidez efectiva de uma secção mista
$(EI)_{eff,II}$	Valor de cálculo da rigidez efectiva de uma secção mista
e_s	Espessura do aro de armadura longitudinal
E_s	Módulo de elasticidade do aço de varão
f_{cd}	Valor de cálculo da tensão resistente à compressão do betão
f_{ck}	Valor característico da resistência à compressão do betão
f_{ctm}	Valor médio da resistência à compressão do betão
f_{sd}	Valor de cálculo da tensão resistente em tracção do aço da armadura
f_{sk}	Valor característico da resistência à tracção da armadura

f_u	Valor da resistência última à tracção do aço estrutural
f_{yd}	Valor de cálculo da tensão resistente em tracção do aço estrutural
f_y	Valor característico da resistência à tracção do aço estrutural
h	Altura do perfil metálico
h_c	Altura da secção mista
h_i	Altura entre banzos de um perfil I/H
h_n	Altura da linha neutra relativamente ao eixo da secção
h_0	Espessura equivalente da secção de betão
I_a	Momento de inércia do aço estrutural
I_c	Momento de inércia do betão
I_s	Momento de inércia da armadura ordinária
k	Factor de amplificação do momento de primeira ordem
k_e	Factor de correcção usado na determinação da rigidez efectiva característica
$k_{e,II}$	Factor de correcção usado na determinação da rigidez efectiva de cálculo
k_0	Factor de calibração usado no cálculo da rigidez de efectiva
L	Comprimento do pilar misto
l_e	Comprimento efectivo do pilar
M	Momento flector
$M_{máx}$	Momento máximo
M_n	Momento flector associado a uma secção de altura $2h_n$
M_{pl}	Momento plástico
M_{Rd}	Momento resistente de cálculo
M_{sd}	Momento actuante de cálculo
N	Esforço axial
N	Classe de cimento
N_{cr}	Carga crítica do pilar
$(N_{cr})_{eff}$	Carga crítica efectiva
N_G	Esforço axial permanente

N_{pl}	Esforço axial plástico
N_{pm}	Esforço axial resistente associado á área de betão da secção mista
N_Q	Esforço axial variável
N_{Rd}	Esforço axial resistente de cálculo
N_{Rk}	Esforço axial resistente característico
N_{sd}	Esforço axial actuante de cálculo
P_{Rd}	Resistência ao corte dos conectores
P_s	Perímetro do aro de armadura longitudinal
r	Relação entre os momentos de extremidade
R	Classe de cimento
S	Classe de cimento
t	Espessura do perfil oco
t	Idade do betão
t_f	Espessura dos banzos de perfil I/H
t_w	Espessura da alma de perfil I ou H
t_0	Idade do betão na altura do carregamento
u	Perímetro da secção de betão
V_{pl}	Esforço de corte plástico
V_{Rd}	Valor de cálculo do esforço de corte resistente
V_{sd}	Valor de cálculo do esforço de corte actuante
α	Factor de imperfeição dos perfis de aço estrutural
α_M	Factor que tem em conta as simplificações usadas no método de cálculo
β	Coefficiente genérico utilizado no cálculo do factor k
γ_a	Coefficiente de segurança do aço estrutural
γ_c	Coefficiente de segurança do betão
γ_s	Coefficiente de segurança da armadura longitudinal
δ	Contribuição relativa da secção de aço estrutural
ε	Factor genérico usado na avaliação da esbelteza das secções
ε_s	Extensão do aço de armadura ordinária

ε_{uk}	Extensão última do aço de armadura
η	Factor genérico usado no cálculo da resistência dos betões leves
η_a	Coefficiente usado no cálculo da resistência à compressão de uma secção mista composta por perfil circular oco preenchido por betão (associado ao aço estrutural)
η_{a0}	Valor de η_a para uma excentricidade nula
η_c	Coefficiente usado no cálculo da resistência à compressão de uma secção mista composta por perfil circular oco preenchido por betão (associado ao betão)
η_{c0}	Valor de η_0 para uma excentricidade nula
$\bar{\lambda}$	Esbelteza relativa de um pilar misto.
μ	Coefficiente de atrito
μ_d	Valor de cálculo do momento flector reduzido
ρ	Peso volúmico
ρ	Factor de redução da resistência plástica do perfil de aço
φ	Coefficiente de fluência do betão
Φ	Coefficiente utilizado no cálculo do factor χ
χ	Factor de redução da resistência por encurvadura
χ_d	Valor de cálculo do esforço axial reduzido
ω_{pa}	Módulo de flexão plástica do aço estrutural
ω_{pan}	Módulo de flexão plástica do aço estrutural situado numa altura de $2h_n$
ω_{pc}	Módulo de flexão plástica do betão.
ω_{pcn}	Módulo de flexão plástica do betão situado numa altura de $2h_n$
ω_{ps}	Módulo de flexão plástica da armadura.
ω_{psn}	Módulo de flexão plástica da armadura situada numa altura de $2h_n$

1

INTRODUÇÃO

1.1. MOTIVAÇÃO

As estruturas mistas aço-betão têm tido um papel preponderante no desenvolvimento e modernização da arquitectura e da construção ao longo dos últimos anos.

Do ponto de vista da arquitectura, e tendo em conta as necessidades actuais da maximização dos espaços úteis, os elementos mistos possibilitam não só vencer grandes vãos, dada a grande rigidez que podem alcançar, como reduzir as dimensões das secções a usar. A conjugação dos materiais aço estrutural e betão possibilita a criação de elementos de grande rigidez e resistência, ao mesmo tempo que permite um aligeiramento das estruturas (o betão ineficaz de um elemento é substituído pelo aço estrutural, mais leve) e conseqüente alívio das fundações. À menor dimensão dos elementos alia-se a redução das superfícies a revestir e o aumento da flexibilidade de utilização dos espaços.

A utilização do aço estrutural apresenta ainda a vantagem de permitir o avanço rápido das construções. A sua fácil montagem e alta resistência permitem, que num edifício, os pisos superiores avancem em estrutura de aço, capaz de suportar as cargas permanentes, enquanto os pisos inferiores são betonados.

Evidenciada a grande importância das estruturas mistas na construção actual, deve o engenheiro projectista da área de estruturas possuir meios que lhe permitam uma resposta rápida quando solicitado. As normas que regulam o dimensionamento dos elementos mistos nem sempre são de fácil e rápida interpretação. Interessa, portanto, sistematizar métodos de cálculo, automatizá-los, para que possam ser utilizados frequentemente.

Os softwares comerciais actualmente existentes e destinados ao cálculo de elementos mistos têm ainda pouca expressão e não se dedicam ao dimensionamento dos pilares, particularmente trabalhoso se efectuado com apoio no Eurocódigo 4 (EC4)[1]. Com base nestas ideias, existe todo o interesse em desenvolver uma aplicação de cálculo automático de pilares mistos, acessível ao projectista e de fácil emprego. Escolheu-se especificamente o Excel como plataforma de desenvolvimento dessa aplicação, dada a sua generalizada utilização.

1.2. OBJECTIVOS E PLANO DE TRABALHO

O trabalho aqui apresentado tem como objectivo primordial o desenvolvimento de uma ferramenta de cálculo automático destinada à realização do pré-dimensionamento e verificação de segurança de pilares mistos utilizando o EC 4.

Como primeira abordagem ao tema, é realizado um estudo das estruturas mistas aço – betão e dos seus elementos constituintes (vigas, lajes e pilares), tendo por base uma cuidada pesquisa bibliográfica. Apresentam-se também, as propriedades dos materiais que constituem as estruturas mistas.

A partir deste momento, o trabalho foca o estudo dos pilares mistos, apresentando as vantagens e desvantagens decorrentes do uso deste tipo de elementos, bem como exemplos da sua aplicação na construção. A regulamentação associada é introduzida e discutida, apresentando-se em capítulo próprio as bases de dimensionamento e verificações a efectuar neste tipo de pilares. Exemplos de aplicação, resolvidos analiticamente, ajudam a consolidar o método de cálculo associado aos pilares mistos, que servirá também de base, ao desenvolvimento da aplicação.

Desenvolve-se então, com base no EC4 uma aplicação de verificação automática através do programa EXCEL 2003, sendo no final apresentados exemplos de utilização. A validação dos resultados obtidos é efectuada por comparação com os exemplos resolvidos analiticamente.

O trabalho está organizado em 7 capítulos, que correspondem aos objectivos enunciados e que foram designados por:

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO – Este capítulo, já apresentado esclarece o propósito com que este trabalho se desenvolve, evidenciando a importância das estruturas mistas aço – betão e da necessidade de sistematizar o seu processo de cálculo.

CAPÍTULO 2 – ESTRUTURAS MISTAS AÇO-BETÃO – Na parte introdutória deste capítulo explica-se o modo de funcionamento das estruturas mistas aço-betão e as vantagens que advêm da sua utilização. Faz-se ainda referência a uma obra existente em Portugal que fez uso deste tipo de estrutura.

CAPÍTULO 3 – CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS – São expostas as características mecânicas dos materiais usados na concepção dos pilares mistos: betão, armadura ordinária e aço estrutural.

CAPÍTULO 4 – DIMENSIONAMENTO SEGUNDO O EC4 – Ao longo deste capítulo são esclarecidos os métodos de cálculo de pilares mistos preconizados pelo EC4, na sua versão mais recente de 2004. O método simplificado, passível de ser aplicado a grande parte das secções que constituem os pilares mistos, é descrito pormenorizadamente, tendo em conta as restrições de disposições construtivas e os métodos de avaliação dos estados limites últimos.

CAPÍTULO 5 – EXEMPLOS DE APLICAÇÃO – De modo a consolidar o método de cálculo simplificado, exposto no capítulo anterior são resolvidos três exemplos de aplicação. Dois exemplos em que a secção do pilar é constituída por perfis H completamente envolvidos em betão e um exemplo em que a secção corresponde a perfil circular oco preenchido por betão.

CAPÍTULO 6 – IMPLEMENTAÇÃO AUTOMÁTICA DAS DISPOSIÇÕES DO EC4 – Após o desenvolvimento da aplicação de cálculo automático de pilares mistos, com base no método simplificado do EC4, apresentam-se neste capítulo as suas potencialidades, os passos dados na sua elaboração, bem como exemplos de utilização. Os resultados provenientes da implementação automática são comparados com os obtidos da resolução analítica, no capítulo 5.

CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES – Neste capítulo atesta-se sobre a validade da aplicação e da sua importância na área do projecto de estruturas. Avaliam-se as simplificações e considerações efectuadas durante o desenvolvimento da aplicação, nomeadamente acerca do posicionamento da armadura longitudinal e da determinação da posição da linha neutra para cada secção.

2

ESTRUTURAS MISTAS
AÇO - BETÃO

2.1. INTRODUÇÃO

De uma maneira geral, em construção, um elemento estrutural é definido como misto se lhe forem associados dois materiais de natureza e propriedades diferentes, com o objectivo de tirar, no plano da mecânica, o melhor partido possível dessa associação. Neste trabalho é considerado o caso mais frequente, o das construções mistas aço - betão, com a ideia de utilizar:

- o betão para resistir aos esforços de compressão;
- o aço para resistir aos esforços de tracção.

A mesma ideia é explorada no betão armado, no entanto existe um aspecto específico das construções mistas: o papel essencial desenvolvido pela conexão. Um exemplo muito simples, representado na figura 1, permite uma rápida compreensão deste facto: a viga é simplesmente apoiada, constituída por duas secções rectangulares idênticas e sobrepostas, sem ligação, no caso (a) e perfeitamente solidarizadas no outro caso (b). Se se supuser um comportamento elástico, é fácil de verificar imediatamente que, para um mesmo carregamento P , a presença de uma ligação perfeita reduz as tensões máximas e a flecha.

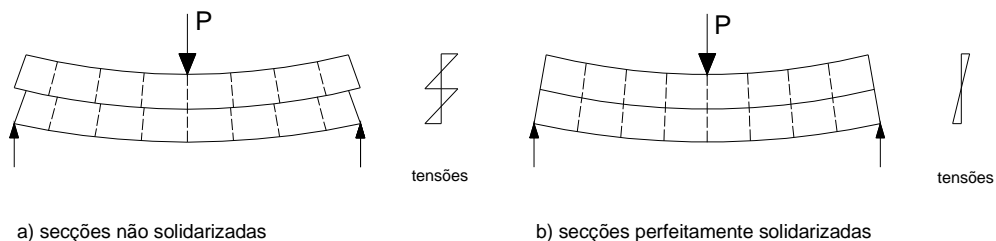


Figura 2.1 - Efeito da solidarização entre duas vigas em flexão

Em geral, nas construções mistas aço - betão a aderência entre o elemento de aço e o elemento de betão não existe naturalmente, e nos casos dos pilares, vigas e lajes mistas de formas particulares a solidarização entre os dois materiais é obtida por elementos de ligação, ditos conectores, fixos sobre o

elemento metálico, que têm o papel de impedir, ou no mínimo de limitar, o deslizamento que se produz ao longo da interface aço – betão.

A utilização de estruturas mistas tem vindo a crescer consideravelmente nos últimos anos. Vários factores, entre os quais a necessidade cada vez maior de grandes áreas livres por pavimento, que se traduzem em grandes vãos para as vigas, acréscimo de força vertical nos pilares e um maior espaçamento entre eles, contribuem decisivamente para este desenvolvimento das estruturas mistas.

Neste tipo de situação, os elementos mistos possibilitam a redução das dimensões da secção transversal, ampliando as áreas livres e reduzindo as forças verticais que chegam às fundações. Outro aspecto importante é a necessidade de atender aos apertados prazos de execução, factor que requer o emprego de sistemas estruturais para os quais seja possível obter rapidez e facilidade de execução, sem grandes acréscimos no custo global.

Os avanços tecnológicos das últimas décadas, que permitiram obter betões e aços de alta resistência aliados ao surgimento de equipamentos que facilitam o transporte e posicionamento dos elementos mistos, contribuem também de forma decisiva para a crescente utilização de estruturas mistas.

Além da variedade de opções e combinações possíveis para as estruturas mistas, especificamente em relação às estruturas de betão armado verifica-se ainda a eventual dispensa de cofragens e escoramentos, reduzindo custos com materiais e mão-de-obra, a redução do peso próprio da estrutura devido à utilização de elementos mistos estruturalmente mais eficientes e o aumento da precisão dimensional dos elementos. Por outro lado, em relação às estruturas de aço, as estruturas mistas permitem reduzir o consumo de aço estrutural e substituir parte do aço necessário para resistir às acções pelo betão, de menor custo.

O emprego de elementos mistos constitui assim, não só uma opção de sistema estrutural, mas também de processo construtivo que poderá ser determinante numa obra.

O surgimento dos elementos mistos e a sua associação com elementos em betão armado e de aço impulsionaram o aparecimento das estruturas híbridas. É cada vez mais comum compor o sistema estrutural de uma edificação com pilares de aço, vigas mistas, núcleos ou paredes de betão armado que garantem a estabilidade horizontal.

As torres de São Gabriel e São Rafael no Parque das Nações em Lisboa são um exemplo recente de construção híbrida no nosso país.



Figura 2.2 - Torres São Gabriel e São Rafael - Parque das Nações, Lisboa.

São dois edifícios que se destinam essencialmente à habitação e que pela sua imponência marcam a zona oriental da cidade.

A solução estrutural adoptada para os dois edifícios, constituídos por cinco caves e 25 pisos elevados é muito semelhante, e foi muito condicionada pela solução arquitectónica proposta.

A estrutura dos pisos elevados é composta por uma grelha de vigas mistas, formadas por perfis metálicos ligados a uma laje de betão através de conectores, dois núcleos em betão armado e pilares metálicos, os quais são interrompidos a uma cota de 20.40 m. Aí apoiam numa estrutura de transição, realizada em betão armado pré-esforçado. Este piso apoia-se exclusivamente nos núcleos estruturais do edifício, que assim transmitem às fundações a totalidade das acções correspondentes aos pisos elevados. As fundações foram igualmente concebidas em betão armado pré-esforçado.

A estrutura dos pisos da cave é em geral, realizada com lajes fungiformes maciças de betão armado, com capitéis na zona dos pilares.

As paredes de contenção das caves, do tipo moldadas, foram ancoradas provisoriamente até à conclusão da estrutura dos pisos enterrados.

2.2. ELEMENTOS MISTOS

Os primeiros elementos mistos utilizados foram as vigas: os perfis eram envolvidos com betão, não estrutural, com a função de aumentar a resistência ao fogo. Posteriormente esse betão passou a ser de melhor qualidade e considerado na resistência da viga.

A norma europeia de dimensionamento e verificação de elementos mistos é o Eurocódigo 4 (EC4), sendo a versão mais recente datada de 2004 [1].

2.2.1. VIGAS MISTAS

Normalmente uma viga mista é composta por três componentes principais: uma viga em aço estrutural, uma laje de betão e um conector de ligação que permita manter a viga e a laje a trabalhar em conjunto.

A laje é usualmente desenhada de modo a trabalhar apenas na direcção transversal, formando vão entre as vigas de aço. Considera-se que os esforços adicionais na direcção longitudinal não afectam o desempenho da laje.

As secções de vigas mistas costumam ser simétricas, com a linha neutra posicionada sobre a metade superior do perfil metálico. Isto coloca a parte superior da viga mista a trabalhar em compressão, ficando a inferior a resistir a esforços de tracção. A acção mista toma verdadeiro sentido quando a linha neutra é forçada a subir em direcção à laje de betão, ficando esta em compressão e quase toda a viga de aço em tracção. São exploradas, deste modo, as melhores características dos dois materiais.

Uma das vantagens da utilização de vigas mistas em sistemas de pisos é o acréscimo de resistência e de rigidez proporcionados pelos elementos de aço e betão, o que possibilita a redução da altura dos elementos estruturais.

As vigas mistas podem ser simplesmente apoiadas ou contínuas. As simplesmente apoiadas contribuem para uma maior eficiência do sistema misto, uma vez que a viga de aço trabalha predominantemente em tracção e a laje de betão em compressão.

Em relação ao método construtivo pode optar-se por escorar ou não a laje de betão. Em construções escoradas, o elemento estrutural entra em serviço somente após a cura do betão, ou seja, após a retirada do escoramento e o desenvolvimento da acção mista, quando todas as cargas são suportadas pela secção mista. Em construções não escoradas, a viga de aço deve ser dimensionada para suportar as cargas de construção (laje de betão e sobrecargas associadas), o que pode tornar a solução mais cara, mas com menor prazo de execução.

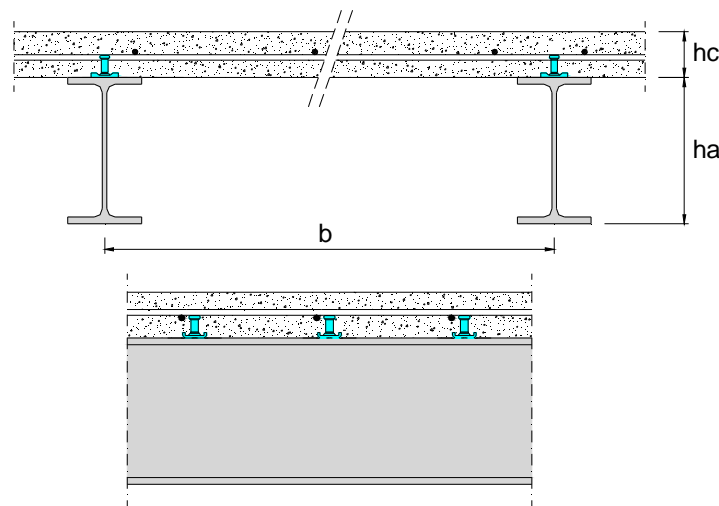


Figura 2.3 - Viga mista

2.2.2. LAJES MISTAS

Uma laje mista consiste na associação de uma chapa de aço perfilada, geralmente galvanizada, e uma laje de betão. Actualmente a utilização de lajes mistas é uma solução atraente pois apresenta vantagens claras em termos estruturais e sobretudo de processo construtivo:

- Elimina a necessidade de cofragem durante a fase de betonagem e posterior cura do betão;
- Reduz sensivelmente a necessidade de escoramentos, ampliando a área livre na obra.
- A chapa de aço pode servir de plataforma de trabalho nos pisos superiores e protecção aos operários em serviço nos pisos inferiores.
- As chapas de aço perfiladas permitem “esconder” certos tipos de instalações e a fixação de tectos falsos.
- Em comportamento misto a chapa de aço, também dita colaborante, substitui a armadura de tracção da laje, gerando economia de tempo e mão-de-obra.

Este conjunto de características resulta numa considerável economia na construção, reduzindo prazos, desperdício de materiais e mão-de-obra.

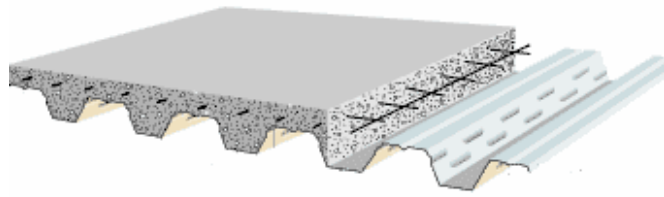


Figura 2.4 - Laje com chapa de aço perfilada

As chapas de aço nervuradas são realizadas de modo a obter-se uma boa ligação com a laje de betão (presença de pequenas saliências e reentrâncias), primordial na obtenção de um comportamento misto eficiente.

As espessuras das lajes mistas variam entre 10 e 40 cm. Os vãos entre os apoios (vigas) podem ser de 2 a 4 metros se não houver um escoramento provisório durante a betonagem e cura do betão, chegando aos 7 metros se se considerar o uso de um escoramento provisório.

As espessuras das chapas nervuradas variam de 0,75 a 1,5 mm, sendo que as espessuras mais correntes variam entre 0,75 e 1 mm. As alturas das nervuras situam-se entre os 40 e os 80 mm. Estas chapas são geralmente protegidas contra a corrosão, nas duas faces, por um revestimento de zinco.

Este tipo de laje apoia sobre vigas de aço, que se ligam ao betão da laje através de conectores, sendo os mais usuais os pernos de cabeça (Figura 2.5).

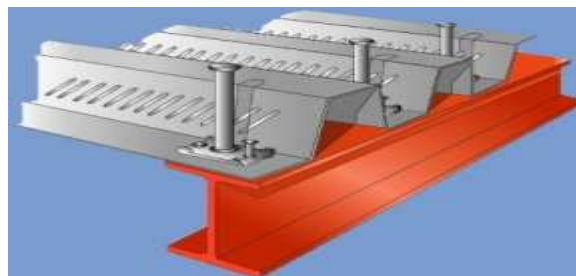


Figura 2.5 - Ligação da viga de aço à laje mista, através de pernos de cabeça.

2.2.3. PILARES MISTOS

O betão associado ao aço de modo a constituir um elemento misto surgiu como uma alternativa simples e económica de fornecer ao aço uma adequada protecção ao fogo e à corrosão, e portanto sem função estrutural. A ideia de protecção dos pilares metálicos impulsionou o aparecimento dos pilares mistos aço – betão, que desde então evoluíram e hoje apresentam variadas formas.

Os vários tipos de pilares mistos diferem entre si pela posição que o betão ocupa na secção transversal. Em função desta posição existem pilares mistos em que os perfis de aço estrutural são totalmente envolvidos, parcialmente envolvidos ou ainda preenchidos por betão. Quando um perfil é parcialmente envolvido em betão apenas o espaço entre os seus banzos e alma é preenchido por betão, ao passo que num pilar completamente envolto em betão todo o perfil, incluindo os banzos são revestidos por betão. Os pilares mistos dizem-se preenchidos por betão quando o interior de um perfil tubular (rectangular, quadrado ou circular) é cheio com betão.

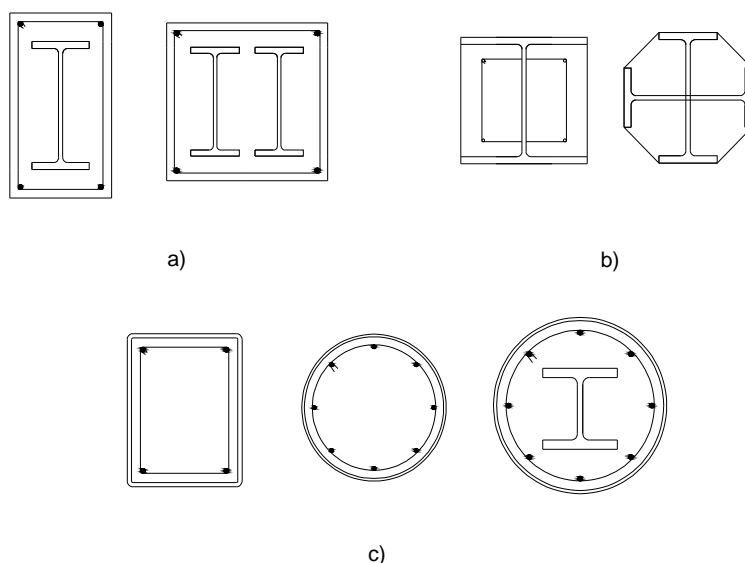


Figura 2.6 – Exemplos de pilares: a) completamente envolvidos em betão; b) parcialmente envolvidos em betão; c) preenchidos por betão

Quando exista a necessidade de obter pilares com grande resistência a esforços de compressão, as secções tubulares de aço preenchidas por betão apresentam-se como uma boa solução: o betão confinado resiste melhor às cargas axiais e do ponto de vista construtivo esta solução torna-se mais rápida e simples, uma vez que o perfil de aço serve de cofragem.

O processo construtivo de pilares mistos também tem vantagens em relação ao tradicional, pois a estrutura de aço pode suportar sozinha as cargas do peso próprio e da construção, permitindo a montagem dos pavimentos superiores, enquanto ainda é realizada a betonagem dos pisos inferiores. Após a betonagem, a estrutura mista está pronta a receber as cargas permanentes e de utilização. Em edifícios de vários pisos, isto pode-se traduzir numa economia considerável de tempo (Figura 2.7).

2.2.3.1. Vantagens de utilização

- Uma secção transversal de menores dimensões exteriores pode suportar cargas mais elevadas. Para edifícios altos, a utilização de pilares de betão armado ao nível dos pisos inferiores, torna-se por vezes solução incompatível com a distribuição de espaços, nomeadamente estacionamento e circulação entre pisos.
- Maximização dos espaços úteis e economia nos acabamentos dos pilares, nomeadamente pinturas, justificando eventualmente o acréscimo de custo directo na execução dos pilares mistos.
- Diferentes secções transversais com as mesmas dimensões exteriores podem suportar cargas muito diferentes, variando a secção de aço, a resistência do betão e a área da armadura ordinária. Podem-se manter as mesmas dimensões do pilar ao longo de vários pisos de um mesmo edifício, o que traz inúmeras vantagens do ponto de visto funcional e arquitectónico.
- No caso de secções ocas preenchidas com betão, o perfil de aço assegura uma cofragem permanente ao betão. Isto permite, por exemplo, que seja montada a estrutura de aço e

posteriormente preencher as secções com betão, ganhando assim em tempo e custos de montagem.

- As secções ocas de aço permitem ainda aumentar a resistência à compressão devido ao confinamento que conferem ao betão. Este por sua vez, ajuda a prevenir a encurvadura local das paredes do perfil.
- Nas secções de aço completamente embebidas, o betão proporciona normalmente, suficiente protecção contra incêndio e corrosão.
- As secções parcialmente envolvidas em betão apresentam a vantagem de poderem funcionar como cofragem, sendo que o betão se coloca em duas etapas com a secção disposta horizontalmente, girando a peça 24 horas depois de colocar a primeira camada de betão.
- As superfícies de aço que ficam expostas nas secções mistas parcialmente envolvidas em betão, podem ser utilizadas na conexão com vigas ou outros elementos estruturais.

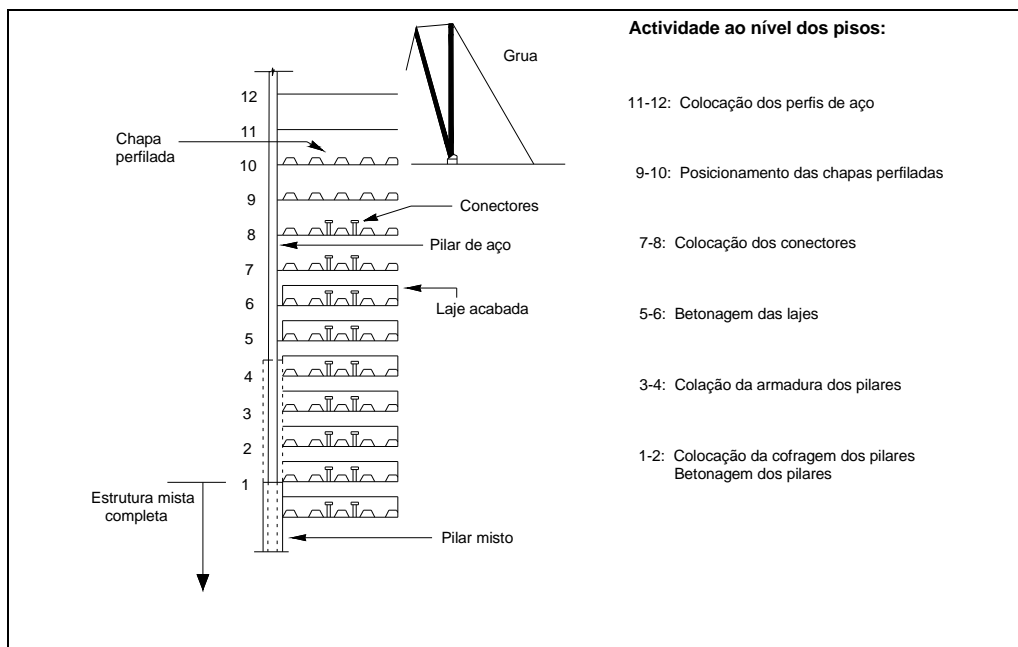


Figura 2.7 – Sequência da construção de uma estrutura mista.

2.2.3.2. Desvantagens / Limitações

- Dificuldades práticas na realização das ligações entre o pilar misto e os restantes elementos estruturais.
- Necessidade de cofragem em pilares parcialmente e completamente envolvidos por betão, leva ao incremento de mais uma etapa construtiva quando se compara ao uso de pilares de aço.
- Quando os pilares mistos dão apoio a uma laje fungiforme existe uma maior necessidade de pormenorização das armaduras de punçamento, tendo em conta os “atravancamentos” que resultam dos perfis embebidos.
- De um modo geral a execução de pilares mistos exige mão-de-obra altamente qualificada, aumentando assim o custo da fabricação.

- Atenção especial tem que ser dada ao uso do betão nos pilares mistos pois factores como a retracção e a fluência têm que ser tidos em conta. Estes efeitos, após o endurecimento do betão, produzem deformações adicionais ao betão e que são gradualmente transferidas para o aço [2].

2.3. USO DE PILARES MISTOS NA CONSTRUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se dois edifícios, cujos sistemas estruturais integram pilares mistos. O uso deste tipo de pilares deve-se sobretudo a condicionantes arquitectónicas e a exigentes prazos de construção.

2.3.1. MILLENIUM TOWER EM VIENA, ÁUSTRIA

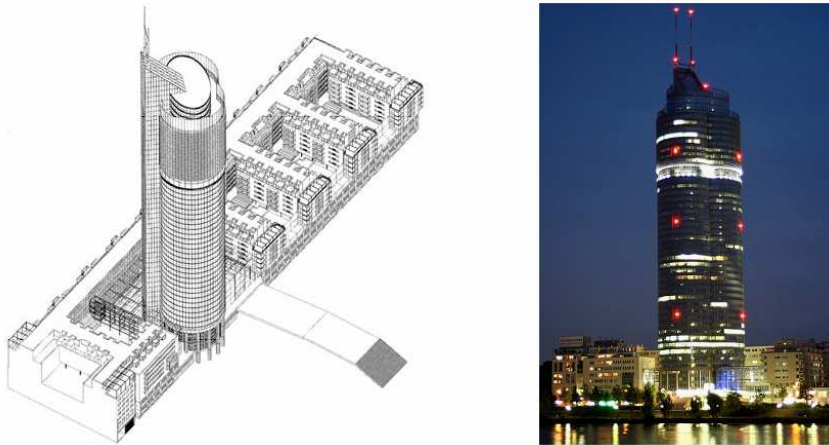


Figura 2.8 – Millenium Tower, Viena

A “Millenium Tower” encontra-se situada na zona norte do centro da cidade de Viena. Com uma altura de 202 m é o maior edifício da Áustria. Os trabalhos de construção começaram em Maio de 1998 e com uma velocidade de construção de 2 a 2,5 pisos por semana a estrutura do edifício encontrava-se pronta em Janeiro de 1999.



Figura 2.9 – Progresso da construção

A planta do edifício com cerca de 1080 m² consiste em dois círculos sobrepostos destinados a escritórios e um núcleo interno contendo escadas e elevadores, arquivos, vestiários. O núcleo central em betão armado convencional permite a transferência de todas as forças horizontais (vento e sismo) e parte das forças verticais para as fundações. Em redor do núcleo central, lajes de betão com um sistema de vigas metálicas integradas formam os dois círculos sobrepostos. As vigas metálicas descarregam em pilares de secção mista circular, dispostos paralelamente à fachada do edifício e afastados de uma distância concêntrica de 6,5m.

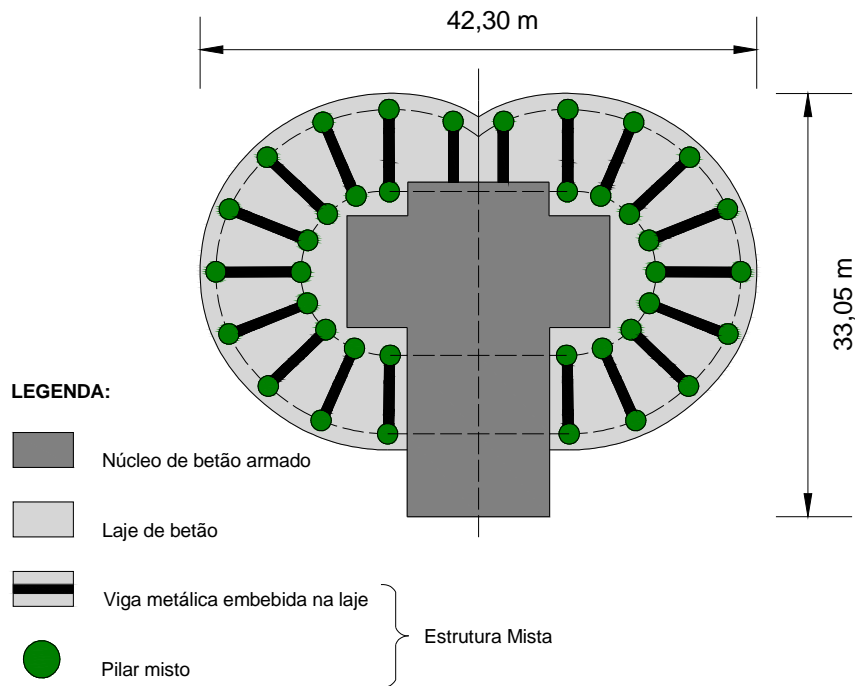


Figura 2.10 – Planta da Torre Milénio

Os pilares externos localizam-se no interior do edifício e a uma distância de 1 m da fachada. A distância transversal entre os mesmos é de 5,2 m. O espaço entre os pilares interiores é de 2,7m.

Os pilares foram projectados tendo em conta imposições arquitectónicas que os exigiam bastante esbeltos. Assim foram usados na realização dos pilares exteriores perfis circulares tubulares preenchidos por betão. Para os pisos inferiores houve a necessidade de os reforçar com núcleos adicionais de aço. Os diâmetros dos perfis circulares, a classe de resistência do betão e a secção dos núcleos de aço foram ajustados de acordo com os esforços existentes ao nível dos diferentes pisos. Como demonstra a Figura 2.11 o diâmetro dos pilares externos varia entre 323,9 e 406,4 mm. De modo a garantir um bom preenchimento entre o perfil tubular e o núcleo de aço foi usado betão auto-compactável. Com o intuito de resolver o problema da diferente fluência e retracção (e consequentes deslocamentos relativos) entre os pilares mistos e o núcleo de betão armado, os pilares interiores foram realizados com perfis H completamente envolvidos em betão, garantindo uma elevada percentagem deste último. Os diâmetros variam entre 450 e 500 mm.

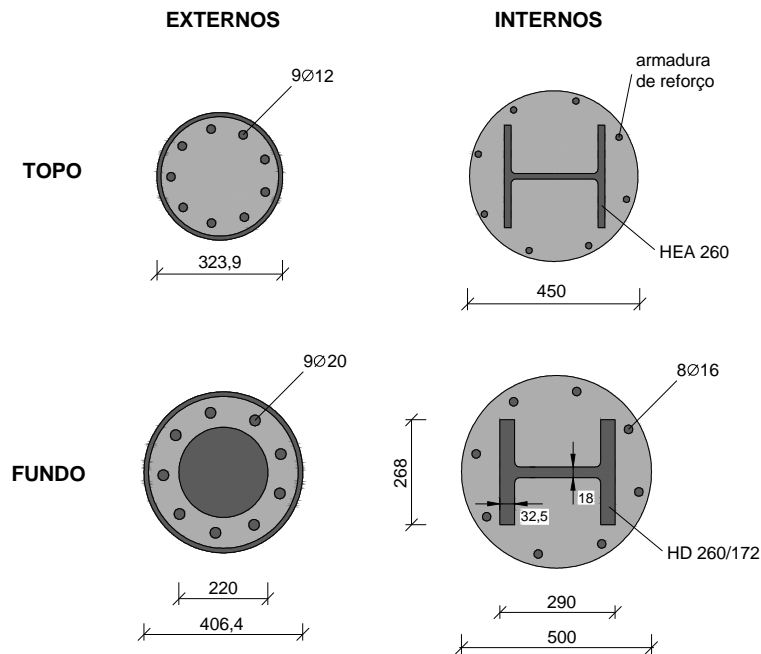


Figura 2.11 – Secção dos pilares da Millenium Tower

2.3.2. EDIFÍCIO BURGO, PORTO

O empreendimento Burgo na Avenida da Boavista, na cidade do Porto, é constituído por dois edifícios com uma base comum de 68 x 82,5 m² para estacionamento. O edifício alto, quadrado em planta com 27 m de lado, tem dezoito pisos acima da plataforma e o segundo edifício de três pisos é rectangular com 54 x 23,4 m². O projecto de arquitectura é da autoria do Arq^o Eduardo Souto Moura e o projecto de estruturas esteve a cargo da empresa AFAConsult.

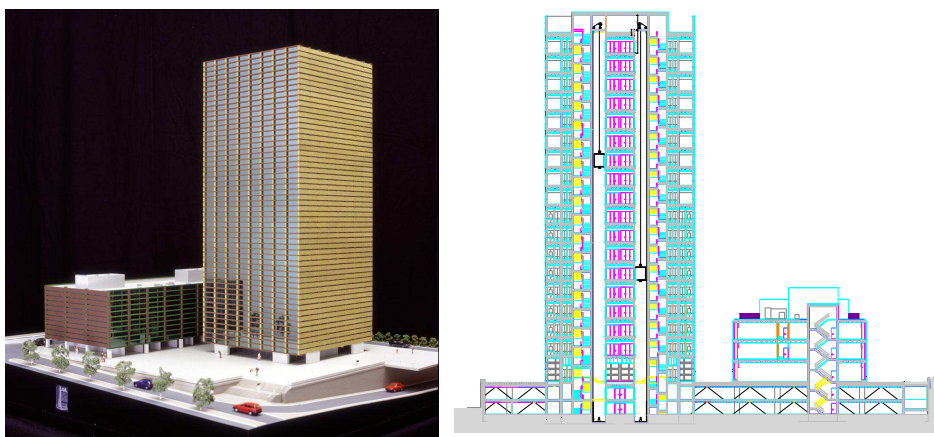


Figura 2.12 – Projecto do edifício

2.3.2.1. Estrutura

As lajes da plataforma são maciças com capitéis salientes e nos pisos elevados são fungiformes de moldes recuperáveis.

A dimensão e a modulação dos pilares da torre são condicionadas pela fachada definida no projecto de arquitectura, sendo a geometria constante, rectangular com $0,30 \times 0,50 \text{ m}^2$, em secção mista quando necessário. As lajes apoiam num núcleo central em betão armado de forma rectangular (caixa de escadas e elevadores) e nos pilares periféricos (Figura 2.13). A compatibilização da fachada com a estrutura limita a ligação das lajes dos pisos aos pilares a metade da secção.

Os muros periféricos foram executados em betão armado com 0,25 m de espessura, recorrendo ao método berlinense nos limites sul e nascente, onde existem construções vizinhas. As fundações são indirectas devido à fraca qualidade de carga do terreno à cota interessada, com estacas de 500 mm de diâmetro em geral e 800 mm na torre com um comprimento de 10 a 12 m.

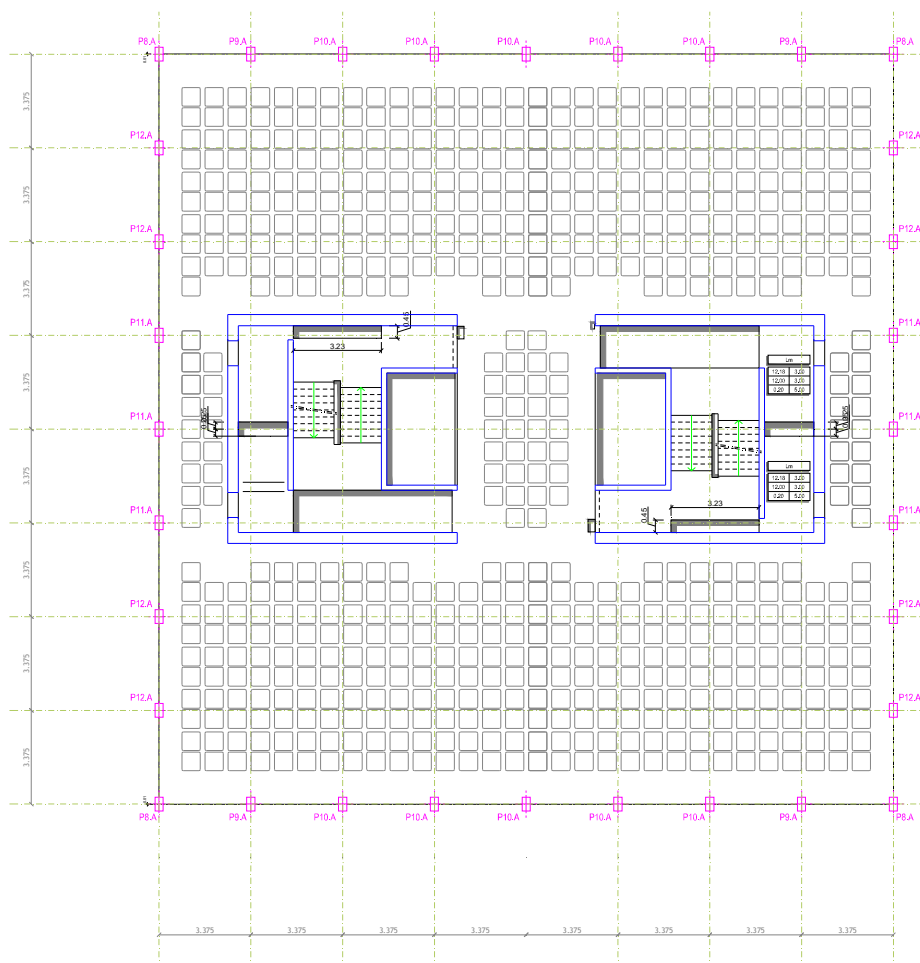


Figura 2.13 – Planta estrutural do piso 3 da torre

2.3.2.2. Pilares da Torre

Foi referido que a secção dos pilares da torre (constante de $0,30 \times 0,50 \text{ m}^2$) é em secção mista quando necessário. Na realidade dependendo da localização dos pilares em planta e da cota em causa, existem diferentes necessidades resistentes para os pilares. Atendendo às áreas de influência de cada pilar é

possível verificar que os pilares do tipo 8.A (Figura 2.13) são muito pouco esforçados. Pela aproximação ao núcleo de betão, muito rígido, os pilares do tipo 11.A vêem também diminuídos os seus esforços.

Um outro aspecto que condicionou muito o projecto dos pilares de secção mista diz respeito às disposições construtivas impostas pelo EC4. Uma vez fixadas as dimensões do pilar, não era possível fazer uso de perfis metálicos de série e garantir, ao mesmo tempo, os recobrimentos impostos pelo eurocódigo e a resistência da secção. A solução passou por usar chapas soldadas formando perfis I que garantissem tanto as exigências de recobrimentos como a resistência da secção.

A Figura 2.17 apresenta as secções usadas para os pilares da torre.

Como se pode observar os pilares menos esforçados, do tipo 8.A, são realizados em betão armado ao longo de toda a altura do edifício, ao passo que os restantes pilares são reforçados com perfis metálicos (conjunto de chapas) nos pisos inferiores (ver também Figura 2.14).

Os pilares mais esforçados, do tipo 10.A são realizados em secção mista até ao 12º piso.

De salientar que o edifício não se encontra otimizado do ponto de vista estrutural, pois um núcleo de betão homotético à fachada do edifício tornaria a distribuição de esforços mais equitativa entre os pilares da fachada.



Figura 2.14 – Construção dos pilares da torre



Figura 2.15 – Pormenor da ligação dos perfis metálicos e armaduras dos pilares mistos.



Figura 2.16 – Ligação entre perfis dos pilares mistos

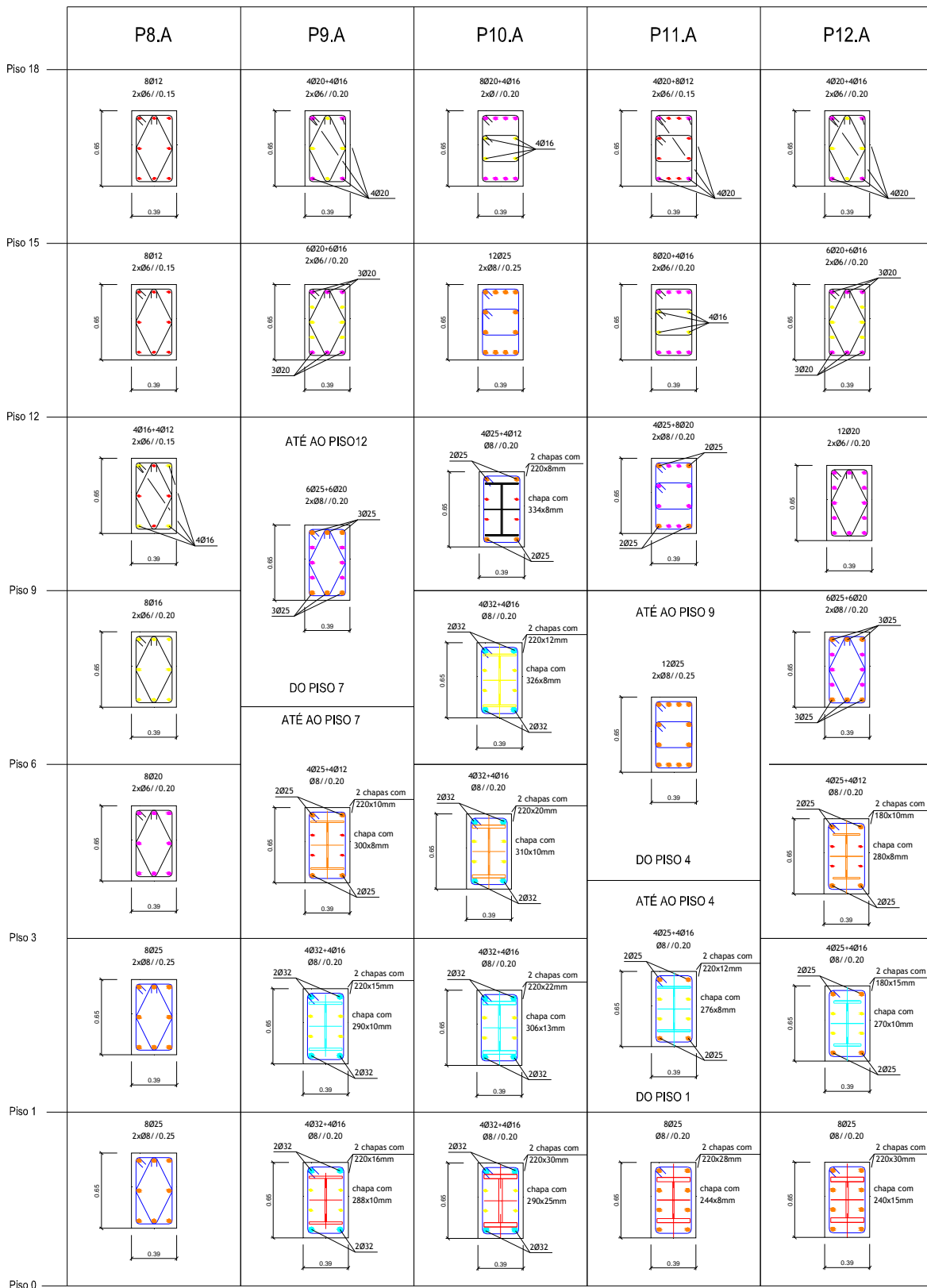


Figura 2.17 – Secção dos pilares da torre do edifício Burgo

3

CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS

Neste capítulo são definidas as características do betão, das armaduras e dos aços estruturais em relação directa com o dimensionamento e concepção dos pilares mistos, objecto principal de estudo neste trabalho.

3.1. BETÃO

Os betões a utilizar podem ser betões de massa volúmica normal ($\rho \approx 2400 \text{ kg/m}^3$) ou betões leves (ρ compreendido entre 1600 e 1800 kg/m^3).

Para os betões de massa volúmica normal, a Tabela 3.1 apresenta os valores de três características essenciais para classes de resistência do betão entre C20/25 e C50/60:

f_{ck} é a resistência característica à compressão de um cilindro de betão, aos 28 dias;

f_{ctm} é a resistência média de tracção, para o mesmo período;

E_{cm} é o módulo de elasticidade secante.

Tabela 3.1 - Principais características dos betões de massa volúmica normal

Classe de resistência	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
f_{ck} (N / mm ²)	20	25	30	35	40	45	50
f_{ctm} (N / mm ²)	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1
E_{cm} (KN / mm ²)	30	31	33	34	35	36	37

No caso de betões leves, podem obter-se os valores de resistência à tracção e compressão, multiplicando os valores da Tabela 3.1 pelo factor:

$$\eta = 0,30 + 0,70(\rho / 2400) \quad (3.1)$$

A classe de resistência do betão (por exemplo C20) refere-se à resistência de um cilindro f_{ck} , sendo o segundo valor da designação correspondente à resistência de um cubo do mesmo betão (25 N/mm² para C20/25).

Dado que o comportamento “tensão - deformação” do betão é não linear, no entanto bem conhecido para baixos níveis de tensão, E_{cm} é interpretado como um módulo secante médio para cargas de curta duração.

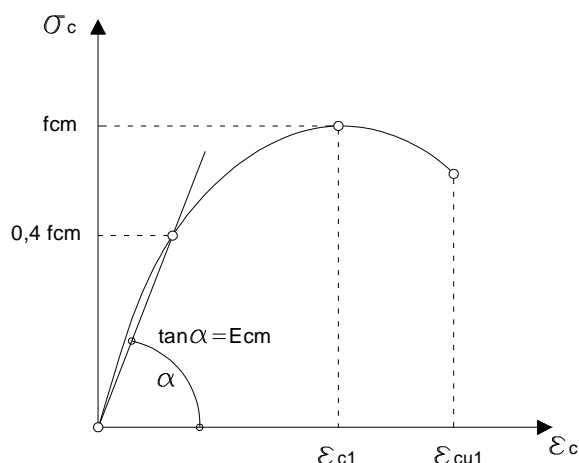


Figura 3.1- Representação esquemática da relação tensão – extensão para análise estrutural (o uso de $0,4 f_{cm}$ para a definição de E_{cm} constitui uma aproximação)

O valor da resistência de cálculo do betão é obtido dividindo a sua resistência característica por um coeficiente de segurança γ_c que toma o valor de 1,5:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.2)$$

A longo prazo, o comportamento do betão é influenciado pelas suas características reológicas, nomeadamente a retracção e a fluência.

A fluência é normalmente definida como um fenómeno que origina a deformação de um elemento sujeito a tensão constante durante um determinado período de tempo ao passo que a retracção caracteriza-se pela deformação de um elemento não carregado e não impedido de se deformar livremente sob condições de temperatura e humidade constantes.

Estas características do betão dependem da humidade do ambiente, das dimensões do elemento e da composição do betão. A fluência depende ainda da duração e intensidade do carregamento.

O coeficiente de fluência $\varphi(t/t_0)$ está relacionado com o módulo de elasticidade E_{cm} . Quando não for necessário grande rigor, o valor encontrado a partir da Figura 3.2 pode ser considerado o coeficiente de fluência, desde que para uma idade t_0 , idade do betão na altura de carregamento, este não esteja sujeito a uma tensão de compressão superior a $0,45 f_{ck}$.

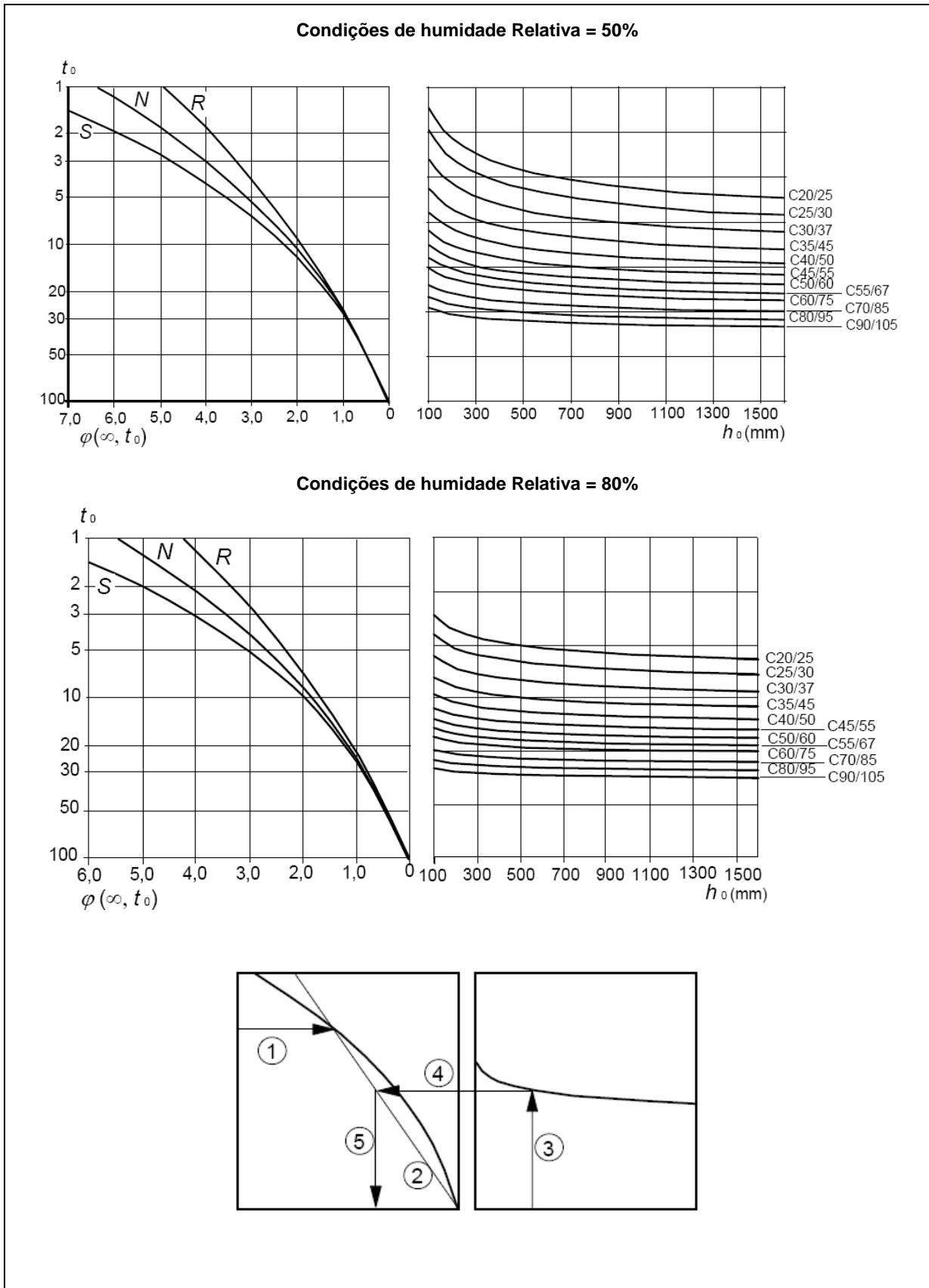


Figura 3.2 - Ábacos usados para a determinação do coeficiente de fluência (retirados de [3])

Na Figura 3.2 h_0 representa a espessura equivalente igual a $2.A_c/u$, em que A_c representa a área de betão da secção transversal e u o perímetro dessa área. Os símbolos S , N e R representam a classe de cimento utilizado.

3.2. ARMADURA ORDINÁRIA

Usadas primordialmente nas estruturas de betão armado, as armaduras ordinárias de reforço apresentam-se sob a forma de varões ou fios de aço.

Os fios são lisos e apresentam-se normalmente em malhas ortogonais. Os varões de aço são nervurados, de modo a aumentar a superfície de contacto com o betão, tornando a ligação mais eficiente. As classes de resistência mais usadas são a A400 e a A500, onde os números designam o valor limite de elasticidade característico f_{sk} (em N/mm²).

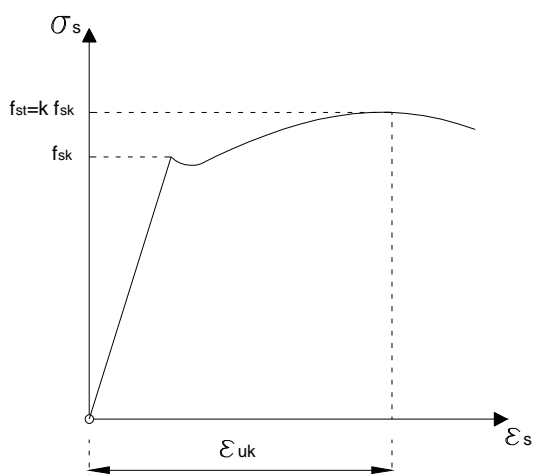


Figura 3.3 - Diagrama de tensões – extensões para armadura ordinária em varão

O valor da resistência de cálculo, usada no dimensionamento e verificação de segurança é dado por

$$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (3.3)$$

em que γ_s é o coeficiente parcial de segurança relativo às armaduras ordinárias, e segundo o EC2 [3] toma o valor de 1,15.

3.3. AÇO ESTRUTURAL

O aço estrutural é um dos mais importantes materiais estruturais. As propriedades com particular importância deste elemento são a elevada resistência comparada com os restantes materiais usados, e a ductilidade. A ductilidade consiste na capacidade substancial de deformação do aço quando em compressão ou tracção antes do colapso. Outras propriedades importantes do aço estrutural prendem-

se com a sua generalizada disponibilidade e durabilidade, particularmente quando protegido dos factores agressivos do meio ambiente. As formas sob as quais o aço estrutural é usado são as secções I, H, cantoneiras, chapas isoladas soldadas entre si, secções enformadas a frio e secções ocas. O Eurocódigo 3 (EC3) [4] define as tensões características de cedência e de rotura em função do tipo de aço fabricado. A Figura 3.4 detalha a informação anterior para o aço estrutural laminado a quente, grupo ao qual pertencem os perfis usados na constituição dos pilares mistos.

Standard and steel grade	Nominal thickness of the element t [mm]			
	t ≤ 40 mm		40 mm < t ≤ 80 mm	
	f _y [N/mm ²]	f _u [N/mm ²]	f _y [N/mm ²]	f _u [N/mm ²]
EN 10025-2				
S 235	235	360	215	360
S 275	275	430	255	410
S 355	355	510	335	470
S 450	440	550	410	550
EN 10025-3				
S 275 N/NL	275	390	255	370
S 355 N/NL	355	490	335	470
S 420 N/NL	420	520	390	520
S 460 N/NL	460	540	430	540
EN 10025-4				
S 275 M/ML	275	370	255	360
S 355 M/ML	355	470	335	450
S 420 M/ML	420	520	390	500
S 460 M/ML	460	540	430	530
EN 10025-5				
S 235 W	235	360	215	340
S 355 W	355	510	335	490
EN 10025-6				
S 460 Q/QL/QL1	460	570	440	550

Figura 3.4 - Tensões de cedência do aço estrutural laminado a quente

Considera-se que para efeitos de dimensionamento e análise que o aço possui um comportamento elástico perfeitamente plástico que se representa através de um gráfico bi-linear :

O valor da resistência de cálculo obtém-se dividindo a resistência característica pelo respectivo coeficiente de segurança:

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_a} \quad (3.4)$$

Em que γ_a toma o valor de 1,0.

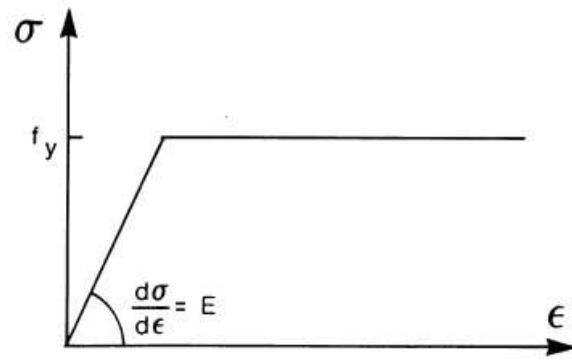


Figura 3.5 - Relação bi-linear tensão - extensão do aço estrutural.

4

DIMENSIONAMENTO SEGUNDO
O EUROCÓDIGO 4

4.1. INTRODUÇÃO

Os pilares mistos são classificados em dois tipos principais: os pilares parcialmente ou totalmente envolvidos em betão e os perfis tubulares preenchidos por betão:

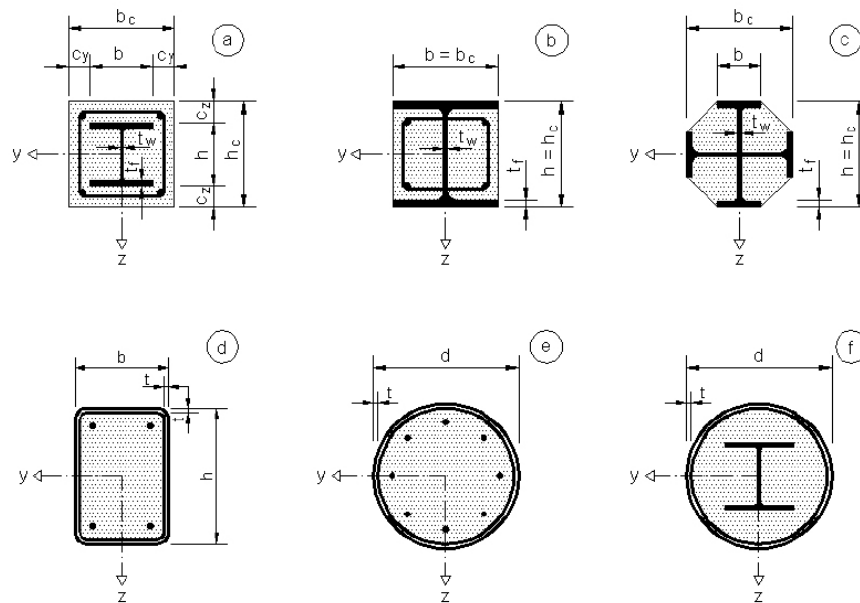


Figura 4.1 - Secções transversais típicas de pilares mistos aço-betão (retirado de [1])

A Figura 4.1 apresenta diferentes tipos de pilares mistos e símbolos utilizados ao longo deste trabalho.

Os pilares parcialmente envolvidos em betão (Figura 4.1 - b e c) baseiam-se em perfis I ou H em que o espaço entre os banzos é preenchido de betão. Nos pilares totalmente envolvidos em betão (Figura 4.1 - a), a secção inteira de aço encontra-se embebida dentro do betão, com uma espessura mínima de recobrimento em todo o seu contorno.

Os perfis ocos cheios de betão (Figura 4.1 - d a f) podem ser circulares ou rectangulares. O betão confinado dentro do perfil vê a sua resistência à compressão aumentar, resultando o pilar no seu todo, mais resistente às cargas axiais.

4.2. MÉTODOS DE CÁLCULO

O eurocódigo 4 apresenta dois métodos de dimensionamento de pilares mistos:

Um **método geral** que tem em conta, de uma forma explícita, os efeitos de segunda ordem ao nível local do elemento e as imperfeições. Aplica-se de uma forma particular, a pilares assimétricos, bem como pilares com secção transversal variável ao longo do fuste. Como é um método que requer o emprego de ferramentas numéricas de computação, o seu uso estará condicionado à disponibilidade de software adequado.

Um **método simplificado** que utiliza as curvas europeias de encurvadura dos pilares de aço, nas quais as imperfeições são consideradas implicitamente. A aplicação deste método está limitada ao cálculo de pilares mistos de secção uniforme em toda a altura e duplamente simétricas.

Estes dois métodos baseiam-se nas seguintes suposições:

- Há uma interacção total entre a secção de aço e betão no momento da rotura.
- As imperfeições geométricas e as tensões residuais são tidas em conta no cálculo.
- As secções planas permanecem planas após a deformação do pilar.

Ao longo deste trabalho aplicar-se-á o método simplificado, que contempla a maioria dos casos.

4.3. ENCURVADURA LOCAL DOS ELEMENTOS DE AÇO

A presença de betão nos perfis totalmente envolvidos em betão diminui o perigo de instabilidade, pois evita a encurvadura local das chapas que constituem o perfil de aço sempre que o recobrimento é suficiente. Este não poderá ser inferior ao máximo dos dois valores seguintes, a saber 40mm e 1/6 da largura b do banzo. Este recobrimento, que pretende evitar a separação prematura do betão, deve ser reforçado lateralmente, para proteger o pilar contra danos por impactos acidentais, proporcionar uma adequada contenção face à encurvadura local da alma do perfil e permitir ainda a inclusão de armadura transversal.

Para os pilares parcialmente envoltos em betão e perfis ocos, a esbelteza dos elementos da secção de aço deverá satisfazer as condições seguintes:

- $\frac{d}{t} \leq 90\varepsilon^2$ para perfis ocos circulares preenchidos com betão;
- $\frac{h}{t} \leq 52\varepsilon$ para perfis ocos rectangulares preenchidos com betão;
- $\frac{b}{t_f} \leq 44\varepsilon$ para secções I ou H parcialmente envolvidas por betão;

Com $\varepsilon = (235/f_y)^{1/2}$, onde f_y é a resistência característica da secção de aço.

4.4. TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇOS ENTRE O AÇO E O BETÃO EM UNIÕES VIGA-PILAR

As forças transmitidas desde uma viga através de uma conexão viga pilar devem distribuir-se entre as partes de aço e betão do pilar misto. A natureza desta transferência de força do aço para o betão depende dos detalhes estruturais e segue uma trajectória que deve ser claramente identificada. O comprimento p , necessário para o completo desenvolvimento do esforço de compressão na parte de betão do pilar não deve superar $2d$ ou $L/3$ (ver Figura 4.2) onde d é a menor dimensão transversal do pilar e L o comprimento do mesmo.

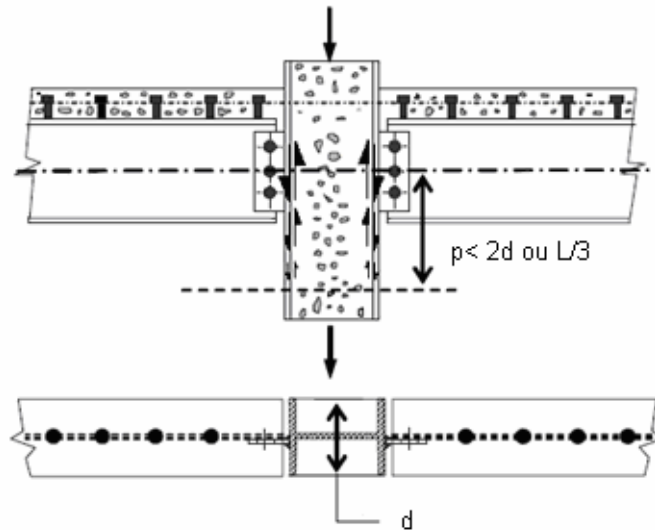


Figura 4.2 - Transferência de forças numa união mista viga-pilar

Para o cálculo recomenda-se que a resistência ao corte a considerar na interface aço – betão não se suponha maior que os seguintes valores:

- $0,30 \text{ N/mm}^2$ para secções completamente envoltas em betão;
- $0,55 \text{ N/mm}^2$ para secções circulares ocas preenchidas com betão;
- $0,40 \text{ N/mm}^2$ para secções rectangulares ocas preenchidas com betão;
- $0,20 \text{ N/mm}^2$ para os banzos de secções parcialmente envolvidas;
- $0,00 \text{ N/mm}^2$ para as almas de secções parcialmente envolvidas;

O cálculo detalhado da conexão viga-pilar tem influência notável na resistência ao corte e os efeitos de aumento de tensão, confinamento e fricção estão intimamente ligados ao tipo da ligação. A Figura 4.2 mostra uma ligação típica viga-pilar e define o comprimento p de introdução da carga. A força transmitida neste comprimento não é uma reacção total, sendo apenas a parte que se transfere ao betão da secção mista. Uma parte da reacção deve ser sempre suportada pelo betão para que a secção trabalhe adequadamente.

No caso particular de um pilar misto envolvido em betão para o qual a resistência de aderência entre o aço e o betão seja insuficiente para que tenha lugar a transferência à parte do betão dentro do comprimento disponível é possível utilizar conectores de perno soldados à alma do perfil de aço. Neste

caso é possível ter em conta a resistência de corte P_{Rd} dos conectores, como um reforço da aderência entre o aço e o betão.

Nos casos em que haja conectores de perno ligados à alma da secção de aço envolvida em betão, a deformação lateral do betão que provocam é impedida pelos banzos de aço adjacentes. As forças de atrito resultantes conferem resistência ao corte longitudinal adicional.

Pode considerar-se que esta resistência adicional é igual a $\mu \cdot P_{Rd} / 2$ em cada banzo, para cada fiada de pernos de cabeça, tal como se ilustra na Figura 4.3, em que P_{Rd} é a resistência de cálculo de um conector e μ é o coeficiente de atrito que pode tomar-se como 0,5 (secções sem pintura). Esta suposição só é válida se a distância entre banzos for menor que os valores apresentados na Figura 4.3.

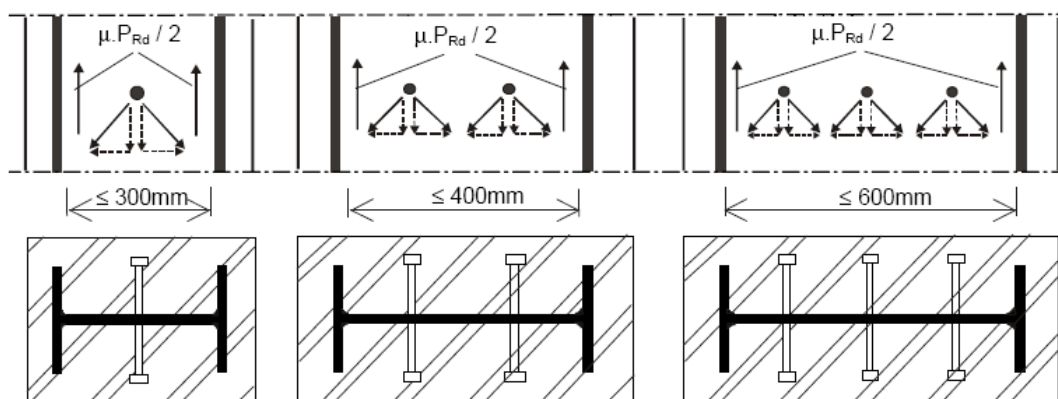


Figura 4.3 - Uso de conectores para melhorar a transferência de forças em pilares mistos

4.5. USO DO MÉTODO SIMPLIFICADO DE CÁLCULO

A aplicação do método simplificado está submetida a algumas limitações:

- (1) A secção transversal do pilar deve ser simétrica em ambos os eixos ao longo de toda a sua altura, com a relação entre dimensões da secção transversal dentro dos seguintes limites $0,2 < h_c/b_c < 5,0$.
- (2) A contribuição relativa da secção de aço à resistência de cálculo da secção mista, dada por $\delta = (A_a \cdot f_y / \gamma_a) / N_{pl,Rd}$ deve estar compreendida entre 0,2 e 0,9.
- (3) A esbeltez relativa $\bar{\lambda}$ do pilar misto deve ser menor que 2,0.
- (4) Para secções embebidas em betão, a área de armadura longitudinal deve ser no mínimo 0,3% da área de betão na secção transversal.
- (5) A mesma armadura de reforço a ser considerada no cálculo não deverá exceder 6% da área de betão, ainda que por razões de resistência a incêndio ela seja requerida.
- (6) A categoria do perfil de aço deve estar entre S235 e S460, enquanto o betão deve ter uma resistência característica entre 20MPa e 50MPa, ou seja classe C20/25 a C50/60.
- (7) Para os perfis totalmente envoltos em betão, as espessuras de recobrimento máximas que podem ser usadas no cálculo são:

$$c_z = 0,3h \quad (4.1)$$

$$c_y = 0,4b \quad (4.2)$$

Frequentemente poderá ter que ser usado um recobrimento mais significativo (por razões de resistência a incêndio), mas é conveniente ignorar esse suplemento para o cálculo.

4.6. PILARES MISTOS SUBMETIDOS A COMPRESSÃO SIMPLES

4.6.1. RESISTÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL

A resistência em compressão simples da secção transversal é obtida adicionando as resistências plásticas dos seus elementos constituintes, como se segue:

Para secções total ou parcialmente envolvidas em betão:

$$N_{pl.Rd} = A_a \times \frac{f_y}{\gamma_a} + 0,85 \times A_c \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \times \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (4.3)$$

Para secções ocas preenchidas de betão:

$$N_{pl.Rd} = A_a \times \frac{f_y}{\gamma_a} + A_c \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \times \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (4.4)$$

A_a , A_c , A_s são respectivamente as áreas das secções de aço, do betão e da armadura. O aumento da resistência do betão de $0,85f_{ck}$ a f_{ck} para as secções preenchidas com betão deve-se ao efeito de confinamento.

Para os perfis ocios de secção circular preenchidos com betão, um incremento adicional da resistência à compressão é produzido pela contenção da deformação transversal tridimensional do betão. Este efeito só tem lugar se o perfil oco de aço for suficientemente rígido para evitar a expansão lateral do betão quando carregado axialmente.

Este aumento de resistência não é possível em perfis ocios rectangulares, pois as dobras dos perfis não são suficientemente rígidas para se oporem à expansão do betão [5].

A resistência suplementar do betão devida ao efeito de confinamento pode ser utilizada no cálculo quando a esbelteza relativa $\bar{\lambda}$ de um pilar misto formado por um tubo de aço circular preenchido com betão não supere o valor 0,5 e o maior momento flector M_{Sd} não seja superior ao valor $0,1N_{Sd}.d$, onde d é o diâmetro exterior do pilar e N_{Sd} o esforço de compressão de cálculo aplicado. A resistência plástica à compressão da secção oca circular preenchida por betão pode ser calculada mediante:

$$N_{pl.Rd} = A_a \eta_a \frac{f_y}{\gamma_a} + A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \left[1 + \eta_c \frac{t}{d} \frac{f_y}{f_{ck}} \right] + A_s \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (4.5)$$

Sendo t a espessura da parede do tubo de aço. Em seguida definem-se os coeficientes η_a e η_c para $0 < e \leq d/10$, onde $e = M_{máx,Sd} / N_{Sd}$ é a excentricidade eficaz do esforço axial:

$$\eta_a = \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0}) \left(10 \frac{e}{d} \right) \quad (4.6)$$

$$\eta_c = \eta_{c0} \left(1 - 10 \frac{e}{d} \right) \quad (4.7)$$

Quando $e > d/10$ é necessário tomar $\eta_a = 1$ e $\eta_c = 0$. Nas equações anteriores η_{a0} e η_{c0} são os valores de η_a e η_c para uma excentricidade e nula. Estes expressam-se como funções da esbelteza relativa $\bar{\lambda}$, como se segue:

$$\eta_{a0} = 0,25(3 + 2\bar{\lambda}) \leq 1,0 \quad (4.8)$$

$$\eta_{c0} = 4,9 - 18,5\bar{\lambda} + 17\bar{\lambda}^2 \geq 0 \quad (4.9)$$

A presença de um momento flector M_{Sd} reduz as tensões médias de compressão no pilar, reduzindo deste modo o efeito favorável do confinamento sobre a resistência do pilar. As condições sobre a excentricidade e e sobre a esbelteza reduzida $\bar{\lambda}$ traduzem essa restrição.

4.6.2. ESBELTEZA RELATIVA DE UM PILAR MISTO

A carga crítica elástica de um pilar misto é calculada pela equação de Euler:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{l_e^2} \quad (4.10)$$

Onde $(EI)_{eff}$ é a rigidez à flexão efectiva da secção mista referente ao eixo perpendicular ao plano de encurvadura considerado e l_e o comprimento de encurvadura do pilar.

Para as cargas de curta duração a rigidez elástica efectiva à flexão $(EI)_{eff}$ da secção transversal de um pilar misto é dada por:

$$(EI)_{eff} = E_a I_a + E_s I_s + K_e E_{cm} I_c \quad (4.11)$$

I_a , I_s , I_c são os momentos de inércia de flexão para o plano de flexão considerado do aço estrutural, da armadura ordinária e do betão (que se supõe não fissurado); E_a , E_s os módulos de elasticidade do aço e da armadura. E_{cm} é o módulo secante do betão; K_e é um factor de correcção para a fissuração do betão que se pode tomar igual a 0,6.

No caso de cargas de longa duração a rigidez à flexão do betão obtém-se substituindo o módulo de elasticidade secante do betão E_{cm} , por um valor reduzido $E_{c,eff}$ que tem em conta os efeitos de fluência e retracção do betão:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + (N_{G,Sd} / N_{Sd}) \varphi} \quad (4.12)$$

$N_{G,Sd}$ é parte permanente do esforço axial de cálculo N_{Sd} . φ é o coeficiente de fluência do betão (pode ser determinado de acordo com o estabelecido no ponto 3.1 deste trabalho) que depende da idade do betão no momento do carregamento, bem como da classe do mesmo, da humidade relativa e do tempo decorrido. Na prática para um pilar de um edifício este coeficiente pode ser determinado considerando o funcionamento do pilar a tempo infinito.

A esbelteza relativa de um pilar misto ($\bar{\lambda}$) para o plano de flexão considerado é dada pela fórmula:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \quad (4.13)$$

Onde $N_{pl,Rk}$ é o valor característico da resistência plástica à compressão, ou seja é o valor de $N_{pl,Rd}$, com os coeficientes de segurança iguais a 1,0. N_{cr} é a carga crítica de Euler.

4.6.3. RESISTÊNCIA À ENCURVADURA

Um pilar misto apresentará suficiente resistência à encurvadura se, para cada um dos planos de encurvadura, o esforço axial N_{Sd} satisfizer a seguinte condição:

$$N_{Sd} \leq \chi \cdot N_{pl,Rd} \quad (4.14)$$

$N_{pl,Rd}$ é a resistência plástica à compressão axial da secção transversal do pilar misto; χ representa o factor de redução da resistência no plano de encurvadura considerado e é uma função da esbelteza relativa $\bar{\lambda}$ e da curva de encurvadura apropriada.

A Figura 4.4 representa as curvas de encurvadura do Eurocódigo 3 usadas para os pilares mistos:

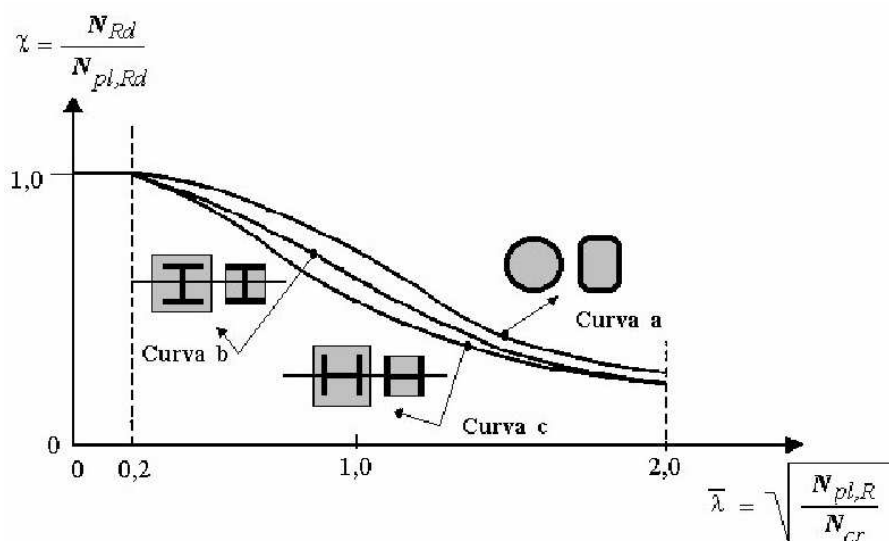


Figura 4.4 - Curvas de encurvadura aplicáveis aos pilares mistos.

Para a escolha da curva de encurvadura apropriada são critérios o tipo de secção transversal mista e o eixo de flexão do pilar. A Tabela 4.1 apresenta as curvas de encurvadura apropriadas aos pilares mistos.

É possível calcular o factor de redução da resistência (χ) mediante:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0 \quad (4.15)$$

Onde:

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \quad (4.16)$$

Sendo α um parâmetro generalizado de imperfeição que tem em conta os efeitos desfavoráveis da falta de linearidade inicial do perfil e das tensões residuais. Os valores de α podem ser obtidos da

Tabela 4.2.

Tabela 4.1 – Curvas de encurvadura e imperfeições das peças

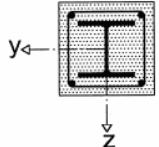
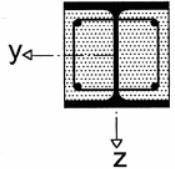
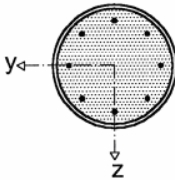
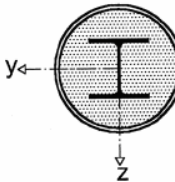
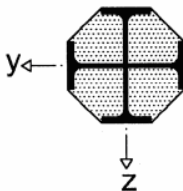
Secção Transversal	Limites	Eixo de Encurvadura	Curva de Encurvadura	Imperfeições do perfil
Secção totalmente envolvida em betão 		y-y	b	L/200
		z-z	c	L/150
Secção parcialmente envolvida em betão 		y-y	b	L/200
		z-z	c	L/150
Perfil oco circular e rectangular preenchidos com betão 	$\frac{A_s}{A_c} \leq 3\%$ $3\% \leq \frac{A_s}{A_c} \leq 6\%$	Qualquer	a	L/300
		Qualquer	b	L/200
Perfil oco circular com perfil I/H adicional 		y-y	b	L/200
		z-z	b	L/200
Secção parcialmente envolvida em betão com perfis I/H em cruz 		Qualquer	b	L/200

Tabela 4.2 - Valores do factor de imperfeição α

Curva de Encurvadura	A	B	C
Factor de Imperfeição α	0,21	0,34	0,49

4.7. RESISTÊNCIA EM COMPRESSÃO E FLEXÃO

4.7.1. RESISTÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL SUBMETIDA A ESFORÇO AXIAL E MOMENTO FLECTOR

Para verificar a resistência da secção transversal de um pilar misto submetida a esforço axial e momento flector é necessário satisfazer os requisitos de resistência de cada um dos planos principais, tendo em conta a esbelteza, o diagrama de momentos flectores e resistência à flexão no plano considerado.

A resistência da secção transversal de um pilar misto submetido a flexão composta num só plano é dada por uma curva de interacção Momento (M) - Esforço Axial (N), assumindo diagramas rectangulares de tensões para a resistência plástica, como demonstra a Figura 4.5:

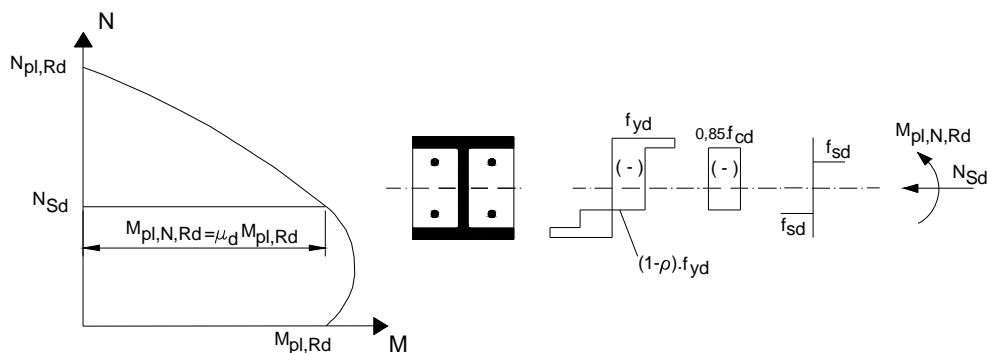


Figura 4.5 – Curva de interacção para flexão composta

A curva de interacção é construída considerando diferentes posições do eixo neutro plástico, no plano principal considerado. Os valores de resistência ao esforço axial e ao momento obtêm-se por distribuições de tensões, junto com as equações de equilíbrio da soma de forças axiais e dos momentos iguais a zero.

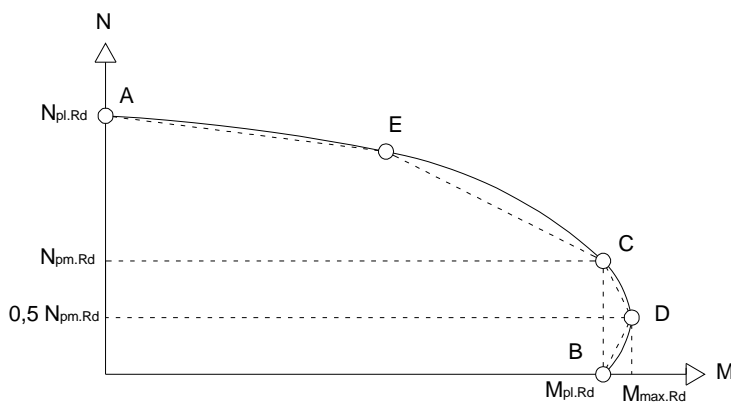


Figura 4.6 - Curva ABCDE de interacção M-N para flexão composta

O ponto *D* sobre esta curva de interacção representa o máximo momento resistente $M_{máx,Rd}$ que a secção pode abarcar. Este é maior que $M_{pl,Rd}$, pois o esforço axial de compressão inibe a fissuração do betão por tracção do betão, aumentando deste modo a resistência à flexão.

A Figura 4.7 ilustra o processo de construção ponto a ponto desta curva de interacção, para uma secção totalmente envolta em betão, considerando quatro posições particulares do eixo neutro plástico que correspondem respectivamente aos pontos *A*, *B*, *C* e *D* assinalados na Figura 4.6.

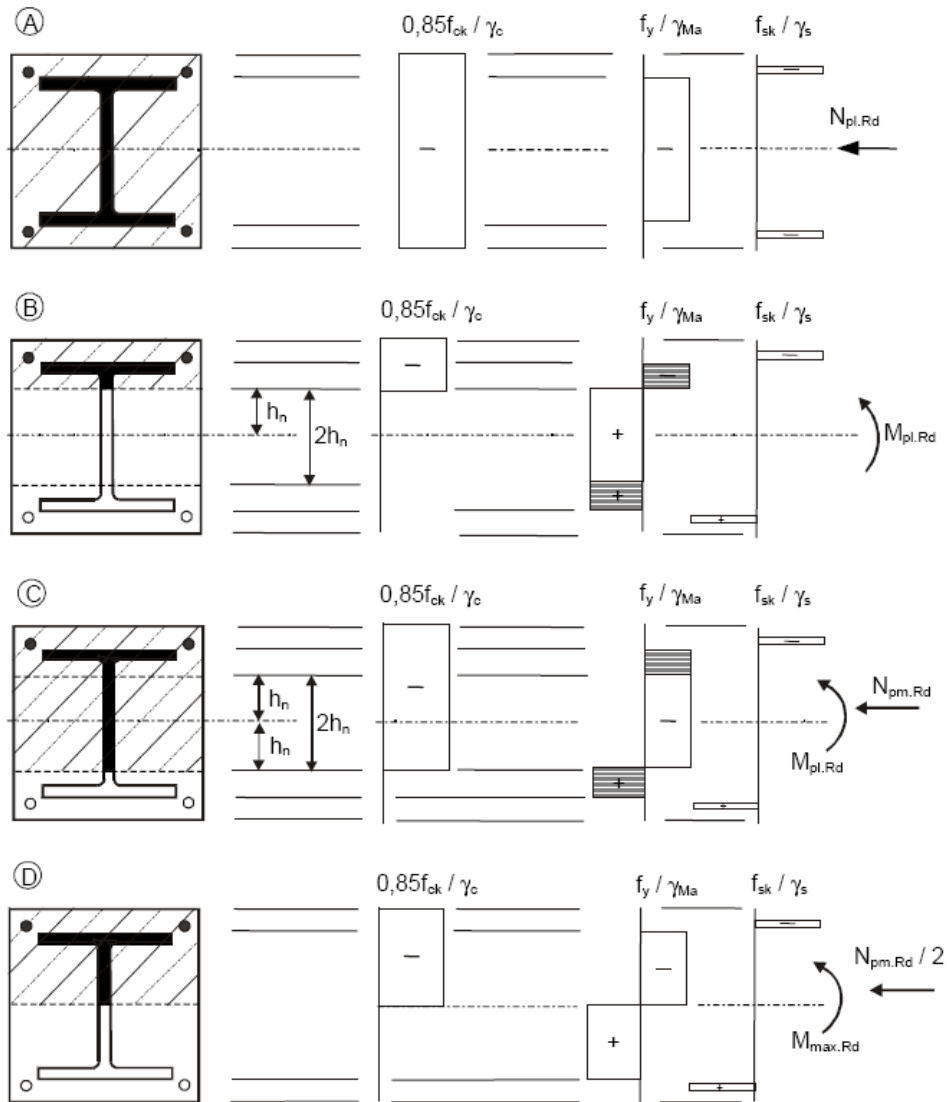


Figura 4.7 – Blocos de tensões para os diferentes pontos da curva de interacção

O valor máximo do momento interno da secção é obtido se a linha neutra coincidir com o eixo da secção em cada uma das direcções. A Figura 4.7 apresenta importantes posições da linha neutra, onde o esforço axial resistente e o momento resistente da secção podem obter-se facilmente, tendo em conta a dupla simetria da secção.

O ponto da curva de interacção, que é obtido quando a linha neutra coincide exactamente com o eixo da secção é designado o ponto *D* nas Figura 4.6 e Figura 4.7. Observando a distribuição de tensões neste ponto (Figura 4.7) pode-se afirmar que a força normal interna resultante é metade da resistência plástica associada à área de betão da secção transversal. Tal deve-se ao facto de as forças no aço estrutural e na armadura se anularem, uma vez que são iguais e de sentidos opostos. O momento interno $M_D = M_{máx,Rd}$ pertencente a esta distribuição de tensões, pode facilmente ser calculado:

$$M_D = M_{máx,Rd} = \omega_{pa} \times \frac{f_y}{\gamma_a} + \omega_{ps} \times \frac{f_{sk}}{\gamma_s} + \frac{1}{2} \times 0,85 \times \omega_{pc} \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.17)$$

onde:

Onde ω_{pa} , ω_{ps} e ω_{pc} são respectivamente os módulos resistentes plásticos da secção de aço, da armadura de reforço e do betão.

f_y, f_{ck} e f_{sk} correspondem às resistências características de acordo com o capítulo 3.

$$N_{D,Rd} = \frac{1}{2} N_{pm,Rd} = \frac{1}{2} A_C \times 0,85 \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.18)$$

Comparando a distribuição de tensões do ponto *B*, onde a força normal interna é nula, e o ponto *D* (Figura 4.7) a linha neutra elevou-se uma distância h_n . Deste modo, a força normal interna do ponto *D*, $N_{D,Rd}$ pode ser determinada através da parte em compressão adicional da secção.

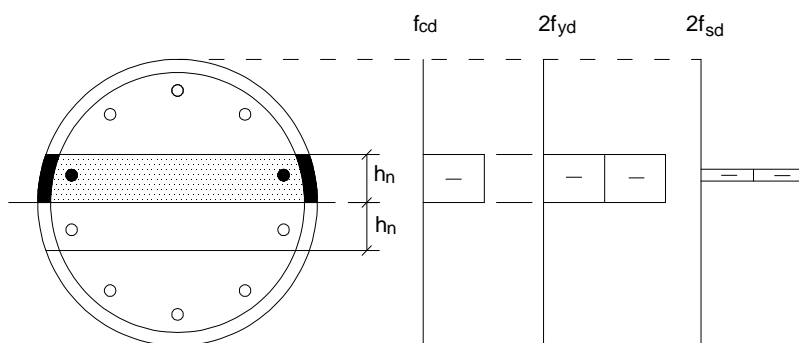


Figura 4.8 – Tensões adicionais no ponto D.

A Figura 4.8 representa as partes em compressão adicionais na secção para o ponto D. Se o momento interno resultante associado a estas partes $M_{n,Rd}$ for subtraído a $M_{D,Rd}$, o momento flector resistente $M_{B,Rd} = M_{pl,Rd}$ é obtido:

$$M_{pl,Rd} = M_{B,Rd} = M_{D,Rd} - M_{n,Rd} \quad (4.19)$$

$M_{n,Rd}$ pode ser interpretado como o momento resistente da secção de altura $2h_n$.

$$M_{n,Rd} = \omega_{pan} \times \frac{f_y}{\gamma_a} + \omega_{psn} \times \frac{f_{sk}}{\gamma_s} + \frac{1}{2} \times 0,85 \times \omega_{pcn} \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.20)$$

onde ω_{pan} , ω_{psn} e ω_{pcn} são respectivamente os módulos resistentes plásticos da secção de aço, da armadura de reforço e do betão na região de $2h_n$.

Atendendo à distribuição de tensões no ponto *C*, figura 4.7, a distância da linha neutra ao eixo da secção é novamente h_n . O momento interno $M_{C,Rd}$ é igual ao momento $M_{B,Rd}$, porque as secções adicionais comprimidas não incrementam o momento interno. A força normal interna é igual a duas vezes a força normal para o ponto *D*.

$$M_{C,Rd} = M_{B,Rd} = M_{pl,Rd} \quad (4.21)$$

$$N_{C,Rd} = 2 \times N_{D,Rd} = N_{pm,Rd} \quad (4.22)$$

A partir do par de valores *M-N* de cada ponto facilmente se constrói a curva de interacção necessária à verificação das secções. As equações que definem esses pares de valores encontram-se aqui sintetizadas:

- **Ponto A:** resistência à compressão axial simples:

$$N_A = N_{pl,Rd} \quad (4.23)$$

$$M_A = 0 \quad (4.24)$$

- **Ponto B:** resistência à flexão simples num só plano:

$$N_B = 0 \quad (4.25)$$

$$M_B = M_{pl,Rd} \quad (4.26)$$

- **Ponto C:** resistência à flexão simples num só plano, idêntica ao ponto *B*, mas com esforço de compressão não nulo:

$$\begin{aligned}
 N_C = N_{pm,Rd} &= A_C \times 0,85 \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{secção envolvida em betão}) \\
 &= A_C \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{secção oca preenchida com betão})
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

$$M_C = M_{pl,Rd} \tag{4.28}$$

Nota: a resistência f_{ck} pode ser aumentada para uma secção oca circular preenchida por betão.

- **Ponto D:** Momento resistente máximo:

$$\begin{aligned}
 N_D &= \frac{1}{2} N_{pm,Rd} = \frac{1}{2} A_C \times 0,85 \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{secção envolvida em betão}) \\
 &= \frac{1}{2} A_C \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{secção oca preenchida com betão})
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

De novo a resistência característica do betão pode ser incrementada para uma secção oca circular preenchida por betão.

$$M_D = \omega_{pa} \times \frac{f_y}{\gamma_a} + \omega_{ps} \times \frac{f_{sk}}{\gamma_s} + \frac{1}{2} \times 0,85 \times \omega_{pc} \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \tag{4.30}$$

- **Ponto E:** Situado a meio caminho entre *A* e *C*

O aumento da resistência no ponto *E* é pouco maior que o proporcionado pela interpolação linear directa entre *A* e *C*, e portanto pode omitir-se o seu cálculo.

4.7.2. MOMENTOS FLECTORES DE SEGUNDA ORDEM

É necessário considerar a influência local dos efeitos de segunda ordem sobre uma peça individual, em particular a amplificação dos momentos de primeira ordem que existem no pilar devido à maior excentricidade com que o esforço axial actua (resultante das imperfeições de construção). No entanto estes podem ser ignorados se o pilar for impedido de se deslocar lateralmente ou se estiver contido por pórticos rígidos, desde que:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{cr}} \leq 0,1 \quad (4.31)$$

e

$$\bar{\lambda} < 0,2(2 - r) \quad (4.32)$$

Onde N_{cr} é a carga crítica de Euler e r a relação entre momentos de extremidade aplicados no pilar ($-1 \leq r \leq +1$).

Quando houver necessidade de considerar os efeitos de segunda ordem, estes podem contabilizar-se de forma aproximada, aplicando um factor de amplificação k ao momento flector máximo de primeira ordem M_{Sd} . Esse factor vem dado por:

$$k = \frac{\beta}{1 - N_{Sd} / N_{cr,eff}}, \geq 1,0 \quad (4.33)$$

Sendo:

$$\beta = 0,66 + 0,44r$$

Para um pilar sujeito a momentos de extremidade

$$\beta = 1,0$$

Quando a flexão é devida a carregamento lateral do pilar.

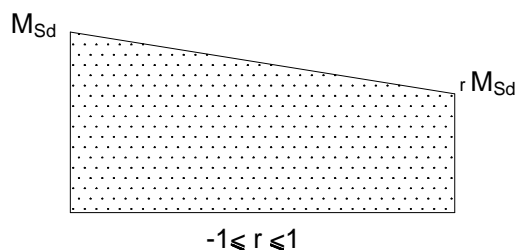


Figura 4.9 – Relação r entre momentos de extremidade

Na presença simultânea de esforço axial e momentos de extremidade, β não deve tomar-se nunca menor que 1,0, a não ser que seja calculado por um método mais exacto.

No cálculo da carga crítica $N_{cr,eff}$, deve ter-se em conta que o comprimento de encurvadura l_e deve ser tomado como o comprimento do pilar enquanto a rigidez efectiva $(EI)_{eff}$, deve ser substituída por $(EI)_{eff,II}$, definida como:

$$(EI)_{eff,II} = K_o (E_a I_a + E_s I_s + K_{e,II} E_{c,eff} I_c) \quad (4.34)$$

onde:

$K_{e,II}$ é um factor de correcção que deve ser tomado como 0,5;

K_o é um factor de calibração que deve ser tomado como 0,9;

O EC4 permite ainda, de forma simplificada, considerar a influência da geometria e da imperfeição estrutural através de imperfeições geométricas equivalentes. Estas imperfeições equivalentes para os perfis de aço são dadas na Tabela 4.1, em função do comprimento do pilar L .

4.7.3. RESISTÊNCIA DA SECÇÃO SUBMETIDA A COMPRESSÃO AXIAL E MOMENTO FLECTOR NUM SÓ PLANO

Os princípios do método proposto pelo EC4 para o cálculo da resistência de uma peça submetida a esforço axial e a momento flector uniaxial demonstram-se esquematicamente na Figura 4.10, que representa uma versão normalizada da curva de interacção para a resistência de secções transversais apresentada na Figura 4.6. Para um esforço axial de cálculo N_{Sd} a resistência plástica de uma secção M_{Rd} , que é uma proporção μ_d da resistência completa $M_{pl,Rd}$, obtém-se mediante a curva de interacção:

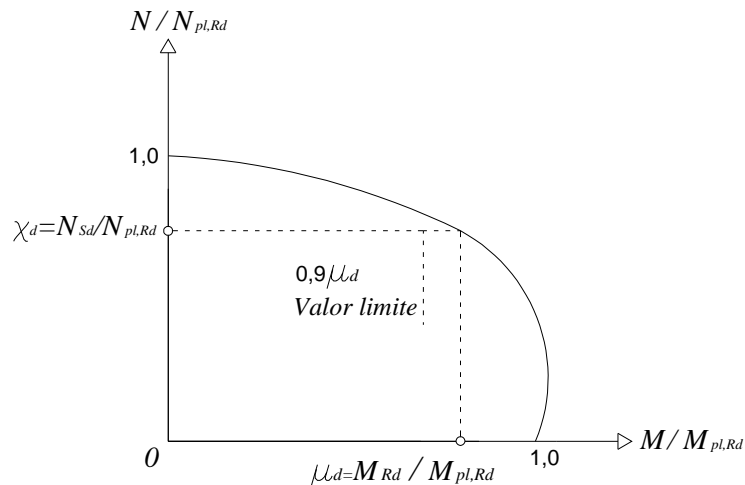


Figura 4.10 - Resistência a esforço normal e flexão uniaxial

O momento M_{Sd} é o momento máximo que se produz ao longo do comprimento do pilar, incluindo qualquer incremento resultante de imperfeições e amplificação dos momentos totais de primeira ordem devidos ao efeito “ $P-\delta$ ”. Assim, quando a secção está submetida a um esforço axial N_{Sd} , o pilar só tem resistência suficiente se:

$$M_{Sd} \leq \alpha_M \mu_d M_{pl,Rd} \quad (4.35)$$

Em que α_M deve ser tomado como 0,9 para categorias de aço entre S235 e S355 e 0,8 para as categorias S420 e S460.

A redução da resistência indicada pelo factor α_M compensa simplificações realizadas no cálculo. Por exemplo, a curva de interacção foi obtida sem ter em conta os limites de deformação do betão. Por isso, os momentos flectores, incluindo os efeitos de segunda ordem, foram obtidos utilizando a rigidez à flexão eficaz $(EI)_e$, obtida tendo em conta a área completa da secção transversal do betão.

Da Figura 4.6 torna-se evidente que os valores de μ_d podem valer quanto muito 1,0 na região do ponto D. Na prática, valores de μ_d superiores a 1,0 apenas devem ser usados quando o momento flector de cálculo M_{Sd} depende directamente da força normal N_{Sd} , por exemplo quando M_{Sd} resulta de uma excentricidade da força N_{Sd} .

4.7.4. RESISTÊNCIA DA SECÇÃO EM FLEXÃO DESVIADA

Quando um pilar misto está sujeito a compressão junto com flexão em dois planos, ou seja submetido a flexão composta desviada, é necessário partir da verificação de resistência à compressão e flexão uniaxial em cada plano. No entanto, esta verificação não é suficiente e há que realizar uma verificação de interacção para a flexão biaxial. Deste modo as imperfeições apenas devem ser consideradas no plano em que seja mais provável ocorrer a rotura. Para o outro plano despreza-se o efeito das imperfeições. Se não for evidente em qual dos planos é mais susceptível de ocorrer rotura, os efeitos das imperfeições devem ser considerados em ambos.

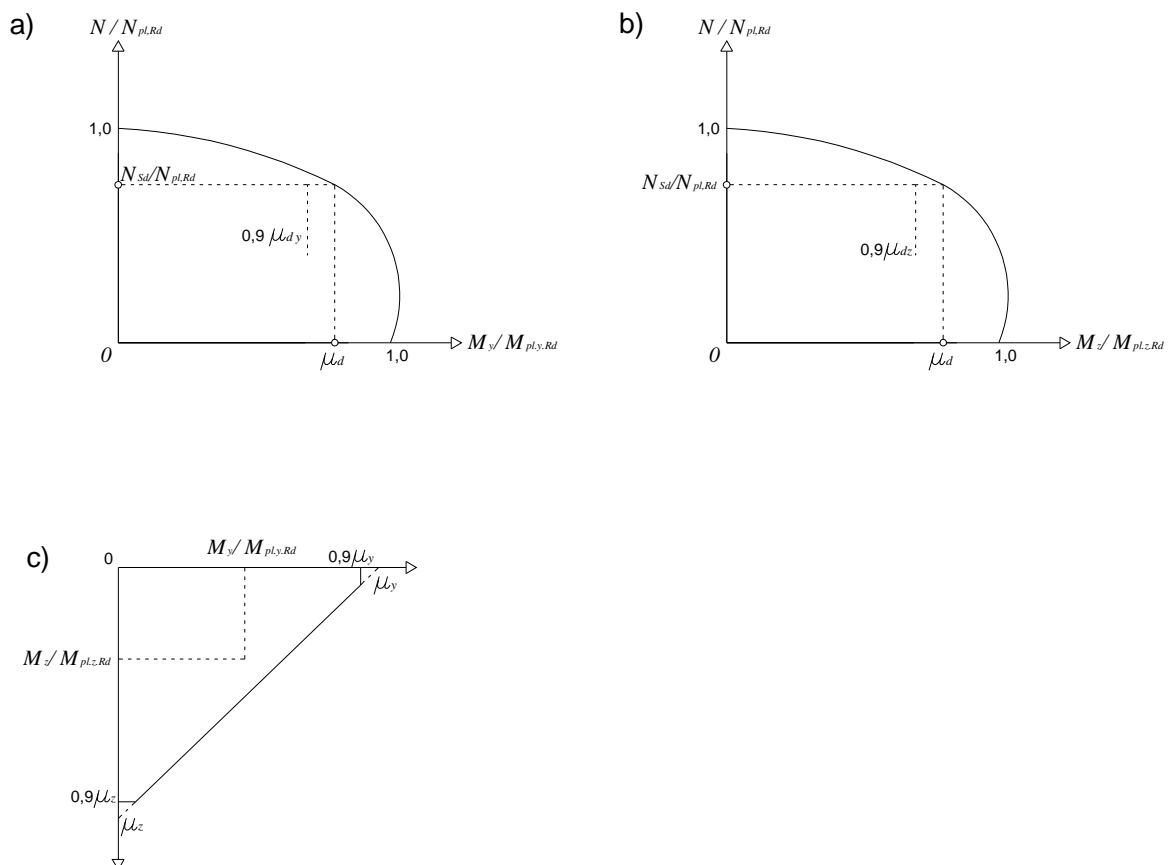


Figura 4.11 - Curvas de interacção M-N para os eixos y e z e diagrama de interacção para momentos em dois planos.

Isto pode ser representado mediante duas condições simultâneas (aço S235 a S355):

$$M_{y,Sd} \leq 0,9\mu_{dy}M_{pl,y,Rd} \quad (4.36)$$

$$M_{z,Sd} \leq 0,9\mu_{dz}M_{pl,z,Rd} \quad (4.37)$$

Para ter em conta os picos de tensões induzidos pelos momentos entre os limites dados pelas desigualdades em cima, actuando sobre dois eixos ortogonais, deverá satisfazer-se também uma fórmula de interacção linear entre os dois momentos de cálculo. Os momentos são novamente calculados considerando as imperfeições e amplificação devido ao efeito “ $P-\delta$ ” de segunda ordem:

$$\frac{M_{y,Sd}}{\mu_{d,y}M_{pl,y,Rd}} + \frac{M_{z,Sd}}{\mu_{d,z}M_{pl,z,Rd}} \leq 1,0 \quad (4.38)$$

Estas condições definem o lugar geométrico de resistência última em termos de momentos de cálculo ortogonais para o valor do esforço axial de compressão de cálculo N_{Sd} como mostra a Figura 4.11 – c).

4.8. RESISTÊNCIA AO ESFORÇO DE CORTE TRANSVERSAL

No que diz respeito ao esforço de corte transversal, pode-se assumir que este é resistido na sua totalidade pela secção de aço. Alternativamente é possível distribuí-lo entre a secção de aço e o betão.

Deve-se ter em conta a influência do esforço transversal na resistência à flexão composta apenas se o esforço transversal suportado pela secção de aço, $V_{a,Sd}$, superar em 50% a sua resistência plástica ao corte $V_{pl,a,Rd}$:

$$V_{pl,a,Rd} = A_v f_{yd} / \sqrt{3} \quad (4.39)$$

onde A_v é a área de corte da secção de aço. Quando tal acontecer, a influência do esforço transversal na resistência à flexão composta deve ser tomada em conta reduzindo a resistência plástica do perfil de aço por $(1-\rho)$ na região da área de corte A_v (Figura 4.5). O factor de redução ρ é definido como:

$$\rho = \left(2 \times \frac{V_{Sd}}{V_{Rd}} - 1 \right)^2 \quad (4.40)$$

A menos que uma análise mais detalhada seja efectuada, o esforço transversal que actua na secção mista é distribuído pelo perfil de aço, $V_{a,Sd}$ e pelo betão $V_{c,Sd}$, do seguinte modo:

$$V_{a,Sd} = V_{Sd} \frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}} \quad (4.41)$$

$$V_{c,Sd} = V_{Sd} - V_{a,Sd} \quad (4.42)$$

$M_{pl,a,Rd}$ é o momento plástico do perfil

$M_{pl,Rd}$ é o momento plástico da secção mista.

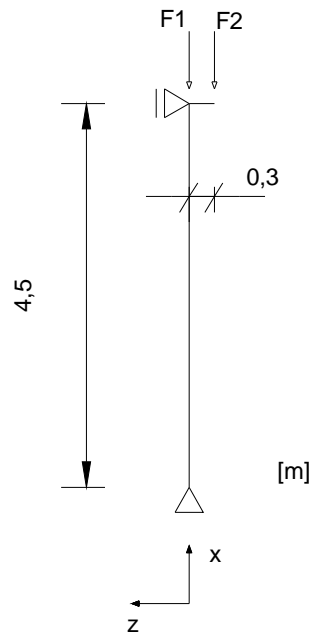
5

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

5.1. PILAR DE SECÇÃO TRANSVERSAL CONSTITUÍDA POR PERFIL H TOTALMENTE ENVOLVIDO EM BETÃO SUBMETIDO A FLEXÃO COMPOSTA [7]

5.1.1. DADOS DE PARTIDA

5.1.1.1. Sistema Estrutural



5.1.1.2. Cargas (valores de cálculo)

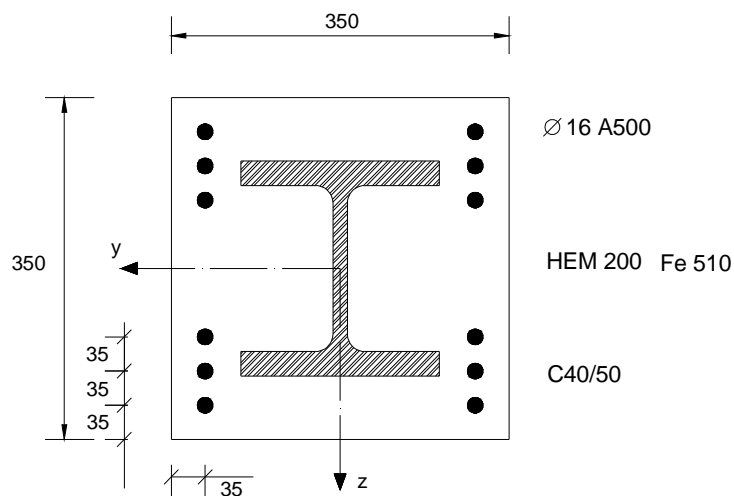
Cargas permanentes: $F_{1G} = 2750,0 \text{ KN}$

$$F_{2G} = 760,0 \text{ KN}$$

Cargas Variáveis: $F_{1Q} = 1725,0 \text{ KN}$

$$F_{2Q} = 240,0 \text{ KN}$$

5.1.1.3. Secção Transversal



5.1.1.4. Recobrimento do Betão e da armadura

$$c_z = (350 - 220) / 2 = 65 \text{ mm}$$

$$40 \text{ mm} \leq c_z \leq 0,3 \times h_c = 0,3 \times 220 = 66 \text{ mm}$$

$$c_z > \frac{b}{6} = \frac{206}{6} = 34,3 \text{ mm}$$

$$c_y = (350 - 206) / 2 = 72 \text{ mm}$$

$$40 \text{ mm} \leq c_y \leq 0,4 \times b = 0,4 \times 206 = 82,4 \text{ mm}$$

5.1.2 SECÇÃO TRANSVERSAL

5.1.2.1. Áreas

$$A_d = 131,0 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 12 \times \left(\frac{\pi \times 1,6^2}{4} \right) = 24,13 \text{ cm}^2$$

$$A_c = 35 \times 35 - 131,0 - 24,13 = 1069,9 \text{ cm}^2$$

5.1.2.2. Contribuição da armadura

$$\frac{A_s}{A_c} = 24,13 / (35 \times 35 - 131,0) = 2,2057 \% < 6\%$$

5.1.2.3. Momentos de inércia relativamente ao eixo y da secção

$$I_{a,y} = 10640 \text{ cm}^4$$

$$I_{s,y} = 24,13 \times (14^2 + 10,5^2 + 7^2) / 3 = 2857,4 \text{ cm}^4$$

$$I_{c,y} = \frac{35 \times 35^3}{12} - 10640 - 2857,4 = 111555 \text{ cm}^4$$

5.1.2.4. Momentos de inércia relativamente ao eixo z da secção

$$I_{a,z} = 3650 \text{ cm}^4$$

$$I_{s,z} = 24,13 \times (14^2 \times 3) / 3 = 4729,5 \text{ cm}^4$$

$$I_{c,z} = \frac{35 \times 35^3}{12} - 3650 - 4729,5 = 116673 \text{ cm}^4$$

5.1.3. VALORES BÁSICOS

5.1.3.1. Propriedades dos materiais

(a) Resistências características:

$$f_y = 355MPa$$

$$f_{sk} = 500MPa$$

$$f_{ck} = 40MPa$$

(b) Resistências de cálculo:

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_a} = \frac{355}{1,0} = 355MPa$$

$$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435MPa$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{40}{1,5} = 26,7MPa$$

(c) Módulos de Elasticidade:

$$E_a = 210 \text{ GPa}$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$E_{cm} = 35 \text{ GPa}$$

5.1.3.2 Resistência Plástica da secção para cargas axiais

$$\begin{aligned}
 N_{pl.Rd} &= A_a \times f_{yd} + 0,85 \times A_c \times f_{cd} + A_s \times f_{sd} \\
 &= 131 \times 10^{-4} \times 355 \times 10^3 + 0,85 \times 1069,9 \times 10^{-4} \times 26,7 \times 10^3 + 24,13 \times 10^{-4} \times 435 \times 10^3 \\
 &= 8128,3 \text{ KN}
 \end{aligned}$$

5.1.3.3. Coeficiente de contribuição do aço

$$\delta = \frac{N_{a.Rd}}{N_{pl.Rd}} = \frac{0,0131 \times 355 \times 10^3}{8128,3} = 0,572$$

$$0,2 \leq \delta \leq 0,9 \quad OK$$

5.1.4. ENCURVADURA EM TORNO DO EIXO DE MENOR INÉRCIA DA SECÇÃO

5.1.4.1. Cargas de cálculo

$$N_{Sd} = 2750 + 760 + 1725 + 240 = 5475,0 \text{ KN}$$

5.1.4.2. Rigidez efectiva

$$\begin{aligned}
 (EI)_{eff} &= E_a I_a + E_s I_s + K_e E_{cm} I_c \\
 &= 210 \times 10^6 \times 3650 \times 10^{-8} + 200 \times 10^6 \times 4729,5 \times 10^{-8} + 0,6 \times 35 \times 10^6 \times 116673 \times 10^{-8} \\
 &= 41625,3 \text{ KN.m}^2
 \end{aligned}$$

De modo a ter em conta os efeitos da fluência e retracção, o módulo de elasticidade do betão deve ser substituído pelo valor reduzido $E_{c,eff}$:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \times \frac{1}{1 + (N_{G,Sd} / N_{Sd}) \varphi} = 35 \times \frac{1}{1 + [(2750 + 760) / 5475] \times 1,5} = 17,84 \text{ GPa}$$

$$\begin{aligned}
 (EI)_{eff} &= E_a I_a + E_s I_s + K_e E_{c,eff} I_c \\
 &= 210 \times 10^6 \times 3650 \times 10^{-8} + 200 \times 10^6 \times 4729,5 \times 10^{-8} + 0,6 \times 17,84 \times 10^6 \times 116673 \times 10^{-8} \\
 &= 29612,7 \text{ KN.m}^2
 \end{aligned}$$

5.1.4.3. Esbelteza Associada

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{l_e^2} = \frac{\pi^2 \times 29612,7}{4,5^2} = 14432,9 \text{ KN}$$

$$\begin{aligned}
 N_{pl.Rk} &= A_a \times f_y + 0,85 \times A_c \times f_{ck} + A_s \times f_{sk} \\
 &= 131 \times 10^{-4} \times 355 \times 10^3 + 0,85 \times 1069,9 \times 10^{-4} \times 40 \times 10^3 + 24,13 \times 10^{-4} \times 500 \times 10^3 \\
 &= 9494,7 \text{ KN}
 \end{aligned}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl.Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{9494,7}{14432,9}} = 0,811$$

5.1.4.4. Resistência do elemento a cargas axiais

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{(\phi^2 - \bar{\lambda}^2)}} \leq 1 \quad ; \quad \chi = 0,655$$

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \quad \alpha = 0,49 \text{ (curva de encurvadura c)}$$

$$\phi = 0,98$$

$$N_{R,d} = \chi \cdot N_{pl,Rd} = 0,655 \times 8128,3 = 5324,04 \text{ KN}$$

$$N_{Rd} < N_{Sd} = 5475,0 \text{ KN} \quad KO$$

5.1.5. FLEXÃO EM TORNO DO EIXO DE MAIOR INÉRCIA DA SECÇÃO

5.1.5.1. Cargas de cálculo

$$N_{Sd} = 5475,0 \text{ KN}$$

$$M_{Sd} = 240,0 \times 0,3 = 72,0 \text{ KN.m}$$

5.1.5.2. Rigidez efectiva

$$E_{c,eff} = E_{cm} \times \frac{1}{1 + (N_{G,Sd} / N_{Sd})\phi} = 35 \times \frac{1}{1 + [(2750 + 760) / 5475] \times 1,5} = 17,84 \text{ GPa}$$

$$\begin{aligned} (EI)_{eff} &= E_a I_a + E_s I_s + K_e E_{c,eff} I_c \\ &= 210 \times 10^6 \times 10640 \times 10^{-8} + 200 \times 10^6 \times 2857,4 \times 10^{-8} + 0,6 \times 17,84 \times 10^6 \times 111555 \times 10^{-8} \\ &= 39999,6 \text{ KN.m}^2 \end{aligned}$$

5.1.5.3. Esbelteza Associada

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{l_e^2} = \frac{\pi^2 \times 39999,6}{4,5^2} = 19495,3 \text{ KN}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{9494,7}{19495,3}} = 0,698$$

5.1.5.4. Resistência do elemento a cargas axiais

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1 \quad ; \quad \chi = 0,785$$

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \quad \alpha = 0,34 \text{ (curva de encurvadura b)}$$

$$\phi = 0,828$$

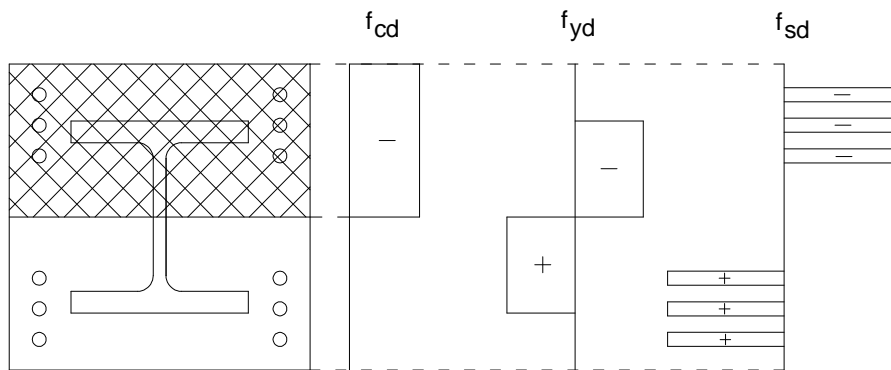
$$N_{Rd} = \chi \cdot N_{pl,Rd} = 0,7853 \times 8128,3 = 6383,15 \text{ KN}$$

$$N_{Rd} > N_{Sd}$$

5.1.5.5. Curva de Interação da Secção Transversal

(a) Determinação do ponto *D*

$$N_D = \frac{N_{pm,Rd}}{2} = \frac{0,85 \times A_c \times f_{cd}}{2} = \frac{0,85 \times 1069,9 \times 10^{-4} \times 26,7 \times 10^3}{2} = 1214,1 \text{ KN}$$



Módulos de flexão plástica dos materiais:

$$\omega_{pa} = 1135,0 \text{ cm}^3$$

$$\omega_{ps} = \sum_i^n A_{si} \times z_i = 4,02 \times [(17,5 - 3,5) + (17,5 - 7) + (17,5 - 10,5)] \times 2 = 253,3 \text{ cm}^3$$

$$\omega_{p,tot} = 2 \times (b_c \times \frac{h_c}{2} \times \frac{h_c}{4}) = \frac{b_c \times h_c^2}{4} = 10718,8 \text{ cm}^3$$

$$\omega_{pc} = \omega_{p,tot} - \omega_{pa} - \omega_{ps} = 9330,45 \text{ cm}^3$$

O momento máximo da secção é deste modo:

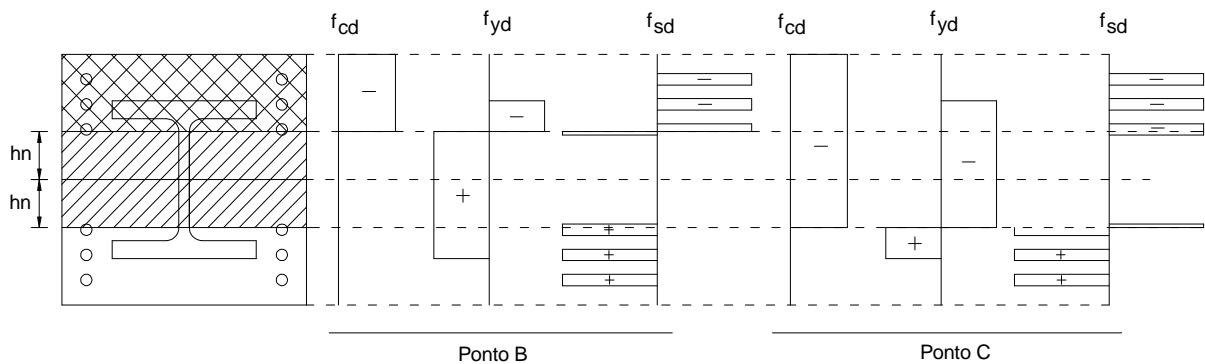
$$\begin{aligned}
 M_{máx,Rd} &= M_D = \omega_{pa} \times f_{yd} + \omega_{ps} \times f_{sd} + \frac{1}{2} \times 0,85 \times \omega_{pc} \times f_{cd} \\
 &= 1135 \times 10^{-6} \times 355 \times 10^3 + 253,3 \times 10^{-6} \times 435 \times 10^3 + \frac{1}{2} \times 0,85 \times 9330,45 \times 10^{-6} \times 26,7 \times 10^3 \\
 &= 619,0 \text{ KN.m}
 \end{aligned}$$

(b) Determinação dos pontos B e C:

$$N_B = 0,0 \text{ KN}$$

$$N_C = N_{pm,Rd} = 2428,2 \text{ KN}$$

A determinação da posição do eixo neutro faz-se a partir das equações disponibilizadas no anexo C do eurocódigo 4 de 1992 [6]. Admitindo a possibilidade de o eixo neutro se encontrar na alma do perfil:

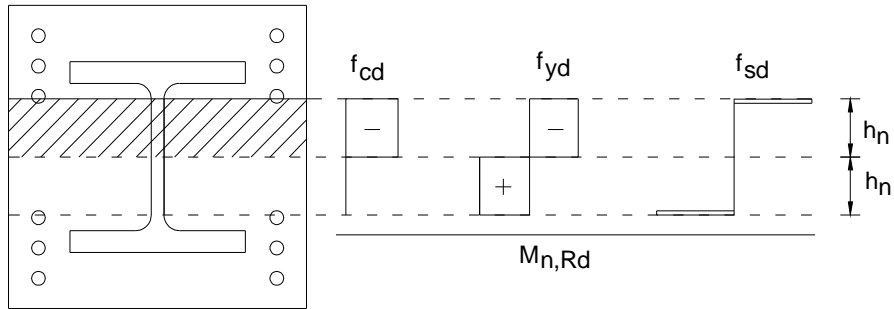


$$h_n \leq (h - 2 \times t_f) / 2 = (220 - 2 \times 25) / 2 = 8,5 \text{ cm}$$

$$h_n = \frac{N_{pm,Rd} - A_{sn} (2f_{sd} - f_{cd})}{2b_c f_{cd} + 2t_w (2f_{yd} - f_{cd})} = \frac{2428,2 - 1,571 \times 10^{-4} (2 \times 435000 - 26700 \times 0,85)}{2 \times 0,35 \times 0,85 \times 26700 + 2 \times 0,015 \times (2 \times 355000 - 0,85 \times 26700)}$$

$$h_n = 0,0628 \text{ m} = 6,28 \text{ cm} < 8,5 \text{ cm}$$

Resistência plástica à flexão $M_{n,Rd}$ da secção com uma altura $2h_n$:



$$\omega_{pa,n} = 2 \times (t_w \times h_n \times \frac{h_n}{2}) = t_w \times h_n^2 = 1,5 \times 6,28^2 = 59,16 \text{ cm}^3$$

$\omega_{ps,n} = 1,571 \times 6,4 = 10,1 \text{ cm}^3$ (assume-se 6,4cm a distância do centro de gravidade das armaduras ao eixo y)

$$\omega_{p,tot,n} = 2 \times (b_c \times h_n \times \frac{h_n}{2}) = b_c \times h_n^2 = 35 \times 6,28^2 = 1380,34 \text{ cm}^3$$

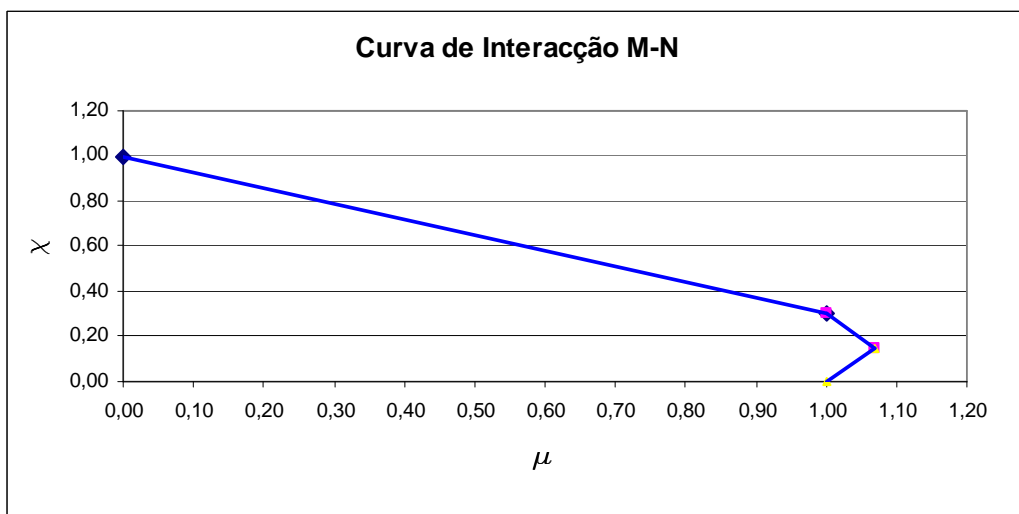
$$\omega_{pc,n} = \omega_{p,tot,n} - \omega_{pa,n} - \omega_{ps,n} = 1311,08 \text{ cm}^3$$

$$\begin{aligned} M_{n,Rd} &= \omega_{pa,n} \times f_{yd} + \omega_{ps,n} \times f_{sd} + \frac{1}{2} \times 0,85 \times \omega_{pc,n} \times f_{cd} \\ &= 59,16 \times 10^{-6} \times 355 \times 10^3 + 10,1 \times 10^{-6} \times 435 \times 10^3 + \frac{1}{2} \times 0,85 \times 1311,08 \times 10^{-6} \times 26,7 \times 10^3 \\ &= 40,3 \text{ KN.m} \end{aligned}$$

$$M_{pl,Rd} = M_B = M_C = M_D - M_{n,Rd} = 619,0 - 40,3 = 578,7 \text{ KN.m}$$

(c) Traçado da Curva de Interação para o eixo y:

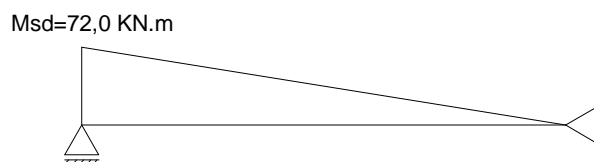
Pontos	N	M	$\chi = \frac{N}{N_{pl,Rd}}$	$\mu = \frac{M}{M_{pl,Rd}}$
A	8128,30	0,00	1,00	0,00
B	0,00	578,70	0,00	1,00
C	2428,20	578,70	0,30	1,00
D	1214,10	619,00	0,15	1,07



$$\chi_d = \frac{5475,0}{8128,3} = 0,6736$$

5.1.5.6. Momento Interno

(a) Diagrama de Momentos sem considerar efeitos de segunda ordem:



(b) Valor de cálculo do Momento Flector:

Factor k , considerando efeitos de segunda ordem:

$$k = \frac{\beta}{1 - N_{Sd} / N_{cr,eff}}, \geq 1,0$$

com

$$\beta = 0,66 + 0,44r, \quad \beta \geq 0,44$$

e

$$N_{cr,eff} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff,II}}{l_e^2}, \quad (EI)_{eff,II} = K_o (E_a I_a + E_s I_s + K_{e,II} E_{c,eff} I_c)$$

$$(EI)_{eff,II} = 0,9(210 \times 10^6 \times 10640 \times 10^{-8} + 200 \times 10^6 \times 2857,4 \times 10^{-8} + 0,5 \times 17,84 \times 10^6 \times 111555 \times 10^{-8})$$

$$(EI)_{eff,II} = 34208,6 \text{ KN.m}^2$$

$$N_{cr,eff} = \frac{\pi^2 34208,6}{4,5^2} = 16672,9 \text{ KN}$$

$$r = 0 \quad ; \quad \beta = 0,66$$

$$k = \frac{0,66}{1 - 5475 / 16672,9} = 0,983 < 1,0 \quad \Rightarrow \quad k = 1,0$$

Não há influência do momento flector de segunda ordem.

5.1.5.7. Resistência em flexão composta

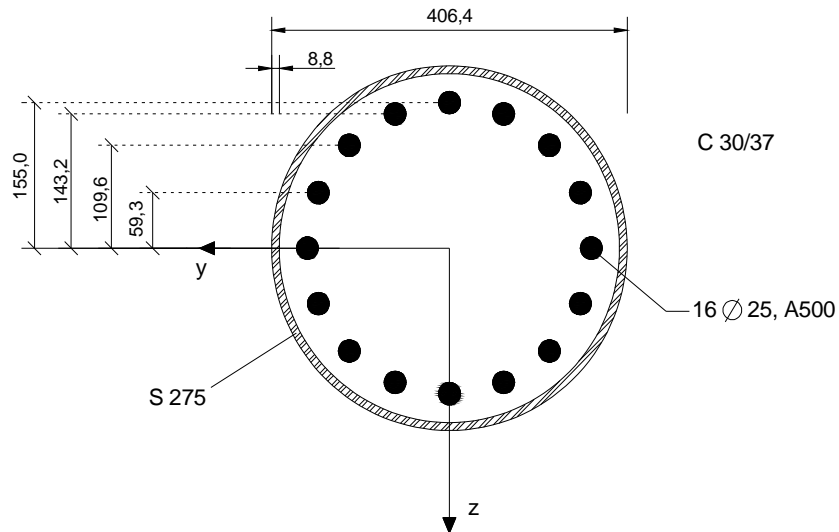
$$\frac{M_{Sd}}{\mu_d \times M_{pl,Rd}} \leq \alpha_M \quad ; \quad \alpha_M = 0,9 \quad (S355)$$

$$M_{Sd} = 72 \text{ KN.m} \leq 0,47 \times 578,7 \times 0,9 = 244,8 \text{ KN.m} \quad \text{OK}$$

5.2. CÁLCULO DA RESISTÊNCIA PLÁSTICA A CARGAS AXIAIS DE UMA SECÇÃO CIRCULAR OCA PREENCHIDA POR BETÃO [8]

5.2.1. DADOS DE PARTIDA

5.2.1.1. Secção Transversal



5.2.1.2. Cargas

$$N_{Gd} = 4500 \text{ KN}$$

$$N_{Qd} = 1500 \text{ KN}$$

$$M_{\text{máx},sd} = 60 \text{ KN.m}$$

5.2.1.3. Coeficiente de fluência

$$\varphi = 2,0$$

5.2.1.4. Comprimento de encurvadura

$$l_e = 3500 \text{ mm}$$

5.2.2. ÁREAS

$$A_a = 11000 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 16 \times \frac{\pi \times 25^2}{4} = 7853,98 \text{ mm}^2$$

$$A_c = \frac{\pi \times 406,4^2}{4} - 11000 - 7853,98 = 110863,13 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_s}{A_c} = \frac{7853,98}{\frac{\pi \times 406,4^2}{4} - 11000} = 0,06616 = 6,616\% > 6\%$$

De acordo com o estipulado no ponto 4.5 (5) a área de armadura a considerar no cálculo é:

$$A_s = 0,06 \times \left(\frac{\pi \times 406,4^2}{4} - 11000 \right) = 7123,03 \text{ mm}^2$$

5.2.3. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

5.2.3.1. Resistências de cálculo dos materiais

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_a} = \frac{275}{1,0} = 275 \text{ MPa}$$

$$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa}$$

5.2.3.1. Módulos de Elasticidade

$$E_a = 210 \text{ GPa}$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$E_{cm} = 33 \text{ GPa}$$

5.2.4. MOMENTOS DE INÉRCIA

$$I_a = 217320000 \text{ mm}^4$$

$$I_s = \frac{\pi \times 16^2}{4} \times (155^2 + 2 \times 143,2^2 + 2 \times 109,6^2 + 2 \times 59,3^2) \times 2 = 38642003,8 \text{ mm}^4$$

$$I_c = \frac{\pi \times (203,2 - 8,8)^4}{4} - I_s = 1083053360 \text{ mm}^4$$

5.2.5. RIGIDEZ EFECTIVA

De modo a ter em conta os efeitos das características reológicas do betão:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \times \frac{1}{1 + (N_{G,Ed} / N_{Ed}) \varphi_t} = 33 \times \frac{1}{1 + (4500 / 6000) \times 2,0} = 13,2 \text{ GPa}$$

$$(EI)_{eff} = E_a I_a + E_s I_s + K_e E_{c,eff} I_c$$

$$(EI)_{eff} = (210 \times 21732 + 200 \times 3864,2 + 0,6 \times 13,2 \times 108305,336) \times 10^{-2} = 61943,383 \text{ KN.m}^2$$

5.2.6. ESBELTEZA RELATIVA

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{l_e^2} = \frac{\pi^2 \times 61943,383}{3,5^2} = 49906,67 \text{ KN}$$

$$N_{pl.Rk} = A_a \times f_y + A_c \times f_{ck} + A_s \times f_{sk}$$

$$= (11000 \times 275 + 110863,13 \times 30 + 7123,03 \times 500) \times 10^{-3} = 9912,41 \text{ KN}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl.Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{9912,41}{49906,67}} = 0,4457$$

5.2.7. RESISTÊNCIA PLÁSTICA DA SECÇÃO A CARGAS AXIAIS

$$\frac{e}{d} = \frac{M_{sd}/N_{sd}}{d} = \frac{60/6000}{0,4064} = 0,0246 < 0,1$$

$$\bar{\lambda} = 0,4457 < 0,5$$

$$N_{pl.Rd} = \eta_a \times A_a \times f_{yd} + A_c \times f_{cd} \times \left(1 + \eta_c \frac{t}{d} \frac{f_y}{f_{ck}}\right) + A_s \times f_{sd}$$

$$\eta_{a0} = 0,25 \times (3 + 2\bar{\lambda}) = 0,97285$$

$$\eta_{c0} = 4,9 - 18,5\bar{\lambda} + 17\bar{\lambda}^2 = 0,0285765$$

$$\eta_a = \eta_{a0} + (1 + \eta_{a0}) \left(10 \frac{e}{d}\right) = 0,979876$$

$$\eta_c = \eta_{c0} \left(1 - 10 \frac{e}{d}\right) = 0,02154$$

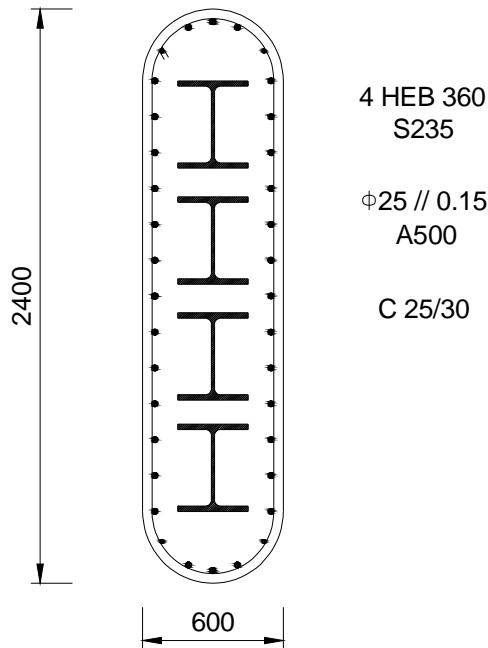
$$N_{pl.Rd} = 0,979876 \times 11000 \times 275 + 110863,13 \times 20 \times \left(1 + 0,02154 \frac{8,8}{406,4} \frac{275}{30}\right) + 7123,03 \times 435$$

$$N_{pl.Rd} = 8289385,44 \text{ N} = 8289,39 \text{ KN}$$

5.3. DETERMINAÇÃO DA CURVA DE INTERACÇÃO PARA O EIXO Y DA SECÇÃO DE UM PILAR MISTO [9]

5.3.1. DADOS DE PARTIDA

Secção Transversal



5.3.2. ÁREAS

$$A_a = 4 \times 180,6 = 722,4 \text{ cm}^2$$

Com recobrimento = 40mm o perímetro interior P é o seguinte:

$$P = (2,32 - 0,52) \times 2 + 2 \times \pi \times 0,26 = 5,23 \text{ m}$$

$$\frac{5,23}{0,15} = 35 \text{ var } \text{ões } \Phi 25$$

$$A_a = 35 \times \frac{\pi \times 2,5^2}{4} = 171,81 \text{ cm}^2$$

$$A_c = 1,80 \times 0,60 + \pi \times 0,3^2 - A_s - A_a = 1,273 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_s}{A_c} = 1,35\% (< 6\%)$$

5.3.3. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

5.3.3.1. Resistências características e de cálculo

$$f_{a.k} = 235 \text{ MPa} \qquad f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_a} = \frac{235}{1,0} = 235 \text{ MPa}$$

$$f_{s.k} = 500 \text{ MPa} \qquad f_{s.d} = \frac{f_{s.k}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$f_{c.k} = 25 \text{ MPa} \qquad f_{c.d} = \frac{f_{c.k}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ MPa}$$

5.3.3.2. Módulos de Elasticidade

$$E_a = 210 \text{ GPa}$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$E_{cm} = 31 \text{ GPa}$$

5.3.4. VALORES BÁSICOS

5.3.4.1. Resistência Plástica da secção para cargas axiais

$$\begin{aligned} N_{pl.Rd} &= A_a \times f_{a.d} + 0,85 \times A_c \times f_{c.d} + A_s \times f_{s.d} \\ &= 722,4^{-4} \times 235 \times 10^3 + 0,85 \times 1,273 \times 16,7 \times 10^3 + 171,81^{-4} \times 435 \times 10^3 \\ &= 42520,4 \text{ KN} \end{aligned}$$

5.3.4.2. Coeficiente de contribuição do aço

$$\delta = \frac{N_{a.Rd}}{N_{pl.Rd}} = \frac{722,4 \times 10^{-4} \times 235 \times 10^3}{42520,4} = 0,4$$

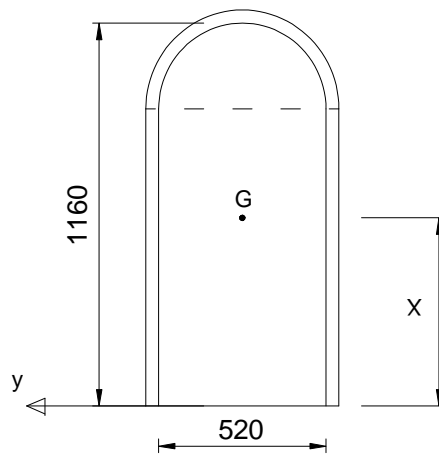
$$0,2 \leq \delta \leq 0,9 \quad OK$$

5.3.4.3 Módulos de flexão plástica

$$\omega_{pl} = 2 \times S$$

$$\omega_{pl.a} = 2 \times [180,6 \times [(6+18) + (6+36+12+18)]] = 34675,2 \text{ cm}^3$$

$$\omega_{pl.s} = 2 \times \left[\frac{171,81}{2} \times 55,4 \right] = 9518,3 \text{ cm}^3$$



$$x = \frac{0,9 \times 0,52 \times 0,45 + \frac{\pi \times 0,26^2}{2} \times (0,9 + \frac{4 \times 0,26}{3\pi})}{0,9 \times 0,52 + \frac{\pi \times 0,26^2}{2}} = 0,554 \text{ m}$$

$$\omega_{pl,tot} = 2 \times S = 2 \times \left[0,9 \times 0,6 \times 0,45 + \frac{\pi \times 0,3^2}{2} \times \left(0,9 + \frac{4 \times 0,3}{3\pi} \right) \right] = 0,77647 m^3 = 776470 cm^3$$

$$\omega_{pl,c} = \omega_{pl,tot} - \omega_{pl,a} - \omega_{pl,s} = 732277 cm^3$$

5.3.5. DETERMINAÇÃO DOS PONTOS DA CURVA DE INTERACÇÃO DA SECÇÃO

Ponto D:

$$N_D = \frac{N_{pm,Rd}}{2} = \frac{0,85 \times A_c \times f_{cd}}{2} = \frac{0,85 \times 1,273 \times 16,7 \times 10^3}{2} = 9035,12 KN$$

$$\begin{aligned} M_{máx,Rd} = M_D &= \omega_{pa} \times f_{ad} + \omega_{ps} \times f_{sd} + \frac{1}{2} \times 0,85 \times \omega_{pc} \times f_{cd} \\ &= 34675,2 \times 10^{-6} \times 235 \times 10^3 + 9518,3 \times 10^{-6} \times 435 \times 10^3 + \frac{1}{2} \times 0,85 \times 732277 \times 10^{-6} \times 16,7 \times 10^3 \\ &= 17486,5 KN.m \end{aligned}$$

Determinação dos pontos B e C:

$$N_B = 0,0 KN$$

$$N_C = N_{pm,Rd} = 28890,7 KN$$

Determinação da posição do eixo neutro :

Admitindo que ao linha neutra se situa entre os dois perfis superiores :

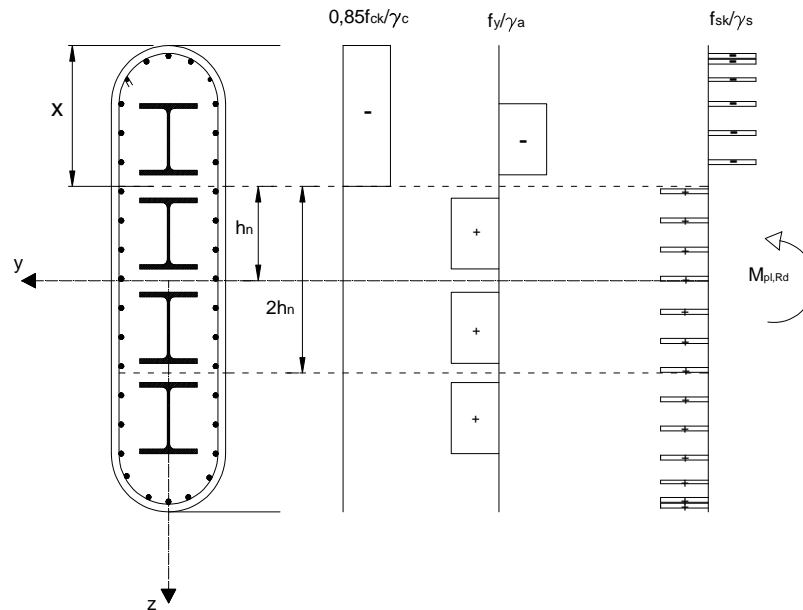
$$420 \leq h_n \leq 540$$

$$\begin{aligned} F_c = F_t &= \left(\frac{\pi \times 0,6^2}{8} + 0,6 \times 0,8 \times x - 0,01806 \right) \times 0,85 \times 16700 + 0,01806 \times 235000 \\ &+ \left[\frac{\pi \times 0,26 + (x - 0,3) \times 2}{0,15} \right] \times 4,91 \times 10^{-4} \times 435000 = 6303,24 + 9661,4x \end{aligned}$$

$$F_t = 3 \times 0,01806 \times 235000 + \left[\frac{\pi \times 0,26 + (2,1 - x) \times 2}{0,15} \times 4,91 \times 10^{-4} \times 435000 \right]$$

$$= 19875,8 - 2847,8x$$

$$F_c = F_t \Rightarrow x = 1,06 \text{ m} \Rightarrow h_n = 1,2 - x = 0,14 = 140 \text{ mm} \quad KO$$



Eixo neutro na alma do perfil mais próximo do eixo y:

$$82,5 \leq h_n \leq 402,5$$

$$F_c = F_t = \left(\frac{\pi \times 0,6^2}{8} + 0,6 \times 0,8 \times x - 0,01806 - 0,3 \times 0,0225 + 0,0125 \times (x - 0,8025) \right) \times 0,85 \times 16700 +$$

$$+ (0,01806 + 0,3 \times 0,0225 + 0,0125 \times (x - 0,8025)) \times 235000 +$$

$$+ \left[\frac{\pi \times 0,26 + (x - 0,30) \times 2}{0,15} \right] \times 4,91 \times 10^{-4} \times 435000 = 5398,74 + 12421,5x$$

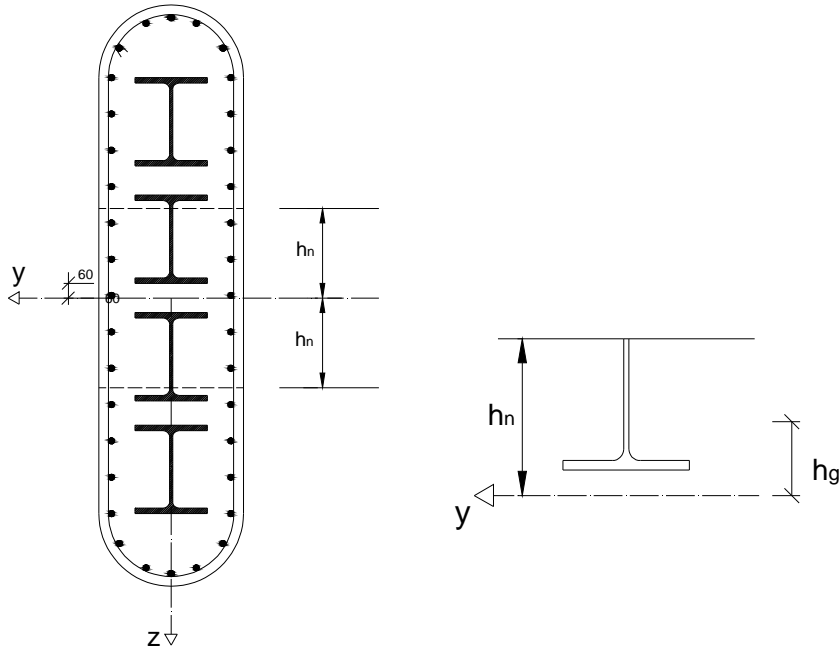
$$F_t = (2 \times 0,01806 + 0,3 \times 0,0225 + 0,0125 \times (1,1225 - x)) \times 235000 +$$

$$+ \left[\frac{\pi \times 0,26 + (2,1 - x) \times 2}{0,15} \times 4,91 \times 10^{-4} \times 435000 \right] = 20515,3 - 5785,3x$$

$$F_c = F_t \Rightarrow x = 0,83 \text{ m} \Rightarrow h_n = 1,2 - x = 0,37 = 370 \text{ mm} \quad OK!$$

Módulos de flexão plástica correspondentes ao domínio de altura $2 h_n$:

$$\omega_{pl.a.n} = 2 \times [(h_n - t_f - 60) \times t_w + t_f \times b] \times h_g$$



$$h_g \cong \frac{b \times t_f \times (60 + 0,5 \times t_f) + t_w \times (h_n - t_f - 60) \times \left[\frac{h_n - t_f - 60}{2} + 60 + t_f \right]}{b \times t_f + t_w \times (h_n - t_f - 60)} =$$

$$= \frac{300 \times 22,5 \times (60 + 0,5 \times 22,5) + 12,5 \times (370 - 22,5 - 60) \times \left[\frac{370 - 22,5 - 60}{2} + 60 + 22,5 \right]}{300 \times 22,5 + 12,5 \times (370 - 22,5 - 60)} =$$

$$= 125,1 \text{ mm}$$

$$\omega_{pl.a.n} = 2 \times [(370 - 22,5 - 60) \times 12,5 + 22,5 \times 300] \times 125,1 = 2,588 \times 10^6 \text{ mm}^3 = 2588 \text{ cm}^3$$

$$\omega_{pl.s.n} = A_{s.n} \times \frac{h_n}{2} \times 2 = \left[\frac{h_n}{150} \times 2 \times A_{1\phi 25} \times \frac{h_n}{2} \right] \times 2 = \left[\frac{370}{150} \times 2 \times 491 \times \frac{370}{2} \right] \times 2 =$$

$$= 896239 \text{ mm}^3 = 896,24 \text{ cm}^3$$

$$\omega_{pl.c.n} = \omega_{pl.tot.n} - \omega_{pl.a.n} - \omega_{pl.s.n}$$

$$\omega_{pl.tot.n} = 2 \times \left(600 \times h_n \times \frac{h_n}{2} \right) = 600 \times 370^2 = 8,214 \times 10^7 = 82140 \text{ cm}^3$$

$$\omega_{pl.c.n} = 82140 - 2588 - 896,24 = 78655,8 \text{ cm}^3$$

Momento associado ao domínio de altura $2 h_n$:

$$\begin{aligned} M_{n,Rd} &= \omega_{pl.a.n} \times f_{ad} + \omega_{pl.s.n} \times f_{sd} + \frac{1}{2} \times 0,85 \times \omega_{pl.c.n} \times f_{cd} \\ &= 2588 \times 10^{-6} \times 235 \times 10^3 + 896,24 \times 10^{-6} \times 435 \times 10^3 + \frac{1}{2} \times 0,85 \times 78655,8 \times 10^{-6} \times 16,7 \times 10^3 \\ &= 1556,3 \text{ KN.m} \end{aligned}$$

Momento plástico da secção:

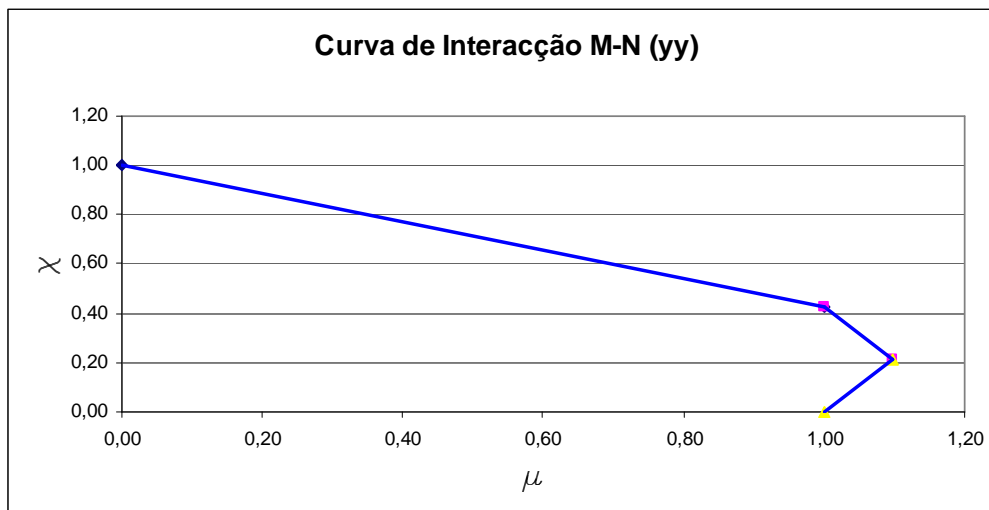
$$M_{pl,Rd} = M_B = M_C = M_D - M_{n,Rd} = 17486,5 - 1556,3 = 15930,2 \text{ KN.m}$$

Resistência à compressão de toda a área de betão:

$$N_{pm,Rd} = A_c \times 0,85 \times f_{cd} = 1,273 \times 0,85 \times 16700 = 18070,2 \text{ KN}$$

Traçado da Curva de Interação:

Pontos	N	M	$\chi = \frac{N}{N_{pl,Rd}}$	$\mu = \frac{M}{M_{pl,Rd}}$
A	42520,40	0,00	1,00	0,00
B	0,00	15930,20	0,00	1,00
C	18070,20	15930,20	0,42	1,00
D	9035,10	17486,50	0,21	1,10



6

IMPLEMENTAÇÃO AUTOMÁTICA DAS DISPOSIÇÕES DO EC4

6.1. INTRODUÇÃO

Procurando avaliar a disponibilidade de ferramentas para o cálculo de pilares mistos, constatou-se que os softwares existentes e mais completos se destinam ao cálculo de pilares mistos de acordo com as normas brasileiras e/ou americanas. Os programas que fazem uso do Eurocódigo 4 (EC4) [1], disponibilizados pela ARCELOR [10], são de aplicação restrita e contemplam a versão mais antiga do eurocódigo, datada de 1992.

Surge assim a necessidade de criar uma implementação automática que vise o dimensionamento/verificação deste tipo de pilares de acordo com a nova versão do EC4, de 2004.

A aplicação escolhida para desenvolver esta ferramenta é o “Microsoft Office Excel 2003”, que em termos de linguagem de programação usa o “Visual Basic” adaptado aos programas Microsoft Office, mais conhecido como “Visual Basic for Applications” – VBA [11]. A grande diferença para o “Visual Basic” é que o VBA só pode executar código de dentro da aplicação, em vez de executar como aplicação separada. No entanto grande parte da aplicação desenvolveu-se a partir de folhas de cálculo automático do Excel.

A escolha do “Excel 2003” justifica-se na medida em que se apresenta como uma aplicação de uso comum e perfeitamente enraizada na área de engenharia.

Ao mesmo tempo, fica demonstrado que a partir de uma ferramenta comumente utilizada no auxílio ao cálculo e elaboração de gráficos é possível criar uma nova aplicação, capaz de sistematizar todas as verificações necessárias ao cálculo de pilares mistos.

6.2. CAMPO DE APLICAÇÃO

A ferramenta desenvolvida tem a capacidade de verificar as mais diversas secções de pilares mistos de acordo com o método simplificado do EC4.

As secções tipo a serem verificadas são as propostas pelo ponto 6.7.1 do eurocódigo, representadas na Figura 6.1, simétricas em relação a ambos os eixos e de secção constante ao longo do fuste.

De acordo com o estipulado no EC4, o programa verifica as condições de aplicabilidade do método simplificado, como sejam as restrições associadas às disposições construtivas e à encurvadura local. A verificação de segurança da secção é realizada em termos de compressão simples, encurvadura, flexão composta e flexão desviada, bem como de esforço transversal.

Não sendo um programa de dimensionamento puro, traz vantagens significativas na realização do pré-dimensionamento deste tipo de pilares, produzindo um relatório final em que são apresentadas todas as verificações efectuadas

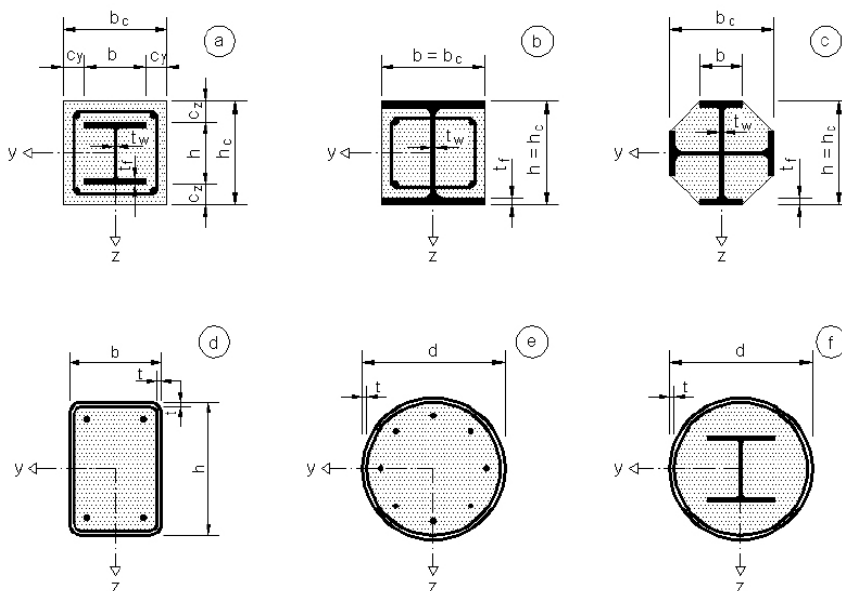


Figura 6.1 – Secções transversais tipo de pilares mistos (retirado de [1])

6.3. DESCRIÇÃO DO SISTEMA DESENVOLVIDO

6.3.1. EXPOSIÇÃO GERAL

O programa é composto por um total de trinta e duas folhas de cálculo, repartidas por um menu inicial, seis secções tipo a verificar e bases de dados relativas aos perfis de aço estrutural a usar.

O menu inicial é realizado sobre uma folha de cálculo que faz a abertura da aplicação e na qual o utilizador pode escolher o tipo de secção a verificar.

Para cada secção a calcular são dispensadas cinco folhas de cálculo à excepção da secção constituída por perfil circular oco preenchido por betão que apenas engloba quatro folhas de cálculo. Tal facto explica-se com a necessidade de dedicar uma folha de cálculo para a determinação da posição linha neutra em cada eixo, sendo que na secção constituída por perfil oco circular, essa posição é igual em ambos os eixos.

As restantes três folhas de cálculo por secção destinam-se à apresentação de uma interface onde o utilizador define os dados de entrada (características da secção e cargas de cálculo), uma folha para realização da sequência de cálculo e uma última para elaboração de um relatório com a discriminação das verificações efectuadas que o utilizador pode imprimir e anexar ao seu projecto.

As bases de dados relativas aos perfis metálicos, estão armazenadas em forma de tabela e em duas folhas de cálculo distintas – uma destinada aos perfis I/H e a outra envolvendo os perfis tubulares (quadrados, circulares e rectangulares).

O organograma apresentado na figura 6.2 a) apresenta as relações existentes entre as diversas folhas de cálculo, definindo o caminho percorrido pela aplicação desde o Menu Inicial até ao Relatório de Verificações a imprimir.

No entanto, deste total de trinta e duas folhas de cálculo, apenas treze serão apresentadas ao utilizador: o menu inicial, e as folhas relativas à introdução de dados e relatórios.

Para o utilizador percorrer estas folhas de cálculo elas apresentam-se ligadas entre si através de macros. As macros são programas constituídos por um conjunto de instruções, escritas num código próprio para que o computador as possa entender (linguagem VBA), que executam tarefas específicas frequentemente realizadas pelo utilizador, de forma rápida e automática. Neste caso a tarefa a executar pelas macros é a de simplesmente “saltar” através das folhas de cálculo, permitindo ao utilizador aceder às folhas de cálculo de introdução de dados e respectivo relatório após o cálculo. As macros permitirão ainda fazer o caminho inverso, retornando ao menu inicial (ver figura 6.2 b)).

As tarefas de “limpar” os dados introduzidos ou imprimir o relatório com as verificações efectuadas são outros exemplos da utilização de macros na elaboração desta ferramenta.

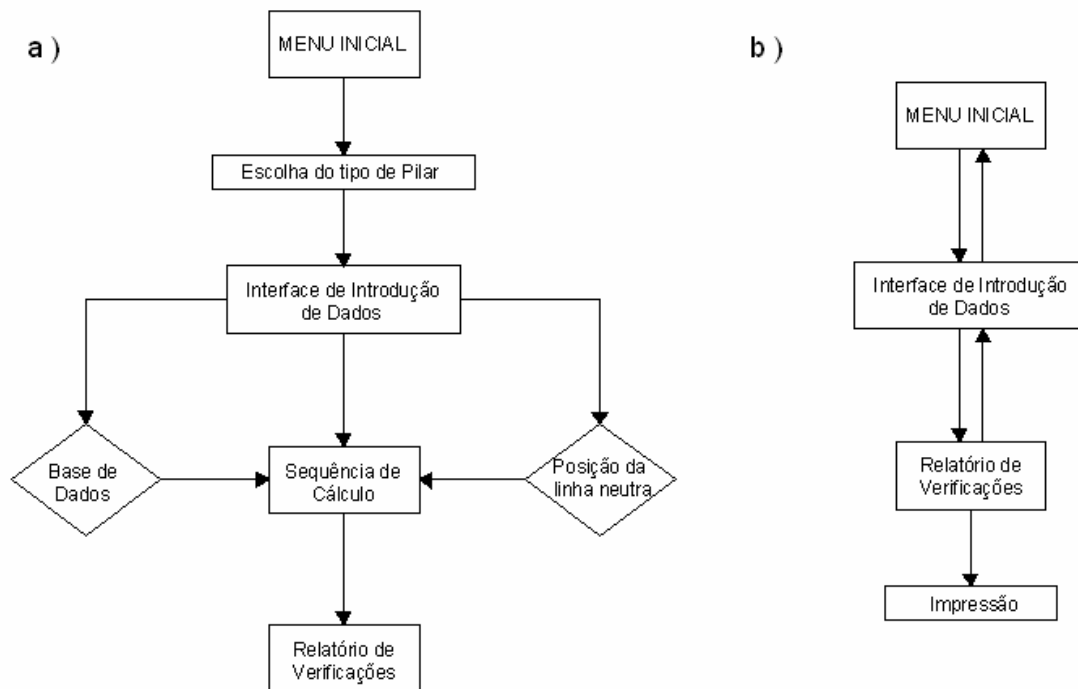


Figura 6.2 - Organigramas exemplificativos dos caminhos percorridos pela aplicação (a) e pelo utilizador (b)) através das diferentes folhas de cálculo.

6.3.2. ANÁLISE DAS RESTRIÇÕES À APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMPLIFICADO DO EUROCÓDIGO4

De acordo com o apresentado no capítulo 3, o eurocódigo define verificações de disposições construtivas e do fenómeno de encurvadura local que devem ser convenientemente analisadas antes do cálculo, propriamente dito, da secção.

Os efeitos relativos à encurvadura local são automaticamente verificados no decorrer da aplicação. Para as secções constituídas por perfis ocios preenchidos por betão e perfis I/H parcialmente envoltos em betão a aplicação atesta sobre a sua esbelteza mostrando uma mensagem de erro quando ela não

garantir segurança face a este fenómeno, informando da cláusula do EC4 que não está a ser cumprida. Esta mensagem é mostrada ou não, depois de o utilizador dar ordem de cálculo na folha de introdução de dados.

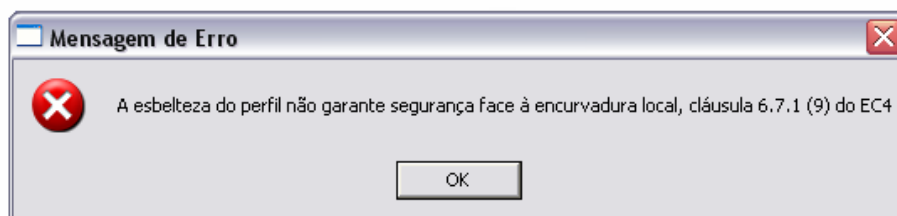


Figura 6.3 - Mensagem de erro apresentada pelo programa

Do mesmo modo o programa avalia o recobrimento do perfil de aço para a secção composta por perfil I/H completamente envolvido em betão e a relação entre a altura e a largura em todas as secções.

A armadura longitudinal, que deve ser introduzida em percentagem relativa à área de betão da secção, não dispõe de um impedimento à introdução de qualquer valor, no entanto, a área máxima dessa armadura utilizada no cálculo da secção é de seis por cento, de acordo com o estipulado no EC4 (cláusula 6.7.3.1 (3)).

A verificação dos valores da esbelteza reduzida e do coeficiente de contribuição do aço, que podem ser também impeditivos da aplicação do método simplificado, encontram-se no relatório de verificações. Se os seus valores se encontrarem fora do intervalo preconizado pelo eurocódigo a secção será apresentada como não verificada (KO).

6.3.3. CONSIDERAÇÕES RELATIVAS À ARMADURA LONGITUDINAL

A área da armadura longitudinal, bem como a definição da sua posição relativa na secção são dados de entrada da aplicação. A área deve ser definida no seu total, em percentagem da área de betão da secção.

A definição da posição, é uma tarefa um pouco mais complexa em termos de implementação automática. De forma a dotar a interface de introdução de dados de um aspecto leve e acessível ao utilizador realizaram-se algumas simplificações acerca da definição da posição da armadura.

Nos pilares de forma rectangular ou quadrada (secções totalmente ou parcialmente envolvidas em betão e perfis ocios quadrados/rectangulares preenchidos por betão) a armadura toma-se como concentrada nos cantos, o que equivale à prática comum na disposição de armadura em pilares. No caso de pilares circulares a armadura é considerada como uniformemente distribuída em todo o perímetro interior do pilar. Como a área de armadura é dada no seu total, em percentagem da área de betão da secção, definiu-se que para os pilares de forma rectangular/quadrada a área de armadura concentrada num canto é igual a $\frac{1}{4}$ da sua área total e que a armadura de pilares circulares se assemelha a um aro de aço de espessura:

$$e_s = \frac{A_s}{P_s} \quad (6.1)$$

onde:

e_s é a espessura do aro;

A_s é a área total de armadura;

P_s é o perímetro do aro, calculado de acordo com o recobrimento definido pelo utilizador.

Para o cálculo dos momentos de inércia e módulos de flexão importa que a posição da armadura esteja bem definida. O recobrimento determina indirectamente essa posição. Por exemplo, quando a armadura de um dado pilar estiver repartida por vários níveis é possível definir o recobrimento em relação ao centro desses níveis.

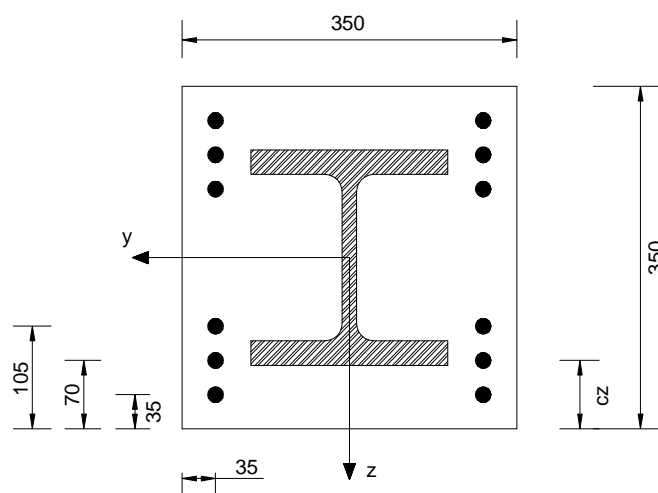


Figura 6.4 – Armadura de pilar misto repartida por três níveis

No exemplo da Figura 6.4 o recobrimento a considerar para a armadura c_z deverá ser igual a 70mm. Deste modo o programa trata a armadura como estando concentrada nos cantos ($1/4$ de área por canto) e a uma distância de 70mm da face na direcção do eixo dos zz , fazendo com que se diminua o erro associado ao cálculo dos momentos de inércia e anulando-o quando se calcula o módulo de flexão associado à armadura. Dada a baixa inércia da armadura relativamente à inércia total da secção, verifica-se que o erro cometido na avaliação da capacidade resistente do pilar não é muito significativo. Tal facto pode ser constatado no exemplo de utilização da aplicação apresentado na secção 5.5 deste capítulo.

Existe ainda a secção parcialmente envolvida em betão com perfis I/H em cruz sobre a qual nada se trata acerca da armadura longitudinal. A inclusão de armadura longitudinal neste tipo de secção não é muito comum dada a complexidade implícita na realização das cintas. Estas a serem incluídas, seriam soldadas às almas dos perfis ou então tinham de atravessá-las em quatro pontos.

6.3.4. BASES DE DADOS

Todos os dados relativos aos perfis I e H foram retirados de ficheiro Excel disponibilizado pela ARBED [12].

A base de dados relativa aos perfis ocós foi construída a partir das tabelas técnicas.

Na figura 6.5 apresenta-se parte da tabela de dados relativa aos perfis I.

	h	b	tw	tf	A	ly	lz	Wply	Wplz	hi	Av
	mm	mm	mm	mm	cm ²	cm ⁴	cm ⁴	cm ³	cm ³	mm	cm ²
IPE A 100	98	55	3,6	4,7	8,78	141,20	13,12	32,98	7,54	88,60	4,44
IPE 100	100	55	4,1	5,7	10,32	171,00	15,92	39,41	9,15	88,60	5,08
IPE A 120	117,6	64	3,8	5,1	11,03	257,40	22,39	49,87	10,98	107,40	5,41
IPE 120	120	64	4,4	6,3	13,21	317,80	27,67	60,73	13,58	107,40	6,31
IPE A 140	137,4	73	3,8	5,6	13,39	434,90	36,42	71,60	15,52	126,20	6,21
IPE 140	140	73	4,7	6,9	16,43	541,20	44,92	88,34	19,25	126,20	7,64
IPE A 160	157	82	4,0	5,9	16,18	689,30	54,43	99,09	20,70	145,20	7,80
IPE 160	160	82	5,0	7,4	20,09	869,30	68,31	123,9	26,10	145,20	9,66
IPE A 180	177	91	4,3	6,5	19,58	1063,00	81,89	135,3	27,96	164,00	9,20
IPE 180	180	91	5,3	8,0	23,95	1317,00	100,90	166,4	34,60	164,00	11,25
IPE O 180	182	92	6,0	9,0	27,10	1505,00	117,30	189,1	39,91	164,00	12,70
IPE A 200	197	100	4,5	7,0	23,47	1591,00	117,20	181,7	36,54	183,00	11,47
IPE 200	200	100	5,6	8,5	28,48	1943,00	142,40	220,6	44,61	183,00	14,00
IPE O 200	202	102	6,2	9,5	31,96	2211,00	168,90	249,4	51,89	183,00	15,45
IPE A 220	217	110	5,0	7,7	28,26	2317,00	171,40	240,2	48,49	201,60	13,55
IPE 220	220	110	5,9	9,2	33,37	2772,00	204,90	285,4	58,11	201,60	15,88
IPE O 220	222	112	6,6	10,2	37,39	3134,00	239,80	321,1	66,91	201,60	17,66
IPE A 240	237	120	5,2	8,3	33,31	3290,00	240,10	311,6	62,40	220,40	16,31
IPE 240	240	120	6,2	9,8	39,12	3692,00	263,60	366,6	73,92	220,40	19,14
IPE O 240	242	122	7,0	10,8	43,71	4369,00	328,50	410,3	84,40	220,40	21,36
IPE A 270	267	135	5,5	8,7	39,15	4917,00	358,00	412,5	82,34	249,60	18,75
IPE 270	270	135	6,6	10,2	45,95	5790,00	419,90	484,0	96,95	249,60	22,14
IPE O 270	274	136	7,5	12,2	53,84	6947,00	513,50	574,6	117,7	249,60	25,23
IPE A 300	297	150	6,1	9,2	46,53	7173,00	519,00	541,8	107,3	278,60	22,25
IPE 300	300	150	7,1	10,7	53,81	8356,00	603,80	628,4	125,2	278,60	25,68
IPE O 300	304	152	8,0	12,7	62,83	9994,00	745,70	743,8	152,6	278,60	29,05
IPE A 330	327	160	6,5	10,0	54,74	10230,00	685,20	701,9	133,3	307,00	26,99

Figura 6.5 – Base de dados

6.3.5. CÁLCULO DO EIXO NEUTRO

A determinação da linha neutra segundo ambos os eixos constitui parte fundamental do desenvolvimento deste trabalho. É através da sua posição que se pode calcular o momento-flector plástico da secção. Não é, no entanto, uma tarefa simples, dado que a linha neutra terá que ser determinada em função das características geométricas, dos materiais e das respectivas áreas a definir pelo utilizador, ou seja dados não conhecidos à partida. Isto implica que ela seja determinada de um modo genérico para cada secção tipo.

Como a área de armadura é um dado deste problema e não uma incógnita como acontece nas secções de betão armado, é possível concluir acerca da posição da linha neutra igualando a força de compressão à força de tracção considerando a secção fendilhada. Como é sabido, numa secção fendilhada o betão que se encontra na área traccionada não se considera como resistente.

Para as secções não circulares é possível obter uma equação genérica que determina a posição da linha neutra em função dos dados de entrada do problema. O mesmo não se aplica às secções circulares, onde a equação a resolver se apresenta como implícita.

A versão do EC4 de 1992 [6] (Anexo C) apresenta equações para a posição da linha neutra em função dos parâmetros da secção e dos materiais utilizados. No entanto são equações que mais não fazem do que aproximações à real posição da linha neutra.

O problema resolve-se à custa de um método por tentativas, na qual a posição da linha neutra é determinada como uma altura relativa ao eixo dos yy , h_n (Figura 6.6).

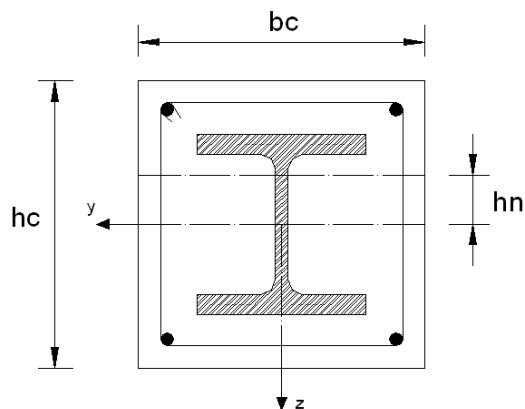


Figura 6.6 - Definição da posição da linha neutra

O método consiste em dividir meia altura da secção em várias “alturas” possíveis para h_n , tendo cada uma dessas alturas associadas uma área de compressão, onde todos os materiais são resistentes, e uma área de tracção onde só o aço (de varão e estrutural) resiste. O mesmo é dizer que para cada altura existe uma força de compressão e uma força de tracção associadas. Entenda-se que, quando se refere a altura da secção, esta diz respeito a hc e bc no caso da determinação de h_n relativamente ao eixo dos yy e dos zz respectivamente.

Deste modo h_n é a altura para a qual a força de compressão iguala a força de tracção.

Como será demonstrado mais à frente a divisão da meia altura da secção em mil valores possíveis para h_n , é suficiente para se obter uma boa aproximação da posição exacta da linha neutra.

Pelas razões que se conhecem, o Excel é a ferramenta ideal para este tipo de cálculo, uma vez que definidas as áreas de compressão e de tracção em função dos parâmetros da secção e da altura h_n , facilmente se determinam as forças de compressão e tracção para todas as “alturas” pretendidas. Basta depois escolher a altura para a qual as forças de compressão e de tracção se igualam, ou mais se aproximam.

6.3.5.1. Áreas de compressão e tracção em função dos parâmetros da secção e da altura da linha neutra

Para além dos parâmetros geométricos característicos de cada secção, identificados nas figuras que são apresentadas ao longo desta exposição, existem parâmetros relativos aos perfis I e H, presentes em várias dessas secções que a Figura 6.7 expõe:

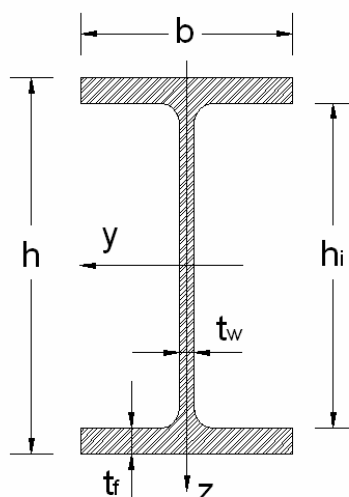


Figura 6.7 - Parâmetros geométricos dos perfis I e H

Importa ainda definir a terminologia a usar na definição das áreas e que consta da Tabela 6.1 :

Tabela 6.1 - Terminologia usada na definição das áreas em compressão e tracção

A_s	Área total de armadura longitudinal
A_{ac}	Área de aço estrutural em compressão
A_{sc}	Área de aço de varão em compressão
A_{cc}	Área de betão em compressão
A_{at}	Área de aço estrutural em tracção
A_{st}	Área de aço de varão em tracção
A_{perfil}	Área total do perfil metálico

De referir apenas que a terminologia usada para definir a área total do perfil é diferenciada com a inclusão do nome do perfil (I/H, circular oco, rectangular/quadrado oco).

Por uma questão de simplificação no cálculo das áreas não se consideram os arredondamentos dos perfis I e H (vértices entre a alma e o banzo), nem dos vértices dos perfis rectangulares/quadrados ocos. Como exemplo, a área total de um perfil H é dada por :

$$A_{perfil} = 2 \times b \times t_f + h_i \times t_w \quad (6.2)$$

(1) Perfil I/H completamente envolvido em betão, eixo de maior inércia:

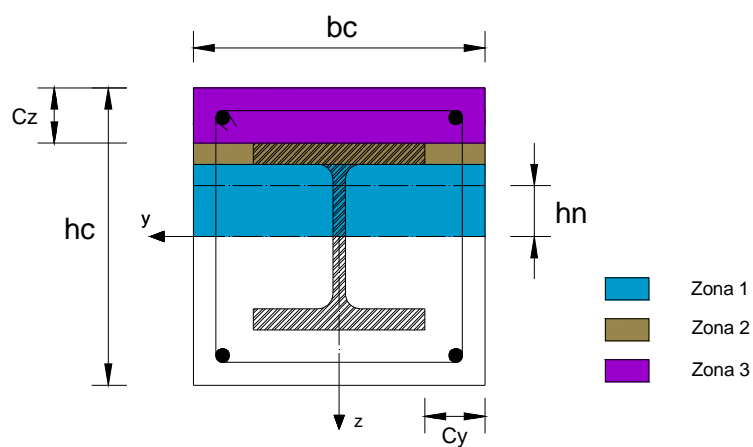


Figura 6.8 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos yy)

(a) Caso a linha neutra se encontre na zona 1:

$$A_{ac} = b \times t_f + \left(\frac{h_i}{2} - h_n \right) \times t_w \quad (6.3)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \quad (6.4)$$

$$A_{cc} = b_c \times \left(\frac{h_c}{2} - h_n \right) - A_{ac} - A_{sc} \quad (6.5)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.6)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \quad (6.7)$$

(b) Linha neutra na zona 2:

$$A_{ac} = b \times \left(\frac{h}{2} - h_n \right) \quad (6.8)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \quad (6.9)$$

$$A_{cc} = b_c \times \left(\frac{h_c}{2} - h_n \right) - A_{ac} - A_{sc} \quad (6.10)$$

$$A_{at} = A_{perfil\ I/H} - A_{ac} \quad (6.11)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \quad (6.12)$$

(c) Linha neutra na zona 3:

$$A_{ac} = 0 \quad (6.13)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \text{ ou } 0 \text{ se } h_n \geq \frac{h_c}{2} - \frac{c_z}{2} \quad (6.14)$$

$$A_{cc} = b_c \times \left(\frac{h_c}{2} - h_n \right) - 0 - A_{sc} \quad (6.15)$$

$$A_{at} = A_{perfil\ I/H} \quad (6.16)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \text{ ou } A_s \text{ se } h_n \geq \frac{h_c}{2} - \frac{c_z}{2} \quad (6.17)$$

(2) Perfil I/H completamente envolvido em betão, eixo de menor inércia:

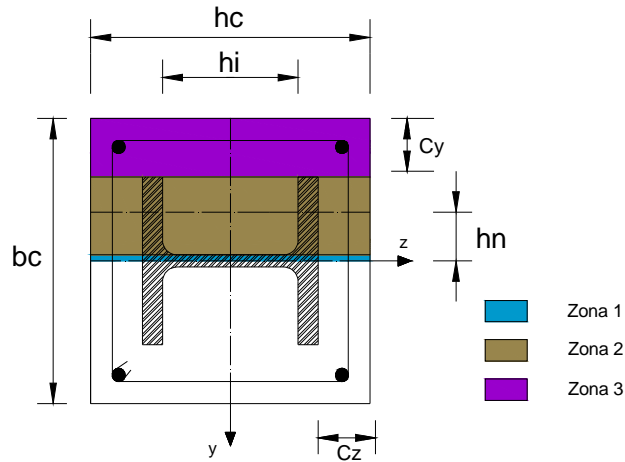


Figura 6.9 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos zz)

(a) Linha neutra na zona 1:

$$A_{ac} = \left(\frac{b}{2} - h_n\right) \times t_f \times 2 + \left(\frac{t_w}{2} - h_n\right) \times h_i \quad (6.18)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \quad (6.19)$$

$$A_{cc} = h_c \times \left(\frac{b_c}{2} - h_n\right) - A_{ac} - A_{sc} \quad (6.20)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.21)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \quad (6.22)$$

(b) Linha neutra na zona 2:

$$A_{ac} = \left(\frac{b}{2} - h_n\right) \times t_f \times 2 \quad (6.23)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \quad (6.24)$$

$$A_{cc} = h_c \times \left(\frac{b_c}{2} - h_n \right) - A_{ac} - A_{sc} \quad (6.25)$$

$$A_{at} = A_{perfil\ I/H} - A_{ac} \quad (6.26)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \quad (6.27)$$

(c) Linha neutra na zona 3:

$$A_{ac} = 0 \quad (6.28)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \text{ ou } 0 \text{ se } h_n \geq \frac{b_c}{2} - \frac{c_y}{2} \quad (6.29)$$

$$A_{cc} = h_c \times \left(\frac{b_c}{2} - h_n \right) - 0 - A_{sc} \quad (6.30)$$

$$A_{at} = A_{perfil\ I/H} \quad (6.31)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \text{ ou } A_s \text{ se } h_n \geq \frac{b_c}{2} - \frac{c_y}{2} \quad (6.32)$$

(3) Perfil I/H parcialmente envolvido em betão, eixo de maior inércia:

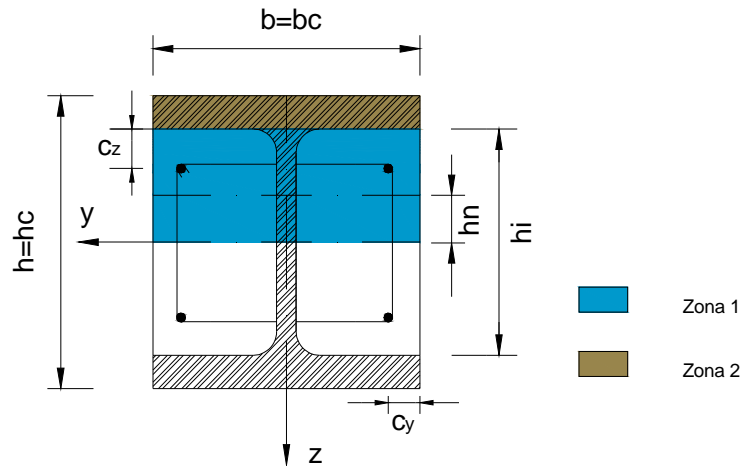


Figura 6.10 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos yy)

(a) Linha neutra na zona 1:

$$A_{ac} = \left(\frac{h_i}{2} - h_n \right) \times t_w + b \times t_f \quad (6.33)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \quad (6.34)$$

$$A_{cc} = b_c \times \left(\frac{h_c}{2} - h_n \right) - A_{ac} - A_{sc} \quad (6.35)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.36)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \quad (6.37)$$

A linha neutra neste caso nunca poderá localizar-se na zona 2, pois o banzo do perfil seria a única área em compressão, não podendo a força de compressão igualar a força de tracção que teria implícita não só a restante área do perfil, como também toda a área da armadura longitudinal.

(4) Perfil I/H parcialmente envolvido em betão, eixo de menor inércia:

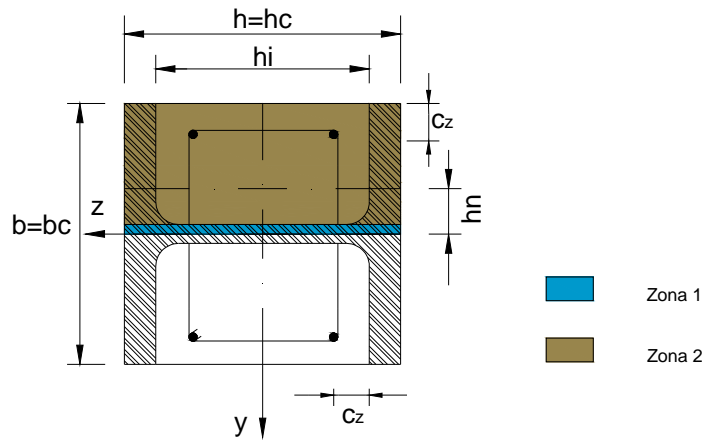


Figura 6.11 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos zz)

(a) Linha neutra na zona 1:

$$A_{ac} = \left(\frac{b_c}{2} - h_n \right) \times t_f \times 2 + \left(\frac{t_w}{2} - h_n \right) \times h_i \quad (6.38)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \quad (6.39)$$

$$A_{cc} = h_i \times \left(\frac{b_c}{2} - h_n \right) - A_{sc} \quad (6.40)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.41)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \quad (6.42)$$

(b) Linha neutra na zona 2:

$$A_{ac} = \left(\frac{b_c}{2} - h_n \right) \times t_f \times 2 \quad (6.43)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \text{ ou } 0 \text{ se } h_n \geq \frac{b_c}{2} - c_y \quad (6.44)$$

$$A_{cc} = h_i \times \left(\frac{b_c}{2} - h_n \right) - A_{sc} \quad (6.45)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.46)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \text{ ou } A_s \text{ se } h_n \geq \frac{b_c}{2} - c_y \quad (6.47)$$

(5) Perfil Circular Oco preenchido por betão:

A determinação das áreas comprimidas e traccionadas nas secções circulares é um pouco mais complexa. Defina-se em primeiro lugar a área de apenas parte da circunferência:

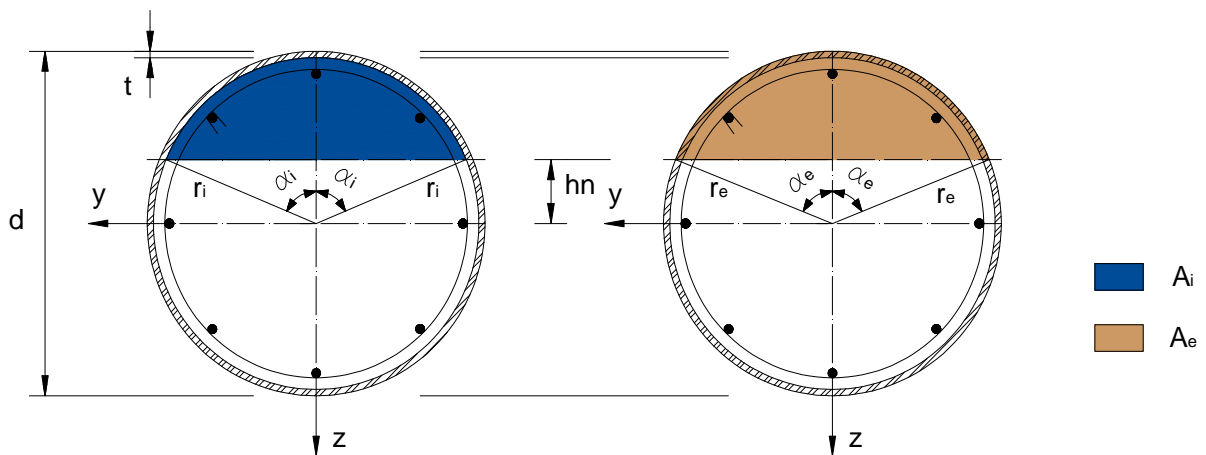


Figura 6.12 - Áreas exterior e interior ao perfil metálico oco de uma parte da circunferência.

$$A_i = \pi \times r_i^2 \times \frac{2\alpha_i}{2\pi} - \frac{r_i \times \cos \alpha_i \times r_i \times \text{sen} \alpha_i}{2} \times 2 \Leftrightarrow A_i = \pi \times r_i^2 \times \frac{\alpha_i}{\pi} - \frac{r_i^2 \times \text{sen}(2\alpha_i)}{2} \quad (6.48)$$

$$A_i = r_i^2 \times \left(\alpha_i - \frac{\text{sen}(2\alpha_i)}{2} \right) \text{ com } \alpha_i = \cos^{-1} \left(\frac{h_n}{r_i} \right) \quad (6.49)$$

$$A_e = r_e^2 \times \left(\alpha_e - \frac{\text{sen}(2\alpha_e)}{2} \right) \text{ com } \alpha_e = \cos^{-1} \left(\frac{h_n}{r_e} \right) \quad (6.50)$$

Onde:

$$r_i = \frac{d}{2} - t \quad (6.51)$$

e

$$r_e = \frac{d}{2} \quad (6.52)$$

Do mesmo modo é possível definir para a armadura longitudinal (assumida como um aro de aço) duas áreas, uma exterior (A_{es}) e outra interior (A_{is}), de modo a tratar mais simplificada as suas áreas em compressão e em tracção.

Como referido anteriormente neste capítulo o aro de aço tem uma espessura:

$$e_s = \frac{A_s}{P_s} \quad (6.53)$$

em que:

A_s é a área total de armadura.

P_s é o perímetro do aro dado por:

$$P_s = 2 \times \pi \times r_s \quad (6.54)$$

r_s é o raio ao eixo do aro tendo em conta o recobrimento c definido pelo utilizador:

$$r_s = \frac{d}{2} - t - c \quad (6.55)$$

Tem-se então que:

$$A_{is} = r_{is}^2 \times \left(\alpha_{is} - \frac{\text{sen}(2\alpha_{is})}{2} \right) \quad \text{com} \quad \alpha_{is} = \cos^{-1} \left(\frac{h_n}{r_{is}} \right) \quad (6.56)$$

$$A_{es} = r_{es}^2 \times \left(\alpha_{es} - \frac{\text{sen}(2\alpha_{es})}{2} \right) \quad \text{com} \quad \alpha_{es} = \cos^{-1} \left(\frac{h_n}{r_{es}} \right) \quad (6.57)$$

com,

$$r_{is} = r_s - \frac{e_s}{2} \quad (6.58)$$

e

$$r_{es} = r_s + \frac{e_s}{2} \quad (6.59)$$

Podem, por fim, definir-se as áreas em compressão e tracção dos diferentes materiais da secção:

$$A_{ac} = A_e - A_i \quad (6.60)$$

$$A_{sc} = A_{es} - A_{is} \quad \text{ou} \quad 0 \quad \text{se} \quad h_n \geq r_s \quad (6.61)$$

$$A_{cc} = A_i - A_{sc} \quad (6.62)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil circular oco}} - A_{ac} \quad \text{ou} \quad A_{\text{perfil circular oco}} - A_{ac} + A_s \quad \text{se} \quad h_n \geq r_s \quad (6.63)$$

$$A_{st} = A_s - A_{sc} \quad (6.64)$$

As equações imediatamente acima definidas são válidas para ambos os eixos.

(6) Perfil Rectangular/Quadrado Oco preenchido por betão, eixo de maior inércia:

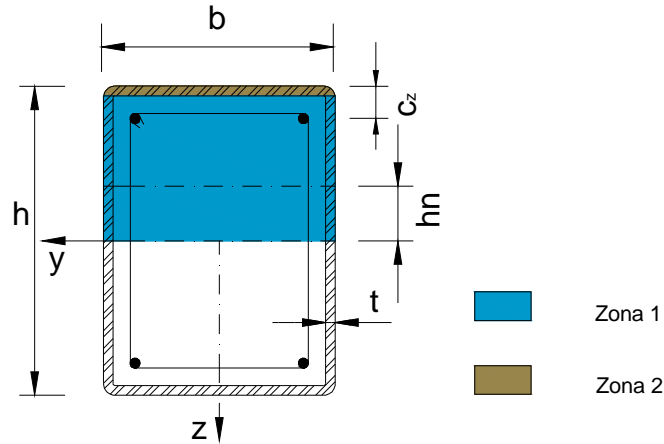


Figura 6.13 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos \$yy\$)

(a) Linha neutra na zona 1:

$$A_{ac} = b \times t + \left(\frac{h}{2} - t - h_n \right) \times t \times 2 \quad (6.65)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \quad \text{ou} \quad 0 \quad \text{se} \quad h_n \geq \frac{h}{2} - t - c_z \quad (6.66)$$

$$A_{cc} = \left(\frac{h}{2} - t - h_n \right) \times (b - 2 \times t) - A_{sc} \quad (6.67)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil rectan gular / quadrado oco}} - A_{ac} \quad (6.68)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \quad \text{ou} \quad A_s \quad \text{se} \quad h_n \geq \frac{h}{2} - t - c_z \quad (6.69)$$

Aqui a linha neutra, pelas mesmas razões enunciadas atrás, relativamente à secção constituída por perfil I ou H parcialmente envoltos em betão, não poderá em caso algum encontrar-se na zona 2.

(7) Perfil Rectangular/Quadrado Oco preenchido por betão, eixo de menor inércia:

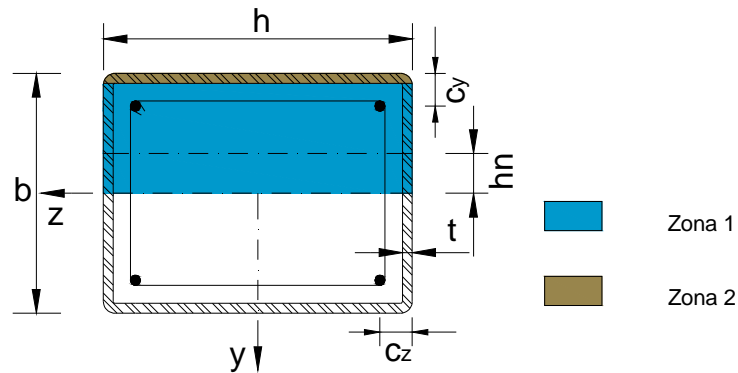


Figura 6.14 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos zz)

(a) Linha neutra na zona 1:

$$A_{ac} = h \times t + \left(\frac{b}{2} - t - h_n \right) \times t \times 2 \quad (6.70)$$

$$A_{sc} = \frac{A_s}{2} \quad \text{ou} \quad 0 \quad \text{se} \quad h_n \geq \frac{b}{2} - t - c_y \quad (6.71)$$

$$A_{cc} = \left(\frac{b}{2} - t - h_n \right) \times (h - 2 \times t) - A_{sc} \quad (6.72)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil retangular/quadrado oco}} - A_{ac} \quad (6.73)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{2} \quad \text{ou} \quad A_s \quad \text{se} \quad h_n \geq \frac{b}{2} - t - c_y \quad (6.74)$$

Novamente se chega á conclusão que a linha neutra estará sempre fora da zona 2 definida na Figura 6.14.

(8) Perfis I ou H em cruz parcialmente envolvidos em betão, maior eixo de inércia:

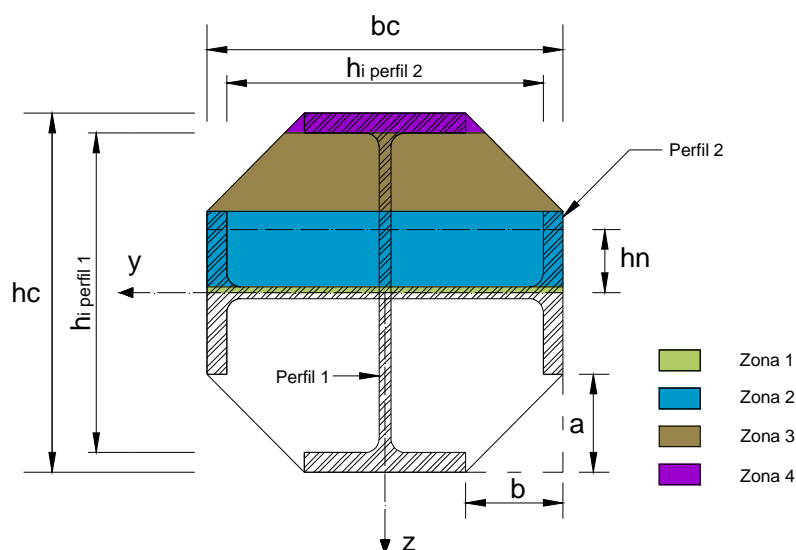


Figura 6.15 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos yy)

Para se poderem distinguir os dois perfis da secção atribua-se ao perfil com a alma sobre o eixo z o nome de *perfil 1* e ao perfil com a alma sobre o eixo y o nome *perfil 2*.

Definam-se ainda os parâmetros a e b :

$$a = \frac{h_{perfil\ 1}}{2} - \frac{b_{perfil\ 2}}{2} \quad (6.75)$$

$$b = \frac{h_{perfil\ 2}}{2} - \frac{b_{perfil\ 1}}{2} \quad (6.76)$$

(a) Linha neutra na zona 1:

$$A_{ac\ perfil\ 1} = \left(\frac{h_{i\ perfil\ 1}}{2} - h_n \right) \times t_{w\ perfil\ 1} + b_{perfil\ 1} \times t_{f\ perfil\ 1} \quad (6.77)$$

$$A_{ac\ perfil\ 2} = \left(h_{i\ perfil\ 2} - t_{w\ perfil\ 1} \right) \times \left(\frac{t_{w\ perfil\ 2}}{2} - h_n \right) t_w + \left(\frac{b_{perfil\ 2}}{2} - h_n \right) \times t_{f\ perfil\ 2} \times 2 \quad (6.78)$$

$$A_{cc} = h_{perfil\ 2} \times \frac{h_{perfil\ 1}}{2} - \frac{a \times b}{2} \times 2 - A_{ac\ perfil\ 1} - A_{ac\ perfil\ 2} \quad (6.79)$$

$$A_{at} = A_{perfil\ 1} + A_{perfil\ 2} - A_{ac\ perfil\ 1} - A_{ac\ perfil\ 2} \quad (6.80)$$

(b) Linha neutra na zona 2:

$$A_{ac\ perfil\ 1} = \left(\frac{h_{i\ perfil\ 1}}{2} - h_n \right) \times t_{w\ perfil\ 1} + b_{perfil\ 1} \times t_{f\ perfil\ 1} \quad (6.81)$$

$$A_{ac\ perfil\ 2} = \left(\frac{b_{perfil\ 2}}{2} - h_n \right) \times t_{f\ perfil\ 2} \times 2 \quad (6.82)$$

$$A_{cc} = h_{perfil\ 2} \times \left(\frac{h_{perfil\ 1}}{2} - h_n \right) - a \times b - A_{ac\ perfil\ 1} - A_{ac\ perfil\ 2} \quad (6.83)$$

$$A_{at} = A_{perfil\ 1} + A_{perfil\ 2} - A_{ac\ perfil\ 1} - A_{ac\ perfil\ 2} \quad (6.84)$$

(b) Linha neutra na zona 3:

$$A_{ac\ perfil\ 1} = \left(\frac{h_{i\ perfil\ 1}}{2} - h_n \right) \times t_{w\ perfil\ 1} + b_{perfil\ 1} \times t_{f\ perfil\ 1} \quad (6.85)$$

$$A_{ac\ perfil\ 2} = 0 \quad (6.86)$$

$$A_{cc} = \frac{(2 \times x + b_{perfil\ 1}) + b_{perfil\ 1}}{2} \times \left(\frac{h_{perfil\ 1}}{2} - h_n \right) - A_{ac\ perfil\ 1} \quad (6.87)$$

com,

$$x = \frac{b}{a} \times \left(h_n - \frac{b_{perfil\ 2}}{2} \right) \quad (6.88)$$

$$A_{at} = A_{perfil\ 1} + A_{perfil\ 2} - A_{ac\ perfil\ 1} - A_{ac\ perfil\ 2} \quad (6.89)$$

A linha neutra não poderá localizar-se na zona 4.

De modo a obter as equações para as áreas relativas ao eixo z, o perfil 1 é trocado com o perfil 2 nas equações anteriores.

(9) Perfil Circular Oco preenchido por betão com adição de perfil I/H, eixo de maior inércia.

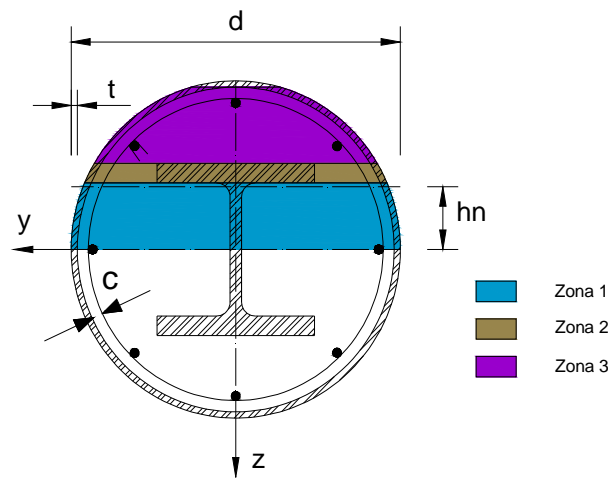


Figura 6.16 – Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos yy)

Para este tipo de secção as equações relativas às áreas em compressão e tracção têm em conta a definição das áreas exterior e interior, atrás apresentada para a secção constituída por perfil circular oco preenchido por betão.

(a) Linha neutra na zona 1:

$$A_{ac} = A_e - A_i + b \times t_f + \left(\frac{h_i}{2} - h_n \right) \times t_w \quad (6.90)$$

$$A_{sc} = A_{es} - A_{is} \quad (6.91)$$

$$A_{cc} = A_i - b \times t_f - \left(\frac{h_i}{2} - h_n \right) \times t_w - A_{sc} \quad (6.92)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil circular oco}} + A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.93)$$

$$A_{st} = A_s - A_{sc} \quad (6.94)$$

(c) Linha neutra na zona 2:

$$A_{ac} = A_e - A_i + b \times \left(\frac{h}{2} - h_n \right) \quad (6.95)$$

$$A_{sc} = A_{es} - A_{is} \quad (6.96)$$

$$A_{cc} = A_i - b \times \left(\frac{h}{2} - h_n \right) - A_{sc} \quad (6.97)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil circular oco}} + A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.98)$$

$$A_{st} = A_s - A_{sc} \quad (6.99)$$

(c) Linha neutra na zona 3:

$$A_{ac} = A_e - A_i \quad (6.100)$$

$$A_{sc} = A_{es} - A_{is} \text{ ou } 0 \text{ se } h_n \geq r_s \quad (6.101)$$

$$A_{cc} = A_i - A_{sc} \quad (6.102)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil circular oco}} + A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.103)$$

$$A_{st} = A_s - A_{sc} \quad (6.104)$$

(10) Perfil Circular Oco preenchido por betão com adição de perfil I/H, eixo de menor inércia.

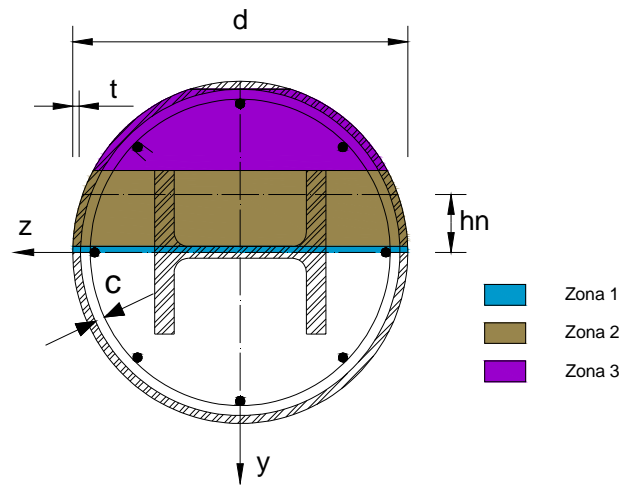


Figura 6.17 - Zonas possíveis da localização da linha neutra (eixo dos zz)

(a) Linha neutra na zona 1:

$$A_{ac} = A_e - A_i + \left(\frac{b}{2} - h_n \right) \times t_f \times 2 + h_i \times \left(\frac{t_w}{2} - h_n \right) \quad (6.105)$$

$$A_{sc} = A_{es} - A_{is} \quad (6.106)$$

$$A_{cc} = A_i - \left(\frac{b}{2} - h_n \right) \times t_f \times 2 - h_i \times \left(\frac{t_w}{2} - h_n \right) - A_{sc} \quad (6.107)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil circular oco}} + A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.108)$$

$$A_{st} = A_s - A_{sc} \quad (6.109)$$

(b) Linha neutra na zona 2:

$$A_{ac} = A_e - A_i + \left(\frac{b}{2} - h_n \right) \times t_f \times 2 \quad (6.110)$$

$$A_{sc} = A_{es} - A_{is} \quad (6.111)$$

$$A_{cc} = A_i - \left(\frac{b}{2} - h_n \right) \times t_f \times 2 - A_{sc} \quad (6.112)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil circular oco}} + A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.113)$$

$$A_{st} = A_s - A_{sc} \quad (6.114)$$

(c) Linha neutra na zona 3:

$$A_{ac} = A_e - A_i \quad (6.115)$$

$$A_{sc} = A_{es} - A_{is} \text{ ou } 0 \text{ se } h_n \geq r_s \quad (6.116)$$

$$A_{cc} = A_i - A_{sc} \quad (6.117)$$

$$A_{at} = A_{\text{perfil circular oco}} + A_{\text{perfil I/H}} - A_{ac} \quad (6.118)$$

$$A_{st} = A_s - A_{sc} \quad (6.119)$$

É evidente que tanto para o eixo de maior inércia, como para o de menor, a linha neutra não poderá localizar-se acima da zona 3.

6.3.5.2 Escolha da altura que iguala as forças de compressão e tracção

Como referido, o Excel é uma ferramenta muito útil quando existe a necessidade de fazer cálculo de um modo repetitivo. Definidas que estão as áreas em função dos parâmetros da secção e da altura h_n , facilmente se determinam as forças de compressão e de tracção para as diferentes “alturas” em que se dividiu metade da secção. Para tal, basta multiplicar as áreas pelas respectivas tensões de cálculo resistentes.

A figura 6.18 mostra parte da folha de cálculo relativa à determinação da linha neutra para uma secção de perfil oco circular preenchido por betão. Neste tipo de secção a localização da linha neutra é igual em ambos os eixos. Cada uma das mil “alturas” é aqui identificada por h_{ni} , alturas sucessivamente maiores, medidas a partir do eixo que passa no centro de gravidade da secção.

A secção em causa é constituída por um perfil de diâmetro igual a 355,6mm.

h _{ni}	α _e	A _e	α _i	A _i	α _{es}	A _{es}	α _{is}	A _{is}	A _{ac}	A _{cc}	A _{sc}	F _c	F _t
0,18	1,57	49594,11	1,57	42861,80	1,57	33757,56	1,57	32470,94	6732,31	41575,19	1286,61	3353153,03	2421385,14
0,36	1,57	49530,88	1,57	42803,02	1,57	33705,39	1,57	32419,78	6727,86	41517,41	1285,61	3350184,91	2423043,64
0,53	1,57	49467,66	1,57	42744,24	1,57	33653,22	1,57	32368,61	6723,42	41459,63	1284,61	3347216,79	2424702,14
0,71	1,57	49404,43	1,57	42685,46	1,57	33601,05	1,57	32317,44	6718,97	41401,85	1283,61	3344248,67	2426360,65
0,89	1,57	49341,21	1,57	42626,68	1,56	33548,88	1,56	32266,28	6714,53	41344,08	1282,60	3341280,54	2428019,16
1,07	1,56	49277,98	1,56	42567,90	1,56	33496,71	1,56	32215,11	6710,08	41286,30	1281,60	3338312,42	2429677,69
1,24	1,56	49214,76	1,56	42509,12	1,56	33444,54	1,56	32163,94	6705,64	41228,52	1280,60	3335344,29	2431336,22
1,42	1,56	49151,53	1,56	42450,34	1,56	33392,37	1,56	32112,78	6701,19	41170,75	1279,59	3332376,16	2432994,77
1,60	1,56	49088,31	1,56	42391,56	1,56	33340,20	1,56	32061,61	6696,75	41112,97	1278,59	3329408,02	2434653,34
1,78	1,56	49025,09	1,56	42332,78	1,56	33288,04	1,56	32010,45	6692,30	41055,20	1277,59	3326439,88	2436311,92
1,96	1,56	48961,86	1,56	42274,01	1,56	33235,87	1,56	31959,29	6687,86	40997,42	1276,58	3323471,74	2437970,52
2,13	1,56	48898,64	1,56	42215,23	1,56	33183,71	1,56	31908,13	6683,41	40939,65	1275,58	3320503,60	2439629,15
2,31	1,56	48835,42	1,56	42156,46	1,56	33131,54	1,55	31856,97	6678,97	40881,88	1274,58	3317535,45	2441287,80
2,49	1,56	48772,20	1,56	42097,68	1,55	33079,38	1,55	31805,81	6674,52	40824,11	1273,57	3314567,29	2442946,47
2,67	1,56	48708,98	1,55	42038,91	1,55	33027,22	1,55	31754,65	6670,08	40766,34	1272,57	3311599,13	2444605,17
2,84	1,55	48645,77	1,55	41980,14	1,55	32975,06	1,55	31703,49	6665,63	40708,57	1271,57	3308630,96	2446263,90
3,02	1,55	48582,55	1,55	41921,36	1,55	32922,90	1,55	31652,33	6661,18	40650,80	1270,56	3305662,79	2447922,66
3,20	1,55	48519,33	1,55	41862,59	1,55	32870,74	1,55	31601,18	6656,74	40593,03	1269,56	3302694,61	2449581,46

Figura 6.18 - Parcial da folha de cálculo que determina a posição da linha neutra para secções compostas por perfil circular oco preenchido por betão.

Os parâmetros da secção e os materiais (mais concretamente a sua resistência de cálculo), necessários à elaboração deste cálculo são parte dos dados de entrada da aplicação e importados da interface de introdução de dados.

A dificuldade agora reside em conseguir isolar a altura h_{ni} para a qual as forças de compressão e de tracção mais se aproximam.

Com um pequeno artifício e fazendo uso das funções “SE”, “MÍNIMO”, “SOMA” e “ABS” do Excel é possível isolar essa altura numa célula definida. Comece-se por acrescentar três colunas à folha de cálculo anterior, com cabeçalho a verde na Figura 6.19.

F _c	F _t	F _c / F _t	1- F _c / F _t	hn soma
3353153,03	2421385,14	1,38	0,38	0
3350184,91	2423043,64	1,38	0,38	0
3347216,79	2424702,14	1,38	0,38	0
3344248,67	2426360,65	1,38	0,38	0
3341280,54	2428019,16	1,38	0,38	0
3338312,42	2429677,69	1,37	0,37	0
3335344,29	2431336,22	1,37	0,37	0
3332376,16	2432994,77	1,37	0,37	0
3329408,02	2434653,34	1,37	0,37	0
3326439,88	2436311,92	1,37	0,37	0
3323471,74	2437970,52	1,36	0,36	0
3320503,60	2439629,15	1,36	0,36	0
3317535,45	2441287,80	1,36	0,36	0
3314567,29	2442946,47	1,36	0,36	0
3311599,13	2444605,17	1,35	0,35	0
3308630,96	2446263,90	1,35	0,35	0
3305662,79	2447922,66	1,35	0,35	0
3302694,61	2449581,46	1,35	0,35	0

Figura 6.19- Incremento de três colunas na folha de cálculo relativa à determinação da linha neutra.

A primeira coluna apresenta a razão entre as forças de compressão e tracção. A segunda dessas colunas devolve os valores em valor absoluto (função “ABS”) da diferença entre o valor 1 e razão entre as forças da coluna anterior. Com a ajuda da função “MÍNIMO” é possível encontrar o valor mínimo de todas as linhas da segunda coluna, o qual se coloca numa célula definida.

A terceira coluna será construída através da função “SE”. Em cada linha desta coluna a função deve colocar o valor “0” caso o valor da segunda coluna (“1-F_c/F_t”) dessa mesma linha não seja igual ao

valor definido através da função “MÍNIMO”. Quando esses valores coincidirem a função colocará o valor “h_n” da mesma linha, o que apenas acontece em uma das mil linhas da coluna. Resta somar todos os valores desta coluna numa célula definida (função “SOMA”) de modo a obter a altura real (h_n) da linha neutra.

O valor h_n é deste modo calculado de um modo automático para qualquer secção definida pelo utilizador e, como se encontra numa célula definida, é facilmente importado para a folha de cálculo associada à sequência de cálculo.

6.3.5.3 Validação do método usado na determinação da linha neutra

O método por tentativas que se descreveu na secção anterior, consiste num cálculo aproximado do valor exacto da altura da linha neutra relativamente ao eixo baricêntrico em causa. De forma a garantir que esse cálculo constitui uma boa aproximação, comparam-se os valores da posição do eixo neutro da secção abaixo apresentada, resultantes da aplicação deste método, com os correspondentes valores obtidos analiticamente.

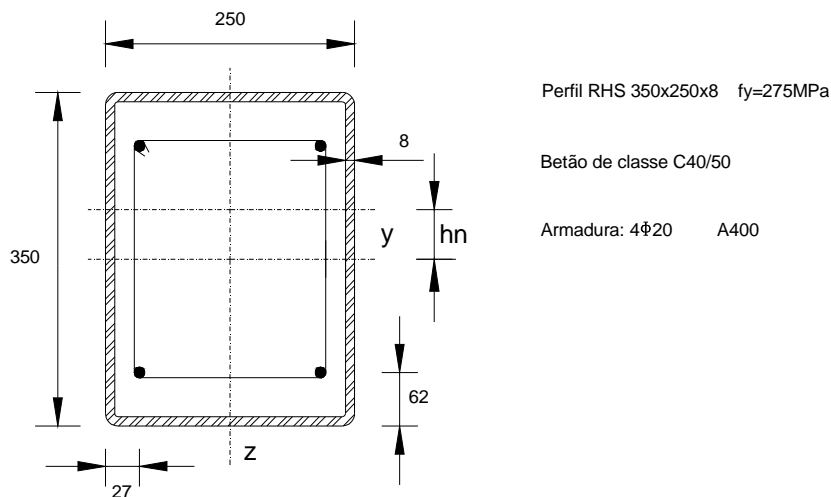


Figura 6.20 - Perfil Rectangular Oco preenchido por betão

Cálculo analítico de h_n para o eixo de maior inércia (considerando os vértices do perfil rectos, à semelhança do que acontece no método por tentativas):

$$\text{Supondo que } h_n \leq \frac{350}{2} - 8 - 62 \Leftrightarrow h_n \leq 105:$$

Força de compressão:

$$F_c = A_{ac} \times f_{yd} + A_{sc} \times (f_{sd} - 0,85 \times f_{cd}) + A_{cc} \times 0,85 \times f_{cd} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow F_c = \left[b \times t + \left(\frac{h}{2} - t - h_n \right) \times t \times 2 \right] \times f_{yd} + \frac{A_s}{2} \times (f_{sd} - 0,85 \times f_{cd}) +$$

$$+ \left[\left(\frac{h}{2} - t - h_n \right) \times (b - 2 \times t) \right] \times 0,85 \times f_{cd}$$

Força de tracção:

$$F_t = A_{ac} \times f_{yd} + A_{st} \times f_{sd} \Leftrightarrow F_t = [2 \times b \times t + 2 \times (h - 2 \times t) \times t - A_{ac}] \times f_{yd} + \frac{A_s}{2} \times f_{sd}$$

Igualando as forças e resolvendo em ordem a h_n :

$$h_n = \frac{2 \times t^2 + b \times \frac{h}{2} - (b + h) \times t - \frac{A_s}{2}}{\frac{4}{0,85} \times t \times \frac{f_{yd}}{f_{cd}} - 2 \times t + b} = \frac{2 \times 8^2 + 250 \times \frac{350}{2} - (250 + 350) \times 8 - \frac{1256,64}{2}}{\frac{4}{0,85} \times 8 \times \frac{275 \times 1,5}{40} - 2 \times 8 + 250}$$

$$h_n = 61,79283 \text{ mm}$$

Pelo método por tentativas o valor encontrado para h_n , que consta do relatório de verificações da aplicação é de $61,77 \text{ mm}$, o que representa uma aproximação à décima do milímetro com um erro de 0,029%.

Pode desta maneira concluir-se que a divisão da secção efectuada através do método usado é suficiente para garantir um valor de h_n muito próximo do real.

6.3.6. VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

Como referido em secção anterior, esta aplicação verifica cada uma das secções definidas em compressão simples, flexão composta e desviada, analisa ainda a resistência ao esforço transversal, bem como a sua influência na resistência plástica do perfil de aço. A resistência à encurvadura do pilar também faz parte do relatório de verificações.

Estas verificações são efectuadas comparando valores actuantes com valores resistentes. No entanto para chegar aos valores resistentes da secção é necessário, em primeiro lugar, tratar os dados introduzidos pelo utilizador. Quando esses dados são numéricos podem ser colocados directamente na folha de cálculo relativa à sequência de cálculo. Os dados de entrada não numéricos, como as classes de resistência dos materiais e o tipo perfil de aço necessitam de associação prévia com as bases de dados de modo a obter delas os valores necessários: resistências características dos materiais e características geométricas do perfil. A escolha dos apoios do pilar também constitui dado de entrada,

ao qual existem associados na folha de sequência de cálculo, coeficientes que multiplicados pelo comprimento do pilar (dado de entrada numérico) expressam o comprimento efectivo, l_e , do pilar.

6.3.6.1. Verificação da secção em compressão simples / encurvadura do pilar

A aplicação compara o esforço axial total N_{sd} , definido na interface de introdução de dados nas suas componentes permanente e variável, com o valor do esforço axial plástico resistente da secção. Se a secção mista for constituída por perfil oco circular preenchida com betão a aplicação avalia o possível acréscimo de resistência devido ao confinamento do betão.

No entanto, a resistência plástica da secção é diminuída através do factor de redução resistência χ , função da esbelteza e das imperfeições do perfil. Este coeficiente é determinado para ambos os eixos principais. A secção verifica se o seu esforço axial resistente e reduzido (de cálculo), associado a cada um dos eixos, superar o esforço axial actuante de cálculo.

6.3.6.2. Verificação da secção em flexão composta e desviada

De modo a avaliar a resistência de uma dada secção em flexão composta é necessário proceder, em primeiro lugar, à definição da curva de interacção momento (M) - esforço axial (N).

A curva de interacção utilizada pela aplicação corresponde à versão simplificada, linear, tendo em conta quatro pontos, A a D , como ilustra a Figura 6.21.

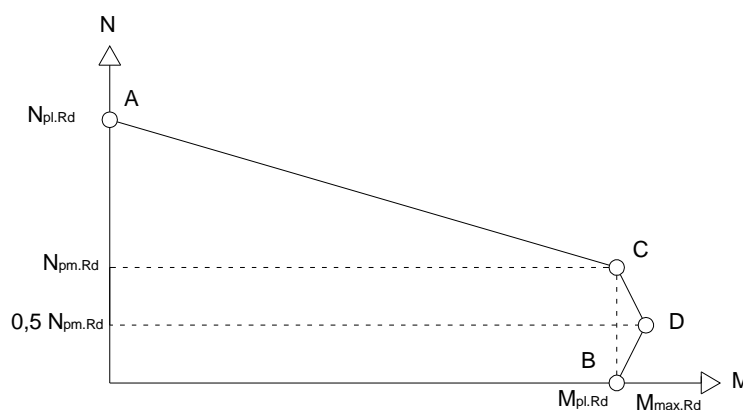


Figura 6.21 – Curva de interacção simplificada

Os pontos A , B , C e D são determinados de acordo com o ponto 4.7.1 deste trabalho. Aqui ressalta a importância da determinação da posição da linha neutra, através da qual é possível calcular o momento plástico da secção necessário à definição dos pontos B e C .

Na aplicação optou-se por usar a versão da curva de interacção contendo os esforços axiais e os momentos flectores reduzidos (Figura 6.22).

Definidos os quatro pontos torna-se fácil representá-los num gráfico, obtendo as equações das quatro rectas que os ligam. É através dessas equações que analiticamente se procede à correspondência entre esforços axiais actuantes e momentos resistentes.

A secção verifica em flexão composta se para um dado esforço axial actuante o valor correspondente na curva de interacção do momento flector resistente (afectado de um coeficiente α_M - ponto 4.7.3) superar o momento flector actuante de segunda ordem numa dada direcção.

A aplicação determina sempre, para cada secção, as curvas de interacção em ambos os eixos. Quando existirem casos de flexão desviada, a verificação é realizada em compressão e flexão uniaxial para cada um dos eixos de forma independente, à qual se acrescenta uma verificação de interacção para flexão biaxial, como apresentado no ponto 4.7.4.

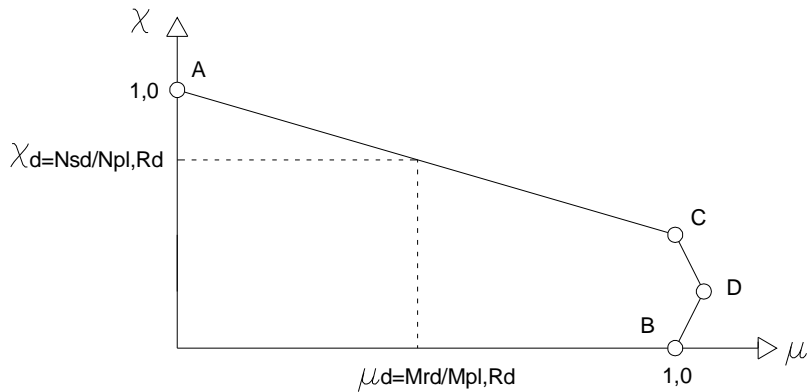


Figura 6.22 - Curva de interacção de momentos e esforços axiais reduzidos.

A Figura 6.23 representa a curva de interacção para o eixo z calculada pela aplicação para o exemplo de aplicação do ponto 5.1. No gráfico é também representado o par de valores $M-N$ relativo às cargas actuantes de cálculo. Como se pode observar este par de valores representa um ponto que se encontra bem dentro da área limite e portanto a secção estaria à partida verificada no que respeita à resistência em flexão composta para este eixo. Na verdade a secção não se encontra em segurança pois para este eixo não resiste à encurvadura. É necessário ter em atenção que as curvas de interacção não representam a redução do esforço axial plástico resistente por encurvadura.

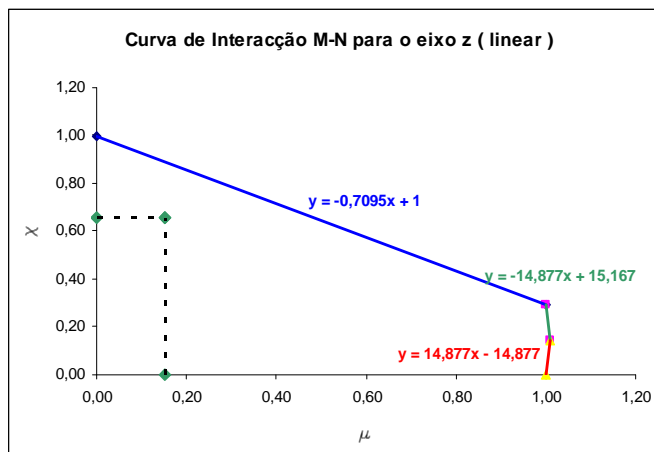


Figura 6.23 – Curva de interacção M-N para o eixo dos zz do exercício apresentado em 4.1.

6.3.6.3. Verificação da resistência ao esforço transversal

Para a verificação da resistência das secções ao esforço transversal a aplicação foi desenvolvida tendo em conta que apenas o perfil metálico resiste a esforços de corte, desprezando assim a contribuição do betão.

Existe ainda a consideração da influência do esforço transversal como factor de redução da resistência plástica, f_y , do perfil, quando o seu valor for superior em 50% à resistência plástica ao corte da secção, ou seja do perfil de aço.

6.4. UTILIZAÇÃO DA APLICAÇÃO DESENVOLVIDA

A folha de cálculo que inicia a aplicação corresponde ao menu inicial onde o utilizador escolhe o tipo de pilar misto a verificar de acordo com as imagens apresentadas.

Uma vez feita essa escolha, a aplicação leva o utilizador para a interface de introdução de dados relativa ao pilar em causa.

As figuras que se seguem demonstram o aspecto do Menu Inicial (Figura 6.24) e de uma das seis folhas de cálculo transformadas em interfaces de introdução de dados.

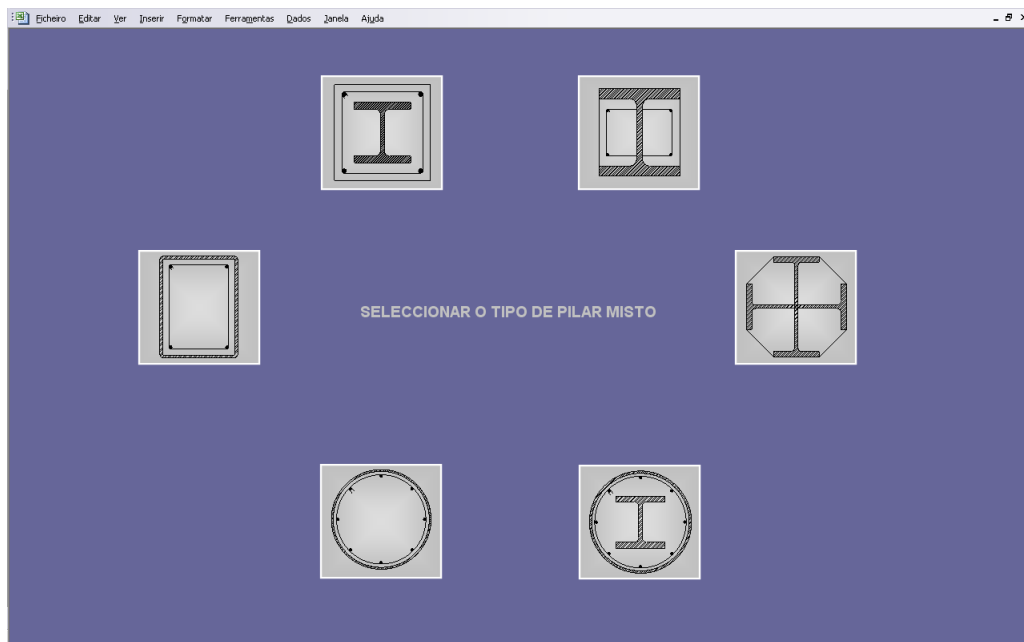


Figura 6.24 – Menu inicial

Na folha de introdução de dados o utilizador deve começar por preencher as células em branco, destinadas à definição da geometria da secção, dos recobrimentos da armadura longitudinal, do comprimento do pilar, da quantidade de armadura, do coeficiente de fluência do betão, das cargas de cálculo e ainda da relação entre os momentos de extremidade do pilar.

A célula relativa ao coeficiente de fluência do betão apresenta por defeito o valor de 2, mas pode ser modificado caso o utilizador assim o entenda. O coeficiente de fluência é determinado como demonstra o ponto 3.1.4 do EC2 (ou ponto 3.1 deste trabalho).

Sempre que existirem valores a colocar nas células com parte decimal o separador a usar entre a parte inteira e a parte decimal deve ser a vírgula “,”, como é prática comum no Excel. Se nas mesmas circunstâncias for usado o ponto “.” o programa não assumirá esses valores, resultando em erros ao longo do cálculo.

Nas caixas de combinação o utilizador escolhe as classes de resistência dos materiais, bem como os perfis metálicos a usar na secção. Existem ainda botões de opção onde se define o tipo de apoios do pilar e botões que quando seleccionados indicam que ambos os momentos de extremidade do pilar são nulos, caso em que um pilar simplesmente apoiado é sujeito a carregamento lateral.

Os botões existentes no canto inferior direito da folha permitem ao utilizador voltar ao menu inicial, apagar os dados introduzidos e dar ordem de cálculo. Dando ordem de cálculo, a aplicação dirige o utilizador para o relatório de verificações. Aqui apresentam-se os materiais escolhidos, os parâmetros da secção mista, as forças internas e de resistência, o comprimento de encurvadura do pilar, a posição do eixo neutro, as fórmulas de verificação, bem como as curvas de interacção Momento (M) – Esforço Axial (N) da secção mista. Nestas curvas é ainda apresentado o ponto $M - N$ relativo às cargas actuantes no pilar.

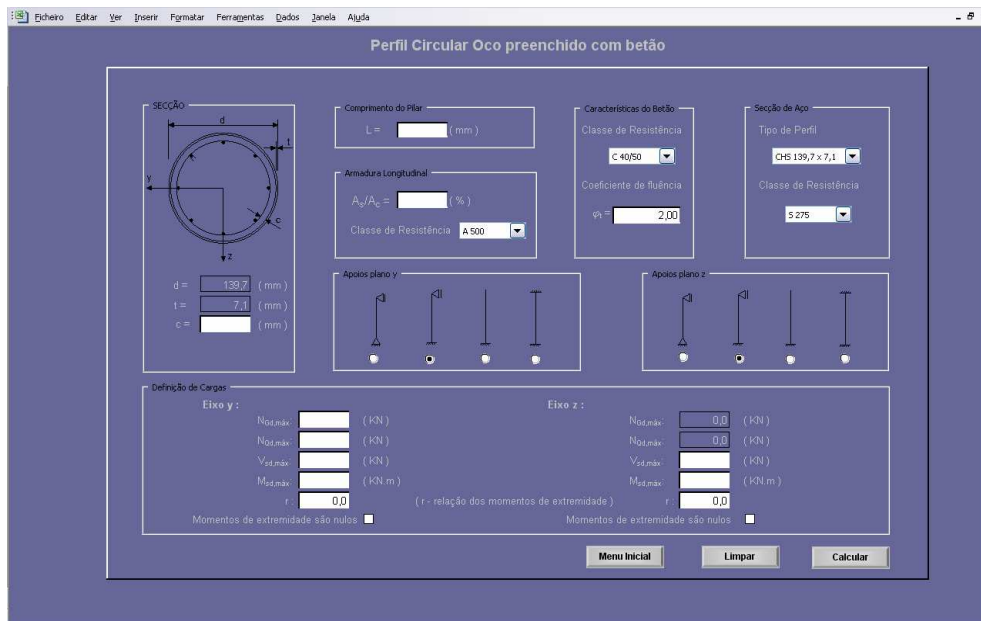


Figura 6.25 - Folha de introdução de dados para verificação de pilar composto por perfil circular oco preenchido por betão

Se o utilizador assim o entender pode imprimir o relatório de verificações ou retornar à interface de introdução de dados.

6.5. VERIFICAÇÃO AUTOMÁTICA DE PILARES MISTOS FAZENDO USO DA APLICAÇÃO DESENVOLVIDA

Nesta secção serão apresentados dois exemplos de utilização da aplicação com correspondência aos exercícios resolvidos analiticamente nos pontos 5.1 e 5.2. Deste modo poder-se-á concluir acerca da validade dos resultados devolvidos pela aplicação desenvolvida.

6.5.1. ANÁLISE DA CAPACIDADE RESISTENTE A ESFORÇOS AXIAIS E MOMENTO DE UM PILAR DE SECÇÃO CONSTITUÍDA POR PERFIL H COMPLETAMENTE ENVOLVIDO POR BETÃO

Os dados de entrada para este exemplo constam do ponto 5.1. Depois de escolhida a secção tipo a verificar, no menu inicial da aplicação, devem-se preencher os campos da interface de introdução de dados como demonstra a Figura 6.26 e seguindo as indicações da secção anterior.

Figura 6.26 – Introdução de dados para cálculo de secção composta por perfil H completamente envolvido em betão

A ordem de cálculo no botão “Calcular”, no canto inferior direito da aplicação remete o utilizador para o relatório de verificações relativo à secção (Anexo 1).

Tal como esperado, a aplicação devolve um “KO” no que diz respeito à verificação do pilar misto. O pilar não apresenta resistência suficiente à encurvadura para o eixo de menor inércia.

Os resultados da aplicação permitem construir a Tabela 6.2 que compara as capacidades resistentes do pilar obtidas analiticamente no ponto 5.1 e através da aplicação automática.

É possível verificar que o erro recorrente do uso da aplicação é sempre inferior a 1%, quer se analise a capacidade resistente do pilar a esforços axiais ou a momentos flectores.

Tabela 6.2 – Capacidades resistentes de um pilar calculadas analiticamente e através da aplicação desenvolvida

Esforços Resistentes	$N_{pl,Rd}$ (KN)	$N_{Rd,z}$ (KN)	$N_{Rd,y}$ (KN)	$M_{pl,Rd,y}$ (KN.m)	$M_{Rd,y}$ (KN.m)
Cálculo Analítico	8128,30	5324,04	6383,15	578,70	244,80
Aplicação Automática	8134,38	5327,69	6368,16	578,25	242,38
% Erro	0,075	0,068	0,235	0,078	0,990

6.5.2. RESISTÊNCIA A ESFORÇOS AXIAIS DE PILAR MISTO CONSTITUÍDA POR PERFIL CIRCULAR OCO PREENCHIDO POR BETÃO

O exemplo apresentado no ponto 5.2 é aqui resolvido de forma automática à custa da aplicação desenvolvida. Os dados são introduzidos de acordo com a Figura 6.27.

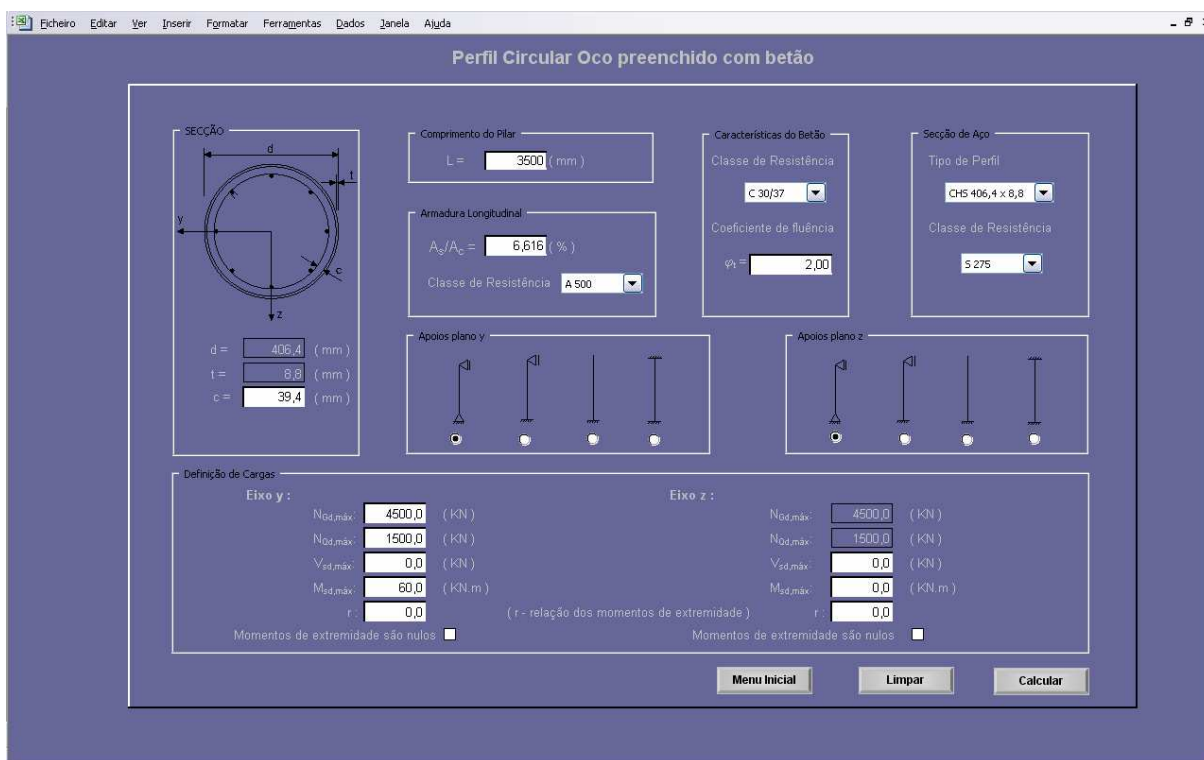


Figura 6.27 – Introdução de dados para análise da resistência de pilar constituído por perfil circular oco preenchido por betão

Do relatório de verificações da secção, anexo 2, pode-se verificar que o pilar apresenta uma resistência plástica a esforços axiais,

$$N_{pl,Rd} = 8292,32 \text{ KN}$$

Da resolução analítica efectuada em 4.2, resulta:

$$N_{pl,Rd} = 8289,39 \text{ KN}$$

O erro resultante do cálculo automático é de 0,035% e portanto sem significado.

7

CONCLUSÕES

Do estudo realizado no início deste trabalho verifica-se que o emprego de elementos mistos na concretização de uma estrutura, representa não só uma opção de sistema estrutural, mas também de processo construtivo.

Para além das vantagens decorrentes do uso de um sistema estrutural misto, como sejam a diminuição das dimensões dos elementos constituintes e consequente diminuição do peso próprio, a utilização de uma estrutura baseada em elementos mistos torna mais célere a construção, devido à possibilidade de pré-fabricação dos elementos, à rapidez de montagem dos mesmos e à eventual dispensa de cofragens e escoramentos.

Entre os vários elementos mistos contam-se os pilares. Da sua utilização resulta a possibilidade de manter a mesma dimensão de um pilar ao longo de vários pisos de um mesmo edifício, o que traz inúmeras vantagens do ponto de vista funcional e arquitectónico. Utilizando pilares mistos aço – betão, diferentes secções transversais com as mesmas dimensões exteriores podem suportar cargas muito diferentes, variando a secção de aço, a resistência do betão ou a área da armadura ordinária. Outras vantagens como a dispensa do uso de cofragens, caso dos pilares ocos, ou a maximização de áreas livres devido às menores dimensões das secções, tornam os pilares mistos elementos a considerar na idealização de uma estrutura.

Actualmente, a norma europeia que regula o dimensionamento deste tipo de pilares é o Eurocódigo 4, que teve a sua última actualização no ano de 2004. A norma apresenta dois métodos de cálculo, sendo que o método simplificado, abrange a maioria das secções usadas na realização de pilares do tipo misto. A aplicação deste método está, no entanto, sujeita à avaliação de algumas condições, relativas a disposições construtivas. A verificação de resistência dos pilares, de acordo com a norma, é realizada em compressão simples, tendo em conta a encurvadura, em flexão composta e desviada através da construção de uma curva de interacção $M - N$. A avaliação dos esforços de corte transversal e longitudinal completa a lista de verificações associada à resistência dos pilares.

Com o intuito de sistematizar todas as verificações preconizadas pelo Eurocódigo, desenvolveu-se uma aplicação automática através do programa EXCEL.

O desenvolvimento desta aplicação tem inerentes simplificações e considerações que importa discutir e avaliar. Relativamente à armadura (ponto 6.3.3) verifica-se que as simplificações consideradas na definição da distribuição respectiva, ao nível do “input”, provocam algum erro no que diz respeito ao cálculo do momento de inércia da armadura. No entanto, esse erro não é significativo na avaliação da capacidade resistente do pilar, como se demonstra nos resultados comparativos do ponto 6.5. A

diferença da capacidade resistente a esforços axiais e momentos flectores dos pilares mistos, calculados analiticamente e através da aplicação, resulta sempre inferior a 1%.

O cálculo da posição da linha neutra através da aplicação resulta também da aplicação de um método por tentativas detalhado no ponto 6.3.5. Mais uma vez, e como se atesta no ponto 6.3.5.3, o erro recorrente da implementação deste método é bastante reduzido, podendo considerar-se sem significado.

Ao longo da elaboração da aplicação, houve o cuidado de analisar convenientemente todo o processo de cálculo desenvolvido na folha de Excel associada. Por outro lado, testou-se por inúmeras vezes o funcionamento das macros da aplicação, revendo-se quando necessário, o conjunto de instruções em linguagem VBA, que as constituem.

Assim se demonstra que a aplicação de cálculo automático desenvolvida ao longo deste trabalho representa na área do projecto de estruturas mistas uma ferramenta de grande interesse e utilidade. O método de verificação de pilares mistos preconizado pelo Eurocódigo 4 pode ser aplicado de um modo sistematizado, acelerando a elaboração de um pré-dimensionamento. De referir a elaboração de um relatório, em que são discriminadas todas as verificações efectuadas e especificamente os valores da capacidade resistente dos pilares estudados.

BIBLIOGRAFIA

- [1] European Committee for Standardization. *EN 1994-1-1: Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings*, Brussels, 2004
- [2] Vasconcellos, A. L. *Curso de cálculo completo de um edifício de aço com estruturas mistas*, Goiânia, 2004.
- [3] European Committee for Standardization. *EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, Brussels, 2004
- [4] European Committee for Standardization. *prEN 1993-1-1: Eurocode 3 : Design of steel structures Part 1.1: General rules and rules for buildings*, Brussels, 2003.
- [5] Campos, A.S. *Estudo sobre os critérios de dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 2006.
- [6] European Committee for Standardization. *ENV 1994-1-1: Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings*, Brussels, 1992.
- [7] ITEA, Instituto Técnico de la Estructura en Acero, *Construcción mixta*, tomo 12.
- [8] Bergmann, R., Matsui, C., Dutta, D. *Design Guide for concrete hollow section columns under static and seismic loading*. Comité International pour le Développement et l'Etude de la Construction Tubulaire, Köln, 1995.
- [9] Mendonça, P., Vieira, M. C., Venâncio, J., *A utilização de pilares mistos em edifícios: concepção, dimensionamento e execução – Edifício Ges – Luanda*, V Congresso de Construção Metálica e Mista, 24/25 de Novembro de 2005, Lisboa, pp. II-449 a II-458.
- [10] <http://www.arcelormittal.com>
- [11] Zomer, G; *Excel – Macros e Visual Basic for Applications*; <http://www.apostilando.com/download.php?cod=2481&categoria=Excel>.
- [12] PROFIL ARBED *Steel–concrete composite construction using rolled sections*, Luxemburgo.
- SSEDTA: Structural steelwork Eurocodes development of a trans-national approach. *Lecture 1: introduction to composite construction of buildings*. ©SSEDTA 2001, Last modified 29/03/2001.

ANEXO A

Relatório de verificações para o exemplo do ponto 6.5.1

VERIFICAÇÃO DE ACORDO COM O EUROCÓDIGO4**MATERIAIS**

S 355	f_y (MPa) = 355,00	f_{yd} (MPa) = 355,00
C 40/50	f_{ck} (MPa) = 40,00	f_{cd} (MPa) = 26,67
A 500	f_{sk} (MPa) = 500,00	f_{sd} (MPa) = 434,78

PARÂMETROS DA SECÇÃO

bc=	350 mm
hc=	350 mm

Perfil de Aço HE 200 M

$A_{a,y}$ =	13130,00 mm ²	$A_{a,z}$ =	13130,00 mm ²
$I_{a,y}$ =	106400000,00 mm ⁴	$I_{a,z}$ =	36510000,00 mm ⁴
$W_{pl,a,y}$ =	1135000,00 mm ³	$W_{pl,a,z}$ =	543200,00 mm ³

Armadura

$A_{s,y}$ =	2417,08 mm ²	$A_{s,z}$ =	2417,08 mm ²
$I_{s,y}$ =	26648273,93 mm ⁴	$I_{s,z}$ =	47374709,20 mm ⁴
$W_{pl,s,y}$ =	253793,09 mm ³	$W_{pl,s,z}$ =	338390,78 mm ³

Betão

$A_{c,y}$ =	106952,92 mm ²	$A_{c,z}$ =	106952,92 mm ²
$I_{c,y}$ =	1117472559,41 mm ⁴	$I_{c,z}$ =	1166636124,13 mm ⁴
$W_{pl,c,y}$ =	9329956,92 mm ³	$W_{pl,c,z}$ =	9837159,22 mm ³

FORÇAS INTERNAS E RESISTÊNCIA DA SECÇÃO MISTA

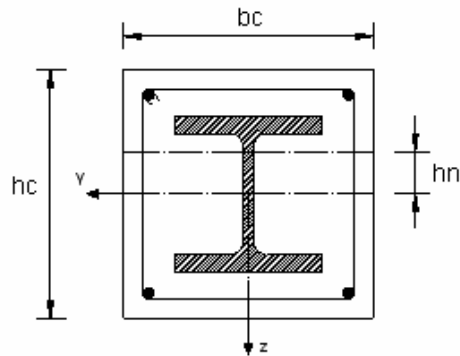
N _{sd} =	5475,00 KN	$M_{y,sd}$ =	72,00 KN.m	$M_{z,sd}$ =	72,00 KN.m
$N_{pl,Rd,y}$ =	8136,32 KN	$M_{y,rd}$ =	242,56 KN.m	$M_{z,rd}$ =	187,35 KN.m
$N_{pl,Rd,z}$ =	8136,32 KN	$M_{pl,y,rd}$ =	578,46 KN.m	$M_{pl,z,rd}$ =	446,79 KN.m
χ_y =	0,78	μ_{dy} =	0,47	μ_{dz} =	0,47
χ_z =	0,66	aM_y =	0,90	aM_z =	0,90
$N_{rd,y}$ =	6369,71 KN	K_y =	1,00	K_z =	1,00
$N_{rd,z}$ =	5329,70 KN				
$N_{cr,y}$ =	19318,37 KN	$V_{y,sd}$ =	16 KN	$V_{z,sd}$ =	16 KN
$N_{cr,z}$ =	14441,91 KN	$V_{pl,rd,y}$ =	2111,08 KN	$V_{pl,rd,z}$ =	840,95 KN

COMPRIMENTOS DE ENCURVADURA

L_y =	4500 mm	L_z =	4500 mm
L_{ey} =	4500 mm	L_{ez} =	4500 mm

Figura A.1 – Página 1 do relatório de verificações

POSIÇÃO DO EIXO NEUTRO



$$\begin{aligned} h_{n,y} &= 66,67 \text{ mm} \\ h_{n,z} &= 8,05 \text{ mm} \end{aligned}$$

FÓRMULAS DE VERIFICAÇÃO

Disposições Construtivas

$$\delta_y = A_a \cdot y^* \cdot f_{yd} / (A_a \cdot y^* \cdot f_{yd} + A_s \cdot y^* \cdot f_{sd} + A_c \cdot y^* \cdot 0,85 \cdot f_{cd}) = 0,57 \quad 0,2 \leq \delta \leq 0,9$$

$$\delta_z = A_a \cdot z^* \cdot f_{yd} / (A_a \cdot z^* \cdot f_{yd} + A_s \cdot z^* \cdot f_{sd} + A_c \cdot z^* \cdot 0,85 \cdot f_{cd}) = 0,57 \quad 0,2 \leq \delta \leq 0,9$$

Coefficiente de contribuição do aço

$$\lambda_y = (A_a \cdot y^* \cdot f_y + A_s \cdot y^* \cdot f_{sk} + A_c \cdot y^* \cdot f_{ck}) / N_{cr,y} = 0,70 \quad \lambda \leq 2,0$$

$$\lambda_z = (A_a \cdot z^* \cdot f_y + A_s \cdot z^* \cdot f_{sk} + A_c \cdot z^* \cdot f_{ck}) / N_{cr,z} = 0,81 \quad \lambda \leq 2,0$$

Esbelteza relativa

Resistência em Compressão Simples, Flexão Composta e Flexão Desviada

$$N_{sd} / N_{rd,y} = 0,86 \leq 1$$

$$N_{sd} / N_{rd,z} = 1,03 \leq 1$$

$$V_{y,sd} / V_{pl,rd,y} = 0,01 \leq 1$$

$$V_{z,sd} / V_{pl,rd,z} = 0,02 \leq 1$$

$$K_y \cdot M_{y,sd} / (\mu_{dy} \cdot M_{pl,y,rd}) = 0,27 \leq \alpha M_y$$

$$K_z \cdot M_{z,sd} / (\mu_{dz} \cdot M_{pl,z,rd}) = 0,35 \leq \alpha M_z$$

$$M_{y,sd} / (\mu_{dy} \cdot M_{pl,y,rd}) + M_{z,sd} / (\mu_{dz} \cdot M_{pl,z,rd}) = 0,61 \leq 1$$

SECÇÃO KO!

Figura A.2 – Página 2 do relatório de verificações

CURVAS DE INTERACÇÃO DA SECÇÃO MISTA

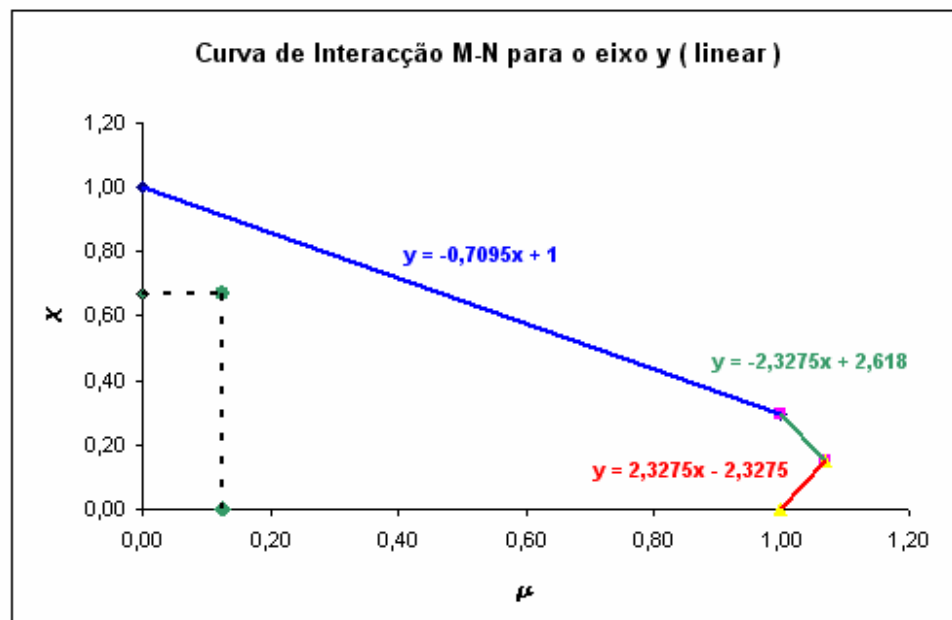
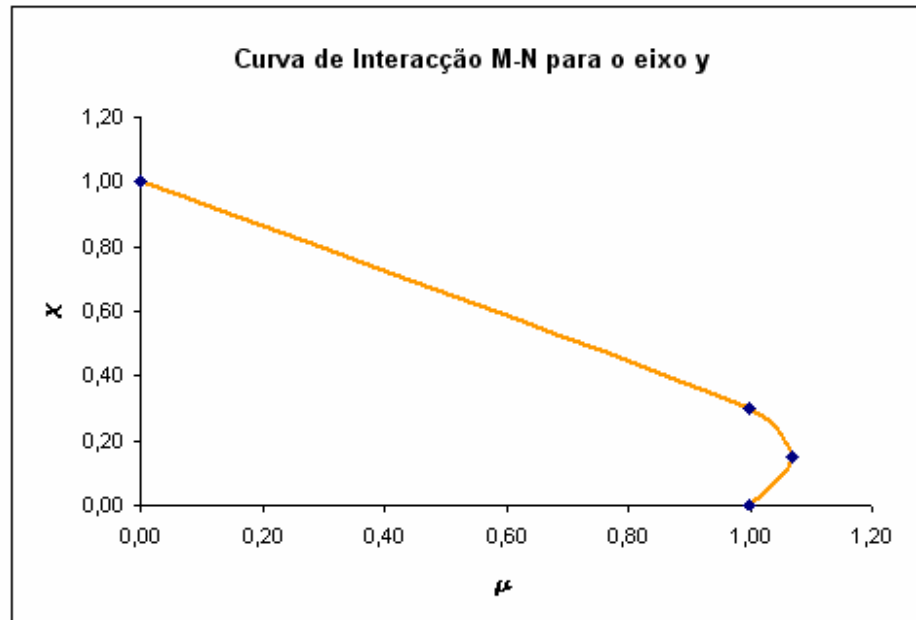


Figura A.3 – Página 3 do relatório de verificações

CURVAS DE INTERACÇÃO DA SECÇÃO MISTA

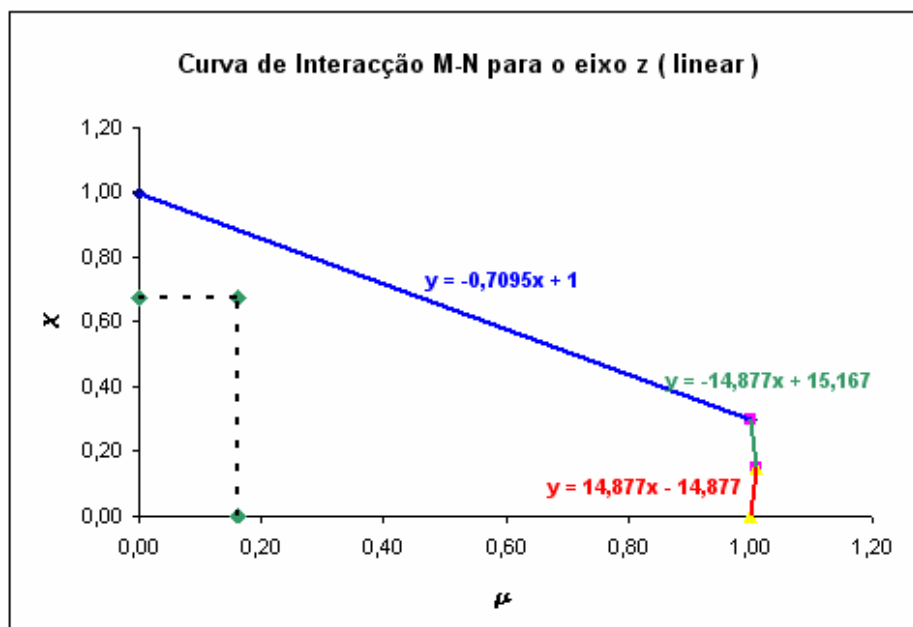
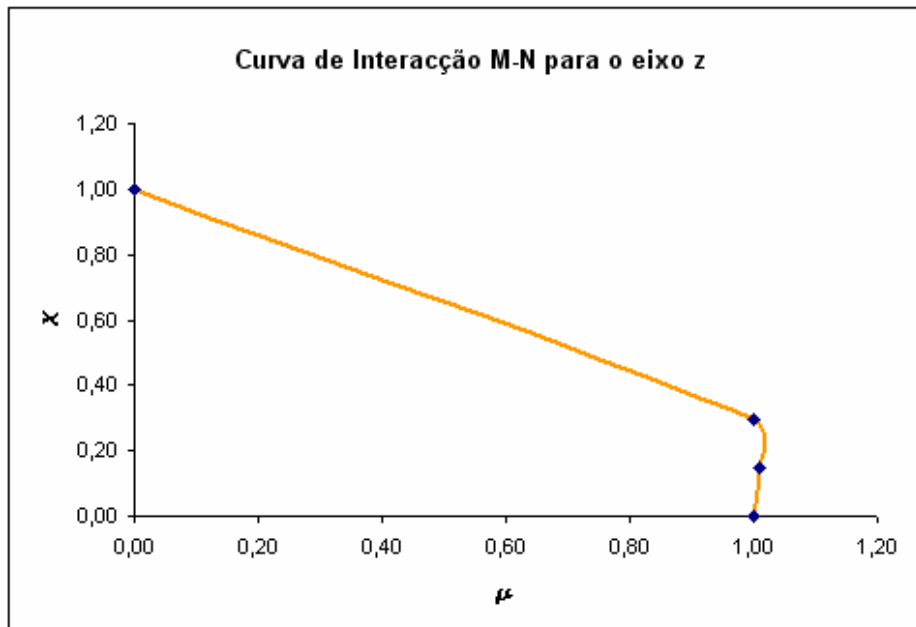


Figura A.4 – Página 4 do relatório de verificações

ANEXO B

Relatório de verificações para o exemplo do ponto 6.5.2

VERIFICAÇÃO DE ACORDO COM O EUROCÓDIGO4**MATERIAIS**

S 275	f_y (MPa) = 275,00	f_{yd} (MPa) = 275,00
C 30/37	f_{ck} (MPa) = 30,00	f_{cd} (MPa) = 20,00
A 500	f_{sk} (MPa) = 500,00	f_{sd} (MPa) = 434,78

PARÂMETROS DA SECÇÃO**Perfil de Aço** CHS 406,4 x 8,8

$A_{a,y}$ =	11000,00 mm ²	$A_{a,z}$ =	11000,00 mm ²
$I_{a,y}$ =	217320000,00 mm ⁴	$I_{a,z}$ =	217320000,00 mm ⁴
$W_{pl,a,y}$ =	1391000,00 mm ³	$W_{pl,a,z}$ =	1391000,00 mm ³

Armadura

$A_{s,y}$ =	7123,50 mm ²	$A_{s,z}$ =	7123,50 mm ²
$I_{s,y}$ =	85618725,80 mm ⁴	$I_{s,z}$ =	85618725,80 mm ⁴
$W_{pl,s,y}$ =	98,69 mm ³	$W_{pl,s,z}$ =	98,69 mm ³

Betão

A_c =	111601,56 mm ²	$A_{c,z}$ =	111601,56 mm ²
I_c =	1121695360,90 mm ⁴	$I_{c,z}$ =	1121695360,90 mm ⁴
$W_{pl,c,y}$ =	9795803,66 mm ³	$W_{pl,c,z}$ =	9795803,66 mm ³

FORÇAS INTERNAS E RESISTÊNCIA DA SECÇÃO MISTA

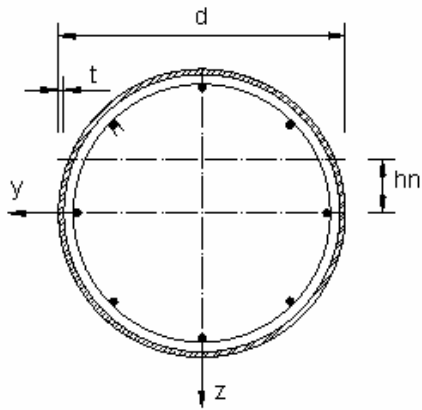
N_{sd} =	6000 KN	$M_{y,rd}$ =	60,00 KN.m	$M_{z,rd}$ =	0,00 KN.m
$N_{pl,Rd,y}$ =	8292,32 KN	$M_{y,rd}$ =	158,11 KN.m	$M_{z,rd}$ =	158,11 KN.m
$N_{pl,Rd,z}$ =	8292,33 KN	$M_{pl,y,rd}$ =	464,45 KN.m	$M_{pl,z,rd}$ =	464,45 KN.m
χ_y =	0,92	μ_{dy} =	0,38	μ_{dz} =	0,38
χ_z =	0,92	$\alpha_{M,y}$ =	0,90	$\alpha_{M,z}$ =	0,90
$N_{rd,y}$ =	7630,03 KN	K_y =	1,00	K_z =	1,00
$N_{rd,z}$ =	7630,05 KN				
$N_{cr,y}$ =	57722,90 KN	$V_{y,rd}$ =	0 KN	$V_{z,rd}$ =	0 KN
$N_{cr,z}$ =	57722,90 KN	$V_{ay,rd}$ =	11118,47 KN	$V_{az,rd}$ =	11118,47 KN

COMPRIMENTOS DE ENCURVADURA

L_y =	3500 mm	L_z =	3500 mm
L_{ey} =	3500,00 mm	L_{ez} =	3500,00 mm

Figura B.1 – Página 1 do relatório de verificações

POSIÇÃO DO EIXO NEUTRO



hn,y= 32,72 mm
hn,z= 32,72 mm

FÓRMULAS DE VERIFICAÇÃO

Disposições Construtivas

$\delta_y = A_a \cdot y \cdot f_{yd} / (A_a \cdot y \cdot f_{yd} + A_s \cdot y \cdot f_{sd} + A_c \cdot y \cdot 0,85 \cdot f_{cd})$	0,36	$0,2 \leq \delta \leq 0,9$	} Coefficiente de contribuição do aço
$\delta_z = A_a \cdot z \cdot f_{yd} / (A_a \cdot z \cdot f_{yd} + A_s \cdot z \cdot f_{sd} + A_c \cdot z \cdot 0,85 \cdot f_{cd})$	0,36	$0,2 \leq \delta \leq 0,9$	
$\lambda_y = (A_a \cdot y \cdot f_y + A_s \cdot y \cdot f_{sk} + A_c \cdot y \cdot f_{ck}) / N_{cr,y}$	0,41	$\lambda \leq 2,0$	} Esbelteza relativa
$\lambda_z = (A_a \cdot z \cdot f_y + A_s \cdot z \cdot f_{sk} + A_c \cdot z \cdot f_{ck}) / N_{cr,z}$	0,41	$\lambda \leq 2,0$	

Resistência em Compressão Simples, Flexão Composta e Flexão Desviada

$N_{sd} / N_{rd,y}$	0,79	≤ 1
$N_{sd} / N_{rd,z}$	0,79	≤ 1
$V_{y,sd} / V_{pl,rd,y}$	0,00	≤ 1
$V_{z,sd} / V_{pl,rd,z}$	0,00	≤ 1
$K_y \cdot M_{y,sd} / (\mu_{dy} \cdot M_{pl,y,rd})$	0,34	$\leq \alpha M_y$
$K_z \cdot M_{z,sd} / (\mu_{dz} \cdot M_{pl,z,rd})$	0,00	$\leq \alpha M_z$
$M_{y,sd} / (\mu_{dy} \cdot M_{pl,y,rd}) + M_{z,sd} / (\mu_{dz} \cdot M_{pl,z,rd})$	0,34	≤ 1

SECÇÃO OK!

Figura B.2 – Página 2 do relatório de verificações